

# **ANALIZA INFLUENȚEI PARAMETRILOR LINIILOR ELECTRICE AERIENE ASUPRA REGIMURILOR TRANZITORII PROVOCATE DE AVARII ÎN SUBSISTEME ELECTROENERGETICE**

Teză destinată obținerii  
titlului științific de doctor inginer  
la  
Universitatea "Politehnica" din Timișoara  
în domeniul INGINERIE ELECTRICĂ  
de către

**Ing. Iulia Căta**

Conducător științific:  
Referenți științifici:

prof.univ.dr.ing. Dumitru Toader  
prof.univ.dr. ing. Vasile Țopa  
prof.univ.dr.ing. Călin Muntean  
conf.univ.dr.ing. Ștefan Hărăguș

Ziua susținerii tezei: 25.09.2012

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| 1. Automatică          | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie              | 8. Inginerie Industrială                    |
| 3. Energetică          | 9. Inginerie Mecanică                       |
| 4. Ingineria Chimică   | 10. Știința Calculatoarelor                 |
| 5. Inginerie Civilă    | 11. Știința și Ingineria Materialelor       |
| 6. Inginerie Electrică |   |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2006

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,  
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221  
e-mail: editura@edipol.upt.ro

## Cuvânt înainte

Teza de doctorat a fost elaborată pe parcursul stagiului doctoral efectuat în cadrul Facultății de Electrotehnică și Electroenergetică a Universității „Politehnica” din Timișoara, în perioada 2009-2012, sub îndrumarea permanentă, generoasă și plină de înțelegere a conducătorului științific, Prof. dr. ing. Dumitru Toader, căruia doresc să îi adresez cele mai respectoase și prețuitoare mulțumiri atât pentru modul în care a știut să mă coordoneze pe parcursul tezei de doctorat cât și pentru sfaturile de viață primite.

În perioada studiilor doctorale am beneficiat de o bursă în cadrul grantului strategic POSDRU/88/1.5/S/50783, proiect ID50783 (2009), cofinanțat din Fondul Social European "Investește în oameni", în cadrul Programului Operațional Sectorial Dezvoltare Resurse Umane 2007-2013, ceea ce a făcut posibilă munca mea de cercetare și mi-a oferit oportunitatea financiară să particip la conferințe de prestigiu, unde mi-am publicat o parte din rezultatele obținute pe parcursul activității mele.

Disciplinele parcurse în cadrul programului de studii avansate a căror titular a fost domnul conf. dr. Doru Păunescu au contribuit la dobândirea competențelor de natură matematică necesare realizării tezei de doctorat. Din acest motiv îi adresez alege mulțumiri domnului conf. dr. Doru Păunescu.

Doresc să le mulțumesc în mod special cadrelor didactice din cadrul Departamentului de Bazele Fizice ale Ingineriei al Universității „Politehnica” din Timișoara, care m-au încurajat și m-au sprijinit pe durata întregului stagi doctoral.

Mulțumiri se cuvin domnului conf. dr. Constantin Caizer de la Facultatea de Fizică a Universității de Vest Timișoara și domnului cercetător gr.I Ladislav Vecaş șeful Laboratorului de Lichide Complexe al Academiei Române Filiala Timișoara pentru posibilitatea oferită de a realiza unele determinări experimentale în laboratoarele menționate.

De asemenea, mulțumesc domnilor as. dr. ing. Alexandru Băloi de la Departamentul de Electroenergetică al Universității „Politehnica” din Timișoara și ș.l. dr. ing. Ciprian Șorândaru de la Departamentul de Inginerie Electrică al Universității „Politehnica” din Timișoara pentru ajutorul acordat la optimizarea schemei de achiziție date necesare determinărilor experimentale.

Mulțumesc în mod deosebit, și pe această cale, membrilor comisiei de analiză a tezei de doctorat, Prof.dr.ing. Vasile Țopa (Universitatea Tehnică Cluj-Napoca), Prof.dr.ing. Călin Munteanu (Universitatea Tehnică Cluj-Napoca) și Prof.dr.ing. Ștefan Hărăguș (Universitatea „Politehnica” din Timișoara), pentru atenția cu care au parcurs teza de doctorat, pentru observațiile și aprecierile formulate și pentru sfaturile primite.

Nu în ultimul rând, doresc să le mulțumesc părinților mei și prietenului meu, care mi-au oferit sprijin, suport necondiționat și înțelegere în toți acești ani.

Timișoara, septembrie 2012

**Iulia Căta**

Părinților mei, prietenului meu

Căta Iulia

**Analiza influenței parametrilor liniilor electrice aeriene asupra regimurilor tranzitorii provocate de avarii în subsisteme electroenergetice**

Teze de doctorat ale UPT, Seria 6, Nr. 29, Editura Politehnica, 2012, 226 pagini, 231 figuri, 61 tabele.

ISSN: 1842-7022

ISBN: 978-606-554-523-6

Cuvinte cheie: parametrii electrici, calcul de câmp magnetic, modele analitice, modele numerice, conductoare multifilare, caracteristici magnetice, linii electrice trifazate, circuite electrice trifazate, sisteme electroenergetice.

Rezumat,

Teza prezintă calculul inductivității interne și exterioare în serviciu de secvență directă, respectiv inversă a liniilor electrice aeriene (LEA). Inductivitatea internă a conductoarelor multifilare utilizate la LEA s-a determinat numeric cu ajutorul pachetului de programe în element finit Vector Fields Opera 3D, ținând cont de prezența inimii de oțel și de faptul că firele de aluminiu sunt înfășurate peste inima de oțel cu un anumit pas de înfășurare. Deoarece în literatura de specialitate nu sunt prezentate caracteristicile magnetice ale inimii de oțel a fost necesară determinarea experimentală a caracteristicilor magnetice ale acesteia. S-a calculat numeric fluxul magnetic din interiorul conductoarelor LEA cu un strat și două straturi, ținând cont de pașii de înfășurare reali ai firelor de aluminiu, iar rezultatele obținute s-au comparat cu cele determinate experimental pentru validarea modelul numeric de calcul al câmpului magnetic. S-a calculat numeric inductivitatea exterioară conductoarelor LEA, ținând cont de dispunerea reală a acestora pe stâlp. Comparând inductivitatea de secvență pozitivă (negativă) a LEA determinată analitic cu cea calculată numeric pentru conductorul cu un strat ținând seama de prezența inimii de oțel și de faptul că firele din aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel a rezultat o valoare mai mare cu aproximativ 19%, deci neglijarea faptului că firele de aluminiu sunt înfășurate peste inima de oțel și prezența acesteia conduce la erori inacceptabile. Pentru a analiza modul în care parametrii longitudinali ai liniilor electrice influențează componenta liberă din curenții de defect s-a simulat numeric, utilizând mediul de programare Pspice, regimul tranzitoriu provocat de scurtcircuite trifazate.



## CUPRINS

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Lista de tabele.....</b>  | <b>7</b>  |
| <b>Lista de figuri.....</b>  | <b>9</b>  |
| <b>1. Introducere.....</b>   | <b>15</b> |
| 1.1. Considerații generale.....  | 15        |
| 1.2. Structura tezei.....  | 18        |
| 1.3. Bibliografie.....   | 18        |
| <b>2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții din spire înfășurate elicoidal.....</b> | <b>21</b> |
| 2.1. Introducere.....  | 21        |
| 2.2. Calculul intensității câmpului magnetic din medii omogene în regim staționar.....                           | 21        |
| 2.3. Calculul intensității câmpului magnetic pentru un conductor multifilar.....                                 | 25        |
| 2.4. Rezultate numerice.....   | 30        |
| 2.4.1. Spiră elicoidală.....   | 32        |
| 2.4.2. Conductor cu un strat.....  | 39        |
| 2.4.3. Conductor cu două straturi.....   | 43        |
| 2.4.4. Conductor cu trei straturi.....   | 56        |
| 2.5. Concluzii și contribuții.....   | 63        |
| 2.6. Bibliografie.....   | 64        |
| <b>3. Determinarea curbei de magnetizare a oțelului folosit la conductoare multifilare (LEA).....</b>            | <b>67</b> |
| 3.1. Introducere.....  | 67        |
| 3.2. Determinarea curbei de magnetizare a inimii de oțel.....  | 68        |
| 3.2.1. Metoda cu magnetometru.....   | 68        |
| 3.2.2. Metoda cu circuit magnetic deschis.....   | 69        |
| 3.2.3. Metoda cu circuit magnetic închis (metoda torului).....   | 71        |
| 3.3. Concluzii și contribuții personale.....   | 87        |
| 3.4. Bibliografie.....   | 88        |
| <b>4. Model numeric pentru calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor LEA.....</b>                 | <b>91</b> |
| 4.1. Introducere.....  | 91        |
| 4.2. Modelul variațional al câmpului electromagnetic.....  | 91        |
| 4.2.1. Principiul lui Hamilton în teoria microscopică a câmpului electromagnetic.....                            | 91        |
| 4.2.2. Modelul variațional al câmpului magnetic în regim cvasistaționar.....                                     | 92        |
| 4.3. Metoda elementului finit.....   | 93        |
| 4.3.1. Principiul metodei elementului finit.....   | 93        |
| 4.3.2. Element finit spațial tetraedric.....   | 94        |
| 4.4. Modelarea matematică a neliniarităților în analiza numerică a câmpului magnetic.....                        | 96        |
| 4.5. Pachetul Software Vector Fields Opera 13.....   | 97        |
| 4.5.1. Determinarea potențialului scalar.....  | 99        |
| 4.5.2. Determinarea potențialului vector.....  | 101       |
| 4.5.3. Condițiile pe frontieră.....  | 102       |
| 4.6. Influența alegerii tipului de potențial asupra rezultatelor obținute.....                                   | 104       |

|   |            |
|---|------------|
| 4.7. Calculul câmpului magnetic în medii liniare și omogene.....  | 107        |
| 4.8. Calculul câmpului magnetic in medii neomogene și nelineare.....  | 124        |
| 4.9. Determinarea fluxului magnetic din secțiunea conductoarelor LEA.....   | 140        |
| 4.9.1. Determinarea fluxului magnetic utilizând modelul numeric.....  | 140        |
| 4.9.2. Determinarea experimentală a fluxului magnetic .....   | 146        |
| 4.10. Concluzii și contribuții personale.....   | 151        |
| 4.11. Bibliografie.....   | 153        |
| <b>5. Inductivitatea conductoarelor multifilare.....</b>  | <b>157</b> |
| 5.1. Considerații generale.....   | 157        |
| 5.1.1. Calculul analitic al inductivității interne.....   | 157        |
| 5.1.2. Calculul analitic al inductivității exterioare.....  | 157        |
| 5.1.2.1. Calculul analitic al inductivității exterioare pentru un conductor.....  | 158        |
| 5.1.2.2. Calculul analitic al inductivității exterioare în cazul unui sistem monofazat.....   | 158        |
| 5.1.2.3. Calculul analitic al inductivității exterioare în serviciu de secvență pozitivă (directă) și negativă (inversă) în cazul unui sistem trifazat..... | 159        |
| 5.2. Calculul numeric al inductivității interne.....  | 168        |
| 5.3. Calculul numeric al inductivității exterioare.....   | 172        |
| 5.4. Concluzii și contribuții personale.....  | 177        |
| 5.5. Bibliografie.....  | 178        |
| <b>6. Simularea numerică a regimurilor tranzitorii într-un subsistem electroenergetic.....</b>  | <b>181</b> |
| 6.1. Introducere.....   | 181        |
| 6.2. Simularea numerică a regimurilor tranzitorii provocate de un scurtcircuit trifazat.....  | 182        |
| 6.3. Rezultate obținute prin simulare numerică.....   | 185        |
| 6.4. Concluzii și contribuții personale.....  | 195        |
| 6.5. Bibliografie.....  | 196        |
| <b>7. Concluzii generale și contribuții științifice personale .....</b>   | <b>199</b> |
| <b>Anexa 1.....</b>   | <b>203</b> |
| <b>Anexa 2.....</b>   | <b>221</b> |
| <b>Lista publicațiilor rezultate în urma tezei de doctorat, publicate sub afiliere upt.....</b>   | <b>225</b> |

## Listă tabele

- Tabelul 1.1. Conductoare utilizate la liniile electrice aeriene
- Tabelul 1.2. Pașii de înfășurare
- Tabelul 2.1. Dimensiunile conductoarelor LEA
- Tabelul 2.2. Intensitatea câmpului magnetic funcție de pasul de înfășurare
- Tabelul 2.3. Valorile componente  $H_x$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$
- Tabelul 2.4. Valorile componente  $H_y$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$
- Tabelul 2.5. Valorile componente  $H_z$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$
- Tabelul 2.6. Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$
- Tabelul 2.7. Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  când  $l_a = 7b$  (7 spire)
- Tabelul 2.8. Intensitatea câmpului magnetic funcție de pasul de înfășurare
- Tabelul 2.9. Valorile componente  $H_z$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$
- Tabelul 2.10. Valorile componente  $H_{A1}$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$
- Tabelul 2.11. Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  când lungimea  $l_a$  a conductorului este egală cu lungimea a 7 spire
- Tabelul 2.12. Valorile intensității câmpului magnetic la mijlocul conductorului și în axa acestuia ( $\xi = 0, z_0 = l_a/2$ )
- Tabelul 2.13. Valorile intensității câmpului magnetic la mijlocul lungimii conductorului și în axa acestuia ( $\xi = 0, z_0 = l_a/2$ )
- Tabelul 3.1. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură distribuită pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$
- Tabelul 3.2. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură concentrată pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$
- Tabelul 3.3. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură distribuită pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$
- Tabelul 3.4. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură concentrată pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$
- Tabelul 4.1. Condiții pe frontieră pentru potențialul scalar
- Tabelul 4.2. Condiții implicite pentru potențialul scalar
- Tabelul 4.3. Condiții pe frontieră pentru potențialul vector
- Tabelul 4.4. Condiții implicite pentru potențialul vector
- Tabelul 4.5. Deplasarea și rotirea secțiunilor
- Tabelul 4.6. Intensitatea câmpului magnetic în axul cilindrului, la mijlocul acestuia funcție de pasul de înfășurare
- Tabelul 4.7. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui fir
- Tabelul 4.8. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui strat
- Tabelul 4.9. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu lungimea conductorului (7spire)
- Tabelul 4.10. Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în axa inimii de oțel, la mijlocul conductorului funcție de pasul de înfășurare în cazul unui fir
- Tabelul 4.11. Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în axa inimii de oțel, la mijlocul conductorului funcție de pasul de înfășurare în cazul unui strat
- Tabelul 4.13. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui strat

Tabelul 4.14 Inducția magnetică în raport cu raza în cazul unui strat  
Tabelul 4.15 Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în funcție de lungimea conductorului (7spire) în axa inimii de oțel în cazul unui fir  
Tabelul 4.16 Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în funcție de lungimea conductorului (7spire) în axa inimii de oțel în cazul unui strat  
Tabelul 4.17 Caracteristicile conductoarelor multifilare  
Tabelul 4.18 Componenta  $B_z$  a inducției câmpului magnetic în cazul conductorului de secțiunea  $35 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.19 Componenta  $B_z$  a inducției câmpului magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $50 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.20 Componenta  $B_z$  a inducției câmpului magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $120 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.21 Fluxul magnetic prin conductorul cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.22 Fluxul magnetic prin conductorul cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.23 Fluxul magnetic prin conductorul cu secțiunea  $120 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.24 Fluxul magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $35 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.25 Fluxul magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $50 \text{ mm}^2$   
Tabelul 4.26 Fluxul magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $120 \text{ mm}^2$   
Tabelul 5.1 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $35 \text{ mm}^2$  având pasul de înfășurare de  $100 \text{ mm}$   
Tabelul 5.2 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $50 \text{ mm}^2$  având pasul de înfășurare de  $110 \text{ mm}$   
Tabelul 5.3 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $120 \text{ mm}^2$  având pasul de înfășurare pentru stratul 1 de  $170 \text{ mm}$ , iar pentru stratul 2 de  $180 \text{ mm}$   
Tabelul 5.4 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $35 \text{ mm}^2$   
Tabelul 5.5 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $50 \text{ mm}^2$   
Tabelul 5.6 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $120 \text{ mm}^2$   
Tabelul 5.7 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $185 \text{ mm}^2$   
Tabelul 5.8 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de  $450 \text{ mm}^2$   
Tabel 5.9 Reactanța internă a conductoarelor multifilare  
Tabelul 5.10 Inductivitățile exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene  
Tabelul 5.11 Inductivitățile exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene  
Tabelul 5.12 Inductivitățile exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene  
Tabelul 5.13 Inductivitățile exterioare liniilor electrice aeriene  
Tabelul 5.14 Inductivitățile exterioare liniilor electrice aeriene  
Tabelul 6.1. Valorile timpului reglat pentru conectarea intrerupătoarelor ce simulează scurtcircuitul trifazat  
Tabelul 6.2. Valorile maxime ale curentului  $i_R(t)$  pe durata regimului tranzitoriu și în regim stabilizat

## Lista de figuri

- Fig.1.1 Secțiune transversală printr-un conductor multifilar cu trei straturi  
Fig.2.1. Explicativă privind calculul potențialului magnetic vector  
Fig.2.2. Explicativă privind calculul potențialului magnetic vector la conductoare filiforme  
Fig.2.3. Fir înfășurat elicoidal  
Fig.2.4. Secțiunea transversală prin conductorul multifilar  
Fig.2.5. Dependența  $H_x(\xi)$ ,  $z_0 = 0$   
Fig.2.6. Dependența  $H_x(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$   
Fig.2.7. Dependența  $H_x(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$   
Fig.2.8. Dependența  $H_y(\xi)$ ,  $z_0 = 0$   
Fig.2.9. Dependența  $H_y(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$   
Fig.2.10. Dependența  $H_y(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$   
Fig.2.11. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = 0$   
Fig.2.12. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$   
Fig.2.13. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$   
Fig.2.14. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = 0$   
Fig.2.16. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$   
Fig.2.15. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$   
Fig.2.17. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = b$   
Fig.2.18. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = b$   
Fig.2.19. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Fig. 2.20. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Fig. 2.21. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = 0$   
Fig. 2.22. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$   
Fig. 2.23. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$   
Fig. 2.24. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = 0$   
Fig. 2.27. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = b$   
Fig. 2.28. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = b$   
Fig. 2.29. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Fig. 2.30. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Fig. 2.31. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 1  
Fig. 2.32. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 1  
Fig. 2.33. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 1  
Fig. 2.34. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 1  
Fig. 2.35. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 2  
Fig. 2.36. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 2  
Fig. 2.37. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 2  
Fig. 2.38. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 2  
Fig. 2.39. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 3  
Fig. 2.40. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 3  
Fig. 2.41. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 3  
Fig. 2.42. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 3  
Fig. 2.45. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în sens contrar, varianta 4  
Fig. 2.46. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratouri înfășurate în același sens, varianta 4



Fig. 2.91. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 2

Fig. 2.92. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

Fig. 2.93. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 2

Fig. 2.94. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

Fig. 2.95. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 3

Fig. 2.96. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

Fig. 2.97. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 3

Fig. 2.98. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

Fig. 2.99. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 1

Fig. 2.100. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 1

Fig. 2.101. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 1

Fig. 2.102. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 1

Fig. 2.103. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 2

Fig. 2.104. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

Fig. 2.105. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 2

Fig. 2.106. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

Fig. 2.107. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 3

Fig. 2.108. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

Fig. 2.109. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 3

Fig. 2.110. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

Fig.3.1. Curba de primă magnetizare a

Fig.3.2. Ciclu de histerezis

Fig.3.3. Dependența permeabilității relative funcție de intensitatea câmpului magnetic  $\mu_r(H)$

Fig.3.4. Curba fundamentală de magnetizare

Fig.3.5. Ciclu de histerezis

Fig.3.6. Dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic  $\mu_r(H)$

Fig.3.7. Circuit magnetic toroidal

Fig.3.8. Schemă de măsură pentru determinarea curbei de magnetizare

Fig.3.9. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru achiziția tensiunilor induse și a curentului de magnetizare

Fig.3.10. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse

Fig.3.11. Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 1, la valoarea efectivă a curentului de excitație de 1,5A

Fig.3.12. Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 2, la valoarea efectivă a curentului de excitație 1,5A

Fig.3.13. Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 1, la valoarea efectivă a curentului de excitație de 3A

Fig.3.14. Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 2, la valoarea efectivă a curentului de excitație 3A

Fig.3.15. Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 1 la valoarea efectivă a curentului de excitație 4,5A

Fig.3.16 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 2 la valoarea efectivă a curentului de excitație de 4,5A

Fig.3.17. Variația în timp a tensiunii induse în bobina distribuită pentru circuitul 1 când valoarea efectivă a curentului de excitație este 4,5A

Fig.3.18. Variația în timp a tensiunii induse în bobina distribuită pentru circuitul 1 când valoarea efectivă a curentului de excitație este 4,5A obținută din însumarea armonicilor

Fig.3.19. Variația în timp a înălțării magnetice când valoarea efectivă a curentului de magnetizare este 4,5A

Fig.3.21. Curbe de magnetizare pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>

Fig.3.22. Curbe de magnetizare pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup>

Fig.3.23. Permeabilitatea relativă pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea 35mm<sup>2</sup>

Fig.3.24. Permeabilitatea relativă pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea 50mm<sup>2</sup>

Fig.4.1 Element finit spațial

Fig.4.2 Exemple de elemente finite: a - tetraedru, b - paralelipiped

Fig.4.3 Modelul numeric

Fig.4.4. Dependența  $H(r)$  obținută cu modulul de analiză TOSCA și potențialul scalar redus

Fig.4.5 Dependența  $H(r)$  obținută cu modulul de analiză ELEKTRA și potențialul scalar redus

Fig.4.6. Dependența  $H(r)$  obținută cu modulul de analiză TOSCA și potențialul scalar total

Fig.4.7. Dependența  $H(r)$  obținută cu modulul de analiză ELEKTRA și potențialul magnetic total

Fig.4.8. Dependența  $H(r)$  folosind modelul analitic și modelul numeric

Fig.4.9. Conductor multifilar modelat cu ajutorul pachetului de programe Vector Fields Opera

Fig.4.10. Realizarea liniilor de construcție și a punctelor de intersecție

Fig.4.11. Realizarea secțiunii firului

Fig.4.12. Modul de creare a segmentului de fir 2 prin copierea primului segment și deplasarea lui cu aceeași lungime

Fig.4.13. Modul de rotire al segmentului 2 și afișarea segmentelor 1 și 2

Fig.4.14. Afișarea segmentelor 1 și 2

Fig.4.15. Afișarea firului realizat din 20

Fig.4.16 Selectarea firului și modul de creare a unui strat

Fig.4.17 Conductorul multifilar cu un strat

Fig.4.18 Afișarea conductorului cu un strat și a cilindrului

Fig.4.19. Discretizarea domeniului în modelul numeric

Fig.4.20. Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea de la începutul conductorului (o spiră – 1 fir)

Fig.4.21. Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/4$  (o spiră – 1 fir)

Fig.4.22 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/2$  (o spiră – 1 fir)

Fig.4.23 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = 0$  (un strat)

Fig.4.24 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/4$  (un strat)

Fig.4.25 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/2$  (un strat)

Fig.4.26 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră

Fig.4.27 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră

Fig.4.28 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul conductorului cu un strat

Fig.4.29 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul conductorului cu un strat

Fig.4.30 Dependența  $H(z_0)$  în lungul conductorului cu un fir (7spire)

Fig.4.31 Dependența  $H(z_0)$  în lungul conductorului cu un strat (7spire)

Fig.4.32 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (o spiră), în cazul unui fir

Fig.4.33 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (o spiră), în cazul unui strat

Fig.4.34 Conductor multifilar realizat cu ajutorul pachetului de programe Vector Fields Opera

Fig.4.35 Introducerea proprietăților de material în modulul de analiză TOSCA

Fig.4.36 Introducerea proprietăților de material în modulul de analiză ELEKTRA

Fig.4.37 Curba de magnetizare a oțelului



Fig.4.38 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = 0$ ), un fir

Fig.4.39 Dependența  $H(\xi)$  la un sfert din conductor ( $z_0 = l_a/4$ ), un fir

Fig.4.40 Dependența  $H(\xi)$  la mijlocul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un fir

Fig.4.41 Dependența  $B(\xi)$  la mijlocul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un fir

Fig.4.42 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = 0$ ), un strat

Fig.4.43 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = l_a/4$ ), un strat

Fig.4.44 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un strat

Fig.4.45 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un strat

Fig.4.46 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

Fig.4.47 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

Fig.4.48 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

Fig.4.49 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

Fig.4.50 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, în cazul unui strat

Fig.4.51 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, în cazul unui strat

Fig.4.52 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului, în cazul unui strat

Fig.4.53 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului în cazul unui strat

Fig.4.54 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de poziția pe lungimea conductorului (7spire), în cazul conductorului cu un strat

Fig.4.55 Inducția magnetică în funcție de poziția pe lungimea conductorului (7spire), în cazul conductorului cu un strat

Fig.4.56 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (1spiră), în cazul unui fir

Fig.4.57 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (1spiră), în cazul unui strat

Fig.4.58 Secțiune transversală prin conductorul multifilar cu un strat

Fig.4.59 Secțiune transversală prin conductorul multifilar cu 2 straturi

Fig.4.60 Dependența fluxului magnetic din firele de aluminiu funcție de valoarea curentului

Fig.4.61 Dependențele fluxului magnetic total (curba 1) și fluxului magnetic din inima de oțel (curba 2) funcție de valoarea curentului

Fig.4.62 Dependența fluxului magnetic din firele de aluminiu funcție de valoarea curentului

Fig.4.63 Dependențele fluxului magnetic total (curba 1) și fluxului magnetic din inima de oțel (curba 2) funcție de valoarea curentului

Fig.4.64 Dependența fluxului magnetic din firele de aluminiu funcție de valoarea curentului

Fig.4.65 Dependențele fluxului magnetic total (curba 1) și fluxului magnetic din inima de oțel (curba 2) funcție de valoarea curentului

Fig.4.66 Schema de măsură 2

Fig.4.67 Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru achiziția tensiunilor induse din bobine

Fig.4.68 Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse din bobine

Fig.4.69 Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse din bobine

Fig.4.70 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 2 semnale 35.vi* la valoarea efectivă a curentului de 175A

Fig.4.71 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 2 semnale 50+120.vi* la valoarea efectivă a curentului de 275A

Fig.5.1 Explicativă privind calculul inductivității exterioare a unui conductor

Fig.5.2 Sistem monofazat

Fig.5.3 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral

Fig.5.4 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral

Fig.5.5 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral  
Fig.5.6 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi isoscel  
Fig.5.7 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi oarecare  
Fig.5.8 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază orizontal  
Fig.5.9. Explicativă privind discretizarea domeniului exterior conductoarelor de fază  
Fig.6.1 Schema monofilară a subsistemului electroenergetic  
Fig.6.3 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=56,042^\circ$  (Varianta 1)  
Fig.6.4 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=26,042^\circ$  (Varianta 2)  
Fig. 6.5 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-33,958^\circ$  (Varianta 3)  
Fig.6.6 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-31,641^\circ$  (Varianta 4)  
Fig.6.7 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-29,592^\circ$  (Varianta 5)  
Fig.6.8 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-34,644^\circ$  (Varianta 6)  
Fig.6.9 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-41,204^\circ$  (Varianta 7)  
Fig.6.10 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-37,988^\circ$  (Varianta 8)  
Fig.6.11 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-35,176^\circ$  (Varianta 9)  
Fig.6.12 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-42,178^\circ$  (Varianta 10)  
Fig.6.13 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-25,142^\circ$  (Varianta 11)  
Fig.6.14 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-23,862^\circ$  (Varianta 12)  
Fig.6.15 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-22,688^\circ$  (Varianta 13)  
Fig.6.16 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii  $\alpha=-25,522^\circ$  (Varianta 14)

# 1. Introducere

## 1.1. Considerații generale

Asigurarea funcționării stabile a unui sistem electroenergetic sau a unui subsistem de acest tip presupune dotarea acestuia cu sisteme de monitorizare, protecții și automatizare cât mai eficiente. Un element perturbator important în funcționarea corectă a acestor sisteme este reprezentat de avariile (defectele) ce se produc intempestiv. Pentru limitarea consecințelor unei avarii sistemele electroenergetice (elementele din care acestea sunt compuse) sunt prevăzute cu sisteme de protecții [1, 2]. Progresul tehnic și științific din ultimii ani a influențat conceperea, proiectarea și realizarea sistemelor de protecție, astfel s-a ajuns în situația ca decizia de izolare față de sursă a unui element defect să se producă în zeci de milisecunde [1, 2, 3, 4, 5], deci înainte ca regimul tranzitoriu provocat de un defect să ajungă în regim stabilizat (componenta liberă a tensiunilor și curenților nu s-a anulat). Această situație impune o analiză mai precisă a evoluției în timp a tensiunilor și curenților pe durata regimurilor tranzitorii provocate de avarii în sistemele sau subsistemele electroenergetice. Cum componenta liberă a tensiunilor și curenților pe durata regimului tranzitoriu depinde de condițiile de defect și de parametrii elementelor din circuitul electric este evident că un calcul mai precis al evoluției în timp a tensiunilor și curenților impune cunoașterea mai exactă a valorii parametrilor elementelor ideale de circuit ce intervin în schemele echivalente asociate sistemelor și subsistemelor electroenergetice. Elementul cu cea mai mare extensie în sistemele sau subsistemele electroenergetice este reprezentat de liniile electrice, iar în cadrul acestora de liniile electrice aeriene. Din acest motiv în lucrare se abordează problema determinării mai precise a parametrilor longitudinali ai liniilor electrice aeriene. În literatura de specialitate [9, ..., 13] inductivitatea liniilor electrice este descompusă în două componente – inductivitatea externă corespunzătoare fluxului magnetic din exteriorul conductoarelor de fază și inductivitatea internă corespunzătoare fluxului magnetic din interiorul conductoarelor de fază. Calculul inductivității interne a conductoarelor multifilare, în literatura de specialitate [6, ..., 17] se face neglijându-se prezența inimii de oțel (curentul se consideră ca fiind uniform distribuit în zona de aluminiu și cea de oțel) și faptul că firele conductorului sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel (vectorul densitate de curent este considerat ca având direcția identică cu axa inimii de oțel).

Având în vedere complexitatea și extensia acestei probleme lucrarea se limitează la calculul parametrilor de secvență pozitivă (directă), respectiv negativă (inversă) ai liniilor electrice aeriene. Acești parametri nu sunt afectați de existența sau nu a conductoarelor de gardă și nici de caracteristicile solului.

De asemenea, în lucrare se analizează modul în care parametrii de secvență directă și inversă ai liniilor electrice aeriene influențează evoluția în timp a tensiunilor și curenților liniilor cu defect pe durata regimurilor tranzitorii provocate de scurtcircuite trifazate.

Conductoarele de fază utilizate în construcția de liniilor electrice aeriene sunt, în majoritatea cazurilor, realizate din aliaje de aluminiu, oțel sau aluminiu; rar și numai în cazuri speciale din cupru sau bronz [6, 7, 8, 10, 11]. În fig.1.1 sunt

## 16 Introducere

prezentate cele trei tipuri de conductoare multifilare (LEA), cu un strat (a), cu două straturi (b), cu trei straturi (c). Aceste conductoare conțin, în general, două părți: o zonă conductoare din aluminiu parcursă de curent și o zonă din oțel (inimă din oțel) menită să asigure rezistență mecanică.

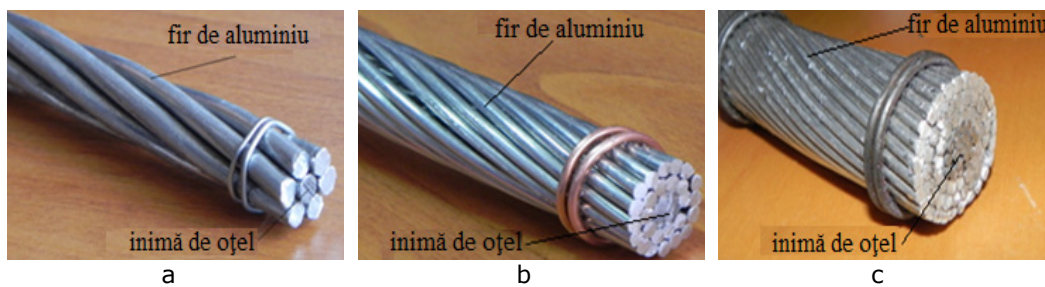


Fig.1.1 Conductoare multifilare (LEA), a – un strat, b – două straturi, c - trei straturi

Tabelul 1.1. Conductoare utilizate la liniile electrice aeriene

| Nr. crt. | Secțiunea nominală [mm <sup>2</sup> ] | Diametrul conductorului [mm] | Inima de oțel         | Mantaua din aluminiu |                        |                   |
|----------|---------------------------------------|------------------------------|-----------------------|----------------------|------------------------|-------------------|
|          |                                       |                              | Diametrul inimii [mm] | Număr de fire        | Diametrul firului [mm] | Număr de straturi |
| 1        | 25/4                                  | 6,75                         | 2,25                  | 6                    | 2,25                   | 1                 |
| 2        | 35/6                                  | 8,10                         | 2,70                  | 6                    | 2,70                   | 1                 |
| 3        | 50/8                                  | 9,60                         | 3,20                  | 6                    | 3,20                   | 1                 |
| 4        | 70/12                                 | 11,55                        | 4,35                  | 26                   | 1,80                   | 2                 |
| 5        | 95/15                                 | 13,35                        | 4,95                  | 26                   | 2,10                   | 2                 |
| 6        | 120/21                                | 15,65                        | 5,85                  | 26                   | 2,45                   | 2                 |
| 7        | 150/25                                | 17,10                        | 6,30                  | 26                   | 2,70                   | 2                 |
| 8        | 185/32                                | 19,20                        | 7,20                  | 26                   | 3,00                   | 2                 |
| 9        | 240/40                                | 21,70                        | 8,10                  | 26                   | 3,40                   | 2                 |
| 10       | 300/50                                | 24,20                        | 9,00                  | 26                   | 3,80                   | 2                 |
| 11       | 450/75                                | 29,25                        | 11,45                 | 63                   | 3,00                   | 3                 |
| 12       | 680/85                                | 36,00                        | 12,00                 | 54                   | 4,00                   | 3                 |

Conductoarele bimetalice din aluminiu-oțel sunt standardizate în România prin STAS 3000-80 [6]. Numărul de fire (din aluminiu), conținute de un conductor depinde, în principal, de secțiunea sa, numărul minim fiind 6 și numărul maxim 63. Secțiunea inimii de oțel este minim 4 mm<sup>2</sup>, respectiv maxim 97 mm<sup>2</sup> [6, 7, 8].

În tabelul 1.1, [6], este prezentată structura conductoarelor liniilor electrice aeriene din România. Se constată că numărul de straturi este minim 1 și maxim 3. Firele utilizate în alcătuirea conductoarelor sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel cu un anumit pas de înfășurare.

Raportul de înfășurare, conform normativului SR CEI 61089, este raportul dintre pasul de înfășurare și diametrul exterior al stratului corespunzător din conductorul multifilar. Acest normativ precizează că raportul de înfășurare pentru stratul exterior de fire din aluminiu este cuprins în intervalul [10, 14], iar pentru stratul interior de fire din aluminiu aparține intervalului [10, 16]. Ținând cont de acestea, pașii de înfășurare care rezultă pentru tipurile de conductoare utilizate la liniile electrice aeriene sunt prezentați în tabelul 1.2.

Tabelul 1.2. Pașii de înfășurare

| Sect. nom. [mm <sup>2</sup> ] | Nr. de strat | diam. str.1 [mm] | diam. str.2 [mm] | diam. str.3 [mm] | Pas de înfășurare str.1 [mm] |       | Pas de înfășurare str.2 [mm] |       | Pas de înfășurare str.3 [mm] |       |
|-------------------------------|--------------|------------------|------------------|------------------|------------------------------|-------|------------------------------|-------|------------------------------|-------|
|                               |              |                  |                  |                  | Minim                        | Maxim | Minim                        | Maxim | Minim                        | Maxim |
| 25                            | 1            | 6,75             |                  |                  | 67,5                         | 94,5  |                              |       |                              |       |
| 35                            | 1            | 8,1              |                  |                  | 81                           | 113,4 |                              |       |                              |       |
| 50                            | 1            | 9,6              |                  |                  | 96                           | 134,4 |                              |       |                              |       |
| 70                            | 2            | 7,95             | 11,55            |                  | 79,5                         | 127,2 | 115,5                        | 161,7 |                              |       |
| 95                            | 2            | 9,15             | 13,35            |                  | 91,5                         | 146,4 | 133,5                        | 186,9 |                              |       |
| 120                           | 2            | 10,75            | 15,65            |                  | 107,5                        | 172   | 156,5                        | 219,1 |                              |       |
| 150                           | 2            | 11,7             | 17,1             |                  | 117                          | 187,2 | 171                          | 239,4 |                              |       |
| 185                           | 2            | 13,2             | 19,2             |                  | 132                          | 211,2 | 192                          | 268,8 |                              |       |
| 240                           | 2            | 14,9             | 21,7             |                  | 149                          | 238,4 | 217                          | 303,8 |                              |       |
| 300                           | 2            | 16,6             | 24,2             |                  | 166                          | 265,6 | 242                          | 338,8 |                              |       |
| 450                           | 3            | 17,25            | 23,25            | 29,25            | 172,5                        | 276   | 232,5                        | 372   | 292,5                        | 409,5 |
| 680                           | 3            | 20               | 28               | 36               | 200                          | 320   | 280                          | 448   | 360                          | 504   |

Din tabelul 1.2 rezultă că pasul de înfășurare depinde de secțiunea conductorului și a inimii de oțel, având valoarea minimă 67,5 mm, respectiv valoarea maximă 504 mm. În aceste condiții 1 km de conductor are maxim 14815 spire, respectiv minim 1984 spire, deci neglijarea acestor spire în calculul inductivității interne a conductorului conduce la erori mari în aprecierea acestui parametru. În lucrările [9, ..., 21] se prezintă calculul analitic al inductivității interne a conductoarelor înfășurate elicoidal, dar fără a se ține seama de prezența inimii de oțel.

Curentul ce parcurge firele conductorului înfășurate elicoidal creează în inima de oțel un câmp magnetic, care pe lângă faptul că influențează valoarea inductivității interne a conductorului determină și pierderi de putere activă în inima de oțel, deci influențează și rezistența electrică a acestuia.

Calculul cât mai exact al parametrilor conductorului multifilar care are și inimă de oțel presupune și cunoașterea constantelor de material (permitivitate, conductivitate) a oțelului utilizat în realizarea acestui tip de conductoare. Deoarece în literatura de specialitate [22, ..., 26] nu sunt prezentate aceste constante este necesară determinarea experimentală a acestora.

Principalele obiective ale tezei de doctorat sunt:

- Conceperea unui model analitic pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg conductoarele multifilare a căror fire din aluminiu sunt înfășurate elicoidal, care se găsesc în medii magnetice liniare și omogene.
- Conceperea unui model numeric pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg conductoarele multifilare a căror fire din aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste o inimă de oțel (LEA) de formă cilindrică, care se găsesc în medii magnetice neliniare și neomogene.
- Calculul inductivității în serviciu de secvență pozitivă (directă), respectiv negativă (inversă) internă și exterioară a conductoarelor multifilare (LEA) având în vedere faptul că firele din aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel.

- Analiza modului în care parametrii liniei electrice pe care se produce un defect influențează variația în timp, pe durata regimului tranzitoriu provocat de defect, a tensiunilor și curenților, în special valoarea și durata în timp a componentei libere conținută care intervine în curenții de defect. Cunoașterea acestor parametri este foarte importantă pentru stabilirea reglajelor optime ale protecțiilor din sistemele și subsistemele electroenergetice.

## 1.2. Structura tezei

Teza de doctorat este structurată pe șapte capitole și anume: capitolul 1 – Introducere; capitolul 2 - Model analitic pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții din spire înfășurate elicoidal; capitolul 3 – Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului folosit la conductoarele multifilare LEA; capitolul 4 – Model numeric pentru calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor LEA; capitolul 5 – Inductivitatea liniilor electrice trizate; capitolul 6 – Simularea numerică a regimului tranzitoriu într-un subsistem electroenergetic; capitolul 7 – Concluzii generale și contribuții științifice personale; Anexe, Lista lucrărilor.

## 1.3. Bibliografie

- [1] Ivașcu C., *Automatizarea și protecția sistemelor electroenergetice*, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 1999.
- [2] Ulianov S. A., *Regimuri tranzitorii ale sistemelor electrice*, Editura Tehnică București 1967.
- [3] Pinte N., Nitu C., Munteanu C., Diaconu I., Merdan E., Oltean M., *TIS Cultural Filtration, Implemented within the Directional Relay Structure*, Acta electrotehnica Special ISSUE, 2008, pp 39 - 46.
- [4] Diaconu I., Hațegan I., Pinte N., Toader D., *The Protective Block for Medium Voltage Networks*, Acta electrotehnica Special ISSUE, 2008, pp 91 – 94.
- [5] Toader D., Rușeț P., Diaconu I., Hațegan I., Pinte N., *Selective detection of simple and double grounding in the medium electrical voltage networks with compensated null*. Proceeding of the Power Tech 2009 București, CD.
- [6] Rucăreanu C., Militaru P., Hotoboc V., Chiricescu V., Prioteasa V., *Linii electrice aeriene și subterane*, Editura Tehnică, București, 1989.
- [7] \*\*\* IPROEB, *Conductoare neizolate pentru linii electrice aeriene*, 2007.
- [8] \*\*\*SR CEI 61089, *Conductoare pentru linii electrice cu sârme rotunde, cablate în straturi concentrice*, 1996.
- [9] Bercovici N., Arie A., Poată A., *Rețele electrice. Calcul electric*, Editura Tehnică București 1974.
- [10] Iacobescu Gh., Iordănescu I., ș.a., *Rețele electrice*, Editura Didactică și Pedagogică București 1981.
- [11] Eremia M, Song Y. H., Buta A., Luștea B., Nemeș M, ș.a., *Electric Power System Vol 1, Electric Networks*, Editura Academiei Române, București 2006.
- [12] Buta A.: *Transportul și distribuția energiei electrice*, Litografia Institutului Politehnic „Traian Vuia” din Timișoara, 1991.
- [13] Poată A., Arie A., Crișean O., Eremia M., Alexandrescu V., Buta A.: *Transportul și distribuția energiei electrice*, Editura Tehnică, București, 1981.

- [14] Toshiharu T., *Inductance calculation for helical conductors*, Institute Of Physics Publishing Supercond. Sci. Technol., 18 (2005) 214–222.
- [15] Tominaka T., *Analytical field calculations for various helical conductors*, IEEE Transation Applied Superconductor, 14 1838–41, 2004.
- [16] Tominaka T., *Calculations using the helical filamentary structure for current distributions of a six around one superconducting strand cable and a multifilamentary composite*, J. Appl. Phys., 96 5069–80, 2004.
- [17] Chester S., *Formula for the inductance of a helix made with wire of any section*, Scientific papers of the bureau of standards, no. 537, vol. 21, November 10, 1926.
- [18] Vermeșean C., Munteanu C., Țopa V., Simion E., Pop I., *Modelling Electromagnetic Disturbances on HV Power Lines using Non-Uniform Transmission Lines*, Proceedings of the 3rd International Workshop on Advances in Numerical Computation Methods in Electromagnetism, ANCME 2005, Brussels, Belgium, 26-27 Mai 2005, pp. 11-22.
- [19] Diaconu C., Pop I., Munteanu C., *The Analysis of the Electric and Magnetic Field Distribution Inside a Recently Rehabilitated Substation Belonging to Romanian TSO Company*, Proceedings of 2008 CIGRE Session 42, Paris, Franța, August 2008, publicat pe CD.
- [20] Munteanu C., Simion E., Țopa V., De Mey G., Deconinck J., Fogarași L., *BEM\_2D Boundary Elements Software for Solving Electric Field Problems*, Analele Universității din Oradea, A 5-a Conferința Internațională de Ingineria Sistemelor Moderne în Electrotehnică, EMES '99, Oradea, 27 - 29 Mai 1999, pp. 62 - 67.
- [21] Munteanu C., Simion E., Țopa V., De Mey G., Purcar M., *Numerical Analysis of the Electromagnetic Field Diffusion in Multiple Conductor Systems using BEM*, Analele Universității din Oradea, A 6-a Conferința Internațională de Ingineria Sistemelor Moderne în Electrotehnică, EMES '01, Oradea, 24 - 26 Mai 2001, pp. 104-11.
- [22] Chicina I., *Mărimi magnetice de material*, Editura Casa cărții de știință, Cluj-Napoca, 2002.
- [23] Creț R., Dărăbanț L., Turcu A. *Materiale dielectrice și magnetice*, Editura Mediamira, Cluj-Napoca, 2008.
- [24] Helerea E., *Materiale pentru electrotehnică și electronică*, Editura Matix Rom, București, 2003.
- [25] Popescu Ch., Ifrim A., Cedighian S., Lefter C., Nicolae M., Ichim D., *Materiale electrotehnice. Proprietăți și utilizări*, Editura Tehnică, București, 1976. Spaladin N. A., *Magnetic materials*, University Press, Cambridge, 2003.

## 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții din spire înfășurate elicoidal

### 2.1. Introducere

Determinarea inductivității interne a conductoarelor multifilare (conductoare LEA) presupune calculul câmpului magnetic din inima de oțel, câmp creat de curenții ce parcurg firele din aluminiu (fig. 1.1). În literatura de specialitate [1, 2, 3, 4] sunt prezentate modele de calcul a câmpului magnetic determinat de curenții ce parcurg spire elicoidale sau conductoare multifilare, dar care nu au inima de oțel. Relațiile analitice determinate conțin serii de funcții, deci rezultatele obținute sunt aproximative. Lucrarea prezintă un model analitic de calcul în care nu intervin serii de funcții, model determinat în aceleași condiții ca și cele prezentate în literatura precizată. Modelul analitic de calcul are următoarele ipoteze simplificatoare: domeniul de existență al câmpului magnetic este liniar și omogen (se neglijează magnetizarea inimii de oțel, deci permeabilitatea acesteia se consideră  $\mu_0$ ); firele din aluminiu (conductoare) reale se înlocuiesc cu unele filiforme parcurse de aceiași curenți și plasate în axul celor reale. Modelul analitic conceput se implementează în mediul de programare Wolfram Mathematica 7 pentru a putea analiza modul în care structura constructivă a conductoarelor multifilare (un strat, două straturi, trei straturi, lungimea acestora), dimensiunea pasului de înfășurare al straturilor și sensul de înfășurare al straturilor influențează câmpul magnetic din domeniul echivalent inimii de oțel.

În studiu sunt luate în considerare patru variante:

- spiră elicoidală;
- conductor multifilar cu un strat;
- conductor multifilar cu două straturi (sensul de înfășurare al celor două straturi fiind același sau diferit);
- conductor multifilar cu trei straturi (când sensul de înfășurare al stratului din mijloc este diferit de cel al stratului interior și exterior sau când sensul de înfășurare a celor trei straturi este același).

### 2.2. Calculul intensității câmpului magnetic din medii omogene în regim staționar

Utilizând teoria câmpurilor de vectori se asigură o abordare generală a problemei calculului câmpului magnetic [5, ..., 24]. În regim staționar și cvasistaționar, intensitatea câmpului magnetic satisface următoarele ecuații [5, ..., 24]:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (2.1)$$

ecuație ce reprezintă forma locală a legii circuitului magnetic:



## 22 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

$$\operatorname{div} \bar{H} = \operatorname{div} \frac{\bar{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad (2.2)$$

ecuație ce se obține din forma locală a legii fluxului magnetic, în care s-a avut în vedere legea legăturii dintre vectorii  $\bar{B}$ ,  $\bar{H}$  și  $\bar{M}$  în vid  $\bar{B} = \mu_0 \cdot \bar{H}$ , unde  $\mu_0$  reprezintă permeabilitatea vidului.

Din ecuația (2.2) rezultă că vectorul intensitate de câmp magnetic derivă dintr-un potențial vector  $\bar{A}_H$ , adică  $\bar{H} = \operatorname{rot} \bar{A}_H$ . În aceste condiții ecuația (2.1) devine,

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \nabla \times \bar{H} = \bar{J}, \quad \text{respectiv} \quad \operatorname{rot} \bar{H} = \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \bar{A}_H) = \bar{J} \quad (2.3)$$

Presupunând că  $\operatorname{div} \bar{A}_H = \nabla \cdot \bar{A}_H = 0$ , (este satisfăcută condiția de etalonare a lui Lorentz) se obține pentru potențialul magnetic vector ecuația diferențială

$$\nabla \times (\nabla \times \bar{A}_H) = \nabla(\nabla \cdot \bar{A}_H) - \nabla^2 \bar{A}_H = \bar{J}$$

respectiv,

$$-\nabla^2 \bar{A}_H = -\Delta \bar{A}_H = \bar{J} \quad (2.4)$$

în care  $\Delta$  este operatorul Laplace. Ținând seama de componentele vectorilor  $\bar{A}_H$  și  $\bar{J}$  în sistemul cartezian de coordonate, din relația (2.4) se obțin următoarele ecuații diferențiale scalare:

$$\Delta A_{Hx} = -J_x; \quad \Delta A_{Hy} = -J_y; \quad \Delta A_{Hz} = -J_z \quad (2.5)$$

care reprezintă ecuații de tip Poisson.

Pentru rezolvarea ecuațiilor de tip Poisson se folosește o formă particulară a teoremei lui Green [5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24]:

$$\nabla(U \cdot \nabla A_{Hx}) = \nabla U \cdot \nabla A_{Hx} + U \cdot \nabla^2 A_{Hx} \quad (2.6)$$

$$\nabla(A_{Hx} \nabla U) = \nabla U \cdot \nabla A_{Hx} + A_{Hx} \nabla^2 U \quad (2.7)$$

unde  $U$  este o funcție scalară ajutătoare, iar  $A_{Hx}$  este componenta în lungul axei  $Ox$  a potențialului magnetic vector care trebuie determinat.

Scăzând cele două ecuații se obține:

$$\nabla(U \nabla A_{Hx} - A_{Hx} \nabla U) = U \nabla^2 A_{Hx} - A_{Hx} \nabla^2 U. \quad (2.8)$$

Integrând relația (2.8) pe volumul delimitat de suprafața închisă  $\Sigma$  (fig. 2.1), și aplicând apoi pentru termenul din stânga egalității teorema lui Gauss-Ostrogradsky, rezultă:

$$\int_{\Sigma} (U \cdot \nabla A_{Hx} - A_{Hx} \nabla U) \cdot \bar{ds} = \int_V (U \cdot \nabla^2 A_{Hx} - A_{Hx} \nabla^2 U) \cdot dv \quad (2.9)$$

Integrala de volum (2.9) se simplifică dacă funcția ajutătoare  $U$  se alege astfel încât  $\nabla^2 U \equiv \Delta U = 0$ , condiție satisfăcută de funcția  $U = \frac{1}{r}$ , deoarece

$\Delta\left(\frac{1}{r}\right) = 0$  în toate punctele domeniului delimitat de suprafața închisă  $\Sigma$ , cu excepția punctului  $P$  (fig. 2.1) în care  $r = 0$ , deci funcția  $U$  nu este definită. Punctul  $P$ , în care se dorește determinarea potențialului magnetic vector (Fig. 2.1), este un punct singular pentru funcția  $U$  și trebuie exclus din domeniul delimitat de suprafața închisă  $\Sigma$ . Excluderea acestui punct din domeniul de integrare se face cu ajutorul

## 2.2. Calculul intensității câmpului magnetic din medii omogene în regim staționar **23**

unei mici sfere (suprafața  $\Sigma_0$  în fig.2.1) care are centrul în punctul P și raza  $r_0$  (fig. 2.1). Rezultă că noul domeniu de integrare este delimitat de suprafața  $\Sigma$  și  $\Sigma_0$ , domeniu în care  $\Delta U = 0$ .

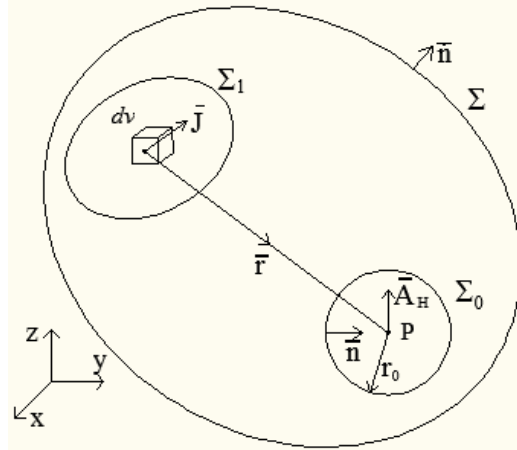


Figura 2.1. Explicativă privind calculul potențialului magnetic vector

Având în vedere aceste elemente relația (2.9) devine:

$$\int_{\Sigma_0, \Sigma} \left( \frac{1}{r} \nabla A_{Hx} - A_{Hx} \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \right) \cdot \bar{ds} = \int_V \frac{\nabla^2 A_{Hx}}{r} \cdot dv. \quad (2.10)$$

Deoarece elementul de suprafață  $\bar{ds} = \bar{n} \cdot ds$ , unde  $\bar{n}$  este vectorul unitar normal (considerat pozitiv către exterior - fig. 2.1) rezultă:

$$\nabla A_{Hx} \cdot \bar{ds} = \nabla A_{Hx} \cdot \bar{n} \cdot ds = \frac{\partial A_{Hx}}{\partial n} ds \quad (2.11)$$

$$\nabla \left( \frac{1}{r} \right) \cdot \bar{ds} = \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \cdot \bar{n} \cdot ds = \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \cdot ds. \quad (2.12)$$

Având în vedere relațiile (2.11) și (2.12), relația (2.10) devine:

$$\int_{\Sigma_0, \Sigma} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_{Hx}}{\partial n} - A_{Hx} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \cdot ds = \int_V \frac{\Delta A_{Hx}}{r} \cdot dv \quad (2.13)$$

Pentru a determina potențialul în punctul P se consideră că raza sferei ce înconjoară punctul tinde la zero,  $r_0 \rightarrow 0$ . Calculând integrala de suprafață pe suprafața  $\Sigma_0$ , atunci când raza  $r_0 \rightarrow 0$  se obține:

$$\lim_{r_0 \rightarrow 0} \int_{\Sigma_0} \left( r_0 \frac{\partial A_{Hx}}{\partial n} - A_{Hx} \right) \cdot d\Omega = -A_{Hx} \int_{\Sigma_0} d\Omega = -4\pi A_{Hx} \quad (2.14)$$

Ținând cont de relația (2.14), pentru componenta în lungul axei Ox, a potențialului magnetic vector se obține expresia:

$$A_{Hx} = -\frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\Delta A_{Hx}}{r} \cdot dv + \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_{Hx}}{\partial n} - A_{Hx} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \cdot ds \quad (2.15)$$

**24** 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

$$A_{Hx} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{J_x}{r} \cdot dv + \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_{Hx}}{\partial n} - A_{Hx} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \cdot ds \quad (2.16)$$

Prin analogie componentele  $A_{Hy}$ ,  $A_{Hz}$  ale potențialului magnetic vector se exprimă cu relațiile:

$$A_{Hy} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{J_y}{r} \cdot dv + \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_{Hy}}{\partial n} - A_{Hy} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \cdot ds \quad (2.17)$$

$$A_{Hz} = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{J_z}{r} \cdot dv + \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial A_{Hz}}{\partial n} - A_{Hz} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{r} \right) \right) \cdot ds \quad (2.18)$$

Având în vedere expresiile componentelor potențialului magnetic vector, relațiile (2.16), (2.17), (2.18), pentru potențialul vector  $\bar{A}_H$ , atunci când  $\bar{A}_H = 0$  la infinit, se obține, expresia

$$\bar{A}_H = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\bar{J}}{r} dv \quad (2.19)$$

În cazul conductoarelor filiforme, parcurse de curenți de conducție „ $i$ ”, respectiv cu densitatea  $\bar{J}$  (care este constantă în secțiune), vectorii  $\bar{ds}$ ,  $\bar{dl}$  și  $\bar{J}$  au aceeași orientare (Fig. 2.2).

Având în vedere faptul că elementul de volum  $dv$  se poate exprima în forma  $dv = \bar{ds} \cdot \bar{dl}$ , relația (2.19) devine:

$$\bar{A}_H = \frac{1}{4\pi} \int_{\Delta S} \bar{J} \cdot \bar{ds} \oint_{\Gamma} \frac{\bar{dl}}{r} = \frac{1}{4\pi} i \oint_{\Gamma} \frac{\bar{dl}}{r} \quad (2.20)$$

în care  $i$  reprezintă curentul de conducție prin conductorul filiform  $\Gamma$ ,  $\Delta S$  - secțiunea conductorului,  $r$  - distanța de la elementul de linie  $\bar{dl}$  până în punctul P în care se calculează  $\bar{A}_H$  (fig.2.2).

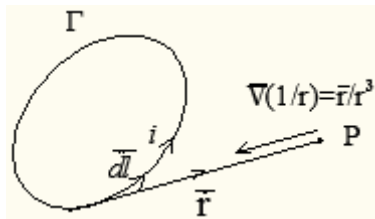


Fig. 2.2. Explicativă privind calculul potențialului magnetic vector la conductoare filiforme

Pentru intensitatea câmpului magnetic  $\bar{H}$ , produs de curentul  $i$  ce parcurge conductorul filiform  $\Gamma$ , se obține expresia:

$$\bar{H} = \nabla \times \bar{A}_H = \frac{1}{4\pi} i \oint_{\Gamma} \nabla \times \frac{\bar{dl}}{r} \quad (2.21)$$

în care produsul vectorial se dezvoltă în forma:

$$\nabla \times \frac{\vec{dl}}{r} = \frac{1}{r} \nabla \times \vec{dl} - \vec{dl} \times \nabla \left( \frac{1}{r} \right) \quad (2.22)$$

Deoarece în punctul P, în care se calculează  $\vec{H}$ ,  $\nabla \times \vec{dl} = 0$ , iar  $\nabla(1/r) = -\vec{r}/r^3$  pentru cazul în care  $\vec{r}$  este orientat de la punctul P înspre  $\vec{dl}$  (Fig.2.2), expresia intensității câmpului magnetic este

$$\vec{H} = \frac{i}{4\pi} \oint_{\Gamma} \frac{\vec{r} \times \vec{dl}}{r^3} \quad (2.23)$$

expresie cunoscută în literatură [5, ..., 24] sub denumirea de teorema Biot – Savart – Laplace.

### 2.3. Calculul intensității câmpului magnetic pentru un conductor multifilar

Determinarea modelului analitic de calcul al intensității câmpului magnetic produs de curenții ce parcurg conductoare multifilare înfășurate elicoidal se face acceptând că firele conductorului multifilar sunt filiforme și că domeniul în care se găsește conductorul este liniar, omogen și izotrop.

Se consideră un fir oarecare  $p$ , din cele  $n_1$  fire ale unui strat al conductorului multifilar, cu secțiune infimezimală (dimensiunea transversală neglijabilă în raport cu lungimea lui) înfășurat elicoidal peste un cilindru (având dimensiunile geometrice identice cu cele ale inimii de oțel ale conductorului multifilar) de rază  $a$  și lungime  $l_a$ , pas de înfășurare  $b$  parcurs de curentul  $i$  (fig. 2.3). Permeabilitate cilindrului și a mediului în care se găsesc cilindrul și firul conductor se consideră identică cu a vidului -  $\mu_0$ . Problema care se pune este de a stabili expresia vectorului intensitate a câmpului magnetic  $\vec{H}_{A_1}$  în punctul oarecare  $A_1$  (fig.2.3), situat în domeniul de existență al câmpului magnetic, câmp produs de curentul „ $i$ ” ce parcurge cele „ $m$ ” spire filiforme.

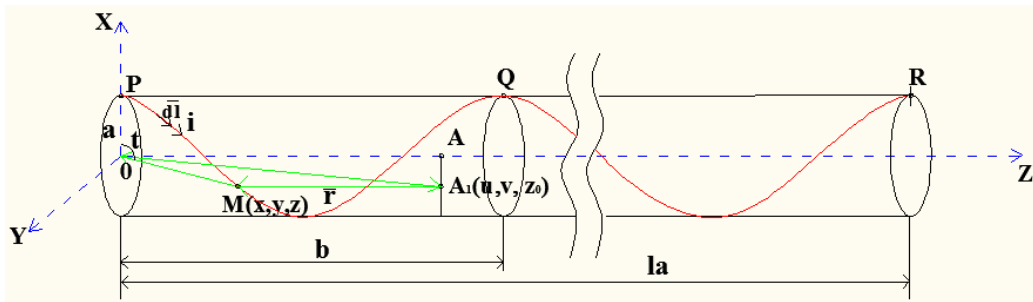


Fig. 2.3. Fir înfășurat elicoidal

Ecuțiile parametrice ale firului înfășurat elicoidal pe cilindrul de rază  $a$  sunt:

$$\begin{aligned} x &= a \cos t \\ y &= a \sin t \\ z &= \frac{b}{2\pi} t \end{aligned} \quad t \in [0, 2\pi \cdot m] \quad (2.24)$$

## 26 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

unde  $m$  este numărul de spire de formă elicoidală.

Se consideră punctul curent  $M(x,y,z)$  care aparține firului (fig. 2.3) și poziționează elementul infinitezimal  $\overline{dl}$  al firului parcurs de curentul  $i$ . Vectorul de poziție al punctului  $M$  față de originea  $O$  a sistemului de coordonate este,  $\overline{OM} = x \cdot \overline{i} + y \cdot \overline{j} + z \cdot \overline{k}$  unde  $\overline{i}, \overline{j}, \overline{k}$  sunt versorii celor trei axe de coordonate. Punctul în care se calculează vectorul intensitate de câmp magnetic este notat cu  $A_1$  și este poziționat prin coordonatele  $(u,v,z_0)$  în fig. 2.3. Vectorul de poziție al punctului  $A_1$  față de punctul mobil  $M$  este  $\overline{r} = \overline{A_1M}$  (fig.2.3). În triunghiul  $A_1OM$  este satisfăcută relația  $\overline{A_1M} + \overline{MO} + \overline{OA_1} = 0$ , de unde rezultă  $\Rightarrow \overline{A_1M} = \overline{OM} + \overline{A_1O}$ , unde  $\overline{OM} = a \cos t \overline{i} + a \sin t \overline{j} + \frac{b}{2\pi} t \overline{k}$  și  $\overline{A_1O} = -u \overline{i} - v \overline{j} - z_0 \overline{k}$ , deci se obține:

$$\overline{A_1M} = (a \cos t - u) \overline{i} + (a \sin t - v) \overline{j} + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) \overline{k}$$

Ca urmare lungimea vectorului de poziție  $\overline{r}$  (modulul acestuia) este:

$$r = \sqrt{a^2 + u^2 + v^2 - 2au \cos t - 2av \sin t + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2}.$$

Având în vedere următoarele relații:  $u^2 + v^2 = \xi^2 \rightarrow u = \xi \cos \tau, v = \xi \sin \tau$ , unde  $\xi$  este distanța dintre punctul  $A_1$  și axa  $Oz$  (segmentul  $AA_1$  din fig.2.3), iar  $\tau$  este unghiul polar, modulul vectorului  $\overline{r}$  obține expresia,

$$r = \sqrt{a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t - \tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2}.$$

Se consideră începutul spirelor elicoidale pe axa  $Ox$ , deci punctul  $P$  (fig. 2.3) are coordonatele  $x = a, y = 0, z = 0$ , unghiul  $t = 0$ , sfârșitul primei spire în punctul  $Q$  (fig. 2.3), deci are coordonatele  $x = a, y = 0, z = b$ , unghiul  $t = 2\pi$ , și sfârșitul spirelor punctul  $R$  (fig. 2.3) care are coordonatele  $x = a, y = 0, z = b \cdot m$ , unghiul  $t = 2\pi \cdot m$ .

Intensitatea câmpului magnetic produs de curentul  $i$  ce parcurge cele  $m$  spire ale firului, în punctul  $A_1$  (Fig.2.3), în conformitate cu relația (2.23) se exprimă prin relația:

$$\overline{H}_{A_1} = \frac{i}{4\pi} \int_P^R \frac{1}{r^3} \overline{r} \times \overline{dl} \quad (2.25)$$

Deoarece elementul de linie  $\overline{dl} = dx \overline{i} + dy \overline{j} + dz \overline{k}$ , produsul vectorial  $\overline{r} \times \overline{dl}$  devine,

$$\overline{r} \times \overline{dl} = \begin{vmatrix} \overline{i} & \overline{j} & \overline{k} \\ a \cos t - \xi \cos \tau & a \sin t - \xi \sin \tau & \frac{b}{2\pi} \\ dx & dy & dz \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \left[ (a \sin t - \xi \sin \tau) dz - \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) dy \right] \bar{i} + \\
 &+ \left[ \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) dx - (a \cos t - \xi \cos \tau) dz \right] \bar{j} + \\
 &+ [(a \cos t - \xi \cos \tau) dy - (a \sin t - \xi \sin \tau) dx] \bar{k}
 \end{aligned} \quad (2.26)$$

În aceste condiții expresia intensității câmpului magnetic în punctul  $A_1$  devine,

$$\begin{aligned}
 \bar{H}_{A_1} &= \frac{i}{4\pi} \int_P^R \frac{1}{r^3} \left[ (a \sin t - \xi \sin \tau) dz - \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) dy \right] \bar{i} + \\
 &+ \frac{i}{4\pi} \int_P^R \frac{1}{r^3} \left[ \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) dx - (a \cos t - \xi \cos \tau) dz \right] \bar{j} + \\
 &+ \frac{i}{4\pi} \int_P^R \frac{1}{r^3} [(a \cos t - \xi \cos \tau) dy - (a \sin t - \xi \sin \tau) dx] \bar{k}
 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Având în vedere relațiile (2.24) elementele infinitezimale  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  a celor trei axe de coordonate se exprimă funcție de elementul infinitezimal  $dt$  prin relațiile,

$$dx = -a \sin t dt; \quad dy = a \cos t dt; \quad dz = \frac{b}{2\pi} dt \quad (2.28)$$

Introducând relațiile (2.28) în relația (2.27), aceasta devine,

$$\begin{aligned}
 \bar{H}_{A_1} &= \frac{i}{4\pi} \int_0^{2\pi N} \frac{1}{r^3} \left\{ \left[ \frac{b}{2\pi} (a \sin t - \xi \sin \tau) - \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) a \cos t \right] dt \right\} \bar{i} + \\
 &+ \frac{i}{4\pi} \int_0^{2\pi N} \frac{1}{r^3} \left\{ \left[ - \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right) a \sin t \right] - \left[ \frac{b}{2\pi} (a \cos t - \xi \cos \tau) \right] \right\} dt \bar{j} + \\
 &+ \frac{i}{4\pi} \int_0^{2\pi N} \frac{1}{r^3} \left\{ [a^2 - a\xi \cos(t - \tau)] dt \right\} \bar{k}
 \end{aligned} \quad (2.29)$$

Cele 5 integralele ce intervin în relația (2.29) se notează cu  $I_1, \dots, I_5$  și au expresiile:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^{2\pi n} \frac{1}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t - \tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dt \\
 I_2 &= \int_0^{2\pi n} \frac{\cos t}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t - \tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dt
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_3 &= \int_0^{2\pi m} \frac{\sin t}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t - \tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dt & (2.30) \\
 I_4 &= \int_0^{2\pi m} \frac{t \cos t}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t - \tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dt \\
 I_5 &= \int_0^{2\pi m} \frac{t \sin t}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t - \tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} dt
 \end{aligned}$$

Cu notațiile (2.30) relația (2.29) devine,

$$\begin{aligned}
 \overline{H}_{A1} &= \frac{i}{4\pi} \left( -\frac{ab}{2\pi} I_4 + az_0 I_2 + \frac{ab}{2\pi} I_3 - \frac{\xi \sin \tau \cdot b}{2\pi} I_1 \right) \overline{i} + \\
 &+ \frac{i}{4\pi} \left( -\frac{ab}{2\pi} I_5 + az_0 I_3 - \frac{ab}{2\pi} I_2 + \frac{\xi \cos \tau \cdot b}{2\pi} I_1 \right) \overline{j} + \\
 &+ \frac{i}{4\pi} \left( \frac{a^2}{4\pi} I_1 - a\xi (\cos \tau \cdot I_2 + \sin \tau \cdot I_3) \right) \overline{k} & (2.31)
 \end{aligned}$$

Pentru cazul particular când există o singură spiră, ( $m = 1$ ), integrarea se va face de la punctul P la punctul Q (fig. 2.3), respectiv variabila  $t$  se modifică de la 0 la  $2\pi$ .

În fig. 2.4 se prezintă o secțiune transversală a unui conductor multifilar utilizat în construcția liniilor electrice aeriene, unde notațiile au următoarele semnificații:  $a$  - raza inimii de oțel;  $\varepsilon$  - raza firului;  $\alpha_1$  - unghiul dintre centrele a două fire consecutive din stratul 1;  $\alpha_2$  - unghiul dintre centrele a două fire consecutive din stratul 2;  $\alpha_3$  - unghiul dintre centrele a două fire consecutive din stratul 3;  $n_1$  - numărul de fire din stratul 1;  $n_2$  - numărul de fire din stratul 2;  $n_3$  - numărul de fire din stratul 3.

Pentru a calcula intensitatea câmpului magnetic într-un punct oarecare situat în domeniul de existență al câmpului magnetic creat de curentul ce parcurge conductorul multifilar, firele reale se înlocuiesc cu unele filiforme plasate în axele acestora. Echivalând firul (conductorul) din aluminiu cu raza  $\varepsilon$ , prin unul filiform plasat în axul firului (conductorului) real, raza  $a$  (fig.2.3) se înlocuiește cu raza  $a + \varepsilon$  (fig.2.4), pentru conductoare situate în primul strat.

Pentru determinarea numărului de fire pe un strat trebuie avute în vedere dimensiunile firului din aluminiu și ale inimii de oțel (cilindrului de rază  $a$ ). Pe circumferința cercului de raza  $a$  sunt amplasate  $n_1$  fire reale de rază  $\varepsilon$ . Deci numărul  $n_1$  de fire conductoare în stratul 1 este partea întreaga a raportului  $(2\pi/a_1)$  și se exprimă prin relația:

$$n_1 = \left[ \frac{2\pi}{\alpha_1} \right], \quad \text{sau} \quad n_1 = \left[ \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{\varepsilon}{a + \varepsilon}\right)} \right] \quad (2.32)$$

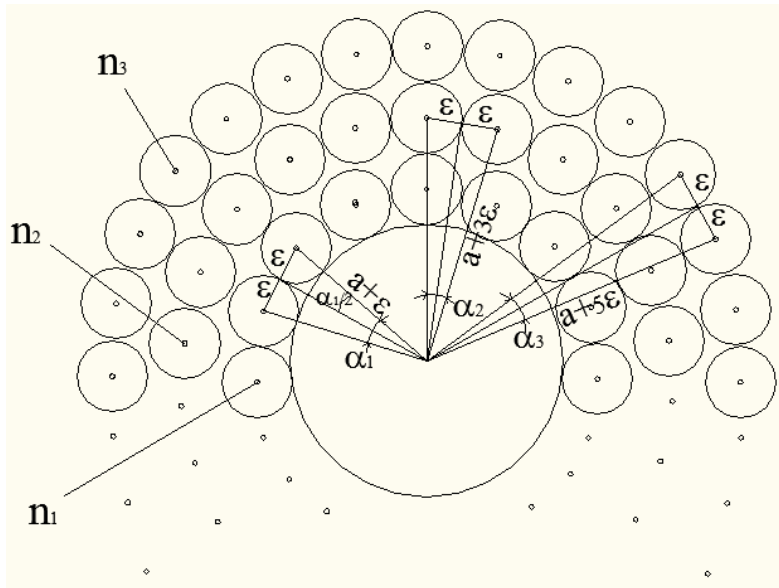


Fig. 2.4. Secțiunea transversală prin conductorul multifilar

Analog, pentru straturile 2 și 3 numărul de fire pe strat se determină cu relațiile (2.33), (2.34)

$$n_2 = \left[ \frac{2\pi}{\alpha_2} \right], \quad n_2 = \left[ \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{\varepsilon}{a + 3\varepsilon}\right)} \right] \quad \text{stratul 2} \quad (2.33)$$

$$n_3 = \left[ \frac{2\pi}{\alpha_3} \right], \quad n_3 = \left[ \frac{\pi}{\arcsin\left(\frac{\varepsilon}{a + 5\varepsilon}\right)} \right] \quad \text{stratul 3} \quad (2.34)$$

Pentru a obține intensitatea câmpului magnetic produs de curentul  $i$  ce parcurge firul oarecare notat cu  $p$ , în punctul  $A_1$ , variabila  $t$  aparține intervalului  $[p\alpha_j, 2\pi \cdot m + p\alpha_j]$ , deci integralele definite  $I_1, \dots, I_5$  se calculează pe același interval. Integralele  $I_1, \dots, I_5$  pentru firul oarecare notat cu  $p$  devin:



$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^{2\pi n} \frac{1}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t-\tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^{\frac{3}{2}} \right)} dt \\
 I_2 &= \int_0^{2\pi n} \frac{\cos(t + p\alpha_j)}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t-\tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^{\frac{3}{2}} \right)} dt \\
 I_3 &= \int_0^{2\pi n} \frac{\sin(t + p\alpha_j)}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t-\tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^{\frac{3}{2}} \right)} dt \\
 I_4 &= \int_0^{2\pi n} \frac{t \cos(t + p\alpha_j)}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t-\tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^{\frac{3}{2}} \right)} dt \\
 I_5 &= \int_0^{2\pi n} \frac{t \sin(t + p\alpha_j)}{\left( a^2 + \xi^2 - 2a\xi \cos(t-\tau) + \left( \frac{b}{2\pi} t - z_0 \right)^{\frac{3}{2}} \right)} dt
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

unde  $p = \overline{0, n_j - 1}$ ,  $j = 1, 2, 3$ ,  $n_j$  - este numărul de fire pe strat,  $\alpha_j$  - unghiul dintre centrele a două fire pe strat. Având în vedere cele precizate, intensitatea câmpului magnetic în punctul  $A_1$  se exprimă prin relația,

$$\begin{aligned}
 \overline{H}_{A1} &= \sum_{j=1}^3 \sum_{p=0}^{n_j-1} \left[ \frac{i}{4\pi} \left( -\frac{ab}{2\pi} I_4 + az_0 I_2 + \frac{ab}{2\pi} I_3 - \frac{\xi \sin \tau \cdot b}{2\pi} I_1 \right) \overline{i} \right] \\
 &+ \sum_{j=1}^3 \sum_{p=0}^{n_j-1} \left[ \frac{i}{4\pi} \left( -\frac{ab}{2\pi} I_5 + az_0 I_3 - \frac{ab}{2\pi} I_2 + \frac{\xi \cos \tau \cdot b}{2\pi} I_1 \right) \overline{j} \right] + \\
 &+ \sum_{j=1}^3 \sum_{p=0}^{n_j-1} \left[ \frac{i}{4\pi} \left( \frac{a^2}{4\pi} I_1 - a\xi (\cos \tau \cdot I_2 + \sin \tau \cdot I_3) \right) \overline{k} \right]
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

## 2.4. Rezultate numerice

Analiza modului în care parametrii constructivi ai conductorului multifilar influențează valoarea intensității câmpului magnetic într-un punct oarecare din domeniul de existență presupune calculul integralelor din relația (2.36). Pentru

aceasta s-a conceput și implementat în mediul de programare Wolfram Mathematica 7 [25, 26, 27, 28] un program de calcul (Anexa 1) în care datele de intrare sunt: raza (dimensiunea  $a$  din fig. 2.3) a cilindrului ce substituie inima de oțel; raza firelor conductorului (dimensiunea  $\varepsilon$  din fig. 2.3); lungimea conductorului  $l_a$  din fig. 2.3; pasul de înfășurare (dimensiunea  $b$  din fig. 2.3); valoarea curentului din fiecare fir (se presupune același curent în toate firele); coordonatele ( $\xi = \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $\tau$  și  $z_0$ ) ale punctului oarecare  $A_1$  în care se calculează intensitatea câmpului magnetic. Programul conceput permite obținerea valorilor intensității câmpului magnetic în orice punct din domeniul de existență al acestuia, precum și prezentarea sub formă grafică a rezultatelor obținute funcție de oricare din mărimile în raport cu care se dorește să se efectueze analiza.

În studiul realizat s-au considerat trei tipuri de conductoare de fază ale unei linii electrice aeriene și anume: cu un strat (secțiunea 35/6 mm<sup>2</sup>); cu două straturi (secțiunea 120/21mm<sup>2</sup>); cu trei straturi (secțiunea 450/75 mm<sup>2</sup>). Dimensiunile celor trei conductoare multifilare [29, 30, 31, 32, 33, 34] sunt prezentate în tabelul 2.1.

Tabelul 2.1. Dimensiunile conductoarelor LEA

| Sect. nom. [mm <sup>2</sup> ] | $a$ [mm] | $\varepsilon$ [mm] | nr. de straturi | Pas de înfășurare strat 1 [mm] |       | Pas de înfășurare strat 2 [mm] |       | Pas de înfășurare strat 3 [mm] |       |
|-------------------------------|----------|--------------------|-----------------|--------------------------------|-------|--------------------------------|-------|--------------------------------|-------|
|                               |          |                    |                 | minim                          | maxim | minim                          | maxim | minim                          | maxim |
| 35/6                          | 1,35     | 1,35               | 1               | 81                             | 113,4 |                                |       |                                |       |
| 120/21                        | 2,925    | 1,225              | 2               | 107,5                          | 172   | 156,5                          | 219,1 |                                |       |
| 450/75                        | 5,625    | 1,5                | 3               | 172,5                          | 276   | 232,5                          | 372   | 292,5                          | 409,5 |

În scopul analizei modului în care diverșii parametri ai conductoarelor LEA (conductoare multifilare) influențează câmpul magnetic produs de curenții ce parcurg aceste conductoare s-a pornit de la simplu la complex. Astfel s-a determinat câmpul magnetic creat de o spiră elicoidală parcursă de curent, două spire în paralel, trei spire în paralel, un strat, două straturi, trei straturi. Programul de calcul conceput permite analiza câmpului magnetic în toate aceste variante prin particularizarea corespunzătoare a mărimilor ce intervin în expresia intensității câmpului magnetic din cazul conductoarelor multifilare cu trei straturi, relația (2.36).

În lucrare sunt prezentate numai unele din rezultatele obținute deoarece au fost analizate foarte multe variante. Într-o primă etapă s-a analizat câmpul magnetic produs de curentul „ $i$ ” ce parcurge un singur fir înfășurat elicoidal, considerându-se dimensiunile geometrice din cazul conductorului LEA cu secțiunea 35/6 mm<sup>2</sup>. În etapa 2 s-au considerat toate firele conductorului cu un strat având secțiunea 35 mm<sup>2</sup>. În etapa 3 s-a considerat conductorul cu secțiunea 120/21 mm<sup>2</sup> - două straturi (cele două straturi înfășurate în același sens, respectiv în sens contrar). În etapa 4 s-a considerat conductorul cu secțiunea 450/75 mm<sup>2</sup> - trei straturi (stratul 2 înfășurat în același sens cu stratul 1 și 3, respectiv în sens contrar stratului 1 și 3).

Pentru toate aceste cazuri s-a analizat dependența intensității câmpului magnetic dintr-un punct oarecare  $A_1$  (fig. 2.3) și a componentelor  $H_x$ ,  $H_z$ ,  $H_z$  ale acestuia, funcție de: pasul înfășurării elicoidale - dimensiunea  $b$ ; distanța de la axul cilindrului la punctul  $A_1$  - raza  $\xi$ ; unghiul polar  $\tau$  prin care se poziționează punctul  $A_1$ ; coordonata  $z_0$  a punctului  $A_1$ .

## 32 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

În toate cazurile analizate s-a considerat valoarea curentului „ $i$ ” prin fiecare fir al conductorului multifilar  $1A$ . Rezultatele obținute se prezintă sub formă grafică și uneori tabelar.

### 2.4.1. Spiră elicoidală

S-a considerat o spiră înfășurată elicoidal pe un cilindru (fig. 2.3) care este parcursă de curentul  $i = 1A$ , care se găsește într-un mediu omogen având permeabilitatea  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$  și următoarele dimensiuni geometrice:  $a = \varepsilon = 1,35$  mm;  $l_a = b$  (pasul de înfășurare) poate avea valoarea minimă 81 mm, iar cea maximă 113,4 mm (tabelul 2.1).

Spira elicoidală este realizată dintr-un fir al conductorului LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$  la care se neglijează prezența inimii de oțel. Analiza câmpului magnetic a constat în calculul componentelor în sistem cartezian de coordonate ( $H_x, H_y, H_z$ ) și a valorii intensității câmpului magnetic ( $H_{A1}$ ) având în vedere următoarele mărimi: pasul de înfășurare al spirei elicoidale ( $b$  - fig.2.3); coordonatele în sistem cilindric ( $\xi, \tau, z_0$ ) ale punctului oarecare din domeniul de existență a câmpului magnetic, notat cu  $A_1$  în fig. 2.3. Pentru această situație particulară în relația (2.36) parametrii care intervin au valorile:  $j = 1; p = 0$ . În această situație relația (2.36) devine relația (2.31), iar integralele  $I_1, \dots, I_5$  au expresiile (2.30). Calculele s-au efectuat cu ajutorul programului conceput în acest sens (Anexa 1).

#### a) Dependența intensității câmpului magnetic în funcție de pasul de înfășurare

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = \varepsilon = 1,35$ mm;  $l_a = b$ ;  $i = 1A$ ;  $\xi = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $z_0 = l_a/2$ . Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de pasul de înfășurare s-a considerat 3 variante:

- pas de valoare minimă ( $b = 81$ mm),
- pas de valoare mijlocie ( $b = 97,2$  mm) și
- pas de valoare maximă ( $b = 113,4$  mm).

Din calculele efectuate (tabelul 2.2) rezultă că în cazul unei spire elicoidale pasul de înfășurare influențează în mică măsură valoarea intensității câmpului magnetic din punctele situate pe axa cilindrului de rază  $a$ , diferența maximă, comparativ cu valoarea minimă, fiind doar de 1,9%. În stabilirea valorii pasului de înfășurare s-a avut în vedere intervalul în care acesta se poate modifica, conform normativelor în vigoare pentru construcția conductoarelor LEA, tabelul 2.1.

Tabelul 2.2. Intensitatea câmpului magnetic funcție de pasul de înfășurare

| b [mm] | $H_{A1}$ [A/m] | $H_{A1}/H_{A1-\text{minim}}$ | $\frac{H_{A1} - H_{A1-\text{minim}}}{H_{A1-\text{minim}}} \cdot 100$ |
|--------|----------------|------------------------------|--|
| 81     | 61,78          | 1,019                        | 1,9%   |
| 97,2   | 61,07          | 1,0076                       | 0,76%  |
| 113,4  | 60,61          | 1                            | 0  |

Deoarece pasul de înfășurare influențează puțin valoarea intensității câmpului magnetic în analiza dependenței câmpului magnetic funcție de coordonatele punctului curent  $A_1$  pentru pasul de înfășurare se consideră valoarea mijlocie (97,2 mm).

b) *Dependența intensității câmpului magnetic în funcție de raza  $\xi$*

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = \varepsilon = 1,35\text{mm}$ ;  $l_a = b = 97,2\text{ mm}$ ;  $i = 1\text{A}$ ;  $z_0=0, l_a/4, l_a/2$ ;  $\tau = 0, \pi/2, \pi$ ,  $\xi \in [0, a]$ . Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de raza  $\xi$  s-a considerat că aceasta variază în intervalul  $[0, a]$ , adică punctul  $A_1$  se găsește în interiorul cilindriului de rază „ $a$ ”. Acest interval a fost discretizat utilizând pasul cu lungimea „ $a/10$ ”. Rezultatele obținute sunt prezentate sub formă grafică în fig. 2.5, ..., 2.16, respectiv în tabele 2.3 -  $H_x$ , 2.4 -  $H_y$ , 2.5 -  $H_z$ , 2.6 -  $H_{A1}$ . Sub formă tabelară s-au prezentat doar valorile obținute considerând valoarea minimă și maximă pentru raza  $\xi$ .

Tabelul 2.3. Valorile componenteii  $H_x$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$

| $H_x$<br>[A/m] | $z_0 = 0$ |           | $z_0 = l_a/4$ |           | $z_0 = l_a/2$        |                      |
|----------------|-----------|-----------|---------------|-----------|----------------------|----------------------|
|                | $\xi = 0$ | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ | $\xi = 0$            | $\xi = a$            |
| $\tau = 0$     | 0,61      | 0,65      | 60,13         | 48,53     | $1,89 \cdot 10^{-6}$ | $8,58 \cdot 10^{-7}$ |
| $\tau = \pi/2$ | 0,61      | -12,15    | 60,13         | 118,86    | $1,89 \cdot 10^{-6}$ | -23,64               |
| $\tau = \pi$   | 0,61      | 0,58      | 60,13         | 48,54     | $1,89 \cdot 10^{-6}$ | $7,41 \cdot 10^{-6}$ |

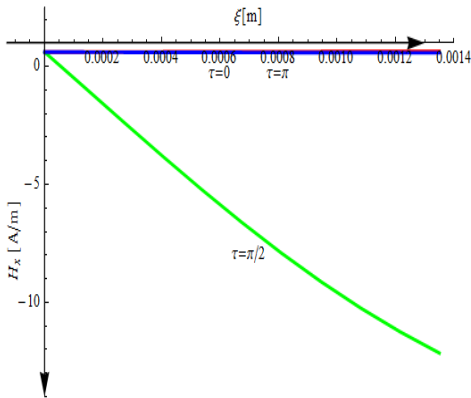


Fig. 2.5. Dependența  $H_x(\xi)$ ,  $z_0 = 0$

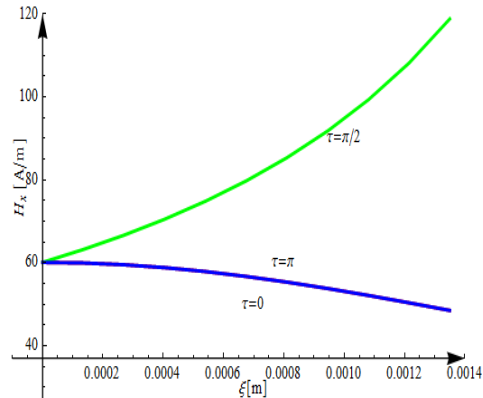


Fig. 2.6. Dependența  $H_x(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$

Tabelul 2.4. Valorile componenteii  $H_y$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$

| $H_y$<br>[A/m] | $z_0 = 0$ |           | $z_0 = l_a/4$ |           | $z_0 = l_a/2$ |           |
|----------------|-----------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
|                | $\xi = 0$ | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ |
| $\tau = 0$     | -30,08    | -59,4     | 0,31          | 23,89     | 60,35         | 40,63     |
| $\tau = \pi/2$ | -30,08    | -26,16    | 0,31          | 0,3       | 60,35         | 48,76     |
| $\tau = \pi$   | -30,08    | -20,23    | 0,31          | -23,28    | 60,35         | 119,03    |

În fig. 2.5, 2.6 și 2.7 s-a reprezentat dependența componenteii  $H_x(\xi)$  considerându-se că parametrii, unghiul  $\tau$  are valorile  $0, \pi/2$  și  $\pi$ , respectiv  $z_0 = 0$  în fig. 2.5,  $z_0 = l_a/4$  în fig. 2.6 și  $z_0 = l_a/2$  în fig. 2.7.

### 34 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

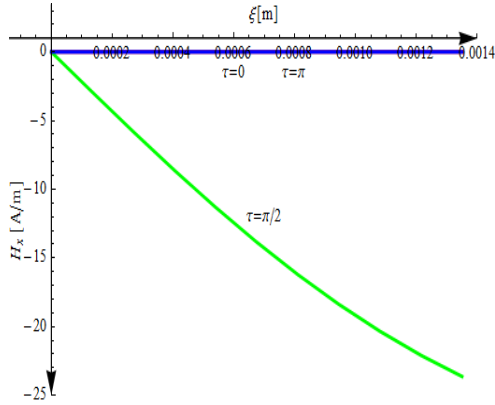


Fig. 2.7. Dependenta  $H_x(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$

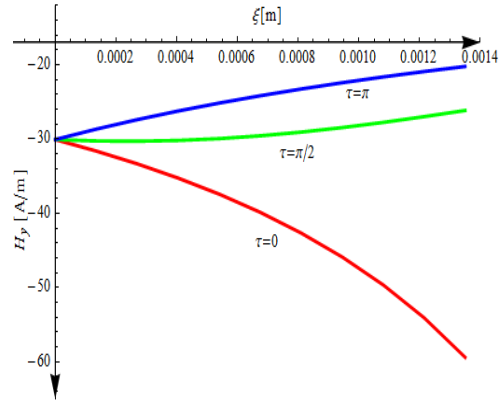


Fig. 2.8. Dependenta  $H_y(\xi)$ ,  $z_0 = 0$

Din fig. 2.5 și 2.7 se constată că forma curbei  $H_x(\xi)$  este practic aceeași la începutul și la mijlocul spirei, dar valorile sunt mai mari la mijlocul spirei. Dacă  $\tau$  are valoarea 0 sau  $\pi$  valoarea componentei  $H_x$  nu depinde de raza  $\xi$  și poate fi neglijată în raport cu celelalte componente. Pentru  $z_0 = l_a/4$  dependența  $H_x(\xi)$ , fig. 2.6, forma curbei  $H_x(\xi)$  diferă față de cea de la începutul și mijlocul spirei, iar valorile acestei componente sunt cele mai mari.

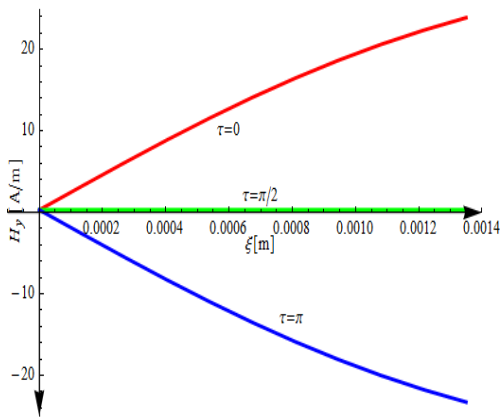


Fig. 2.9. Dependenta  $H_y(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$

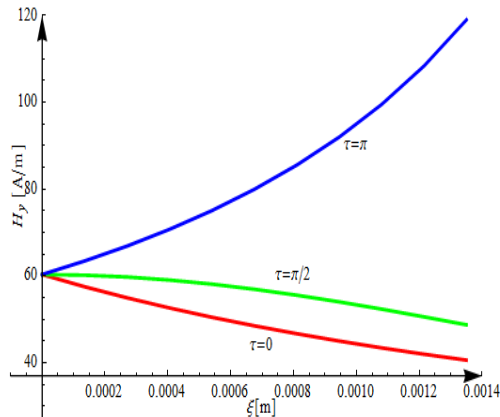


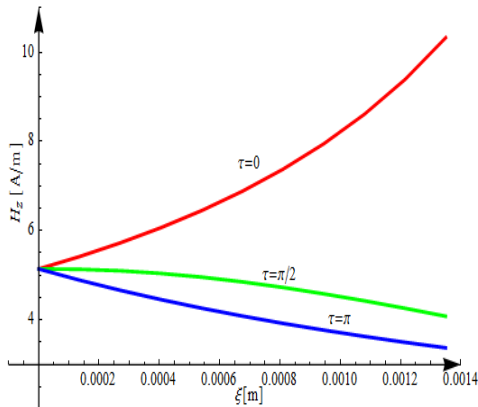
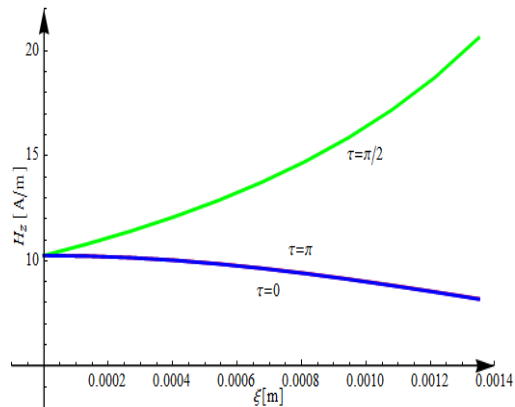
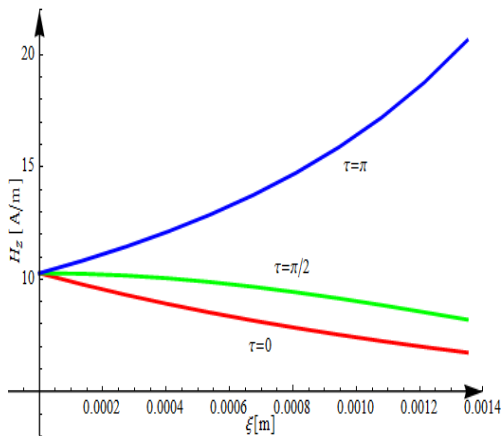
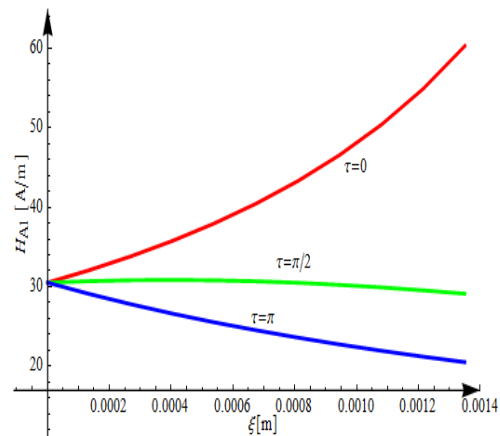
Fig. 2.10. Dependenta  $H_y(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$

În fig. 2.8, 2.9 și 2.10 s-a reprezentat dependența componentei  $H_y(\xi)$  considerându-se că parametrii, unghiul  $\tau$  are valorile 0,  $\pi/2$  și  $\pi$ , respectiv  $z_0 = 0$  în fig. 2.8,  $z_0 = l_a/4$  în fig. 2.9 și  $z_0 = l_a/2$  în fig. 2.10.

Din fig. 2.8 se constată că valorile curbei  $H_y(\xi)$  cresc odată cu variabila  $\xi$  dacă  $\tau$  are valoarea 0 și scad dacă  $\tau$  are valoarea  $\pi/2$  sau  $\pi$ . Valorile sunt mai mari pentru  $\tau = 0$ . Din fig. 2.9 se constată că valorile curbei  $H_y(\xi)$  cresc odată cu variabila  $\xi$  dacă  $\tau$  are valoarea 0 și scad dacă  $\tau = \pi$ . Pentru  $\tau = 0$  componenta  $H_y$  este practic nulă. De asemenea, se constată că cele două curbe  $H_y(\xi)$  pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi$  sunt simetrice în raport cu axa  $\xi$ . Din fig. 2.10 se constată că valorile curbei

$H_y(\xi)$  cresc odată cu variabila  $\xi$  dacă  $\tau$  are valoarea  $\pi$  și scad pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi/2$ . De asemenea, se constată că pentru  $\tau = \pi$  și  $\xi = a$   $H_y(\xi)$  are valoarea maximă.

În fig. 2.11, 2.12 și 2.13 s-a reprezentat dependența componentei  $H_z(\xi)$  considerându-se că parametrii, unghiul  $\tau$  are valorile  $0$ ,  $\pi/2$  și  $\pi$ , respectiv  $z_0 = 0$  în fig. 2.11,  $z_0 = l_a/4$  în fig. 2.12 și  $z_0 = l_a/2$  în fig. 2.13.

Fig. 2.11. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = 0$ Fig. 2.12. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$ Fig. 2.13. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ Fig. 2.14. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = 0$ 

Din fig. 2.11 se constată că componenta  $H_z$  crește dacă  $\tau = 0$  și scade pentru  $\tau = \pi/2$  sau  $\pi$ . Valoarea minimă este 5,14 A/m (la  $\xi = 0$  - pe axa cilindrului), iar valoarea maximă este 10,33 A/m obținându-se pentru  $\xi = a$ . Aceste valori rezultă din tabelul 2.5. Din fig. 2.12 se constată că  $H_z(\xi)$  are aceleași valori pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi$ , scăzând odată ce raza  $\xi$  crește. Pentru  $\tau = \pi$  funcția  $H_z(\xi)$  crește în raport cu variabila  $\xi$ . Valoarea minimă este 10,25 A/m (la  $\xi = 0$  - pe axa cilindrului), iar

**36** 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

valoarea maximă este 20,62 A/m obținându-se pentru  $\xi = a$ . Aceste valori rezultă din tabelul 2.5.

Tabelul 2.5. Valorile componenteii  $H_z$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$

| $H_z$<br>[A/m] | $z_0 = 0$ |           | $z_0 = l_a/4$ |           | $z_0 = l_a/2$ |           |
|----------------|-----------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
|                | $\xi = 0$ | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ |
| $\tau = 0$     | 5,14      | 10,33     | 10,25         | 8,19      | 10,27         | 6,74      |
| $\tau = \pi/2$ | 5,14      | 4,08      | 10,25         | 20,62     | 10,27         | 8,21      |
| $\tau = \pi$   | 5,14      | 3,37      | 10,25         | 8,18      | 10,27         | 2,64      |

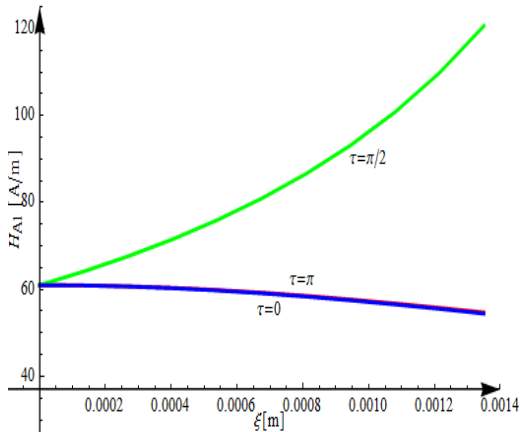
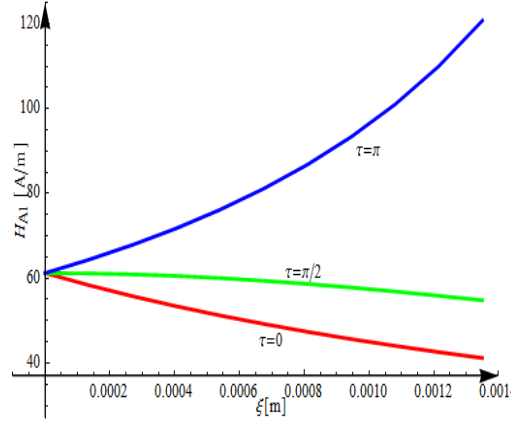
Din fig. 2.13 se constată că componenta  $H_z$  crește dacă  $\tau = \pi$  și scade pentru  $\tau = \pi/2$  sau  $0$ . Valoarea maximă este 10,27A/m (la  $\xi = 0$  - pe axa cilindului), iar valoarea minimă este 6,74A/m pentru  $\tau = 0$ , respectiv 2,64 A/m pentru  $\tau = \pi/2$ . Valoarea minimă se obține pentru  $\xi = a$ . Aceste valori rezultă din tabelul 2.5.

În fig. 2.14, 2.15 și 2.16 s-a reprezentat dependența componenteii  $H_{A1}(\xi)$  considerându-se că parametrii, unghiul  $\tau$  are valorile  $0$ ,  $\pi/2$  și  $\pi$ , respectiv  $z_0 = 0$  în fig. 2.14,  $z_0 = l_a/4$  în fig. 2.15 și  $z_0 = l_a/2$  în fig. 2.16. Din fig. 2.14 se constată că intensitatea câmpului magnetic în punctul oarecare  $A_1$  crește dacă  $\tau = 0$  și scade pentru  $\tau = \pi/2$  sau  $\pi$ . Valoarea minimă este 30,52 A/m iar cea maximă 60,29 A/m pentru  $\tau = 0$ . Valoarea maximă este 30,52 A/m (la  $\xi = 0$  - pe axa cilindului), iar valoarea minimă este 29,13A/m pentru  $\tau = \pi/2$ , respectiv 20,52 A/m pentru  $\tau = \pi$ . Valoarea minimă se obține pentru  $\xi = a$ .

Tabelul 2.6. Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$

| $H_{A1}$<br>[A/m] | $z_0 = 0$ |           | $z_0 = l_a/4$ |           | $z_0 = l_a/2$ |           |
|-------------------|-----------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
|                   | $\xi = 0$ | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ |
| $\tau = 0$        | 30,52     | 60,29     | 61            | 54,71     | 61,22         | 41,19     |
| $\tau = \pi/2$    | 30,52     | 29,13     | 61            | 120,64    | 61,22         | 54,81     |
| $\tau = \pi$      | 30,52     | 20,52     | 61            | 54,45     | 61,22         | 120,8     |

Din figura 15 se observă că intensitatea câmpului magnetic în raport cu  $\xi$  crește pentru  $\tau = \pi/2$  la  $z_0 = l_a/4$ , având valoarea minimă  $H_{A1} = 61$  A/m pentru  $\xi = 0$ , iar cea maximă  $H_{A1} = 120,34$  A/m pentru  $\xi = a$  (Tabelul 2.6). Pentru  $\tau = 0$  sau  $\pi$  variația intensității câmpului magnetic este nesemnificativă și cele două curbe se suprapun.

Fig. 2.15. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$ Fig. 2.16. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ 

Din fig. 16 se observă că intensitatea câmpului magnetic crește cu  $\xi$  pentru  $\tau = \pi$ , pornind de la valoarea  $H_{A1} = 61,22$  A/m pentru  $\xi = 0$  și ajungând la valoarea  $H_{A1} = 120,8$  A/m pentru  $\xi = a$  (Tabelul 2.6). Pentru  $\tau = 0$  sau  $\pi/2$  intensitatea câmpului magnetic scade odată cu creșterea variabilei  $\xi$ . Pentru  $\tau = 0$  sau  $\pi/2$  valoarea maximă ( $\xi = 0$ ) este 61,22 A/m, iar valoarea minimă ( $\xi = a$ ) este 41,19 A/m pentru  $\tau = 0$ , respectiv 54,81 A/m pentru  $\tau = \pi/2$ . Aceste creșteri se explică prin faptul că firul pornește din  $z_0 = 0$  și  $\tau = 0$  (deci distanța de la punctul  $A_1$  la conductor scade), apoi înfășurându-se peste inima de oțel ajunge la  $\tau = \pi/2$  când  $z_0 = l_a/4$ , iar la mijlocul conductorului  $\tau = \pi$  și  $z_0 = l_a/2$ . Creșterea cea mai mare a valorii intensității câmpului magnetic în raport cu raza este pentru  $\xi = a$  deoarece punctul  $A_1$  este cel mai apropiat de fir.

### c) Dependenta intensității câmpului magnetic funcție de variabila $z_0$

Analiza dependenței intensității câmpului magnetic funcție de variabila  $z_0$  s-a făcut pentru cazul când firul este constituit din: o spiră; trei spire; cinci spire; șapte spire.

S-au calculat cu ajutorul programului conceput în acest sens cele trei componente ale vectorului intensitate de câmp magnetic ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ ) și valoarea sa  $H_{A1}$ . Dimensiunile geometrice și pasul de înfășurare rămân aceleași ca și în cazurile anterioare.

În fig. 2.17 și 2.18 este prezentată dependența  $H_{A1}(z_0)$ , respectiv  $H_z(z_0)$  în cazul când firul constituie o spiră și  $\xi = 0$ . Din cele două figuri se constată că cele două curbe au aceeași formă, dar valorile sunt diferite, valoarea maximă pentru  $H_{A1}$  fiind de aproximativ șase ori mai mare decât a lui  $H_z$ . Acest rezultat arată faptul că în acest caz componentele  $H_x$  și  $H_y$  nu sunt neglijabile în raport cu  $H_z$ . În tabelul 2.7 sunt prezentate valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  în axa cilindrului peste care este înfășurat elicoidal firul, considerând 7 spire ale acestuia. Pentru variabila  $z_0$  s-a considerat pasul ca fiind jumătate din pasul de înfășurare. Pasul de înfășurare este același pentru cele 7 spire și are valoarea 97,2 mm. Din tabel se constată că intensitatea câmpului magnetic se modifică, în raport cu  $z_0$ , doar la începutul spirei 1 și la sfârșitul spirei 7.



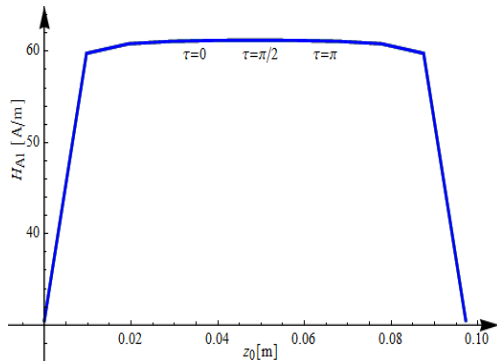


Fig. 2.17. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$

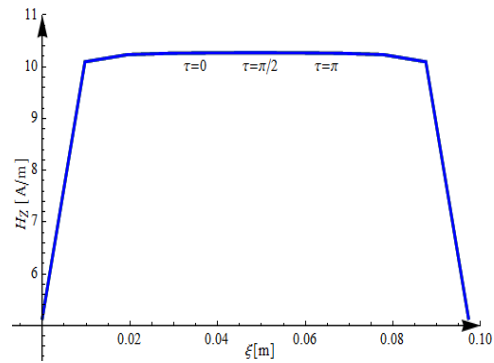


Fig. 2.18. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$

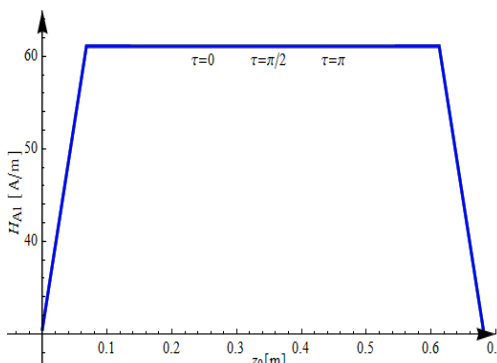


Fig. 2.19. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$

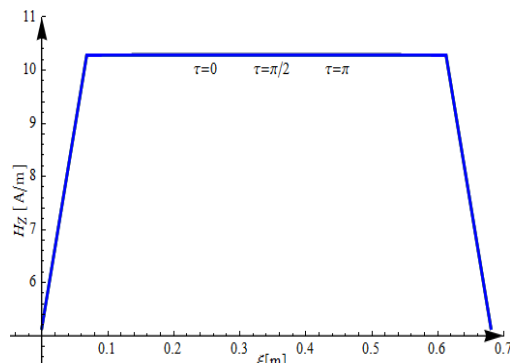


Fig.2.20. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$

Tabelul 2.7. Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  când  $l_a = 7b$  ( 7 spire)

| Nr. spiră | $z_0$ [mm] | $H_{A1}$ [A/m] |
|-----------|------------|----------------|
| 1         | 0          | 30,52          |
|           | 48,6       | 61,15          |
|           | 97,2       | 61,05          |
| 2         | 145,8      | 61,08          |
|           | 194,4      | 61,06          |
| 3         | 243        | 61,07          |
|           | 291,6      | 61,066         |
| 4         | 340,2      | 61,70          |
|           | 388,8      | 61,066         |
| 5         | 437,4      | 61,07          |
|           | 486        | 61,06          |
| 6         | 534,6      | 61,08          |
|           | 583,2      | 61,05          |
| 7         | 631,8      | 61,15          |
|           | 680,4      | 30,54          |

În fig. 2.19 și 2.20 este prezentată dependența  $H_{A1}(z_0)$ , respectiv  $H_z(z_0)$  în cazul când firul este constituit din 7 spire și  $\xi = 0$ . Din cele două figuri se constată

că cele două curbe au aceeași formă, dar valorile sunt diferite, valoarea maximă pentru  $H_{A1}$  fiind de aproximativ șase ori mai mare decât a lui  $H_2$ . Acest rezultat arată faptul că în acest caz componentele  $H_x$  și  $H_y$  nu sunt neglijabile în raport cu  $H_z$ .

### 2.4.2. Conductor cu un strat

S-au considerat șase spire (fire) conectate în paralel și înfășurate elicoidal pe un cilindru de rază „ $a$ ” (fig. 2.3), care sunt parcurse fiecare de curentul  $i = 1A$  și se găsesc într-un mediu omogen având permeabilitatea  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ .

Dimensiuni geometrice:  $a = \varepsilon = 1,35$  mm;  $l_a = b$  (pasul de înfășurare) are valoarea minimă 81 mm, iar cea maximă 113,4 mm (tabelul 2.1). Spirele elicoidale sunt realizate din cele șase fire ale conductorului LEA cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup> la care se neglijează prezența inimii de oțel.

Analiza câmpului magnetic a constat în calculul componentelor în sistem cartezian de coordonate ( $H_x, H_y, H_z$ ) și a valorii ( $H_{A1}$ ) intensității câmpului magnetic având în vedere următoarele mărimi: pasul de înfășurare al spirei elicoidale ( $b$  - fig.2.3); coordonatele în sistem cilindric ( $\xi, \tau, z_0$ ) ale punctului oarecare din domeniul de existență al câmpului magnetic, notat cu  $A_1$  în fig. 2.3. Pentru această situație în relația (2.36) parametrii care intervin au valorile:  $j = 1$  (un strat cu 6 fire);  $p = 0; 1; 2; 3; 4; 5$ . Calculele s-au efectuat cu ajutorul programului conceput în acest sens (Anexa 1).

#### a) Dependența intensității câmpului magnetic în funcție de pasul de înfășurare

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = \varepsilon = 1,35$ mm;  $l_a = b$ ;  $i = 1A$ ;  $\xi = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $z_0 = l_a/2$ ,  $n_1 = 6$ .

Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de pasul de înfășurare s-au considerat 3 variante:

- pas de valoare minimă ( $b = 81$ mm),
- pas de valoare mijlocie ( $b = 97,2$  mm) și
- pas de valoare maximă ( $b = 113,4$  mm).

Tabelul 2.8. Intensitatea câmpului magnetic funcție de pasul de înfășurare

| b [mm] | $H_{A1}$ [A/m] | $H_{A1}/H_{A1-\text{minim}}$ | $\frac{H_{A1} - H_{A1-\text{minim}}}{H_{A1-\text{minim}}} \cdot 100$ |
|--------|----------------|------------------------------|--|
| 81     | 73,91          | 1,398                        | 39,8%  |
| 97,2   | 61,63          | 1,166                        | 16,6%  |
| 113,4  | 52,85          | 1                            | 0  |

Din calculele efectuate (tabelul 2.8) rezultă că în cazul unui strat de spire elicoidale pasul de înfășurare influențează valoarea intensității câmpului magnetic din punctele situate pe axa cilindrului de rază „ $a$ ” foarte mult, diferența maximă comparativ cu valoarea minimă fiind de 39,8%. Din acest motiv pentru calculul cu precizie ridicată a câmpului magnetic din domeniul delimitat de inima de oțel a conductorului LEA este necesară cunoașterea valorii pasului de înfășurare. În stabilirea valorii pasului de înfășurare s-a avut în vedere intervalul în care acesta se poate modifica, conform normativelor în vigoare pentru construcția conductoarelor LEA, tabelul 2.1.

**40** 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

În analiza dependenței câmpului magnetic funcție de coordonatele punctului curent  $A_1$  (fig. 2.3) pentru pasul de înfășurare se consideră valoarea medie (97,2 mm).

*b) Dependența intensității câmpului magnetic în funcție de raza  $\xi$*

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = \varepsilon = 1,35\text{mm}$ ;  $l_a = b = 97,2 \text{ mm}$ ;  $i = 1\text{A}$ ;  $z_0 = 0$ ,  $l_a/4$ ,  $l_a/2$ ;  $\tau = 0, \pi/2, \pi$ ;  $\xi \in [0, a]$ ;  $n_1 = 6$ . Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de raza  $\xi$  s-a considerat că aceasta variază în intervalul  $[0, a]$ , adică punctul  $A_1$  se găsește în interiorul cilindrului de rază „ $a$ ”. Acest interval a fost discretizat utilizând pasul cu lungimea „ $a/10$ ”. Rezultatele obținute sunt prezentate sub formă grafică în fig. 2.21, ..., 2.26, respectiv în tabele 2.9 -  $H_z$ , 2.10 -  $H_{A1}$ . Sub formă tabelară s-au prezentat doar valorile obținute considerând pentru raza  $\xi$  valoarea minimă și maximă. În acest caz componentele  $H_x$  și  $H_y$  ale vectorului intensitate de câmp magnetic au valoarea mult mai mică decât componenta  $H_z$ , motiv pentru care nu s-a mai prezentat dependența acestora funcție de raza  $\xi$ .

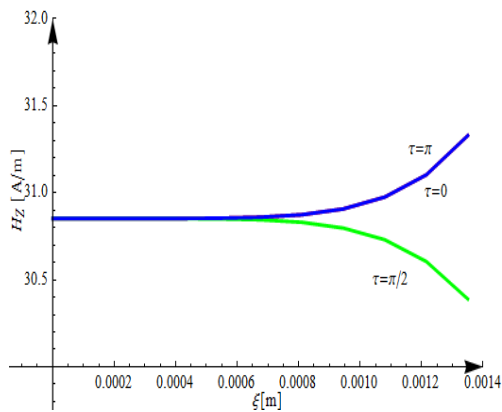


Fig. 2.21. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = 0$

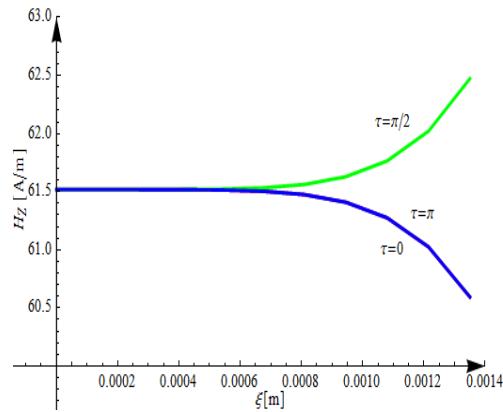


Fig. 2.22. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$

Tabelul 2.9. Valorile componentei  $H_z$  pentru  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$

| $H_z$<br>[A/m]   | $z_0 = 0$ |           | $z_0 = l_a/4$ |           | $z_0 = l_a/2$ |           |
|------------------|-----------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
|                  | $\xi = 0$ | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ |
| $\tau = 0$       | 30,85     | 31,33     | 61,52         | 60,59     | 61,63         | 62,59     |
| $\tau = \pi / 2$ | 30,85     | 30,39     | 61,52         | 62,47     | 61,63         | 60,71     |
| $\tau = \pi$     | 30,85     | 31,33     | 61,52         | 60,59     | 61,63         | 62,59     |

Din fig. 2.21, 2.22, 2.23 se constată că indiferent de valoarea coordonatei  $\tau$  și  $z_0$  componenta  $H_z$  nu depinde de variabila  $\xi$  dacă aceasta aparține intervalului  $[0, a/2]$ . De asemenea, se constată că  $H_z(\xi)$  pentru  $z_0 = 0$ , respectiv  $z_0 = l_a/2$  are aceeași formă de variație.

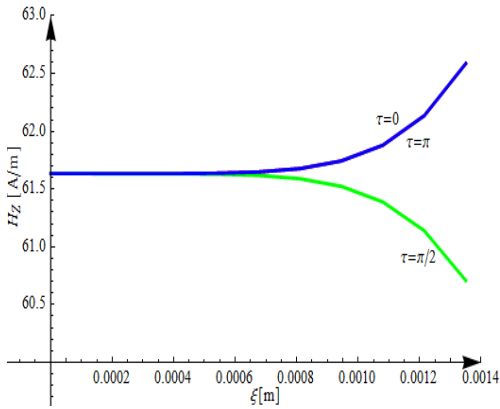


Fig. 2.23. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$

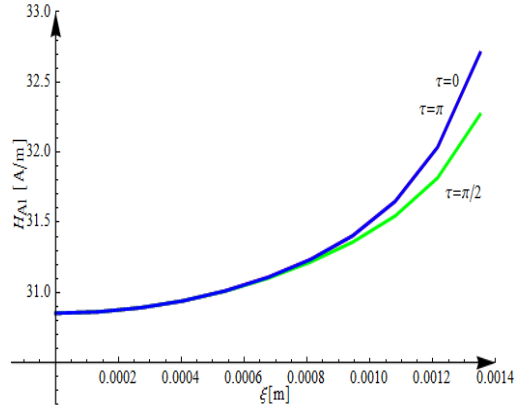


Fig. 2.24. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = 0$

Tabelul 2.10. Valorile componenteii  $H_{A1}$   $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a$

| $H_{A1}$<br>[A/m] | $z_0 = 0$ |           | $z_0 = l_a/4$ |           | $z_0 = l_a/2$ |           |
|-------------------|-----------|-----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
|                   | $\xi = 0$ | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ | $\xi = 0$     | $\xi = a$ |
| $\tau = 0$        | 30,85     | 32,71     | 61,52         | 61,41     | 61,63         | 63,58     |
| $\tau = \pi/2$    | 30,85     | 32,27     | 61,52         | 63,53     | 61,63         | 61,58     |
| $\tau = \pi$      | 30,85     | 32,71     | 61,52         | 61,41     | 61,63         | 63,58     |

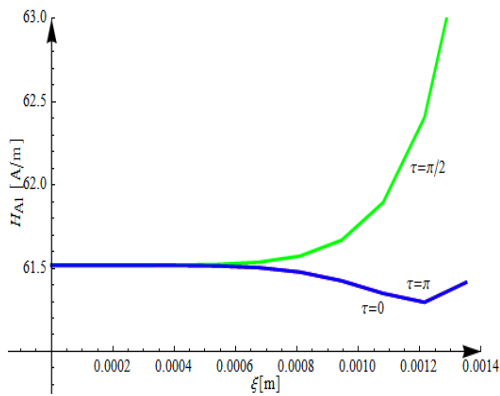


Fig. 2.25. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/4$

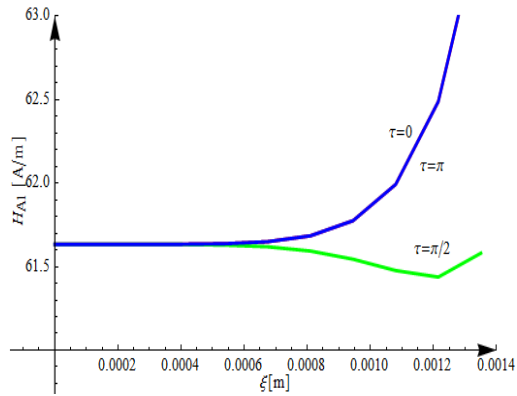


Fig. 2.26. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$

Pentru  $z_0 = l_a/4$  (fig. 2.22) curba  $H_z(\xi)$  scade pentru  $\tau$  egal 0 și  $\pi$ , dar crește pentru  $\tau = \pi/2$ . Dacă  $z_0 = 0$  sau  $l_a/2$  (fig. 2.21, 2.23) curba  $H_z(\xi)$  scade pentru  $\tau = \pi/2$ , dar crește pentru  $\tau = 0$  sau  $\pi$ . În ceea ce privește dependența  $H_{A1}(\xi)$  se constată din fig. 2.24 că pentru  $z_0 = 0$  intensitatea câmpului magnetic  $H_{A1}$  crește cu variabila  $\xi$ , având valoarea minimă 30,85 A/m și maximă 32,71 A/m. Pentru  $z_0 = l_a/4$  și  $l_a/2$  valorile minime și maxime ale intensității câmpului magnetic se dublează comparativ cu cazul când  $z_0 = 0$ .

**42** 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

*c) Dependența intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  în funcție de variabila  $z_0$*

Analiza dependenței intensității câmpului magnetic funcție de variabila  $z_0$  s-a făcut pentru cazul când lungimea stratului este egală cu a: unei spire; trei spire; cinci spire; șapte spire.

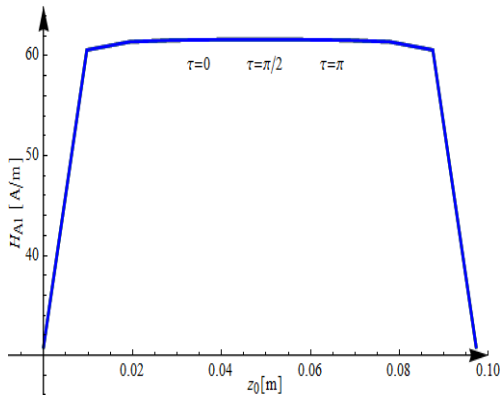


Fig. 2.27. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = b$

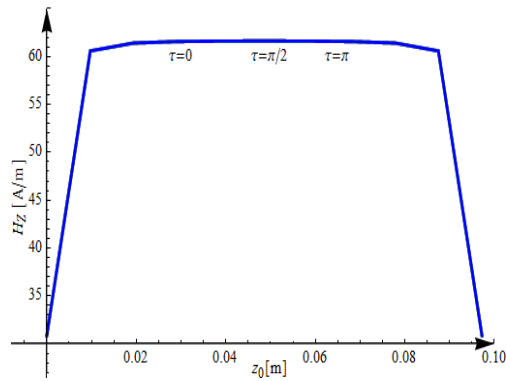


Fig. 2.28. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = b$

S-au calculat cu ajutorul programului conceput în acest sens cele trei componente ale vectorului intensitate de câmp magnetic ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ ) și valoarea  $H_{A1}$ . Dimensiunile geometrice și pasul de înfășurare sunt aceleași ca și în cazurile anterioare. În fig. 2.27 și 2.28 este prezentată dependența  $H_{A1}(z_0)$ , respectiv  $H_z(z_0)$  în cazul când stratul are lungimea  $l_a$  identică cu a unei spire și  $\xi = 0$ . Din cele două figuri se constată că cele două curbe au aceleași valori și aceeași formă; în acest caz componentele  $H_x$  și  $H_y$  sunt neglijabile în raport cu  $H_z$ . În fig. 2.29 și 2.30 este prezentată dependența  $H_{A1}(z_0)$ , respectiv  $H_z(z_0)$  în cazul când stratul are lungimea  $l_a$  egală cu cea a 7 spire și  $\xi = 0$ . Din aceste figuri se constată că cele două curbe au aceeași formă și valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$ , respectiv a componentei  $H_z$ , sunt practic egale. Acest rezultat arată faptul că în acest caz componentele  $H_x$  și  $H_y$  nu sunt neglijabile în raport cu  $H_z$ .

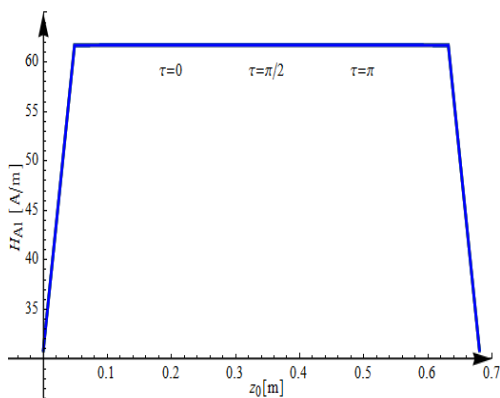


Fig. 2.29. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$

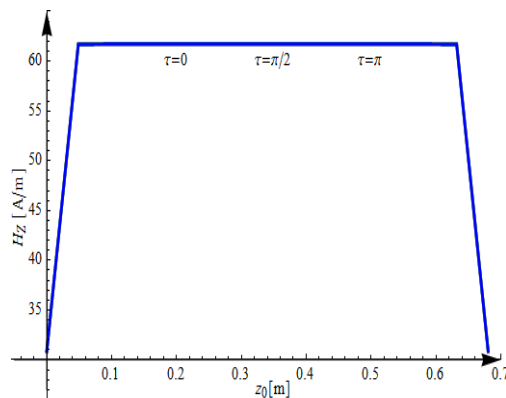


Fig. 2.30. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$

Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  când lungimea conductorului este egală cu cea a 7 spire sunt prezentate în tabelul 2.11.

Tabelul 2.11. Valorile intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  când lungimea  $l_a$  a conductorului este egală cu lungimea a 7 spire

| Nr. spiră | $z_0$ [mm] | $H_{A1}$ [A/m] |
|-----------|------------|----------------|
| 1         | 0          | 30,86          |
|           | 48,6       | 61,68          |
|           | 97,2       | 61,72          |
| 2         | 145,8      | 61,72          |
|           | 194,4      | 61,72          |
| 3         | 243        | 61,73          |
|           | 291,6      | 61,73          |
| 4         | 340,2      | 61,73          |
|           | 388,8      | 61,73          |
| 5         | 437,4      | 61,73          |
|           | 486        | 61,72          |
| 6         | 534,6      | 61,72          |
|           | 583,2      | 61,72          |
| 7         | 631,8      | 61,68          |
|           | 680,4      | 30,86          |

Din fig. 2.27, ..., 2.30 se observă că valoarea intensității câmpului magnetic crește la începutul conductorului, scade la sfârșitul acestuia și rămâne practic constantă în rest. Dacă lungimea  $l_a$  a conductorului este mai mare decât lungimea a trei spire se poate considera pentru  $H_{A1}$  o valoare constantă în raport cu lungimea conductorului, exceptând începutul și sfârșitul conductorului.

### 2.4.3. Conductor cu două straturi

În studiu s-a considerat un conductor LEA având secțiunea  $120/21 \text{ mm}^2$  ale cărei caracteristici sunt prezentate în tabelul 2.1. Spirele sunt conectate în paralel și înfășurate elicoidal peste un cilindru de rază „ $a$ ” (fig. 2.3) în două straturi, fiecare conductor din ambele straturi este parcurs de curentul  $i = 1A$ , și ansamblul se găsește într-un mediu omogen având permeabilitatea  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ . Dimensiuni geometrice:  $a = 2,925 \text{ mm}$ ;  $\varepsilon = 1,225 \text{ mm}$ ; lungimea conductorului s-a considerat egală cu cea a 7 spire din stratul exterior. Pasul de înfășurare diferă pe cele două straturi, valoarea minimă pentru stratul interior este  $107,5 \text{ mm}$ , iar cea maximă  $172 \text{ mm}$ , iar pentru stratul exterior valoarea minimă este  $156,5 \text{ mm}$ , respectiv cea maximă  $219,1 \text{ mm}$  (tabelul 2.1).

Pentru pașii de înfășurare ai celor două straturi s-au ales 7 variante, care sunt prezentate în tabelul 2.12. Analiza câmpului magnetic a constat în calculul componentelor în sistem cartezian de coordonate ( $H_x$ ,  $H_y$ ,  $H_z$ ) și a valorii intensității câmpului magnetic ( $H_{A1}$ ) având în vedere următoarele mărimi: pasul de înfășurare al spirei elicoidale ( $b$  - fig.2.3); coordonatele în sistem cilindric ( $\xi$ ,  $\tau$ ,  $z_0$ ) ale punctului oarecare din domeniul de existență al câmpului magnetic, notat cu  $A_1$  în fig. 2.3. Pentru această situație în relația 2.36 parametrii care intervin au valorile:  $j = 1; 2$  (două straturi cu 10, respectiv 16 fire);  $p = 0, \dots, 9$  pentru stratul 1, respectiv  $p = 0, \dots, 15$  pentru stratul 2. Calculele s-au efectuat cu ajutorul programului conceput în acest sens (Anexa 1).

#### 44 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

##### a) Dependența intensității câmpului magnetic $H_{A1}$ în funcție de pasul de înfășurare

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = 2,925$  mm;  $\varepsilon = 1,225$  mm ;  $l_a = 7b_{\text{strat exterior}}$  ;  $i = 1A$  pentru fiecare fir;  $\xi = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $z_0 = l_a/2$ ,  $n_1 = 10$ ,  $n_2 = 16$ . Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de pasul de înfășurare s-au considerat 7 variante, care sunt prezentate în tabelul 2. 12. Valorile obținute pentru intensitatea câmpului magnetic în punctul oarecare  $A_1$  (fig. 2.3) sunt prezentate, de asemenea, în tabelul 2.12.

Din tabelul 2.12 rezultă importanța mare pe care o are pasul de înfășurare al stratului interior și al celui exterior în stabilirea valorii intensității câmpului magnetic într-un punct din axa cilindrului de rază „a”. Valoarea maximă a intensității câmpului magnetic ( $H_{A1}$ ) este cu 244,15% mai mare decât valoarea minimă. Valoarea minimă pentru  $H_{A1}$  se obține atunci când pasul de înfășurare pentru stratul interior este maxim (172 mm) și pentru stratul exterior este tot maxim (219,1 mm). Valoarea maximă pentru  $H_{A1}$  se obține atunci când pasul de înfășurare pentru stratul interior este maxim (172 mm) și pentru stratul exterior este minimă (156,5 mm).

Tabelul 2.12. Valorile intensității câmpului magnetic la mijlocul conductorului și în axa acestuia ( $\xi = 0$ ,  $z_0 = l_a/2$ )

| Nr. variantă | Pas strat interior $b_1$ [mm] | Pas strat exterior $b_2$ [mm] | $H_{A1}$ [A/m] | $H_{A1}/H_{A1-\text{minim}}$ | $\frac{H_{A1} - H_{A1-\text{minim}}}{H_{A1-\text{minim}}} \cdot 100$ |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------|------------------------------|--|
| 1            | 107,5                         | 156,5                         | 39,95          | 2,41                         | 140,95%  |
| 2            | 139,75                        | 187,8                         | 25,95          | 1,57                         | 56,51%   |
| 3            | 172                           | 219,1                         | 16,58          | 1,00                         | 0%   |
| 4            | 107,5                         | 219,1                         | 42,24          | 2,55                         | 154,76%  |
| 5            | 172                           | 156,5                         | 57,06          | 3,44                         | 244,15%  |
| 6            | 156,5                         | 156,5                         | 38,16          | 2,30                         | 130,16%  |
| 7            | 172                           | 172                           | 34,78          | 2,10                         | 109,77%  |

Având în vedere aceste rezultate se constată că determinarea precisă a câmpului magnetic în interiorul cilindrului de rază „a” peste care sunt înfășurate firele din aluminiu necesită cunoașterea cu precizie cât mai mare a pasului de înfășurare, atât pentru stratul interior cât și pentru cel exterior.

##### b) Dependența intensității câmpului magnetic $H_{A1}$ în funcție de variabila $\xi$

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = 2,925$  mm;  $\varepsilon = 1,225$  mm ;  $l_a = 7b_{\text{strat exterior}}$  ;  $i = 1A$  pentru fiecare fir;  $\xi \in [0, a]$ ;  $\tau = 0$ ;  $z_0 = l_a/2$ ,  $z_0 = 0$ ,  $n_1 = 10$ ,  $n_2 = 16$ . Analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de raza  $\xi$  s-a efectuat considerând pentru pasul de înfășurare 7 variante care sunt prezentate în tabelul 2.12. De asemenea, s-a determinat intensitatea câmpului magnetic considerând cele două straturi înfășurate în sens contrar, respectiv în același sens. Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de raza  $\xi$  s-a considerat că aceasta variază în intervalul  $[0, a]$ , adică punctul  $A_1$  se găsește în interiorul cilindrului de rază „a”. Acest interval a fost discretizat utilizând pasul cu lungimea „a/10”. Rezultatele obținute pentru componenta  $H_z$  și valoarea  $H_{A1}$  sunt prezentate sub formă grafică în fig. 2.31, ..., 2.58 considerând  $z_0 = 0$ . În acest caz

componentele  $H_x$  și  $H_y$  ale vectorului intensitate de câmp magnetic au valoarea mult mai mică decât componenta  $H_z$ , motiv pentru care nu s-a mai prezentat dependența acestora funcție de raza  $\xi$ .

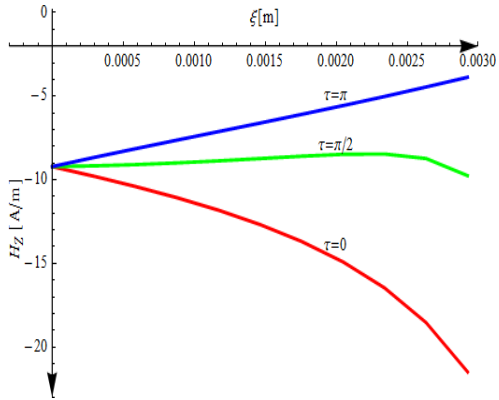


Fig. 2.31. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 1

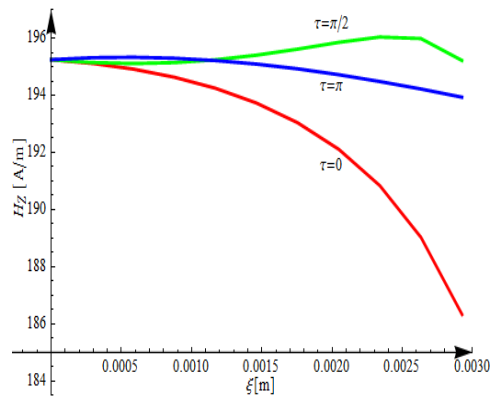


Fig. 2.32. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 1

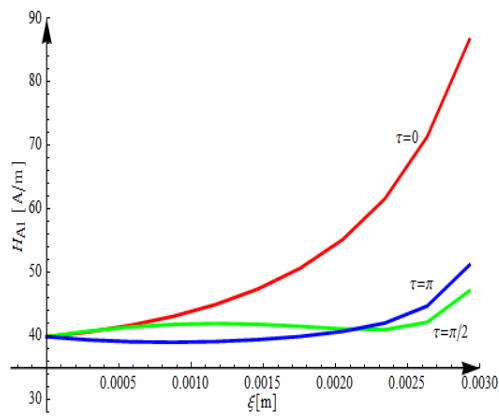


Fig. 2.33. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 1

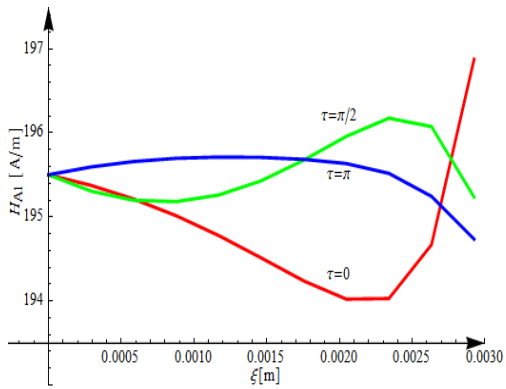


Fig. 2.34. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 1



46 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

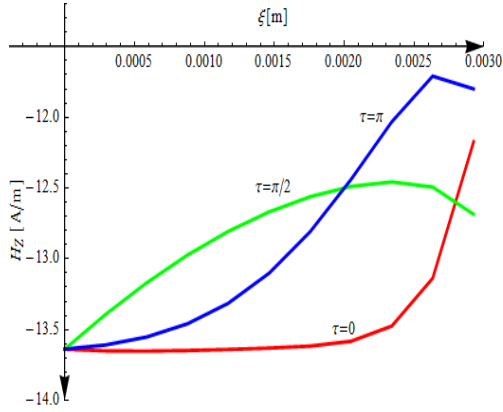


Fig. 2.35. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 2

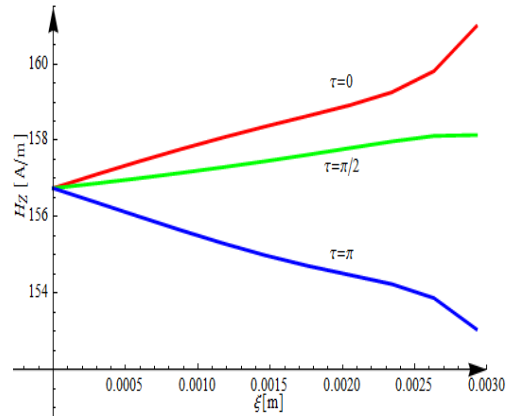


Fig. 2.36. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 2

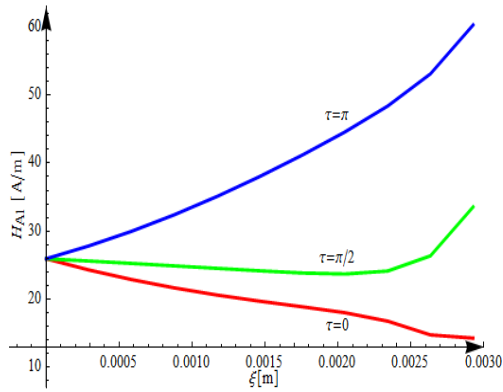


Fig. 2.37. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 2

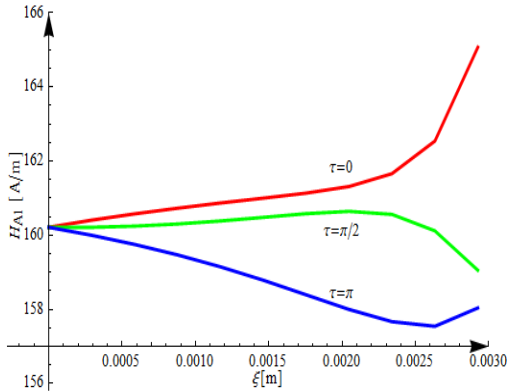


Fig. 2.38. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 2

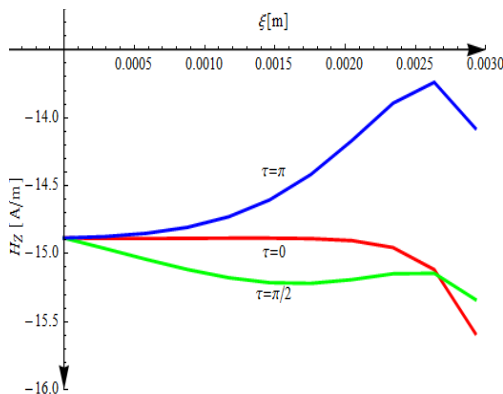


Fig. 2.39. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 3

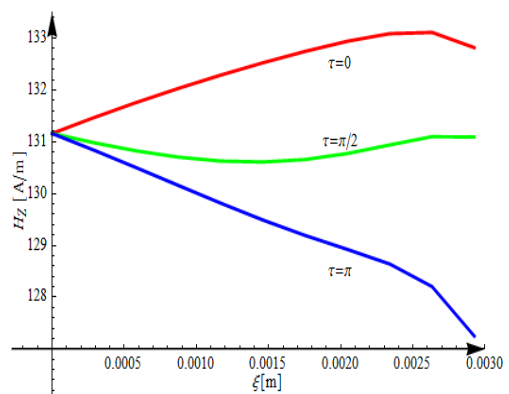


Fig. 2.40. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 3

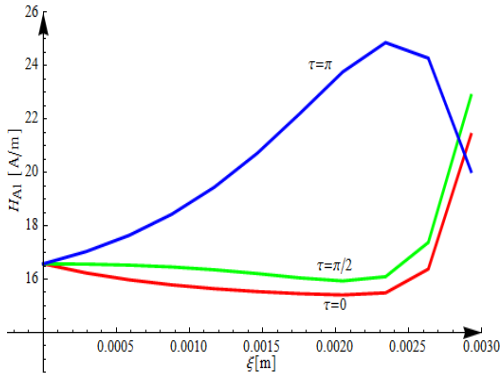


Fig. 2.41. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 3

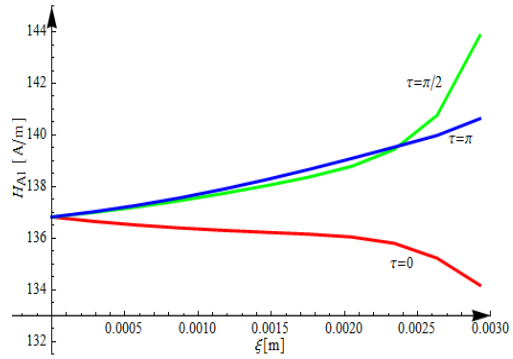


Fig. 2.42. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 3

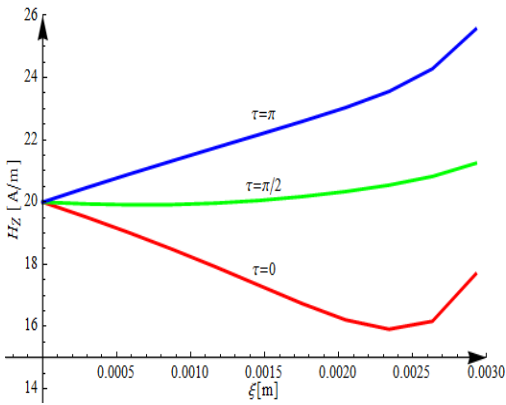


Fig. 2.43. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 4

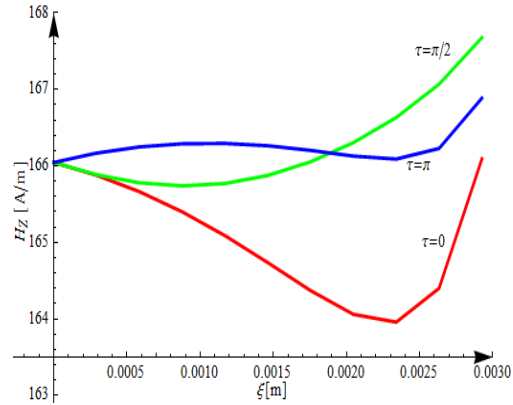


Fig. 2.44. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 4

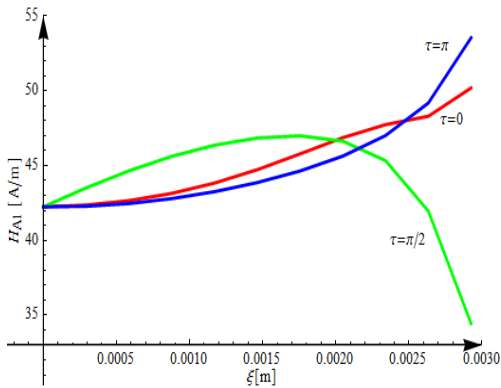


Fig. 2.45. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 4

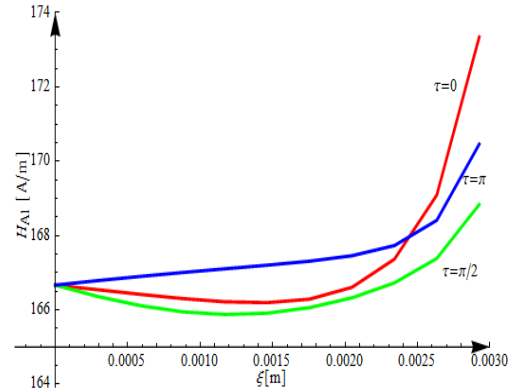


Fig. 2.46. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 4

48 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

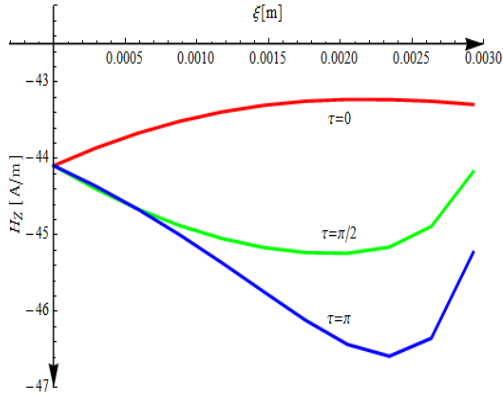


Fig. 2.47. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 5

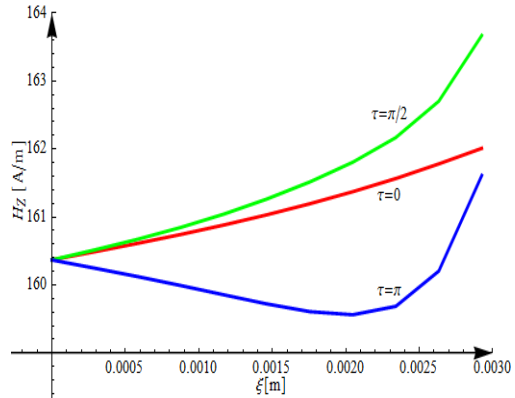


Fig. 2.48. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 5

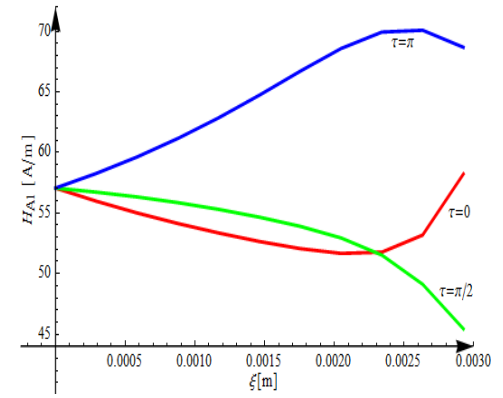


Fig. 2.49. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 5

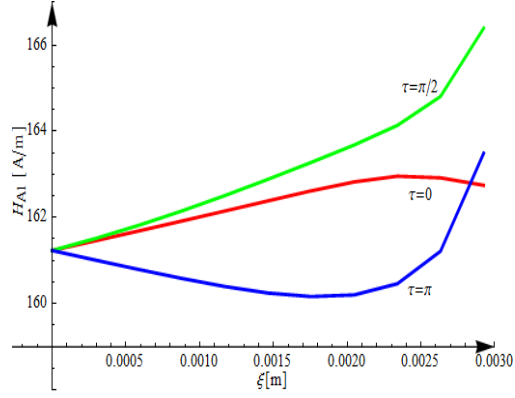


Fig. 2.50. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 5

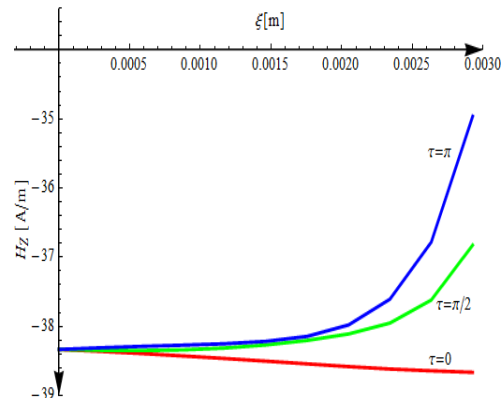


Fig. 2.51. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 6

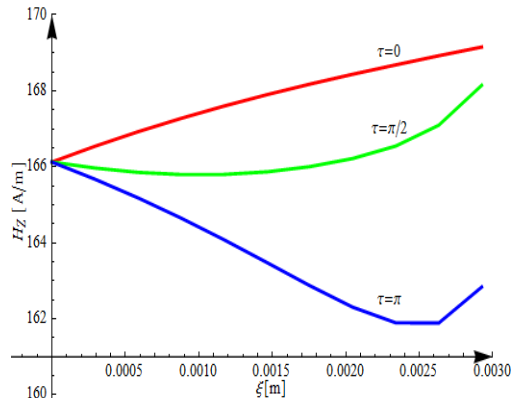


Fig. 2.52. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 6

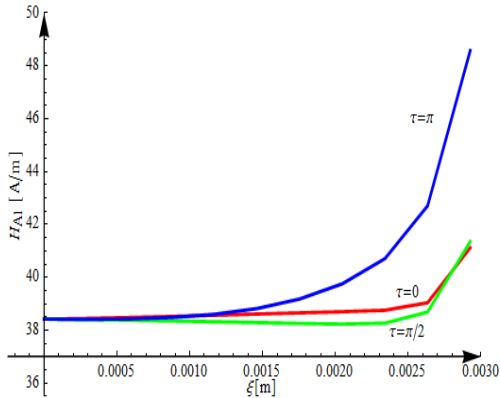


Fig. 2.53. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 6

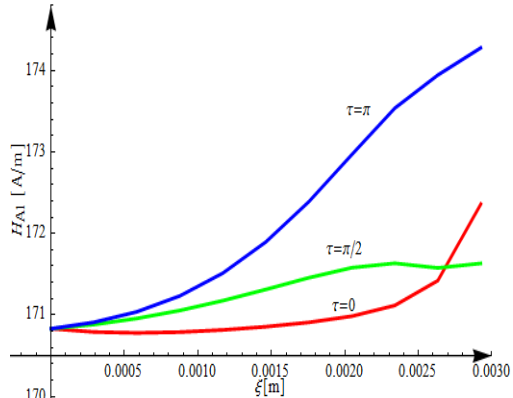


Fig. 2.54. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în același sens, varianta 6

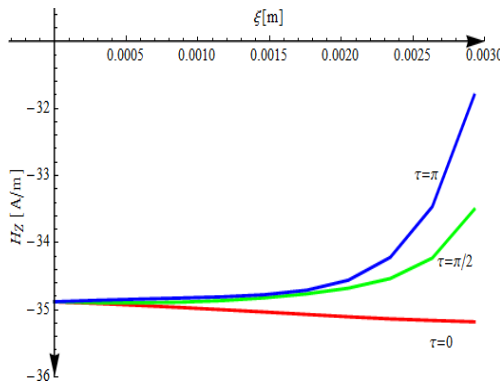


Fig. 2.55. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 7

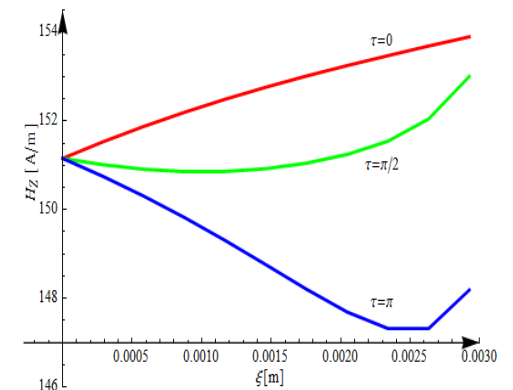


Fig. 2.56. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în același sens, varianta 7

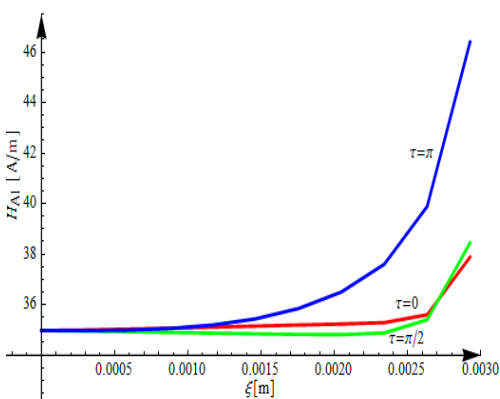


Fig. 2.57. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 7

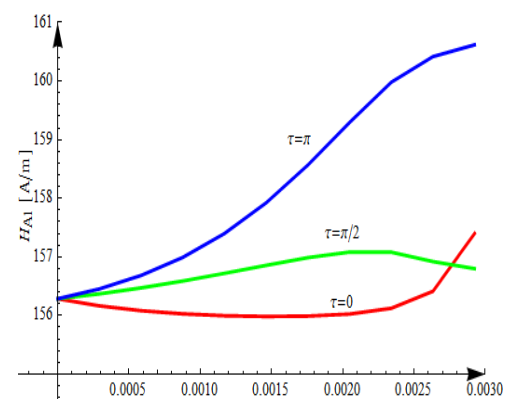


Fig. 2.58. Dependența  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în același sens, varianta 7

Din fig. 2.31, ..., 2.58 se constată că în cazul când cele două straturi sunt înfășurate în același sens atât componenta  $H_z$  cât și valoarea  $H_{A1}$  a intensității câmpului magnetic sunt mai mari decât în varianta când cele două straturi sunt înfășurate în sens contrar de 4,46 ori pentru varianta 7 (pasul de înfășurare a celor două straturi este același și are valoarea maximă a stratului interior – 172 mm), 4,17 ori pentru varianta 6 (pasul de înfășurare a celor două straturi este același și are valoarea minimă a stratului exterior – 156,5 mm), 2,83 ori pentru varianta 5 (pasul de înfășurare a stratului interior este maxim – 172 mm, iar al stratului exterior este minim – 156,5 mm), 3,97 ori pentru varianta 4 (pasul de înfășurare a stratului interior este minim – 107,5 mm, iar al stratului exterior este maxim – 219,1 mm), 8,3 ori pentru varianta 3 (pasul de înfășurare a stratului interior este maxim – 172 mm, iar al stratului exterior este tot maxim – 219,1 mm), 6,16 ori pentru varianta 2 (pasul de înfășurare a stratului interior are valoarea medie – 139,75 mm, iar al stratului exterior este tot valoarea medie – 187,8 mm), 4,89 ori pentru varianta 1 (pasul de înfășurare al stratului interior are valoarea minimă – 107,5 mm, iar al stratului exterior este tot valoarea minimă 156,5 mm). Valoarea minimă a intensității câmpului magnetic în axul cilindrului ( $\xi = 0$ ) pe care sunt înfășurate cele două straturi se obține atunci când acestea sunt înfășurate în sens contrar iar pasul de înfășurare este maxim atât pentru stratul interior cât și pentru cel exterior. Valoarea maximă a intensității câmpului magnetic în axul cilindrului ( $\xi = 0$ ) pe care sunt înfășurate cele două straturi, când acestea sunt înfășurate în sens contrar, se obține atunci când pasul de înfășurare al stratului interior este maxim, iar al stratului exterior este minim. Raportul între valoarea maximă și minimă a intensității câmpului magnetic când cele două straturi sunt înfășurate în sens contrar este 3,44.

Din această analiză rezultă că pentru a micșora valoarea intensității câmpului magnetic în interiorul cilindrului peste care sunt înfășurate cele două straturi acestea trebuie să aibă sens contrar de înfășurare. De asemenea, valoarea pasului de înfășurare atât pentru stratul interior cât și pentru cel exterior trebuie să fie maxime.

Din fig. 2.31, ..., 2.58 rezultă că variabila  $\tau$  este importantă pentru valoarea intensității câmpului magnetic din cilindrul pe care sunt înfășurate cele două straturi indiferent de sensul de înfășurare al celor două straturi dacă raza  $\xi$  este în intervalul  $[a/2, a]$ . Acest rezultat este normal dacă avem în vedere faptul că în modelul de calcul utilizat firele din aluminiu reale au fost înlocuite cu unele filiforme plasate în axul celor reale, deci câmpul magnetic al modelului de calcul nu este plan meridian. Pentru conductorul real se poate accepta că în interiorul cilindrului peste care sunt înfășurate cele două straturi vectorul intensitate de câmp magnetic conține doar componenta  $H_z$  (componenta în lungul axei cilindrului).

c) *Dependența intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  în funcție de variabila  $z_0$*

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = 2,925$  mm;  $\varepsilon = 1,225$  mm ;  $l_a = 7b_{\text{strat exterior}}$  ;  $i = 1A$  pentru fiecare fir;  $\xi = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $n_1 = 10$ ,  $n_2 = 16$ ;  $z_0 \in [0, l_a]$ . Analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de variabila  $z_0$  s-a făcut considerând raza  $\xi = 0$  (axa cilindrului), și pentru pasul de înfășurare 7 variante, care sunt prezentate în tabelul 2. 12.

S-a determinat intensitatea câmpului magnetic considerând cele două straturi înfășurate în sens contrar, respectiv înfășurate în același sens. Rezultatele

obținute pentru componenta  $H_z$  și valoarea  $H_{A1}$  sunt prezentate sub formă grafică în fig. 2.59, ..., 2.86 considerând  $\xi = 0$ . Lungimea conductorului s-a considerat egală cu lungimea cea a 7 spire ale stratului exterior (7 pași de înfășurare  $l_a = 7b$ ).

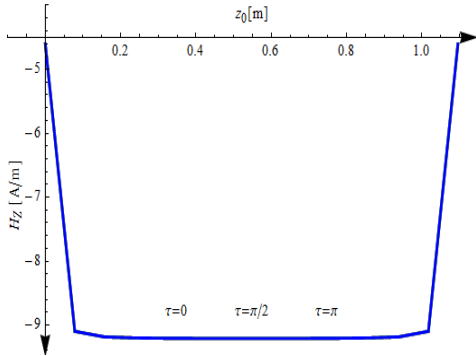


Fig. 2.59. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 1

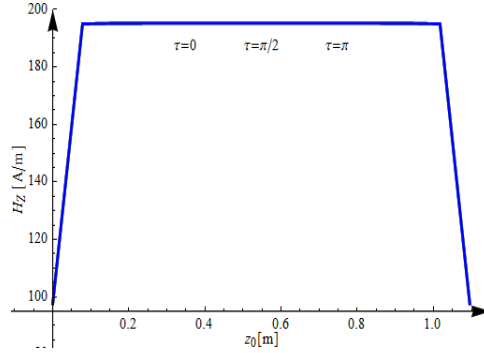


Fig. 2.60. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în același sens, varianta 1

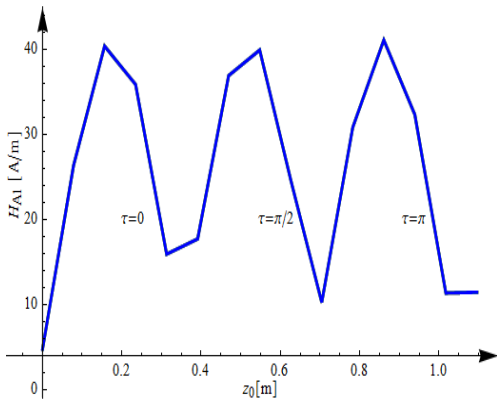


Fig. 2.61. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 1

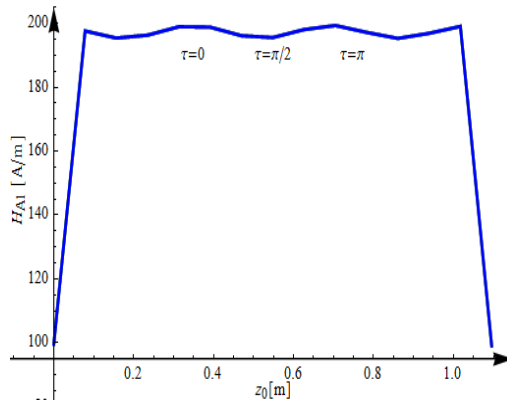


Fig. 2.62. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în același sens, varianta 1

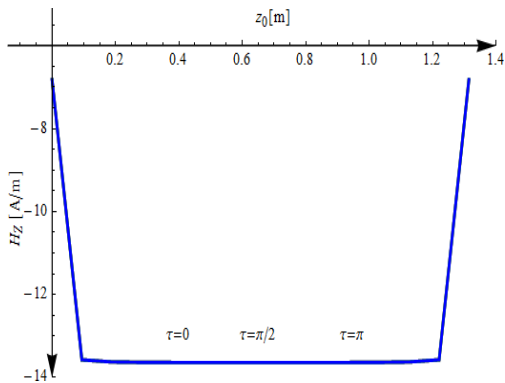


Fig. 2.63. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 2

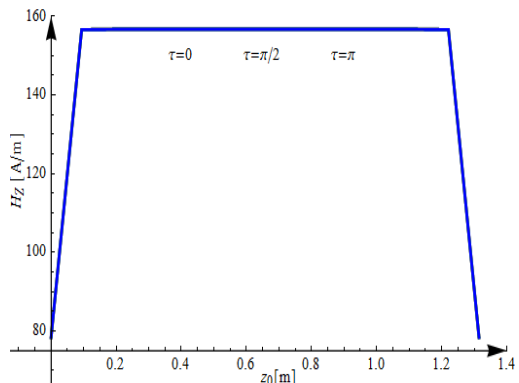


Fig. 2.64. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$  Straturi înfășurate în același sens, varianta 2

52 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

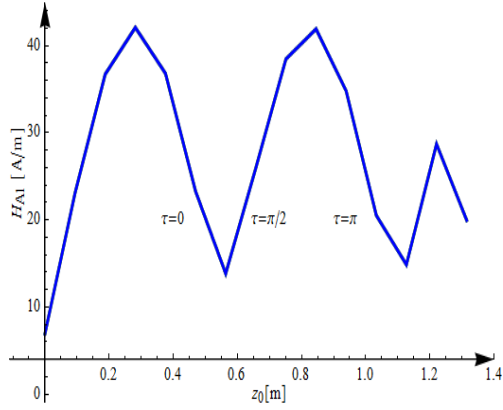


Fig. 2.65. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 2

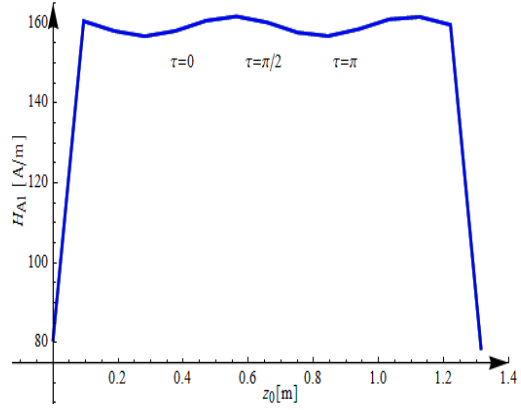


Fig. 2.66. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 2

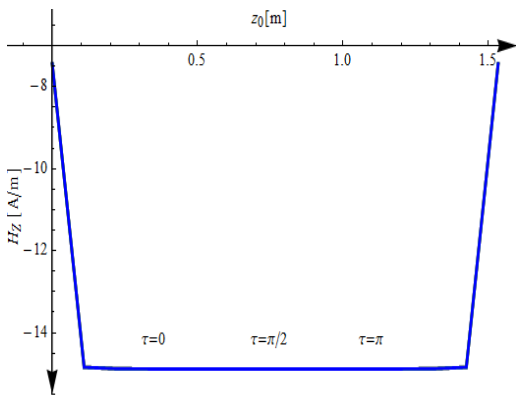


Fig. 2.67. Dependența  $H_Z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 3

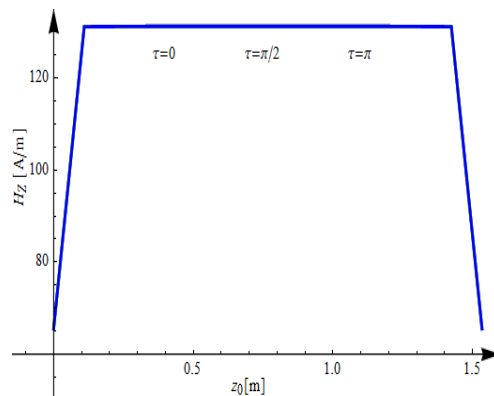


Fig. 2.68. Dependența  $H_Z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 3

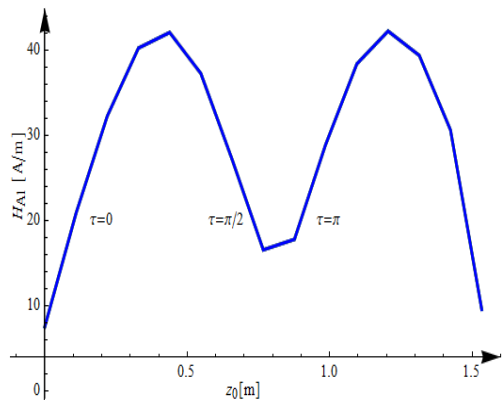


Fig. 2.69. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 3

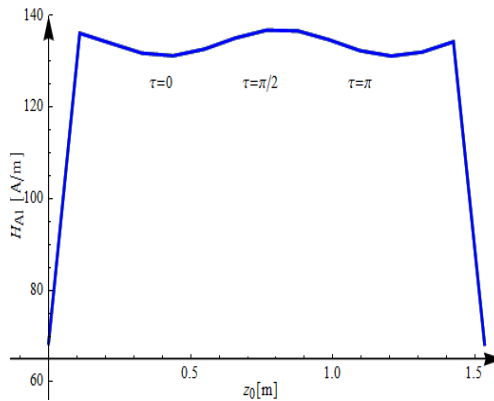


Fig. 2.70. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 3

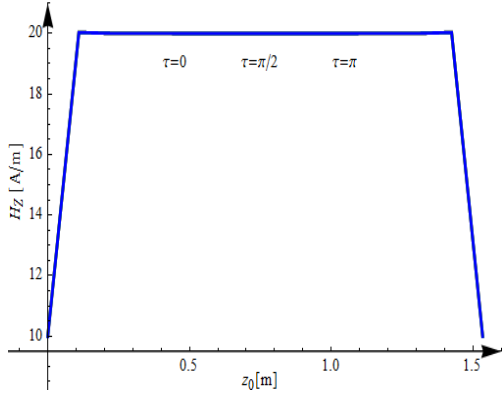


Fig. 2.71. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 4

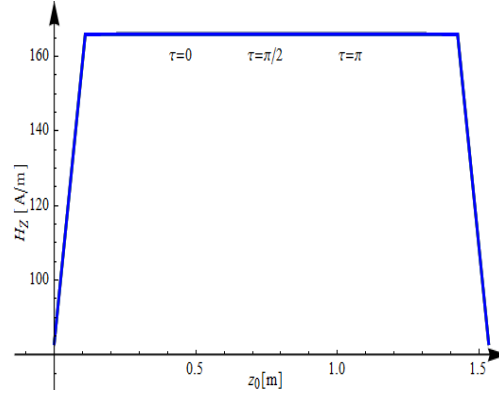


Fig. 2.72. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 4

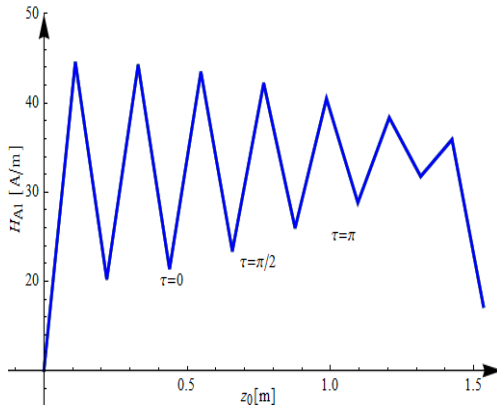


Fig. 2.73. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 4

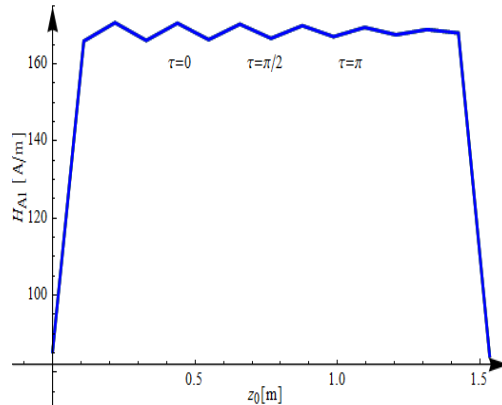


Fig. 2.74. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 4

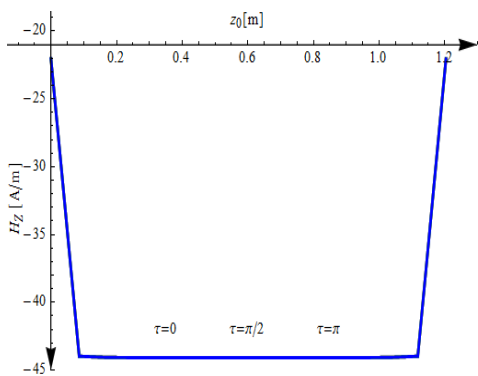


Fig. 2.75. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 5

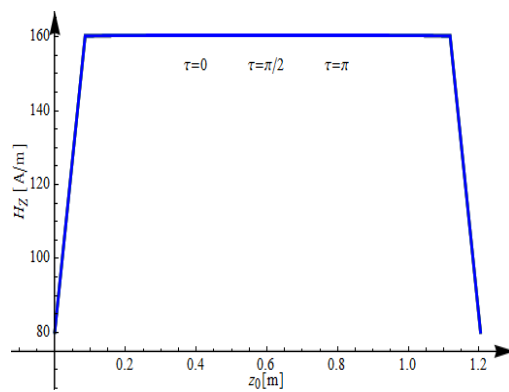


Fig. 2.76. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 5



54 2. Model analitic pentru calculul câmpului magnetic

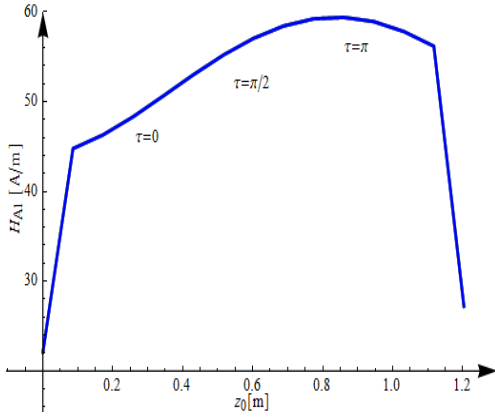


Fig. 2.77. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 5

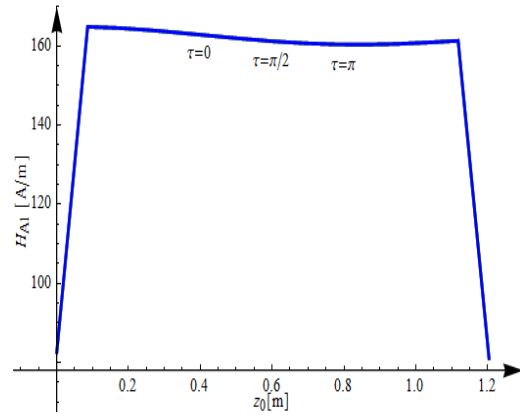


Fig. 2.78. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 5

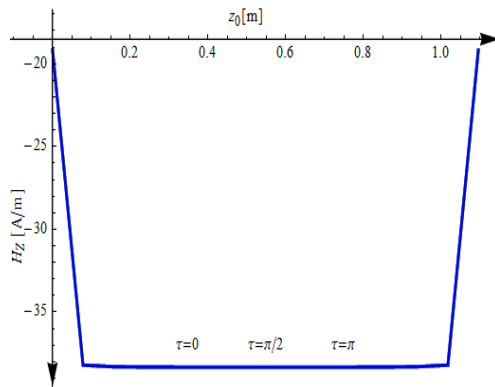


Fig. 2.79. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 6

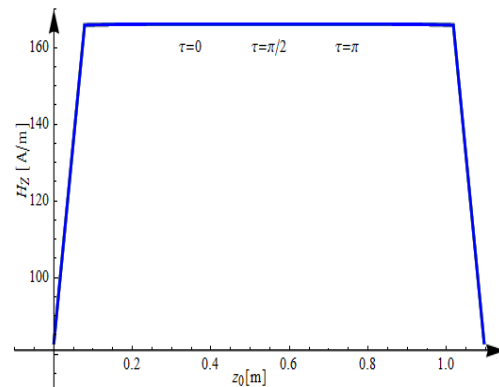


Fig. 2.80. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 6

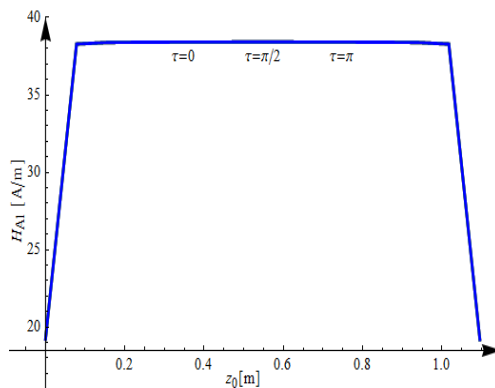


Fig. 2.81. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 6

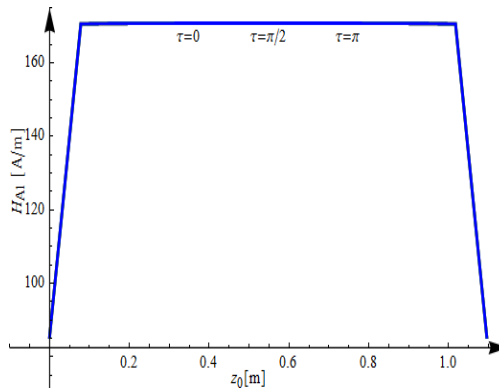


Fig. 2.82. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 6

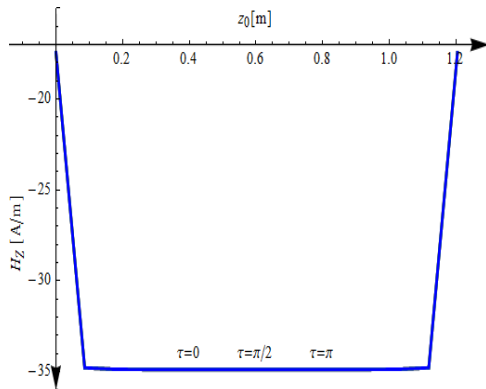


Fig. 2.83. Dependenta  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 7

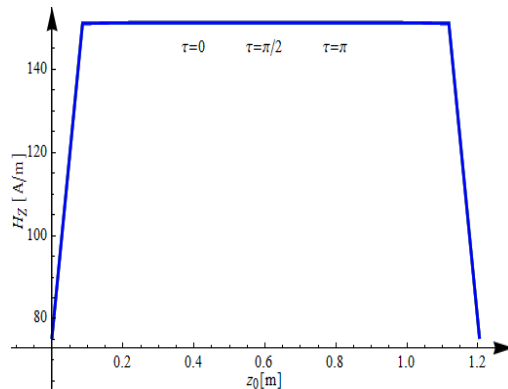


Fig. 2.84. Dependenta  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 7

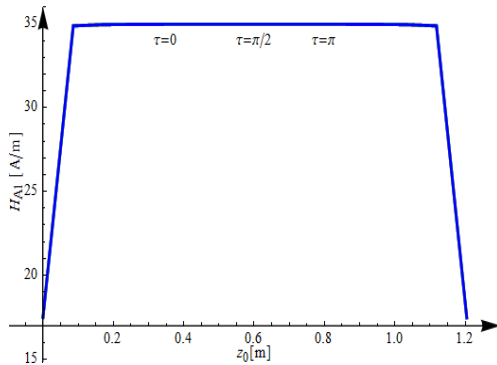


Fig. 2.85. Dependenta  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în sens contrar, varianta 7

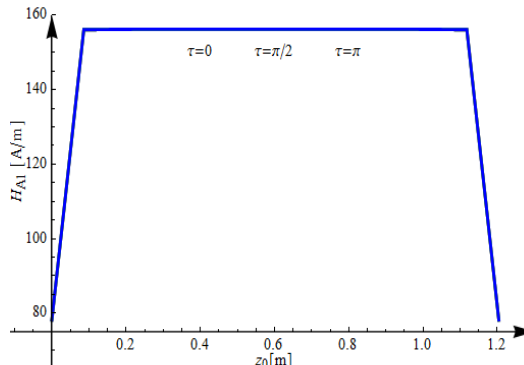


Fig. 2.86. Dependenta  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturi înfășurate în același sens, varianta 7

Deoarece în determinarea dependenței componente  $H_z$  și a valorii intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  s-au considerat punctele din axa cilindrului de rază „ $a$ ” variabila  $\tau$  nu influențează rezultatele obținute.

Din curbele prezentate în fig. 2.59, ..., 2.86 rezultă că intensitatea câmpului magnetic,  $H_{A1}$ , și componenta  $H_z$  au valori mult mai mari în cazul când cele două straturi sunt înfășurate în același sens decât atunci când sunt înfășurate în sens contrar. Valoarea maximă a componente  $H_z$  (195 A/m) se obține pentru varianta 1 când pasul de înfășurare al celor două straturi are valoarea minimă (107,5 mm pentru stratul interior și 156,5 mm pentru stratul exterior). În aceleași condiții se obține valoarea minimă a componente  $H_z$  (9,5 A/m) dacă cele două straturi sunt înfășurate în sens contrar. De asemenea, se constată că doar la începutul și sfârșitul conductorului componenta  $H_z$  și  $H_{A1}$  au o variație rapidă în funcție de mărimea  $z_0$  dacă cele două straturi sunt înfășurate în același sens. Când cele două straturi sunt înfășurate în sens contrar doar componenta  $H_z$  este constantă în raport cu variabila  $z_0$  cu excepția spirei de început și de sfârșit a conductorului. În variantele 6 și 7 și valoarea intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  este constantă în raport cu variabila  $z_0$  cu excepția spirei de început și de sfârșit a conductorului. În variantele 1, 2, 3, 4, 5 valoarea intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  se modifică în limite relativ largi în

raport cu variabila  $z_0$ . Acest rezultat se datorează modelului de calcul utilizat, model în care componentele  $H_x$  și  $H_y$  nu sunt neglijabile. Pentru conductorul real se poate accepta că în interiorul cilindrului peste care sunt înfășurate cele două straturi vectorul intensitate de câmp magnetic conține doar componenta  $H_z$  (componenta în lungul axei cilindrului).

#### 2.4.4. Conductor cu trei straturi

În studiu s-a considerat un conductor LEA având secțiunea  $450/75 \text{ mm}^2$  a cărei caracteristici sunt prezentate în tabelul 2.1. Spirele sunt conectate în paralel și înfășurate elicoidal pe un cilindru de rază „ $a$ ” (fig. 2.3) în două straturi, conductoarele oricărui strat sunt parcurse fiecare de curentul  $i = 1A$  și ansamblul se găsește într-un mediu omogen având permeabilitatea  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ .

Dimensiuni geometrice:  $a = 5,625 \text{ mm}$ ;  $\varepsilon = 1,5 \text{ mm}$ ; lungimea conductorului s-a considerat egală cu cea a 7 spire din stratul exterior; pasul de înfășurare diferă pe cele trei straturi, valoarea minimă pentru stratul interior este  $172,5 \text{ mm}$ , iar cea maximă  $276 \text{ mm}$ . Pentru stratul din mijloc valoarea minimă este  $232,5 \text{ mm}$ , respectiv cea maximă este de  $372 \text{ mm}$ , iar pentru stratul exterior valoarea minimă este  $292,5 \text{ mm}$ , iar valoarea maximă este  $409,5 \text{ mm}$  (tabelul 2.1).

Pentru pașii de înfășurare ai celor trei straturi s-au ales 3 variante, care sunt prezentate în tabelul 2.13. Analiza câmpului magnetic a constat în calculul componentelor în sistem cartezian de coordonate ( $H_x, H_y, H_z$ ) și a valorii intensității câmpului magnetic ( $H_{A1}$ ) având în vedere următoarele mărimi: pasul de înfășurare al spirei elicoidale ( $b$  – fig.2.3); coordonatele în sistem cilindric ( $\xi, \tau, z_0$ ) ale punctului oarecare din domeniul de existență al câmpului magnetic, notat cu  $A_1$  în fig. 2.3. Pentru această situație în relația 2.36 parametrii care intervin au valorile:  $j = 1, 2, 3$  (trei straturi cu 15 fire stratul 1, 21 fire stratul 2, respectiv 27 fire stratul 3);  $p = 0, \dots, 14$  pentru stratul 1,  $p = 0, \dots, 20$  pentru stratul 2, respectiv  $p = 0, \dots, 26$  pentru stratul 3. Calculele s-au efectuat cu ajutorul programului conceput în acest sens (Anexa 1).

##### a) Dependența intensității câmpului magnetic $H_{A1}$ în funcție de pasul de înfășurare

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = 5,625 \text{ mm}$ ;  $\varepsilon = 1,5 \text{ mm}$ ;  $l_a = 7b_{\text{strat exterior}}$ ;  $i = 1A$  pentru fiecare fir;  $\xi = 0$ ;  $\tau = 0, \pi/2, \pi$ ;  $z_0 = 0$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $n_1 = 15$ ,  $n_2 = 21$ ,  $n_3 = 27$ . Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de pasul de înfășurare s-au considerat 3 variante care sunt prezentate în tabelul 2.13. La varianta 1 pasul de înfășurare peste fiecare din cele trei straturi are valoarea minimă, la varianta 2 pasul de înfășurare peste fiecare din cele trei straturi are valoarea medie, respectiv la varianta 3 pasul de înfășurare peste cele trei straturi are valoarea maximă. Valorile obținute pentru intensitatea câmpului magnetic în punctul oarecare  $A_1$  (fig. 2.3) sunt prezentate, de asemenea, în tabelul 2.13.

Din tabelul 2.13 rezultă importanța mare pe care o are pasul de înfășurare al celor trei straturi în stabilirea valorii intensității câmpului magnetic într-un punct din axa cilindrului de rază „ $a$ ”. Valoarea maximă a intensității câmpului magnetic ( $H_{A1}$ ) este cu 38,6% mai mare decât valoarea minimă. Valoarea maximă pentru  $H_{A1}$  se obține atunci când pasul de înfășurare al fiecăruia din cele trei straturi are valoarea minimă ( $172,5 \text{ mm}$  pentru stratul interior,  $232,5 \text{ mm}$  pentru stratul din mijloc,  $292,5 \text{ mm}$  pentru stratul exterior), iar valoarea minimă pentru  $H_{A1}$  se obține

atunci când pasul de înfășurare al celor trei straturi are valoarea maximă (276 mm pentru stratul interior, 372 mm pentru stratul din mijloc, 409,5 mm pentru stratul exterior).

Tabelul 2.13. Valorile intensității câmpului magnetic la mijlocul lungimii conductorului și în axa acestuia ( $\xi = 0, z_0 = l_a/2$ )

| Nr. variantă | Pas strat interior $b_1$ [mm] | Pas strat mijlociu $b_2$ [mm] | Pas strat exterior $b_3$ [mm] | $H_{A1}$ [A/m] | $H_{A1}/H_{A1-\text{minim}}$ | $\frac{H_{A1} - H_{A1-\text{minim}}}{H_{A1-\text{minim}}} \cdot 100$ |
|--------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------|------------------------------|--|
| 1            | 172,5                         | 232,5                         | 292,5                         | 89,27          | 1,386                        | 38,6%  |
| 2            | 224,25                        | 302,25                        | 351                           | 74,4           | 1,156                        | 15,5%  |
| 3            | 276                           | 372                           | 409,5                         | 64,39          | 1                            | 0  |

Având în vedere aceste rezultate se constată că determinarea precisă a câmpului magnetic în interiorul cilindrului de rază „a” peste care sunt înfășurate firele din aluminiu necesită cunoașterea cu precizie cât mai mare a pașilor de înfășurare ai celor trei straturi. Comparativ cu situația în care conductorul are două straturi limitele între care se modifică  $H_{A1}$  sunt mai restrânse.

b) *Dependența intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  în funcție de variabila  $\xi$*

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = 5,625$  mm;  $\varepsilon = 1,5$  mm;  $l_a = 7b_{\text{strat exterior}}$ ;  $i = 1A$  pentru fiecare fir;  $\xi \in [0, a]$ ;  $\tau = 0, \pi/2, \pi$ ;  $z_0 = l_a/2, z_0 = 0, n_1 = 15, n_2 = 21, n_3 = 27$ . Analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de raza  $\xi$  s-a efectuat considerând pentru pasul de înfășurare 3 variante care sunt prezentate în tabelul 2.13. De asemenea, s-a determinat intensitatea câmpului magnetic considerând că stratul mijlociu este înfășurat în sens contrar față de stratul interior și cel exterior, respectiv cele trei straturi sunt înfășurate în același sens.

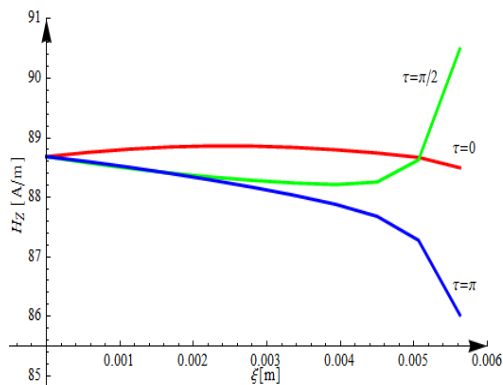


Fig. 2.87. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 1

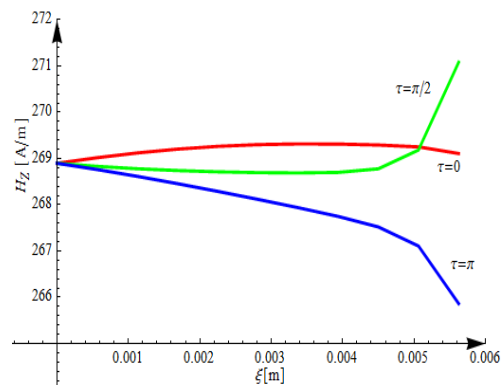


Fig. 2.88. Dependența  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 1

Pentru analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de raza  $\xi$  s-a considerat că aceasta variază pe intervalul  $[0, a]$ , adică punctul  $A_1$  se

găsește în interiorul cilindriului de rază „ $a$ ”. Acest interval a fost discretizat utilizând pasul cu lungimea „ $a/10$ ”. Rezultatele obținute pentru componenta  $H_z$  și valoarea  $H_{A1}$  sunt prezentate sub formă grafică în fig. 2.87, ..., 2.98 considerând  $z_0 = l_a/2$ .

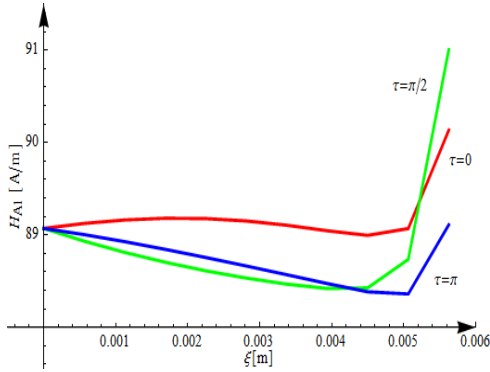


Fig. 2.89. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 1

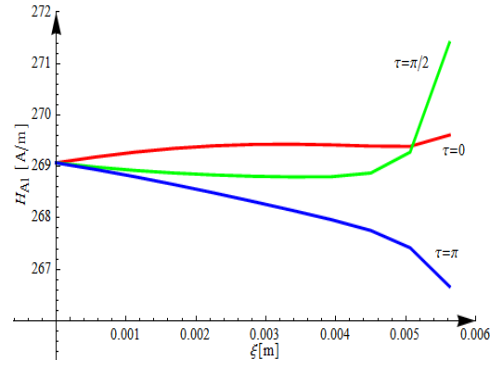


Fig. 2.90. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 1

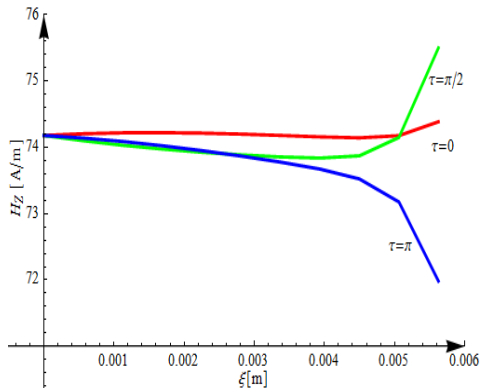


Fig. 2.91. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 2

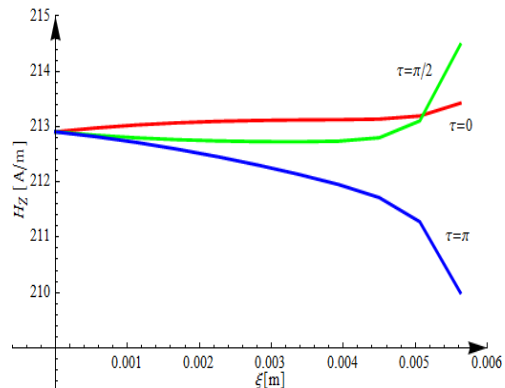


Fig. 2.92. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

Din fig. 2.87, ..., 2.98 rezultă că variabila  $\tau$  influențează la fel valorile componenteii  $H_z$ , respectiv  $H_{A1}$  în cele trei variante analizate. Influența este mai mare pe măsură ce raza  $\xi$  crește. Pentru  $\xi = a$  variabila  $\tau$  influențează cel mai mult valoarea intensității câmpului magnetic. Componenta  $H_z$  când cele trei straturi au același sens de înfășurare, este mai mare decât în cazul când stratul din mijloc este înfășurat în sens contrar față de stratul interior și cel exterior de 3 ori în varianta 1 (pasul de înfășurare al celor trei straturi are valoarea minimă), de 2,87 ori în varianta 2 (pasul de înfășurare al celor trei straturi are valoarea medie), respectiv de 2,77 ori în varianta 3 (pasul de înfășurare al fiecăruia din cele trei straturi are valoarea maximă). Acest rezultat justifică necesitatea ca stratul din mijloc să fie înfășurat diferit față de stratul interior și cel exterior. Acest mod de realizare a conductoarelor LEA cu trei straturi asigură și din punct de vedere

mecanic o stabilitate mai bună decât în cazul în care cele trei straturi ar avea același sens de înfășurare.

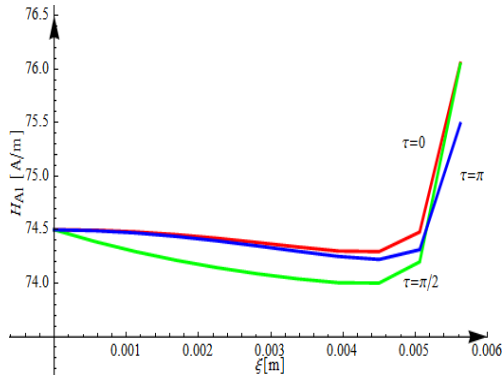


Fig. 2.93. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 2

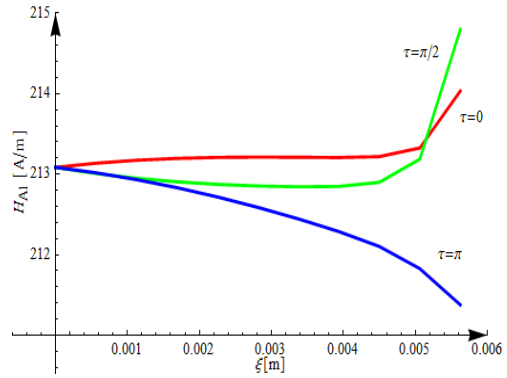


Fig. 2.94. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

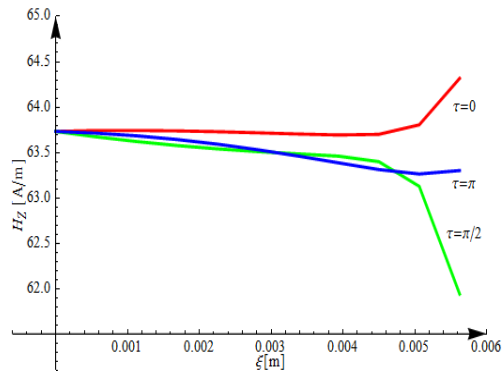


Fig. 2.95. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 3

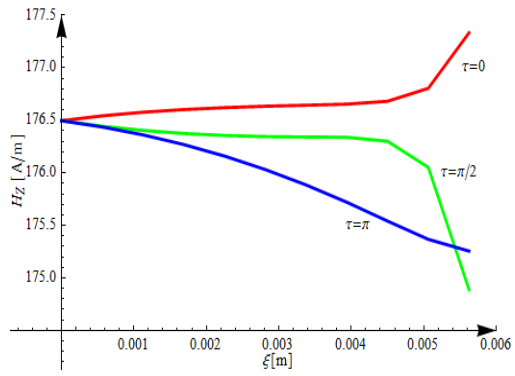


Fig. 2.96. Dependenta  $H_z(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

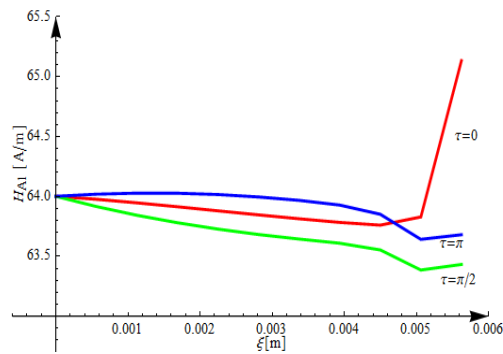


Fig. 2.97. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel din mijloc în sens contrar, varianta 3

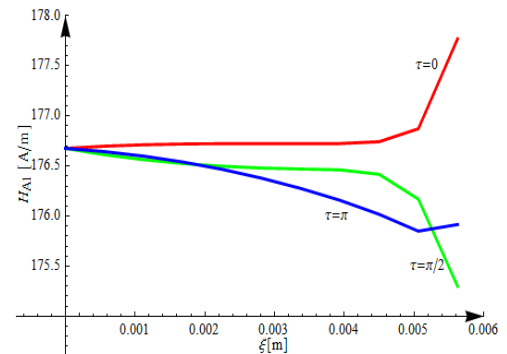


Fig. 2.98. Dependenta  $H_{A1}(\xi)$ ,  $z_0 = l_a/2$ ,  $l_a = 7b$  Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

c) *Dependența intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  în funcție de variabila  $z_0$* 

Mărimile de intrare pentru programul de calcul al intensității câmpului magnetic sunt:  $a = 5,625$  mm;  $\varepsilon = 1,5$  mm;  $l_a = 7b_{strat\ exterior}$ ;  $i = 1A$  pentru fiecare fir;  $\xi = 0$ ;  $\tau = 0$ ;  $n_1 = 15$ ,  $n_2 = 21$ ,  $n_3 = 21$ ;  $z_0 \in [0, l_a]$ . Analiza dependenței vectorului intensitate de câmp magnetic funcție de variabila  $z_0$  s-a făcut considerând raza  $\xi = 0$  (axa cilindrului), iar pentru pasul de înfășurare s-au considerat 3 variante, care sunt prezentate în tabelul 2.13. S-a determinat intensitatea câmpului magnetic considerând stratul din mijloc înfășurat în sens contrar față de stratul interior și cel exterior, respectiv considerînd cele trei straturi înfășurate în același sens. Rezultatele obținute pentru componenta  $H_z$  și valoarea lui  $H_{A1}$  sunt prezentate sub formă grafică în fig. 2.99, ..., 2.110 considerînd  $\xi = 0$ . Lungimea conductorului s-a considerat egală cu lungimea a 7 spire corespunzătoare stratului exterior (7 pași de înfășurare  $l_a = 7b$ ). Deoarece în determinarea dependenței componente  $H_z$  și a valorii intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  s-au considerat punctele din axa cilindrului de rază „a” variabila  $\tau$  nu influențează rezultatele obținute.

Din curbele prezentate în fig. 2.99, ..., 2.110 rezultă că intensitatea câmpului magnetic,  $H_{A1}$ , și componenta  $H_z$  au valori mult mai mari în cazul când cele trei straturi sunt înfășurate în același sens decât atunci când stratul din mijloc este înfășurat în sens contrar față de stratul interior și cel exterior. Valoarea maximă a componente  $H_z$  (270 A/m) se obține pentru varianta 1 când pasul de înfășurare a celor trei straturi are valoarea minimă și cele trei straturi sunt înfășurate în același sens.

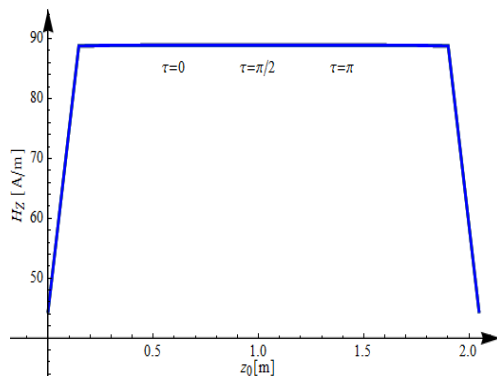


Fig. 2.99. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel mijlociu în sens contrar, varianta 1

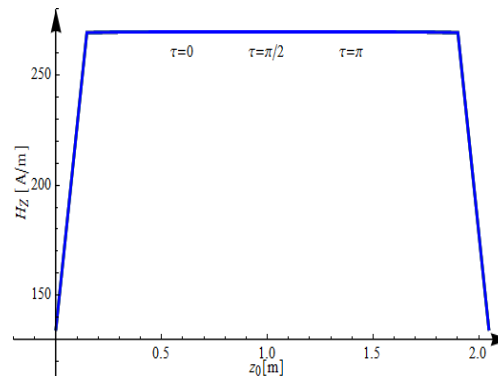


Fig. 2.100. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 1

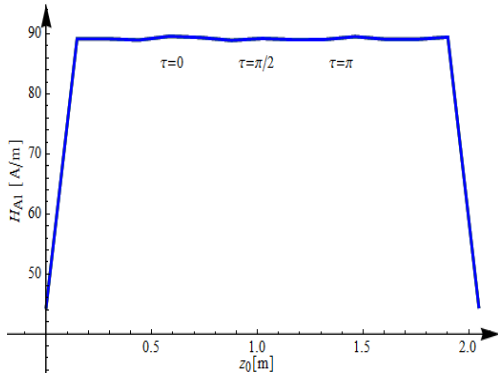


Fig. 2.101. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel mijlociu în sens contrar, varianta 1

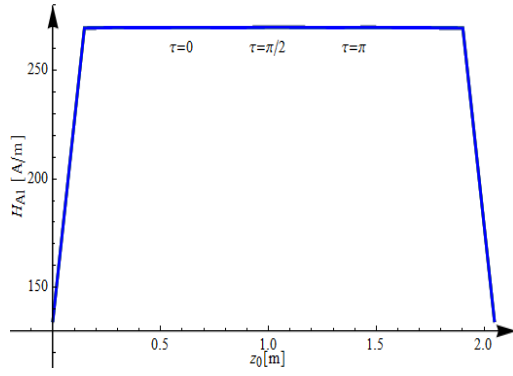


Fig. 2.102. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 1

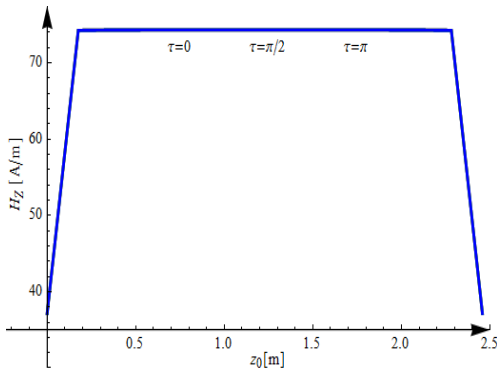


Fig. 2.103. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel mijlociu în sens contrar, varianta 2

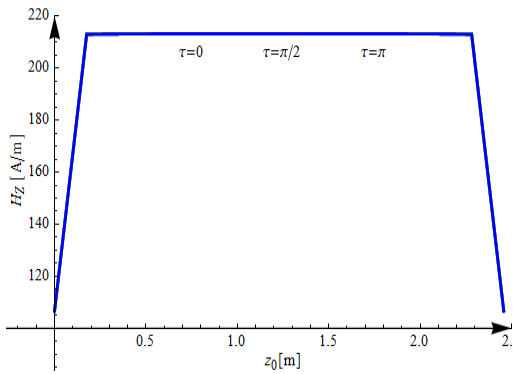


Fig. 2.104. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 2

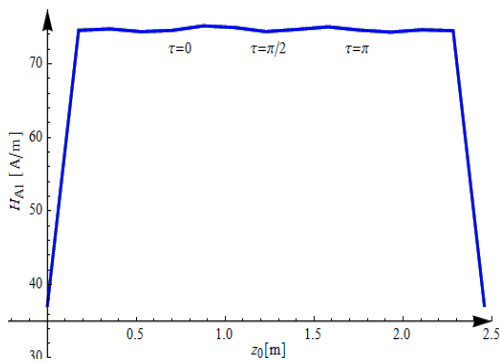


Fig. 2.105. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel mijlociu în sens contrar, varianta 2

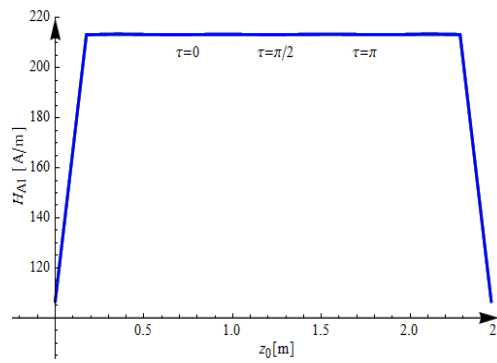


Fig. 2.106. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $l_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 2



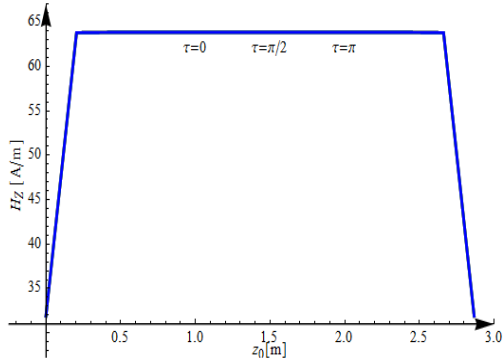


Fig. 2.107. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $I_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel mijlociu în sens contrar, varianta 3

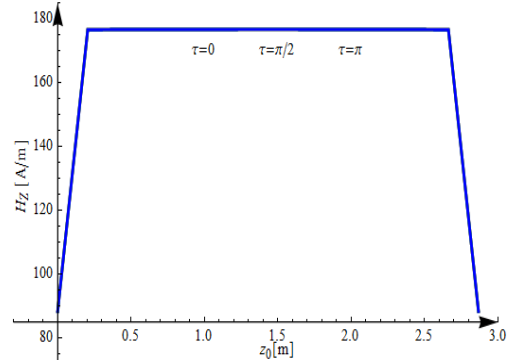


Fig. 2.108. Dependența  $H_z(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $I_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

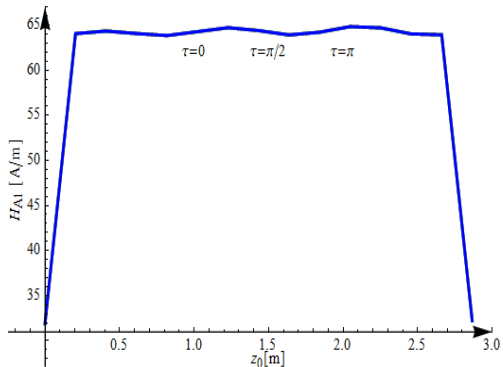


Fig. 2.109. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $I_a = 7b$   
Stratul interior și cel exterior înfășurate în același sens, iar cel mijlociu în sens contrar, varianta 3

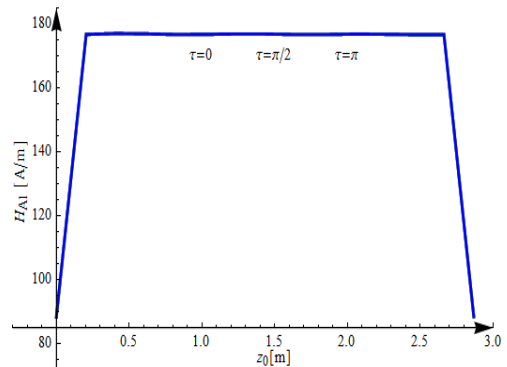


Fig. 2.110. Dependența  $H_{A1}(z_0)$ ,  $\xi = 0$ ,  $I_a = 7b$   
Straturile înfășurate în același sens, varianta 3

Valoarea minimă a componentei  $H_z$  (64 A/m) se obține în varianta 3 (pasul de înfășurare al fiecăruia din cele trei straturi are, respectiv, valoarea maximă), iar stratul din mijloc este înfășurat în sens contrar față de stratul interior și cel exterior. De asemenea, se constată că doar la începutul și la sfârșitul conductorului componenta  $H_z$  și valoarea lui  $H_{A1}$  au o variație rapidă în funcție de mărimea  $z_0$ . Comparând valorile componentei  $H_z$  cu cele ale intensității câmpului magnetic  $H_{A1}$  se constată că acestea sunt practic identice, deci componentele  $H_x$  și  $H_y$  sunt neglijabile comparativ cu componenta  $H_z$ . Acest rezultat ne permite să considerăm că pentru conductorul real se poate accepta că în interiorul cilindrului, peste care sunt înfășurate cele trei straturi, vectorul intensitate de câmp magnetic conține doar componenta  $H_z$  (componenta în lungul axei cilindrului).

## 2.5. Concluzii și contribuții personale

Din studiul realizat rezultă următoarele concluzii mai importante:

- a) Modelul matematic conceput pentru calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor multifilare care înlocuiește firele conductoare reale cu unele filiforme parcurse de aceiași curenți și poziționate în axul firelor reale permite analiza câmpului magnetic în medii omogene, liniare și izotrope indiferent de structura conductorului multifilar.
- b) Implementarea modelului matematic conceput în mediul de programare Wolfram Mathematica 7 permite analiza dependenței intensității câmpului magnetic funcție de:
  - coordonatele ( $\xi$ ,  $\tau$  și  $z_0$ ) ale punctului oarecare  $A_1$ (fig. 2.3),
  - structura conductorului multifilar,
  - pasul de înfășurare al spirelor elicoidale (dimensiunea  $b$  din fig. 2.3),
  - raza cilindrului peste care sunt înfășurate firele conductoare (dimensiunea „ $a$ ” din fig. 2.3) și care substituie inima de oțel a conductoarelor LEA,
  - de lungimea conductorului (mărimea  $l_a$  din fig. 2.3).
- c) Programul conceput permite obținerea valorilor intensității câmpului magnetic în orice punct din domeniul de existență al acestuia, precum și prezentarea rezultatelor obținute funcție de oricare din mărimile în raport cu care se dorește să se efectueze analiza, sub formă grafică sau tabelară.
- d) În studiul realizat s-au considerat trei tipuri de conductoare de fază ale unei linii electrice aeriene și anume: cu un strat (secțiunea 35/6 mm<sup>2</sup>); cu două straturi (secțiunea 120/21mm<sup>2</sup>); cu trei straturi (secțiunea 450/75 mm<sup>2</sup>). Dimensiunile celor trei conductoare multifilare sunt prezentate în tabelul 2.1.
- e) Valoarea curentului nominal al conductoarelor LEA depinde de secțiunea zonei din aluminiu a acestora. Din punct de vedere constructiv conductoarele LEA sunt cu un strat, cu două straturi sau cu trei straturi. Intensitatea câmpului magnetic din cilindrul peste care sunt înfășurate firele conductoare depinde de valoarea curentului din fiecare fir conductor, dar depinde și de numărul de straturi, de sensul de înfășurare al acestora și de pasul de înfășurare.
- f) La aceiași valoare a curentului intensitatea câmpului magnetic este maximă în cazul conductoarelor LEA cu un strat când pasul de înfășurare are valoarea minimă.
- g) În cazul conductoarelor cu două straturi valoarea intensității câmpului magnetic în cilindrul peste care acestea sunt înfășurate este mult mai mică dacă cele două straturi sunt înfășurate în sens contrar decât atunci când cele două straturi au același sens de înfășurare. Valoarea minimă a intensității câmpului magnetic se obține atunci când pasul de înfășurare este maxim atât pentru stratul interior cât și pentru cel exterior.
- h) În cazul conductoarelor LEA cu trei straturi pentru a reduce valoarea intensității câmpului magnetic din interiorul cilindrului pe care acestea sunt înfășurate stratul din mijloc trebuie să fie înfășurat în sens contrar decât stratul interior și exterior. Valoarea minimă se obține atunci când pasul de înfășurare pe fiecare din cele trei straturi are valoarea maximă.
- i) Intensitatea câmpului magnetic din cilindrul peste care sunt înfășurate firele din aluminiu depinde de lungimea conductorului. Dacă lungimea conductorului este de 5 ori mai mare decât pasul de înfășurare se poate accepta că intensitatea câmpului magnetic în cilindrul pe care sunt înfășurate firele din aluminiu este orientată în lungul axei cilindrului. În sistem cartezian de coordonate componentele  $H_x$  și  $H_y$  sunt mult mai mici decât  $H_z$ , deci sunt neglijabile. La începutul și la sfârșitul

conductorului, pentru o distanță de aproximativ un sfert din pasul de înfășurare, componentele  $H_x$  și  $H_y$  nu mai sunt mult mai mici decât  $H_z$ , deci nu mai sunt neglijabile. Pe aceiași porțiune lungime  $H_{A1}$  depinde de variabila  $z_0$ , iar în restul intervalului practic nu depinde de această variabilă.

Principalele contribuții în acest capitol sunt:

- a) Sinteză bibliografică privind calculul câmpului magnetic în medii liniare și omogene produs de curenții ce parcurg conductoare filiforme înfășurate elicoidal.
- b) Conceperea modelului de calcul al câmpului magnetic produs de curenții ce parcurg fire conductoare înfășurate elicoidal.
- c) Implementarea modelului analitic de calcul al intensității câmpului magnetic produs de curenții ce parcurg conductoare multifilare în mediul de programare Wolfram Mathematica 7.
- d) Analiza modului în care parametrii constructivi ai conductoarelor multifilare (număr de straturi, sensul de înfășurare al straturilor, pasul de înfășurare) influențează câmpul magnetic din cilindrul pe care sunt înfășurate firele din aluminiu.

## 2.6. Bibliografie

- [1] Chester S., *Formula for the inductance of a helix made with wire of any section*, Scientific papers of the bureau of standards, no. 537, vol. 21, November 10, 1926.
- [2] Tominaka T., *Analytical field calculations for various helical conductors*, IEEE Transation Applied Superconductor 14, pp 1838–41, 2004.
- [3] Tominaka T., *Calculations using the helical filamentary structure for current distributions of a six around one superconducting strand cable and a multifilamentary composite*, J. Appl. Phys. 96, pp 5069–80, 2004.
- [4] Toshiharu T., *Inductance calculation for helical conductors*, Institute Of Physics Publishing Supercond. Sci. Technol 18 (2005), pp 214–222.
- [5] Andronescu Pl. *Bazele electrotehnici, Vol.1*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972.
- [6] Răduleț R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii. Electrostatica și magnetostatica*, vol.I, Litografia Invățământului, București, 1955.
- [7] Timotin Al., *Lecții de bazele electrotehnici*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1970.
- [8] Șora C, *Bazele electrotehnici*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- [9] Șora C., De Sabata I., Bogoevici N., ș.a. *Bazele electrotehnici. Teorie și aplicații*, Editura Politehnica, Timișoara, 2012.
- [10] Hoole S.R.H, Hoole P.R.P, *A Modern Short Course in Engineering Electromagnetics*, Oxford University Press, 1996.
- [11] De Sabata I., *Bazele electrotehnici, Vol. 2*, Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1976.
- [12] Mocanu C.I., *Teoria câmpului electromagnetic*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [13] Bogoevici N., *Bazele electrotehnicii, Vol. 2*, Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1979.
- [14] Bogoevici N., *Câmp electromagnetic*, Editura „Politehnica” Timișoara, 1996.

- [15] Nicolaide A., *Bazele fizice ale electrotehnicii*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1986.
- [16] Simion E., *Electrotehnică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [17] Rosman H., *Bazele teoriei câmpului electromagnetic. Electromagnetism, vol. III*, Editura Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iași, 1999.
- [18] Rosman H. *Bazele teoriei câmpului electromagnetic. Electrocinetică, vol II*, Editura Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iași, 1998.
- [19] Cheng D. K., *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*, Addison Wesley Publ. Co., 1993
- [20] Clayton R.P., *Introduction to Electromagnetic Field*, McGraw-Hill, 1998.
- [21] Daba D., Radu D., *Electrotehnica. Bazele fizice și aplicații*. Litografia Universității Tehnice, Timișoara, 1991.
- [22] Hayt W.H., *Engineering Electromagnetics*, McGraw-Hill, 1989.
- [23] Paul C.R., s.a., *Introduction to Electromagnetic Fields*, WCB/McGraw-Hill, 1998.
- [24] Mîndru Gh., *Bazele electrotehnici*, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 2005
- [25] Năslău P., Negrea R., Cădăriu L., Căruntu B., Popescu D., Balmez M., Dumitrașcu C., *Matematici asistate de calculator*, Editura Potehnica, Timișoara 2005.
- [26] Bin Zheng, *Traveling Wave Solution For The (3+1) Dimensional Potential-YTSF Equation*, Computational Techniques And Intelligent systems (MAMECTIS '10), Kantaoui, Sousse, Tunisia, May 3-6, 2010, p.97-100.
- [27] Căta I., Păunescu D., Toader D., *Calculation of magnetic field intensity in the axis of a wire cable with helically wound wires*, Buletin Științific al UPT, Seria Matematica Fizică, Tom 56(70), Fascicula 2, 2010, p.73-85, Editura Politehnica, Timișoara.
- [28] Căta I., Păunescu D., Toader D., *Calculation of Magnetic Field Intesity Vector for a Helical* International Conference on Computer as a Tool (EUROCON), 2011 IEEE, 27-29 April 2011, Lisabona, Portugalia.
- [29] Rucăreanu C., Militaru P., Hotoboc V., Chiricescu V., Prioteasa V., *Linii electrice aeriene și subterane*, Editura Tehnica, București, 1989.
- [30] \*\*\*IPROEB, *Conductoare neizolate pentru linii electrice aeriene*, 2007.
- [31] SR CEI 61089, *Conductoare pentru linii electrice cu sârme rotunde, cablate în straturi concentrice*, 1996.
- [32] Bercovici N., Arie A., Poeată A., *Rețele electrice. Calcul electric*, Martin, Editura Tehnică București 1974.
- [33] Iacobescu Gh., Iordănescu I., ș.a., *Rețele electrice*, Editura Didactică și Pedagogică București 1981.
- [34] Eremia M, Song Y. H., Buta A., Luștea B., Nemes M, ș.a., *Electric Power System Vol 1, Electric Networks*, Editura Academiei Române, București 2006.

## 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului folosit la conductoare multifilare (LEA)

### 3.1. Introducere

Inima de oțel a conductoarelor utilizate în construcția linilor electrice aeriene (LEA) are rolul de a asigura rezistența mecanică necesară pentru ca solicitările mecanice la care conductoarele sunt supuse (greutate proprie, condiții meteo, ș.a.) să nu ducă la ruperea lor. Restricțiile impuse în dimensionarea inimii de oțel a acestor conductoare sunt determinate în principal de condițiile atmosferice și de mediu în care funcționează linia electrică [1, 2]. Din aceste motive fabricanții de conductoare LEA pun la dispoziția utilizatorilor, în ceea ce privește inima de oțel, doar caracteristici de natură mecanică și termică [3].

Determinarea parametrilor electrici ai conductoarelor LEA necesită cunoașterea constantelor de material de natură electrică și magnetică, atât a firelor din aluminiu, cât și a inimii de oțel. Deoarece pentru inima de oțel a conductoarelor multifilare LEA nu sunt furnizate în literatura de specialitate [4, 5, 6, 7, 8, 9] constantele magnetice de material este necesară determinarea lor experimentală.

Determinarea experimentală a caracteristicilor materialelor feromagnetice are o importanță deosebită pentru numeroase aplicații practice [10, 11, 12, 13]. În cazul oțelului utilizat în construcția conductoarelor multifilare (LEA), introdus cu scopul de a asigura rezistența mecanică, este importantă cunoașterea curbei de magnetizare deoarece la trecerea curentului prin firele de aluminiu înfășurate elicoidal peste oțel, în acesta ia naștere un câmp magnetic care influențează valoarea parametrilor conductoarelor multifilare (LEA).

Curba de magnetizare reprezintă dependența dintre inducția magnetică sau magnetizație și intensitatea câmpului magnetic,  $B = f(H)$  sau  $M = f(H)$ . Curba fundamentală de magnetizare se obține în curent alternativ unind vârfulurile tuturor ciclurilor simetrice de histerezis, de obicei pentru valorile pozitive ale inducției magnetice sau magnetizației (dar poate fi făcută și pentru valorile negative) [10, ..., 21].

Măsurarea proprietăților materialelor feromagnetice se face cel mai frecvent utilizând circuite magnetice închise realizate din materialul analizat (metoda torului - inelului) [10, ..., 21] sau utilizând circuite magnetice deschise cu probe având lungimea mult mai mare decât lățimea și grosimea. În aceste metode câmpul magnetic din proba de măsură are de regulă frecvența 50 Hz. O altă metodă pentru determinarea caracteristicilor magnetice a materialelor constă în utilizarea magnetometrelor. La aceste echipamente câmpul magnetic este constant în timp, iar proba la care se determină caracteristicile magnetice vibrează în acest câmp [22, 23]. Din acest motiv proba de măsură trebuie să fie cu dimensiuni geometrice mici. De regulă se folosesc probe de formă cilindrică având raza mai mică de 2 mm și lungimea mai mică de 5 mm [22, 23].

Obiectivul acestui capitol este de a determina curba de magnetizare  $B(H)$  a materialelor utilizate în construcția inimii de oțel a conductoarelor LEA. Pentru aceasta s-a folosit metoda torului, metoda circuitului magnetic deschis și magnetometrul. S-a determinat curba  $B(H)$  pentru inima de oțel a conductoarelor

LEA având secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , respectiv a celor cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$ . Măsurătorile s-au efectuat în Laboratorul de Lichide Complexe al Academiei Române Filiala Timișoara, în Laboratorul de Nanomateriale a Facultății de Fizică din Universitatea de Vest Timișoara și în laboratoarele Departamentului de Bazele Fizice ale Ingineriei din Universitatea Politehnica Timișoara.

### 3.2. Determinarea curbei de magnetizare a inimii de oțel

Determinarea experimentală a curbei de magnetizare a oțelului folosit în construcția conductoarelor multifilare ale liniilor electrice aeriene s-a realizat utilizând magnetometrul (regimuri statice - câmp magnetic constant în timp), utilizând un circuit magnetic deschis sau închis (metoda torului) pentru câmp magnetic cu variație sinusoidală în timp, la frecvența de 50Hz.

#### 3.2.1. Metoda cu magnetometru

Pentru determinarea caracteristicilor magnetice s-a utilizat magnetometrul cu probă vibrantă tip VSM din Laboratorul de Lichide Complexe al Academiei Române Filiala Timișoara și din Laboratorului de Nanomateriale al Facultății de Fizică din cadrul Universității de Vest din Timișoara. S-au utilizat 2 probe din inima de oțel de formă cilindrică având următoarele caracteristici: proba 1 - lungime 4mm, diametru 2,7mm, volum  $22,9 \text{ mm}^3$ , densitate de masă  $7,79 \text{ g/cm}^3$ ; proba 2 - lungime 4mm, diametru 3,2mm, volum  $32,17 \text{ mm}^3$ , densitate de masă  $7,46 \text{ g/cm}^3$ . Rezultatele obținute în cele două laboratoare au fost practic identice motiv pentru care în continuare se prezintă datele obținute în Laboratorul de Nanomateriale al Facultății de Fizică din cadrul Universității de Vest din Timișoara.

În cadrul determinărilor experimentale s-au ridicat curbele de primă magnetizare -  $M(H)$ , respectiv ciclurile de histeresis. Din curbele de primă magnetizare  $M(H)$  s-a determinat dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic pentru probele folosite.

În figura 3.1 se prezintă curba de prima magnetizare  $M(H)$  pentru proba 1, iar în figura 3.2 ciclul de histeresis pentru aceeași probă.

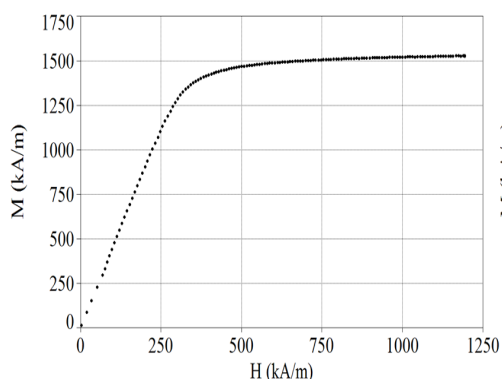


Fig. 3.1. Curba de primă magnetizare  $M(H)$

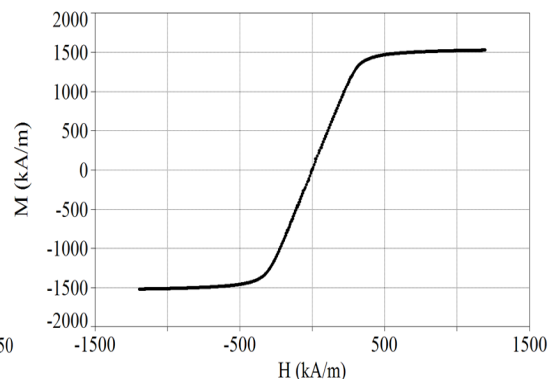


Fig. 3.2. Ciclul de histeresis

Din caracteristica  $M(H)$  (Fig.3.1) se constată că pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalul  $[0, 280\text{kA/m}]$  magnetizația temporară depinde practic liniar de intensitatea câmpului magnetic. Cotul curbei de magnetizare este cuprins între valorile  $[280\text{ kA/m}, 470\text{ kA/m}]$ , iar pentru valori mai mari de  $470\text{ kA/m}$  se ajunge în regim de saturație. De asemenea, se constată că fenomenul de magnetizare al acestor probe este puțin pronunțat, deci nu se comportă ca materiale feromagnetice.

Din figura 3.2 se constată că în regim static oțelul folosit în construcția conductoarelor multifilare ale liniilor electrice aeriene nu prezintă ciclu de histerezis. Din punct de vedere al exploatării liniilor electrice aeriene absența ciclului de histerezis este avantajoasă deoarece nu sunt pierderi de energie prin histerezis, deci scad pierderile tehnologice.

În figura 3.3 se prezintă dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic -  $\mu_r(H)$  pentru proba 1.

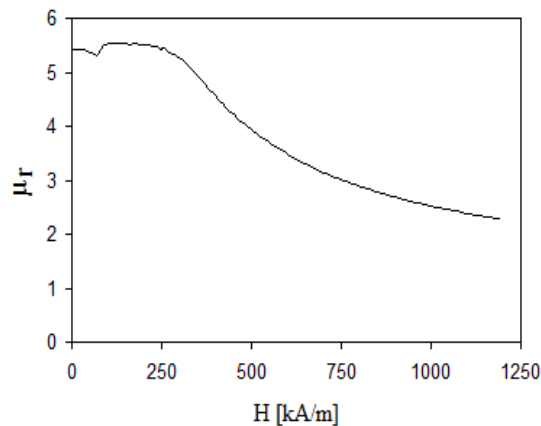


Fig. 3.3. Dependența permeabilității relative funcție de intensitatea câmpului magnetic  $\mu_r(H)$

Din figura 3.3 se constată că permeabilitatea relativă este practic constantă pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalul  $[0, 30\text{kA/m}]$ , respectiv  $[80\text{kA/m}, 280\text{kA/m}]$ . În intervalele  $[30\text{kA/m}, 80\text{ kA/m}]$ , respectiv  $[280\text{ kA/m}, 470\text{ kA/m}]$  ale intensității câmpului magnetic curba  $M(H)$  este neliniară. Din aceeași fig. 3.3 rezultă că  $\mu_{r_{\min}} = 2,277$  (valoarea minimă a permeabilității magnetice relative), iar  $\mu_{r_{\max}} = 5,544$  (valoarea maximă a permeabilității magnetice relative), ceea ce arată că probele la care s-au făcut determinările experimentale nu se comportă ca materiale feromagnetice.

### 3.2.2. Metoda cu circuit magnetic deschis

S-a determinat curba fundamentală de magnetizare și ciclul de histerezis pentru o probă de formă cilindrică având lungimea de  $119,2\text{ mm}$  și diametrul de  $2,7\text{mm}$  (inima de oțel de la un conductor LEA având secțiunea  $35\text{ mm}^2$ ). Măsurătorile au fost făcute în câmp magnetic cu frecvența de  $50\text{ Hz}$ , utilizând instalația experimentală calibrată din Laboratorul de Nanomateriale al Facultății de Fizică din cadrul Universității de Vest Timișoara descrisă în lucrarea [10]. Instalația a fost calibrată cu un etalon de Ni, în ceea ce privește magnetizarea, abaterea relativă asupra magnetizării fiind mai mică de  $1\%$ . Proba de măsurat, a fost magnetizată axial în câmp uniform, utilizând o bobină cilindrică lungă astfel încât corecția la

### 70 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului

câmpul demagnetizat nu a mai fost necesară pentru scopul urmărit în lucrare. Curbă fundamentală de magnetizare  $M(H)$  obținută este reprezentată în figura 3.4, ciclul de histerezis  $M(H)$  în figura 3.5 și permeabilitatea relativă în funcție de intensitatea câmpului magnetic  $\mu_r(H)$  în figura 3.6.

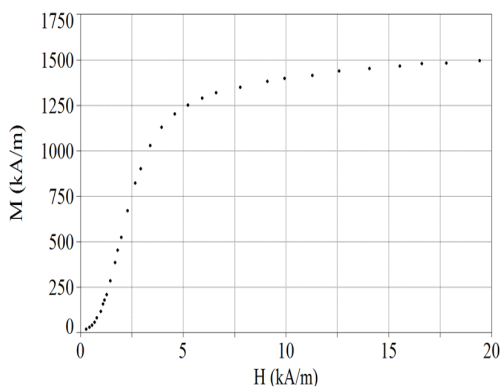


Fig. 3.4. Curba fundamentală de magnetizare

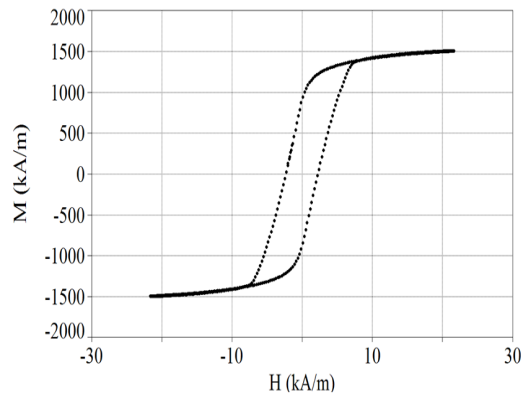


Fig. 3.5. Ciclul de histerezis  $M(H)$

Din caracteristica magnetică  $M(H)$  (fig. 3.4) se constată că pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalul  $[1,2\text{kA/m}, 3\text{kA/m}]$  magnetizația temporară depinde practic liniar funcție de intensitatea câmpului magnetic. Pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalele  $[0, 1,2\text{kA/m}]$  și  $[3\text{kA/m}, 7,5\text{kA/m}]$  magnetizația temporară depinde neliniar de intensitatea câmpului magnetic, iar pentru valori mai mari de  $7,5\text{kA/m}$  se ajunge în regim de saturație. De asemenea, se constată că fenomenul de magnetizare al acestei probe este pronunțat deci se poate aprecia că inima de oțel a conductoarelor LEA se comportă ca un material feromagnetic.

Din figura 3.5 se constată că în regim dinamic oțelul folosit în construcția conductoarelor multifilare ale liniilor electrice aeriene prezintă ciclul de histerezis și evident pierderi de energie prin histerezis, deci cresc pierderile tehnologice. Valoarea inducției remanente este  $1,2\text{T}$ , iar valoarea intensității câmpului magnetic coercitiv este  $2,5\text{kA/m}$ .

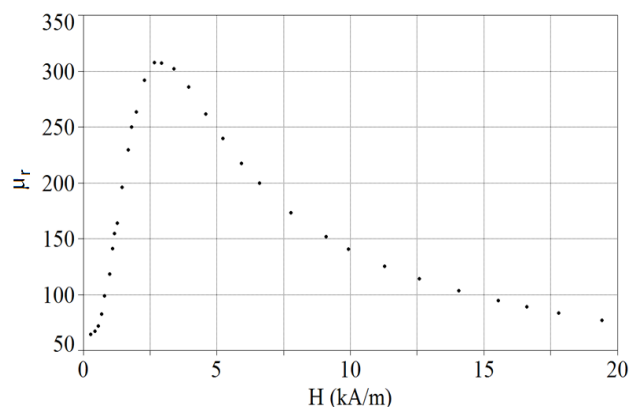


Fig. 3.6. Dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic  $\mu_r(H)$



Din figura 3.6 se constată că dependența  $\mu_r(H)$  este practic liniară pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalul  $[1,2\text{kA/m}, 2,4\text{kA/m}]$ , iar pentru intervalele  $[0, 1,2\text{kA/m}]$ , respectiv  $[2,4 \text{ kA/m}, 7,5 \text{ kA/m}]$  ale intensității câmpului magnetic dependența este neliniară. Din aceeași figură rezultă că valoarea minimă a permeabilității magnetice relative este  $\mu_{r\_min} = 65,07$ , respectiv valoarea maximă  $\mu_{r\_max} = 308,5$ , ceea ce face ca oțelul să se încadreze în categoria materiale feromagnetice.

Comparând curba de primă magnetizare obținută în regim static (fig.3.1) cu cea din regim dinamic (fig.3.4) se constată comportamentul diferit al oțelului. Fenomenul de magnetizare este mult mai pronunțat în regim dinamic astfel magnetizația  $M = 1500 \text{ kA/m}$  se obține în regim static pentru  $H = 625\text{kA/m}$ , iar în regim dinamic pentru  $H = 20\text{kA/m}$ . De asemenea, în regim static (fig.3.2) fenomenul de histerezis nu se manifestă  $H_{coercitiv} = 0$ , pe când în regim dinamic (fig.3.5) ciclul de histerezis este de dimensiuni apreciabile,  $H_{coercitiv}$  având valoarea  $2,5\text{kA/m}$  și magnetizația remanentă  $943 \text{ kA/m}$ .

### 3.2.3. Metoda cu circuit magnetic închis (metoda torului)

Principiul metodei torului constă în realizarea unui circuit magnetic de formă toroidală, din materialul pentru care se dorește determinarea curbei de magnetizare.

În standardul internațional CEI 60404-4 este descris procedeul general prin care se obțin experimental caracteristicilor materialelor magnetice moi, în curent continuu, folosind metoda torului. Din acest standard s-a ținut cont de precizările referitoare la detaliile constructive ale circuitului magnetic și anume secțiunea materialului, diametrul interior respectiv exterior al torului, poziționarea bobinei de excitație și a celei de măsură, precum și de temperatura la care se face măsurătoarea.

S-a determinat curba de magnetizare  $B(H)$  în curent alternativ folosind metoda torului pentru inima de oțel a conductoarelor multifilare LEA având secțiunea de  $35\text{mm}^2$ , respectiv  $50\text{mm}^2$ . O vedere de ansamblu a circuitului magnetic toroidal împreună cu cele trei înfășurări este prezentată în figura 3.7.



Fig. 3.7 Circuit magnetic toroidal

Circuitul magnetic de forma toroidală, fig. 3.7, (circuitul magnetic 1) în cazul inimii de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea de  $35\text{mm}^2$  are următoarele dimensiuni geometrice: diametrul inimii de oțel  $2,7 \text{ mm}$ ; diametrul interior al torului  $D_{int} = 154,3 \text{ mm}$ ; diametrul exterior al torului  $D_{ext} = 158,7\text{mm}$ . În cazul inimii de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea de  $50 \text{ mm}^2$  circuitul magnetic de formă toroidală (circuitul magnetic 2) are următoarele dimensiuni geometrice:

### 72 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului

diametrul inimii de oțel 3,2 mm; diametrul interior de  $D_{int}=157,4\text{mm}$ ; diametrul exterior al torului  $D_{ext}=163,8\text{mm}$ .

Lungimea medie a circuitului magnetic se calculează cu relația  $l_m = \pi(D_{ext} + D_{int})/2$  rezultând pentru circuitul magnetic 1 lungimea medie  $l_m = 491,659$  mm, respectiv pentru circuitul magnetic 2  $l_m = 504,539$  mm.

Pentru determinarea curbei de magnetizare B(H) a circuitul magnetic 1 pe acesta s-au plasat trei bobine și anume:

- înfășurarea de excitație (bornele 1-1' în fig. 3.7) cu 610 spire realizată din CuEm cu diametrul 0,8mm și distribuită uniform în lungul torului,
- înfășurarea de măsură 1 distribuită uniform în lungul torului (bornele 2-2' în fig. 3.7) având 591 spire, realizată din CuEm cu diametrul 0,8mm,
- înfășurarea de măsură 2 (bobina 3 din fig 3.7) concentrată având 1000 spire, realizată din CuEm cu diametrul 0,1mm.

În cazul circuitului magnetic 2 cele trei bobine au următoarele caracteristici: înfășurarea de excitație cu 600 spire realizată din CuEm cu diametrul 0,8mm și distribuită uniform în lungul torului, înfășurarea de măsură 1 distribuită uniform în lungul torului având 485 spire realizată din CuEm cu diametrul 0,8mm, înfășurarea de măsură 2 concentrată având 1000 spire, realizată din CuEm cu diametrul 0,1mm. S-a utilizat ca înfășurare de excitație bobina interioară. Înainte de dispunerea înfășurărilor, inelul a fost acoperit cu un strat subțire de material electroizolant.

Curba de magnetizare s-a obținut pornind de la starea demagnetizată a inimii de oțel, crescând treptat valoarea curentului de magnetizare din înfășurarea de excitație până la valoarea de 4,5A și înregistrând, la fiecare valoare a curentului de excitație, cu ajutorul unui sistem de achiziție, tensiunea indusă în înfășurarea de măsură distribuită și în înfășurarea de măsură concentrată.

Schema de măsură este prezentată în figura 3.8, unde notațiile au următoarele semnificații: a - calculator, b - ampermetru pentru măsurarea curentului de magnetizare, c - circuitul magnetic împreună cu cele trei înfășurări, d - clește Analyst 2060 folosit pentru măsurarea curentului de magnetizare,

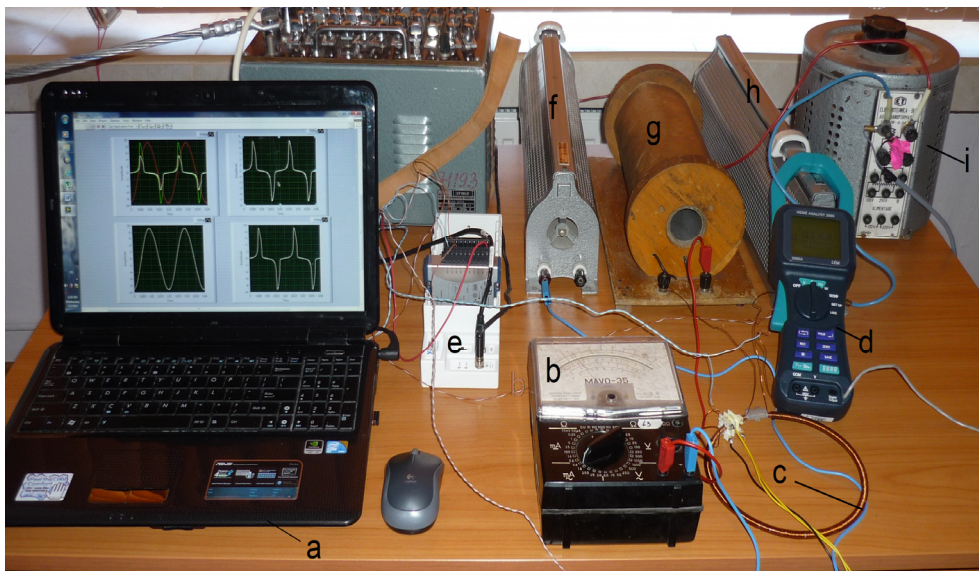


Fig. 3.8. Schemă de măsură pentru determinarea curbei de magnetizare

e - modul (placă) de intrări analogice de tensiune pe 12 biți NI 9201 cu ajutorul căruia s-au achiziționat tensiunile induse (în înfășurarea secundară distribuită, respectiv cea concentrată) și curentul de magnetizare, h - rezistența reglabilă utilizată pentru înregistrarea formei de undă a curentului din înfășurarea de magnetizare, g - bobină liniară, f - rezistență reglabilă pentru a modifica valoarea efectivă a curentului din înfășurarea de magnetizare, i - autotransformator.

Pentru achiziționarea și prelucrarea tensiunilor induse din înfășurările de măsură s-a folosit mediul de programare LabVIEW [24, 25]. Programul este alcătuit din două instrumente virtuale și anume *Achizie 3 semnale.vi* folosit pentru înregistrarea semnalelor de la placa de achiziție, și pentru configurarea acesteia, respectiv *Prelucrare 3 semnale.vi* folosit pentru prelucrarea tensiunilor induse în cele două înfășurări de măsură, distribuită respectiv concentrată.

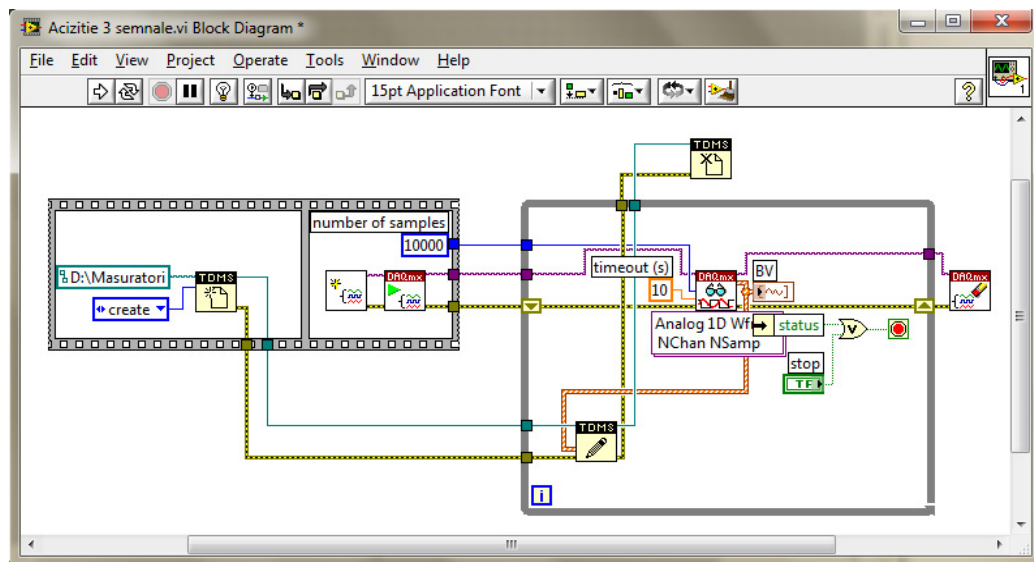


Fig. 3.9. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru achiziția tensiunilor induse și a curentului de magnetizare

Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru achiziția semnalelor este prezentată în fig. 3.9, iar diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunii induse este prezentată în fig. 3.10.

Instrumentul virtual *Achizie 3 semnale.vi* cu diagrama bloc prezentată în fig. 3.9 prin elementul notat cu BV permite vizualizarea semnalelor achiziționate în panoul frontal (pe ecranul calculatorului) a tensiunilor induse în cele două înfășurări de măsură, distribuită și concentrată, și a curentului de magnetizare, precum și salvarea acestora pe hard-discul calculatorului într-un fișier, format TDMS specific mediului de programare LabVIEW, ce poate fi citit ulterior, cu ajutorul funcției TDMS [24, 25, 26].

În figura 3.10 tensiunile induse și curentul de magnetizare, ambele vizualizate cu ajutorul elementului notat cu BV, sunt separate pentru analiză cu ajutorul a 3 elemente notate cu 0, 1, 2. În figurile 3.11,..., 3.16 se prezintă panourile frontale ale instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru cele două circuite magnetice. Se observă că tensiunile induse în cele două înfășurări de

### 74 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului

măsură nu sunt sinusoidale motiv pentru care s-a determinat conținutul în armonici, cu ajutorul elementelor notate cu HC\_Ue\_distribuita pentru tensiunea indusă în înfășurarea distribuită și HC\_Ue\_concentrata pentru tensiunea indusă în bobina concentrată, precizând pentru fiecare armonica amplitudinea și faza inițială.

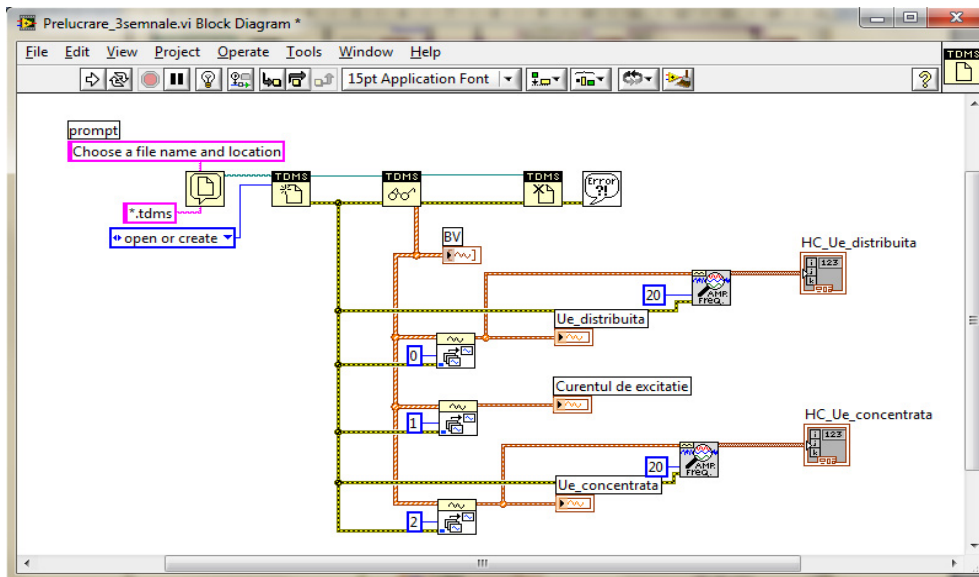


Fig. 3.10. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse

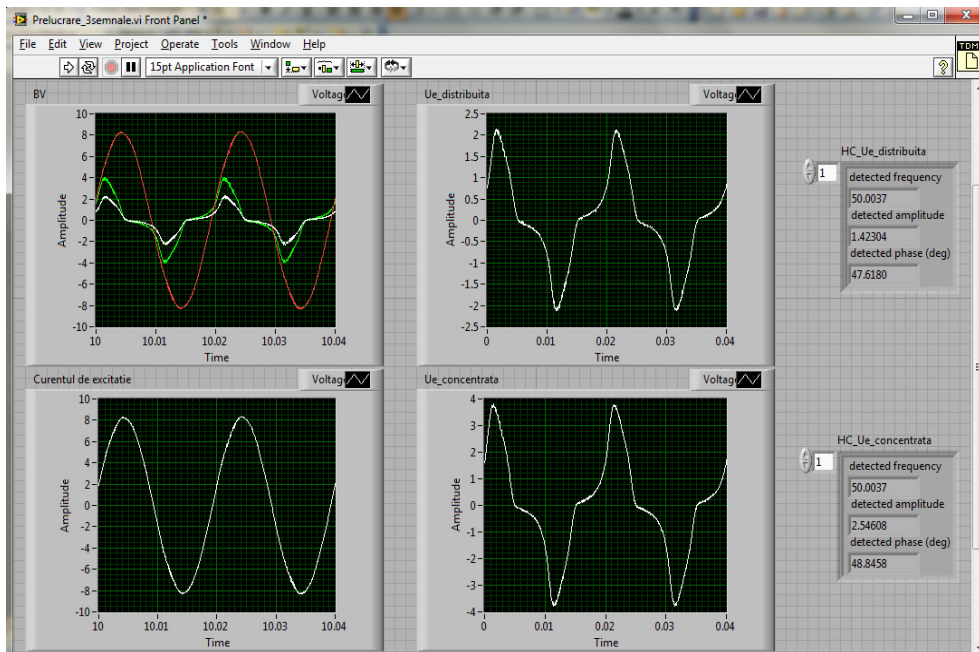


Fig. 3.11 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 1, la valoarea efectivă a curentului de excitație de 1,5A



### 3.2. Determinarea curbei de magnetizare a inimii de oțel 75

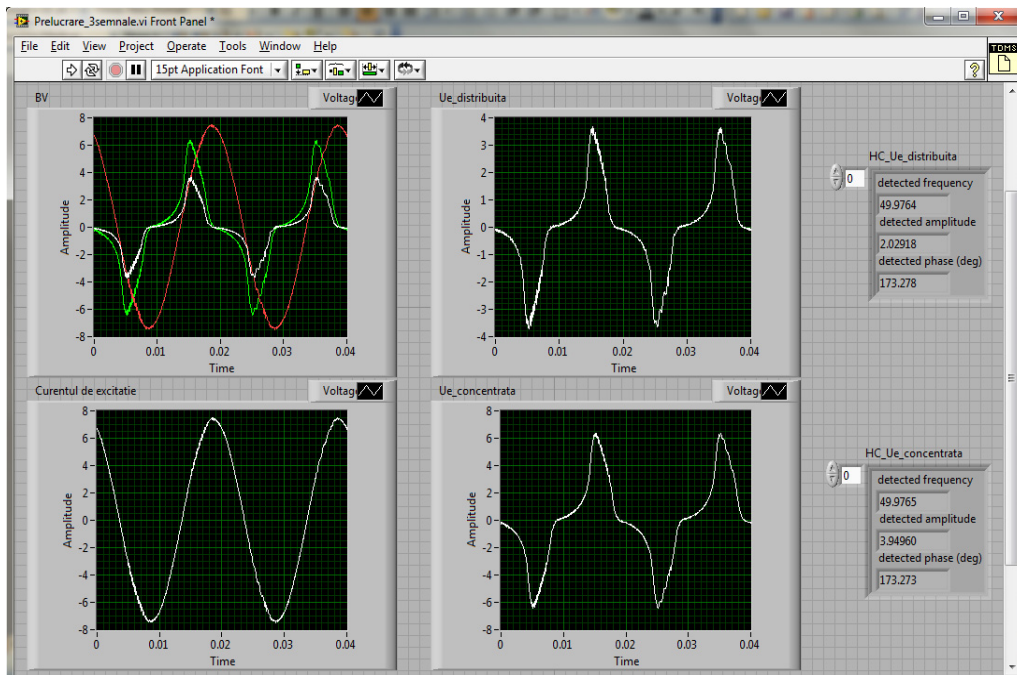


Fig. 3.12 Panoul frontal al intrumentului virtual *Preluare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 2, la valoarea efectivă a curentului de excitatie 1,5A

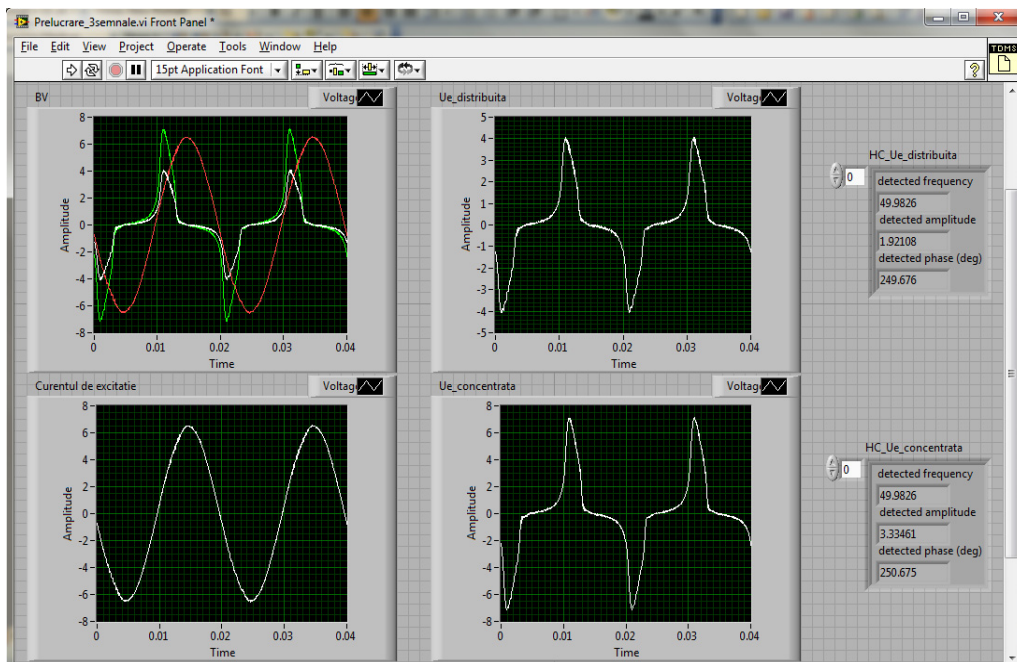


Fig. 3.13 Panoul frontal al intrumentului virtual *Preluare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 1, la valoarea efectivă a curentului de excitatie de 3A

76 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului

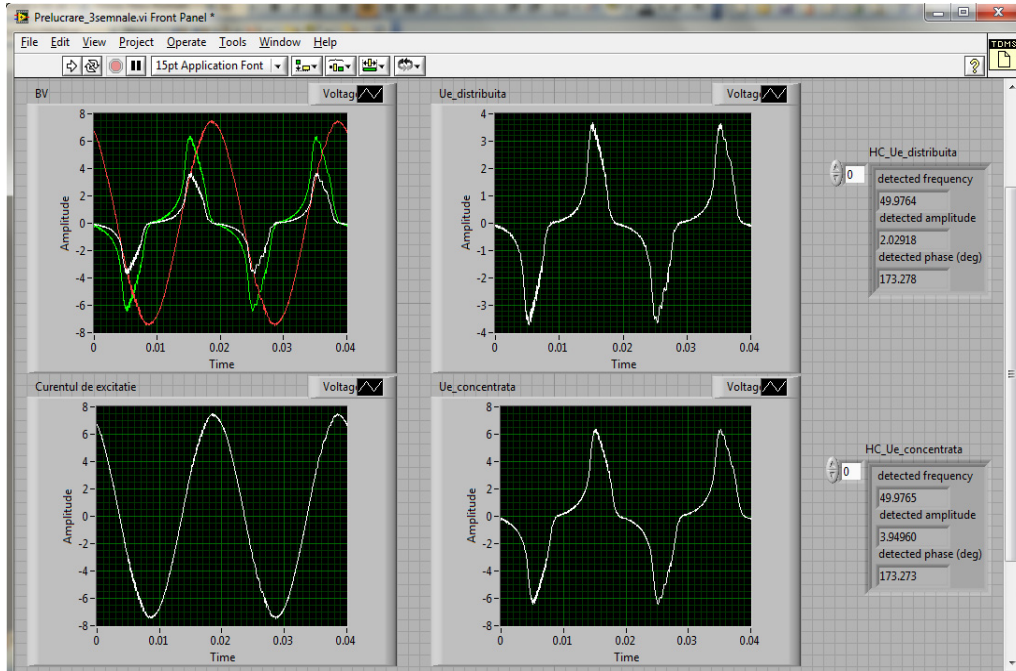


Fig. 3.14 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 2, la valoarea efectivă a curentului de excitație 3 A

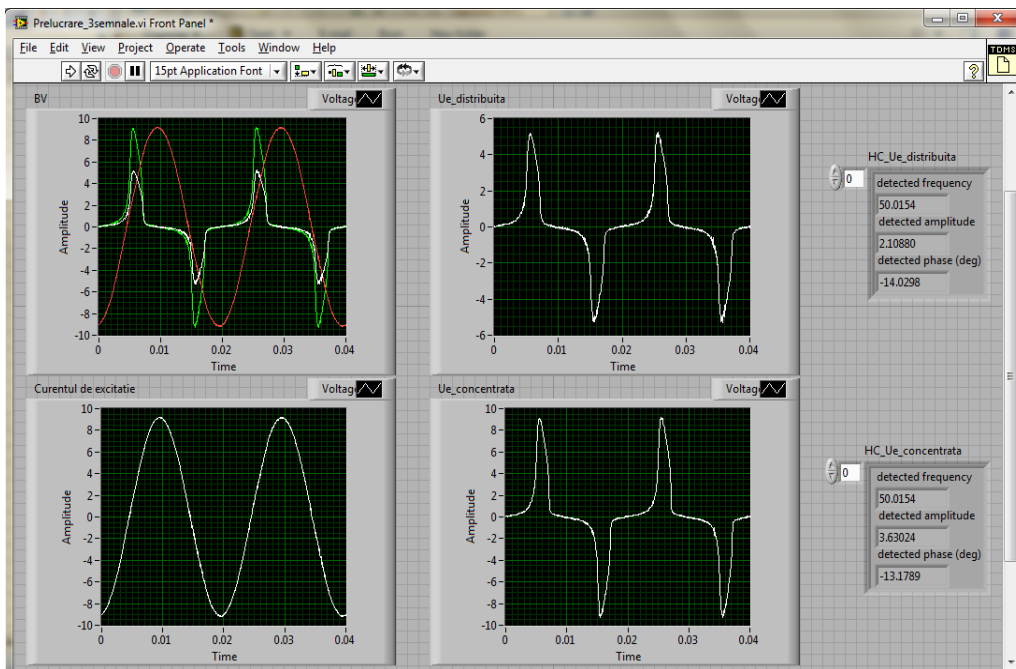


Fig. 3.15 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 1, la valoarea efectivă a curentului de excitație 4,5A

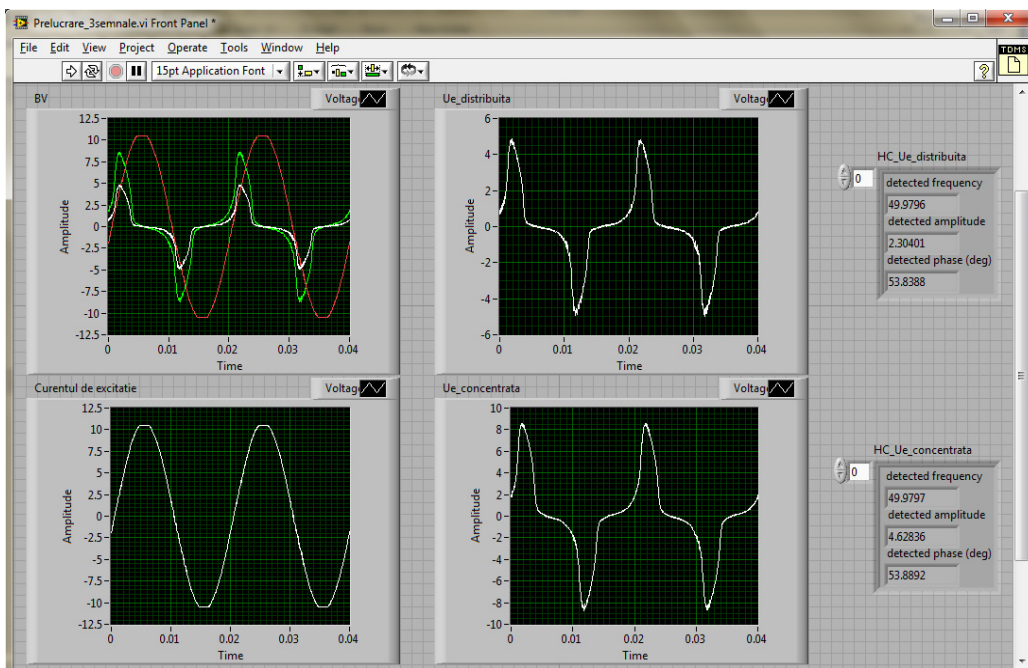


Fig. 3.16 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 3 semnale.vi* pentru circuitul magnetic 2, la valoarea efectivă a curentului de excitație de 4,5A

Cunoscând valorile efective ale curentului de magnetizare și dimensiunile geometrice ale circuitului magnetic toroidal, intensitatea câmpului magnetic  $H$  se determină cu relația

$$H = \frac{N_1 \cdot i_m}{l_m} \quad (3.1)$$

unde mărimile au următoarele semnificații:  $N_1$  – numărul de spire al înfășurării de excitație;  $i_m$  – valoarea maximă a curentului de magnetizare [A];  $l_m$  – lungimea medie a circuitului magnetic [m].

Tensiunea indusă în înfășurările de măsură se exprimă prin relația (legea inducției electromagnetice sub forma integrală)

$$u_e = -\frac{d\psi}{dt} \quad (3.2)$$

de unde înălțuirea magnetică devine

$$\psi = -\int u_e dt. \quad (3.3)$$

În tabelele 3.1, 3.2 se prezintă conținutul în armonici al tensiunilor induse în înfășurarea de măsură distribuită și concentrată pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , iar în tabelele 3.3, 3.4 pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$ , precizând pentru fiecare armonică amplitudinea și faza inițială.

În tabele 3.1,...,3.4 este prezentat conținutul în armonici al tensiunilor induse până la armonica a 17-a, restul armonicilor fiind neglijabile. Se constată din aceste tabele că tensiunea indusă conține doar armonici impare.

Tabelul 3.1. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură distribuită pentru inima de oțel a conductorului multifilar cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>

| I[A] | U <sub>e</sub>         |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
|------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|
|      | U <sub>e1</sub>        |                         | U <sub>e3</sub>        |                         | U <sub>e5</sub>        |                         | U <sub>e7</sub>        |                         | U <sub>e9</sub>        |                         | U <sub>e11</sub>       |                          | U <sub>e13</sub>       |                          | U <sub>e15</sub>       |                          | U <sub>e17</sub>       |                          |
|      | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>1</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>3</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>5</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>7</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>9</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>11</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>13</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>15</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>17</sub><br>[ ° ] |
| 0,1  | 0,017                  | 27,079                  |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,2  | 0,034                  | 60,729                  | 0,002                  | 213,022                 |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,25 | 0,044                  | 4,503                   | 0,004                  | 107,859                 |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,5  | 0,145                  | 52,166                  | 0,028                  | 257,709                 | 0,009                  | 25,824                  | 0,008                  | 181,119                 | 0,004                  | -0,523                  | 0,002                  | 183,126                  |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,75 | 0,444                  | 247,236                 | 0,148                  | 149,135                 | 0,049                  | 23,766                  | 0,017                  | 263,601                 |                        |                         | 0,003                  | -67,360                  |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 1    | 0,860                  | 203,287                 | 0,313                  | 36,576                  | 0,060                  | 221,647                 | 0,013                  | 168,287                 | 0,013                  | 5,112                   | 0,006                  | 265,727                  | 0,006                  | 117,647                  |                        |                          |                        |                          |
| 1,25 | 1,208                  | 30,232                  | 0,464                  | 248,156                 | 0,073                  | 126,177                 | 0,056                  | 77,241                  | 0,029                  | -57,752                 | 0,013                  | 251,141                  | 0,011                  | 110,217                  | 0,003                  | 8,696                    | 0,004                  | -83,588                  |
| 1,5  | 1,423                  | 47,618                  | 0,601                  | -56,767                 | 0,115                  | 214,855                 | 0,085                  | 214,127                 | 0,062                  | 86,998                  | 0,009                  | 9,524                    | 0,017                  | 5,457                    | 0,009                  | 262,637                  | 0,003                  | 243,580                  |
| 1,75 | 1,549                  | -47,750                 | 0,712                  | 16,646                  | 0,168                  | 97,367                  | 0,102                  | 254,453                 | 0,094                  | -26,208                 | 0,021                  | 35,464                   | 0,024                  | 240,167                  | 0,022                  | -75,061                  | 0,005                  | 31,938                   |
| 2    | 1,658                  | 128,062                 | 0,829                  | 188,411                 | 0,251                  | 255,479                 | 0,102                  | 48,769                  | 0,122                  | 126,302                 | 0,053                  | 192,146                  | 0,019                  | 3,374                    | 0,033                  | 86,998                   | 0,019                  | 151,559                  |
| 2,25 | 1,753                  | 42,316                  | 0,945                  | -67,208                 | 0,346                  | 186,811                 | 0,097                  | 149,749                 | 0,138                  | 81,506                  | 0,091                  | -26,110                  | 0,023                  | 257,182                  | 0,033                  | 250,751                  | 0,035                  | 146,029                  |
| 2,5  | 1,818                  | 131,622                 | 1,032                  | 201,841                 | 0,430                  | -85,801                 | 0,113                  | 32,088                  | -0,136                 | 163,933                 | 0,120                  | 242,809                  | 0,052                  | -39,106                  | 0,021                  | 139,379                  | 0,042                  | 230,434                  |
| 2,75 | 1,873                  | 3,689                   | 1,109                  | 178,882                 | 0,511                  | -4,849                  | 0,149                  | 199,112                 | -0,128                 | 92,716                  | -0,141                 | -77,149                  | -0,084                 | 101,353                  | 0,017                  | -35,460                  | 0,041                  | 227,233                  |
| 3    | 1,921                  | 249,676                 | 1,180                  | 197,651                 | 0,593                  | 146,051                 | 0,202                  | 111,486                 | -0,115                 | 138,086                 | -0,153                 | 111,606                  | 0,115                  | 61,501                   | 0,040                  | 19,435                   | 0,029                  | 83,615                   |
| 3,25 | 1,960                  | -30,669                 | 1,237                  | 77,320                  | 0,659                  | 185,894                 | 0,252                  | -53,217                 | 0,104                  | 120,956                 | 0,156                  | 266,893                  | 0,136                  | 16,289                   | 0,064                  | 127,656                  | 0,018                  | -31,991                  |
| 3,5  | 1,991                  | 198,269                 | 1,294                  | 43,736                  | 0,722                  | 246,742                 | 0,301                  | 93,175                  | 0,065                  | 0,429                   | 0,140                  | -87,120                  | 0,147                  | 118,671                  | 0,090                  | -40,345                  | 0,019                  | 172,017                  |
| 3,75 | 2,025                  | 20,581                  | 1,344                  | 231,451                 | 0,781                  | 81,094                  | 0,350                  | -68,168                 | 0,075                  | 182,578                 | 0,131                  | 119,397                  | 0,158                  | -26,382                  | 0,112                  | 184,277                  | 0,040                  | 35,392                   |
| 4    | 2,054                  | 104,710                 | 1,389                  | 124,568                 | 0,835                  | 142,668                 | 0,399                  | 160,559                 | 0,104                  | 207,827                 | 0,122                  | -35,001                  | 0,165                  | -9,034                   | 0,131                  | 7,260                    | 0,061                  | 27,233                   |
| 4,25 | 2,084                  | 255,371                 | 1,436                  | 217,438                 | 0,893                  | 177,405                 | 0,452                  | 138,450                 | 0,137                  | 118,415                 | 0,109                  | 179,430                  | 0,168                  | 154,427                  | 0,150                  | 115,036                  | 0,086                  | 74,132                   |
| 4,5  | 2,109                  | -14,030                 | 1,472                  | 129,042                 | 0,937                  | -88,130                 | 0,495                  | 53,193                  | 0,168                  | 208,396                 | 0,097                  | 87,380                   | 0,167                  | 251,331                  | 0,161                  | 38,177                   | 0,104                  | 176,112                  |



Tabelul 3.2. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură concentrată pentru inima de oțel a conductorului multifilar cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>

| I[A] | U <sub>e</sub>         |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
|------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|
|      | U <sub>e1</sub>        |                         | U <sub>e3</sub>        |                         | U <sub>e5</sub>        |                         | U <sub>e7</sub>        |                         | U <sub>e9</sub>        |                         | U <sub>e11</sub>       |                          | U <sub>e13</sub>       |                          | U <sub>e15</sub>       |                          | U <sub>e17</sub>       |                          |
|      | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>1</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>3</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>5</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>7</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>9</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>11</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>13</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>15</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>17</sub><br>[ ° ] |
| 0,1  | 0,028                  | 24,823                  |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,2  | 0,060                  | 57,741                  | 0,004                  | 260,935                 |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,25 | 0,078                  | 0,467                   | 0,006                  | 64,113                  | 0,002                  | 79,371                  | 0,003                  | 128,864                 |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,5  | 0,282                  | 49,114                  | 0,059                  | 254,075                 | 0,018                  | 39,016                  | 0,014                  | 211,505                 | 0,005                  | -6,159                  | 0,004                  | 114,698                  | 0,002                  | 23,690                   |                        |                          |                        |                          |
| 0,75 | 0,846                  | 247,772                 | 0,275                  | 154,180                 | 0,079                  | 23,003                  | 0,027                  | 241,113                 | 0,007                  | 91,273                  | 0,004                  | -70,884                  | 0,003                  | -47,285                  |                        |                          |                        |                          |
| 1    | 1,585                  | 204,548                 | 0,552                  | 42,367                  | 0,081                  | 228,425                 | 0,026                  | 205,426                 | 0,018                  | 35,353                  | 0,010                  | -76,131                  | 0,009                  | 114,460                  |                        |                          | 0,003                  | -26,070                  |
| 1,25 | 2,184                  | 31,565                  | 0,815                  | 253,596                 | 0,108                  | 140,851                 | 0,103                  | 93,119                  | 0,044                  | -44,365                 | 0,016                  | 258,614                  | 0,010                  | 124,214                  | 0,003                  | 142,515                  | 0,003                  | 25,784                   |
| 1,5  | 2,546                  | 48,846                  | 1,075                  | -51,596                 | 0,191                  | 224,906                 | 0,158                  | 229,244                 | 0,107                  | 99,446                  | 0,005                  | 24,758                   | 0,031                  | 35,434                   | 0,013                  | -82,542                  |                        |                          |
| 1,75 | 2,751                  | -46,589                 | 1,277                  | 21,482                  | 0,294                  | 105,139                 | 0,187                  | 268,442                 | 0,167                  | -13,163                 | 0,030                  | 40,365                   | 0,045                  | 268,136                  | 0,036                  | -54,813                  | 0,012                  | 230,153                  |
| 2    | 2,924                  | 129,178                 | 1,492                  | 192,918                 | 0,454                  | 262,065                 | 0,177                  | 61,494                  | 0,223                  | 140,156                 | 0,096                  | 201,878                  | 0,029                  | 40,015                   | 0,060                  | 110,933                  | 0,032                  | 165,685                  |
| 2,25 | 3,073                  | 43,396                  | 1,697                  | -62,913                 | 0,634                  | 192,953                 | 0,167                  | 158,645                 | 0,248                  | 95,295                  | 0,170                  | -13,592                  | 0,034                  | 258,294                  | 0,059                  | -81,017                  | 0,065                  | 167,153                  |
| 2,5  | 3,174                  | 132,646                 | 1,851                  | 205,930                 | 0,793                  | -79,781                 | 0,195                  | 36,896                  | 0,242                  | 177,895                 | 0,224                  | 255,955                  | 0,096                  | -31,119                  | 0,031                  | 173,819                  | 0,078                  | 254,240                  |
| 2,75 | 3,260                  | 4,694                   | 1,984                  | 182,812                 | 0,943                  | 1,067                   | 0,271                  | 202,984                 | 0,221                  | 106,185                 | 0,261                  | -63,131                  | 0,159                  | 112,985                  | 0,022                  | -43,207                  | 0,073                  | 254,045                  |
| 3    | 3,335                  | 250,675                 | 2,107                  | 201,449                 | 1,092                  | 151,817                 | 0,377                  | 116,031                 | 0,189                  | 150,000                 | 0,281                  | 125,646                  | 0,218                  | 74,165                   | 0,076                  | 22,518                   | 0,046                  | 116,544                  |
| 3,25 | 3,395                  | -29,785                 | 2,204                  | 80,894                  | 1,211                  | 191,666                 | 0,473                  | -47,661                 | 0,170                  | 129,712                 | 0,282                  | -79,465                  | 0,257                  | 29,868                   | 0,126                  | 139,901                  |                        |                          |
| 3,5  | 3,445                  | 199,218                 | 2,293                  | 47,282                  | 1,313                  | 252,654                 | 0,558                  | 99,972                  | 0,105                  | 2,822                   | 0,246                  | -73,672                  | 0,274                  | 132,972                  | 0,173                  | -26,503                  | 0,039                  | 166,538                  |
| 3,75 | 3,498                  | 21,459                  | 2,379                  | 234,774                 | 1,419                  | 86,864                  | 0,653                  | -61,199                 | 0,143                  | 183,797                 | 0,229                  | 133,332                  | 0,293                  | -11,256                  | 0,214                  | 198,339                  | 0,082                  | 39,683                   |
| 4    | 3,546                  | 105,626                 | 2,457                  | 127,985                 | 1,514                  | 148,471                 | 0,742                  | 167,586                 | 0,195                  | 210,369                 | 0,204                  | -20,351                  | 0,300                  | 6,310                    | 0,249                  | 22,476                   | 0,124                  | 38,201                   |
| 4,25 | 3,592                  | 256,241                 | 2,530                  | 220,706                 | 1,614                  | 182,983                 | 0,839                  | 145,568                 | 0,264                  | 122,610                 | 0,177                  | 190,908                  | 0,303                  | 169,576                  | 0,281                  | 130,952                  | 0,169                  | 88,507                   |
| 4,5  | 3,630                  | -13,179                 | 2,592                  | 132,167                 | 1,696                  | -89,846                 | 0,920                  | 60,484                  | 0,326                  | 214,446                 | 0,157                  | 96,309                   | 0,299                  | 265,967                  | 0,303                  | 53,097                   | 0,205                  | 191,572                  |

Tabelul 3.3. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură distribuită pentru inima de oțel a conductorului multifilar cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup>

| I [A] | U <sub>e</sub>         |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
|-------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|
|       | U <sub>e1</sub>        |                         | U <sub>e3</sub>        |                         | U <sub>e5</sub>        |                         | U <sub>e7</sub>        |                         | U <sub>e9</sub>        |                         | U <sub>e11</sub>       |                          | U <sub>e13</sub>       |                          | U <sub>e15</sub>       |                          | U <sub>e17</sub>       |                          |
|       | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>1</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>3</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>5</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>7</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>9</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>11</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>13</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>15</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>17</sub><br>[ ° ] |
| 0,1   | 0,017                  | 80,171                  |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,2   | 0,035                  | -6,753                  |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,25  | 0,046                  | 57,316                  | 0,004                  | 238,422                 | 0,002                  | -6,177                  | 0,002                  | 188,209                 |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,5   | 0,146                  | -52,030                 | 0,026                  | -62,703                 | 0,009                  | 227,760                 | 0,008                  | 181,253                 | 0,003                  | 99,150                  |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,75  | 0,420                  | 118,586                 | 0,127                  | 118,606                 | 0,041                  | 78,593                  | 0,013                  | 39,781                  |                        |                         | 0,003                  | 235,152                  | 0,003                  | -3,708                   |                        |                          |                        |                          |
| 1     | 0,786                  | 169,521                 | 0,252                  | -68,979                 | 0,040                  | 42,839                  | 0,012                  | 260,792                 | 0,006                  | 39,091                  | 0,006                  | 248,491                  | 0,005                  | -16,425                  |                        |                          |                        |                          |
| 1,25  | 1,171                  | 197,845                 | 0,379                  | 31,940                  | 0,049                  | 269,823                 | 0,046                  | 168,740                 | 0,017                  | 43,396                  | 0,015                  | 268,582                  | 0,003                  | 101,363                  | 0,005                  | 85,159                   | 0,002                  | -43,722                  |
| 1,5   | 1,367                  | 96,269                  | 0,461                  | 85,647                  | 0,066                  | 134,587                 | 0,074                  | 181,389                 | 0,027                  | 194,875                 | 0,019                  | 262,046                  | 0,005                  | -14,580                  | 0,008                  | 21,741                   | 0,038                  | 41,999                   |
| 1,75  | 1,541                  | 170,529                 | 0,560                  | -49,389                 | 0,085                  | 137,517                 | 0,105                  | -5,255                  | 0,044                  | 149,312                 | 0,025                  | 11,600                   | 0,015                  | 170,148                  | 0,009                  | 37,284                   | 0,007                  | 204,965                  |
| 2     | 1,697                  | 112,521                 | 0,677                  | 138,243                 | 0,116                  | 194,570                 | 0,130                  | -51,709                 | 0,075                  | -21,516                 | 0,022                  | 103,358                  | 0,029                  | 158,742                  | 0,011                  | 216,726                  | 0,010                  | -12,147                  |
| 2,25  | 1,798                  | -27,245                 | 0,772                  | 80,684                  | 0,159                  | 208,649                 | 0,140                  | 51,154                  | 0,105                  | 163,015                 | 0,025                  | -45,537                  | 0,038                  | 138,770                  | 0,023                  | -87,310                  | 0,009                  | 100,446                  |
| 2,5   | 1,893                  | 55,510                  | 0,871                  | -29,739                 | 0,223                  | 254,962                 | 0,136                  | 268,608                 | 0,130                  | 193,944                 | 0,042                  | 134,662                  | 0,037                  | 141,238                  | 0,035                  | 73,711                   | 0,013                  | 26,688                   |
| 2,75  | 1,968                  | 110,328                 | 0,960                  | 134,778                 | 0,291                  | 164,554                 | 0,128                  | -73,920                 | 0,149                  | -30,583                 | 0,070                  | 4,847                    | 0,030                  | 117,947                  | 0,043                  | 175,752                  | 0,024                  | 207,205                  |
| 3     | 2,029                  | 173,278                 | 1,037                  | -34,559                 | 0,357                  | 119,861                 | 0,119                  | -7,276                  | 0,158                  | 177,342                 | 0,096                  | -22,472                  | 0,029                  | 187,731                  | 0,044                  | 43,597                   | 0,037                  | 204,382                  |
| 3,25  | 2,090                  | 159,934                 | 1,117                  | -74,556                 | 0,428                  | 54,158                  | 0,117                  | 243,645                 | 0,160                  | 58,667                  | 0,123                  | 191,881                  | 0,045                  | -19,934                  | 0,037                  | 205,953                  | 0,046                  | -17,225                  |
| 3,5   | 2,136                  | -48,898                 | 1,191                  | 19,197                  | 0,503                  | 82,742                  | 0,110                  | 175,511                 | 0,127                  | -13,634                 | 0,138                  | 59,383                   | 0,067                  | 128,495                  | 0,018                  | -59,039                  | 0,044                  | 42,408                   |
| 3,75  | 2,178                  | 56,182                  | 1,249                  | -24,812                 | 0,559                  | 250,207                 | 0,141                  | 182,949                 | 0,116                  | 214,962                 | 0,150                  | 139,980                  | 0,087                  | 56,497                   | 0,014                  | 25,109                   | 0,043                  | 34,538                   |
| 4     | 2,220                  | 87,112                  | 1,309                  | 68,247                  | 0,619                  | 46,798                  | 0,178                  | 36,229                  | 0,104                  | 130,673                 | 0,161                  | 125,329                  | 0,111                  | 104,825                  | 0,028                  | 98,778                   | 0,036                  | 206,558                  |
| 4,25  | 2,259                  | 263,430                 | 1,369                  | 238,058                 | 0,680                  | 208,457                 | 0,218                  | 190,592                 | 0,094                  | -83,975                 | 0,169                  | 268,242                  | 0,131                  | 239,323                  | 0,045                  | 217,040                  | 0,029                  | -27,736                  |
| 4,5   | 2,295                  | 256,836                 | 1,420                  | 222,481                 | 0,736                  | 177,072                 | 0,261                  | 148,489                 | 0,079                  | 216,518                 | 0,168                  | 200,972                  | 0,145                  | 170,774                  | 0,066                  | 120,053                  | 0,016                  | 210,174                  |

Tabelul 3.4. Conținutul în armonici al tensiunii induse în bobina de măsură concentrată pentru inima de oțel a conductorului multifilar cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup>

| I[A] | U <sub>e</sub>         |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
|------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|
|      | U <sub>e1</sub>        |                         | U <sub>e3</sub>        |                         | U <sub>e5</sub>        |                         | U <sub>e7</sub>        |                         | U <sub>e9</sub>        |                         | U <sub>e11</sub>       |                          | U <sub>e13</sub>       |                          | U <sub>e15</sub>       |                          | U <sub>e17</sub>       |                          |
|      | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>1</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>3</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>5</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>7</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>9</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>11</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>13</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>15</sub><br>[ ° ] | U <sub>em</sub><br>[V] | α <sub>17</sub><br>[ ° ] |
| 0,1  | 0,032                  | 69,429                  |                        |                         |                        |                         |                        | 0,002                   | 196,833                |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,2  | 0,065                  | -10,391                 | 0,028                  | 70,882                  |                        |                         |                        |                         |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,25 | 0,084                  | 59,420                  | 0,005                  | 221,881                 | 0,002                  | 169,704                 | 0,003                  | 177,198                 |                        |                         |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 0,5  | 0,251                  | -49,122                 | 0,040                  | -50,534                 | 0,011                  | 217,603                 | 0,010                  | 184,458                 | 0,005                  | 159,136                 | 0,004                  | 18,588                   | 0,002                  | -1,353                   |                        |                          |                        |                          |
| 0,75 | 0,645                  | 123,912                 | 0,168                  | 124,071                 | 0,057                  | 84,830                  | 0,024                  | 59,836                  | 0,007                  | 12,623                  |                        |                          |                        |                          |                        |                          |                        |                          |
| 1    | 1,254                  | 173,324                 | 0,372                  | -66,552                 | 0,072                  | 25,764                  | 0,003                  | 163,438                 | 0,006                  | 63,773                  | 0,007                  | 248,213                  | 0,008                  | 26,917                   |                        |                          |                        |                          |
| 1,25 | 1,979                  | 200,244                 | 0,585                  | 32,495                  | 0,053                  | 252,140                 | 0,050                  | 180,233                 | 0,019                  | 58,095                  | 0,018                  | -80,899                  | 0,002                  | 93,152                   |                        |                          |                        |                          |
| 1,5  | 2,385                  | 98,228                  | 0,713                  | 87,551                  | 0,082                  | 145,954                 | 0,090                  | 191,241                 | 0,032                  | 230,343                 | 0,024                  | 259,292                  | 0,003                  | 51,651                   | 0,008                  | 11,566                   | 0,004                  | 136,480                  |
| 1,75 | 2,767                  | 171,711                 | 0,865                  | -48,857                 | 0,118                  | 161,191                 | 0,146                  | -1,723                  | 0,044                  | 169,058                 | 0,031                  | 26,114                   | 0,010                  | 243,656                  | 0,013                  | 51,775                   | 0,005                  | 248,254                  |
| 2    | 3,122                  | 113,264                 | 1,055                  | 138,573                 | 0,146                  | 225,183                 | 0,206                  | -51,262                 | 0,071                  | -15,005                 | 0,046                  | 113,722                  | 0,025                  | 171,320                  | 0,015                  | 269,694                  | 0,100                  | -20,975                  |
| 2,25 | 3,376                  | -26,874                 | 1,228                  | 79,959                  | 0,182                  | 231,187                 | 0,248                  | 52,455                  | 0,108                  | 164,159                 | 0,047                  | 27,487                   | 0,045                  | 155,876                  | 0,015                  | -34,565                  | 0,017                  | 150,166                  |
| 2,5  | 3,598                  | 55,941                  | 1,405                  | -30,070                 | 0,242                  | -89,309                 | 0,277                  | -87,021                 | 0,157                  | 189,213                 | 0,043                  | 202,891                  | 0,065                  | 153,389                  | 0,025                  | 92,754                   | 0,018                  | 110,358                  |
| 2,75 | 3,787                  | 110,496                 | 1,575                  | 133,815                 | 0,323                  | 177,454                 | 0,287                  | -63,192                 | 0,201                  | -34,405                 | 0,048                  | 49,391                   | 0,075                  | 142,749                  | 0,045                  | 181,223                  | 0,015                  | -68,813                  |
| 3    | 3,950                  | 173,273                 | 1,740                  | -36,146                 | 0,425                  | 126,350                 | 0,281                  | 12,109                  | 0,241                  | 172,616                 | 0,077                  | -7,564                   | 0,070                  | 236,845                  | 0,063                  | 47,674                   | 0,019                  | 237,808                  |
| 3,25 | 4,092                  | 160,018                 | 1,897                  | -75,758                 | 0,538                  | 58,639                  | 0,217                  | -85,506                 | 0,273                  | 56,224                  | 0,119                  | 197,175                  | 0,059                  | 53,221                   | 0,076                  | 214,875                  | 0,038                  | -7,619                   |
| 3,5  | 4,204                  | -48,933                 | 2,056                  | 17,639                  | 0,666                  | 81,352                  | 0,136                  | 229,987                 | 0,244                  | -14,305                 | 0,158                  | 58,540                   | 0,031                  | 185,149                  | 0,070                  | -30,144                  | 0,053                  | 32,110                   |
| 3,75 | 4,315                  | 56,206                  | 2,186                  | -26,096                 | 0,767                  | 248,764                 | 0,132                  | 229,131                 | 0,258                  | 215,205                 | 0,202                  | 135,980                  | 0,524                  | 75,716                   | 0,066                  | 111,169                  | 0,068                  | 33,307                   |
| 4    | 4,418                  | 87,241                  | 2,317                  | 67,252                  | 0,876                  | 45,171                  | 0,148                  | 66,581                  | 0,261                  | 136,501                 | 0,236                  | 120,638                  | 0,084                  | 104,866                  | 0,053                  | 218,695                  | 0,080                  | 207,521                  |
| 4,25 | 4,516                  | 263,557                 | 2,440                  | 237,161                 | 0,978                  | 206,205                 | 0,179                  | 208,378                 | 0,259                  | -71,602                 | 0,273                  | 264,189                  | 0,123                  | 238,027                  | 0,035                  | -29,634                  | 0,086                  | -35,943                  |
| 4,5  | 4,603                  | 256,867                 | 2,560                  | 221,579                 | 1,088                  | 174,875                 | 0,231                  | 160,320                 | 0,247                  | 223,110                 | 0,294                  | 199,460                  | 0,154                  | 168,555                  | 0,019                  | 221,175                  | 0,083                  | 240,723                  |

### 82 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului

Pentru valoarea efectivă a curentului de excitației de 4,5A armonicile tensiunii induse în înfășurare de măsură distribuită sunt prezentate în relațiile (3.4),..., (3.12), iar expresia tensiunii induse în relația (3.13).

$$u_1(t) = 2,109 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 0,245) \quad (3.4)$$

$$u_3(t) = 1,472 \cdot \sin(300 \cdot \pi \cdot t + 2,252) \quad (3.5)$$

$$u_5(t) = 0,937 \cdot \sin(500 \cdot \pi \cdot t - 1,538) \quad (3.6)$$

$$u_7(t) = 0,495 \cdot \sin(700 \cdot \pi \cdot t + 0,928) \quad (3.7)$$

$$u_9(t) = 0,168 \cdot \sin(900 \cdot \pi \cdot t + 3,637) \quad (3.8)$$

$$u_{11}(t) = 0,097 \cdot \sin(1100 \cdot \pi \cdot t + 1,525) \quad (3.9)$$

$$u_{13}(t) = 0,167 \cdot \sin(1300 \cdot \pi \cdot t + 4,387) \quad (3.10)$$

$$u_{15}(t) = 0,161 \cdot \sin(1500 \cdot \pi \cdot t + 0,666) \quad (3.11)$$

$$u_{17}(t) = 0,104 \cdot \sin(1700 \cdot \pi \cdot t + 3,074) \quad (3.12)$$

$$u_e(t) = u_1(t) + u_3(t) + u_5(t) + u_7(t) + u_9(t) + u_{11}(t) + u_{13}(t) + u_{15}(t) + u_{17}(t) \quad (3.13)$$

În figura 3.17 se prezintă tensiunea indusă în bobina de măsură distribuită a circuitului magnetic 1, iar în figura 3.18 se prezintă aceeași tensiune obținută prin compunerea, în mediul de programare Mathcad, a armonicilor 1 ... 17, neglijându-se celelalte armonici.

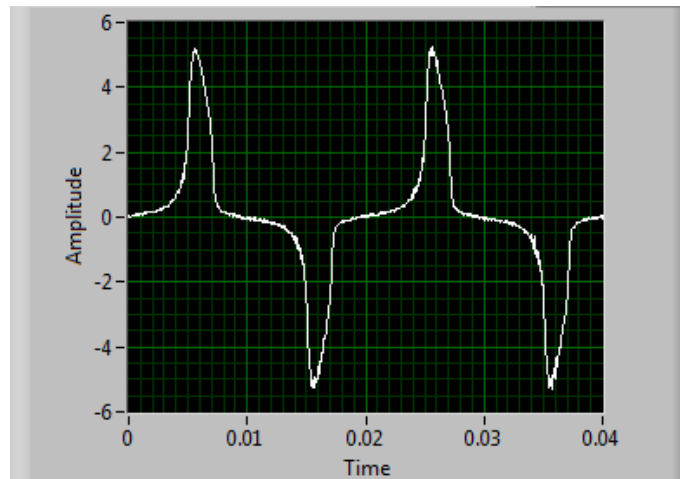


Fig. 3.17. Variația în timp a tensiunii induse în bobina distribuită pentru circuitul 1 când valoarea efectivă a curentului de excitație este 4,5A

Comparând forma de undă din fig. 3.18 cu cea din fig. 3.17 se constată o diferență nesemnificativă, deci se poate accepta, pentru determinarea înlănțuirii magnetice, forma de undă a tensiunii induse care conține armonicile 1 ... 17. Micile oscilații care apar în compunerea tensiunii induse (fig.3.18) față de tensiunea indusă achiziționată (fig.3.17) se datorează faptului că s-au neglijat armonicile de ordin superior acestea având valori mici.

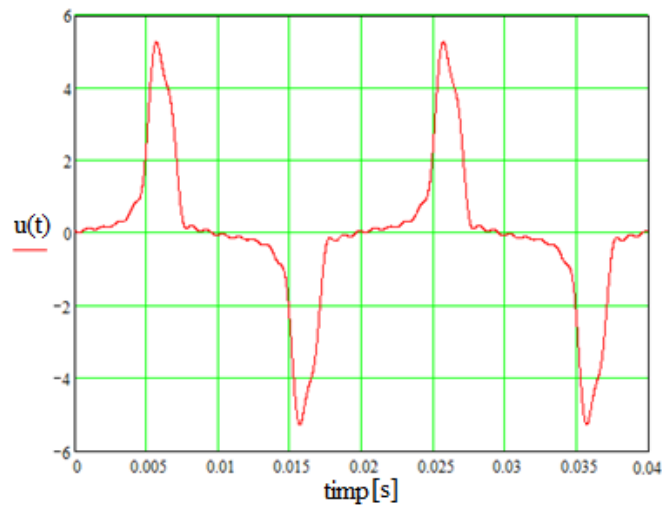


Fig. 3.18. Variația în timp a tensiunii induse în bobina distribuită pentru circuitul 1 când valoarea efectivă a curentului de excitație este 4,5A obținută din însumarea armonicilor

Variația în timp a înălțurii magnetice se obține integrând în raport cu timpul tensiunea indusă în înfășurarea de măsură, relația (3.3). Pentru integrarea tensiunii induse s-a utilizat mediul de programare Mathcad. Forma de variație în timp a înălțurii magnetice obținută în conformitate cu cele precizate este prezentată în figura 3.19.

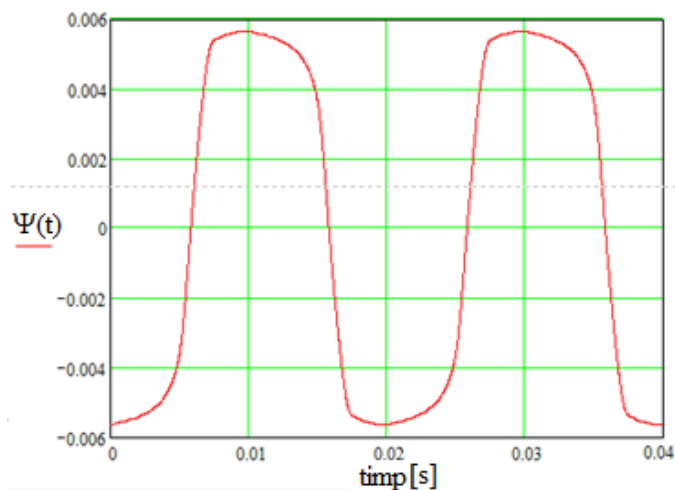


Fig. 3.19. Variația în timp a înălțurii magnetice când valoarea efectivă a curentului de magnetizare este 4,5A

Din figură rezultă valoarea maximă a înălțurii magnetice cu ajutorul căreia s-a determinat valoarea maximă a inducției magnetice, folosind relația (3.14).

$$B_m = \frac{\Psi_m}{N_2 \cdot S} \quad (3.14)$$

### 84 3. Determinarea caracteristicilor magnetice ale oțelului

unde mărimile au următoarele semnificații:  $B_m$  - inducția magnetică maximă [T];  $\Psi_m$  - valoarea maximă a înălțurii magnetice [Wb];  $N_2$  - numărul de spire al înfășurării de măsură;  $S$  - secțiunea oțelului [ $m^2$ ];

Curbele de magnetizare  $B(H)$  pentru cele două circuite magnetice (inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , respectiv a celui cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$ ) obținute folosind metoda torului, respectiv cu instalația de măsură din Laboratorul de Nanomateriale al Facultății de Fizică din cadrul Universității de Vest din Timișoara sunt prezentate în fig. 3.21, respectiv fig. 3.22. În cele două figuri notațiile au următoarele semnificații: 1 - curbă de magnetizare la care s-a utilizat pentru determinarea înălțurii magnetice înfășurarea de măsură distribuită; 2 - curbă de magnetizare la care s-a utilizat pentru determinarea înălțurii magnetice înfășurarea de măsură concentrată; 3 - curbă de magnetizare determinată cu instalația de măsură din Laboratorul de Nanomateriale al Facultății de Fizică din cadrul Universității de Vest din Timișoara, unde s-a utilizat un circuit magnetic deschis.

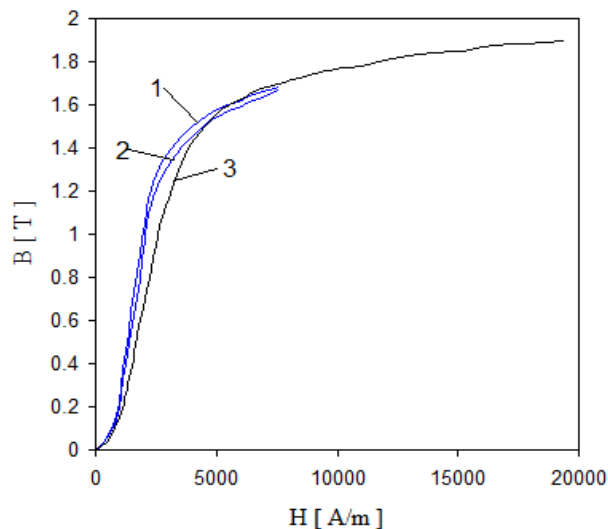


Fig. 3.21. Curbe de magnetizare pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$

- 1** - curba de magnetizare folosind înfășurarea de măsură concentrată,
- 2** - curba de magnetizare folosind înfășurarea de măsură distribuită,
- 3** - curba de magnetizare determinată în circuit magnetic deschis

Din figura 3.21 comparând curbele de magnetizare 1 și 2 se observă mici diferențe ce apar între acestea. Pentru valori ale intensității câmpului magnetic  $H$  cuprinse în intervalul  $[900 \text{ A/m}, 2000 \text{ A/m}]$  inducția magnetică  $B$  depinde practic liniar de intensitatea câmpului magnetic  $H$ . Pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalele  $[0, 900 \text{ A/m}]$  și  $[2000 \text{ A/m}, 5000 \text{ A/m}]$  inducția magnetică  $B$  depinde neliniar de intensitatea câmpului magnetic  $H$ , iar pentru valori mai mari de  $5000 \text{ A/m}$  se ajunge în regim de saturație. În schimb pentru curba de magnetizare 3 se constată că pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalul  $[1200 \text{ A/m}, 3000 \text{ A/m}]$  inducția magnetică  $B$  depinde practic liniar de intensitatea câmpului magnetic. Pentru valori ale intensității câmpului magnetic cuprinse în intervalele  $[0, 1200 \text{ A/m}]$  și  $[3000 \text{ A/m}, 7500 \text{ A/m}]$  inducția

magnetică  $B$  depinde neliniar de intensitatea câmpului magnetic, iar pentru valori mai mari de  $7500 \text{ A/m}$  se ajunge în regim de saturație.

Comparând curbele de magnetizare 1 și 2 cu 3, din fig.3.21, se observă că pe porțiunea liniară și în zona cotului curbei de magnetizare apare o diferență mai mare între ele, iar în zona de saturație acestea sunt apropiate.

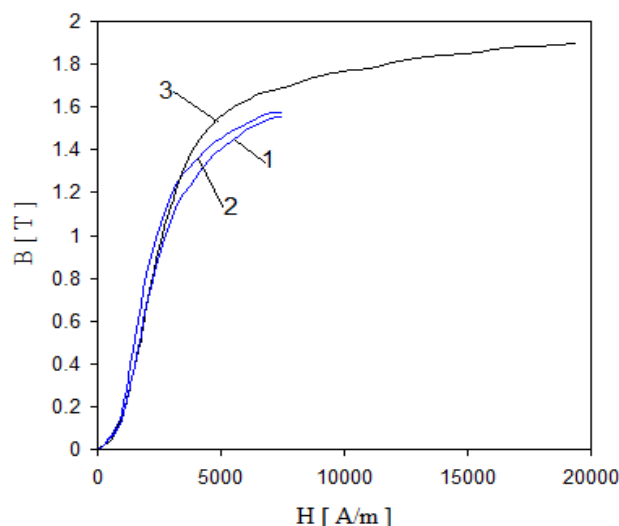


Fig. 3.22. Curbe de magnetizare pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$

- 1 - curba de magnetizare folosind înfășurarea de măsură concentrată,
- 2 - curba de magnetizare folosind înfășurarea de măsură distribuită,
- 3 - curba de magnetizare determinată în circuit deschis

Din figura 3.22 comparând curbele de magnetizare 1 și 2 se observă mici diferențe ce apar între acestea. Pentru valori ale intensității câmpului magnetic  $H$  cuprinse în intervalul  $[900 \text{ A/m}, 2000 \text{ A/m}]$  inducția magnetică  $B$  depinde practic liniar de intensitatea câmpului magnetic  $H$ . Pentru valori ale intensității câmpului magnetic  $H$  cuprinse în intervalele  $[0, 900 \text{ A/m}]$  și  $[2000 \text{ A/m}, 5000 \text{ A/m}]$  inducția magnetică  $B$  depinde neliniar de intensitatea câmpului magnetic  $H$ , iar pentru valori mai mari de  $5000 \text{ A/m}$  se ajunge în regim de saturație. În cazul curbei de magnetizare 3 comentariile sunt aceleași ca în cazul precedent, figura 3.21, fiind aceeași curbă de magnetizare.

Comparând curbele de magnetizare 1 și 2 cu 3 se observă că pe porțiunea liniară diferențele sunt mici, iar începând cu zona cotului curbei și în zona de saturație diferențele sunt mai mari.

În figura 3.23 se prezintă dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$  și dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic în circuit magnetic deschis pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ .

În figura 3.24 se prezintă dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$  și dependența permeabilității relative în funcție de intensitatea câmpului magnetic în circuit magnetic deschis pentru inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ .

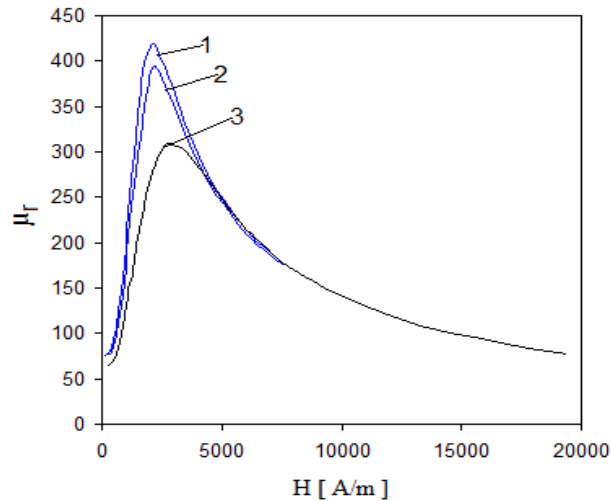


Fig. 3.23. Permeabilitatea relativă pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>  
**1** -  $\mu_r(H)$  considerând înfășurarea de măsură concentrată,  
**2** -  $\mu_r(H)$  considerând înfășurarea de măsură distribuită,  
**3** -  $\mu_r(H)$  pentru circuitul magnetic deschis, secțiune 35 mm<sup>2</sup>

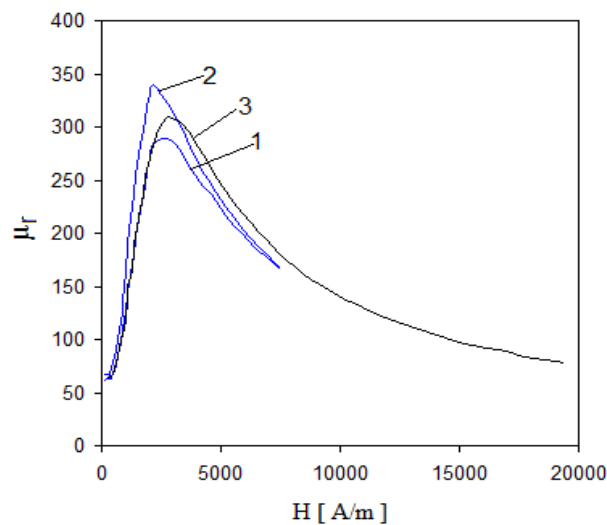


Fig. 3.24. Permeabilitatea relativă pentru inima de oțel a conductorului LEA cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup>  
**1** -  $\mu_r(H)$  considerând înfășurarea de măsură distribuită,  
**2** -  $\mu_r(H)$  considerând înfășurarea de măsură concentrată,  
**3** -  $\mu_r(H)$  pentru circuitul magnetic deschis, secțiune 35 mm<sup>2</sup>

Din fig. 3.23 rezultă  $\mu_{r\_max} = 379,9$  în cazul înfășurării de măsură distribuită, respectiv  $\mu_{r\_max} = 400,4$  în cazul înfășurării de măsură concentrată.

Din fig. 3.24 rezultă  $\mu_{r\_max} = 328,4$  în cazul înfășurării de măsură distribuită, respectiv  $\mu_{r\_max} = 282,8$  în cazul înfășurării de măsură concentrată.



### 3.3. Concluzii și contribuții personale

**Principalele concluzii** rezultate în urmă efectuării determinărilor experimentale pentru a stabili caracteristicile magnetice ale oțelului utilizat la conductoarele LEA sunt:

a) Utilizând magnetometrul cu probă vibrantă pentru determinarea caracteristicilor magnetice, în Laboratorul de Lichide Complexe al Academiei Române Filiala Timișoara și în Laboratorului de Nanomateriale al Facultății de Fizică din Universitatea de Vest din Timișoara, s-au obținut aceleași rezultate. Probele au fost de formă cilindrică cu diametrul 2,7 mm, respectiv 3,2 mm și lungime 4mm. Determinările experimentale au evidențiat ca fiind foarte slab fenomenul de magnetizare, permeabilitatea relativă având valoarea maximă 5,544. De asemenea, determinările experimentale au evidențiat faptul că probele nu prezintă ciclu de histerezis.

b) Determinarea experimentală a caracteristicilor magnetice în circuit magnetic deschis utilizând o probă de formă cilindrică cu diametru 2,7 mm și lungime 119,4mm cu ajutorul instalației calibrate având o eroare de maxim 1% din Laboratorul de Nanomateriale a Facultății de Fizică din Universitatea de Vest Timișoara, care folosește un câmp magnetic cu variație sinusoidală în timp și frecvența 50 Hz a condus la cu totul alte rezultate decât cele obținute cu magnetometrul. Proba din oțel prezintă ciclu de histerezis, având inducția magnetică remanentă  $B_r = 1,26$  T și intensitatea câmpului magnetic coercitiv  $H_c = 2,25$  kA/m. Permeabilitatea magnetică relativă are valoarea maximă  $\mu_{r,max} = 308,5$  și se obține la intensitatea a câmpului magnetic de  $H = 2,67$  kA/m, iar permeabilitatea magnetică relativă are valoarea minimă  $\mu_{r,min} = 65,04$  care se obține la intensitatea a câmpului magnetic de  $H = 0,27$  kA/m. Aceste caracteristici arată că oțelul utilizat în construcția conductoarelor LEA se încadrează în categoria materialelor magnetice moi.

c) Comparând caracteristicile magnetice ale oțelului obținute cu ajutorul magnetometrului cu probă vibrantă, cu cele din regim variabil, în circuit deschis la 50 Hz, s-a constatat comportamentul diferit al oțelului. Fenomenul de magnetizare este mult mai pronunțat în regim variabil astfel magnetizația  $M = 1500$  kA/m se obține în primul caz pentru  $H = 625$  kA/m, iar în regim variabil dinamic pentru  $H = 20$  kA/m.

d) Comparând între ele curbele de magnetizare determinate considerând înfășurarea de măsură distribuită și concentrată pentru circuitul magnetic 1 având inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$  și pentru circuitul magnetic 2 având inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $50 \text{ mm}^2$  rezultă că nu sunt diferențe mari între cele două. Deci pentru determinarea curbei de magnetizare poate fi utilizată înfășurarea de măsură concentrată. Comparând în schimb aceste curbe de magnetizare cu cea determinată în circuit deschis, având inima de oțel a conductorului multifilar LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , se constată diferențe acceptabile din punct de vedere tehnic.

e) Pentru determinarea curbei de magnetizare a oțelului utilizat în construcția conductoarelor LEA poate fi utilizată cu succes metoda torului, iar bobinele de excitație și de măsură pot fi concentrate. Aceste bobine ce pot fi realizate mult mai ușor, pot fi folosite pentru mai multe circuite magnetice realizate din oțelul utilizat în construcția conductoarelor LEA.

f) Oțelul utilizat în construcția conductoarelor LEA fiind un material magnetic nelinear trebuie să se cunoască curba de magnetizare pentru a putea calcula inductivitatea internă a acestor conductoare, deoarece în regim de avarie valorile

curenților prin conductoarele de fază pot crește foarte mult, deci se pot modifica parametri acestora în limite largi.

**Principalele contribuții** în acest capitol sunt:

- a) Realizarea unei sinteze bibliografice privind metodele de determinare experimentală a caracteristicilor magnetice pentru materialele magnetice.
- b) Prelucrarea și interpretarea rezultatelor experimentale obținute în Laboratorul de Lichide Complexe al Academiei Române Filiala Timișoara, în Laboratorul de Nanomateriale a Facultății de Fizică din Universitatea de Vest Timișoara și în laboratoarele Departamentului de Bazele Fizice ale Ingineriei din Universitatea Politehnica Timișoara.
- c) Conceperea și realizarea schemelor electrice necesare determinării curbei de magnetizare a oțelului utilizat în construcția conductoarelor LEA cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>, respectiv 50 mm<sup>2</sup>, inclusiv a circuitelor magnetice necesare.
- d) Determinarea și compararea curbelor de magnetizare obținute pentru oțelul utilizat în construcția LEA, folosind diverse metode și stabilirea procedurii optime pentru determinarea experimentală a acestor caracteristici.

### 3.4. Bibliografie

- [1] Rucăreanu C., Militaru P., Hotoboc V., Chiricescu V., Prioteasa V., *Linii electrice aeriene și subterane*, Editura Tehnică București, 1989.
- [2] Iacobescu Gh., Iordănescu I., Tudose M., Țenovici M., Eremia M., Toader C., Dumitriu C., *Rețele electrice*, Editura didactică și pedagogică, București, 1981.
- [3] \*\*\* IPROEB, *Conductoare neizolate pentru linii electrice aeriene*, 2007.
- [4] Chicina I., *Mărimi magnetice de material*, Editura Casa cărții de știință, Cluj-Napoca, 2002.
- [5] Creț R., Dărăbanț L., Turcu A. *Materiale dielectrice și magnetice*, Editura Mediamira, Cluj-Napoca, 2008.
- [6] Helerea E., *Materiale pentru electrotehnică și electronică*. Editura Matix Rom București, 2003.
- [7] Popescu Ch., Ifrim A., Cedighian S., Lefter C., Nicolae M., Ichim D., *Materiale electrotehnice. Proprietăți și utilizări*, Editura Tehnică, București, 1976.
- [8] Spaladin N. A., *Magnetic materials*. University Press, Cambridge, 2003.
- [9] \*\*\* *Materiale și materiale magnetice*. Institutul Român de Standardizare, București, 1980.
- [10] Caizer, C., *T<sub>2</sub> Law for magnetite-based ferrofluids*, Jurnal of Physics: Condensed matter, Vol.15, No.6, 2003.
- [11] Fiorillo F., *Measurement and characterization of magnetics materials*, Editura Elsevier, New York, 2004.
- [12] Motoașcă S., *Studiul caracteristicilor magnetice ale materialelor magnetice moi*, Teză de doctorat, Universitatea "Transilvania" Brașov, 2010.
- [13] Oner S., *Un studiu experimental și teoretic pentru determinarea caracteristicilor magnetice ale materialelor magnetice moi*, Teză de doctorat, Universitatea "Transilvania" Brașov, 2011.
- [14] Pop E., *Măsurări electrice și magnetice*. Vol.2, Litografia Institutului Politehnic Timișoara, 1969.

- 
- [15] \*\*\* International Standard IEC 404-10: First edition. Part 10: Methods of measurement of magnetic properties of magnetic steel sheet and strip at medium frequencies.
- [16] \*\*\* International Standard IEC 60404-2: Third edition 3.1 2008-06. Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel strip and sheet by means of an Epstein frame.
- [17] \*\*\* International Standard IEC 404-6:1986. Magnetic materials. Part 6: Methods of measurement of the magnetic properties of isotropic nickel-iron soft magnetic alloys, types E1, E3 and E4. Genève, 1986.
- [18] \*\*\* International Standard IEC 404-8-9: 1994-08. Magnetic materials. Part 8: Specifications for individual materials. Section 9: Standard specification for sintered soft magnetic materials. Genève, 1994.
- [19] \*\*\* International Standard IEC 60404-8-6: 1999-08. Magnetic materials – Part 8-6: Specifications for individual materials – Soft magnetic metallic materials. Genève, 1999.
- [20] \*\*\* International Standard IEC 60404-4: 1995. Magnetic materials – Part 4: Methods of measurement of D.C. magnetic properties of iron and steel, Amendment 1:2000. Genève, 1999.
- [21] \*\*\* International Standard IEC 60404-6 ed 2.0. Magnetic materials – Part 6: Methods of measurement of the magnetic properties of magnetically soft metallic and powder materials at frequencies in the range 20 Hz to 200 kHz by the use of ring specimens. Dec 2008.
- [22] \*\*\* Magnetometer VSM., *User's Guide*.
- [23] \*\*\* Magnetometru QD Versalab, *Manual de utilizare*.
- [24] \*\*\* LabVIEW, *Manual de utilizare*.
- [25] Maier V., Maier C. D., *LabVIEW în calitatea energiei electrice*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2000.
- [26] Căta I., Toader D., *Power losses computation in steel core of multiple conductors wrapped helically*, Buletin Științific al UPT, Seria Matematică-Fizică, Editura Politehnica, Timișoara, România, Tom 57(71), Fascicula 1, 2012, p.98-109.

## **4. Model numeric pentru calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor LEA**

### **4.1. Introducere**

În acest capitol se analizează numeric câmpul magnetic din interiorul conductoarelor multifilare (LEA), cu ajutorul pachetului de programe utilizând metoda elementelor finite Vector Fields Opera. Se prezintă o descriere a pachetului de programe și posibilitățile de analiză ale câmpului electromagnetic cu ajutorul acestuia.

Mai întâi se calculează câmpul magnetic din interiorul conductoarelor LEA fără a lua în considerare prezența inimii de oțel (se consideră permeabilitatea magnetică a acesteia  $\mu_0$ ), iar rezultatele obținute se compară cu cele determinate utilizând modelul analitic (capitolul 2 – programul de calcul în mediul de programare Wolfram Mathematica). Se analizează câmpul magnetic creat de curenții ce parcurg o spiră elicoidală, respectiv un strat, având pasul de înfășurare egal cu pasul mediu (tabelul 2.2.) de la conductoarele LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ . Această analiză se face cu scopul de a constata în ce măsură ipoteza simplificatorie folosită pentru stabilirea modelului analitic de calcul al câmpului magnetic în cazul conductoarelor înfășurate elicoidal, și anume înlocuirea firelor reale cu unele filiforme plasate în axul celor reale și parcurse de aceiași curenți, este acceptabilă pentru calculul câmpului magnetic în situația precizată. În modelul numeric de calcul al câmpului magnetic firele conductoare intervin cu dimensiunile lor reale.

Calculul câmpului magnetic în interiorul conductoarelor LEA având în vedere prezența inimii de oțel nu poate fi făcut folosind modelul analitic, prezentat în capitolul 2, motiv pentru care se utilizează modelul numeric. Analiza câmpului magnetic în medii neomogene și neliniare cu ajutorul pachetului de programe Vector Fields Opera necesită cunoașterea curbei de magnetizare a oțelului din interiorul conductoarelor multifilare (LEA).

În lucrare se calculează inducția magnetică, respectiv fluxul magnetic din interiorul conductoarelor LEA având secțiunile  $35 \text{ mm}^2$ ,  $50 \text{ mm}^2$ ,  $120 \text{ mm}^2$ . Primele două conductoare ( $35 \text{ mm}^2$ ,  $50 \text{ mm}^2$ ) sunt cu un strat, iar cel cu secțiunea  $120 \text{ mm}^2$  este cu două straturi înfășurate în sens contrar. Calculele s-au efectuat pentru conductoare reale (pașii de înfășurare ai firelor conductoare și dimensiunile geometrice s-au măsurat), iar rezultatele obținute s-au comparat cu cele determinate experimental pentru validarea modelului numeric de calcul al câmpului magnetic.

### **4.2. Modelul variațional al câmpului electromagnetic**

#### **4.2.1. Principiul lui Hamilton în teoria microscopică a câmpului electromagnetic**

O posibilitate generală de formulare a ecuațiilor fundamentale ale sistemelor fizice constă în aplicarea principiului variațional al lui Hamilton [1, ..., 26]. Utilizarea funcțiilor energetice în modelul variațional conferă acestuia un suport fizic și intuitiv.

Considerând că un sistem fizic este definit prin  $x_k$  ( $k = \overline{1, n}$ ) variabile independente,  $y_j$  ( $j=1, m$ ) variabile dependente, respectiv  $y_{jk} = \frac{\partial y_j}{\partial x_k}$  derivatele parțiale de ordinul întâi ale variabilelor dependente în raport cu cele independente, principiul Hamilton postulează existența unei funcționale de tip integral (extinsă asupra unui domeniu arbitrar al spațiului variabilelor independente, de element infinitezimal  $dv$ ) de următoarea formă:

$$F_a = \int_v L(x_k, y_k, y_{jk}) dv \quad (4.1)$$

care are un extrem corespunzător evoluției sistemului considerat. Funcția  $L(x_k, y_k, y_{jk})$  se numește lagrangean și reprezintă o funcție scalară de stare a sistemului fizic considerat.

Funcția  $L(x_k, y_k, y_{jk})$  nu are o semnificație fizică, dar se exprimă ca diferență dintre o energie cinetică și una potențială.

Deoarece extremizarea funcționalei presupune anularea variației de ordinul întâi, principiul lui Hamilton se exprimă prin relația:

$$\delta F_a = \delta \left( \int_v L(x_k, y_k, y_{jk}) dv \right) = 0 \quad (4.2)$$

Aplicând principiul lui Hamilton câmpului electromagnetic se obține modelul matematic variațional al câmpului electromagnetic, relația (4.3)

$$F_a = \int_v \left\{ \left[ \int_0^{\bar{E}} \bar{D} \cdot d\bar{E} - \int_0^{\bar{B}} \bar{H} \cdot d\bar{B} \right] + \left[ \int_0^{\bar{A}} \bar{J} \cdot d\bar{A} - \int_0^V \rho_v \cdot dV \right] \right\} dv \quad (4.3)$$

unde semnificația mărimilor este următoarea:  $\bar{E}, \bar{D}, \bar{H}, \bar{B}$  - mărimile de stare ale câmpului electromagnetic;  $\bar{J}$  - densitatea curentului de conducție;  $V$  - potențialul electric scalar,  $\rho_v$  - densitatea de volum a sarcinilor electrice libere;  $\bar{A}$  - potențialul magnetic vector;  $v$  - domeniul de definiție al funcționalei;  $dv$  - elementul infinitezimal al domeniului de definiție.

#### 4.2.2. Modelul variațional al câmpului magnetic în regim cvasistaționar

Modelul variațional [1, ..., 16] al câmpului magnetic în regim cvasistaționar pentru medii conductoare fixe, neliniare, cu anizotropie magnetică, neomogene și cu magneți permanenți admite extremizarea în raport cu potențialul magnetic vector  $\bar{A}$  [1, ..., 26]. În acest caz densitatea curentului de conducție  $\bar{J}$  se exprimă prin relația (4.4).

$$\bar{J} = \sigma \cdot \bar{E} = -\sigma \cdot gradV - \sigma \cdot \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = \bar{J}_a - \sigma \cdot \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} \quad (4.4)$$

respectiv funcționala ce trebuie extremizată devine,

$$F_a = \int_v \left\{ \left[ \int_0^{\bar{B}} \frac{1}{\mu(B)} (\bar{B} - \bar{B}_R) d\bar{B} \right] - \left[ \int_0^{\bar{A}} (\bar{J}_a - \sigma \cdot \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}) d\bar{A} \right] \right\} dv - \int_{\Sigma} (\bar{A} \times \bar{H}) \cdot \bar{n} d\Sigma - \int_S (\bar{J}_s \cdot \bar{A}) ds \quad (4.5)$$

unde  $\bar{B}_R = \mu_0 \cdot \bar{M}_p$  - inducția magnetică corespunzătoare magnetizației permanente a magneților permanenți  $\bar{M}_p$ ,  $\bar{\mu}(B)$  - tensorul magnetizație,  $\Sigma$  - frontiera domeniului,  $d\Sigma$  - elementul de suprafață al frontierei,  $\bar{n}_\Sigma$  - versorul normalei frontierei domeniului, integrala pe frontiera domeniului a produsului vectorial  $\bar{A} \times \bar{H}$  reprezintă energia magnetică transferată prin frontiera  $\Sigma$ ,  $\bar{J}_S$  - densitatea pânzei de curent din suprafață de discontinuitate  $S$  conținută în domeniul  $V$ .

În cazul mediilor liniare, omogene și fără magnetizație permanentă (lipsesc magneții permanenți) relația (4.5) devine,

$$F_a = \int_V \left\{ \int_0^{\bar{B}} \frac{1}{\mu} \bar{B} d\bar{B} \right\} - \left[ \int_0^{\bar{A}} (\bar{J}_a - \sigma \cdot \frac{\partial \bar{A}}{\partial t}) d\bar{A} \right] dv - \int_\Sigma (\bar{A} \times \bar{H}) \cdot \bar{n}_\Sigma d\Sigma - \int_S (\bar{J}_S \cdot \bar{A}) ds \quad (4.6)$$

### 4.3. Metoda elementului finit

#### 4.3.1. Principiul metodei elementului finit

Rezolvarea numerică a modelului matematic variațional aferent câmpului magnetic presupune aproximarea extremizării funcționalei în condiții de unicitate precizate [1, ..., 26]. O astfel de aproximare se poate face utilizând procedeul Rayleigh-Ritz-Galerkin, prin care minimizarea funcționalei se transformă în determinarea extremului unei funcții de mai multe variabile, devenind o problemă de analiză matematică clasică.

Se consideră în mulțimea de definiție  $M$  a funcționalei  $F_a[\Psi]$ , un sistem de  $n$  funcții liniar independente  $\{\varphi_i\}$ ,  $i=1, n$ , numite funcții coordonate. Funcția  $\Psi$  care extremizează funcționala  $F_a[\Psi]$  se aproximează printr-o combinație liniară a funcțiilor coordonate obținându-se,

$$\Psi = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \varphi_i \quad (4.7)$$

unde  $w_i$  reprezintă coeficienții de pondere sau parametrii variaționali.

Introducând aproximarea (4.7) în funcționala  $F_a[\Psi]$ , aceasta devine funcție de coeficienții  $w_i$ . Deci extremizarea acestora conduce la următorul sistem de ecuații,

$$\frac{\partial (F_a(w_i))}{\partial w_i} = 0 \quad (4.8)$$

Precizia procedurii depinde de modul în care se aleg funcțiile coordonate  $\{\varphi_i\}$  și de numărul acestora. În cazul metodei elementului finit (MEF) funcțiile de coordonate sunt approximate pe porțiuni prin polinoame de interpolare. Domeniul în care există câmp electromagnetic se partiționează în subdomenii disjuncte și pentru fiecare subdomeniu (element finit) se precizează funcțiile coordonate (polinoamele de interpolare). În aceste condiții funcționala energetică se exprimă astfel,

$$F_a(\Psi) = \sum_{e=1}^m F_{ae}(\Psi_e) \quad (4.9)$$

unde cu "e" s-a notat elementul finit curent.

Partiționarea domeniului în elemente finite impune asigurarea condițiilor de continuitate ale mărimilor ce caracterizează câmpul electromagnetic la limita de separație dintre elementele finite.

Aproximarea funcției  $\Psi_e$  la nivelul elementului finit "e" presupune alegerea polinomului de interpolare pentru funcțiile coordonate, polinoame ce se numesc funcții de formă sau de interpolare notate cu  $N_{ei}$  și a parametrilor variaționali ca fiind valorile funcției  $\Psi_{ei}$  într-un număr "p" de puncte caracteristice elementului finit "e" numite noduri. În aceste condiții funcția  $\Psi_e$  devine,

$$\Psi_e = \sum_{i=1}^p N_{ei} \cdot \Psi_{ei} \tag{4.10}$$

Prin partiționare domeniului i se asociază un număr "n" de noduri, fiecare aparținând cel puțin unui element finit.

Înlocuind relația (4.10) în relația (4.9) se obține,

$$F_a(\Psi_i) = \sum_{e=1}^{m_i} F_{ae} \left( \sum_{i=1}^p N_i \cdot \Psi_{ei} \right) \tag{4.11}$$

Sistemul de ecuații ce permite determinarea parametrilor variaționali  $\Psi_i$  se obține derivând relația (9) în raport cu aceștia,

$$\frac{\partial(F_a(\Psi_i))}{\partial\Psi_i} = \sum_{e=1}^{m_i} \frac{\partial F_{ae}}{\partial\Psi_{ei}} = 0 \tag{4.12}$$

unde  $i = 1, n$ .

### 4.3.2. Element finit spațial tetraedric

Principiul MEF, ca metoda numerica de rezolvare a modelului variațional al câmpului electromagnetic, constă în parcurgerea a trei etape esențiale [1, ..., 26].

Prima etapă constă în discretizarea domeniului de analiza în elemente finite, a doua etapă presupune stabilirea polinomului de interpolare al funcției potențial  $\Psi_e$  pentru fiecare element în parte, iar în etapa a treia se calculează funcționala globală prin însumarea funcționalelor din elementele finite în care s-a discretizat domeniul de existență al câmpului, se extremizează funcționala energetică  $F_a[\Psi]$  și se rezolvă sistemul de ecuații obținut, iar soluția acestuia reprezintă valorile funcției potențial în nodurile rețelei de discretizare.

Elementele finite pot fi, după formă, plane (triunghiulare, rectangulare, etc.), respectiv spațiale (tetraedrice, pentaedrice, etc.), iar după gradul polinomului de interpolare al funcției potențial elementare  $\Psi_e$ , pot fi de ordinul I, II, III, etc.

Un element finit spațial de tip tetraedric este reprezentat în fig.4.1 la care polinomul de interpolare este liniar, are 4 noduri ( $p = 4$ ), deci  $i = 1, \dots, 4$ . În sistem cartezian de coordonate funcționala energetică (4.6), pentru medii liniare, fără magnetizație permanentă, când domeniul nu conține pânze de curent și având condiții de tip Dirichlet pe frontieră, devine,

$$F_a = F_{ax} + F_{ay} + F_{az} \tag{4.13}$$

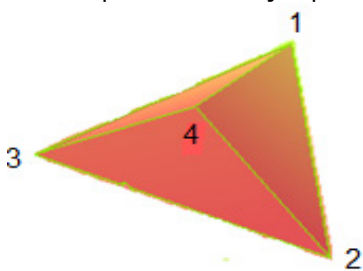


Fig. 4.1 Element finit spațial unde

$$F_{ax} = \int_V \left\{ \frac{1}{2\mu} \left[ \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right)^2 - J_{ax} \cdot A_x + \sigma \frac{\partial A_x}{\partial t} A_x \right] \right\} dx dy dz \quad (4.14)$$

$$F_{ay} = \int_V \left\{ \frac{1}{2\mu} \left[ \left( \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \right)^2 - J_{ay} \cdot A_y + \sigma \frac{\partial A_y}{\partial t} A_y \right] \right\} dx dy dz \quad (4.15)$$

$$F_{az} = \int_V \left\{ \frac{1}{2\mu} \left[ \left( \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \right)^2 - J_{az} \cdot A_z + \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} A_z \right] \right\} dx dy dz \quad (4.16)$$

unde s-a avut în vedere că într-un astfel de regim câmpul magnetic derivă din potențialul vector  $\bar{A}$ . Expresia potențialului vector  $\bar{A}$  pentru elementul finit "e" acceptând un polinom de interpolare liniar devine,

$$\bar{A}_e = A_{ex}(x, y, z, t) \cdot \bar{i} + A_{ey}(x, y, z, t) \cdot \bar{j} + A_{ez}(x, y, z, t) \cdot \bar{k} = \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot \bar{A}_{ei}(x, y, z, t) \quad (4.17)$$

Introducând relația (4.17) în relațiile (4.14), (4.15), (4.16) pentru elementul finit "e" se obține componentele funcționalei energetice,

$$F_{ax} = \int_{V_e} \left\{ \frac{1}{2\mu_e} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial y} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiz}(x, y, z, t) \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiy}(x, y, z, t) \right) \right)^2 - J_{ax} \cdot \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eix}(x, y, z, t) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eix}(x, y, z, t) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eix}(x, y, z, t) \right) \right] \right\} dx dy dz \quad (4.18)$$

$$F_{ay} = \int_{V_e} \left\{ \frac{1}{2\mu_e} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial z} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiz}(x, y, z, t) \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiy}(x, y, z, t) \right) \right)^2 - J_{ay} \cdot \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiy}(x, y, z, t) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiy}(x, y, z, t) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiy}(x, y, z, t) \right) \right] \right\} dx dy dz \quad (4.19)$$

$$F_{az} = \int_{V_e} \left\{ \frac{1}{2\mu_e} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiz}(x, y, z, t) \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiy}(x, y, z, t) \right) \right)^2 - J_{az} \cdot \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiz}(x, y, z, t) \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sigma \frac{\partial}{\partial t} \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiz}(x, y, z, t) \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^4 N_{ei}(x, y, z) \cdot A_{eiz}(x, y, z, t) \right) \right] \right\} dx dy dz \quad (4.20)$$

Având în vedere relațiile (4.18), (4.19), (4.20) din relația (4.9) rezultă un sistem de ecuații liniare de forma,

$$[M] \cdot \{\bar{A}_i\} + [C] \cdot \frac{\partial}{\partial t} \{\bar{A}_i\} + \{\bar{F}_i\} = 0 \quad (4.21)$$



unde  $[M]$  - matrice patratice a sistemului liniar,  $[\bar{A}_i]$  - matrice coloană a potențialelor magnetice vectoriale,  $[C]$  - matrice coloană care ține seama de prezența curenților turbionari în nodurile domeniului,  $[\bar{F}_i]$  - matrice coloană a termenilor liberi.

Relația (4.21) permite calculul potențialului magnetic vector  $\{\bar{A}_i\}$  în toate nodurile din domeniul câmpului magnetic.

#### 4.4. Modelarea matematică a neliniarităților în analiza numerică a câmpului magnetic

Neliniaritățile în analiza câmpului magnetic [1,...,27] se datorează prezenței miezurilor feromagnetice în domeniul de existență a câmpului magnetic, care sunt medii neliniare. De neliniaritatea acestora se ține seama prin curbele de magnetizare și ciclurile de histerezis. În ipoteza cunoașterii curbei de magnetizare  $B(H)$  se cere modelarea matematică a neliniarității permeabilității  $\mu(H)$ .

Fie o curbă de magnetizare  $B(H)$  prezentată sub formă tabelară:

$$\{(H_1, B_1), (H_2, B_2), \dots, (H_k, B_k), \dots, (H_n = H_s, B_n = B_s)\} \quad (4.22)$$

Permeabilitatea magnetică în funcție de intensitatea câmpului magnetic  $\mu(H)$  corespunzătoare curbei de magnetizare conține următoarele puncte:

$$\{(H_1, \mu_1 = \frac{B_1}{H_1}), \dots, (H_k, \mu_k = \frac{B_k}{H_k}), \dots, (H_n = H_s, \mu_n = \frac{B_n}{H_n} = \frac{B_s}{H_s} = \mu_s)\} \quad (4.23)$$

Se consideră că intervalului  $[H_1, H_n=H_s]$  se împarte în  $n$  segmente având aceeași dimensiune,

$$\Delta H = H_{k+1} - H_k, \quad k = \overline{1, n-1} \quad (4.24)$$

și că valorile extreme,  $H_n = H_s, \mu_n = \frac{B_n}{H_n} = \frac{B_s}{H_s} = \mu_s$ , corespund zonei de saturație a curbei de magnetizare.

La capetele intervalului  $[H_1, H_n=H_s]$  se admit aproximările:

$$\text{- pentru } 0 \leq H^* < H_1; \quad \tilde{\mu}(H^*) \approx \mu_1, \quad \tilde{\mu}'(H^*) \approx 0, \quad i=1,2, \quad (4.25)$$

rezultă că pe porțiunea inițială unde valorile intensității câmpului magnetic sunt mult mai mici în comparație cu intensitatea câmpului magnetic la saturație se consideră o valoare medie pentru permeabilitatea magnetică.

$$\text{- pentru } H^* > H_n = H_s; \quad B^* = \mu_0(H^* + M_s) \quad (4.26)$$

$$\tilde{\mu}(H^*) \approx \mu_0 - \frac{H_n}{H^*}(\mu_0 - \mu_n), \quad \tilde{\mu}'(H^*) \approx \left(\frac{1}{H^*}\right)^2 (\mu_0 - \mu_n) \cdot H_n \quad (4.27)$$

cu  $M_s = \frac{B_s}{\mu_0} - H_s$  și  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ , rezultă că permeabilitatea magnetică tinde

asimptotic către permeabilitatea vidului  $\mu_0$ , pentru valori foarte mari ale intensității câmpului magnetic.

Modelarea numerică a caracteristicii neliniare a permeabilității magnetice în funcție de intensitatea câmpului magnetic se poate face utilizând aproximarea numerică pe porțiuni, cu polinoame Lagrange. Se consideră intervalul  $[H_1, H_n]$  cu nodurile de interpolare echidistante  $H_k, k = \overline{1, n}$ . Din mulțimea celor  $n$  noduri de interpolare se aleg  $\frac{n-1}{m}$  puncte, cu  $H_{mk+1} \left( k = \overline{1, \frac{n-1}{m}} \right)$ , unde  $m$  este un divizor al lui  $(n-1)$ , numite noduri naturale. Prin polinomul de interpolare Lagrange pe porțiuni de grad  $m$  se înțelege o funcție  $P_m(H)$ , a cărei restricție pe fiecare din segmentele

$[H_{mk-m+1}, H_{mk+1}], k = \overline{1, \frac{n-1}{m}}$ , delimitate de două noduri naturale consecutive, reprezintă un polinom de grad  $m$ :

$$P_{m,k}(H) = \sum_{i=0}^m a_{ik} (H - H_{mk-m+1})^i, \quad k = \overline{1, \frac{n-1}{m}} \quad (4.28)$$

și care satisface condițiile de interpolare:

$$P_{m,k}(H_{mk+1}) = P_{m,k+1}(H_{mk+1}) = \mu_{mk+1} \quad (4.30)$$

Pentru determinarea coeficienților necunoscuți  $a_{ik}$ , cu  $i = \overline{0, p}$  și  $k = \overline{1, \frac{n-1}{m}}$  se determină sistemul de ecuații al cărui ecuații sunt de forma,

$$P_{m,1}(H_1) = \mu_1, \quad P_{m, \frac{n-1}{m}}(H_n) = \mu_n \quad (4.31)$$

Din sistemul (4.31) rezultă  $a_{ik}$ , cu  $i = \overline{0, p}$  și  $k = \overline{1, \frac{n-1}{m}}$  ai polinomului de interpolare Lagrange, care înlocuți în ecuația (4.28) ne conduc la expresia polinomului de interpolare.

#### 4.5. Pachetul Software Vector Fields Opera 13

Pachetul de programe Vector Fields Opera, dezvoltat de compania Cobham din Marea Britanie, utilizează metoda elementului finit în vederea modelării și analizei câmpului electromagnetic în plan (Opera-2D) și spațiu (Opera-3D).

Opera-3D (OPERating environment for Electromagnetic Research and Analysis) [28] cuprinde două programele de modelare, Geometric Modeller și Pre-Processor, un program de furnizare a rezultatelor Post-Processor și opt programe de analiză: TOSCA, ELEKTRA, CARMEN, DEMAG, QUENCH, SCALA, SOPRANO, TEMPO. Toate programele de analiză folosesc metoda elementului finit pentru calculul câmpului electromagnetic sau termic descrise de ecuații cu derivate parțiale. Programele de modelare Geometric Modeller și Pre-Processor oferă facilități pentru analiza câmpului electromagnetic, chiar în cazul conductorilor cu geometrii complicate, completate cu precizarea caracteristicilor materialelor ce intervin în domeniul de existență al câmpului (liniare, neliniare, izotrope, anizotrope cu sau fără histerezis).

Modul de realizare a discretizării este diferit în cele două programe de modelare, Geometric Modeller-ul folosește elemente finite de tip tetraedru (fig. 4.2 a), iar Pre-Processorul elemente finite de tip paralelipiped (fig. 4.2 b). Pentru realizarea discretizării unui volum în Geometric Modeller se introduce mărimea elementului finit, iar în Pre-Processor se introduce numărul de elemente după variabilele sistemului de coordonate ales.

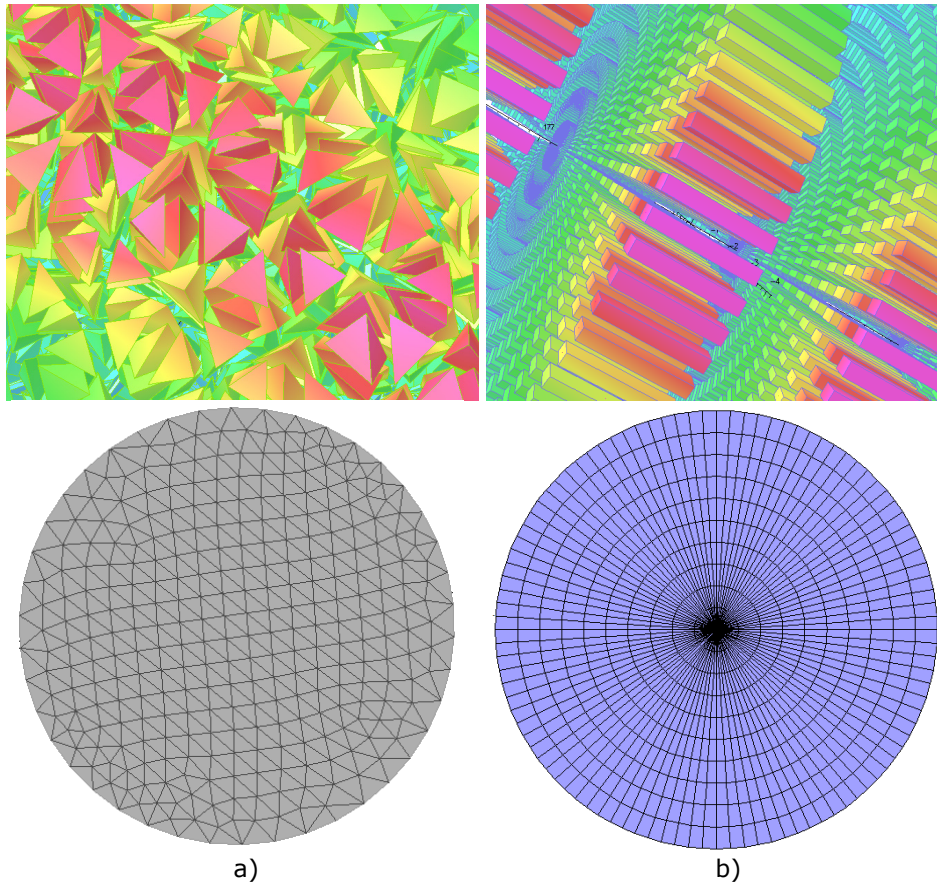


Fig. 4.2 Exemple de elemente finite: a - tetraedru, b - paralelipiped

Post-Processor oferă posibilitatea ca rezultatele obținute să fie prezentate în formă tabelară sau grafică. În formă grafică valoarea mărimilor ce caracterizează câmpul poate fi reprezentată color în plan sau în spațiu.

Descrierea programelor de analiză [28]:

- TOSCA permite analiza câmpului electromagnetic în regim static și staționar (electrostatic, magnetostatic, câmp magnetic staționar, câmpul electrocinetic staționar);
- ELEKTRA permite analiza câmpului electromagnetic variabil în timp (cvasistaționar), inclusiv efectele curenților turbionari;

- CARMEN permite analiza câmpului electromagnetic în regim tranzitoriu al mașinilor electrice liniare și rotative, inclusiv a regimului tranzitoriu de natura mecanică (viteza, accelerația părților mobile);
- DEMAG permite analiza magnetizării materialelor magnetice, inclusiv a magneților permanenți, în regim variabil în timp a câmpului electromagnetic, inclusiv efectele curenților turbionari;
- QUENCH permite analiza câmpurilor termice tranzitorii, inclusiv a surselor de căldură și a câmpurilor magnetice produse de curenți variabili în timp care circulă prin conductori;
- SCALA permite analiza câmpurilor electrostatice, luând în considerare efectele sarcinii spațiale obținută prin influență electrostatică;
- SOPRANO permite analiza spațială a câmpului electromagnetic de înaltă frecvență în regim permanent;
- TEMPO permite analiza câmpurilor termice produse de câmpul electromagnetic sau de surse externe de căldură, în regim permanent și tranzitoriu. Căldura generată de la încălzirea electromagnetică poate fi inclusă în programul de analiza a câmpului electromagnetic. Programul permite calculul parametrilor de material la temperaturile materialelor cauzate de prezența câmpului electromagnetic.

Programul de analiză TOSCA cuprinde 3 subprograme în funcție de câmpul analizat și anume:

- *TOSCA magnetic*: analizează câmpurile magnetostatice generate de surse de curent sau magneți permanenți,
- *TOSCA electrostatic*: analizează câmpurile electrostatice precizându-se valorile potențialelor pe frontieră,
- *TOSCA current flow*: analizează curenții electrici care circulă prin materiale conductoare precizându-se valorile potențialelor pe frontieră.

Programul de analiză TOSCA folosește potențialul scalar. *TOSCA electrostatic* și *TOSCA current flow* folosesc un singur tip de potențial electric scalar, iar *TOSCA magnetic* folosește două potențiale magnetice scalare: potențial magnetic scalar total respectiv potențial magnetic scalar redus. Potențialul magnetic scalar total se folosește pentru materiale magnetice, iar potențialul magnetic scalar redus pentru regiuni care conțin surse de curent. Alegerea greșită a tipului de potențial scalar în regiuni în care este valid celălalt potențial conduce la erori inadmisibile.

Programul de analiză ELEKTRA cuprinde trei subprograme, funcție de forma de variație timp a mărimilor:

- *ELEKTRA/SS* calculează curenții alternativi în regim permanent, unde toate câmpurile și potențialele oscilează cu aceeași frecvență.
- *ELEKTRA/TR* calculează curenții tranzitorii induși de câmpurile magnetice produse de curenți de conducție sau de către câmpuri magnetice externe a căror variație în timp este cunoscută, precizându-se condițiile de frontieră.
- *ELEKTRA/VL* calculează curenții induși prin mișcare, considerând câmpurile sursă constante în timp.

Programul ELEKTRA permite analiza câmpurilor electromagnetice variabile în timp, inclusiv efectele curenților turbionari, folosind potențialul magnetic vector.

#### 4.5.1. Determinarea potențialului scalar

Câmpul electromagnetic staționar, în general, poate fi reprezentat ca sumă dintre un câmp solenoidal și un câmp potențial.

În cazul câmpului electrostatic nu există componentă solenoidală, acesta derivând dintr-un potențial scalar (electrostatic). Intensitatea câmpului electric ( $\vec{E}$ ) se exprimă funcție de potențialul scalar prin:

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (4.32)$$

Din legea fluxului electric sub formă locală rezultă că între inducția electrică ( $\vec{D}$ ) și densitatea de sarcina ( $\rho$ ) există relația:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (4.33)$$

Din ecuațiile (4.32) și (4.33) și relația de legătură dintre vectorii inducție electrică și intensitate de câmp electric  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ , rezultă că într-un mediu omogen de permitivitate  $\epsilon$ , potențialul electrostatic satisface ecuația (Poisson):

$$\nabla \cdot (\epsilon \cdot \nabla V) = -\rho \quad (4.34)$$

Pentru regimul electrocinetic ecuația devine

$$\nabla \cdot (\sigma \cdot \nabla V) = 0 \quad (4.35)$$

unde  $\sigma$  reprezintă conductivitatea mediului. Relația de legătură dintre densitatea de curent și intensitatea câmpului electrocinetic este  $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$  (legea conducției în forma locală).

Câmpul magnetic staționar, în general, conține atât o componentă solenoidală cât și una potențială. Câmpul magnetic produs de curenții din conductoare are o componentă potențială în interiorul conductoarelor parcurse de curenți, iar în spațiul exterior acestora câmpul este de natură solenoidală. Câmpul produs de magnetizația mediilor magnetice este de tip solenoidal. Câmpul magnetic total se poate diviza în două părți pentru ca acesta să poată fi exprimat prin două componente ce derivă din două potențiale, unul scalar și unul vector.

Intensitatea câmpului magnetic  $\vec{H}$  se descompune în intensitatea câmpului magnetic redus ( $H_p$  - derivă dintr-un potențial scalar) și intensitatea câmpului magnetic produs de curenții din conductoare ( $H_s$  - derivă dintr-un potențial vector):

$$\vec{H} = \vec{H}_p + \vec{H}_s \quad (4.36)$$

Intensitatea câmpului magnetic ( $H_p$ ) poate fi exprimată utilizând potențialul scalar redus  $\Phi$ :

$$\vec{H}_p = -\nabla \Phi \quad (4.37)$$

În cazul câmpurilor magnetice staționare, intensitatea câmpului magnetic ( $H_s$ ) produs de curenții din conductoare poate fi întotdeauna calculată prin integrala (rezultată din rezolvarea ecuației de tip Poisson), analogă relației (4.34):

$$\vec{H}_s = \int_{\Omega_j} \frac{\vec{J} \times \vec{R}}{R^3} d\Omega_j \quad (4.38)$$

Având în vedere relațiile (4.36), (4.37), (4.38) și considerând permeabilitatea mediului din domeniul de existență a câmpului magnetic ( $\mu$ ), din forma locală a legii fluxului magnetic ( $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ) se obține:

$$\nabla \cdot \mu \nabla \phi - \nabla \cdot \mu \left( \int_{\Omega_j} \frac{\vec{J} \times \vec{R}}{R^3} d\Omega_j \right) = 0 \quad (4.39)$$

Această ecuație, ca și ecuația lui Poisson pentru câmpuri electrostatice, poate fi rezolvată folosind metoda elementului finit. Cu toate acestea, utilizarea potențialului redus pentru calculul câmpului magnetic, nu este acceptabilă deoarece

intervin erori mari. Erorile apar deoarece valorile lui  $H_p$  și  $H_s$  la suprafața de separație dintre cele două medii (conductor – mediul exterior) vor fi diferite pentru că în mediul exterior  $H_p$  se exprimă funcție de derivatele funcțiilor de formă ale elementului finit (polinomul de interpolare de ordin mic, maxim 2), iar în conductoare  $H_s$  este determinat prin evaluarea integralei (4.38). Posibilitatea ca  $H_p$  și  $H_s$  să se anuleze în unele zone din domeniul de existență al câmpului magnetic conduce la o creștere a erorilor în aproximarea componentei potențiale a intensității câmpului magnetic ( $H_p$ ).

Rezolvarea problemei este deosebit de critică în interiorul materialelor magnetice neliniare, unde erorile cresc și scad precizia de calcul a Jacobianului folosit pentru iterațiile din metoda Newton.

Problema de mai sus poate fi complet evitată atunci când curenții nu circulă prin materialele magnetice. Exterior conductoarelor parcurse de curent, se poate considera câmpul magnetic că derivă dintr-un potențial magnetic total scalar ( $\psi$ ):

$$\vec{H} = -\nabla\psi \quad (4.40)$$

unde potențialul magnetic total scalar satisface relația:

$$\nabla \cdot (\mu \cdot \nabla\psi) = 0 \quad (4.41)$$

Prin combinarea celor două reprezentări (potențialul scalar total și redus) problema creșterii erorilor, deoarece s-a anulat  $H_p$  sau  $H_s$ , poate fi evitată. Soluția constă în folosirea potențialului redus doar în interiorul conductoarelor parcurse de curent, iar a potențialului total în rest. Apar probleme de aplicare efectivă a procedurii atunci când conductoarelor parcurse de curent au o formă complicată ceea ce îngreunează descrierea suprafețelor de separație dintre conductoare și mediul exterior. Potențialul scalar redus trebuie să fie utilizat doar în materiale magnetice parcurse de curent.

La limita de separație dintre volumele în care se folosește potențial redus și cele în care se utilizează potențialul total, cele două potențiale pot fi corelate, prin aplicarea condițiilor de continuitate, astfel ca atât componentele normale ale inducției magnetice  $B_n$  și componentele tangente ale intensității câmpului magnetic  $H_t$  să se conserve. Aceasta implică determinarea componentei normale a câmpului magnetic produs de curenții din conductoare și a potențialul scalar folosit pentru calculul acestui câmp.

#### 4.5.2. Determinarea potențialului vector

Ecuatiilor lui Maxwell sub formă locală care caracterizează câmpul electromagnetic, în regim cvasistaționar, excluzând curenții de deplasare, sunt:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (4.42)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4.43)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (4.44)$$

unde  $\vec{J} = \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  reprezintă relația de legătură dintre densitatea de curent, intensitatea câmpului electrocinetic și inducția magnetică,  $\sigma$  reprezintă conductivitate electrică și  $v$  reprezintă viteza de deplasare a corpurilor.

Din ecuația (4.44) rezultă că inducția magnetică  $B$  derivă dintr-un potențial vector

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \quad (4.45)$$

Programul de analiză ELEKTRA folosește o combinație a potențialului vector redus și total pentru câmpul electromagnetic variabil în timp. Câmpul magnetic produs de o distribuție cunoscută de curent în spațiu liber (de exemplu, câmpul magnetic

produs de o bobină parcursă de curent) poate fi calculat prin integrarea ecuației Biot-Savart (4.38). Potențialul vector care descrie câmpul magnetic, excluzând câmpul din conductoare, este numit potențial vector redus ( $A_R$ ) și este definit prin:

$$\bar{B} = \mu_0 \bar{H}_s + \nabla \times \bar{A}_R \quad (4.46)$$

În regiunile conductoare unde câmpul derivă doar dintr-un potențial vector total, din combinarea ecuațiilor (4.42) și (4.45) rezultă următoarea ecuație pentru potențialul vector total ( $A_T$ ):

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \bar{A}_T = -\sigma \frac{\partial \bar{A}_T}{\partial t} - \sigma \nabla V \quad (4.47)$$

Potențialul electric scalar ( $V$ ) intervine în relația (4.47) din cauza neunicității potențialului, rezultat din integrarea ecuației (4.43). În spațiul exterior conductoarelor potențialul electric scalar poate fi ales zero, fără a afecta soluția.

Cu toate acestea în regiunile conductoare având  $\nabla \cdot \bar{J} = 0$  rezultă:

$$\nabla \cdot \left( \sigma \cdot \frac{\partial \bar{A}_T}{\partial t} \right) + \nabla (\sigma \cdot \nabla V) = 0 \quad (4.48)$$

astfel încât atât potențialul electric scalar și potențialul magnetic vector pot fi determinate.

În regiunile cu spații libere care conțin surse de curenți, unde este folosit potențialul vector redus, combinând ecuațiile (4.42) și (4.46) rezultă următoarea ecuație pentru  $A_R$ :

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \bar{A}_R = 0 \quad (4.49)$$

Exprimarea câmpului magnetic cu potențialul vector redus și total este făcută direct în programul de analiză ELEKTRA. Componenta normală a inducției magnetice și cea tangență a intensității câmpului magnetic la suprafața de separație sunt determinate din relația dintre cele două tipuri de potențial vector.

### 4.5.3. Condițiile pe frontieră

Condițiile pe frontieră sunt folosite în două moduri. În primul rând ele pot fi folosite pentru a reduce numărul de noduri (numărul de ecuații ale sistemului liniar) atunci câmpul analizat prezintă simetrii, iar în al doilea rând acestea sunt folosite pentru a aproxima câmpul magnetic la suprafețele ce delimitează domeniul de existență al câmpului (distanțe foarte mari de sursa de câmp).

#### a). Condițiile pe frontieră pentru potențialul scalar

Cele mai simple tipuri de condiții la limită sunt prezentate în tabelul 4.1. (unde  $\bar{n}$  este vectorul normal la suprafața considerată). În tabel,  $\phi$  se referă fie la potențialul scalar redus sau la potențialul scalar total.

În câmpul electrostatic și electrocinetic pe suprafețele electrozilor se vor seta condițiile pe frontieră de tip Dirichlet ( $V = \text{valoare}$ ). În câmp electrocinetic poate fi necesar să se atribuie și condiții de tip Neumann ( $\frac{\partial V}{\partial n} = \text{valoare}$ ), respectiv



condiții pe frontieră mixte definite prin  $V + \alpha \frac{dV}{dn} = \beta$  sunt, de asemenea, disponibile pentru unele situații (strat dublu de sarcini).

Condițiile la limită implicite care vor fi întotdeauna aplicate în cazul în care nici o condiție la limită nu este specificată pe o suprafață exterioară sunt prezentate în tabelul 4.2.

Tabel 4.1. Condiții pe frontieră pentru potențialul scalar

| <b>Condițiile pe frontieră</b>          |                              |  |
|---|------------------------------|--|
| <b>Câmpul magnetic</b>                  | <b>Simetria câmpului</b>     | <b>Potențialul scalar</b>              |
| Condiții componente tangente            | $\vec{H} \cdot \vec{n} = 0$  | $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ |
| Condiții componente normale             | $\vec{H} \times \vec{n} = 0$ | $\phi = \text{const.}$                 |
| <b>Câmp electric sau electrocinetic</b> | <b>Simetria câmpului</b>     | <b>Potențialul scalar</b>              |
| Condiții componente tangente            | $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$  | $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$    |
| Condiții componente normale             | $\vec{E} \times \vec{n} = 0$ | $V = \text{const.}$                    |

Tabel 4.2. Condiții implicite pentru potențialul scalar

| <b>Condițiile pe frontieră implicite</b> |                             |  |
|--|-----------------------------|--|
| <b>Câmpul magnetic</b>                   | <b>Simetria câmpului</b>    | <b>Potențialul scalar</b>              |
| Condiții componente tangente             | $\vec{H} \cdot \vec{n} = 0$ | $\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$ |
| <b>Câmp electric sau electrocinetic</b>  | <b>Simetria câmpului</b>    | <b>Potențialul scalar</b>              |
| Condiții componente tangente             | $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$ | $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$    |

b). *Condițiile pe frontieră pentru potențialul vector*

Simetria problemei și simetria câmpurilor impune introducerea condițiilor pe frontieră. Cele mai simple tipuri de condiții la limită sunt:  $(\nabla \times \vec{A}) \times \vec{n} = 0$ , unde  $\vec{n}$  este vectorul normal la suprafață considerat. O valoare diferită de zero a potențialului electric scalar  $V$  pe o suprafață externă poate fi utilizată atunci când intervine și un curent electric în domeniul de existență al câmpului.

Tabel 4.3. Condiții pe frontieră pentru potențialul vector

| <b>Condițiile pe frontieră</b>          |                              |  |
|---|------------------------------|--|
| <b>Câmpul magnetic</b>                  | <b>Simetria câmpului</b>     | <b>Potențialul vector</b>                    |
| Condiții componente normale             | $\vec{H} \cdot \vec{n} = 0$  | $\vec{A} \times \vec{n} = 0$                 |
| Condiții componente tangente            | $\vec{H} \times \vec{n} = 0$ | $(\nabla \times \vec{A}) \times \vec{n} = 0$ |
| <b>Câmp electric sau electrocinetic</b> | <b>Simetria câmpului</b>     | <b>Potențialul scalar</b>                    |
| Condiții componente normale             | $\vec{E} \cdot \vec{n} = 0$  | $\nabla V \cdot \vec{n} = 0$                 |
| Valore potențial (Dirichlet)            | $\vec{E} \times \vec{n} = 0$ | $V = 0$                                      |



Condițiile la limită indicate în tabelul 4.3. ar trebui să se aplice numai pe suprafețele exterioare ale modelului cu element finit. Condițiile la limită implicite care vor fi întotdeauna aplicate în cazul în care nu este specificată nici o condiție la limită pe suprafața exterioară sunt prezentate în tabelul 4.4.

Tabelul 4.4. Condiții implicite pentru potențialul vector

| Condițiile pe frontieră implicite |  |
|-----------------------------------|--|
| Simetria câmpului                 | Potențialul vector                           |
| $\vec{H} \times \vec{n} = 0$      | $(\nabla \times \vec{A}) \times \vec{n} = 0$ |

Câmpurile calculate prin luarea în considerare a derivatelor funcțiilor de formă ale elementului finit vor fi discontinui, dar în fiecare element potențialul va fi specificat.

Formularea problemei de câmp utilizând potențialul vector total și cel redus, în modulul ELEKTRA nu necesită ca potențialele vector sau electric scalar să fie specificate, cu excepția cazului în care acestea sunt necesare pentru a rezolva o problemă în care intervine simetria câmpului.

#### 4.6. Influența alegerii tipului de potențial asupra rezultatelor obținute

Pentru a preciza modul în care se alege tipul de potențial se prezintă rezultatele obținute pentru câmpul magnetic folosind pachetul de programe Vector Fields Opera. Se consideră un conductor de formă cilindrică având diametrul 1 cm și lungimea de 2 m, fig. 4.3, plasat în aer (permeabilitatea  $\mu_0$ ) parcurs de un curent continuu  $I = 1A$ , și se calculează dependența intensității câmpului magnetic funcție de rază  $H(r)$  folosind potențialul scalar total și redus (modulul TOSCA), respectiv potențialul vector total și redus (modulul ELEKTRA). Rezultatele obținute sunt prezentate în fig. 4.4, ..., 4.7.

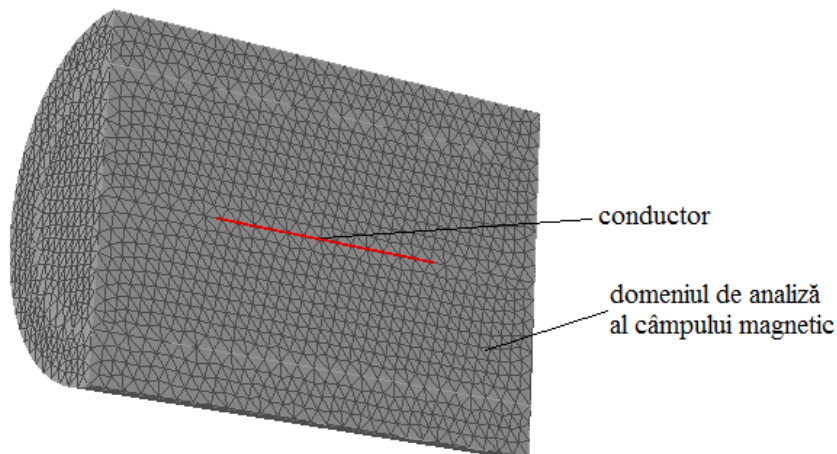


Fig. 4.3 Modelul numeric

În fig. 4.4 se prezintă dependența  $H(r)$  obținută folosind modulul de analiză TOSCA și potențialul scalar redus, iar în fig. 4.5 dependența  $H(r)$  folosind modulul de analiză ELEKTRA și potențialul vector redus. Din cele două figuri se observă că indiferent de modulul de analiză ales, TOSCA sau ELEKTRA, rezultatele obținute sunt identice.

În fig. 4.6 se prezintă dependența  $H(r)$  obținută folosind modulul de analiză TOSCA și potențialul scalar total, iar în fig. 4.7 dependența  $H(r)$  folosind modulul de analiză ELEKTRA și potențialul vector total. Din cele două figuri se observă că indiferent de modulul de analiză ales, TOSCA sau ELEKTRA, rezultatele obținute sunt identice, dar sunt total diferite față de cazul când s-a utilizat potențialul redus.

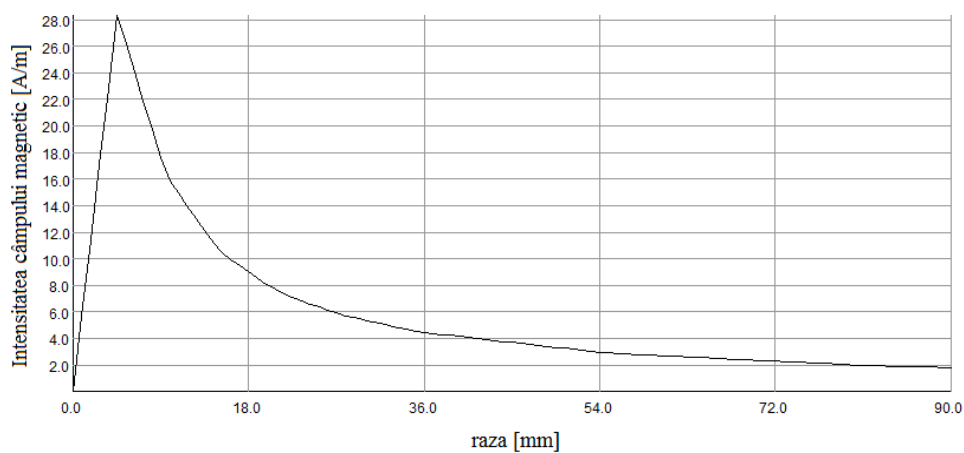


Fig. 4.4. Dependența  $H(r)$  obținută cu modulul de analiză TOSCA și potențialul scalar redus

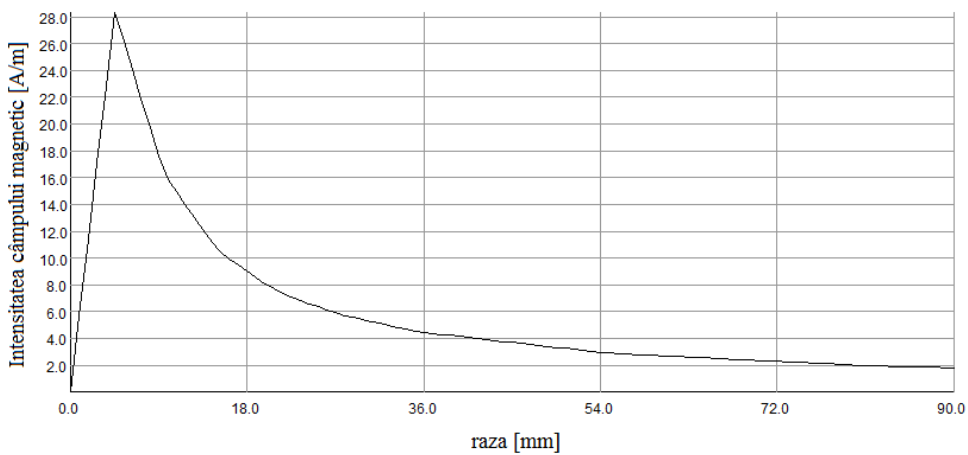
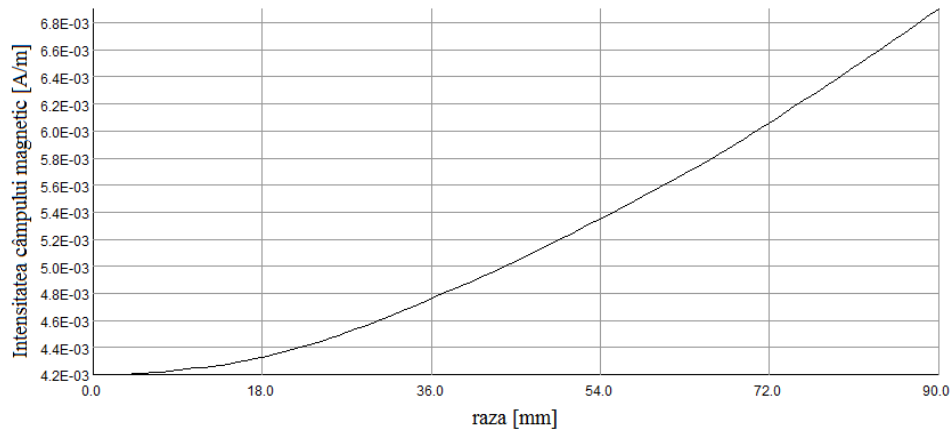
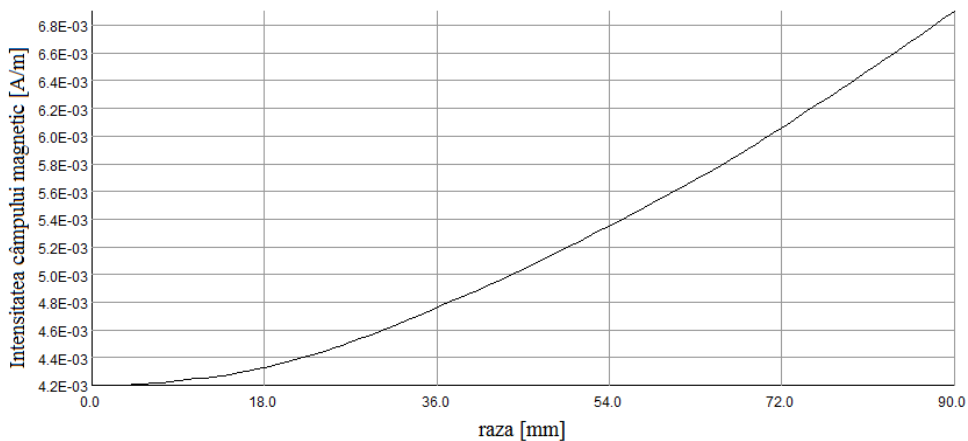
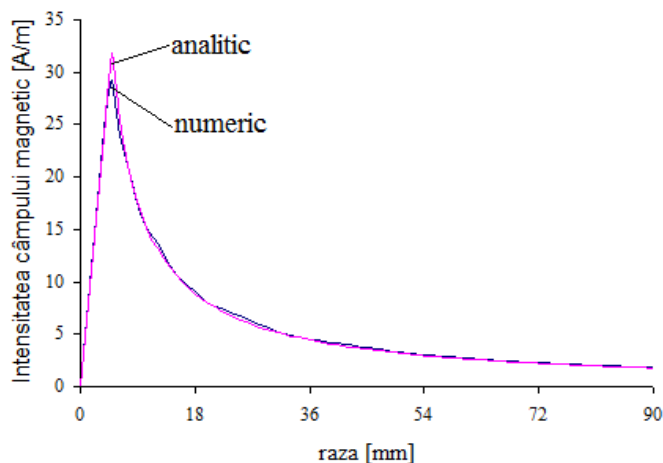


Fig. 4.5 Dependența  $H(r)$  obținută cu modulul de analiză ELEKTRA și potențialul scalar redus

Fig. 4.6. Dependenta  $H(r)$  obtinuta cu modulul de analiza TOSCA și potențialul scalar totalFig. 4.7. Dependenta  $H(r)$  obtinuta cu modulul de analiza ELEKTRA și potențialul magnetic tota

Pentru a verifica care din cele două rezultatele obținute, folosind modelul numeric, sunt corecte, acestea s-au comparat cu dependența  $H(r)$  obținută folosind modelul analitic de calcul. Modelul analitic s-a determinat considerând lungimea conductorului mult mai mare decât raza acestuia [2, ..., 15]. În exemplul considerat această condiție este satisfăcută deoarece raportul lungime/rază este 400.

În figura 4.8 se prezintă dependența  $H(r)$  obținută cu modelul numeric (modulul de analiză TOSCA) și cu modelul analitic. Comparând cele două dependențe se constată că cele două curbe se suprapun aproape perfect, exceptând valorile maxime. Deci modelul numeric în care se folosește potențialul redus (scalar sau vector) ne conduce la rezultate corecte. Valoarea maximă a intensității câmpului magnetic determinată analitic este de 31,83A/m, respectiv cea determinată numeric este de 29,20A/m, eroarea relativă fiind de 8,26%.

Fig. 4.8. Dependența  $H(r)$  folosind modelul analitic și modelul numeric

#### 4.7. Calculul câmpului magnetic în medii liniare și omogene

Modelul numeric, care utilizează metoda elementului finit, implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera s-a folosit pentru calculul intensității câmpului magnetic creat de curentul ce parcurge o spirală elicoidală, respectiv un conductor cu un strat, având lungimea egală cu pasul de înfășurare al firelor sau multiplu al pasului de înfășurare. Spira elicoidală și conductorul cu un strat au dimensiunile conductorului LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ . În calcule se neglijează prezența inimii de oțel (pentru aceasta se consideră permeabilitatea  $\mu_0$ ) deci domeniul de existență al câmpului magnetic este omogen și liniar. S-au ales aceste variante de calcul ale intensității câmpului magnetic pentru a putea compara rezultatele obținute cu cele din capitolul 2, unde pentru calculul intensității câmpului magnetic s-a utilizat modelul analitic implementat în mediul de programare Wolfram Mathematica 7. În modelul numeric firele conductoare sunt introduse cu dimensiunile geometrice reale spre deosebire de modelul analitic când firele reale au fost înlocuite cu unele filiforme (grosime nulă) plasate în axul firelor reale.

În fig. 4.9 s-a reprezentat un conductor multifilar (LEA) având secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , care are 6 fire de rază „ $a$ ” înfășurate elicoidal peste un cilindru (inima de oțel) cu raza „ $a_1$ ” și lungimea egală cu pasul de înfășurare ( $l_s = b$ ). În cazul conductorului LEA cu un strat raza inimii de oțel și a firelor din aluminiu (conductoare) sunt egale,  $a = a_1$ . Pentru reprezentarea firelor de aluminiu s-au utilizat cele două programe de modelare ale pachetului de programe în element finit Vector Fields Opera: Pre-Processor și Modeller. Fiecare fir conductor se realizează dintr-un număr prestabilit de segmente astfel încât acesta să poată fi înfășurat cât mai exact peste inima de oțel. Unghiul dintre începutul spirii elicoidale și sfârșitul acesteia este  $360^\circ$ .

Modelarea unei spire cu secțiunea firului circulară este mai simplu de realizat în Pre-Processor decât în Modeller, deoarece în Modeller este necesară introducerea coordonatelor, în sistem cartezian, a 20 de noduri, ceea ce în Pre-Processor nu este necesar.

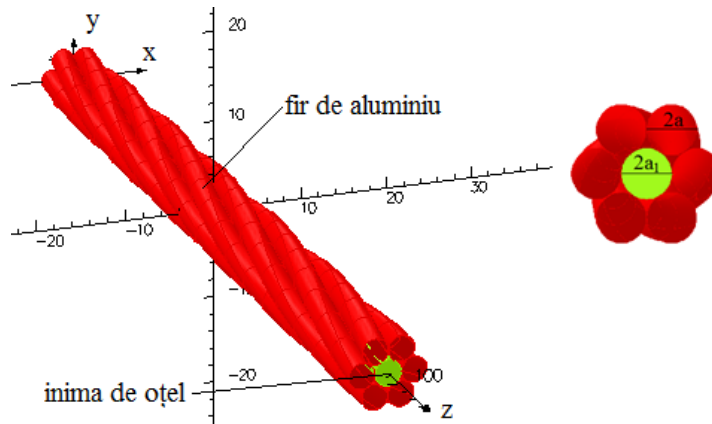


Fig. 4.9. Conductor multifilar modelat cu ajutorul pachetului de programe Vector Fields Opera

În programul de modelare Pre-Processor se creează mai întâi un segment din spira elicoidală reprezentând 1/20 din lungimea acesteia. Pașii următori pentru a realiza această porțiune din spirală sunt:

Pasul 1: *Define* -> *Define New Mesh* -> *8 or 20 node conductors* -> *XY plane, extrude in Z* (se alege sistemul cartezian de coordonate, se precizează nodurile prin care se definește suprafața firului).

Pasul 2: *W coordinate of plane = 0* (se definește originea spirei pe axa z).

Pasul 3: *Minimum on horizontal axis(x) = 0*  
*Maximum on horizontal axis (x) = 10*  
*Minimum on vertical axis (y) = 0*  
*Maximum on vertical axis(y) = 10*

( se definesc intervalele de variație a valorii variabilelor x și y).

Pasul 4: Din meniul *Point Definition* se introduc liniile de construcție, 1cerc și 8 segmente de dreaptă (unghiul dintre două segmente consecutive fiind 45°, fig. 4.10):

- *Construction lines* -> *Enter C\_Lines* -> *By parameters* -> *Arc*

|                   |   |                |
|-------------------|---|----------------|
| <i>Centre U</i>   | = | 2,7            |
| <i>..... V</i>    | = | 0              |
| <i>Start R</i>    | = | 1,35           |
| <i>.....Theta</i> | = | 0              |
| <i>Finish R</i>   | = | 1,35           |
| <i>.....Theta</i> | = | 360            |
| <i>Accept</i>     |   | <i>Dismiss</i> |

- *Construction lines* -> *Enter C\_Lines* -> *By parameters* -> *Line*

|                 |   |                |                 |   |                |                 |   |                |                 |   |                |
|-----------------|---|----------------|-----------------|---|----------------|-----------------|---|----------------|-----------------|---|----------------|
| <i>Start U</i>  | = | 2,7            | <i>Start U</i>  | = | 2,7            | <i>Start U</i>  | = | 2,7            | <i>Start U</i>  | = | 2,7            |
| <i>.....V</i>   | = | 0              | <i>.....V</i>   | = | 0              | <i>.....V</i>   | = | 0              | <i>.....V</i>   | = | 0              |
| <i>Finish U</i> | = | 4,05           | <i>Finish U</i> | = | 4,05           | <i>Finish U</i> | = | 4,05           | <i>Finish U</i> | = | 4,05           |
| <i>.....V</i>   | = | 0              | <i>.....V</i>   | = | 0              | <i>.....V</i>   | = | 0              | <i>.....V</i>   | = | 0              |
| <i>Rotation</i> | = | 0              | <i>Rotation</i> | = | 45             | <i>Rotation</i> | = | 90             | <i>Rotation</i> | = | 135            |
| <i>Accept</i>   |   | <i>Dismiss</i> | <i>Accept</i>   |   | <i>Dismiss</i> | <i>Accept</i>   |   | <i>Dismiss</i> | <i>Accept</i>   |   | <i>Dismiss</i> |

|                              |                              |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| <i>Start U</i> = 2,7         | <i>Start U</i> = 2,7         | <i>Start U</i> = 2,7         | <i>Start U</i> = 2,7         |
| <i>.....V</i> = 0            | <i>.....V</i> = 0            | <i>.....V</i> = 0            | <i>.....V</i> = 0            |
| <i>Finish U</i> = 4,05       | <i>Finish U</i> = 4,05       | <i>Finish U</i> = 4,05       | <i>Finish U</i> = 4,05       |
| <i>.....V</i> = 0            | <i>.....V</i> = 0            | <i>.....V</i> = 0            | <i>.....V</i> = 0            |
| <i>Rotation</i> = 180        | <i>Rotation</i> = 225        | <i>Rotation</i> = 270        | <i>Rotation</i> = 315        |
| <i>Accept</i> <i>Dismiss</i> | <i>Accept</i> <i>Dismiss</i> | <i>Accept</i> <i>Dismiss</i> | <i>Accept</i> <i>Dismiss</i> |

Pasul 5: Cu ajutorul comenzii *At C\_line intersection* se introduc punctele (opt) care definesc conturul secțiunii firului necesare în delimitarea secțiunii acestuia. Coordonatele celor 8 puncte pot fi introduse manual sau generate automat de program. (Fig.4.10).

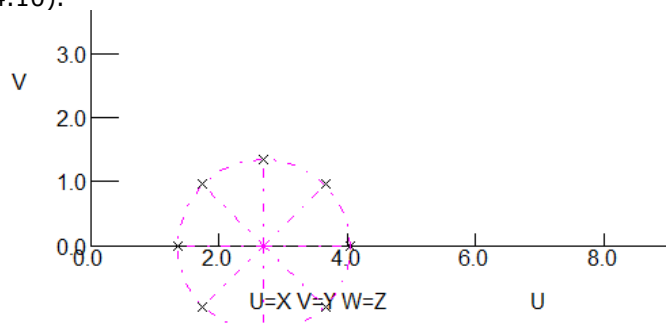


Fig. 4.10. Realizarea liniilor de construcție și a punctelor de intersecție

Pasul 6: Din același meniu *Point Definition* se alege *Go to Facet Definition* pentru realizarea secțiunii firului. Din meniul *Facet Definition* se accesează comenzile *no auto-close* și *mid-side* care generează arcuri de cerc între punctele precizate (Fig.4.11).

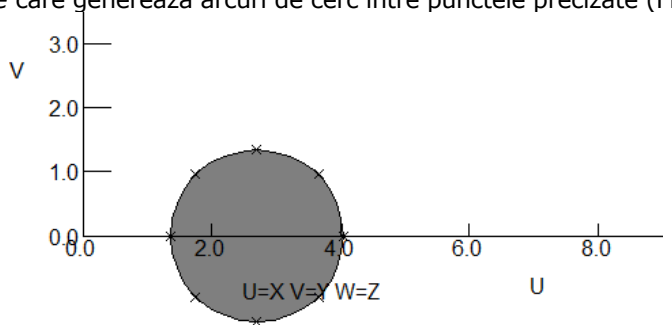


Fig. 4.11. Realizarea secțiunii firului

Pasul 7: Prin comenzile *Go to Extrusions*, *quadratic extrusion*, *Extrusion definition: coordinate: 0, global, number of elements = 10, Accept* → *Continue* (se deplasează secțiunea definită anterior obținându-se volumul firului, se creează posibilitatea rotirii porțiunii din fir, precizându-se începutul porțiunii firului).

Pasul 8: *Transform points* → *Cartesian Coordinates*

$$\begin{aligned}
 U &= U \\
 V &= V \\
 W &= W+2,43
 \end{aligned}$$

*Accept*  
*Rotate*

**110** 4. Model numeric pentru calculul câmpului magnetic

$U \text{ centre} = 0$   
 $V \text{ centre} = 0$   
 $W \text{ centre} = 0$   
 $\text{Rot } U \text{ axis} = 0$   
 $\text{Rot } V \text{ axis} = 0$   
 $\text{Rot } W \text{ axis} = 9$

Accept → Return → Finish Editing.

(Ca urmare a comenzilor precizate se definesc distanța și rotirea dintre secțiunea inițială și cea din mijloc a segmentului de fir).

Pasul 9: Transform points → Cartesian coordinates

$U = U$   
 $V = V$   
 $W = W + 4,86$

Accept  
Rotate

$U \text{ centre} = 0$   
 $V \text{ centre} = 0$   
 $W \text{ centre} = 0$   
 $\text{Rot } U \text{ axis} = 0$   
 $\text{Rot } V \text{ axis} = 0$   
 $\text{Rot } W \text{ axis} = 18$

Accept → Return → Finish Editing → Continue

(Ca urmare a comenzilor precizate se definesc distanța și rotirea dintre secțiunea din mijloc și cea de la sfârșitul segmentului de fir).

Pasul 10: Din meniul Define se selectează Conductors și Write data to file. Segmentul de fir se salvează și i se dă un nume 18degree\_str.cond.

Tabelul 4.5. Deplasarea și rotirea secțiunilor

| Număr secțiune | Unghiul de rotire a segmentului de fir [ ° ] | Deplasarea segmentului de fir [mm] |
|----------------|--|------------------------------------|
| 2              | 0  | 0                                  |
| 3              | 18   | 4,86                               |
| 4              | 36   | 9,72                               |
| 5              | 54   | 14,58                              |
| 6              | 72   | 19,44                              |
| 7              | 90   | 24,3                               |
| 8              | 108  | 29,16                              |
| 9              | 126  | 34,02                              |
| 10             | 144  | 38,88                              |
| 11             | 162  | 43,74                              |
| 12             | 180  | 48,6                               |
| 13             | 198  | 53,46                              |
| 14             | 216  | 58,32                              |
| 15             | 234  | 63,18                              |
| 16             | 252  | 68,04                              |
| 17             | 270  | 72,9                               |
| 18             | 288  | 77,76                              |
| 19             | 306  | 82,62                              |
| 20             | 324  | 87,48                              |
| 21             | 342  | 92,34                              |

Odată realizat segmentul de fir, crearea întregii spirei (firului) din segmente se poate face în ambele programe de modelare, Pre-Processor și Modeller.

În Pre-Processor, pentru a crea firul (spira) ( $360^\circ$ ), trebuie să se citească fișierul *18degree\_str.cond* de 19 ori. De fiecare dată când fișierul este citit, 2 coordonate trebuie modificate, poziția și rotația, prezentate în tabelul 4.5. După introducerea fișierului de 19 ori, se salvează firul cu numele *360degree\_str.cond*. Fișierul conține definiția a 20 de segmente.

În Modeller, se importă segmentul de fir din Pre-Processor, se selectează segmentul și se completează căsuțele din figurile 4.12 și 4.13, ținând seama de valorile pentru unghiul de rotație și deplasarea segmentului de fir prezentate în tabelul 4.5. La fel se procedează și pentru celelalte segmente de fir, ținând cont de deplasarea și rotirea lor (Tabelul 4.5), iar în figura 4.15 se prezintă firul realizat din cele 20 de segmente.

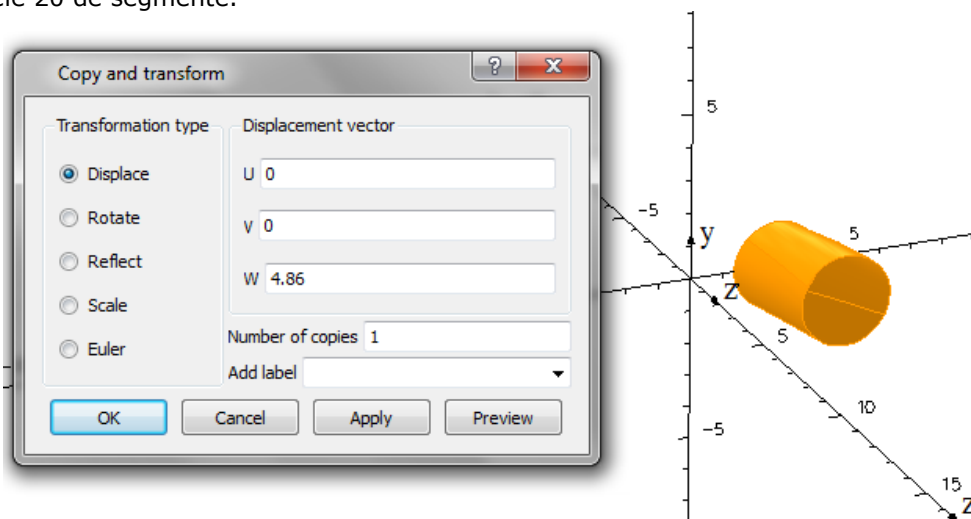


Fig. 4.12. Modul de creare a segmentului de fir 2 prin copierea primului segment și deplasarea lui cu aceeași lungime

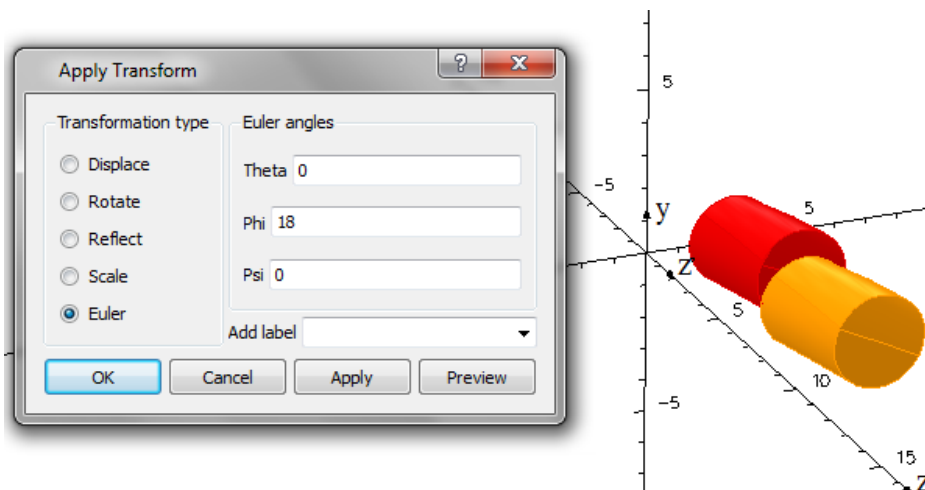


Fig. 4.13. Modul de rotire al segmentului 2 și afișarea segmentelor 1 și 2



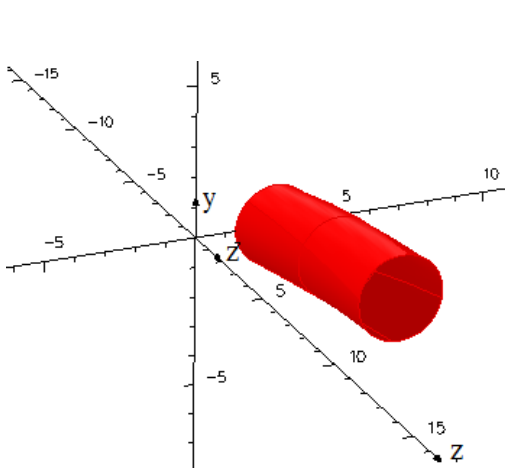


Fig. 4.14. Afișarea segmentelor 1 și 2

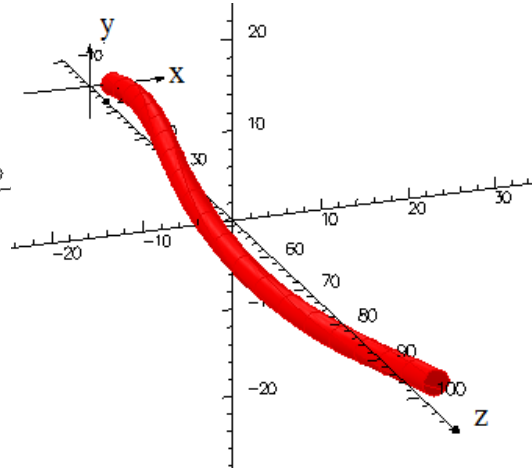


Fig. 4.15. Afișarea firului realizat din 20 segmente

Dacă se optează pentru realizarea firului în Pre-Processor, pentru a crea mai multe fire se importă firul în Modeller unde se adaugă copii ale firului, astfel se formează un strat: se selectează firul, se dă click dreapta și copy, apoi se completează căsuța din fig.4.16.

În figura 4.17 se prezintă conductorul multifilar cu un strat realizat în Modeller. Pentru realizarea mai multor straturi se procedează asemănător ca în cazul primului strat: se creează mai întâi un segment din firul stratului în Pre-Processor, se importă segmentul de fir în Modeller pentru realizarea firului întreg și se fac copii ale firului pentru realizarea stratului. În locul inimii de oțel se introduce un cilindru cu aceleași dimensiuni ca și inima de oțel dar care are constantele de material ale vidului ( $\mu_r = 1$ ,  $\sigma = 0$ ), fig. 4.18.

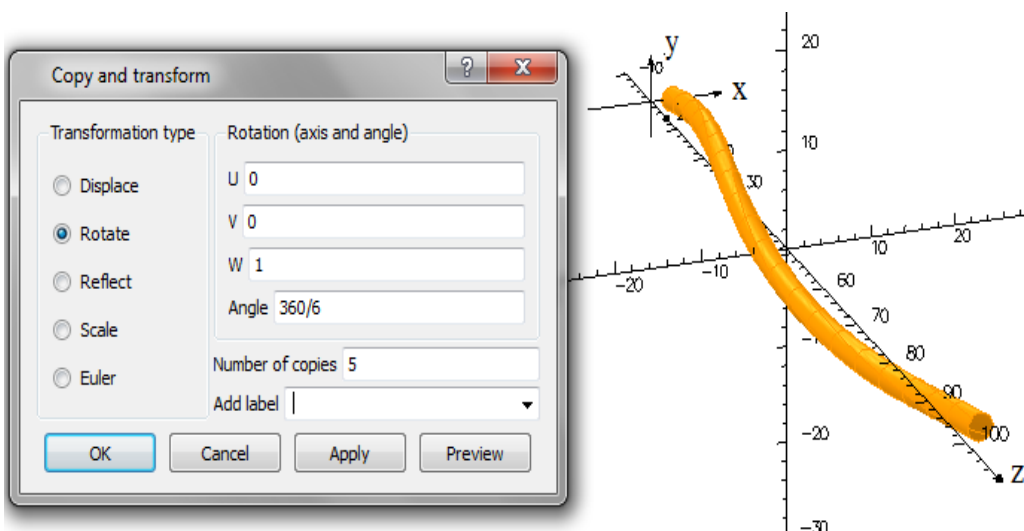


Figura 4.16 Selectarea firului și modul de creare a unui strat

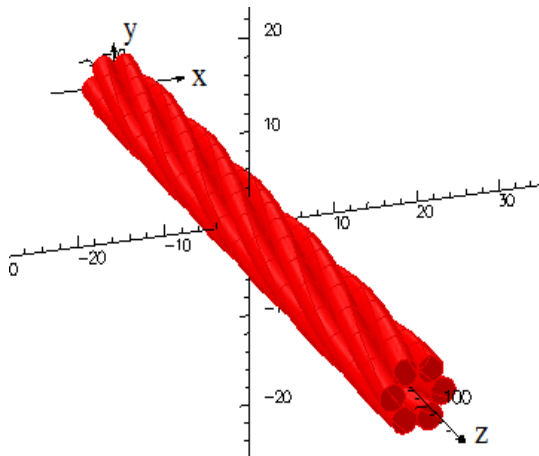


Figura 4.17 Conductorul multifilar cu un strat

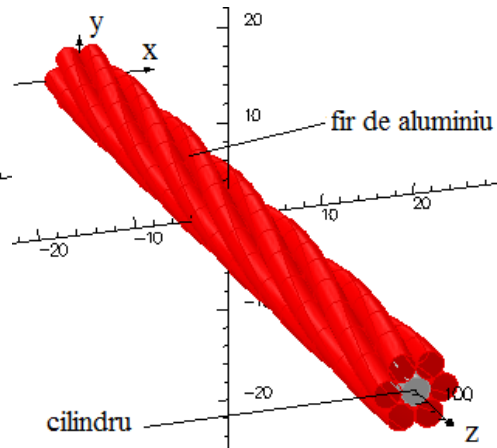


Figura 4.18 Afișarea conductorului cu un strat și a cilindrului

Domeniul în care se calculează câmpul magnetic este de formă cilindrică cu lungimea de 10 ori mai mare decât lungimea conductorului, iar raza de 100 ori mai mare decât raza cilindrului (fig. 4.19).

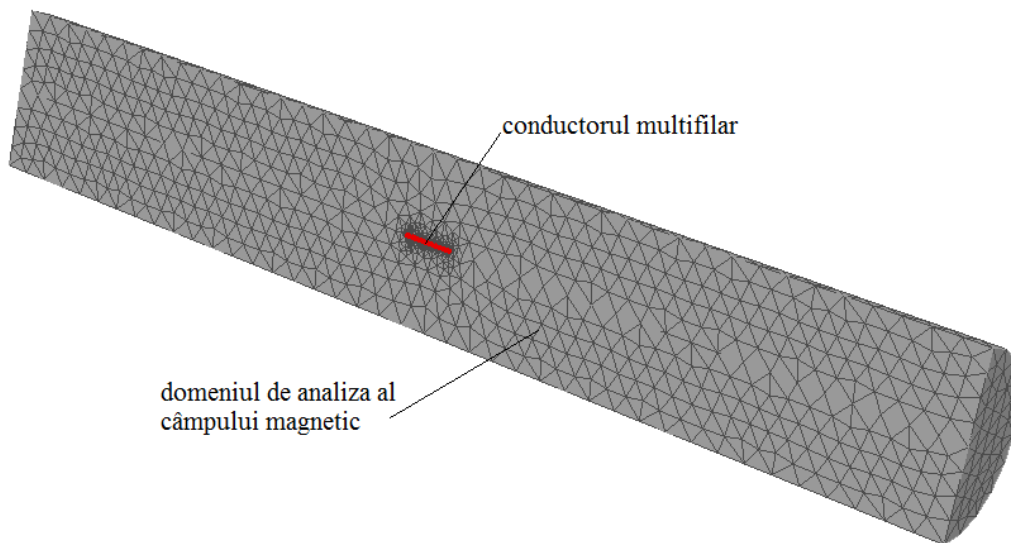


Figura 4.19. Discretizarea domeniului în modelul numeric

Pentru a evalua influența caracteristicilor conductorului LEA (pasul de înfășurare al firelor din aluminiu peste inima de oțel – cilindru, numărul de fire, lungimea firelor) asupra câmpului magnetic din interiorul conductorului s-a analizat dependența intensității câmpului magnetic  $H$  în funcție de pasul de înfășurare, de rază  $H(\xi)$  și de lungimea conductorului multifilar.

În calculele efectuate s-a considerat valoarea curentului 1A prin fiecare fir, iar rezultatele obținute se prezintă sub formă grafică și tabelară.

a) *Dependența intensității câmpului magnetic H în funcție de pasul de înfășurare*

Pentru a determina influența pasului de înfășurare asupra intensității câmpului magnetic din interiorul conductorului pentru spira elicoidală și pentru conductorul cu un strat (secțiune 35mm<sup>2</sup>) s-a ales pasul de înfășurare minim - b = 81 mm, maxim - b = 113,4 mm și mijlociu - b = 97,2 mm (Tabelul 2.2), raza a = a<sub>1</sub> = 1,35 mm și lungimea l<sub>a</sub> = b.

Rezultatele obținute cu modelul numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera, pentru intensitatea câmpului magnetic, în puncte situate în axul cilindrului (cu care se echivalează inima de oțel) și la jumătate din lungimea conductorului sunt prezentate în tabelul 4.6. În același tabel se prezintă și rezultatele obținute pentru intensitatea câmpului magnetic folosind modelul analitic implementat în mediul de programare Wolfram Mathematica. Pentru a obține rezultatele din cazul unei spire elicoidale utilizând modelul numeric s-a considerat un singur fir din cele șase ale conductorului LEA cu secțiunea 35mm<sup>2</sup>.

Comparând valorile intensității câmpului magnetic determinate cu ajutorul modelului analitic implementat în mediului de programare Wolfram Mathematica 7 cu cele obținute cu modelul numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera utilizând elemente finite spațiale se constată că apar diferențe foarte mici între cele două modalități de calcul. Aceste diferențe mici (maxim 1,85%) se justifică deoarece intensitatea câmpului magnetic s-a calculat în axul cilindrului. Din rezultatele obținute rezultă că înlocuirea firului real cu unul filiform plasat în axul acestuia, ipoteză folosită în determinarea modelului analitic de calcul al câmpului magnetic, este acceptabilă pentru calculul câmpului magnetic în axul cilindrului.

Tabelul 4.6 Intensitatea câmpului magnetic în axul cilindrului, la mijlocul acestuia funcție de pasul de înfășurare

| Pas de înfășurare [mm] | H [A/m]             |                     |                     |                     | ε%    | ε%     |
|------------------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------|--------|
|                        | 1fir                |                     | 1strat              |                     |       |        |
|                        | Wolfram Mathematica | Vector Fields Opera | Wolfram Mathematica | Vector Fields Opera | 1fir  | 1strat |
| 81                     | 61,78               | 61,119              | 73,91               | 73,907              | -1,08 | 0,004  |
| 97,2                   | 61,07               | 60,509              | 61,63               | 61,649              | -0,93 | 1,88   |
| 113,4                  | 60,61               | 59,507              | 52,85               | 52,845              | -1,85 | -0,009 |

$$\varepsilon\% = \frac{H_{Opera} - H_{Mathematica}}{H_{Opera}} \cdot 100 \quad (4.50)$$

Deoarece pasul de înfășurare influențează în mică măsură câmpul magnetic din cilindrul pe care sunt înfășurate firele din aluminiu (inima de oțel), în continuare se va considera pentru pasul de înfășurare valoarea medie - 97,2 mm.

b) *Dependența intensității câmpului magnetic H în funcție de rază*

Analiza dependenței intensității câmpului magnetic funcție de rază H(ξ) se face considerând un fir (o spirală, fig. 4.16), respectiv un strat (fig. 4.17) cu lungimea l<sub>a</sub> = b = 97,2 mm, raza ξ ∈ [0, a<sub>1</sub>]. Intensitatea câmpului magnetic H(ξ) se determină în secțiunile plasate la începutul conductorului (z<sub>0</sub> = 0), la un sfert din lungimea conductorului (z<sub>0</sub> = l<sub>a</sub>/4), respectiv la mijlocul conductorului (z<sub>0</sub> = l<sub>a</sub>/2),

folosind un pas de discretizare egal cu  $a_1/10$ . Pentru unghiul polar  $\tau$  s-au ales valorile  $0, \pi/2, \pi$ .

Rezultatele obținute cu ajutorul modelului numeric sunt prezentate în fig. 4.20, 4.21, 4.22. În această diagramă (fig. 4.20) se prezintă (pentru a putea fi comparate) și dependențele  $H(\xi)$  obținute utilizând modelul analitic de calcul al intensității câmpului magnetic. Curbele obținute pentru unghiul  $\tau = 0$  sunt notate cu 1 – model numeric, 2 – model analitic; pentru  $\tau = \pi/2$  sunt notate cu 3 – model numeric, 4 – model analitic; pentru  $\tau = \pi$  sunt notate cu 5 – model numeric, 6 – model analitic.

Din figura 4.20 se observă că intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza crește pentru  $\tau = 0$  la începutul conductorului ( $z_0 = 0$ , Tabelul 4.7), pornind de la  $H = 30,52$  A/m la  $\xi = 0$  la  $H = 60,29$  A/m pentru  $\xi = a_1$ , valori obținute cu modelul analitic, respectiv de la  $H = 29,9$  A/m pentru  $\xi = 0$  la  $H = 50,58$  A/m pentru  $\xi = a_1$ , utilizând modelul numeric (Tabelul 4.7). Pentru  $\tau = \pi/2$  și  $\tau = \pi$  variația intensității câmpului magnetic în raport cu raza  $\xi$  este mult mai mică. În axa conductorului,  $\xi = 0$ , diferența dintre rezultatele obținute folosind cele două modele de calcul este de  $-2,07\%$ , iar la  $\xi = a_1$  diferența devine  $-19,2\%$  pentru unghiul polar  $\tau = 0$  (Tabelul 4.7). Acest rezultat este justificat de faptul că punctul situat pe axul cilindrului este mai îndepărtat de fir decât cel de la suprafața cilindrului  $\xi = a_1$ , deci înlocuirea firului real cu unul filiform plasat în axul acestuia este acceptabil pentru calculul câmpului magnetic în axa cilindrului, dar devine inacceptabil pentru puncte situate pe suprafața cilindrului.

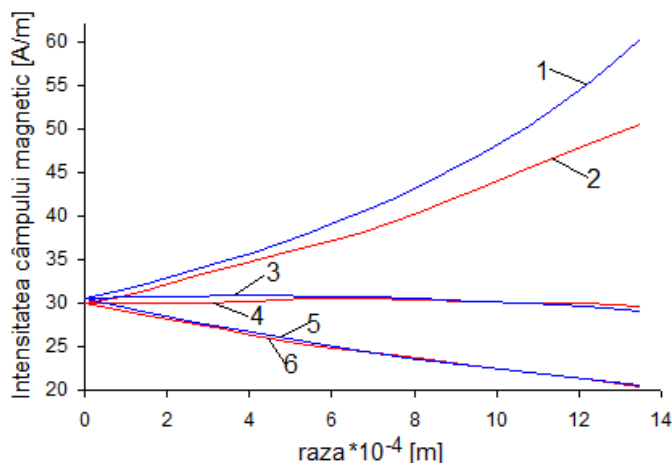


Figura 4.20. Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea de la începutul conductorului (o spirală – 1 fir)  
 $\tau = 0$  – curba 1 – model analitic, curba 2 – model numeric;  
 $\tau = \pi/2$  – curba 3 – model analitic, curba 4 – model numeric;  
 $\tau = \pi$  – curba 5 – model analitic, curba 6 – model numeric

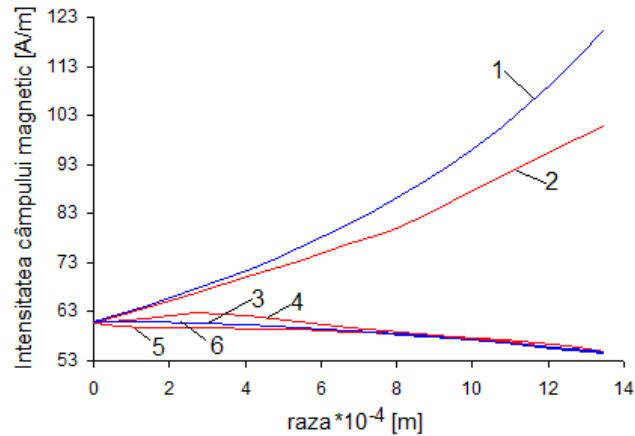


Figura 4.21. Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/4$  (o spiră – 1 fir)  
 $\tau = \pi/2$  – curba 1 – model analitic, curba 2 – model numeric;  
 $\tau = \pi$  – curba 3 – model analitic, curba 4 – model numeric;  
 $\tau = 0$  – curba 5 – model analitic, curba 6 – model numeric

Din fig. 4.21 se observă că intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza  $H(\xi)$  crește pentru  $\tau = \pi/2$  la un sfert din lungimea conductorului ( $z_0 = 24,3$  mm, Tabelul 4.7), pornind de la  $H = 61$  A/m pentru  $\xi = 0$  la  $H = 120,64$  A/m pentru  $\xi = a_1$  utilizând modelul analitic, respectiv pornind de la  $H = 60,55$  A/m pentru  $\xi = 0$  la  $H = 100,76$  A/m pentru  $\xi = a_1$  în cazul utilizării modelului numeric (Tabelul 4.7). Pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi$  variația intensității câmpului magnetic este mult mai scăzută. În axa conductorului,  $\xi = 0$ , diferența dintre cele două rezultate este de -0,74%, iar la  $\xi = a_1$  eroarea crește fiind de -19,7% pentru  $\tau = \pi/2$  (Tabelul 4.7).

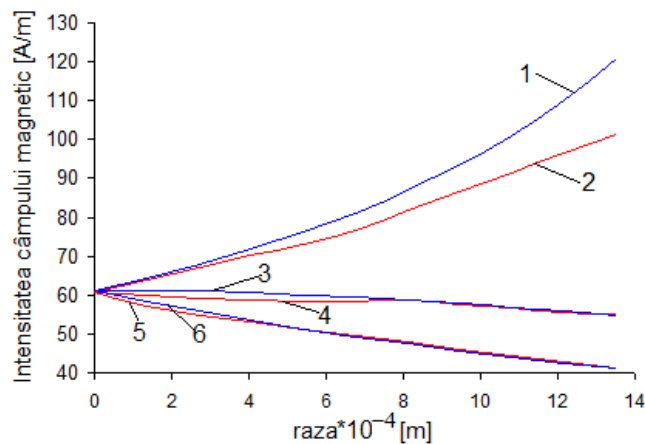


Fig. 4.22 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/2$  (o spiră – 1 fir)  
 $\tau = \pi$  – curba 1 – model analitic, curba 2 – model numeric;  
 $\tau = \pi/2$  – curba 3 – model analitic, curba 4 – model numeric;  
 $\tau = 0$  – curba 5 – model analitic, curba 6 – model numeric

Din figura 4.22 se observă că intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza crește semnificativ pentru  $\tau = \pi$  la mijlocului conductorului ( $z_0 = 48,6$  mm, Tabelul 4.7), pornind de la  $H = 61,22$  A/m pentru  $\xi = 0$  la  $H = 120,8$  A/m pentru  $\xi = a_1$  în cazul mediului de programare Wolfram Mathematica și pornind de la  $H = 60,51$  A/m pentru  $\xi = 0$  la  $H = 101,38$  A/m pentru  $\xi = a_1$  în cazul programul numeric Vector Fields Opera (Tabelul 4.7). Pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi/2$  variația intensității câmpului magnetic este nesemnificativă. În axa conductorului,  $\xi = 0$ , eroarea dintre cele două rezultate este de  $-1,17\%$ , iar la  $\xi = a_1$  eroarea crește fiind de  $-19,2\%$  pentru  $\tau = \pi$  (Tabelul 4.7).

Dependența intensității câmpului magnetic funcție de raza  $\xi$  când conductorul are un strat (fig. 4.18 – stratul are 6 fire), obținută utilizând modelul numeric de calcul implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera este prezentată în fig. 4.23 ( $z_0 = 0$ ), 4.24 ( $z_0 = l_a/4$ ), 4.25 ( $z_0 = l_a/2$ ). Valorile intensității câmpului magnetic la  $\xi = 0$  și  $\xi = a_1$  sunt prezentate în tabelul 4.8. În aceleași figuri se prezintă și rezultatele obținute utilizând modelul analitic de calcul, pentru a putea compara rezultatele obținute utilizând modelul analitic, respectiv numeric. Calculele s-au efectuat considerând pentru unghiul polar  $\tau = 0$ ,  $\tau = \pi/2$  și  $\tau = \pi$ . Rezultatele obținute pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi$  sunt practic identice motiv pentru care  $H(\xi)$  s-a trasat doar pentru  $\tau = 0$  și  $\tau = \pi/2$ . De asemenea, se constată o valoare mai mică a intensității câmpului magnetic pentru  $\xi = a_1$  decât în cazul unei spire elicoidale (un fir). Totodată și diferența dintre rezultatele obținute cu modelul numeric, respectiv analitic sunt mai mici aceasta devenind, maxim  $3,6\%$  (Tabelul 4.8).

Tabelul 4.7. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui fir

| $z_0$ [mm] |                | H [A/m]        |             |               |             | $\varepsilon\%$ | $\varepsilon\%$ |
|------------|----------------|----------------|-------------|---------------|-------------|-----------------|-----------------|
|            |                | Model analitic |             | Model numeric |             |                 |                 |
|            |                | $\xi = 0$      | $\xi = a_1$ | $\xi = 0$     | $\xi = a_1$ | $\xi = 0$       | $\xi = a_1$     |
| 0          | $\tau = 0$     | 30,52          | 60,29       | 29,9          | 50,58       | -2,07           | -19,2           |
|            | $\tau = \pi/2$ | 30,52          | 29,13       | 29,9          | 29,54       | -2,07           | 1,39            |
|            | $\tau = \pi$   | 30,52          | 20,52       | 29,9          | 20,44       | -2,07           | -0,39           |
| 24,3       | $\tau = 0$     | 61             | 54,71       | 60,55         | 54,88       | -0,74           | 0,31            |
|            | $\tau = \pi/2$ | 61             | 120,64      | 60,55         | 100,76      | -0,74           | -19,7           |
|            | $\tau = \pi$   | 61             | 54,45       | 60,55         | 54,62       | -0,74           | 0,31            |
| 48,6       | $\tau = 0$     | 61,22          | 41,19       | 60,51         | 41,02       | -1,17           | -0,41           |
|            | $\tau = \pi/2$ | 61,22          | 54,81       | 60,51         | 55,02       | -1,17           | 0,38            |
|            | $\tau = \pi$   | 61,22          | 120,8       | 60,51         | 101,38      | -1,17           | -19,2           |

$$\varepsilon\% = \frac{H_{Opera} - H_{Matematica}}{H_{Opera}} \cdot 100 \quad (4.51)$$

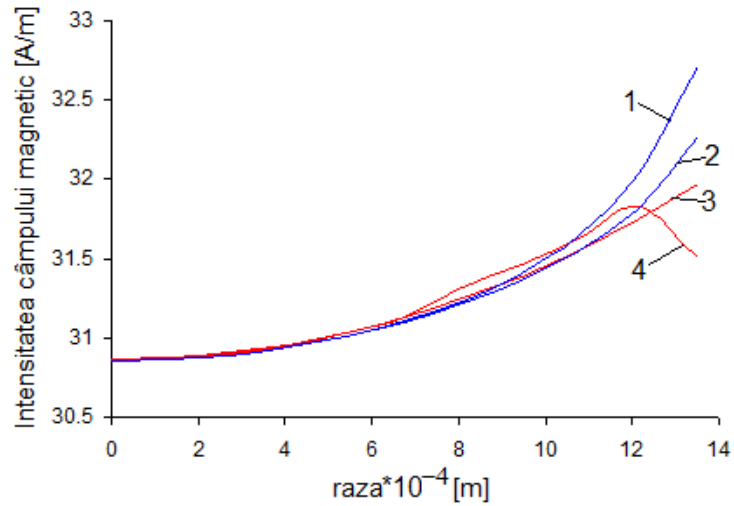


Fig. 4.23 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = 0$  (un strat)  
 $\tau = 0$  – curba 1 – model analitic, curba 3 – model numeric;  
 $\tau = \pi/2$  – curba 2 – model analitic, curba 4 – model numeric;

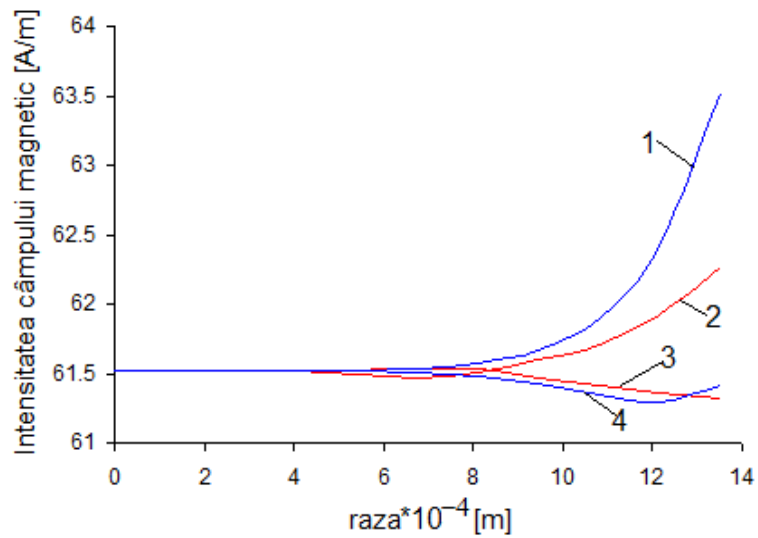


Fig. 4.24 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/4$  (un strat)  
 $\tau = \pi/2$  – curba 1 – model analitic, curba 2 – model numeric;  
 $\tau = 0$  – curba 4 – model analitic, curba 3 – model numeric

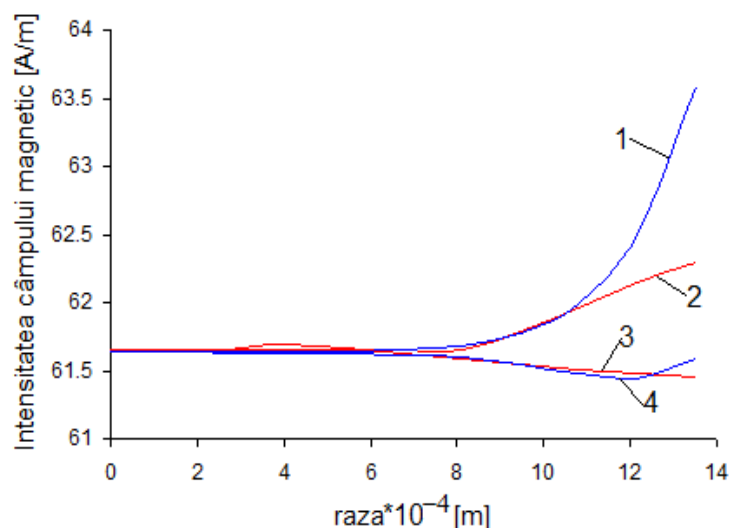


Fig. 4.25 Dependența  $H(\xi)$  în secțiunea situată la  $z_0 = l_a/2$  (un strat)  
 $\tau = \pi/2$  - curba 3 - model analitic, curba 4 - model numeric;  
 $\tau = 0$  - curba 1 - model analitic, curba 2 - model numeric

Tabelul 4.8. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui strat

| $z_0$ [mm] |                | H [A/m]        |             |               |             | $\varepsilon\%$ |             |
|------------|----------------|----------------|-------------|---------------|-------------|-----------------|-------------|
|            |                | Model analitic |             | Model numeric |             | $\xi = 0$       | $\xi = a_1$ |
|            |                | $\xi = 0$      | $\xi = a_1$ | $\xi = 0$     | $\xi = a_1$ |                 |             |
| 0          | $\tau = 0$     | 30,85          | 32,71       | 30,86         | 31,98       | 0,03            | -2,23       |
|            | $\tau = \pi/2$ | 30,85          | 32,27       | 30,86         | 31,50       | 0,03            | -2,44       |
|            | $\tau = \pi$   | 30,85          | 32,71       | 30,86         | 31,98       | 0,03            | -2,23       |
| 24,3       | $\tau = 0$     | 61,52          | 61,41       | 61,52         | 61,32       | 0               | -0,15       |
|            | $\tau = \pi/2$ | 61,52          | 63,53       | 61,52         | 62,26       | 0               | -2,04       |
|            | $\tau = \pi$   | 61,52          | 61,41       | 61,52         | 61,32       | 0               | -0,15       |
| 48,6       | $\tau = 0$     | 61,63          | 63,58       | 61,65         | 62,29       | 0,03            | -2,07       |
|            | $\tau = \pi/2$ | 61,63          | 61,58       | 61,65         | 61,46       | 0,03            | -0,20       |
|            | $\tau = \pi$   | 61,63          | 63,58       | 61,65         | 62,29       | 0,03            | -2,07       |

$$\varepsilon\% = \frac{H_{Opera} - H_{Mate}}{H_{Opera}} \cdot 100 \quad (4.52)$$

În fig. 4.26 s-a reprezentat spațial, folosind spectrul culorilor, valoarea intensității câmpului magnetic în raport cu raza, la mijlocul conductorului, în cazul unei spire (1 fir) realizat cu ajutorul programului numeric Vector Fields Opera.

În figura 4.27 se prezintă spectrul intensității câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră (1 fir) realizat cu ajutorul programului numeric Vector Fields Opera, reprezentare plană.



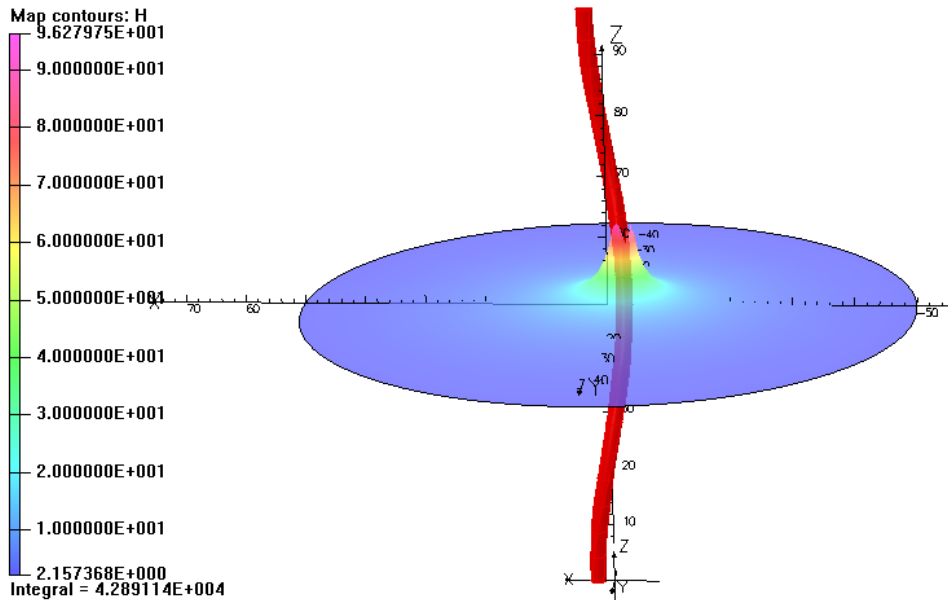


Fig. 4.26 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră

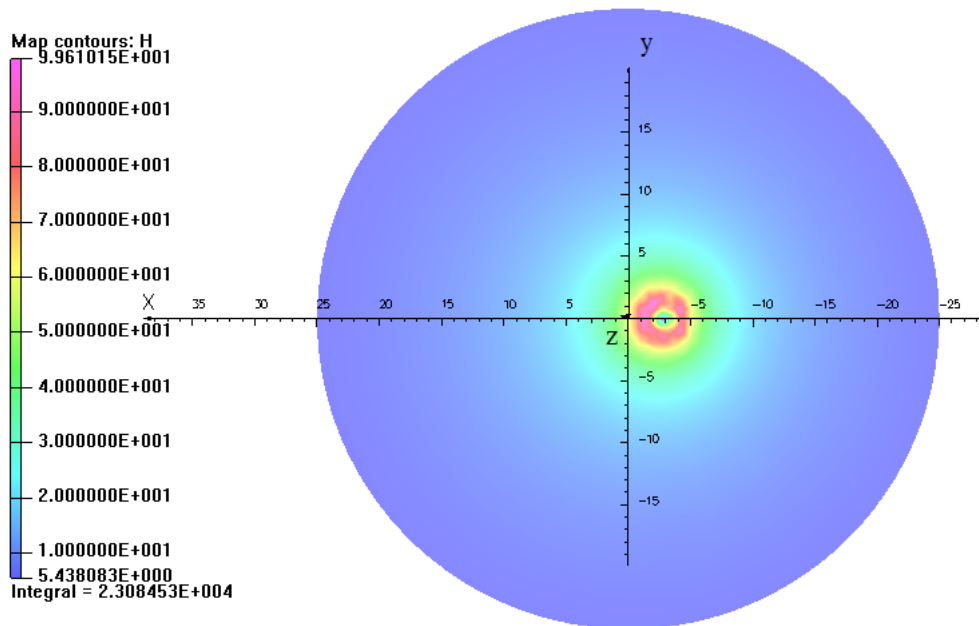


Fig. 4.27 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră

În figura 4.28 se prezintă spectrul intensității câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul conductorului cu un 1strat realizat cu ajutorul programului numeric Vector Fields Opera în 3D.

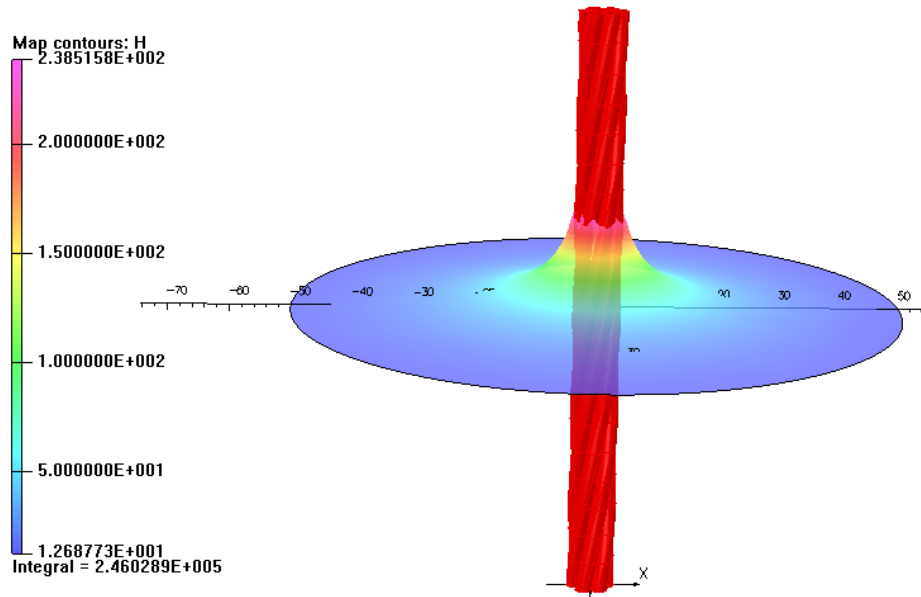


Fig. 4.28 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul conductorului cu un strat

În figura 4.29 se prezintă spectrul intensității câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, un strat realizat cu ajutorul programului numeric Vector Fields Opera, reprezentare plană.

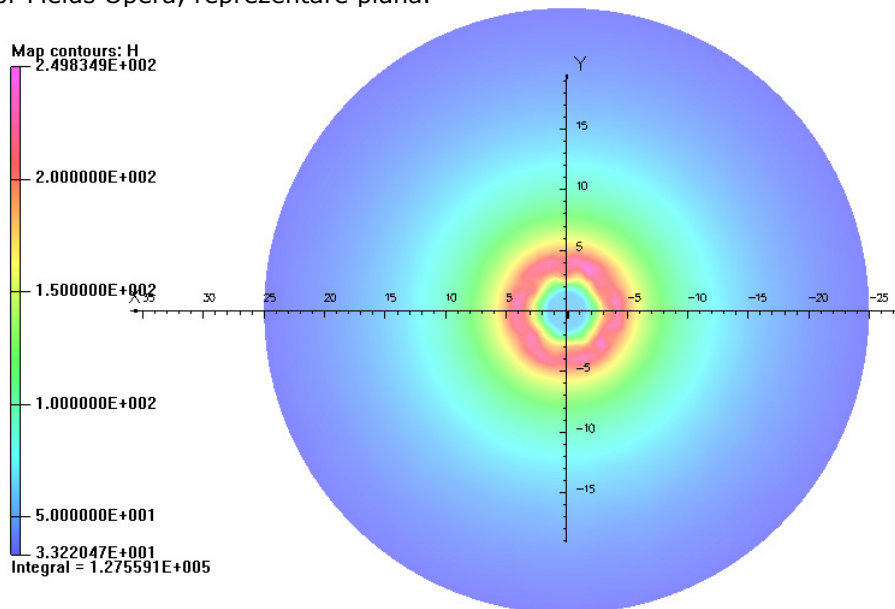


Fig. 4.29 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul conductorului cu un strat

c) *Dependența intensității câmpului magnetic  $H(z_0)$  în funcție de lungimea conductorului*

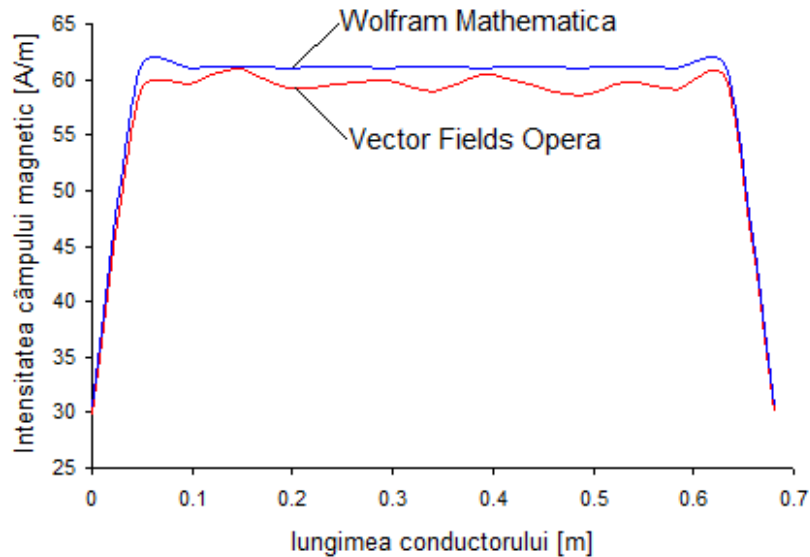


Fig. 4.30 Dependența  $H(z_0)$  în lungul conductorului cu un fir (7spire)

Dependența  $H(z_0)$  s-a analizat pentru câmpul magnetic creat de curentul ce parcurge o spirală elicoidală și un conductor cu un strat la care pasul de înfășurare s-a considerat 97,2 mm,  $\xi = 0$  și lungime conductorului  $l_a = 680,4$  mm (7 spire).

În fig. 4.30 se prezintă dependența  $H(z_0)$  pentru un fir înfășurat elicoidal, iar în fig. 4.31 pentru un conductor cu un strat.

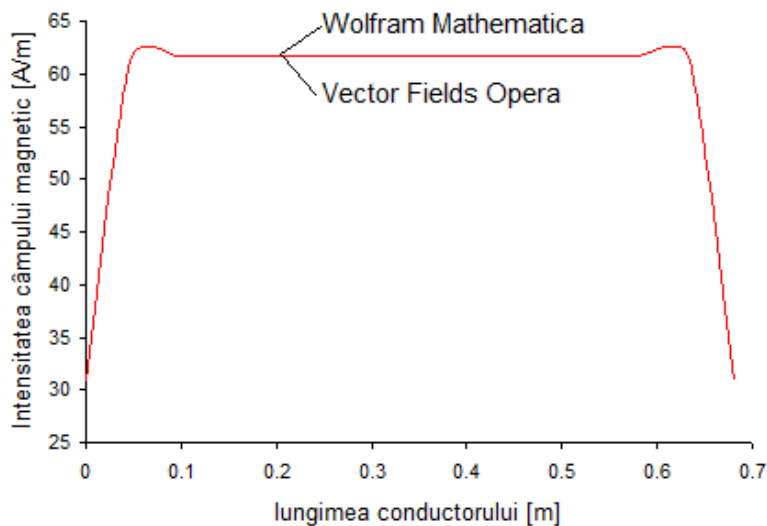


Fig. 4.31 Dependența  $H(z_0)$  în lungul conductorului cu un strat (7spire)

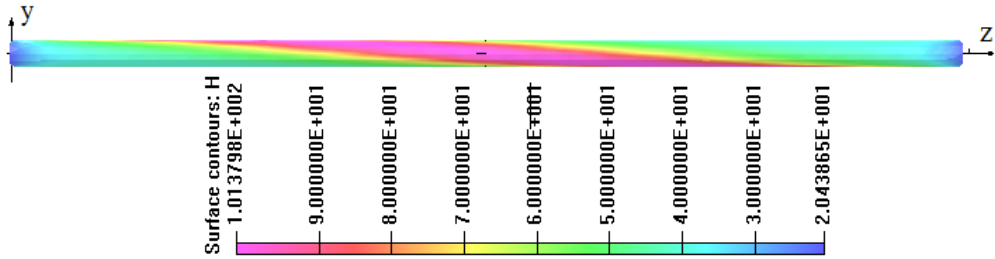


Fig. 4.32 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (o spiră), în cazul unui fir

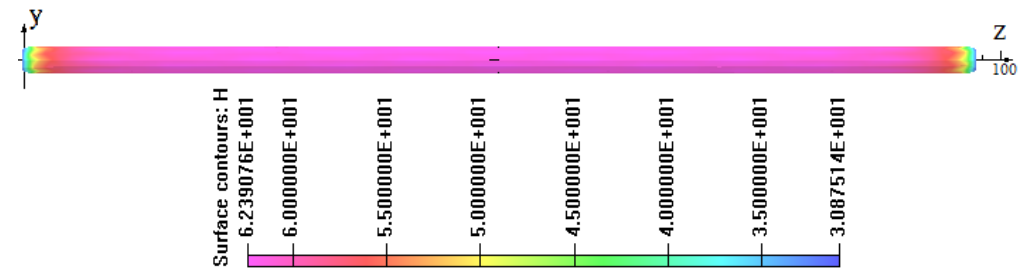


Fig. 4.33 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (o spiră), în cazul unui strat

Tabelul 4.9. Intensitatea câmpului magnetic în raport cu lungimea conductorului (7spire)

| lungimea conductorului [mm] | H [A/m]            |                     |                    |                     | 1 fir<br>ε% | 1strat<br>ε% |
|-----------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|---------------------|-------------|--------------|
|                             | 1 fir              |                     | 1strat             |                     |             |              |
|                             | Wolfram Matematica | Vector Fields Opera | Wolfram Matematica | Vector Fields Opera |             |              |
| 0                           | 30,52              | 29,921              | 30,86              | 30,875              | -2,002      | 0,048        |
| 48,6                        | 61,15              | 58,956              | 61,68              | 61,694              | -3,721      | 0,023        |
| 97,2                        | 61,05              | 59,569              | 61,72              | 61,728              | -2,486      | 0,013        |
| 145,8                       | 61,08              | 61,022              | 61,72              | 61,745              | -0,095      | 0,040        |
| 194,4                       | 61,06              | 59,283              | 61,72              | 61,745              | -2,997      | 0,040        |
| 243                         | 61,07              | 59,630              | 61,73              | 61,746              | -2,415      | 0,026        |
| 291,6                       | 61,066             | 59,860              | 61,73              | 61,743              | -2,015      | 0,022        |
| 340,2                       | 61,07              | 58,813              | 61,73              | 61,748              | -3,838      | 0,030        |
| 388,8                       | 61,066             | 60,464              | 61,73              | 61,728              | -0,996      | -0,003       |
| 437,4                       | 61,07              | 59,614              | 61,73              | 61,744              | -2,443      | 0,023        |
| 486                         | 61,06              | 58,594              | 61,72              | 61,744              | -4,208      | 0,039        |
| 534,6                       | 61,08              | 59,714              | 61,72              | 61,746              | -2,288      | 0,041        |
| 583,2                       | 61,05              | 59,047              | 61,72              | 61,734              | -3,392      | 0,022        |
| 631,8                       | 61,15              | 60,175              | 61,68              | 61,693              | -1,620      | 0,022        |
| 680,4                       | 30,54              | 29,979              | 30,86              | 30,875              | -1,871      | 0,048        |

$$\epsilon\% = \frac{H_{Opera} - H_{Mate}}{H_{Opera}} \cdot 100 \tag{4.53}$$

Din fig. 4.30 și 4.31 se observă că valoarea intensității câmpului magnetic crește la începutul și la sfârșitul conductorului și rămâne constantă în rest. Dacă conductorul conține mai mult de trei spire se poate considera o valoare constantă în axa conductorului, exceptând prima și ultima spirală (Tabelul 4.9). În Tabelul 4.9 se prezintă valorile intensității câmpului magnetic determinate cu ajutorul mediului de programare Wolfram Mathematica și cu programul Vector Fields Opera pentru cazurile în care conductorul conține un fir și, apoi un strat, lungimea conductorului fiind de 7 spire.

Din tabelul 4.9 rezultă că diferența cea mai mare între valorile intensității câmpului magnetic determinate folosind modelul numeric, respectiv cel analitic în cazul unui fir este de 4,208%, iar cea mai mică este 0,996%. Deci utilizarea modelului analitic poate fi folosit în calculul câmpului magnetic creat de curentul ce parcurge un fir înfășurat elicoidal. În cazul unui conductor cu un strat diferența între valorile obținute cu cele două modele de calcul sunt foarte mici, cea mai mare diferență fiind 0,048%.

#### 4.8. Calculul câmpului magnetic în medii neomogene și neliniare

Mediul din interiorul conductoarelor LEA (inima de oțel și firele conductoare) este neomogen și neliniar, deci calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor LEA este o problemă de câmp în medii neomogene și neliniare. Pentru calcul se utilizează modelul numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera. Se determină câmpul magnetic produs de un fir, respectiv un strat (6 fire) parcurs de curent, considerând valoarea curentului 1A în fiecare fir având dimensiunile conductorului LEA cu secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , în prezența inimii de oțel. În figura 4.34 se prezintă conductorul multifilar având secțiunea  $35 \text{ mm}^2$  pentru care s-a determinat câmpul magnetic cu ajutorul pachetului de programe Vector Fields Opera. Conductorul multifilar conține 6 fire din aluminiu înfășurate elicoidal peste inima din oțel și are următoarele caracteristici:  $a = a_1 = 1,35 \text{ mm}$ .

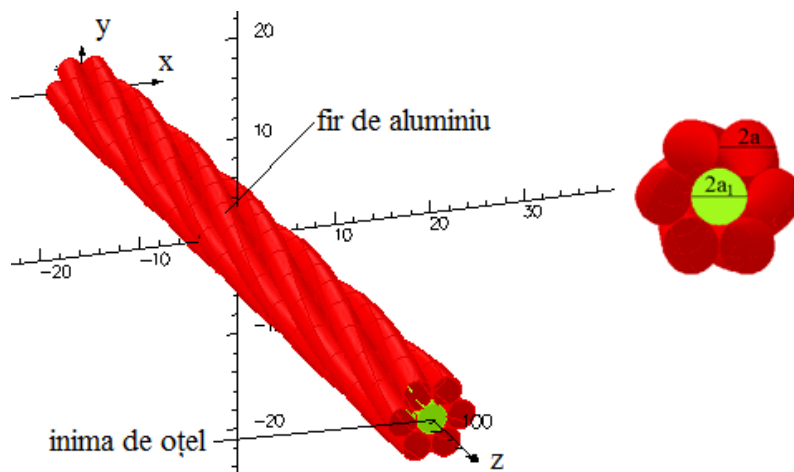


Fig. 4.34 Conductor multifilar realizat cu ajutorul pachetului de programe Vector Fields Opera

Pachetul de programe în element finit Vector Fields Opera permite calculul câmpului magnetic atât în medii liniare cât și în medii neliniare, pentru mediile neliniare putându-se folosi curbele de magnetizare B(H) din biblioteca proprie sau pot fi introduse de utilizator. În fig. 4.35 și 4.36 și 4.37 se prezintă modul în care se introduc proprietățile de material, curba de magnetizare și conductivitatea oțelului în programul de calcul, ca mărimi de intrare.

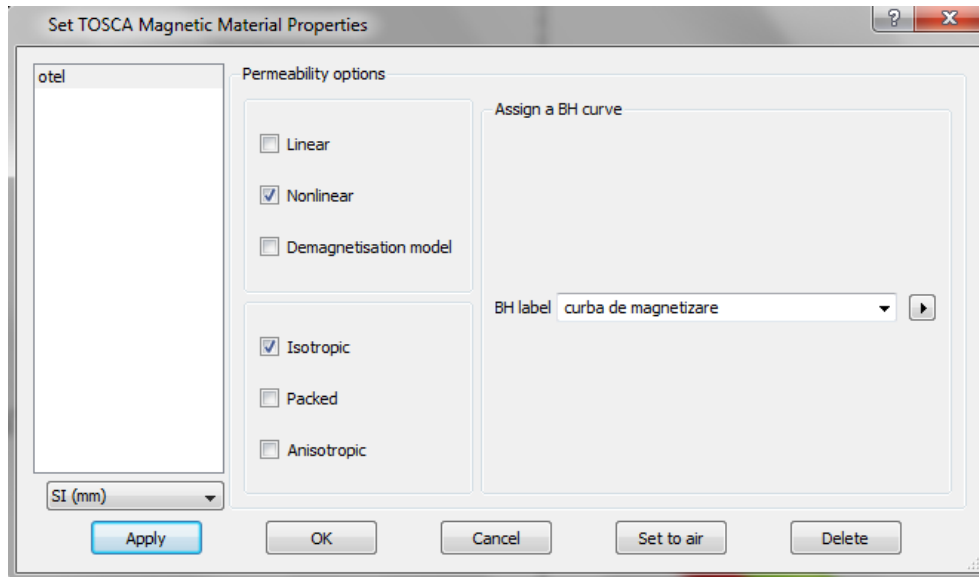


Fig. 4.35 Introducerea proprietăților de material în modulul de analiză TOSCA

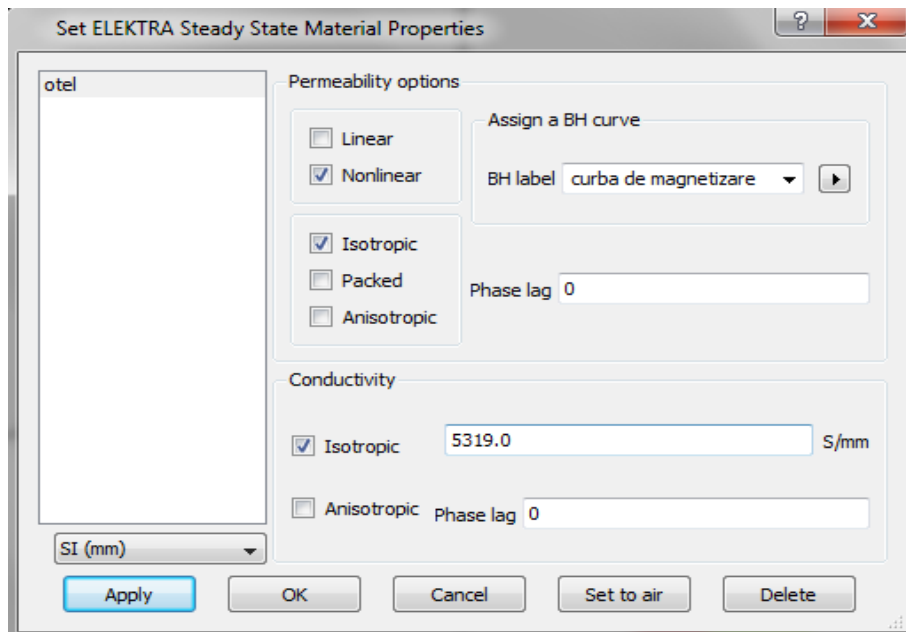


Fig. 4.36 Introducerea proprietăților de material în modulul de analiză ELEKTRA

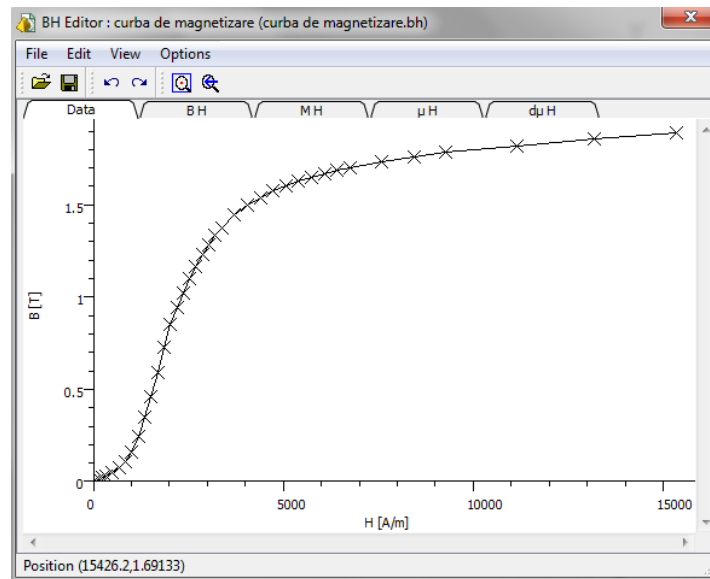


Fig. 4.37 Curba de magnetizare a oțelului

Pentru a determina influența pasului de înfășurare a firelor conductoare asupra câmpului magnetic din conductorul LEA s-a determinat intensitatea câmpului magnetic  $H$  în axul inimii de oțel, la mijlocul conductorului considerând lungimea conductorului identic cu pasul de înfășurare. S-au considerat cele trei cazuri pentru pasul de înfășurare: limita inferioară a intervalului 81 mm, mijlocul intervalului 97,2 mm și limita superioară a intervalului 113,4 mm.

În tabelul 4.10 s-a prezentat valoarea intensității câmpului magnetic în cazul în care un singur fir este parcurs de curent, considerându-se  $z_0 = l_a/2$ , iar în tabelul 4.11 cele obținute în cazul în care toate cele șase fire din aluminiu sunt parcurse de curent.

Tabelul 4.10 Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în axa inimii de oțel, la mijlocul conductorului funcție de pasul de înfășurare în cazul unui fir

| Pas de înfășurare [mm] | H [A/m] |         |                 | B [mT] |         |                 |
|------------------------|---------|---------|-----------------|--------|---------|-----------------|
|                        | TOSCA   | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ | TOSCA  | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ |
| 81                     | 11,696  | 11,569  | -1,10           | 0,788  | 0,798   | -1,05           |
| 97,2                   | 10,053  | 9,959   | -0,94           | 0,678  | 0,671   | -1,04           |
| 113,4                  | 8,812   | 8,787   | -0,28           | 0,594  | 0,592   | -0,34           |

Tabelul 4.11 Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în axa inimii de oțel, la mijlocul conductorului funcție de pasul de înfășurare în cazul unui strat

| Pas de înfășurare [mm] | H [A/m] |         |                 | B [mT] |         |                 |
|------------------------|---------|---------|-----------------|--------|---------|-----------------|
|                        | Tosca   | Elektra | $\varepsilon\%$ | Tosca  | Elektra | $\varepsilon\%$ |
| 81                     | 68,938  | 68,554  | -0,56           | 4,647  | 4,621   | -0,56           |
| 97,2                   | 58,946  | 58,965  | 0,03            | 3,974  | 3,957   | -0,43           |
| 113,4                  | 51,274  | 51,105  | -0,33           | 3,456  | 3,445   | -0,32           |

$$\varepsilon\% = \frac{H_{Elektra} - H_{Tosca}}{H_{Elektra}} \cdot 100 \quad (4.54)$$

În cele două tabele se prezintă comparativ rezultatele obținute pentru intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică folosind modulul de analiză TOSCA și ELEKTRA, pentru 1 fir și 1 strat. Din cele două tabele se constată că pasul de înfășurare are o influență importantă asupra valorilor intensității câmpului magnetic și inducției magnetice. Valorile maxime se obțin pentru pasul de înfășurare de 81 mm, iar valorile minime pentru pasul de înfășurare de 113,4 mm, valorile maxime fiind cu aproximativ 32% mai mari față de cele minime pentru 1 fir și cu aprox 34% pentru 1 strat. Comparând valorile obținute cu ajutorul celor două module de analiză se constată că apar diferențe mici, deci poate fi utilizat oricare dintre cele două module în calculul câmpului magnetic.

În continuare se consideră pasul de înfășurare la mijlocul intervalului (97,2 mm) și se analizează intensitatea câmpului magnetic  $H$  în funcție de raza  $\xi$  și variabila  $z_0$ .

*b) Dependența intensității câmpului magnetic  $H$  în funcție de rază  $\xi$*

Analiza dependenței  $H(\xi)$  s-a făcut pentru  $\xi \in [0, a_1]$ , cu pas de discretizare în lungul razei  $a_1/10 = 0,135$  mm, pentru unghiul polar s-au considerat valorile  $0, \pi/2, \pi$ . Calculele s-au efectuat la începutul ( $z_0 = 0$ ), la un sfert din lungimea conductorului ( $z_0 = l_a/4$ ) și la mijlocul lungimii conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ) pentru un fir, respectiv un strat, având dimensiunile precizate. În figura 4.38 se prezintă dependența intensității câmpului magnetic în funcție de rază la începutul conductorului. Pentru  $\tau = \pi/2$  și  $0$  valorile intensității câmpului cresc iar pentru  $\tau = \pi$  valorile scad apoi cresc în raport cu raza.

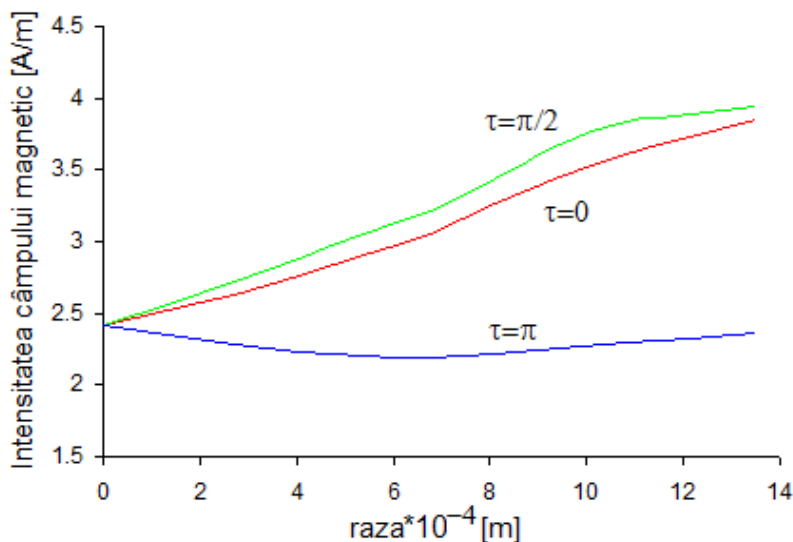


Fig. 4.38 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = 0$ ), un fir



În figura 4.39 se prezintă dependența intensității câmpului magnetic în funcție de rază la un sfert din lungimea conductorului. Pentru  $\tau = \pi/2$  valorile intensității câmpului magnetic cresc iar pentru  $\tau = \pi$  și  $0$  valorile scad în raport cu raza.

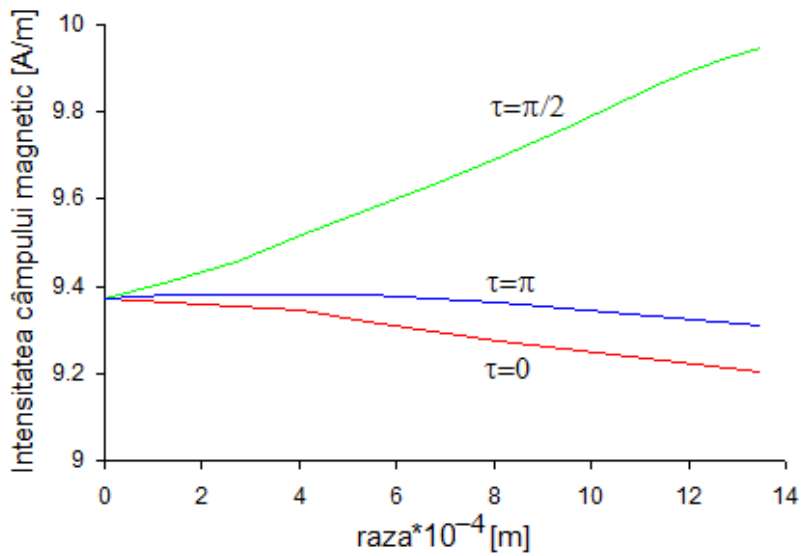


Fig. 4.39 Dependența  $H(\xi)$  la un sfert din conductor ( $z_0 = l_a/4$ ), un fir

În fig. 4.40 și 4.41 se prezintă dependențele intensității câmpului magnetic și inducției magnetice în funcție de rază la mijlocul conductorului. Pentru  $\tau = 0$  valorile intensității câmpului magnetic și inducției magnetice cresc iar pentru  $\tau = \pi/2$  și  $0$  valorile scad în raport cu raza.

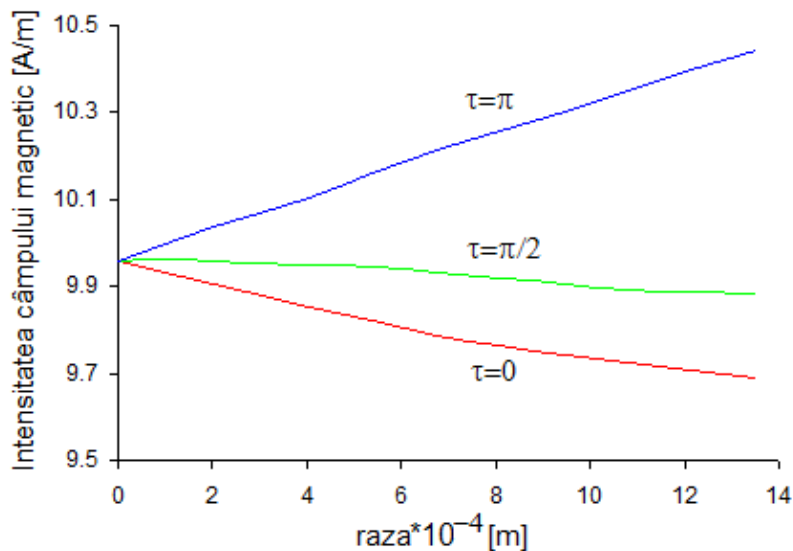
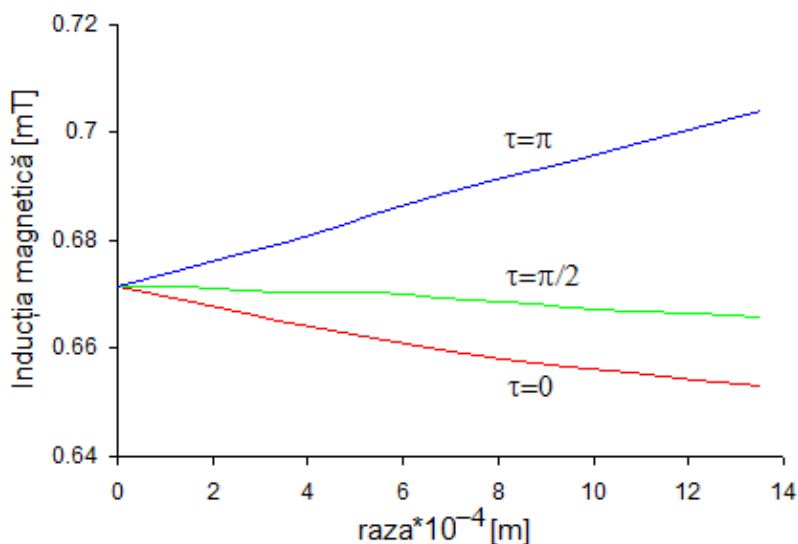


Fig. 4.40 Dependența  $H(\xi)$  la mijlocul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un fir

Fig. 4.41 Dependența  $B(\xi)$  la mijlocul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un fir

În tabelul 4.12 sunt prezentate valorile intensității câmpului magnetic în cazul unei spire elicoidale (un fir) înfășurate peste inima de oțel, considerându-se pentru rază valorile  $\xi = 0$ , respectiv  $\xi = a_1$ , iar în tabelul 4.13 valorile inducției magnetice, utilizând pentru calculul acestor mărimi cele două module de analiză TOSCA și ELEKTRA. Din cele două tabele se constată o diferență foarte mare între valorile obținute utilizând modulul de analiză TOSCA, respectiv ELEKTRA atunci când  $\xi = a_1$  (diferență de 55,66%) și o diferență acceptabilă pentru  $\xi = 0$  (6,87%). Această diferență mare la  $\xi = a_1$  se justifică prin faptul că modulul de analiză TOSCA nu ține seama de prezența curenților turbionari în inima de oțel.

Tabelul 4.12 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui fir

| $z_0$<br>[mm] |                | H [A/m]   |         |                 |             |         |                 |
|---------------|----------------|-----------|---------|-----------------|-------------|---------|-----------------|
|               |                | $\xi = 0$ |         |                 | $\xi = a_1$ |         |                 |
|               |                | TOSCA     | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ | TOSCA       | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ |
| 0             | $\tau = 0$     | 2,582     | 2,416   | -6,87           | 5,988       | 3,847   | -55,66          |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 7,786       | 3,945   | -97,35          |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 3,966       | 2,359   | -68,11          |
| 24,3          | $\tau = 0$     | 9,459     | 9,37    | -0,95           | 9,323       | 9,202   | -1,31           |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 10,232      | 9,949   | -2,84           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 9,331       | 9,312   | -0,2            |
| 48,6          | $\tau = 0$     | 10,053    | 9,959   | -0,93           | 9,789       | 9,689   | -1,04           |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 9,934       | 9,882   | -0,53           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 10,815      | 10,444  | -3,55           |

Tabelul 4.13 Inducția magnetică în raport cu raza în cazul unui fir

| $z_0$<br>[mm] |                | B [mT]    |         |                 |             |         |                 |
|---------------|----------------|-----------|---------|-----------------|-------------|---------|-----------------|
|               |                | $\xi = 0$ |         |                 | $\xi = a_1$ |         |                 |
|               |                | TOSCA     | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ | TOSCA       | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ |
| 0             | $\tau = 0$     | 0,174     | 0,163   | -6,87           | 0,404       | 0,259   | -55,66          |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 0,525       | 0,266   | -97,35          |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 0,267       | 0,159   | -68,11          |
| 24,3          | $\tau = 0$     | 0,638     | 0,632   | -0,95           | 0,628       | 0,62    | -1,31           |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 0,69        | 0,671   | -2,83           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 0,629       | 0,628   | -0,2            |
| 48,6          | $\tau = 0$     | 0,678     | 0,671   | -0,93           | 0,66        | 0,653   | -1,04           |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 0,669       | 0,666   | -0,45           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 0,729       | 0,704   | -3,55           |

În figura 4.42 se prezintă dependența intensității câmpului magnetic în funcție de rază la începutul conductorului. Pentru  $\tau = 0, \pi/2$  și  $\pi$  valorile intensității câmpului cresc în raport cu raza, conductorul având un strat.

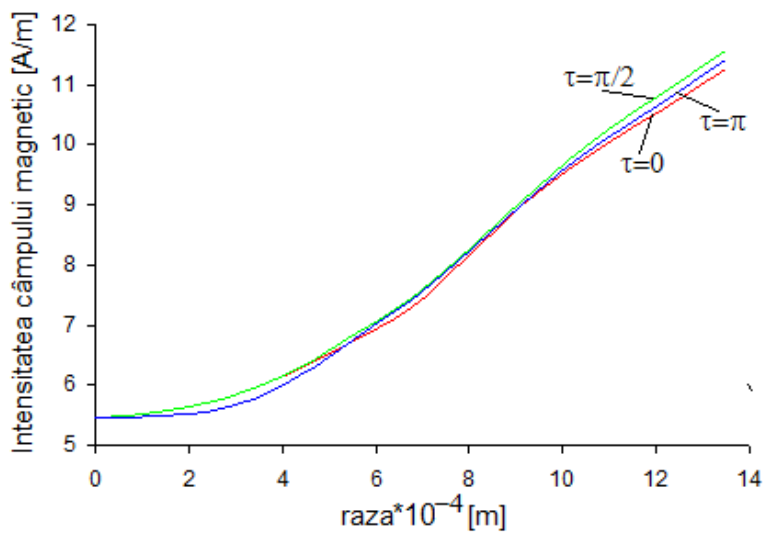
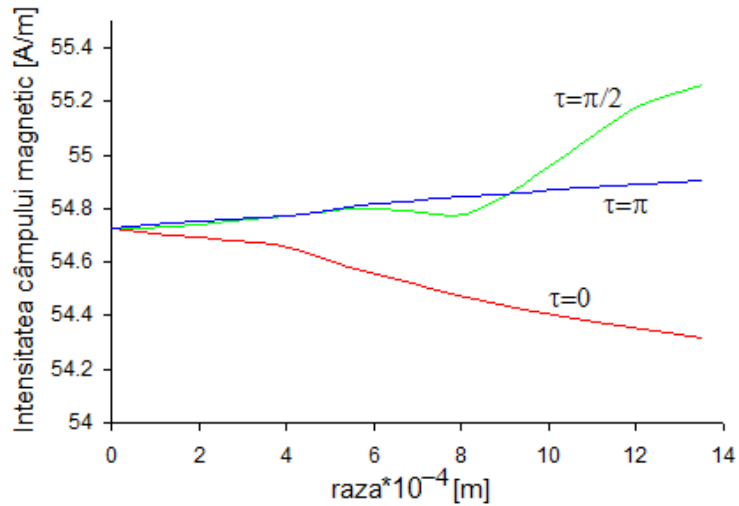
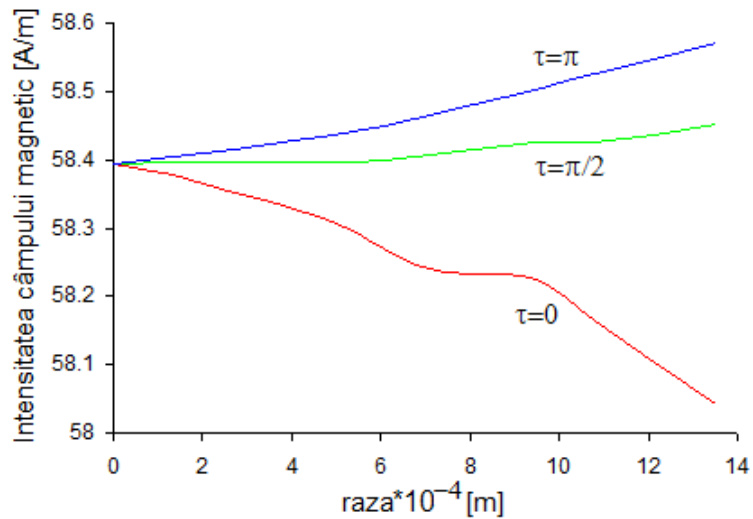


Fig. 4.42 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = 0$ ), un strat

În figura 4.43 se prezintă dependența intensității câmpului magnetic în funcție de rază la un sfert din lungimea conductorului. Pentru  $\tau = \pi/2$  și  $\pi$  valorile intensității câmpului cresc, iar pentru  $\tau = 0$  valorile scad în raport cu raza.

Fig. 4.43 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = l_a/4$ ), un strat

În fig. 4.44 și 4.45 se prezintă dependența intensității câmpului magnetic și inducției magnetice în funcție de rază la mijocul conductorului. Pentru  $\tau = \pi/2$  și  $\pi$  valorile intensității câmpului magnetic și inducției magnetice cresc iar pentru  $\tau = 0$  valorile scad în raport cu raza.

Fig. 4.44 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un strat

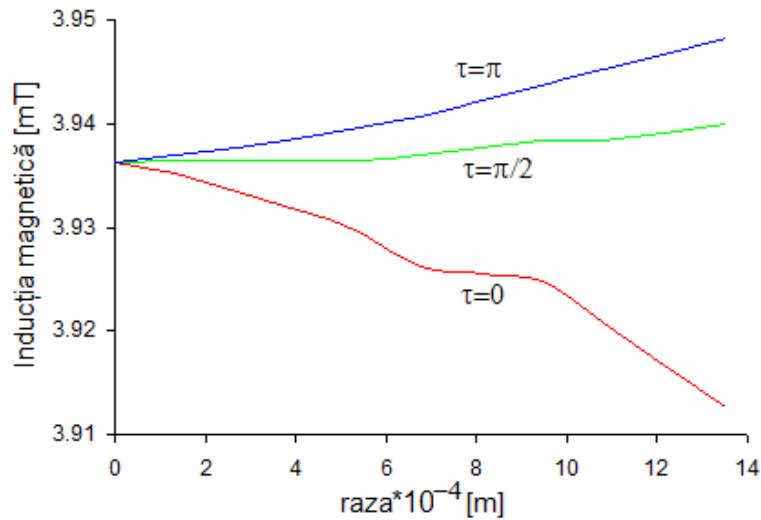


Fig. 4.45 Dependența  $H(\xi)$  la începutul conductorului ( $z_0 = l_a/2$ ), un strat

Din tabelele 4.14 și 4.15 se constată o diferență foarte mare între valorile obținute cu modulul de analiză TOSCA și cele obținute cu modulul ELEKTRA pentru  $z_0 = 0$ , adică la extremitatea conductorului, atât în cazul unui fir cât și în cazul unui strat. Pentru  $z_0 = l_a/4$  sau  $z_0 = l_a/2$  diferențele între rezultatele obținute cu cele două module de analiză scad foarte mult devenind maxim 1,7%. Având în vedere aceste rezultate se poate afirma că pentru calculul câmpului magnetic din inima de oțel poate fi folosit modulul TOSCA în care câmpul magnetic este considerat constant în timp deci se neglijează prezența curenților turbionari în inima de oțel.

Tabelul 4.14 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza în cazul unui strat

| $z_0$<br>[mm] |                | H [A/m]   |         |                 |             |         |                 |
|---------------|----------------|-----------|---------|-----------------|-------------|---------|-----------------|
|               |                | $\xi = 0$ |         |                 | $\xi = a_1$ |         |                 |
|               |                | TOSCA     | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ | TOSCA       | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ |
| 0             | $\tau = 0$     |           |         |                 | 20,194      | 11,261  | -79,32          |
|               | $\tau = \pi/2$ | 6,496     | 5,454   | -19,1           | 22,346      | 11,585  | -94,43          |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 22,872      | 11,412  | -100,42         |
| 24,3          | $\tau = 0$     |           |         |                 | 55,129      | 54,315  | -1,5            |
|               | $\tau = \pi/2$ | 55,229    | 54,724  | -0,92           | 55,258      | 55,264  | -1,05           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 55,842      | 54,906  | -1,7            |
| 48,6          | $\tau = 0$     |           |         |                 | 58,840      | 58,043  | -1,37           |
|               | $\tau = \pi/2$ | 58,862    | 58,394  | -0,8            | 58,875      | 58,453  | -0,72           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 58,930      | 58,570  | -0,61           |

Tabelul 4.15 Inducția magnetică în raport cu raza în cazul unui strat

| $z_0$<br>[mm] |                | B [mT]    |         |                 |             |         |                 |
|---------------|----------------|-----------|---------|-----------------|-------------|---------|-----------------|
|               |                | $\xi = 0$ |         |                 | $\xi = a_1$ |         |                 |
|               |                | TOSCA     | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ | TOSCA       | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ |
| 0             | $\tau = 0$     | 0,438     | 0,368   | -19,1           | 1,161       | 0,759   | -79,32          |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 1,506       | 0,781   | -94,43          |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 1,542       | 0,769   | -100,42         |
| 24,3          | $\tau = 0$     | 3,723     | 3,936   | -0,92           | 3,716       | 3,661   | -1,5            |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 3,725       | 3,725   | -1,05           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 3,764       | 3,701   | -1,7            |
| 48,6          | $\tau = 0$     | 3,968     | 3,957   | -0,8            | 3,966       | 3,913   | -1,37           |
|               | $\tau = \pi/2$ |           |         |                 | 3,969       | 3,940   | -0,74           |
|               | $\tau = \pi$   |           |         |                 | 3,972       | 3,948   | -0,61           |

În fig. 4.46 se reprezintă spectrul color al valorii intensității câmpului magnetic în cazul unui fir, iar în fig. 4.47 aceeași mărime este reprezentată spațial. În fig. 4.48 se reprezintă spectrul color al valorii inducției magnetice în cazul unui fir, iar în fig. 4.49 aceeași mărime este reprezentată spațial.

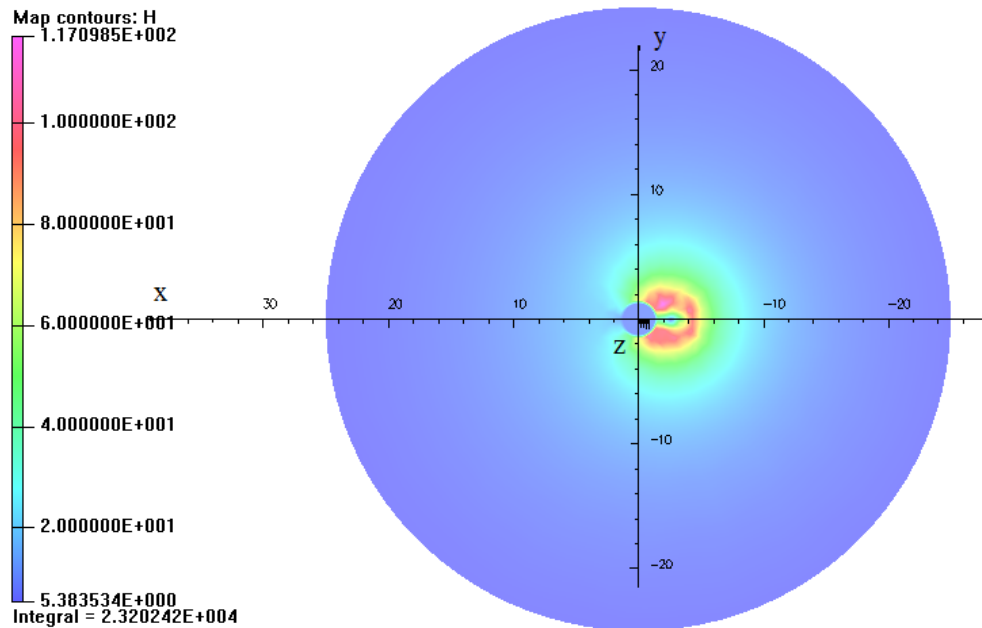


Fig. 4.46 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

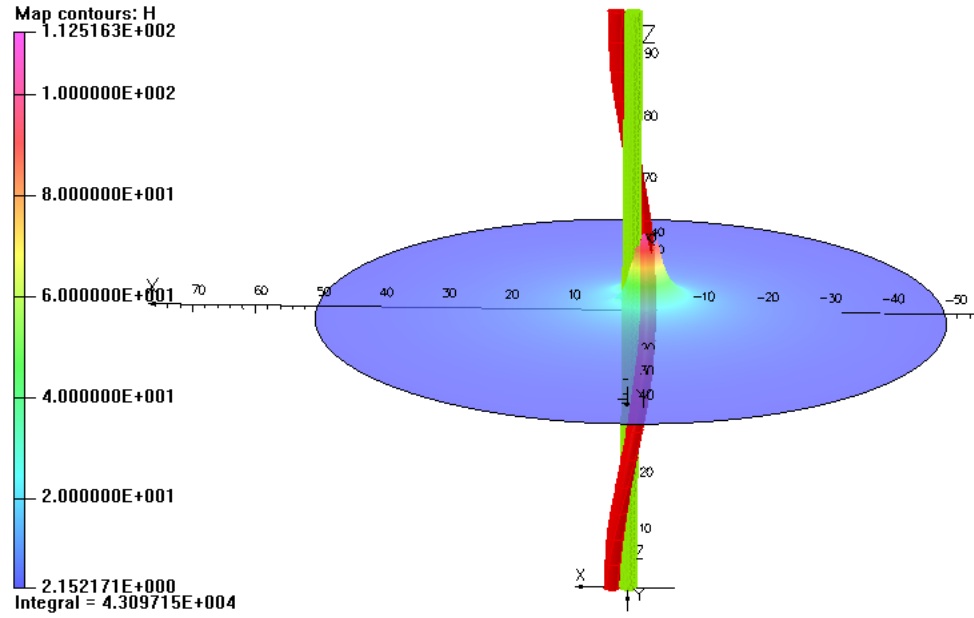


Fig. 4.47 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

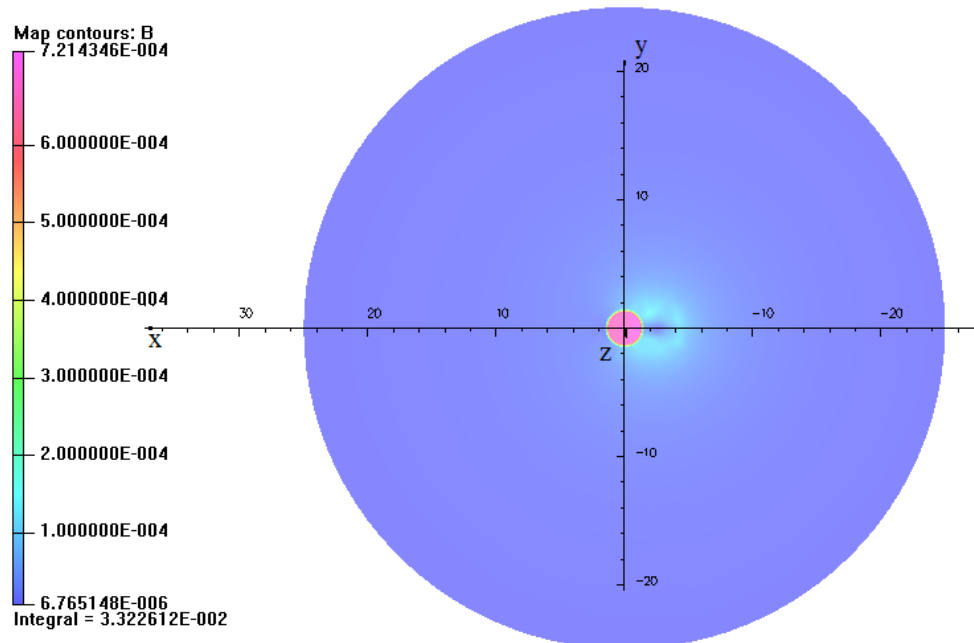


Fig. 4.48 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

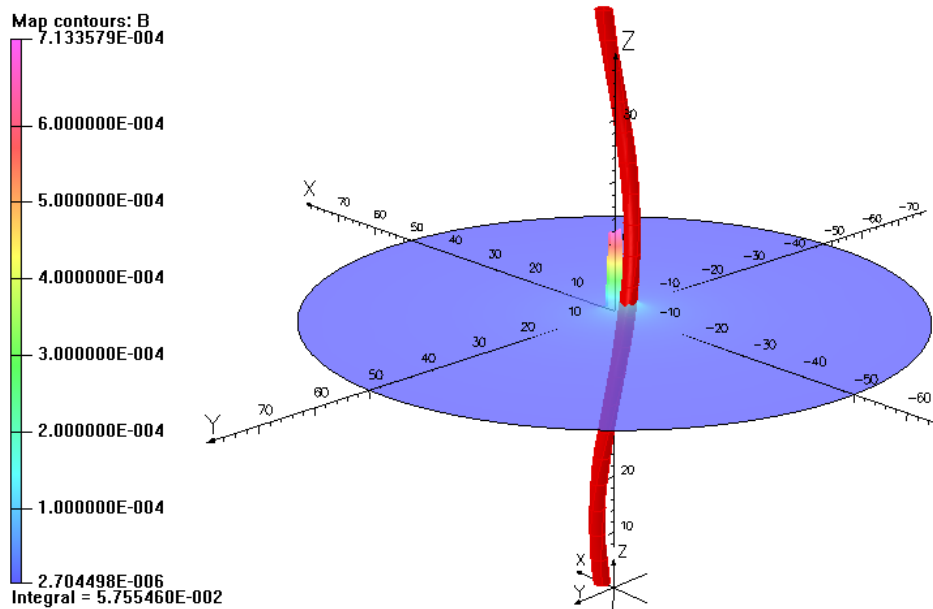


Fig. 4.49 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului, o spiră în cazul unui fir

În fig. 4.50 se reprezintă spectrul color al valorii intensității câmpului magnetic în cazul unui strat, iar în fig. 4.51 aceeași mărime este reprezentată spațial. În fig. 4.52 se reprezintă spectrul color al valorii inducției magnetice în cazul unui strat, iar în fig. 4.53 aceeași mărime este reprezentată spațial.

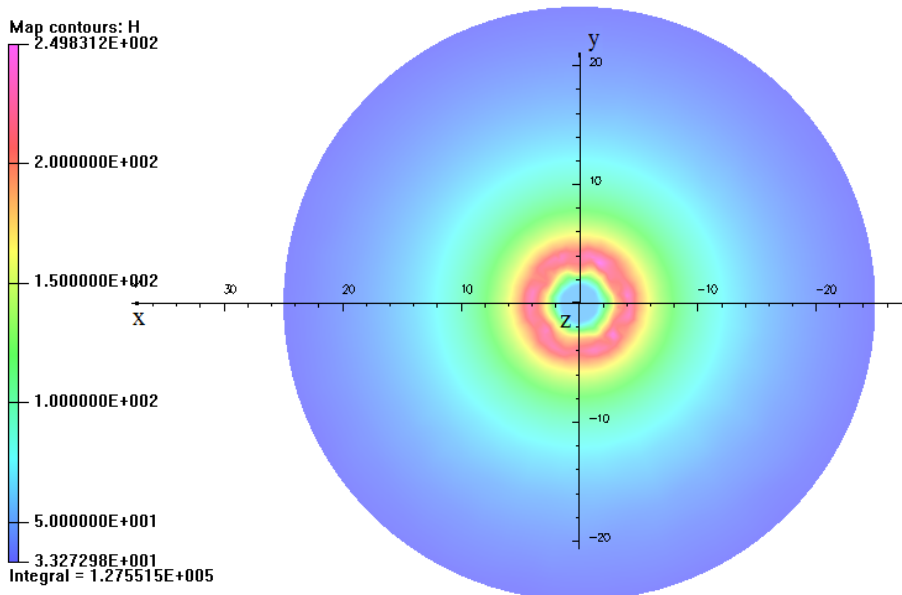


Fig. 4.50 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, în cazul unui strat



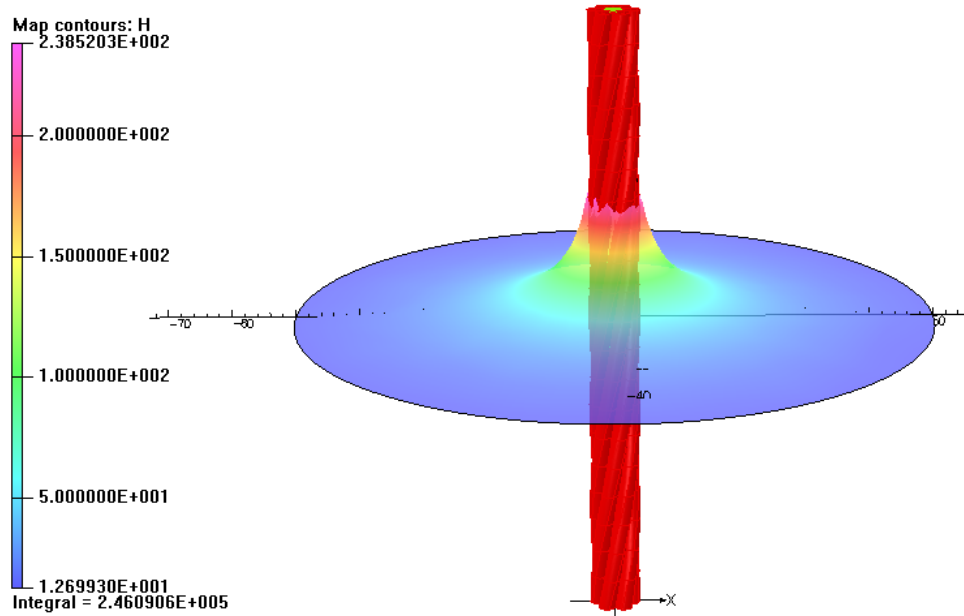


Fig. 4.51 Intensitatea câmpului magnetic în raport cu raza la mijlocul conductorului, în cazul unui strat

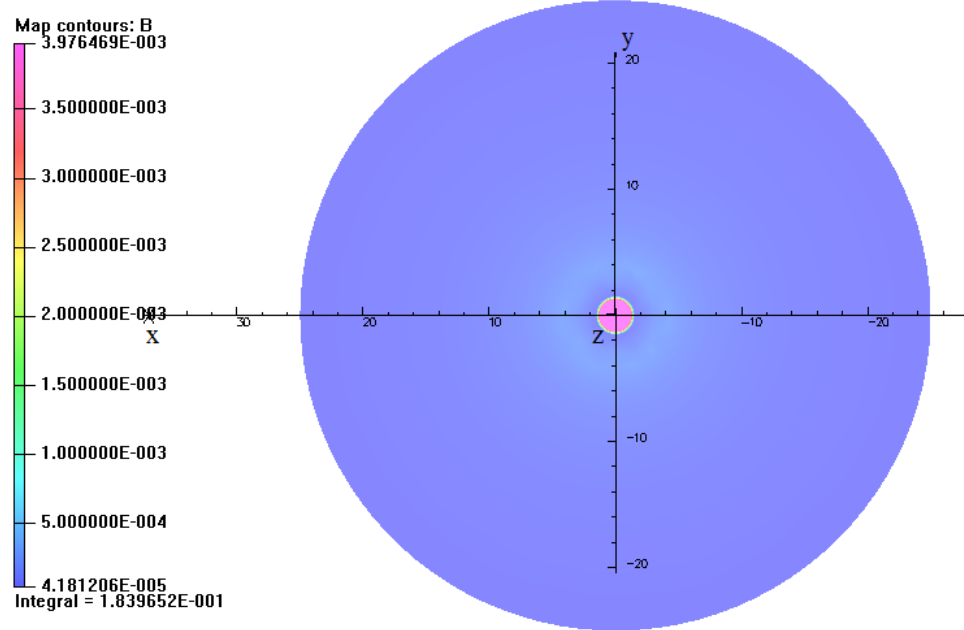


Fig. 4.52 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului, în cazul unui strat

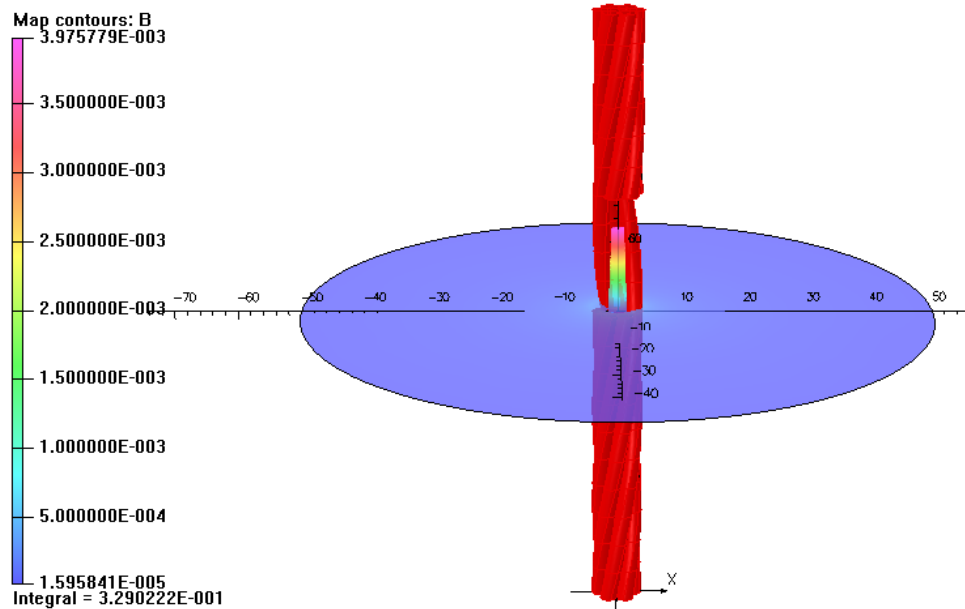


Fig. 4.53 Inducția magnetică în raport cu raza la mijlocul conductorului în cazul unui strat

c) *Dependența intensității câmpului magnetic  $H$  în funcție de lungimea conductorului*

Dependența  $H(z_0)$  s-a analizat pentru câmpul magnetic creat de curentul ce parcurge o spirală elicoidală și un conductor cu un strat înfășurate peste inima de oțel, la care pasul de înfășurare s-a considerat 97,2 mm,  $\xi = 0$  și lungime conductorului  $l_a = 680,4$  mm (7 spire). Pasul de discretizare în lungul axei  $z_0$  s-a considerat  $97,2/2 = 48,6$  mm, iar pentru unghiul polar s-au considerat valorile  $0, \pi/2, \pi$ . Rezultatele obținute pentru intensitatea câmpului magnetic sunt prezentate în fig. 4.54, iar pentru inducția magnetică în fig. 4.55 și în tabelul 4.17 în cazul în care conductorul LEA are un strat. Spectrul color al intensității câmpului magnetic este prezentat în fig. 4.57. Valorile obținute nu depind de unghiul polar  $\tau$  motiv pentru care acest parametru nu intervine în fig. 4.54 și 4.55. Rezultatele obținute pentru un fir înfășurat peste inima de oțel sunt prezentate în tabelul 4.16, iar spectrul color al intensității câmpului magnetic este prezentat în fig. 4.56.

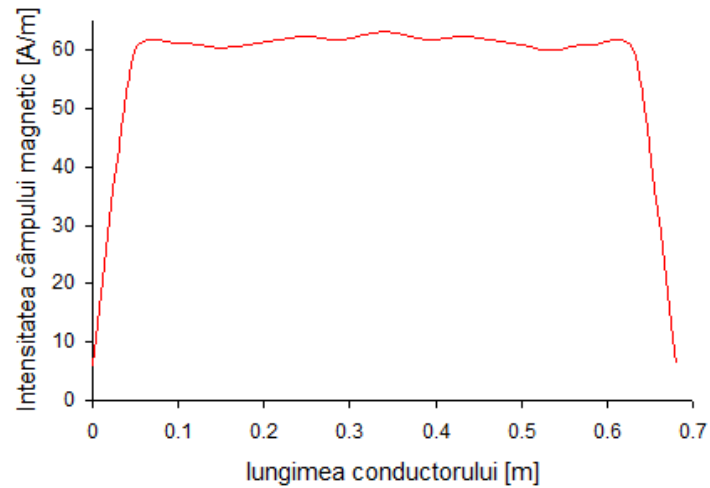


Figura 4.54 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de poziția pe lungimea conductorului (7spire), în cazul conductorului cu un strat

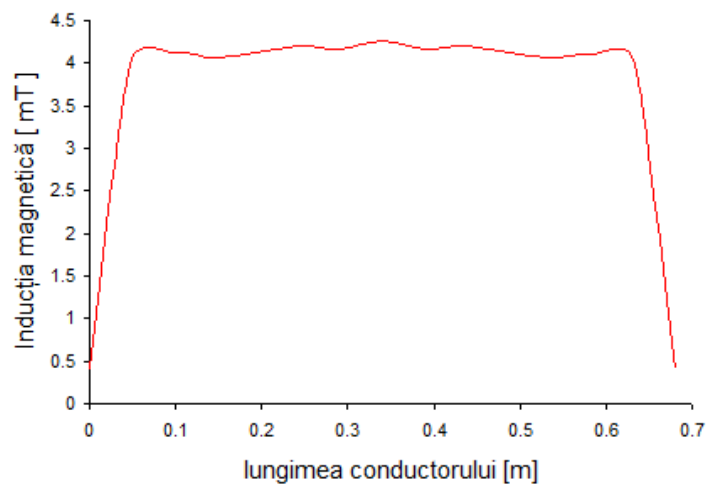


Figura 4.55 Inducția magnetică în funcție de poziția pe lungimea conductorului (7spire), în cazul conductorului cu un strat

Din fig. 4.54 și 4.55 se observă că valorile intensității câmpului magnetic și inducției magnetice cresc la începutul și descresc la sfârșitul conductorului, rămânând practic constante în rest.

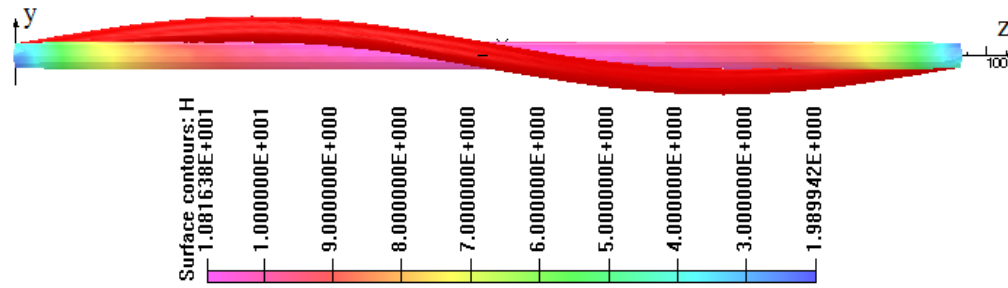


Figura 4.56 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (1spiră), în cazul unui fir

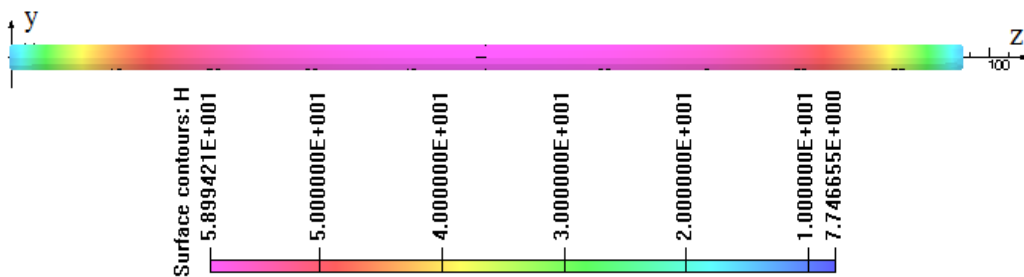


Figura 4.57 Intensitatea câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului (1spiră), în cazul unui strat

Tabelul 4.16 Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în funcție de lungimea conductorului (7spire) în axa inimii de oțel în cazul unui fir

| lungimea conductorului [mm] | H [A/m] |         |              | B [mT] |         |              |
|-----------------------------|---------|---------|--------------|--------|---------|--------------|
|                             | TOSCA   | ELEKTRA | $\epsilon\%$ | TOSCA  | ELEKTRA | $\epsilon\%$ |
| 0                           | 3,097   | 2,254   | -37,40       | 0,209  | 0,152   | -37,50       |
| 48,6                        | 10,306  | 10,187  | -1,17        | 0,695  | 0,687   | -1,16        |
| 97,2                        | 10,489  | 10,390  | -0,95        | 0,707  | 0,700   | -1,00        |
| 14,58                       | 10,491  | 10,282  | -2,03        | 0,707  | 0,693   | -2,02        |
| 194,4                       | 10,530  | 10,389  | -1,36        | 0,710  | 0,700   | -1,43        |
| 243                         | 10,746  | 10,629  | -1,10        | 0,724  | 0,716   | -1,12        |
| 291,6                       | 10,665  | 10,543  | -1,16        | 0,719  | 0,711   | -1,13        |
| 340,2                       | 10,856  | 10,661  | -1,83        | 0,732  | 0,719   | -1,81        |
| 388,8                       | 10,546  | 10,547  | 0,01         | 0,711  | 0,711   | 0,00         |
| 437,4                       | 10,704  | 10,617  | -0,82        | 0,722  | 0,716   | -0,84        |
| 486                         | 10,494  | 10,375  | -1,15        | 0,707  | 0,699   | -1,14        |
| 534,6                       | 10,392  | 10,232  | -1,56        | 0,701  | 0,690   | -1,59        |
| 583,2                       | 10,488  | 10,346  | -1,37        | 0,707  | 0,697   | -1,43        |
| 631,8                       | 10,370  | 10,188  | -1,79        | 0,699  | 0,687   | -1,75        |
| 680,4                       | 2,903   | 2,280   | -27,32       | 0,196  | 0,154   | -27,27       |

Tabelul 4.17 Intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică în funcție de lungimea conductorului (7spire) în axa inimii de oțel în cazul unui strat

| lungimea conductorului [m] | H [A/m] |         |                 | B [mT] |         |                 |
|----------------------------|---------|---------|-----------------|--------|---------|-----------------|
|                            | TOSCA   | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ | TOSCA  | ELEKTRA | $\varepsilon\%$ |
| 0                          | 9,639   | 6,164   | -56,38          | 0,650  | 0,416   | -56,25          |
| 48,6                       | 60,282  | 59,914  | -0,61           | 4,064  | 4,039   | -0,62           |
| 97,2                       | 61,343  | 61,311  | -0,05           | 4,135  | 4,133   | -0,05           |
| 14,58                      | 60,759  | 60,402  | -0,59           | 4,096  | 4,072   | -0,59           |
| 194,4                      | 61,391  | 61,275  | -0,19           | 4,138  | 4,131   | -0,17           |
| 243                        | 62,559  | 62,504  | -0,09           | 4,217  | 4,213   | -0,09           |
| 291,6                      | 61,728  | 61,845  | 0,19            | 4,161  | 4,169   | 0,19            |
| 340,2                      | 63,760  | 63,209  | -0,87           | 4,298  | 4,261   | -0,87           |
| 388,8                      | 61,702  | 61,794  | 0,15            | 4,159  | 4,166   | 0,17            |
| 437,4                      | 62,482  | 62,435  | -0,08           | 4,212  | 4,209   | -0,07           |
| 486                        | 61,365  | 61,137  | -0,37           | 4,137  | 4,121   | -0,39           |
| 534,6                      | 60,654  | 60,189  | -0,77           | 4,089  | 4,057   | -0,79           |
| 583,2                      | 61,288  | 61,032  | -0,42           | 4,131  | 4,114   | -0,41           |
| 631,8                      | 60,332  | 59,945  | -0,65           | 4,067  | 4,041   | -0,64           |
| 680,4                      | 7,680   | 6,236   | -23,16          | 0,518  | 0,420   | -23,33          |

$$\varepsilon\% = \frac{H_{Elektra} - H_{Tosca}}{H_{Elektra}} \quad (4.56)$$

Din tabelul 4.16 se constată că diferența cea mai mare dintre valorile obținute pentru intensitatea câmpului magnetic și inducția magnetică cu cele două module de analiză se produce la începutul și sfârșitul conductorului (37,5% - la început și 27,27% la sfârșit). Aceiași observație rezultă și din tabelul 4.17 doar că diferența este 56,25% la începutul conductorului și 23,33% la sfârșit.

#### 4.9. Determinarea fluxului magnetic din secțiunea conductoarelor LEA

Utilizând modelul numeric de calcul al câmpului magnetic cu modulul de analiză ELEKTRA s-a calculat fluxul magnetic din secțiunea transversală a conductoarelor LEA cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>, 50 mm<sup>2</sup> care au firele din aluminiu plasate pe un strat, respectiv a conductorului cu secțiunea 120 mm<sup>2</sup> la care firele din aluminiu sunt plasate pe două straturi. Pentru aceleași conductoare s-a determinat experimental fluxul magnetic din secțiunea transversală. Din compararea rezultatelor obținute cu ajutorul modelului numeric cu cele determinate experimental se poate aprecia măsura în care modelul numeric de calcul al câmpului magnetic ne conduce la rezultate corecte.

##### 4.9.1 Determinarea fluxului magnetic utilizând modelul numeric

Caracteristicile celor 3 tipuri de conductoare multifilare (LEA) reale sunt prezentate în tabelul 4.18. Pașii de înfășurare ai firelor din aluminiu peste inima de oțel au fost determinați experimental (măsurați) și se încadrează în limitele cerute de normativului [28] (SR CEI 61089).

Tabelul 4.18 Caracteristicile conductoarelor multifilare

| Secțiunea Conducto-<br>rului<br>[mm <sup>2</sup> ] | Pas de<br>înfășurare<br>[mm] |     | Diametrul<br>conducto-<br>rului<br>[mm] | Inima de<br>oțel            | Mantaua de aluminiu |                              |                         |
|--|------------------------------|-----|---|-----------------------------|---------------------|------------------------------|-------------------------|
|  |                              |     |   | Diametrul<br>inimii<br>[mm] | Număr<br>de fire    | Diametrul<br>firului<br>[mm] | Număr<br>de<br>straturi |
| 35   | 100                          |     | 8,10                                    | 2,70                        | 6                   | 2,70                         | 1                       |
| 50   | 110                          |     | 9,60                                    | 3,20                        | 6                   | 3,20                         | 1                       |
| 120  | 170                          | 180 | 15,65                                   | 5,85                        | 26                  | 2,45                         | 2                       |

Tabelul 4.19 Componenta  $B_z$  a inducției câmpului magnetic  
în cazul conductorului de secțiunea 35 mm<sup>2</sup>

| I[A]<br>r[mm] | $B_z$ [ mT ] |        |        |        |       |       |       |       |       |
|---------------|--------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|               | 250          | 225    | 200    | 175    | 150   | 125   | 100   | 75    | 50    |
| 0             | 1382,7       | 1291,0 | 1172,6 | 1031,8 | 864,0 | 615,8 | 378,2 | 181,1 | 80,7  |
| 0,135         | 1382,4       | 1290,8 | 1172,5 | 1031,8 | 864,0 | 615,9 | 378,4 | 181,2 | 80,8  |
| 0,27          | 1382,5       | 1291,0 | 1172,7 | 1032,0 | 864,2 | 615,9 | 378,3 | 181,1 | 80,7  |
| 0,405         | 1382,8       | 1291,3 | 1173,1 | 1032,4 | 864,5 | 616,0 | 378,2 | 181,0 | 80,7  |
| 0,54          | 1383,1       | 1291,7 | 1173,5 | 1032,8 | 864,8 | 616,1 | 378,1 | 180,9 | 80,6  |
| 0,675         | 1383,3       | 1292,0 | 1173,9 | 1033,1 | 865,0 | 616,1 | 377,9 | 180,7 | 80,5  |
| 0,81          | 1382,7       | 1291,6 | 1173,5 | 1032,8 | 864,7 | 615,7 | 377,5 | 180,5 | 80,4  |
| 0,945         | 1382,2       | 1291,1 | 1173,2 | 1032,5 | 864,4 | 615,3 | 377,1 | 180,2 | 80,3  |
| 1,08          | 1381,7       | 1290,7 | 1172,9 | 1032,2 | 864,1 | 614,8 | 376,7 | 180,0 | 80,2  |
| 1,215         | 1381,1       | 1290,3 | 1172,5 | 1031,9 | 863,9 | 614,4 | 376,4 | 179,8 | 80,1  |
| 1,35          | 1380,6       | 1289,9 | 1172,2 | 1031,6 | 863,6 | 614,0 | 376,0 | 179,5 | 80,0  |
| 1,485         | 4,200        | 3,776  | 3,355  | 2,934  | 2,513 | 2,100 | 1,690 | 1,274 | 0,849 |
| 1,62          | 4,005        | 3,600  | 3,198  | 2,797  | 2,395 | 2,002 | 1,609 | 1,212 | 0,808 |
| 1,755         | 3,809        | 3,424  | 3,042  | 2,660  | 2,278 | 1,903 | 1,528 | 1,151 | 0,767 |
| 1,89          | 3,606        | 3,242  | 2,879  | 2,517  | 2,156 | 1,800 | 1,444 | 1,087 | 0,724 |
| 2,025         | 3,374        | 3,033  | 2,692  | 2,353  | 2,015 | 1,683 | 1,350 | 1,016 | 0,677 |
| 2,16          | 3,141        | 2,824  | 2,506  | 2,188  | 1,874 | 1,565 | 1,255 | 0,944 | 0,630 |
| 2,295         | 2,909        | 2,615  | 2,319  | 2,024  | 1,733 | 1,448 | 1,160 | 0,873 | 0,582 |
| 2,43          | 2,678        | 2,408  | 2,134  | 1,861  | 1,594 | 1,332 | 1,066 | 0,802 | 0,536 |
| 2,565         | 2,488        | 2,237  | 1,983  | 1,729  | 1,481 | 1,237 | 0,990 | 0,745 | 0,498 |
| 2,7           | 2,317        | 2,084  | 1,848  | 1,611  | 1,381 | 1,154 | 0,926 | 0,697 | 0,466 |
| 2,835         | 2,146        | 1,931  | 1,714  | 1,494  | 1,281 | 1,071 | 0,862 | 0,649 | 0,434 |
| 2,97          | 1,908        | 1,717  | 1,524  | 1,329  | 1,139 | 0,954 | 0,769 | 0,579 | 0,387 |
| 3,105         | 1,627        | 1,464  | 1,300  | 1,133  | 0,971 | 0,814 | 0,657 | 0,496 | 0,331 |
| 3,24          | 1,346        | 1,211  | 1,075  | 0,937  | 0,804 | 0,674 | 0,545 | 0,412 | 0,276 |
| 3,375         | 1,066        | 0,959  | 0,851  | 0,742  | 0,636 | 0,535 | 0,433 | 0,328 | 0,220 |
| 3,51          | 0,785        | 0,706  | 0,626  | 0,546  | 0,468 | 0,395 | 0,322 | 0,244 | 0,164 |
| 3,645         | 0,490        | 0,441  | 0,392  | 0,343  | 0,294 | 0,250 | 0,206 | 0,158 | 0,106 |
| 3,78          | 0,219        | 0,197  | 0,175  | 0,153  | 0,132 | 0,115 | 0,097 | 0,075 | 0,051 |
| 3,915         | 0,053        | 0,047  | 0,042  | 0,037  | 0,031 | 0,021 | 0,011 | 0,007 | 0,003 |
| 4,05          | 0,120        | 0,108  | 0,095  | 0,080  | 0,068 | 0,052 | 0,036 | 0,026 | 0,016 |

Tabelul 4.20 Componenta  $B_z$  a inducției câmpului magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $50 \text{ mm}^2$ 

| $I$ [A]<br>$r$ [mm] | $B_z$ [ mT ] |        |        |        |       |       |       |       |       |
|---------------------|--------------|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                     | 315          | 275    | 253    | 206    | 178   | 150   | 125   | 100   | 75    |
| 0                   | 1364,1       | 1249,9 | 1175,7 | 980,6  | 831,8 | 668,7 | 462,0 | 285,1 | 141,8 |
| 0,16                | 1371,7       | 1258,0 | 1183,9 | 988,5  | 838,4 | 669,1 | 462,2 | 285,1 | 141,8 |
| 0,32                | 1379,2       | 1266,1 | 1192,1 | 996,4  | 845,1 | 672,5 | 463,7 | 285,6 | 141,8 |
| 0,48                | 1386,7       | 1274,2 | 1200,3 | 1004,2 | 851,8 | 676,3 | 465,4 | 286,2 | 141,9 |
| 0,64                | 1394,3       | 1282,2 | 1208,4 | 1012,1 | 858,5 | 679,2 | 466,6 | 286,5 | 141,9 |
| 0,8                 | 1401,8       | 1290,3 | 1216,6 | 1020,0 | 865,2 | 682,1 | 467,9 | 286,9 | 141,9 |
| 0,96                | 1409,5       | 1298,6 | 1225,0 | 1028,2 | 872,2 | 684,9 | 469,0 | 287,2 | 141,9 |
| 1,12                | 1417,2       | 1306,9 | 1233,4 | 1036,5 | 879,2 | 688,2 | 470,5 | 287,7 | 141,9 |
| 1,28                | 1424,8       | 1315,2 | 1241,9 | 1044,7 | 886,3 | 695,0 | 474,5 | 289,7 | 142,8 |
| 1,44                | 1432,5       | 1323,4 | 1250,3 | 1053,0 | 893,3 | 702,0 | 478,5 | 291,8 | 143,6 |
| 1,6                 | 1440,1       | 1331,7 | 1258,7 | 1061,2 | 900,3 | 708,9 | 482,5 | 293,8 | 144,4 |
| 1,76                | 4,620        | 4,024  | 3,697  | 3,002  | 2,593 | 2,233 | 1,876 | 1,508 | 1,146 |
| 1,92                | 4,424        | 3,853  | 3,540  | 2,874  | 2,483 | 2,098 | 1,760 | 1,415 | 1,075 |
| 2,08                | 4,228        | 3,682  | 3,383  | 2,746  | 2,373 | 1,992 | 1,671 | 1,344 | 1,020 |
| 2,24                | 4,032        | 3,511  | 3,225  | 2,618  | 2,262 | 1,895 | 1,590 | 1,279 | 0,970 |
| 2,4                 | 3,836        | 3,340  | 3,068  | 2,490  | 2,152 | 1,798 | 1,508 | 1,214 | 0,920 |
| 2,56                | 3,639        | 3,168  | 2,910  | 2,362  | 2,040 | 1,696 | 1,424 | 1,148 | 0,870 |
| 2,72                | 3,424        | 2,980  | 2,737  | 2,222  | 1,919 | 1,594 | 1,340 | 1,080 | 0,819 |
| 2,88                | 3,174        | 2,762  | 2,537  | 2,061  | 1,781 | 1,492 | 1,255 | 1,012 | 0,768 |
| 3,04                | 2,924        | 2,544  | 2,336  | 1,900  | 1,642 | 1,389 | 1,170 | 0,945 | 0,717 |
| 3,2                 | 2,663        | 2,316  | 2,127  | 1,732  | 1,497 | 1,287 | 1,085 | 0,877 | 0,667 |
| 3,36                | 2,401        | 2,087  | 1,916  | 1,562  | 1,351 | 1,150 | 0,971 | 0,786 | 0,598 |
| 3,52                | 2,138        | 1,858  | 1,705  | 1,392  | 1,206 | 1,005 | 0,850 | 0,689 | 0,526 |
| 3,68                | 1,876        | 1,629  | 1,494  | 1,223  | 1,060 | 0,860 | 0,730 | 0,593 | 0,454 |
| 3,84                | 1,614        | 1,400  | 1,284  | 1,053  | 0,914 | 0,715 | 0,609 | 0,497 | 0,381 |
| 4                   | 1,351        | 1,171  | 1,073  | 0,883  | 0,769 | 0,570 | 0,488 | 0,400 | 0,309 |
| 4,16                | 1,089        | 0,942  | 0,862  | 0,713  | 0,623 | 0,423 | 0,366 | 0,302 | 0,235 |
| 4,32                | 0,826        | 0,713  | 0,651  | 0,543  | 0,478 | 0,277 | 0,243 | 0,204 | 0,160 |
| 4,48                | 0,564        | 0,484  | 0,441  | 0,374  | 0,332 | 0,123 | 0,116 | 0,102 | 0,083 |
| 4,64                | 0,312        | 0,264  | 0,238  | 0,211  | 0,192 | 0,077 | 0,077 | 0,072 | 0,060 |
| 4,8                 | 0,288        | 0,243  | 0,220  | 0,195  | 0,177 | 0,031 | 0,039 | 0,041 | 0,037 |

Raza axului conductoarelor multifilare, alcătuită din raza inimii de oțel și de 2 ori raza firului de aluminiu pentru conductoarele cu secțiunile de  $35 \text{ mm}^2$  și  $50 \text{ mm}^2$  și de 4 ori raza firului de aluminiu pentru conductorul stratului exterior în cazul cablului cu secțiunea de  $120 \text{ mm}^2$ , a fost divizată în 30 segmente, dintre care în 10 segmente a fost împărțită raza inimii de oțel și în 20 de segmente a fost împărțită raza firelor de aluminiu. În tabelele 4.19, 4.20 și 4.21 se prezintă valorile componenteii  $B_z$  (componenta în lungul axei conductorului multifilar – inimii de oțel) a inducției magnetice pentru fiecare din conductoarele multifilare (LEA) analizate funcție de valoarea curentului din conductor.

Tabelul 4.21 Componenta  $B_z$  a inducției câmpului magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de  $120 \text{ mm}^2$ 

| $I[\text{A}]$<br>$r[\text{mm}]$ | $B_z[\text{ mT }]$ |        |        |        |        |        |        |        |       |
|---------------------------------|--------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
|                                 | 400                | 315    | 275    | 253    | 206    | 178    | 150    | 125    | 100   |
| 0                               | -61,92             | -46,39 | -39,55 | -34,81 | -24,63 | -19,78 | -15,85 | -12,33 | -8,82 |
| 0,2925                          | -62,20             | -46,58 | -39,71 | -34,94 | -24,71 | -19,84 | -15,90 | -12,37 | -8,85 |
| 0,585                           | -62,49             | -46,76 | -39,86 | -35,07 | -24,79 | -19,89 | -15,94 | -12,41 | -8,88 |
| 0,8775                          | -62,78             | -46,95 | -40,01 | -35,20 | -24,87 | -19,95 | -15,99 | -12,45 | -8,91 |
| 1,17                            | -63,57             | -47,46 | -40,43 | -35,55 | -25,09 | -20,10 | -16,12 | -12,55 | -9,00 |
| 1,4625                          | -64,39             | -47,98 | -40,87 | -35,91 | -25,31 | -20,26 | -16,25 | -12,66 | -9,08 |
| 1,755                           | -65,20             | -48,51 | -41,30 | -36,28 | -25,54 | -20,41 | -16,38 | -12,77 | -9,17 |
| 2,0475                          | -66,01             | -49,03 | -41,73 | -36,64 | -25,76 | -20,57 | -16,51 | -12,87 | -9,25 |
| 2,34                            | -66,55             | -49,36 | -42,00 | -36,87 | -25,91 | -20,66 | -16,59 | -12,94 | -9,31 |
| 2,6325                          | -67,09             | -49,69 | -42,27 | -37,10 | -26,05 | -20,75 | -16,67 | -13,01 | -9,36 |
| 2,925                           | -67,63             | -50,01 | -42,54 | -37,33 | -26,20 | -20,85 | -16,75 | -13,07 | -9,41 |
| 3,17                            | -0,90              | -0,72  | -0,64  | -0,58  | -0,46  | -0,39  | -0,32  | -0,26  | -0,20 |
| 3,415                           | -0,42              | -0,83  | -0,73  | -0,67  | -0,54  | -0,45  | -0,37  | -0,30  | -0,23 |
| 3,66                            | -0,56              | -0,94  | -0,83  | -0,76  | -0,61  | -0,51  | -0,43  | -0,35  | -0,27 |
| 3,905                           | -0,71              | -0,61  | -0,93  | -0,85  | -0,68  | -0,57  | -0,48  | -0,39  | -0,30 |
| 4,15                            | -0,86              | -0,73  | -0,94  | -0,86  | -0,69  | -0,58  | -0,48  | -0,40  | -0,31 |
| 4,395                           | -1,04              | -0,87  | -0,51  | -0,87  | -0,70  | -0,59  | -0,49  | -0,40  | -0,31 |
| 4,64                            | -1,22              | -1,01  | -0,52  | -0,89  | -0,71  | -0,60  | -0,50  | -0,41  | -0,32 |
| 4,885                           | -1,36              | -1,13  | -0,54  | -0,91  | -0,73  | -0,62  | -0,51  | -0,42  | -0,33 |
| 5,13                            | -1,40              | -1,15  | -0,56  | -0,93  | -0,75  | -0,63  | -0,53  | -0,43  | -0,34 |
| 5,375                           | -1,44              | -1,18  | -0,59  | -0,95  | -0,76  | -0,65  | -0,54  | -0,44  | -0,34 |
| 5,62                            | -1,48              | -1,21  | -0,61  | -0,52  | -0,78  | -0,66  | -0,55  | -0,45  | -0,35 |
| 5,865                           | -1,27              | -1,04  | -0,63  | -0,54  | -0,80  | -0,68  | -0,56  | -0,46  | -0,36 |
| 6,11                            | -1,03              | -0,85  | -0,65  | -0,56  | -0,81  | -0,69  | -0,58  | -0,47  | -0,37 |
| 6,355                           | -0,79              | -0,67  | -0,63  | -0,54  | -0,80  | -0,68  | -0,57  | -0,46  | -0,36 |
| 6,6                             | -0,54              | -0,92  | -0,59  | -0,50  | -0,77  | -0,65  | -0,54  | -0,45  | -0,35 |
| 6,845                           | -0,92              | -0,70  | -0,55  | -0,91  | -0,74  | -0,63  | -0,52  | -0,43  | -0,33 |
| 7,09                            | -0,74              | -0,56  | -0,51  | -0,88  | -0,71  | -0,60  | -0,50  | -0,41  | -0,32 |
| 7,335                           | -0,55              | -0,43  | -0,92  | -0,84  | -0,68  | -0,58  | -0,48  | -0,39  | -0,30 |
| 7,58                            | -0,37              | -0,29  | -0,88  | -0,81  | -0,65  | -0,55  | -0,46  | -0,37  | -0,29 |
| 7,825                           | -0,19              | -0,16  | -0,84  | -0,77  | -0,62  | -0,53  | -0,44  | -0,36  | -0,27 |

Pentru calculul fluxului magnetic din conductorul multifilar, raza acestuia se partiționează în 30 zone (fig.4.58 și fig. 4.59), zone în care se consideră  $B_z$  constant și egal cu media aritmetică a valorilor obținute pentru raza minimă și maximă. Expresia de calcul a fluxului magnetic prin conductorul multifilar este prezentată în relația (4.54).

$$\Phi = \sum_{k=0}^{30} \pi(r_{k+1}^2 - r_k^2) \cdot \frac{B_{Z_{-k+1}} + B_{Z_{-k}}}{2} \quad (4.57)$$



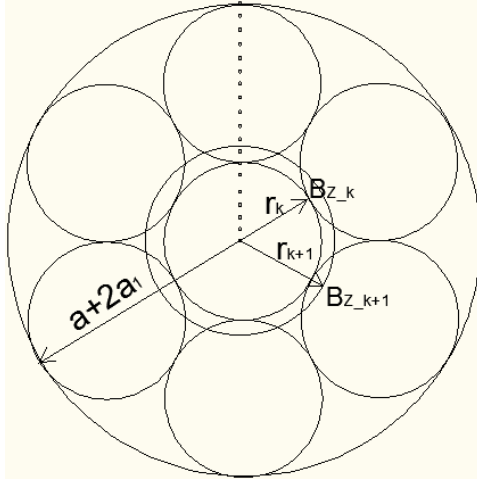


Figura 4.58 Secțiune transversală prin conductorul multifilar cu un strat

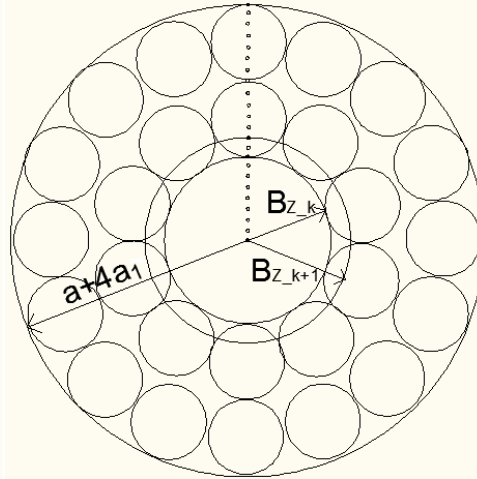


Figura 4.59 Secțiune transversală prin conductorul multifilar cu 2 straturi

Tabelul 4.22 Fluxul magnetic prin conductorul cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>

| I [A]                   | 250   | 225   | 200   | 175   | 150   | 125   | 100   | 75    | 50    |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\Phi_{OL}$ [ $\mu$ Wb] | 7,909 | 7,388 | 6,713 | 5,908 | 4,946 | 3,521 | 2,158 | 1,032 | 0,46  |
| $\Phi_{AL}$ [ $\mu$ Wb] | 0,079 | 0,071 | 0,063 | 0,055 | 0,048 | 0,039 | 0,032 | 0,024 | 0,016 |
| $\Phi$ [ $\mu$ Wb]      | 7,988 | 7,459 | 6,776 | 5,963 | 4,994 | 3,66  | 2,19  | 1,056 | 0,476 |

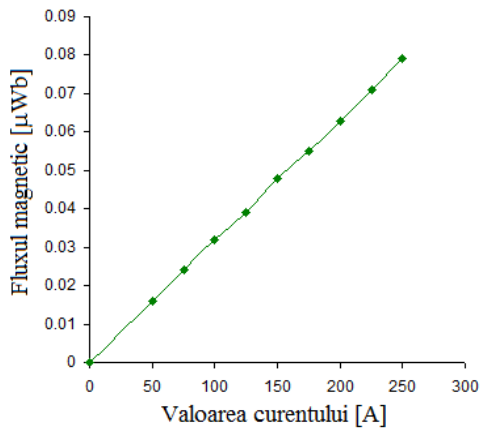


Fig. 4.60. Dependența fluxului magnetic din firele de aluminiu funcție de valoarea curentului

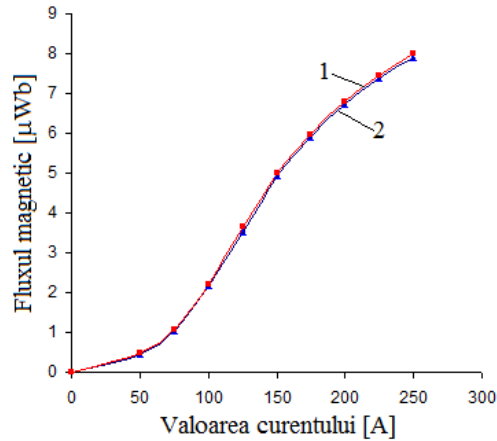


Fig. 4.61. Dependențele fluxului magnetic total (curba 1) și fluxului magnetic din inima de oțel (curba 2) funcție de valoarea curentului

În tabelele 4.22, 4.23 și 4.24 sunt prezentate rezultatele obținute pentru fluxul magnetic din inima de oțel  $\Phi_{OL}$ , din firele de aluminiu  $\Phi_{AL}$  și fluxul magnetic total  $\Phi$  în funcție de valoarea curentului care parcurge conductorul multifilar (LEA).

Din fig. 4.61 se constată că fluxul din interiorul conductorului LEA este practic egal cu cel din inima de oțel deci fluxul din zona din aluminiu este neglijabil. Același rezultat se constată și din tabelul 4.22.

Tabelul 4.23 Fluxul magnetic prin conductorul cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup>

| I [A]                   | 315    | 275    | 253   | 206   | 178   | 150   | 125   | 100   | 75    |
|-------------------------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\Phi_{OL}$ [ $\mu$ Wb] | 11,371 | 10,483 | 9,882 | 8,31  | 7,095 | 5,549 | 3,796 | 2,322 | 1,146 |
| $\Phi_{AL}$ [ $\mu$ Wb] | 0,132  | 0,115  | 0,106 | 0,086 | 0,075 | 0,06  | 0,051 | 0,041 | 0,031 |
| $\Phi$ [ $\mu$ Wb]      | 11,503 | 10,598 | 9,988 | 8,396 | 7,17  | 5,609 | 3,847 | 2,363 | 1,177 |

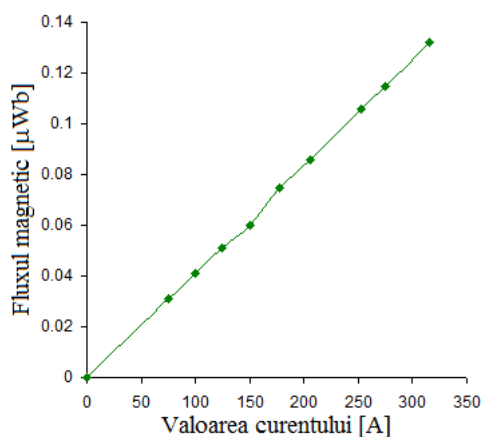


Fig. 4.62. Dependenta fluxului magnetic din firele de aluminiu functie de valoarea curentului

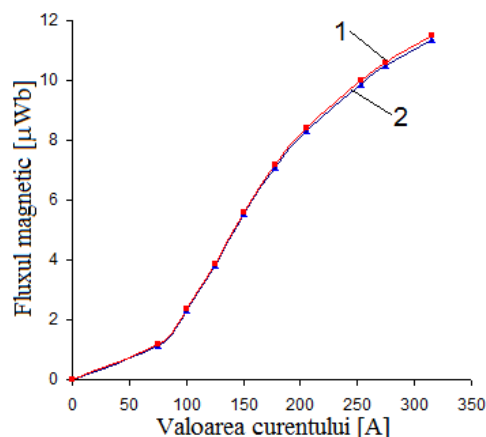


Fig. 4.63. Dependentele fluxului magnetic total (curba 1) și fluxului magnetic din inima de oțel (curba 2) functie de valoarea curentului

Din fig. 4.63 se constată că fluxul din interiorul conductorului LEA este practic egal cu cel din inima de oțel deci fluxul din zona din aluminiu este neglijabil. Același rezultat se constată și din tabelul 4.23.

Tabelul 4.24 Fluxul magnetic prin conductorul cu secțiunea 120 mm<sup>2</sup>

| I [A]                   | 400   | 315   | 275   | 253   | 206   | 178   | 150   | 125   | 100   |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\Phi_{OL}$ [ $\mu$ Wb] | 1,761 | 1,309 | 1,114 | 0,978 | 0,688 | 0,550 | 0,441 | 0,344 | 0,247 |
| $\Phi_{AL}$ [ $\mu$ Wb] | 0,143 | 0,127 | 0,108 | 0,122 | 0,115 | 0,098 | 0,081 | 0,066 | 0,051 |
| $\Phi$ [ $\mu$ Wb]      | 1,904 | 1,436 | 1,222 | 1,100 | 0,803 | 0,648 | 0,522 | 0,410 | 0,298 |

Din tabelul 4.24 (conductor cu două straturi înfășurate în sens contrar) se constată că fluxul magnetic scade foarte mult comparativ cu cazul în care conductorul are un singur strat. Dependenta fluxului magnetic din aluminiu și cel din oțel functie de curentul ce parcurge conductorul pentru conductorul cu două straturi înfășurate în sens contrar este prezentată în fig. 4.64, respectiv 4.65. Comparând fig. 4.65 cu fig. 4.63 și fig. 4.61 se constată o diferență mai mare între fluxul magnetic total și cel din inima de oțel, deci fluxul magnetic din zona de aluminiu are o pondere mai mare în acest caz decât în cazurile anterioare.

Din tabelele 4.22 și 4.23 cazul conductoarelor multifilare cu secțiunile de 35mm<sup>2</sup> și 50mm<sup>2</sup> având un strat se observă că valorile fluxului magnetic din inima de oțel sunt mult mai mari față de valorile fluxului magnetic din firele de aluminiu, iar din tabelul 4.24 (conductorului cu secțiunea se 120 mm<sup>2</sup> având două straturi înfășurate în sensuri diferite) se observă că valorile fluxului magnetic din inima de oțel scad mult în comparație cu cele din cazul conductorului cu un strat.

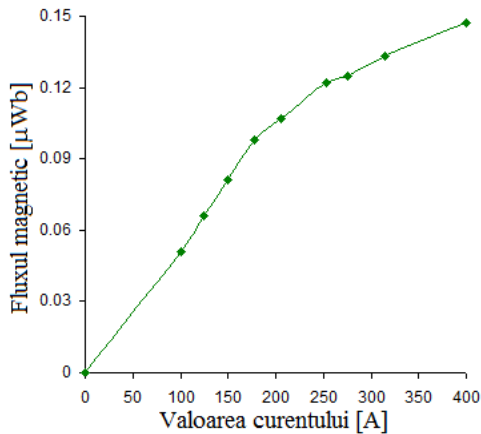


Fig. 4.64. Dependenta fluxului magnetic din firele de aluminiu functie de valoarea curentului

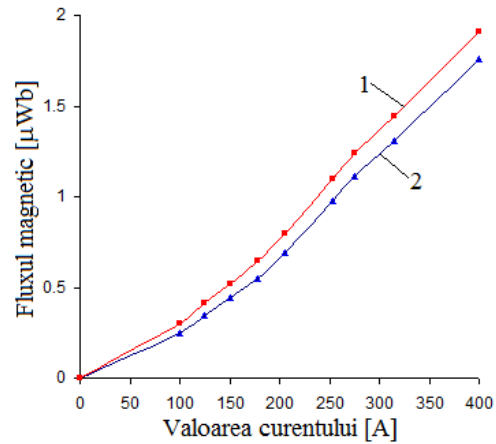


Fig. 4.65. Dependentele fluxului magnetic total (curba 1) și fluxului magnetic din inima de oțel (curba 2) functie de valoarea curentului

#### 4.9.2. Determinarea experimentală a fluxului magnetic

Pentru a verifica rezultatele obținute prin calcul s-a determinat experimental câmpul magnetic în conductorul multifilar. S-au considerat aceleași 3 tipuri de conductoare LEA reale (cu secțiunile  $35\text{mm}^2$ ,  $50\text{mm}^2$ ,  $120\text{mm}^2$ ) ca și în cazul când fluxul magnetic a fost determinat utilizând modelul numeric pentru calculul câmpului magnetic. S-au realizat două scheme de măsură și anume: schema de măsură 1 unde s-au considerat 2 conductoare multifilare cu secțiunea de  $35\text{mm}^2$  având un strat și schema de măsură 2 unde s-au considerat un conductor cu secțiunea de  $50\text{mm}^2$  având un strat și un conductor cu secțiunea de  $120\text{mm}^2$  având 2 straturi înfășurate în sensuri diferite. În fig. 4.66 se prezintă schema de măsură 2 utilizată pentru determinările experimentale, unde notațiile au următoarele semnificații: a - autotransformator, b - trusa de curent pentru obținerea curenților de valori mari, c - rezistență reglabilă pentru a modifica valoarea curentului, d - conductor multifilar cu secțiunea de  $50\text{mm}^2$  - având un strat, e - bobină cu 1400 de spire montată pe conductorul cu secțiunea de  $50\text{mm}^2$ , f - conductor multifilar cu secțiunea de  $120\text{mm}^2$  - având două straturi, g - bobină cu 1400 spire montată pe conductorul cu secțiunea de  $120\text{mm}^2$ , h - clește Analyst 2060 folosit pentru măsurarea curentului prin conductori, i - modul de intrări analogice de tensiune pe 12 biți, NI 9201, cu ajutorul căruia s-au achiziționat tensiunile induse în cele două bobine, j - ampermetru pentru măsurarea curentului și l - calculator pentru vizualizarea și salvarea tensiunilor induse achiziționate.

Pentru achiziția și prelucrarea tensiunilor induse din bobine s-a folosit mediul de programare LabVIEW [29, 30, 31, 32]. Programul este alcătuit din două instrumente virtuale și anume *Achizie 2 semnale.vi* folosit pentru recepționarea semnalelor de la placa de achiziție și configurarea acesteia și *Prelucrare 2 semnale 35.vi* și *Prelucrare 2 semnale 50+120.vi* folosit pentru prelucrarea tensiunilor induse în bobine.

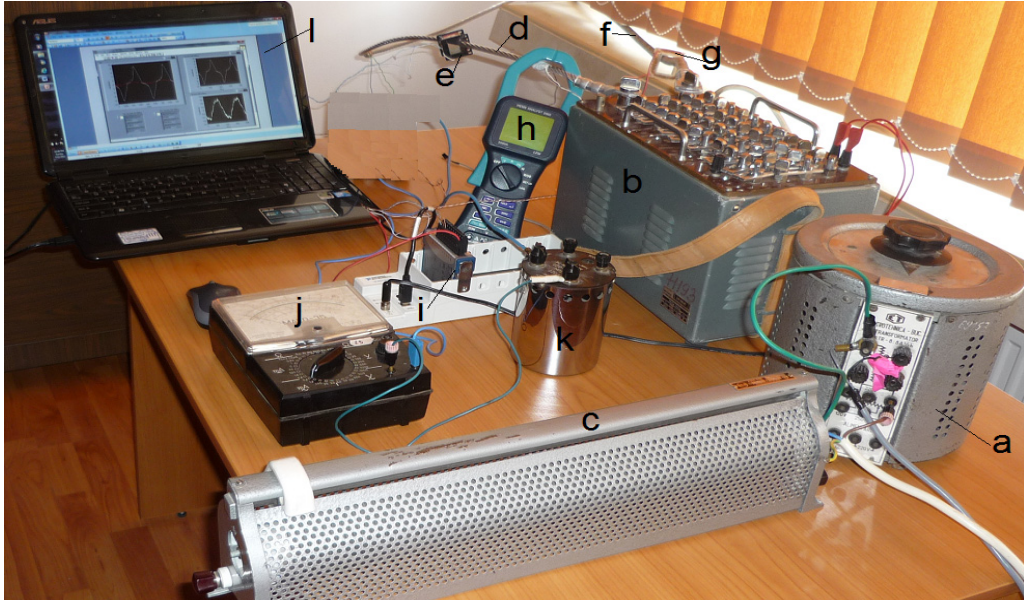


Fig. 4.66 Schema de măsură 2

Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru achiziția semnalelor este prezentată în figura 4.67, iar diagramele bloc ale instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse sunt prezentate în fig. 4.68 și 4.69.

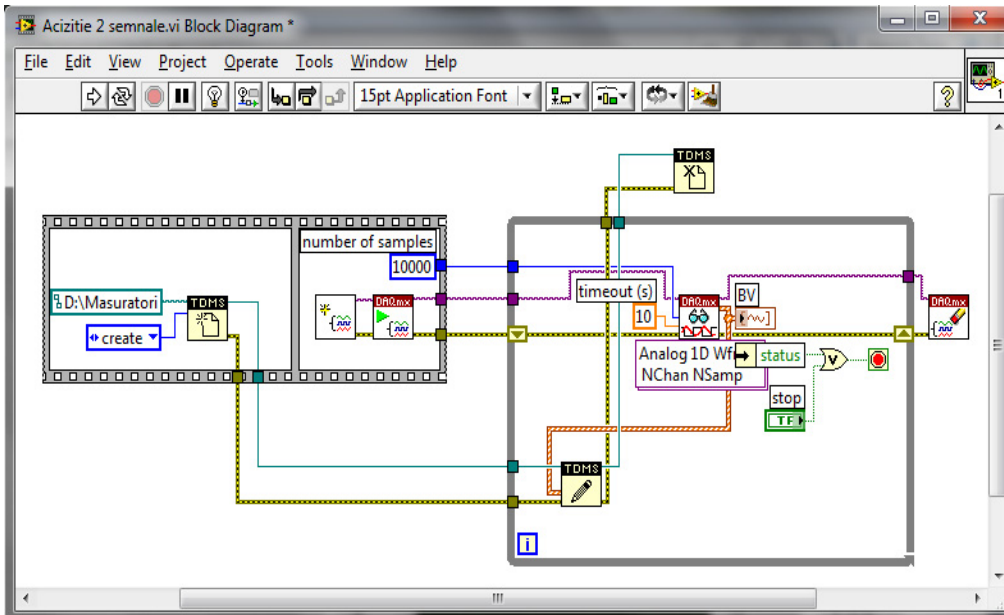


Figura 4.67. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru achiziția tensiunilor induse din bobine

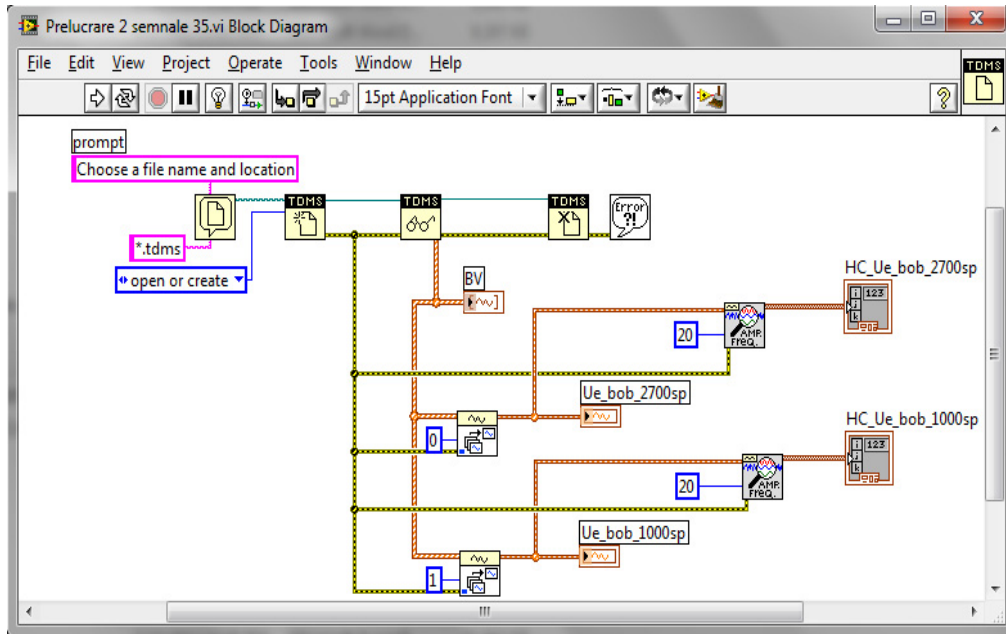


Figura 4.68. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse din bobine

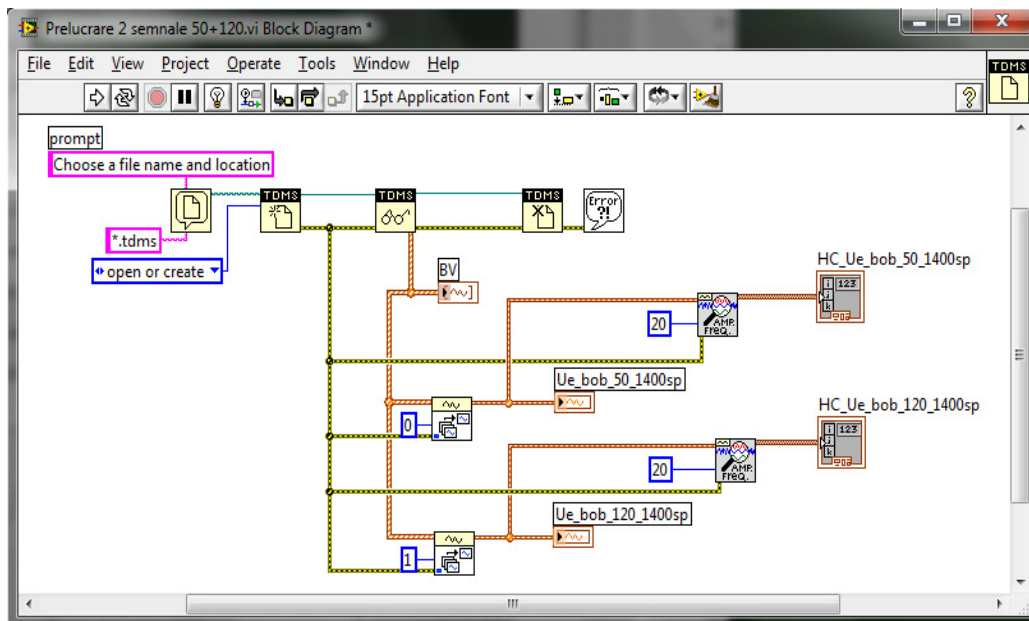


Figura 4.69. Diagrama bloc a instrumentului virtual pentru prelucrarea tensiunilor induse din bobine



Instrumentul virtual *Achizitie 2 semnale.vi* cu diagrama bloc prezentată în fig.4.67 prin elementul notat cu BV permite vizualizarea semnelor achiziționate în panoul frontal (pe ecranul calculatorului) a tensiunilor induse în bobine, precum și salvarea acestora pe hard-discul calculatorului într-un fișier, într-un format TDMS specific mediului de programare LabVIEW, fișier ce poate fi citit ulterior, cu ajutorul funcției TDMS[29].

În fig. 4.68 și 4.69 tensiunile induse vizualizate cu ajutorul elementului notat cu BV, sunt separate pentru analiză cu ajutorul a 2 elemente notate cu 0, 1. În figurile 4.70 și 4.71 se prezintă panourile frontale ale instrumentelor virtuale *Prelucrare 2 semnale 35.vi* și *Prelucrare 2 semnale 50+120.vi* pentru celor două scheme de măsură de unde se observă că tensiunile induse în bobine nu sunt sinusoidale motiv pentru care s-a determinat conținutul în armonici, cu ajutorul elementelor notate cu HC\_Ue\_bob\_35\_2700sp și HC\_Ue\_bob\_35\_1000sp pentru tensiunile induse în bobinele plasate pe conductorul cu secțiunea de 35 mm<sup>2</sup> și HC\_Ue\_bob\_50\_1400sp și HC\_Ue\_bob\_120\_1400sp pentru tensiunile induse în bobinele plasate pe conductoarele cu secțiunea de 50 mm<sup>2</sup>, respectiv 120 mm<sup>2</sup>, precizând pentru fiecare armonică amplitudinea și faza inițială.

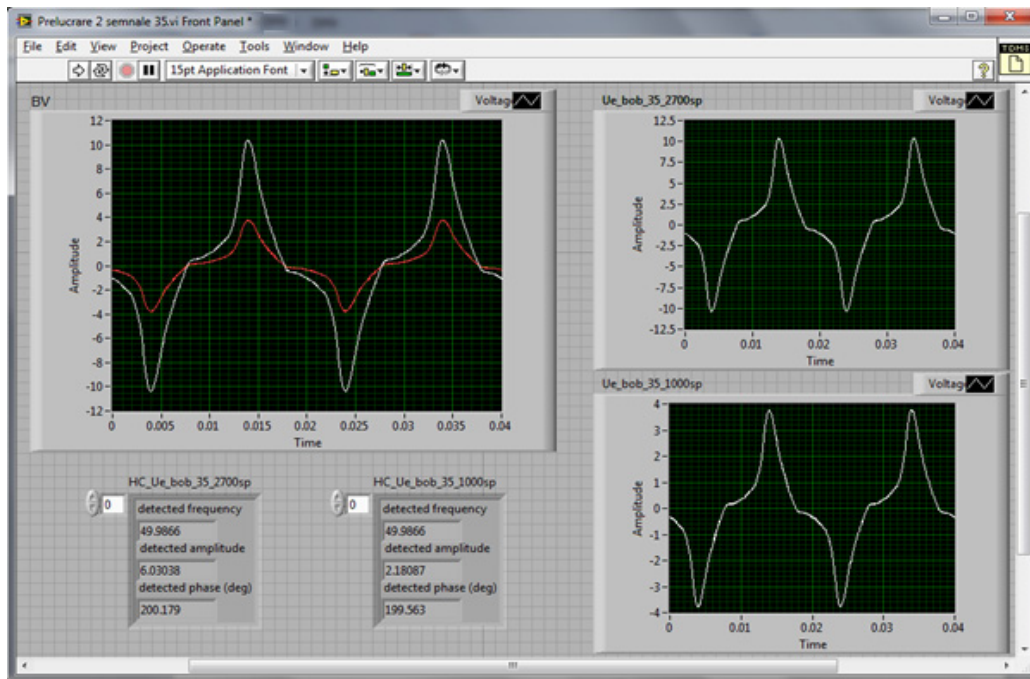


Figura 4.70 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 2 semnale 35.vi* la valoarea efectivă a curentului de 175A

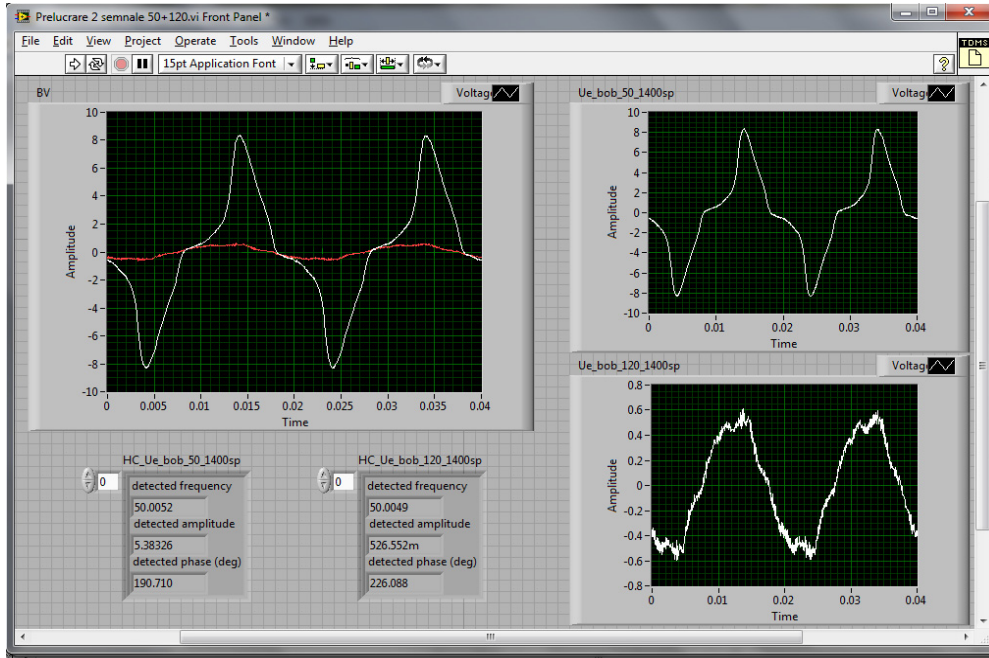


Figura 4.71 Panoul frontal al instrumentului virtual *Prelucrare 2 semnale 50+120.vi* la valoarea efectivă a curentului de 275A

Variația în timp a fluxului magnetic s-a obținut integrând în raport cu timpul tensiunea indusă. Pentru integrarea tensiunii induse s-a utilizat mediul de programare Mathcad, de unde a rezultat valoarea maximă a fluxului magnetic care s-a comparat cu cea obținută cu modelul numeric.

Rezultatele obținute din măsurători respectiv calculate pentru fluxul magnetic la diversele valori ale curentului prin conductoarele multifilare cu secțiunea de 35 mm<sup>2</sup>, 50 mm<sup>2</sup>, 120 mm<sup>2</sup> sunt prezentate în tabelele 4.25, 4.26, 4.27.

Tabelul 4.25 Fluxul magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de 35 mm<sup>2</sup>

| I[A]   |          | 250   | 225   | 200   | 175   | 150   | 125   | 100   | 75    | 50    |
|--------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Φ[μWb] | Măsurat  | 8,08  | 7,675 | 7,109 | 6,263 | 5,249 | 3,782 | 2,161 | 0,94  | 0,42  |
|        | Calculat | 7,988 | 7,459 | 6,776 | 5,963 | 4,994 | 3,66  | 2,19  | 1,056 | 0,476 |
|        | ε%       | 1,14  | 2,81  | 4,68  | 4,79  | 4,86  | 3,23  | -1,34 | -12,3 | -13,3 |

Tabelul 4.26 Fluxul magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de 50 mm<sup>2</sup>

| I[A]   |          | 315    | 275    | 253   | 206   | 178  | 150   | 125   | 100   | 75    |
|--------|----------|--------|--------|-------|-------|------|-------|-------|-------|-------|
| Φ[μWb] | Măsurat  | 11,82  | 11,14  | 10,57 | 9,06  | 7,71 | 5,929 | 4,2   | 2,375 | 1,089 |
|        | Calculat | 11,503 | 10,598 | 9,988 | 8,396 | 7,17 | 5,609 | 3,847 | 2,363 | 1,177 |
|        | ε%       | 2,68   | 4,87   | 5,51  | 7,33  | 7    | 5,4   | 8,4   | 0,51  | -8,08 |

Tabelul 4.27 Fluxul magnetic în cazul conductorului cu secțiunea de 120 mm<sup>2</sup>

| I[A]   |          | 400   | 315   | 275   | 253   | 206   | 178   | 150   | 125   | 100   |
|--------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Φ[μWb] | Măsurat  | 1,796 | 1,448 | 1,200 | 1,077 | 0,836 | 0,699 | 0,512 | 0,415 | 0,323 |
|        | Calculat | 1,904 | 1,436 | 1,222 | 1,100 | 0,803 | 0,648 | 0,522 | 0,410 | 0,298 |
|        | ε%       | -6,01 | 0,83  | -1,92 | -2,14 | 3,95  | 7,29  | -1,95 | 1,20  | 7,43  |

$$\varepsilon\% = \frac{\phi_{\text{masurat}} - \phi_{\text{calculat}}}{\phi_{\text{masurat}}} 100 \quad (4.58)$$

Din tabelele 4.25, 4.26, 4.27 rezultă că diferențele dintre valorile fluxului magnetic obținute din măsurători respectiv utilizând modelul numeric de calcul se încadrează între -13,3% și 4,86% pentru conductorul având secțiunea de 35 mm<sup>2</sup>, între -8,08% și 8,4% pentru conductorul având secțiunea de 50 mm<sup>2</sup>, între -6,01% și 7,43% pentru conductorul având secțiunea de 120mm<sup>2</sup>, ceea ce este satisfăcător din punct de vedere tehnic.

#### 4.10. Concluzii și contribuții personale

Obiectivul principal al acestui capitol a fost determinarea modelului numeric pentru calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor LEA utilizând metoda elementului finit cu elemente spațiale implementat în pachetului de programe Vector Fields Opera, și validarea modelului numeric prin compararea rezultatelor obținute cu cele în care s-a utilizat modelul analitic implementat în mediul de programare Wolfram Mathematica, respectiv cu rezultatele obținute experimental. Analiza câmpului magnetic din interiorul conductoarelor multifilare s-a făcut în funcție de pasul de înfășurare, raza cilindrului peste care sunt înfășurate firele din aluminiu și lungimea conductorului.

**Principalele concluzii** ce rezultă în urma studiului realizat sunt:

- a) Comparând rezultatele obținute utilizând modelul numeric de calcul al câmpului magnetic implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera cu cele obținute utilizând modelul analitic pentru calculul câmpului magnetic implementat în mediul de programare Wolfram Mathematica în medii omogene și liniare, au rezultat diferențe mici între cele două metode de calcul a câmpului magnetic. Diferențe mai mari s-au obținut în punctele situate în apropierea firelor din aluminiu. Deci înlocuirea firelor de aluminiu a conductoarelor LEA cu unele filiforme plasate în axul celor reale este acceptabil pentru calculul câmpului magnetic cu excepția zonei din apropierea firelor din aluminiu. Analizând câmpul magnetic în funcție de raza cilindrului s-a obținut o diferență de aproximativ 19% la suprafața cilindrului, eroare care a apărut din cauză că în modelul analitic implementat în mediul de programare Wolfram Matematica s-au considerat firele de aluminiu filiforme, folosind pentru calculul câmpului magnetic relația lui Biot-Savart-Laplace, pe când în modelul numeric în element finit spațial implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera s-a luat în considerare grosimea reală a firelor de aluminiu.
- b) În cazul unui singur fir înfășurat elicoidal peste un cilindru cu permeabilitatea  $\mu_0$ , influența pasului de înfășurare asupra câmpului magnetic din interiorul cilindrului este nesemnificativă, iar rezultatele obținute cu cele două modele de calcul sunt aproape identice.
- c) Din analiza câmpului magnetic în funcție de lungimea conductorului s-a constatat că valoarea câmpului magnetic crește la începutul și la sfârșitul conductorului și rămâne constantă în rest, de unde rezultă că dacă conductorul este mai lung decât trei pași de înfășurare (conține mai mult de trei spire) intensitatea câmpului magnetic din axul cilindrului se poate considera constantă în raport cu lungimea conductorului, exceptând prima și ultima spirală.
- d) În cazul conductorului cu un strat influența pasului de înfășurare asupra câmpului magnetic din interiorul conductorului multifilar este incomparabil mai mare decât în



cazul unui fir, valoarea intensității câmpului magnetic în axul cilindrului când lungimea pasului este minimă (81 mm) și firele din aluminiu sunt distribuite pe un strat este cu 39,85% mai mare decât atunci când pasul de înfășurare este maxim. Rezultatele obținute cu cele două modele de calcul (numeric și analitic) sunt practic identice.

e) Analizând dependența câmpul magnetic în funcție de rază a rezultat o diferență de maxim 3,6% când  $\xi = a_1$  între rezultatele obținute cu cele două modele de calcul programe de calcul.

f) Variația intensității câmpului magnetic în lungul axei conductorului este practic aceeași în cazul unui strat ca și în cazul unui fir.

g) În cazul când domeniul de existență al câmpului magnetic este neomogen și neliniar, pachetul de programe în element finit Vector Fields Opera permite introducerea, ca mărimi de intrare, a proprietăților de material inclusiv curba de magnetizare.

h) Analizând dependența intensității câmpului magnetic din inima de oțel a conductoarelor multifilare în funcție de pasul de înfășurare, raza inimii de oțel și lungimea conductorului s-a constatat că variația cea mai importantă este determinată de pasul de înfășurare a firelor de aluminiu.

i) Din comparația fluxului magnetic din interiorul conductorului determinat experimental cu cel calculat utilizând modelul numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera au rezultat diferențe mici (maxim 4,79% în cazul conductorului cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup>, maxim 8,08% în cazul conductorului cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup>, maxim 7,43% în cazul conductorului cu secțiunea 120 mm<sup>2</sup>). Acest rezultat ne permite să afirmăm că modelul numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera poate fi utilizat cu succes în calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor multifilare cu inimă de oțel sau fără când firele sunt înfășurate elicoidal.

j) Modelul numeric bazat pe metoda elementului finit și implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera poate fi utilizat cu rezultate foarte bune în calculul câmpului magnetic atât în medii lineare cât și în medii nelineare, dacă sunt alese corespunzător dimensiunea elementelor finite, domeniul de existență al câmpului magnetic și luat în considerare, condițiile pe frontieră.

l) Pachetul de programe Vector Fields Opera permite calculul energiei câmpului magnetic din subdomeniile de existență ale câmpului magnetic analizat, deci se poate determina cu ușurință inductivitatea internă a conductoarelor. Calculul fluxului magnetic este însă mai complicat.

m) Rezultatele obținute cu modulul de analiză TOSCA, respectiv ELEKTRA sunt practic identice, deci în analiza câmpului magnetic la frecvența de 50 Hz acesta poate fi considerat în regim staționar.

**Principalele contribuții sunt:**

a) Conceperea și implementarea în pachetul de programe Vector Fields Opera a modelului numeric utilizând metoda elementului finit MEF-3D pentru calculul câmpului magnetic în medii liniare și omogene.

b) Conceperea și implementarea în pachetul de programe Vector Fields Opera a modelului numeric utilizând metoda elementului finit MEF-3D pentru calculul câmpului magnetic în medii neliniare și neomogene.

c) Analiza câmpului magnetic din interiorul conductoarelor multifilare în medii liniare și neliniare funcție de caracteristicile geometrice ale firelor de aluminiu și caracteristicile de material ale inimii de oțel.

- d) Calculul câmpului magnetic din inima de oțel respectiv din firele de aluminiu a conductoarelor cu secțiunile de 35mm<sup>2</sup>, 50mm<sup>2</sup>, 120mm<sup>2</sup>, evidențiind faptul că în inima de oțel componenta câmpului magnetic în lungul axei conductorului este mult mai mare decât în firele de aluminiu.
- e) Conceperea, realizarea montajului experimental pentru determinarea câmpului magnetic din interiorul conductoarelor liniilor electrice aeriene și prelucrarea rezultatelor obținute.
- f) Compararea fluxului magnetic din interiorul conductoarelor multifilare (LEA) obținut cu ajutorul modelului numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera cu cel determinat experimental. Comparație care a permis validarea modelului numeric.

#### 4.11. Bibliografie

- [1] Mîndru G., Rădulescu M., *Analiza numerică a câmpului electromagnetic*, Litografia Institutului Politehnic Cluj Napoca, 1983.
- [2] Șora C., De Sabata I., Bogoevici N., Heler A., Daba D., Vetreș I., ș.a., *Bazele Electrotehnicii*, Editura Politehnica Timișoara, 2008.
- [3] Nicolaide A. *Bazele fizice ale electrotehnicii*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1986.
- [4] Mocanu C.I., *Teoria câmpului electromagnetic*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
- [5] Hănțilă F., Demeter E., *Rezolvarea numerică a problemelor de câmp electromagnetic*, Editura Ari Press, București, 1995.
- [6] Cheng D. K., *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*, Addison Wesley Publ. Company, New York., 1993
- [7] Clayton R.P., *Introduction to Electromagnetic Field*, McGraw-Hill, 1998.
- [8] Hayt W.H., *Engineering Electromagnetics*, McGraw-Hill, 1989.
- [9] Paul C.R., s.a., *Introduction to Electromagnetic Fields*, WCB/McGraw-Hill, 1998.
- [10] Rosman H., *Bazele teoriei câmpului electromagnetic. Electromagnetism, vol. III*, Editura Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iași, 1999.
- [11] Rosman H. *Bazele teoriei câmpului electromagnetic. Electrocinetică, vol II*, Editura Universitatea Tehnică "Gh. Asachi" Iași, 1998.
- [12] Lager I., *Modele numerice directe pentru calculul câmpului electromagnetic staționar și static*, Editura Academiei Române, 2002.
- [13] Hoole S.R.H, Hoole P.R.P, *A Modern Short Course in Engineering Electromagnetics*, Oxford University Press, 1996.
- [14] Mîndru Gh., *Bazele electrotehnici*, Editura Universității Tehnice Cluj-Napoca, 2005.
- [15] Simion E., Mîndru Gh., Țopa V., Muntean C., Micu D., Petrean L., Peter C., *Modelarea numerică a câmpului electromagnetic. Volumul 2*, Atelierul de Multiplicare al Universității Tehnice din Cluj-Napoca (1995).
- [16] Țopa V., Muntean C., De May G., Reconinck J., Simion E., *Optimal Design of the Electromagnetic Devices using Numerical Methods*, VUB University Press, Brussels, Belgium,

- [17] Răcășan C., Țopa V., Răcășan A., Munteanu C., *Modelarea numerică a câmpului electromagnetic*, Ed. Casa Cărții de Știință, Cluj-Napoca, 2007.
- [18] Munteanu C., Bortels L., Deconinck J., Țopa V., Simion E., *Advances on BEM – FEM 3D Numerical Modelling of Electromagnetic Interferences between HV Lines and Buried Pipelines*, Proceedings of the 2nd International Workshop on Advances in Numerical Computation Methods in Electromagnetism, ANCME 2003, Gent, Belgium, 15 - 16 Mai 2003, pp. 31-38.
- [19] Țopa V., Munteanu C., Deconinck J., Man L., Grindei L., *Extended Finite Element Method for Optimal Design of Electromagnetic Devices*, Book of Abstracts of the 6<sup>th</sup> International Conference on Scientific Computing in Electrical Engineering SCEE'06, Sinaia, România, 17-22 Septembrie 2006, pp.88-89.
- [20] Munteanu C., Visan G., Pop I., *Electric and Magnetic Field Distribution inside High Voltage Power Substations. Numerical Modelling and Experimental Measurements*, IEEEJ Transaction on Electrical and Electronic Engineering, Vol. 5, No. 1, Ianuarie 2010, pp. 40-45.
- [21] Țopa V., Man L., Grindei L., Munteanu C., De Mey G., Rizzo R., *The Extended Finite Element Method for Optimal Design of Complex Electric Structures*, Electrical Engineering Research Report EERR, no. 21, Napoli, Italy, June 2006, pp. 1-7.
- [22] Căta I., Toader D., *Finite Element Method for calculation of magnetic field produced from a helical turn in linear and nonlinear medium*, The 2nd International Conference on Mathematical Models for Engineering Science, MMES 2011, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spania, Decembrie 2011.
- [23] Căta I., Păunescu D., Toader D., *Calculation of Magnetic Field Intensity in Steel Core of a Multi-Wire Conductor with Wires Wrapped Helically*, D. Toader, Simpozionul Național de Electrotehnică Teoretică, București, 3-4 dec 2010.
- [24] Căta I., Toader D., *Computation of magnetic flux in a helical multiple conductor with finite element method*, The 2nd International Conference on Mathematical Models for Engineering Science, MMES 2011, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spania, Decembrie 2011.
- [25] Căta I., Toader D., *Numerical model to calculate the magnetic field in a helical turn*, Buletin Științific al UPT, Seria Matematică-Fizică, Editura Politehnica, Timișoara, România, Tom 56(70), Fascicula 2, 2011, p.108-120.
- [26] Papagianis G., Triantafyllidis D., Labridis D., *A One-Step Finite Element Formulation for the Modeling of Single and Double-Circuit Transmission Lines*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.15, no. 1, 2000, pp. 33-38.
- [27] Vector Fields Opera 13.0 User Guide.
- [28] \*\*\*SR CEI 61089, *Conductoare pentru linii electrice cu sârme rotunde, cablate în straturi concentrice*, 1996.
- [29] LabVIEW, *Reference Manual*.
- [30] Maier V., Maier C. D., *LabVIEW în calitatea energiei electrice*, Editura Albastră, Cluj-Napoca, 2000.
- [31] Munteanu C., Țopa V., Răcășan A., Visan G., Pop I., *Computation Methods and Experimental Measurements of the Electric and Magnetic Field Distribution inside High Voltage Substations*, Proc. 11th Int. Conf. on Electromagnetics in Advanced Applications, ICEAA'09, 14-18 Sept. 2009, Torino, Italia, pp. 253-256, indexat baza de date IEEE Xplore.

- [32] Munteanu C., Visan G., Pop I., *Electric and Magnetic Field Distribution inside High and Very High Voltage Power Substations. Computation Methods and Experimental Measurements*, Proc. Int. Colloquium on Power Frequency Electromagnetic Fields ELF EMF, Sarajevo, Bosnia-Hertegovina, 03- 04 Iunie 2009, Publicat pe CD.
- [33] Căta I., *Calculation of Magnetic flux in a helical multiple conductor*, Workshop nr.2 Interdisciplinaritatea și managementul cercetării, Prezentarea rezultatelor obținute de doctoranzi, Universitatea Politehnica Timișoara, Secțiunea electric, pp. 21-22, 24-25 Noiembrie 2011.

## 5 Inductivitatea liniilor electrice trifazate

### 5.1 Considerații generale

În literatura de specialitate [1, ..., 4], pentru calculul inductivității conductoarelor LEA fluxul magnetic total se împarte în două componente și anume componenta din interiorul conductorului (internă), respectiv cea din exteriorul conductorului (exterioară). Corespunzător celor două componente ale fluxului magnetic se definesc inductivitatea internă și inductivitatea exterioară a conductorului.

#### 5.1.1 Calculul analitic al inductivității interne

Pentru calcul acestei inductivități conductoarele multifilare LEA se echivalează cu conductoare omogene de formă cilindrică având raza identică cu cea a conductoarelor reale, în care curentul este uniform distribuit. În aceste condiții inductivitatea internă a conductoarelor multifilare are expresia [1, ... 5]

$$L'_i = \frac{\mu_0 \cdot l}{8 \cdot \pi} \quad (5.1)$$

unde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H/m$ .

Considerând lungimea conductorului 1km, pentru inductivitatea internă se obține valoarea  $L'_i = 0,05mH/km$ , iar reactanța devine  $X'_i = 0,0157\Omega/km$ , pentru frecvență 50 Hz.

Din relația (5.1) se constată că în expresia inductivității interne nu intervine numărul firelor conductoare, pasul de înfășurare al acestora și raza conductoarelor. De asemenea, în expresia inductivității interne nu intervine prin nici un parametru inima de oțel a conductorului multifilar LEA. În lucrările [6, 7] se prezintă modele analitice pentru calculul inductivității spirelor înfășurate elicoidal. În prima lucrare se consideră spira elicoidală plasată în aer, iar în a doua lucrare se înlocuiește conductorul real cu un filiform plasat în axul celui real.

#### 5.1.2 Calculul analitic al inductivității exterioare

Conductoarele de fază a liniilor electrice aeriene sunt plasate pe stâlpii acestora funcție de coronament putând fi așezate orizontal, în vârfurile unui triunghi oarecare, în vârfurile unui triunghi isoscel, respectiv cazul ideal când se consideră că sunt plasate în vârfurile unui triunghi echilateral.

Din punct de vedere al procedurii de calcul în literatură se prezintă modele analitice [1, ..., 5], respectiv modele numerice [8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16].

### 5.1.2.1 Calculul analitic al inductivității exterioare pentru un conductor

Pentru calculul inductivității proprii exterioare se consideră un conductor real  $I$  de rază  $r$  și un conductor fictiv  $N$ , dispus la o distanță  $x$  de conductorul real (Fig.5.1).

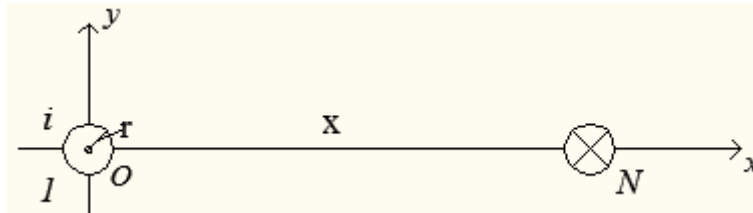


Fig. 5.1 Explicativă privind calculul inductivității exterioare a unui conductor

Fluxul propriu exterior care străbate suprafața limitată de conturul format de conductorul real și conductorul fictiv  $N$  este [1, ..., 5],

$$\phi'_{pe} = \frac{\mu_0 \cdot i \cdot l}{2\pi} \ln \frac{x}{r}. \quad (5.2)$$

Din relația (5.2) pentru inductivitatea proprie exterioară a conductorului de fază se obține expresia,

$$L'_{pe} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \ln \frac{x}{r}. \quad (5.3)$$

### 5.1.2.2 Calculul analitic al inductivității exterioare în cazul unui sistem monofazat

Se consideră două conductoare paralele, 1 și 2, (Fig. 5.2), caracterizate prin faptul că suma intensităților curenților ce le parcurg este nulă.

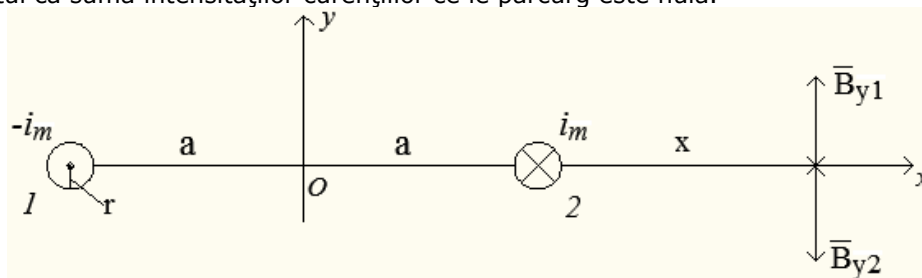


Figura 5.2 Sistem monofazat

Considerând conductoarele de fază de lungime infinită și paralele între ele, componenta inducției magnetice în lungul axei  $Oy$  se exprimă prin relația,

$$B_y = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{2\pi(2a+x)} - \frac{\mu_0 \cdot i_m}{2\pi x} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{2\pi} \left( \frac{1}{2a+x} - \frac{1}{x} \right). \quad (5.4)$$

Fluxului magnetic din suprafața de formă dreptunghiulară delimitată de conductorul real 1 și conductorul fictiv de nul plasat la infinit și lungime  $l$  este

$$\phi_e' = \int_S B_y ds = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{2\pi} \int_r^\infty \left( -\frac{1}{2a+x} + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{2\pi} \ln \frac{2a+r}{r} \quad (5.5)$$

Din relația (5.5), pentru inductivitatea exterioară se obține expresia

$$L_e' = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \ln \frac{2a+r}{r} \quad (5.6)$$

### 5.1.2.3 Calculul analitic al inductivității exterioare în serviciu de secvență pozitivă (directă) și negativă (inversă) în cazul unui sistem trifazat

În cazul sistemelor trifazate de mărimi simetrice de secvență pozitivă sau negativă suma valorilor momentane ale acestora este zero. Deci, sistemul trifazat al curenților simetrici de secvență pozitivă, respectiv negativă satisfac relația

$$i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) = 0 \quad (5.7)$$

unde  $i_1, i_2, i_3$  reprezintă curenții de fază ai liniei electrice trifazate și au expresiile:

$$i_1 = i_m \cdot \sin(\omega t) \quad (5.8)$$

$$i_2 = i_m \cdot \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (5.9)$$

$$i_3 = i_m \cdot \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (5.10)$$

**Cazul 1.** Se consideră linia trifazată echilibrată, deci cele trei conductoare de fază, sunt dispuse în vârfurile unui triunghi echilateral (Fig. 5.3), unde cele trei faze s-au notat 1, 2, 3. Într-o primă variantă s-a considerat momentul de timp  $t = 5$  ms și frecvența curenților  $f = 50$  Hz, când curenții din cele trei conductoare de fază devin:  $i_1 = i_m, i_2 = i_3 = -i_m/2$ .

Considerând conductoarele de fază de lungime infinită și paralele între ele, componentele inducției magnetice în lungul axei Ox și Oy se exprimă prin relațiile,

$$B_{1x} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( \frac{2}{y} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} \right) \quad (5.11)$$

$$B_{2y} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( -\frac{2 \cdot (a+x)}{3a^2 + (a+x)^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{(2a+x)} \right) \quad (5.12)$$

$$B_{3y} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( \frac{2 \cdot (a+z)}{3a^2 + (a+z)^2} - \frac{1}{2a+z} - \frac{1}{z} \right) \quad (5.13)$$

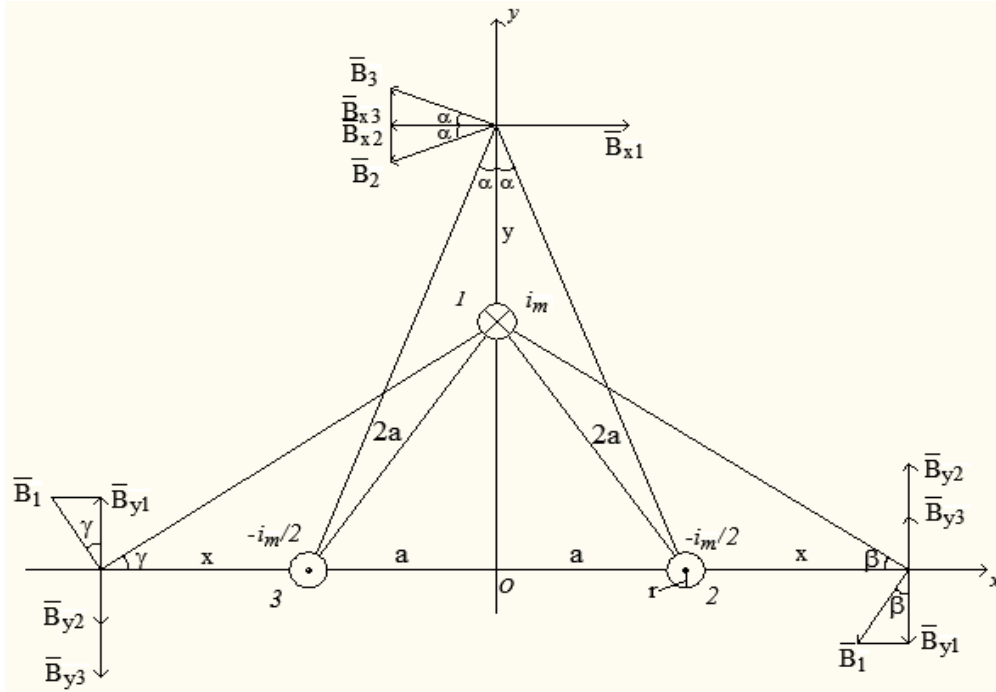


Figura 5.3 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral

Calculul inductivităților exterioare a conductoarelor de fază necesită determinarea fluxului magnetic din suprafețele de formă dreptunghiulară și de lungime  $l$ , delimitate de fiecare conductor de fază și conductorul fictiv de întoarcere al curentului plasat la infinit. Expresiile fluxului magnetic prin aceste suprafețe sunt

$$\begin{aligned}\phi_{1e} &= \int_S \bar{B}_{1x} \cdot \bar{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{2\pi} \int_r^\infty \left( \frac{1}{y} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} \right) dy = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3} + r)^2}}{r}\end{aligned}\quad (5.14)$$

$$\begin{aligned}\phi_{2e} &= \int_S \bar{B}_y \cdot \bar{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( -\frac{2 \cdot (a+x)}{3a^2 + (a+x)^2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{(2a+x)} \right) dx = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{3a^2 + (a+r)^2}{r \cdot (2a+r)}\end{aligned}\quad (5.15)$$

$$\phi_{3e} = \int_S \bar{B}_y \cdot \bar{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( -\frac{2 \cdot (a+z)}{3a^2 + (a+z)^2} + \frac{1}{2a+z} + \frac{1}{z} \right) dx =$$



$$= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{3a^2 + (a+r)^2}{r \cdot (2a+r)} \quad (5.16)$$

Din relațiile (5.14), (5.15) și (5.16) pentru inductivitățile exterioare conductoarelor de fază se obțin expresiile,

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3} + r)^2}}{r} \quad (5.17)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{3a^2 + (a+r)^2}{r \cdot (2a+r)} \quad (5.18)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{3a^2 + (a+r)^2}{r \cdot (2a+r)} \quad (5.19)$$

În a doua variantă s-a considerat aceeași linie trifazată echilibrată, momentul de timp  $t = 11,67 \text{ ms}$ , frecvența curenților  $f = 50 \text{ Hz}$ , iar curenții din cele trei conductoare de fază fiind:  $i_1 = i_3 = -i_m/2$ ,  $i_2 = i_m$  (fig.5.4).

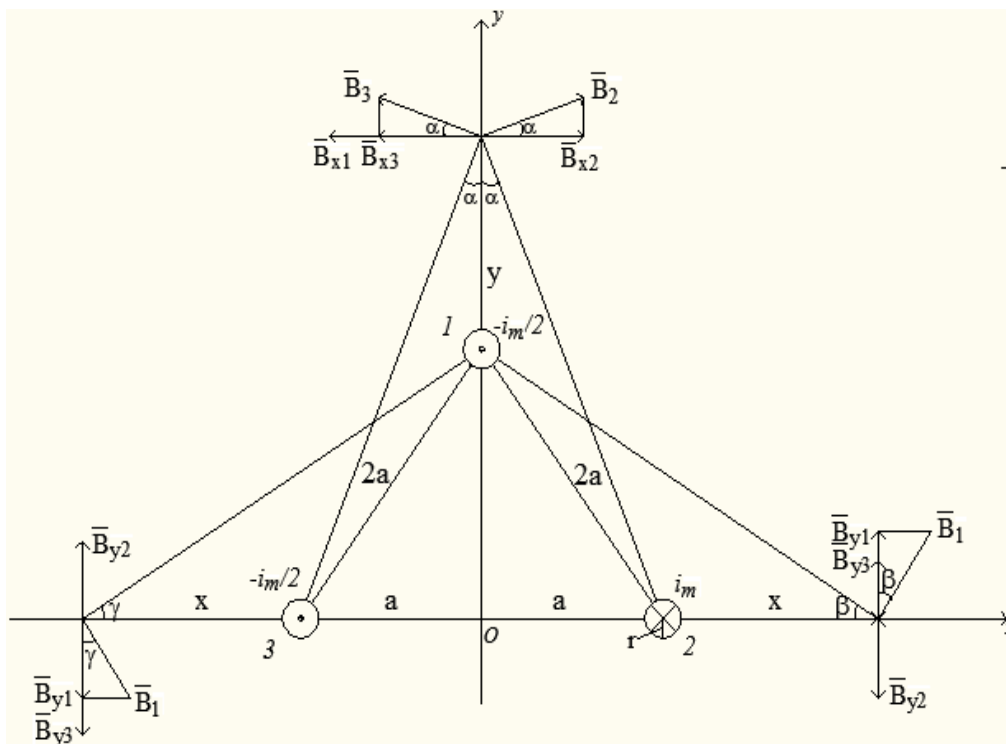


Figura 5.4 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral

Considerând conductoarele de fază de lungime infinită și paralele între ele, componentele inducției magnetice în lungul axelor Ox și Oy se exprimă prin relațiile,

$$B_{1x} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( -\frac{1}{y} + \frac{2 \cdot (a\sqrt{3} + y)}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} \right) \quad (5.20)$$

$$B_{2y} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( \frac{a + x}{3a^2 + (a + x)^2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{2a + x} \right) \quad (5.21)$$

$$B_{3y} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( -\frac{a + z}{3a^2 + (a + z)^2} + \frac{2}{2a + z} - \frac{1}{z} \right) \quad (5.22)$$

Calculul inductivităților exterioare a conductoarelor de fază necesită determinarea fluxului magnetic din suprafețele de formă dreptunghiulară și de lungime  $l$ , delimitate de fiecare conductor de fază și conductorul fictiv de întoarcere al curentului plasat la infinit. Expresiile fluxului magnetic prin aceste suprafețe sunt

$$\begin{aligned} \phi_{1e} &= \int_S \bar{B}_{1x} \cdot \bar{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( \frac{1}{y} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} \right) dy = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3} + r)^2}}{r} \end{aligned} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2e} &= \int_S \bar{B}_{2y} \cdot \bar{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( \frac{a + x}{3a^2 + (a + x)^2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{2a + x} \right) dx \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{3a^2 + (a + r)^2} \cdot (2a + r)}{r^2} \end{aligned} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned} \phi_{3e} &= \int_S \bar{B}_{3y} \cdot \bar{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( \frac{a + z}{3a^2 + (a + z)^2} - \frac{2}{2a + z} + \frac{1}{z} \right) dz \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{(2a + r)^2}{\sqrt{3a^2 + (a + r)^2} \cdot r} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Din relațiile (5.23), (5.24) și (5.25) pentru inductivitățile exterioare conductoarelor de fază se obțin expresiile,

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3} + r)^2}}{r} \quad (5.26)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{3a^2 + (a + r)^2} \cdot (2a + r)}{r^2} \quad (5.27)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(2a + r)^2}{\sqrt{3a^2 + (a + r)^2} \cdot r} \quad (5.28)$$

În a treia variantă s-a considerat aceeași linie trifazată echilibrată, momentul de timp fiind  $t = -1,67$  ms, frecvența curenților  $f = 50$  Hz, iar curenții din cele trei conductoare de fază fiind:  $i_1 = i_2 = -i_m / 2$ ,  $i_3 = i_m$  (fig. 5.5).

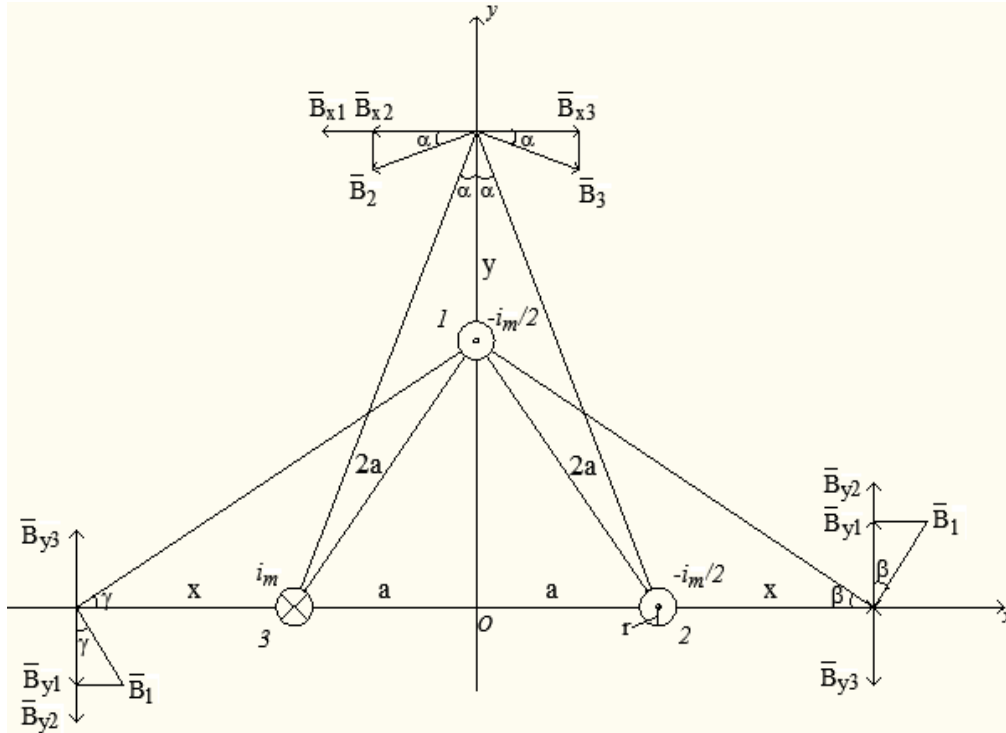


Figura 5.5 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral

Considerând conductoarele de fază de lungime infinită și paralele între ele, componentele inducției magnetice în lungul axelor Ox și Oy se exprimă prin relațiile,

$$B_{1x} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( -\frac{1}{y} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} + \frac{2 \cdot (a\sqrt{3} + y)}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} \right) \quad (5.29)$$

$$B_{2y} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( \frac{a + x}{3a^2 + (a + x)^2} + \frac{1}{x} - \frac{2}{2a + x} \right) \quad (5.30)$$

$$B_{3y} = \frac{\mu_0 \cdot i_m}{4\pi} \left( -\frac{a + z}{3a^2 + (a + z)^2} - \frac{1}{2a + z} + \frac{2}{z} \right) \quad (5.31)$$

Calculul inductivităților exterioare ale conductoarelor de fază necesită determinarea fluxului magnetic din suprafețele de formă dreptunghiulară și de lungime  $l$ , delimitate de fiecare conductor de fază și conductorul fictiv de întoarcere al curentului plasat la infinit. Expresiile fluxului magnetic prin aceste suprafețe sunt

$$\begin{aligned}\phi_{1e} &= \int_S \overline{B}_{1x} \cdot \overline{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( \frac{1}{y} - \frac{a\sqrt{3} + y}{a^2 + (a\sqrt{3} + y)^2} \right) dy = \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3} + r)^2}}{r}\end{aligned}\quad (5.32)$$

$$\begin{aligned}\phi_{2e} &= \int_S \overline{B}_{2y} \cdot \overline{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( \frac{a+x}{3a^2 + (a+x)^2} + \frac{1}{x} - \frac{2}{2a+x} \right) dx \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)^2}{\sqrt{3a^2 + (a+r)^2} \cdot r}\end{aligned}\quad (5.33)$$

$$\begin{aligned}\phi_{3e} &= \int_S \overline{B}_{3y} \cdot \overline{ds} = \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \int_r^\infty \left( -\frac{a+z}{3a^2 + (a+z)^2} - \frac{1}{2a+z} + \frac{2}{z} \right) dz \\ &= \frac{\mu_0 \cdot i_m \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{3a^2 + (a+r)^2} \cdot (2a+r)}{r^2}\end{aligned}\quad (5.34)$$

Din relațiile (5.32), (5.33) și (5.34) pentru inductivitățile exterioare conductoarelor de fază se obțin expresiile,

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (a\sqrt{3} + r)^2}}{r}\quad (5.35)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)^2}{\sqrt{3a^2 + (a+r)^2} \cdot r}\quad (5.36)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{3a^2 + (a+r)^2} \cdot (2a+r)}{r^2}\quad (5.37)$$

**Cazul 2.** Conductoarele de fază ale LEA sunt dispuse în vârfurile unui triunghi isoscel (fig. 5.6). Pentru varianta 1 momentul de timp fiind  $t = 5$  ms, inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (b+r)^2}}{r}\quad (5.36)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{b^2 + (a+r)^2}{r \cdot (2a+r)}\quad (5.37)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{b^2 + (a+r)^2}{r \cdot (2a+r)}\quad (5.38)$$

Pentru varianta 2 momentul de timp fiind  $t = 11,67$  ms, inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (b+r)^2}}{r} \quad (5.39)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{b^2 + (a+r)^2} \cdot (2a+r)}{r^2} \quad (5.40)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)^2}{\sqrt{b^2 + (a+r)^2} \cdot r} \quad (5.41)$$

Pentru varianta 3 momentul de timp fiind  $t = -1,67$  ms, inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (b+r)^2}}{r} \quad (5.42)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)^2}{\sqrt{b^2 + (a+r)^2} \cdot r} \quad (5.43)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{b^2 + (a+r)^2} \cdot (2a+r)}{r^2} \quad (5.44)$$

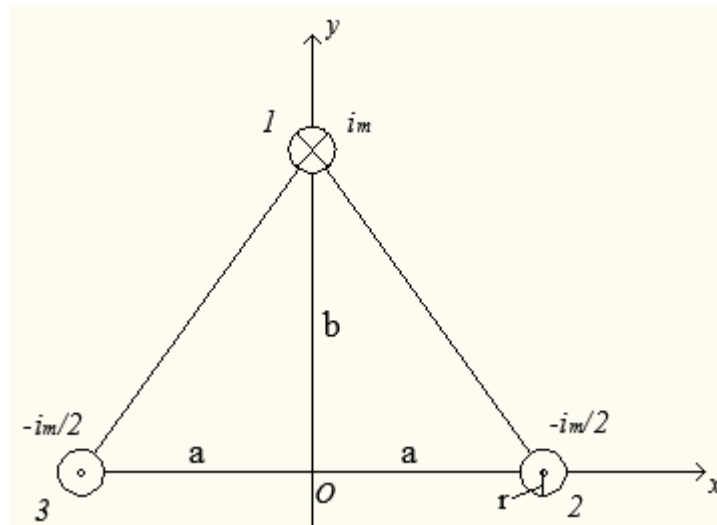


Figura 5.6 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi isoscel

**Cazul 3.** Conductoarele de fază ale LEA sunt dispuse în vârfurile unui triunghi oarecare (fig. 5.7). Pentru varianta 1 momentul de timp fiind  $t = 5$  ms, inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{a^2 + (b+r)^2} \cdot \sqrt{c^2 + (b+r)^2}}{r^2} \quad (5.45)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{b^2 + (a+r)^2}{r \cdot (a+c+r)} \quad (5.46)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{b^2 + (c+r)^2}{r \cdot (a+c+r)} \quad (5.47)$$

Pentru varianta 2 momentul de timp fiind  $t = 11,67$  ms, inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{a^2 + (b+r)^2}{r \cdot \sqrt{c^2 + (b+r)^2}} \quad (5.48)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{b^2 + (a+r)^2} \cdot (a+c+r)}{r^2} \quad (5.49)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(a+c+r)^2}{r \cdot \sqrt{b^2 + (c+r)^2}} \quad (5.50)$$

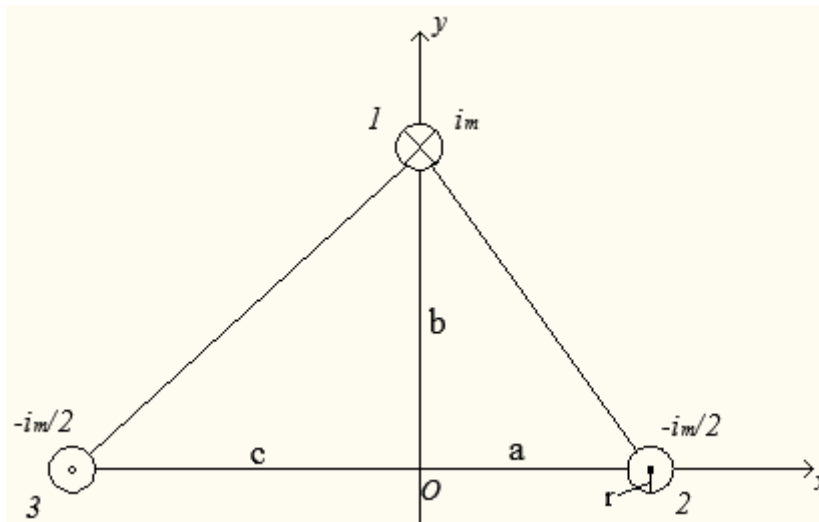


Figura 5.7 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi oarecare

Pentru varianta 3 momentul de timp fiind  $t = -1,67$  ms, inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{c^2 + (b+r)^2}{r \cdot \sqrt{a^2 + (b+r)^2}} \quad (5.51)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(a+c+r)^2}{r \cdot \sqrt{b^2 + (a+r)^2}} \quad (5.52)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{\sqrt{b^2 + (c+r)^2} \cdot (a+c+r)}{r^2} \quad (5.53)$$

**Cazul 4.** Conductoarele de fază ale LEA sunt dispuse orizontal (fig. 5.8). Pentru varianta 1 momentul de timp fiind  $t = 5\text{ms}$ , inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)(a+r)}{r^2} \quad (5.54)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{a+r}{r} \quad (5.55)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)^2}{r \cdot (a+r)} \quad (5.56)$$

Pentru varianta 2 momentul de timp fiind  $t = 11,67\text{ ms}$ , inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(a+r)^2}{r \cdot (2a+r)} \quad (5.47)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{2a+r}{r} \quad (5.48)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(a+r)^2}{r \cdot (2a+r)} \quad (5.59)$$

Pentru varianta 3 momentul de timp fiind  $t = -1,67\text{ ms}$ , inductivitățile exterioare conductoarelor de fază au expresiile

$$L'_{1e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)^2}{r \cdot (a+r)} \quad (5.60)$$

$$L'_{2e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi} \cdot \ln \frac{a+r}{r} \quad (5.61)$$

$$L'_{3e} = \frac{\mu_0 \cdot l}{4\pi} \cdot \ln \frac{(2a+r)(a+r)}{r^2} \quad (5.62)$$

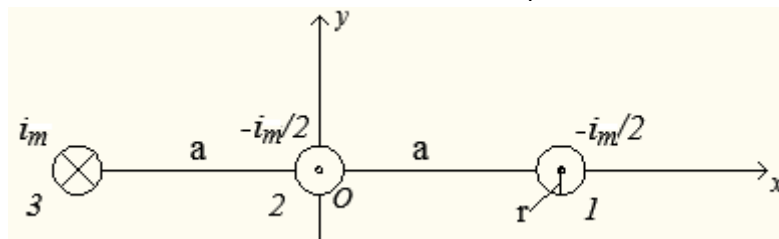


Figura 5.8 Sistem trifazat cu dispunerea conductoarelor de fază orizontal

## 5.2 Calculul numeric al inductivității interne

În capitolul 4 s-a calculat numeric fluxul magnetic din secțiunea transversală pentru trei tipuri de conductoarele multifilare reale având secțiunile 35 mm<sup>2</sup>, 50 mm<sup>2</sup>, 120 mm<sup>2</sup> la diverse valori ale curentului ce parcurge conductoarele, ținând cont și de pașii de înfășurare reali. Inductivitatea internă a conductorului multifilar  $L_{iC}$  rezultă ca sumă dintre inductivitatea corespunzătoare fluxului magnetic din firele de aluminiu  $L_{AL}''$  și inductivitatea din inima de oțel  $L_{OL}''$ .

$$L_{iC}'' = L_{AL}'' + L_{OL}'' = \frac{\phi_{AL}}{i_m} + \frac{\phi_{OL}}{i_m} \quad (5.63)$$

unde  $\phi_{AL}$  - fluxul magnetic din secțiunea firelor de aluminiu,  $\phi_{OL}$  - fluxul magnetic din secțiunea transversală a inimii de oțel,  $i_m$  - amplitudinea curentului.

În tabelele 5.1, 5.2, 5.3 sunt prezentate valorile inductivităților interne calculate cu relația (5.1) din literatura de specialitate  $L_i'$  respectiv cea calculată folosind modelul numeric MEF-3D implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera  $L_{iC}''$ .

Tabelul 5.1 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 35mm<sup>2</sup> având pasul de înfășurare de 100 mm

| I[A]               | 250   | 225   | 200   | 175   | 150   | 125   | 100   | 75    | 50    |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $L_i'$ [mH/km]     | 0,05  |       |       |       |       |       |       |       |       |
| $L_{OL}''$ [mH/km] | 0,223 | 0,232 | 0,237 | 0,239 | 0,233 | 0,199 | 0,153 | 0,097 | 0,065 |
| $L_{AL}''$ [mH/km] | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| $L_{iC}''$ [mH/km] | 0,225 | 0,234 | 0,239 | 0,241 | 0,235 | 0,201 | 0,155 | 0,099 | 0,067 |
| $L_{iC}'' / L_i'$  | 4,51  | 4,69  | 4,79  | 4,83  | 4,71  | 4,02  | 3,10  | 1,99  | 1,34  |

Din tabelele 5.1 și 5.2 (cazul conductorului multifilar cu un strat) se observă că valorile inductivității din inima de oțel sunt mult mai mari față de valorile inductivității din firele de aluminiu, iar din tabelul 5.3 cazul conductorului multifilar cu două straturi înfășurate în sens contrar se observă că valorile inductivității din inima de oțel scad mult în comparație cu cele din cazul conductorului cu un strat.



Tabelul 5.2 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 50mm<sup>2</sup> având pasul de înfășurare de 110mm

| I[A]               | 315   | 275   | 253   | 206   | 178   | 150   | 125   | 100   | 75    |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $L'_i$ [mH/km]     | 0,05  |       |       |       |       |       |       |       |       |
| $L''_{OL}$ [mH/km] | 0,232 | 0,245 | 0,251 | 0,259 | 0,254 | 0,238 | 0,196 | 0,149 | 0,098 |
| $L''_{AL}$ [mH/km] | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| $L''_{iC}$ [mH/km] | 0,235 | 0,248 | 0,254 | 0,262 | 0,257 | 0,241 | 0,199 | 0,152 | 0,101 |
| $L''_{iC} / L'_i$  | 4,70  | 4,95  | 5,08  | 5,25  | 5,14  | 4,81  | 3,97  | 3,05  | 2,02  |

Tabelul 5.3 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 120mm<sup>2</sup> având pasul de înfășurare pentru stratul 1 de 170mm, iar pentru stratul 2 de 180mm

| I[A]               | 315   | 275   | 253   | 206   | 178   | 150   | 125   | 100   | 75    |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $L'_i$ [mH/km]     | 0,05  |       |       |       |       |       |       |       |       |
| $L''_{OL}$ [mH/km] | 0,017 | 0,016 | 0,016 | 0,015 | 0,013 | 0,012 | 0,011 | 0,011 | 0,009 |
| $L''_{AL}$ [mH/km] | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| $L''_{iC}$ [mH/km] | 0,019 | 0,018 | 0,017 | 0,017 | 0,015 | 0,014 | 0,014 | 0,013 | 0,011 |
| $L''_{iC} / L'_i$  | 0,37  | 0,36  | 0,35  | 0,34  | 0,31  | 0,29  | 0,27  | 0,26  | 0,23  |

În tabelele 5.4, ..., 5.8 se prezintă inductivitatea internă considerând formula acceptată în literatură, relația 5.1,  $L'_i$  și cea determinată numeric  $L''_{iC}$  cu ajutorul pachetului de programe în element finit Vector Fields Opera pentru conductoare multifilare având secțiunile de 35 mm<sup>2</sup> (un strat), 50 mm<sup>2</sup> (un strat), 120 mm<sup>2</sup> (2 straturi), 185 mm<sup>2</sup> (2 straturi) și 450 mm<sup>2</sup> (3 straturi) considerând pentru curentul ce parcurge conductorul trei valori: curentul maxim admis prin conductoare (sarcina maximă); de 10 ori curentul maxim; 50% din valoarea curentului maxim. De asemenea, s-au considerat și diverși pașii de înfășurare ai firelor de aluminiu peste inima de oțel.

Tabelul 5.4 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 35 mm<sup>2</sup>

| I[A]  | Pas de înfășurare [mm] | $L'_i$ [mH/km] | $L''_{OL}$ [mH/km] | $L''_{AL}$ [mH/km] | $L''_{iC}$ [mH/km] | $L''_{iC} / L'_i$ |
|-------|------------------------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|
| 2430  | 81                     | 0,05           | 0,0219             | 0,0036             | 0,0255             | 0,51              |
|       | 97,2                   |                | 0,0152             | 0,0026             | 0,0178             | 0,36              |
|       | 113,4                  |                | 0,0112             | 0,0018             | 0,013              | 0,26              |
| 243   | 81                     |                | 0,3084             | 0,0034             | 0,3118             | 6,24              |
|       | 97,2                   |                | 0,2383             | 0,0026             | 0,2409             | 4,82              |
|       | 113,4                  |                | 0,1829             | 0,0017             | 0,1846             | 3,69              |
| 121,5 | 81                     |                | 0,3524             | 0,0034             | 0,3558             | 7,12              |
|       | 97,2                   |                | 0,1803             | 0,0025             | 0,1828             | 3,66              |
|       | 113,4                  |                | 0,1500             | 0,0019             | 0,1519             | 3,04              |

**170** 5. Inductivitate liniilor electrice trifazate

Din tabelul 5.4 se constată că valoarea inductivității interne a conductorului cu secțiunea 35 mm<sup>2</sup> este de 6,24 ori mai mare decât cea din literatura de specialitate atunci când lungimea pasului de înfășurare este minimă, și de 3,69 ori atunci când lungimea pasului de înfășurare este maximă. În cazul în care curentul prin conductor crește foarte mult (de 10 ori) față de cel de sarcină maxim oțelul se saturează și inductivitatea internă scade la jumătate față de cea din literatura de specialitate dacă lungimea pasului de înfășurare este minimă și la un sfert dacă lungimea pasului de înfășurare este maximă.

Tabelul 5.5 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 50 mm<sup>2</sup>

| I[A] | Pas de înfășurare [mm] | $L'_i$ [mH/km] | $L''_{OL}$ [mH/km] | $L''_{AL}$ [mH/km] | $L''_{iC}$ [mH/km] | $L''_{iC}/L'_i$ |
|------|------------------------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------|
| 3020 | 96                     | 0,05           | 0,0210             | 0,0036             | 0,0246             | 0,49            |
|      | 115,2                  |                | 0,0152             | 0,0026             | 0,0178             | 0,36            |
|      | 134,4                  |                | 0,0109             | 0,0019             | 0,0128             | 0,26            |
| 302  | 96                     |                | 0,2878             | 0,0036             | 0,2914             | 5,83            |
|      | 115,2                  |                | 0,2018             | 0,0022             | 0,2040             | 4,08            |
|      | 134,4                  |                | 0,1730             | 0,0018             | 0,1748             | 3,50            |
| 151  | 96                     |                | 0,3402             | 0,0035             | 0,3437             | 6,87            |
|      | 115,2                  |                | 0,2178             | 0,0025             | 0,2203             | 4,41            |
|      | 134,4                  |                | 0,1304             | 0,0019             | 0,1323             | 2,65            |

Din tabelul 5.5 se constată că în cazul conductoarelor cu secțiunea 50 mm<sup>2</sup> creșterea maximă a inductivității interne este de 6,87 ori față de cea din literatură atunci când curentul prin conductor are valoarea 50% din cea maximă.

Tabelul 5.6 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 120 mm<sup>2</sup>

| I[A] | Pas de înfășurare [mm] |        | $L'_i$ [mH/km] | $L''_{OL}$ [mH/km] | $L''_{AL}$ [mH/km] | $L''_{iC}$ [mH/km] | $L''_{iC}/L'_i$ |
|------|------------------------|--------|----------------|--------------------|--------------------|--------------------|-----------------|
|      | strat1                 | strat2 |                |                    |                    |                    |                 |
| 5510 | 108                    | 156,6  | 0,05           | 0,0162             | 0,0027             | 0,0189             | 0,38            |
|      | 139,4                  | 188,19 |                | 0,0178             | 0,0018             | 0,0196             | 0,39            |
|      | 172                    | 215    |                | 0,0184             | 0,0013             | 0,0197             | 0,39            |
|      | 108,5                  | 217    |                | 0,0197             | 0,0013             | 0,0210             | 0,42            |
|      | 172,15                 | 156,5  |                | 0,0348             | 0,0030             | 0,0378             | 0,76            |
|      | 156,5                  | 156,5  |                | 0,0370             | 0,0032             | 0,0402             | 0,80            |
|      | 172                    | 172    |                | 0,0331             | 0,0026             | 0,0357             | 0,71            |
| 551  | 108                    | 156,6  | 0,05           | 0,0046             | 0,0026             | 0,0072             | 0,14            |
|      | 139,4                  | 188,19 |                | 0,0060             | 0,0020             | 0,0080             | 0,16            |
|      | 172                    | 215    |                | 0,0071             | 0,0013             | 0,0084             | 0,17            |
|      | 108,5                  | 217    |                | 0,0086             | 0,0012             | 0,0098             | 0,19            |
|      | 172,15                 | 156,5  |                | 0,0486             | 0,0020             | 0,0506             | 1,01            |
|      | 156,5                  | 156,5  |                | 0,0385             | 0,0028             | 0,0413             | 0,83            |
|      | 172                    | 172    |                | 0,0296             | 0,0018             | 0,0314             | 0,63            |

În cazul conductoarelor cu două straturi înfășurate în sens contrar inductivitatea internă este mai mică decât cea din literatura de specialitate ajungând până la valoarea de 15% din aceasta atunci când curentul prin conductor are valoarea maximă și pașii de înfășurare ai celor două straturi sunt aleși corespunzător. Dacă secțiunea conductorului cu două straturi (Tabelul 5.7) este 185mm<sup>2</sup> valoarea maximă a inductivității interne se obține atunci când pasul

stratului interior este maxim iar al celui exterior este minim. În acest caz inductivitatea internă devine practic egală cu cea din literatura de specialitate.

Tabelul 5.7 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 185 mm<sup>2</sup>

| I[A] | Pas de înfășurare<br>[mm] |         | $L'_i$<br>[mH/km] | $L''_{OL}$<br>[mH/km] | $L''_{AL}$<br>[mH/km] | $L''_{iC}$<br>[mH/km] | $L''_{iC}/L'_i$ |
|------|---------------------------|---------|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|
|      | strat1                    | strat2  |                   |                       |                       |                       |                 |
| 7170 | 132,5                     | 192,125 | 0,05              | 0,0133                | 0,0024                | 0,0157                | 0,32            |
|      | 171,6                     | 231,66  |                   | 0,0149                | 0,0019                | 0,0168                | 0,34            |
|      | 212,2                     | 264     |                   | 0,0144                | 0,0014                | 0,0158                | 0,32            |
|      | 132                       | 264     |                   | 0,0158                | 0,0012                | 0,0170                | 0,34            |
|      | 211,2                     | 192     |                   | 0,0314                | 0,0026                | 0,0340                | 0,68            |
|      | 192                       | 192     |                   | 0,0333                | 0,0032                | 0,0364                | 0,73            |
|      | 211,2                     | 211,2   |                   | 0,0288                | 0,0023                | 0,0311                | 0,62            |
| 717  | 132,5                     | 192,125 | 0,05              | 0,0047                | 0,0026                | 0,0073                | 0,15            |
|      | 171,6                     | 231,66  |                   | 0,0060                | 0,0018                | 0,0078                | 0,16            |
|      | 212,2                     | 264     |                   | 0,0071                | 0,0014                | 0,0085                | 0,17            |
|      | 132                       | 264     |                   | 0,0088                | 0,0013                | 0,0101                | 0,20            |
|      | 211,2                     | 192     |                   | 0,0436                | 0,0026                | 0,0462                | 0,92            |
|      | 192                       | 192     |                   | 0,0369                | 0,0026                | 0,0395                | 0,79            |
|      | 211,2                     | 211,2   |                   | 0,0277                | 0,0023                | 0,0300                | 0,60            |

Tabelul 5.8 Inductivitatea internă a conductorului multifilar cu secțiunea de 450 mm<sup>2</sup>

| I[A]  | Pas de înfășurare<br>[mm] |         |         | $L'_i$<br>[mH/km] | $L''_{OL}$<br>[mH/km] | $L''_{AL}$<br>[mH/km] | $L''_{iC}$<br>[mH/km] | $L''_{iC}/L'_i$ |
|-------|---------------------------|---------|---------|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------|
|       | strat 1                   | strat 2 | strat 3 |                   |                       |                       |                       |                 |
| 12640 | 172,5                     | 234,6   | 293,25  | 0,05              | 0,0280                | 0,0017                | 0,0297                | 0,59            |
|       | 224,25                    | 302,25  | 347,58  |                   | 0,0222                | 0,0012                | 0,0234                | 0,47            |
|       | 272,67                    | 371,82  | 409     |                   | 0,0168                | 0,0007                | 0,0175                | 0,35            |
| 1264  | 172,5                     | 234,6   | 293,25  | 0,05              | 0,0562                | 0,0017                | 0,0579                | 1,16            |
|       | 224,25                    | 302,25  | 347,58  |                   | 0,0387                | 0,0009                | 0,0396                | 0,79            |
|       | 272,67                    | 371,82  | 409     |                   | 0,0248                | 0,0007                | 0,0255                | 0,51            |

Pentru conductoarele cu trei straturi (Tabelul 5.8) inductivitatea internă este mai mare cu 16% decât cea din literatură dacă pasul de înfășurare al celor trei straturi este minim.

În tabelul 5.9 se prezintă valorile reactanței interne pentru conductoarele având secțiunile de 35 mm<sup>2</sup>, 50 mm<sup>2</sup>, 185 mm<sup>2</sup>, 450 mm<sup>2</sup>. Se constată din acest tabel că cele mai mari creșteri ale reactanței interne se înregistrează când conductorul are un singur strat (secțiunile de 35 mm<sup>2</sup>, 50 mm<sup>2</sup>), iar cele mai mici valori se obțin când conductorul are două straturi înfășurate în sens contrar (secțiunea de 185 mm<sup>2</sup>).

Tabel 5.9 Reactanța internă a conductoarelor multifilare

| Sect.<br>[mm <sup>2</sup> ] | I <sub>m</sub><br>[A] | Reactanța<br>internă_lit<br>X' <sub>i_lit</sub><br>[Ω/km] | Pas de înfășurare<br>[mm] |         |        | Reactanța<br>internă_calc<br>X'' <sub>i_calc</sub><br>[Ω/km] | X'' <sub>i_calc</sub> /<br>X' <sub>i_lit</sub> |
|-----------------------------|-----------------------|---|---------------------------|---------|--------|--|--|
| 35                          | 243                   | 0,0157  | 81                        |         |        | 0,0979   | 6,24   |
|                             |                       |   | 97,2                      |         |        | 0,0756   | 4,18   |
|                             |                       |   | 113,4                     |         |        | 0,0560   | 3,57   |
| 50                          | 302                   | 0,0157  | 96                        |         |        | 0,0915   | 5,83   |
|                             |                       |   | 115,2                     |         |        | 0,0641   | 4,08   |
|                             |                       |   | 134,4                     |         |        | 0,0549   | 3,50   |
| 185                         | 717                   | 0,0157  | 132,5                     | 192,125 |        | 0,0023   | 0,15   |
|                             |                       |   | 171,6                     | 231,66  |        | 0,0024   | 0,16   |
|                             |                       |   | 212,2                     | 264     |        | 0,0027   | 0,17   |
|                             |                       |   | 132                       | 264     |        | 0,0032   | 0,20   |
|                             |                       |   | 211,2                     | 192     |        | 0,0145   | 0,92   |
|                             |                       |   | 192                       | 192     |        | 0,0124   | 0,79   |
|                             |                       |   | 211,2                     | 211,2   |        | 0,0094   | 0,60   |
| 450                         | 1264                  | 0,0157  | 172,5                     | 234,6   | 293,25 | 0,0182   | 1,16   |
|                             |                       |   | 224,25                    | 302,25  | 347,58 | 0,0124   | 0,79   |
|                             |                       |   | 272,67                    | 371,82  | 409    | 0,0080   | 0,51   |

### 5.3 Calculul numeric al inductivității exterioare

Pentru calculul numeric al inductivităților exterioare conductoarelor de fază ale liniilor electrice aeriene trifazate s-a utilizat pachetului de programe în element finit Vector Fields Opera și s-au considerat trei tipuri de coronamente [2, 3] având conductoarele de fază dispuse în vârfurile unui triunghi isoscel, în vârfurile unui triunghi oarecare, respectiv dispuse orizontal. În fig. 5.9 este prezentat cazul când conductoarele de fază sunt în vârfurile unui triunghi oarecare.

În literatura de specialitate [1, 2, 3, 4] la calculul inductivităților exterioare conductoarelor de fază ale unei linii electrice aeriene trifazate se consideră dispunerea conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi echilateral, iar lungimea laturi este egală cu distanța medie geometrică dintre conductoare.

Pentru cazul când conductoarele de fază sunt plasate în vârfurile unui triunghi isoscel (linii de medie tensiune), dimensiunile dintre faze (conform normativelor) sunt  $a = 625$  mm și  $b = 1300$  mm (fig.5.6), coronament ce se întâlnește la liniile de 20 kV. Pentru acest caz s-a considerat o linie electrică aeriană având conductoarele de fază cu secțiunea de  $35$  mm<sup>2</sup> și raza conductoarelor  $r = 4,05$  mm. Distanța medie geometrică dintre conductoarele de fază care a rezultat pentru cazul acestui tip de coronament fiind  $a = 687,5$  mm (fig.5.3). Lungimea conductoarelor de fază s-a ales  $150$  m, iar în calculul numeric al inductivităților exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene trifazate s-a considerat domeniul extins în exteriorul conductorului până la distanța  $25$  m.

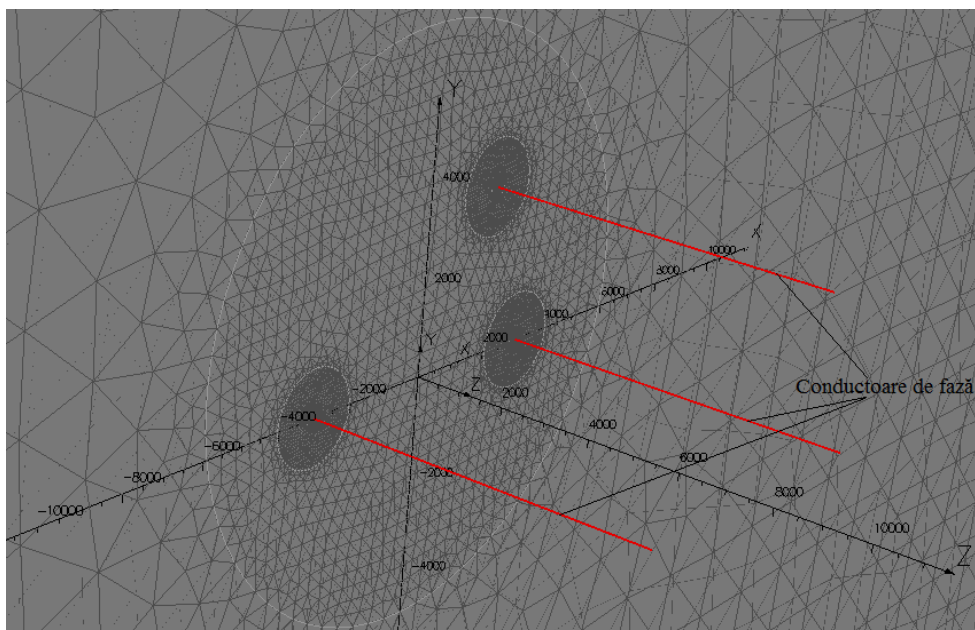


Fig. 5.9. Explicativă privind discretizarea domeniului exterior conductoarelor de fază

În tabelul 5.10 se prezintă comparativ inductivitățile exterioare determinate analitic și numeric, ținând cont de dispunerea reală a conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi isoscel și dispunerea simetrică în vârfurile unui triunghi echilateral.

Semnificația mărimilor din tabelele 5.10, 5.11, 5.12 este următoarea:  $L'_{e1}$ ,  $L'_{e2}$ ,  $L'_{e3}$  - inductivitățile exterioare ale conductoarelor de fază determinate analitic;  $L'_{e\_t\_med}$  - valoarea medie a inductivităților exterioare ale conductoarelor de fază funcție de timp, determinate analitic;  $L'_{e\_med}$  - valoarea medie a inductivităților exterioare ale conductoarelor de fază, determinate analitic;  $L''_{e1}$ ,  $L''_{e2}$ ,  $L''_{e3}$  - inductivitățile exterioare ale conductoarelor de fază determinate numeric;  $L''_{e\_t\_med}$  - valoarea medie a inductivităților exterioare ale conductoarelor de fază funcție de timp, determinate numeric;  $L''_{e\_med}$  - valoarea medie a inductivităților exterioare ale conductoarelor de fază, determinate numeric.

Din tabelul 5.10 se constată că în cazul când conductoarele sunt plasate în vârfurile unui triunghi echilateral inductivitatea celor trei conductoare este aceeași și nu depinde de timp, iar când sunt plasate în vârfurile unui triunghi isoscel inductivitățile exterioare ale conductoarelor depind de timp. Din calculul numeric rezultă o diferență între inductivitatea conductoarelor plasate în vârfurile unui triunghi echilateral de maxim 0,72% ceea ce este acceptabil din punct de vedere tehnic. Diferențele între valorile medii ale inductivităților obținute numeric, respectiv analitic în cazul unui triunghi echilateral sunt de 0,026%.

**174** 5. Inductivitate liniilor electrice trifazate

În cazul triunghiului isoscel diferențele din valorile medii ale inductivităților obținute numeric, respectiv analitic sunt de 1,88%.

Tabelul 5.10 Inductivitățile exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene

| Dispunere conductoare      | în vârfurile unui triunghi isoscel |           |           | în vârfurile unui triunghi echilateral |           |           |
|----------------------------|------------------------------------|-----------|-----------|--|-----------|-----------|
|                            | t = 5                              | t = 11,67 | t = -1,67 | t = 5                                  | t = 11,67 | t = -1,67 |
| Moment de timp [ms]        |                                    |           |           |  |           |           |
| Calcul analitic            |                                    |           |           |  |           |           |
| $L'_{e1} [mH / km]$        | 1,1756                             | 1,1756    | 1,1756    | 1,1660                                 | 1,1660    | 1,1660    |
| $L'_{e2} [mH / km]$        | 1,2036                             | 1,1612    | 1,1188    | 1,1660                                 | 1,1660    | 1,1660    |
| $L'_{e3} [mH / km]$        | 1,2036                             | 1,1188    | 1,1612    | 1,1660                                 | 1,1660    | 1,1660    |
| $L'_{e-t\_med} [mH / km]$  | 1,1943                             | 1,1519    | 1,1519    | 1,1660                                 | 1,1660    | 1,1660    |
| $L'_{e\_med} [mH / km]$    | 1,1660                             |           |           | 1,1660                                 |           |           |
| Calcul numeric             |                                    |           |           |  |           |           |
| $L''_{1e} [mH / km]$       | 1,1523                             | 1,1523    | 1,1523    | 1,1399                                 | 1,1440    | 1,1399    |
| $L''_{2e} [mH / km]$       | 1,1852                             | 1,1399    | 1,0947    | 1,1440                                 | 1,1440    | 1,1358    |
| $L''_{3e} [mH / km]$       | 1,1852                             | 1,0947    | 1,1399    | 1,1440                                 | 1,1358    | 1,1420    |
| $L''_{e-t\_med} [mH / km]$ | 1,1742                             | 1,1290    | 1,1290    | 1,1426                                 | 1,1413    | 1,2133    |
| $L''_{e\_med} [mH / km]$   | 1,1441                             |           |           | 1,1657                                 |           |           |

În cazul dispunerii conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi oarecare, pentru o linie de 110 kV distanțele dintre conductoarele de fază sunt  $a = 1015$  mm,  $b = 3400$  mm și  $c = 5085$  mm (fig.5.7). Pentru acest caz s-a considerat o linie electrică aeriană având conductoarele de fază cu secțiunea de  $185$  mm<sup>2</sup> și raza conductoarelor  $r = 9,6$  mm. Distanța medie geometrică dintre conductoarele de fază care a rezultat pentru cazul acestui tip de coronament fiind  $a = 2473,5$  mm (fig.5.3). Lungimea conductoarelor de fază s-a ales  $150$  m, iar calculul numeric al inductivităților exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene trifazate s-a realizat considerând domeniul extins până la  $25$  m în exteriorul conductoarelor.

În tabelul 5.11 se prezintă comparativ inductivitățile exterioare determinate analitic și numeric, ținând cont de dispunerea reală a conductoarelor de fază în vârfurile unui triunghi oarecare și dispunerea simetrică în vârfurile unui triunghi echilateral. În cazul unui triunghi oarecare se constată că valoarea medie a inductivității exterioare comparativ cu cea din cazul unui triunghi echilateral, determinate analitic, este mai mare cu  $0,47\%$ , iar în cazul determinării numerice este  $0,28\%$ .

Diferența între inductivitatea determinată analitic și cea determinată numeric este de  $3,48\%$  atunci când conductoarele de fază sunt plasate în vârfurile unui triunghi echilateral și de  $3,66\%$  atunci când conductoarele de fază sunt plasate în vârfurile unui triunghi oarecare. Latura triunghiului echilateral este egală cu distanța medie geometrică a laturilor triunghiului oarecare.

Tabelul 5.11 Inductivitățile exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene

| Disponere conductoare       | în vârfurile unui triunghi oarecare |           |           | în vârfurile unui triunghi echilateral |           |           |
|-----------------------------|-------------------------------------|-----------|-----------|--|-----------|-----------|
|                             | t = 5                               | t = 11,67 | t = -1,67 | t = 5                                  | t = 11,67 | t = -1,67 |
| Moment de timp [ms]         |                                     |           |           |  |           |           |
| Calcul analitic             |                                     |           |           |  |           |           |
| $L'_{e1} [mH / km]$         | 1,2373                              | 1,0741    | 1,4002    | 1,2493                                 | 1,2493    | 1,2493    |
| $L'_{e2} [mH / km]$         | 1,0741                              | 1,2373    | 1,3997    | 1,2493                                 | 1,2493    | 1,2493    |
| $L'_{e3} [mH / km]$         | 1,2922                              | 1,2907    | 1,2914    | 1,2493                                 | 1,2493    | 1,2493    |
| $L'_{e\_t\_med} [mH / km]$  | 1,2012                              | 1,2007    | 1,3638    | 1,2493                                 | 1,2493    | 1,2493    |
| $L'_{e\_med} [mH / km]$     | 1,2552                              |           |           | 1,2493                                 |           |           |
| Calcul numeric              |                                     |           |           |  |           |           |
| $L''_{1e} [mH / km]$        | 1,1953                              | 1,0600    | 1,3305    | 1,2036                                 | 1,2022    | 1,2078    |
| $L''_{2e} [mH / km]$        | 1,0711                              | 1,1953    | 1,3194    | 1,2106                                 | 1,2064    | 1,2022    |
| $L''_{3e} [mH / km]$        | 1,2385                              | 1,2357    | 1,2371    | 1,2106                                 | 1,2022    | 1,2064    |
| $L''_{e\_t\_med} [mH / km]$ | 1,1683                              | 1,1637    | 1,2957    | 1,2083                                 | 1,2036    | 1,2055    |
| $L''_{e\_med} [mH / km]$    | 1,2092                              |           |           | 1,2058                                 |           |           |

Tabelul 5.12 Inductivitățile exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene

| Disponere conductoare       | orizontală |           |           | în vârfurile unui triunghi echilateral |           |           |
|-----------------------------|------------|-----------|-----------|--|-----------|-----------|
|                             | t = 5      | t = 11,67 | t = -1,67 | t = 5                                  | t = 11,67 | t = -1,67 |
| Moment de timp [ms]         |            |           |           |  |           |           |
| Calcul analitic             |            |           |           |  |           |           |
| $L'_{e1} [mH / km]$         | 1,3176     | 1,1099    | 1,5252    | 1,2945                                 | 1,2945    | 1,2945    |
| $L'_{e2} [mH / km]$         | 1,2484     | 0,6934    | 1,2484    | 1,2945                                 | 1,2945    | 1,2945    |
| $L'_{e3} [mH / km]$         | 1,5252     | 1,1099    | 1,3176    | 1,2945                                 | 1,2945    | 1,2945    |
| $L'_{e\_t\_med} [mH / km]$  | 1,3637     | 0,9711    | 1,3637    | 1,2945                                 | 1,2945    | 1,2945    |
| $L'_{e\_med} [mH / km]$     | 1,2328     |           |           | 1,2945                                 |           |           |
| Calcul numeric              |            |           |           |  |           |           |
| $L''_{1e} [mH / km]$        | 1,2441     | 1,0908    | 1,4906    | 1,2327                                 | 1,2321    | 1,2321    |
| $L''_{2e} [mH / km]$        | 1,1488     | 0,6859    | 1,2407    | 1,2553                                 | 1,2359    | 1,2158    |
| $L''_{3e} [mH / km]$        | 1,3975     | 1,0913    | 1,3285    | 1,2557                                 | 1,2361    | 1,2366    |
| $L''_{e\_t\_med} [mH / km]$ | 1,2635     | 0,9560    | 1,3533    | 1,2479                                 | 1,2347    | 1,2282    |
| $L''_{e\_med} [mH / km]$    | 1,1909     |           |           | 1,2369                                 |           |           |

În cazul liniilor de 220 kV conductoarele de fază pot fi dispuse orizontal, iar distanța dintre conductoarele de fază este  $a = 7500 \text{ mm}$  (fig.5.8). Pentru acest caz s-a considerat o linie electrică aeriană având conductoarele de fază cu secțiunea de  $450 \text{ mm}^2$  și raza conductoarelor  $r = 14,625 \text{ mm}$ . Pentru distanța medie geometrică dintre conductoarele de fază în acest caz a rezultat valoarea  $a = 4724,5 \text{ mm}$  (fig.5.3). Lungimea conductoarelor de fază s-a luat  $150 \text{ m}$ , iar calculul numeric al inductivităților exterioare conductoarelor de fază ale liniei electrice aeriene trifazate s-a realizat până la  $25 \text{ m}$  în exteriorul conductoarelor.

În tabelul 5.12 se prezintă comparativ inductivitățile exterioare determinate analitic și numeric, ținând cont de dispunerea reală a conductoarelor de fază și dispunerea simetrică în vârfurile unui triunghi echilateral.

Din tabelul 5.12 rezultă că atunci când conductoarele de fază sunt plasate orizontal intervin diferențele cele mai mari între inductivitățile conductoarelor. Diferența maximă este de  $18,1\%$ , iar cea minimă  $7,66\%$ . Cu modelul analitic, în cazul plasării conductoarele în vârfurile unui triunghi echilateral, rezultă o diferență pentru inductivitatea exterioară comparativ cu rezultatul obținut utilizând modelul numeric de  $4,45\%$ .

Dacă conductoarele sunt orizontale diferența dintre valoarea medie a inductivității exterioare obținută analitic, respectiv numeric este de  $3,4\%$ . În concluzie putem afirma că modelul numeric conceput este într-un total satisfăcător pentru calculul inductivității externe conductoarelor de fază indiferent de modul în care sunt amplasate conductoarele de fază.

În tabelul 5.13 sunt prezentate rezultatele obținute pentru inductivitatea exterioară de secvență pozitivă și negativă ale unei linii trifazate având secțiunea conductoarelor de fază  $35 \text{ mm}^2$ ,  $50 \text{ mm}^2$ ,  $185 \text{ mm}^2$ . Din acest tabel se constată diferențe mici între inductivitățile determinate analitic, respectiv numeric.

Tabelul 5.13 Inductivitățile exterioare liniilor electrice aeriene

| Secțiunea<br>[mm <sup>2</sup> ] | I <sub>m</sub><br>[A] | Dispunerea<br>conductoarelor<br>de fază | L' <sub>e</sub><br>[mH/km]<br>analitic | L'' <sub>e</sub><br>[mH/km]<br>numeric | ε%   |
|---------------------------------|-----------------------|---|--|--|------|
| 3x35                            | 243                   | isoscel                                 | 1,1660                                 | 1,1441                                 | 1,88 |
|                                 |                       | echilateral                             | 1,1660                                 | 1,1657                                 | 0,03 |
| 3x185                           | 717                   | oarecare                                | 1,2552                                 | 1,2092                                 | 3,66 |
|                                 |                       | echilateral                             | 1,2493                                 | 1,2058                                 | 3,48 |
| 3x450                           | 1264                  | orizontal                               | 1,2328                                 | 1,1909                                 | 3,40 |
|                                 |                       | echilateral                             | 1,2945                                 | 1,2369                                 | 4,45 |

$$\varepsilon\% = \frac{L_{analitic} - L_{numeric}}{L_{analitic}} \cdot 100 \quad (5.64)$$

În tabelul 5.14 se prezintă comparativ inductivitățile interne, exterioare și totale determinate analitic și numeric, ținând cont de dispunerea reală a conductoarelor de fază, respectiv plasând conductoarele în vârfurile unui triunghi echilateral care are laturile egale cu distanța medie geometrică dintre conductoare.



Tabelul 5.14 Inductivitățile exterioare liniilor electrice aeriene

| Sect.<br>[mm <sup>2</sup> ] | Dispunere<br>conductoare<br>de fază | $L'_i$<br>[mH/km]<br>analitic | $L'_e$<br>[mH/km]<br>analitic | $L'_{iC}$<br>[mH/km]<br>analitic | $L''_i$<br>[mH/km]<br>numeric | $L''_e$<br>[mH/km]<br>numeric | $L''_{iC}$<br>[mH/km]<br>numeric | $\varepsilon\%$ |
|-----------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----------------------------------|-----------------|
| 3x35                        | isoscel                             | 0,05                          | 1,1660                        | 1,2160                           | 0,3118                        | 1,1441                        | 1,4559                           | 19,7            |
|                             | echilateral                         |                               | 1,1660                        | 1,2160                           |                               | 1,1657                        | 1,4775                           | 21,5            |
| 3x185                       | oarecare                            |                               | 1,2552                        | 1,3052                           | 0,0073                        | 1,2092                        | 1,2165                           | -6,8            |
|                             | echilateral                         |                               | 1,2493                        | 1,2993                           |                               | 1,2058                        | 1,2131                           | -6,6            |
| 3x450                       | orizontal                           |                               | 1,2328                        | 1,2828                           | 0,0579                        | 1,1909                        | 1,2488                           | -2,7            |
|                             | echilateral                         |                               | 1,2945                        | 1,3445                           |                               | 1,2369                        | 1,2948                           | -4,9            |

Din tabelul 5.14 rezultă că deși inductivitatea internă a conductoarelor cu un singur strat este mult mai mare (de peste 6 ori) decât cea din literatura de specialitate (relația 5.1) inductivitatea totală crește cel mai mult cu 21,5 %. În cazul conductoarelor cu două straturi înfășurate în sens contrar inductivitatea totală scade cu 6,6%, iar în cazul conductoarelor cu trei straturi, stratul din mijloc fiind înfășurat invers decât cel interior și exterior inductivitatea totală scade cu 4,9%.

## 5.4 Concluzii și contribuții personale

Din studiul realizat rezultă următoarele concluzii mai importante:

- Modelul prezentat în literatură pentru calculul inductivității interne nu ține seama de prezența câmpului magnetic din inima de oțel motiv pentru care utilizarea lui conduce la erori inacceptabile.
- Pentru determinarea inductivității interne a conductoarelor multifilare este necesar să se țină seama de faptul că firele conductorului sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel, precum și de caracteristicile magnetice ale materialului din care este realizată inima de oțel. Pentru conductoarele cu două straturi inductivitatea internă poate fi neglijată, iar pentru cele cu trei straturi se poate utiliza pentru inductivitate internă valoarea din literatură.
- Comparând inductivitatea de secvență directă (inversă) a liniilor electrice aeriene determinată analitic cu cea calculată numeric pentru conductorul cu un strat rezultă o eroare de aprox 19%.
- Calculul numeric al inductivității exterioare cu ajutorul modelului implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera conduce la valori foarte apropiate de cele obținute cu modelul analitic.
- Modelul numeric are marele avantaj că poate fi utilizat pentru calculul inductivității interne și exterioare (totale) și în cazul liniilor scurte, caz în care modelul analitic conduce la rezultate eronate.
- Calculul numeric al inductivității exterioare a conductoarelor de fază nu necesită înlocuirea situației reale (coronament orizontal, triunghi oarecare, triunghi isoscel) cu una echivalentă fictivă (triunghi echilateral) deci se elimină erorile introduse prin echivalare.

Principalele contribuții în acest capitol sunt:

- Conceperea și implementarea modelului numeric de calcul al inductivității interne a conductoarelor multifilare ținând seama de faptul că firele de aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel, precum și de caracteristicile magnetice ale materialului din care este realizată inima de oțel.
- Conceperea și implementarea modelului numeric de calculul numeric al inductivității exterioare de secvență directă (inversă) a liniilor electrice aeriene ținând cont de dispunerea reală a conductoarelor de fază.

c) Compararea și stabilirea diferențelor dintre rezultatele obținute numeric cu cele din literatură pentru inductivitatea de secvență directă (inversă) a liniilor electrice aeriene, ceea ce a permis validarea modelului numeric de calcul.

### 5.5. Bibliografie

- [1] Bercovici N., A. Arie, Alexandru Poeată: *Rețele electrice. Calcul electric*, Martin, Editura Tehnică București 1974.
- [2] Eremia M., Buta A., Neme M., Luștea B., ș.a. *Electric Power Systems. Electric Networks*. Editura Academiei, București, 2006.
- [3] Rucăreanu C., Militaru P., Hotoboc V., Chiricescu V., Prioteasa V., *Linii electrice aeriene și subterane*, Editura Tehnica, București, 1989.
- [4] Buta A., Pană A., *Transportul și distribuția energiei electrice. Îndrumător de proiectare*, Litografia Universității Politehnica Timișoara, 1997.
- [5] Șora C., *Bazele electrotehnicii*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- [6] Căta I., Păunescu D., Toader D., *Calculation of inductance of conductors for overhead power lines*, IEEE International Conference on Computer as a Tool, EUROCON 2011, Lisbon, Portugal, Apr. 2011
- [7] Chester S., "Formula for the inductance of a helix made with wire of any section", Scientific papers of the bureau of standards, no. 537, vol. 21, November 10, 1926.
- [8] Anqi Hu, Weiming Ma, Zhihua Zhao, *New numerical methods of computing internal inductance of conductors of rectangular cross section*, IEEE Electromagnetic Compatibility and 19th International Zurich Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp. 674 - 677.
- [9] Vitelli M., *Calculation of per-unit-length resistance and internal inductance in 2D skin-effect current driven problems*, Electromagnetic Compatibility IEEE Transactions, no. 4, vol. 44, 2002, pp.529
- [10] Hofmann L., *Series expansions for line series impedances considering different specific resistances, magnetic permeabilities, and dielectric permittivities of conductors, air, and ground*, Power Delivery IEEE Transactions, no.3, vol.18, 2003, pp. 564.
- [11] Shaalan, H., *Calculating transmission line inductance using interval mathematics*, IEEE International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems, 12-16 sept 2004, pag. 224-226.
- [12] Triantafyllidis D. G., Papagiannis G. K., Labridis D.P., *Calculation of Overhead Transmission Line Impedances a finit element approach*, IEEE transactions on Power Delivery, Vol. 14, No. 1, january 1999, pag. 287-293.
- [13] Papagiannis G., Triantafyllidis D., Labridis D., *A One-Step Finite Element Formulation for the Modeling of Single and Double-Circuit Transmission Lines*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.15, no. 1, 2000, pp. 33-38.
- [14] Aicaridi L. F. F., Soibelzon H. L., *Problems in the definition of magnetic field values to be measured on overhead power lines*, The Proceedings 11<sup>th</sup> International Symposium on High Voltage, 23 – 27 August 1999, Buenos Aires, pp. 352-355.

- 
- [15] Vujevic S., Lovric D., Modric T., *2D computation and measurement of electric and magnetic fields of overhead electric power lines*, The Proceedings 16<sup>th</sup> International Symposium on Theoretical Electrical Engineering, 25-27 Juli 2011 Split, Croatia, pp. 1-6.
- [16] Maruthi R., Kanurakara K., Kumari M. K., Sirinivasa K. M., *Computation and measurement of AC electric and magnetic field lateral profiles and longitudinal contours under transmission lines*, Energy Management and power Delivery Vol. 1, 1995 pp. 209-214.
- [17] Căta I., Arvinti B., Toader D., *The Influence of the Steel Core of a Multiple Conductor on the Internal Inductance*, 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, IEEE-OPTIM 2012, Moeciu, Braşov, Romania, (CD), Mai 2012.

## 6 Simularea numerică a regimului tranzitoriu într-un subsistem electroenergetic

### 6.1. Introducere

Reglarea corespunzătoare a protecțiilor echipamentelor ce intervin în sistemele electroenergetice impune cunoașterea cu precizie ridicată a evoluției în timp atât a tensiunilor cât și a curenților. Stabilirea corectă a sensului de circulație a puterilor active se poate face dacă tensiunile și curenții au variație sinusoidală în timp. Dacă nu este satisfăcută această condiție, dar mărimile au variație periodică, acestea se descompun în serie Fourier și se analizează sensul de circulație a puterii active pentru fiecare armonică. În cazul regimurilor tranzitorii intervine o componentă aperiodică în tensiuni și curenți, care depinde de condițiile inițiale și de parametrii circuitului electric. Pentru evitarea funcționării eronate a elementelor direcționale aferente protecțiilor este necesar ca timpul de reglaj să asigure amortizarea componentei aperiodice. Din acest motiv este foarte importantă cunoașterea cât mai exactă a evoluției în timp, pe durata unui defect, a tensiunilor și curenților.

Analiza regimurilor tranzitorii în rețelele electrice reprezintă o problemă complexă datorită numărului mare de elemente, o parte din ele fiind neliniare, și regimului de variație în timp nesinusoidal al curenților și tensiunilor. Soluția acestei probleme o reprezintă simularea numerică.

Există în prezent un număr mare de programe comerciale de simulare a regimurilor tranzitorii. Unul din primele programe dedicate sistemelor electroenergetice, inițiat de H. W. Dommel și ulterior contractat de către Bonneville Power Administration (USA), a fost EMTP (Electromagnetic Transients Program) [1]. În timp, din acest program s-au dezvoltat diferite versiuni, ca de exemplu MicroTrans, EMTP-RV, ATP (Alternative Transients Program), PSCAD [2, 3].

Programul PSpice, deși dezvoltat inițial pentru analiza circuitelor integrate, este utilizat cu succes și în domeniul rețelelor electrice care, ca și circuitele integrate, reprezintă de fapt circuite electrice complexe [4, 5, 6, 7, 8].

Un alt program larg utilizat este SimPowerSystems, care lucrează interfațat cu Simulink și Matlab, ceea ce permite integrarea în mod natural a unor sisteme dinamice având origine fizică diferită [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16]. În plus, beneficiază de toate facilitățile de calcul ale Matlab.

Comparațiile între principalele programe de simulare nu sunt întotdeauna foarte concludente, întrucât fiecare din acestea evoluează în variante care urmăresc să răspundă unui grup cât mai larg de probleme. Interfața dintre utilizator și program devine tot mai prietenoasă, biblioteca de modele devine tot mai largă simplificându-se totodată și modul de creare al modelelor proprii utilizatorului. Viteza de calcul și capacitatea de stocare de asemenea nu mai reprezintă aspecte prohibitive, ceea ce permite implementarea unor algoritmi de calcul elaborați care să rezolve problemele puse de variațiile rapide ale mărimilor din sistem, neliniaritățile de diferite naturi sau existența unor valori proprii extrem de distanțate între ele. Un criteriu important de selecție îl reprezintă ponderea pe care o au în sistemul simulat componentele electrice și electronice de circuit, mașinile electrice rotative, sistemele de control automat ș.a., întrucât unele programe, prin felul cum sunt

concepute, implementează mai bine unele din aceste subsisteme, decât altele. În aceste condiții, alegerea unui program de simulare sau a altuia depinde în mare măsură de experiența anterioară a utilizatorului și de modul în care problemele lui specifice sunt rezolvate rapid și eficient de programul ales [18, ..., 30].

Indiferent de programul de simulare folosit, analiza asistată de calculator a regimurilor tranzitorii se rezumă, în cele din urmă, la rezolvarea unor ecuații diferențiale generate de elementele dinamice ale sistemului (bobine, condensatoare, mașini electrice, ș.a.). Modul în care sunt integrate numeric aceste ecuații împarte toate tipurile de programe în două mari clase. Una din clase este formată de acele programe care efectuează integrarea la nivel de element, în sensul că la fiecare pas de discretizare temporală relațiile diferențiale asociate elementelor dinamice sunt transformate în relații în diferențe finite, folosind diferite reguli de aproximare, cea mai folosită fiind regula trapezelor. Asamblând apoi toate relațiile se obține un sistem de ecuații algebrice, care se rezolvă folosind algoritmi specifici. Această procedură se repetă apoi la fiecare pas de iterație, parametrii care intervin în ecuațiile în diferențe finite depinzând de rezultatele pasului anterior. Pasul de integrare este fix, dar dacă iterațiile nu converg, se înjumătățește pasul și se reia procesul. Metoda descrisă, este cunoscută și sub denumirea de metoda integrării implicite și este implementată, de exemplu, în PSpice și în EMTP [4, 5, 6, 7, 8].

A doua clasă de programe folosește o procedură în doi pași. În primul pas se exprimă modelul matematic sub forma unui sistem de ecuații diferențiale ordinare, de ordinul întâi, numite ecuațiile de stare ale sistemului considerat, procedura numindu-se metoda variabilelor de stare. În următorul pas se integrează acest sistem de ecuații folosind algoritmi cu pas fix, sau cu pas variabil, în funcție de particularitățile sistemului. Avantajul acestei metode constă în faptul că tratează unitar rețelele electrice, mașinile electrice, sistemele de comandă și control, adică orice care admite ecuații de stare. Precizia cu care pot fi integrate ecuațiile care descriu sistemul simulat, indiferent de metoda numerică folosită, este remarcabilă. Trebuie subliniat totuși faptul că nici un program de simulare nu este mai precis decât modelele matematice pe care le folosește pentru componentele simulate și, mai ales, de precizia cu care se cunosc parametrii acestor modele.

## 6.2. Simularea numerică a regimurilor tranzitorii provocate de un scurtcircuit trifazat

Avariile din rețelele electrice provocă regimuri tranzitorii cu o durată în timp dependentă de parametrii rețelei, condițiile la locul de defect și tipul defectului. În acest capitol se va simula numeric utilizând mediul de programare PSpice regimurile tranzitorii provocate de scurtcircuite trifazate pentru a analiza modul în care parametrii longitudinali ai liniilor electrice influențează componenta liberă din curenții de defect [18, ..., 30]. Schema monofilară a rețelei electrice care va fi simulată numeric este prezentată în fig. 6.1. Din această figură se constată că subsistemul electroenergetic conține un transformator 110/20 kV, linii de 20 kV, consumatori electrice, sistemul de tratare al neutrului. Sursa de 110 kV se consideră de putere infinită, impedanța internă a acesteia este zero. În simularea numerică s-a luat în considerare o rețea de 20 kV reală. Elementele simulate numeric și valorile parametrilor sunt prezentate în fig. 6.2. Semnificația elementelor ce intervin în această figură sunt:  $u_R(t)$ ,  $u_S(t)$ ,  $u_T(t)$  – tensiunile sursei ideale de tensiune;  $R_8$ ,  $L_8$  – parametrii longitudinali faza 1 a transformatorului 110/20 kV;  $R_9$ ,  $L_9$  – parametrii longitudinali faza 2 a transformatorului 110/20 kV;  $R_{10}$ ,  $L_{10}$  – parametrii longitudinali

faza 3 a transformatorului 110/20 kV;  $R_{11}, L_{11}$  – parametrii longitudinali faza 1 a liniei 20 kV cu defect;  $R_{12}, L_{12}$  – parametrii longitudinali faza 2 a liniei 20 kV cu defect;  $R_{13}, L_{13}$  – parametrii longitudinali faza 3 a liniei 20 kV cu defect;  $C_{10}$  – capacitatea față de pământ a fazei 1 a liniei de 20 kV cu defect;  $C_{20}$  – capacitatea față de pământ a fazei 2 a liniei de 20 kV cu defect;  $C_{30}$  – capacitatea față de pământ a fazei 3 a liniei de 20 kV cu defect;  $R_{c1}, L_{c1}$  – parametrii fazei 1 a consumatorului alimentat prin linia cu defect;  $R_{c2}, L_{c2}$  – parametrii fazei 2 a consumatorului alimentat prin linia cu defect;  $R_{c3}, L_{c3}$  – parametrii fazei 3 a consumatorului alimentat prin linia cu defect;  $R_1, L_1, R_2, L_2$  – parametrii fazei 1 ai bobinei trifazate cu conexiune zig-zag;  $R_3, L_3, R_4, L_4$  – parametrii fazei 2 ai bobinei trifazate cu conexiune zig-zag;  $R_5, L_5, R_6, L_6$  – parametrii fazei 3 ai bobinei trifazate cu conexiune zig-zag;  $R_7, L_7$  – parametrii bobinei de compensare;  $R_{e1}, L_{e1}$  – parametrii longitudinali faza 1 a liniei 20 kV fără defect;  $R_{e2}, L_{e2}$  – parametrii longitudinali faza 2 a liniei 20 kV fără defect;  $R_{e3}, L_{e3}$  – parametrii longitudinali faza 3 a liniei 20 kV fără defect;  $C_{e10}$  – capacitatea față de pământ a fazei 1 a liniei de 20 kV fără defect;  $C_{e20}$  – capacitatea față de pământ a fazei 2 a liniei de 20 kV fără defect;  $C_{e30}$  – capacitatea față de pământ a fazei 3 a liniei de 20 kV fără defect;  $R_{ec1}, L_{ec1}$  – parametrii fazei 1 ai consumatorului alimentat prin linia fără defect;  $R_{ec2}, L_{ec2}$  – parametrii fazei 2 ai consumatorului alimentat prin linia defect;  $R_{ec3}, L_{ec3}$  – parametrii fazei 3 ai consumatorului alimentat prin linia fără defect;  $S_R$  – comutator monofazat pentru scurtcircuitarea fazei 1;  $S_S$  – comutator monofazat pentru scurtcircuitarea fazei 2;  $S_T$  – comutator monofazat pentru scurtcircuitarea fazei 3.

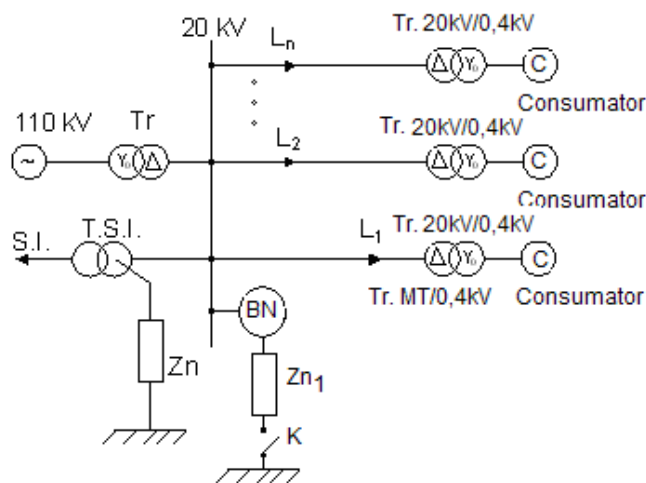


Fig. 6.1 Schema monofilară a subsistemului electroenergetic

Momentul conectării celor trei comutatoare poate fi ales astfel încât faza inițială a tensiunii în momentul producerii defectului ( $\alpha$ ) să poată avea orice valoare aparținând intervalului  $[0, 360^\circ]$ . Analiza modului în care parametrii liniei pe care se produce scurtcircuitul trifazat influențează componenta liberă a curenților de defect impune modificarea acestor parametri. În studiu s-au considerat următoarele situații:

- Lungimea liniei până la locul de defect 5 km ( $R_{11} = R_{12} = R_{13} = 2,185\Omega$ ;  $L_{11} = L_{12} = L_{13} = 5,46\text{mH}$ )

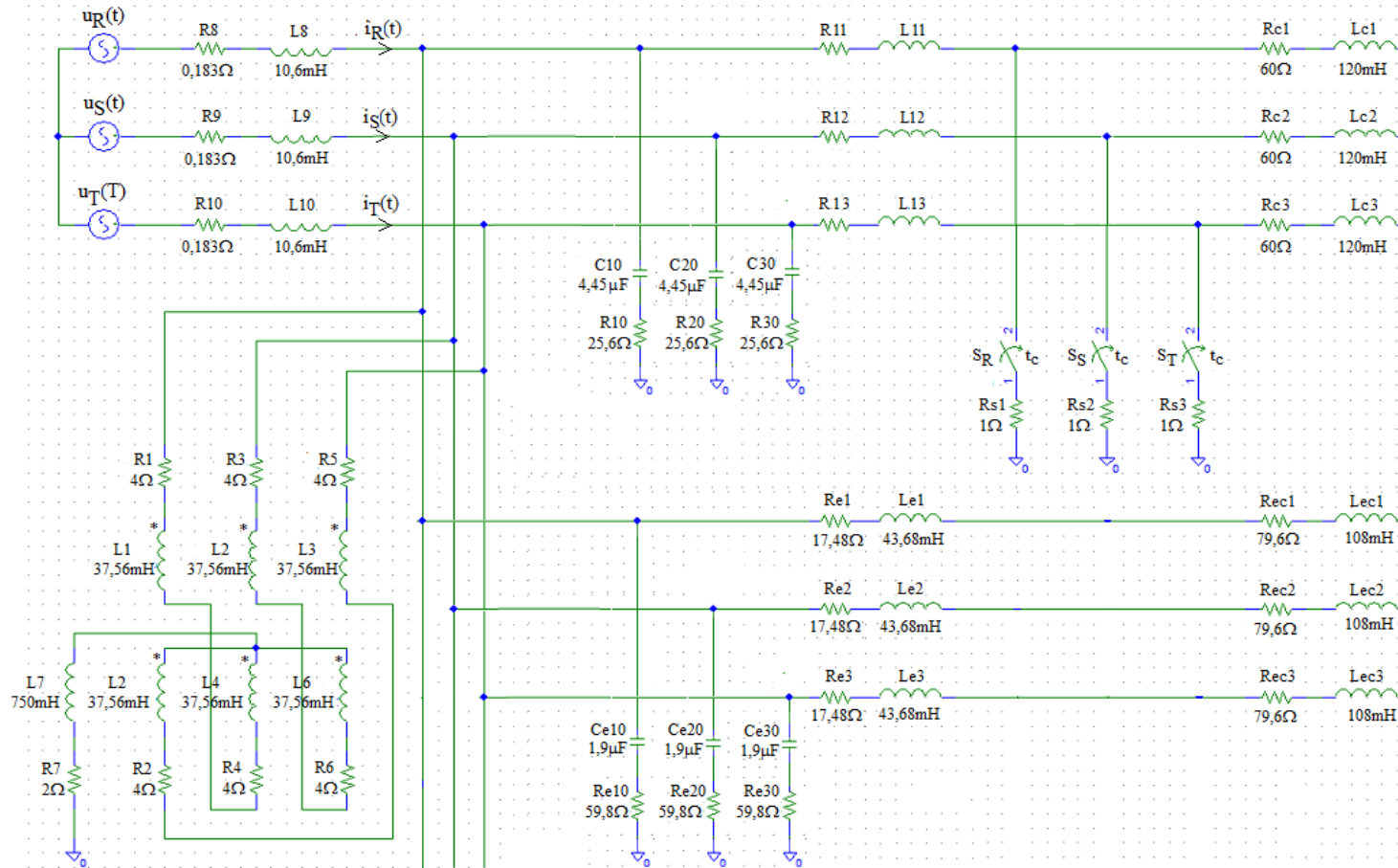


Fig. 6.2. Schema circuitului electric trifazat echivalentă subsistemului electroenergetic simulat numeric

- Lungimea liniei până la locul de defect 10 km ( $R_{11} = R_{12} = R_{13} = 4,37\Omega$ ;  $L_{11} = L_{12} = L_{13} = 10,92\text{mH}$ )
- Lungimea liniei până la locul de defect 20 km ( $R_{11} = R_{12} = R_{13} = 8,74\Omega$ ;  $L_{11} = L_{12} = L_{13} = 21,84\text{mH}$ ).

Pentru fiecare din cele trei situații s-a considerat că inductivitățile liniei electrice aeriene au valorile:

- Cea din literatură,
- Majorată cu 18 % față de cea din literatură,
- Majorată cu 36 % față de cea din literatură,
- Micșorată cu 5 % față de cea din literatură.

S-au ales aceste valori pentru inductivitatea liniei deoarece din calculele efectuate (Capitolul 5), în care s-a ținut seama de faptul că firele din aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel, a rezultat o creștere a inductivității de maxim 19,7% în cazul conductoarelor cu un strat și o micșorare a inductivității cu maxim 5% în cazul conductoarelor LEA cu două straturi înfășurate în sens contrar.

Verificarea modului în care faza inițială a tensiunii la locul de defect influențează valoarea componentei libere a curenților de defect s-a făcut considerând coeficientul componentei aperiodice din expresia curentului [17] de regim tranzitoriu într-un circuit R-L,

$$i(t) = i_m [\sin(\omega \cdot t + \alpha - \varphi) + \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}] \quad (6.1)$$

$\sin(\varphi - \alpha)$  – unde  $\varphi$  reprezintă defazajul dintre tensiune și curent, iar  $\alpha$  faza inițială a tensiunii, ca având valorile 0, 0,5, 1.

Având în vedere valorile parametrilor din schema prezentată în fig.6.2 unghiul  $\varphi$  devine: lungimea liniei – 5 km  $\varphi = 64,86^\circ$  (parametrii din literatură),  $66,14^\circ$  la o majorare a inductivității de fază a liniei cu 18%,  $67,31^\circ$  la o majorare a inductivității de fază a liniei cu 36%, respectiv  $64,48^\circ$  la o micșorare a inductivității de fază a liniei cu 5% ; lungimea liniei – 10 km  $\varphi = 56,042^\circ$  (parametrii din literatură),  $58,32^\circ$  la o majorare a inductivității de fază a liniei cu 18%,  $60,34^\circ$  la o majorare a inductivității de fază a liniei cu 36%, respectiv  $55,36^\circ$  la o micșorare a inductivității de fază a liniei cu 5%; lungimea liniei 20 km  $\varphi = 48,8^\circ$  (parametrii din literatură),  $52,01^\circ$  la o majorare a inductivității de fază a liniei cu 18%,  $54,83^\circ$  la o majorare a inductivității de fază a liniei cu 36%, respectiv  $47,82^\circ$  la o micșorare a inductivității de fază a liniei cu 5%.

### 6.3. Rezultate obținute prin simulare numerică

Rezultatele obținute prin simulare numerică sunt prezentate sub formă de oscilograme în fig. 6.3, ..., 6.16. În aceste oscilograme sunt prezentate variațiile în timp a curenților de fază  $i_R(t)$ ,  $i_S(t)$ ,  $i_T(t)$ , respectiv a tensiunii  $u_R(t)$  care s-a considerat ca referință. Valorile timpului de conectare a celor trei întrerupătoare ce simulează scurtcircuitul trifazat sunt prezentate în tabelul 6.1. Aceste valori s-au determinat considerându-se  $t = 0$  momentul în care s-au conectat cele trei tensiuni de fază  $u_R(t)$ ,  $u_S(t)$ ,  $u_T(t)$  din fig. 6.2. Tensiunile de fază ale sursei au următoarele valori:



$$\begin{aligned}
 u_R(t) &= 16.330 \sin(100\pi \cdot t) V \\
 u_S(t) &= 16.330 \sin\left(100\pi \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) V \\
 u_S(t) &= 16.330 \sin\left(100\pi \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) V
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

Tabelul 6.1. Valorile timpului reglat pentru conectarea întrerupătoarelor ce simulează scurtcircuitul trifazat

| Nr. crt. | Lungime linie până la locul de defect | Condiții de defect                         | $\sin(\alpha-\varphi)$        | $t_c$ [ms] |        |
|----------|---------------------------------------|--|-------------------------------|------------|--------|
| 1        | 5 km                                  | Valoarea inductivității cea din literatură | 1                             | 38,603     |        |
| 2        |                                       | Inductivitate majorată cu 18%              | 1                             | 38,674     |        |
| 3        |                                       | Inductivitate majorată cu 36%              | 1                             | 38,740     |        |
| 4        |                                       | Inductivitate micșorată cu 5%              | 1                             | 38,582     |        |
| 5        | 10 km                                 | Valoarea inductivității cea din literatură | 0                             | 43,113     |        |
| 6        |                                       |  | 0,5                           | 41,447     |        |
| 7        |                                       |  | 1                             | 38,113     |        |
| 8        |                                       |  | Inductivitate majorată cu 18% | 1          | 38,242 |
| 9        |                                       |  | Inductivitate majorată cu 36% | 1          | 38,356 |
| 10       |                                       | Inductivitate micșorată cu 5%              | 1                             | 38,075     |        |
| 11       | 20 km                                 | Valoarea inductivității cea din literatură | 1                             | 37,711     |        |
| 12       |                                       | Inductivitate majorată cu 18%              | 1                             | 37,890     |        |
| 13       |                                       | Inductivitate majorată cu 36%              | 1                             | 38,046     |        |
| 14       |                                       | Inductivitate micșorată cu 5%              | 1                             | 37,657     |        |

Din relația 6.1 se constată că valoarea maximă a componentei tranzitorii din curentul de defect depinde de caracteristicile circuitului (valoare rezistență și inductivitate) și de faza inițială ( $\alpha$ ) a tensiunii. Simulatorul numeric permite alegerea fazei inițiale  $\alpha$  prin intermediul timpului  $t_c$ . Defectele au fost provocate avându-se în vedere situațiile din tabelul 6.1. Cu excepția lungimii liniei până la locul de defect 10 km s-au avut în vedere doar cazurile în care componenta tranzitorie a curentului de defect are valoarea maximă.

Valorile parametrilor sursei au fost aceiași în toate variantele analizate  $R_8 = R_9 = R_{10} = 0,183 \Omega$  și  $L_8 = L_9 = L_{10} = 10,6 \text{ mH/km}$ , valori ce corespund unui transformator 110/20kV cu puterea aparentă 16 MVA. Parametrii transformatorului s-au determinat considerându-se tensiunea de 20 kV a transformatorului.

În tabelul 6.2 sunt prezentate valorile maxime ale curentului de scurtcircuit de pe faza R ( $I_{R\max}$ ) funcție de parametrii liniei electrice ( $R_{11} = R_{12} = R_{13}$  și  $L_{11} = L_{12} = L_{13}$ ) și momentul de conectare a întrerupătoarelor ( $t_c$ ). Constanta de timp  $\tau$  a circuitului s-a calculat cu relația  $\tau = L/R$  unde  $L$  și  $R$  sunt parametrii de fază ai circuitului electric echivalent subsistemului electroenergetic considerat. Având în vedere rezultatele obținute (oscilogramele din fig. 6.3, ..., 6.16) se poate accepta că se ajunge în noul regim permanent (stabilizat) după un timp de  $t' = 5 \cdot \tau$  de la începutul regimului tranzitoriu.

Tabelul 6.2. Valorile maxime ale curentului  $i_R(t)$  pe durata regimului tranzitoriu și în regim stabilizat

| Varianta | Parametrii liniei                      |                                   | $t_c$<br>[ms] | $i_{R\text{șoc}}$<br>[kA] | $i_{Rm}$<br>[kA] | $\varepsilon\%$ | $\tau' = 5 \cdot \tau$<br>[ms] |       |       |       |
|----------|--|-----------------------------------|---------------|---------------------------|------------------|-----------------|--------------------------------|-------|-------|-------|
|          | $R_{11}=R_{12}=R_{13}$<br>[ $\Omega$ ] | $L_{11}=L_{12}=L_{13}$<br>[mH/km] |               |                           |                  |                 |                                |       |       |       |
| 1        | 4,37                                   | 10,92                             | 43,113        | 2,012                     | 1,994            | 0,9             | 23,65                          |       |       |       |
| 2        |  |                                   | 41,447        | 2,245                     |                  | 12,59           |                                |       |       |       |
| 3        |  |                                   | 38,113        | 2,206                     |                  | 10,63           |                                |       |       |       |
| 4        |  |                                   | 12,92         | 38,242                    |                  | 2,112           |                                | 1,878 | 12,46 | 25,85 |
| 5        |  |                                   | 14,92         | 38,356                    |                  | 2,026           |                                | 1,765 | 14,79 | 28,05 |
| 6        |  |                                   | 10,374        | 38,075                    |                  | 2,223           |                                | 2,028 | 9,62  | 23,05 |
| 7        | 8,74                                   | 21,84                             | 37,711        | 1,266                     | 1,203            | 5,24            | 18,2                           |       |       |       |
| 8        |  |                                   | 25,77         | 37,89                     | 1,205            | 1,125           | 7,11                           | 20,4  |       |       |
| 9        |  |                                   | 29,7          | 38,046                    | 1,148            | 1,053           | 9,02                           | 22,6  |       |       |
| 10       |  |                                   | 20,748        | 37,657                    | 1,285            | 1,226           | 4,81                           | 17,55 |       |       |
| 11       | 2,185                                  | 5,46                              | 38,603        | 3,512                     | 2,909            | 20,73           | 33,9                           |       |       |       |
| 12       |  |                                   | 6,44          | 38,674                    | 3,396            | 2,774           | 22,42                          | 36    |       |       |
| 13       |  |                                   | 7,43          | 38,74                     | 3,288            | 2,645           | 24,31                          | 38,05 |       |       |
| 14       |  |                                   | 5,187         | 38,582                    | 3,545            | 2,950           | 20,17                          | 33,35 |       |       |

$$\varepsilon\% = \frac{i_{R\text{șoc}} - i_{Rm}}{i_{Rm}} \cdot 100 \quad (6.1)$$

Din tabelul 6.2 rezultă că în cazul în care faza inițială a tensiunii satisface relația  $\alpha = \varphi$  practic nu intervine componenta aperiodică în curentul  $i_R(t)$ , deci nu există regim tranzitoriu. Desigur, curenții  $i_S(t)$  și  $i_T(t)$  conțin componentă aperiodică deoarece pentru acești curenți nu mai este satisfăcută condiția  $\alpha = \varphi$ . De asemenea, se constată că valoarea curentului de scurtcircuit depinde de parametrii liniei electrice aeriene, influența acestor parametri crescând pe măsură ce lungimea liniei până la locul de defect crește. Odată cu creșterea lungimii liniei până la locul de defect valoarea curentului în regim stabilizat scade.

Diferența dintre valoarea de șoc a curentului de defect și valoarea maximă din regim stabilizat este cu atât mai mare cu cât lungimea liniei până la locul de defect scade. Astfel pentru lungimea liniei de 20 km raportul maxim  $i_{R\text{șoc}}/i_{Rm} = 1,09$ , iar pentru lungimea liniei 5 km raportul  $i_{R\text{șoc}}/i_{Rm} = 1,243$ .

Funcție de valoarea unghiului  $\alpha - \varphi$  raportul  $i_{R\text{șoc}}/i_{Rm}$  se modifică, astfel pentru  $\alpha - \varphi = 0$  raportul  $i_{R\text{șoc}}/i_{Rm} = 1,009$ , iar pentru  $\alpha - \varphi = \pi/2$  raportul  $i_{R\text{șoc}}/i_{Rm} = 1,106$ , deci o creștere de 9,6%.

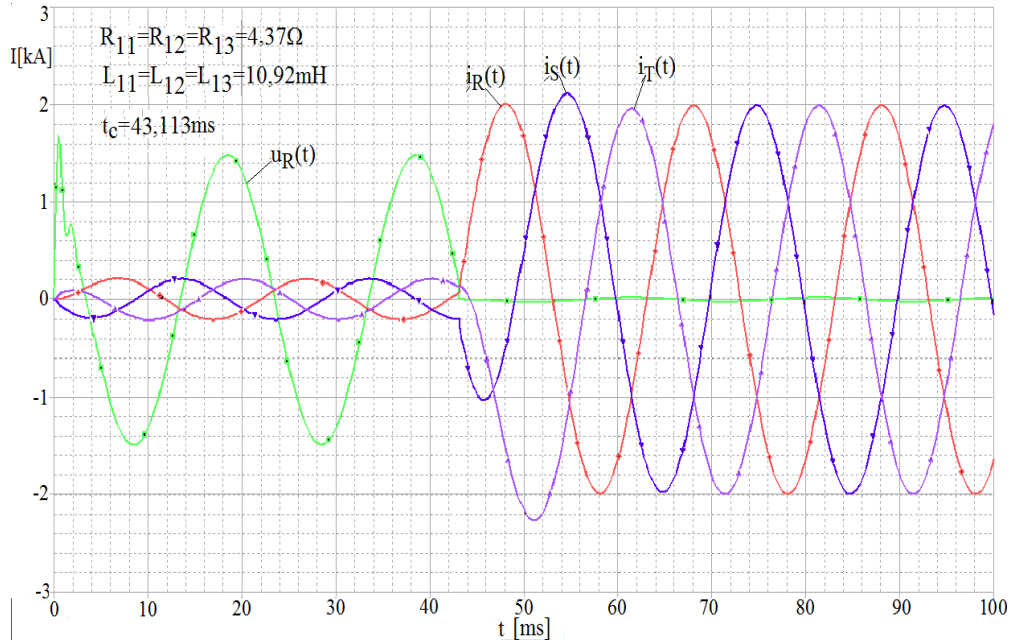


Fig. 6.3 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=56,042^\circ$  (Varianta 1)

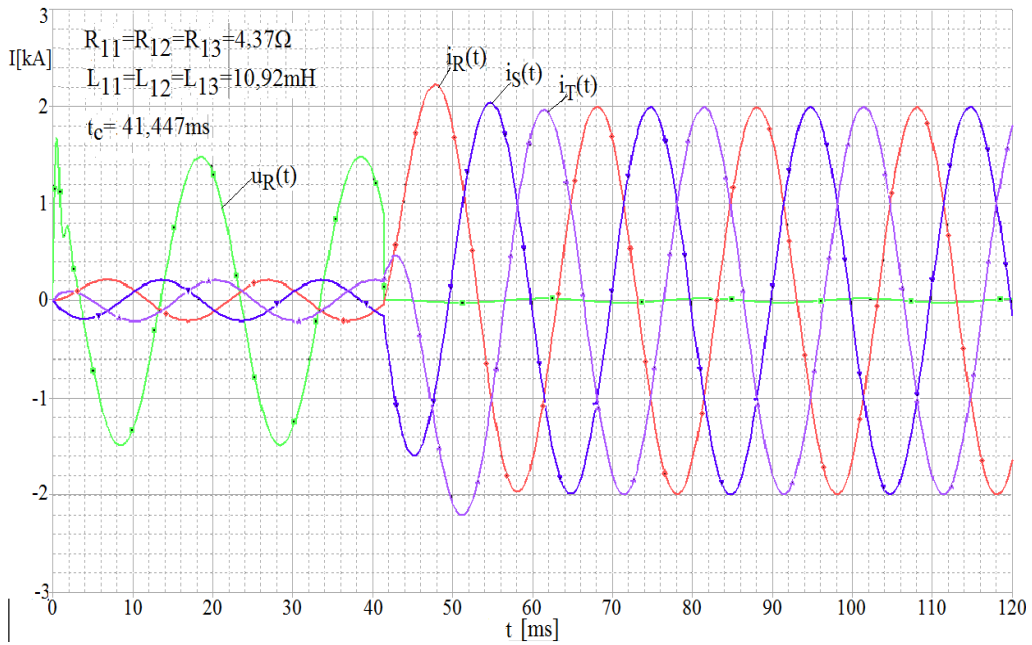


Fig. 6.4 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=26,042^\circ$  (Varianta 2)

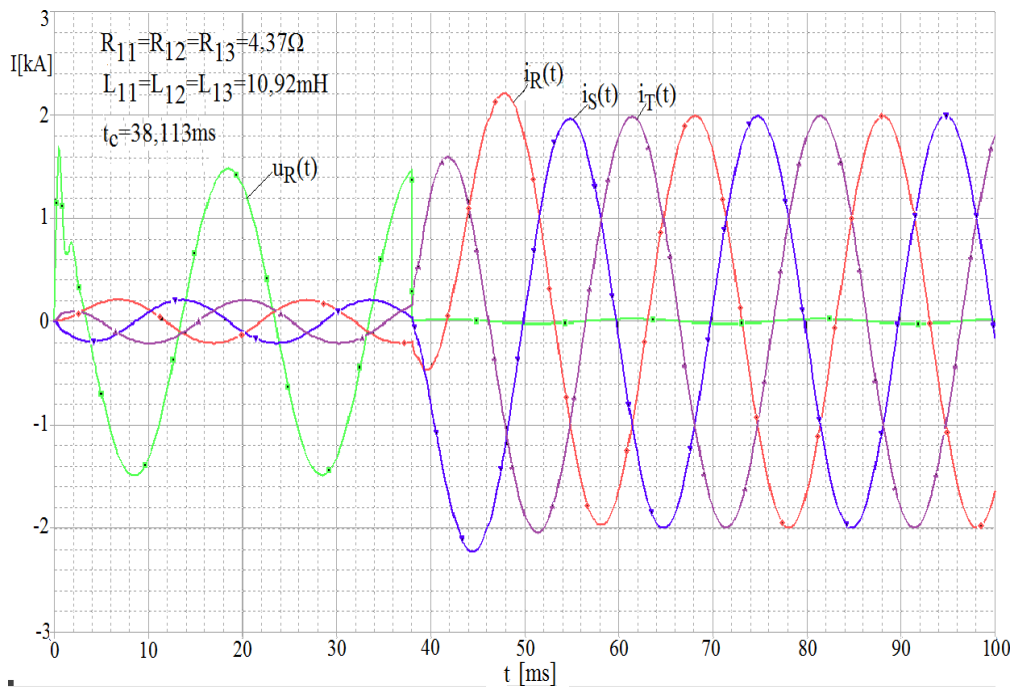


Fig. 6.5 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-33,958^\circ$  (Varianta 3)

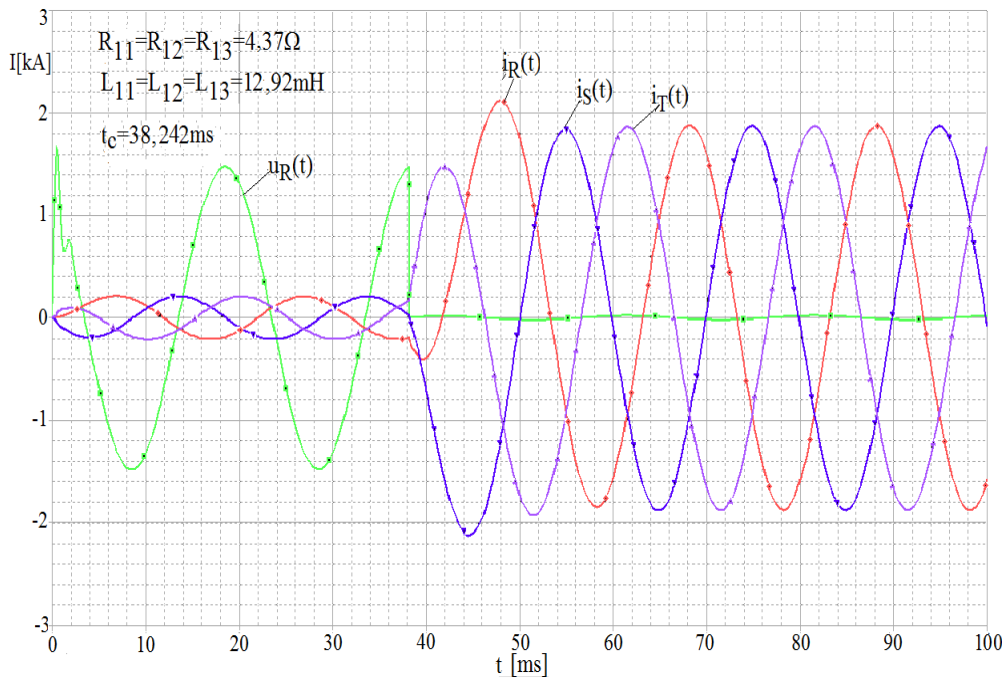


Fig.6.6 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-31,641^\circ$  (Varianta 4)

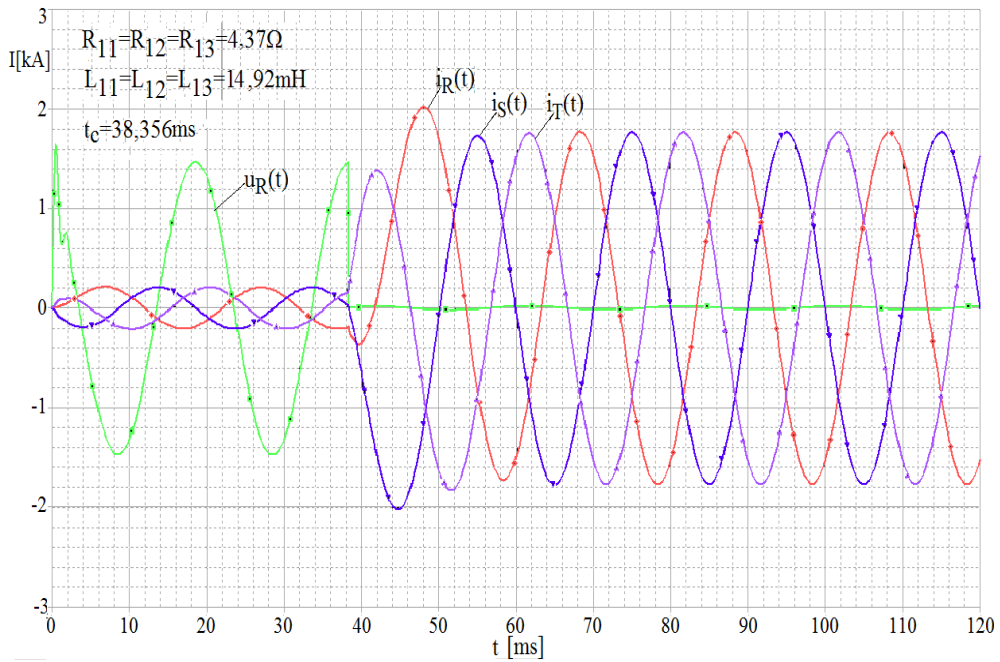


Fig.6.7 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-29,592^\circ$  (Varianta 5)

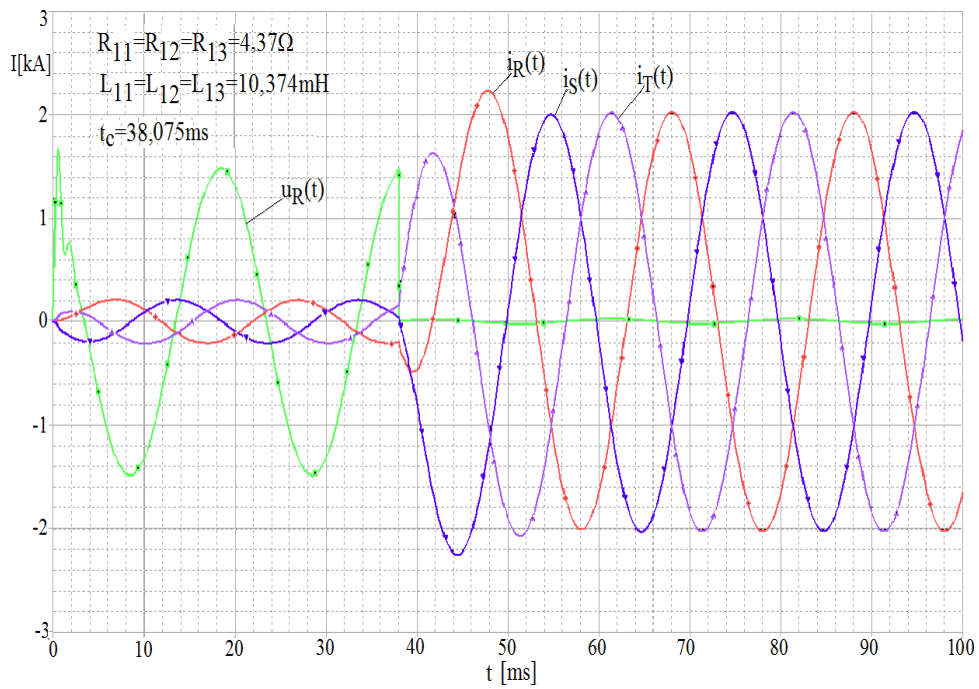


Fig.6.8 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-34,644^\circ$  (Varianta 6)

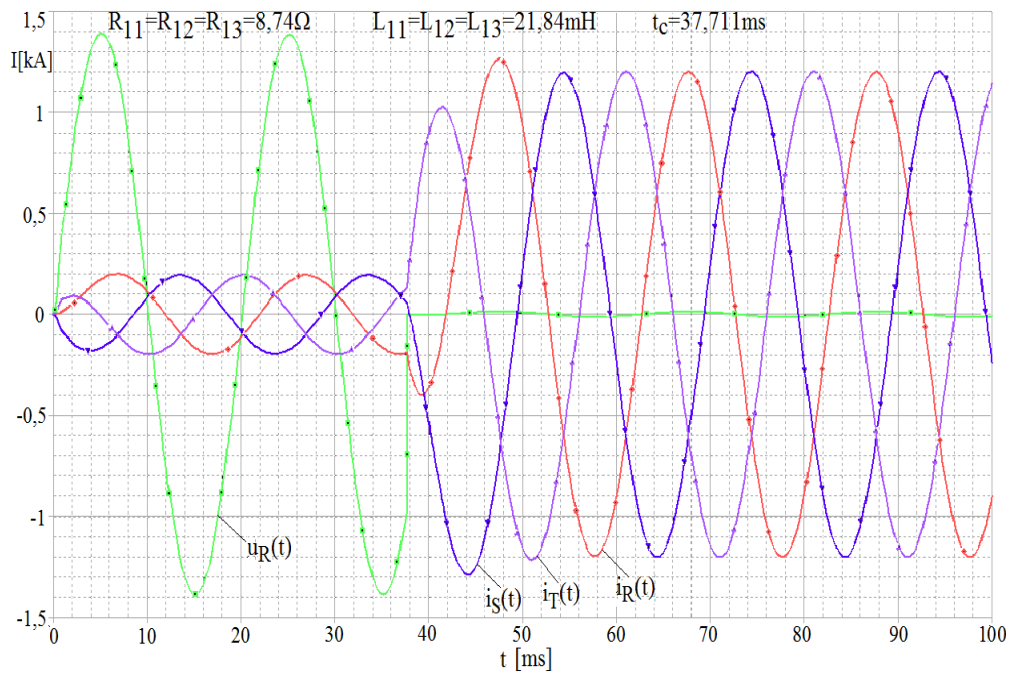


Fig.6.9 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-41,204^\circ$  (Varianta 7)

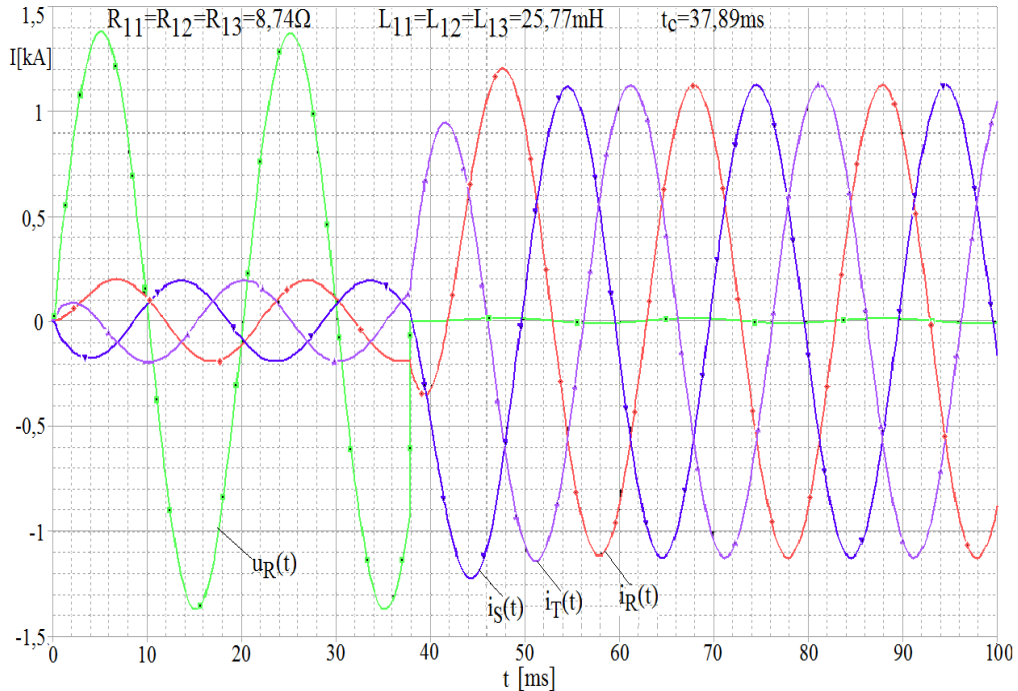


Fig.6.10 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-37,988^\circ$  (Varianta 8)

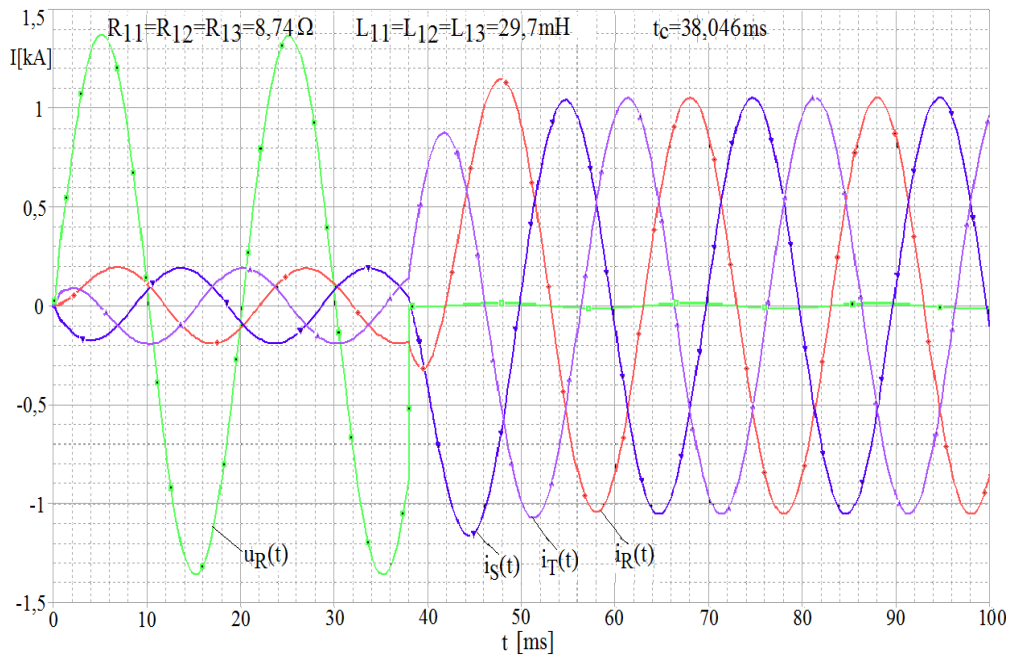


Fig.6.11 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-35,176^\circ$  (Varianta 9)

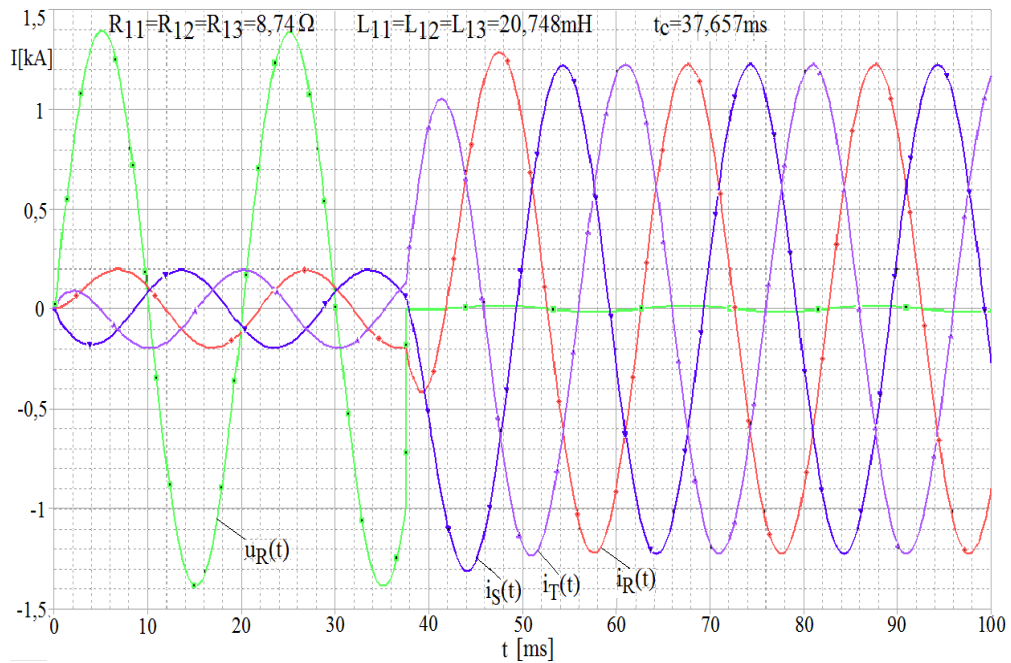


Fig.6.12 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-42,178^\circ$  (Varianta 10)

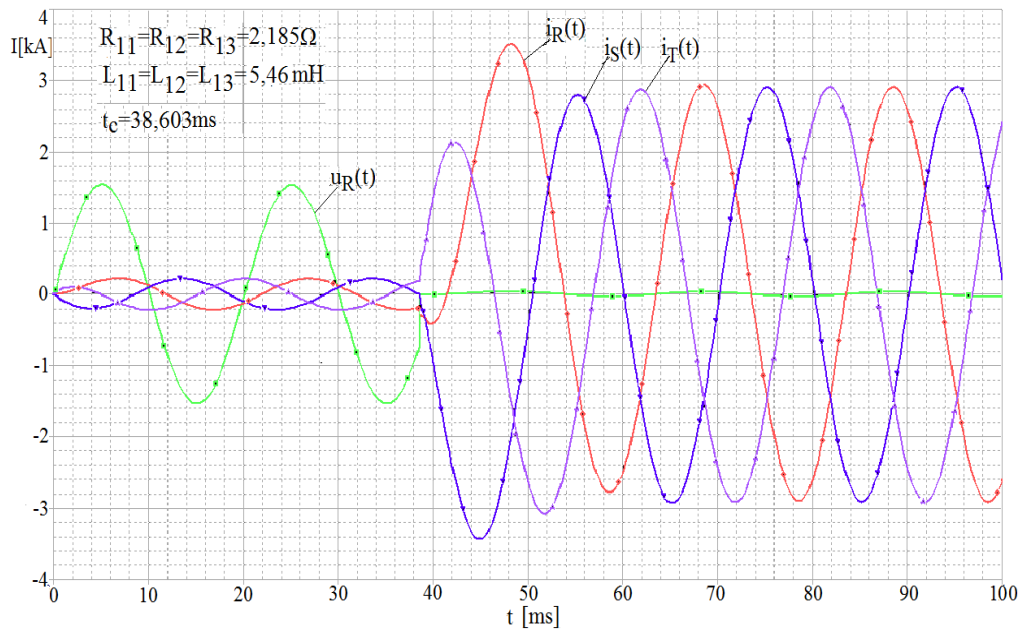


Fig.6.13 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-25,142^\circ$  (Varianta 11)

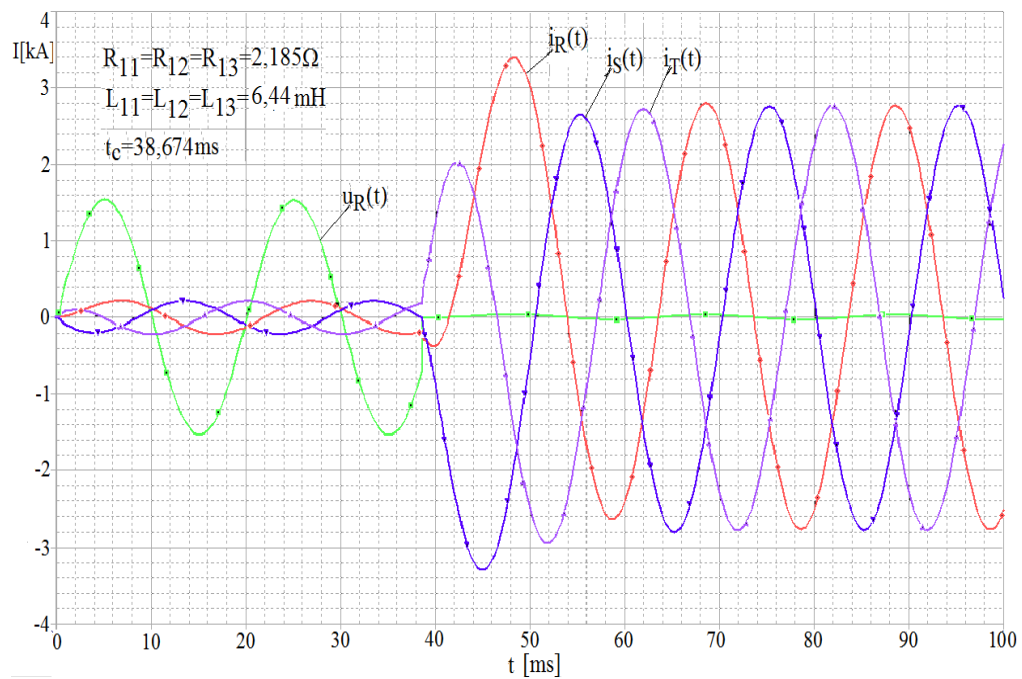


Fig.6.14 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-23,862^\circ$  (Varianta 12)



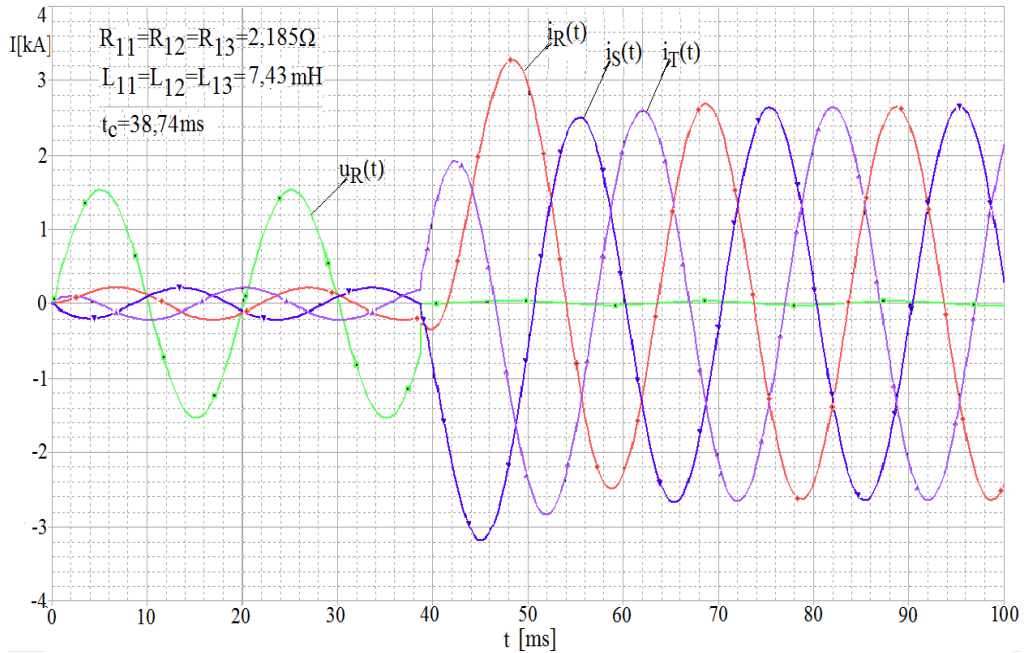


Fig.6.15 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-22,688^\circ$  (Varianta 13)

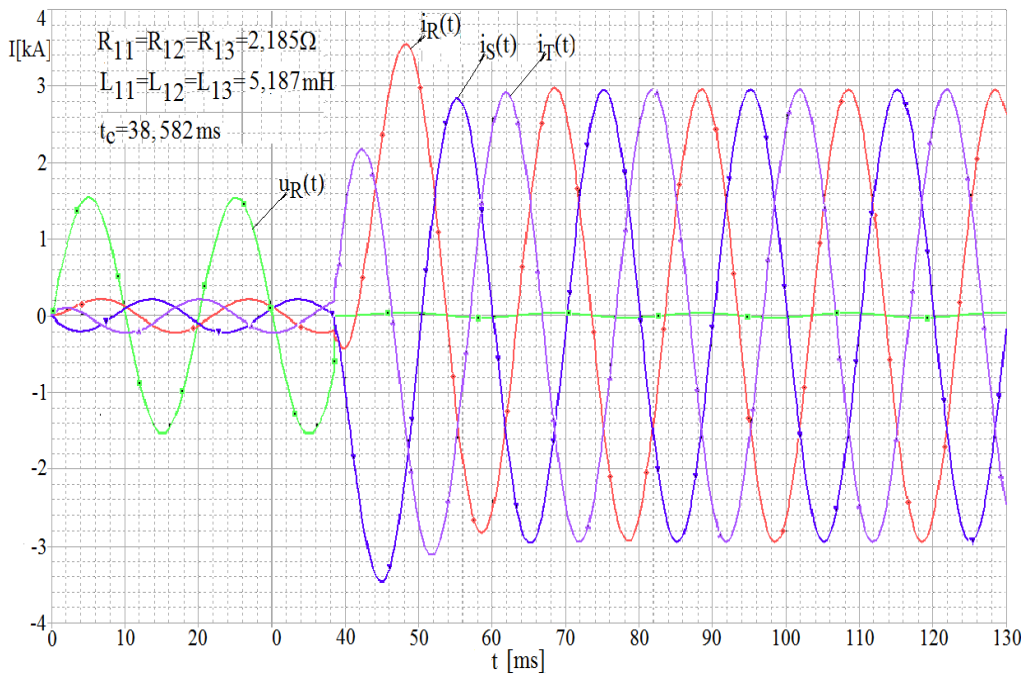


Fig. 6.16 Curenții de fază și tensiunea fazei R, faza inițială a tensiunii fiind  $\alpha=-25,522^\circ$  (Varianta 14)

## 6.4. Concluzii și contribuții personale

Din studiul realizat rezultă următoarele **concluzii** mai importante:

- a) Metoda simulării numerice a regimurilor tranzitorii provocate de defectele ce se pot produce în rețelele electrice reprezintă o metodă eficientă de analiză a acestor defecte.
- b) Precizia rezultatelor obținute prin simularea numerică a regimurilor tranzitorii utilizând mediul de programare PSpice depinde în principal de gradul în care sunt cunoscuți parametrii ce intervin în circuitele electrice echivalente subsistemului electroenergetic analizat.
- c) Faza inițială a tensiunii pe care se produce defectul influențează mult componenta aperiodică ce se manifestă pe durata regimului tranzitoriu, valorile cele mai mari rezultând atunci când faza inițială a tensiunii de fază satisface relația  $\alpha - \varphi = \pi/2$ , unde  $\varphi$  este defazajul dintre tensiune și curent în regim stabilizat.
- d) Prin modificarea valorii parametrilor ce intervin în schema electrică a simulatorului numeric se poate reproduce orice subsistem electroenergetic, ceea ce conferă o mare flexibilitate simulatorului realizat.
- e) Modificarea parametrilor din schema electrică a simulatorului în mediul de programare PSpice este mult mai simplă decât în cazul mediului de programare Matlab-Simulink.
- f) Dacă se dorește simularea și a altor tipuri de defecte schema simulatorului va fi completată și cu alte comutatoare (întrerupătoare) pentru a putea reproduce defectele respective, în cazul în care interesează distribuția curenților prin toate liniile electrice conectate la aceeași bară simulatorul va fi completat cu un număr de linii identic cu cel din stația de transformare analizată.
- g) Un rol important în simularea bobinei trifazate cu conexiune zig-zag, utilizată pentru realizarea nului artificial al rețelei electrice de medie tensiune, în mediul de programare PSpice, îl are valoarea coeficientului de cuplaj, deci pentru a reproduce cât mai exact bobina este necesar să se cunoască, cu precizie ridicată, acest coeficient dacă defectul analizat este dezechilibrat (defecte monofazate sau bifazate).
- h) Parametrii de secvență pozitivă și negativă ai liniei electrice aeriene pe care se produce scurtcircuitul trifazat va influența cu atât mai mult valoarea curentului de șoc, valoarea maximă a curentului în regim stabilizat și durata regimului tranzitoriu cu cât sursa echivalentă este de putere mai mare.

**Principalele contribuții** științifice în acest capitol sunt:

- a) Stabilirea schemei echivalente subsistemului electroenergetic analizat și calculul parametrilor elementelor de circuit electric ce intervin în schema echivalentă.
- b) Implementarea schemei echivalente subsistemului electroenergetic analizat în mediul de programare PSpice și calculul timpilor de reglaj ai comutatoarelor cu ajutorul cărora se simulează scurtcircuitul trifazat.
- c) Analiza modului în care parametrii de secvență pozitivă și negativă ai liniei cu defect influențează evoluția în timp a curenților de fază pe durata regimului tranzitoriu provocat de scurtcircuitul trifazat.

### 6.5. Bibliografie

- [1] Dommel, H.W., *ElectroMagnetic Transients Program. Theory Book*, Bonneville Power Administration, Portland, 1995.
- [2] Chuco, B., *Electrical Software Tools Overview*, SINATEC-IEEE, 2005.
- [3] \*\*\* PSCAD: Power System Simulator, HVDC Research Center, Winnipeg, Canada.
- [4] Morris, J.F., *Introduction to Pspice*, Houghton Mifflin Co., Boston, 1991.
- [5] Rădoi R., ș.a., *PSpice Simularea și analiza circuitelor electronice*, Editura Ameo Press București, 1994.
- [6] Rashid, M. H., Rashid, H. M., *PSpice for Power Electronics and Electric Power*, Second Edition, Taylor & Francis Group, Boca Raton, FL, 2006.
- [7] Vladimirescu, A., *PSpice*, Editura Tehnică, București, 1999.
- [8] Sztoianov, I., Pașca, S., *Analiza asistată de calculator a circuitelor electronice. Ghid practic PSpice*, Editura Teora, București, 1997.
- [9] \*\*\* SIMULINK® : *Dynamic System Simulation for MATLAB, User's Guide*, version 2.1 (MathWorks, Inc).
- [10] \*\*\* SimPowerSystems® for use with Simulink: *User's Guide*, version 4.0 (MathWorks, Inc.).
- [11] Danyek, M., Handl, P., Raisz, D., *Comparison of Simulation Tools ATP-EMTP and MATLAB-Simulink for Time Domain Power System Transient Studies*, Proceedings of the European EMTP-ATP Conference Paper E4, Sopron, Hungary, Dec. 2002.
- [12] Foltin, M., Ernek, M., Hnát, J., *SimPowerSystems in Education*, Mezinárodní konference Technical Computing Prague 2006.
- [13] Karlsson, A., *Evaluation of Simulink/SimPowerSystems and other Commercial Simulation Tools for the Simulation of Machine System Transients*, Master's Degree Project, Stockholm, Swedish Royal Institute of Technology, 2005.
- [14] Sybille, G., Brunelle, P., Hoang Le-Huy, Dessaint, L.A., Al-Haddad, K., *Theory and applications of power system blockset, a MATLAB/Simulink-based simulation tool for power systems*, Power Engineering Society Winter Meeting 2000, IEEE, Vol.1, pp.774-779, 2000.
- [15] Dessaint L., Al-Haddad K., Le-Huy H., Sybille G., Brunelle P., *A power system simulation tool based on Simulink*, IEEE Trans. on Ind. Electronics, vol. 46, no. 6, pp. 1252-1254, Dec. 1999.
- [16] Blume, W., *Computer Circuit Simulation*, BYTE, July, 1986.
- [17] Șora C., De Sabata I., Bogoevici N., Daba D., ș.a. *Bazele electrotehnici. Teorie și Aplicații*, Editura Politehnica, Timișoara, 2012.
- [18] Curcanu G., Toader D., Pandia T., *Determination of overvoltages in high voltage networkes at single phase faults by numerical simulation and experiments*. Proceedings 12<sup>th</sup> International IGTE Symposium Gratz, septembrie 2006 (CD)
- [19] Toader D., Hărăguș Șt., Hamat M., *The influence of operating regime on the voltages and current in a medium voltage distribution network during a single-grounding fault*. Acta Universitatis Cibiniensis, Series Electrical Engineering and Electronics, 1999, p.13
- [20] Toader D., Hărăguș Șt., Blaj C., Căta I., *Numerical Simulation of Single Phase Faults in Medium Voltage Electrical Networks*. Transactions on Power Systems, Issue 2, Volume 5, April 2010, p.64

- [21] Toader D., Blaj C., Hărăguș Șt., *Numeric simulation of Faults in Electrical Networks*. Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Conference "Fuzzy Systems" Prague, March 23-25, 2009, p.135.
- [22] Toader D., Hărăguș Șt., Deaconu I., Hațegan I., Pinte N., Căta I., *Selective detection of simple grounding faults in the medium voltage power networks with resonant earthed neutral*. Proceeding of the 11th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, OPTIM 2010, Brașov, România 2010
- [23] Toader D., Rușet P., Blaj C., Greconici M., Hațegan I., Diaconu I., Pinte N., Căta I., *The analyse of selective detection for simple grounding within the medium voltage electrical networks with compensated null. Part I*, International Power Systems Conference, PSC 2009, Timișoara, România, pp.521-530, Nov. 2009.
- [24] Toader D., Rușet P., Blaj C., Greconici M., Hațegan I., Diaconu I., Pinte N., Căta I., *The analyse of selective detection for simple grounding within the medium voltage electrical networks with compensated null. Part II*, International Power Systems Conference, PSC 2009, Timișoara, România, pp. 531-540, Nov. 2009.
- [25] Toader D., Blaj C., Hărăguș Șt., Căta I., Hațegan I., Rușet P., *PSpice Simulation of Single Phase Faults in Medium Voltage Electrical Networks*, Acta Electrotehnica, Special Issue,(Proceedings of the 3th International Conference on Modern Power Systems, IEEE MPS 2010, Cluj-Napoca, România), Vol. 51, Mai 2010, p.366-375.
- [26] Toader, D., Hărăguș, Șt., Blaj, C. *Simularea numerică a unei simple puneri la pământ*. Proceedings National Symposium of Theoretical Electrical Engineering 12-14 Octombrie 2007, Bucharest
- [27] Toader, D., Hărăguș, Șt., Blaj, C., *Simularea numerică a unui defect de tipul conductor întrerupt și căzut la pământ spre consumator*. Proceedings National Symposium of Theoretical Electrical Engineering 12-14 Octombrie 2007, Bucharest
- [28] Toader, D., Hărăguș, Șt., Blaj C., *Virtual system for numeric simulation of three phased circuits. Part 1*. Proceedings The 7<sup>th</sup> International Power Systems Conference , November 22-23 2007, Timișoara, pp. 655 – 660
- [29] Toader, D., Hărăguș, Șt., Blaj, *Virtual system for numeric simulation of three phased circuits. Part 2*. Proceedings The 7<sup>th</sup> International Power Systems Conference , November 22-23 2007, Timișoara, pp. 661 – 666
- [30] Hărăguș, Șt., Toader, D., Toaxen V. *Fault transients simulation in distribution networks with improved neutral-point grounding*. Proceedings of the IASTED International Conference, Power and Energy Systems, September 19-22, 2000, Marbella Spain, p.125-8.

## 7 Concluzii generale și contribuții științifice personale

**Principalele obiective ale tezei** de doctorat au fost:

- Conceperea unui model analitic pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg conductoarele multifilare a căror fire din aluminiu sunt înfășurate elicoidal și care se găsesc în medii magnetice liniare și omogene.
- Conceperea unui model numeric pentru calculul câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg conductoarele multifilare a căror fire din aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste o inimă de oțel (LEA) de formă cilindrică și care se găsesc în medii magnetice neliniare și neomogene.
- Calculul inductivității în serviciu de secvență pozitivă (directă), respectiv negativă (inversă) internă și exterioară a conductoarelor multifilare (LEA) având în vedere faptul că firele din aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel.
- Analiza modului în care parametrii liniei electrice pe care se produce un defect influențează variația în timp, pe durata regimului tranzitoriu provocat de defect, a tensiunilor și curenților, în special valoarea și durata în timp a componentei libere conținută care intervine în curenții de defect. Cunoașterea acestor parametri este foarte importantă pentru stabilirea reglajelor optime ale protecțiilor din sistemele și subsistemele electroenergetice.

În urma studiului efectuat au rezultat **următoarele concluzii:**

- Valoarea parametrilor LEA pe care se produce un scurtcircuit trifazat influențează evoluția în timp a tensiunilor și curenților de la locul de defect. Influența acestor parametri este cu atât mai importantă cu cât sursa de la care se alimentează defectul are puterea mai mare (impedanța internă a sursei, rezistență, reactanță este mai mică comparativ cu parametrii liniei până la locul de defect), respectiv cu cât distanța de la barele stației de transformare la locul de defect este mai mare. Se poate ajunge în situația ca durata componentei aperiodice a curenților de defect să ajungă la 40 – 60 ms, adică 2 sau 3 perioade, situație în care elementele direcționale, dacă timpul de reglaj al acestora este mai mic decât durata componentei aperiodice, pot funcționa eronat. O astfel de situație putând conduce la deconectarea prin protecții a liniei care intră în stația de transformare și nu a liniei cu defect.
- Inductivitatea internă a conductoarelor LEA la care firele de aluminiu sunt plasate într-un singur strat poate avea valori de până la 6-7 ori mai mari decât valorile prezentate în literatura de specialitate. Aceasta face ca valoarea totală a reactanței de secvență pozitivă (directă) și a celei de secvență negativă (inversă) să crească cu 17-18%. Acest rezultat ne permite să afirmăm că în calculul parametrilor de secvență pozitivă și negativă ai liniilor electrice care au conductoare de fază într-un singur strat neglijarea faptului că firele de aluminiu sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel a conductorului conduce la rezultate inacceptabile pentru calculul curenților de defect în vederea stabilirii reglajelor protecțiilor din sistemele și subsistemele electroenergetice.

- În cazul conductoarelor LEA cu două straturi înfășurate în sens contrar inductivitatea internă a acestora, calculată luând în considerare faptul că cele două straturi ale conductorului sunt înfășurate în sens contrar și prezența inimii de oțel, obține valori mai mici cu aproximativ 50% decât cele precizate în literatura de specialitate. Dacă cele două straturi sunt înfășurate în același sens inductivitatea internă a conductoarelor crește de peste 10 ori comparativ cu valoarea precizată în literatura de specialitate, deci este foarte important ca cele două straturi să fie înfășurate în sens contrar.
- În cazul conductoarelor LEA cu trei straturi la care stratul din mijloc este înfășurat în sens contrar față de stratul interior și cel exterior inductivitatea internă a acestora, calculată luând în considerare faptul că cele trei straturi ale conductorului nu sunt înfășurate în același sens și prezența inimii de oțel, obține valori practic identice cu cele precizate în literatura de specialitate. Dacă cele două straturi sunt înfășurate în același sens inductivitatea internă a conductoarelor crește de peste 12 ori comparativ cu valoarea precizată în literatura de specialitate, deci este foarte important ca cele trei straturi să nu fie înfășurate în același sens.
- Inductivitatea exterioară în serviciu de secvență pozitivă sau negativă a conductoarelor LEA plasate în vârful unui triunghi oarecare depinde de timp. Eliminarea dependenței de timp se face considerând că cele trei conductoare de fază sunt plasate în vârful unui triunghi echilateral.
- Modelul numeric pentru calculul câmpului magnetic folosind metoda elementului finit și implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera permite calculul parametrilor de secvență pozitivă și negativă ai liniilor electrice aeriene luându-se în considerare structura reală a conductoarelor de fază (dimensiunea firelor din aluminiu, modul de plasare al acestora în straturi, prezența inimii de oțel, pasul de înfășurare al firelor din aluminiu peste inima de oțel și neliniaritatea acesteia, sensul de înfășurare al firelor din aluminiu, lungimea conductoarelor) și a modului în care acestea sunt plasate pe stâlpii liniei electrice aeriene (triunghi oarecare, triunghi isoscel, triunghi echilateral, orizontal).
- Modelul analitic care substituie firele din aluminiu cu unele filiforme plasate în axul celor reale permite calculul câmpului magnetic din interiorul conductoarelor LEA luându-se în considerare înfășurarea elicoidală a firelor din aluminiu peste inima de oțel, dar neglijându-se prezența inimii de oțel (permeabilitatea acesteia se consideră  $\mu_0$ ). Modelul analitic are marele avantaj că implementat în pachetul de programe Wolfram Mathematica necesită un timp de calcul mult mai scăzut decât modelul numeric implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera.
- Determinarea precisă a parametrilor conductoarelor LEA necesită cunoașterea curbei de magnetizare a materialului utilizat în fabricarea inimii de oțel, curbă care nu este furnizată de producătorii de conductoare LEA, deci trebuie determinată de utilizator.

**Principalele contribuții științifice personale sunt:**

- Realizarea unei sinteze bibliografice privind calculul parametrilor conductoarelor multifilare (LEA) a căror fire sunt înfășurate elicoidal peste inima de oțel.
- Conceperea modelului analitic de calcul al câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg firele conductoarelor multifilare în medii magnetice liniare și omogene, și implementarea acestui model în pachetul de programe Wolfram Mathematica.

- Analiza dependenței câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg firele conductoarelor multifilare în medii magnetice liniare și omogene de caracteristicile conductoarelor (pasul de înfășurare, lungimea conductorului, dimensiunile firelor conductoare, coordonatele punctului curent (mobil) din domeniul de existență a câmpului magnetic).
- Conceperea modelului de calcul al câmpului magnetic utilizând metoda elementului finit implementat în pachetul de programe Vector Fields Opera. În modelul de calcul s-au folosit elemente finite spațiale de formă tetraedrică sau paralelipipedică.
- Analiza câmpului magnetic creat de curenții ce parcurg firele conductoarelor multifilare în medii magnetice neliniare și neomogene de caracteristicile conductoarelor (pasul de înfășurare, lungimea conductorului, dimensiunile firelor conductoare, coordonatele punctului curent (mobil) din domeniul de existență al câmpului magnetic).
- Conceperea și realizarea montajului necesar determinării curbei de magnetizare a oțelului utilizat în fabricarea conductoarelor LEA având secțiunea  $35 \text{ mm}^2$ , respectiv  $50 \text{ mm}^2$ .
- Calculul parametrilor de secvență pozitivă (directă) și negativă (inversă) ai conductoarelor de fază ale liniilor electrice aeriene ținând seama de caracteristicile reale ale acestora (dimensiunile firelor din aluminiu, modul de plasare al acestora în straturi, prezența inimii de oțel, pasul de înfășurare al firelor din aluminiu peste inima de oțel și neliniaritatea acesteia, sensul de înfășurare al firelor din aluminiu, lungimea conductoarelor).
- Conceperea și implementarea în mediul de programare PSpice a schemei echivalente subsistemului energetic real în vederea analizei regimurilor tranzitorii provocate de avarii.
- Analiza modului în care parametrii de secvență pozitivă (directă) și negativă (inversă) ai conductoarelor de fază aferente unei linii electrice influențează evoluția în timp a tensiunilor și curenților pe durata regimului tranzitoriu provocat de un scurtcircuit trifazat.

Se impune ca în viitor analiza să fie continuată și pentru parametrii de secvență zero (homopolară) ai liniilor electrice aeriene pentru a putea analiza evoluția în timp a curenților și tensiunilor pe durata regimurilor tranzitorii provocate de defecte nesimetrice (scurtcircuite monofazate, scurtcircuite bifazate, scurtcircuite bifazate cu nul, întreruperi de conductoare). Un element important în stabilirea valorii parametrilor de secvență zero o au pământul și prizele de pământ care intervin în defectele nesimetrice.

## Anexa 1

(\* a, raza cilindrului \*)  
(\*  $\epsilon$ , raza firului înfășurat elicoidal\*)  
(\* b1, pasul de înfășurare al stratului 1  
b2, pasul de înfășurare al stratului 2  
b3, pasul de înfășurare al stratului 3\*)  
(\* la, lungimea conductorului înfășurat \*)  
(\* m1, numărul de spire din stratul 1  
m2, numărul de spire din stratul 2  
m3, numărul de spire din stratul 3 \*)  
(\*  $\{\xi, \tau, z_0\}$ , coordonatele în sistem cilindric ale punctului oarecare  $A_1$   
din domeniul de existență a câmpului magnetic \*)  
(\*  $\alpha$ , unghiul dintre centrele a două fire din stratul 1  
 $\beta$ , unghiul dintre centrele a două fire din stratul 2  
 $\gamma$ , unghiul dintre centrele a două fire din stratul 3 \*)  
(\* n1, numărul de fire din stratul 1  
n2, numărul de fire din stratul 2  
n3, numărul de fire din stratul 3 \*)



```

I11[a_, b1_, z0_, m1_, α_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{1}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \alpha - \tau] + \left(\frac{b1}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}$$
, {t, 0, 2 π m1},
(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I21[a_, b1_, z0_, m1_, α_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{\cos[t + p \alpha]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \alpha - \tau] + \left(\frac{b1}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}$$
, {t, 0, 2 π m1},
(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I31[a_, b1_, z0_, m1_, α_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{\sin[t + p \alpha]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \alpha - \tau] + \left(\frac{b1}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}$$
, {t, 0, 2 π m1},
(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I41[a_, b1_, z0_, m1_, α_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{t \cos[t + p \alpha]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \alpha - \tau] + \left(\frac{b1}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}$$
, {t, 0, 2 π m1},
(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

```

```

I51[a_, b1_, z0_, m1_, α_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[

$$\frac{t \sin[t + p \alpha]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \alpha - \tau] + \left(\frac{b1}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m1\},$$

(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I12[a_, b2_, z0_, m2_, β_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[

$$\frac{1}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \beta - \tau] + \left(\frac{b2}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m2\},$$

(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I22[a_, b2_, z0_, m2_, β_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[

$$\frac{\cos[t + p \beta]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \beta - \tau] + \left(\frac{b2}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m2\},$$

(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I32[a_, b2_, z0_, m2_, β_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[

$$\frac{\sin[t + p \beta]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \beta - \tau] + \left(\frac{b2}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m2\},$$

(*PrecisionGoal→50, AccuracyGoal→50, MaxRecursion→60*) Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

```

I42[a\_, b2\_, z0\_, m2\_, β\_, ξ\_, τ\_, p\_] := NIntegrate
$$\left[ \frac{t \cos[t + p \beta]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \beta - \tau] + \left(\frac{b2}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m2\},$$
  
 (\*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60\*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},  
 MaxRecursion → 100]

I52[a\_, b2\_, z0\_, m2\_, β\_, ξ\_, τ\_, p\_] := NIntegrate
$$\left[ \frac{t \sin[t + p \beta]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \beta - \tau] + \left(\frac{b2}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m2\},$$
  
 (\*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60\*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},  
 MaxRecursion → 100]

I13[a\_, b3\_, z0\_, m3\_, γ\_, ξ\_, τ\_, p\_] := NIntegrate
$$\left[ \frac{1}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \gamma - \tau] + \left(\frac{b3}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m3\},$$
  
 (\*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60\*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},  
 MaxRecursion → 100]

I23[a\_, b3\_, z0\_, m3\_, γ\_, ξ\_, τ\_, p\_] := NIntegrate
$$\left[ \frac{\cos[t + p \gamma]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \cos[t + p \gamma - \tau] + \left(\frac{b3}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m3\},$$
  
 (\*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60\*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},  
 MaxRecursion → 100]

```

I33[a_, b3_, z0_, m3_, γ_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{\text{Sin}[t + p \gamma]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \text{Cos}[t + p \gamma - \tau] + \left(\frac{b3}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m3\},$$

(*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I43[a_, b3_, z0_, m3_, γ_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{t \text{Cos}[t + p \gamma]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \text{Cos}[t + p \gamma - \tau] + \left(\frac{b3}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m3\},$$

(*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

I53[a_, b3_, z0_, m3_, γ_, ξ_, τ_, p_] := NIntegrate[
$$\frac{t \text{Sin}[t + p \gamma]}{\sqrt{\left(a^2 + \xi^2 - 2 a \xi \text{Cos}[t + p \gamma - \tau] + \left(\frac{b3}{2\pi} t - z0\right)^2\right)^3}}, \{t, 0, 2 \pi m3\},$$

(*PrecisionGoal→50,AccuracyGoal→50,MaxRecursion→60*)Method → {"GlobalAdaptive", "MaxErrorIncreases" → 10 000},
MaxRecursion → 100]

```

$\text{HA1}[a_, b1_, z0_, m1_, \alpha_, \xi_, \tau_, p_] := \text{Module}[\{i11, i21, i31, i41, i51\}, i11 = \text{I11}[a, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \tau, p];$   
 $i21 = \text{I21}[a, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \tau, p]; i31 = \text{I31}[a, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \tau, p]; i41 = \text{I41}[a, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \tau, p];$   
 $i51 = \text{I51}[a, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \tau, p];$

$$\text{HAX1} = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{a b1}{2\pi} i41 + a z0 i21 + \frac{a b1}{2\pi} i31 - \frac{\xi b1 \text{Sin}[\tau]}{2\pi} i11 \right);$$

$$\text{HAY1} = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{a b1}{2\pi} i51 + a z0 i31 - \frac{a b1}{2\pi} i21 + \frac{\xi b1 \text{Cos}[\tau]}{2\pi} i11 \right);$$

$$\text{HAz1} = \frac{1}{4\pi} \left( a^2 i11 - a \xi \text{Cos}[\tau] i21 - a \xi \text{Sin}[\tau] i31 \right); i \text{HAX1} \bar{i} + i \text{HAY1} \bar{j} + i \text{HAz1} \bar{k}; \{i \text{HAX1}, i \text{HAY1}, i \text{HAz1}\}$$

$\text{HA2}[a_, b2_, z0_, m2_, \beta_, \xi_, \tau_, p_] := \text{Module}[\{i12, i22, i32, i42, i52\}, i12 = \text{I12}[a, b2, z0, m2, \beta, \xi, \tau, p];$   
 $i22 = \text{I22}[a, b2, z0, m2, \beta, \xi, \tau, p]; i32 = \text{I32}[a, b2, z0, m2, \beta, \xi, \tau, p]; i42 = \text{I42}[a, b2, z0, m2, \beta, \xi, \tau, p];$   
 $i52 = \text{I52}[a, b2, z0, m2, \beta, \xi, \tau, p];$

$$\text{HAX2} = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{a b2}{2\pi} i42 + a z0 i22 + \frac{a b2}{2\pi} i32 - \frac{\xi b2 \text{Sin}[\tau]}{2\pi} i12 \right);$$

$$\text{HAY2} = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{a b2}{2\pi} i52 + a z0 i32 - \frac{a b2}{2\pi} i22 + \frac{\xi b2 \text{Cos}[\tau]}{2\pi} i12 \right);$$

$$\text{HAz2} = \frac{1}{4\pi} \left( a^2 i12 - a \xi \text{Cos}[\tau] i22 - a \xi \text{Sin}[\tau] i32 \right); i \text{HAX2} \bar{i} + i \text{HAY2} \bar{j} + i \text{HAz2} \bar{k}; \{i \text{HAX2}, i \text{HAY2}, i \text{HAz2}\}$$

```

HA3[a_, b3_, z0_, m3_, γ_, ξ_, τ_, p_] := Module[{i13, i23, i33, i43, i53}, i13 = I13[a, b3, z0, m3, γ, ξ, τ, p];
i23 = I23[a, b3, z0, m3, γ, ξ, τ, p]; i33 = I33[a, b3, z0, m3, γ, ξ, τ, p]; i43 = I43[a, b3, z0, m3, γ, ξ, τ, p];
i53 = I53[a, b3, z0, m3, γ, ξ, τ, p];

```

$$HAx3 = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{a b3}{2\pi} i43 + a z0 i23 + \frac{a b3}{2\pi} i33 - \frac{\xi b3 \sin[\tau]}{2\pi} i13 \right);$$

$$HAy3 = \frac{1}{4\pi} \left( -\frac{a b3}{2\pi} i53 + a z0 i33 - \frac{a b3}{2\pi} i23 + \frac{\xi b3 \cos[\tau]}{2\pi} i13 \right);$$

$$HAz3 = \frac{1}{4\pi} \left( a^2 i13 - a \xi \cos[\tau] i23 - a \xi \sin[\tau] i33 \right); \{i HAx3 \bar{i} + i HAy3 \bar{j} + i HAz3 \bar{k}; \{i HAx3, i HAy3, i HAz3\}\}$$

$$a = N[(11.25/2) * 10^{-3}]; \epsilon = 1.5 * 10^{-3};$$

$$b1 = 0.1725; b2 = 0.2325; b3 = 0.2925;$$

$$la = 0.2925; z0 = la/2;$$

$$m1 = b3/b1; m2 = b3/b2; m3 = 1;$$

$$\alpha = 2 \operatorname{ArcSin}\left[\frac{\epsilon}{\epsilon + a}\right]; \beta = 2 \operatorname{ArcSin}\left[\frac{\epsilon}{3\epsilon + a}\right]; \gamma = 2 \operatorname{ArcSin}\left[\frac{\epsilon}{5\epsilon + a}\right];$$

$$n1 = \operatorname{Floor}\left[\frac{\pi}{\operatorname{ArcSin}\left[\frac{\epsilon}{a+\epsilon}\right]}\right]; n2 = \operatorname{Floor}\left[\frac{\pi}{\operatorname{ArcSin}\left[\frac{\epsilon}{a+2\epsilon+\epsilon}\right]}\right];$$

$$n3 = \operatorname{Floor}\left[\frac{\pi}{\operatorname{ArcSin}\left[\frac{\epsilon}{a+4\epsilon+\epsilon}\right]}\right]$$

```

ColumnForm[{"a = ", a}, {"ε = ", ε}, {"b1 = ", b1}, {"b2 = ", b2},
  {"b3 = ", b3}, {"la = ", la},
  {"z0 = ", z0}, {"m1 = ", m1}, {"m2 = ", m2}, {"m3 = ", m3},
  {"α = ", α}, {"β = ", β}, {"γ = ", γ},
  {"n1 = ", n1}, {"n2 = ", n2}, {"n3 = ", n3}]]

{a = , 0.005625}
{ε = , 0.0015}
{b1 = , 0.1725}
{b2 = , 0.2325}
{b3 = , 0.2925}
{la = , 0.2925}
{z0 = , 0.14625}
{m1 = , 1.69565}
{m2 = , 1.25806}
{m3 = , 1}
{α = , 0.424227}
{β = , 0.297391}
{γ = , 0.229072}
{n1 = , 15}
{n2 = , 21}
{n3 = , 27}

```

$$\begin{aligned}
\text{mAstr1m2p3} = & \text{MatrixForm}\left\{ \right. \\
& \text{ColumnForm}\left[ \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n1-1} \text{HA1}\left[ a + \epsilon, b1, z0, m1, \alpha, \xi, 0, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] - \right. \\
& \quad \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n2-1} \text{HA2}\left[ a + 3 \epsilon, b2, z0, m2, \beta, \xi, 0, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] + \\
& \quad \left. \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n3-1} \text{HA3}\left[ a + 5 \epsilon, b3, z0, m3, \gamma, \xi, 0, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] \right], \\
& \text{ColumnForm}\left[ \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n1-1} \text{HA1}\left[ a + \epsilon, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \frac{\pi}{2}, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] - \right. \\
& \quad \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n2-1} \text{HA2}\left[ a + 3 \epsilon, b2, z0, m2, \beta, \xi, \frac{\pi}{2}, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] + \\
& \quad \left. \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n3-1} \text{HA3}\left[ a + 5 \epsilon, b3, z0, m3, \gamma, \xi, \frac{\pi}{2}, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] \right], \\
& \text{ColumnForm}\left[ \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n1-1} \text{HA1}\left[ a + \epsilon, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \pi, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] - \right. \\
& \quad \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n2-1} \text{HA2}\left[ a + 3 \epsilon, b2, z0, m2, \beta, \xi, \pi, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] + \\
& \quad \left. \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n3-1} \text{HA3}\left[ a + 5 \epsilon, b3, z0, m3, \gamma, \xi, \pi, p \right], \{ \xi, 0, a, a/10 \} \right] \right] \left. \right\}
\end{aligned}$$



```
{-6.11642 i, -5.57657 i, 88.6848 i}
{-6.20298 i, -5.20738 i, 88.7555 i}
{-6.28187 i, -4.80255 i, 88.8106 i}
{-6.3357 i, -4.36348 i, 88.8477 i}
{-6.34819 i, -3.89771 i, 88.865 i}
{-6.3073 i, -3.41841 i, 88.8618 i}
{-6.21325 i, -2.94224 i, 88.8393 i}
{-6.11943 i, -2.48562 i, 88.7998 i}
{-6.33369 i, -2.05656 i, 88.7457 i}
{-8.23547 i, -1.62082 i, 88.6722 i}
{-17.0751 i, -0.785498 i, 88.4984 i}
```

```
{-6.11642 i, -5.57657 i, 88.6848 i}
{-6.03856 i, -5.91419 i, 88.6011 i}
{-5.9835 i, -6.2289 i, 88.5065 i}
{-5.96263 i, -6.53073 i, 88.4024 i}
{-5.98486 i, -6.83371 i, 88.2894 i}
{-6.05746 i, -7.15187 i, 88.1671 i}
{-6.19146 i, -7.50388 i, 88.0334 i}
{-6.43563 i, -7.93374 i, 87.8817 i}
{-7.04694 i, -8.61786 i, 87.6802 i}
{-9.1672 i, -10.3027 i, 87.278 i}
{-16.9757 i, -15.8824 i, 86.0232 i}
```

```
{-6.11642 i, -5.57657 i, 88.6848 i}
{-5.67466 i, -5.50585 i, 88.5801 i}
{-5.2311 i, -5.45458 i, 88.4883 i}
{-4.78959 i, -5.41236 i, 88.4089 i}
{-4.35323 i, -5.37156 i, 88.3415 i}
{-3.92414 i, -5.32662 i, 88.2854 i}
{-3.49793 i, -5.27195 i, 88.241 i}
{-3.02575 i, -5.19057 i, 88.2151 i}
{-2.22256 i, -5.0005 i, 88.2575 i}
{0.21651 i, -4.32416 i, 88.6296 i}
{9.48147 i, -1.59064 i, 90.4957 i}
```

Normal1 =

```
ColumnForm[Table[Norm[{mAstr1m2p3[[1]][[1]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]]
```

89.0702

89.1243

89.162

89.1801

89.1766

89.1509

89.1049

89.0451

88.9952

89.0686

90.134

Norma2 =

```
ColumnForm[Table[Norm[{mAstr1m2p3[[1]][[2]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]]
```

89.0702

88.9323

88.8104

88.7038

88.6116

88.533

88.4675

88.4194

88.427

88.7353

91.0049

```

Norma3 =
  ColumnForm[Table[Norm[{mAstr1m2p3[[1]][[3]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]]

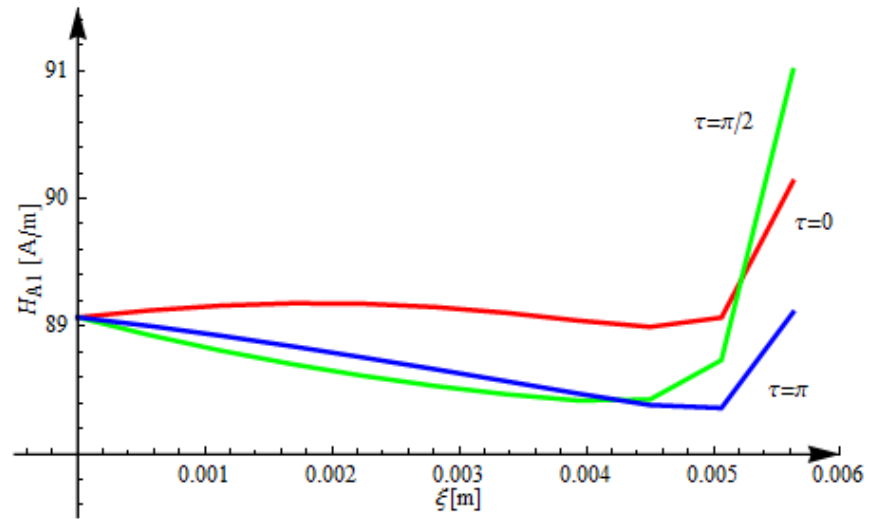
89.0702
89.0033
88.9269
88.8436
88.7555
88.6638
88.5693
88.4735
88.3841
88.3608
89.109

Norma[v_] := Table[Norm[{mAstr1m2p3[[1]][[v]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]

plotstr1m2p3[v_] := ListLinePlot[Table[{ $\frac{(u-1)a}{10}$ , Norma[v][[u]]}, {u, 1, 11}],
  AxesOrigin → {0, 88}, PlotRange → {{-0.0005, 0.006}, {87.5, 91.5}},
  PlotStyle → {Thick, RGBColor[If[v == 1, 1, 0], If[v == 2, 1, 0], If[v == 3, 1, 0]]}]

```

```
Show[plotstr1m2p3[1], plotstr1m2p3[2], plotstr1m2p3[3],
Graphics[Arrow[{{-0.0005, 88}, {0.006, 88}}]],
Graphics[Arrow[{{0, 87.5}, {0, 91.5}}]],
Graphics[Text[" $\xi$ [m]", {0.003, 87.65}]],
Graphics[Text[" $H_{A1}$  [A/m]", {-0.0005, 89.5}, {0, 1}, {0, 1}]],
Graphics[Text[" $\tau=\pi$ ", {0.0056, 88.5}]],
Graphics[Text[" $\tau=\pi/2$ ", {0.0051, 90.6}]],
Graphics[Text[" $\tau=0$ ", {0.0058, 89.8}]]]
```



$$\begin{aligned}
\text{mAstrip2p3} = & \text{MatrixForm}\left\{ \left[ \begin{aligned} & \text{ColumnForm}\left[ \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n1-1} \text{HA1}[a + \epsilon, b1, z0, m1, \alpha, \xi, 0, p], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] + \right. \right. \\ & \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n2-1} \text{HA2}[a + 3\epsilon, b2, z0, m2, \beta, \xi, 0, p], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] + \\ & \left. \left. \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n3-1} \text{HA3}[a + 5\epsilon, b3, z0, m3, \gamma, \xi, 0, p], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] \right], \right. \\ & \text{ColumnForm}\left[ \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n1-1} \text{HA1}\left[a + \epsilon, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \frac{\pi}{2}, p\right], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] + \right. \\ & \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n2-1} \text{HA2}\left[a + 3\epsilon, b2, z0, m2, \beta, \xi, \frac{\pi}{2}, p\right], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] + \\ & \left. \left. \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n3-1} \text{HA3}\left[a + 5\epsilon, b3, z0, m3, \gamma, \xi, \frac{\pi}{2}, p\right], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] \right], \right. \\ & \text{ColumnForm}\left[ \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n1-1} \text{HA1}[a + \epsilon, b1, z0, m1, \alpha, \xi, \pi, p], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] + \right. \\ & \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n2-1} \text{HA2}[a + 3\epsilon, b2, z0, m2, \beta, \xi, \pi, p], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] + \\ & \left. \left. \text{Table}\left[ \sum_{p=0}^{n3-1} \text{HA3}[a + 5\epsilon, b3, z0, m3, \gamma, \xi, \pi, p], \{\xi, 0, a, a/10\} \right] \right] \right] \}
\end{aligned}$$

{-3.60356 i, -8.93019 i, 268.899 i}  
{-3.89456 i, -8.58138 i, 269.019 i}  
{-4.1566 i, -8.19136 i, 269.122 i}  
{-4.3746 i, -7.76384 i, 269.204 i}  
{-4.53442 i, -7.30807 i, 269.264 i}  
{-4.62595 i, -6.83846 i, 269.302 i}  
{-4.65114 i, -6.37258 i, 269.318 i}  
{-4.66493 i, -5.92748 i, 269.314 i}  
{-4.97647 i, -5.51167 i, 269.294 i}  
{-6.9661 i, -5.09134 i, 269.253 i}  
{-15.883 i, -4.27513 i, 269.11 i}

{-3.60356 i, -8.93019 i, 268.899 i}  
{-3.02234 i, -8.64854 i, 268.833 i}  
{-2.45901 i, -8.3972 i, 268.781 i}  
{-1.91424 i, -8.16666 i, 268.742 i}  
{-1.38824 i, -7.94965 i, 268.714 i}  
{-0.880613 i, -7.74057 i, 268.697 i}  
{-0.384808 i, -7.53351 i, 268.691 i}  
{0.149884 i, -7.31149 i, 268.701 i}  
{1.01006 i, -6.99032 i, 268.779 i}  
{3.50212 i, -6.19357 i, 269.185 i}  
{12.819 i, -3.35087 i, 271.084 i}

{-3.60356 i, -8.93019 i, 268.899 i}  
{-3.29756 i, -9.23884 i, 268.763 i}  
{-2.98826 i, -9.51197 i, 268.616 i}  
{-2.68492 i, -9.75446 i, 268.458 i}  
{-2.39489 i, -9.97375 i, 268.292 i}  
{-2.12504 i, -10.1758 i, 268.119 i}  
{-1.88784 i, -10.3695 i, 267.939 i}  
{-1.73641 i, -10.588 i, 267.75 i}  
{-1.9359 i, -10.9963 i, 267.522 i}  
{-3.64102 i, -12.3307 i, 267.109 i}  
{-11.0478 i, -17.4799 i, 265.864 i}

```

Normal1 =
  ColumnForm[Table[Norm[{mAstr1p2p3[[1]][[1]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]]

269.071
269.184
269.279
269.352
269.402
269.428
269.433
269.42
269.397
269.391
269.612

```

```

Norma2 =
  ColumnForm[Table[Norm[{mAstr1p2p3[[1]][[2]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]]

269.071
268.989
268.923
268.872
268.835
268.81
268.796
268.801
268.872
269.279
271.408

```

```

Norma3 =
  ColumnForm[Table[Norm[{mAstrlp2p3[[1]][[3]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]]

269.071
268.942
268.8
268.648
268.488
268.32
268.147
267.965
267.755
267.418
266.667

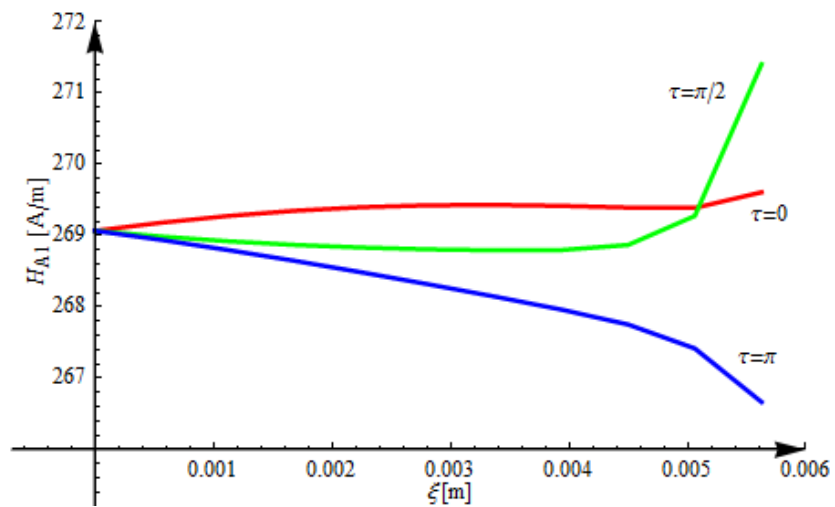
Norma[v_] := Table[Norm[{mAstrlp2p3[[1]][[v]][[1]][[u]] /. i → 1}], {u, 1, 11}]

plotstrlp2p3[v_] := ListLinePlot[Table[{(u - 1) a / 10, Norma[v][[u]]}, {u, 1, 11}],
  AxesOrigin → {0, 266}, PlotRange → {{-0.0007, 0.006}, {265.1, 272}},
  PlotStyle → {Thick, RGBColor[If[v == 1, 1, 0], If[v == 2, 1, 0], If[v == 3, 1, 0]]}]

```



```
Show[plotstrip2p3[1], plotstrip2p3[2], plotstrip2p3[3],
Graphics[Arrow[{-0.0007, 266}, {0.006, 266}]]],
Graphics[Arrow[{0, 265.1}, {0, 272}]]],
Graphics[Text[" $\xi$  [m]", {0.003, 265.4}]],
Graphics[Text[" $H_{A1}$  [A/m]", {-0.0006, 269}, {0, 1}, {0, 1}]],
Graphics[Text[" $\tau=\pi$ ", {0.0056, 267.3}]],
Graphics[Text[" $\tau=\pi/2$ ", {0.0051, 271}]],
Graphics[Text[" $\tau=0$ ", {0.0057, 269.3}]]]
```



## Anexa 2

### 1. Instalația de măsură și tehnica de măsurare cu magnetometru

#### 1.1. Principiul de măsurare

Una din posibilitățile de determinare experimentală a curbei de primă magnetizare, constă în utilizarea aparatului, construit special în acest scop, numit magnetometru cu probă vibrantă. De un astfel de aparat dispune Laboratorul de Lichide Complexe al Academiei Române Filiala Timișoara. Schema de principiu a unui magnetometru cu probă vibrantă este prezentată în fig.1. Principalele elemente constructive ale acestuia sunt: circuitul magnetic (notat magnet în fig.1); bobinele pentru creerea câmpului magnetic (culoarea neagră în fig.1); bobinele de detecție; dispozitiv vibrator; proba de măsură.

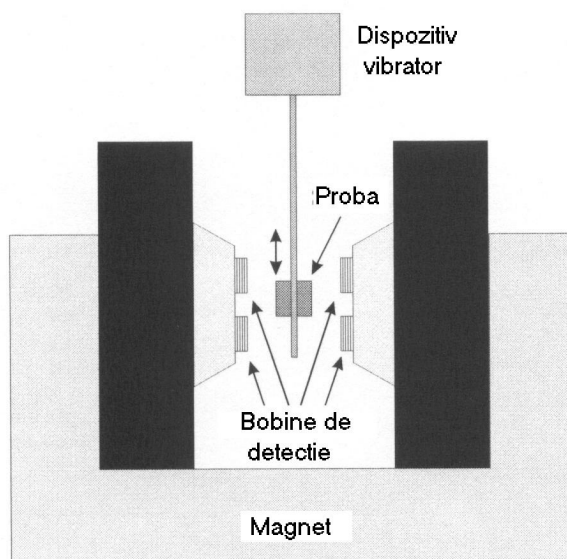


Fig.1 Prezentarea principiului magnetometrului VSM

Principiul de funcționare al aparatului se bazează pe fenomenul de inducție electromagnetică, deci se impune realizarea unui flux magnetic total al bobinelor de detecție variabil în timp în condițiile în care bobinele electromagnetului sunt parcurse de curent constant în timp (curent continuu). Deoarece proba de măsură este realizată dintr-un material magnetic care prezintă fenomenul de magnetizare schimbând poziția acesteia (mișcând-o oscilant pe verticală) față de bobinele de detecție fluxul magnetic din acestea se modifică în timp (fig. 2).

Ca urmare a fenomenului de inducție electromagnetică în bobinele de detecție se induce o tensiune electromotoare a cărei valoare depinde și de gradul de

magnetizare al probei, adică de valoarea magnetizației  $M$ . Tensiunea indusă în una din cele două bobine de detecție, în conformitate cu legea inducției electromagnetice, se exprimă prin relația,

$$u_e(t) = \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -N \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\psi}{dt} \quad (1)$$

unde  $N$  reprezintă numărul de spire al bobinei de detecție,  $\psi$  este înălțuirea magnetică totală a bobinei de detecție,  $E$  este intensitatea câmpului electric indus,  $u_e(t)$  este valoarea momentană a tensiunii induse în bobina de detecție.

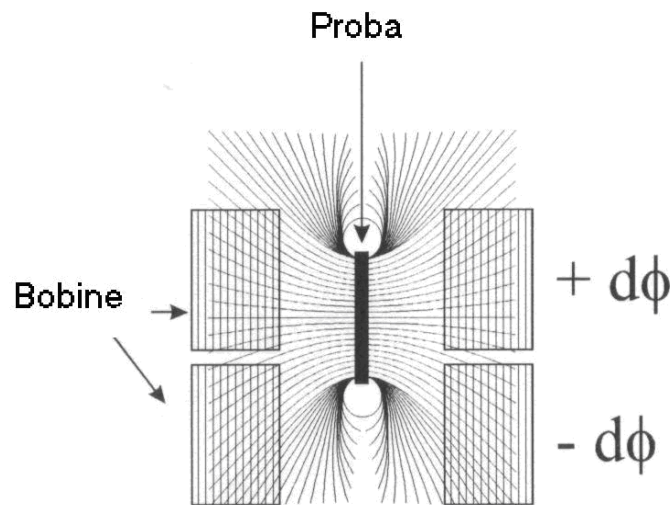


Fig.2 Explicativă privind variația fluxului magnetic al bobinelor de detecție prin vibrarea probei de măsură

Modificarea în timp a înălțuirii magnetice depinde de dimensiunile geometrice ale bobinelor de detecție, de gradul de magnetizare al probei de măsură precum și de viteza de deplasare (de oscilație a probei). Acest mod de a modifica înălțuirea magnetică a bobinelor de detecție a fost propus de Simon Foner, care este considerat drept inventatorul magnetometrului cu probă vibrantă.

Pentru a asigura o mișcare de vibrație probei, aceasta este conectată prin intermediul unei tije la o sursă de vibrații (fig.1). Proba este plasată în mijlocul unei perechi de bobine de detecție în care se induce tensiune electromotoare. Câmpul magnetic al cărui spectru este modificat prin mișcarea de vibrație a probei de măsură se obține cu ajutorul electromagnetului a cărui bobine sunt parcurse de curent continuu.

Cunoscând valoarea curentului prin bobine, dimensiunile geometrice ale circuitului magnetic și caracteristicile bobinelor electromagnetului se poate determina valoarea vectorului intensitate de câmp magnetic din proba de măsură.

Măsurând valoarea tensiunii induse în bobinele de detecție și integrând această mărime în raport cu timpul se obține înălțuirea magnetică a bobinelor de detecție (rel. 1), iar din această mărime se determină valoarea totală a magnetizației, adică a momentului magnetic al probei. Cunoscând dimensiunile probei, sau greutatea acesteia, se determină valoarea magnetizației  $M$  a probei de măsură.

În sistemele mai avansate, fie sistemul vibrator fie electromagnetul pot fi rotite pentru a permite efectuarea de măsurători acolo unde direcția câmpului relativ

la probă se schimbă. În câteva sisteme proba (și posibil sistemul cu bobine de inducție) este înconjurat de un criostat sau un cuptor pentru a face posibile măsurători în funcție de temperatură.

Există multe abordări privind proiectarea optimă și plasarea bobinelor, multe dintre ele sunt potrivite pentru detectarea vectorului magnetizare (componentele X, Y și, posibil, Z, ale magnetizării). Ceea ce toate sistemele de bobine au în comun este faptul că întotdeauna există un grup de cel puțin două bobine folosite. Dacă bobinele sunt legate corespunzător, ele vor anula zgomotul produs în mare măsură de fluctuațiile câmpului, câmpurile de fond și vibrațiile bobinelor.

Pentru a mări sensibilitatea magnetometrului s-au utilizat, spre exemplu, amplificatoare de sesizare a fazei. În afară de zgomotul electric prezent permanent, magnetometrele VSM sunt sensibile în general la fluctuațiile câmpului, vibrațiile sistemului de bobine (în raport cu câmpul aplicat) și instabilitatea poziției probei. În plus, comportamentul fero- sau para-magnetic al suportului pentru probă poate să dea o contribuție considerabilă la semnalul măsurat.

În condițiile în care se elimină celelalte zgomote ce afectează magnetometrul rămâne zgomotul Johnson (zgomotul rezistiv) al bobinelor de detecție pentru un magnetometru de tip VSM. Raportul dintre semnal și zgomot (SNR) pentru magnetometrul VSM este limitat de raportul dintre tensiunea indusă și tensiunea de zgomot (Johnson). Această tensiune indusă este determinată de momentul probei, viteza de vibrație, forma și dimensiunea bobinelor, numărul de înfășurări și distanța de la probă la bobine. În general, proiectarea bobinelor de detecție și distanța de la probă la bobine este un compromis între sensibilitatea absolută (SNR), precizia și fiabilitatea instrumentului. Plasarea bobinelor foarte aproape de probă poate crește sensibilitatea, dar semnalul măsurat devine o funcție puternic influențată de poziționarea probei.

## 1.2. Măsurarea curbei de primă magnetizare

Curba de primă magnetizare (sau curba de magnetizație inițială) măsoară comportarea magnetică a unei probe demagnetizate în funcție de câmpul aplicat. Măsurătoarea este realizată prin măsurarea momentului magnetic în funcție de intensitatea câmpului magnetic care este mărit pas cu pas de la 0 la o anumită valoare maximă, când proba ajunge în regim de saturație, valoarea magnetizației fiind  $M_s$  (fig. 3). Cu punctele obținute se trasează curba de primă magnetizare, fig.3.

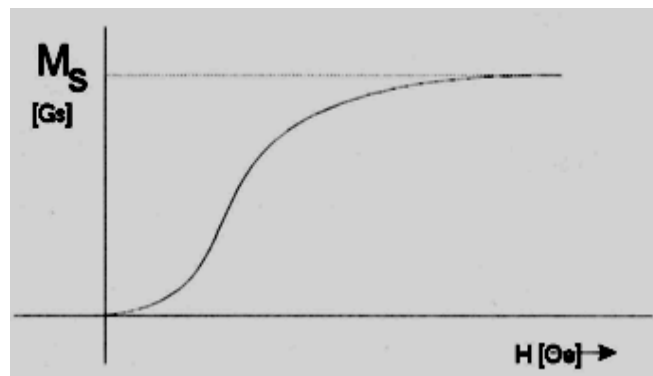


Fig.3 Curba de primă magnetizare

Măsurătoarea poate fi realizată pe o probă demagnetizată anterior sau ca alternativă, se poate efectua după procedura de demagnetizare a probei. Demagnetizarea se poate realiza pe mai multe căi, care pot avea însă o influență semnificativă asupra formei curbei măsurate.

### 1.3. Tehnica de măsură

*Calibrarea magnetometrului.* Pentru a calibra magnetometrul se parcurg următorii pași, prin intermediul programului EasyVSM:

- calibrarea teslametrului – aducerea la zero și verificarea cu un magnet etalon;
- determinarea offset-ului aparatului pentru limitele de câmp 0 Oe și 10 000 Oe.
- poziționarea corectă a probei în câmp - se utilizează o probă etalon de Ni;
- verificarea poziționării corecte a probei etalon pe axa x - se utilizează o probă etalon de Ni;
- determinarea semnalului de fond (background) - determinat de prezența tijei de sticlă, a recipientului de plastic și a benzii de teflon cu care este atasat de tijă.

*Pregătirea probei.* Pentru măsurarea probelor (tabelul 1) de lichid magnetic se utilizează mini-recipienti cilindrici, din material plastic, ale căror dimensiuni caracteristice sunt: diametrul interior - 2,7 mm și înălțimea utilă - 4 mm, ceea ce corespunde pentru fiecare probă la un volum de măsură, identic, în valoare de:  $V=2,29 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$ .

După umplerea mini-recipientului cu proba de măsurat, acesta este lipit cu ajutorul unei benzi dublu adezive pe discul – suport al tijei vibratorului. Intregul ansamblu este asigurat prin înfășurare cu bandă izolatoare de teflon, pentru a evita desprinderea probei de pe discul tijei în timpul măsurătorii.

*Setarea parametrilor în vederea măsurării curbei de primă magnetizare.* Pentru efectuarea măsurătorilor, au fost furnizate programului următoarele date:

- forma (cilindrică) și dimensiunile probei (diametrul interior = 2,7 mm; înălțimea cilindrului la interior = 4mm), pentru care a rezultat volumul de calcul:  $V=2,29 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3$ ,
- s-a efectuat demagnetizarea preliminară a probelor pentru un câmp aplicat maxim de 10000 Oe, factorul de demagnetizare fiind 0,2 punctele de măsură (domenii, pas de modificare a câmpului aplicat).

## LISTA PUBLICAȚIILOR REZULTATE ÎN URMA TEZEI DE DOCTORAT, PUBLICATE SUB AFILIERE UPT

1. D. Toader, P. Rușet, C. Blaj, M. Greconici, I. Hațegan, I. Diaconu, N. Pinte, **I. Căta**, "The analyse of selective detection for simple grounding within the medium voltage electrical networks with compensated null. Part I", International Power Systems Conference, PSC 2009, Timișoara, România, pp.521-530, Noiembrie 2009.
2. D. Toader, P. Rușet, C. Blaj, M. Greconici, I. Hațegan, I. Diaconu, N. Pinte, **I. Căta**, "The analyse of selective detection for simple grounding within the medium voltage electrical networks with compensated null. Part II", International Power Systems Conference, PSC 2009, Timișoara, România, pp. 531-540, Noiembrie 2009.
3. D. Toader, C. Blaj, S. Hărăguș, **I. Căta**, "Numerical Simulation of single Phase Faults in medium voltage Electrical Networks", Wseas Transactions on Power Systems, No.2, Vol.5, pp.64-74, April 2010.
4. D. Toader, P. Rușet, Șt. Hărăguș, C. Blaj, I. Hațegan, N. Pinte, **I. Căta**, "Selective Detection of Simple Grounding Faults in Medium Voltage Power Networks with Resonant Earthed Neutral System", 12th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, IEEE-OPTIM 2010, Moeciu, Brașov, Romania, pp.1285-1293, Mai 2010.
5. D. Toader, C. Blaj, S. Hărăguș, **I. Căta**, I. Hațegan, P. Rușet, "PSpice Simulation of Single Phase Faults in Medium Voltage Electrical Networks", Acta Electrotehnica Special Issue, Proceedings of the 3th International Conference on Modern Power Systems, IEEE MPS 2010, Cluj-Napoca, România, , Vol. 51, pp.366-375, Mai 2010.
6. **I. Căta**, D. Păunescu, D. Toader, "Calculation of magnetic field intensity vector in the axis of a wire cable with helically wound wires", Buletin Științific al UPT, Seria Matematica Fizică, Ed. Politehnica, Timișoara, România, Tom 55(69), Fascicula 2, 2010, pp.73-85.
7. **I. Căta**, D. Păunescu, D. Toader, "Calculation of Magnetic Field Intensity in Steel Core of a Multi-Wire Conductor with Wires Wrapped Helically", Simpozionul Național de Electrotehnică Teoretică, București, 3-4 Decembrie 2010.
8. **I. Căta**, D. Păunescu, D. Toader, "Calculation of Magnetic Field Intensity Vector for a Helical", IEEE International Conference on Computer as a Tool, EUROCON 2011, Lisabona, Portugalia, (CD) Aprilie 2011.
9. **I. Căta**, D. Păunescu, D. Toader, "Calculation of inductance of conductors for overhead power lines", IEEE International Conference on Computer as a Tool, EUROCON 2011, Lisabona, Portugalia, (CD), Aprilie 2011.
10. **I. Căta**, D. Toader, "Numerical model to calculate the magnetic field in a helical turn", Buletin Științific al UPT, Seria Matematica-Fizică, Ed. Politehnica, Timișoara, România, Tom 56(70), Fascicula 2, 2011, pp.108-120.
11. **I. Căta**, "Calculation of Magnetic flux in a helical multiple conductor", Workshop nr.2 Interdisciplinaritatea și managementul cercetării, Prezentarea rezultatelor obținute de doctoranzi, Universitatea Politehnica Timișoara, Secțiunea electric, pp. 21-22, 24-25 Noiembrie 2011.

12. **I. Căta**, D. Toader, "Finite Element Method for calculation of magnetic field produced from a helical turn in linear and nonlinear medium", The 2nd International Conference on Mathematical Models for Engineering Science, MMES 2011, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spania, pp.100-106, Decembrie 2011.
13. **I. Căta**, D. Toader, "Computation of magnetic flux in a helical multiple conductor with finite element method", The 2nd International Conference on Mathematical Models for Engineering Science, MMES 2011, Puerto de la Cruz, Tenerife, Spania, pp.251-255, Decembrie 2011.
14. **I. Căta**, B. Arvinti, D. Toader, "The Influence of the Steel Core of a Multiple Conductor on the Internal Inductance", 13th International Conference on Optimization of Electrical and Electronic Equipment, IEEE-OPTIM 2012, Moeciu, Braşov, Romania, (CD), Mai 2012.
15. **I. Căta**, D. Toader, "Power losses computation in steel core of multiple conductors wrapped helically", Buletin Ştiinţific al UPT, Seria Matematica-Fizică, Ed. Politehnica, Timişoara, România, Tom 57(71), Fascicula 1, 2012, pp.98-109.