

ROMÂNIA
MINISTERUL EDUCAȚIEI CERCETĂRII
TINERETULUI ȘI SPORTULUI
UNIVERSITATEA „POLITEHNICĂ” TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ

Ing.dipl. Ioan LUPU

TEZĂ DE DOCTORAT

**TEMA: VIBRAȚII ȘI VIBROPERCUȚII ÎN SISTEME
ELECTROMECHANICE**

Conducător științific: prof.dr.ing.EUR ING TIBERIU DIMITRIE BABEU
membru titular al Academiei de Științe Tehnice din România

Teză elaborată în vederea obținerii titlului de
„doctor” în științe inginerești

TIMIȘOARA - 2010

I

CUPRINS

Prefață

INTRODUCERE – OBIECTIVELE TEZEI. Importanța cercetărilor privind vibrațiile și vibropercuțiile sistemelor electromecanice

Cap.1. STADIUL ACTUAL PRIVIND STUDIUL VIBRAȚIILOR ȘI VIBROPERCUȚIILOR SISTEMELOR ELECTROMECHANICE 9

1.1. Sisteme vibropercutante cu legături elastice9

1.2. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora când forța de excitație este periodică oarecare 10

1.3. Cazul excitației armonice.

Determinarea mișcărilor optime..... 15

1.4. Determinarea forței de excitație optime 25

1.5. Caracterizarea sistemelor vibropercutante32

1.6. Analiza cazului $\eta = 1$. (rezonanța) 34

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare 39

1.8. Ecuațiile diferențiale ale mișcărilor sistemelor vibropercutante între ciocniri 49

Cap.2. MIȘCĂRI VIBROPERCUTANTE PRODUSE DE UN EXCITATOR ELECTROMAGNETIC 52

2.1. Generalități.....52

2.2. Determinarea ecuațiilor de mișcare și a condițiilor de periodicitate..... 53

2.3. Studiul stabilității mișcărilor periodice 56

2.4. Determinarea mișcărilor optime.....58

Cap.3. SISTEME VIBROPERCUTANTE FĂRĂ LEGĂTURI ELASTICE 60

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă60

3.1.1. Mișcări vibropercutante produse de o forță de excitație periodică..... 60

3.1.2. Încercări experimentale.....78

3.1.3. Mișcări vibropercutante produse de o platformă mobilă.69

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante 73

3.2.1. Mișcări periodice simetrice produse de o excitație armonică 73

II

3.2.2. Determinarea mișcărilor optime	85
3.2.3. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante conținând două corpuri mobile	90
Cap.4. CONTRIBUTII TEORETICE ȘI EXPERIMENTALE PRIVIND STUDIUL VIBRAȚIILOR ȘI VIBROPERCUȚII- LOR SISTEMELOR ELECTROMECHANICE	99
4.1. Domeniile de cuprindere a regimurilor vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice	99
4.1.1. Introducere	99
4.1.2. Principalele regimuri vibropercutante periodice	99
4.1.3. Sistemul vibropercutant	100
4.1.4. Regimuri periodice simple	101
4.1.5. Delimitarea regimurilor periodice	103
4.2. Regimuri de mișcare vibropercutante cu ciocniri suplimentare	108
4.2.1. Introducere	108
4.2.2. Regimuri vibropercutante periodice	108
4.2.3. Sisteme vibropercutante	108
4.3. Cazul ciocnirilor plastice	111
4.3.1. Determinarea regimurilor de mișcare	111
4.3.2. Stabilitatea mișcărilor vibropercutante	112
4.4. Cazurile ciocnirilor reale	126
4.4.1. Determinarea regimurilor de mișcare	126
4.4.2. Stabilitatea mișcărilor vibropercutante	129
Cap.5. SIMULĂRI ȘI EXPERIMENTE.....	140
5.1. Vibrațiile mașinilor electrice rotative	140
5.1.1 Sursele de zgomot la mașinile electrice rotative	140
5.1.2 Referințe normative	140
5.1.3 Zgomotul magnetic	141
5.1.4 Zgomotul periiilor	144
5.1.5 Zgomotul lagărelor	145
5.2. Mărimi de măsurat	148
5.2.1. Intensitatea vibrației	148
5.2.2. Vibrația relativă a arborelui	148
5.3. Echipamente de măsurare	149
5.3.1. Schema standului de probă	149
5.3.2. Montarea mașinii	153
5.3.3. Suspensie liberă	153
5.3.4. Montare rigidă	153
5.3.5. Determinarea mediului activ	154
5.4. Condiții de măsurare	155
5.4.1. Puncte de măsurare a intensității vibrației	155

III

5.4.2. Puncte de măsurare a deplasării relative a arborelui	157
5.5. Limitele vibrației carcasei lagărului	158
5.5.1. Limitele intensității vibratorii	158
5.6. Limitele vibrației relative a arborelui	158
Cap.6. CONCLUZII. CONTRIBUȚII ORIGINALE	
6.1. Concluzii	159
6.2. Contribuții originale	160
Anexe.....	161
A1.....	161
A2.....	162
A3.....	163
A4.....	164
A5.....	165
A6.....	166
Bibliografie	167
Index	

1.1. INTRODUCERE . OBIECTIVELE TEZEI

Sistemele electromecanice sunt structuri de mare complexitate, în construcția cărora intră subansamble elastice, care suferă deformații statice și dinamice sub acțiunea unor forțe de natură tehnologică, ce apar în timpul procesului de lucru, rezultând o stare vibratorie a sistemului.

Calculul dinamic al sistemului necesită alegerea unui model matematic corespunzător (ex. Metoda elementului finit).

Vibrațiile și vibropercuțiile reprezintă fenomene frecvent întâlnite în toate domeniile tehnice și a căror investigare cunoaște o amplificare deosebită în etapa actuală, mai ales datorită introducerii pe scară largă în industrie a unor utilaje de mare complexitate.

Primele lucrări care se ocupă cu studiul mișcărilor vibropercutante au apărut în 1942 [71], însă cele mai multe sunt de actualitate.

Sistemele vibropercutante se caracterizează prin aceea că vitezele variază brusc când au loc ciocniri. Din acest motiv aceste sisteme sunt neliniare chiar dacă mișcarea dintre două ciocniri poate fi descrisă cu ajutorul ecuațiilor liniare.

Studiul diferitelor mecanisme vibropercutante conduce la anumite modele mecanice, formate din corpuri considerate rigide, cu sau fără legături elastice.

Forțele de excitație sunt în general periodice, uneori chiar armonice. Ele pot fi produse inerțial cu ajutorul unor excentrice de rotație, de electromagneți, pneumatic, etc. Un ansamblu de două corpuri care se ciocnesc formează o cuplă percutantă.

De multe ori același model descrie funcționarea diferitelor mecanisme, de aceea în cadrul tezei se studiază anumite modele mecanice, iar rezultatele obținute pot fi aplicate în mai multe domenii:

- Mecanica clasică
- Mecanica contactului
- Deformarea plastică

La mecanismele vibropercutante pot să apară diferite tipuri de mișcări. Prezintă interes practic mișcările periodice. Astfel, una dintre problemele de bază este determinarea condițiilor în care apar asemenea mișcări. Mai exact, trebuie să se determine relațiile dintre parametrii sistemului și parametrii excitației pentru care pot să apară mișcări periodice. Practic, nu se realizează toate mișcările pentru care sunt verificate condițiile de existență.

Problema a II-a este studiul stabilității mișcărilor periodice, respectiv determinarea domeniilor de stabilitate. În ultimul timp, atenția cercetărilor se îndreaptă spre problema optimizării sistemelor vibropercutante [5], [6], [38], [42], [51], [69], [97]. Optimizarea se poate face după mai multe criterii. Criteriul cel mai important este viteza de ciocnire, respectiv energia cinetică a maselor percutante în momentul ciocnirii.

Problema optimizării poate fi formulată în două feluri:

- a) dacă se cunoaște forța de excitație, cum trebuie să se aleagă parametrii sistemului pentru a obține viteze de ciocnire maxime;
- b) sistemul fiind dat, cum trebuie să fie forța de excitație pentru a se obține mișcarea optimă.

În majoritatea lucrărilor ce se ocupă cu sisteme vibropercutante se consideră că excitația este armonică, deși studiul optimizării arată că excitația optimă nu este cea armonică. Însă excitația nu este armonică nici în cazul unui excitator electromagnetic, cum se va vedea în capitolul II al acestei lucrări.

În cadrul tezei se va considera pentru fiecare model mecanic analizat că excitația este periodică oarecare și se determină condițiile de existență și de stabilitate ale mișcărilor periodice.

Cu ajutorul rezultatelor obținute pentru cazul general se studiază diferite cazuri particulare. Astfel, se determină domeniile de existență și de stabilitate în cazul unor excitații armonice, mișcările optime produse de excitația armonică, excitația optimă. Se studiază stabilitatea mișcărilor optime. În tratarea tuturor problemelor s-a utilizat un limbaj tipic ingineresc accesibil tuturor specializărilor din domeniu.

Cele mai multe rezultate teoretice au fost verificate experimental în cadrul laboratorului de mașini electrice al Facultății de Inginerie de la UEM-Reșița, precum și la standul de încercări al secției de mașini electrice de la UCMR Reșița.

Îmi exprim mulțumirile mele conducătorului științific d-lui prof. univ. dr. ing. Tiberiu Dimitrie Babeu pentru sprijinul și ajutorul deosebit acordat în elaborarea tezei, precum și conducătorilor științifici: prof. univ. dr. ing. Liviu Brîndeu, prof. univ. dr. ing. Titus Cioară pentru sprijinul acordat în etapele de început ale studiilor doctorale.

1. STADIUL ACTUAL PRIVIND STUDIUL VIBRAȚIILOR ȘI VIBROPERCUȚIILOR SISTEMELOR ELECTROMECHANICE

1.1. Sisteme vibropercutante cu legături elastice

Modelul mecanic al unui sistem vibropercutant cu un grad de libertate având o cuplă percutantă este arătat în figura 1.1.

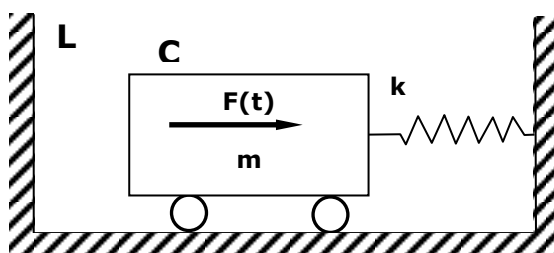


Fig. 1.1

El este format dintr-un corp rigid C, de masă m , legat de un arc cu constanta elastică k . Sub acțiunea unei forțe de excitație periodice $F(t)$ corpul C execută mișcare vibratorie, având loc ciocniri cu un limitator fix L.

Studiul mai multor mecanisme, cum ar fi diferitele ciocane mecanice și de abataj, dispozitive pentru introducerea unor elemente în pământ prin vibropercuții, etc. conduce la un asemenea model mecanic. Forța de excitație poate fi creată în diferite feluri: inerțial cu ajutorul unor mase excentrice în mișcare de rotație, cu ajutorul electromagneților, hidraulic, etc.

În legătură cu acest model mecanic au fost elaborate mai multe studii [4], [9], [18], [27], [36], [45], [46], [47], [54], [68], [71], [75], [79], [80], [83], [86], [98] în care se clarifică o serie de probleme legate de funcționarea acestui sistem vibropercutant.

În general forțele de excitație se presupun cunoscute și de cele mai multe ori ele se consideră armonice. Dacă forța de excitație $F(t)$ este creată inerțial și viteza unghiulară ω de rotație a masei excentrice este constantă, atunci ipoteza de mai sus corespunde realității, deoarece:

$$F(t) = m_0 e \omega^2 \sin \omega t, \quad (1.1.)$$

unde m_0 este masa excentrică, iar e – excentricitatea. În cazul unui excitator electromagnetic (fig.1.2) alimentat cu o tensiune alternativă, forța de excitație nu este armonică, fiind chiar dependentă de deplasarea armăturii mobile (variația întrefierului), care constituie și masa percutantă. Numai în cazul deplasărilor foarte mici se poate neglija dependența forței electromagnetului de variația întrefierului.

În acest caz forța este funcție numai de timp de forma:

$$F(t) = F_0 (1 - \cos \omega t) \quad (1.2.)$$

unde ω reprezintă dublul pulsației tensiunii de alimentare.

10-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

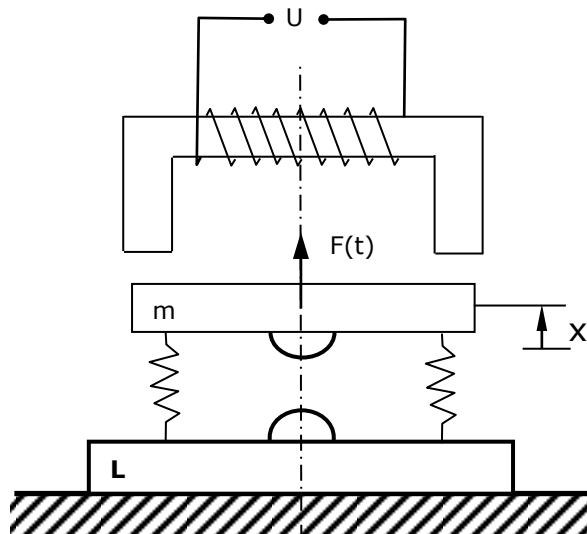


Fig. 1.2

Deci forța are o componentă armonică și una constantă având mărimea egală cu amplitudinea componentei alternative.

Din cele spuse rezultă că excitația este armonică, numai în cazuri particulare. De aceea se va considera la început cazul general când forța $F(t)$ este periodică oarecare, de perioadă T . Se vor studia mișcările, periodice produse de aceasta forță în ipoteza că disipare de energie are loc numai la ciocniri. Ciocnirile se consideră instantanee fiind caracterizate prin coeficientul de restituire $R(0 < R \leq 1)$. Cazul ciocnirilor neinstantanee s-a studiat ținând seama de deformațiile locale în lucrarea [83].

În sistemele vibropercutante, cum s-a mai amintit sunt posibile diferite tipuri de mișcări. Vom studia mișcările periodice având perioada egală cu un multiplu întreg al perioadei forței de excitație, care prezintă cel mai mare interes practic.

1.2. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora când forța de excitație este periodică oarecare

Vom scrie forța de excitație $F(t)$ sub forma:

$$F(t) = F_0 \cdot f(t), \quad (1.3.)$$

unde F_0 are dimensiunea unei forțe, iar $f(t)$ este o funcție periodică adimensională cu perioada T . În cazul excitației armonice (1.1) F_0 reprezintă valoarea maximă a forței excitație.

Notând cu x abscisa corpului C din fig.1.1 măsurată din poziția în care arcul este nedeformat cu sensul pozitiv spre dreapta sau a armăturii mobile din fig.1.2 măsurată din poziția de echilibru static, cu sensul pozitiv în sus, ecuația diferențială a mișcării între două ciocniri succesive este:

$$m\ddot{x} + kx = F(t). \quad (1.4.)$$

1.2. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora când forța de excitație este periodică oarecare -11

Introducând variabilele adimensionale:

$$\tau = \omega t, z = \frac{m\omega_n^2}{F_0} X = \frac{k}{F_0} X, \quad (1.5.)$$

unde:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.6.)$$

și parametrul adimensional:

$$\eta = \frac{\omega_n}{\omega} \quad (1.7.)$$

ecuația diferențială (1.4.) devine:

$$z'' + \eta^2 z = \eta^2 f(\tau). \quad (1.8.)$$

Notăm cu d valoarea lui x și cu $\delta = \frac{k}{F_0} d$ valoarea lui z în momentul ciocnirii. Dacă $\delta < 0$, sistemul este cu joc, iar dacă $\delta > 0$, sistemul este cu strângere. Vom studia mișcarea între două ciocniri succesive de ordinul i și $i+1$. Notăm cu τ_i momentul adimensional al ciocnirii de ordinul i și cu $-u_i, (u_i > 0)$ viteza adimensională înaintea acestei ciocniri. Viteza după ciocnire va fi Ru_i . Ciocnirea următoare va avea loc în momentul τ_{i+1} și viteza înaintea acestei ciocniri va fi $-u_{i+1}$.

Astfel condițiile inițiale și finale ale mișcării dintre cele două ciocniri sunt :

$$\tau = \tau_{i+1}, z = \delta, z' = Ru_i \quad (1.9.)$$

$$\tau = \tau_{i+1}, z = \delta, z' = -u_{i+1}. \quad (1.10.)$$

Pentru ca mișcarea să fie periodică este necesar ca durata mișcării dintre ciocniri să fie un multiplu al perioadei forței de excitație și viteza în momentul ciocnirii să fie egală cu viteza dinaintea ciocnirii precedente, adică să avem

$$\tau_{i+1} = \tau_i + 2\pi n, u_{i+1} = u_i, \quad (1.11.)$$

unde $n=1,2,\dots$

Legea mișcării, soluția ecuației diferențiale (1.8), ținând seama de condițiile inițiale (1.9.) este:

$$z = \delta \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) + \eta \int_{\tau_i}^{\tau} f(\theta) \sin \eta(\tau - \theta) d\theta \quad (1.12.)$$

iar viteza:

$$u = z' = -\delta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) + \eta^2 \int_{\tau_i}^{\tau} f(\theta) \cos \eta(\tau - \theta) d\theta \quad (1.13.)$$

Înlocuind condițiile (1.10.) în ecuațiile (1.12.) și (1.13.) rezultă

$$-\delta + \delta \cos \eta(\tau_{i+1} - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau_{i+1} - \tau_i) + \eta \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} f(\tau) \sin \eta(\tau_{i+1} - \tau) d\tau = 0 \quad (1.14.)$$

$$u_{i+1} - \delta \sin \eta(\tau_{i+1} - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau_{i+1} - \tau_i) + \eta^2 \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} f(\tau) \cos \eta(\tau_{i+1} - \tau) d\tau = 0 \quad (1.15.)$$

Ecuațiile (1.14.) și (1.15.) fac legătura dintre parametrii mișcării

12-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

corespunzători celor două ciocniri. Cu ajutorul lor se pot studia atât mișcările tranzitorii, cât și cele periodice. Dacă se urmărește mișcarea în planul fazelor (z, z') (figura 1.3), ciocnirii de ordinul i îi corespunde un punct M_i situat pe dreapta $z=\delta$, iar ciocnirii de ordinul $i+1$ punctul M_{i+1} situat pe aceeași dreaptă. Transformarea punctelor M_i în M_{i+1} este dată de ecuațiile (1.14.) și (1.15.).

Pentru ca mișcarea să fie periodică trebuie ca punctele M_i și M_{i+1} să se confunde, adică M_i să se transforme în el însuși, constituind punctul fix al transformării.

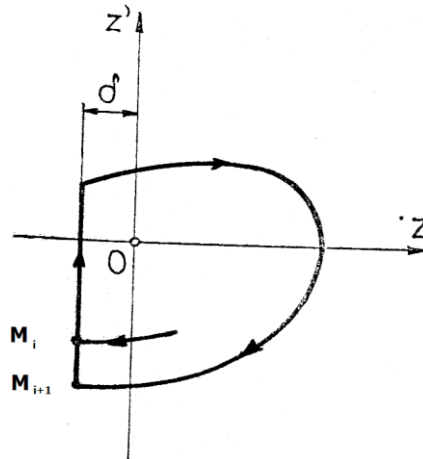


Fig. 1.3

Înlocuind condițiile (1.11) în ecuațiile (1.14.) și (1.15.), se obține următorul sistem cu necunoscutele u_i și τ_j :

$$-\delta + \delta \cos \alpha + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \alpha + \eta \int_{\tau_j}^{\tau+a} f(\tau) \sin \eta(\tau_j + a - \tau) d\tau = 0 \quad (1.16.)$$

$$u_j - \delta \eta \sin \alpha + Ru_j \cos \alpha + \eta^2 \int_{\tau_j}^{\tau+a} f(\tau) \cos \eta(\tau_j + a - \tau) d\tau = 0$$

unde s-au făcut notațiile :

$$a = 2\pi n, \quad \alpha = a\eta = 2\pi n\eta \quad (1.17.)$$

Eliminând din sistemul (1.16.) viteza u_j se obține ecuația:

$$\delta = \eta \frac{\int_{\tau_j}^{\tau+a} f(\tau) [\sin \eta(\tau_j + a - \tau) + R \sin \eta(\tau_j - \tau)] d\tau}{(1-R)(1-\cos \alpha)} \quad (1.18.)$$

care determină momentele τ_j , iar pentru viteza de ciocnire rezultă expresia

$$u_j = \eta^2 \frac{\int_{\tau_j}^{\tau+a} f(\tau) \left[\sin \frac{\alpha}{2} \sin \eta \left(\tau_j + \frac{a}{2} - \tau \right) \right] d\tau}{(1-R)(1-\cos \alpha)} \quad (1.19.)$$

în funcție de τ_j .

1.2. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora când forța de excitație este periodică oarecare -13

Rezultatele obținute sunt valabile, dacă $R \neq 1$ și $\eta \neq 1, 2, \dots$. Astfel cazul rezonanței ($\eta=1$) trebuie studiat separat. Mișcărilor periodice pentru $R=1$ și excitației armonice s-au studiat în lucrarea [86].

Pentru ca mișcărilor periodice să existe, este necesar ca din ecuația (1.18.) să rezulte pentru τ_j valori reale, iar pentru u_j din (1.19.) valori pozitive.

Pentru studiul stabilității mișcărilor periodice vom aplica metoda transformărilor punctuale [60]. Ecuațiile transformării (1.15) și (1.14), pentru simplificare, le scriem sub forma

$$\varphi_j(\tau_{i+1}; \tau_j; u_{i+1}; u_j) = 0 \quad j=1, 2 \quad (1.20)$$

Aceste ecuații sunt verificate de valorile parametrilor corespunzătoare punctului fix al transformării. Să presupunem acum că din cauza unei perturbații, punctul reprezentativ al ciocnirii de ordinul i nu este punctul fix M_i determinat mai sus, ci punctul $M_i(\tau_i + \xi_i, u_i + \varepsilon_i)$ unde ξ_i și ε_i sunt perturbații mici. Din cauza aceasta, nici punctul reprezentativ al ciocnirii de ordinul $i+1$ nu va coincide cu punctul fix, ci va fi punctul $M_{i+1}(\tau_{i+1} + \xi_{i+1}, u_{i+1} + \varepsilon_{i+1})$, unde la fel ξ_{i+1} și ε_{i+1} le presupunem perturbații mici. Legea transformării, punctuale (1.20) devine

$$\varphi_j(\tau_{i+1} + \xi_{i+1}, \tau_i + \xi_i, u_{i+1} + \varepsilon_{i+1}, u_i + \varepsilon_i) = 0 \quad j=1, 2 \quad (1.21)$$

Din (1.20) și (1.21) se obține:

$$\varphi_j(\tau_{i+1} + \xi_{i+1}, \tau_i + \xi_i, u_{i+1} + \varepsilon_{i+1}, u_i + \varepsilon_i) - \varphi_j(\tau_{i+1}; \tau_i; u_{i+1}; u_i) = 0$$

Prin dezvoltare în serie după puterile perturbațiilor $\xi_{i+1}, \varepsilon_{i+1}, \xi_i, \varepsilon_i$ neglijând termenii care conțin perturbații la puteri mai mari ca 1, rezultă

$$\frac{\partial \varphi_j}{\partial \tau_{i+1}} \xi_{i+1} + \frac{\partial \varphi_j}{\partial u_{i+1}} \varepsilon_{i+1} + \frac{\partial \varphi_j}{\partial \tau_i} \xi_i + \frac{\partial \varphi_j}{\partial u_i} \varepsilon_i = 0, \quad j=1, 2 \quad (1.22)$$

unde toate derivatele se calculează pentru valorile parametrilor corespunzătoare punctului fix. Pentru sistemul (1.22) se caută soluții de forma $\xi_{i+1} = \beta \xi_i, \varepsilon_{i+1} = \beta \varepsilon_i$. Înlocuind în ecuațiile (1.22), se obține un sistem omogen în ξ_i și ε_i . Pentru ca sistemul să admită soluții diferite de zero, determinantul lui trebuie să fie egal cu zero. Rezultă astfel ecuația caracteristică în sub forma

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau_{i+1}} \beta + \frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau_i} & \frac{\partial \varphi_1}{\partial u_{i+1}} \beta + \frac{\partial \varphi_1}{\partial u_i} \\ \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau_{i+1}} \beta + \frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau_i} & \frac{\partial \varphi_2}{\partial u_{i+1}} \beta + \frac{\partial \varphi_2}{\partial u_i} \end{vmatrix} = 0 \quad (1.23)$$

Pentru ca punctul fix să fie stabil, adică mișcarea periodică să fie stabilă, este necesar ca rădăcinile ecuației caracteristice să fie în mod subunitare.

Din ecuațiile (1.14) și (1.15) obținem

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau_{i+1}} = -\delta \eta \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) + R u_i \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) + \eta^2 \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} f(\tau) \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau) d\tau + \eta^2 f(\tau_{i+1})$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau_i} = \delta \eta \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) - R u_i \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) + \eta f(\tau) \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau_i)$$

14-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial u_{i+1}} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial u_i} = \frac{R}{\eta} \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau_i)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau_{i+1}} = -\delta \eta^2 \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) - \eta R u_i \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) - \eta^2 \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} f(\tau) \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau) d\tau$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau_i} = \delta \eta^2 \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) + \eta R u_i \sin \eta (\tau_{i+1} - \tau_i) - \eta^2 f(\tau_i) \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau_i)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial u_{i+1}} = 1, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial u_i} = \frac{R}{\eta} \cos \eta (\tau_{i+1} - \tau_i)$$

Ținând seama de relațiile (1.11), ecuațiile (1.16) și de faptul ca $f(\tau_{i+1}) = f(\tau_i)$, derivatele de mai sus devin:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau_{i+1}} = -u_i$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial \tau_i} = \delta \eta \sin \alpha - R u_i \cos \alpha - \eta \sin \alpha f(\tau_i)$$

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial u_{i+1}} = 0, \quad \frac{\partial \varphi_1}{\partial u_i} = \frac{R}{\eta} \sin \alpha$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau_{i+1}} = -\delta \eta^2 + \eta^2 f(\tau_i)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial \tau_i} = \delta \eta^2 \cos \alpha + \eta R u_i \sin \alpha - \eta^2 \cos \alpha f(\tau_i)$$

$$\frac{\partial \varphi_2}{\partial u_{i+1}} = 1, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial u_i} = R \cos \alpha$$

Înlocuind valorile derivatelor în ecuația (1.23) și efectuând calculele se obține următoarea ecuație caracteristică:

$$\beta^2 + \left\{ 2R \cos \alpha - \frac{[\delta - f(\tau_i)] \eta (1+R) \sin \alpha}{u_i} \right\} \beta + R^2 = 0 \quad (1.24)$$

Pentru ca ecuația (1.24) să aibă rădăcini în modul subunitare, trebuie verificate condițiile lui Schur adică trebuie să avem $R < 1$ și

$$-(1+R^2) < 2R \cos \alpha - \frac{[\delta - f(\tau_i)] \eta (1+R) \sin \alpha}{u_i} < 1+R^2 \quad (1.25)$$

În cazul ciocnirilor reale condiția $R < 1$ este verificată, prin urmare pentru a avea mișcări periodice stabile valorile parametrilor τ_i și u_i date de ecuațiile (1.16) trebuie să verifice condițiile (1.25).

Pentru existența mișcărilor periodice stabile cu perioada $2\pi n$ mai este necesar ca în intervalul $(\tau_i, \tau_i + 2\pi n)$ să nu apară ciocniri cu limitatorul, adică să avem în acest interval $z > \delta$. Aceasta, matematic se exprimă prin aceea că minimumul funcției z în intervalul $(\tau_i, \tau_i + 2\pi n)$ să fie mai mare sau egal cu δ .

1.3 Cazul excitației armonice. Determinarea mișcărilor optime 15

$$z(\tau^*) = \delta, \quad z'(\tau^*) = 0, \quad z''(\tau^*) > 0, \quad \tau^* \in (\tau_j, \tau_j + 2\pi n)$$

Înlocuind aceste condiții în ecuațiile (1.12), (1.13) și notând $\tau^* - \tau_j = \gamma$, se obține sistemul:

$$\delta = \eta \frac{\int_{\tau_j}^{\tau_j + \gamma} f(\tau) \sin \eta(\tau - \tau_j) d\tau}{2 \sin^2 \frac{\eta \gamma}{2}}$$

$$u_j = \eta^2 \frac{\int_{\tau_j}^{\tau_j + \gamma} f(\tau) \sin \eta \left(\tau - \tau_j - \frac{\gamma}{2} \right) d\tau}{R \sin \frac{\eta \gamma}{2}} \quad (1.26)$$

Cum viteza u_j în este dată de (1.19) din a doua ecuație (1.26) se determină valoarea lui γ și apoi din prima rezultă valoarea limită a lui δ .

1.3. Cazul excitației armonice. Determinarea mișcărilor optime

În continuare pe baza rezultatelor obținute în, paragraful 1.2 se va studia cazul când excitația este armonică, adică:

$$f(t) = \sin(\tau) \quad (1.27)$$

Înlocuind (1.27) în (1.18) după efectuarea calculelor se obține ecuația

$$\delta = -\frac{\eta^2}{1 - \eta^2} \sin \tau_j + \frac{1 + R}{1 - R} \frac{\eta}{1 - \eta^2} \cot g \frac{\alpha}{2} \cos \tau_j \quad (1.28)$$

care determina momentele τ_j ale ciocnirilor periodice. Expresia vitezei de ciocnire (1.19) în cazul excitației armonice devine

$$u_j = \frac{2\eta^2}{1 - \eta^2} \cdot \frac{\cos \tau_j}{1 - R} \quad (1.29)$$

Pentru, simplificarea scrierii, vom considera originea de măsură a timpului ($\tau = 0$) începutul perioadei excitației în care are loc ciocnirea de ordinul i .

16-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

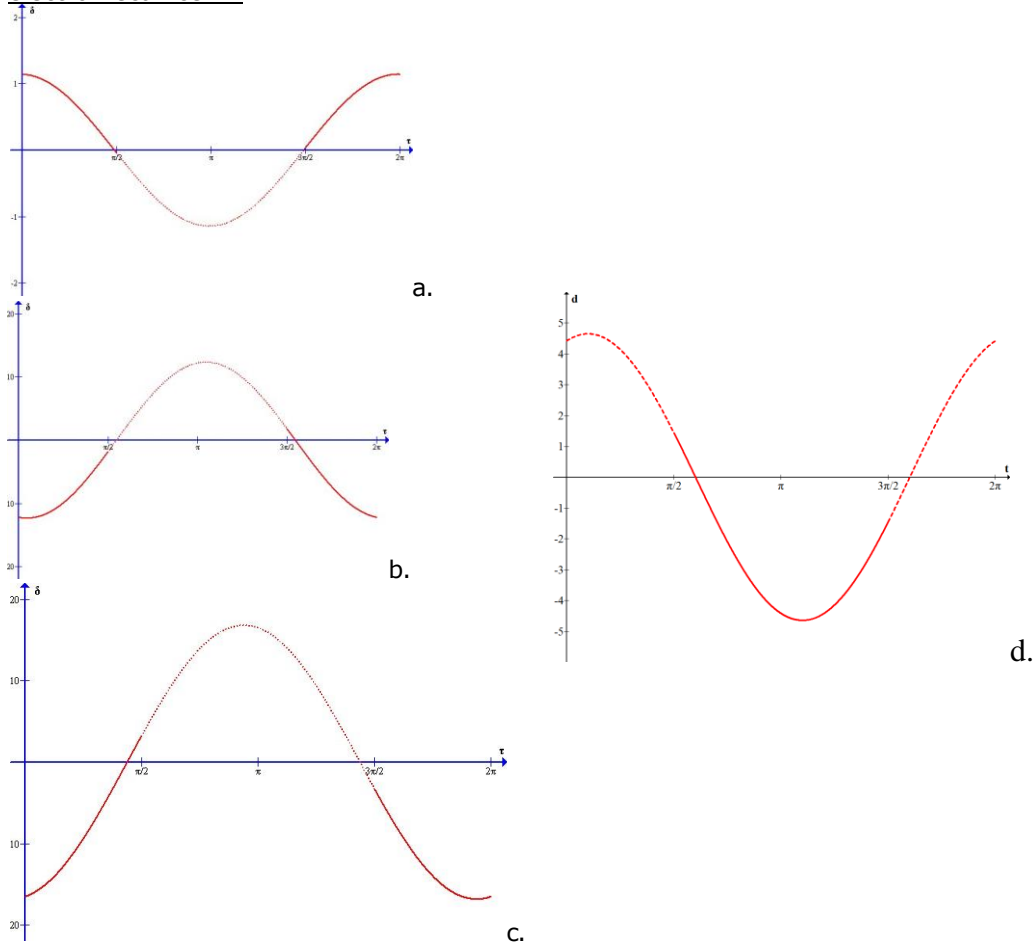


Fig. 1.4. a,b,c,d

Relația (1.28) poate fi concepută ca o funcție de forma $\delta = \delta(\tau_i)$, care pentru valori date ale parametrilor η, R, n se reprezintă prin câte o curbă periodică cu perioada 2π . În figurile 1.4 a,b,c,d sunt reprezentate asemenea curbe pentru $n=1, R=0,6$ și patru valori ale lui η : 0,2; 0,8; 1,2; 1,8. Toate curbele au puncte extreme pentru valorile lui date de ecuația:

$$\operatorname{tg} \tau_i' = -\eta \frac{1-R}{1+R} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \quad (1.30)$$

pentru care derivata lui δ în raport cu τ_i se anulează. Valorile extreme sunt:

$$\delta_{max} = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad (1.31)$$

$$\delta_{min} = -\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad (1.32)$$

pentru $\eta < 1$ și

1.3 Cazul excitației armonice. Determinarea mișcărilor optime 17

$$\delta_{max} = -\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad (1.33)$$

$$\delta_{min} = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad (1.34)$$

pentru $\eta > 1$.

Pentru ca din ecuația (1.28) să rezulte rădăcini reale este necesar ca δ să aibă valori cuprinse între cele două limite, adică să avem

$$-\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} < \delta < \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad (1.35)$$

pentru $\eta < 1$ și

$$\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} < \delta < -\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad (1.36)$$

pentru $\eta > 1$.

Din relația (1.29) rezultă însă că viteza de ciocnire este pozitivă numai dacă

$$\cos \tau_i > 0 \quad \text{în cazul } \eta < 1, \quad (1.37)$$

adică τ_i are valori cuprinse în cadranele unu și patru ale cercului trigonometric, respectiv dacă

$$\cos \tau_i < 0 \quad \text{în cazul } \eta > 1, \quad (1.38)$$

adică τ_i are valori cuprinse în cadranele doi și trei.

Porțiunile de curbă din figurile 1.4.a,b,c,d în intervalele în care viteza de ciocnire este negativă s-au trasat cu linie întreruptă. Astfel δ nu poate lua toate valorile, date de relațiile (1.35) și (1.36). În intervalul în care viteza de ciocnire este pozitivă curba $\delta = \delta(\tau_i)$ are numai un minim, sau numai un maxim, și anume dacă

$\cot g \frac{\alpha}{2} > 0$ are un maxim dat de (1.31), respectiv (1.33) și dacă $\cot g \frac{\alpha}{2} < 0$ are un

minim dat de (1.32), respectiv (1.34). Rezultă că în cazul $\cot g \frac{\alpha}{2} > 0$, valoarea

minimă posibilă a lui δ se obține din (1.28) pentru $\tau_i = \frac{\pi}{2}$ dacă $\eta < 1$ și pentru

$\tau_i = \frac{3\pi}{2}$, dacă $\eta > 1$. Tot așa în cazul $\cot g \frac{\alpha}{2} < 0$, valoarea maximă posibilă a lui δ

se obține din (1.28) pentru $\tau_i = \frac{\pi}{2}$ dacă $\eta < 1$ și $\tau_i = \frac{3\pi}{2}$ dacă $\eta > 1$. Prin urmare

relațiilor (1.35) și (1.36) trebuie să mai adăugăm următoarele

$$-\frac{\eta^2}{1-\eta^2} < \delta \quad \text{dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} > 0 \quad (1.39)$$

$$\delta < \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \quad \text{dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} < 0$$

18-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1
 în cazul $\eta < 1$ și

$$\frac{\eta^2}{1-\eta^2} < \delta \quad , \quad \text{dacă} \quad \cotg \frac{\alpha}{2} > 0 \quad (1.40)$$

$$\delta < -\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \quad , \quad \text{dacă} \quad \cotg \frac{\alpha}{2} < 0$$

în cazul $\eta > 1$.

Sistemul (1.26) în cazul excitației armonice devine

$$\delta = \pm \frac{\eta}{1-\eta^2} \frac{\frac{1+R}{1-R} \cot g \pi n \eta - \eta \frac{\frac{1+R}{1-R} \sin \eta(\gamma - \pi n) + \cos \gamma}{\sin \pi n \eta}}{\sin \gamma} \sqrt{1 + \left(\frac{\frac{1+R}{1-R} \sin \eta(\gamma - \pi n) + \cos \gamma}{\sin \gamma} \right)^2} \quad (1.41)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\gamma}{2} = \frac{\sin \gamma - \frac{2}{\eta} \cdot \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\sin \frac{\eta \gamma}{2}}{\sin \pi n \eta} \sin \eta \left(\pi n - \frac{\gamma}{2} \right)}{\cos \gamma + \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\sin \eta(\gamma - \pi n)}{\sin \pi n \eta}} \quad (1.42)$$

Din ecuația (1.42) se determină γ în funcție de R, η, n iar din (1.41) valorile limita ale lui δ . În membrul drept al relației (1.41) se ia semnul plus dacă $\eta < 1$. și semnul minus dacă $\eta > 1$.

Relațiile (1.35),(1.36),(1.39),(1.40), împreună cu (1.41),(1.42) determină domeniile de existență ale mișcărilor periodice. Luând în relațiile (1.35),(1.36), (1.39), (1.40) egalități în loc de inegalități se obțin valorile extreme ale lui δ . Menționăm că valorile extreme din relațiile (1.39),(1.40)

$$\delta = \pm \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \quad (1.43)$$

reprezintă elongațiile maxime ale vibrațiilor în lipsa limitatorului. Pentru valorile lui δ cuprinse între limitele (1.43) în mod sigur apar mișcări vibropercutante. Relațiile (1.35),(1.36) arată însă că pot exista mișcări vibropercutante și pentru valorile lui δ situate în afara limitelor (1.43).

În fig.1.5 sunt reprezentate domeniile de existență ale mișcărilor periodice în planul (η, δ) pentru $n=1$ și $R=0,6$. Curbele trasate cu linie continuă mai subțire corespund relațiilor (1.43), cele trasate cu linie întreruptă condițiilor (1.35),(1.36), iar curba continuă trasată cu linie mai groasă reprezintă soluția sistemului (1.41), (1.42).

Domeniul de existență este hașurat. Zona situată peste curba continuă mai groasă trebuie eliminată din cauză că aici apar ciocniri suplimentare.

1.3 Cazul excitației armonice. Determinarea mișcărilor optime 19

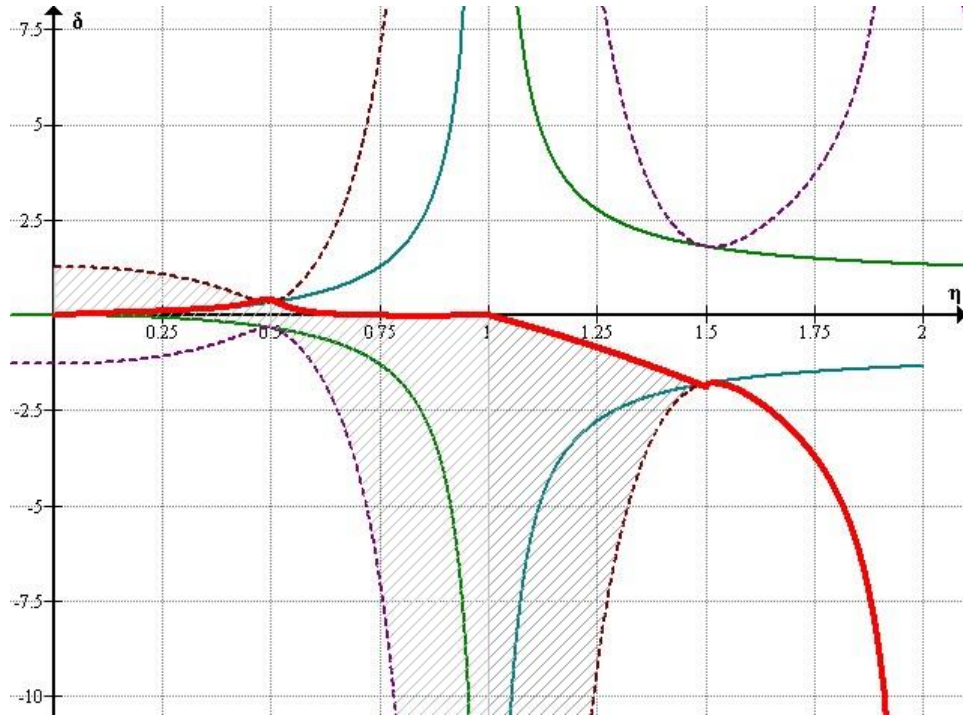


Fig. 1.5

Pentru studiul stabilității mișcărilor periodice plecăm de la ecuația caracteristică (1.24), respectiv condițiile (1.25), care în cazul excitației armonice devine

$$-\eta \frac{1-R}{1+R} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < \operatorname{tg} \tau_j < \frac{2\eta \left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2 \right]}{(1-R^2) \sin \alpha} \quad (1.44)$$

dacă $\sin \alpha > 0$ și

$$-\eta \frac{1-R}{1+R} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} > \operatorname{tg} \tau_j > \frac{2\eta \left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2 \right]}{(1-R^2) \sin \alpha} \quad (1.45)$$

dacă $\sin \alpha < 0$.

Aceste condiții arată că τ_j respectiv δ nu pot lua toate valorile pentru care sunt verificate condițiile de existență. Luând în inegalitățile (1.44), (1.5) egalități în loc de inegalități se pot determina valorile limită ale lui τ_j și apoi cu ajutorul acestora valorile limită ale lui δ . Se observă procedând în felul acesta că unele din condițiile de existență coincid cu condițiile de stabilitate. Calculele conduc la următoarele condiții de stabilitate

$$\delta_s < \delta < \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1+R}{\eta(1-R)} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2}, \quad \text{dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} > 0 \quad (1.46)$$

20-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1+R}{\eta} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} < \delta < \delta_s \quad , \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} < 0 \quad (1.47)$$

pentru $\eta < 1$ și

$$-\delta_s < \delta < -\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1+R}{\eta} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} \quad , \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} < 0 \quad (1.48)$$

$$\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sqrt{1 + \left(\frac{1+R}{\eta} \cot g \frac{\alpha}{2} \right)^2} < \delta < \delta_s \quad , \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} < 0 \quad (1.49)$$

pentru $\eta > 1$, unde

$$\delta_s = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} \left[\frac{1}{\eta^2} (1+R)^2 - (1-R)^2 \right] - (1+R)^2}{\sqrt{\left[(1-R^2) \frac{\sin \alpha}{2\eta} \right]^2 + \left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2 \right]^2}} \quad (1.50)$$

$$\delta_s = \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \frac{\cos^2 \frac{\alpha}{2} \left[\frac{1}{\eta^2} (1+R)^2 - (1-R)^2 \right] - (1+R)^2}{\sqrt{\left[(1-R^2) \frac{\sin \alpha}{2\eta} \right]^2 \left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2 \right]^2 +}}$$

Pe baza relațiilor (1.46),(1.50) se pot determina domeniile de stabilitate ale mișcărilor periodice așa cum s-au determinat domeniile de existență. In figura 1.6 a, sunt reprezentate domeniile de stabilitate împreună cu curbele din fig.1.5 pentru $n=1$, $R=0,6$, iar fig. 1.6,b pentru $n=1$ și $R=0,2$. De data aceasta sunt hașurate domeniile de stabilitate care sunt limitate de curbele trasate cu linie continuă mai groasă ce corespund condițiilor (1.46)-(1.50),respectiv sistemului (1.41), (1.42).

1.3 Cazul excitației armonice. Determinarea mișcărilor optime 21

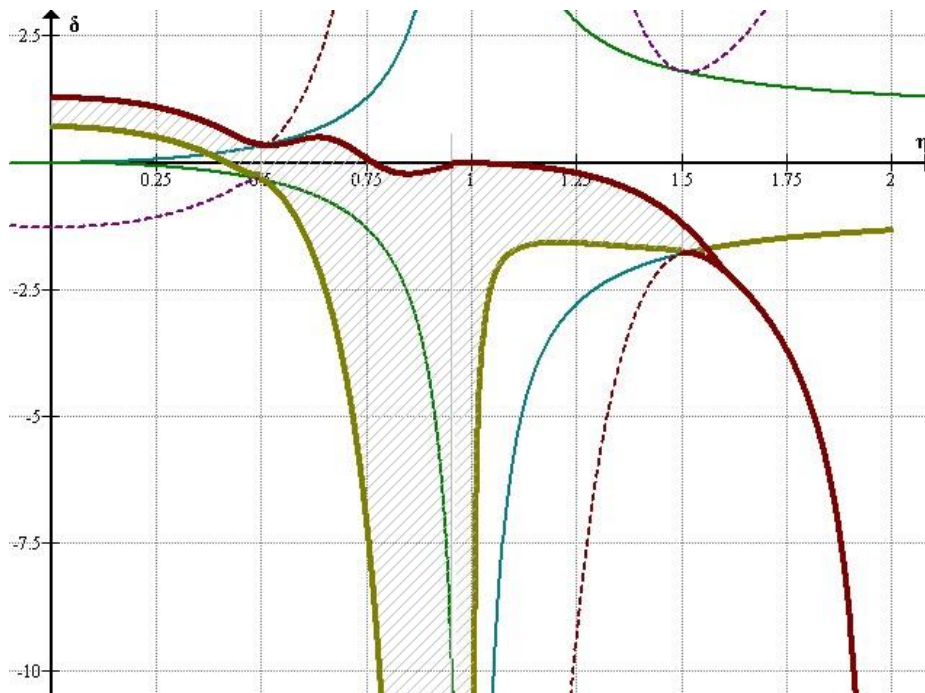


Fig. 1.6.a

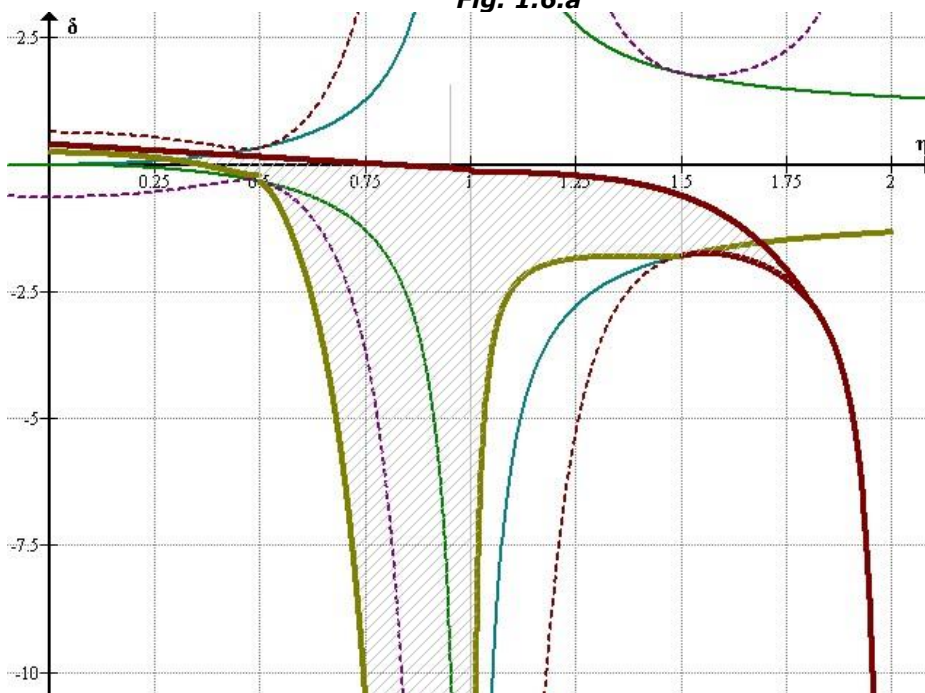


Fig. 1.6.b

22-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

Mișcarea periodică a sistemului vibropercutant este optimă dacă viteza de ciocnire dată de relația (1.29) este maximă. Pentru aceasta este necesar să avem

$$\cos \tau_j = 1 \quad (\tau_j = 0), \quad \text{dacă } \eta < 1 \quad (1.51)$$

Respectiv

$$\cos \tau_j = -1 \quad (\tau_j = \pi), \quad \text{dacă } \eta > 1 \quad (1.52)$$

adică ciocnirea să aibă loc în momentele în care forța de excitație se anulează. Viteza de ciocnire maximă posibilă este

$$u_{j \max} = \frac{2\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \frac{1}{1-R}, \quad \text{dacă } \eta < 1 \quad (1.53)$$

și

$$u_{j \max} = -\frac{2\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \frac{1}{1-R}, \quad \text{dacă } \eta > 1 \quad (1.54)$$

Relațiile (1.53), (1.54) arată că valoarea vitezei maxime de ciocnire nu depinde de n. De aici rezultă că din punct de vedere practic cele mai eficiente sunt mișcările optime având perioada egală cu perioada forței de excitație.

Pentru ca să se realizeze un regim de mișcare în care viteza de ciocnire este maximă, este necesar ca parametrul δ să aibă o valoare bine determinată și anume valoarea ce rezultă din (1.28) pentru valorile lui τ_j date de (1.51), (1.52).

$$\delta_{op} = \frac{1+R}{1-R} \frac{\eta}{1-\eta^2} \cot g \frac{\alpha}{2}, \quad \text{dacă } \eta < 1 \quad (1.55)$$

$$\delta_{op} = -\frac{1+R}{1-R} \frac{\eta}{1-\eta^2} \cot g \frac{\alpha}{2}, \quad \text{dacă } \eta > 1 \quad (1.56)$$

Se vede că valorile optime (1.55), (1.56) ale lui δ sunt cuprinse între valorile limită date de relațiile (1.35), (1.36). Ele verifică de asemenea și condițiile (1.39), (1.40). Urmează să mai cercetăm sistemul (1.26), care în acest caz devine

$$\frac{1-R}{1+R} = \frac{1}{\eta \sin \gamma \cot g \frac{\eta\gamma}{2} - \cos \gamma} \quad (1.57)$$

$$\frac{1-R}{1+R} = \frac{\cos \eta\gamma - \sin \eta\gamma - \cot g \pi\eta}{\cos \gamma}$$

și care determină domeniile de existență ale mișcărilor periodice optime în planul (R, η) . Pentru $n=1$ rezultă că mișcările optime nu sunt posibile dacă $\eta > 1$, însă în cazul $\eta < 1$ nu apar ciocniri suplimentare, în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi)$ decât pentru valori foarte mici ale lui R.

În figurile 1.6, a și b s-a reprezentat grafic și funcția (1.55) prin linie punctată. Curbele corespunzătoare se găsesc în domeniul de stabilitate, fiind apropiate de curbele limită în care condițiile de stabilitate coincid cu condițiile de existență. Această concluzie este valabilă pentru toate valorile lui R.

În fig. 1.7 s-a reprezentat numai δ_{op} în funcție de η pentru $n=1$ și patru valori ale lui R: 0,2; 0,4; 0,6; 0,8.

1.3 Cazul excitației armonice. Determinarea mișcărilor optime 23

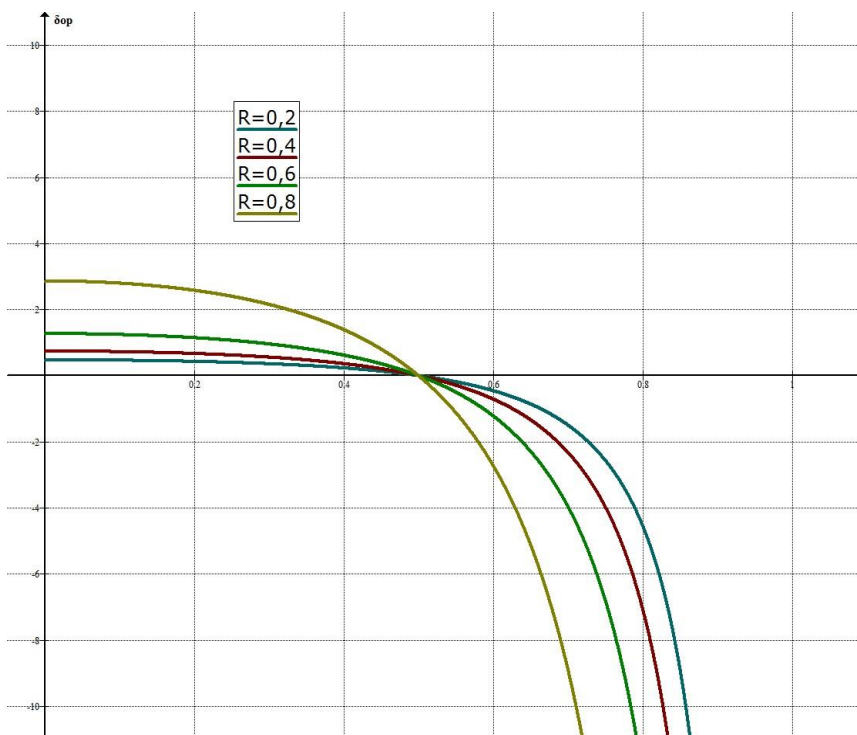


Fig. 1.7

Viteza maxima de ciocnire

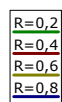


Fig. 1.8

24-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

iar în fig.1.8 viteza de ciocnire maximă pentru aceleași valori ale lui R. Viteza de ciocnire în m/s fiind:

$$v_i = \frac{2F_0}{k} \cdot \frac{\eta}{1-\eta^2} \cdot \frac{\omega_n}{1-R} \quad (1.58)$$

energia cinetică a masei percutante în momentul ciocnirii este

$$E_c = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{2F_0^2}{k} \cdot \left(\frac{\eta}{1-\eta^2} \right)^2 \cdot \frac{1}{(1-R)^2}, \quad (1.59)$$

iar pierderea de energie cinetică în timpul ciocnirii

$$\Delta E_c = \frac{2F_0^2}{k} \cdot \left(\frac{\eta}{1-\eta^2} \right)^2 \cdot \frac{1-R^2}{(1-R)^2}, \quad (1.60)$$

Legea mișcării optime și viteza se determină din ecuațiile (1.12), (1.13) ținând seama de relațiile (1.51)-(1.56). După efectuarea calculelor rezultă pentru $\eta < 1$

$$\begin{aligned} z &= \frac{1+R}{1-R} \frac{\eta}{1-\eta^2} \left(\cot g \frac{\alpha}{2} \cos \eta\tau + \sin \eta\tau \right) - \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \sin \tau \\ z' &= \frac{1+R}{1-R} \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \left(-\cot g \frac{\alpha}{2} \sin \eta\tau + \cos \eta\tau \right) - \frac{\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau \end{aligned} \quad (1.61)$$

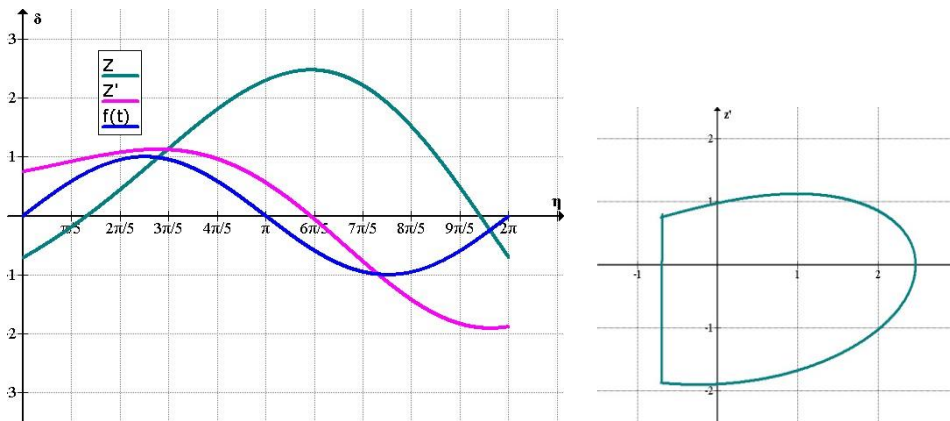


Fig. 1.9 a și b

În fig. 1.9.a s-au reprezentat diagramele mișcării optime între două ciocniri consecutive pentru $n = 1; R = 0,4; \eta = 0,6$, iar în fig.1.9.b traiectoria de fază pentru aceiași mișcare.

1.4. Determinarea forței de excitație optime -25

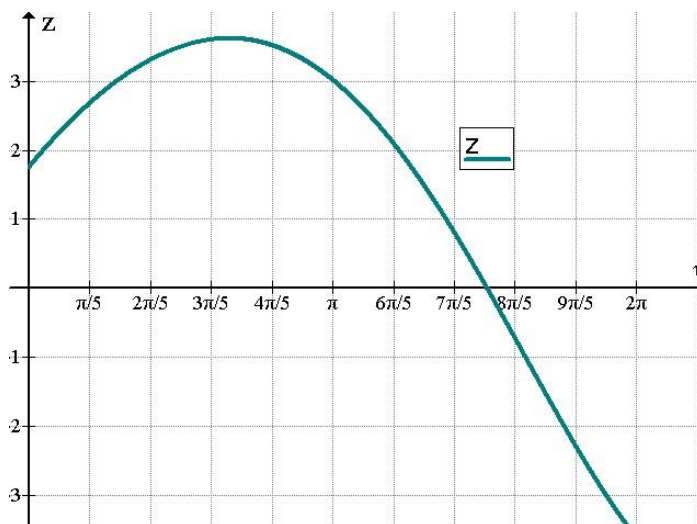


Fig. 1.10

În fig.1.10 este redată diagrama mișcării optime între două ciocniri pentru $n = 1; \eta = 0,6; R = 0,6$.

În cazul excitatorului electromagnetic presupunând că forța de de excitație este de forma (1.2) avem: $f(\tau) = 1 - \cos \tau$, (1.62)

iar ecuația diferențială a mișcării (1.8) devine $z'' + \eta^2 z = \eta^2 (1 - \cos \tau)$, (1.63)

Schimbând însă originea de măsurare a timpului și introducând o nouă funcție

$$\bar{\tau} = \tau - \frac{\pi}{2}, \quad \bar{z} = z - 1, \quad (1.64)$$

ecuația (1.63) devine:

$$z'' + \eta^2 \bar{z} = \eta^2 \sin \bar{\tau}, \quad (1.65)$$

fiind de aceeași forma ca în cazul excitației pur armonice. Prin urmare concluziile de la cazul excitației armonice sunt valabile și în acest caz, componenta constantă a forței de excitație având doar efectul de a modifica poziția de echilibru static.

1.4. Determinarea forței de excitație optime

În acest paragraf vom determina forța de excitație optimă în ipoteza că ea nu poate depăși o anumită valoare maximă. Să presupunem ca în expresia (1.3) a forței de excitație F_0 reprezintă valoarea ei maximă, iar funcția adimensională $f(\tau)$ verifică condiția:

$$|f(\tau)| \leq 1, \quad (1.66)$$

Deci căutăm forța de excitație $f(\tau)$, presupusă periodică, cu perioada 2π și care verifică condiția (1.66), pentru care viteza de ciocnire este maximă.

Pentru rezolvarea, problemei am putea aplica principiul maximului al lui Pontryagin [63], însă rezultatul poate fi dedus și printr-un raționament mai simplu.

26-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

Plecăm de la expresia (1.19) a vitezei de ciocnire. Funcția $f(\tau)$ trebuie aleasă astfel încât să maximizeze integrala din numărătorul expresiei (1.19). Valoarea integralei va fi maximă dacă funcția $f(\tau)$ maximizează în orice moment expresia de sub integrală, adică, ținând seama de condiția (1.66) funcția $f(\tau)$ căutată este

$$f(\tau) = \text{sign} \left[\sin \frac{\alpha}{2} \sin \eta \left(\tau_j + \frac{a}{2} - \tau \right) \right]. \quad (1.67)$$

Pentru a găsi efectiv funcția $f(\tau)$ avem nevoie de rădăcinile ecuației

$$\sin \eta \left(\tau_j + \frac{a}{2} - \tau \right) = 0 \quad (1.68)$$

care sunt date de relația

$$\tau = \tau_j + \pi n \pm \frac{k}{\eta} \pi, \quad k=0,1,2,\dots \quad (1.69)$$

Ne interesează numai rădăcinile cuprinse în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi n)$. Vom analiza mișcările optime având perioada egală cu perioada de excitație. Pentru $n=1$, dacă $\eta < 1$, singura rădăcină cuprinsă în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi n)$ este:

$$\tau = \tau_j + \pi \quad (1.69)$$

care corespunde semiperioadei mișcării. Este interesant de menționat că soluția (1.69) ce obține în cazul $\eta < 1$ (deasupra rezonanței) nu depinde nici de valoarea lui R , nici de valoarea lui η . Forța de excitație optimă în acest caz este:

$$f(\tau) = \begin{cases} +1 & \text{pentru } \tau \in (\tau_j, \tau_j + \pi) \\ 0 & \text{pentru } \tau = \tau_j, \tau_j + \pi, \tau_j + 2\pi \\ -1 & \text{pentru } \tau \in (\tau_j + \pi, \tau_j + 2\pi), \end{cases} \quad (1.70)$$

fiind reprezentată în figura 1.11,a

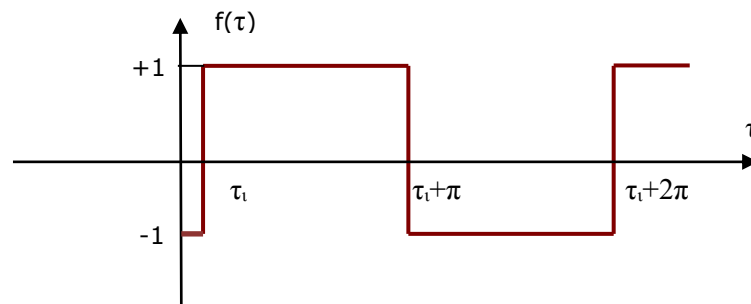


Fig. 1.11.a

Dacă $\eta > 1$, ecuația are și alte rădăcini afară de (1.69).Astfel dacă $\eta \in (1, 2)$ mai rezultă două soluții:

$$\tau = \tau_j + \pi - \frac{1}{\eta} \pi \quad \text{și} \quad \tau = \tau_j + \pi + \frac{1}{\eta} \pi \quad (1.71)$$

În acest caz forța de excitație optimă este:

1.4. Determinarea forței de excitație optime -27

$$f(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \tau = \tau_i, \tau_i + \pi - \frac{1}{\eta}\pi, \tau_i + \pi, \tau_i + \pi + \frac{1}{\eta}\pi, \tau_i + 2\pi \\ +1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_i, \tau_i + \pi - \frac{1}{\eta}\pi \right) \\ -1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_i + \pi - \frac{1}{\eta}\pi, \tau_i + \pi \right) \\ +1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_i + \pi, \tau_i + \pi + \frac{1}{\eta}\pi \right) \\ -1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_i + \pi + \frac{1}{\eta}\pi, \tau_i + 2\pi \right) \end{cases} \quad (1.72)$$

fiind reprezentată în figura 1.11,b.

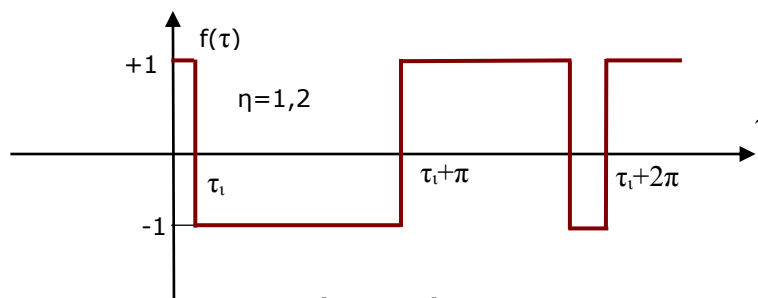


Fig. 1.11.b

Ne vom ocupa mai amănunțit de cazul $\eta < 1$, când forța de excitație optimă este dată de relațiile (1.70). Aceste relații arată că excitația optimă are o variație dreptunghiulară (fig.1.11,a) și că ciocnirile trebuie să aibă loc în momentele în care forța de excitație își schimbă sensul și anume când trece de la valoarea negativă la valoarea pozitivă (ca în cazul excitației armonice). În aceste condiții viteza de ciocnire (1.19) este maximă, fiind egală cu

$$u_{i \max} = \frac{2\eta}{1-R} \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} \quad (1.73)$$

Pentru ca să se realizeze regimul de mișcare cu viteza de ciocnire maximă (1.73) este necesar ca jocul δ să aibă o valoare bine determinată ce rezultă din ecuația (1.18).

$$\delta_{op} = \frac{1+R}{1-R} \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} \cot g \eta\pi \quad (1.74)$$

28-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

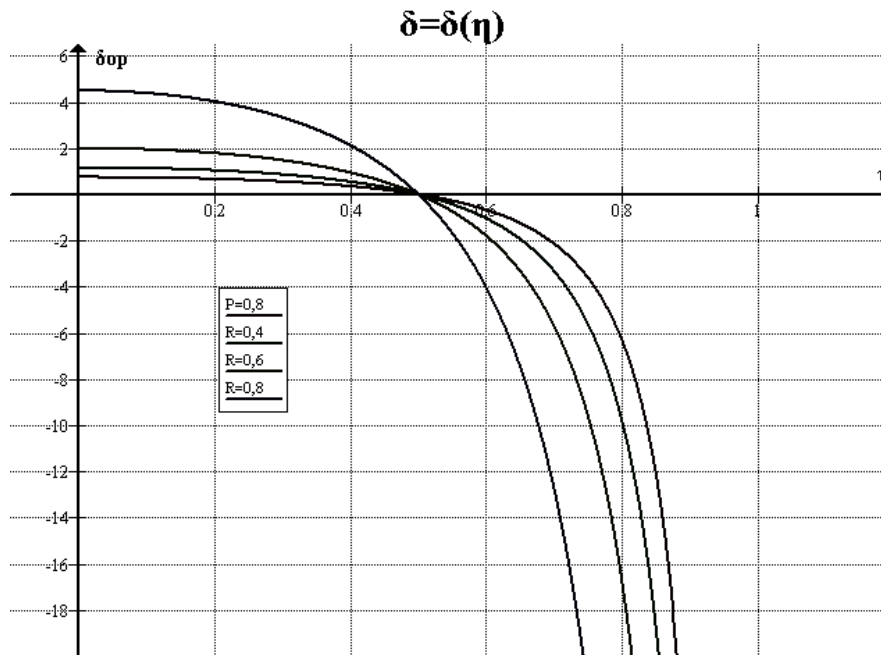


Fig. 1.12

Dacă jocul δ diferă de valoarea optimă (1.74), ciocnirea nu are loc în momentul în care forța de excitație își schimbă sensul și viteza de ciocnire nu are valoarea maximă (1.73). Relația (1.74) arată că în cazul $\eta < 0,5$ rezultă $\delta_{op} > 0$, pentru $\eta = 0,5$ avem $\delta_{op} = 0$ și dacă $\eta > 0,5$, atunci $\delta_{op} < 0$. În fig. 1.12 s-a reprezentat grafic δ_{op} în funcție de η pentru $R = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$, iar în figura 1.13 $u_j \max$ în funcție de η pentru aceleași valori ale lui R . Curbele din figura 1.12 sunt asemănătoare cu cele din figura 1.7 obținute în cazul excitației armonice pentru $\eta < 1$.

La fel, curbele din figurile 1.8 și 1.13 sunt asemănătoare.

1.4. Determinarea forței de excitație optime -29

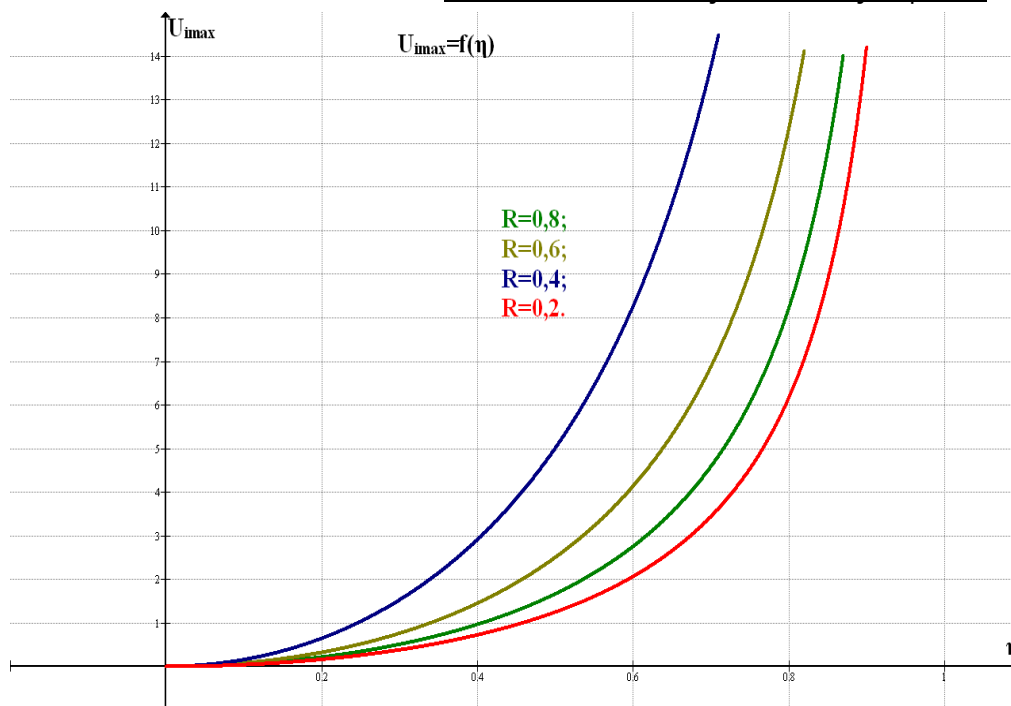


Fig. 1.13

Urmează să mai cercetăm stabilitatea mișcărilor optime. Ecuația caracteristică (1.24) precum și condițiile de stabilitate (1.25) sunt valabile și în cazul acesta. Deoarece însă pentru $\tau = \tau_j$ funcția $f(\tau)$ prezintă o discontinuitate, trebuie să considerăm două cazuri și anume $f(\tau_j - 0) = -1$ și $f(\tau_j + 0) = +1$

Ținând seama de aceasta precum și de relațiile (1.73),(1.74) condițiile de stabilitate (1.25) conduc la următoarele inegalități:

$$\operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} > \frac{1+R}{1-R} \cot g\eta\pi \quad (1.75)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} > -\frac{(1-R^2) \sin 2\pi\eta}{2\left[(1-R^2) \cos^2 \pi\eta + (1+R)^2\right]} \quad (1.76)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} > -\frac{1+R}{1-R} \cot g\eta\pi \quad (1.77)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} > \frac{(1-R^2) \sin 2\pi\eta}{2\left[(1-R^2) \cos^2 \pi\eta + (1+R)^2\right]} \quad (1.78)$$

Condițiile (1.76)-(1.78) sunt verificate pentru orice $\eta \in (0,1)$ și orice $R \in (0,1)$, iar condiția (1.75) este echivalentă cu

$$\operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} > \sqrt{\frac{1+R}{3-R}} \quad (1.79)$$

30-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

De aici rezultă ca mișcarea optimă, spre deosebire de cazul excitației armonice nu totdeauna este stabilă. Condiția (1.79) este verificată dacă:

$$\eta > \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1+R}{3-R}} \quad (1.80)$$

adică dacă η este mai mare decât o anumită valoare limită, ce depinde de R.

Porțiunile de curbă din figura 1.12, care corespund mișcărilor instabile s-au reprezentat prin linie întreruptă. Se poate arăta ușor că punctele care separă cele două porțiuni se găsesc pe curba

$$\delta = \operatorname{tg}^2 \frac{\eta\pi}{2}$$

care s-a reprezentat în figura 1.12 prin linie continuă mai subțire. În fig.1.13 de asemenea s-au trasat cu linie întreruptă porțiunile de curbă, ce corespund mișcărilor instabile.

Legea mișcării optime și viteza se obțin tot din ecuațiile (1.12), (1.13) ținând seama de variația forței $f(\tau)$ dată de (1.70):

$$\begin{aligned} z &= (\delta_{op} - 1) \cos \eta(\tau - \tau_j) + \frac{Ru_j \max}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_j) + 1 \\ z' &= -(\delta_{op} - 1) \eta \sin \eta(\tau - \tau_j) + Ru_j \max \cos \eta(\tau - \tau_j) \end{aligned} \quad (1.81)$$

pentru $\tau \in (\tau_j, \tau_j + \pi)$ și

$$\begin{aligned} z &= (\delta_{op} - 1) \cos \eta(\tau - \tau_j) + \frac{Ru_j \max}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_j) + 2 \cos \eta(\tau - \tau_j - \pi) - 1 \\ z' &= -(\delta_{op} - 1) \eta \sin \eta(\tau - \tau_j) + Ru_j \max \cos \eta(\tau - \tau_j) - 2\eta \sin \eta(\tau - \tau_j - \pi) \end{aligned} \quad (1.82)$$

pentru $\tau \in (\tau_j + \pi, \tau_j + 2\pi)$.

În fig.1.14.a s-au reprezentat diagramele mișcării optime calculate pe baza ecuațiilor (1.81), (1.82) pentru $\eta = 0,6$ și $R = 0,4$, iar în fig.1.14,b traiectoria de fază a acestei mișcări.

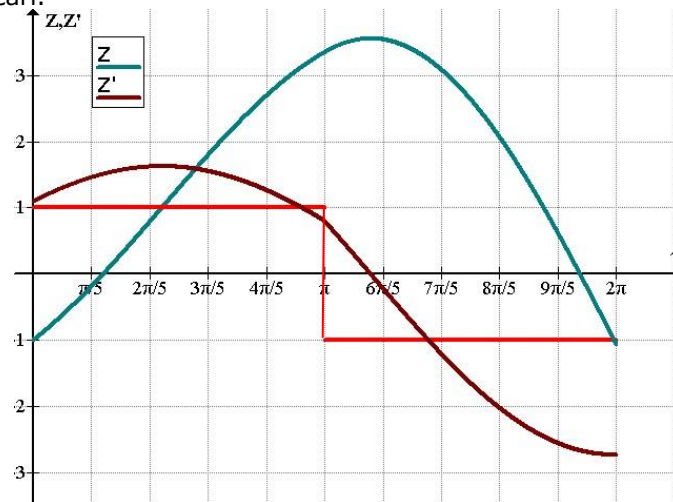


Fig. 1.14.a

1.4. Determinarea forței de excitație optime -31

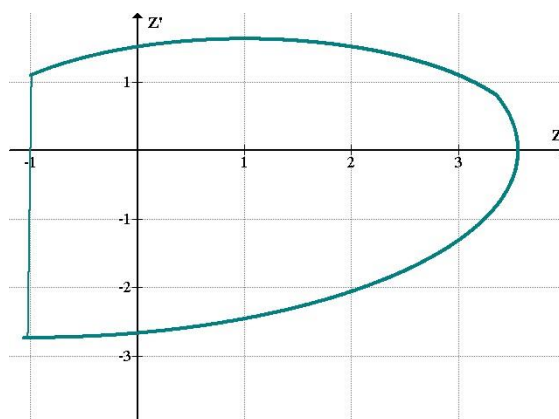


Fig. 1.14.b

În paragraful 1.3 am determinat mișcarea optimă în cazul excitației armonice, iar în acest paragraf mișcarea optimă în cazul excitației dreptunghiulare. Pentru a compara eficacitatea celor două mișcări optime vom calcula raportul ξ dintre viteza de ciocnire maximă (1.73) ce se obține în cazul excitației dreptunghiulare și viteza de ciocnire maximă (1.53) ce se obține în cazul excitației armonice

$$\xi = \frac{1 - \eta^2}{\eta} \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2}. \quad (1.83)$$

Valoarea acestui raport nu depinde de coeficientul de restituire R , ci numai de η .

În fig. 1.15 este reprezentat graficul funcției $\xi = \xi(\eta)$, din care rezultă că pentru $\eta \in (0, 1)$ avem $\xi > 1$ ceea ce arată că forța de excitație (1.70) este mai eficace decât excitația armonică. Trebuie avut însă în vedere faptul că mișcarea optimă produsă de excitația dreptunghiulară nu totdeauna este stabilă.

32-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

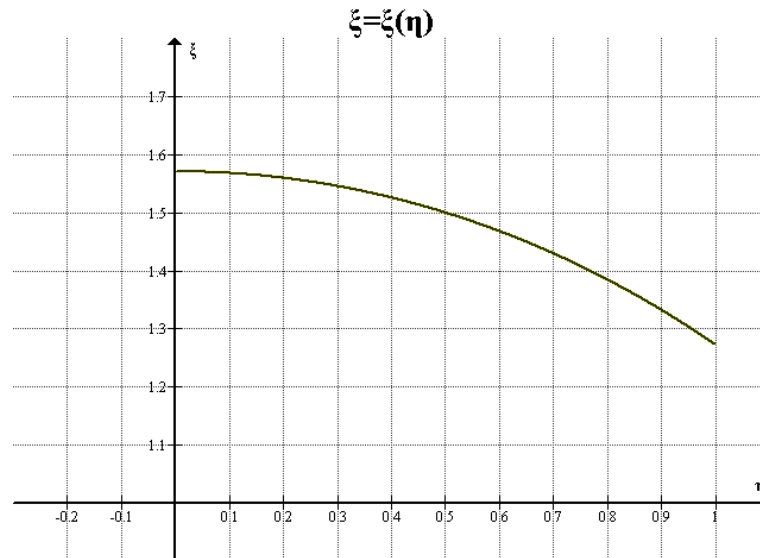


Fig. 1.15

1.5. Caracterizarea sistemelor vibropercutante

Clasificarea sistemelor vibropercutante trebuie să țină seama de numărul gradelor de libertate, numărul cuplelor percutante active, precum și de modul cum intră masele sistemului în diferite cuple percutante [9]. Pe baza acestor caracteristici se poate construi modelul corespunzător care, pe lângă principalele componente: mase, arcuri, amortizoare, întâlnește în mod obișnuit, mai conține și cuple percutante. În fig. 1.16 sunt prezentate câteva modele de sisteme vibropercutante.

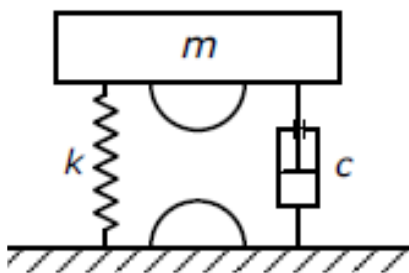


Fig. 1.16.a

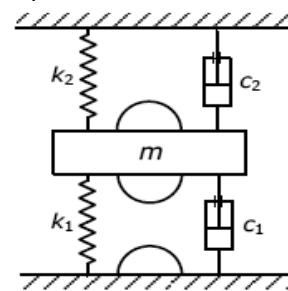


Fig. 1.16.b

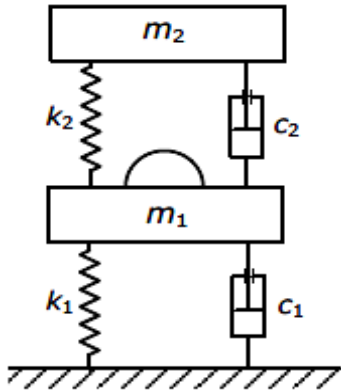


Fig. 1.16.c

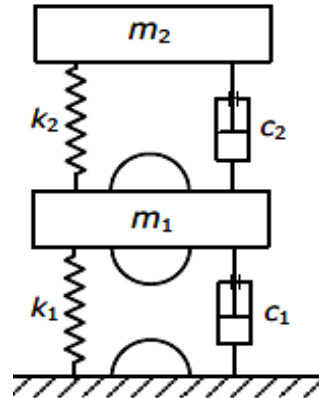


Fig. 1.16.d

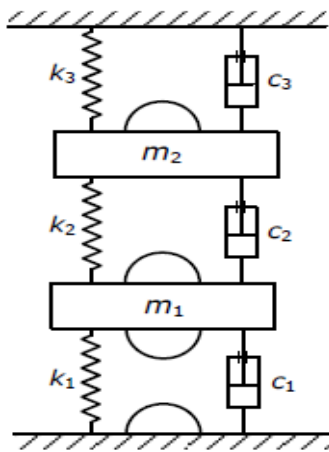


Fig. 1.16.e

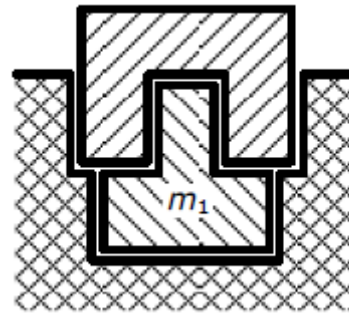


Fig. 1.16.f

Fig. 1.16 Modele de sisteme vibropercutante

Modelele din fig. 1.16a și b au un singur grad de libertate, cu una, respectiv două cuple percutante, iar cele din figura 1.16.c, d și e au două grade de libertate cu una, două respectiv trei cuple percutante. În aceste modele, una dintre mase poate face parte din maximum două cuple percutante. Aceste modele se numesc *deschise* deoarece pot apărea ciocniri în toate cuplele percutante. În fig. 1.16.f este prezentat un model cu două grade de libertate și șase cuple percutante, fiecare masă fiind cuprinsă în patru cuple percutante. Există posibilitatea ca unele cuple să fie fictive, modelul fiind închis. Natura cuplelor percutante se poate stabili în funcție de dimensiunile geometrice ale jocurilor din cuple [46]. Dacă masa unei cuple percutante devine nulă, aceasta degenerază (fig. 1.17—modelul este format dintr-o masă ce cade pe un limitator elastic).

34-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

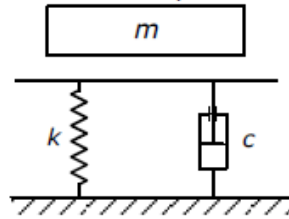


Fig 1.17

Această cuplă degenerată se mai numește și *semicuplă percutantă*. Pentru studiul mișcării se folosesc aceleași metode ca în cazul cuplelor percutante normale, ținându-se seama de faptul că, în cazul semicuplelor percutante, contactul dintre cele două elemente nu este instantaneu. Mișcări de acest fel sunt posibile numai în anumite condiții particulare și în cazul cuplelor percutante. Modelul acesta poate fi tratat ca un sistem vibropercutant cu două grade de libertate și o singură semicuplă percutantă.

1.6. Analiza cazului $\eta = 1$ (rezonanță)

Rezultatele obținute în paragrafele precedente nu se pot aplica pentru $\eta = 1$, de aceea vom analiza separat acest caz. Ecuația diferențială a mișcării este:

$$z'' + z = f(\tau), \tag{1.84}$$

iar legea de mișcare, soluția acestei ecuații, precum viteza, ținând seama de condițiile inițiale (1.9) sunt:

$$z = \delta \cos(\tau - \tau_j) + Ru_j \sin(\tau - \tau_j) + \int_{\tau_j}^{\tau} f(\theta) \sin(\tau - \theta) d\theta \tag{1.85}$$

$$z' = -\delta \sin(\tau - \tau_j) + Ru_j \cos(\tau - \tau_j) + \int_{\tau_j}^{\tau} f(\theta) \cos(\tau - \theta) d\theta \tag{1.86}$$

înlocuind în ecuațiile (1.85),(1.86) condițiile (1.10),rezultă:

$$-\delta + \delta \cos(\tau_{j+1} - \tau_j) + Ru_j \sin(\tau_{j+1} - \tau_j) + \int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} f(\tau) \sin(\tau_j - \tau) d\tau = 0 \tag{1.87}$$

$$u_{j+1} - \delta \sin(\tau_{j+1} - \tau_j) + Ru_j \cos(\tau_{j+1} - \tau_j) + \int_{\tau_j}^{\tau_{j+1}} f(\tau) \cos(\tau_{j+1} - \tau) d\tau = 0 \tag{1.88}$$

Aplicând acum condițiile de periodicitate (1.11) se obține următorul sistem:

$$\int_{\tau_j}^{\tau_{j+a}} f(\tau) \sin(\tau_j - \tau) d\tau = 0 \tag{1.89}$$

$$u_j = -\frac{1}{1+R} \int_{\tau_j}^{\tau_{j+a}} f(\tau) \cos(\tau_j - \tau) d\tau \tag{1.90}$$

1.6. Analiza cazului $\underline{\eta = 1}$ (rezonanță) -35

Ecuția (1.89) determină momentele τ_j ale ciocnirilor, iar ecuația (1.90) viteza de ciocnire în funcție de τ_j . Se constată că nici τ_j , nici u_j nu depind de valoarea jocului δ .

Ecuția caracteristică (1.24) pe baza ecuațiilor (1.85),(1.86),ținând seama de (1.89) și (1.90),devine în acest caz

$$(\beta + R)^2 = 0, \quad (1.91)$$

având rădăcina dublă $\beta_{1,2} = -R$. Astfel în cazul ciocnirilor reale ($R < 1$),pentru $\eta = 1$ mișcarea periodică este stabilă indiferent de forma funcției $f(\tau)$.

Dacă excitația este armonică (1.27), ecuațiile (1.89) (1.90) devin:

$$\cos \tau_j = 0 \quad (1.92)$$

$$u_j = -\frac{a}{2} \cdot \frac{1}{1+R} \sin \tau_j \quad (1.93)$$

Pentru ca viteza de ciocnire să fie pozitivă, ținând seama de (1.92), trebuie să avem $\sin \tau_j = -1 \left(\tau_j = \frac{3\pi}{2} \right)$. De aici rezultă că ciocnirile au loc în momentele în care forța de excitație trece prin valoarea ei minimă. Viteza de ciocnire este:

$$u_j = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{1+R} \quad (1.93')$$

Legea mișcării între două ciocniri și viteza rezultă din ecuațiile (1.85),(1.86)

$$z = -\delta \sin \tau + R u_j \cos \tau - \frac{1}{2}(\tau - \tau_j) \cos \tau \quad (1.94)$$

$$z' = -\left(\delta + \frac{1}{2} \right) \cos \tau - R u_j \sin \tau + \frac{1}{2}(\tau - \tau_j) \sin \tau \quad (1.95)$$

Presupunând n întreg oarecare,să examinăm situația din momentul $\tau = \tau_j + 2\pi$.Se obține:

$$z = \delta, \quad z' = -\pi \frac{1 - (n-1)R}{1+R}. \quad (1.96)$$

De aici se vede ca masa percutantă este din nou pe limitator. În caz ca $n=1$, viteza $z' = -\frac{\pi}{1+R}$ este negativă,deci în acest moment există ciocnire,care se va repeta periodic. Pentru toate celelalte valori ale lui $n \geq 2$, la momentul $\tau = \tau_j + 2\pi$ viteza poate fi negativă când există ciocnire sau pozitivă în care caz ciocnirea a avut loc anterior. Prin urmare nu pot exista mișcări periodice cu perioada mai mare decât 2π ,adică $n > 1$.

Ca să existe mișcări periodice având perioada egală cu perioada forței de excitație ($n=1$) jocul δ trebuie ales în așa fel ca în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi)$ să nu apară ciocniri cu limitatorul.

Ecuțiile (1.26) în acest caz devin:

$$\delta = -\cos^2 \frac{\gamma}{2}, \quad \sin \gamma = \gamma - \frac{2\pi R}{1+R} \quad (1.97)$$

Din a doua ecuație se determină valoarea lui γ în funcție de R ,iar din prima rezultă δ . În fig.1.18 s-a reprezentat δ în funcție de R .

Mișcările periodice există numai pentru valorile lui δ situate sub curba din fig.1.18.

36-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

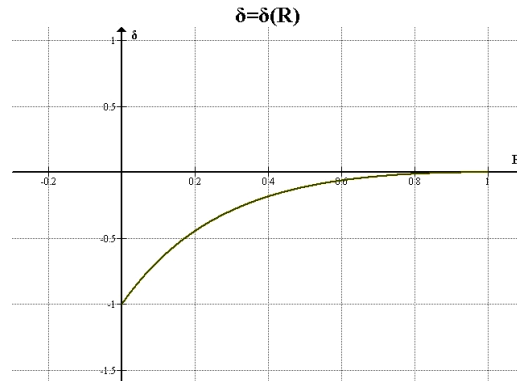


Fig. 1.18.

Punând condiția ca viteza de ciocnire ($1.93'$) să reprezinte o valoare extremă, adică accelerația în momentul ciocnirii să fie nulă, rezultă că trebuie să avem $\delta = -1$. În fig.1.19.a s-a reprezentat diagrama mișcării și viteza între două ciocniri pentru $\delta = -1$ și $R=0,6$, iar în fig.1.19.b traiectoria de fază.

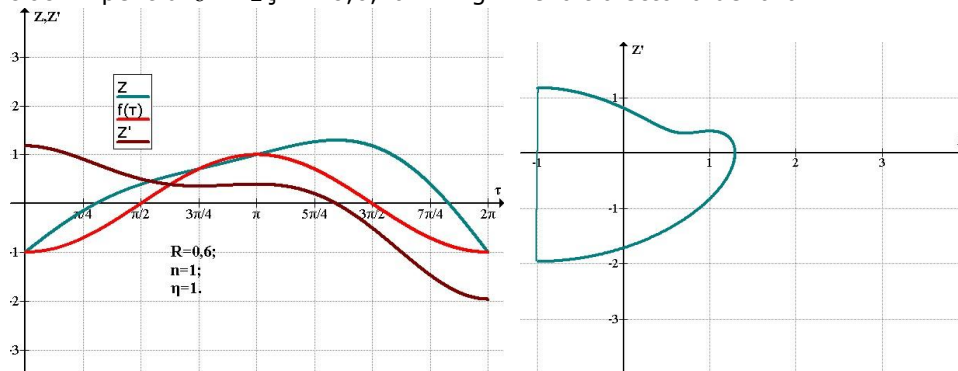


Fig. 1.19 a,b

Energia cinetică a masei percutante în momentul ciocnirii este:

$$E_C = \frac{1}{2} m v_f^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{F_0}{k} u_f \omega \right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi^2}{(1+R)^2} \cdot \frac{F_0^2}{k} \approx \frac{5}{(1+R)^2} \cdot \frac{F_0^2}{k}, \quad (1.98)$$

iar pierderea de energie în timpul ciocnirii:

$$\Delta E_C = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{1-R^2}{(1+R)^2} \cdot \frac{F_0^2}{k} \approx 5 \frac{1-R^2}{(1+R)^2} \cdot \frac{F_0^2}{k} \quad (1.99)$$

Pentru a determina forța de excitație optimă având frecvența egală cu frecvența proprie a sistemului ($\eta = 1$) trebuie să plecăm de la expresia (1.90) a vitezei de ciocnire. Integrala ce apare în această expresie este maximă dacă:

$$f(\tau) = -\text{sign} \cos(\tau_j - \tau) \quad (1.100)$$

1.6. Analiza cazului $\underline{\eta = 1}$ (rezonanță) -37

Ecuția $\cos(\tau_j - \tau) = 0$ are rădăcinile $\tau = \tau_j + (2k + 1)\frac{\pi}{2}$ dintre care două $\left(\tau_j + \frac{\pi}{2} \text{ și } \tau_j + \frac{3\pi}{2}\right)$ se află în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi)$.

Astfel forța de excitație optimă pentru ($\eta = 1$) este:

$$f(\tau) = \begin{cases} -1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_j, \tau_j + \frac{\pi}{2}\right) \\ +1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_j + \frac{\pi}{2}, \tau_j + \frac{3\pi}{2}\right) \\ -1 & \text{pentru } \tau \in \left(\tau_j + \frac{3\pi}{2}, \tau_j + 2\pi\right) \\ 0 & \text{pentru } \tau = \tau_j + \frac{\pi}{2}, \tau_j + \frac{3\pi}{2} \end{cases} \quad (1.101)$$

fiind reprezentată în fig.1.20 .

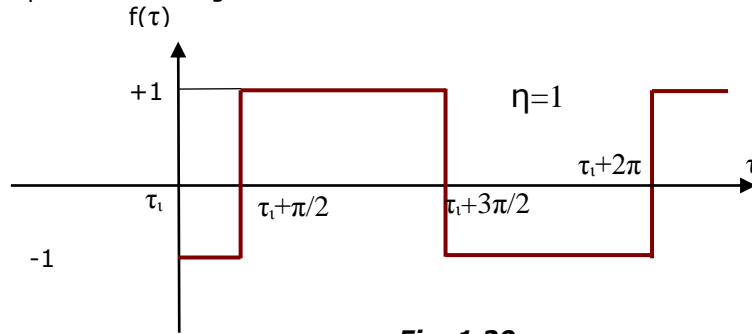


Fig. 1.20

Prin urmare și în cazul ($\eta = 1$) forța de excitație optimă are aceeași variație ca în cazul $\eta < 1$, însă ciocnirile au loc nu în momentele în care forța de excitație își schimbă sensul ci la mijlocul semiperioadei în care forța este negativă (se păstrează asemănarea cu cazul, excitației armonice).

Viteza de ciocnire (1.90) în cazul forței de excitație optime (1.101) devine:

$$u_j = \frac{4}{1+R} \quad (1.102)$$

Raportul dintre această viteză și viteza de ciocnire (1.93') ce se obține în cazul excitației armonice ($a = 2\pi$) este $\xi = \frac{4}{\tau_j} = 1,273$ fiind supraunitar.

Legea mișcării optime și viteza între două ciocniri se obțin tot din (1.85),(1.86) ținând seama de (1.101)

$$\begin{aligned} z &= (\delta + 1) \cos(\tau - \tau_j) + Ru_j \sin(\tau - \tau_j) - 1 \\ z' &= -(\delta + 1) \sin(\tau - \tau_j) + Ru_j \cos(\tau - \tau_j) \end{aligned} \quad (1.103)$$

$$\text{pentru } \tau \in \left(\tau_j, \tau_j + \frac{\pi}{2}\right)$$

38-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$\begin{aligned} z &= (\delta + 1)\cos(\tau - \tau_j) + Ru_j \sin(\tau - \tau_j) + 2\cos\tau + 1 \\ z' &= -(\delta + 1)\sin(\tau - \tau_j) + Ru_j \cos(\tau - \tau_j) - 2\sin\tau \end{aligned} \quad (1.104)$$

pentru $\tau \in \left(\tau_j + \frac{\pi}{2}, \tau_j + \frac{3\pi}{2}\right)$

$$\begin{aligned} z &= (\delta + 1)\cos(\tau - \tau_j) + Ru_j \sin(\tau - \tau_j) + 4\cos\tau - 1 \\ z' &= -(\delta + 1)\sin(\tau - \tau_j) + Ru_j \cos(\tau - \tau_j) - 4\sin\tau \end{aligned} \quad (1.105)$$

pentru $\tau \in \left(\tau_j + \frac{3\pi}{2}, \tau_j + 2\pi\right)$

Cunoscând legile mișcării și vitezei, se pot determina condițiile să nu apară ciocniri suplimentare în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi)$. Viteza z' în intervalul $\left(\tau_j, \tau_j + \frac{\pi}{2}\right)$ se poate anula cel mult odată, în momentul respectiv z având o valoare maximă. Cum la sfârșitul mișcării libere viteza de ciocnire trebuie să fie orientată în jos (să fie negativă) în intervalul $\left(\tau_j + \frac{3\pi}{2}, \tau_j + 2\pi\right)$ funcția z nu poate avea minim. Deci dacă $z = z(\tau)$ are un minim în intervalul $(\tau_j, \tau_j + 2\pi)$ punctul de minim este situat în intervalul $\left(\tau_j + \frac{\pi}{2}, \tau_j + \frac{3\pi}{2}\right)$. Din condiția ca valoarea minima a lui z să fie mai mare sau egală cu δ , rezultă valoarea limita a lui δ

$$\delta = -\left(\frac{1-R}{1+R}\right)^2 \quad (1.106)$$

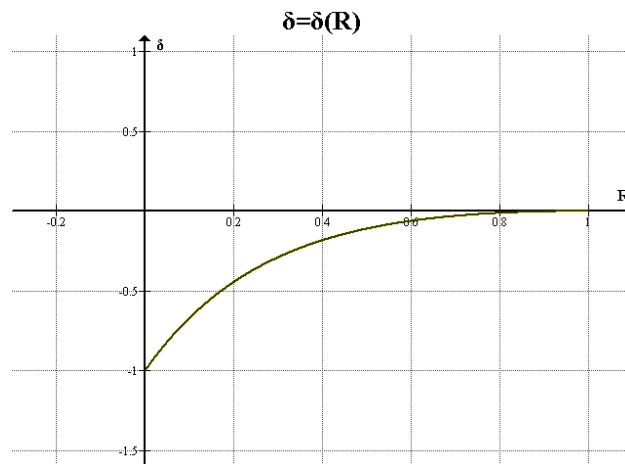


Fig. 1.21

În fig.1.21 s-a reprezentat grafic relația (1.106).

Pe baza ecuațiilor (1.103)- (1.105) în fig.1.22,a s-au reprezentat diagrama de mișcare și viteza între două ciocniri împreună cu forța de excitație pentru $R = 0,6$ și $\delta = -1$. În fig. 1.22,b este indicată traiectoria de fază pentru aceeași mișcare.

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare -39

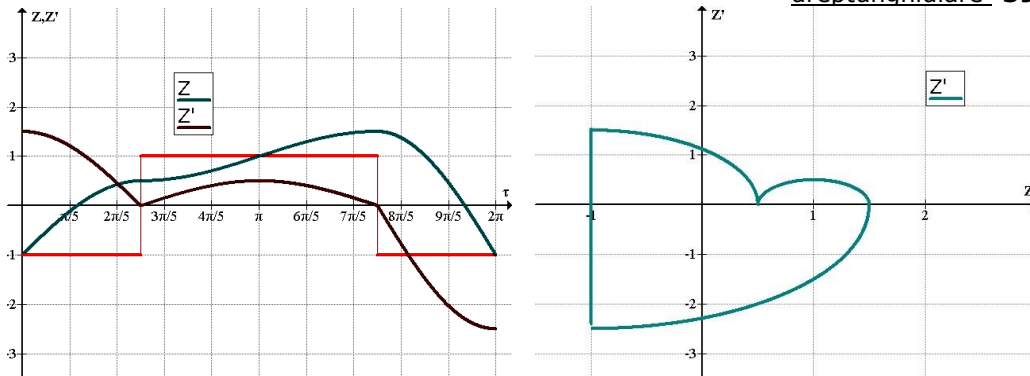


Fig. 1.22

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare

În paragrafele 1.4 și 1.5 s-a văzut că pentru $\eta \leq 1$ excitația optimă are variația dreptunghiulară (fig.1.11,a și 1.18). Pentru a se obține viteze de ciocnire maxime însă, ca și în cazul excitație armonice, mai este necesar ca jocul δ să aibă anumite valori, care au fost determinate în paragraful 1.4. Pentru valorile jocului diferite de cele optime se pot realiza mișcări periodice "neoptime" cu perioada $2\pi n$. De asemenea se pot realiza mișcări periodice sub acțiunea excitației dreptunghiulare și pentru $\eta > 1$. În cadrul acestui paragraf vom studia aceste mișcări folosind rezultatele obținute în paragraful 1.2. Pentru $\eta = 1$ studiul a fost efectuat în paragraful 1.5.

În fig.1.23 s-a reprezentat excitația în funcție de timp. Avem:

$$f(\tau) = \begin{cases} -1 & \text{pentru } \tau \in (2\pi k, (2k+1)\pi) \\ 0 & \text{pentru } \tau = k\pi \\ +1 & \text{pentru } \tau \in ((2K+1)\pi, (2K+2)\pi) \end{cases} \quad (1.107)$$

$K = 0, 1, 2, \dots$

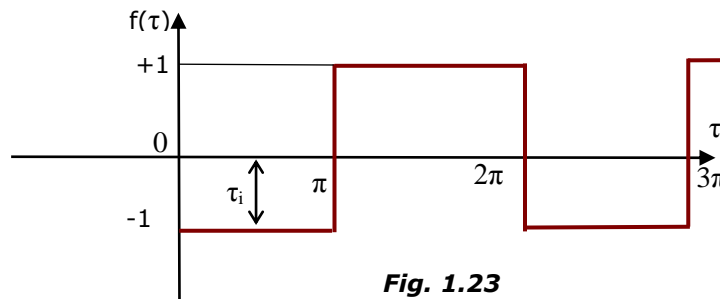


Fig. 1.23

Pentru simplificarea scrierii vom considera că originea de măsurare a timpului ($\tau = 0$) începutul perioadei în care are loc ciocnirea de ordinul i

40-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

care forța de excitație este negativă sau în semiperioada în care forța de excitație este pozitivă.

În primul caz relațiile (1.18),(1.19) devin:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= -1 + \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \eta \left(\tau_i - \frac{\pi}{2} \right)}{\cos \frac{\eta \pi}{2}} + \frac{\cos \eta \left(\tau_i - \frac{\pi}{2} \right)}{\cos \frac{\eta \pi}{2}} \\ u_i &= \frac{2\eta}{1-R} \frac{\sin \eta \left(\tau_i - \frac{\pi}{2} \right)}{\cos \frac{\eta \pi}{2}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{pentru } \tau_i \in (0, \pi) \text{ (1.108),} \\ &\text{(1.109)} \end{aligned}$$

iar în cazul al doilea

$$\left. \begin{aligned} \delta &= 1 - \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \frac{\sin \eta \left(\tau_i - \frac{3\pi}{2} \right)}{\cos \frac{\eta \pi}{2}} + \frac{\cos \eta \left(\tau_i - \frac{3\pi}{2} \right)}{\cos \frac{\eta \pi}{2}} \\ u_i &= \frac{2\eta}{1-R} \frac{\sin \eta \left(\tau_i - \frac{3\pi}{2} \right)}{\cos \frac{\eta \pi}{2}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{pentru } \tau_i \in (\pi, 2\pi) \text{ (1.110)} \\ &\text{(1.111)} \end{aligned}$$

Vom analiza comportarea sistemului pentru $\eta \in (0, 2)$. Relațiile (1.108),(1.110) determină valorile lui τ_i în funcție de δ sau pe δ în funcție de τ_i . Derivata funcției (1.108) în raport cu τ_i se anulează pentru $\tau_i = \tau_{i1}$ dat de ecuația:

$$\operatorname{tg} \eta \left(\tau_{i1} - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.112)$$

iar a lui (1.110) pentru $\tau_i = \tau_{i2}$ dat de:

$$\operatorname{tg} \eta \left(\tau_{i2} - \frac{3\pi}{2} \right) = \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.113)$$

Se poate arăta ușor că dacă $\eta < 1$ pentru $\tau_i = \tau_{i1}$ funcția (1.108) are un maxim, iar pentru $\tau_i = \tau_{i2}$ funcția (1.110) are un minim. Mai rezultă că dacă $\cot g \frac{\alpha}{2} > 0$ avem $\tau_{i1} > \frac{\pi}{2}$ și $\tau_{i2} > \frac{3\pi}{2}$, pentru $\cot g \frac{\alpha}{2} = 0$ rezultă $\tau_{i1} = \frac{\pi}{2}$ și

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare -41

$\tau_{i2} = \frac{3\pi}{2}$, pentru $\cot g \frac{\alpha}{2} < 0$ rezultă $\tau_{i1} < \frac{\pi}{2}$ și $\tau_{i2} < \frac{3\pi}{2}$. În figurile 1.24 a,b,c s-au reprezentat $\delta = \delta(\tau_i)$ pe baza relațiilor (1.108),(1.110) pentru cele trei cazuri posibile ($n=1$).

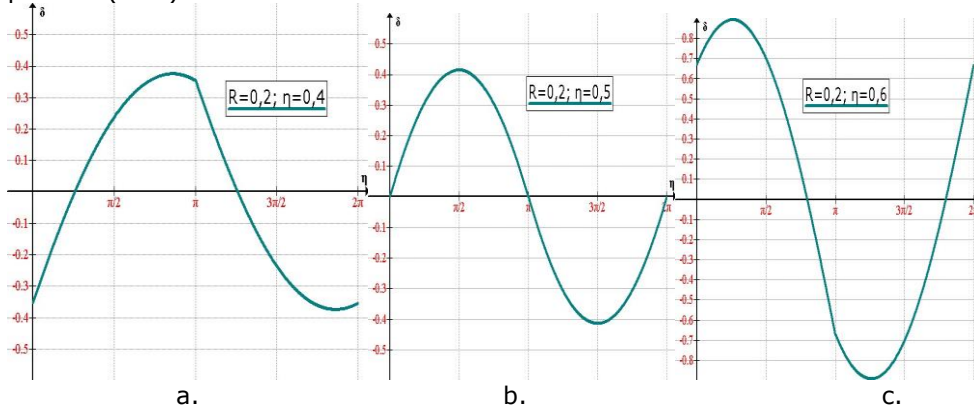


Fig. 1.24 a,b,c

Pentru existența mișcărilor periodice este necesar ca δ să fie cuprins între $\delta_{\max} = \delta(\tau_{i1})$ și $\delta_{\min} = \delta(\tau_{i2})$, adică să avem:

$$1 - \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} < \delta < -1 + \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad (1.114)$$

Mai trebuie avut în vedere faptul că τ_{i1} trebuie să fie cuprins în intervalul $(0, \pi)$, iar τ_{i2} în intervalul $(\pi, 2\pi)$. Pentru valori mici ale lui η însă rezultă din (1.112) $\tau_{i1} > \pi$, iar din (1.113) $\tau_{i2} > 2\pi$. Valoarea limită $\eta = \eta_1$ pentru care $\tau_{i1} = \pi$ respectiv $\tau_{i2} = 2\pi$ se determină din ecuația:

$$\operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} = \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.115)$$

care se obține din (1.112) înlocuind $\tau_{i2} = 2\pi$. Soluția ecuației (1.115) pentru $n=1$ este:

$$\eta_1 = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1+R}{3-R}} \quad (1.116)$$

Independent de valoarea lui rezultă $\eta_1 < 0,5$. În consecință pentru $\eta < \eta_1$ valorile extreme ale lui δ nu se determină din (1.114); valoarea maximă se obține din (1.108) făcând $\tau_{i1} = \pi$, iar valoarea minimă din (1.110) făcând $\tau_{i2} = 2\pi$. Deci, va trebui să avem:

42-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$-\frac{1+R}{1-R} \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} \cot g \frac{\alpha}{2} < \delta < \frac{1+R}{1-R} \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.117)$$

pentru $\eta < \eta_1$. Pentru $\eta = \eta_1$ din (1.114) și (1.117) rezultă aceleași valori extreme.

Dacă $\eta > 1$, pentru $\tau_i = \tau_{i1}$ funcția (1.108) are un minim, iar pentru $\tau_i = \tau_{i2}$ funcția (1.110) are un maxim. Rezultă de asemenea din relațiile (1.112), (1.113) că pentru

$\cot g \frac{\alpha}{2} > 0$ avem $\tau_{i1} > \frac{\pi}{2}, \tau_{i2} > \frac{3\pi}{2}$, pentru $\cot g \frac{\alpha}{2} = 0$ avem $\tau_{i1} = \frac{\pi}{2}, \tau_{i2} = \frac{3\pi}{2}$,

iar pentru $\cot g \frac{\alpha}{2} < 0$ avem $\tau_{i1} < \frac{\pi}{2}, \tau_{i2} < \frac{3\pi}{2}$. Graficele funcției $\delta = \delta(\tau_i)$ pentru

cele trei cazuri posibile ($n=1$) s-au indicat în figurile 1.25 a,b,c.

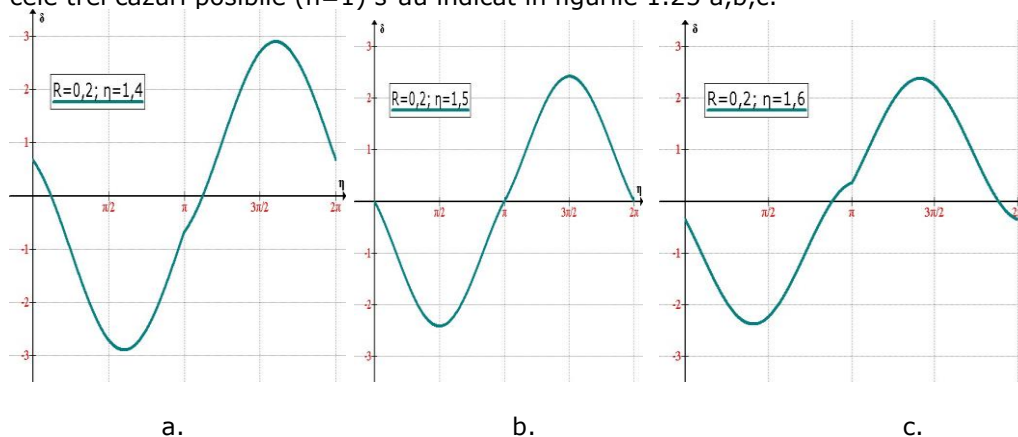


Fig. 1.25

Pentru existenta mișcărilor periodice ($\eta > 1$) este necesar ca δ să fie cuprins între $\delta_{\max} = \delta(\tau_{i2})$ și $\delta_{\min} = \delta(\tau_{i1})$ adică să avem

$$-1 + \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} < \delta < 1 - \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad (1.118)$$

Viteza de ciocnire este dată de relațiile (1.109) și (1.111). În fig.1.26.a s-au reprezentat grafic aceste relații pentru $R=0,6$ și $\eta=0,8$ ($\eta < 1$), iar în fig.1.26.b pentru $R=0,6$ și $\eta=1,2$ ($\eta > 1$).

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare -43

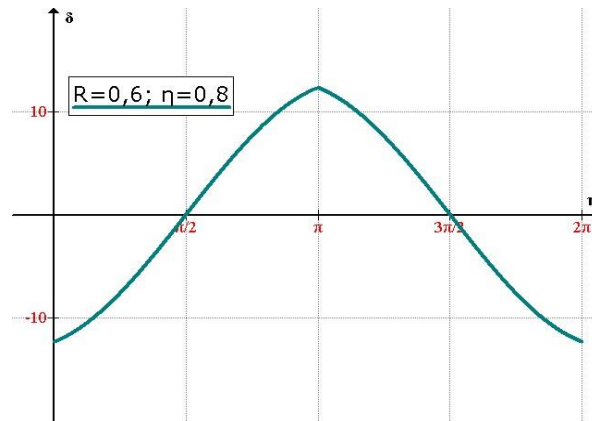


Fig. 1.26.a

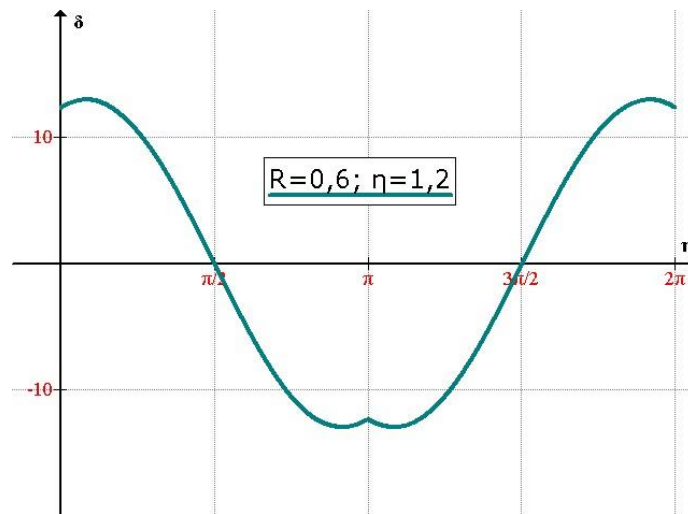


Fig. 1.26.b

Din relațiile (1.109),(1.111) precum și din grafice rezultă că în cazul $\eta < 1$ viteza de ciocnire este pozitivă numai pentru $\tau_i \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$. Ea este maximă pentru $\tau_i = \pi$, adică ciocnirea are loc la sfârșitul primei semiperioade a forței, când forța își schimbă sensul. Înlocuind în (1.109) respectiv în (1.111) $\tau_i = \pi$, se obține viteza de ciocnire maximă:

$$u_{i\max} = -\frac{2\eta}{1-R} \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} \quad (1.119)$$

care a fost deja găsită cu relația (1.73).

Pentru ca să se realizeze un asemenea regim este necesar ca jocul δ să aibă valoarea particulară ce rezultă din (1.108) sau (1.110) pentru $\tau_i = \pi$:

44-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$\delta_{op} = \frac{1+R}{1-R} \cdot \operatorname{tg} \frac{\eta\pi}{2} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.120)$$

Relația (1.120) pentru $n=1$ este identică cu (1.74) din paragraful 1.4.

Dacă $\eta > 1$, viteza de ciocnire este pozitivă pentru $\tau_i \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$. Ea este

maximă dacă $\sin \eta\left(\tau_i - \frac{\pi}{2}\right) = -1$ sau $\sin \eta\left(\tau_i - \frac{3\pi}{2}\right) = 1$, adică dacă ciocnirea are

loc în momentele $\tau_i = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)$ sau $\tau_i = \frac{\pi}{2} \left(3 + \frac{1}{\eta}\right)$. Viteza de ciocnire maximă

este dată de relația:

$$u_{i\max} = -\frac{2\eta}{1-R} \cdot \frac{1}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad (1.121)$$

Pentru ca să se realizeze aceste regimuri de mișcare este necesar ca jocul δ să aibă una din valorile:

$$\delta_{op} = -1 - \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\cot g \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} \quad (1.122)$$

$$\delta_{op} = 1 - \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\cot g \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad (1.123)$$

Din discuția de mai sus privind viteza de ciocnire a reieșit că ea este pozitivă numai pentru anumite valori ale lui τ_i . În figurile (1.24),(1.25) porțiunile de curbă corespunzătoare vitezelor de ciocnire negative s-au reprezentat prin linie punctată. Rezultă că parametrul δ nu poate lua toate valorile date de relațiile (1.114), (1.117) și (1.118). Acelor relații trebuie să mai adăugăm condițiile:

$$1 - \frac{1}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} < \delta \quad (1.124)$$

$$\delta < -1 + \frac{1}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad (1.125)$$

în cazul $\eta < 1$ și

$$-1 + \frac{1}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} < \delta \quad (1.126)$$

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare -45

$$\delta < 1 - \frac{1}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad (1.127)$$

în cazul $\eta > 1$.

În sfârșit pentru existența mișcărilor periodice cu perioada $2\pi n$ nu mai este necesar ca în intervalul de timp $(\tau_i, \tau_i + 2\pi n)$ să nu apară ciocniri cu limitatorul. Pentru a determina valorile limită ale lui δ am putea pleca de la sistemul (1.26), însă am ajunge la ecuații relativ complicate. Este mai avantajos să se determine aceste valori prin calcul numeric pe baza legii de mișcare sau cu ajutorul calculatorului.

Legea mișcării și viteza între două ciocniri se determină pe baza ecuațiilor (1.12), (1.13) ținând seama de (1.107).

Dacă ciocnirea are loc în prima semiperioadă a forței de excitație $\tau_i \in (0, \pi)$ rezultă că pentru $n=1$:

$$\left. \begin{aligned} z &= (\delta + 1) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) - 1 \\ z' &= -(\delta + 1)\eta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru} \\ \tau \in (\tau_i, \pi) \end{array} \quad (1.128)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= (\delta + 1) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) - 2 \cos \eta(\tau - \pi) + 1 \\ z' &= -(\delta + 1)\eta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) + 2\eta \sin \eta(\tau - \pi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru} \\ \tau \in (\pi, 2\pi) \end{array} \quad (1.129)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= (\delta + 1) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) - 2 \cos \eta(\tau - \pi) + 2 \cos \eta(\tau - 2\pi) - 1 \\ z' &= -(\delta + 1)\eta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) + 2\eta \sin \eta(\tau - \pi) - 2\eta \sin \eta(\tau - 2\pi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru} \\ \tau \in (2\pi, \tau_i + 2\pi) \end{array} \quad (1.130)$$

Dacă $\tau_i \in (\pi, 2\pi)$ se obține ($n=1$)

$$\left. \begin{aligned} z &= (\delta - 1) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) + 1 \\ z' &= -(\delta - 1)\eta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru} \\ \tau \in (\tau_i, 2\pi) \end{array} \quad (1.131)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= (\delta - 1) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) + 2 \cos \eta(\tau - 2\pi) - 1 \\ z' &= -(\delta - 1)\eta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) - 2\eta \sin \eta(\tau - 2\pi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru} \\ \tau \in (2\pi, 3\pi) \end{array} \quad (1.132)$$

$$\left. \begin{aligned} z &= (\delta - 1) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{Ru_i}{\eta} \sin \eta(\tau - \tau_i) + 2 \cos \eta(\tau - 3\pi) - 2 \cos \eta(\tau - 3\pi) + 1 \\ z' &= -(\delta - 1)\eta \sin \eta(\tau - \tau_i) + Ru_i \cos \eta(\tau - \tau_i) - 2\eta \sin \eta(\tau - 2\pi) + 2\eta \sin \eta(\tau - 3\pi) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru} \\ \tau \in (3\pi, \tau_i + 2\pi) \end{array} \quad (1.133)$$

46-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

În fig.1.27 s-a reprezentat domeniul de existență al mișcărilor periodice în planul (η, δ) pentru $n=1$ și $R=0,6$.

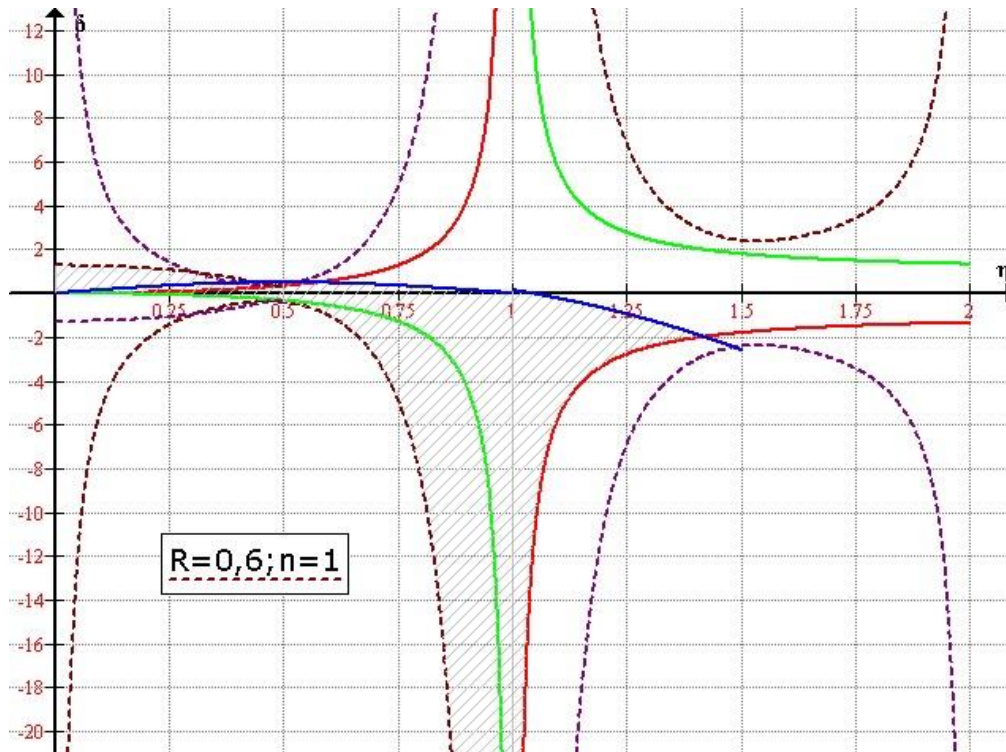


Fig. 1.27

Linile întrerupte corespund relațiilor (1.114),(1.117),(1.118), iar cele continue subțiri relațiilor (1.124)-(1.127). Domeniul de existență este hașurat. Curba limită $\delta=\delta(\eta)$ peste care apar ciocniri suplimentare s-a determinat cu ajutorul calculatorului și s-a reprezentat prin linie continuă mai groasă.

Se vede că o mare parte a domeniului de existență se elimină din cauza ciocnirilor suplimentare.

Pentru studiul stabilității mișcărilor periodice plecăm de la ecuația caracteristică (1.24), respectiv de la condițiile (1.25), ($R < 1$). În aceste condiții $f(\tau_i) = -1$ pentru $\tau_i \in (0, \pi)$ și $f(\tau_i) = +1$ pentru $\tau_i \in (\pi, 2\pi)$. Condițiile (1.25) pentru $\tau_i \in (0, \pi)$, ținând seama de (1.108),(1.109) duc la următoarele inegalități:

$$\operatorname{tg} \eta \left(\tau_i - \frac{\pi}{2} \right) > \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.134)$$

$$\operatorname{tg} \eta \left(\tau_i - \frac{\pi}{2} \right) > - \frac{(1-R^2) \sin \alpha}{2 \left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2 \right]} \quad (1.135)$$

dacă $\eta < 1$ și

1.7. Studiul mișcărilor periodice și al stabilității acestora în cazul unei excitații dreptunghiulare -47

$$\operatorname{tg}\eta\left(\tau_i - \frac{\pi}{2}\right) < \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.136)$$

$$\operatorname{tg}\eta\left(\tau_i - \frac{\pi}{2}\right) < -\frac{(1-R^2) \sin \alpha}{2\left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2\right]} \quad (1.137)$$

dacă $\eta > 1$.

Analog pentru $\tau_i \in (\pi, 2\pi)$ rezultă :

$$\operatorname{tg}\eta\left(\tau_i - \frac{3\pi}{2}\right) < \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.138)$$

$$\operatorname{tg}\eta\left(\tau_i - \frac{3\pi}{2}\right) < -\frac{(1-R^2) \sin \alpha}{2\left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2\right]} \quad (1.139)$$

dacă $\eta < 1$ și

$$\operatorname{tg}\eta\left(\tau_i - \frac{3\pi}{2}\right) > \frac{1+R}{1-R} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad (1.140)$$

$$\operatorname{tg}\eta\left(\tau_i - \frac{3\pi}{2}\right) > -\frac{(1-R^2) \sin \alpha}{2\left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2\right]} \quad (1.141)$$

dacă $\eta > 1$.

Se poate arăta ușor că unele din aceste condiții sunt identic verificate. Luând în aceste condiții egalități în loc de inegalități se pot determina valori limită pentru τ_i și pentru δ . Se observă, procedând astfel, că unele din condițiile de existență coincid cu condițiile de stabilitate.

Calcululele conduc la următoarele inegalități în raport cu δ :

$$\delta_s < \delta < \frac{1+R}{1-R} \operatorname{tg} \frac{n\pi}{2} \cot g \frac{\alpha}{2} \quad \text{pentru } \eta \in (0, \eta_1) \quad (1.142)$$

$$\delta_s < \delta < -1 + \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \quad \text{pentru } \eta \in (\eta_1, 1) \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} > 0 \quad (1.143)$$

$$1 - \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} < \delta < -\delta_s \quad \text{pentru } \eta \in (\eta_1, 1) \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} < 0 \quad (1.144)$$

48-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$-\delta_s < \delta < -1 + \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} \text{ pentru } \eta > 1 \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} > 0 \quad (1.145)$$

$$-1 + \frac{\sqrt{\left(\frac{1+R}{1-R}\right)^2 \cot^2 g^2 \frac{\alpha}{2} + 1}}{\cos \frac{\eta\pi}{2}} < \delta < \delta_s \text{ pentru } \eta > 1 \text{ dacă } \cot g \frac{\alpha}{2} < 0 \quad (1.146)$$

unde:

$$\delta_s = 1 - \frac{(1+R)^2 - 4R \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\eta\pi}{2} \sqrt{\left[(1-R)^2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + (1+R)^2 \right]^2 + \left[(1-R)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \right]^2}} \quad (1.147)$$

Pe baza inegalităților (1.142)-(1.146) se pot determina domeniile de stabilitate așa cum s-au determinat domeniile de existență. În fig.1.28 s-a reprezentat domeniul mișcărilor periodice stabile în planul (η, δ) pentru $n=1$ și $R=0,6$ împreună cu curbele din fig.1.27.

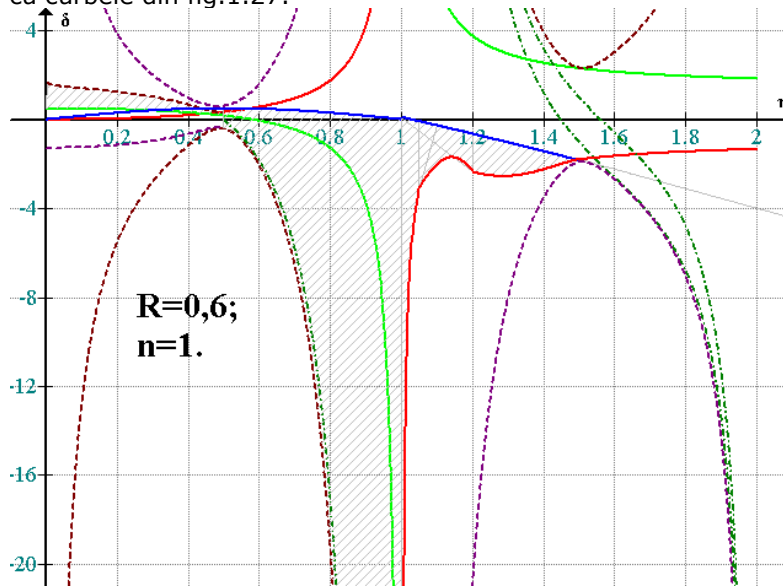


Fig. 1.28

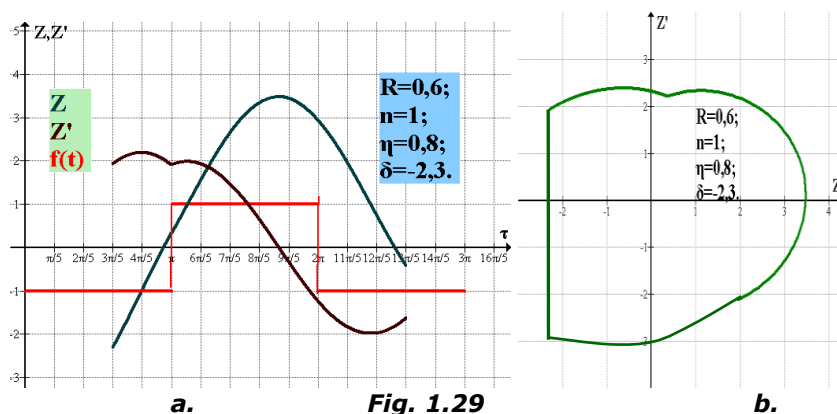
Relațiile (1.120),(1.122),(1.123) s-au reprezentat de asemenea în fig.1.26 prin linii punctate. Graficul funcției (1.120) este situat în apropierea curbei în care limita de existență coincide cu limita de stabilitate., iar pentru valori mici ale lui η coincide cu aceasta. Curbele (1.122),(1.123) sunt situate în zona care trebuie eliminată din

1.2. Ecuațiile diferențiale ale mișcării sistemelor vibropercutante între ciocniri -49

cauza ciocnirilor suplimentare. Astfel, în cazul $\eta > 1$ mișcările periodice cu viteze de ciocnire maxime nu se pot realiza.

În concluzie se poate spune că mișcările vibropercutante periodice produse de excitația dreptunghiulară prezintă multe asemănări cu cele produse de excitația armonică. Domeniul de stabilitate din fig.1.26 este de asemenea asemănător cu cel din fig.1.6.a.

Pentru a avea o imagine asupra mișcării sistemului, în fig.1.29.a s-au reprezentat diagramele mișcării periodice pentru $R=0,6$; $\eta=0,8$ și $\delta=-2,3$, iar în fig.1.29.b traiectoria de fază pentru aceeași mișcare.



1.8. Ecuațiile diferențiale ale mișcării sistemelor vibropercutante între ciocniri

Se consideră cazul general al unui sistem vibropercutant cu mai multe grade de libertate, a cărui poziție este determinată cu ajutorul a n parametri de poziție independenți a ($j=1,2,\dots,n$) și care este supus la ℓ ($\ell < n$) legături neolonome scleronome. Pentru stabilirea ecuațiilor diferențiale ale mișcării sistemului vibropercutant între două ciocniri consecutive, se aplică ecuațiile lui Lagrange cu multiplicatori, pentru care se utilizează un operator matriceal de derivare parțială a unei funcții scalare F , de n variabile, definit prin

$$\frac{\partial F}{\partial \bar{x}} = \left\| \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{\partial F}{\partial x_2} \frac{\partial F}{\partial x_3} \dots \frac{\partial F}{\partial x_n} \right\| \quad (1.148)$$

Ecuațiile legăturilor neolonome se exprimă matriceal prin:

$$\underline{a} \bullet \dot{\bar{q}} + \bar{a}_0 = 0 \quad (1.149)$$

unde $\bar{q} = \|q_j\|$, $\bar{a} = \|a_{ij}\|$ este o matrice dreptunghiulară cu dimensiunile $\ell \times n$, $a_0 = a_{i0}$

, iar elementele a_{ij} și a_{i0} depind de coordonatele generalizate q_j .

Ecuațiile lui Lagrange cu multiplicatori se pot exprima matriceal sub forma:

50-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\bar{q}}} \right) - \left(\frac{\partial E_c}{\partial \bar{q}} \right) = - \left(\frac{\partial E_d}{\partial \dot{\bar{q}}} \right) - \left(\frac{\partial E_p}{\partial \bar{q}} \right) + \bar{Q}^* + \underline{a}^T \cdot \bar{\lambda} \quad (1.150)$$

în care $E_c = \frac{1}{2} \dot{\bar{q}}^T \underline{b} \dot{\bar{q}}$ este energia cinetică a sistemului;

$E_d = \frac{1}{2} \dot{\bar{q}}^T \underline{c} \dot{\bar{q}}$ este funcția de disipare a energiei;

$E_p = \frac{1}{2} \dot{\bar{q}}^T \underline{d} \dot{\bar{q}}$ este energia potențială;

$\bar{Q}^* = \|\bar{Q}_j^*\|$ este matricea coloană a forțelor generalizate;

$\bar{\lambda} = \|\lambda_j\|$ este matricea coloană cuprinzând multiplicatorii lui Lagrange, proporționali cu valorile momentane ale reacțiilor legăturilor neolonome.

Pentru sistemul considerat, matricea de inerție \underline{b} este simetrică, având elementele constante sau funcție de coordonatele generalizate, matricea de amortizare \underline{c} este simetrică, cu elementele constante sau depinzând de coordonatele generalizate și de vitezele generalizate, matricea de rigiditate \underline{d} este simetrică și are elementele constante sau funcții de coordonatele generalizate, iar forțele generalizate perturbatoare Q_j^* depind explicit de timp, fiind funcții periodice de timp, cu aceeași perioadă. Se folosesc notațiile:

$$\underline{C} = \underline{c} + \sum_{j=1}^n q_j \cdot \left\{ \frac{\partial b}{\partial q_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{b}_j^T}{\partial \bar{q}} + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{c}_j^T}{\partial \dot{\bar{q}}} \right\}$$

$$\underline{D} = \underline{d} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n q_j \frac{\partial \bar{d}_j^T}{\partial \bar{q}}$$

unde $\bar{b}_j, \bar{c}_j, \bar{d}_j$ reprezintă coloanele cu indicele j ale matricelor $\underline{b}, \underline{c}$ respectiv \underline{d} .

Rezultă:

$$\underline{b} \ddot{\bar{q}} + \underline{C} \dot{\bar{q}} + \underline{D} \bar{q} = \bar{Q}^* + \underline{a}^T \bar{\lambda} \quad (1.151)$$

Neglijând frecările dintre sistem și legăturile neolonome, multiplicatorii lui Lagrange se pot elimina între ecuațiile diferențiale (1.151). Dacă se folosesc notațiile:

$$\underline{b} = \begin{Bmatrix} \underline{b}_l \\ \underline{b}_m \end{Bmatrix}; \underline{C} = \begin{Bmatrix} \underline{C}_l \\ \underline{C}_m \end{Bmatrix}; \underline{D} = \begin{Bmatrix} \underline{D}_l \\ \underline{D}_m \end{Bmatrix}; \bar{Q}^* = \begin{Bmatrix} \bar{Q}_l^* \\ \bar{Q}_m^* \end{Bmatrix}; \underline{a} = \|a_l a_m\|, m = n - l$$

matricea \underline{a} fiind pătrată și nesingulară, din primele l ecuații (1.3.4) se determină elementele matricei $\bar{\lambda}$, astfel încât, după înlocuirea lor în următoarele m ecuații (1.151), rezultă:

$$\{\underline{b}_m - \underline{A} \underline{b}_l\} \ddot{\bar{q}} + \{\underline{C}_m - \underline{A} \underline{C}_l\} \dot{\bar{q}} + \{\underline{D}_m - \underline{A} \underline{D}_l\} \bar{q} = \bar{Q}_m^* - \underline{A} \bar{Q}_l^* \quad (1.152)$$

1.8. Ecuațiile diferențiale ale mișcării sistemelor vibropercutante între ciocniri -51

unde $\underline{A} = \underline{a}_m^T (\underline{a}_l^T)^{-1}$ are dimensiunile $m \times l$. Ecuațiile (1.3.5) împreună cu ecuațiile (1.152) ale legăturilor neolonome formează un sistem de n ecuații diferențiale neliniare, cu care se studiază mișcarea sistemului vibropercutant între două ciocniri consecutive.

Dacă sistemul vibropercutant nu este supus la legături neolonome, ecuațiile diferențiale ale mișcării între ciocniri sunt tot neliniare, dată de relația:

$$\underline{b} \ddot{\underline{q}} + \underline{C} \dot{\underline{q}} + \underline{D} \underline{q} = \underline{Q}^* \quad (1.153)$$

Dacă sistemul vibropercutant nu este supus la legături neolonome și toate elementele matricelor \underline{b} , \underline{c} și \underline{d} sunt constante, ecuațiile diferențiale ale mișcărilor între ciocniri sunt liniare. Un astfel de sistem vibropercutant liniar între ciocniri poate fi asimilat unui model mecanic de sistem supus la legături olonome scleronome ideale, cu caracteristici elastice și de amortizare liniare. Sunt frecvente cazurile în care un astfel de sistem se poate reduce la un model de translație, constituit din mase concentrate aflate în mișcare de translație rectilinie după aceeași direcție, legate între ele prin elemente elastice și de amortizare cu caracteristici liniare. În asemenea cazuri, considerând pentru fiecare masă m_i ca parametru de poziție coordonata x_i măsurată după direcția comună de translație din poziția de echilibru static a sistemului, ecuațiile diferențiale ale mișcării între ciocniri se exprimă sub forma:

$$\underline{m} \ddot{\underline{x}} + \underline{c} \dot{\underline{x}} + \underline{k} \underline{x} = \underline{F}(t) \quad (1.154)$$

Dacă se pot neglija și forțele de amortizare vâscoasă, ecuațiile diferențiale ale mișcării între ciocniri devin:

$$\underline{m} \ddot{\underline{x}} + \underline{k} \underline{x} = \underline{F}(t) \quad (1.155)$$

2.3. Studiul stabilității mișcărilor periodice

Ecuția diferențială (2.8) fiind de forma (1.8), ecuația caracteristică poate fi dedusă direct din (1.24), în care $f(\tau_i)$ se înlocuiește cu valoarea expresiei scrise în paranteză din membrul drept al ecuației (2.8) pentru $\tau = \tau_i$, iar $d = 0$. Avem deci

$$\beta^2 + \left[2R \cos 2\pi n \eta + \frac{\eta(1+R)}{u_i} (p - 4 \cos \tau_i + \cos 2\tau_i) \sin 2\pi n \eta \right] \beta + R^2 = 0 \quad (2.15)$$

Această ecuație are rădăcini în modul subunitare dacă sunt verificate inegalitățile

$$-1 < \frac{2R \cos 2\pi n \eta + \frac{\eta(1+R)}{u_i} (p - 4 \cos \tau_i + \cos 2\tau_i) \sin 2\pi n \eta}{1 + R^2} < 1 \quad (2.16)$$

Pentru a determina valorile parametrilor sistemului pentru care corespund mișcări periodice stabile putem proceda în felul următor: parametrii η, R, n având valori date, ecuația (2.13) determină pe p în funcție de τ_i . Funcția $p = p(\tau_i)$ este periodică cu perioada 2π . Dacă în inegalitățile (2.16) luăm egalități în loc de inegalități, obținem alte două funcții

$$p = \frac{1 + R^2 - 2R \cos 2\pi n \eta}{(1 + R) \sin 2\pi n \eta} \cdot \frac{u_i}{\eta} + 4 \cos \tau_i - \cos 2\tau_i \quad (2.17)$$

$$p = -\frac{1 + R^2 + 2R \cos 2\pi n \eta}{(1 + R) \sin 2\pi n \eta} \cdot \frac{u_i}{\eta} + 4 \cos \tau_i - \cos 2\tau_i \quad (2.18)$$

Ecuțiile (2.13) se reprezintă în planul (τ_i, p) printr-o curbă, funcțiile (2.17), (2.18) prin alte două curbe care intersectează prima și separă astfel domeniul de stabilitate.

În figura 2.2 s-au reprezentat cele trei curbe pentru $\eta=0,8; R=0,6; n=1$, iar în figura 2.3 pentru $\eta=0,8; R=0,6; n=2$. Domeniile de instabilitate sunt hașurate.

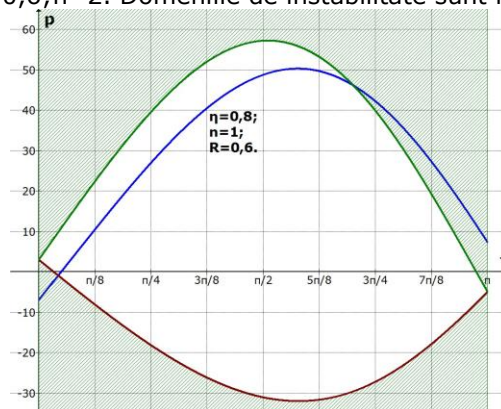


Fig. 2.2

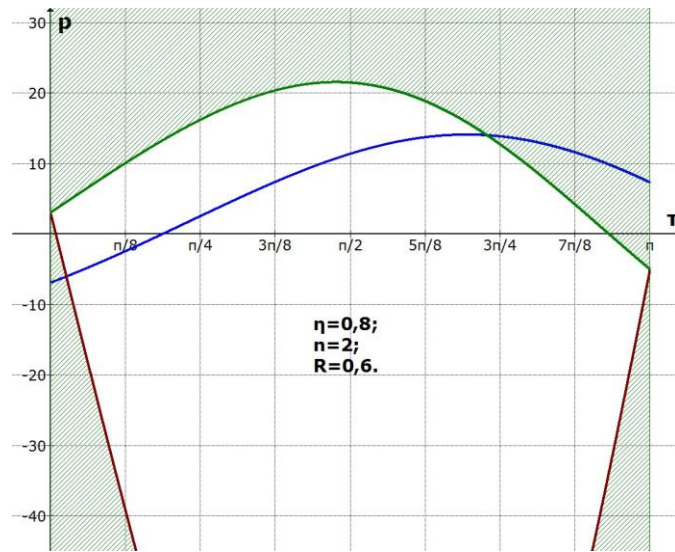


Fig. 2.3

Din aceste diagrame rezultă că pentru o construcție dată numai pentru anumite valori ale parametrului p pot să apară mișcări periodice stabile. Astfel, în cazul $\eta=0,8; R=0,6; n=1$ trebuie să avem $0 < p < 50$, iar în cazul $\eta=0,8; R=0,6; n=2$, $-5 < p < 14$.

În figura 2.4 s-a trasat diagrama mișcării pentru o perioadă cazul $\eta=0,8; R=0,6; n=1$ și $p=10,43$.

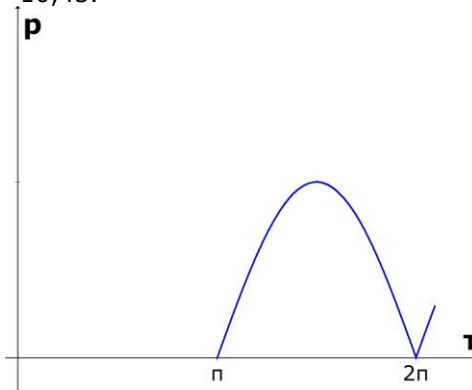


Fig. 2.4

Pentru a verifica teoria s-au efectuat încercări experimentale cu un vibropercutor de laborator având $m=0,584$ kg, $k = 41,2$ kN/m, deci frecvența proprie:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 42 \text{ Hz} . (2.18')$$

58-Stadiul actual privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -1

În figura 2.5 este redată vibrograma înregistrată cu vibrografal Geiger în cazul alimentării electromagnetului la rețea, frecvența tensiunii fiind $f=50\text{Hz}$, astfel

$$\eta = \frac{\omega_n}{\omega} = \frac{f_n}{f} = 0,84 \quad (2.18'')$$

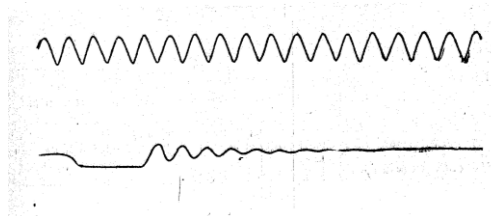


Fig. 2.5

În partea inferioară a figurii se vede marcajul de timp. Mișcarea are perioada egală cu cea a tensiunii, diagrama mișcării având forma curbei teoretice din figura 2.4.

2.4. Determinarea mișcărilor optime

Prin mișcări optime vom înțelege, ca și în capitolul 1, acele mișcări pentru care viteza de ciocnire este maximă. Deoarece tensiunea de alimentare este tensiunea rețelei (eventual transformată), problema optimizării prin alegerea unei tensiuni de alimentare de o formă specială ar fi destul de complicată și nerentabilă. Se pune deci problema de a alege parametrii sistemului în așa fel încât cazul alimentării electromagnetului cu o tensiune sinusoidală viteza de ciocnire să fie maximă.

Relația 2.14 arată că pentru un η și R dat viteza de ciocnire depinde doar de τ_i . Pentru a determina viteza de ciocnire maximă va trebui să aflăm rădăcinile derivatei lui u_i în raport cu τ_i .

$$\frac{\eta^2 - 4}{1 - \eta^2} \cos \tau_i + \cos 2\tau_i = 0 \quad (2.19)$$

Dintre rădăcinile ecuației (2.19) cuprinse în intervalul $(0, 2\pi)$ prezintă interes acelea pentru care funcția (2.14) are maxim și acest maxim este pozitiv. Înlocuind aceste rădăcini în (2.14) se obțin vitezele de ciocnire maxime, iar din (2.13) rezultă valorile parametrului p , pentru care se pot realiza mișcările optime. Calculele au fost efectuate cu ajutorul calculatorului electronic pentru $n=1$, $\eta \in (0, 1)$ și rezultatele sunt date sub formă de diagrame. În fig.2.6 s-a reprezentat p_{op} în funcție de η pentru $R = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$, iar în fig.2.7 viteza maximă tot în funcție de η pentru aceleași valori ale lui R .

2.4.Determinarea mișcărilor optime -59

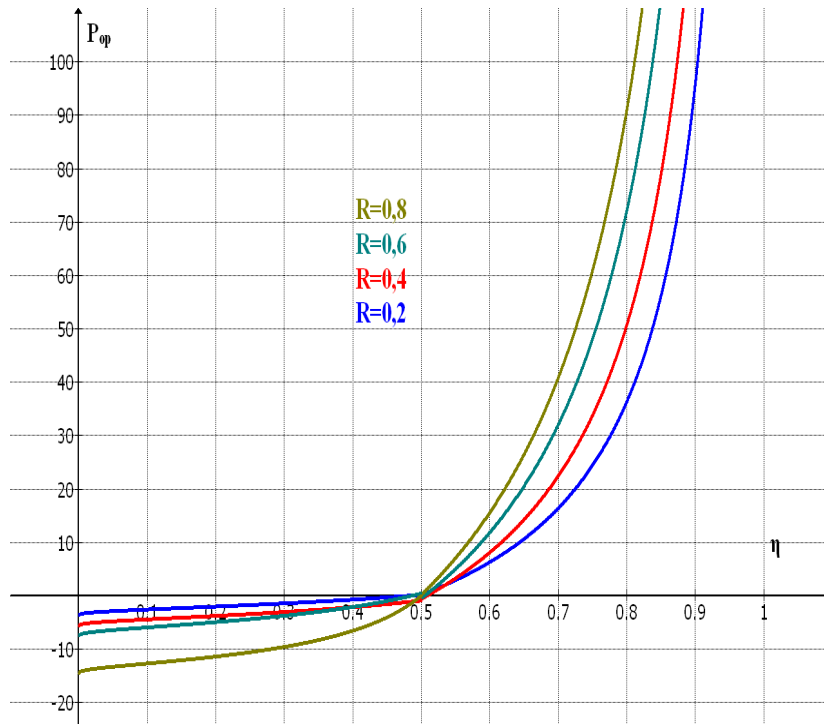


Fig. 2.6

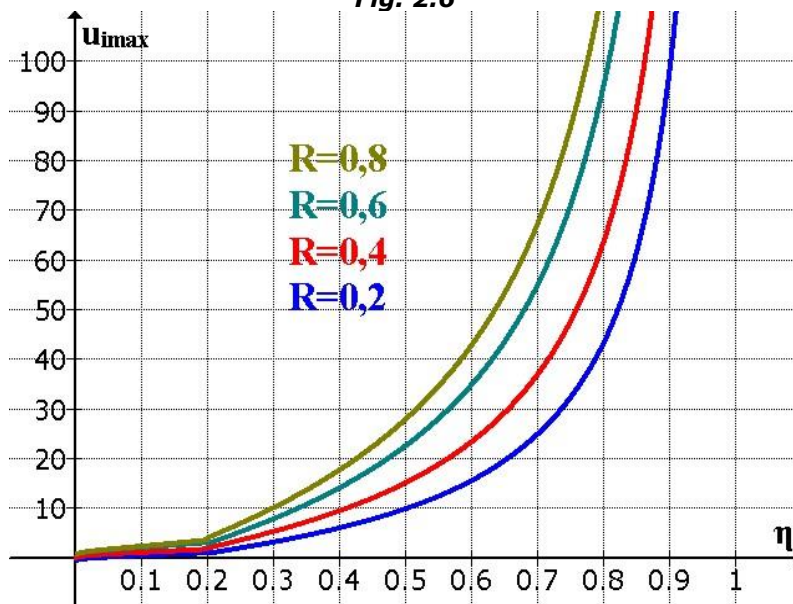


Fig. 2.7

Curbele din fig.2.7 sunt asemănătoare cu cele din fig.1.8 care s-au obținut în cazul excitației pur armonice. O altă asemănare este că mișcările periodice optime sunt stabile fiind relativ aproape de limita stabilității.

2. MIȘCĂRI VIBROPERCUTANTE PRODUSE DE UN EXCITATOR ELECTROMAGNETIC.

2.1. Generalități

Deși vibratoarele și vibropercutoarele electromagnetice se folosesc de mult în practică [59], ele nu sunt studiate în suficientă măsură din punct de vedere teoretic. Cele mai multe studii asupra vibropercutoarelor electromagnetice [221], [25], [41], [48], [52], [67], [72], [73], [96] sunt destul de recente. Pe când sistemele vibropercutate mecanice sunt mult studiate, în legătură cu sistemele electromecanice și în particular asupra vibropercutorului electromagnetic sunt puține studii. În lucrările [29], [80], [56] studiul se face în ipoteza că forța dezvoltată de electromagnet nu depinde de variația întrefierului. Această ipoteză este valabilă numai în cazul amplitudinilor foarte mici și în acest caz forța de excitație are o componentă constantă și o componentă armonică având frecvența egală cu dublul frecvenței tensiunii de alimentare (1.2). Una din metodele de a reduce frecvența forței constă în alimentarea electromagnetului prin redresor. Un sistem vibropercutant electromagnetic alimentat prin redresor este studiat în lucrarea [29], însă nu se ține seama de faptul că forța electromagnetului depinde de deplasarea armăturii mobile și rezultatele obținute chiar în această ipoteză sunt discutabile. Pentru a se obține rezultate cât mai apropiate de realitate în studiul vibratoarelor și vibropercutoarelor electromagnetice este necesar să se țină seama de faptul că avem de-a face cu sisteme electromecanice și trebuie să se plece de la ecuațiile care descriu comportarea întregului sistem. Vom studia mișcările periodice ale sistemului din fig.2.1. în ipoteza că electromagnetul este alimentat cu tensiune alternativă $U=U_0\sin\omega t$ peste un redresor ideal, considerând circuitul magnetic liniar, dar ținând seama de dependența forței electromagnetului de variația întrefierului [36].

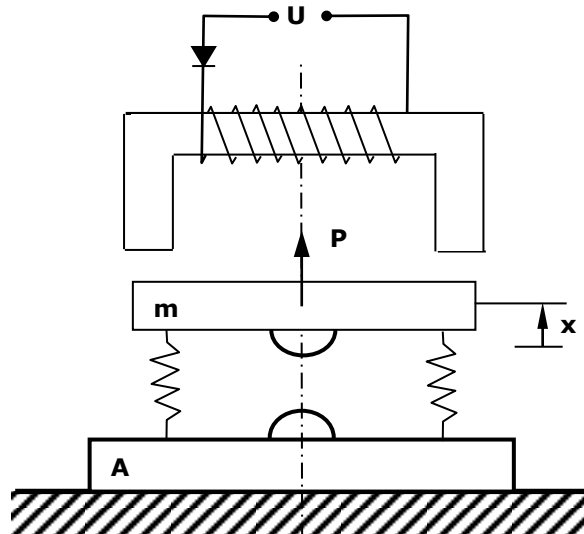


Fig. 2.1

2.2. Determinarea ecuațiilor de mișcare și a condițiilor de periodicitate -53

Vom presupune ca în capitolul 1, că ciocnirea dintre armătura mobilă de masă m și limitatorul fix A este instantanee, coeficientul de restituire fiind R . Se va presupune de asemenea că arcurile care susțin armătura mobilă sunt liniare având constanta elastică echivalentă k și se vor neglija forțele de amortizare.

2.2. Determinarea ecuațiilor de mișcare și a condițiilor de periodicitate

Deplasarea x a masei percutante m o vom măsura din poziția în care are loc ciocnirea cu limitatorul fix, sensul pozitiv fiind în sus. Fie x_0 deformația arcului în momentul ciocnirii. Vom avea $x_0 > 0$, $x_0 < 0$, $x_0 = 0$, după cum arcul este întins, comprimat sau nedeformat în acest moment.

Vom nota cu q sarcina electrică la un moment dat, a cărei derivată reprezintă intensitatea curentului electric, $\frac{dq}{dt} = i$.

Pentru a stabili ecuațiile diferențiale care descriu comportarea acestui sistem electromecanic, vom folosi ecuațiile lui Lagrange sub forma:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{p}_s} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial p_s} = Q_s \quad (s=1,2) \quad (2.1)$$

unde p_s reprezintă coordonatele generalizate (în cazul nostru $p_1=x$, $p_2=q$), Q_s forțele generalizate, iar E_c energia cinetică totală a sistemului care se compune din

energia cinetică mecanică : $\frac{1}{2} m \dot{x}^2$ și energia magnetică : $\frac{1}{2} L(x) \dot{q}^2$

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} L \dot{q}^2$$

Din electrotehnică se știe că:

$$L = \mu_0 \frac{w^2}{\frac{l_{Fe}}{A_{Fe} \cdot \mu_{Fe}} + \frac{2y}{A_y}}$$

unde μ_0 este permeabilitatea magnetică a vidului, w este numărul de spire, l_{Fe} lungimea liniilor de forță din fier, A_{Fe} aria secțiunii transversale a fierului, μ_{Fe} permeabilitatea magnetică a fierului, y lungimea întrefierului și A_y secțiunea întrefierului. Dacă notăm cu d valoarea întrefierului în momentul ciocnirii, avem $y = d - x$. Primul termen din numitor fiind mic în raport cu al doilea, practic îl putem neglija. Astfel:

$$L \approx \frac{\mu_0 w^2 A_y}{2y} = \frac{\mu_0 w^2 A_y}{2(d-x)} \quad (2.2)$$

Forțele generalizate fiind $Q = -k(x_0+x) - mg$, $Q_2 = U_0 \sin \omega t - r i$ (r este rezistența ohmică a bobinei electromagnetului), ecuațiile lui Lagrange devin:

$$m \ddot{x} + k(x_0 + x) = -mg + \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial x} i^2 \quad (2.3)$$

54-Mișcări vibropercutoare produse de un excitator electromagnetic -2

$$\frac{d}{dt}(Li) + ri = U_0 \sin \omega t \quad (2.4)$$

Se observă că ultimul termen din prima ecuație reprezintă forța de atracție a electromagnetului ($P = \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial x} i^2$), astfel că ecuația (2.3) exprimă Legea lui Newton aplicată armăturii mobile. Tot așa ecuația (2.4) reprezintă legea a doua a lui Kirchoff aplicată circuitului electric.

Ținând seama de expresia (2.2) a lui L, ecuațiile (2.3) și (2.4) devin :

$$m \ddot{x} + k(x_0 + x) = -mg + \frac{1}{4} \mu_0 w^2 A_y \left(\frac{i}{y} \right)^2 \quad (2.3')$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{i}{y} \right) + ri = \frac{2U_0}{\mu_0 w^2 A_y} \sin \omega t \quad (2.4')$$

Sistemul de ecuații (2.3'), (2.4') fiind neliniar, rezolvarea lui exactă nu este posibilă. De aceea vom analiza cazul când rezistența ohmică a bobinei electromagnetului este neglijabilă ($r=0$). În acest caz din ecuația (2.4'), prin integrare se obține:

$$\frac{i}{y} = \frac{2U_0}{\mu_0 w^2 A_y \omega} (-\cos \omega t + C)$$

Curentul prin bobină este redresat. Vom lua ca origine a timpului ($t=0$) începutul unei semiperioade în care tensiunea începe să crească. În acest moment curentul electric prin bobină este nul. Astfel, pentru constanta de integrare obținem valoarea $C=1$. Prin urmare, vom avea

$$\frac{i}{y} = \frac{2U_0}{\mu_0 w^2 A_y \omega} (1 - \cos \omega t)$$

iar expresia forței P devine:

$$P = \frac{1}{2} \frac{\partial L}{\partial x} i^2 = \frac{1}{4} \mu_0 w^2 A_y \left(\frac{i}{y} \right)^2 = P_0 (3 - 4 \cos \omega t + \cos 2\omega t) \quad (2.5)$$

unde $p_0 = \frac{U_0^2}{2\mu_0 w^2 A_y \omega^2}$. Se vede din (2.5) că forța are o componentă continuă și

două componente armonice dintre care una are pulsațiile tensiunii de alimentare. Introducând forța P din (2.5) în ecuația diferențială (2.3) se obține:

$$m \ddot{x} + kx = -kx_0 - mg + P_0 (3 - 4 \cos \omega t + \cos 2\omega t) \quad (2.6)$$

Introducem următoarele mărimi unidimensionale:

$$\tau = \omega t, \quad z = \frac{m}{P_0} \omega_n^2 x, \quad p = 3 - \frac{kx_0 + mg}{P_0}, \quad \eta = \frac{\omega_n}{\omega}, \quad \left(\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \right) \quad (2.7)$$

cu care ecuația diferențială (2.6) devine:

$$z'' + \eta^2 z = \eta^2 (p - 4 \cos \tau + \cos 2\tau) \quad (2.8)$$

2.2. Determinarea ecuațiilor de mișcare și a condițiilor de periodicitate -55

Ecuția (2.8) fiind de forma (1.8), vom putea folosi rezultatele din capitolul 1. Soluția generală a ecuației (2.8) este:

$$z = C_1 \cos \eta(\tau - \tau_i) + C_2 \sin \eta(\tau - \tau_i) + p + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau + \frac{\eta^2}{\eta^2-4} \cos 2\tau$$

Constantele de integrare C_1 și C_2 se determină din condițiile inițiale:

$$\tau = \tau_i, z = 0, z' = Ru_i \quad (2.9)$$

care sunt analoge cu (1.9)

Legea mișcării și viteza devin:

$$z = -\left(p + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau_i + \frac{\eta^2}{\eta^2-4} \cos 2\tau_i\right) \cos \eta(\tau - \tau_i) + \frac{1}{\eta} \left(Ru_i + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau_i + \frac{2\eta^2}{\eta^2-4} \sin 2\tau_i\right) \sin \eta(\tau - \tau_i) \quad (2.10)$$

$$+ p + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau + \frac{\eta^2}{\eta^2-4} \cos 2\tau$$

$$z' = \eta \left(p + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau_i + \frac{\eta^2}{\eta^2-4} \cos 2\tau_i\right) \sin \eta(\tau - \tau_i) +$$

$$\frac{1}{\eta} \left(Ru_i + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \sin \tau_i + \frac{2\eta^2}{\eta^2-4} \sin 2\tau_i\right) \cos \eta(\tau - \tau_i) \quad (2.11)$$

$$- \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \sin \tau - \frac{\eta^2}{\eta^2-4} \sin 2\tau$$

Pentru existența mișcărilor periodice cu perioada $2\pi n$ va trebui să avem:

$$\tau = \tau_{i+1} = \tau_i + 2\pi n, z = 0, z' = -u_{i+1} = -u_i \quad (2.12)$$

Condițiile (2.12) sunt echivalente cu (1.10) și (1.11) din capitolul 1. Înlocuind aceste condiții în (2.10) și (2.11) și rezolvând sistemul astfel obținut, rezultă:

$$p + \frac{4\eta^2}{1-\eta^2} \cos \tau_i + \frac{\eta^2}{\eta^2-4} \cos 2\tau_i = -2\eta \frac{1+R}{1-R} \operatorname{ctg} \pi n \eta \left(\frac{2}{1-\eta^2} \sin \tau_i + \frac{1}{\eta^2-4} \sin 2\tau_i \right) \quad 2.13$$

$$u_i = \frac{4\eta^2}{1-R} \left(\frac{2}{1-\eta^2} \sin \tau_i + \frac{1}{\eta^2-4} \sin 2\tau_i \right) \quad (2.14)$$

Ecuția (2.13) determină momentul ciocnirii τ_i , iar din ecuația (2.14) rezultă viteza de ciocnire în funcție de τ_i .

2.3. Studiul stabilității mișcărilor periodice

Ecuția diferențială (2.8) fiind de forma (1.8), ecuația caracteristică poate fi dedusă direct din (1.24), în care $f(\tau_i)$ se înlocuiește cu valoarea expresiei scrise în paranteză din membrul drept al ecuației (2.8) pentru $\tau = \tau_i$, iar $d = 0$. Avem deci:

$$\beta^2 + \left[2R \cos 2\pi n \eta + \frac{\eta(1+R)}{u_i} (p - 4 \cos \tau_i + \cos 2\tau_i) \sin 2\pi n \eta \right] \beta + R^2 = 0 \quad (2.15)$$

Această ecuație are rădăcini în modul subunitare dacă sunt verificate inegalitățile

$$-1 < \frac{2R \cos 2\pi n \eta + \frac{\eta(1+R)}{u_i} (p - 4 \cos \tau_i + \cos 2\tau_i) \sin 2\pi n \eta}{1 + R^2} < 1 \quad (2.16)$$

Pentru a determina valorile parametrilor sistemului pentru care corespund mișcări periodice stabile putem proceda în felul următor: parametrii η, R, n având valori date, ecuația (2.13) determină pe p în funcție de τ_i . Funcția $p = p(\tau_i)$ este periodică cu perioada 2π . Dacă în inegalitățile (2.16) luăm egalități în loc de inegalități, obținem alte două funcții

$$p = \frac{1 + R^2 - 2R \cos 2\pi n \eta}{(1 + R) \sin 2\pi n \eta} \cdot \frac{u_i}{\eta} + 4 \cos \tau_i - \cos 2\tau_i \quad (2.17)$$

$$p = -\frac{1 + R^2 + 2R \cos 2\pi n \eta}{(1 + R) \sin 2\pi n \eta} \cdot \frac{u_i}{\eta} + 4 \cos \tau_i - \cos 2\tau_i \quad (2.18)$$

Ecuțiile (2.13) se reprezintă în planul (τ_i, p) printr-o curbă, funcțiile (2.17), (2.18) prin alte două curbe care intersectează prima și separă astfel domeniul de stabilitate.

În figura 2.2 s-au reprezentat cele trei curbe pentru $\eta=0,8; R=0,6; n=1$, iar în figura 2.3 pentru $\eta=0,8; R=0,6; n=2$. Domeniile de instabilitate sunt hașurate.

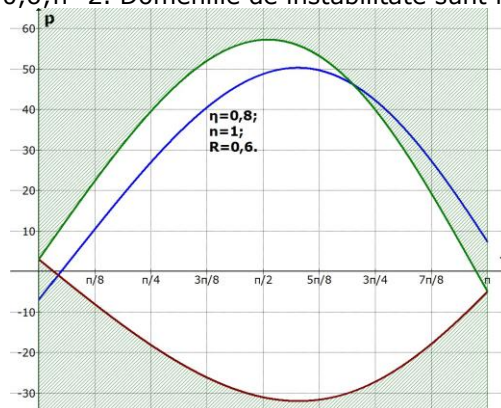


Fig. 2.2

3. SISTEME VIBROPERCUTANTE FĂRĂ LEGĂTURI ELASTICE

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă

3.1.1. Mișcări vibropercutante produse de o forță de excitație periodică

Modelul mecanic al unui sistem vibropercutant cu un grad de libertate, având o cuplă percutantă și limitator rigid, este arătat în figura 3.1.

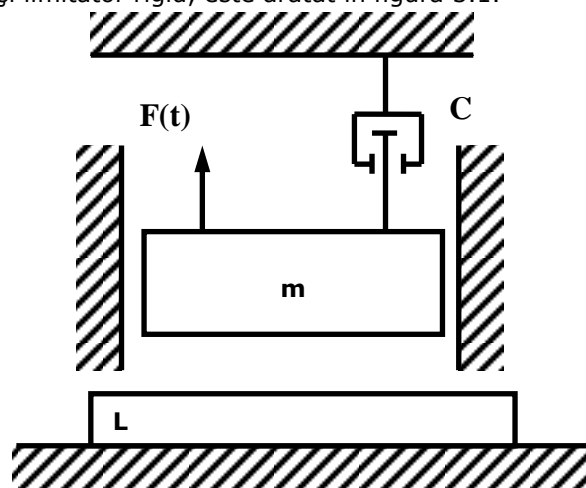


Fig. 3.1

Corpul rigid de masă m sub acțiunea forței de excitație periodice $F(t)$ efectuează mișcare vibratorie pe verticală ciocnindu-se periodic de limitatorul fix L . La asemenea model mecanic conduce printre altele studiul unor mașini de îndesare și a unor ciocane mecanice neprevăzute cu arcuri.

Pentru cazul în care forța $F(t)$ este armonică și nu se disipează energie în sistem decât în ciocniri, studiul modelului din figura 3.1 a fost efectuat în lucrarea [11].

În continuare vom studia mișcările periodice ale sistemului din figura 3.1 considerând că $F(t)$ este o forță periodică oarecare de perioadă T cum apare în multe aplicații și că masa m întâmpină în mișcarea ei o forță rezistentă de natură vâscoasă caracterizată prin coeficientul c .

Coordonata x a masei m o vom măsura de la limitator, sensul pozitiv fiind în sus. Ecuația diferențială a mișcării m între două ciocniri consecutive este:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} = -mg + F(t) \quad (3.1)$$

Forța $F(t)$ o scriem sub forma :

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă -61

$$F(t) = F_0 \bullet f(\omega t); \omega = \frac{2\pi}{3} \quad (3.2)$$

unde F_0 reprezintă valoarea maximă a forței, iar $f(\omega t)$ este o funcție adimensională periodică de perioadă T .

Introducând variabilele unidimensionale:

$$\tau = \omega t; \quad z = \frac{m\omega^2}{F_0} x \quad (3.3)$$

și parametrii adimensionali

$$p = \frac{mg}{F_0}; \quad \lambda = \frac{c}{m\omega} \quad (3.4)$$

Ecuția diferențială (3.1) devine

$$z'' + \lambda z' = -p + f(\tau) \quad (3.5)$$

Vom nota, ca în capitolul 1, prin τ_i, τ_{i+1} momentele ciocnirilor de ordinul i și $i+1$, prin $-u_i, -u_{i+1}$ vitezele dinaintea acestor ciocniri. Astfel, condițiile inițiale și finale ale mișcării între cele două ciocniri sunt:

$$\tau = \tau_i, \quad z = 0, \quad z' = Ru_i \quad (3.6)$$

$$\tau = \tau_{i+1}, \quad z = 0, \quad z' = -u_{i+1} \quad (3.7)$$

Iar condițiile de periodicitate sunt identice cu (1.11):

$$u_{i+1} = u_i, \quad \tau_{i+1} = \tau_i + 2n\pi \quad (3.8)$$

Legea mișcării între cele două ciocniri, soluția ecuației diferențiale (3.5) ținând seama de condițiile inițiale (3.6) este:

$$z = \left(\frac{p}{\lambda} + Ru_i \right) \frac{1}{\lambda} \left[1 - e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} \right] - \frac{p}{\lambda} (\tau - \tau_i) + \frac{1}{\lambda} \int_{\tau_i}^{\tau} f(\tau) d\tau - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} \int_{\tau_i}^{\tau} e^{\lambda\tau} f(\tau) d\tau \quad (3.9)$$

iar viteza:

$$z' = \left(\frac{p}{\lambda} + Ru_i \right) e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} - \frac{p}{\lambda} + e^{-\lambda\tau} \int_{\tau_i}^{\tau} e^{\lambda\tau} f(\tau) d\tau \quad (3.10)$$

Înlocuind în ecuațiile (3.9) și (3.10) condițiile (3.7) rezultă:

$$\left(\frac{p}{\lambda} + Ru_i \right) \frac{1}{\lambda} \left[1 - e^{-\lambda(\tau_{i+1} - \tau_i)} \right] - \frac{p}{\lambda} (\tau_{i+1} - \tau_i) + \frac{1}{\lambda} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} f(\tau) d\tau - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda\tau} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} e^{\lambda\tau} f(\tau) d\tau = 0 \quad (3.11)$$

62-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

$$u_{i+1} + \left(\frac{p}{\lambda} + Ru_i \right) e^{-\lambda(\tau_{i+1}-\tau_i)} - \frac{p}{\lambda} + e^{-\lambda\tau_{i+1}} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} e^{\lambda\tau} f(\tau) d\tau \quad (3.12)$$

Pentru a găsi momentele τ_i ale ciocnirilor periodice și viteza de ciocniri u_i înlocuim condițiile de periodicitate (3.8) în ecuațiile (3.11) și (3.12). Din sistemul astfel obținut rezultă

$$e^{-\lambda\tau_i} \int_{\tau_i}^{\tau_{i+a}} e^{\lambda\tau} f(\tau) d\tau = \frac{p}{\lambda} (e^{\lambda a} - 1) - \frac{e^{\lambda a} + R}{1+R} \left[pa - \int_{\tau_i}^{\tau_{i+a}} f(\tau) d\tau \right] \quad (3.13)$$

$$u_i = \frac{1}{1+R} \left[pa - \int_{\tau_i}^{\tau_{i+a}} f(\tau) d\tau \right] \quad (3.14)$$

unde s-a folosit notația $a=2\pi n$.

Se constată că valoarea vitezei de ciocnire (3.14) nu depinde de amortizare. Deoarece funcția $f(\tau)$ este periodică de perioadă 2π , avem:

$$\int_{\tau_i}^{\tau_{i+a}} f(\tau) d\tau = \int_0^a f(\tau) d\tau \quad (3.14')$$

Dacă valoarea medie a forței este nulă,, viteza de ciocnire nu depinde nici de forma funcției $f(\tau)$.

Pentru studiul stabilității mișcărilor periodice aplicăm metoda transformărilor punctuale. Plecând de la ecuațiile (3.11), (3.12), ecuația caracteristică (1.23), după efectuarea calculelor, devine:

$$\beta^2 + \left[R(1+e^{\lambda a}) - \frac{p-f(\tau_i)}{\lambda u_i} (1+e^{\lambda a})(1+R) \right] \beta + R^2 e^{-\lambda a} = 0 \quad (3.15)$$

Mișcarea periodică este stabilă dacă rădăcinile acestei ecuații sunt subunitare în modul, pentru care trebuie verificate condițiile lui Schur [43]

$$R^2 e^{-\lambda a} < 1 \quad (3.16)$$

$$-1 < \frac{R(1+e^{-\lambda a}) - \frac{p-f(\tau_i)}{\lambda u_i} (1-e^{-\lambda a})(1+R)}{1+R^2 e^{-\lambda a}} < 1 \quad (3.17)$$

Sau:

$$R < e^{\frac{\lambda a}{2}} \quad (3.18)$$

$$p - \frac{\lambda u_i (1 + R e^{-\lambda a})}{1 - e^{-\lambda a}} < f(\tau_i) < p + \frac{\lambda u_i (1 - R)(1 - R e^{-\lambda a})}{(1 + R)(1 - R e^{-\lambda a})} \quad (3.19)$$

Dacă $\lambda \neq 0$, condiția (3.18) este verificată totdeauna chiar și în cazul ciocnirii perfect elastice ($R=1$). Urmează să se cerceteze condiția a doua.

Pe baza rezultatelor obținute în cazul general vom analiza cazul excitației armonice, când:

$$f(\tau) = \cos \tau \quad (3.20)$$

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă -63

In acest caz legea mișcării (3.9) și viteza (3.10) vor fi :

$$z = \left(\frac{P}{\lambda} + Ru_i \right) \frac{1}{\lambda} \left[1 - e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} \right] - \frac{P}{\lambda} (\tau - \tau_i) + \frac{\lambda}{1 + \lambda} \sin \tau - \frac{1}{1 + \lambda^2} \cos \tau + \frac{1}{\lambda(1 + \lambda^2)} (\sin \tau_i + \lambda \cos \tau_i) e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} - \frac{1}{\lambda} \sin \tau_i \quad (3.21)$$

$$z' = \left(\frac{P}{\lambda} + Ru_i \right) e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} - \frac{P}{\lambda} + \frac{1}{1 + \lambda^2} (\sin \tau_i + \lambda \cos \tau_i) + \frac{1}{(1 + \lambda^2)} (\sin \tau_i + \lambda \cos \tau_i) e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} \quad (3.22)$$

Iar ecuațiile (3.13) și (3.14) devin:

$$p = \frac{\sin \tau_i + \lambda \cos \tau_i}{a \cdot \frac{1 + \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1 + R} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\lambda a}} - \frac{1}{\lambda}} \quad (3.23)$$

$$u_i = \frac{pa}{1 + R} \quad (3.24)$$

Valoarea vitezei de ciocnire în mișcarea periodică (3.24) depinde numai de amplitudinea forței de excitație. Ecuația (3.23) determină momentele τ_i ale ciocnirilor periodice. Condițiile de stabilitate (3.19) devin

$$p \left(1 - \frac{\lambda a}{1 + R} \cdot \frac{1 + \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1 - e^{-\lambda a}} \right) < \cos \tau_i < p \left[1 + \lambda a \frac{1 - R}{(1 + R)^2} \cdot \frac{1 - \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1 - e^{-\lambda a}} \right] \quad (3.25)$$

fiind echivalente cu următoarele inegalități

$$p > \frac{\cos \tau_i}{1 - \frac{\lambda a}{1 + R} \cdot \frac{1 + \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1 - e^{-\lambda a}}} \quad (3.26)$$

$$p > \frac{\cos \tau_i}{1 + \lambda a \frac{1 - R}{(1 + R)^2} \cdot \frac{1 + \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1 - e^{-\lambda a}}} \quad (3.27)$$

Pe baza ecuației (3.23) și a condițiilor (3.26),(3.27) se pot determina domeniile mișcărilor periodice stabile. Vom considera originea timpului ($\tau = 0$) începutul perioadei forței în care are loc ciocnirea de ordinul i . Dacă parametrii R , $a(n)$ și λ sunt dați, momentul ciocnirii, ce se determină din ecuația (3.23) depinde de valoarea lui p . Cum însă p este pozitiv, τ_i nu poate lua orice valoare. Din (3.23) rezultă $p = 0$ pentru valorile lui τ_i date de ecuația

$$\operatorname{tg} \tau_i = -\lambda \quad (3.28)$$

In intervalul $(0, 2\pi)$ ecuația (3.28) are două rădăcini, una în cadranul doi al cercului trigonometric și una în cadranul patru. Se poate arăta ușor că din (3.23) rezultă

64-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

pentru p valori pozitive pentru valorile lui τ_i cuprinse între cele două rădăcini. In acest interval funcția are un maxim pentru τ_i dat de :

$$\operatorname{tg} \tau_i = \frac{1}{\lambda} \quad (3.29)$$

valoarea maximului fiind:

$$p_{\max} = \frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{A} \quad (3.30)$$

unde:

$$A = \frac{a}{1+R} \cdot \frac{1+\operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} \quad (3.31)$$

In figura 3.2 s-a reprezentat pe baza ecuației 3.23 $p=p(\tau_i)$ în intervalul $\tau_i \in (\pi, 2\pi)$ pentru $n=1$, $R=0,6$ și $\lambda=0,4$.

Pentru existența mișcărilor periodice este necesar ca parametrul p să fie cuprins între zero și valoarea maximă (3.31), adică să avem

$$0 < p < \frac{\sqrt{1+\lambda^2}}{A} \quad (3.32)$$

Inegalitățile (3.26),(3.27) determină luând egalități în loc de inegalități, alte două curbe care intersectează prima și astfel determină limitele între care poate să varieze parametru p, parametrii n,λ,R având anumite valori date. În figura 3.2 s-au reprezentat și aceste două curbe și zonele în care pot să apară mișcări periodice s-au hașurat.

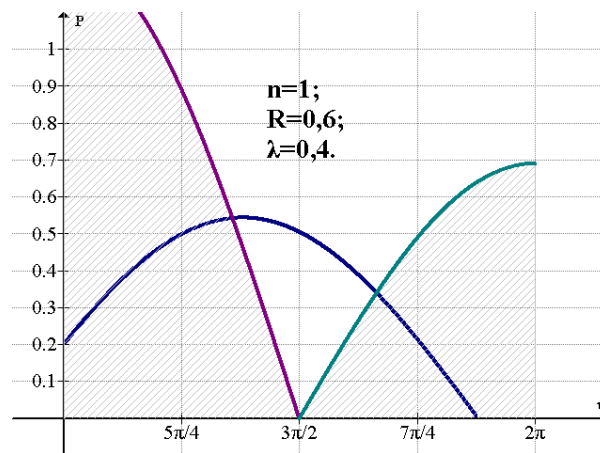


Fig. 3.2

Punctul de intersecție dintre curba $p=p(\tau_i)$ și curba determinată de ecuația (3.26) are abscisa dată de ecuația (3.29), adică este punctul de maxim. Astfel, una din condițiile de stabilitate coincide cu una din condițiile de existență ale mișcării periodice. Punctul de intersecție dintre curba $p=p(\tau_i)$ și curba ce rezultă pe baza relației (3.27) determină valoarea minimă a lui p:

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă -65

$$p_{\min} = \frac{1}{\sqrt{B^2 + (A + \lambda B)^2}} \quad (3.33)$$

unde:

$$B = 1 + \lambda a \frac{1-R}{(1+R)^2} \cdot \frac{1 - \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1 - e^{-\lambda a}} \quad (3.34)$$

Pentru existența mișcărilor periodice stabile este necesar ca parametrul p să aibă valori cuprinse între limitele (3.32) și (3.33), adică:

$$\frac{1}{\sqrt{B^2 + (A + \lambda B)^2}} < p < \frac{\sqrt{1 + \lambda^2}}{A} \quad (3.35)$$

Astfel, pentru $n=1$, $R=0,6$ și $\lambda=0,4$ se vede din figura 3.2 că valorile extreme ale parametrului p sunt 0,31 și 0,47.

Dacă amortizarea în sistem lipsește ($\lambda=0$) prin trecerea la limită din 3.35) se obține

$$\frac{(1+R)^2}{\sqrt{4(1+R^2)^2 + \pi^2 n^2 (1-R^2)^2}} < p < \frac{1}{\pi n} \frac{1+R}{1-R} \quad (3.36)$$

rezultat identic cu cel obținut în [11]. Pentru valori date ale parametrilor n, R, λ se pot determina pe baza condițiilor (3.35), (3.36) valorile extreme ale parametrului p în funcție de R și apoi se pot construi domeniile de stabilitate în planul (p, R) . În figura 3.3 sunt reprezentate domeniile de stabilitate pentru $n=1$ și $\lambda=0; 0,1; 0,4; 0,8$, în figura 3.4 pentru $n=2$; $\lambda=0; 0,1; 0,2; 0,4; 0,8$ în figura 3.5 pentru $n=3$; $\lambda=0; 0,1; 0,2; 0,4$ și $0,8$. Domeniile de stabilitate sunt hașurate.

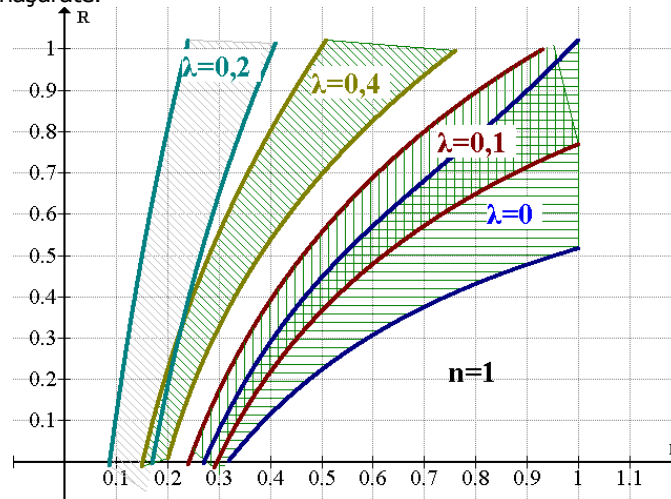


Fig. 3.3

66-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

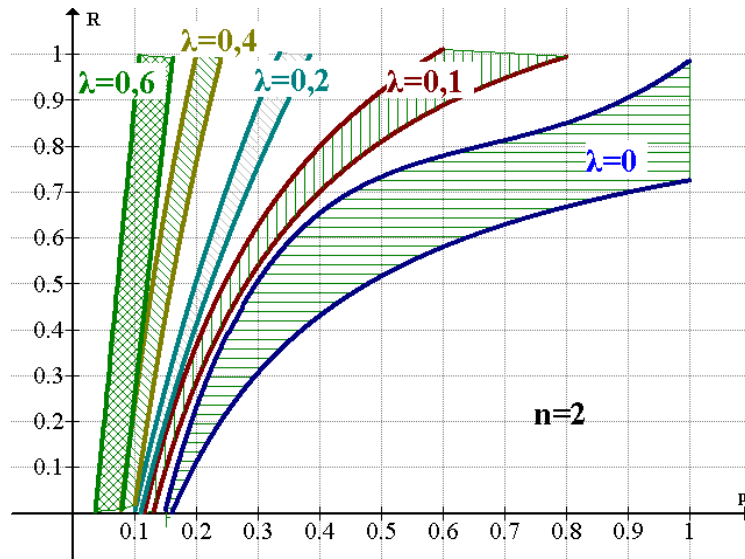


Fig. 3.4

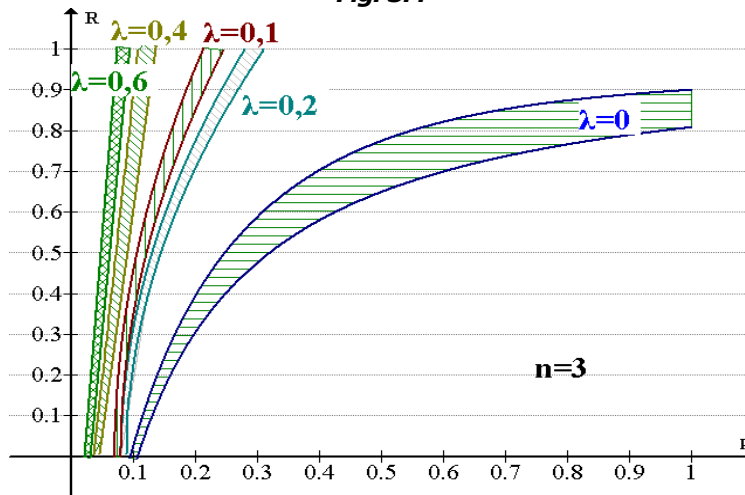


Fig. 3.5

Din diagramele obținute se vede că valoarea coeficientului de amortizare λ influențează esențial domeniile de stabilitate și anume cu creșterea lui λ limitele între care poate să varieze parametrul p , pentru un R dat, se deplasează spre valori mai mici. Acest lucru se datorează faptului că odată cu creșterea lui λ crește și disiparea de energie în sistem. O altă deosebire față de cazul $\lambda = 0$, este că în cazul $\lambda \neq 0$ există mișcări periodice stabile pentru anumite valori ale lui p și dacă ciocnirea este perfect elastică ($R=1$). influențează esențial domeniile de stabilitate și anume cu creșterea lui λ limitele între care poate să varieze parametrul p , pentru un R dat, se deplasează spre valori mai mici. Acest lucru se datorează faptului că odată cu creșterea lui λ crește și disiparea de energie în sistem. O altă deosebire față de cazul $\lambda=0$ este că în cazul $\lambda \neq 0$ există mișcări periodice stabile pentru anumite valori ale lui p și dacă ciocnirea este perfect elastică. In figurile 3.6 a,b,c s-au

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă -67

reprezentat diagramele mișcării între două ciocniri calculate pe baza ecuațiilor (3.21) și (3.23) pentru $n=1,2,3$ parametrii λ, R, p fiind aleși în așa fel încât mișcarea periodică să fie stabilă.

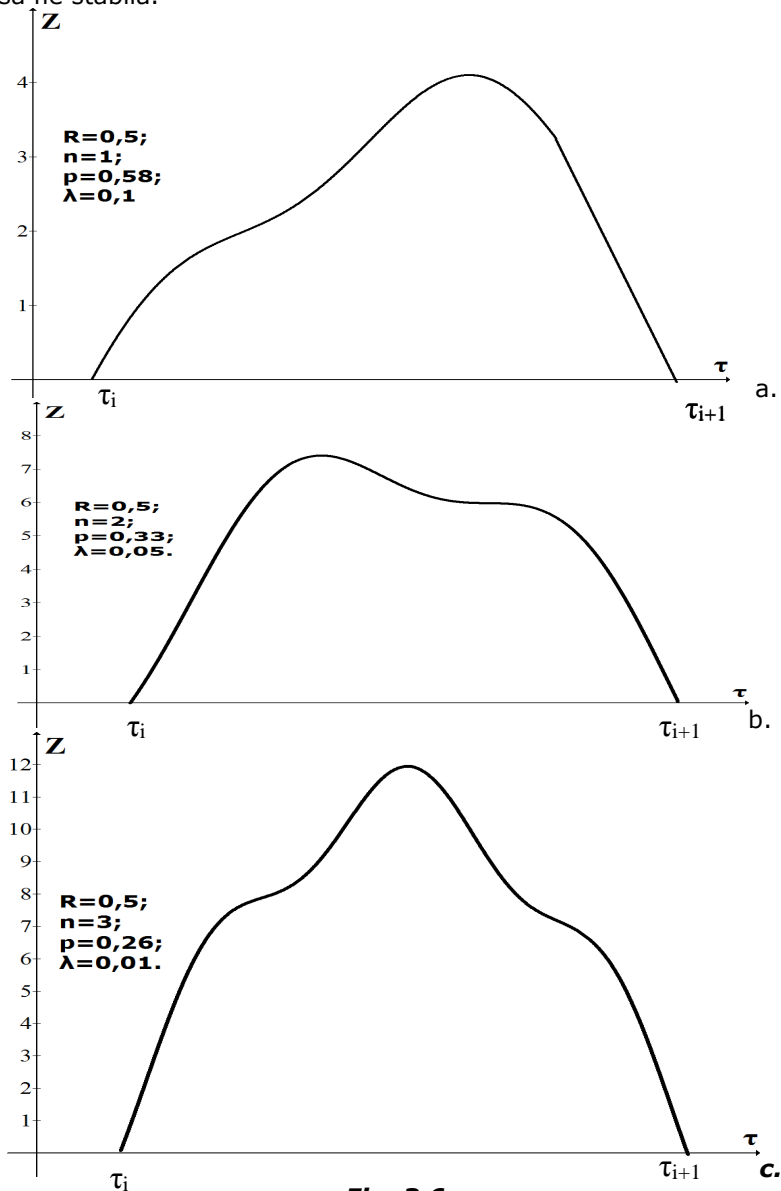


Fig. 3.6

Deoarece problema optimizării sistemelor vibropercutante fără legături elastice cu o cuplă percutantă a fost studiată în lucrările [5],[6], nu ne mai ocupăm de această problemă.

3.1.2. Încercări experimentale

Pentru a verifica rezultatele teoretice s-au făcut încercări experimentale cu un vibrator liber de masă $m=7,12\text{kg}$, ghidat să se deplaseze numai pe verticală. Forța de excitație este creată inerțial, momentul excentricului fiind $m_0e=9,32\text{ kg}\cdot\text{mm}$, ar forța maximă de excitație $F_0=m_0e\omega^2$.

Antrenarea vibratorului se face de la un motor electric cu turație variabilă. Prin modificarea vitezei unghiulare de rotație se modifică amplitudinea FQ a forței de excitație deci parametrul p și în același timp și λ . Coeficientul de restituire determinat experimental este $R \approx 0,5$.

Experiențele au arătat că numai pentru anumite valori ale vitezei unghiulare (respectiv, ale parametrilor p și λ) apar mișcări vibropercutante periodice stabile și anume pentru valorile cuprinse în domeniile de stabilitate. S-au pus în evidență mișcări periodice cu $n=1$, $n=2$ și $n=3$. În figurile 3.7,a,b,c sunt redată vibrogramele experimentale pentru trei viteze unghiulare diferite corespunzătoare frecvențelor 18, 24, 27 Hz la care s-au obținut mișcări periodice stabile cu $n = 1,2,3$.

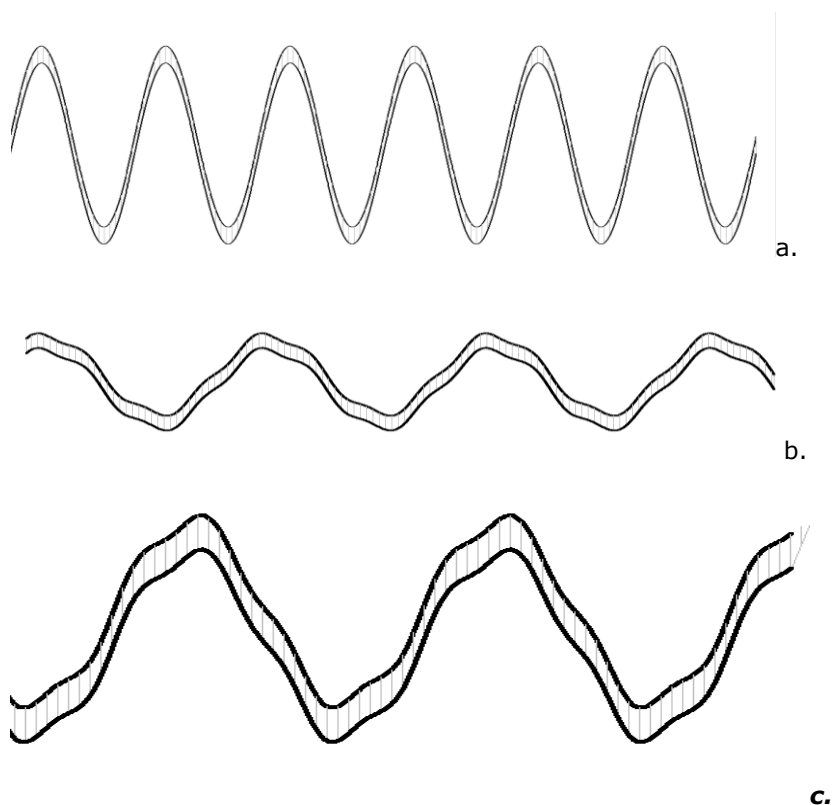


Fig. 3.7(a,b,c)

Pentru parametrul p rezultă valori egale cu cele pentru care s-au trasat curbele teoretice din fig. 3.6,a,b,c iar pentru λ valori apropiate. Se constată asemănarea vibrogramelor experimentale cu cele teoretice. În încheiere menționăm că teoretic s-a studiat cazul când există o singură ciocnire într-o perioadă a mișcării. Experiențele arată că pot să apară mișcări periodice cu mai multe ciocniri într-o

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă -69

perioadă. Astfel în figura 3.8 este redată o vibrogramă experimentală din care se vede că o perioadă a mișcării conține două ciocniri, mișcările între cele două ciocniri nefiind identice.

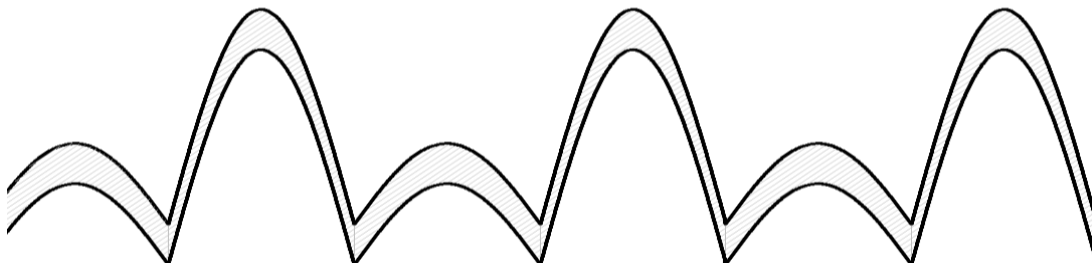


Fig. 3.8

3.1.3 Mișcări vibropercutante produse de o platformă mobilă

În figura 3.9 este reprezentat un alt model de sistem vibropercutant cu un grad de libertate format dintr-un corp liber de masă m și un limitator rigid mobil L .

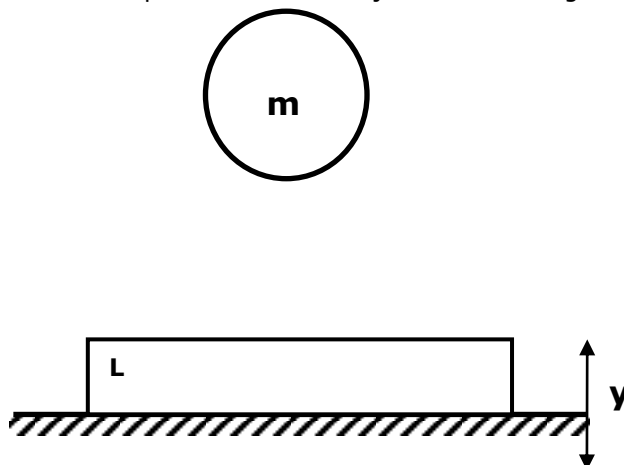


Fig. 3.9

Asemenea modele mecanice apar în cazul vibrotransportoarelor, vibroseparatoarelor [13] și a amortizoarelor de vibrații prin ciocniri [50] , [64]. În ultimul caz limitatorul este suspendat elastic și se urmărește amortizarea vibrațiilor limitatorului prin vibropercuții.

Modelul mecanic din figura 3.9 a fost studiat neținând seama de forțele de amortizare în lucrările [13],[51] în ipoteza că mișcarea limitatorului este impusă și influențată de ciocniri.

În cele ce urmează vom studia mișcările vibropercutante ale sistemului din figura 3.9 considerând că limitatorul L execută o mișcare periodică oarecare după o lege $y(t)$ dată. Se știe că funcția $y(t)$, având perioada T , este derivabilă de două ori și derivatele ei sunt tot funcții periodice cu aceeași perioadă. Limitatorul are masa mare și mișcarea lui nu este influențată de ciocniri. Masa m se mișcă într-un mediu

70-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

rezistent, forța rezistentă fiind de natură vâscoasă, caracterizată prin coeficientul c . Se va studia influența amortizării asupra mișcărilor vibropercutante periodice.

În studiul mișcării masei m va trebui să considerăm două cazuri. Dacă mișcarea limitatorului nu influențează starea mediului, forța rezistentă este proporțională cu viteza absolută de mișcare. Dacă mediul este antrenat de limitator, forța rezistentă este proporțională cu viteza relativă.

Vom studia mișcarea relativă a masei m față de limitator. Notând cu x deplasarea relativă măsurată de la limitator, cu sensul pozitiv în sus, ecuația diferențială a mișcării între două ciocniri consecutive, este

$$m\ddot{x} + c\dot{x} = -mg - c\dot{y}(t) - m\ddot{y} \quad (3.37)$$

Funcția $y(t)$ o punem sub forma:

$$y(t) = br(\omega t); \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (3.38)$$

unde b este cea mai mare valoare a funcției $y(t)$, iar $r(\omega t)$ o funcție adimensională periodică de perioadă T . Introducem următoarele mărimi adimensionale

$$\tau = \omega t; \quad z = \frac{x}{b}; \quad \lambda = \frac{c}{m\omega}; \quad p = \frac{g}{b\omega^2}. \quad (3.39)$$

cu care ecuația diferențială (3.37) devine:

$$z'' + \lambda z' = -p - \lambda r'(\tau) - r''(\tau) \quad (3.40)$$

Ecuația diferențială (3.40) este de forma ecuației (3.5) din paragraful 3.1.1 deoarece condițiile inițiale, precum și condițiile de periodicitate sunt identice în cele două cazuri, legea mișcării relative a masei m față de platformă, parametrii mișcărilor periodice și condițiile de stabilitate ale acestor mișcări se pot deduce din rezultatele obținute pe baza ecuației (3.5), dacă se ia:

$$f(\tau) = -\lambda r'(\tau) - r''(\tau) \quad (3.41)$$

Astfel, legea mișcării și viteza sunt:

$$z = \frac{p}{\lambda}(\tau - \tau_i) - [r(\tau) - r(\tau_i)] + \frac{1}{\lambda} \left[\frac{p}{\lambda} + Ru_i + r'(\tau_i) \right] \bullet [1 - e^{-\lambda(\tau - \tau_i)}] \quad (3.42)$$

$$z = -\frac{p}{\lambda} - r'(\tau) + \left[\frac{p}{\lambda} + Ru_i + r'(\tau_i) \right] \bullet e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} \quad (3.43)$$

iar ecuațiile de trecere de la ciocnirea de ordinul i la ciocnirea de ordinul $i+1$ devin:

$$\frac{p}{\lambda}(\tau_{i+1} - \tau_i) - [r(\tau_{i+1}) - r(\tau_i)] + \frac{1}{\lambda} \left[\frac{p}{\lambda} + Ru_i + r'(\tau_i) \right] \bullet [1 - e^{-\lambda(\tau_{i+1} - \tau_i)}] = 0 \quad (3.44)$$

$$u_{i+1} - \frac{p}{\lambda} - r'(\tau_{i+1}) + \left[\frac{p}{\lambda} + Ru_i + r'(\tau_i) \right] \bullet e^{-\lambda(\tau_{i+1} - \tau_i)} = 0 \quad (3.45)$$

Înlocuind condițiile de periodicitate (3.8) în ecuațiile (3.44), (3.45) se obține un sistem de două ecuații cu necunoscutele τ_i și u_i din care rezultă:

$$u_i = \frac{pa}{1+R} \quad (3.46)$$

3.1. Sisteme vibropercutante cu o cuplă percutantă -71

$$r'(\tau_i) = p \left(\frac{a}{1+R} \cdot \frac{1+Re^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (3.47)$$

Se vede din (3.46) că viteza de ciocnire nu depinde de forma funcției de excitație, numai de perioada și valoarea ei maximă și de asemenea este independentă de amortizare. Ecuația (3.47) determină momentele τ_i ale ciocnirilor periodice.

Studiul stabilității mișcărilor periodice se poate face ca în paragraful 3.1.1. Ecuația caracteristică însă poate dedusă direct din (3.15) ținând seama de (3.41), (3.46) și (3.47) :

$$\beta^2 - \left[1 + R^2 e^{-\lambda a} + \frac{(1+R)^2 (1-e^{-\lambda a})}{p\lambda a} r''(\tau_i) \right] \beta + R^2 e^{-\lambda a} = 0 \quad (3.48)$$

Această ecuație are rădăcini în modul subunitare, dacă sunt verificate condițiile

$$\begin{aligned} R^2 e^{-\lambda a} < 1 & \quad (3.49) \\ -\frac{2p\lambda a(1+R^2 e^{-\lambda a})}{(1+R)^2 (1-e^{-\lambda a})} < n''(\tau_i) < 0 & \quad (3.50) \end{aligned}$$

Dacă platforma mobilă execută o mișcare oscilatorie armonică după legea $r = \cos \tau$, viteza de ciocnire se determină tot cu relația (3.46), iar ecuația (3.47) și condițiile (3.50) devin:

$$\sin \tau_i = -p \left(\frac{a}{1+R} \cdot \frac{1+Re^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (3.51)$$

$$\frac{2p\lambda a(1+R^2 e^{-\lambda a})}{(1+R)^2 (1-e^{-\lambda a})} > \cos \tau_i > 0 \quad (3.52)$$

Pentru ca din ecuația (3.51) să rezulte pentru τ_i valori reale care satisfac condițiile (3.52) este necesar ca parametrul p să aibă valori cuprinse între anumite limite. Astfel condițiile de existență și de stabilitate ale mișcărilor periodice pot fi scrise sub forma:

$$\left\{ \left[\frac{2\lambda a(1+R^2 e^{-\lambda a})}{(1+R)(1-e^{-\lambda a})} \right]^2 + \left(\frac{a}{1+R} \cdot \frac{1+R^2 e^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} - \frac{1}{\lambda} \right) \right\}^{-\frac{1}{2}} < p < \left(\frac{a}{1+R} \cdot \frac{1+R^2 e^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} - \frac{1}{\lambda} \right)^{-1} \quad (3.53)$$

În cazul când forța de amortizare este neglijabilă ($\lambda=0$) prin trecere la limită condițiile (3.53) devin

$$\frac{2(1+R)^2}{\sqrt{16(1+R^2)^2 + a^2(1-R^2)^2}} < p < \frac{2}{a} \cdot \frac{1+R}{1-R} \quad (3.54)$$

care sunt identice cu (3.36)

În fig.3.10 sunt reprezentate domeniile mișcărilor periodice stabile în planul (p,R) pentru $n=1$ ($a=2\pi$) și $\lambda=0; 0,1; 0,4; 0,8$. Se vede că și în acest caz domeniile de stabilite depind în mare măsură de valoarea coeficientului λ . Pentru $\lambda=0$ se obține același domeniu de stabilitate ca în cazul mișcărilor produse de o forță de excitație armonică (fig.3.3).

72-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

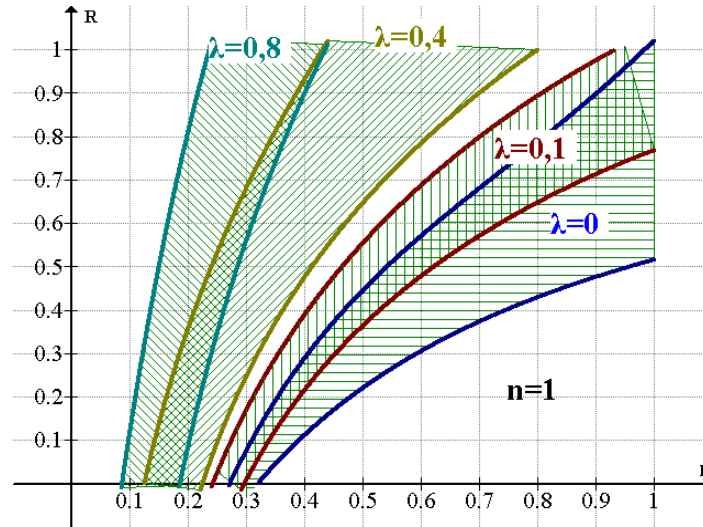


Fig. 3.10

În determinarea domeniilor mișcărilor periodice stabile s-a luat în considerare că între două ciocniri masa percutantă să nu ajungă pe limitator. Din condiția ca minimumul funcției $z(\tau)$ în intervalul (τ_i, τ_{i+a}) să fie mai mare sau la limită egal cu zero, rezultă ecuații relativ complicate, însă calculul numeric efectuat cu calculatorul electronic pe baza legilor de mișcare a arătat că din cauza condiției susmenționate se introduc corecții neesențiale, care nici nu se pot pune în evidență pe desen, pentru valori mici ale coeficientului de restituire.

Dacă forța de rezistență este proporțională cu viteza relativă, ecuația diferențială a mișcării, scrisă cu ajutorul mărimilor adimensionale (3.39) este :

$$z'' + \lambda z' = -p - r''(\tau) \quad (3.55)$$

fiind de aceeași formă cu (3.5).

Astfel luând:

$$f(\tau) = -r''(\tau)$$

se pot deduce concluziile privind mișcările periodice stabile pe baza rezultatelor obținute în paragraful 3.1.1 [88].

Problema determinării legii de mișcare optime a platformei mobile a fost studiată în lucrarea [51].

3.2. SISTEME VIBROPERCUTANTE CU DOUĂ CUPLE PERCUTANTE

3.2.1. Mișcări periodice simetrice produse de o excitație periodică oarecare și de o excitație armonică

Studiul unor mecanisme ce conțin jocuri, cum ar fi transmisiile roți dințate, unele mecanisme vibrotransportoare, mecanismele de tip releu folosite în special în sistemele de reglare automată, etc. conduce la un model mecanic cu două cuple percutante. Un asemenea model mecanic este reprezentat în figura 3.11. Corpul de masă m , sub acțiunea forței periodice $F(t)$ execută mișcări vibratorii și se ciocnește la capetele cursei cu limitatoare rigide fixe.

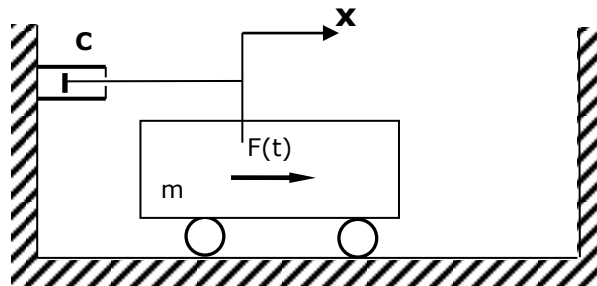


Fig. 3.11

În fig.3.12 este reprezentat un model mecanic, la care sursa de excitație este mișcarea periodică a limitatorului după o lege periodică $y=y(t)$ dată.

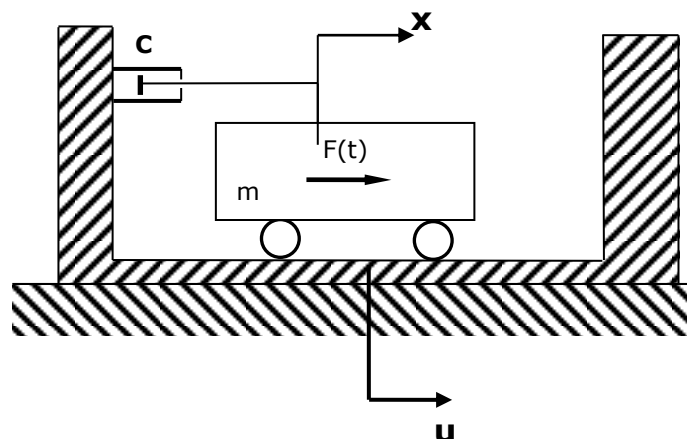


Fig. 3.12

Cele două modele mecanice conduc la ecuații diferențiale de aceeași formă, astfel încât studiul lor se face analog. Pentru cazul excitației armonice studiul a fost făcut

74-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

în lucrările [16] , [17] , și [26]. În două din aceste lucrări se neglijează toate frecările, iar într-una se consideră că există o forță de frecare uscată. În cele ce urmează vom considera, mai general, că excitația este periodică oarecare, de perioadă T , iar masa m întâmpină în mișcarea sa o forță de rezistență de natură vâscoasă, caracterizată prin coeficientul c . Coordonata x a masei m se va măsura de la mijlocul distanței dintre cele două limitatoare, sensul pozitiv fiind spre dreapta. Jocul total se va nota cu $2d$. Vom căuta mișcările periodice simetrice având traiectoria de fază reprezentată în fig.3.13.

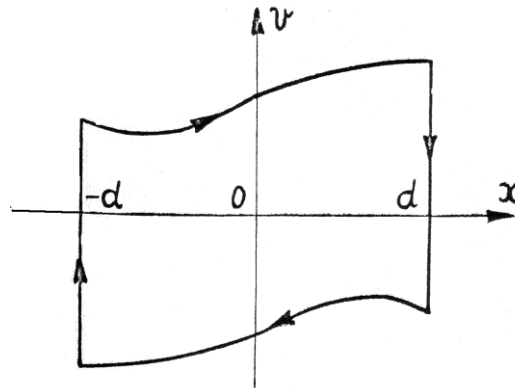


Fig. 3.13

Ca să apară asemenea mișcări este necesar ca funcțiile $F(t)$ și $y(t)$ să verifice relațiile:

$$F\left(t + \frac{T}{2}\right) = -F(t); \quad y\left(t + \frac{T}{2}\right) = -y(t) \quad (3.56)$$

Datorită simetriei este suficient să se studieze mișcarea numai într-o semiperioadă. Se va considera semiperioada în care mișcarea se face spre dreapta.

Scriind funcția $F(t)$ sub forma (3.2) și folosind notațiile (3.3),(3.4) ecuația diferențială a mișcării masei din fig.3.11. între două ciocniri consecutive, scrisă cu mărimi adimensionale este:

$$z'' + \lambda z' = f(\tau) \quad (3.57)$$

Să examinăm acum condițiile inițiale și finale ale scării între ciocnirile de ordinul i și $i+1$. Fie τ_i momentul care are loc ciocnirea de ordinul i cu limitatorul din stânga și

$-u_i$ ($u_i > 0$) viteza înaintea acestei ciocniri, iar τ_{i+1} momentul ciocnirii de ordinul $i+1$ cu limitatorul din dreapta și viteza înaintea ciocnirii. Ca să apară mișcări periodice simetrice este necesar ca durata mișcării dintre cele două ciocniri să fie un multiplu impar al semiperioadei forței de excitație $F(t)$, iar viteza u_{i+1} de la sfârșitul mișcării să fie egală cu u_i . Astfel condițiile inițiale și finale ale mișcării studiate sunt

$$\tau = \tau_i; \quad z = -\delta; \quad \left(\delta = \frac{m\omega^2}{F_0} d \right); \quad u = z' = Ru_i. \quad (3.58)$$

$$\tau = \tau_{i+1} = \tau_i + (2n+1)\pi; \quad z = \delta; \quad u = u_i = u_{i+1}. \quad (3.59)$$

Legea mișcării între două ciocniri consecutive, soluția ecuației diferențiale (3.57) ținând seama de condițiile inițiale (3.58) este:

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -75

$$z = -\delta + \frac{1}{\lambda} R u_i \left[1 - e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} + \frac{1}{\lambda} \int_{\tau_i}^{\tau} [1 - e^{\lambda(\theta - \tau)}] f(\theta) d\theta \right] \quad (3.60)$$

iar viteza:

$$u = z' = R u_i e^{-\lambda(\tau - \tau_i)} + \int_{\tau_i}^{\tau} e^{\lambda(\theta - \tau)} f(\theta) d\theta \quad (3.61)$$

Înlocuind în ecuațiile (3.60) și (3.61) condițiile finale (3.59) care reprezintă și condițiile de periodicitate, se obține un sistem de două ecuații cu două necunoscute τ_i și u_i :

$$2\delta = \frac{1}{\lambda} R u_i (1 - e^{-\lambda a}) + \frac{1}{\lambda} \int_{\tau_i}^{\tau_i + a} [1 - e^{\lambda(\tau - \tau_i)}] f(\tau) d\tau \quad (3.62)$$

$$u_i = R u_i e^{-\lambda a} + \int_{\tau_i}^{\tau_i + a} e^{\lambda(\tau - \tau_i - a)} f(\tau) d\tau \quad (3.63)$$

unde s-a făcut notația $a = (2n+1)\pi$.

Prin rezolvarea sistemului (3.62),(3.63) se obține:

$$\delta = \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{1-R}{1 - \operatorname{Re}^{-\lambda a}} \int_{\tau_i}^{\tau_i + a} \left[\frac{1 - \operatorname{Re}^{-\lambda a}}{1-R} - e^{\lambda(\tau - \tau_i - a)} \right] f(\tau) d\tau \quad (3.64)$$

$$u_i = \frac{1}{1-R} \left[\int_{\tau_i}^{\tau_i + a} f(\tau) d\tau - 2\delta\lambda \right] = \frac{1}{1 - \operatorname{Re}^{-\lambda a}} \int_{\tau_i}^{\tau_i + a} e^{\lambda(\tau - \tau_i - a)} f(\tau) d\tau \quad (3.65)$$

Ecuația (3.64) determină momentele τ_i , iar ecuația (3.65) viteza u_i corespunzătoare mișcărilor periodice.

Dacă forța de rezistență este neglijabilă ($\lambda=0$) ecuațiile (3.64),(3.65) pentru determinarea parametrilor mișcărilor periodice vor fi:

$$\delta = -\frac{1}{2} \int_{\tau_i}^{\tau_i + a} \left[\tau - \tau_i - \frac{a}{1-R} \right] f(\tau) d\tau \quad (3.64')$$

$$u_i = \frac{1}{1-R} \int_{\tau_i}^{\tau_i + a} f(\tau) d\tau \quad (3.65')$$

Pentru existența mișcărilor periodice cu perioada $(2n+1)\pi=a$ este necesar ca din ecuația (3.64) să rezulte valori reale pentru τ_i , iar din (3.65) valoarea pozitivă pentru u_i .

De asemenea este necesar să se aleagă parametrii sistemului în așa fel ca intervalul $(\tau_i, \tau_i + a)$ să nu se producă ciocniri. Pentru aceasta maximul funcției $z(\tau)$ în intervalul $(\tau_i, \tau_i + a)$ trebuie să fie mai mic ca δ , iar minimul mai mare ca $-\delta$.

76-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

La limită trebuie să avem:

$$\begin{aligned} z(\tau_1^*) &= \delta; \quad z'(\tau_1^*) = 0; \quad z''(\tau_1^*) < 0; \quad \tau_1^* \in (\tau_i, \tau_{i+a}) \\ z(\tau_2^*) &= -\delta; \quad z'(\tau_2^*) = 0; \quad z''(\tau_2^*) > 0; \quad \tau_2^* \in (\tau_i, \tau_{i+a}) \end{aligned} \quad (3.66)$$

unde $\gamma_1 = \tau_1^* - \tau_i$.

Înlocuind primele condiții (3.66) în ecuațiile (3.60),(3.61) și rezolvând sistemul de ecuații ce se obține, rezultă:

$$\begin{aligned} \delta &= \frac{1}{2\lambda} \int_{\tau_i}^{\tau_i+\gamma_1} [1 - e^{\lambda(\tau-\tau_i)}] f(\tau) d\tau \\ u_i &= -\frac{1}{R} \int_{\tau_i}^{\tau_i+\gamma_1} e^{\lambda(\tau-\tau_i)} f(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.67)$$

unde $\gamma_1 = \tau_1^* - \tau_i$. Din ecuația a doua se determină valorile lui γ_1 , iar apoi din prima valorile limită ale lui δ . Înlocuind în (3.60), (3.61) celelalte condiții (3.66) se obține sistemul:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\lambda} \int_{\tau_i}^{\tau_i+\gamma_2} [1 - e^{\lambda(\tau-\tau_i)}] f(\tau) d\tau &= 0 \\ u_i &= -\frac{1}{R} \int_{\tau_i}^{\tau_i+\gamma_2} e^{\lambda(\tau-\tau_i)} f(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.68)$$

unde $\gamma_2 = \tau_2^* - \tau_i$.

Din sistemul (3.68) rezultă necunoscutele γ_2 și τ_i , iar din (3.64) δ în funcție de τ_i .

Studiul stabilității mișcărilor în vom face cu ajutorul perturbațiilor. Se consideră că mărimile ce caracterizează mișcarea periodică suferă mici perturbații și se analizează comportarea acestora.

Fie $\Delta \tau_i$ și Δu_i perturbațiile lui τ_i și u_i la ciocnirea de ordinul i , iar $\Delta \tau_{i+1}$ și Δu_{i+1} la ciocnirea de ordinul $i+1$. Condițiile inițiale și finale ale mișcării perturbate vor fi acum:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_i + \Delta \tau_i; \quad z = -\delta; \quad u = z' = R(u_i + \Delta u_i) \\ \tau &= \tau_{i+1} + \Delta \tau_{i+1} = \tau_i + a + \Delta \tau_{i+1}; \quad z = \delta; \quad u = u_{i+1} + \Delta u_{i+1} = u_i + \Delta u_{i+1} \end{aligned} \quad (3.69)$$

Procedând ca mai sus, se determină constantele de integrare și apoi se obțin următoarele ecuații de legătură între perturbații:

$$\begin{aligned} 2\delta &= \frac{1}{\lambda} R(u_i + \Delta u_i) [1 - e^{-\lambda(\tau_{i+1} + \Delta \tau_{i+1} - \tau_i - \Delta \tau_i)}] + \frac{1}{\lambda} \int_{\tau_i + \Delta \tau_i}^{\tau_{i+1} + \Delta \tau_{i+1}} [1 - e^{\lambda(\tau - \tau_{i+1} - \Delta \tau_{i+1})}] f(\tau) d\tau \\ u_{i+1} + \Delta u_{i+1} &= R(u_i + \Delta u_i) e^{-\lambda(\tau_{i+1} + \Delta \tau_{i+1} - \tau_i - \Delta \tau_i)} + \int_{\tau_i + \Delta \tau_i}^{\tau_{i+1} + \Delta \tau_{i+1}} e^{\lambda(\tau - \tau_{i+1} - \Delta \tau_{i+1})} f(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.70)$$

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -77

În aceste ecuații perturbațiile se consideră mici, de aceea ele se pot liniariza. Se vor neglija termenii care conțin perturbații începând cu gradul doi. Se obține ținând seama de ecuațiile (3.62),(3.63) următorul sistem linear și omogen în perturbații

$$R(1-e^{-\lambda a})\Delta u_i + \lambda u_i \Delta \tau_{i+1} - \left[\lambda R u_i e^{-\lambda a} + f(\tau_i)(1-e^{-\lambda a}) \right] \Delta \tau_i = 0; \quad (3.71)$$

$$\Delta u_{i+1} - R e^{-\lambda a} \Delta u_i + [f(\tau_i) + \lambda u_i] \Delta \tau_{i+1} + [f(\tau_i) - \lambda R u_i] e^{-\lambda a} \Delta \tau_i = 0$$

Pentru rezolvarea sistemului (3.71) se consideră soluții de forma:

$$\Delta u_i = A \beta^i; \quad \Delta \tau_i = B \beta^i \quad (3.72)$$

și se ajunge la sistemul linear și omogen în A și B:

$$R(1-e^{-\lambda a})A + \left\{ \lambda u_i \beta - \left[\lambda R u_i e^{-\lambda a} + f(\tau_i)(1-e^{-\lambda a}) \right] \right\} B = 0; \quad (3.73)$$

$$(\beta - R e^{-\lambda a})A + \left\{ [f(\tau_i) + \lambda u_i] \beta + [f(\tau_i) - \lambda R u_i] e^{-\lambda a} \right\} B = 0$$

Pentru ca acest sistem să admită soluții nenule, trebuie ca determinantul sistemului să fie nul, ceea ce va conduce la ecuația caracteristică în β :

$$\beta^2 + \left[R(1-e^{-\lambda a}) + \frac{1}{\lambda u_i} f(\tau_i)(1-e^{-\lambda a}) \right] \beta + R^2 e^{-\lambda a} = 0 \quad (3.74)$$

Pe baza criteriului lui Schur rezultă următoarele condiții de stabilitate:

$$R^2 e^{-\lambda a} < 1 \quad (3.75)$$

$$\lambda u_i \frac{1-R}{1+R} \cdot \frac{1-Re^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} > f(\tau_i) > -\lambda u_i \frac{1+Re^{-\lambda a}}{1-e^{-\lambda a}} \quad (3.76)$$

dintre care prima este întotdeauna verificată, chiar și pentru $R=1$, dacă $\lambda \neq 0$.

Dacă forța rezistentă este neglijabilă ($\lambda=0$), condițiile (3.75),(3.76) devin:

$$R < 1 \quad (3.77)$$

$$\frac{D}{a} \cdot \frac{1-R}{1+R} > f(\tau_i) > -\frac{D}{a} \cdot \frac{1+R}{1-R} \quad (3.78)$$

unde:

$$D = \int_{\tau_i}^{\tau_{i+a}} f(\tau) d(\tau) \quad (3.79)$$

Concretizarea și valorificarea condițiilor de periodicitate și stabilitate obținute se vor face pentru cazul când forța de excitație este armonică (3.20). In acest caz legea mișcării (3.60) devine:

$$z = -\frac{1+R}{1-R} \delta - \frac{1}{\lambda} \frac{1+R}{1-R} \sin \tau_i + \frac{\lambda}{1+\lambda^2} \cos \tau - \frac{1}{1+\lambda^2} \cos \tau + \left[\frac{2R}{1-R} \delta + \frac{\lambda}{1+\lambda^2} \cos \tau_i + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{2R}{1-R} + \frac{1}{1+\lambda^2} \right) \sin \tau_i \right] e^{-\lambda(\tau-\tau_i)} \quad (3.80)$$

Iar ecuațiile (3.64) și (3.65) pentru determinarea lui τ_i și u_i vor fi:

78-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

$$\delta = \frac{1-R}{1-Re^{-\lambda a}} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \frac{1+e^{-\lambda a}}{1+\lambda^2} \cos \tau_i - \frac{1}{\lambda} \left[\frac{1-Re^{-\lambda a}}{1-R} - \frac{1+e^{-\lambda a}}{2(1+\lambda^2)} \right] \sin \tau_i \right\} \quad (3.81)$$

$$u_i = -\frac{2}{1-R} (\sin \tau_i + \delta \lambda) \quad (3.82)$$

Dacă $\lambda \neq 0$, condiția de stabilitate (3.75) este întotdeauna verificată, iar condițiile (3.76) devin:

$$-\frac{2\lambda}{1-e^{-\lambda a}} \cdot \frac{1-Re^{-\lambda a}}{1+R} (\sin \tau_i + \delta \lambda) > \cos \tau_i > \frac{2\lambda}{1-e^{-\lambda a}} \cdot \frac{1+Re^{-\lambda a}}{1-R} (\sin \tau_i + \delta \lambda) \quad (3.83)$$

care sunt echivalente cu următoarele două inegalități:

$$\delta < \frac{1-e^{-\lambda a}}{2\lambda^2} \cdot \frac{1-R}{1+Re^{-\lambda a}} \cos \tau_i - \frac{1}{\lambda} \sin \tau_i \quad (3.84)$$

$$\delta < \frac{1-e^{-\lambda a}}{2\lambda^2} \cdot \frac{1+R}{1-Re^{-\lambda a}} \cos \tau_i - \frac{1}{\lambda} \sin \tau_i \quad (3.85)$$

Să analizăm mai întâi condițiile de existență de existență ale mișcărilor periodice. Pentru anumite valori date ale parametrilor n, λ, R ecuația (3.81) reprezintă în planul (τ_i, δ) o curbă $\delta = \delta(\tau_i)$ periodică, având perioada 2π . Vom determina limitele porțiunii din această curbă corespunzătoare mișcărilor periodice ale sistemului vibropercutant. Curba fiind periodică, va fi suficient să determinăm aceste limite pentru prima perioadă $(0, 2\pi)$.

În primul rând vom ține seama că viteza u_i dată de (3.82) trebuie să fie pozitivă, de aceea este necesar să avem:

$$\sin \tau_i < -\delta \lambda \quad (3.86)$$

Cum atât δ cât și λ sunt pozitive, rezultă că τ_i poate avea valori numai în cadranele trei și patru ale cercului trigonometric, adică porțiunea de curbă este situată în semiperioada $(\pi, 2\pi)$. În figura 3.14 s-a reprezentat curba $\delta = \delta(\tau_i)$ în intervalul $(\pi, 2\pi)$ pentru $n=1$, $R=0,6$ și $\lambda=0,1$.

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -79

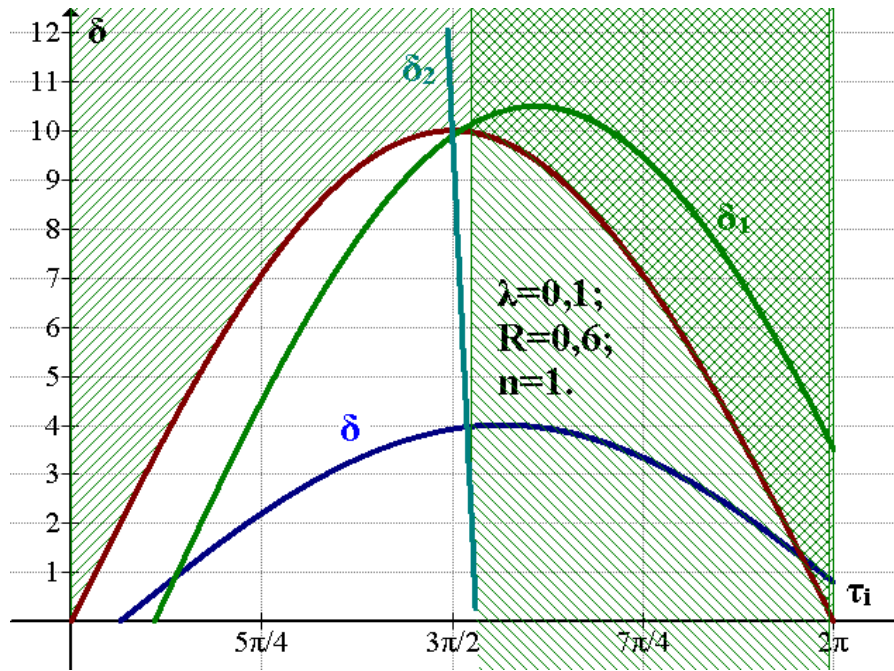


Fig. 3.14

Condiția (3.86) poate fi scrisă și sub forma:

$$\delta < -\frac{1}{\lambda} \sin \tau_i \quad (3.86')$$

Luând acum în (3.86') egalitate în loc de inegalitate se obține o altă curbă (o sinusoidă), care intersectează curba $\delta = \delta(\tau_i)$ în punctul e_i având abscisa τ_i dată de ecuația:

$$\cot g \tau_i = -\frac{1}{\lambda} \quad (3.87)$$

Valoarea lui τ_i ce rezultă din (3.87) este situată în cadranul patru și depinde numai de amortizarea λ , fiind independentă de parametrii n și R . Pentru a fi verificată inegalitatea (3.86), va trebui să avem:

$$\cot g \tau_i > -\frac{1}{\lambda} \quad (3.88)$$

Cealaltă limită a porțiunii de curbă căutate se deduce din condiția $\delta > 0$. Din (3.81) rezultă că $\delta = 0$ pentru τ_i dat de ecuația:

$$\cot g \tau_i = \frac{G}{E} \quad (3.89)$$

unde:

$$E = \frac{1}{2} \frac{1 + e^{-\lambda a}}{1 + \lambda^2}; \quad H = \frac{1 - R e^{-\lambda a}}{1 - R}; \quad G = \frac{1}{\lambda} (H - E) \quad (3.90)$$

80-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

Ecuția (3.89) determină punctul de intersecție e_2 dintre curba $\delta = \delta(\tau_i)$ și axa absciselor. Ca să rezulte $\delta > 0$, trebuie să avem:

$$\cot g\tau_i < \frac{G}{E} \quad (3.91)$$

Astfel condițiile de existență ale mișcărilor periodice sunt verificate de porțiunea de curbă cuprinsă între punctele e_1 și e_2 , pentru care:

$$\frac{G}{E} > \cot g\tau_i > -\frac{1}{\lambda} \quad (3.92)$$

În acest interval curba $\delta = \delta(\tau_i)$ are un maxim pentru τ_i dat de ecuația:

$$\cot g\tau_i = -\frac{E}{G} \quad (3.93)$$

Pentru care derivata lui δ în raport cu τ_i se anulează. Înlocuind valoarea lui τ_i dată de (3.93) în (3.81) rezultă:

$$\delta_{\max} = \frac{1}{H} \sqrt{E^2 + G^2} \quad (3.94)$$

Pentru existența mișcărilor periodice este necesar ca δ să fie cuprins între 0 și δ_{\max} , adică să avem:

$$0 < \delta < \frac{1}{H} \sqrt{E^2 + G^2} \quad (3.95)$$

Să analizăm acum condițiile de stabilitate (3.84), (3.85). Luând în aceste condiții egalități în loc de inegalități rezultă alte două curbe δ_1 și δ_2 , care intersectează curba $\delta = \delta(\tau_i)$ în două puncte s_1 și s_2 și delimitează astfel porțiunea de curbă, ce corespunde mișcărilor periodice stabile.

Punctul s_2 de intersecție dintre curbele δ și δ_2 are abscisa dată de ecuația (3.93) fiind punctul de maxim al curbei δ . Abscisa punctului s_1 de intersecție dintre curbele δ și δ_1 este dată de ecuația:

$$\cot g\tau_i = \frac{E}{K} \quad (3.96)$$

unde:

$$K = \frac{1}{\lambda}(E - L); \quad L = \frac{(1 + R)e^{-\lambda a}}{1 + Re^{-\lambda a}} \quad (3.97)$$

Ordonata punctului s_1 reprezintă valoarea minimă a lui δ , sub care mișcările periodice sunt instabile. Înlocuind valoarea lui τ_i dată de (3.96) în (3.81) rezultă:

$$\delta_{\min} = \frac{1}{H} \frac{GK - E^2}{\sqrt{E^2 + K^2}} \quad (3.98)$$

Prin urmare pentru a avea mișcări vibropercutante periodice stabile este necesar ca δ să aibă valori cuprinse între δ_{\min} și δ_{\max} , adică să avem:

$$\frac{1}{H} \frac{GK - E^2}{\sqrt{E^2 + K^2}} < \delta < \frac{1}{H} \sqrt{E^2 + G^2} \quad (3.99)$$

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -81

Dacă forța de rezistență este neglijabilă ($\lambda=0$) relațiile obținute se simplifică foarte mult. Astfel condițiile de stabilitate ale mișcărilor periodice (3.99) devin:

$$\frac{1}{H} \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - 1}{\sqrt{\left(\frac{a}{2} \cdot \frac{1-R}{1+R}\right)^2 + 1}} < \delta < \sqrt{\left(\frac{a}{2} \cdot \frac{1+R}{1-R}\right)^2 + 1} \quad (3.99')$$

În determinarea domeniilor mișcărilor periodice stabile mai trebuie să se țină seama și de condițiile (3.66).

În cazul $\lambda=0$ sistemul de ecuații (3.67) conduce la următoarele ecuații:

$$\cot g \frac{\gamma_1}{2} = \frac{\sin \gamma_1 - \frac{1+R}{1-R} \gamma_1 + \pi(2n+1) \frac{1+R}{1-R}}{\frac{1+R}{1-R} - c \cos \gamma_1} \quad (3.67')$$

$$tg \tau_i = \frac{\sin \gamma_1}{\frac{1+R}{1-R} - c \cos \gamma_1}$$

Pentru valori date ale parametrilor R și n din prima ecuație (3.67') se determină γ_1 , din a doua τ_i și apoi din (3.81) δ . Se poate exprima direct δ în funcție de γ_1 :

$$\delta = \pm \frac{\frac{\pi}{2} (2n+1) \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\sin \gamma_1}{\frac{1+R}{1-R} - \cos \gamma_1} - 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sin \gamma_1}{\frac{1+R}{1-R} - \cos \gamma_1} \right)^2}} \quad (3.100)$$

În membrul drept al relației (3.100) se ia semnul plus dacă $tg \tau_i > 0$ și semnul minus dacă $tg \tau_i < 0$.

Sistemul de ecuații (3.68) în cazul excitației armonice ($\lambda=0$) devine:

$$tg \frac{\gamma_2}{2} = \frac{\frac{1-R}{1+R} \gamma_2 - \sin \gamma_2}{\frac{1+R}{1-R} - \cos \gamma_2} \quad (3.68')$$

$$tg \tau_i = \frac{\sin \gamma_2}{\frac{1+R}{1-R} - \cos \gamma_2}$$

Înlocuind în ecuația (3.81) $\lambda = 0$ și valoarea lui τ_i dată de a doua ecuație (3.68') rezultă:

82-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

$$\delta = \pm \frac{\frac{\pi}{2} (2n+1) \cdot \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\sin \gamma_2}{\frac{1+R}{1-R} - \cos \gamma_2} - 1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\sin \gamma_2}{\frac{1+R}{1-R} - \cos \gamma_2} \right)^2}} \quad (3.100')$$

Ca să nu se producă ciocniri suplimentare cu limitatoare în intervalul (τ_i, τ_{i+a}) jocul δ trebuie să fie mai mare decât valorile date de relațiile (3.100), (3.100'). Calculele efectuate cu ajutorul calculatorului electronic au arătat că valorile (3.100) sunt mai mici ca (3.100'). Astfel la determinarea domeniilor mișcărilor periodice stabile trebuie să se țină seama de relația (3.100'). Această relație introduce o corecție neînsemnată față de valorile date de relația (3.99) pentru valori mici ale coeficientului de restituire.

În cazul $\lambda \neq 0$ condițiile (3.66) conduc la ecuații relativ complicate, de aceea în acest caz pentru a se efectua corecțiile introduse în condițiile (3.66) s-a folosit calculul numeric având la bază legea mișcării (3.80). Au rezultat asemenea corecții mici față de valorile (3.99).

În figurile 3.15, 3.16, 3.17 sunt reprezentate domeniile mișcărilor periodice stabile în planul (R, δ) pentru $n = 0, 1, 2$ și diferite valori ale lui λ .

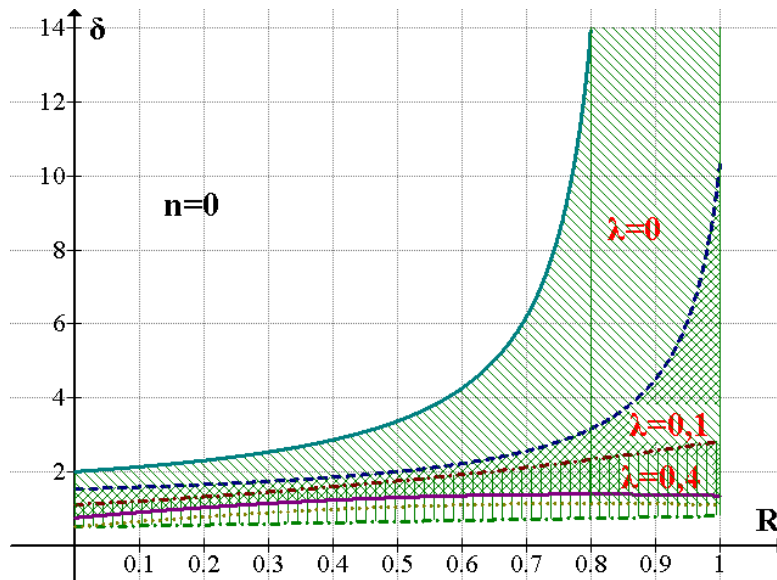


Fig. 3.15

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -83

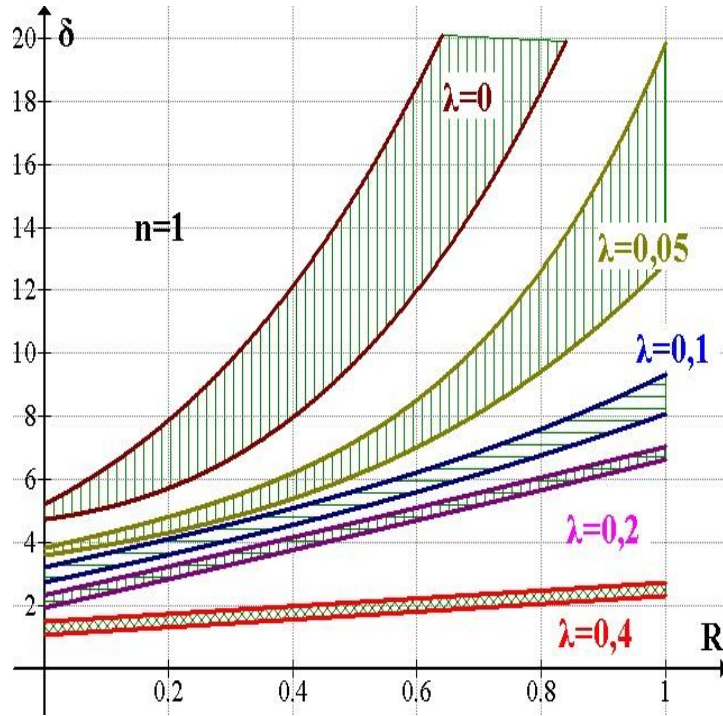


Fig. 3.16

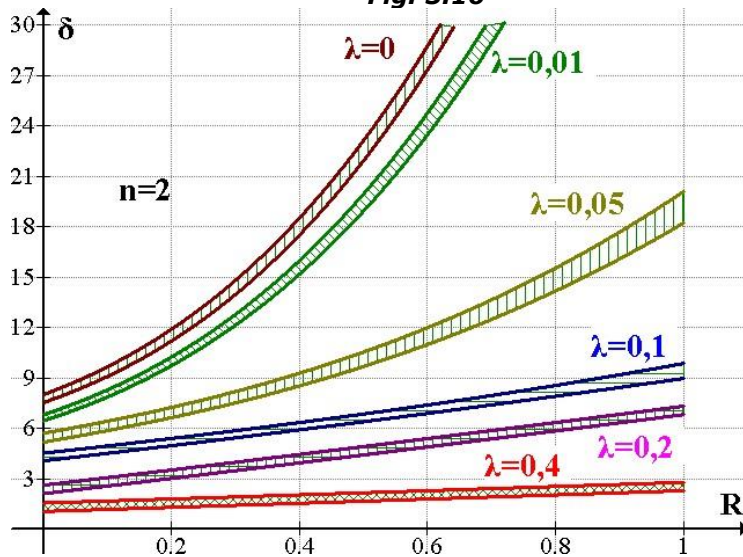


Fig. 3.17

Curbele pentru $\lambda = 0$ sunt identice cu cele de la lucrările [16] [26]. Dacă există forță rezistentă ($\lambda \neq 0$), intervalul de valori ale lui δ corespunzător mișcărilor periodice stabile cu un anumit R se deplasează spre valori mai mici odată cu creșterea lui λ .

84-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

Se mai constată că odată cu creșterea lui n , domeniul de stabilitate se îngustează. Rezultă cate mai probabil să apară mișcări periodice cu perioadă mică. În figura 3.18 a este reprezentată diagrama mișcării periodice calculată pentru o perioadă de mișcare (egală cu perioada forței), parametrii sistemului având valori cuprinse în domeniul de stabilitate: $n = 0$; $R = 0,6$; $\delta = 2$; $\lambda = 0,1$.

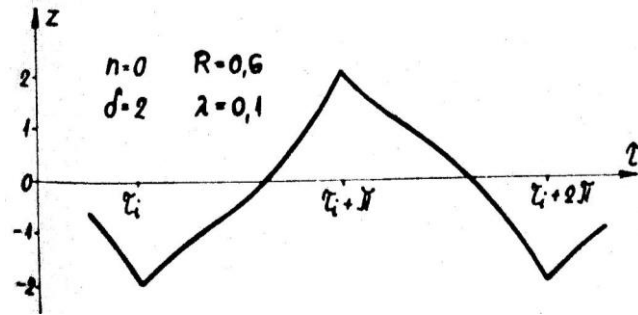


Fig. 3.18.a

În figura 3.18 b este indicată pentru aceiași mișcare traiectoria de fază.

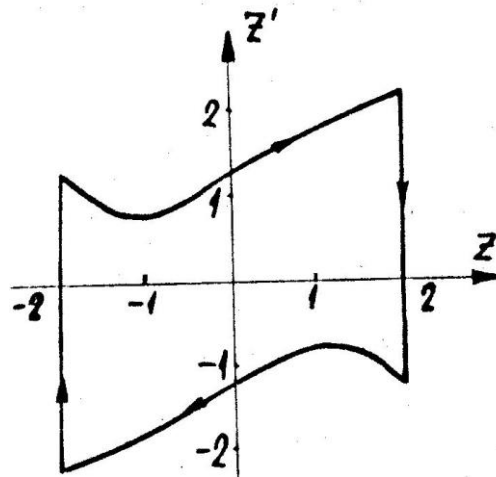


Fig. 3.18.b

În figurile 3.19a și b s-au reprezentat diagrama de mișcare și traiectoria de fază pentru o mișcare cu $n=1$; $R=0,6$; $\delta=6$; $\lambda=0,1$.

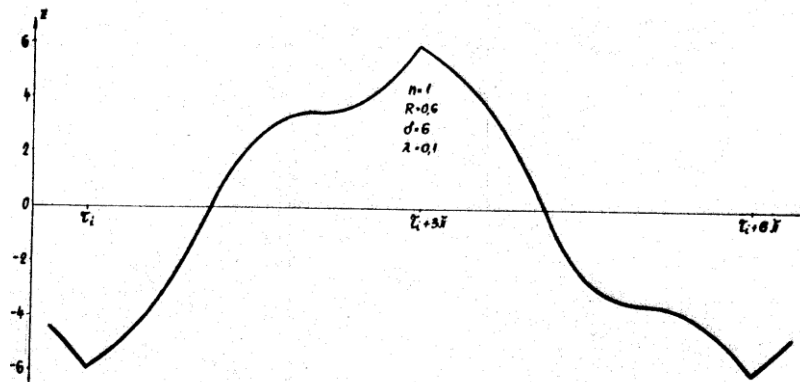


Fig. 3.19.a

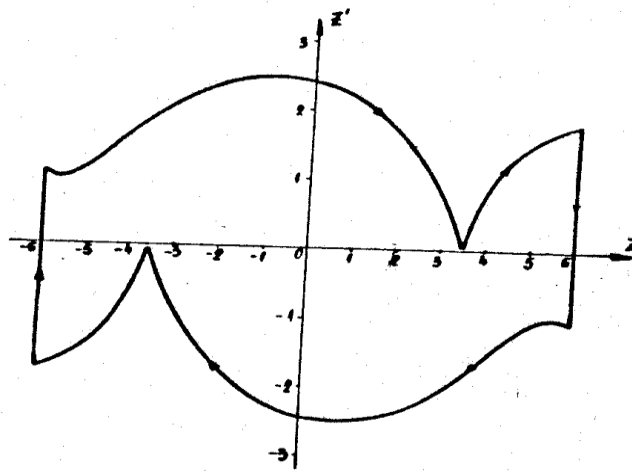


Fig. 3.19.b

3.2.2. Determinarea mișcărilor optime

La început vom analiza cazul excitației armonice. Înlocuind valoarea lui δ dată de relația (3.81) în expresia (3.82) a vitezei de ciocnire, aceasta devine

$$u_i = -\frac{1+e^{-\lambda a}}{1-\text{Re}^{-\lambda a}} \cdot \frac{1}{1+\lambda^2} (\sin \tau_i + \cos \tau_i) \quad (3.82')$$

Viteza de ciocnire este maximă pentru valoarea lui τ_i pentru care expresia din paranteză devine minimă. Această valoare este dată de ecuația

$$\text{tg} \tau_i = \frac{1}{\lambda} \quad (3.101)$$

Dacă lipsește amortizarea în sistem ($\lambda=0$) rezultă că $\tau_i = \frac{3\pi}{2}$, adică ciocnirea cu limitatorul din stânga are loc în momentul în care forța de excitație se anulează

86-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

trecând de la valori negative la valori pozitive. Înlocuind valoarea lui τ_i dată de (3.101) în (3.81) se obține jocul optim:

$$\delta_{op} = \frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2}} \frac{1-R}{1-Re^{-\lambda a}} \left\{ \frac{1}{\lambda} \left[\frac{1-Re^{-\lambda a}}{1-R} - \frac{1+e^{-\lambda a}}{2(1+\lambda^2)} \right] - \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{1+e^{-\lambda a}}{1+\lambda^2} \right\} \quad (3.102)$$

care pentru $\lambda=0$ devine:

$$\delta_{op} = \frac{a}{2} \frac{1+R}{1-R} \quad (3.102')$$

Se poate arăta ușor optim δ_{op} este cuprins între valorile (3.99) de unde rezultă că mișcările optime sunt stabile. Viteza de ciocnire maximă se obține înlocuind în (3.82') valoarea lui τ_i dată de (3.101):

$$u_{i\max} = \frac{1+e^{-\lambda a}}{\sqrt{1+\lambda^2}} \cdot \frac{1}{1-Re^{-\lambda a}} \quad (3.103)$$

Pentru $\lambda=0$ se obține:

$$u_{i\max} = \frac{2}{1-R} \quad (3.103')$$

În figura 3.20 s-a reprezentat jocul optim în funcție de R pentru $n=0$; $\lambda=0,0,1,0,4$; iar în fig. 3.21 viteza de ciocnire maximă în aceste condiții.

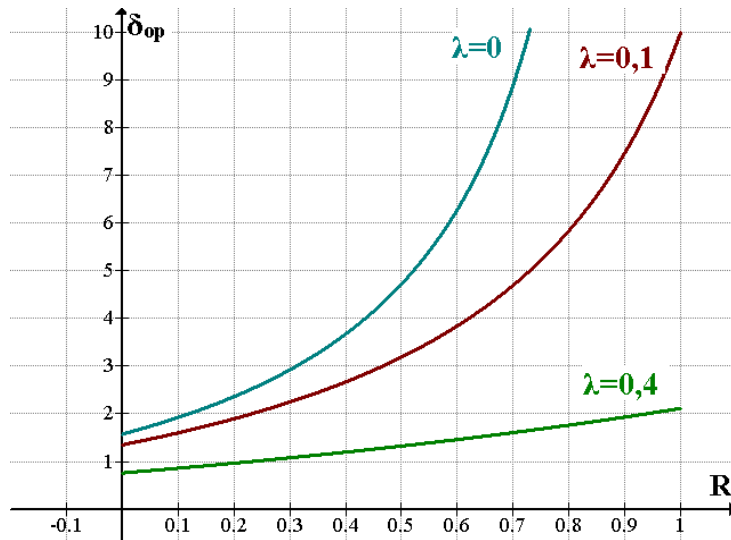


Fig. 3.20

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -87

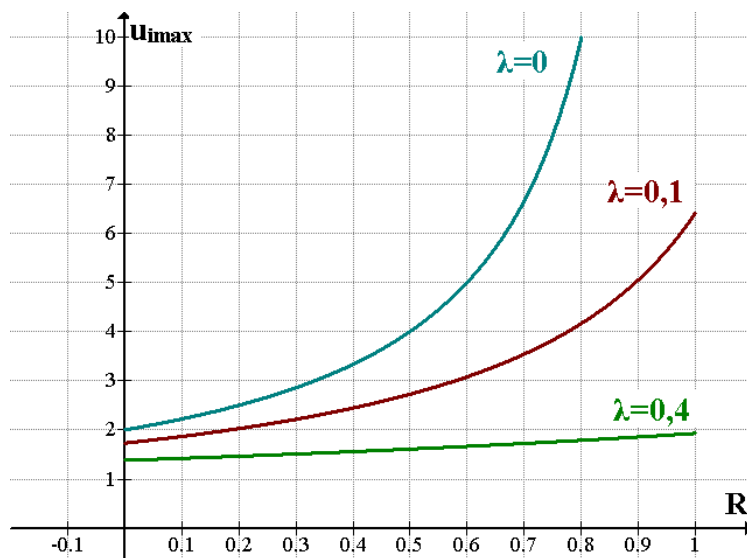


Fig. 3.21

Pentru a determina excitația optimă revenim la relația (3.65). vom analiza cazul când perioada mișcării este egală cu perioada excitației ($a=\pi$). Viteza de ciocnire (3.65) este maximă dacă forța de excitație este

$$f(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{pentru } \tau = \tau_i \\ +1 & \text{pentru } \tau \in (\tau_i, \tau_i + \pi) \\ 0 & \text{pentru } \tau = \tau_i + \pi \end{cases} \quad (3.104)$$

adică, având în vedere întreaga perioadă a mișcării, are forma indicată în fig.3.22.

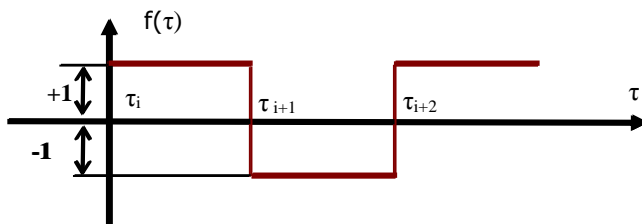


Fig. 3.22

Ciocnirea trebuie să aibă loc în momentele în care se schimbă semnul forței. Jocul optim pentru care se realizează un asemenea regim de mișcare se obține din (3.64) ținând seama de (3.104) și este:

$$\delta_{op} = \frac{1}{2\lambda} \left(\pi - \frac{1 - e^{-\lambda\pi}}{\lambda} \cdot \frac{1 - R}{1 - \text{Re}^{-\lambda\pi}} \right) \quad (3.105)$$

Iar în cazul $\lambda = 0$

$$\delta_{op} = \frac{\pi^2}{4} \frac{1 + R}{1 - R} \quad (3.105')$$

88-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

Viteza de ciocnire maximă se obține din (3.65) ținând seama de (3.104) și (3.105)

$$u_{i\max} = \frac{1 - e^{-\lambda a}}{\lambda} \cdot \frac{1}{1 - \operatorname{Re}^{-\lambda a}} \quad (3.106)$$

Care în cazul $\lambda = 0$ devine:

$$u_{i\max} = \frac{\pi}{1 - R} \quad (3.106')$$

În fig.3.23 s-a reprezentat jocul optim (3.105) în funcție de R pentru $\lambda=0;0,1;0,4$, iar în fig.3.24 viteza de ciocnire maximă în aceleași condiții.

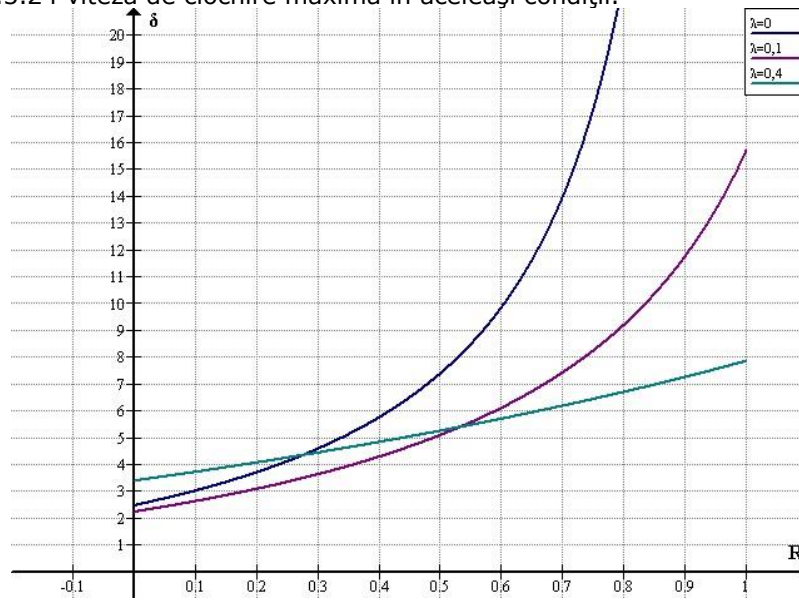


Fig. 3.23

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -89

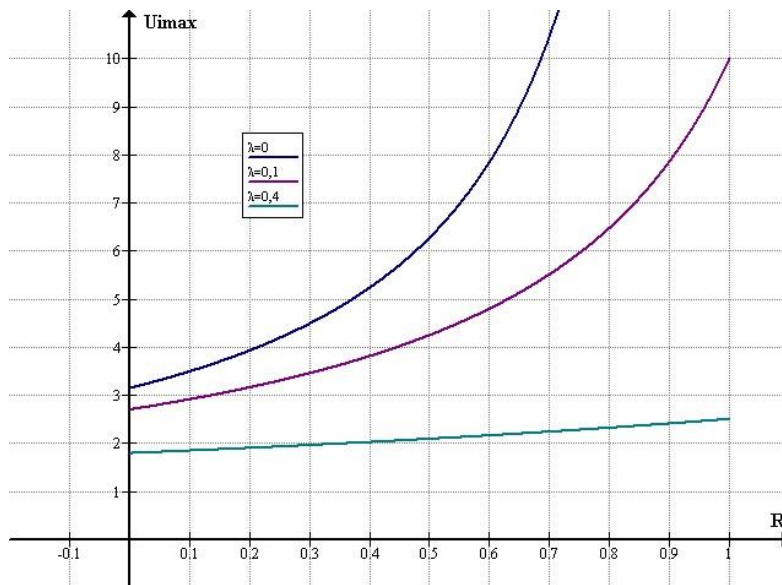


Fig. 3.24

Pentru a aprecia eficiența excitației optime determinăm raportul ξ al vitezelor maxime (3.106) și (3.103):

$$\xi = \frac{\sqrt{1 + \lambda^2}}{\lambda} th\lambda\pi \quad (3.107)$$

Se constată că acest raport nu depinde de R, numai de parametrul λ . Din graficul funcției (3.107) reprezentat în fig.3.25 se vede ξ este supraunitar și descrescător. Sub influența excitației optime (3.104) se pot produce mișcări periodice „neoptime” dacă jocul δ diferă de valoarea (3.105). Condițiile de existență și de stabilitate ale acestor mișcări se pot determina pe baza ecuațiilor generale (3.64), (3.65) și (3.74). Se obțin domenii de existență și de stabilitate asemănătoare cu cele din cazul excitației armonice (fig 3.15).

90-Sisteme vibropercutante fără legături elastice – 3

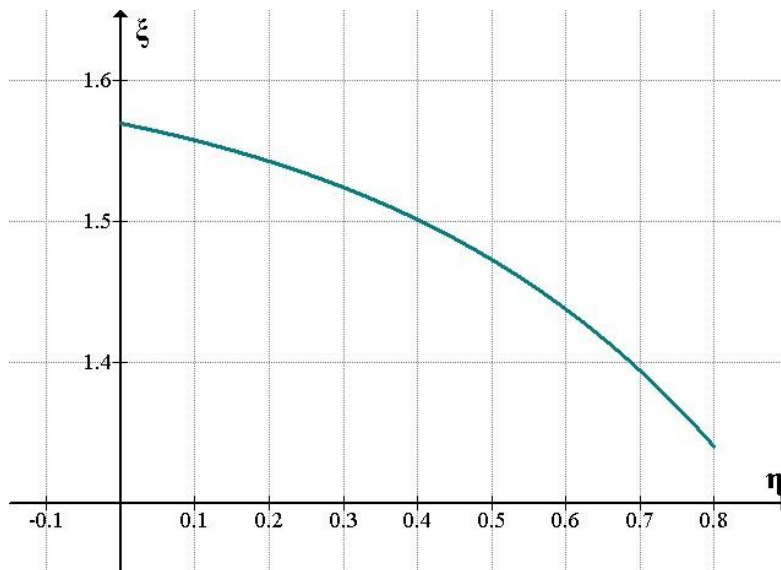


Fig. 3.25

Limita superioară a fiecărui domeniu este graficul relației (3.105) ceea ce arată că în acest caz spre deosebire de cazul excitației armonice mișcările optime se află la limita stabilității. Se recomandă alegerea unui joc ceva mai mic decât cel optim.

3.2.3. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante conținând două corpuri mobile

În paragrafele (3.2.1) și (3.2.2) am studiat mișcările periodice ale sistemelor vibropercutante cu două cuple percutante în cazul limitatoarelor fixe. Studiul unor mecanisme cum sunt transmisiile cu roți dințate mecanismele de tip releu etc. poate să conducă la modele mecanice cu limitatoare mobile. În fig. 3.26 este reprezentat un asemenea model mecanic format din două corpuri având masele m și M , care se pot mișca pe orizontală.

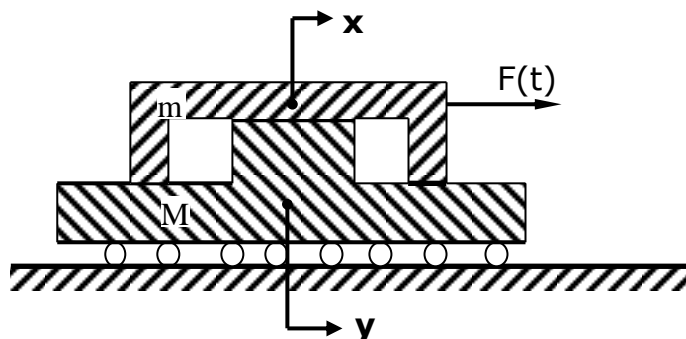


Fig. 3.26

Asupra corpului de masă m acționează o forță de excitație $F(t)$ care pune în mișcare sistemul. Ambele corpuri execută mișcări vibratorii însoțite de ciocniri. Studii în legătură cu acest sistem

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -91

vibropercutant au fost efectuate în lucrările [16],[17],[26],[43] în ipoteza că excitația este armonică.

În cele ce urmează vom considera la început că forța de excitație $F(t)$ este periodică oarecare de perioadă T . Vom determina de asemenea și excitația pentru care vitezele de ciocnire sunt maxime. Vom considera că între cele două corpuri există frecare uscată, valoarea forței de frecare fiind F_1 . Jocul total dintre cele două corpuri se va nota cu $2d$.

Notând cu x_1 și x_2 abscisele celor două corpuri măsurate dintr-o poziție mijlocie sensul pozitiv fiind spre dreapta ecuațiile diferențiale ale mișcării între două ciocniri sunt:

$$m \ddot{x} = F(t) - F_1 \text{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (3.108)$$

$$M \ddot{x}_2 = F_1 \text{sign}(\dot{x}_1 - \dot{x}_2)$$

iar ecuația diferențială a mișcării relative a corpului de masă m este

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} f(t) - F_1 \frac{M+m}{Mm} \text{sign} \dot{x} \quad (3.109)$$

unde $x = x_1 - x_2$.

Scriind forța $F(t)$ sub forma 3.2), introducând variabilele adimensionale (3.3) și parametrii adimensionali:

$$p = \frac{F_1}{F_0}; r = \frac{m}{M}; \mu = p(1+r) \quad (3.110)$$

ecuația diferențială (3.109) devine:

$$z'' = f(\tau) - \mu \text{sign} z' \quad (3.111)$$

Vom presupune că funcția $f(\tau)$ satisface o condiție de forma (3.56) și vom studia mișcările simetrice ale sistemului. Vom proceda ca în paragraful 3.2.1 studiind mișcarea între ciocnirea de ordinul i (când corpul de sus lovește din dreapta pe cel de jos) și $i+1$ (când ciocnirea apare la cealaltă cuplă percutantă).

Condițiile inițiale și finale ale mieii relative sunt identice cu (3.58), (3.59).

Dacă în intervalul dintre două ciocniri viteza relativă nu se anulează, avem

sign $z' = +1$. Vom presupune verificată acesta ipoteză urmând să arătăm condițiile în care viteza își păstrează semnul.

Legea mișcării relative, soluția ecuației diferențiale (3.111), ținând seama de condițiile inițiale (3.58) este:

$$z = -\delta + Ru_i(\tau - \tau_i) + \int_{\tau_i}^{\tau} (\tau - \theta)[f(\theta) - \mu] d\theta \quad (3.112)$$

iar viteza:

$$z' = Ru_i + \int_{\tau_i}^{\tau} [f(\theta) - \mu] d\theta \quad (3.113)$$

Inlocuind condițiile de periodicitate (3.59) în ecuațiile (3.112) și (3.113) se obține un sistem de două ecuații cu necunoscutele τ_i și u_i din care rezultă:

$$\delta = \frac{1}{2} \int_{\tau_i}^{\tau_i+a} \left(\tau_i - \tau + \frac{a}{1-R} \right) [f(\tau) - \mu] d\tau \quad (3.114)$$

92-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

$$u_i = \frac{1}{1-R} \int_{\tau_i}^{\tau_i+a} [f(\tau) - \mu] d\tau \quad (3.115)$$

Ecuția (3.114) determină momentul τ_i al ciocnirilor periodice, iar (3.115) viteza de ciocnire.

Aplicând metoda perturbațiilor pentru studiul stabilității mișcărilor periodice și procedând ca în paragraful (3.2.1) se obține ecuația caracteristică:

$$\beta^2 - \left[2R - \frac{(1-R)\mu a - (1+R)af(\tau_i)}{u_i} \right] \beta + R^2 = 0 \quad (3.116)$$

Pentru ca ecuația (3.116) să aibă rădăcini în modul subunitare trebuie să avem $R < 1$ și să fie verificate condițiile:

$$\frac{1+R}{1-R} af(\tau_i) - \int_{\tau_i}^{\tau_i+a} f(\tau) d\tau > 0 \quad (3.117)$$

$$\frac{1-R}{1+R} af(\tau_i) + \int_{\tau_i}^{\tau_i+a} f(\tau) d\tau > 2 \frac{1+R^2}{(1+R)^2} \mu a \quad (3.118)$$

S-a presupus la început că viteza nu se anulează între cele două ciocniri. Situația limită este aceea când minimul vitezei este nul, adică

$$z'(\tau^*) = 0; z''(\tau^*) = 0; z'''(\tau^*) > 0; \tau^* \in (\tau_i, \tau_i + a). \quad (3.119)$$

Înlocuind aceste condiții în ecuațiile (3.112) și (3.113) și ținând seama de (3.115) se obține următorul sistem:

$$R \int_{\tau_i}^{\tau_i+a} L(\tau) d\tau + (1-R) \int_{\tau_i}^{\tau_i} f(\tau) d\tau = \mu[Ra + (1-R)\gamma]; \quad f(\tau_i + \gamma) = \mu; f'(\tau_i + \gamma) > 0. \quad (3.120)$$

unde $\gamma = \tau^* - \tau_i$. din sistemul (3.120) se pot calcula valorile limită ale lui δ în funcție de τ^* .

În continuare vom determina domeniile mișcărilor periodice stabile în cazul excitației armonice (3.20).

Legea mișcării (3.112) și viteza (3.113) devin în acest caz:

$$z = -\delta - \frac{\mu}{2} (\tau - \tau_i)^2 + (Ru_i - \sin \tau_i)(\tau - \tau_i) - \cos \tau + \cos \tau_i \quad (3.121)$$

$$z' = -\mu(\tau - \tau_i) + Ru_i + \sin \tau - \sin \tau_i \quad (3.122)$$

Iar ecuațiile (3.114) și (3.115) vor fi:

$$\delta = -\frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{\mu a}{4} - \frac{1-R}{1+R} \cdot \frac{a}{2} \sin \tau_i + \cos \tau_i \quad (3.123)$$

$$u_i = -\frac{1}{1-R} (2 \sin \tau_i + \mu a) \quad (3.124)$$

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -93

Cum viteza (3.124) trebuie să fie pozitivă este necesar să avem $\sin \tau_i < -\frac{\mu a}{2}$, ceea ce arată că τ_i poate avea numai valori cuprinse în cadranele trei sau patru ale cercului trigonometric. În funcție de valorile posibile ale lui τ_i din (3.123) se pot determina valorile lui δ . În intervalul menționat funcția (3.123) are un maxim pentru τ_i dat de ecuația

$$\frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{a}{2} \cos \tau_i + \sin \tau_i = 0 \quad (3.125)$$

Condițiile de stabilitate (3.117) și (3.118) devin în cazul excitației armonice:

$$\frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{a}{2} \cos \tau_i + \sin \tau_i < 0 \quad (3.126)$$

$$\frac{1-R}{1+R} \cdot \frac{a}{2} \cos \tau_i - \sin \tau_i > \frac{1+R^2}{(1+R)^2} \mu a \quad (3.127)$$

Luând în condițiile (3.126),(3.127) egalități în loc de inegalități se obțin valorile limită ale lui τ_i apoi în funcție de acestea valorile limită ale lui δ . Comparând ecuația (3.125) cu condiția (3.126) se constată că valoarea maximă posibilă a lui δ reprezintă una din limitele de stabilitate fiind

$$\delta_{\max} = \sqrt{\rho^2 + 1 - \frac{\mu a}{2} \rho} \quad (3.128)$$

unde:

$$\rho = \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{a}{2} \quad (3.129)$$

Înlocuind valorile limită ale lui τ_i ce rezultă din (3.127) în (3.128) se obține valoarea minimă a lui δ ;

$$\delta_{\min} = \left(\frac{a^2}{4} - 1 \right) \sqrt{\frac{1}{1+\rho_1^2} - \mu^2 a^2 A^2} - \frac{\mu a}{2} \rho B \quad (3.130)$$

Unde:

$$A = \frac{\rho_2}{1-\rho_1^2}, B = 1 - \frac{4\rho_2^2}{1+\rho_1^2}, \rho_1 = \frac{1-R}{1+R} \cdot \frac{a}{2}, \rho_2 = \frac{1+R^2}{(1+R)^2} \quad (3.131)$$

Mișcările periodice stabile pot să apară pentru valori ale lui δ cuprinse între cele două limite, adică

$$\left(\frac{a^2}{4} - 1 \right) \sqrt{\frac{1}{1+\rho_1^2} - \mu^2 a^2 A^2} - \frac{\mu a}{2} \rho B < \delta < \sqrt{\rho^2 + 1} - \frac{\mu a}{2} \rho \quad (3.132)$$

Menționăm că toate rezultatele ce se obțin în cazul când nu avem frecare ($\mu=0$) sunt identice cu cele care s-au obținut în paragraful 3.2.1 pentru $\lambda=0$.

94-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

Mai trebuie să avem în vedere condițiile (3.119) respectiv ecuațiile (3.120) care în acest caz devin:

$$\left(\cos \gamma - \frac{1+R}{1-R}\right) \sin \tau_i + \sin \gamma \cos \tau_i = \mu \left[\gamma + \frac{R}{1-R} a \right] \quad (3.133)$$

$$-\sin \gamma \sin \tau_i + \cos \gamma \cos \tau_i = \mu$$

Din sistemul (3.133) rezultă:

$$\operatorname{tg} \tau_i = \frac{\left(\gamma + \frac{R}{1-R} a\right) \cos \gamma - \sin \gamma}{\left(\gamma + \frac{R}{1-R} a\right) \sin \gamma + \cos \gamma - \frac{1+R}{1-R}} \quad (3.134)$$

$$\left(1 - \frac{1+R}{1-R} \cos \gamma\right)^2 = \mu^2 \left\{ \left(\gamma + \frac{R}{1-R} a\right)^2 + 2 \frac{1+R^2}{(1-R)^2} - \left[2 \frac{1+R}{1-R} \left[\cos \gamma + \left(\gamma + \frac{R}{1-R} a\right) \sin \gamma \right] \right] \right\} \quad (3.135)$$

În funcție de rădăcinile ecuației (3.135) se determină din (3.134) valorile limită ale lui τ_i și cu ajutorul acestora valorile minime ale lui δ . La determinarea domeniilor mișcărilor periodice stabile trebuie să se țină seama și de aceste valori care introduc anumite corecții față de condițiile (3.132) pentru valori mici ale coeficientului de restituire.

În fig.3.27 sunt reprezentate domeniile mișcărilor periodice stabile pentru $n=0$ și $\mu=0;0,1;0,2$. Se vede din figură ca odată cu creșterea lui μ , domeniul de stabilitate se deplasează în jos spre valori mai mici ale jocului δ .

În fig.3.28 s-a reprezentat diagrama mișcării pentru valori particulare ale parametrilor sistemului cuprinse într-un domeniu de stabilitate și anume $R=0,6$; $\delta=2,1$; $\mu=0,1$; $n=0$.

Viteza de ciocnire (3.124) este maximă dacă $\sin \tau_i = -1$ ($\tau_i = \frac{3\pi}{2}$):

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -95

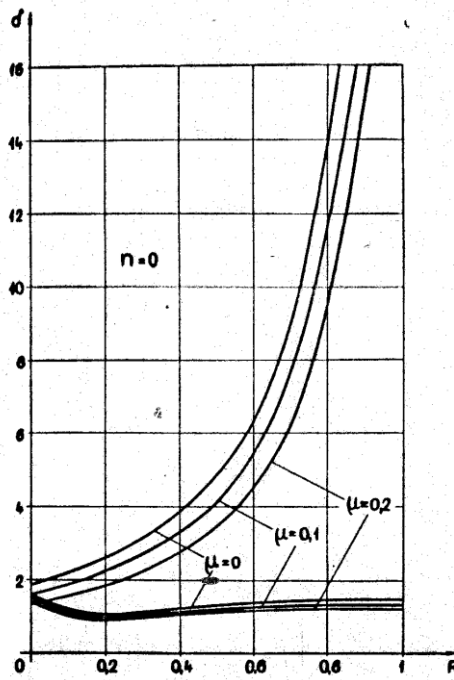


Fig. 3.27

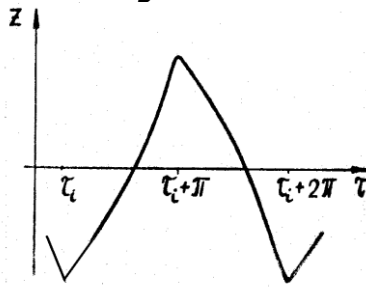


Fig. 3.28

$$u_{i\max} = \frac{2 - \mu a}{1 - R} \quad (3.136)$$

și se obține pentru jocul

$$\delta_{op} = \frac{1 + R}{1 - R} \cdot \frac{a}{4} (2 - \mu a) \quad (3.137)$$

Valoarea optima a jocului (3.137) este ceva mai mică decât jocul maxim (3.120) astfel încât mișcările optime sunt stabile. In fig.3.29 sunt reprezentate valorile lui δ_{op} în funcție de R pentru $n=0; \mu=0; 0,1; 0,2$.

Excitația optimă pentru care viteza (3.115) este maximă ($n=0$) este cea dată de relația (3.104) și reprezentată în fig.3.22, adică este de aceeași formă ca în cazul modelului din fig.3.11.

96-Sisteme vibropercutante fără legături elastice -3

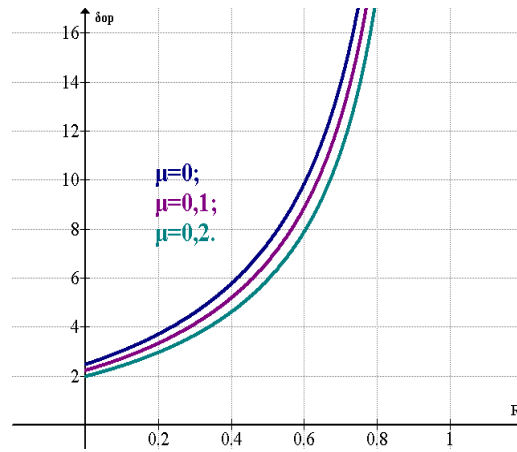


Fig. 3.29

Viteza de ciocnire maximă produsă de excitația (3.104) este

$$u_{i_{\max}} = \frac{1-\mu}{1-R} \pi \quad (3.138)$$

și se produce dacă jocul (3.114) are valoarea

$$\delta_{op} = \frac{1+R}{1-R} \cdot \frac{1-\mu}{4} \pi^2 \quad (3.139)$$

Relația (3.139) s-a reprezentat grafic în fig.3.30 pentru $\mu=0; 0,1; 0,2$.

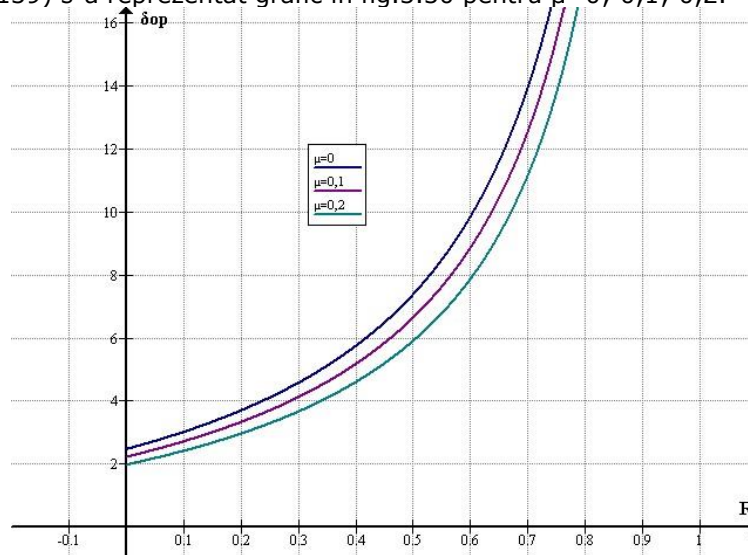


Fig. 3.30

Raportul vitezelor maxime (3.138) și (3.136) pentru $n = 0$

3.2. Sisteme vibropercutante cu două cuple percutante -97

$$\xi = \frac{(1-\mu)\pi}{2-\mu\pi} \quad (3.140)$$

nu depinde de R, este supraunitar și crește odată cu μ .

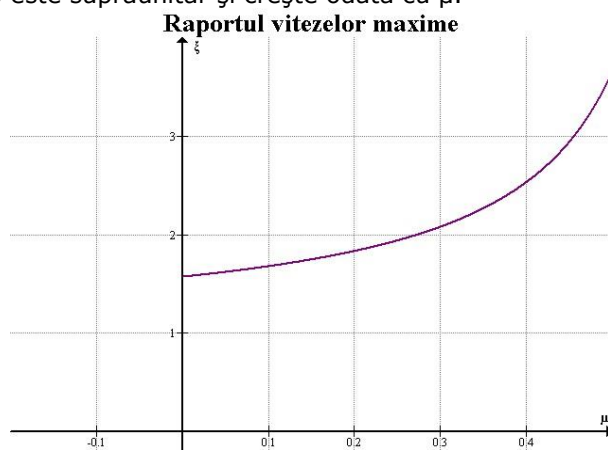


Fig. 3.31

4. CONTRIBUȚII TEORETICE ȘI PRACTICE PRIVIND STUDIUL VIBRAȚIILOR ȘI VIBROPERCUȚIILOR SISTEMELOR ELECTROMECHANICE

4.1. Domeniile de cuprindere a regimurilor, vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice

4.1.1. Introducere

Regimurile periodice ale sistemelor vibropercutante sunt bine cunoscute mai ales în anumite cazuri particulare. Nu se poate considera suficientă doar precizarea condițiilor de realizare, fiind necesar să se analizeze și gradul de cuprindere a regimurilor periodice în raport cu alte mișcări posibile [53], [54]. O analiză concretă amănunțită permite precizarea condițiilor în care se obțin regimuri simple periodice fără ciocniri suplimentare într-o perioadă a mișcării. O astfel de analiză va permite evaluarea situațiilor în care apar regimuri periodice cu precizarea concretă a legilor de mișcare și încadrarea printre mulțimea regimurilor posibile. Trebuie subliniat că există și altfel de mișcări periodice mult mai complexe pentru care determinarea regimurilor periodice vibropercutante este mai dificilă.

4.1.2. Principalele regimuri vibropercutante periodice

În general regimurile periodice de mișcare ale sistemelor vibropercutante se realizează pentru anumiți parametri caracteristici. Neîndeplinirea acestor condiții, care sunt suficient de restrictive, conduce la necesitatea studiului unor regimuri complexe, chiar dacă sunt tot periodice [55]. Acesta este motivul pentru care s-a considerat necesară abordarea concretă și amănunțită a domeniilor restrânse ale parametrilor pentru care apar mișcări periodice simple. În continuare se vor nota momentele în care apar ciocnirile care delimitează un ciclu al mișcării prin t_k ($k=1, 2, \dots$), ceea ce înseamnă că în intervalul mișcarea se presupune că nu mai are ciocniri suplimentare, și deci este o mișcare liberă.

Ținând seama că ecuația diferențială a mișcării cuprinde funcții periodice date, regimurile periodice de mișcare vor apare numai în situația în care intervalul dintre cele 2 ciocniri este un multiplu al perioadei forței perturbatoare [56], [57] adică $t_{k+1} - t_k = rT$ ($r=1, 2, \dots$) și $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Alte situații apar în cazurile în care intervin ciocniri suplimentare în fiecare perioadă. Existența acestora completează gama regimurilor periodice pentru care determinările și calculele efective sunt mai dificile. Drept exemplificare este tratat cazul apariției unei singure ciocniri suplimentare în fiecare perioadă a mișcării cu particularizare la cazul ciocnirilor plastice.

$$t_{k+1} - t_k = rT, \quad (r=1, 2, \dots) \quad \text{și} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (4.1)$$

Alte situații apar în cazurile în care intervin ciocniri suplimentare în fiecare perioadă (t_k, t_{k+1}). Existența acestora completează gama regimurilor periodice pentru care determinările și calculele efective sunt mai dificile. Drept exemplificare este tratat

100-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

cazul apariției unei singure ciocniri suplimentare în fiecare perioadă a mișcării cu particularizare la cazul ciocnirilor plastice.

4.1.3. Sistemul vibropercutant

Studiul se referă la totalitatea regimurilor periodice vibropercutante. Datorită dificultăților de calcul se va lua în considerare cazul simplificat al vibratorului simplu rezemat pe un plan rigid, ce execută mișcări cu desprindere de plan [58]. Astfel, în timpul mișcării vibratorul saltă de pe plan și apoi în cădere se ciocnește și ricoșează în conformitate cu legile cunoscute ale ciocnirilor (fig.4.1)

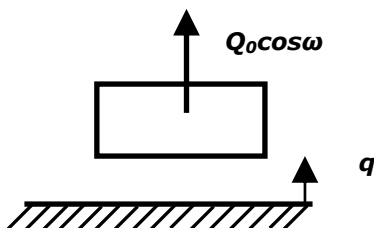


Fig. 4.1

Vibratorul se presupune de masă m , forța perturbatoare datorită generatorului de vibrații va fi de forma $Q_0 \cos \omega t$ [59],[60]. Asupra masei m mai acționează greutatea proprie mg , astfel încât rezultanta forțelor va fi $-mg + Q_0 \cos \omega t$, iar ecuația diferențială a mișcării va fi:

$$\ddot{q} = P(t) \tag{4.11}$$

unde $P(t) = g(\delta \cos \omega t - 1)$, $\delta = \frac{Q_0}{mg}$

adică:

$$\ddot{q} = g(\delta \cos \omega t - 1) \tag{4.2}$$

Dacă se consideră ciocnirea masei cu planul rigid de natură elasto-plastică cu coeficientul de restituire $R(0 < R < 1)$, atunci viteza la sfârșitul unei ciocniri, adică

începutul mișcării următoare, este $\dot{q}_c = -R \dot{q}_c$, unde \dot{q}_c este viteza de cădere a masei, deci de la începutul ciocnirii.

Drept urmare, studiul mișcării se va efectua pe un ciclu al mișcării cuprins între ciocnirile de la momentele t_k și t_{k+1} care trebuie să satisfacă condiția de periodicitate $t_{k+1} - t_k = rT$ ($r=1,2,\dots$). Presupunând legea de mișcare de forma $q=q(t)$ condițiile inițiale vor fi:

$$q(t_k + 0) = 0; \dot{q}(t_k + 0) = \dot{q}_c \tag{4.3}$$

iar condițiile finale:

$$q(t_{k+1} - 0) = 0; \dot{q}(t_{k+1} - 0) = -R \dot{q}_c \tag{4.4}$$

4.1. Domeniile de cuprindere a regimurilor, vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -101

Legile de mișcare obținute pentru condițiile inițiale (4.3) introduse în condițiile finale (4.4) conduc la determinarea parametrilor regimurilor periodice.

Datorită unor perturbații mici ce apar în momentul ciocnirii, regimul de mișcare poate reveni la mișcarea de bază periodică, care este stabilă, spre deosebire de situația contrară când devine instabilă. Studiul stabilității revine la a considera perturbații mici ale parametrilor mișcării [61]. Astfel se vor presupune principalii parametri ai mișcării momentele ciocnirii $t_k + \Delta t_k$ și vitezele $\dot{q}_c + \Delta \dot{q}_k$ ($k=1,2,\dots$) cu perturbațiile Δt_k și $\Delta \dot{q}_k$ care în virtutea condițiilor de realizare a ciocnirilor trebuie verificat dacă tind spre zero pentru a fi stabil regimul.

4.1.4. Regimuri periodice simple

Regimurile periodice vibropercutante care nu prezintă ciocniri suplimentare într-un ciclu de mișcare se consideră simple [62]. Pentru a putea analiza gradul de acoperire cu regimuri simple vibropercutante a mulțimii mișcărilor periodice posibile, în continuare se prezintă un studiu amănunțit al acestora.

Legea mișcării și a vitezei obținute prin integrarea ecuației diferențiale a mișcării (4.2) în condițiile inițiale (4.3) sunt:

$$q(t) = -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t - \cos \omega t_k) + \delta \omega (t - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t - t_k)^2 \right] - R \dot{q}_c (t - t_k) \quad (4.5)$$

$$\dot{q}(t) = \frac{g}{\omega} \left[\delta(\sin \omega t - \sin \omega t_k) - \omega (t - t_k) \right] - \dot{q}_c$$

Dacă în legea (4.5) se introduc condițiile finale (4.4) se obțin pentru determinarea parametrilor regimurilor ecuațiile:

$$q(t_{k+1} - 0) = -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t_k) + \delta \omega (t_{k+1} - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} - t_k)^2 \right] - R \dot{q}_c (t_{k+1} - t_k)$$

$$\dot{q}(t_{k+1} - 0) = \frac{g}{\omega} \left[\delta(\sin \omega t_{k+1} - \sin \omega t_k) - \omega (t_{k+1} - t_k) \right] - \dot{q}_c \quad (4.6)$$

Datorită faptului că totul se întâmplă într-o perioadă, există relațiile:

$$\cos \omega t_{k+1} = \cos \omega (t_k + rT) = \cos \omega (t_k + 2n\pi) = \cos \omega t_k$$

$$\sin \omega t_{k+1} = \sin \omega (t_k + rT) = \sin \omega (t_k + 2n\pi) = \sin \omega t_k \quad (4.7)$$

Rezultă:

102-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

$$-\frac{g}{\omega^2} \left[\delta \omega r T \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (rT)^2 \right] - R \dot{q}_c r T = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{g}{\omega} \omega r T - \dot{q}_c = R \dot{q}_c$$

de unde se pot deduce parametrii:

$$\dot{q}_c = -\frac{grT}{1+R} = -\frac{g2\pi r}{\omega(1+R)} \quad (4.9)$$

și

$$\sin \omega t_k = -\frac{\pi r(1-R)}{\omega(1+R)} \quad (4.10)$$

Notând $\omega(t-t_k)=\tau$ rezultă:

$$\begin{aligned} \cos \omega t &= \cos(t + \omega t_k) = \cos \tau \cos \omega t_k - \sin \tau \sin \omega t_k \\ \sin \omega t &= \sin(t + \omega t_k) = \sin \tau \cos \omega t_k + \cos \tau \sin \omega t_k \end{aligned} \quad (4.11)$$

Notând $\frac{\omega^2}{g} q\left(t_k + \frac{\tau}{\omega}\right) = \tilde{q}(\tau)$, $\frac{\omega}{g} \dot{q}\left(t_k + \frac{\tau}{\omega}\right) = \dot{\tilde{q}}(\tau)$ și ținând seama de ecuațiile (4.9) și (4.10) legile mișcării și vitezei (4.5) devin:

$$\begin{aligned} \tilde{q}(\tau) &= -\delta (\cos \tau \cos \omega t_k - \sin \tau \sin \omega t_k - \cos \omega t_k) - \delta \tau \sin \omega t_k - \frac{1}{2} \tau^2 + \frac{2\pi r R}{1+R} \tau \\ \dot{\tilde{q}}(\tau) &= \delta (\sin \tau \cos \omega t_k + \cos \tau \sin \omega t_k - \sin \omega t_k) - \tau + \frac{2\pi r}{1+R} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Și dacă înlocuim relațiile (4.6) în relațiile (4.8) rezultă:

$$\begin{aligned} \tilde{q}(\tau) &= -\frac{1}{2} \tau^2 + \pi r \tau + 2 \sqrt{\delta^2 - \left(\frac{\pi r(1-R)}{(1+R)}\right)^2} \sin^2 \frac{\tau}{2} - \frac{\pi r(1-R)}{(1+R)} \sin \tau \\ \dot{\tilde{q}}(\tau) &= 2 \frac{\pi r(1-R)}{(1+R)} \sin^2 \frac{\tau}{2} + \sqrt{\delta^2 - \left(\frac{\pi r(1-R)}{(1+R)}\right)^2} \sin \frac{\tau}{2} - \tau + \frac{2\pi r}{1+R} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Sunt ușor de verificat identitățile evidente $\frac{\omega^2}{g} q\left(t_k + \frac{\tau}{\omega}\right) = \tilde{q}(0)$, $\frac{\omega}{g} \dot{q}\left(t_k + \frac{\tau}{\omega}\right) = \dot{\tilde{q}}(0)$

Stabilitatea regimurilor determinate poate fi studiată cu ajutorul metodei perturbației parametrilor [47]. Astfel, condițiile inițiale vor fi:

$$q(t_k + \Delta t_k + 0) = 0; \dot{q}(t_k + \Delta t_k + 0) = -R(\dot{q}_c + \Delta \dot{q}_k) \quad (4.14)$$

iar cele finale:

$$q(t_{k+1} + \Delta t_{k+1} + 0) = 0; \dot{q}(t_{k+1} + \Delta t_{k+1} + 0) = -R(\dot{q}_c + \Delta \dot{q}_{k+1}) \quad (4.15)$$

4.1. Domeniile de cuprindere a regimurilor, vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -103

Folosind metoda liniarizării rezultă un sistem linear și condiția de stabilitate:

$$0 < \cos \omega t_k < \frac{2(1+R^2)}{(1+R)^2 \delta} \quad (4.16)$$

Considerând relația (4.10) și condiția de stabilitate (4.16) rezultă:

$$\frac{nr(1-R)}{1+R} < \delta < \frac{\sqrt{\pi^2 r^2 (1-R^2)^2 + 4(1+R^2)^2}}{(1+R)^2} \quad (4.17)$$

care este esențială în caracterizarea diverselor regimuri periodice ale mișcării.

4.1.5. Delimitarea regimurilor periodice

În general regimurile vibropercutante sunt limitate la inegalitatea (4.13) fără a se studia legea de mișcare [63]. De aceea este reprezentată legea de mișcare (4.11) presupunând că parametrul δ satisface inegalitatea (4.17).

În figura 4.2.a sunt reprezentate legea de mișcare (4.11) pentru diferite valori ale lui r și a coeficientului de restituire R . Se observă că pentru ciocnirea perfect elastică curba pe care o descrie este o parabolă cu maximum la $n\tau$.

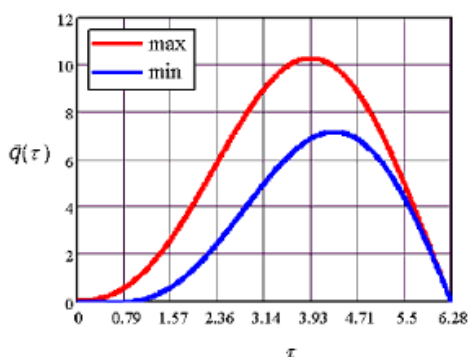


Fig. 4.2.a Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=1$ și $R=0$

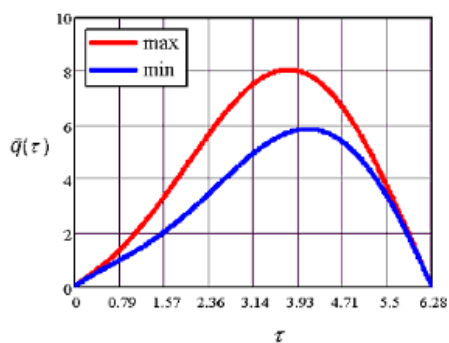


Fig. 4.2.b Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=1$ și $R=0,3$

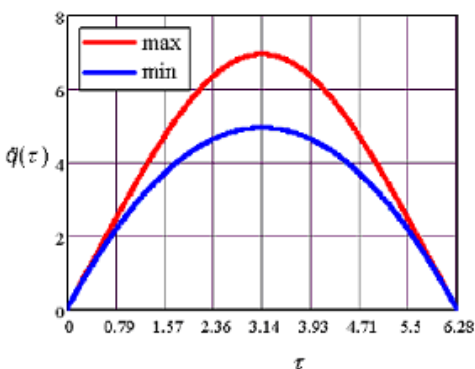


Fig. 4.2.c Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=1$ și $R=1$

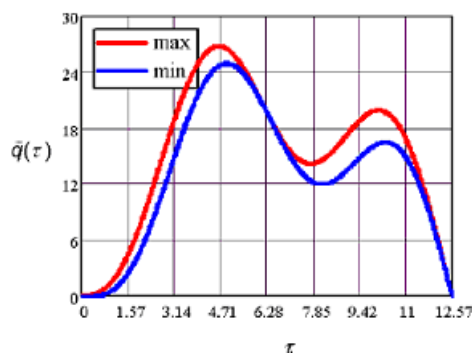


Fig. 4.2.d Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=2$ și $R=0$

104-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

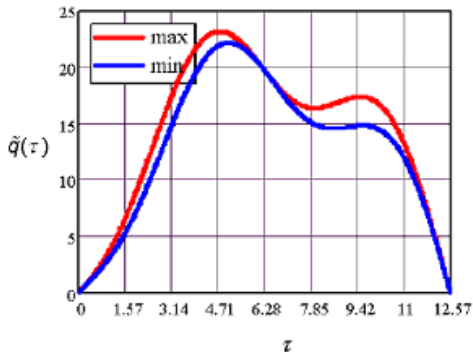


Fig 4.2.e Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=2$ și $R=0,3$

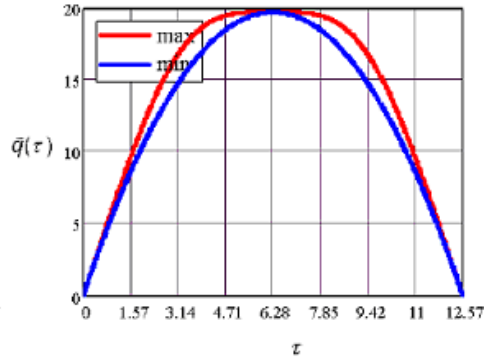


Fig 4.2.f Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=2$ și $R=1$

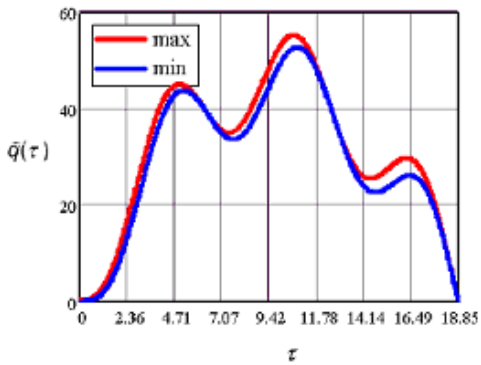


Fig. 4.2.g Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=3$ și $R=0$

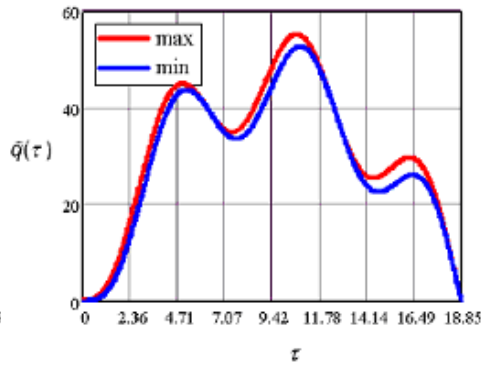


Fig. 4.2.h Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=3$ și $R=0,3$

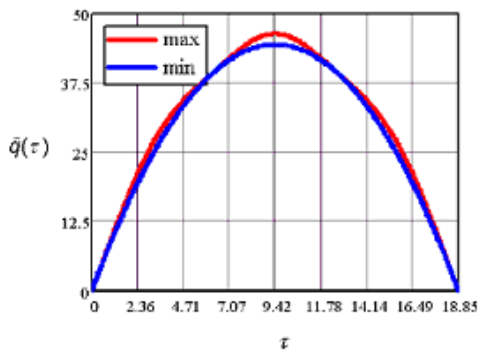


Fig. 4.2.i Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=3$ și $R=1$

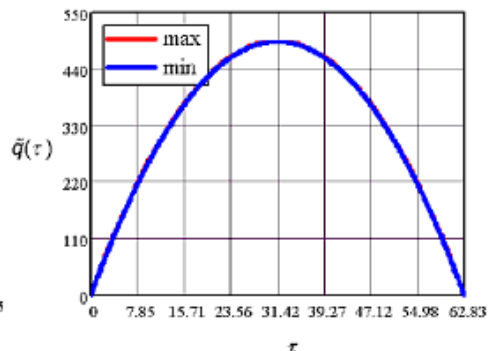


Fig. 4.2.j Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=10$ și $R=1$

Pentru o ciocnire plastică legea de mișcare este o curbă la care maximumul este situat după $n\tau$, adică vibratorul se „lipește” de limitator (pământ, nisip sau un alt material care urmează a fi compactat) mișcarea vibratorului fiind astfel

4.1. Domeniile de cuprindere a regimurilor, vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -105

îngreunată, coborârea fiind mult mai rapidă și datorită acțiunii greutateii acestuia. Între cele două curbe mișcarea este mai stabilă.

Variația vitezei în timpul mișcării într-o perioadă este reprezentată în figura 4.3 fiind negativă în sensul că masa își schimbă direcția de deplasare.

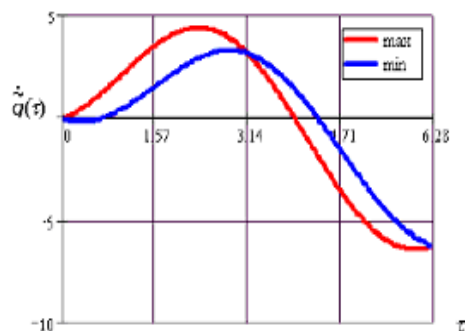


Fig. 4.3.a Viteza vibratorului pentru $r=1$ și $R=0$

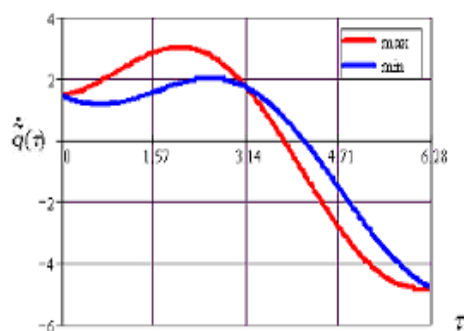


Fig. 4.3.b Viteza vibratorului pentru $r=1$ și $R=0,3$

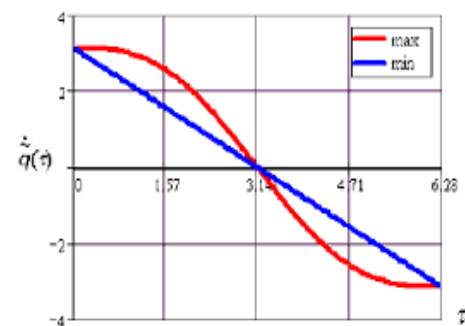


Fig. 4.3.c Viteza vibratorului pentru $r=1$ și $R=1$

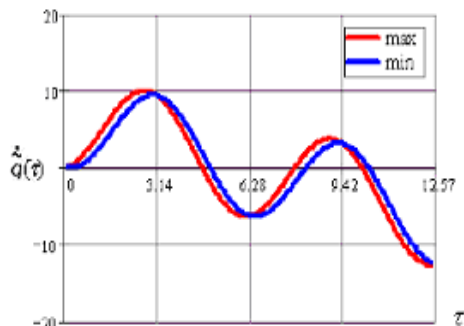


Fig. 4.3.d Viteza vibratorului pentru $r=2$ și $R=0$

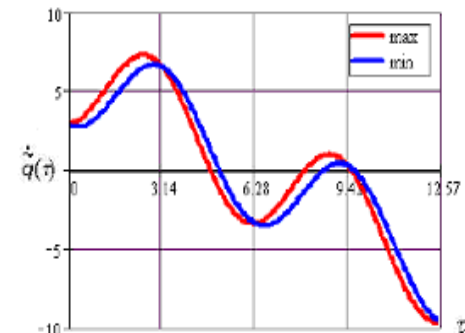


Fig. 4.3.e Viteza vibratorului pentru $r=1$ și $R=0,3$

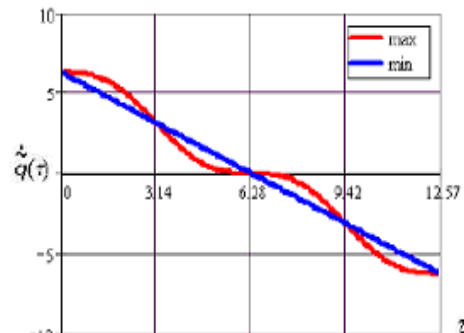


Fig. 4.3.f Viteza vibratorului pentru $r=2$ și $R=1$

106-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

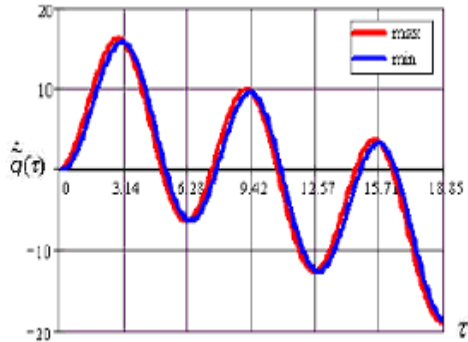


Fig. 4.3.g Viteza vibratorului pentru $r=3$ și $R=0$

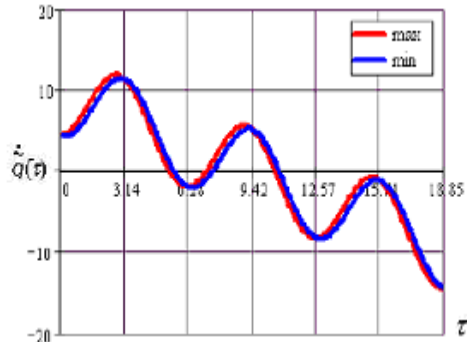


Fig. 4.3.h Viteza vibratorului pentru $r=3$ și $R=0,3$

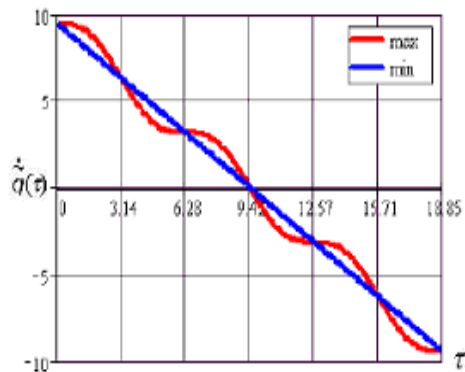


Fig. 4.3.i Viteza vibratorului pentru $r=3$ și $R=1$

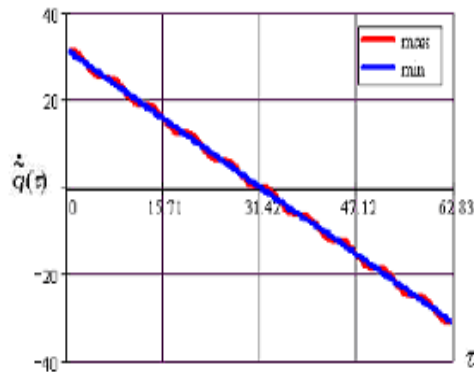


Fig. 4.3.j Viteza vibratorului pentru $r=10$ și $R=1$

Fig. 4.3 a-j Vitezele pentru diferite perioade și coeficienți de restituire

Se observă din figura 4.3 că pentru ciocnirile perfect elastice viteza pornește de la valoarea ei dinainte de ciocnire, ajunge nulă la jumătatea perioadei ca apoi să-și schimbe semnul (își schimbă vibratorul sensul de deplasare), ajungând să aibă la sfârșit aceeași valoare absolută ca și la început. Aceasta se întâmplă deoarece s-au neglijat rezistența la înaintare datorită frecării cu aerul și amortizarea. Viteza înainte de ciocnire crește o dată cu creșterea coeficientului de restituire, pentru $R=0$ aceasta fiind nulă. Funcția delta, raportul dintre amplitudinea forței perturbatoare și greutatea vibratorului, este stabilă în domeniul delimitat de cele două curbe din figura 4.4 Altfel spus, pentru ca mișcarea să fie stabilă și să aibă repetabilitate este necesar ca delta să se afle, pentru un coeficient de restituire la ciocnire cunoscut, între o valoare minimă și una maximă, după cum se arată în figură.

4.1. Domeniile de cuprindere a regimurilor, vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice -107

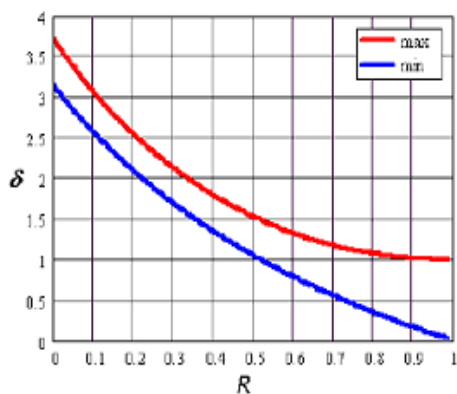


Fig. 4.4.a Cazul $r=1$

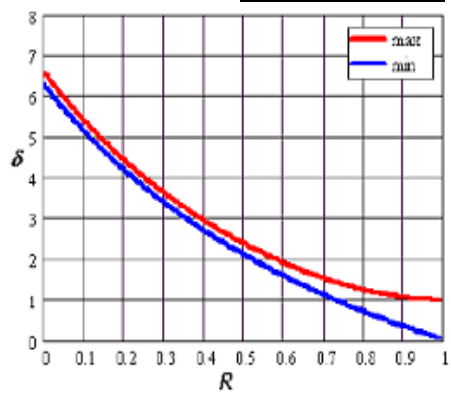


Fig. 4.4.b Cazul $r=2$

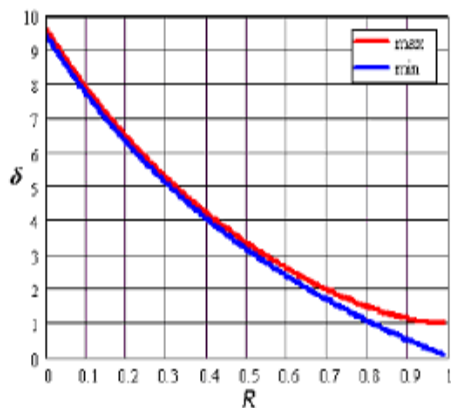


Fig. 4.4.c Cazul $r=3$

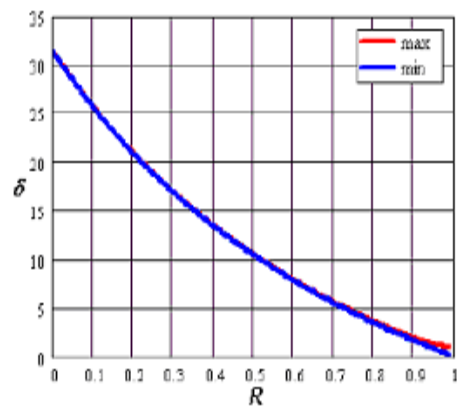


Fig. 4.4.d Cazul $r=1$

În conformitate cu reprezentarea grafică din figura 4.4 se observă că în cazul ciocnirii perfect elastice $\delta_{\max}=1$, ceea ce presupune să fie satisfăcută relația $Q_0=mg$, adică amplitudinea forței percutante să fie cel mult egală cu greutatea vibratorului. Pentru ciocnirea plastică această amplitudine trebuie să fie minim de **nr** ori mai mare.

4.2. Regimuri de mișcare vibropercutante cu ciocnire suplimentară

4.2.1. Introducere

În mod obișnuit regimurile de mișcare periodice ale sistemelor vibropercutante sunt tratate numai pentru situații particulare care conduc la ecuații simple și ușor de interpretat. Astfel este fundamentată metodologia de tratare a mișcărilor vibropercutante ce este aplicabilă și sistemelor ce prezintă anumite particularități speciale.

Drept exemplificare metodologia va fi concretizată și pentru situațiile în care apar ciocniri suplimentare în fiecare ciclu de mișcare. Prezentarea unui sistem simplu vibropercutant conduce la evidențierea unor particularități specifice și la diferențierea dificultăților ce apar în asemenea cazuri. Deși schema de tratare este valabilă pentru sisteme mai complexe în continuare se va delimita studiul numai la cazul simplu al mișcării cu desprinderi a unui vibrator așezat pe un reper fix.

4.2.2. Regimuri vibropercutante periodice

Regimurile periodice de mișcare ale sistemelor vibropercutante se realizează numai pentru anumiți parametrii caracteristici care trebuie să fie satisfăcuți. Nerealizarea acestor parametrii, care au valori suficient de restrictive, conduce la necesitatea studiului unor fenomene complexe. Acesta este motivul pentru care s-a considerat necesară abordarea completă și amănunțită a sistemului vibropercutant cu mișcări periodice simple, însă având ciocniri suplimentare în fiecare ciclu de mișcare. În continuare se notează momentele în care apar ciocnirile de bază care delimitează un ciclu al mișcării prin $t=t_k$ ($k=1, 2, \dots$) ceea ce înseamnă că în intervalul $[t_k, t_{k+1}]$ mișcare se presupune că este liberă dar apare și o ciocnire suplimentară. Ținând seama că în ecuația diferențială a mișcării apare forța perturbatoare periodică, regimurile periodice de mișcare sunt posibile numai în situația în care intervalul dintre cele două ciocniri de bază este un multiplu al perioadei forței perturbatoare, adică $t_{k+1}-t_k$ ($r=1, 2, \dots$). Alte situații apar în cazurile în care intervin mai multe ciocniri suplimentare în fiecare perioadă a mișcării, ceea ce completează gama regimurilor periodice posibile, însă pentru care determinările și calculele efective sunt mult mai dificile. Pentru exemplificare în lucrare este luat în considerare cazul apariției unei singure ciocniri suplimentare în fiecare ciclu de mișcare, cu particularizare la cazul ciocnirii plastice.

4.2.3. Sisteme vibropercutante

Studiul prezentat are ca obiectiv precizarea modului de tratare a situațiilor în care apar regimuri vibropercutante periodice. Datorită dificultăților întâlnite s-a luat în considerare cazul simplificat al vibratorului rezemat pe un plan rigid, ce execută mișcări cu desprindere de plan. Astfel, în timpul mișcării vibratorul saltă de pe plan și apoi în cădere se ciocnește și ricoșează în conformitate cu legile cunoscute ale ciocnirilor.

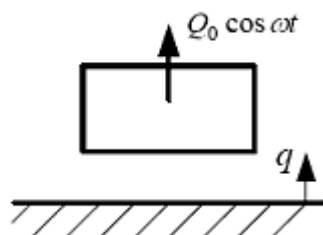


Fig. 4.5

Vibratorul este de masă m iar forța perturbatoare datorită generatorului de vibrații va fi de forma $Q_0 \cos \omega t$. Asupra masei m mai acționează greutatea proprie mg , astfel încât rezultanta forțelor va fi $-mg - Q_0 \cos \omega t$, iar ecuația diferențială a mișcării este de forma:

$$\ddot{q} = P(t) \quad (4.18)$$

unde:

$$P(t) = g(\delta \cos \omega t - 1) \quad (4.19)$$

$$\delta = \frac{Q_0}{mg}$$

Dacă se consideră ciocnirea masei cu planul rigid de natură elasto-plastică cu coeficientul de restituire R ($R \in [0,1]$) atunci viteza la sfârșitul unei ciocniri, adică la începutul ciocnirii următoare [64], [65] este:

$$\dot{q}_c = -R \dot{q}_c \quad (4.20)$$

unde \dot{q}_c este viteza de cădere a masei, deci de la începutul mișcării,

\dot{q}_c este viteza la sfârșitul ciocnirii.

Ținând seama ca în intervalul dintre ciocnirile de bază considerate $t \in [t_k, t_{k+1}]$ mai apare o ciocnire suplimentară în momentul $t - t' \in [t_k, t_{k+1}]$ și rezultă că fiecare ciclu de mișcare va cuprinde două faze:

- faza 1 anterioară ciocnirii suplimentare
- faza 2 posterioară ciocnirii suplimentare

În prima fază legile mișcării și vitezei obținute prin integrarea ecuației (4.18) sunt:

$$q_1(t) = -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t - \cos \omega t_k) + \delta \omega(t - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t - t_k)^2 \right] - R \dot{q}_c(t - t_k) \quad (4.21)$$

$$\dot{q}_1(t) = \frac{g}{\omega} [\delta(\sin \omega t - \sin \omega t_k) - \omega(t - t_k)] - R \dot{q}_c$$

Analog în cea de a doua fază a ciclului legile mișcării și vitezei sunt:

110 Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

$$\begin{aligned}
 q_2(t) &= -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t - \cos \omega t') + \delta\omega(t-t') \sin \omega t' + \frac{1}{2} \omega^2 (t-t')^2 \right] \\
 &\quad - R_1 \dot{q}_{10}(t-t') \\
 \dot{q}_2(t) &= \frac{g}{\omega} \left[\delta(\sin \omega t - \sin \omega t') - \omega(t-t') \right] - R_1 \dot{q}_{10}
 \end{aligned} \tag{4.22}$$

Deoarece condițiile inițiale de mișcare de pe cele două faze au fost luate în considerare la stabilirea legilor (4.21) și (4.22) mai trebuie precizate condițiile limită de la fiecare fază, Astfel, la finalul primei faze, adică pentru $t=t'$, trebuie să fie satisfăcute condițiile limită:

$$\begin{aligned}
 q_1(t') &= 0 \\
 \dot{q}_1(t') &= \dot{q}_{10}
 \end{aligned} \tag{4.23}$$

unde \dot{q}_{10} este viteza de la începutul ciocnirii suplimentare.

În mod asemănător la sfârșitul celei de-a doua faze a ciclului se pot scrie condițiile:

$$\begin{aligned}
 q_2(t_{k+1}) &= 0 \\
 \dot{q}_2(t_{k+1}) &= \dot{q}_c
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Introducând legile mișcării și vitezei (5.2.3.4) în condițiile limită (5.2.3.6) rezultă:

$$\begin{aligned}
 q_1(t') &= -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t' - \cos \omega t_k) + \delta\omega(t'-t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t'-t_k)^2 \right] \\
 -R \dot{q}_c(t'-t_k) &= 0 \\
 \dot{q}_1(t') &= \frac{g}{\omega} \left[\delta(\sin \omega t' - \sin \omega t_k) - \omega(t'-t_k) \right] - R \dot{q}_c = \dot{q}_{10}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

În același mod se introduc legile de mișcare (5.2.3.5) în condițiile limită (4.24) și rezultă:

$$\begin{aligned}
 q_2(t_{k+1}) &= -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t') + \delta\omega(t_{k+1}-t') \sin \omega t' + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1}-t')^2 \right] \\
 &\quad - R_1 \dot{q}_{10}(t_{k+1}-t') \\
 \dot{q}_2(t_{k+1}) &= \frac{g}{\omega} \left[\delta(\sin \omega t_{k+1} - \sin \omega t') - \omega(t_{k+1}-t') \right] - R \dot{q}_{10} = R \dot{q}_c
 \end{aligned} \tag{4.26}$$

4.3. Cazul ciocnirilor plastice

4.3.1. Determinarea regimurilor de mișcare

O dată stabilite ecuațiile (4.11) care reprezintă legile de bază pentru delimitarea ciclului de mișcare se pot obține condițiile de existență ale regimurilor vibropercutante cu o ciocnire suplimentară într-un ciclu. În acest sens sistemul (4.22) se presupune cu necunoscutele $\sin \omega t_k$ și $\cos \omega t_k$ care introduse în ecuația fundamentală trigonometrică conduce la stabilirea parametului de realizare a regimului considerat. Astfel din sistemul (14) se obține:

$$\begin{aligned}\sin \omega t_k &= \frac{BF - DE}{\delta(AD - BC)} \\ \cos \omega t_k &= \frac{CE - AF}{\delta(AD - BC)}\end{aligned}\quad (4.27)$$

Conform celor precizate rezultă ecuația:

$$(BF - DE)^2 + (CE - AF)^2 = \delta^2(AD - BC)^2$$

din care se obține:

$$\delta = \frac{\sqrt{(BF - DE)^2 + (CE - AF)^2}}{AD - BC} \quad (4.28)$$

Odată determinată relația (4.28) este posibilă discutarea diverselor situații posibile de realizare a regimurilor vibropercutante cu o ciocnire suplimentară. Pe această linie se trasează în figura (4.6.a) diagrama de variație a lui δ în funcție de multiplul perioadei forței perturbatoare r . Se verifică ușor că pentru $u=0$, δ este nedeterminat deoarece $A=0$, $B=0$, $C=2\pi r$, $D=0$, $E=0$, $F=2\pi^2 r^2$. Pentru $u=2\pi r$ de asemenea δ este nedeterminat deoarece $A=2\pi$, $B=0$, $C=2\pi r$, $D=2\pi^2 r^2$, $E=0$, $F=2\pi^2 r^2$.

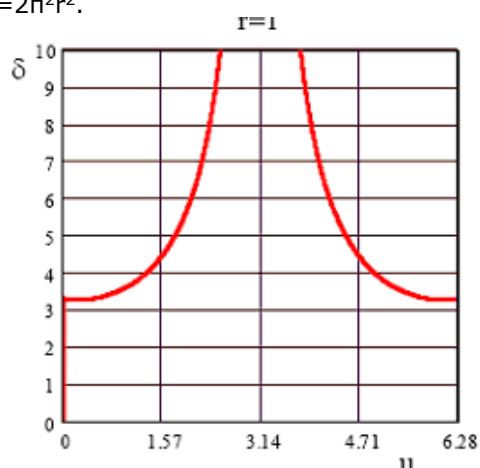


Fig. 4.6.a

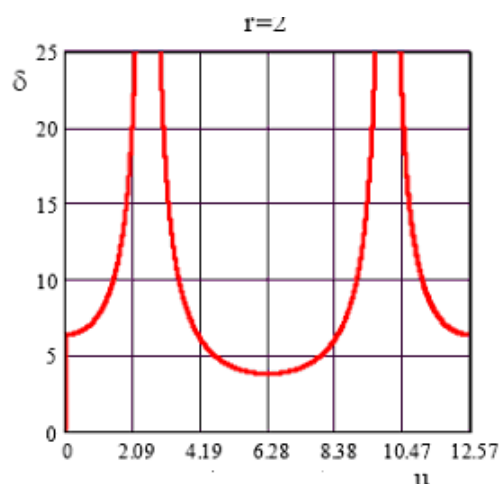


Fig. 4.6.b

112-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

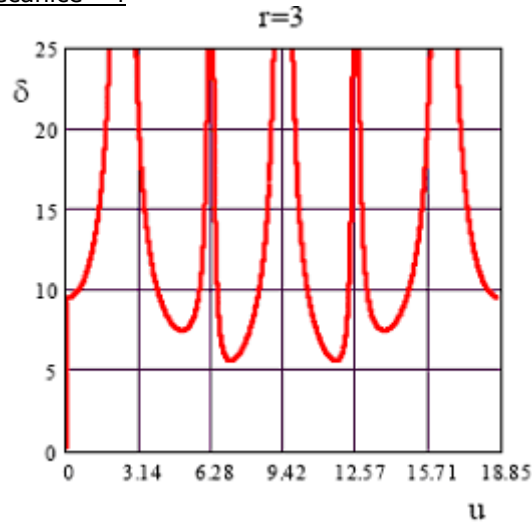


Fig. 4.6. c

Fig.4.6.a,b,c Diagrama de variație a lui δ în funcție de parametrul u ce definește momentul ciocnirii suplimentare

Din figura 4.6.a,b,c se determină valoarea minimă a lui δ astfel încât mișcarea să fie stabilă și ca funcțiile $\sin \omega t_k$ și $\cos \omega t_k$ să fie subunitare, adică să existe un timp real t_k care să corespundă începutului ciocnirii.

4.3.2. Stabilitatea mișcărilor vibropercutante

Se pornește de la ecuațiile de mișcare anterior găsite:

$$q_1(t') = -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t' - \cos \omega t_k) + \delta \omega (t' - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t' - t_k)^2 \right]$$

$$q_2(t_{k+1}) = -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t') + \delta \omega (t_{k+1} - t') \sin \omega t' + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} - t')^2 \right]$$

(4.29)

La momentul inițial se poate scrie că:

$$\delta(\cos \omega t' - \cos \omega t_k) + \delta \omega (t' - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t' - t_k)^2 = 0$$

$$\delta(\cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t') + \delta \omega (t_{k+1} - t') \sin \omega t' + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} - t')^2 = 0$$

(4.30)

Se consideră micile perturbații $t' + \Delta t'$, $t_k + \Delta t_k$ și $t_{k+1} + \Delta t_{k+1}$ astfel încât sistemul de mai sus devine:

$$\begin{aligned}
& \delta[\cos \omega(t' + \Delta t') - \cos \omega t_k] + \delta \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) \sin \omega(t_k + \Delta t_k) \\
& + \frac{1}{2} \omega^2 ((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))^2 = 0 \\
& \delta[\cos \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - \cos \omega(t' + \Delta t')] + \delta \omega(t_{k+1} - (t' + \Delta t')) \sin \omega(t' + \Delta t') + \\
& \frac{1}{2} \omega^2 ((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t'))^2 = 0
\end{aligned} \tag{4.31}$$

care se mai poate scrie:

$$\begin{aligned}
& \delta[(\cos \omega t' \cos \Delta t' - \sin \omega t' \sin \Delta t') - (\cos \omega t_k \cos \Delta t_k - \sin \omega t_k \sin \Delta t_k)] + \\
& \delta \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) (\sin \omega t_k \cos \Delta t_k - \cos \omega t_k \sin \Delta t_k) \\
& + \frac{1}{2} \omega^2 ((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))^2 = 0 \\
& \delta[(\cos \omega t_{k+1} \cos \Delta t_{k+1} - \sin \omega t_{k+1} \sin \Delta t_{k+1}) - (\cos \omega t' \cos \Delta t' - \sin \omega t' \sin \Delta t')] \\
& + \delta \omega(t_{k+1} - (t' + \Delta t')) (\sin \omega t' \cos \Delta t' - \cos \omega t' \sin \Delta t') + \\
& \frac{1}{2} \omega^2 ((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t'))^2 = 0
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Datorită faptului că perturbațiile sunt mici, adică tind spre zero, se poate scrie:

$$\begin{aligned}
\cos \omega \Delta t' &= \cos \omega \Delta t_k = 1; \\
\sin \omega \Delta t' &= \omega \Delta t'; \\
\sin \omega \Delta t_k &= \omega \Delta t_k; \\
\sin \omega \Delta t_{k+1} &= \omega \Delta t_{k+1}.
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Înlocuind aceste expresii în sistemul de mai sus avem:

$$\begin{aligned}
& \delta(\cos \omega t' - \omega \Delta t' \sin \omega t' - \cos \omega t_k + \omega \Delta t_k \sin \omega t_k) + \delta \omega(t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k) (\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k) \\
& + \frac{1}{2} \omega^2 (t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k)^2 = 0 \\
& \delta(\cos \omega t_{k+1} - \omega \Delta t_{k+1} \sin \omega t_{k+1} - \cos \omega t' + \omega \Delta t' \sin \omega t') + \delta \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t') (\sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') + \\
& \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')^2 = 0
\end{aligned} \tag{4.34}$$

Dacă se elimină ecuația inițială, pentru a putea studia stabilitatea mișcării se poate scrie:

114-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

$$\begin{aligned} & \delta(-\omega\Delta t' \sin \omega t' + \omega\Delta t_k \sin \omega t_k) + \delta\omega(\Delta t' - \Delta t_k) \sin \omega t_k + \delta\omega(t' - t_k) \omega\Delta t_k \cos \omega t_k \\ & + \frac{1}{2} \omega^2 (t' - t_k) (\Delta t' - \Delta t_k)^2 = 0 \\ & \delta(-\omega\Delta t_{k+1} \sin \omega t_{k+1} + \omega\Delta t' \sin \omega t') + \delta\omega(\Delta t_{k+1} - \Delta t') \sin \omega t' + \delta\omega(t_{k+1} - t') \omega\Delta t' \cos \omega t' \\ & + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} - t') (\Delta t_{k+1} - \Delta t')^2 = 0 \end{aligned} \quad (4.35)$$

Trecând la variabila u pentru a ușura calculele rezultă:

$$\begin{aligned} & \delta(-\omega\Delta t' \sin \omega t' + \omega\Delta t_k \sin \omega t_k) + \delta\omega(\Delta t' - \Delta t_k) \sin \omega t_k + \delta u \omega \Delta t_k \cos \omega t_k \\ & + \omega u (\Delta t' - \Delta t_k) = 0 \\ & \delta(-\omega\Delta t_{k+1} \sin \omega t_{k+1} + \omega\Delta t' \sin \omega t') + \delta\omega(\Delta t_{k+1} - \Delta t') \sin \omega t' + \delta(2\pi r - u) \omega \Delta t' \cos \omega t' \\ & + \omega(2\pi r - u) (\Delta t_{k+1} - \Delta t') = 0 \end{aligned} \quad (4.36)$$

Prin desfacerea parantezelor se poate scrie:

$$\begin{aligned} & -\delta\omega\Delta t' \sin \omega t' + \delta\omega\Delta t_k \sin \omega t_k + \delta\omega\Delta t' \sin \omega t_k - \delta\omega\Delta t_k \sin \omega t_k + \delta u \omega \Delta t_k \cos \omega t_k \\ & + \omega u \Delta t' - \omega u \Delta t_k = 0 \\ & -\delta\omega\Delta t_{k+1} \sin \omega t_{k+1} + \delta\omega\Delta t' \sin \omega t' + \delta\omega\Delta t_{k+1} \sin \omega t' - \delta\omega\Delta t' \sin \omega t' + \\ & \delta(2\pi r - u) \omega t_{k+1} \Delta t' \cos \omega t' + \omega(2\pi r - u) \Delta t_{k+1} - \omega(2\pi r - u) \Delta t' = 0 \end{aligned} \quad (4.37)$$

Relațiile (5.3.2.9) se pot scrie sub forma:

$$\begin{aligned} & -\Delta t_k (\delta u \cos \omega t_k - u) = \Delta t' (\delta \sin \omega t' - \delta \sin \omega t_k - u) \\ & \Delta t_{k+1} [-\delta \sin \omega t_k + \delta \sin \omega t' + (2\pi r - u)] = \Delta t' [(2\pi r - u) - \delta(2\pi r - u) \cos \omega t'] \end{aligned} \quad (4.39)$$

Rezultă:

$$\frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k} = \frac{(\delta u \cos \omega t_k - u) [(2\pi r - u) - \delta(2\pi r - u) \cos \omega t']}{(\delta \sin \omega t' - \delta \sin \omega t_k - u) [-\delta \sin \omega t_k + \delta \sin \omega t' + (2\pi r - u)]} \quad (4.40)$$

Relație ce se mai poate scrie sub forma:

$$\frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k} = \frac{u(\delta \cos \omega t_k - 1) [(2\pi r - u) - \delta(2\pi r - u) (\cos u \cos \omega t_k - \sin u \sin \omega t_k)]}{(\delta \sin u \cos \omega t_k + \delta(\cos u - 1) \sin \omega t_k - u)}$$

$$\bullet \frac{1}{[\delta(\cos u - 1) \sin \omega t_k + \delta \sin u \cos \omega t_k + (2\pi r - u)]} \quad (4.41)$$

Se observă din relația (4.27) și (4.38) că stabilitatea acestei mișcări nu depinde de parametrul u . Această funcție se compară cu valoarea 1 pentru a se determina stabilitatea mișcării:

dacă $0 < \frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k} < 1$ mișcarea este stabilă,

dacă $\frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k} \geq 1$, nu se poate decide dacă mișcarea este stabilă sau nu.

În figura 4.7.a,b,c s-a reprezentat $\frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k}$ ca funcție de u pentru diferiți multiplii ai perioadei forței perturbatoare.

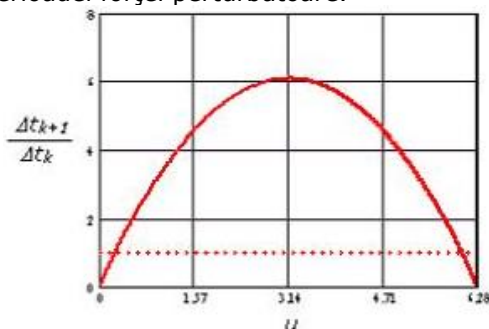


Fig. 4.7.a Stabilitatea mișcării pentru $r=1$

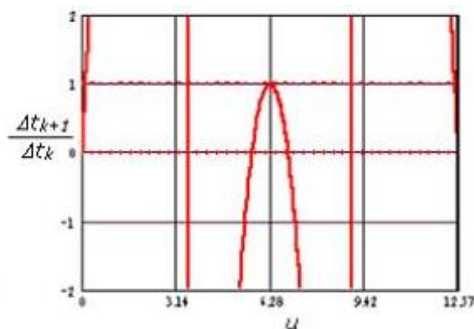


Fig. 4.7.b Stabilitatea mișcării pentru $r=2$

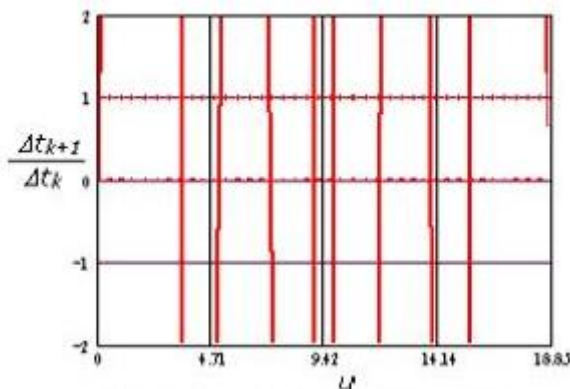


Fig. 4.7.c Stabilitatea mișcării pentru $r=3$
Fig.4.7. a,b,c Stabilitatea mișcării

Se observă din fig. 4.7.a,b,c că, o dată cu mărirea perioadei, domeniul de stabilitate al ecuației este mult mai mic.

Pentru a se putea reprezenta grafic mișcarea vibratorului este necesar să se găsească o valoare a parametrului u pentru care mișcarea este stabilă, adică:

$\frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k} < 1$. Pentru acest u se determină δ_{\min} din diagrama stabilită. Se reprezintă

grafic ecuațiile de mișcare pentru o perioadă cu notațiile $\frac{\omega^2}{g} q\left(t_k + \frac{\tau}{\omega}\right) = \tilde{q}(\tau)$,

$\frac{\omega^2}{g} \dot{q}\left(t_k + \frac{\tau}{\omega}\right) = \dot{\tilde{q}}(\tau)$ și rezultă pentru $r=1$ domeniul de variație a lui u :

116-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

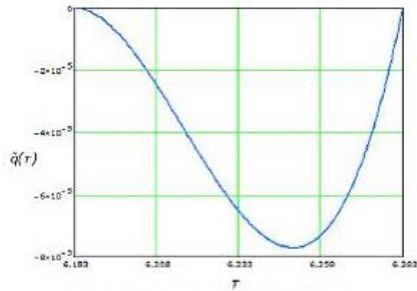


Fig.4.8.a

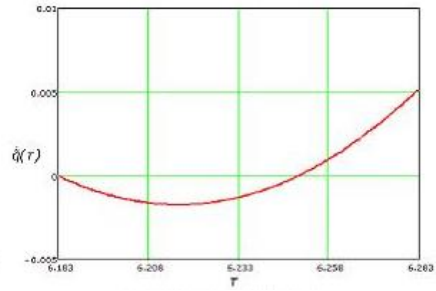


Fig.4.8.b

In figura 4.8.a este prezentată legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă pentru $r=1$ și $u=0.1$, iar în figura 4.8.b. viteza pentru această mișcare.

In prima perioadă de timp se observă că vibratorul nu se dezlipsește de limitator, prin urmare nu există decât o mișcare în timpul unei perioade, care însă nu acoperă toată perioada.

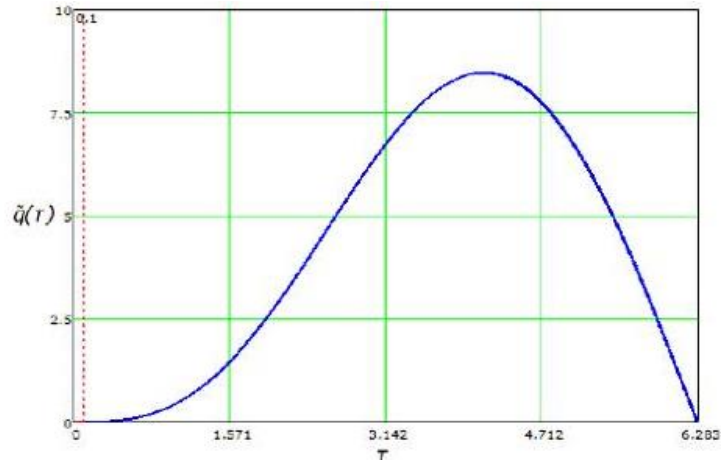


Fig. 4.9.a Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă pentru $r=1$ și $u=0,1$

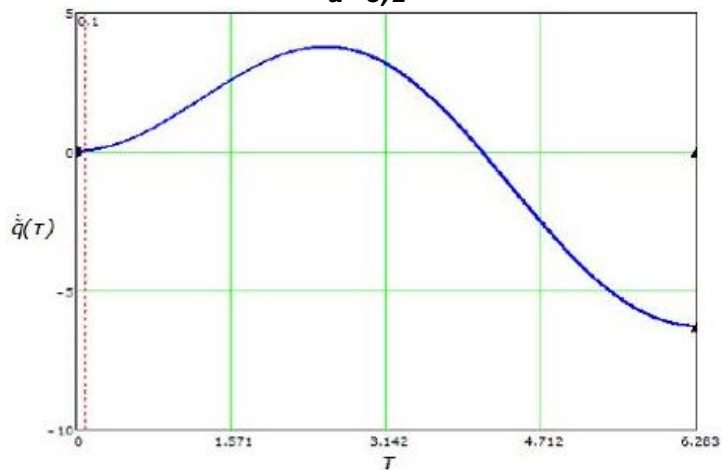
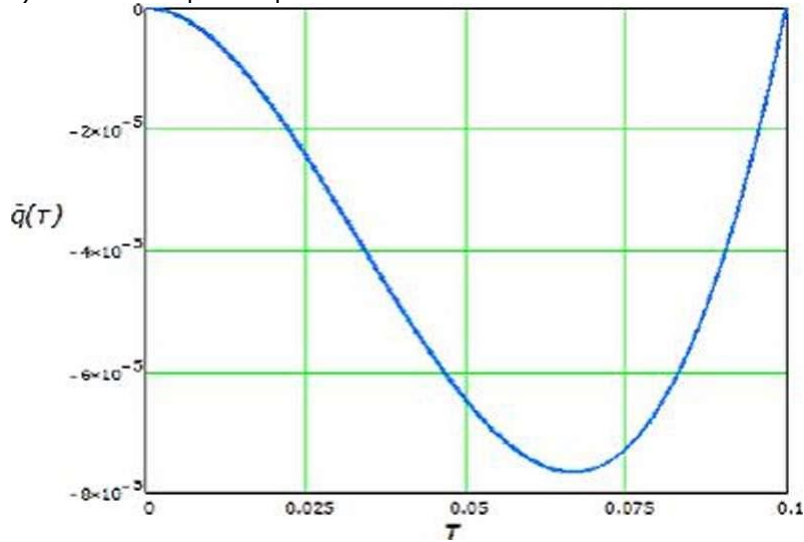
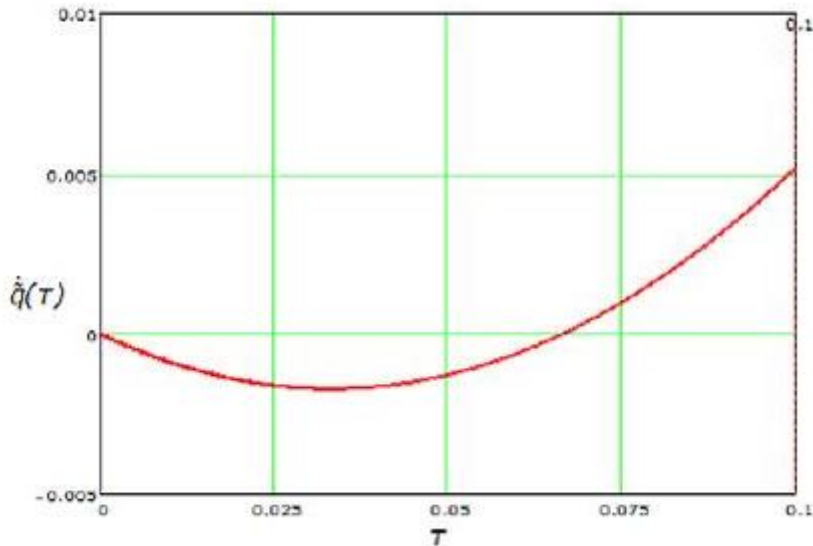


Fig. 4.9.b Viteza vibratorului într-o perioadă pentru $r=1$ și $u=0,1$

In figura 4.10. sunt prezentate legea de mișcare (fig.4.10.a) respectiv viteza (fig.4.10.b) vibratorului pentru prima ciocnire

**Fig. 4.10.a Legea de mișcare****Fig. 4.10.b Viteza****Fig.4.10 Legea de mișcare și legea de variație a vitezei vibratorului în cazul primei ciocniri**

Din figura 4.10.a se observă ca mișcarea vibratorului pe limitator este negativă.

De asemenea deplasările sunt foarte mici în comparație cu cele de la ciocnirea suplimentară, de 10^{-6} ori mai mici. Acest fenomen apare doar dacă se deplasează și limitatorul, acesta fiind cazul funcționării compactoarelor. În realitate însă vibratorul

118-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

se reazemă pe limitator tot acest timp deoarece forța perturbatoare (cu greutatea vibratorului luată în calcul) are sensul opus deplasării vibratorului.

Din figura 4.10.b se observă că viteza vibratorului la începutul mișcării este nulă, explicabilă prin ciocnirea plastică anterioară, iar la sfârșitul mișcării aceasta devine $q_{10} = 0.005$, urmând ciocnirea suplimentară. La sfârșitul ciocnirii suplimentare vibratorul are viteza $q_c = -6.288$. Pentru ca această mișcare să se producă în acest mod este necesar ca $\delta = 3.272$.

Pentru același parametru $\delta = 3.272$ se poate întâmpla să mai apară o mișcare stabilă într-o perioadă, a cărei lege de mișcare este reprezentată în figura 4.11. Acesta este cazul în care ciocnirea suplimentară apare cu puțin înainte de a se termina perioada

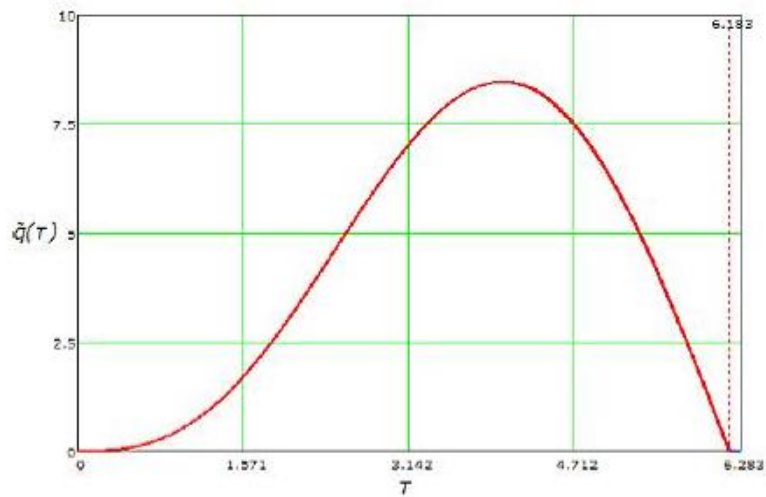


Fig. 4.11.a Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă pentru $r=1$ și $u=6.183$

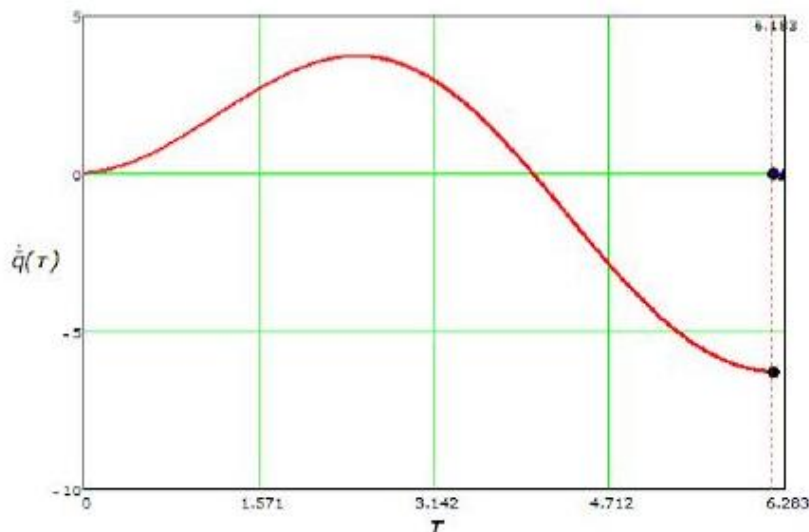


Fig. 4.11.b Viteza vibratorului într-o perioadă pentru $r=1$ și $u=6.183$

Așa cum se era de așteptat se observă din figurile 4.11.a și 4.12.a următorul fenomen: cele două mișcări pentru același δ sunt defazate cu intervalul ciocnirii suplimentare, mișcarea generală fiind aceeași.

În figura 4.11.b se reprezintă viteza vibratorului în timpul celor două perioade ale mișcării: prima ciocnire și cea suplimentară.

În figura 4.12 sunt reprezentate deplasarea (fig. 4.12.a) respective viteza (fig. 4.12.b) pentru ciocnirea suplimentară a vibratorului cu limitatorul.

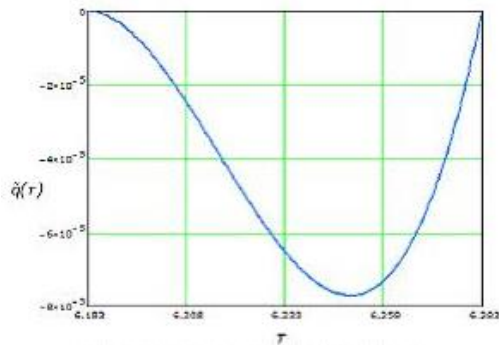


Fig. 4.12.a Legea de mișcare

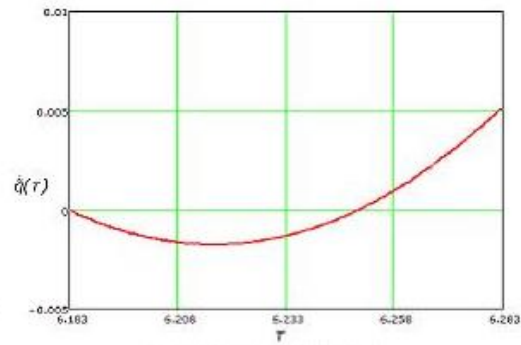


Fig. 4.12.b Viteza

Fig. 4.12(a,b) Ciocnirea suplimentară a vibratorului cu limitatorul

Din figurile 4.12 și 4.12 se observă că atât legea de mișcare cât și viteza pentru ciocnirea suplimentară pentru același δ sunt defazate cu intervalul unei ciocniri, timpul în care vibratorul se rezează pe limitator fiind același.

Pentru $r = 2$ se schimbă domeniile de stabilitate și legea de mișcare a vibratorului. Domeniile în care pot apărea ciocniri suplimentare cu mișcare stabilă sunt:

$$u_1 \in [0,000001; 0,1210001]$$

$$u_2 \in [5,679771; 6,276726]$$

$$u_3 \in [6,678728; 6,279727]$$

$$u_4 \in [6,283727; 6,886683]$$

$$u_5 \in [12,4454; 12,56545]$$

Legea de mișcare respectiv viteza vibratorului pentru multiplicatorul perioadei forței perturbatoare $r=2$, pentru $u=6,2$ se trasează în figura 5.3.2.6. Pentru ca ciocnirea suplimentară să apară în acest moment $u=6,2$ trebuie îndeplinite următoarele condiții:

$$\delta=3,727$$

$$\text{viteza de la sfârșitul primei ciocniri este } q_{10}=-6,366$$

$$\text{viteza de la sfârșitul ciocnirii suplimentare } q_c=-6,2$$

120-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

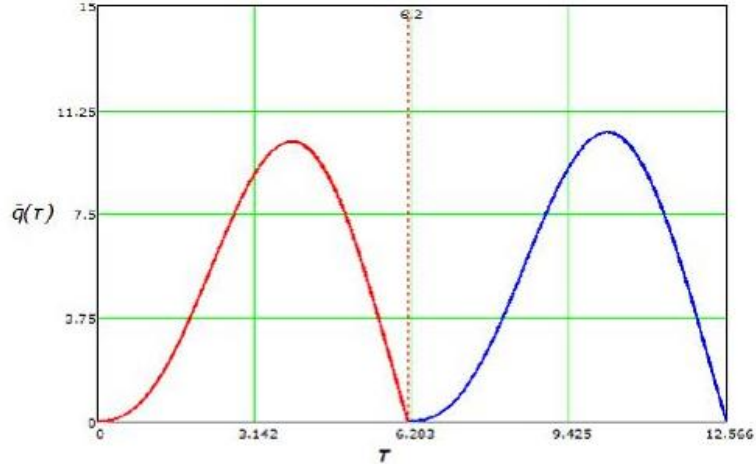


Fig. 4.13.a Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă pentru $r=2$ și $u=6,2$

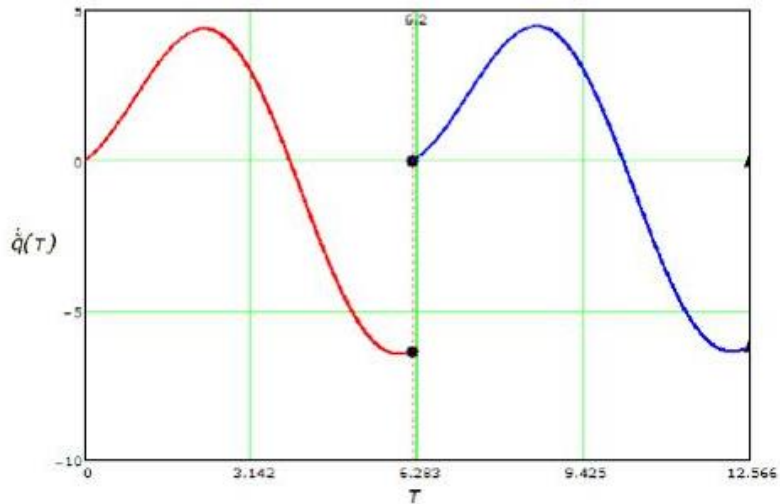


Fig. 4.13.b Viteza vibratorului într-o perioadă pentru $r=2$ și $u=6,2$

După cum se observă din figurile 4.13 a și b mișcarea vibratorului pe limitator în acest caz în care intervalul între două ciocniri de bază este $4n$ este formată din două mișcări de perioadă aproximativ egală cu cea a forței perturbatoare egală cu $2n$.

Se reprezintă legea de mișcare a vibratorului pe limitator (fig.4.14.a) respectiv viteza acestuia (fig.4.14.b) pentru $r=2, u=0,1$. Pentru această mișcare este necesar $\delta=6,343$, iar vitezele sunt: $q_{10}=0,01$; $q_c=-12,577$.

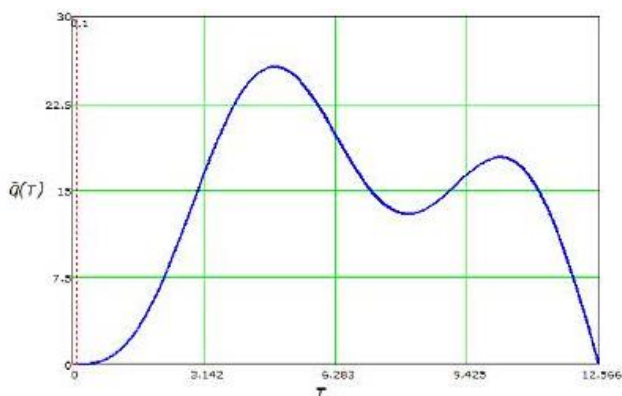


Fig. 4.14.a Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă pentru $r=2$ și $u=0,1$

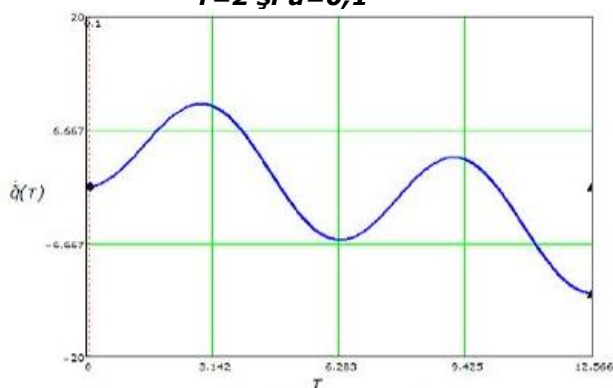


Fig. 4.14.b Viteza vibratorului într-o perioadă pentru $r=2$ și $u=0,1$

Datorită faptului că intervalul este mult prea mic, este necesară trasarea legii de mișcare respectiv a vitezei vibratorului pe intervalul $[0,u]$ în figura 4.15.

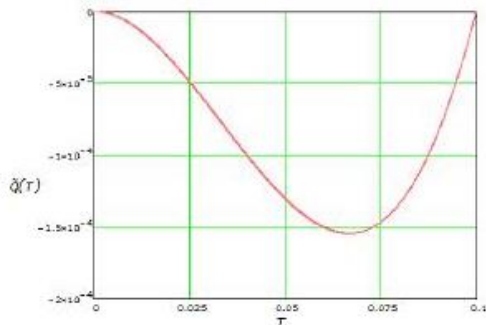


Fig. 4.15.a Legea de mișcare

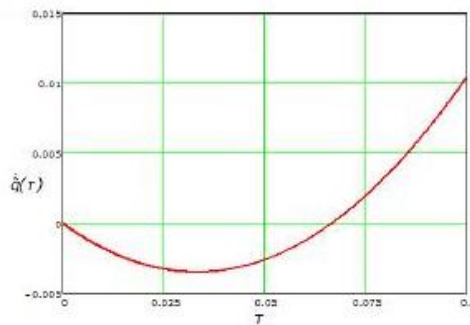


Fig. 4.15.b Viteza

Fig. 4.15 Mișcarea în prima ciocnire a vibratorului

Așa cum se vede și în figura 4.12, în figura 4.15 apare o deplasare negativă, de 10^5 ori mai mică în prima ciocnire față de ciocnirea suplimentară, care de fapt este o staționare a vibratorului pe limitator. Astfel se poate concluziona că, dacă ciocnirea suplimentară apare imediat în vecinătatea lui t_k sau a lui t_{k+1} apare o staționare a

122-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

vibratorului pe limitator. Pentru a verifica validitatea acestei concluzii este suficient să se traseze legea de mișcare pentru $r=3$ (fig.4.8.c).

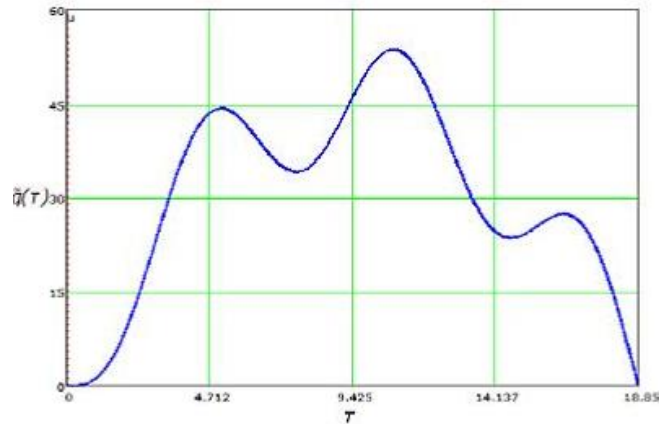


Fig. 4.16.a Legea de mișcare pentru $r = 3$ și $u = 0,08$

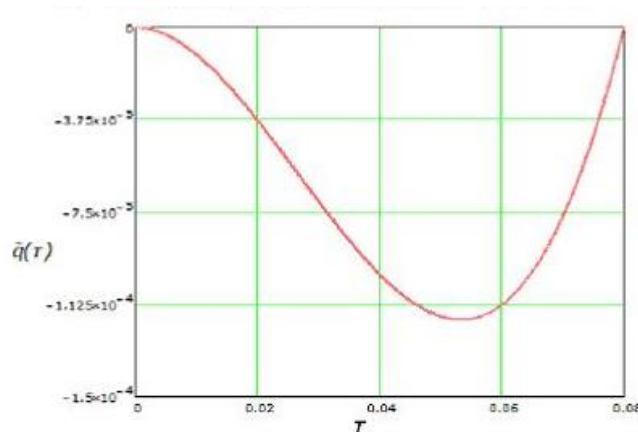


Fig. 4.16.b Legea de mișcare pentru prima ciocnire și $r = 3$ și $u = 0,08$

Pentru a se vedea cât mai exact legea de mișcare a vibratorului pe limitator, aceasta se determină în funcție de viteza unghiulară ω și multiplicatorul forței perturbatoare r .

În continuare se va studia apariția ciocnirii suplimentare într-o perioadă pentru mișcarea unui vibrator pe un limitator care acționează cu o forță perturbatoare de pulsație 100 rad/s, pentru diferiți multiplicatori ai perioadei. Se vor trasa diagramele deplasării, a vitezei vibratorului și cea a forței care acționează asupra vibratorului (forța totală care acționează asupra vibratorului, incluzând efectul greutății, considerând vibratorul de masă = 1 kg)

Astfel se reprezintă legea de mișcare (fig.4.17.a) respectiv viteza (fig.4.17.b) pentru o ciocnire plastică cu viteza unghiulară de 100 rad/s. Pentru o mai bună înțelegere a fenomenului și pentru a arăta periodicitatea mișcării s-a reprezentat legea de mișcare și viteza vibratorului pe parcursul a două perioade.

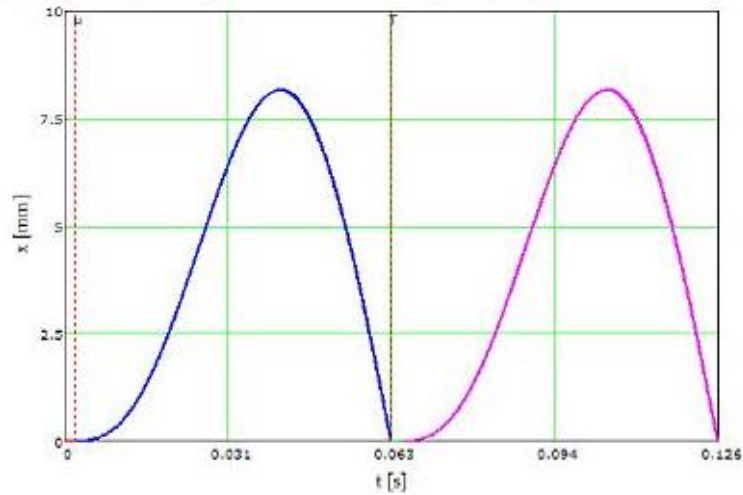


Fig. 4.17.a Legea de mișcarea vibratorului pentru $r = 1$, $u = 0,002$ și $\omega = 100$ rad/s

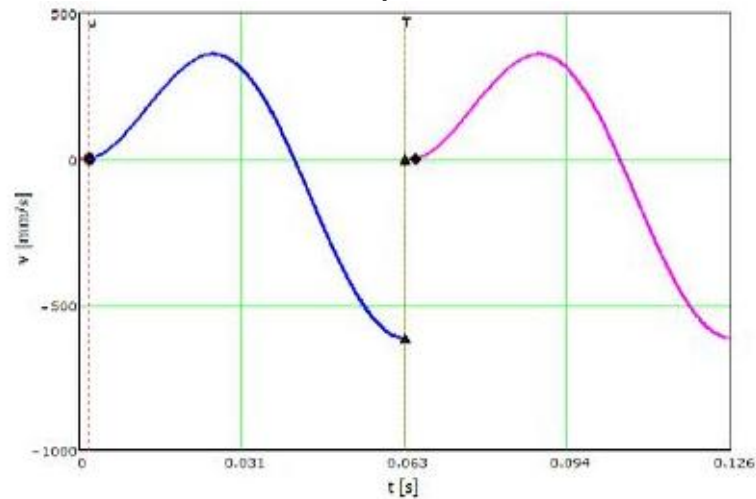


Fig. 4.17.b Viteza vibratorului pentru $r=1$, $u=0,002$ și $\omega=100$ rad/s

Pentru ca această mișcare să aibă loc, trebuie îndeplinită condiția:

$$\delta = \frac{Q_0}{mg} = 3,259$$

Astfel, viteza înaintea ciocnirii suplimentare va fi $q_{10}=2,003$ mm/s, iar viteza la sfârșitul mișcării este $q_c=-681,384$ mm/s.

Aceste viteze devin nule la începutul mișcării următoare datorită ciocnirilor plastice. Deplasarea pe ce-a de a doua curba este datorita doar forței perturbatoare care acționează asupra vibratorului.

După cum se observă din figura 4.18. în prima parte a mișcării vibratorul se reazemă pe limitator, ceea ce la prima vedere nu se poate explica, deoarece se știe din condițiile inițiale că are loc o ciocnire suplimentară. Pentru a înțelege fenomenul

124-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

este necesar să se reprezinte grafic variația forței care acționează asupra vibratorului pe parcursul mișcării acesteia, precum se vede în figura 4.18.

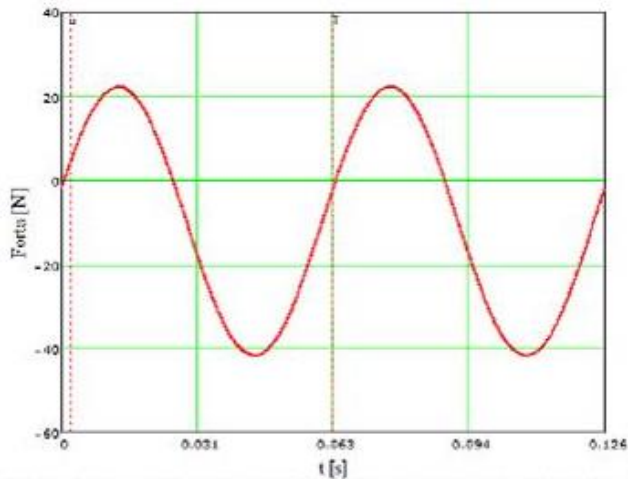


Fig. 4.18 Forța care acționează asupra vibratorului considerat de masă 1 kg

Din figura 4.19.b se observă atât periodicitatea mișcării cât și faptul că se păstrează valorile vitezelor atât înainte de ciocnire cât și după ciocnire. Din figura 4.18 se observă că la prima ciocnire, care apare foarte aproape de începutul perioadei are loc o variație foarte mică a forței perturbatoare. Aceasta este inițial negativă -2.038 N și crește la 3.969 N; aceasta crește și prin mărirea masei vibratorului, în faza de desprindere de pe (imitator forța este negativă, prin urmare în urma ciocnirii plastice vibratorul nu se poate desprinde de limitator, ajungând să fie pozitivă în momentul în care ar începe coborârea vibratorului pe limitator.

Pentru o mai bună înțelegere a fenomenului este necesar să se reprezinte grafic (fig. 4.19) legea de mișcare, viteza respectiv forța care acționează asupra vibratorului pentru intervalul de timp $[0, u]$.

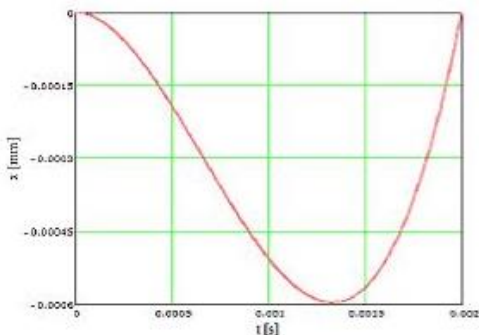


Fig. 4.19.a

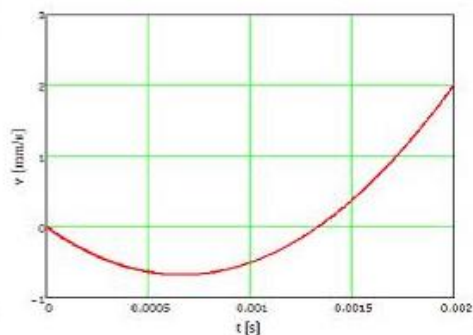


Fig. 4.19.b

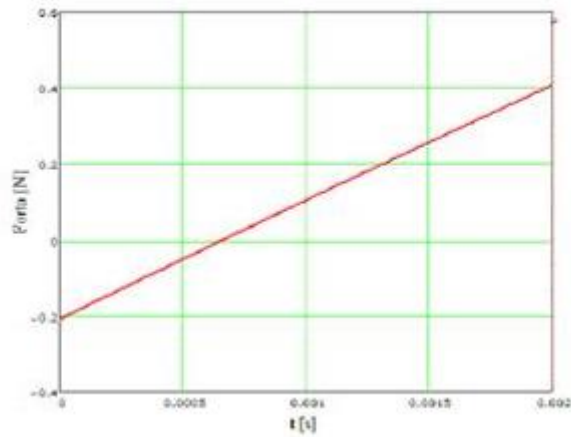


Fig. 4.19.c

Fig. 4.19(a,b,c) Detalii ale mișcării pe intervalul [0,u]

După cum se observă din figura 4.19 legea de mișcare este negativă, ceea ce fizic s-ar explica prin deplasarea limitatorului, care însă din modelul inițial nu este posibil. Aceasta se explică și prin faptul că forța este la început negativă, în faza de ridicare a vibratorului ea tinde să-l coboare, ceea ce face ca vibratorul să fie în contact cu limitatorul. Când vibratorul s-a ciocnit plastic la capătul perioadei forța era în creștere, însă pe direcția și sensul gravitației.

4.4. Cazul ciocnirilor reale

4.4.1. Determinarea regimurilor de mișcare

Și în acest caz, pentru δ se obține o relație identică cu (4.20), dar cu expresiile lui A, B, C, D, E, F date de relațiile 4.11.

În figura 5.4.1.1 se trasează variația lui δ în funcție de parametrul u pentru cazul ciocnirilor cu coeficient de restituire $R=R_1=0.9999$ pentru diferite valori ale lui r .

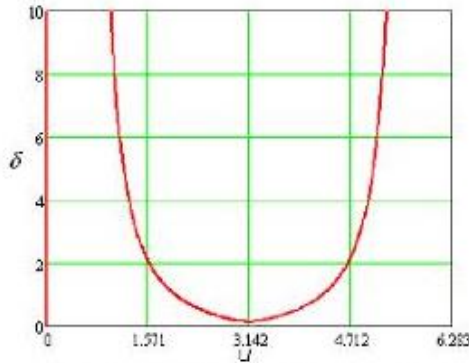


Fig. 4.20.a δ în funcție de u pentru $R=R_1=0.9999$ și $r=1$

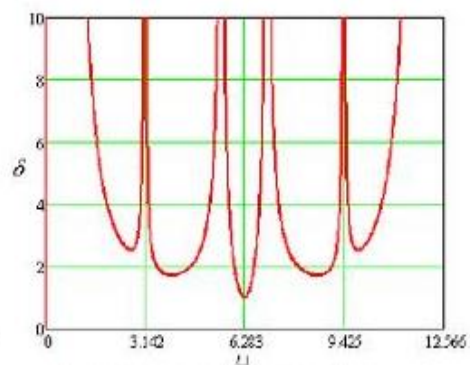


Fig. 4.20.b δ în funcție de u pentru $R=R_1=0.9999$ și $r=2$

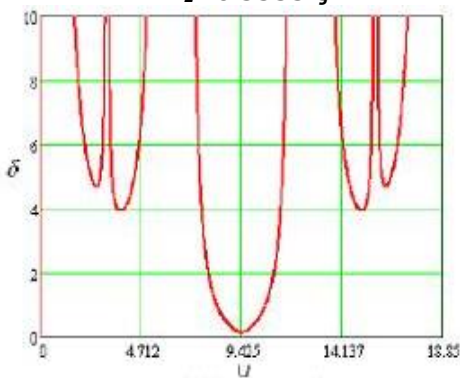


Fig. 4.20.c δ în funcție de u pentru $R=R_1=0.9999$ și $r=3$

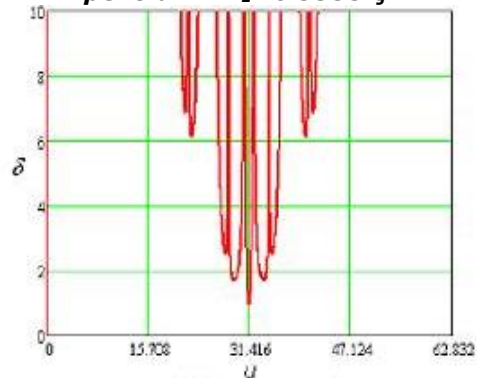


Fig. 4.20.d δ în funcție de u pentru $R=R_1=0.9999$ și $r=4$

Conform figurii 4.20. se observă că funcția δ este simetrică, linia de simetrie fiind la jumătatea perioadei. Din ecuațiile (4.11) și (4.1.2) se poate determina δ pentru $u=n\pi$, la jumătatea intervalului prin determinarea coeficienților din sistemul de ecuații (4.10):

$$\begin{aligned}
A &= \pi r + \frac{R\pi r}{1-RR_1} \left[R_1 - (1+R_1)(-1)^r \right] \\
B &= (-1)^r - 1 \\
E &= \frac{1}{2} \pi^2 r^2 + \frac{R\pi^2 r^2}{1-RR_1} (R_1 - 1) \\
C &= \pi r (-1)^r + \frac{R_1 \pi r (1+R)}{1-RR_1} ((-1)^r - 1) \\
D &= 1 - (-1)^r \\
F &= \frac{1}{2} \pi^2 r^2 + \frac{R_1 \pi^2 r^2}{1-RR_1} (R - 1)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

În cazul în care r este par ($r=k$), o pentru $u=nr$ se poate scrie:

$$\begin{aligned}
A &= \pi r \left(1 - \frac{R}{1-RR_1} \right) \\
B &= 0 \\
E &= \frac{1}{2} \pi^2 r^2 + \frac{R\pi^2 r^2}{1-RR_1} (R_1 - 1) \\
C &= \pi r \\
D &= 0 \\
F &= \frac{1}{2} \pi^2 r^2 + \frac{R_1 \pi^2 r^2}{1-RR_1} (R - 1)
\end{aligned} \tag{4.42}$$

În acest caz, din ecuațiile (4.42) și (4.43) rezultă că $\delta \rightarrow \infty$, ceea ce nu se poate întâmpla în practică. În acest mod s-a demonstrat că pentru un multiplu par pentru perioada forței percutante nu pot apărea ciocniri suplimentare la mijlocul perioadei. În cazul în care $r=2k+1$ coeficienții din sistemul (4.42) devin:

128-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

$$\begin{aligned}
 A &= \pi r \left[1 + \frac{R}{1 - RR_1} (1 + 2R_1) \right] \\
 B &= -2 \\
 E &= \frac{1}{2} \pi^2 r^2 + \frac{R\pi^2 r^2}{1 - RR_1} (R_1 - 1) \\
 C &= -\pi r \left(1 + 2 \frac{R_1(1 + R)}{1 - RR_1} \right) \\
 D &= 2 \\
 F &= \frac{1}{2} \pi^2 r^2 + \frac{R_1\pi^2 r^2}{1 - RR_1} (R - 1)
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

Din ecuațiile (4.42) și (4.43) se trasează graficul din fig. 4.21, reprezentând raportul dintre amplitudinea forței percutante și greutatea vibratorului în funcție de coeficientul de restituire, atunci când $R_1=R$:

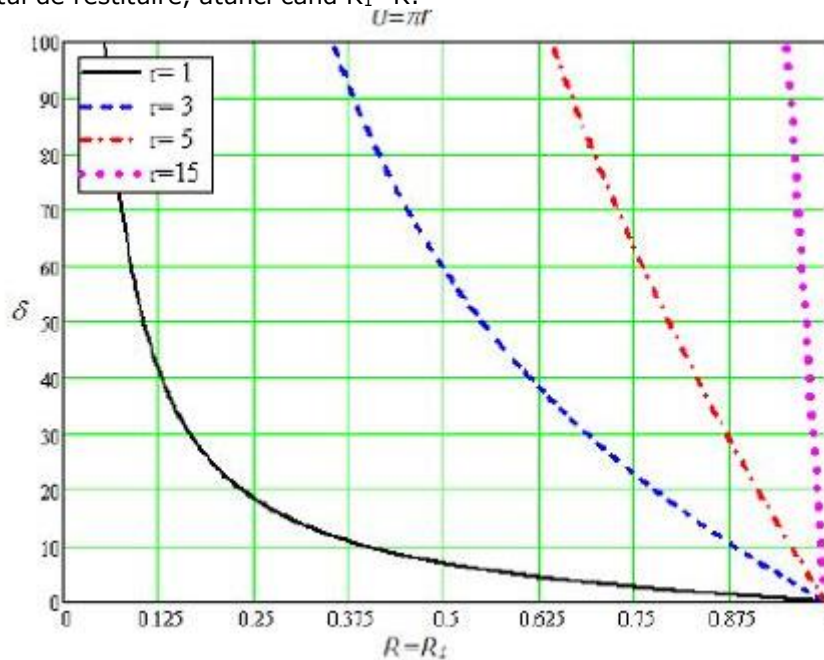


Fig. 4.21 Variația lui δ în funcție de coeficientul de restituire r impar

În Figura 4.21 se observă că nu poate apărea o ciocnire suplimentară la mijlocul perioadei pentru o ciocnire elastică deoarece $Q_0/mg < 1$, ceea ce nu este posibil datorită faptului că amplitudinea forței perturbatoare trebuie să fie mai mare decât greutatea vibratorului, pentru a-l putea să-l ridice.

4.4.2. Stabilitatea mișcărilor vibropercutante

Se pornește de la primele ecuații din sistemul de ecuații (4.10):

$$\begin{aligned}
 q_1(t') &= -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t' - \cos \omega t_k) + \delta \omega(t' - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t' - t_k)^2 \right] \\
 &- \left[\delta \sin \omega t_{k+1} - \delta(1 + R_1) \sin \omega t' + R_1 \delta \sin \omega t_k - \omega(t_{k+1} - t') + R_1 \omega(t' - t_k) \right] \bullet \\
 &\bullet \frac{g}{\omega^2} \frac{R}{1 - RR_1} \omega(t' - t_k) = 0 \\
 q_1(t_{k+1}) &= -\frac{g}{\omega^2} \left[\delta(\cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t') + \delta \omega(t_{k+1} - t') \sin \omega t' + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} - t')^2 \right] \\
 &- \left[\delta(1 + R) \sin \omega t_{k+1} - \delta \sin \omega t_k + R \delta \sin \omega t_{k+1} - \omega(t' - t_k) + R \omega(t_{k+1} - t') \right] \bullet \\
 &\bullet \frac{g}{\omega^2} \frac{R_1}{1 - RR_1} \omega(t_{k+1} - t') = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.45}$$

care după simplificări se mai poate scrie:

$$\begin{aligned}
 &\left[\delta(\cos \omega t' - \cos \omega t_k) + \delta \omega(t' - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t' - t_k)^2 \right] + \\
 &+ \left[\delta \sin \omega t_{k+1} - \delta(1 + R_1) \sin \omega t' + R_1 \delta \sin \omega t_k - \omega(t_{k+1} - t') + R_1 \omega(t' - t_k) \right] \bullet \\
 &\bullet \frac{R}{1 - RR_1} \omega(t' - t_k) = 0 \\
 &\left[\delta(\cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t') + \delta \omega(t_{k+1} - t') \sin \omega t' + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} - t')^2 \right] + \\
 &+ \left[\delta(1 + R) \sin \omega t_{k+1} - \delta \sin \omega t_k + R \delta \sin \omega t_{k+1} - \omega(t' - t_k) + R \omega(t_{k+1} - t') \right] \bullet \\
 &\bullet \frac{R_1}{1 - RR_1} \omega(t_{k+1} - t') = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.46}$$

Se consideră micile perturbații $t' + \Delta t'$, $t_k + \Delta t_k$, $t_{k+1} + \Delta t_{k+1}$, astfel încât sistemul de mai sus devine

130-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

$$\begin{aligned}
 & \left[\delta(\cos \omega(t' + \Delta t') - \cos \omega(t_k + \Delta t_k)) + \delta \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) \sin \omega(t_k + \Delta t_k) + \frac{1}{2} \omega^2 ((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))^2 \right] + \\
 & + \frac{R}{1 - RR_1} [\delta \sin \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - \delta(1 + R_1) \sin \omega(t' + \Delta t') + R_1 \delta \sin \omega(t_k + \Delta t_k) - \\
 & - \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t')) + R_1 \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))] \bullet \\
 & \bullet \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) = 0 \\
 & \left[\delta(\cos \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - \cos \omega(t' + \Delta t')) + \delta \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t')) \sin \omega(t' + \Delta t') + \frac{1}{2} \omega^2 ((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t'))^2 \right] + \\
 & + \frac{R_1}{1 - RR_1} [\delta(1 + R) \sin \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - \delta \sin \omega(t_k + \Delta t_k) + R \delta \sin \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) \\
 & - \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) + R \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t'))] \bullet \\
 & \bullet \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t')) = 0
 \end{aligned}
 \tag{4.47}$$

Datorită faptului că perturbațiile sunt mici, adică tind spre zero, se poate scrie

$$\begin{aligned}
 \cos \omega \Delta t' &= \cos \omega \Delta t_k = \cos \omega \Delta t_{k+1} = 1; \\
 \sin \omega \Delta t' &= \omega \Delta t'; \\
 \sin \omega \Delta t_k &= \omega \Delta t_k; \\
 \sin \omega \Delta t_{k+1} &= \omega \Delta t_{k+1}.
 \end{aligned}
 \tag{4.48}$$

Datorită faptului că perturbațiile sunt mici, adică tind spre zero, se poate scrie

$$\begin{aligned}
 \cos(\omega t' + \Delta t') &= \cos \omega t' \cos \omega \Delta t' - \sin \omega t' \sin \omega \Delta t' = \cos \omega t' - \omega \Delta t' \sin \omega t'; \\
 \cos(\omega t_k + \Delta t_k) &= \cos \omega t_k \cos \Delta t_k - \sin \omega t_k \sin \Delta t_k = \cos \omega t_k - \omega \Delta t_k \sin \omega t_k; \\
 \cos(\omega t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) &= \cos \omega t_{k+1} \cos \Delta t_{k+1} - \sin \omega t_{k+1} \sin \Delta t_{k+1} = \cos \omega t_{k+1} - \omega \Delta t_{k+1} \sin \omega t_{k+1}; \\
 \sin(\omega t' + \Delta t') &= \sin \omega t' \cos \omega \Delta t' + \cos \omega t' \sin \omega \Delta t' = \sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t'; \\
 \cos(\omega t_k + \Delta t_k) &= \sin \omega t_k \cos \Delta t_k + \cos \omega t_k \sin \Delta t_k = \sin \omega t_k - \omega \Delta t_k \cos \omega t_k; \\
 \cos(\omega t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) &= \sin \omega t_{k+1} \cos \Delta t_{k+1} + \cos \omega t_{k+1} \sin \Delta t_{k+1} = \sin \omega t_{k+1} - \omega \Delta t_{k+1} \cos \omega t_{k+1}.
 \end{aligned}
 \tag{4.49}$$

Înlocuind relația (4.49) în (4.473) rezultă:

$$\begin{aligned}
& [\delta(\cos \omega t' - \omega \Delta t' \sin \omega t' - \cos \omega t_k + \omega \Delta t_k \sin \omega t_k) + \delta \omega (t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k)(\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k) + \\
& + \frac{1}{2} \omega^2 ((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))^2] + \\
& [\delta(\sin \omega t_{k+1} + \omega t_{k+1} \cos \omega \Delta t_{k+1}) - \delta(1 + R_1)(\sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') + R_1 \delta(\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k) \\
& - \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t')) + R_1 \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))] \bullet \\
& \bullet \frac{R}{1 - RR_1} \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) = 0 \\
& [\delta(\cos \omega t_{k+1} + \omega \Delta t_{k+1} \cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') + \delta \omega (t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')(\sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') + \\
& \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')^2] + \\
& + \frac{R_1}{1 - RR_1} [\delta(1 + R)(\sin \omega t_{k+1} + \omega \Delta t_{k+1} \cos \omega t_{k+1}) - \delta(\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k) + R \delta(\sin \omega t_{k+1} + \omega \Delta t_{k+1} \cos \omega t_{k+1}) \\
& - \omega((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k)) + R \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t'))] \bullet \omega((t_{k+1} + \Delta t_{k+1}) - (t' + \Delta t')) = 0 \\
\end{aligned} \tag{4.50}$$

Dacă se elimină ecuațiile inițiale pentru a studia stabilitatea mișcării avem

$$\begin{aligned}
& [\delta(\cos \omega t' - \omega \Delta t' \sin \omega t' - \cos \omega t_k + \omega \Delta t_k \sin \omega t_k) + \frac{1}{2} \omega^2 ((t' + \Delta t') - (t_k + \Delta t_k))^2 + \\
& + \delta \omega (t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k)(\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k)] + \\
& [\delta(\sin \omega t_{k+1} + \omega t_{k+1} \cos \omega \Delta t_{k+1}) - \delta(1 + R_1)(\sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') + R_1 \delta(\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k) \\
& - \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t') + R_1 \omega(t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k)] \bullet \\
& \bullet \frac{R \omega (t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k)}{1 - RR_1} - [\delta(\cos \omega t' - \cos \omega t_k) + \delta \omega (t' - t_k) \sin \omega t_k + \frac{1}{2} \omega^2 (t' - t_k)^2] - \\
& - \frac{R \omega (t' - t_k)}{1 - RR_1} [\delta \sin \omega t_{k+1} - \delta(1 + R_1) \sin \omega t' + R_1 \delta \sin \omega t_k - \omega(t_{k+1} - t') + R_1 \omega(t' - t_k)] = 0 \\
& [\delta(\cos \omega t_{k+1} + \omega \Delta t_{k+1} \cos \omega t_{k+1} - \cos \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') + \frac{1}{2} \omega^2 (t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')^2 + \\
& + \delta \omega (t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')(\sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t')] \\
& + \frac{R_1 \omega (t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')}{1 - RR_1} [\delta(1 + R)(\sin \omega t' + \omega \Delta t' \cos \omega t') - \delta(\sin \omega t_k + \omega \Delta t_k \cos \omega t_k) - R \delta(\sin \omega t_{k+1} + \omega \Delta t_{k+1} \cos \omega t_{k+1}) \\
& - \omega(t' + \Delta t' - t_k - \Delta t_k) + R \omega(t_{k+1} + \Delta t_{k+1} - t' - \Delta t')] - \frac{R_1 \omega (t_{k+1} - t')}{1 - RR_1} [\delta(1 + R) \sin \omega t' - \delta \sin \omega t_k - R \delta \sin \omega t_{k+1} - \\
& - \omega(t' - t_k) + R \omega(t_{k+1} - t')] = 0 \\
\end{aligned} \tag{4.51}$$

Dând factori comuni micile perturbații din relațiile (4.51) se poate scrie:

132-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{aligned} & [(1+R)(\cos u - 1) + (1+R_1)Ru \sin u] \delta \sin \omega t_k + [(1+R) \sin u + \\ & + (1+R_1)Ru \cos u] \delta \sin \omega t_k + 2\pi r R - [(2+R_1)R + 1]u \end{aligned} \right\} \Delta t' + \\
 & \left\{ \begin{aligned} & R(1+R_1)(1 - \cos u) \delta \sin \omega t_k - [u + R(1+R_1) \sin u] \delta \cos \omega t_k - \\ & - 2\pi r R + [(1+R_1)R + 1]u \end{aligned} \right\} \Delta t_k + \\
 & + Ru(1 - \delta(\cos \omega t_k)) \Delta t_{k+1} = 0 \\
 & \left\{ \begin{aligned} & [(1+R_1)(2\pi r - 1) \sin u + R_1(1+R)(\cos u - 1)] \delta \sin \omega t_k + 2\pi r [(1+R)R_1 + 1] + \\ & [(1+R_1)(u - 2\pi r) \cos u + R_1(1+R) \sin u] \delta \cos \omega t_k - [(2+R)R_1 + 1]u \end{aligned} \right\} \Delta t' + \\
 & + R_1(2\pi r - u)(\delta \cos \omega t_k - 1) \Delta t_k + \left\{ \begin{aligned} & (1+R_1)(1 - \cos u) \delta \sin \omega t_k - [RR_1(2\pi r - u) - \\ & (1+R_1) \sin u] \delta \cos \omega t_k + [(1+R_1)R + 1]u - 2\pi r(1 + RR_1) \end{aligned} \right\} \Delta t_{k+1} = 0 \\
 & \qquad \qquad \qquad (4.52)
 \end{aligned}$$

Sistemul (4.52) se poate scrie

$$\begin{cases} A \Delta t' + B \Delta t_k + C \Delta t_{k+1} = 0 \\ A_1 \Delta t' + B_1 \Delta t_k + C_1 \Delta t_{k+1} = 0 \end{cases} \quad (4.53)$$

unde:

$$\begin{aligned}
 A &= [(1+R)(\cos u - 1) + (1+R_1)Ru \sin u] \delta \sin \omega t_k + [(1+R) \sin u + \\ & + (1+R_1)Ru \cos u] \delta \sin \omega t_k + 2\pi r R - [(2+R_1)R + 1]u \\
 B &= R(1+R_1)(1 - \cos u) \delta \sin \omega t_k - [u + R(1+R_1) \sin u] \delta \cos \omega t_k - \\ & - 2\pi r R + [(1+R_1)R + 1]u \\
 C &= Ru(1 - \delta(\cos \omega t_k)) \\
 A_1 &= [(1+R_1)(2\pi r - 1) \sin u + R_1(1+R)(\cos u - 1)] \delta \sin \omega t_k + 2\pi r [(1+R)R_1 + 1] + \\ & [(1+R_1)(u - 2\pi r) \cos u + R_1(1+R) \sin u] \delta \cos \omega t_k - [(2+R)R_1 + 1]u \\
 B_1 &= R_1(2\pi r - u)(\delta \cos \omega t_k - 1) \\
 C_1 &= (1+R_1)(1 - \cos u) \delta \sin \omega t_k - [RR_1(2\pi r - u) - \\ & (1+R_1) \sin u] \delta \cos \omega t_k + [(1+R_1)R + 1]u - 2\pi r(1 + RR_1) \\
 & \qquad \qquad \qquad (4.54)
 \end{aligned}$$

Sistemul de ecuații (4.54) se poate scrie:

$$\begin{cases} \Delta t' = -\frac{B}{A} \Delta t_k - \frac{C}{A} \Delta t_{k+1} \\ \Delta t' = -\frac{B_1}{A_1} \Delta t_k - \frac{C_1}{A_1} \Delta t_{k+1} \end{cases} \quad (4.55)$$

Prin egalarea relațiilor din (4.55) rezultă:

$$\left(\frac{C}{A} - \frac{C_1}{A_1} \right) \Delta t_{k+1} = \left(\frac{B_1}{A_1} - \frac{B}{A} \right) \Delta t_k \quad (4.56)$$

Mișcarea vibratorului pe limitator este stabilă atâta timp cât:

$$\frac{\Delta t_k}{\Delta t_{k+1}} = \frac{\left(\frac{B_1}{A_1} - \frac{B}{A}\right)}{\left(\frac{C}{A} - \frac{C_1}{A_1}\right)} = \frac{B_1 \cdot A - B \cdot A_1}{A_1 \cdot C - A \cdot C_1} < 1 \quad (4.57)$$

Din relația (4.42) se observă că stabilitatea mișcării nu depinde de δ .

În figura 4.22 se reprezintă $\frac{\Delta t_{k+1}}{\Delta t_k}$ în funcție de u pentru diferiți coeficienți de restituire R, R_1 respectiv pentru diferiți coeficienți de multiplicare r .

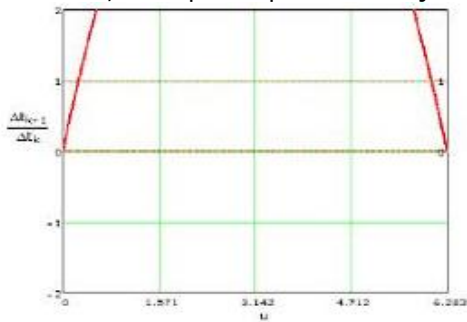


Fig. 4.22.a Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0$ și $r=1$

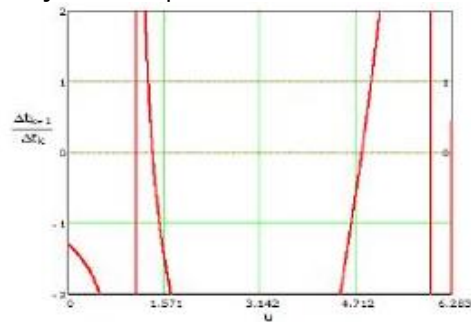


Fig. 4.22.b Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,33$ și $r=1$

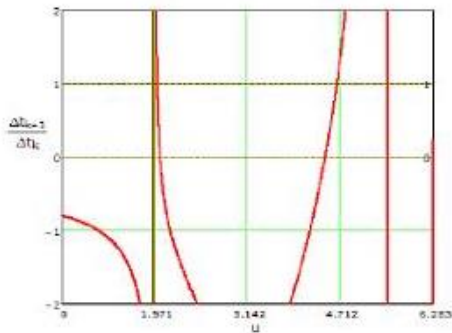


Fig. 4.22.c Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,5$ și $r=1$

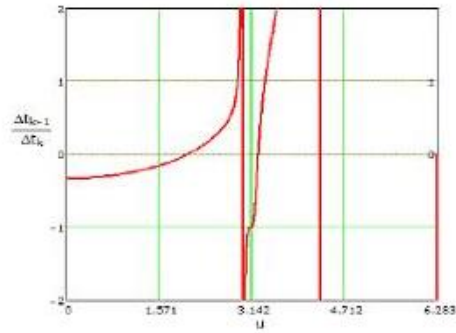


Fig. 4.22.d Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,99$ și $r=1$

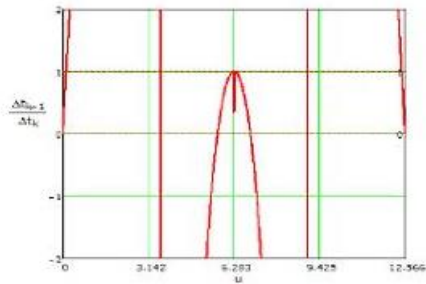


Figura 4.22.e Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0$ și $r=2$

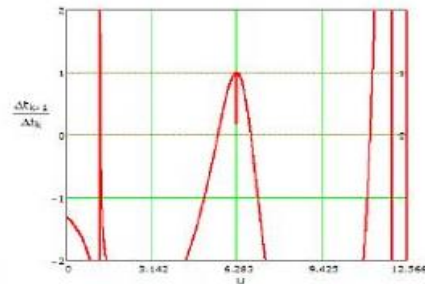


Figura 4.22.f Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,33$ și $r=2$

134-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

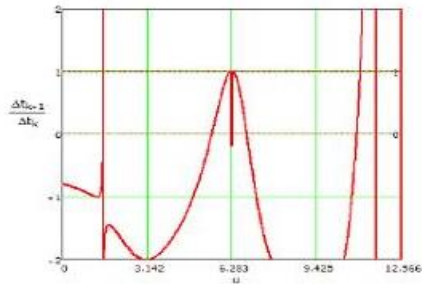


Figura 4.22.g Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,5$ și $r=2$

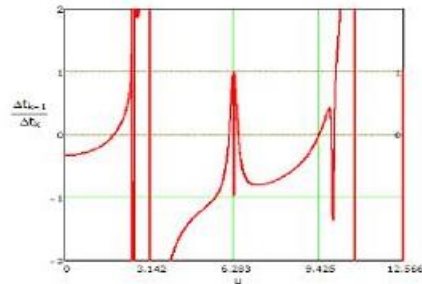


Figura 4.22.h Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,99$ și $r=2$

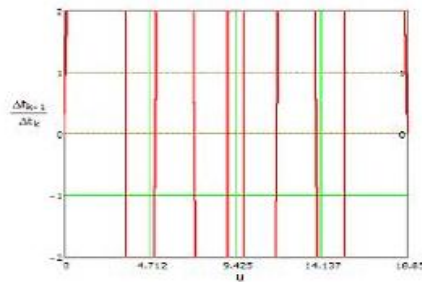


Figura 4.22.i Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0$ și $r=3$

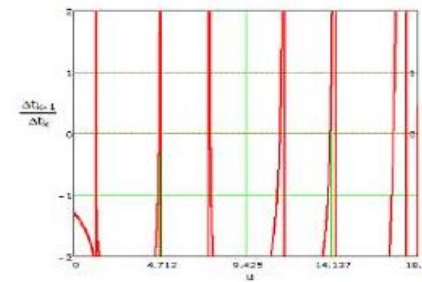


Figura 4.22.j Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,33$ și $r=3$

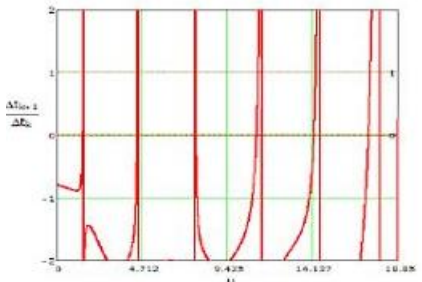


Figura 4.22.k Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,5$ și $r=3$

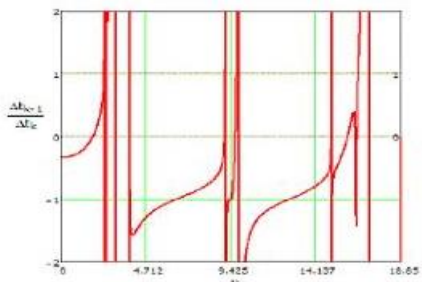


Figura 4.22.l Stabilitatea mișcării pentru $R_1=R=0,99$ și $r=3$

Figura 4.22. a-l Stabilitatea mișcării

Din figurile 4.22.a, e, i și 4.5.a, b, c se observă că în acest caz, al ciocnirilor reale, pentru coeficienți de restituire nuli se regăsește în cazul ciocnirilor plastice, ceea ce constituie o verificare a acestui caz. Astfel, legea de mișcare și viteza vibratorului pot fi cunoscute în fiecare moment al mișcării. Pentru $r=1$ și coeficient de restituire 0,3 se trasează legea de mișcare în figura 4.23.a iar viteza în figura 4.23.b:

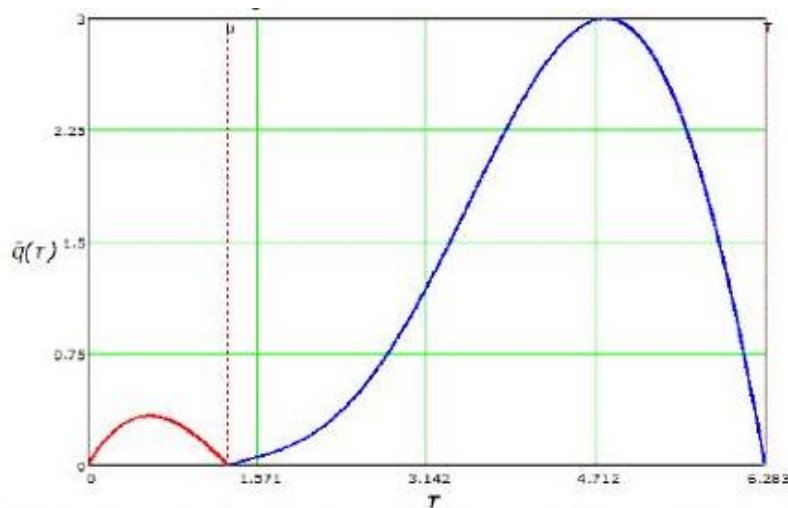


Fig. 4.23.a Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă cu $r=1$, $R=0,3$ și $u=1,3$

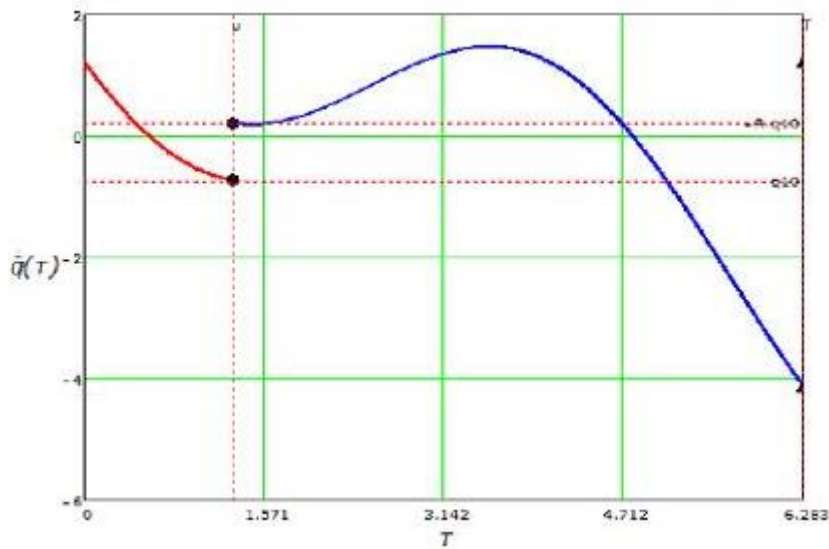


Fig. 4.23.b Viteza vibratorului într-o perioadă cu $r=1$, $R=0,3$ și $u=1,3$

Pentru $r=2$ și coeficient de restituire 0,3 se trasează legea de mișcare în figura 4.24.a în care detaliile primei ciocniri sunt în fig. 4.24.b respectiv ciocnirea suplimentară în fig. 4.24.c.

136-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

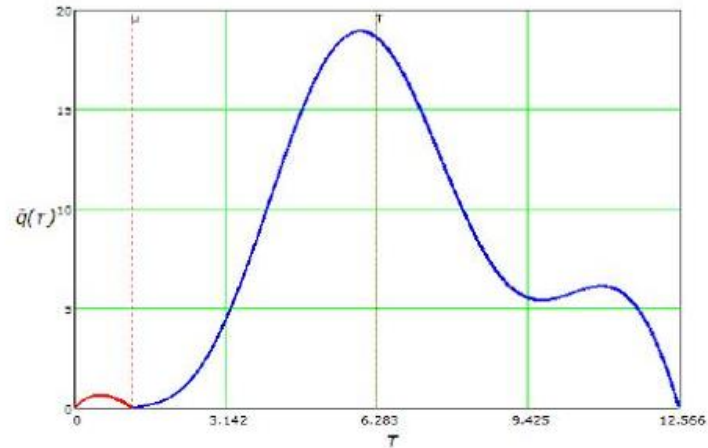


Fig. 4.24.a Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă cu $r=2$, $R=0,3$ și $u=1,22$

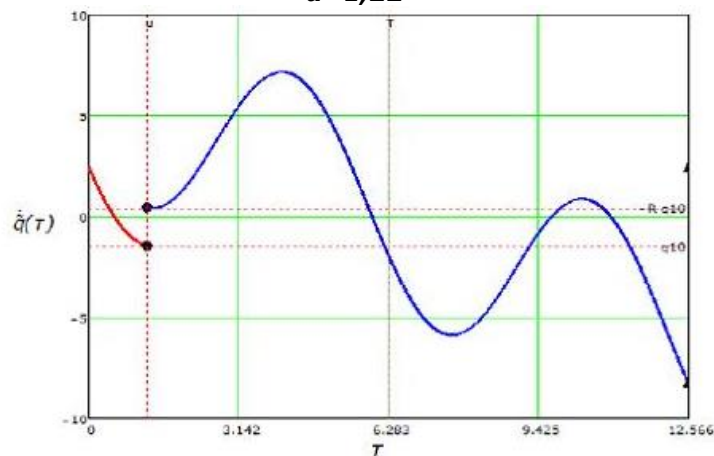


Fig. 4.24.b. Viteza vibratorului într-o perioadă cu $r=2$, $R=0,3$ și $u=1,22$

Pentru $r=3$ și coeficient de restituire 0.3 se trasează legea de mișcare în figura 4.25.a în care detaliile primei ciocniri sunt în fig. 4.25.b respectiv ciocnirea suplimentară în fig. 4.25.c:

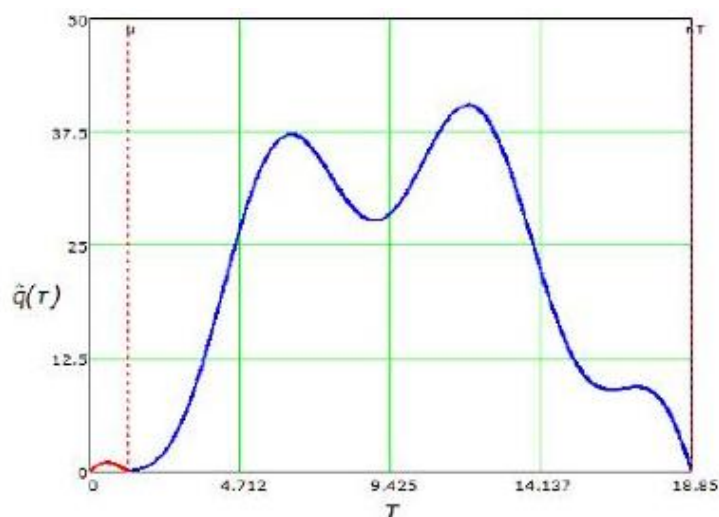


Fig. 4.25.a. Legea de mișcare a vibratorului într-o perioadă cu $r=2$, $R=0,3$ și $u=1,1945$

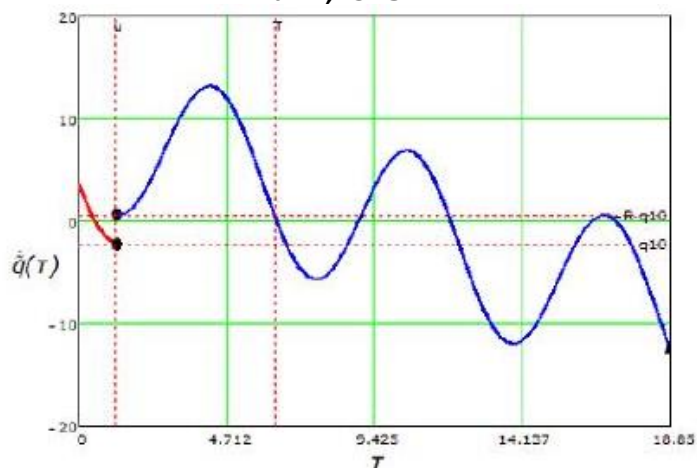


Fig. 4.25.b. Viteza vibratorului într-o perioadă cu $r=2$, $R=0,3$ și $u=1,1945$

Pentru a se vedea legea de mișcare a vibratorului pe limitator cât mai exact, aceasta se determină în funcție de viteza unghiulară ω și multiplicatorul perioadei forței perturbatoare r respectiv de coeficienții de restituire R și R_1 . Astfel în figura 4.26.a și fig. 4.26.b se reprezintă legea de mișcare respectiv viteza pentru o ciocnire plastică, cu viteza unghiulară de 100 rad/s. S-au arătat legea de mișcare și viteza vibratorului pe parcursul a două perioade pentru o mai bună înțelegere a fenomenului și pentru a se arăta periodicitatea funcționării vibratorului.

138-Contribuții teoretice și practice privind studiul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice - 4

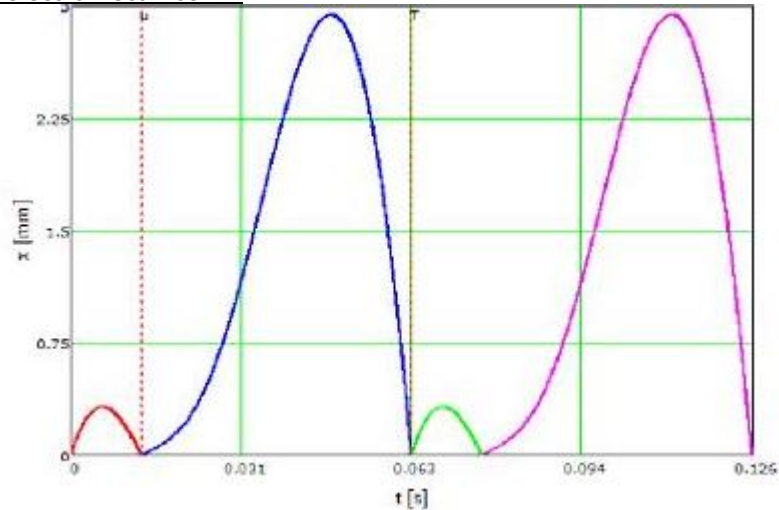


Fig. 4.26.a Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=1, R=R_1=0,3, u=0,013, \omega=100$ rad/s.

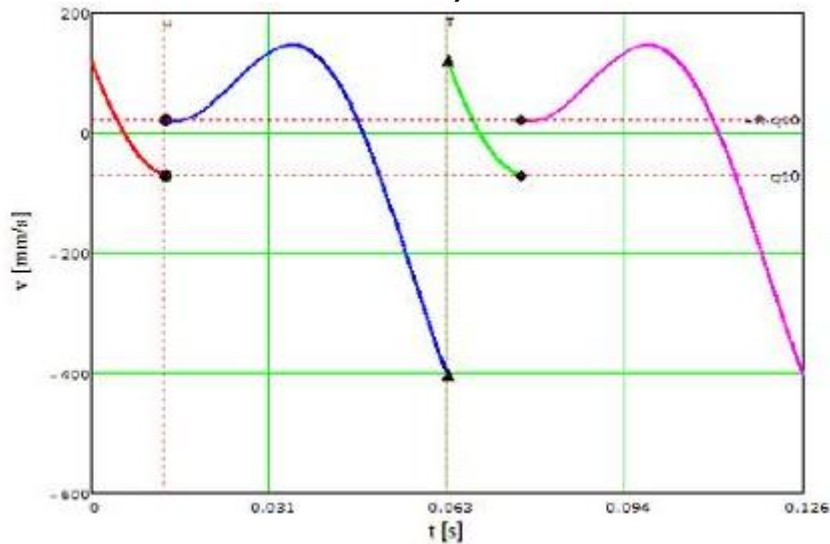


Fig. 4.26.b Viteza vibratorului pentru $r=1, R=R_1=0,3, u=0,013, \omega=100$ rad/s.

Pentru apariția acestui caz este necesar ca $\delta=1,1949$, viteza de la începutul mișcării să fie $q_c=-402,841$ mm/s, viteza la începutul ciocnirii suplimentare $q_{10}=-71,298$ mm/s, viteza de la sfârșitul mișcării $q'_c=-Rq_c =120,852$ mm/s, iar viteza de la sfârșitul ciocnirii suplimentare să fie $q'_{10}=-Rq_{10} =21,389$ mm/s . Pentru același $\delta=1,1949$ nu apare o ciocnire suplimentară stabilă într-o perioadă pentru un alt coeficient de restituire. Pentru un coeficient de restituire $R=R_1=0,5$ se trasează legea de mișcare (fig. 4.27.a) respectiv viteza (fig. 4.27.b), pentru $\delta=1,485$.

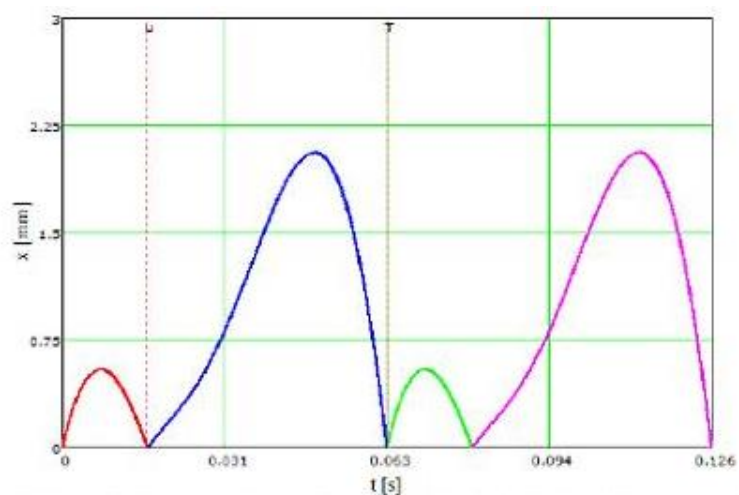


Fig. 4.27.a Legea de mișcare a vibratorului pentru $r=1$, $R=R_1=0,5$, $u=0,01655$, $\omega=100$ rad/s

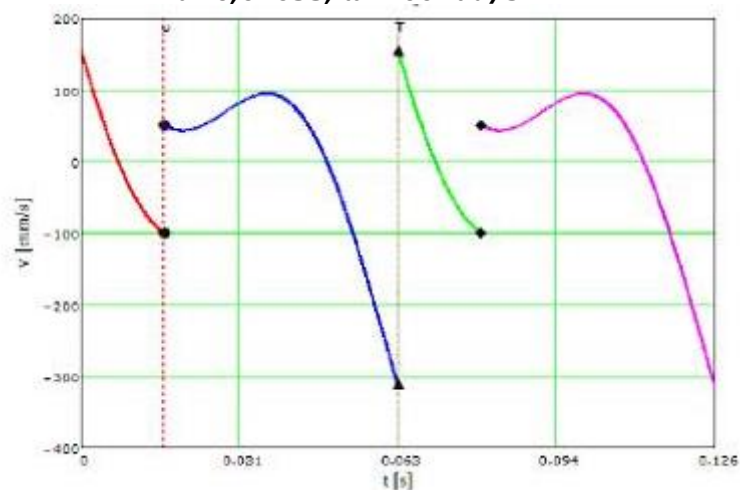


Fig. 4.27.b Viteza vibratorului pentru $r=1$, $R=R_1=0,5$, $u=0,01655$, $\omega=100$ rad/s

Pentru $u=0,040917$ mișcarea este defazată cu prima ciocnire a vibratorului cu limitatorul. Pentru un coeficient de restituire $R=R_1=0,99$ mișcarea este stabilă doar atunci când $\delta < 1$, ceea ce nu convine deoarece forța perturbatoare nu este suficient de mare pentru a ridica vibratorul (nu este suficientă pentru a înfrânge greutatea vibratorului), adică nu poate apărea o ciocnire suplimentară în cazul ciocnirii elastice între vibrator și limitator.

5. SIMULĂRI ȘI EXPERIMENTE

5.1. Vibrațiile mașinilor electrice rotative

5.1.1. Sursele de zgomot la mașinile electrice rotative

Zgomotul produs de mașinile electrice rotative este determinat de comportarea unor elemente constructive, iar intensitatea sa depinde în special de dimensionarea lor mecanică și electrică. Intensitatea zgomotului depinde în mare măsură și de toleranțele la care sunt realizate piesele, precum și de gradul de încărcare în sarcină.

Zgomotul produs de o mașină electrică rotativă rezultă din suprapunerea mai multor zgomote de natură diferită după cum urmează:

- circulația forțată a fluidului de răcire din interiorul mașinii, reprezintă cea mai importantă sursă a **zgomotului aerodinamic**;

- forțele magnetice pulsatorii din întrefierul mașinii electrice acționează asupra statorului și rotorului care fiind elemente elastice produc oscilații mecanice. Radiația acestor oscilații forțate împreună cu fenomenele de magnetostricțiune din miezurile magnetice produs așa-numitul **zgomot magnetic**. La mașinile cu colector și la cele cu inele în funcție de calitatea periilor și a suprafețelor de frecare, de starea de rodare a periilor, de ghidarea periilor în portperii, de presiunea periilor pe suprafața de contact și de fenomenul comutației apare **zgomotul periilor**. Execuția și montajul rotorului și lagărelor nu se pot face atât de perfect, încât să nu apară la lagăre în timpul funcționării eforturi variabile în timp, eforturi care produc **zgomotul lagărelor**. Aceste zgomote provenite de la vibrațiile pieselor mecanice ale mașinii se pot transmite prin fundație, pereți și prin alte elemente de instalație la celelalte părți ale spațiului de lucru.

5.1.2. Referințe normative

Următoarele documente normative conțin prevederi care, ca urmare a referinței făcute, constituie prevederi valabile pentru prezenta parte a CEI 60034. În momentul publicării, erau în vigoare edițiile indicate. Orice document normativ este supus revizuirii și părțile care stabilesc acorduri bazate pe prezenta parte a CEI 60034 sunt invitate să caute posibilitatea de a aplica edițiile cele mai recente ale documentelor normative citate în continuare. Membrii CEI și ISO dețin catalogul Standardelor Internaționale în vigoare la un moment dat.

CEI 60034-1: 1996, Rotating electrical machines – Part 1: Rating and performance

ISO 2954: 1975, Mechanical vibration of rotating and reciprocating machinery – Requirements for instruments for measuring vibration severity

ISO/DIS 7919 -1, Mechanical vibration of non-reciprocating machinery – Measurements on rotating shafts and evaluation – Part 1: General guidelines

ISO 8821: 1989, Mechanical vibration- Balancing – Shafts and fitment key convention

5.1. Vibrațiile mașinilor electrice rotative -141

ISO 10816-1: 1995, Mechanical vibration – Evaluation of machine vibration by measurement on non-rotating parts-Part 1: General guidelines

ISO/DIS 10817-1, Rotating shaft vibration measuring system – Part 1: Relative and absolute signal sensing of radial vibration from rotating shafts.

5.1.3. Zgomotul magnetic

Zgomotul magnetic își are originea în acțiunile forțelor maxwelliene de tracțiune, care iau naștere în întrefierul mașinii. Sub acțiunea forțelor alternative care au în întrefier o distribuție periodică în spațiu și timp, statorul și rotorul execută oscilații forțate de întindere și încovoiere. Practic eforturile radiale sunt singurele producătoare de zgomot, celelalte eforturi luându-se în considerație numai în mod excepțional [6], [13], [23], [89].

Dintre mașinile electrice, motorul asincron este cel care are cea mai mare complexitate în privința zgomotului magnetic. Dată fiind utilizarea acestui tip de mașină rotativă în cele mai variate domenii tehnice se impune ca aceasta să fie cât mai silențioasă. Forțele magnetice generate pe unitatea de suprafață depind de pătratul componentei normale a inducției în întrefier.

$$f_s \sim b^2. \quad (5.1.a)$$

Câmpul magnetic din întrefier conține în afară de fundamentala b_1 și o sumă de armonici ale câmpului de ordinul i , datorită diferitelor cauze j (armonici ale bobinajului și ale creștăturilor statorului și rotorului, unde de câmp ale roții polare la mersul în gol).

$$b = b_1 + \sum_i b_i, \quad (5.1)$$

unde:

$$b_i = \sum_j b_{ij}.$$

Mai scurt relația (5.1.) se poate scrie:

$$b = b_1 + \sum_i \sum_j b_{ij}. \quad (5.2)$$

Prin ridicarea la pătrat al ecuației (5.2.) se obțin pe lângă pătratul fundamentalei b_1^2 , și o sumă de produse de unde de câmp de forma $b_{j_1 i_1} b_{j_2 i_2}$.

Pentru mașina asincronă rezultă 7 sume, dacă armonicile de câmp ale bobinajului sunt luate în considerare, inclusiv armonicile lor de creștătură și armonicile de câmp ale creștăturilor statorului de ordinul $i = \mu$.

$$b^2 = b_1^2 + 2\left(\sum_v b_v b_v + \sum_\mu b_\mu b_\mu\right) + \sum_v b_v^2 + \sum_\mu b_\mu^2 + 2\left(\sum_{v_1 < v_2} b_{v_1} b_{v_2} + \sum_{\mu_1 < \mu_2} b_{\mu_1} b_{\mu_2} + \sum_{v_\mu} b_v b_\mu\right). \quad (5.3.)$$

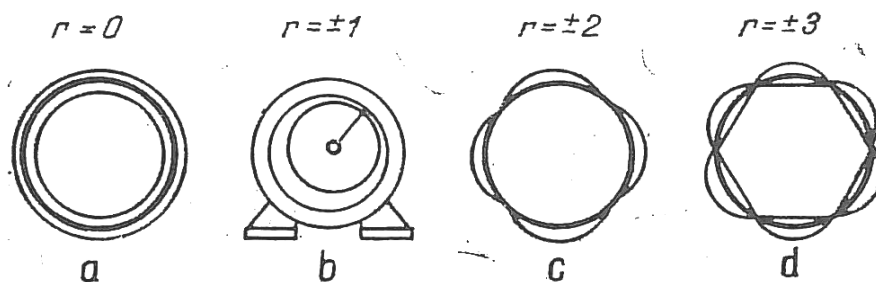


Fig. 5.1. Forme de oscilație ale statorului, respectiv ale rotorului

Pentru mașina asincronă este valabilă tot relația (5.3.) numai că în locul undelor de câmp ale rotorului intervin undele de câmp ale excitației rotii polare la mers în gol cu indicele η .

Interacțiunea a două unde de câmp învârtitoare b_{i_1} și b_{i_2} , desemnate ca produs de unde de câmp b_{i_1}, b_{i_2} , după ecuația (5.1.) două unde mecanice învârtitoare a căror variație este de forma [14].

$$\frac{b_{i_1} b_{i_2}}{B_{i_1} B_{i_2}} = \frac{1}{2} \cos[(i_1 + i_2)px - (\omega_{i_1} + \omega_{i_2})t] + \frac{1}{2} \cos[(i_1 - i_2)px - (\omega_{i_1} - \omega_{i_2})t]. \quad (5.4.)$$

Notând cu r numărul de ordine al undelor mecanice învârtitoare pentru undele de câmp liber b_{i_1} și b_{i_2} , rezultă:

$$r = p(i_1 \pm i_2) = p_{i_1} \pm p_{i_2} = \bar{i}_1 \pm \bar{i}_2, \quad (5.5.),$$

iar frecvențele f_r , care dau un spectru discontinuu vor fi;

$$f_r = f_{i_1} \pm f_{i_2}. \quad (5.6.)$$

Funcție de r se pot deduce diferite forme de oscilații ale carcasi și rotorului, corespunzând reprezentărilor din figura 5.1. Cazul din figura 5.1.a ($r=0$) corespunde unei forțe radiale repartizate uniform la periferia indusului pachetului de tole; cazul din figura 5.1. ($r = \pm 1$) corespunde unei forțe de atracție magnetice unilaterale; celelalte cazuri corespund la diferite forme de oscilații ale carcasi în jurul liniei mijlocii a jugului, desenat îngroșat.

Pentru valoarea maximă a încovoierii statice care caracterizează rigiditatea, pentru $r=0$, se obține [11]

$$X_{rstat} = \frac{R}{E \frac{h}{R_{js}}} F_0, [cm] \quad (5.7)$$

și pentru $r \geq 2$,

$$X_{rstat} = 12 \frac{R}{E \left(\frac{h}{R_{js}}\right)^3 (r^2 - 1)^2} F_r. \quad (5.8)$$

În aceste relații, în afara de notațiile din figura (4.6.), E este modulul de elasticitate, în Kg/cm

- F_0 și F_r - forțele de atracție radiale, în Kg/cm.

În cazul forțelor de atracție magnetice unilaterale cu ($r = \pm 1$) se produce îndeosebi o încovoiere a axului rotorului, în timp ce deformarea pachetului de tole a statorului este foarte mică.

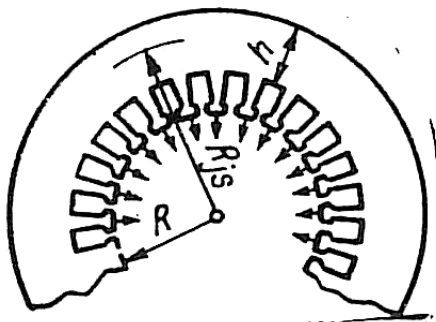


Fig. 5.2.

Dar pentru a cerceta care dintre produsele din relația (5.3.) generează unde mecanice învârtitoare supărătoare, caracterizate prin r și f , trebuie să se introducă numerele de ordine i ale undelor de câmp participante după ecuația (5.1.) în ecuația (5.5.), cum și frecvențele acestora în ecuația (5.6.).

În raport cu numărul de ordine r este rațional să se considere numai undele mecanice cu un număr de ordine limitat superior, iar frecvențele f trebuie să se găsească în gama frecvențelor celor mai supărătoare. Având în vedere aceasta, cazuri critice sunt de așteptat, în general, pentru [18]

$$r \leq 12$$

$$200 \text{ Hz} \leq f_r \leq 4000 \text{ Hz}$$

Din punct de vedere fizic, inducția în întrefier $b(x, t)$ este dată, în cazul neglijării fierului, prin produsul dintre tensiunea magnetică $V_m(x, t)$ și permeanța $\Delta(x, t)$ a întrefierului. Dacă aceste mărimi sunt reprezentate analitic prin serii Fourier, rezultă :

$$b(x, t) = \left[\sum_{\rho=1}^{\infty} V_{\rho} \cos(\rho p x - \omega_{\rho} t) \right] \left[\sum_{k=0}^{\infty} \Lambda_k \cos(k p x - \omega_k t) \right]. \quad (5.9)$$

Numărul de ordine al undei câmpului de excitație este indicat prin ρ (influența dispoziției spațiale a solenației în creștături și pe poli), iar numărul de ordine al permeanței este dat de indicele k . În scopul urmărit nu interesează factorii de amplitudine din ecuația (11).

$$b(x, t) = \left[\sum_{\rho=1}^{\infty} b_{\rho}(x, t) \right]_{k=0} + \sum_{\rho=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} b_{\rho k}(x, t), \quad (5.10)$$

unde:

$$b_{\rho}(x, t) \sim \cos(\rho p x - \omega_{\rho} t) \quad (5.11)$$

și

144-Simulări și experimente - 5

$$b_{\rho k}(x, t) \sim \cos[(\rho \pm k)\rho x - (\omega_{\rho} \pm \omega_k)t]. \quad (5.12)$$

Din analiza acestor relații rezulta următoarele:

- cu b_{ρ} sunt notate undele de câmp care iau naștere în urma unei permeanțe medii constante a întrefierului ($k=0$); numărul lor de ordine ρ este egal cu numărul de ordine al undei câmpului de excitației.

$\rho = v$ pentru undele câmpului statoric;

$\rho = \mu$ pentru undele câmpului rotorice;

$\rho = \eta$ pentru undele câmpului rotii polare a mașinilor sincrone;

- $b_{\rho k}$ sunt notate armonicile de dantura, care sunt date de către armonicile de permeanța de ordinul k . Pentru undele de dantura cu Z creștături se poate scrie

$$k = \frac{Z}{\rho} k_N, \quad (5.13)$$

unde $k_N = 1, 2, 3, \dots$

5.1.4. Zgomotul periilor

Zgomotul periilor este de natură pur mecanică și depinde de calitatea suprafeței colectorului, de starea de rodare a periilor, de ghidarea periilor în portperii și de presiunea periilor pe colector [95]. Pe lângă aceste cauze, zgomotul periilor mai poate fi influențat de condițiile electrice de pe suprafața de contact dintre perie și colector [13], cum este densitatea de curent și tensiunea de contact. Pentru zgomotele normale ale periilor se pot lua în considerație numai două cauze. Mai întâi, vibrațiile care apar prin alunecarea periilor pe colector (zgomot de frecare) și, în al doilea rând prin lovirea periilor de lamelele colectorului sau de portperie (zgomot de soc/vibroșoc). În componența zgomotului periilor sunetele cele mai pronunțate se produc la trecerea periodică a lamelelor sub perii, deci sunetele de șoc. Frecvența acestor sunete este dată de relația :

$$f_k = k \frac{kn}{60} \quad (5.14)$$

În care k este numărul lamelelor colectorului, restul notațiilor fiind cunoscute. În consecință, zgomotul periilor are frecvențe înalte și este transmis în special de perii și de portperii. Datorită ovalității colectorului, zgomotul periilor este puternic amplificat. Acest lucru se constată și în cazul când colectorul, împreună cu tot sub ansamblul rotor nu este echilibrat dinamic când apar deplasări de lamele, sau când lagărele mașinii sunt sau au devenit excentrice. În cazul motoarelor mici și de turaj mare se acordă o mare atenție zgomotului periilor. Astfel, în urma studiilor teoretice și experimentale asupra zgomotului periilor micromotoarelor, s-a ajuns la o serie de rezultate cu caracter practic. Aspectul teoretic cuprinde determinarea prin calcul a amplitudinilor și frecvențelor periilor și portperiilor în timpul funcționării mașinii, făcându-se bine înțeles o serie de ipoteze simplificatoare. Ca rezultat al acestei cercetări [13], [95] se constată că deplasarea x a periei în zona de contact cu colectorul, datorită jocului în portperie se face după o lege care cuprinde o sumă de armonici:

5.1. Vibrațiile mașinilor electrice rotative -145

$$x = \sum_{v=1}^n A_v \sin \omega_v t \quad (5.15)$$

unde A și ω , reprezintă amplitudinea și, respectiv, pulsația armonicilor de ordinul v . Din analiza diverselor spectrograme ale zgomotului periilor micromotoarelor cu colector, s-a constatat că numai oscilația fundamentală joacă un rol important. Frecvența acestor oscilații este dată de relația (5.15) pentru $k=1$. În afară de aceasta, armonicile superioare, începând chiar cu armonica a doua, se găsesc în zona sensibilității reduse, dacă micromotoarele au turații peste 5000 rot/min.

Această situație permite neglijarea armonicilor superioare și ecuația (1.7) în forma simplificată se poate scrie:

$$x = A \sin \omega t \quad (5.16)$$

Dacă se ține seama de inclinarea α a periei față de normala la colector și de unghiul ψ , care stabilește poziția ei pe colector față de verticală, deplasarea reală x a periei în punctul de contact cu colectorul este dată de relația:

$$X = \frac{A}{\cos \alpha} \sin(\omega t - \psi) \quad (5.17)$$

În ceea ce privește unghiul α , dacă se alege între 0° și 5° , peria nu va avea oscilații tangențiale, deci nu va lovi în portperie. Pentru unghiul ψ , în cazul motoarelor cu două portperii, soluția optimă se obține pentru $\psi = \pm 90^\circ$. În acest caz, reacția suportului variază la fel pentru ambele perii. De fapt, greutatea periilor fiind redusă, unghiul ψ nu influențează prea mult zgomotul periilor [95] și alegerea sa trebuie să fie condiționată numai de comoditatea plasării portperiilor. Experimentele făcute [96] au arătat că zgomotul produs de periele de carbon ale micromotoarelor este în majoritatea cazurilor atât de mic, încât este mascat de celelalte zgomote care provin de la rulmenți și ventilator. Acest zgomot pare fi măsurat numai la micromașinile cu lagăre de alunecare și conține toate frecvențele domeniului audibil [13], [95].

Tot în urma studiilor experimentale [96] a reieșit influența extraordinară pe care o are ovalitatea colectorului la producerea zgomotului. În concluzie cauzele zgomotului periilor sunt complexe și în unele cazuri, greu de identificat. În orice caz, gradul de precizie al execuției colectorului, al subansamblului perie-portperie și condițiile de frecare ale periei pe colector cuprind cauzele esențiale care compun vibrațiile și vibropercuțiile sistemului.

5.1.5. Zgomotul lagărelor

Mașinile electrice rotative sunt prevăzute cu lagăre de alunecare (paliere) sau cu lagăre de rostogolire (rulmenți), care reprezintă adesea o puternică sursă de zgomot. Cercetările asupra rulmenților [91], [92], [23] arată că din cauza imperfecțiunilor inevitabile de fabricație ale bilelor sau rolelor, coliviilor, cămășilor și căilor de rulare, apar eforturi variabile în timp, supunând axul mașinii la deplasări radiale foarte scurte și cu accelerații mari. Deformările și imperfecțiunile elementelor rulmenților se mai pot accentua cu timpul datorită cojirii, coroziunii, fisurării, uzurii și ruperii elementelor lagărului, conducând și la creșterea energiei șocurilor dintre elementele rulmentului. Aceste șocuri, distribuite statistic, sunt o cauză a zgomotului rulmenților și au ca urmare o vibrație într-o bandă largă de frecvențe căreia uneori i se suprapun oscilații proprii de rezonanță ale inelului lagărului [23], [94].

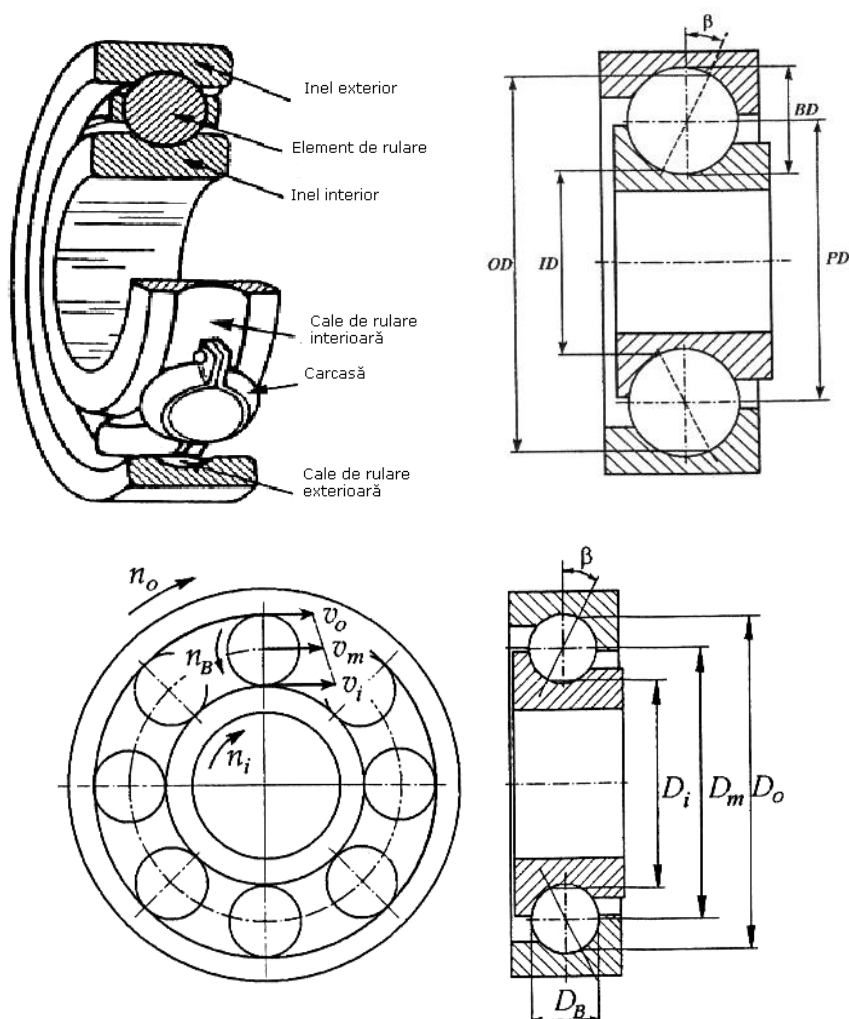


Fig. 5.3. Lagăre cu rulmenți

Cum pelicula de vaselină dintre suprafețele de rulare și bile sau role este foarte subțire nu are loc nicio atenuare a vibrațiilor emise datorită șocurilor. Din această cauză, atât elementele staționare cât și cele în mișcare, devin surse de vibrații și emit zgomote ale căror spectre de frecvență depind în largă măsură, de condițiile de rezonanță ale părților mecanice cu care vin în contact (scuturi, carcasa statorului, paletel ventilatorului, etc.) și care devin emițătoare de zgomot. În cazul rulmenților, frecarea are o importanță secundară în producerea zgomotului, cu condiția ca între căile și elementele de rulare să nu existe particule de impurități. Posibilitatea de a genera zgomot și vibrații se mărește odată cu creșterea diametrului rulmentului, cu creșterea turației arborelui și în timp cu gradul de dezechilibru a rotorului, sau cu mărimea forțelor de atracție magnetică unilaterală. Odată cu apariția deformațiilor la căile și elementele de rulare se produce un zgomot al cărui spectru conține o serie de componente armonice care se pot calcula cu relațiile:

5.1. Vibrațiile mașinilor electrice rotative - 147

$$f_1 = \frac{n}{60} \quad (5.18)$$

pentru excentricități ale rotorului față de centrul geometric al lagărului;

$$f_2 = \frac{n}{60} \frac{r_1}{r_1 + r_2} \quad (5.19)$$

pentru deformarea simultană a căilor de rulare și a elementelor de rulare;

$$f_3 = \frac{n}{60} \frac{r_1 r_2}{r_b (r_1 + r_2)} \quad (5.20)$$

pentru deformarea unui element de rulare;

$$f_4 = n_b \frac{n}{60} \frac{r_1}{r_1 + r_2} \quad (5.21)$$

pentru deformarea căii exterioare de rulare și pentru deformarea căii interioare de rulare;

$$f_5 = n_b \frac{n}{60} \frac{r_2}{r_1 + r_2} \quad (5.22)$$

In aceste relații semnificația notațiilor este următoarea:

n - turația arborelui respectiv in rot/min;

n_b - numărul elementelor de rulare de raza r_b ;

$r_1 r_2$ - razele cailor interioare, respectiv exterioare de rulare.

Cea mai mare parte a energiei acustice este radiată la aceste frecvențe și în mică măsură la armonicile lor. Numai in cazul în care lagărul respectiv este excitat de forțe exterioare ale căror frecvențe coincid cu frecvențele armonicilor de ordinul doi, trei etc., amplitudinea acestora va crește simțitor. Un alt factor de mare importanta îl constituie respectarea indicațiilor tehnologice de montare a rulmenților. Un rulment oricât de perfect ar fi sub aspectul preciziei dimensiunilor lui geometrice, dacă este montat necorespunzător va deveni o sursă de zgomote și vibrații predominantă în mașina electrică. Toleranțele necorespunzătoare ale ansamblor cu care se assemblează rulmenții, utilizarea abuzivă a ciocanului în timpul montării și locul de muncă necorespunzător duc in mod sigur la o mașină zgomotoasă atribuindu-se in mod nejustificat de multe ori vina numai rulmenților. Calitatea și natura lubrifiantului contribuie de asemenea la atenuarea sau amplificarea zgomotului produs de rulmenți. Lagărele de alunecare față de rulmenți generează zgomote practic neînsemnate, Totuși, datorită inevitabilelor deformări ale fusului și bușei lagărului, ca și din cauza frecărilor care depind de ungere, de sarcina, de temperatura lagărului și de forțele alternative exterioare apare un fâșâit cu frecvențe într-o bandă largă [92], [94]. Accelerațiile vibrațiilor dau o informare mai precisă asupra forțelor care generează vibrațiile ce se transmit de la rulment la corpul mașinii, forțe ale căror cauze au fost arătate mai sus.

5.2 Mărimi de măsurat

5.2.1. Intensitatea vibrației

Mărimile măsurate sunt viteza de vibrație pe lagărele mașinii și amplitudinea vibrației arborelui în interiorul sau în apropierea lagărelor.

Criteriul care trebuie adoptat pentru măsurare vibrației lagărelor mașinii trebuie să fie valoarea efectivă a vitezei de vibrație în milimetri pe secundă. Cea mai mare valoare determinată

în punctele de măsurare indicate caracterizează intensitatea vibratorie a mașinii (a se vedea ISO 10816-1).

Motoarele asincrone (în mod special cele bipolare) prezintă în mod frecvent viteze de vibrații pronunțate la dublul frecvenței de alunecare. În aceste cazuri intensitatea vibrației trebuie să fie determinată din relația:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{(V_{max}^2 + V_{min}^2)}{2}} \text{ unde:}$$

V_{max} este valoarea vitezei efective maxime;

V_{min} este valoarea vitezei efective minime.

5.2.2. Vibrația relativă a arborelui

Criteriul adoptat pentru vibrația relativă a arborelui trebuie să fie deplasarea vibrației S_{p-p} în direcția măsurării (a se vedea ISO/DIS 7919-1).

5.3. Echipamente de măsurare

5.3.1. Schema standului de probă

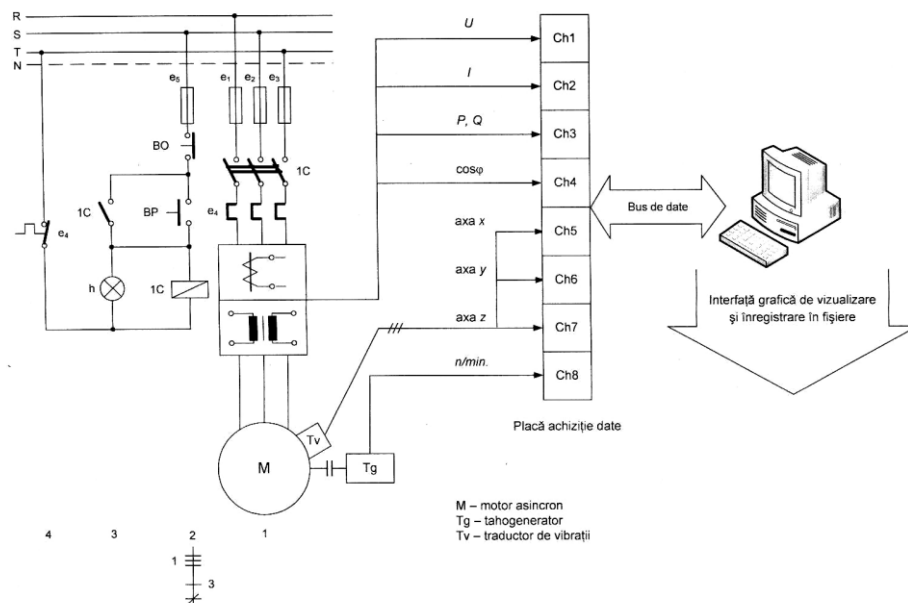


Fig. 5.4 Schema standului experimental

Standul de probă din cadrul laboratorului de mașini electrice de la Facultatea de Inginerie Resita unde am realizat partea experimentală a lucrării de doctorat se compune din următoarele elemente structurale:

- sistem achiziție date care conține:
 - placă achiziție date analogice în semnal unificat (curent 4mA-20mA) cu 16 canale intrare analogice
 - 3 canale in domeniul (4-20mA)
 - 1 (tensiune tahogenerator)
 - placă achiziții pentru traductorul de vibrații (accelerometru)-4 canale din care am folosit 3 (axa x, axa y și axa z)
 - digitizor cu comunicație serială cu laptopul/P.C. pe USB

150 Simulări și experimente - 5

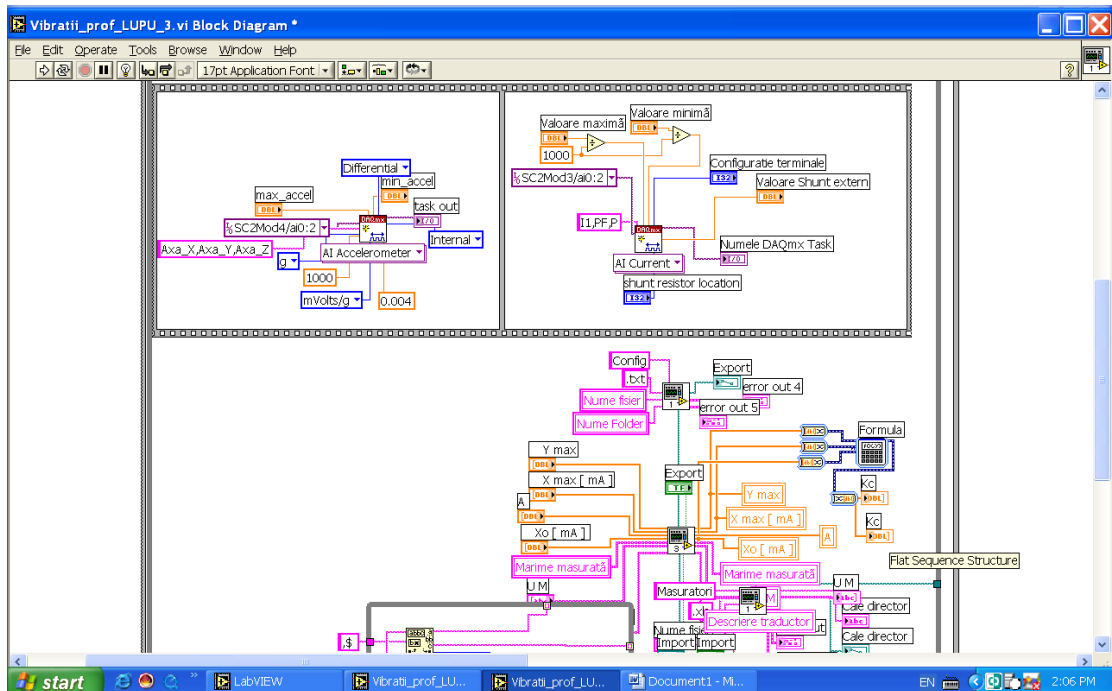
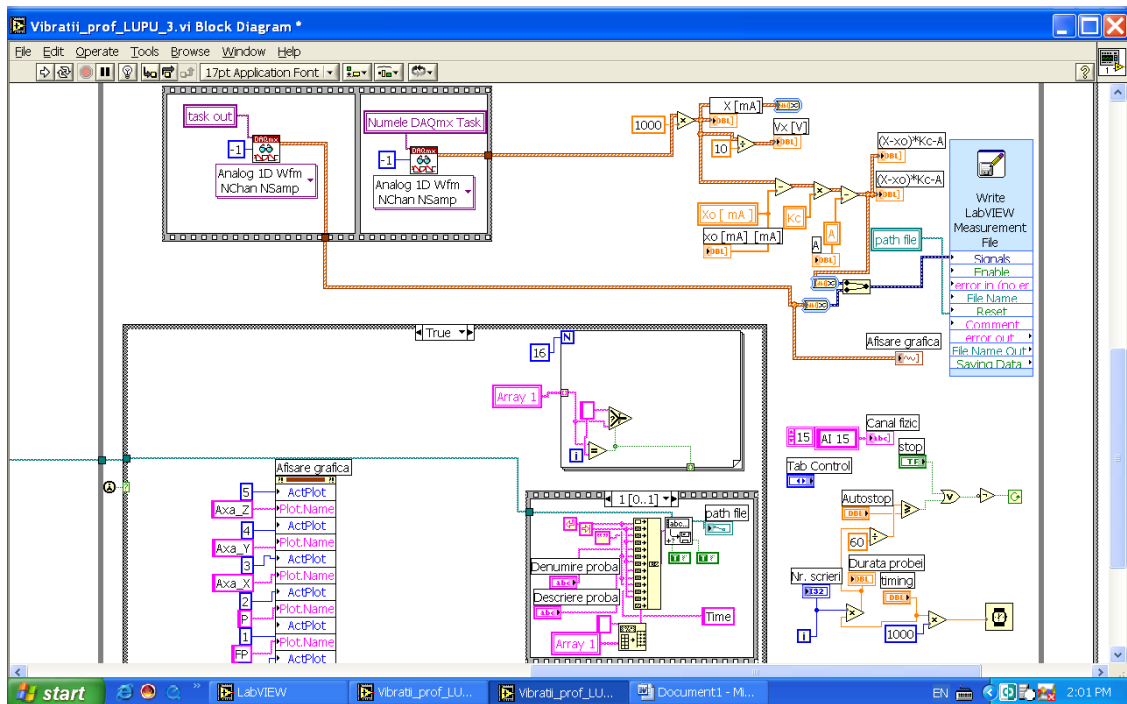


Fig. 5.6 Configurare sistem achiziție date

5.3.Echipamente de măsurare -151

Pe P.C./laptop rulează softul (programul) care realizează secvențial:

- vizualizare grafică
- înregistrarea datelor în fișiere
- configurarea plăcilor de achiziție date
- scalarea mărimilor în vederea interpretării lor

In figura următoare sunt prezentate instrumentele virtuale care indică mărimile valorilor momentane

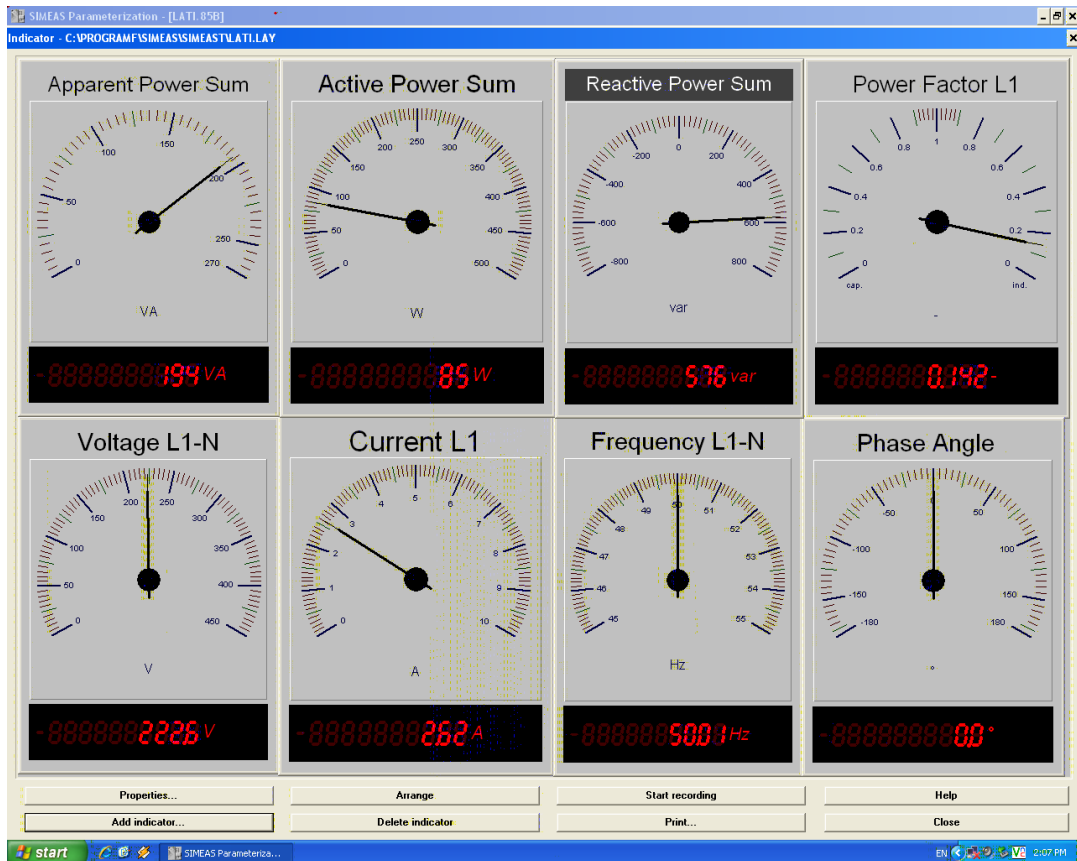


Fig. 5.7 Instrumente virtuale

Softul utilizat este o aplicație special dezvoltată pentru aceste tipuri de măsurători cu ajutorul mediului de programare grafică de la firma National Instruments și anume LabView.

Analizatorul de rețea Simeas realizat de firma Simeans este un traductor modern utilizat în măsurarea parametrilor rețelelor electrice. Are rolul de a converti mărimile primite la intrarea sa (curent, tensiune, frecvență) în mărimi necesare analizei parametrilor rețelelor și consumatorilor (factori de putere, putere activă, putere reactivă, putere aparentă, curent, turație...). Mărimile de ieșire se pot alege prin configurarea analizorului tot cu ajutorul P.C.-ului și adaptorului de configurare,

152 Simulări și experimente - 5

și astfel se culeg la ieșire mărimi analogice în semnal unificat proporționale cu mărimile interpretate. Aceste mărimi analogice, în cazul nostru curent 4mA-20mA sunt transmise plăcii de achiziție de date și astfel sunt înregistrate.



Fig. 5.8 Stand de probă pentru determinare vibrații și vibropercuții

5.3.2. Montarea mașinii

Vibrația unei mașini electrice este strâns legată de montarea mașinii. Pentru a permite evaluarea echilibrării și a vibrațiilor mașinilor electrice este necesar să se măsoare vibrațiile individuale ale mașinii, în condiții stabilite clar, în scopul de a se permite executarea unor încercări reproductibile și obținerea unor rezultate comparabile.

5.3.3. Suspensie liberă

Această condiție este îndeplinită prin suspendarea mașinii de un resort, sau prin montarea ei pe un suport elastic (resorturi, cauciuc, etc.).

Frecvența proprie de oscilație a sistemului de suspendare și a mașinii, pentru cele șase grade de libertate posibile, trebuie să fie mai mică de 1/3 din frecvența corespunzătoare turației mașinii încercate, așa cum se definește la [73].

5.3.4. Montare rigidă

Mașina trebuie fixată ferm pe un sol rigid.

Viteza de vibrație maximă măsurată în direcțiile orizontală și verticală pe talpa mașinii (sau la baza carcasei lângă suportii lagărului sau pe talpa statorului) nu trebuie să depășească 25% din viteza maximă care este măsurată pe lagărul alăturat, fie în direcția orizontală, fie verticală.

Note:

1. Această condiție asigură ca frecvențele naturale orizontală și verticală ale sistemului complet de încercare nu coincid cu:

a) $\pm 10\%$ din frecvența de rotație a mașinii;

b) $\pm 5\%$ din dublul frecvenței de rotație;

c) $\pm 5\%$ din frecvența tensiunii de alimentare, respectiv dublul

acesteia.

2. Procentul de 25% impus pentru viteza de vibrație pe talpă față de lagăr este valabil pentru vibrația la frecvența rotație și pentru vibrația la dublul frecvenței tensiunii de alimentare (dacă aceasta din urmă este determinată).

5.3.5. Determinarea mediului activ

Sistemul suportului descris în [61] și [62] sunt considerate pasive, admițând că perturbațiile externe asupra mașinii sunt ne semnificative. Dacă vibrația pentru mașina în stare de nefuncționare depășește 25% din vibrația în funcționare, se spune că există un mediu activ, iar standardul de față nu se aplică. (a se vedea ISO 10816-1).

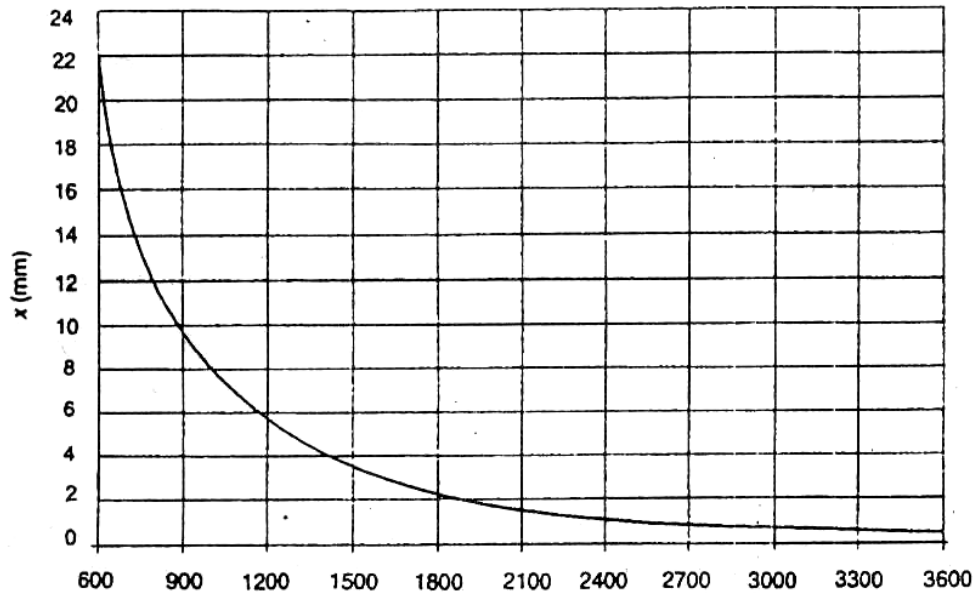


Fig. 5.9 Curba de variație a deplasării funcție de turație

Notă: Pentru a reduce influența masei și a momentelor de inerție ale sistemului se suspende asupra nivelului de vibrație, masa efectivă a suportului elastic nu trebuie să fie mai mare de 1/10 din masa mașinii.

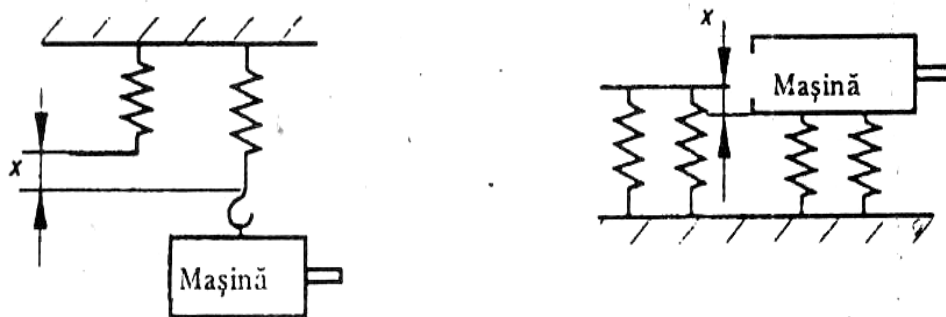


Fig. 5.10 Moduri de montare a mașinii

5.4. Condiții de măsurare

5.4.1. Puncte de măsurare a intensității vibrației

Tabelul 1- Limitele intensității vibrației în mm/s și în valori efective, pentru o înălțime a axului H (mm)

Mașini măsurate în stare de suspensie liberă						Montare rigidă
Nivelul de vibrație	Turația nominală (rot/min)	$56 \leq H \leq 132$	$132 < H \leq 225$	$225 < H \leq 400$	H>400	H>400
N	600 până la 3600	1,8	2,8	3,5	3,5	2,8
R	600 până la 1800	0,71	1,12	1,8	2,8	1,8
	>1800 până la 3600	1,12	1,8	2,8	2,8	1,8
S	600 până la 1800	0,45	0,71	1,12		
	>1800 până la 3600	0,71	1,12	1,8		

NOTE

1 - Dacă nu se specifică nici un nivel, mașinile conform prezentului standard trebuie să fie de nivel N.

2 - Mașinile de nivel R sunt adeseori comandate pentru acționări de mașini-unelte. Mașinile de nivel S sunt folosite pentru acționarea mașinilor speciale cu cerințe de vibrație foarte severe. Acest nivel se aplică numai mașinilor cu o înălțime a axului mai mică sau egală cu 400 mm.

3 - Pentru mașinile care necesită valori ale nivelului vibrației inferioare celor indicate în tabelul 1 se recomandă să se aleagă valori din seria 0,45; 0,71; 1,12; 1,8 și 2,8 mm/s.

4 - Pentru mașinile cu înălțime a axului mai mare de 400 mm se aplică ambele metode de montare. Dacă nu se precizează altfel alegerea metodei se face de către constructor.

5 - Se recomandă constructorului și beneficiarului să țină seama de faptul că instrumentele de măsurat pot avea o toleranță de $\pm 10\%$.

6 - O mașină, ea însăși bine echilibrată și cu un nivel al vibrației conform tabelului, poate prezenta după instalare vibrații importante provenind din diferite motive, cum sunt o fundație necorespunzătoare, reacția mașinii acționate etc. Pot să fie de asemenea cauzate vibrații de antrenare a pieselor cu o frecvență proprie foarte apropiată de frecvența de excitație datorită dezechilibrului rezidual mic al maselor de rotație ale mașinii. În astfel de cazuri trebuie să se efectueze verificări nu numai asupra mașinii, ci de asemenea, pe fiecare element al instalației.

7 - Înălțimea axului unei mașini fără tălpi, sau a mașinii cu talpă înălțată, sau a oricărei mașini verticale trebuie să fie luată ca fiind egală cu înălțimea axei unei mașini cu aceeași carcasă de bază, dar care este de tipul cu talpă și cu arbore orizontal.

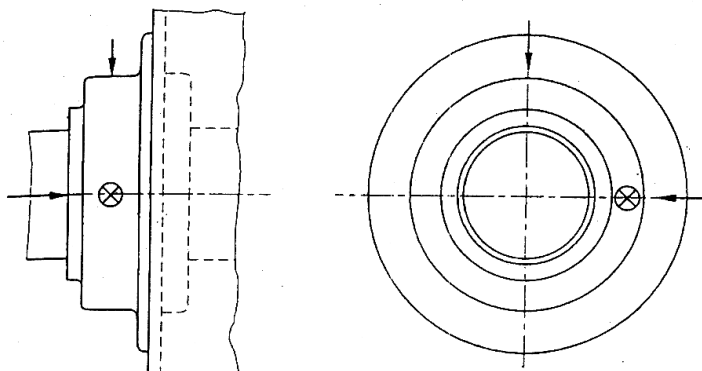


Fig. 5.11. Puncte preferate de măsurare aplicate la unul sau la ambele capete ale mașinii

Tabelul 2 – Limite pentru vibrația maximă a arborelui (S_{p-p}) și bătaia maximă

Nivelul vibrației	Număr de poli	Deplasarea maximă relativă a arborelui μm	Bătaia maximă μm
N	2	70	18
	4	90	23
R	2	50	12,5
	4	70	18

NOTE
 1 – Mașinile cu nivel de vibrație R sunt cerute adeseori pentru antrenarea la turații ridicate în instalații pretențioase.
 2- Toate limitele se aplică atât mașinilor la 50 Hz cât și la 60 Hz.
 3 – Limitele deplasării maxime a arborelui includ bătaile. Pentru definirea bătaii (a se vedea ISO/DIS 7919-1).

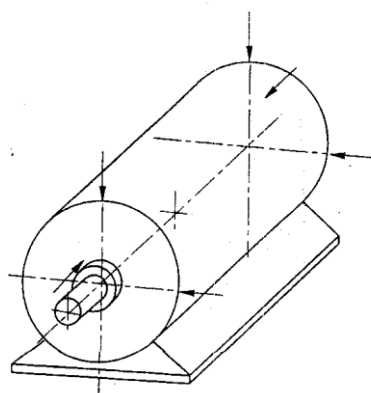


Fig. 5.12 Puncte de măsurare pentru capetele mașinii unde măsurările conform figurii 2 nu sunt posibile fără demontarea unor părți ale mașinii

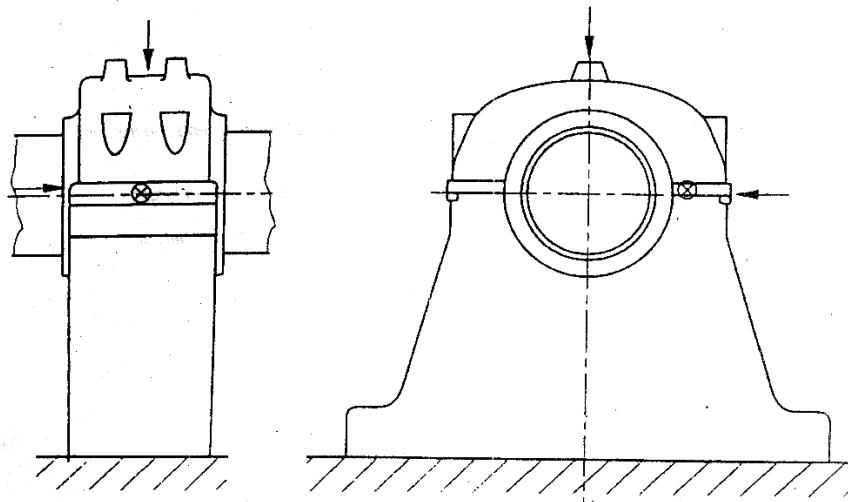


Fig. 5.13 Puncte de măsurare pentru piciorul suportului lagărului

5.4.2. Puncte de măsurare a deplasării relative a arborelui

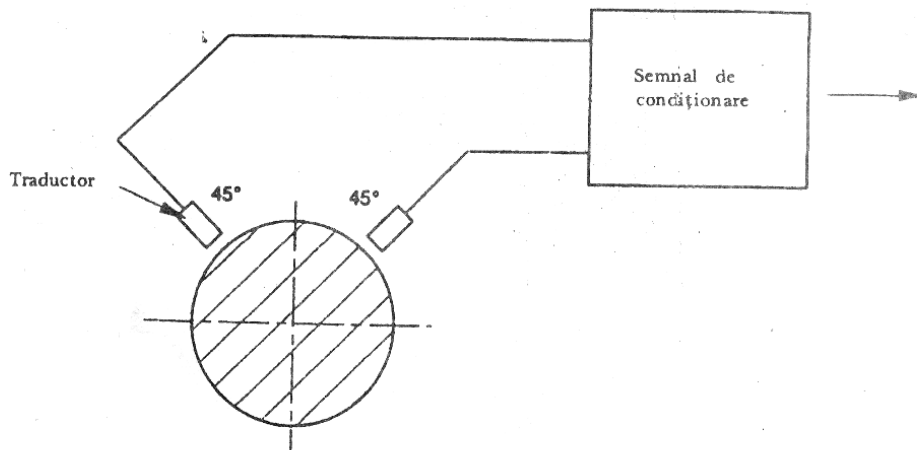


Fig. 5.14 Pozițiile preferate ale traductoarelor așezate pe circumferință la măsurarea deplasării relative a arborelui

5.5. Limitele vibrației carcasei lagărului

5.5.1. Limitele intensității vibratorii

Limitele vitezei de vibrație la o frecvență dublă față de frecvența de alimentare pentru mașinile de curent alternativ. Mașinile cu doi poli pot prezenta vibrații importante la o frecvență dublă față de frecvența de alimentare. Evaluarea corectă a acestor componente de vibrație necesită o montare rigidă a mașinii care să corespundă cu condițiile indicate. Pentru mașinile bipolare cu înălțimea axului $H > 225\text{mm}$ evaluarea anterioară trebuie să fie o parte din încercarea de tip a mașinii, în scopul stabilirii unei vibrații importante la dublul frecvenței tensiunii de alimentare. Mașinile care au $H > 225\text{mm}$ și o vibrație la dublul frecvenței tensiunii de alimentare trebuie să fie încercate într-un montaj rigid și nu trebuie să depășească valorile din tabelul 1 pentru $H > 400\text{mm}$ cu montare rigidă.

5.6. Limitele vibrației relative a arborelui

Măsurările vibrației relative a arborelui se recomandă numai pentru mașinile bi- și cuatropolare cu lagăre de alunecare și o putere nominală $> 1000\text{ kW}$ și trebuie să facă obiectul unei înțelegeri prealabile între fabricant și cumpărător pentru instalarea de traductoare de măsurat pe arbore.

Atunci când mașinile cu lagăre de alunecare au dispozitive speciale pentru montarea traductoarelor de măsurat a vibrației pe arbore, limitele deplasării relative a vibrației arborelui sunt specificate în tabelul 2. Aceste limite se adaugă la cele specificate la capitolul 8.

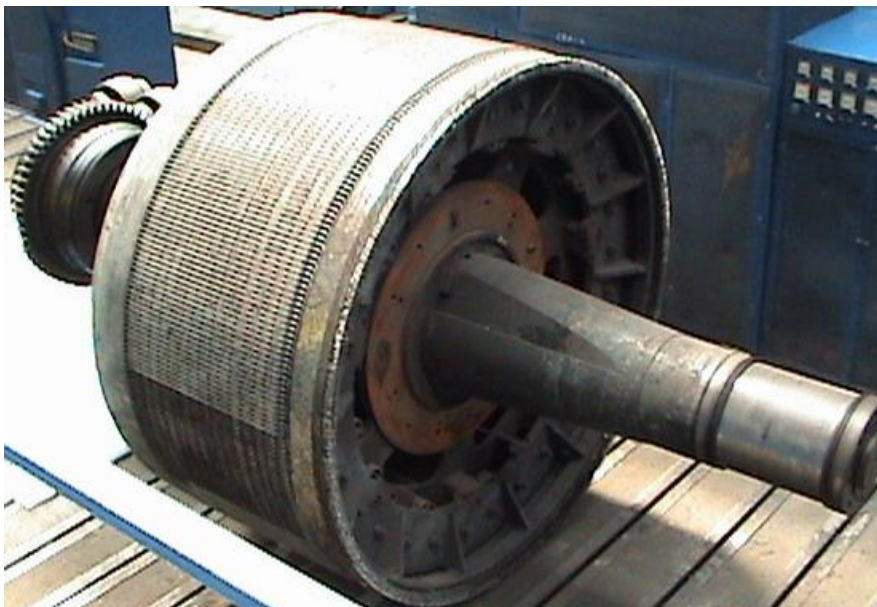


Fig. 5.15 Rotor

CAPITOLUL 6

CONCLUZII. CONTRIBUȚII ORIGINALE

Teza de doctorat cu titlul "VIBRAȚII SI VIBROPERCUȚII IN SISTEME ELECTROMECHANICE" constituie un studiu teoretic și experimental care se va continua pentru a evidenția fenomenele perturbatoare care apar în structura sistemelor electromecanice, cu scopul de a găsi soluția optimă care să elimine sau să reducă efectele nedorite în cadrul acestor sisteme.

S-a constituit o bază de date în domeniul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice (laborator experimental UEM Resita și condiții reale UCMR). Pentru selectarea și prelucrarea datelor experimentale s-a utilizat un sistem de achiziții de date cu posibilitatea realizării simulării mărimilor existente în sistem.

Am comparat pe baza vibrogramelor înregistrate limitele admisibile ale vibrațiilor stabilite prin standarde și norme. Comparând nivelurile de măsurare la anumite intervale de timp se poate executa un control de calitate din partea producătorului, s-au ales optima din partea beneficiarului.

Am propus soluții tehnice prin intermediul cărora să se reducă nivelul vibroscurilor la ansamblul perie-colector de la mașinile electrice de curent continuu.

Am evidențiat în cadrul lucrării cauzele de natura mecanică și electromagnetică care pot genera excentricități, având ca efect final vibroscurile.

A fost efectuată analiza în timp a datelor experimentale. În urma acestei analize s-au putut trage concluzii asupra variației temporale ale mărimilor funcționale ce compun spectrul vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice.

Am stabilit în cadrul secvențelor experimentale punctele preferate de măsurare ale vibrațiilor în cazul mașinilor electrice.

Au fost utilizate metode parametrice de modelare liniară și neliniară precum și o largă varietate de procedee neparametrice de identificare în timp.

În scopul reducerii efectelor vibrațiilor și vibropercuțiilor sistemelor electromecanice am propus mai multe soluții tehnice care se referă la modalitățile practice de echilibrare ale rotorului în vederea asigurării unui întrefier constant precum și modalități tehnice de fixare și montare a periilor la mașinile electrice de curent continuu precum și la cele de curent alternativ cu rotorul bobinat. Am realizat partea experimentală prin utilizarea unor echipamente de laborator de ultimă generație. Determinările experimentale de laborator au fost realizate în vederea studierii comportamentului mașinilor electrice pentru diferitele secvențe de funcționare în regim tranzitoriu (porniri, opriri, frânări, reversări de sens de rotație, suprasarcină etc.).

Diagramele rezultate în urma acestor determinări experimentale au fost în concordanță cu cele obținute teoretic prin simularea numerică. Perturbațiile date de masele aflate în mișcare de rotație, momentul forțelor de inerție cauzate de sistemul de transmitere al mișcării către mașina de lucru induc vibrații pe structura întregului sistem electromecanic, vibrații care se pot transmite și în structurile învecinate.

Diagramele rezultate în urma determinărilor experimentale efectuate au fost în concordanță cu cele obținute teoretic prin simularea numerică.

160 -Concluzii.Contribuții originale

Cu ajutorul rezultatelor obtinute pentru cazul general au fost studiate diferite cazuri particulare.

Am prezentat pe cale analitica regimurile vibropercutante periodice,si s-au determinat conditiile de existenta si de stabilitate ale miscarilor periodice

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Abramov, B.M. **Kolebania priamozubih zbciatih koles**. Izdovedanie Harkovskogo Universitate. Harkov : s.n., 1968, p. 176.
- [2]. Aksenov, P.N. **Nekotorie voprosi teorii masin liteinogo proizvodstva**. Maşghiz. Moskva : s.n., 1962.
- [3]. Asfar, K.R. și Akour, S.N. **Optimization Analysis of Impact Viscous Damper for Controlling Self-Excited Vibrations**. Journal of Vibration and Control. 2005, Vol. 11, No. 1, pg. 103-120.
- [4]. Anderson, T., W., **The Statistical Analysis of Time Series**, Wiley, New York, 2005
- [5].Allemang R.J., Brown D.L.: **Experimental Modal Analysis**-Internet
- [6].Arwidson C.:**Numerical Simulation of Sheet Metal Forming gor High Strenght Steels**, internet.
- [7].Ayre R.S.: **Transient Response to Step and Pulse Functions**.
- [8].Ancușa, V., **Mecanica fluidelor și mașini hidraulice**, Institutul Politehnic Traian Vuia, Timișoara, 1979.
- [9].Aris R. Vectors, **Tensors, și the Basic Equations of Fluid Mechanics**, Dover, 1962.
- [10].Ballantyne, C.K., Black, N.M. și Finlay, D.P. **Use of the Schmidt test hammer to detect enhanced boulder weathering under late-lying snowpatches**. Earth Surface Processes and Landforms 15(5). 1990, pg. 471-474.
- [11]. Brach, R.M. **Mechanical Impact Dynamics: Rigid Body Collisions**. New York : John, Wiley & Sons, 1991.
- [12]. Bratu, P și Drăgan, N. **Analiza traiectoriilor punctelor organului de lucru la transportoarele orizontale cu forță perturbatoare inertială unidirecțională**. Buletinul celei de-a VIII-a Conferințe de vibrații mecanice. Timișoara, 1996, Vol. II, ISSN 1224-7529.
- [13]. Boiarinov, V.C. și Neimark, Iu.I. **O kolebaniah vala v şarikopodşipnike. Dinamika maşin**, Sb. Statei, Maşinostroenie, Moskva. 1966, pg. 343-352.
- [14]. Brîndeu, L. **Considerații privind studiul mișcării mecanismelor vibropercutante**. s.l. : Lucrări științifice, Seria A, Inst de Inv. Sup. Oradea, 1976-1977. pg. 29-32.
- [15]. Brîndeu, L. **Vibrații și vibropercuții. Metode și dezvoltări analitice**. . Timișoara : Ed. Politehnica Timișoara, 2005.
- [16]. Budd, C., Dux, F. și Cliffe, A. **The effect of frequency and clearance variations on single-degree-of-freedom impact oscillators**. Journal of Sound and Vibration. 1996, Vol. 184 (3), pg. 475-502.
- [17]. Brîndeu, L., Chiriac, A., Nagy, R., **Dynamic Models in the Stable Motion Regimes of Vehicle Study**, Proceedings of the 9-th Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, Budapest, 2004.
- [18].Blake R.E.:**Basic Vibration Theory**-internet.
- [19].Bratu P.: **Sisteme elastice de rezemare pentru mașini și utilaje**, Editura Tehnică, București, 1990.
- [20].Bratu P.: **Vibrațiile sistemelor elastice**, Editura Tehnică, București,

- [21].Brokken D.: **Numerical Modelling of Ductile Fracture in Blanking**, Technische Eindhoven, 1999.
- [22]. Becherescu D., Hegedus A. : **Studiul mișcărilor vibropercutante ale unei particule sub excitație periodică**. Studii și cercetări matematice.1970, t.22 Nr. 3.
- [23].Bathe K.J., **Finite Element Procedures**, Prentice-Hall, 1996.
- [24].Bereteu L., Smicală I., **Vibrații mecanice cu aplicații**, Editura Mirton, Timișoara, 1993.
- [25].Brădeanu P., **Mecanica fluidelor**, Ed. Tehnică, București, 1973.
- [26].Buzdugan G., Mihăilescu E., Radeș M., **Măsurarea vibrațiilor**, Editura Academiei, București, 1979.
- [27]. Brândeau L. : **Contributii privind studiul miscarilor periodice ale sistemelor vibropercutante**. Teza de doctorat, Timisoara 1970.
- [28]. Cho, K., **Prediction Interval Estimation in Transformed Linear Models**, Statistics Probability Letters, 51(4), pp.345-350, 2001.
- [29]. Christensen, R., **Linear Models for Multivariate Time Series and Spatial Data**, Springer-Verlag, New York, 1991.
- [30]. Chatfield, C., **The Analysis of Time Series**, Chapmans & Hall, 1996.
- [31].Chalmers R, H.: **Shock Testing Machines**-internet.
- [32].Cioară T. Gh.: **Tehnici experimentale în inginerie. Traductoare și senzori**, Editura Politehnică Timișoara, 1999, ISBN 9739389-33-3.
- [33].Cioară T. Gh.: **Vibrații și zgomote**. note de curs, ediție electronică, Universitatea Politehnica Timișoara.
- [34].Cioară T. Gh.: **Vibration in Engineering**, CD Lectures.
- [35]. Cioară T. Gh.: **Vibration Monitoring of Mechanical System, Fault Diagnosis Level Reduction**, ed. University of south Carolina Columbia U.S.A., 1999, ISBN 973-9485-09-x
- [36]. Cioară T. Gh.: **Vibration of Mechanical System with the Composed Motions**, MCT Grant 276, Report 1998 Processing.
- [37].Courrech J., Eshleman R.L.: **Condition Monitoring of Machinery**-internet.
- [38].Crede C.E., Ruzicka J.E.: **Theory of Vibration Isolation**-internet.
- [39].Dărăbont Al., Iorga I., Văiteanu D., Simaschevici H.: **Șocuri și vibrații, aplicații în tehnică**, Editura tehnică, București, 1998.
- [40].Dejong R.G.: **Statistical Methods for Analyzing Vibrating Systems**-internet.
- [41].Dincă F., Teodosiu C.: **Vibrații neliniare și aleatoare**, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1969.
- [42].Deutsch I., **Rezistența materialelor**, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1976.
- [43].Dodescu Gh., Toma M.: **Metode de calcul numeric**, Editura didactică și pedagogică, București, 1976.
- [44]. Dunaev, P.A. **Pneumaticheskie motolî**. Moskva : Mașghiz, 1959.
- [45]. .Dubrovskii, A.A. **Vibraționnoia tehnika v seliskom hoyiaistve. Mașinostroenie**. Moskva : s.n., 1968.
- [46].Ehrich F.: **Self-Excited Vibration**-internet.
- [47].Ehrich F., Abramson H.N., **Nonlinear Vibration**-internet
- [48].El Naggar M.H., Chehab A.G.: **Vibration barriers for shock-producing equipment**-internet.
- [49].Enden, A. ș.a., **Traitement Numerique du Signal**, Masson, Paris,

169 Bibliografie

- 1992.
- [50]. Evans D.J., Pusey H.C.: **Shock and Vibration Standards**.
- [51]. Fancis J, Andrews P.E, Fabreeka Internatioal: **A primer for Vibration Isolation**, internet.
- [52]. Ferziger J.H, Peric M., **Computational methods for fluid dynamics**, Springer, 2002.
- [53]. Florea J, Panaitescu V., **Mecanica fluidelor**, Ed. Didactică și pedagogică, 1979.
- [54]. Fung Y.C., **An introduction to the theory of aeroelasticity**, Dover, 1994.
- [55]. Gabos Z., Mangeron I., Stan I. : **Fundamentele mecanicii**. Bucuresti. Editura academiei 1962.
- [56]. Grosanu I. : **Contributii privind studiul miscarilor stationare si nestationare ale sistemelor mecanice excitate inertial, actionate cu motoare electrice**. Teza de doctorat, Timisoara, 1970.
- [57]. Harris C.M.: **Measurement Techniques**-internet.
- [58]. Harris C.M.: **Shock and Vibrations Handbook**, 4 Edition, mcgraw-hill 1995.
- [59]. Hixon E.L.: **Mechanical Impedance**-internet.
- [60]. Heinbockel J.H., Introduction to **Tensor Calculs și Continuum Mechanics**, ediție electronică, 2001.
- [61]. Hoppmann W.H.: **EFFECTS OF IMPACT ON STRUCTURES** – internet.
- [62]. Hutte: **Manualul inginerului**, Ed. Tehnică, București, 1995.
- [63]. Hodges D.H., Pierce G.A., **Introduction to structural dynamics și aeroelasticity**, Cambridge University, Press, 2002.
- [64]. Hogan, S. J. **On the dynamics of rigid block motion with harmonic forcing**. Proceedings of the Royal Society of London. 1989, Vol. A 425, pg. 441-476.
- [65]. Hamburger L., Buzdugan Gh.: **Teoria vibrațiilor și aplicațiile ei în construcția mașinilor**. Ed. Tehnică, Bucuresti , 1957.
- [66]. Hegeduș A.: **Studiul mișcărilor periodice ale unui vibropercutor electromagnetic. Studii și cercetări de mecanică aplicată**, tom 29 Nr.5 1970.
- [67]. Iacob C., **Mecanică teoretică**, Ed. didactică și pedagogică, București, 1971.
- [68]. Kundu P.K., Cohen I.M., **Fluid Mechanics**, Academic Press – Elsevier Science, 2002.
- [69]. Kauderer, H. **Über nichtlineare Schwingungen mit unetiger Erregung. Archive of Applied Mechanics (Ingenieur Archiv)**. 1959, Vol. 28, pg. 154-167.
- [70]. Kecs, W. și Teodorescu, P.P. **Aplicatii ale teoriei distribuțiilor in mecanica**. Bucuresti : Ed. Acad R.S.R., 1970.
- [71]. Kobrinski, A.E. **Mechanismî s uprugimi sviaziami**. Nauka, Moskva : s.n., 1964. p. 390.
- [72]. Kobrinski, A.E. și Stepanenko, Iu.A. **Periodiceskie dvijenia v slediașcem, ghidroprivode s zazoro v obratnoi sviazi. Ghidroavtomatika**. Nauka, Moskva : s.n., 1965, pg. 64-68.
- [73]. Kobrinski, A.E. și Stepanenko, Iu.A. K **dinamike nelineinogo elementa tipa „Vilka”**,. Moskva : Dinamika mașin, Sb. statei, Mașinostroenie, 1966. pg. 167-174.
- [74]. Lenski, A.N., Loboda, V.M. și Fabrika, L.P. **Issledovanie udornih**

- modeliah. Dinamika maşin, Izdatelistvo Nauka. Moskva : s.n., 1974.*
- [75]. Lubliner, J. **Plasticity Theory**. New York : Macmillan Publishing Company, 1990.
- [76]. Luca, Gh. **Generatoare de vibrații**. Timișoara : Ed. Politehnica Timișoara, 2004. ISBN 973-625-151-9.
- [77]. Lupu I., **Referat 1, Stadiul actual al cercetărilor privind vibrațiile sistemelor electromecanice**, 2005.
- [78]. Lupu I., **Referat 2, Metode specifice studiului vibrațiilor sistemelor electromecanice**, 2005.
- [79]. Lupu I., **Referat 3, Elemente privind posibilitatea de experimentare a vibropercuțiilor sistemelor electromecanice**.
- [80]. Lupu, I., Chiriac, A., **Sur le Calculs Dynamique du Mécanisme d'Actionnement des Interrupteurs d'Haute Tension, à Ressort de Déclanchement**, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. V (XV), 2006, pp. 265-268, ISSN 1583-0691.
- [81]. Lupu, I., Chiriac, A., **Sur la Dynamique du Mécanisme de Commande à Contact et Piston, des Interrupteurs d'Haute Tension**, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. V (XV), CD Edition, 2006, pp. 269-272, ISSN 1583-0691.
- [82]. Lupu, I., Chiriac, A., **On the Mechanical Vibrators, Driven by Electric Motors**, Studia Universitatis "Vasile Goldiș", Arad, Nr. 2, 2007, pp. 211-217, ISSN 1842-0508.
- [83]. Lupu, I., Chiriac, A., **Optimal Regime of Steady-State Motion of an Industrial Equipment**, Studia Universitatis "Vasile Goldiș", Arad, Nr. 2, 2007, pp. 218-224, ISSN 1842-0508.
- [84]. Lupu, I., Chiriac, A., **On the Magnetic Noise at Rotary Electric Machines**, Part I, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VI (XVI), CD Edition, 2006, pp. 342-346, ISSN 1583-0691.
- [85]. Lupu, I., Chiriac, A., **On the Magnetic Noise at Rotary Electric Machines**, Part II, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VI (XVI), CD Edition, 2006, pp. 347-350, ISSN 1583-0691.
- [86]. Lupu, I., Chiriac, A., **Some Considerations Concerning the Vibration Level at Electric Motors**, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VII (XVII), CD Edition, 2008, pp. 394-398, ISSN 1583-0691.
- [87]. Lupu, I., Chiriac, A., **On the Vibration Level Determination at Electric Motors**, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VIII (XVIII), CD Edition, 2009, pp. 357-360, ISSN 1583-0691.
- [88]. Lupu, I., Chiriac, A., **Vibration Level Evaluation at some Types of Electric Motors**, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VIII (XVIII), CD Edition, 2009, pp. 361-364, ISSN 1583-0691.
- [89]. Lupu, I., Chiriac, A., **Processus Automatique de Livraison Passive du Fil Métallique, à un Laminoir à Fil Métallique sans Dispositif Tendeur**, Studia Universitatis "Vasile Goldiș", Arad, Nr. 4, 2009, pp. -, ISSN 1842-0508.
- [90]. Mangeron D., Irimiciuc N.: **Mecanica rigidelor cu aplicații în**

- inginerie*, volumul III – Mecanica vibrațiilor sistemelor rigide, Editura tehnică, București, 1981.
- [91]. Maugin, G.A. **The Thermomechanics of Plasticity and Fracture**. Cambridge : Cambridge University Press, 1992.
- [92]. Massarsch, K.R. și Fellenius, B.H. **Deep vibratory compaction of granular soils**. Chapter 19 in Ground Improvement-Case. [ed.] B. Indranatna și C. Jian. s.l. : Elsevier publishers, 2005. pg. 633 - 658.
- [93]. Moskvitin, A.I. **Electriceskie mașini vozvratno-postupateli dvijenja**,. [autorul cărții] Izdotelistavo Akademia. Nauk Moskva-Leningrad : s.n., 1950, p. 140.
- [94]. Mihoc, Gh., Urseanu , V., **Sondaje și estimări statistice**, Editura Tehnică, București, 1977.
- [95]. Mihoc, Gh. ș.a., **Procese stochastice. Elemente de teorie și aplicații**, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977.
- [96]. Nagchaudhuri, A. **Mechatronic Redesign of Slider Crank Mechanism. Proceeding od IMECE ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition**, New York, Louisiana. 2002, pg. 1-6.
- [97]. Oppenheim, A., **Digital Signal Processing**, Prentice Hall, 1996.
- [98]. Păunescu, M. **Folosirea vibrațiilor la executarea unor lucrări de fundații**. București : Ed. Tehnică București, 1966.
- [99]. Peterka, F. **Uvod do kvitoni mechanickych constav s vnitřnimirazy**. Praha : ACADEMIA, 1981.
- [100]. Rumsiski, L., Z., **Prelucrarea matematică a datelor experimentale**. Îndrumar, Editura Tehnică, București, 1974.
- [101]. Swami, A. ș.a., **Higher-Order Spectral Analysis Toolbox for Use with Matlab**, 1998, <http://mathworks.com>.
- [102]. Trefethen, L., N., **Spectral Methods in Matlab**, <http://www.comlab.ox.ac.uk/oucl/work/>.
- [103]. Voinea, R. ș.a., **Mecanica**, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1993.
- [104]. Voinea, R., **Mecanică și vibrații mecanice**, Editura Academiei Tehnice Militare, București, 1999.

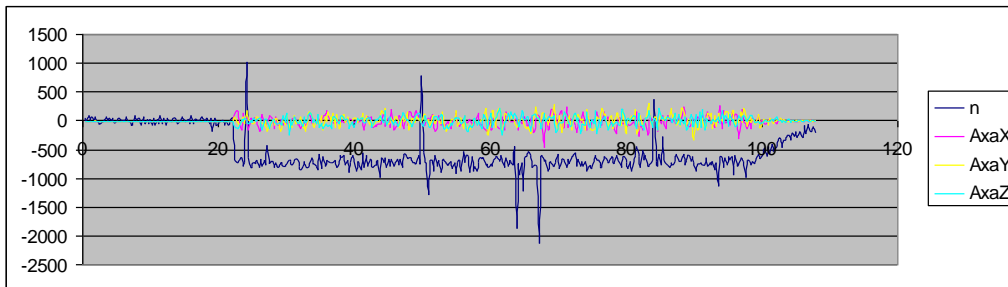
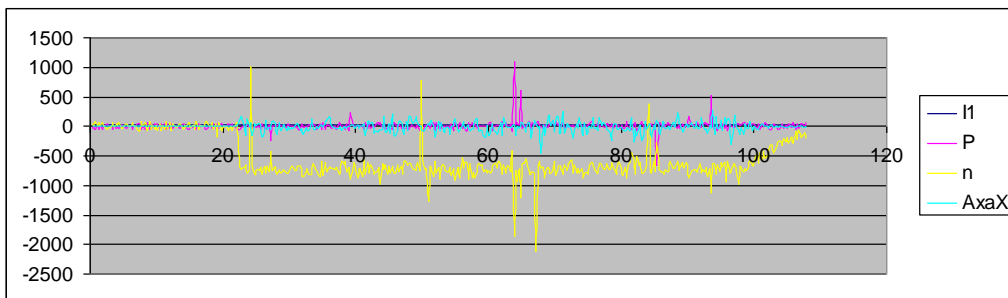
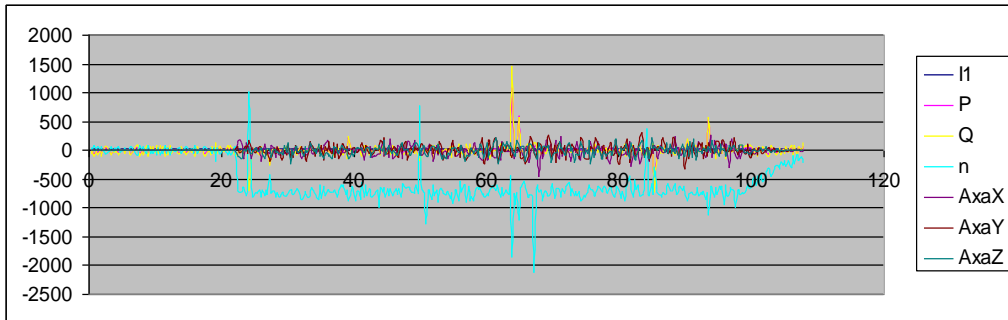
Anexă

Rezultatele înregistrărilor experimentale. Vibrograme

A1 - Rezultate înregistrate în laboratorul de mașini electrice al Facultății de Inginerie din cadrul UEM Reșița

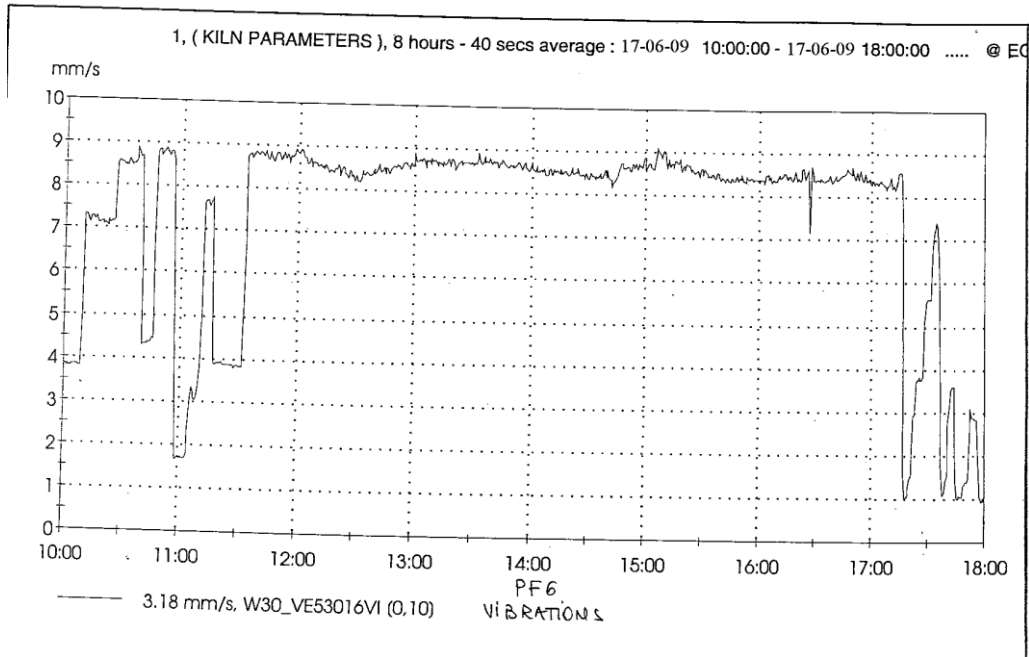
Time	I1	P	Q	n	AxaX	AxaY	AxaZ
0,3125	20,68017	-41,0165	-68,7857	56,02611	-3,86429	-3,35766	-3,49837
0,5625	20,68017	6,847692	6,449291	-3,27443	-3,24354	-3,59646	-3,64166
0,828125	20,68017	-60,4381	-98,5618	85,79086	-3,38679	-4,16956	-3,78495
1,078125	20,68017	-1,74875	-2,13386	0,159966	-3,33904	-3,73973	-3,45061
1,328125	20,68017	-48,2332	-80,7597	64,49761	-2,90929	-3,21439	-3,40285
1,578125	20,68017	0,692213	-4,04122	2,449562	-3,53004	-3,88301	-3,25956
1,828125	20,68017	-68,3977	-99,9394	77,09039	-3,05254	-2,64128	-4,16706
2,09375	20,68017	-3,12843	-14,6377	-0,52691	-3,48229	-3,88301	-3,64166
2,359375	20,68017	27,43671	40,25206	-39,45	-3,38679	-3,5487	-3,73719
2,625	20,68017	43,46217	61,44502	-60,7433	-3,38679	-3,5487	-3,5939
2,875	20,68017	5,149629	-5,20684	-10,6011	-3,14804	-3,3099	-3,40285
3,125	20,68017	3,769952	-2,13386	-6,93778	-3,38679	-3,50094	-3,78495
3,390625	20,68017	-53,5397	-89,9787	72,5112	-3,62554	-3,40542	-3,64166
3,640625	20,68017	-2,59778	0,939122	-8,76946	-3,33904	-3,21439	-3,68942
3,890625	20,68017	-26,7952	-45,0496	41,14373	-3,57779	-3,45318	-3,54614
4,140625	20,68017	-3,44682	-5,41877	2,449562	-3,33904	-3,40542	-3,54614
4,390625	20,68017	-43,4574	-79,912	61,29218	-3,62554	-3,3099	-3,54614
4,640625	20,68017	20,75058	21,70822	-29,3758	-3,33904	-3,40542	-3,68942
4,890625	20,68017	0,05544	-0,01456	-9,6853	-3,67329	-3,83525	-3,54614
5,140625	20,68017	0,479955	-4,57105	-1,44275	-3,53004	-3,69197	-3,45061
5,390625	20,68017	-33,269	-65,8187	52,36275	-3,53004	-3,69197	-3,68942
5,640625	20,68017	2,496405	-4,04122	3,59436	-3,24354	-3,50094	-3,78495
5,890625	20,68017	4,831242	-3,29947	3,13644	-3,72104	-3,73973	-3,45061
6,140625	20,68017	-4,82649	-6,58438	6,799794	-3,29129	-4,02628	-3,78495
6,390625	20,68017	-57,0419	-93,5815	77,77727	-3,86429	-3,83525	-3,5939
6,640625	20,68017	-0,15682	-2,98158	2,907481	-3,53004	-3,64421	-3,64166
6,890625	20,68017	-1,74875	2,634558	-2,81651	-3,62554	-3,69197	-3,5939
7,140625	20,68017	45,26637	63,35238	-60,0564	-3,62554	-3,69197	-3,35508
7,40625	20,68017	55,77313	87,51236	-81,1207	-3,62554	-3,78749	-3,5939
7,671875	20,68017	-66,3813	-107,039	90,59901	-3,67329	-3,40542	-3,54614
7,921875	20,68017	-3,34069	-7,4321	-1,90067	-3,38679	-3,64421	-3,68942
8,171875	20,68017	-50,9926	-81,7134	61,29218	-3,81654	-3,78749	-3,54614

A2 - Reprezentare grafică a rezultatelor înregistrate



163 - Anexă

**A3 - Vibrotest motor de curent continuu 1600 kW - Stand probă UCM
Reșița**



A4 - Buletin de încercare motor de curent continuu

Buletin de încercare nr. 134 Motor C.C. 1600 kW Egipt

Parametrii: $P_n=1600$ kW; $U_n=750$ V; $I_n=2250$ A; $n=1000$ rpm
 $U_{ex}=170$ V; $I_{ex}=27$ A TIP C 990/400-6-2 TA 2
 Seria: 60407

1. Încercări în stare asamblată la UCMR

1.1 Măsurarea rezistenței de izolație a înfășurărilor față de masă și între înfășurări conform STAS 1893-87 cu megohmetru de 1000 V

Riz înfășurare de excitație	120 Mohm
Riz înfășurare rotorică	540Mohm
Riz înfășurare poli auxiliari + compensație	8 Mohm

1.2 Verificarea dispunerii pe colector a periiilor, prin măsurarea abaterii distanțelor dintre acestea
 Rezultat: Corespunde

1.3 Verificarea poziționării în axă neutră a suportului de perii la un curent $I_{excitație}=8$ A, deviația valorii curentului dintre doi suportți alăturați (+, -) fiind de 2 mV.
 Rezultat: Corespunde

1.4 Funcționarea în gol ca motor la turația și tensiunea nominală cu determinarea încercării rigidității dielectrice a izolației înfășurării rotorului între spire, conform STAS 1893-87, timp de 5 min. cu $U_p=975$ V
 Rezultat: Corespunde

U_0 [V]	160	200	280	310	350	400	450	475	550
I_a [A]	3,2	4	5,8	6,6	7	8,3	10	10,5	12,7

U_0 [V]	620	670	690	720	750	800	850	885	975
I_a [A]	15,2	17	18,5	20	22	27	32	38	51

1.5 Verificarea la supraturare în regim de motor la mers în gol, timp de 2 minute la turația de 1200 rpm.
 Rezultat: Corespunde

1.6 Verificare zonă de comutație

$\pm \Delta I$ [A]	-45	+42	-48	+52	-44	+48	-45	+40	-34	+34	-16	+38
$I_{sarcină}$ [A]	0	0	340	600	1000	1040	1500	1500	1980	2000	2300	2400

1.7 Funcționarea în sarcină la un curent de sarcină $I=2100$ A timp de 8 ore cu stabilirea temperaturilor pe înfășurări respectiv pe lagăre.

165 - Anexă

A5 – Stand de probă UCM Reșița



A6 - Efect al vibroșocului



LUCRARI PUBLICATE

91. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *Sur le Calcule Dynamique du Mécanisme d'Actionnement des Interrupteurs d'Haute Tension, à Ressort de Déclanchement*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. V (XV), 2006, pp. 265-268, ISSN 1583-0691.
92. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *Sur la Dynamique du Mécanisme de Commande à Contact et Piston, des Interrupteurs d'Haute Tension*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. V (XV), CD Edition, 2006, pp. 269-272, ISSN 1583-0691.
108. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *On the Mechanical Vibrators, Driven by Electric Motors*, Studia Universitatis "Vasile Goldiș", Arad, Nr. 2, 2007, pp. 211-217, ISSN 1842-0508.
109. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *Optimal Regime of Steady-State Motion of an Industrial Equipment*, Studia Universitatis "Vasile Goldiș", Arad, Nr. 2, 2007, pp. 218-224, ISSN 1842-0508.
110. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *On the Magnetic Noise at Rotary Electric Machines, Part I*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VI (XVI), CD Edition, 2006, pp. 342-346, ISSN 1583-0691.
111. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *On the Magnetic Noise at Rotary Electric Machines, Part II*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VI (XVI), CD Edition, 2006, pp. 347-350, ISSN 1583-0691.
130. **Lupu, I., Chiriac, A.,** *Some Considerations Concerning the Vibration Level at Electric Motors*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VII (XVII), CD Edition, 2008, pp. 394-398, ISSN 1583-0691.
142. **Lupu, I., V., Chiriac, A.,** *On the Vibration Level Determination at Electric Motors*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VIII (XVIII), CD Edition, 2009, pp. 357-360, ISSN 1583-0691.

143. **Lupu, I., V., Chiriac, A.,** *Vibration Level Evaluation at some Types of Electric Motors*, Annals of the Univ. of Oradea, Fasc. Manag. and Techn. Engin., Vol. VIII (XVIII), CD Edition, 2009, pp. 361-364, ISSN 1583-0691.
144. **Lupu, I., V., Chiriac, A.,** *Processus Automatique de Livraison Passive du Fil Métallique, à un Laminoir à Fil Métallique sans Dispositif Tendeur*, Studia Universitatis “Vasile Goldiș”, Arad, Nr. 4, 2009, pp. -, ISSN 1842-0508.
145. **Lupu, I., V., Chiriac, A.,** *Livraison Active du Fil Métallique à un Laminoir à Fil Métallique, Prévu du Dispositif Tendeur*, Studia Universitatis “Vasile Goldiș”, Arad, Nr. 4, 2009, pp. -, ISSN 1842-0508.