

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" din TIMIȘOARA
"POLITEHNICA" UNIVERSITY OF TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ
CATEDRA DE MAȘINI HIDRAULICE**

**STUDIUL UNEI FAMILII DE REȚELE AXIALE
REVERSIBILE CU APLICAȚII LA PROIECTAREA
TURBOMAȘINILOR**

**STUDY OF REVERSIBLE AXIAL CASCADES CLASSES,
WITH APPLICATION TO TURBOMACHINERY DESIGN**

TEZĂ DE DOCTORAT

**Conducător de doctorat:
Prof.dr.ing. Mircea BĂRGLĂZAN**

**Doctorand:
Ing. Ionel Doru BACIU**

Timișoara 2008

Rari sunt oamenii cărora le este dăruită,
în același timp, soarta prielnică și mintea ageră.
Aceia sunt neînvinși, care,
când norocul le-a surâs,
și-au amintit să știe și să rămână chibzuiți.

Titus Livius

Apele uscatului, deși reprezintă o parte neînsemnată din volumul oceanului planetar (aproximativ 2.71%), sunt utilizate în ziua de azi aproape la maxim. Având în vedere, solicitările tot mai mari de apă - în diverse domenii, printre care și cel energetic - se pune acut problema folosirii raționale, complexe și la randamentente cât mai ridicate, a apelor uscatului.

În acest sens, se întocmesc planuri complexe de amenajari ale cursurilor de apă pe bazine hidrografice. Aceste planuri țin cont în primul rând de potențialul hidroenergetic a zonei, dar și de dezvoltarea economică și de perspectiva de dezvoltare a zonei, precum și a zonelor riverane.

Nu trebuie omisă însă, importanța amenajărilor hidroenergetice complexe, prin care se urmărește cu precădere: utilizarea potențialului hidroenergetic, aprovizionării cu apă a localităților, realizării sistemelor de irigații, sistemelor de navigație, atenuarea viiturilor, prevenirea inundațiilor, dezvoltarea zonelor de agrement și nu în ultimul rând revalorificarea apei, prin construcția de centrale hidroelectrice reversibile.

Autorul

CUVÂNT ÎNAINTE

Confortul, este tendința spre care tinde orice individ, societatea în general, pentru a se simți cât mai bine.

Unul din elementele principale de realizare a confortului, este energia, energie ce poate fi realizată prin diferite modalități. Una dintre acestea, este și valorificarea energiei apelor, ieftină și nepoluantă, dar cu investiții relativ mari.

Necesitatea valorificării cât mai completă și cât mai eficientă a resurselor hidroenergetice a condus la necesitatea realizării de mașini hidraulice reversibile cât mai performante, cele mai eficiente fiind turbinele axiale de tip bulb, care funcționează la căderi joase, având valori cuprinse între 3÷15 m.c.a.

În hidroenergetica mondială, au fost construite numeroase hidrocentrale de acumulare prin pompaj, care au fost dotate cu astfel de mașini reversibile. Una dintre acestea, situată la loc de frunte, este centrala hidroelectrică de la Rance, dotată cu 24 de astfel de grupuri.

În țara noastră, râul Olt este amenajat hidroenergetic pe o lungime de peste 350 km, unde sunt construite 31 de hidrocentrale. La Slatina Olt, este instalată o turbină-pompă bulb de 13.7 MW, concepută și realizată de către specialiștii din Reșița. De asemenea, în aval de Slatina pe Olt, mai sunt hidrocentrale echipate cu mașini reversibile la: Ipotești, Drăgănești, Rusănești și Izbiceni.

Un număr de șapte companii românești și internaționale s-au arătat interesate să construiască hidrocentrala cu mașini hidraulice reversibile pe Dunăre, de la Ipotești-Islaz. Această investiție a fost estimată la o valoare de 125 de milioane de dolari, valoare rezultată din achiziționarea caietului de sarcini pentru acest proiect, de la Hidroelectrică. Amenajarea hidroenergetică, în afară de faptul că va produce energie electrică și va stoca energie hidraulică, va asigura și protecția împotriva inundațiilor, a unor terenuri cu suprafața de 4.000 de ha din județele Olt și Teleorman.

De asemenea, prin pomparea din Dunăre a unor debite de apă cu turbine reversibile, care echipează hidrocentralele Ipotești-Islaz, se va realiza stocul de apă necesar pentru irigarea unei suprafețe agricole de 360.000 ha.

Necesitatea stocării energiei hidraulice, în vederea valorificării resurselor hidroenergetice cât mai eficient, a dus la construcția hidrocentralelor dotate mașini cu

funcționare reversibilă. Pentru aceasta, a fost nevoie de realizarea unor profile care să genereze mașini hidraulice, care să funcționeze, atât în regim de pompare cât și în regim de turbinare, la randamente ridicate. Astfel au apărut astfel profilele aerohidrodinamice în “S”, profile (rețele de profile) care au fost studiul principal al acestei teze.

Profilele aerohidrodinamice în “S”, pot fi generate în principal, astfel:

- prin puncte, prin trasarea prin aceste puncte a unor curbe analitice sau unirea acestor puncte (dacă sunt suficient de apropiate, mai ales în preajma bordului de atac și a celui de fugă) prin drepte;
- prin transformări conforme, cum ar fi transformarea Beth-Keune, cu anumite condiții;
- din ecuația unei parabole, prin adăugarea unei funcții liniare, la numărător sau numitor; se obține astfel, așa numitul profil parabolic extins, care în anumite condiții devine profil aero-hidrodinamic în “S”.
- analitic, prin generarea scheletului prin curbe analitice (de obicei două funcții de gradul trei, la profile de tip NACA) și îmbrăcarea acestor curbe cu o funcție de grosime; sau în alt mod.

Studiile și cercetările efectuate de autor, pentru realizarea tezei de doctorat cu titlul “Studiul unei familii de rețele axiale reversibile cu aplicații la proiectarea turbomașinilor”, se pot sistematiza prin următoarele obiective:

- ✓ aprofundarea și sistematizarea cunoștințelor în domeniile de mecanica fluidelor, rețelelor de profile, utilizarea calculatorului și a domeniilor conexe acestora;
- ✓ realizarea de profile în “S” parabolice, obținute din ecuația unei parabole prin împărțirea acesteia la o funcție liniară, de profile Betz-Keune generate prin transformarea conformă a cercului generator în profile în “S” și de profile în “S” din profile de tip NACA;
- ✓ studiu realizat asupra grosimii profilelor NACA, legat de modul de generare a acestor profile pe scheletul acestora;
- ✓ metodele analitice, cum ar fi metoda transformărilor conforme, metoda singularităților sau metoda ecuațiilor integrale și metode numerice, cum ar fi metoda elementului finit sau metoda elementului de frontieră, de rezolvare a curgerii în jurul rețelelor de profile;
- ✓ realizarea de programe de calcul, pentru simularea curgerii în jurul rețelelor de profile, prin metoda elementului de frontieră; acestea realizează desenele profilului și a bordului de atac și de fugă mărit, calculează domeniul de analiză, câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în “S”, câmpul de viteze și a coeficientului de presiuni de pe frontiera profilului reversibil în “S”, câmpul de viteze și a coeficientului de presiuni de pe frontiera profilului reversibil în “S” din zona bordului de atac și a bordului de fugă, câmpul de viteze și a coeficientului de presiuni în domeniul de analiză;

- ✓ trasarea paletei în vedere frontală și axială, cu liniile de nivel de pe extrados și intrados;
- ✓ măsurători experimentale efectuate în tunelul aerodinamic de strat limită și turbulență LSLT-40, din Laboratorul de aerodinamică, al Laboratorului de Mașini Hidraulice din Timișoara, într-o rețea de profile în “S”;
- ✓ deschiderea unor studii și direcții de cercetare ulterioare a domeniului abordat.

Începută sub îndrumarea regretatului prof.dr.ing.mat. Iuliu Nicolae Carte, realizarea actualei lucrări de doctorat, nu ar fi fost posibil de elaborat și finalizat fără îndrumarea și susținerea cu competență, experiență și profesionalism a domnului prof.dr.ing. Mircea Bărglăzan, care prin sugestiile sale a dus la depășirea problemelor ivite. Autorul, dorește să-și exprime deosebita considerație și mulțumiri, față de Domnul Profesor Dr.Ing. Mircea Bărglăzan, pentru realizarea acestei teze de doctorat.

Autorul mulțumește și își exprimă recunoștința tuturor colegilor, prietenilor și cunștiințelor, care l-au ajutat direct sau indirect, la realizarea actualei teze de doctorat.

De asemenea, nu în ultimul rând, dorește să mulțumească mamei sale, precum și soției pentru răbdarea, înțelegerea și bunăvoința pe care le-a avut în toți acești ani.

1. PROFILE AEROHIDRODINAMICE

Prin profil aerohidrodinamic se înțelege o figură geometrică plană, ce are o rezistență mică la înaintare, mărginită de un contur în general neted peste tot, uneori excepție putând face bordul de fugă (fig.1.1). Acesta poate fi rotunjit, ascuțit (punct de întoarcere) sau punct angulos.

Pentru fluide incompresibile și compresibile în mișcare subsonică, bordul de atac se face rotunjit. În cazul mișcărilor transonice sau supersonice bordul de atac poate fi ascuțit sau punct angulos.

Profilele generate, se studiază pe familii de profile. Aceste familii de profile se pot construi fie sintetic – atunci când conturul profilelor a fost generat prin puncte, fie analitic - atunci când conturul profilelor a fost generat prin relații analitice.

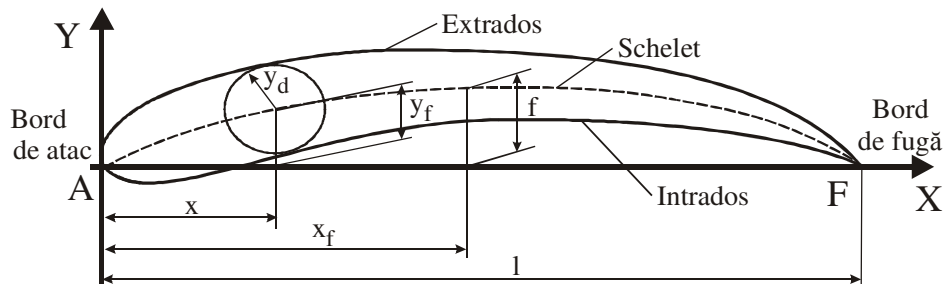


Fig. 1.1 Parametrii geometrici ai unui profil aerohidrodinamic

1.1 GEOMETRIA PROFILELOR

Un profil aerohidrodinamic definit anterior, se caracterizează prin anumiți parametrii: geometrici (dimensiuni geometrice caracteristice - fig.1.1), cinematici (vitezele pe conturul profilului și în vecinătatea acestuia) și dinamici (presiunile pe conturul profilului și în vecinătatea acestuia)

Astfel, segmentul care unește bordul de atac A cu cel de fugă F, se numește coardă geometrică. Latura concavă a profilului se numește intrados, iar cea convexă, extrados. De obicei, pe intrados presiunea este mai mare decât pe extrados.

Locul geometric al centrelor cercurilor înscrise în profil formează curba medie sau scheletul profilului.

Ordonata scheletului se notează cu $y_f(x)$, iar maximum acestei coordonate se numește săgeată și se notează cu f . Raportul $f/l \cdot 100$ [%], se numește săgeată relativă.

Abscisa săgeții se notează cu x_f . Uneori săgeata relativă profilului este exprimată prin unghiul θ dintre tangenta dusă la schelet și orizontală.

Raza unui cerc oarecare înscris în profil se notează cu $y_d(x)$ și se numește funcția de grosime.

Grosimea maximă a profilului este $d = 2 \cdot [y_d(x)]_{\max}$, iar abscisa centrului cercului de rază $d/2$ înscris în profil se notează cu x_d . Raportul $d/l \cdot 100$ [%], se numește grosimea relativă a profilului.

Se pot determina astfel, coordonatele conturului profilului, funcție de y_f și y_d (fig.1.2). Notând cu $\theta = \arctg dy_f/dx$ și cu z^+ și z^- afixele punctelor de pe extrados și intrados, rezultă:

$$z^+ - z_f = y_d \cdot \exp[i \cdot (\pi/2 + \theta)] = i \cdot y_d \cdot \exp(i \cdot \theta)$$

și
$$x^+ + i \cdot y_f = x + i \cdot y_f + i \cdot y_d \cdot (\cos \theta + i \cdot \sin \theta) \quad (1.1.a)$$

deci:
$$\begin{cases} x^+ = x - y_d \cdot \sin \theta \\ y^+ = y_f + y_d \cdot \cos \theta \end{cases} \quad (1.1.b)$$

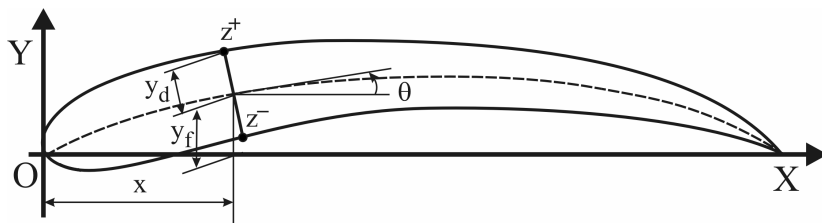


Fig.1.2 Coordonatele conturului profilului în funcție de y_f și y_d

Asemănător se determină:

$$z^- = z_f + (z^- - z_f) = z_f + y_d \cdot \exp[-i(\pi/2 - \theta)] = z_f - i y_d \exp(i \cdot \theta) \quad (1.2.a)$$

deci:
$$\begin{cases} x^- = x + y_d \cdot \sin \theta \\ y^- = y_f - y_d \cdot \cos \theta \end{cases} \quad (1.2.b)$$

1.2 REZISTENȚA LA ÎNAINȚARE, POLARA PROFILULUI

Acțiunea curentului asupra profilului din rețea se concretizează prin: o forță rezultantă, \vec{R} , forță care are două componente (forța portantă și forța de rezistență la înaintare) și un moment rezultant, \vec{M} .

Forța și momentul ce apar pe profil, depinde de:

- natura fluidului - caracterizat prin densitatea sa ρ și coeficientul de vâscozitate cinematică ν ;
- valoarea pătratului vitezei la infinit, \vec{v}_∞^2 ;
- unghiul de incidență α_∞ , a direcției forței portante, față de coarda profilului;

- suprafața caracteristică a aripii: anvergura L și lățimea acesteia, l .

Forța portantă \vec{F}_p , este perpendiculară pe viteza \vec{V}_∞ , viteza la ∞ amonte.

Rezistența la înaintare, \vec{F}_r - a profilului - are direcția și sensul vitezei \vec{V}_∞ . Rezistența la înaintare este specifică mișcării fluidului real în exteriorul aripii și depinde de aceeași parametrii ca ai forței portante; ea are două componente:

- ✓ rezistența de presiune sau de formă, definită ca rezultantă a proiecțiilor forțelor elementare de presiune pe direcția vitezei \vec{V}_∞ ;
- ✓ rezistența de frecare, care este egală cu rezultanta proiecțiilor forțelor elementare de vâscozitate, tangente la profil, pe direcția vitezei \vec{V}_∞ ; în fluidul ideal această rezultantă este nulă, dar în fluid real stratul limită modifică tabloul mișcării îndeosebi în zona bordului de fugă și rezultanta este nenulă.

Deci mărimea unei forțe, F (de portanță sau de rezistență la înaintare), se poate scrie conform teoremei lui Rayleigh de analiză dimensională:

$$F = F(\rho, V_\infty^2, L, \alpha_\infty, \nu) \quad (1.3.a)$$

Astfel expresia forței este:

$$F = c_f \cdot \rho / 2 \cdot V_\infty^2 \cdot A \quad (1.3.b)$$

unde: - c_f - este coeficientul adimensional al forței și este funcție de: $c_f = c_f(Re, \alpha_\infty)$;

- A - este aria caracteristică a aripii și este sub forma produsului dintre coarda

l a profilului și anvergura L a aripii și este: $A = l \cdot L$;

- Re - este numărul lui Reynolds și este: $Re = (V_\infty \cdot l) / \nu$.

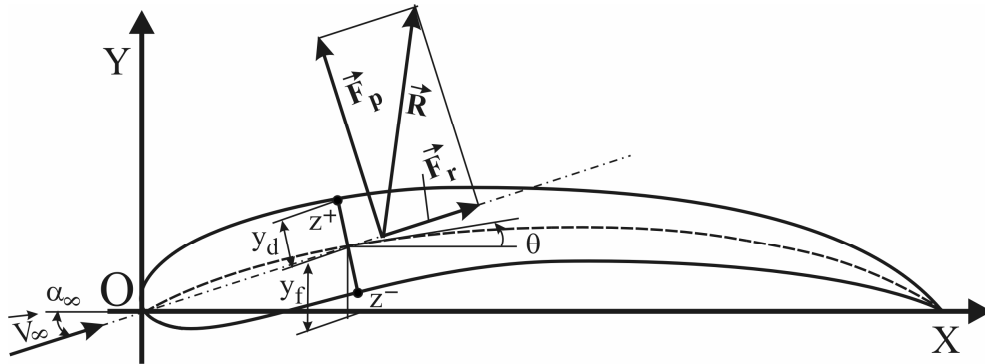


Fig. 1.3 Reprezentarea forței de portanță și de rezistență

De aici, rezultă expresiile forței portante (notată cu P sau F_p) și de rezistență la înaintare (notată cu W sau F_r):

$$\begin{cases} F_p = c_p(Re, \alpha_\infty) \cdot \rho / 2 \cdot V_\infty^2 \cdot L \\ F_r = c_r(Re, \alpha_\infty) \cdot \rho / 2 \cdot V_\infty^2 \cdot L \end{cases} \quad (1.4)$$

unde: c_p și c_r sunt coeficienții adimensionali ai forței portante, respectiv ai rezistenței la înaintare.

Polara unui profil (fig.1.4) se definește ca reprezentarea grafică a dependenței $c_p = c_p(c_r)$, pentru un anumit număr Re , fixat în cadru experimental. Un punct al polarei corespunde unei anumite incidențe α_∞ . Incidența optimă $\alpha_{\infty opt}$, este acea incidență, unde raportul c_p/c_r este maxim.

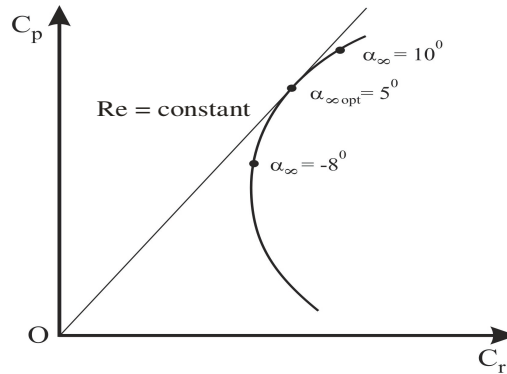


Fig. 1.4 Polara unui profil pentru $Re=constant$

Aceasta corespunde punctului în care tangenta din origine atinge polara. Raportul $(c_p/c_r)_{max}$, se numește finețea profilului. Un profil este cu atât mai bun, cu cât are finețea acestuia este mai mare.

1.3 PROFILE CERCETATE EXPERIMENTAL

1.3.1 Profile Göttingen și alte profile practice

Pentru proiectarea și construirea paletelor de turbomașini, profilele utilizate pot fi generate sintetic prin coordonatele punctelor de pe intrados și extradados.

Cele mai cunoscute profile, generate sintetic, sunt profilele Göttingen. Coordonatele acestor profile (extrados y^+ și intrados y^-), sunt prezentate tabelar.

Polarele acestor profile $c_p = c_p(c_r)$, obținute experimental prin încercări în aer pentru aripi de anvergură finită și recalculat pentru anvergură infinită, ca și curbele $c_p(\alpha_\infty)$, cu marcarea incidențelor optime, sunt reprezentate grafic (curbele din fig.1.5 și fig.1.6). O parte din profilele Göttingen (noi) au fost încercate și în regim de cavitație.

În [151], se consideră coarda profilului $l_x = 100$ și se împarte în 40 de intervale egale; pentru aceasta s-a elaborat un program de calcul pentru obținerea prin interpolare a coordonatelor punctelor corespunzătoare celor 40 de intervale și s-au calculat parametrii geometrici: S (suprafața profilului), x_G, y_G (coordonatele centrului de greutate a profilului), I_x, I_y (momentele de inerție în raport cu axa x , respectiv axa y , a profilului). Acești parametri s-au prezentat tabelar. Pentru un profil cu coarda oarecare l , parametrii geometrici se calculează cu formulele (1.5).

Dacă profilul ales într-o secțiune de calcul a unei palete se subțiază sau se îngroașă, astfel încât coeficientul de ajustare este $k = d_1/d$, valorile geometrice noi – $S_1, x_{G1},$ și y_{G1} - se obțin cu formulele (1.6), pentru profilul ajustat.

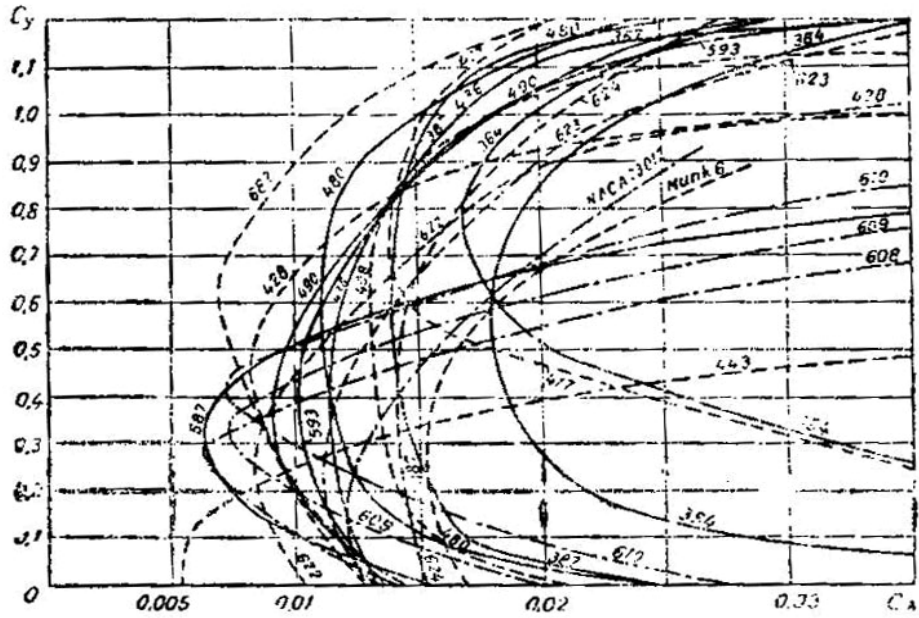


Fig.1.5 Polare ale unor profile Göttingen

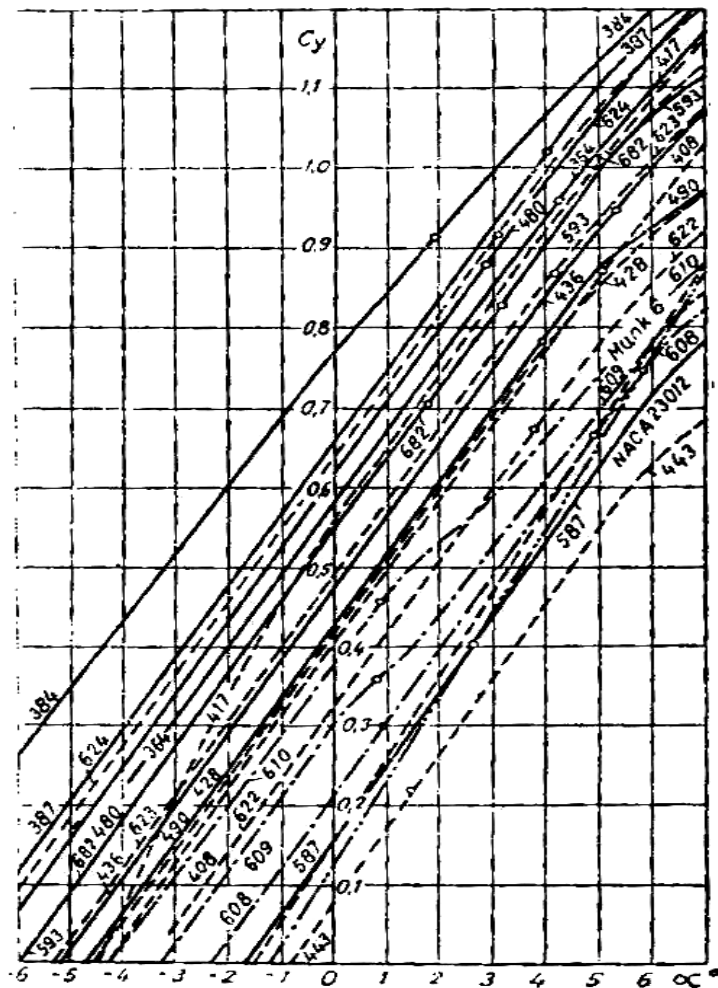


Fig.1.6 Curbele $c_y(\alpha)$ ale unor profile Göttingen

$$\begin{cases} S_l(l) = S (l_x / 100)^2 \\ x_{Gl}(l) = x_G l_x / 100 \\ y_{Gl}(l) = y_G l_x / 100 \\ I_{xl}(l) = I_x (l_x / 100)^4 \\ I_{yl}(l) = I_y (l_x / 100)^4 \end{cases} \quad (1.5)$$

$$\begin{cases} S_l = k \cdot S \\ x_{Gl} = x_G \\ y_{Gl} = k \cdot y_G \end{cases} \quad (1.6)$$

S-a ținut seama de faptul că ajustarea modifică numai funcția de grosime $y_{dl} = k \cdot y_d$, iar săgeata relativă a scheletului $y_f(x)$ rămâne aproximativ neschimbată.

În Anglia se utilizează îndeosebi profilele Clark Y – 11,7 și Clark YN – 6, a căror coordonate sunt prezentate tabelar în literatura de specialitate.

La fel și pentru profilele NAS 10168 și NAS 10368 propuse de japonezi pentru rețele liniare deceleratoare (de pompă), coordonatele sunt prezentate tabelar; aceste profile au grosimea maximă plasată mai aproape de bordul de fugă decât de cel de atac și săgeata maximă este plasată la 0,54·l și respectiv 0,5·l față de bordul de atac; acest profile au fost încercate și la cavitație, atât izolat cât și în rețele deceleratoare, comportându-se foarte bine. Profilele NAS 10168 și NAS 10368 se pot utiliza și la proiectarea paletelor de pompe axiale și de turbine-pompe bulb reversibile.

F. Numachi a mai propus, pentru rețele acceleratoare (de turbină), profilele TNA (coordonate sunt date tabelar) care au o comportare remarcabilă la funcționarea în regim de cavitație.

În practică se mai folosesc și profile cu schelete în arc de cerc care se îmbracă cu profilul V.I.G.M. (din tabele); de asemenea se folosesc și profile formate din arce duble, rotunjite la capete.

1.3.2 Profile NACA

Profilele NACA (National Advisory Comitee for Aeronautics) sunt profile generate analitic și se aplică des în proiectarea paletelor turbomașinii axiale.

Profilele NACA sunt construite pe ecuația scheletului $y_f(x)$ prin funcția de grosime $y_d(x)$.

1.3.2.1 Profile NACA cu 4 cifre

Aceste profile sunt caracterizate prin f/l , x_f/l și d/l :

- unde:
- $f/l \cdot 100$ [%] – indică săgeata relativă în procente –prima cifră;
 - $x_f/l \cdot 10$ – exprimă - în zecimi din lungimea corzii - distanța săgeții maxime a scheletului față de bordul de atac și se regăsește în a doua cifră;
 - ultimele două cifre (din cele 4) reprezintă grosimea relativă maximă în procente - $d/l \cdot 100$ [%].

Exemplu: pentru profilul NACA 4412; *săgeata relativă* este $f/l = 4\%$, *săgeata relativă maximă a scheletului* este situată la distanța 0,4·l față de bordul de atac, iar *grosimea relativă maximă*, este $d/l = 12\%$.

Profilul de tip NACA cu patru cifre, cu axa Oy perpendiculară pe coardă în bordul de atac, se definește prin:

- funcția de grosime:

$$\pm y_d = d/l \cdot (1.4845 \cdot \sqrt{x} - 0.63 \cdot x - 1.758 \cdot x^2 + 1.4215 \cdot x^3 - 0.5075 \cdot x^4) \quad (1.7)$$

unde: d/l reprezintă grosimea relativă maximă;

- razele cercurilor pentru bordul de atac și de fugă, de racordare la profil:

$$\begin{cases} r_A / l = 1.1019 (d/l)^2 \\ r_F / l = 0.105 (d/l)^2 \end{cases} \quad (1.8)$$

- abscisa relativă a grosimii maxime:

$$x_d/l = 0.3 \quad (1.9)$$

- scheletul, format din două arce de parabolă racordate în punctul x_f/l :

$$y_s = f \cdot (2 \cdot x_f \cdot x - x^2) / x_f^2 - \text{de la bordul de atac, până la abscisa săgeții maxime} \quad (1.10.a)$$

$$y_s = f \cdot (2 \cdot x_f \cdot x - x^2) / x_f^2 - \text{de la abscisa săgeții maxime, până la bordul de fugă} \quad (1.10.b)$$

Coordonatele unor profile NACA cu patru cifre având săgeata relativă $f/l = 4\%$, se dau în tabele, cu date referitoare la polarele acestora .

Pentru $x_f/l = 0,4$ și pentru f/l oarecare, se pot determina parametrii geometrici ai profilelor, cu relațiile (1.11):

$$\begin{cases} S = 0,685084 \cdot (d/l) \cdot l^2 \\ x_G = 0,420436 \cdot l \quad y_G = 0,771477 \cdot (f/l) \cdot l \\ I_x = [0,0394072 \cdot ((d/l))^3 + 0,446784 \cdot ((d/l)) \cdot (f/l)^2] \cdot l^4 \\ I_y = 0,0421516 \cdot ((d/l)) \cdot l^4 \end{cases} \quad (1.11)$$

1.3.2.2 Profile NACA cu 5 cifre

Profilele NACA cu 5 cifre au aceeași funcție de grosime ca și cele cu 4 cifre, și:

- Săgeata relativă scade progresiv de la bordul de atac spre cel de fugă;
- Scheletul se obține prin racordarea unei curbe polinomiale de gradul al treilea, cu o dreaptă:

$$y_f/l = k_1/6 \cdot f(f/l, x) \quad (1.12)$$

- Valorile curburii relative f/l sunt determinate, dându-se cinci poziții ale ordonatei maxime, anume:

$$x_f/l = 0,05; 0,10; 0,15; 0,20 \text{ și } 0,25; \quad (1.13)$$

- Factorul k_1 este calculat inițial pentru a da un coeficient de portanță $c_p = 0,3$, la incidența de calcul;
- Valorile care rezultă pentru f/l , k_1 și r funcție de x_f/l , sunt date tabelar.

Numerotarea acestor profile se bazează pe o combinație a caracteristicilor aerodinamice teoretice cu cele geometrice:

- prima cifră exprimă valoarea relativă a coeficientului de portanță de calcul, proporțională cu săgeata relativă profilului; coeficientul de portanță de calcul, în zecimi, este egal cu prima cifră înmulțită cu 1,5;
- a doua împreună cu a treia cifră, indică distanța de la bordul de atac a ordonatei maxime a scheletului; această distanță, exprimată în procente din coardă, este egală cu jumătatea numărului format din cifrele a doua și a treia;
- cifra a patra și a cincea indică, în procente, grosimea relativă a profilului.

Exemplu: profilul NACA 23022 are coeficientul de portanță de calcul $c_p = 0,3$, ($1,5 \cdot 2 = 3$), poziția ordonatei maxime a scheletului este $x_f/l = 0,15$, ($30 : 2 = 15$), iar grosimea relativă a profilului are valoarea $d/l = 0,22$.

1.3.2.3 Profile NACA modificate cu 4 și 5 cifre

Unele profile NACA cu patru cifre, mai vechi, au fost modificate pentru a se obține borduri de atac mai teșite sau mai ascuțite. La cele cu cinci cifre au fost modificate profilele pentru a obține scheletul prevăzut cu inflexiune, în scopul producerii unui coeficient de moment nul, în raport cu punctul situat la abscisa $0,25 \cdot l$, la regimul de calcul. Aceste profile sunt indicate luând a treia cifră 1 în loc de 0 și sunt mai puțin utilizate.

Modificările mai importante ale seriilor cu patru și cinci cifre, constau în variația sistematică a funcției de grosime, aceste profile având aplicații practice.

Aceste modificări sunt indicate printr-o liniuță urmată de două cifre (exemplu: NACA 0012 – 64 sau NACA 23012 – 64). La acestea, sunt modificate raza

bordului de atac față de cea normală (ecuația 1.8) și poziția grosimii maxime față de poziția normală $0,3 \cdot l$, în raport cu bordul de atac.

Prima cifră de după liniuță indică valoarea relativă a razei de rotunjire a bordului de atac r_A . Valoarea normală a acestei raze este indicată prin cifra 6, iar bordul de atac ascuțit prin cifra 0. Raza r_A variază cu pătratul acestei cifre, cu excepția cifrelor mai mari decât 8.

Cifra a doua de după liniuță indică poziția grosimii maxime, măsurată de la bordul de atac, în procente din coardă.

La seria modificată cu cinci cifre, porțiunea amonte a scheletului este cea normală, în schimb dreapta din aval este înlocuită printr-o curbă.

Valorile constantelor m , r , k_1 , k_2/k_1 pentru câteva denumiri ale scheletului cu inflexiune sunt date tabelar în tabelul 1.1.

Tabelul 1.1 Valorile constantelor, pentru diferite tipuri de schelete a profilelor NACA

Denumirea scheletului	m	r	k_1	k_2/k_1
221	0,10	0,130	51,990	0,000764
231	0,15	0,217	15,793	0,00677
241	0,20	0,318	6,520	0,0303
251	0,25	0,441	3,191	0,1355

1.3.2.4 Profile NACA din seria 6

Profilele NACA din seria 6 se caracterizează prin faptul că realizează repartiții aplatizate ale vitezei și presiunii pe contur. Aceasta determină configurații favorabile ale stratului limită, calități cavitaționale bune ale paletelor de turbine hidraulice și de pompe. Pe paletele turbocompressoarelor axiale aceste repartiții de viteză și presiune determină un regim subcritic de curgere.

Scheletul se obține din condiția ca la incidența de calcul, încărcarea acestuia să fie constantă de la bordul de atac până la un punct $x/l = a$ și să scadă liniar la 0 până în bordul de fugă. Astfel, pentru schelet rezultă ecuația:

$$\frac{y_f}{l} = c_{p0} / [2 \cdot \pi \cdot (a + 1)]. \tag{1.14}$$

$$\left\{ \frac{1}{1-a} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \left(a - \frac{x}{l} \right)^2 \cdot \ln \left| a - \frac{x}{l} \right| - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{x}{l} \right)^2 \cdot \ln \left| 1 - \frac{x}{l} \right| + \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{x}{l} \right)^2 - \frac{1}{4} \cdot \left(a - \frac{x}{l} \right)^2 \right] - \frac{x}{l} \cdot \ln \frac{x}{l} + g - h \cdot \frac{x}{l} \right\}$$

unde:

$$\begin{cases} g = -(1-a)^{-1} \cdot [a^2 \cdot (1/2 \cdot \ln a - 1/4) + 1/4] \\ h = \frac{1}{1-a} \cdot [1/2 \cdot (1-a)^2 \cdot \ln(1-a) - 1/4 \cdot (1-a)^2] + g \end{cases} \tag{1.15}$$

Unghiul de incidență ideal (de calcul sau fără șoc) este dat de relația:

$$\alpha_{\infty_i} = c_{p0} \cdot h / 2 \cdot \pi \cdot (a + 1) \quad (1.16)$$

În cazul particular când $a = 1$, rezultă:

$$g = h = 0 \quad (1.17)$$

și deci ecuația (1.14) - ecuația scheletului - devine:

$$\frac{y_f}{1} = -\frac{c_{p0}}{4 \cdot \pi} \cdot \left[\left(1 - \frac{x}{1}\right) \cdot \ln\left(1 - \frac{x}{1}\right) + \frac{x}{1} \cdot \ln \frac{x}{1} \right], \alpha_{\infty_i} \quad (1.18)$$

În practică, foarte importantă este seria "65". Cifra a doua, indică că grosimea maximă se află la aproximativ 50% din lungimea coardei; raza de curbură r_A a bordului de atac este dată de relația (1.19), iar bordul de fugă este punct angulos.

$$r_A/l = 0,687 \cdot (d/l)^2 \quad (1.19)$$

Parametrii geometrici pentru profilele NACA 65 sunt (y' -mediatoarea coardei):

$$\begin{aligned} S &= 0,650854 \cdot (d/l)^2, \quad x_G = 0,4775, \quad y_G = 0,045700 \cdot c_{p0} \cdot l \\ I_x &= \left[0,0369845 \cdot (d/l)^2 + 0,00143686 \cdot (d/l) \cdot c_{p0}^2 \right] \cdot l^4 \\ I_{y'} &= 0,034844(d/l)l^4 \end{aligned} \quad (1.20)$$

1.4 ASUPRA GROSIMII PROFILELOR AEROHIDRODINAMICE

1.4.1 Introducere

Dimensiunea unor figuri geometrice plane, de cea mai mică extensie transversală numită grosime, dacă este constantă, este unic definită și ușor măsurabilă.

Pentru figurile geometrice plane cu cea mai mică extensie transversală variabilă însă, se pun o serie de probleme legate de definiția și măsurarea grosimii. Profilele aerohidrodinamice sunt o clasă de figuri geometrice, cu dimensiunea transversală de cea mai mică extensie variabilă. În continuare se analizează grosimea profilelor aerohidrodinamice, se propun definiții mai exacte și se evidențiază erorile care apar în diferite situații.

1.4.2 Grosimea familiilor de profile

În literatură, cele mai utilizate familii de profile în proiectarea paletelor și aripilor aerohidrodinamice, sunt cele din familiile Göttingen și NACA.

Conturul profilelor aerohidro dinamice se poate defini în două moduri:

- pe baze experimentale (din observații empirice) – majoritatea profilelor Göttingen; aici profilul este înscris în primul cadran al sistemului de coordonate; în acest caz, coarda profilului "l", se confundă cu tangenta dusă la partea concavă a profilului din origine până la bordul de fugă, iar funcția de grosime este asimetrică (fig.1.7);
- pe baze teoretice prin relații analitice (fig.1.8) – majoritatea profilelor NACA; aici originea sistemului de coordonate este în bordul de atac al profilului; în acest caz, coarda profilelor se definește ca segmentul de dreaptă ce unește bordul de atac cu cel de fugă; locul geometric al centrelor cercurilor înscrise în profil formează scheletul profilului (cu prelungirea acestuia la bordul de atac și la bordul de fugă când acesta este rotunjit; astfel că, funcția de grosime este, în acest caz, simetrică).

Grosimea profilelor d_G , din familia de profile Göttingen este definită simplu, ca diferență dintre valoarea numerică a valorii extradodusului y_e și valorii intradosului y_i , a profilului, pentru o anumită valoare x , a corzii profilului (fig.1.7):

$$d_G = y_e - y_i \tag{1.21}$$

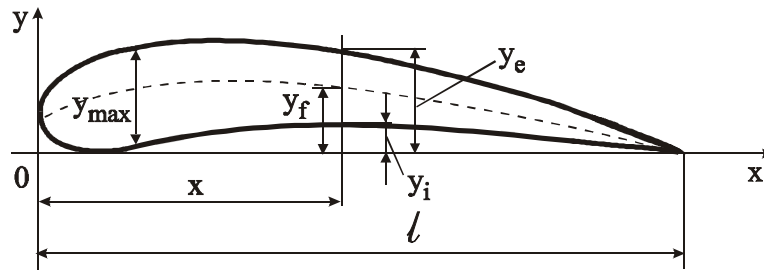


Fig.1.7 Reprezentarea parametrilor geometrici ai profilelor Göttingen

Pentru familia de profile NACA cu patru cifre, distribuția de grosime y_d , este definită de relația (1.7), iar linia de schelet y_s , este dată de ecuațiile (1.10).

1.4.3 Grosimea profilelor din familia NACA

Reprezentarea grosimii unui profil NACA se face față de schelet, în vederea obținerii conturului acestuia, în modul următor:

- într-un punct de abscisă x , a funcției de schelet y_f , se duce tangenta la schelet;
- în continuare, perpendicular pe tangentă, se duce funcția de grosime y_d , obținându-se în final conturul profilului;
- coordonatele profilului NACA $A(x_e, y_e)$ și $B(x_i, y_i)$, se determină în funcție de y_f , y_d și unghiul $\theta = \arctg(dy_f / dx)$, (fig.1.8).

$$\text{Acestea sunt: } \begin{cases} x_e = x - y_d \sin \theta \\ y_e = y_f + y_d \cos \theta \end{cases} \quad \text{pentru extradodos} \tag{1.22}$$

și pentru intrados
$$\begin{cases} x_i = x + y_d \sin \theta \\ y_i = y_f - y_d \cos \theta \end{cases} \quad (1.23)$$

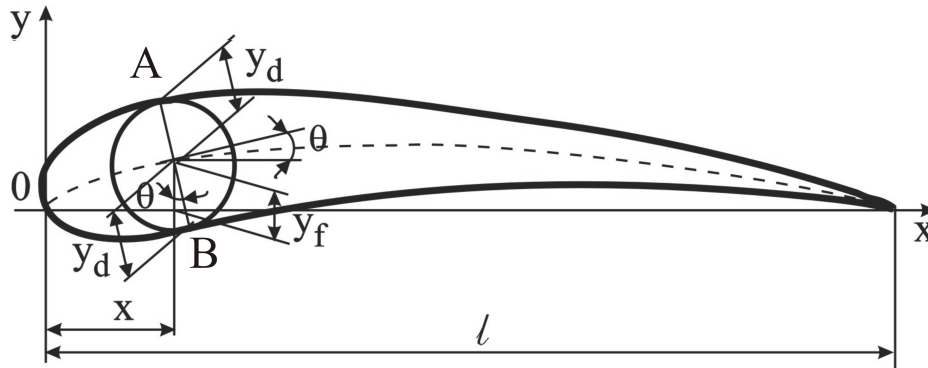


Fig.1.8 Reprezentarea parametrilor geometrici ai profilelor NACA

Dar, după cum se observă din fig.1.9, pe extrados și intrados, conturul nu mai este tangent la funcția de grosime; este tangent în punctul C și nu în punctul A, respectiv în D și nu în B.

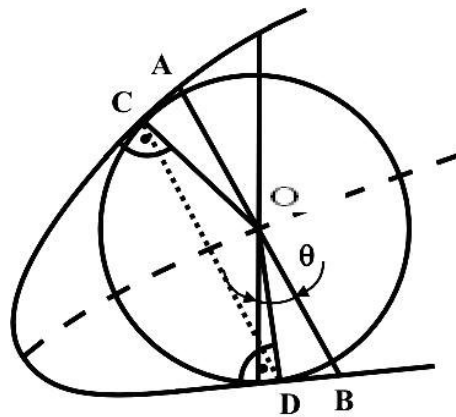


Fig.1.9 Reprezentarea lungimii segmentelor $\overline{CO+OD}$ și \overline{AB}

Astfel că, lungimea segmentului \overline{AB} este diferită de cea a sumei segmentelor $\overline{CO} + \overline{OD}$:

$$\overline{AB} \neq \overline{CO} + \overline{OD} \quad (1.24)$$

Pentru determinarea coordonatelor punctelor C, respectiv D, conturul profilului trebuie determinat analitic. Aceste funcții s-au determinat analitic, pe extrados și intrados, pentru două profile: unul subțire - NACA 4412 și unul gros - NACA 4424, pentru a pune în evidență diferența, funcție de grosimea relativă.

Pentru profilul NACA 4412:

$$y = a + b \cdot x^2 + c \cdot x^{0.5} \quad (1.25)$$

unde: $a = -0.00058014045$, $b = -0.24840336$, $c = 0.21960055$, pentru extrados, de la

bordul de atac, până la $x = x_f$ și

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x \cdot \ln x \quad (1.26)$$

unde: $a = 0.0036209358$, $b = -0.0014522336$, $c = -0.2576288$, pentru extradados, de la $x > x_f$, până la bordul de fugă.

$$y = a + b \cdot x + c \cdot x^{1.5} + d \cdot x^2 + e \cdot x^{0.5} \quad (1.27)$$

unde: $a = 2.73096555$, $b = 0.052850462$, $c = 0.49584514$, $d = 0.46699129$, $e = -0.14225653$, pentru intrados, de la bordul de atac, până la $x = x_f$ și

$$y = a + b \cdot x^{1.5} + c \cdot x^2 \quad (1.28)$$

unde: $a = -0.036159911$, $b = 0.13075228$, $c = -0.0958150835653$, pentru intrados, de la $x > x_f$, până la bordul de fugă.

Pentru profilul NACA 4424:

$$y = a + b \cdot x^{0.5} + c \cdot x + d \cdot x^{1.5} + e \cdot x^2 + f \cdot x^{2.5} + g \cdot x^3 \quad (1.29)$$

unde: $a = -0.00033016647$, $b = 0.776447173$, $c = -4.3434491$, $d = 20.519256$, $e = -49.705178$, $f = 58.109009$, $g = -26.706080$ pentru extradados, de la bordul de atac, până la $x = x_f$ și

$$y = a + b \cdot x^{2.5} \quad (1.30)$$

unde: $a = 0.17535138$, $b = -0.17311924$, pentru extradados, de la $x > x_f$ până la bordul de fugă.

$$y = a + b \cdot x^{1.5} + c \cdot x^2 + d \cdot x^{0.5} \quad (1.31)$$

unde: $a = 0.0015447799$, $b = 0.57609056$, $c = -0.28090379$, $d = -0.28107476$, pentru intrados, de la bordul de atac, până la $x = x_f$ și

$$y = a + b \cdot x + c / x^{0.5} \quad (1.32)$$

unde: $a = -0.19034922$, $b = 0.15544846$, $c = 0.032579774$, pentru intrados, de la $x > x_f$ până la bordul de fugă.

Cunoscând acum analitic funcțiile scheletului, extradadosului și intradosului, se pot determina în orice punct valorile de pe extradados, respectiv intrados, pentru o anumită valoare a abscisei x .

Se determină astfel, prin balierea abscisei x , lungimea segmentului OC de pe extradados și OD de pe intrados, la care conturul profilului este tangent.

Rezultatele calculelor sunt prezentate în tabelele 1.2 și 1.3, pentru profilele NACA4412 (fig.1.11) și respectiv NACA4424 (fig.1.12), având extradadosul și intradosul determinate analitic.

În tabele lungimea segmentului AB este $2R$, cea a sumei segmentelor CO + OD este $2R_r$, diferența dintre acestea fiind ΔR . Variația acestor mărimi, în lungul abscisei, este reprezentată în fig.1.13 și fig.1.14, pentru profilul NACA4412 și în fig.1.15 și fig.1.16, pentru profilul NACA4424.

Variația mărimii ΔR , pentru profilele NACA4412 și NACA4424, este

reprezentată tabelar în tabelul 1.4 și grafic în fig.1.17

Tabelul 1.4 Variația valorilor ΔR în lungul cozii

X	ΔR_{24}	ΔR_{12}
0	0	0
0.1	0.137849	0.002257
0.2	0.004195	0.000562
0.3	-0.00036	0.000336
0.4	0.002512	-0.00055
0.5	0.116856	0.000206
0.6	0.10271	0.000429
0.7	0.083409	0.000785
0.8	0.060099	0.000972
0.9	0.033171	0.000739
1	0	0

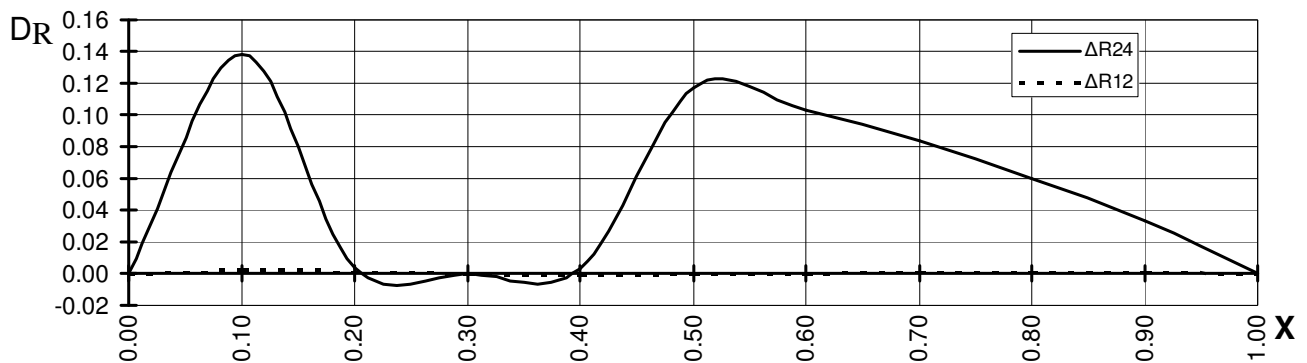


Fig.1.17 Variația mărimii ΔR , în lungul coardei pentru profilele NACA4412 și NACA4424

Astfel, asupra grosimii profilelor NACA, se pot afirma următoarele:

- studiul efectuat, evidențiază diferențele care apar în ceea ce privește evaluarea cantitativă a grosimii profilelor aerodinamice în funcție de relațiile de definiție;
- geometria profilelor definite în raport cu un reper Göttingen, este mult deosebită de geometria profilelor definite în raport cu un reper NACA;
- grosimea profilelor definite după NACA, diferă puțin în raport cu diametrul cercului înscris în profil în același punct, nu mai mare de 0.14%;
- la profilele groase de tip NACA4424, diferența de grosime semnalată la c., crește aproximativ de 60 de ori în preajma bordului de atac (0.14%) și de 45 de ori în preajma grosimii maxime a profilelor (0.121%), față de profilele subțiri de tip NACA4412.

Tabelul 1.2 Coordonatele profilului NACA 4412

Nr. Crt.	X	Y _s	X _e	Y _e	X _i	Y _i	2R	X _{er}	Y _{er}	X _{ir}	Y _{ir}	2R _r	ΔR
1.	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
2.	0.050000	0.009375	0.043872	0.044390	0.056128	-0.02564	0.071094	0.032872	0.038966421	0.044128	-0.023739896	0.063709	0.007385
3.	0.100000	0.017500	0.093054	0.063810	0.106946	-0.02881	0.093655	0.085054	0.06166721	0.098946	-0.028669339	0.091398	0.002257
4.	0.150000	0.024375	0.143370	0.077414	0.156630	-0.02866	0.106903	0.13837	0.076351137	0.15063	-0.02887794	0.105941	0.000962
5.	0.200000	0.030000	0.194291	0.087091	0.205709	-0.02709	0.114751	0.191291	0.086376534	0.202709	-0.027240346	0.114189	0.000562
6.	0.300000	0.037500	0.297003	0.097442	0.302997	-0.02244	0.120035	0.297003	0.097185872	0.302997	-0.022362844	0.119699	0.000336
7.	0.400000	0.040000	0.400000	0.098030	0.400000	-0.01803	0.116060	0.402	0.098511252	0.402	-0.018099632	0.116611	-0.00055
8.	0.450000	0.039375	0.450620	0.095179	0.449380	-0.01642	0.111615	0.45262	0.095399021	0.45239	-0.015984166	0.111383	0.000232
9.	0.500000	0.038889	0.501176	0.091816	0.498824	-0.01403	0.105881	0.504176	0.091841482	0.501824	-0.013807666	0.105675	0.000206
10.	0.600000	0.035556	0.602026	0.081144	0.597974	-0.01003	0.091267	0.606026	0.080935681	0.601974	-0.009812375	0.090838	0.000429
11.	0.700000	0.030000	0.702437	0.066558	0.697563	-0.00655	0.073278	0.706437	0.065843377	0.701563	-0.006485934	0.072493	0.000785
12.	0.800000	0.022222	0.802323	0.048350	0.797677	-0.00390	0.052462	0.805323	0.047372082	0.800677	-0.003907893	0.051490	0.000972
13.	0.900000	0.012222	0.901599	0.026611	0.898401	-0.00216	0.028954	0.903599	0.025906845	0.900401	-0.002126429	0.028215	0.000739
14.	0.950000	0.006389	0.950979	0.014395	0.949021	-0.00161	0.016131	0.951979	0.014308112	0.950021	-0.001563352	0.015992	0.000139
15.	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

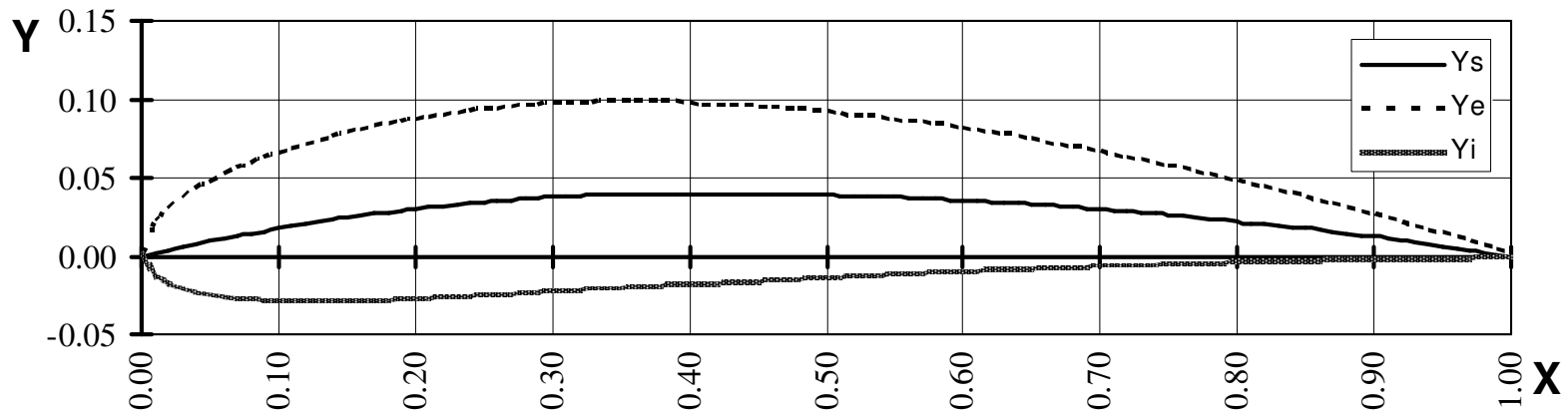


Fig.1.11 Profilul NACA4412

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

Tabelul 1.3 Coordonatele pentru profilul NACA 4424

Nr. Crt	X	Y _s	X _e	Y _e	X _i	Y _i	2R	X _{er}	Y _{er}	X _{ir}	Y _{ir}	2R _r	ΔR
1.	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
2.	0.05000	0.009375	0.037745	0.079404	0.062255	-0.060654	0.142187	0.060745	-0.030333242	0.026255	0.01709844	0.1759341	0.0835412
3.	0.10000	0.017500	0.086107	0.110119	0.113893	-0.075119	0.187311	0.103107	-0.022838737	0.079894	-0.06651548	0.2114279	0.1378489
4.	0.15000	0.024375	0.136740	0.130453	0.163260	-0.081703	0.213806	0.11074	0.120787865	0.13526	-0.07823677	0.0961957	0.0132766
5.	0.20000	0.030000	0.188582	0.144181	0.211418	-0.084181	0.229502	0.172582	0.140589383	0.194418	-0.08365686	0.0915547	0.0041951
6.	0.30000	0.037500	0.294006	0.157385	0.305994	-0.082385	0.240069	0.294006	0.15733942	0.305994	-0.08278565	0.0835936	-0.000355
7.	0.40000	0.040000	0.400000	0.156060	0.400000	-0.076060	0.232120	0.408	0.155636036	0.412	-0.07393750	0.0765885	0.0025116
8.	0.45000	0.039375	0.451240	0.150983	0.448760	-0.072233	0.223229	0.4494	0.03030311	0.46176	-0.07062827	0.1933214	0.1215436
9.	0.50000	0.038889	0.502352	0.144743	0.497648	-0.066965	0.211761	0.499352	0.028921557	0.51148	-0.06520519	0.1832412	0.1168561
10.	0.60000	0.035556	0.604052	0.126733	0.595948	-0.055622	0.182535	0.600052	0.025444949	0.610948	-0.05363335	0.1574675	0.1027096
11.	0.70000	0.030000	0.704874	0.103116	0.695126	-0.043116	0.146556	0.699874	0.021015402	0.709124	-0.04145029	0.1258809	0.0834091
12.	0.80000	0.022222	0.804645	0.074479	0.795355	-0.030034	0.104925	0.799645	0.015531274	0.806355	-0.02878980	0.0896452	0.0600989
13.	0.90000	0.012222	0.903197	0.040999	0.896803	-0.016555	0.057909	0.900197	0.008861233	0.903803	-0.01561241	0.0491801	0.0331711
14.	0.95000	0.006389	0.951957	0.022401	0.948043	-0.009623	0.032262	0.944957	0.005504584	0.952043	-0.00893272	0.0276798	0.0161795
15.	1.00000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

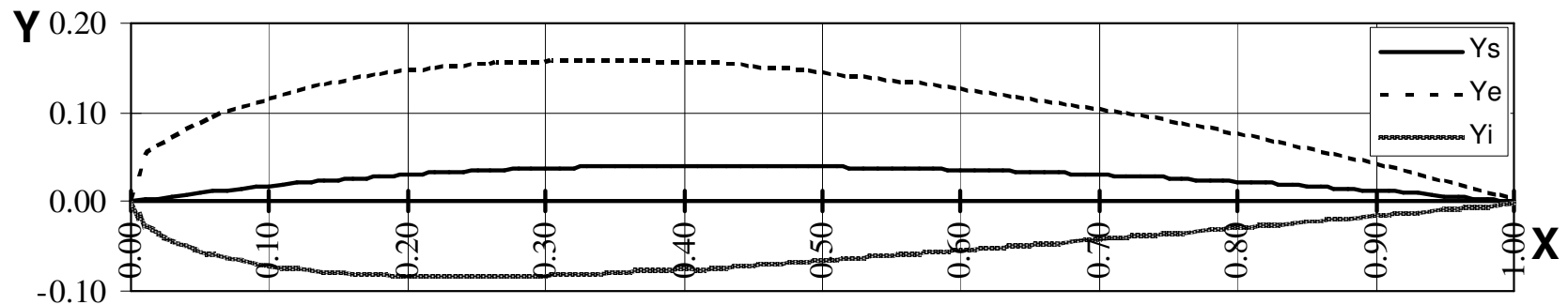


Fig.1.12 Profilul NACA4424

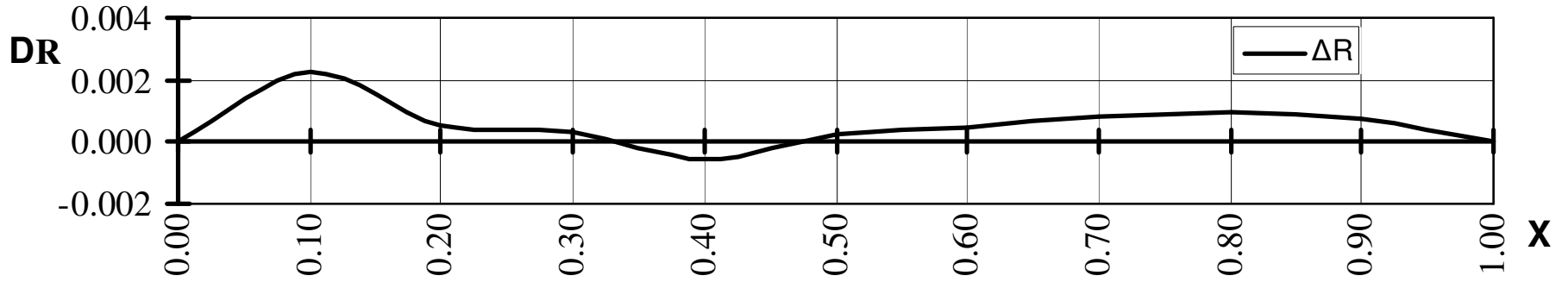


Fig.1.13 Variația mărimii ΔR în lungul coardei pentru profilul NACA4412

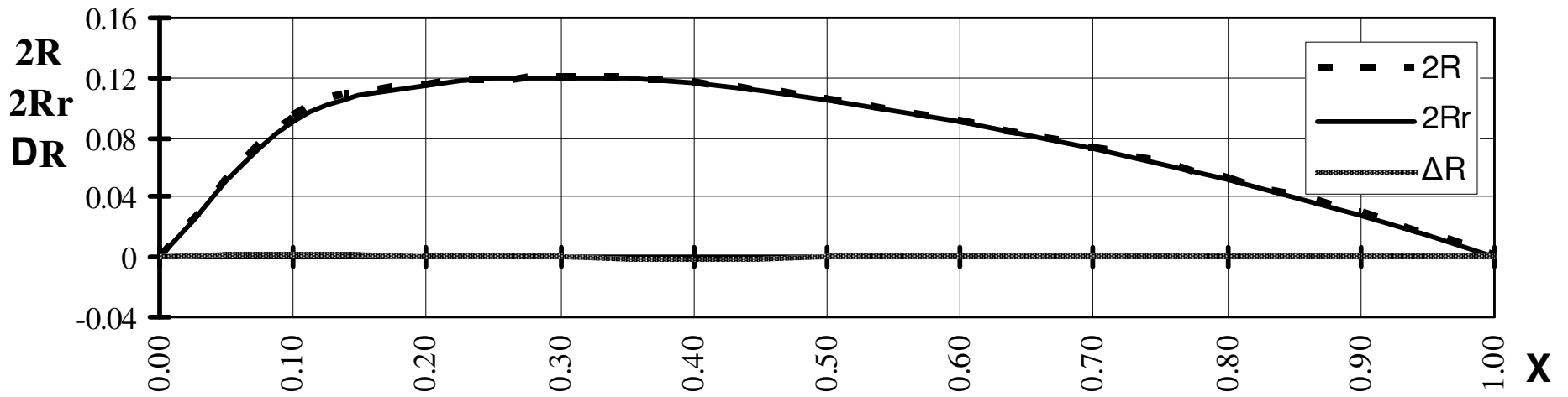


Fig. 1.14 Variația mărimilor $2R$, $2R_r$ și ΔR în lungul coardei pentru profilul NACA4412

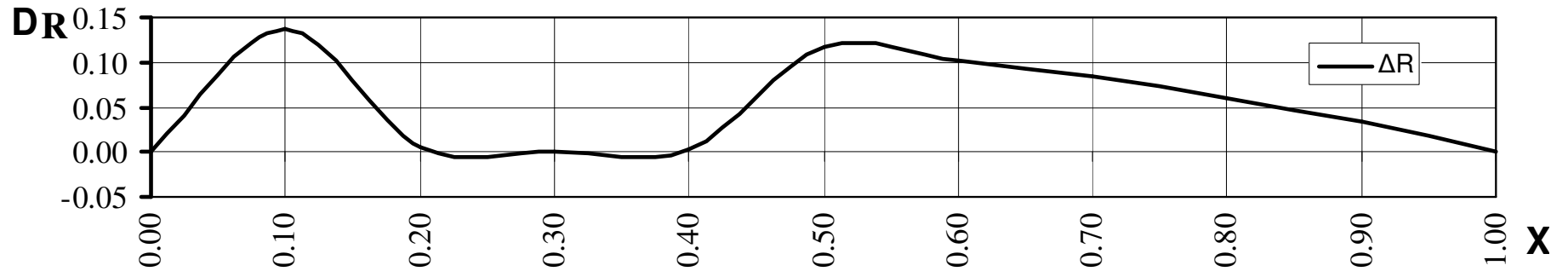


Fig.1.15 Variația mărimii ΔR în lungul coardei pentru profilul NACA4424

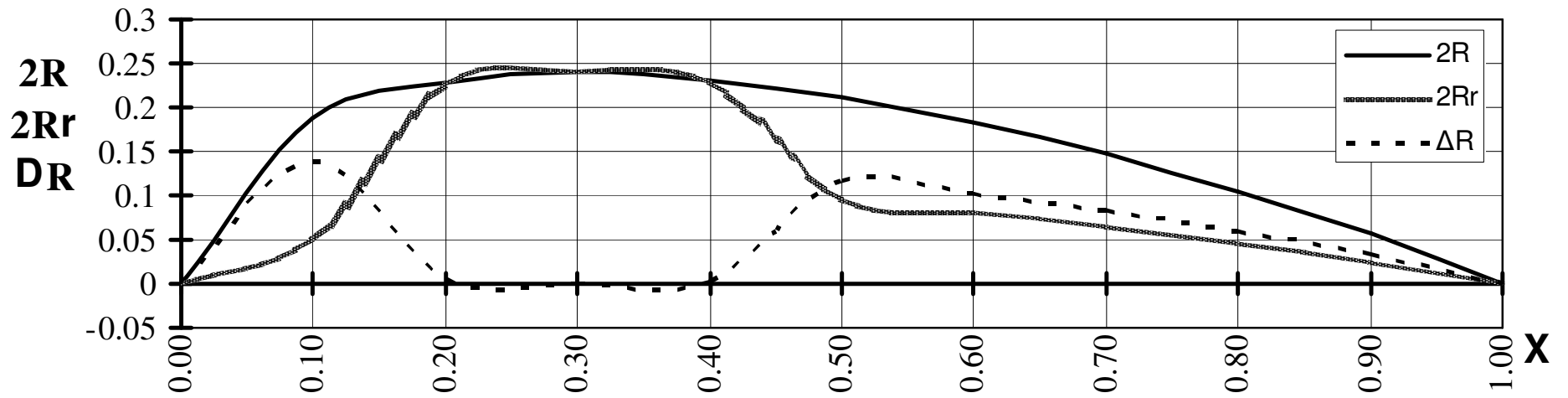


Fig.1.16 Variația mărimilor $2R$, $2R_r$ și ΔR în lungul coardei pentru profilul NACA4424

1.5 PROFILE CU SCHELETUL ÎN “S” (PARABOLICE EXTINSE)

O expresie analitică relativ simplă pentru un profil aerodinamic sau pentru o structură de bază, se obține din ecuația unei parabole: $z = a \cdot x \cdot (1-x)$. În particular, pentru un profil biconvex, (în formă de “S”), se poate scrie expresia simplificată a scheletului respectiv grosimii acestuia:

$$\begin{aligned} y^{(f)}(x) &= 4 \cdot f / 1 \cdot x \cdot (1-x) \\ y^{(d)}(x) &= 2 \cdot d / 1 \cdot x \cdot (1-x) \end{aligned} \tag{1.33}$$

unde: - f - reprezintă săgeata profilului, în punctul $x = 1/2$ (fig.1.18.a);
 - d - reprezintă grosimea profilului.

Profilele de acest tip cu vârfurile ascuțite la bordurile de atac și de fugă sunt importante în special pentru viteze supersonice.

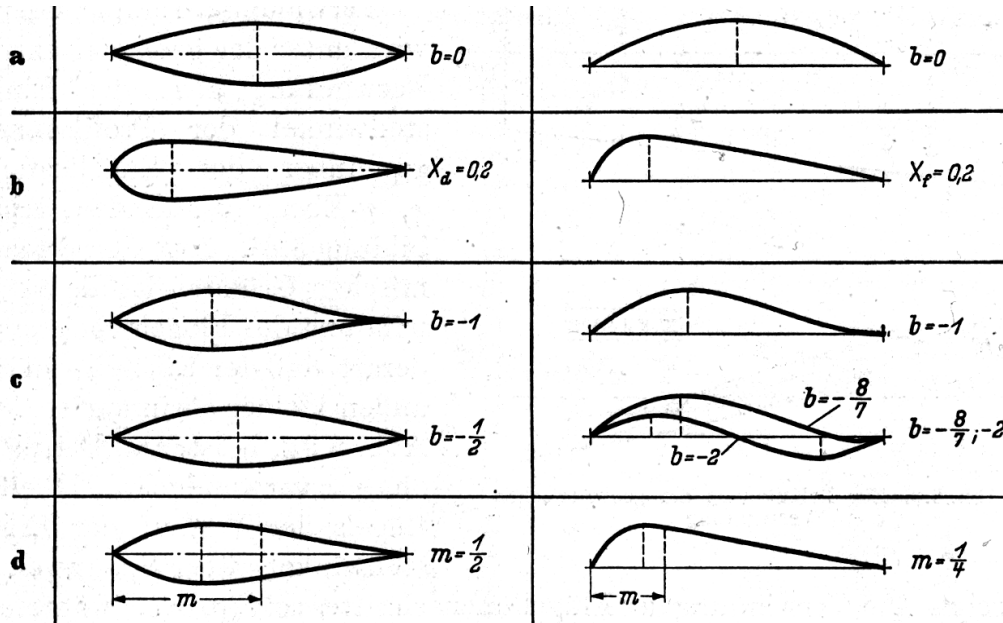


Fig.1.18 Profile parabolice extinse

Prin adăugarea unei funcții liniare $1 + b \cdot x$, la numărător sau numitor, se obține așa numitul profil parabolic extins.

Prin adăugarea acestei funcții $1 + b \cdot x$, la numitor, se obține ecuația:

$$y(x) = a \cdot x \cdot (1-x) / (1 + b \cdot x) \tag{1.34}$$

Prin adăugarea acestei funcții $1 + b \cdot x$, la numărător, se obține ecuația:

$$y(x) = a \cdot x \cdot (1-x) \cdot (1 + b \cdot x) \tag{1.35}$$

Pentru diferite valori ale lui b, rezultă punctul de inflexiune al profilului cu valori maxime diferite ale grosimii x_d , respectiv valoarea săgeții x_f .

Constantele a și b sunt:

- pentru profil: $a = 1 / (2 \cdot x_d^2) \cdot d / 1, \quad b = (1 - 2 \cdot x_d) / x_d^2 \tag{1.36}$

- respectiv pentru schelet: $a = 1 / x_f^2 \cdot f / 1, \quad b = (1 - 2 \cdot x_f) / x_f^2$

În fig.1.18.b sunt reprezentate profilul respectiv scheletul pentru valorile $x_d = 0.2$ și $x_f = 0.2$, iar în fig.1.18.c, sunt reprezentate, pentru diferite valori "a" valorilor date lui "b", profile cu puncte de inflexiune.

Pentru profilul scheletului există o corelație între valoarea mărimii b și valoarea săgeții maxime x_f , între poziția punctului de inflexiune x_w și poziția punctului x_o , unde ordonata y își schimbă semnul:

$$b = - (1 - 2 \cdot x_f) / x_f / (2 - 3 \cdot x_f) = - 1 / (1 - 3 \cdot x_w) = -1 / x_o \quad (1.38)$$

Plecând de la structura profilelor NACA din seria cu 5 cifre se mai pot genera profile parabolice extinse și prin introducerea în partea din față a unei parabole de gradul 3, iar în partea din spate a unei drepte.

În fig.1.18.d, sunt prezentate liniile de schelet pentru valoarea lui $m = 1/2$, respectiv pentru $m = 1/4$, a profilului aerohidrodinamic ($x_f < m < 1$).

Considerând expresia (1.34), se poate genera scheletul în formă de "S". Acesta se poate îmbrăca cu o elipsă, obținând astfel profilul parabolic în formă de "S".

Calcululele au fost efectuate pentru patru variante, care sunt prezentate în tabelele 1.5, 1.6, 1.7, respectiv 1.8.

În fig.1.19 s-au generat cele patru schelete, pentru diferite valori ale parametrului b (parametrul b stabilește poziția punctului x pe abscisă, unde ordonata y își schimbă semnul), menținând valoarea parametrului a constant, $a = 1$ (parametrul a stabilește grosimea profilului). Astfel, în fig.1.19.a, valoarea parametrului b este $b = -1.5$, în fig.1.19.b, valoarea parametrului b este $b = -2$, în fig.1.19.c, valoarea parametrului b este $b = -2.5$, iar în fig.1.19.d, valoarea parametrului b este $b = 0$ și scheletul nu are formă de "S".

În fig.1.20 s-au generat cele patru profile prin îmbrăcarea scheletelor cu parabole, pentru cele patru valori ale parametrului b, cu valoarea parametrului a constantă, $a = 1$. Astfel în fig.1.20.a, valoarea parametrului b este $b = -1.5$, în fig.1.20.b, valoarea parametrului b este $b = -2$, în fig.1.20.c, valoarea parametrului b este $b = -2.5$, iar în fig. 1.20.d, valoarea parametrului b este $b = 0$ și profilul este un profil ce are formă de arc de cerc și nu are formă de "S".

În concluzie, se poate afirma că se pot genera profile în formă de "S", plecând de la expresia unei parabole, la care se variază cei doi parametri a și b. În funcție de valoare parametrului b, se stabilește punctul de inflexiune a profilului în "S" (pentru $b = 0$, profilul este un profil în arc de cerc), iar funcție de valoarea parametrului a, se stabilește valoarea grosimii maxime a profilului.

Tabelul 1.5 Valorile calculate pentru schelet și profil, pentru $a = 1$ și $b = -1.5$

X	Y	Y profil extrados	Y profil intrados
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.010000	0.009752	0.023051	-0.003548
0.020000	0.019012	0.037656	0.000368
0.030000	0.027791	0.050424	0.005157
0.040000	0.036096	0.062002	0.010190

Tabelul 1.6 Valorile calculate pentru schelet și profil, pentru $a = 1$ și $b = -2$

X	Y	Y profil extrados	Y profil intrados
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.010000	0.009702	0.023001	-0.003597
0.020000	0.018816	0.037460	0.000172
0.030000	0.027354	0.049987	0.004721
0.040000	0.035328	0.061234	0.009422

0.050000	0.043938	0.072646	0.015229
0.060000	0.051324	0.082496	0.020152
0.070000	0.058265	0.091639	0.024890
0.080000	0.064768	0.100131	0.029405
0.090000	0.070844	0.108021	0.033666
0.100000	0.076500	0.115342	0.037658
0.110000	0.081747	0.122124	0.041369
0.120000	0.086592	0.128390	0.044794
0.130000	0.091046	0.134164	0.047927
0.140000	0.095116	0.139464	0.050768
0.150000	0.098813	0.144310	0.053315
0.160000	0.102144	0.148715	0.055573
0.170000	0.105120	0.152695	0.057544
0.180000	0.107748	0.156265	0.059231
0.190000	0.110039	0.159440	0.060637
0.200000	0.112000	0.162231	0.061769
0.210000	0.113642	0.164651	0.062632
0.220000	0.114972	0.166714	0.063230
0.230000	0.116001	0.168430	0.063571
0.240000	0.116736	0.169811	0.063661
0.250000	0.117188	0.170869	0.063506
0.260000	0.117364	0.171614	0.063114
0.270000	0.117275	0.172058	0.062491
0.280000	0.116928	0.172212	0.061644
0.290000	0.116334	0.172085	0.060582
0.300000	0.115500	0.171689	0.059311
0.310000	0.114437	0.171034	0.057839
0.320000	0.113152	0.170130	0.056174
0.330000	0.111656	0.168988	0.054323
0.340000	0.109956	0.167617	0.052295
0.350000	0.108063	0.166026	0.050099
0.360000	0.105984	0.164228	0.047740
0.370000	0.103730	0.162231	0.045228
0.380000	0.101308	0.160043	0.042573
0.390000	0.098729	0.157676	0.039781
0.400000	0.096000	0.155140	0.036860
0.410000	0.093132	0.152443	0.033820
0.420000	0.090132	0.149595	0.030669
0.430000	0.087011	0.146605	0.027416
0.440000	0.083776	0.143484	0.024068
0.450000	0.080438	0.140240	0.020635
0.460000	0.077004	0.136882	0.017126
0.470000	0.073485	0.133420	0.013549
0.480000	0.069888	0.129864	0.009912
0.490000	0.066224	0.126221	0.006226
0.500000	0.062500	0.122502	0.002498
0.510000	0.058727	0.118715	-0.001262
0.520000	0.054912	0.114869	-0.005045
0.530000	0.051066	0.110974	-0.008843
0.540000	0.047196	0.107038	-0.012646
0.550000	0.043313	0.103070	-0.016445
0.560000	0.039424	0.099079	-0.020231
0.570000	0.035540	0.095074	-0.023995
0.580000	0.031668	0.091063	-0.027727
0.590000	0.027819	0.087056	-0.031419
0.600000	0.024000	0.083061	-0.035061

0.050000	0.042750	0.071459	0.014041
0.060000	0.049632	0.080804	0.018460
0.070000	0.055986	0.089360	0.022612
0.080000	0.061824	0.097187	0.026461
0.090000	0.067158	0.104336	0.029980
0.100000	0.072000	0.111084	0.033158
0.110000	0.076362	0.116739	0.035985
0.120000	0.080256	0.122054	0.038458
0.130000	0.083694	0.126812	0.040576
0.140000	0.086688	0.131036	0.042340
0.150000	0.089250	0.134747	0.043753
0.160000	0.091392	0.137963	0.044821
0.170000	0.093126	0.140701	0.045551
0.180000	0.094464	0.142981	0.045947
0.190000	0.095418	0.144819	0.046017
0.200000	0.096000	0.146231	0.045769
0.210000	0.096222	0.147232	0.045212
0.220000	0.096096	0.147838	0.044354
0.230000	0.095634	0.148063	0.043205
0.240000	0.094848	0.147923	0.041773
0.250000	0.093750	0.147431	0.040069
0.260000	0.092352	0.146602	0.038102
0.270000	0.090666	0.145449	0.035883
0.280000	0.088704	0.143988	0.033420
0.290000	0.086478	0.142229	0.030727
0.300000	0.084000	0.140189	0.027811
0.310000	0.081282	0.137880	0.024684
0.320000	0.078336	0.135314	0.021358
0.330000	0.075174	0.132507	0.017841
0.340000	0.071808	0.129469	0.014147
0.350000	0.068250	0.126214	0.010286
0.360000	0.064512	0.122756	0.006268
0.370000	0.060606	0.119107	0.002105
0.380000	0.056544	0.115279	-0.002191
0.390000	0.052338	0.111286	-0.006610
0.400000	0.048000	0.107140	-0.011140
0.410000	0.043542	0.102853	-0.015769
0.420000	0.038976	0.098439	-0.020487
0.430000	0.034314	0.093909	-0.025281
0.440000	0.029568	0.089276	-0.030140
0.450000	0.024750	0.084552	-0.035052
0.460000	0.019872	0.079750	-0.040006
0.470000	0.014946	0.074882	-0.044990
0.480000	0.009984	0.069960	-0.049992
0.490000	0.004998	0.064995	-0.054999
0.500000	0.000000	0.060002	-0.060002
0.510000	-0.004998	0.054990	-0.064986
0.520000	-0.009984	0.049973	-0.069941
0.530000	-0.014946	0.044963	-0.074855
0.540000	-0.019872	0.039970	-0.079714
0.550000	-0.024750	0.035007	-0.084507
0.560000	-0.029568	0.030087	-0.089223
0.570000	-0.034314	0.025221	-0.093849
0.580000	-0.038976	0.020419	-0.098371
0.590000	-0.043542	0.015695	-0.102779
0.600000	-0.048000	0.011061	-0.107061

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

0.610000	0.020222	0.079085	-0.038642
0.620000	0.016492	0.075138	-0.042154
0.630000	0.012821	0.071230	-0.045589
0.640000	0.009216	0.067366	-0.048934
0.650000	0.005687	0.063556	-0.052181
0.660000	0.002244	0.059808	-0.055320
0.670000	-0.001106	0.056132	-0.058343
0.680000	-0.004352	0.052533	-0.061237
0.690000	-0.007486	0.049020	-0.063993
0.700000	-0.010500	0.045603	-0.066603
0.710000	-0.013384	0.042286	-0.069053
0.720000	-0.016128	0.039081	-0.071337
0.730000	-0.018725	0.035992	-0.073441
0.740000	-0.021164	0.033027	-0.075355
0.750000	-0.023438	0.030195	-0.077070
0.760000	-0.025536	0.027501	-0.078573
0.770000	-0.027451	0.024953	-0.079854
0.780000	-0.029172	0.022558	-0.080902
0.790000	-0.030692	0.020320	-0.081703
0.800000	-0.032000	0.018248	-0.082248
0.810000	-0.033089	0.016346	-0.082523
0.820000	-0.033948	0.014618	-0.082514
0.830000	-0.034570	0.013073	-0.082212
0.840000	-0.034944	0.011711	-0.081599
0.850000	-0.035063	0.010537	-0.080662
0.860000	-0.034916	0.009553	-0.079385
0.870000	-0.034496	0.008761	-0.077752
0.880000	-0.033792	0.008162	-0.075746
0.890000	-0.032797	0.007754	-0.073347
0.900000	-0.031500	0.007531	-0.070531
0.910000	-0.029894	0.007488	-0.067275
0.920000	-0.027968	0.007612	-0.063548
0.930000	-0.025715	0.007886	-0.059315
0.940000	-0.023124	0.008282	-0.054530
0.950000	-0.020188	0.008757	-0.049132
0.960000	-0.016896	0.009242	-0.043034
0.970000	-0.013241	0.009614	-0.036095
0.980000	-0.009212	0.009629	-0.028053
0.990000	-0.004802	0.008650	-0.018253
1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

0.610000	-0.052338	0.006525	-0.111201
0.620000	-0.056544	0.002102	-0.115190
0.630000	-0.060606	-0.002197	-0.119015
0.640000	-0.064512	-0.006362	-0.122662
0.650000	-0.068250	-0.010382	-0.126118
0.660000	-0.071808	-0.014244	-0.129372
0.670000	-0.075174	-0.017937	-0.132411
0.680000	-0.078336	-0.021451	-0.135221
0.690000	-0.081282	-0.024775	-0.137789
0.700000	-0.084000	-0.027897	-0.140103
0.710000	-0.086478	-0.030808	-0.142148
0.720000	-0.088704	-0.033495	-0.143913
0.730000	-0.090666	-0.035950	-0.145382
0.740000	-0.092352	-0.038161	-0.146543
0.750000	-0.093750	-0.040117	-0.147383
0.760000	-0.094848	-0.041811	-0.147885
0.770000	-0.095634	-0.043230	-0.148038
0.780000	-0.096096	-0.044366	-0.147826
0.790000	-0.096222	-0.045210	-0.147234
0.800000	-0.096000	-0.045752	-0.146248
0.810000	-0.095418	-0.045984	-0.144852
0.820000	-0.094464	-0.045898	-0.143030
0.830000	-0.093126	-0.045484	-0.140768
0.840000	-0.091392	-0.044737	-0.138047
0.850000	-0.089250	-0.043650	-0.134850
0.860000	-0.086688	-0.042219	-0.131157
0.870000	-0.083694	-0.040437	-0.126951
0.880000	-0.080256	-0.038302	-0.122210
0.890000	-0.076362	-0.035812	-0.116912
0.900000	-0.072000	-0.032969	-0.111031
0.910000	-0.067158	-0.029777	-0.104539
0.920000	-0.061824	-0.026244	-0.097404
0.930000	-0.055986	-0.022385	-0.089587
0.940000	-0.049632	-0.018226	-0.081038
0.950000	-0.042750	-0.013805	-0.071695
0.960000	-0.035328	-0.009190	-0.061466
0.970000	-0.027354	-0.004500	-0.050208
0.980000	-0.018816	0.000025	-0.037657
0.990000	-0.009702	0.003749	-0.023153
1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Tabelul 1.7 Valorile calculate pentru schelet și profil, pentru $a = 1$ și $b = -2.5$

X	Y	Y profil extrados	Y profil intrados
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.010000	0.009653	0.022952	-0.015587
0.020000	0.018620	0.037264	-0.016824
0.030000	0.026918	0.049551	-0.016186
0.040000	0.034560	0.060466	-0.014861
0.050000	0.041563	0.070271	-0.013299
0.060000	0.047940	0.079112	-0.011730
0.070000	0.053708	0.087082	-0.010285
0.080000	0.058880	0.094243	-0.009038
0.090000	0.063473	0.100650	-0.008047
0.100000	0.067500	0.106342	-0.007342

Tabelul 1.8 Valorile calculate pentru schelet și profil, pentru $a = 1$ și $b = 0$

X	Y	Y profil extrados	Y profil intrados
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.010000	0.009900	0.023199	-0.003399
0.020000	0.019600	0.038244	0.000956
0.030000	0.029100	0.051733	0.006467
0.040000	0.038400	0.064306	0.012494
0.050000	0.047500	0.076209	0.018791
0.060000	0.056400	0.087572	0.025228
0.070000	0.065100	0.098474	0.031726
0.080000	0.073600	0.108963	0.038237
0.090000	0.081900	0.119078	0.044722
0.100000	0.090000	0.128842	0.051158

0.110000	0.070978	0.111355	-0.006947
0.120000	0.073920	0.115718	-0.006873
0.130000	0.076343	0.119461	-0.007132
0.140000	0.078260	0.122608	-0.007726
0.150000	0.079688	0.125185	-0.008659
0.160000	0.080640	0.127211	-0.009924
0.170000	0.081133	0.128708	-0.011519
0.180000	0.081180	0.129697	-0.013439
0.190000	0.080798	0.130199	-0.015680
0.200000	0.080000	0.130231	-0.018231
0.210000	0.078803	0.129812	-0.021084
0.220000	0.077220	0.128962	-0.024232
0.230000	0.075268	0.127697	-0.027662
0.240000	0.072960	0.126035	-0.031365
0.250000	0.070313	0.123994	-0.035331
0.260000	0.067340	0.121590	-0.039546
0.270000	0.064058	0.118841	-0.044001
0.280000	0.060480	0.115764	-0.048684
0.290000	0.056623	0.112374	-0.053580
0.300000	0.052500	0.108689	-0.058680
0.310000	0.048128	0.104725	-0.063969
0.320000	0.043520	0.100498	-0.069435
0.330000	0.038693	0.096025	-0.075066
0.340000	0.033660	0.091321	-0.080846
0.350000	0.028438	0.086401	-0.086762
0.360000	0.023040	0.081284	-0.092804
0.370000	0.017483	0.075984	-0.098956
0.380000	0.011780	0.070515	-0.105201
0.390000	0.005947	0.064895	-0.111530
0.400000	0.000000	0.059140	-0.117928
0.410000	-0.006047	0.053264	-0.124379
0.420000	-0.012180	0.047283	-0.130870
0.430000	-0.018383	0.041212	-0.137386
0.440000	-0.024640	0.035068	-0.143914
0.450000	-0.030938	0.028865	-0.150439
0.460000	-0.037260	0.022618	-0.156946
0.470000	-0.043593	0.016343	-0.163420
0.480000	-0.049920	0.010056	-0.169848
0.490000	-0.056228	0.003770	-0.176213
0.500000	-0.062500	-0.002498	-0.182502
0.510000	-0.068723	-0.008734	-0.188699
0.520000	-0.074880	-0.014923	-0.194789
0.530000	-0.080958	-0.021049	-0.200758
0.540000	-0.086940	-0.027098	-0.206590
0.550000	-0.092813	-0.033055	-0.212269
0.560000	-0.098560	-0.038905	-0.217781
0.570000	-0.104168	-0.044633	-0.223111
0.580000	-0.109620	-0.050225	-0.228242
0.590000	-0.114903	-0.055665	-0.233160
0.600000	-0.120000	-0.060939	-0.237849
0.610000	-0.124898	-0.066034	-0.242291
0.620000	-0.129580	-0.070934	-0.246472
0.630000	-0.134033	-0.075623	-0.250379
0.640000	-0.138240	-0.080090	-0.253990
0.650000	-0.142188	-0.084319	-0.257292
0.660000	-0.145860	-0.088296	-0.260269

0.110000	0.097900	0.138277	0.057523
0.120000	0.105600	0.147398	0.063802
0.130000	0.113100	0.156218	0.069982
0.140000	0.120400	0.164748	0.076052
0.150000	0.127500	0.172997	0.082003
0.160000	0.134400	0.180971	0.087829
0.170000	0.141100	0.188675	0.093525
0.180000	0.147600	0.196117	0.099083
0.190000	0.153900	0.203301	0.104499
0.200000	0.160000	0.210231	0.109769
0.210000	0.165900	0.216910	0.114890
0.220000	0.171600	0.223342	0.119858
0.230000	0.177100	0.229529	0.124671
0.240000	0.182400	0.235475	0.129325
0.250000	0.187500	0.241181	0.133819
0.260000	0.192400	0.246650	0.138150
0.270000	0.197100	0.251883	0.142317
0.280000	0.201600	0.256884	0.146316
0.290000	0.205900	0.261651	0.150149
0.300000	0.210000	0.266189	0.153811
0.310000	0.213900	0.270498	0.157302
0.320000	0.217600	0.274578	0.160622
0.330000	0.221100	0.278433	0.163767
0.340000	0.224400	0.282061	0.166739
0.350000	0.227500	0.285464	0.169536
0.360000	0.230400	0.288644	0.172156
0.370000	0.233100	0.291601	0.174599
0.380000	0.235600	0.294335	0.176865
0.390000	0.237900	0.296848	0.178952
0.400000	0.240000	0.299140	0.180860
0.410000	0.241900	0.301211	0.182589
0.420000	0.243600	0.303063	0.184137
0.430000	0.245100	0.304695	0.185505
0.440000	0.246400	0.306108	0.186692
0.450000	0.247500	0.307302	0.187698
0.460000	0.248400	0.308278	0.188522
0.470000	0.249100	0.309036	0.189164
0.480000	0.249600	0.309576	0.189624
0.490000	0.249900	0.309897	0.189903
0.500000	0.250000	0.310002	0.189998
0.510000	0.249900	0.309888	0.189912
0.520000	0.249600	0.309557	0.189643
0.530000	0.249100	0.309009	0.189191
0.540000	0.248400	0.308242	0.188558
0.550000	0.247500	0.307257	0.187743
0.560000	0.246400	0.306055	0.186745
0.570000	0.245100	0.304635	0.185565
0.580000	0.243600	0.302995	0.184205
0.590000	0.241900	0.301137	0.182663
0.600000	0.240000	0.299061	0.180939
0.610000	0.237900	0.296763	0.179037
0.620000	0.235600	0.294246	0.176954
0.630000	0.233100	0.291509	0.174691
0.640000	0.230400	0.288550	0.172250
0.650000	0.227500	0.285368	0.169632
0.660000	0.224400	0.281964	0.166836

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

0.670000	-0.149243	-0.092005	-0.262906
0.680000	-0.152320	-0.095435	-0.265182
0.690000	-0.155078	-0.098571	-0.267083
0.700000	-0.157500	-0.101397	-0.268594
0.710000	-0.159573	-0.103903	-0.269693
0.720000	-0.161280	-0.106071	-0.270369
0.730000	-0.162608	-0.107891	-0.270599
0.740000	-0.163540	-0.109349	-0.270367
0.750000	-0.164063	-0.110430	-0.269657
0.760000	-0.164160	-0.111123	-0.268447
0.770000	-0.163818	-0.111414	-0.266721
0.780000	-0.163020	-0.111290	-0.264460
0.790000	-0.161753	-0.110741	-0.261641
0.800000	-0.160000	-0.109752	-0.258248
0.810000	-0.157748	-0.108313	-0.254258
0.820000	-0.154980	-0.106414	-0.249648
0.830000	-0.151683	-0.104040	-0.244401
0.840000	-0.147840	-0.101185	-0.238488
0.850000	-0.143438	-0.097838	-0.231886
0.860000	-0.138460	-0.093991	-0.224567
0.870000	-0.132893	-0.089636	-0.216505
0.880000	-0.126720	-0.084766	-0.207669
0.890000	-0.119928	-0.079377	-0.198025
0.900000	-0.112500	-0.073469	-0.187531
0.910000	-0.104423	-0.067041	-0.176146
0.920000	-0.095680	-0.060100	-0.163815
0.930000	-0.086258	-0.052657	-0.150476
0.940000	-0.076140	-0.044734	-0.136044
0.950000	-0.065313	-0.036368	-0.120410
0.960000	-0.053760	-0.027622	-0.103413
0.970000	-0.041468	-0.018613	-0.084792
0.980000	-0.028420	-0.009579	-0.064061
0.990000	-0.014603	-0.001151	-0.039994
1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

0.670000	0.221100	0.278337	0.163863
0.680000	0.217600	0.274485	0.160715
0.690000	0.213900	0.270407	0.157393
0.700000	0.210000	0.266103	0.153897
0.710000	0.205900	0.261570	0.150230
0.720000	0.201600	0.256809	0.146391
0.730000	0.197100	0.251816	0.142384
0.740000	0.192400	0.246591	0.138209
0.750000	0.187500	0.241133	0.133867
0.760000	0.182400	0.235437	0.129363
0.770000	0.177100	0.229504	0.124696
0.780000	0.171600	0.223330	0.119870
0.790000	0.165900	0.216912	0.114888
0.800000	0.160000	0.210248	0.109752
0.810000	0.153900	0.203334	0.104466
0.820000	0.147600	0.196166	0.099034
0.830000	0.141100	0.188742	0.093458
0.840000	0.134400	0.181055	0.087745
0.850000	0.127500	0.173100	0.081900
0.860000	0.120400	0.164869	0.075931
0.870000	0.113100	0.156357	0.069843
0.880000	0.105600	0.147554	0.063646
0.890000	0.097900	0.138450	0.057350
0.900000	0.090000	0.129031	0.050969
0.910000	0.081900	0.119281	0.044519
0.920000	0.073600	0.109180	0.038020
0.930000	0.065100	0.098701	0.031499
0.940000	0.056400	0.087806	0.024994
0.950000	0.047500	0.076445	0.018555
0.960000	0.038400	0.064538	0.012262
0.970000	0.029100	0.051954	0.006246
0.980000	0.019600	0.038441	0.000759
0.990000	0.009900	0.023351	-0.003551
1.000000	0.000000	0.000000	0.000000

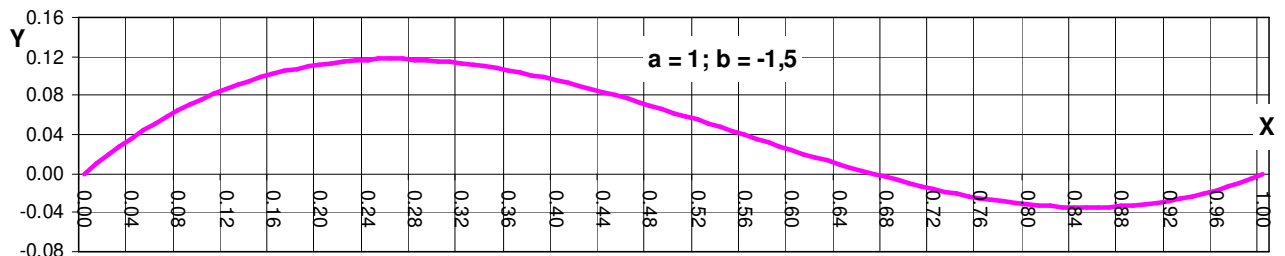


Fig.1.19.a – Reprezentarea scheletului în formă de "S", pentru $b = -1.5$

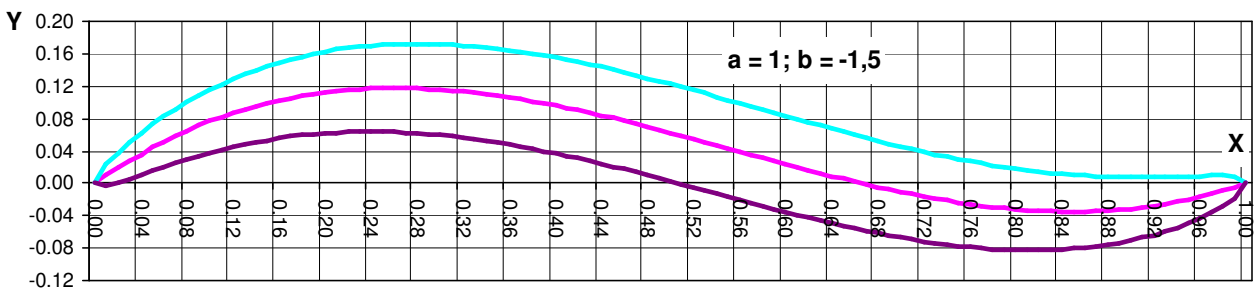


Fig.1.20.a – Reprezentarea profilului în formă de "S" pentru $b = -1.5$, îmbrăcat cu parabola de paramerii, $c = 0.5$ și $d = 0.06$

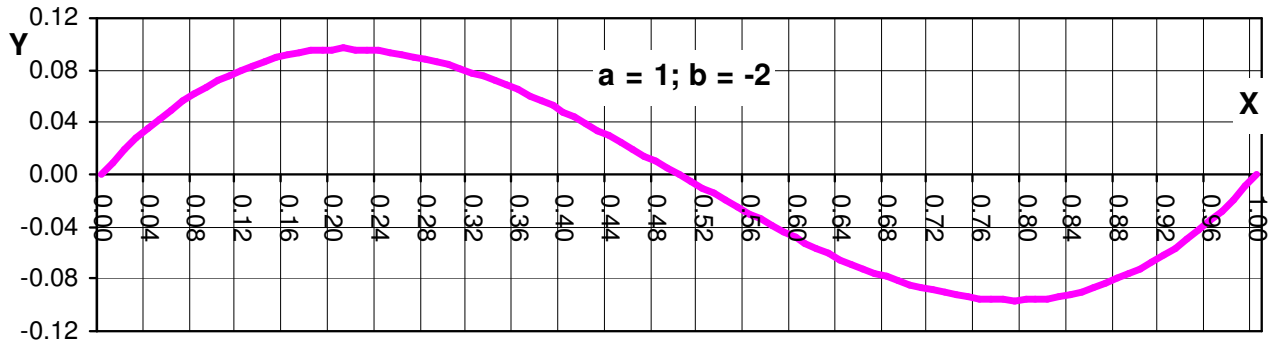


Fig.1.19.b – Reprezentarea scheletului în formă de “S”, pentru $b = -2$

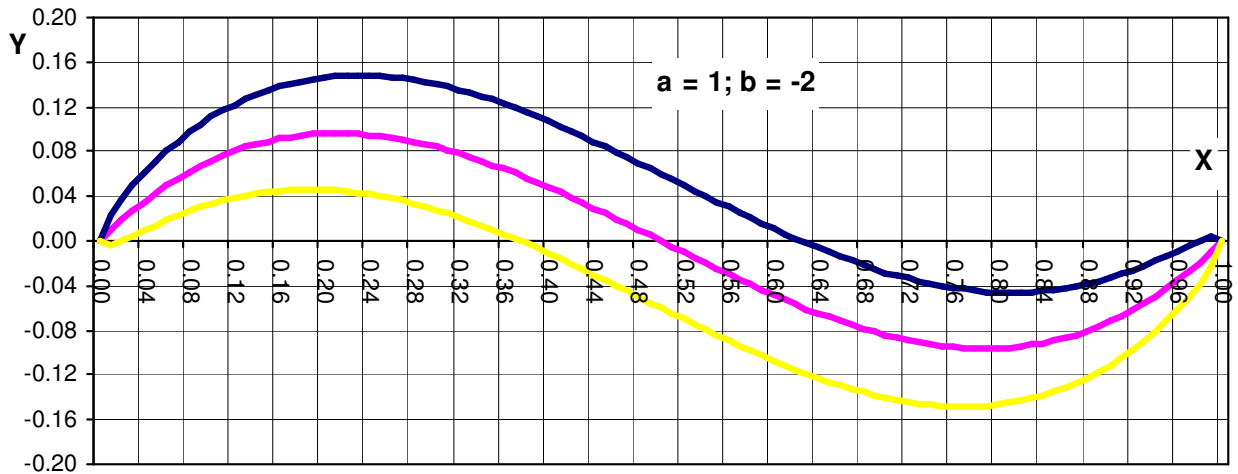


Fig.1.20.b – Reprezentarea profilului în formă de “S” pentru $b = -2$, îmbrăcat cu parabola de paramerii, $c = 0.5$ și $d = 0.06$

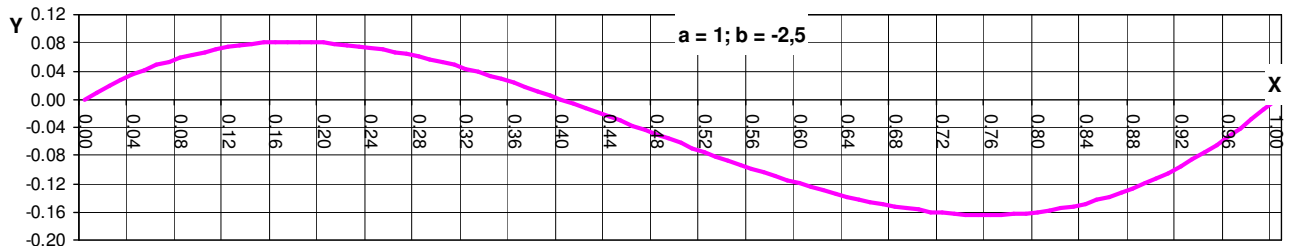


Fig.1.19.c – Reprezentarea scheletului în formă de “S”, pentru $b = -2.5$

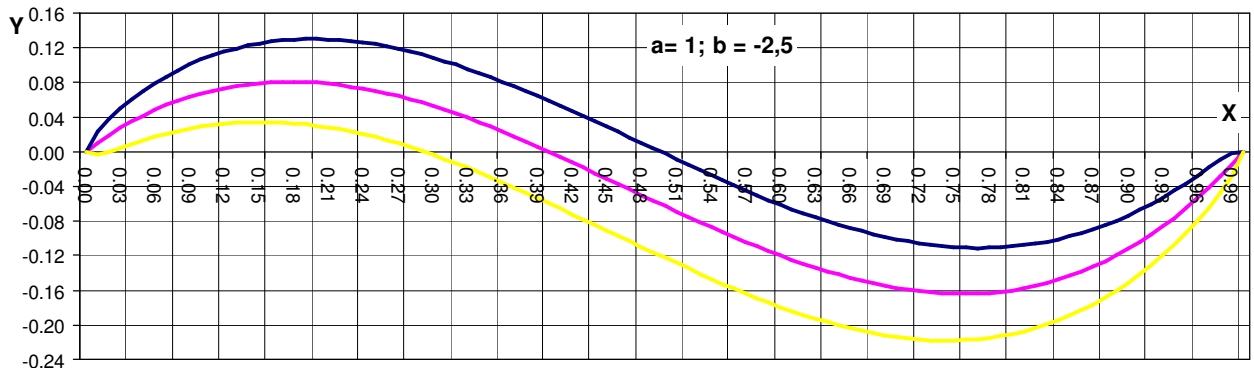


Fig.1.20.c – Reprezentarea profilului în formă de “S” pentru $b = -2.5$, îmbrăcat cu parabola de paramerii, $c = 0.5$ și $d = 0.06$

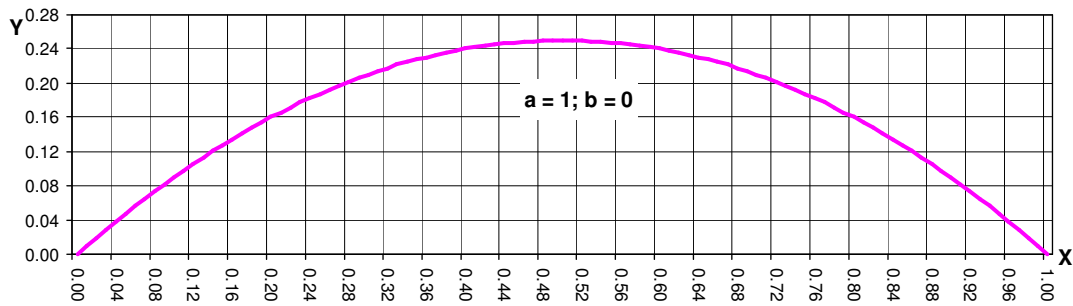


Fig.1.19.d – Reprezentarea scheletului în formă de “S”, pentru $b = 0$

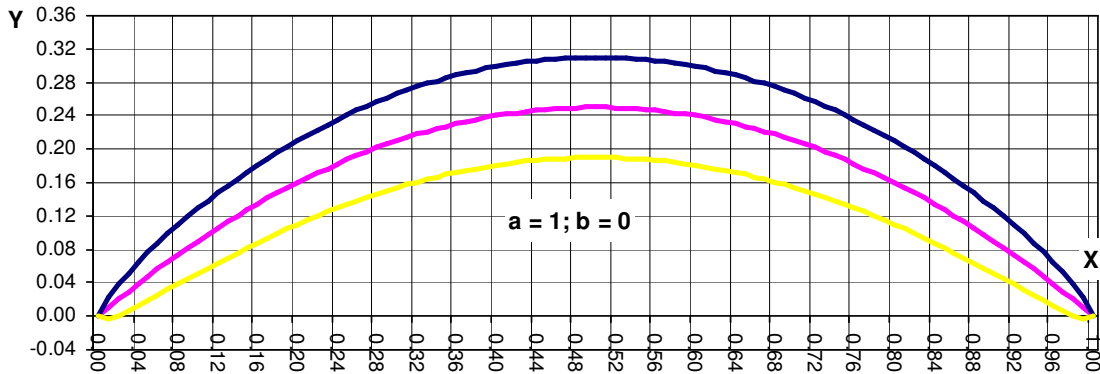


Fig.1.20.d – Reprezentarea profilului în formă de “S” pentru $b = 0$, îmbrăcat cu parabolă de paramerii, $c = 0.5$ și $d = 0.06$

1.6 GENERAREA PROFILELOR BETZ- KEUNE

Profilele aerohidrodinamice, pot fi generate în două moduri:

- ❖ prin metode teoretice, cum ar fi: metoda singularității (singularităților pe schelet, singularităților pe coardă sau panourilor); metoda transformării conforme (Jukovski, Carafoli, Betz-Keune, Jukovski-Betz sau O. Popa) sau metoda NACA;
- ❖ prin metode empirice (experimentale, în special profile Göttingen).

Prin metoda transformărilor conforme, cercul generator din planul ζ , se transformă într-un profil aerohidrodinamic în planul z .

Pentru generarea profilelor Betz-Keune, cercului generator având centru C de coordonate $C(\xi_c, \eta_c)$ și rază R (fig.1.21.a), i se aplică transformarea conformă:

$$\ln\left(\frac{z-k \cdot q}{z+k \cdot q}\right) = k \cdot \ln\left(\frac{\zeta-q}{\zeta+q}\right) + i \cdot \mu \cdot \frac{k \cdot \mu}{\zeta} \quad (1.39)$$

unde: $z = x + i \cdot y$, în care x și y sunt coordonatele profilului;

$\zeta = \xi_c + i \cdot \eta_c + R \cdot (\cos\theta + i \sin\theta)$, în care ξ_c și η_c sunt coordonatele centrului cercului generator;

θ - unghi ce parcurge cercul generator, de la 0^0 la 360^0 ;

k – este o constantă de transformare;

$$q = \sqrt{R^2 - \eta_c^2 - |\xi_c|};$$

$$\mu = 4 \cdot \beta_0 \cdot k \cdot (k^2 - 1) / (1 + 2 \cdot k^2);$$

β_0 – este unghiul de portanță nulă.

Transformarea cercului generator în profil aerohidrodinamic (fig.1.21) s-a realizat prin intermediul unui program de calcul. Prin acest program, s-a realizat separarea părții reale de cea imaginară, ceea ce a permis generarea profilului aerohidrodinamic.

În anumite condiții, funcție de constantele din funcția de transformare, cercul generator C, se transformă într-un profil în “S”. În literatura de specialitate se recomandă următoarele valori ale constantelor: $R=50$, $\xi_c = -10$, $\eta_c = 5$, $k=2$ și $\beta_0=0.1$.

Influența variației acestor mărimi, este studiată în continuare.

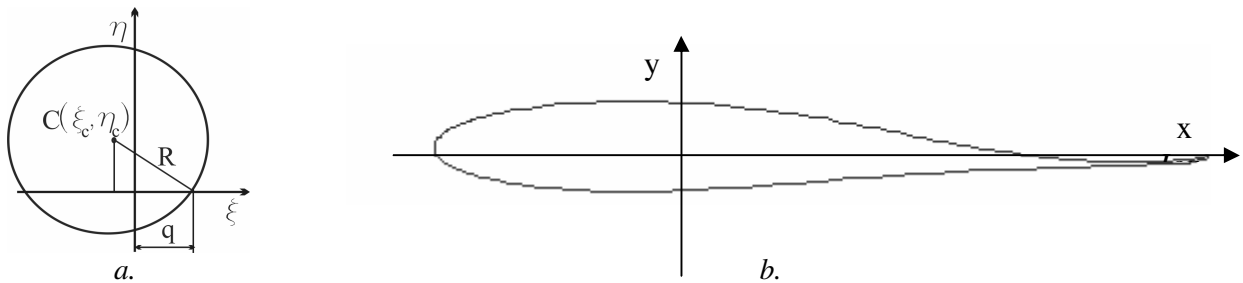


Fig.1.21 Transformarea cercului generator în profil aerohidrodinamic

1.6.1 Variația unghiului de portanță nulă β_0

Se mențin constante valorile parametrilor $R=50$, $\xi_c=-10$, $\eta_c=5$ și $k=2$, iar valorile pentru unghiul β_0 , se dau în jurul valorii de 0.1 (fig.1.22 ÷ fig.1.26).

Astfel, din analiza programului și a figurilor prezentate mai jos, se obțin profile în “S” prin transformarea conformă Betz-Keune, pentru unghiul β_0 cuprins între valorile 0.06 și 0.18.

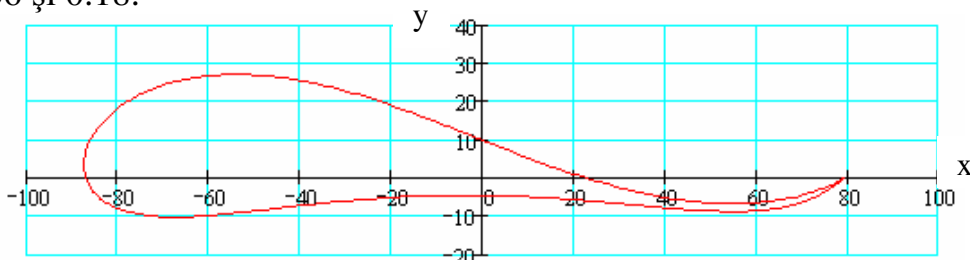


Fig.1.22 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0.17$; $k=2$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

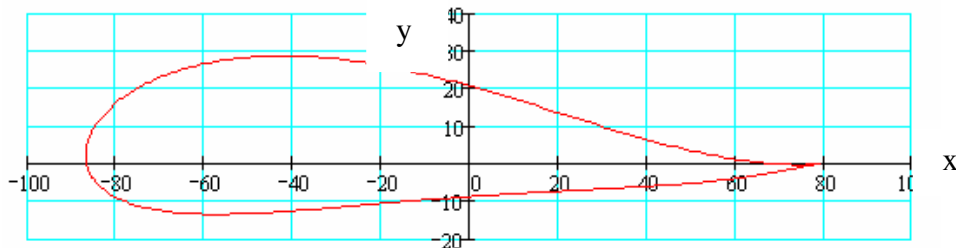


Fig.1.23 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0.07$; $k=2$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

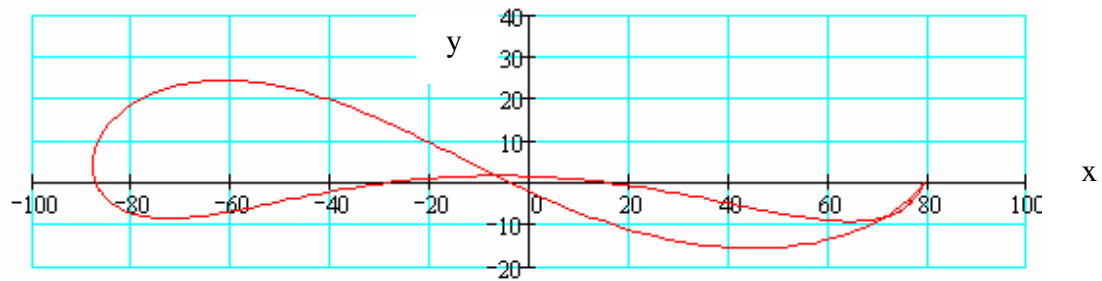


Fig.1.24 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0.25$; $k=2$; $R=50$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

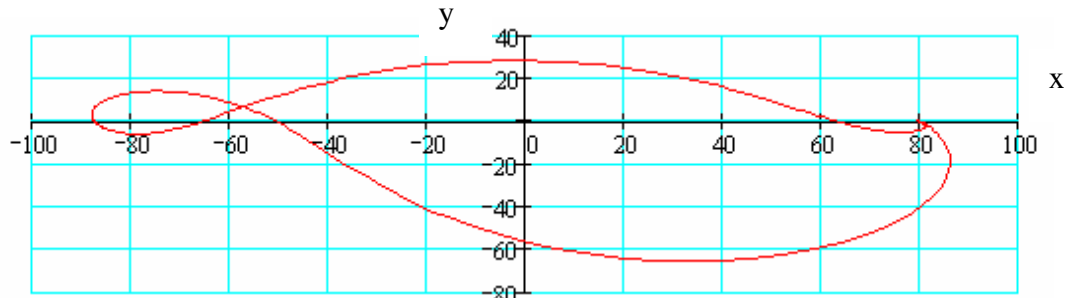


Fig.1.25 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0.5$; $k=2$; $R=50$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

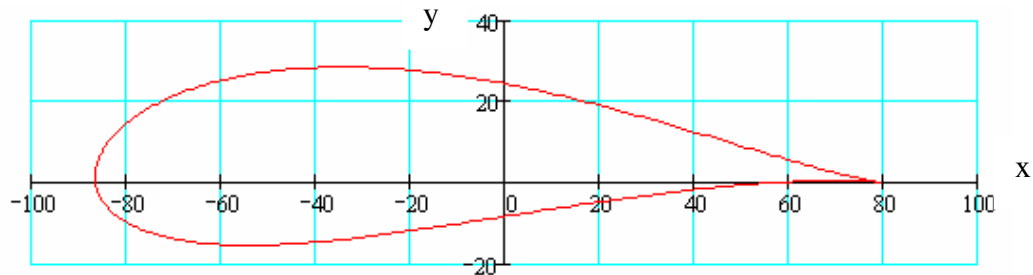


Fig.1.26 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0.01$; $k=2$; $R=50$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

Se observă că:

- grosimea profilului crește spre valori scăzute ale unghiului β_0 ;
- "S"-ul profilului, se accentuează de la valorile mici ale unghiului β_0 (0,06) spre valorile mari ale acestui unghi (0,17);
- coarda profilului, rămâne constantă.

În fig.1.22 s-a obținut profilul pentru $\beta_0=0.17$, cu "S"-ul accentuat, iar în fig.1.23 s-a obținut profilul pentru $\beta_0=0.07$, cu "S"-ul mai puțin accentuat.

Pentru valori mai mari ale unghiului β_0 de 0.18, nu se mai obțin profile în "S", extradusul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac. Cu cât crește valoarea unghiului β_0 intersecția este mai aproape de bordul de atac. Se observă din fig.1.24, având unghiul $\beta_0=0.25$, că aceste intersecții sunt mai departe de bordul de atac, față de fig.1.25, unde unghiul β_0 are valoarea de 0.5.

Pentru valori mai mici ale unghiului β_0 de 0.06, prin transformarea Betz-Keune, cercul generator se transformă într-un profil aerohidrodinamic obișnuit. În fig.1.26, se reprezintă acest profil pentru valoarea unghiului β_0 de 0.01.

1.6.2 Variația razei cercului generator R

Se studiază influența razei R, în două cazuri extreme ale un unghiului β_0 și anume valorile de 0.07, respectiv de 0,17.

- În primul caz, pentru $\beta_0 = 0.07$, se mențin constante valorile parametrilor, $\beta_0=0,07$, $\xi_c=-10$, $\eta_c=5$ și $k=2$, iar valori pentru raza cercului generator R, se dau în jurul valorii de 50 (fig.1.23, 1.27, 1.28).

Se constată că pentru raza cercului generator R, având valori între 50 și 250, prin transformarea conformă Betz-Keune, se obțin profile în “S”.

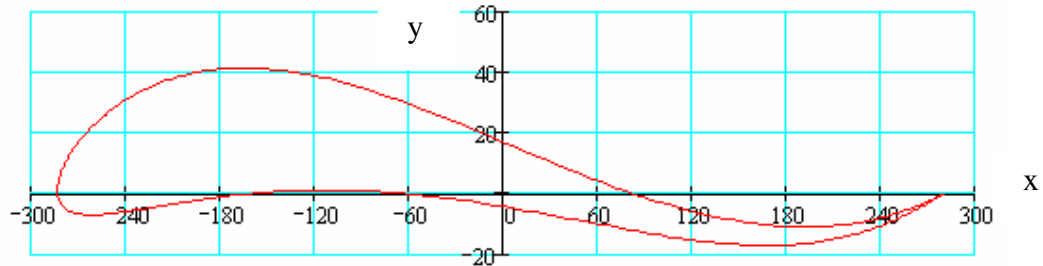


Fig.1.27 Profilul rezultat cu parametrii $R=150$; $\beta_0=0.07$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

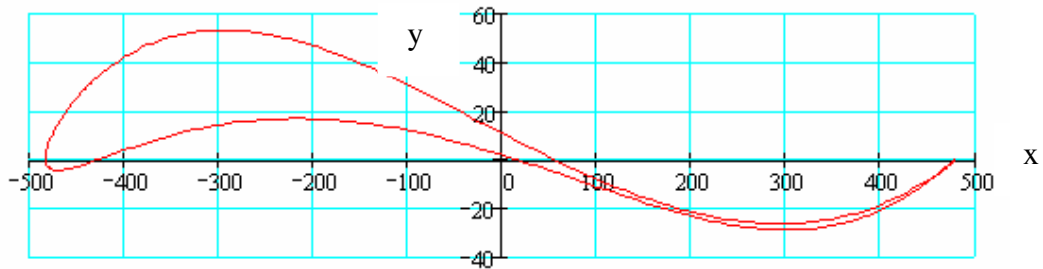


Fig.1.28 Profilul rezultat cu parametrii $R=250$; $\beta_0=0.07$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

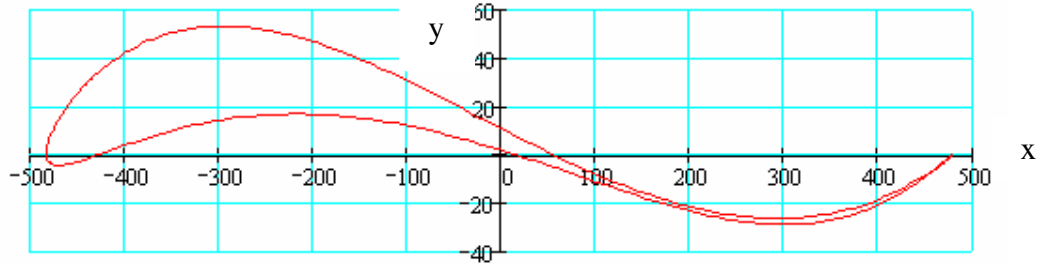


Fig.1.29 Profilul rezultat cu parametrii $R=300$; $\beta_0=0.07$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

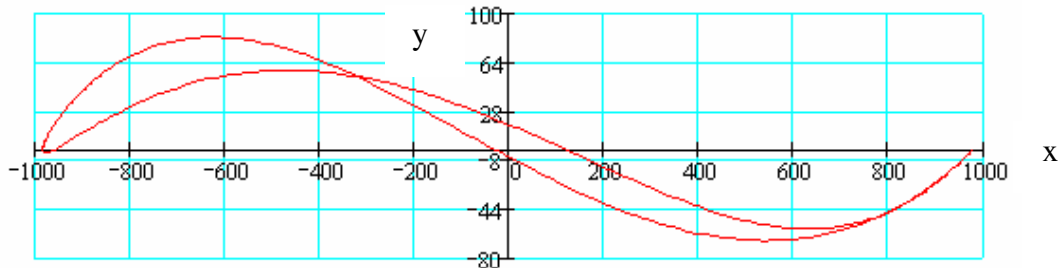


Fig.1.30 Profilul rezultat cu parametrii $R=500$; $\beta_0=0.07$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

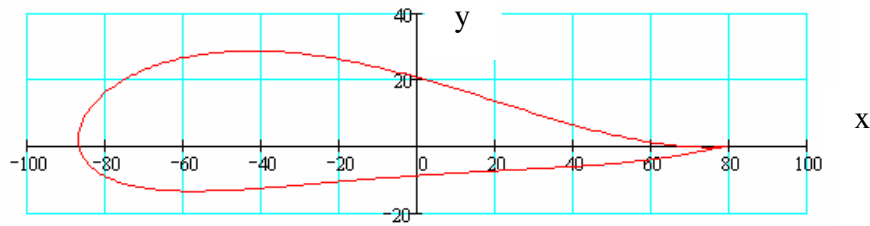


Fig.1.31 Profilul rezultat cu parametrii $R=50$; $\beta_0=0.07$; $k=2$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

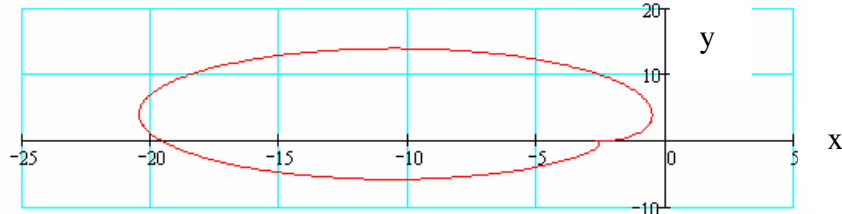


Fig.1.32 Profilul rezultat cu parametrii $R=10$; $\beta_0=0.07$; $k=2$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

Pentru aceste valori ale razei, se observă că:

- cu creșterea razei, crește coarda profilului;
- grosimea profilului scade spre valori mari ale razei R ;
- profilul în “S”, se accentuează de la valorile mici ale razei R (50) - fig.1.23 - spre valorile mari ale acesteia (250) - fig.1.28.

În fig.1.28 se observă că profilul pentru $R=250$ are “S”-ul accentuat, față de fig.1.27, cu raza de 150, unde profilul în “S” are “S”-ul mai puțin accentuat.

Pentru valori mai mari ale razei R de 250, nu se mai obțin profile în “S”, extradusul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac. Cu cât valoarea razei R este mai mare, intersecția este mai aproape de bordul de atac.

Se observă din fig.1.29, unde valoarea razei este $R=300$, că aceste intersecții sunt mai departe de bordul de atac, față de fig.1.30, unde valoarea razei R este de 500.

Pentru valori mai mici ale razei R , profilul prin transformarea Betz-Keune, își păstrează o ușoară tendință spre “S” (fig.1.31, $R=40$). La valori și mai mici ale razei ($R=10$, fig.1.32), cercul generator, are tendința să se transforme într-o figură eliptică, cu un punct de întoarcere.

- În al doilea caz, pentru $\beta_0 = 0.17$, se mențin constante valorile parametrilor, $\beta_0=0.17$, $\xi_c=-10$, $\eta_c=5$ și $k=2$, iar pentru raza cercului generator R , se dau valori în jurul valorii de 50 (fig.1.33 ÷ fig.1.38).

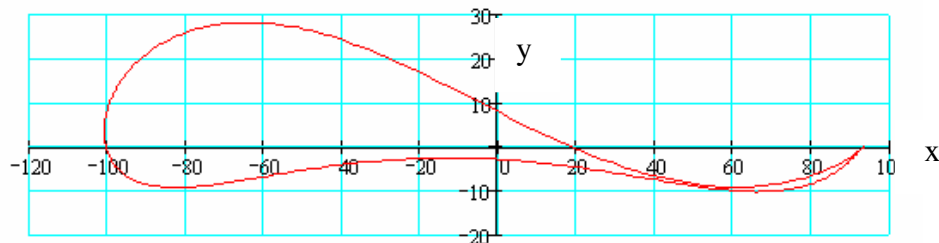


Fig.1.33 Profilul rezultat cu parametrii $R=57$; $\beta_0=0.17$; $k=2$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

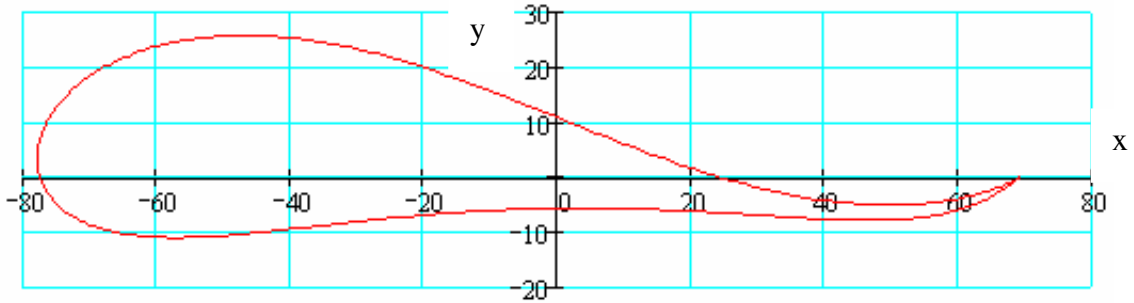


Fig.1.34 Profilul rezultat cu parametrii $R=45$; $\beta_0=0.17$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

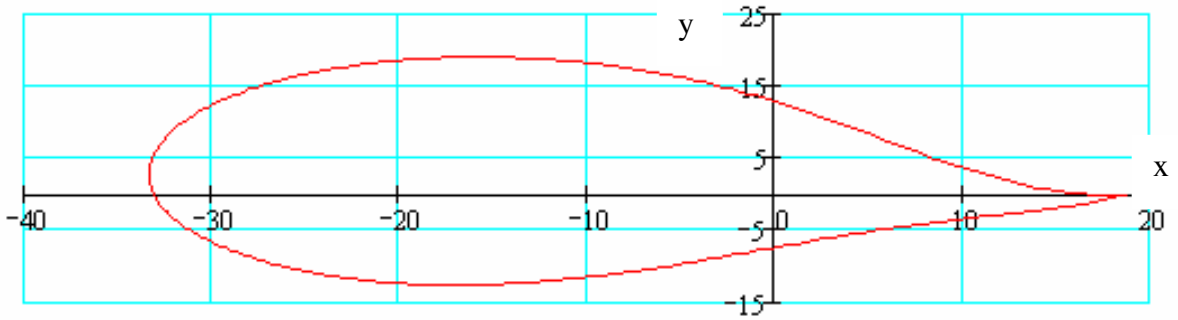


Fig.1.35 Profilul rezultat cu parametrii $R=20$; $\beta_0=0.17$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

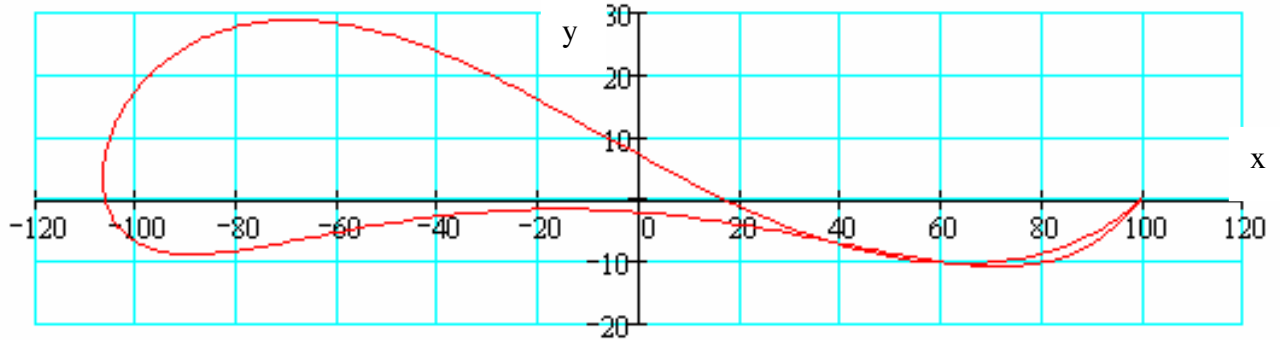


Fig.1.36 Profilul rezultat cu parametrii $R=60$; $\beta_0=0.17$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

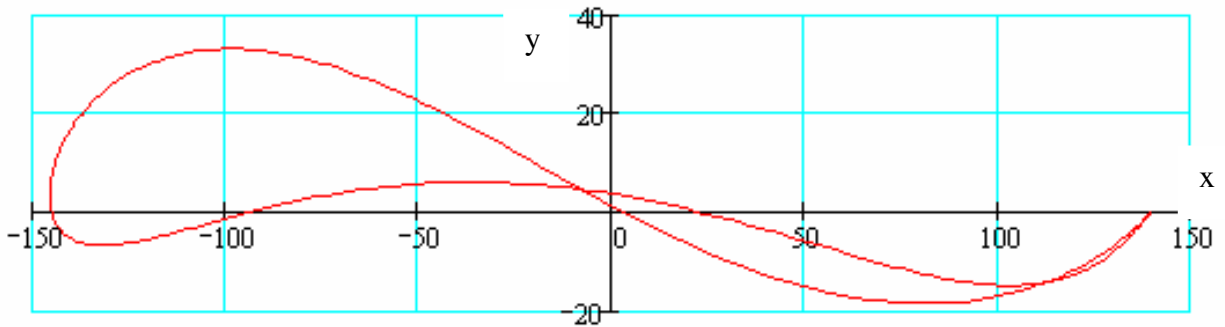


Fig.1.37 Profilul rezultat cu parametrii $R=80$; $\beta_0=0.17$; $k=2$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

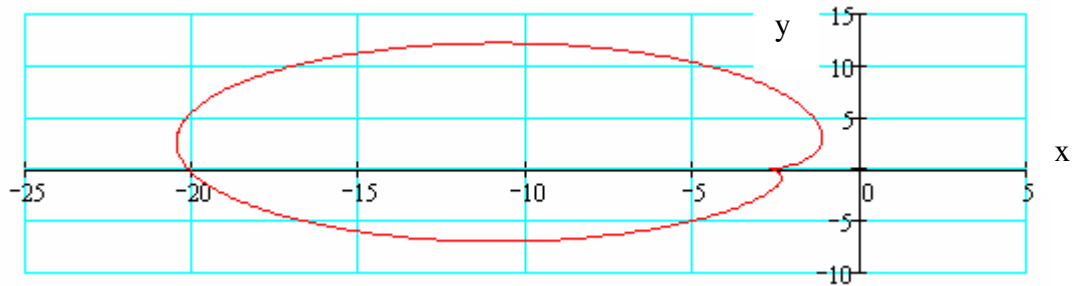


Fig.1.38 Profilul rezultat cu parametrii $R=10$; $\beta_0=0.17$; $k=2$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

Se constată că prin transformarea conformă Betz-Keune, profilele în formă de “S” se obțin pentru valori ale razei R cuprinse între 20 și 57. Astfel variația valorilor superioare ale razei R sunt mult mai restrânse decât cele pentru valoarea unghiului $\beta_0=0.07$.

Pentru aceste valori ale razei se observă că:

- grosimea profilului crește cu creșterea razei R (de la aproximativ 30 pentru $R=20$ – fig.1.35, la aproximativ 38 pentru $R=57$ – fig.1.33);
- coarda profilului crește cu creșterea razei (fig.1.23, fig.1.33 – fig.1.35), de la aproximativ 50 (fig.1.34), la aproximativ 192 (fig.1.33);
- profilul în “S”, are “S”-ul accentuat spre raze mari ($R=57$, fig.1.33), mai puțin accentuat pentru $R=45$, fig.1.34 și foarte puțin accentuat pentru valori mici ale razei ($R=20$, fig.1.35).

Pentru valori mai mari de 57 ale razei R , profilele degerează, extradosul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac. Cu cât valoarea razei R este mai mare, intersecția este mai aproape de bordul de atac. Se observă din fig.1.36, la raza $R=60$, că aceste intersecții sunt mai departe de bordul de fugă, față de fig.1.37, unde valoarea razei R este de 80.

La valori mai mici de 20 ale R , cercul generator, are tendința să se transforme într-o figură eliptică, cu un punct de întoarcere ($R=10$, fig.1.38).

1.6.3 Variația constantei de transformare k

Se studiază influența constantei de transformare, în două cazuri extreme ale unghiului de portanță nulă, β_0 și anume valorile de $\beta_0=0.07$, respectiv de $\beta_0=0.17$.

- În primul caz, pentru valoarea coeficientului de portanță nulă $\beta_0=0.07$, se mențin constante valorile parametrilor, $\beta_0=0.07$, $\xi=-10$, $\eta=5$ și $R=50$, iar pentru coeficientul k , se dau valori în jurul valorii de 2 (fig.1.23 și fig.1.39 ÷ fig.1.45).

Cercul generator, se transformă într-un profil “S”, pentru valori ale coeficientului k cuprins între valorile 1.3 și 2.1. Spre exemplificare, în fig.1.23, fig.1.39, fig.1.40, fig.1.41 și fig.1.42, se redau câteva profile.

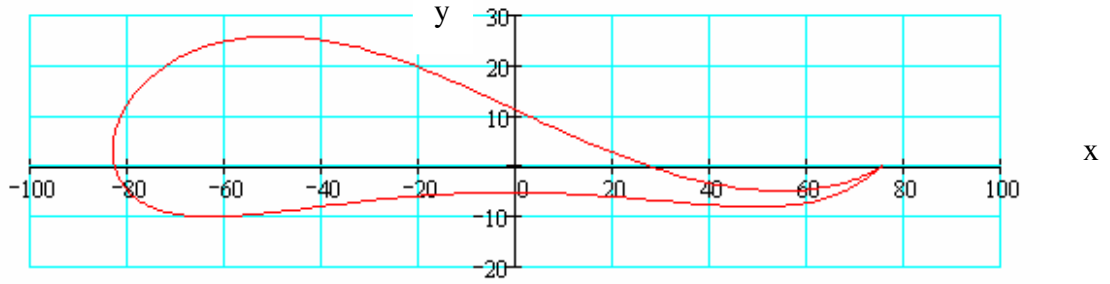


Fig.1.39 Profilul rezultat cu parametrii $k=1,9$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

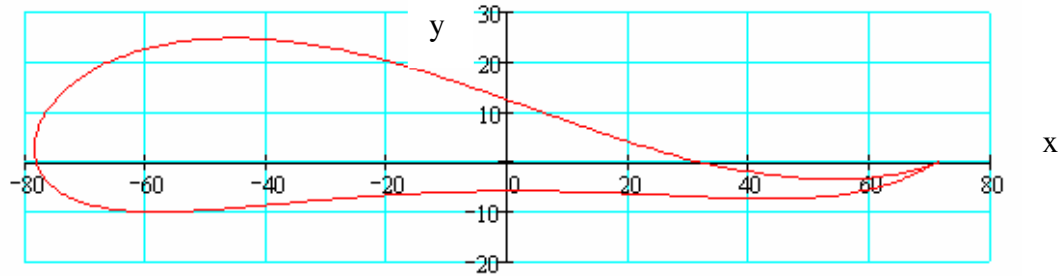


Fig.1.40 Profilul rezultat cu parametrii $k=1,8$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

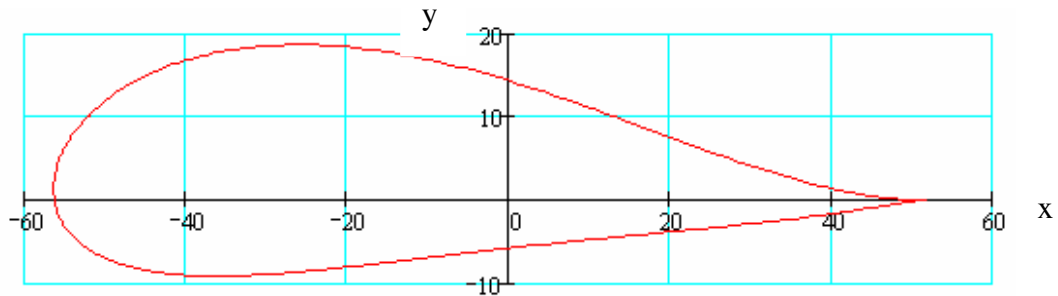


Fig.1.41 Profilul rezultat cu parametrii $k=1,3$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

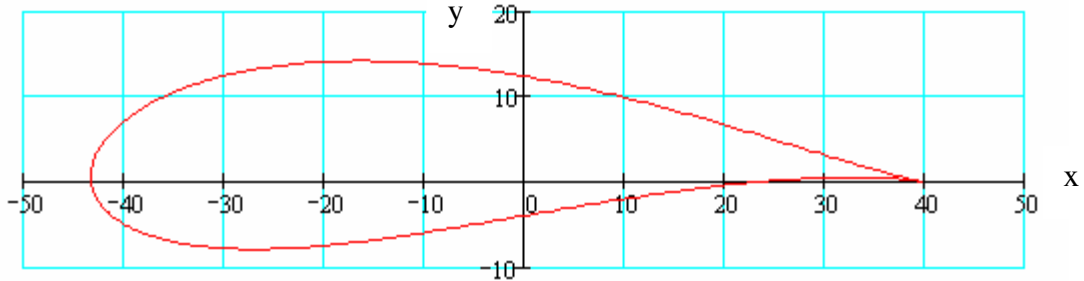


Fig.1.42 Profilul rezultat cu parametrii $k=1$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

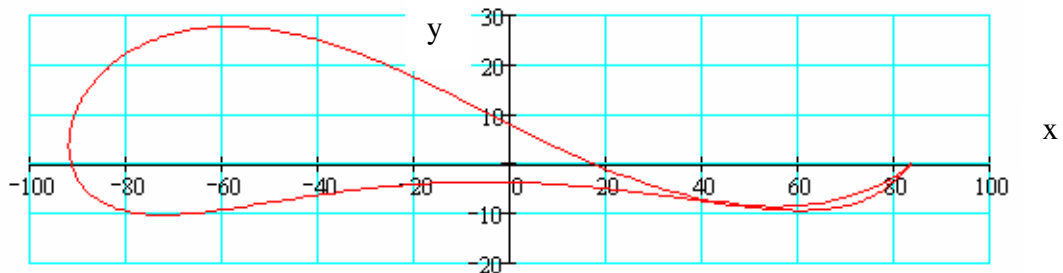


Fig.1.43 Profilul rezultat cu parametrii $k=2,1$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

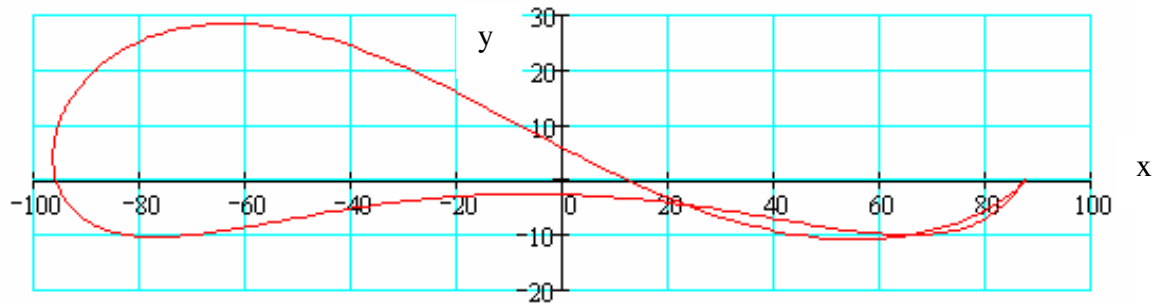


Fig.1.44 Profilul rezultat cu parametrii $k=2,2$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$



Fig.1.45 Profilul rezultat cu parametrii $k=3$; $\beta_0=0,17$; $R=50$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

Din exemplele de profile în “S” prezentate, se constată următoarele:

- coarda profilului scade cu scăderea valorii coeficientului k , în limitele de generare a profilului în “S” (pentru $k=2.1$, fig.1.43, coarda are valoarea cea mai mare, iar pentru $k=1.3$, aceasta are valoarea minimă, fig.1.41);
- de asemenea grosimea profilului scade cu scăderea coeficientului k , în limitele de generare a profilului în S (pentru $k=2.1$, fig.1.43, grosimea are valoare cea mai mare, iar pentru $k=1.3$, fig.1.41, are valoarea minimă);
- profilul în “S”, are “S”-ul mai proeminent spre coeficientul k cel mai mare, ($k=2.1$, fig.1.43) și mai puțin accentuat pentru valoarea cea mai mică a coeficientului k ($k=1.3$, fig.1.41).

Pentru valori mai mari de 2.1 a coeficientului k , profilele degenerază, extradusul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac. Cu cât valoarea coeficientului k este mai mare, intersecția este mai aproape de bordul de fugă. Se observă din fig.1.44, având coeficientul $k=2.2$, că aceste intersecții sunt mai departe de bordul de fugă, față de fig.1.45, unde valoarea coeficientului k este de 3.

La valori mai mici de 1.3 a coeficientului k , cercul generator, se transformă într-un profil aerodinamic obișnuit ($k=1$, fig.1.42).

- În al doilea caz, pentru valoarea coeficientului de portanță nulă de $\beta_0=0.17$, se mențin constante valorile parametrilor, $\beta_0=0.17$, $\xi_c=-10$, $\eta_c=5$ și $R=50$, iar pentru coeficientul k , se dau valori în jurul valorii de 2 (fig.1.22 și fig.1.46 ÷ fig.1.51).

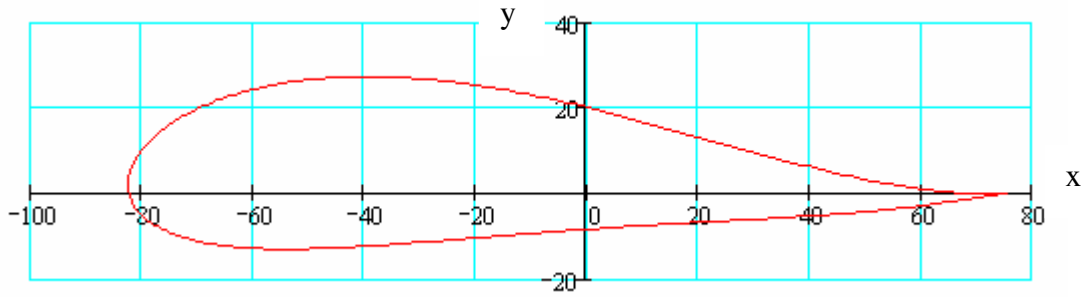


Fig.1.46 Profilul rezultat cu parametrii $k=1,9$; $\beta_0=0,07$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

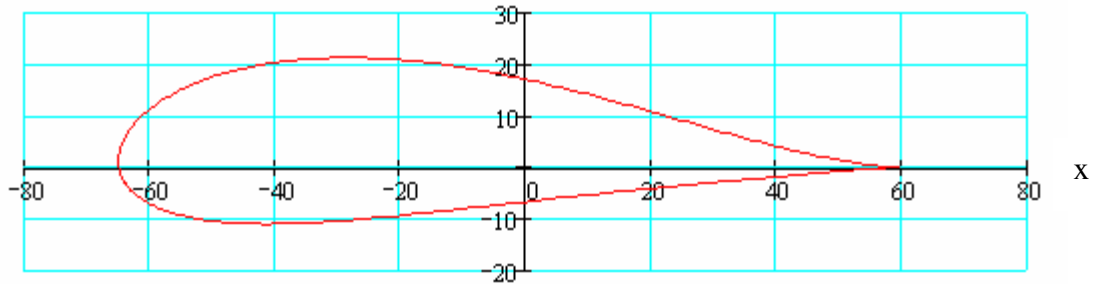


Fig.1.47 Profilul rezultat cu parametrii $k=1,5$; $\beta_0=0,07$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

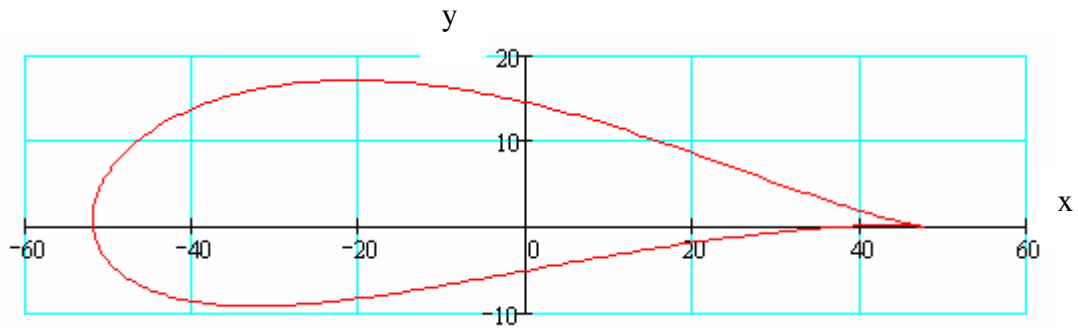


Fig.1.48 Profilul rezultat cu parametrii $k=1,2$; $\beta_0=0,07$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

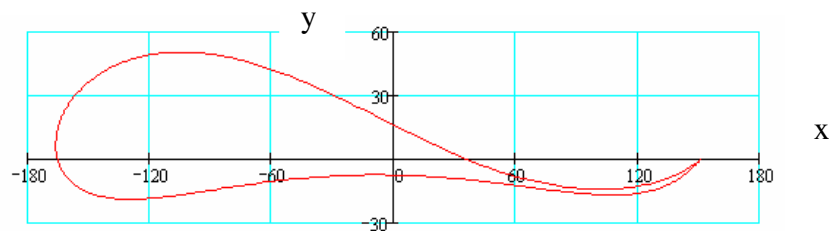


Fig.1.49 Profilul rezultat cu parametrii $k=3,8$; $\beta_0=0,07$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

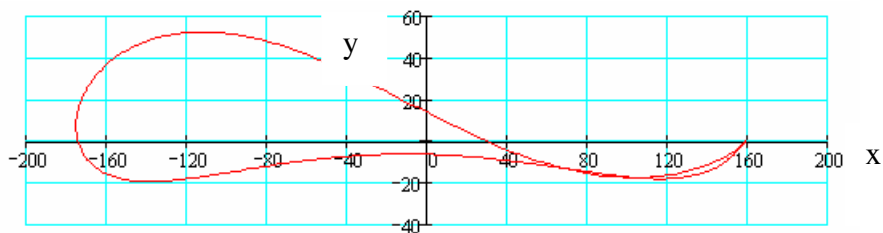


Fig.1.50 Profilul rezultat cu parametrii $k=4$; $\beta_0=0,07$; $R=50$; $\xi_c = -10$; $\eta_c = 5$

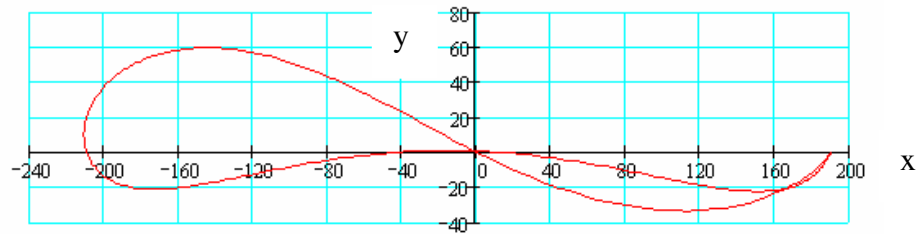


Fig.1.51 Profilul rezultat cu parametrii $k=4.8$; $\beta_0=0.07$; $R=50$; $\xi_c=-10$; $\eta_c=5$

În acest caz, cercul generator, se transformă într-un profil “S”, pentru valori ale coeficientului k cuprinse între valorile 1.5 și 3.8. Se observă că pentru limita inferioară a coeficientului β_0 ($\beta_0=0.07$), profilele în “S” se obțin la valori mai mari ale coeficientului k (3.8 față de 2.1 pentru $\beta_0=0.17$). În fig.1.22, fig.1.46, fig.1.47, și fig.1.49, se redau câteva profile în “S”, pentru diferite valori ale coeficientului k .

Din exemplele de profile în “S” prezentate, se constată următoarele:

- coarda profilului crește cu creșterea valorii coeficientului k , în limitele de generare a profilului în “S”; astfel, pentru $k=1.5$, fig.1.47, coarda are valoare cea mai mică, iar pentru $k=3.8$ valoarea corzii este maximă, fig.1.49);

- de asemenea grosimea profilului crește cu creșterea coeficientului k , în limitele de generare a profilului în “S”; se observă că pentru valoarea coeficientului k de $k=1.5$, fig.1.47, grosimea profilului este minimă, iar pentru valoarea $k=3.8$, fig.1.49, grosimea profilului este maximă;

- și accentuarea “S”-ului profilului se realizează spre coeficientul k cel mai mare, ($k=3.8$, fig.1.49), fiind cel mai puțin accentuat pentru valoarea cea mai mică a coeficientului k ($k=1.5$, fig.1.47).

Pentru valori mai mari a coeficientului k de 3.8, profilele degenerază, extradusul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac. Asemenea primului caz ($\beta_0=0.17$), cu cât valoarea coeficientului k este mai mare, intersecția este mai aproape de bordul de atac. Se observă din fig.1.50, având coeficientul $k=4$, că aceste intersecții sunt mai departe de bordul de fugă, față de fig.1.51, unde valoarea coeficientului k este de 4.8.

La valori mai mici de a coeficientului k de 1.5, cercul generator se transformă într-un profil aerodinamic obișnuit ($k=1.2$, fig.1.48).

1.6.4 Modificarea coordonatelor cercului generator ξ și η

Se studiază influența modificării coordonatelor cercului generator, în două cazuri: primul caz pentru $\xi_c=-5$ și $\eta_c=2$, iar al doilea caz pentru $\xi_c=-12$ și $\eta_c=7$. Se păstrează constante: raza cercului generator $R=50$ și constanta de transformare $k=2$.

- În primul caz, se studiază între ce limite variază valoarea unghiului de portanță nulă β_0 , pentru $\xi=-5$ și $\eta=2$, $R=50$ și $k=2$ (fig.1.52 ÷ 1.55).

Profilul se transformă în profil “S”, pentru valori ale unghiului β_0 cuprins între valorile 0.03 (fig.1.52) și 0.11 (fig.1.53). Se observă că raza R rămâne constantă, “S”-ul profilului crește de la valori inferioare la valori superioare ale unghiului β_0 , iar grosimea profilului crește de asemenea de la valori inferioare la valori superioare ale unghiului β_0 .

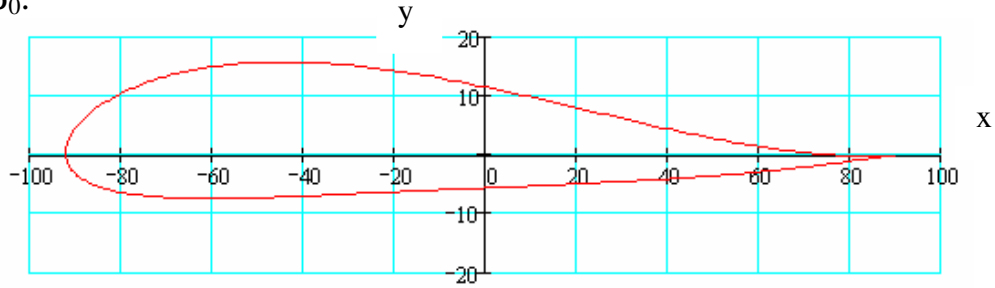


Fig.1.52 Profilul rezultat cu parametri $\beta_0=0,03$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c = -5$; $\eta_c = 2$

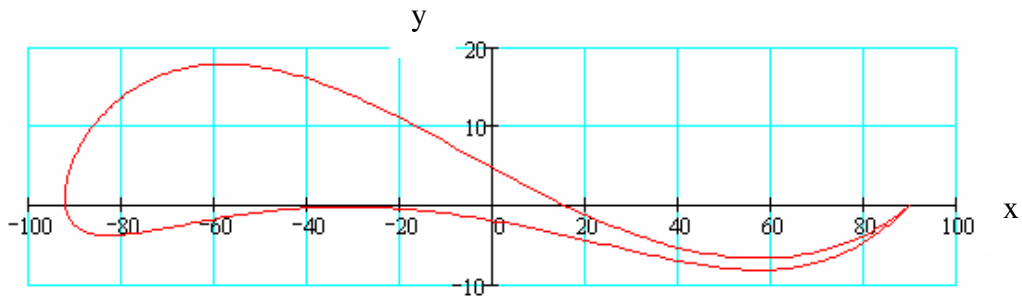


Fig.1.53 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,11$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c = -5$; $\eta_c = 2$

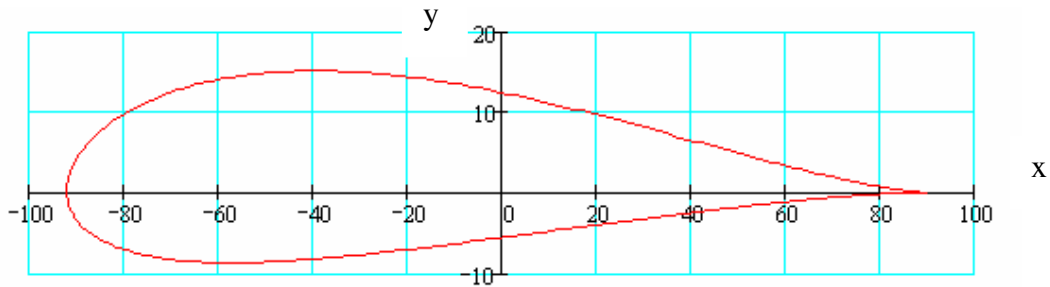


Fig.1.54 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,01$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c = -5$; $\eta_c = 2$

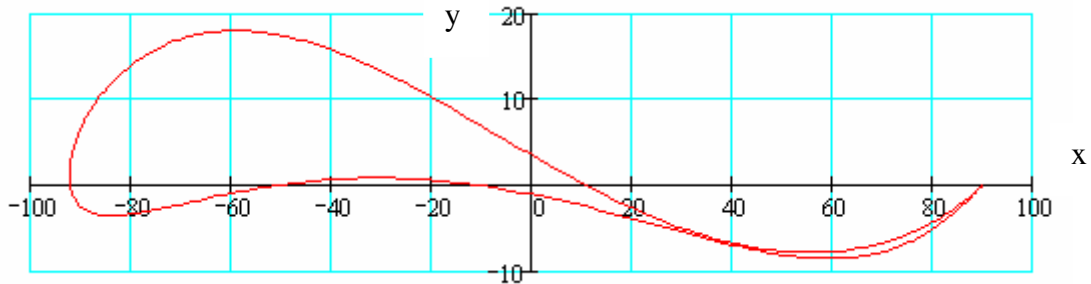


Fig.1.55 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,12$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c = -5$; $\eta_c = 2$

La valori ale unghiului β_0 peste 0.11, profilul degenerază, extradusul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac ($\beta_0=0.12$, fig.1.55).

La valori inferioare ale unghiului β_0 de 0.03, cercul generator se transformă în profil obișnuit ($\beta_0=0.01$, fig.1.54).

➤ În al doilea caz, se studiază între ce limite variază unghiul de portanță nulă β_0 , pentru $\xi_c=-12$ și $\eta_c=7$, $R=50$ și $k=2$ (fig.1.56 ÷ 1.59).

Profilul se transformă în profil “S”, pentru valori ale unghiului β_0 cuprins între valorile: inferioară de 0.06 (fig.1.56) și superioară de 0.2 (fig.1.57). Se observă că raza R rămâne constantă, “S”-ul profilului crește de la valori inferioare la valori superioare ale unghiului β_0 , iar grosimea profilului crește de asemenea de la valori inferioare la valori superioare ale unghiului β_0 .

La valori ale unghiului β_0 peste 0.2, profilul degenerază, extradadosul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, respectiv de atac ($\beta_0=0.22$, fig.1.58).

La valori inferioare ale unghiului β_0 de 0.06, cercul generator se transformă se transformă în profil obișnuit ($\beta_0=0.04$, fig.1.59).

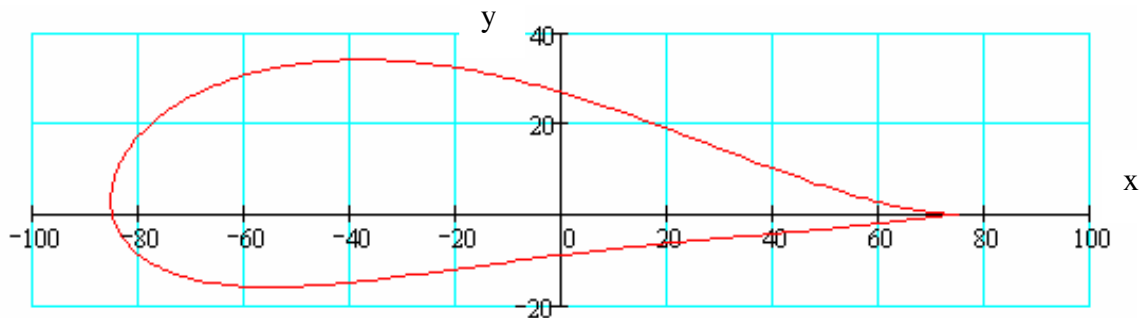


Fig.1.56 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,6$ $R=50$; $k=2$; $\xi_c=-12$; $\eta_c=7$

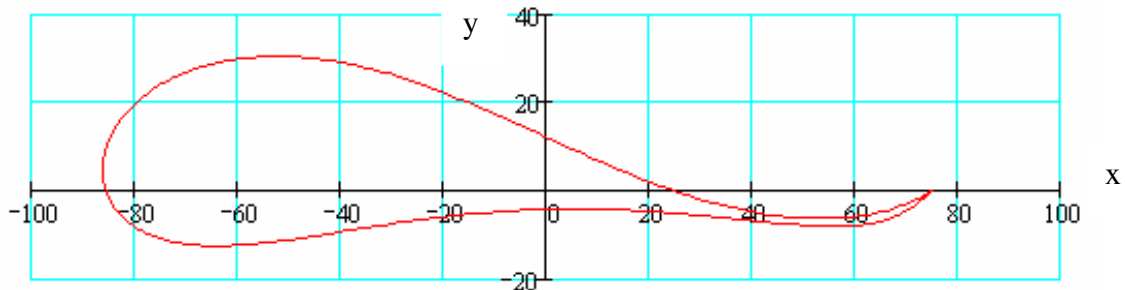


Fig.1.57 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,2$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c=-12$; $\eta_c=7$

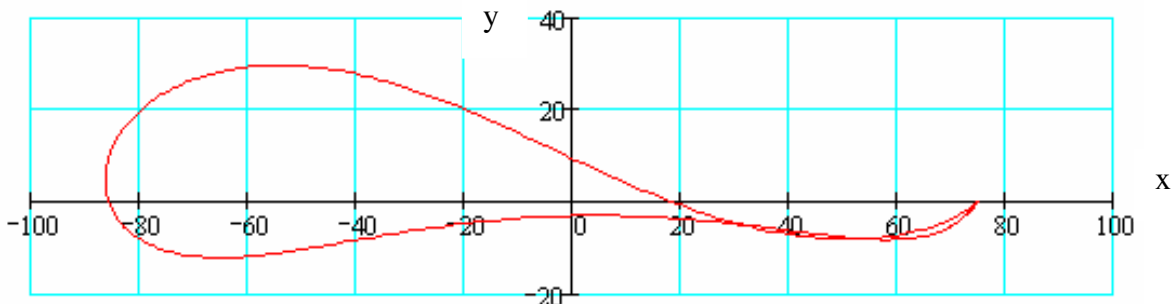


Fig.1.58 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,22$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c=-12$; $\eta_c=7$

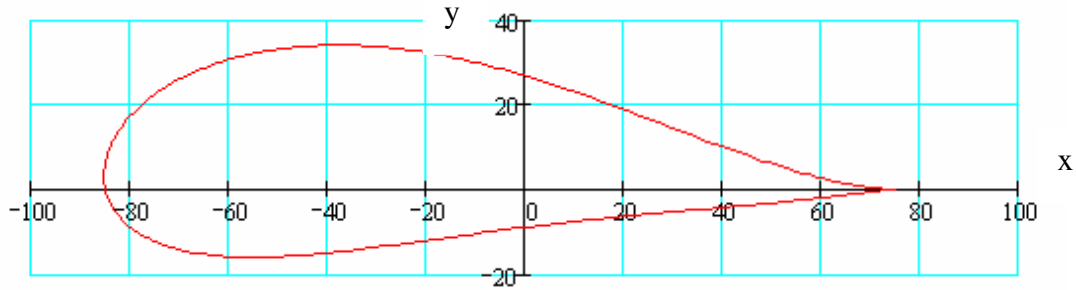


Fig.1.59 Profilul rezultat cu parametrii $\beta_0=0,06$; $R=50$; $k=2$; $\xi_c=-12$; $\eta_c=7$

Referitor la cele studiate prin transformarea conformă Betz-Keune, pentru coordonatele cercului generator având coordonatele $\xi_c=-10$, $\eta_c=5$, se poate concluziona:

- cu scăderea valorii unghiului de portanță nulă β_0 , de la valoarea 0.17 la valoarea 0.07 valorile razelor, scad de la 250 la 57;
- coarda profilului crește odată cu creșterea razei cercului generator, precum și cu creșterea coeficientului k ;
- “S”-ul profilului se accentuează spre valori mari ale razei, precum și odată cu creșterea coeficientului k ;
- la valori peste valorile maxime ale razei R , valorile unghiului β_0 și a coeficientului k , prin care cu transformarea conformă Betz-Keune se realizează profilul în “S”, profilul degenerază, extradusul și intradosul se intersectează spre bordul de fugă, cu atât mai aproape, cu cât cele trei mărimi sunt mai mari;
- la valori sub valorile minime ale unghiului β_0 și coeficientului k , prin care cu transformarea conformă Betz-Keune se realizează profilul în “S”, profilul devine un profil obișnuit, iar pentru valori sub valoarea minimă a razei R , cercul generator are tendința să se transforme într-o figură eliptică, cu un punct de întoarcere;
- grosimea profilului crește prin creșterea coeficientului k și scăderea razei R .

În cazul în care, se modifică coordonatele cercului generator, se pot trage concluziile:

- dacă coordonatele cercului generator scad, pentru aceeași rază $R=50$ și același coeficient de transformare $k=2$, valorile extreme ale unghiului β_0 , scad (pentru $\xi_c=-10$, și $\eta_c=5$, β_0 este cuprins între $0.07 \div 0,17$, iar pentru $\xi_c=-5$, și $\eta_c=2$, β_0 este cuprins între $0.03 \div 0,11$);
- dacă coordonatele cercului generator cresc, pentru aceeași rază $R=50$ și același coeficient de transformare $k=2$, valorile extreme ale unghiului β_0 , rămân aproximativ aceleași pentru valoarea inferioară și cresc pentru valoarea superioară (pentru $\xi_c=-10$, și $\eta_c=5$, β_0 este cuprins între $0.07 \div 0,17$, iar pentru $\xi_c=-12$, și $\eta_c=7$, β_0 este cuprins între $0.06 \div 0,2$).

Scopul acestei investigații, a fost de a stabili limitele celor patru parametri ai transformării conforme de tip Betz-Keune, prin care cercul generator se transformă într-un profil în “S”.

Sintetic, limitele parametrilor transformării conforme de tip Betz-Keune, sunt prezentate în tabelul 1.9.

Tabelul 1.9 Limitele parametrilor transformării conforme Betz-Keune

	Parametrii constanți	Parametru variabil	Transformarea cercului
1.	$R=50, \xi_c=-10, \eta_c=5, k=2.$	$\beta_0 \in (0.06 - 0.18)$	Profil în “S”
		$\beta_0 > 0.18$	Extradosul intersectează Intradosul
		$\beta_0 < 0.06$	Profil aerohidrodinamic
2.a	$\beta_0=0.07, \xi_c=-10, \eta_c=5, k=2.$	$R \in (50 - 250)$	Profil în “S”
		$R > 250$	Extradosul intersectează Intradosul
		$R < 50$	Figura eliptică cu punct de întoarcere
2.b	$\beta_0=0.17, \xi_c=-10, \eta_c=5, k=2.$	$R \in (20 - 57)$	Profil în “S”
		$R > 57$	Extradosul intersectează Intradosul
		$R < 20$	Figura eliptică cu punct de întoarcere
3.a	$\beta_0=0.07, \xi_c=-10, \eta_c=5, R=50.$	$k \in (1.3 - 2.1)$	Profil în “S”
		$k > 2.1$	Extradosul intersectează Intradosul
		$k < 1.3$	Profil aerohidrodinamic obișnuit
3.b	$\beta_0=0.17, \xi_c=-10, \eta_c=5, R=50.$	$k \in (1.5 - 3.8)$	Profil în “S”
		$k > 3.8$	Extradosul intersectează Intradosul
		$k < 1.5$	Profil aerohidrodinamic
4.a	$\xi_c=-10, \eta_c=5, R=50, k=2.$	$\beta_0 \in (0.03 - 0.11)$	Profil în “S”
		$\beta_0 > 0.11$	Extradosul intersectează Intradosul
		$\beta_0 < 0.03$	Profil aerohidrodinamic
4.b	$\xi_c=-12, \eta_c=7, R=50, k=2.$	$\beta_0 \in (0.06 - 0.2)$	Profil în “S”
		$\beta_0 > 0.2$	Extradosul intersectează Intradosul
		$\beta_0 < 0.06$	Profil aerohidrodinamic

2. METODE ANALITICE APLICATE ÎN STUDIUL REȚELELOR DE PROFILE AXIALE REVERSIBILE

Legat de hidrodinamica rețelilor de profile axiale există două mari probleme:

- ◆ *problema directă*: fiind dată rețeaua axială într-un regim de curgere cu intrare dată, să se determine curgerea în jurul rețelei de profile;
- ◆ *problema inversă*: fiind dată intrarea să se stabilească geometria unei rețele axiale care să realizeze o circulație prescrisă.

Problema inversă este mai dificilă deoarece presupune calcule laborioase; necesită impunerea de condiții (pasul rețelei, unghiul de instalare, etc).

În timp, tehnica de calcul a conturat următoarele clase de rezolvări:

- metode clasice*:
- ◆ metoda transformărilor conforme (Vallander, Köning, Weinig, , O. Popa);
 - ◆ metoda singularităților;
 - ◆ metoda ecuațiilor integrale.

- metode numerice*:
- ◆ metoda elementului finit;
 - ◆ metoda elementului de frontieră.

În continuare, se vor studia cele două clase de metode, cele clasice (în acest capitol) și cele numerice (în cap.3).

2.1 METODA TRANSFORMĂRII CONFORME A REȚELELOR LINIARE DE PROFILE

Metoda transformărilor conforme a fost prima metodă aplicată studiului rețelilor liniare de profile. În anul 1922 E. Köning a construit funcția de transformare conformă a planului rețelei liniare de profile rectilinii, pe planul unor singularități orânduite ca imagini reciproce față de axa reală. Aceeași problemă, a fost rezolvată în anul 1935, de către F. Weinig, care a construit funcția de reprezentare conformă a planului rețelei pe planul cercului canonic, cu singularități plasate ca imagini reciproce față de acest cerc.

2.1.1 Transformare conformă aplicată la o rețea liniară de profile rectilinii

Metoda constă (metoda lui F.Weinig, cu unele completări) în transformarea mișcării în jurul exteriorului cercului în mișcarea pe o rețea liniară de profile rectilinii.

2.1.1.1 Curentul fluid în planul auxiliar al cercului

Se consideră în planul ζ , cercul canonic $|\zeta| = 1$. În punctele $\zeta = \pm R$ și în punctele inverse ale acestora față de cerc, $\zeta = \pm 1/R$, se plasează surse și vârtejuri față de cerc, astfel încât sumele debitelor și circulațiilor exterioare sau interioare cercului să fie nule. Potențialul complex al mișcării datorate singularităților este (fig.2.1.a):

$$f(\zeta) = \{(Q + i\Gamma_0)\ln[(\zeta + R)/(\zeta - R)] + (Q - i\Gamma_0)\ln[(\zeta + 1/R)/(\zeta - 1/R)]\} / 2\pi \quad (2.1)$$

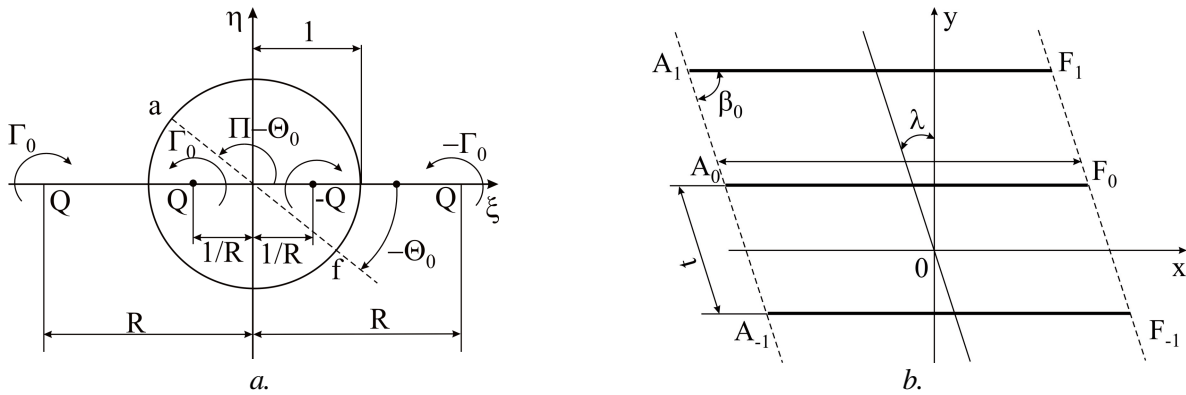


Fig.2.1 a. Mișcarea în planul auxiliar al cercului

b. Rețeaua rezultată prin transformarea lui F. Weinig

Se notează: $Q + i\Gamma_0 = t V_\infty e^{i\lambda}$ (2.2)

fără a da deocamdată semnificațiile lungimii t , argumentului λ și vitezei V_∞ .

Astfel, potențialul complex $f(\zeta)$, din relația (2.1), devine:

$$f(\zeta) = t V_\infty / 2\pi \{ e^{i\lambda} \ln[(\zeta + R)/(\zeta - R)] + e^{-i\lambda} \ln[(\zeta + 1/R)/(\zeta - 1/R)] \} \quad (2.3)$$

Se arată în continuare că cercul este linie de curent și se determină pozițiile punctelor de stagnare. Derivata potențialului complex este:

$$df / d\zeta = -R t V_\infty [e^{i\lambda} / (\zeta^2 + R^2) + e^{-i\lambda} / (R^2 \zeta^2 - 1)] / \pi \quad (2.4)$$

Pe cerc, $\zeta_c = e^{i\theta}$ și rezultă:

$$\begin{aligned} (v_r - i v_\theta)_c &= e^{i\theta} \left(\frac{df}{d\zeta} \right)_c = -\frac{R t V_\infty}{\pi} \left(\frac{e^{i\lambda}}{e^{i\theta} - R^2 e^{-i\theta}} + \frac{e^{-i\lambda}}{R^2 e^{i\theta} - e^{-i\theta}} \right) = \\ &= -\frac{R t V_\infty}{\pi} \left[\frac{e^{i\lambda} (e^{-i\theta} - R^2 e^{i\theta})}{(e^{i\theta} - R^2 e^{-i\theta})(e^{-i\theta} - R^2 e^{i\theta})} + \frac{e^{-i\lambda} (R^2 e^{-i\theta} - e^{i\theta})}{(R^2 e^{i\theta} - e^{-i\theta})(R^2 e^{-i\theta} - e^{i\theta})} \right] = \\ &= -\frac{R t V_\infty}{\pi} \frac{e^{i(\lambda-\theta)} - e^{-i(\lambda-\theta)} - R^2 [e^{i(\lambda+\theta)} - e^{-i(\lambda+\theta)}]}{R^4 - 2 R^2 \cos 2\theta + 1} \end{aligned} \quad (2.5)$$

de unde, $v_{rc} \equiv 0$ (cercul este linie de curent) și

$$v_{\theta c} = \frac{2RtV_{\infty}}{\pi} \frac{\sin(\lambda - \theta) - R^2 \sin(\lambda + \theta)}{R^4 - 2R^2 \cos 2\theta + 1} \quad (2.6)$$

Punctele de stagnare se află pe cerc, deoarece ecuația $v_{\theta c} = 0$ are două rădăcini reale și distincte. Rezultă:

$$\frac{\sin(\lambda - \theta)}{\sin(\lambda + \theta)} = R^2; \quad \frac{\sin(\lambda - \theta) + \sin(\lambda + \theta)}{\sin(\lambda + \theta) - \sin(\lambda - \theta)} = \frac{R^2 + 1}{1 - R^2} \quad (2.7)$$

de unde:

$$\operatorname{tg} \theta = -\frac{(R^2 - 1)}{(R^2 + 1)} \operatorname{tg} \lambda \quad (2.8)$$

Punctele de stagnare f și a , au argumentele $\theta_f = -\theta_0$ și $\theta_a = \pi - \theta_0$, cu:

$$\operatorname{tg} \theta_0 = -\frac{(R^2 - 1)}{(R^2 + 1)} \operatorname{tg} \lambda \quad (2.9)$$

2.1.1.2 Transformarea și parametrii geometrici ai rețelei

În planul z al rețelei, mișcarea corespunzătoare (fără incidență și circulație) este translația:

$$f_1(z) = v_{\infty} z \quad (2.10)$$

Prin egalarea potențialelor complexe $f_1(z)$ și $f(\zeta)$, rezultă funcția lui F. Weing de transformare conformă:

$$z = \frac{t}{2\pi} \left(e^{i\lambda} \ln \frac{\zeta + R}{\zeta - R} + e^{-i\lambda} \ln \frac{\zeta + 1/R}{\zeta - 1/R} \right) \quad (2.11)$$

Pentru a se vedea în ce se transformă conturul cercului, se impune $\zeta_c = e^{i\theta}$.

➤ Pentru $|\zeta| < 1$, seria:

$$\frac{1}{1 + \zeta} = 1 - \zeta + \zeta^2 - \zeta^3 + \dots \quad (2.12)$$

este uniform convergentă, deci se poate integra termen cu termen:

$$\ln(1 + \zeta) = \zeta - \frac{\zeta^2}{2} + \frac{\zeta^3}{3} - \frac{\zeta^4}{4} + \dots \quad (2.13)$$

Înlocuind ζ cu $-\zeta$ și apoi scăzând cele două serii, rezultă relația:

$$\ln \frac{1 + \zeta}{1 - \zeta} = 2 \left(\zeta + \frac{\zeta^3}{3} + \frac{\zeta^5}{5} + \dots \right) \quad (|\zeta| < 1) \quad (2.14)$$

➤ Pentru $\zeta = i u$, relația (2.14) devine:

$$\ln \frac{1 + iu}{1 - iu} = 2i \left(u - \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + \dots \right) = 2i \operatorname{arctg}(u) \quad (2.15)$$

Aceasta, deoarece pentru $|u| < 1$, seria:

$$\frac{1}{1+u^2} = 1 - u^2 + u^4 - u^6 + \dots \quad (2.16)$$

este uniform convergentă, deci se poate integra termen cu termen, obținându-se:

$$\operatorname{arctg}(u) = u - \frac{u^3}{3} + \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + \dots \quad (2.17)$$

Ținând seama de acestea, se face înlocuirea:

$$\ln \frac{1 + 2iR \sin \theta / (R^2 - 1)}{1 - 2iR \sin \theta / (R^2 - 1)} = 2i \operatorname{arctg} \frac{2R \sin \theta}{R^2 - 1} \quad (2.18)$$

Astfel, rezultă:

$$x = \frac{t}{2\pi} \left[\cos \lambda \ln \frac{R^2 + 2R \cos \theta + 1}{R^2 - 2R \cos \theta + 1} \right] - \sin \lambda \left(2 \operatorname{arctg} \frac{2R \sin \theta}{R^2 - 1} + 2k\pi + \pi \right) \quad (2.19)$$

$$y = \frac{t}{2\pi} \cos \lambda (\pi + 2k\pi) = \frac{t}{2} (2k + 1) \cos \lambda \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Se observă că y nu depinde de θ , deci transformatele cercului prin funcția Weing (2.11), sunt segmente de dreaptă paralele cu axa Ox , fiecare segment corespunzând unei valori a lui k (fig.2.1.b).

Așadar, punctele a și f de pe cerc, care prin funcția Weing (2.11), se transformă în bordurile de atac A_k și de fugă F_k ale profilelor, sunt tocmai punctele de stagnare de pe cerc, adică au argumentele $\theta_a = \pi - \theta_0$ și $\theta_f = \pi - \theta_0$ (θ_0 este dat de relația (2.9)).

Rezultă că pentru calculul coardei profilului, în expresia valorii lui x , se fixează k oarecare și se obține:

$$\begin{aligned} 1 &= x(\theta_f) - x(\theta_a) = x(-\theta_0) - x(\pi - \theta_0) = \\ &= \frac{t}{2\pi} \left[\cos \lambda \ln \frac{R^2 + 2R \cos \theta_0 + 1}{R^2 - 2R \cos \theta_0 + 1} - \sin \lambda \left(2 \operatorname{arctg} \frac{2R \sin(-\theta_0)}{R^2 - 1} + 2k\pi + \pi \right) \right] - \\ &\quad - \frac{t}{2\pi} \left[\cos \lambda \ln \frac{R^2 + 2R \cos(\pi - \theta_0) + 1}{R^2 - 2R \cos(\pi - \theta_0) + 1} \right] + \\ &\quad + \frac{t}{2\pi} \left[\sin \lambda \left(2 \operatorname{arctg} \frac{2R \sin(\pi - \theta_0)}{R^2 - 1} + 2k\pi + \pi \right) \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

Desimea rețelei este:

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{\pi} \left(\cos \lambda \ln \frac{R^2 + 2R \cos \theta_0 + 1}{R^2 - 2R \cos \theta_0 + 1} + 2 \sin \lambda \operatorname{arctg} \frac{2R \sin \theta_0}{R^2 - 1} \right) \quad (2.21)$$

Relațiile (2.9) și (2.21), leagă parametrii t și λ ai rețelei, de parametrii R și θ_0 ai planului auxiliar.

Rețeaua având frontul înclinat cu unghiul λ spre stânga față de axa Oy (fig.2.1.b), este o rețea de turbină. Rețeaua de pompă (fig.2.2.b), având înclinarea spre dreapta față

de Oy , se obține din cea de turbină înlocuind λ cu $-\lambda$. Rezultă, că în acest caz θ_0 se înlocuiește cu $-\theta_0$ și deci punctele de stagnare de pe cerc au argumentele: $\theta_f = \theta_0$ și $\theta_a = \pi + \theta_0$.

Se observă că expresia desimii rețelei l/t – relația (2.21) - nu se schimbă, înlocuind cu θ_0 cu $-\theta_0$ și λ cu $-\lambda$. Prin urmare formulele (2.9) și (2.21) sunt valabile atât pentru rețele acceleratoare, cât și pentru rețele deceleratoare.

2.1.1.3 Curentul potențial plan în rețea

Mișcarea cu potențialul complex a servit la construirea funcției de transformare conformă. În planul z a acestei mișcări, îi corespunde o translație în lungul profilelor,

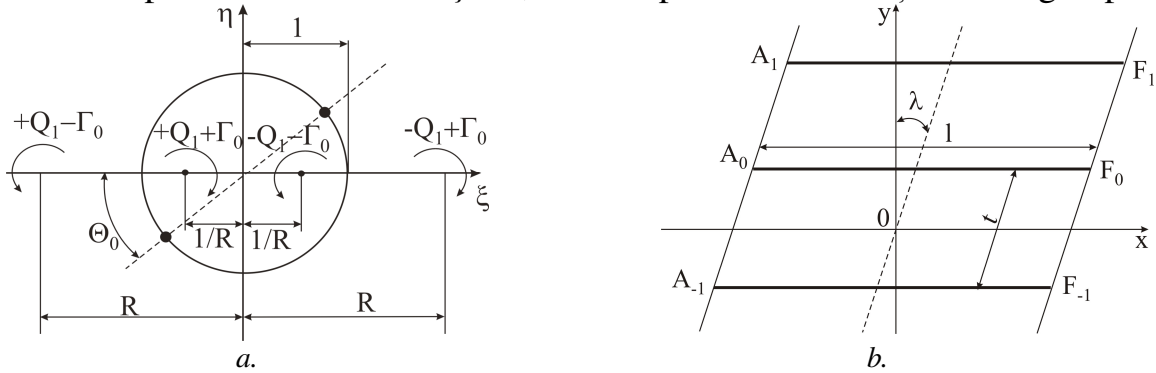


Fig.2.2 a. Mișcarea în planul cercului

b. Planul rețelei deceleratoare de profile rectilinii

deci o mișcare neportantă (fără circulație). Profilele rectilinii devin portante numai într-o mișcare cu incidență; astfel se formează asimetria stratului limită pe profil, deci o intensitate turbionară Γ , nenulă.

Așadar, mișcarea portantă (cu circulație) prin rețea, se obține prin compunerea unei mișcări incidente, cu o mișcare cu circulație pură. Pentru fiecare mișcare componentă trebuie găsit potențialul complex al mișcării corespundente din planul auxiliar ζ . Se consideră mișcarea de bază având viteza w_∞ înclinată față de profile cu unghiul de incidență α_∞ (fig.2.3).

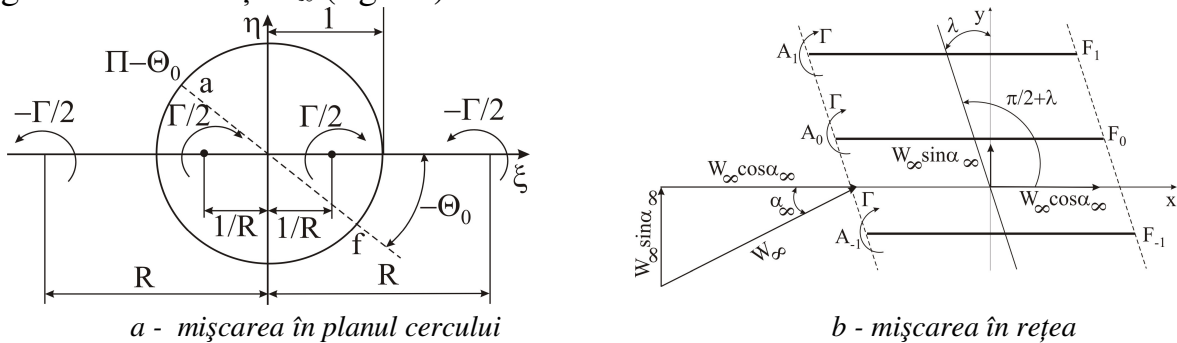


Fig.2.3 Mișcarea potențială plană în rețea

Componenta $w_\infty \cos \alpha_\infty$ în lungul profilelor reprezintă o translație al cărei potențial complex $f_1(\zeta)$ – relația (2.3) - se obține din $f(\zeta)$, prin înlocuirea vitezei w_∞ cu $w_\infty \cos \alpha_\infty$. Ținând seama și de expresia funcției de transformare $z(\zeta)$ - relația (2.11) - rezultă:

$$f_1(\zeta) = w_\infty \cos \alpha_\infty z(\zeta) \quad (2.22)$$

Pentru a determina potențialul complex $f_2(\zeta)$ al mișcării datorate componentei $w_\infty \sin \alpha_\infty$ a vitezei medii vectoriale w_∞ se ține seama că această mișcare este rotită cu unghiul $\pi/2$, față de prima. Viteza $w_\infty \cos \alpha_\infty$ a mișcării $f_1(\zeta)$ - relația (2.22) - delimitează cu frontul rețelei unghiul $\pi/2 + \lambda$, iar unghiul vitezei $w_\infty \sin \alpha_\infty$ cu frontaul rețelei, este λ . Rezultă că, potențialul complex $f_2(\zeta)$ se obține din potențialul complex $f_1(\zeta)$, înlocuind valoarea lui $\cos \alpha_\infty$ cu $\sin \alpha_\infty$ și valoarea unghiului $\pi/2 + \lambda$, cu λ , adică unghiul $\lambda = (\pi/2 + \lambda) - \pi/2$ cu $\pi/2 - \lambda$. Ținând seama de expresia funcției de transformare $z(\zeta)$ - relația (2.11) - se obține:

$$f_2(\zeta) = \frac{t w_\infty \sin \alpha_\infty}{2\pi} \left[e^{i(\lambda - \frac{\pi}{2})} \ln \frac{\zeta + R}{\zeta - R} + e^{-i(\lambda - \frac{\pi}{2})} \ln \frac{\zeta + 1/R}{\zeta - 1/R} \right]$$

sau

$$f_2(\zeta) = -\frac{i t w_\infty \sin \alpha_\infty}{2\pi} \left(e^{i\lambda} \ln \frac{\zeta + R}{\zeta - R} - e^{-i\lambda} \ln \frac{\zeta + 1/R}{\zeta - 1/R} \right) \quad (2.23)$$

Deoarece prin orice transformare conformă circulația în jurul unui contur este egală cu circulația în jurul conturului transformat, rezultă că pentru a construi mișcarea cu circulația pură Γ în jurul profilului din rețea, este necesar și suficient să se aleagă și în planul auxiliar vârtejuri în exteriorul cercului a căror intensitate totală să fie tot Γ (fig.2.3.a).

Circulația Γ în jurul profilului are sensul orar (fig.2.3.b), deci lasă infinitul amonte ($x = -\infty$) și infinitul aval ($x = +\infty$) la stânga, întocmai ca în cazul când în $x = \pm \infty$, sunt plasate vârtejuri cu sens trigonometric. Rezultă că, în punctele $\zeta = \pm R$, care corespund în planul auxiliar punctelor $x = \pm \infty$, se plasează vârtejurile $-\Gamma/2$ (cu sens trigonometric). Suma totală a intensităților vârtejurilor exterioare cercului $|\zeta| = 1$ este $-\Gamma$, de modul gal cu circulația în jurul profilului din rețea. Cercul trebuie să rămână linie de curent, de aceea punctele $\zeta = \pm 1/R$, se plasează vârtejurile $\Gamma/2$, imaginile primelor față de cerc.

Astfel, în planul auxiliar ζ , potențialul complex al mișcării cu circulație pură este:

$$f_3(\zeta) = -\frac{i\Gamma}{4\pi} \ln(\zeta + R) - \frac{i\Gamma}{4\pi} \ln(\zeta - R) + \frac{i\Gamma}{4\pi} \ln\left(\zeta + \frac{1}{R}\right) + \frac{i\Gamma}{4\pi} \ln\left(\zeta - \frac{1}{R}\right)$$

sau

$$f_3(\zeta) = -i\Gamma/4\pi \ln\left[\frac{\zeta^2 - R^2}{\zeta^2 - 1/R^2}\right] \quad (2.24)$$

Prin urmare, mișcarea din planul ζ , corespunzătoare mișcării cu incidență și cu circulație din planul z , are potențialul complex total $f_t(z)$. Aceasta este:

$$f_t(\zeta) = f_1(\zeta) + f_2(\zeta) + f_3(\zeta) = w_\infty \cos \alpha_\infty (z) + f_2(\zeta) + f_3(\zeta) \quad (2.25)$$

Viteza complexă pe profilul are expresia:

$$\overline{w} = \left. \frac{df_t/d\zeta}{dz/d\zeta} \right|_C = w_\infty \cos \alpha_\infty + \left. \frac{df_2(\zeta)/d\zeta + df_3(\zeta)/d\zeta}{dz/d\zeta} \right|_C \quad (2.26)$$

În bordurile de fugă F_k ale profilelor, deci pentru $\zeta = \zeta_f$, s-a obținut $dz/d\zeta = 0$. Pentru ca viteza să nu fie infinită în F_k , (ipoteza Kutta-Jukovski), este necesar ca și numărătorul fracției din expresia (2.26), să se anuleze în $\zeta_f = e^{-i\theta_0}$:

$$\left[\frac{df_2(\zeta)}{d\zeta} + \frac{df_3(\zeta)}{d\zeta} \right]_{\zeta=e^{-i\theta_0}} = 0 \quad (2.27)$$

Această condiție servește la determinarea circulației Γ în jurul profilului din rețea.

Făcând calcule, derivând potențialele complexe f_1 și f_2 , din expresia vitezei complexe \bar{w} , expresia circulației Γ se poate scrie sub formă finală:

$$\Gamma = \frac{4Rt}{R^2 + 1} \cdot \frac{\cos\theta_0}{\cos\lambda} w_\infty \sin\alpha_\infty \quad (2.28)$$

Viteza complexă pe profilul din rețea \bar{w} este dată de (2.26), dacă se ține seama de valoarea circulației Γ . Deoarece derivata funcției de transformare (2.21) este:

$$\frac{dz}{d\zeta} = -\frac{2Rt}{2\pi} \frac{e^{i\lambda}(R^2\zeta^2 - 1) + e^{-i\lambda}(R^2 - \zeta^2)}{(\zeta^2 - R^2)(R^2\zeta^2 - 1)} \quad (2.29)$$

rezultă că relația (2.26), va avea valoarea:

$$\begin{aligned} \bar{w} &= w_\infty \cos\alpha_\infty - \\ &- i w_\infty \sin\alpha_\infty \frac{e^{i\lambda}(R^2 e^{2i\theta} - 1) - e^{-i\lambda}(e^{2i\theta} - R^2) - 2(R^2 - 1)e^{i\theta} \cos\theta_0 / \cos\lambda}{e^{i\lambda}(R^2 e^{i2\theta} - 1) + e^{-i\lambda}(e^{i2\theta} - R^2)} = \quad (2.30) \\ &= w_\infty \left[\cos\alpha_\infty - \sin\alpha_\infty \frac{R^2 \cos(\lambda + \theta) - \cos(\lambda - \theta) - (R^2 - 1)\cos\theta_0 / \cos\lambda}{R^2 \sin(\lambda + \theta) - \sin(\lambda - \theta)} \right] \end{aligned}$$

În expresia obținută pentru viteza complexă pe profilul din rețea, partea imaginară este nulă (ceea ce era de așteptat), profilul fiind paralel cu axa Ox .

Așadar viteza pe profil este:

$$\frac{w(\theta)}{w_\infty} = \cos\alpha_\infty - \sin\alpha_\infty \frac{R^2 \cos(\lambda + \theta) - \cos(\lambda - \theta) - (R^2 - 1)\cos\theta_0 / \cos\lambda}{R^2 \sin(\lambda + \theta) - \sin(\lambda - \theta)} \quad (2.31)$$

Această expresie se aplică pentru orice unghi $\theta \neq -\theta_0$. Pentru $\theta = -\theta_0$, deci în bordul de fugă al profilului, ținând seama de faptul că, în expresia (2.26) a vitezei complexe \bar{w} , s-a aplicat ipoteza Kutta-Jukovski. Frația w/w_∞ prezintă o nedeterminare de forma $0/0$. Aplicând teorema lui l'Hôpital, se obține viteza în bordul de fugă al profilului:

$$\frac{w(\theta_0)}{w_\infty} = \cos\alpha_\infty - \sin\alpha_\infty \left(\operatorname{ctg}\lambda - \frac{2\cos\theta_0}{\sin(2\lambda)} \frac{\cos[(\theta - \theta_0)/2]}{\cos[(\theta + \theta_0)/2]} \right) \quad (2.32)$$

Această expresie se poate folosi în orice punct al profilului și în bordul de fugă.

În cazul rețelei de pompă, se schimbă λ cu $-\lambda$ și θ_0 cu $-\theta_0$. Expresia (2.32) a circulației nu se schimbă, iar viteza pe profil este dată de relația:

$$\frac{w(\theta)}{w_\infty} = \cos \alpha_\infty + \sin \alpha_\infty \left(\operatorname{ctg} \lambda - \frac{2 \cos \theta_0}{\sin(2\lambda)} \frac{\cos[(\theta + \theta_0)/2]}{\cos[(\theta - \theta_0)/2]} \right) \quad (2.33)$$

2.1.2 Transformarea conformă pentru o rețea liniară de profile oarecare

Această metoda constă (metoda S.V.Vallander, cu unele completări), în reprezentarea conformă a unei rețele liniare de profile oarecare pe o rețea de profile rectilinii, iar aceasta pe exteriorul cercului.

2.1.2.1 Transformarea conformă a exteriorului rețelei de profile pe exteriorul unei rețele de cercuri

Fie z planul rețelei de profile cu pasul t și D^- domeniul exterior; rețeaua de cercuri cu pasul t_1 se află în planul ζ , iar domeniul exterior cercurilor de rază 1 se notează cu Δ^- . Unghiul de așezare a profilului în rețea este β_0 , (fig.2.4).

Se caută funcția olomorfă care realizează reprezentarea conformă a domeniului D^- pe domeniul Δ^- , astfel încât punctele de la infinit să corespundă unul celuilalt. Funcția $z(\zeta)$ se caută sub forma:

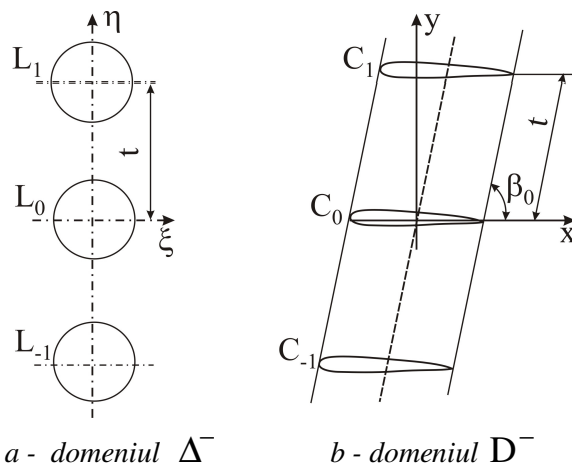


Fig.2.4 Domeniile de mișcare

$$z = D\zeta + P(\zeta) \quad (2.34)$$

unde funcția $P(\zeta)$ posedă următoarele proprietăți:

1. uniformitatea și mărginirea în Δ^- (pentru $\zeta \rightarrow \infty$);
2. periodicitatea cu perioada $T_1 = i t_1$

$$P(\zeta \pm i k t_1) = P(\zeta), \quad \forall \zeta \in \Delta^- \quad (2.35)$$

adică $P(\zeta)$, trebuie să aibă valori identice în punctele congruente ale cercurilor;

3. în vecinătatea originii (deci și în vecinătatea unui cerc oarecare, din cauza periodicității) pentru $P(\zeta)$, trebuie să fie adevărată dezvoltarea:

$$P(\zeta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} D_n \zeta^n \quad (2.36)$$

Se folosește formula integrală a lui N.E.Kocin, care exprimă o funcție analitică în exteriorul unei rețele de contururi prin valorile sale, pe un contur oarecare dintre acestea (în cazul de față – cercuri). Atunci, în domeniul Δ^- , funcția $P(\zeta)$ se poate reprezenta sub forma unei integrale de forma:

$$P(\zeta) = \frac{1}{2i t_1} \int_{L_0} P(\zeta') \operatorname{cth} \frac{\pi(\zeta - \zeta')}{t_1} d\zeta' = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_0} \frac{\pi}{t_1} \operatorname{cth} \frac{\pi(\zeta - \zeta')}{t_1} P(\zeta') d\zeta' \quad (2.37)$$

unde: ▪ L_0 - este cercul principal al rețelei de cercuri de rază ;
 ▪ ζ' - este variabila de integrare de-a lungul acestui cerc.

În continuare, funcția $P(\zeta)$ se dezvoltă în serie. Astfel funcția de transformare conformă z , devine:

$$z = D \zeta + \frac{\pi}{t_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} D_{-(n+1)} \frac{d^n}{d\zeta^n} \operatorname{cth} \frac{\pi \zeta}{t_1} \quad (2.38.a)$$

cu $D_{-(n+1)}$ coeficienții dezvoltării în serie, egali cu reziduurile funcției $P(\zeta') \zeta'^n$:

$$D_{-(n+1)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{L_0} P(\zeta') \zeta'^n d\zeta' \quad (2.38.b)$$

Pe de altă parte $z(\zeta)$ se poate reprezenta prin dezvoltarea în serie Laurent în vecinătatea originii, folosind dezvoltarea cunoscută a cotangentei hiperbolice:

$$\frac{\pi}{t_1} \operatorname{cth} \frac{\pi \zeta}{t_1} = \frac{1}{\zeta} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k} B_k}{(2k)!} \left(\frac{\pi}{t_1} \right)^{2k} \zeta^{2k-1} \quad (2.39)$$

unde B_k , sunt numerele lui Bernoulli.

Această serie, converge pentru $|\zeta| < 1$.

Se derivează această relație de n ori în raport cu ζ și se înlocuiește forma obținută în funcția de transformare conformă z . După o serie de transformări, se obține:

$$z = D \zeta + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D_{-(n+1)}}{\zeta^{n+1}} + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=k_1}^{\infty} \frac{(-1)^n 2^{2k} B_k D_{-(n+1)}}{2k(2k - n + 1)! n!} \left(\frac{\pi}{t_1} \right)^{2k} \zeta^{2k - n - 1} \quad (2.40)$$

sau

$$z = D \zeta + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D_{-n}}{\zeta^n} + \sum_{n=0}^{\infty} D_{+n} \zeta^n \quad (2.41)$$

unde coeficienții D_{+n} , se determină cu formula:

$$D_{+n} = \sum_{k=k_1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2k} B_k}{(2k - n - 1)! n!} \left(\frac{\pi}{t_1} \right)^{2k} D_{-(2k-n)} \quad (2.42)$$

cu $k_1 = (n + 1)/2$ pentru n impar și $k_1 = (n + 2)/2$ pentru n par.

2.1.2.2 Curentul fluid în rețeaua canonică de cercuri

O mișcare oarecare prin rețeaua de cercuri de rază 1 din planul ζ , se poate obține prin suprapunerea a trei mișcări: transversale, longitudinale și cu circulație pură.

Viteza complexă fiind olomorvă, periodică și mărginită la infinit, posedă aceleași proprietăți ca și funcția $P(\zeta)$ din relația (2.37).

Potențialul complex al mișcării în rețeaua de cercuri cu pasul t_1 din planul ζ , conform formulei (2.38) este:

$$f(\zeta) = \bar{v}_0 \zeta + \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln\left(\frac{1}{\lambda_1} \operatorname{sh}\lambda_1 \zeta\right) + \lambda_1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} D_{-(n+1)} \frac{d^n}{d\zeta^n} (\operatorname{cth}\lambda_1 \zeta) \quad (2.43)$$

cu: $\lambda_1 = \pi/4$ și \bar{v}_0 viteza complexă medie a vitezelor de la infinit din planul ζ .

a. Curentul fluid transversal prin rețeaua de cercuri

În acest caz, lipsește termenul al doilea din potențialul complex (2.43.), $\Gamma = 0$.

Ca urmare a simetriei problemei, D_{-2k} și $D_{-(2k+1)}$ sunt egali, pentru orice $k \geq 0$, iar $\bar{v}_0 = v_{0x}$. Cu relația (2.40), se obține:

$$f_1(\zeta) = v_{0x} \zeta + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{D_{-n}}{\zeta^n} + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2k} B_k \lambda_1^{2k}}{2k(2k-n+1)! n!} D_{-(2k-n)} \zeta^n \quad (2.44)$$

Deoarece partea imaginară a potențialului $f_1(\zeta)$, este constantă pe cerc, atunci aceasta se poate egala cu zero:

$$\operatorname{Im} f_1(\zeta)|_{\zeta_c = e^{i\theta}} = 0 \quad (2.45)$$

Se încuiește ζ_c cu $e^{i\theta}$ în (2.44) și se obține un sistem infinit de ecuații:

$$\begin{cases} D_{-1} = v_{0x} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k} B_k \lambda_1^{2k}}{2k(2k-2)!} D_{-(2k-1)} \\ D_{-n} = \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2k} B_k \lambda_1^{2k}}{2k(2k-n+1)! n!} D_{-(2k-n)}, \quad n = 3, 5, 7, \dots \end{cases} \quad (2.46)$$

Acest sistem, are o soluție unică mărginită, ce se poate obține prin metoda aproximațiilor succesive.

b. Curentul fluid longitudinal prin rețeaua de cercuri

Și această mișcare fiind fără circulație și paralelă cu axa 0η , potențialul său complex se obține din (2.43), în care se pune $\Gamma = 0$ și $\bar{v}_0 = -i v_{0y}$. Problema este simetrică, $D_{-2k} = 0$, iar coeficienții $D_{-2(k+1)}$, sunt numere pur imaginare $D_{-2(k+1)} = i d_{-2(k+1)}$. Din relațiile (2.43) și (2.45), se obține un sistem infinit de ecuații, de forma:

$$\begin{cases} d_{-1} = v_{0y} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k} B_k \lambda_1^{2k}}{2k(2k-2)!} d_{-(2k-1)} \\ d_{-n} = - \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2^{2k} B_k \lambda_1^{2k}}{2k(2k-n+1)! n!} d_{-(2k-n)}, \quad n = 3, 5, 7, \dots \end{cases} \quad (2.47)$$

c. Curentul fluid cu circulație pură prin rețeaua de cercuri

În acest caz, circulația este $\Gamma \neq 0$ și $\bar{v}_0 = 0$. Dezvoltarea în serie, al celui de-al doilea termen din relația (2.43), este:

$$\frac{\Gamma}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{\lambda_1} \operatorname{sh} \lambda_1 \zeta \right) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^{2k-1} B_k \lambda_1^{2k}}{k(2k)!} \quad (2.48)$$

Deoarece această serie doar pentru puterile pare ale lui ζ , toți coeficienții $D_{-(2k+1)} = 0$, iar D_{-2k} sunt mărimi pur imaginare: $D_{-2k} = i d_{-2k}$.

Se folosesc expresiile (2.43) împreună cu (2.45) și se obține un sistem infinit de ecuații, pentru coeficienții d_{-2k} :

$$\frac{\Gamma}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2k-1} B_k \lambda_1^{2k}}{k(2k)!} \lambda_1^{2k} = \sum_{n=0}^{\infty} d_{-2k} + \sum_{k=\frac{n+1}{2}}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} B_k \lambda_1^{2k}}{2k(2k-n+1)! n!} d_{-(2k-n)} \quad (2.49)$$

Mărimea circulației Γ , se determină din condiția ca în punctul de plecare (fugă) a curentului de pe cerc, viteza să fie nulă (ipoteza Kutta-Jukovski).

2.2 REȚELE LINIARE DE PROFILE STUDIATE PRIN METODA ECUAȚIILOR INTEGRALE

Metoda ecuațiilor integrale s-a dezvoltat acum patru decenii, ca urmare a perfecționării tehnicii de calcul. Se utilizează îndeosebi pentru rezolvarea problemei directe a teoriei rețelelor. Pentru viteza pe profil, se obține o ecuație integrală de tip Fredholm, a cărei soluționare se reduce la rezolvare unuia sau mai multor sisteme de ecuații algebrice liniare.

2.2.1 Ecuații integrale de tip Fredholm

O ecuație integrală este acea ecuație, în care funcția necunoscută apare sub semnul de integrare.

O ecuație integrală liniară, în corpul \mathbb{R} , de forma:

$$\varphi(s) - \lambda \int_{s_a}^{s_b} K(s, \sigma) \varphi(\sigma) d\sigma = f(s) \quad (2.50)$$

cu $s, \sigma \in [s_a, s_b]$, iar funcția necunoscută $\varphi(s)$ apare atât sub integrală, cât și în afara ei; și în plus funcția cunoscută $K(s, \sigma)$, numită nucleul ecuației integrale, este continuă pe arcul (a, b) sau are o singularitate integrabilă în punctul $\sigma = s$ și se numește ecuație integrală de tip Fredholm de speța a doua.

Funcția cunoscută $f(s)$, se numește termenul liber al ecuației, iar λ este o constantă reală.

Punctul $\sigma = s$ este o singularitate integrabilă (slabă) pentru nucleul $K(s, \sigma)$, dacă în vecinătatea sa, acesta se poate scrie sub forma:

$$K(s, \sigma) = K_1(s, \sigma) / |\sigma - s|^\alpha \quad (2.51)$$

cu $0 < \alpha < 1$ și $K_1(s, \sigma)$ conține în punctul $\sigma = s$.

În acest caz, excluzând din domeniul de integrare o vecinătate oarecare a punctului s , deci de forma $(s - \varepsilon_1, s + \varepsilon_1)$, integrala de tip Fredholm de speța a doua, are sens și se calculează astfel:

$$\int_{s_a}^{s_b} K(s, \sigma) \varphi(\sigma) d\sigma = \lim_{\varepsilon_1 \rightarrow 0} \int_{s_a}^{s_b - \varepsilon_1} K(s, \sigma) \varphi(\sigma) d\sigma + \lim_{\varepsilon_2 \rightarrow 0} \int_{s_a + \varepsilon_2}^{s_b} K(s, \sigma) \varphi(\sigma) d\sigma \quad (2.52.a)$$

ε_1 și ε_2 tinzând independent la zero.

Dacă ecuația integrală liniară este de forma:

$$\varphi(s) - \lambda \int_{s_a}^{s_b} K(s, \sigma) \varphi(\sigma) d\sigma = 0 \quad (2.52.b)$$

deci cu termenul liber nul, acesta se numește de tip Fredholm de speța a doua omogenă.

Ecuația integrală

$$\psi(s) - \lambda \int_{s_a}^{s_b} \psi(\sigma) K(\sigma, s) d\sigma = 0 \quad (2.53)$$

cu ordinea schimbată a variabilelor în nucleu, este ecuația omogenă asociată ecuației (2.52.b).

Dacă, în aceleași condiții, funcția necunoscută apare numai sub integrală, ecuația integrala de tip Fredholm de speța a doua, devine:

$$\int_{s_a}^{s_b} \varphi(\sigma) K(s, \sigma) d\sigma = f(s) \quad (2.54)$$

și se numește ecuație integrală de tip Fredholm de speța întâi.

2.2.2 Ecuații integrale de tip Fredholm de speța întâi

În esență, această metodă, constă în rezolvarea problemei exterioare a lui Dirichlet, pentru funcția de curent, deoarece pe contur $\psi(s) = \text{constant}$.

Pentru rezolvare, se pleacă de la expresia funcției complexe de tip Cauchy, în care acesta se înlocuiește cu viteza complexă: $F(z) = \overline{w}(z)$, deoarece viteza complexă posedă toate proprietățile de uniformitate, mărginire și periodicitate. Astfel, cu notația $\chi = \pi / t$, se obține:

$$\bar{w}(z) = \frac{\chi}{2\pi i} \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) \operatorname{cth} \chi(z - \zeta) d\zeta + \bar{w}_\infty \quad (2.55)$$

$$\bar{w}_\infty = \frac{1}{2}(\bar{w}_1 + \bar{w}_2) \quad (2.56)$$

$$\int_{C_0} \bar{w}(\zeta) d\zeta = 2it (\bar{w}_2 - \bar{w}_1) \quad (2.57)$$

$$\bar{w}(z) = \frac{\chi}{2\pi i} \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) \operatorname{cth} \chi(z - \zeta) d\zeta + \frac{1}{2}(\bar{w}_1 + \bar{w}_2) \quad (2.58)$$

Conturul C_0 este linie de curent, deci viteza este tangentă la contur. Notând $d\zeta = d\sigma e^{i\theta}$, rezultă viteza complexă $\bar{w}(\zeta) = w(\sigma) e^{i\theta}$, unde $w(\sigma)$ este valoarea vitezei pe contur în punctul ζ , de abscisă curbilinie σ . Relația (2.55) devine:

$$\bar{w}(z) = \frac{\chi}{2\pi i} \int_{C_0} w(\sigma) e^{i\theta} \operatorname{cth} \chi(z - \zeta) d\sigma + \bar{w}_\infty \quad (2.59)$$

iar din relația (2.57) se obține:

$$\int_{C_0} w(\sigma) e^{i\theta} d\sigma = 2it (\bar{w}_2 - \bar{w}_1) \quad (2.60)$$

Integrala din ultima expresie se efectuează în sensul trigonometric, care corespunde cu sensul circulației pentru rețeaua de turbină din fig.2.5; deci:

$$\Gamma = 2it [w_{2x} - w_{1x} - i(w_{2y} - w_{1y})] \quad (2.61.a)$$

de unde, separând părțile reale de cele imaginare, se obține:

$$\Gamma = 2t(w_{2y} - w_{1y}) \quad \text{și} \quad w_{2x} = w_{1x} \quad (2.61.b)$$

Astfel, din (2.56), rezultă:

$$w_{\infty x} = (w_{1x} + w_{2x})/2 = w_{1x} = w_{2x} \quad \text{iar} \quad w_{\infty y} = (w_{1y} + w_{2y})/2 \quad (2.62)$$

sau
$$\bar{w}_\infty = (\bar{w}_1 + \bar{w}_2)/2 \quad (2.63)$$

Dacă se notează $\gamma(\sigma) = d\Gamma(\sigma)/d\sigma = w(\sigma)$, relația (2.58) devine:

$$\bar{w}(z) = \chi/(2\pi i) \int_{C_0} \gamma(\sigma) \operatorname{cth} \chi(z - \zeta) d\sigma + (\bar{w}_1 + \bar{w}_2)/2 \quad (2.64)$$

De aici, rezultă că mișcarea în exteriorul D^- al rețelei de profile, se poate obține prin suprapunerea mișcării de bază având viteza din expresia (2.63), cu mișcarea indusă de o repartiție de vârtejuri pe contururile profilelor. Vârtejurile fiind din punct de vedere matematic niște singularități, această metodă de obținere a mișcării prin rețele, se numește metoda singularităților. Rezultă că metoda singularităților și metoda ecuațiilor integrale sunt asemănătoare.

Potențialul complex $f(z)$ al mișcării în rețea, se obține integrând relația (2.57), în raport cu z și ținând seama de faptul că $\bar{w}(z) = df(z)/dz$:

$$f(z) = \int \left[\chi/(2\pi i) \int_{C_0} \bar{w}(z) \operatorname{cth} \chi(z - \zeta) d\zeta \right] dz + \bar{w}_\infty z + \text{const.} \quad (2.65)$$

În integrala în raport cu z de mai sus, numai $\operatorname{cth} \chi(z - \zeta)$ depinde de z , astfel:

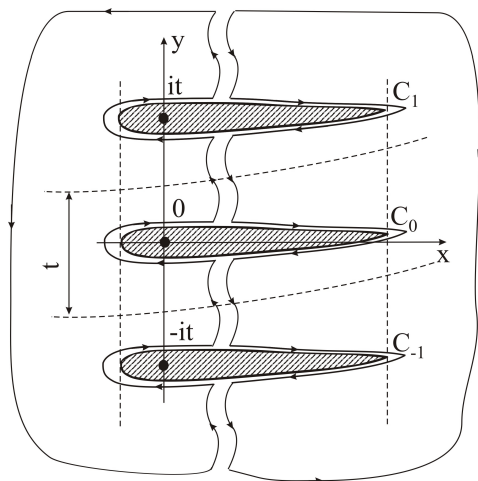


Fig.2.5 Reprezentarea integrală a vitezei complexe, în rețea plană liniară

$$\int \operatorname{cth} \chi(z - \zeta) dz = 1/\chi \ln [\operatorname{sh} \chi(z - \zeta)] \quad (2.66)$$

După efectuarea calculelor, potențialul complex devine:

$$f(z) = 1/(2\pi i) \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) \ln \frac{\operatorname{sh} \chi(z - \zeta)}{\chi} d\zeta + \bar{w}_\infty z + \text{const.} \quad (2.67)$$

În această expresie este suficient ca $z \in D_0^-$ (banda de periodicitate principală).

Făcând trecerea la limită $z \in D_0^- \rightarrow z_0 \in C_0$, se obține expresia potențialului complex $f(z_0)$, pe conturul C_0 al profilului:

$$f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) \ln \frac{\operatorname{sh} \chi(z - \zeta)}{\chi} d\zeta + \bar{w}_\infty z + \text{const.} \quad (2.68)$$

în care integrala conține singularitatea integrabilă de tip logaritmic $\zeta = z_0$.

Din șirul de vârtejuri, expresia:

$$f_\Gamma(z_0 - \zeta) = \frac{1}{2\pi i} \ln \frac{\operatorname{sh} \chi(z_0 - \zeta)}{\chi} \quad (2.69)$$

reprezintă potențialul complex al mișcării induse în punctul $z_0 \in C_0$, de șirul infinit de vârtejuri, de intensitate egală cu unitatea în sensul trigonometric, plasate pe dreapta paralelă cu axa Oy , ce trece prin $\zeta \in C_0$.

Expresia (2.69) se mai poate scrie sub forma:

$$f_\Gamma(z_0 - \zeta) = \Phi_\Gamma(x_0 - \xi, y_0 - \eta) + i\psi(x_0 - \xi, y_0 - \eta) \quad (2.70)$$

Din (2.61), (2.70) și din celelalte calcule, rezultă:

$$\Phi_\Gamma + i\psi_\Gamma = (\ln R + i\gamma)/(2\pi i) = (\gamma - i \ln R)/(2\pi) \quad (2.71)$$

$$\text{deci: } \Phi_\Gamma(x_0 - \xi, y_0 - \eta) = \gamma/(2\pi) \quad \text{cu} \quad \operatorname{tg} \gamma = [\operatorname{tg} \chi(y_0 - \eta)]/[\operatorname{tg} \chi(x_0 - \xi)] \quad (2.72)$$

$$\psi_\Gamma(x_0 - \xi, y_0 - \eta) = -1/4\pi \ln \left\{ [\operatorname{ch} 2\chi(x_0 - \xi) - \cos 2\chi(y_0 - \eta)] / (2\chi^2) \right\} \quad (2.73)$$

Se introduc abscisele curbilinii: fixă $s [x_0 = x_0(s); y_0 = y_0(s)]$ și mobilă $\sigma [\xi = \xi(\sigma); \eta = \eta(\sigma)]$. Originea arcelor s, σ este comună, de exemplu în bordul de fugă. Conturul C_0 se presupune în continuare neted aproape peste tot, cu excepția eventuală a bordului de fugă.

Relația potențialului complex (2.68), se mai poate scrie astfel sub forma:

$$\Phi(s) + i\psi(s) = \int_{C_0} w(\sigma) [\Phi_\Gamma(s, \sigma) + i\Psi_\Gamma(s, \sigma)] d\sigma + (w_{\infty x} - i w_{\infty y}) (x_0 + i y_0) + \text{const.}$$

de unde:
$$\Phi(s) = \int_{C_0} w(\sigma) \Phi_\Gamma(s, \sigma) d\sigma + w_{\infty x} x_0 + w_{\infty y} y_0 + \text{const.} \quad (2.74)$$

$$\psi(s) = \int_{C_0} w(\sigma) \Psi_\Gamma(s, \sigma) d\sigma + w_{\infty y} y_0 - w_{\infty x} x_0 + \text{const.} \quad (2.75)$$

cu $d\sigma = \sqrt{d\xi^2 + d\eta^2}$.

Se consideră problema fundamentală directă a teoriei rețelelor liniare de profile: se dă rețeaua alcătuită din profile netede, deci cu funcțiile cunoscute $x_0(s), y_0(s)$ derivabile și cu derivatele $x'_0(s), y'_0(s)$ continue, oricare ar fi $z_0(s) \in C_0$, eventual cu excepția bordului de fugă; se cunosc viteza la infinit amonte (w_{1x}, w_{1y}) și punctul de stagnare aval $s = s_{c2}$ - care este bordul de fugă $s = 0$ (fig.2.6).

Deoarece: $w_{\infty x} = w_{1x} = w_{2x}, w_{\infty y} = (w_{1y} + w_{2x})/2$ și

$$w_{\infty y} = w_{1y} + \Gamma/(2t) \quad \text{pentru rețeaua de turbine;} \quad (2.76)$$

$$w_{\infty y} = w_{1y} - \Gamma/(2t) \quad \text{pentru rețeaua de pompe;}$$

expresia (2.75) cu aceste valori și ținând seama că ecuația conturului C_0 este linie de curent, va deveni:

$$\int_{C_0} w(\sigma) \Psi_\Gamma(s, \sigma) d\sigma + w_{1x} y_0(s) - (w_{1y} \pm \Gamma/(2t)) x_0(s) = \text{const.} \quad (2.77)$$

Semnul plus corespunde rețelei de turbină și semnul minus, celei de pompă.

Însă, $\Gamma = \pm \int_{C_0} w(\sigma) d\sigma$, pentru rețele de turbină (fig.2.6.a), respectiv pentru rețele de pompă (fig.2.6.b), ecuația de mai sus devine:

$$\int_{C_0} w(\sigma) [\Psi_\Gamma(s, \sigma) - x_0(s)/(2t)] d\sigma = w_{1x} y_0(s) - w_{1y} x_0(s) = \text{const.} \quad (2.78)$$

unică, pentru turbine și pompe.

Ecuația (2.78), este o ecuație de tip Fredholm de speța I, care are nucleul:

$$K(s, \sigma) = \Psi_\Gamma(s, \sigma) - 1/(2t) x_0(s) \quad (2.79)$$

și funcția necunoscută $w(\sigma)$, sunt numai sub integrală.

Cum rezultă din relația (2.73), nucleul are în $\sigma = s$ o singularitate logaritmică. Se alege pe conturul profilului n puncte $s = s_k, \sigma = \sigma_i, (k, i = 1, 2, 3, \dots, n)$, incluzând și punctul critic de stagnare aval. Afirmația că, $w(s)$ este derivabilă de două ori pe

conturul C_0 neted, rezultă din aceea că tangenta la conturul neted este continuă și viteza este tangentă la contur. Se dă o valoare $s = s_k$ abscisei curbilinii a punctului fix ($x_0 = x_k, y_0 = y_k$). În continuare se dau valori $k = 1, 2, \dots, n$. Ecuația (2.78) devine:

$$\sum_{i=1}^n w(\sigma_i) \left[\Psi_{\Gamma}(s_k, \sigma_i) - \frac{x_k}{2t} \right] \Delta\sigma_i + w_{1x} y_k - w_{1y} x_k = C \quad (2.80)$$

unde $\Delta\sigma_i$, conține punctul de coordonată σ_i .

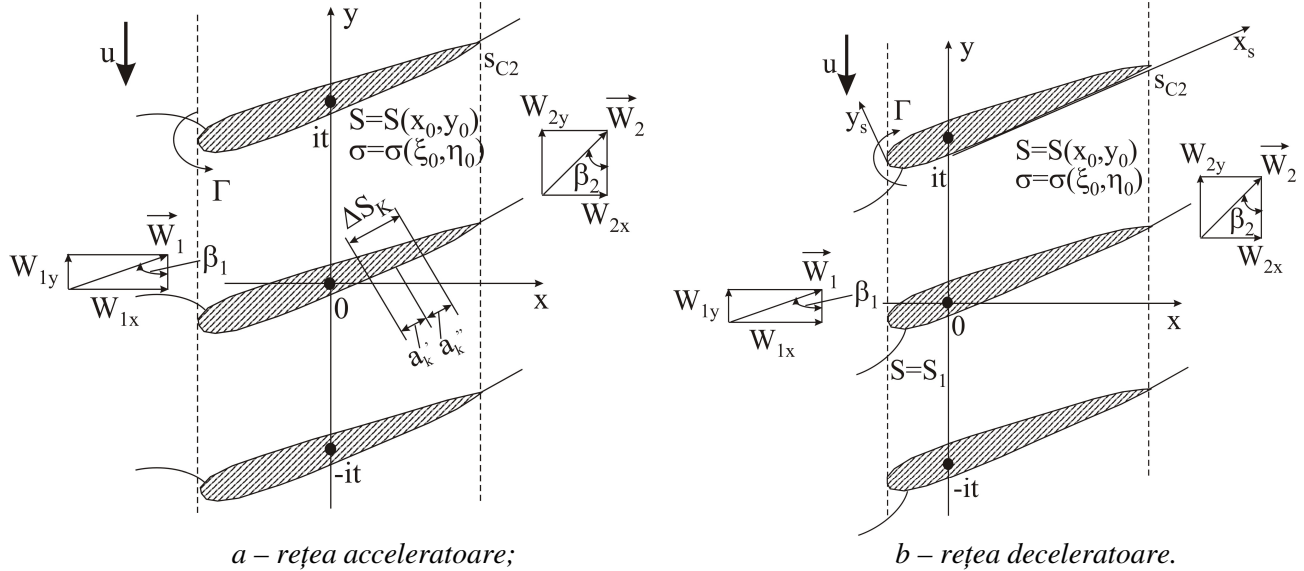


Fig.2.6 Metoda ecuațiilor integrale Fredholm de speța I

Sistemul (2.80), are n ecuații algebrice liniare cu n necunoscute: valorile vitezelor în $(n - 1)$ puncte (plus viteza nulă în punctul de stagnare) și constanta C și va primi, după calcule, următoarea formă finală:

$$\sum_{i=1, i \neq k}^n w(\sigma_i) \left[\Psi_{\Gamma}(s_k, \sigma_i) - \frac{x_k}{2t} \right] \Delta\sigma_i + \Delta I_k - x_k / (2t) \Delta\sigma_k w(\sigma_k) + w_{1x} y_k - w_{1y} x_k = C, \quad k=1, 2, \dots, n \quad (2.81)$$

și
$$\Delta I_k = \int_{s_k - a'_k}^{s_k + a''_k} w(\sigma) \Psi_{\Gamma}(s_k, \sigma) d\sigma \quad (\text{fig.2.6.a}).$$

După rezolvarea sistemului, se calculează circulația vitezei în jurul profilului din rețeaua de turbină sau pompă:

$$\Gamma = \pm \sum_{i=1}^n w(\sigma_i) \Delta\sigma_i \quad (2.82)$$

Cu una din relațiile (2.76), se calculează $w_{\infty y}$, apoi $w_{2x} = w_{1x}$ și $w_{2y} = w_{1y} \pm \Gamma / 2t$, semnul plus fiind pentru turbine și minus pentru pompe.

Circulația adimensională, se deduce din relația (2.82):

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma}{l w_{1x}} = \pm \sum_{i=1}^n \bar{w}(i) \Delta\bar{\sigma}(i) \quad (2.83)$$

cu care se calculează, coeficientul de portanță:

$$c_p = 2 F_p / \rho w_\infty^2 l = 2 \bar{\Gamma} \sin \beta_\infty \quad (2.84)$$

Momentul, în raport cu bordul de atac, are expresia:

$$M = \int_{C_0} p(x dx + y dy) \quad (2.85)$$

din care se poate calcula coeficientul de moment:

$$c_M = \frac{2M}{\rho w_\infty^2 l^2} = -\frac{2\pi}{n} \sin^2 \beta_\infty \sum_{k=2}^m \bar{w}^2(k) [\bar{x}(2k-1)\bar{x}'(2k-1) + \bar{y}(2k-1)\bar{y}'(2k-1)] \quad (2.86)$$

și cel de presiune:
$$c_p = \frac{2(p - p_\infty)}{\rho w_\infty^2} = 1 - \bar{w}^2 \sin^2 \beta_\infty \quad (2.87)$$

2.2.3 Ecuații integrale Fredholm de speța a doua

Metoda ce rezolvă aceste ecuații, este cea a lui Martensen.

Se pornește de la reprezentarea integrală (2.55), care se transcrie astfel:

$$\bar{w}(z) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) H(\zeta, z) d\zeta + \bar{w}_\infty \quad (2.88)$$

cu nucleul: $H(\zeta, z) = \chi \operatorname{cth}(\zeta - z), \quad z \in D_0^- \quad (2.89)$

sau
$$H(\zeta, z) = \frac{1}{\zeta - z} + 2(\zeta - z) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(\zeta - z)^2 + k^2 t^2} = \frac{1}{\zeta - z} + H_1(\zeta, z) \quad (2.90)$$

în care $H_1(\zeta, z)$ este olomorvă în D_0^- , deoarece rădăcinile numitorului sunt $z_k = \zeta \pm i k t$. Rezultă că integrala $\int_{C_0} H_1(\zeta, z) ds = 0$, astfel că, se poate scrie:

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} H(\zeta, z) d\zeta = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} \frac{d\zeta}{\zeta - z} = \begin{cases} 1 & z \in D_0^+ \\ 1/2 & z \in C_0 \\ 0 & z \in D_0^- \end{cases} \quad (2.91)$$

Ecuația (2.88) va deveni:

$$\bar{w}_\infty - \bar{w}(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} [\bar{w}(\zeta) - \bar{w}(z_0)] H(\zeta, z) d\zeta + \frac{\bar{w}(z_0)}{2\pi i} \int_{C_0} H(\zeta, z) d\zeta \quad (2.92)$$

Utilizând valorile din relația (2.91), pentru $z \in D_0^+ \rightarrow z_0 \in C_0$, rezultă:

$$\begin{cases} [\bar{w}_\infty - \bar{w}(z_0)]^+ = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} [\bar{w}(\zeta) - \bar{w}(z_0)] H(\zeta, z_0) d\zeta + \bar{w}(z_0) \\ [\bar{w}_\infty - \bar{w}(z_0)]^- = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_0} [\bar{w}(\zeta) - \bar{w}(z_0)] H(\zeta, z_0) d\zeta \end{cases} \quad (2.93)$$

Făcând diferența, respectiv suma, se obține:

$$[\bar{w}_\infty - \bar{w}(z_0)]^+ - [\bar{w}_\infty - \bar{w}(z_0)]^- = \bar{w}(z_0) \quad (2.94.a)$$

$$[\bar{w}_\infty - \bar{w}(z_0)]^+ + [\bar{w}_\infty - \bar{w}(z_0)]^- = \frac{1}{\pi i} \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) H(\zeta, z_0) d\zeta \quad (2.95)$$

Cum, viteza \bar{w}_∞ este constantă, $\bar{w}_\infty^+ = \bar{w}_\infty^-$, relația (2.94.a) devine:

$$\bar{w}^-(z_0) - \bar{w}^+(z_0) = \bar{w}(z_0) \quad (2.94.b)$$

În interiorul D_0^+ al profilului nu există mișcare, adică $w^+(z) = 0$, pentru orice $z \in D_0^+$, deci și $\bar{w}^+(z) = 0$, astfel că din relația (2.94.b), rezultă:

$$\bar{w}^-(z_0) = \bar{w}(z_0) \quad (2.96)$$

Se înlocuiește în continuare, relația (2.95) în relația (2.96) și se obține integrala singulară a vitezei pe conturul profilului din rețea:

$$\bar{w}(z_0) = 2\bar{w}_\infty - \frac{1}{\pi i} \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) H(\zeta, z_0) d\zeta \quad (2.97)$$

Ținând seama de expresia (2.89) a nucleului, pentru $z = z_0$, ecuația (2.97) devine:

$$\bar{w}(z_0) = 2\bar{w}_\infty + 2 \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) \frac{1}{2\pi t} \text{cth} \chi(z_0 - \zeta) d\zeta \quad (2.98)$$

Însă:

$$\frac{1}{2it} \text{cth} \chi(z_0 - \zeta) = \frac{d[f_\Gamma(z_0 - \zeta)]}{dz_0} = \bar{v}_\Gamma(z_0 - \zeta) \quad (2.99)$$

cum rezultă din relația (2.69); deci ecuația integrală va deveni:

$$\bar{w}(z_0) = 2\bar{w}_\infty + 2 \int_{C_0} \bar{w}(\zeta) \bar{v}_\Gamma(z_0 - \zeta) d\zeta \quad (2.100)$$

Se exprimă vitezele complexe, în funcție de componente:

$$\begin{cases} \bar{w}_\infty = \bar{w}_{\infty x} - i \bar{w}_{\infty y} \\ \bar{w}(z_0) = w_x(x_0, y_0) - i w_y(x_0, y_0) = w(s)[\cos v(s) - i \sin v(s)] \\ \bar{v}_\Gamma(z_0 - \zeta) = v_{\Gamma x}(s, \sigma) - i v_{\Gamma y}(s, \sigma) \end{cases} \quad .101$$

Punând $\bar{w}(\zeta) d\zeta = w(\sigma) d\sigma$, ecuația (2.100), se descompune în sistemul următor:

$$\begin{cases} w(s)/2 \cos v(s) - \int_{C_0} w(\sigma) v_{\Gamma x}(s, \sigma) d\sigma = w_{\infty x} \\ w(s)/2 \sin v(s) - \int_{C_0} w(\sigma) v_{\Gamma y}(s, \sigma) d\sigma = w_{\infty y} \end{cases} \quad (2.102)$$

unde integrala \int_{C_0} se calculează în sensul valorilor principale; unghiul $v(s)$ este delimitat de axa Ox cu tangenta la profil, orientată în sens trigonometric.

Din combinația ecuațiilor (2.102) se obține o singură ecuație integrală Fredholm de speța a doua cu nucleu continuu: se înmulțesc ecuațiile (2.102) cu $\cos v(s)$ și respectiv $\sin v(s)$, după care se adună; se obține:

$$\begin{aligned} w(s) - 2 \int_{C_0} w(\sigma) [v_{\Gamma_x}(s, \sigma) \cos v(s) + v_{\Gamma_y}(s, \sigma) \sin v(s)] d\sigma = \\ = 2 [w_{\infty x} \cos v(s) + w_{\infty y} \sin v(s)] \end{aligned} \quad (2.103)$$

Se introduce unghiul auxiliar φ , pentru punctul fix definit prin coordonatele $x(s)$ și $y(s)$ și ψ pentru punctul curent definit prin coordonatele $\xi(\sigma)$ și $\eta(\sigma)$. Aceste perechi de coordonate se notează cu $x(\varphi)$, $y(\varphi)$ și $x(\psi)$, $y(\psi)$, cu $\varphi, \psi \in [0, 2\pi]$; unde $\varphi = \psi = 0$ corespund bordului de fugă. Rezultă:

$$\begin{aligned} s'(\varphi) = \sqrt{x'(\varphi)^2 + y'(\varphi)^2} \quad \sigma'(\psi) = \sqrt{x'(\psi)^2 + y'(\psi)^2} \\ x'(\varphi) = \frac{dx}{d\varphi} = \frac{dx}{ds} \frac{ds}{d\varphi} = \cos v(s) s'(\varphi) \\ y'(\varphi) = \frac{dy}{d\varphi} = \frac{dy}{ds} \frac{ds}{d\varphi} = \sin v(s) s'(\varphi) \end{aligned} \quad (2.104)$$

Introducând notațiile

$$w(\varphi) = w(s) s'(\varphi) \quad \text{și} \quad w(\psi) = w(\sigma) \sigma'(\psi) \quad (2.105)$$

ecuația (2.103) devine:

$$w(\varphi) - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} w(\psi) K(\varphi, \psi) d\psi = 2 [w_{\infty x} x'(\varphi) + w_{\infty y} y'(\varphi)] \quad (2.106)$$

E. Martensen a demonstrat relația:

$$\int_0^{2\pi} K(\varphi, \psi) d\varphi = \pi \quad (2.107)$$

atât pentru profilul izolat cât și pentru rețea. Pe această bază, cu ajutorul teoremelor lui Fredholm, se demonstrează existența și unicitatea soluției ecuației (2.106).

Ecuația se rezolvă, prin aproximarea cu un sistem algebric liniar de forma:

$$w_\mu - \frac{1}{\pi} \sum_{v=1}^M (K_{\mu v} w_v) \frac{2\pi}{M} = 2 [w_{\infty x} x'_\mu + w_{\infty y} y'_\mu] \quad \mu = 1, 2, \dots, M \quad (2.108)$$

în care coordonatele profilului trebuie să fie date pentru M valori echidistante ale unghiului φ , iar $x_\mu = x(\varphi_\mu)$, $y_\mu = y(\varphi_\mu)$ și punctul (x_1, y_1) este bordul de fugă.

Numărul punctelor de calcul M trebuie să fie $M \geq 24$ și să crească cu cât profilul este mai zvelt. Sistemul (2.108), se poate scrie și pentru puncte neechidistante în φ , de exemplu mai dese la bordul de atac, în special și bordul de fugă.

2.3 REȚELE LINIARE DE PROFILE STUDIATE PRIN METODA SINGULARITĂȚILOR

Scrierea formulei lui Kocin sub forma (2.64), pune în evidență principiul metodei singularităților: mișcarea cu circulație în exteriorul rețelei de profile, se poate obține prin suprapunerea translației de bază cu mișcarea indusă de o repartiție de vârtejuri, pe contururile profilelor. Conform unei fundamentări matematice date de O. Popa, repartiția vârtejurilor pe contur, se poate înlocui cu repartiții de surse și vârtejuri pe schelet. Astfel, rezultă două două ecuații integrale neliniare, independente în raport cu intensitățile de repartiție ale surselor și vârtejurilor. La rețelele liniare de profile, cu curbură și grosime limitate (cum sunt cele din paletetele turbomașinilor hidraulice), liniarizarea sistemului de ecuații integrale se obține prin mutarea repartițiilor singularităților de pe schelet pe coardele profilelor. Cele două ecuații integrale cu densitățile $\gamma(x)$ și $q(x)$, se stabilesc din următoarele condiții cinematice:

- în mișcarea rezultantă, conturul profilului din rețea, este linie de curent;
- scheletul este linie de curent, în mișcarea interioră a profilului.

2.3.1 Profil subțire cu curbură mică

2.3.1.1 Ipoteza lui W. Birnbaum

Pentru un profil subțire și curbură mică, se ia doar repartiția vârtejurilor pe coarda profilului (fig.2.7), iar condiția cinematică se pune pe schelet. Această ipoteză a fost formulată pentru prima dată de W. Birnbaum. În mișcarea rezultată din interacțiunea translației de bază cu mișcarea indusă de vârtejurile repartizate pe coardă, se pune condiția ca scheletul profilului să fie linie de curent. Se consideră ecuația scheletului:

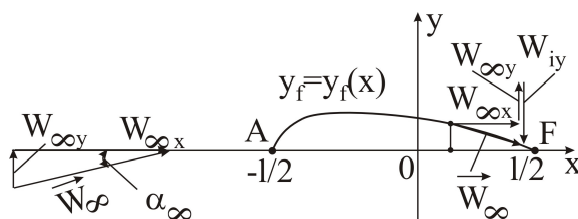


Fig.2.7 Metoda Birnbaum – Glauert pentru profil izolat

$$y = y_f(x) \text{ cu } y_f(\pm 1/2) = 0 \quad (2.110)$$

dată analitic sau grafic și o repartiție de vârtejuri pe coardă, ce are densitatea liniară $\gamma(x) = d\Gamma / dx$. Circulația vitezei pe profil este:

$$\Gamma = \int_{-1/2}^{1/2} \gamma(x) dx \quad (2.111)$$

Se notează punctul curent ζ cu x , deci $\gamma(\sigma) d\sigma = \gamma(x') dx'$ și punctul fix z cu x , unde x' și x sunt situați pe aceeași coardă. Viteza în mișcarea rezultată, are expresia:

$$\bar{w}(x) = w_\infty + \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} = w_\infty + \bar{w}_i(x) \quad (2.112)$$

unde $\bar{w}_i(x)$ este viteza indusă în punctele $(x, 0)$ de vârtejurile de pe coarda profilului:

$$\bar{w}_i(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} \quad (2.113)$$

Se observă că expresia de sub integrală are în $x' = x$, un pol simplu. Integrala (2.112) se numește singulară și nu poate fi calculată decât în sensul valorii principale după Cauchy, adică prin excluderea domeniului de integrare a unei vecinătăți simetrice în punctul x , deci de forma $[x - \varepsilon; x + \varepsilon]$. Astfel, viteza devine:

$$\bar{w}_i(x) = \frac{1}{2\pi} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\int_{-1/2}^{x-\varepsilon} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} + \int_{x+\varepsilon}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} \right] \quad (2.114)$$

Componentele vitezei induse sunt:

$$\bar{w}_i(x) = 0 \quad \text{și} \quad \bar{w}_{iy}(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} \quad (2.115)$$

Din cauza curburii mici a scheletului, valorile componentelor vitezei induse din relația (2.115), sunt valabile în mod aproximativ și în punctul $P(x; y_f(x))$ al scheletului. Ținând cont și de componentele $w_{\infty x} = w_{\infty} \cos \alpha_{\infty}$ și $w_{\infty y} = w_{\infty} \sin \alpha_{\infty}$ ale vitezei translației de bază, viteza în punctul P , are componentele:

$$w_{Px} = w_{\infty} \cos \alpha_{\infty} \quad \text{și} \quad w_{Py} = w_{\infty} \sin \alpha_{\infty} \quad (2.116)$$

Deoarece scheletul, de ecuație (2.110), este linie de curent, rezultă ecuația:

$$\frac{w_{iy} + w_{\infty} \sin \alpha_{\infty}}{w_{\infty} \cos \alpha_{\infty}} = \frac{dy_f}{dy} \quad (2.117)$$

care cu relația (2.115), devine:

$$\frac{1}{2\pi w_{\infty}} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} = \sin \alpha_{\infty} - \cos \alpha_{\infty} \frac{dy_f}{dx} \quad (2.118)$$

Relația obținută este ecuația integrală singulară a repartiției de vârtejuri $\gamma(x')$. Ecuația se numește singulară deoarece integrala este singulară.

2.3.1.2 Rezolvarea ecuației integrale prin repartiție de vârtejuri

Cu schimbarea de variabilă:

$$x = -1/2 \cos \theta \quad (2.119)$$

se stabilesc componentele x , $x' \in [-1/2; 1/2]$ și θ , $\theta' \in [0; \pi]$. Funcția necunoscută $\gamma(x')$, devine $\gamma(\theta')$ și se dezvoltă într-o serie Fourier, în care termenul fundamental reprezintă tocmai funcția de repartiție a vârtejurilor pe profilul rectiliniu $-1/2 \leq x \leq 1/2$, iar armonicile se datoresc curburii scheletului.

Dezvoltarea în serie propusă de H. Glauert,

$$\gamma(\theta) = w_{\infty x} \left(A_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\theta \right) \quad (2.120.a)$$

conține numai armonici sinusoidale, pentru a respecta ipoteza Kutta-Jukovsky; această ipoteză aplicată profilului subțire se reduce la condiția ca în F, viteza w_F^+ pe extadosul scheletului, să fie egală cu viteza w_F^- de pe intradosul său, adică:

$$\gamma(\theta_F) = w_F^+ - w_F^- = 0 \text{ sau } \gamma(\pi) = 0 \quad (2.120.b)$$

Introducând seria (2.120) și schimbarea de variabilă (2.119) în ecuația integrală (2.118), se obține:

$$\frac{1}{2\pi w_{\infty}} \int_0^{\pi} w_{\infty x} \left(A_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta'}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\theta' \right) \frac{\sin k\theta' d\theta'}{(\cos \theta' - \cos \theta)} = \sin \alpha_{\infty} - \cos \alpha_{\infty} \frac{dy_f}{dx} \quad (2.121)$$

Dar:

$$2 \sin k\theta' \sin \theta' = \cos(k-1)\theta' - \cos(k+1)\theta'; \quad \operatorname{ctg} \theta' / 2 \sin \theta' = 1 + \cos \theta' \quad (2.122)$$

Ecuația integrală devine:

$$\begin{aligned} \frac{\cos \alpha_{\infty}}{4\pi} \left[2A_0 \int_0^{\pi} \frac{1 + \cos \theta'}{(\cos \theta' - \cos \theta)} d\theta' + \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\pi} A_k \frac{\cos(k-1)\theta' - \cos(k+1)\theta'}{(\cos \theta' - \cos \theta)} d\theta' \right] = \\ = \sin \alpha_{\infty} - \cos \alpha_{\infty} \frac{dy_f}{dx} \end{aligned} \quad (2.123)$$

$$\text{sau} \quad \frac{1}{4\pi} \left[2A_0 (G_0 + G_1) + \sum_{k=1}^{\infty} A_k (G_{k-1} - G_{k+1}) \right] = \operatorname{tg} \alpha_{\infty} - \frac{dy_f}{dx} \quad (2.124)$$

$$\text{unde: } G_k = \int_0^{\pi} \frac{\cos k\theta' d\theta'}{\cos \theta' - \cos \theta} = \frac{\pi \sin k\theta}{\sin \theta}, \text{ cu } \theta \in [0; \pi] (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.125.a)$$

este integrala singulară a lui Glauert.

Astfel:

$$G_0 = 0; \quad G_1 = \pi; \quad G_{k-1} - G_{k+1} = \pi \frac{\sin(k-1)\theta - \sin(k+1)\theta}{\sin \theta} = -2\pi \cos \theta \quad (2.125.b)$$

Ecuația (2.124), devine:

$$\frac{A_0}{2} - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_0}{2} \cos k\theta = \operatorname{tg} \alpha_{\infty} - \frac{dy_f}{dx} \quad (2.126)$$

Rezolvarea acestei ecuații, se reduce la calculul coeficienților A_0, A_1, A_2, \dots .

Înmulțind ecuația (2.126) cu $d\theta$ și integrând de la 0 la π , se obține:

$$\frac{A_0}{2} = \operatorname{tg} \alpha_{\infty} - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy_f}{dx} d\theta \quad (2.127)$$

În continuare se înmulțește relația (2.126) cu $(\cos n\theta d\theta)$, se integrează pe același domeniu și rezultă:

$$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{2} \int_0^{\pi} [\cos(k+n)\theta + \cos(k-n)\theta] d\theta = \cos \alpha_{\infty} \int_0^{\pi} \frac{dy_f}{dx} \cos n\theta d\theta \quad (2.128)$$

cu k și $n \geq 1$; de unde:

$$\frac{A_n}{2} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{dy_f}{dx} \cos n\theta, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.129)$$

Astfel, coeficienții seriei lui Glauert (2.120) sunt determinați.

Integralele (2.127) și (2.129) se calculează analitic sau numeric, în funcție de modul cum se cunoaște ecuația scheletului.

2.3.1.3 Caracteristicile hidrodinamice ale profilului

Înlocuind expresia (2.120) în ecuația (2.111) și ținând seama de substituția (2.119), rezultă valoarea circulației:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \int_0^{\pi} \gamma(\theta) \frac{dx}{d\theta} d\theta = \int_0^{\pi} w_{\infty x} \left(A_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin k\theta \right) \frac{1}{2} \sin \theta d\theta = \\ &= 1 \cdot w_{\infty x} \left\{ \frac{A_0}{2} \int_0^{\pi} (1 + \cos \theta) d\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{2} \int_0^{\pi} [\cos(k-1)\theta - \cos(k+1)\theta] d\theta \right\} \end{aligned} \quad (2.130.a)$$

sau:

$$\Gamma = \pi \cdot 1 \cdot w_{\infty x} (A_0/2 + A_1/4) \quad (2.130.b)$$

cu care se determină coeficientul de portanță c_p :

$$c_p = \frac{F_P}{\frac{\rho}{2} w_{\infty}^2 l} = \frac{\rho w_{\infty} \Gamma}{\frac{\rho}{2} w_{\infty}^2 l} = \frac{2\Gamma}{w_{\infty} l} = 2\pi \cos \alpha_{\infty} \left(\frac{A_0}{2} + \frac{A_1}{4} \right) \quad (2.131)$$

Datorită curburii mici a scheletului, forțele elementare de presiune, normale pe schelet, se pot considera aproximativ ca fiind normale la coardă și momentul în raport cu bordul de atac, este:

$$M_A \equiv \int_{AF} \left(\frac{1}{2} + x \right) dF_P \quad (2.132)$$

Înlocuind, se obține:

$$M_A = \frac{F_P}{2} - \frac{l^2 \rho w_{\infty} w_{\infty x}}{2} \left[A_0 \int_0^{\pi} (1 + \cos \theta) \cos \theta d\theta + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k}{2} \int_0^{\pi} \sin k\theta \sin 2\theta d\theta \right] \quad (2.133)$$

Sau, efectuând calculele:

$$M_A = \frac{1}{2} F_P - \frac{\pi l^2 \rho w_{\infty} w_{\infty x}}{4} \left(\frac{A_0}{2} + \frac{A_2}{4} \right) \quad (2.134)$$

Viteza complexă indusă de toate singularitățile care înlocuiesc profilele, se obține integrând ultima expresie de-a lungul coardei l , a profilului C_0 :

$$\bar{w}_i(x) = \frac{e^{i\lambda}}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x') + i\gamma(x')] \operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{t} e^{i\lambda} (x - x') \right] dx' \quad (2.138.a)$$

Integala din ecuația (2.128), este singulară în punctul $x' = x$. Din acest motiv, expresia vitezei induse, se descompune astfel:

$$\begin{aligned} \bar{w}_i(x) = & \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{q(x') + i\gamma(x')}{x - x'} dx' + \\ & \frac{1}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x') + i\gamma(x')] \left\{ e^{i\gamma} \operatorname{cth} \left[\frac{\pi}{t} e^{i\gamma} (x - x') \right] - \frac{t}{\pi(x - x')} \right\} dx' \end{aligned} \quad (2.138.b)$$

Dacă se notează: $\xi = (x - x')/t$, rezultă:

$$R(\xi; \lambda) + iI(\xi; \lambda) = (\cos \lambda + i \sin \lambda) \operatorname{cth} [\pi \xi (\cos \lambda + i \sin \lambda)] - \frac{1}{\pi \xi} \quad (2.139)$$

sau:

$$R(\xi; \lambda) + iI(\xi; \lambda) = (\cos \lambda + i \sin \lambda) \frac{\operatorname{sh}(2\pi \xi \cos \lambda) - i \sin(2\pi \xi \sin \lambda)}{\operatorname{ch}(2\pi \xi \cos \lambda) - i \cos(2\pi \xi \sin \lambda)} - \frac{1}{\pi \xi} \quad (2.140)$$

Deci:

$$\begin{aligned} R\left(\frac{x-x'}{t}; \lambda\right) &= \frac{\cos \lambda \operatorname{sh}(2\pi \xi \cos \lambda) + \sin \lambda \sin(2\pi \xi \sin \lambda)}{\operatorname{ch}(2\pi \xi \cos \lambda) - \cos(2\pi \xi \sin \lambda)} - \frac{1}{\pi \xi} \\ I\left(\frac{x-x'}{t}; \lambda\right) &= \frac{\sin \lambda \operatorname{sh}(2\pi \xi \cos \lambda) - \cos \lambda \sin(2\pi \xi \sin \lambda)}{\operatorname{ch}(2\pi \xi \cos \lambda) - \cos(2\pi \xi \sin \lambda)} \end{aligned} \quad (2.141)$$

Acestea sunt funcțiile universale de influență a singularităților repartizate pe restul de coarde, asupra coardei profilului C_0 .

Expresia vitezei complexe induse devine:

$$\bar{w}_i(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{q(x') + i\gamma(x')}{x - x'} dx' + \frac{1}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x') + i\gamma(x')] (R + iI) dx' \quad (2.142)$$

De unde:

$$\begin{cases} w_{ix}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{q(x') dx'}{x - x'} + \frac{1}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x')R - \gamma(x')I] dx' \\ w_{iy}(x) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'} - \frac{1}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x')I + \gamma(x')R] dx' \end{cases} \quad (2.143)$$

Separând expresiile (2.143) în componentele $w_{ix}^0(x)$ și $w_{iy}^0(x)$, induse de singularitățile profilului C_0 și în componenetele $w_{ix}^1(x)$ și $w_{iy}^1(x)$, induse de singularitățile restului rețelei, se obține:

$$w_{ix}^0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{q(x') dx'}{x - x'} \quad (2.144)$$

$$w_{iy}^0(x) = - \frac{1}{2\pi} \int_{-1/2}^{1/2} \frac{\gamma(x') dx'}{x - x'}$$

$$w_{ix}^1(x) = \frac{1}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x')R - \gamma(x')I] dx' \quad (2.145)$$

$$w_{iy}^1(x) = - \frac{1}{2t} \int_{-1/2}^{1/2} [q(x')I + \gamma(x')R] dx'$$

Datorită curburii mici a profilului, se admite că vitezele date de relațiile (2.144) și (2.145), calculate în punctul $(x, 0)$ de pe coarda profilului C_0 , sunt valabile și în punctul $(x, y_f(x))$ de pe schelet. Scheletul fiind linie de curent, în mișcarea rezultantă interioară profilului, rezultă ecuația:

$$\frac{dy_f}{dx} = \frac{w_{\infty y}^0 + w_{iy}^0(x) + w_{iy}^1(x)}{w_{\infty x}^0 + w_{ix}^0(x) + w_{ix}^1(x)} \quad (2.146)$$

Pentru a găsi ecuația funcției de grosime $y_d(x)$, se impune condiția ca C_0 să fie linie de curent. Această ecuație se deduce pe cale intuitivă, considerând sursele plasate pe coardă, iar profilul simetric (fig.2.9).

În ecuația (2.144), se observă că $w_{ix}^0(x)$, conține numai contribuția surselor. Se alege o suprafață de control $11'2'2$, de lungime dx și mărginită de axa Ox și de conturul C_0 , presupus linie de curent. În secțiunea $11'$, situată la abscisa x și de arie $y_d(x) \cdot 1$, viteza este $w_x = w_{\infty x} + w_{ix}^0 + w_{ix}^1$. În secțiunea $22'$, situată la abscisa $x + dx$ și de arie $\left(y_d + \frac{dy_d}{dx} dx\right) \cdot 1$, viteza după axa Ox este:

$$w_x + \frac{dw_x}{dx} dx = w_{\infty x} + w_{ix}^0 + w_{ix}^1 + \frac{d}{dx} (w_{ix}^0 + w_{ix}^1).$$

Prin segmentul 12 de lungime dx , pătrunde în suprafața de control debitul $q_x / 2 dx$.

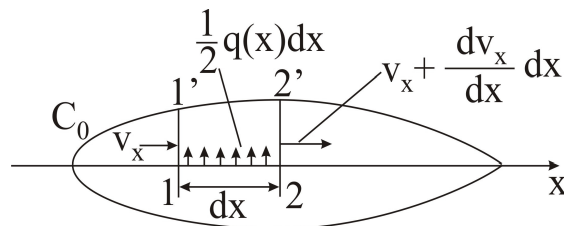


Fig.2.9 Condiția cinematică pe conturul profilului

Ecuația de continuitate se scrie astfel:

$$\left(w_x + \frac{dw_x}{dx} dx\right) \left(y_d + \frac{dy_d}{dx} dx\right) = w_x y_d + \frac{q(x)}{2} dx \quad (2.147)$$

sau

$$y_d \frac{dw_x}{dx} + w_x \frac{dy_d}{dx} = q(x) \quad (2.148)$$

În metoda lui Schlichting, se neglijează termenul $y_d dw_x / dx \cong 0$; atunci termenul $w_{ix}^0 \cong 0$; deci:

$$\frac{dy_d}{dx} = \frac{q(x)}{2(w_{\infty x} + w_{ix}^1)} \quad (2.149)$$

Ținând seama de expresiile (2.144) și (2.145) ale vitezelor induse, condițiile cinematice (2.146) și (2.149) reprezintă ecuațiile integrale singulare liniare ale densităților $\gamma(x)$ și $q(x)$.

Pentru rezolvarea acestor ecuații, Schlichting extinde metoda Birnbaum-Glauert prin schimbarea de variabilă (2.119) și dezvoltarea în serie a funcției de repartiție a vârtejurilor. Astfel:

$$\frac{q(\theta)}{w_{\infty x}} = B_0 \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\theta \quad (2.150)$$

Intensitatea totală a surselor repartizate, trebuie să fie nulă, pentru închiderea conturului profilului:

$$\int_{-1/2}^{1/2} q(x) dx = 0,$$

de unde, ținând seama de relația (2.150) și de relația (2.130), rezultă $0 = \pi l w_{\infty x} (B_0 / 2 + B_1 / 4)$, sau $B_1 = -2B_0$ și seria (2.150) devine:

$$\frac{q(\theta)}{w_{\infty x}} = B_0 \left(\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} - 2 \sin \theta \right) + \sum_{n=2}^{\infty} B_n \sin n\theta \quad (2.151)$$

Pentru rezolvare efectivă a problemei, seriile (2.150) și (2.151) sunt aproximare cu primii trei termeni ai acestora. Înlocuind aceste expresii aproximative în formulele (2.144) și (2.145) ale vitezelor induse și în condițiile cinematice (2.146) și (2.150), va rezulta un sistem de $2n$ ecuații cu $2n$ necunoscute: $A_0, A_1, \dots, A_{n+1}; B_0, B_2, \dots, B_n$. Cele $2n$ ecuații, se formează prin scrierea condițiilor cinematice, în $2n$ puncte pe abscise: $x_v / l = (4v - 1) / (4n) - 1/2, (v = 1, 2, \dots, n)$, obținându-se cea mai bună aproximare a ecuațiilor integrale singulare cu ecuații algebrice.

Coeficientul de portanță, se determină cu relația (2.131), din care rezultă incidența de portanță nulă α_{∞}^0 :

$$\operatorname{tg} \alpha_{\infty}^0 = - \frac{A_{00} + A_{10} / 2}{A_{0\alpha} + A_{1\alpha} / 2} \quad (2.152)$$

Pentru o incidență oarecare dată, vitezele la infinit amonte și infinit aval, au componentele:

$$\begin{aligned} w_{1x} &= w_{\infty x} + \Gamma / (2t) \sin \lambda & w_{1y} &= w_{\infty y} + \Gamma / (2t) \cos \lambda \\ w_{2x} &= w_{\infty x} - \Gamma / (2t) \sin \lambda & w_{2y} &= w_{\infty y} - \Gamma / (2t) \cos \lambda \end{aligned} \quad (2.153)$$

din care se deduc unghiurile β_1 și β_2 :

$$\operatorname{ctg} \beta_{1,2} = \frac{\cos(\beta_0 - \alpha_\infty) \pm c_p 1/(4t)}{\sin(\beta_0 - \alpha_\infty)} \quad (\beta_0 = \pi/2 - \lambda) \quad (2.154)$$

Repartiția vitezei pe contur se obține cunoscând mai întâi viteza pe schelet, dedusă din relația (2.146).

2.3.3 Problema inversă a teoriei rețelelor

Problema inversă a teoriei rețelelor liniare de profile, constă în proiectarea unei rețele care să corespundă unor parametrii hidrodinamici dați: vitezele la infint amonte și infinit aval și repartițiile vârtejurilor și surselor de-a lungul coardei.

Se utilizează condițiile cinematice (2.146) și (2.149), în care sunt date densitățile de repartiție ale surselor, $q(x)$ și vârtejurilor $\gamma(x)$.

Componentele w_{ix}^0 și w_{iy}^0 sunt exprimate prin integralele singulare (2.144); expresile acestora, prin schimbarea de variabilă (2.119), devin:

$$w_{ix}^0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi q(\theta') \sin \theta' \frac{d\theta'}{\cos \theta' - \cos \theta} \quad (2.156)$$

$$w_{iy}^0 = -\frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \gamma(\theta') \sin \theta' \frac{d\theta'}{\cos \theta' - \cos \theta} \quad (2.157)$$

Cele două integrale singulare sunt de tipul Poisson. Astfel că, vitezele se pot scrie sub forma:

$$w_{ix}^0 = \sum_{\mu=0}^{12} P_{v\mu} q(\theta_\mu) \sin \theta_\mu \quad (2.158)$$

$$w_{iy}^0 = -\sum_{\mu=0}^{12} P_{v\mu} \gamma(\theta_\mu) \sin \theta_\mu \quad (2.159)$$

Componentele w_{ix}^1 și w_{iy}^1 induse de singularitățile restului rețelei, se calculează cu integrale obișnuite (2.144). În aceste integrale se înlocuiesc x cu θ , respectiv x' cu θ' , utilizând schimbarea de variabilă (2.119).

De asemenea, fiecare componentă a vitezei induse se descompune la rândul său în doi termeni (primul datorat surselor, al doilea datorat vârtejurilor), iar expresiile aferente integralelor, cu formula lui Simpson, cu N puncte, N par, rezultă:

$$\frac{w_{iqx}^1}{w_{\infty x}} = \frac{\pi}{12N} \frac{1}{t} \sum_{\mu=0}^N R_{v\mu} \frac{q_\mu}{w_{\infty x}} i_\mu \sin \theta_\mu \quad (2.160)$$

$$\frac{w_{i\gamma x}^1}{w_{\infty x}} = -\frac{\pi}{12N} \frac{1}{t} \sum_{\mu=0}^N I_{v\mu} \frac{\gamma_\mu}{w_{\infty x}} i_\mu \sin \theta_\mu \quad (2.161)$$

$$\frac{w_{i\gamma\gamma}^1}{w_{\infty x}} = -\frac{\pi}{12N} \frac{1}{t} \sum_{\mu=0}^N R_{v\mu} \frac{\gamma_{\mu}}{w_{\infty x}} i_{\mu} \sin \theta_{\mu} \quad (2.162)$$

$$\frac{w_{iqy}^1}{w_{\infty x}} = -\frac{\pi}{12N} \frac{1}{t} \sum_{\mu=0}^N I_{v\mu} \frac{q_{\mu}}{w_{\infty x}} i_{\mu} \sin \theta_{\mu} \quad (2.163)$$

Este recomandabil ca N să se aleagă de valoarea 12.

2.4 MIȘCAREA POTENȚIALĂ PLANĂ PE DOMENIUL EXTERIOR UNEI REȚELE RECTILINII DE PROFILE (O. POPA)

Se consideră mișcarea plană μ pe domeniul exterior $D^- \subset (z)$, unei rețele rectilinii de profile $\{D^+, \omega(z)\}$, ca mișcare potențială, staționară, homocoră și periodică. Se consideră, de asemenea că frontierele profilelor aparținând rețelei $\{D^+, \omega(z)\}$ reprezintă imaginea (prin funcția de reprezentare conformă - O.Popa):

$$z(z_x) = \frac{1}{2}(1 + ia_0) + z_L(z_x) + \frac{1}{2} \left[f_o(z_x) - \bar{f}_o(1/z_x) \right] \quad (2.170)$$

cercurilor unitare aparținând unei suprafețe Riemann cu o infinitate de foi care se identifică cu planul complex (z_x) . Funcția (2.170) permite ocolirea dificultăților legate de determinarea coeficienților a_n și b_n din expresia polinomului de interpolare:

$$\xi(\psi) = \frac{1}{2} + \xi_L(\psi) \quad \eta(\psi) = \frac{a_o}{2} + \sum_{n=1}^{N_o} [a_n \cos(n\psi) + b_n \sin(n\psi)] \quad (2.171)$$

a ordonatei frontierei profilului dispus în rețea. Funcția (2.170) are valori asimptopice infinite, astfel încât punctului $z_x = \infty$, în loc să-i corespundă o pereche de puncte ordinare, ca în cazul funcției Weing, îi corespunde un singur punct, punctul de la infinit al planului complex (z) . Acest inconvenient va fi atenuat prin intermediul unei ipoteze formulate mai jos, în scopul construirii reprezentării integrale a câmpului vitezei complexe în planul cercului generator (z_x) , plan în care se va determina soluția problemei mișcării potențiale în prezența rețelei rectilinii de profile $\{D^+, \omega(z)\}$.

Ipoteza 2.1. Dacă ∂D^+ , frontiera rețelei de profile $\{D^+, \omega(z)\}$, reprezintă imaginea, prin funcția (2.170) a familiei de cercuri unitate aparținând planului complex (z_x) , atunci se acceptă că:

$$w_{x\infty}(z_x) = \lim_{z_x \rightarrow \partial z_x} w_x(z_x) \quad (2.172)$$

Viteza asimptotică din planul complex (z_x) , se definește prin:

$$w_{x\infty}(z_x) = w \left[\frac{1}{2}(1 + ia_0 \pm \omega) \right] \left(\frac{dz}{dz_x} \right)_{\infty} \quad (2.173)$$

unde:

$$\left(\frac{dz}{dz_x}\right)_\infty = \lim_{z_x \rightarrow \partial z_x} z(z_x) = \frac{1}{2} g_0(z_x) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_0} n(b_n + i a_n) e^{-in\vartheta_{xA}} z_x^{n-1} \quad (2.174)$$

reprezintă derivata dezvoltării asimptotice

$$\lim_{z_x \rightarrow \partial(z_x)} z(z_x) = \frac{1}{2} (1 + ia_0 \pm \omega) + \frac{1}{2} f_0(z_x) \quad (2.175)$$

a funcției (2.170) și unde:

$$w \left[\frac{1}{2} (1 + ia_0 \pm \omega) \right] = w_\infty + i \frac{\Gamma(-\partial D_0^+)}{2t} \left(\frac{m}{M} \right) (m^2 + e^{2i\lambda}) \quad (2.176.a)$$

$$\text{sau} \quad w \left[\frac{1}{2} (1 + ia_0 \pm \omega) \right] = w_\infty - e^{-i\left(\frac{\pi}{2}-\lambda\right)} \frac{\Gamma(-\partial D_0^+)}{2t} m e^{i\vartheta_{xA}} \quad (2.176.b)$$

se acceptă a fi, viteza complexă în dreptul punctelor de afix:

$$z = (1 + ia_0 \pm \omega)/2 \quad (2.177)$$

din planul complex al rețelei de profile $\{D^+, \omega(z)\}$.

Viteza complexă în prezența cercului generator face obiectul următoarei teoreme.

Teorema 2.1 (O. Popa – 1969). Dacă viteza complexă în prezența rețelei rectilinii de profile $\{D^+, \omega(z)\}$ admite următoarea reprezentare integrală Cauchy pe $D^- \subset (z)$:

$$k(z, \partial D^-) w(z) = W_\infty - \int_{\partial D_0^+} K(\zeta, z; \omega) w(\zeta) d\zeta \quad (2.178)$$

care satisface următoarele condiții la limită:

$$\text{Im} \{w(\zeta) d\zeta\} = 0 \quad \forall \zeta \in \partial D^+ \quad (2.179)$$

care arată că ∂D^+ , frontiera rețelei de profile, este linie de curent: dacă ∂D_0^+ , mulțimea frontieră a profilului central $\partial D_0^+ \subset D^+$, este imaginea cercului unitate $\partial \Delta_0^+$, prin intermediul funcției (2.170), atunci $w_x(z_x)$, viteza complexă în prezența cercului unitate ∂D_0^+ , admite următoarea reprezentare în tot planul complex $(z_x)^I$:

$$w_x(z_x) = H(z_x) - \frac{1}{z_x^2} \bar{H} \left(\frac{1}{z_x} \right) - \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{1}{z_x} \quad (2.180)$$

unde:

$$H(z_x) = (w_\infty - \Gamma/(2t) e^{-i(\pi/2-\lambda)} m z_x) g_1(z_x) + \frac{1}{2} g_0(z_x) (w_\infty - \Gamma/(2t) e^{-i(\pi/2-\lambda)} m e^{i\vartheta_{xA}}) \quad (2.181)$$

$$\Gamma = \int_{-\partial \Delta_0^+} w(\zeta_x) d\zeta_x = \int_{-\partial \Delta_0^+} w(\zeta) d\zeta \quad (2.182)$$

$$g_1(z_x) = \frac{df_1}{dz_x} = \frac{t}{\pi} \frac{m e^{-i\lambda}}{1 - m^2 z_x^2} \quad (2.183)$$

iar $1/2 g_0(z_x)$, se exprimă prin relația (2.174).

Ținând seama de relația (2.180), viteza tangențială v_{xt} , se definește prin:

$$v_{xt}(\psi) = i \zeta_x w_x(\zeta_x) = -2 \operatorname{Im} \{ \zeta_x H(\zeta_x) \} - \Gamma / (2t) \quad (2.184)$$

În scopul determinării valorii circulației $\Gamma = \Gamma(-\partial \Delta_0^+) = \Gamma(-\partial D_0^+)$ și a expresiei vitezei tangențiale (2.184), se introduc notațiile:

$$\begin{aligned} I(\psi) &= \operatorname{Im} \{ \zeta_x g_1(\zeta_x) \} \\ R(\psi) &= \operatorname{Re} \{ \zeta_x g_1(\zeta_x) \} \end{aligned} \quad (2.185)$$

$$R_r(\psi) = \frac{t}{\pi} \frac{m}{M} \operatorname{Re} \left\{ 2\pi \frac{e^{i\lambda}}{t} m \zeta_x^2 g_1(\zeta_x) + 1 \right\}$$

Acestor notații, după un calcul simplu, li se asociază următoarele expresii:

$$I(\psi) = \frac{t}{\pi} m M \frac{\sin \psi}{1 - m^4 - 2m^2 \cos 2(\vartheta_{xA} + \psi)} \quad (2.186)$$

$$R(\psi) = -\frac{I(\psi)}{M^2} \left[(1 + m^4) \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} - 2m^2 \sin(2\lambda) - \frac{1 - m^4}{\sin \psi} \right] \quad (2.187)$$

$$R_r(\psi) = \frac{I(\psi)}{M^2} \frac{1 - m^4}{\sin \psi} \quad (2.188)$$

Ținând seama de expresia funcției $H(z_x)$, dată de relația (2.181), viteza tangențială (2.183), va dobânda următoarea expresie:

$$\begin{aligned} v_{xt} &= -2v_\infty \left\{ \left[I(\psi) - \frac{1}{2} \frac{dN}{d\psi} \right] \cos \alpha_\infty - \left[R(\psi) - \frac{1}{2} \frac{d\eta}{d\psi} \right] \sin \alpha_\infty \right\} - \\ &\quad - \frac{\Gamma}{2} \left(\frac{M}{t m} R(\psi) + Q \frac{d\eta}{d\psi} + P \frac{dN}{d\psi} \right) \end{aligned} \quad (2.189)$$

$$\text{unde: } P = (m/M)^2 \sin(2\lambda) \quad \text{și} \quad Q = (m/M)^2 [m^2 + \cos(2\lambda)] \quad (2.190)$$

Soluția generală (2.186) sau expresia (2.189), determinate cu aproximația constantei ciclice $\Gamma = \Gamma(-\partial \Delta_0^+) = \Gamma(-\partial D_0^+)$ - circulația vitezei, devin unice, dacă facem apel la condiția fizică E. Carafoli:

$$z_x = \zeta_x = e^{i\vartheta_{xA}} \Rightarrow w_x(x_x) = 0 \quad (2.191)$$

în planul cercului generator.

Asfel, se va cere realizarea condiției Carafoli, în punctul de afix $z_x = e^{i\vartheta_{xA}} \in \partial\Delta_0^+$, corespunzător argumentului $\psi = 0$, deci dacă:

$$w_x(e^{i\vartheta_{xA}}) = 0 \quad \text{sau} \quad v_{xt}(0) = 0 \quad (2.192)$$

atunci relația (2.189), va conduce la următoare expresie a circulației vitezei:

$$\Gamma = -4v_{\infty}t \frac{m}{M} \frac{[I(0) - 1/2 N_{,\psi}(0)] \cos \alpha_{\infty} - [R(0) + 1/2 \eta_{,\psi}(0)] \sin \alpha_{\infty}}{R_r(0) + Q \eta_{,\psi}(0) + P N_{,\psi}(0)} \quad (2.193)$$

în care sau folosit notațiile: $N_{,\psi} = dN/d\psi$, $\eta_{,\psi} = d\eta/d\psi$ (2.194)

Expresiile circulației, vitezei și vitezei tangențiale la ∂D_0^+ , frontiera profilului $D_0^+ \in \{D^+, \omega(z)\}$, în ipoteza identificării lui D_0^+ , cu profilul izolat D^{0+} , are ca subiect următoarea teoremă.

Teorema 2.2 – O.Popa. Dacă viteza complexă $w(z)$, în prezența rețelei rectilinii de profile $\{D^+, \omega(z)\}$, este asociată vitezei complexe (2.180), în condițiile ipotezei (2.172), prin intermediul funcției de reprezentare conformă (2.170) și dacă profilul $D_0^+ \subset \{D^+, \omega(z)\}$ se identifică cu profilul izolat $D^{0+} \subset (z^0)$, cu mulțimea de frontieră ∂D^{0+} , admite următoarea reprezentare parametrică:

$$\begin{aligned} \xi^0 &= \frac{1}{2}(1 + \cos \psi^0) \\ \eta^0(\psi^0) &= \frac{a_0^0}{2} + \sum_{n=1}^{N_0} [a_n^0 \cos(n\psi_0) + b_n^0 \sin(n\psi_0)] \end{aligned} \quad (2.195)$$

atunci $\Gamma = \Gamma(-\partial D_0^+)$, circulația vitezei în lungul oricărui profil dispus în rețeaua rectilinie $\{D^+, \omega(z)\}$, se exprimă prin:

$$\Gamma = \Gamma(-\partial\Delta_0^+) = \Gamma(-\partial D_0^+) = 4v_{\infty}t \frac{m}{M} (\gamma_0 \cos \alpha_{\infty} + \gamma_1 \sin \alpha_{\infty}) \quad (2.196)$$

unde:

$$\gamma_0 = -\frac{1}{G} B \sum_{n=1}^{N_0} n a_n^0 \quad \gamma_1 = -\frac{1}{G} \left[1 + B \sum_{n=1}^{N_0} n b_n^0 \right] \quad (2.197)$$

$$G = 1 + 2 \left[Q \sum_{n=1}^{N_0} n b_n^0 - P \sum_{n=1}^{N_0} n a_n^0 \right] \quad (2.198)$$

$$B = \sqrt{\frac{\pi m}{t M}} \quad P = \left(\frac{m}{M} \right)^2 \sin(2\lambda) \quad Q = \left(\frac{m}{M} \right)^2 [1 + \cos(2\lambda)] \quad (2.199)$$

iar v_t - viteza tangențială la ∂D_0^+ , $D_0^+ \subset \{D^+, \omega(z)\}$ - orientată pozitiv în sensul de parcurs al lui ∂D_0^+ , care lasă D_0^+ la stânga, admite descompunerea:

$$v/v_\infty = \vartheta_0(\psi) \cos \alpha_\infty + \vartheta_1(\psi) \sin \alpha_\infty \quad (2.200)$$

cu următoarele componente:

$$\vartheta_0(\psi) = \mp \frac{1}{\Pi} \left[1 - 2\gamma_0 Q \frac{d\eta^0}{d\xi^0} + \frac{dN^0}{d\xi^0} (1 - 2\gamma_0 P) + \gamma_0 \frac{1 - m^4}{M^2} \frac{1}{\sin \psi} \right] \quad (2.201)$$

$$\begin{aligned} \vartheta_1(\psi) = \mp \frac{1}{\Pi} \left\{ \frac{1}{M^2} \left[(1 - m^4) \operatorname{tg} \frac{\psi}{2} - 2m^2 \sin(2\lambda) \right] + (1 - 2\gamma_1 Q) \frac{d\eta^0}{d\xi^0} \right\} \mp \\ \mp \frac{1}{\Pi} \left[(\gamma_1 - 1) \frac{1 - m^4}{M^2} \frac{1}{\sin \psi} - 2\gamma_1 P \frac{dN^0}{d\xi^0} \right] \end{aligned} \quad (2.202)$$

semnul superior corespunzând extradosului iar cel inferior intradosului profilului D_0^+ ,

unde:
$$\Pi = \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta^0}{d\xi^0} \right)^2} \quad (2.203)$$

$$\frac{d\eta^0}{d\xi^0} = \frac{d\psi^0}{d\xi^0} \frac{d\eta^0}{d\psi^0} = \frac{2}{\sin \psi^0} \sum_{n=1}^{N_0} n [a_n^0 \sin(n\psi^0) - b_n^0 \cos(n\psi^0)] \quad (2.204)$$

$$\frac{dN^0}{d\xi^0} = \frac{d\psi^0}{d\xi^0} \frac{dN^0}{d\psi^0} = \frac{2}{\sin \psi^0} \sum_{n=1}^{N_0} n [a_n^0 \cos(n\psi^0) + b_n^0 \sin(n\psi^0)]$$

(2.205)

Din relațiile (2.193) și (2.196), se obține:

$$C_A(\partial D_0^+) = 8 \left(\frac{t}{l} \right) \left(\frac{m}{M} \right) (\gamma_0 \cos \alpha_\infty + \gamma_1 \sin \alpha_\infty) \quad (2.206)$$

expresia coeficientului de similitudine a forței portante care se exercită asupra profilului dispus în reșeaua $\{D^+, \omega(z)\}$;

unde: - L - reprezintă lungimea corzii profilului, egală cu 1, în cazul de față;

- α_0 - este unghiul de portanță nulă, definit prin:

$$\Gamma(-D_0^+) = 0 \Rightarrow \alpha_\infty = \alpha_0 \quad (2.207)$$

și se exprimă cu relația:

$$\alpha_0 = - \operatorname{arctg} \frac{\gamma_0}{\gamma_1} = \operatorname{arctg} \left[\left(B \sum_{n=1}^{N_0} n a_n^0 \right) / \left(1 + B \sum_{n=1}^{N_0} n b_n^0 \right) \right] \quad (2.208)$$

$C_A^0(\partial D^{0+})$, coeficientul de similitudine a forței portante care se exercită asupra profilului izolat $D^{0+} \subset Z^0$, identic cu $D_0^+ \subset \{D^+, \omega(z)\}$, se definește prin:

$$C_A^0(\partial D^{0+}) = \lim_{t \rightarrow \infty} C_A(\partial D_0^+) \quad (2.209)$$

și se exprimă prin relația:

$$C_A^0(\partial D^{0+}) = 2\pi(\gamma_0^0 \cos \alpha_\infty + \gamma_1^0 \sin \alpha_\infty) \quad (2.110)$$

unde: $\gamma_0^0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma_0 = -\sum_{n=1}^{N_0} n a_n^0$ $\gamma_1^0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \gamma_1 = 1 + 2 \sum_{n=1}^n n b_n^0$ (2.111)

$k_A(\partial D^{0+})$, factorul de influență a rețelei rectilinii de profile $\{D^+, \omega(z)\}$ asupra coeficientului $C_A^0(\partial D^{0+})$, se definește prin:

$$C_A^0(\partial D_0^+) = k_A(\partial D_0^+) C_A^0(\partial D^{0+}) \quad (2.212)$$

și se exprimă, ținând seama de relațiile (2.206) și (2.210), prin:

$$k_A(\partial D^{0+}) = \frac{C_A^0(\partial D_0^+)}{C_A^0(\partial D^{0+})} = \frac{4 L m (\gamma_0 \cos \alpha_\infty + \gamma_1 \sin \alpha_\infty)}{\pi t M (\gamma_0^0 \cos \alpha_\infty + \gamma_1^0 \sin \alpha_\infty)} \quad (2.213)$$

Limitele expresiilor, (2.201) și (2,202), vor conduce la:

$$\vartheta_0(\pi) = 2\gamma_0 Q - \frac{\gamma_0 + B(1 - 2\gamma_1 P) \sum_{n=1}^{N_0} (-1)^n n a_n^0}{\sum_{n=1}^{N_0} (-1)^{n+1} n b_n^0} \quad (2.214)$$

$$\vartheta_1(\pi) = -(1 - 2\gamma_1 Q) - \frac{1 + \gamma_1 - 2B\gamma_1 P \sum_{n=1}^{N_0} (-1)^n n a_n^0}{\sum_{n=1}^{N_0} (-1)^{n+1} n b_n^0} \quad (2.215)$$

valorile componentelor vitezelor tangențiale v_t , în dreptul bordului de atac al profilului dispus în rețea.

Limitele acelorași expresii, pentru $\psi \rightarrow 0$, ne conduc la:

$$\vartheta(0) = \vartheta(\pi) = 0 \quad (2.216)$$

valorile componentelor vitezelor tangențiale v_t , în dreptul bordului de fugă al profilului dispus în rețea, în ipoteza bordului de fugă rotunjit, ipoteză exprimată prin:

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_{\psi=0} = \infty \text{ sau prin } \sum_{n=1}^{N_0} n b_n = A \sum_{n=1}^{N_0} n b_n^0 \neq 0 \quad (2.217)$$

$$\text{\textit{și la}} \quad \vartheta_0(0) = - \frac{1 - 4\gamma_0 Q \sum_{n=1}^{N_0} n^2 a_n^0 + 2(1 - 2\gamma P) \sum_{n=1}^{N_0} n^2 b_n^0}{\sqrt{1 + \left(2 \sum_{n=1}^{N_0} n^2 a_n^0\right)^2}} \quad (2.218)$$

$$\vartheta_1(0) = \frac{2\left(\frac{m}{M}\right)^2 \sin(2\lambda) - 2(1 - 2\gamma_1 Q) \sum_{n=1}^{N_0} n^2 a_n^0 + 4\gamma_1 P \sum_{n=1}^{N_0} n^2 b_n^0}{\sqrt{1 + \left(2 \sum_{n=1}^{N_0} n^2 a_n^0\right)^2}} \quad (2.219)$$

valorile componentelor vitezelor tangențiale v_t , în dreptul bordului de fugă al profilului dispus în rețea, în ipoteza bordului de fugă ascuțit, ipoteză exprimată prin:

$$\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)_{\psi=0} \neq \infty \text{ sau prin } \sum_{n=1}^{N_0} n b_n = A \sum_{n=1}^{N_0} n b_n^0 = 0 \quad (2.220)$$

cu observația, că toate componentele de mai sus se consideră orientate pozitiv în sensul pozitiv de parcurs al lui ∂D_0^+ , deci cel ce lasă domeniul D_0^+ la stânga.

α_s , unghiul de intrare fără șoc, definit prin:

$$v_t(\pi) = 0 \Rightarrow \alpha_\infty = \alpha_s \quad (2.221)$$

se exprimă, ținând seama de (2.200), (2.214) și (2.215), prin:

$$\alpha_s = -\text{artg} \frac{\vartheta_0(\pi)}{\vartheta_1(\pi)} = \frac{2\gamma_0 Q \sum_{n=1}^{N_0} (-1)^{n+1} n b_n^0 - \gamma_0 - B(1 - 2\gamma_1 P) \sum_{n=1}^{N_0} (-1)^{n+1} n a_n^0}{(1 - 2\gamma_1 Q) \sum_{n=1}^{N_0} (-1)^{n+1} n b_n^0 + 1 + \gamma_1 - 2B\gamma_1 P \sum_{n=1}^{N_0} (-1)^{n+1} n a_n^0} \quad (2.222)$$

α_A , unghiul de influență în dreptul bordului de fugă (ascuțit), se definește prin:

$$\text{tg } \alpha_A = - \frac{\vartheta_0(0)}{\vartheta_1(0)} \quad (2.223)$$

și se exprimă prin:

$$\alpha_A = \operatorname{arctg} \frac{1 - 4 \gamma_0 Q \sum_{n=1}^{N_0} n^2 a_n^0 + 2 (1 - 2 \gamma_0 P) \sum_{n=1}^{N_0} n^2 b_n^0}{2 \left(\frac{m}{M} \right)^2 \sin(2\lambda) - 2 (1 - 2 \gamma_1 Q) \sum_{n=1}^{N_0} n^2 a_n^0 + 4 \gamma_1 P \sum_{n=1}^{N_0} n^2 b_n^0} \quad (2.224)$$

Teorema 2.3 – O. Popa. Dacă viteza complexă $w(z)$ în prezența rețelei rectilinii de profile $\{D^+, w(z)\}$, este asociată vitezei complexe (2,180), prin intermediul funcției de reprezentare conformă (2.170), atunci $C_M(\partial D_0^+, 0)$, coeficientul de similitudine a momentului forței superficiale care se exercită asupra profilului $D_0^+ \in \{D^+, \omega(z)\}$, în raport cu $z = \zeta_B = 0$ - bordul de atac al profilului D_0^+ - se definește prin:

$$C_M(\partial D_0^+, 0) = - \frac{2}{(v_\infty L)^2} \left[w_\infty \int_{\partial \Delta_0^+} \zeta(\zeta_x) w_x(\zeta_x) d\zeta_x \right] \quad (2.225)$$

și se exprimă prin:

$$\begin{aligned} C_M(\partial D_0^+, 0) = & - \frac{4}{\pi} \left(\frac{t}{L} \right)^2 \operatorname{Arth}(m^2) \sin(2\alpha_\infty) + C_A(\partial D_0^+) (\cos \alpha_\infty + a_0 \sin \alpha_\infty) - \\ & - 4 \left(\frac{t}{L} \right)^2 \sum_{n=1}^{N_0} m^{2n-1} \{ b_{2n-1} \sin [(2n-1)v_{xA} - \lambda - 2\alpha_\infty] - a_{2n-1} \cos [(2n-1)v_{xA} - \lambda - 2\alpha_\infty] \} - \\ & - C_A(\partial D_0^+) \sum_{n=1}^{N_0} m^{2n} \{ b_{2n} \cos [2n v_{xA} - \alpha_\infty] - a_{2n} \sin [2n v_{xA} - \alpha_\infty] \} \end{aligned} \quad (2.226)$$

unde a_n și b_n reprezintă coeficienții asociați expresilor parametrice (2.171) ai frontierei profilului ∂D_0^+ .

3. METODE NUMERICE APLICATE ÎN STUDIUL REȚELELOR DE PROFILE AXIALE REVERSIBILE

Cunoașterea este un proces de continuă aproximare a realității infinite prin intermediul unor modele finite ce au importanta proprietate de a fi perfectibile. În știință, unul dintre cele mai importante și, în același timp, eficiente modele de cunoaștere a mediilor continue, în general și a fluidelor în particular, este cel de aproximare prin discretizare.

Aceasta constă în împărțirea domeniului continuu de analiză într-un număr finit de elemente discrete care păstrează proprietățile întregului și aproximarea apoi a întregului prin ansamblul elementelor componente.

Esențial, în această modelare dată de aproximarea prin discretizare, îl constituie abordarea problemei cu un număr finit de elemente cu posibilitatea îmbunătățirii aproximării procesului prin mărirea numărului de elemente care generează în mod natural și ideea de convergență a soluției aproximative către soluția exactă.

3.1 METODA ELEMENTULUI FINIT

Metoda elementului finit (notată în literatură MEF), este o metodă aproximativă de soluționare a problemelor la limită, ca un caz particular al aproximării prin discretizare. Ea a putut deveni operațională numai după dezvoltarea calculatoarelor numerice datorită volumului imens de calcule.

3.1.1 Elemente finite

Modelarea numerică s-a dezvoltat pe două căi diferite în mod aproape independent: diferențe finite și elementele finite.

La modelarea cu *diferențe finite*, punctul de plecare îl constituie modelul diferențial al fenomenului analizat (care este analitic) și care model se transformă în unul numeric printr-un procedeu de aproximare locală punctiformă a variabilelor de câmp. Deci sistemul diferențial valabil pentru orice punct al domeniului de analiză se transformă într-unul algebric valabil numai în punctele rețelei de discretizare. Un dezavantaj al modelării cu diferențe finite îl constituie utilizarea unor rețele de discretizare rectangulare, lucru ce face ca procedeu să devină extrem de dificil pentru contururi curbe și complicate.

La modelarea cu *elemente finite*, soluția aproximativă se obține global pe tot domeniul de analiză. Ca punct de plecare se utilizează un model integral al fenomenului studiat, care poate fi obținut prin calcul direct sau poate fi derivat din modelul diferențial utilizând metode variaționale sau metode reziduale. Spre deosebire de diferențe finite, această metodă se bazează pe aproximarea locală pe subdomenii a variabilelor de câmp și care, în final, participă la aproximarea globală. În cadrul acestui procedeu, pot fi approximate practic domenii de orice geometrie.

Datorită performanțelor ridicate, a eficienței, preciziei și acurateții, metoda elementului finit a devenit astăzi o metodă standard de calcul în inginerie. Cu ajutorul ei s-au obținut rezolvări complexe pentru o gamă foarte largă de probleme și s-a dovedit utilă și în dinamica fluidelor.

A apărut conceptul de experiment numeric; unele investigații experimentale sunt foarte greu de realizat (de exemplu foarte costisitoare) sau uneori chiar imposibile (grad ridicat de pericolozitate). În aceste situații se simulează pe calculator aceste condiții extreme. În loc de a porni de la sistemul material studiat (fenomenul real), se pornește de la modelul lui analitic, transformat însă într-o formă accesibilă implementării pe calculator. Impunând acum condițiile la limită și cele inițiale corespunzătoare fenomenului studiat, se obțin variații ale parametrilor investigați, analoge datelor experimentale recoltate în laborator.

3.1.2 Rezolvarea unui fenomen prin metoda elementului finit

Din punct de vedere matematic, MEF este o metodă numerică de rezolvare prin aproximare a ecuațiilor diferențiale sau cu derivate parțiale cu condiții la limită și inițiale impuse (de rezolvare a problemelor la limită pentru ecuațiile fizicii matematice). O etapizare, în mare, a procesului de rezolvare prin MEF ar fi următoarea:

1. stabilirea sistemului diferențial ce guvernează fenomenul studiat;
2. stabilirea domeniului de analiză și a condițiilor la limită și inițiale pentru toate funcțiile ce intervin în modelul analitic diferențial; aceasta înseamnă, practic formularea problemelor la limită;
3. discretizarea domeniului de analiză și alegerea funcțiilor de interpolare;
4. determinarea ecuațiilor standard ale MEF la nivel elementar;
5. calculul coeficienților sistemului liniar local;
6. calculul termenilor liberi ai sistemului liniar local;
7. asamblarea matricilor sistemului liniar global;
8. implementarea condițiilor la limită;
9. rezolvarea sistemului liniar global;
10. calculul tuturor mărimilor fizice ce interesează prin rezolvarea sistemului global;
11. reprezentarea numerică sau grafică a rezultatelor.

În continuare se prezintă probleme de bază ale MEF și utilizarea acestora la aplicații în hidrodinamica turbinelor axiale reversibile.

3.1.3 Elementul finit pentru probleme unidimensionale

Pentru înțelegerea corectă a MEF, cu aplicații la elementele specifice ale hidrodinamicii turbomașinilor, este necesar să se cunoască metode legate de probleme unidimensionale ale MEF.

3.1.3.1 Elementul finit local și global

Fie o problemă unidimensională, pe domeniul de analiză $\Omega = (0,1)$ cu frontiera Γ , dată de $x=0$ și $x=1$ (fig.3.1a). Modelul elementului finit, $\overline{\Omega}$ este dat de:

$$\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma \tag{3.1}$$

Dacă împărțim domeniul Ω în subdomenii, numite elemente finite Ω^e , $e=1, E$ (în acest caz, $E=3$) astfel ca;

$$\overline{\Omega}^e = \Omega^e \cup \Gamma^e; \Gamma^e \cup \Gamma^f = \Gamma^{ef} \text{ și } \bigcup_{e=1}^E \overline{\Omega}^e = \overline{\Omega} \tag{3.2}$$

se obține modelul global al elementului finit (fig.3.1b).

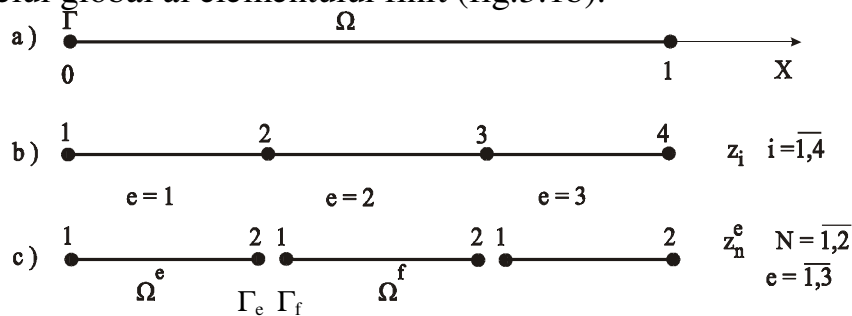


Fig.3.1 Modele ale elementului finit

a – domeniu de analiză; b – modelul global; c – modelul local

Punctele comune a două elemente finite învecinate se numesc noduri globale, notate Z_i (în acest caz $i=4$, fig.3.1b).

Dacă se izolează un element finit arbitrar Ω^e , el este caracterizat prin nodurile sale z_N^e (în acest caz $N=2$, fig.3.1c), iar legătura lor cu cele globale Z_i este dată de:

$$z_N^e = \Delta_{Ni}^e Z_i \tag{3.3}$$

sau
$$Z_i = \Delta_{Ni}^e z_N^e \tag{3.4}$$

unde: Δ_{Ni}^e este matricea Booleană a elementului finit e, definită prin:

$$\Delta_{Ni}^e = \begin{cases} 1 & \text{dacă nodul local } N \text{ coincide cu nodul global } i; \\ 0 & \text{în celelalte cazuri.} \end{cases} \tag{3.5}$$

3.1.3.2 Funcții de interpolare locale și globale

Pentru a se evita dificultățile legate de satisfacerea condițiilor globale pe frontieră, funcțiile de interpolare se construiesc mai întâi local (pe elemente finite), urmând ca ansamblul lor să dea funcțiile de interpolare globale.

Aproximarea liniară.

Fie u , o funcție de interpolare. Se consideră că pe un element finit e , o aproximăm cu funcția liniară u^e , de forma:

$$u^e = a_1 + a_2 x \quad (3.8)$$

Dacă h este lungimea elementului e (fig.3.2), scriind ecuația 3.8 pentru $x=0$ și $x = h$, se obține sistemul algebric:

$$\begin{cases} u_1^e = a_1 \\ u_2^e = a_1 + a_2 h \end{cases} \quad (3.9)$$

în a_1 și a_2 .

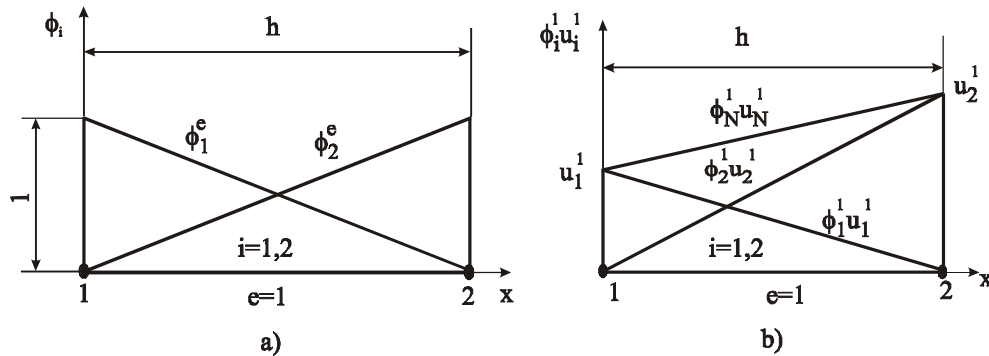


Fig.3.2 Funcțiile de interpolare locale: a - variația funcției de interpolare pe element finit e ; b - aproximarea locală liniară a lui u pe elementul $e=1$ din fig.3.1.

Rezolvând și înlocuind pe a_1 și a_2 în ecuația 3.9, se obține:

$$u^e = u_1^e (1 - x/h) + u_2^e x/h = \Phi_N^e u_N^e \quad N = 1, 2 \quad (3.10)$$

în care: $\Phi_1^e = 1 - x/h$; $\Phi_2^e = x/h$ (3.11)

sunt funcțiile de interpolare locale liniare (fig.3.2a), iar

- u_N^e sunt valorile nodale (fig.3.2.b).

Sunt imediate proprietățile:

$$0 \leq \Phi_N^e \leq 1; \sum_{N=1}^r \Phi_N^e = 1; \Phi_N^e(z_M) = \delta_{NM} \quad (3.12)$$

cu r numărul de noduri pe element (în cazul nostru $r=2$).

Valorile nodale locale u_N^e (fig.3.2.a), sunt legate de cele globale u_i , printr-o relație analoagă ecuației (3.3):

$$u_N^e = \Delta_{Ni}^e u_i \tag{3.13}$$

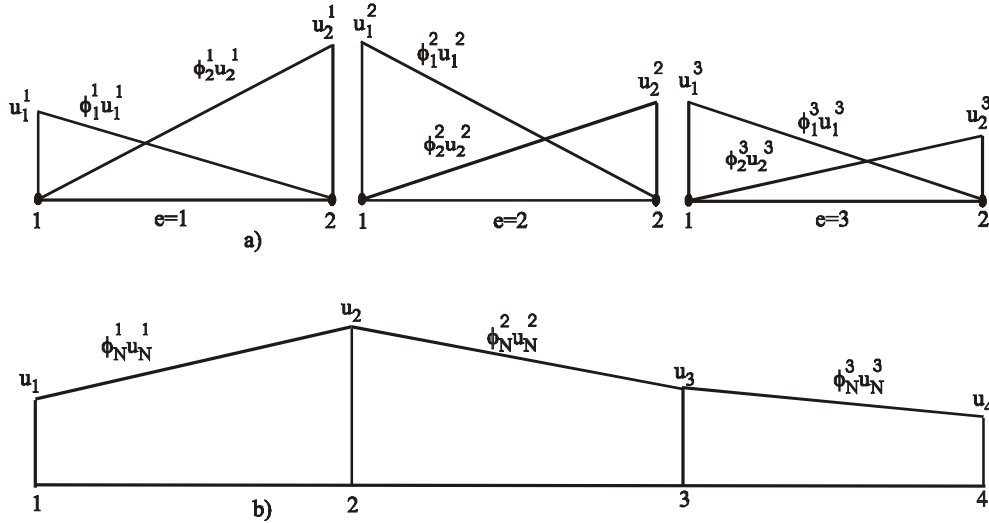


Fig.3.3. Aproximarea funcției u: a – aproximarea locală; b – aproximație globală.

Aproximarea globală a lui u, fig.3.3.b, va fi dată de contribuția aproximărilor locale u^e , adică cu (3.10) și (3.13):

$$u = \sum_{e=1}^E u^e = \sum_{e=1}^E \Phi_N^e \Delta_{Ni}^e u_i \tag{3.14}$$

Deci: $u = \Phi_i u_i$ (3.15)

în care Φ_i sunt funcțiile de interpolare globale, date de relațiile:

$$\Phi_i = \sum_{e=1}^E \Phi_N^e \Delta_{Ni}^e \quad \text{cu } \Phi_i(Z_j) = \delta_{ij} \tag{3.16}$$

Aproximarea pătratică.

Dacă, pentru aproximarea locală a lui u, folosim o funcție pătratică de forma:

$$u^e = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 \tag{3.17}$$

cu nodul al treilea (interior) la mijlocul intervalului, putem determina, analog ca la aproximarea liniară, coeficienții a_1, a_2, a_3 , rezolvând sistemul de ecuații: (prin impunerea condițiilor la limită $x = 0, x = h/2, x = h$):

$$\begin{cases} u_1^e = a_1 \\ u_2^e = a_1 + a_2 h/2 + a_3 h^2 / 4 \\ u_3^e = a_1 + a_2 h + a_3 h^2 \end{cases} \tag{3.18}$$

Înlocuind soluția, în (3.17), se obține:

$$u^e = \Phi_N^e u_N^e \quad \text{cu } N = 1, 2, 3. \tag{3.19}$$

în care:

$$\Phi_1^e = 1 - 3x/h + 2(x/h)^2; \quad \Phi_2^e = 4x/h - 4(x/h)^2; \quad \Phi_3^e = -x/h + 2(x/h)^2 \quad (3.20)$$

sunt funcții de interpolare pătratice (fig.3.4).

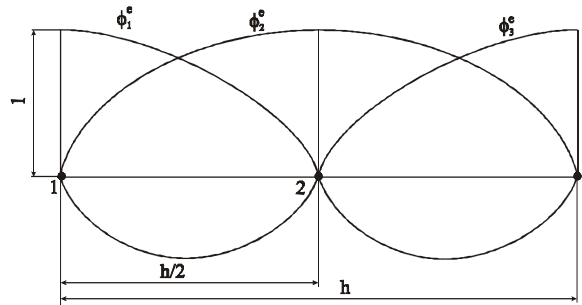


Fig.3.4. Funcțiile de interpolare pătratice.

3.1.4 Ecuațiile standard pe elemente finite

3.1.4.1 Metoda variațională

Fie funcționala:

$$I = \int_0^1 F(x, u, u') dx \quad (3.21)$$

Minimul acestei funcționale se obține pentru funcția $u = u(x)$, care satisface ecuația lui Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial u'} - \frac{\partial^2 F}{\partial u \partial u'} u' - \frac{\partial^2 F}{\partial u'^2} u'' = 0 \quad (3.22)$$

Reciproc, pentru o ecuație diferențială dată, rezolvarea ei poate fi convertită în determinarea funcției necunoscute, care face extremală funcționala corespunzătoare ecuației diferențiale.

Pentru a ilustra procedeul de obținere a funcționalei, fie ecuația diferențială:

$$d^2u/dx^2 - \alpha^2 u = f(x) \quad \text{cu } 0 < x < 1 \quad (3.23)$$

Să construim acum un produs interior δI , dat de proiecția ortogonală a lui (3.23) pe o funcție de pondere dată de variabilă δu :

$$\delta I = \int_0^1 (d^2u/dx^2 - \alpha^2 u - f) \delta u dx \quad (3.24)$$

Integrând prin părți (în raport cu δ), se obține:

$$\delta I = \delta \left\{ u \frac{du}{dx} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \alpha^2 u^2 + 2fu \right] dx \right\} \quad (3.25)$$

adică funcționala corespunzătoare ecuației (3.23) este:

$$I = \frac{1}{2} \int_0^1 \left[\left(\frac{du}{dx} \right)^2 + \alpha^2 u^2 + 2fu \right] dx - u \frac{du}{dx} \Big|_0^1 \quad (3.26)$$

în care $u \frac{du}{dx} \Big|_0^1$ reprezintă condiția Neumann pe frontieră.

Pentru soluționarea problemei de minim a funcționalei (3.26), în cadrul metodei variaționale, se folosește procedeul Rayleigh-Ritz. El constă în esență într-o metodă aproximativă de a reduce sistemul continuu la un număr finit de variabile. Se consideră o familie de funcții u , dependente de un număr de parametri $a_k, k=1, n$:

$$u = u(x, a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (3.27)$$

care toate verifică condițiile pe frontieră.

Substituind (3.27) în (3.26) și punând condiția:

$$\partial I / \partial a_k = 0 \quad k=1, n \quad (3.28)$$

se obține un sistem de ecuații liniare în necunoscutele a_k . Necunoscutele a_k înlocuite în familia de funcții (3.27), dau soluția aproximativă a problemei.

În cadrul MEF, rolul parametrilor a_k , este luat de valorile nodale u_N^e .

Revenind la ecuația diferențială (3.23), cu condițiile Dirichlet pe frontieră, funcționala (3.26) cu relația (3.15), devine funcționala globală I , în MEF:

$$I = \left[\frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + \alpha^2 \Phi_i \Phi_j \right) dx \right] u_i u_j + \left(\int_0^1 f \Phi_i dx \right) u_i \quad (3.29)$$

Funcționala (3.29) cu relația de sumare (3.16), devine:

$$I = \left[\sum_{e=1}^E \frac{1}{2} \int_0^h \left(\frac{\partial \Phi_N^e}{\partial x} \frac{\partial \Phi_M^e}{\partial x} + \alpha^2 \Phi_N^e \Phi_M^e \right) dx \right] \Delta_{Ni}^e \Delta_{Mj}^e u_i u_j + \left(\sum_{e=1}^E \int_0^h f \Phi_N^e dx \right) \Delta_{Ni}^e u_i \quad (3.30)$$

$$\text{adică:} \quad I = \frac{1}{2} A_{ij} u_i u_j - F_i u_i \quad (3.31)$$

$$\text{în care:} \quad A_{ij} = \sum_{e=1}^E A_{NM}^e \Delta_{Ni}^e \Delta_{Mj}^e \quad (3.32)$$

$$F_i = - \sum_{e=1}^E F_N^e \Delta_{Ni}^e \quad (3.33)$$

reprezintă coeficienții, respectiv termenii liberi globali.

Analog, cu funcționala globală, cea locală (3.29), se poate pune sub forma:

$$I^e = \frac{1}{2} A_{NM}^e u_N^e u_M^e - F_N^e u_N^e \quad (3.34)$$

unde:
$$A_{NM}^e = \left[\int_0^h \left(\partial \Phi_N^e / \partial x \partial \Phi_M^e / \partial x + \alpha^2 \Phi_N^e \Phi_M^e \right) dx \right] \quad (3.35)$$

$$F_N^e = - \int_0^h f \Phi_N^e dx \quad (3.36)$$

reprezintă coeficienții, respectiv termenii liberi locali.

În virtutea ecuațiilor (3.16), (3.32) și (3.33) funcționala globală va fi:

$$I = \sum_{e=1}^E I^e \quad (3.37)$$

Folosind acum condiția extremală (3.28) $\partial I / \partial a_k = 0$, cu $a_k \equiv u_N^e$, se obține din (3.34) *sistemul liniar local*:

$$A_{NM}^e u_M^e = F_N^e \quad (3.38)$$

iar cu $a_k \equiv u_i$, din (3.31), *sistemul liniar global*:

$$A_{ij} u_j = F_i \quad (3.39)$$

Ecuațiile (3.38) reprezintă ecuațiile standard pe elemente finite, iar sistemul global (3.39) - care dă rezolvarea problemei - se obține prin asamblarea tuturor sistemelor locale, cu ajutorul matricilor Booliene Δ_{Ni}^e .

Pentru ecuația diferențială considerată (3.23), pentru discretizarea din fig.3.1 și folosind funcțiile de interpolare liniare (3.8), coeficienții 3.34), respectiv termenii liberi locali (3.35), devin:

$$A_{NM}^e = \begin{bmatrix} 3 + \alpha^2 h^2 / 3h & \alpha^2 h^2 - 6/6h \\ \alpha^2 h^2 - 6/6h & 3 + \alpha^2 h^2 / 3h \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

$$F_N^e = -f \frac{h}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

iar cei globali (3.32), respectiv (3.33), devin:

$$A_{ij} = \begin{bmatrix} A_{11}^1 & A_{12}^1 & 0 & 0 \\ A_{21}^1 & A_{22}^1 + A_{11}^2 & A_{12}^2 & 0 \\ 0 & A_{21}^2 & A_{22}^2 + A_{11}^3 & A_{12}^3 \\ 0 & 0 & A_{21}^3 & A_{22}^3 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} F_1^1 \\ F_2^1 + F_1^2 \\ F_2^2 + F_1^3 \\ F_2^3 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

3.1.4.2 Metoda reziduală

Metoda reziduurilor ponderate este un procedeu numeric de determinare a soluției aproximative pentru ecuații diferențiale sau cu derivate parțiale, de forma:

$$Au = f \tag{3.44}$$

în domeniul Ω , cu condiții la limită impuse de frontiera Γ a acestuia.

Se folosește pentru aproximarea soluției, forma:

$$u = \sum_{i=1}^n C_i \Phi_i \tag{3.45}$$

în care: C_i - sunt constante, iar

Φ_i - un sistem de funcții liniar independente, care satisfac condițiile la limită.

Cum relația (3.45) este o soluție aproximativă, înlocuită în relația (3.44) va da o eroare sau un reziduu ε :

$$\varepsilon = Au - f \tag{3.46}$$

Fie acum o mulțime de funcții de pondere w_i , unde $i = \overline{1, N}$.

Se construiește un produs interior:

$$(\varepsilon, w_i) = \int_{\Omega} \varepsilon w_i \, d\Omega \tag{3.47}$$

care reprezintă o proiecție ortogonală a erorii ε pe subspațiul funcțiilor de pondere și în același timp, o medie ponderată a erorii pe domeniul Ω .

Impunând acum condiția:

$$\int_{\Omega} \varepsilon w_i \, d\Omega = 0 \tag{3.48}$$

se obține un sistem de ecuații, care permite aflarea coeficienților C_i din relația (3.45).

Distribuția erorii ε pe domeniul Ω depinde de alegerea funcțiilor de pondere w_i .

În continuare, se folosește procedeul Galerkin, în care drept funcții de pondere w_i , se iau funcțiile de interpolare globale Φ_i . În acest caz condiția (3.48) - folosind relațiile (3.45) și (3.46) - devine:

$$\int_{\Omega} \left[A \left(\sum_{j=1}^N C_j \Phi_j \right) - f \right] \Phi_i \, d\Omega = 0 \tag{3.49}$$

Se reia acum ecuația diferențială (3.23), în care se înlocuiește soluția aproximativă dată de relația (3.15); se obține:

$$\int_0^1 \left[\frac{d^2}{dx^2} (\Phi_j u_j) - \alpha^2 \Phi_j u_j - f \right] \Phi_i \, d\Omega = 0 \tag{3.50}$$

ecuație, care integrată prin părți, conduce la:

$$\left[\int_0^1 \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + \alpha^2 \Phi_i \Phi_j \right) dx \right] u_j = - \int_0^1 f \Phi_i dx + \left. \frac{du}{dx} \Phi_i^* \right|_0^1 \quad (3.51)$$

Comparând ecuația (3.51) cu de la metoda variațională (3.29) și (3.31), rezultă:

$$A_{ij} u_j = F_i + \left. \frac{du}{dx} \Phi_i^* \right|_0^1 \quad (3.52)$$

în care Φ_i^* , sunt funcțiile de interpolare pe frontieră.

Dacă problema atașată ecuației diferențiale este de tip Dirichlet, se obține chiar ecuația (3.39).

Condiția (3.49) poate fi pusă și local; se obține:

$$(\varepsilon^e, \Phi_N^e) = \int_{\Omega^e} \varepsilon^e \Phi_N^e d\Omega^e = 0 \quad (3.53)$$

Urmând același procedeu, se obține local sistemul (3.38), cu coeficienții și termenii liberi dați de relațiile (3.35), respectiv (3.36).

Se observă în final faptul că, atât metoda variațională (Rayleigh-Ritz), cât și cea a reziduurilor ponderate (Galerkin), conduc la același rezultat. În MEF procedeul Galerkin este cel mai folosit pentru obținerea ecuațiilor standard pe elemente finite.

3.1.5 Funcții de interpolare pe elemente unidimensionale

Am văzut la §3.1.1 că unui nod al domeniului i se asociază două numerotări: una globală și una locală. Este util atunci de a considera pentru fiecare element finit, pe lângă sistemul global de coordonate, un sistem local de coordonate. Originea acestui sistem poate fi luată oriunde în interiorul elementului, dar se preferă unul din noduri sau centrul elementului. Coordonatele locale pot fi normale (carteziene, de exemplu) sau naturale. Coordonatele naturale sunt coordonate normalizate obținute prin raportarea unor mărimi caracteristice punctului generic din interiorul elementului finit, la mărimi caracteristice întregului element finit.

Dacă se alege drept origine centrul elementului discretizat, coordonatele se numesc ζ -naturale, iar domeniul lor de variație este cuprins între $[-1, 1]$, (fig.3.5).

Dacă se alege ca origine nodurile elementului discretizat, coordonatele se numesc L -naturale, iar domeniul lor de variație este cuprins între $[0, 1]$, (fig.3.6).

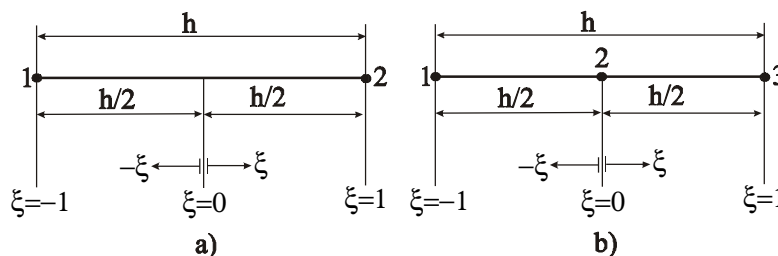


Fig. 3.5 Coordonate ζ -naturale pentru elemente unidimensionale: a – liniare; b – pătratice

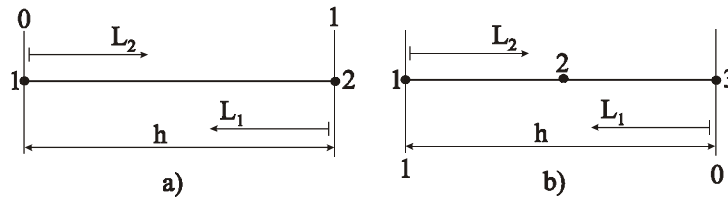


Fig.3.6 Coordonate L – naturale pentru elemente unidimensionale: a – liniare; b – pătratic

Generalizând relația (3.8), funcția u poate fi aproximată pe element finit prin:

$$u = a_0 + a_1 x^i \quad (3.54)$$

unde, fără pericol de confuzie, se renunță la indexarea cu e și în care, $i = 1$ reprezintă cazul liniar, iar $i = 2$ cazul pătratic.

Pentru un element finit de lungime h , coordonatele L -naturale se definesc prin:

$$L_1 = 1 - x/h, \quad L_2 = x/h \quad (3.55)$$

Evident, $L_1 + L_2 = 1$, iar relația (3.54) devine:

- pentru cazul liniar:

$$u = \Phi_1 u_1 + \Phi_2 u_2 = \Phi_N u_N \quad \text{unde : } N = 1, 2 \quad (3.56)$$

cu:

$$\Phi_1 = L_1; \quad \Phi_2 = L_2 \quad (3.57)$$

- iar pentru cel pătratic:

$$u = \Phi_1 u_1 + \Phi_2 u_2 + \Phi_3 u_3 = \Phi_N u_N \quad \text{unde: } N = 1, 2, 3 \quad (3.58)$$

cu:

$$\Phi_1 = (1 - 2L_2)L_1; \quad \Phi_2 = 4L_1L_2; \quad \Phi_3 = (1 - 2L_1)L_2 \quad (3.59)$$

Coordonatele ζ -naturale se introduc prin: $\zeta = 2x/h$, cu $\zeta = 0$ în centrul elementului. Funcțiile de interpolare devin:

- pentru cazul liniar, din relația (3.56):

$$\Phi_1 = 1/2(1 - \zeta); \quad \Phi_2 = 1/2(1 + \zeta) \quad (3.60)$$

- iar pentru cel pătratic, din relația (3.58):

$$\Phi_1 = 1/2 \zeta (\zeta - 1); \quad \Phi_2 = 1 - \zeta^2; \quad \Phi_3 = 1/2 \zeta (\zeta + 1) \quad (3.61)$$

3.2 MEF ÎN DINAMICA FLUIDELOR INCOMPRESIBILE

Mișcarea fluidelor prin organele paletate ale turbomașinilor are un caracter spațial, complex. Abordarea problemei în cazul cel mai general (fluid vâscos, mișcare tridimensională, turbulentă cu evoluție) este extrem de dificilă, din cauza dificultăților de natură matematică care se ivesc la rezolvarea sistemului diferențial care modelează mișcarea. Din aceste motiv, problemele de hidrodinamica turbomașinilor au obținut unele rezolvări numai sub restricția unor ipoteze simplificatorii, legate de structura mișcării și de proprietățile fluidului.

3.2.1 Ecuațiile mișcării fluidelor incompresibile și ideale

Mișcarea fluidelor incompresibile este descrisă de următoarele ecuații:

$$1. \text{ Ecuația de continuitate: } v_{i/i} = 0 \quad (3.62)$$

$$2. \text{ Ecuația de mișcare: } \rho dv_i / dt - \rho f_i - T_{ij/j} = 0 \quad (3.63)$$

$$3. \text{ Ecuația energiei: } \rho dE / dt - T_{ij}d_{ij} - \rho h - q_{i/i} = 0 \quad (3.64)$$

$$4. \text{ Ecuația de stare: } f(p, \rho, T) = 0 \quad (3.65)$$

$$5. \text{ Ecuația constitutivă: } T_{ij} = T_{ij}(d_{kl}) \quad (3.66)$$

unde: v_i – este câmpul de viteze;

q_i – este câmpul fluxului de căldură;

E – este densitatea de energie internă;

T – este temperatura absolută;

f_i – este intensitatea câmpului forțelor corporale;

ρ – este densitatea fluidului;

T_{ij} – este tensorul tensiunilor;

d_{kl} – este tensorul vitezelor de deformație;

h – este densitatea sursei de căldură;

p – este presiunea hidrostatică.

În cazul fluidului incompresibil și ideal ecuația constitutivă (3.66) devine:

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} \quad (3.67)$$

cu care ecuația de mișcare (3.63) devine:

$$\rho dv_i / dt = \rho f_i - p_{/i} \quad (3.68)$$

În cazul fluidului vâscos newtonian, ecuația constitutivă (3.164) devine:

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\eta d_{ij} \quad (3.69)$$

cu care ecuația de mișcare (3.63) devine:

$$\rho dv_i / dt = \rho f_i - p_{/i} + \eta v_{i/jj} \quad (3.70)$$

3.2.2 Mișcarea potențială plană a fluidelor incompresibile

În mișcarea plană, dacă 012 este planul de bază al mișcării, atunci:

$$x_3 = 0 \text{ și } v_3 = 0 \quad (3.71)$$

iar mișcarea fiind izocoră, ecuația de continuitate (3.160) dă pe larg:

$$v_{i/i} = v_{1/1} + v_{2/2} = 0 \quad (3.72)$$

3.2.2.1 Funcția de curent

Relația (3.72) permite introducerea funcției de curent ψ prin:

$$\Psi = \int \varepsilon_{ij} \cdot v_i dx_j \quad (3.73)$$

iar din: $d\Psi = \Psi_{/i} \cdot dx_i = \varepsilon_{ij} v_i dx_j$ (3.74)

rezultă câmpul de viteze:

$$v_i = \varepsilon_{ij} \Psi_{/j} \quad (3.75)$$

sau pe larg: $v_1 = \Psi_{/2} ; \quad v_2 = -\Psi_{/1}$ (3.76)

3.2.2.2 Potențialul vitezei

În cazul particular al mișcării potențiale, câmpul de viteze admite o funcție ϕ_1 , numită potențialul vitezei, dată de relația:

$$v_i = \phi_{/i} \quad (3.77)$$

adică: $v_1 = \phi_{/1} ; \quad v_2 = \phi_{/2}$ (3.78)

În acest caz, din (3.75) și (3.76) avem legătura dintre funcția de curent Ψ și ϕ :

$$\phi_{/i} = \varepsilon_{ij} \Psi \quad (3.79)$$

3.2.2.3 Ecuațiile lui Laplace pentru mișcarea potențială plană

Din ecuațiile (3.74) și (3.75) rezultă imediat ecuația lui Laplace, pentru funcția de curent:

$$\varepsilon_{ij} v_{j/i} = -\Psi_{/ii} \quad (3.80)$$

deci: $\Psi_{/ii} = 0$ (3.81)

sau pe larg: $\Psi_{/11} + \Psi_{/22} = 0$ (3.82)

iar din ecuațiile (3.170) și (3.175), ecuația lui Laplace pentru potențialul vitezei este:

$$\phi_{/ii} = 0 \quad (3.83)$$

sau pe larg: $\phi_{/11} + \phi_{/22} = 0$ (3.84)

3.2.2.4 Câmpul hidrodinamic al mișcării plane

Din ecuația (3.74) se obține imediat că, curbele $\psi = \text{constant}$, reprezintă liniile de curent (având în vedere și relațiile 3.76), adică :

$$v_1 dx_2 = v_2 dx_1 \quad (3.85)$$

iar diferența dintre $\psi_A - \psi_B$, reprezintă debitul printre cele doua linii de curent.

Curbele de $\phi = \text{constant}$ sunt ortogonale pe curbele $\Psi = \text{constant}$. Într-adevăr cu relația relațiile (3.79) rezultă:

$$\phi_{/i} \Psi_{/i} = 0 \quad (3.86)$$

Ansamblul familiilor de curbe $\psi = \text{constant}$ și $\phi = \text{constant}$, definește astfel câmpul (sau spectrul) hidrodinamic al unei mișcări plane (fig.3.7).

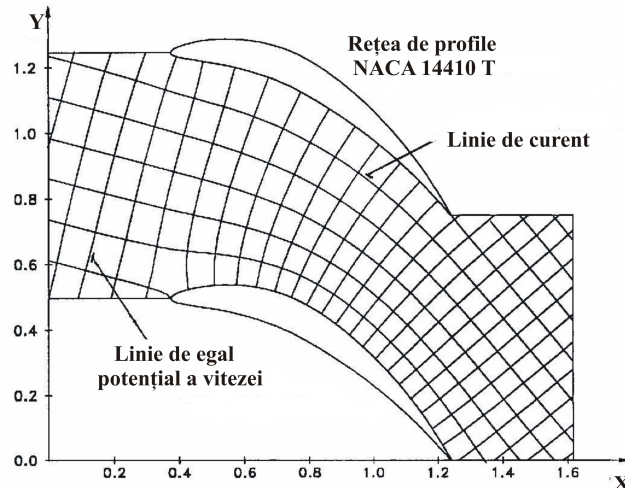


Fig. 3.7 Câmpul hidrodinamic al unei mișcări plane

3.2.3 Mișcarea axial - simetrică

Structura axial – simetrică a mișcării, definită prin:

$$\frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad (3.87)$$

sugerează folosirea coordonatelor cilindrice (r, θ, z).

Ecuția de continuitate (3.62), în coordonate cilindrice devine:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} v_r + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.88)$$

din care rezultă câmpul de viteze:

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \text{și} \quad (3.89)$$

$$v_r = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (3.90)$$

Dacă mișcarea axial – simetrică este și potențială, câmpul de viteze este dat de:

$$v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{și} \quad (3.91)$$

$$v_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (3.92)$$

cu legătura: $\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$ și (3.93)

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (3.94)$$

Înlocuind ecuațiile (3.189) și (3.190) în relația (3.177), se obține ecuația lui Stokes pentru funcția de curent:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (3.95)$$

iar, înlocuind ecuațiile (3.89) și (3.90) în relația (3.79), se obține ecuația lui Stokes pentru potențialul vitezei:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = 0 \quad (3.96)$$

Într-un plan axial, curbele de $\psi = \text{constant}$ – reprezintă linii de curent – și sunt ortogonale pe curbele de potențial al vitezei, $\phi = \text{constant}$.

Pentru a putea aplica metoda elementului finit, pentru determinarea câmpurilor de viteze și presiuni, au fost prezentate ecuațiile generale ale mișcării fluidelor incompresibile, făcând particularizări pentru mișcarea plană. În cazul fluidelor

incompresibile ideale, modelul analitic al problemei este dat de ecuația de continuitate (3.62) și cea de mișcare (3.68), iar necunoscutele problemei sunt câmpul de viteze (componentele ei) și câmpul de presiuni. Folosirea cuplată a acestor două ecuații din dinamica fluidelor ideale poate fi evitată prin metoda variabilelor auxiliare.

3.2.4 Metoda variabilelor auxiliare

Metoda variabilelor auxiliare dă o simplitate extrem de eficientă problemelor de hidrodinamica lichidelor ideale. Ea constă, în esență, în folosirea în locul ecuațiilor fundamentale ale mișcării, a unor ecuații derivate cu variabile auxiliare ce determină o simplificare notabilă a problemei. Introducerea acestor variabile auxiliare, are ca efect, satisfacerea automată a ecuației de continuitate și deci eliminarea ei. În cazul nostru, variabilele auxiliare sunt funcția de curent ψ introdusă prin relația (3.74) sau (și) potențialul vitezei ϕ_i , introdus prin relația (3.77).

Procedeeul de rezolvare este structurat astfel:

1. alegerea variabilei auxiliare (ψ sau ϕ);
2. stabilirea ecuațiilor cu derivate parțiale pentru aceste variabile auxiliare;
3. stabilirea condițiilor la limită pentru variabilele auxiliare;
4. rezolvarea problemei prin MEF;
5. recuperarea variabilelor primitive (vitezele) și
6. determinarea câmpului de presiuni cu ajutorul unei teoreme Bernoulli.

3.3 APLICAREA MEF LA TURBINE AXIALE REVERSIBILE

3.3.1 Determinarea mișcării potențiale axial-simetrice în traseul hidraulic al turbinelor axiale reversibile

Una din ipotezele de bază, folosite astăzi în proiectarea turbomașinilor este acceptarea suprafețelor de curgere din zonele paletate ale mașinii ca fiind suprafețe de revoluție. Aceasta face ca studiul curgerii prin rețelele de palete să poată fi substituit cu studiul unor rețele de profile dispuse pe aceste suprafețe de curent de revoluție și care se obțin din intersecția suprafețelor paletelor cu suprafețele de revoluție. Ipoteza permite ca în zonele paletate, considerate în această fază fără palete, mișcarea lichidului ideal să poată fi acceptată ca potențială și axial-simetrică.

3.3.1.1 Domeniul de analiză și condițiile la limită

Traseul hidraulic al turbinelor axiale are o formă tipică. Mărimea domeniului de analiză a mișcării va fi definit de originea O și de extinderea axială L (fig.3.8).

Datorită simetriei este suficient să considerăm un semiplan axial. Punctele A , B , C , D , E , O împart frontiera Γ a lui Ω în patru zone: zonele $ODEA$ și BC sunt linii de curent, OB este secțiunea de intrare, iar AC secțiunea de ieșire.

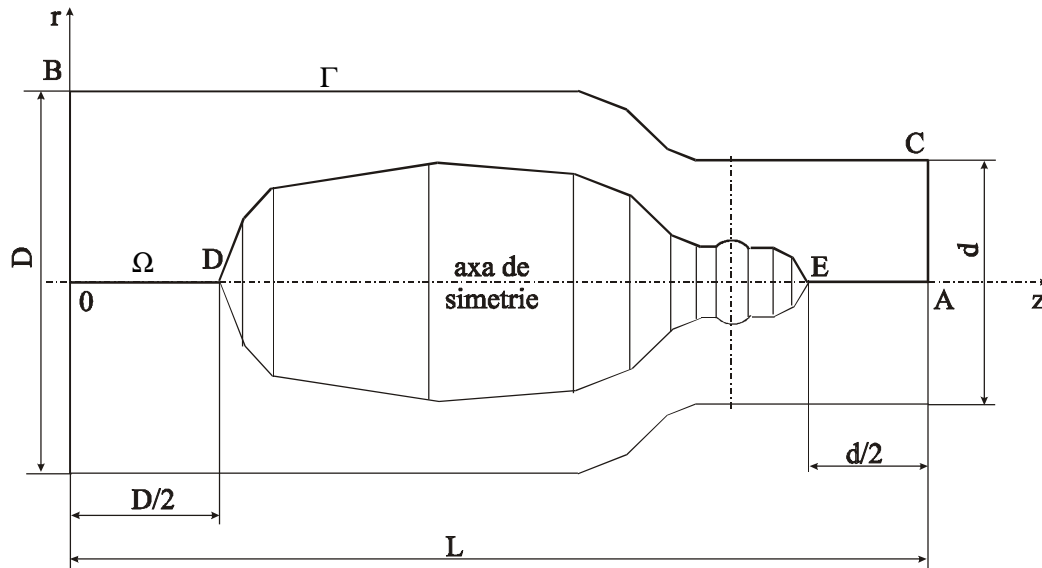


Fig.3.8 Domeniul de analiză

Rezolvarea problemei este dată de soluționarea unei probleme la limită mixte pentru funcția de curent sau potențialul vitezei cu condiții pe frontieră impuse.

3.3.1.2 Funcția de curent

Reluăm ecuația lui Stokes pentru funcția de curent (3.95) pe un domeniu Ω pe frontiera $\Gamma = \Gamma' \cup \Gamma''$. Condițiile la limită: $u = u_0$ pe Γ' și $\partial u / \partial n$ pe Γ'' , devin:

$$\begin{aligned} \psi &= \text{constant} && \text{pe ODEA și BC} \\ \psi &= \psi(r) && \text{pe OB} \\ \partial \psi / \partial n &= 0 && \text{pe AC} \end{aligned} \quad (3.97)$$

care înseamnă câmp de viteze cunoscut pe secțiunea de ieșire AC. Trebuie rezolvată o problemă la limită esențială pe zonele ODEA, BC și OB ale frontierei și cu condiții la limită naturale pe partea AC. Acceptând un câmp de viteze uniform pe OB, avem:

$$v_z = 4 \pi^{-1} Q D^{-2} \quad (3.98)$$

și pentru cazul nostru vom impune:

$$\begin{aligned} \psi &= 0 && \text{pe ODEA} \\ \psi &= (2 \pi)^{-1} Q && \text{pe BC} \\ \psi &= 2 Q (\pi D^2)^{-1} r^2 && \text{pe OB} \\ \partial \psi / \partial z &= 0 && \text{pe AC} \end{aligned} \quad (3.99)$$

3.3.1.3 Potențialul vitezei

Pentru ecuația (3.96), condițiile la limită pe domeniul Ω se pun sub forma:

$$\begin{aligned} \varphi &= 0 && \text{pe AC} \\ \partial \varphi / \partial n &= \text{constant} && \text{pe OB} \\ \partial \varphi / \partial n &= 0 && \text{pe ODEA și BC} \end{aligned} \quad (3.100)$$

Avem deci de rezolvat o problemă la limită mixtă pentru ecuația (3.96), cu condiții la limită esențiale pe partea AC a frontierei și naturale pe părțile OB, ODEA și BC.

În cazul nostru, se impune impune:

$$\begin{aligned} \varphi &= 0 && \text{pe AC} \\ \partial\varphi/\partial z &= 4 \pi^{-1} QD^{-2} && \text{pe OB} \\ \partial\varphi/\partial z &= 0 && \text{pe ODEA și BC} \end{aligned} \quad (3.101)$$

3.3.2 Forma adimensională

Pentru a mări generalitatea, este utilă tratarea în formă adimensională.

3.3.2.1 Funcția de curent adimensională

Cu schimbarea de variabile:

$$z^* = zL^{-1} ; r^* = rL^{-1} \quad (3.102)$$

și de funcție:

$$\psi^* = 2 \pi Q^{-1} \psi \quad (3.103)$$

ecuațiile (3.89), (3.90) și (3.95) devin:

$$\partial^2 \psi^* / \partial r^{*2} + \partial^2 \psi^* / \partial z^{*2} - 1/r^* \partial \psi^* / \partial r = 0 \quad (3.104)$$

$$v_z^* = 1/r^* \partial \psi^* / \partial r ; v_r^* = -1/r^* \partial \psi^* / \partial z \quad (3.105)$$

iar condițiile la limită (3.99) vor fi:

$$\begin{aligned} \psi^* &= 0 && \text{pe ODEA} \\ \psi^* &= 1 && \text{pe BC} \\ \psi^* &= 4 r^2 D^{-2} && \text{pe OB} \\ \partial \psi^* / \partial z &= 0 && \text{pe AC} \end{aligned} \quad (3.106)$$

cu legătura între viteze:

$$\begin{aligned} v_z^* &= 2 \pi L^2 Q^{-1} v_z \\ v_r^* &= 2 \pi L^2 Q^{-1} v_r \end{aligned} \quad (3.107)$$

și viteza constantă v_z^* pe partea OB a frontierei:

$$v_z^* = 8 L^2 D^{-2} = 8 D^{*-2} \quad (3.108)$$

3.3.2.2 Potențialul vitezei adimensional

Cu schimbarea de variabile (3.102) și de funcție:

$$\varphi^* = 2 \pi L Q^{-1} \varphi \quad (3.109)$$

(3.91), (3.92) și (3.96), devin:

$$\partial^2 \varphi^* / \partial r^{*2} + \partial^2 \varphi^* / \partial z^{*2} + 1/r^* \partial \varphi^* / \partial r = 0 \quad (3.110)$$

$$v_z^* = \partial\varphi^*/\partial z^* ; v_r^* = \partial\varphi^*/\partial r^* \quad (3.111)$$

iar condițiile la limită:

$$\begin{aligned} \varphi^* &= 0 && \text{pe AC} \\ \partial\varphi^*/\partial z^* &= 8 D^{*-2} && \text{pe OB} \\ \partial\varphi^*/\partial n &= 0 && \text{pe ODEA și BC} \end{aligned} \quad (3.112)$$

3.3.3 Curentul fluid al potențialului plan, în jurul rețelelor de profile axiale de turbină

Mișcarea lichidului prin rotoarele mașinilor axiale am văzut că este tratată cu ajutorul metodei rețelelor de profile axiale. Se impune atunci, ca necesară, după dimensionarea unei astfel de rețele, o analiză a mișcării pentru determinarea în detaliu a comportării rețelei în diferite situații de funcționare. Metoda ce urmează în continuare permite determinarea mișcării în jurul rețelelor de profile axiale de turbină, în ipoteza cunoașterii circulației vitezei în jurul profilelor ce compun rețeaua, sau echivalent, a condițiilor cinematice de la intrare, respectiv, ieșire.

3.3.3.1 Domeniul tipic de analiză. Condiții la limită

Domeniul de analiză trebuie astfel ales încât el să păstreze efectul de periodicitate a rețelei. De aceea, el va fi definit de frontierele a trei profile învecinate dispuse la pasul t , din care unul va fi în interiorul domeniului. Condițiile la limită de pe frontierele de intrare (influx), respectiv ieșire (flux), se vor pune la $t/2$ de frontul bordurilor de atac respectiv al bordurilor de fugă (fig.3.8).

Din frontiera Γ a domeniului de analiză Ω , părțile DE, JI și frontiera profilului interior sunt linii de curent, ABC este secțiunea de influx, iar FGH secțiunea de flux. Rezolvarea problemei va fi dată de soluționarea unei probleme la limită mixte pentru funcția de curent sau pentru potențialul vitezei, cu condiții pe frontieră impuse.

3.3.3.2 Funcția de curent

Fie din nou ecuația (3.81). Condițiile la limită pe domeniul Ω se pun sub forma (fig3.9):

$$\begin{aligned} \psi &= \text{constant} && \text{pe DE, JI și frontiera profilului interior} \\ \psi &= \psi(y) && \text{pe AC și FH} \\ \psi &= \psi(x) && \text{pe CD, EF, AJ și IH} \end{aligned} \quad (3.113)$$

unde ψ este uniformă și din condiția de periodicitate a câmpului de viteze (absolut, în cazul rețelelor fixe și relativ, în cazul rețelelor mobile) trebuie să verifice:

$$\begin{aligned} \psi(x, y + kt) &= \psi(x, y) + k t, \quad k \in \mathbb{Z} \\ \partial\psi/\partial x(x, y + kt) &= \partial\psi/\partial x(x, y) \\ \partial\psi/\partial y(x, y + kt) &= \partial\psi/\partial y(x, y) \end{aligned} \quad (3.114)$$

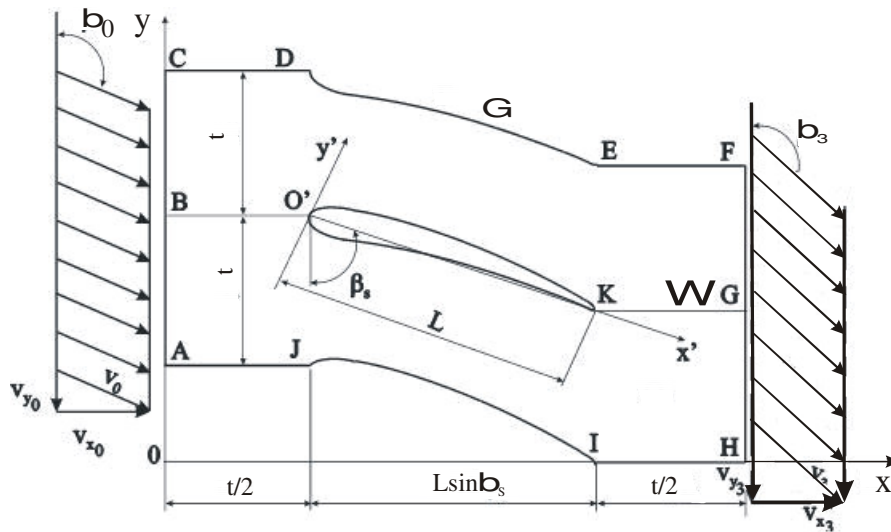


Fig.3.9 Domeniul de analiză, condițiile la limită

Acceptând un câmp de viteze, absolut sau relativ, după caz, uniform pe AC și FH, rezultă:

$$v_x = (2t)^{-1} Q = v_{x0} = v_{x3} \quad (3.115)$$

și, pentru cazul nostru, vom impune:

$$\begin{aligned} \psi &= 0 && \text{pe JI} \\ \psi &= Q && \text{pe DE} \\ \psi &= 1/2 Q && \text{pe frontiera profilului interior} \\ \psi &= \psi(x) && \text{pe AJ și IH} \\ \psi &= \psi(x) + Q && \text{pe CD și EF} \\ v_x &= \text{constant} && \text{pe AC și FH} \end{aligned} \quad (3.116)$$

3.3.3.3 Potențialul vitezei

Pentru ecuația (3.182), condițiile la limită pe domeniul Ω se pun sub forma:

$$\begin{aligned} \partial\phi/\partial n &= 0 && \text{pe DE, JI și frontiera profilului interior} \\ \partial\phi/\partial y &= f(x) && \text{pe CD și AJ} \\ \partial\phi/\partial y &= g(x) && \text{pe EF și IH} \\ \partial\phi/\partial x &= \text{constant} && \text{pe AC și FH} \end{aligned} \quad (3.117)$$

Periodicitatea câmpului de viteze impune pentru derivatele lui ϕ :

$$\begin{aligned} \partial\phi/\partial x(x, y + kt) &= \partial\phi/\partial x(x, y) \\ \partial\phi/\partial y(x, y + kt) &= \partial\phi/\partial y(x, y) \end{aligned} \quad (3.118)$$

Pentru cazul nostru vom impune:

$$\begin{aligned} \partial\phi/\partial n &= 0 && \text{pe DE, JI și frontiera profilului interior} \\ \partial\phi/\partial y &= f(x) && \text{pe CD și AJ} \\ \partial\phi/\partial y &= g(x) && \text{pe EF și IH} \\ v_x &= \text{constant} && \text{pe AC și FH} \end{aligned} \quad (3.119)$$

unde v_x este dat de (3.115).

Formularea precedentă în φ - cu condițiile la limită (3.119) - poate fi folosită numai în cazul în care potențialul φ al vitezei este o funcție uniformă pe domeniul de analiză considerat. Aceasta este echivalent cu o mișcare fără circulație în jurul profilelor, deci formularea în discuție nu poate fi folosită decât în cazul particular al rețelelor de profile ce nu realizează deflecție.

Existența circulației în jurul profilelor ce compun rețeaua face ca potențialul vitezei să fie o funcție multiformă, saltul ei fiind tocmai circulația.

Pentru a aduce potențialul vitezei la forma multiformă, domeniul de analiză trebuie transformat într-unul simplu conex. Aceasta se obține practicând o tăietură în lungul segmentului KG. Condițiile la limită (3.119), devin:

$$\begin{aligned} \partial\varphi/\partial n = 0 & \quad \text{pe DE, JI și frontiera profilului interior} \\ \varphi = \varphi(x) & \quad \text{pe IH, AJ, CD, EF, KG}_{\text{superior}} \text{ și KG}_{\text{inferior}} \end{aligned} \quad (3.120)$$

$$\varphi = \varphi(y) \quad \text{pe AC, HG și GF.} \quad (3.121)$$

Presupunând cunoscută problema în ψ , funcțiile $\varphi(x)$ și $\varphi(y)$ din (3.369) se determină imediat din:

$$\varphi(x) = \varphi_M + \int_{x_M}^x v_x dx \quad (3.122)$$

$$\varphi(y) = \varphi_M + \int_{y_M}^y v_y dy \quad (3.123)$$

punând, de exemplu, $\varphi = 0$ în punctul H, iar pe KG, saltul lui φ este circulația Γ^v , adică:

$$\varphi(x)|_{\text{KG inferior}} = \varphi(x)|_{\text{KG superior}} + \Gamma^v \quad (3.124)$$

3.3.4 Formă adimensională

3.3.4.1 Funcția de curent adimensională

Cu schimbarea de variabile:

$$x^* = xL^{-1}; y^* = yL^{-1} \quad (3.125)$$

și de funcție:

$$\psi^* = 2 t L^{-1} Q^{-1} \psi \quad (3.126)$$

(3.73) și (3.81), devin:

$$\Delta \psi^* = 0 \quad (3.127)$$

$$v_x^* = \partial\psi^*/\partial y^* \quad \text{și} \quad v_y^* = -\partial\psi^*/\partial x^* \quad (3.128)$$

cu legătura între viteze:

$$v_x^* = 2 t Q^{-1} v_x \quad (3.129)$$

$$v_y^* = 2 t Q^{-1} v_y$$

și $v_x^* = 1$, pe AC și FH.

Condițiile pe frontieră (4.116) devin:

$$\begin{aligned}
 \psi^* &= 0 && \text{pe IJ} \\
 \psi^* &= 2t L^{-1} && \text{pe DE} \\
 \psi^* &= t L^{-1} && \text{pe frontiera profilului interior} \\
 \psi^* &= y^* + C^* && \text{pe AC} \\
 \psi^* &= y^* + C'^* && \text{pe FH} \\
 \psi^* &= \psi^*(x^*) && \text{pe AJ și IH} \\
 \psi^* &= \psi^*(x^*) + 2t L^{-1} && \text{pe CD și EF}
 \end{aligned} \tag{3.130}$$

în care am folosit periodicitatea câmpului de viteze (3.114):

$$\begin{aligned}
 \psi^*(x^*, y^* + k t L^{-1}) &= \psi^*(x^*, y^*) + k t L^{-1} \\
 \partial \psi^* / \partial x^*(x^*, y^* + k t L^{-1}) &= \partial \psi^* / \partial x^*(x^*, y^*) \\
 \partial \psi^* / \partial y^*(x^*, y^* + k t L^{-1}) &= \partial \psi^* / \partial y^*(x^*, y^*)
 \end{aligned} \tag{3.131}$$

Constantele C^* și C'^* , se determină din condițiile de intrare, respectiv ieșire, pe părțile AC, respectiv FH, ale frontierei.

Pentru precizarea funcției $\psi^*(x^*)$ din (3.130), poate fi folosit un procedeu iterativ. Se caută o variație inițială a lui $\psi^*(x^*)$ pe AJ și IH, pentru care acest procedeu este eficient. Condițiile la limită pentru iterația de ordin $(k+1)$ vor fi AJ și IH:

$$\begin{aligned}
 \psi^{*(k+1)}|_{AJ} &= \psi^{*(k)}|_{BO'} - t L^{-1} \\
 \psi^{*(k+1)}|_{IH} &= \psi^{*(k)}|_{KG} - t L^{-1} \\
 \psi^{*(k+1)}|_{CD} &= \psi^{*(k)}|_{BO'} + t L^{-1} \\
 \psi^{*(k+1)}|_{EF} &= \psi^{*(k)}|_{KG} + t L^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.132}$$

și, în cazul când este eficient, procedeul trebuie să asigure:

$$\begin{aligned}
 \partial \psi^*(m) / \partial y^*|_{AJ} &\cong \partial \psi^*(m) / \partial y^*|_{BO'} \cong \partial \psi^*(m) / \partial y^*|_{CD} \\
 \partial \psi^*(m) / \partial y^*|_{IH} &\cong \partial \psi^*(m) / \partial y^*|_{KG} \cong \partial \psi^*(m) / \partial y^*|_{EF}
 \end{aligned} \tag{3.133}$$

3.3.4.2 Potențialul vitezei adimensional

Cu schimbarea de variabilă (4.34) și de funcție:

$$\varphi^* = 2t L^{-1} \varphi \tag{3.134}$$

(3.175) și (3.177) devin:

$$\Delta \varphi^* = 0 \tag{3.135}$$

$$v_x^* = \partial \varphi^* / \partial x^* \quad \text{și} \quad v_y^* = \partial \varphi^* / \partial y^* \tag{3.136}$$

cu aceleași legături între viteze (3.129) și $v_x^* = 1$, pe AC și FH.

Condițiile la limită (3.130) se scriu:

$$\begin{aligned}
 \partial\varphi^* / \partial n^* &= 0 && \text{pe DE, JI și frontiera profilului interior} \\
 \partial\varphi^* / \partial y^* &= f^*(x^*) && \text{pe CD și AJ} \\
 \partial\varphi^* / \partial y^* &= g^*(x^*) && \text{pe EF și IH} \\
 \partial\varphi^* / \partial x^* &= 1 && \text{pe AC și FH}
 \end{aligned} \tag{3.137}$$

în care s-a folosit periodicitatea câmpului de viteze:

$$\begin{aligned}
 \partial\varphi^* / \partial x^*(x^*, y^* + k t L^{-1}) &= \partial\varphi^* / \partial x^*(x^*, y^*) \\
 \partial\varphi^* / \partial y^*(x^*, y^* + k t L^{-1}) &= \partial\varphi^* / \partial y^*(x^*, y^*)
 \end{aligned} \tag{3.138}$$

În cazul mișcării cu circulație, condițiile (3.120) se scrie pe larg:

$$\begin{aligned}
 \partial\varphi^* / \partial n^* &= 0 && \text{pe DE, JI și frontiera profilului interior} \\
 \varphi^*(x^*) &= \int_0^{x^*} v_x^* dx^* && \text{pe IH} \\
 \varphi^*(x^*) &= \int_J^{x^*} v_x^* dx^* + \varphi_J^* && \text{pe AJ} \\
 \varphi^*(x^*) &= \int_D^{x^*} v_x^* dx^* + \varphi_D^* && \text{pe CD} \\
 \varphi^*(x^*) &= \int_F^{x^*} v_x^* dx^* + \varphi_F^* && \text{pe EF} \\
 \varphi^*(x^*) &= \int_G^{x^*} v_x^* dx^* + \varphi_G^* && \text{pe KG}_{\text{inferior}} \\
 \varphi^*(x^*) &= \int_G^{x^*} v_x^* dx^* + \varphi_G^* - \Gamma^{v^*} && \text{pe KG}_{\text{superior}} \\
 \varphi^*(y^*) &= \int_0^{y^*} v_y^* dy^* && \text{pe HG} \\
 \varphi^*(y^*) &= \int_G^{y^*} v_y^* dy^* + \varphi_G^* - \Gamma^{v^*} && \text{pe GF} \\
 \varphi^*(y^*) &= \int_A^{y^*} v_y^* dy^* + \varphi_A^* && \text{pe AC}
 \end{aligned} \tag{3.139}$$

$$\begin{aligned}
 \text{unde: } \varphi_J^* &= \varphi_I^* + \int_I^J \overrightarrow{v^*} \cdot \overrightarrow{ds^*} \\
 \varphi_D^* &= \varphi_E^* + \int_E^D \overrightarrow{v^*} \cdot \overrightarrow{ds^*}
 \end{aligned} \tag{3.140}$$

În locul condițiilor la limită (3.139), pot fi folosite și variante, în sensul că, pe unele părți ale frontierei exterioare a domeniului de analiză, pot fi puse condiții la limită naturale. Astfel, din legătura (3.79), pot fi determinate derivatele normale $\partial\varphi^* / \partial x^*$ și $\partial\varphi^* / \partial y^*$:

$$\begin{aligned} \partial\varphi^* / \partial x^* &= \partial\varphi^* / \partial y^* && \text{pe AC și FH} \\ \partial\varphi^* / \partial y^* &= - \partial\varphi^* / \partial x^* && \text{pe AJ, IH, CD și EF} \end{aligned} \quad (3.141)$$

Dacă se folosesc numai condiții la limită naturale, matricea sistemului global este singulară. Din acest motiv, într-un punct (de exemplu în H) se pune o condiție la limită esențială, de exemplu $\varphi = 0$.

3.3.5 Metoda elementului finit

Va fi folosită forma adimensională și se va renunța la notarea cu asterisc.

3.3.5.1 Funcția de curent

Mărimea vitezei este:

$$v = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} \quad (3.142)$$

sau, raportată la viteza de calcul v_∞ , dată de:

$$\bar{v}_\infty = 1/2 (\bar{v}_0 + \bar{v}_3) \quad (3.143)$$

$$\bar{v} = v v_\infty^{-1} \quad (3.144)$$

Câmpul de presiuni se obține din teorema lui Bernoulli:

$$p - p_0 = 1/2 \rho (v_0^2 - v^2) \quad (3.145)$$

sau, raportată la $2 \rho^{-1} v_\infty^{-2}$:

$$\bar{p} = (p - p_0) 2 \rho^{-1} v_\infty^{-2} = v_0^2 v_\infty^{-2} - \bar{v}^2 \quad (3.146)$$

3.3.5.2 Potențialul vitezei

Termenii liberi dați de (3.148) vorfi:

$$\begin{aligned} F_N^T &= 1/3 \begin{bmatrix} v_y^1 + 1/2 v_y^2 & 1/2 v_y^1 + v_y^2 \end{bmatrix} && \text{pe AJ și IH} \\ F_N^T &= - 1/3 \begin{bmatrix} v_y^1 + 1/2 v_y^2 & 1/2 v_y^1 + v_y^2 \end{bmatrix} && \text{pe CD și EF} \\ F_N^T &= 1/2 [1 \quad 1] && \text{pe AC} \\ F_N^T &= - 1/2 [1 \quad 1] && \text{pe FH} \end{aligned} \quad (3.147)$$

3.4 METODA ELEMENTULUI DE FRONTIERĂ

Metoda elementului de frontieră, pe scurt MEFr (BEM), este o nouă metodă aproximativă de soluționare a problemelor la limită. În esență, această metodă (utilizând o soluție a ecuației omogene asociate sau o soluție fundamentală a ecuației

date) reduce problema la o ecuație integrală pe frontiera domeniului. Prin integrarea acestei ecuații integrale pe frontiera domeniului (de regulă, integrare numerică și care pretinde o discretizare doar a frontierei) se obțin datele necesare, date ce vor permite (prin intermediul unei reprezentări integrale asociate ecuației date) calculul soluției în orice punct al domeniului. Ecuația integrală pe frontieră, pe lângă faptul că micșorează cu o unitate dimensiunea problemei de rezolvat, încorporează și condițiile la limită asociate, pentru care nu vor mai fi necesare relații speciale. În acest ultim context, metoda elementului de frontieră se poate aplica, fără o pregătire prealabilă, și domeniilor infinite, condițiile de la infinit fiind înglobate în ecuația integrală respectivă.

Facilităților enumerate mai sus i se spune obligativitatea construirii explicite a unei soluții a ecuației omogene sau a unei soluții fundamentale. Aceasta va restrânge sfera de aplicativitate a metodei elementului de frontieră, în general la operatori diferențiali cu coeficienți constanți. Totuși, metoda elementului de frontieră se dovedește utilă, și chiar avantajoasă, prin următoarele proprietăți:

1. rezultatele sunt bune chiar și pentru un număr mic de noduri de frontieră;
2. metoda este aplicabilă fără modificări, atât pentru probleme interioare, cât și pentru probleme exterioare, adică domenii nemărginite;
3. reprezentarea integrală a soluțiilor în interiorul domeniului permite obținerea analitică a acestor soluții;
4. adesea, soluția ecuației integrale pe frontieră este legată de anumite mărimi fizice de un deosebit interes: de exemplu, în hidrodinamică, câmpul de viteze și câmpul de presiuni, care vor fi deci implicit calculate.

În privința stabilirii ecuațiilor integrale pe frontieră, care este esența metodei elementului de frontieră în mecanica fluidelor ideale și vâscoase, se pot utiliza: principiul lucrului virtual, teorema Green sau, mai general, exprimarea rezidual ponderată a problemei.

3.4.1 Noțiuni introductive

Fie L un operator diferențial definit pe un anumit spațiu de funcții cu valori în alt (posibil și același) spațiu de funcții. Pentru simplificare vom accepta că acest operator este de tip eliptic și vom considera ecuația diferențială asociată.

$$L(u) = b \quad (3.178)$$

unde atât funcția cunoscută u , cât și funcția dată b , aparținând domeniului respectiv ca domeniului lui L , sunt definite pe un același domeniu spațial Ω cu frontiera Γ . Dacă definim în spațiile de lucru produsul scalar $\langle \alpha, \beta \rangle$, pe Ω prin:

$$\langle \alpha, \beta \rangle = \int_{\Omega} \alpha \beta d\Omega \quad (3.179)$$

atunci, integrând prin părți până ce toate derivatele funcției u sunt eliminate, vom avea produsul scalar (interior):

$$\langle L(u), w \rangle = \int_{\Omega} L(u) w \, d\Omega \quad (3.180)$$

următoarea formă, numită transpusă:

$$\int_{\Omega} L(u) w \, d\Omega = \int_{\Omega} u L^*(w) \, d\Omega + \int_{\Gamma} [S^*(w) G(u) - G^*(w) S(u)] \, d\Gamma \quad (3.181)$$

în care w este o funcție definită pe același Ω și aparținând aceluiași spațiu de funcții căruia aparține L iar u , S și G sunt operatori diferențiali ce apar datorită integrării prin părți. Prin definiție, $S^*(w)$ conține termeni în w rezultați din prima etapă a integrării, iar $S(u)$ conține termenii corespunzători, de același ordin de diferențiabilitate în u .

Forma (3.180) a produsului scalar anticipează că spațiile de lucru vor fi subspații cu anumite proprietăți de diferențiabilitate ale lui $L^2(\Omega)$ sau mai general, ale lui $H^m(\Omega)$, m fiind ales în concordanță cu ordinul operatorului diferențial L .

De asemenea, acceptând că domeniul Ω este nemărginit de frontiera sa Γ , "valorile limită" ale funcțiilor u și a derivatelor sale $\partial^i u / \partial n^i$ în punctele lui Γ (și implicit ale operatorilor S și G) vor fi înțelese în sensul valorilor luate de operatorii următori:

$$T_s : H^m(\Omega) \rightarrow L^2(\Gamma) \quad (3.182)$$

operatori care există, în virtutea teoremei de urmă. Operatorul L^* se numește operator adjunct pentru L . Dacă $L^*=L$, se zice că L este autoadjunct și atunci: $G=G^*$, $S=S^*$.

Proprietatea de a fi autoadjunct este echivalentă cu simetria matricei atașată operatorului respectiv. Scrierea transpusă a operatorului interior de mai sus oferă nu numai posibilitatea de a aprecia dacă operatorul este sau nu autoadjunct, ci și scoaterea în evidență a două tipuri de condiții la limită. Mai precis, dacă $S(u)$ este dat în anumite puncte ale suprafeței Γ , atunci în acele puncte avem condiții pe frontieră (condiții limită) esențiale, iar, dacă operatorul $G(u)$ este dat în puncte ale suprafeței Γ , aceasta generează în punctele respective condiții pe frontieră (condiții la limită) neesențiale sau naturale. Se remarcă, prin intermediul condițiilor pe frontieră, se poate asigura unicitatea soluției problemei considerate. Un operator autoadjunct se zice pozitiv definit dacă:

$$\int_{\Omega} L(u) u \, d\Omega \geq 0 \quad (3.183)$$

pentru toate n puncte din spațiul de lucru, și egal cu zero doar pentru $u=0$.

Fie acum u_0 soluția exactă punctuală a problemei; se consideră:

$$\begin{cases} L(u_0) = b & \text{în } \Omega \\ S(u_0) = s & \text{pe } \Gamma_1 \\ G(u_0) = g & \text{pe } \Gamma_2 \end{cases} \quad \text{cu } \Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \quad (3.184)$$

iar u , este o aproximare a acesteia aparținând, evident, aceluiași spațiu de funcții ca și u_0 . Desigur că, corespunzător aproximării făcute, putem avea atât un "reziduu" sau o "eroare" legată de satisfacerea ecuației, adică:

$$R = L(u) - b \neq 0 \quad (3.185)$$

cât și "reziduuri" sau "erori" în satisfacerea condițiilor la limită esențiale:

$$R_1 = S(u) - s \neq 0 \quad \text{pe } \Gamma_1 \quad (3.186)$$

cât și a condițiilor la limită naturale:

$$R_2 = G(u) - g \neq 0 \quad \text{pe } \Gamma_2 \quad (3.187)$$

Scopul oricărui procedeu sau metode de aproximare este, evident, de a face cât se poate de mici aceste erori. După menirea în care acest lucru se realizează pot fi corespunzător, diferite tipuri de metode de aproximare:

1. Astfel, considerând o funcție pondere w în ipoteza că funcția de aproximare u satisface de la început toate condițiile la limită ale problemei, adică:

$$R_1 = R_2 = 0 \quad (3.188)$$

singura eroare R , ar putea fi obligată să satisfacă cerința:

$$\langle R, w \rangle = \int_{\Omega} R w \, d\Omega = 0 \quad (3.189)$$

pentru u aparținând unei clase de funcții date. Aceasta ar reveni la o satisfacere în "medie" a ecuației inițiale în raport cu ponderea u , iar metoda de aproximare ar fi tocmai metoda reziduurilor ponderate.

Desigur, metoda momentelor sau chiar metoda originală Galerkin sunt cazuri particulare, ultima solicitând ca funcția pondere w să aparțină aceleiași mulțimi de funcții ca și funcția de aproximare u .

2. Dacă am pretinde ca reziduuul R să fie nul în anumite puncte date sau pe anumite subdomenii Ω_i ale lui Ω , obținem metoda colocației punctuale sau pe subdomenii, metodă care generalizează și clasică metodă a diferențelor finite.

3. Evident că, în condițiile în care funcția de aproximare nu satisface condițiile la limită esențiale $R_1 \neq 0$ sau pe cele naturale $R_2 \neq 0$ sau nici pe unele dintre acestea $R_1 \neq 0$, $R_2 \neq 0$, se impun cerințe asemănătoare de satisfacere, într-un anumit sens "în medie", a condițiilor pe frontieră amintite. Mai precis, ar trebui ca, în raport cu funcția pondere w , să aibă loc:

$$\langle R_1, G(w) \rangle = \int_{\Gamma_1} [S(u) - s] G(w) \, d\Gamma = 0 \quad (3.190)$$

sau (și):
$$\langle R_2, w \rangle = \int_{\Gamma_2} [G(u) - g] w \, d\Gamma = 0 \quad (3.191)$$

Ar fi deci natural ca, în locul problemei inițiale, să se considere ca punct de plecare în construirea aproximării, de pildă, următoarea ecuație ponderată unică:

$$\langle R, w \rangle = - \langle R_1, G(w) \rangle + \langle R_2, w \rangle \quad (3.192)$$

De fapt, la această ecuație se poate ajunge dacă se pleacă de la ecuația (5.12) și o dată apăruiți operatorii S și G în cadrul integrării prin părți, se caută să se impună aproximării u , condițiile $S(u) = s$ sau $G(u) = g$.

Se verifică prin calcul direct drumul invers integrării prin părți, că această nouă aproximare conduce la ecuația ponderată de mai sus, ecuație de mare valoare, practică în special în cadrul metodei elementului de frontieră, când:

$$L(u) = 0 \quad \text{sau} \quad L^*(w) = 0 \quad \text{pe } \Omega \quad (3.193)$$

În cele ce urmează, pentru a lărgi sfera aproximărilor posibile vom căuta ca, pe de o parte, să slăbim condițiile de regularitate asupra funcției de aproximare u , ceea ce va înțări corespunzător cerințele asupra funcției pondere w , iar pe de altă parte, să încercăm satisfacerea exactă a ecuației sau adjunctei sale, cu prețul verificării, doar aproximative, a condițiilor la limită. Această cale va conduce, în final, la metoda elementului de frontieră, M.E.Fr.

3.4.2 Formularea originală, slabă și inversă

Dacă am integra prin părți $\int_{\Omega} R w d\Omega$ am putea obține, într-o primă fază și în ipoteza că L este un operator diferențial de ordin par $m = 2k$:

$$\int_{\Omega} R w d\Omega = - \int_{\Omega} D(u) D^*(w) d\Omega - \int_{\Omega} b w d\Omega + \int_{\Gamma} S^*(w) G(u) d\Gamma_2 \quad (3.194)$$

unde $D(u)$ și adjunctul său $D^*(w)$ sunt operatori diferențiali de același ordin K , evident inferior ordinului m al lui L .

1. Abordând problema propusă prin această exprimare a produsului interior $\langle R, w \rangle$, soluția aproximării u trebuie să aibă un ordin de continuitate mai scăzut (K) față de formularea inițială, în timp ce funcția pondere w (inițial doar din L^2) trebuie să fie și ea de același ordin de continuitate K . Aceasta ar conduce la așa-numita formulare slabă a ecuației problemei, formulare care este la originea metodei elementului finit (tehnicii Galerkin), precum și a metodelor rezidual ponderate slabe.

2. Dacă în plus, s-ar continua operația de integrare prin părți până la eliminarea completă a derivatelor funcției u din integralele pe Ω , desigur în detrimentul funcției pondere w , care "preia" derivatele respective, se va ajunge la așa-numita formulare inversă a ecuației problemei, în cadrul căreia se obține deci, pentru $\langle R, w \rangle$, expresia:

$$\int_{\Omega} R w d\Omega = \int_{\Omega} u L^*(w) d\Omega - \int_{\Omega} b w d\Omega + \int_{\Gamma} [S^*(w) G(u) - G^*(w) S(u)] d\Gamma \quad (3.195)$$

Această ultimă formulare, care reduce drastic cerințele de regularitate asupra funcției u , va fi la originea metodelor tehnicilor elementului de frontieră. Este evident că orice soluție u a ecuației inițiale $\langle R, w \rangle = 0$, va fi și o soluție a aceleiași ecuații în formularea slabă sau inversă, reciproca nefiind întotdeauna adevărată.

Dacă în formularea slabă sau inversă se impun condiții suplimentare $S(u) = s$ sau/și $G(u) = g$, se ajunge la exprimări sinonime cu ecuația (3.189), în ipoteza că aproximarea u este suficient de regulată pentru ca și reciproca amintită mai sus să fie adevărată. Astfel, se poate spune că metoda elementului de frontieră este corelată cu formularea inversă a ecuației ponderate.

Într-adevăr, dacă celelalte metode construiau funcții care aproximează soluția căutată în domeniul Ω , dar care satisfăceau exact condițiile pe frontiera Γ (sau cel

puțin o parte din ele), în metoda elementului de frontieră se procedează invers: se aleg soluții exacte pentru operatorul diferențial sau adjunctul său și se caută, cu ajutorul acestora, să se satisfacă aproximativ condițiile pe frontieră. Mai precis, această metodă poate urma una dintre căile:

1⁰ când funcțiile de aproximare u sunt alese astfel încât ele să satisfacă identic ecuația $L(u)=0$, evident că dacă u și w aparțin aceleiași clase de funcții, înseamnă că și pentru funcția pondere w vom avea $L(w)=0$, acesta este cazul așa-numitei metode Trefftz.

2⁰ când doar funcția pondere satisface ecuația $L^*(w) = 0$ sau:

$$L^*(w) = \delta\chi_i - \chi \quad (3.196)$$

soluție fundamentală a operatorului L^* , χ_i fiind un punct fixat din Ω ; în cazul autoadjunct avem, evident, și $L(w)=0$ sau:

$$L(w) = \delta\chi_i - \chi \quad (3.197)$$

aceasta este calea care conduce la metoda elementului de frontieră propriu-zisă.

Se presupune că operatorul $L \equiv \nabla^2$, operator evident autoadjunct, iar condițiile la limită atașate ecuației:

$$\nabla^2 u_0 - b = 0 \quad (3.198)$$

$$\text{sunt: } u_0 = \bar{u} \quad \text{pe } \Gamma_1 \text{ esențiale (Dirchlet)} \quad (3.199)$$

$$q_0 = \partial u_0 / \partial n \quad \text{pe } \Gamma_2 \text{ naturale (Neuman)} \quad (3.200)$$

frontiera Γ a lui Ω fiind $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$.

Dacă soluția exactă u_0 a acestei probleme se aproximează prin u și, evident, q_0 prin $q = \partial u / \partial n$, vom avea alături de reziduul:

$$R = \nabla^2 u - b \quad \text{în } \Omega \quad (3.201)$$

$$\text{și reziduurile pe frontieră: } R_1 = u - \bar{u} \quad \text{pe } \Gamma_1 \quad (3.202)$$

$$R_2 = q - \bar{q} \quad \text{pe } \Gamma_2 \quad (3.203)$$

Considerând atunci ecuația ponderată:

$$\langle R, w \rangle = - \langle R_1, G(w) \rangle + \langle R_2, w \rangle \quad (3.204)$$

ecuație sinonimă cu impunerea pentru aproximarea condițiilor $u = \bar{u}$ pe Γ_1 și $q = \bar{q}$ pe Γ_2 , aceasta va conduce la:

1 - formularea originală:

$$\int_{\Omega} (\nabla^2 u - b) w \, d\Omega = \int_{\Gamma_2} (q - \bar{q}) w \, d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (u - \bar{u}) \partial w / \partial n \, d\Gamma \quad (3.205)$$

care este punctul de plecare pentru metoda originală Galerkin, când funcțiile pondere w aparțin aceleiași clase ca și aproximarea u , precum și a metodei reziduurilor ponderate și, implicit, a metodei diferențelor finite, când funcțiile u și w aparțin unor clase diferite;

2 - formularea slabă:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x_k} \frac{\partial w}{\partial x_k} d\Omega - \int_{\Omega} b w d\Omega = - \int_{\Gamma_2} \bar{q} w d\Gamma + \int_{\Gamma_2} q w d\Gamma - \int_{\Gamma_1} (u - \bar{u}) \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma \quad (3.206)$$

care este punctul de plecare a metodei elementului finit (tehnicii Galerkin), când funcțiile u și w aparțin aceleiași clase (ceea ce conduce la matrici simetrice) și a formulărilor rezidual ponderate slabe, în cazul când u și w aparțin unor clase diferite;

3 - formularea inversă:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (\nabla^2 w) u d\Omega - \int_{\Omega} b w d\Omega = & - \int_{\Gamma_2} \bar{q} w d\Gamma + \\ & + \int_{\Gamma_2} q w d\Gamma - \int_{\Gamma_2} u \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_2} \bar{u} \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma \end{aligned} \quad (3.207a)$$

care este originea metodei Trefftz - când u și w sunt elemente ale aceleiași clase de funcții - și a metodei elementului de frontieră atunci când u și w aparțin unor clase diferite.

Rămânând acum în cadrul formulării inverse, dacă funcția u este aleasă astfel încât $\nabla^2 u \equiv b$ în Ω și aceleași funcții sunt utilizate și pentru w ($\nabla^2 w \equiv b$ în Ω), atunci din formularea inversă ajungem la următoarea ecuație integrală pe frontieră:

$$- \int_{\Gamma_2} \bar{u} \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_2} u \frac{\partial w}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_1} q w d\Gamma - \int_{\Gamma_1} \bar{q} w d\Gamma = 0 \quad (3.207b)$$

Această ecuație este punctul de plecare al metodei datorată lui Trefftz. La aceste se poate ajunge și direct, fără formularea inversă, dacă se folosește teorema lui Green sub forma:

$$\int_{\Omega} (u \Delta^2 w - w \Delta^2 u) d\Omega = \int_{\Gamma_1} (\bar{u} \frac{\partial u}{\partial n} w - u \frac{\partial w}{\partial n}) d\Gamma = 0 \quad (3.208)$$

și pe frontiera Γ se impun condițiile: $u = \bar{u}$ pe Γ_1 și $q = \bar{q}$ pe Γ_2 .

În cazul în care u și w aparțin unor clase diferite, dar $\nabla^2 w = 0$ sau $\nabla^2 w = \delta_{x_i - x_j}$, formularea inversă va conduce la un ansamblu de relații pe frontieră, care permit determinarea aproximării u prin satisfacerea cerințelor pe frontieră și implicit, construirea a priori a soluției aproximative a problemei în orice punct al domeniului. Această manieră de lucru va fi detaliată în continuare.

3.4.3 Elementul de frontieră pentru probleme potențiale

În cele ce urmează se va dezvolta metoda elementului de frontieră în cazul problemelor potențiale fără evoluție, adică în cazul problemelor generate de ecuația Laplace sau Poisson, pentru cazurile bidimensional și tridimensional.

Încă din 1903, Fredholm a introdus aparatul ecuațiilor integrale, în scopul studierii existenței și unicității problemelor la limită fundamentale ale potențialului.

Respectivele ecuații integrale care se obțin prin încercarea de a reprezenta soluțiile problemei la limită, prin potențiale de simplu strat sau potențiale de dublu strat, care reprezintă chiar fundamentarea teoretică a așa-numitei metode sau formulări indirecte a elementului de frontieră.

3.4.3.1 Elemente de teoria potențialului

Fie Ω un domeniu și Γ o suprafață regulată de clasă C^2 din spațiul R^3 . Pentru un domeniu Ω din R^n , mărginit de o suprafață Γ din R^n de dimensiune $n-1$, se zice că suprafața Γ este de clasă C^j , dacă există un număr finit de puncte $\tilde{x}_1 \dots \tilde{x}_k$ de pe Γ și corespunzător, există k sfere închise n -dimensionale $\overline{B}_{\rho_i}(\tilde{x}_i)$, $i=1, \dots, k$, unde ρ_i este raza sferei de centru \tilde{x}_i , astfel încât sunt satisfăcute următoarele cerințe:

1. fiecare punct x de pe Γ să aparțină cel puțin unei sfere;
2. orice secțiune

$$\Gamma_i = \Gamma \cup \overline{B}_{\rho_i}(\tilde{x}_i) \quad (3.209)$$

admite o reprezentare de forma:

$$\eta = \varphi_i(\xi) \quad (3.210)$$

unde: $(\xi, \eta) = (\xi_1, \dots, \xi_{n-1}, \eta)$ (3.211)

sunt coordonatele carteziene cu centrul în punctul \tilde{x}_i și având ca axă $O\eta$, normală la suprafața Γ ;

3. funcțiile $\varphi_i(\xi)$ sunt continue și derivabile continuu de j ori.

Fie, de asemenea, $\sigma(\xi)$ și $\mu(\xi)$ două densități de suprafață, definite pe Γ și satisfăcând condiții de tip Hölder. Prin potențial de simplu strat asociat suprafeței Γ și unei distribuții de surse pe Γ de densitate se înțelege:

$$u(x) = \int_{\Gamma} \sigma(\xi) 1/r(\xi, x) d\Gamma(\xi) \quad (3.212)$$

în timp ce, printr-un potențial de dublu strat asociat cuplului $(\Gamma, \mu(\xi))$, se înțelege:

$$u(x) = \int_{\Gamma} \mu(\xi) \partial(1/r(\xi, x))/\partial n(\xi) d\Gamma(\xi) \quad (3.213)$$

unde: $r = |\xi - x|$ (3.214)

iar prin $n(\xi)$, normala exterioară pe Γ în punctul ξ ; apelativul de "exterior" este corelat cu domeniul exterior Ω_e care, împreună cu domeniul interior Ω_i , sunt cele două domenii delimitate de suprafața Γ .

Observăm că aceste potențiale sunt construite cu ajutorul soluției fundamentale a ecuației lui Laplace, $1/r$, în cazul tridimensional și că ele definesc funcții în x , continue și derivabile de orice ordin, peste tot în Ω , cu excepția punctelor $x \in \Gamma$, unde integranții conțin singularități.

Dacă în ceea ce privește potențialul de simplu strat, el va fi chiar continuu peste tot în Ω (în ciuda singularității slabe pe care o prezintă integratul său în $x = \xi$),

potențialul de dublu strat va fi discontinuu la "traversarea", pe un drum ne-tangent al suprafeței Γ . Notând prin $u^+(x)$, respectiv $u^-(x)$ valorile limită luate de acest potențial (după cum apropierea s-a făcut din domeniul interior Ω_i , respectiv cel exterior Ω_e), de valori:

$$u^+(x) = -2 \pi \mu(x) + \int_{\Gamma} \mu(\xi) \frac{\partial(1/r(\xi, x))}{\partial n(\xi)} d\Gamma(\xi) , \quad (3.215)$$

respectiv:
$$u^-(x) = 2 \pi \mu(x) + \int_{\Gamma} \mu(\xi) \frac{\partial(1/r(\xi, x))}{\partial n(\xi)} d\Gamma(\xi) , \quad (3.216)$$

adică potențialul de dublu strat are o discontinuitate (un salt) egală cu:

$$-4 \pi \mu(x) = u^+(x) - u^-(x) \quad (3.217)$$

rezultatul lui Picard-Plemelj-Privaloff.

Și derivația în direcția normalei exterioare a potențialului de simplu strat va satisface unele condiții de salt identice, aceasta fiind un potențial de dublu strat.

Potențialul de simplu strat va fi o funcție continuă peste tot în Ω , în timp ce formulele de salt sunt acum:

$$u^+(x) = -\pi \mu(x) + \int_{\Gamma} \mu(\xi) \frac{\partial}{\partial n(\xi)} \left(\ln \frac{1}{r(\xi, x)} \right) d\Gamma(\xi) , \quad (3.218)$$

și
$$u^-(x) = \pi \mu(x) + \int_{\Gamma} \mu(\xi) \frac{\partial}{\partial n(\xi)} \left(\ln \frac{1}{r(\xi, x)} \right) d\Gamma(\xi) , \quad (3.219)$$

adică:
$$u^+(x) - u^-(x) = -2 \pi \mu(x) \quad (3.220)$$

3.4.3.2 Metoda indirectă a metodei elementului de frontieră

Să considerăm ecuația lui Laplace în domeniul Ω , adică:

$$\nabla^2 u(x) = 0, \quad x \in \Omega, \quad (3.221)$$

cu condiții la limită de tip Dirichlet:
$$u(x) = \bar{u}(x) \quad \text{pe } \Gamma_1 \quad (3.222)$$

și de tip Neumann:
$$q(x) = \partial u(x) / \partial n = \bar{q}(x) \quad \text{pe } \Gamma_2, \quad (3.223)$$

unde n este versorul normalei exterioare la suprafața $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, iar \bar{u} și \bar{q} sunt valorile date ale soluției căutate $u(x)$ și ale derivatei sale în direcția normalei exterioare $\partial u(x) / \partial n$ pe suprafața Γ .

Dacă $\Gamma_1 \equiv \Gamma$ avem o problemă Dirichlet, iar dacă $\Gamma_2 \equiv \Gamma$ avem o problemă Neumann. Cazul mixt $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ fiind cunoscut în literatură drept cazul Poincaré, Cauchy sau Rubin.

În toate cazurile amintite mai sus, se poate obține pentru soluția problemei o ecuație integrală de tip Fredholm. Pentru aceasta, respectiva soluție se caută sub forma unui potențial de simplu strat (cazul Neumann) sau de dublu strat (cazul Dirichlet), potențiale generate de o distribuție continuă de surse de densitate

necunoscută a priori pe Γ . Utilizând, apoi condițiile la limită date, se stabilește ecuația integrală căutată pentru densitatea necunoscută. O dată determinată această densitate (numeric, în marea majoritate a cazurilor) prin însăși formula de reprezentare a soluției problemei sub forma unui potențial, se poate determina această soluție în orice punct al domeniului Ω .

A. Astfel, în cazul problemei Neumann, soluția se poate căuta sub forma:

$$u(x) = \int_{\Gamma} \sigma(\xi) u^*(\xi, x) d\Gamma(\xi), \quad x \in \Omega, \quad (3.224)$$

unde $u^*(\xi, x)$, este soluția fundamentală a ecuației lui Laplace.

Luând derivata în direcția normalei exterioare la Γ și făcând pe x să tindă către Γ , obținem (în virtutea formulelor de salt pentru derivata normală a potențialului de simplu strat și considerând pe $\Omega \equiv \Omega_e$):

$$\bar{q}(x) = -\alpha \pi \sigma(x) + \int_{\Gamma} \sigma(\xi) \partial u^*(\xi, x) / \partial n(x) d\Gamma(\xi) \quad x \in \Gamma, \quad (3.225)$$

unde: $\alpha=1$ pentru probleme bidimensionale și $\alpha=2$ pentru probleme tridimensionale.

Rezolvând această ecuație Fredholm de speța a doua în necunoscuta $\sigma(\xi)$ și apoi utilizând reprezentarea lui $u(x)$ printr-un potențial de simplu strat de necunoscută $\sigma(\xi)$, se determină soluția u a problemei în orice punct din Ω . Este important de notat că ecuația de mai sus are o soluție doar dacă condiția lui Gauss:

$$\int_{\Gamma} q(x) d\Gamma(\xi) = 0 \quad (3.226)$$

are loc și această soluție este unică, abstracție făcând de o constantă aditivă.

B. În cazul problemei Dirichlet, maniera clasică de obținere a ecuației integrale atașate, pretinde o exprimare, pentru soluția u , printr-un potențial de dublu strat de densitate necunoscută $\mu(\xi)$, adică:

$$u(x) = \int_{\Gamma} \mu(\xi) \partial u^*(\xi, x) / \partial n(\xi) d\Gamma(\xi) \quad x \in \Omega. \quad (3.227)$$

Făcând, din nou, pe x să tindă către un punct al lui Γ și folosind condiția la limită pe Γ , formulele de salt ne dau (cazul $\Omega \equiv \Omega_e$):

$$\bar{u}(x) = -\alpha \pi \mu(x) + \int_{\Gamma} \mu(\xi) \partial u^*(\xi, x) / \partial n(\xi) d\Gamma(\xi) \quad x \in \Gamma \quad (3.228)$$

Aceasta este, din nou o ecuație integrală Fredholm de speța a doua, a cărei integrare va permite determinarea densității $\mu(\xi)$ și implicit a soluției u în punctele domeniului Ω .

Deoarece:

$$u(\xi, x) = u(x, \xi) \quad (3.229)$$

ecuațiile integrale pentru cele două probleme, se spun că au nucleele adjuncte.

Această observație va facilita studiul global al existenței și unicității soluției lor și implicit a problemelor la limită arătate.

Remarcăm că soluția problemei Dirichlet, se putea căuta și sub forma unui potențial de simplu strat:

$$u(x) = \int_{\Gamma} \sigma(\xi) u^*(\xi, x) d\Gamma(\xi), \quad x \in \Omega, \quad (3.230)$$

ceea ce ar conduce, în virtutea continuității acestui potențial, la următoarea ecuație integrală în densitatea necunoscută $\sigma(\xi)$:

$$\bar{u}(x) = \int_{\Gamma} \sigma(\xi) u^*(\xi, x) d\Gamma(\xi), \quad x \in \Gamma, \quad (3.231)$$

Aceasta este o ecuație integrală Fredholm de speța întâi, care în general (pentru nuclee ne-singulare), poate conduce prin discretizare, la sisteme algebrice "rău-puse". În cazul nostru, concret, singularitatea nucleului asigură "dominația" diagonală a sistemului algebric, calitate esențială în rezolvarea numerică a sistemelor algebrice și pe care o au toate sistemele obținute din ecuații Fredholm de speța a doua.

Formularea indirectă prezintă un dezavantaj conceptual, în sensul că se introduc distribuții formale de surse care nu au o relație directă cu sensul concret al problemei considerate. Acest dezavantaj va fi depășit de formularea directă a metodei elementului de frontieră, unde valorile funcției și ale derivatei sale normale pe Γ vor juca rolul densităților de surse ce permit determinarea lui u peste tot în Ω .

3.4.3.3 Metoda directă a elementului de frontieră

Pentru formularea directă a metodei elementului de frontieră, deși am putea folosi ca punct de plecare identități (teoreme) Green sau principiul lucrului virtual, vom pleca de la formularea rezidual ponderată a problemei. Avantajul folosirii tehnicilor rezidual ponderate constă în generalitatea lor. Mai precis, ele permit o extensie directă a metodei pentru rezolvarea unor și mai complexe ecuații cu derivate parțiale și în același timp, sunt folosite și pentru alte tehnici numerice clasice, de exemplu în metoda elementului finit, va fi mai ușoară raportarea sau chiar combinarea metodei elementului de frontieră cu aceste alte metode numerice.

Să considerăm, din nou, problema guvernată de ecuația lui Laplace în domeniul Ω de frontieră Γ , adică:

$$\nabla^2 u(x) = 0, \quad \text{în } \Omega, \quad (3.232)$$

$$\text{cu condițiile la limită: } u(x) = \bar{u}(x) \text{ pe } \Gamma_1 \text{ și} \quad (3.233)$$

$$q(x) = \bar{q}(x) \text{ pe } \Gamma_2, \quad \text{unde, } \Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2. \quad (3.234)$$

Eroarea introdusă prin introducerea lui u și q cu soluții aproximative ar putea fi minimizată, folosind următoarea exprimare rezidual ponderată (formulare originală):

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \nabla^2 u(x) u^*(\xi, x) d\Omega(x) = \\ & = \int_{\Gamma_2} [q(x) - \bar{q}(x)] u^*(\xi, x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma_1} [u(x) - \bar{u}(x)] q^*(\xi, x) d\Gamma(x), \end{aligned} \quad (3.235)$$

unde, funcția pondere u^* este soluția fundamentală a ecuației lui Laplace, iar:

$$q^*(\xi, x) = \partial u^*(\xi, x) / \partial n(x) \quad (3.236)$$

Dacă se integrează prin părți o dată în raport cu x_i , membrul stâng al lui (3.234), se obține formularea slabă:

$$\begin{aligned} -\int_{\Omega} \frac{\partial u(x)}{\partial x_i(x)} \frac{\partial u^*(\xi, x)}{\partial x_i(x)} d\Omega(x) = -\int_{\Gamma_1} q(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) - \\ -\int_{\Gamma_2} \bar{q}(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) - \int_{\Gamma_1} [u(x) - \bar{u}(x)] q^*(\xi, x) d\Gamma(x), \end{aligned} \quad (3.237)$$

unde: $i = 1, 2, 3$ (în primul membru aplicându-se convenția de însumare a indicilor).

Integrând încă o dată prin părți, se va obține, în sfârșit, formularea inversă:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla^2 u^*(\xi, x) u(x) d\Omega(x) = -\int_{\Gamma_1} q(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) = \\ -\int_{\Gamma_2} \bar{q}(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma_2} u(x) q^*(\xi, x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma_1} \bar{u}(x) q^*(\xi, x) d\Gamma(x) \end{aligned} \quad (3.238)$$

Prin această ultimă exprimare rezidual ponderată, formularea inversă va reprezenta adevăratul punct de plecare în obținerea așa-numitei formulări directe a metodei elementului de frontieră.

În cele ce urmează, pentru simplificarea scrierii, se consideră în locul acestei ultime exprimări formularea mai generală:

$$\int_{\Omega} \nabla^2 u^*(\xi, x) u(x) d\Omega(x) = -\int_{\Gamma} q(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) + \int_{\Gamma} u(x) q^*(\xi, x) d\Gamma(x) \quad (3.239)$$

Dar deoarece:

$$\nabla^2 u^*(\xi, x) = -2\alpha\pi\delta_{\xi-x} \quad (3.240)$$

unde: $\alpha=1$ pentru probleme bidimensionale și $\alpha=2$ pentru cele tridimensionale, se obține:

$$2\alpha\pi u(\xi) + \int_{\Gamma} u(x) q^*(\xi, x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} q(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) \quad (3.241)$$

Această ultimă ecuație arată că o funcție armonică poate fi exprimată prin suprapunerea unui potențial de simplu strat de densitate $q / 2\alpha\pi$ și un potențial de dublu strat de densitate $-u / 2\alpha\pi$. Dacă punctul ξ tinde acum către un punct al frontierei, atunci, acceptând că $u(x)$ satisface o condiție Hölder în punctele frontierei, vom fi conduși la o ecuație integrală pe frontieră de forma:

$$c(\xi) u(\xi) + \int_{\Gamma} u(x) q^*(\xi, x) d\Gamma(x) = \int_{\Gamma} q(x) u^*(\xi, x) d\Gamma(x) \quad (3.242)$$

Ecuația obținută furnizează o legătură între u și q pe Γ , legătură care exprimă și o condiție de compatibilitate a datelor pe frontieră.

Dacă se cere soluția unei probleme Neumann ($\Gamma \equiv \Gamma_2$), membrul drept al acestei ecuații este cunoscut și avem de rezolvat, pentru determinarea valorilor necunoscute pe frontieră ale funcției u , o ecuație Fredholm de speța a doua.

Dacă se cere soluția unei probleme Dirichlet ($\Gamma \equiv \Gamma_1$), vom obține o ecuație Fredholm de speța întâi pentru valorile necunoscute ale derivatei normale q .

În privința coeficientului $c(\xi)$, limitându-ne la cazul bidimensional, acesta va fi egal cu π , dacă ξ este un punct aparținând unei porțiuni netede a lui Γ și egal cu:

$$\pi + \alpha_1 - \alpha_2 \quad (3.243)$$

dacă ξ este un punct unghiular încadrat de două porțiuni netede ale frontierei Γ a căror normală exterioară formează unghiurile α_1 , respectiv α_2 cu axa $O1$.

Pentru obținerea acestui rezultat este suficient de a considera în punctul ξ o porțiune de circumferință Γ_ε de rază ε (fig.3.10) și folosind (3.241) formula de salt a potențialului de dublu strat, după care se face $\varepsilon \rightarrow 0$, rezultă:

$$\begin{aligned} c(\xi) &= 2\pi + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial}{\partial n(x)} \left(\ln \frac{1}{r(\xi, x)} \right) d\Gamma(x) = \\ &= 2\pi - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{1}{\varepsilon} \varepsilon d\alpha = \pi + \alpha_1 - \alpha_2 \end{aligned} \quad (3.244)$$

O dată rezolvată ecuația integrală pe frontieră (3.242), valorile funcției u în orice punct interior $\xi \in \Omega$ pot fi calculate utilizându-se ecuația (3.240). Mai mult, chiar și derivatele parțiale ale lui u în punctul ξ , în raport cu coordonatele x_i , $i = 1, 2, 3$, dacă se cer, vor putea fi calculate prin ecuația:

$$\frac{\partial u(\xi)}{\partial x_i(\xi)} = \frac{1}{2\pi\alpha} \left[\int_{\Gamma} q(x) \frac{\partial u^*(\xi, x)}{\partial x_i(\xi)} d\Gamma(x) - \int_{\Gamma} u(x) \frac{\partial q^*(\xi, x)}{\partial x_i(\xi)} d\Gamma(x) \right] \quad (3.245)$$

obținută prin derivarea corespunzătoare, sub semnul integralelor, în ecuația (3.240).

În privința rezolvării ecuației integrale pe frontieră (3.240), soluții analitice exacte pot fi obținute doar pentru anumite domenii și date particulare la limită. De aceea, se va căuta în general, o rezolvare numerică a ecuației (3.242), prin reducerea ei la un sistem algebric corespunzător. Această abordare comportă următoarele etape:

- frontiera Γ este discretizată într-o serie de elemente, așa-numitele elemente de frontieră, în care funcția u și derivata sa normală sunt aproximare prin polinoame de interpolare adecvate; geometria elementelor de frontieră se obține utilizând segmente de dreaptă, arce circulare sau de parabolă, etc.;

- utilizând metoda locației, ecuația discretizată în pasul anterior se scrie în anumite noduri particulare (precizate pe fiecare element de frontieră), noduri în care se consideră valorile necunoscute ale funcției u și ale derivatei sale normale q ;

- integralele pe fiecare element de frontieră se efectuează utilizând, în general, o schemă de integrare numerică;

- impunând valorile limită date ale problemei (\bar{u} și \bar{q} în cazul nostru) pe acele elemente unde acestea sunt cunoscute, va rezulta un sistem liniar de ecuații algebrice;

soluția acestui sistem de ecuații, care se poate obține utilizând metode directe sau iterative, furnizează aproximarea soluției u (și a derivatei sale q) și în nodurile în care soluția și derivata ei nu erau cunoscute.

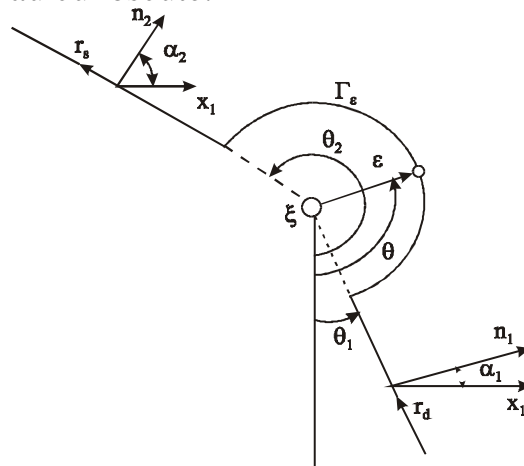


Fig.3.10 Limita frontierei Γ pentru calculul coeficientului $c(\xi)$

O dată obținute valorile lui u și q în toate nodurile frontierei Γ , soluția u se va obține în orice punct interior al domeniului, utilizându-se ecuația (3.240) și o formă de integrare numerică adecvată. Analog, derivatele lui u în orice punct interior vor rezulta printr-o integrare numerică, plecând de la ecuația (3.245).

În continuare se detaliază etapele de mai sus în cadrul problemelor bidimensionale ale lui Dirichlet, Neumann, Poincave (Cauchy, Rabin), atât pentru domenii finite, cât și pentru domenii infinite cu anumite condiții de regularitate la infinit. În cazul domeniilor ne-omogene, constituite însă din sub-domenii omogene, metoda se va aplica pe fiecare din aceste sub-domenii, cu condiții de "compatibilitate" și de "echilibru" între ecuațiile scrise pe sub-domenii învecinate. Pe parcurs se vor face câteva aprecieri și observații și pentru cazul problemelor tridimensionale.

3.5 APLICAȚII ALE METODEI ELEMENTULUI DE FRONTIERĂ ÎN HIDRODINAMICA REȚELOR DE PROFILE AXIALE

3.5.1 Rețele de profile axiale

Pentru a realiza transferul de energie de la lichid la organul rotitor (sau invers) al unei turbo-mașini în ipoteza câmpului de viteză axial atât la intrare, cât și la ieșire, este necesar un organ special paletat - rotund axial. Intersecția lui cu o suprafață de curgere arbitrară (cilindrică la o rază curentă r) desfășurată în plan pune în evidență o rețea plană de profile (sau rețea axială); în fig.3.32. este prezentată o rețea axială de pompă.

Caracteristicile geometrice ale rețelilor axiale de profile sunt:

1 - frontul rețelei, este dreapta ce conține (unește) bordurile de atac ale profilelor;

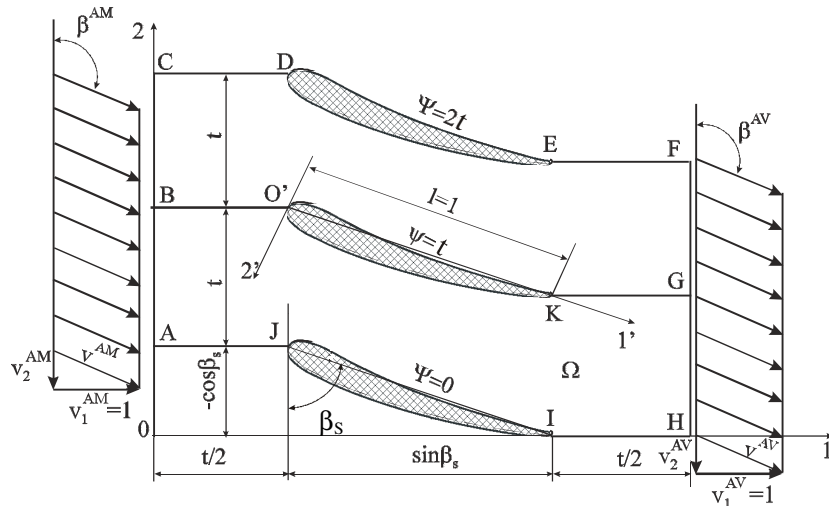


Fig.3.11 Rețea axială de mașină axială reversibilă

2 - unghiul de intrare β_s al rețelei, este unghiul dintre frontul rețelei și coarda profilului;

3 - pasul t al rețelei, este distanța dintre două profile consecutive; la care se adaugă caracteristicile geometrice ale profilului ce generează rețeaua (fig.3.11);

4 - coarda profilului, este segmentul de lungime l care unește bordul de atac A, cu cel de fugă F, al profilului;

5 - scheletul profilului, este locul geometric al cercurilor înscrise în profil (profile MACA); dacă (x_1, x_2^S) sunt coordonatele unui punct de pe schelet, atunci:

$$x_2^S = x_2^S(x_1) \tag{3.246}$$

este funcția de schelet a profilului;

6 - grosimea profilului, este raza unui cerc curent înscris în profil; dacă notăm cu x_2^G mărimea acestei raze, funcția:

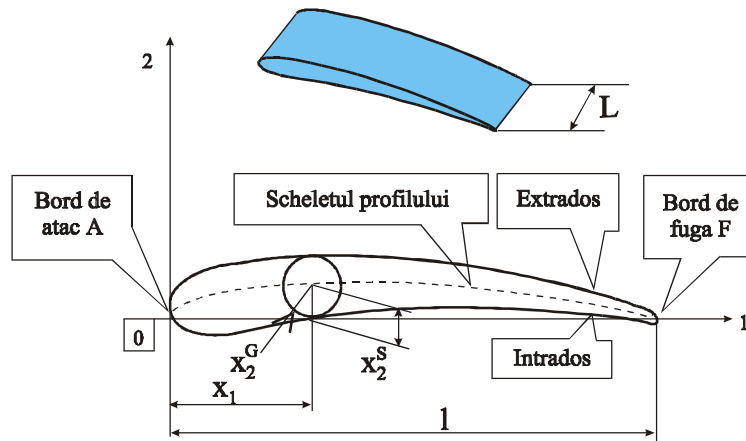


Fig.3.12 Parametrii geometrici ai profilului

$$x_2^G = x_2^G(x_1) \tag{3.247}$$

este funcția de grosime a profilului;

7 - săgeata f a profilului, este valoarea maximă a funcției de schelet:

$$f = x_2^S (x_1)_{\max} \quad (3.248)$$

8 - săgeata relativă C a profilului, este raportul:

$$C = f / l \cdot 100 [\%] \quad (3.249)$$

9 - abscisa săgeții x_1^f , este valoarea lui x_1 în care se realizează săgeata f ;

10 - grosimea maximă d a profilului dublul valorii maxime a funcției de grosime:

$$d = 2 x_2^G (x_1)_{\max} \quad (3.250)$$

11 - grosimea relativă g a profilului, este raportul:

$$g = d / l \cdot 100 [\%] \quad (3.251)$$

12 - abscisa x_1^d a grosimii maxime, este valoarea lui x_1 în care se realizează d ;

13 - extradosu profilului, este partea de frontieră a profilului dintre bordul de atac și cel de fugă, ce are curbura mai mare;

14 - complementara extradosului, ca parte din frontiera profilului, este intradosul; de regulă, pe intrados presiunea este mai mare decât pe extradosu; în anumite situații, rolul acestor părți se poate schimba;

15 - dacă profilul are profunzimea (lățimea) L , se obține o aripă hidrodinamică, iar L se numește anvergura aripii;

16 - forma bordului de fugă al profilului, poate fi: ascuțită (de unghi diedru nul – Jukovski), anguloasă (de unghi diedru nenul – Karman - Trefftz) sau rotunjită (Carafoli) - fig.3.34.

Pentru generalizare se folosește forma adimensională, pentru reprezentarea geometriei profilului și anume în sistemul de coordonate $O1'2'$ (fig.3.13).

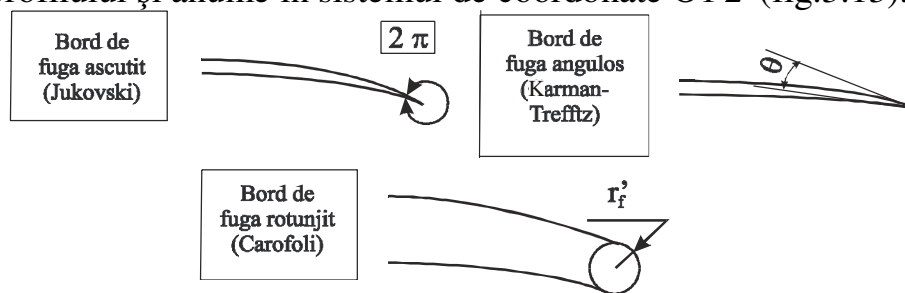


Fig.3.13 Bordul de fugă al profilului

Dacă notăm cu x_i^e , respectiv x_i^i (sau x_i^e) respectiv x_i^i , coordonatele unui punct de pe extradosu, respectiv intradosu, folosind (3.246) și (3.247) se obține:

$$\begin{cases} x_1^e = x_1 - x_2^G \sin \alpha \\ x_2^e = x_2^S - x_2^G \cos \alpha \end{cases} \quad (3.252)$$

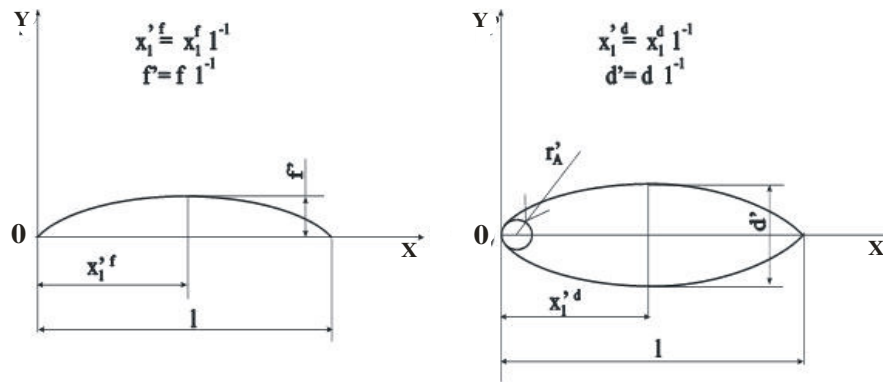


Fig.3.14 Funcțiile de schelet și de grosime în forma adimensională

respectiv:

$$\begin{cases} x_1^i = x_1 + x_2^G \sin \alpha \\ x_2^i = x_2^S - x_2^G \cos \alpha \end{cases} \quad (3.253)$$

cu:

$$\alpha = \arctg dx_2^S / dx_1 \quad (3.254)$$

În cazul unor profile puțin curbate, α dat de relația (3.558) este foarte mic și cu o bună aproximație, se poate scrie:

$$\begin{cases} x_1 = x_1^e - x_2^i \\ 2 x_2^S = x_2^e + x_2^i \\ 2 x_2^G = x_2^e - x_2^i \end{cases} \quad (3.255)$$

3.5.2 Domeniul de analiză. Formularea problemei la limită

Domeniul de analiză este definit de frontierele a două profile învecinate, dispuse la pasul t , iar condițiile pe frontieră în secțiunea de intrare, respectiv secțiunea de ieșire vor fi considerate la $t/2$ de frontul de atac, respectiv de cel de fugă al rețelei (fig.3.15)

Rezolvarea directă a problemei rețelelor axiale înseamnă determinarea mișcării cu circulație în jurul acestor rețele, fiind date geometria rețelei și condițiile cinematice într-o secțiune acceptată de intrare. În plus, problema reclamă o condiție de frontieră suplimentară și anume condiția Kutta-Joukowski-Carafoli, care înseamnă viteză nulă în punctul posterior de stagnare de pe frontieră (în mod obișnuit, bordul de fugă al profilului). Această rezolvare se obține prin soluționarea unei probleme la limită mixte pentru ecuația lui Laplace în funcția de curent.

Periodicitatea câmpului de viteze impune pentru funcția ψ :

$$\psi(x_1, x_2, +kt) = \psi(x_1, x_2) + kt \quad k \in Z \quad (3.256)$$

$$\psi_{/i}(x_1, x_2, +kt) = \psi_{/i}(x_1, x_2) \quad k \in Z \quad (3.257)$$

În consecință, condițiile de frontieră Γ a domeniului Ω vor fi, pentru problema la limită:

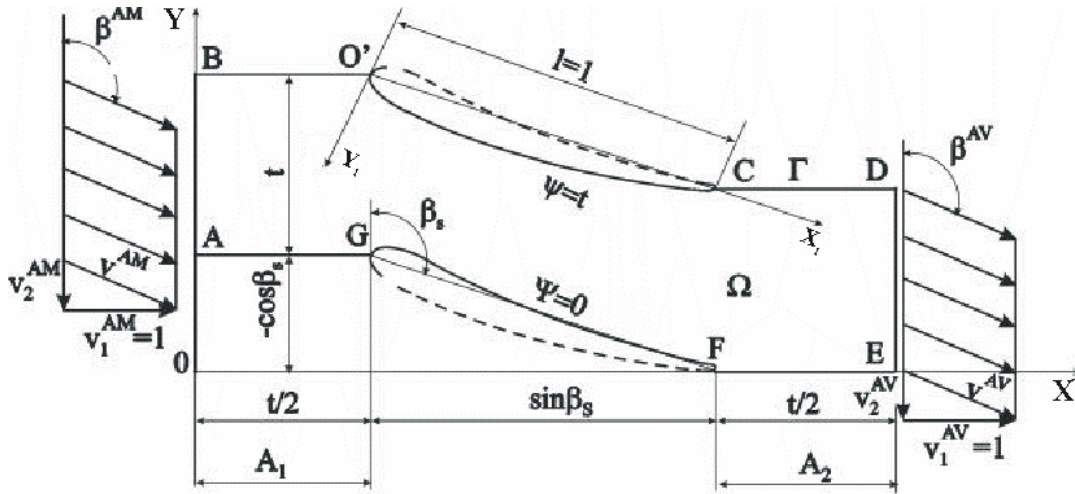


Fig.3.15 Domeniul de analiză pentru o rețea de mașină reversibilă

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = 0 \quad \text{pe GF} \\ \psi = t \quad \text{pe O'C} \\ \psi_{/n} = -\Psi_{/1} = \text{ctg} \beta^{AM} \quad \text{pe AB} \\ \psi_{/n} = \Psi_{/1} = a \quad \text{pe DE} \\ \psi \text{ și } \psi_{/n} \text{ periodice pe AG și BO', respectiv pe FE și CD} \\ \psi_{/n} = 0 \text{ în punctul de posterior de stagnare.} \end{array} \right. \quad (3.258)$$

Acceptând pe AB și DE:

$$v_1^{AM} = v_1^{AV} = 1 \quad (3.259)$$

constanta a, o dată determinată, va defini unghiul de ieșire β^{AV} prin:

$$\beta^{AV} = \text{arctg}(-a) \quad (3.260)$$

3.5.3 Utilizarea metodei elementului de frontieră

Acceptând că mișcarea este potențială, deci guvernată de ecuația (3.256), legătura dintre valorile necunoscute ale funcției ψ și ale derivatei sale normale pe frontieră, este dată de ecuația integrală pe frontieră:

$$\begin{aligned} c(\xi) \psi(\xi) + \int_{\Gamma} \psi(x) [\psi^*(\xi, x)]_{/n} d\Gamma(x) &= \\ &= \int_{\Gamma} [\psi(x)]_{/n} \psi^*(\xi, x) d\Gamma(x) \end{aligned} \quad (3.261)$$

în care $\psi^*(\xi, x)$ este soluția fundamentală a ecuației lui Laplace:

$$\psi^*(\xi, x) = 1/2\pi |1/ r(\xi, x)| \quad (3.262)$$

Dacă discretizăm frontiera Γ , în N elemente Γ_j , forma discretizată a ecuației (3.262) conduce la sistemul algebric:

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} \psi_j = \sum_{j=1}^N G_{ij} [\psi]_j, \quad (3.263)$$

în care, pentru elemente de frontieră liniare:

$$H_{ij} = h_{ij-1}^2 + h_{ij}^1 \quad i \neq j \quad (3.264)$$

$$H_{ii} = - \sum_{i=1, j \neq 1}^N H_{ij} \quad (3.265)$$

$$G_{ij} = g_{ij-1}^2 + g_{ij}^1 \quad i \neq j \quad (3.566)$$

$$G_{ii} = \frac{l_{i-1}}{2} \left[\frac{3}{2} - \ln(l_{i-1}) \right] + \frac{l_i}{2} \left[\frac{3}{2} - (\ln l_i) \right] \quad (3.267)$$

cu:
$$h_{ij}^\alpha = \int_{\Gamma_j} \varphi_\alpha \psi_{/n}^* d\Gamma \quad \alpha = 1, 2 \quad (3.268)$$

$$g_{ij}^\alpha = \int_{\Gamma_j} \varphi_\alpha \psi^* d\Gamma \quad \alpha = 1, 2 \quad (3.269)$$

în care:
$$\varphi_1 = 1(1 - \eta)/2, \quad \varphi_2 = 1(1 + \eta)/2, \quad (3.270)$$

sunt funcțiile liniare de interpolare în coordonate ζ naturale.

Fie m, respectiv n, numărul de intervale pe BO' și AG, respectiv CD și EF. Numărul necunoscutelor este $N+2m+2n+4$. Ca și ecuații, acum pot fi descrise N ecuații de tipul (3.263). Din condițiile de periodicitate (3.256) și (3.257) avem:

- $m+n-2$ relații pentru valorile funcției ψ ,

$$\psi_i^{\text{sus}} = \psi_i^{\text{jos}} + t \quad (3.271)$$

- $m+n-2$ relații pentru derivatele normale,

$$\left[\psi_{/n} \right]_i^{\text{sus}} = \left[\psi_{/n} \right]_i^{\text{jos}} \quad (3.272)$$

pentru părțile AG, BO' și FE, CD ale frontierei și opt relații între derivatele normale laterale din nodurile de colț (direcția vectorului viteză este cunoscută).

Avem, deci, în total $N + 2m + 2n + 4$ ecuații.

3.5.4 Câmpul de viteze și câmpul de presiuni pe frontiera profilelor

Câmpul de viteze pe frontiera profilelor este dat de derivata normală a funcției de curent:

$$\psi_{/n} = \psi_{/i} \cdot n_i = v_{\text{tan}} = v \quad (3.273)$$

sau raportată la viteza de la intrare v^{AM}

$$\bar{v} = v \cdot (v^{AM})^{-1} \quad (3.274)$$

Câmpul de presiuni, se obține scriind o teoremă Bernoulli pentru mișcarea potențială fără evoluție, între intrare și un punct curent:

$$p - p^{AM} = 1/2 \rho (v^{AM^2} - v^2) \quad (3.275)$$

sau raportat la $p/2 v^{AM^2}$ se obține:

$$\bar{p} = 2 \rho^{-1} (p - p^{AM}) v^{AM^{-2}} = 1 - \bar{v}^2 \quad (3.276)$$

Cu aceste determinări poate fi precizat un indicator sintetic al comportării rețelei axiale, și anume circulația vitezei pe frontiera profilelor $\bar{\Gamma}$ care este o măsură a deflecției curentului:

$$\bar{\Gamma} = t \left(\bar{v}_2^{AM} - \bar{v}_2^{AV} \right) \quad (3.277)$$

adică:
$$\bar{\Gamma} = t \left(\text{ctg} \beta^{AM} - \text{ctg} \beta^{AV} \right) \quad (3.279)$$

3.5.5 Rezultate numerice

Metoda expusă a fost aplicată pentru o rețea axială reversibilă de profile în "S", din familia NACA 4412, cu punctul de racordare a scheletului la $s = 0.6$ m, din lungimea l a profilului (față de bordul de atac), care s-a considerat unitară $l = 1$ m. În fig 3.16 este reprezentat profilul singular, iar în fig.3.17 două profile în rețea.

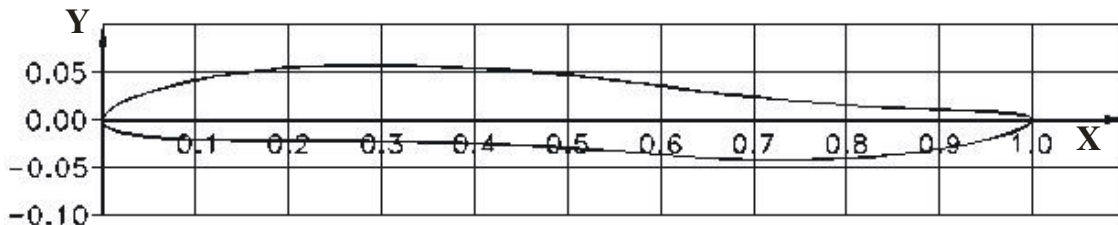


Fig.3.16 Profilul reversibil în S, din familia NACA4412, cu $s=0.6$

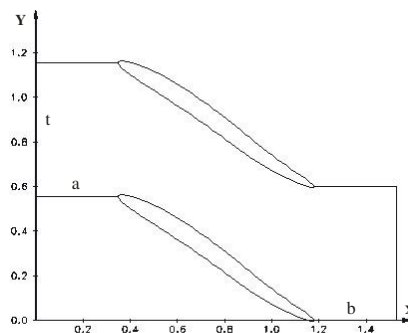


Fig.3.17 Domeniul de analiză al mișcării

În fig.3.18 – 3.23 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină) – câmpurile de viteze și de presiuni – rețea ce are următorii parametrii: pasul rețelei $t = 0.6\text{m}$ cu $a = b = t/2 = 0.3\text{m}$, unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 80^\circ$ și unghiul de instalare $\beta_s = 56^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 56.4237^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.292485\text{m}^2/\text{s}$.

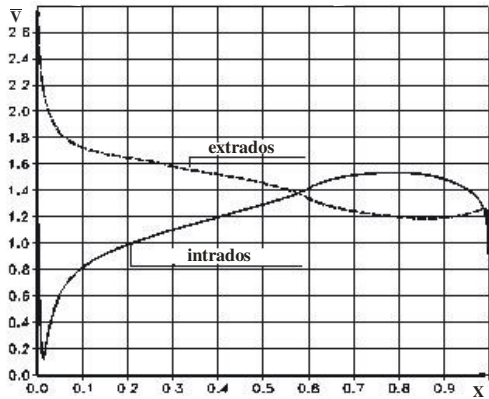


Fig.3.18 Câmpul de viteze pe frontiera profilului, pentru curgerea directă

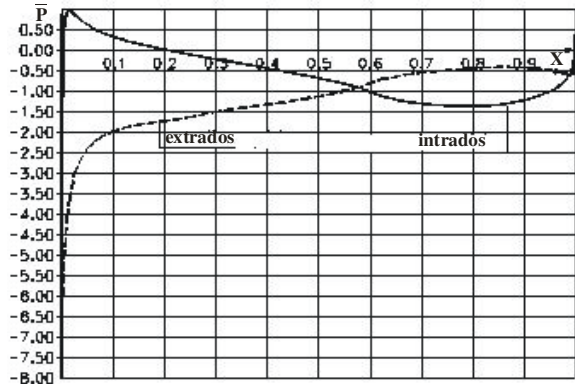


Fig.3.19 Câmpul de presiuni pe frontiera profilului, pentru curgerea directă

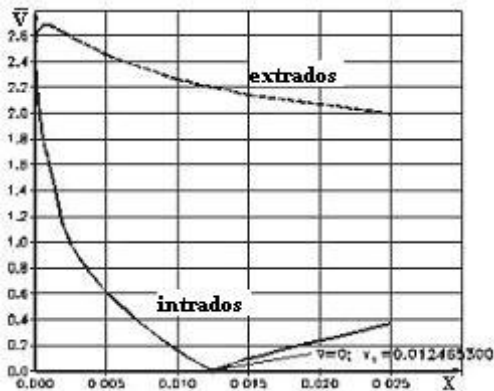


Fig.3.20 Câmpul de viteze pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea directă

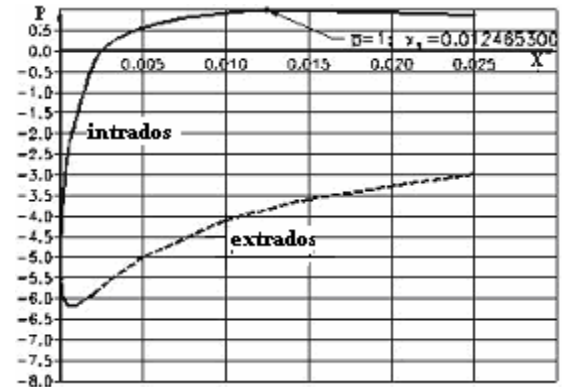


Fig.3.21 Câmpul de presiuni pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea directă

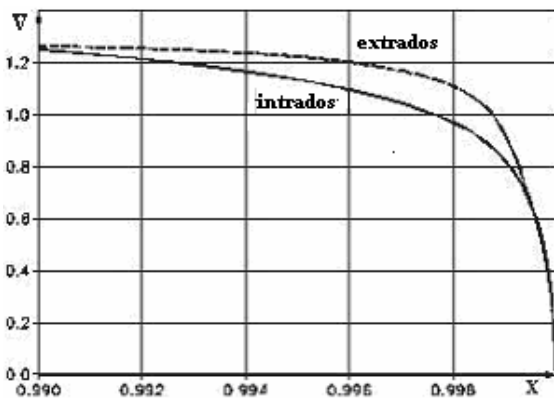


Fig.3.22 Câmpul de viteze pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea directă

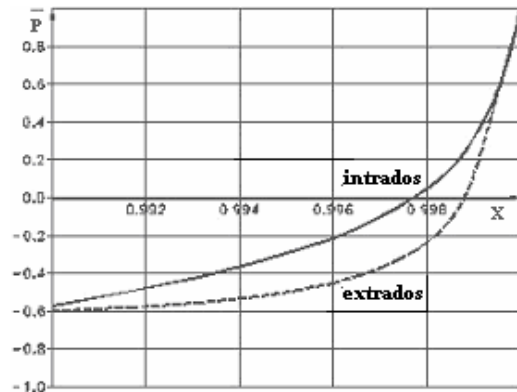


Fig.3.23 Câmpul de presiuni pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea directă

În fig.3.24 – 3.29 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (rețea de pompă). După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 56.9631^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.00808786\text{m}^2/\text{s}$.

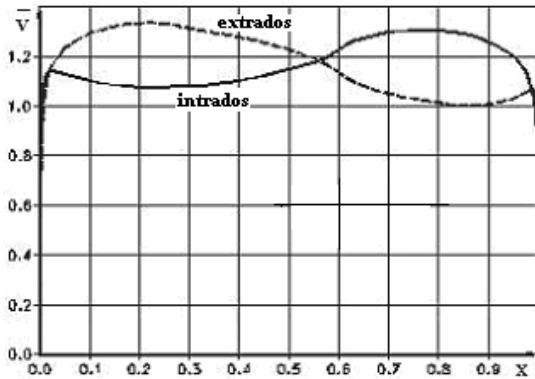


Fig.3.24 Câmpul de viteze pe frontiera profilului, pentru curgerea inversă

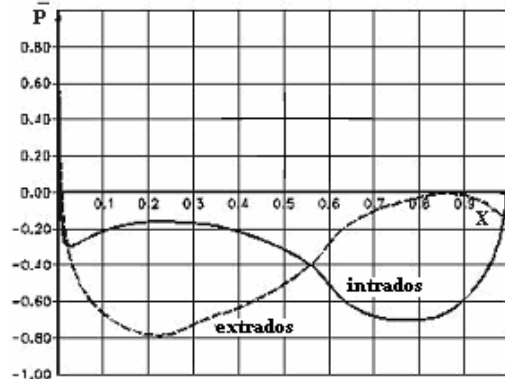


Fig.3.25 Câmpul de presiuni pe frontiera profilului, pentru curgerea inversă

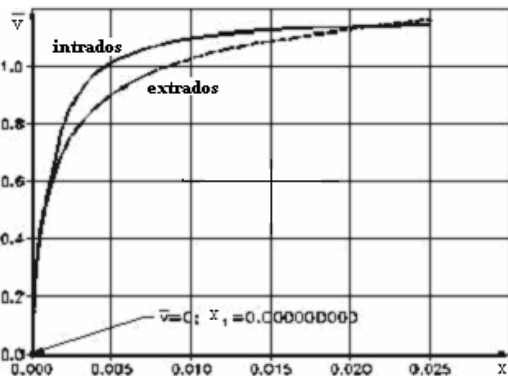


Fig.3.26 Câmpul de viteze pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea inversă

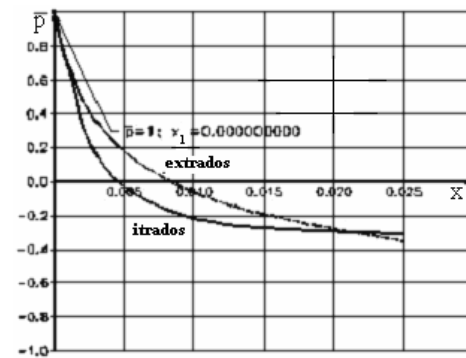


Fig.3.27 Câmpul de presiuni pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea inversă

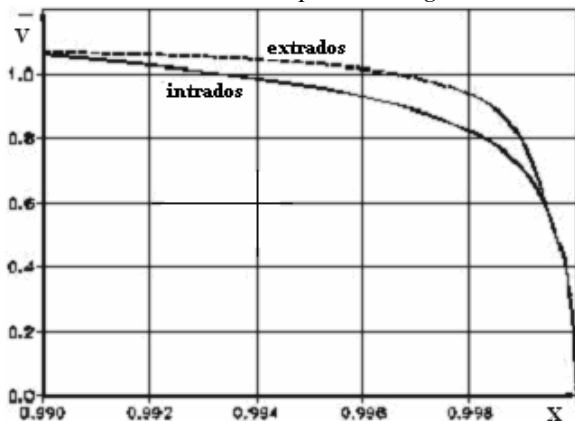


Fig.3.28 Câmpul de viteze pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea inversă

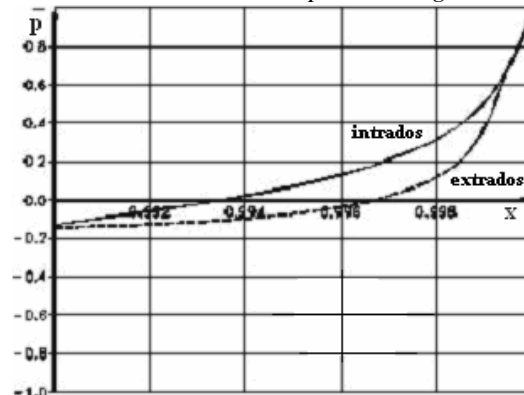


Fig.3.29 Câmpul de presiuni pe frontiera profilului, în zona bordului de atac, pentru curgerea inversă

Se poate concluziona, că utilizarea acestei metode – MEFr – în hidrodinamica turbomașinilor, se dovedește a fi eficientă, operativă și de mare acuratețe. Această metodă, deschide mari perspective și va determina o transformare în cercetarea și proiectarea mașinilor clasice și reversibile.

4. PROGRAME DE CALCUL PENTRU APLICAREA M.E.FR. LA MIȘCAREA PLANĂ ÎN JURUL REȚELOR AXIALE DE PROFILE ÎN ”S”

Pentru studiul mișcării plane teoretice, în jurul rețelelor de profile, au fost întocmite programe de calcul, programe ce pun în evidență simularea curgerii în jurul acestor rețele de profile.

Programele de calcul, au fost realizate prin aplicarea metodei elementului de frontieră, pentru o rețea axială plană de profile.

Calculul au fost realizate considerând un rotor de turbină proiectat prin metoda portanței. S-au considerat opt secțiuni prin rețeaua de palete, fiecare rețea de profile cu elementele geometrice și cinematice cunoscute. Fiecare rețea de profile a paletei, a fost transformată într-o rețea de profile în ”S” (profil având schelet cu inflexiune, cu punctul de inflexiune la $a_p = 0.7 l$ față de bordul de atac; unde l este coarda profilului), având ca profile generatoare, profile din familia de tip NACA. Curgerea prin rețelele de profile, a fost studiată atât pentru curgerea directă, cât și pentru curgerea inversă.

4.1 BAZELE TEORETICE ALE M.E.FR. CU ELEMENTE LINIARE

M.E.Fr. – Metoda Elementului de Frontieră (Boundary element method, BEM) este un algoritm numeric pentru rezolvarea aproximativă a ecuației lui Laplace într-un domeniu plan închis și mărginit $\bar{\Omega}$, cu condiții la limită date. Ideea fundamentală care stă la baza M.E.Fr. este transformarea ecuației Laplace într-o ecuație integrală dată pe frontiera domeniului (§3.4.3.2 – ecuația 3.446).

Fie Ω un domeniu închis din planul euclidian R^2 și Γ frontiera sa, adică, modelul elementului de frontieră este dat de $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$. Se presupune că frontiera Γ este netedă pe porțiuni (are un număr finit de puncte unghiulare), cu alte cuvinte tangenta la frontiera Γ variază continuu, exceptând un număr finit de puncte $P_1, \dots, P_r \in \Gamma$, unde valoarea tangentei la stânga este diferită de valoarea tangentei la dreapta. Un comportament identic cu cel al tangentei îl are și normala \vec{n} la frontiera Γ (fig.4.1).

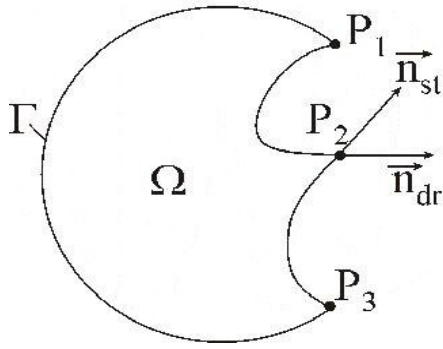


Fig.4.1 Puncte unghiulare P_1, P_2, P_3 pe frontiera Γ

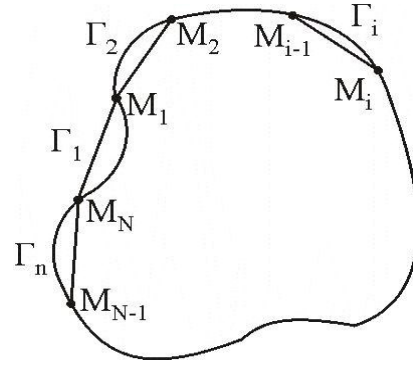


Fig.4.2 Discretizarea frontierei Γ

Se consideră pe domeniul Ω ecuația lui Laplace: $\Delta u = 0$. Se poate arăta [32], că orice soluție u a ecuației lui Laplace verifică ecuația integrală de forma:

$$c(\zeta) u(\zeta) = \int_{\Gamma} q(z) u^*(z, \zeta) ds_z - \int_{\Gamma} u(z) q^*(z, \zeta) ds_z, \quad \text{unde } \zeta \in \bar{\Omega} \quad (1)$$

În ecuația (4.1) se folosesc notațiile:

- $q(z) = \partial u(z) / \partial n$, cu $z \in \Gamma$, este derivata normală a funcției u ;
- $u^*(z, \zeta) = 1/2\pi \ln 1/r(\zeta, z)$, este soluția fundamentală a ecuației Laplace, atașată punctului ζ și este definită pe $\mathbb{R}^2 \setminus \{\zeta\}$, verificând pe această mulțime ecuația Laplace $\Delta u^* = 0$;
- $r(\zeta, z) = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$, cu $\zeta = \zeta(\xi, \eta)$ și $z = z(x, y)$;
- $q^*(z, \zeta) = \partial u^*(z, \zeta) / \partial z$;
- $c(\zeta) = \begin{cases} 1 - & \text{dacă } \zeta \in \Omega, \\ \alpha/2\pi - & \text{dacă } \zeta \in \Gamma, \text{ unde } \alpha \text{ este unghiul dintre tangenta la stânga} \\ & \text{și tangenta la dreapta în } \zeta; \\ 1/2 - & \text{dacă } \zeta \in \Gamma \text{ și tangenta la stânga este egală cu tangenta la dreapta în } \zeta. \end{cases}$

Ecuația Laplace $\Delta u = 0$, precum și ecuația integrală (4.1) au o infinitate de soluții; pentru a determina o anumită soluție, se impun condiții pe frontiera Γ funcției u , respectiv a derivatei acesteia $\partial u / \partial n$. Dacă se impune o valoare a_ζ funcției u într-un punct $\zeta \in \Gamma$, condiția $u(\zeta) = a_\zeta$, se numește condiție esențială, iar o condiție $q(\zeta) = b_\zeta$, se numește condiție naturală. În general, problema determinării unei soluții concrete a ecuației Laplace, este o problemă cu condiții la limită mixtă, de forma:

$$\begin{cases} u(\zeta) = f(\zeta) - \text{pentru } \zeta \in \Gamma_1 \\ q(\zeta) = g(\zeta) - \text{pentru } \zeta \in \Gamma_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

cu $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$, iar $f(\zeta)$ și $g(\zeta)$ sunt funcții date pe frontierele Γ_1 , respectiv Γ_2 .

Pentru unicitatea soluției u este necesar ca frontiera $\Gamma_1 \neq \emptyset$ (în cazul în care $\Gamma_1 = \emptyset$, adică pentru o problemă tip Neuman ecuația Laplace are o familie de soluții de forma $\{u_0 + C, C \in \mathbb{R}\}$, unde u_0 este o soluție fixată).

Având ecuația integrală (4.1) cu condițiile la limită (4.2) se poate trece la rezolvarea ei numerică, adică la aplicarea M.E.Fr. Se observă că este suficient să rezolvăm ecuația (4.1) pe conturul Γ , deoarece dacă $\zeta \in \Omega$, atunci $c(\zeta) = 1$ și relația (4.1) devine:

$$u(\zeta) = \int_{\Gamma} q(z) u^*(z, \zeta) ds_z - \int_{\Gamma} u(z) q^*(z, \zeta) ds_z, \quad \text{unde } \zeta \in \Omega \quad (4.3)$$

Întrucât elementele de sub semnul integrală sunt cunoscute după rezolvarea ecuației (4.1) pe Γ , relația (4.3) ne permite să calculăm pe u în orice punct a domeniului Ω .

Aplicarea M.E.Fr. – cu elemente liniare – impune două tipuri de aproximări care se efectuează simultan:

- 1) discretizarea frontierei - adică se consideră pe frontiera Γ un șir de N puncte M_1, M_2, \dots, M_N - și notând cu Γ_i segmentul $\overline{M_{i-1}, M_i}$ (pentru $i = 1, \Gamma_1 = \overline{M_N M_1}$) se înlocuiește frontiera Γ cu linie poligonată $\overline{\Gamma} = \bigcup_{i=1}^N \Gamma_i$ - fig.4.2;

- 2) aproximarea liniară a funcțiilor u și $q = \partial u / \partial n$ pe fiecare element Γ_i .

Segmentele Γ_i ($i = \overline{1, N}$), se numesc elemente de frontieră.

Se notează cu x_i și y_i coordonatele punctului M_i . Dacă pe elementul de frontieră Γ_i , se introduce un parametru $t \in [-1, 1]$ astfel încât pentru punctul M_{i-1} valoarea lui t să fie $t = -1$ și pentru punctul M_i valoarea lui t să fie $t = 1$, coordonatele unui punct $M_j(x, y) \in \Gamma_j$, verifică relațiile:

$$\begin{cases} x = 1/2 (x_j - x_{j-1}) t + 1/2 (x_j + x_{j-1}) \\ y = 1/2 (y_j - y_{j-1}) t + 1/2 (y_j + y_{j-1}) \end{cases} \quad (4.4.a)$$

sau

$$\begin{cases} x = 1/2 x_{j-1} (1 - t) + 1/2 x_j (1 + t) \\ y = 1/2 y_{j-1} (1 - t) + 1/2 y_j (1 + t) \end{cases} \quad (4.4.b)$$

Fie în continuare u_i și q_i valorile – deocamdată necunoscute - ale funcției u și a derivatei sale normale $\partial u / \partial n$ în punctul M_i ($i = \overline{1, N}$). Se presupune că u și $q = \partial u / \partial n$, variază liniar în funcție de t , pe elementul de frontieră Γ_j , pentru orice $t \in [-1, 1]$ (adică pentru orice $M(t) \in \Gamma_j$). Se pot scrie pentru u și q , relațiile;

$$\begin{cases} u(t) = u_{j-1} \varphi_1(t) + u_j \varphi_2(t) \\ q(t) = q_{j-1} \varphi_1(t) + q_j \varphi_2(t) \end{cases} \quad (4.5)$$

Se revine la ecuația (4.1), în care se înlocuiește frontiera Γ cu $\bar{\Gamma} = \bigcup_{i=1}^N \Gamma_i$ și u respectiv q , cu expresiile lor din (4.5). Se obține:

$$\begin{aligned} c(\zeta) u(\zeta) &= \sum_{j=1}^N \left[q_{j-1} \int_{\Gamma_j} \varphi_1 u^* ds + q_j \int_{\Gamma_j} \varphi_2 u^* ds + \right] - \\ &\quad - \sum_{j=1}^N \left[u_{j-1} \int_{\Gamma_j} \varphi_1 q^* ds + q_j \int_{\Gamma_j} \varphi_2 q^* ds + \right] = \\ &= \sum_{j=1}^N q_j \left[\int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 u^* ds + \int_{\Gamma_j} \varphi_2 u^* ds \right] - \sum_{j=1}^N u_j \left[\int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 q^* ds + \int_{\Gamma_j} \varphi_2 q^* ds \right] \end{aligned} \quad (4.6)$$

unde: - $\Gamma_{N+1} = \Gamma_1$, iar

- u^* și q^* depind de variabila $\zeta \in \bar{\Omega}$.

Se înlocuiește în continuare în relația (4.6) pe ζ succesiv cu valorile punctelor M_1, M_2, \dots, M_N și se notează:

$$c_i = c_i(M_i), \quad \text{unde } i = \overline{1, N}$$

$$H_{ij} = \delta_{ij} c_i + \left[\int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 q^*(M_i) ds + \int_{\Gamma_j} \varphi_2 q^*(M_i) ds \right] \quad (4.7)$$

$$G_{ij} = \int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 u^*(M_i) ds + q_j \int_{\Gamma_j} \varphi_2 u^*(M_i) ds$$

Așadar ecuația (4.1) s-a redus la un sistem liniar de ecuații:

$$\sum_{j=1}^N G_{ij} q_j - \sum_{j=1}^N H_{ij} u_j = 0 \quad (4.8)$$

În acest sistem necunoscutele sunt u_1, \dots, u_N și derivatele lor q_1, \dots, q_N . Coeficienții G_{ij} și H_{ij} sunt niște integrale curbilinii (pe segmentele Γ_j) din funcții cunoscute; ele se reduc la niște integrale definite între -1 și 1, în raport cu parametrul t .

Dacă $i \neq j$ integralele care dau valorile coeficienților G_{ij} și H_{ij} nu au singularități și se pot calcula (de exemplu cu metoda de cuadraturi numerică a lui Gauss).

Dacă $i = j$, integralele sunt improprii și se determină astfel:

➤ G_{ii} - se calculează direct și se obține:

$$G_{ii} = \frac{l_i}{2} \left[\frac{3}{2} - \ln(l_i) \right] + \frac{l_{i+1}}{2} \left[\frac{3}{2} - \ln(l_{i+1}) \right], \quad i = \overline{1, N} \quad (4.9)$$

unde l_i este lungimea segmentului Γ_i ($l_{N+1} = l_1$);

➤ H_{ii} - se calculează indirect, cu observația că funcția $u(z) \equiv 1$, cu $z \in \bar{\Omega}$, verifică ecuația Laplace $\Delta u = 0$; așadar dacă se aplică raționamentul de mai sus acestei funcții, se obține din relația (4.8):

$$\sum_{j=1}^N H_{ij} = 0, \quad i = \overline{1, N} \quad (4.10)$$

sau
$$H_{ii} = - \sum_{i=1, j \neq i}^N H_{ij}$$

Așadar ecuația integrală (4.1), dată pe conturul Γ , se reduce la un sistem de N ecuații cu $2N$ necunoscute: valorile aproximative ale funcției necunoscute u și valorile derivației sale normale în punctele M_1, M_2, \dots, M_N .

Întrucât fără precizarea unor condiții la limită, ecuația lui Laplace are o infinitate de soluții și sistemul (4.8) este nedeterminat, soluția sa generală depinde de N parametrii.

Pentru a determina o soluție dată, ce corespunde unei probleme concrete, în relațiile (4.8), se impune în general valoarea a K mărimi u_i și a $N - K$ mărimi q_j .

Ca și în cazul continuu trebuie să avem $K \neq 0$. În general, dacă relațiilor (4.8) li se adaugă N relații liniare (condiții la limită mixte – esențiale și naturale) de forma:

$$\sum_{j=1}^N (\alpha_{ij} u_j + \beta_{ij} q_j) = \gamma_i, \quad i = \overline{1, N} \quad (4.11)$$

atunci relațiile (4.8) au soluție unică (în ipoteza că matricea sistemului liniar este de rangul $2N$).

4.1.1 Tratarea punctelor unghiulare

Dacă M_j este un punct unde frontiera Γ nu este netedă, atunci în acest punct există o discontinuitate a direcției normalei; va exista o normală la stânga \vec{n}_j^s și una la dreapta \vec{n}_j^d , (fig.4.3).

În raționamentul care conduce la sistemul liniar (4.8), se obțin, în fiecare ecuație, doi termeni și anume:

$$q_j^d \int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 u_{M_i}^* ds + q_j^s \int_{\Gamma_j} \varphi_2 u_{M_i}^* ds, \quad \text{pentru } i = \overline{1, N} \quad (4.12)$$

în locul termenilor G_{ij} , q_j (pentru $i = \overline{1, N}$), unde $q_j^d = (\partial u / \partial n)_j^d$ și $q_j^s = (\partial u / \partial n)_j^s$.

Așadar orice punct unghiular mărește cu unu numărul necunoscutelor.

Ca sistemul de ecuații (4.8), împreună cu condițiile la limită (4.11), să fie determinat și în cazul existenței punctelor unghiulare, este necesar să se cunoască pentru

$$\frac{\partial^{m+n}u(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m} = \sum_{j=1}^N G_{0j}^{(m,n)} q_j - \sum_{j=1}^N H_{0j}^{(m,n)} u_j \quad (4.15)$$

$$\text{unde: } \begin{cases} G_{0,j}^{(m,n)} = \int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 \frac{\partial^{m+n}u^*(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m} ds + q_j \int_{\Gamma_j} \varphi_2 \frac{\partial^{m+n}u^*(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m} ds \\ H_{0j}^{(m,n)} = \int_{\Gamma_{j+1}} \varphi_1 \frac{\partial^{m+n}q^*(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m} ds + \int_{\Gamma_j} \varphi_2 \frac{\partial^{m+n}q^*(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m} ds \end{cases} \quad (4.16)$$

Deoarece exprimarea analitică a derivatelor parțiale $\frac{\partial^{m+n}u^*(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m}$, respectiv $\frac{\partial^{m+n}q^*(\zeta_0)}{\partial x_0^m \partial y_0^m}$ este complexă, se preferă de multe ori calculul funcției u prin derivare numerică. Aceasta, deoarece se pot calcula valorile funcției u în puncte oricât de apropiate, folosind relațiile (4.13). Se recomandă metoda de derivare numerică prin trei puncte.

4.1.3 Formularea problemei în ψ și φ pentru rețele axiale plane de profile (cu condiția Kutta-Jukovski-Carafoli)

4.1.3.1 Generalități

În mișcarea bidimensională (plană) a fluidelor incompresibile un rol important îl au cele două funcții auxiliare: funcția de curent ψ și potențialul vitezei φ . Ambele funcții verifică ecuația lui Laplace și definesc câmpul de viteze în domeniul de analiză.

Componentele vitezei v_x și v_y , sunt legate de funcțiile auxiliare ψ și φ , prin relațiile:

$$\begin{cases} v_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y} \\ v_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases} \quad (4.17)$$

Pentru a defini problema în ψ și φ , la mișcarea în jurul rețelelor de profile sunt necesare să fie definite două elemente:

- domeniul de analiză și
- condițiile pe frontieră.

Domeniul de analiză, se alege în așa fel încât să se reflecte efectul de periodicitate, precum și faptul că, la o distanță suficient de mare de profile (în direcția axei Ox), curentul este format din drepte paralele, iar viteza este constantă. Aceste două condiții asigură condiții la limită relativ simple.

4.1.3.2 Formularea problemei directe în ψ

Se consideră o rețea axială plană de turbină. Domeniul de analiză Ω , este format din trei subdomenii (fig.4.4):

- subdomeniul BCFG – format de intradosul și extradadosul a două profile vecine;
- subdomeniile ABGH și CDEF, două dreptunghiuri cu laturile paralele cu axele Ox, respectiv Oy și de dimensiuni $t/2$, respectiv t – unde t este pasul rețelei.

Frontiera Γ , a domeniului de analiză Ω , este format din opt părți:

- patru segmnte AB, CD, FE și HG – paralele cu axa Ox, de lungme $t/2$;
- două segmente AH și DE – paralele cu axa Oy, de lungime t ;
- extradadosul GF și intradosul BC a două profile învecinate.

Condițiile la limită, care rezultă din periodicitatea rețelei, sunt următoarele:

$$\begin{aligned} \psi|_{GF} &= 0, \quad \psi|_{BC} = t \\ \psi|_{AB} &= \psi|_{HG} + t, \quad \psi|_{CD} = \psi|_{FE} + t \\ \frac{\partial \psi}{\partial n}|_{AB} &= - \frac{\partial \psi}{\partial n}|_{HG}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n}|_{CD} = - \frac{\partial \psi}{\partial n}|_{FE} \end{aligned} \quad (4.18,a)$$

O formulare mai riguroasă, a condițiilor de pe rândul doi a sistemului (4.18), este:

$$\psi(x, y + t) = \psi(x, y) + t, \text{ pentru orice } (x, y) \in HG. \quad (4.18.b)$$

Deoarece pe AH se consideră că viteza v_0 este constantă și paralelă cu o direcție dată – definită de unghiul din amonte β_{AH} - rezultă că și componenta vitezei $v_{0,x}$ este constantă. Așadar conform relației (4.17), rezultă:

$$v_{0,x} = \partial \psi / \partial y|_{AH} = a_0 = \text{constant} \quad (4.19.a)$$

Din relația (4.19.a), se deduce că:

$$\psi'(0, y) = a_0 + b_0 \quad (4.19.b)$$

iar din condiția de periodicitate:

$$a_0(y_H + t) + b_0 - a_0 y_H - b_0 = a_0 t = t \quad (4.20)$$

din care rezultă că $a_0 = 1$, sau

$$v_{0,x}|_{AM} = 1 \quad (4.21)$$

Este evident, că valoarea cotangentei amonte este $\text{ctg}(\beta|_{AM}) = \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}}$, adică:

$$\partial\psi/\partial n|_{AH} = -\partial\psi/\partial x|_{AH} = v_{0,y}|_{AH} = \text{ctg}(\beta_{AM}) \quad (4.22.a)$$

În problema directă se presupune cunoscută valoarea unghiului amonte β_{AM} și urmează să se determine valoarea unghiului aval β_{AV} .

Pe muchia de ieșire, are loc relația:

$$\partial\psi/\partial n|_{DE} = -\text{ctg}(\beta_{AV}) \quad (4.22.b)$$

Deci, derivata normală a funcției ψ , este o constantă necunoscută pe DE.

Fie $D \equiv M_i, M_{i+1}, \dots, M_{i+p} \equiv E$, nodurile pe frontiera DE. Conform celor de mai sus, se poate scrie:

$$q_{i+1} = q_i \quad \text{pentru } l = 1, \dots, p \quad (4.23)$$

Deoarece relațiile (4.18), (4.22) și (4.23) ne furnizează $(N - 1)$ condiții la limită, se mai introduce condiția de viteză zero, într-un punct V (fig.4.4). Pe profil, viteza este $\partial\psi/\partial n$, deci condiția Kutta-Jukovski-Carafoli, va fi:

$$\partial\psi/\partial n|_V = 0 \quad (4.24)$$

Astfel, pentru problema directă în ψ , condițiile pe frontieră, sunt date de relațiile: (4.18), (4.22), (4.23) și (4.24).

Observație. Dacă se dorește să se rezolve problema directă în ψ , pentru o rețea de pompă, atunci pe frontiera Γ , GF va deveni intradosul profilului 1, iar BC va deveni extradosul profilului 2. Această configurație este valabilă ori de câte ori se consideră o rețea de pompă.

4.1.3.3 Formularea problemei inverse în ψ

Se consideră aceeași rețea de turbină (fig.4.4) și se rezolvă ecuația $\Delta\psi = 0$, pe același domeniu $\bar{\Omega}$. Deosebirea constă în faptul că se presupune cunoscut unghiul aval β_{AV} , iar cel amonte β_{AM} , necunoscut. Condiția Kutta-Jukovski-Carafoli se impune într-un punct V , în apropierea bordului de atac (fig.4.4).

$$\partial\psi/\partial n|_V = 0 \quad (4.25)$$

Așadar, la problema inversă, condițiile pe frontieră sunt (4.18), (4.22), (4.23) și (4.25) cu precizarea că punctul $M_i \equiv H$, iar punctul $M_{i+p} \equiv A$.

4.1.3.4 Formularea problemei inverse în φ

Se consideră ecuația $\Delta \varphi = 0$, pe domeniul $\overline{\Omega}$, în ipoteza că s-a rezolvat problema (directă sau inversă) în ψ . Așadar, în momentul formulării problemei în φ , se presupune cunoscuți valorile unghiurilor β_{AM} și β_{AV} .

Din efectul periodicității, respectiv de relațiile (4.17), (4.21) și (4.22), rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{AB} &= - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{HG}, & \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{CD} &= - \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{FE} \\ \varphi \Big|_{AB} &= \varphi \Big|_{HG} - t \operatorname{ctg}(\beta_{AM}) \\ \varphi \Big|_{CD} &= \varphi \Big|_{FE} - t \operatorname{ctg}(\beta_{AV}) \end{aligned} \quad (4.26)$$

Deoarece $v_x \Big|_{AH} = v_x \Big|_{DE} = 1$, iar curbele $\varphi = \text{constant}$ și $\psi = \text{constant}$ sunt ortogonale, rezultă un nou set de condiții pe frontieră, adică:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{AH} &= -1, & \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{DE} &= -1 \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{BC} &= \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{GF} = 0 \end{aligned} \quad (4.27)$$

Se observă că în relațiile (4.26) și (4.27), nu există nici o condiție esențială; pentru ca problema să fie definită, se impune:

$$\varphi(A) = 0 \quad (4.28)$$

Deoarece $\min \varphi(\zeta) \Big|_{\zeta \in \overline{\Omega}} = \varphi(A)$, rezultă că soluțiile obținute pentru φ vor fi nenegative și $\varphi(\zeta) \in [\varphi(A), \varphi(E)]$, pentru $\forall \zeta \in \overline{\Omega}$.

4.2 PROGRAME DE CALCUL PENTRU APLICAREA M.E.FR. LA MIȘCAREA PLANĂ ÎN JURUL REȚELELOR AXIALE DE PROFILE ÎN „S” (SCHELET CU INFLEXIUNE)

Programele de calcul au fost realizate prin aplicarea M.E.Fr. în vederea determinării analitice a:

- scheletului profilelor în ”S”, din profile aparținând famililor de tip NACA;
- conturului profilelor în ”S”, din profile aparținând famililor de tip NACA;
- câmpurilor de viteze de pe frontiera profilelor în ”S”, în rețea;

- câmpurilor de presiuni (coeficienții de presiune) de pe frontiera profilelor în "S", în rețea;
 - domeniului de analiză;
 - câmpului hidrodinamic a rețelei de profile în "S";
 - câmpurilor de viteze prin rețeaua de profile în "S" și
 - câmpurilor de presiuni (coeficienților de presiune) prin rețeaua de profile în "S".
- Se menționează că aceste programe se pot aplica oricărei tip de rețele axiale.

Programele realizate pentru mișcarea plană în jurul rețelelor axiale de profile în "S", prin aplicarea M.E.Fr. cu elemente liniare, au fost concepute prin reducerea tuturor mărimilor geometrice și cinematice dimensionale, la forme adimensionale:

- ✓ pentru calculul mărimilor geometrice – lungimi - se utilizează schimbările de variabile de la § 3.3.5 – relațiile 3.373;
- ✓ pentru calculul mărimilor cinematice – viteze - se utilizează schimbările de variabile de la § 3.3.5 – relațiile 3.374 și 3.382 și de funcții – relațiile 3.376 și 3.384 cu condițiile pe frontieră – relațiile 3.562 și 4.11;
- ✓ pentru calculul unghiul de ieșire se utilizează relația 3.564 de la § 3.5.5;
- ✓ pentru calculul coeficientul de presiune se utilizează relația 3.580 de la § 3.5.5;
- ✓ pentru calculul circulației Γ se utilizează relația 3.5.81 de la § 3.5.5.

4.2.1 Organigrama programelor de calcul a mișcării plane în jurul rețelelor axiale de profile în „S”, cu aplicarea M.E.Fr.

Organigrama programelor de calcul a mișcării plane în jurul rețelelor axiale de profile în „S”, cu aplicarea M.E.Fr., este prezentată succint în fig.4.5a, b, c, d, e și f.

La început se introduc datele inițiale în vederea calculării coordonatelor profilului (schelet și conturul profilului) din familia NACA, fig.4.5.a.

În organigrama din fig.4.5.a.2 se calculează bordul de fugă rotunjit cu o elipsă și racodarea elipsei la profilul NACA.

În continuare se face discretizarea scheletului în "S" și a frontierei profilului și prin intermediul matricilor G și H (relațiile 4.7 – 4.10) se calculează valorile funcțiilor u și $\partial u / \partial n$, fig.4.5.c.

În organigrama din fig.4.5.e se construiește domeniul de analiză, realizându-se discretizarea acestuia,

Organigrama din fig.4.5.d arată modul de obținere a datelor în vederea trasării funcțiilor ψ și ϕ și a câmpurilor de viteze și coeficienți de presiune.

În organigrama din fig.4.5.f se scriu fișierele calculate (fișierul FISOUT).

Subrutine folosite:

- ❖ subrutina RESOUL – rezolvă sistemul liniar de $m+n$ ecuații cu $m+n$ necunoscute;
- ❖ subrutina IBORD NAME – rezolvă racordarea profilului în "S", cu o elipsă la bordul fugă la 0.01·1 față de bordul de fugă, fig.4.5.b2;

- ❖ subrutina DISCRETIZARE – realizează discretizarea frontierei profilului, domeniului de analiză, a funcțiilor ψ și φ și a câmpurilor de viteze și coeficienților de presiune;
- ❖ subrutina STENOD – șterge nodurile greșite;
- ❖ subrutina GENGH – calculează matricile G și H, pentru valorile funcțiilor u și $\partial u / \partial n$;
- ❖ subrutina RENUM – calculează nodurile după ștergerea nodurilor greșite;
- ❖ subrutina – TIP MIJ - calculează și scrie valorile funcțiilor u și $\partial u / \partial n$;
- ❖ subrutina SISGEN – impune condițiile la limită și assemblează sistemul final;
- ❖ subrutina CUB SOL – determină abscisa și ordonata de pe extados unde viteza este nulă la ieșirea de pe profil;
- ❖ subrutinele DOMDIS și PSINOD – calculează valorile funcțiilor ψ și φ din interiorul domeniului de analiză;
- ❖ subrutinele VITDOM, TRSPSI și TRAS – trasează valorile funcțiilor ψ și φ și câmpurile de viteze și coeficienții de presiune din interiorul domeniului de analiză;

Fișiere create:

- fișierul F01 – stochează date referitoare la frontiera și scheletul profilului din familia NACA;
- fișierul FD00 – stochează date referitoare la domeniul de analiză;
- fișierul FISIN – stochează date referitoare la elipsă;
- fișierul F02 – stochează date referitoare la conturul profilului în „S”, generat din familia de tip NACA;
- fișierul F03 – stochează date referitoare la scheletul profilului în „S”, generat din familia de tip NACA;
- fișierul F04 – stochează date referitoare la funcțiile ψ și φ și a câmpurilor de viteze și coeficienților de presiune;
- fișierul F05 – stochează date referitoare la domeniul de analiză, la funcțiile ψ și φ constante și la câmpurile de viteze și coeficienți de presiune;
- fișierul FSOUT – stochează date referitoare la rezultatele finale și formează următoarele fișiere necesare la reprezentarea grafică a rezultatelor:
 - pentru curgerea directă:
 - fișiere TR♣DIS – fișiere ce conțin discretizarea domeniului de analiză;
 - fișiere TR♣PSCT - fișiere ce conțin valorile funcțiilor $\psi = \text{const.}$;
 - fișiere TR♣FCT - fișiere ce conțin valorile funcțiilor $\varphi = \text{const.}$;
 - fișiere TR♣VP - fișiere ce conțin valorile vitezelor și coeficienților de presiune.

- pentru curgerea indirectă:
 - fișiere PR♣DIS – fișiere ce conțin discretizarea domeniului de analiză;
 - fișiere PR♣PSCT - fișiere ce conțin valorile funcțiilor $\psi = \text{const.}$;
 - fișiere PR♣FCT - fișiere ce conțin valorile funcțiilor $\varphi = \text{const.}$;
 - fișiere PR♣VP - fișiere ce conțin valorile vitezelor și coeficienților de presiune.

Observație: ♣ - reprezintă numărul secțiunii prin paletă, de la 0 la 7.

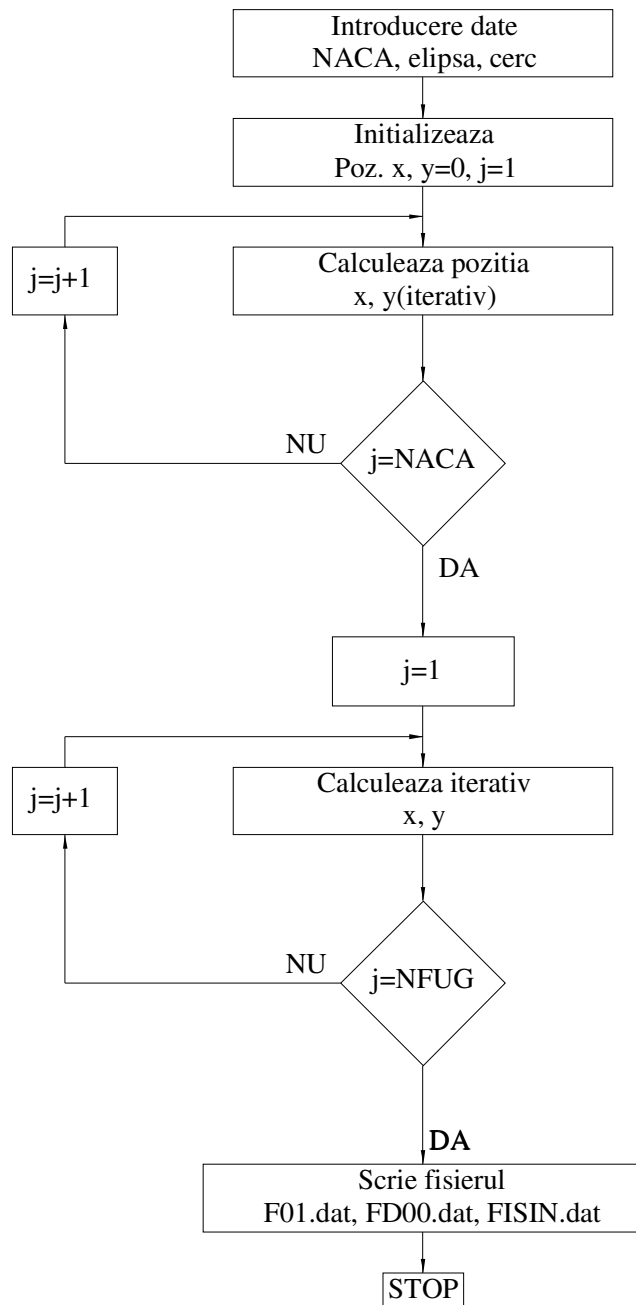


Fig.4.5.a Organigrama pentru stocarea coordonatelor de pe contur și schelet a profilului NACA

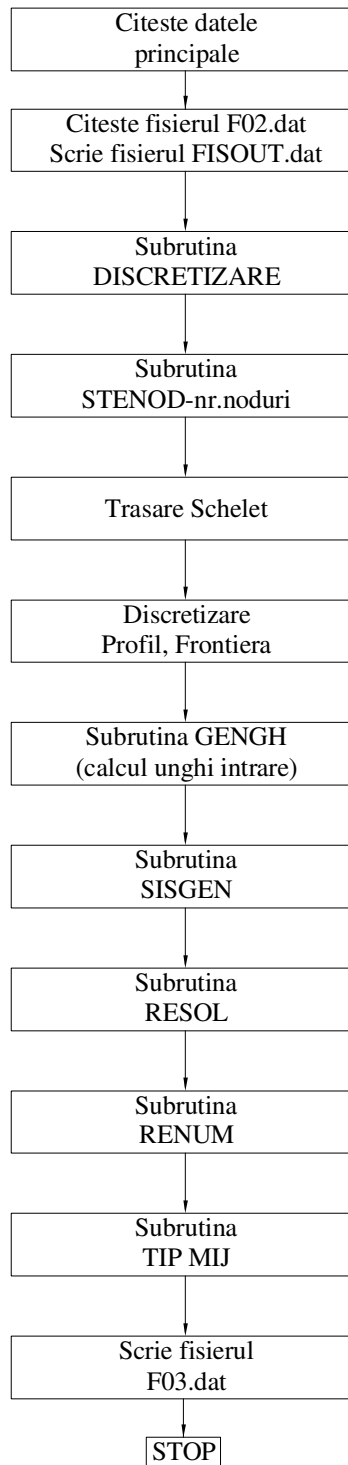


Fig.4.5.b-1 Organigrama pentru stocarea coordonatelor conturului profilului în "S"

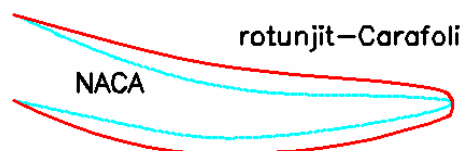


Fig.4.5.b-2 Profli în "S" - bord de fugă rotunjit

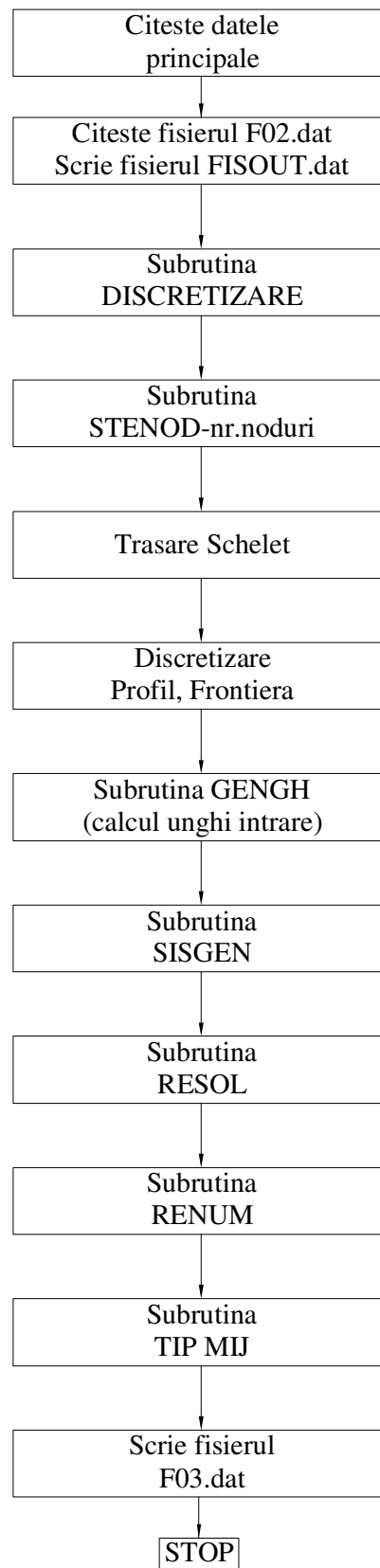


Fig.4.5.c Organigrama pentru stocarea coordonatelor de pe scheletul în "S" generat din profile de tip NACA

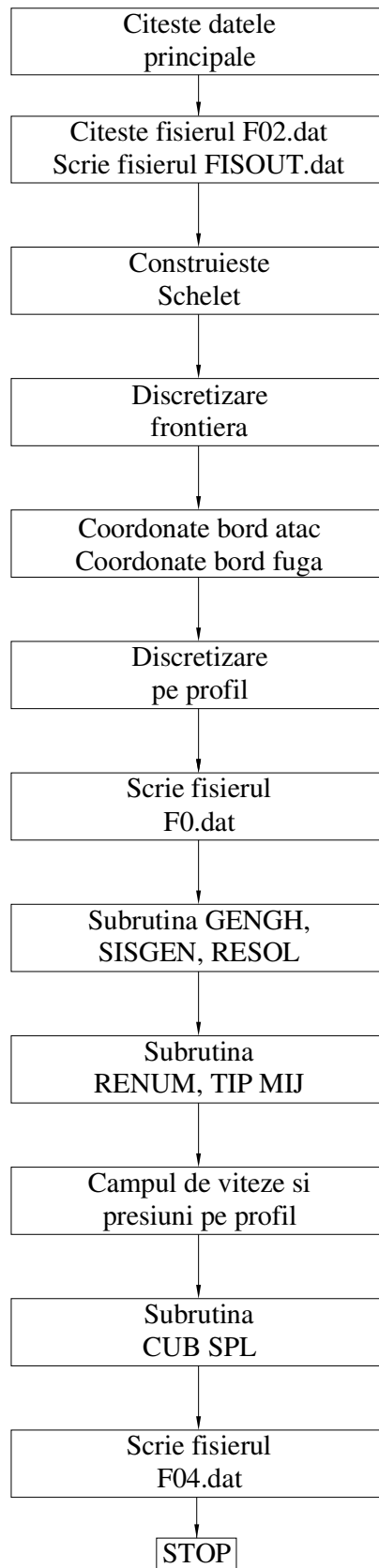


Fig.4.5.d Organigrama pentru stocarea datelor pentru funcțiile ψ și φ și a valorilor vitezelor și a coeficienșilor de presiune

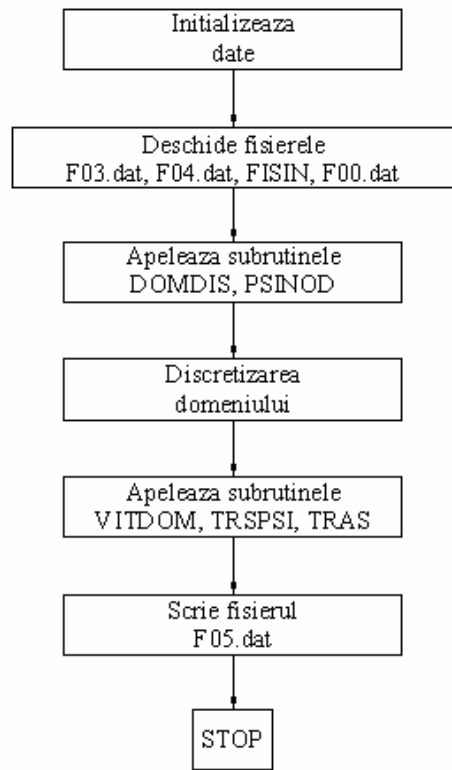


Fig.4.5.e Organigrama pentru stocarea datelor domeniului de analiză

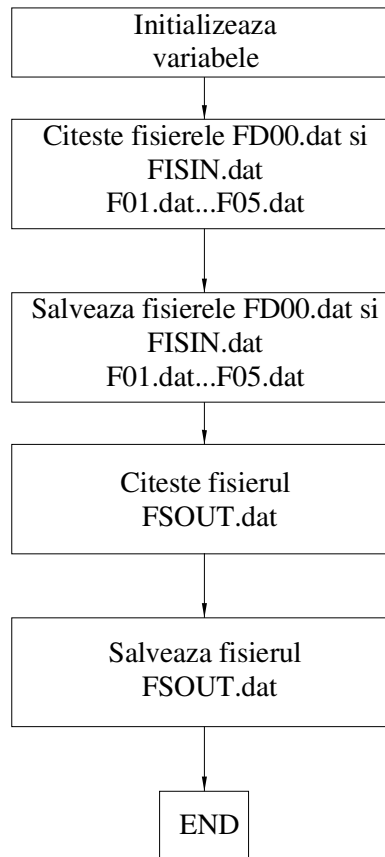


Fig.4.5.f Organigrama pentru stocarea datelor finale

4.2.2 Programe pentru reprezentarea grafică a rezultatelor obținute la §4.2.1

Pentru reprezentarea grafică a rezultatelor obținute prin M.E.Fr. la mișcarea plană în jurul rețelelor axiale de profile în "S" s-au realizat programe care preiau fișierele obținute la §4.2.1, din fișierul cu rezultate finale – fișierul FSOUT.

Aceste programe sunt:

- programul des_pro – program ce realizează desenul conturului profilului;
- programul ades_pro – program ce realizează desenul conturului bordului de atac mărit al profilului;
- programul fdes_pro – program ce realizează desenul conturului bordului de fugă mărit al profilului;
- programul dom_pro – program ce realizează desenul domeniului de analiză al rețelei de profile;
- programul lcep_bem – program ce realizează desenul câmpului hidrodinamic a rețelei de profile;
- programul vit_pro – program ce reprezintă valorile vitezei pe conturul profilului, pe extradados și intrados;
- programul pre_pro – program ce reprezintă valorile coeficientului de presiune pe conturul profilului, pe extradados și intrados;
- programul avit_pro – program ce reprezintă valorile vitezei pe conturul bordului de atac mărit al profilului, pe extradados și intrados;
- programul apre_pro – program ce reprezintă valorile coeficientului de presiune pe conturul bordului de atac mărit al profilului, pe extradados și intrados;
- programul fvit_pro – program ce reprezintă valorile vitezei pe conturul bordului de fugă mărit al profilului, pe extradados și intrados;
- programul fpre_pro – program ce reprezintă valorile coeficientului de presiune pe conturul bordului de fugă mărit al profilului, pe extradados și intrados;
- programul lcv_col_bem – program ce reprezintă color valorile câmpului de viteze în domeniul de analiză;
- programul lcp_col_bem – program ce reprezintă color valorile câmpului coeficientului de presiune în domeniul de analiză.

Toate aceste programe se pot folosi atât la curgerea directă cât și la curgerea inversă.

4.2.3 Aplicarea programelor prezentate la §4.2.1 și §4.2.2, pentru realizarea unei palete reversibile în "S"

Pentru a realiza paleta unui rotor de mașină reversibilă în "S", s-a proiectat un rotor de turbină cu palete generate din profile din familia de tip NACA .

Valorile elementelor geometrice și unghiulare calculate ale paletei sunt prezentate grafic în diagrama 4.1 și tabelar în tabelul 4.1, în cele opt secțiuni ale acesteia.

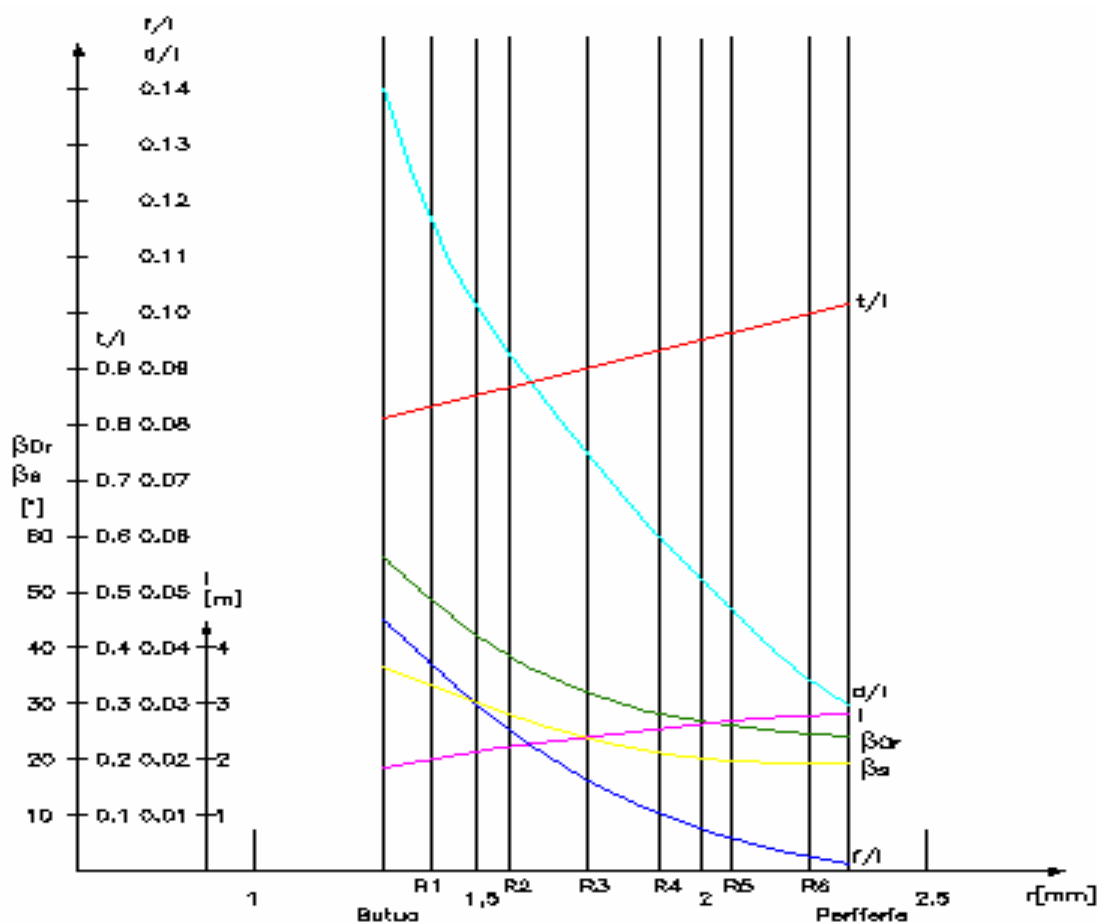


Diagrama 4.1 Reprezentarea variației elementelor geometrice și unghiulare în lungul razei

Tabelul 4.1

Secțiunea Parametru	R_0 butuc	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7 periferie
r [m]	1.2375	1.3487	1.5509	1.7303	1.8935	2.0432	2.1826	2.2500
l [m]	1.8999	2.0334	2.2496	2.4000	2.5579	2.6713	2.7651	2.8010
d/l	0.1396	0.1216	0.0936	0.0735	0.0581	0.0455	0.0349	0.0301
t/l	0.8112	0.8322	0.8663	0.8987	0.9302	0.9612	0.9919	1.2131
f/l	0.0446	0.03790	0.0232	0.0154	0.0104	0.0064	0.0027	0.0019
$\beta_{0r} = \beta_{AV} [^\circ]$	56.55	48.48	38.86	33.03	26.08	26.22	24.02	23.01
$\beta_s [^\circ]$	35.91	32.99	28.28	25.18	22.89	21.06	19.52	18.51

Turbină – curgere directă

Secțiunea Parametru	R_0 butuc	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7 periferie
r [m]	1.2375	1.3487	1.5509	1.7303	1.8935	2.0432	2.1826	2.2500
$\beta_{intr} = \beta^{AV} [^\circ]$	56.550	48.480	38.860	33.030	26.080	26.220	24.020	23.010
$\beta_{ies} = \beta^{AM} [^\circ]$	36.260	34.710	30.220	27.580	26.470	25.000	23.79	23.010
Γ [m^2/s]	0.6330	0.3700	0.1930	0.1150	0.0541	0.0250	0.0049	0.0000

Turbină – curgere inversă (pompă)

Secțiunea Parametru	R ₀ butuc	R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇ periferie
r [m]	1.2375	1.3487	1.5509	1.7303	1.8935	2.0432	2.1826	2.2500
$\beta_{intr} = \beta^{AV} [^\circ]$	36.260	34.710	30.220	27.580	26.470	25.000	23.79	23.010
$\beta_{ies} = \beta^{AM} [^\circ]$	39,250	36,860	30,310	28,320	27,850	26,030	24,130	23,200
$\Gamma [m^2/s]$	0,0670	0,0516	0,0264	0,0149	0,0283	0,0213	0,00721	0,0048

Cu aceste valori s-au realizat rețele axiale de profile reversibile în „S”, cu profile din familia de tip NACA, în cele opt secțiuni ale paletii.

Rulând programele prezentate la §4.2.1 și §4.2.2, atât în curgere directă cât și în curgere inversă, s-au realizat mișcările plane în jurul rețelelor axiale de profile în ”S”, pentru cele opt secțiuni. Reprezentarea grafică a profilelor, domeniului de analiză și a câmpurilor de viteze, este prezentată în continuare în cele opt secțiuni, pentru curgerea directă și inversă.

În continuare sunt prezentate rezultatele grafice pentru curgerea directă.

Pentru secțiunea 0 a paletii, în fig.4.6 – 4.18 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în ”S” în secțiune (fig.4.6) - generat din profilul de tip NACA4414, cu $a_p = 0.7$ l (puncul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.7), bordul de fugă mărit (fig.4.8), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.9), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.10), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.11), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.12), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.13), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.14), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.15), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.16), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.17) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.8).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradadosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 1.8999$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 35,91^0$, pasul relativ a rețelei $t/l = 0.8112$ cu $a = b = t/2l = 0.4056$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 56,55^0$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 36,96^0$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.633$ m²/s.

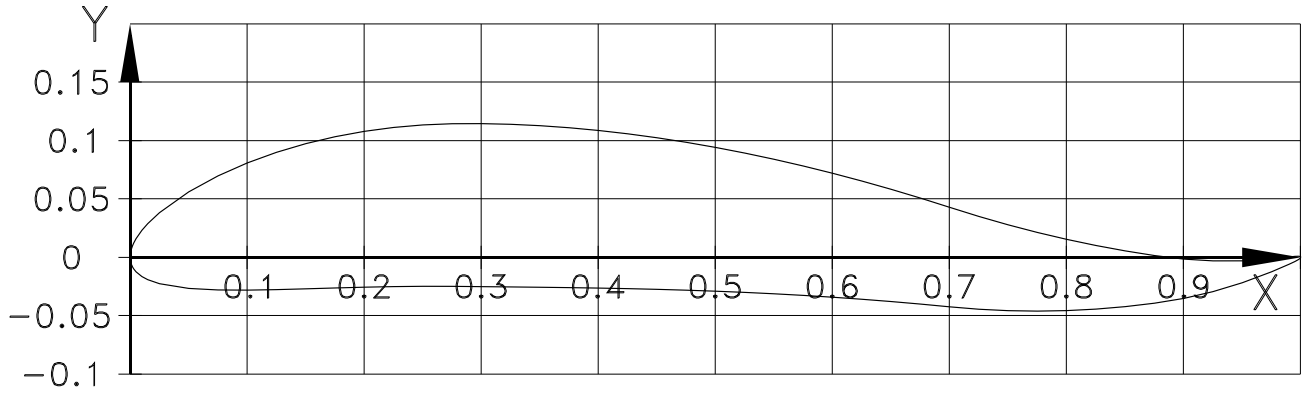


Fig.4.6 Profilul reversibil în „S”, cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 0

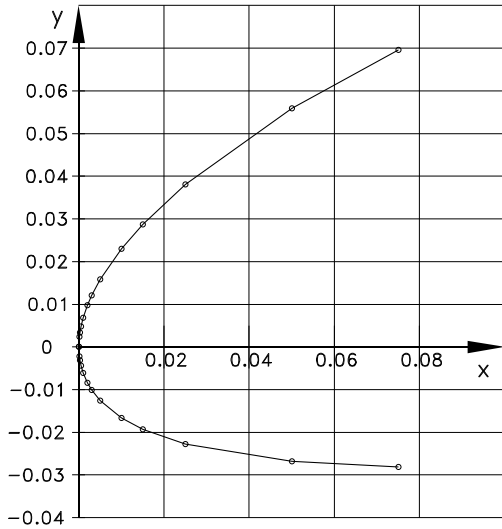


Fig.4.7 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit - curgerea directă – secțiunea 0

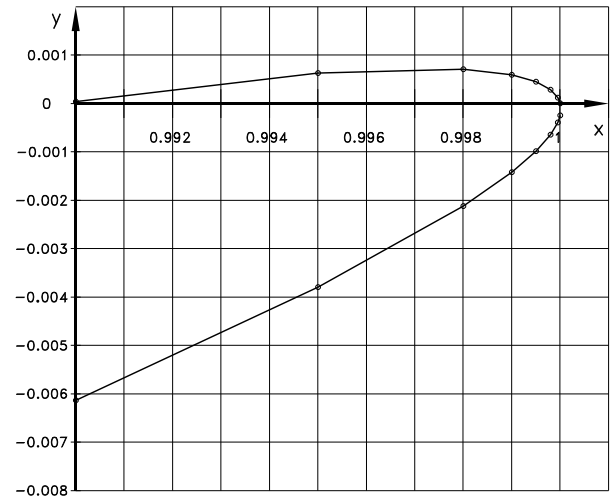


Fig.4.8 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – curgerea directă – secțiunea 0

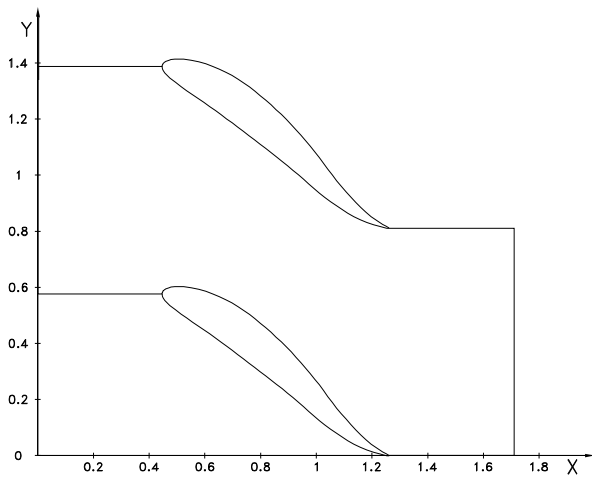


Fig.4.9 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 0

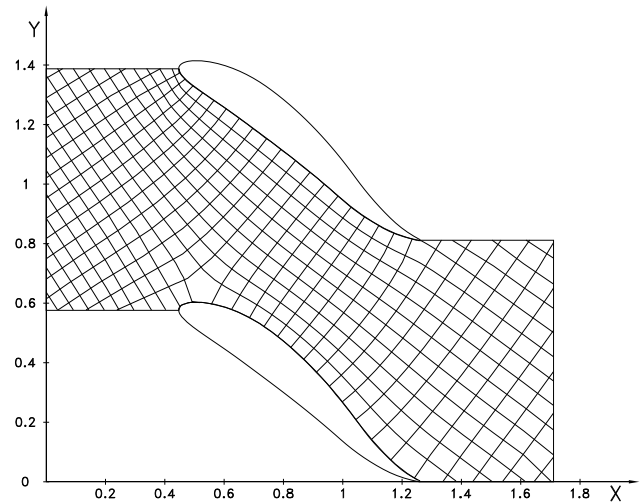


Fig.4.10 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea directă – secțiunea 0

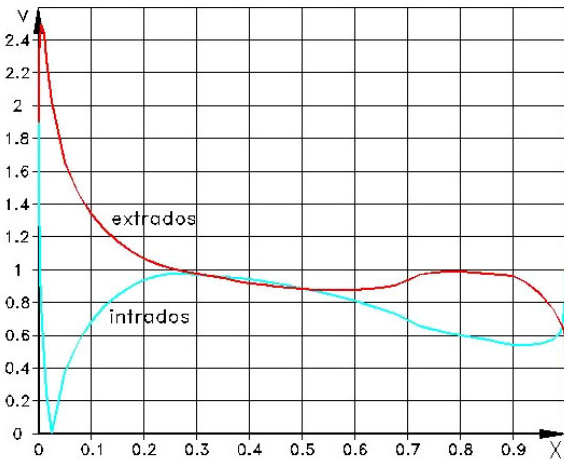


Fig.4.11. Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 0

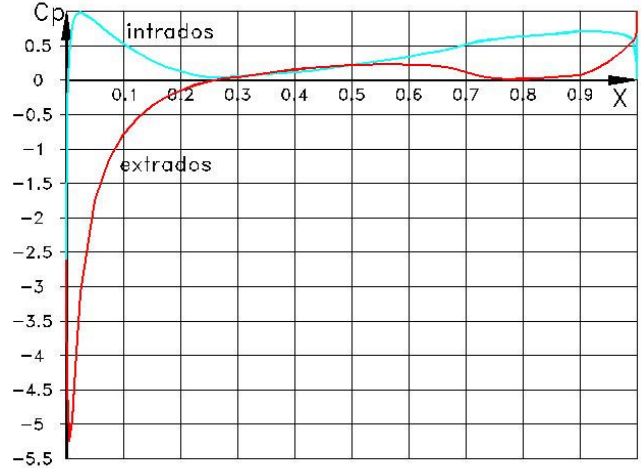


Fig.4.12. Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă - secțiunea 0

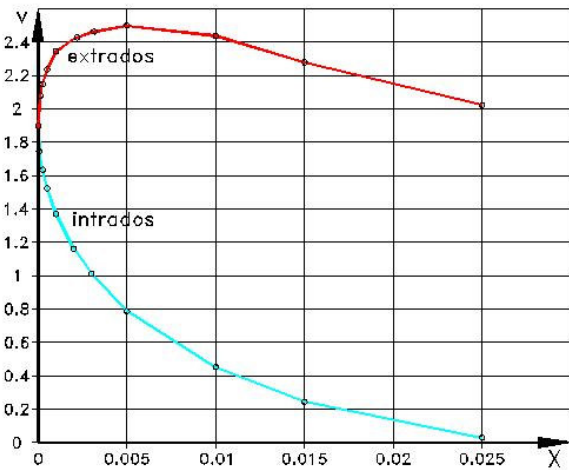


Fig.4.13. Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" - zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 0

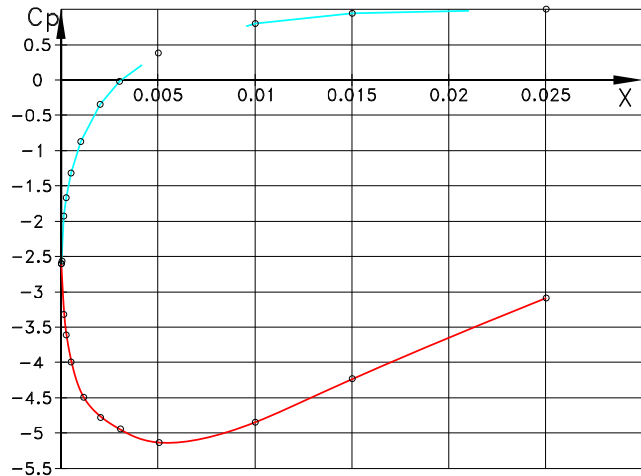


Fig.4.14. Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 0

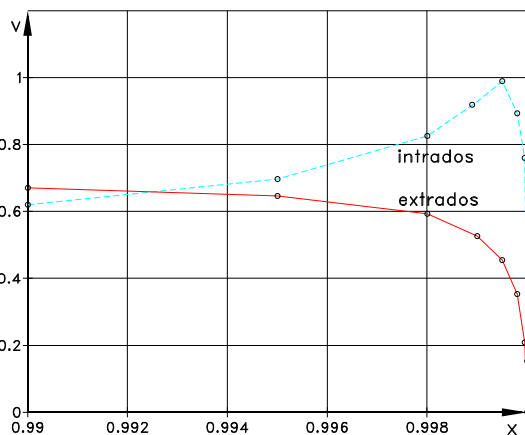


Fig.4.15. Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 0

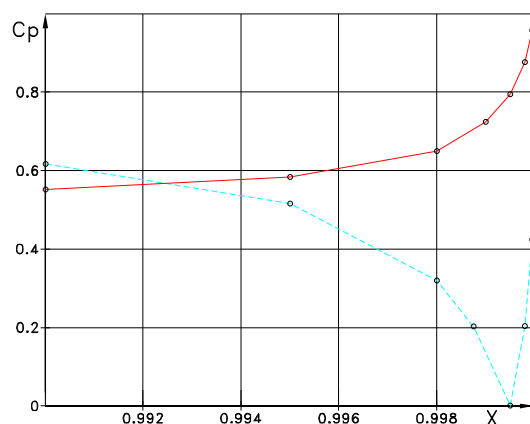


Fig.4.16. Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 0

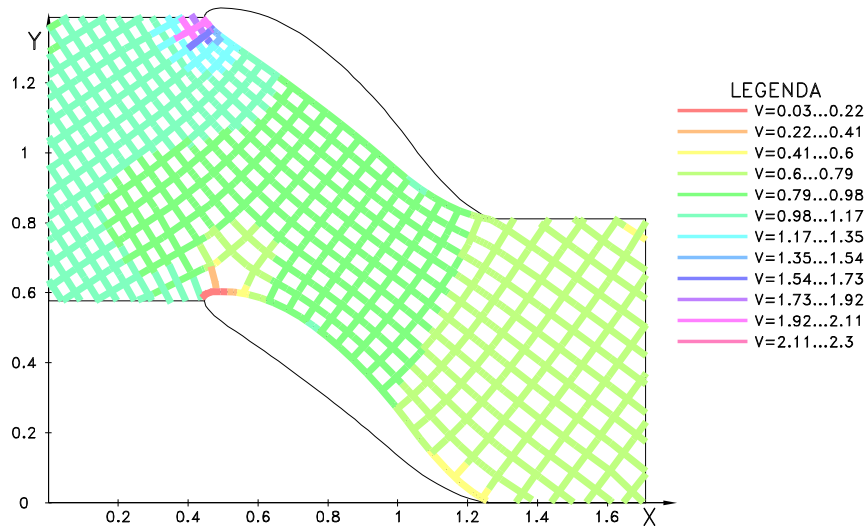


Fig.4.17 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 0

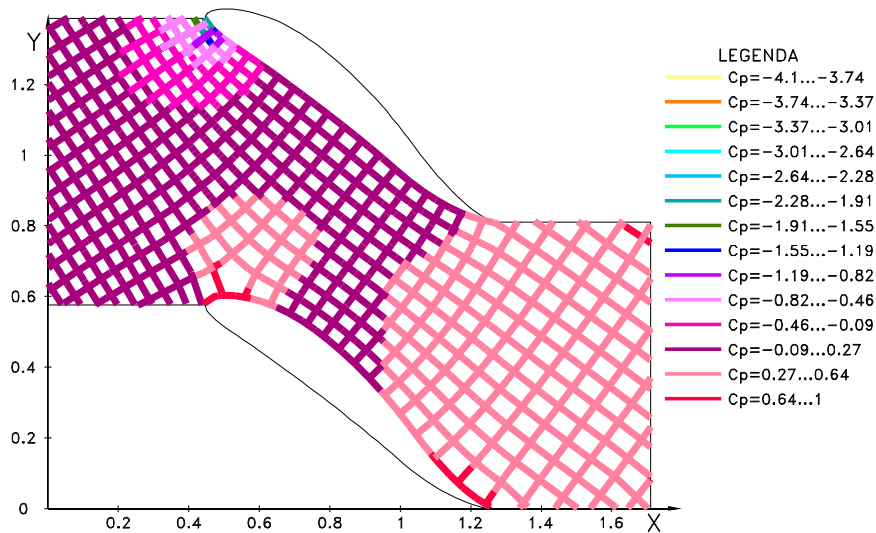


Fig.4.18 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 0

Pentru secțiunea 1 a paletelor, în fig.4.19 – 4.31 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în "S" în secțiune (fig.4.19) - generat din profilul de tip NACA4412, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.20), bordul de fugă mărit (fig.4.21), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.22), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.23), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.24), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.25), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.26), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.27), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.28), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.29), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.30) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.31).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradadosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 2.0334$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 32.99^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 0.8322$ cu $a = b = t/2l = 0.4161$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 48.48^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 34.71^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.370$ m²/s.

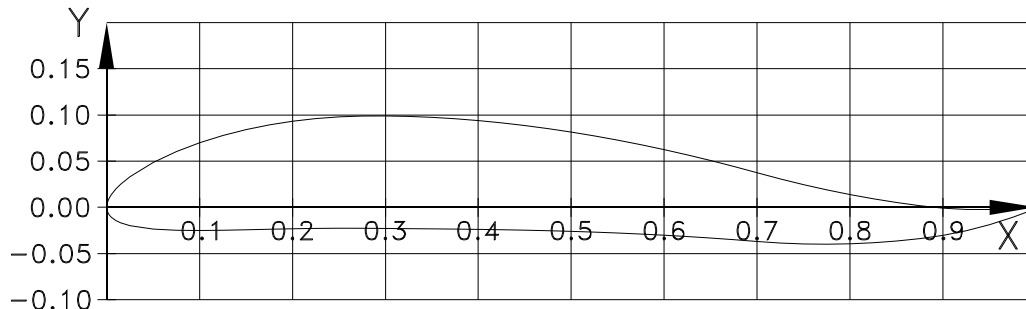


Fig.4.19 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 1

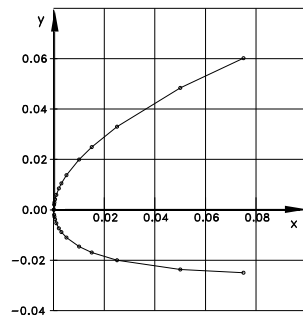


Fig.4.20 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 1

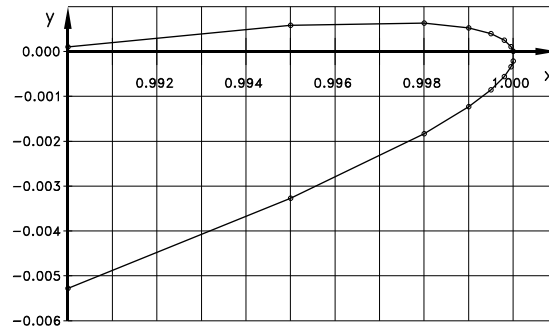


Fig.4.21 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 1

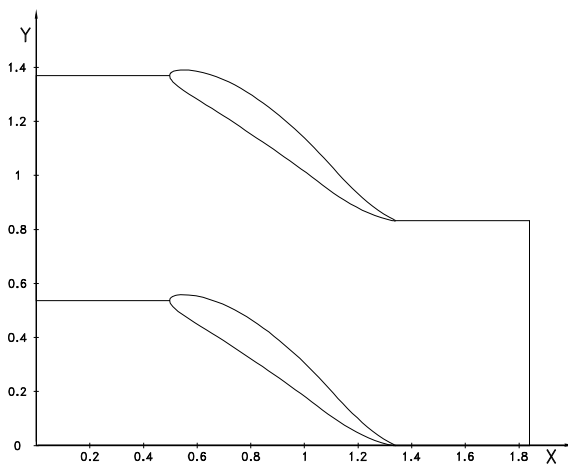


Fig.4.22 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 1

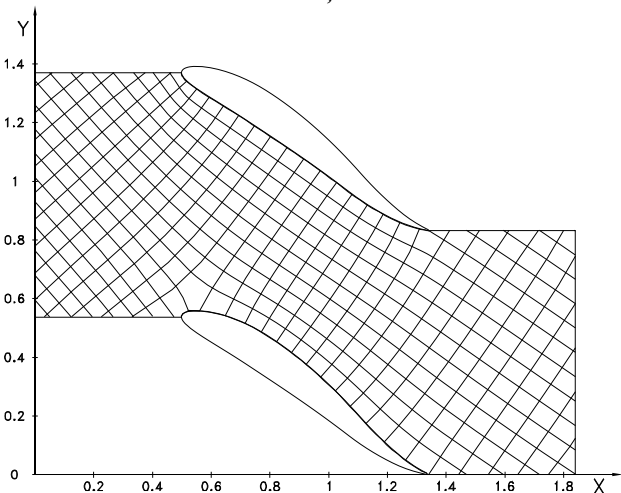


Fig.4.23 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", , curgerea directă – secțiunea 1

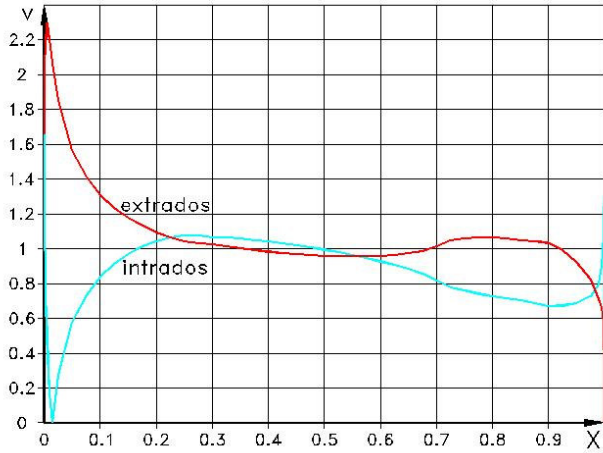


Fig.4.24 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 1

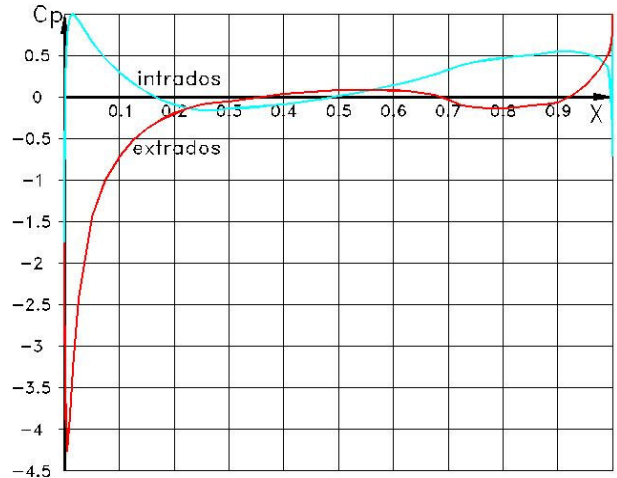


Fig.4.25 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 1

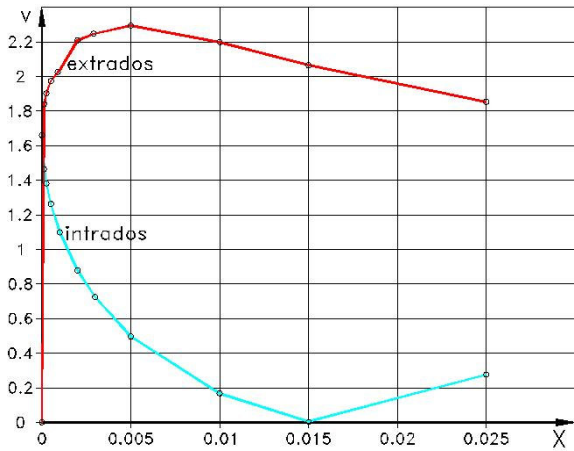


Fig.4.26 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 1

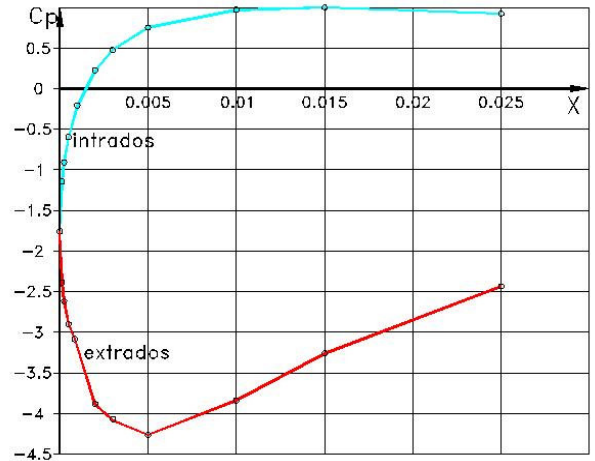


Fig.4.27 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 1

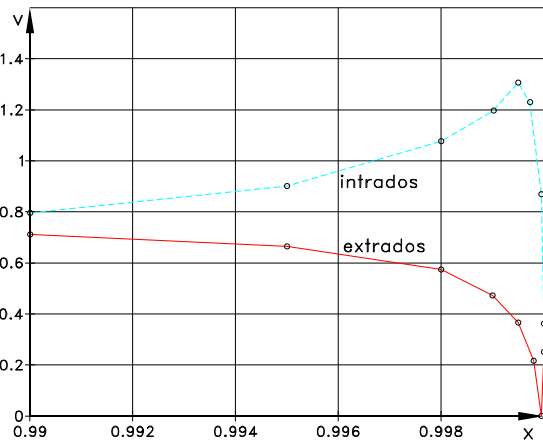


Fig.4.28 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 1

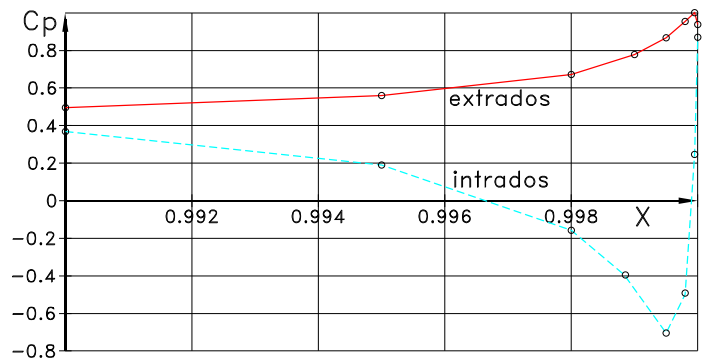


Fig.4.29 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 1

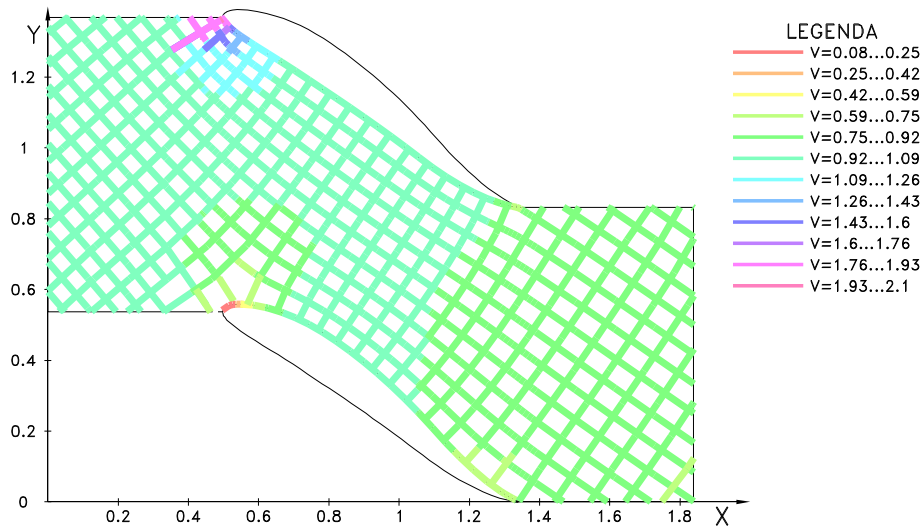


Fig.4.30 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 1

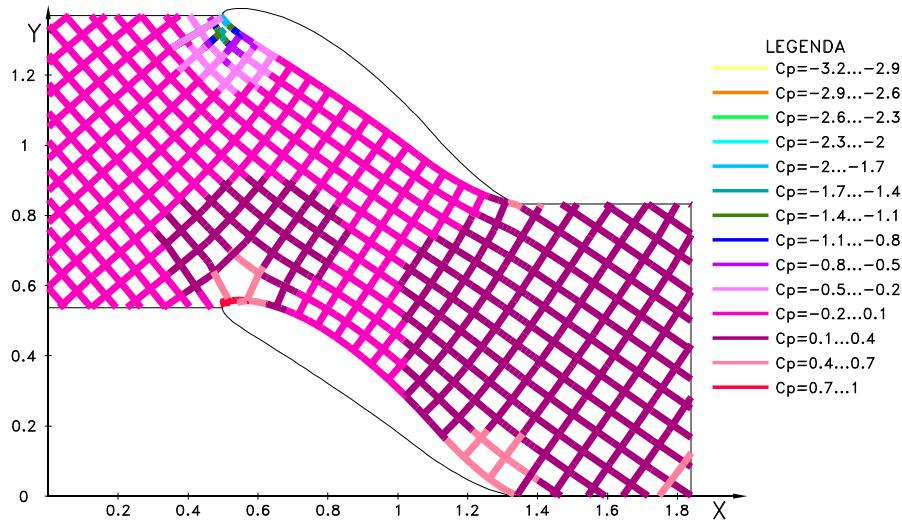


Fig.4.31 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 1

Pentru secțiunea 2 a paletii, în fig.4.32 – 4.44 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în ”S” în secțiune (fig.4.32) - generat din profilul de tip NACA4410, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.33), bordul de fugă mărit (fig.4.34), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.35), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.36), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.37), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.38), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.39), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.40), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.41), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.42), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.43) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.44).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradossul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 2.2496$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 28.28^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 0.8663$ cu $a = b = t/2l = 0.43321$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 38.86^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 30.12^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.193$ m²/s.

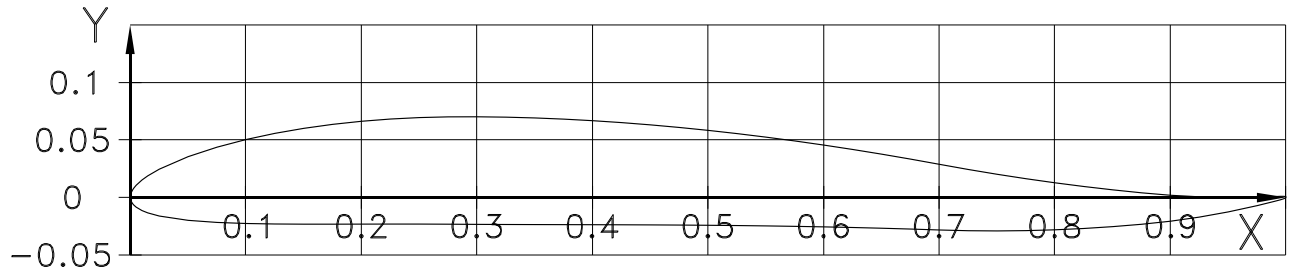


Fig.4.32 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 2

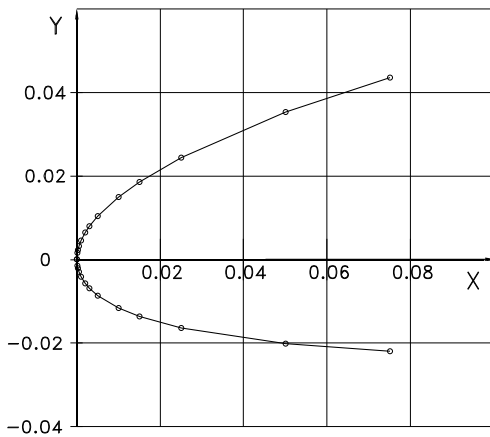


Fig.4.33 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 2

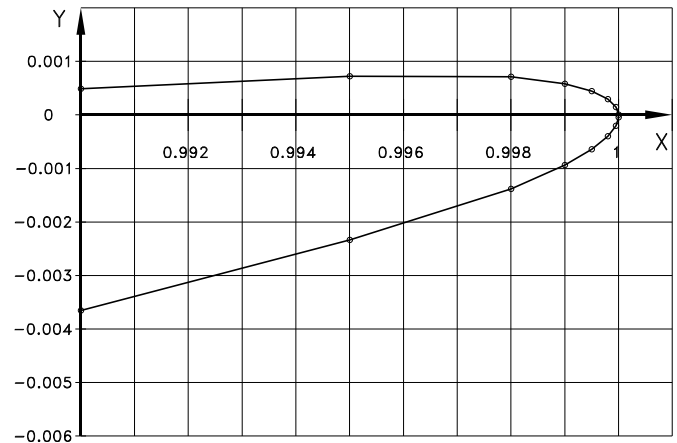


Fig.4.34 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 2

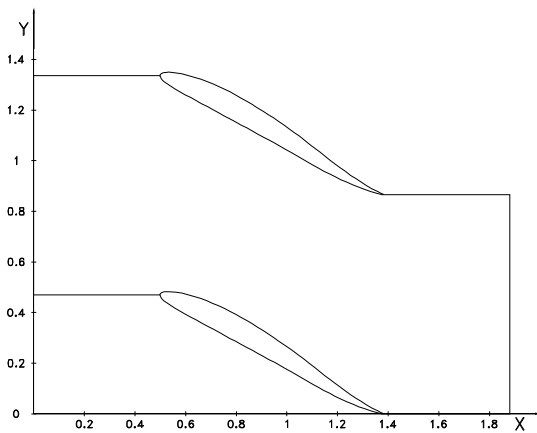


Fig.4.35 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 2

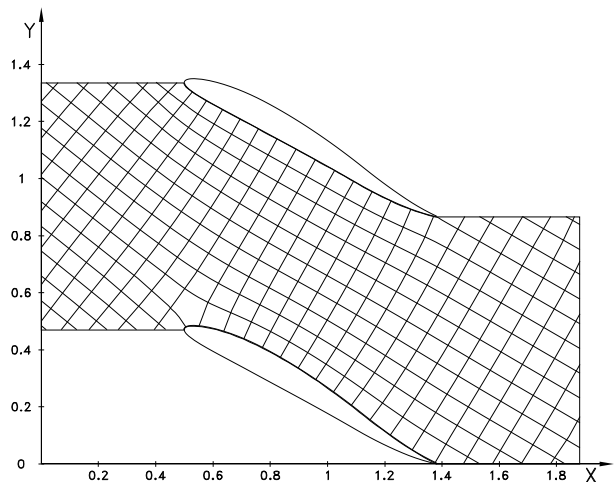


Fig.4.36 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S" - curgerea directă – secțiunea 2

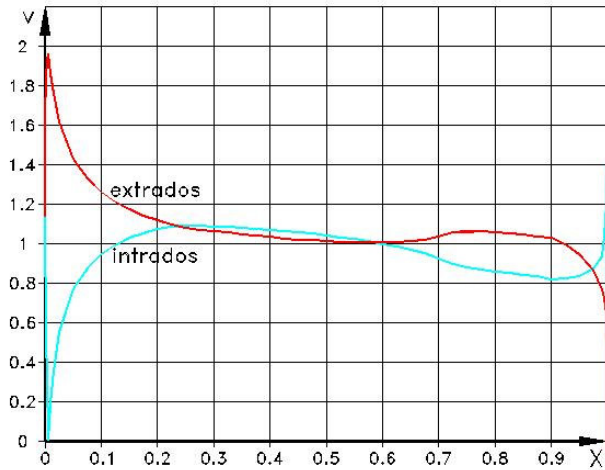


Fig.4.37 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 2

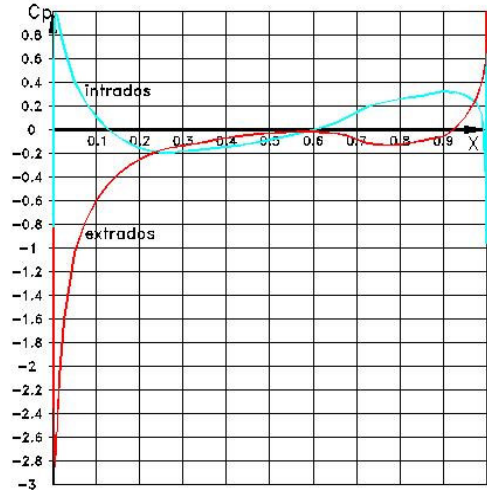


Fig.4.38 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 2

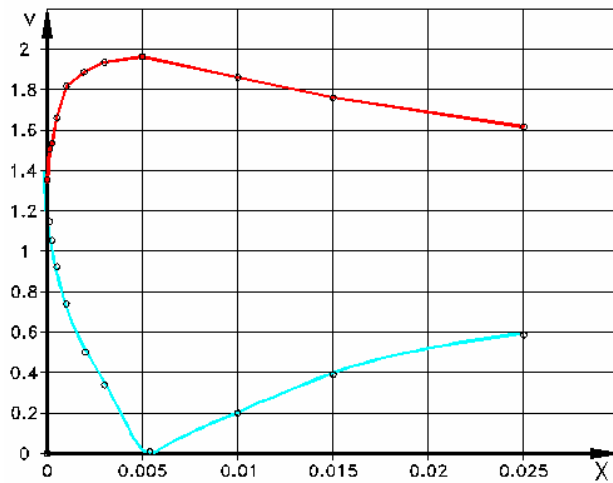


Fig.4.39 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 2

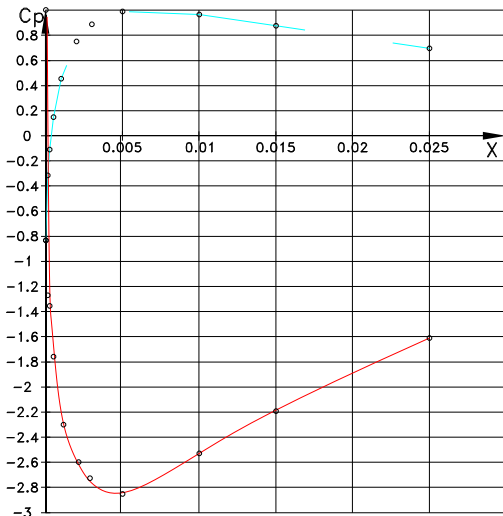


Fig.4.40 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 2

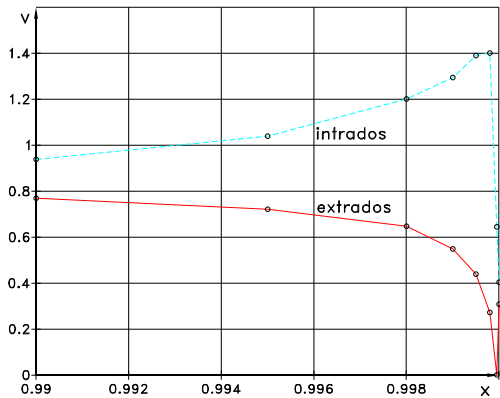


Fig.4.41 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 2

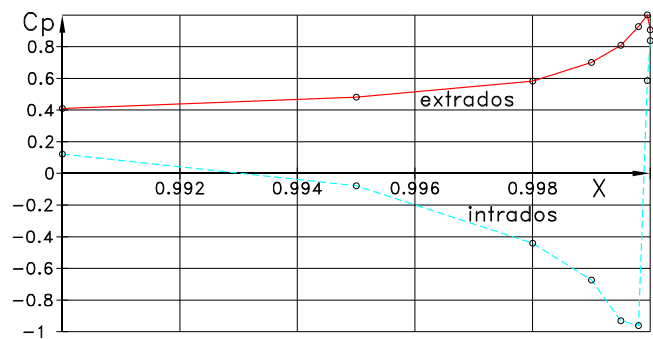


Fig.4.42 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 2

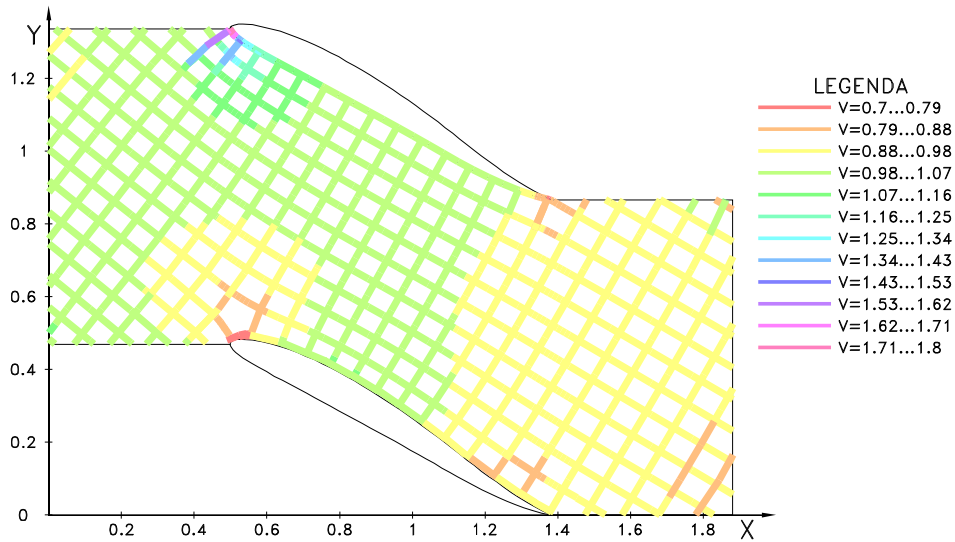


Fig.4.43 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 2

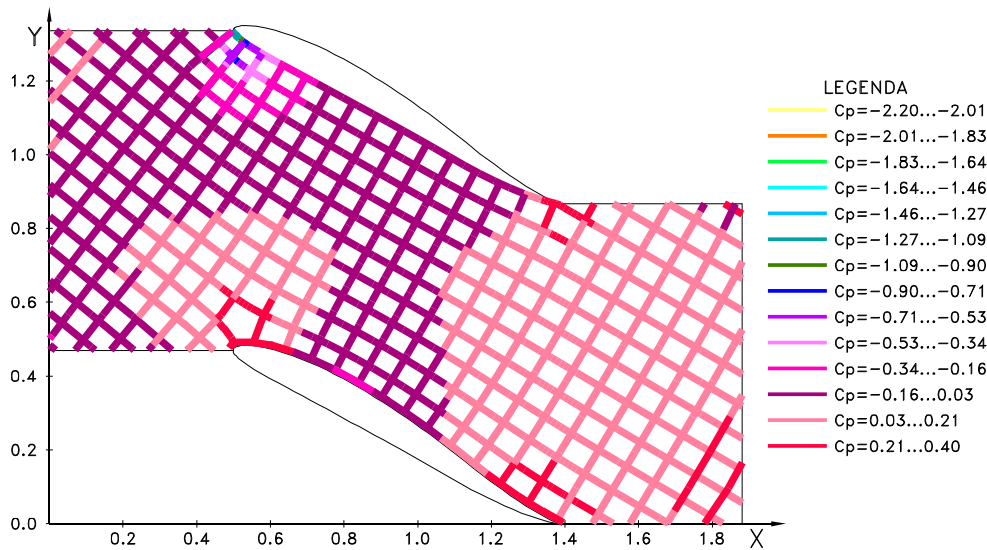


Fig.4.44 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 2

Pentru secțiunea 3 a paletii, în fig.4.45 – 4.57 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în "S" în secțiune (fig.4.45) - generat din profilul de tip NACA4488, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.46), bordul de fugă mărit (fig.4.47), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.48), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.49), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.50), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.51), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.52), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.53), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.54), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.55), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.56) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.57).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradadosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 2.400$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 25.18^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 0.8987$ cu $a = b = t/2l = 0.44985$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 33.03^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 27.58^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.115$ m²/s.

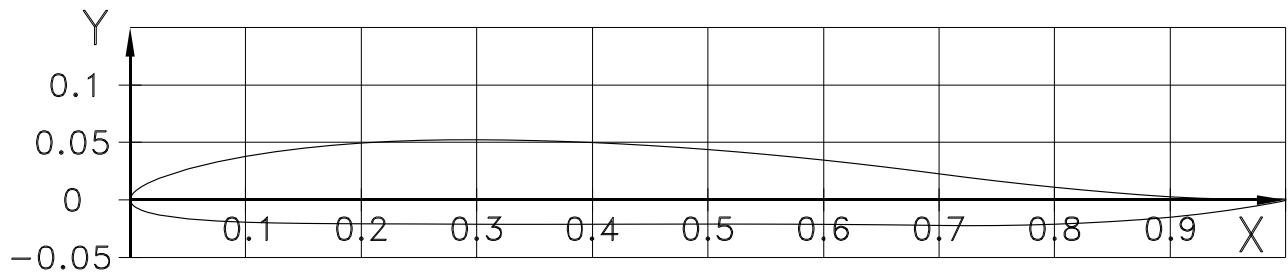


Fig.4.45 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 3

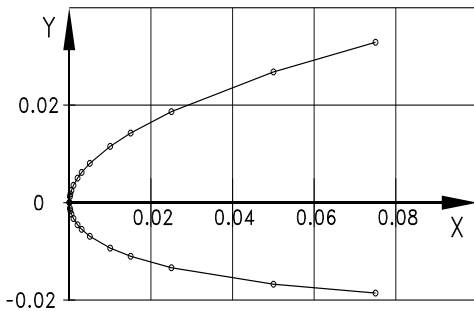


Fig.4.46 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 3

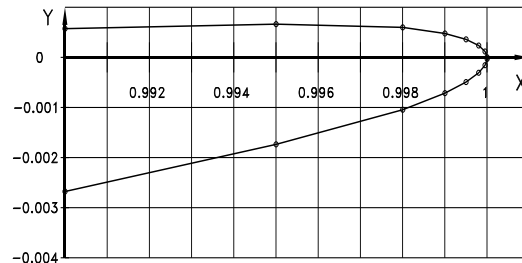


Fig.4.47 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 3

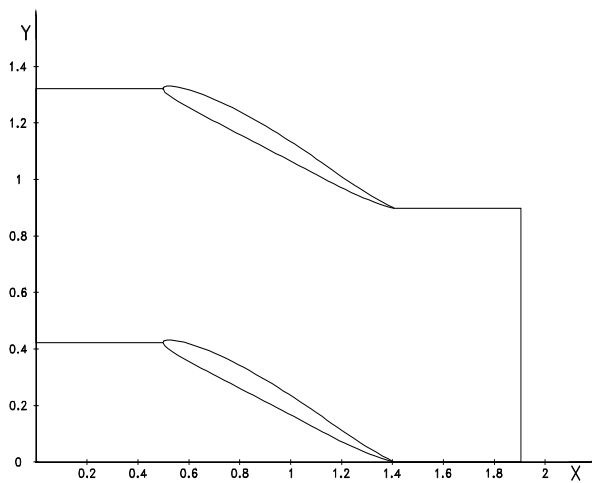


Fig.4.48 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 3

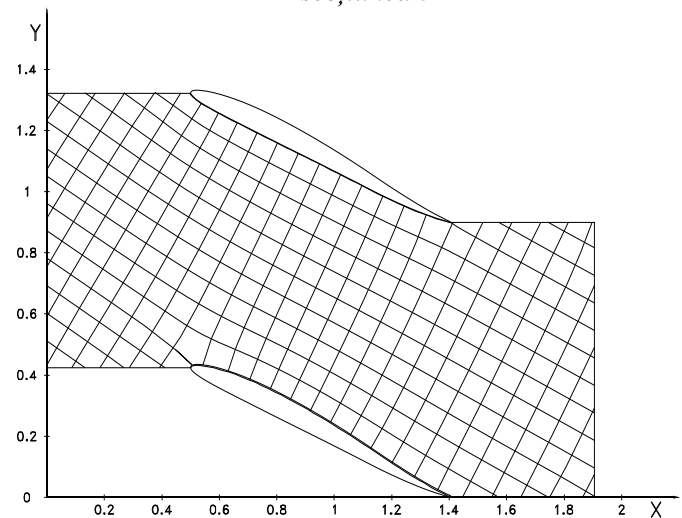


Fig.4.49 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S" - curgerea directă – secțiunea 3

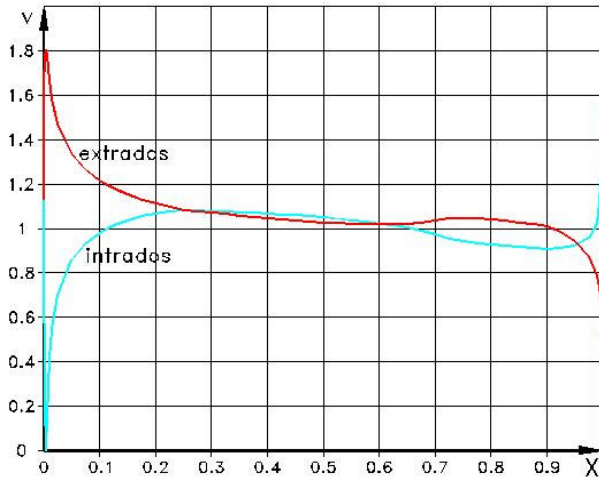


Fig.4.50 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 3

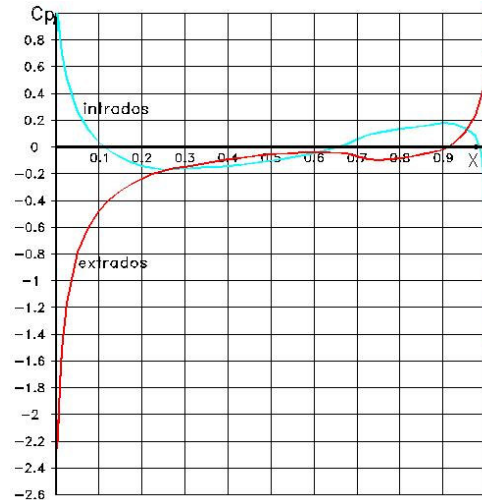


Fig.4.51 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 3

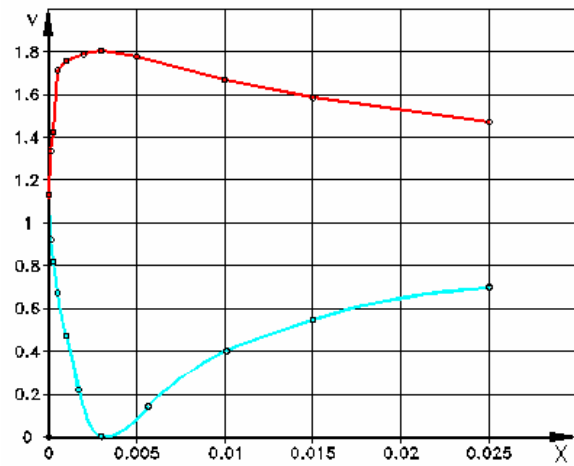


Fig.4.52 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 3

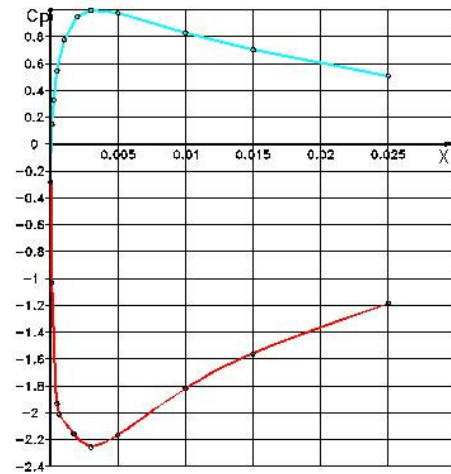


Fig.4.53 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 3

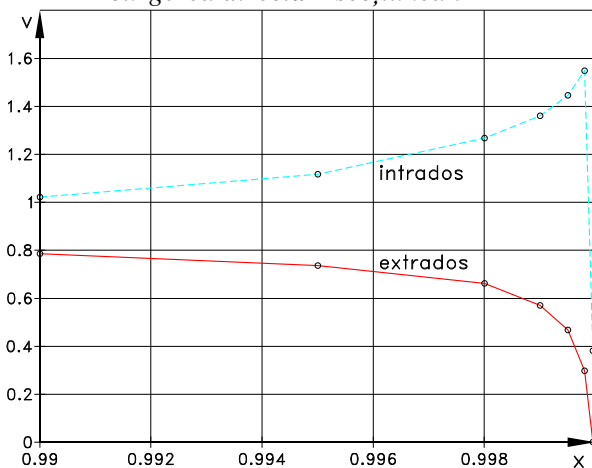


Fig.4.54 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 3

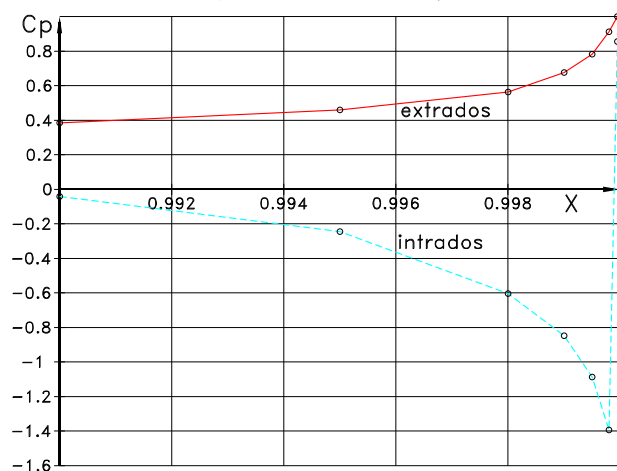


Fig.4.55 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 3

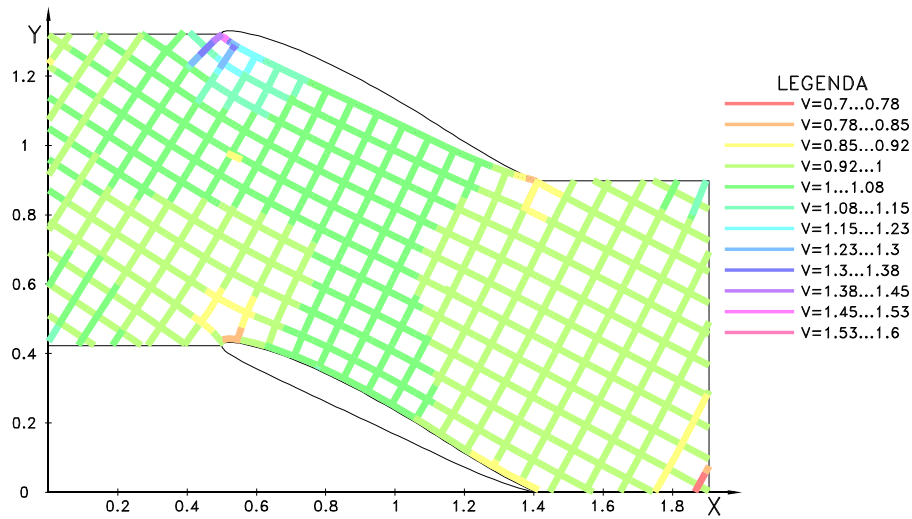


Fig.4.56 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 3

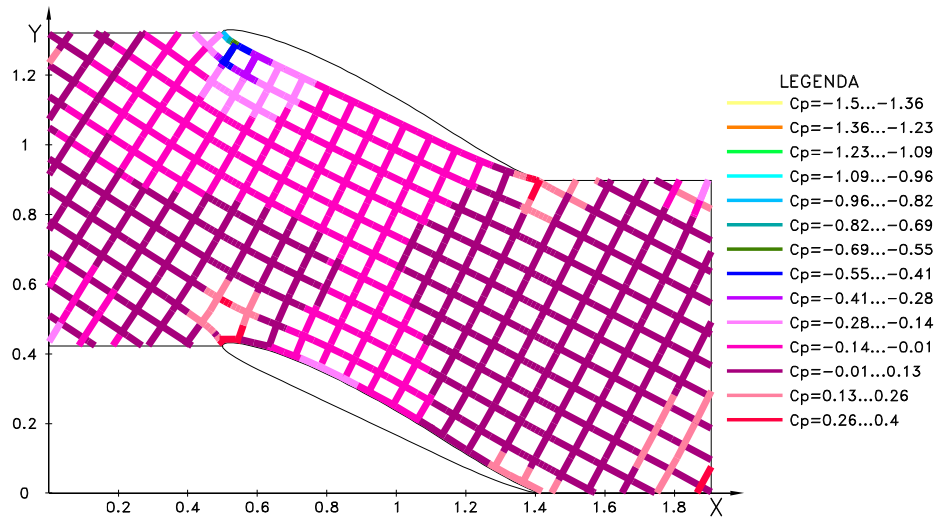


Fig.4.57 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 3

Pentru secțiunea 4 a paletei, în fig.4.58 – 4.70 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în "S" în secțiune (fig.4.58) - generat din profilul de tip NACA4406, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.59), bordul de fugă mărit (fig.4.60), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.61), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.62), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.63), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.64), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.65), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.66), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.67), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.68), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.69) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.70).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradossul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 2.5579$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 22.89^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 0.9302$ cu $a = b = t/2l = 0.4651$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 26.08^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 26.47^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.00541$ m²/s.

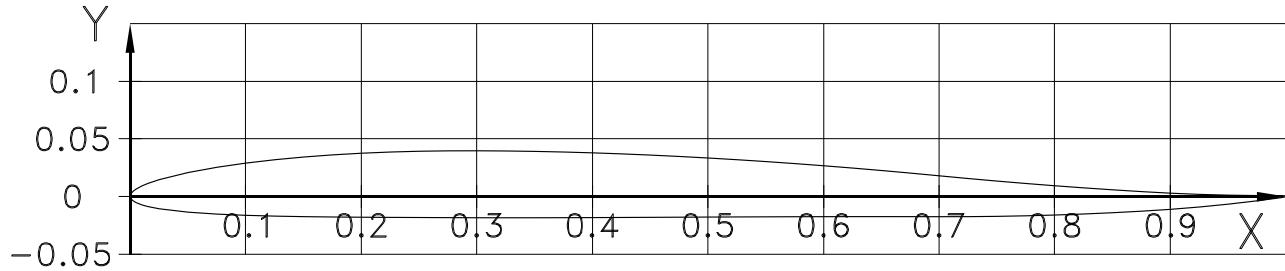


Fig.4.58 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 4

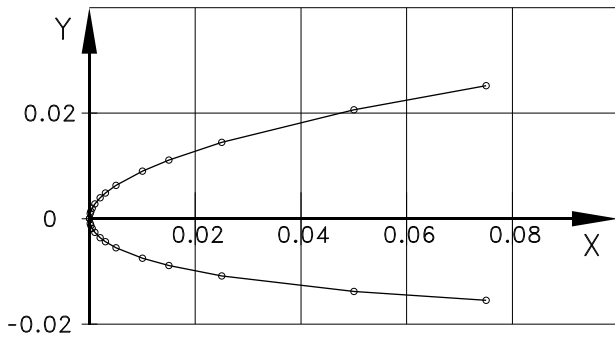


Fig.4.59 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 4

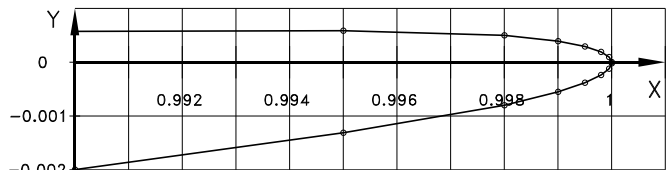


Fig.4.60 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 4

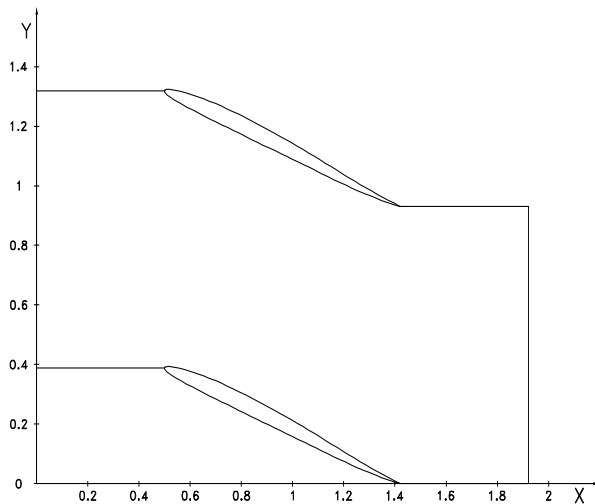


Fig.4.61 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 4

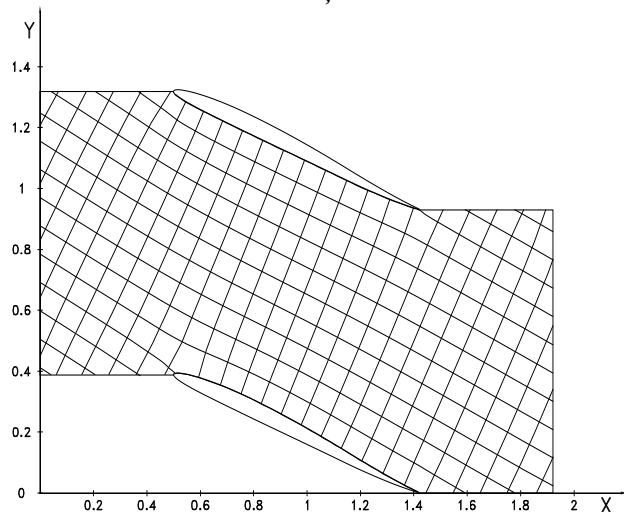


Fig.4.62 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S" - curgerea directă – secțiunea 4

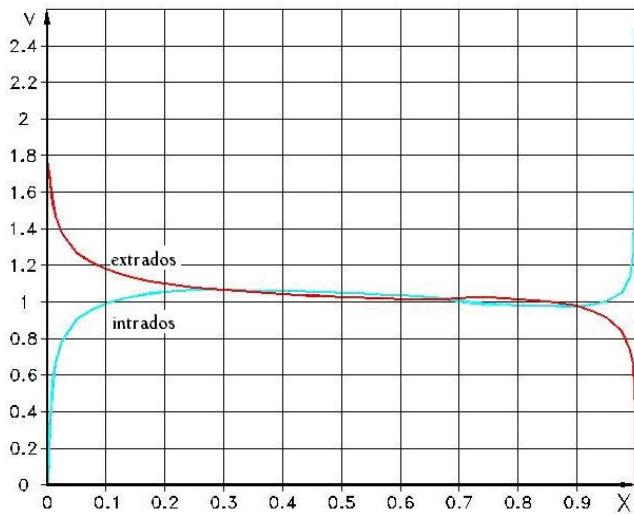


Fig.4.63 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 4

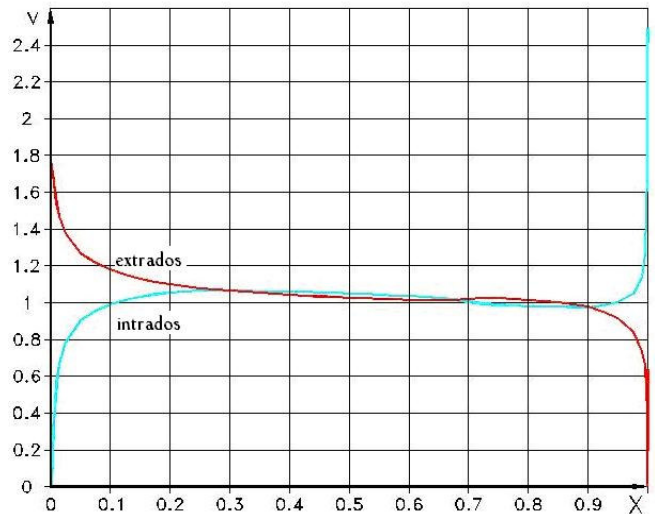


Fig.4.64 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 4

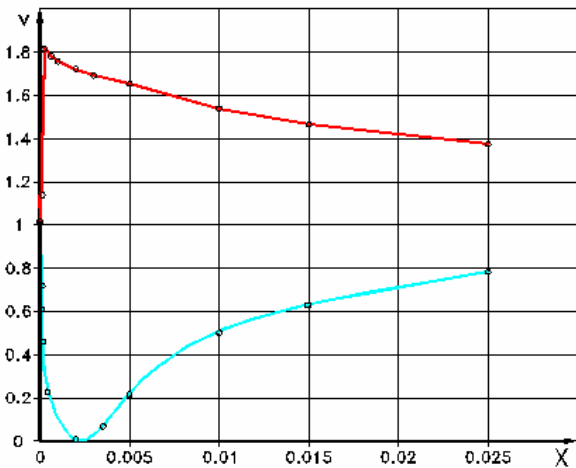


Fig.4.65 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 4

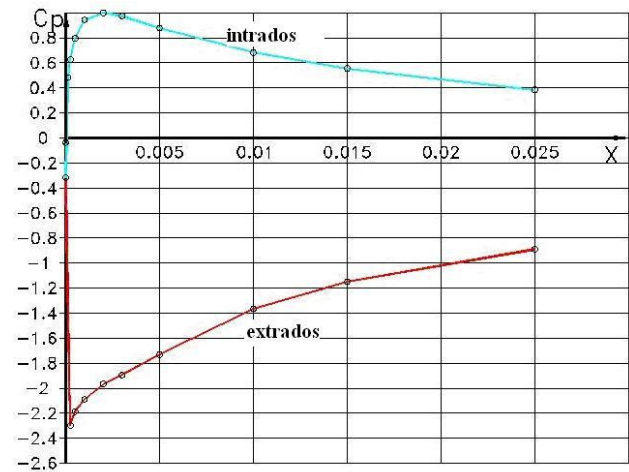


Fig.4.66 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 4

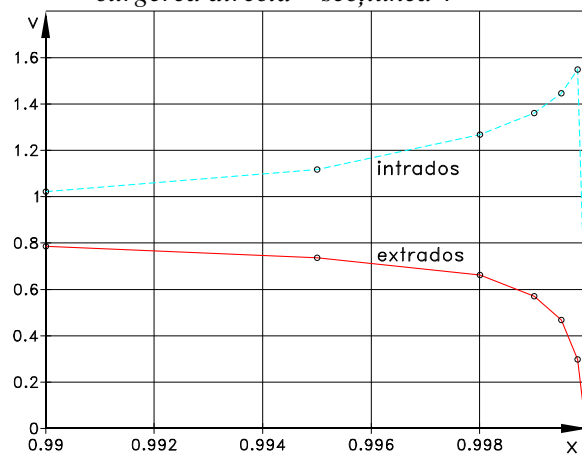


Fig.4.67 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 4

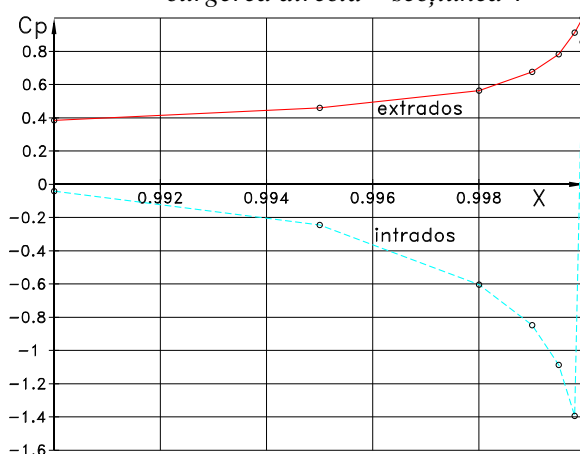


Fig.4.68 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 4

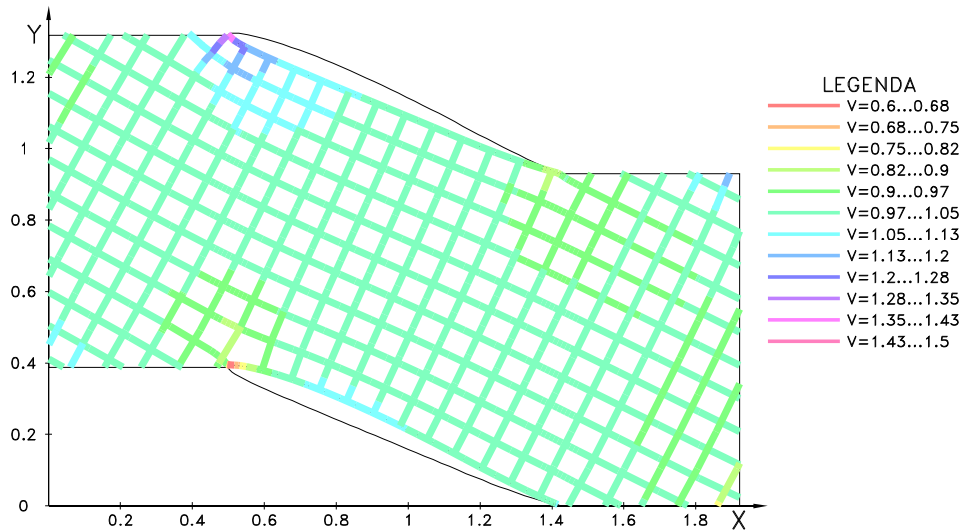


Fig.4.69 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 4

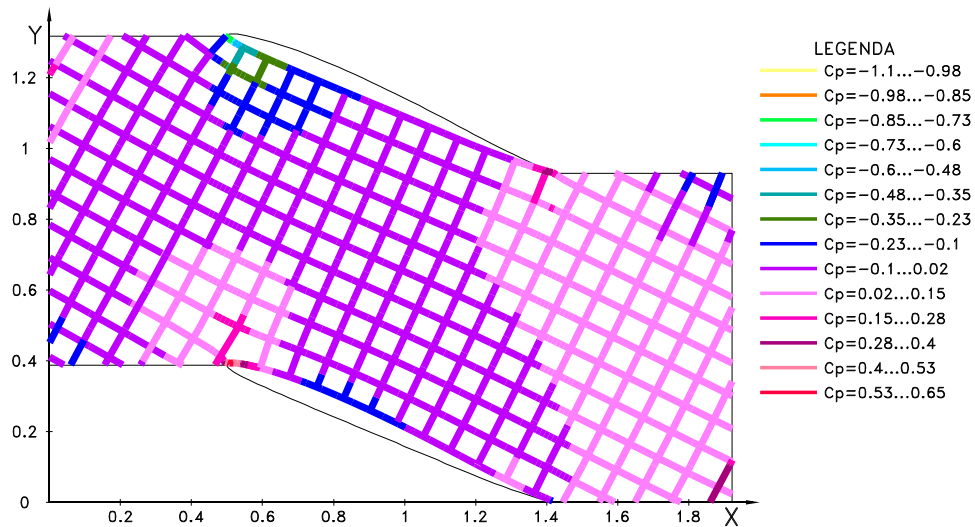


Fig.4.70 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 4

Pentru secțiunea 5 a paletii, în fig.4.71 – 4.83 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în ”S” în secțiune (fig.4.71) - generat din profilul de tip NACA4405, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.72), bordul de fugă mărit (fig.4.73), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.74), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.75), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.76), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.77), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.78), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.79), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.80), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.81) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.82).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 2.6731$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 21.06^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 0.932$ cu $a = b = t/2l = 0.466$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 26.22^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 25^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.025$ m²/s.

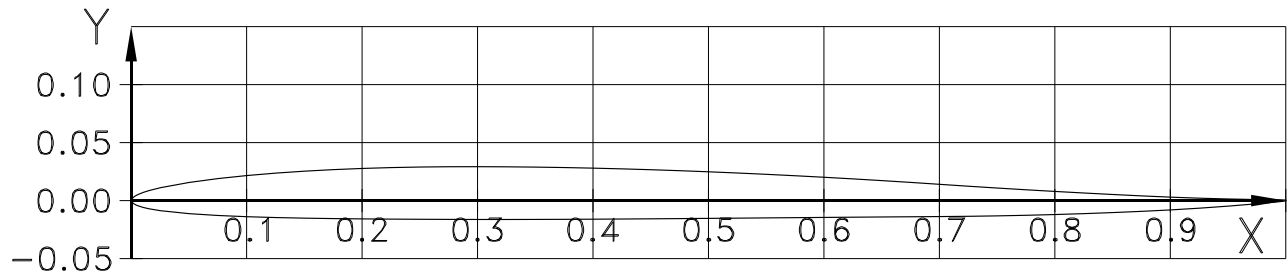


Fig.4.71 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 5

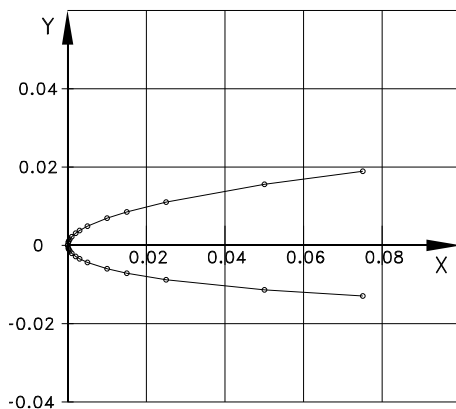


Fig.4.72 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 5

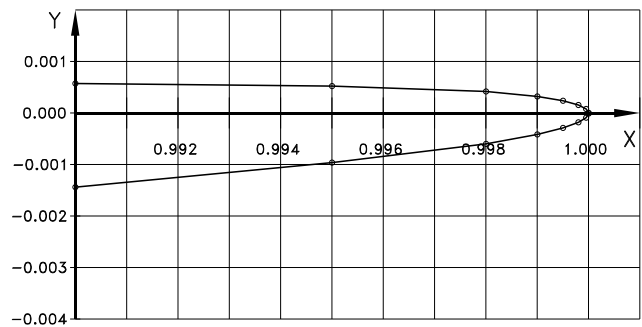


Fig.4.73 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 5

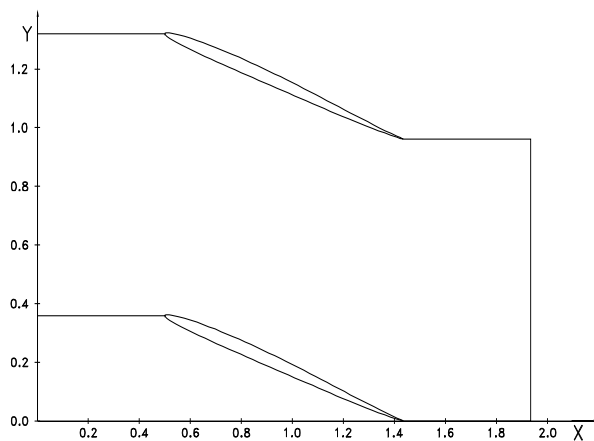


Fig.4.74 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 5

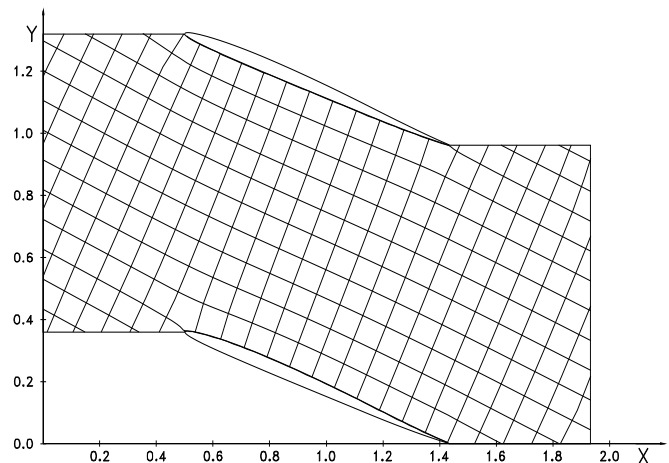


Fig.4.75 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S" - curgerea directă – secțiunea 5

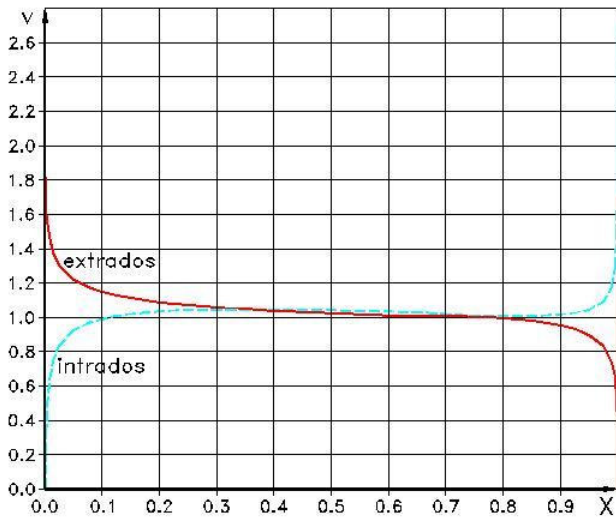


Fig.4.76 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 5

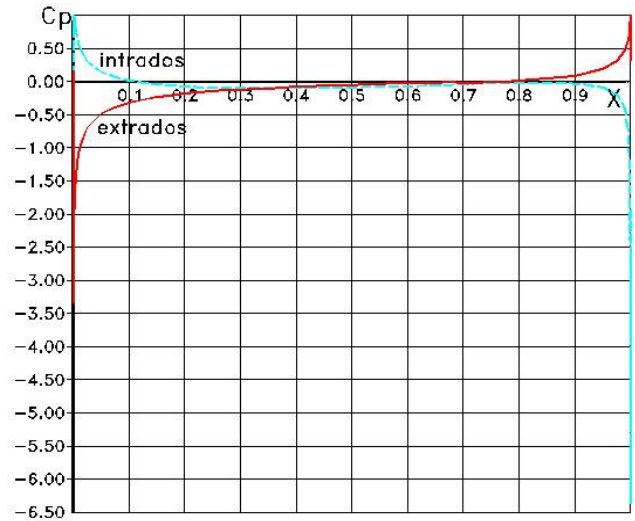


Fig.4.77 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 5

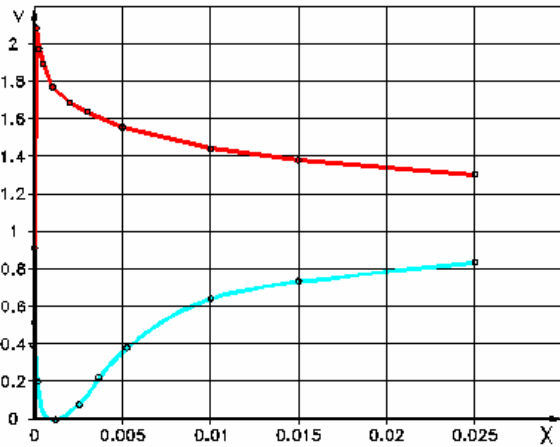


Fig.4.78 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 5

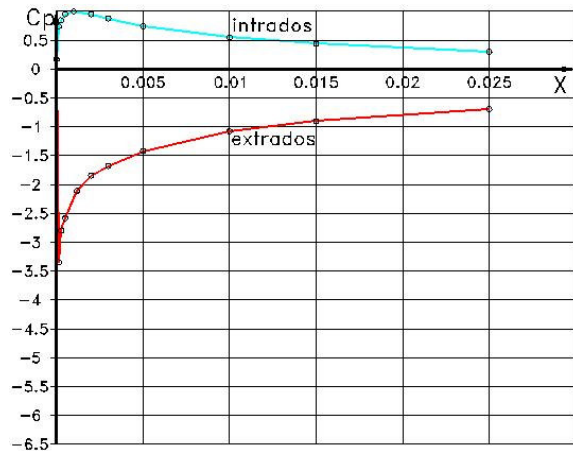


Fig.4.79 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 5

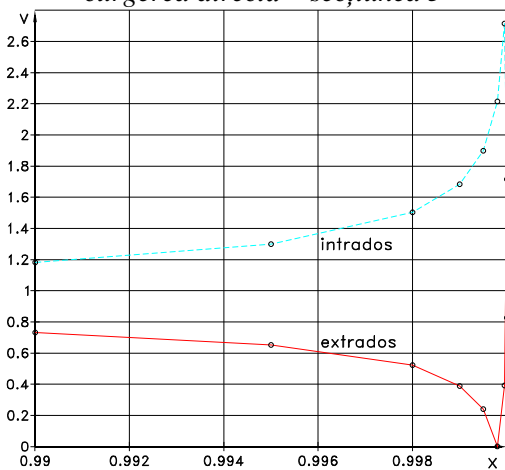


Fig.4.80 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 5

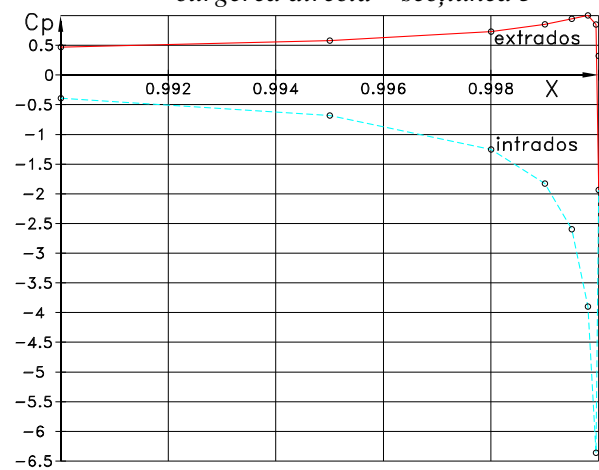


Fig.4.81 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 5

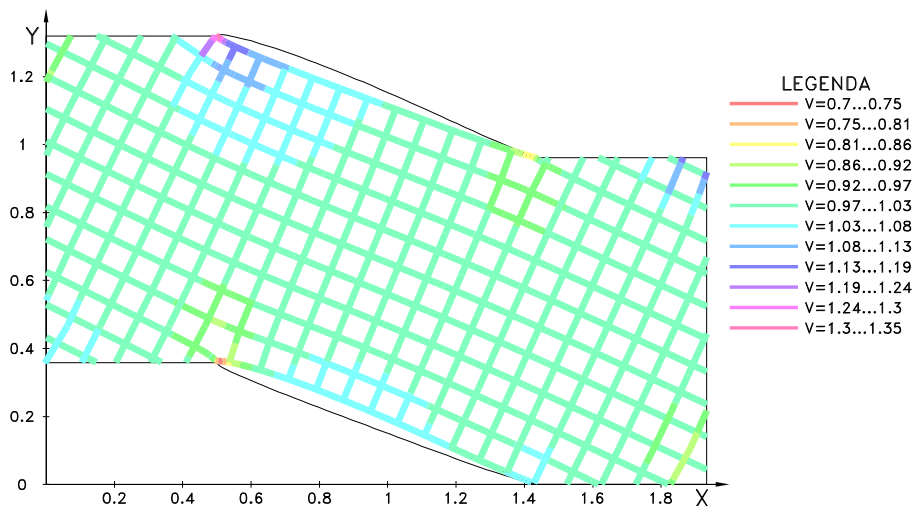


Fig.4.82 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 5

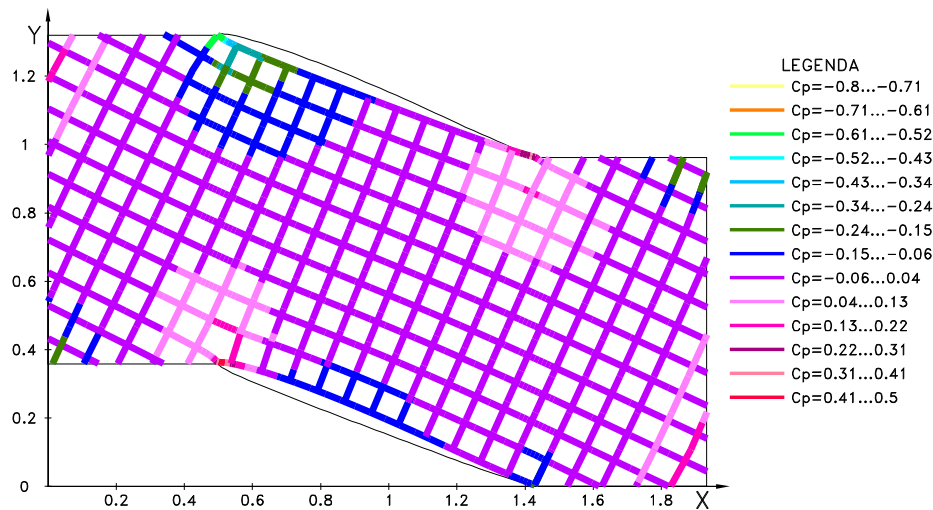


Fig.4.83 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 5

Pentru secțiunea 6 a paletelor, în fig.4.84 – 4.96 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în "S" în secțiune (fig.4.84) - generat din profilul de tip NACA4404, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.85), bordul de fugă mărit (fig.4.86), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.87), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.88), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.89), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.90), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.91), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.92), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.93), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.94), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.95) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.96).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradadosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

Rețeaua are următorii parametrii: lungimea profilului $l = 2.7651$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 19.52^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 0.9919$ cu $a = b = t/2l = 0.48595$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 24.02^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 23.79^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.00489$ m²/s.

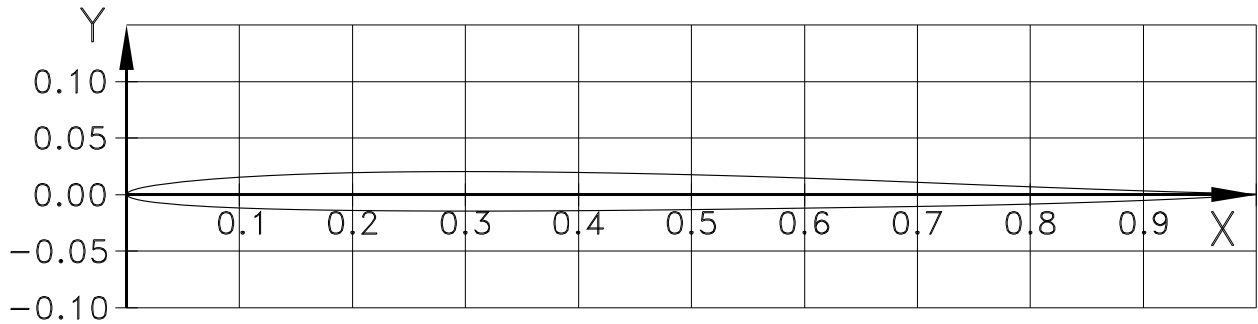


Fig.4.84 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 6

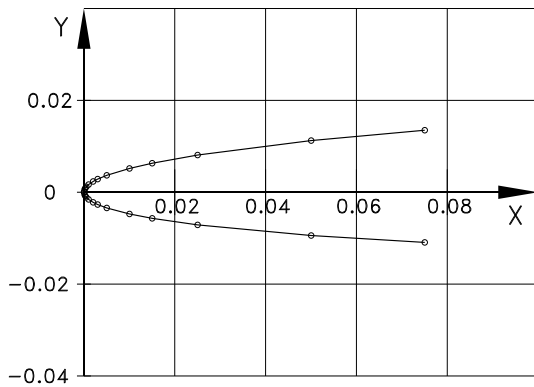


Fig.4.85 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 6

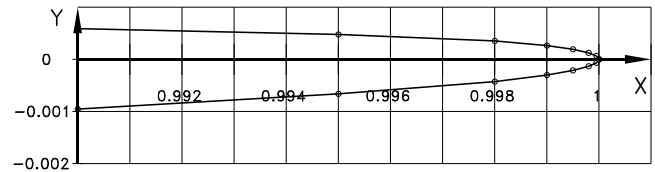


Fig.4.86 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 6

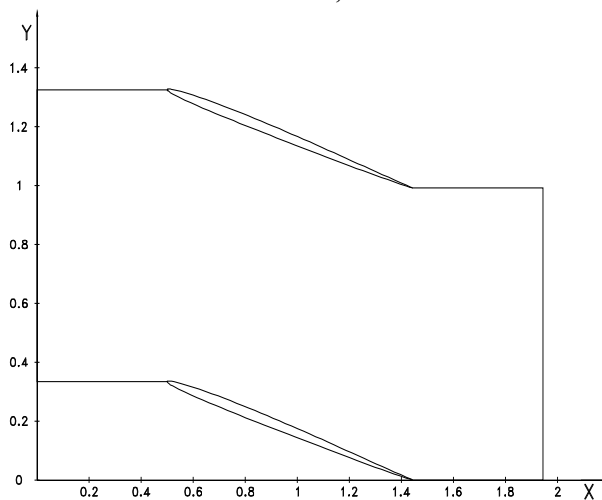


Fig.4.87 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 6

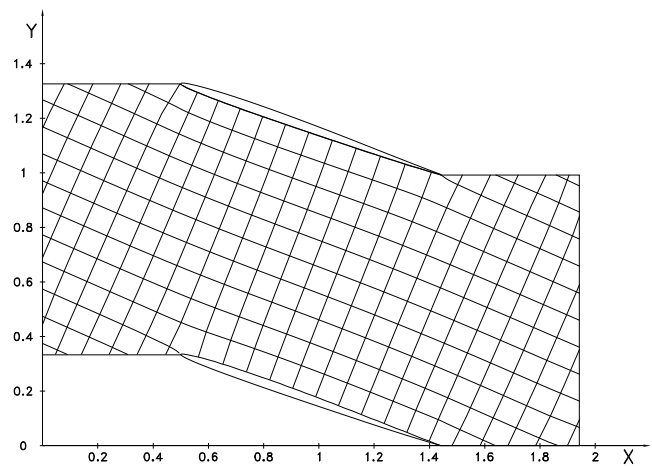


Fig.4.88 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S" - curgerea directă – secțiunea 6

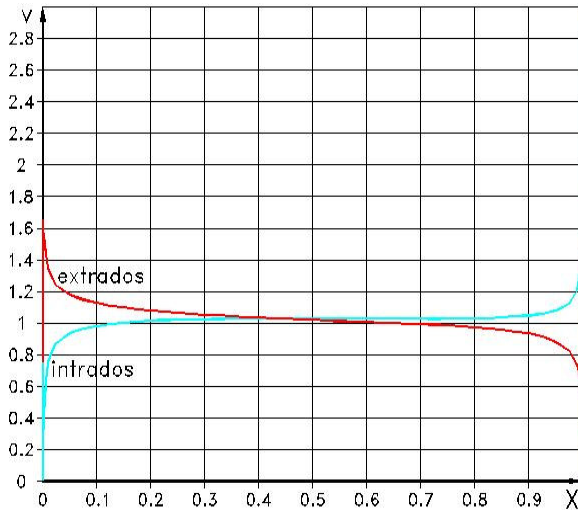


Fig.4.89 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 6

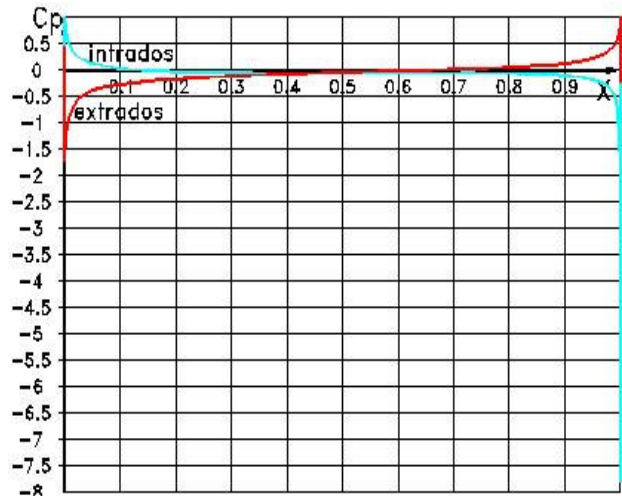


Fig.4.90 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 6

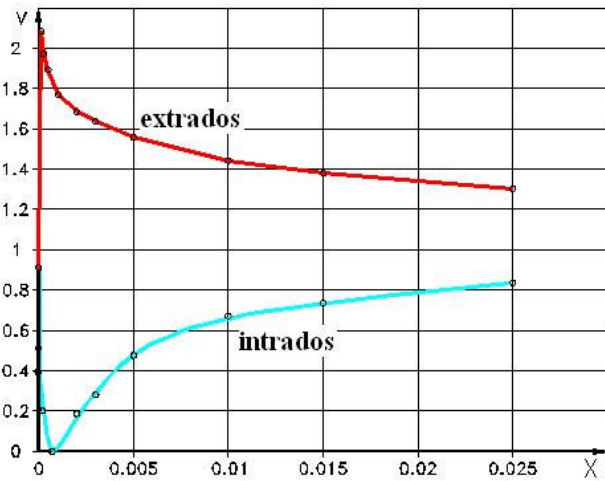


Fig.4.91 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 6

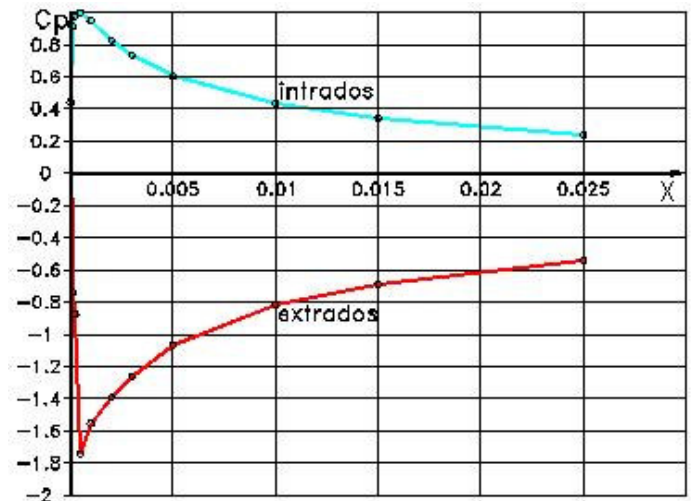


Fig.4.92 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 6

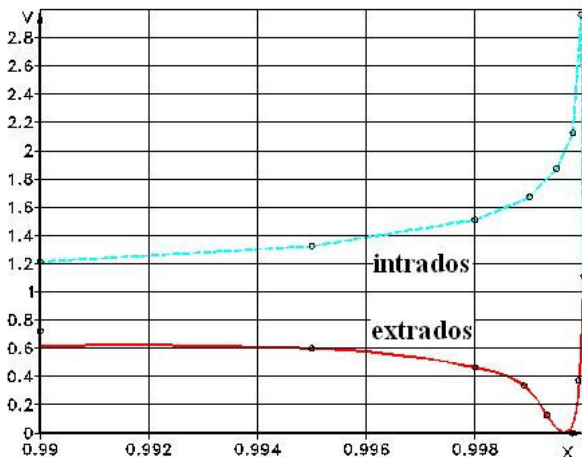


Fig.4.93 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 6

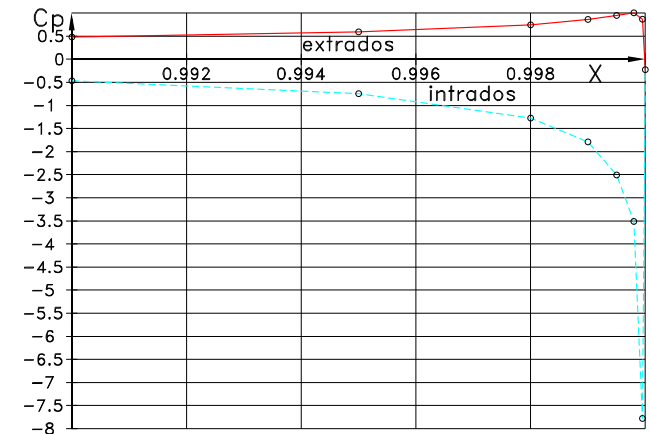


Fig.4.94 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 6

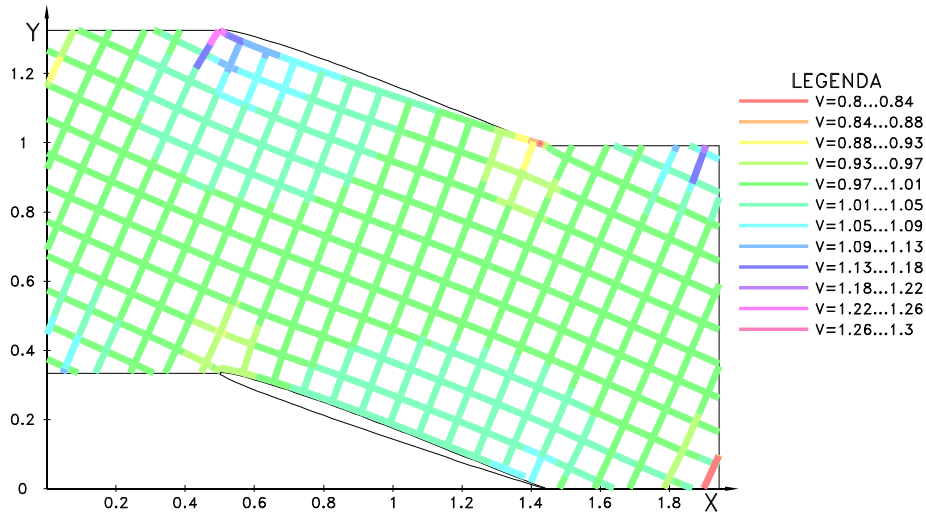


Fig.4.95 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 6

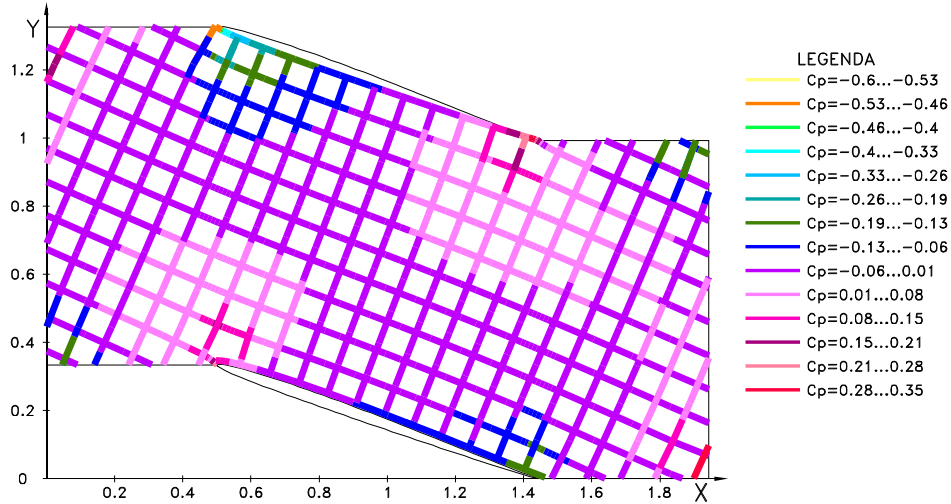


Fig.4.96 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 6

Pentru secțiunea 7 a paletei, în fig.4.97 - 4.109 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea directă (rețea de turbină): profilul reversibil în "S" în secțiune (fig.4.97) - generat din profilul de tip NACA4403, cu $a_p = 0.71$ (punctul de inflexiune), bordul de atac mărit (fig.4.98), bordul de fugă mărit (fig.4.99), domeniul de analiză a rețelei (fig.4.100), câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.101), câmpul de viteze pe frontiera profilului (fig.4.102), câmpul de presiuni pe frontiera profilului (fig.4.103), câmpul de viteze în zona bordului de atac (fig.4.104), câmpul de presiuni în zona bordului de atac (fig.4.105), câmpul de viteze în zona bordului de fugă (fig.4.106), câmpul de presiuni în zona bordului de fugă (fig.4.107), câmpul de variație a vitezei prin rețea (fig.4.108) și câmpul de variație a presiunii prin rețea (fig.4.109).

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradossul frontierei.

Rețeaua are următorii parametri: lungimea profilului $l = 2.801$ [m], unghiul de instalare $\beta_s = 23.01^\circ$, pasul relativ al rețelei $t/l = 1.2131$ cu $a = b = t/2l = .60655$ și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AM} = 23.01^\circ$.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AV} = 23.01^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^t = 0.00$ m²/s.

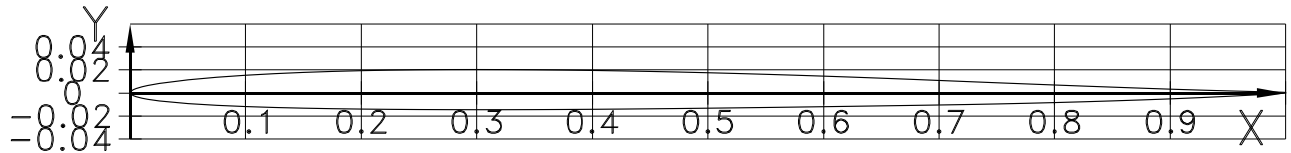


Fig.4.97 Profilul reversibil în "S", cu $a_p=0.7l$ – secțiunea 7

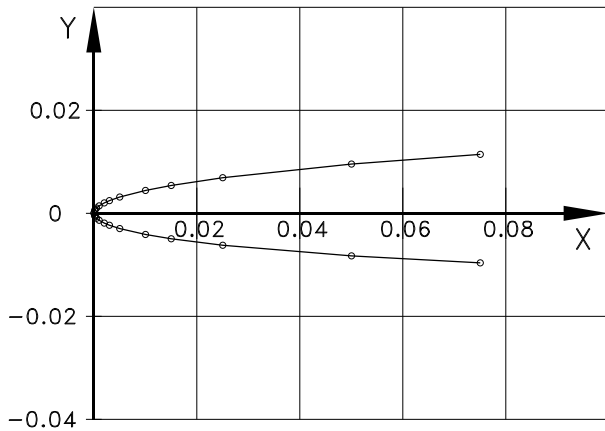


Fig.4.98 Profilul reversibil în "S" – bord de atac mărit – secțiunea 7

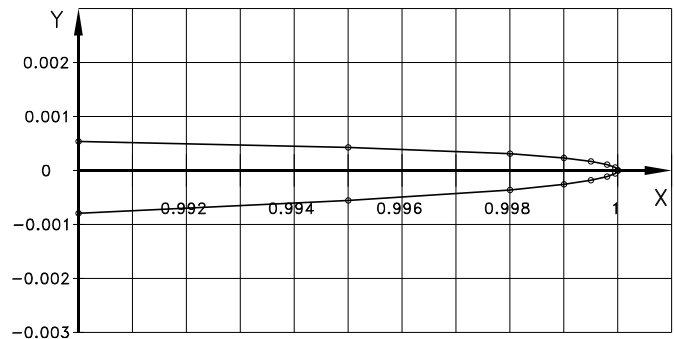


Fig.4.99 Profilul reversibil în "S" – bord de fugă mărit – secțiunea 7

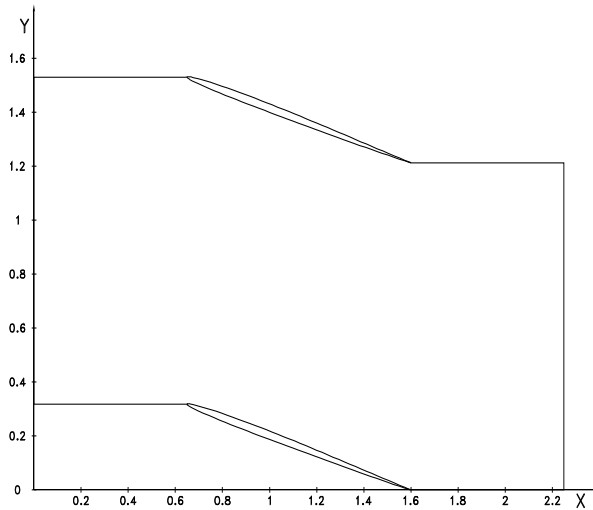


Fig.4.100 Domeniul de analiză a rețelei profilelor reversibile în "S" – secțiunea 7

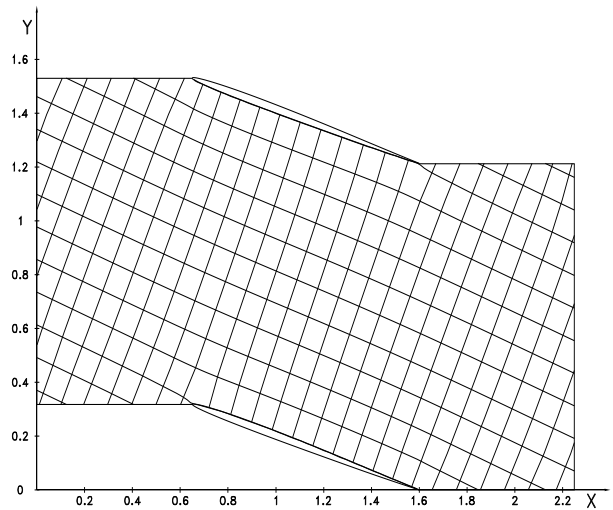


Fig.4.101 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S" - curgerea directă – secțiunea 7

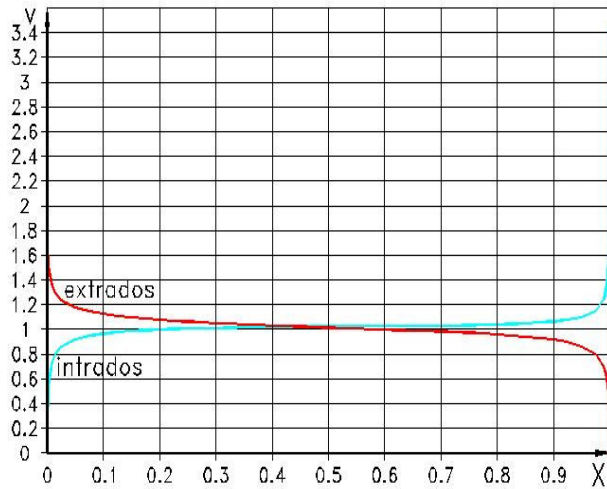


Fig.4.102 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 7

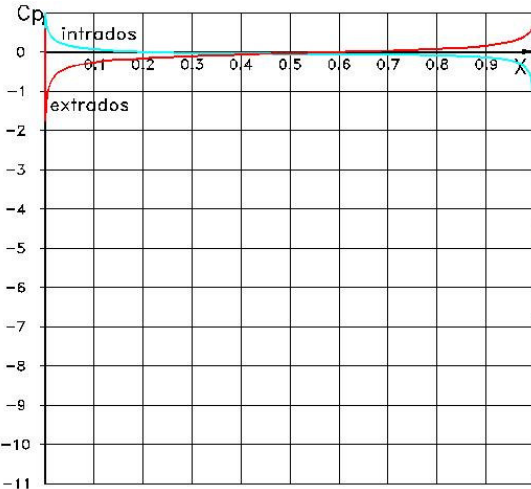


Fig.4.103 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea directă – secțiunea 7

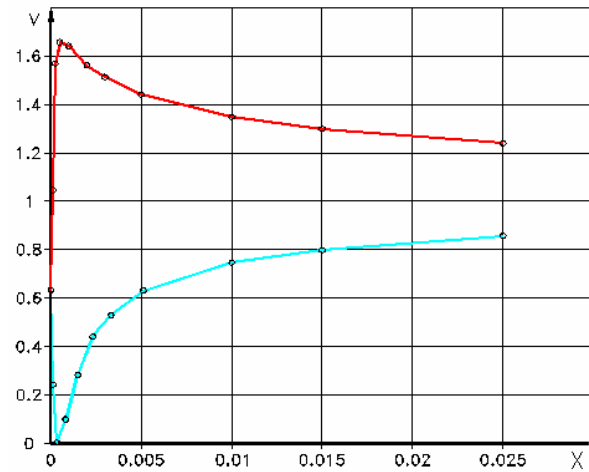


Fig.4.104 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 7

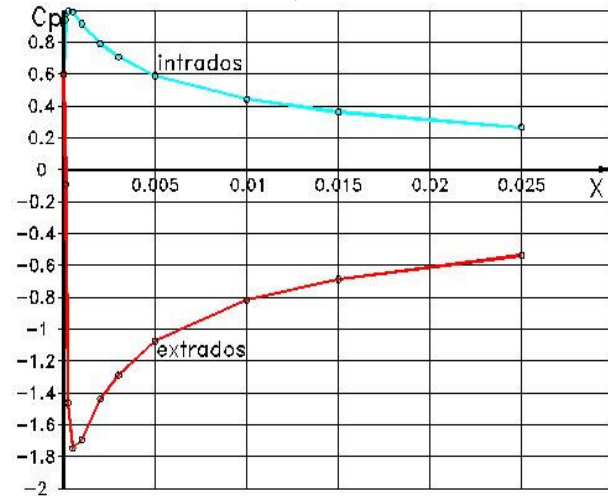


Fig.4.105 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea directă – secțiunea 7

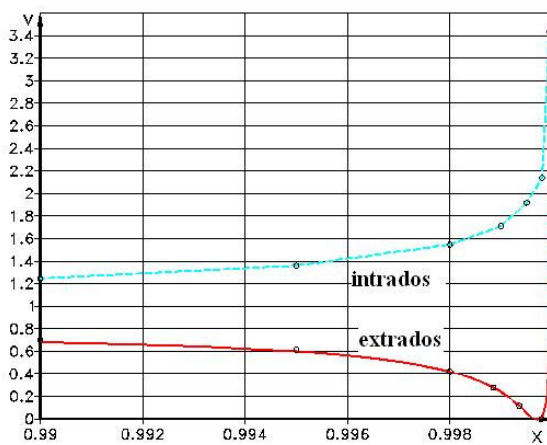


Fig.4.106 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 7

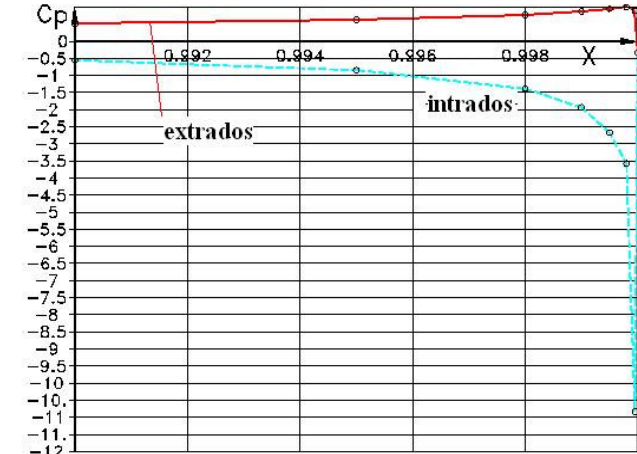


Fig.4.107 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea directă – secțiunea 7

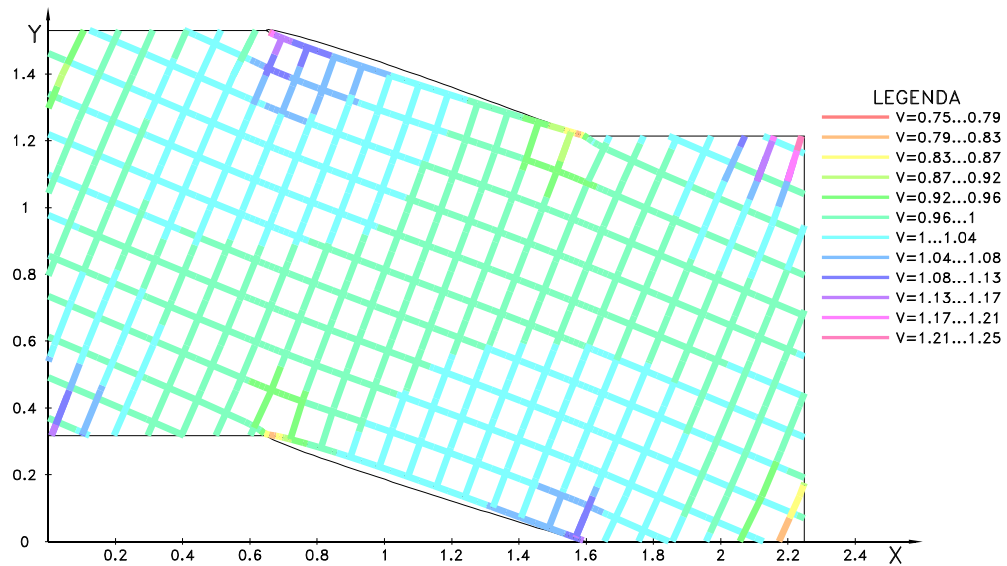


Fig.4.108 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 7

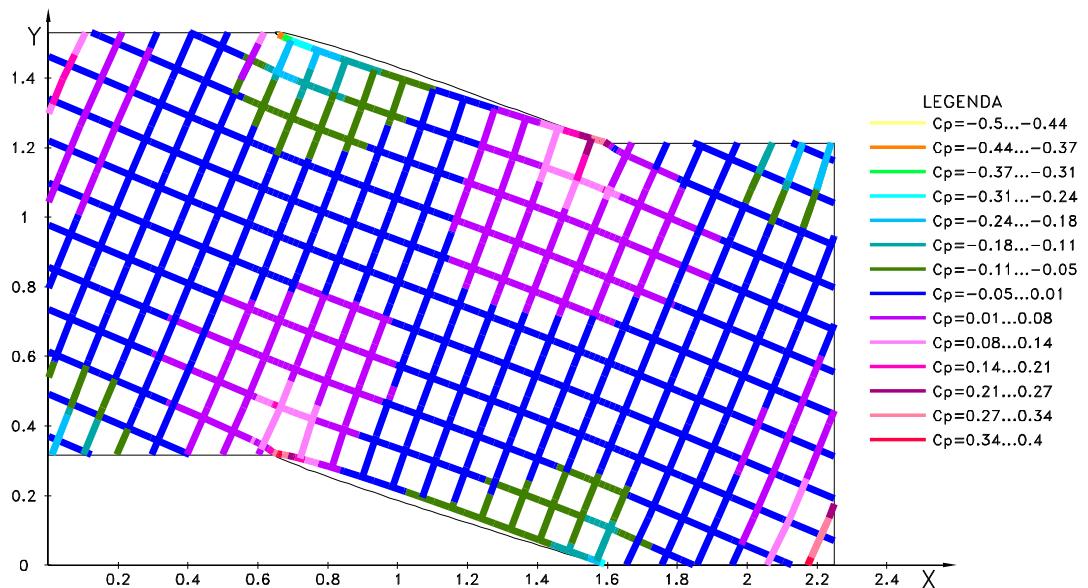


Fig.4.109 Variația coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea directă - secțiunea 7

În continuare sunt prezentate rezultatele grafice pentru curgerea inversă.

Pentru secțiunea 0 a paletei, în fig.4.110 – 4.118 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.110), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.111, 4.112), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.113, 4.114), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.115, 4.116) și câmpul de variație a vitezei și a coeficientului de presiune prin rețea (fig.4.117, 4.118). Rețeaua are următorii parametrii: geometrici aceeași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 36.96^{\circ}$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei profilului.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 36.95^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.067 \text{ m}^2/\text{s}$.

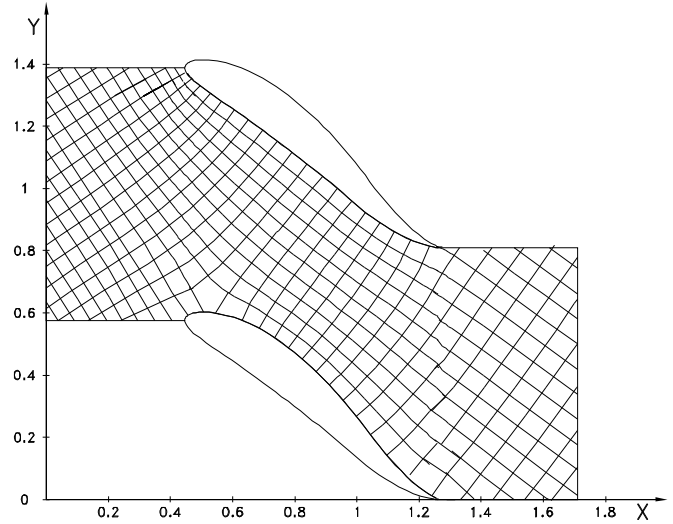


Fig.4.110 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 0

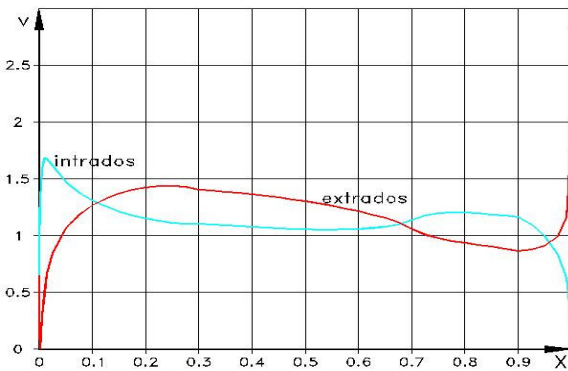


Fig.4.111 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 0

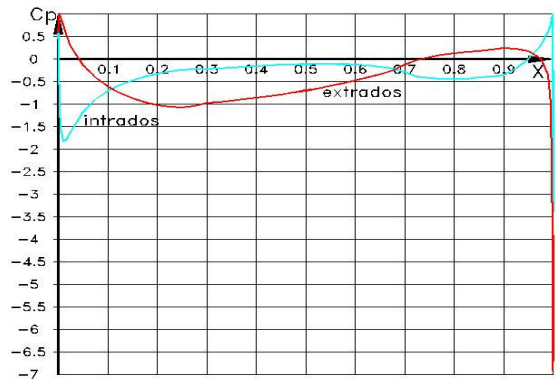


Fig.4.112 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 0

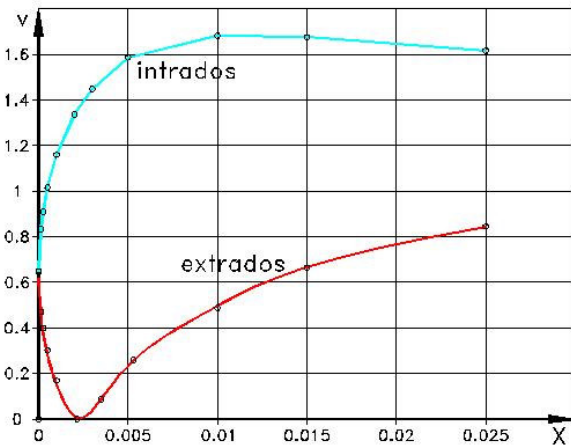


Fig.4.113 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" - zona bordului de atac, curgerea inversă - secțiunea 0

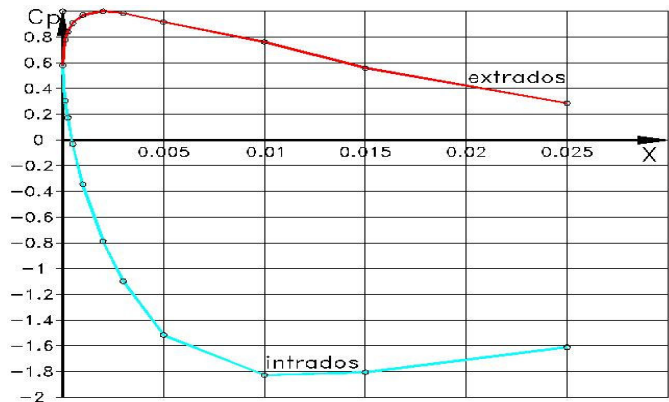


Fig.4.114 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" - zona bordului de atac, curgerea inversă - secțiunea 0

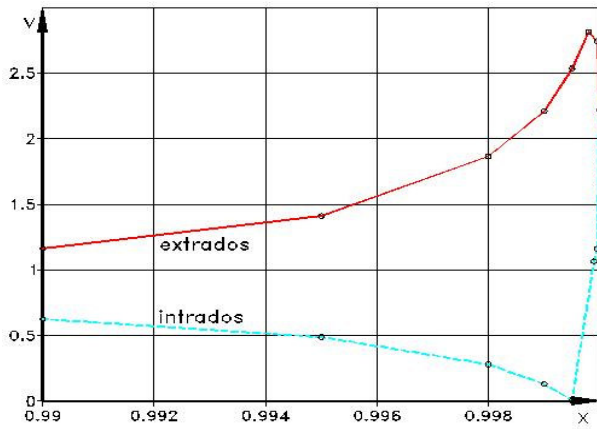


Fig.4.115 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 0

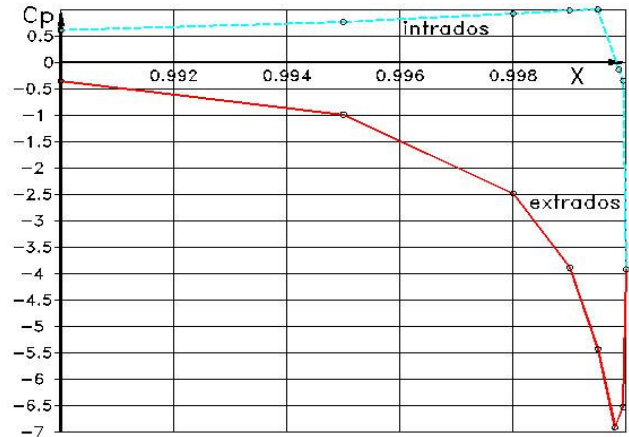


Fig.4.116 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 0

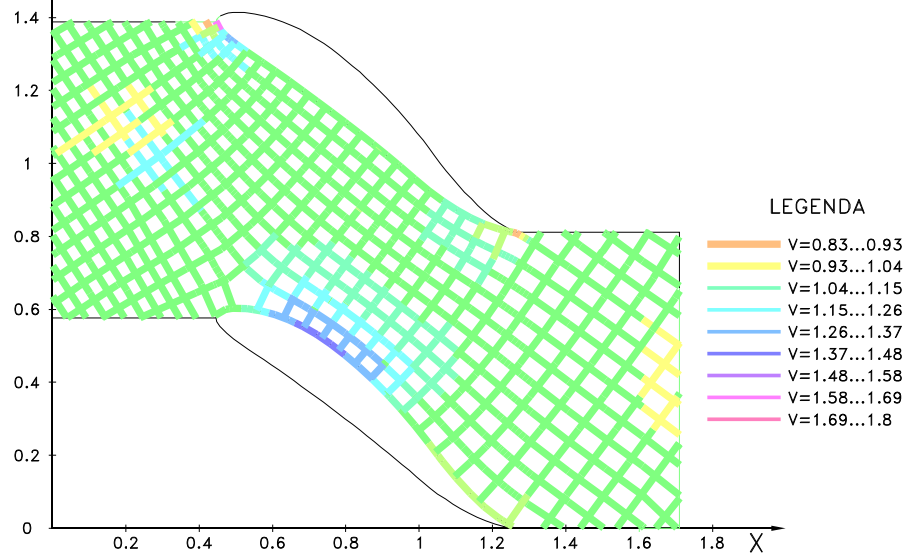


Fig.4.117 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 0

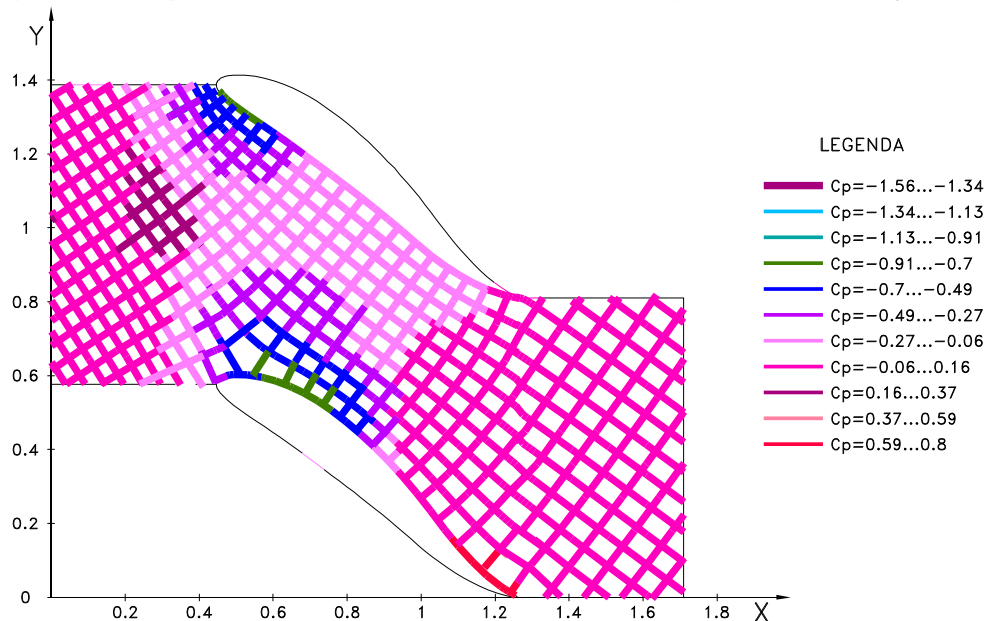


Fig.4.118 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 0

Pentru secțiunea 1 a paletelor, în fig.4.119 – 4.127 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.119), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.120, 4.121), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.122, 4.123), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.124, 4.125) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.126, 4.127). Rețeaua are următorii parametrii: geometrice aceleași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 34.71^{\circ}$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 36.86^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.0516 \text{ m}^2/\text{s}$.

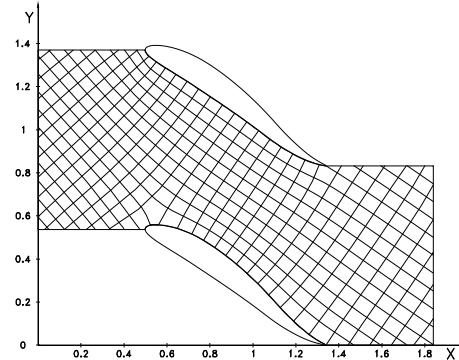


Fig.4.119 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea inversă - secțiunea 1

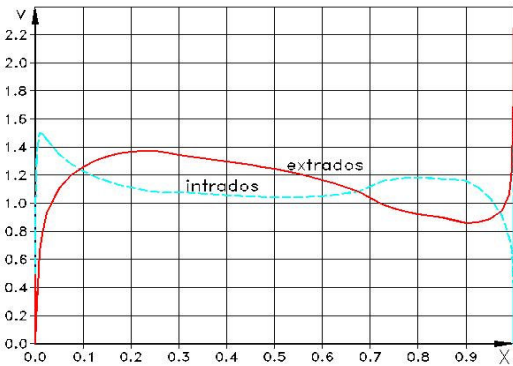


Fig.4.120 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 1

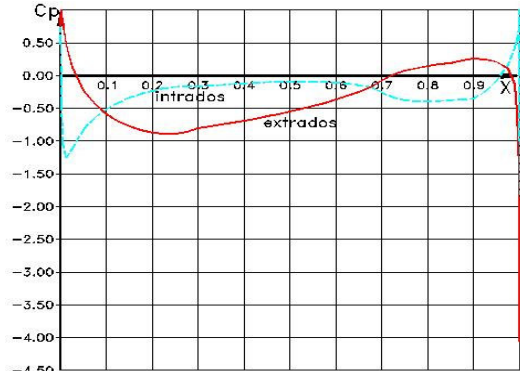


Fig.4.121 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 1

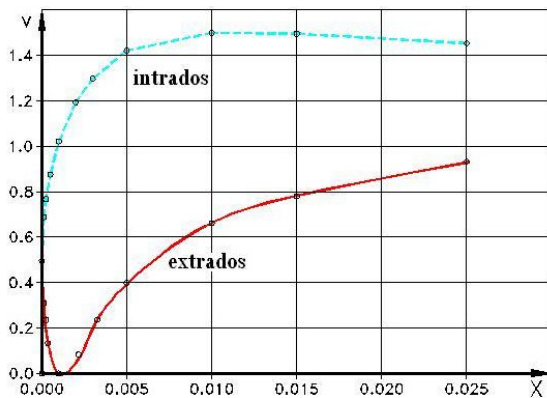


Fig.4.122 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" - zona bordului de atac, curgerea inversă - secțiunea 1

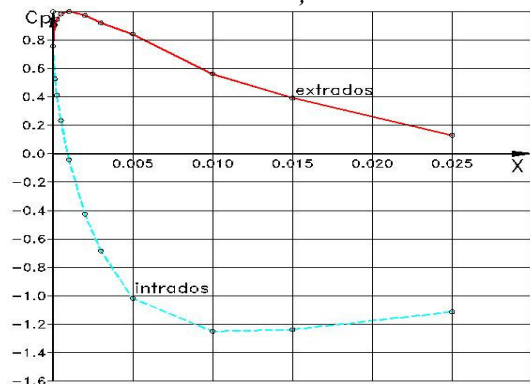


Fig.4.123 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" - zona bordului de atac, curgerea inversă - secțiunea 1

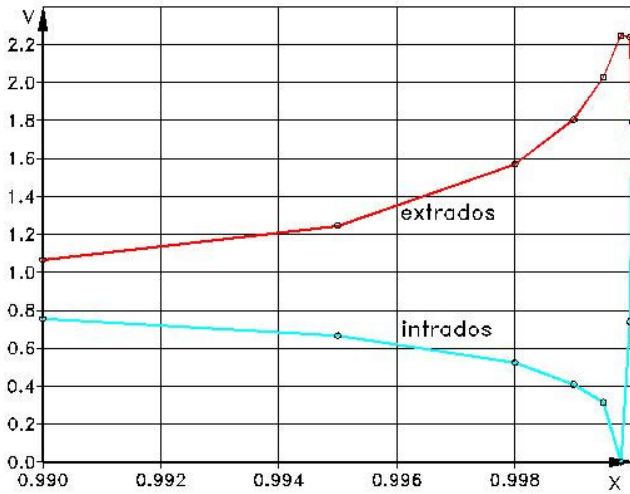


Fig.4.124 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 1

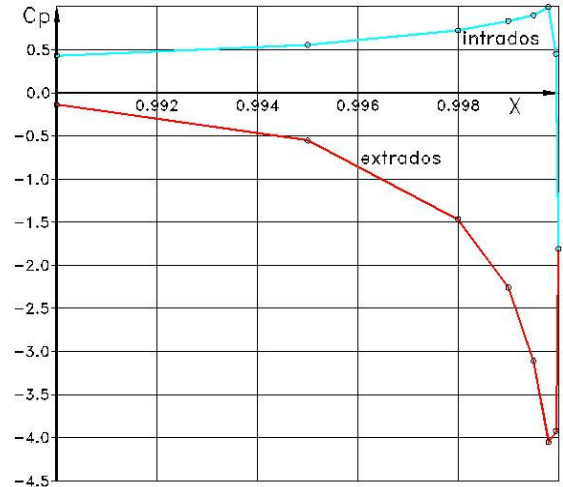


Fig.4.125 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 1

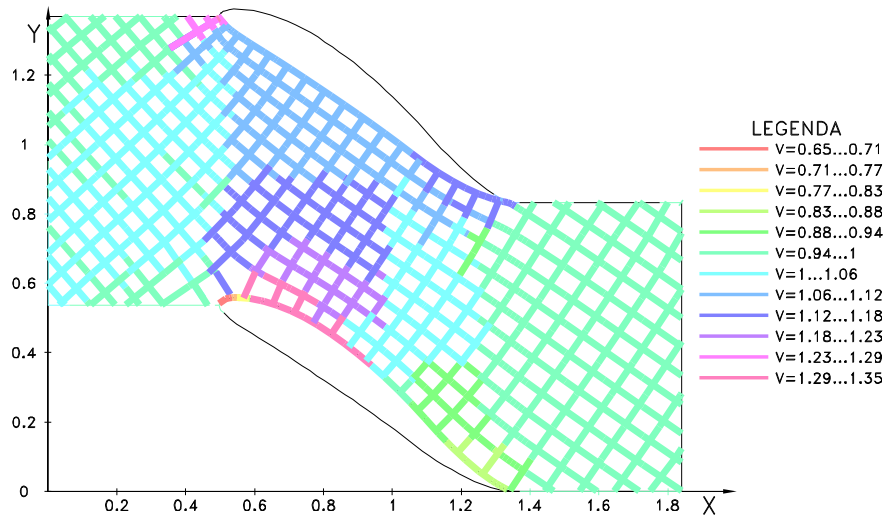


Fig.4.126 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 1

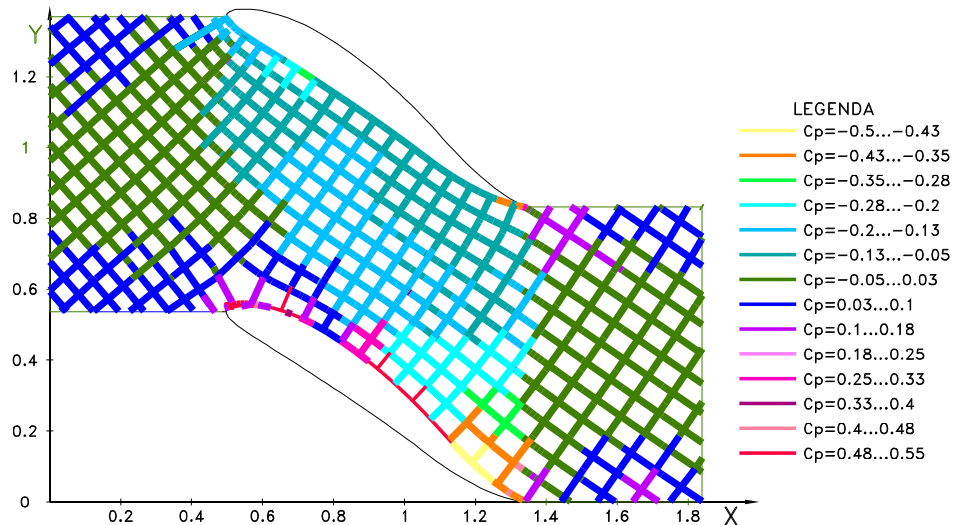


Fig.4.127 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 1

Pentru secțiunea 2 a paletelor, în fig.4.128 – 4.136 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.128), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.129, 4.130), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.131, 4.132), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.133, 4.134) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.135, 4.135). Rețeaua are următorii parametrii: geometrice aceleași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 38.86^\circ$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradadosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculului, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 30.51^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.0264 \text{ m}^2/\text{s}$.

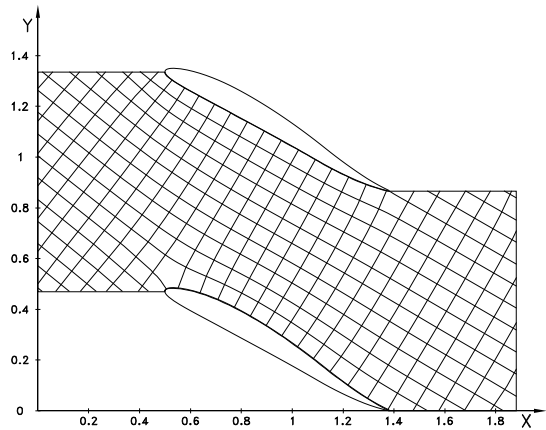


Fig.4.128 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea inversă – secțiunea 2

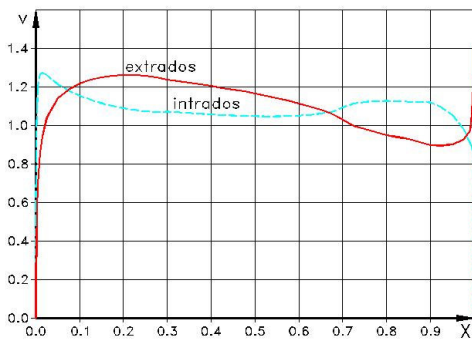


Fig.4.129 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă – secțiunea 2

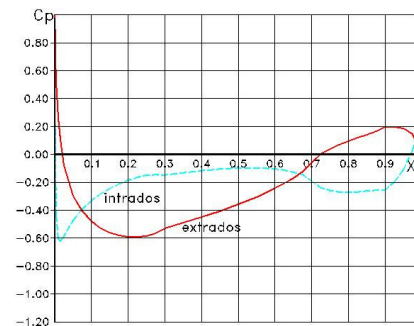


Fig.4.130 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 2

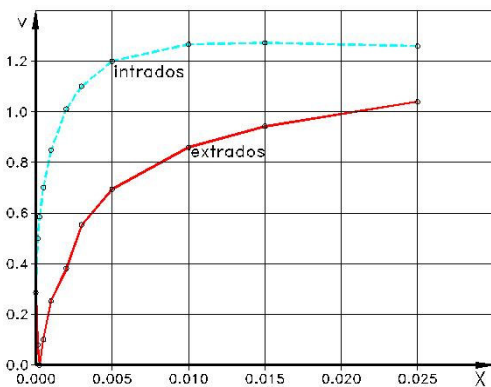


Fig.4.131 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 2

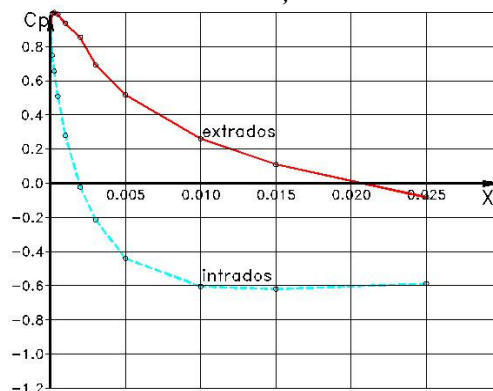


Fig.4.132 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 2

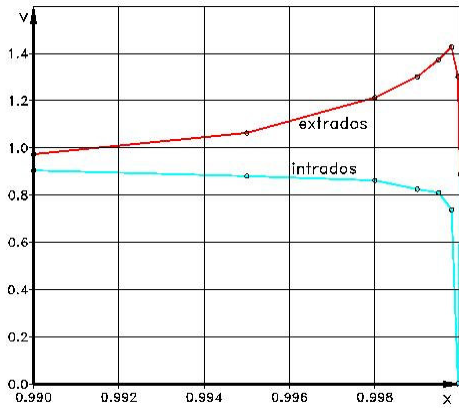


Fig.4.133 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 2

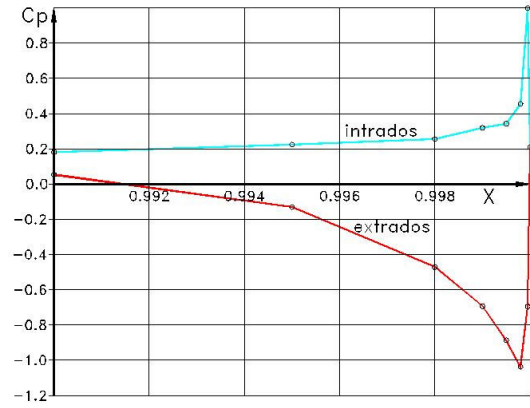


Fig.4.134 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 2

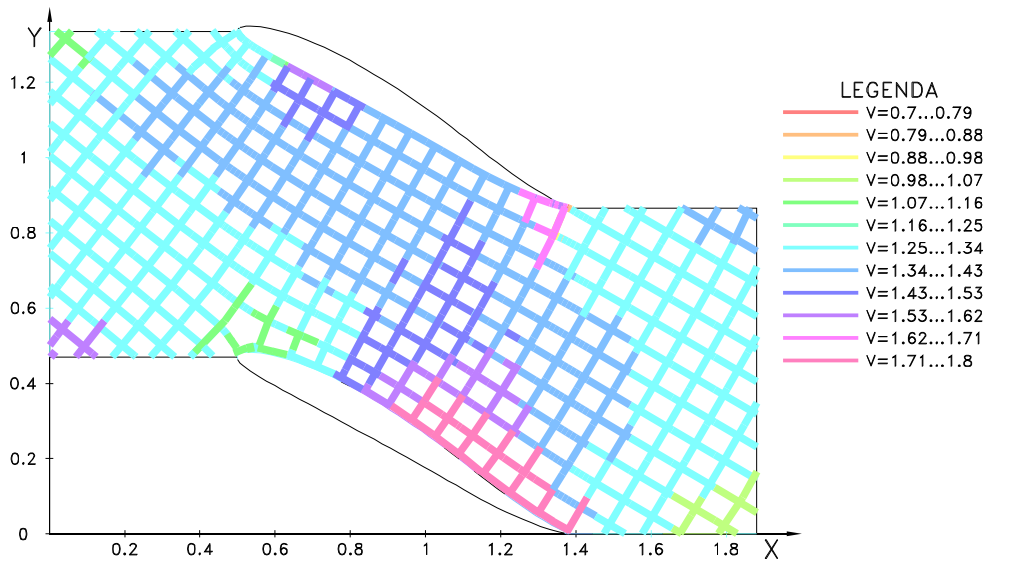


Fig.4.135 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 2

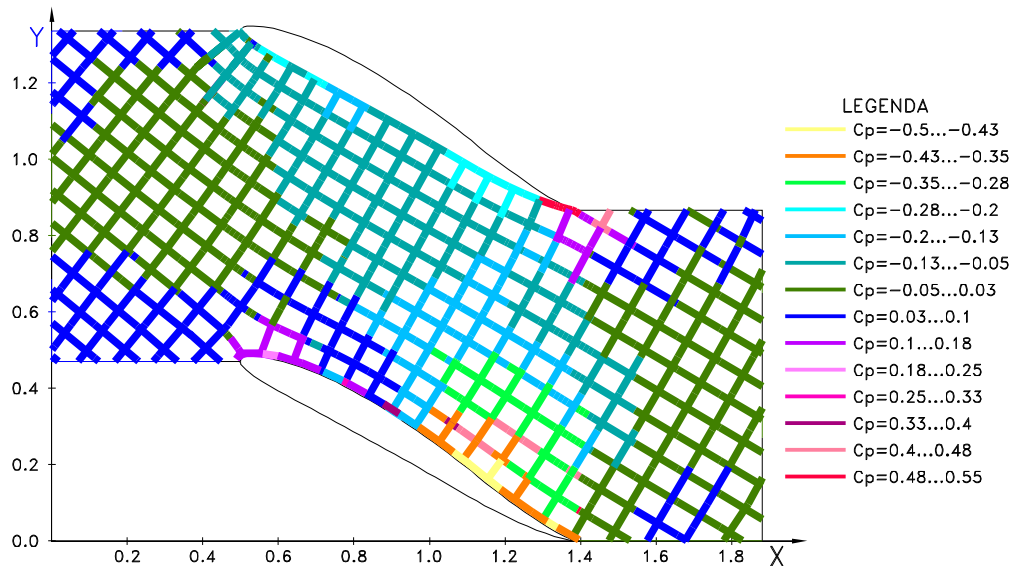


Fig.4.136 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă–secțiunea 2

Pentru secțiunea 3 a paletelor, în fig.4.137 – 4.745 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.137), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.138, 4.139), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.140, 4.141), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.142, 4.143) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.144, 4.145). Rețeaua are următorii parametrii: geometrice aceleași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 33.03^{\circ}$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 28.32^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.0149 \text{ m}^2/\text{s}$.

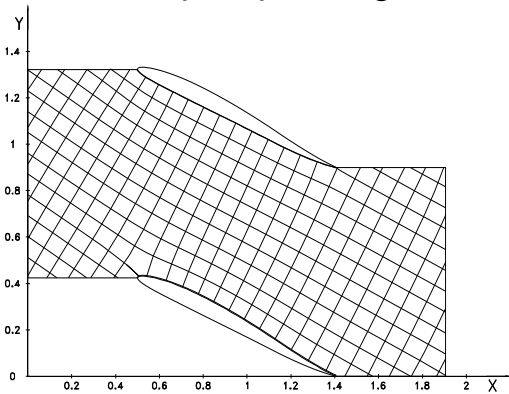


Fig.4.137 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea inversă – secțiunea 3

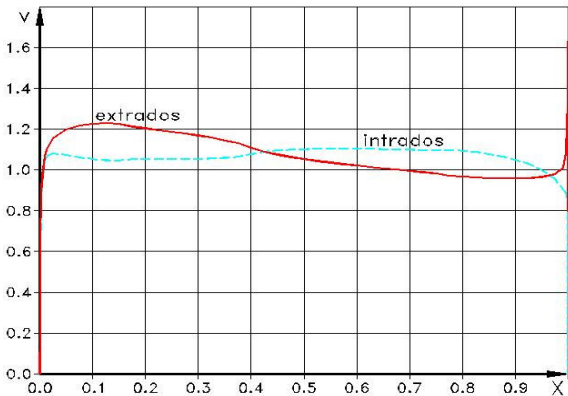


Fig.4.138 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă – secțiunea 3

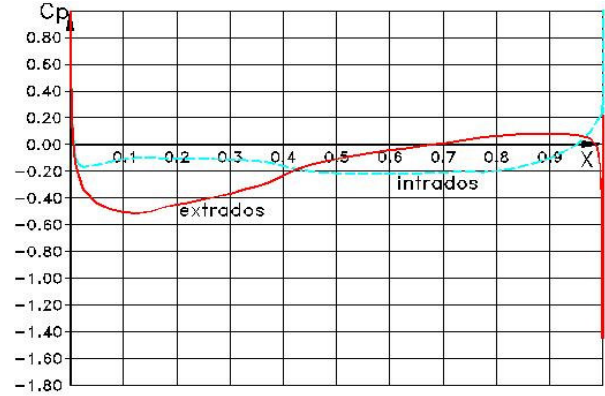


Fig.4.139 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 3

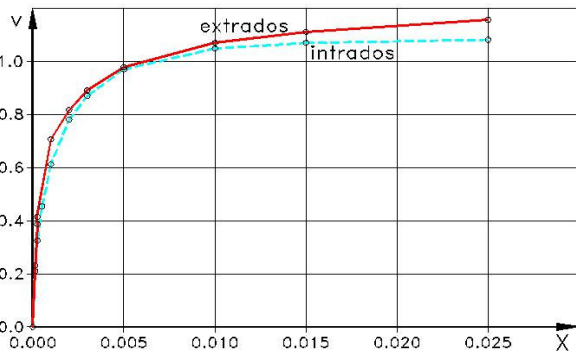


Fig.4.140 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 3

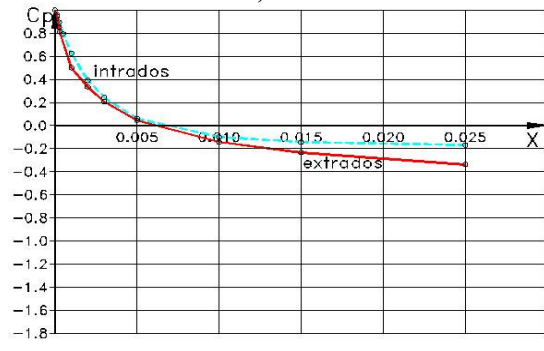


Fig.4.141 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 3

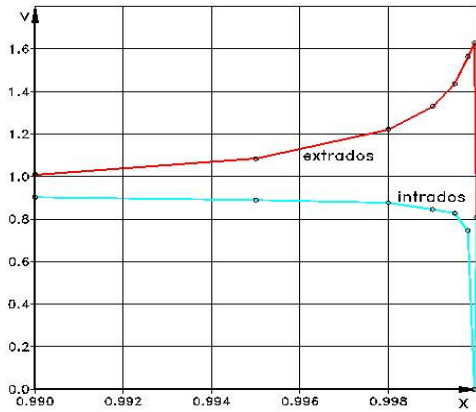


Fig.4.142 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 3

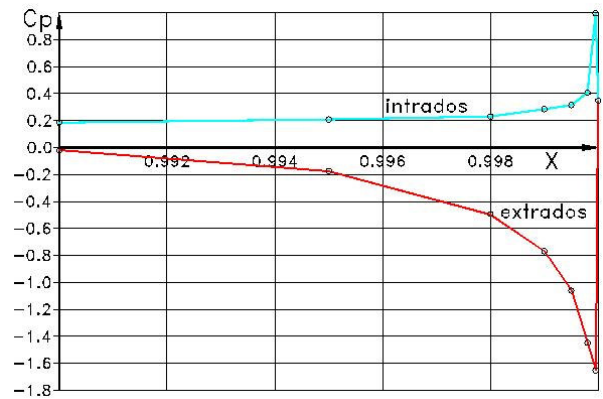


Fig.4.143 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 3

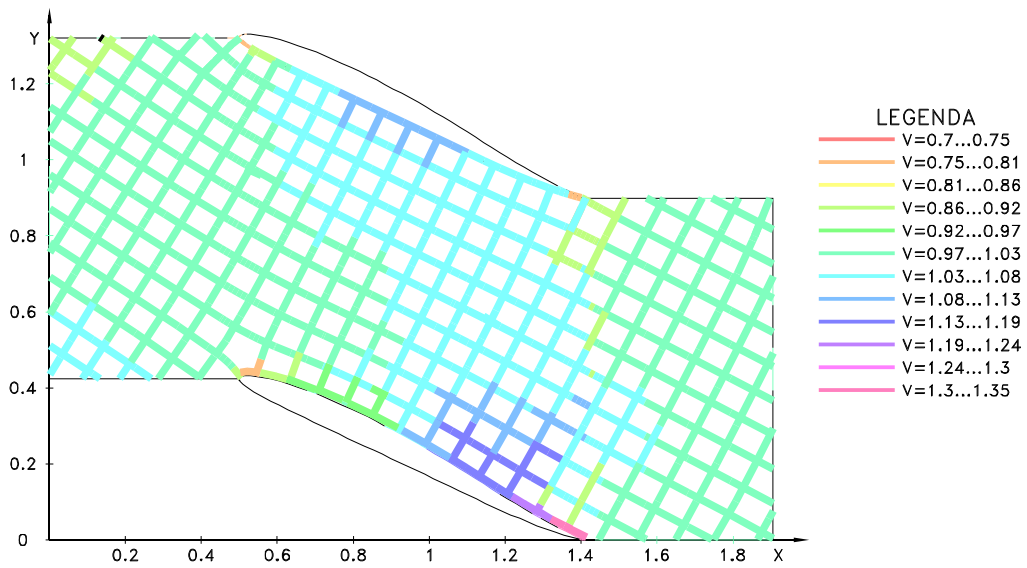


Fig.4.144 Variația vitezei în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 3

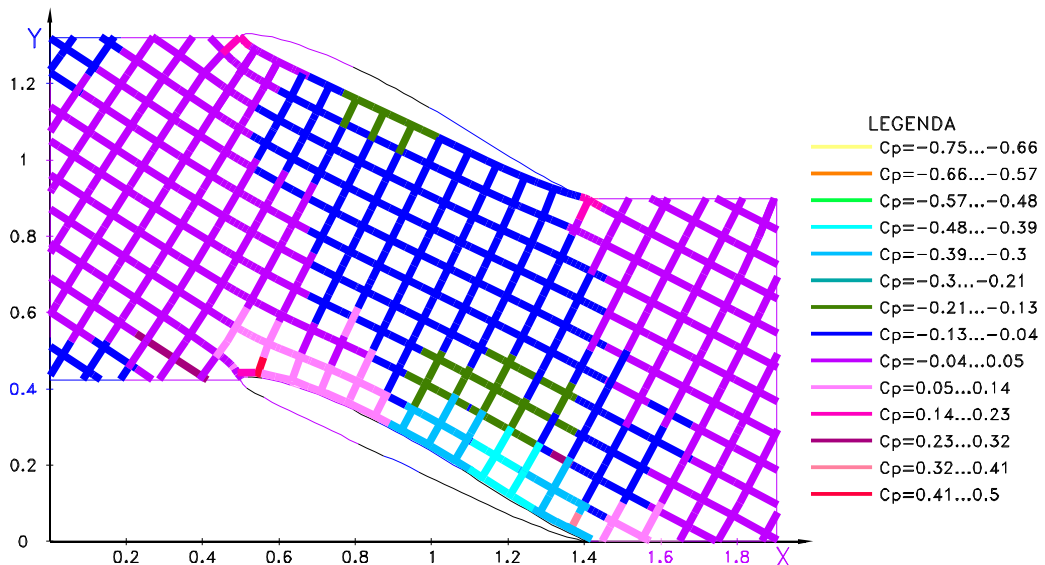


Fig.4.145 Variația coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 3

Pentru secțiunea 4 a paletelor, în fig.4.146 – 4.154 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.146), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.147, 4.148), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.149, 4.150), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.151, 4.152) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.153, 4.154). Rețeaua are următorii parametri: geometrici aceeași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 25.08^{\circ}$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculului, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 27.85^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.0213 \text{ m}^2/\text{s}$.

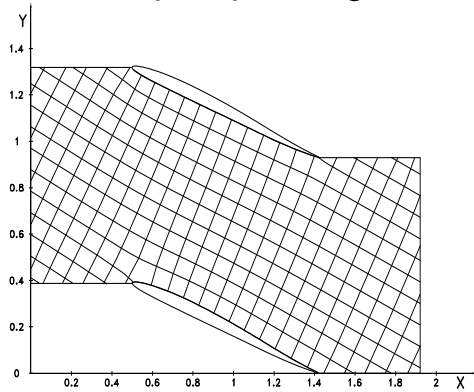


Fig.4.146 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea inversă – secțiunea 4

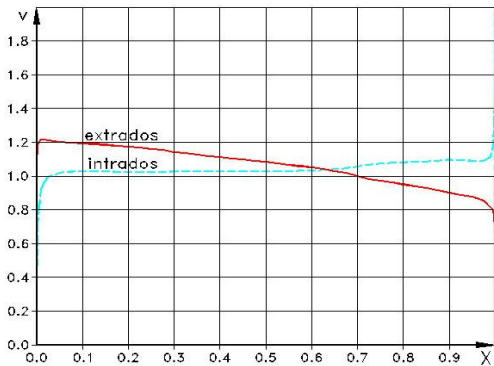


Fig.4.147 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă – secțiunea 4

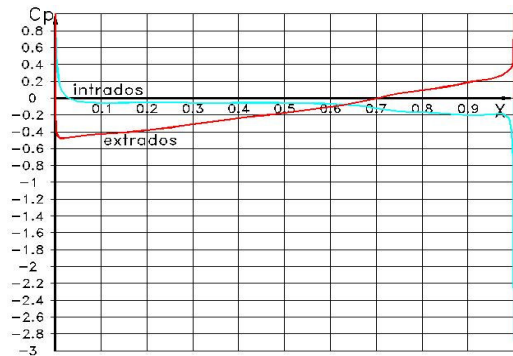


Fig.4.148 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă -- secțiunea 4

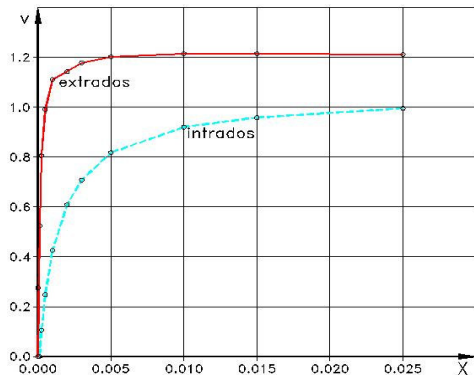


Fig.4.149 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 4

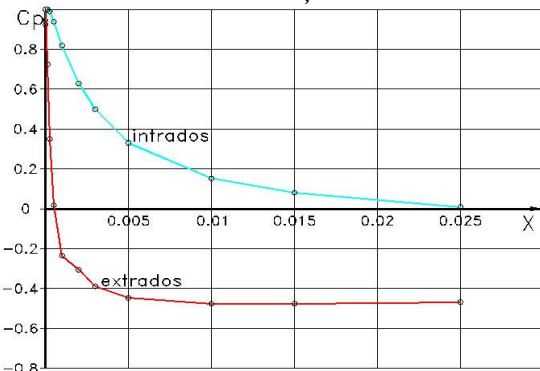


Fig.4.150 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 4

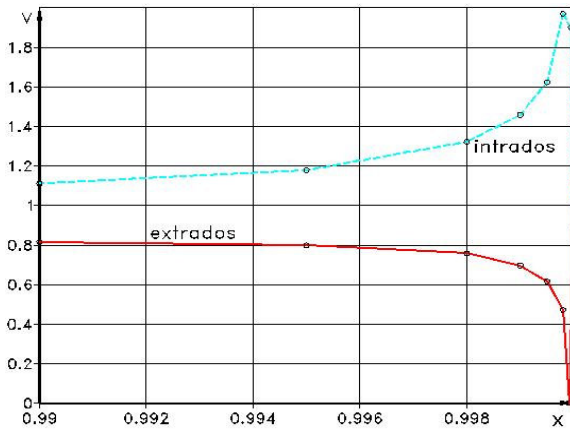


Fig.4.151. Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în “S” – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 4

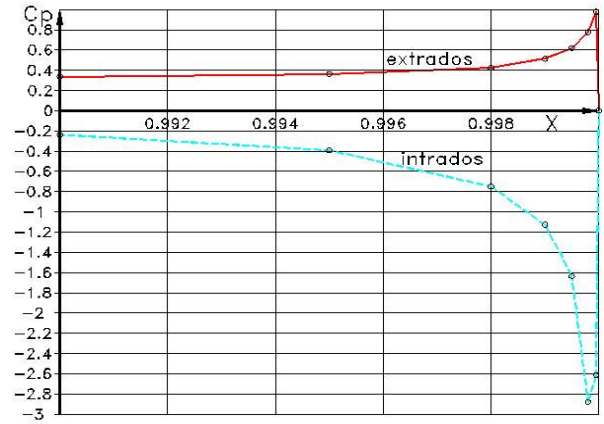


Fig.4.152 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în “S” – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 4

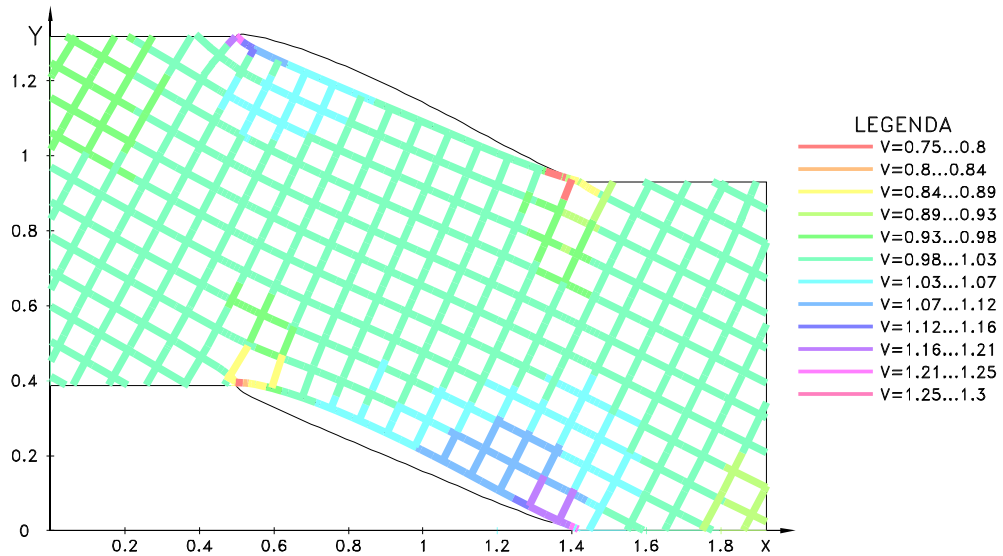


Fig.4.153 Variația vitezei în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 4

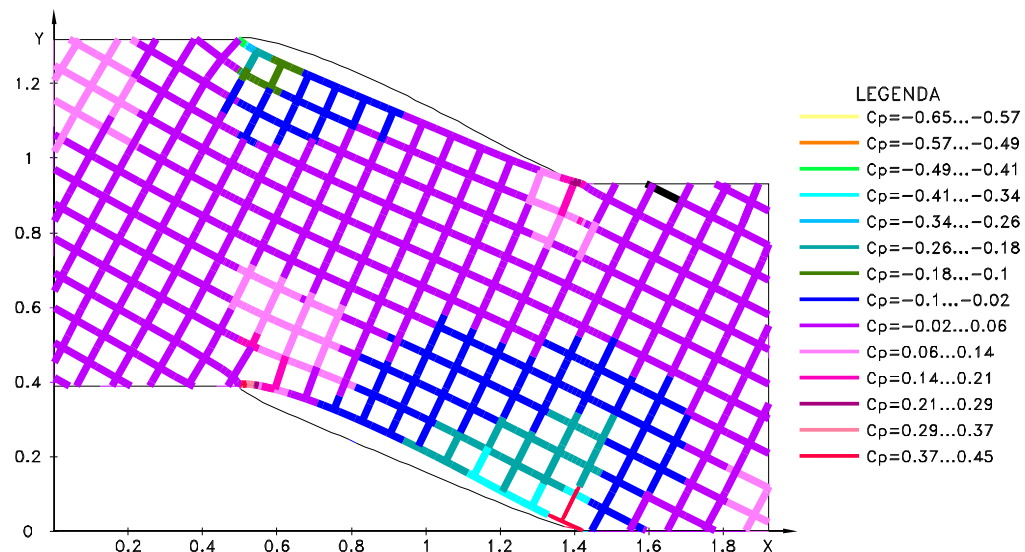


Fig.4.154 Variația coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 4

Pentru secțiunea 5 a paletelor, în fig.4.155 – 4.163 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.155), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.156, 4.157), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.158, 4.159), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.160, 4.161) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.162, 4.163). Rețeaua are următorii parametri: geometrici aceeași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 25^{\circ}$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 26.03^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.0213 \text{ m}^2/\text{s}$.

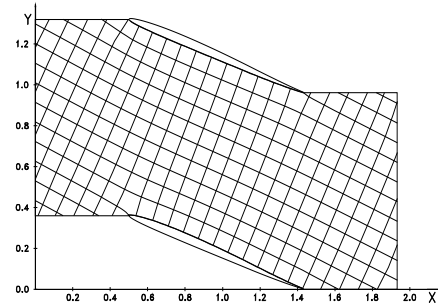


Fig.4.155 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilurilor reversibile în "S", curgerea inversă – secțiunea 5

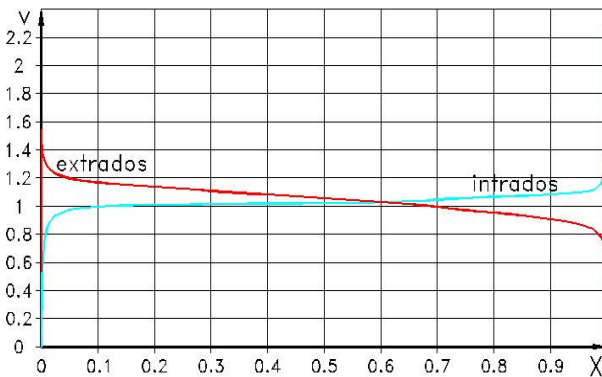


Fig.4.156 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil "S", curgerea inversă – secțiunea 5

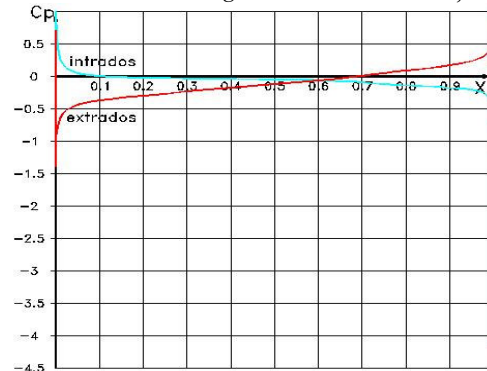


Fig.4.157 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă – secțiunea 5

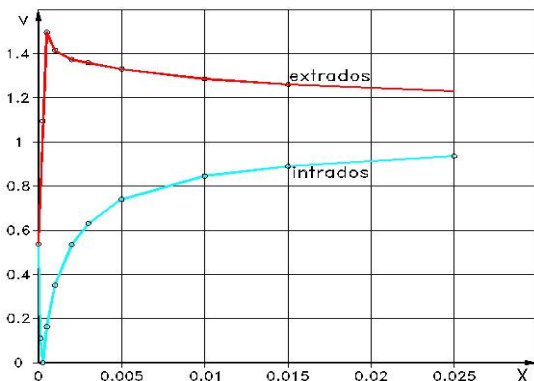


Fig.4.158 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 5

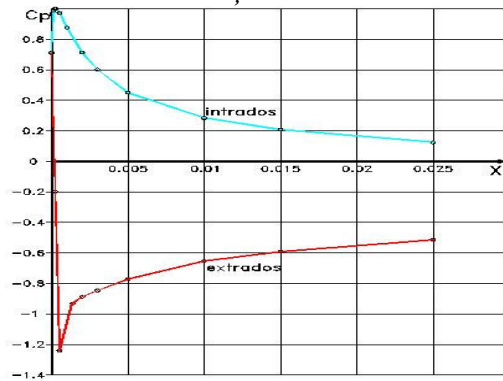


Fig.4.159 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 5

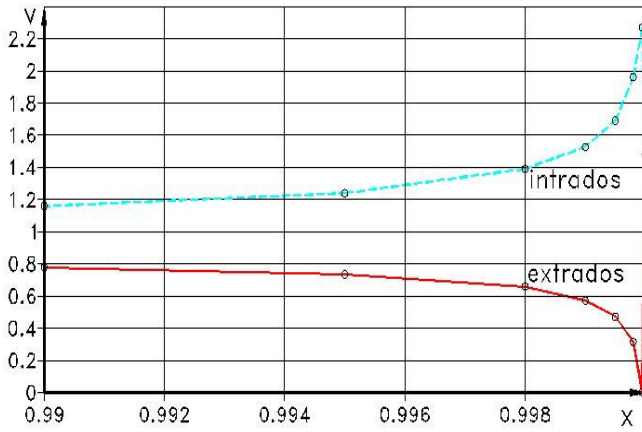


Fig.4.160 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 5

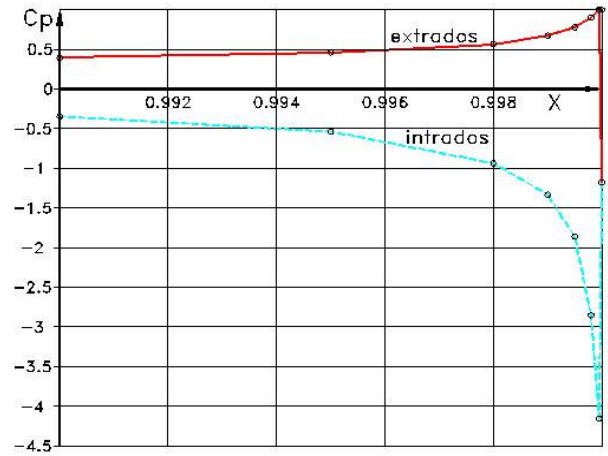


Fig.4.161 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 5

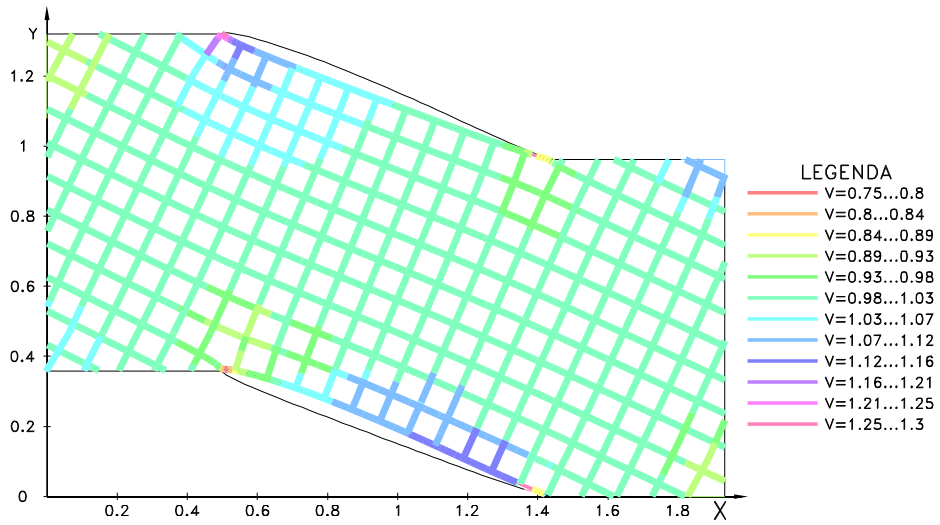


Fig.4.162 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 5

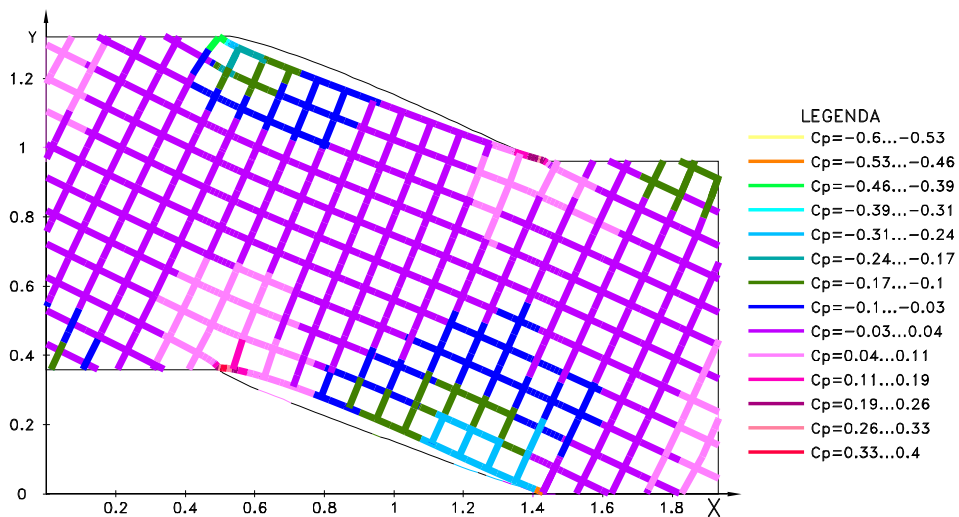


Fig.4.163 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 5

Pentru secțiunea 6 a paletelor, în fig.4.164 – 4.172 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.164), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.165, 4.166), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.167, 4.168), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.169, 4.170) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.171, 4.172). Rețeaua are următorii parametri: geometrici aceiași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 23.79^\circ$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradossul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 24.13^\circ$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.00721 \text{ m}^2/\text{s}$.

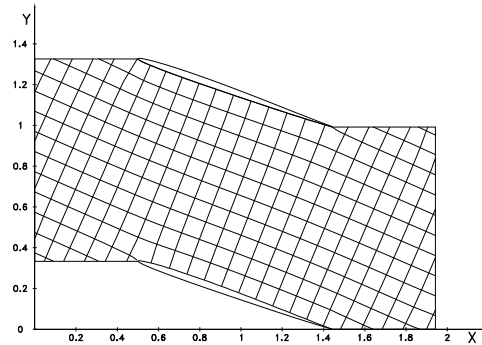


Fig.4.164. Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea inversă – secțiunea 6

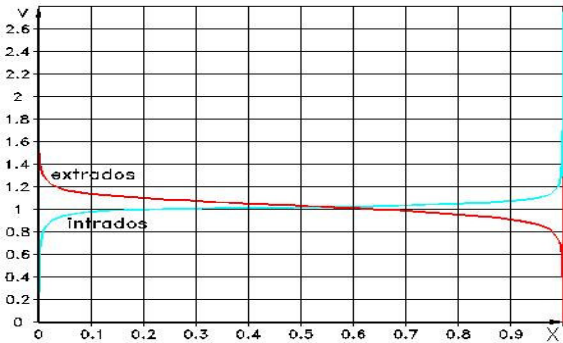


Fig.4.165. Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil "S", curgerea inversă – secțiunea 6

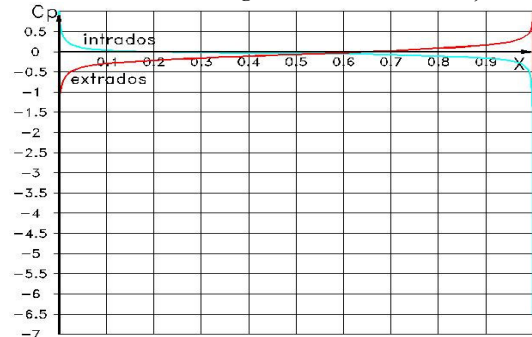


Fig.4.166. Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 6

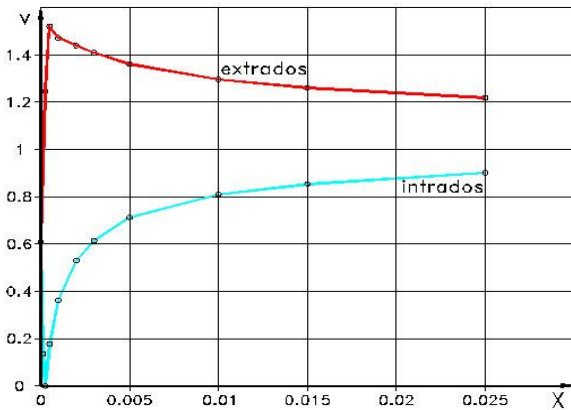


Fig.4.167. Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 6

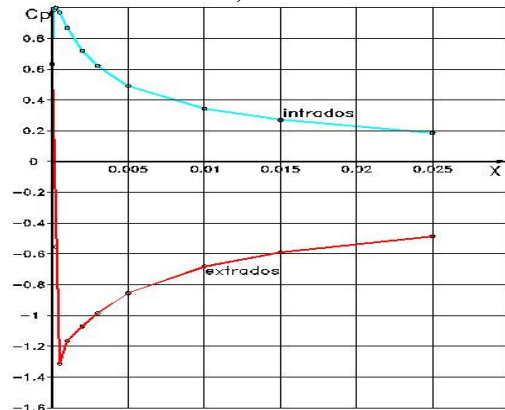


Fig.4.168. Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 6

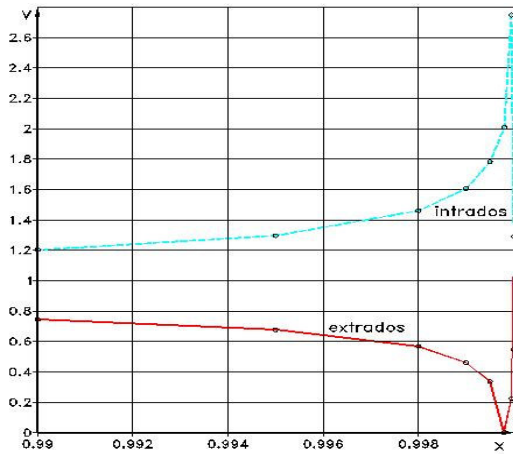


Fig.4.169 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 6

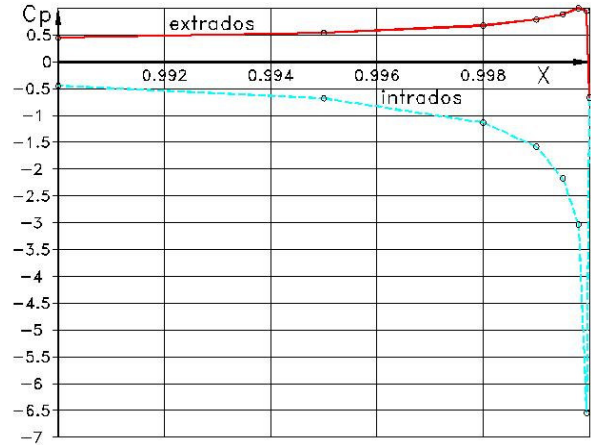


Fig.4.170 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 6

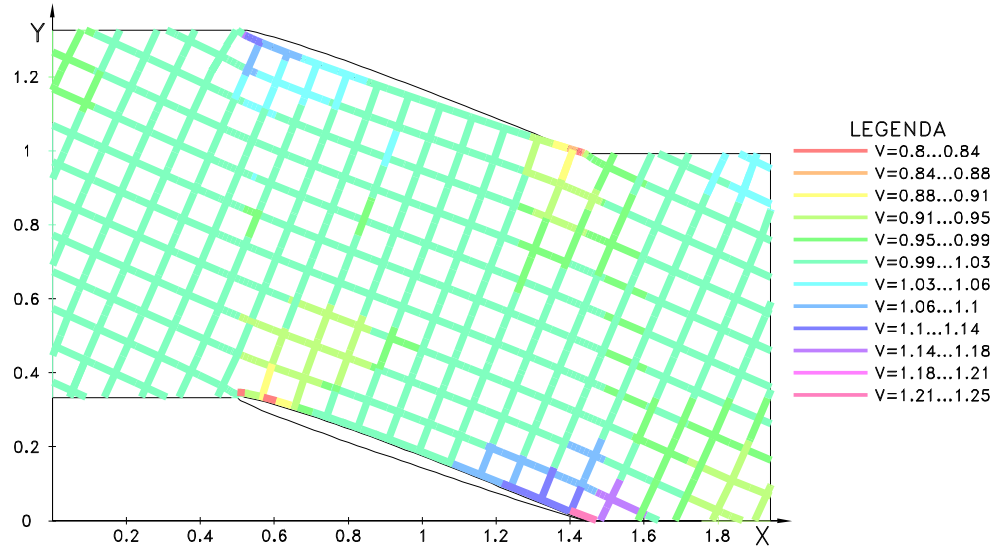


Fig.4.171 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 6

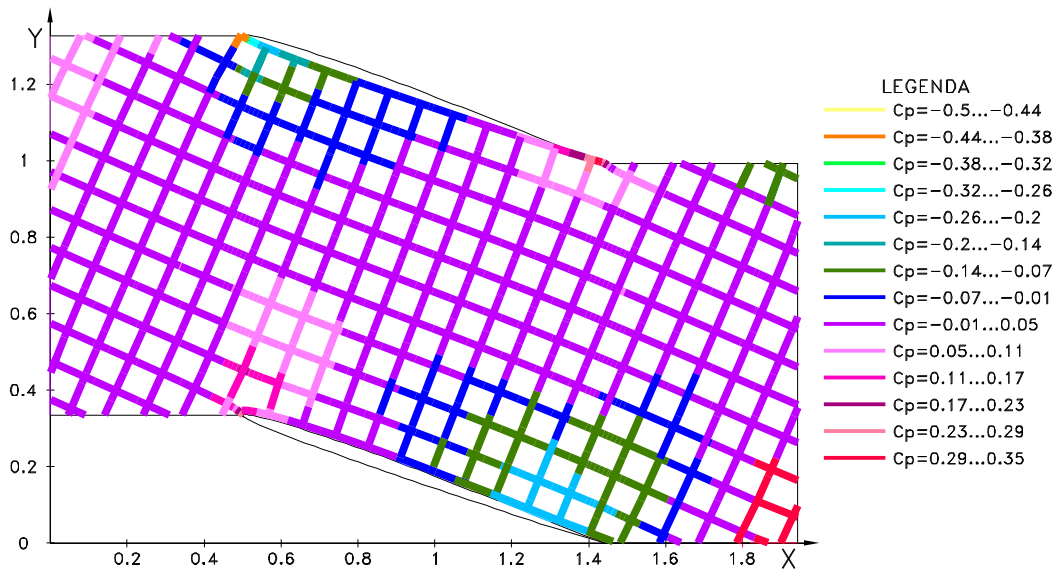


Fig.4.172 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 6

Pentru secțiunea 7 a paletei, în fig.4.173 – 4.181 sunt prezentate rezultatele grafice pentru rețeaua axială reversibilă la curgerea inversă (profilul este identic cu cel de la regimul de curgere directă, dar curgerea are loc de la bordul de fugă): câmpul hidrodinamic - φ și ψ constant (fig.4.173), câmpul de viteze și presiuni pe frontiera profilului (fig.4.174, 4.175), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de atac (fig.4.176, 4.177), câmpul de viteze și presiuni, în zona bordului de fugă (fig.4.178, 4.179) și câmpul de variație a vitezei și presiunii prin rețea (fig.4.180, 4.181). Rețeaua are următorii parametri: geometrici aceeași ca și la curgerea directă și unghiul de intrare a vitezei amonte $\beta^{AV} = 23.01^{\circ}$.

Observație: cu roșu s-au trasat curbele de pe extradadosul frontierei, iar cu verde cele de pe intradosul frontierei.

După efectuarea calculelor, au rezultat următoarele valori ai parametrilor calculați: valoarea unghiului de ieșire a vitezei aval $\beta^{AM} = 23.20^{\circ}$ și valoarea circulației $\Gamma^P = 0.00476 \text{ m}^2/\text{s}$.

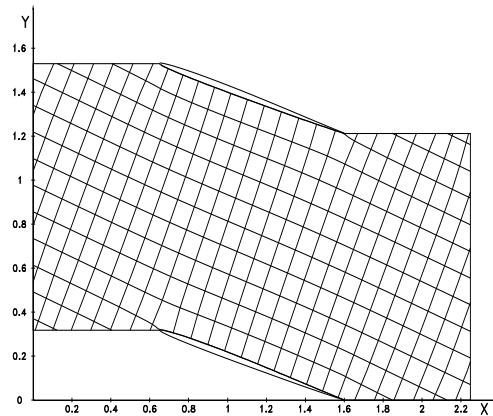


Fig.4.173 Câmpul hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile în "S", curgerea inversă – secțiunea 7

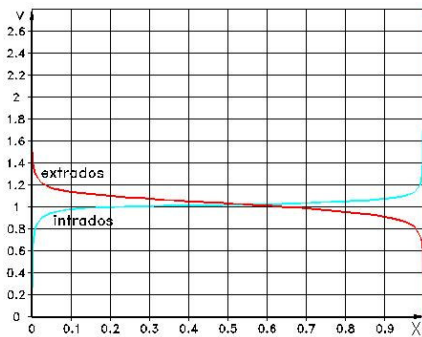


Fig.4.174 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă – secțiunea 7

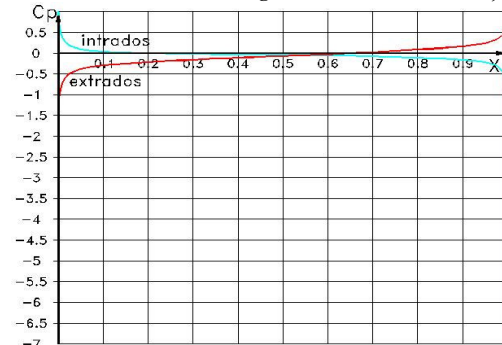


Fig.4.175 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S", curgerea inversă - secțiunea 7

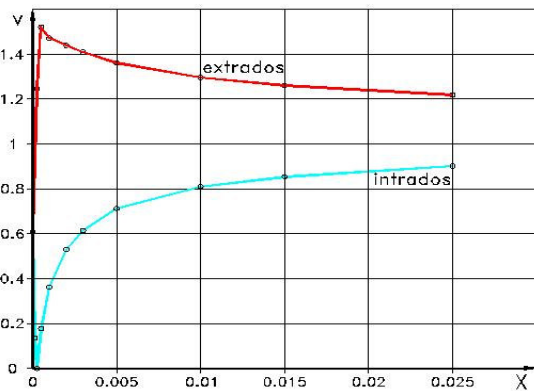


Fig.4.176 Câmpul de viteze pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 7

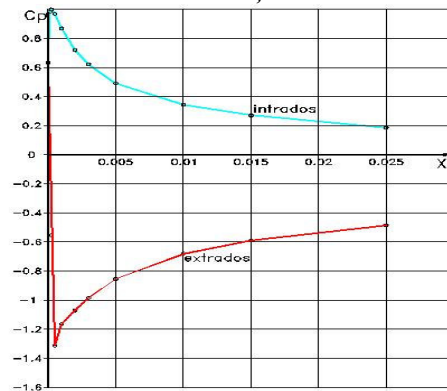


Fig.4.177 Câmpul coeficientului de presiune pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de atac, curgerea inversă – secțiunea 7

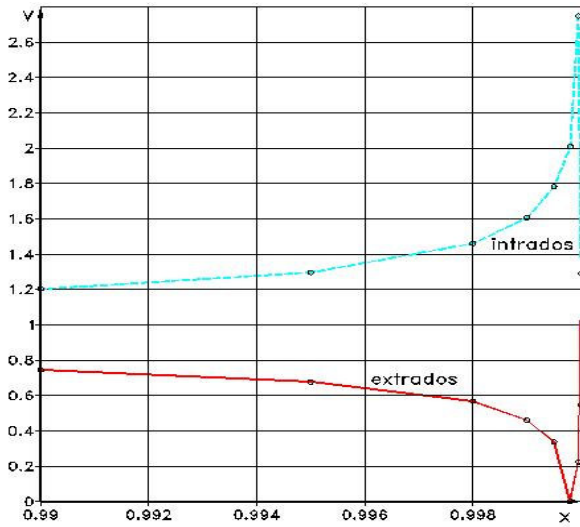


Fig.4.178 Câmpul de viteze, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 7

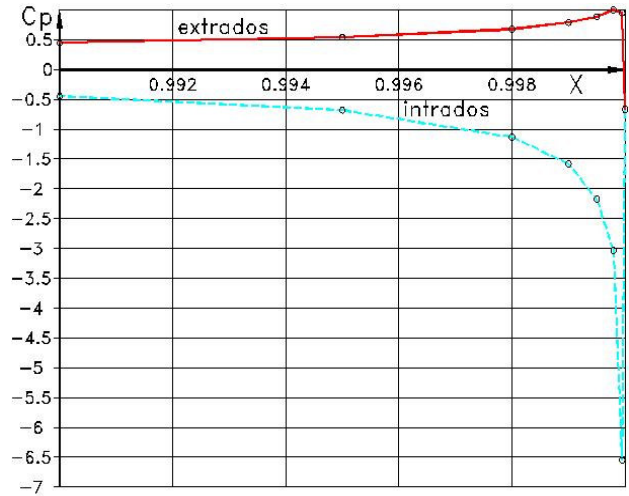


Fig.4.179 Câmpul coeficientului de presiune, pe frontiera profilului reversibil în "S" – zona bordului de fugă, curgerea inversă – secțiunea 7

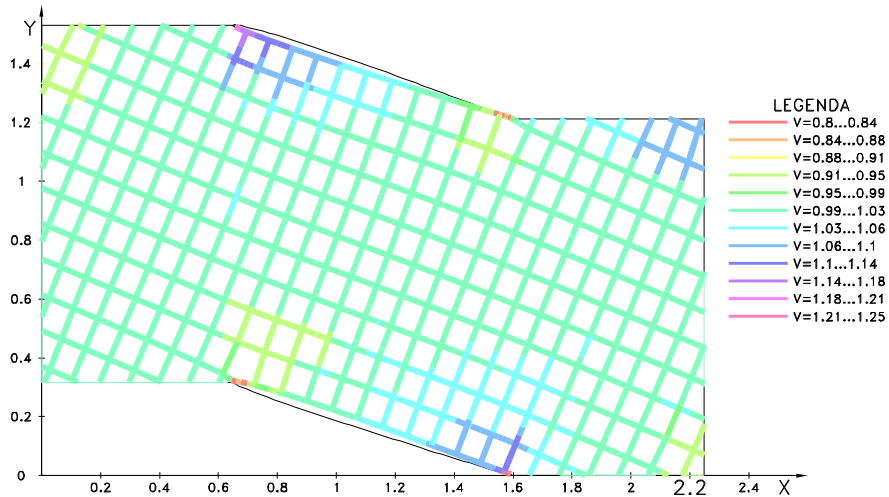


Fig.4.180 Câmpul de viteze în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 7

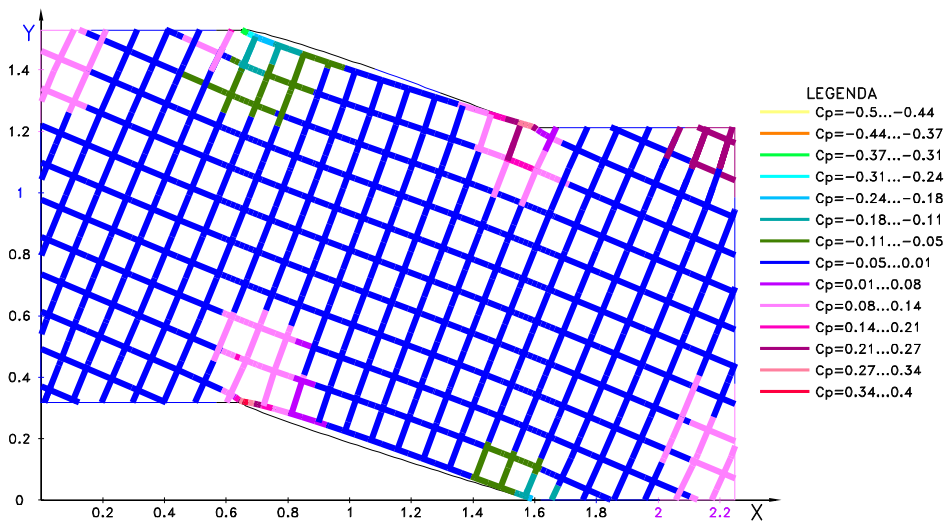


Fig.4.181 Câmpul coeficientului de presiune în domeniul de analiză - curgerea inversă – secțiunea 7

După efectuarea calculelor în cele opt secțiuni ale paletii cu profile în „S”, s-a trecut la construcția paletii rotorului cu paletă în ”S”.

Prin așezarea profilelor în „S” la unghiul de instalare corespunzător (fig.4.182a, b, c) și suprapunerea acestora, se obține vederea frontală a paletii (fig.183), iar prin trasarea liniilor de nivel pe profile, așezate la unghiul de instalare corespunzător razei și transpunerea acestora în vederea axială a paletii, se obține vederea axială a paletii cu liniile de nivel de pe extradados (e) și de pe intrados (i), (fig.4.184).

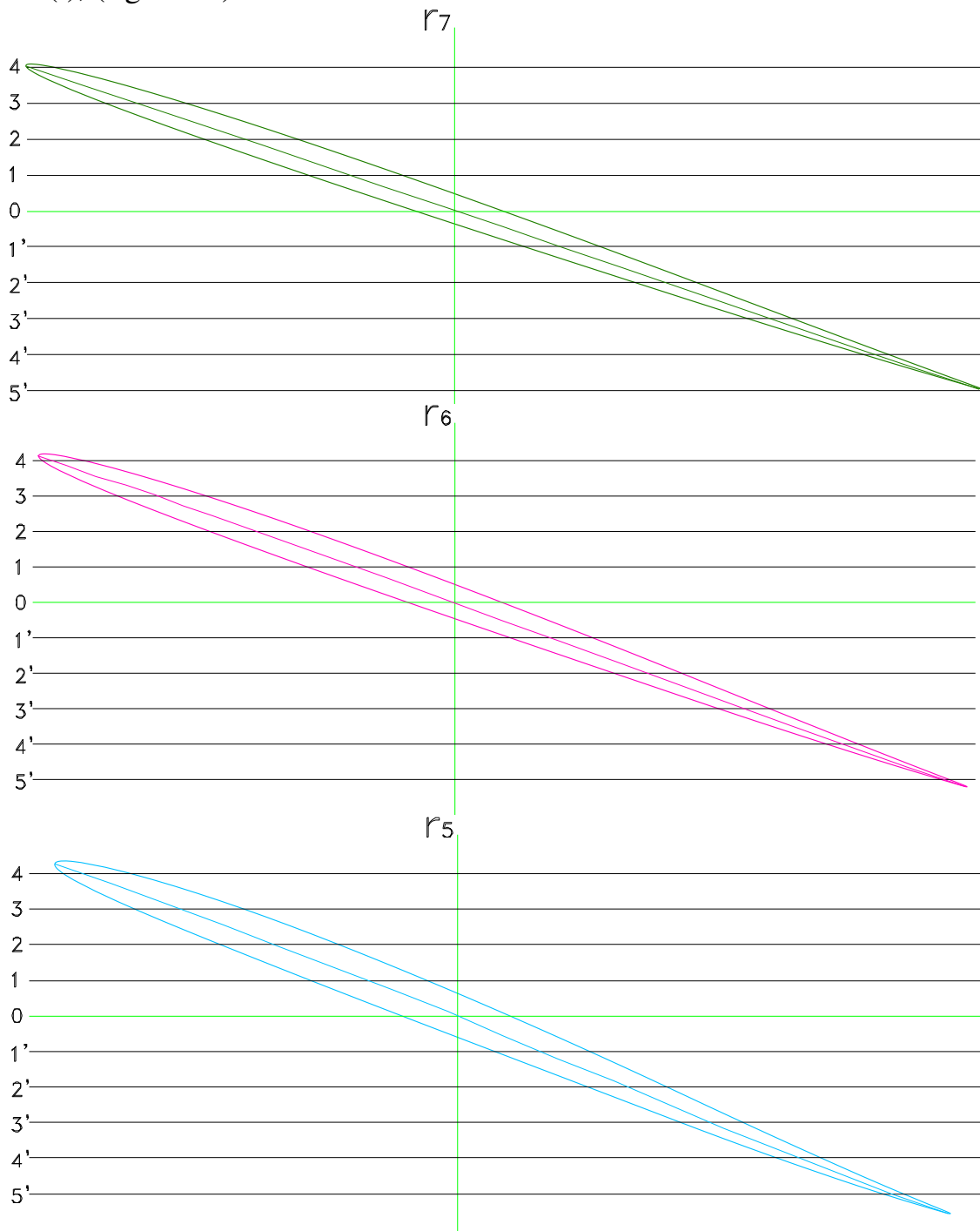


Fig.4.182a Așezarea profilelor în “S” la unghiul de instalare corespunzător, razele 7,6 și 5

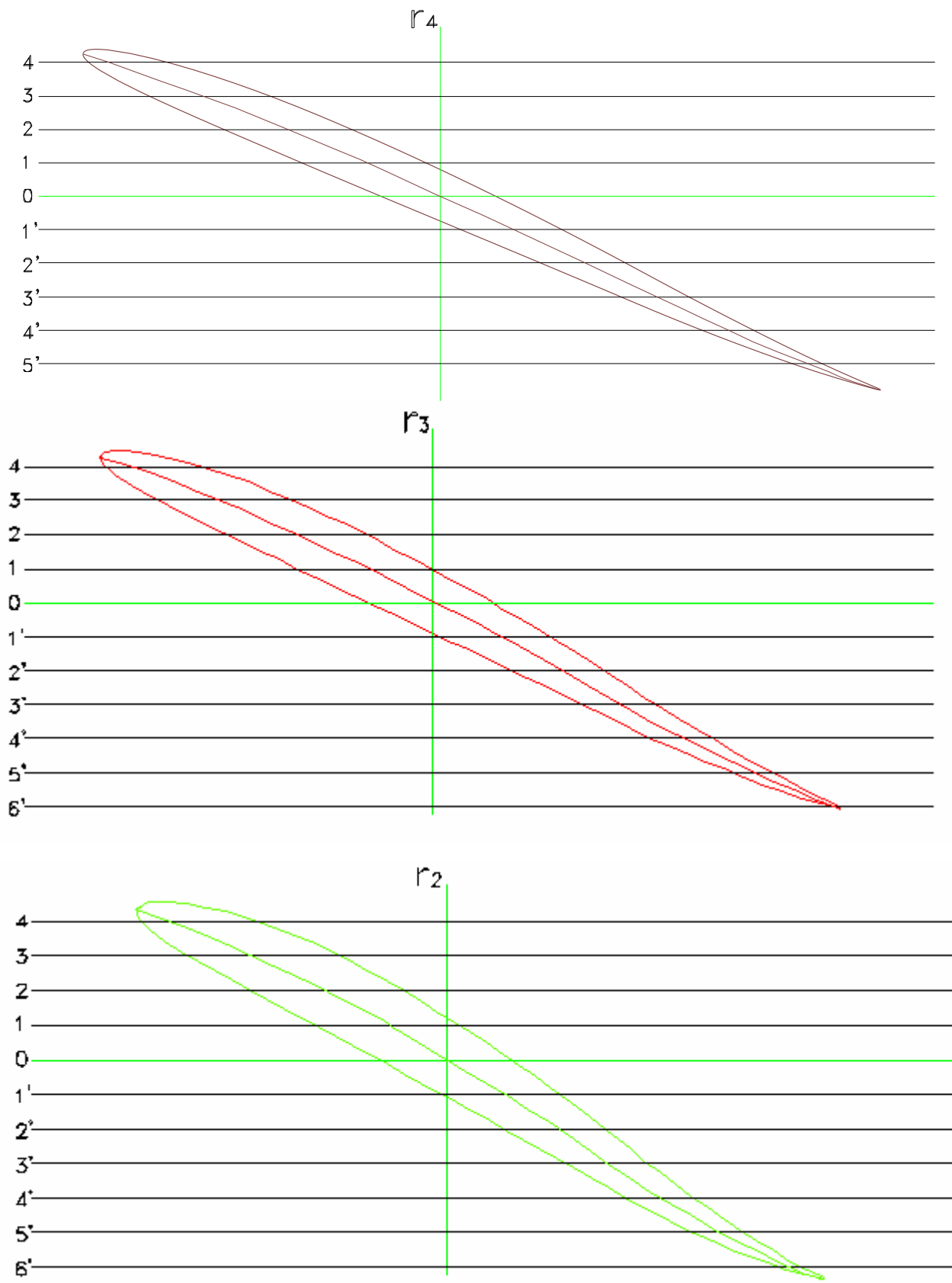


Fig.4.182b Așezarea profilelor în "S" la unghiul de instalare corespunzător, razele 4, 3 și 2

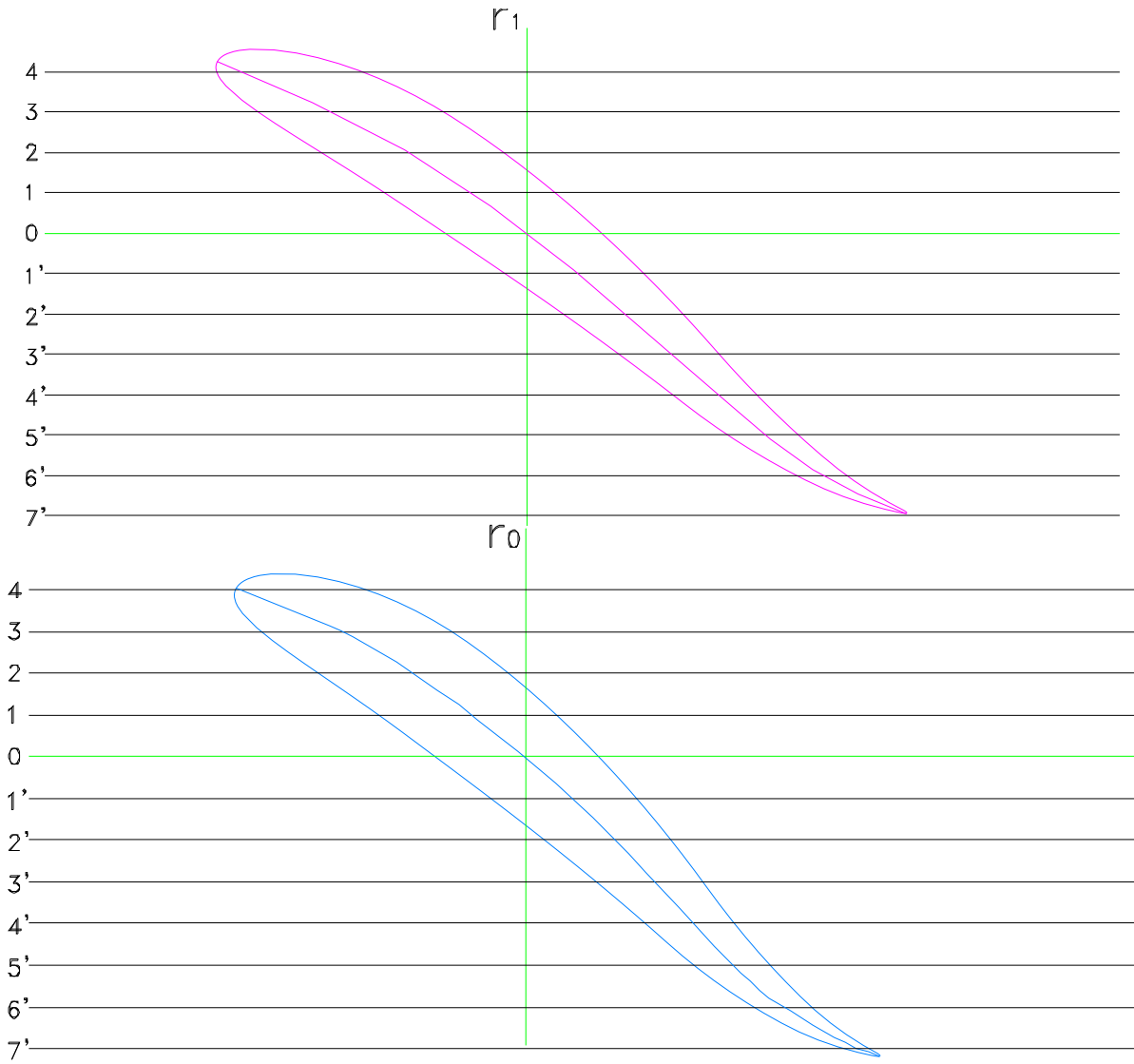


Fig.4.182c Așezarea profilelor în "S" la unghiul de instalare corespunzător, razele, 1 și 0

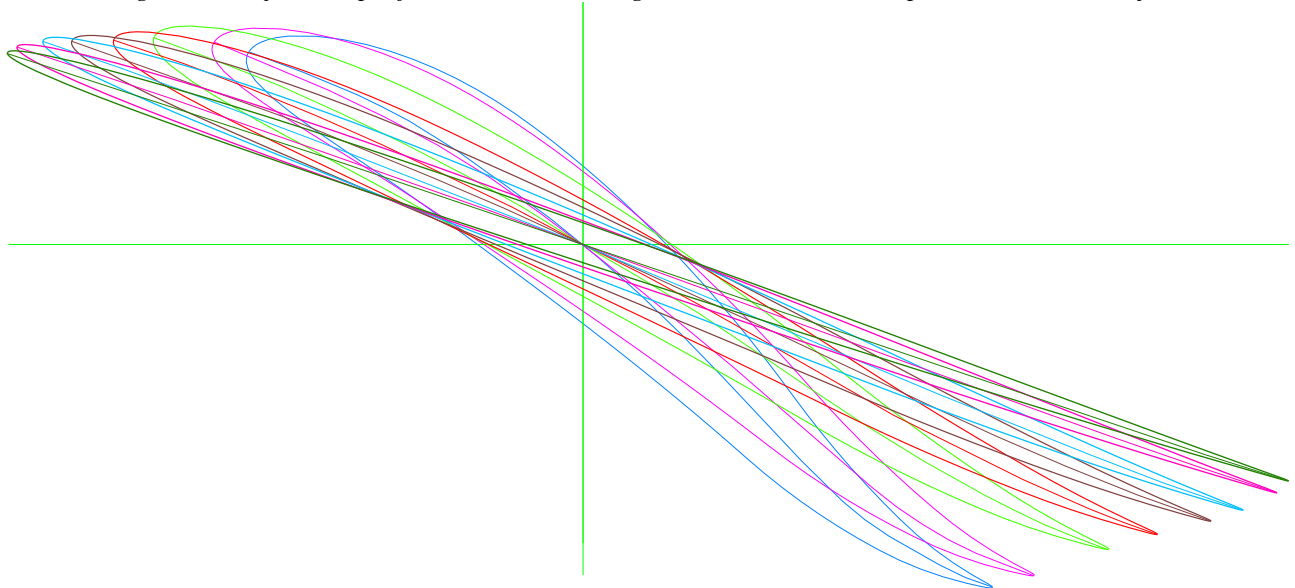


Fig.183 Vederea frontală a paletii în "S"

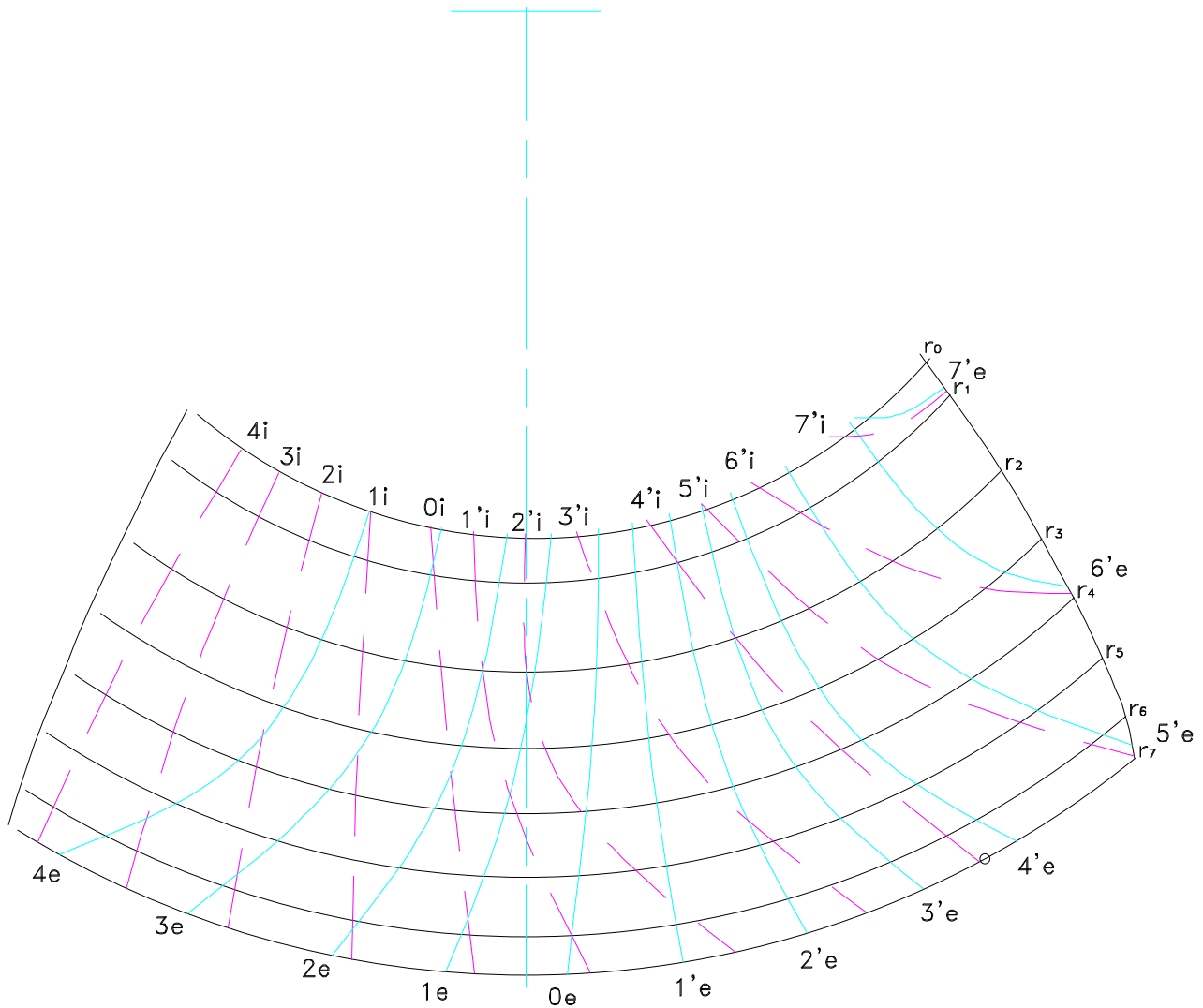


Fig.4.184 Vederea axială a paletii în "S", cu liniile de nivel de pe extrados și intrados

Metoda elementului de frontieră, este o metoda rapidă și eficientă de calcul.

Această metodă s-a aplicat ca algoritm numeric, pentru rezolvarea aproximativă a ecuației Laplace într-un domeniu plan închis și mărginit, cu condiții la limită date, pentru rezolvarea curgerii în jurul unui profil aerodinamic. Aceasta s-a aplicat pentru calcul unei paleti în "S" de tip DIB-024S.

Pentru rezolvarea problemei, s-au întocmit programe de calcul în vederea realizării profilelor în "S" ale paletii, în cele opt secțiuni, plecând de la profile de tip de tip NACA și a curgerii unui fluid ideal în jurul profilului, în anumite condiții.

În cele opt secțiuni ale paletii au fost calculate:

- profilele hidrodinamice;
- domeniul de analiză cu câmpul hidrodinamic;
- câmpurile de viteze și presiuni pe conturul profilelor;
- câmpurile de viteze și presiuni din domeniile de analiză.

Toate acestea s-au reprezentat grafic.

În final s-a trasat paleta cu liniile de nivel de pe extrados și intrados.

5. MĂSURAREA PRESIUNII ȘI DETERMINAREA VITEZEI ÎN JURUL UNEI REȚELE AXIALE DE PROFILE ÎN "S" DE TIP DIB-024S, ÎN TUNELUL AERODINAMIC TSLT-40

Informațiile experimentale folositoare pentru rezolvarea problemelor aerodinamice pot fi obținute: din realitate - de la testele de zboruri (cu avionul, elicopterul sau racheta) sau de la testele pe modele (profile singulare sau în rețea și balanțele aerodinamice - situate în tunele aerodinamice). Fiecare dispozitiv are propria sferă de superioritate și nici un dispozitiv nu poate fi numit „cel mai bun”.

Tunelele aerodinamice, constituie un mijloc economic, precis și rapid pentru investigarea experimentală, pe model sau la scară naturală, a unor fenomene esențiale din aerodinamică. Se pot determina forțele și momentele aerodinamice ce apar asupra unor corpuri solide în curent fluid. De asemenea, se poate măsura experimental, mărimea presiunii pe frontiera unui profil singular sau în rețea.

În principiu, tunelul aerodinamic constă dintr-un circuit (traseu) de aer – închis sau deschis - și un grup motor-ventilator, grup ce asigură antrenarea (vehicularea) aerului. Performanțele și geometria tunelului aerodinamic sunt determinate de condițiile impuse în zona de lucru și de obiectivele vizate spre cercetare. Zona de cercetare sau zona de lucru a tunelului aerodinamic, este partea în care se obține un curent de aer, uniform stabilizat de viteză, zonă în care se instalează modelul de încercat. Condițiile din zona de lucru, judicios realizate, se referă la structura câmpului de viteză și turbulență:

- ◆ modulul și direcția vitezei, nu trebuie să depășească $\pm 0.75\%$ din viteza medie, respectiv 0.25% față de axa transversală a zonei de lucru;
- ◆ gradul de turbulență să fie de aproximativ 0.02 .

5.1 REȚELE AXIALE DE PROFILE

O rețea de profile poate fi fixă – aparatul director sau statorul unei turbine (fig.5.1.a) sau poate fi mobilă – rotorul unei turbine sau pompe, când acestea funcționează în regim staționar (fig.5.1.b).

Prezența rețelelor de profile, într-un curent de fluid, influențează câmpul hidrodinamic creat de fluidul în mișcare, respectiv repartiția vitezelor și presiunilor.

Câmpul hidrodinamic, se poate obține pe cale experimentală – prin măsurători directe într-un tunel aerodinamic sau pe cale teoretică – prin diferite metode.

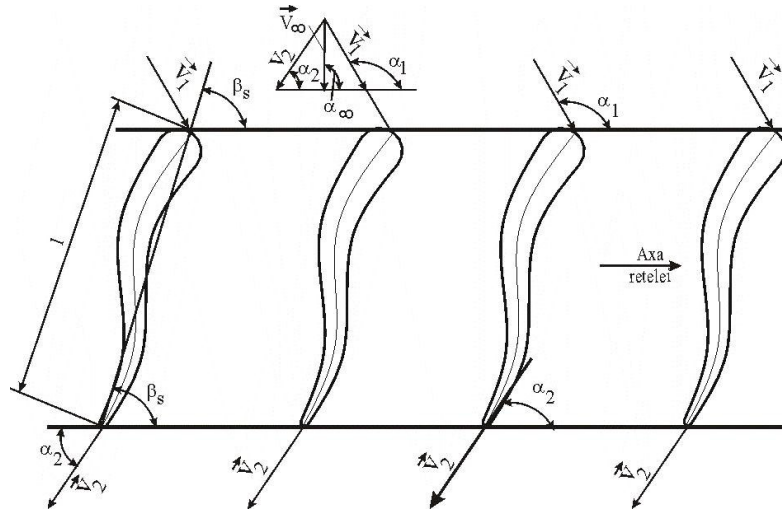


Fig.5.1.a Elementele cinematice în rețeaua plană fixă

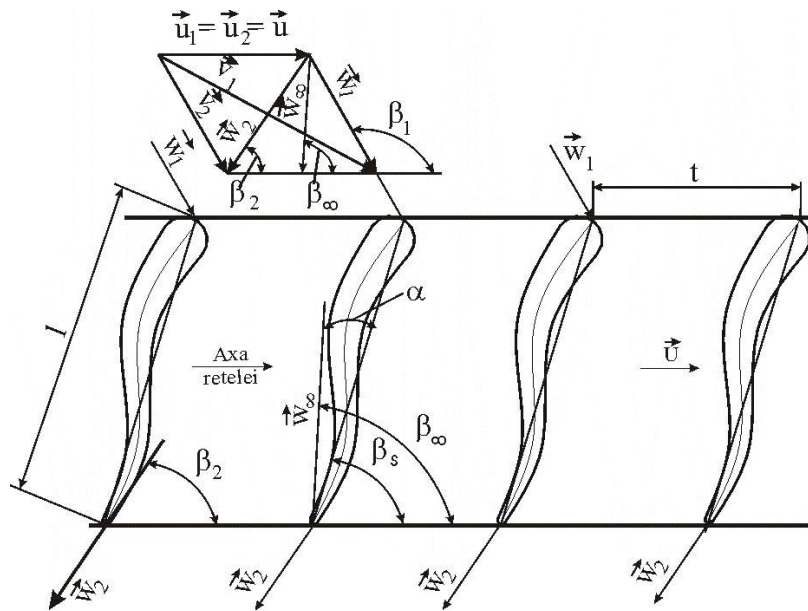


Fig5.1.b Elementele cinematice în rețeaua plană mobilă

În fig.5.2 este prezentat un astfel de câmp hidrodinamic, la care se poate remarca faptul, că influența rețelei de profile se manifestă în special în zona profilelor și la o distanță de $t/2$, amonte - față de bordul de atac și aval - față de bordul de fugă.

Deviația curentului (deviația hidrodinamică) care trece prin rețeaua de profile este de $\beta_c = \beta_0 - \beta_s$, iar a profilelor (deviația geometrică) este de $\beta_p = \beta_1 - \beta_2$. În general $\beta_p > \beta_c$. Această diferență depinde de următorii parametri: geometria profilelor, caracteristicile rețelei și unghiul de incidență.

S-au efectuat măsurători de presiune la bordul de atac, la cel de fugă, în 22 de puncte pe extradosul profilului și 21 de puncte pe intradosul profilului, prin intermediul multipiezometrului rotativ (fig.5.5a1,2). S-au măsurat de asemenea presiunea dinamică și statică amonte de profil.

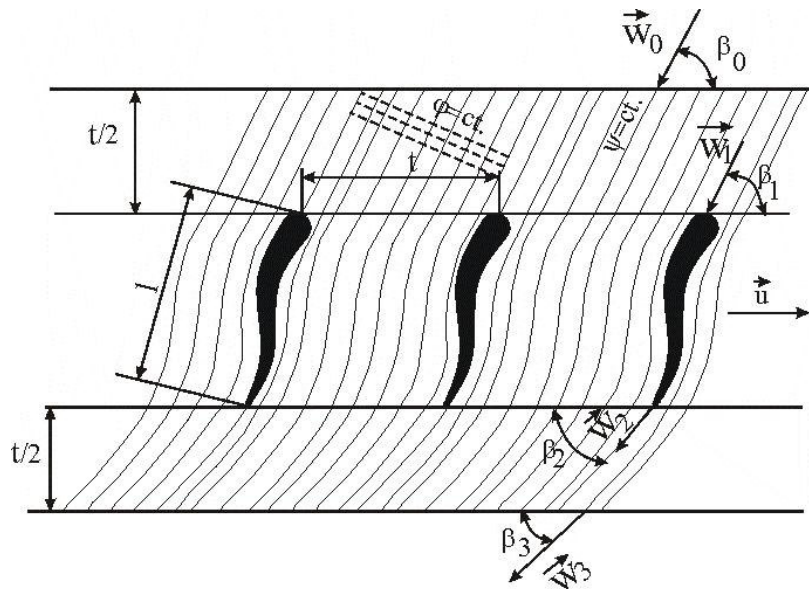


Fig.5.2 Câmpul hidodinamic a unei rețele axiale de profile în “S”

5.2 INSTALAȚIA EXPERIMENTALĂ

5.2.1 Tunelul aerodinamic

Instalația utilizată este tunelul aerodinamic de strat limită și turbulență, TSLT-40, din Laboratorul de aerodinamică, al Laboratorului de Mașini Hidraulice din Timișoara (fig.5.3, a, b, c).

Tunelul, este un tunel aerodinamic în circuit deschis, funcționând prin aspirație. Camera de lucru (fig.5.3a) a tunelului aerodinamic este dreptunghiulară (paralelipiped cu dimensiunile: $L=0.7$ m, $B=0.6$ m și $H=0.3$ m).

Funcționarea tunelului este asigurată de două ventilatoare axiale (reperele 1 și 2, din fig.5.3a), având următoarele caracteristici: $P=7.5$ kW, $n=1500$ rpm și $Q=25000$ m³/h. Acestea pot funcționa singular sau în tandem, asigurând în zona experimentală de lucru (3), viteze maxime de aproximativ 40 m/s.

Pentru reglarea vitezei din zona de lucru, tunelul este prevăzut cu fante laterale reglabile (4), practicate în pereții laterali ai circuitului aerului.

Distribuția uniformă a câmpurilor de viteze și turbulență, în zona experimentală, este asigurată de confuzorul profilat (5) - având raportul de contracție de $n=9$ - împreună cu sistemul de site (6).

Operațiile de manevră, se efectuează de la pupitrul de comandă (7), în următoarea succesiune:

- se conectează pupitrul de comandă la rețea, punând întrerupătorul "I", pe poziția 1; în acest moment se aprind becurile de control "BC";
- se verifică poziția comutatoarelor de la trusa wattmetrică "TW", astfel încât acestea să corespundă celor din fig.2.1;

- se pune întrerupătorul "I" și "II", pe poziția 1;
- pentru pornirea/oprirea ventilatoarelor, se apasă butoanele aferente fiecărui ventilator (fig.5.4, butoanele "V₁", respectiv "V₂"), din dreapta, respectiv stânga ;
- după oprirea ventilatoarelor, se pun succesiv pe poziția 2, întrerupătoarele "II" și "I".

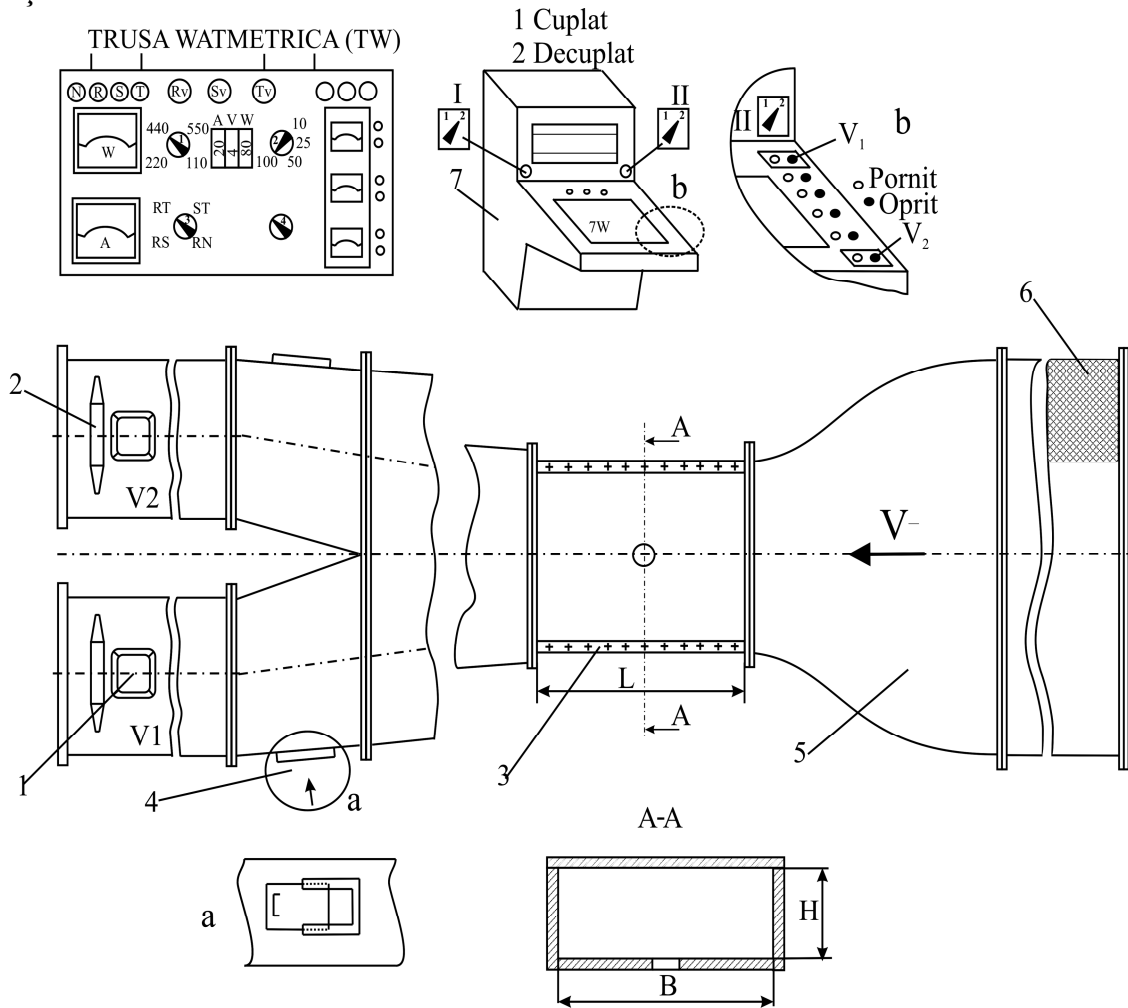


Fig.5.3a Instalația experimentală-schema generală

1, 2 - ventilatoare axiale; 3 – camera de măsurare - zona experimentală de lucru; 4 - fante laterale reglabile; 5 - confuzorul profilat; 6 - sistemul de site; 7 - pupitrul de comandă.

5.2.2 Instrumente de măsurare

Pentru măsurarea presiunilor pe profil (p_{pr}) s-a utilizat un multipiezometru rotativ cu etanșare cu lichid magnetic, care preia presiunile succesiv din punctele de măsurare de pe profil, transmițându-le la un piezometru cu tub înclinat.

Viteza amonte de rețea (v_{am}), s-a determinat prin măsurarea presiunii dinamice (p_{dinam}), prin intermediul unei sonde Pitot-Prandtl, sondă care transmite presiunea totală ($p_{totalam}$) și cea statică (p_{am}) la un piezometru cu tub înclinat.

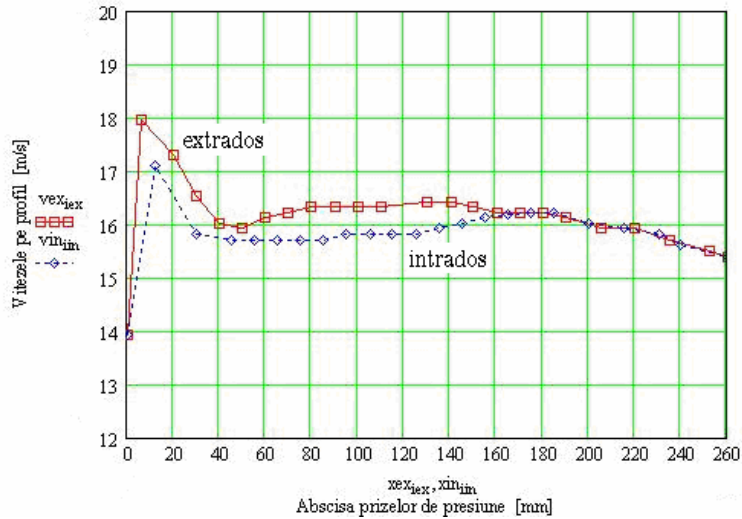


Fig.5.6 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=10.99$ m/s, curgere directă

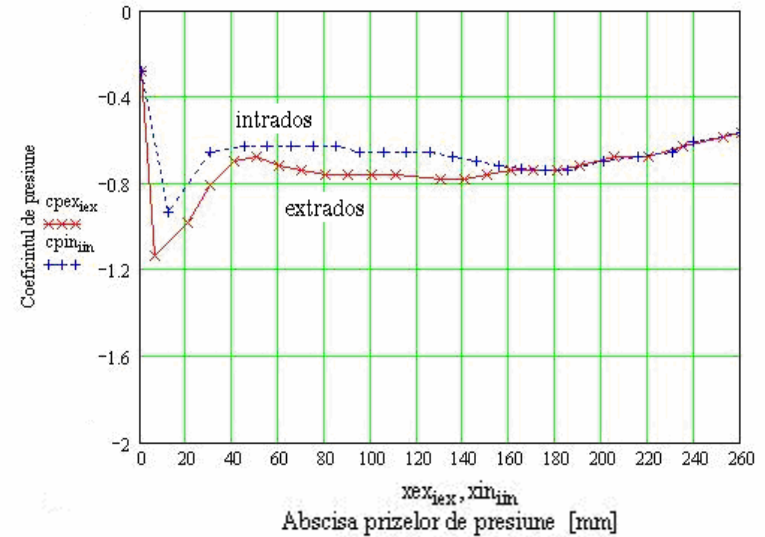


Fig.5.7 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=10.99$ m/s, curgere directă

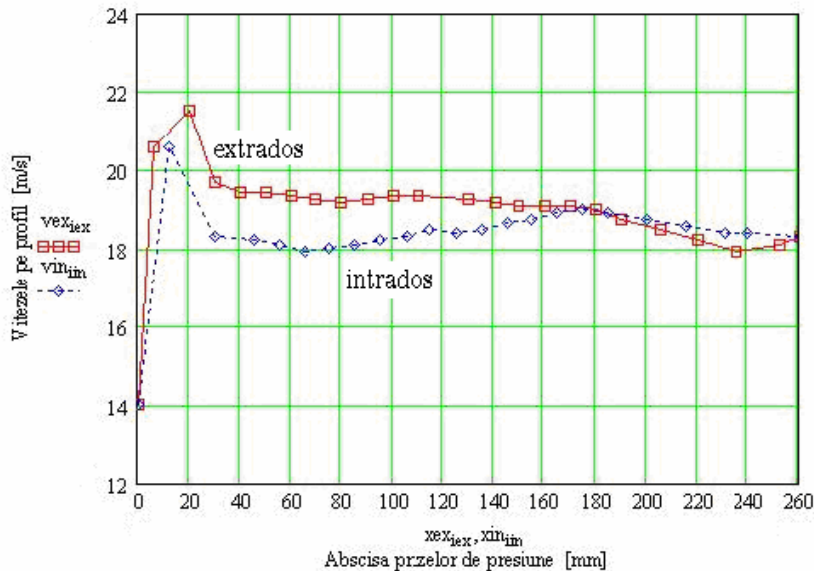


Fig.5.8 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=12.29$ m/s, curgere directă

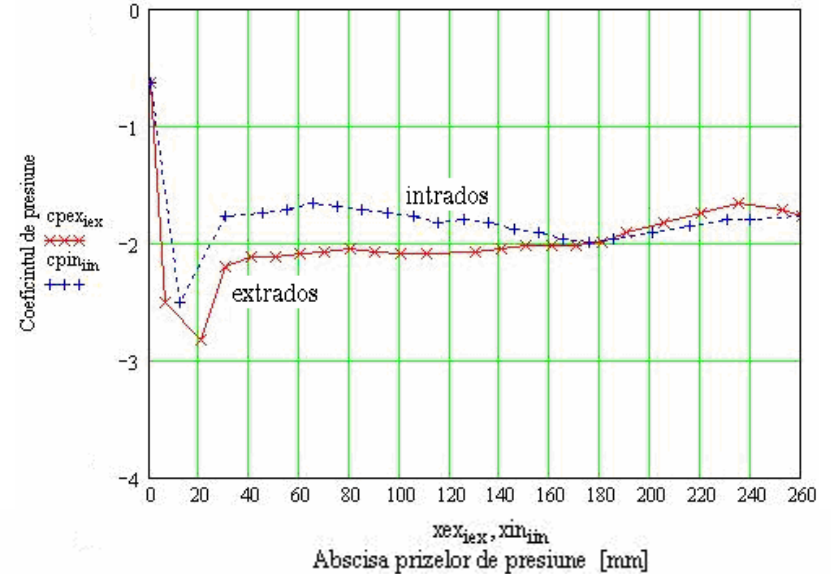


Fig.5.9 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=12.29$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

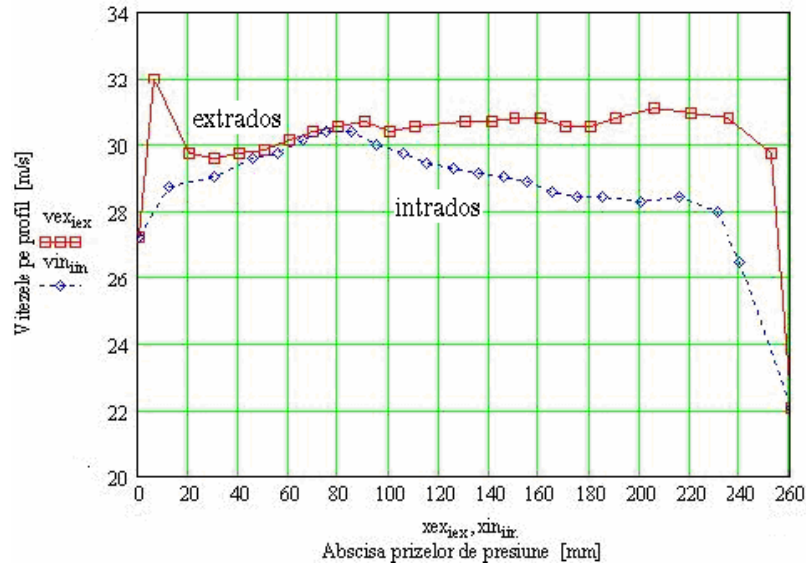


Fig.5.10 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=17.39$ m/s, curgere directă

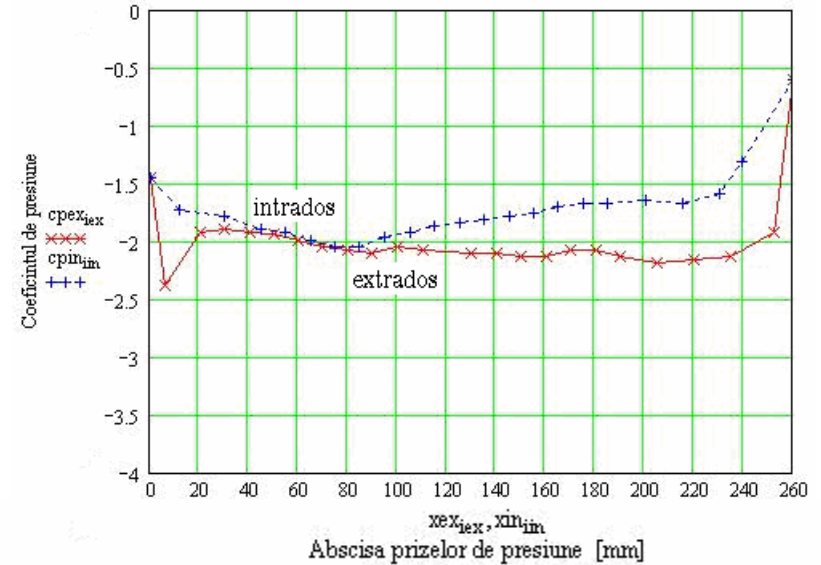


Fig.5.11 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=17.39$ m/s, curgere directă

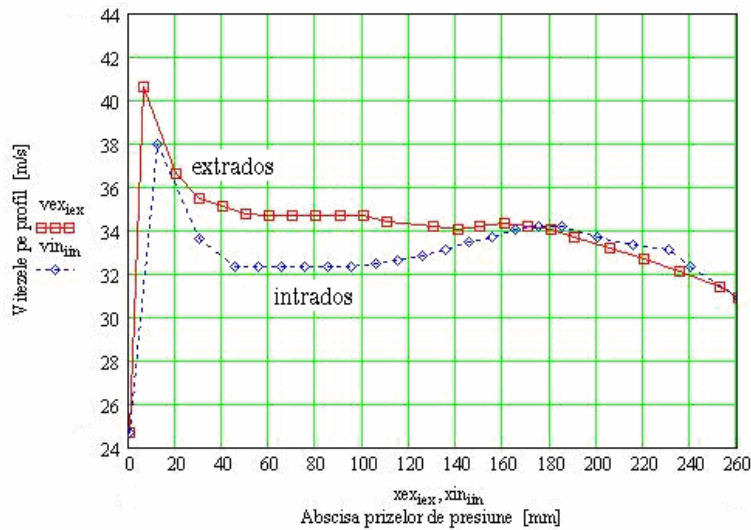


Fig.5.12 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=19.57$ m/s, curgere directă

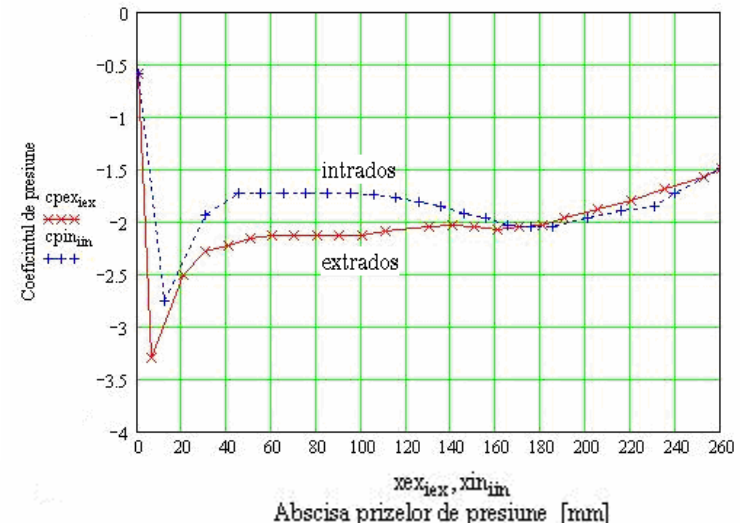


Fig.5.13 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=19.57$ m/s, curgere directă

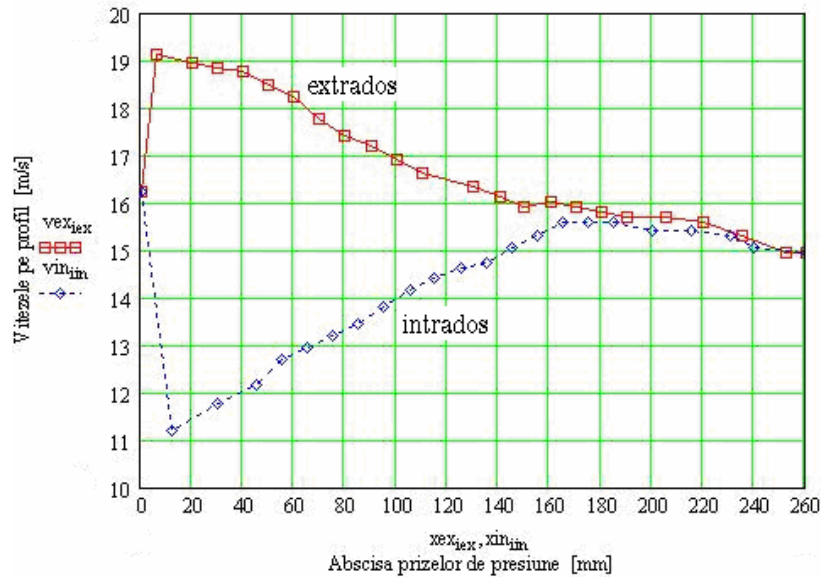


Fig.5.14 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=10.03$ m/s, curgere directă

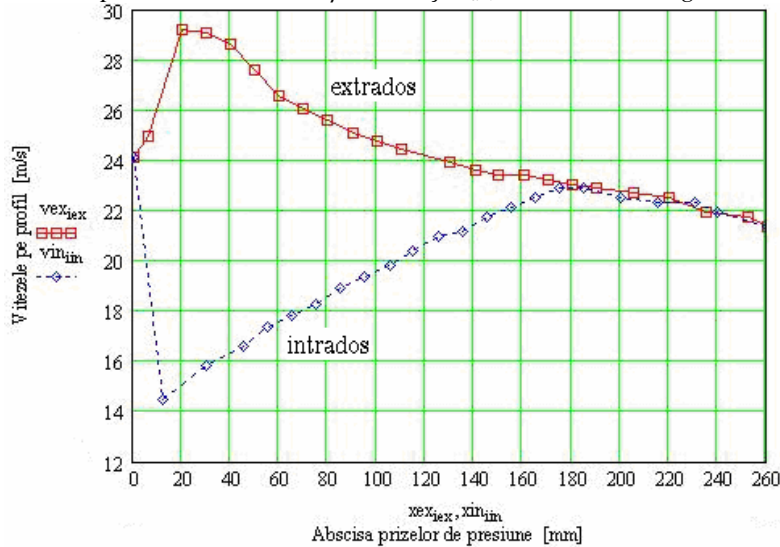


Fig.5.16 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=11.44$ m/s, curgere directă

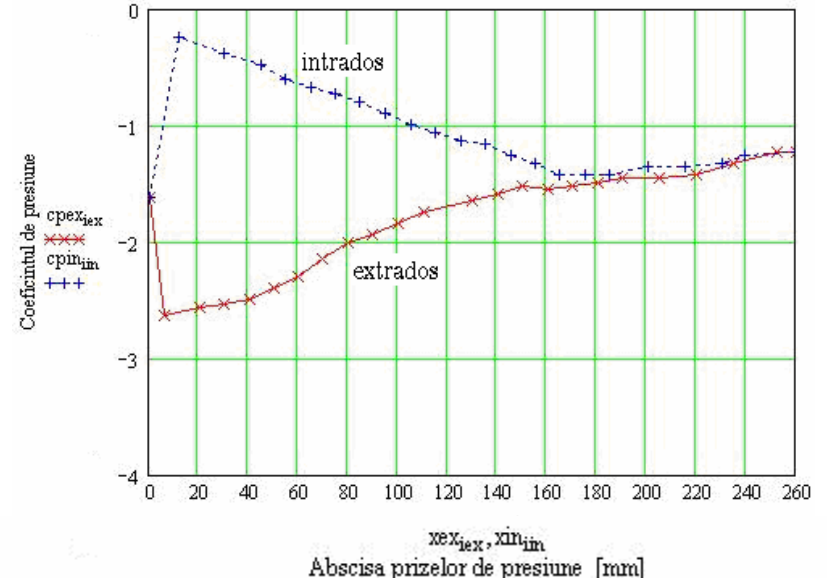


Fig.5.15 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=10.03$ m/s, curgere directă

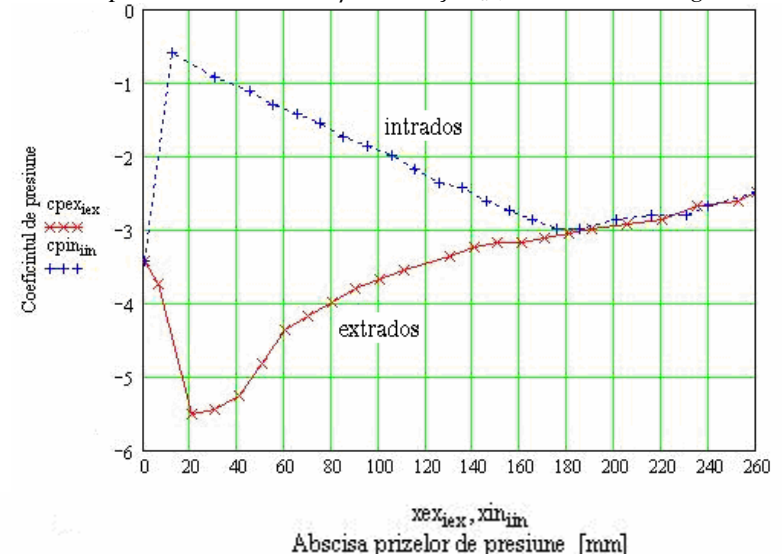


Fig.5.17 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=11.44$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

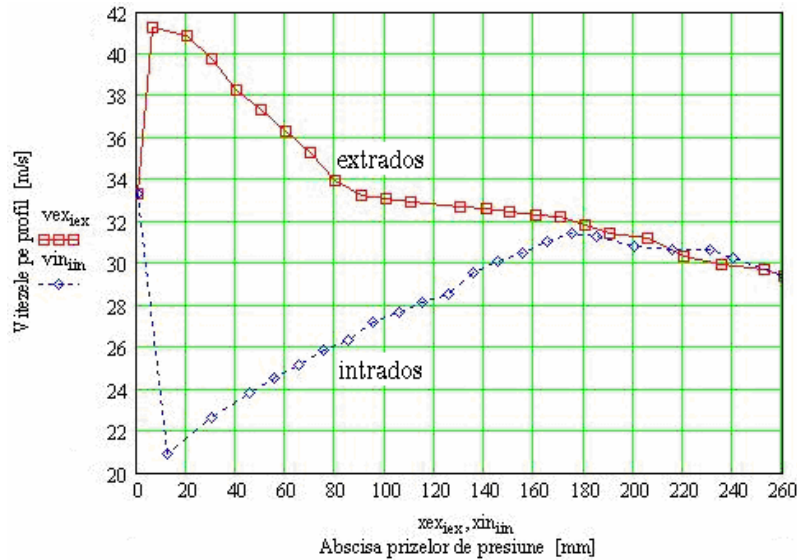


Fig.5.18 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=15.85$ m/s, curgere directă

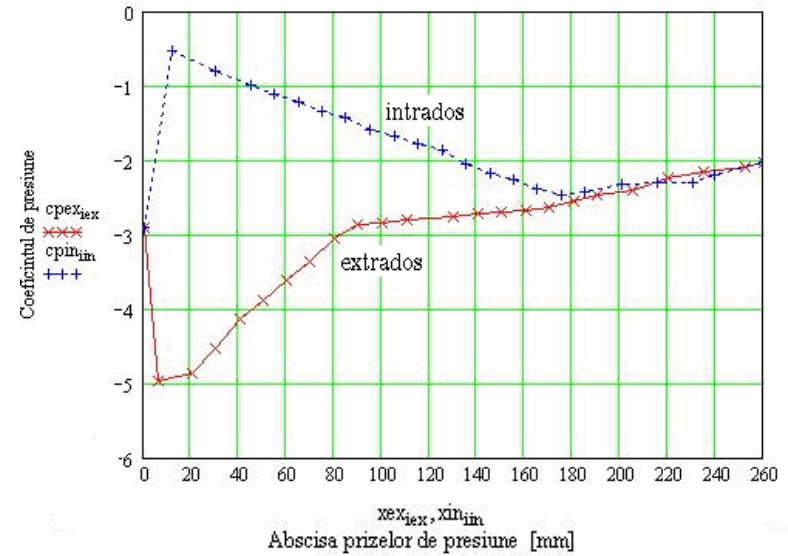


Fig.5.19 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=15.85$ m/s, curgere directă

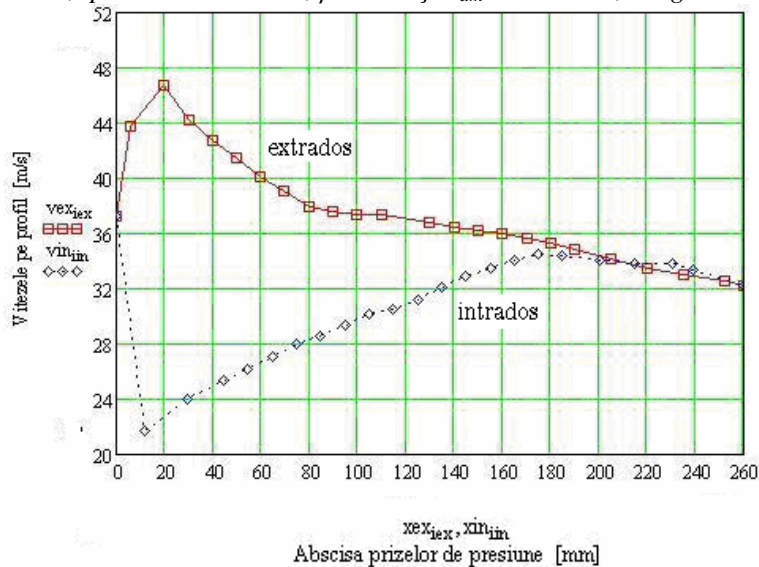


Fig.5.20 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=17.56$ m/s, curgere directă

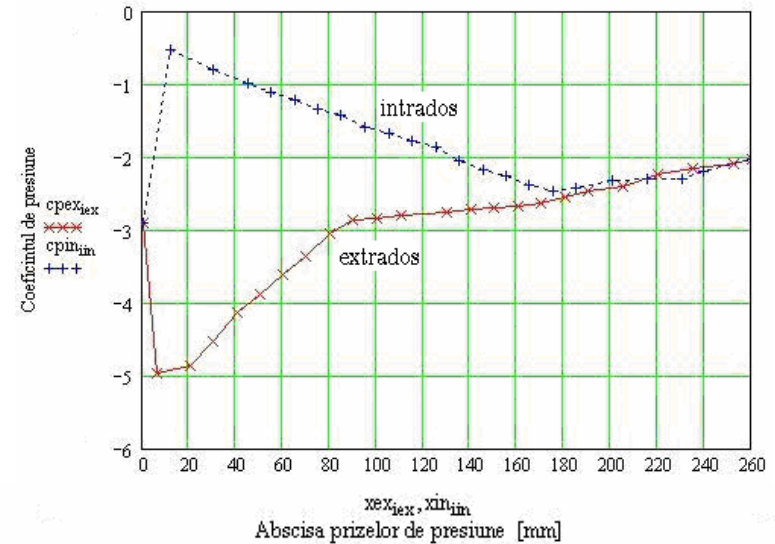


Fig.5.21 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=17.56$ m/s, curgere directă

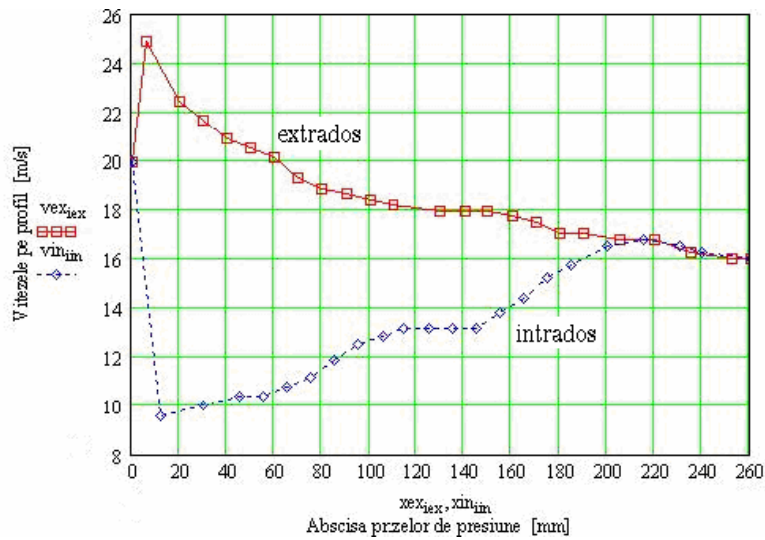


Fig.5.22 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=8,68$ m/s, curgere directă

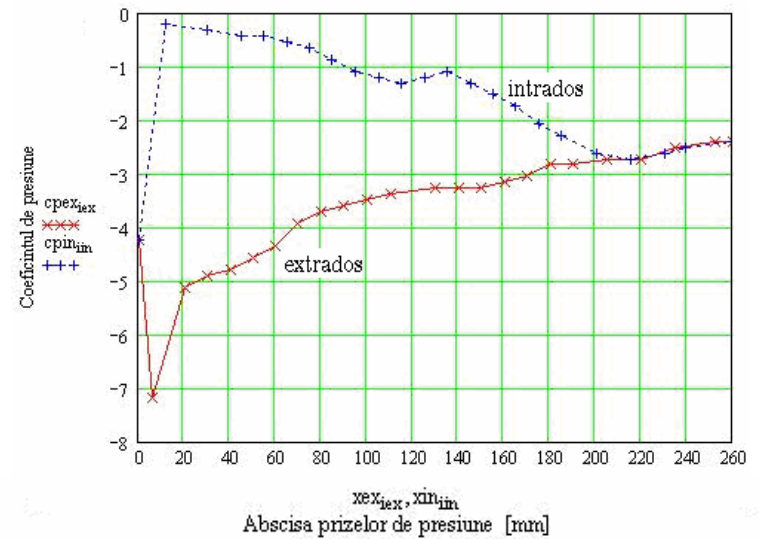


Fig.5.23 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=8,68$ m/s, curgere directă

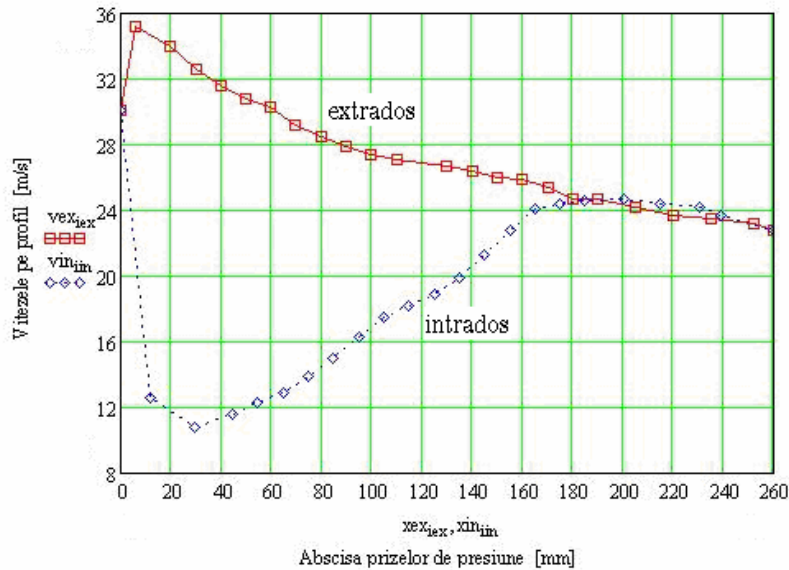


Fig.5.24 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=9,86$ m/s, curgere directă

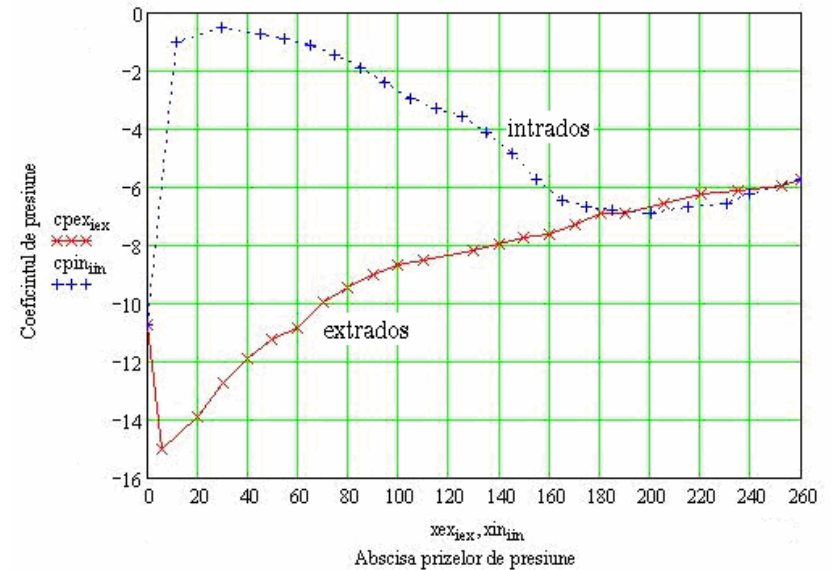


Fig.5.25 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=9,86$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

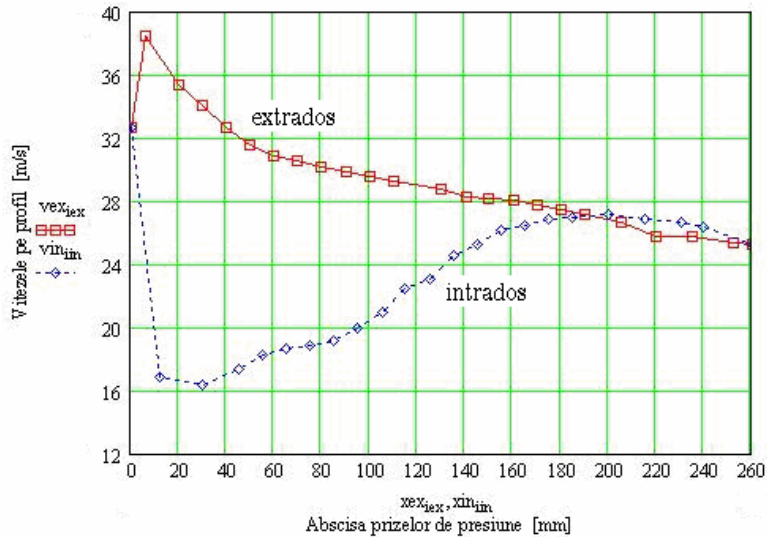


Fig.5.26 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.58$ m/s, curgere directă

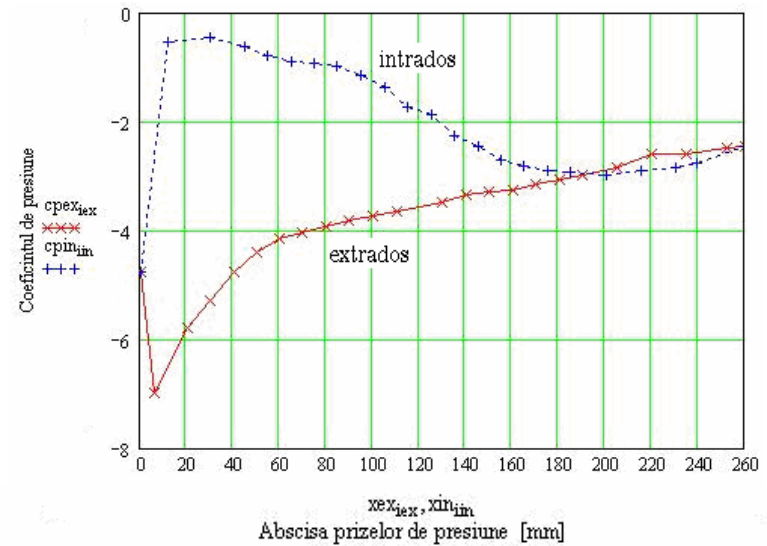


Fig.5.27 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.58$ m/s, curgere directă

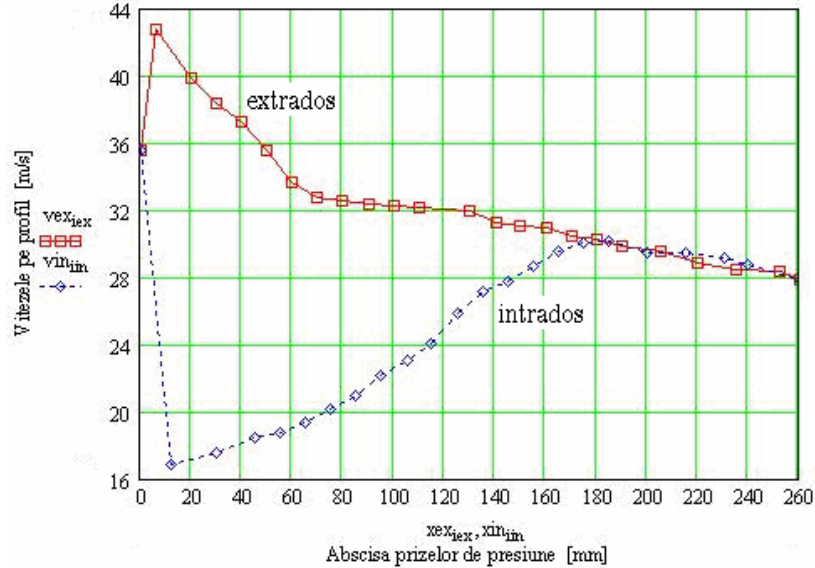


Fig.5.28 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=15.86$ m/s, curgere directă

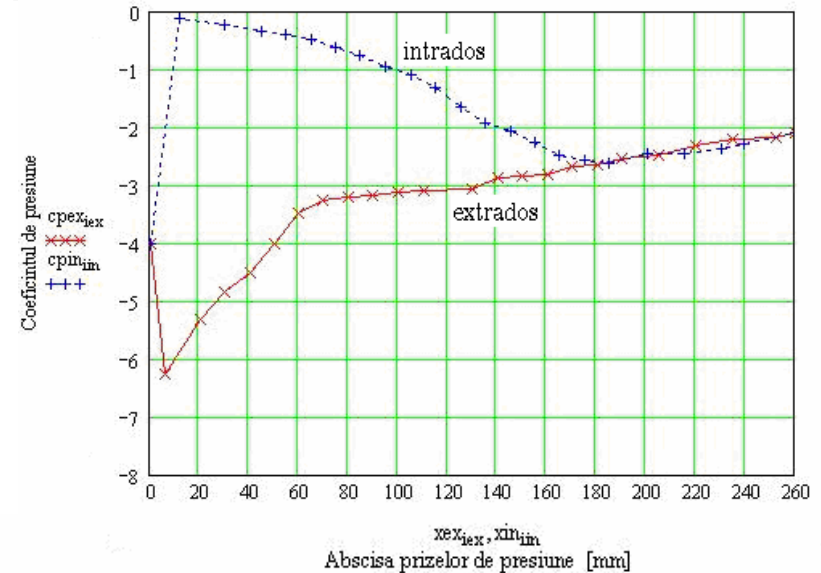


Fig.5.29 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=15.86$ m/s, curgere directă

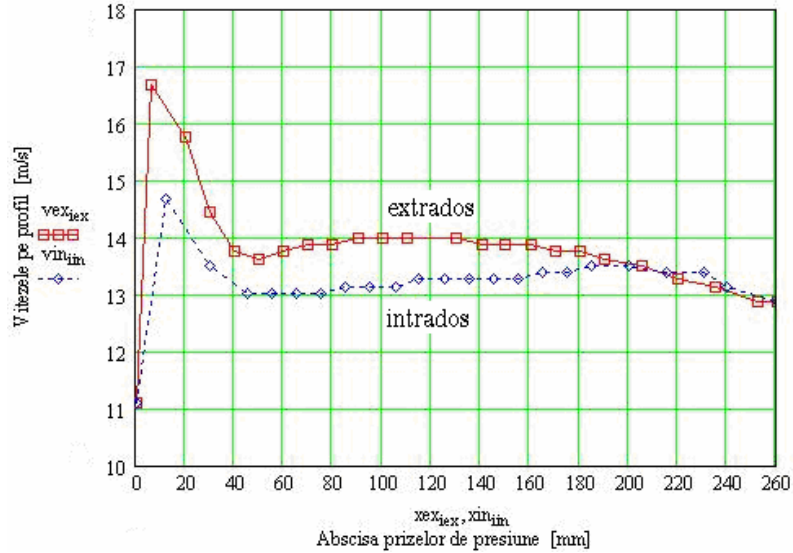


Fig.5.30 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^{\circ}$ și $v_{am}=9.15$ m/s, curgere directă

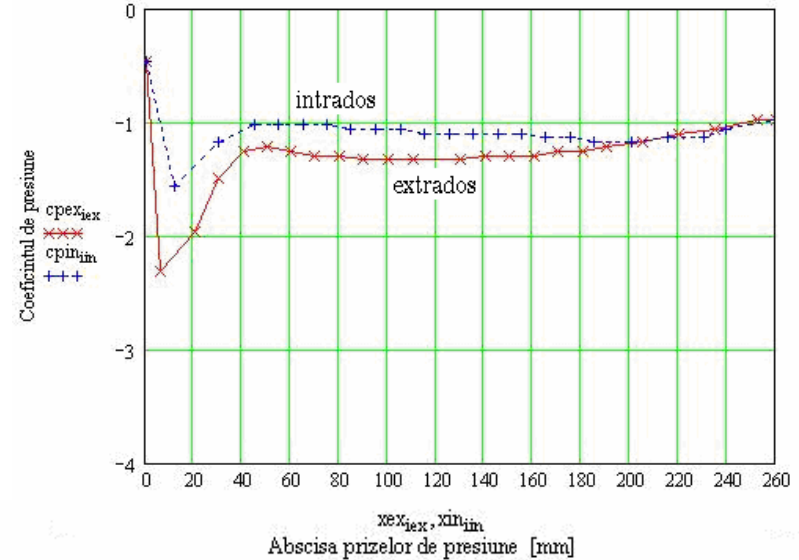


Fig.5.31 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^{\circ}$ și $v_{am}=9.15$ m/s, curgere directă

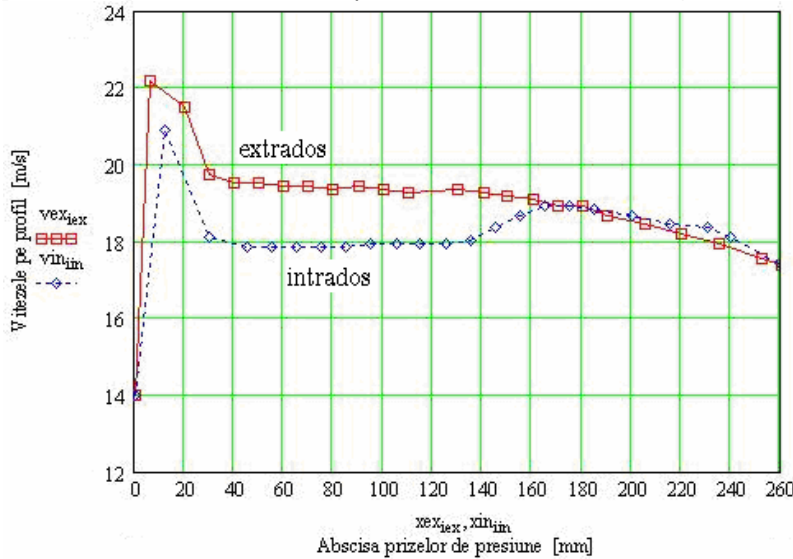


Fig.5.32 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^{\circ}$ și $v_{am}=11.14$ m/s, curgere directă

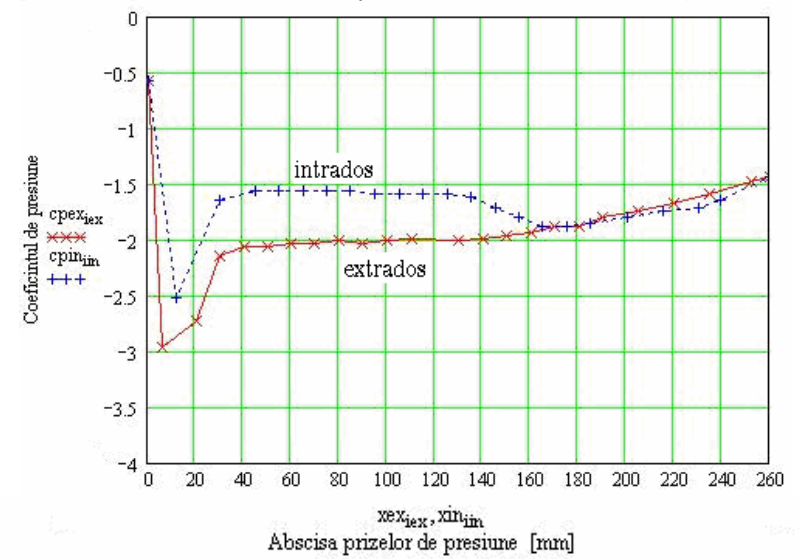


Fig.5.33 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^{\circ}$ și $v_{am}=11.14$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

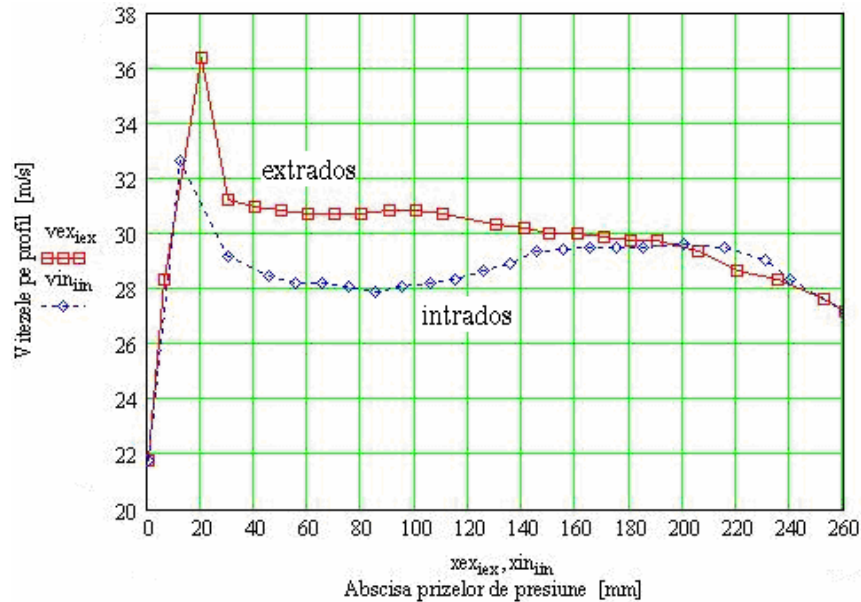


Fig.5.34 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=16.88$ m/s, curgere directă

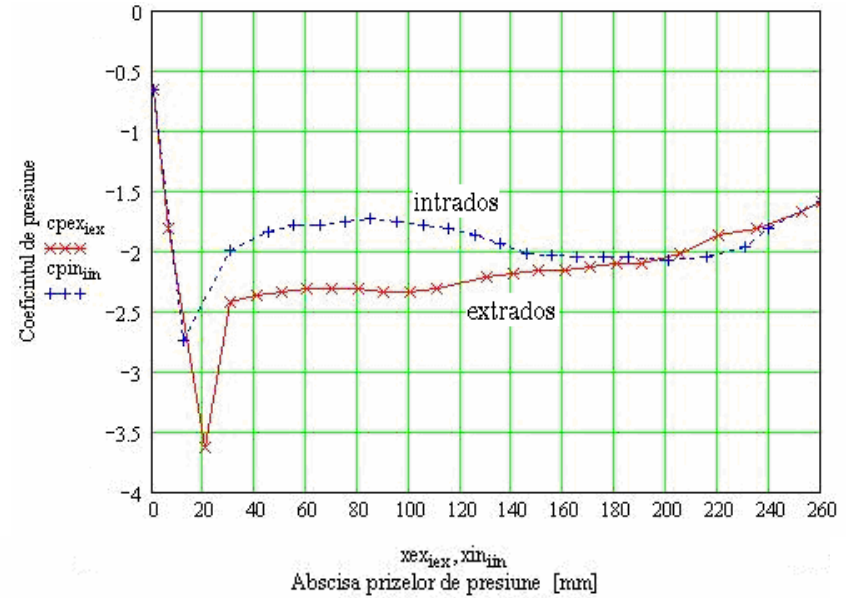


Fig.5.35 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=16.88$ m/s și pentru curgere directă

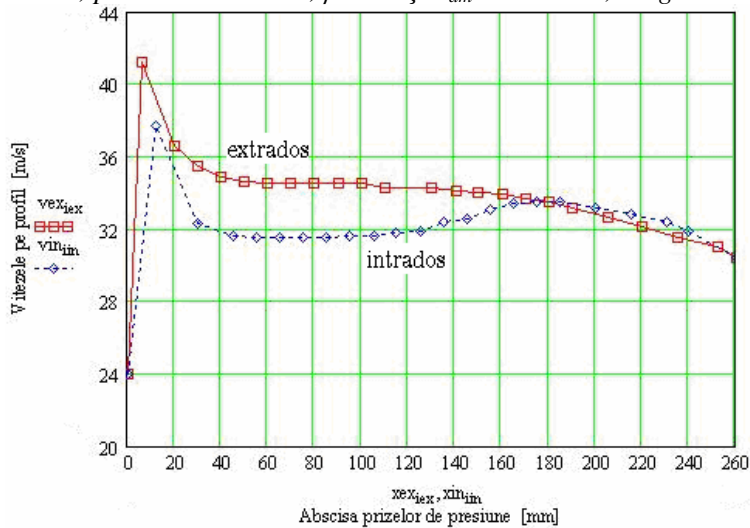


Fig.5.36 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=18.76$ m/s, curgere directă

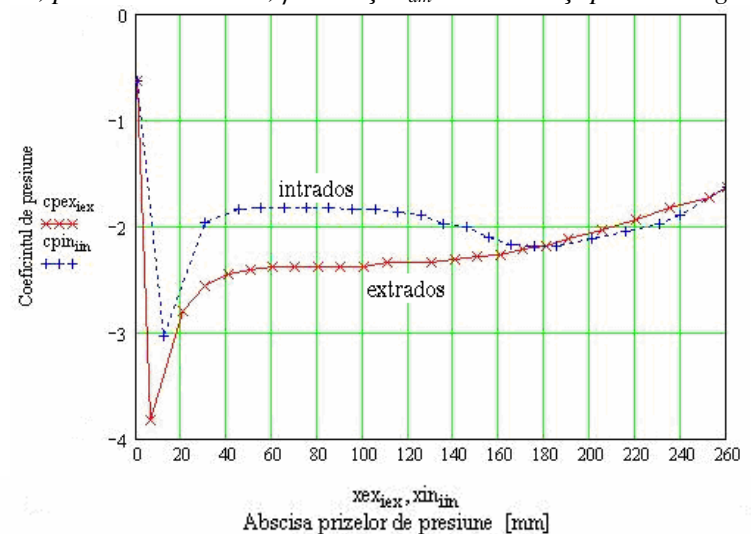


Fig3.37 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=18.76$ m/s, curgere directă

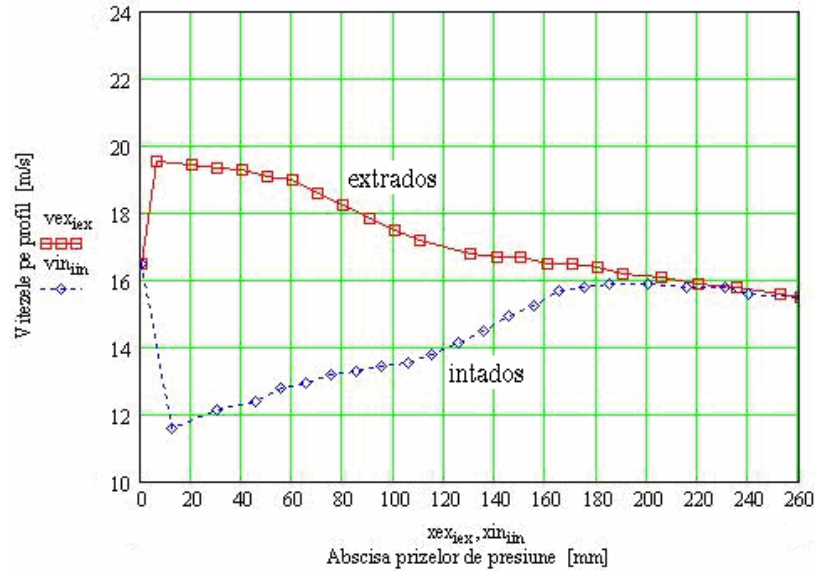


Fig.5.38 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=8.59$ m/s, curgere directă

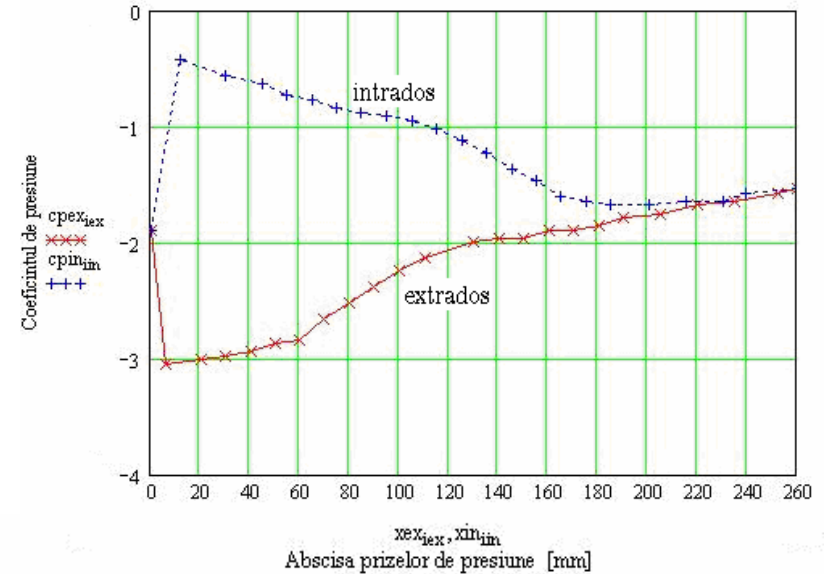


Fig.5.39 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=8.59$ m/s, curgere directă

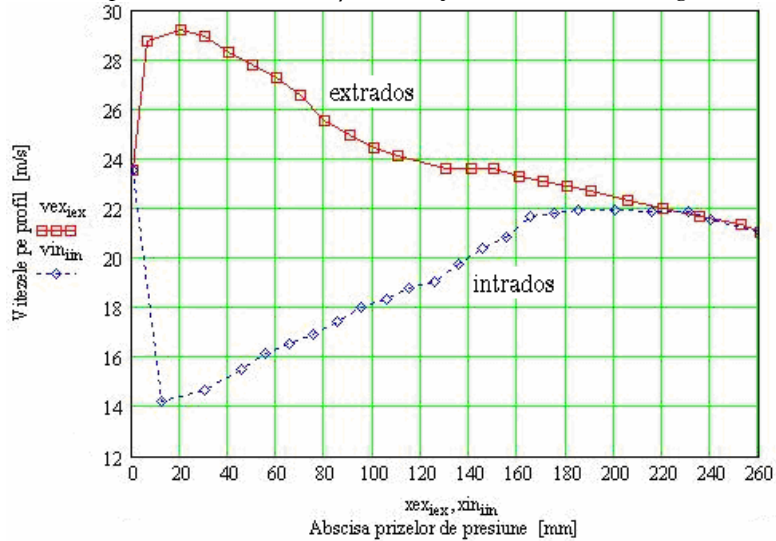


Fig.5.40 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=10.84$ m/s, curgere directă

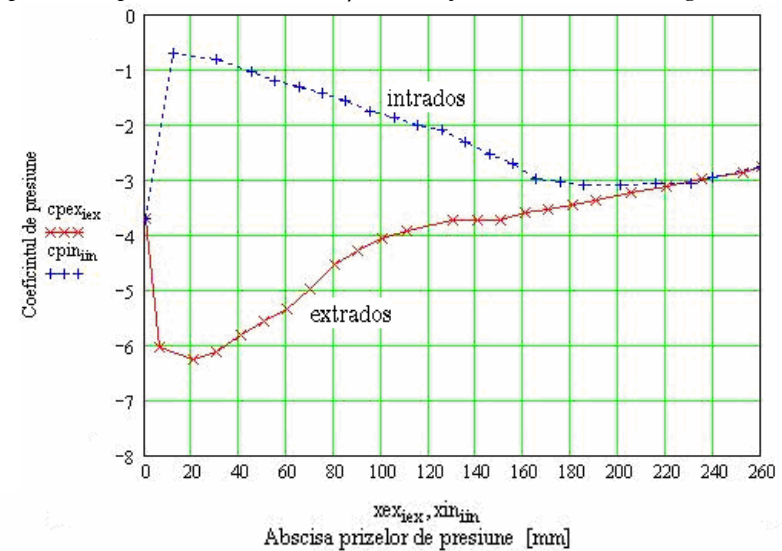


Fig.5.41 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=10.84$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

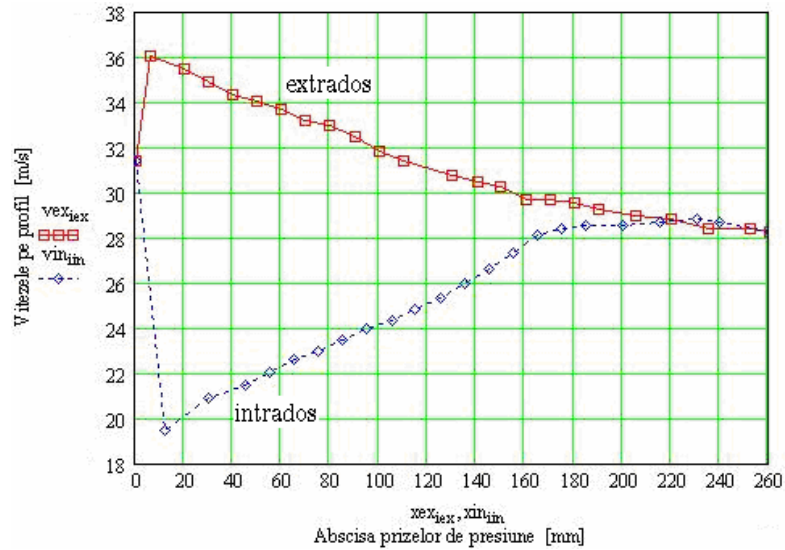


Fig.5.42 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=15.55$ m/s, curgere directă

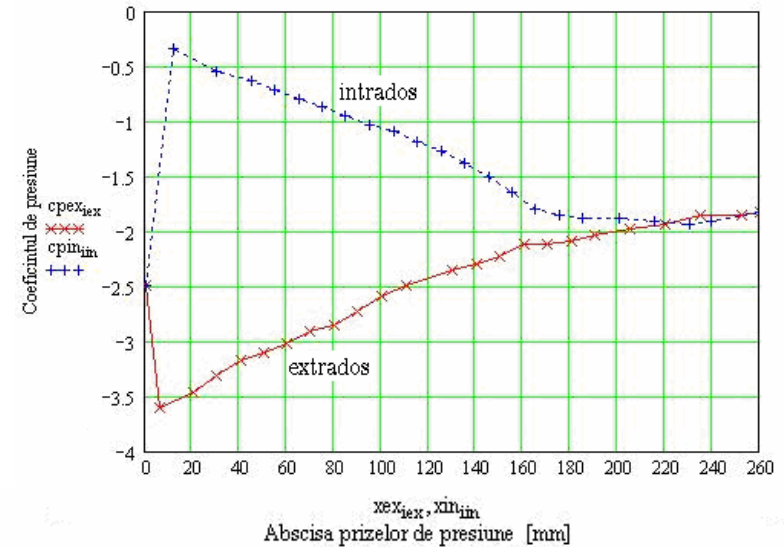


Fig.5.43 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=15.55$ m/s, curgere directă

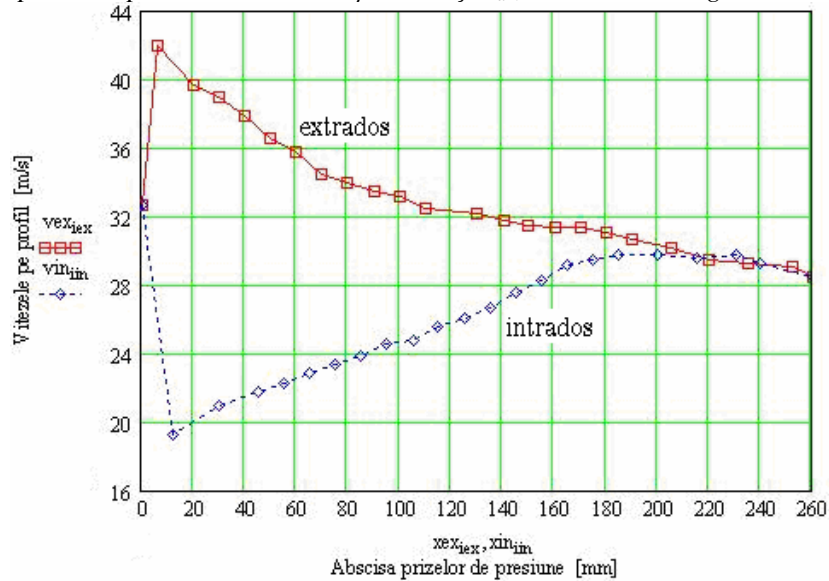


Fig.5.44 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=16.80$ m/s, curgere directă

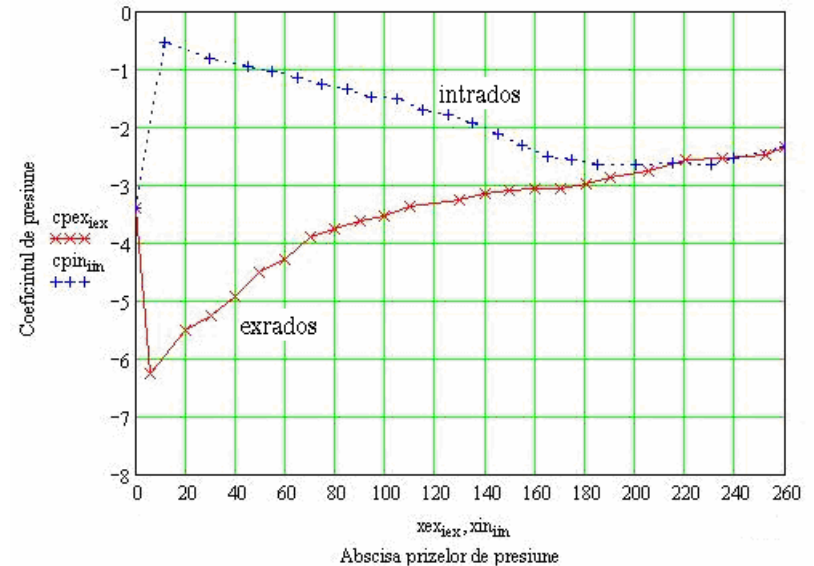


Fig.5.45 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=16.80$ m/s, curgere directă

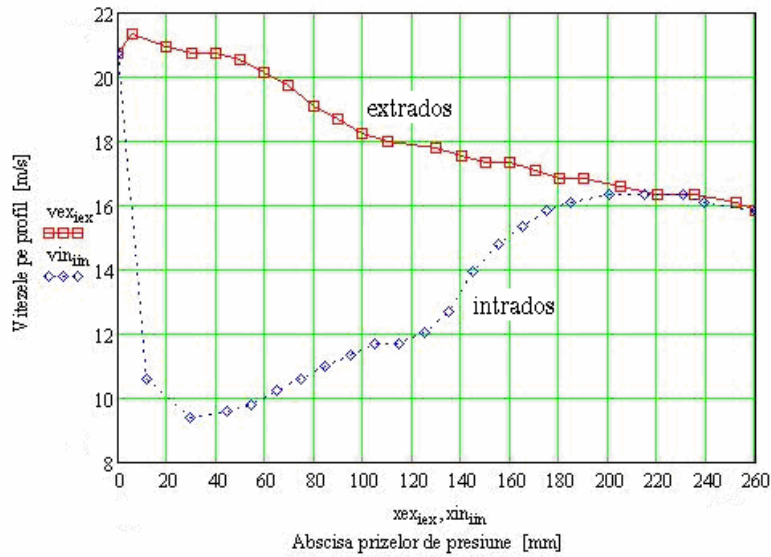


Fig.5.46 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=7.95$ m/s, curgere directă

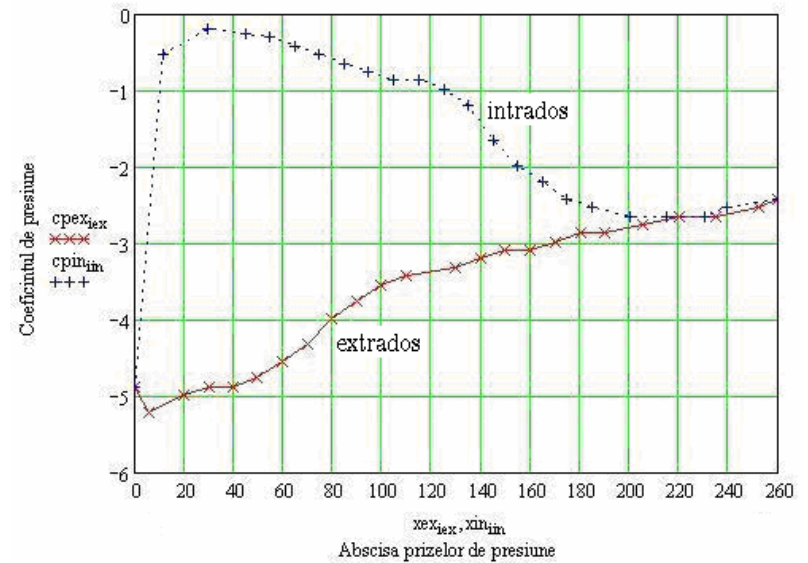


Fig.5.47 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=7.95$ m/s, curgere directă

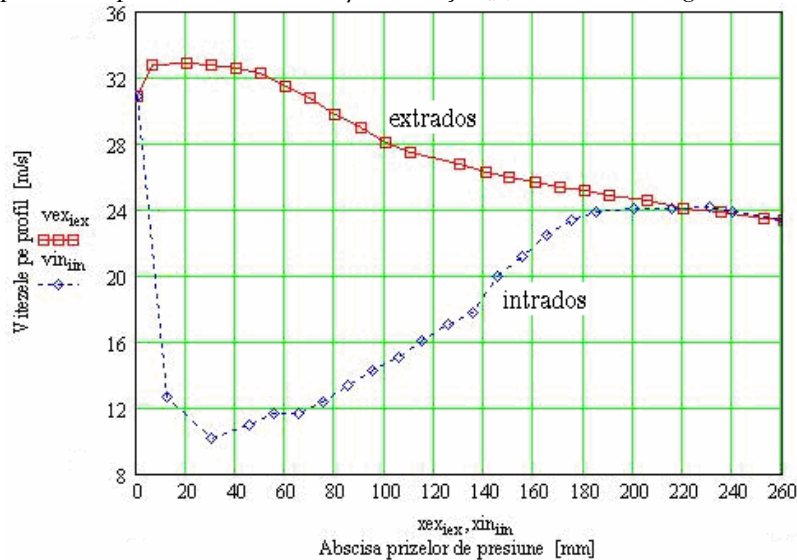


Fig.5.48 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=9.29$ m/s, curgere directă

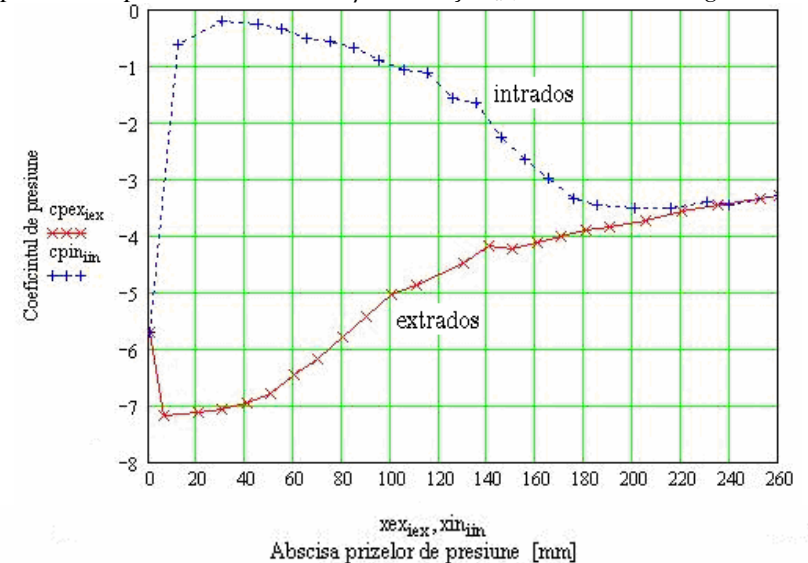


Fig.5.49 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=9.29$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

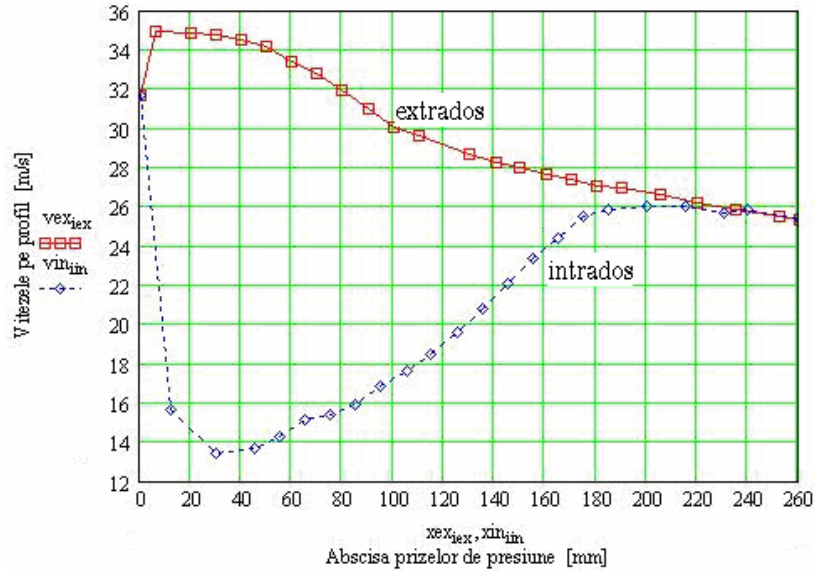


Fig.5.50 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=12.23$ m/s, curgere directă

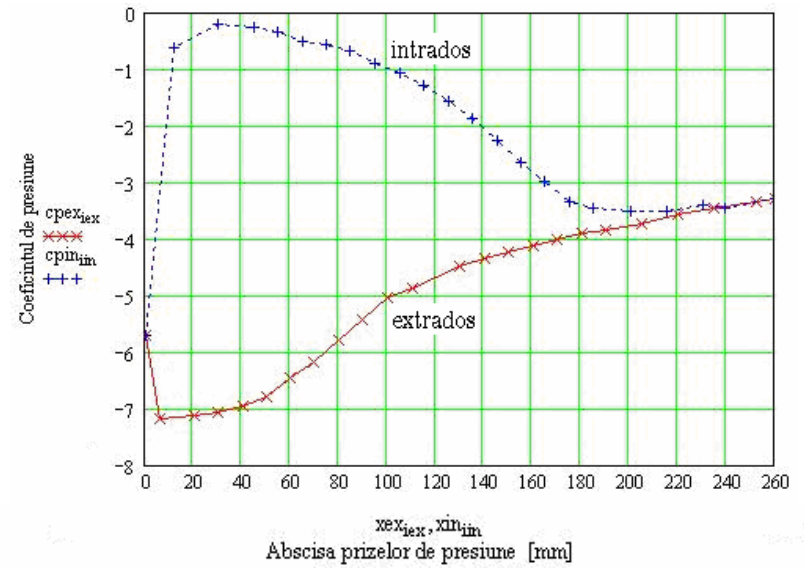


Fig.5.51 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=12.23$ m/s, curgere directă

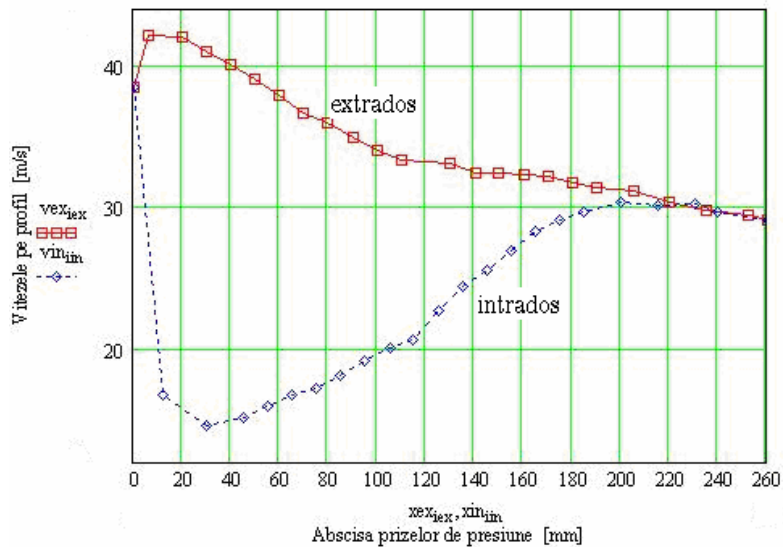


Fig.5.52 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.14$ m/s, curgere directă

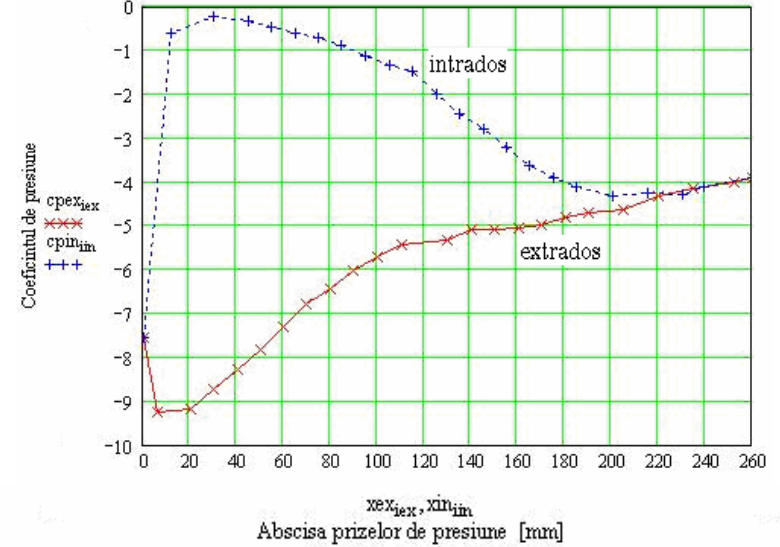


Fig.5.53 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.14$ m/s, curgere directă

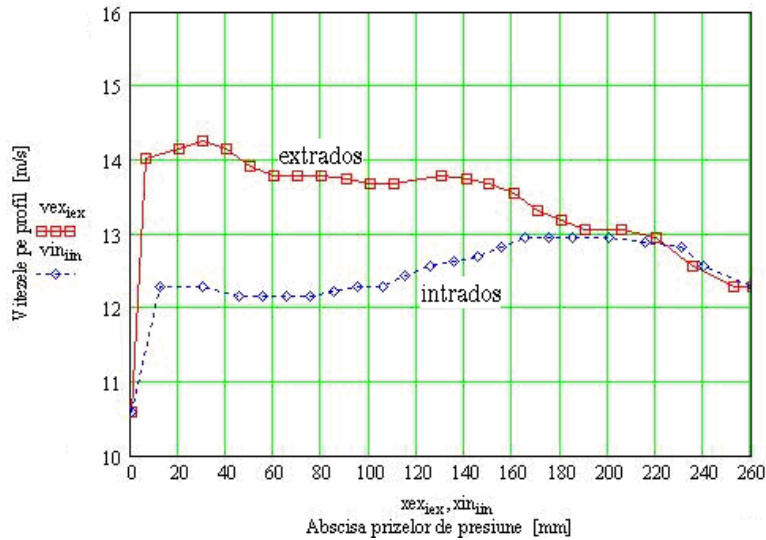


Fig.5.54 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=7.95$ m/s, curgere directă

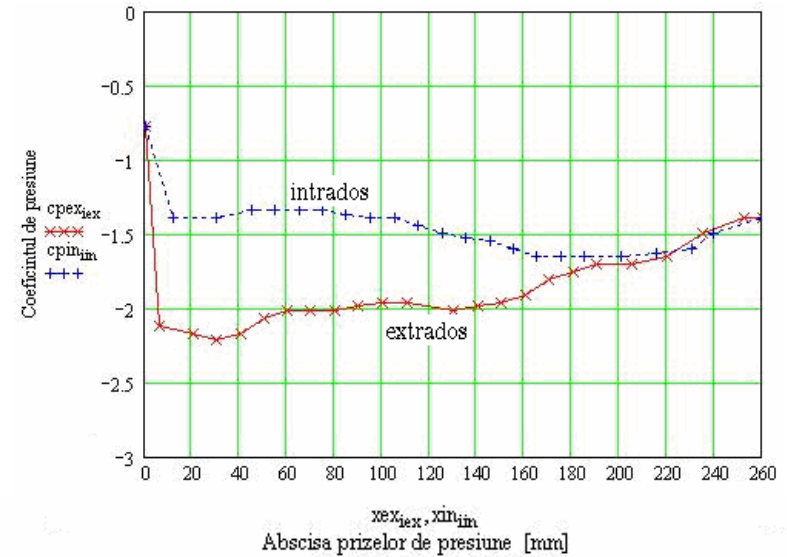


Fig.5.55 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=7.95$ m/s, curgere directă

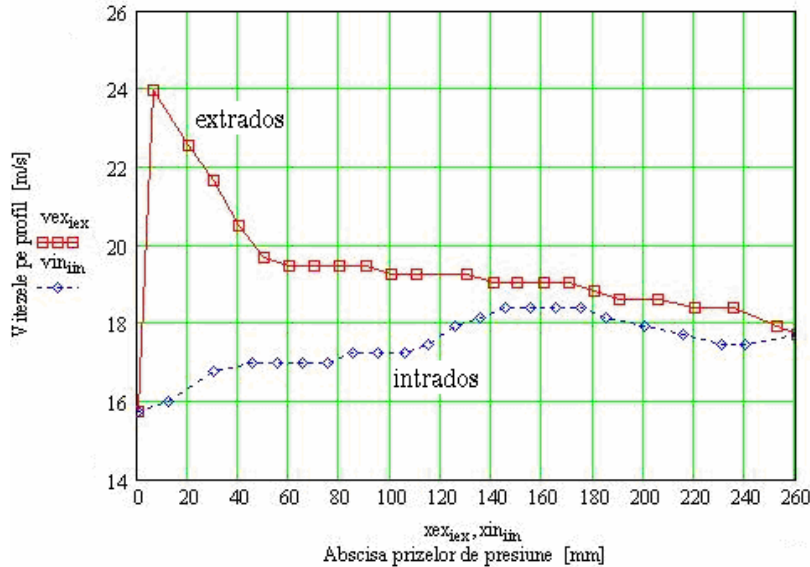


Fig.5.56 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=10.47$ m/s, curgere directă

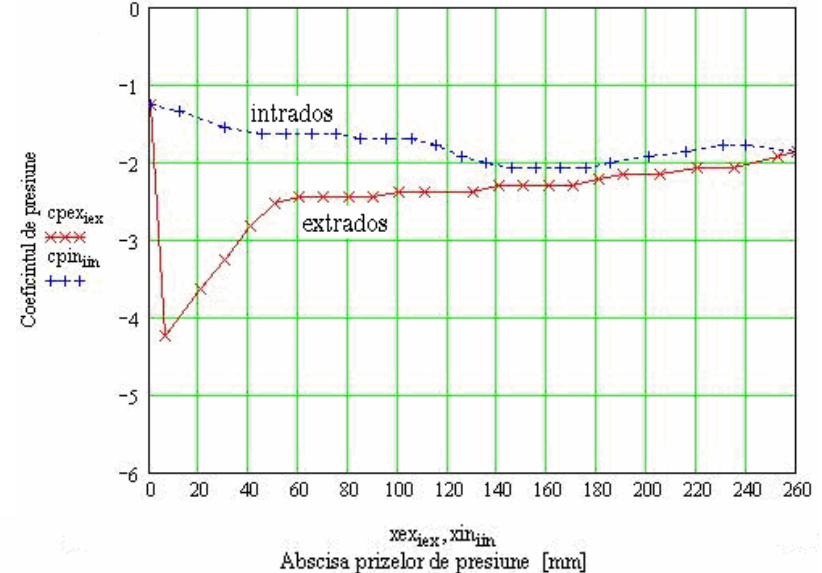


Fig.5.57 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=10.47$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

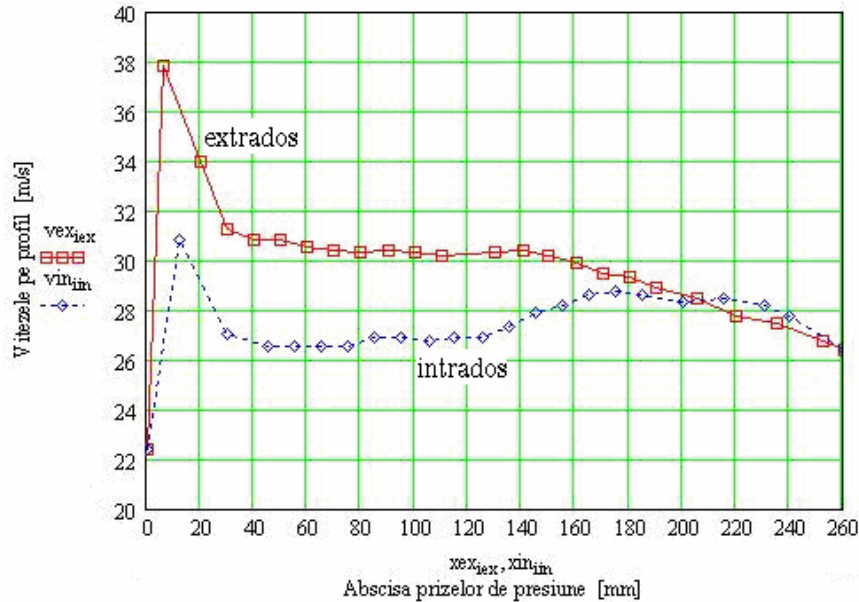


Fig. 5.58 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=16.31$ m/s, curgere directă

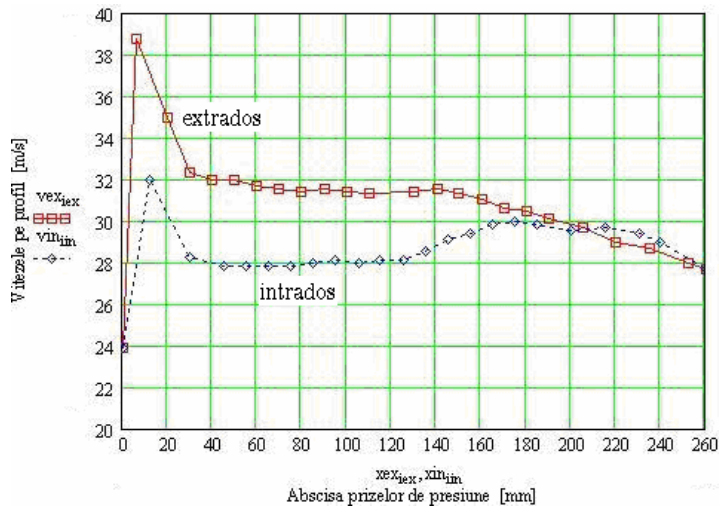


Fig.5.60 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=18.23$ m/s, curgere directă

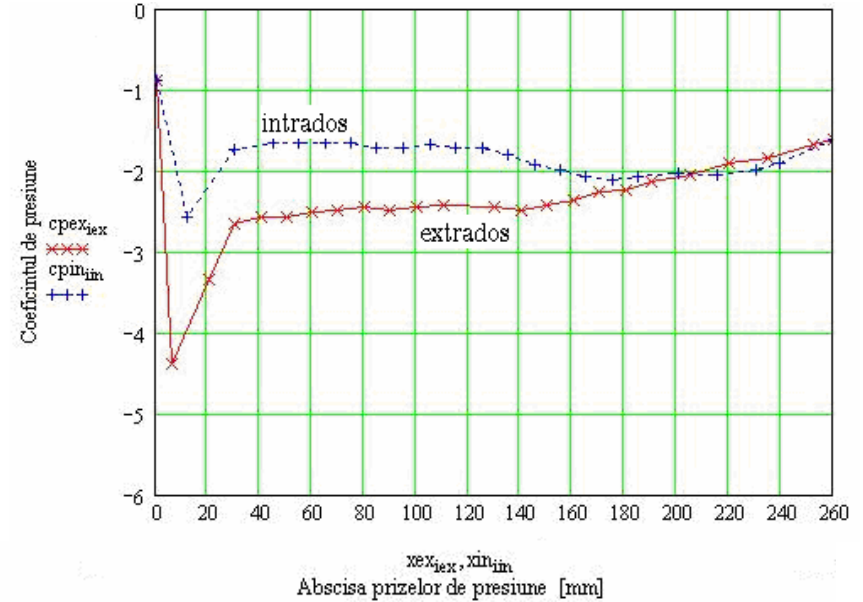


Fig.5.59 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=16.31$ m/s, curgere directă

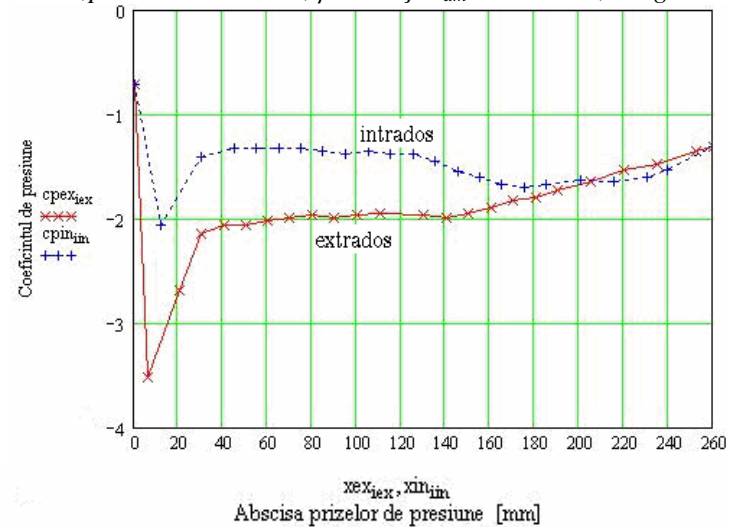


Fig.3.61 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=18.23$ m/s, curgere directă

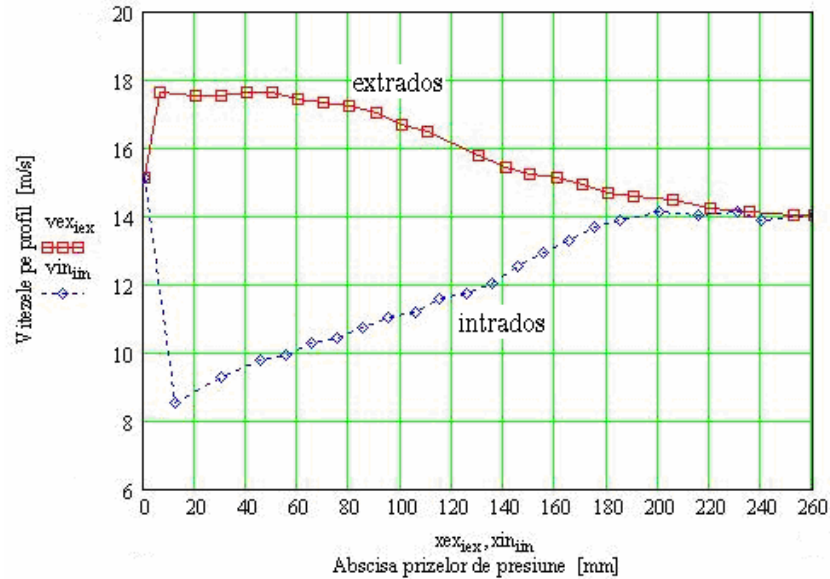


Fig.5.62 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=7.05$ m/s, curgere directă

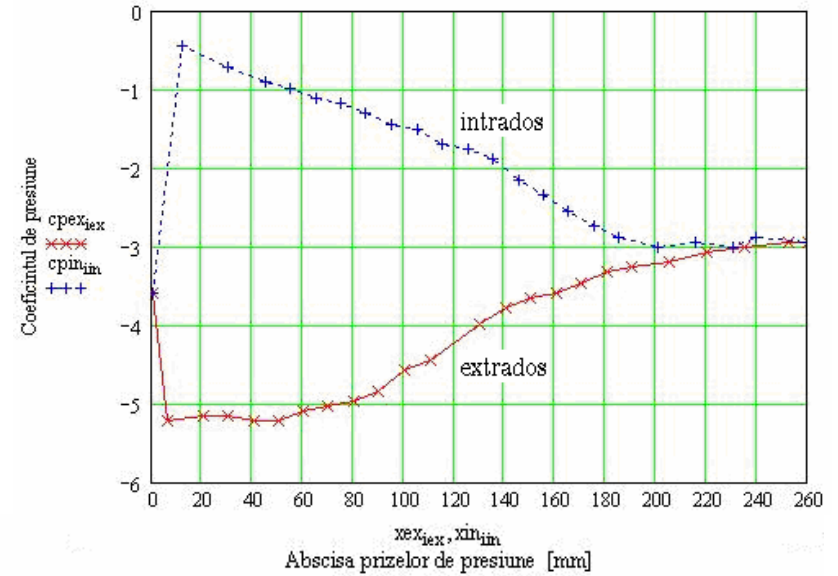


Fig.5.63 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=7.05$ m/s, curgere directă

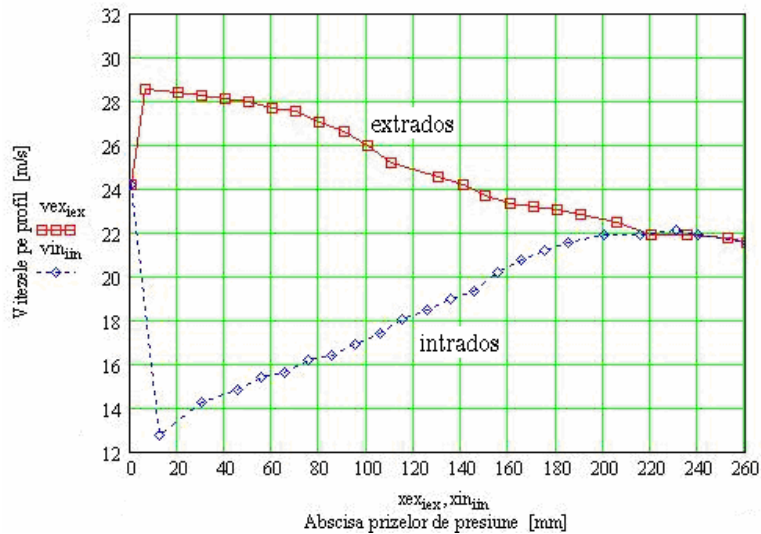


Fig5.64 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=10.47$ m/s, curgere directă

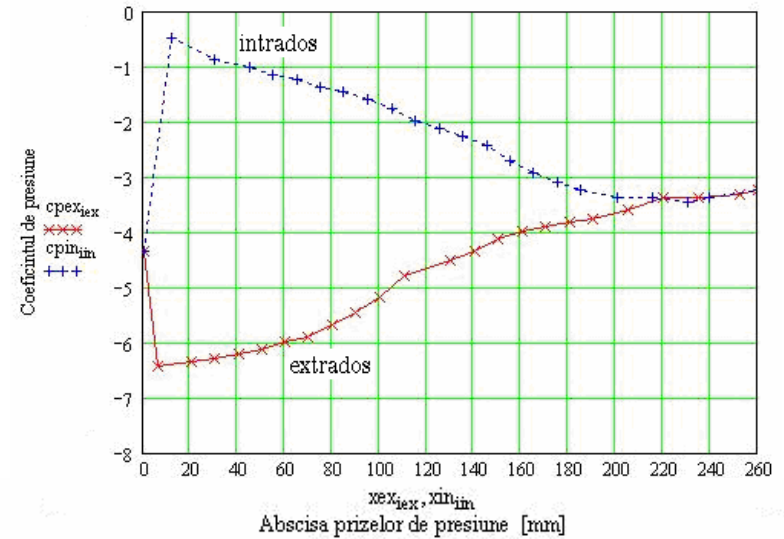


Fig.5.65 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=10.47$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

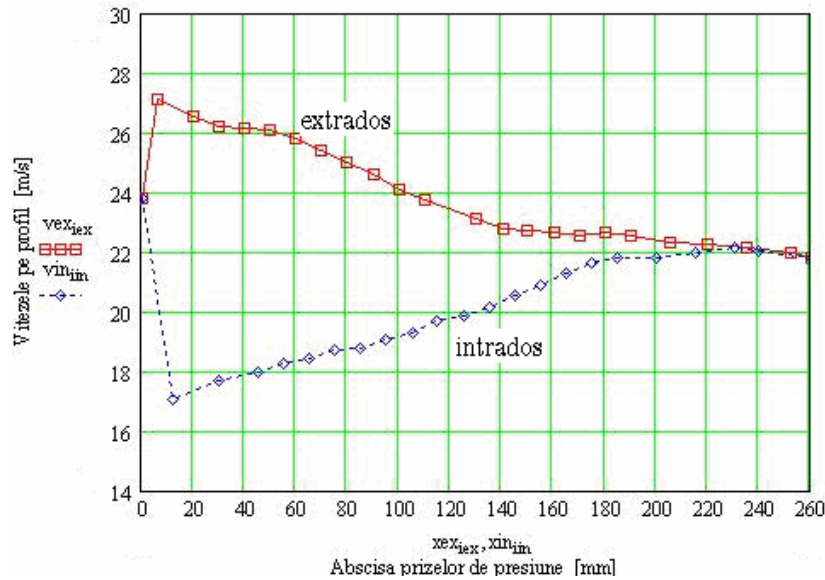


Fig.5.66 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=15.24$ m/s, curgere directă

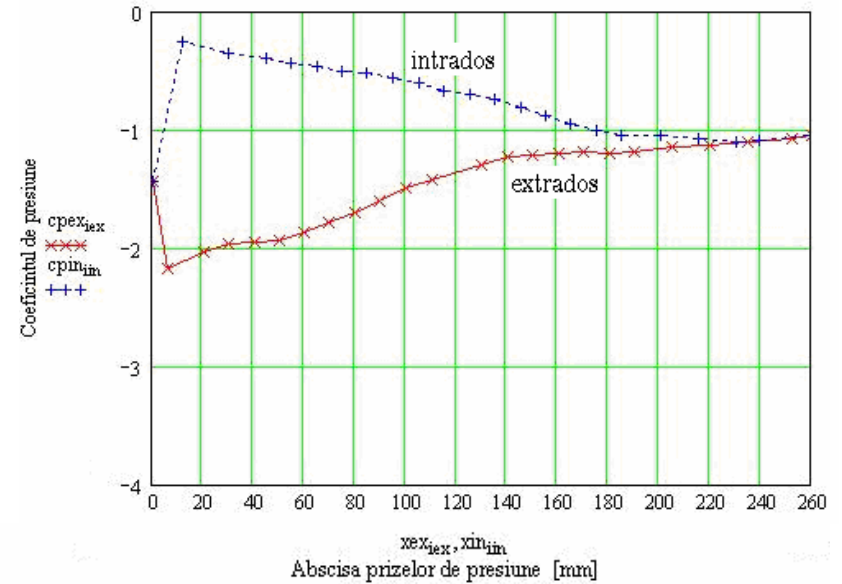


Fig.5.67 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=15.24$ m/s, curgere directă

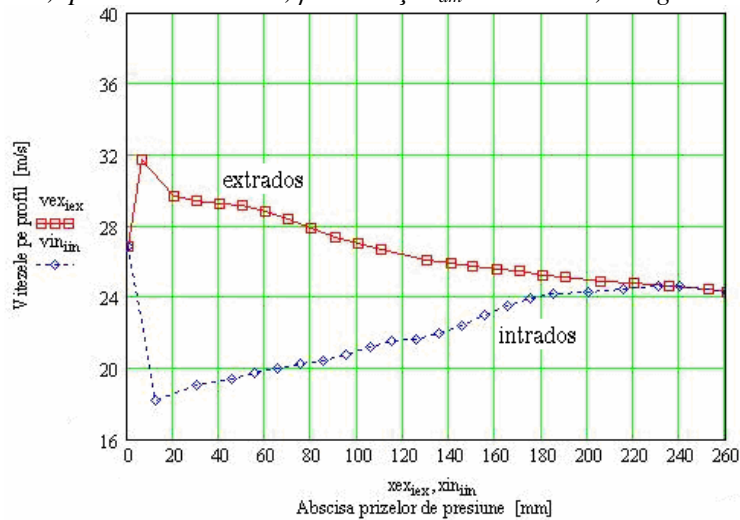


Fig.5.68 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=16.29$ m/s, curgere directă

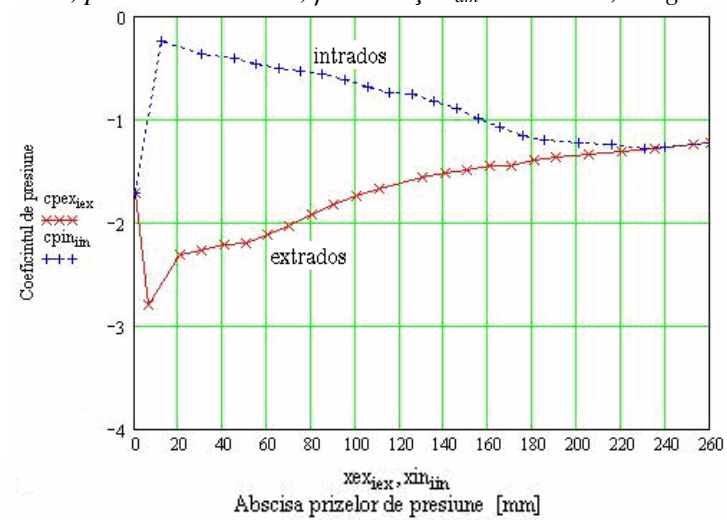


Fig.3.69 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=16.29$ m/s, curgere directă

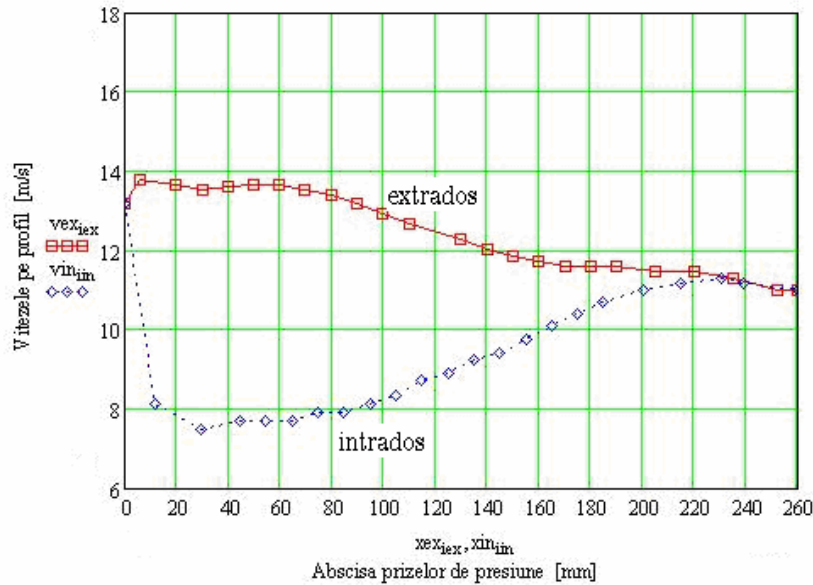


Fig.5.70 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=6.81$ m/s, curgere directă

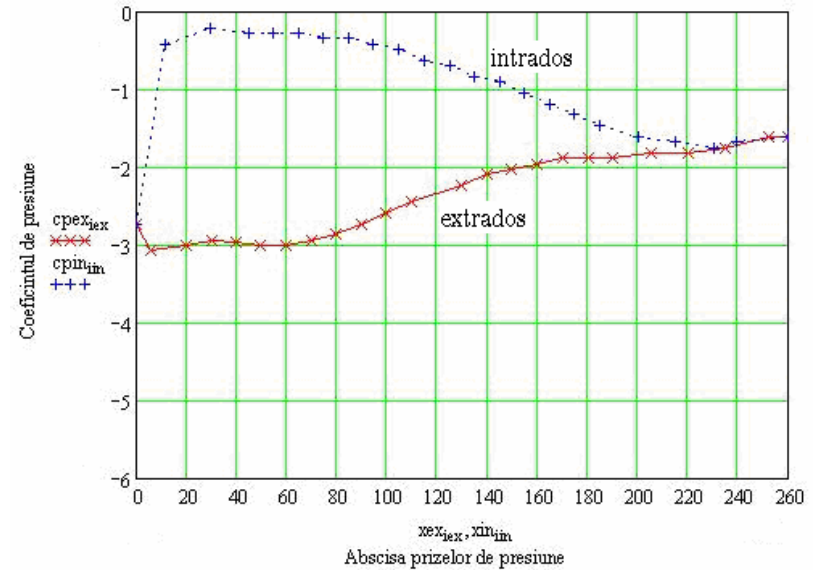


Fig.5.71 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=6.81$ m/s, curgere directă

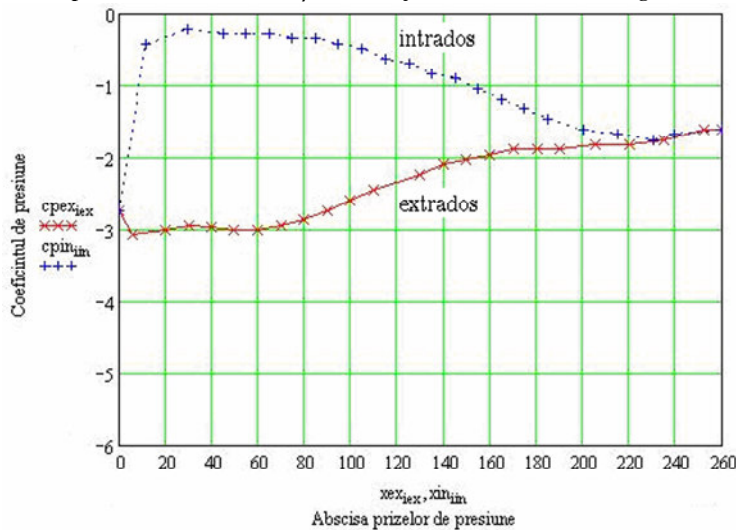


Fig.5.72 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=8.92$ m/s, curgere directă

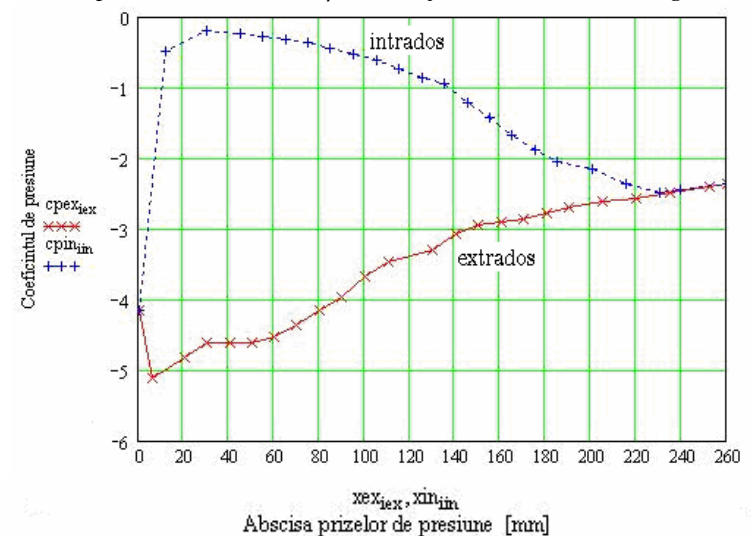


Fig.3.73 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=8.92$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

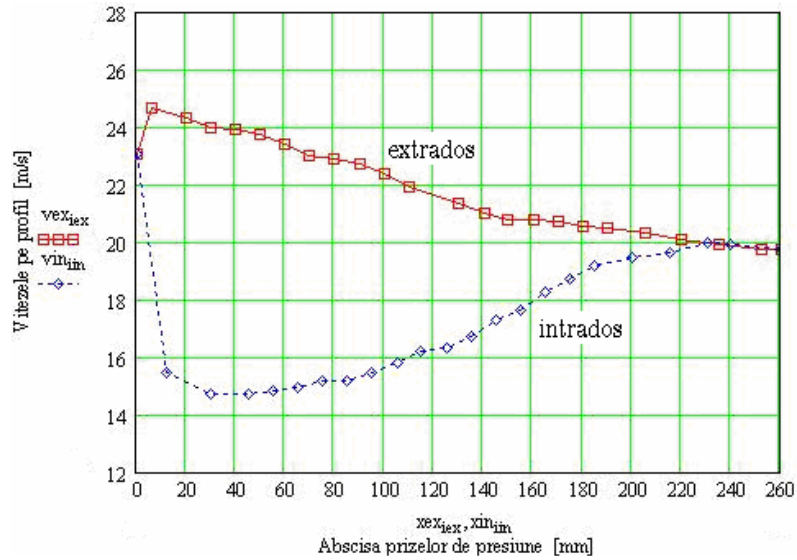


Fig.5.74 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.81$ m/s, curgere directă

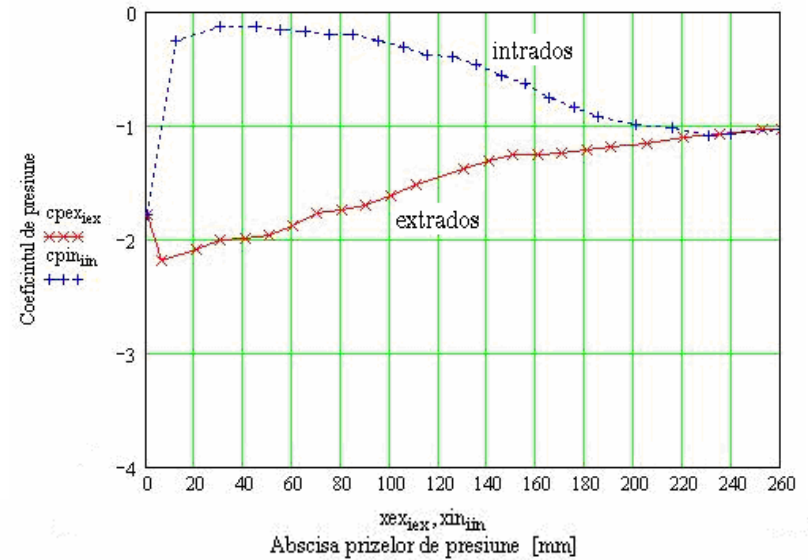


Fig.5.75 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.81$ m/s, curgere directă

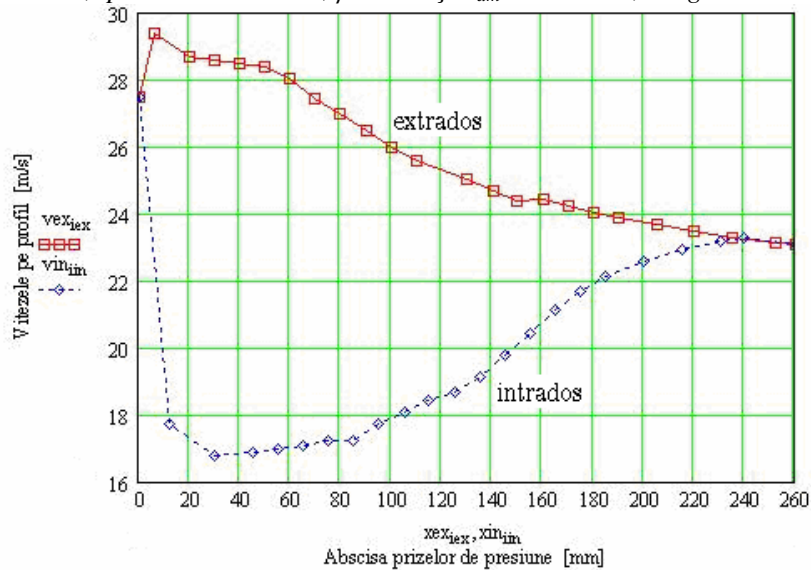


Fig.5.76 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=15.24$ m/s, curgere directă

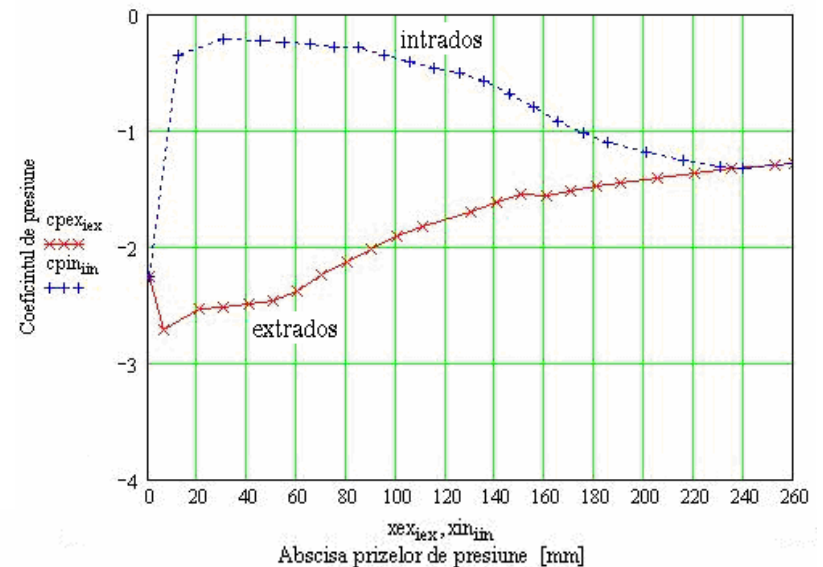


Fig.5.77 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=15.24$ m/s, curgere directă

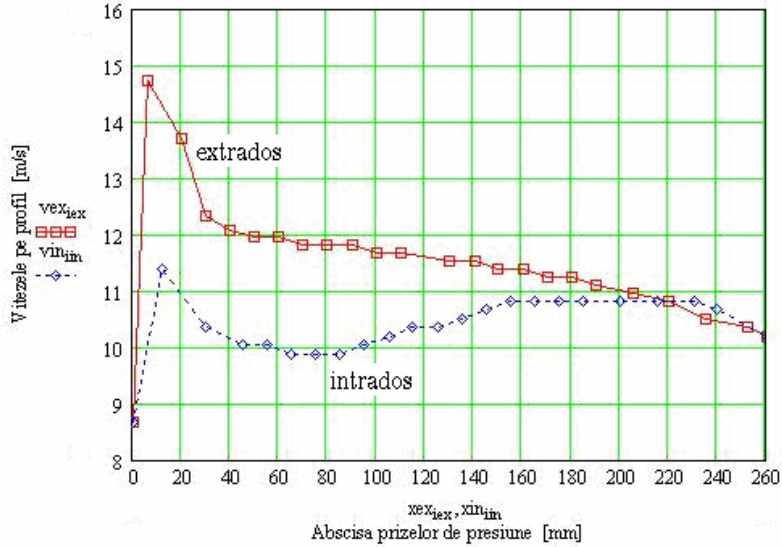


Fig.5.78 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=6.53$ m/s, curgere directă

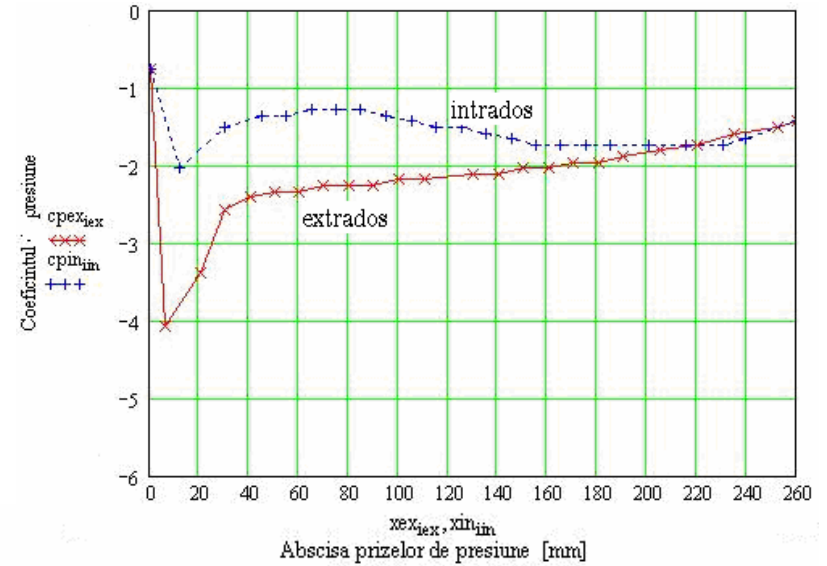


Fig.5.79 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=6.53$ m/s, curgere directă

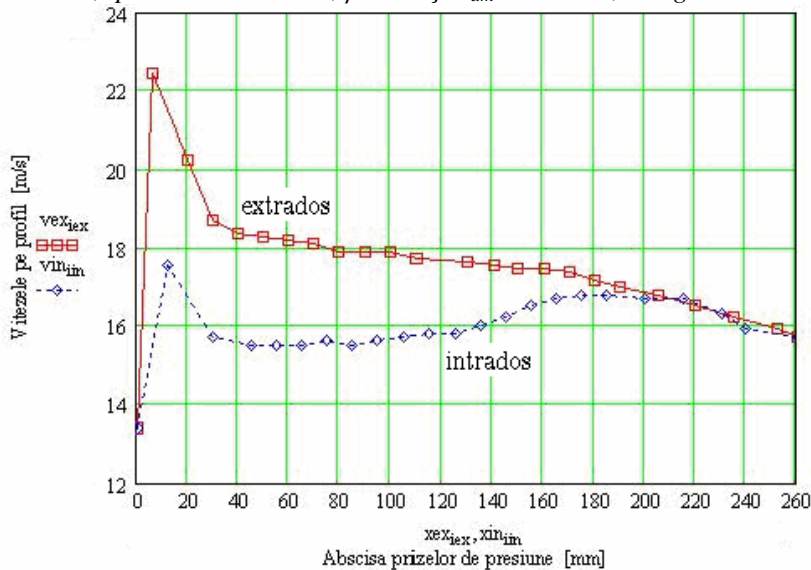


Fig.5.80 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=9.93$ m/s, curgere directă

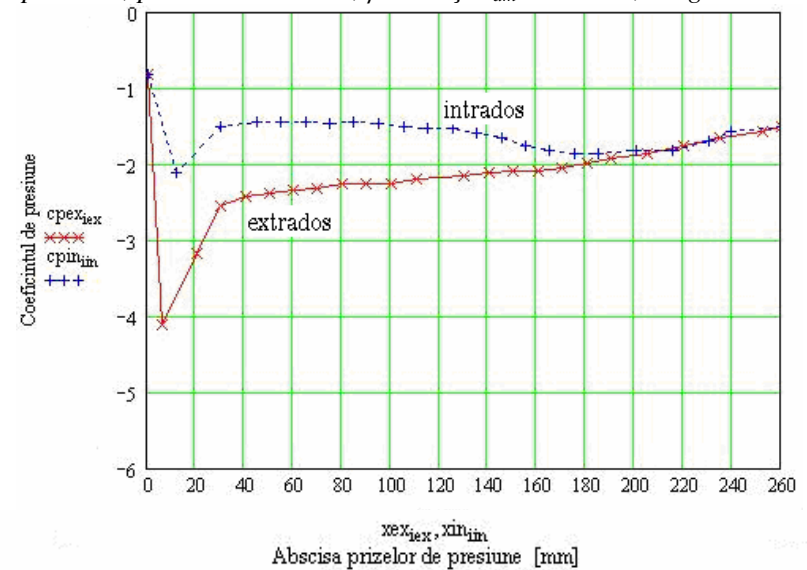


Fig.5.81 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=9.93$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

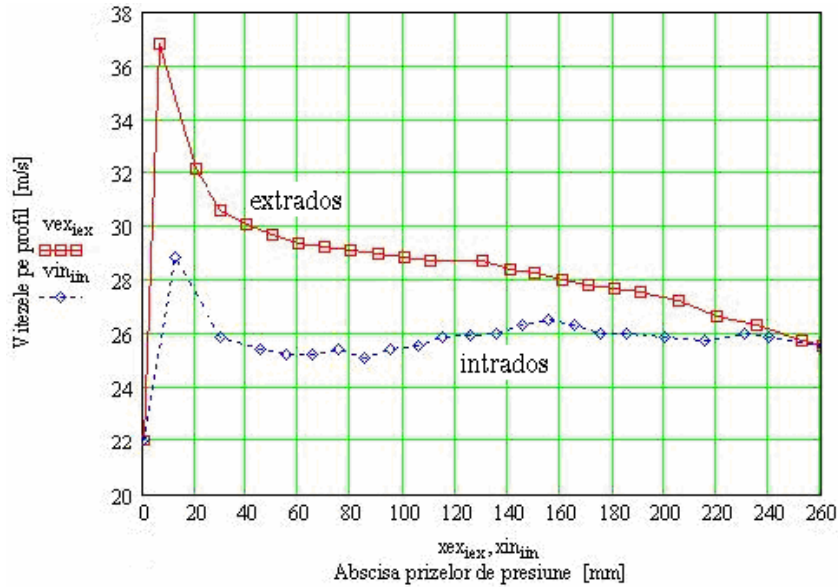


Fig.5.82 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=15.80$ m/s, curgere directă

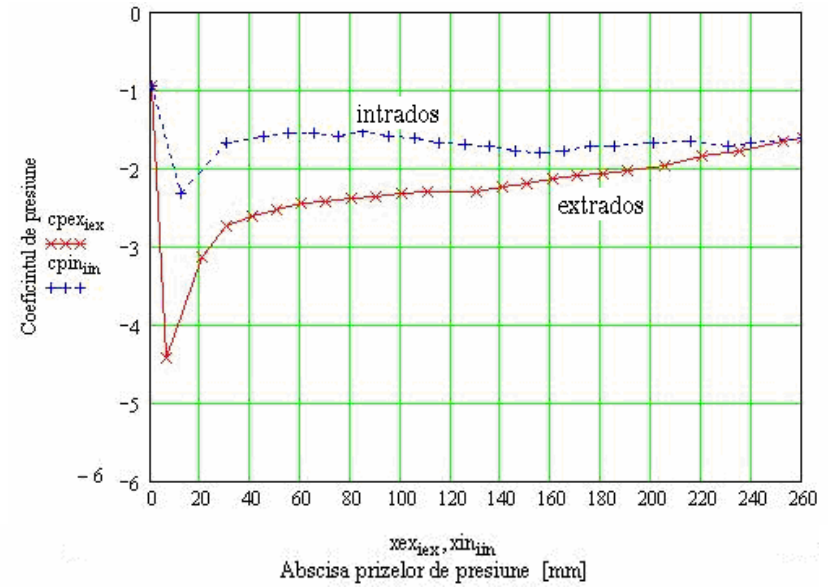


Fig.5.83 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=15.80$ m/s, curgere directă

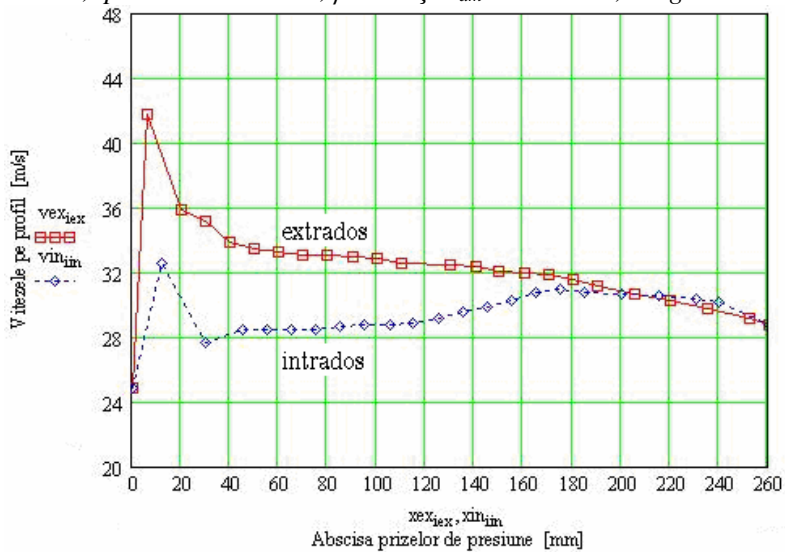


Fig.5.84 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=17.67$ m/s, curgere directă

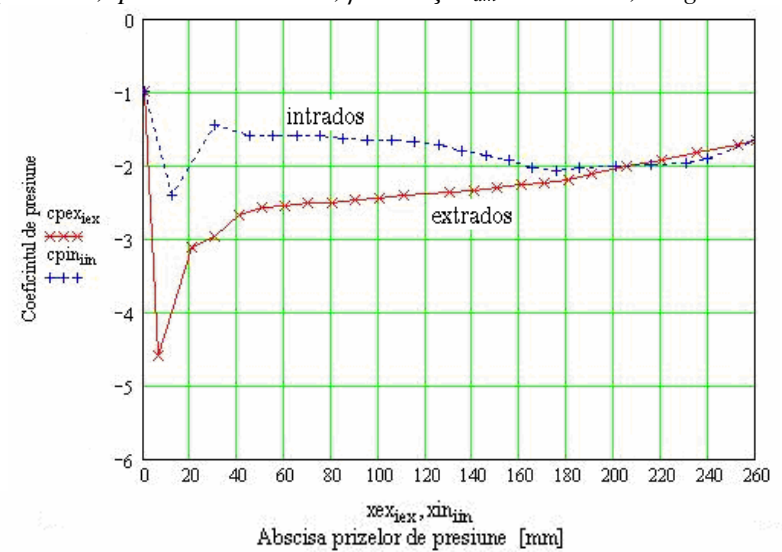


Fig.5.85 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am}=17.67$ m/s, curgere directă

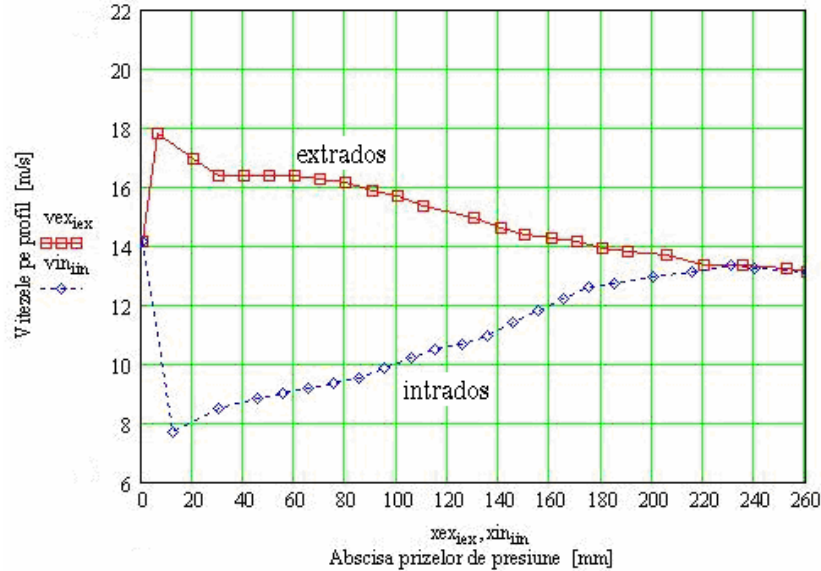


Fig.5.86 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=6.01$ m/s, curgere directă

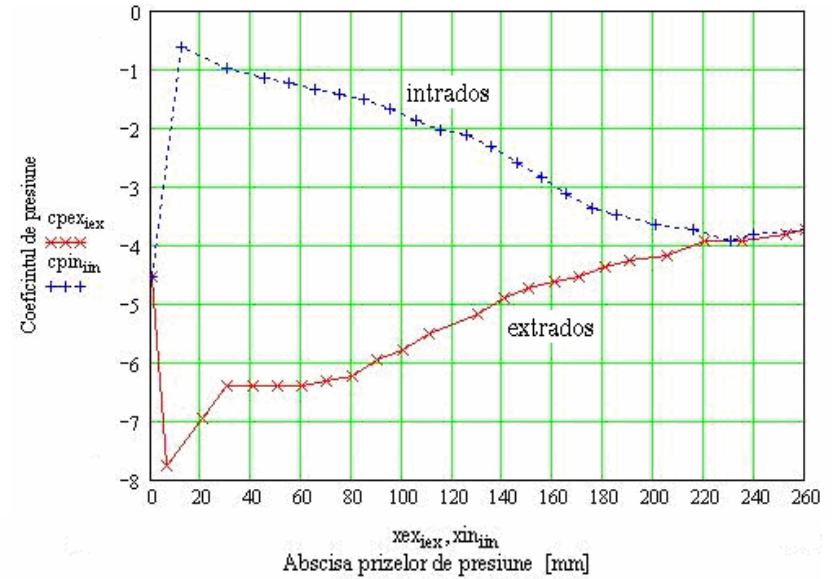


Fig.5.87 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=6.01$ m/s, curgere directă

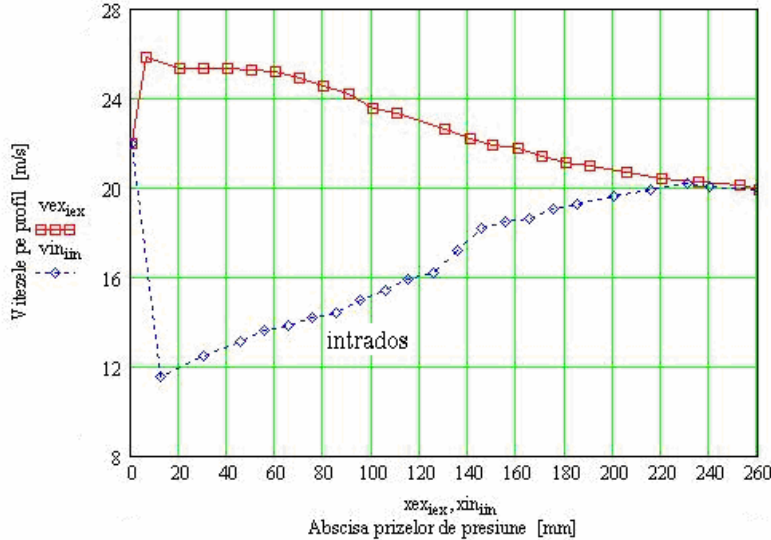


Fig5.88 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=9.06$ m/s, curgere directă

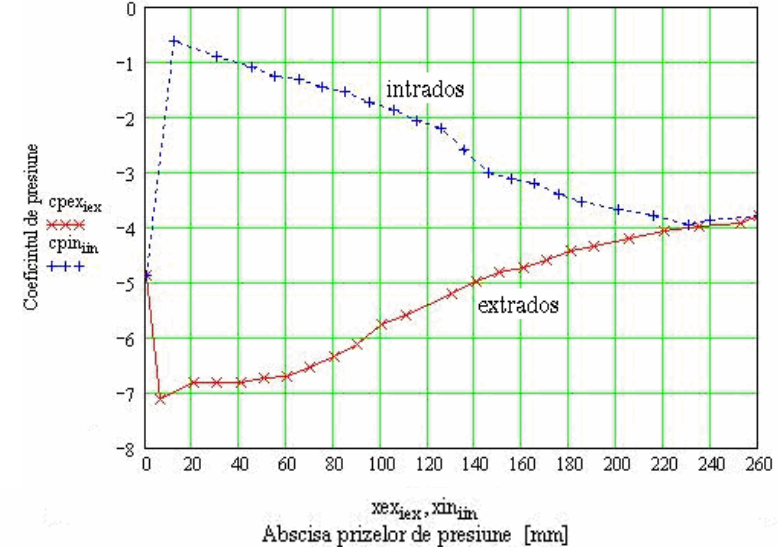


Fig.5.89 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=9.06$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

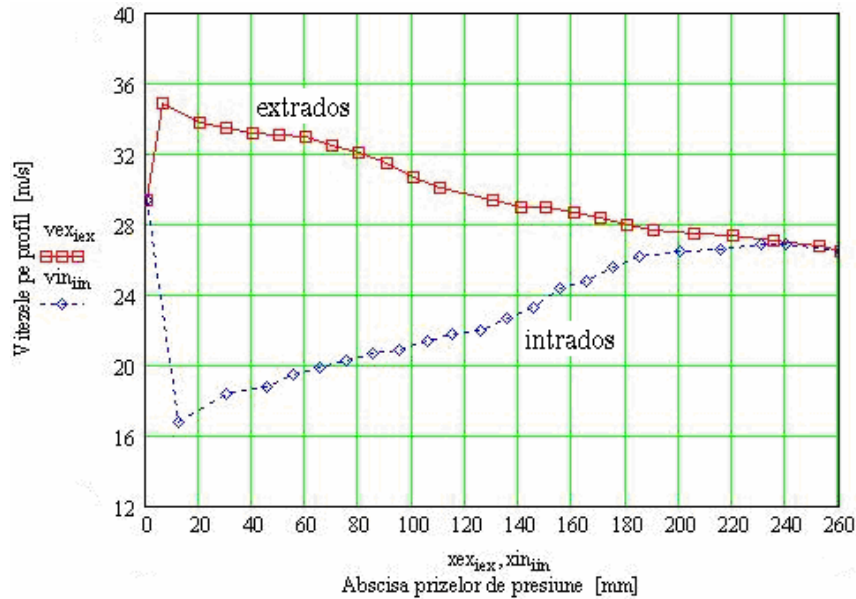


Fig.5.90 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=14.04$ m/s, curgere directă

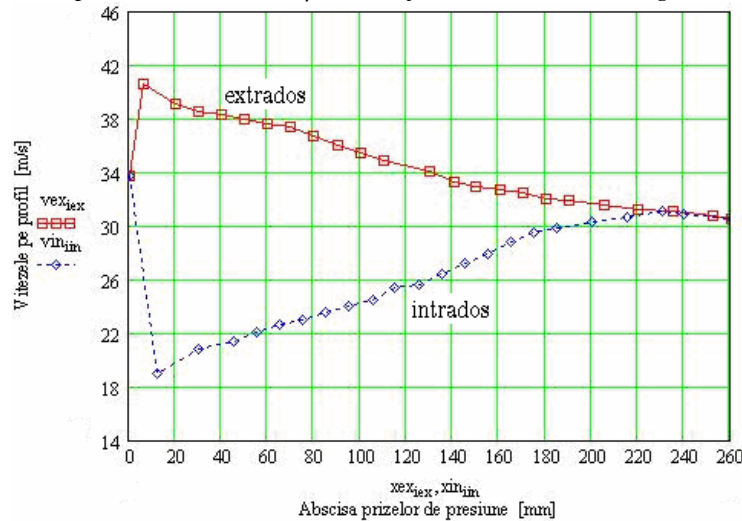


Fig.5.92 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=16.21$ m/s, curgere directă

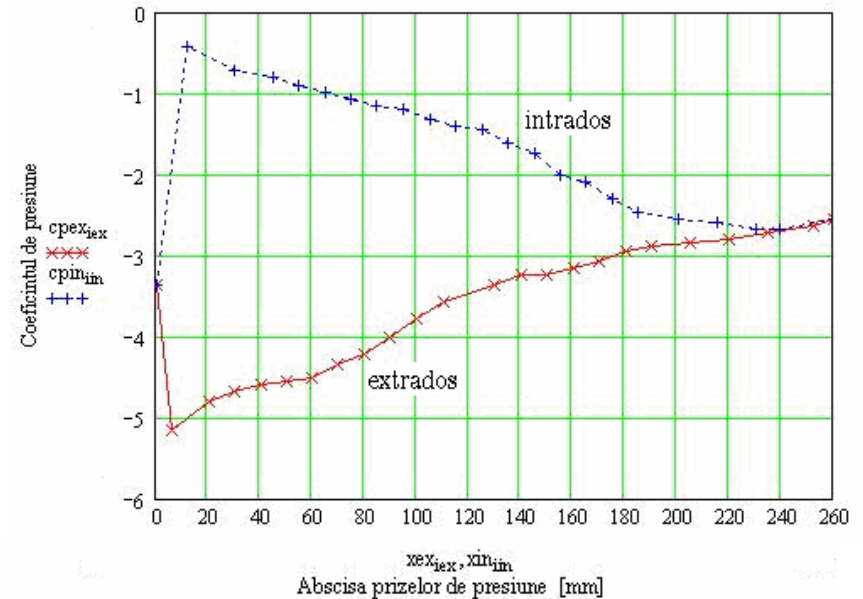


Fig.5.91 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=14.04$ m/s, curgere directă

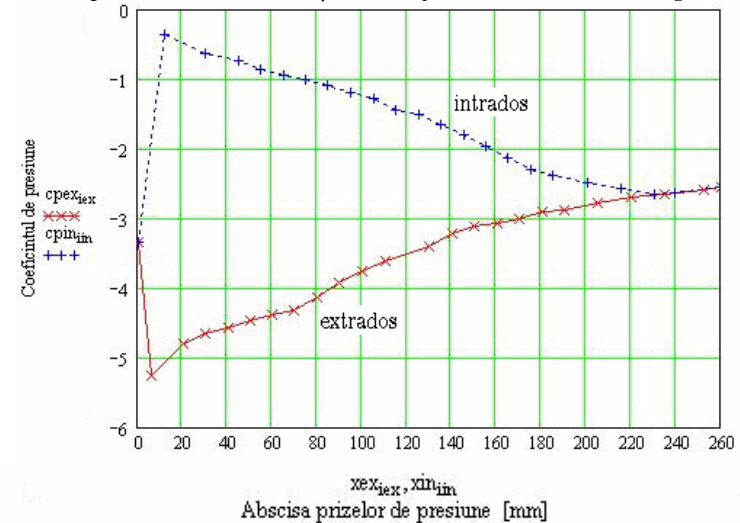


Fig.5.93 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am}=16.21$ m/s, curgere directă

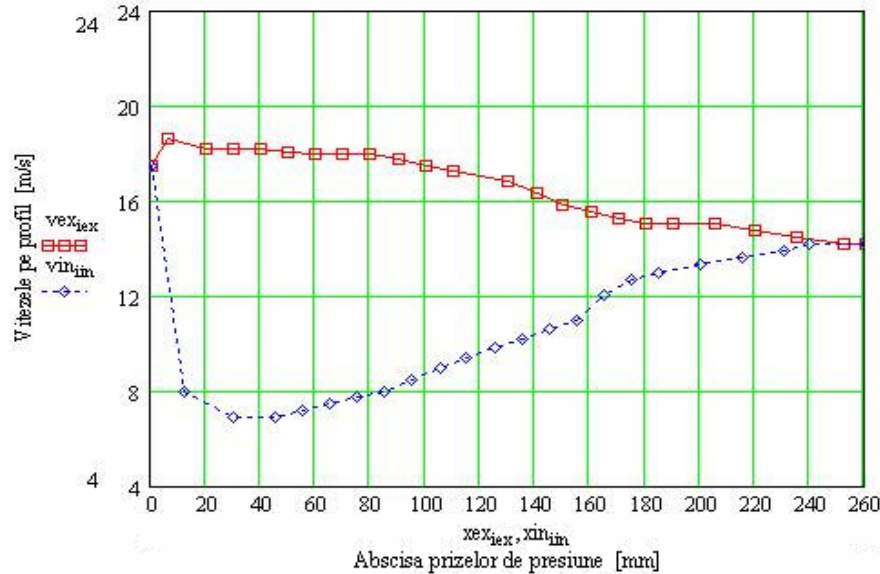


Fig.5.94 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=5.74$ m/s, curgere directă

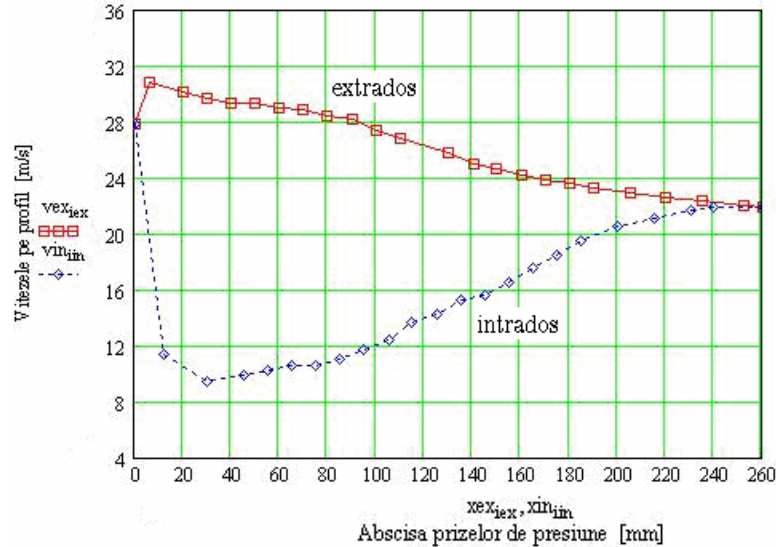


Fig.5.96 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=8.12$ m/s, curgere directă

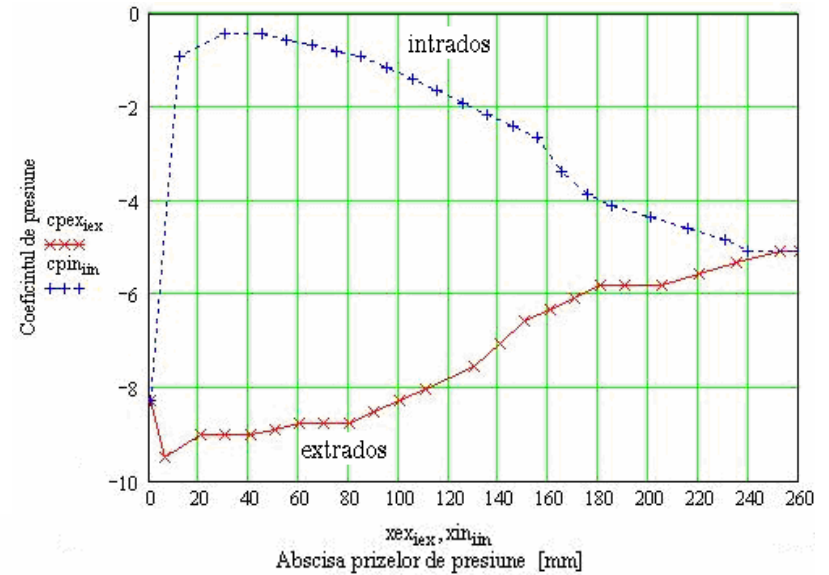


Fig.5.95 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=5.74$ m/s, curgere directă

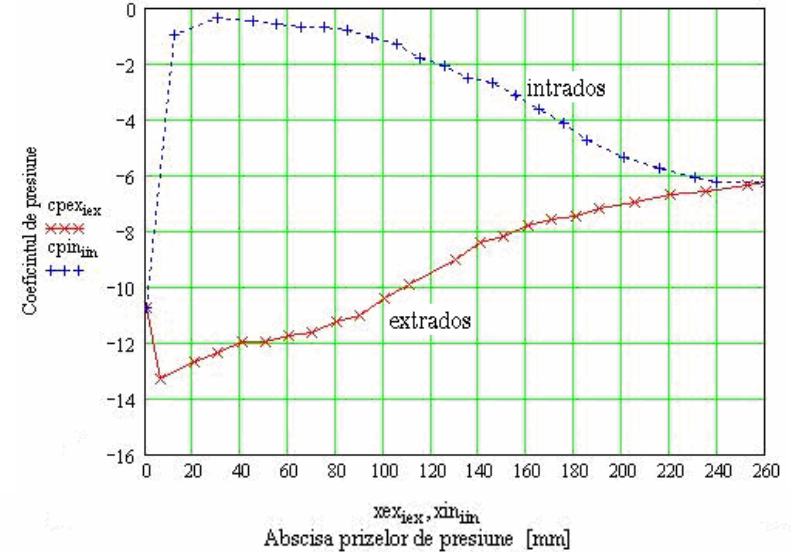


Fig.5.97 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=8.12$ m/s, curgere directă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

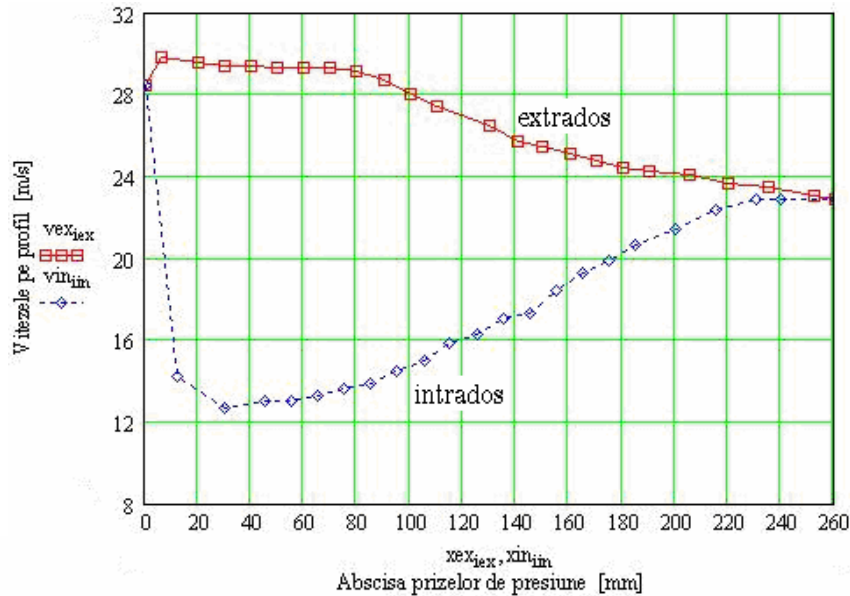


Fig.5.98 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=11.49$ m/s, curgere directă

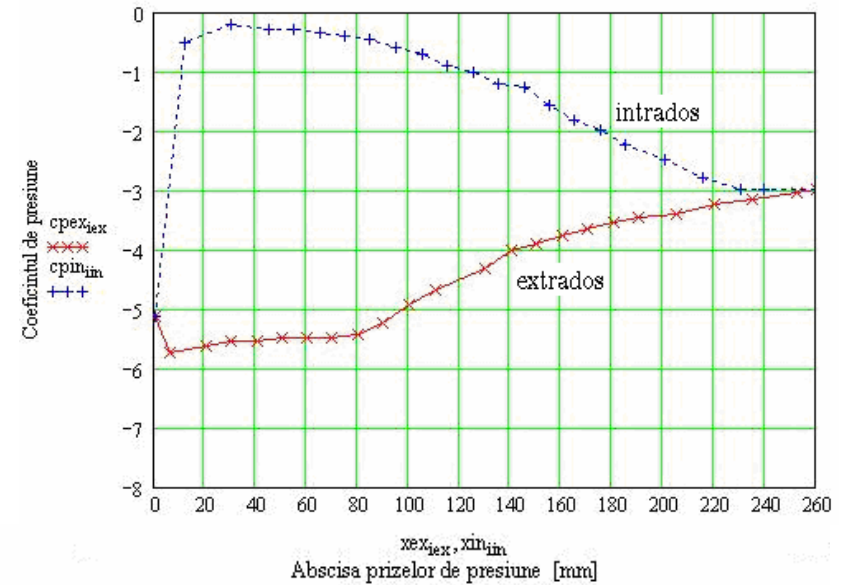


Fig.5.99 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=11.49$ m/s, curgere directă

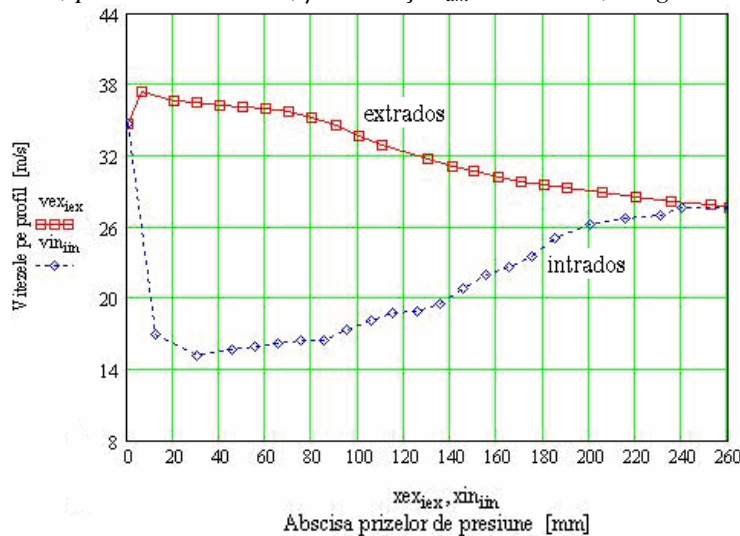


Fig.5.100 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.71$ m/s, curgere directă

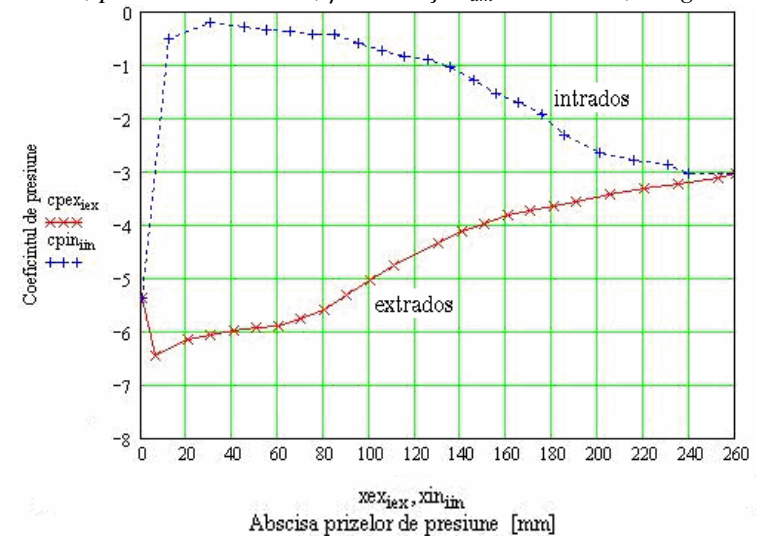


Fig.5.101 Reprezentarea coeficientului de presiune, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am}=13.71$ m/s, curgere directă

5.4.2 Măsurători efectuate pentru curgerea inversă

În continuare se prezintă grafic valorile vitezelor, respectiv ale coeficienților de presiune pentru pașii rețelei de 140, 160, 180 și 200 [mm] pentru unghiurile de instalare a profilelor rețelei axiale de 5^0 , 25^0 , respectiv 45^0 - pentru patru valori ale vitezei amonte, pentru curgerea inversă:

➤ - în fig.5.102, 5.104, 5.106 și 5.108 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.103, 5.105, 5.107 și 5.109 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 140 mm și unghiul de instalare de 5^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.110, 5.112, 5.114 și 5.116 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.111, 5.113, 5.115 și 5.117 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 140 mm și unghiul de instalare de 25^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.118, 5.120, 5.122 și 5.124 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.119, 5.121, 5.123 și 5.125 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 140 mm și unghiul de instalare de 45^0 , pentru curgerea inversă;

➤ - în fig.5.126, 5.128, 5.130 și 5.132 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.127, 5.129, 5.131 și 5.133 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 160 mm și unghiul de instalare de 5^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.134, 5.136, 5.138 și 5.140 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.135, 5.137, 5.139 și 5.141 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 160 mm și unghiul de instalare de 25^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.142, 5.144, 5.146 și 5.148 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.143, 5.145, 5.147 și 5.149 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 160 mm și unghiul de instalare de 45^0 , pentru curgerea inversă;

➤ - în fig.5.150, 5.152, 5.154 și 5.156 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.151, 5.153, 5.155 și 5.157 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 180 mm și unghiul de instalare de 5^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.158, 5.160, 5.162 și 5.164 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.159, 5.161, 5.163 și 5.165 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 180 mm și unghiul de instalare de 25^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.166, 5.168, 5.170 și 5.172 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.167, 5.169, 5.171 și 5.173 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune,

pentru pasul rețelei de 180 mm și unghiul de instalare de 45^0 , pentru curgerea inversă;

➤ - în fig.5.174, 5.176, 5.178 și 5.180 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.175, 5.177, 5.179 și 5.181 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 200 mm și unghiul de instalare de 5^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.182, 5.184, 5.186 și 5.188 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.183, 5.185, 5.187 și 5.189 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 200 mm și unghiul de instalare de 25^0 , pentru curgerea inversă;

- în fig.5.190, 5.192, 5.194 și 5.196 se prezintă grafic valorile vitezelor, iar în fig.5.191, 5.195, 5.195 și 5.197 se prezintă grafic valorile coeficienților de presiune, pentru pasul rețelei de 200 mm și unghiul de instalare de 45^0 , pentru curgerea inversă.

Observație: notațiile de extradados și intrados pe profil, sunt identice ca și la curgerea directă.

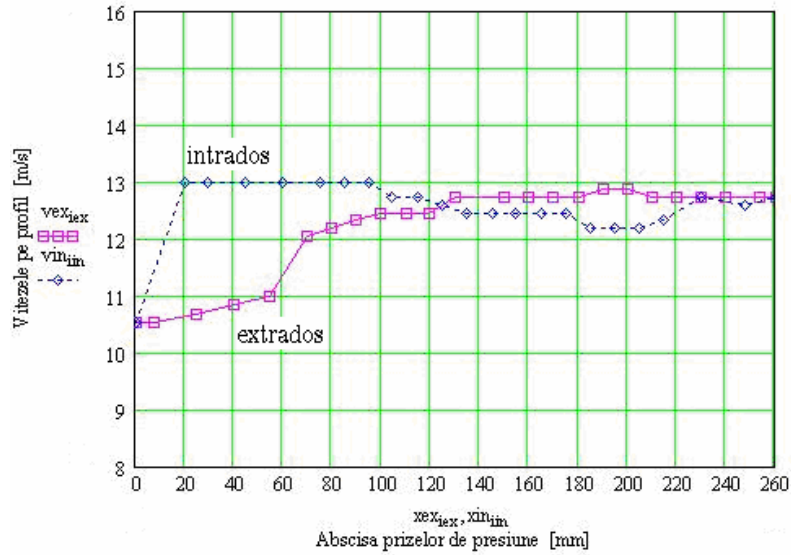


Fig.5.102 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}= 11.06$ m/s, curgere inversă

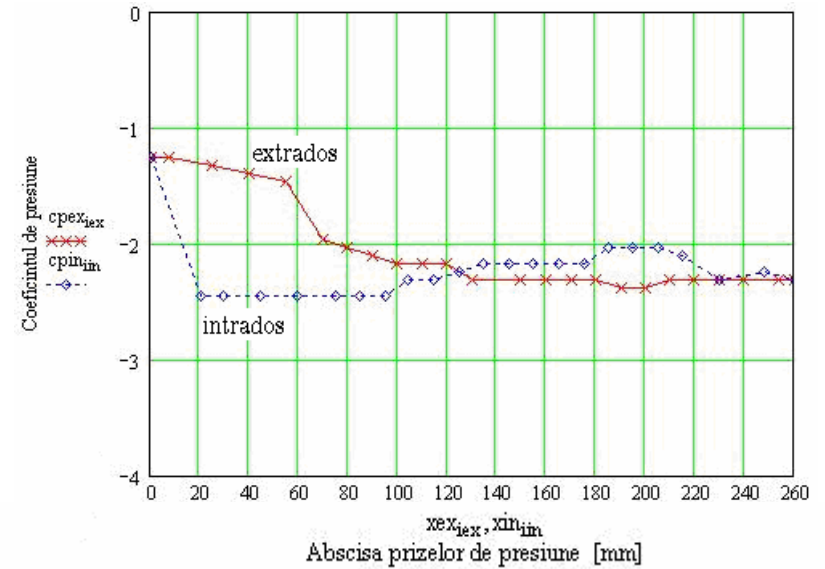


Fig.5.103 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}= 11.06$ m/s, curgere inversă

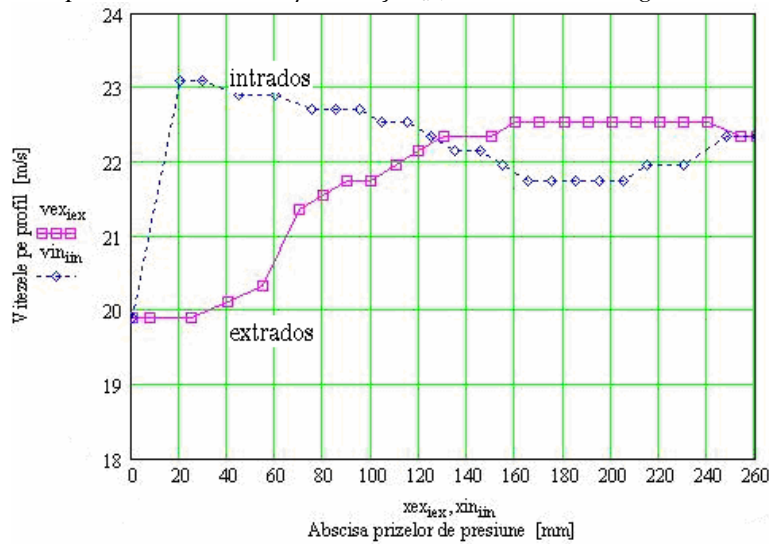


Fig.5.104 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v=16,46$ m/s, curgere inversă

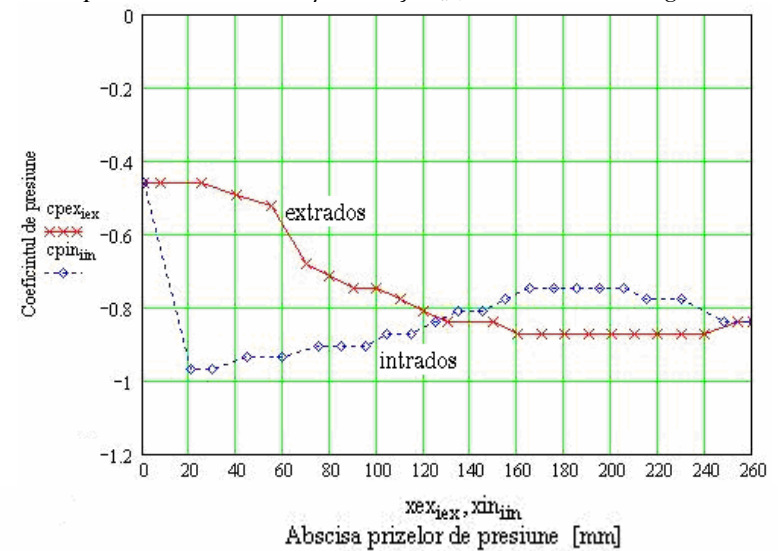


Fig.5.105 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am}=16.46$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

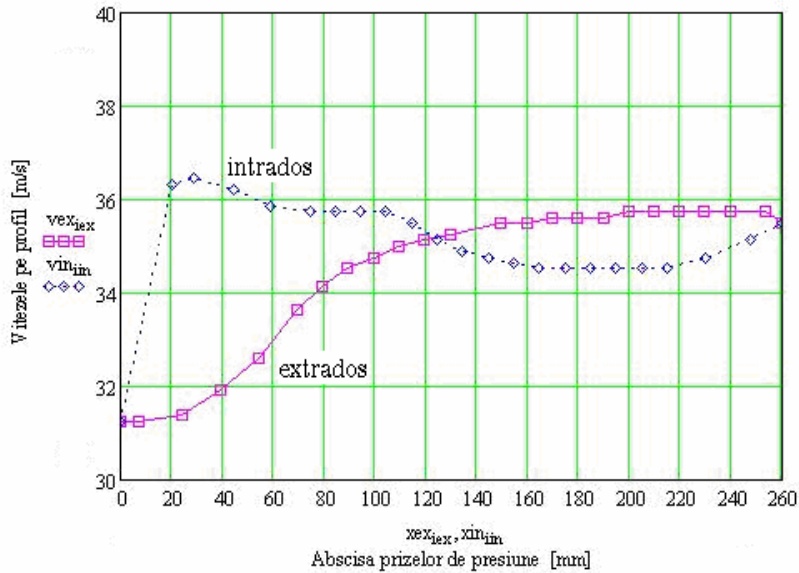


Fig.5.106 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 26.11$ m/s, curgere inversă

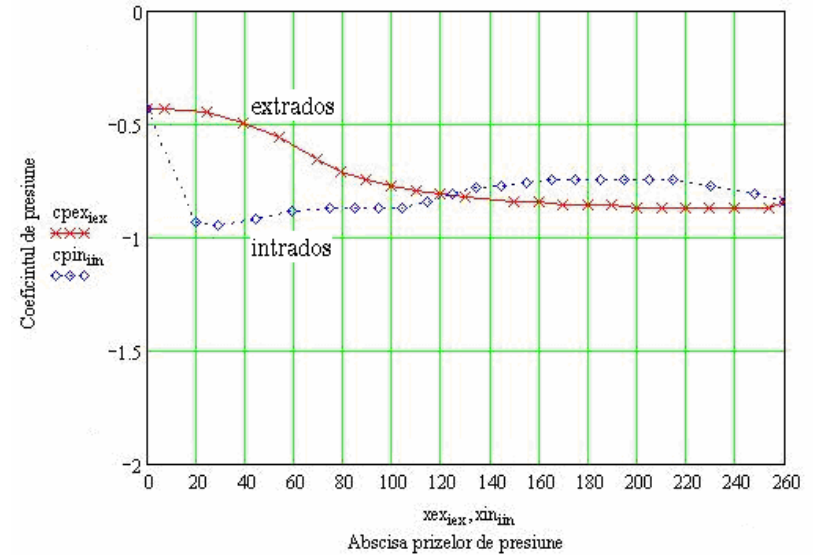


Fig.5.107 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 26.11$ m/s, curgere inversă

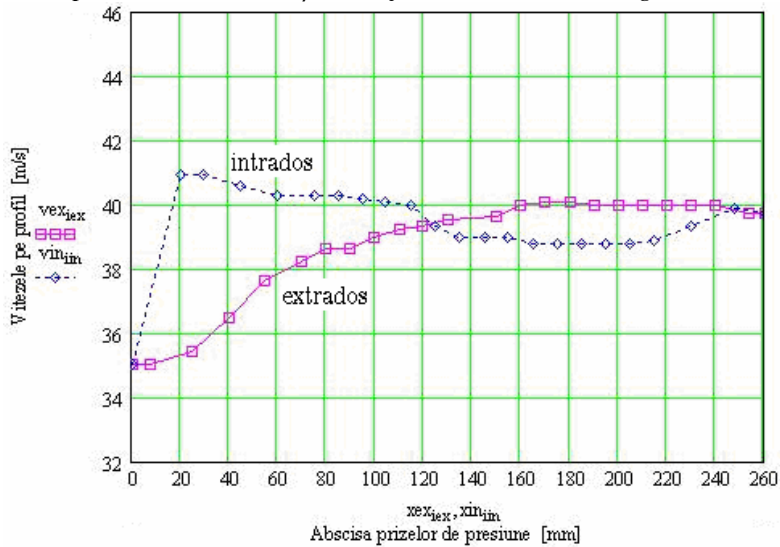


Fig.5.108 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 29.4$ m/s, curgere inversă

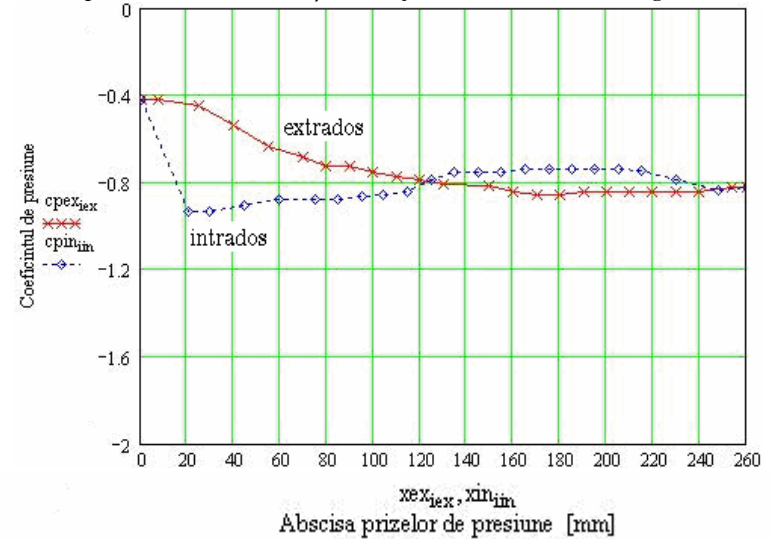


Fig.5.109 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 29.41$ m/s, curgere inversă

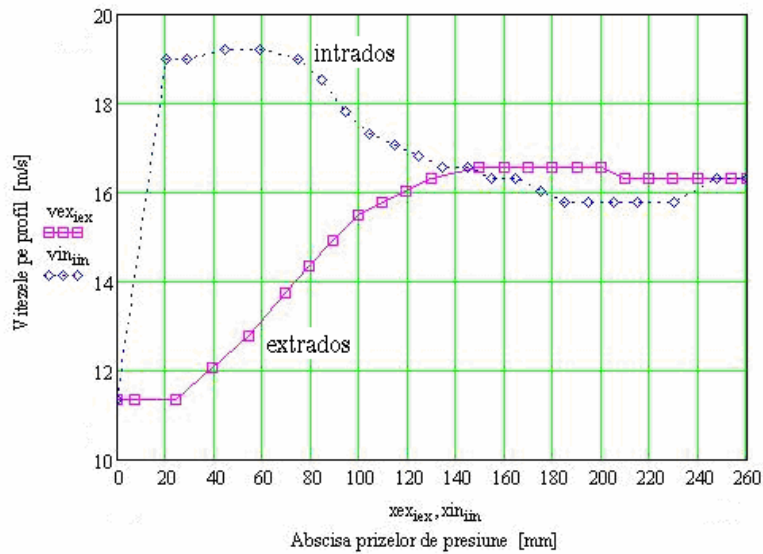


Fig.5.110 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.35$ m/s, curgere inversă

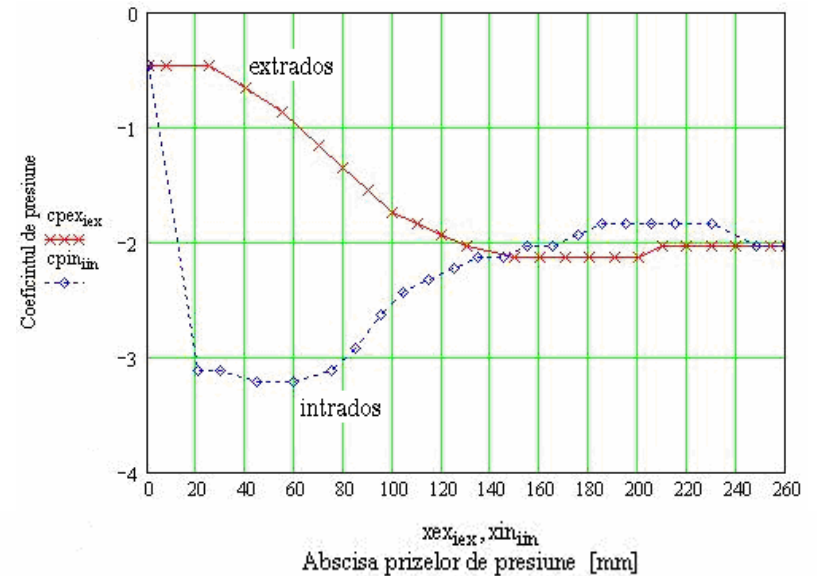


Fig.5.111 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.35$ m/s, curgere inversă

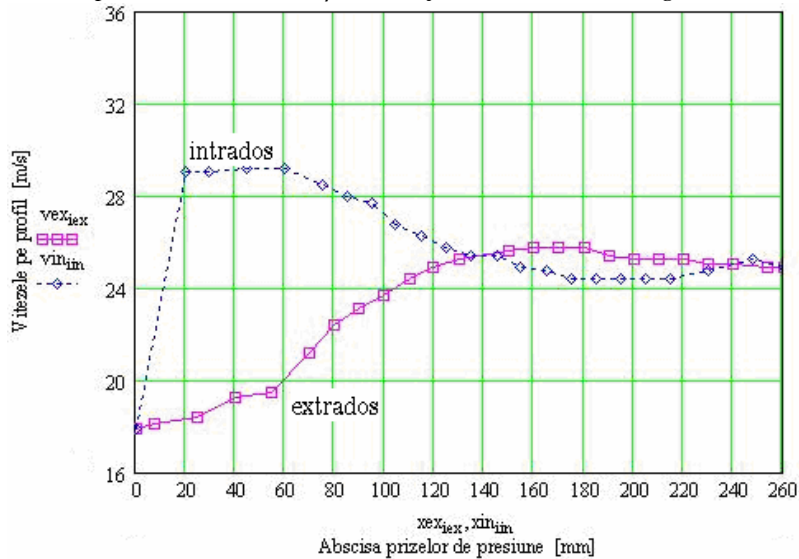


Fig.5.112 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 15.64$ m/s, curgere inversă

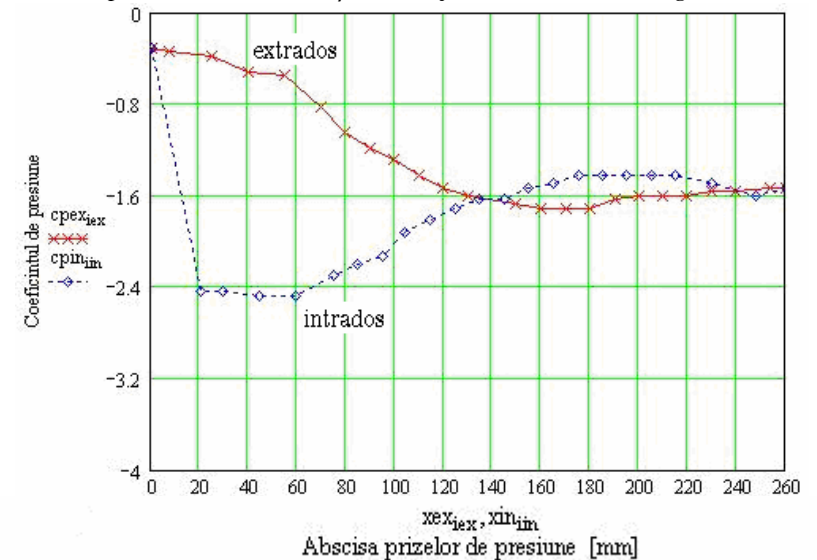


Fig.5.113 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 15.64$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

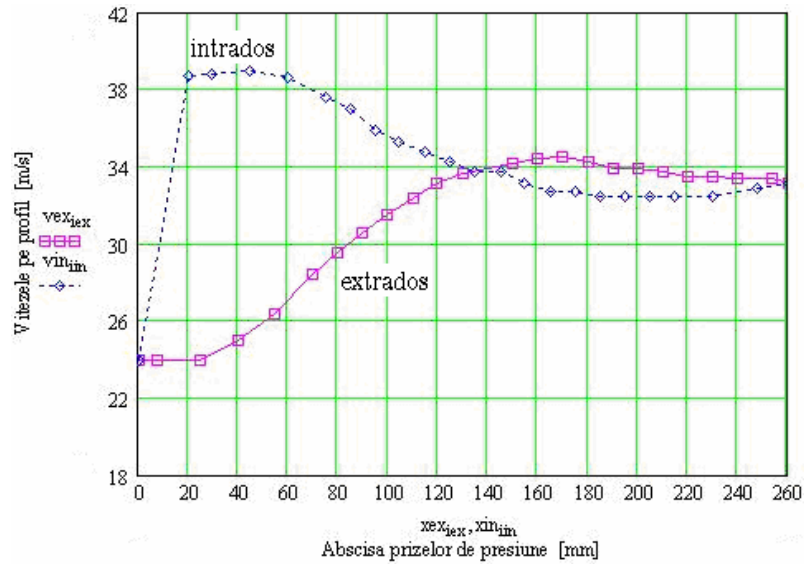


Fig.5.114 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 22.89$ m/s, curgere inversă

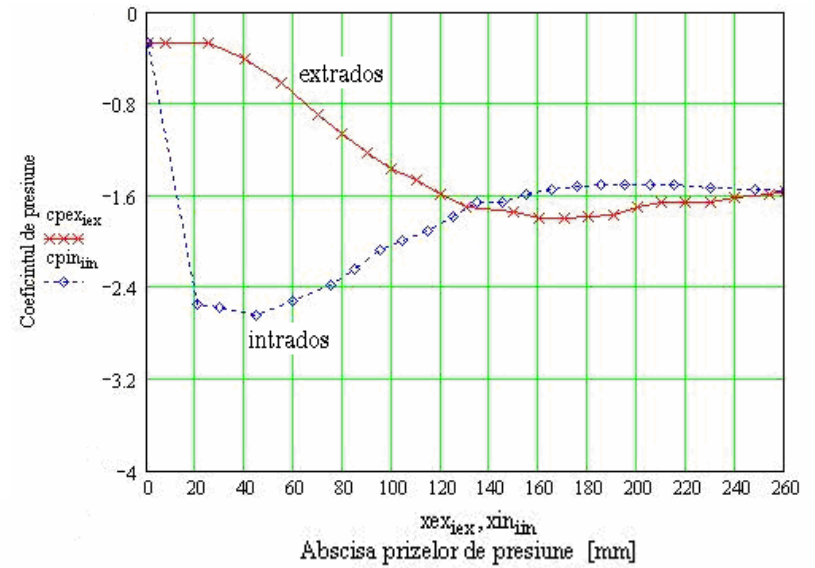


Fig.5.115 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 22.89$ m/s, curgere inversă

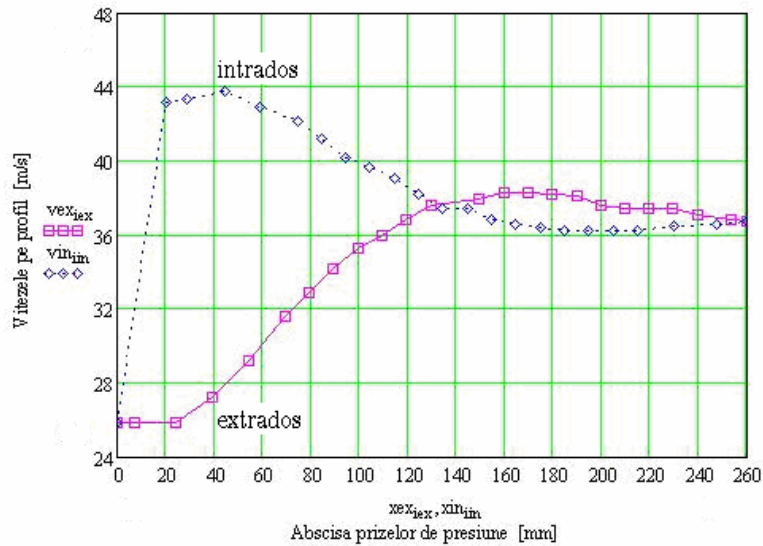


Fig.5.116 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 26.11$ m/s, curgere inversă

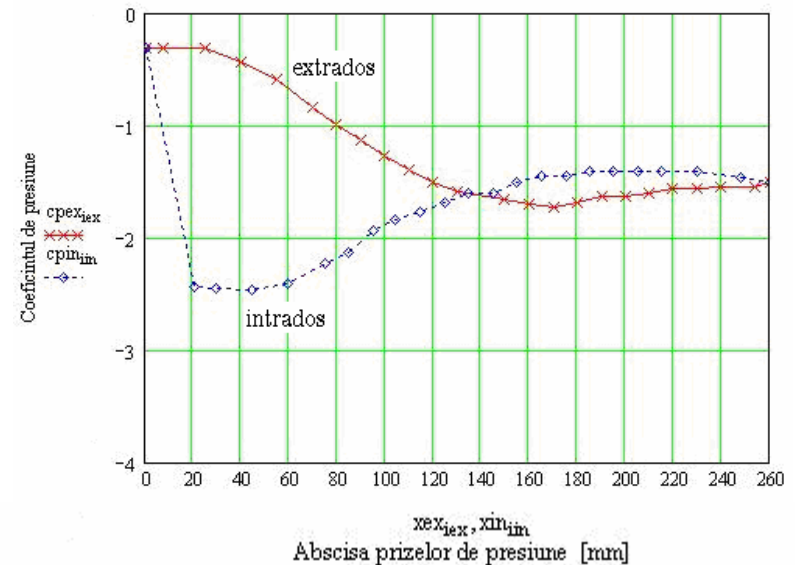


Fig.5.117 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 26.11$ m/s, curgere inversă

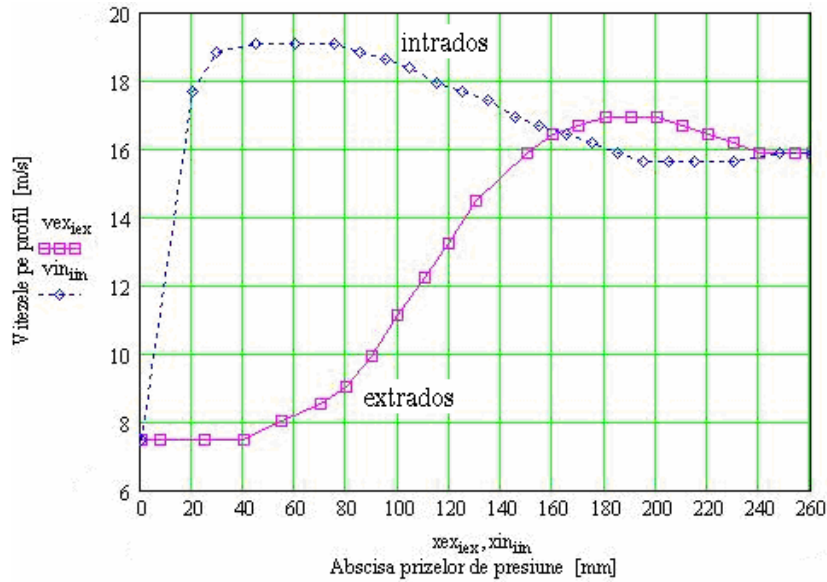


Fig.5.118 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140\text{ mm}$, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 5.91\text{m/s}$, curgere inversă

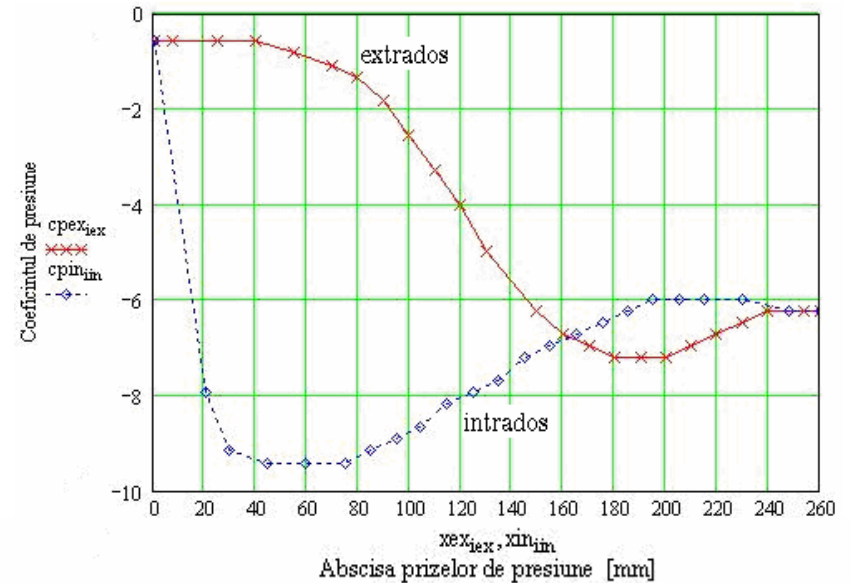


Fig.5.119 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140\text{ mm}$, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 5.91\text{m/s}$, curgere inversă

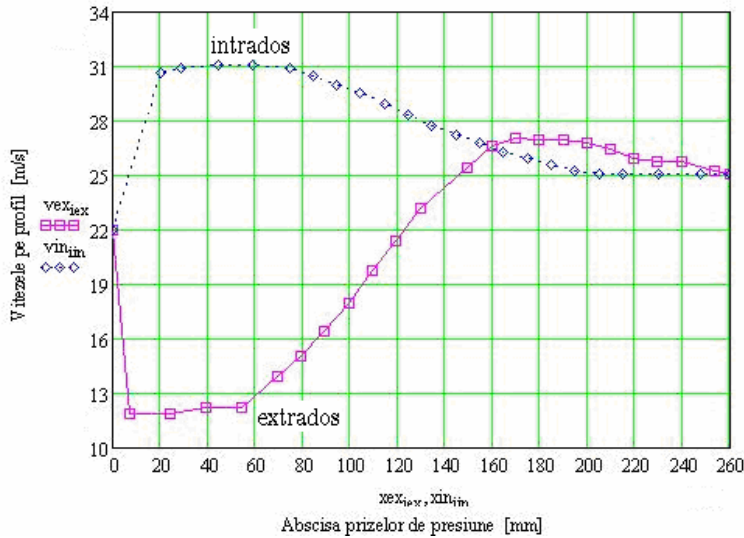


Fig.5.120 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140\text{ mm}$, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 10.24\text{m/s}$, curgere inversă

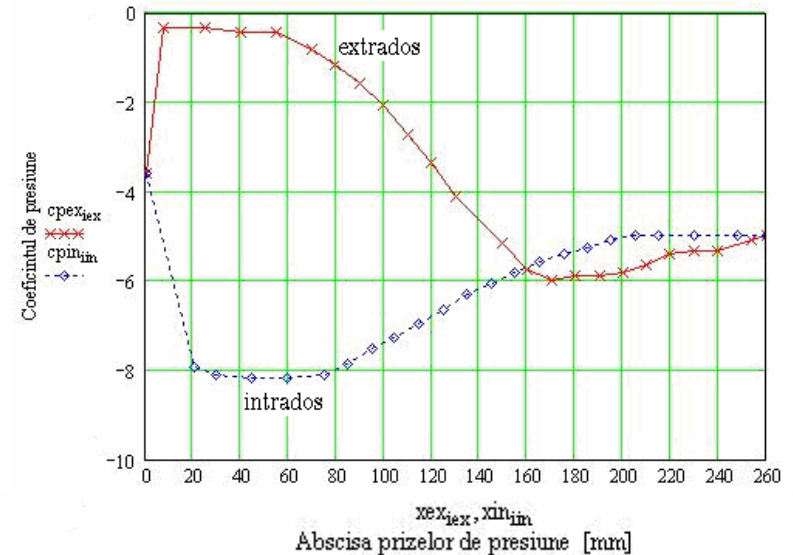


Fig.5.121 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140\text{ mm}$, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 10.24\text{m/s}$, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

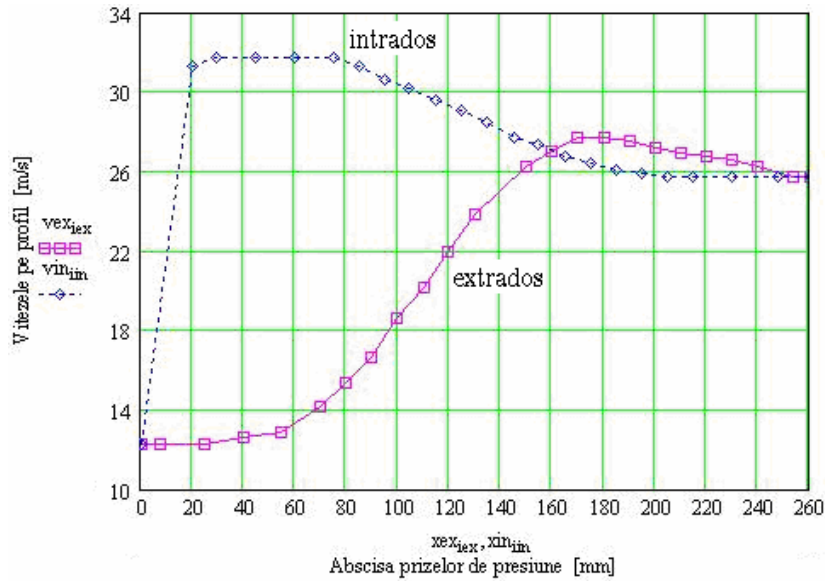


Fig.5.122 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^0$ și $v_{am} = 10,66$ m/s, curgere inversă

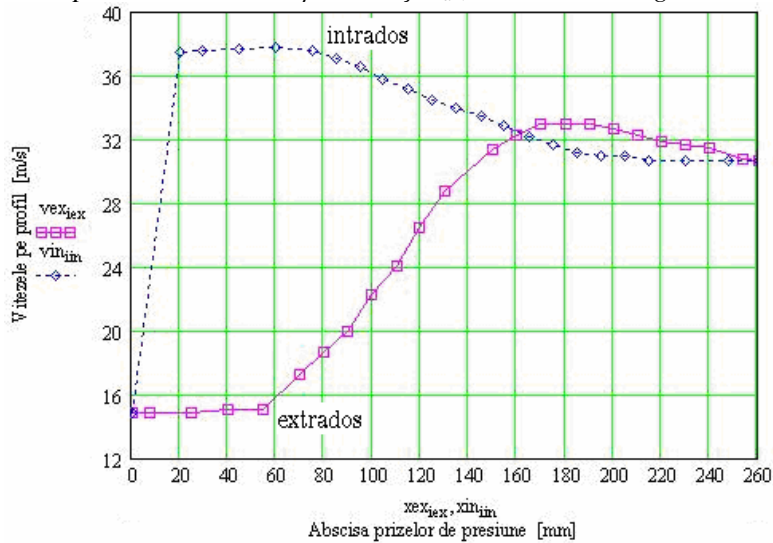


Fig.5.124 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^0$ și $v_{am} = 13,22$ m/s, curgere inversă

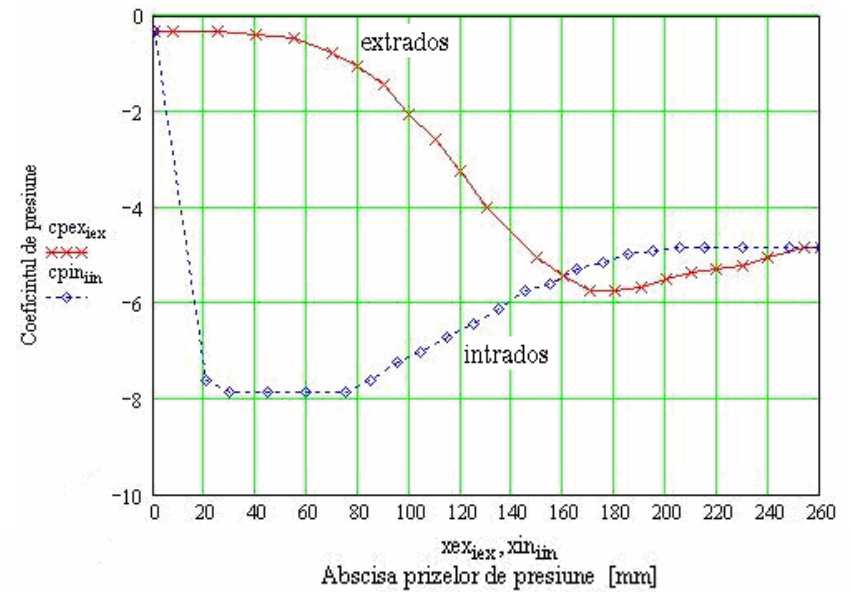


Fig.5.123 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^0$ și $v_{am} = 10,66$ m/s, curgere inversă

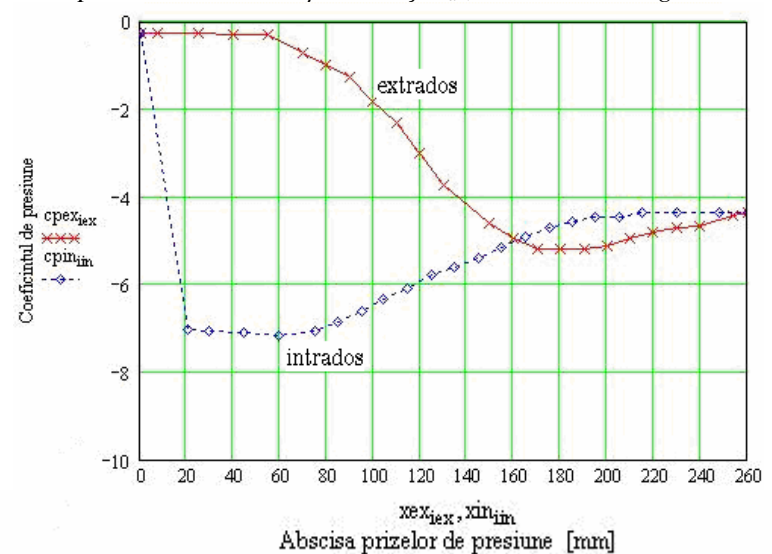


Fig.5.125 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=140$ mm, $\beta_s = 45^0$ și $v_{am} = 13,22$ m/s, curgere inversă

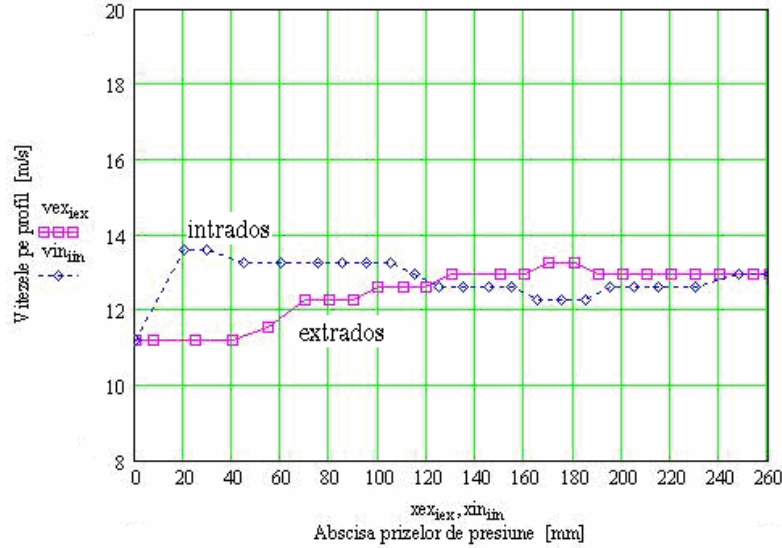


Fig.5.126 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 7.44$ m/s, curgere inversă

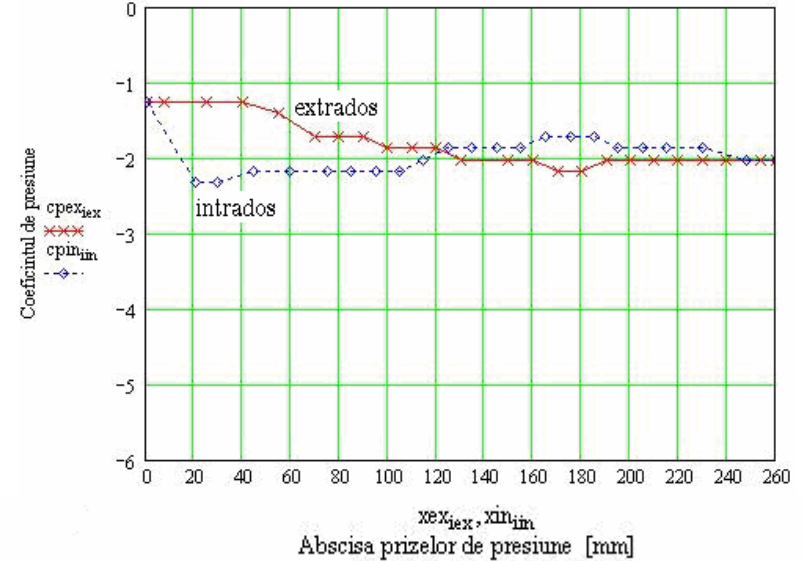


Fig.5.127 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 7.44$ m/s, curgere inversă

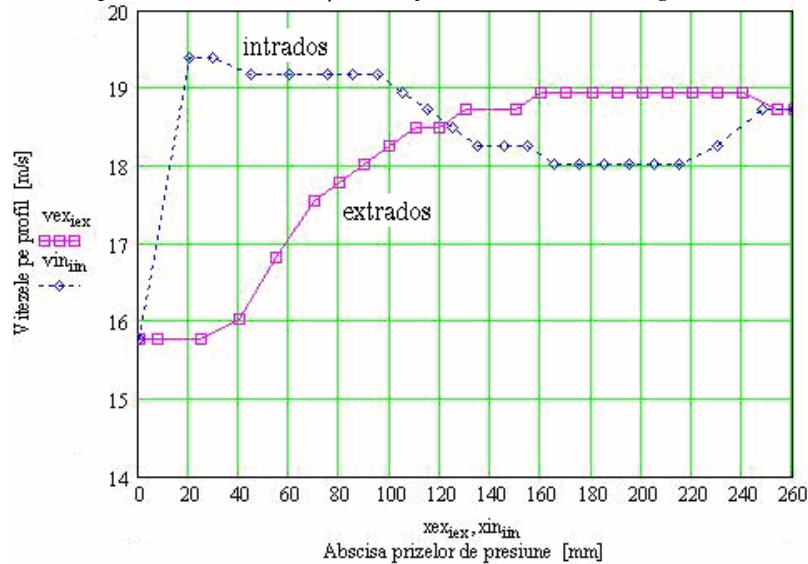


Fig.5.128 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 11.01$ m/s, curgere inversă

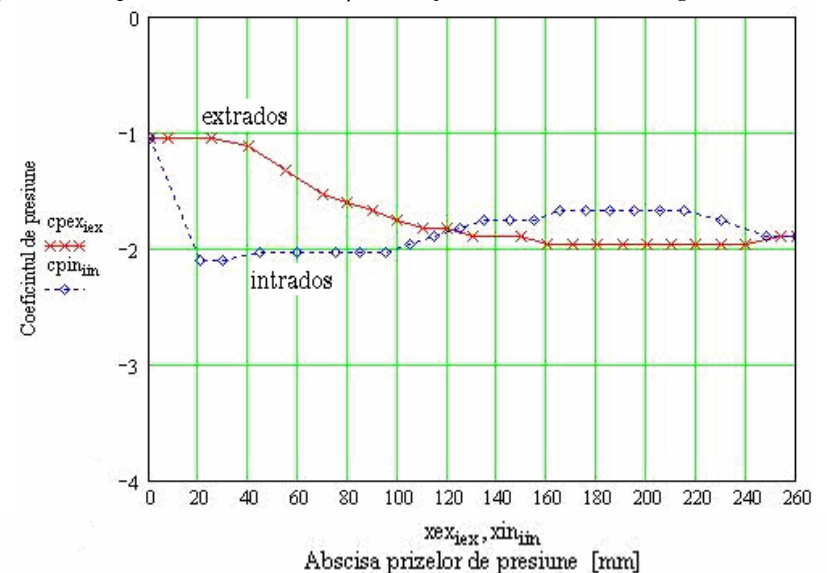


Fig.5.129 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 11.01$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

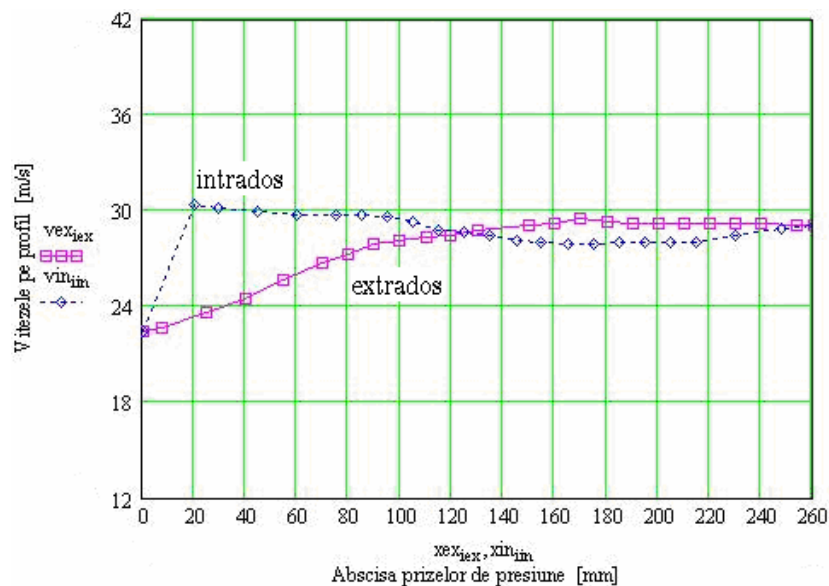


Fig.5.130 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 17.16$ m/s, curgere inversă

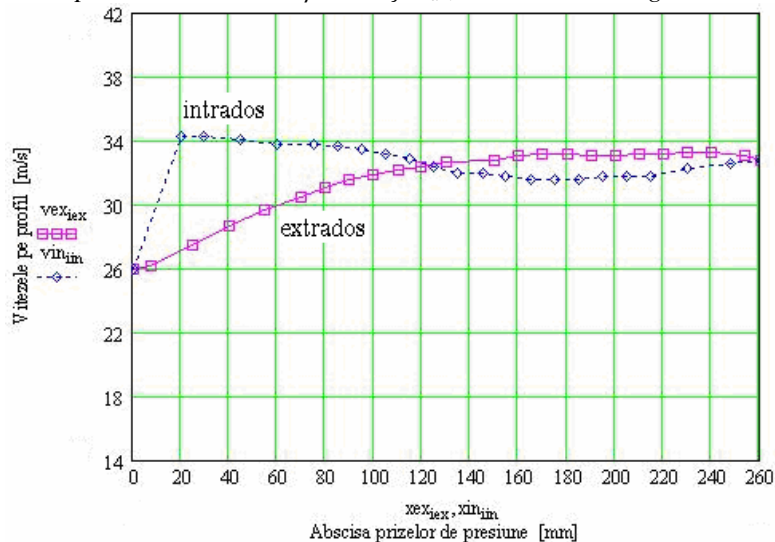


Fig.5.132 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 19.43$ m/s, curgere inversă

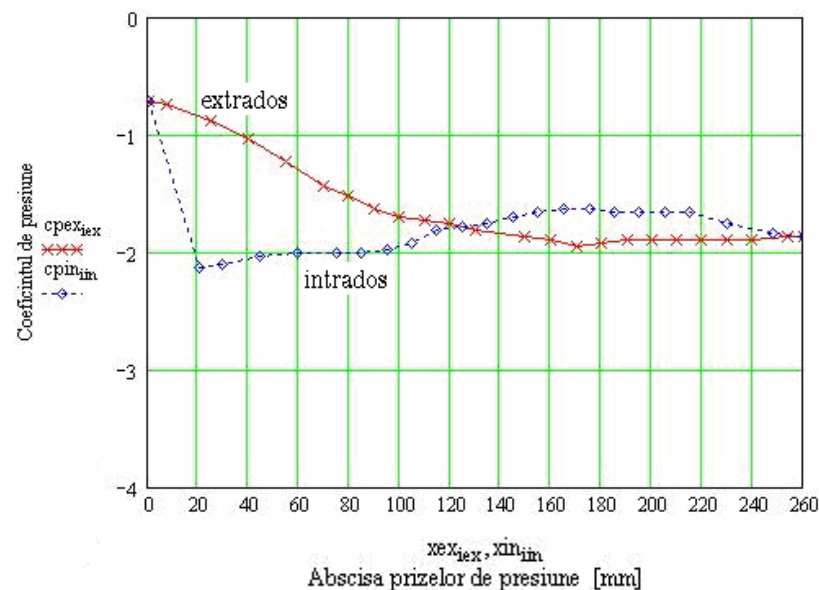


Fig.5.131 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 17.16$ m/s, curgere inversă

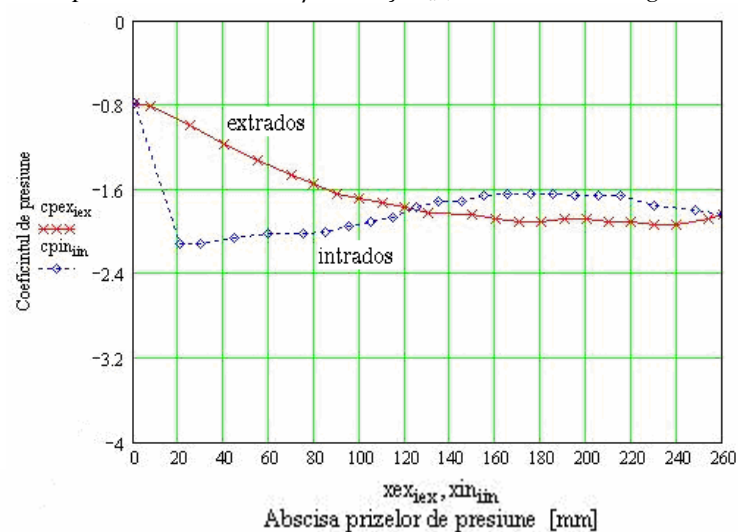


Fig.5.133 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 19.43$ m/s, curgere inversă

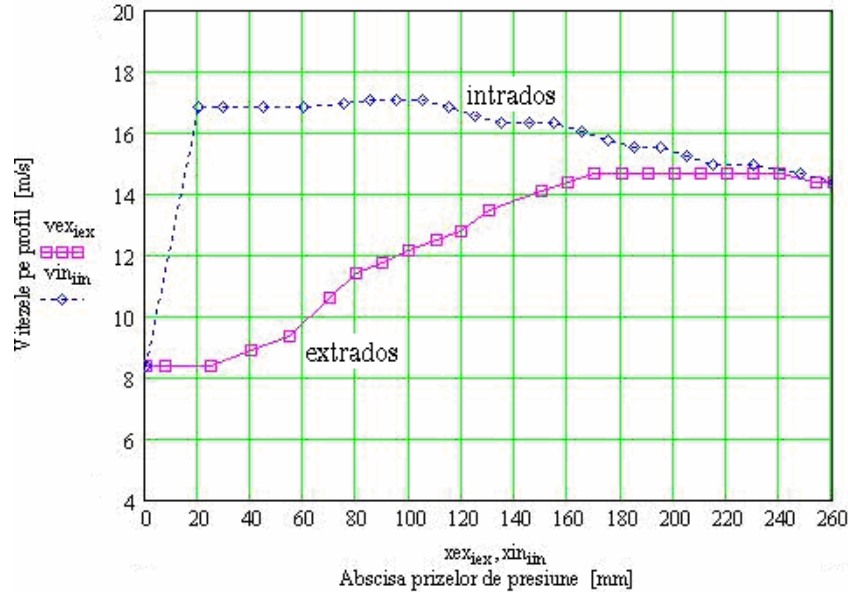


Fig.5.134 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160\text{ mm}$, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 6.17\text{ m/s}$, curgere inversă

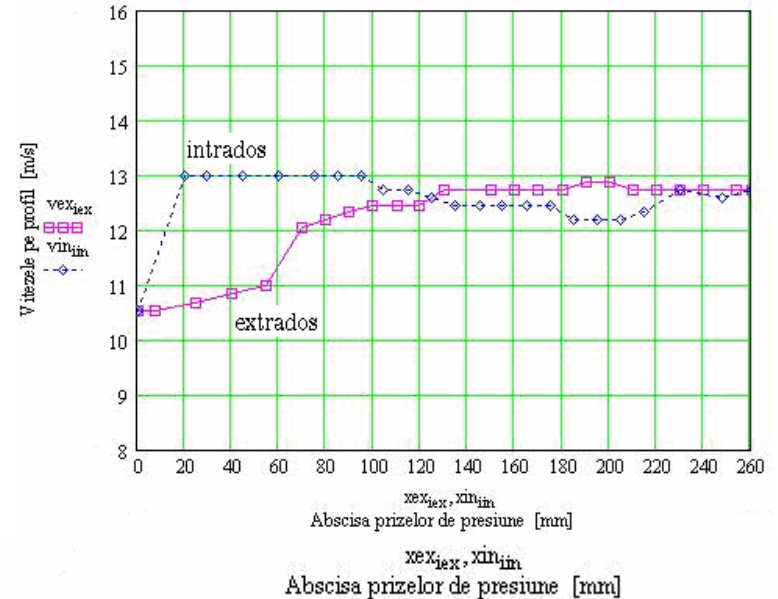


Fig.5.135 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160\text{ mm}$, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 6.17\text{ m/s}$, curgere inversă

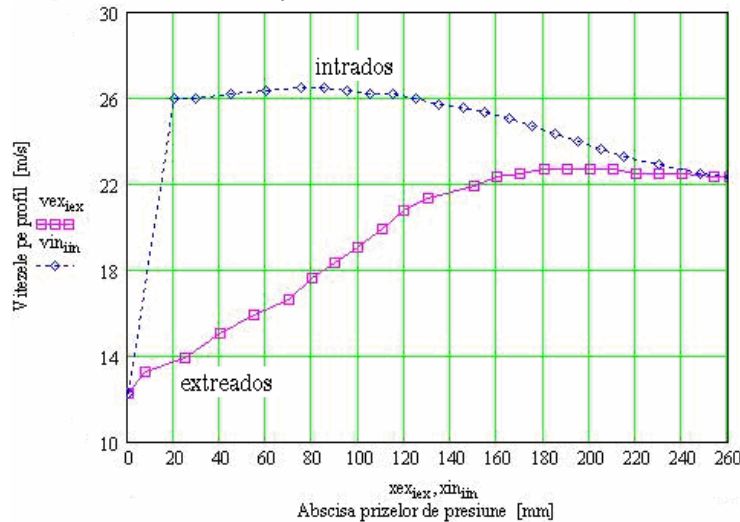


Fig.5.136 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160\text{ mm}$, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.84\text{ m/s}$, curgere inversă

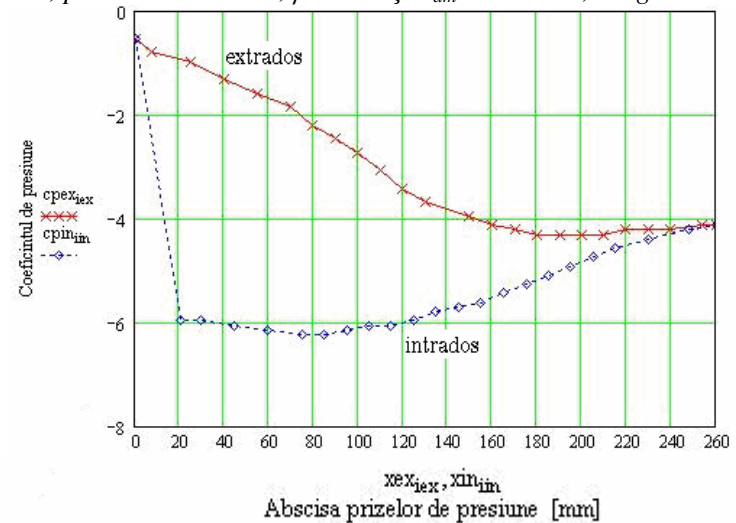


Fig.5.137 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160\text{ mm}$, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.84\text{ m/s}$, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

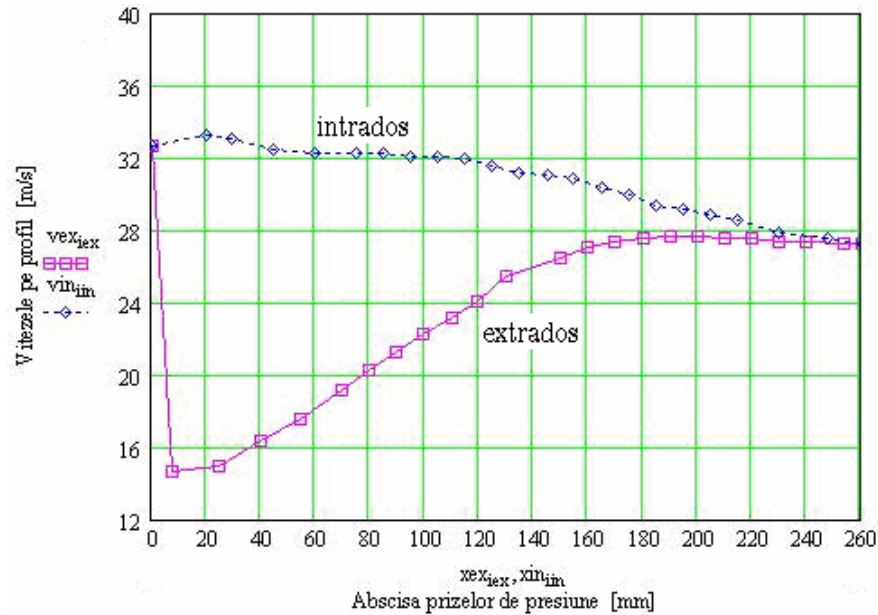


Fig.5.138 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 11.77$ m/s, curgere inversă

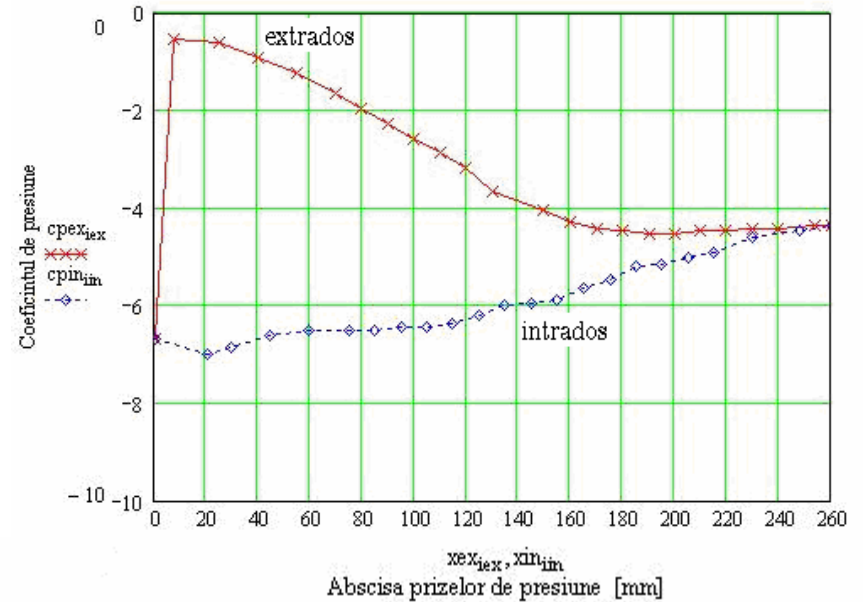


Fig.5.139 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 11.77$ m/s, curgere inversă

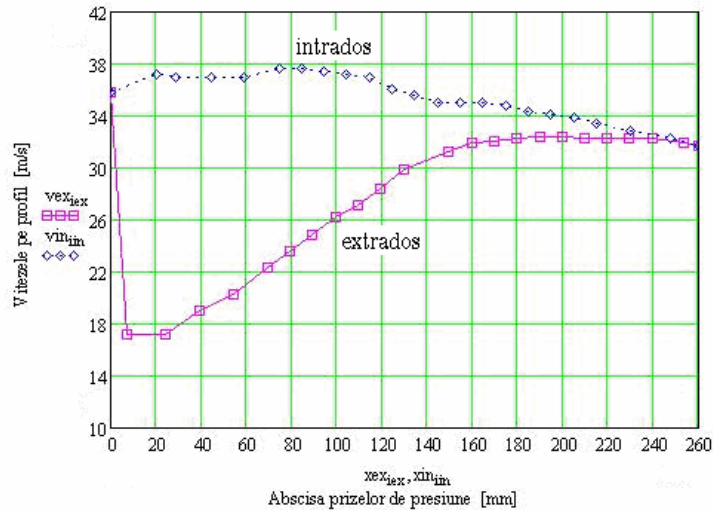


Fig.5.140 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 13.68$ m/s, curgere inversă

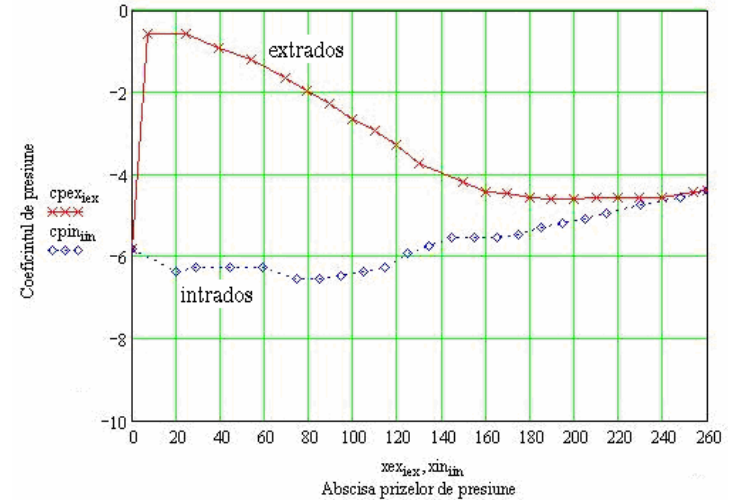


Fig.5.141 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 13.68$ m/s, curgere inversă

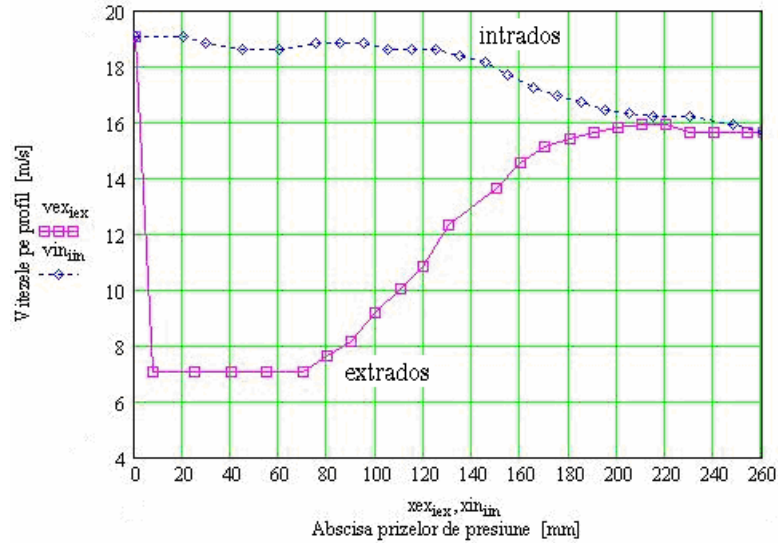


Fig.5.142 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 4.56$ m/s, curgere inversă

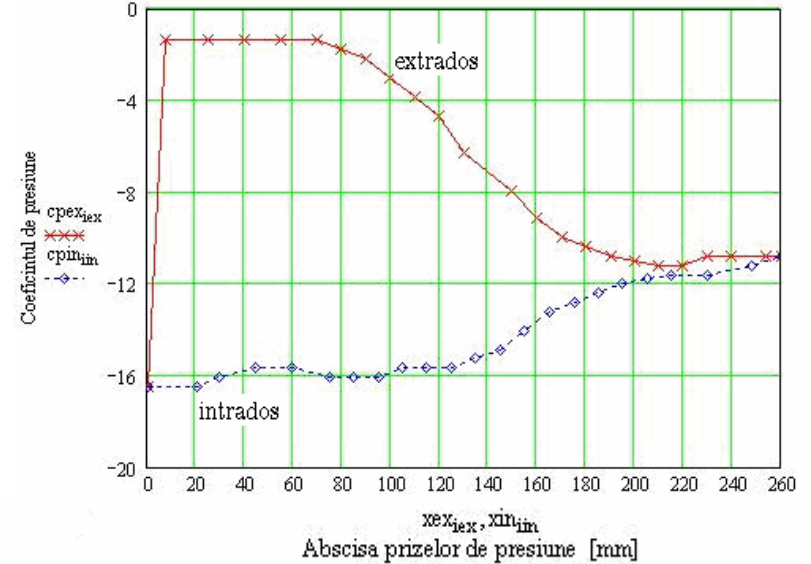


Fig.5.143 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 4.56$ m/s, curgere inversă

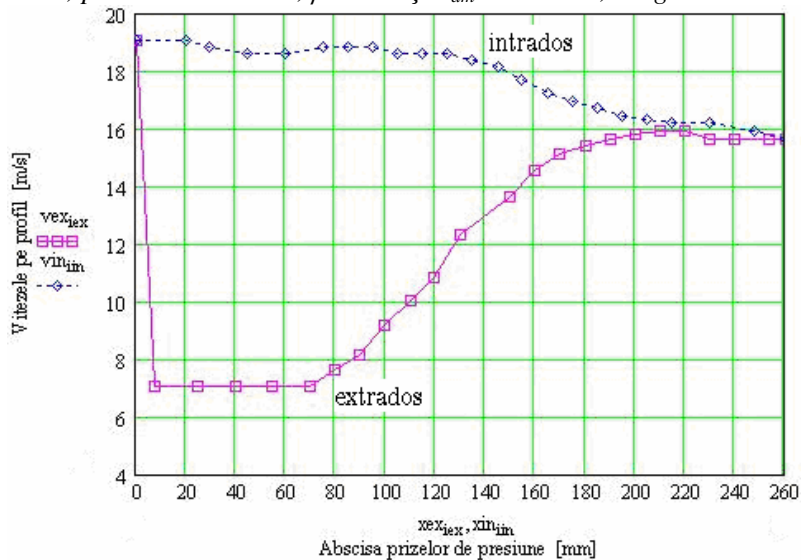


Fig.5.144 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.96$ m/s, curgere inversă

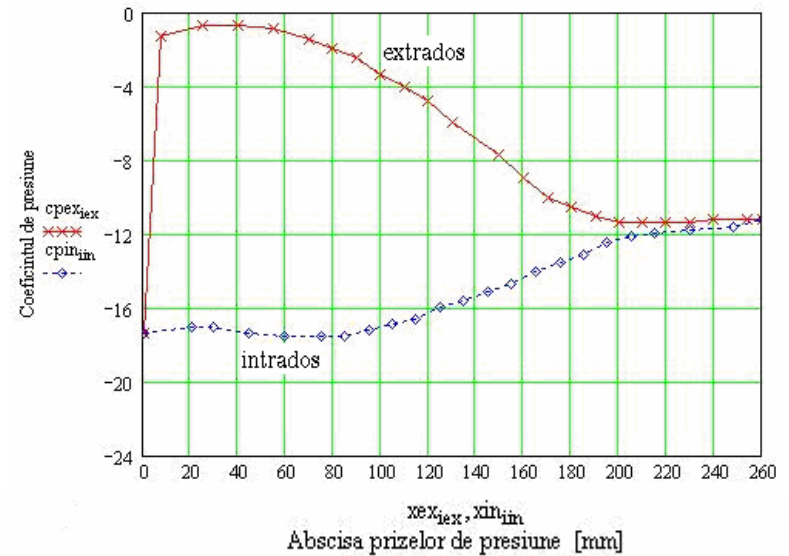


Fig.5.145 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.96$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

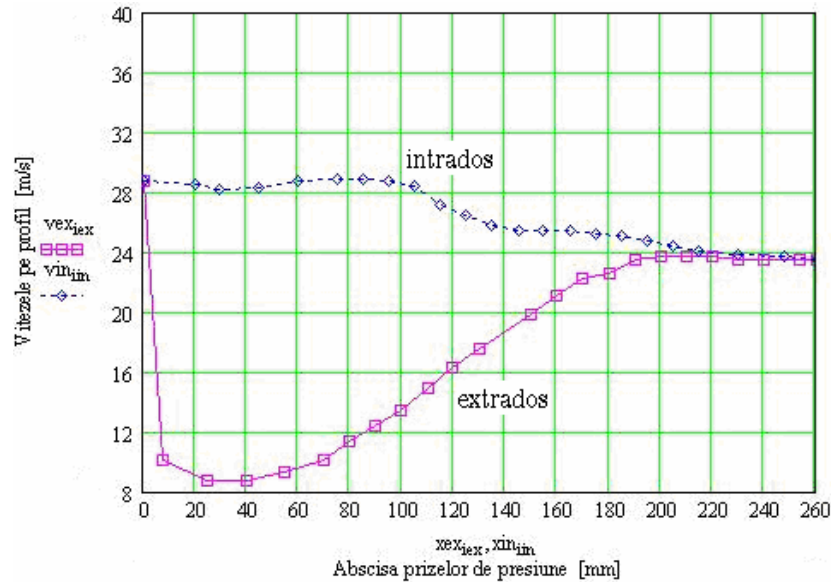


Fig.5.146 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 7.21$ m/s, curgere inversă

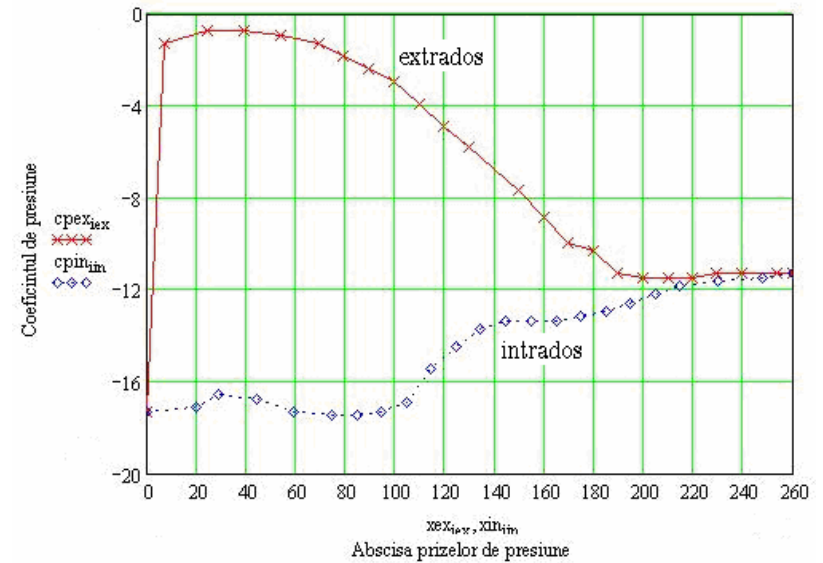


Fig.5.147 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 7.21$ m/s, curgere inversă

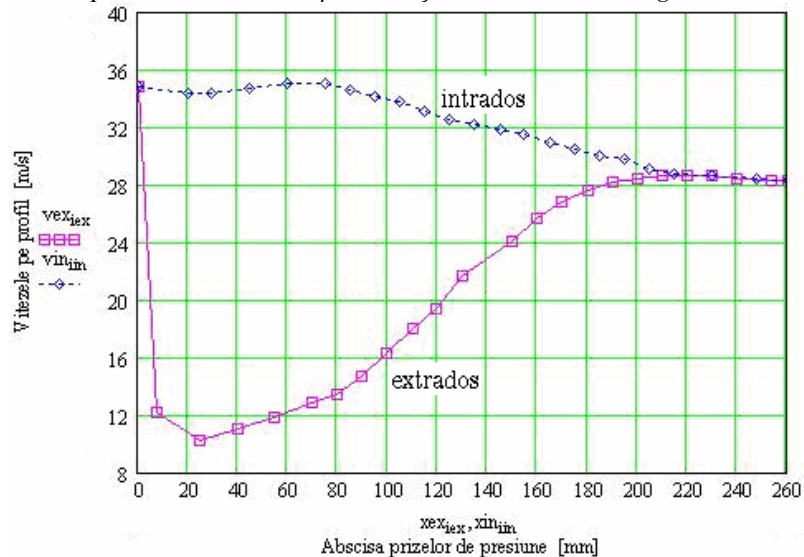


Fig.5.148 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 8.32$ m/s, curgere inversă

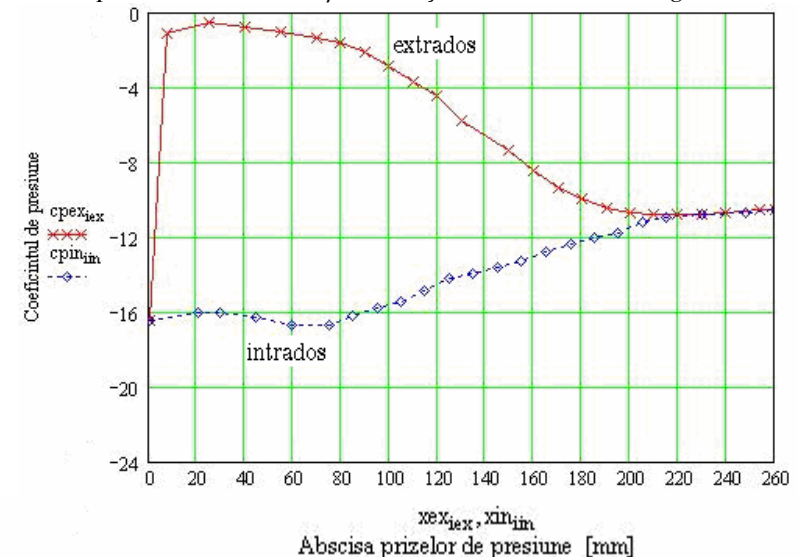


Fig.5.149 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=160$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 8.32$ m/s, curgere inversă

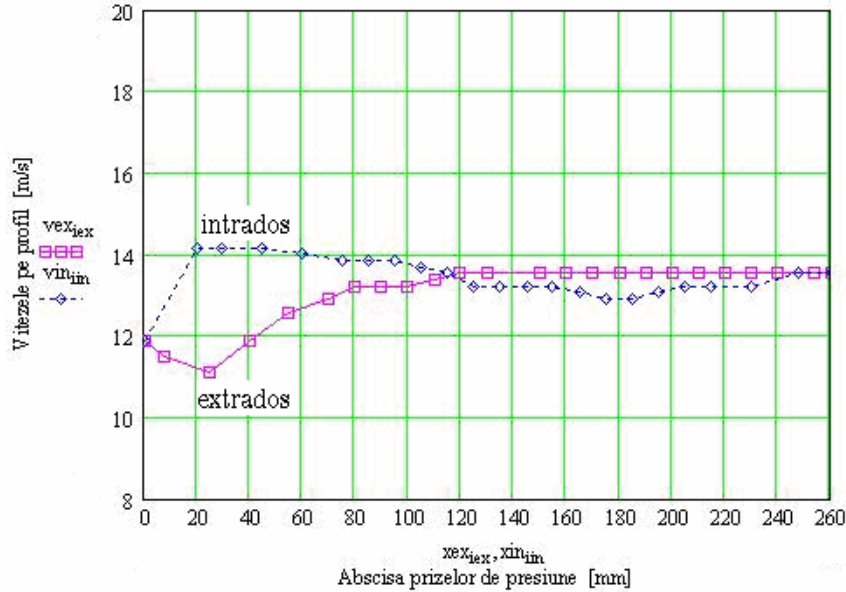


Fig.5.150 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 7.91$ m/s, curgere inversă

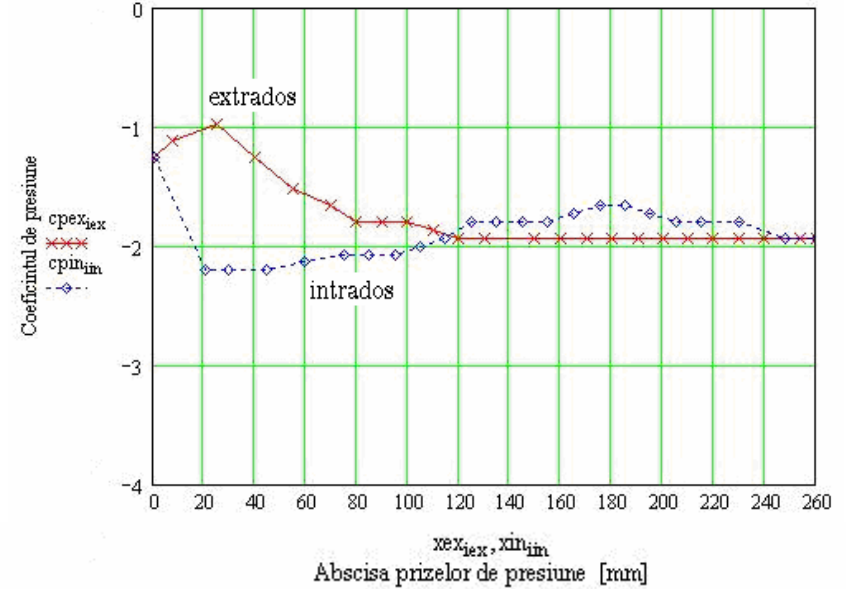


Fig.5.151 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 7.91$ m/s, curgere inversă

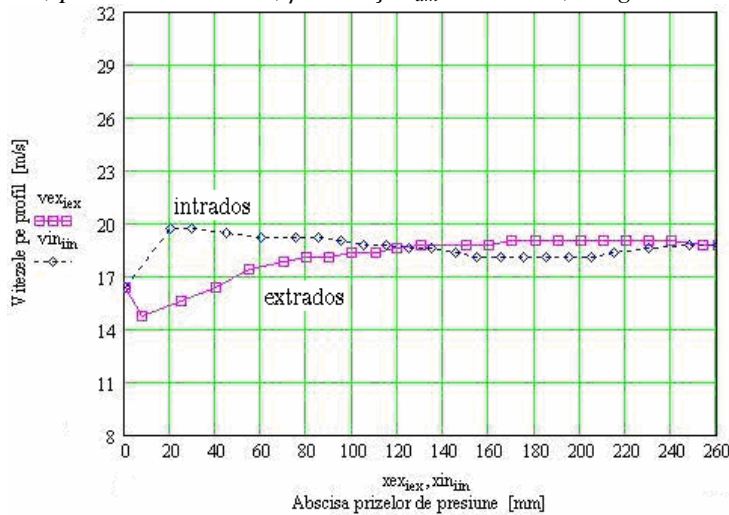


Fig.5.152 Reprezentarea vitezei pe profil, în funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 9.92$ m/s, curgere inversă

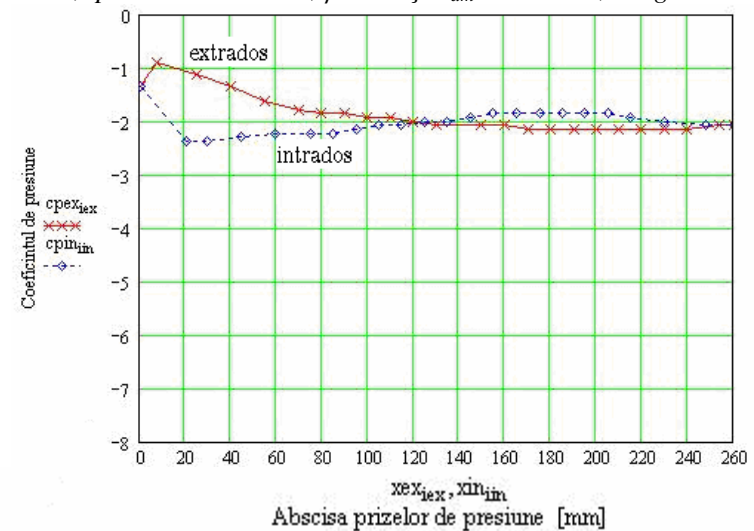


Fig.5.153 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 9.92$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

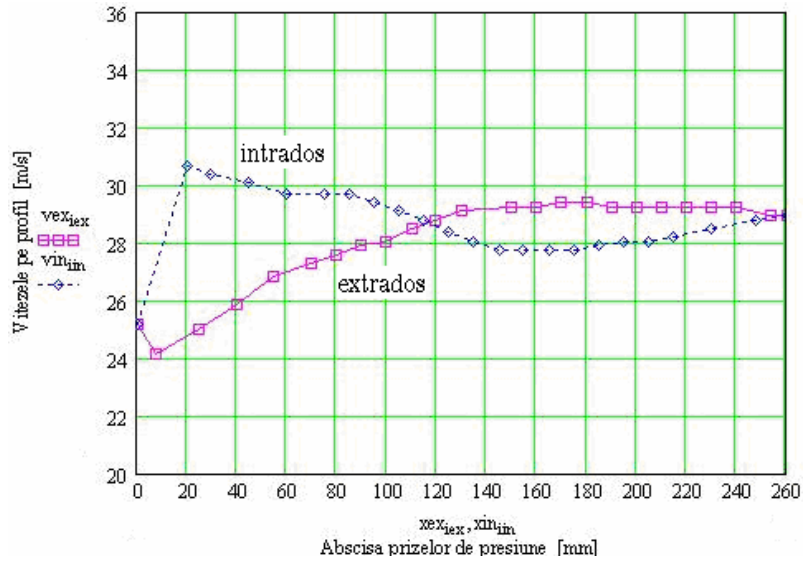


Fig.5.154 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 15.87$ m/s, curgere inversă

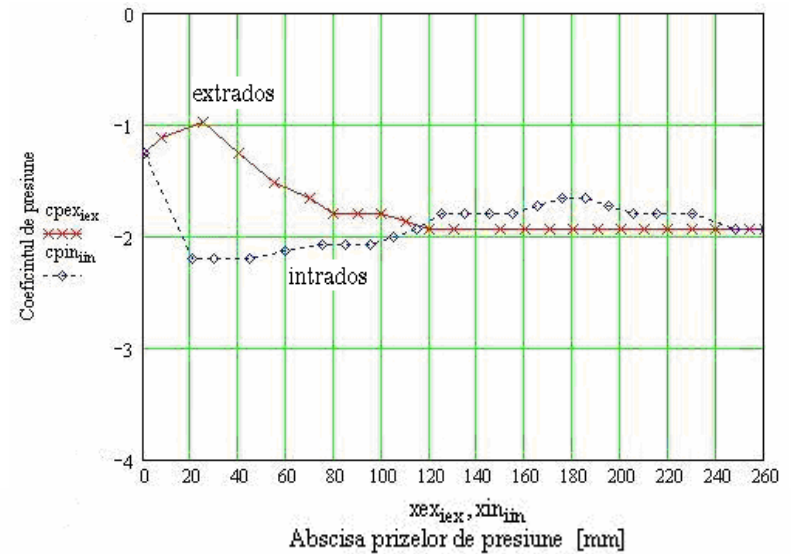


Fig.5.155 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 15.87$ m/s, curgere inversă

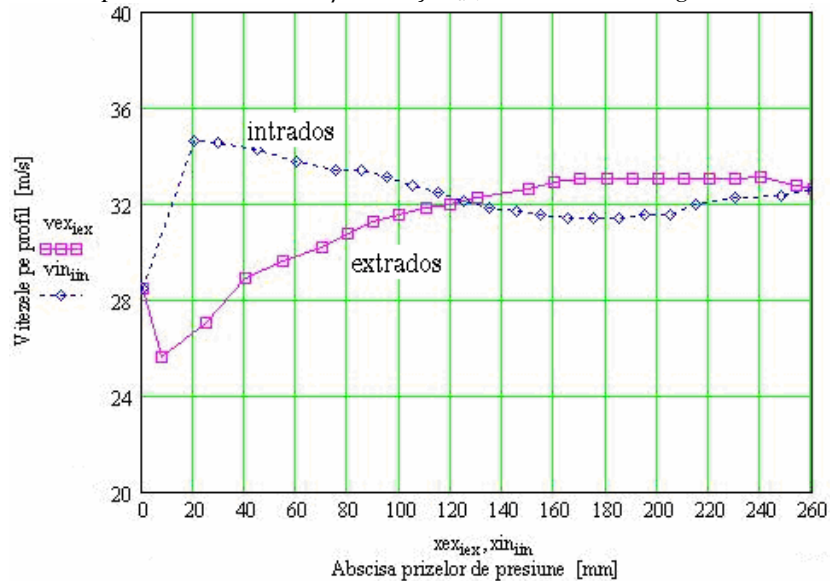


Fig.5.156 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 19.40$ m/s, curgere inversă

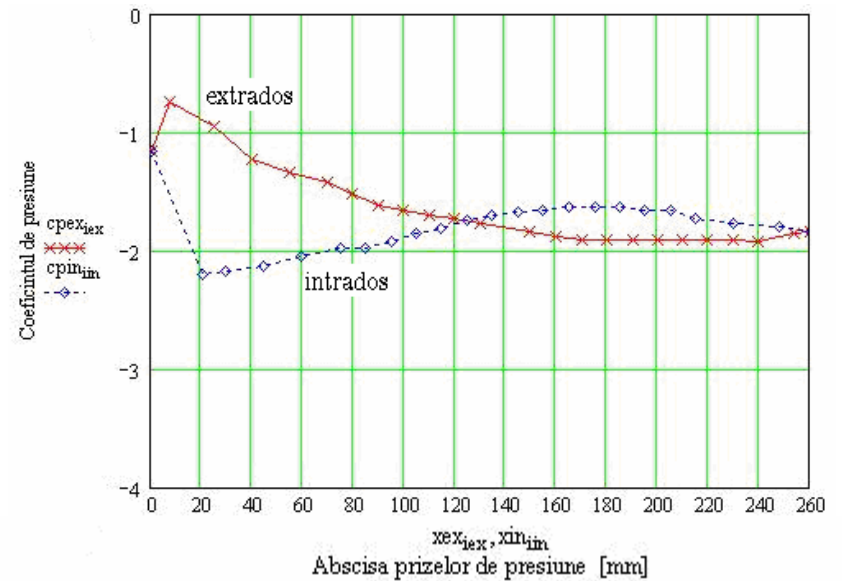


Fig.5.157 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 19.40$ m/s, curgere inversă

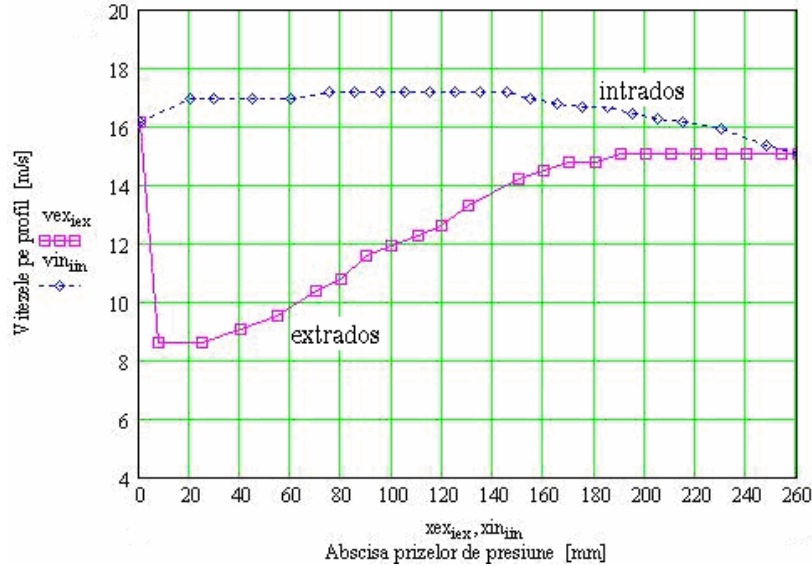


Fig.5.158 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 6.18$ m/s, curgere inversă

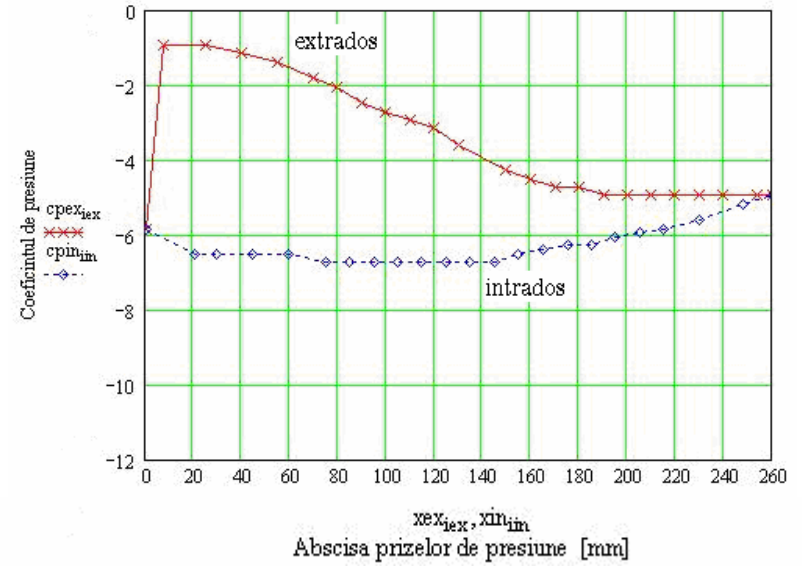


Fig.5.159 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 6.18$ m/s, curgere inversă

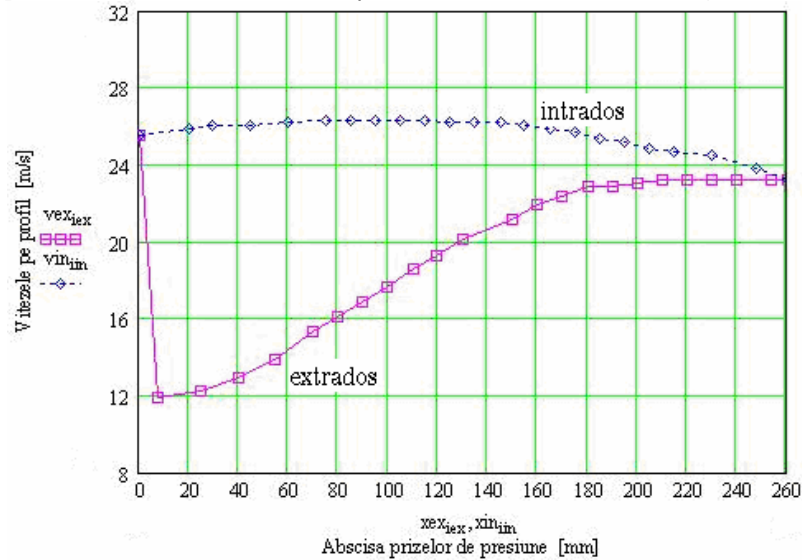


Fig.5.160 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.86$ m/s, curgere inversă

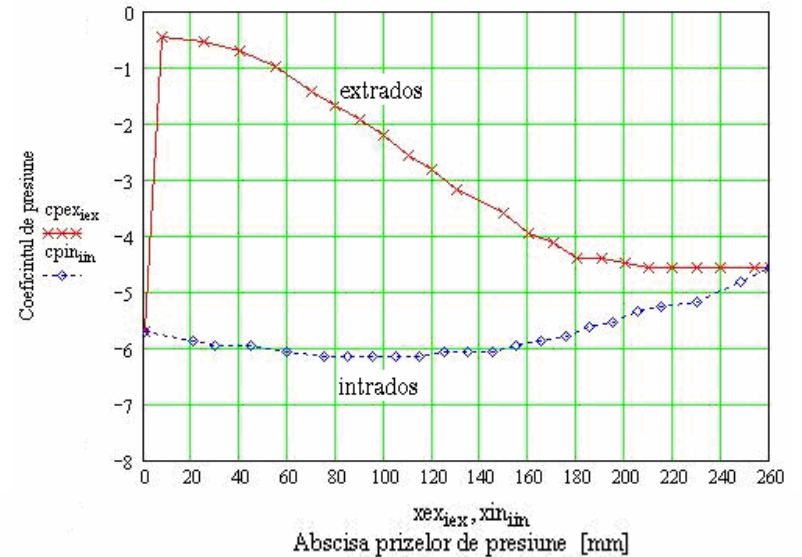


Fig.5.161 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.86$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

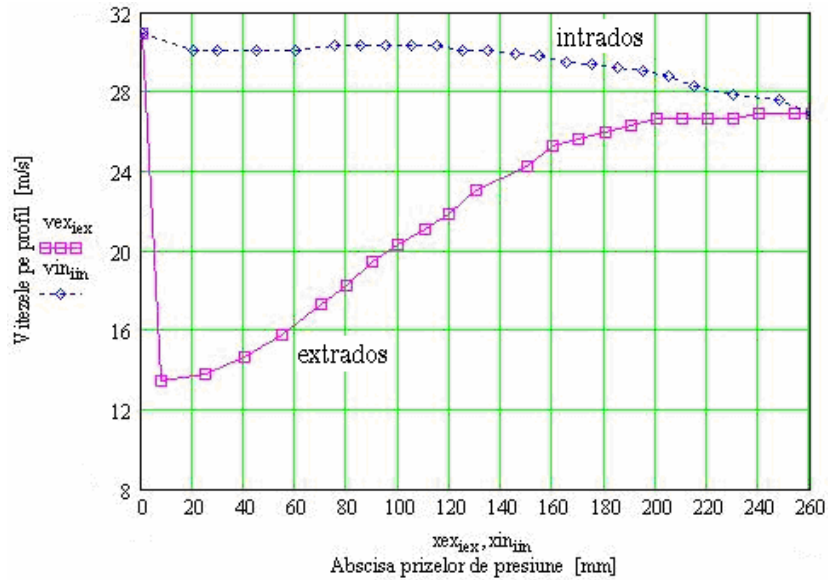


Fig.5.162 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 11.17$ m/s, curgere inversă

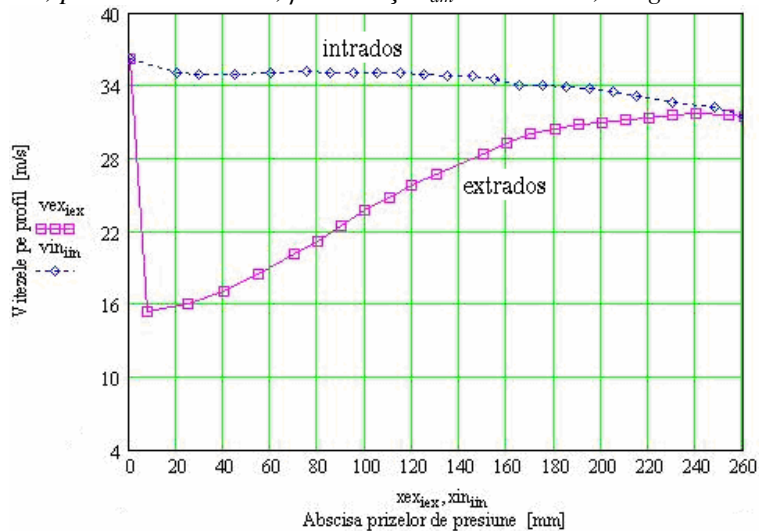


Fig.5.164 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 13.04$ m/s, curgere inversă

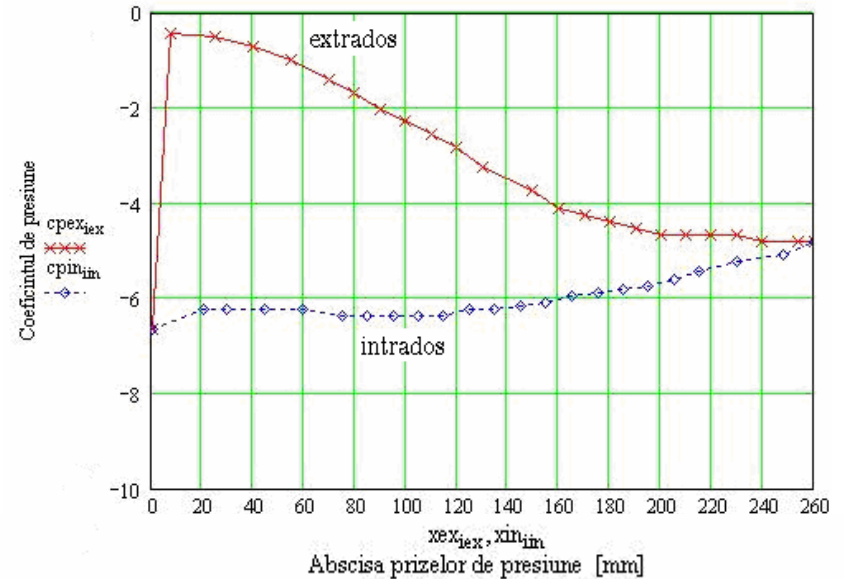


Fig.5.163 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 11.17$ m/s, curgere inversă

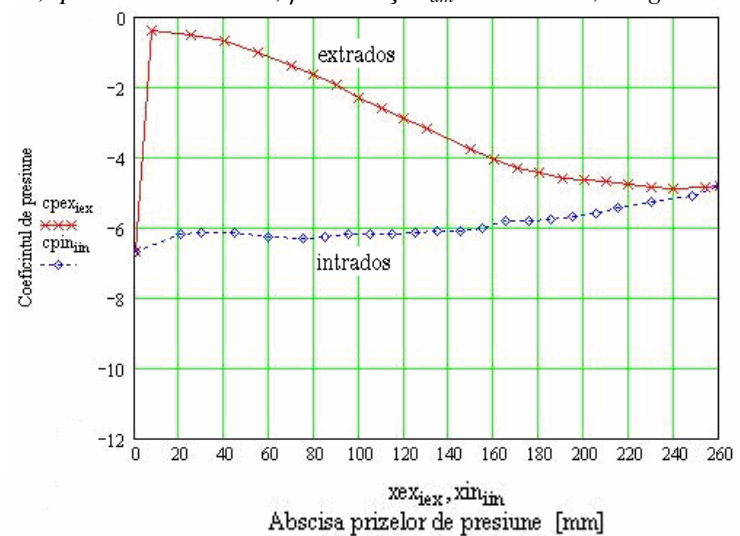


Fig.3.165 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 13.04$ m/s, curgere inversă

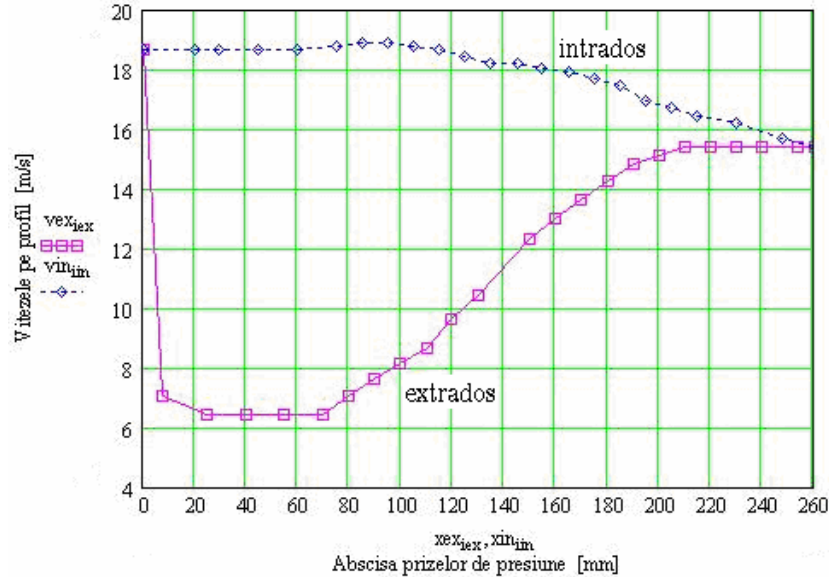


Fig.5.166 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 4.56$ m/s, curgere inversă

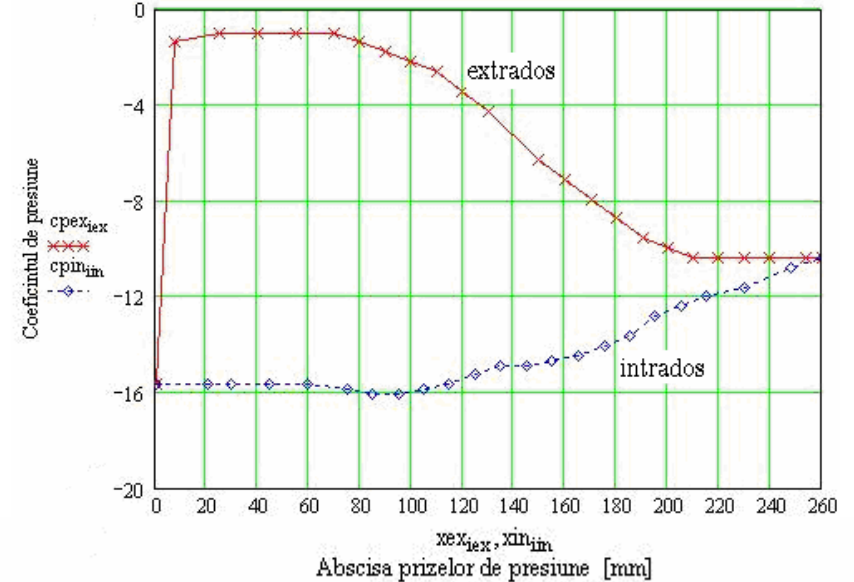


Fig.5.167 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 4.56$ m/s, curgere inversă

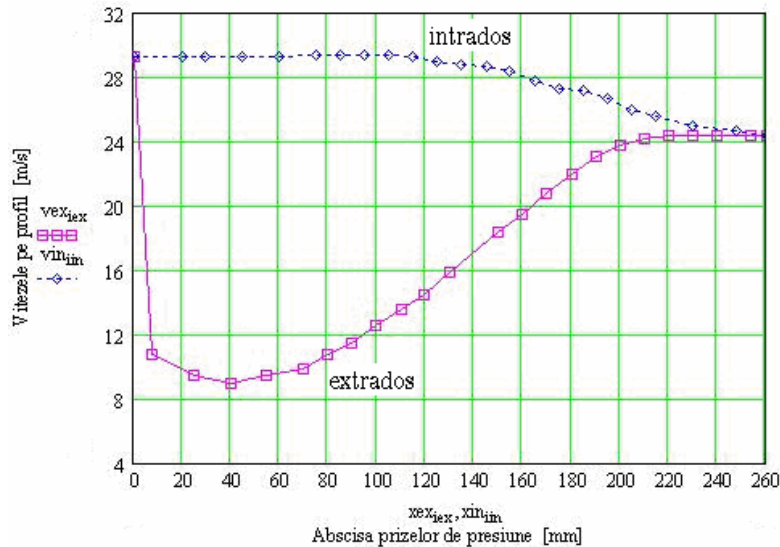


Fig.5.168 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.97$ m/s, curgere inversă

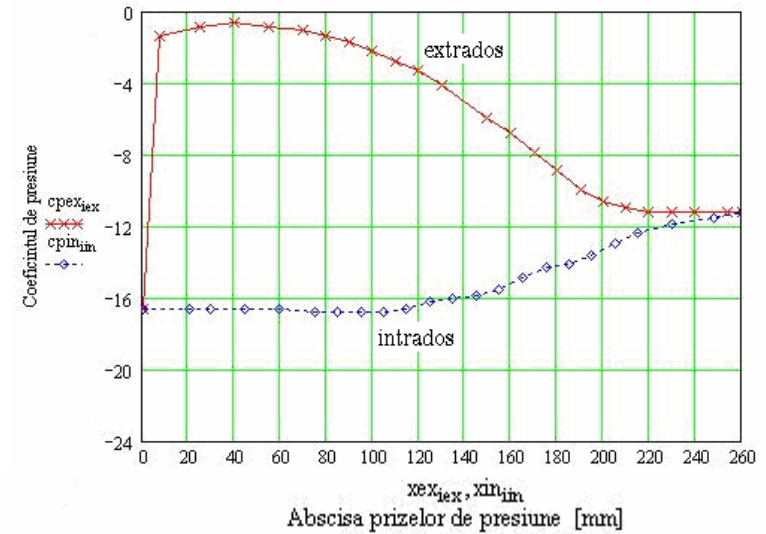


Fig.5.169 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.97$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

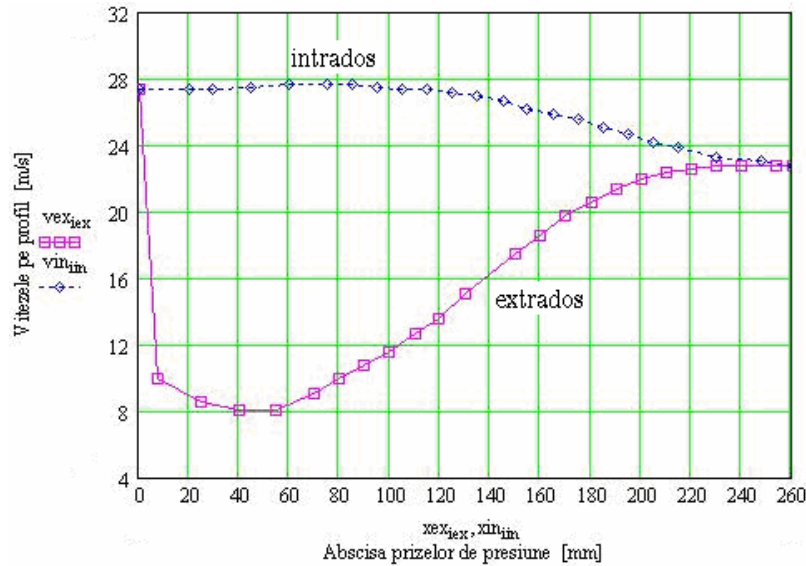


Fig.5.170 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.45$ m/s, curgere inversă

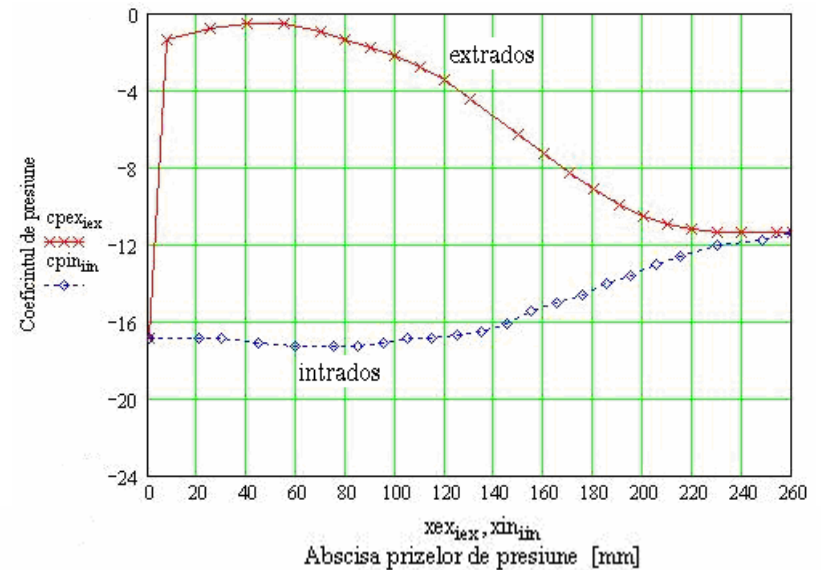


Fig.5.171 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.45$ m/s, curgere inversă

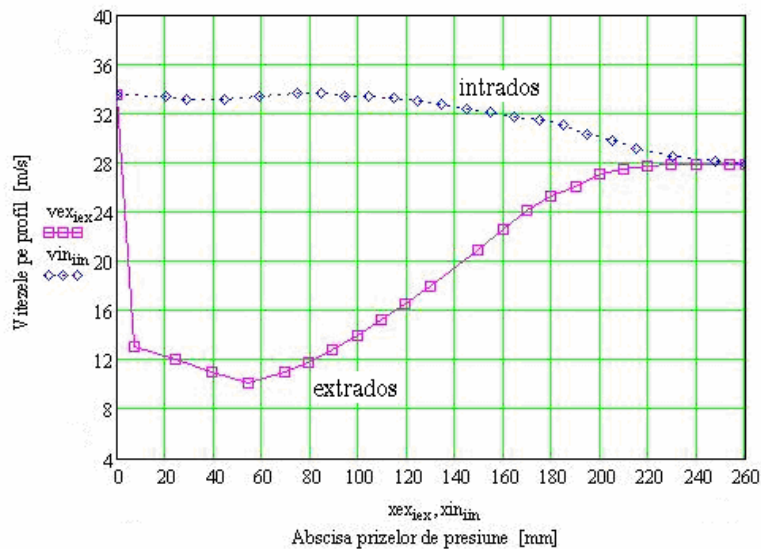


Fig.5.172 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 7.90$ m/s, curgere inversă

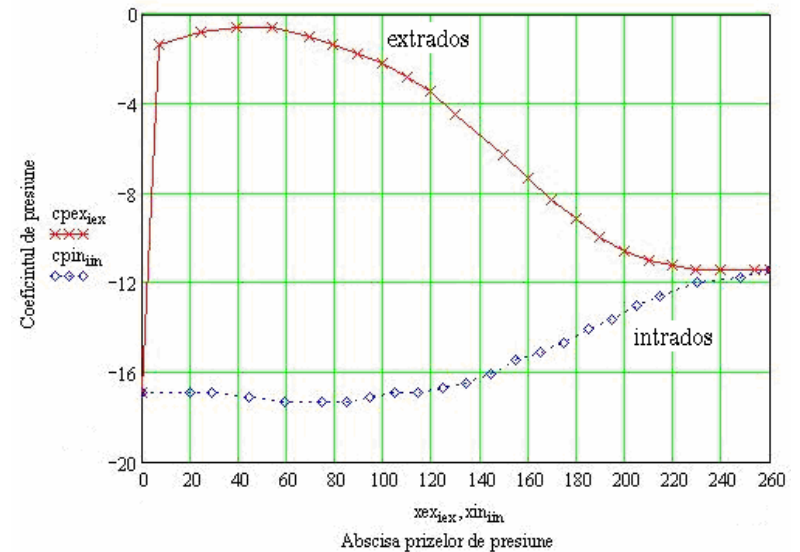


Fig.5.173 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=180$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 7.90$ m/s, curgere inversă

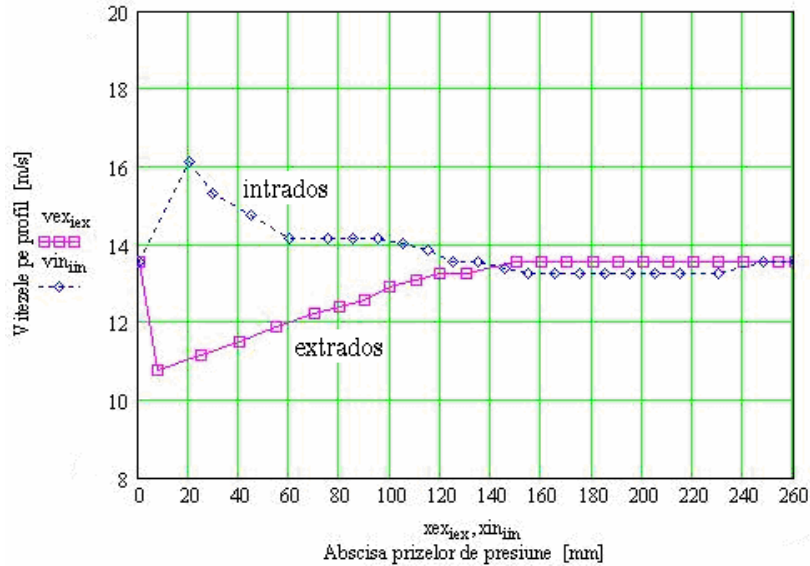


Fig.5.174 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am} = 7.91$ m/s, curgere inversă

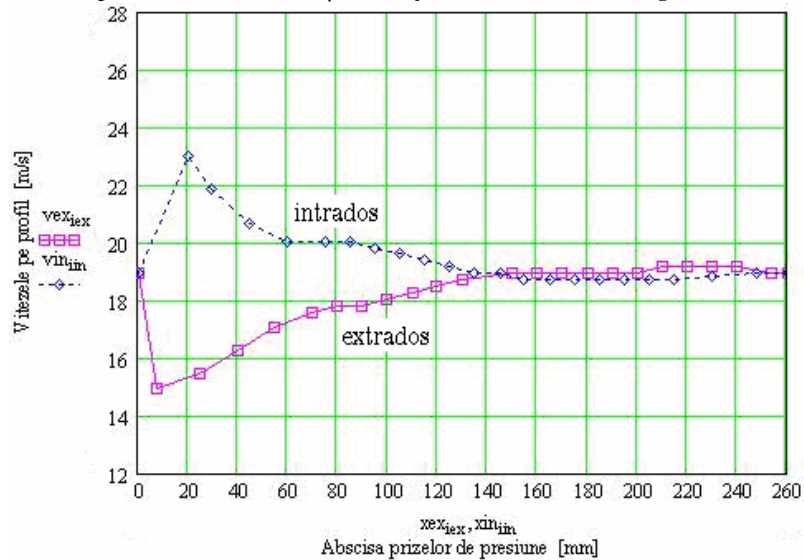


Fig.5.176 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am} = 11.35$ m/s, curgere inversă

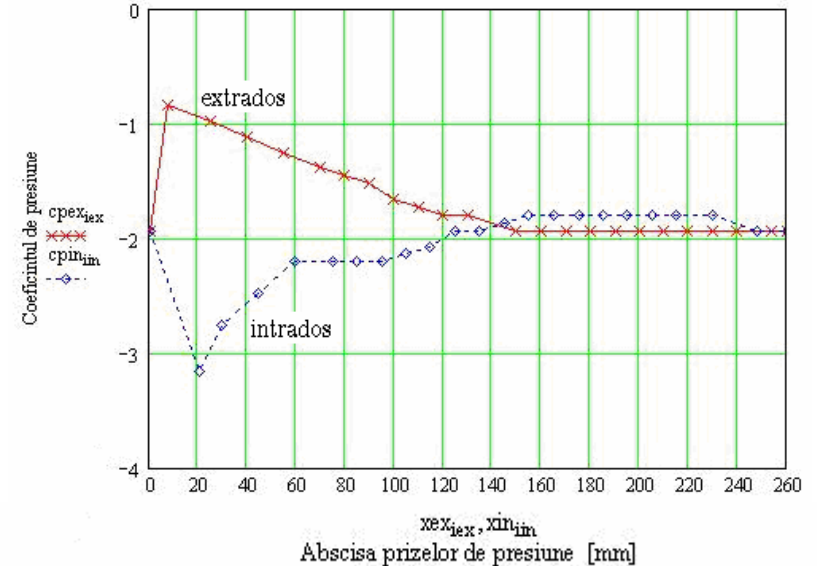


Fig.5.175 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am} = 7.91$ m/s, curgere inversă

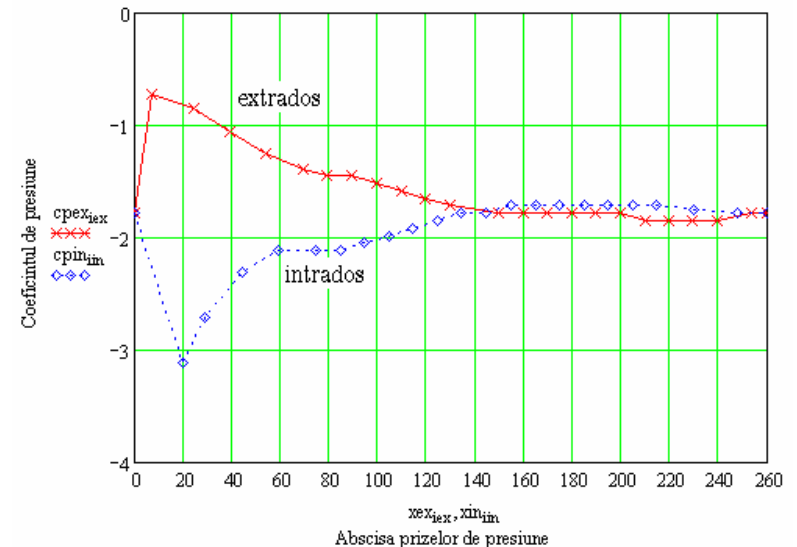


Fig.5.177 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^\circ$ și $v_{am} = 11.35$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

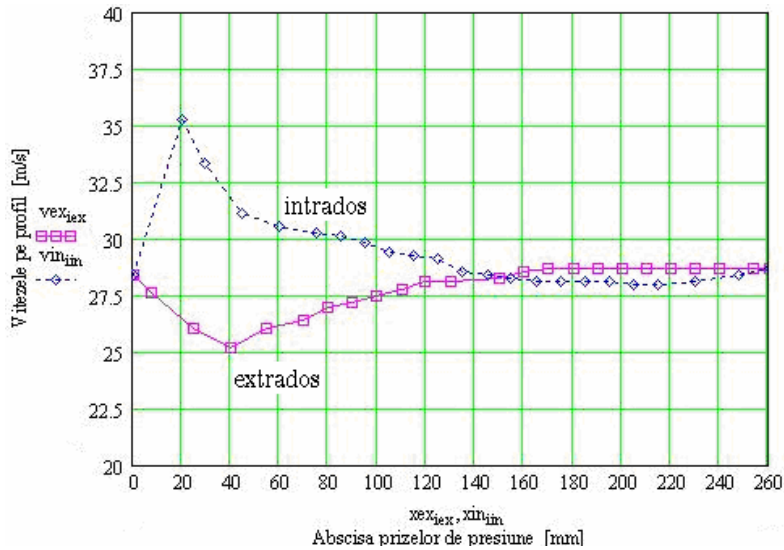


Fig.3.178 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 17.30$ m/s, curgere inversă

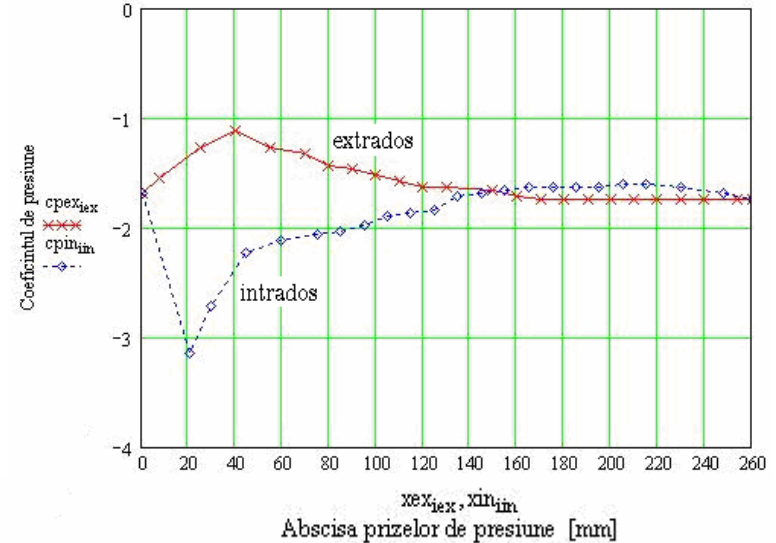


Fig.5.179 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 17.30$ m/s, curgere inversă

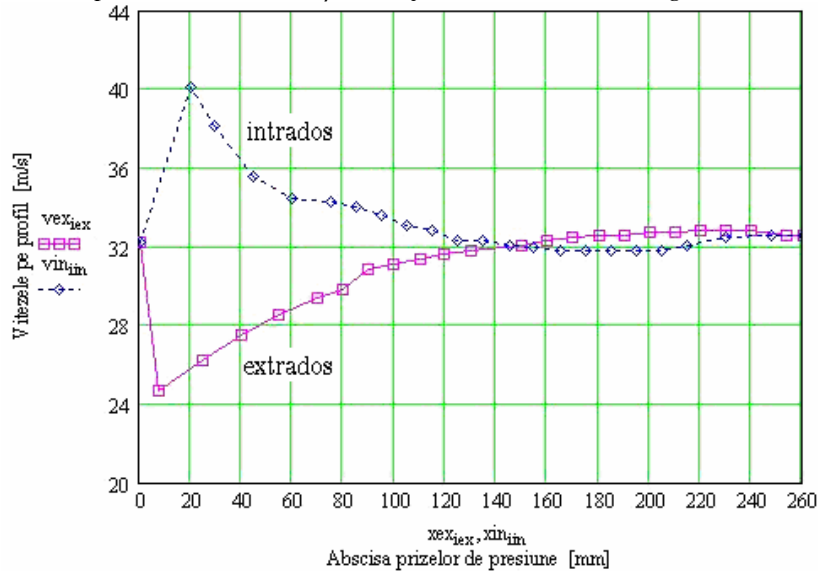


Fig.3.180 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 19.47$ m/s, curgere inversă

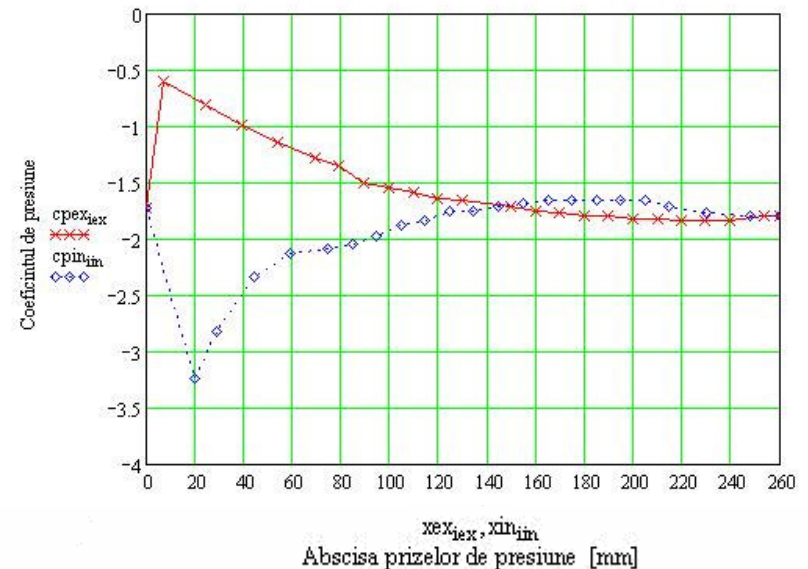


Fig.5.181 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 5^0$ și $v_{am} = 19.47$ m/s, curgere inversă

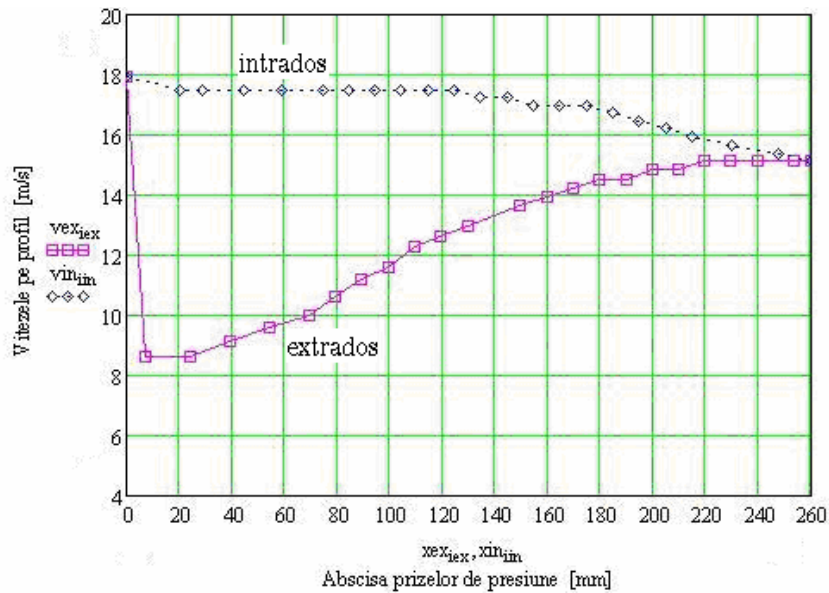


Fig.5.182 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 6.46$ m/s, curgere inversă

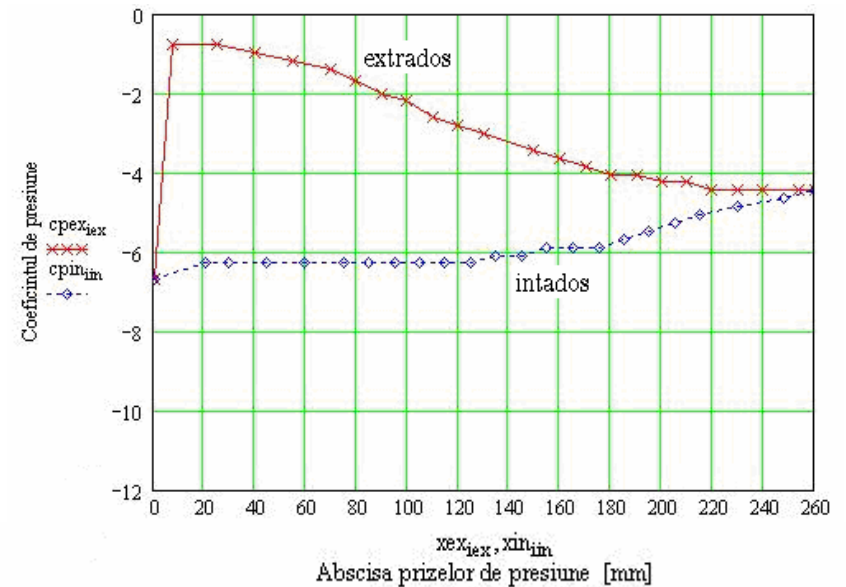


Fig.5.183 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 6.46$ m/s, curgere inversă

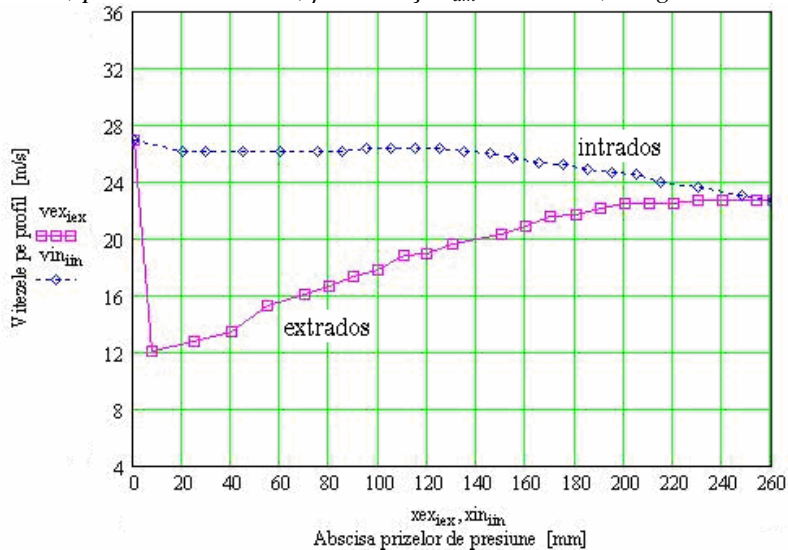


Fig.5.184 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.51$ m/s, curgere inversă

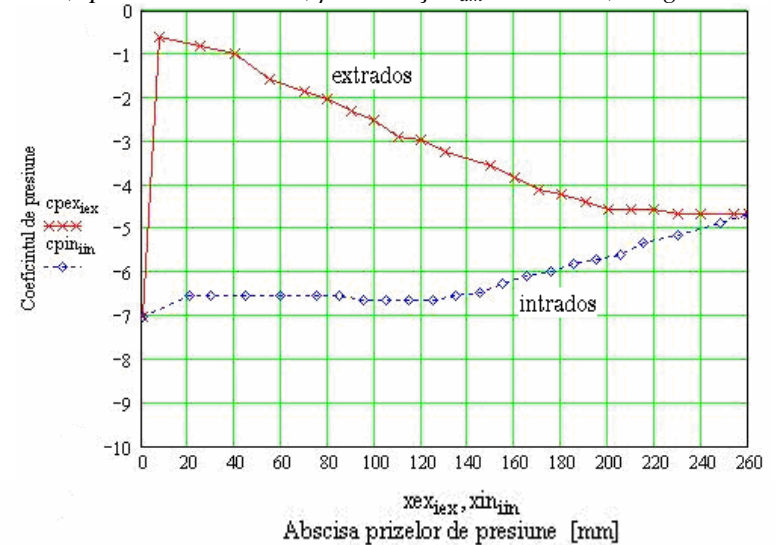


Fig.5.185 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 9.51$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

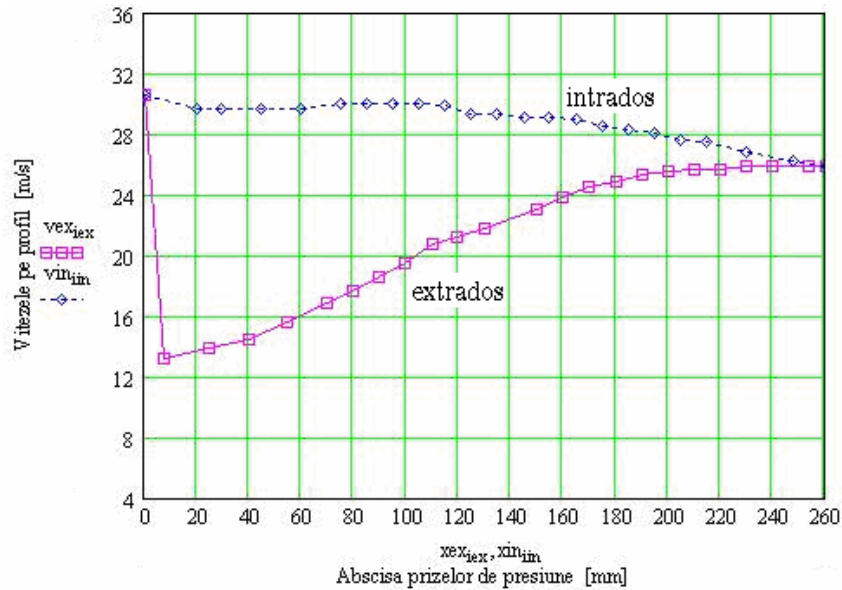


Fig.5.186 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 10.72$ m/s, curgere inversă

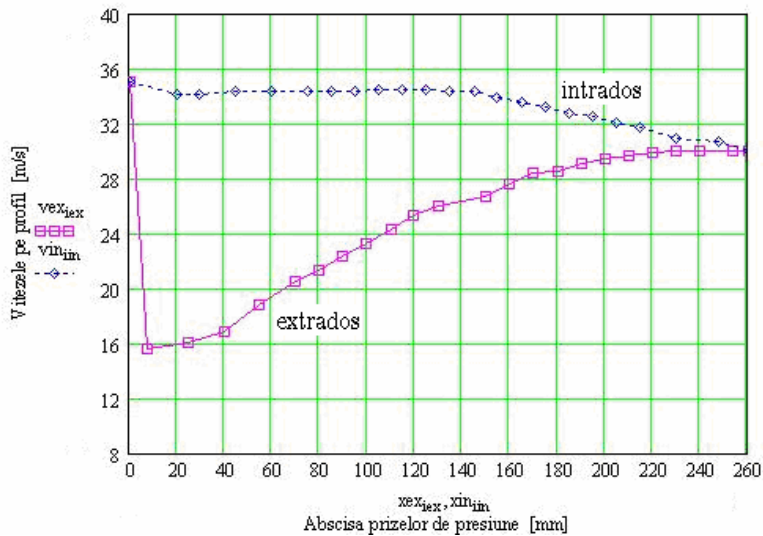


Fig.5.188 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 12.51$ m/s, curgere inversă

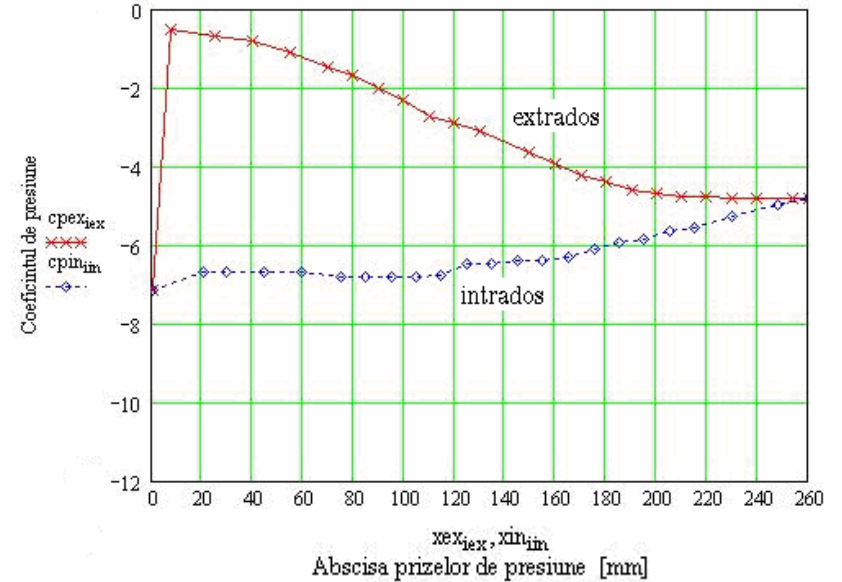


Fig.3.187 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 10.72$ m/s, curgere inversă

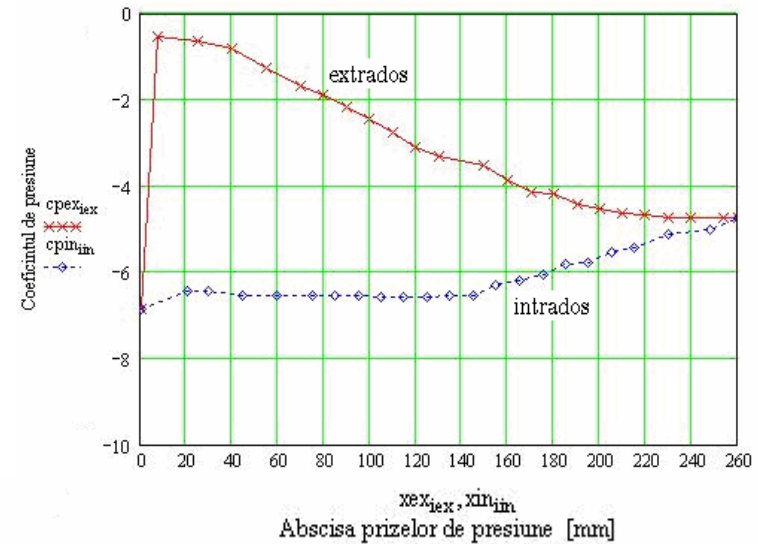


Fig.5.189 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 25^\circ$ și $v_{am} = 12.51$ m/s, curgere inversă

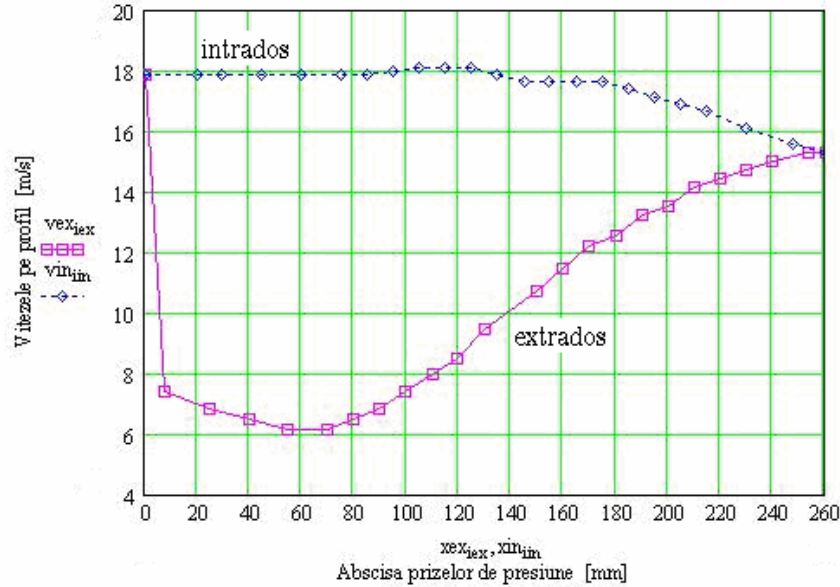


Fig.5.190 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 4.17$ m/s, curgere inversă

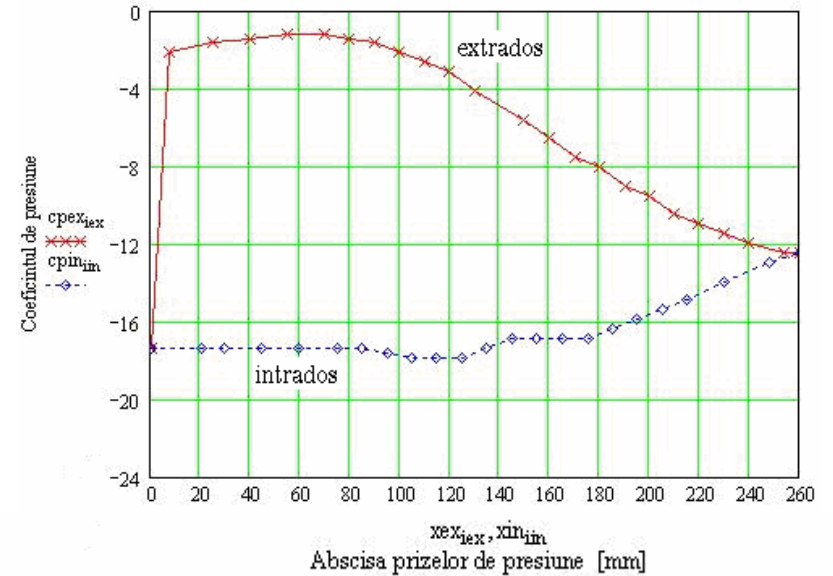


Fig.5.191 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 4.17$ m/s, curgere inversă

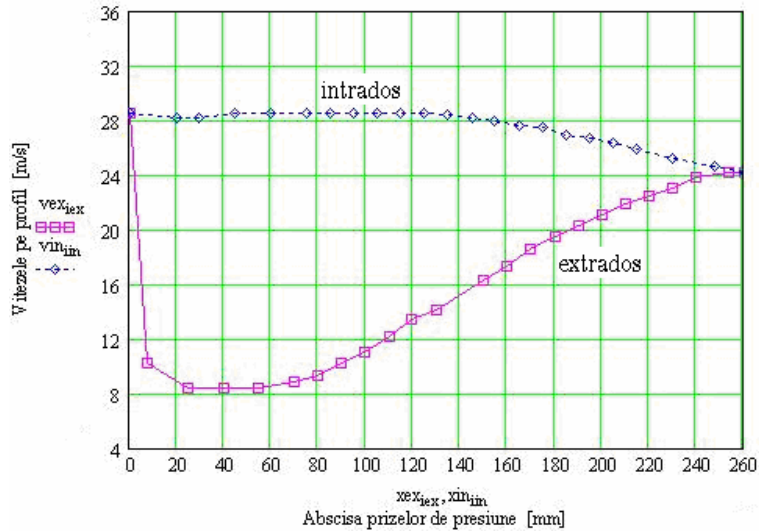


Fig.5.192 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.19$ m/s, curgere inversă

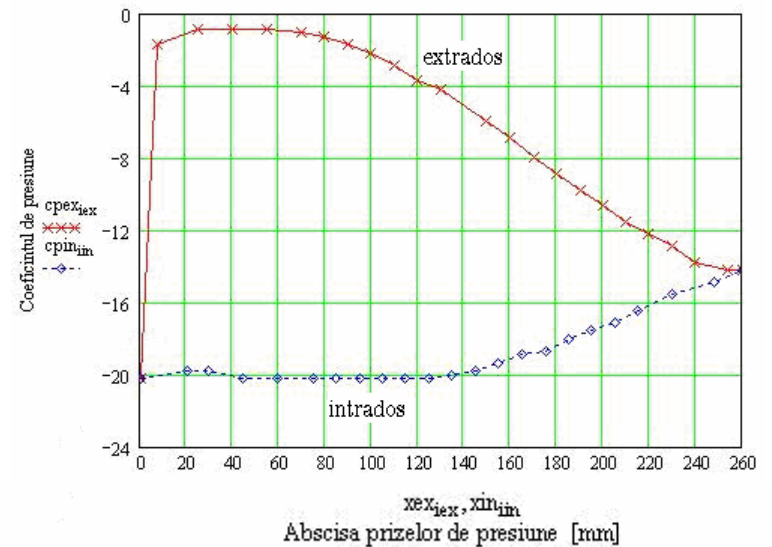


Fig.5.193 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.19$ m/s, curgere inversă

Studiul unei familii de rețele axiale reversibile, cu aplicații la proiectarea turbomașinilor

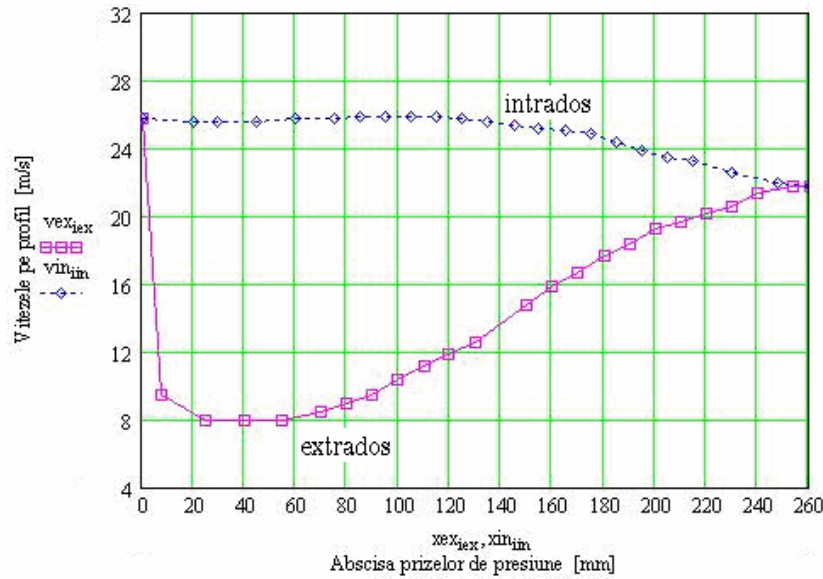


Fig.5.194 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 5.60$ m/s, curgere inversă

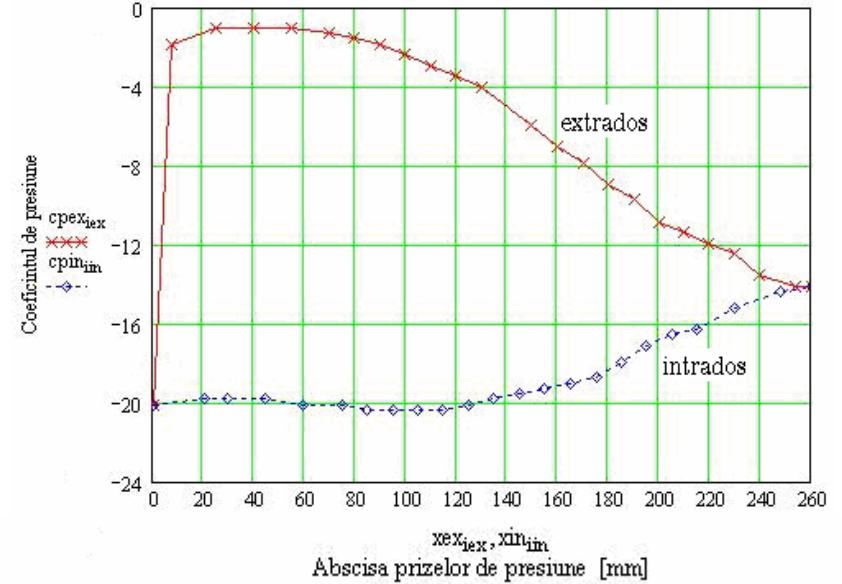


Fig.5.195 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 5.60$ m/s, curgere inversă

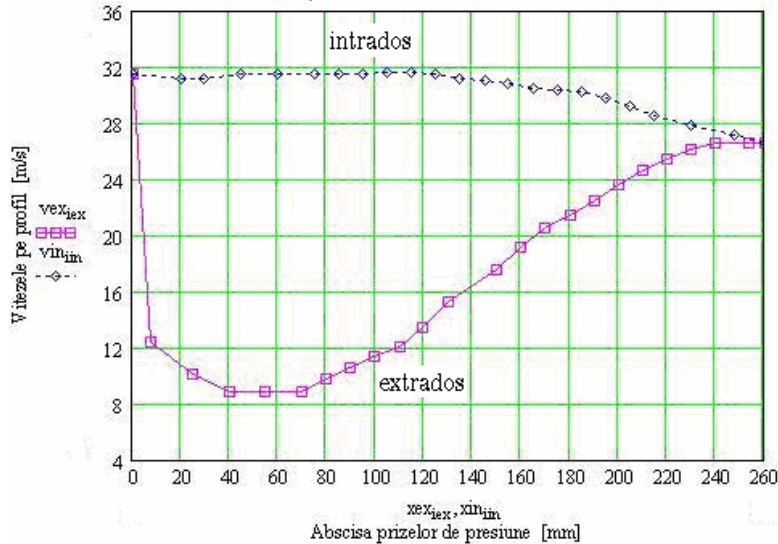


Fig.5.196 Reprezentarea vitezei pe profil, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.73$ m/s, curgere inversă

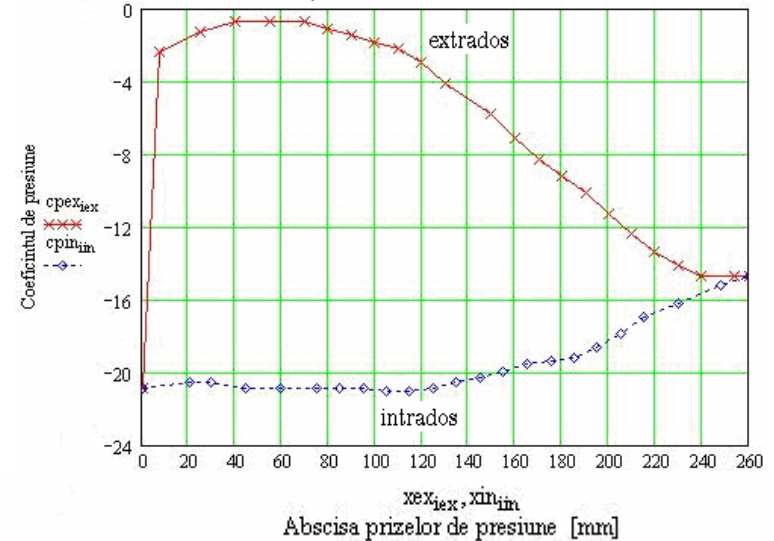


Fig.5.197 Reprezentarea coeficientului de presiune, funcție de abscisa prizelor de presiune, pentru: $t=200$ mm, $\beta_s = 45^\circ$ și $v_{am} = 6.73$ m/s, curgere inversă

Din măsurătorile efectuate, se poate concluziona:

1. Se poate observa că punctele măsurate prin calcularea valorile vitezelor, se alinează bine în lungul curbelor obținute. Același lucru se poate spune de valorile coeficienților de presiune, atât pentru curgerea directă cât și pentru curgerea inversă.

2. Sunt însă și puncte în care există salturi de viteză. Acestea sunt de obicei la bordul de atac și de fugă sau în apropierea acestora (funcție de mărimea vitezei curentului amonte și a unghiului de instalare). Pentru extradosul profilului, pot exista salturi la o distanță de 30%, față de bordul de atac iar pentru intradosul profilului la o distanță de 70%, față de bordul de atac.

3. Pentru cele trei unghiuri de instalare (5^0 , 25^0 și 45^0) și pentru cei patru pași realizați ai rețelei (140mm, 160mm, 180mm, 200mm), presiunea de la bordul de atac spre bordul de fugă este mai mare pe intrados decât pe extradoss până la 60 – 70 [%] din lungimea profilului și crește cu creșterea vitezei, iar în continuare valorile presiunilor sunt aproximativ egale, cu ușoare tendințe de creștere a presiunii pe extradoss la viteze mai mari.

O analiză detaliată a curgerii, pentru fiecare pas, la curgerea directă și inversă, este prezentată în continuare.

3.a Pentru curgerea directă:

Pentru pasul de 140 mm:

- la unghiul de instalare de 5^0 , vitezele de pe extradoss cât și cele de pe intrados cresc brusc, în apropierea bordului de atac (fig.5.6, 5.8, 5.10 și 5.12), mai mult la viteza cea mai mică de 10.99 m/s (fig.5.6) și mai mult la viteza cea mai mare de 19.57 m/s (fig.5.9) ;
- la unghiurile de instalare de 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extradoss cresc brusc, iar cele de pe intrados scad brusc (fig.5.14, 5.16, 5.18 și 5.20, respectiv fig.5.22, 5.24, 5.26 și 5.28); vitezele de intrados scad mai mult ca și creșterea celor de pe extradoss și mai accentuat cu creșterea vitezei amonte;
- spre bordul de fugă, de la aproximativ 180 mm de bordul de atac, vitezele de pe intrados devin egale sau ușor mai mari, ca și cele de pe extradoss, pentru toate unghiurile de instalare;
- desprinderi ale stratului limită sunt doar în apropierea bordului de atac, atât pe extradoss cât și pe intrados, unde au loc variații mari ale vitezei.

Pentru pasul de 160 mm:

- la unghiul de instalare de 5^0 , vitezele de pe extradados cât și cele de pe intrados cresc brusc, în apropierea bordului de atac (fig.5.30, 5.32, 5.34 și 5.36), mai brusc cu cât crește viteza amonte;
- la unghiurile de instalare de 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extradados cresc brusc, iar cele de pe intrados scad brusc (fig.5.38, 5.40, 5.42 și 5.44, respectiv fig.5.46, 5.48, 5.50 și 5.52); vitezele de intrados scad mai mult ca și creșterea celor de pe extradados și mai accentuat cu creșterea vitezei amonte;
- spre bordul de fugă, de la aproximativ 200 mm de bordul de atac, vitezele de intrados devin egale cu cele de pe extradados, pentru toate unghiurile de instalare;
- desprinderi ale stratului limită au loc doar în apropierea bordului de atac, atât pe extradados cât și pe intrados, unde au loc variații mari ale vitezei.

Pentru pasul de 180 mm:

- la unghiul de instalare de 5^0 , vitezele de pe extradados cât și cele de pe intrados cresc brusc, în apropierea bordului de atac, însă creșterea este mult mai mică față de pași de 140 și 160 mm (fig.5.54, 5.56, 5.58 și 5.60), diferența dintre viteza de pe extradados și cea de pe intrados fiind aproximativ aceeași de 8 m/s pentru cele patru viteze amonte;
- la unghiurile de instalare de 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extradados cresc brusc, iar cele de pe intrados scad brusc, însă mult mai puțin față de pași de 140 și 160 mm (fig.5.62, 5.64, 5.66 și 5.68, respectiv fig.5.70, 5.72, 5.74 și 5.76); vitezele de pe intrados scad mai mult ca și creșterea celor de pe extradados și mai accentuat cu creșterea vitezei amonte;
- spre bordul de fugă, de la aproximativ 230 mm de bordul de atac, vitezele de pe intrados devin egale cu cele de pe extradados, pentru toate unghiurile de instalare;
- desprinderi ale stratului limită au loc doar în apropierea bordului de atac, atât pe extradados cât și pe intrados, unde au loc salturi ale vitezei.

Pentru pasul de 200 mm:

- la unghiul de instalare de 5^0 , vitezele de pe extradados cât și cele de pe intrados cresc mai puțin brusc, față de pasul de 140 mm, în apropierea bordului de atac (fig.5.78, 5.80, 5.82 și 5.84), creșterea este mult mai mică față de pași de 140 și 160 sau 180 mm;

- la unghiurile de instalare de 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extrados cresc mai puțin brusc, față de pasul de 140 mm, iar cele de pe intrados scad mai puțin brusc, față de pasul de 140 mm, (fig.5.86, 5.88, 5.90 și 5.92, respectiv fig.5.94, 5.96, 5.98 și 5.100); vitezele de intrados scad mai mult ca și creșterea celor de pe extrados și mai accentuat cu creșterea vitezei amonte;
- spre bordul de fugă, spre bordul de atac, vitezele de pe intrados devin egale cu cele de pe extrados, pentru toate unghiurile de instalare;
- desprinderi ale stratului limită au loc doar în apropierea bordului de atac, atât pe extrados cât și pe intrados, unde au loc salturi ale vitezei.

3.b Pentru curgerea inversă:

Pentru pasul de 140 mm:

- la unghiurile de instalare de 5^0 , 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extrados cresc brusc, iar cele de pe intrados cresc lent (fig.5.102, 5.104, 5.106 și 5.108; fig.5.110, 5.112, 5.114 și 5.116 respectiv fig.5.118, 5.120, 5.122 și 5.124);
- spre bordul de fugă, de la aproximativ 140 mm de bordul de atac, vitezele de pe intrados devin mai mari ca și cele de pe extrados, având tendința de egalare spre bordul de fugă, pentru toate unghiurile de instalare;
- desprinderi ale stratului limită au loc doar pe extrados în apropierea bordului de atac, unde are loc salt al vitezei.

Pentru pasul de 160 mm, problemele sunt aceleași ca și la pasul de 140 mm, pentru unghiul de instalare de 5^0 ; pentru unghiul de instalare de 25^0 și 45^0 , vitezele de pe intrados nu mai devin mai mari ca și cele de pe extrados, având tendința de egalare spre bordul de fugă.

Pentru pasul de 180 mm:

- la unghiul de instalare de 5^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extrados cresc brusc, iar cele de pe intrados scad brusc (fig.5.150, 5.152, 5.154 și 5.156);
- spre bordul de fugă, de la aproximativ 120 mm de bordul de atac, vitezele de pe intrados devin mai mari ca și cele de pe extrados, având tendința de egalare spre bordul de fugă;
- la unghiurile de instalare de 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extrados cresc lent, iar cele de pe intrados scad brusc (fig.5.158, 5.160, 5.162 și 5.164 respectiv fig.5.166, 5.168, 5.170 și 5.172), existând tendința de egalare a acestora spre bordul de fugă;

- desprinderi ale stratului limită au loc pe extradados și pe intrados în apropierea bordului de atac, unde are loc salt al vitezei.

Pentru pasul de 200 mm:

- la unghiul de instalare de 5^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extradados cresc brusc, iar cele de pe intrados scad brusc (fig.5.174, 5.176, 5.178 și 5.80); spre bordul de fugă, de la aproximativ 140 mm de bordul de atac, vitezele de pe intrados devin ceva mai mari ca și cele de pe extradados, având tendința de egalare spre bordul de fugă;
- la unghiurile de instalare de 25^0 și 45^0 , în apropierea bordului de atac, vitezele de pe extradados rămân aproximativ constante, iar cele de pe intrados scad brusc (fig.5.182, 5.184, 5.186 și 5.188 respectiv fig.5.190, 5.192, 5.194 și 5.196);
- desprinderi ale stratului limită au loc doar pe intrados în apropierea bordului de atac, unde are loc salt al vitezei.

6. COMPARAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE OBTINUTE ÎN REȚEAUA AXIALĂ DE TIP DIB-024S, CU REZULTATELE TEORETICE

6.1 PRELUCRAREA DATELOR PRIMARE

În capitolul 5, al prezentei teze de doctorat, au fost expuse rezultatele experimentale obținute din măsurătorile efectuate în tunelul aerodinamic de strat limită și turbulență TSLT-40, din Laboratorul de aerodinamică al Laboratorului de Mașini Hidraulice din Timișoara.

Măsurătorile au fost efectuate pe un profil în "S" de tip DIB-024S, situat într-o rețea axială de profile, a camerei de măsurare. Au fost trasate și reprezentate curbele primare ale coeficienților de presiune $c_p = c_p(l_{pr})$ și ale vitezelor $v_p = v_p(l_{pr})$ pe profil, pentru patru pași și trei unghiuri de instalare ai rețelei axiale din tunelul aerodinamic.

Pentru a avea o imagine de ansamblu asupra experimentelor efectuate pe rețeaua axială de profile aerohidrodinamice de tip DIB-024S, curbele primare $c_p = c_p(l_{pr})$ și $v_p = v_p(l_{pr})$, au fost analizate și prelucrate. Astfel de pe fiecare curbă $c_p = c_p(l_{pr})$ au fost identificați coeficienții de presiune maximi $c_{pmin-max}$ și reprezentați în funcție de unghiul de instalare β_s și în funcție de pasul rețelei t/l .

În fig.6.1 ÷ 6.4 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi $c_{pmin-max}$, în funcție de unghiul de instalare β_s ($c_{pmin-max} = c_{pmin-max}(\beta_s)$) - pentru cele trei unghiuri de instalare, iar în fig.6.5 ÷ 6.7, sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi $c_{pmin-max}$, în funcție de de pasul relativ a rețelei t/l ($c_{pmin-max} = c_{pmin-max}(t/l)$), pentru cei patru pași relativi ai rețelei, pentru curgerea directă (rezultate din măsurători).

În fig.6.8 ÷ 6.11 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi $c_{pmin-max}$, în funcție de unghiul de instalare β_s ($c_{pmin-max} = c_{pmin-max}(\beta_s)$) - pentru cele trei unghiuri de instalare, iar în fig.6.12 ÷ 6.14, sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi $c_{pmin-max}$, în funcție de de pasul relativ a rețelei t/l ($c_{pmin-max} = c_{pmin-max}(t/l)$), pentru cei patru pași relativi ai rețelei, pentru curgerea inversă (rezultate din măsurători).

În continuare, pe grafice și în text, valorile $c_{pmin-max}$, se notează cu c_{pmax} .

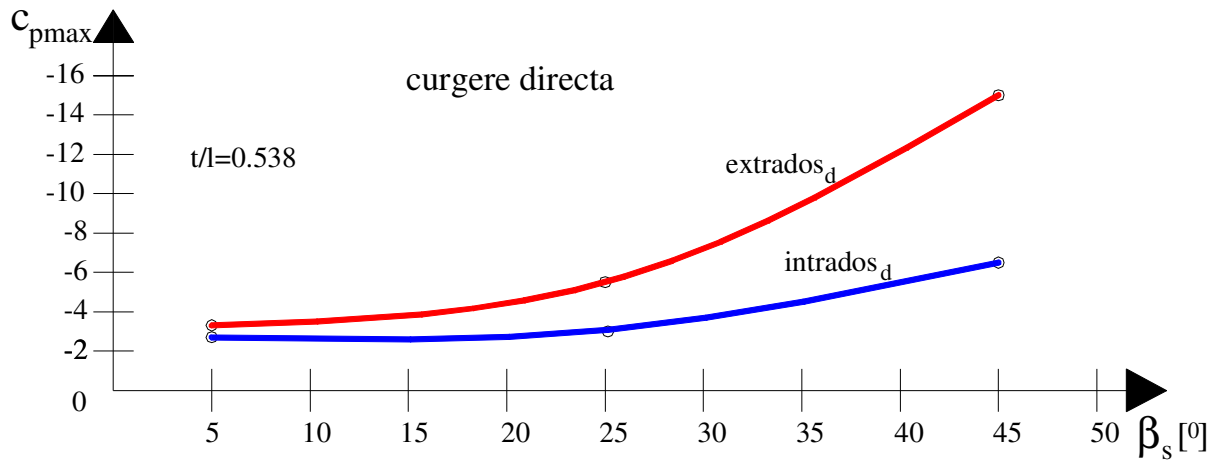


Fig.6.1 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.538$, curgere directă (din măsurători)

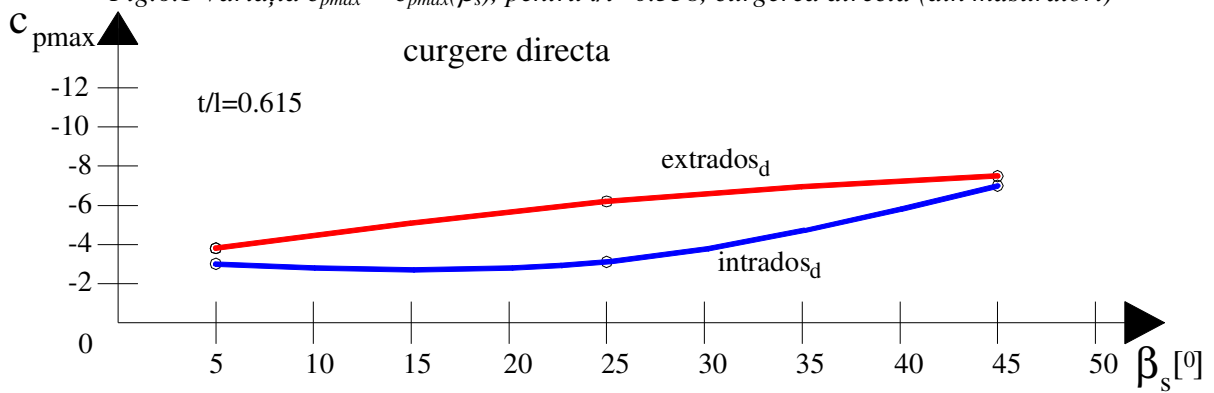


Fig.6.2 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.615$, curgere directă (din măsurători)

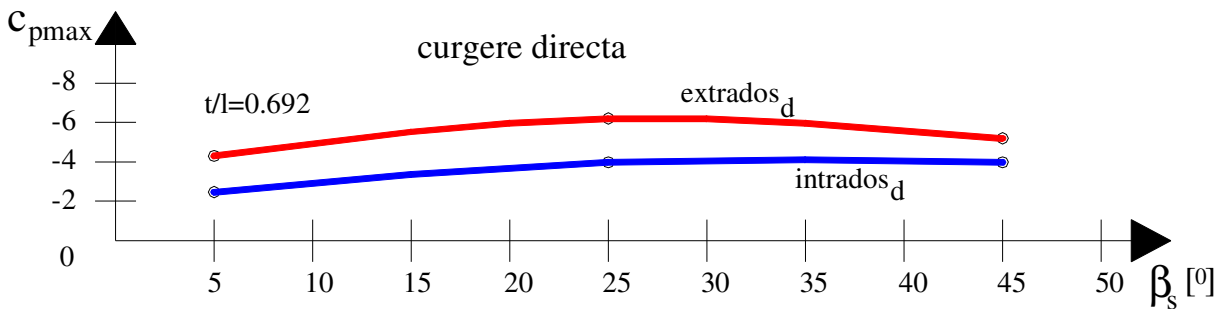


Fig.6.3 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.692$, curgere directă (din măsurători)

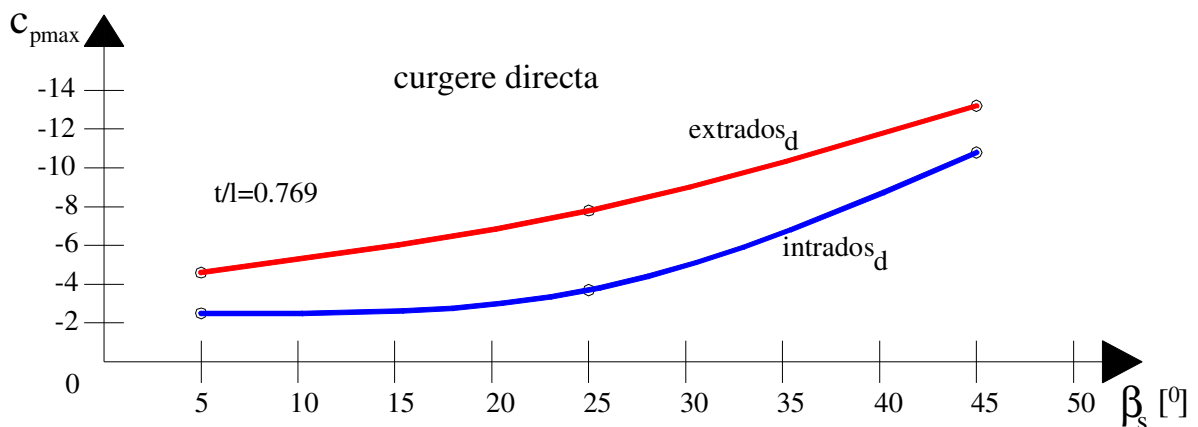


Fig.6.4 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.769$, curgere directă (din măsurători)

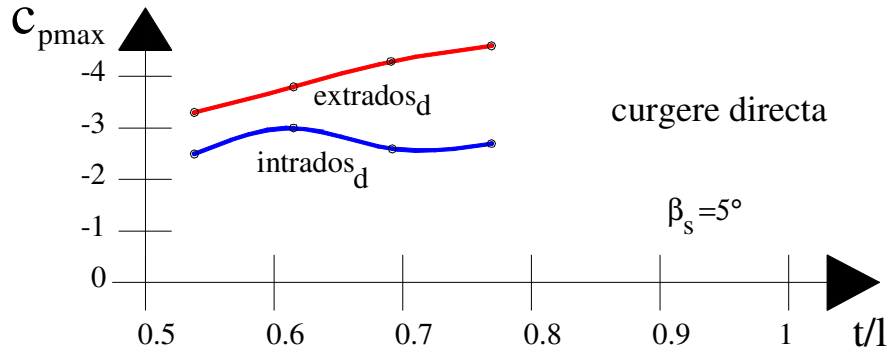


Fig.6.5 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$, pentru $\beta_s = 5^\circ$, curgerea directă (din măsurători)

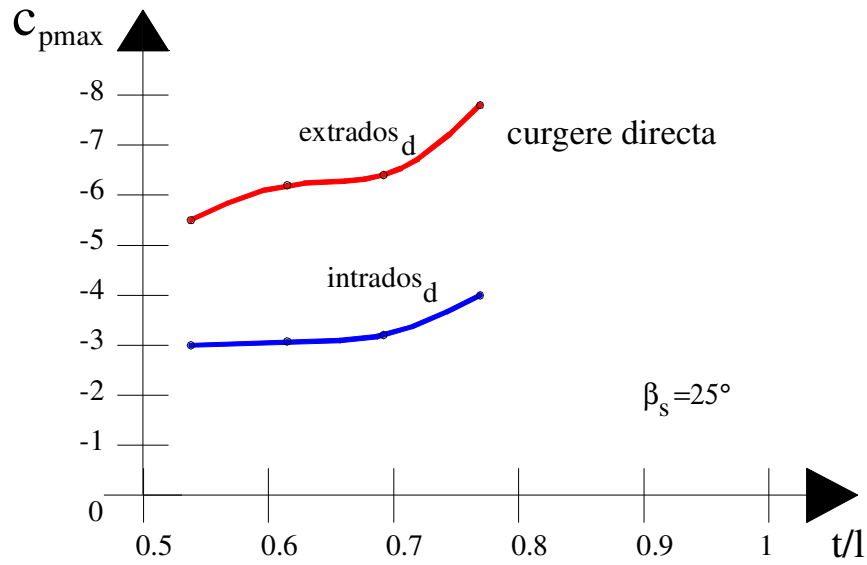


Fig.6.6 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$, pentru $\beta_s = 25^\circ$, curgerea directă (din măsurători)

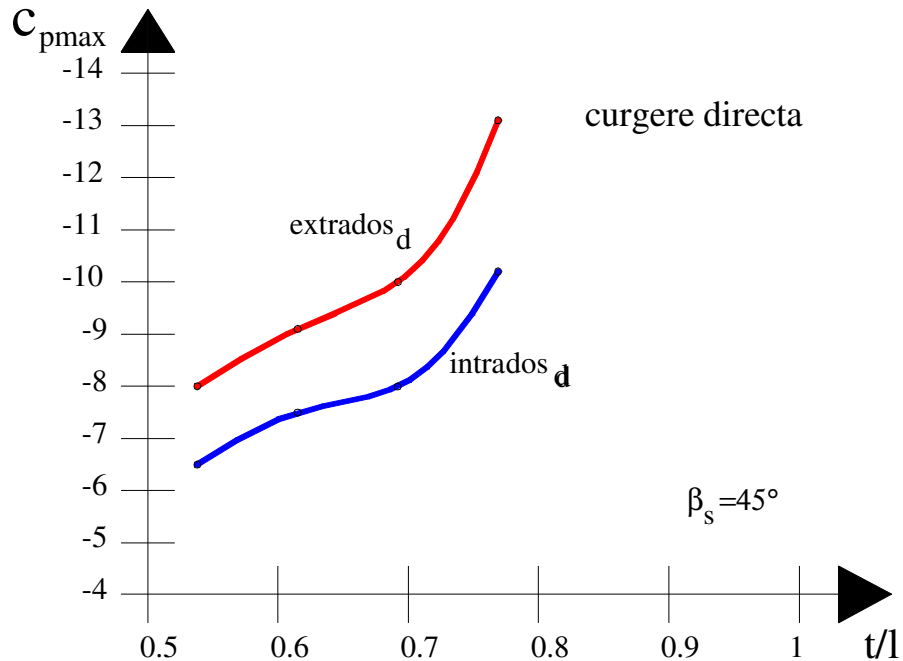


Fig.6.7 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$, pentru $\beta_s = 45^\circ$, curgerea directă (din măsurători)

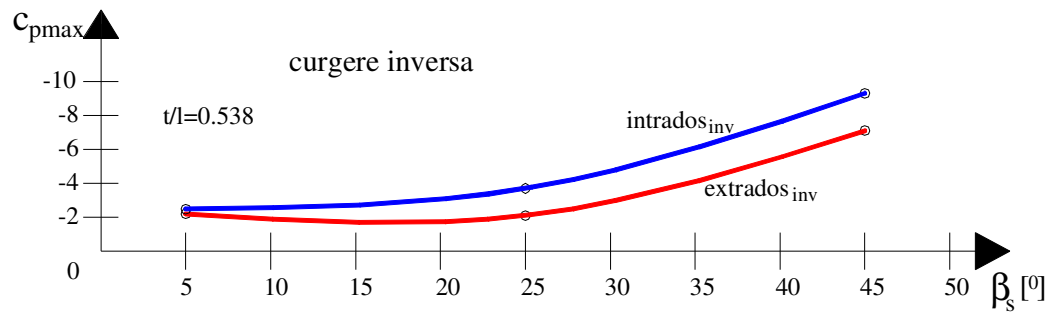


Fig.6.8 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.538$, curgerea inversă (din măsurători)

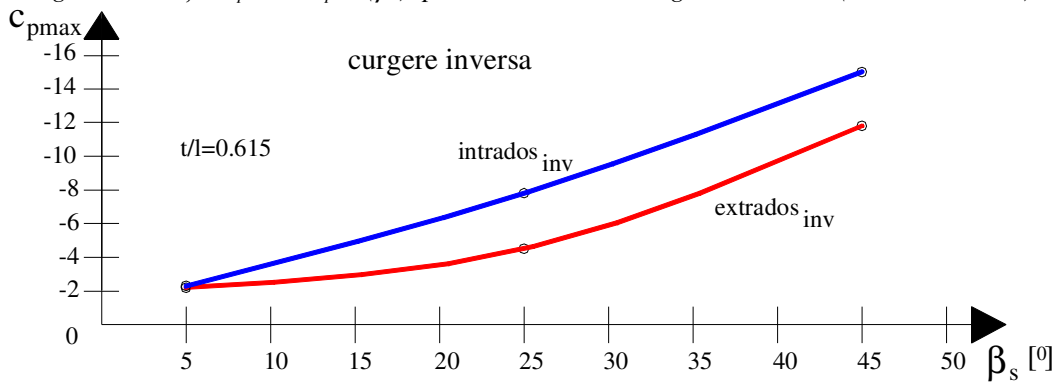


Fig.6.9 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.615$, curgerea iversă (din măsurători)

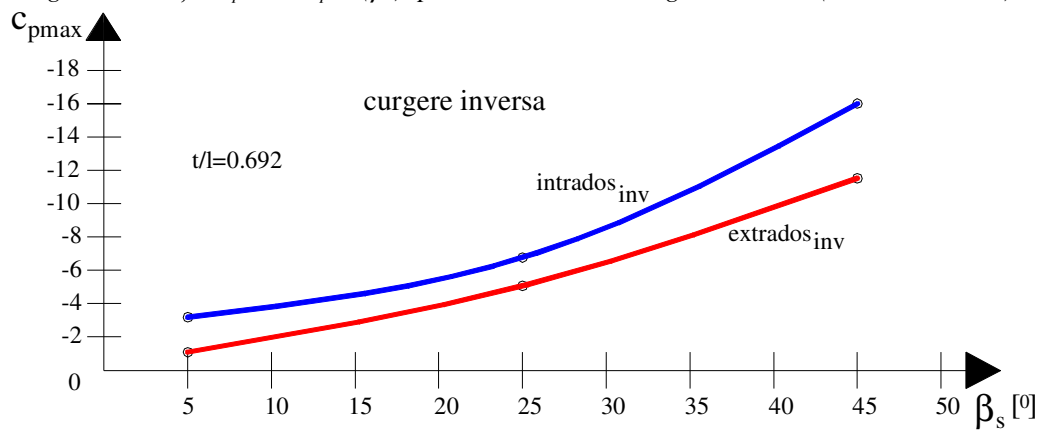


Fig.6.10 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.692$, curgerea inversă (din măsurători)

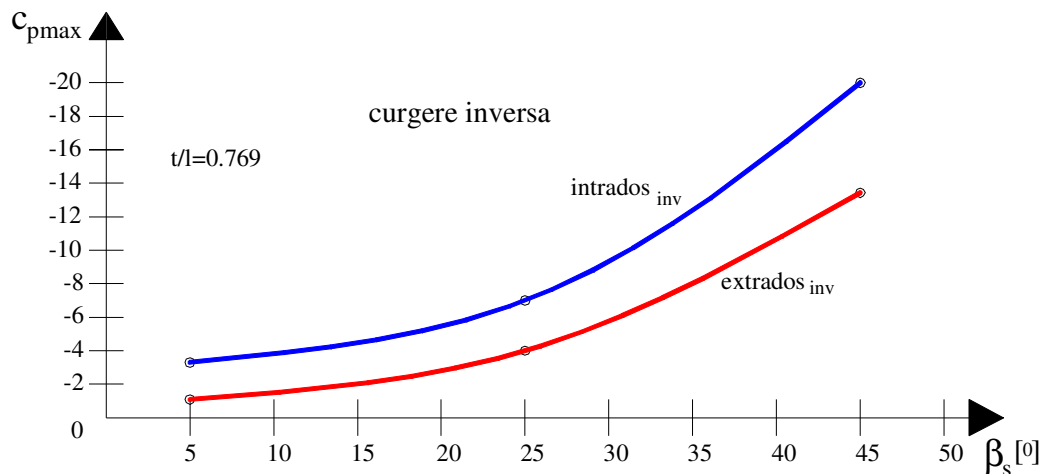


Fig.6.11 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$, pentru $t/l=0.769$, curgerea inversă (din măsurători)

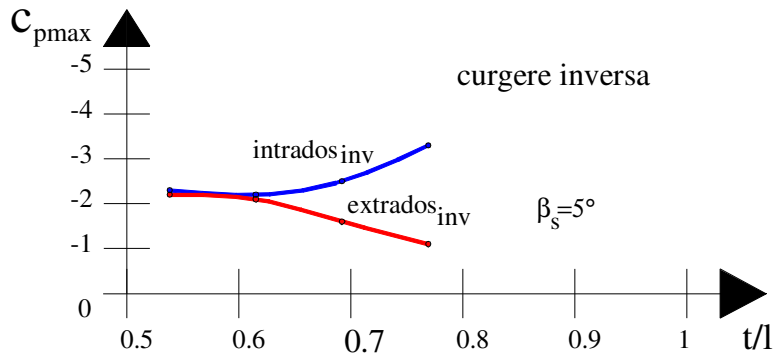


Fig.6.12 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$, pentru $\beta_s = 5^\circ$, curgerea inversă (din măsurători)

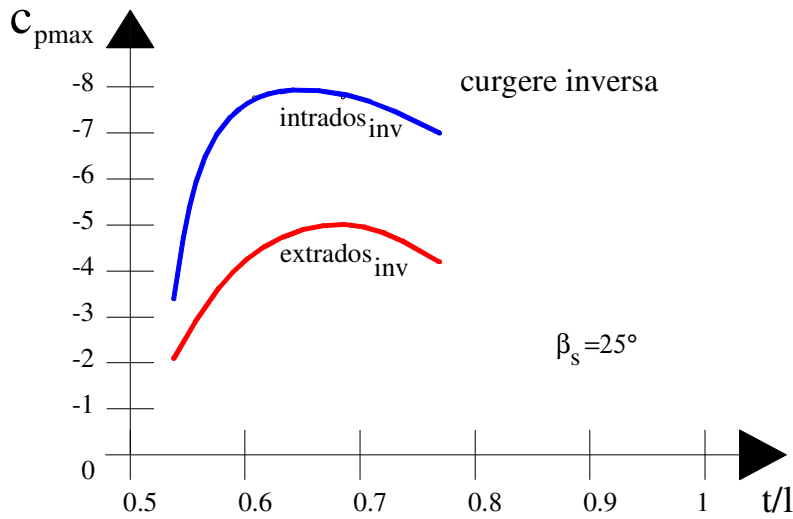


Fig.6.13 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$, pentru $\beta_s = 25^\circ$, curgerea inversă (din măsurători)

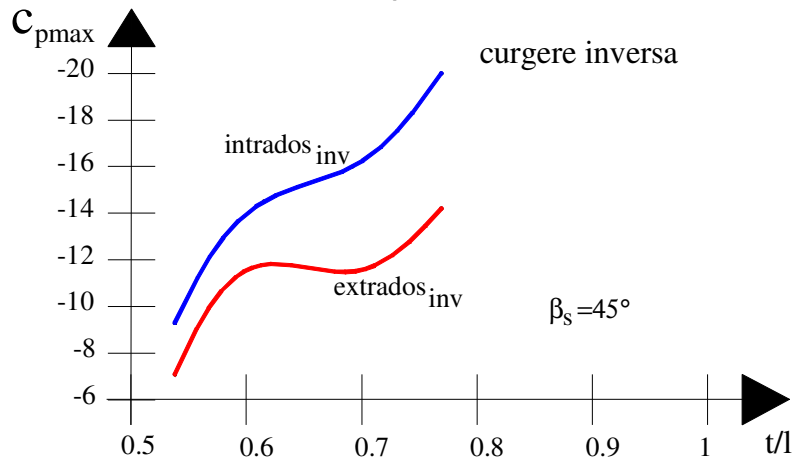


Fig.6.14 Variația $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$, pentru $\beta_s = 45^\circ$, curgerea inversă (din măsurători)

Curbele astfel obținute, $c_{pmax} = c_{pmax}(\beta_s)$ pentru cele trei unghiuri de instalare și $c_{pmax} = c_{pmax}(t/l)$ pentru cei patru pași relativi ai rețelei, se sintetizează sub forma de grafice de tip $t/l = t/l(\beta_s)$, pe care se reprezintă curbele de $c_{pmax} = \text{constant}$, pentru curgerea directă și inversă, atât pentru extradosul cât și pentru intradosul profilului de tip DIB-024S, aflat în rețea.

În fig.6.15 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{d-e}}$, de pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, iar în fig.6.16 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{d-i}}$, de pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, la curgerea directă (rezultate din măsurători).

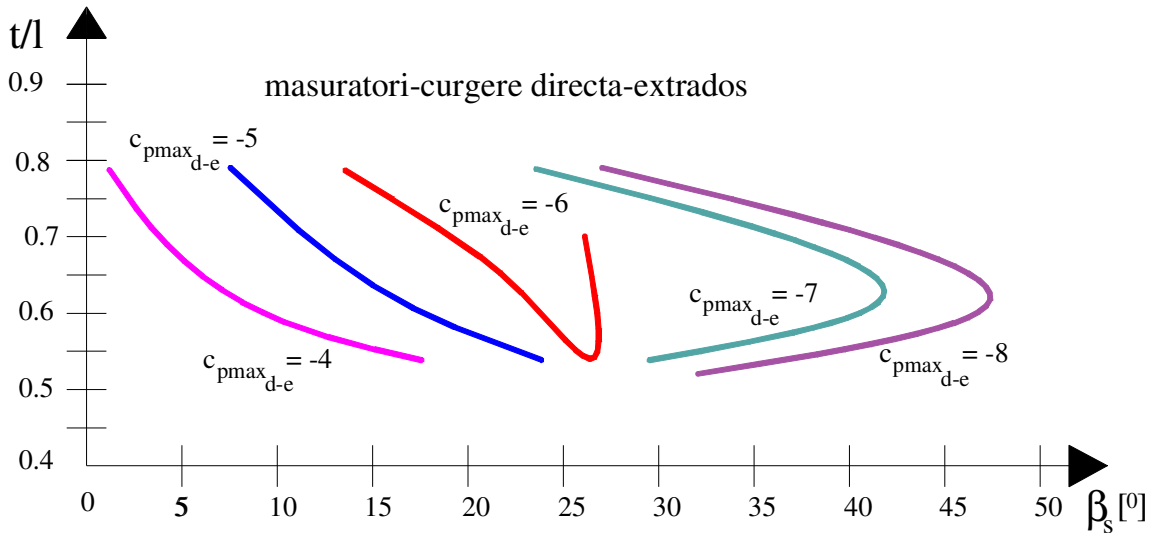


Fig.6.15 Curbele de $c_{p\max_{d-e}} = \text{const.}$, pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea directă (din măsurători)

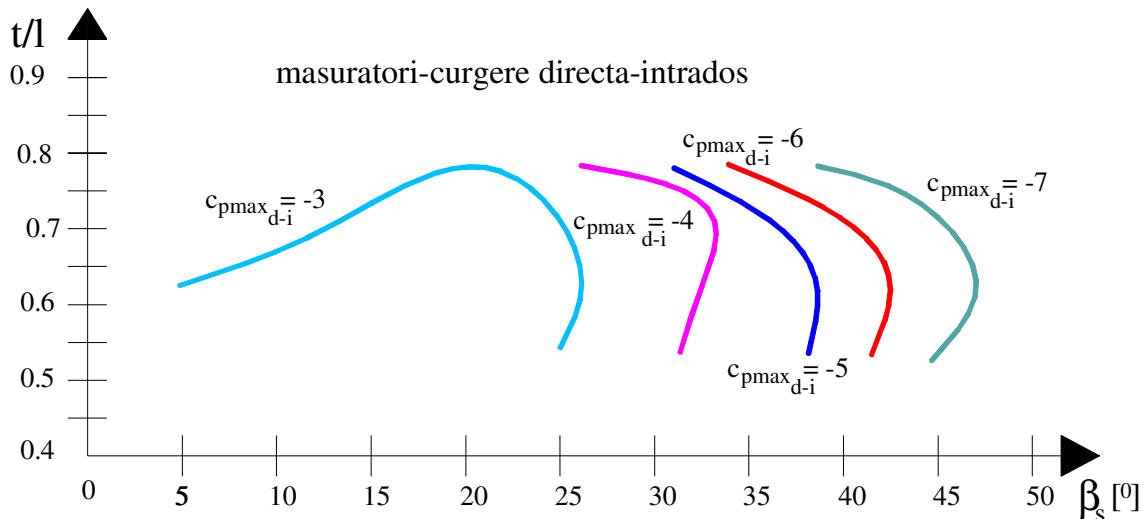


Fig.6.16 Curbele de $c_{p\max_{d-i}} = \text{const.}$, pe intradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea directă (din măsurători)

În fig.6.17 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{inv-e}} = \text{const.}$, de pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, iar în fig.6.18 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{inv-i}} = \text{const.}$, de pe intradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, la curgerea inversă (rezultate din măsurători).

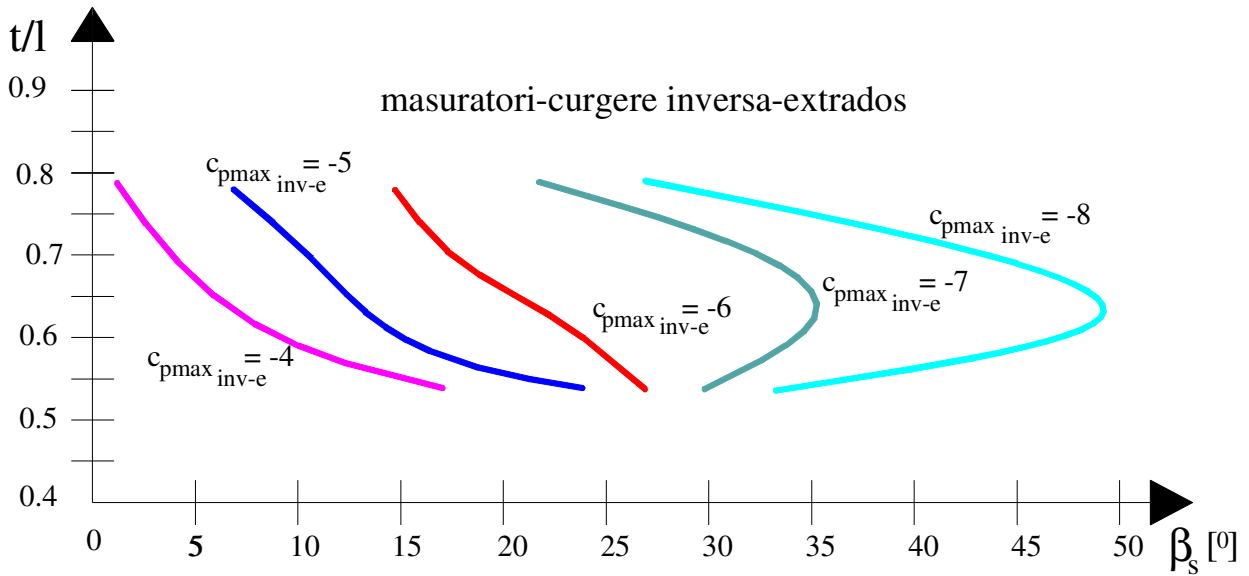


Fig.6.17 Curbele de $c_{p\max_{inv-e}} = \text{const.}$, pe extradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea inversă (din măsurători)

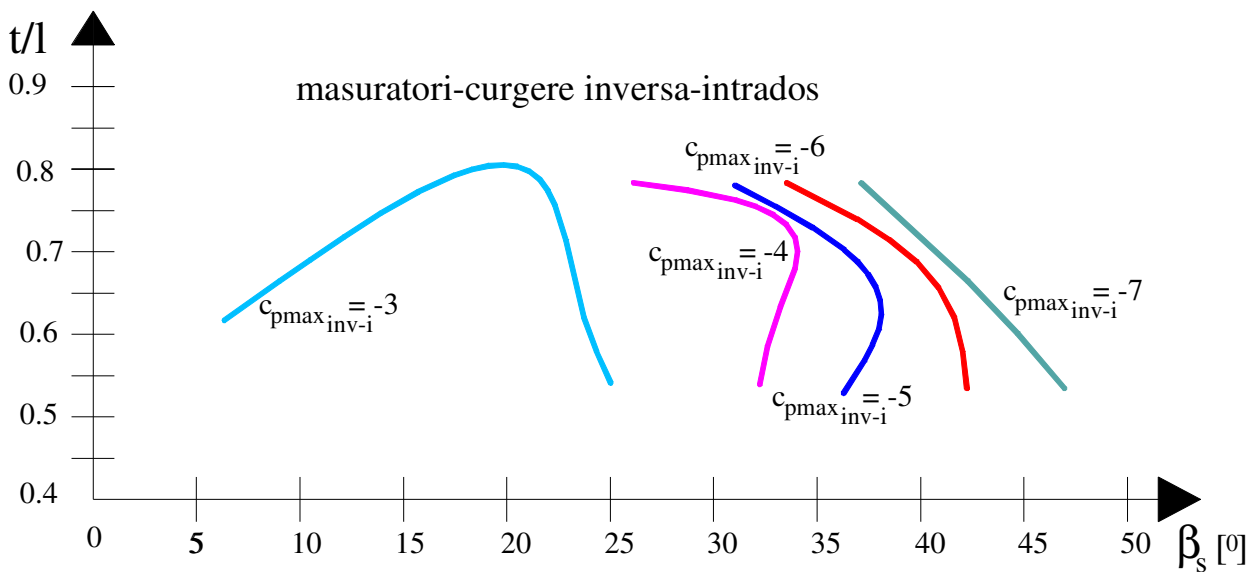


Fig.6.18 Curbele de $c_{p\max_{inv-i}} = \text{const.}$, pe intradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea inversă (din măsurători)

Pentru a compara rezultatele obținute pe cale experimentală, cu cele teoretice, au fost rulate programele de simulare numerică prin metoda elementului de frontieră, prezentate în cap.4.

Din analiza și prelucrarea graficele teoretice primare $c_{p\min} = c_{p\min}(l)$ și $v_{p\min} = v_{p\min}(l_{pr})$, s-au obținut graficele de tip $t/l = t/l(\beta_s)$, pentru curbe de $c_{p\max} = \text{constant}$, atât pentru curgerea directă cât și pentru curgerea inversă, de pe extradosul și intradosul profilului de tip DIB-024S în rețea.

În fig.6.19 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{d-e}} = \text{const.}$, de pe extradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, iar în

fig.6.20 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{d-i}} = \text{const.}$, de pe extradados profilului tip DIB-024S aflat în rețea, la curgerea directă (rezultate din teorie).

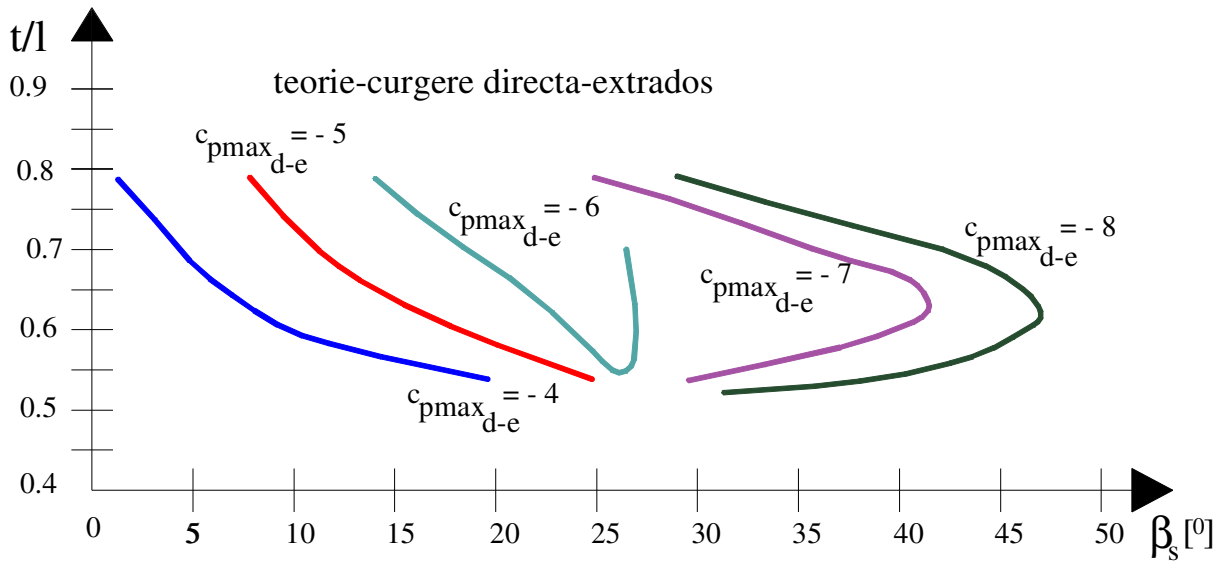


Fig.6.19 Curbele de $c_{p\max_{d-e}} = \text{const.}$, pe extradados profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea directă (din teorie)

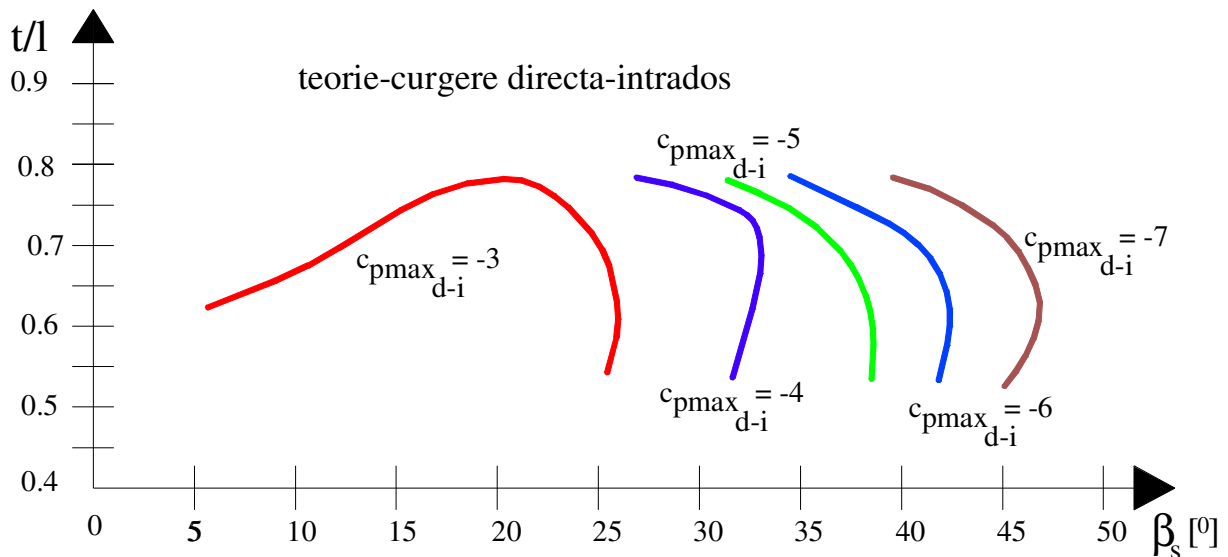


Fig.6.20 Curbele de $c_{p\max_{d-i}} = \text{const.}$, pe intradados profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea directă (din teorie)

În fig.6.21 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{inv-e}} = \text{const.}$, de pe extradados profilului tip DIB-024S aflat în rețea, iar în fig.6.22 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{inv-i}} = \text{const.}$, de pe intradados profilului tip DIB-024S aflat în rețea, la curgerea inversă (rezultate din teorie).

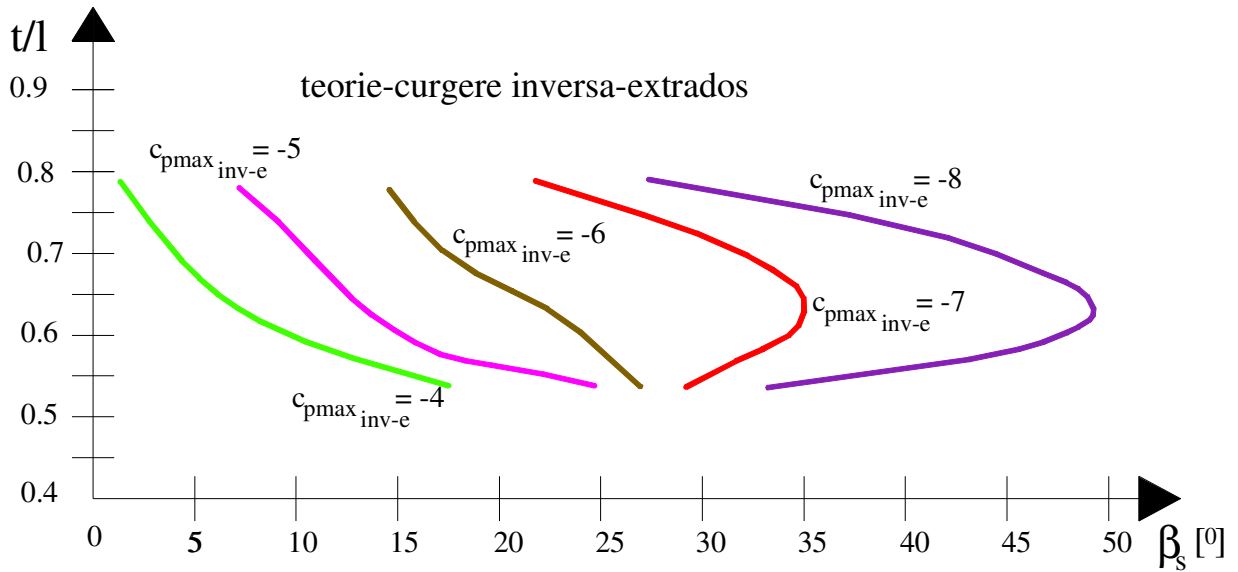


Fig.6.21 Curbele de $c_{p\max_{inv-e}} = const.$, pe extradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea inversă (din teorie)

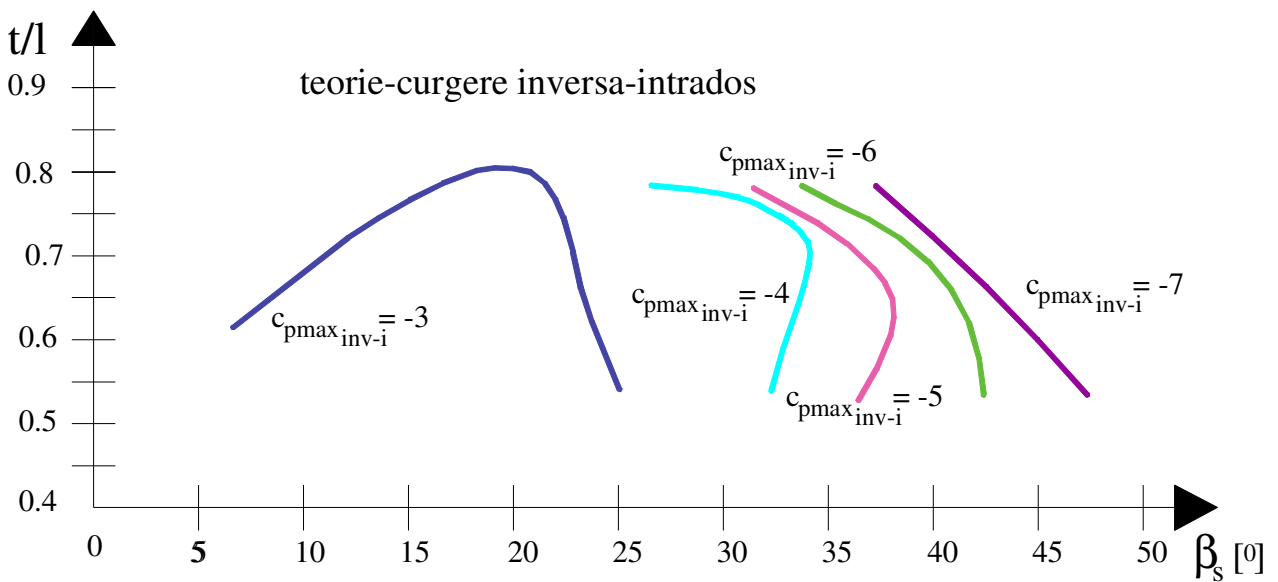


Fig.6.22 Curbele de $c_{p\max_{inv-i}} = const.$, pe intradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea inversă (din teorie)

6.2 COMPAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE CU CELE TEORETICE

Pentru a putea compara rezultatele obținute pe cale teoretică prin M.E.Fr., cu rezultatele experimentale obținute din măsurătorile efectuate în tunelul aerodinamic de strat limită și turbulență TSLT-40, pe rețeaua de profile cu profile de tip DIB-024S, graficele teoretice și cele experimentale obținute, de tip $t/l = t/l(\beta_s)$ pentru curbe de $c_{p\max} = constant$, au fost supapuse, atât pentru curgerea directă cât și pentru curgerea inversă.

În fig.6.23 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{d-e}} = \text{const.}$, de pe extradოსul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, iar în fig.6.24 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{d-i}} = \text{const.}$, de pe extradოსul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, la curgerea directă (rezultate comparate, prin suprapunerea rezultatelor teoretice – t, cu cele experimentale - exp).

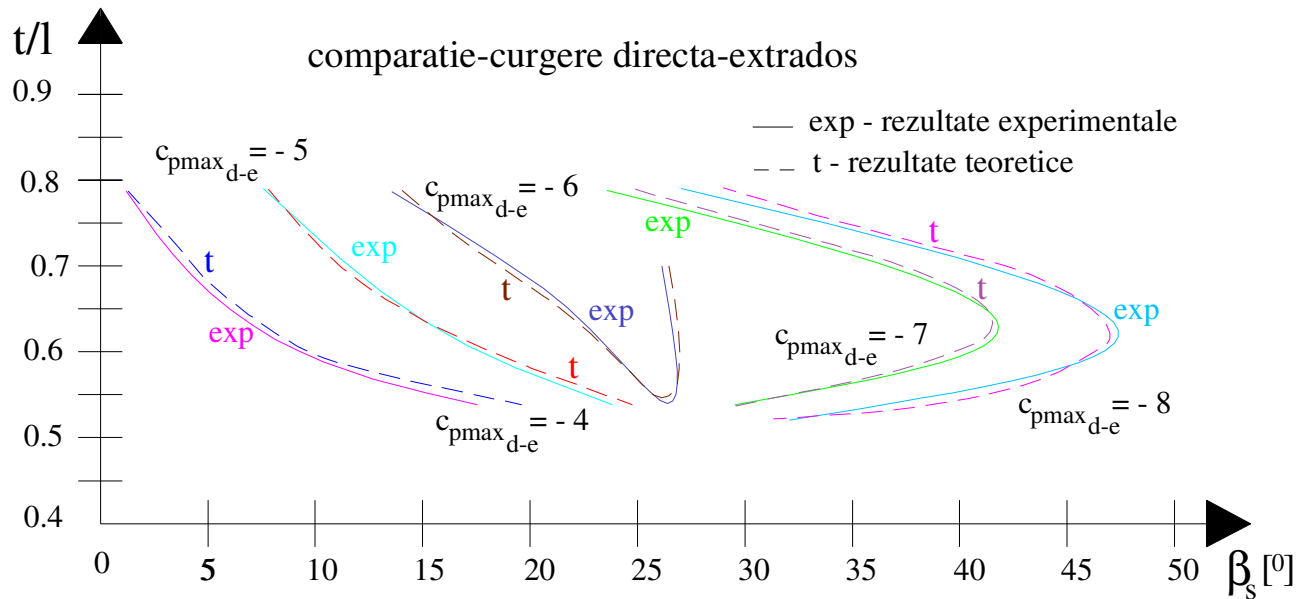


Fig.6.23 Curbele de $c_{p\max_{d-e}} = \text{const.}$, pe extradოსul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea directă (suprapunerea rezultatelor teoretice și experimentale)

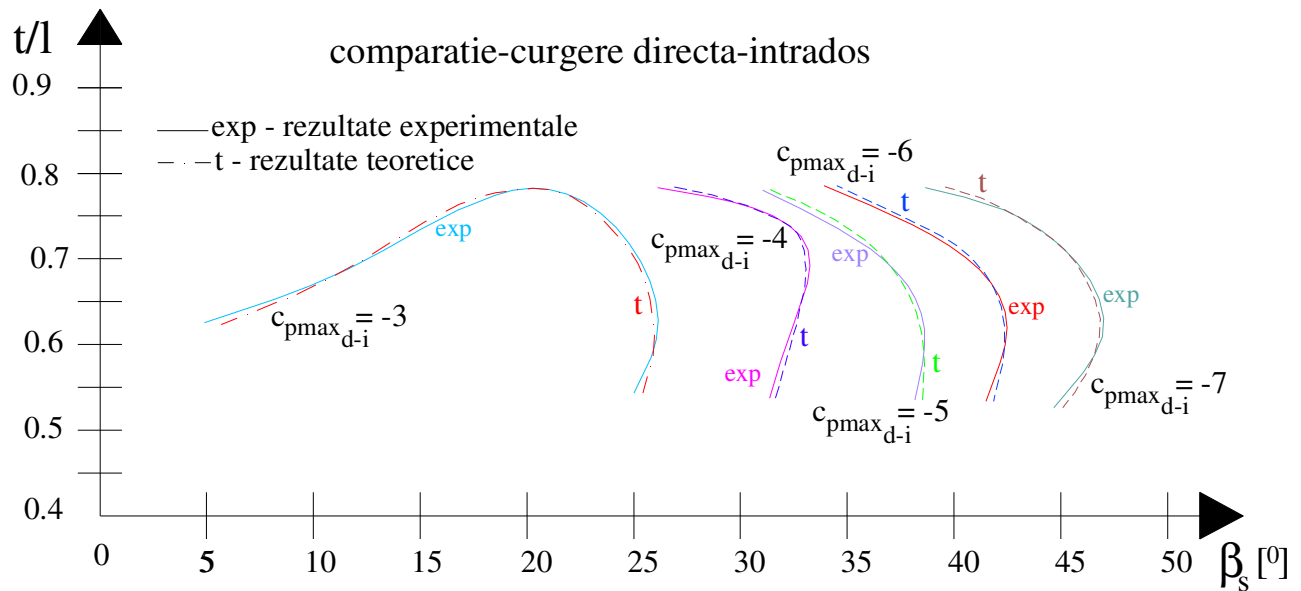


Fig.6.24 Curbele de $c_{p\max_{d-i}} = \text{const.}$, pe intradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea directă (suprapunerea rezultatelor teoretice și experimentale)

În fig.6.25 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{inv-e}} = const.$, de pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, iar în fig.6.26 sunt reprezentați coeficienții de presiune maximi de aceeași valoare $c_{p\max_{inv-i}} = const.$, de pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, la curgerea directă (rezultate comparate, prin suprapunerea rezultatelor teoretice – t, cu cele experimentale - exp).

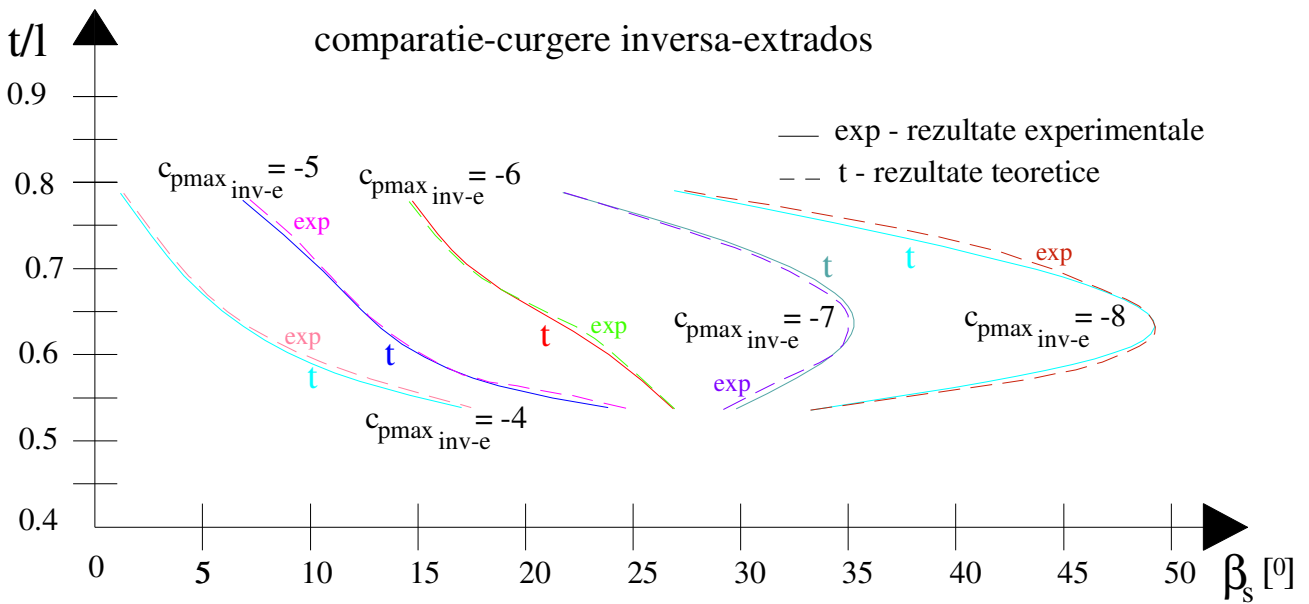


Fig.6.25 Curbele de $c_{p\max_{inv-e}} = const.$, pe extradadosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea inversă (suprapunerea rezltatelor teoretice și experimentale)

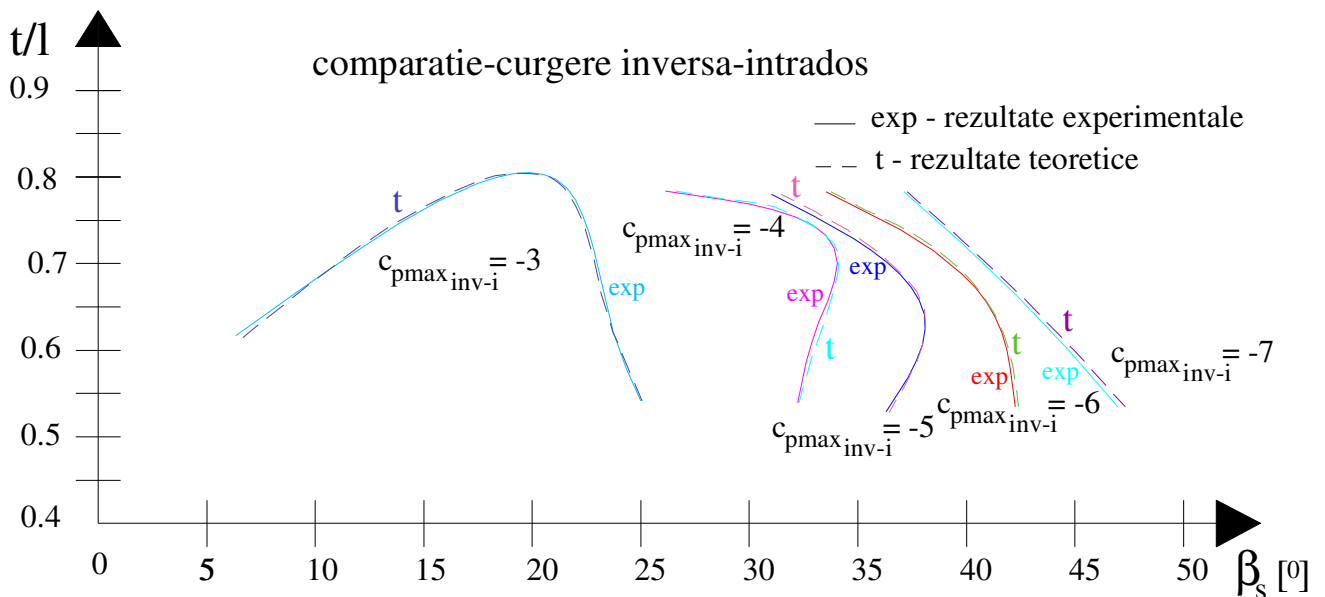


Fig.6.26 Curbele de $c_{p\max_{inv-i}} = const.$, pe intradosul profilului tip DIB-024S aflat în rețea, curgerea inversă (suprapunerea rezltatelor teoretice și experimentale)

Din analiza curbelor de tip $t/l = t/l(\beta_s)$ (pe care s-au reprezentat curbele de $c_{pmax} = \text{constant}$ - fig.6.23 și fig.6.24 pentru curgerea directă și fig.6.25 fig.6.26 pentru curgerea inversă), se poate observa că există o suprapunere relativ bună între calculele teoretice și cele rezultate din măsurători, atât pentru extradosul cât și pentru intradosul profilului de tip DIB-024S, aflat în rețea.

De remarcat că erorile relative, între curbele teoretice și cele experimentale, nu au valori mai mari de 10%, în general încadrându-se între valori cuprinse între 4% și 8%. Există și porțiuni unde curbele se suprapun.

Pentru curgerea directă, valorile curbelor $c_{pmax} = \text{constant}$ calculate din măsurători, au valori mai mici decât cele rezultate din calculele teoretice, pe extradosul profilului și invers pentru intradosul profilului. Diferențe mai mari sunt la valori mai mici a pasului relativ t/l . Cele mai bune suprapuneri, după cum se observă de pe grafice, le prezintă curbele de $c_{pmax} = -5$ - pentru extradosul și $c_{pmax} = -4$ și $c_{pmax} = -6$ - pentru intradosul profilului de tip DIB-024S, aflat în rețea (fig.6.23 și respectiv fig.6.24).

Pentru curgerea inversă, valorile curbelor $c_{pmax} = \text{constant}$ calculate din măsurători, au valori mai mari decât cele rezultate din calculele teoretice, pe extradosul profilului și în general, invers pentru intradosul profilului. Diferențe mai mari sunt spre valori mai mari a unghiului de instalare β_s . Cele mai bune suprapuneri, după cum se observă de pe grafice, le prezintă curbele de $c_{pmax} = -5$ - pentru extradosul și $c_{pmax} = -3$ și $c_{pmax} = -5$ - pentru intradosul profilului de tip DIB-024S, aflat în rețea (fig.6.25 și respectiv fig.6.26).

7. CONCLUZII, CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI PERSPECTIVE DE CERCETARE

Studiul rețelelor de profile a avut mult timp un caracter predominant experimental, datorită dificultăților legate de rezolvarea ecuațiilor de mișcare cu metodele analitice. O dată cu dezvoltarea mijloacelor de calcul, au apărut metodele numerice, în evoluție continuă. Problema rezolvării curgerii prin rețelele de profile, prin metode numerice, reduce problema la rezolvarea unor sisteme de ecuații, liniare sau nu, cu ajutorul calculatorului.

Dezvoltarea hidroenergiei, necesitatea de stocare a energiei hidraulice, a dus la construcția hidrocentralelor cu funcționare reversibilă. Pentru aceasta, a fost nevoie de profile care să genereze mașini hidraulice cu funcționare, atât în regim de turbinare cât și în regim de pompare, la randamente ridicate. Au apărut astfel, profilele în “S”, profile (rețele de profile) care au constituit studiul principal al acestei teze.

7.1 CONCLUZII

Concluziile rezultate în urma studiului curgerii prin rețele de profile în “S” de tip DIB-024S, pot fi rezumate la următoarele:

- ✚ profilelor aerohidrodinamice pot fi generate în două moduri: experimental (sintetic, empiric) și teoretic (analitic); cele mai cunoscute și folosite profile în aerohidrodinamică sunt profilele de tip Göttingen și NACA;
- ✚ grosimea reală a profilelor este determinată de modul de definire a profilelor; astfel, grosimea profilelor de tip Göttingen, este definită simplu, ca diferență (perpendicular pe coardă) între valoarea ordonatelor de pe extradados și intrados; în schimb, la profilele de tip NACA, grosimea diferă puțin în raport cu diametrul cercului înscris în profil cu centrul pe schelet (între intrados și extradados - dat de NACA); conturul cercului nu mai este tangent la funcția de grosime; această grosime este sub 0.14 %, mai mică la profilele subțiri (de tip NACA4412) și mai mare la profilele groase; astfel, la profilele de tip NACA4424, diferența de grosime crește aproximativ de 60 de ori în preajma bordului de atac și de 45 de ori în preajma grosimii maxime a profilelor, față de profilele NACA4412;

- ✚ s-au determinat condițiile de generare a două tipuri de profile în “S”; profilele parabolice și profilele Betz-Keune:
 - ❖ scheletul profilelor parabolice studiate s-a obținut din ecuația unei parabole, prin împărțire la o funcție liniară; acest schelet a fost îmbrăcat cu o elipsă, din care s-a generat un profil; s-au stabilit condițiile în care, funcție de coeficienții parabolei și a ecuației liniare, scheletul devine un schelet în “S”; variind acești parametri, s-au generat trei profile în “S” și unul în formă de arc de cerc, calculându-se limitele acestor parametri;
 - ❖ profilele Betz-Keune s-au generat prin transformarea conformă a autorilor, a cercului generator, în profil; transformarea Betz-Keune, depinde de patru parametri, a căror valoare, în anumite condiții pot genera profile în ”S”; s-a studiat variația acestor parametri (menținându-se trei constanți și unul variabil); în urma acestui studiu, s-au stabilit valorile acestor parametri și s-a întocmit un tabel cu valorile limită a parametrilor, pentru care se generează profile în “S”;
- ✚ metodele analitice – care au fost utilizate cel mai des - de rezolvare a curgerii în jurul rețelelor de profile sunt: metoda transformărilor conforme, metoda singularităților și metoda ecuațiilor integrale; aceste metode au necesitat un volum de muncă mare, fiind laborioase;
- ✚ metodele numerice de rezolvare a curgerii în jurul rețelelor de profile, care au fost studiate sunt: metoda elementului finit și metoda elementului de frontieră; aceste metode au putut fi aplicate datorită în special, tehnicii de calcul existente; pentru metoda elementului de frontieră, s-a efectuat o aplicație numerică de rezolvare a unei rețele de profile NACA;
- ✚ au fost întocmit programe de calcul pentru simularea curgerii în jurul rețelelor de profile, prin metoda elementului de frontieră;
 - ❖ în prima parte s-a stabilit metoda elementului de frontieră cu elemente liniare, în care se arată modul de rezolvare a ecuației Laplace atât pe domeniul continuu, cât și în punctele unghiulare;
 - ❖ în continuare a fost concepută organigrama programelor de calcul a simulării mișcării plane în jurul rețelelor axiale de profile în „S” de tip DIB-024S, generate din profile de tip NACA; prin aplicarea M.E.Fr, se determină: coordonatelor profilului (schelet și conturul profilului), bordului de fugă rotunjit cu o elipsă și racodarea elipsei la bordul de fugă a profilelor, a domeniul de analiză și a datelor în vederea trasării funcțiilor ψ și φ și a câmpurilor de viteze și coeficienți de presiune, pe contur și în domeniul de analiză;
- ✚ stabilirea subrutinelor folosite în cadrul programului și a programelor de reprezentare grafică a rezultatelor;

- ✚ realizarea programelor pentru aplicarea M.E.Fr., la simularea curgerii în jurul rețelelor de profile; acestea s-au aplicat pentru construcția unei palete de rotor reversibil în “S”, generat din o paletă reversibilă proiectată prin metoda portanței; au fost introduse în program, viteza la intrare și elementele geometrice ale rețelei, acesta calculând câmpul hidrodinamic, de viteze și de coeficienți de presiune, precum și viteza la ieșire și circulația;
- ✚ pentru cele opt secțiuni ale paletei, au fost calculate regimurile de curgere atât pentru curgerea directă cât și pentru curgerea inversă; prezentarea rezultatelor s-a efectuat în formă grafică (pentru fiecare secțiune) a: desenului scheletului și conturului profilului în “S” (generat din profile de tip NACA), cu bordul de atac și de fugă mărit; domeniului de analiză; câmpului hidrodinamic al rețelei profilelor reversibile; câmpului de viteze și a coeficientului de presiune de pe frontiera profilului reversibil; câmpului de viteze și a coeficientului de presiune de pe frontiera profilului reversibil, din zona bordului de atac și a bordului de fugă și câmpului de viteze și a coeficientului de presiune în domeniul de analiză, a rețelei în “S”;
- ✚ în final a fost construită paleta, care a fost prezentată în formă grafică, în vedere frontală și axială, cu liniile de nivel de pe extradados și intrados;
- ✚ măsurătorile dintr-o rețea de profile în “S”, în tunelul aerodinamic de strat limită și turbulență, TASL-40, din Laboratorul de aerodinamică, al Laboratorului de Mașini Hidraulice din Timișoara, s-au efectuat pe conturul unui profil central din rețea de profile în “S”; s-au efectuat măsurători de presiune pentru patru pași ai rețelei, pentru fiecare pas al rețelei au fost realizate patru valori ale vitezei;
- ✚ rezultatele măsurătorilor au fost prezentate sub formă grafică a curbelor primare; acestea sunt, valori ale vitezei și ale coeficientului de presiune de pe extradadosul și intradosul conturului profilului aflat în rețea, în funcție de coarda acestuia; forma grafică de prezentare, a condus la următoarele concluzii: punctele măsurate prin calcularea valorilor vitezelor, se aliniază bine în lungul curbelor obținute; același lucru se poate spune de valorile coeficienților de presiune, atât pentru curgerea directă cât și pentru curgerea inversă; sunt însă și puncte în care există salturi de viteză; acestea sunt în apropierea bordului de atac și de fugă (mai aproape sau mai departe, funcție de mărimea vitezei curentului amonte și a unghiului de instalare); pentru extradadosul profilului, pot exista salturi la o distanță de aproximativ 30% de bordul de atac, iar pentru intradosul profilului, la o distanță de aproximativ 70% față de bordul de atac;
- ✚ din curbele experimentale primare $v_p = v_p(l_{pr})$ și $c_p = c_p(l_{pr})$, s-au calculat și reprezentat diagrame sintetice $t/l = t/l(\beta_s)$ – peste care s-au suprapus curbe ale coeficienților de presiune maximi constanți $c_{p_{max}} = \text{const}$ - atât pentru

extradosul cât și pentru intradosul profilului de tip DIB-024S; din compararea rezultatelor experimentale cu cele teoretice; respectiv prin analiza și compararea curbelor sintetice de tip $t/l = t/l(\beta_s)$ - realizate pentru coeficienți de presiune maximi constanți - a rezultat o suprapunere relativ bună a curbelor calculate teoretic, cu cele obținute pe cale experimentală (abaterea relativă a curbelor este de maxim 10%); în general erorile se încadrează între valori cuprinse între 4% și 8%; există și porțiuni unde curbele se suprapun.

7.2 CONTRIBUȚII ORIGINALE

Principalele contribuții originale aduse de această teză se pot rezuma astfel:

1. Studiul asupra grosimii profilelor NACA, legat de modul de generare a acestor profile, din care reiese faptul că, grosimea profilelor definite după NACA diferă puțin în raport cu diametrul cercului înscris în profilul centrul pe schelet. Anume, sub 0.14 %, mai mic la profilele subțiri și mai mare la profilele groase. De asemenea, din studiul efectuat, reiese că la profilele groase de tip NACA4424, diferența de grosime crește aproximativ de 60 de ori în preajma bordului de atac și de 45 de ori în preajma grosimii maxime a profilelor, față de profilele subțiri NACA4412.

2. Generarea profilelor din ecuația unei parabole împărțită la o funcție liniară, prin îmbrăcarea scheletului astfel obținut, cu o elipsă. Stabilirea condițiilor și a valorilor celor doi parametri, pentru obținerea profilelor în "S".

3. Modul de obținere a profilelor, prin transformarea conformă Betz-Keune, a cercului generator în profil. Transformarea conformă Betz-Keune, depinde de patru parametri. În funcție de valorile acestor parametri, în anumite condiții se pot genera profile în "S". S-au variat acești parametri unul câte unul și în final s-a întocmit un tabel, din care reies valorile limită pentru care prin această transformare se generează profile în "S".

4. Realizarea unui model matematic de rezolvare a ecuației Laplace atât pe domeniul continu, cât și în punctele unghiulare, prin metoda elementului de frontieră cu elemente liniare.

5. Realizarea de programe de calcul, pe baza modelului matematic de rezolvare a ecuației Laplace prin metoda elementului de frontieră cu elemente liniare, pentru simularea curgerii într-o rețea axială de profile. Cu ajutorul acestor programe, se pot genera pentru orice rețea de profile (la care se cunosc proprietățile geometrice ale profilelor): coordonatele profilului (schelet și conturul profilului generat, inclusiv a profilelor în "S"), bordul de fugă rotunjit cu o elipsă și racodarea elipsei la profilul generat, domeniul de analiză, câmpul hidrodinamic, câmpurile de viteze și a coeficienților de presiuni pe contur și în domeniul de analiză.

6. Realizarea unei palete în “S” de tip DIB-024S – generată din profile de tip NACA - pe baza programelor de calcul întocmite. Pentru această paletă, s-au trasat grafic, pe baza calculelor efectuate: vederea frontală și vederea axială, cu trasarea liniilor de nivel de pe extradados și intrados.

7. Efectuarea de măsurători în tunelul aerodinamic de strat limită și turbulență TSLT-40, din Laboratorul de aerodinamică al Laboratorului de Mașini Hidraulice din Timișoara, într-o rețea de profile în “S” de tip DIB-024S. Rezultatele măsurătorilor sunt generate sub formă grafică și sunt valori ale vitezei și ale coeficientului de presiune de pe extradadosul și intradosul conturului profilului (inclusiv bordul de atac și de fugă) aflat în rețea, în funcție de coarda acestuia.

8. Prelucrarea rezultatelor primare, respectiv a curbelor $v_p = v_p(l_{pr})$ și $c_p = c_p(l_{pr})$, obținute teoretic și experimental, a condus realizarea de curbe sintetice de tipul $t/l = t/l(\beta_s)$ – peste care s-au suprapus curbe ale coeficienților de presiune maximi constanți $c_{p_{max}} = \text{const}$ - curbe calculate și prezentate grafic.

9. Compararea rezultatelor obținute pe cale teoretică, cu cele experimentale obținute din măsurători, pentru un profil în “S” de tip DIB-024S, situat într-o rețea axială de profile. Din analiza curbelor sintetice calculate $t/l = t/l(\beta_s)$ – peste care au fost suprapuse curbe ale coeficienților de presiune maximi constanți $c_{p_{max}} = \text{const}$ - a rezultat o estimare relativ bună a curbelor calculate teoretic, față de cele obținute pe cale experimentală (estimarea a fost calculată cu o abatere de maxim 10% a curbelor teoretice față de cele obținute pe cale experimentală). În general erorile se încadrează între valori cuprinse între 4% și 8%. Există și porțiuni unde curbele se suprapun.

7.3 PERSPECTIVE DE CERCETARE

Lucrarea este doar o modestă contribuție, privind studiul curgerii în jurul profilelor aerohidrodinamice aflate într-o rețea axială. Ținând cont de tematica abordată, se întrevăd următoarele direcții de cercetare:

- perfecționarea programelor existente de simulare a curgerii prin metoda elementului de frontieră, în sensul de compactare și intervenții mai puține a operatorului;
- calculul și realizarea unui profil în “S” de tip DIB-024S și încercarea acestuia în rețea, pentru a vedea influența poziționării inflexiunii scheletului;
- perfecționarea sistemului de achiziții de date, prin construcția unei interfețe și a unor traductoare de presiune, în vederea achiziționării, conducerii și vizualizării pe calculator, a măsurătorilor experimentale.



Facultatea de Mecanică, Timișoara



Universitatea "POLITEHNICA" din Timișoara

BIBLIOGRAFIE

1. Abbot H. Ira, Von Doenhoff E. Albert – Theory of Wing Sections, Dover Publications, Inc., vol. I, II, New York, 1959.
2. Abou El-Swcud M.S. - Numerische Behandlung von schwach Integralgleichungen erster Art. Dissertation, Technische Hochschule Darmstadt Germany, 1979.
3. Abramovitz M., Stegun I.A - Handbook of Mathematical functions, Dover, 1968.
4. Aleksidze M.A. - The Solution of Boundary Value Problems with the Method of the Expansion with Respect to North normal functions, Nauka, Moscow, Russian, 1978.
5. Aleynikov S ., Sedaev A. – Implementation of dual grid technique in BEM analysis of 3D contact problem, Computer Asisstant Mechanics and Engineering Sciences, vol.7, nr.2, p.167- 184, Polish Academy of Sciences, 2000.
6. Ames W.F. - Numerical Methodes for Partial Differential Equations, 2-nd edition, Academic Press, New York, 1977.
7. Ancona I., Comte A. - Calcule de champs de ecoulement dans une turbine Kaplan et calcul des contraintes dans les pales, La Houille Blanche, 7/8, 1982.
8. Angheluță Th, - Curs de teoria funcțiilor de o variabilă complexă, Editura Tehnică, București, 1957.
9. Anton I. – Turbine hidraulice, Editura Facla, Timișoara, 1979.
10. Anton I., Câmpean V., Carte I. N. – Hidrodinamica turbinelor Bulb și a turbinelor – pompe Bulb, Editura Tehnică, București, 1988.
11. Anton I. , Dobândă V. - Catalog de profile aerohidrodinamice, Editura I.P.T., Timișoara, 1985.
12. Anton I., Ancușă V., Resiga R. – Proceedings of the workshop on Numerical Simulation for Fluid Mechanics and Magnetic Liquids, ISBN 973-8109-2-70 -1, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2001.
13. Anton I., Resiga R., Sofonea V., Bernad S., Muntean S. – Proceedings of the workshop on Numerical Methods in Fluid Mechanics and Fluent Application, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, May 22-23, 2003.
14. Anton I., Carte I. N., Ludescher H. – The boundary element method in the determination of the velocity and pressure field on axial profile cascade

- boundary, Serie de Mécanique Appliquée, Tome 35, nr. 5-6, sept. –dec, pag. 393-407, Editura Academiei Române, 1990.
15. Anton I., Carte I. N. – The finite element method and the boundary element method in hydrodynamics of axial profile cascades in hydroturbo, vol. I, Proceeding of the International Conference Hydroturbo 89 on Hydrodynamic machines in power engineering Brno, pag. A11-A19, Czechoslovakia, 1989.
 16. Anton I. & Carte I. N. – The Modern Numerical Method in the Fluid Mechanics, Peak Computation Techniques in the Perspective of Turbomachines Improvement, Memoriile secțiilor științifice, seria IV, tomul XII, nr.1,1989, Editura Academiei Române, București, 1991.
 17. Anton V. - Cercetări experimentale privind influența geometriei unor rețele de profile asupra caracteristicilor lor energetice și cavitaționale – Teză pentru obținerea titlului de doctor inginer – Timișoara, 1972.
 18. Atkinson K.E. – A Survey of Numerical Methods for the Solution of Fredholm Integral Equations of the Second Kind, SIAM, 1976.
 19. Aubin J.P. - Approximation, of elliptic Boundary Value Problems, Wiley Interscience, New York, 1972.
 20. Baciú I.D. - Some experimental tests for axial cascades of reversible profiles, Lucrările celei de a patra conferințe a hidraulicilor din România, 2006, vol.I, pag.21-28, ISBN 973-718-486-6, 978-973-718-486-3.
 21. Baciú I.D. - Experimental tests in wind tunnel for an axial cascade of reversible profiles, Hidraulică, Revista de hidraulică –pneumatică – ungere centralizată – mecatronica, nr.1 (18), mai 2006, Editată de Institutul de cercetări pentru hidraulică și pneumatică, ISSN / 1453 – 7303, serie nouă, pag. 39-42.
 22. Baciú I.D. Bărglăzan M. - About finite cascade of profiles with reversible operation, Hervex, Inoe, Institutul de cercetări pentru Hidraulică și Pneumatică, Camera de Comerț și Industrie Vâlcea, noiembrie 2006 ISSN 1454-8003, Ediția XIV-a, pag.89-93.
 23. Baciú I.D. Bărglăzan M. - Influența razei cercului generator asupra generării profilelor Betz-Keune în formă de S, HERVEX, modernizări și produse noi, transfer tehnologic, Ediția a XIII-a, Editat de INOE 2000 – Institutul de cercetări pentru hidraulică și pneumatică, Camera de Comerț și Industrie Vâlcea, ISSN 1454-8003, p. 448-495, noiembrie 2005.
 24. Baciú I.D., Bărglăzan M., Bordeașu I., Dobândă E., Bădărău R. - Contribuții asupra generării profilelor Betz-Keunne, Știință și inginerie, vol.8, Lucrările celei de a V-a Conferințe Naționale multidisciplinare, SEBEȘ 2005, pag.79-84, Editura Agir, București 2005, ISBN 973-8130-82-4, ISBN 973-720-015-2.
 25. Baldur R. – Theoretical Design of a High-Head Axial-Flow Reversible Pump-Turbine, Transactions of the ASME series, Journal of Engineering for Power, January 1964, p. 84-88.

26. Banerjee P.K., Butterfield, R. - Boundary Element Methods in Engineering Science, Mc Graw Hill, London, New-York, 1981.
27. Bărglăzan M. – Turbine hidraulice și transmisii hidrodinamice, Editura Politehnica, Timișoara, 1999.
28. Bărglăzan M., Baciuc I.D. – About Thickness of Aero-Hydrodynamic Profiles, Știință și inginerie, vol.8, Lucrările celei de a V-a Conferințe Naționale multidisciplinare – cu participare internațională – Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești, SEBEȘ, 2005, pag. 79-84, Editura Agrir, București 2005, ISBN 973-8130-82-4, ISBN 973-720-015-2.
29. Bărglăzan M. – Măsurări hidraulice și pneumatice, Centrul de multiplicare al Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Timișoara, 1982.
30. Blumenthal O. – Über die Druckverteilung längs Joukowsky'scher Tragflächen, ZFM Bd. 4 (1913), S. 125 – 130.
31. Brătianu C. - Metode cu elemente finite în dinamica fluidelor, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1983.
32. Brebbia C.A. - Fundamental of Boundary Elements, New Development in Boundary Element Methods, Proceedings of the Second International Seminar on Recent Advances in Boundary Element Methods, CML Publications, p. 3-33, 1980.
33. Brebbia C.A. - The Boundary Element Method for Engineers, Pentech Press, London, 1978.
34. Brebbia C.A. – New developments in boundary element methods, CML Publications, 1980.
35. Brebbia C.A. - Recent advances in boundary element methods, Pentech Press, London, 1979.
36. Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C. - Boundary Element Techniques, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, pag. 47-107, New-York, Tokyo, 1984.
37. Brebbia C.A., Walker S. – Boundary Element Techniques in Engineering, Newnes- Butterworths, London, 1980.
38. Brebbia C.A. - Boundary Element Techniques in Computer-Aided Engineering, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Boston, Lancaster, 1984, ISBN 90-247-3065-1.
39. Bring U., Kreienmeyer M., Peters K., Stein K. – Aspects of Trefftz' Method in BEM and FEM and their coupling, Computer Assistant Mechanics and Engineering Sciences, vol.4, nos.3/4, p. 327-344, Polska Akademia Nauk, 1997.
40. Bukushinskii A.B. - A Numerical Method for Solving Fredholm Integral Equations of the First Kind, Zh, Vychisl Mat. Fiz., 5, 4 : 744-749, 1965.
41. Caldwell J. – Solution of the Dirichlet Problem using the reduction to Fredholm integral equations, Proceedings of the Third International Seminar, Section V –

- Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.504-517, Irvine, California, July 1981.
42. Carafoli E., Oroveanu T – Mecanica fluidelor vol. I, II, Editura Academiei Republicii Populare Române, București, 1952, 1955.
 43. Carafoli E., Constantinescu V.N. – Dinamica fluidelor Incompresibile, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1981.
 44. Carlos A.F. – Interfacing finite element and boundary element Discretizations, Proceedings of the Third International Seminar, Section V – Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.541-551, Irvine, California, July 1981.
 45. Carte, I.N., Baciuc I.D. – Velocity and pressure field on the profile boundary of the reversible profile cascades, Fifth International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics., vol.I October 2000, pag.23-30, Timișoara, România.
 46. Carte, I.N. - Contribuții la studiul rețelelor de profile radial-axiale și utilizarea lor în proiectarea rotorilor turbinelor Francis, Teza de doctorat, Timișoara 1986.
 47. Carte, I.N. - The Determination of the Plane Potential Motion Round the Profile Cascades through the Element Method, Mecanique applique, Tome 30, No. 2, 3, Editura Academiei R.S.R, 1985.
 48. Carte, I.N. - The Determination of the Hydrodynamic Field through the Francis Turbine Impellers Using the Finite Element Method, Hydroforum 85, Problems of Hydraulic Machinery, Gdansk, 1985.
 49. Carte, I., Ludescher, H. - Realizarea unui program pentru rezolvarea complexă a mișcării în jurul rețelelor de profile axiale prin metoda elementului finit, Conferința de mașini hidraulice și hidrodinamică, vol. 1, Timișoara, 1985.
 50. Carte I.N. – The finite element method in the Hydrodynamics of turbomachines, Seminarul de mecanică, p. 55- 113, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Timișoara, 1987.
 51. Carte I. N. – BFEM in hydrodynamic of reversible axial profile cascades, Lucrările primei Conferință a hidroenergeticienilor din România, 26-27 mai 2000, pag.291-298, Universitatea "Politehnica" București, Catedra de hidraulică și mașini hidraulice, București, 2000.
 52. Carte I., N. – An Analysis of the Kutta-Jukovski-Carafoli Condition an Axial Profile Cascades Using the Boundary Element Technology, VI, Brebbia C. A. (ed), Computational Mechanics Publication, pag. 51-61, 1991.
 53. Carte I. N. – Hidraulică și mașini hidraulice, Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, partea I-a, Timișoara, 1985.
 54. Carte I. N. – Hidraulică și mașini hidraulice, Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, partea II-a, Timișoara, 1986.
 55. Chang I. C., Torres J. F., Tung C. – Geometric Analysis of Wing Sections, NASA Technical Memorandum 110346, April 1995.

56. Chiu W. T. – Object oriented programming and applications of boundary element method in ground vehicle aerodynamics, *Computer Assistant Mechanics and Engineering Sciences*, vol.7, nr.2, p.185- 193, Polish Academy of Sciences, 2000.
57. Chorin A.J., Marsden J.E. – *A Mathematical Introduction to Fluid Mechanics*, Springer Verlag, New York, 1979.
58. Chung T.J.-*Finite Element Analysis in Fluid*, Mc. Graw-Hill, New-York, 1978.
59. Constantinescu V.N., Găletușe Șt. – *Mecanica fluidelor și elemente de aerodinamică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
60. Cramariuc R. – *Transformări conforme în fizică și electrotehnică*, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1984.
61. Curran D.A.S., Lewis B.A., Cross M. – *Numerical Solution of the Diffusion Equation by a Potential Method*, *Proceedings of the Third International Seminar, Section I – Potential and Fluid Flow Problems*, p.26-33, Irvine, California, July 1981.
62. Dancea I, - *Programarea calculatoarelor numerice pentru rezolvarea problemelor cu caracter tehnic și de cercetare științifică*, Editura Dacia, Cluj, 1973.
63. Dani E. – *Elemente de programare liniară*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971.
64. Dănăilă S., Berbente C. – *Metode numerice în dinamica fluidelor*, Editura Academiei Române, ISBN 973-27-0958-8, București, 2003.
65. Diab A. S. – *The natural boundary conditions as a variational basis for finite element methods*, *Computer Assistant Mechanics and Engineering Sciences*, vol.8, nr.2/3, p.213- 226, Polish Academy of Sciences, 2001.
66. Dorn W. S., Mc Cracken – *Metode numerice cu programare în fortran IV*, Editura Tehnică, București, 1976.
67. Dragoș I. – *Principiile mecanicii mediilor continue*, Editura Tehnică, București, 1983.
68. Futagami T. – *Boundary Element & Liniar Programming Method in Optimization of Partial Differential Equation Systems*, *Proceedings of the Third International Seminar, Section V – Numerical Techniques and Mathematical Principles*, p.457-471, Irvine, California, July 1981.
69. Futagami T. - *Finite Element & Liniar Programming Method and Water Pollution Control*, *Proceedings of 16th Congress of the International Association for Hydraulics Research*, vol. 3, c7, p.54-61, 1975.
70. Gallagher R.H., Oden J.T., Zienkiewicz O.C. – *Finite elements in fluids – volume I*, J. Wiley & sons, Chicago, New York, Sydney, Toronto, 1978, ISBN 0-471-29045-9.

71. Gallagher R.H., Oden J.T., Zienkiewicz O.C. – Finite elements in fluids – volume II, J. Wiley & sons, Chicago, New York, Sydney, Toronto, 1978, ISBN 0-471-29046-7.
72. Galeriu C. D. – Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile, Îndrumător de laborator, partea I-a, II-a, Institutul Politehnic ”Traian Vuia” Timișoara, Timișoara, 1985, 1986.
73. Gârbea D. – Analiză cu elemente finite – Aplicații pe microcalculatoare, ISSN 973-310211-3, Editura Tehnică, București, 1990.
74. Gostelow J. P. – Cascade Aerodynamics, Oxford, New York, Toronto, Paris, Pergamon Press 1984.
75. Gourgeen H., Herrera I. – Boundary Methods. C- Complete Systems for the Biharmonic Equations, Proceedings of the Third International Seminar, Section V – Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.431-441, Irvine, California, July 1981.
76. Groenenboom H.L. – The application of boundary elements to steady and unsteady potential fluid flow problems in two and three dimensions, Proceedings of the Third International Seminar, Section I – Potential and Fluid Flow Problems, p.37-52, Irvine, California, July 1981.
77. Glowinsky R., Pironneau O. - On Numerical Methods for the Stokes Problem, Chapter 13 of Energy Methods in Finite Element Analysis, R. Glowinsky, Rodin E.Y. and Zienkiewicz, Edition Wiley and sons, 1978.
78. Hackbusch W. – Introduction to Multi-grid Methods for the Numerical Solution of Boundary Value Problems, Multigrid Methods Proceeding, p. 46-92, Köln, 1985.
79. Hayes J. G. – Numerical Approximation to Functions and Data – Published for The Institute of Mathematics and its Applications, by the Athlone Press, University of London, 1970.
80. Herrera I. - Theory of Connectivity: A Systematic Formulation of Boundary Element Methods, Applied Mathematical Modeling, 3, 2:151-156, 1979b.
81. Herrera I. - Boundary Methods in Flow Problems, Proc. Third International Conference on Finite Elements In Flow Problems, Banff, Canada, 10.13 June, p.30.42, 1980c.
82. Herrera I. - Boundary Methods in Water Resources, Finite Elements in Water Resources, S.Y. Wang, et, all., The University of Mississippi, p. 58-71, 1980d.
83. Herrera I. - Boundary Methods. A Criterion for Completeness, Proc. Nat. Acad. Sci., USA, 77,8:4395.4398, 1980e.
84. Herrera I. - An Algebraic Theory of Boundary Value Problems, Comunicaciones Tecnicas, IIMAS-UNAM, 1981a.
85. Herrera I. - Boundary Methods in Fluids. Finite Elements in Fluids, Volume IV, R.H Gallanger, ed., John Wiley and Sons, 1981b.

86. Herrera I. - Boundary Methods. Theoretical Foundations for Numerical Applications of Complete Systems of Solutions, Comunicaciones Tecnicas, IIMAS-UNAM, 1981c.
87. Herrera I., Sabina F.J. - Connectivity as an Alternative to Boundary Integral Equations, Construction of base, Proc. Nat. Acad., USA 75, 5:2059.2063, 1978.
88. Hirsch, C., Warzee, - G. The Meridional Through-Flow Calculation in an Axial Flow Machine by the Finite Element Method, The Mathematics of Finite Elements and Applications II, Academic Press, London, New York, San Francisco, 1976.
89. Homentcovschi D. – Funcții complexe cu aplicații în știință și tehnică, Editura Tehnică, București 1986.
90. Hromadka T.V. – The Complex Variable Boundary Element Method, Spring Verlag, Berlin Heidelberg, New York, Tokio, 1984, ISBN 3-540-13743-2.
91. Hubner, K. H. - The Finite Element Method for Engineers, John Wiley, New-York, London, Sydney, Toronto, 1975.
92. Iacob C. – Matematica aplicată și mecanică, Editura Academiei R.S.R., București, 1989.
93. Iacob C. – Introduction mathématique à la mécanique des fluides, Dunod, Paris, 1959.
94. Jaswon M.A. – Some Theoretical of boundary integral equations, Proceedings of the Third International Seminar, Section V – Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.399-411, Irvine, California, July 1981.
95. Jaswon M.A., Symm G.T. - Integral Equation Methods in Potential Theory and Elastostatics, Academic Press, London & New York, 1977.
96. Karmowsky W. – A concept of overlapping meshless FEM and its application in experimental mechanics, Computer Assistant Mechanics and Engineering Sciences, vol.8, nr.4, p.535- 542, Polish Academy of Sciences, 2001.
97. Kupradse V.D., Potential Methods in the Theory of Elasticity, Israel Program for Scientific Translation, Jerusalem, 1965.
98. Lamb H. - Hydrodynamics, 6-th edition, Cambridge University Press, 1982.
99. Larionescu D. – Metode numerice, Editura Tehnică, ISBN 973-31-0106-0, București, 1989.
100. Lions J.L., Magenes E. – Non-homogenous Boundary Value problems and Applications, Springer-Verlag, New York, 1972.
101. Lupu M., Schreiber E. – Optimal airfoil in an inverse problem of jet aerodynamics, Computer Assistant Mechanics and Engineering Sciences, vol.7, nr.2, p.227- 238, Polish Academy of Sciences, 2000.
102. Madhukar V., David L.S. – An Efficient Algorithm for the Numerical Evaluation of Boundary Integral Equations, Proceedings of the Third International Seminar, Section V – Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.489-503, Irvine, California, July 1981.

103. Manea A.S. – Complemente de hidromecanica turbomașinilor, vol.I, Editura Mirton, Timișoara 2006, ISBN 973-661-907-9, ISBN 978-973-661-907-6.
104. Miloș T., Bărglăzan M.- Intersecția paletei de turbină Kaplan cu plane de nivel și radiale, utilizând programe CDA și metode analitice, Lucrările celei de-a patra Conferințe a Hidroenergeticenilor, București, 2006, Secț. 3 Lucr.2, ISBN 973-718-486-6.
105. Miloș T., Bărglăzan M., Manea A., Velescu C. – Utilizarea tehnicilor CAD în construcția grafică a unei palete de turbină Kaplan, Hervex 2005 ediția XIII-a Râmnicu Vâlcea, ISSN 1454-8003, pag. 534-545.
106. Miloș T., Bărglăzan M.- CAD techniques used to obtain the blade surface intersection with horizontal cutting planes for Francis turbine runner, 3rd International Conference on Energy air Environment, CIEM 2007, Bucharest, 22-23 Nov. 2007, ISSN 1454-234x, pag.707-715.
107. Năstase A. – Utilizarea calculatoarelor în optimizarea formelor aerodinamice, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1973.
108. Olariu, V., Brătianu, C. - Modelarea numerică cu elemente finite, București, Editura Tehnică, 1986.
109. Oprea-Stănescu Paul-Dan – Utilizarea calculatoarelor și limbajul Fortran, ISBN 973-625-006-7, Editura Politehnica, Timișoara, 2002.
110. Oroveanu T. – Mecanica fluidelor vâscoase, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1967.
111. Pavel D. - Turbine hidraulice și echipamente hidroenergetice, Editura didactică și pedagogică, București 1965.
112. Petrila T., Gheorghiu C. I. – Metode element finit și aplicații, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1987.
113. Petrila T., Trif D. – Metode numerice și computaționale în dinamica fluidelor, Editura Digital Data, ISBN 973-82011-2-8, Cluj, 2002
114. Peyret, R., Taylor, T.D. - Computational Methods for Fluid Flow, Springer Verlag New York, Heidelberg, Berlin, 1982.
115. Pian, Th.H., Tong, Pin. - Finite Element Method in Continuous Mechanics, Advances in Applied Mechanics, vol. 12, 1972.
116. Pina H.L.C., Fernandes J.L.M., Brebbia C.A. - The effect of mesh refinement in the boundary element solution of Laplace's equation with singularities, Proceedings of the Third International Seminar, S.V – Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.442-456, Irvine, California, July, 1981.
117. Pop I. și – Modern hydraulics, Pneumatics, Ed. U.T. Press, Cluj-Napoca, 1999.
118. Popa O. – Rețele de profile Carafoli, St. Cerc. St. Tehn., Timișoara, 1960.
119. Popa O. – Aupra mișcării potențiale în jurul rețelelor Carafoli, Comunic. Conf. de mașini hidr., Timișoara, 1984.
120. Popa O. – Contribuții teoretice la calculul rețelelor de profile folosite în construcția mașinilor hidraulice, Com. Conf. de mașini hidr., Timișoara, 1984.

- 121.Popa O. – Teoria plăcii echivalente în mișcarea potențială. Determinarea mișcării potențiale în prezența rețelelor de profile de formă oarecare, Comunicare I. P. Timișoara, aprilie, 1971.
- 122.Popa O. – The Extension of Circle Theorem to the Cauchy Integral Representation of Holomorphic Functions, Bul. I. P. Timișoara, Mat. Fiz. Mec. Tom. (15), Fasc. 1, 1970.
- 123.Popa O. – Mecanica fluidelor și mașini hidraulice, Institutul Politehnic ”Traian Vuia” Timișoara, vol. I, Timișoara, 1980.
- 124.Popa O. – Mecanica fluidelor și mașini hidraulice, Institutul Politehnic ”Traian Vuia” Timișoara, vol. II, partea I-a, Timișoara, 1980.
- 125.Popa O. – Mecanica fluidelor și mașini hidraulice, Institutul Politehnic ”Traian Vuia”, Timișoara, vol. II, partea II-a, Timișoara, 1980.
- 126.Popa O. – Mișcări potențiale și teoria hidrodinamicii rețelelor de profile, Institutul Politehnic ”Traian Vuia”, Timișoara, Timișoara, 1980.
- 127.Popa O. – The Determination of General Relation between the Aerodynamic Properties of a Single Airfoil Arranged in an Arbitrary Cascade, Proc. of the Fourth Conf. On Fluid Machinery, Budapest, 1972.
- 128.Popa O. – On Exact and Explicit Solution for the Plane Potential Flow past Family of Straight Cascades of Carafoli Airfoils, Rev. Roum. Sci. Tehn. Mec. Appl., Tom 31, 1972.
- 129.Popa O. – Mecanica fluidelor – Lucrări Științifice alese, Vol. I, II Editura Tempus, Timișoara, 2004.
- 130.Resiga R. – Elemente de mecanica fluidelor și tehnici de soluționare numerică, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 1999.
- 131.Resiga R. – Mecanica fluidelor numerică, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2003.
- 132.Riegels F. W, - Aerodynamische Profile, R. Oldenbourg, München, 1958.
- 133.Rizzo F.J. – An integral equation approach to boundary value problems of classical elastostatics, Quart. App. Math, 25, p83-95, 1967.
- 134.Robescu D. și – Modelarea și simularea proceselor de epurare, Editura Tehnică, București, 2004.
- 135.Salon S. J., Schneider J. M., Uda S. – Boundary element solutions to the eddy current problem, Proceedings of the Third International Seminar, Section I – Potential and Fluid Flow Problems, p.14-25, Irvine, California, July 1981.
- 136.Santău I. E. – Studiul influenței pasului relativ și al unghiului de așezare a rețelei de profile, asupra caracteristicilor energetice ale turbinelor de foraj, Teză pentru obținerea titlului de doctor inginer – Timișoara, 1977.
- 137.Schlichting H., Truckenbrodt E. –Aerodynamik des Flugzeuges, Springer-Verlag, Berlin, 1959.
- 138.Speidel L., Scholz N. – Berechnung über die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgitter, V.D.I., 464, 1957.

139. Strang G., Fix G.F. – An analysis of the Finite Element Method, Prentice Hall, 1973.
140. Tămaș M., Baya A., - Turbine și turbotransmisii hidraulice, Îndrumător de proiectare – turbine axiale, Poligrafia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Timișoara, 1986.
141. Temam R. - Navier Stokes Equations: Theory and Numerical Analysis, North-Holland, Amsterdam, 1977.
142. Trandafir R. – Matematici pentru ingineri, Culegere de probleme, Editura Tehnică, București, 1969.
143. Trefftz E – Graphische Konstruktion Joukowsky'scher Tragflächen, ZFM Bd. 4, (1913), S. 130 – 131.
144. Wada, Y., Yamaguchi, Y., Yokoi, N., Tanabe, S. - Analysis of Flow in Pump Turbine Runner, Hitachi Review, vol.22, nr. 10.
145. Walker S. – Fundamental Solution Progress in Boundary Element Methods, Ed. C.A. Brebbia Pentech Press, 1981.
146. Wallis R. A. – Axial flow fans, Design and Practice, London 1961.
147. Wendland W.L. – On the asymptotic convergence of boundary integral methods, Proceedings of the Third International Seminar, Section V – Numerical Techniques and Mathematical Principles, p.412-430, Irvine, California, July 1981.
148. Wendland W.L., Stephan E., Hsiao G.C. - On integral equation method for the plane mixed boundary value problem of the Laplacian, Math. Meth. In Appl. Sci., 1 ,p.265-321, 1979.
149. Whiteman J.R. – The mathematics of finite elements and applications I, Academic Press, London, New York, 1973, ISBN 0-12-747250-9.
150. Whiteman J.R. – The mathematics of finite elements and applications II, Academic Press, London, New York, San Francisco, 1976, ISBN 0-12-747252-5.
151. Wieselsberger C., Betz A., Prandtl L. – Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, vol. I, Druck und Verlag von E. Oldenbourg, München und Berlin, 1923.
152. Wieselsberger C., Betz A., Prandtl L. – Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen, vol. II, Druck und Verlag von E. Oldenbourg, München und Berlin, 1923.
153. Wilkinson A., G. – A numerical solution of the analysis and design problems for the flows past one or more aerofoils cascades, Ret M, 3545, 1968.
154. Zidaru Gh. – Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
155. Zienkiewicz, O, C. - The Finite Element Method in Engineering Science, Mc.Graw-Hill, London, 1971.

CUPRINS

CUVÂNT ÎNAINTE	3
1 PROFILE AEROHIDRODINAMICE	7
1.1 Geometria profilelor.....	7
1.2 Rezistența la înaintare, polara profilului.....	8
1.3 Profile cercetate experimental.....	10
1.3.1 Profile Göttingen și alte profile practice.....	10
1.3.2 Profile NACA.....	12
1.3.2.1 Profile NACA cu 4 cifre.....	12
1.3.2.2 Profile NACA cu 5 cifre.....	14
1.3.2.3 Profile NACA modificate cu 4 și 5 cifre.....	14
1.3.2.4 Profile NACA din seria 6.....	15
1.4 Asupra grosimii profilelor aerohidrodinamice.....	16
1.4.1 Introducere.....	16
1.4.2 Grosimea familiilor de profile.....	16
1.4.3 Grosimea profilelor NACA.....	17
1.5 Profile parabolice extinse (în formă de S).....	25
1.6 Generarea profilelor Betz- Keune.....	32
1.6.1 Variația unghiului de portanță nulă β_0	33
1.6.2 Variația razei cercului generator R.....	35
1.6.3 Variația constantei de transformare k.....	38
1.6.4 Modificarea coordonatelor cercului generator ξ și η	42
2 METODE ANALITICE APLICATE ÎN STUDIUL REȚELELOR DE PROFILE AXIALE REVERSIBILE	47
2.1 Metoda transformării conforme a rețelelor liniare de profile.....	47
2.1.1 Transformare conformă aplicată la o rețea liniară de profile rectilinii.....	48
2.1.1.1 Curentul fluid în planul auxiliar al cercului.....	48
2.1.1.2 Transformarea și parametrii geometrici ai rețelei.....	49
2.1.1.3 Curentul potențial plan în rețea.....	51
2.1.2 Transformarea conformă pentru o rețea liniară de profile oarecare.....	54
2.1.2.1 Transformarea conformă a exteriorului rețelei de profile pe exteriorul unei rețele de cercuri.....	54

2.1.2.2	Curentul fluid în rețeaua canonică de cercuri.....	55
2.2	Rețele liniare de profile studiate prin metoda ecuațiilor integrale.....	57
2.2.1	Ecuatii integrale de tip Fredholm.....	57
2.2.2	Ecuatii integrale de tip Fredholm de speța întâi.....	58
2.2.3	Ecuatiilor integrale de Fredholm de speța a doua.....	63
2.3	Rețele liniare de profile studiate prin metoda singularităților.....	66
2.3.1	Profil subțire cu curbură mică.....	66
2.3.1.1	Ipoteza lui W. Birnbaum.....	66
2.3.1.2	Rezolvarea ecuației integrale prin repartitie de vârtejuri.....	67
2.3.1.3	Caracteristicile hidrodinamice ale profilului.....	69
2.3.2	Problema directă prin metoda lui H. Schlichting.....	70
2.3.3	Problema inversă a teoriei rețelelor.....	74
2.4	Mișcarea potențială plană pe domeniul exterior unei rețele rectilinii de profile (O. Popa).....	75
3	METODE NUMERICE APLICATE ÎN STUDIUL REȚELELOR DE PROFILE AXIALE REVERSIBILE.....	83
3.1	Metoda elementului finit.....	83
3.1.1	Elemente finite.....	83
3.1.2	Rezolvarea unui fenomen prin metoda elementului finit.....	84
3.1.3	Elementul finit pentru probleme unidimensionale.....	85
3.1.3.1	Elementul finit local și global	85
3.1.3.2	Funcții de interpolare locale și globale.....	86
3.1.4	Ecuatiile standard pe elemente finite.....	88
3.1.4.1	Metoda variațională.....	88
3.1.4.2	Metoda reziduală.....	91
3.1.5	Funcții de interpolare pe elemente unidimensionale.....	92
3.2	MEF în dinamica fluidelor incompresibile.....	93
3.2.1	Ecuatiile mișcării fluidelor incompresibile și ideale.....	94
3.2.2	Mișcarea potențială plană a fluidelor incompresibile.....	94
3.2.3	Mișcarea axial – simetrică.....	96
3.2.4	Metoda variabilelor auxiliare.....	97
3.3	Aplicarea MEF la turbine axiale reversibile.....	97
3.3.1	Determinarea mișcării potențiale axial-simetrice în traseul hidraulic al turbinelor axiale reversibile.....	97
3.3.1.1	Domeniul de analiză și condiții la limită.....	97
3.3.1.2	Funcția de curent	98
3.3.1.3	Potențialul vitezei.....	98

3.3.2	Formă adimensională	99
3.3.2.1	Funcția de curent adimensională.....	99
3.3.2.2	Potențialul vitezei adimensional.....	99
3.3.3	Curentul fluid al potențialului plan în jurul rețelelor de profile axiale de turbină.....	100
3.3.3.1	Domeniul tipic de analiză. Condiții la limită.....	100
3.3.3.2	Funcția de curent.....	100
3.3.3.3	Potențialul vitezei.....	101
3.3.4	Formă adimensională.....	102
3.3.4.1	Funcția de curent adimensională.....	102
3.3.4.2	Potențialul vitezei adimensional.....	103
3.3.5	Metoda elementului finit.....	105
3.3.5.1	Formularea în funcția de curent.....	105
3.3.5.2	Formularea în potențialul vitezei.....	105
3.4	Metoda elementului de frontieră.....	105
3.4.1	Noțiuni introductive.....	106
3.4.2	Formularea originală, slabă și inversă.....	109
3.4.3	Elementul de frontieră pentru probleme potențiale.....	111
3.4.3.1	Elemente de teoria potențialului.....	112
3.4.3.2	Metoda indirectă a metodei elementului de frontieră.....	113
3.4.3.3	Metoda directă a metodei elementului de frontieră.....	115
3.5	Aplicații ale metodei elementului de frontieră în hidrodinamica rețelelor de profile axiale.....	118
3.5.1	Rețele de profile axiale.....	118
3.5.2	Domeniul de analiză. Formularea problemei la limită.....	121
3.5.3	Utilizarea metodei elementului de frontieră.....	122
3.5.4	Câmpul de viteze și câmpul de presiuni pe frontiera profilelor.....	123
3.5.5	Rezultate numerice.....	124
4	PROGRAME DE CALCUL PENTRU APLICAREA M.E.FR. LA MIȘCAREA PLANĂ ÎN JURUL REȚELELOR AXIALE DE PROFILE ÎN „S”	127
4.1	Bazele teoretice ale M.E.Fr. cu elemente liniare.....	127
4.1.1	Tratarea punctelor unghiulare.....	131
4.1.2	Calculul funcției u și a derivatelor acesteia în interiorul frontierei Γ (pe Ω)....	132
4.1.3	Formularea problemei în Ψ și Φ pentru rețele axiale plane de profile (cu condiția Kutta-Jukovski-Carafoli).....	133
4.1.3.1	Generalități.....	133
4.1.3.2	Formularea problemei directe în Ψ	134

4.1.3.3	Formularea problemei inverse în Ψ	135
4.1.3.4	Formularea problemei inverse în ϕ	136
4.2	Programe de calcul pentru aplicarea metodei M.E.FR. la mișcarea plană în jurul rețelelor axiale de profile în „S” (schelet cu inflexiune).....	136
4.2.1	Organigrama programelor de calcul a mișcării plane în jurul rețelelor axiale de profile în „S”, cu aplicarea M.E.Fr.....	137
4.2.2	Programe pentru reprezentarea grafică a rezultatelor obținute la §4.2.1	144
4.2.3	Aplicarea programelor prezentate la §4.2.1 și §4.2.2, pentru realizarea unei palete reversibile în „S”.....	144
5	MĂSURAREA EXPERIMENTALĂ A PRESIUNII ȘI DETERMINAREA VITEZEI ÎN JURUL UNEI REȚELE AXIALE DE PROFILE ÎN ”S”, DE TIP DIB-024S, ÎN TUNELUL AERODINAMIC TSLT 40.....	191
5.1	Rețele axiale de profile.....	191
5.2	Instalația experimentală.....	193
5.2.1	Tunelul aerodinamic.....	193
5.2.2	Instrumente de măsurare.....	194
5.3	Relații de calcul.....	195
5.4	Investigații experimentale, reprezentarea curbelor vitezei și coeficientului de presiune pe profil.....	197
5.4.1	Măsurători efectuate pentru curgerea directă.....	199
5.4.2	Măsurători efectuate pentru curgerea inversă.....	221
6	COMPARAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE OBȚINUTE ÎN REȚEAUA AXIALĂ DE TIP DIB-024S, CU REZULTATELE TEORETICE.....	255
6.1	Prelucrarea datelor primare.....	255
6.2	Compararea rezultatelor experimentale cu cele teoretice.....	263
7	CONCLUZII, CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI PERSPECTIVE DE CERCETARE.....	267
7.1	Concluzii.....	267
7.2	Contribuții originale.....	269
7.3	Perspective de cercetare.....	270
	BIBLIOGRAFIE.....	273
	CUPRINS.....	283