

CONTRIBUȚII LA PERFEȚIONAREA FUNCȚIONAL- CONSTRUCTIVĂ A TRANSMISIILOR ARMONICE

Teză destinată obținerii
titlului științific de doctor inginer
la
Universitatea "Politehnica" din Timișoara
în domeniul Inginerie Mecanică
de către

ing. Daniel Gheorghe VELA

Conducător științific: prof.univ.dr.ing Lucian MĂDĂRAS
Referenți științifici: prof.univ.dr. Ion VIȘA
prof.univ.dr.ing. Sava IANICI
prof.univ.dr.ing. Voicu MESAROS-ANGHEL

Ziua susținerii tezei: 10.12.2010

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- | | |
|---|--|
| 1. Automatică | 8. Inginerie Industrială |
| 2. Chimie | 9. Inginerie Mecanică |
| 3. Energetică | 10. Știința Calculatoarelor |
| 4. Ingineria Chimică | 11. Știința și Ingineria Materialelor |
| 5. Inginerie Civilă | 12. Ingineria sistemelor |
| 6. Inginerie Electrică | 13. Inginerie energetică |
| 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații | 14. Calculatoare și tehnologia informației |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2010

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221
e-mail: editura@edipol.upt.ro

Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul activității mele, ca doctorand fără frecvență la Facultatea de Mecanică în cadrul Departamentului de Mecatronică al Universității „Politehnica” din Timișoara.

Mulțumiri deosebite se cuvin conducătorului de doctorat Prof.dr.ing. Lucian Mădăras - Prof.cons., Prof. onorific al Universității. Tehnice Cluj-Napoca, cadru didactic universitar de înaltă ținută morală și științifică, pentru analiza cu înalt profesionalism a conținutului lucrării, a orientării și inițierii în munca de cercetare.

Îmi exprim întreaga considerație față membrii comisiei de doctorat, domnul președinte al comisiei Prof.dr.ing. Liviu Bereteu, decan al Facultății de Mecanică din Timișoara, Prof.dr.ing. Ion Vișa, rector al Universității „Transilvania” din Brașov, Prof.dr.ing. Sava Ianici, decan al Facultății de Inginerie din Reșița, Prof.dr.ing. Voicu Mesaroș-Anghel de la Universitatea „Politehnica” din Timișoaram care au răspuns solicitării de a face parte din comisia de doctorat, analizând cu competență conținutul lucrării și prezentând sugestii ce au dus la creșterea nivelului științific. De asemenea țin să mulțumesc cadrelor didactice din Departamentul de Mecatronică, catedra de Organe de Mașini și Mecanisme a Facultății de Mecanică din cadrul Universității „Politehnica” Timișoara, care au făcut observații și mi-au dat sugestii de îmbunătățire al conținutului tezei cu ocazia susținerii examenelor și referatelor din Planul Individual al Activității de Pregătire: Conf.dr.ing. Veronica Argeșanu, Prof.dr.ing. Cornel Rădulescu, Conf.dr.ing. Iosif Cărăbaș, Prof.dr.ing. Ion Dumitru, Prof.dr.ing. Ion Nicoară. Mulțumesc colegilor de la Facultatea de Inginerie din Reșița Prof.dr.ing. Dorian Nedelcu, Prof.dr.ing. Ion Vela, Șl.ing. Călin Micloșină, As.drd.ing. Cosmin Dumbravă, tehnician Sacaliuc Viorel.

Timișoara, 12.2010

Daniel Gheorghe VELA

Vela Daniel Gheorghe

Contribuții la perfecționarea funcțional-constructivă a transmisiilor armonice

Teze de doctorat ale UPT, Seria 9, Nr. 88, Editura Politehnica, 2010, 134 pagini, 39 figuri, 27 tabele.

ISSN:1842-4937

ISBN: 978-606-554-229-7

Cuvinte cheie: transmisie armonică dințată dublă, generator de unde defazat cu $\pi/2$ în treapta II față de treapta I a transmisiei

Rezumat, Lucrarea de doctorat prezentată, reprezintă o contribuție la cercetarea teoretică și experimentală a transmisiei armonice dințate, în speță a transmisiei armonice dințate duble.

Obiectivul principal al lucrării este conceperea, proiectarea și realizarea unei transmisii armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ în treapta a II-a față de prima treaptă, având la bază modul de deformare a tuburilor cu pereți subțiri solicitate de două forțe simetrice radiale, ce acționează la unul din capetele tubului.

De asemenea, se dezvoltă analiza structurală, calculul cinematic, cinetostatic și geometric folosind Visual Basic din programul EXCEL și simularea prin metoda elementului finit utilizând programul *SolidWorks Simulation* în domeniul elastic pentru varianta concepută, precum și realizarea unui stand de încercare a principiului de funcționare.

CUPRINS

1. Introducere. Obiective.	7
1.1. Elemente conceptuale. Repere istorice.....	7
1.2. Obiectivele tezei.	12
2. Construcția și funcționarea transmisiei armonice dințate.	13
2.1. Principiul de funcționare al mecanismelor cu elemente dințate elastice.	13
2.2. Clasificare și tipuri constructive de transmisii armonice dințate.....	21
2.3. Aplicații ale transmisiei armonice dințate.....	32
2.4. Concepția constructivă și funcțională a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$	43
2.5. Concluzii.	45
3. Analiza structurală a mecanismului transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$	46
3.1. Determinarea gradului de mobilitate a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, analiza desmodromiei.....	46
3.2. Concluzii.	58
4. Analiza cinematică a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$	60
4.1. Cinematica transmisiei armonice dințate într-o treaptă.....	61
4.2. Cinematica transmisiilor armonice dințate în două trepte.	63
4.3. Concluzii.	66
5. Analiza cinetostatică a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$	67
5.1. Forțele din angrenajul armonic dințat în treapta I.....	67
5.2. Forțele și reacțiunile din cupla cinematică roată dințată flexibilă – discul generatorului de unde în treapta I.	69
5.2.1. Reacțiunea dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și cea normală din angrenaj.....	69
5.2.2. Forța de deformație elastică a roții dințate flexibile.	71
5.2.3. Reacțiunea rezultantă și forțele de frecare din cupla cinematică roată dințată flexibilă și discul generatorului de unde	77
5.3. Forțele ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde.	78
5.4. Forțele din angrenajul armonic dințat diferențial din treapta II	79
5.5. Forțele și reacțiunile din cupla cinematică roată dințată flexibilă – discul generatorului de unde în treapta II.	80
5.5.1. Reacțiunea dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și cea normală din angrenaj.....	81
5.5.2. Reacțiunea rezultantă și forțele de frecare din cupla cinematică roată dințată flexibilă și discul generatorului de unde.	81
5.6. Forțele ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde în treapta II.	82
5.7. Concluzii.	83
6. Simularea pe calculator a geometriei roții dințate flexibile din componența transmisiilor armonice dințate duble.	84
6.1. Simularea. Generalități.....	84
6.1.1. Conceptul de simulare	84
6.1.2. Etapele simulării.	85

6 Cuprins

6.2. Lungimea roții dințate flexibile cu dublă angrenare funcție de elementele geometrice și de forța elastică de deformare radială.	86
6.2.1. Determinarea analitică a lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare	86
6.2.2. Determinarea lungimii roții dințate flexibile, folosind soluțiile ecuației analitice	88
6.2.2.1. Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de modulul de elasticitate.	88
6.2.2.2. Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de forța elastică de deformare.	90
6.2.2.3. Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de grosimea peretelui roții dințate flexibile.	92
6.2.2.4. Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de raza de divizare.	94
6.3. Verificarea soluțiilor ecuației lungimii roții dințate flexibile folosind simularea.	96
6.3.1. Aspecte generale.	96
6.3.2. Etapele simulării numerice.	97
6.3.2.1. Tipul de analiză.	97
6.3.2.2. Selecția materialelor.	100
6.3.2.3. Aplicarea restrângerilor.	100
6.3.2.4. Discretizarea în elemente finite.	101
6.3.3. Rezultate ale simulării numerice.	103
6.4. Concluzii.	109
7. Proiectarea, realizarea și testarea transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$	110
7.1. Elemente de proiectare.	110
7.1.1. Stabilirea parametrilor angrenării.	110
7.1.2. Alegerea materialelor elementelor componente ale transmisiei armonice dințate.	111
7.2. Date inițiale de proiectare.	112
7.3. Calculul geometric al elementelor specifice transmisiei armonice.	112
7.3.1. Calculul geometric al roții dințate flexibile.	112
7.3.2. Calculul geometric al roții dințate rigide fixe din treapta I.	114
7.3.3. Calculul geometric al roții dințate rigide mobile din treapta II.	114
7.3.4. Dimensionarea generatorului de unde cu discuri excentrice.	114
7.4. Testarea experimentală a prototipului realizat.	116
8. Concluzii și contribuții personale.	118
8.1. Concluzii.	118
8.2. Contribuții personale.	119
8.3. Direcții de cercetare.	121
Bibliografie.	123

Cap. 1 Introducere. Obiective

1.1 Elemente conceptuale. Repere istorice

Evoluția tehnicii de vârf, impune abordarea unor tehnologii din ce în ce mai complexe, capabile să îndeplinească pe scară largă condiții referitoare la creșterea productivității muncii, a calității produselor prin costuri minime și eficiență economică maximă, prin utilizarea unor sisteme tehnice moderne asistate și coordonate de calculatoare.

În categoria acestor sisteme tehnice moderne se încadrează și transmisiile armonice dințate, transmisiile ce au cunoscut o largă utilizare în toate domeniile tehnologice prin asigurarea unor parametri funcționali și constructivi ridicați. În ultimul timp, cercetătorii științifici acordă o tot mai mare atenție în găsirea unor noi soluții constructive și funcționale atât prin îmbunătățirea caracteristicilor cinematice, energetice și dinamice ale transmisiilor mecanice clasice cât și prin apariția unor noi tipuri de transmisiile mecanice, care să corespundă cerințelor sistemelor comandate și coordonate de calculatoare.

Rezultatele cercetării în domeniul transmisiei armonice dințate au dus la lărgirea domeniului de utilizare precum, construcția mașinilor unelte, navelor cosmice, instalațiilor spațiale, reactoarelor atomice, avioanelor, moto-reductoarelor, mecanică fină, robotică, calculatoare, industria chimică și petrolieră, unde este necesară o precizie de poziționare ridicată.

Această lărgire a domeniului de utilizare, își găsește justificarea prin avantajele pe care le prezintă transmisia armonică dințată.

Apariția mecatronicii ca știința mașinilor inteligente a impus necesitatea dezvoltării cercetărilor în domeniul transmisiilor armonice dințate cu scopul găsirii unor soluții constructive și funcționale performante, care le încadrează în domeniul transmisiilor neconvenționale. Față de transmisiile mecanice clasice, transmisia armonică dințată, datorită elementului flexibil prezintă următoarele caracteristici:

- este flexibilă pe direcția radială și rigidă pe direcția tangențială fapt ce asigură o capacitate și o precizie ridicată de transmitere a mișcării de rotație;

8 Introducere. Obiective - 1

- în angrenare participă simultan un număr mare de perechi de dinți ce conduce la creșterea momentului de torsiune transmis, implicit creșterea momentului de încărcare a transmisiei;
- mișcarea relativă între dinții aflați în angrenare este redusă, mișcare relativă ce apare doar în zona de intrare și de ieșire a dinților aflați simultan în angrenare, fapt ce determină pierderi mici prin frecare și uzură neînsemnată a flancurilor dinților;
- datorită modificării formei roții dințate flexibile în timpul funcționării, se produce o micșorare a unghiului de presiune în cupla cinematică generator de unde-roată dințată flexibilă, fapt ce micșorează pierderile energetice în această cuplă cinematică;
- se execută din oțeluri cu caracteristici mecanice ridicate și în ultimul timp din materiale compozite asigurând astfel capacități de încărcare ridicată, gabarit și masă redusă, funcționare silențioasă.

Datorită acestor caracteristici, transmisia armonică dințată prezintă următoarele avantaje:

- raport de transmitere mare pe o singură treaptă (80-360);
- randament ridicat la rapoarte de transmitere mari;
- erori cinematice reduse;
- funcționare silențioasă comparativ cu angrenajele clasice;
- gamă largă de puteri;
- sistem de forțe autocentrat, zonele de angrenare sunt astfel dispuse încât forțele se echilibrează reciproc, iar în lagăre nu apar încărcări datorită sarcinii transmise;
- uzură redusă a dinților datorită vitezelor de alunecare mici între profilele conjugate aflate în contact;
- gabarit redus și simplitate constructivă;
- insensibilitate la abaterile de profil.

Dezavantajele transmisiei armonice dințate sunt:

- ciclurile de solicitări la care este supusă roata dințată flexibilă reduce rezistența la oboseală a acesteia;
- necesită materiale cu caracteristici mecanice ridicate pentru executarea roții dințate flexibile,

- exigențe tehnologice la montaj.

Roata dințată flexibilă ca tehnologie de fabricație se poate obține prin frezare, mortezare, prin rulare la cald sau la rece [32], [125],[126]. Mărcile de oțel frecvent utilizate pentru execuția elementelor componente ale transmisiei armonice dințate sunt [125], [126], [127]:

- pentru roata dințată flexibilă: OLC 50, OLC 60, 41 CrNi 12,18 CrNi 20, 41 MoCrNi 11, 18 MoCrNi 13, 31 MoCrNi 20, 34 MoCrNi 15, 35 MoCrNi 11 etc;
- pentru roata dințată rigidă: OLC 45, OLC 50, OLC 60 etc;
- pentru discurile generatorului de unde: OLC 45, OLC 50, OLC 60 etc.

În ultimul timp s-a dezvoltat în mare măsură transmisia armonică dințată cu două unde, cu roată dințată flexibilă dublă folosind diferite tipuri de generatoare de unde în scopul îmbunătățirii caracteristicilor elementului flexibil.

Transmisia armonică dințată se bazează pe principiul transformării parametrilor de mișcare de rotație cu ajutorul deformației armonice a unei roți flexibile ce este element component a mecanismului. Acest principiu a fost propus de A. I. Moskvitin pentru transmisii cu fricțiune [93] ce au generator de unde electromagnetic. În anul 1959, C.W.Musser brevetează transmisia armonică dințată [94] ce are în construcție roata dințată flexibilă cu generator de unde mecanic. Transmisia armonică dințată a prezentat interes și în colectivele de cercetare din Institutul Politehnic din Timișoara unde s-a realizat un reductor armonic dințat încă din anul 1970. La Institutul Politehnic Cluj-Napoca a fost proiectat și realizat prototipul unui reductor armonic ce are roți dințate cu profil evolventic, de asemenea s-au executat și cercetat alte modele de transmisii armonice la Universitatea „Politehnica” București, Universitatea „Transilvania” Brașov etc. Rezultatele cercetărilor s-au concretizat prin elaborarea și susținerea unor teze de doctorat la Universitățile din Timișoara, Cluj-Napoca, București și Iași. După anul 1975 cercetările s-au dezvoltat și la Institutul de Subingineri Reșița, respectiv Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița, unde rezultatele s-au concretizat prin realizarea unui stand cu circuit mecanic închis și cu circuit mecanic deschis pentru încercarea acestor transmisii armonice. Cercetările s-au materializat prin realizarea unui cap divizor, a unui modul flexie-extensie și pronație-supinație folosit în realizarea unui robot cu scop didactic.

Principalele aspecte ce atrag atenție cercetătorilor în domeniu transmisiilor armonice sunt cele de mărire a durabilității roții dințate flexibile, element puternic solicitat al transmisiei, urmărind de asemenea găsirea unor materiale care să aibă proprietăți mecanice ridicate sau conceperea unor roți dințate flexibile cu forme geometrice care să asigure o fiabilitate ridicată transmisiei armonice dințate. Un astfel de exemplu îl constituie și transmisia armonică cu roată dințată dublă cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ în cele două trepte de angrenare, care elimină deformația de încovoiere neuniformă în lungul generatoarei roții dințate flexibile. Acest aspect justifică realizarea unor cercetări teoretice și experimentale în domeniul transmisiilor armonice, având în vedere stadiul actual al cercetării [8], [9], [28], [32], [44], [47], [54], [73], [75], [77], [79], [84], [85], [104],[125], [126].

Prin prezenta teză de doctorat, se urmărește a se aduce contribuții la cercetarea teoretică și experimentală a transmisiei armonice dințate duble, dezvoltată de-a lungul a 8 capitole.

Aceste rezultate pot fi folosite în faza de concepție, proiectare, execuție și încercare a transmisiilor armonice dințate.

În capitolul 1 se prezintă o sinteză a evoluției transmisiilor armonice dințate, a problematicii ridicate de aceste transmisii în implementarea lor în instalațiile industriale, avantajele și dezavantajele pe care le prezintă transmisia armonică dințată în raport cu celelalte transmisii mecanice clasice precum și modul de valorificare a rezultatelor cercetării în domeniu. **De asemenea se prezintă obiectivele prezentei lucrări și direcțiile de cercetare.**

În capitolul 2 se prezintă aspecte privind construcția și principiul de funcționare al transmisiei armonice dințate, clasificare și tipuri constructive de transmisii armonice dințate având în vedere generatorul de unde și roata dințată flexibilă, aplicații ale transmisiei armonice dințate în diferite instalații mecanice, precum și concepția constructivă și funcțională a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$.

În capitolul 3 se prezintă analiza structurală a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, urmărindu-se determinarea gradului de mobilitate și analiza desmodromiei. Aceasta se realizează îmbinând metoda imobilizării tuturor elementelor lanțului cinematic, mai puțin cel cercetat, pentru determinarea gradelor de libertate de prisos, cu metoda investigațiilor mobilităților

elementelor și cuplelor cinematice în vederea determinării gradelor de libertate a legăturilor pasive.

În capitolul 4 se prezintă cinematica transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, având la baza analiza cinematică a transmisiei armonice dințate într-o treaptă. În acest caz, se determină vitezele unghiulare ale elementelor componente ale transmisiei armonice dințate duble, respectiv raportul de transmitere.

În capitolul 5, se face analiza cinetostatică a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ determinându-se relațiile pentru calculul forțelor din angrenajul armonic dințat din treapta I-a, forțele și reacțiunile din cupla cinematică roată dințată flexibilă-discul generatorului de unde având în vedere efectul forței radiale și a celei normale din angrenaj, forța de deformare elastică a roții dințate flexibile necesară realizării angrenării precum reacțiunea și forțele de frecare din cupla cinematică roata dințată flexibilă – discul generatorului de unde. Se determină de asemenea forțele ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde. În treapta a II-a a transmisiei armonice dințate duble, se determină expresiile acelorași forțe și reacțiuni ca și în treapta I având în vedere faptul că roata dințată este deformată deja sub influența forței de deformare elastică din prima treaptă. Generatorul având rolul doar de a mări stabilitatea și rigiditatea angrenajului în treapta a II-a.

In capitolul 6, se determină lungimea roții dințate flexibile cu dublă angrenare urmărind eliminarea deformației de încovoiere a generatoarei roții dințate flexibile și obținerea unor deformații egale la cele două extremități ale roții dințate flexibile funcție de elementele geometrice ale roții și de forța de deformare elastică radială. Pentru determinarea analitică a lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, roata dințată flexibilă se prezintă sub forma unui tub cu pereți subțiri asupra căruia acționează forțe radiale. Din expresia deplasării radiale, se determină ecuația pentru calculul lungimii $2L$. Soluțiile ecuației, dau lungimea roții L_1 , L_2 funcție de modulul de elasticitate, de grosimea peretelui roții dințate flexibile, de valoarea forței de deformare elastică și de raza de divizare a roții dințate flexibile. Rezultatele sunt prezentate tabelar și grafic.

În capitolul 7 se prezintă proiectarea, realizarea și încercarea transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$.

În **capitolul 8** sunt prezentate concluziile și contribuțiile personale ale autorului.

1.2 Obiectivele tezei

Lucrarea are următoarele obiective:

- **conceperea** transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$;
- **analiza** structurală a mecanismului transmisiei armonice dințate duble, prin determinarea gradului de mobilitate și îndeplinirea condiției de desmodromie;
- **analiza** cinematică, urmărind determinarea expresiilor de calcul a vitezelor unghiulare și a raportului de transmitere;
- **analiza** cinetostatică, urmărind determinarea expresiilor de calcul a forțelor și reacțiunilor din elementele și cuplele cinematice ale mecanismului transmisiei armonice dințate concepute;
- **determinarea** ecuației ce definește lungimea roții dințate flexibile duble care să asigure o deformație radială egală în cele două trepte de angrenare ale transmisiei armonice dințate;
- **verificarea** prin simulare a veridicității rădăcinilor ecuației ce definește lungimea roții dințate flexibile duble;
- **proiectarea** transmisiei armonice dințate concepute;
- **realizarea** transmisiei armonice dințate optime proiectată;
- **realizarea** unui stand pentru încercarea transmisiei armonice dințate realizate;
- **testarea** prototipului realizat din punct de vedere constructiv și funcțional, în vederea confirmării soluției originale.

Cap. 2 Construcția și funcționarea transmisiei armonice dințate

2.1 Principiul de funcționare al mecanismelor cu elemente dințate elastice

Transmisia armonică dințată, prezintă o varietate de forme constructive, [32], [44], [60], [79], [91], [105], [125], [126], [127], care au la baza construcției și funcționării lor principiul transmisiilor planetare cu una sau cu două roți centrale. Astfel, transmisia armonică dințată (cu generator cu o undă), derivă din transmisia planetară cu o roată centrală, așa cum se vede în fig. 2.1 a:

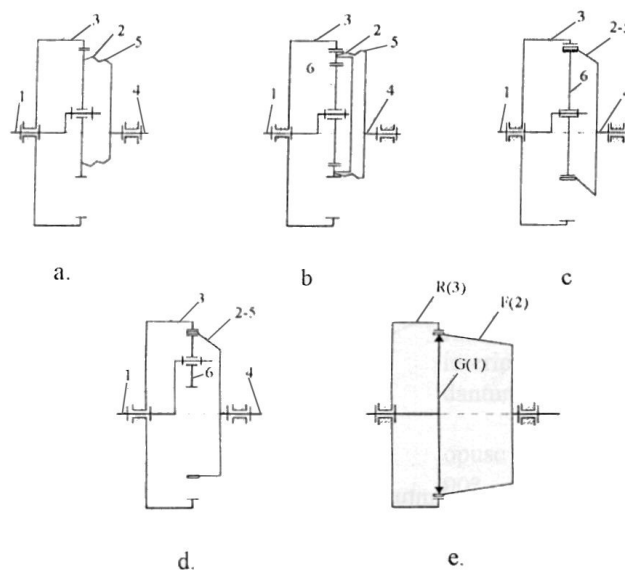


Fig. 2.1

unde s-au notat: (1) – braț port satelit, (2) – satelit, (3) – roată centrală, (4) – arbore condus, (5) – cuplaj. În cazul transmisiei armonice, fig. 2.1e, pe brațul port satelit (1), care devine arbore de intrare s-a montat generatorul de unde G care deformează elastic roata dințată flexibilă F, ce provine din satelitul (2) și care angrenează cu roata dințată rigidă R ce provine din roata centrală (3). Roata dințată

flexibilă (2) este montată pe arborele condus (4). În cazul în care transmisia planetară este cu doi sateliți dispuși diametral sau cu trei dispuși la 120 de grade, se obține transmisia armonică dințată cu două unde fig. 2.1e, respectiv cu trei unde. Se constată că nu se recomandă creșterea numărului de unde deoarece scade fiabilitatea întregii transmisii.

Specificitatea transmisiilor armonice dințate constă în faptul că diferența între numerele de dinți ale elementului flexibil ($2-F$) și a elementului rigid ($3-F$) este de 1 sau 2 dinți, ceea ce ne conferă obținerea unor rapoarte de transmitere mari.

În varianta transmisiei armonice prezentate în fig. 2.1 e, generatorul de unde (1) este element conducător, roata dințată flexibilă (2) element condus, iar roata dințată rigidă (3) este fixă, funcționarea acestei transmisii se explică pe principiul înfășurării cercului de rostogolire a roții dințate flexibile pe cercul de rostogolire a roții dințate rigide, în urma rotirii generatorului de unde în interiorul roții dințate flexibile.

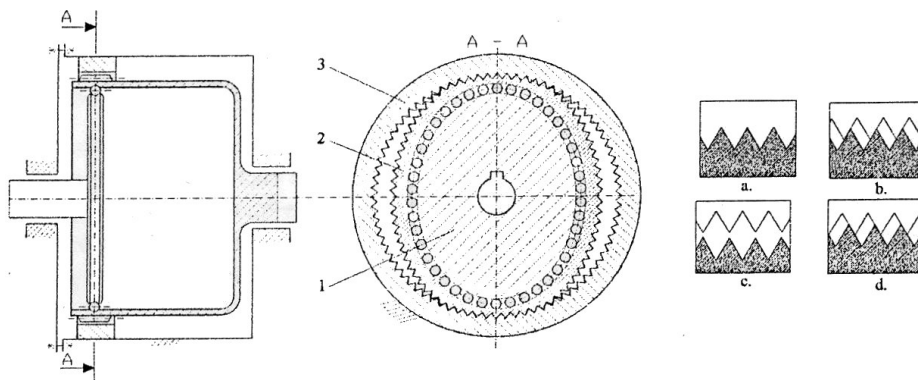


Fig. 2.2

Roata dințată flexibilă cu dantură exterioară este deformată sub formă de elipsă de către generatorul de unde. Pe direcția axei mari a „elipsei”, dinții roții dințate flexibile și ai roții dințate rigide angrenează complet (fig. 2.2 a), iar pe direcția axei mici a elipsei sunt complet ieșiți din angrenare (fig. 2.2 c). În pozițiile intermediare (între axa mare și cea mică a elipsei) dinții angrenează incomplet (fig. 2.2 b,d).

Este de remarcat faptul că la intrarea și ieșirea din angrenare dinții vin în contact pe flancuri diferite, iar la fiecare rotație completă a generatorului de unde,

roata dințată flexibilă se rotește în sens invers cu un unghi la centru corespunzător diferenței dintre lungimile curbilor medii ale celor două danturi.

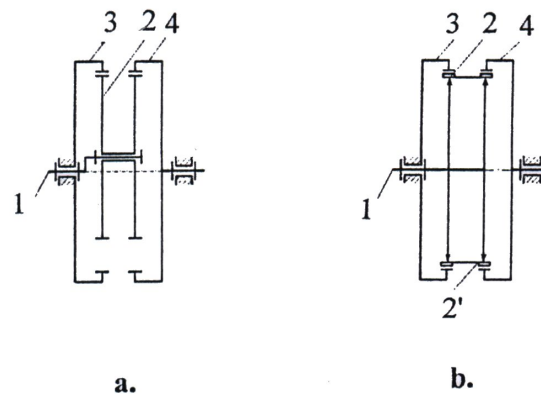


Fig. 2.3

O altă variantă a transmisiei armonice (fig. 2.3 b), derivă din transmisia planetară (fig. 2.3 a) cu două roți centrale (3), (4) și satelitul dublu (2). Analogia, transmisia armonică dințată – transmisia planetară, este foarte utilă în studiul cinematic al primei variante, deoarece rapoartele de transmitere ale transmisiilor armonice dințate sunt aceleași cu rapoartele de transmitere ale mecanismelor planetare din care au derivat.

În fig. 2.4 este prezentată schema structurală a transmisiei armonice duble cu roată dințată flexibilă scurtă, cu coroanele dințate pe fețe opuse [8], [9], cu următoarele notații:

- 1 este generator de unde, element conducător;
- 2 – roată flexibilă cu dantură exterioară (cu z_2 număr de dinți) și dantură interioară (z_2');
- 3 – roata rigidă cu dantură interioară (z_3), element fix;
- 4 – roată dințată condusă cu dantură exterioară (z_4).

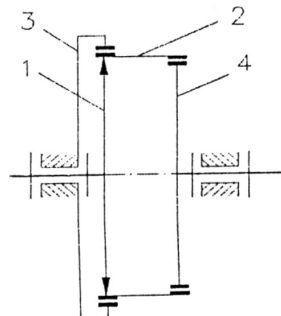


Fig. 2.4

Generatorul de unde (1) deformează roata dințată flexibilă (2) care va avea patru zone de angrenare echidistante, două câte două opuse (cu roata dințată rigidă (3) danturată interior și roată dințată condusă (4) danturată exterior).

În cazul unor transmisii armonice, deformarea se realizează cu generator de unde planetar (fig. 2.5).

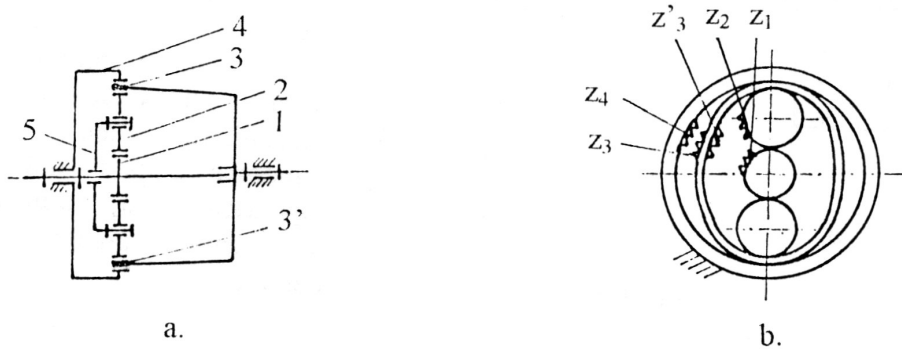


Fig. 2.5

La transmisia armonică cu generator planetar, roata dințată flexibilă va avea pe lângă dinții exteriori z_3 și dinții interiori z_3' , caz în care rolul generatorului de unde este preluat de bara port satelit (5) pe care se montează doi sau trei sateliți (2). Astfel, mișcarea se transmite de la pinionul solar (1) prin sateliții (2) la bara port-satelit (5), roțile satelit angrenează cu dinții interiori ai roții dințate flexibile (3) deformând în același timp roata flexibilă asigurând astfel angrenarea dinților exteriori ai acesteia cu dinții interiori ai roții rigide (4) în zonele de deformare.

Aceste transmisii prezintă avantajul că pe lângă eliminarea generatorului de unde, turația barei port-satelit este mai mică decât a generatorului clasic și frecvența flexiunilor roții dințate flexibile, este scăzută. Această variantă de reductoare armonice sunt produse de firma BOSCH din Germania, având roți flexibile din material plastic, obținute prin injectarea în matrițe.

O altă variantă de transmisii armonice dințate derivate, dezvoltate de firma BACHMANN [3] din Germania, au la bază același principiu de funcționare ca și transmisiile armonice clasice, aceleași elemente constructive, deosebirea constând prin modul de realizare a roții flexibile care este materializată printr-o bandă inelară prevăzută cu dantură pe una sau pe ambele fețe. Aceste transmisii armonice, vor fi denumite transmisii armonice cu element pseudoflexibil pentru cazul în care banda este de forma unui element flexibil continuu (fig. 2.6), respectiv transmisii armonice cu element articulată când banda este de forma unui lanț (fig. 2.7).

Caracteristica de bază a acestor transmisii o constituie banda inelară flexibilă fără sfârșit, care joacă rolul elementului flexibil de la transmisiile armonice clasice și transmite sarcina între două roți dințate centrale coaxiale dintre care una este fixă. Cele două roți coaxiale pot avea danturile dispuse pe interior (fig. 2.6 a) sau pe exterior (fig. 2.6 b).

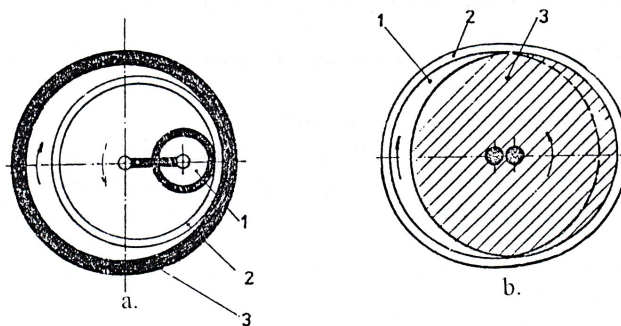


Fig. 2.6

Elementul pseudoflexibil are forma unei curele cu contur închis, prevăzut cu zone dințate (2 sau 3) pe fața interioară sau pe fața exterioară, în funcție de varianta de transmisie în componența căreia intră. La ambele variante cureaua va fi rulată pe roată respectiv pe rolă, pe partea opusă feței cu dantură.

Raportul de transmitere este dependent de diferențele dintre numerele de dinți ale celor două zone dințate ale curelei și anume, cu cât această diferență este mai mică cu atât raportul de transmitere este mai mare.

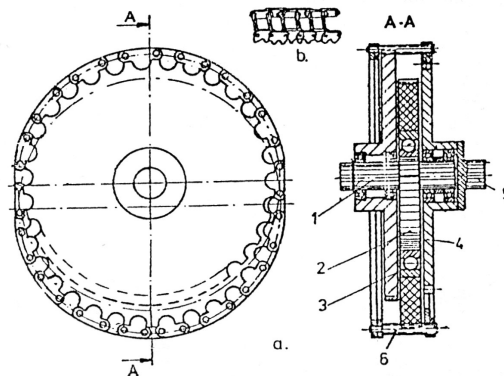


Fig. 2.7

În fig. 2.7 , este prezentată varianta care utilizează ca element flexibil un lanț, acesta este de tip contur închis, cu elemente articulate. Arborele conducător (1) antrenează o roată de lanț excentrică (2) și pe el este montată o roată de lanț (3). Concentric cu aceasta se află o altă roată de lanț (4) care este legată de arborele condus (5). Roata de lanț (3) este fixă și are același număr de dinți ca roata excentrică.

Soluțiile prezentate, au o serie de dezavantaje ca: precizie cinematică mică, randamente reduse, zgomote și vibrații, raport de transmitere variabil pe un ciclu cinematic datorită efectului poligonal.

Un alt mod de a descrie principiul de funcționare a transmisiilor armonice este prezentat în fig. 2.8 [125], [126], [127] unde se consideră un element rigid fix, notat cu (3) având profilul după o curbă oarecare, un element flexibil (2) care este o bandă ce se poate deplasa liber în ghidajul elementului (3), din bara (1) care execută o mișcare de translație pe orizontală, pe care se află montat tchetul (4) care se deplasează pe verticală în ghidajul din bara (1) datorită arcului elicoidal comprimat (5) și pe orizontală odată cu elementul (1), aceste elemente formând generatorul de unde.

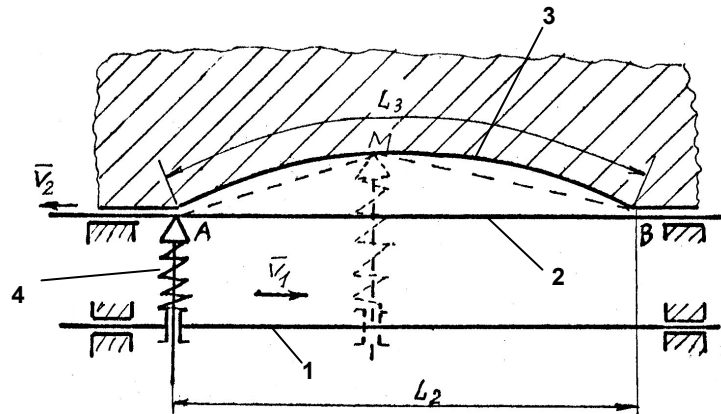


Fig. 2.8

Dacă generatorul de unde se deplasează de la stânga la dreapta cu viteza v_1 , elementul flexibil (2) de lungime L_2 , este obligat de vârful generatorului să înfășoare treptat elementul rigid (3) de lungime L_3 care este mai mare decât lungimea L_2 . Elementul flexibil (2) fiind în intervalul AB mai scurt decât elementul rigid, pentru a putea intra în contact cu elementul rigid fără alunecare, banda flexibilă este obligată să se deplaseze în ghidaje de la B spre A, considerând că frecarea dintre banda flexibilă (2) și elementul rigid (3) este mult mai mare decât frecarea dintre vârful tachelului (4) și banda flexibilă (2). Astfel, în timp ce generatorul de unde parcurge distanța AB, banda elastică (2) se deplasează în sens invers cu o distanță $\Delta L = L_3 - L_2$. Așadar, dacă generatorul de unde s-a deplasat de la A la M, arcul de curbă AM este mai mare decât distanța AM la care tinde banda să revină și astfel datorită diferenței de lungime este obligată să se deplaseze de la B la A.

Pentru a se evidenția mai bine modul de transmitere a mișcării la transmisiile armonice, se prezintă fenomenul chiar în cazul transmisiei armonice cu două unde, (fig. 2.9), [125], [126], [127].

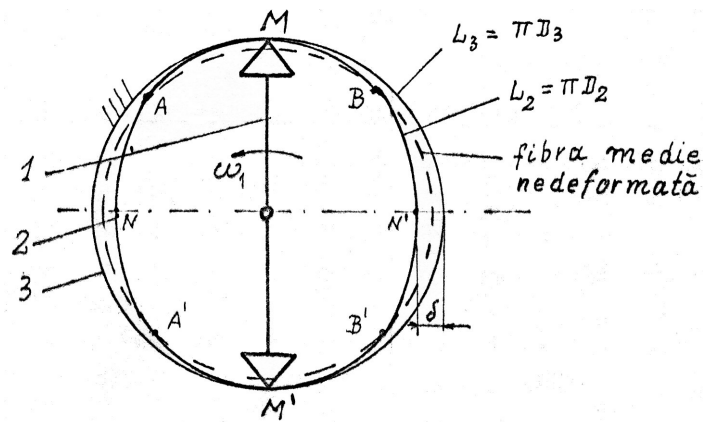


Fig. 2.9

Se consideră roata dințată flexibilă de diametrul D_2 (de lungime $L_2 = \pi D_2$) al fibrei medii a roții dințate flexibile, ale cărei lungimi rămâne constantă în timpul funcționării și se va rostogoli fără alunecare pe un diametru D_3 al roții dințate (de lungime $L_3 = \pi D_3$). În aceste condiții, generatorul de unde (1) ce se rotește cu viteza unghiulară ω_1 , obligă elementul flexibil (2) să se înfășoare fără alunecare pe interiorul cercului (3). Astfel, la o rotație completă a generatorului de unde (1), punctul M ce aparține generatorului va parcurge pe cercul (3) o lungime L_3 , iar pe elementul elastic (2) o lungime $L = L_2 + \Delta L$. Însă, viteza unghiulară ω_1 fiind constantă, iar între elementul (2) și (3) nu există alunecare $L_3 = L$, rezultă $L_3 = L_2 + \Delta L$, deci diferența de drum parcursă va fi: $\Delta L = L_3 - L_2$.

Această diferență de lungime va produce o mișcare relativă de rotație a elementului elastic (2) față de cel rigid (3). Dacă luăm în calcul și fig. 2.9 acest fenomen se poate explica astfel: considerăm o poziție oarecare M a generatorului (1), iar pe fibra medie a elementului elastic un număr de puncte (A, B, A', B' , funcție de numărul de unde) care se află în poziția nedeformată a fibrei medii. Dacă generatorul de unde are sensul de rotire ca în figură, atunci în zonele MA și $M'B'$ elementul elastic este obligat să înfășoare elementul rigid, fapt ce produce o rotire a elementului în sens invers sensului generatorului de unde, iar în

zonele MB și $M'A'$ datorită elasticității, elementul (2) tinde să revină la poziția fibrei medii nedeformate, producând o mișcare de rotire în sens invers sensului generatorului de unde, deoarece arcul \widehat{MB} este mai mare decât lungimea segmentului MB .

2.2 Clasificare și tipuri constructive de transmisii armonice dințate

Ca urmare a cercetărilor intense din ultima vreme în domeniul transmisiilor armonice dințate, s-a obținut un număr mare de noi variante constructive, [2], [8], [9], [15], [21], [45], [47], [72], [80], [81], [103], [125], [126], evoluție ce a vizat atât transmisia armonică în ansamblul ei, forma roții dințate flexibile cât și forma și modul de acționare al generatorului de unde.

A. După tipul generatorului de unde, transmisiile armonice dințate pot fi clasificate astfel:

a) În funcție de numărul zonelor de contact:

- transmisie armonică dințată cu o zonă de contact (cu o undă);
- transmisie armonică dințată cu două zone de contact (cu două unde);
- transmisie armonică dințată cu trei zone de contact (cu trei unde).

Schema de principiu a transmisiei armonice dințate cu o undă, este prezentată în fig. 2.10.

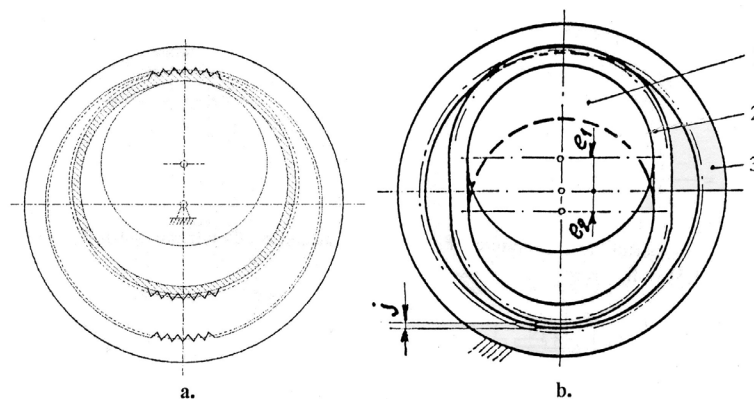


Fig. 2.10

Această transmisie prezintă avantajul că realizează cel mai mare raport de transmitere, astfel pentru $n_u = 1$ se obține $i_{12}^3 = z_2$ (n_u - numărul de unde).

Dezavantajul transmisiei armonice dințate cu o undă, constă în faptul că generatorul de unde nu este echilibrat dinamic. Pentru realizarea unei echilibrări dinamice parțiale se poate adăuga o masă în partea opusă zonei de contact pe generatorul de unde, (fig. 2.10.a) sau se poate utiliza un generator de unde cu două discuri (fig. 2.10.b).

Discurile se fixează pe generator cu excentricități diferite ($e_1 > e_2$) astfel încât discul cu excentricitatea e_1 va deforma roata dințată flexibilă și va asigura angrenarea acesteia cu roata dințată rigidă. Celălalt disc cu excentricitatea e_2 va deforma foarte puțin roata dințată flexibilă astfel încât să rămână un joc j între vârfurile dinților roților flexibile și rigide.

Transmisia armonică dințată cu două unde (fig. 2.11a) cunoaște o largă răspândire datorită avantajelor rezultate din considerente dinamice și din punct de vedere al numărului ciclurilor de solicitare.

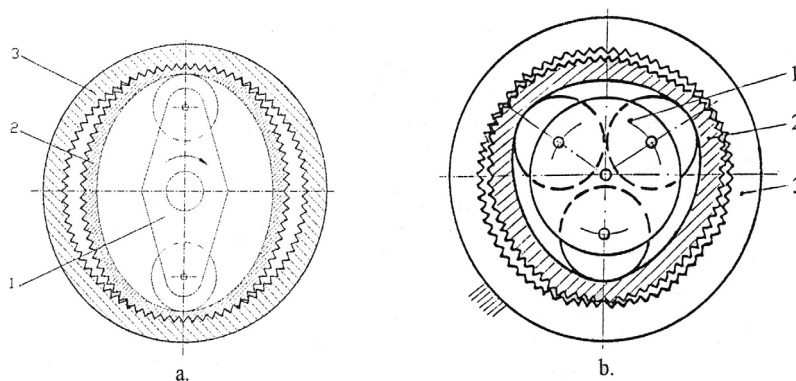


Fig. 2.11

Transmisia armonică dințată cu trei unde (fig. 2.11b) este mai puțin răspândită, fiind utilizată la gabarite mari. Prezintă avantajul unui sistem echilibrat deoarece cele trei brațe sunt dispuse la 120^0 și dezavantajul că frecvența solicitărilor

la oboseală este mai mare, deci prezintă o durabilitate mai scăzută, fiind folosită în general la puteri mici.

b) După natura acționării generatorului de unde:

- generator cu acționare mecanică;
- generator cu acționare hidromecanică;
- generator cu acționare pneumomecanică;
- generator cu acționare electromagnetică;
- generatoare cu materiale ce posedă memoria formei.

Generatoarele cu acționare mecanică sunt ușor de executat și cele mai des utilizate în construcția reductoarelor armonice. Pot avea diferite forme constructive, astfel deosebim:

- generator cu un singur braț (fig. 2.10 a și b);
- generator cu două brațe (fig. 2.11 a);
- generator cu trei brațe (fig. 2.11 b).

În construcția acestor generatoare, pentru a face legătura între arborele generatorului de unde și roata dințată flexibilă se utilizează: rulmenți radiali cu bile sau cu role (fig. 2.11 a), discuri mari montate cu o anumită excentricitate (fig. 2.12) și came.

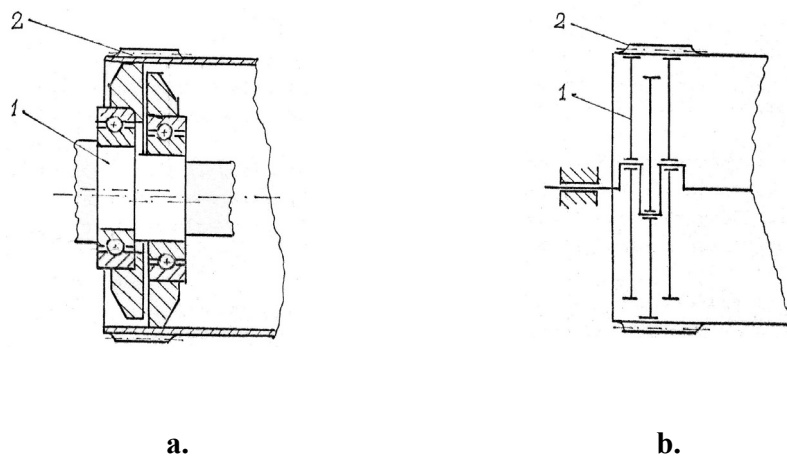


Fig. 2.12

În fig. 2.12 sunt prezentate două variante de generator de unde cu discuri excentrice, care asigură transmisiei armonice dințate un randament mare. Varianta

prezentată în fig. 2.12 a, prezintă dezavantajul că discurile (1) deformează roata dințată flexibilă (2) în plane diferite și sistemul nu este echilibrat dinamic. În cazul generatorului cu trei discuri, fig. 2.12 b se micșorează dezechilibrul dinamic, dar crește gabaritul axial.

Generatorul de unde cu role și discuri poate fi reglabil și autoreglabil, variantele fiind prezentate schematic în fig. 2.13 a și b.

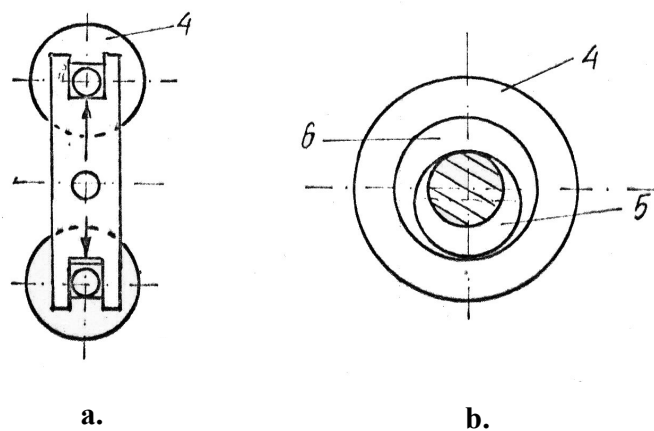


Fig. 2.13

În fig. 2.13 b, pe arborele cotit (5) se montează excentricul (6) în interiorul discului (4). Excentricul (6) se rotește forțat, datorită efectului auto antrenării în timpul încărcării. Dezavantajul generatoarelor cu role și discuri constă în faptul că acestea pot asigura numai o deformare impusă roții dințate flexibile, după un arc de cerc.

Utilizarea generatorului de unde tip camă, oferă transmisiei armonice dințate posibilitatea obținerii celor mai bune rezultate din punct de vedere al randamentului, momentului de torsiune transmis și a durabilității roții dințate flexibile.

În fig. 2.14 se prezintă schematic generatoarele de unde tip camă care pot avea diferite forme [44],[125], [126], [127].

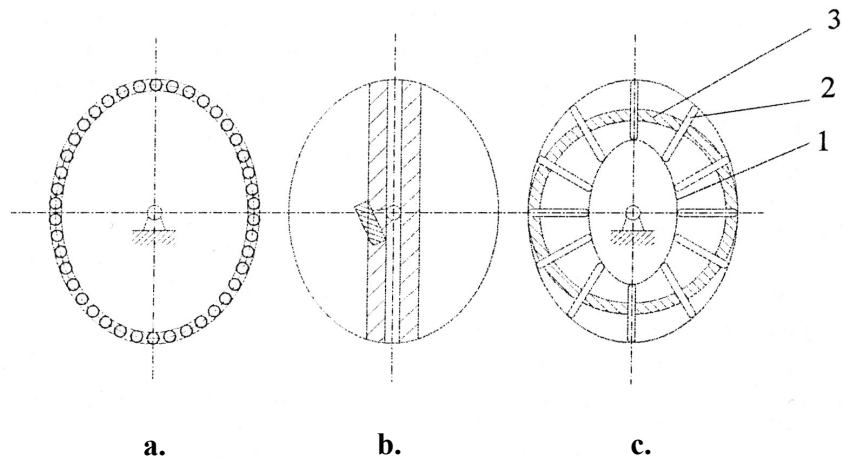


Fig. 2.14

În scopul asigurării unei rostogoliri pure între camă și roata dințată flexibilă se montează un rulment flexibil (fig. 2.14 a), la care inelul exterior este cu pereți subțiri și adâncimea căilor de rulare este micșorată (deoarece lipsesc forțe axiale), iar inelul interior se montează presat pe camă. La acest rulment flexibil special separatorul poate fi rigid, iar locașele pentru bile sunt mărite în vederea asigurării deplasărilor bilelor corespunzător deformației radiale a roții dințate flexibile.

Varianta de generator tip camă (fig. 2.14 b), permite realizarea contactului cu roata dințată flexibilă prin intermediul unui strat de ulei introdus sub presiune.

Generatorul de unde prezentat în fig. 2.14 c, se caracterizează prin dimensiuni mici și moment de inerție redus. Cama (1) acționează pe corpurile interioare (2) așezate în separatorul (3) și le modifică poziția.

În fig. 2.15 sunt prezentate variante constructive de generatoare cu acționare hidrodinamică. (fig. 2.15 a,b), cu acționare electromagnetică (fig. 2.15 c) și cu elemente de acționare din materiale cu memoria formei.

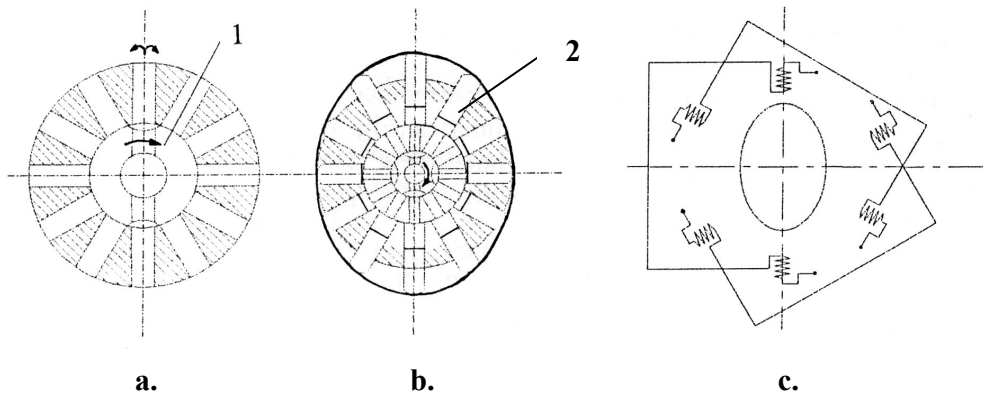


Fig. 2.15

Generatorul cu acționare hidrodinamică deformează roata dințată flexibilă sub acțiunea presiunii fluidului (fig. 2.15 a), sau prin intermediul pistonășelor (2) (fig. 2.15 b) acționate de agentul fluid aflat sub presiune, ca urmare a rotirii distribuitorului (1). Distribuitorul are o construcție care permite (pe o direcție) trecerea fluidului sub presiune spre elementul flexibil respectiv spre pistonășe, iar pe direcția perpendiculară permite golirea fluidului. Aceste generatoare prezintă avantajul că momentul de inerție este mic, dar au randamente mai scăzute datorită consumului de putere atât pentru acționarea arborelui de intrare cât și pentru realizarea presiunii de lucru a fluidului.

Generatoarele cu acționare pneumomecanică au același principiu de funcționare ca și cele hidromecanice cu deosebire că pentru realizarea deformației roții dințate flexibile este utilizat aerul comprimat.

Deformarea roții flexibile se poate realiza și cu ajutorul unor electromagneți dispuși radial pe conturul roții și fixați de batiu (fig. 2.15 c). Electromagneții sunt legați în așa fel încât să funcționeze simultan doi câte doi situați pe același diametru. Prin comutarea la curent a celor doi electromagneți ai unui diametru roata dințată flexibilă va fi atrasă către miezurile electromagneților, iar prin conectarea succesivă a bobinelor se produce propagarea deformației pe periferia roții. Generatorul electromagnetic prezintă o construcție compactă, produce deformații mici ale roții dințate flexibile și se utilizează la puteri mici.

c) După natura frecării în cupla cinematică generator de unde – roată dințată flexibilă:

- generator cu frecare de rostogolire;
- generator cu frecare de alunecare;
- generator cu frecare combinată (alunecare și rostogolire);
- generator fără frecare (fig. 2.15 c).

d) După tipul deformației:

- generatoare cu deformație continuă a elementului flexibil (de regulă cele mecanice);
- generatoare cu deformație pulsatorie (fig. 2.15 c).

B. În funcție de roata dințată flexibilă:

a) După forma geometrică a transmisiei armonice dințate:

- transmisie armonică dințată cilindrică (fig. 2.16 a);
- transmisie armonică dințată frontală (fig. 2.16 b);
- transmisie armonică dințată tronconică (fig. 2.16 c).

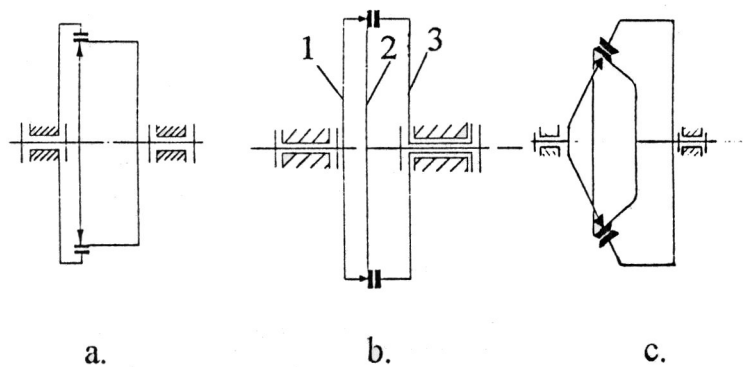


Fig. 2.16

În fig. 2.16 b, se prezintă transmisia armonică frontală care are elementul flexibil (2) sub forma unei diafragme circulare subțiri, prevăzută cu dinți frontali așezați spre exteriorul diafragmei. Această formă a roții dințate flexibile, determină și forma roții dințate rigide (3) care va fi prevăzută de asemenea cu dantură frontală. Dinții elementului flexibil intră în contact cu dinții elementului rigid datorită deformației elementului flexibil cu ajutorul generatorului de unde (1). Generatorul de

unde este executat sub forma unui disc prevăzut cu o canelură circulară în care se găsesc corpuri de rostogolire. Această transmisie armonică frontală prezintă dezavantajul încărcării suplimentare a lagărelor axiale datorită forțelor axiale de deformare.

În fig. 2.16 c este prezentată schema structurală a unei transmisii armonice dințate tronconice, care este o variantă intermediară între transmisia armonică dințată cilindrică și cea frontală.

b) După poziția roții dințate flexibile :

- transmisia armonică dințată cu roată dințată flexibilă interioară (fig. 2.10);
- transmisia armonică dințată cu roată dințată flexibilă exterioară (fig.2.17a);
- transmisia armonică dințată cu două roți flexibile (interioară și exterioară), fig. 2.17b.

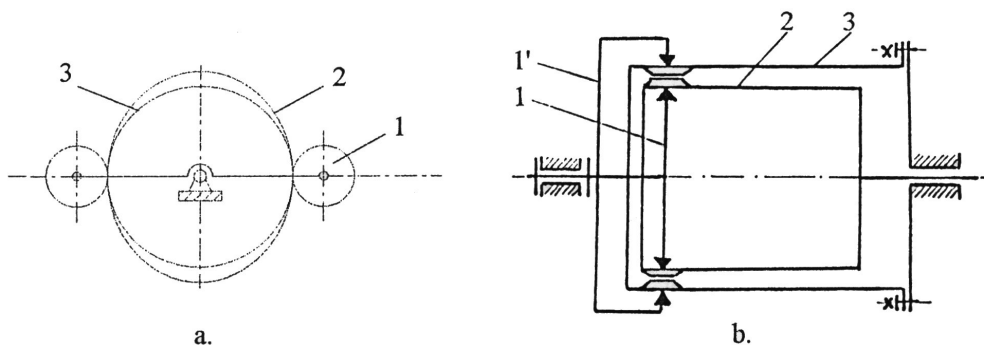


Fig. 2.17

În fig. 2.17 b se prezintă schema structurală a unei transmisii cu două roți dințate flexibile (interioară și exterioară), care se utilizează la obținerea unor transmisii cu raport de transmitere mai mic decât 75.

c) După forma geometrică a roții dințate flexibile:

c.1- cilindrice, care pot fi:

- cilindru deschis la ambele capete (fig. 2.18 a,b);
- cilindru închis la un capăt cu un disc plan (fig. 2.18 c);
- cilindru închis la un capăt cu semi sfera (fig. 2.18d);

- cilindru racordat la alt cilindru concentric, printr-o suprafață semi toroidală (fig. 2.18 e);

- cilindru racordat la ambele capete prin suprafețe toroidale la două discuri inelare (fig. 2.18f);

- cilindru închis la un capăt cu o suprafață toroidală, la care s-a racordat un disc plan (fig. 2.18 g);

c.2 - disc plan (fig. 2.18 h);

c.3 - tronconică, închisă la un capăt cu disc plan (fig. 2.18 i).

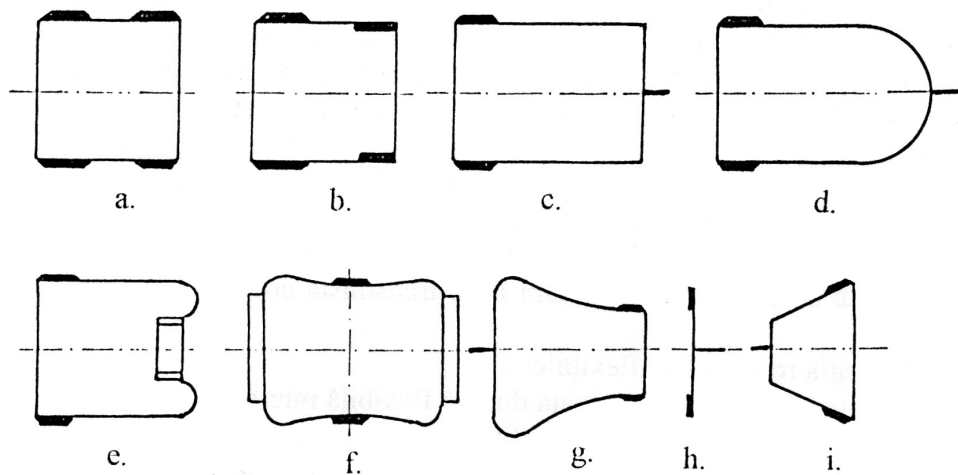


Fig. 2.18

Modul de cuplare a roții dințate flexibile cu arborele de ieșire influențează funcționarea și parametrii transmisiei. În cazul cuplării rigide a roții dințate flexibile (fig. 2.18 c,d,g și h) este limitată deplasarea axială și radială. Pentru ca această limitare să nu influențeze funcționarea transmisiei, roata dințată flexibilă trebuie să aibă o lungime corespunzătoare $L = (0,8 \div 1,1)d$; [125], [126], [127].

Îmbinarea rigidă se realizează prin seraj, cu șuruburi, prin sudură sau prin cuplaj dințat (fără joc), (fig. 2.19).

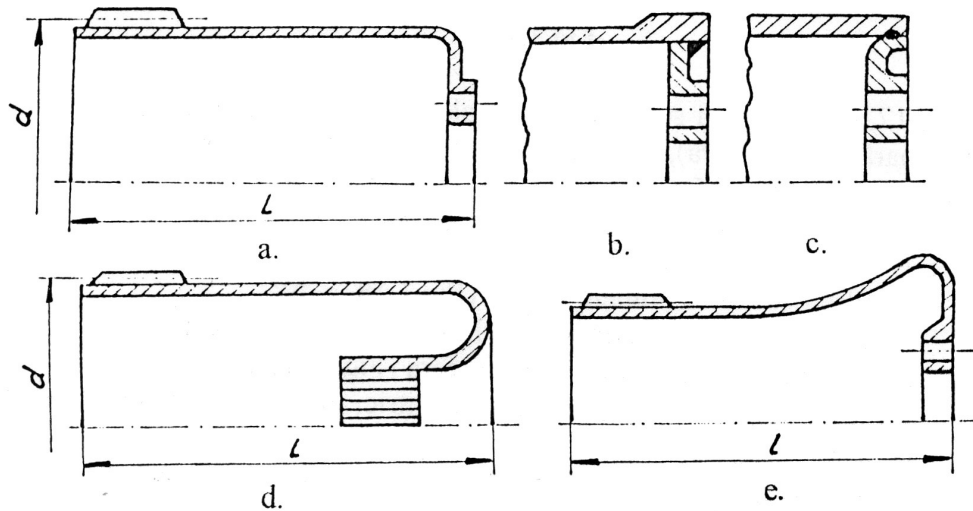


Fig. 2.19

Acest mod de cuplare este avantajos din punct de vedere al deformațiilor, stabilității și al randamentului transmisiei.

Cuplarea mobilă a roții dințate flexibile (fig.2.20) permite deplasări radiale și axiale, lungimea roților este mai mică [125], [126]: $L = (0,3 \div 0,4)d$ și poate fi de diferite tipuri:

- cuplarea prin folosirea danturii (fig. 2.20 a,b);
- cuplarea prin știfturi (fig.2.20d);
- cuplarea prin lamele (fig.2.20 c).

Transmisiiile armonice dințate care conțin roți dințate flexibile cu îmbinare mobilă au randament mai scăzut decât cele cu roți dințate flexibile cu îmbinare rigidă, dar au avantajul unui gabarit longitudinal mai mic.

d) După materialul roților dințate flexibile:

- roți armonice din metale;
- roți armonice din material plastic.

e) După posibilități de etanșare:

- roți armonice fără etanșare (neetanșe);
- roți armonice cu etanșare (etanșe).

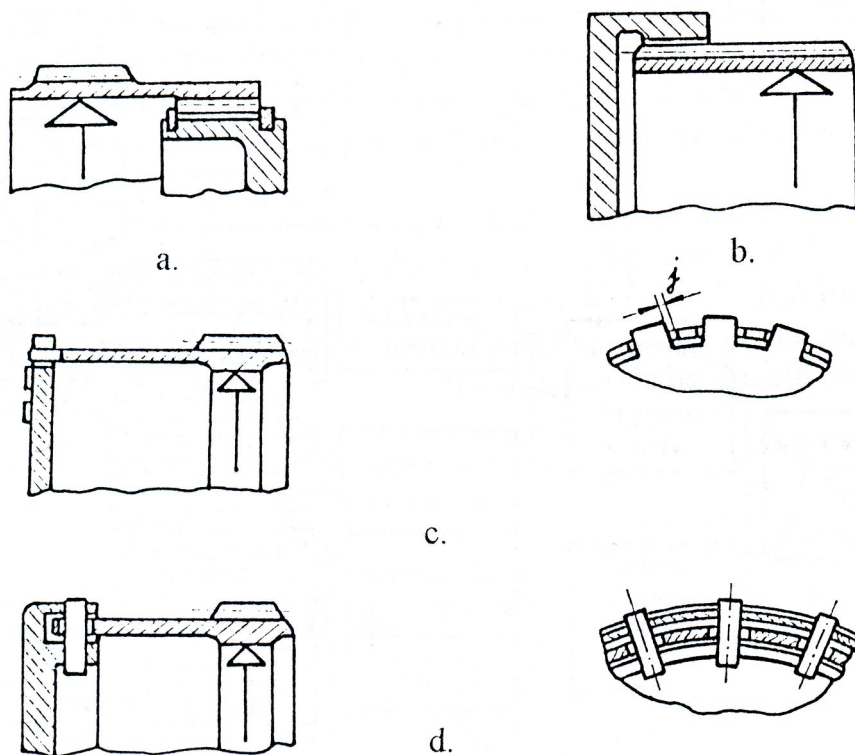


Fig. 2.20

Transmisia armonică etanșă se deosebește de toate celelalte transmisii prin faptul că roata dințată flexibilă prin construcția ei asigură o etanșare perfectă între două medii ermetice separate și are o lungime dublă față de roțile dințate flexibile cu îmbinare rigidă (fig. 2.18 f), [1], [125], [126], [127].

C. După numărul treptelor ale transmisiilor armonice dințate:

- transmisia armonică dințată cu o singură treaptă (fig. 4.3);
- transmisia armonică dințată dublă (cu două trepte), (fig. 2.4.), (2.34);
- transmisia armonică dințată cu mai multe trepte.

În fig. 2.4 se prezintă schema structurală a transmisiei armonice dințate dublă, unde roata dințată flexibilă (2) în prima treaptă are dantură exterioară iar în treapta a II-a dantură interioară ce angrenează cu roata dințată rigidă mobilă (4).

În fig. 2.34 este prezentată schema structurală a transmisiei armonice dințate dublă cu generator de unde defazat cu $\pi/2$. În acest caz, roata dințată flexibilă are dantură exterioară în ambele trepte, roata dințată rigidă fixă (3) și roata dințată rigidă mobilă (4) sunt cu dantură interioară. Această variantă constructivă este concepută de autorul lucrării de doctorat și este cercetată din punct de vedere constructiv și funcțional în capitolele ce urmează. Prezintă avantajul creșterii capacității portante, o încărcare simetrică a roții dințate flexibile, reducerea tensiunilor în roata flexibilă, fapt ce duce la lungimi de 1,2 – 1,5 ori diametrul roții flexibile măbind gabaritul axial al transmisiei, [125], [126], [127].

2.3 Aplicații ale Transmisiei Armonice Dințate

Datorită avantajelor pe care le prezintă transmisia armonică dințată, a dus la dezvoltarea construcțiilor ce au în componența lor această transmisie. Soluțiile constructive sunt pe larg prezentate în bibliografia de specialitate [125], [126].

În fig. 2.21 sunt prezentate schemele constructive ale mecanismelor cu transmisii armonice dințate fabricate în SUA. În fig. 2.21 a și b sunt prezentate schemele troliului mecanic, care are în construcția sa o transmisie armonică dințată. În fig. 2.21a, motorul electric cu flanșa (1) este fixat de rama fixă (8). Arborele motorului este cuplat la arborele camei generatorului de unde (3) prin intermediul cuplajului(2). Roata flexibilă (4) se cuplează cu tamburul troliului (6), iar roata rigidă (5) cu rama fixă (8), tamburul (6) montându-se în rama fixă (8) prin lagărele cu rulmenți (7) și (9).

Troliul prezentat în fig. 2.21b, are aceeași construcție ca și cel prezentat în figura anterioară, cu deosebire ca roata flexibilă (4) se cuplează cu rama fixă (8) , iar roata rigidă (5) se fixează în interiorul troliului (6).

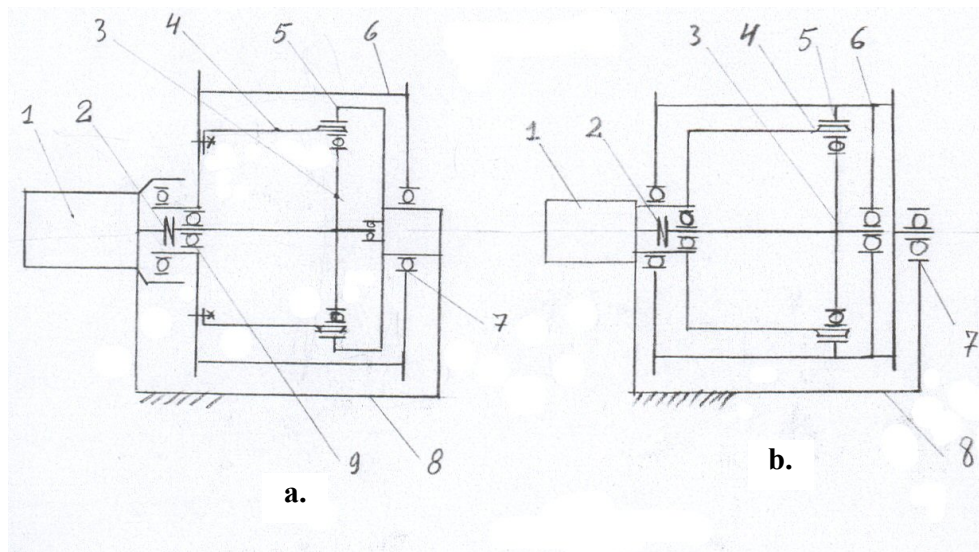


Fig. 2.21

Mecanismul prezentat în fig. 2.22 se folosește pentru transmiterea mișcării între pereți ermetici. Roata flexibilă (4) are o formă simetrică, sub forma unui hiperboloid. Cuplarea roții flexibile simetrice cu corpul exclude dispunerea neuniformă a încărcării pe dinți. Roata flexibilă se execută din două semi-inele pentru a se putea realiza montajul.

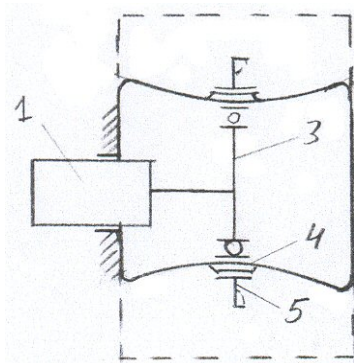


Fig. 2.22

Mecanismul prezentat în fig. 2.23 este folosit pentru dispozitivul ajutător al acționării elicei elicopterelor. Între generatorul de unde și roata flexibilă există o

frecare de alunecare și lichidul de ungere pătrunde prin canale speciale existente în generatorul de unde. Roata dințată rigidă (5) este realizată din discuri alăturate, care sunt consolidate de arborele de ieșire (10). Modul de consolidare este astfel realizat încât permite deplasarea relativă a discurilor pe periferie corespunzător deformației de răsucire a roții flexibile. La acest montaj se obține o distribuție uniformă a încărcării pe toata lungimea dinților, mecanism folosit la puteri de 370 kw și turație de 53.000 rot/min la arborele conducător.

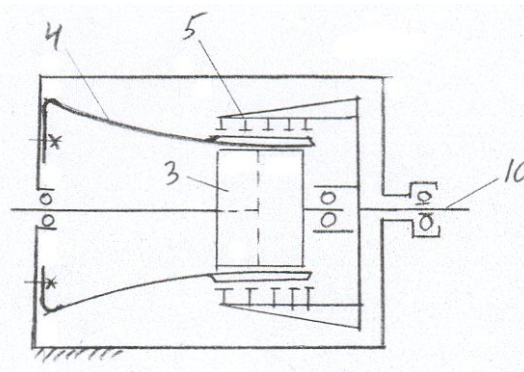


Fig. 2.23

În fig. 2.24 este prezentată schema constructivă a mecanismului cu transmisie armonică pentru rotirea căruciorului trailerului. De la motorul (1), mișcarea se transmite prin perechile de roți dințate conice la generatorul de unde cu camă (3). Roata flexibilă (4) este cuplată cu arborele de ieșire, iar roata rigidă (5) se fixează de corpul (8). Generatorul de unde (3) se montează pe arborele de ieșire (16) prin lagărele de alunecare (15).

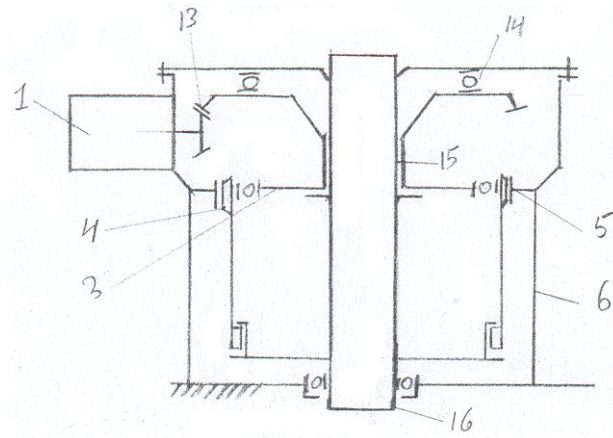


Fig. 2.24

În Japonia, transmisia armonică dințată este folosită în construcția mașinilor unelte și este prezentată în fig. 2.25, transmisie armonică dințată folosită la mecanismul de avans transversal al unei mașini de frezat.

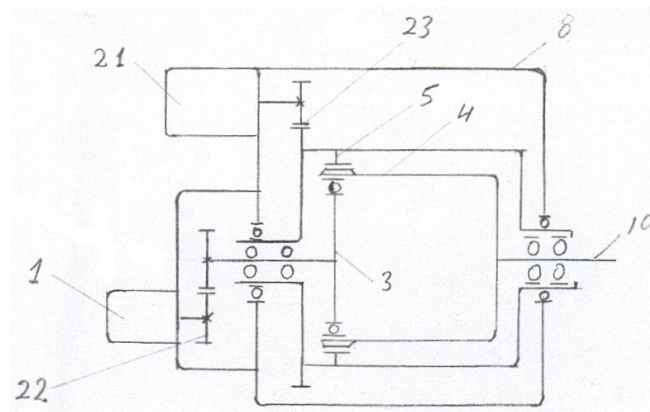


Fig. 2.25

La punerea în funcțiune a motorului (21), se realizează o rotație mai rapidă a arborelui condus (10), iar la pornirea motorului (1) și oprirea motorului (21) se obține la arborele de ieșire o viteză unghiulară mai mică.

În fig. 2.26, se prezintă construcția transmisiei mecanice a modulului flexie – extensie, care are în componența sa angrenajul armonic cu roată dințată flexibilă cilindrică scurtă, concepută și realizată în laboratorul Facultății de Inginerie a Universității „Eftimie Murgu” din Reșița. [125].

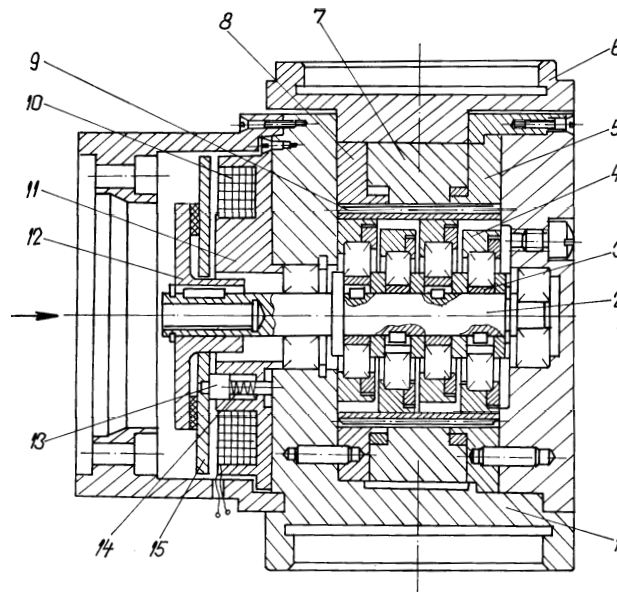


Fig. 2.26

Coroana dințată mobilă (7) de care este fixat dispozitivul de prehensiune angrenează cu roata dințată flexibilă (9), formând angrenajul armonic, iar perechile coroană dințată fixă (8) – roată dințată flexibilă (9), respectiv coroană dințată fixă (5) – roată dințată flexibilă (9) formează cuplajul armonic. Astfel, mișcarea de la arborele de intrare (2) acționat de motorul de acționare este trimisă prin generatorul de unde arbore (2), bușă excentrică (3), disc generator de unde (4) și angrenajul armonic la dispozitivul de prehensiune.

În fig. 2.27, este prezentată construcția modului pronăție – supinație, care are în componența sa angrenajul armonic cu roată dințată flexibilă cilindrică scurtă, realizată în laboratorul Facultății de Inginerie a Universității „Eftimie Murgu” din Reșița. [125].

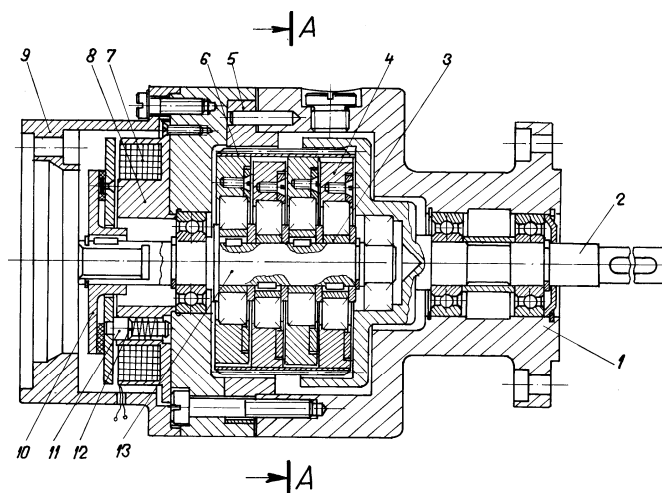


Fig. 2.27

În această soluție constructivă, perechea roată dințată flexibilă (6) și coroana rigidă fixă (5) formează angrenajul armonic, iar perechea roată dințată flexibilă (6) coroană dințată mobilă în construcția monobloc cu arborele de ieșire, formează cuplajul armonic. Pe arborele de ieșire (2) se montează modulul de acționare a dispozitivului de prehensiune.

Mișcarea de rotație este preluată de la motorul de acționare prin intermediul arborelui (13) și transmisă la arborele de ieșire (2) prin intermediul angrenajului armonic și a cuplajului armonic. Aceste soluții constructive prezintă următoarele avantaje: gabarit redus, precizie cinematică ridicată, masă redusă, construcție compactă și raport de transmitere ridicat pe o treaptă ($i = 100$).

În fig. 2.28, este prezentată una din primele transmisii experimentale cu roată flexibilă (6), cu deformatoare cu role trizonale, deformatoare ce asigură o mai bună centrare în comparativ cu deformatoarele bizonale.

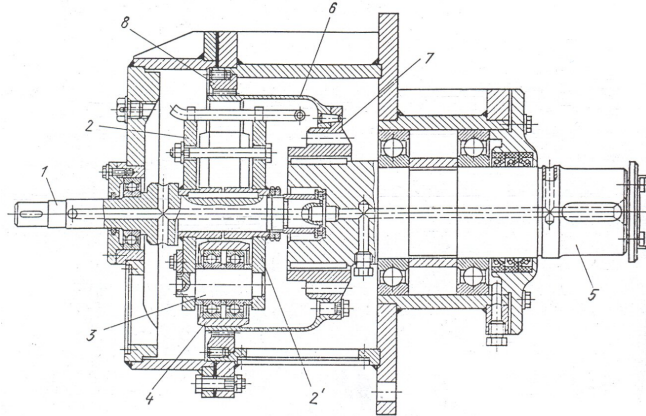


Fig. 2.28

Pe arborele conducător (1) este prins cu ajutorul penei, a piulițelor centrale și bolțurilor amplasate în spațiile dintre rolele de presare, discul de antrenare, format din două fălci (2) și (2') care strâng fusurile (3) ale rotelor de distanțare (4). Aceste role (4) sunt montate pe fus cu ajutorul a doi rulmenți radiali cu bile pe un rând. Arborele (1) se sprijină cu capătul din stânga prin intermediul rulmentului radial cu bile pe capacul reductorului, iar pe capacul reductorului din partea dreaptă prin intermediul lagărului axial cu bile se sprijină arborele de ieșire (5). Arborele (5) este montat în corpul reductorului pe doi rulmenți radiali cu bile, distanța între aceștia fiind mărită deoarece roata flexibilă (6) este așezată în consolă în raport cu suportii. Roata elastică este formată dintr-o parte cilindrică cu pereți subțiri (6) care este roata propriu zisă și un butuc (7), fixate între ele cu șuruburi – prezon și știfturi conice. Roata rigidă este realizată sub formă de coroană dințată (8), presată în carcasa sudată a reductorului. Șuruburile cu cap înecat, înșurubate dinspre partea exterioară în planul de separație al coroanei (8) și carcasă, împiedică mișcarea de rotație a roții rigide (8). Ungerea se face prin găurile de ungere din arborele de intrare (1) respectiv arborele de ieșire (5).

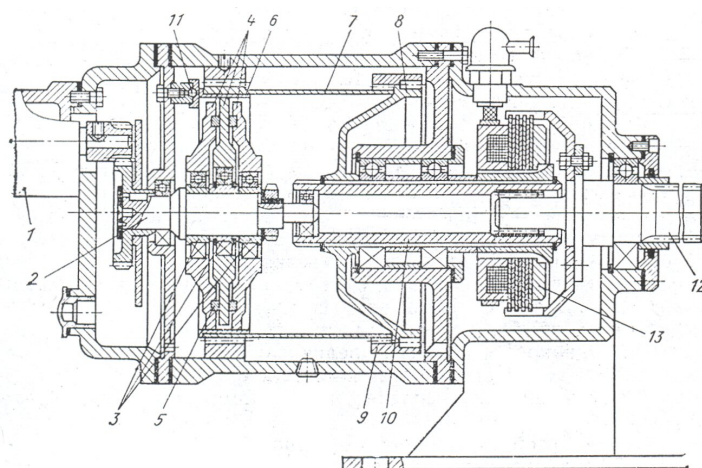


Fig. 2.29

Printr-un angrenaj cilindric, motorul electric (1) rotește arborele (2) al generatorului de unde, pe care sunt fixate bușele excentrice (3) și discurile (4) ale generatorului de unde prin intermediul unor rulmenți radiali. Cele două discuri exterioare ale generatorului de unde au excentricitatea în același sens, iar discul interior are excentricitatea în sens opus discurilor exterioare, deformând roata dințată flexibilă (7) cu dantură exterioară sub formă de elipsă realizând angrenarea cu roata dințată rigidă fixată de carcasa reductorului. Pentru a reduce frecările dintre discurile excentrice (4) s-au montat inele antifricțiune (5), iar pentru a reduce frecările dintre discurile generatorului de unde și roata dințată flexibilă (7) se montează prin presare pe aceasta inelul flexibil (6) care prezintă o duritate ridicată. La capătul opus, roata dințată flexibilă (7) este prevăzută cu dantură exterioară ce cuplează cu dantura interioară a discului (9), fixat pe butucul (8) și se transmite mișcarea prin intermediul arborelui intermediar (10) și a cuplajului electromagnetic cu fricțiune (13) la arborele de ieșire (12) al reductorului. Pentru a limita deplasarea roții flexibile (7) axial, se folosesc limitatoarele speciale (11).

În fig. 2.30 este prezentată aceeași construcție a generatorului de unde și a roții dințate flexibile a transmisiei armonice, cu deosebirea modului de lăgăruire al

arborelui. Arborele (1) al generatorului de unde este tubular și este montat cu ajutorul a doi rulmenți în capacul reductorului.

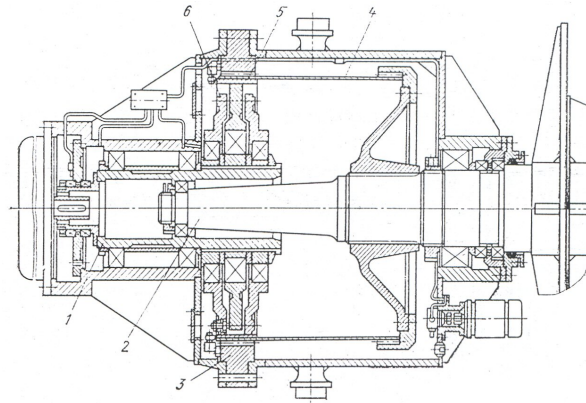


Fig. 2.30

În fig. 2.31 se prezintă transmisia armonică dințată cu generator de unde tip camă, care este formată din arborele (1) al generatorului de unde, camă (2), rulmentul flexibil (3), roata dințată flexibilă (4) și roata rigidă (5) fixată pe corpul reductorului. Roata flexibilă (4) este îmbinată cu arborele de ieșire (7) prin intermediul diafragmei (6) care formează partea elastică a paharului roții flexibile (4). Această diafragmă este sudată de flanșa arborelui de ieșire (7). Acest generator de unde se caracterizează prin faptul că alezajul camei (2) este mai mare decât diametrul exterior al arborelui pe care este montată realizându-se un anumit joc radial, care îi permite autocentrarea generatorului de unde asigurându-se solicitări simetrice. Mișcarea și momentul de torsiune de la arborele (1) la cama (2) se realizează prin intermediul frecărilor dintre gulerul arborelui (1), inelul elastic (8) și suprafața frontală a camei (2). Strângerea axială a șaibe (8) se realizează la asamblare.

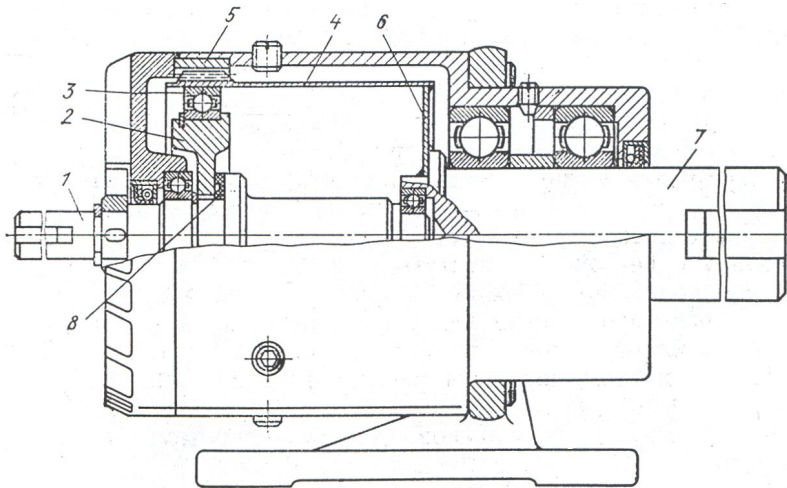


Fig. 2.31

În fig. 2.32 este prezentată o variantă de reductor armonic, unde roata rigidă (3) este formată dintr-un set de șaibe care au pe suprafața lor interioară dinți care angrenează cu dinții roții flexibile (2), iar pe suprafața exterioară canale care împiedică roata dințată (3) să se rotească față de consola (4). Momentul de torsiune de la fiecare din aceste șaibe, se transmite cu ajutorul acestor canale la consolele elastice (4) de pe arborele de ieșire (5). O astfel de variantă constructivă, are ca scop asigurarea repartiției uniforme pe toată lungimea dintelui, acest lucru fiind asigurat de faptul că la transmiterea cuplului motor consolele (4) se deformează și ca urmare șaibele (3) și dinții acestora se așează pe linie elicoidală. În această construcție, generatorul de unde (1) este de tip camă.

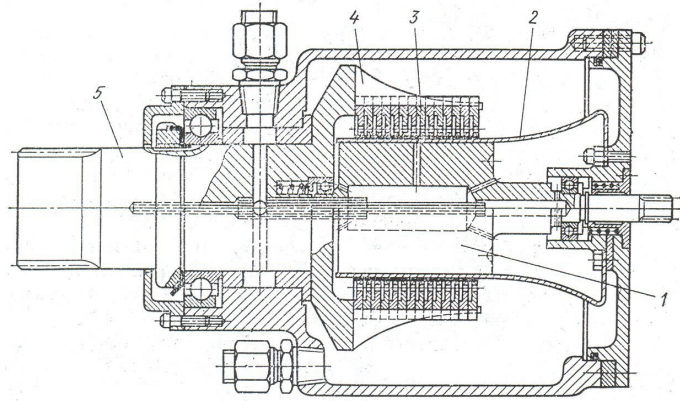


Fig. 2.32

În fig. 2.33 este prezentată o transmisie armonică cu roată dințată flexibilă scurtă (5). Arborele generatorului de unde (1), se sprijină la un capăt pe rulmenți radiali cu bile montați în carcasa reductorului și în alezajul din capătul arborelui de ieșire (8). Pe arborele (1) este montat, generatorul (2) format dintr-un butuc cu patru tronsoane excentrice câte două alternative în același sens, pe care sunt montate prin rulmenți patru discuri excentrice notate cu (3) cele exterioare și cu (4) cele interioare. Discurile generatorului de unde deformează roata dințată flexibilă scurtă (5) care împreună cu roata dințată rigidă fixă (6) formează angrenajul armonic iar cu roata dințată rigidă mobilă (7) formează cuplajul armonic. Roata dințată rigidă mobilă, este fixată de arborele de ieșire (8). Față de generatorul cu trei discuri prezintă avantajul unei construcții simple și dezavantajul că este necesară o echilibrare dinamică.

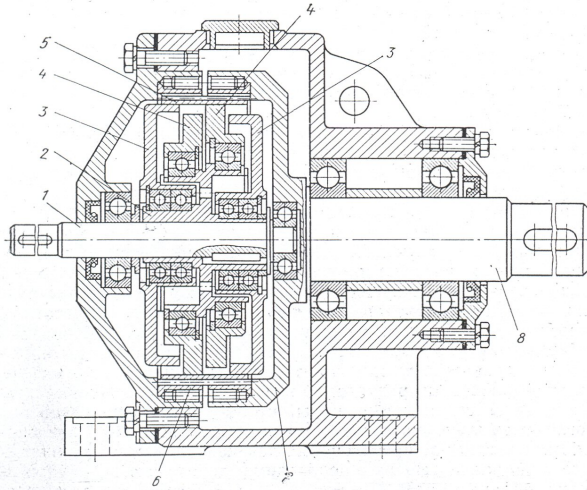


Fig. 2.33

2.4 Concepția constructivă și funcțională a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$

În urma analizei soluțiilor constructive și funcționale prezentate, se propune pentru studiu și cercetare o soluție constructiv-funcțională originală a autorului, prezentată în fig. 2.34:

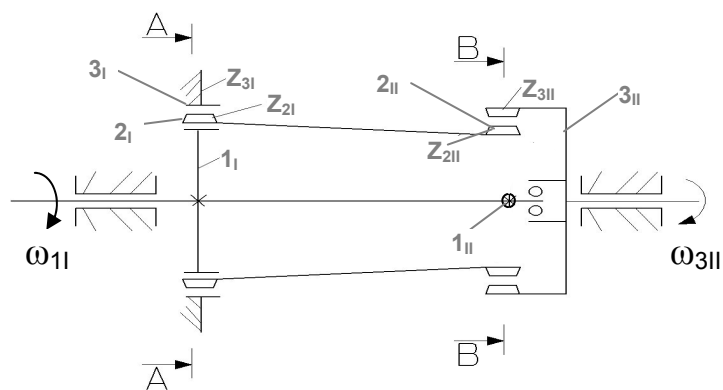


Fig. 2.34

Pe arborele de intrare (1_I) ce se rotește cu o viteză unghiulară ω_1 se află montat generatorul de unde (1_I) ce deformează roata dințată flexibilă (2_I) cu număr de dinți z_{2I} ce angrenează cu roata dințată rigidă fixă (3_I) cu număr de dinți z_{3I} , formând prima treaptă a transmisiei armonice duble. În acest caz, roata dințată flexibilă (2_I) va avea viteza unghiulară ω_{2I} . Din teoria tuburilor cu pereți subțiri știm că dacă aplicăm două forțe diametral opuse, tubul se deformează în formă de elipsă iar la capătul opus tubul se deformează sub formă de elipsă rotită cu $\pi/2$. În acest caz, se propune ca generatorul de unde din treapta a doua a transmisiei armonice dințate duble să fie montat rotit cu $\pi/2$ față de generatorul de unde din treapta I. În aceste condiții, se evită deformarea de încovoiere a roții dințate flexibilă de-a lungul generatoarei.

Astfel, pe arborele (1_{II}) se montează generatorul de unde I_2 rotit cu 90 grade față de generatorul de unde din prima treaptă. Acesta menține deformată roata dințată flexibilă 2_{II} ce are viteză unghiulară $\omega_{2II} = \omega_{2I}$ și un număr de dinți z_{2II} ce angrenează cu roata dințată rigidă mobilă 3_{II} cu număr de dinți z_{3II} montată pe arborele de ieșire ce va avea viteza unghiulară ω_{3II} , formând a doua treaptă a transmisiei armonice duble.

Această transmisie armonică dințată dublă cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ față de transmisiile mecanice clasice și față de cele armonice prezentate anterior, prezintă următoarele avantaje:

- **se elimină** solicitările de încovoiere ale roții dințate flexibile pe direcția generatoarei, fapt ce duce la creșterea fiabilității;
- **se reduc** solicitările într-o treaptă dintre roata dințată flexibilă și elementele generatorului de unde;
- **crește** durata de funcționare a roții dințate flexibile;
- **raport** de transmitere mare ($i = 80 \div 360$, pe o treaptă);
- **precizie** cinematică ridicată;
- **gabarit** și greutate reduse;
- **funcționare** silențioasă;
- **sistem** de forțe echilibrat în cazul generatoarelor cu două sau trei unde;

- **randament** ridicat la același raport de transmitere;
- **tehnologie** de execuție simplă a danturii roții dințate flexibile.

Dezavantajele transmisiei sunt:

- **o ușoară** creștere a gabaritului axial;
- **o creștere** redusă a raportului de transmitere față de transmisia armonică într-o treaptă;
- **roata** dințată flexibilă necesită materiale cu caracteristici mecanice ridicate;
- **durabilitate** limitată a roții dințate flexibile.

Datorită acestor caracteristici, se utilizează în aceleași domenii tehnice ca și celelalte variante constructive și funcționale ale transmisiilor armonice dințate.

2.5 Concluzii

În urma analizei comparative și critice a stadiului actual al cercetării în domeniul transmisiilor armonice dințate privind: **principiul de funcționare, clasificarea, tipuri constructive de generatoare de unde și roți dințate flexibile, domenii de aplicație**, având în vedere și teoria tuburilor cu pereți subțiri solicitate de forțe concentrate la extremitățile tubului, **se propune soluția originală de construcție și funcționare a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ în treapta a doua față de cel din prima treaptă de angrenare.**

Cap. 3 Analiza structurală a mecanismului transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$

3.1 Determinarea gradului de mobilitate a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, analiza desmodromiei.

În vederea alegerii variantei optime a transmisiei armonice dințate duble, este necesar a se face o analiză structurală, [77], [125], [126], [127] folosind o îmbinare a metodei imobilizării tuturor elementelor lanțului cinematic, mai puțin cel cercetat, pentru determinarea gradelor de libertate de prisos, cu metoda investigației mobilităților elementelor și cuplelor cinematice ale lanțului cinematic în vederea stabilirii gradelor de libertate a legăturilor pasive.

În analiza structurală a acestei transmisii, este necesar să o reprezentăm simplificat printr-o schemă structurală logică care să ne indice numărul de elemente componente, numărul și clasa cuplelor cinematice având în vedere forma constructivă a zonelor de contact, poziția relativă a elementelor și cuplelor cinematice în condiții de încărcare a mecanismului transmisiei în vederea stabilirii gradului de mobilitate și a îndeplinirii condiției de desmodromie.

Pentru a înțelege mai ușor analiza structurală a mecanismului transmisiei armonice dințate duble, se consideră mecanismul armonic dințat cu două unde, prezentat în fig. 3.1, compus din 7 elemente legate între ele prin 6 cuple cinematice de clasa a V-a [A(0/1) B(1/2) E(3/4) F(4/0) J(1/6) G(5/4)], două cuple cinematice de clasa a II-a [D(3/0) H(5/0)] și două cuple cinematice de clasa a I-a [C(2/3) I(6/5)].

În vederea stabilirii gradelor de libertate de prisos a mecanismului, este necesar să se analizeze mobilitățile fiecărui lanț cinematic component, independent.

În [77] și [125] se precizează că într-un lanț cinematic independent, este necesar să existe câte o mișcare de rotație după fiecare axă necesară închiderii mișcării lanțului, deci în jurul axei x , rotația $\theta_x \geq 1$, în jurul axei y , rotația $\theta_y \geq 1$, în

jurul axei z, rotația $\theta_z \geq 1$. Dacă una dintre aceste mișcări este nulă, atunci în lanțul respectiv s-a introdus un grad de libertate al legăturilor pasive. Această condiție, nu se impune și în cazul mișcărilor de translație după cele trei axe, deoarece efectul produs de absența unei translații se poate înlocui cu efectul unei rotații perpendiculare pe direcția de translație.

După [77] și [125] numărul lanțurilor cinematice independente k se calculează cu relația:

$$k = c - (n - 1) \tag{3.0}$$

unde:

c este numărul cuplelor cinematice;

n – numărul elementelor componente ale mecanismului.

Astfel pentru mecanismul din fig. 3.1, $c = 10, n = 7$, obținem:

$$k = 10 - (7 - 1) = 4$$

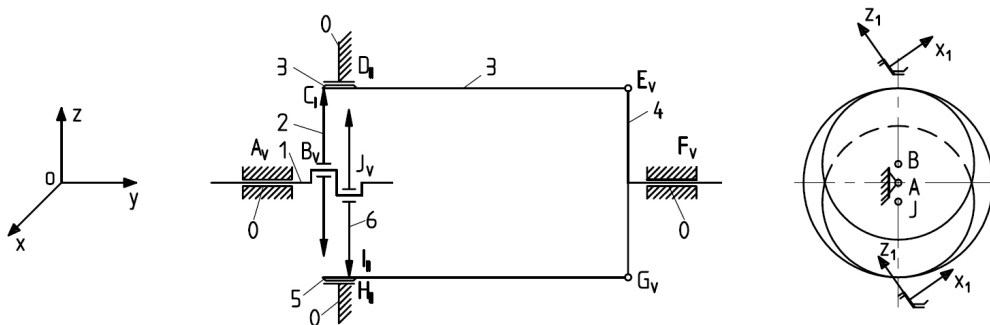


Fig. 3.1

În cazul acestei transmisii, roata dințată flexibilă are forma unui clopot cilindric cu fund rigid.

Primul lanț k_1 A,B,C,E,F, este format din elementul fix (0), elementul conducător (1), discul (2) al generatorului de unde, o parte din roata dințată flexibilă (3) și elementul de ieșire (4), legate între ele prin cuplele cinematice A(0/1), B(1/2), C(2/3), E(3/4) și F(4/0). Contactul dintre discul generatorului de unde și roata dințată flexibilă este punctiform, formând cupla cinematică C de clasa

a 1-a. În zona cilindrică, roata dințată flexibilă (generatoarea CE) este supusă unor deformații periodice de încovoiere datorită generatorului de unde producând intrarea sau ieșirea dinților din angrenaj. Pentru a evita curbarea generatoarei CE respectiv, apariția unor solicitări de încovoiere, considerăm legătura cu elementul de ieșire (4) ca fiind o cuplă cinematică de clasa a V-a, notată cu E.

Al doilea lanț cinematic k_{II} (D,E,F), format din elementul fix (0) care este roata dințată rigidă, o parte din dintele roții dințate flexibile (3) și elementul de ieșire (4), elemente legate prin cuplele cinematice D(3/0), E(3/4) și F(4/0). Sub acțiunea generatorului de unde, roata dințată flexibilă este deformată radial și contactul cu roata dințată rigidă este o cuplă cinematică de clasa II-a.

Al treilea lanț cinematic k_{III} (A,J,I,G,F), este format din elementul fix (0), elementul conducător (1), discul (6), o parte din roata dințată flexibilă (5) și elementul de ieșire (4), legate între ele prin cuplele cinematice A(0/1), J(1/6), I(6/5), G(5/4) și F(4/0).

Observăm că lanțul cinematic k_I este identic cu lanțul cinematic k_{III} din punct de vedere structural.

Al patrulea lanț cinematic independent k_{IV} (H,G,F), este format din elementul fix (0), o parte din roata dințată flexibilă (5) și elementul de ieșire (4) legate între ele prin cuplele cinematice H(5/0), G(5/4) și F(4/0).

Observăm că lanțul cinematic independent k_{II} este identic cu lanțul cinematic independent k_{IV} .

Formulele structurale folosite în analiza structurală a mecanismelor, dau o corelare justă între parametrii structurali ai mecanismelor, dar nu sunt suficiente pentru o decizie optimă în alegerea parametrilor mecanismelor. În acest sens, pentru o decizie optimă, este necesară o investigație a mobilităților în lanțurile independente ale mecanismului, așa cum este redată în tabelul 3.1 pentru transmisia armonică dințată din fig. 3.1 anterior analizată:

Tabel 3.1

$\sum L_{id} = 2$						
Lanțul cinematic	Translațiile	Cuplele cinematice	Elemente	Rotațiile	Cuplele	Axele
$K_I(A,B,C,E,F)$	$V_x = 2$	C,I	EC,GI	$\theta_x = 4$	C,E,I,G	x
	$V_y = 2$	C,I		$\theta_y = 8$	A,B,C,F	y
$K_{III}(A,J,I,G,F)$	$V_z = 0$			$\theta_z = 2$	A,J,I,F, C,I	z
$K_I \equiv K_{III}$						
$K_{II}(D,E,F)$	$V_{x_1} = 0$	D,H	DF,HF	$\theta_{x_1} = 2$	D,H	x_1
$K_{IV}(H,G,F)$	$V_y = 2$	D,H		$\theta_y = 4$	D,F;H,F	y
$K_{II} \equiv K_{IV}$	$V_{z_1} = 2$			$\theta_{z_1} = 0$		z_1
$\sum L_p = 3$						

În prima coloană sunt prezentate lanțurile cinematice independente și cuplele cinematice componente a fiecărui lanț iar în a doua coloană se prezintă suma mobilităților liniare V_x, V_y și V_z după cele trei axe.

În coloana a treia, se prezintă cuplele cinematice ce asigură mobilitățile liniare din coloana a doua. Coloana a patra prezintă elementul a cărui rotație este folosită la înlocuirea translației ce nu există. Prima literă din simbolul elementului este cupla cinematică a cărei mobilitate unghiulară este folosită pentru înlocuirea mobilității liniare. Se impune această rotație pentru a evita utilizarea unui element de două ori cu aceeași rotație. În coloana cinci, se află notate suma mobilităților unghiulare $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ în jurul celor trei axe, iar în coloana șase se prezintă cuplele cinematice, ce asigură aceste mobilități unghiulare pentru fiecare lanț cinematic.

În coloana șapte se află axele de coordonate.

Înlocuirea unei mobilități liniare cu una unghiulară este indicată prin linie zig-zag, de la mobilitatea unghiulară la cea liniară. Linia indică elementul a cărui rotație este folosită la înlocuirea translației ce nu există. Având în vedere faptul că

mecanismul transmisiei armonice cu două unde este format din mai multe lanțuri cinematice, legătură dintre ele poate introduce sau elimina grade de libertate ale legăturilor pasive.

Pentru a determina gradul de mobilitate M a unei transmisii armonice, este necesar să determinăm atât suma gradelor de libertate de prisos $\sum L_{id}$ cât și suma gradelor de libertate a legăturilor pasive $\sum L_p$.

Suma gradelor de libertate de prisos $\sum L_{id}$ se determină folosind metoda imobilizării tuturor elementelor mecanismului, mai puțin cel cercetat [75], [125] și se stabilește numărul gradelor de libertate pe care le mai posedă, astfel elementele (3) și (7) au câte un grad de libertate, rotire în jurul axei sale (θ_y în cuplele B și J), astfel $\sum L_{id} = 2$, care sunt notate și în tabelul 3.1 prin linie zig-zag.

La determinarea sumei gradelor de libertate a legăturilor pasive $\sum L_p$ este necesar să analizăm destinația mobilităților unghiulare [77], [125]. Analizând rotațiile θ_y în lanțul cinematic K_I și K_{III} , observăm că există o mobilitate pentru fiecare lanț folosită la închiderea lanțului, câte una fiind destinată pentru $\sum L_{id}$ și câte una rămâne ca mobilitate a mecanismului. Câte o mobilitate θ_x este folosită pentru închiderea lanțurilor cinematice, iar celelalte pentru înlocuirea lui v_z . Mobilitățile θ_z sunt folosite pentru închiderea lanțurilor cinematice. În lanțul cinematic K_I și K_{III} nu există posibilitatea deplasării după axa z_1 , fapt ce nu permite autocentrarea generatorului de unde față de roata dințată flexibilă, respectiv față de cea rigidă, realizând un grad de libertate ce introduce o încărcare neuniformă a dinților în cele două zone de angrenare, pe direcția de deformație maximă a roților flexibile, asigurată de rolele (2) și (6).

În lanțurile cinematice K_{II} și K_{IV} câte o rotație θ_{xI} și θ_{zI} sunt utilizate pentru închiderea lanțurilor cinematice, iar câte o rotație θ_y este folosită pentru înlocuirea lui V_{xI} .

Absența rotațiilor θ_z în lanțurile cinematice K_{II} și K_{IV} introduce câte un grad de libertate a legăturilor pasive, fapt ce nu permite o încărcare uniformă a dinților în lungul lor, astfel $\sum L_p = 3$.

Observăm că pentru mecanismul din fig. 3.1 avem $n = 7$; $c_5 = 6$; $c_2 = 2$; $c_1 = 2$; $\sum L_p = 3$. Gradul de mobilitate M va fi:

$$M = 6(n-1) - \sum_{i=1}^5 i \cdot c_i - \sum L_{id} + \sum L_p \quad (3.1)$$

$$M = 6(7-1) - 5 \cdot 6 - 2 \cdot 2 - 1 \cdot 2 - 2 + 3 = 1$$

Se constată astfel că este îndeplinită condiția de desmodromie a mecanismului armonic dințat cu generator cu două unde, adică numărul elementelor conducătoare este egal cu gradul de mobilitate al mecanismului, $n_m = M$.

În analiza structurală a mecanismelor [77], [84], [125], [126], [127] se dezvoltă principiul constructiv al mecanismelor fără elemente și legături pasive, sau a reducerii lor, prin eliminarea unor grade de libertate și înlocuirea unor cuple cinematice cu grad mare de multiplicitate prin cuple cinematice cu grad de multiplicitate redus sau prin introducerea în lanțul cinematic a unor cuple cinematice suplimentare.

De asemenea, după optimizarea schemei structurale este necesar să se verifice poziția elementelor și posibilitățile de funcționare în condițiile existenței erorilor de execuție și a deformației elementelor sub sarcină în timpul funcționării.

În fig. 3.2 se prezintă schema structurală a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$.

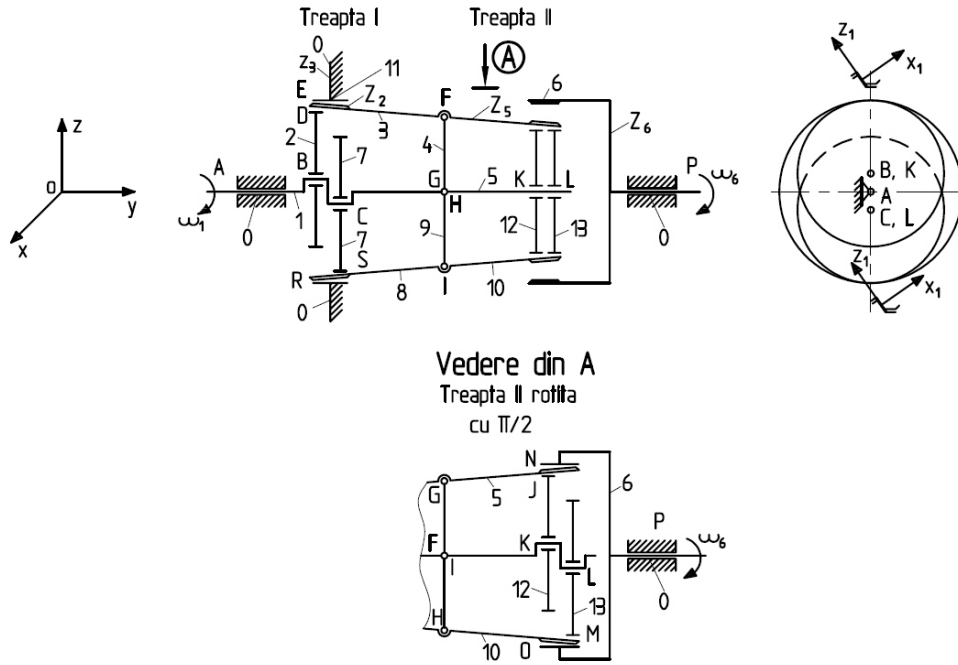


Fig. 3.2

Legătura roții dințate flexibile Z_2 cu roata dințată rigidă fixă Z_3 formează prima treaptă a angrenajului armonic dublu iar legătura roții dințate flexibile Z_5 cu roata dințată rigidă mobilă Z_6 formează a doua treaptă a angrenajului armonic dublu. Acest mecanism este compus din 13 elemente legate între ele prin 10 cuple cinematice de clasa a V-a (A,B,F,G,P,C,I,H,K,L), 4 cuple cinematice de clasa a IV-a (E,R,N,O), 4 cuple cinematice de clasa a I-a (D,S,J,M), astfel numărul lanțurilor cinematice independente conform relației (3.1) va fi:

$$k = 18 - (13 - 1) = 6$$

Cele 6 lanțuri independente sunt prezentate în fig. 3.3. a....f.

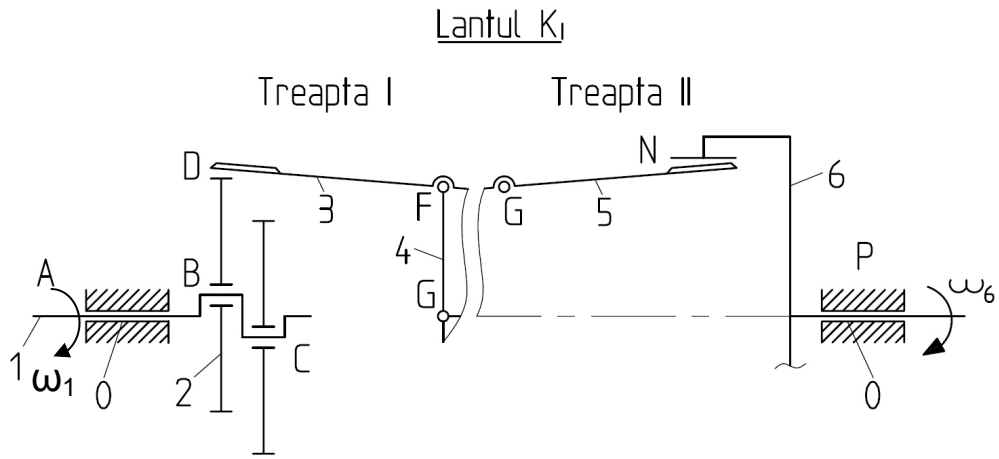


Fig. 3.3 a

- lanțul cinematic K_I , (fig. 3.3 a), este format din elementul fix (0), elementul conducător notat cu (1), discul generatorului de unde notat cu (2), o parte din roata dințată flexibilă notată cu (3), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (4), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (5) și roata dințată rigidă mobilă notată cu (6), legate între ele prin cuplele cinematice A, B, D, F, G, N, P;

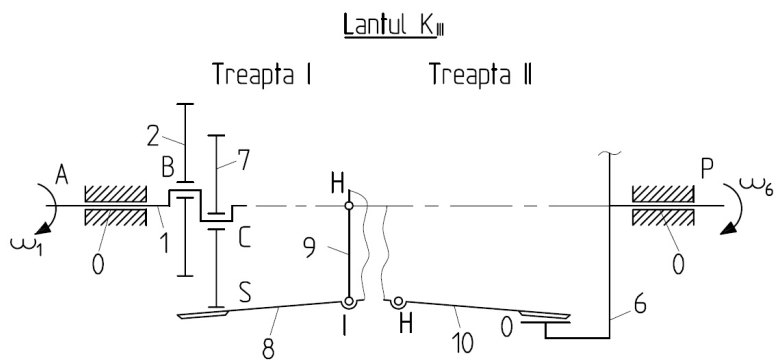


Fig. 3.3 b

- lanțul cinematic K_{III} , (fig. 3.3 b), este format din elementul fix (0), elementul conducător notat cu (1), discul generatorului de unde (7), o parte din

roată dințată flexibilă notată cu (8), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (9), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (10) și roata dințată rigidă mobilă notată cu (6), legate între ele prin cuplele cinematice A, C, S, I, H, O, P;

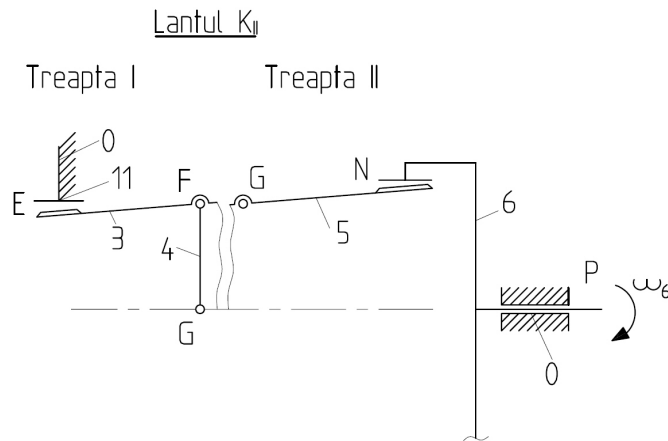


Fig. 3.3 c

- lanțul cinematic K_{IV} , (fig. 3.3 c), este format din roata dințată rigidă fixă (11), o parte din roata dințată flexibilă notată cu (3), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (4), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (5), roata dințată rigidă mobilă notată cu (6) și elementul fix notat cu (0), legate între ele prin cuplele cinematice E, F, G, N, P;

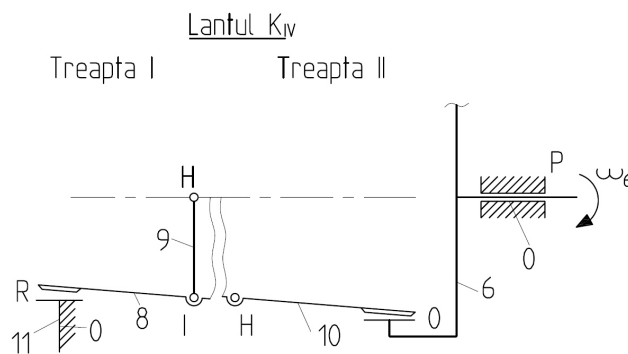


Fig. 3.3 d

- lanțul cinematic K_{IV} , (fig. 3.3 d), este format din roata dințată rigidă fixă notată cu (11), o parte din roata dințată flexibilă notată cu (8), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (9), o altă parte din roata dințată flexibilă notată cu (10), roata dințată rigidă mobilă (6) și elementul fix (0), legate între ele prin cuplele cinematice R, I, H, O, P;

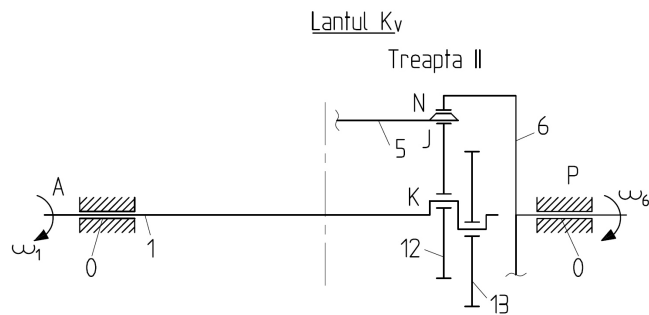


Fig. 3.3 e

- lanțul cinematic K_V (fig. 3.3 e), este format din elementul fix (0), elementul conducător notat cu (1), discul generator de unde notat cu (12), o parte din roata dințată flexibilă notată cu (5) și roata dințată rigidă mobilă (6), legate între ele prin cuplele cinematice A, K, J, N, P;

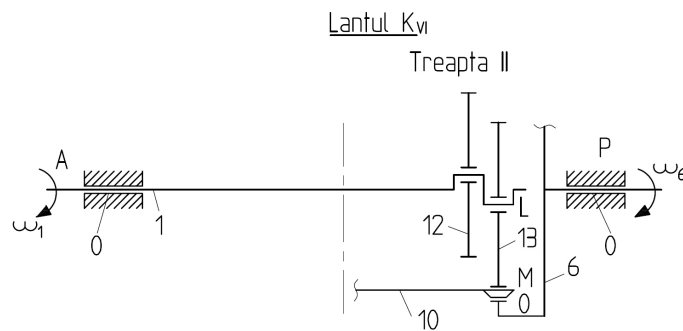


Fig. 3.3 f

- lanțul cinematic K_{VI} , (fig. 3.3 f), este format din elementul fix (0), elementul conducător notat cu (1), discul generator de unde notat cu (13), o parte din roata dințată flexibilă notată cu (10) și roata dințată rigidă mobilă (6), legate între ele prin cuplele cinematice A, L, M, O, P.

Folosind metoda imobilizării tuturor elementelor lanțului cinematic independent, mai puțin cel cercetat, se obține suma gradelor de libertate de prisos $\sum L_{id} = 5$, rotațiile în cuplele cinematice B,C,K,L și translația în lungul axei Y notate și în tabelul 3.2 prin linie zig-zag.

Pentru determinarea sumei gradelor de libertate a legăturilor pasive $\sum L_p$ este necesar să analizăm destinația mobilităților unghiulare. Analizând rotațiile θ_y în lanțul cinematic K_I și K_{III} , observăm că există două mobilități folosite la închiderea lanțurilor, două pentru $\sum L_{id}$ și șase pentru mobilitatea mecanismului. Cuplele D, M, S, și J permit o translație axială ce reprezintă un grad de libertate de prisos. În aceste lanțuri cuplele cinematice A, B, C și P sunt cuple cinematice de clasa a V-a, de asemeni cuplele cinematice F, G, H și I sunt tot cuple cinematice de clasa a V-a. Deoarece în zona cilindrică roata dințată flexibilă este supusă unor deformații periodice datorită generatorului de unde producând intrarea sau ieșirea dinților în angrenare fără a supune părțile din roata dințată flexibilă (3) și (8) la solicitări suplimentare de încovoiere iar contactul între discurile generatorului de unde și roata dințată flexibilă poate fi punctiform, formează cuplele cinematice D și S de clasa a I-a. Cuplele cinematice N și O sunt de clasa a IV-a deoarece dantura are o lățime ce nu poate fi neglijată. Rotațiile θ_x asigură mobilitatea mecanismului prin intermediul cuplelor cinematice D,N,S,O,F,G,I și H, de asemenea și rotațiile θ_z din cuplele cinematice D și S. În analiza lanțurilor K_{II} și K_{IV} observăm că rotațiile θ_y din cuplele cinematice E, R și P asigură închiderea lanțurilor cinematice, iar cuplele cinematice N și O asigură mobilitatea mecanismului. Rotațiile θ_{x1} din cuplele E, N, R și O asigură mobilitatea mecanismului. În lanțurile K_{II} și K_{IV} elementele cuprinse între cuplele cinematice E și N respectiv, R și O nu sunt direcționate după axa X_1 ($V_{x1} = 0$), de asemenea în lanțul K_I și K_{III} nu există posibilitatea asigurării acestei deplasări, deci nu se permite autocentrarea generatorului de unde față de roata dințată flexibilă, respectiv cea rigidă, realizând câte un grad de libertate a legăturilor pasive ce introduce o încărcare neuniformă a dinților din cele două zone de

angrenare pe direcția deformației maxime a roții flexibile produsă de rolele (2), (7), (12) și (13). La fel, absența rotațiilor θ_{z1} în lanțurile K_{II} și K_{IV} introduce câte un grad de libertate a legăturilor pasive ce nu permit o încărcare uniformă a dinților în lungul lor. În aceste condiții suma gradelor de libertate a legăturilor pasive $\sum L_p = 4$. Observăm că elementele cuprinse între cuplele cinematice E, N, R, O compensează translațiile V_z din lanțurile K_I și K_{III} , iar elementele cuprinse între cuplele cinematice N, E, O, R compensează translațiile V_z din lanțurile K_V și K_{VI} . În analiza lanțurilor K_V și K_{VI} observăm că există două mobilități folosite la închiderea lanțurilor, două pentru $\sum L_{id}$ și patru pentru mobilitatea mecanismului. Cuplele J și M permit o translație axială asigurând gradul de libertate de prisos. În aceste lanțuri, cuplele cinematice A, K, L și P sunt cuple cinematice de rotație de clasa a V-a. Contactul între discurile generatorului de unde și roata dințată flexibilă poate fi punctiform, formând cuplele cinematice J și M de clasa a I-a. Cuplele cinematice N și O sunt de clasa a IV-a deoarece dantura are o lățime b ce nu poate fi neglijată. Rotațiile θ_x asigură mobilitatea mecanismului prin intermediul cuplelor cinematice J, N, M și O, de asemenea și rotațiile θ_z din cuplele cinematice J și M. Rotațiile θ_y din K și L au câte un grad de libertate pasiv. În aceste condiții, avem: numărul elementelor $n = 13$; $c_5 = 10$; $c_4 = 4$; $c_1 = 4$; $\sum L_{id} = 5$ și $\sum L_p = 4$.

Conform relației (3.1) gradul de mobilitate va fi:

$$M = 6(13 - 1) - 5 \cdot 10 - 4 \cdot 4 - 1 \cdot 4 - 5 + 4 = 1$$

deci gradul de mobilitate este egal cu numărul elementelor motoare ($M = n_m$), fiind îndeplinită condiția de desmodromie a mecanismului.

Rezultatele investigative mobilităților în lanțurile cinematice independente a mecanismului transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ sunt prezentate în tabelul 3.2

Tabelul 3.2

$\Sigma L_{id} = 5$						
Lanțul cinematic	Translațiile	Cuplele cinematice	Elementele	rotațiile	Cuplele cinematice	Axele
$K_I(A,B,D,F,G,N,P)$	$V_x=2$	D;S;		$\theta_x=8$	D,F,G,N; S,I,H,O.	x
$K_{III}(A,C,S,I,H,O,P)$	$V_y=4$	D,N S,O		$\theta_y=8$	A,B,D,P; A,C,S,P.	y
$K_I=K_{III}$	$V_z=0$		FD;GN IS;HO	$\theta_z=2$	D,S	z
$K_{II}(E,F,G,N,P)$	$V_{x1}=0$		EN(RO)	$\theta_{x1}=4$	E,N; R,O.	X_1
$K_{IV}(R,I,H,O,P)$	$V_y=4$	E,N R,O	NE(OR)	$\theta_y=6$	E,N,P; R,O,P.	y
$K_{II}=K_{IV}$	$V_{z1}=4$	E,N; R,O		$\theta_{z1}=0$		z_1
$K_V(A,K,J,N,P)$	$V_x=2$	J,M		$\theta_x=4$	J,N; M,O.	x
$K_{VI}(A,L,M,O,P)$	$V_y=4$	J,N; M,O		$\theta_y=8$	A,K,J,P A,L,M,P	y
$K_V=K_{VI}$	$V_z=0$			$\theta_z=2$	J,M	z
$\Sigma L_p = 4$						

3.2 Concluzii

În vederea realizării analizei structurale a mecanismului, a fost necesar să determinăm lanțurile cinematice principale, clasa cuplelor cinematice și numărul lor, suma gradelor de libertate a legăturilor pasive și suma gradelor de libertate de prisos. Pentru a evita încovoierea generatoarei roții dințate flexibile din zona deformației maxime și transmiterea fluxului energetic din treapta I în treapta a II-a, a fost necesar să se introducă în lanțul cinematic conceput câte un element și două cuple cinematice de rotație la mijlocul roții dințate flexibile. Folosind metoda investigației mobilității elementelor și cuplelor cinematice, se constată că translațiile pe direcțiile deformațiilor maxime ale roții dințate flexibile în cele două trepte de

angrenare sunt nule, fapt ce duce la un generator de unde necentrat față de roata dințată flexibilă, însă rotațiile din anumite cuple cinematice elimină acest dezavantaj. De asemenea, se constată că există câte două mobilități pentru închiderea lanțurilor cinematice și cele pentru asigurarea mobilității mecanismului transmisiei.

Din analiza structurală se constată că gradul de mobilitate este egal cu numărul elementelor motoare ale transmisiei armonice dințate duble, fapt ce confirmă îndeplinirea condiției de desmodromie a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$.

Cap. 4 Analiza cinematică a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$

4.1 Cinematica transmisiei armonice dințate într-o treaptă.

Această transmisie armonică dințată, poate fi un mecanism diferențial sau ordinar, [44], [47], [77], [125], [126], [127]. În fig. 4.1, se prezintă schema structurală a mecanismului diferențial, format din trei elemente de bază:

- 1 este generatorul de unde;
- 2- roata dințată flexibilă, cu numărul de dinți z_2 ;
- 3- roata dințată rigidă, cu numărul de dinți z_3 .

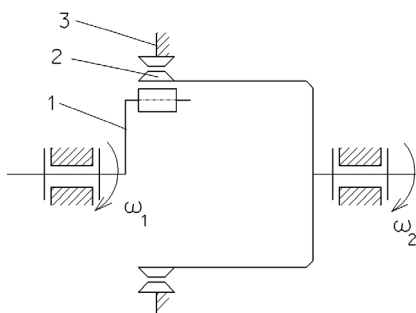


Fig. 4.1

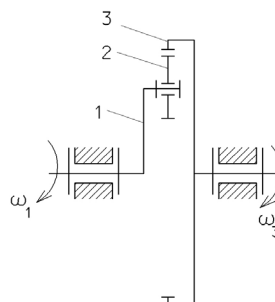


Fig. 4.2

Această variantă de transmisie s-a obținut plecând de la transmisia diferențială cu roți dințate rigide, prezentată în fig. 4.2, în care s-a notat:

- 1 este elementul conducător;
- 2- satelitul, o roată dințată cilindrică cu dantură cilindrică;
- 3- roata dințată cu dantură exterioară .

Pentru determinarea vitezei unghiulare necunoscute, se aplică relația lui Willis dând întregului ansamblu o mișcare inversă $(-\omega_1)$ aferentă brațului port-satelit, [77], [125] deci:

$$i_{23}^1 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{z_3}{z_2} = a \quad \omega_3 = \omega_1 + \frac{\omega_2 - \omega_1}{a} \quad (4.1)$$

unde:

- ω_1 este viteza unghiulară a generatorului de unde, respectiv a arborelui de intrare (1);
- ω_2 - viteza unghiulară a roții dințate flexibile, respectiv a satelitului (2);
- ω_3 - viteza unghiulară a roții dințate rigide, respectiv a roții dințate cilindrice cu dantură interioară (3).

Prin fixarea unuia dintre elementele de bază ale transmisiei armonice diferențiale cu două unde fig. 4.3, se obțin trei variante structurale.

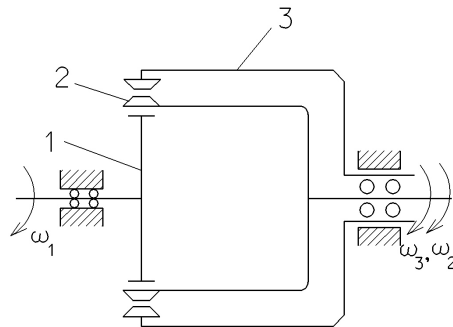


Fig. 4.3

- 1) Considerând $\omega_1=0$, deci generatorul de unde este fix, rezultă varianta structurală prezentată în fig. 4.4.

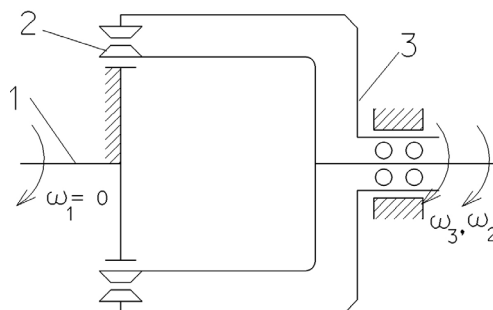


Fig. 4.4

În acest caz există două variante:

a) cazul când elementul (2) este conducător, iar elementul (3) este condus:

$$i_{23}^1 = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2}; \quad (4.2)$$

b) cazul când elementul (2) este condus, iar elementul (3) este conducător, raportul de transmitere va fi:

$$i_{32}^1 = \frac{\omega_3}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_3}; \quad (4.3)$$

2) Considerând $\omega_3=0$, se obține varianta structurală prezentată în fig. 4.5.

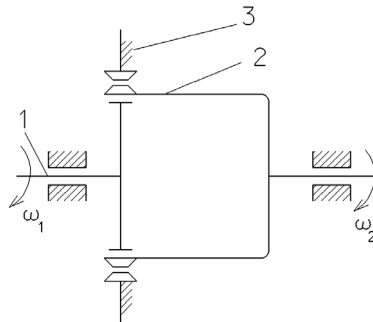


Fig. 4.5

Și în acest caz, există două variante:

a) cazul în care elementul (2) este conducător, iar elementul (1) este condus, raportul de transmitere va fi :

$$i_{21}^3 = \frac{\omega_2}{\omega_3} \quad (4.4)$$

Din relația (4.1) unde $\omega_3=0$, rezultă ω_1 care introdus în relația (4.4), adică

$$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_3 - \omega_1} = \frac{z_3}{z_2}, \text{ rezultă } i_{12}^3 = -\frac{z_3 - z_2}{z_2}; \quad (4.5)$$

b) cazul în care elementul (2) este condus și elementul (1) conducător rezultă:

$$i_{12}^3 = -\frac{z_2}{z_3 - z_2}. \quad (4.6)$$

3) Considerând $\omega_2=0$, rezultă varianta cinematică prezentată în fig.4.6.

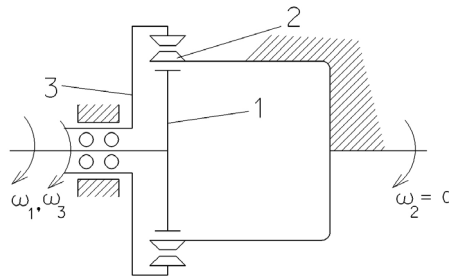


Fig. 4.6

a) când elementul (1) este conducător și elementul (3) condus, raportul de transmitere va fi :

$$i_{13}^2 = \frac{z_3}{z_3 - z_2}; \quad (4.7)$$

b) când elementul (1) este condus, iar elementul (3) conducător, rezultă:

$$i_{31}^2 = \frac{z_3 - z_2}{z_3}. \quad (4.8)$$

În urma studiului efectuat asupra cinematicii transmisiei armonice dințate cu două unde, într-o treaptă, concluzionăm faptul că se pot obține 6 variante constructive, a căror rapoarte de transmitere sunt: $i_{23}^1, i_{32}^1, i_{21}^3, i_{12}^3, i_{31}^2, i_{13}^2$, [125].

4.2 Cinematica transmisiilor armonice dințate în două trepte

Prin cuplarea succesivă a câte două mecanisme de același tip în serie sau în paralel, se pot obține 36 de variante constructive, a căror rapoarte de transmitere sunt : $i_{2I3I}^{(1I)}, i_{3II2II}^{(1I)}, i_{2I3I}^{(1I)}, i_{2II1II}^{(3II)}$ și așa mai departe, unde indicele I și II indică prima treaptă respectiv, a doua treaptă a transmisiei armonice dințate duble.

Pentru cazul transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, raportul de transmitere se determină pe baza fig. 4.7, unde se prezintă schema structurală a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ în treapta a doua, cu următoarele notații:

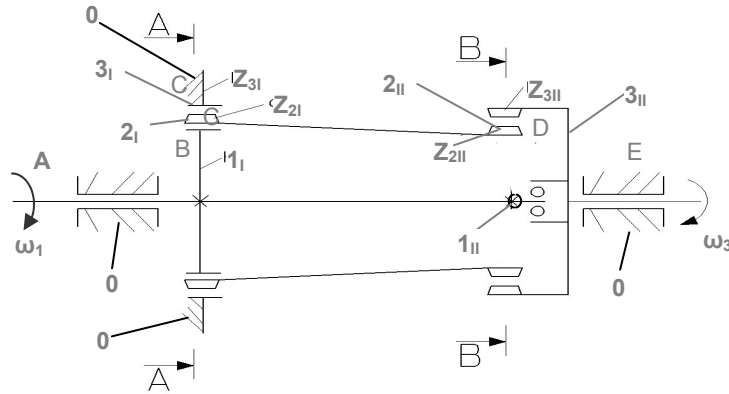


Fig. 4.7

(1_I) este generatorul de unde în prima treaptă ce are o mișcare de rotație unghiulară ω_1 ; (2_I) - roata dințată flexibilă dublă cu dantură exterioară cu numărul de dinți Z_{2I} în prima treaptă; (3_I) - roata dințată rigidă fixă cu dantură interioară cu numărul de dinți Z_{3I} , iar în treapta a doua s-a notat: (1_{II}) - este generatorul de unde în treapta a doua defazat cu $\pi/2$ față de generatorul din prima treaptă, cu viteza unghiulară ω_1 ; (2_{II}) - roata dințată flexibilă cu dantură exterioară cu numărul de dinți Z_{2II} ; (3_{II}) - roata dințată rigidă mobilă cu dantură interioară cu numărul de dinți Z_{3II} .

Din analiza schemei structurale prezentate, observăm că în treapta I avem o transmisie armonică dințată cu roata rigidă fixă (3_I) cu viteza unghiulară $\omega_{3I} = 0$, mișcarea de intrare ω_{1I} în transmisie este a generatorului de unde (1_I), iar mișcarea de ieșire ω_{2I} este la roata dințată flexibilă dublă (2_I). În treapta II avem o transmisie armonică diferențială unde mișcările de intrare sunt ω_{1II} a generatorului de unde (1_{II}) și ω_{2II} a roți dințate flexibile (2_{II}), iar mișcarea de ieșire este ω_{3II} , la roata dințată rigidă mobilă (3_{II}).

Raportul de transmitere i , se calculează în conformitate cu ecuația raportului vitezelor unghiulare:

$$i = \frac{\omega_{1I}}{\omega_{3II}} \quad (4.9)$$

Dar: $\omega_{3I} = 0$, $\omega_{1I} = \omega_{1II}$ și $\omega_{2I} = \omega_{2II}$.

În prima treaptă a mecanismului, roata dințată rigidă (3_I) este fixă și raportul de transmitere, va fi:

$$i_I = i_{1I2I}^{(3I)} = \frac{\omega_{1I}}{\omega_{2I}} = -\frac{z_{2I}}{z_{3I} - z_{2I}} \quad (4.10)$$

de unde rezultă că viteza unghiulară a roții dințate flexibile la ieșirea din prima treapta, va fi:

$$\omega_{2I} = -\omega_{1I} \frac{z_{3I} - z_{2I}}{z_{2I}} \quad (4.11)$$

În treapta a doua, mecanismul este diferențial, vitezele unghiulare de intrare sunt ω_{1II} și ω_{2II} putând determina astfel viteza unghiulară ω_{3II} . Pentru a determina această viteză unghiulară, se dă mecanismului din treapta a doua o mișcare inversă (ω_{1II}). În acest caz, viteza unghiulară a generatorului de unde $\omega_{1II} = 0$, roata dințată flexibilă va avea viteza unghiulară $\omega_{2II} - \omega_{1II}$, $\omega_{2I} = \omega_{2II}$, deci:

$$i_{2II3II}^{1II} = \frac{\omega_{2II}}{\omega_{3II}} = \frac{Z_{3II}}{Z_{2II}} \quad (4.12)$$

de unde rezultă că viteza unghiulară ω_{3II} va fi:

$$\omega_{3II} = \omega_{2II} \frac{Z_{2II}}{Z_{3II}} = -\omega_{1I} \cdot \frac{Z_{3I} - Z_{2I}}{Z_{2I}} \cdot \frac{Z_{2II}}{Z_{3II}} \quad (4.13)$$

În acest caz raportul de transmitere al transmisiei va fi:

$$i = \frac{\omega_{1I}}{\omega_{3II}} = -\frac{Z_{2I} \cdot Z_{3II}}{Z_{2II} (Z_{3I} - Z_{2I})} \quad (4.14)$$

Dacă numărul de dinți $z_{3II} = z_{2II}$, atunci treapta a doua din angrenajul armonic diferențial devine cuplaj armonic iar raportul de transmitere va fi:

$$i = \frac{\omega_{1I}}{\omega_{3II}} = -\frac{Z_{2I}}{Z_{3I} - Z_{2I}} \quad (4.15)$$

4.3 Concluzii

Se constată că prima treaptă a transmisiei armonice dințate duble este un angrenaj armonic cu elementul de intrare ce are viteza unghiulară ω_{1I} și elementul $(3I)$ fix ($\omega_{3I} = 0$), iar treapta II un mecanism armonic diferențial. Aplicând principiul mișcării inverse întregului ansamblu a mecanismului din treapta II, se obține viteza unghiulară la ieșire ω_{3II} care permite calculul raportul de transmitere al transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$.

Cap. 5 Analiza cinetostatică a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$

Proiectarea și realizarea unor transmisii armonice dințate performante, impune necesitatea analizei și determinării forțelor ce acționează în elementele și cuplele cinematice ale transmisiei. În acest caz, se constată că acționează forțe de deformare elastică a roții dințate flexibile, forțe tangențiale și radiale ce acționează între dinții roților dințate aflate în angrenare produse de momentul de torsiune transmis, forțe inerțiale și forțe de frecare. [32], [125].

Alegerea unei soluții constructive optime, presupune forțe și reacțiuni ce produc solicitări minime ale elementelor și cuplelor cinematice componente, gabarit și masă redusă a transmisiei la moment de încărcare mare.

5.1 Forțele din angrenajul armonic dințat în treapta I

Pentru determinarea analitică a acestor forțe, se folosesc relațiile de la angrenajul cilindric ordinar cu dantură interioară, pe baza schemei din fig. 5.1:

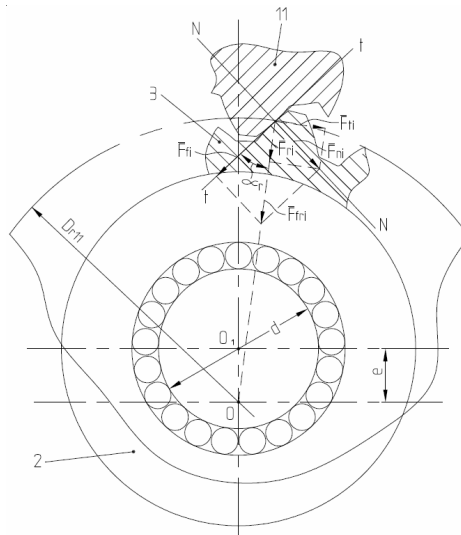


Fig. 5.1

unde acționează forța normală F_{ni} , tangențială F_{ti} și radială F_{ri} pe dinte. În acest caz, între aceste forțe există relațiile:

$$F_{ti} = F_{ni} \cos \alpha_r : \quad (5.1)$$

$$F_{ri} = F_{ti} \operatorname{tg} \alpha_r \quad (5.2)$$

unde: α_r - este unghiul profilului dintelui.

Din analiza acestor forțe se observă că doar forța radială F_{ri} produce o reacțiune între roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde. Forțele tangențiale pe dinte F_{ti} dau o forță rezultantă tangențială F_t :

$$F_t = \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \quad (5.3)$$

unde: M_{t11} este momentul de torsiune de la roata dințată rigidă fixă a mecanismului;

D_{r11} - diametrul de rostogolire al roții dințate rigide fixe.

Din figură observăm că în zona de intrare în angrenare a dinților, forța de frecare are sensul spre discul generatorului de unde, prin care se mărește forța ce acționează asupra acestui disc, iar în zona de ieșire din angrenare a dinților, forțele de frecare au sens invers reducând valoarea forței ce soliciță discul generatorului de unde. Forța de frecare dintre doi dinți, va fi:

$$F_{fi} = \mu F_{ni} \quad (5.4)$$

unde: μ - coeficientul de frecare dintre flancurile dinților aflați în angrenare.

Această forță de frecare are o componentă radială:

$$F_{f_{ri}} = F_{fi} \cdot \cos \alpha_r = \mu \cdot F_{ni} \cdot \cos \alpha_r = \mu \cdot F_{ti} \quad (5.5)$$

care produce o creștere a forței ce acționează asupra discului generatorului de unde.

Aceste forțe de frecare radiale pe dinții aflați în angrenare în zona intrării în angrenare, dau o rezultantă ce poate fi determinată funcție de forța tangențială rezultantă determinată cu relația:

$$F_{f_r} = \mu \cdot F_t = \mu \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \quad (5.6)$$

5.2 Forțele și reacțiunile din cupla cinematică roată dințată flexibilă – discul generatorului de unde în treapta I

În cazul transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde cu discuri, (fig. 3.2), în cupla cinematică roată dințată flexibilă – disc, acționează forțe de deformare elastică a roții dințate flexibile ce apar în timpul montării și funcționării generatorului de unde, forțe de frecare dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde, forțe de inerție ale generatorului de unde precum și reacțiunile produse de forța de frecare dintre dinții roții dințate flexibile din zona de intrare în angrenare și cea datorată forței radiale din angrenaj produsă de momentul de încărcare a transmisiei reductoare.

5.2.1 Reacțiunea dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și forța de frecare din angrenaj

Din fig. 5.2, observăm că această reacțiune R_{32}^x are două componente:

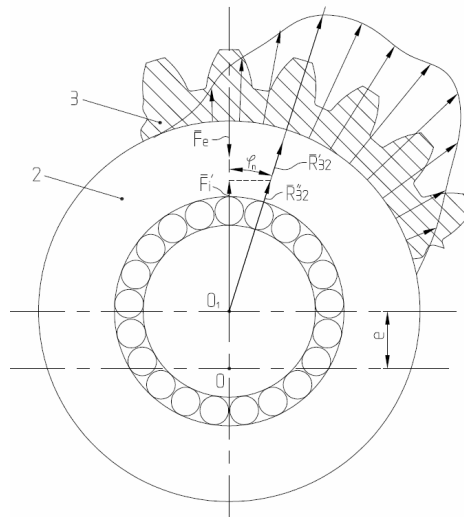


Fig. 5.2

- R'_{32} ce reprezintă reacțiunea forțelor radiale F_{ri} din cei n dinți aflați în angrenare și corespunde unei forțe tangențiale rezultante F_t , a forțelor tangențiale F_{ti} pe dinte, deci:

$$R'_{32} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha_r \quad (5.7)$$

unde:

$$F_t = \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \quad (5.8)$$

deci:

$$R'_{32} = \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_r \quad (5.9)$$

Această relație ne dă reacțiunea dintre roata dințată flexibilă și rola generatorului de unde datorată momentului de torsiune M_{t11} la roata dințată rigidă fixă (11), respectiv la roata dințată flexibilă (3) din angrenajul armonic în treapta I.

Această reacțiune R'_{32} are direcția deplasată în față cu un unghi $\phi_n = 15^0 \div 25^0$ (unghi dat pentru forța normală maximă Q_n [21]) față de axa discurilor generatorului de unde datorită deformației roții dințate flexibile sub acțiunea momentului M_{t11} și a forțelor de frecare care în zona intrării în angrenare a dinților au sensul spre discul generatorului de unde ducând la creșterea forței ce acționează asupra lui, iar în zona de ieșire din angrenare a dinților forțele de frecare sunt de sens invers realizând o descărcare a discului generatorului de unde, așa cum se vede în fig. 5.2.

- R''_{32} ce reprezintă reacțiunea forțelor de frecare F_{fr} (5.6) dintre cei n dinți aflați în angrenare pentru angrenajul din fig. 5.1, unde, roata dințată rigidă (11) este fixă, iar roata dințată flexibilă (3) este mobilă.:

$$R''_{32} = F_{fr} = \mu \cdot F_t = \mu \cdot \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \quad (5.10)$$

rezultă:

$$R''_{32} = \mu \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \quad (5.11)$$

În aceste condiții, reacțiunea rezultantă R_{32}^x dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de momentul de torsiune a transmisiei în prima treaptă, se determină cu relația:

$$R_{32}^x = R'_{32} + R''_{32} = \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_r + \mu \cdot \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \quad (5.12)$$

5.2.2 Forța de deformare elastică a roții dințate flexibile

Pentru a realiza angrenarea între roata dințată flexibilă și roata dințată rigidă fixă, este necesar ca roata dințată flexibilă să fie supusă unei deformări elastice radiale, pe direcția excentricității celor două discuri ale generatorului de unde. Această deformare se va realiza prin montarea generatorului de unde care va fi supus solicitării unei forțe F_e pe un disc al generatorului, ce produce deformarea radială a roții dințate flexibile.

În vederea determinării forței de deformare elastică F_e este necesar să determinăm deplasările elastice u , v și w ale unui punct de pe suprafața mediană a roții dințate flexibile, având în vedere faptul că ea se prezintă ca un înveliș cilindric subțire cu grosimea peretelui constantă, încărcat în zona de angrenare cu roata dințată rigidă cu o forță constantă radială. Această formă constructivă a roții dințate flexibile ne permite ca în calcule să considerăm că suprafața mediană a ei este inextensibilă.

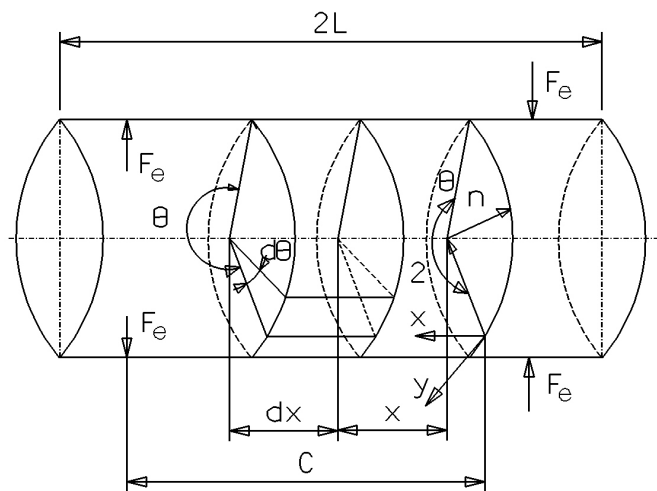


Fig. 5.3

În fig. 5.3 se prezintă învelișul cilindric subțire care ne permite să definim deformațiile roții dințate flexibile, stabilind ecuațiile diferențiale u , v și w prin determinarea ecuațiilor de echilibru ale unui element decupat din învelișul cilindric cu ajutorul a două secțiuni axiale adiacente și a două secțiuni perpendiculare pe axa roții dințate flexibile, element ce are laturile dx și $r d\theta$, unde x și θ sunt coordonatele care stabilesc poziția elementului ales față de sistemul de coordonate stabilit, iar r este raza mediană a învelișului subțire. Deformațiile elementului ales se stabilesc prin alungirile specifice, ε_x și ε_θ după axele x , y și prin deformația tangențială $\gamma_{x\theta}$. Pentru roata dințată flexibilă a transmisiei armonice duble, (fig. 3.2) și de rază r deformațiile specifice se exprimă cu ajutorul deplasărilor elastice în relațiile [115].

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_\theta = \frac{\partial v}{r \partial \theta} - \frac{w}{r} \\ \gamma_{x\theta} = \frac{\partial u}{r \partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases} \quad (5.13)$$

Condiția ca deformațiile să fie inextensibile, este ca aceste trei componente ale deformațiilor să fie egale cu 0, adică:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{w}{r} = 0 \\ \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

Condiția poate fi satisfăcută dacă deplasările elastice vor fi exprimate sub forma: [114], [115], [125].

$$\begin{cases} u = -r \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{a_n}{n} \cos n\theta \\ v = -x \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} a_n \sin n\theta \\ w = -x \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} n a_n \cos n\theta \end{cases} \quad (5.15)$$

unde $n = 2, 4, 6, \dots$ pentru generatorul cu două unde, a_n - constante necesare a fi determinate, iar \mathbf{x} este poziția secțiunii față de originea sistemului ales.

Pentru a calcula deformațiile inextensibile sub secțiunea unui sistem de forțe dat, este avantajos să se folosească expresia energiei de deformație la încovoiere pentru elementul cu laturile dx și $r d\theta$, cu expresia [114], [125]:

$$dU = \left[-\frac{1}{2}(M_x \cdot \chi_x + M_\theta \cdot \chi_\theta) + 2 \frac{M_{x\theta} \cdot \chi_{x\theta}}{2} \right] \cdot dA \quad (5.16)$$

$$dA = dx \cdot r \cdot d\theta$$

unde:

- χ_θ - variația curburii circumferinței;
- χ_x - variația curburii după direcția generatoarei și este egală cu zero deoarece generatoarele rămân drepte;
- $\chi_{x\theta}$ - variația curburii răsucirii și se prezintă sub forma [114], [125]:

$$\begin{cases} \chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \\ \chi_\theta = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial \theta} \right) \\ \chi_{x\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \cdot \partial \theta} \right) \end{cases} \quad (5.17)$$

$M_x, M_\theta, M_{x\theta}$ – sunt momentele de încovoiere și de răsucire corespunzătoare.

Legătura între momente și deformații este dată de expresia: [114], [125]

$$\begin{cases} M_x = -D(\chi_x - \nu \cdot \chi_\theta) \\ M_\theta = -D(\chi_\theta + \nu \cdot \chi_x) \\ M_{x\theta} = D(1 - \nu)\chi_{x\theta} \end{cases} \quad (5.18)$$

unde: ν - coeficientul lui Poisson,

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \nu^2)} - \text{rigiditatea la încovoiere a fâșiei};$$

h – grosimea peretelui roții dințate flexibile.

Având în vedere că $\chi_x = 0$, expresiile (6.7) devin:

$$\begin{cases} M_x = +D \cdot \nu \cdot \chi_\theta \\ M_\theta = -D \cdot \chi_\theta \\ M_{x\theta} = D(1-\nu)\chi_{x\theta} \end{cases} \quad (5.19)$$

iar expresia energie de deformăție a elementului ales devine:

$$dU = \frac{1}{2} [D \cdot \chi_\theta^2 + 2D(1-\nu) \cdot \chi_{x\theta}^2] \cdot r \cdot d\theta \cdot dx \quad (5.20)$$

Energia de deformăție a roții dințate flexibile se obține integrând expresia anterioară, adică:

$$U = \int_0^1 \int_0^{2\pi} dU \quad (5.21)$$

$$U = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{D}{2} [\chi_\theta^2 + 2 \cdot (1-\nu) \cdot \chi_{x\theta}^2] \cdot dx \cdot r \cdot d\theta$$

$$U = \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{D}{2} \cdot \left[\frac{1}{r^4} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w^2}{\partial \theta} \right)^2 + 2(1-\nu) \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w^2}{\partial x \partial \theta} \right) \right] \cdot dx \cdot r \cdot d\theta$$

Se obține:

$$U = \frac{\pi \cdot D \cdot L}{r^3} \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} (n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1-\nu)r^2 \right] \cdot a_n^2 \quad (5.22)$$

În vederea determinării constantei a_n , se folosește ecuația lui Lagrange [79], [125]:

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\frac{\partial E_c}{\partial \xi_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \xi_i} + \frac{\partial v}{\partial \xi_i} = Q_i \quad (5.23)$$

unde:

- ξ_i - coordonata generalizată;
- $\dot{\xi}_i$ - viteza generalizată;
- Q_i - forța exterioară generalizată.

În acest caz, viteza de deplasare a elementului considerat este mică, neglijând energia cinetică, expresia (6.12) va deveni:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi_i} = Q_i \quad (5.24)$$

Vom considera amplitudinea a_n ca și coordonată generală a armonicilor suprafeței medii dezvoltate în serie Fourier.

Lucrul mecanic efectuat de forțele F_e pentru o creștere δw a deplasărilor elastice w va fi:

$$L = 2F_{e0} \cdot \delta w \quad (5.25)$$

$$\left(\frac{\partial w}{\partial a_n} \cdot \delta a_n \right)_{\theta=0, x=0} = -c \cdot n \cdot \delta a_n$$

$$L = 2F_{e0} (\delta w)_{x=0}$$

$$Q_n \cdot \delta a_n = -2F_{e0} \cdot c \cdot n \cdot \delta a_n$$

$$Q_n = -2F_{e0} \cdot c \cdot n$$

Forța exterioară generalizată Q_n se determină din expresia lui Lagrange pentru un anumit n , iar forța F_{e0} și constanta a_n vor fi sub forma:

$$\begin{cases} F_{e0} = F_e \cdot \cos qt \\ a_n = a_{on} \cdot \cos qt \end{cases} \quad (5.26)$$

Din expresia (6.13), obținem:

$$\frac{2\pi DL}{r^3} (n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right] a_n = Q_n$$

$$\frac{2\pi DL}{r^3} (n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right] a_{on} \cos qt = -2c \cdot n \cdot F_{e0} \cos qt$$

$$a_n = - \frac{c \cdot n \cdot r^3 \cdot F_e}{\pi D \ell (n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]} \quad (5.27)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = \frac{F_e r^3}{\pi D L} \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{r \cdot c \cdot \cos n\theta \cdot \cos qt}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]} \\ v = \frac{F_e r^3}{\pi D L} \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n \cdot x \cdot c \cdot \sin n\theta \cdot \cos qt}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]} \\ w = \frac{F_e r^3}{\pi D L} \sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{c \cdot n^2 \cdot x \cdot \cos n\theta \cdot \cos qt}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]} \end{array} \right. \quad (5.28)$$

Deplasarea radială este $w = \delta$, deformația elastică radială care din condiții geometrice este:

$$\delta = \frac{m \cdot k \cdot n_u}{2} \quad (5.29)$$

unde: m - modulul danturii, n_u - numărul de unde ale generatorului, $k = 1, 2, 3, \dots$

Din expresia deplasării radiale w , (5.28) obținem expresia forței de deformație elastice, care are forma:

$$F_e = \frac{m \cdot k \cdot n_u \cdot \pi \cdot D \cdot L}{2 \cdot c \cdot x \cdot r^3 \cos qt} \cdot \frac{1}{\sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n^2 \cdot \cos n\theta}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]}} \quad (5.30)$$

Pentru generatorul cu două unde, $q = 2$, $c = x = L$ și pentru $\theta = 0 \Rightarrow \cos qt = \cos n\theta = 1$, obținem:

$$F_e = \frac{m \cdot k \cdot n_u \cdot \pi \cdot D}{2 \cdot L \cdot r^3} \cdot \frac{1}{\sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n^2}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]}} \quad (5.31)$$

unde: L - lungimea roții flexibile, r - raza medie a roții flexibile, ν - constanta lui Poisson, c - distanța la care este aplicată forța elastică, x - secțiunea în care s-a considerat deplasarea radială w .

Această forță elastică își deplasează direcția cu un unghi φ_n față de direcția axei discurilor generatorului de unde datorită deformației roții dințate flexibile sub acțiunea momentului de încărcare M_{t11} și datorită forțelor de frecare dintre dinții aflați în angrenare.

5.2.3 Reacțiunea rezultantă și forțele de frecare din cupla cinematică roată dințată flexibilă și discul generatorului de unde

În cupla cinematică roată dințată flexibilă discul generatorului de unde, (fig. 5.4), acționează forța de deformație elastică F_e , reacțiunea R_{32}^x produsă de momentul de torsiune M_{t11} și componenta F_i' a forței de inerție F_i defazată cu unghiul φ_n .

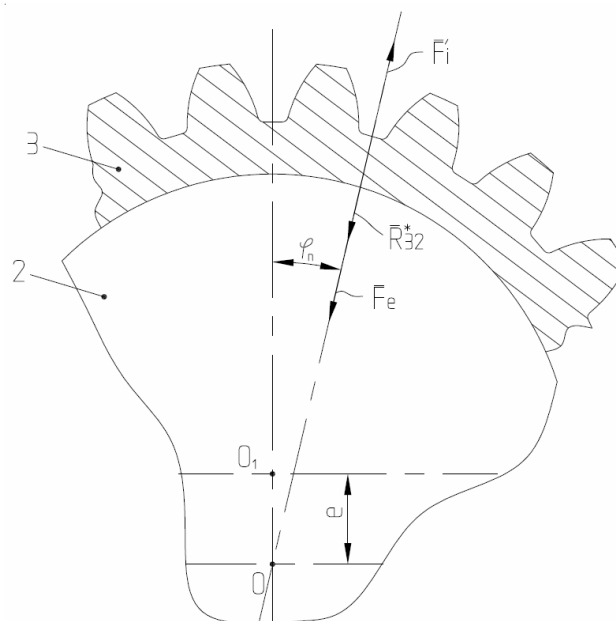


Fig. 5.4

Componenta F_i' a forței de inerție F_i poate fi calculată cu relația:

$$F'_i = F_i \cos \varphi_n = m_d \omega_1^2 e \cdot \cos \varphi_n \quad (5.32)$$

unde: m_d – masa discului generatorului de unde, e – excentricitatea, ω_1 – viteza unghiulară a arborelui generatorului de unde.

În acest caz reacțiunea R_{32} dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde, va fi:

$$R_{32} = F_e + R_{32}^x + F'_i \quad (5.33)$$

Având în vedere relațiile (5.31), (5.12) și (5.32), obținem:

$$R_{32} = \frac{m \cdot k \cdot n_u \cdot \pi \cdot D}{2 \cdot L \cdot r^3} \cdot \frac{1}{\sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n^2}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]}} + \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_r +$$

$$+ \mu \cdot \frac{M_{t11}}{D_{r11}} + m_d \omega_1^2 e \cdot \cos \varphi_n \quad (5.34)$$

Astfel, forța de frecare din cupla cinematică roata dințată flexibilă – discul generatorului de unde va fi:

$$F_{f32} = \mu_r \cdot R_{32} \quad (5.35)$$

$$F_{f32} = \mu_r (F_e + R_{32}^x + F'_i) \quad (5.36)$$

unde: $\mu_r \approx \frac{d}{D_2} \cdot \mu_e$; μ_r - coeficientul de frecare la rostogolire, μ_e - coeficientul de frecare echivalent, d - diametrul căii de rulare a inelului interior al rulmentului, D_2 - diametrul exterior al discului (2) al generatorului de unde.

5.3 Forțele ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde

În timpul funcționării transmisiei armonice dințate, componenta forței de inerție F'_i (5.32) a discului generatorului de unde, produce o micșorare a acțiunii

reacțiunii R_{32}^x și a forței de deformare elastică F_e astfel încât forța F ce acționează în cupla cinematică a discului generatorului de unde, fig. 5.2, va fi:

$$F = F_e + R_{32}^x - F_i' \quad (5.37)$$

În această relație, dacă introducem expresiile (5.31), (5.12) și (5.32), vom obține forța ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde, sub forma:

$$F = \frac{m \cdot k \cdot n_u \cdot \pi \cdot D}{2 \cdot L \cdot r^3} \cdot \frac{1}{\sum_{n=2,4,6,\dots}^{\infty} \frac{n^2}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]}} + \frac{M_{t11}}{D_{r11}} \cdot (\operatorname{tg} \alpha_r + \mu) - m_r \omega_1^2 e \cdot \cos \varphi_n \quad (5.38)$$

O altă forță ce acționează în această cuplă cinematică este forța de frecare ce produce un moment de frecare, dat de expresia:

$$M_{f21} = \mu_e F \cdot \frac{d}{2} \quad (5.39)$$

unde: $\mu_e = 0.004 \dots \dots \dots 0.008$, d - diametrul căii de rulare a inelului interior al rulmentului, (fig. 5.1).

5.4 Forțele din angrenajul armonic dințat diferențial din treapta II

Și în acest caz, acționează forța normală F_{ni} , forța tangențială F_{ti} și forța radială F_{ri} pe dinte, așa cum rezultă din fig. 5.1 și relațiile (5.1), (5.2). Forțele tangențiale F_{ti} pe dinte, dau o forță rezultantă tangențială F_{tII} , (fig. 5.5), determinată cu relația:

$$F_{tII} = \frac{M_{t6}}{D_{r6}} \quad (5.40)$$

unde: M_{t6} este momentul de torsiune la roata dințată rigidă mobilă a mecanismului;

D_{r6} - diametrul de rostogolire a roții dințate rigide mobile.

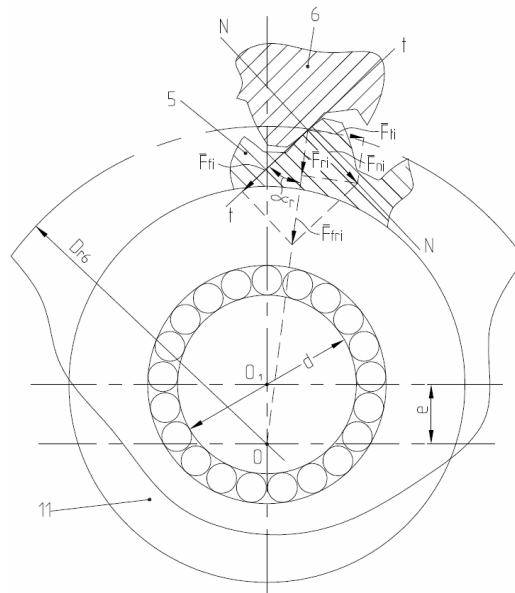


Fig. 5.5

Forțele de frecare radiale pe dinții aflați în angrenare în zona intrării în angrenare, dau o rezultantă conform relației (5.6) și (fig. 5.5), determinată cu relația:

$$F_{fr_{II}} = \mu \cdot F_{t_{II}} = \mu \cdot \frac{M_{t6}}{D_{r6}} \quad (5.41)$$

5.5. Forțele și reacțiunile din cupla cinematică roată dințată flexibilă – discul generatorului de unde în treapta II

În cazul transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde cu discuri defazate cu $\pi/2$, în treapta II acționează aceleași forțe și reacțiuni ca și în treapta I, cu deosebirea că forța de deformare elastică a roții dințate flexibile nu mai este produsă de discurile generatorului de unde, nu acționează asupra lui, fiind rezultatul acțiunii forței elastice de deformare din treapta I.

5.5.1 Reacțiunea dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și cea normală din angrenaj

Această reacțiune se calculează ca și în cazul angrenajului armonic din treapta I, astfel că relația (5.12) v-a deveni:

$$R_{65}^x = R_{65}' + R_{65}'' = \frac{M_{t6}}{D_{r6}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_r + \mu \cdot \frac{M_{t6}}{D_{r6}} \quad (5.42)$$

unde:

- R_{65}^x este reacțiunea dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și cea normală din angrenaj;
- R_{65}' - reacțiunea forțelor radiale F_{ri} din cei n dinți aflați în angrenare;
- R_{65}'' - reprezintă reacțiunea forțelor de frecare F_{fr} dintre cei n dinți aflați în angrenare pentru angrenajul din treapta II;
- M_{t6} - reprezintă momentul de torsiune la roata dințată rigidă mobilă (6), (fig. 3.2);
- D_{r6} - reprezintă diametrul de rostogolire al roții dințate rigide mobile (6), (fig. 3.2);
- α_r - unghiul profilului dintelui;
- μ - coeficientul de frecare dintre flancurile dinților aflați în angrenare.

5.5.2 Reacțiunea rezultantă și forțele de frecare din cupla cinematică roată dințată flexibilă și discul generatorului de unde

În această cuplă cinematică, roată dințată flexibilă - discul generatorului de undă (fig. 5.5), acționează reacțiunea R_{511}^x produsă de momentul de torsiune M_{t6} și componenta F_i' a forței de inerție F_i a discului generatorului de unde, defazată cu unghiul φ_n , (φ_n este unghiul față de direcția axei discurilor generatorului de unde datorat deformației roții dințate flexibile sub acțiunea momentului de încărcare

și forțelor de frecare dintre dinții aflați în angrenare). În acest caz, nu acționează forța de deformare elastică a roții dințate flexibile asupra discului generatorului de unde, iar reacțiunea din cupla cinematică roată dințată flexibilă – discul generatorului de unde dată de relația (5.33) va deveni:

$$R_{511} = \frac{M_{t6}}{D_{r6}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_r + \mu \cdot \frac{M_{t6}}{D_{r6}} + m_d \omega_1^2 e \cdot \cos \varphi_n \quad (5.43)$$

5.6 Forțele ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde în treapta II.

În acest caz, în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde, acționează componenta forței de inerție F_i' (5.32) a discului generatorului de unde ce produce o micșorare a acțiunii reacțiunii R_{511}^x , astfel încât forța din cupla cinematică este dată de relația:

$$F = R_{511}^x - F_i' \quad (5.44)$$

În această relație, dacă introducem expresiile (5.32) și (5.42), vom obține forța ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde, sub forma:

$$F = \frac{M_{t6}}{D_{r6}} \cdot (\operatorname{tg} \alpha_r + \mu) - m_r \omega_1^2 e \cdot \cos \varphi_n \quad (5.45)$$

O altă forță ce acționează în această cuplă cinematică este forța de frecare ce produce un moment de frecare, dat de expresia:

$$M_{f_{111}} = \mu_e F \cdot \frac{d}{2} \quad (5.46)$$

unde: $\mu_e = 0.004 \dots \dots \dots 0.008$, d - diametrul căii de rulare a inelului interior al rulmentului, (fig. 5.5).

5.7 Concluzii

Cunoașterea relațiilor pentru calculul forțelor din angrenajul armonic dințat cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, stabilite de autor, vor permite determinarea valorilor acestora în vederea dimensionării elementelor componente.

Cunoașterea relațiilor pentru calculul momentelor de torsiune, vor permite stabilirea momentelor de torsiune la elementele de intrare și ieșire a transmisiei concepută de autor.

Cap. 6. Simularea pe calculator a geometriei roții dințate cilindrice din componența transmisiilor armonice dințate duble

6.1 Simularea. Generalități

6.1.1 Conceptul de simulare

Cuvântul simulare derivă de la latinescul „simulatio” care înseamnă capacitatea de a reproduce sau a imita ceva. Există mai multe definiții formulate de diferiți autori:[90]

- simularea este procesul prin care se construiește un model al unui sistem real și se realizează experimente cu acest model în scopul înțelegerii comportamentului sistemului și/sau evaluării diferitelor strategii pentru sistemul analizat;

- simularea pe calculator este procesul prin care se construiește un model matematico-logic al unui sistem real și se realizează experimente cu acest model pe un calculator;

- simularea este imitarea modului de lucru al unui proces sau sistem real și include generarea unei istorii artificiale și observarea acesteia pentru a realiza interferențe privind caracteristicile funcționale ale sistemului real reprezentat. Ea este folosită în analiza comportamentului unui sistem, în analize de tip „Ce se întâmplă dacă...?” sau în proiectarea unor sisteme reale;

- simularea se referă la o colecție largă de metode și aplicații pentru imitarea comportamentului unui sistem real, de obicei cu un calculator și cu un software adecvat;

- simularea este o tehnică numerică de realizare a experimentelor cu un calculator numeric și presupune utilizarea unor tipuri de relații matematice și logice necesare pentru descrierea comportamentului și structurii unui sistem real complex de-a lungul unei perioade lungi de timp.

În simulare se utilizează un calculator pentru a evalua din punct de vedere numeric un model de-a lungul unei perioade de timp specificate și se obțin date pentru a estima adevăratele caracteristici ale modelului;

- simularea pe calculator este o metodă care poate fi utilizată pentru studierea performanței unui sistem real;

- simularea este arta și știința prin care se creează o reprezentare a unui proces sau sistem în scopul experimentării și evaluării;
- simularea este o tehnică de realizare a experimentelor.

Din aceste definiții se pot deduce următoarele ipoteze care stau la baza simulării:

- **se poate construi un model matematic și logic al sistemului analizat;**
- **sistemul analizat poate fi real sau teoretic.**

De obicei se utilizează un calculator digital pentru realizarea simulării. De aceea, se presupune că sistemul poate fi descris în termeni acceptabili pentru un sistem de calcul.

Datele despre funcționarea sistemului analizat se obțin prin executarea unui model, generându-se astfel o istorie artificială.

Prin analiza istoriei artificiale se pot face inferențe referitoare la caracteristicile de funcționare ale sistemului real de-a lungul unei perioade de timp.

Scopul simulării este de a găsi „ceva” despre modul de funcționare al sistemului real.

Simularea este în special valoroasă pentru problemele care nu pot fi abordate prin metode matematice, analitice sau de optimizare. Deși atât simularea cât și optimizarea sunt metode cantitative care se bazează pe modelele matematice, diferența fundamentală dintre cele două abordări constă în rolul variabilelor de decizie.

În cazul optimizării, valorile variabilelor de decizie sunt date de ieșire ale modelului. Aceste valori sunt obținute cu o formulă sau cu un algoritm de optimizare astfel încât ele să maximizeze sau minimizeze valoarea unei funcții obiectiv care exprimă criteriul de performanță al modelului.

În cazul simulării, valorile variabilelor de decizie sunt date de intrare ale modelului. Prin simulare, pe baza modelelor matematice, se evaluează criteriul de performanță pentru anumite valori ale variabilelor decizionale.

În final, se va alege varianta care conduce la cea mai bună valoare a criteriului de performanță.

6.1.2 Etapele simulării

Simularea poate fi abordată în diferite moduri, în funcție de:

- a) **tipul** calculatorului utilizat: analogic, digital, hibrid;

- b) **natura** procesului de simulare (în funcție de domeniul în care se operează): proces tehnologic, proces chimic, sistem economic, sistem biologic etc;
- c) **desfășurarea** "fluxului" de semnale în procesul de simulare: continuă, discretă sau mixtă;
- d) **relația** temporală dintre evenimentele din procesul de simulare: desfășurare în timp real, mai rapid sau mai lent decât această modalitate, desfășurare în timp real cu "monitorizare" prin intermediul frecvenței de ceas sau a tactului propriu al procesului de simulare; posibilitatea de modificare a corelațiilor temporale care este foarte importantă pentru unele sisteme de simulat.

Cazurile particulare de simulare rezultă din combinarea categoriilor prezentate mai sus, precum și de modelele utilizate; ca exemple se pot da: simularea continuă și analogică, în timp real a unui sistem mecanic sau simularea discretă și digitală, la modul mai rapid decât cel în timp real a unui sistem economic.

Realizarea unui experiment de simulare este un proces care se desfășoară de obicei în multe etape:

- 1) Formularea problemei.
- 2) Colectarea și prelucrarea primară a datelor.
- 3) Formularea modelului de simulare.
- 4) Estimarea parametrilor caracteristicilor operative din datele reale și a celorlalți parametri de intrare.
- 5) Evaluarea performanțelor modelului și testarea parametrilor.
- 6) Construirea programului de calcul (algoritmul simulării).
- 7) Validarea programului.
- 8) Planificarea experiențelor de simulare.
- 9) Analiza datelor simulate.

6.2 Lungimea roții dințate flexibile cu dublă angrenare funcție de elementele geometrice și de forța de deformație elastică radială.

6.2.1 Determinarea analitică a lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare.

Pentru a determina lungimea roții dințate flexibile în cazul unei transmisii armonice cu dublă angrenare, este necesar să se determine deplasările elastice ale

unui punct de pe suprafața mediană a roții flexibile, care sunt funcție de lungimea roții flexibile și de forța de deformație elastică F_e , (fig.5.3).

În fig. 4.7 se prezintă transmisia armonică dințată cu dublă angrenare.

În acest caz, roata dințată flexibilă lungă se prezintă ca un înveliș cilindric subțire care are grosimea h a peretelui constantă și asupra căreia acționează o forță radială elastică F_e în zonele de angrenare.

Din sistemul de ecuații (5.28), considerăm expresia deplasării radiale w : [79]

$$w = \frac{F_e r^3}{\pi D L} \sum_{n=2,4,6}^{\infty} \frac{n^2 c x \cos n\theta \cos qt}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]} \quad (6.1)$$

Deplasarea radială $w = \delta$, deformația elastică radială a roții dințate flexibile

din condiții geometrice de angrenare este: $\delta = \frac{m k n_u}{2}$

unde: - m este modulul danturii;

- n_u este numărul de unde al generatorului;

- $k = 1, 2, 3, \dots$

Pentru generatorul cu două unde, [79], [125],

$n = 2, q = 2, \cos n\theta = \cos q\theta = 1, c = x = L, \theta = 0$

$$\Rightarrow w = \frac{F_e r^3}{\pi D} \frac{n^2 L}{(n^2 - 1)^2 \left[\frac{n^2 L^2}{3} + 2(1 - \nu)r^2 \right]} \quad (6.2)$$

de unde rezultă ecuația de gradul doi pentru determinarea lungimii L , parte din lungimea $2L$ a roții dințate flexibile duble:

$$\left[\pi D W (n^2 - 1)^2 \frac{n^2}{3} \right] L^2 - (F_e \cdot n^2 r^3) L + 2\pi D W (n^2 - 1)^2 (1 - \nu) r^2 = 0 \quad (6.3)$$

unde: $r = \frac{m z}{2}$;

z = numărul de dinți ai roții dințate flexibile;

$$w = \delta = \frac{m k n_u}{2} \text{ și pentru } k = 1, n_u = 2, \text{ rezultă: } w = \delta = m \quad (6.4)$$

6.2.2 Determinarea lungimii roții dințate flexibile, folosind soluțiile ecuației analitice

Din ecuația de gradul doi (6.3), determinăm rădăcinile L_1 și L_2 funcție de diferite valori ale modului de elasticitate longitudinal (E), ale forței de deformație elastică (F_e), ale grosimii (h) a peretelui roții dințate flexibile și funcție de raza de divizare (r).

Se notează:

$$A = \pi DW (n^2 - 1)^2 \frac{n^2}{3};$$

$$B = -F_e \cdot n^2 r^3;$$

$$C = 2\pi DW (n^2 - 1)^2 (1 - \nu) r^2;$$

$$\Delta = B^2 - 4AC = (F_e \cdot n^2 r^3)^2 - 4(\pi DW)^2 \left[(n^2 - 1)^4 \frac{n^2}{3} 2(1 - \nu) r^2 \right] r^2 \quad (6.5)$$

unde: $D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)};$

h - grosimea peretelui roții dințate flexibile;

r - raza de divizare a roții dințate flexibile;

ν - coeficientul lui Poisson.

6.2.2.1 Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de modulul de elasticitate

Alegerea lungimii roții dințate flexibile depinde de modulul de elasticitate (E) a cărui valoare este funcție de materialul din care este executată roata dințată flexibilă. În general modulul de elasticitate (E) pentru oțeluri este cuprins în intervalul $(2.1 - 2.15) \times 10^5 \text{ N/mm}^2$. Tabelul 6.1 prezintă soluțiile L_1 și L_2 ce au sens fizic ale ecuației (6.3) pentru diferite valori ale modului de elasticitate (E), precum și valorile constantelor D , A , B și C .

Pentru determinarea soluțiilor ecuației s-a folosit programul Excel.

În fig. 6.1, se prezintă grafic variația lungimii L funcție de modulul de elasticitate longitudinal pentru diferite valori ale forței de deformație elastică (F_e). În acest caz $\delta = m = 0.3 \text{ mm}$, $h = 0.75 \text{ mm}$.

Tabelul 6.1

r	H	E	Fe	D	A	B	C	L1	L2	Z
30	0.75	2.1	53	8113	91756	-5724000	86709090	36.47	25.91	200
30	0.75	2.12	53	8190	92630	-5724000	87534891	34.00	27.79	200
30	0.75	2.1	54	8113	91756	-5832000	86709090	39.84	23.72	200
30	0.75	2.12	54	8190	92630	-5832000	87534891	38.26	24.70	200
30	0.75	2.14	54	8268	93503	-5832000	88360692	36.44	25.94	200
30	0.75	2.15	54	8306	93940	-5832000	88773592	35.35	26.73	200
30	0.75	2.1	55	8113	91756	-5940000	86709090	42.50	22.23	200
30	0.75	2.12	55	8190	92630	-5940000	87534891	41.18	22.95	200
30	0.75	2.14	55	8268	93503	-5940000	88360692	39.76	23.77	200
30	0.75	2.15	55	8306	93940	-5940000	88773592	39.00	24.23	200
30	0.75	2.1	56	8113	91756	-6048000	86709090	44.84	21.08	200
30	0.75	2.12	56	8190	92630	-6048000	87534891	43.64	21.66	200
30	0.75	2.14	56	8268	93503	-6048000	88360692	42.39	22.29	200
30	0.75	2.15	56	8306	93940	-6048000	88773592	41.74	22.64	200
30	0.75	2.1	57	8113	91756	-6156000	86709090	46.97	20.12	200
30	0.75	2.12	57	8190	92630	-6156000	87534891	45.85	20.61	200
30	0.75	2.14	57	8268	93503	-6156000	88360692	44.69	21.14	200
30	0.75	2.15	57	8306	93940	-6156000	88773592	44.10	21.43	200
30	0.75	2.1	58	8113	91756	-6264000	86709090	48.97	19.30	200
30	0.75	2.12	58	8190	92630	-6264000	87534891	47.89	19.73	200
30	0.75	2.14	58	8268	93503	-6264000	88360692	46.80	20.19	200
30	0.75	2.15	58	8306	93940	-6264000	88773592	46.25	20.43	200
30	0.75	2.1	59	8113	91756	-6372000	86709090	50.87	18.58	200
30	0.75	2.12	59	8190	92630	-6372000	87534891	49.82	18.97	200
30	0.75	2.14	59	8268	93503	-6372000	88360692	48.77	19.38	200
30	0.75	2.15	59	8306	93940	-6372000	88773592	48.24	19.59	200
30	0.75	2.1	60	8113	91756	-6480000	86709090	52.69	17.94	200
30	0.75	2.12	60	8190	92630	-6480000	87534891	51.67	18.29	200
30	0.75	2.14	60	8268	93503	-6480000	88360692	50.64	18.66	200
30	0.75	2.15	60	8306	93940	-6480000	88773592	50.13	18.85	200

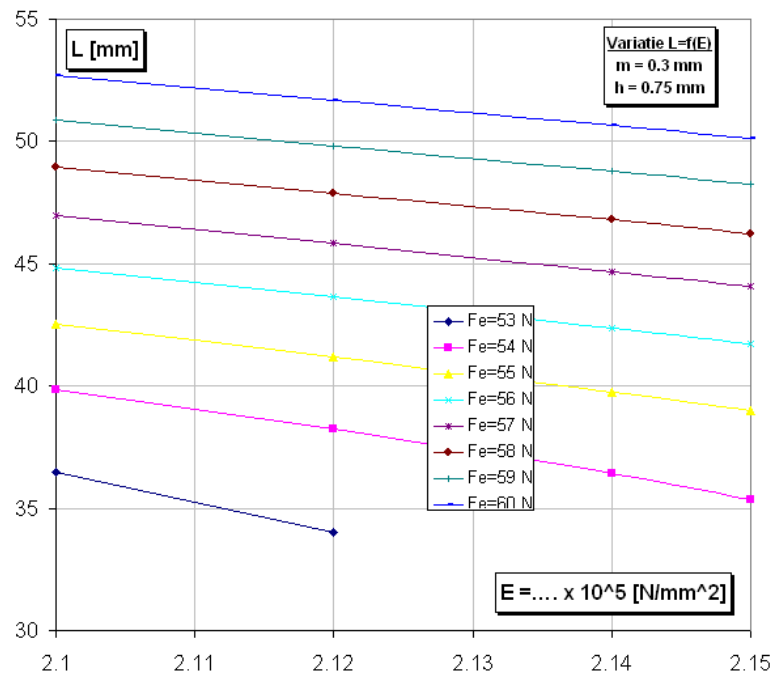


Fig. 6.1

6.2.2.2 Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de forța de deformație elastică

Din relația (6.3) se observă că lungimea roții dințate flexibile duble, depinde și de forța de deformației elastică (F_e) necesară realizării deformației radiale δ în vederea unei bune angrenări. În tabelul (6.2) sunt trecute soluțiile L_1 și L_2 ce au sens fizic ale ecuației (6.3), funcție de valorile forței de deformație elastică, precum și valorile constantelor D , A , B și C . În fig. 6.2 este prezentat graficul variației lungimii L a roții dințate flexibile duble, funcție de forța de deformație elastică (F_e). Pentru acest caz, $\delta = m = 0,3\text{ mm}$; $r = 30\text{ mm}$; $E = 2,1 \times 10^5\text{ N/mm}^2$.

Tabel 6.2

M	r	H	E	Fe	D	A	B	C	L1	L2	Z
0.3	30	0.5	2.1	53	2404	27187	-5724000	25691582.23	205.95	4.59	200
0.3	30	0.6	2.1	53	4154	46979	-5724000	44395054.09	113.52	8.32	200
0.3	30	0.7	2.1	53	6596	74601	-5724000	70497701.64	61.32	15.41	200
0.3	30	0.75	2.1	53	8113	91756	-5724000	86709090.02	36.47	25.91	200
0.3	30	0.5	2.1	54	2404	27187	-5832000	25691582.23	210.02	4.50	200
0.3	30	0.6	2.1	54	4154	46979	-5832000	44395054.09	115.99	8.15	200
0.3	30	0.7	2.1	54	6596	74601	-5832000	70497701.64	63.23	14.95	200
0.3	30	0.75	2.1	54	8113	91756	-5832000	86709090.02	39.84	23.72	200
0.3	30	0.5	2.1	55	2404	27187	-5940000	25691582.23	214.07	4.41	200
0.3	30	0.6	2.1	55	4154	46979	-5940000	44395054.09	118.46	7.98	200
0.3	30	0.7	2.1	55	6596	74601	-5940000	70497701.64	65.11	14.51	200
0.3	30	0.75	2.1	55	8113	91756	-5940000	86709090.02	42.50	22.23	200
0.3	30	0.5	2.1	55	2404	27187	-5940000	25691582.23	214.07	4.41	200
0.3	30	0.6	2.1	55	4154	46979	-5940000	44395054.09	118.46	7.98	200
0.3	30	0.7	2.1	55	6596	74601	-5940000	70497701.64	65.11	14.51	200
0.3	30	0.75	2.1	55	8113	91756	-5940000	86709090.02	42.50	22.23	200
0.3	30	0.5	2.1	56	2404	27187	-6048000	25691582.23	218.13	4.33	200
0.3	30	0.6	2.1	56	4154	46979	-6048000	44395054.09	120.92	7.81	200
0.3	30	0.7	2.1	56	6596	74601	-6048000	70497701.64	66.96	14.11	200
0.3	30	0.75	2.1	56	8113	91756	-6048000	86709090.02	44.84	21.08	200
0.3	30	0.5	2.1	57	2404	27187	-6156000	25691582.23	222.18	4.25	200
0.3	30	0.6	2.1	57	4154	46979	-6156000	44395054.09	123.38	7.66	200
0.3	30	0.7	2.1	57	6596	74601	-6156000	70497701.64	68.78	13.74	200
0.3	30	0.75	2.1	57	8113	91756	-6156000	86709090.02	46.97	20.12	200
0.3	30	0.5	2.1	58	2404	27187	-6264000	25691582.23	226.23	4.18	200
0.3	30	0.6	2.1	58	4154	46979	-6264000	44395054.09	125.83	7.51	200
0.3	30	0.7	2.1	58	6596	74601	-6264000	70497701.64	70.58	13.39	200
0.3	30	0.75	2.1	58	8113	91756	-6264000	86709090.02	48.97	19.30	200
0.3	30	0.5	2.1	59	2404	27187	-6372000	25691582.23	230.27	4.10	200
0.3	30	0.6	2.1	59	4154	46979	-6372000	44395054.09	128.27	7.37	200
0.3	30	0.7	2.1	59	6596	74601	-6372000	70497701.64	72.35	13.06	200
0.3	30	0.75	2.1	59	8113	91756	-6372000	86709090.02	50.87	18.58	200
0.3	30	0.5	2.1	60	2404	27187	-6480000	25691582.23	234.32	4.03	200
0.3	30	0.6	2.1	60	4154	46979	-6480000	44395054.09	130.70	7.23	200
0.3	30	0.7	2.1	60	6596	74601	-6480000	70497701.64	74.11	12.75	200
0.3	30	0.75	2.1	60	8113	91756	-6480000	86709090.02	52.69	17.94	200

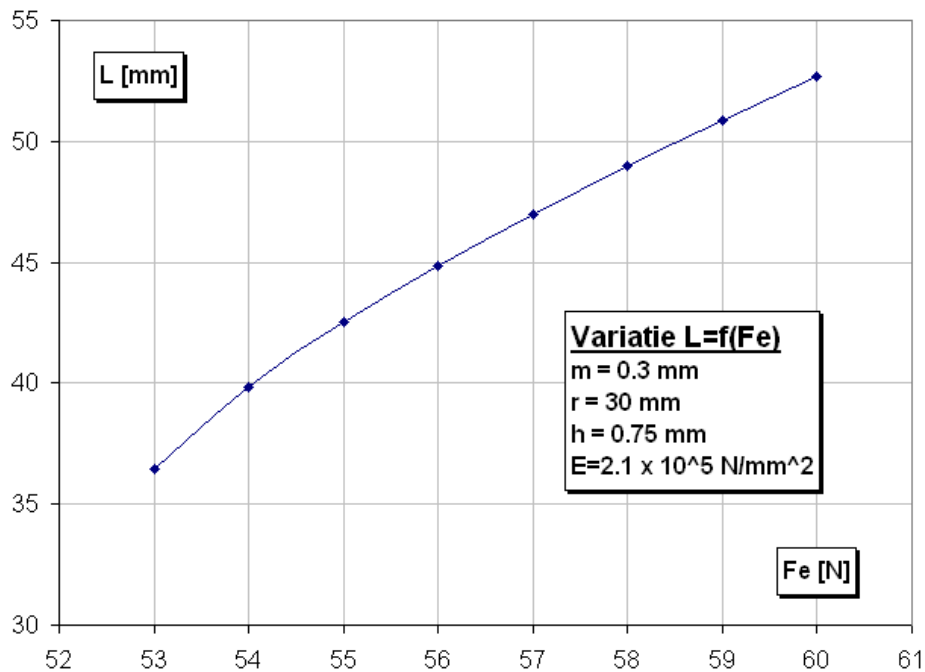


Fig. 6.2

6.2.2.3 Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de grosimea peretelui roții dințate flexibile.

Din relația (6.3), observăm că lungimea roții dințate depinde de rigiditatea D la încovoiere, respectiv de grosimea (h) a peretelui roții dințate flexibile. În tabelul (6.3) sunt prezentate soluțiile L_1 și L_2 cu sens fizic a ecuației (6.3), funcție de grosimea roții dințate flexibile duble precum și constantele D , A , B și C . În fig. 6.3 se prezintă graficul variației lungimii roții dințate flexibile, funcție de grosimea roții dințate flexibile duble pentru diferite valori ale forței de deformație elastică. Se admite: $\delta = m = 0,3\text{ mm}; E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$.

Tabel 6.3

M	r	H	E	Fe	D	A	B	C	L1	L2	Z
0.3	30	0.5	2.1	53	2404	27186.86	-5724000	25691582	205.95	4.59	200
0.3	30	0.6	2.1	53	4154	46978.89	-5724000	44395054	113.52	8.32	200
0.3	30	0.7	2.1	53	6596	74600.74	-5724000	70497702	61.32	15.41	200
0.3	30	0.75	2.1	53	8113	91755.65	-5724000	86709090	36.47	25.91	200
0.3	30	0.5	2.1	54	2404	27186.86	-5832000	25691582	210.02	4.50	200
0.3	30	0.6	2.1	54	4154	46978.89	-5832000	44395054	115.99	8.15	200
0.3	30	0.7	2.1	54	6596	74600.74	-5832000	70497702	63.23	14.95	200
0.3	30	0.75	2.1	54	8113	91755.65	-5832000	86709090	39.84	23.72	200
0.3	30	0.5	2.1	55	2404	27186.86	-5940000	25691582	214.07	4.41	200
0.3	30	0.6	2.1	55	4154	46978.89	-5940000	44395054	118.46	7.98	200
0.3	30	0.7	2.1	55	6596	74600.74	-5940000	70497702	65.11	14.51	200
0.3	30	0.75	2.1	55	8113	91755.65	-5940000	86709090	42.50	22.23	200
0.3	30	0.5	2.1	56	2404	27186.86	-6048000	25691582	218.13	4.33	200
0.3	30	0.6	2.1	56	4154	46978.89	-6048000	44395054	120.92	7.81	200
0.3	30	0.7	2.1	56	6596	74600.74	-6048000	70497702	66.96	14.11	200
0.3	30	0.75	2.1	56	8113	91755.65	-6048000	86709090	44.84	21.08	200
0.3	30	0.5	2.1	57	2404	27186.86	-6156000	25691582	222.18	4.25	200
0.3	30	0.6	2.1	57	4154	46978.89	-6156000	44395054	123.38	7.66	200
0.3	30	0.7	2.1	57	6596	74600.74	-6156000	70497702	68.78	13.74	200
0.3	30	0.75	2.1	57	8113	91755.65	-6156000	86709090	46.97	20.12	200
0.3	30	0.5	2.1	58	2404	27186.86	-6264000	25691582	226.23	4.18	200
0.3	30	0.6	2.1	58	4154	46978.89	-6264000	44395054	125.83	7.51	200
0.3	30	0.7	2.1	58	6596	74600.74	-6264000	70497702	70.58	13.39	200
0.3	30	0.75	2.1	58	8113	91755.65	-6264000	86709090	48.97	19.30	200
0.3	30	0.5	2.1	59	2404	27186.86	-6372000	25691582	230.27	4.10	200
0.3	30	0.6	2.1	59	4154	46978.89	-6372000	44395054	128.27	7.37	200
0.3	30	0.7	2.1	59	6596	74600.74	-6372000	70497702	72.35	13.06	200
0.3	30	0.75	2.1	59	8113	91755.65	-6372000	86709090	50.87	18.58	200
0.3	30	0.5	2.1	60	2404	27186.86	-6480000	25691582	234.32	4.03	200
0.3	30	0.6	2.1	60	4154	46978.89	-6480000	44395054	130.70	7.23	200
0.3	30	0.7	2.1	60	6596	74600.74	-6480000	70497702	74.11	12.75	200
0.3	30	0.75	2.1	60	8113	91755.65	-6480000	86709090	52.69	17.94	200

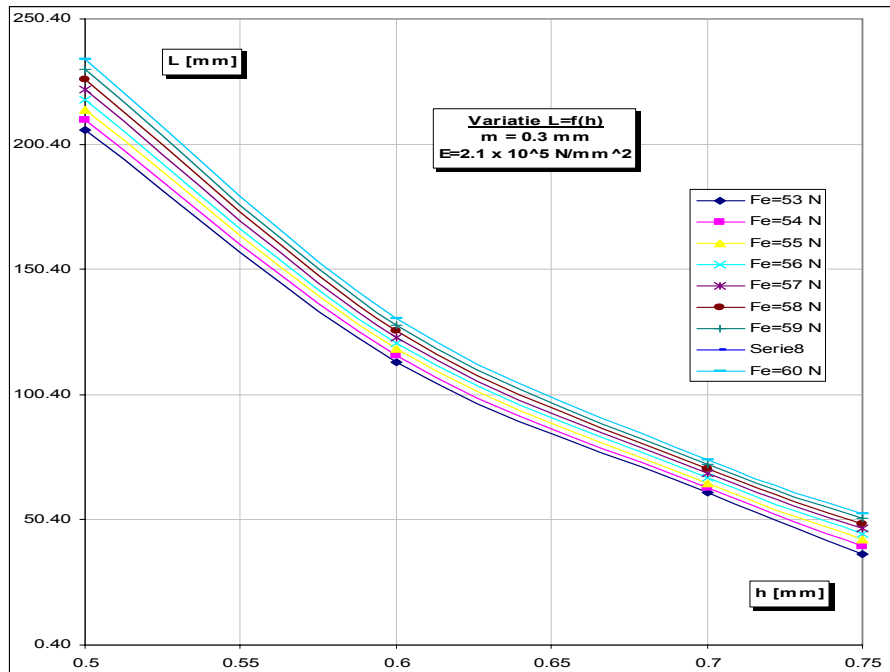


fig. 6.3

6.2.2.4 Determinarea lungimii roții dințate flexibile cu dublă angrenare, funcție de raza de divizare.

Lungimea roții dințate flexibile duble, depinde și de raza fibrei medii a tubului cu pereți subțiri, respectiv de raza de divizare a roții dințate flexibile duble. Raza de divizare a roții dințate duble, se calculează în funcție de momentul de torsiune transmis în vederea asigurării unei bune funcționări a transmisiei armonice. În tabelul (6.4) se prezintă soluțiile L_1 , L_2 cu sens fizic a ecuației (6.3), precum și constantele D , A , B și C . În fig. 6.4 este prezentat graficul variației lungimii L a roții dințate flexibile duble funcție de raza de divizare a acesteia la diferite valori ale forței radiale de deformație elastică. Se admite:

$$\delta = m = 0.3 \text{ mm}; h = 0.75 \text{ mm}; E = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$$

Tabel 6.4

M	r	h	E	Fe	D	A	B	C	L1	L2	Z
0.3	30	0.75	2.1	53	8113	91755.65	-5724000	86709090	36.47	25.91	200
0.3	30.3	0.75	2.1	53	8113	91755.65	-5897443	88451943	40.43	23.84	202
0.3	30.6	0.75	2.1	53	8113	91755.65	-6074355	90212137	43.71	22.50	204
0.3	29.7	0.75	2.1	54	8113	91755.65	-5658784	84983579	35.80	25.87	198
0.3	30	0.75	2.1	54	8113	91755.65	-5832000	86709090	39.84	23.72	200
0.3	30.3	0.75	2.1	54	8113	91755.65	-6008715	88451943	43.14	22.35	202
0.3	30.6	0.75	2.1	54	8113	91755.65	-6188965	90212137	46.14	21.31	204
0.3	29.4	0.75	2.1	55	8113	91755.65	-5590680	83275410	35.00	25.93	196
0.3	29.7	0.75	2.1	55	8113	91755.65	-5763576	84983579	39.17	23.65	198
0.3	30	0.75	2.1	55	8113	91755.65	-5940000	86709090	42.50	22.23	200
0.3	30.3	0.75	2.1	55	8113	91755.65	-6119988	88451943	45.52	21.18	202
0.3	30.6	0.75	2.1	55	8113	91755.65	-6303576	90212137	48.38	20.32	204
0.3	29.4	0.75	2.1	56	8113	91755.65	-5692329	83275410	38.41	23.63	196
0.3	29.7	0.75	2.1	56	8113	91755.65	-5868368	84983579	41.80	22.16	198
0.3	30	0.75	2.1	56	8113	91755.65	-6048000	86709090	44.84	21.08	200
0.3	30.3	0.75	2.1	56	8113	91755.65	-6231260	88451943	47.70	20.21	202
0.3	30.6	0.75	2.1	56	8113	91755.65	-6418186	90212137	50.47	19.48	204
0.3	29.4	0.75	2.1	57	8113	91755.65	-5793978	83275410	41.02	22.12	196
0.3	29.7	0.75	2.1	57	8113	91755.65	-5973161	84983579	44.09	21.01	198
0.3	30	0.75	2.1	57	8113	91755.65	-6156000	86709090	46.97	20.12	200
0.3	30.3	0.75	2.1	57	8113	91755.65	-6342533	88451943	49.75	19.38	202
0.3	30.6	0.75	2.1	57	8113	91755.65	-6532796	90212137	52.45	18.74	204
0.3	29.4	0.75	2.1	58	8113	91755.65	-5895627	83275410	43.29	20.97	196
0.3	29.7	0.75	2.1	58	8113	91755.65	-6077953	84983579	46.19	20.05	198
0.3	30	0.75	2.1	58	8113	91755.65	-6264000	86709090	48.97	19.30	200
0.3	30.3	0.75	2.1	58	8113	91755.65	-6453805	88451943	51.69	18.65	202
0.3	30.6	0.75	2.1	58	8113	91755.65	-6647407	90212137	54.36	18.09	204
0.3	29.4	0.75	2.1	59	8113	91755.65	-5997275	83275410	45.35	20.01	196
0.3	29.7	0.75	2.1	59	8113	91755.65	-6182745	84983579	48.15	19.24	198
0.3	30	0.75	2.1	59	8113	91755.65	-6372000	86709090	50.87	18.58	200
0.3	30.3	0.75	2.1	59	8113	91755.65	-6565078	88451943	53.55	18.00	202
0.3	30.6	0.75	2.1	59	8113	91755.65	-6762017	90212137	56.20	17.49	204
0.3	29.4	0.75	2.1	60	8113	91755.65	-6098924	83275410	47.27	19.20	196
0.3	29.7	0.75	2.1	60	8113	91755.65	-6287538	84983579	50.00	18.52	198
0.3	30	0.75	2.1	60	8113	91755.65	-6480000	86709090	52.69	17.94	200
0.3	30.3	0.75	2.1	60	8113	91755.65	-6676350	88451943	55.34	17.42	202
0.3	30.6	0.75	2.1	60	8113	91755.65	-6876628	90212137	57.99	16.95	204

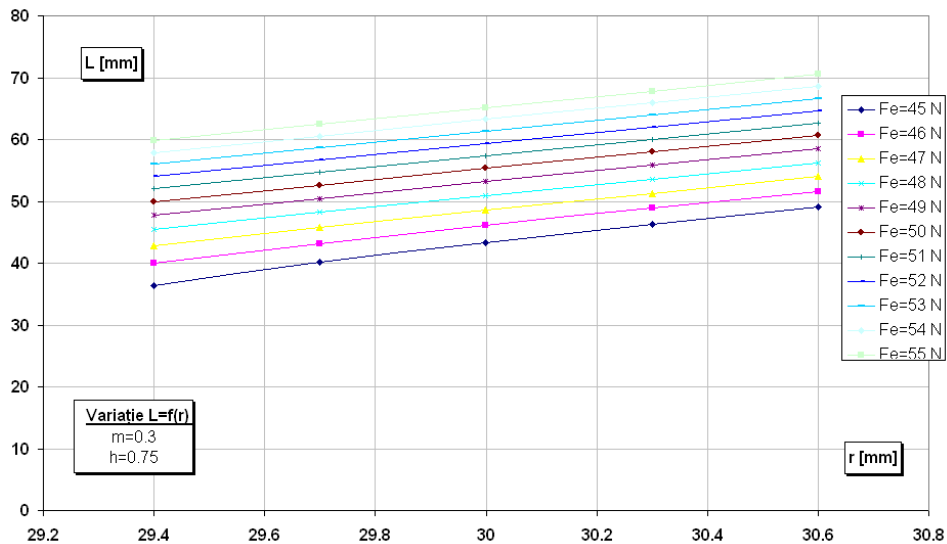


Fig. 6.4

6.3 Verificarea soluțiilor ecuației lungimii roții dințate flexibile folosind simularea cu element finit

6.3.1. Aspecte generale

Pentru verificarea rezultatelor obținute prin metoda analitică a lungimii roții dințate flexibile, se realizează simularea numerică a roții dințate flexibile utilizată la o transmisie armonică dințată cu dublă angrenare. În calculul numeric, roata dințată flexibilă se modelează printr-un cilindru, definit prin raza $r=30$ mm și grosimea peretelui constantă $h=0.75$ mm, fig. 6.5. Studiul va fi realizat pentru mai multe variante de lungimi ale roții $2L$, considerând următoarele valori pentru parametrul L : 25, 22.5, 20 respectiv 17.5 mm.

Parametrii care influențează comportarea elastică a roții dințate flexibile sunt: modulul angrenajului „ m ”, modulul de elasticitate longitudinal „ E ”, grosimea peretelui roții dințate flexibile „ h ”, raza de divizare „ r ” și forța de deformație elastică „ Fe ”, rezultată din acțiunea discurilor generatorului de unde care acționează asupra roții dințate flexibile. Analiza va fi efectuată pentru modulul $m = 0.3$ [mm] și numărul de dinți $z = 200$.

Pe suprafața cilindrului s-au marcat 8 puncte caracteristice, în care vor fi măsurate deformațiile rezultate din simularea numerică, fig. 6.5. Obiectivul studiului

este de a calcula deformațiile la capătul opus al roții, în zonele 6 și 8, defazate cu 90° față de zonele 1 și 3, în care se va impune valoarea inițială a deplasării radiale. De asemenea se va determina forța de deformație elastică prin simulare.

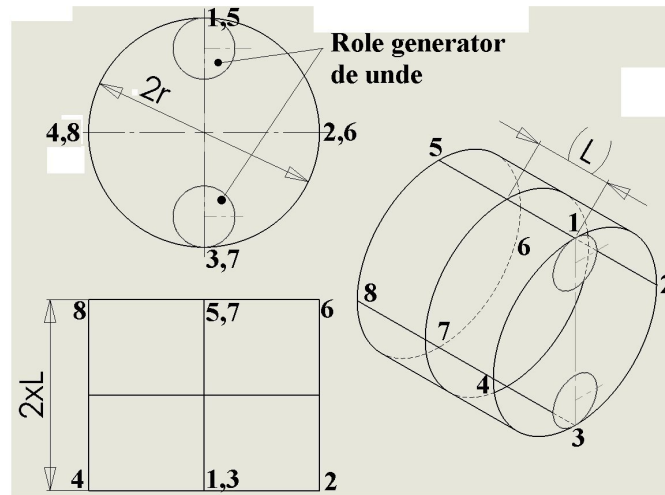


Fig. 6.5 Geometria roții flexibile de lungime totala 2L

6.3.2. Etapele simulării numerice

Simularea numerică a inclus următoarele etape:

- generarea geometriei 3D a roții dințate flexibile și a discurilor generatorului de unde;
- geometria a fost modelată prin suprafețe în programul CAD *SolidWorks*;
- crearea studiului de analiză;
- alocarea materialului din biblioteca de materiale;
- aplicarea restrângerilor;
- discretizarea în elemente finite;
- calculul propriu-zis prin modulul *SolidWorks Simulation*;
- vizualizarea și analiza rezultatelor.

6.3.2.1 Tipul de analiză

Calculul a fost efectuat prin metoda elementului finit utilizând programul *SolidWorks Simulation*, în domeniul elastic.

Analiza unui model sau ansamblu poate fi efectuată pe mai multe variante ce diferă una de alta prin tipurile și valorile condițiilor impuse (restrângeri, încărcări, materiale, tipuri de discretizare etc.). Pentru o geometrie dată, se pot realiza mai multe studii, fiecare dintre acestea fiind identificate printr-un tip de analiză asociată studiului și prin numele acestuia. Conceptul de studiu de analiză constă într-o analiză pentru valori fixate ale condițiilor impuse:

- tip de analiză și opțiuni asociate;
- materiale;
- un set de încărcări și restrângeri;
- un tip de discretizare.

Modificarea oricăreia din aceste caracteristici se poate realiza, dar noua analiză va înlocui rezultatele analizei anterioare. Ca alternativă, se poate crea un nou studiu de analiză, în care se preiau caracteristicile studiului anterior și modifica numai caracteristicile necesare; în această a doua variantă, rezultatele noului studiu sunt generate în paralel cu cele ale primului studiu și se poate realiza o analiză comparativă a acestora. De exemplu, se pot crea două studii identice, care diferă numai prin valoarea încărcării aplicate. Rezultatele fiecărei analize sunt memorate în fișiere separate, a căror denumire este generată după următoarea regulă: la numele fișierului geometriei se adaugă numele studiului de analiză.

La aplicarea unor încărcări asupra unui corp, acesta se deformează și efectul forțelor este transmis întregului corp. Astfel, forțele externe vor induce în corp forțe interne și reacțiuni astfel încât starea finală a corpului va fi o stare de echilibru. Analiză statică lineară calculează deplasări (*displacement*), alungiri (*strains*), tensiuni (*stress*) și forțe de reacțiune (*reaction forces*) sub efectul încărcărilor aplicate asupra modelului. Analiza statică lineară operează cu următoarele două ipoteze:

- caracterul static al aplicării încărcărilor – toate încărcările sunt aplicate încet și gradual, până la atingerea valorii maxime a acestora, după care rămân constante în timp. Această ipoteză permite neglijarea efectelor inerțiale și vibratoare, prin neglijarea micilor accelerații și viteze. Încărcări variabile în timp pot induce forțe suplimentare, care pot fi analizate numai prin analiză dinamică;
- ipoteza linearității – relația dintre încărcări și răspunsul indus în corp este lineară; de exemplu, la dublarea încărcării, răspunsul corpului

(deplasări, alungiri, tensiuni) se va dubla de asemenea; această ipoteză poate fi utilizată dacă:

- materialele atribuite modelului respectă legea lui Hook: tensiunea este direct proporțională cu alungirea;
- deplasările rezultate sunt suficient de mici pentru a ignora modificările de rigiditate rezultate ca efect al încărcărilor;
- condițiile de frontieră nu variază pe durata aplicării încărcărilor; forțele trebuie să fie constante ca valoare, direcție și distribuție și nu se pot modifica pe durata deformării modelului.

Activarea modului *SolidWorks Simulation* se realizează din meniul activat prin icoana *Office Products*, fig. 6.6. Din trusa de instrumente *Simulation* se va activa icoana *New Study* pentru a crea un nou studiu de analiză statică, fig. 6.7. Se va activa opțiunea *Static*, iar în câmpul rezervat *Name* se va introduce numele studiului *Study 1*.

Structura noul studiu creat este exemplificată în fig. 6.8. Elementele acestuia sunt reprezentate prin icoane specifice. În cazul acestei simulări, *CILINDRU* reprezintă numele fișierului geometriei, *Surface Body 1* reprezintă suprafața cilindrului, iar *Surface Body 2* și *Surface Body 3* reprezintă suprafețele discurilor generatorului de unde.

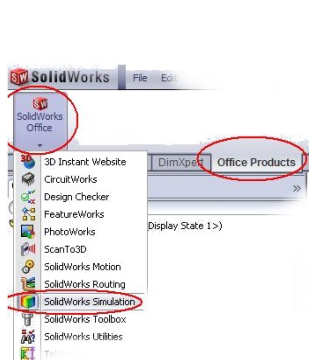


Fig. 6.6 Activare modul SolidWorks Simulation

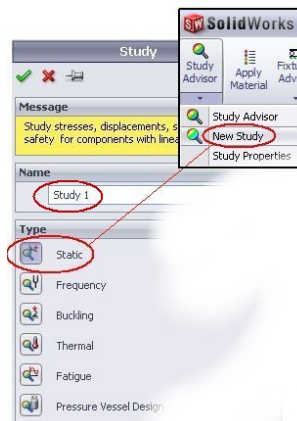


Fig. 6.7 Creare studiu de analiză statică

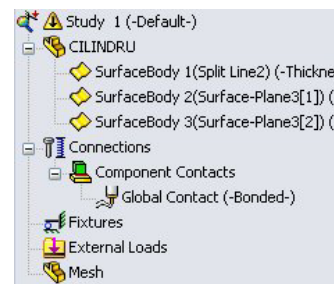


Fig. 6.8 Structura studiului

6.3.2.2 Selecția materialelor

Materialul utilizat în calcule este oțel, preluat din biblioteca programului SolidWorks și are caracteristicile prezentate în tabelul 6.5. Acest material va fi atribuit celor trei elemente ale geometriei: suprafața cilindrului și cele două discuri ale generatorului de unde, prin selecția opțiunii *Apply Material to All Bodies*, selectată din meniul contextual, activat prin buton dreapta mouse pe intrarea *CILINDRU*, fig. 6.8; din fereastra *Material* va fi selectat materialul *Alloy Steel*. Comportarea materialului este dictată de următoarele ipoteze:

- constant – proprietățile sunt independente de temperatură;
- omogenitate – proprietățile sunt identice în tot volumul geometriei;
- isotropic – proprietățile materialului sunt identice în toate direcțiile.

Tabel 6.5

Nume material	Alloy Steel	
Modul de elasticitate	2.1e+011	N/m ²
Coefficientul lui Poisson	0.28	-
Shear Modulus	7.9e+010	N/m ²
Densitate	7700	kg/m ³
Rezistența la rupere	723825600	N/m ²
Limita de curgere	620422000	N/m ²

6.3.2.3 Aplicarea restrângerilor

Asupra unei geometrii trebuie aplicate restrângeri care să prevină mișcarea modelului analizat. Aplicarea restrângerilor se declanșează prin intermediul icoanei *Fixtures* din structura studiului, fig. 6.8. Din meniul contextual, activat prin buton dreapta mouse pe intrarea *Fixtures*, se va selecta opțiunea *Fixed Geometry*.

Asupra geometriei vor fi aplicate următoarele tipuri de restrângeri:

- deplasări radiale nule pe cercul median al cilindrului, fig. 6.9;
- deplasări radiale de valoare constantă, la un capăt al roții dințate flexibile în zonele 1 respectiv 3; aceste deplasări radiale trebuie să fie egale cu deformația radială δ necesară unei angrenări corecte a dinților angrenajului, ceea ce impune pentru un generator cu două unde, egalitatea deplasării radiale cu modulul danturii $m=0.3\text{mm}$; deplasările vor fi aplicate pe cele două suprafețe ale discurilor

6.3- Verificarea soluțiilor ecuației lungimii roții dințate flexibile folosind simularea cu element finit 101

generatorului de unde; pentru a evita înclinarea acestor suprafețe se impune suplimentar și deplasare axială nulă; fig. 6.9 exemplifică aplicarea acestor restrângeri pe suprafața discului superior; același tip de restrângeri se va aplica și pe discul inferior, diferind doar direcția deplasării radiale.

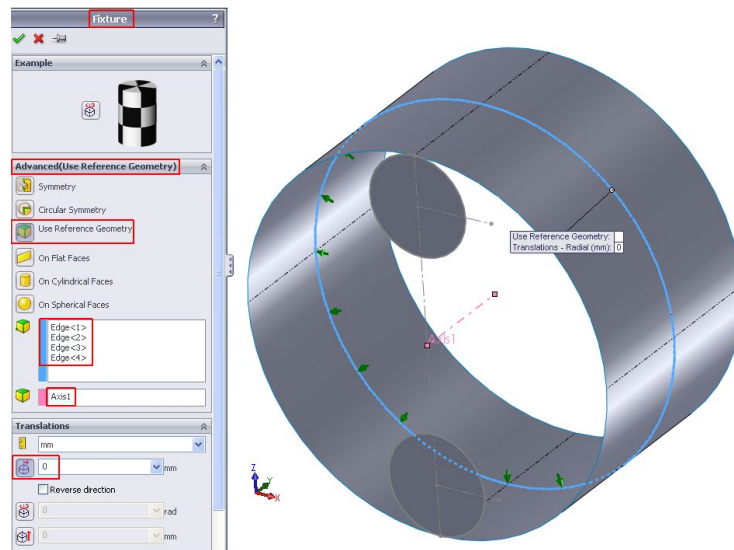


Fig. 6.9

6.3.2.4 Discretizarea în elemente finite

Metoda elementului finit este o metodă numerică de analiză și simulare a proceselor și fenomenelor tehnice. Ideea de bază a metodei constă în divizarea modelului geometric în elemente finite conectate în punctele comune (noduri). Astfel, întregul model este privit în cadrul analizei ca o rețea de elemente discrete interconectate.

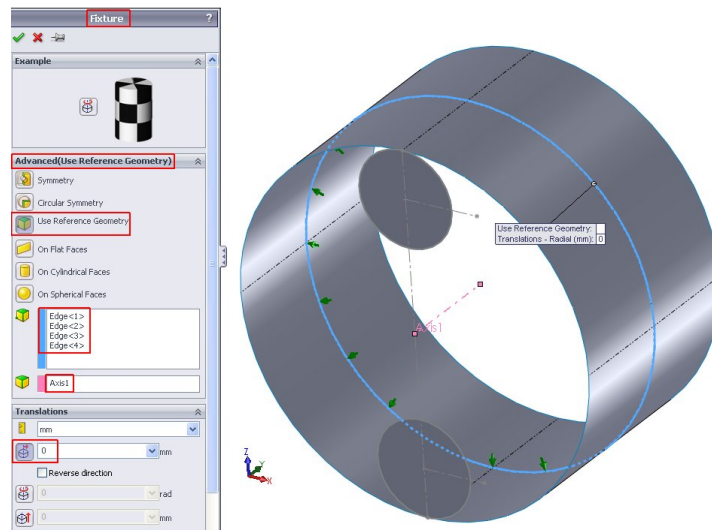


Fig. 6.10

Metoda se bazează pe ideea comportării variabile a fiecărui element funcție de condiții particulare și calculează comportarea întregului model pe baza informațiilor preluate de la elementele finite care compun modelul. În această metodă operația de discretizare este un pas deosebit de important. *SolidWorks Simulation* realizează automat divizarea modelului geometric în elemente finite, operația fiind denumită discretizare (*mesh*). Discretizarea se realizează pornind inițial de la o valoare globală a mărimii elementelor finite, valoare rezultată din volumul, suprafața și alte detalii geometrice ale modelului.

Rezultatul final al discretizării (numărul de noduri și de elemente finite generate) depind de geometria și dimensiunile modelului, de calitatea elementului impus (*draft* – grosier sau *high* - fin), de mărimea elementului, de toleranțe impuse pentru discretizare, de condiții de discretizare locale și de condiții de contact specificate. Pentru calcule inițiale se recomandă generarea unor discretizări cu mărimi grosiere ale elementului finit pentru obținerea rapidă a unor soluții incipiente, iar în fazele finale ale analizelor discretizările trebuie realizate cu mărimi fine ale elementelor finite, pentru a crește precizia soluțiilor finale generate prin această metodă.

Teoretic, toate modelele pot fi create și analizate ca modele solide. În practică însă o problemă 3D poate fi mult simplificată prin aproximare cu modele *shell* sau *planare*, fără concesii majore privind precizia de calcul. Astfel, elementele

de tip *shell* sunt recomandate pentru modele subțiri și de grosime constantă. Utilizarea modelelor solide conduce, în aceste cazuri, la un număr foarte mare de elemente finite, ceea ce mărește foarte mult timpul de calcul și necesită o configurație hardware puternică.

Geometria roții dințate flexibile impune modelarea prin elemente de tip *shell*, datorită grosimii uniforme și a pereților subțiri. Definiția grosimii se realizează prin opțiunea *Edit Definition*, preluată din meniul contextual activat pe buton dreapta mouse pe fiecare dintre cele trei suprafețe subordonate intrării *CILINDRU*, din structura studiului, fig. 6.8.

Astfel, pentru *Surface Body 1*, care reprezintă suprafața cilindrului, se va specifica grosimea 0.75 mm, iar pentru suprafețele discurilor, *Surface Body 2* și *Surface Body 3*, se va specifica grosimea 3 mm.

Figura 6.11 exemplifică discretizarea geometriei în elemente finite.

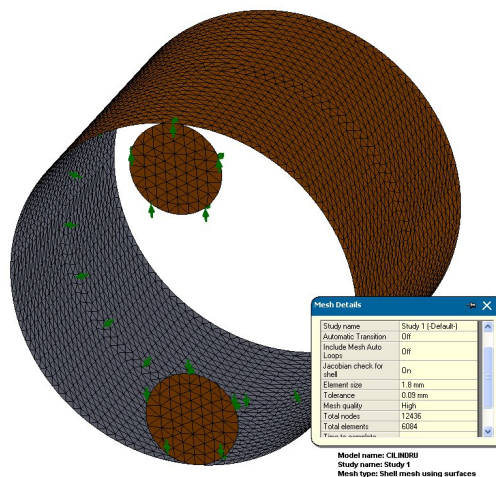


Fig. 6.11

6.3.3 Rezultate ale simulării numerice

Rezultatele simulării numerice sunt sintetizate valoric în tabelul 6.6, prin valorile deformațiilor rezultate în cele 8 puncte caracteristice ale suprafeței cilindrice, pentru cele 4 variante de lungimi impuse ale cilindrului.

Tabel 6.6

Punct de măsură	1	2	3	4	5	6	7	8
Lungime totală 2xL	$\delta_{\text{radial 1}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 2}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 3}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 4}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 5}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 6}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 7}}$ [mm]	$\delta_{\text{radial 8}}$ [mm]
2x25	0.3	-0.252	0.3	-0.252	-0.282	0.252	-0.282	0.254
2x22.5	0.3	-0.252	0.3	-0.251	-0.284	0.251	-0.284	0.252
2x20	0.3	-0.250	0.3	-0.250	-0.286	0.248	-0.284	0.250
2x17.5	0.3	-0.248	0.3	-0.248	-0.288	0.246	-0.288	0.247

Rezultatele sunt prezentate grafic în figurile 6.13...6.16 pentru lungimea totală $L_{\text{total}}=2 \times 25 = 50$ mm, respectiv figurile 6.16...6.20 pentru lungimile $L_{\text{total}}=2 \times 22.5$, 2×20 respectiv 2×17.5 mm.

Fig. 6.21 exemplifică deformata roții cilindrice, evidențiind zonele de întindere: 1, 3, 6, 8 respectiv compresiune: 2, 4, 5, 7.

Pentru roata cilindrica cu lungimea totală $L_{\text{total}}=2 \times 25 = 50$ mm:

- fig. 6.13 prezintă grafic deformațiile și reacțiunile rezultate;
- fig. 6.14 și 6.15 prezintă punctele de măsură pe direcțiile 1-5 respectiv 2-6;
- fig. 6.16 și 6.17 prezintă variația deformației pe direcțiile 1-5 respectiv 2-6.

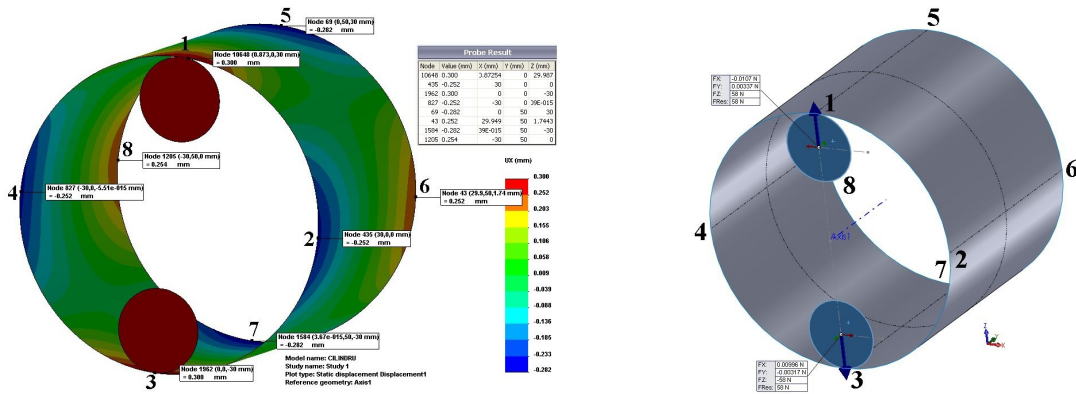


Fig. 6.13 Deformații și reacțiuni pentru roata cilindrica cu Lungime totală $L_{\text{total}}=2 \times 25 = 50$ mm

6.3- Verificarea soluțiilor ecuației lungimii roții dințate flexibile folosind simularea cu element finit 105

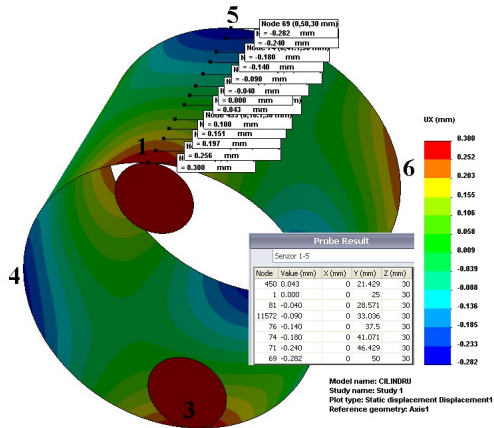


Fig. 6.14 Puncte de măsură deformații pe direcția 1-5 pentru roata cilindrica cu lungime totala $L_{total}=2 \times 25 = 50$ mm

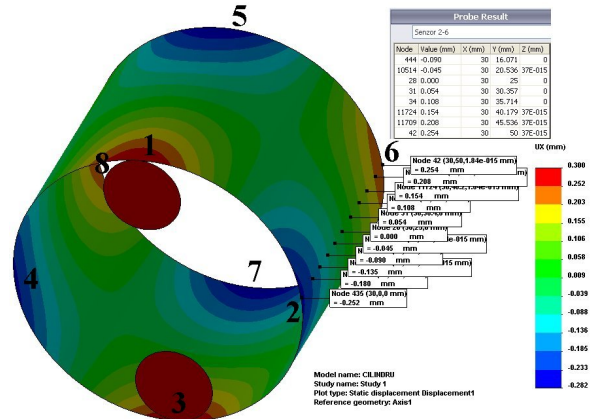


Fig. 6.15 Puncte de măsură deformații pe direcția 2-6 pentru roata cilindrica cu lungime totala $L_{total}=2 \times 25 = 50$ mm

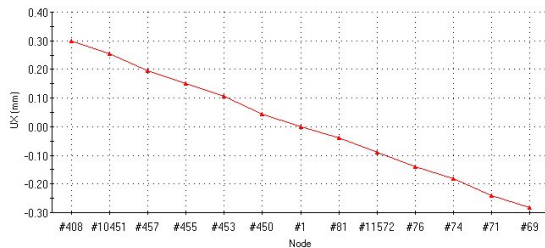


Fig. 6.16 Evoluție deformații pe direcția 1-5 pentru roata cilindrica cu lungime totala $L_{total}=2 \times 25 = 50$ mm

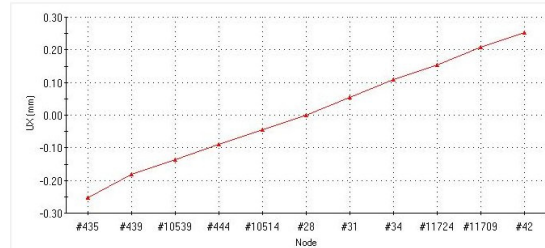


Fig. 6.17 Evoluție deformații pe direcția 2-6 pentru roata cilindrica cu lungime totala $L_{total}=2 \times 25 = 50$ mm

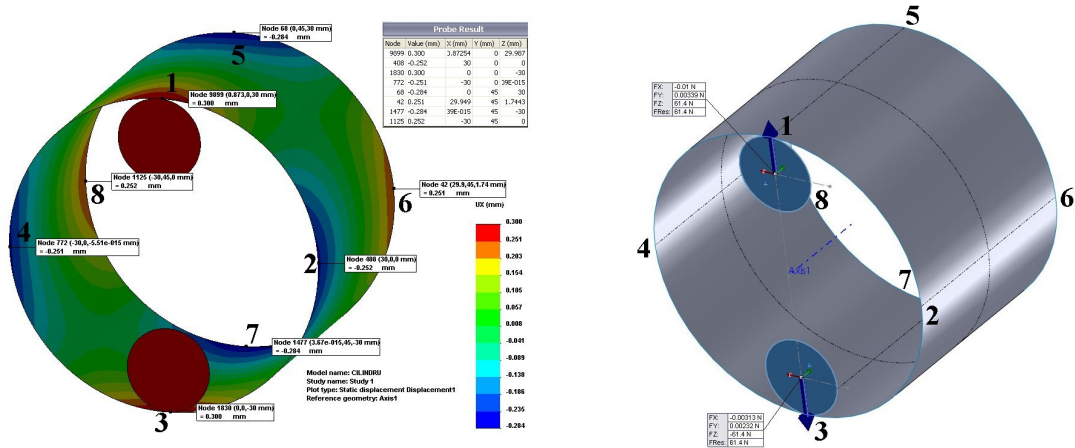


Fig. 6.18 Deformații și reacțiuni pentru roata cilindrică cu lungime totală $L_{total}=2 \times 22.5 = 45$ mm

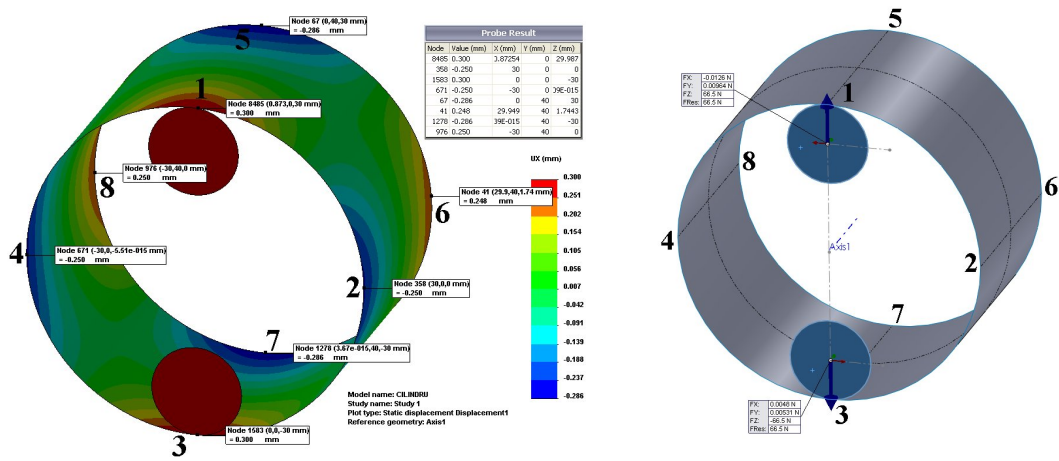


Fig. 6.19 Deformații și reacțiuni pentru roata cilindrică cu Lungime totală $L_{total}=2 \times 20 = 40$ mm

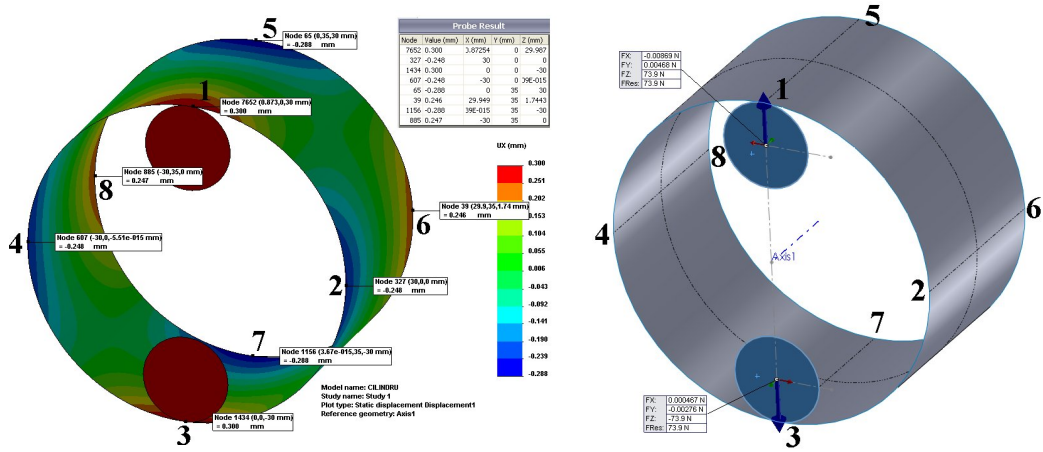
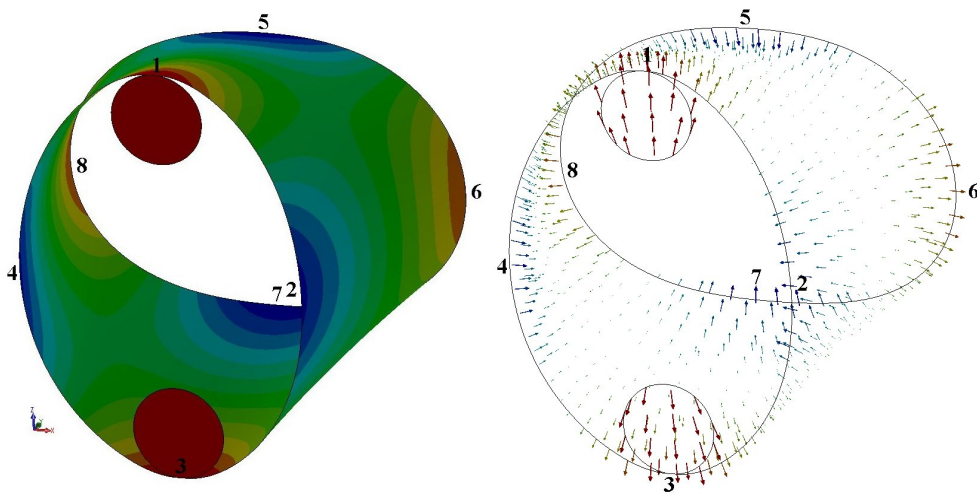


Fig. 6.20 Deformații și reacțiuni pentru roata cilindrică cu lungime totală $L_{total} = 2 \times 17.5 = 35$ mm



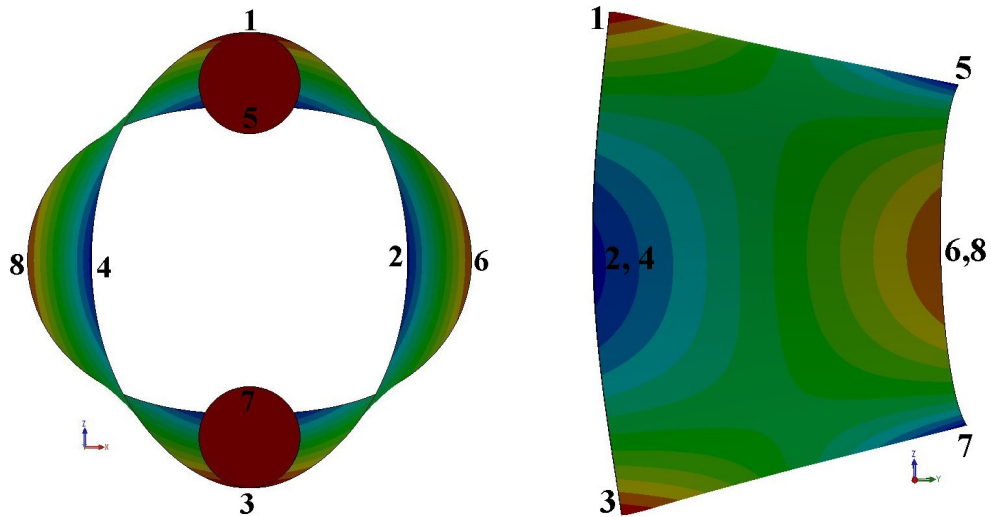


Fig. 6.21 Deformata roții cilindrice (1, 3, 6, 8 – întindere ; 2, 4, 5, 7 – compresiune)

Tabelul 6.7 prezintă valorile forței de deformație elastică rezultate din simulare cu elemente finite (FEM) pentru cele 4 variante de lungimi analizate. Se observă că forțele rezultate din calculul FEM sunt puțin superioare numeric față de cele teoretice.

Tabel 6.7

Lungime tub 2xL	Calcul teoretic	Calcul FEM
2x25	53.5	58
2x22.5	54.9	61.4
2x20	57.20	66.5
2x17.5	60.77	73.9

6.4. Concluzii

În urma simulării rezultă următoarele concluzii:

- pentru valorile impuse în analiză ale parametrilor roții: raza $r = 30$ mm, modulul $m = 0.3$ mm, grosimea $h = 0.75$ mm, în domeniul parametrului variabil lungimea $L = 25 \dots 17.5$ mm, valoarea 0.3 mm simetrică a deformației radiale este aproximativ identică în punctele 6 respectiv 8, deformațiile tinzând asimptotic către această valoare;
- odată cu scăderea parametrului L a roții dințate flexibile, se înregistrează o ușoară creștere a deformației defazate cu 90° la capătul opus al roții dințate flexibile, în zonele 6 și 8;
- valorile deformațiilor radiale pe direcțiile 1-3 și 5-7 respectiv 2-4 și 6-8 sunt simetrice;
- deoarece acțiunea rolei generatorului de unde este îndreptată dinspre interior spre exteriorul roții, zonele 1-3 și 6-8 se întind, iar zonele 2-4 și 5-7 se comprimă, figura 16, ceea ce reproduce deformarea reală a roții dințate flexibile;
- valorile forței de deformație elastică rezultate din calculul FEM sunt puțin superioare numeric față de cele teoretice, datorită faptului că în realitate, contactul nu se produce punctiform, ci pe o zonă mai extinsă, definită de dinții intrați în angrenare.

Cap.7 Proiectarea, realizarea și testarea transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$

7.1 Elemente de proiectare

7.1.1 Stabilirea parametrilor angrenării

Parametrii angrenajului armonic, se stabilesc astfel încât să asigure o funcționare corespunzătoare a angrenajului, referindu-se la diferite aspecte [8], [9], [125], [126], [127].

Pentru a obține un contact imobil între dinții roții dințate flexibile și ai roții dințate rigide, este necesar a se realiza pași unghiulari egali a celor două roți din angrenare. Această caracteristică se poate obține dacă sunt folosite generatoare de unde cu came sau generatoare de unde cu discuri, care au arce cu rază fixă.

Din condiția lungimii constante a fibrei medii roții dințate flexibile în zona contactului roată dințată flexibilă-roată dințată rigidă, se obțin:

$$\tau_3 = \tau_2 \left(\frac{1}{1 + \frac{\delta_o}{D}} \right) \quad (7.1)$$

unde: τ_3, τ_2 - pasul unghiular al roții dințate rigide, respectiv al roții dințate flexibile;

D - diametrul fibrei medii a roții dințate flexibile nedeformate;

δ_o - deformația radială calculată a roții dințate flexibile.

Din relația (7.1), pentru $\tau_2 = \frac{\pi \cdot m}{r} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m}{m \cdot z_2} = \frac{2 \cdot \pi}{z_2}$ și $\tau_3 = \frac{2 \cdot \pi}{z_3}$, se obține:

$$D = \frac{2 \cdot \delta_o \cdot z_2}{z_3 - z_2} \quad (7.2)$$

unde: z_2, z_3 - numărul de dinți ai roții dințate flexibile respectiv ai roții dințate rigide.

Relația (7.2) reprezintă condiția menținerii contactului imobil între dinții roților din angrenare pe zona angrenării complete, calculată din condiția egalizării pasului unghiular. Diferența $z_3 - z_2$ poate fi un multiplu al numărului de unde al transmisiei armonice. Pentru transmisia cu două unde, $z_3 - z_2 = 2$ și din relația (7.2) rezultă:

$$D = z_2 \cdot \delta_o \quad (7.3)$$

Pentru a se asigura contactul imobil între dinții angrenajului, este necesar a se respecta relația între diametrul de divizare D , numărul de dinți z_2 ai roții dințate flexibile și deformația radială elastică δ_o , deci relația (7.3).

Raportul de transmitere i_{12} pe o treaptă se alege la o valoare apropiată din șirul: 100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, admitând o abatere de $\pm 5\%$.

Parametrul principal ce caracterizează o transmisie armonică dințată este momentul de torsiune nominal la elementul cu viteză unghiulară redusă (roata dințată flexibilă sau rigidă).

În [125], [126], momentul nominal se consideră momentul de torsiune maximă, pentru timpul total de funcționare al transmisiei, în care generatorul de unde trece de 50.000 de rotații pe întreaga durată de funcționare a transmisiei.

Dantura roților dințate a transmisiilor armonice se recomandă a fi executată în clasele de precizie 6, 7 și 8.

7.1.2 Alegerea materialelor elementelor componente ale transmisiei armonice dințate

Se recomandă ca materialele a două roți dințate ce vin în contact direct să fie materiale diferite, ce posedă durități diferite.

Pentru roata dințată flexibilă, se recomandă [121], [125], [126]:

- 19 CrNi 35, 16 CrNiW 10, 30 SiMnCrNi 16, 40 CrNi 15, ... cu duritatea (32-36) HRC;
- 35 CrMgSi, 41 CrNi 12, 31 CrMgSi 10, ... cu duritatea (32-36) HRC;
- OLC 50, OLC 60, ... cu duritatea (32-36) HRC.

În [18] se recomandă: 41 CrNi 12, 18 CrNi 20, 41 MoCrNi 11, 18 MoCrNi 13, 31 MoCrNi 20, 34 MoCrNi 15, 35 MoCrNi 11 etc.

Pentru roata dințată rigidă, se recomandă [18], [125], [126]:

- OLC 45, OLC 50, OLC 60, cu duritatea (28-32) HRC.

Pentru discurile generatorului de unde, se recomandă [125], [126]:

- OLC 45, OLC 50, OLC 60, cu duritatea (50-54) HRC.

7.2 Date inițiale de proiectare

Din condiția lungimii constante a fibrei medii a roții dințate flexibile în zona de contact roată dințată flexibilă-roată dințată rigidă (7.1) și din relația (7.2), [8], [125], [126], se obține diametrul de divizare a roții dințate flexibile: $D = 60[mm]$.

Pentru realizarea prototipului se admite:

- numărul de unde $n_u = 2$;
- raportul de transmitere $i_{12} = 101$;
- turația la elementul de ieșire $n = 10 [rot/min]$;
- materialul pentru roata dințată flexibilă ales este 34 MoCrNi 15;
- profilul rectiliniu al danturii;
- clasa de precizie 7 a danturii.

7.3 Calculul geometric al elementelor specifice transmisiei armonice

7.3.1 Calculul geometric al roții dințate flexibile

Modulul danturii va fi: $m = \frac{D}{z_2} = \dots[mm]$. Se admite $m = 0,3[mm]$, STAS

822-80.

Diametrul de divizare al roții dințate flexibile: $d_2 = 0,3 \cdot 200 = 60[mm]$

Deformația radială δ a roții dințate flexibile se determină în baza relației (6.1) folosind expresia din condiții de angrenare:

$$\delta = \frac{m k n_u}{2}$$

pentru $n_u = 2, k = 1$, se obține $\delta = m = 0,3[mm]$.

Pasul danturii: $p = \pi \cdot m = 0.9424[mm]$.

Înălțimea capului dintelui: $h_a = 0.26[mm]$

Înălțimea piciorului dintelui: $h_f = 0.34[mm]$

Înălțimea dintelui: $h = 0.6[mm]$

Diametrul cercului de picior al roții dințate flexibile: $d_{f2} = 59.32[mm]$

Diametrul cercului de cap al roții dințate flexibile: $d_{a2} = 60.52[mm]$

Semiunghiul de vârf al profilului dintelui: $\alpha = 28^{\circ}36'31''$

Semiunghiul de vârf al golului dintre dinții roții dințate flexibile:

$$\alpha + \Delta\alpha = 29^{\circ}38'51''$$

Jocul de fund maxim în zona angrenării: $c_0 = 0.23[mm]$

Lungimea dinților roții dințate flexibile [9], [125], [126]: $b_2 = 12[mm]$

Având în vedere soluția constructivă adoptată, se alege lungimea roții dințate flexibile: $2L = 50[mm]$

Diametrul interior al roții dințate flexibile: $d_{g2} = 57.82[mm]$, unde grosimea peretelui roții dințate flexibile h va fi [9]: $h = 0,75[mm]$.

Lungimea teșiturii $a_1 = 2h = 1.5[mm]$.

Forma geometrică și notațiile folosite pentru roata dințată flexibilă, rezultă din fig. 7.1.

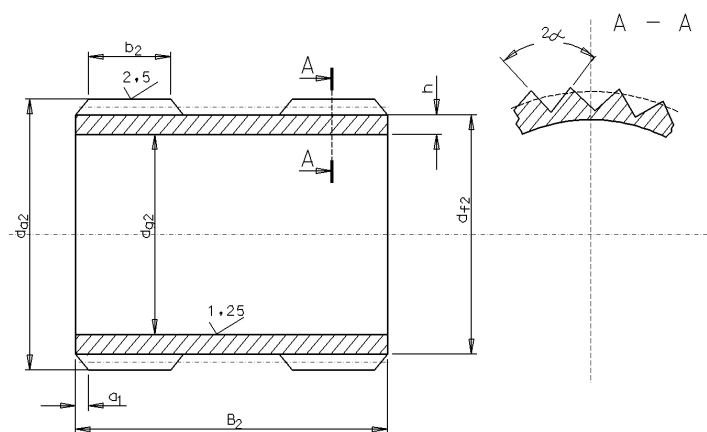


Fig. 7.1

7.3.2 Calculul geometric al roții dințate rigide fixe din treapta I

Roata dințată rigidă este fixă și are numărul de dinți $z_3 = 200$.

Pasul danturii: $p_3 = 0.9519[mm]$

Diametrul cercului de picior: $d_{f3} = 61.275[mm]$

Diametrul cercului de cap: $d_{a3} = 60.075[mm]$

Diametrul de divizare: $d_3 = 60.6[mm]$

7.3.3 Calculul geometric al roții dințate rigide mobile din treapta II

Numărul de dinți al roții dințate rigide mobile: $z'_3 = 202$

Diametrul cercului de picior al roții dințate rigide mobile: $d_{f4} = 61.275[mm]$

Diametrul cercului de cap al roții dințate rigide mobile: $d_{a4} = 60.075[mm]$

Diametrul de divizare al roții rigide mobile: $d_4 = 60.6[mm]$

Lungimea dinților roții dințate rigide mobile: $b_4 = 14[mm]$

7.3.4 Dimensionarea generatorului de unde cu discuri excentrice

Din soluția constructivă prezentată, rezultă un generator de unde cu patru discuri excentrice.

Excentricitatea generatorului de unde din [121], [125], [126]: $e = 1.2[mm]$

Diametrul exterior al discului din [121], [125], [126]: $d_{ed} = 56.145[mm]$

Lățimea discului generatorului de unde: $b = 8.5[mm]$ din condiții constructive.

În fig. 7.2 se prezintă elementele componente ale transmisiei armonice dințate dublă cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ - prototip:

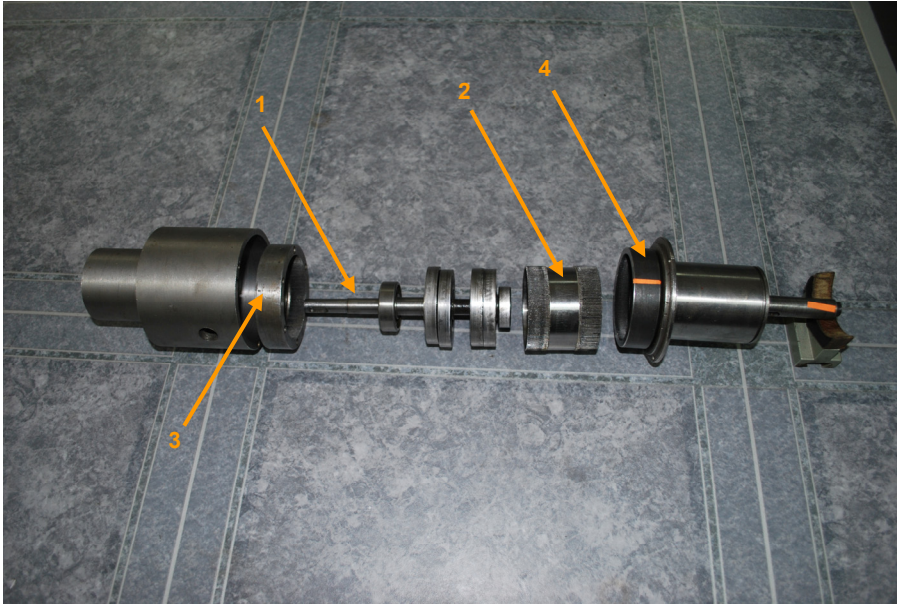


Fig. 7.2

unde s-a notat:

1 este generatorul de unde cu discurile din treapta II montate defazat cu $\pi/2$ față de discurile din treapta I ;

2 - roata dințată flexibilă dublă cu dantură exterioară;

3 - roata dințată rigidă fixă cu dantură interioară;

4 - roata dințată rigidă mobilă cu dantură interioară.

În fig. 7.3 se prezintă transmisia armonică dințată dublă cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ prezentată dintr-un alt unghi.

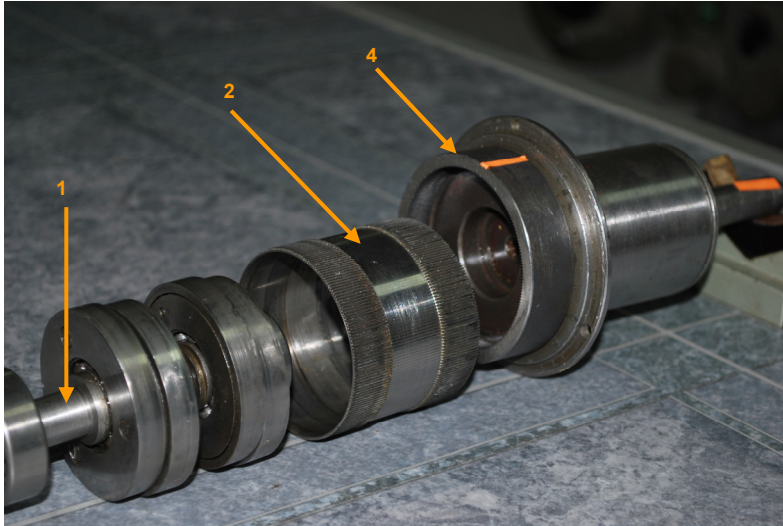


Fig. 7.3

7.4 Testarea experimentală a prototipului realizat

Pentru a vizualiza buna funcționare a prototipului realizat, a fost necesară realizarea unui sistem de asamblare și fixare a elementelor, fără carcasa reductorului așa cum se vede în fig. 7.4.

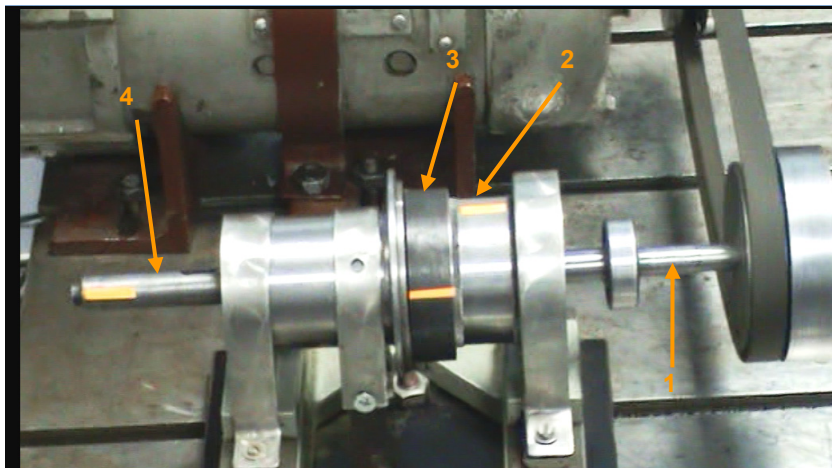


Fig. 7.4

Pentru a efectua și cercetări ale parametrilor de funcționare a transmisiei armonice dințate cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, s-a conceput un stand ce este prezentat în fig. 7.5., în care s-a notat:

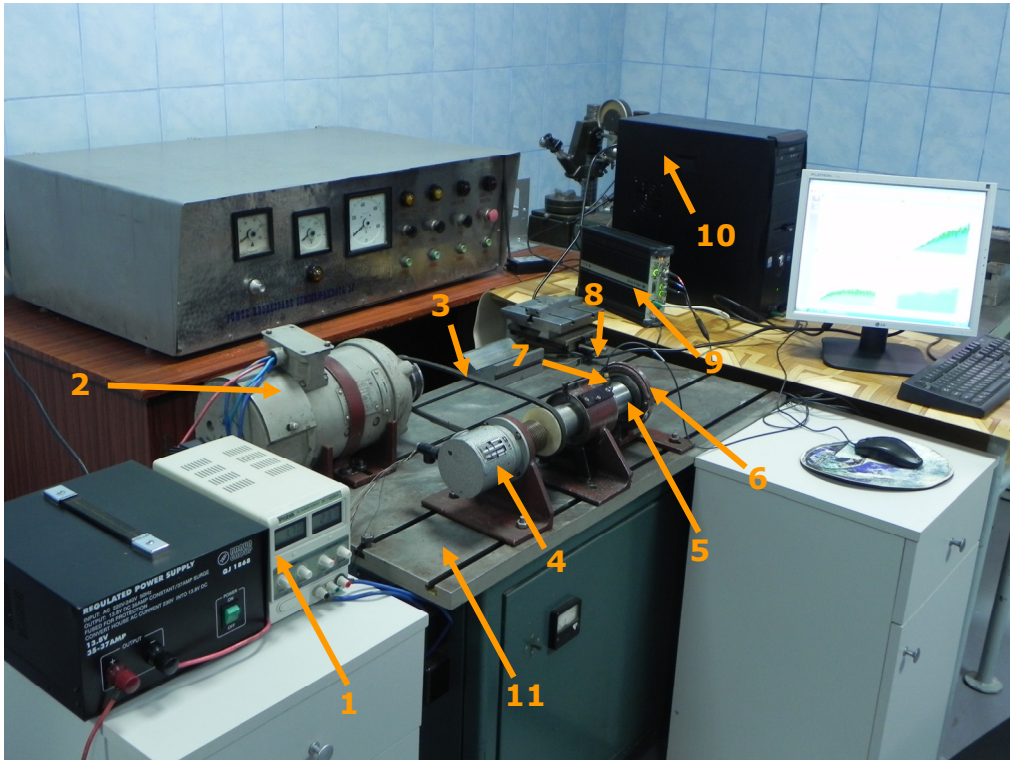


Fig. 7.5

- 1 sursa de curent continuu, pentru alimentarea motorului de acționare;
- 2- motor electric de curent continuu;
- 3- transmisie prin curea;
- 4- traductor incremental de poziție;
- 5- transmisia armonică dințată cu generator de unde defazat cu $\pi/2$ în treapta a IIa față de cel din treapta I;
- 6- frână mecanică pentru încărcarea transmisiei cu sistem elastic de citire a momentului de torsiune realizat;
- 7- senzor de vibrații;
- 8 – senzor de zgomot;
- 9- interfață de cuplare la calculator de proces
- 10- calculator,
- 11- placa de bază a standului.

Cap. 8 Concluzii și contribuții personale

8.1 Concluzii

Teza de doctorat prezentată este rezultatul unui studiu profund a construcției și funcționării transmisiilor armonice dințate, a avantajelor și dezavantajelor acestor transmisii precum și a domeniilor în care această transmisie și-a găsit aplicația. Aceste transmisii prezintă interes în utilizarea lor pe o scară tot mai largă în diferite domenii în care se solicită construcții compacte, masă și gabarit redus, rapoarte de transmitere ridicate pe o treaptă, precizie cinematică, fapt ce a făcut ca aceste transmisii să fie cercetate, îmbunătățite și diversificate constructiv. Studiul efectuat a permis conceperea soluției constructive și funcționale a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$. Astfel, obiectivul principal al tezei de doctorat a constat în conceperea și realizarea acestei transmisii, cercetarea funcționării acestui tip de transmisie, precum și emiterea unor concluzii și prezentarea unor relații de calcul bazate pe cercetarea fundamentală cât și pe cea practică.

Pentru verificarea unor soluții obținute pe cale analitică, s-a folosit programul de simulare SOLIDWORKS SIMULATION, care a confirmat rezultatele teoretice obținute. Atât din calculele teoretice cât și din simulare se constată că lungimea $2L$ a roții dințate flexibile ce determină gabaritul axial al transmisiei armonice dințate, depinde de modulul de elasticitate longitudinal al materialului roții dințate flexibile, de forța de deformație elastică, raza de divizare și de grosimea peretelui roții dințate flexibile. Folosirea generatorului de unde din treapta II defazat cu $\pi/2$ față de cel din treapta I duce la creșterea rigidității și stabilității angrenajelor, asigurând menținerea dinților în contact în zona de angrenare completă.

Relațiile prezentate pentru calculul forțelor și reacțiunilor din elementele și cuplele cinematice a prototipului prezentat vin în sprijinul proiectanților în vederea efectuării unor calcule de dimensionare și verificare corecte, care conduc la obținerea unor construcții fiabile cu performanțe ridicate. Prin testarea funcționării

prototipului prezentat, se constată că acesta răspunde obiectivelor stabilite, având o construcție și o funcționare ce va prezenta interes pentru instalații din diferite domenii.

8.2 Contribuții personale

Din cercetările teoretice și experimentale prezentate, rezultă următoarele contribuții personale ale autorului:

- **s-a realizat** o sinteză bibliografică urmărind:
 - descrierea principiului de funcționare al transmisie armonice prin fricțiune și dințate;
 - clasificarea și tipurile constructive ale transmisiei armonice dințate, având în vedere construcția generatorului de unde, forma geometrică și modul de cuplare al roții dințate flexibile cu elementul de ieșire;
 - construcții de transmisii armonice aplicate în diferite domenii;
- **s-a conceput** transmisia armonică dințată dublă cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, care permite roții dințate flexibile, considerată a fi un înveliș cu pereți subțiri, o deformație liberă în treapta II asigurând angrenarea. Pentru a crește stabilitatea și rigiditatea angrenajului în treapta II, soluția constructivă este prevăzută cu un al doilea generator de unde defazat cu $\pi/2$ față de cel din treapta I;
- **se face analiza** structurală a mecanismului transmisiei armonice dințate duble, determinându-se gradul de mobilitate și verificând îndeplinirea condiției de desmodromie. În aceste sens se determină suma gradelor de libertate de prisos L_{id} , folosind metoda imobilizării mecanismului mai puțin cel cercetat, stabilind numărul gradelor de libertate pe care le mai posedă cât și determinarea sumei gradelor de libertate a legăturilor pasive L_p , având în vedere cele șase lanțuri cinematice independente, folosind metoda analizei fiecărui lanț cinematic independent. Acest mod de analiză structurală permite realizarea unor mecanisme cu o construcție simplă, rigiditate și parametri funcționali ridicați fără solicitări suplimentare, mecanisme

echilibrate precum și o corelare justă între parametri structurali ai mecanismului;

- **se determină** relația de calcul a raportului de transmitere al transmisiei concepute, precum și vitezele unghiulare a elementelor componente a transmisiei armonice dințate;
- **se realizează** analiza cinetostatică a transmisiei armonice dințate duble cu generator de unde defazat cu $\pi/2$, urmărind determinarea relațiilor:
 - forțelor din angrenajul armonic dințat din treapta I;
 - forțelor și reacțiunilor din cupla cinematică roată dințată flexibilă-discul generatorului de unde în treapta I și anume expresia reacțiunii dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și cea normală din angrenaj; expresia forței de deformație elastică a roții dințate flexibile folosind teoria tuburilor cu pereți subțiri; expresia reacțiunii rezultante și a forțelor de frecare din cupla cinematică roată dințată flexibile și discul generatorului de unde;
 - forțelor ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde;
 - forțelor din angrenajul armonic dințat diferențial din treapta II;
 - forțelor și reacțiunilor din cupla cinematică roată dințată flexibilă, discul generatorului de unde în treapta II și anume, expresia reacțiunii dintre roata dințată flexibilă și discul generatorului de unde produsă de forța radială și cea normală din angrenaj, reacțiunea rezultantă și forțele de frecare din această cuplă cinematică;
 - forțelor ce acționează în cupla cinematică de rotație a discului generatorului de unde în treapta II.
- **din teoria** tuburilor cu pereți subțiri, punând condiția de egalitate între deplasarea radială w a unui punct al fibrei medii sub acțiunea unei forțe de deformație elastică F_e , cu deplasarea radială δ necesară realizării angrenării între dinții roții dințate flexibile și cei ai roții dințate rigide, se determină ecuația de gradul doi a cărei soluții ce au sens fizic definesc lungimea $2L$ a roții dințate flexibile (respectiv semilungimea L) care

asigură deformația radială egală în cele două trepte de angrenare. Din această relație, se observă că lungimea $2L$ ce asigură deformații egale în cele două trepte de angrenare, depinde de modulul de elasticitate, de forța de deformație elastică, de raza medie și de grosimea peretelui roții dințate flexibile;

- **folosind** programul Excel se determină soluțiile ecuației de gradul doi pentru L funcție de (E) , funcție de (F_e) , funcție de (h) , funcție de (r) și se ridică graficele de variație;
- **se verifică** rezultatele ecuației ce definesc lungimea roții dințate flexibile obținute teoretic, folosind metoda elementului finit prin programul SOLIDWORKS SIMULATION. Rezultatele obținute diferă foarte puțin de cele obținute prin metoda analitică datorită condițiilor impuse simulării.
- **se proiectează** transmisia armonică dințată dublă având în vedere elementele geometrice ale roții dințate flexibile, roții dințate rigidă fixă și mobilă precum și discurile generatorului de unde. Calculul diametrului de divizare al roții dințate flexibile, se determină din condiția menținerii contactului imobil între dinții roților din angrenare pe zona angrenării complete, calculată din condiția egalizării pasului unghiular;
- **s-a realizat** reductorul armonic dințat dublu cu generator de unde defazat cu $\pi/2$;
- **s-a verificat** funcționarea prototipului realizat în stare montată fără carcasă, permițând vizualizarea funcționării, care a dat rezultate pozitive.

8.3 Direcții de cercetare

În vederea perfecționării constructive și a creșterii parametrilor funcționali ai prototipului realizat, s-a realizat un stand care permite cercetări pe următoarele direcții:

- determinări privind creșterea preciziei cinematice de poziționare, necesară modulelor roboților industriali sau a altor construcții mecanice;
- cercetări privind capacitatea de încărcare a transmisiei armonice dințate realizate și a factorilor ce duc la creșterea ei;

- determinarea factorilor ce influențează zgomotul și vibrațiile, precum și nivelul acestora în cazul prototipului realizat;
- cercetări privind creșterea durabilității transmisiei armonice dințate realizate;
- cercetări privind creșterea randamentului transmisiei armonice dințate realizate.

Bibliografie

- [1] Amasova, E.P., O vlianie zubciatovo vența na napriojenno deformirovanie sostoienie gibkovo elementa tortovoi volnovoi peredaci. Izd. vuzov Mașino- stroenie, nr. 2/1970.
- [2] Anghel, Șt., Sava, I., Proiectarea transmisiilor mecanice.Vol. I și II, U.T. Timișoara, 1993
- [3] Anghel, Șt., Vela, I., Cu privire la determinarea durabilității roții dințate flexibile a transmisiei armonice dințate. Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice, Timișoara, 1980.
- [4] Anghel, Șt., Vela, I., Contribuții la evaluarea durabilității transmisiei armonice cu ajutorul calculatorului electronic, Al III-lea Simpozion Internațional SYROM 81.
- [5] Anghel, Șt., Vela, I., Aspecte privind introducerea transmisiilor armonice dințate în construcția roboților industriali. Lucrările științifice și tehnice, Reșița 1983.
- [6] Anghel, Șt., Vela, I., Aspecte privind utilizarea tensometriei rezistive la evaluarea durabilității roții dințate flexibile a transmisiei armonice. Al III-lea Simpozion național de tensometrie, Timișoara, 1983.
- [7] Anghel, Șt., Vela, I., Asupra preciziei de orientare a cuplelor cinematice conducătoare folosite în construcția roboților industriali. Lucrările științifice I.S. Hunedoara, 1983.
- [8] Anghel, Șt., Vela, I., Aspecte privind realizarea reductoarelor armonice utilizate în construcția roboților industriali și a preciziei cinematice a acestora. Al IV-lea Simpozion M.T.M. – Robotizarea în industrie, Timișoara, 1984.
- [9] Anghel, Șt., Vela, I., Proiectarea transmisiilor mecanice, I.P. Timișoara, 1986.
- [10] Anghel, Șt., Sava, I., Testarea preciziei cinematice de orientare a angrenajului armonic dublu, Robotica și management, 1/1998.

- [11] Anghel, Șt., Anghel, C., Certain criteria to make a choise harmonic or precession drive for actuate robots, *Robotica și managment*, 1/1997.
- [12] Anghel, Șt., Borza, A., ș.a., Optimizarea geometrică a reductoarelor armonice cu ajutorul lanțurilor de dimensiuni, *Revista Robotica&Managment*, Vol. 1/2000.
- [13] Anghel, Șt., Criterii de alegere a transmisiilor mecanice moderne, *Gazeta tehnico-științifică a UCMR S.A. și a FIR nr.2*, Reșița 1993.
- [14] Anghel, Șt., O metodă de sinteză dimensională a transmisiilor armonice dințate cu două unde și roată flexibilă cilindrică, *Culegere de lucrări științifice și tehnice*, I.S. Reșița,1983.
- [15] Anghel, Șt., Aspecte privind realizarea reductoarelor armonice utilizate în construcția roboților industriali și a preciziei cinematice a acestora, Al IV-lea Simpozion MTM- Robotizarea industriei, Timișoara,1984.
- [16] Anghel, Șt., ș.a., Contribuții la evaluarea durabilității transmisiei armonice cu ajutorul calculatorului electronic, Al III-lea Simpozion Internațional SYROM, 1981.
- [17] Antobdevski, I. I., Teoria mecanismelor și a mașinilor, Chișinău, Ed. „Știința”, 1992.
- [18] Ardelean, A., Contribuții privind studiul transmisiilor armonice dințate destinate acționării în spații ermetizate, Teza de doctorat, Universitatea Politehnica Timișoara, 2006.
- [19] Argeșanu, V., Mădăras L., - Design - Transmisii armonice, Timișoara, Ed. Politehnica, 2002, ISBN.973-625-031-8.
- [20] Borza, A., Contribuții la studiul comportării cinematice și dinamice a transmisiilor armonice dințate, Teza de doctorat, Universitatea Politehnica Timișoara, 2003.
- [21] Borza, A., Finite element application for state of stress and strain in the flexible wheel of the harmonic drives, SYROM 2001, The 8th IFToMM International Symposium on Theory of Machines and Mechanisms, Vol. III, pp, 85-90,București,2001.
- [22] Bostan, I., Dulgheru, V., Transmisii planetare, precesionale și armonice, Ed. Tehnica, București-ed. „Tehnica” Chișinău, 1997.

-
- [23] Bruja, A., Cinematica angrenajului armonic, The 7th IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods – Theory and Practice of Mechanisms, Vol.III, pp.83-88, București 1997.
- [24] Bruja, A., Contribuții la studiul stării de tensiune în unele elemente ale reductoarelor armonice, Teza de doctorat, I.C.B., 1986.
- [25] Ciobotă, M., ș.a., Transmisii cu reductoare armonice și cuplaje compensatoare, Editura ALDUS, Brașov, 1998.
- [26] Dali, A., Studiul transmisiei armonice etanșe șurub-piuliță. Volumul Simpozion de Mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, pp.869-879, 1976.
- [27] Dali, A., Considerații privind transmisiile armonice. Volumul Simpozion de Mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, 1976.
- [28] Dali, A., Influența deformației roții dințate flexibile asupra profilului dinților. În Simpozion SYROM 77, vol. III.
- [29] Dali, A., Contribuții la cinematica transmisiei armonice dințate. În IFToMM Internațional Symposium, București, 1981, vol. III.
- [30] Dali, A., Angrenarea specială a profilelor la angrenajul armonic modelat pe calculator, PRASIC '94 al V-lea Simpozion Național, Proiectare asistată pe calculator, pp.63-67, Brașov, 1994.
- [31] Dali, A., Posibilități de extindere a domeniului de raportare de transmitere al angrenajelor armonice, The 7th IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Aided Design Methods – Theory and Practice of Mechanisms, Vol.III, pp.177-182, București 1997.
- [32] Dali, A., Contribuții la geometria cinematică și calculul de rezistență a angrenajelor cu elemente dințate deformabile, Teza de doctorat, I.P. Cluj-Napoca, 1982.
- [33] Degen, R., Slatter, R., Hollow shaft micro servo actuators realized with the Micro Harmonic Drive, Proceedings of Actuator 2002, Bremen.
- [34] Duff, D., Yim, M., Roufas, K., Evolution of PolyBot: A Modular Reconfigurable Robot, Proc. of COE/Super-Mechano-Systems Workshop, Tokyo, Japan, Nov.2001.

- [35] Filipoiu, I.D., Contribuții asupra îmbunătățirii capacității portante ale transmisiilor armonice dințate, Teza de doctorat, Institutul Politehnic București, 1987.
- [36] Filipoiu, I.D., Randamentul transmisiei armonice luând în considerare repartiția sarcinii în angrenajul armonic și în rulmentul elastic, A V-a conferință Tribotehnica, București, 1987.
- [37] Gheorghiu, N.S., Organe de mașini, vol. I, Transmisii mecanice, I.P. Timișoara, 1978.
- [38] Gheorghiu, N., Nicoară, I., Tehnici experimentale pentru organe de mașini, vol. I, Mirton, Timișoara, 1999.
- [39] Gheorghiu, N., Nicoară, I., Tehnici experimentale pentru organe de mașini, vol. II, Mirton, Timișoara, 1999.
- [40] Ianici, S., Aspecte privind alegerea grosimii peretelui roții dințate flexibile a unui angrenaj armonic. Sesiunea de comunicări tehnico-științifice, Reșița, 1993.
- [41] Ianici, S., Aspecte privind alegerea principalilor parametri ai transmisiei armonice în două trepte. Analele U.E.M. Reșița, Fascicula I, 1994.
- [42] Ianici, S., Aspecte comparative între transmisia armonică simplă și transmisia armonică dublă, Analele U.E.M. Reșița, 1997.
- [43] Ianici, S., Stadiul actual al cercetărilor privind construcția și funcționarea transmisiilor cu elemente deformabile, Referat de teza de doctorat, U.P. Timișoara 1995.
- [44] Ianici, S., Contribuții la sinteza transmisiilor cu elemente deformabile, Teza de doctorat, Universitatea Politehnică Timișoara, 1998.
- [45] Ianici, S., Sinteza structurală a transmisiei armonice duble, Analele UEM Reșița, 1998.
- [46] Ianici, S., Studiul legilor de deformație ale roții dințate flexibile scurte a transmisiei armonice duble, Analele UEM Reșița, 1998.
- [47] Ianici, S., Vela, I., Cinematica transmisiei armonice duble utilizate în acționarea roboților industriali, Robotica și management. 1/1997.
- [48] Idițoiu, I.D., Transmisia armonică cu o singură undă. Simpozionul de Mecanisme și transmisii mecanice, Reșița, 1976.

- [49] Idițoiu, I.D., Anghel, Șt., Mădăras, L., ș.a., Reductor armonic dințat realizat în cadrul catedrei de O.M.M. a Institutului Politehnic Traian Vuia Timișoara, St. IPTVT Caiet colectiv cu lucrări de colaborare, producția Timișoara, 1970, pag. 67-72.
- [50] Idițoiu, I.D., Mădăras, L., Transmisie armonică cu o singură undă, Cinematică, Geometrie, Realizare, Simpozion MTM, Reșița 1976, vol. I, pag. 998-1010.
- [51] Idițoiu, I.D., Mădăras, L., Coța I., Considerații asupra transmisiilor armonice prin fricțiune, Simpozion Robotizarea în Industrie și MTM – Timișoara 1984, vol. III, pag. 237-240.
- [52] Idițoiu, I.D., Anghel, Șt., Mădăras, L., ș.a., Transmisia armonică dințată. Realizare. Studiul teoretic și experimental al pierderilor energetice. Simpozionul de mecanisme și transmisii mecanice, pp. 764-779, Reșița 1972.
- [53] Ivanov, M.N., Volnovîe zubciatîe peredaci. Izv. vuznov. Mașinostroenie, nr. 8, 1963.
- [54] Ivanov, M.N., O kinematike valnovîh peredaci. Izv. vuznov. Mașinostroenie, 1968.
- [55] Ivanov, M.N., Metodika rasceto volnovoi tvubciatoi muftî. Izv. vuzov. Mașinostroenie, nr.10, 1974.
- [56] Ivanov, M.N., O rascete volnovoi peredaci raznostîncisel zubev gibkovo i jestkovo coles bolșe druh. Izv. vuzov. Mașinostroenie, nr. 10, 1974.
- [57] Ivanov, M.N., Rascet volnovoi zubciatoi muftî. Izv. Mașinostroenie, nr. 7, 1974.
- [58] Ivanov, M.N., Kinematiceskaia tocinosti valnovoi zubciatoi peredaci, izmerennaia dvumea metodami. Izv. vuzov. Mașinostroenie nr.1, 1971.
- [59] Ivanov, M.N., Izmenie formî ghibkovo kolisa volnovoi peredaci pod nagruzkoi, nr. 8, 1976.
- [60] Ivanov, M.N., Volnovîe zubciatîe peredaci. Izd. Vîșșaiia skola, Moskva, 1981.
- [61] Ivanov, M.N., Organe de mașini/ Traducere din limba rusă. Chișinău, Ed. „Tehnica”, 1992.

- [62] Jidiaev, A.I., Metodica rasciota volnovîh zubciatîh peredaci. Stritelnîe i darojnie maşini, nr. 2, 1969.
- [63] Jidiaev, A.I., Druhovalnovaia peredacia s volikovîm generatorom. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr. 3, 1969.
- [64] Kaposta, I., Optimizarea funcţional-constructivă a transmisiilor armonice frontale, Teza de doctorat, Universitatea Politehnica Timișoara, 1994.
- [65] Kaposta, I., Particularitățile cinematice și funcționale ale reductoarelor biarmonice frontale, Al V-lea Simp. Național, MTM `88, Cluj-Napoca, pp. 511-516.
- [66] Kaposta, I., ș.a., Studiul, cercetarea și proiectarea reductoarelor armonice frontale, Al IV-lea Simp. Național Timișoara, Vol. II, MTM 84, pp. 247-254.
- [67] Kaposta, I., Transmisii armonice frontale, Ed. Mirton, Timișoara 2000.
- [68] Kazihanov, M.R., Geometriceskii rasciot odnovolnovoii zubciatoi peredaci. Izv. vuzov. nr. 7, 1971.
- [69] Klenikov, S.S., Volnovaia peredacia kak uprugaia sistema s odnostoronnimi eviaziami. Izv. vuzov. Maşinostroenie nr.10, 1978.
- [70] Komissarov, A.F., Uravnenie profila kulacika generatora volnovoii peredaci. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr. 7, 1974.
- [71] Komorov, V.A., O kinematiceskoi tocinosti volnovîh zubciatîh peredaci. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr.1, 1970.
- [72] Kosov, M.G., Raspredelenie nagruski po telom kacenii generatorov volnovîh peredaci. Maşinostroenie, nr. 5, 1967.
- [73] Kovacs, Fr., Teoria mecanismelor și dinamica mașinilor, I.P. Timișoara, 1969.
- [74] Kovacs, Fr., ș.a., Contribuții la studiul dinamic al standurilor de încercare a angrenajelor. Simpozionul de Mecanisme și transmisii mecanice. Reșița 1976.
- [75] Kovacs, Fr., Metode noi în sinteza mecanismelor. Editura Facla 1976.
- [76] Kovacs, Fr., Mecanisme. Sinteza mecanismelor, I.P.T.V. Timișoara, 1977.

-
- [77] Kovacs, Fr., Mecanisme. Partea I, Analiza mecanismelor I.P. Timișoara 1978.
- [78] Kovalev, N.A., Priblijennîi silovoi i kinematiceskii analiz volnovoi zubciatoi peredaci. Mașinostroenie, nr.10, 1979.
- [79] Kovalev, N.A., Peredaci ghibkimi kolesami. Izd. Mașinostroenie Moskva 1979.
- [80] Krasenikov, V.I., Issledovanie rezonansî haracteristic volnova zubciatova reductora. Mașinostroenie, nr. 8, 1974.
- [81] Faur, N., Dumitru, L., Diferențe finite și elemente finite, Editura Mirton, Timișoara, 2007.
- [82] Manolescu, N.I., Maroș, D., Teoria mecanismelor și a mașinilor. Cinetostatica și dinamica. E.T. București, 1963.
- [83] Manolescu, N.I., Probleme de teoria mecanismelor și a mașinilor, vol. II, E.D.P. București, 1968.
- [84] Manolescu, N.I., Kovacs, Fr., Teoria mecanismelor și a mașinilor. E.D.P., București, 1972.
- [85] Mădăras, L., Idițoiu, I., Stand pentru încercarea transmisiilor armonice dințate, Simpozion MTM Reșița 1976, vol.IV, pag. 1052-1059.
- [86] Mădăras, L., Chioreanu, M., Modelarea numerică a angrenajelor cvasi-evolventice, Simpozion Național MTM, Timișoara, 1992, vol. II, pag.101-107.
- [87] Mădăras, L., Transmisii mecanice – Compendiu- Ed. Mirton Timișoara, 1999, ISBN 973-578-727-X.
- [88] Mădăras, L., Argeșanu V., ș.a., L etude des influences du maintinet en position relativ corecte pour le montage des componentes des circuits mecaniques. – Bul. Științ al Univ. Politehnica din Timișoara, seria mecanică, Tom 44(58)1999.
- [89] Mădăras, L., Argeșanu, V., Organe de mașini, vol. I, Ed. Eurostampa, Timișoara 2005, ISBN 973-637-308-0.
- [90] Mănescu, T.Ș., Nedelcu, D., Metoda Elementelor Finite, Editura „Orizonturi Universitare” Timișoara, ISBN 973-638-217-6, 232 pg, Octombrie, 2005.
- [91] Miloiu, Gh., Transmisii mecanice moderne, E.T. București, 1980.

- [92] Miloiu, Gh., Transmisia armonică, Brevet, România, nr. 50908, 7.06.1967.
- [93] Musser, C.W., Strain wave gearing, Brevet SUA, nr. 2906143, 1959.
- [94] Musser, C.W., Harmonic gearing with extended contact, Brevet SUA, nr. 2930254, 1960.
- [95] Nicoară, I., Mădăras, L., Cu privire la sinteza unor mecanisme ale standurilor de încercare ale angrenajelor. Simpozionul Realizări și perspective în proiectarea construcția și executarea angrenajelor, Craiova 1986, vol. I, pag. 132-136.
- [96] Nicoară, I., Mădăras, L., Bazele proiectării transmisiilor mecanice, Editura de Vest, Timișoara 1996, ISBN 973-36-0271-X.
- [97] Nicoară, I., Mădăras, L., Criterii de optimizare a circuitelor mecanice energo – recuperative, Revista Românească de Mecanică Fină și Optică, Supliment nr. 2/1996, pag. 303-306.
- [98] Nicoară, I., Încercarea angrenajelor, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2000.
- [99] Olszak, W., Teoria plasticității (traducere din limba poloneză). E.T. București, 1970.
- [100] Pascariu, I., Elemente finite (Conceptii, Aplicații), București, Ed. Militară, 1985.
- [101] Ponomoriov, S.D., Calculul de rezistență în construcția de mașini. E.T. București, 1964.
- [102] Rădulescu, Ghe., Organe de mașini. Angrenaje cilindrice. I.P. București, 1980.
- [103] Rădulescu, Ghe., Organe de mașini. Angrenaje cilindrice, Vol. III, I.P. București, 1986.
- [104] Rešetov, D.N., Detali mașin. Moskva. Mașinostroenie, 1975.
- [105] Rešetov, D.N., Mașini și standuri de încercare ale detalei. Moskva, Mașinostroenie, 1979.
- [106] Rubotov, V.K., Teoreticeskoe i experimentalnoe issledovanie volnvoi peredaci. Mașinostroenie, nr. 2, 1965.
- [107] Sergheev, V.V., K rascetu volnvoi peredaci. Izv. vuzov. Mașinostroenie, nr.11, 1974.

- [108] Suvalov, S.A., Bokovîe zozora i vîsota zuba v volnovoi peredaci. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr.8, 1974.
- [109] Suvalov, S.A., O coefiçiente conţetraçii naprajenii v gibkih colesah volnovîh peredaci. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr.9, 1974
- [110] Suvalov, S.A., Deformaţia ghibkova zubciatovo koleasa volnovoi peredaci dvumia diskemi. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr.10, 1971.
- [111] Suvalov, S.A., Rasciot volnovîh peredaci s ucetom podatlivosti zvnev. Vestnik. Maşinostroenie, nr. 6, 1974.
- [112] Suvalov, S.A., Metodica rasciota volnovoi peredaci vint-gaica. Izv. vuzov. Maşinostroenie, nr. 2, 1972.
- [113] Şerban, R., Contribuţii teoretice şi experimentale la optimizarea geometrică a reductoarelor armonice cu deformatoer eliptic în vederea creşterii fiabilităţii acestora, Teza de doctorat, I.P. Iaşi, 1992.
- [114] Timoshenko, S.P., Teoria plăcilor plane şi curbe (traducere din limba engleză), E.T. Bucureşti, 1968.
- [115] Timoshenko, S.P., Teoria stabilităţii elastice. E.T. Bucureşti, 1967.
- [116] **Vela, D.G.**, Standuri pentru încercarea transmisiilor prin angrenaje dinţate. Referat. U.P. Timişoara, 2006.
- [117] **Vela, D.G.**, Stadiul actual al cercetării privind transmisiile armonice. Referat. U.P. Timişoara, 2008.
- [118] **Vela, D.G.**, Simularea pe calculator a geometriei roţii dinţate flexibile din componenţa transmisiilor armonice. Referat. U.P. Timişoara, 2008.
- [119] **Vela, D.G.**, Lenght Determination of Flexible Toothed Wheel of a Double Harmonic Drive, Depending on the Deformation Elastic Force, pp. 474-478. 3rd WSEAS International Conference on Engineering Mechanics, Structures, Engineering Geology(EMESEG`10). Corfu Island, Greece, July 22-24, 2010.
- [120] **Vela, D.G.**, Mădăras, L., Calculation of Forces and Reactions from Kinematical from Joints of Double Harmonic Transmission with Wave Generator Dephased with $\pi/2$ Used in Industrial Robots Structure, Solid State Phenomena Vols. 166-167, ISBN- 13 978-3-908451-88-4, Robotics and Automation Systems, 5th International Conference:Robotics 2010, Cluj-Napoca, Romania, 23-25 September 2010.
- [121] Vela, I., Analiza critică a teoriei, calculului şi construcţiei angrenajelor armonice. Referat. I.P.T.V. Timişoara 1979.

[122] Vela, I., Metodologia încercării transmisiilor armonice. Referat. Timișoara, 1979.

[123] Vela, I., Elemente de cinetostatică ale transmisiei armonice dințate. Simpozionul C.S. Hunedoara, 1986.

[124] Vela, I., Concepția și realizarea unei cuple cinematice conducătoare folosită în construcția roboților industriali, utilizând angrenajul armonic dințat. Lucrările științifice și tehnice, Reșița, 1983.

[125] Vela, I., Contribuții privind funcționarea și construcția mecanismelor cu elemente dințate elastice, Teză de doctorat, Timișoara, 1987.

[126] Volkova, D.P., Volnovîe zubciatîe peredaci. Izd, Nauka, Kiev 1976.

[127] Volkova, D.P., Volnovîe zubciatîe peredaci. Kiev, Tehnica, 1976.