

# **OPTIMIZAREA MAȘINILOR DE INDUCȚIE CU ROTORUL ÎN SCURTCIRCUIT CUPLATE CU CONVERTOARE**

Teză destinată obținerii  
titlului științific de doctor inginer  
la  
Universitatea "Politehnica" din Timișoara  
în domeniul INGINERIE ELECTRICĂ  
de către

**Ing. Ana Bobăianu**

Conducător științific:	acad. Toma Dordea
Referenți științifici:	prof.univ.dr.ing. Aurel Câmpeanu prof.univ.dr.ing. Radu Munteanu prof.univ.dr.ing. Marius Babescu

Ziua susținerii tezei: 30.11.2007

Seriile Teze de doctorat ale UPT sunt:

- |                        |   |
|------------------------|---|
| 1. Automatică          | 7. Inginerie Electronică și Telecomunicații |
| 2. Chimie              | 8. Inginerie Industrială                    |
| 3. Energetică          | 9. Inginerie Mecanică                       |
| 4. Ingineria Chimică   | 10. Știința Calculatoarelor                 |
| 5. Inginerie Civilă    | 11. Știința și Ingineria Materialelor       |
| 6. Inginerie Electrică |   |

Universitatea „Politehnica” din Timișoara a inițiat seriile de mai sus în scopul diseminării expertizei, cunoștințelor și rezultatelor cercetărilor întreprinse în cadrul școlii doctorale a universității. Seriile conțin, potrivit H.B.Ex.S Nr. 14 / 14.07.2006, tezele de doctorat susținute în universitate începând cu 1 octombrie 2006.

Copyright © Editura Politehnica – Timișoara, 2007

Această publicație este supusă prevederilor legii dreptului de autor. Multiplicarea acestei publicații, în mod integral sau în parte, traducerea, tipărirea, reutilizarea ilustrațiilor, expunerea, radiodifuzarea, reproducerea pe microfilme sau în orice altă formă este permisă numai cu respectarea prevederilor Legii române a dreptului de autor în vigoare și permisiunea pentru utilizare obținută în scris din partea Universității „Politehnica” din Timișoara. Toate încălcările acestor drepturi vor fi penalizate potrivit Legii române a drepturilor de autor.

România, 300159 Timișoara, Bd. Republicii 9,  
tel. 0256 403823, fax. 0256 403221  
e-mail: editura@edipol.upt.ro

## Cuvânt înainte

Lucrarea prezintă probleme legate de optimizarea mașinii de inducție cu rotorul în scurtcircuit cuplată cu convertoare și, prin studii teoretice și simulare, vizează în special optimizarea construcției și funcționării.

Modelele și rezultatele simulărilor sunt contribuții personale, derivate din activitatea autoarei și au drept scop o utilizare eficientă a mașinii de inducție destinată să funcționeze cuplată cu convertoare.

Se construiesc scheme MatlabSimulink și sunt scrise programe în Matlab necesare la studiul fenomenelor suplimentare introduse de convertoare și la optimizare.

Sunt redate efectele introduse de regimul deformant al convertoarelor, iar cu ajutorul programelor realizate se pot face cercetări pentru diferite categorii de motoare.

Mulțumesc pe această cale conducătorului științific, domnului Acad. dr. ing. Toma Dordea pentru sprijinul eficient și competent acordat pe perioada de pregătire și elaborare a lucrării. Mulțumesc domnului Prof. dr. ing. Aurel Câmpeanu pentru ideile și sfaturile oferite precum și domnului Conf. dr. ing. Sergiu Ivanov pentru atenția acordată și pentru documentația legată de mediile de programare pusă la dispoziție.

Îmi exprim recunoștința domnului Prof. dr. ing. Marius Babescu și domnului Prof. dr. ing. Radu Munteanu pentru sprijinul acordat și pentru cinstea pe care mi-au făcut-o acceptând invitația de a fi membrii comisiei de susținere.

Mulțumesc colectivelor de ingineri de la atelierele " Proiectare M. R." Electroputere și T. M. C. Filași pentru încrederea și documentația pusă la dispoziție.

Doresc să mulțumesc întregului colectiv al Catedrei de Mașini și Acționări electrice pentru sprijinul acordat și sfaturile primite.

Nu în ultimul rând mulțumesc familiei pentru răbdarea și înțelegerea de care a dat dovadă.

Timișoara, septembrie 2007

Ana Bobăianu

Bobăianu, Ana

**Optimizarea mașinilor de inducție cu rotorul în scurtcircuit cuplate cu convertoare**

Teze de doctorat ale UPT, Seria 6, Nr.6, Editura Politehnica, 2007, 200 pagini, 133 figuri, 6 tabele.

ISSN: 1842-7022

ISBN: 978-973-625-550-2

Cuvinte cheie:

mașini de inducție, convertoare de frecvență, optimizare, simulare

Rezumat:

Lucrarea tratează probleme legate de optimizare, mașini electrice, acționări electrice și conducere optimală.

Lucrarea este organizată pe 10 capitole și 2 anexe ce conțin programe sursă. În primul capitol sunt prezentate noțiuni specifice legate de mașina de inducție cuplată cu convertoare. În capitolul al doilea sunt prezentate noțiuni generale privind construcția, funcționarea și utilizarea convertoarelor statice de frecvență. Al treilea capitol tratează metodele și tehnicile de optimizare moderne aplicate în proiectarea optimală a mașinii de inducție. În capitolul al patrulea se analizează fenomenele care apar în mașina de inducție cuplată cu convertoare, comparativ cu regimul sinusoidal și se urmăresc posibilitățile de optimizare a mașinii de inducție cuplată cu convertoare. Se construiesc schemele MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicilor și pierderilor mașinii de inducție. Capitolul al cincelea cuprinde metodele folosite pentru determinarea parametrilor necesari simulării pe computer. În capitolul al șaselea se tratează modelele matematice pe baza cărora se studiază funcționarea mașinii de inducție. Capitolul al șaptelea prezintă optimizarea funcționării mașinii de inducție în regim staționar. Capitolul al optălea prezintă optimizarea funcționării în regim dinamic, iar pe baza ecuațiilor de stare ale mașinii de inducție sunt construite schemele Simulink ale mașinii. În capitolul al nouălea se evaluează fenomenele de saturație magnetică, efectele de refulare a curentului și pierderile în mașină pe baza cărora sunt abordate probleme de optimizare locală și globală a mașinii de inducție cuplată cu convertoare.

# CUPRINS

CUVÂNT ÎNAINTE.....	3
LISTA PRINCIPALELOR SIMBOLURI UTILIZATE .....	8
1. PROBLEME SPECIFICE LEGATE DE MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	17
2. CONVERTOARE STATICE DE FRECVENȚĂ .....	24
2.1. NOȚIUNI GENERALE.....	24
2.2. SISTEME DE REGLARE A VITEZEI MOTOARELOR DE INDUCȚIE ALIMENTATE PRIN CONVERTOARE DIRECT DE FRECVENȚĂ (CICLOCONVERTOARE).....	25
2.3. SISTEME DE REGLARE A VITEZEI MOTOARELOR DE INDUCȚIE ALIMENTATE PRIN CONVERTOARE INDIRECTE DE FRECVENȚĂ.....	26
2.4. REGLAREA TENSIUNII DE IEȘIRE A INVERTOARELOR.....	28
2.4.1. MODULAREA ÎN AMPLITUDINE A IMPULSURILOR TENSIUNII DE IEȘIRE .....	29
2.4.2. MODULAREA ÎN DURATĂ A TENSIUNII DE IEȘIRE .....	29
2.5. ARHITECTURA CONVERTOARELOR DE PUTERE .....	32
3. METODE ȘI TEHNICI DE OPTIMIZARE.....	35
3.1. CONCEPTUL DE OPTIMIZARE.....	35
3.2. MODELUL MATEMATIC GENERAL.....	35
3.3. OPTIMIZAREA LINIARĂ.....	36
3.4. OPTIMIZAREA NELINIARĂ .....	37
3.5. PROIECTAREA OPTIMALĂ A MAȘINILOR ELECTRICE DE INDUCȚIE.....	40
3.5.1. MODELUL MATEMATIC AL PROBLEMEI DE OPTIM .....	40
4. OPTIMIZAREA CONSTRUCȚIEI MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	42
4.1. ANALIZA FENOMENELOR CARE APAR ÎN MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	42
4.1.1. ADÂNCIMEA DE PĂTRUNDERE A CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC ....	42
4.1.2. EFECTELE DIFUZIEI CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CONDUCTOARE .....	44
4.1.3. DETERMINAREA FACTORILOR DE MODIFICARE A REZISTENȚELOR ȘI REACTANȚELOR LA MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE....	49
4.2. ANALIZA PIERDERILOR ÎN MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	57
4.2.1. PIERDERILE ELECTRICE ÎN ÎNFĂȘURĂRI .....	57
4.2.2. PIERDERILE MAGNETICE ÎN FIER.....	58
4.3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	66

---

4.4. FACTORUL DE PUTERE LA MOTORUL DE INDUCȚIE CUPLAT CU CONVERTOARE.....	67
4.5. RANDAMENTUL MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE .....	68
4.6. MODELUL MATEMATIC ASOCIAT MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	68
4.7. SCHEME MATLAB-SIMULINK PENTRU DETERMINAREA PIERDERILOR ȘI CARACTERISTICILOR MAȘINII DE INDUCȚIE ALIMENTATĂ DE LA REȚEA.....	74
4.8. SCHEME MATLAB-SIMULINK PENTRU DETERMINAREA PIERDERILOR ȘI CARACTERISTICILOR LA MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE.....	75
4.9.ASPECTE PRIVIND OPTIMIZAREA LOCALĂ ȘI GLOBALĂ .....	83
5. ESTIMAREA PARAMETRILOR DE FUNCȚIONARE LA MAȘINA DE INDUCȚIE.....	85
5.1. ESTIMAREA PARAMETRILOR CU METODE CLASICE.....	85
5.2. ESTIMAREA PARAMETRILOR CU METODE SPECIALE .....	87
6. MODELE MATEMATICE ALE MAȘINII DE INDUCȚIE .....	91
6.1. ANALIZA MATEMATICĂ A SISTEMULUI DINAMIC CONVERTOR-MAȘINĂ.....	91
6.2. ECUAȚIILE DE FUNCȚIONARE ALE MOTORULUI DE INDUCȚIE.....	92
6.2.1. ECUAȚIILE GENERALE ÎN FORMĂ COMPLEXĂ FĂRĂ CONSIDERAREA SATURAȚIEI.....	93
6.2.2. ECUAȚIILE GENERALE ÎN FORMĂ COMPLEXĂ CU CONSIDERAREA SATURAȚIEI.....	94
6.3. ECUAȚIILE GENERALE ÎN SISTEMU DE AXE $d, q$ CU CONSIDERAREA SATURAȚIEI.....	95
6.4. CONSIDERAREA EFECTULUI PELICULAR ÎN REGIM TRANZITORIU .....	97
6.5. METODA SEGREGĂRII FAZELOR.....	98
7. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM STAȚIONAR..	100
7.1. CONSIDERAREA REGIMULUI SINUSOIDAL.....	100
7.1.1. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE LA FRECVENȚĂ VARIABILĂ ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE DE TENSIUNE.....	101
7.1.2. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE LA FRECVENȚĂ VARIABILĂ ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE DE CURENT .....	122
7.1.3. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE CU MINIMIZAREA PIERDERILOR ÎN REGIM PERMANENT .....	124
7.2. CONSIDERAREA REGIMULUI NESINUSOIDAL .....	128
8. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM DINAMIC .....	133
8.1. ANALIZA REGIMULUI DINAMIC AL MAȘINII DE INDUCȚIE CARE FUNCȚIONEAZĂ PE BAZA PRINCIPIULUI ORIENTĂRII DUPĂ CÂMP .....	133
8.1.1. ORIENTAREA DUPĂ FLUXUL ROTORIC .....	134
8.1.2. ORIENTAREA DUPĂ FLUXUL DIN INTREFIER .....	138
8.1.3. ORIENTAREA DUPĂ FLUXUL STATORIC .....	139
8.1.4. MODELE MATEMATICE DINAMICE ALE MAȘINII DE INDUCȚIE .....	140
8.2. ANALIZA METODEI DE CONTROL PRIN ACCELERAREA CÂMPULUI.....	141
8.3. MODELUL MATLAB-SIMULINK AL MAȘINII DE INDUCȚIE.....	143
8.3.1. MAȘINA NESATURATĂ.....	144
8.3.2. MAȘINA SATURATĂ .....	146

---

9. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR ȘI EVALUAREA PIERDERILOR MAȘINII DE INDUCȚIE .....	149
9.1. EVALUAREA FENOMENELOR DE SATURAȚIE MAGNETICĂ ȘI DE REFULARE A CURENTULUI .....	149
9.2. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR MAȘINII DE INDUCȚIE ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE.....	152
9.3. EVALUAREA PIERDERILOR ÎN MAȘINA DE INDUCȚIE ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE.....	155
9.4. OPTIMIZARE LOCALĂ ȘI OPTIMIZARE GLOBALĂ .....	157
10. SIMULAREA NUMERICĂ A FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE .....	166
10.1. SIMULAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM STAȚIONAR ...	166
10.1.1. CONSIDERAREA REGIMULUI SINUSOIDAL.....	166
10.1.2. CONSIDERAREA REGIMULUI NESINUSOIDAL .....	174
10.2. SIMULAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM DINAMIC....	181
CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE .....	187
ANEXA 1. PROGRAME PENTRU CALCUL EFECTULUI PELICULAR .....	191
ANEXA 2. PROGRAME PENTRU CALCULUL CARACTERISTICILOR.....	193
BIBLIOGRAFIE.....	195

## LISTA PRINCIPALELOR SIMBOLURI UTILIZATE

$a$	numărul de căi în paralel
$a$	raza unui conductor circular drept
$A$	pătura de curent
$A_0$	aria secțiunii unui conductor circular drept
$A_\nu, B_\nu$	coeficienții dezvoltării în serie Fourier
$b_{41}, b_{42}$	deschiderea creștăturii statorice, respectiv rotorice
$B_\delta, B_{\delta 1}, B_{\delta \nu}$	inducția magnetică în întrefier, respectiv inducția magnetică în întrefier
$B_{j11}, B_{j1\nu}$	corespunzătoare fundamentalei și armonicii $\nu$
$B_{j21}, B_{j2\nu}$	inducția magnetică în jugul rotoric corespunzătoare fundamentalei și armonicii $\nu$
$B_{p1}, B_{p2}$	pulsăția inducției magnetice în stator și rotor
$b_{zm}$	lățimea medie a dintelui
$B_{z1m1}, B_{z1m\nu}$	inducția magnetică la mijlocul dinților statorici corespunzătoare fundamentalei și armonicii $\nu$
$B_{z2m1}, B_{z2m\nu}$	inducția magnetică la mijlocul dinților rotorici corespunzătoare fundamentalei și armonicii $\nu$
$\cos\varphi$	factorul de putere
$\cos\varphi_{11}, \cos\varphi_{1\nu}$	factorul de putere, pentru fundamentală și armonica $\nu$
$\cos\varphi_{01}$	factorul de putere la mers în gol
$\cos\varphi_{1(C)}$	factorul de putere în regim deformant
$D$	diametrul interior al statorului
$D_{jr}, D_{je}$	diametrul interior și exterior al jugului
$E_1$	t. e. m. totală indusă în stator de fluxul total statoric
$\underline{E}_1, \underline{E}_\nu$	intensitatea câmpului electric corespunzătoare fundamentalei și armonicii $\nu$
$f_1, f_{11}, f_{1\nu}, f_{1N}$	frecvența tensiunii de alimentare, respectiv pentru fundamentală și armonica $\nu$ , frecvența tensiunii de alimentare nominală
$f_2, f_{21}, f_{2\nu}, f_{2N}$	frecvența tensiunii rotorice, respectiv pentru fundamentală și armonica $\nu$ , frecvența tensiunii rotorice nominală
$f_p$	frecvența impulsurilor
$G_{j1}, G_{j2}$	masa jugului statoric și rotoric
$G_{z1}, G_{z2}$	masa dinților statorici și rotorici
$h$	înălțimea unui conductor
$h, h_h$	adâncimea creștăturii
$H(X^q)$	matricea Hessiană
$\underline{H}_1, \underline{H}_\nu$	intensitatea câmpului magnetic pentru fundamentală și armonica $\nu$
$h_i(X), g_j(X)$	restricții
$I_{01}, I_{0\nu}$	curentul de magnetizare pentru fundamentală și armonica $\nu$
$I_{01a}, I_{01\mu}$	componenta activă și reactivă a curentului de mers în gol
$I_1, I_{11}, I_{1\nu}$	curentul de fază din stator, respectiv curentul de fază din stator corespunzător fundamentalei și armonicii $\nu$
$I_{1(C)}, I_{2(C)}$	curenții pe fază statorici și rotorici la alimentarea motorului de la convertor
$I_2, I_2'$	curentul de fază din rotor, curentul de fază din rotor redus la stator



$I'_{21}, I'_{2v}$	curentul de fază din rotor redus la stator pentru fundamentală și armonica $v$
$i_A, i_B, i_C$	valorile instantanee ale curenților pe fazele A, B, C
$\underline{i}_m$	vectorul complex reprezentativ al curentului de magnetizare
$i_{md}, i_{mq}$	componentele vectorului complex reprezentativ al curentului de magnetizare în sistemul de coordonate d-q
$\underline{i}_{mr}$	fazorul reprezentativ al curentului de magnetizare rotoric modificat
$\underline{i}_{ms}$	fazorul reprezentativ al curentului de magnetizare al statorului modificat
$\underline{i}_r$	vectorul complex reprezentativ al curentului rotoric
$\underline{i}'_r$	vectorul complex reprezentativ al curentului rotoric raportat la stator
$i_{rd}, i_{rq}$	componentele vectorului complex reprezentativ al curentului rotoric în sistemul de coordonate d-q
$i'_{rd}, i'_{rq}$	componentele vectorului complex reprezentativ al curentului rotoric raportat la stator în sistemul de coordonate d-q
$\underline{i}_{rk}, \underline{i}_{sk}$	vectorul complex reprezentativ al curentului statoric și rotoric pentru reperul sincron
$\underline{i}_s$	vectorul complex reprezentativ al curentului statoric
$i_{sd}, i_{sq}$	componentele vectorului complex reprezentativ al curentului statoric în sistemul de coordonate d-q
J	densitatea de curent
J	momentul de inerție
$k_0$	coeficient ce depinde de prelucrare
$K_{c1}, K_{cv}$	factorul de înclinare pentru fundamentală, respectiv armonica $v$
$K_{Cu1}, K_{Cu2}$	factorii de creștere a pierderilor în înfășurările statorului și rotorului
$k_f$	factorul de formă
$k_{Fe}$	factorul de umplere al pachetelor de tole
$K_{hr}, K_w$	coeficienți care țin seama de fenomenul de refulare în tole
$K_{jh}$	coeficient de pierderi
$K_{jh1}$	coeficient care ține seama de repartiția neuniformă a inducției magnetice
$K_{jh2}$	coeficient care ține seama de schimbarea structurii materialului datorită prelucrării
$K_{jw}$	coeficient de pierderi
$K_{jw1}$	coeficient care corespunde repartiției neuniforme a inducției magnetice în jug
$K_{jw2}$	coeficient care depinde de tehnologia de fabricație
$K_{q1}, k$	factorul de zonă corespunzător fundamentalei, respectiv armonicii $v$
$K_r$	factor în alternativ al rezistenței
$K_{r1}$	factorul global de modificare a rezistenței statorice
$K_{r11}, K_{r1v}$	factorul de modificare a rezistenței statorice în cazul considerării fundamentalei și armonicii $v$
$K_{r2}$	factorul global de modificare a rezistenței rotorice
$K_{r2(C)}$	raportul dintre $K_{R2}$ și $K_{R21}$
$K_{r21}, K_{r2v}$	factorul de modificare a rezistenței rotorice în cazul considerării fundamentalei și armonicii $v$
$k_{wp1}, k_{wp2}$	coeficient de mărire a pierderilor în stator, respectiv rotor

10 Lista principalelor simboluri utilizate

$K_X$	factor în alternativ al reactanței
$K_{X1}$	factorul global de modificare a reactanței statorice
$K_{X11}, K_{X1v}$	factorul de modificare a reactanței statorice în cazul considerării fundamentalei și armonicii $v$
$K_{X2}$	factorul global de modificare a reactanței statorice
$K_{X2(C)}$	raportul dintre $K_{X2}$ și $K_{X21}$
$K_{X21}, K_{X2v}$	factorul de modificare a reactanței rotorice în cazul considerării fundamentalei și armonicii $v$
$K_{z1e1}, K_{z2ev}$	coeficienți de echivalare a pierderilor
$K_{y1}, K_{yv}$	factorul de scurtare corespunzător fundamentalei și armonicii $v$
$K_\delta$	factorul total de întrefier
$K_{\delta1}, K_{\delta2}$	factorii de întrefier pentru stator și rotor
$l$	lungimea axială a mașinii
$l_i$	lungimea ideală a mașinii
$L_{11}$	inductivitatea totală pe fază a statorului
$L_{1\sigma}, L_{1\sigma1}, L_{1\sigma v}$	inductivitatea de dispersie pe fază a statorului, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$L_{22}$	inductivitatea totală pe fază a rotorului
$L'_{22}$	inductivitatea totală pe fază a rotorului raportată la stator
$L_{2\sigma}, L_{2\sigma1}, L_{2\sigma v}$	inductivitatea de dispersie pe fază a rotorului, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$L'_{2\sigma}$	inductivitatea de dispersie pe fază a rotorului raportată la stator
$L(X, \Lambda)$	funcția Lagrange
$L_{m}, L_{m1}, L_{mv}$	inductivitatea de magnetizare, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$L_{mN}$	inductivitatea de magnetizare nominală
$L_{md}, L_{mq}$	inductivitatea de magnetizare după direcția axei $d$ , respectiv $q$
$L_{mdq}, L_{mqd}$	inductivități de cuplaj mutual
$L_r$	inductivitatea totală pe fază a rotorului
$L_{rd}, L_{rq}$	inductivitatea rotorică totală pe direcția axei $d$ , respectiv $q$
$L'_r$	inductivitatea totală pe fază a rotorului raportată la stator
$L_{r\sigma}$	inductivitatea de dispersie pe fază a rotorului
$L'_{r\sigma}$	inductivitatea de dispersie pe fază a rotorului raportată la stator
$L_s$	inductivitatea totală pe fază a statorului
$L_{sd}, L_{sq}$	inductivitatea statorică totală pe direcția axei $d$ , respectiv $q$
$L_{sh}$	inductivitatea ciclică principală
$L_{sht}$	inductivitatea de magnetizare ciclică diferențială
$L_{s\sigma}$	inductivitatea de dispersie pe fază a statorului
$m$	numărul de straturi de conductoare suprapuse
$m_1$	numărul de faze statorice
$m_2$	numărul de faze rotorice
$M$	inductivitatea ciclică mutuală dintre stator și rotor
$M, M_1, M_v$	cuplul electromagnetic, respectiv cuplul electromagnetic pentru armonica fundamentală și armonica $v$
$M_k$	cuplul maxim
$M_p$	cuplul de pornire
$M_R$	cuplul rezistent la arbore

$n_1$	viteza de rotație de sincronism
$N_1$	numărul de spire pe faza statorică
$N_{c1}$	numărul de creștături statorice
$N_{c2}$	numărul de creștături rotorice
$p$	numărul de perechi de poli
$p$	numărul de impulsuri
$P_-$	puterea în curent continuu
$P_{\sim}$	puterea activă în curent alternativ
$P_{01}, P_{0v}$	puterea absorbită la mersul în gol pentru fundamentală și armonica $v$
$P_1, P_{11}, P_{1v}$	puterea absorbită de la rețea, respectiv puterea absorbită de la rețea corespunzătoare fundamentalei și armoniciei de ordinul $v$
$P_2$	puterea la arborele motorului
$P(X)$	funcție de penalizare
$P_{1(C)-}$	puterea activă statorică la alimentarea de la convertor și o repartitie uniformă a curentului în conductoare
$P_{11\sim}, P_{1v\sim}$	puterea activă statorică corespunzătoare fundamentalei și armoniciei de ordinul $v$
$P_{1(C)\sim}, P_{2(C)\sim}$	puterea activă statorică și rotorică la alimentarea de la convertor cu considerarea efectului pelicular
$P_{21\sim}, P_{2v\sim}$	puterea activă rotorică corespunzătoare fundamentalei și armoniciei de ordinul $v$
$P_{Cu1}, P_{Cu2}$	pierderile în înfășurarea statorului și rotorului
$P_{Cu11}, P_{Cu1v}$	pierderile în înfășurarea statorului pentru fundamentală și armonica $v$
$P_{Cu21}, P_{Cu2v}$	pierderile în înfășurarea rotorului pentru fundamentală și armonica $v$
$p_h$	pierderile prin histerezis
$P_h$	puterea de pierderi prin histerezis
$P_i$	puterea interioară
$P_{j1(C)}, P_{j2(C)}$	pierderile din jugul statorului și rotorului la alimentarea de la convertor
$P_{j11}, P_{j1v}$	pierderile din jugul statorului pentru fundamentală și armonica $v$
$P_{j21}, P_{j2v}$	pierderile din jugul rotorului pentru fundamentală și armonica $v$
$P_{p1(C)}, P_{p2(C)}$	pierderile suplimentare prin pulsație în stator și rotor la alimentarea de la convertor
$P_{p11}, P_{p1v}$	pierderile suplimentare prin pulsație în stator pentru fundamentală și armonica $v$
$P_{p21}, P_{p2v}$	pierderile suplimentare prin pulsație în rotor pentru fundamentală și armonica $v$
$P_{s01}, P_{s0v}$	pierderi suplimentare în fier la mers în sarcină pentru fundamentală și armonica $v$
$p_w$	pierderile prin curenți turbionari
$P_w$	puterea de pierderi prin curenți turbionari
$P_{z1(C)}, P_{z2(C)}$	pierderile în dinții statorului și rotorului la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare
$P_{z11}, P_{z1v}$	pierderile în dinții statorului pentru fundamentală și armonica $v$
$P_{z21}, P_{z2v}$	pierderile în dinții rotorului pentru fundamentală și armonica $v$
$p_{\sigma 1}$	pierderile specifice de suprafață ale statorului
$P_{\sigma 11}, P_{\sigma 1v}$	pierderile suplimentare de suprafață produse în stator corespunzătoare fundamentalei și armoniciei $v$
$P_{\sigma 1(C)}, P_{\sigma 2(C)}$	pierderile suplimentare de suprafață produse în stator și rotor în cazul alimentării de la convertoare
$p_{\sigma 2}$	pierderile specifice de suprafață ale rotorului

## 12 Lista principalelor simboluri utilizate

$P_{\sigma 21}, P_{\sigma 2v}$	pierderile suplimentare de suprafață în rotor pentru fundamentală și pentru armonica $v$
$q$	numărul de creștături pe pol și fază
$Q_{1(C)-}, Q_{2(C)-}$	puterea reactivă statorică la alimentarea de la convertor și o repartiție uniformă a curentului în conductoare
$Q_{1(C)\sim}, Q_{2(C)\sim}$	puterea reactivă statorică și rotorică la alimentarea de la convertor cu considerarea efectului pelicular
$Q_{11-}, Q_{1v-}$	puterea reactivă statorică pentru fundamentală și armonica $v$ la o repartiție uniformă a curentului în conductoare
$Q_{11\sim}, Q_{1v\sim}$	puterea reactivă statorică pentru fundamentală și armonica $v$
$Q_{21-}, Q_{2v-}$	puterea reactivă rotorică corespunzătoare fundamentalei și armonicii $v$ la o repartiție uniformă a curentului
$Q_{21\sim}, Q_{2v\sim}$	puterea reactivă rotorică pentru fundamentală și armonica $v$
$r_p$	factor de penalizare
$R_1, R_{11}, R_{1v}$	rezistența statorică, respectiv rezistența statorică corespunzătoare fundamentalei și armonicii $v$
$R_-$	rezistența în curent continuu
$R_{1-}$	rezistența în cazul repartiției uniforme a curentului
$R_{1N}$	rezistența statorică nominală
$R_{\sim}$	rezistența în curent alternativ
$R_{11\sim}, R_{1v\sim}$	rezistența statorului cu considerarea efectului pelicular pentru fundamentală și armonica $v$
$R_{1(C)}, R'_{2(C)\sim}$	rezistențe echivalente pentru stator și rotor la alimentarea de la convertor
$R'_2, R'_{21}, R'_{2v}$	rezistența rotorică raportată la stator, respectiv rezistența rotorică raportată la stator corespunzătoare fundamentalei și armonicii $v$
$R'_{2c}$	rezistența părții din înfășurarea fazei rotorice așezată în creștături, în care se manifestă efectul pelicular
$R'_{2i}$	rezistența părții înfășurării cu efect pelicular neglijabil
$R'_{2N}$	rezistența rotorică nominală raportată la stator
$R_m, R_{m1}, R_{mv}$	rezistența de magnetizare, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$R_{mN}$	rezistența de magnetizare nominală
$R_r$	rezistența pe fază a rotorului
$R'_r$	rezistența pe fază a rotorului raportată la stator
$R_s$	rezistența pe fază a statorului
$R_{sc}$	rezistența de scurtcircuit
$s, s_1, s_v$	alunecarea, alunecarea corespunzătoare fundamentalei și armonicii $v$
$s_N$	alunecarea nominală
$s_{vN}$	alunecarea corespunzătoare armonicii $v$ la sarcină nominală
$T_s, T_r$	constante de timp ale statorului și rotorului
$U_1, U_{11}, U_{1v}$	tensiunea de alimentare pe fază, respectiv corespunzătoare fundamentalei și armonicii superioare de ordin $v$
$U_c$	semnal de comandă continuu
$U_{1(C)}$	tensiunea de alimentare de la convertor
$u_A, u_B, u_C$	valorile instantanee ale tensiunilor pe fazele A, B, C

$U_{e1}, U_{e11}, U_{e1v}$	t. e. m. indusă în stator pe fază, respectiv la considerarea fundamentalei și armonicii $v$
$\underline{u}_{sk}, \underline{u}_{rk}$	vectorul complex reprezentativ al tensiunii statorice și rotorice pentru un reper sincron
$\underline{u}_s, \underline{u}_r$	vectorul complex reprezentativ al tensiunii statorice și rotorice
$\underline{u}'_r$	vectorul complex reprezentativ al tensiunii rotorice raportată la stator
$U_{tmax}$	amplitudinea unui semnal triunghiular
$v$	viteza de pătrundere a câmpului magnetic
$X$	reactanța interioară a unui conductor
$X_0$	reactanța interioară a unui conductor în regim staționar
$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$	vector cu $n$ componente
$x = [x_1, x_2, \dots, x_{nc}]^T$	vector cu $n_c$ variabile de decizie
$X'_i, X''_i$	variabile pozitive
$X_1, X_{11}, X_{1v}$	reactanța pe faza statorică, respectiv reactanța pe faza statorică pentru fundamentală și armonica $v$
$X_{1N}$	reactanța pe faza statorică nominală
$X_{1-}$	reactanța statorică în cazul repartiției uniforme a curentului
$X_{11\sim}, X_{1v\sim}$	reactanța statorului cu considerarea efectului pelicular pentru fundamentală și armonica $v$
$X'_{2r}, X'_{21r}, X'_{2vr}$	reactanța fazei rotorice reduse la stator, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$X'_{2N}$	reactanța fazei rotorice nominală redusă la stator
$X'_{2c}$	reactanța părții din înfășurarea fazei rotorice așezată în creștături, în care se manifestă efectul pelicular
$X'_{2(C)\sim}$	reactanța echivalentă rotorică la alimentarea de la convertor
$X'_{2i}$	reactanța părții înfășurării rotorice cu efect pelicular neglijabil
$X_m, X_{m1r}, X_{mv}$	reactanța de magnetizare, respectiv reactanța de magnetizare pentru fundamentală și armonica $v$
$X_{mN}$	reactanța de magnetizare nominală
$X_{n+1}$	variabilă de decizie
$X^*$	punct de optim
$X_r$	reactanța pe fază a rotorului
$X'_r$	reactanța pe fază a rotorului raportată la stator
$X_{r\sigma}$	reactanța de dispersie a înfășurării rotorului
$X'_{r\sigma}$	reactanța de dispersie a înfășurării rotorului raportată la stator
$X_{sc}$	reactanța de scurtcircuit raportată
$X'_{sc}$	reactanța de scurtcircuit
$Z_1, Z_{11}, Z_{1v}$	impedanța de dispersie a fazei statorice, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$Z_{1m}$	impedanța de magnetizare
$Z_{1N}$	impedanța de dispersie statorică nominală
$Z'_{2r}, Z'_{21r}, Z'_{2vr}$	impedanța de dispersie a fazei rotorice redusă la stator, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$Z'_{2N}$	impedanța de dispersie nominală a fazei rotorice redusă la stator
$Z_{sc}$	impedanța de scurtcircuit

14 Lista principalelor simboluri utilizate

$y=F(X)$	funcția obiectiv
$Y_1$	deschiderea bobinei
$\alpha$	constanta de atenuare
$\alpha_i$	coeficientul de acoperire polară
$\beta_1, \beta_2$	factori ce depind de repartiția inducției magnetice în întrefier în dreptul creștăturilor
$\delta$	unghiul dintre fazorul fluxului $\underline{\Psi}_i$ , $i=s, sh, r$ și fazorul curentului statoric $i_s$
$\delta_r, \delta_{1r}, \delta_v$	adâncimea de pătrundere, adâncimea de pătrundere respectiv pentru fundamentală și armonica $v$ a câmpului electromagnetic
$\delta_{vN}, \delta_{vp}$	adâncimea de pătrundere corespunzătoare armonicii $v$ a câmpului electromagnetic la încărcare nominală și la pornire
$\Delta$	grosimea unei plăci sau tole
$\varphi, \varphi_1, \varphi_v$	defazajul dintre tensiune și curent, respectiv corespunzător fundamentalei și armonicii $v$
$\phi(X, r_p)$	pseudo-funcție obiectiv
$\varphi(\xi), \psi(\xi)$	funcții pentru calculul factorului $K_r$
$\varphi'(\xi), \Psi'(\xi)$	funcții pentru calculul factorului $K_x$
$\Phi_1, \Phi_v$	fluxul polar corespunzător fundamentalei și armonicii $v$
$\underline{\gamma}$	mărime complexă
$\gamma_1, \gamma_v$	constante de propagare corespunzătoare fundamentalei și armonicii $v$
$\gamma_{Fe}$	densitatea de masă a fierului
$\eta$	constantă de material din care sunt construite tolele
$\eta_r, \eta_{(C)}$	randamentul la alimentarea de la rețea, respectiv de la convertoare
$\lambda = M_k / M_N$	coeficientul de supraîncărcare
$\lambda$	lungimea de undă
$\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$	multiplicatorii lui Lagrange
$\mu$	permeabilitatea magnetică absolută
$\mu_0$	permeabilitatea magnetică a vidului
$\mu_r$	permeabilitatea magnetică relativă
$\theta$	unghiul dintre axele fazelor statorice și rotorice
$\theta_k$	unghiul dintre axa fixă și fazorul fluxului $\underline{\Psi}_i$ , $i=s, sh, r$
$\rho$	rezistivitatea materialului tolelor
$\sigma$	conductivitatea electrică
$\sigma$	coeficient global de dispersie
$\sigma_1, \sigma_2$	coeficient de dispersie statoric, respectiv rotoric
$\sigma_h, \sigma_w$	constante de material
$\Sigma P$	suma pierderilor
$\tau$	pasul polar
$\tau_{11}$	factorul de dispersie al lui Heyland
$\tau_{c1}$	pasul creștăturii statorice
$\tau_{c2}$	pasul creștăturii rotorice
$\omega$	viteza de rotație a rotorului
$\omega_1, \omega_{11}, \omega_{1v}$	viteza unghiulară a mărimilor statorice, respectiv pentru fundamentală și armonica $v$
$\omega_2$	viteza unghiulară a mărimilor rotorice
$\omega_k$	viteza unghiulară a mărimilor electromagnetice în reperul K

$\omega_{\Psi 1}$	viteza unghiulară a fluxului $\Psi_i$ , $i=s, sh, r$
$\xi$	factorul de refulare
$\xi_v$	factorul de refulare corespunzător armonicii de ordinul $v$
$\underline{\Psi}_1$	vectorul complex al fluxului total statoric
$\underline{\Psi}_2$	vectorul complex al fluxului total rotoric
$\underline{\Psi}'_2$	vectorul complex al fluxului total rotoric raportat la stator
$\Psi_{1h}$	fluxul principal statoric
$\Psi_{1m}$	fluxul total de magnetizare
$\Psi_I$	fluxul într-un sistem de coordonate orientat după câmp, $i=s, sh, r$
$\underline{\Psi}_r$	vectorul complex al fluxului total rotoric
$\underline{\Psi}_{rh}$	fazorul reprezentativ al fluxului principal rotoric
$\underline{\Psi}'_r$	vectorul complex al fluxului total rotoric redus la stator
$\underline{\Psi}_{r\sigma}$	vectorul complex al fluxului de dispersie rotoric
$\underline{\Psi}'_{r\sigma}$	vectorul complex al fluxului de dispersie rotoric redus la stator
$\underline{\Psi}_s$	vectorul complex al fluxului total statoric
$\underline{\Psi}_{sh}$	fazorul reprezentativ al fluxului principal statoric
$\Psi_{shd}, \Psi_{shq}$	proiecțiile vectorului complex al fluxului principal după axele $d, q$
$\underline{\Psi}_{sk}, \underline{\Psi}_{rk}$	vectorul complex reprezentativ al fluxului statoric și rotoric într-un sistem sincron
$\underline{\Psi}_{s\sigma}, \underline{\Psi}_{r\sigma}$	vectorii complecși ai fluxului de dispersie statoric și rotoric





## CAPITOLUL 1

### PROBLEME SPECIFICE LEGATE DE MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

În acționările electrice motoarele de inducție s-au răspândit cel mai mult. Problemele specifice legate de acționare sunt: pornirea, frânarea și reglarea vitezei motoarelor.

Funcționarea motorului de inducție se bazează pe existența unui câmp învârtitor în intrefierul mașinii, a cărei viteză de rotație, numită viteză de sincronism  $n_1$ , depinde de frecvența curentului statoric  $f_1$ .

Cuplul electromagnetic produs de câmpul magnetic învârtitor din intrefier,  $M$  pune rotorul în mișcare cu turația  $n$ :

$$n = \frac{f_1}{p} (1 - s), \quad (1.1)$$

unde  $p$  reprezintă numărul de perechi de poli, iar  $s$  este alunecarea definită de relația:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}, \quad (1.2)$$

Schema echivalentă în  $T$  a mașinii de inducție este prezentată în fig. 1.1, iar ecuațiile în complex cu mărimi reduse sunt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 + \underline{Z}_{1m} \cdot \underline{I}_{01}; \\ \underline{Z}_2' \cdot \underline{I}_2' + \underline{Z}_{1m} \cdot \underline{I}_{01} &= 0; \\ \underline{I}_{01} &= \underline{I}_1 + \underline{I}_2', \end{aligned} \quad (1.3)$$

unde:

$\underline{U}_1$ - reprezintă tensiunea de fază din stator;

$\underline{Z}_1$ - reprezintă impedența de dispersie a fazei din stator ce se definește ca fiind suma complexă dintre rezistența și reactanța fazei statorice:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_1; \quad (1.4)$$

$\underline{Z}_2'$ - impedența de dispersie a fazei rotorice redusă la primar definită:

$$\underline{Z}_2' = \frac{R_2'}{s} + jX_2', \quad (1.5)$$

în care  $R_2', X_2'$  sunt rezistența, respectiv reactanța fazei rotorice reduse la primar;

$\underline{Z}_{1m}$ - impedența de magnetizare cu expresia:

$$\underline{Z}_{1m} = R_{1m} + jX_{1m}, \quad (1.6)$$

în care  $R_{1m}, X_{1m}$  sunt rezistența de magnetizare și reactanța de magnetizare;

$\underline{I}_1, \underline{I}_2', \underline{I}_{01}$  - sunt curentul de fază din stator, curentul de fază din rotor redus la primar și curentul de magnetizare.

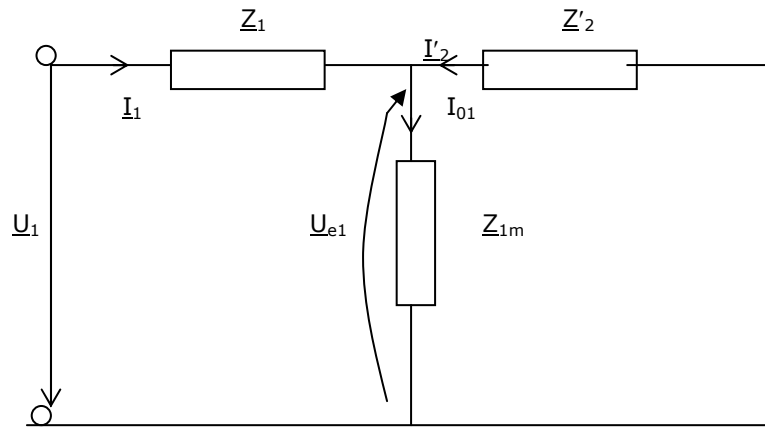


Fig. 1.1. Schema echivalentă în T a mașinii de inducție.

Se definește constanta complexă:

$$C_1 = 1 + Z_1 / Z_{1m}$$

Cu aceste notații se obține expresia cuplului electromagnetic  $M$ :

$$M = \frac{pm_1 U_1^2}{\omega_1} \cdot \frac{\frac{R_2'}{s}}{\left( R_1 + C_1 \frac{R_2'}{s} \right)^2 + \left( X_1 + C_1 X_2' \right)^2}, \quad (1.7)$$

cuplul maxim  $M_k$ :

$$M_k = \frac{pm_1 U_1^2}{2C_1 \omega_1} \cdot \frac{1}{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + (X_1 + C_1 X_2')^2}}, \quad (1.8)$$

și alunecarea critică:

$$s_k = \pm \frac{C_1 R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + C_1 X_2')^2}}, \quad (1.9)$$

Caracteristica naturală  $M=f(s)$  este reprezentată în fig. 1.2, iar cea mecanică  $\Omega=f(M)$  în fig. 1.3. La mașinile mijlocii și mari se poate utiliza forma simplificată, numită *formula lui Kloss*:

$$M = \frac{2M_k}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}}, \quad (1.10)$$

reprezentată întrerupt în fig. 1.2.

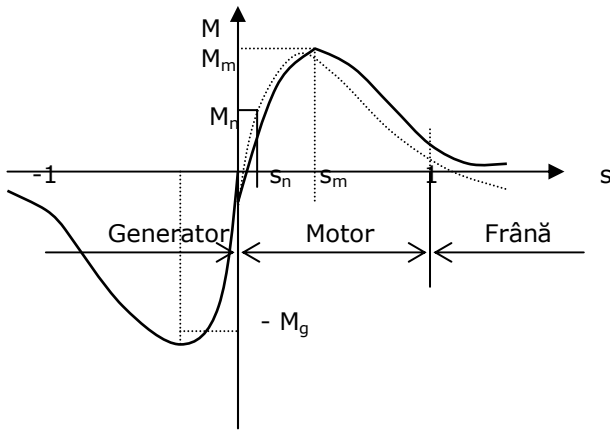


Fig. 1.2. Caracteristica  $M=f(s)$ .

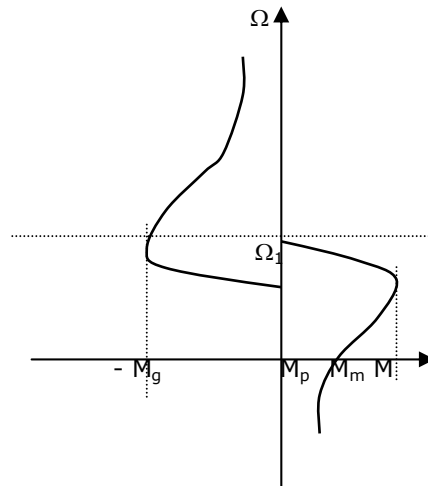


Fig. 1.3. Caracteristica mecanică  $\Omega=f(M)$ .

Din fig. 1.2 rezultă că pe porțiunea cuprinsă între  $s=0$  și  $s= \pm s_k$  caracteristica naturală este rigidă, motorul are stabilitate statică și randament bun, asemănându-se din acest punct de vedere cu motorul de curent continuu cu excitație separată sau derivație.

Cuplul maxim  $M_k$  este independent de valoarea rezistenței circuitului rotoric, dar limitează supraîncărcarea motorului. Supraîncărcarea este indicată de obicei sub forma coeficientului de supraîncărcare

$$\lambda = \frac{M_k}{M_N} . \tag{1.11}$$

La  $s=1$  se obține cuplul de pornire  $M_p$ , iar raportul:

$$K_p = \frac{M_p}{M_N} , \tag{1.12}$$

este o mărime fixată prin norme la mașinile cu rotor în colivie.

Metodele de reglare a turației motorului asincron rezultă din relația (1.1): modificarea numărului de poli; variația alunecării; variația frecvenței de alimentare.

Reglarea turației prin variația frecvenței de alimentare este cea mai eficientă metodă de reglare, obținându-se o gamă largă de turații și un randament bun. Caracteristicile mecanice sunt rigide, asemănătoare cu ale motoarelor de curent continuu cu excitație separată, alimentate cu tensiune rotorică variabilă.

Instalațiile cu care se realizează schimbarea frecvenței tensiunii de alimentare sunt:

- convertizoare de frecvență (generatorul sincron cu viteză variabilă și modificatorul de frecvență asincron);
- convertoare statice de frecvență.

Metodele prin care se modifică frecvența sunt:

- a. Reglarea vitezei prin menținerea constantă a amplitudinii fluxului statoric.

Din prima relație a sistemului (1.3) se poate scrie ecuația de tensiuni a statorului astfel:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_1 \underline{I}_1 - \underline{U}_{e1} = R_1 \underline{I}_1 - \underline{E}_1 ,$$

unde  $U_{e1}$  este t. e. m. indusă în stator de fluxul principal statoric  $\Psi_{1h}$ , iar  $E_1$  este t. e. m. totală indusă în stator de fluxul total statoric  $\Psi_{1m}$  ce cuprinde și pe cel de dispersie:

$$E_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_1 \Psi_{1m}, \quad (1.13)$$

Fluxul este limitat superior de saturația fierului, iar inferior de o exploatare eficientă. Se recomandă pentru o utilizare completă a mașinii păstrarea constantă a fluxului în jurul valorii nominale,

$$\frac{E_1}{f_1} = \text{const.} \quad (1.14)$$

menținându-se constantă starea de saturație a statorului independent de frecvența  $f_1$ . Acest lucru se realizează prin modificarea frecvenței  $f_1$  și o dată cu ea a tensiunii de alimentare  $U_1$ . Se obține în acest caz un cuplu maxim  $M_k$  independent de frecvența  $f_1$  menținându-se capacitatea de supraîncărcare indiferent de viteză.

Condiția  $\Psi_{1m} = \text{const.}$  se menține numai pentru frecvențe subnominale  $f_1 < f_{1N}$ . Pentru frecvențe supranominale  $f_1 > f_{1N}$ , fluxul statoric se reduce și se poate utiliza  $E_1 = \text{const.}$  În acest caz pentru  $U_1 \approx E_1 \approx \text{const.}$ , cuplul maxim se reduce invers proporțional cu frecvența  $f_1^2$ :

$$M_k \cong \frac{U_1^2}{f_1^2}; \quad s_k \cong \frac{1}{f_1}. \quad (1.15)$$

Reprezentarea caracteristicilor mecanice  $\Omega = f(M)$  pentru cazurile prezentate se face în fig. 1.4.a. În fig. 1.4.b. s-au prezentat caracteristicile pentru cazul în care la  $f_1 < f_{1N}$  se realizează condiția  $U_1/f_1 = \text{const.}$  Se observă că se reduce gama de reglare prin reducerea cuplului maxim.

Variația tensiunii de alimentare  $U_1$  și t. e. m. induse, precum și a cuplului maxim  $M_k$  în funcție de frecvență, este redată în fig. 1.5.

M. P. Costenco [72] a stabilit o expresie mai generală decât expresia (1.15) între tensiunea  $U$ , frecvența  $f$  și cuplul  $M$ , cu condiția ca motorul nesaturat să funcționeze cu același  $\eta$ ,  $\cos\varphi$  și  $M_k$ :

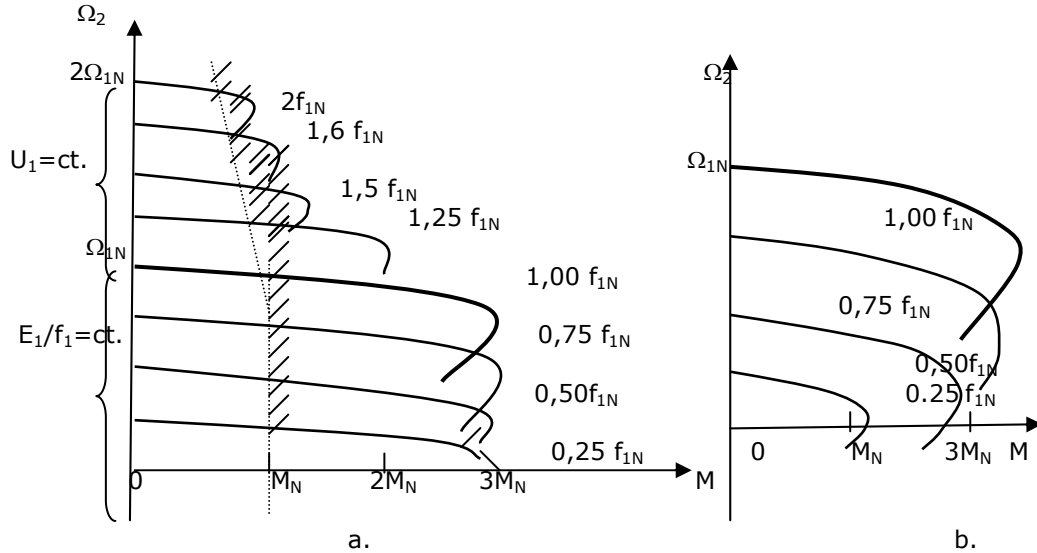


Fig. 1. 4. Caracteristicile mecanice artificiale de frecvență ale motorului de inducție:  
 a.  $-\Psi_{1m} = \text{const.}$  se realizează pentru  $f_1 < f_{1N}$  cu  $E_1/f_1 = \text{const.}$ , iar prntru  $f_1 > f_{1N}$  cu  $U_1 = \text{const.}$ ;  
 b.  $-\Psi_{1m} = \text{const.}$  se realizează cu condiția  $U_1/f_1 = \text{const.}$

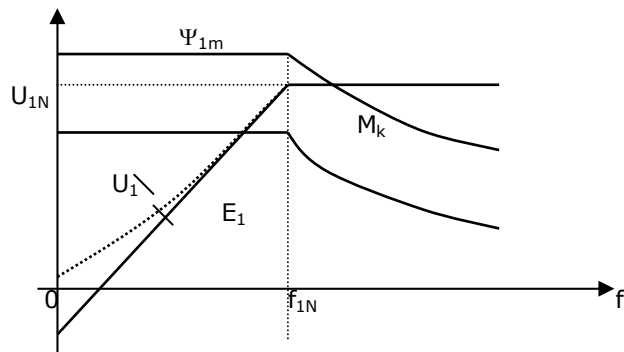


Fig. 1.5. Dependența tensiunii  $U_1$ , a t. e. i.  $E_1$  și a cuplului critic  $M_k$  în funcție de frecvență la mașina de inducție.

$$\frac{U_1'}{U_1} = \frac{f_1'}{f_1} \sqrt{\frac{M_1'}{M_1}}, \tag{1.16}$$

unde  $U_1'$  și  $M_1'$  corespund frecvenței  $f_1'$ .

Pentru a păstra capacitatea de supraîncărcare constantă pentru diferite cupluri rezistente din (1.15), se poate deduce că raportul cuplurilor critice la două viteze diferite trebuie să fie egal cu raportul cuplurilor mașinii de lucru:

$$\frac{M_k'}{M_k} = \frac{M_R'}{M_R} = \left(\frac{U_1'}{U_1}\right)^2 \left(\frac{f_1'}{f_1}\right)^2.$$

b. Reglarea vitezei prin menținerea constantă a amplitudinii fluxului din intrefier (util). În acest caz se obține un cuplu maxim mai mare decât în cazul precedent, cam de două ori mai mare, ceea ce duce la creșterea capacității de supraîncărcare temporară. Se obțin cam aceleași caracteristici ca în cazul precedent, fig. 1.6.

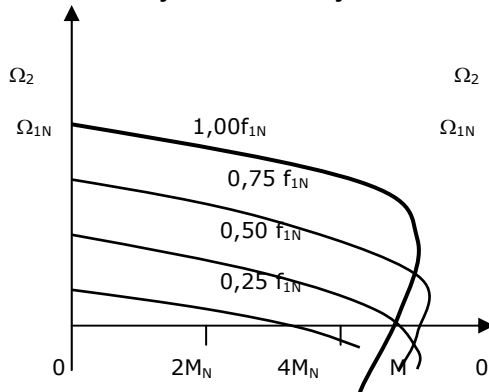


Fig. 1.6. Caracteristicile mecanice ale motorului la menținerea constantă a fluxului magnetic din intrefier.

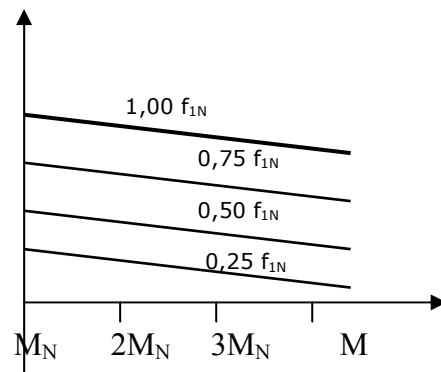


Fig. 1.7. Caracteristicile mecanice ale motorului la menținerea constantă a amplitudinii fluxului rotor.

c. Reglarea vitezei prin menținerea constantă a amplitudinii fluxului rotor. T. e. m. totală indusă în spirele fazelor rotorice  $E_2$  se obține din ecuația de tensiune a rotorului, sistemul (1.3):

$$E_2' = \frac{R_2'}{s} I_2',$$

iar în funcție de fluxul total  $\Psi_{2m}$  are expresia:

$$E_2' = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 \Psi_{2m} \frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}}.$$

La  $\Psi_{2m} = const.$ , caracteristicile mecanice din fig. 1.7 sunt asemănătoare cu caracteristicile motorului de curent continuu cu excitație separată.

La frecvență nominală și flux nominal, cuplul de pornire depășește cuplul maxim la  $U_{1N}$  și  $f_{1N}$  și este însoțit de un curent rotor:

$$I_2' = \frac{E_2'}{R_2'},$$

mult mai mare decât curentul nominal. Fluxul rotor nu poate fi măsurat direct, el se deduce prin calcul, cea ce constituie un dezavantaj.

d. Reglarea vitezei prin menținerea constantă a curentului efectiv statoric. Alunecarea critică  $s_k$  este mai mică, iar cuplul maxim este independent de  $f_1$  și comparabil cu cel din cazul  $U_1 = const.$  Caracteristicile mecanice sunt redată în fig. 1.8. Dezavantajul acestei metode constă în saturarea puternică a miezului magnetic la sarcini mici datorită creșterii curentului rotor.

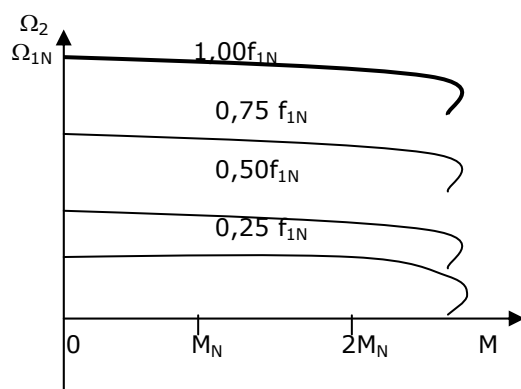


Fig. 1.8. Caracteristicile mecanice ale motorului de inducție realizate prin menținerea constantă a curentului efectiv statoric.

În **concluzie**, pentru o funcționare normală a motorului la sarcină constantă trebuie ca fluxul magnetic să fie constant și menținut în jurul valorii sale nominale.

La frecvențe subnominale  $f_1 < f_{1N}$ , îndeplinirea acestei condiții atrage după sine modificarea tensiunii  $U_1$  liniar cu frecvența  $f_1$ , menținându-se cuplul critic constant. La frecvențe mai mici decât jumătate din frecvența nominală, rezistența statorică  $R_1$  are valoare mare în raport cu reactanțele de dispersie și cuplul critic scade dacă raportul  $U_1/f_1 = \text{const}$ . Pentru a înlătura acest dezavantaj se aplică o corecție, fig. 1.5, după o lege de variație a tensiunii în funcție de frecvență [7] și [39]. Analizând caracteristicile mecanice artificiale se observă că se obține un domeniu larg de modificare a turației, motorul asincron fiind competitiv cu motorul de curent continuu.

La frecvențe supranominale  $f_1 > f_{1N}$  pentru a se menține fluxul constant, tensiunea de alimentare ar trebui mărită. Acest lucru nu este posibil deoarece se distruge izolația mașinii. Fluxul și cuplul critic scad, reducându-se gama de reglare a vitezei.

Realizarea practică a modificării frecvenței se face cu ajutorul convertoarelor de frecvență. Datorită progreselor realizate în electronica de putere convertoarele statice de frecvență au devenit competitive ca mijloc de reglare a turației. Acestea realizează o modificare fină, continuă și în ambele sensuri ale turației motoarelor asincrone.

Metodele *a*, *b*, *c* de modificare a frecvenței sunt specifice convertoarelor de tensiune, care permit reglarea turației în gama 1/1000. Metoda *d* este specifică convertoarelor de curent care, deși au o construcție mai simplă, permit o gamă mai mică de reglare.

## CAPITOLUL 2

### CONVERTOARE STATICE DE FRECVENȚĂ

În acest capitol se prezintă sintetic câteva probleme legate de funcționarea și construcția convertoarelor statice de putere utilizate la acționarea mașinilor electrice de inducție.

#### 2.1. NOȚIUNI GENERALE

La comanda mașinilor de inducție trifazate se folosesc *redresoare trifazate* cu scheme cu punct median și scheme în punte, fig. 2.1.a, b și scheme cu bobină de absorbție (cu transformator interfază).

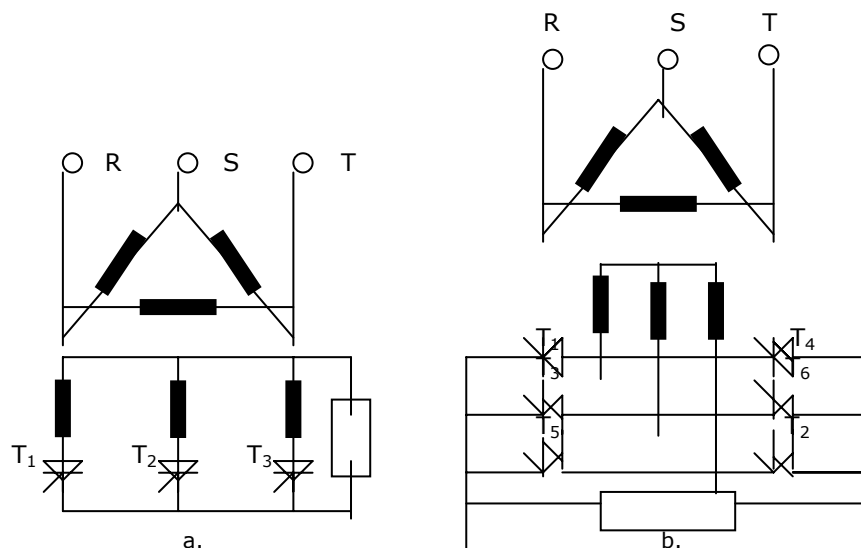


Fig. 2.1. Scheme de redresoare trifazate:

- a. - cu punct median;
- b. - în punte.

*Invertoarele* sau *ondulatoarele*, sunt circuite electronice care realizează conversia energiei electrice de curent continuu în energie electrică de curent alternativ, caracterizată printr-o anumită frecvență, formă de undă și amplitudine. Se folosesc acolo unde este nevoie atât tensiune, cât și frecvență variabilă grație invertoarelor cu comutație forțată sau comutație de la sarcină.

În funcție de forma de undă a curentului și tensiunii de stingere se disting:

- *invertoare de tensiune*, la care circuitele de filtraj (formate de obicei dintr-un condensator  $C$  de valoare mare pus în paralel cu circuitul intermediar) mențin tensiunea, pe durata unei semiperioade la o valoare practic constantă, circuitul intermediar având caracter de sursă de tensiune.



Tensiunea de ieșire este impusă de inverter și are formă dreptunghiulară, iar curentul de ieșire este stabilit de caracterul sarcinii.

- *invertoare de curent*, la care circuitul intermediar se înseriază cu o bobină  $L$  de inductivitate mare și, are caracter de sursă de curent. La frecvență dată se impune curentul de ieșire, iar tensiunea se stabilește în raport cu caracterul sarcinii.

Invertoarele de tensiune sunt surse independente de sarcină și se folosesc mai mult în aplicații. Prezintă o varietate mai mare de scheme, dar invertoarele de curent sunt mai simple, mai ieftine și au unele avantaje în anumite aplicații.

Dacă inverterul modifică numai frecvența tensiunii de ieșire, acesta are o structură și blocul de comandă mai simple.

## **2.2. SISTEME DE REGLARE A VITEZEI MOTOARELOR DE INDUCȚIE ALIMENTATE PRIN CONVERTOARE DIRECTE DE FRECVENȚĂ (CICLOCONVERTOARE)**

*Cicloconvertoarele* permit transformarea directă a energiei de curent alternativ cu anumiți parametri în energie de curent alternativ cu alți parametri. Transformarea se face la turații joase și într-un domeniu limitat. Sistemele pot înlocui motoarele sincrone de joasă tensiune care sunt voluminoase. Cicloconvectorul este construit dintr-un convertor reversibil antiparalel, la ieșire obținându-se tensiuni de polaritate opusă.

Principiul de funcționare se bazează pe principiul de funcționare al convertorului în patru cadrane. Fiecare fază statorică este alimentată printr-un convertor bidirecțional, care conduce curent în ambele sensuri obținându-se la ieșire o tensiune alternativă. Dacă se modifică frecvența de comutare a celor două grupuri redresoare din care este alcătuit convertorul bidirecțional, se modifică frecvența tensiunii aplicate la mașina de inducție. Comandând faza impulsurilor de aprindere în raport cu tensiunea de alimentare se obține la ieșire o tensiune medie redresată reglabilă continuu și în fiecare sens. Prezența armonicilor superioare în tensiunea de ieșire duce la cupluri electromagnetice pendulatorii și la turații mici la o funcționare sacadată.

Schema de principiu a unei acționări electrice cu mașină de inducție alimentată prin cicloconvector se prezintă în figura 2.2 [72].

Cicloconvertoarele se construiesc cu redresoare trifazate în montaj cu punct median, când se obțin trei pulsuri și redresoare hexafazate cu punct median sau redresoare în punte, când se obțin 6 pulsuri.

Tensiunea obținută la ieșirea cicloconvectorului are o formă ce depinde de programul de comandă a celor două grupuri redresoare realizate cu tiristoare. Ea este compusă din diferite părți ale formelor de undă ale rețelei ce depind de numărul de pulsuri ale convertorului. Dacă unghiul de comandă variază după legea  $u_c = U_{cm} \sin \omega_c t$  valoarea medie a tensiunii de ieșire este de forma  $U_{2m} \sin \omega_c t$ .

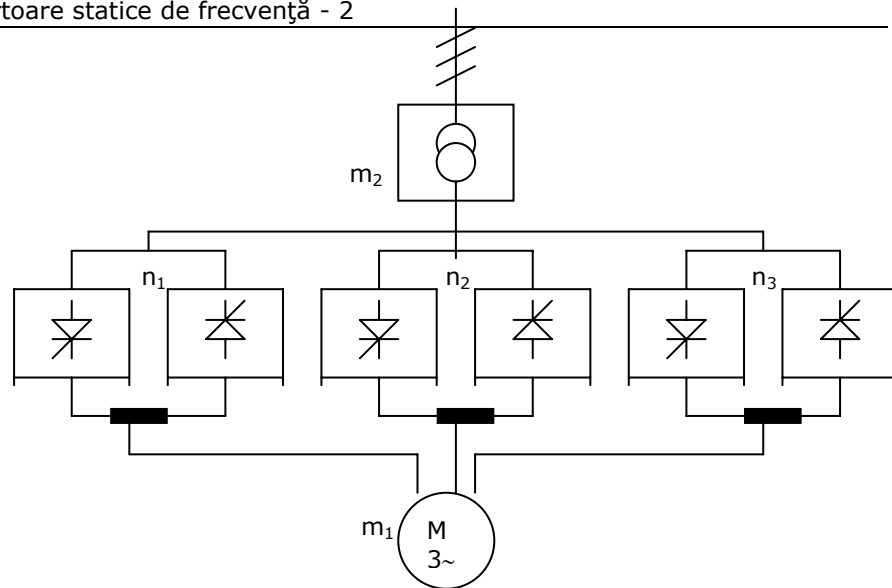


Fig. 2.2. Schema de principiu de alimentare a motorului de inducție prin cicloconvertor:  
 $m_1$  – motor de inducție;  $m_2$  – transformator de tensiune;  
 $n_1, n_2, n_3$  – convertoare bidirecționale.

Cicloconvertorul poate lucra cu orice factor de putere al sarcinii și fiecare convertor în două cadrane poate lucra atât ca redresor, cât și ca inverter.

La cicloconvertoare nu sunt necesare dispozitive speciale pentru forțarea comutației. Comutarea curentului de la un tiristor la altul se realizează pe cale naturală.

În **concluzie**, cu ajutorul cicloconvertorului se poate regla viteza motoarelor de asincrone sau sincrone prin variația continuă a frecvenței  $f_1$  respectându-se raportul  $U_1/f_1 = \text{const.}$  sau după o lege de variație  $U_1 = f(f_1)$ . Frecvența obținută este mai coborâtă decât a sursei de alimentare, aplicațiile cu cicloconvertoare având succes mai ales la motoarele de putere mare.

### 2.3. SISTEME DE REGLARE A VITEZEI MOTOARELOR DE INDUCȚIE ALIMENTATE PRIN CONVERTOARE INDIRECTE DE FRECVENȚĂ

Modificarea vitezei motoarelor de inducție prin variația frecvenței și amplitudinii tensiunii de alimentare duce la obținerea unui domeniu larg de turații și la caracteristici mecanice competitive cu caracteristicile motorului de curent continuu cu excitație separată și derivație.

Convertoarele indirecte de frecvență se caracterizează printr-o dublă conversie a energiei:

- transformarea tensiunii alternative de alimentare, de frecvență constantă  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ , cu ajutorul unui redresor în două sau patru cadrane comandat sau nu într-o tensiune continuă.

- transformarea tensiunii continue din circuitul intermediar cu ajutorul unui inverter static comandat, într-o tensiune alternativă mono sau trifazată de frecvență variabilă.

Convertoarele indirecte de frecvență se pot clasifica după locul de redresare a tensiunii de ieșire:

- tensiunea de ieșire se modifică în circuitul de redresare format dintr-un redresor comandat, ce alimentează un invertor ce constituie circuitul de ieșire și, care realizează modificarea frecvenței;

- conversia indirectă se face cu tensiune continuă constantă în circuitul intermediar, circuitul de intrare fiind realizat dintr-un redresor necomandat, iar cel de ieșire dintr-un invertor în care se variază tensiunea și frecvența. Aceste convertoare sunt aplicate mai ales la alimentarea mașinilor electrice de inducție cu rotor în colivie. Schema bloc a convertoarelor indirecte de frecvență este prezentată în fig. 2.3.

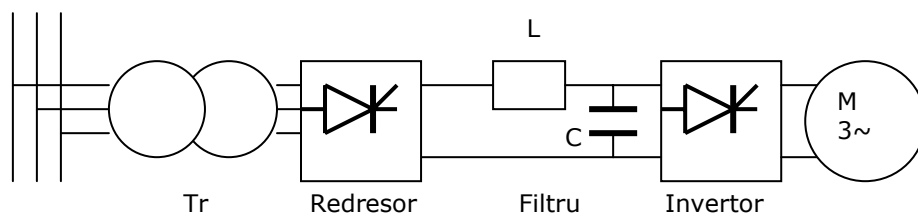


Fig. 2.3. Schema bloc a convertorului indirect de frecvență.

În privința tensiunii de ieșire se disting mai multe forme ale acesteia. La convertorul cu circuit intermediar de tensiune variabilă se obține la ieșirea invertorului o tensiune alternativă dreptunghiulară caracterizată prin durata de conducție neîntreruptă. Complexitatea invertorului crește cu numărul de trepte ale tensiunii de ieșire, care cu cât este mai mare, cu atât valoarea medie a tensiunii de ieșire se apropie de sinusoida fundamentalei, fig. 2.4.

La convertorul cu circuit intermediar de tensiune constantă, durata de conducție este permanent întreruptă pentru a se modifica valoarea medie a tensiunii de ieșire în raport cu amplitudinea tensiunii de intrare. Modificarea valorii medii a tensiunii de ieșire se face cu ajutorul unor contactoare statice de tensiune continuă (choppere), iar prin modificarea timpilor de blocare a invertorului se influențează armonica fundamentală. Dacă durata relativă de conducție pe o fază este constantă, atunci tensiunea de ieșire are treptele dreptunghiulare de amplitudine egale, fig. 2.5.

O tensiune cu formă apropiată de cea sinusoidală se poate obține prin modulare, variindu-se sinusoidal valoarea medie. Acest lucru se realizează prin modularea în lățime în funcție de o mărime sinusoidală de referință, figurile 2.7 și 2.8.

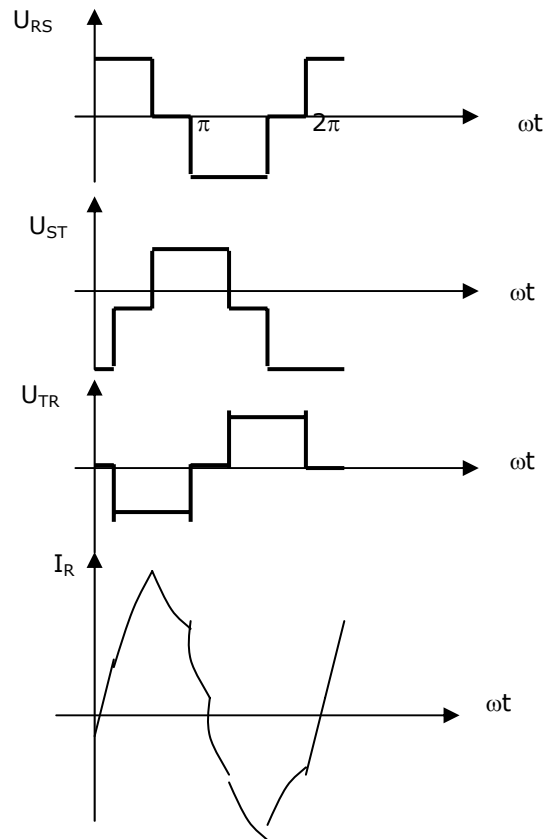


Fig. 2.4. Formele de undă ale tensiunilor între faze și curentul pe fază la alimentarea unui motor de inducție de la un convertor cu circuit intermediar de tensiune constantă.

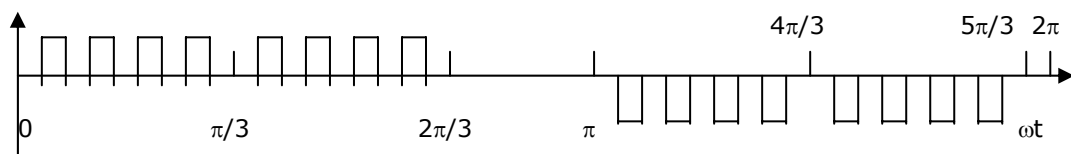


Fig. 2.5. Forma tensiunii de ieșire a invertoarelor unui convertor static de frecvență cu redresor necomandat și variator de tensiune continuă serie.

Complexitatea schemelor este determinată de invertoare mai ales când are rolul de a modifica frecvența și tensiunea de ieșire.

#### 2.4. REGLAREA TENSIUNII DE IEȘIRE A INVERTOARELOR

Modificarea tensiunii la ieșirea invertoarelor se face prin mai multe metode:

- *Modificarea tensiunii pe partea de curent continuu* de la intrarea invertoarelor. Acest lucru se realizează cu ajutorul unui redresor comandat sau a unui redresor necomandat, urmat de un chopper de putere.

- *Modificarea tensiunii pe partea de curent alternativ* de la intrarea sau ieșirea convertorului static de frecvență. Această metodă este mai rar utilizată în practică și constă din folosirea variatoarelor de tensiune alternativă sau autotransformatoarelor. Se poate realiza prin conectarea în serie a mai multor invertoare comandate.

- *Modificarea valorii efective a tensiunii* prin comanda invertoarelor.

Ultima metodă este frecvent întâlnită în practică și se realizează astfel:

- prin *comanda în impulsuri* a tensiunii de ieșire, cunoscută sub numele de modularea impulsurilor în amplitudine;

- prin *reglarea unghiurilor de aprindere* a tiristoarelor invertoarelor, cunoscută sub denumirea de varierea lățimii impulsurilor.

Obținerea la ieșirea invertoarelor a unor tensiuni cu armonici de frecvență joasă de valori cât mai mici se face prin modularea impulsurilor în amplitudine sau durată după o lege sinusoidală.

#### **2.4.1. MODULAREA ÎN AMPLITUDINE A IMPULSURILOR TENSIUNII DE IEȘIRE**

*Modularea în amplitudine* a impulsurilor de ieșire se aplică la convertoarele cu circuit intermediar de tensiune continuă. Modularea în amplitudine, după o lege sinusoidală, se poate realiza printr-o programare adecvată a aprinderii și stingerii tiristoarelor invertoarelor.

Invertoare permite modificarea amplitudinii fundamentalei tensiunii de ieșire  $U_1$  la frecvențe de ieșire  $f_1$  mai mici decât frecvența nominală  $f_{1N}=50$  Hz a motorului. Peste  $f_{1N}$ , invertoare menține constantă valoarea lui  $U_1$ , fig. 1.4.a.

Valoarea tensiunii și frecvenței de ieșire pentru frecvențe mai mici  $f_1 < f_{1N}=50$  Hz, se obține prin modificarea frecvenței impulsurilor  $f_p$  ale invertoarelor.

Între cele două frecvențe există un raport:

$$m = \frac{f_p}{f} = \text{const.}, \quad (2.1)$$

ce trebuie menținut constant între anumite limite de reglare a frecvenței  $f_1$  și prezintă game de valori ce depind de tipul elementului semiconductor folosit la construcția invertoarelor.

#### **2.4.2. MODULAREA ÎN DURATĂ A TENSIUNII DE IEȘIRE**

*Modularea în durată (PMW)* este procedeul cel mai răspândit datorită avantajelor sale. Aceste avantaje constau în obținerea unui conținut redus de armonici la convertoarele statice de frecvență cu circuit intermediar de tensiune constantă și eliminarea armonicilor joase la convertoarele statice de frecvență cu circuit intermediar de curent continuu. Un alt avantaj este acela că există circuite integrate specializate, care permit comanda *PMW* a invertoarelor fiind posibilă modificarea frecvenței și tensiunii cu ajutorul invertoarelor. Principalele tehnici de modelare în durată sunt [41]: modularea cu impuls singular, modularea cu impulsuri multiple simetrice, modularea cu impulsuri multiple și eliminarea selectivă a armonicilor și modularea sinusoidală.

*Modularea cu impuls singular* de durată  $2d$ , simetric în jurul a  $90^\circ$ . Prin comanda duratei  $2d$  se modifică tensiunea de ieșire  $U_1$ .

*Modularea cu impulsuri multiple simetrice*, fig. 2.6, aplicate pe o semiperioadă. Prin modularea duratei  $2d$  se variază amplitudinea fundamentalei

tensiunii de ieșire. Modularea se realizează prin compararea unui semnal de comandă continuu  $U_c$  cu o tensiune de referință de formă triunghiulară. Când cele două semnale sunt egale, se generează impulsurile de comandă ale tiristoarelor inverterului.

*Modularea cu impulsuri multiple și eliminarea selectivă a armonicilor constă în determinarea poziției celor  $p$  impulsuri pentru eliminarea armonicilor.*

*Modularea sinusoidală, fig. 2.7, se caracterizează prin aceea că durata impulsurilor este o funcție sinusoidală de poziția unghiulară a pulsului în ciclu. Modularea se realizează prin comparația unui semnal de comandă sinusoidal de amplitudine variabilă  $U_1$  și frecvență  $f_1=1/T$ , cu un semnal triunghiular de amplitudine fixă  $U_{tmax}$  și frecvența  $f_t$ .*

Intersecțiile sinusoidelor cu unda triunghiulară determină momentele de comutare. Prin modificarea indicelui de modulație  $U_1/U_{tmax}$  se realizează controlul tensiunii de ieșire.

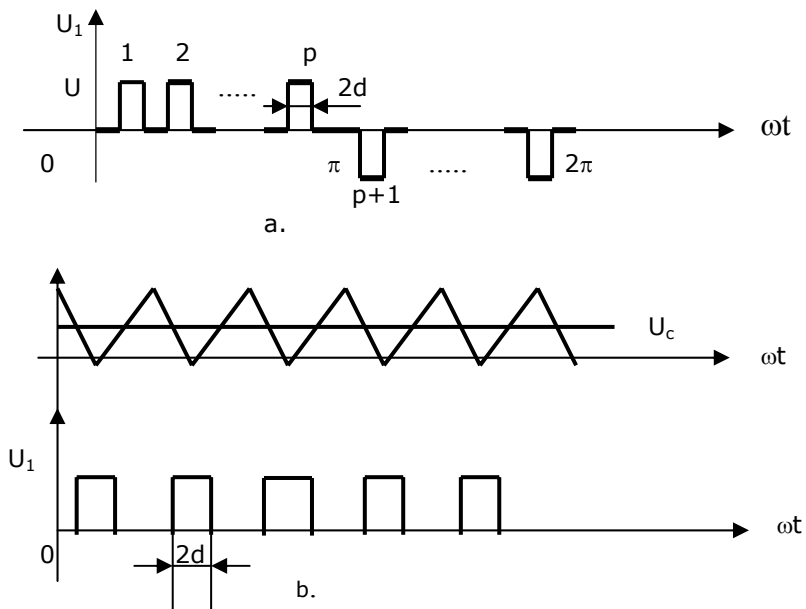


Fig. 2.6. Modularea cu impulsuri multiple simetrice:  
a. - cu impulsuri echidistante;  
b. - cu tensiune triunghiulară de referință.

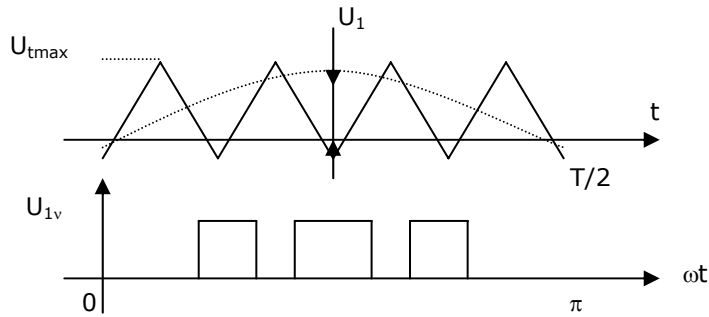


Fig. 2.7. Modularea sinusoidală PWM.

Modularea în durată sinusoidală, cunoscută și sub numele de principiul submodulării, a fost prima abordată, dar depășită de diferite strategii de modulare precalculate având drept scop eliminarea selectivă a armonicilor, reducerea pierderilor și pulsațiilor cuplului dezvoltat. Dificultățile acestor strategii constau în determinarea momentelor de comutație, mai ales la frecvențe mici.

Avantajele strategiilor de modulare *PMW* precalculate față de modulația sinusoidală clasică, constau în reducerea cu aproximativ 50% a frecvenței de comutație, obținerea unor tensiuni mai mari prin utilizarea tehnicii de supramodulare, reducerea gabaritului și costului convertorului, creșterea densității de putere, înlăturarea interferențelor armonice etc.

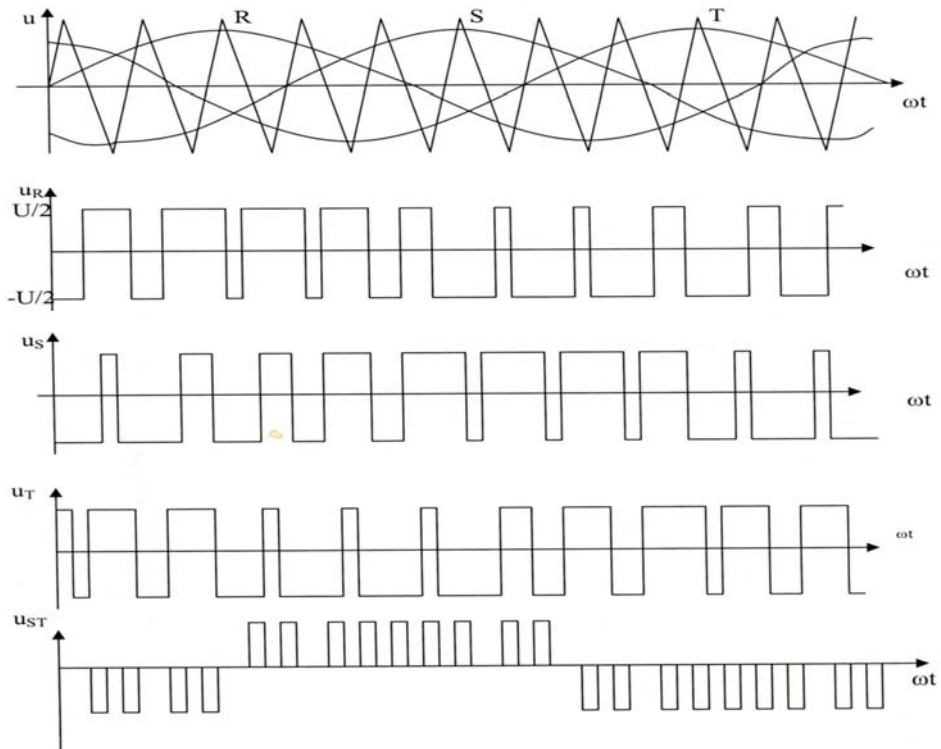


Fig. 2.8. Formele de undă ale unui inverter trifazat PWM, cu modulație sinusoidală.

Eliminarea selectivă a armonicilor se face prin rezolvarea unor ecuații neliniare rezultând momentele de comutație. Pentru invertoarele trifazate se folosesc strategiile *TLN1*, *TLN2* și *TLL* [46]. Aceste strategii se caracterizează prin simetrie pe un sfert de perioadă, iar amplitudinile armonicilor în sinus și cosinus pot fi dezvoltate în serie Fourier.

În fig. 2.8, se prezintă formele de undă ale unui convertor trifazat cu modulare în durată după o lege sinusoidală.

Pentru aplicații de foarte mare putere se impune reducerea frecvenței de comutație. Îmbunătățirea performanțelor se face prin tratarea fazorială a modulării în durată. Prin această metodă pulsațiile cuplului dezvoltat de motor se reduc cu 50%.

Pentru acționări reglabile de mică putere prin utilizarea dispozitivelor semiconductoare foarte rapide (*IGBT*, *MOS*) se folosește metoda cu curenți prescriși. În acest caz momentele de comutație sunt determinate astfel încât fazorul curentului statoric să fie egal cu fazorul prescris.

## 2.5. ARHITECTURA CONVERTOARELOR DE PUTERE

Motoarele cu viteză reglabilă au fost și sunt cele care duc la dezvoltarea înaltei tehnologii de fabricație a componentelor electronice de putere și microprocesoare. Această dezvoltare ajută ca motoarele cu viteză reglabilă să devină mult mai competitive pentru alte tehnologii. Principalele dezvoltări responsabile pentru aceste rezultate sunt dispozitivele semiconductoare de putere și tehnologiile microcontrolului. O semnificativă creștere în densitate a puterii a fost posibilă datorită descreșterii frecvenței de comutație și reducerii pierderilor, alături de introducerea tranzistoarelor bipolare cu poarta izolată.

Arhitectura convertoarelor de putere a oscilat între convertoarele de curent și convertoarele de tensiune.

Componentele de bază folosite la construcția convertoarelor statice de frecvență sunt dispozitivele semiconductoare de putere (tiristoare, diode, tranzistoare), precum și condensatoare și inductanțe de comutație. Tranzistoarele de putere, constructiv s-au dezvoltat în două direcții principale: tranzistoarele convenționale bipolare și tranzistoarele în tehnologia MOS. Tranzistoarele în tehnologia MOS au poarta izolată câștigându-se astfel foarte multă putere, creșterea vitezei de comutare și o stabilitate termică mai bună. Tranzistoarele cu efect de câmp (*MOS-FET*) pentru a trece în starea de conducție au nevoie de o tensiune de 10V și de semnale scurte pe poartă, pe când la tranzistorul bipolar este necesar un semnal permanent. Tranzistoarele *MOS-FET* au timpii de comutație cei mai reduși, suportă un vârf de curent mai mare și au o arie sigură de funcționare mai largă prezentând eficiență la frecvență ridicată, 10 – 40 KHz, când pierderile de comutație sunt neglijabile.

Tiristoarele convenționale, în prezent nu se mai utilizează ca elemente de comutație datorită performanțelor slabe, volumului mare, prețului ridicat și frecvenței de comutație scăzută.

Tiristoarele cu stingere pe poartă *GTO* (*gate-turn-off*) au fost produse de firma Hitachi. Nu necesită circuite individuale de protecție ducându-se la reducerea dimensiunilor circuitului de forță. Funcționează la frecvențe înalte și au pierderi de comutație mai scăzute.

Tranzistoarele bipolare cu poarta izolată (*IGBT*) îmbină avantajele tiristoarelor *GTO*, ale tranzistorului bipolar și ale tranzistorului *MOS-FET* prezentând tensiune mică în conducție, capacitate de blocare la polarizare inversă și comandă în tensiune la frecvență ridicată. Stingerilor la *IGBT*-uri le sunt acordate 5μs față de



20-30 $\mu$ s necesare pentru tranzistoarele bipolare, rezultând dispozitive electronice fără timpi de stocare și acționare. IGBT-urile s-au impus la scară industrială reprezentând dispozitive de bază pentru echipamentele destinate acționărilor electrice.

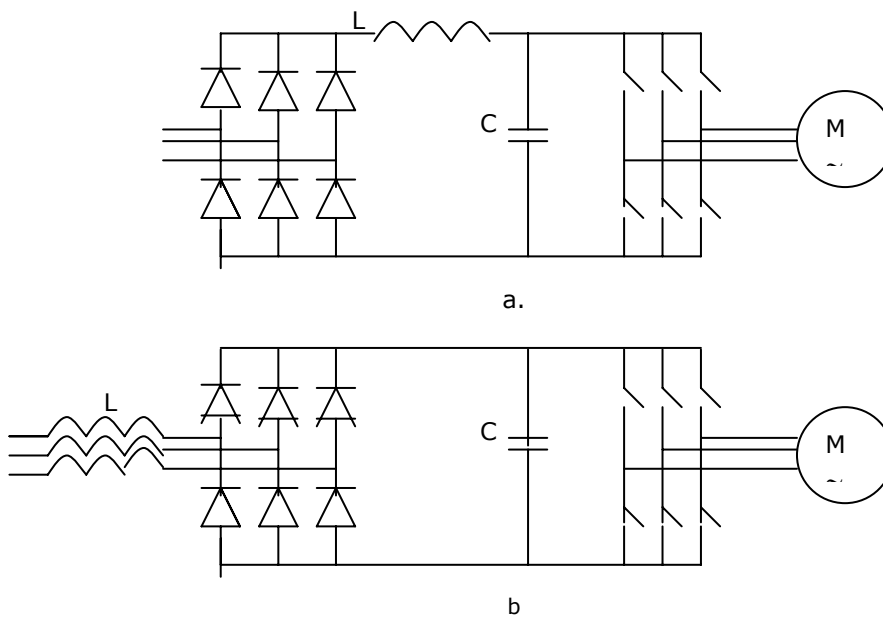
Un progres important l-au cunoscut dispozitivele pe bază de  $S_iC$ , mai ales *MOS-FET*, *IGBT*, *MCT*, *IGCT* ale căror performanțe se datorează înaltei densități de putere. În continuare se pune accentul pe tehnologiile care au la bază siliciul pur.

În fig. 2.9, sunt prezentate topologiile circuitelor de forță pentru putere joasă și medie [77]. În figurile 2.9.a, 2.9.c și 2.9.e sunt conexiuni trifazate în punte realizate cu diode și IGBT-uri. În fig. 2.9.b se prezintă un invertor cu modulație în amplitudine cu pierderi mici și cost scăzut.

Dispozitive operabile în patru cadrane se prezintă în fig. 2.9.c, dar convertoare electronice de putere de viitor sunt convertoarele matrice, fig. 2.9.d, care au la bază siliciul pur.

Pe viitor se așteaptă cercetări în domeniul dispozitivelor bidirecționale. În fig. 2.9.e este prezentat un convertor cu rezonanță. Acesta este mai complex în privința controlului și are nevoie de componente de mare putere, dar are pierderi mici și este mai ieftin.

Se pune accentul pe construcția modulelor speciale de putere capabile să funcționeze în patru cadrane și care să fie conduse pe baza controlului scalar și vectorial.



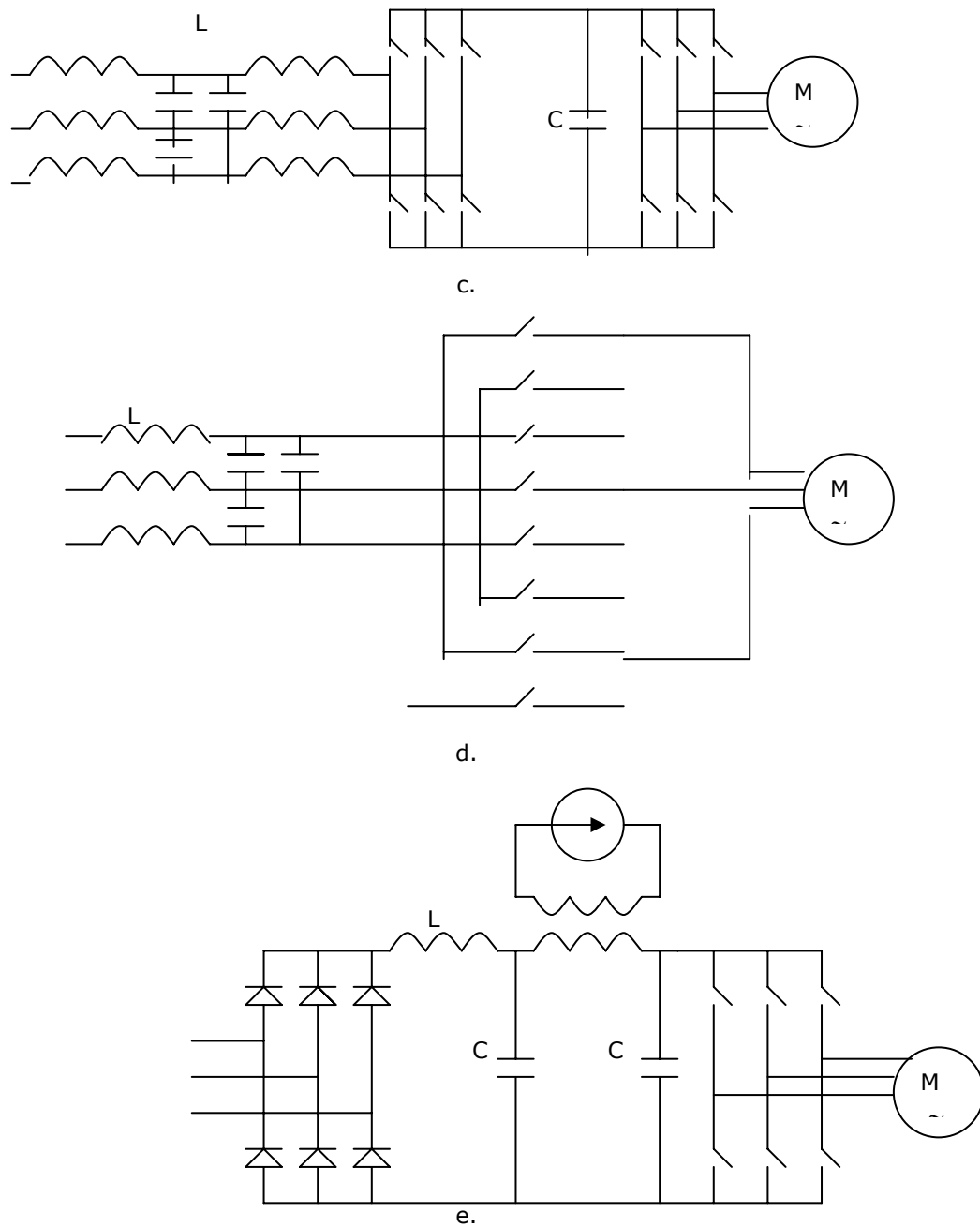


Fig. 2.9. Topologia circuitelor de forță de joasă și medie putere:  
 a.- convertoare de tensiune PWM;  
 b.- convertoare de tensiune PAM;  
 c.- convertoare de tensiune în patru cadrane;  
 d.- convertoare tip matrice;  
 e.- convertoare cu legătură rezonantă.

# CAPITOLUL 3

## METODE ȘI TEHNICI DE OPTIMIZARE

Optimizarea constă în obținerea celei mai bune soluții a unei probleme date, respectând anumite condiții.

Încă din activitatea de proiectare se poate determina soluția optimă, estimându-se performanțele tehnice și costurile de fabricație.

Optimizarea asistată de calculator permite ameliorarea performanțelor și a calității produselor.

### 3.1. CONCEPTUL DE OPTIMIZARE

Optimizarea constă în a obține într-o problemă sau într-o situație dată, cel mai bun rezultat, care respectând anumite condiții specifice să fie cel mai bun dintre soluțiile posibile.

Punctul de vedere care permite măsurarea eficienței diferitelor soluții se numește *criteriu de optimizare*.

Metodele și tehnicile aplicate pentru determinarea soluției optime sunt legate de *variabilele de proiectare* sau *variabilele de decizie*, *funcția obiectiv* și *restricțiile* care împreună duc la modelul matematic.

Variabilele problemei de optimizare sunt mărimile care descriu configurația structurală și proprietățile fizice ale materialelor și mărimilor ce intervin în problemă.

Funcția față de care se face optimizarea se numește funcție obiectiv. În procesul de optimizare se caută valorile variabilelor pentru care funcția obiectiv este maximă sau minimă, adică *soluția optimă*. Restricțiile reprezintă relații de constrângeri care trebuie satisfăcute astfel încât soluția să fie acceptată.

Dacă  $n$  este numărul total al variabilelor problemei de optimizare, iar  $l$  este numărul de relații independente dintre acestea, numărul variabilelor de proiectare este

$$N = n - l. \quad (3.1)$$

Soluția optimă depinde de criteriul de optimizare ales.

### 3.2. MODELUL MATEMATIC GENERAL

Problema generală de optimizare a unei funcții neliniare, sub formă matematică supusă unor restricții se reprezintă astfel:

$$h_i(X) = 0; \quad i = 1, \dots, l \quad (3.2)$$

$$g_j(X) \leq 0; \quad j = 1, \dots, m, \quad (3.3)$$

unde  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  este vectorul ale cărui coordonate sunt reprezentate de variabilele de decizie ale problemei de optimizat.

Funcția obiectiv este  $y = F(X)$ .

Soluția optimă reprezintă valoarea minimă sau maximă a funcției obiectiv și implică folosirea unei metode adecvate cu forma modelului matematic și a funcției

obiectiv. Formal nu există deosebire între minimizarea și maximizarea lui  $F(X)$ , deoarece minimul lui  $F(X)$  are loc pentru maximul lui  $-F(X)$ .

Restricțiile sunt explicite când exprimă direct limitările și implicite când exprimă indirect limitările. Fiecare restricție definește o suprafață reprezentând locul tuturor punctelor care verifică restricția.

Formularea problemei de minimizare impune determinarea componentelor vectorului de poziție, care minimizează funcția obiectiv  $F(X)$  în prezența restricțiilor  $h_i(X)$  și  $g_j(X)$ . Minimul poate fi local sau global.

Modelele matematice sunt [74]: a) locale la care în fiecare punct al sistemului proprietățile acestuia variază cu poziția în sistem și cu timpul; b) globale, care ignoră variația parametrilor în raport cu poziția și utilizează valori medii ale proprietăților sistem.

Determinarea coeficienților modelului se face astfel:

- cu o metodă de calcul unică atunci când numărul de constante este egal cu numărul  $m$  de experimente

$$Y_j = f(C, x_j); \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (3.4)$$

unde  $C$  reprezintă necunoscutele;

- metodele grafice se aplică ecuațiilor liniare în raport cu variabilele procesului;

- dacă numărul de grade de libertate este mai mare ca zero sistemul (3.4) este supradeterminat. Se determină coeficienții care satisfac toate ecuațiile.

Se alege un criteriu de optimizare care minimizează criteriul ales.

### 3.3. OPTIMIZAREA LINIARĂ

Metodele de optimizare liniare sunt cele mai studiate și dezvoltate metode în care funcția obiectiv și restricțiile sunt expresii liniare dependente de variabilele de decizie.

Forma standard a unei probleme de programare liniară este [3]:

$$\text{Minimizăm } F(X) = \sum_{i=1}^n C_i X_i, \quad (3.5)$$

$$\text{supusă la } \sum_{i=1}^n a_{ji} X_i = b_j; \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (3.6)$$

$$\text{unde } X_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.7)$$

Restricția poate fi înlăturată prin substituirea variabilei  $X_i$  cu două variabile pozitive

$$X_i = X_i' - X_i''; \quad (3.8)$$

$$X_i' \geq 0; \quad X_i'' \geq 0, \quad (3.9)$$

sau prin adunarea unei constante la fiecare variabilă de decizie

$$X_i = X_i' + k_i, \quad (3.10)$$

unde  $k_i$  este un număr pozitiv de valoare mare.

În practică, este necesar transformarea restricțiilor de tip inegalitate în restricții de tip egalitate prin utilizarea unor variabile de decizie adiționale. La inegalitatea

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} X_i \leq b_j, \quad (3.11)$$

se adaugă variabila de decizie  $X_{n+1}$  care este o variabilă pasivă

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} X_i + X_{n+1} = b_j. \quad (3.12)$$

Forma matriceală a programării liniare este:

$$\text{Minimizăm } f = CX, \quad (3.13)$$

$$\text{supusă la } AX = b; \quad (3.14)$$

$$X_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.15)$$

Vectorul  $C$  conține coeficienții  $C_i, i=1, 2, \dots, n$ , vectorul  $X$  conține variabilele de decizie  $x_i, i=1, 2, \dots, n$ , liniile matricei  $A$  conțin coeficienții restricțiilor de tip egalitate (3.6) și vectorul  $b$  conține constantele  $b_j, j=1, 2, \dots, m$ .

Pot exista patru tipuri de soluții: a) soluție unică; b) soluție multipă; c) soluție nemărginită; d) soluție imposibilă.

Una din cele mai cunoscute metode de rezolvare a problemelor de programare liniară este metoda simplex.

#### **Metoda simplex**

În general, metoda simplex necesită doi pași. Primul pas constă în determinarea inițială a unei soluții de bază admisibile, iar pasul al doilea constă în schimbarea soluției de bază admisibile cu alta, până la determinarea punctului optim.

### **3.4. OPTIMIZAREA NELINIARĂ**

Neliniaritatea problemei de optimizat depinde de funcția obiectiv  $F(x)$  și de restricțiile  $h_i(X)$  și  $g_j(X)$ . Acesta este tipul de problemă generală care se apropie cel mai mult de situațiile practice [81]. Metodele de determinare ale optimului pentru problemele neliniare sunt:

- metode de căutare directă, care nu apelează la calculul derivatelor funcției;
- metode de gradient, care folosesc derivatele de ordinul unu și doi ale funcției;
- metode de transformare, ce transformă problema originală în subprobleme mai simple.

Metodele directe, sunt cele mai accesibile, programarea neliniară fiind în plin proces de elaborare. Sunt utilizate pentru optimizarea problemelor multivariabile cu sau fără restricții și au la bază ideea înaintării spre optim prin îmbunătățiri aduse la fiecare etapă al calcului valorilor. Dintre metodele de căutare directă a optimului avem metode de căutare directă multivariabile, algoritmi pe bază de hiperpoliedre exploratoare (algoritmul SIMPLEX și COMPLEX).

#### **Algoritmul complex**

Algoritmul complex, este o metodă de minimizare sau maximizare a unei funcții dependentă de  $n$  variabile și supusă unei restricții neliniare de tip inegalitate. Pentru determinarea punctului optim nu este necesar calculul derivatelor, algoritmul complex fiind o metodă de căutare directă. Modelul matematic al problemei generale de optimizare este:

$$\text{Minimizăm } F(X), \quad (3.16)$$

$$\text{supusă la } g^{\min j} \leq g_j(X) \leq g^{\max j}, \quad j = 1, \dots, m; \quad (3.17)$$

$$X_i^{\min} \leq X_i \leq X_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (3.18)$$

unde  $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  este vectorul ale cărui coordonate sunt reprezentate de variabilele de decizie ale problemei, iar  $g^{\min j}$  și  $g^{\max j}$  sunt constante numerice. Metoda pleacă de la un grup de  $K$  puncte, din care unul este punct de start, iar celelalte  $K-1$  puncte sunt generate aleator, într-un interval  $[0,1]$ .

### Funcțiile de penalizare pentru optimizarea cu restricții sau metodele de optimizare de tip SUMT

Aceste metode permit transformarea problemelor de optimizare cu restricții în probleme de optimizare fără restricții. Se crează o pseudo-funcție obiectiv de forma [3]:

$$\Phi(X, r_p) = F(X) + r_p P(X), \quad (3.19)$$

unde  $F(X)$  este funcția obiectiv originală, iar  $P(X)$  este o funcție de penalizare, a cărei formă depinde de tipul de algoritm folosit. Scalarul  $r_p$  este numit factor de penalizare și determină mărimea penalizării lui  $F(X)$ . Valoarea lui este menținută constantă pe durata unei iterații pe care se face minimizarea funcției  $\phi(X, r_p)$ . Indicele  $p$  este indicele corespunzător numărului de iterații necesare minimizării lui  $F(X)$  cu restricții.

### Metoda multiplicatorilor Lagrange

Metodele care folosesc funcția de penalizare prezintă un dezavantaj legat de alegerea parametrilor de penalizare  $r_p$ . Aceste dezavantaje pot fi înlocuite prin folosirea multiplicatorilor Lagrange pentru a rezolva problemele de optim de tip egalitate sau inegalitate.

Modelul matematic pentru o problemă de optimizare cu restricții de tip egalitate [3]:

$$\text{Minimizăm } F(X), \quad (3.20)$$

$$\text{supusă la } h_k(X) = 0; \quad k = 1, \dots, l, \quad (3.21)$$

unde  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  reprezintă variabilele de decizie.

Numărul restricțiilor  $l$  trebuie să fie mai mic decât numărul variabilelor de decizie  $n$ . S-a demonstrat că extremul funcției obiectiv  $F(X)$ , cu respectarea restricțiilor, poate fi obținut prin optimizare fără restricții a funcției:

$$L(X, \Lambda) = F(X) + \sum_{k=1}^l \lambda_k \cdot h_k(X); \quad k = 1, \dots, l \quad (3.22)$$

supusă restricțiilor (3.21). Funcția  $L(X, \Lambda)$  este numită funcția Lagrange, iar scalarii  $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$  sunt numiți multiplicatorii lui Lagrange.

Extremele funcției Lagrange se obțin prin calculul derivatelor parțiale în punctele  $(X, \Lambda)$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial x_1} = 0, \dots, \frac{\partial L}{\partial x_n} = 0; \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} = 0, \dots, \frac{\partial L}{\partial \lambda_l} = 0. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Folosind metoda penalizării exterioare, forma pseudo-funcției obiectiv devine:

$$A(X, \Lambda, r_p) = F(X) + \left\{ \sum_{k=1}^l \lambda_k h_k(X) + r_p [h_k(X)]^2 \right\}, \quad (3.24)$$

unde  $r_p$  crește iterație cu iterație.

Dacă problema are restricții de tip inegalitate:

$$g_j(X) \leq 0; \quad j = 1, \dots, m \quad (3.25)$$

acestea se pot transforma în restricții de tip egalitate cu ajutorul unei variabile auxiliare pasive astfel:

$$g_j(X) + K_j^2 = 0; \quad j = 1, \dots, m. \quad (3.26)$$

### Metode de tip gradient

Sunt metode de căutare numerică care determină extremul unei funcții fără restricții impuse. Utilizează informații referitoare la gradientul funcției obiectiv folosind valorile funcției obiectiv cât și derivatele ei parțiale de ordinul I.

Gradientul funcției este vectorul a cărui direcție este în sensul creșterii acesteia. Punctul de minim se caută în direcția opusă, adică în direcția lui  $-\nabla F(X)$ .

### Metode de tip Newton

Se pornește de la dezvoltarea în serie Taylor a funcției  $F(X)$  în punctul  $X^q$  pentru a determina valoarea funcției în punctul  $X^{q+1}$ . Se pune condiția ca  $F(X)$  să fie derivabilă în domeniul considerat. Pentru iterația de ordinul  $q$  se obține:

$$F(X) = F(X^q) + \nabla F(X^q) \cdot \delta X + \frac{1}{2} \delta X^T \cdot H(X^q) \delta X, \quad (3.27)$$

în care

$$\delta X = X^{q+1} - X^q. \quad (3.28)$$

Funcția  $F(X)$  se diferențiază în raport cu  $X$  și se impune condiția de anulare a gradientului funcției obiectiv. Se obține:

$$\delta X = -[H(X^q)]^{-1} \cdot \nabla F(X^q), \quad (3.29)$$

unde  $H(X^q)$  este *matricea Hessiană*:

$$H(X^q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Cu (3.28) rezultă

$$X^{q+1} = X^q - [H(X^q)]^{-1} \cdot \nabla F(X^q). \quad (3.31)$$

Principala dificultate a metodei este calculul matricei hessiene. Dacă această matrice se calculează ușor, metoda este cea mai recomandată.

**Condițiile Kuhn-Tucker**

Condițiile Kuhn-Tucker prezintă importanță în cazul restricțiilor de tip inegalitate. Ele afirmă că funcția obiectiv nu poate descrește la deplasarea punctului extrem în orice direcție care respectă restricțiile impuse. Condițiile sunt folosite pentru generarea de direcții de deplasare spre optim cu ajutorul multiplicatorilor Lagrange  $\lambda_i$ .

În cazul general, în spațiul  $n$  dimensional, cu  $l$  restricții, se obține:

$$-F'(X^*) = \sum_{i=1}^l \lambda_i g_i'(X^*), \quad (3.32)$$

cu  $\lambda_i \geq 0$ ,  $X^*$  punct de optim și  $g_i(X)$  restricțiile impuse.

**3.5. PROIECTAREA OPTIMALĂ A MAȘINILOR ELECTRICE DE INDUCȚIE**

Modelele analitice prezentate în capitolul precedent sunt complexe, cu funcția obiectiv care nu este continuă și nici derivabilă în unele puncte și astfel, dificil de aplicat la proiectarea optimizată a mașinilor electrice. Mai accesibile sunt metodele directe, deși programarea neliniară este în curs de elaborare.

Proiectarea tradițională a mașinilor electrice are la bază experiența de proiectare a mașinilor electrice executate anterior. Ținând seama de experiența de proiectare a mașinilor electrice, se observă că la aceeași putere și aceleași condiții de lucru, mașina se poate construi în mai multe variante. Varianta cea mai bună se alege conform criteriului de optimizare impus.

Proiectarea performantă se face cu un set de formule analitice, curbe, tabele și proceduri iterative. Rezultatul calcului de proiectare se numește *soluție de proiectare* și depinde de *variabilele proiectate* numite și *variabile de decizie*.

Folosirea tehnicii de calcul permite investigarea unui număr mare de variante pentru obținerea soluției optime. Programul de sinteză trebuie să fie un program performant de calcul de proiectare, cu un algoritm adaptat modelului computațional.

**3.5.1. MODELUL MATEMATIC AL PROBLEMEI DE OPTIM**

Pentru a stabili problema de optimizare, în cazul general, a mașinii de inducție se consideră vectorul  $x = [x_1, x_2, \dots, x_{n_c}]^T$  cu  $n_c \geq 1$  variabile de decizie,  $y = [y_1, y_2, \dots, y_{n_d}]^T$  un vector cu  $n_d \geq 1$  variabile de decizie discrete și  $z = [z_1, z_2, \dots, z_k]$ , vector de  $k \geq 2$  indecși ce trebuie minimizați. Vectorii  $x$  și  $y$  corespund parametrilor proiectați și deci reprezintă variabile de optimizare. Indecșii  $z_k$  pentru  $k=1, 2, \dots, K$  sunt definiți pentru criteriul de funcționare optimizat independent  $z_k = f_k(x, y) \in R^1$ . Funcțiile obiective sunt neliniare și unice în cazul unui motor de inducție proiectat.

Problema discretă de optimizare multicriterială are forma [47]:

$$\min f_1(x, y), f_2(x, y), \dots, f_k(x, y) \Big|_{x \in X(y), y \in Y} \quad (3.33)$$

unde

$$X(y) = \{x : g_j(x, y) \leq 0, h_l(x, y) = 0, \\ x \in R^{n_c}, y \in R^{n_d}, j = 1, 2, \dots, m_j; l = 1, 2, \dots, m_e\}. \quad (3.34)$$

Funcțiile  $g_j$  și  $h_l$  sunt neliniare sau liniare. Vectorii  $X$  și  $Y$  rezultă din standarde, restricții fizice și tehnologice, condiții de performanță, experiența de proiectare etc.

Vectorii  $Z$  care conțin restricțiile impuse se definesc astfel:

$$Z = \{z : z_k = f_k(x, y), x \in X(y), y \in Y, k = 1, 2, \dots, K\}.$$



Problema de proiectare, pentru a obține soluția optimă a mașinii de inducție, este o problemă complexă de programare neliniară. Procesele de proiectare sunt rezultatul unor decizii de compromis. Parametrii legați de conductoare și dimensiunile creștăturii trebuie să fie continui. Dacă sunt discreți se rotunjesc nerespectându-se constrângerile. Alte aproximări se fac variabilelor discrete prin aplicarea metodelor de orientare.

Metodele de multiplicare utilizate cel mai frecvent par să fie simple în aplicații, dar ele depind de condiții de convexitate.

Calculul necesare în programul de sinteză sunt completate cu acuratețe de metodele gradient de optimizare.

O mașină electrică poate să satisfacă următoarele criterii:

- *criteriul economic*, dat de cheltuielile de fabricație ale mașinii și cheltuielile de exploatare;

- *criteriul funcțional*, care se referă la caracteristicile tehnice impuse de beneficiar;

- *criteriul de siguranță*, atunci când mașina trebuie să aibă o funcționare sigură în exploatare.

Variabilele de intrare ale programului de optimizare sunt variabilele principale și variabilele locale, care intră în expresia funcției obiectiv. Ca variabile principale pot fi:

$J$  – densitatea de curent;

$A$  – pătura de curent;

$B_{\delta}$  – inducția magnetică în intrefier;

$B_j$  – inducția magnetică în jug,

iar ca variabile locale:

-  $D$  – diametrul interior al statorului;

-  $h$  – adâncimea creștăturii.

O parte din variabile sunt fixate prin enunț și li se atribuie valori din experiența de proiectare.

Restricțiile asupra variabilelor sunt determinate de pierderile din mașină pentru a respecta randamentul și factorul de putere al mașinii și respectiv, încadrarea încălzirii în temperaturile maxime admise de clasa de izolație.

## CAPITOLUL 4

### OPTIMIZAREA CONSTRUCȚIEI MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

Acest capitol se referă la o concepție nouă de proiectare a mașinii de inducție. La alimentarea directă de la rețea mașina funcționează la o frecvență și tensiune constantă. Convertorul furnizează frecvență minimă și tensiuni variabile, mașina de inducție putând funcționa într-un domeniu de viteză larg și să producă caracteristici cuplu-viteză interesante.

Strategia de proiectare în cazul pornirii mașinii de inducție atunci când este alimentată direct de la rețea cuprinde cercetarea prin mijloace de maximizare a efectului pelicular și creșterea rezistenței rotorice pe perioada pornirii. Datorită beneficiilor alimentării de la convertoare strategia este diferită. Convertorul controlează mașina de inducție încât aceasta funcționează la un punct apropiat de cuplul maxim, randament maxim și un factor de putere îmbunătățit.

Proiectarea unei mașini electrice se poate face în sens larg sau în sens restrâns. În sens larg, prin optimizarea unei mașini de inducție se înțelege determinarea dimensiunilor geometrice astfel încât pentru un anumit regim de funcționare costul mașinii să fie minim. Proiectarea în sens restrâns se face prin impunerea unor criterii de optimizare, micșorându-se astfel numărul variabilelor de decizie. Restricțiile funcției obiectiv sunt determinate de condițiile restrictive impuse de obicei asupra dimensiunilor de gabarit, restricții la diametrul exterior al motorului, lungimea totală, lățimea minimă a dintelui, înălțimea creștăturii, inducția magnetică în baza dintelui etc.

Se analizează în continuare fenomenele din mașina de inducție alimentată de la convertoare comparativ cu fenomenele care apar la alimentarea de la rețea, urmărindu-se efectele convertoarelor din perspectiva îmbunătățirii randamentului și factorului de putere.

#### 4.1. ANALIZA FENOMENELOR CARE APAR ÎN MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

Curenții variabili în timp prin conductoarele mașinii de inducție produc fenomene specifice [29], [58]. Cele mai importante fenomene sunt cele de refulare a curentului și rezistența conductoarelor mai mare. Refularea curentului este însoțită de efectul pelicular, forma liniilor de câmp electric și magnetic și fenomenul Field. Se stabilesc și curenți turbionari (Foucault) induși de fluxul magnetic variabil în timp.

##### 4.1.1. ADÂNCIMEA DE PĂTRUNDERE A CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC

Pentru mediile specifice frecvențelor tehnice ce nu depășesc  $10^{10} \sim 10^{12} \text{ Hz}$ , câmpul electromagnetic are ecuația generală de forma

$$\Delta G = \frac{1}{\eta} \frac{\partial G}{\partial t}, \quad (4.1)$$

numită *ecuația difuziei câmpului electromagnetic*, unde:  $\eta = \sigma^{-1} \mu^{-1}$  se numește *difuzie magnetică*;  $G$  este intensitatea câmpului electric  $E$ , respectiv magnetic  $H$ , inducția magnetică  $B$  sau densitatea de curent  $J$ . Mărimile  $\sigma$ ,  $\mu$  reprezintă conductivitatea electrică, respectiv permeabilitatea magnetică a materialului în care are loc difuzia. Forma în complex a acestei ecuații este

$$\Delta \underline{G} = j\mu\omega\sigma \underline{G} = \gamma^2 \underline{G}, \quad (4.2)$$

unde s-a notat cu  $\underline{\gamma}$  mărimea complexă:

$$\underline{\gamma}^2 = j\mu\omega\sigma; \quad \underline{\gamma} = (1 + j)\alpha; \quad \alpha = \sqrt{\frac{\mu\omega\sigma}{2}}. \quad (4.3)$$

Câmpul magnetic și electric pătrund atenuat în conductor cu constanta de atenuare  $\alpha$ , cu viteza  $v$  și au lungimea de undă  $\lambda$ :

$$v = \frac{\omega}{\alpha} = \sqrt{\frac{2\omega}{\sigma\mu}}; \quad \lambda = v \cdot T = \frac{2\pi}{\alpha}. \quad (4.4)$$

Amplitudinile intensităților câmpurilor electric și magnetic și a densităților de curent scad exponențial în conductor

$$G = G_0 e^{-\alpha \cdot x}, \quad (4.5)$$

unde  $x = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{G_0}{G}$ .

Distanța  $x_0 = \delta = \alpha^{-1}$  măsurată de la suprafața conductorului în care  $\ln G_0 / G = 1$  se numește *adâncime de pătrundere* a câmpului electromagnetic în semispațiul conductor:

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega\sigma}} = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot \mu \cdot f \cdot \sigma}}. \quad (4.6)$$

Parametrul  $\delta$  caracterizează pătrunderea cu atenuare exponențială a câmpului electromagnetic și scade cu creșterea frecvenței  $f$ ,  $\mu$  sau  $\sigma$ .

Fenomenul de refulare este însoțit de efectul pelicular atunci când valoarea efectivă a densității curentului de conducție variabil în timp este mai mare la periferie.

Studiul fenomenului de refulare a curenților variabili în conductoare se face în funcție de parametrul  $\delta$ . Regimuri de pătrundere a câmpului electromagnetic :

- *regimul de refulare slabă*, este un regim de refulare la frecvențe joase, la valori mici ale lui  $\sigma$ ,  $\mu$  și  $f$  și în care difuzia câmpului electromagnetic este totală în conductoarele de dimensiune  $d \ll \delta$ ;
- *regimul de refulare netă*,  $d \gg \delta$ , în care câmpul electromagnetic pătrunde exponențial pe o adâncime de pătrundere  $\delta$ , în interiorul conductorului  $E$ ,  $H$ ,  $J$  fiind nule;
- *regimul de refulare medie*,  $d \sim \delta$ , în care pătrunderea câmpului electromagnetic este totală.

În conductoarele în care la curentul de conducție refularea curentului nu este neglijabilă, rezistența și inductivitatea interioară a conductorului se definesc în funcție de factorii  $K_r$ ,  $K_x$ .

*Factorul în alternativ al rezistenței  $K_r$ :*

$$K_r = \frac{P_{\sim}}{P_{-}} = \frac{R_{\sim}}{R_{-}}, \quad (4.7)$$

reprezintă raportul dintre puterea activă în curent alternativ  $P_{\sim}$  și puterea în curent continuu  $P_{-}$ , respectiv raportul dintre rezistența în curent alternativ  $R_{\sim}$  și rezistența în curent continuu  $R_{-}$ .

Raportul:

$$K_x = \frac{X_0}{X}, \quad (4.8)$$

se numește *factor în alternativ al reactanței interioare*, în care  $X$  este reactanța interioară a conductorului, iar  $X_0$  este reactanța interioară a conductorului în regim staționar.

Pentru mașina de inducție alimentată de la convertoare acești factori sunt determinați în & 4.1.3.

#### 4.1.2. EFECTELE DIFUZIEI CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC ÎN CONDUCTOARE

Se analizează efectele difuziei câmpului electromagnetic asupra conductoarelor din care sunt construite statoarele și rotoarele mașinilor de inducție. Se are în vedere la început regimul de alimentare sinusoidal, regim care corespunde funcționării în regim staționar al mașinii de inducție cuplată cu convertoare. Pe parcurs se pun în evidență și efectele produse de convertoare și, care sunt caracteristice mai ales regimului dinamic (pornire, reversare, modificarea turației etc).

• **Efectul pelicular** sau **de skin** se caracterizează prin aceea că densitatea de curent are o repartiție diferită de repartiția în curent continuu. Abordând problema în cazul general, într-un conductor circular drept cu raza  $a$  și aria secțiunii  $A_0$  se pot obține factorii de modificare a rezistenței  $K_r(a/\delta)$  și inductivității în curent alternativ  $K_x(a/\delta)$ .

Dacă  $a/\delta \ll 1$ , pentru  $\mu$ ,  $\sigma$  și  $a$  dați, pentru frecvențe  $f \ll \frac{1}{\pi\mu \cdot \sigma \cdot a^2}$  se

obține aproximația la frecvențe joase sau efect pelicular slab. În acest caz se obține următoarea expresie a factorului  $K_r$ :

$$K_r = 1 + \frac{1}{48} \left( \frac{a}{\delta} \right)^4. \quad (4.9)$$

Dacă  $a/\delta \gg 1$ , pentru  $\mu$ ,  $\sigma$  și  $a$  dați și frecvențe  $f \gg \frac{1}{\pi\mu \cdot \sigma \cdot a^2}$  se obține

aproximația la frecvențe înalte sau efect pelicular net. Factorul  $K_r$  la efect pelicular net se calculează astfel:

$$K_r \cong \frac{1}{2} \frac{a}{\delta}. \quad (4.10)$$

Efectul pelicular depinde de valorile raportului:

$$\frac{a}{\delta} = \sqrt{\mu \cdot f \cdot \sigma \cdot A_0}. \quad (4.11)$$

Refularea este slabă la valori mici ale lui  $f$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  sau  $a$  și este intensă pentru valori mari ale acestor mărimi. La efect pelicular net, curentul se repartizează la

periferia conductorului și de aceea, la refulare intensă se folosesc conductoarele tip funie cu firele răsucite (operație de transpoziție).

La mașinile de putere mică și mijlocie bobinajul stator este construit din sârmă de cupru cu diametrul maxim de  $2mm$ . În acest caz pentru  $\mu_0=4\cdot\pi\cdot 10^{-7} H/m$ ,  $\mu_r=0,999999$ ,  $\sigma_{Cu1150C}=0,4\cdot 10^8 \Omega^{-1}m^{-1}$  și  $f=50 Hz$  se obține:

$$\frac{a}{\delta} = \sqrt{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot f \cdot \sigma \cdot \pi \cdot a^2} = \sqrt{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma \cdot \omega_1 \cdot \frac{d^2}{8}} = 0,89 < 1. \quad \text{Coeficientul } K_r \text{ se}$$

calculează cu relația (4.9) și rezultă  $K_r=1,013$ .

La mașinile de putere mare efectul pelicular la stator este pus în evidență de factorii de modificare a rezistenței și reactanței statorice. Se consideră o creștătură dreptunghiulară în care sunt plasate conductoare prin care circulă același curent.

Valoarea medie de majorare a rezistenței  $K_r$  este:

$$K_r = \varphi(\xi) + \frac{m^2 - 1}{3} \Psi(\xi), \quad (4.12)$$

unde  $m$  reprezintă numărul de straturi suprapuse, iar factorii  $\varphi(\xi)$ ,  $\Psi(\xi)$  sunt dați de expresiile:

$$\varphi(\xi) = \xi \frac{sh2\xi + \sin 2\xi}{ch2\xi - \cos 2\xi}; \quad \Psi(\xi) = 2\xi \frac{sh\xi - \sin \xi}{ch\xi + \cos \xi}. \quad (4.13)$$

Mărima  $\xi$  reprezintă factorul de refulare,

$$\xi = \alpha \cdot h, \quad (4.14)$$

în care:

$$\alpha = \sqrt{\frac{nb}{b_c} \cdot \frac{\pi\mu_0 f}{\rho}}, \quad (4.15)$$

unde  $n$  este numărul de conductoare alăturate în stratul considerat,  $b$  lățimea și  $h$  înălțimea conductoarelor.

Factorul de micșorare a inductivității  $K_x$  prin efect pelicular este:

$$K_x = \frac{\varphi'(\xi) + (m^2 - 1)\Psi'(\xi)}{m^2}, \quad (4.16)$$

unde

$$\varphi'(\xi) = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{sh2\xi - \sin 2\xi}{ch2\xi - \cos 2\xi}; \quad \Psi'(\xi) = \frac{1}{\xi} \frac{sh\xi + \sin \xi}{ch\xi + \cos \xi}. \quad (4.17)$$

• **Curenții turbionari** sau **Foucault** sunt curenții induși în conductoarele aflate în câmp magnetic variabil în timp. Acești curenți produc un câmp magnetic suplimentar, numit câmp magnetic de reacție, care modifică câmpul magnetic inductor.

Curenții turbionari intervin în studiul fenomenelor din miezurile feromagnetice ale mașinilor electrice de curent alternativ, determinând pierderi de putere și înrăutățind condițiile de funcționare.

Din punct de vedere al pătrunderii câmpului electromagnetic în conductoare, curenții turbionari pot fi studiați în funcție de raportul  $a/\delta$ . La valori mici ale lui  $f$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  sau  $a$ , astfel încât  $a/\delta \ll 1$ , densitatea de curent este aproape liniară și refularea este slabă. La valori mari ale lui  $f$ ,  $\mu$ ,  $\sigma$  sau  $a$ , încât  $a/\delta > 1$ , densitatea de curent scade și refularea este medie. La valori foarte mari ale acestor mărimi când  $a/\delta > > 1$ , densitatea de curent și câmpul magnetic sunt practic nule în interiorul conductorului cu excepția unui strat superficial de ordinul  $\delta$ .

Pentru o placă conductoare, respectiv pentru o tolă de grosime  $\Delta$ , situată într-un câmp magnetic inductor sinusoidal  $H_0(t) = H_{0\max} \sin \omega t$ , densitatea de volum a puterii se determină astfel:

$$p_W = \frac{P_a}{V} = \frac{\pi^2 f^2 \cdot \sigma \cdot \Delta^2}{6} B_{0\max}^2 \quad (4.18)$$

Pierderile de putere activă  $P_a$  prin curenți turbionari se pot reduce prin micșorarea grosimii  $\Delta$  a plăcii și de aceea miezurile magnetice se divizează în tole de grosime  $0,05 \div 0,5$  mm. Pierderile prin curenți turbionari sunt proporționale și cu conductivitatea  $\sigma$  și, reducerea acestora se face și prin mărirea rezistenței electrice, prin adaos de siliciu.

Fenomenele din mașina de inducție se caracterizează prin efecte deformante care duc la pierderi suplimentare.

Pierderile suplimentare în miezul statoric și rotoric sunt:

$$P_{Fe} = P_h + P_w, \quad (4.19)$$

unde  $P_h$  reprezintă puterea de pierderi prin histerezis, iar  $P_w$  reprezintă puterea de pierderi prin curenți turbionari.

*Pierderile prin curenți turbionari* sunt produse de curenții turbionari. La frecvențe de magnetizare până la 100 Hz și grosimi de 0,5 mm, reacția curenților turbionari asupra câmpului inițial poate fi neglijată. În acest caz:

$$p_W = \sigma_w (\Delta \cdot f \cdot B)^2, \quad (4.20)$$

unde  $\Delta$  este grosimea tolei,  $f$  este frecvența,  $B$  inducția maximă, iar  $\sigma_w$  este dat de:

$$\sigma_w = \frac{\pi^2 \cdot 10^{-9}}{6 \cdot \rho}, \quad (4.21)$$

în care  $\rho$  este rezistivitatea materialului tolelor.

La frecvențe de magnetizare foarte mari, se ține seama de reacția curenților turbionari. Reacția este diferită pentru diferitele armonici în care se descompune funcția de variație a inducției.

*Pierderile prin histerezis* sunt proporționale cu energia de histerezis. Energia de histerezis este independentă de grosimea tolei și este proporțională cu aria ciclului și cu numărul de cicluri de magnetizare. Pierderile prin histerezis sunt date de formula lui Steinmetz:

$$p_h = \eta \cdot f \cdot B^{1,6}, \quad (4.22)$$

în care  $\eta$  este o constantă de material din care sunt construite tolele,  $f$  este frecvența de magnetizare, iar  $B$  este inducția magnetică maximă.

Pentru  $B \leq 1,6$  T, pierderile prin histerezis se exprimă mai precis cu expresia:

$$p_h = f (\alpha' \cdot B + \beta' \cdot B^2), \quad (4.23)$$

unde  $\alpha, \beta$  sunt constante de material, sau

$$p_h = \alpha \frac{f}{100} + \beta \frac{f}{100} B^2 [W/Kg]. \quad (4.24)$$

Pentru inducții mai mari de 1,6 [T] se poate negija primul termen și rezultă:

$$p_h = \sigma_h \cdot f \cdot B^2, \quad (4.25)$$

unde  $\sigma_h$  este constantă de material.

Valoarea minimă a frecvenței  $f_l$  de magnetizare pentru care se ia în considerare efectul de refulare a curentului este dată de relația [32]:

$$f_1 = \left(\frac{\xi}{\Delta}\right)^2 \cdot \frac{\rho}{\pi \cdot \mu}. \quad (4.26)$$

Pentru tablă electrotehnică de 0,5 mm grosime, valoarea factorului de refulare pentru care se ia în considerare efectul de refulare este  $\xi = 0,8$ , iar frecvența de magnetizare minimă  $f_{1\min} = 140$  Hz. Pentru fundamentală  $f_1 \leq 120$  Hz.

Influența fenomenului de refulare se negijează la 50 Hz, când se consideră o repartiție uniformă a inducției magnetice pe lățimea tablei  $\Delta$ .

La frecvențe și grosimi ale tablei mai mari, se ține seama de influența efectului de refulare prin intermediul unor coeficienți  $K_h$  și  $K_w$ :

$$K_h = \frac{\xi}{2} \cdot \frac{sh\xi + \sin\xi}{ch\xi - \cos\xi}; \quad K_w = \frac{3}{\xi} \frac{sh\xi - \sin\xi}{ch\xi - \cos\xi}, \quad (4.27)$$

unde

$$\xi = \Delta \sqrt{\frac{\mu \cdot \omega}{2\rho}}. \quad (4.28)$$

În acest caz:

$$p_h = \sigma_h f B^2 K_h; \quad p_w = \sigma_w (\Delta \cdot f \cdot B)^2 \cdot K_w. \quad (4.29)$$

Dependența lui  $p_h$  cu frecvența și a lui  $p_w$  cu pătratul frecvenței, permite separarea lor prin măsurarea pierderilor în fier la două frecvențe diferite.

Se trage **concluzia** că, la alimentarea mașinii de inducție prin convertoare statice de frecvență trebuie să se țină seama de influența efectului de refulare a curentului în tole.

• **Efectul Field** apare într-un conductor situat într-un corp feromagnetic masiv, parcurs de curent de conducție variabil în timp cu o repartiție a densității de curent diferită de repartiția care ar exista în conductorul izolat.

La mașinile de inducție fenomenul este specific barelor din creștăturile rotorice. Densitatea de curent este mai mare spre deschiderea creștăturii și mai mică spre fundul creștăturii. La refulare netă, curentul se repartizează pe o fâșie de înălțime egală cu adâncimea de pătrundere  $\delta$ , situată spre fața barei dinspre deschiderea creștăturii.

Factorii în alternativă ai rezistenței  $K_r$ , respectiv reactanței  $K_x$  au forma [23]:

$$K_r = ah \cdot \frac{sh2ah + \sin 2ah}{ch2ah - \cos 2ah}; \quad K_x = \frac{3}{2 \cdot ah} \cdot \frac{sh2ah - \sin 2ah}{ch2ah - \cos 2ah}. \quad (4.30)$$

La frecvențe slabe, respectiv refulare slabă a curentului  $K_r$  se calculează

$$K_r = 1 + \frac{4\alpha^4 h^4}{45}, \quad ah \ll 1, \quad (4.31)$$

iar la frecvențe înalte, respectiv refulare netă a curentului

$$K_r = ah. \quad ah \gg 1, \quad (4.32)$$

La mașinile de inducție, alimentate în regim sinusoidal, efectul de refulare depinde de forma, dimensiunile creștăturii rotorice, de natura materialului din care este construită colivia rotorică și de frecvența fenomenelor din mașină:

$$\alpha = \sqrt{\frac{b_{Cu}}{b_c} \cdot \frac{\mu_0 \omega^2}{2\rho}}. \quad (4.33)$$

Rotoarele cu colivie turnată, de formă dreptunghiulară și trapezoidală au:  $\frac{b_{Cu}}{b_c} = 0,91$ ;  $\frac{b_{Al}}{b_c} = 1$ . Pentru  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ A/m}$ ,  $\mu_{rCu} = 0,99999$ ,  $\mu_{rAl} = 1,000022$ ,  $\rho_{Al} = 0,0675 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$  și  $\rho_{Cu} = 0,0245 \text{ } \Omega\text{mm}^2/\text{m}$  la  $115^\circ\text{C}$  rezultă  $\alpha_{Al} = 54,05 \text{ m}^{-1}$  și  $\alpha_{Cu} = 85,58 \text{ m}^{-1}$ .

Evaluând produsul  $\alpha h$  rezultă că pentru a avea un regim de refulare netă, trebuie ca:

$$h_{Al} \gg \frac{1}{\alpha_{Al}} \gg \frac{1}{54,05} = 0,0185\text{m};$$

$$h_{Cu} \gg \frac{1}{\alpha_{Cu}} \gg \frac{1}{85,58} = 0,01168\text{m}.$$

Se trage **concluzia** că, la rotoarele în colivie, pentru a avea un regim de refulare netă, trebuie ca înălțimea creștăturii  $h_{Al} \gg 0,0185 \text{ m}$  și  $h_{Cu} \gg 0,01168 \text{ m}$ .

Pentru mașinile electrice de inducție ecuațiile câmpului electromagnetic corespunzător *fundamentalei* într-un punct oarecare al barei rotorice sunt:

$$\Delta \underline{E}_1 = j\mu\omega_{21}\sigma \underline{E}_1 = \gamma_1^2 \underline{E}_1; \quad \Delta \underline{H}_1 = j\mu\omega_{21}\sigma \underline{H}_1 = \gamma_1^2 \underline{H}_1, \quad (4.34)$$

unde  $\underline{E}_1$ ,  $\underline{H}_1$ ,  $\gamma_1$  sunt intensitatea câmpului electric, intensitatea câmpului magnetic și constanta de propagare corespunzătoare fundamentalei câmpului electromagnetic.

Adâncimea de pătrundere este

$$\delta_1 = \frac{1}{\alpha_1} = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega_{21}\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\mu \cdot s \cdot \omega_{21} \cdot \sigma}}. \quad (4.35)$$

La pornire  $s_1 = 1$ , iar la sfârșitul procesului de pornire  $s_1 = s_N$ . În acest caz:

$$\delta_{1p} = \sqrt{\frac{2}{\mu \cdot \omega_{21} \cdot \sigma}}; \quad \delta_{1N} = \sqrt{\frac{2}{\mu \cdot s_N \cdot \omega_{21} \cdot \sigma}}. \quad (4.36)$$

Din relația (4.35) reiese că adâncimea de pătrundere a fundamentalei în bara rotorică depinde de natura materialului coliviei, de frecvența fenomenelor și de încărcare. Se observă că adâncimea de pătrundere a fundamentalei câmpului electromagnetic în bara rotorică este mai mare la încărcare nominală decât la pornirea motorului.

Pentru mașinile electrice de inducție, pentru o anumită *armonică*  $\nu$  a tensiunii de alimentare, ecuațiile câmpului electromagnetic într-un punct al barei rotorice au forma:

$$\Delta \underline{E}_\nu = j\mu\omega_{2\nu}\sigma \underline{E}_\nu = \gamma_\nu^2 \underline{E}_\nu; \quad \Delta \underline{H}_\nu = j\mu\omega_{2\nu}\sigma \underline{H}_\nu = \gamma_\nu^2 \underline{H}_\nu, \quad (4.37)$$

unde  $\underline{E}_\nu$ ,  $\underline{H}_\nu$ ,  $\gamma_\nu$  sunt intensitatea câmpului electric, intensitatea câmpului magnetic și constanta de propagare corespunzătoare armonicii  $\nu$  a câmpului electromagnetic.

Adâncimea de pătrundere a armonicii  $\nu$  a câmpului electromagnetic în bara din creștătura rotorică are expresia:

$$\delta_\nu = \frac{1}{\alpha_\nu} = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega_{2\nu}\sigma}} = \sqrt{\frac{2}{\mu \cdot s_\nu \cdot \omega_{2\nu} \cdot \sigma}}, \quad (4.38)$$

unde:

$$s_\nu = 1 \pm \frac{1}{\nu} \pm \frac{s}{\nu}. \quad (4.39)$$

La pornire  $s_\nu = 1$  și expresia (4.38) devine:



$$\delta_{v\rho} = \sqrt{\frac{2}{\nu \cdot \mu \cdot \omega_1 \cdot \sigma}}, \quad (4.40)$$

iar la sfârșitul procesului de pornire, la sarcină nominală, când

$$s_{vN} = 1 \pm \frac{1}{\nu} \pm \frac{SN}{\nu}, \quad (4.41)$$

rezultă:

$$\delta_{vN} = \sqrt{\frac{2}{\nu \cdot s_{vN} \cdot \mu \cdot \omega_1 \cdot \sigma}}. \quad (4.42)$$

Adâncimea de pătrundere a câmpului electromagnetic depinde de armonicile superioare atât la pornire cât și la funcționarea în regim de încărcare nominală.

#### Concluzii:

1. Efectul de refulare a curentului depinde de forma și dimensiunile geometrice ale creștăturii și conductoarelor, de natura materialului conductoarelor și de frecvența fenomenelor;
2. La rotoarele cu colivie specială (cu bare înalte și dublă colivie) avem un regim de refulare netă dacă înălțimea creștăturii  $h_{Al} >> 0,0185$  m și  $h_{Cu} >> 0,01168$  m;
3. La alimentarea mașinii de inducție de la convertoare, față de alimentarea sinusoidală, avem un efect de refulare mai pronunțat datorită câmpurilor armonice de ordin  $\nu$ . Adâncimea de pătrundere depinde de ponderea armonicilor de ordin  $\nu$  și de materialul din care este confecționată colivia rotorică, fiind mai mare la coliviile din aluminiu față de cele din cupru.

#### 4.1.3. DETERMINAREA FACTORILOR DE MODIFICARE A REZISTENȚELOR ȘI REACTANȚELOR LA MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

Pentru mașina de inducție alimentată de la convertoare, se calculează factorii de modificare a rezistenței și inductivității înfășurării statorice și barei rotorice prin luarea în considerare a fundamentalei și a armonicilor de ordin  $\nu$  [60], [68].

Curentul care circulă prin bobinajul statoric la alimentarea de la convertoare este de forma:

$$I_{1(C)} = \sqrt{I_{11}^2 + \sum_{\nu \neq 1} I_{1\nu}^2}, \quad (4.43)$$

și produce pierderi de putere activă și reactivă:

$$\begin{aligned} P_{Cu1(C)} &= P_{Cu11} + \sum_{\nu \neq 1} P_{Cu1\nu} = 3R_{11}I_{11}^2 + 3 \sum_{\nu \neq 1} R_{1\nu}I_{1\nu}^2; \\ Q_{Cu1(C)} &= Q_{Cu11} + \sum_{\nu \neq 1} Q_{Cu1\nu} = 3X_{11}I_{11}^2 + 3 \sum_{\nu \neq 1} X_{1\nu}I_{1\nu}^2. \end{aligned} \quad (4.44)$$

Factorii de modificare a rezistenței și reactanței bobinajului statoric în cazul considerării fundamentalei la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare sunt:

$$K_{r11} = \frac{P_{11\sim}}{P_{1-}} = \frac{R_{11\sim}}{R_{1-}}; \quad K_{x11} = \frac{Q_{11\sim}}{Q_{1-}} = \frac{X_{11\sim}}{X_{1-}}, \quad (4.45)$$

unde  $R_{11\sim}$ ,  $X_{11\sim}$  sunt rezistența, respectiv reactanța statorului, cu considerarea efectului pelicular, iar  $R_{1-}$ ,  $X_{1-}$  sunt rezistența, respectiv reactanța în cazul repartiției uniforme a curentului.

*Factorii de modificare a rezistenței și reactanței bobinajului statoric în cazul considerării armoniciilor* la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare sunt:

$$K_{r1v} = \frac{P_{1v\sim}}{P_{1-}} = \frac{R_{1v\sim}}{R_{1-}}; \quad K_{x1v} = \frac{Q_{1v\sim}}{Q_{1-}} = \frac{X_{1v\sim}}{X_{1-}}, \quad (4.46)$$

unde  $R_{1v\sim}$ ,  $X_{1v\sim}$  sunt rezistența, respectiv reactanța statorului, cu considerarea influenței convertorului, iar  $R_{1-}$ ,  $X_{1-}$  sunt rezistența, respectiv reactanța în cazul repartiției uniforme a curentului.

*Factorii globali de modificare a rezistenței și reactanței bobinajului statoric* la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare se definesc astfel:

$$K_{r1} = \frac{P_{1(C)\sim}}{P_{1(C)-}} = \frac{R_{1(C)\sim}}{R_{1(C)-}}; \quad K_{x1} = \frac{Q_{1(C)\sim}}{Q_{1(C)-}} = \frac{X_{1(C)\sim}}{X_{1(C)-}}, \quad (4.47)$$

unde  $R_{1(C)\sim}$ ,  $X_{1(C)\sim}$  reprezintă rezistența, respectiv reactanța bobinajului statoric la alimentarea de la convertor cu considerarea efectului pelicular, iar  $R_{1(C)-}$ ,  $X_{1(C)-}$  reprezintă rezistența, respectiv reactanța bobinajului statoric la alimentarea de la convertor și o repartiție uniformă a curentului în conductoare. Ținând sama de principiul superpoziției:

$$P_{1(C)\sim} = P_{11\sim} + \sum_{v \neq 1} P_{1v\sim}; \quad Q_{1(C)\sim} = Q_{11\sim} + \sum_{v \neq 1} Q_{1v\sim}, \quad (4.48)$$

unde  $P_{11\sim}$ ,  $Q_{11\sim}$  corespund fundamentalei:

$$P_{11\sim} = R_{11\sim} \cdot I_{11}^2 = K_{r11} \cdot R_{1-} \cdot I_{11}^2; \quad (4.49)$$

$$Q_{11\sim} = X_{11\sim} \cdot I_{11}^2 = K_{x11} \cdot X_{1-} \cdot I_{11}^2 = \omega_1 \cdot K_{x11} \cdot L_{1\sigma N-} \cdot I_{11}^2,$$

iar  $P_{1v\sim}$ ,  $Q_{1v\sim}$  sunt corespunzătoare armoniciilor de ordinul  $v$ :

$$P_{1v\sim} = R_{1v\sim} \cdot I_{1v}^2 = K_{r1v} \cdot R_{1-} \cdot I_{1v}^2; \quad (4.50)$$

$$Q_{1v\sim} = X_{1v\sim} \cdot I_{1v}^2 = v \cdot \omega_1 \cdot K_{x1v} \cdot L_{1\sigma N-} \cdot I_{1v}^2.$$

Introducând pe (4.49) și (4.50) în (4.48), se obțin pierderile de putere activă și reactivă în bobinajul statoric la alimentarea motorului de inducție de la convertoare de frecvență, cu considerarea efectului pelicular:

$$P_{1(C)\sim} = R_{1-} \cdot \left( K_{r11} \cdot I_{11}^2 + \sum_{v \neq 1} (K_{r1v} \cdot I_{1v}^2) \right); \quad (4.51)$$

$$Q_{1(C)\sim} = \omega_1 L_{1\sigma N-} \cdot \left( K_{x11} \cdot I_{11}^2 + \sum_{v \neq 1} (v \cdot K_{x1v} \cdot I_{1v}^2) \right).$$

Pierderile de putere activă în bobinajul statoric la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare, fără considerarea efectului pelicular sunt:

$$P_{1(C)-} = R_{1-} \cdot I_{1(C)}^2. \quad (4.52)$$

Puterea reactivă în cazul unei repartiții uniforme a curentului în bobinajul statoric, la alimentarea de la convertoare este:

$$Q_{1(C)-} = Q_{11-} + \sum_{v \neq 1} Q_{1v-}, \quad (4.53)$$

în care  $Q_{11-}$  și  $Q_{1v-}$  reprezintă puterea reactivă corespunzătoare fundamentalei, respectiv armonicii  $v$ , la repartiție uniformă a curentului:

$$\begin{aligned} Q_{11-} &= \omega_1 \cdot L_{1\sigma N-} \cdot I_{11}^2; \\ Q_{1v-} &= \omega_{1v} \cdot L_{1\sigma N-} \cdot I_{1v}^2 = v \cdot \omega_1 \cdot L_{1\sigma N-} \cdot I_{1v}^2. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Cu (4.54), relația (4.53) devine

$$Q_{1(C)-} = \omega_1 L_{1\sigma N-} \cdot \left( I_{11}^2 + \sum_{v \neq 1} v \cdot I_{1v}^2 \right). \quad (4.55)$$

Factorii globali de modificare a rezistenței și reactanței satorice la considerarea efectului pelicular și la alimentarea motorului de la convertoare sunt:

$$\begin{aligned} K_{r1} &= \frac{K_{r11} + \sum_{v \neq 1} K_{r1v} \cdot \frac{I_{1v}^2}{I_{11}^2}}{1 + \sum_{v \neq 1} \frac{I_{1v}^2}{I_{11}^2}}; \\ K_{x1} &= \frac{K_{x11} + \sum_{v \neq 1} \left( v \cdot K_{x1v} \cdot \frac{I_{1v}^2}{I_{11}^2} \right)}{1 + \sum_{v \neq 1} \left( v \cdot \frac{I_{1v}^2}{I_{11}^2} \right)}. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Pentru a observa influența pe care o are tensiunea furnizată de convertoare asupra înfășurării satorice, față de alimentarea de la sistemul de tensiuni sinusoidale, se raportează factorii de modificare a rezistenței  $K_{r1}$ , respectiv reactanței  $K_{x1}$  la  $K_{r11}$ , respectiv  $K_{x11}$ :

$$\begin{aligned} K_{r1(C)} &= \frac{K_{r1}}{K_{r11}} = \frac{1 + \sum_{v \neq 1} \frac{K_{r1v}}{K_{r11}} \cdot \left( \frac{I_{1v}}{I_{11}} \right)^2}{1 + \sum_{v \neq 1} \left( \frac{I_{1v}}{I_{11}} \right)^2}; \\ K_{x1(C)} &= \frac{K_{x1}}{K_{x11}} = \frac{1 + \sum_{v \neq 1} v \cdot \frac{K_{x1v}}{K_{x11}} \cdot \left( \frac{I_{1v}}{I_{11}} \right)^2}{1 + \sum_{v \neq 1} v \cdot \left( \frac{I_{1v}}{I_{11}} \right)^2}. \end{aligned} \quad (4.57)$$

Analog se pot defini *factorii globali de modificare a rezistenței și reactanței barei rotorice* la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare statice de frecvență:

$$K_{r2} = \frac{P_2(C)\sim}{P_2(C)-} = \frac{R_2(C)\sim}{R_2(C)-}; \quad K_{x2} = \frac{Q_2(C)\sim}{Q_2(C)-} = \frac{X_2(C)\sim}{X_2(C)-}, \quad (4.58)$$

în care  $R_{2(C)\sim}$ ,  $X_{2(C)\sim}$  reprezintă rezistența, respectiv reactanța barei rotorice în alternativ cu considerarea efectului pelicular, iar  $R_{2(C)\_}$ ,  $X_{2(C)\_}$  reprezintă rezistența, respectiv reactanța barei rotorice la o repartitie uniformă a curentului în conductoare. Ținând sama de principiul superpoziției:

$$P_{2(C)\sim} = P_{21\sim} + \sum_{v \neq 1} P_{2v\sim}; \quad Q_{2(C)\sim} = Q_{21\sim} + \sum_{v \neq 1} Q_{2v\sim}, \quad (4.59)$$

unde  $P_{21\sim}$ ,  $Q_{21\sim}$  corespund fundamentalei:

$$\begin{aligned} P_{21\sim} &= R_{21\sim} \cdot I_{21}^2 = K_{R21} \cdot R_{2\_} \cdot I_{21}^2; \\ Q_{21\sim} &= Q_{21\sim} \cdot I_{21}^2 = K_{X21} \cdot X_{2\_} \cdot I_{21}^2 = \omega_1 \cdot K_{X21} \cdot L_{2\sigma N\_} \cdot I_{21}^2, \end{aligned} \quad (4.60)$$

iar  $P_{2v\sim}$ ,  $Q_{2v\sim}$  sunt corespunzătoare armonicilor de ordinul  $v$ :

$$\begin{aligned} P_{2v\sim} &= R_{2v\sim} \cdot I_{2v}^2 = K_{R2v} \cdot R_{2\_} \cdot I_{2v}^2; \\ Q_{2v\sim} &= X_{2\sigma N v\sim} \cdot I_{2v}^2 = v \cdot \omega_1 \cdot K_{X2v} \cdot L_{2\sigma N\_} \cdot I_{2v}^2. \end{aligned} \quad (4.61)$$

Cu (4.60) și (4.61), relația (4.59) devine:

$$\begin{aligned} P_{2(C)\sim} &= R_{2\_} \cdot \left( K_{R21} \cdot I_{21}^2 + \sum_{v \neq 1} \left( K_{R2v} \cdot I_{2v}^2 \right) \right); \\ Q_{2(C)\sim} &= \omega_1 L_{2\sigma N\_} \cdot \left( K_{X21} \cdot I_{21}^2 + \sum_{v \neq 1} \left( v \cdot K_{X2v} \cdot I_{2v}^2 \right) \right). \end{aligned} \quad (4.62)$$

Pierderile de putere activă în bară, la alimentarea de la convertor fără considerarea efectului pelicular sunt:

$$P_{(C)\_} = R_{2\_} \cdot I_{2(C)\_}^2, \quad (4.63)$$

unde  $I_{2(C)\_}$  reprezintă valoarea efectivă a curentului care străbate bara rotorului când motorul este alimentat de la convertor:

$$I_{2(C)\_} = \sqrt{I_{21}^2 + \sum_{v \neq 1} I_{2v}^2} \quad (4.64)$$

Puterea reactivă în cazul considerării efectului pelicular în bara rotorică, la alimentarea de la convertoare de frecvență este:

$$Q_{(C)\_} = Q_{21\_} + \sum_{v \neq 1} Q_{2v\_}, \quad (4.65)$$

unde  $Q_{21\_}$  și  $Q_{2v\_}$  reprezintă puterea reactivă corespunzătoare fundamentalei, respectiv armonicii  $v$ , la repartitie uniformă a curentului:

$$\begin{aligned} Q_{21\_} &= \omega_1 \cdot L_{2\sigma N\_} \cdot I_{21}^2; \\ Q_{2v\_} &= \omega_{1v} \cdot L_{2\sigma N\_} \cdot I_{2v}^2 = v \cdot \omega_1 \cdot L_{2\sigma N\_} \cdot I_{2v}^2. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Cu (4.66), relația (4.65) devine

$$Q_{2(C)\_} = \omega_1 L_{2\sigma N\_} \cdot \left( I_{21}^2 + \sum_{v \neq 1} v \cdot I_{2v}^2 \right). \quad (4.67)$$

Factorii globali de modificare a rezistenței și reactanței în curent alternativ pentru bara rotorică (4.58), la alimentarea motorului de la convertoare obțin expresia:

$$K_{r2} = \frac{K_{r21} + \sum_{v \neq 1} K_{r2v} \cdot \frac{I_{2v}^2}{I_{21}^2}}{1 + \sum_{v \neq 1} \frac{I_{2v}^2}{I_{21}^2}}; \quad (4.68)$$

$$K_{x2} = \frac{K_{x21} + \sum_{v \neq 1} \left( v \cdot K_{x2v} \cdot \frac{I_{2v}^2}{I_{21}^2} \right)}{1 + \sum_{v \neq 1} \left( v \cdot \frac{I_{2v}^2}{I_{21}^2} \right)},$$

unde  $K_{r21}$ ,  $K_{x21}$  corespund fundamentalei, iar  $K_{r2v}$ ,  $K_{x2v}$  corespund armonicii  $v$ .

Pentru a observa influența pe care o are tensiunea furnizată de convertoarele statice de frecvență asupra rotorului mașinii de inducție, față de alimentarea acestuia de la sistemul de tensiuni sinusoidale, se raportează factorii de modificare a rezistenței  $K_{r2}$ , respectiv reactanței  $K_{x2}$  la  $K_{r21}$ , respectiv  $K_{x21}$ :

$$K_{r2(C)} = \frac{K_{r2}}{K_{r21}} = \frac{1 + \sum_{v \neq 1} \frac{K_{r2v}}{K_{r21}} \cdot \left( \frac{I_{2v}}{I_{21}} \right)^2}{1 + \sum_{v \neq 1} \left( \frac{I_{2v}}{I_{21}} \right)^2}; \quad (4.69)$$

$$K_{x2(C)} = \frac{K_{x2}}{K_{x21}} = \frac{1 + \sum_{v \neq 1} v \cdot \frac{K_{x2v}}{K_{x21}} \cdot \left( \frac{I_{2v}}{I_{21}} \right)^2}{1 + \sum_{v \neq 1} v \cdot \left( \frac{I_{2v}}{I_{21}} \right)^2}.$$

#### Observații:

1. Cum s-a arătat, la bobinajul stator construit din sârmă cu diametrul  $\Phi_{Cu} \leq 2 \text{ mm}$  există efect pelicular slab. În acest caz pentru frecvența fundamentalei se poate considera:

$$R_{1(C)} \sim R_{11} = R_{1v} = R_1 = R_{1N}; \quad (4.70)$$

$$X_{1(C)} \sim X_{1v} = v \cdot X_{11} = v \cdot X_1 = v \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{1N},$$

adică

$$P_{Cu1(C)} = R_{1(C)} \sim \left( I_{11}^2 + \sum_{v \neq 1} I_{1v}^2 \right); \quad (4.71)$$

$$Q_{Cu1(C)} = X_{1(C)} \sim \left( I_{11}^2 + \sum_{v \neq 1} v \cdot I_{1v}^2 \right) = X_{11} (I_{11}^2 + \sum_{v \neq 1} v \cdot I_{1v}^2).$$

La neglijarea efectului de refulare al curentului, pentru  $\phi_{Cu} \leq 2 \text{ mm}$ , coeficienții de modificare a rezistenței și reactanței statorice la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare sunt:

$$K_{r1} = \frac{R_{1(C)} \sim}{R_{1-}} = \frac{R_{1v}}{R_{1-}} = \frac{R_{11}}{R_{1-}} = \frac{R_1}{R_{1-}} = 1;$$

$$K_{x1} = \frac{X_{1(C)} \sim}{X_{1-}} = \frac{X_{1v}}{X_{1-}} = \frac{vX_{11}}{X_{1-}} = \frac{vX_1}{X_{1-}} = \frac{1 + \sum_{v \neq 1} v \cdot \left( \frac{I_{1v}}{I_{11}} \right)^2}{1 + \sum_{v \neq 1} \left( \frac{I_{1v}}{I_{11}} \right)^2}. \quad (4.72)$$

2. La rotoarele cu colivie specială (cu bare înalte și dublă colivie) avem un regim de refulare netă. Parametrii rotorici raportați la stator la alimentarea de la convertoare se stabilesc pe baza principiului superpoziției efectelor, înlocuindu-se rezistența  $R'_{21}$ , respectiv reactanța  $X'_{21}$ , corespunzătoare fundamentalei:

$$R'_{21} = R'_2 = K_r \cdot R'_{2c} + R'_{2i}; \quad (4.73)$$

$$X'_{21} = X'_2 = K_x \cdot X'_{2c} + X'_{2i}$$

și cele  $v$  ( $v \neq 1$ ) rezistențe  $R'_{2v}$ , respectiv reactanțe  $X'_{2v}$  cu o rezistență echivalentă  $R'_{2(C)} \sim$ , respectiv reactanță echivalentă  $X'_{2(C)} \sim$ , unde:

$R'_2, X'_2$  - reprezintă rezistența, respectiv reactanța înfășurării rotorice, raportată la stator, la alimentarea de la sistemul sinusoidal al mașinii;

$K_r = K_{r21}$ ;  $K_x = K_{x21}$  sunt factorii de modificare a rezistenței, respectiv reactanței rotorice în curent alternativ, la alimentarea de la sistemul sinusoidal al mașinii;

$R'_{2c}, X'_{2c}$  - reprezintă rezistența, respectiv reactanța părții din înfășurarea fazei rotorice așezată în creștături, în care se manifestă efectul pelicular;

$R'_{2i}, X'_{2i}$  - sunt rezistența, respectiv reactanța părții înfășurării cu efect pelicular neglijabil.

În rezistența echivalentă  $R'_{2(C)} \sim$  și reactanța echivalentă  $X'_{2(C)} \sim$ , unde:

$$R'_{2(C)} = K_r(C) \cdot R'_{2c} + R'_{2i}; \quad (4.74)$$

$$X'_{2(C)} = K_x(C) \cdot X'_{2c} + X'_{2i},$$

se consumă aceeași putere activă, respectiv reactivă și sunt străbătute de curentul  $I_{2(C)}$ .

Se definesc coeficienții care pun în evidență influența alimentării de la convertorul static de frecvență, față de alimentarea sinusoidală a mașinii asupra rezistenței rotorice și reactanței, raportate la stator:

$$K'_{R2} = \frac{R'_{2(C)} \sim}{R'_2} = \frac{\frac{K_R(C)}{K_R} + \frac{1}{K_R} \cdot \frac{R'_{2j}}{R'_{2c}}}{1 + \frac{1}{K_R} \cdot \frac{R'_{2j}}{R'_{2c}}};$$

$$K'_{X2} = \frac{X'_{2(C)} \sim}{X'_2} = \frac{\frac{K_X(C)}{K_X} + \frac{1}{K_X} \cdot \frac{X'_{2j}}{X'_{2c}}}{1 + \frac{1}{K_X} \cdot \frac{R'_{2j}}{R'_{2c}}}. \quad (4.75)$$

3. Cu reactanța de scurtcircuit determinată în §5.2 se poate calcula raportul curenților de scurtcircuit din primar:

$$\frac{I'_{1v}}{I'_{11}} = \frac{\frac{U_{1v}}{X_v}}{\frac{U_{11}}{Z_{1N}}} = \frac{U_{1v}}{U_{11}} \cdot \frac{1}{v \cdot \frac{f}{f_1} \cdot X_{SC}} = \frac{U_{1v}}{U_{11}} \cdot \frac{(\frac{\omega N}{\omega})}{v \cdot X_{SC}}, \quad (4.76)$$

și raportul curenților de scurtcircuit din secundar:

$$\frac{I'_{2v}}{I'_{21}} = \frac{\frac{U_{1v}}{X_v}}{\frac{U_{e1}}{Z'_{21}}} = \frac{\frac{U_{1v}}{v \cdot \frac{f}{f_1} \cdot X_{SC}}}{\frac{U_{11}}{1 + \tau_{11}}}, \quad (4.77)$$

$$\sqrt{\left(\frac{R'_{21}}{s_1}\right)^2 + (X'_{21})^2}$$

unde  $I'_{2v} \cong I_{1v}$ ,  $\tau_{11}$  reprezintă factorul de dispersie al lui Heyland, iar  $x_{sc}$  este impedanța de scurtcircuit raportată.

Tensiunea electromotoare  $U_{e1v}$  corespunzătoare armonicilor superioare de ordin  $v$ , se determină din diagrama simplificată la mers în scurtcircuit la alimentarea de la convertoare de frecvență:

$$U_{1v} = Z_{1v} I_{1v} - U_{e1v}, \quad (4.78)$$

cu  $Z_{1v} = R_{1v} + jX_{1v}$ .

La scurtcircuit  $R_{1v} \ll X_{1v}$  și atunci relația (4.78) devine:

$$U_{1v} \cong jX_{1v} I_{1v} - U_{e1v}, \quad (4.79)$$

cu diagrama fazorială reprezentată în fig. 4.1.

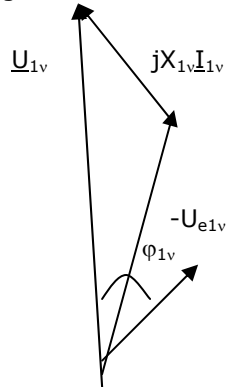


Fig. 4.1. Diagrama fazorială corespunzătoare relației (4.81).

Din diagramă rezultă

$$\underline{U}_{e1v} \cong \underline{U}_{1v} - X_{1v}I_{1v} \sin \varphi_{1v}, \quad (4.80)$$

de unde se poate deduce raportul

$$\frac{U_{e1v}}{U_{1v}} = 1 - \frac{X_{1v}I_{1v}}{U_{1v}} \sin \varphi_{1v} = 1 - \left( \frac{\omega 1N}{\omega} \right) \cdot \frac{X_1}{Z_1 \cdot X_{SC}} \sin \varphi_{1v}, \quad (4.81)$$

sau

$$\frac{U_{e1v}}{U_{1v}} = 1 - \frac{\omega 1N}{\omega} \cdot \frac{X_1}{X_1 + X_2} \sin \varphi_{1v}, \quad (4.82)$$

unde  $\sin \varphi_{1v} = \sqrt{1 - \cos^2 \varphi_{1v}}$ ,  $\cos \varphi_{1v}$  fiind dat de relația (4.148).

#### Concluzii:

1. La alimentarea mașinii de inducție de la convertoare de frecvență, parametrii mașinii se modifică în funcție de tipul convertorului, respectiv în funcție de tensiunea de alimentare și de curenții care iau naștere prin mașină;

2. Factorii de modificare a rezistențelor și reactanțelor statorice și rotorice sunt dați de coeficienții  $K_{r1}(C)$ ,  $K_{x1}(C)$ , respectiv  $K_{r2}(C)$ ,  $K_{x2}(C)$ ;

3. Efectul pelicular influențează negativ funcționarea mașinii ducând la modificarea rezistențelor și a reactanțelor prin încălzirea suplimentară a mașinii și implicit la reducerea factorului de putere și a randamentului;

4. Se impune reproiectarea în special a creșterii rotorice, reducându-se efectul pelicular.



## 4.2. ANALIZA PIERDERILOR ÎN MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

### 4.2.1. PIERDERILE ELECTRICE ÎN ÎNFĂȘURĂRI

Pierderile produse prin efect Joule în înfășurările statorului și rotorului sunt:

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} = 3R_{1-}I_1^2 + 3R_{2-}'I_2'^2. \quad (4.83)$$

La alimentarea în curent alternativ, se manifestă efectul de refulare a curentului care duce la pierderi suplimentare în înfășurări. În cazul utilizării conductoarelor rotunde pentru reducerea pierderilor suplimentare se utilizează căi în paralel.

La mașinile de inducție de putere mică și mijlocie există o refulare slabă a curentului în conductoarele statorului. Rezistența statorică se consideră practic constantă și neafectată de efectul de refulare a curentului. La mașinile de putere mare efectul pelicular este pus în evidență de factorii  $K_r$  și  $K_x$  calculați cu expresiile (4.12), respectiv (4.16).

Mașinile care au rotoarele construite cu bare înalte sau cu colivie dublă, au la baza funcționării lor, în timpul pornirii, utilizarea fenomenului de refulare a curentului din bară care duce la modificarea parametrilor înfășurării rotorice, față de regimul nominal. După etapa de pornire, când motorul se accelerează, frecvența scade și ajunge la valoarea de 1÷3 Hz când fenomenul de refulare scade în intensitate și poate fi neglijat. Coeficienții de majorare a rezistenței barei rotorului  $K_r$  și de micșorare a reactanței de scăpări  $K_x$  sunt dați de (4.30).

La alimentarea mașinii de inducție de la convertoarele statice de frecvență, pierderile în înfășurarea statorică și rotorică datorită armonicilor superioare sunt de forma (4.44).

Pentru a pune în evidență influența pe care o are tensiunea furnizată de convertoarele statice de frecvență asupra mașinii de inducție, raportăm pierderile produse în înfășurări la alimentarea de la convertoare, la pierderile din mașină produse la alimentarea de la sistemul sinusoidal. Se obțin factorii supraunitari de creștere a pierderilor în înfășurări  $K_{Cu1}$ ,  $K_{Cu2}$ :

$$K_{Cu1} = \frac{3R_{11}I_{11}^2 + 3 \sum_{v \neq 1} R_{1v} I_{1v}^2}{3R_{11}I_{11}^2} = 1 + \sum_{v \neq 1} \frac{R_{1v}}{R_{11}} \cdot \frac{I_{1v}^2}{I_{11}^2};$$

$$K_{Cu2} = \frac{3R_{21}'I_{21}'^2 + 3 \sum_{v \neq 1} R_{2v}' I_{2v}'^2}{3R_{21}'I_{21}'^2} = 1 + \sum_{v \neq 1} \frac{R_{2v}'}{R_{21}'} \cdot \frac{I_{2v}'^2}{I_{21}'^2}. \quad (4.84)$$

Pierderile în înfășurările mașinii de inducție în regim staționar nu sunt afectate de efectul de refulare a curentului. În regim dinamic se manifestă fenomenul de refulare, mai ales, în barele rotorice.

În **concluzie**, se impune reducerea efectului de refulare în înfășurări, micșorându-se pierderile în regim dinamic la acționarea cu convertoare, și deci încălzirea mașinii.

#### 4.2.2. PIERDERILE MAGNETICE ÎN FIER

Inducția magnetică în intrefier pentru fundamentală, are expresia [31]:

$$B_{\delta 1} = \frac{\Phi_1}{\alpha_{i1} \cdot \tau_1 \cdot l_i}, \quad (4.85)$$

unde  $\alpha_{i1} = \pi / \tau_1$  reprezintă coeficientul de acoperire polară corespunzător fundamentalei,  $\tau_1$  pasul polar corespunzător fundamentalei,  $l_i$  lungimea ideală a mașinii, iar  $\Phi_1$  reprezintă fluxul polar corespunzător fundamentalei:

$$\Phi_1 = \frac{U_{e11}}{4k_{f1} \cdot f_1 \cdot N_1 \cdot k_{q11} \cdot k_{y11}}. \quad (4.86)$$

În expresia (4.86) intervin următoarele mărimi:

$k_{f1}$  – factorul de formă pentru o repartiție sinusoidală a inducției magnetice în lungul pasului polar;

$N_1$  – numărul de spire pe fază;

$k_{q11}$ ,  $k_{y11}$  – factorul de zonă, respectiv factorul de scurtare corespunzători fundamentalei;

$U_{e11}$  – tensiunea electromotoare pe fază la considerarea fundamentalei fluxului  $\Phi_1$  cu expresia:

$$U_{e11} = \frac{U_{11}}{1 + \tau_{11}}, \quad (4.87)$$

în care  $\tau_{11}$  reprezintă factorul de dispersie al lui Heyland corespunzător fundamentalei.

Pentru fundamentală, inducția magnetică la mijlocul dinților statorici și rotorici  $B_{z1m1}$ ,  $B_{z2m1}$  are forma:

$$B_{z1m1} = \frac{\tau_{c1} \cdot B_{\delta 1}}{K_{Fe} \cdot b_{z1m}} \cdot \left(1 + \frac{2\tau_{11}}{3}\right); \quad B_{z2m1} = \frac{\tau_{c2} \cdot B_{\delta 1}}{K_{Fe} \cdot b_{z2m}}, \quad (4.88)$$

iar inducția magnetică în jugul statoric  $B_{j11}$  și rotorice  $B_{j21}$ :

$$B_{j11} = \frac{\Phi_1 \cdot (1 + \tau_{11})}{2 \cdot l_i \cdot K_{Fe} \cdot h_{j1}}; \quad B_{j21} = \frac{\Phi_1}{2 \cdot l_j \cdot K_{Fe} \cdot h_{j2}}, \quad (4.89)$$

unde:

$K_{Fe}$  – este factorul de umplere al pachetelor de tole;

$\tau_{c1}$ ,  $\tau_{c2}$  – pasul creștăturii statorice și rotorice;

$b_{z1m}$ ,  $b_{z2m}$  – lățimea medie a dintelui statoric și rotorice.

Factorul de zonă pentru armonica de ordinul  $\nu$  are expresia:

$$k_{q1\nu} = \frac{\sin\left(q_\nu \cdot \frac{\alpha_\nu}{2}\right)}{q_\nu \cdot \sin\left(\frac{\alpha_\nu}{2}\right)}, \quad (4.90)$$

în care  $q_\nu$  reprezintă numărul de creștături pe pol și fază corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$ ,  $\alpha_\nu = \frac{2\pi \cdot p \cdot \nu}{N_c}$  este unghiul electric dintre două creștături corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$ , iar  $N_c$  numărul de creștături.

Factorul de scurtare pentru armonica de ordinul  $\nu$  este:

$$k_{y1\nu} = \sin\left(\frac{\nu \cdot y_1 \cdot \pi}{2\tau_\nu}\right), \quad (4.91)$$

în care  $y_1$  este deschiderea bobinei, măsurată în aceleași unități ca și pasul polar  $\tau_\nu$ .

Expresia *inducției magnetice în întrefier pentru armonica de ordin  $\nu$*  devine [60], [68]:

$$B_{\delta\nu} = \frac{U_{e1\nu}}{4k_{f\nu} \cdot \alpha_{j\nu} \cdot \tau_{\nu} \cdot l_j \cdot f_{1\nu} \cdot N_1 \cdot k_{q1\nu} \cdot k_{y1\nu}}, \quad (4.92)$$

unde

$$U_{e1\nu} = \frac{U_{1\nu}}{1 + \tau_{1\nu}}, \quad (4.93)$$

în care  $\tau_{1\nu}$  reprezintă factorul de dispersie al lui Heyland corespunzător armonicii de ordinul  $\nu$ , iar  $k_{f\nu}$ ,  $\alpha_{j\nu}$ ,  $\tau_{\nu}$ ,  $U_{e1\nu}$ ,  $k_{y1\nu}$  au aceeași semnificație ca în (4.85) și (4.86), dar sunt corespunzătoare armonicii de ordinul  $\nu$ .

Ponderea deținută de inducția magnetică în întrefier datorită armonicilor superioare  $\nu$  este dată de raportul  $K_{B\delta}$ :

$$K_{B\delta} = \frac{B_{\delta\nu}}{B_{\delta 1}} = \frac{U_{e1\nu}}{\nu \cdot U_{e11}}. \quad (4.94)$$

Inducția magnetică corespunzătoare armonicii de ordinul  $\nu$  la mijlocul dinților statorici și rotorici  $B_{z1m\nu}$ ,  $B_{z2m\nu}$ :

$$B_{z1m\nu} = \frac{\tau_{c1} \cdot B_{\delta\nu}}{K_{Fe} \cdot b_{z1m}} \cdot \left(1 + \frac{2\tau_{1\nu}}{3}\right); \quad B_{z2m\nu} = \frac{\tau_{c2} \cdot B_{\delta\nu}}{K_{Fe} \cdot b_{z2m}}, \quad (4.95)$$

iar inducția magnetică în jugul statoric și rotoric:

$$B_{j1\nu} = \frac{\Phi_{\nu} \cdot (1 + \tau_{1\nu})}{2 \cdot l_j \cdot K_{Fe} \cdot h_{j1}}; \quad B_{j2\nu} = \frac{\Phi_{\nu}}{2 \cdot l_j \cdot K_{Fe} \cdot h_{j2}}, \quad (4.96)$$

unde  $\Phi_{\nu}$  este fluxul polar corespunzător armonicii  $\nu$ .

#### Observații:

1. La neglijarea fenomenului de saturație magnetică, inducția magnetică corespunzătoare armonicii  $\nu$  are o repartiție sinusoidală ca și cea corespunzătoare fundamentalei, astfel că s-a putut considera:

$$\begin{aligned} \alpha_{j\nu} &= \alpha_{j1} = \alpha_j = \frac{\pi}{2}; \\ k_{f\nu} &= k_{f1} = k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (4.97)$$

2. Armonicilor de timp de ordin  $\nu$  îi corespunde același număr de perechi de poli ca și fundamentalei, și:

$$\begin{aligned} \tau_{\nu} &= \tau_1 = \tau; \\ q_{\nu} &= q_1 = q; \\ \alpha_{\nu} &= \alpha_1 = \alpha, \end{aligned} \quad (4.98)$$

respectiv

$$\begin{aligned} k_{q1\nu} &= k_{q11} = k_{q1}; \\ k_{y1\nu} &= k_{y11} = k_{y1}. \end{aligned} \quad (4.99)$$

Pentru magnetizarea periodică a miezului feromagnetic se consumă energie care se transformă în căldură și, care constituie pierderile în fier. Pe lângă risipa de energie, crește temperatura mașinii și este limitată capacitatea de încărcare.

Pentru a putea analiza fenomenele prin descompunere în serie Fourier, se aplică principiul superpoziției efectelor considerându-se mașina liniară, lipsită de

fenomene prin histerezis. Se echivalează pierderile prin histerezis cu pierderile prin curenți turbionari, care permit liniarizarea ecuațiilor mașinii.

Se notează cu  $P_{Fe1}^*$  în modelul liniar al mașinii, pierderile în fier prin curenți turbionari corespunzătoare fundamentalei. Aceste pierderi sunt egale cu pierderile reale  $P_{w1}$ , înmulțite cu un factor  $K_{we1}$ :

$$P_{Fe1}^* = K_{we1} \cdot P_{w1}. \quad (4.100)$$

Pierderile în fier se compun din pierderile principale în fier și pierderile suplimentare în fier. Pierderile principale în fier sunt produse prin histereză magnetică  $p_h$  și prin curenți turbionari  $p_w$  și își au sediile în dinți și juguri.

#### Pierderile principale în fier

##### a. Pierderile principale în dinții statorici și rotorici

Pierderile principale în dinți corespunzătoare fundamentalei sunt:

$$P_{z1}^* = K_{ze1} \cdot P_{zw1}, \quad (4.101)$$

sau explicit:

$$\begin{aligned} P_{z11} &= P_{z1h1} + P_{z1w1} = (K_{zh}\sigma_h f_1 + K_{zw}\sigma_w f_1^2 \Delta^2) B_{z1m1}^2 G_{z1} = K_{z1e1} K_{zw}\sigma_w f_1^2 \Delta^2 B_{z1m1}^2 G_{z1}; \\ P_{z21} &= P_{z2h1} + P_{z2w1} = (K_{zh}\sigma_h f_{21} + K_{zw}\sigma_w f_{21}^2 \Delta^2) B_{z2m1}^2 G_{z2} = K_{z2e1} K_{zw}\sigma_w f_{21}^2 \Delta^2 B_{z2m1}^2 G_{z2}, \end{aligned} \quad (4.102)$$

unde  $\sigma_h$ ,  $\sigma_w$  sunt constante de material,  $f_1$  este frecvența de alimentare,  $f_2 = s_1 \cdot f_1$ ,  $\Delta$  grosimea tablei, iar  $K_{zh}$ ,  $K_{zw}$  sunt coeficienți care țin seama de pierderile în dinți datorită prelucrărilor mecanice [23].

Mărimea  $G_z$  reprezintă masa dinților unei armături a mașinii:

$$G_z = k_{Fe} \gamma_{Fe} h_h b_{zm} l N_c, \quad (4.103)$$

unde  $\gamma_{Fe}$  este densitatea de masă a fierului,  $h_h$  adâncimea creștăturii,  $b_{zm}$  lățimea medie a dintelui și  $l$  lungimea axială a mașinii.

La alimentarea de la rețea, datorită frecvenței foarte mici în dinții rotorului, pierderile sunt neglijabile. Coeficienții  $K_{z1e1}$ ,  $K_{z2e1}$  sunt:

$$K_{z1e1} = 1 + K_{zhw}; \quad K_{z2e1} = 1 + \frac{K_{zhw}}{s_1}, \quad (4.104)$$

unde s-a notat  $K_{zhw} = \frac{\sigma_h \cdot K_{zh}}{\sigma_w \cdot K_{zw} \cdot f_1 \cdot \Delta^2}$ .

Pierderile principale în dinți corespunzătoare armonicilor de ordinul  $\nu$ :

$$P_{z\nu}^* = P_{z\nu} = K_{ze\nu} \cdot P_{zw\nu}. \quad (4.105)$$

În acest caz în stator există frecvențe  $f_{1\nu} = \nu \cdot f_1$ , iar în rotor apar frecvențe înalte de pulsație  $f_{2\nu} = s_\nu \cdot \nu \cdot f_1$ , care duc la pierderi importante ce influențează randamentul mașinii. Pierderile principale în dinți corespunzătoare armonicilor  $\nu$  devin:

$$P_{z1\nu}^* = P_{z1\nu} = K_{z1e\nu} \cdot P_{z1w\nu}; \quad P_{z2\nu}^* = P_{z2\nu} = K_{z2e\nu} \cdot P_{z2w\nu}, \quad (4.106)$$

sau explicit:

$$P_{z1v} = K_{z1e_v} K_{zw} K_{wv} \sigma_w v^2 f_1^2 \Delta^2 B_{z1m_v}^2 G_{z1}; \quad (4.107)$$

$$P_{z2v} = K_{z2e_v} K_{zw} K_{wv} \sigma_w v^2 s_v^2 f_1^2 \Delta^2 B_{z2m_v}^2 G_{z2}.$$

Rezultă  $K_{z1e_v}$  și  $K_{z2e_v}$  de forma:

$$K_{z1e_v} = 1 + K_{zhw} \cdot \frac{K_{hv}}{v \cdot K_{wv}}; \quad (4.108)$$

$$K_{z2e_v} = 1 + \frac{K_{zhw}}{s_v \cdot v} \cdot \frac{K_{hv}}{K_{wv}},$$

unde intervin coeficienții  $K_{hv}$  și  $K_{wv}$  care țin seama de efectul de refulare în tole și care se calculează cu expresiile:

$$K_{hv} = \frac{\xi_v}{2} \cdot \frac{sh \xi_v + \sin \xi_v}{ch \xi_v - \cos \xi_v}; \quad K_{wv} = \frac{3}{\xi_v} \cdot \frac{sh \xi_v - \sin \xi_v}{ch \xi_v - \cos \xi_v}, \quad (4.109)$$

iar  $\xi_v$  este factorul de refulare corespunzător armonicii de ordinul  $v$ :

$$\xi_v = \Delta \sqrt{\frac{\mu \cdot \omega_{1v}}{2\rho}}. \quad (4.110)$$

Se notează cu  $P_{z1(C)}$  și  $P_{z2(C)}$  pierderile în dinții statorului și rotorului care apar la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare statice de frecvență. Prin aplicarea principiului superpoziției efectelor, rezultă:

$$P_{z1(C)} = P_{z11} + \sum_{v \neq 1} P_{z1v}; \quad (4.111)$$

$$P_{z2(C)} = P_{z21} + \sum_{v \neq 1} P_{z2v},$$

sau explicit:

$$P_{z1(C)} = K_{zw} \sigma_w f_1^2 \Delta^2 B_{z1m1}^2 G_{z1} \left[ K_{z1e1} + \sum_{v \neq 1} (K_{z1e_v} \cdot K_{wv} \cdot v^2 \cdot \frac{B_{z1m_v}^2}{B_{z1m1}^2}) \right];$$

$$P_{z2(C)} = K_{zw} \sigma_w f_1^2 \Delta^2 B_{z2m1}^2 G_{z2} \left[ K_{z2e1} + \sum_v (K_{z2e_v} \cdot K_{wv} \cdot v^2 \cdot s_v^2 \cdot \frac{B_{z2m_v}^2}{B_{z2m1}^2}) \right]. \quad (4.112)$$

### b. Pierderile principale în jug

*Pierderile principale în jug corespunzătoare fundamentalei* se compun din pierderi prin histereză  $P_{jh}$  și pierderi prin curenți turbionari  $P_{jw}$  datorită câmpului magnetic neuniform, care produce o remagnetizare în câmp învârtitor. Pierderi principale în jug există numai în stator, deoarece cele din rotor pentru  $v=1$  se pot neglija. Pentru generalizarea problemei, pe calculator, se vor lua în considerare și pierderile în jugul rotoric:

$$P_{j1w1}^* = P_{j11} = (\sigma_h \cdot f_1 \cdot k_{jh} + \sigma_w \Delta^2 f_1^2 k_{jw}) B_{j11}^2 G_{j1}; \quad (4.113)$$

$$P_{j2w1}^* = P_{j21} = (\sigma_h \cdot f_1 \cdot k_{jh} + \sigma_w \Delta^2 s_1^2 f_1^2 k_{jw}) B_{j21}^2 G_{j2}$$

sau

$$\begin{aligned} P_{j1w1}^* &= K_{j1e1} \cdot P_{j1w1} = K_{j1e1} \sigma_w \Delta^2 f_1^2 k_{jw} B_{j11}^2 G_{j1}; \\ P_{j2w1}^* &= K_{j2e1} \cdot P_{j2w1} = K_{j2e1} \sigma_w \Delta^2 s_1^2 f_1^2 k_{jw} B_{j21}^2 G_{j2}, \end{aligned} \quad (4.114)$$

unde:

-  $G_j$  este masa jugului:

$$G_j = \frac{\pi}{4} (D_{je}^2 - D_{ji}^2) l k_{Fe} \gamma_{Fe}, \quad (4.115)$$

iar  $D_{je}$ ,  $D_{ji}$  reprezintă diametrul exterior, respectiv interior al jugului;

- Coeficientul  $K_{jh} = K_{jh1} \cdot K_{jh2}$ , ține seama de repartiția neuniformă a inducției magnetice prin intermediul coeficientului  $K_{jh1} \approx 1,1$  și de schimbarea structurii materialului datorită prelucrării, prin intermediul coeficientului  $K_{jh2} = 1,2 \div 1,8$ ;

- La coeficientul  $K_{jw} = K_{jw1} \cdot K_{jw2}$ , intervine  $K_{jw1}$  care corespunde repartiției neuniforme a inducției magnetice în jug, iar  $K_{jw2}$  depinde de tehnologia de fabricație și are valorile  $K_{jw2} = 1,5 \div 2$ .

Coeficientul  $K_{jw1}$  se determină:

$$K_{jw1} = \frac{2\rho(1-\lambda)(1+\lambda^2\rho)}{(1+\lambda)(1-\lambda^2\rho)}, \quad (4.116)$$

unde pentru stator

$$\lambda = \frac{\rho}{\rho + \pi \frac{h_j}{\tau}}, \quad (4.117)$$

respectiv rotor

$$\lambda = 1 - \pi \frac{h_j}{\rho\tau}, \quad (4.118)$$

iar  $h_j$  reprezintă înălțimea jugului.

Rezultă coeficientii:

$$K_{j1e1} = 1 + K_{j1hw}; \quad K_{j2e1} = 1 + K_{j2hw}, \quad (4.119)$$

unde s-au notat:  $K_{j1hw} = \frac{\sigma_h \cdot K_{jh}}{\sigma_w \cdot K_{jw} \cdot \Delta^2 \cdot f_1}$ ;  $K_{j2hw} = \frac{\sigma_h \cdot K_{jh}}{\sigma_w \cdot K_{jw} \cdot \Delta^2 \cdot s_1 f_1}$ .

*Pierderile principale în jugul statoric și rotoric corespunzătoare armonicii de ordin  $\nu$  se calculează ținând sama de efectul de refulare prin intermediul coeficienților  $K_{h\nu}$ ,  $K_{w\nu}$ :*

$$\begin{aligned} P_{j1\nu} &= (\sigma_h \cdot \nu \cdot f_1 \cdot k_{jh} \cdot K_{h\nu} + \sigma_w \cdot \Delta^2 \cdot \nu^2 \cdot f_1^2 \cdot k_{jw} \cdot K_{w\nu}) B_{j1\nu}^2 \cdot G_{j1}; \\ P_{j2\nu} &= (\sigma_h \cdot \nu \cdot s_1 \cdot f_1 \cdot k_{jh} \cdot K_{h\nu} + \sigma_w \cdot \Delta^2 \cdot s_1^2 \cdot \nu^2 \cdot f_1^2 \cdot k_{jw} \cdot K_{w\nu}) B_{j2\nu}^2 \cdot G_{j2}. \end{aligned} \quad (4.120)$$

Prin înlocuirea mașinii reale cu o mașină echivalentă liniară, se obține:

$$\begin{aligned} P_{j1w\nu}^* &= P_{j1\nu} = K_{j1e\nu} \cdot P_{j1w\nu} = K_{j1e\nu} \sigma_w \Delta^2 \nu^2 f_1^2 k_{jw} K_{w\nu} B_{j1\nu}^2 G_{j1}; \\ P_{j2w\nu}^* &= P_{j2\nu} = K_{j2e\nu} \cdot P_{j2w\nu} = K_{j2e\nu} \sigma_w \Delta^2 \nu^2 s_1^2 f_1^2 k_{jw} K_{w\nu} B_{j2\nu}^2 G_{j2}, \end{aligned} \quad (4.121)$$

unde

$$K_{j1e\nu} = 1 + \frac{K_{j1hw}}{\nu} \cdot \frac{K_{h\nu}}{K_{W\nu}};$$

$$K_{j2e\nu} = 1 + \frac{K_{j2hw}}{s_\nu \cdot \nu} \cdot \frac{K_{h\nu}}{K_{W\nu}},$$
(4.122)

în care coeficienții  $K_{h\nu}$ ,  $K_{W\nu}$  se calculează cu expresiile (4.109).

La alimentarea mașinii de la convertoare statice de frecvență, prin aplicarea principiului superpoziției efectelor, se obține:

$$P_{j1(C)} = P_{j11} + \sum_{\nu \neq 1} P_{j1\nu};$$

$$P_{j2(C)} = P_{j21} + \sum_{\nu \neq 1} P_{j2\nu},$$
(4.123)

sau detaliat

$$P_{j1(C)} = K_{jW} \sigma_W f_1^2 \Delta^2 B_{j11}^2 G_{j1} \left[ K_{j1e1} + \sum_{\nu \neq 1} (K_{j1e\nu} \cdot K_{W\nu} \cdot \nu^2 \cdot \frac{B_{j1\nu}^2}{B_{j11}^2}) \right];$$

$$P_{j2(C)} = K_{jW} \sigma_W f_1^2 \Delta^2 B_{j21}^2 G_{j2} \cdot \left[ K_{j2e1} + \sum_{\nu \neq 1} (K_{j2e\nu} \cdot K_{W\nu} \cdot \nu^2 \cdot s_\nu^2 \cdot \frac{B_{j2\nu}^2}{B_{j21}^2}) \right].$$
(4.124)

**Observație:**

Pentru generalizarea problemei s-a luat în considerare, la calculul pierderilor principale, și cazul  $\nu=1$  pentru rotor.

**Pierderile suplimentare în fier**

Aceste pierderi, sunt tratate ca și pierderile prin curenți turbionari în tole, putându-se aplica principiul superpoziției efectelor pentru dezvoltare în serie Fourier.

Pierderile suplimentare în fier sunt pierderile cauzate de mișcarea rotorului într-un câmp produs de curenți variabili în timp. Ele sunt acoperite prin intermediul puterii mecanice. Sunt pierderi suplimentare la mers în gol și pierderi suplimentare la mers în sarcină.

**1. Pierderile suplimentare la mers în gol**

La mers în gol se deosebesc pierderi suplimentare de suprafață și pierderi suplimentare prin pulsație.

**a. Pierderi suplimentare de suprafață**

La alimentarea mașinii de inducție de la rețea, din cauza dințării, fiecare parte a mașinii determină apariția pierderilor de suprafață în partea opusă.

*Pierderile suplimentare de suprafață produse în stator, respectiv rotor, în cazul alimentării de la convertoare statice de frecvență sunt:*

$$P_{\sigma 1(C)} = P_{\sigma 11} + \sum_{\nu \neq 1} P_{\sigma 1\nu};$$

$$P_{\sigma 2(C)} = P_{\sigma 21} + \sum_{\nu \neq 1} P_{\sigma 2\nu}.$$
(4.125)

Pierderile suplimentare de suprafață produse în stator, respectiv rotor corespunzătoare *fundamentalei* sunt de forma:

$$\begin{aligned}
P_{\sigma 11} &= \frac{1}{2} \cdot p_{\sigma 1} \cdot l \cdot \pi \cdot D \cdot \left( \frac{\tau_{c1} - b_{41}}{\tau_{c1}} \right); \\
P_{\sigma 21} &= \frac{1}{2} \cdot p_{\sigma 2} \cdot l \cdot \pi \cdot (D - 2\delta) \cdot \left( \frac{\tau_{c2} - b_{42}}{\tau_{c2}} \right),
\end{aligned} \tag{4.126}$$

unde  $l$  este lungimea axială a pachetelor de tole,  $D$  diametrul interior al statorului,  $\delta$  întrefierul, iar  $p_{\sigma 1}$  și  $p_{\sigma 2}$  reprezintă pierderile specifice de suprafață:

$$\begin{aligned}
p_{\sigma 1} &= k_0 (N_{c2} n)^{1,5} (\tau_{c2} \beta_2 k_{\delta 2} B_{\delta 1})^2; \\
p_{\sigma 2} &= k_0 (N_{c1} n)^{1,5} (\tau_{c1} \beta_1 k_{\delta 1} B_{\delta 1})^2,
\end{aligned} \tag{4.127}$$

în care:  $N_{c1}$ ,  $N_{c2}$  reprezintă numărul de creștături statorice și rotorice;  $\tau_{c1}$ ,  $\tau_{c2}$  pasul creștăturii statorice, respectiv rotorice;  $K_{\delta 1}$ ,  $K_{\delta 2}$  reprezintă factorii de întrefier;  $b_{41}$ ,  $b_{42}$  reprezintă deschiderea creștăturii statorice, respectiv rotorice;  $k_0$  este un coeficient ce depinde de prelucrare;  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  sunt factori ce depind de repartitia inducției magnetice în întrefier în dreptul creștăturilor.

Pierderile suplimentare de suprafață corespunzătoare armonicii  $\nu$  sunt:

$$\begin{aligned}
P_{\sigma 1\nu} &= \frac{1}{2} l \pi D \cdot \left( \frac{\tau_{c1} - b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \cdot k_0 (N_{c2} \cdot n)^{1,5} (\tau_{c2} \beta_2 k_{\delta 2} B_{\delta \nu})^2; \\
P_{\sigma 2\nu} &= \frac{1}{2} l \pi (D - 2\delta) \cdot \left( \frac{\tau_{c2} - b_{42}}{\tau_{c2}} \right) \cdot k_0 (N_{c1} \cdot n)^{1,5} (\tau_{c1} \beta_1 k_{\delta 1} B_{\delta \nu})^2.
\end{aligned} \tag{4.128}$$

Expresiile (4.125) explicitate devin:

$$\begin{aligned}
P_{\sigma 1(C)} &= \frac{1}{2} l \pi D \cdot \left( \frac{\tau_{c1} - b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \cdot k_0 (N_{c2} \cdot n)^{1,5} \cdot (\tau_{c2} \beta_2 k_{\delta 2} B_{\delta 1})^2 \cdot \left( 1 + \sum_{\nu \neq 1} \frac{B_{\delta \nu}^2}{B_{\delta 1}^2} \right); \\
P_{\sigma 2(C)} &= \frac{1}{2} l \pi (D - 2\delta) \cdot \left( \frac{\tau_{c2} - b_{42}}{\tau_{c2}} \right) \cdot k_0 (N_{c1} \cdot n)^{1,5} (\tau_{c1} \beta_1 k_{\delta 1} B_{\delta 1})^2 \cdot \left( 1 + \sum_{\nu \neq 1} \frac{B_{\delta \nu}^2}{B_{\delta 1}^2} \right).
\end{aligned} \tag{4.129}$$

#### b. Pierderile suplimentare prin pulsație

Pierderile suplimentare prin pulsație sunt determinate de variația fluxului magnetic în dinte de la valoarea corespunzătoare când în fața dintelui se găsește un dinte al părții opuse, până la cea din cazul în care în dreptul dintelui se află o creștătură.

La alimentarea mașinii de inducție de la convertor pierderile suplimentare prin pulsație sunt:

$$\begin{aligned}
P_{p1(C)} &= P_{p11} + \sum_{\nu \neq 1} P_{p1\nu}; \\
P_{p2(C)} &= P_{p21} + \sum_{\nu \neq 1} P_{p2\nu}.
\end{aligned} \tag{4.130}$$

Pierderile suplimentare prin pulsație corespunzătoare fundamentalei în stator  $P_{p11}$ , respectiv rotor  $P_{p21}$  sunt:

$$\begin{aligned}
P_{p11} &= \frac{1}{2} \sigma_w K_{wp1} (\Delta N_{c2} n)^2 G_{z1} B_{p1}^2; \\
P_{p21} &= \frac{1}{2} \sigma_w K_{wp2} (\Delta N_{c1} n)^2 G_{z2} B_{p2}^2,
\end{aligned} \tag{4.131}$$



unde  $k_{wp1}$ ,  $k_{wp2}$  sunt coeficienți de mărire a pierderilor în stator și rotor prin curenți turbionari datorită prelucrării,  $G_{z1}$ ,  $G_{z2}$  reprezintă masa dinților, iar  $B_{p1}$ ,  $B_{p2}$  reprezintă pulsația inducției magnetice:

$$B_{p1} = \frac{\gamma_2 \cdot \delta \cdot K_\delta}{2\tau_{c1}} B_{z1m1}; \quad B_{p2} = \frac{\gamma_1 \cdot \delta \cdot K_\delta}{2\tau_{c2}} B_{z2m1}, \quad (4.132)$$

în care  $B_{z1m1}$ ,  $B_{z2m1}$  sunt inducțiile la mijlocul dinților stator și rotor,  $K_\delta$  este factorul total de întrefier și  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$  au expresiile de calcul:

$$\gamma_1 = \frac{\left(\frac{b_{41}}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_{41}}{\delta}}; \quad \gamma_2 = \frac{\left(\frac{b_{42}}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_{42}}{\delta}}. \quad (4.133)$$

Pierderile suplimentare prin pulsație corespunzătoare armonicii  $v$  sunt:

$$P_{p1v} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_w \cdot k_{wp1} \cdot (\Delta N_{c2n})^2 \cdot \left(\frac{\gamma_2 \cdot \delta \cdot K_\delta}{2\tau_{c1}}\right)^2 \cdot G_{z1} \cdot B_{z1mv}^2; \quad (4.134)$$

$$P_{p2v} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_w \cdot k_{wp2} \cdot (\Delta N_{c1n})^2 \cdot \left(\frac{\gamma_1 \cdot \delta \cdot K_\delta}{2\tau_{c2}}\right)^2 \cdot G_{z2} \cdot B_{z2mv}^2.$$

Se introduc (4.131) și (4.134) în (4.130) și rezultă:

$$P_{p1(C)} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_w \cdot k_{wp1} \cdot (\Delta N_{c2n})^2 \cdot \left(\frac{\gamma_2 \cdot \delta \cdot K_\delta}{2\tau_{c1}}\right)^2 \cdot G_{z1} \cdot B_{z1m1}^2 \cdot \left(1 + \sum_{v \neq 1} \frac{B_{z1mv}^2}{B_{z1m1}^2}\right);$$

$$P_{p2(C)} = \frac{1}{2} \cdot \sigma_w \cdot k_{wp2} \cdot (\Delta N_{c1n})^2 \cdot \left(\frac{\gamma_1 \cdot \delta \cdot K_\delta}{2\tau_{c2}}\right)^2 \cdot G_{z2} \cdot B_{z2m1}^2 \cdot \left(1 + \sum_{v \neq 1} \frac{B_{z2mv}^2}{B_{z2m1}^2}\right). \quad (4.135)$$

## 2. Pierderi suplimentare în fier la mers în sarcină

La mersul în sarcină se produc pierderi suplimentare datorită curenților electrici din înfășurarea rotorului, în părțile feromagnetice care limitează întrefierul (pierderi de suprafață) și în zona capetelor de bobină. După [32] aceste pierderi sunt proporționale cu ordinul armonicilor, frecvența relativă și curentul armonicilor:

$$P_{s0v} \cong \sum_v I_{1v}^2 (v \cdot f_{1r})^{1,5}, \quad (4.136)$$

iar în cazul *fundamentalei*,  $v=1$ , sunt de forma:

$$P_{s01} \cong I_{11}^2 \cdot f_{1r}^{1,5}, \quad (4.137)$$

unde  $f_{1r} = \frac{f_1}{f_{1N}}$  reprezintă raportul dintre frecvența de alimentare a statorului  $f_1$  și frecvența nominală  $f_{1N}$ .

## Pierderile mecanice $P_{f\&v}$

Pierderile mecanice  $P_{f\&v}$  se datorează frecărilor în lagăre, rotorului și ventilatorului cu aerul și sunt funcție de viteza de rotație a motorului. Se consideră pierderile mecanice, la alimentarea de la convertoare, neschimbate față de alimentarea de la rețea.

**Bilanțul pierderilor**

Bilanțul pierderilor la alimentarea de la rețea a mașinii este:

$$\sum P = P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{z1} + P_{z2} + P_{j1} + P_{j2} + P_{\sigma1} + P_{\sigma2} + P_{p1} + P_{p2} + P_{s0} + P_{m\&v}, \quad (4.138)$$

iar bilanțul pierderilor la alimentarea mașinii de la convertoare este:

$$\begin{aligned} \sum P_{(C)} = P_{Cu1(C)} + P_{Cu2(C)} + P_{z1(C)} + P_{z2(C)} + P_{j1(C)} + P_{j2(C)} + \\ + P_{\sigma1(C)} + P_{\sigma2(C)} + P_{p1(C)} + P_{p2(C)} + P_{s0(C)} + P_{m\&v(C)} \end{aligned} \quad (4.139)$$

**4.3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE**

Cuplul electromagnetic al mașinii, care depinde de mărimile electrice și magnetice, se determină pornind de la principiul conservării energiei electrice, pe baza puterii interioare:

$$P_i = \Omega_1 \cdot M = 2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot M, \quad (4.140)$$

unde  $\Omega_1$  este viteza unghiulară,  $n_1$  este viteza de rotație, iar  $M$  cuplul electromagnetic.

La mașina asincronă, pe lângă cuplul corespunzător fundamentalei, mai apar o serie de cupluri parazite. Cuplurile parazite se datorează faptului că înfășurările nu sunt repartizate sinusoidal de-a lungul pasului polar și că sunt așezate în creștături, precum și faptului că mașina este alimentată de la convertoare statice de frecvență.

La rotoarele în scurtcircuit se neglijează tensiunea magnetică în fier deoarece nu se poate ține seama de ea. În curba cuplului, pe lângă armonicile conținute de curba tensiunii magnetice, mai apar și armonici de saturație ce se rotesc cu aceeași viteză ca și unda principală.

Armonicile statorice și rotorice interacționează și apar cupluri suplimentare parazite asincrone și sincrone.

Cuplurile parazite asincrone [68], se produc la interacțiunea dintre o armonică statorică și rotorică de același ordin  $\nu$  și dacă au turații egale față de stator. Pentru armonică fundamentală sunt de forma:

$$M_1 = \frac{3p}{\omega_{11}} \cdot \frac{R'_{21}}{s_1} \cdot I'_{21}, \quad (4.141)$$

iar pentru armonică de ordinul  $\nu$

$$M_\nu = \pm \frac{3p}{\omega_{1\nu}} \cdot \frac{R'_{2\nu}}{s_\nu} \cdot I'_{2\nu}. \quad (4.142)$$

Semnul (+) corespunde câmpului magnetic învârtitor de succesiune directă, iar semnul (-) corespunde câmpului magnetic învârtitor de succesiune inversă.

Cuplul rezultat este dat de

$$M = \sum_{\nu} M_\nu, \quad (4.143)$$

iar alunecarea corespunzătoare armonicii  $\nu$  este

$$s_\nu = 1 - \nu \cdot (1 - s_1). \quad (4.144)$$

Mașina de inducție din punct de vedere al cuplurilor asincrone poate fi echivalată cu o serie de mașini cuplate mecanic și conectate electric în serie. Prima mașină funcționează cu fundamentală  $\nu=1$ , iar celelalte cu armonicile  $\nu$ . Cuplurile

armonicilor produc o aplatizare a curbei cuplului. Influența armonicilor asupra cuplului depinde de factorul de înclinare  $K_{c\nu}$  și de scurtare  $K_{y\nu}$ .

Raportul dintre cuplul corespunzător armoniciei de ordin  $\nu$  și cuplul corespunzător fundamentalei arată ponderea pe care o deține  $M_\nu$  în raport cu  $M_1$ :

$$\frac{M_\nu}{M_1} = \pm \frac{1}{\nu} \cdot \frac{s_1}{s_\nu} \cdot \frac{R'_{2\nu}}{R'_{21}} \cdot \frac{I_{2\nu}^2}{I_{21}^2}. \quad (4.145)$$

*Cuplurile parazite sincrone sau pulsatorii* sunt produse la interacțiunea dintre o armonică statorică și una rotorică, de ordin diferit, putând duce la apariția unui cuplu antrenant sau de frânare. Pentru apariția unui cuplu sincron trebuie ca cele două unde să aibă același număr de poli. Cuplul sincron variază sinusoidal în timp ca la o mașină sincronă și depinde de decalajul dintre cele două armonici. Cuplurile sincrone care apar la o viteză de rotație diferită de zero au o importanță mai mică decât cele asincrone, în timp ce cuplurile sincrone care apar în repaus sunt supărătoare și se pune problema suprimării lor prin măsuri constructive.

Pornirea cu convertoare statice de frecvență este un avataj, dar pulsațiile care apar duc la solicitări suplimentare ale mașinii care se manifestă prin încălziri excesive.

#### 4.4. FACTORUL DE PUTERE LA MOTORUL DE INDUCȚIE CUPLAT CU CONVERTOARE

Corespunzător fundamentalei mașina de inducție absoarbe puterea activă pe o fază:

$$P_{11} = U_{11}I_{11} \cos \varphi_{11} = U_1I_1 \cos \varphi_1 = P_1, \quad (4.146)$$

iar corespunzător armoniciei de ordin  $\nu$  puterea activă:

$$P_{1\nu} = U_{1\nu}I_{1\nu} \cos \varphi_{1\nu}. \quad (4.147)$$

La neglijarea parametrilor circuitului de magnetizare, factorul de putere corespunzător armoniciei  $\nu$  are forma [63]:

$$\cos \varphi_{1\nu} = \frac{R_{1\nu} + \frac{R'_{2\nu}}{s_\nu}}{\sqrt{\left(R_{1\nu} + \frac{R'_{2\nu}}{s_\nu}\right)^2 + (X_{1\nu} + X'_{2\nu})^2}}. \quad (4.148)$$

Dacă considerăm armonica fundamentală și armonicile superioare de timp  $\nu$ , situație corespunzătoare alimentării de la convertoare statice de frecvență, puterea activă este:

$$P_{1(C)} = U_{1(C)}I_{1(C)} \cos \varphi_{1(C)} = \sum_{\nu=1} U_{1\nu}I_{1\nu} \cos \varphi_{1\nu} = U_1I_1 \cos \varphi_1 + \sum_{\nu \neq 1} U_{1\nu}I_{1\nu} \cos \varphi_{1\nu} \quad (4.149)$$

respectiv, puterea aparentă:

$$S_{1(C)} = U_{1(C)} \cdot I_{1(C)} = \sum_{\nu=1} U_{1\nu}I_{1\nu} \quad (4.150)$$

unde  $U_{1(C)}$  și  $I_{1(C)}$  sunt valorile efective ale tensiunii și curentului de alimentare de la convertor.

Corespunător regimului de alimentare de la convertoare se definește *factorul de putere în regim deformant* [29]:

$$\cos \varphi_{1(C)} = \Delta_{1(C)} = \frac{P_{1(C)}}{S_{1(C)}} = \frac{\sum_{\nu=1} U_{1\nu} I_{1\nu} \cos \varphi_{1\nu}}{\sum_{\nu=1} U_{1\nu} I_{1\nu}}. \quad (4.151)$$

Comportarea factorului de putere la alimentarea de la convertoare statice de frecvență față de alimentarea de la rețea se observă din raportul:

$$K_{\cos \varphi} = \frac{\cos \varphi_{1(C)}}{\cos \varphi_1}. \quad (4.152)$$

#### 4.5. RANDAMENTUL MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

La alimentarea motorului de inducție de la un sistem de tensiuni sinusoidale, randamentul este:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \sum P'}, \quad (4.153)$$

unde  $P_1$  este puterea absorbită de la rețea,  $P_2$  puterea la arborele motorului, iar  $\sum P'$  reprezintă suma pierderilor care au loc în motor la alimentarea de la rețea.

La alimentarea motorului prin convertoare, randamentul are expresia:

$$\eta_{(C)} = \frac{P_2}{P_{1(C)}} = \frac{P_2}{P_2 + \sum P_{(C)}}, \quad (4.154)$$

unde  $P_{1(C)}$  reprezintă puterea absorbită de la convertoare, iar  $\sum P_{(C)}$  pierderile din mașină la alimentarea de la convertoare.

#### 4.6. MODELUL MATEMATIC ASOCIAT MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

La alimentarea mașinii de inducție de la rețea sistemul tensiunilor are forma:

$$\begin{aligned} u_A &= \sqrt{2}U_{11} \sin \omega_1 t; \\ u_B &= \sqrt{2}U_{11} \sin(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}); \\ u_C &= \sqrt{2}U_{11} \sin(\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \quad (4.155)$$

La mașina de inducție alimentată prin convertoare i se poate asocia o schemă echivalentă corespunzătoare fundamentalei, fig. 4.2 și un număr de scheme corespunzătoare armonicilor de ordinul  $\nu$  [56], fig. 4.3.

Pentru început se neglijează fenomenul de refulare.

La considerarea *armonicii fundamentale* a tensiunii de alimentare, ecuațiile corespunzătoare fig. 4.2, sunt următoarele:

$$\underline{U}_{11} = \underline{Z}_{11} \cdot \underline{I}_{11} - \underline{U}_{e11}; \quad \underline{U}_{e21} = \underline{Z}'_{21} \cdot \underline{I}'_{21} = \underline{U}_{e11}; \quad (4.156)$$

$$\underline{U}_{e11} = -\underline{Z}_{m1} \cdot \underline{I}_{011}; \quad \underline{I}_{011} = \underline{I}_{11} + \underline{I}'_{21}.$$

Parametrii electrici la neglijarea fenomenului de refulare se definesc astfel:

$$R_{11} = R_1 = R_{1N}; \quad R'_{21} = R'_2 = R'_{2N}; \quad R_{m1} = R_m = \left( \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} \right)^2 \cdot R_{mN};$$

$$X_{11} = X_1 = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{1N}; \quad X'_{21} = X'_2 = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X'_{2N}; \quad X_{m1} = X_m = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{mN}, \quad (4.157)$$

unde rezistența și reactanța de magnetizare corespunzătoare fundamentalei au forma [31]:

$$R_{m1} = K_1'' \cdot \frac{3}{2} L_{11h1} \cdot \omega_1^2; \quad X_{m1} = \omega_1 \cdot L_{m1}, \quad (4.158)$$

iar  $L_{m1}$  este inductivitatea ciclică corespunzătoare fundamentalei:

$$L_{m1} = K_1' \cdot \frac{3}{2} \cdot L_{11h1}. \quad (4.159)$$

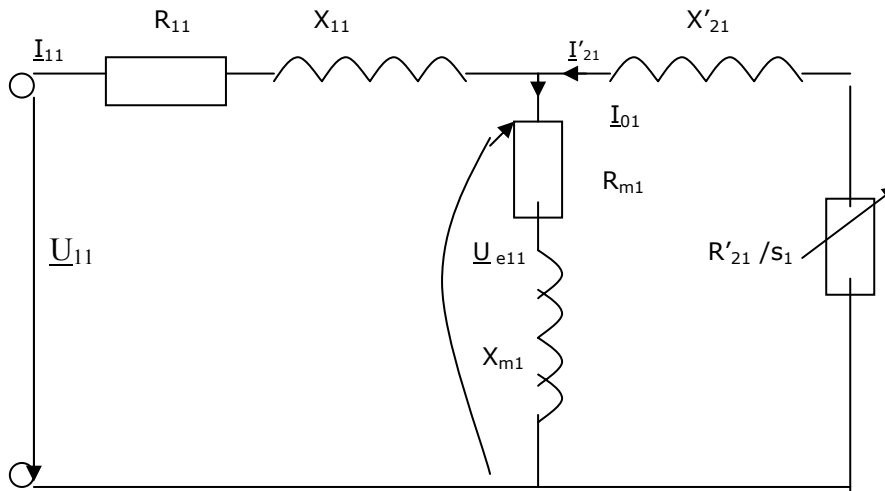
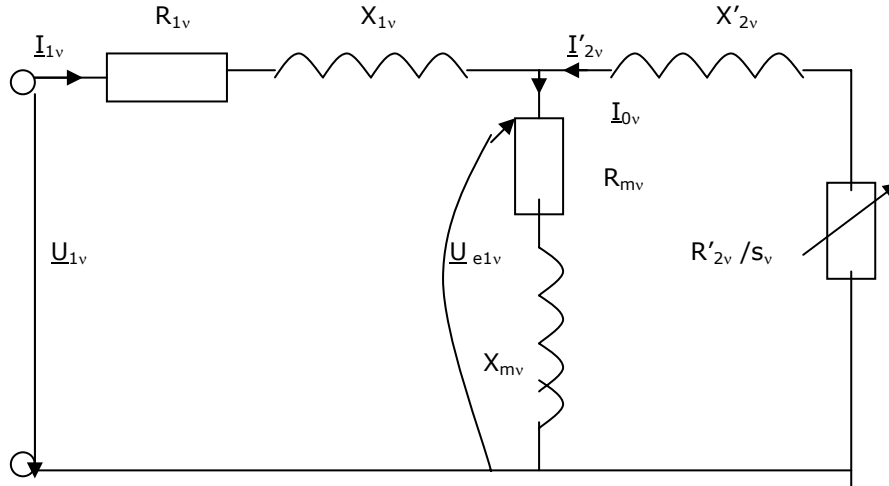


Fig. 4.2. Schema echivalentă a mașinii de inducție pentru fundamentală.

Fig. 4.3. Schema echivalentă a mașinii de inducție pentru armonica  $v$ .

Coeficienții  $K_1'$ ,  $K_1''$  depind de pierderile în fier, de modul de variație a câmpului magnetic și de viteza rotorului.

Pentru fundamentală alunecarea mașinii are expresia (1.2).

La considerarea *armonicii*  $v$ , tensiunea de alimentare este de forma:

$$\begin{aligned} u_A &= \sum_{v \neq 1}^{\infty} \sqrt{2} U_{1v} \sin v \omega_1 \cdot t; \\ u_B &= \sum_{v \neq 1}^{\infty} \sqrt{2} U_{1v} \sin(v \omega_1 \cdot t - \frac{2\pi}{3}); \\ u_C &= \sum_{v \neq 1}^{\infty} \sqrt{2} U_{1v} \sin(v \omega_1 \cdot t - \frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \quad (4.160)$$

Schemei echivalente pentru armonica  $v$  din fig. 4.3, îi corespund următoarele ecuații:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1v} &= \underline{Z}_{1v} \cdot \underline{I}_{1v} - \underline{U}_{e1v}; & \underline{U}'_{e2v} &= \underline{Z}'_{2v} \cdot \underline{I}'_{2v} = \underline{U}_{e1v}; \\ \underline{U}_{e1v} &= -\underline{Z}_{mv} \cdot \underline{I}_{01v}; & \underline{I}_{01v} &= \underline{I}_{1v} + \underline{I}'_{2v}. \end{aligned} \quad (4.161)$$

Dacă se neglijează fenomenul pelicular parametrii statorici sunt de forma:

$$\begin{aligned} R_{1v} &= R_{11} = R_1 = R_{1N}; & L_{1\sigma v} &= L_{1\sigma 1} = L_{1\sigma}; \\ X_{1v} &= \omega_{1v} \cdot L_{1\sigma v} = v \omega_1 L_{1\sigma v} = v \cdot X_1 = v \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{1N}, \end{aligned} \quad (4.162)$$

unde  $L_{1\sigma v}$  reprezintă inductivitatea de dispersie statorică corespunzătoare armonicii de ordinul  $v$ .

Rezistența și reactanța de scăpări rotorice reduse la stator, corespunzătoare armonicii  $v$ , la neglijearea fenomenului pelicular, au expresia:

$$\begin{aligned} R'_{2v} &= R'_{21} = R'_2 = R'_{2N}; \\ X'_{2v} &= v \cdot \omega_1 \cdot L'_{2\sigma} = v \cdot X'_2 = v \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X'_{2N}. \end{aligned} \quad (4.163)$$

Rezistența de magnetizare corespunzătoare armonicii  $v$  este:

$$R_{mv} = K''_v \cdot \frac{3}{2} \cdot L_{11h_v} \cdot \omega_{1v}^2 = K''_v \cdot \frac{3}{2} \cdot L_{11h_1} \cdot v^2 \cdot \omega_1^2, \quad (4.164)$$

și dacă se ține seama de (4.158) și (4.159), rezultă

$$R_{mv} = K''_v v^2 R_{m1} = K'' \cdot v^2 \cdot \left( \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} \right)^2 \cdot R_{mN}, \quad (4.165)$$

unde  $K'' = \frac{K''_v}{K_1}$ .

Reactanța de magnetizare are expresia:

$$X_{mv} = \omega_{1v} \cdot L_{mv}, \quad (4.166)$$

unde  $L_{mv}$  reprezintă inductivitatea ciclică utilă, corespunzătoare armonicii  $v$ :

$$L_{mv} = K'_v \cdot \frac{3}{2} \cdot L_{11h_v}. \quad (4.167)$$

Cu (4.158), (4.159) și (4.167) relația (4.166) devine:

$$X_{mv} = K'_v \cdot v \cdot X_{m1} = K' \cdot v \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{mN}, \quad (4.168)$$

unde  $K' = \frac{K'_v}{K_1}$ .

Ținând seama de neglijarea fenomenului de refulare, se pot defini factorii de modificare a rezistențelor și reactanțelor în cazul considerării armonicilor superioare de ordin  $v$  față de armonica fundamentală:

$$\begin{aligned} K_{r1} &= \frac{R_{1v}}{R_1} = 1; & K_{x1} &= \frac{X_{1v}}{X_1} = v; \\ K_{R'_2} &= \frac{R'_{2v}}{R'_2} = 1; & K_{X'_2} &= \frac{X'_{2v}}{X'_2} = v; \\ K_{Rm} &= \frac{R_{mv}}{R_{m1}} = K'' \cdot v^2; & K_{Xm} &= \frac{X_{mv}}{X_{m1}} = K' \cdot v. \end{aligned} \quad (4.169)$$

La considerarea fundamentalei și a armonicilor superioare, prin descompunere în serie Fourier, tensiunea de alimentare are forma:

$$\begin{aligned} u_A &= \sum_v \sqrt{2} U_{1v} \sin v \omega_1 t = \sqrt{2} U_{11} \sin \omega_1 t + \sum_{v \neq 1} \sqrt{2} U_{1v} \sin v \omega_1 t; \\ u_B &= \sum_v \sqrt{2} U_{1v} \sin \left( v \omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right) = \sqrt{2} U_{11} \sin \left( \omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right) + \sum_{v \neq 1} \sqrt{2} U_{1v} \sin \left( v \omega_1 t - \frac{2\pi}{3} \right); \\ u_C &= \sum_v \sqrt{2} U_{1v} \sin \left( v \omega_1 t - \frac{4\pi}{3} \right) = \sqrt{2} U_{11} \sin \left( \omega_1 t - \frac{4\pi}{3} \right) + \sum_{v \neq 1} \sqrt{2} U_{1v} \sin \left( v \omega_1 t - \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned} \quad (4.170)$$

Acest caz corespunde alimentării nesinusoidale a mașinii de inducție de la convertoare statice de frecvență. Se aplică superpoziția efectelor, se determină efectul fiecărei armonici, apoi se calculează efectul global.

Parametrii corespunzători alimentării de la convertoare sunt definiți în funcție de parametri nominali calculați s-au determinați experimental la frecvența fundamentalei  $f_1=f_{11}=f_{1N}=50$  Hz. La frecvența fundamentalei, tensiunile obținute de la convertor sunt de forma:

$$\begin{aligned} u_A &= \sqrt{2}U_{1(C)} \sin \omega_1 t; \\ u_B &= \sqrt{2}U_{1(C)} \sin(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3}); \\ u_C &= \sqrt{2}U_{1(C)} \sin(\omega_1 t - \frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \quad (4.171)$$

Mașinii de inducție, alimentată de la convertoare, i se asociază o schemă echivalentă, fig. 4.4, cu ecuațiile:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{1(C)} &= \underline{Z}_{1(C)} \cdot \underline{I}_{1(C)} - \underline{U}_{e1(C)}; \quad \underline{U}'_{e2(C)} = \underline{Z}'_{2(C)} \cdot \underline{I}'_{2(C)} = \underline{U}_{e1(C)}; \\ \underline{U}_{e1(C)} &= -\underline{Z}_{1m(C)} \cdot \underline{I}_{01(C)}; \quad \underline{I}_{01(C)} = \underline{I}_{1(C)} + \underline{I}'_{2(C)}. \end{aligned} \quad (4.172)$$

unde intervin următoarele mărimi:

$\underline{Z}_{1(C)}$  - reprezintă impedanța echivalentă a înfășurării statorice corespunzătoare alimentării de la convertoare, fiind definită ca suma dintre rezistența și reactanța fazei statorice:

$$\underline{Z}_{1(C)} = R_{1(C)} + jX_{1(C)}. \quad (4.173)$$

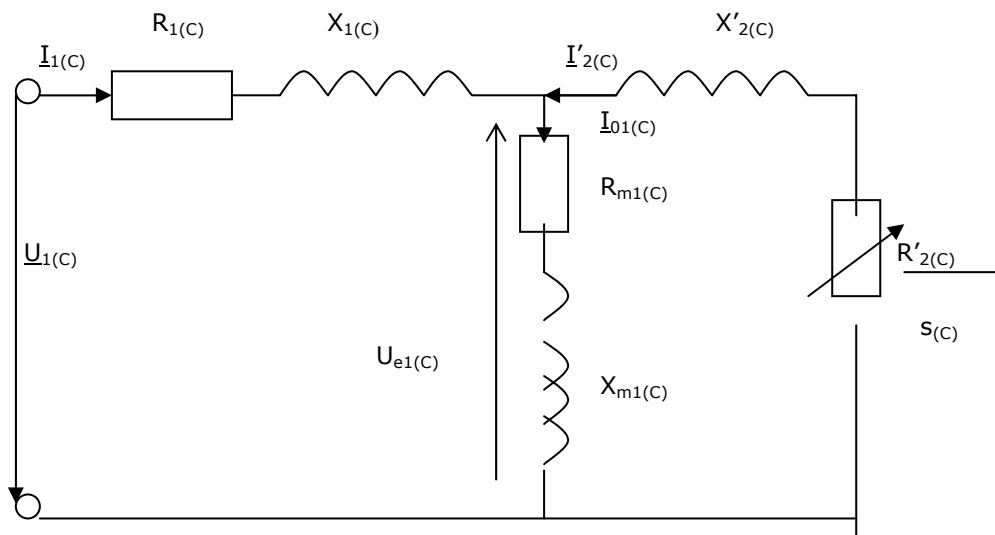


Fig. 4.4. Schema echivalentă a mașinii de inducție alimentată de la convertoare.



$\underline{Z}'_{2(C)}$  - reprezintă impedanța echivalentă raportată la stator a fazei rotorice parcursă de curentul  $I'_{2(C)}$ , fiind definită ca sumă dintre rezistența și reactanța fazei rotorice:

$$\underline{Z}'_{2(C)} = \frac{R'_{2(C)}}{s_{(C)}} + j \cdot X'_{2(C)}, \quad (4.174)$$

în care  $s_{(C)}$  este alunecarea.

$\underline{Z}'_{1m(C)}$  - reprezintă impedanța echivalentă a circuitului de magnetizare parcursă de curentul de magnetizare, cu expresia:

$$\underline{Z}'_{1m(C)} = R_{1m(C)} + jX_{1m(C)}, \quad (4.175)$$

în care  $R_{1m(C)}$ ,  $X_{1m(C)}$  sunt rezistența echivalentă de magnetizare și reactanța echivalentă de magnetizare.

Situațiile analizate corespund regimului permanent când parametrii mașinii se pot considera constanți la frecvențele  $f_l$  de alimentare. Rezistența rotorică  $R'_{2(C)}$  depinde de sarcina mașinii prin intermediul alunecării  $s_{(C)}$ .

În realitate toți parametrii mașinii sunt variabili, în principal datorită efectelor de refulare și saturație. În regim dinamic se ține seama și de prezența acestor fenomene. În funcție de frecvența de alimentare se pot folosi scheme electrice simplificate (& 5.2).

Efectul de refulare este pus în evidență de coeficienții de modificare ai rezistențelor și reactanțelor determinați cu ajutorul expresiilor (4.12), respectiv (4.16) pentru stator și, (4.30) pentru rotor.

În acest caz, rezistențele statorice și rotorice determinate pentru frecvența fundamentalei la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare, au expresiile:

$$\begin{aligned} R_{1(C)} &= K_{r11} \cdot R_1 = K_{r11} \cdot R_{1N}; & X_{1(C)} &= K_{X11} \cdot X_1 = K_{X11} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{1N}; \\ R'_{2(C)} &= K_{r21} \cdot R'_2 = K_{r21} \cdot R'_{2N}; & X'_{2(C)} &= K_{X21} \cdot X'_2 = K_{X21} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X'_{2N}. \end{aligned} \quad (4.176)$$

### Concluzii:

1. Modelul matematic stabilit în cazul alimentării mașinilor de inducție de la un sistem nesinusoidal, fără considerarea efectului pelicular, este valabil în regim permanent și s-a obținut prin descompunere în serie Fourier a mărimilor variabile în timp;

2. În cazul considerării fundamentalei ( $\nu=1$ ), la neglijarea refulării, parametrii mașinii asincrone practic nu suferă modificări;

3. În regim dinamic, se ține seama și de fenomenul de refulare mai ales în barele rotorice și, în funcție de frecvența de alimentare se pot utiliza scheme simplificate.

#### 4.7. SCHEME MATLAB-SIMULINK PENTRU DETERMINAREA PIERDERILOR ȘI CARACTERISTICILOR MAȘINII DE INDUCȚIE ALIMENTATĂ DE LA REȚEA

La alimentarea sinusoidală a mașinii de inducție cu tensiuni de forma (4.155), prin fazele mașinii circulă curenți defazați cu  $\varphi$  față de tensiunile de alimentare:

$$\begin{aligned} i_A &= \sqrt{2}I_1 \sin(\omega_1 t - \varphi); \\ i_B &= \sqrt{2}I_1 \sin(\omega_1 t - \varphi - \frac{2\pi}{3}); \\ i_C &= \sqrt{2}I_1 \sin(\omega_1 t - \varphi - \frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \quad (4.177)$$

Puterea medie activă în timpul unei perioade pe o fază este de forma:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_{\max} I_{\max} \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) dt = U_{ef} I_{ef} \cos \varphi, \quad (4.178)$$

unde  $U_{\max} = \sqrt{2}U_{ef}$ ;  $I_{\max} = \sqrt{2}I_{ef}$ , reprezintă amplitudinea tensiunii și curentului pe fază, iar  $I_1 = I_{ef}$ ;  $U_1 = U_{ef}$ , reprezintă valoarea efectivă.

Valoarea efectivă a curentului este definită astfel:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}, \quad (4.179)$$

și reprezintă valoarea curentului de intensitate constantă care dezvoltă aceeași cantitate de căldură ca și curentul alternativ, dacă acesta ar fi uniform repartizat în secțiunea conductorului.

Cu ajutorul expresiilor definite anterior se realizează schema *MatlabSimulink* din fig. 4.5, pentru determinarea pierderilor la alimentarea mașinii de inducție de la rețea.

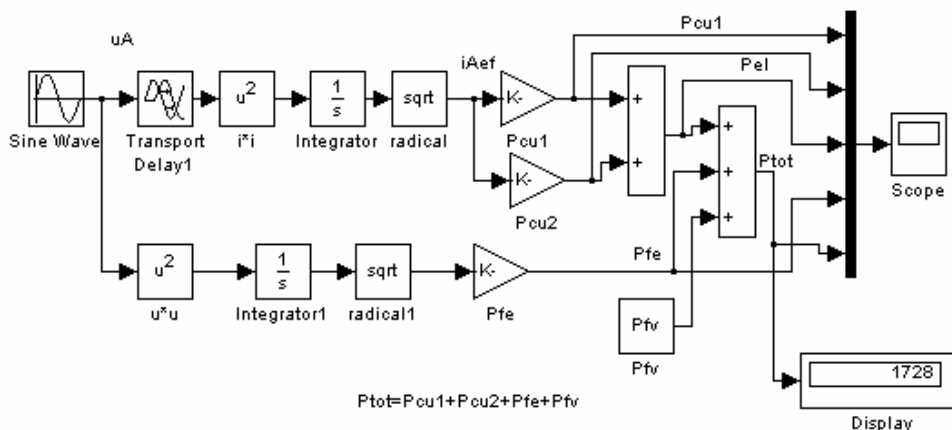


Fig. 4.5. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor la alimentarea mașinii de inducție de la rețea.

Caracteristica  $M=f(s)$  se poate determina cu schema *MatlabSimulink* din fig. 4.6, iar randamentul corespunzător regimului dinamic  $\eta=f(t)$  cu schema din fig. 4.7.

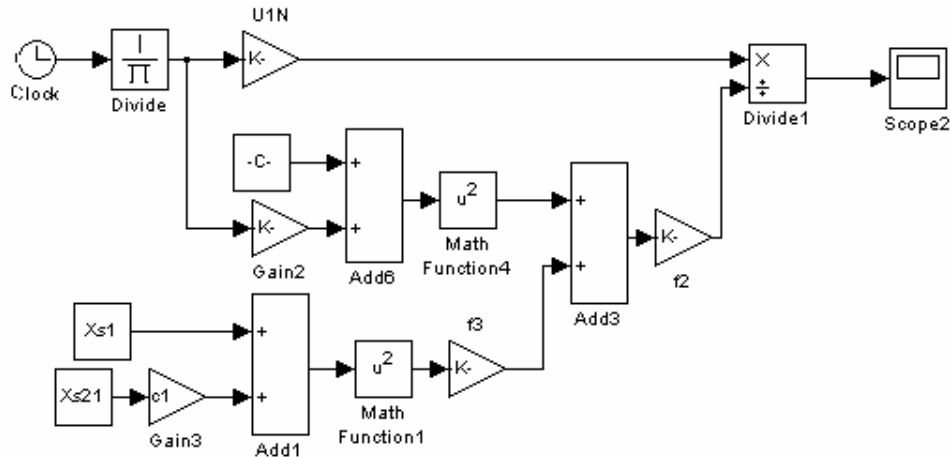


Fig. 4.6. Schema MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicii  $M=f(s)$ .

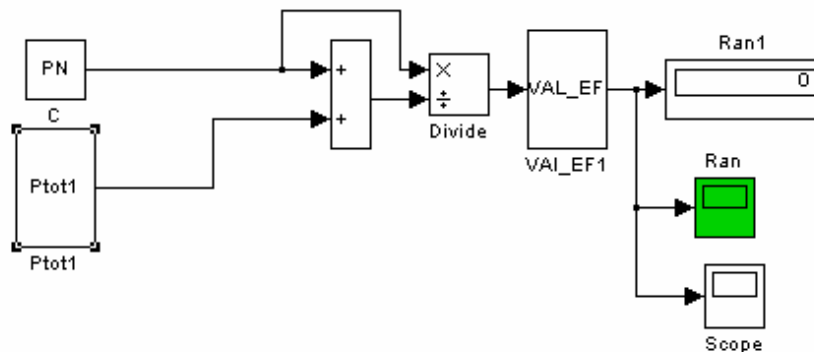


Fig. 4.7. Schema MatlabSimulink pentru determinarea randamentului  $\eta=f(t)$  la alimentarea mașinii de inducție de la rețea.

#### 4.8. SCHEME MATLAB-SIMULINK PENTRU DETERMINAREA PIERDERILOR ȘI CARACTERISTICILOR LA MAȘINA DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

Convertoarele statice de frecvență alimentează mașinile de inducție cu tensiuni nesinusoidale periodice, iar curenții care circulă prin înfășurări sunt de aceeași natură. Mărimile nesinusoidale periodice  $u(t)$ ,  $i(t)$  și  $p(t)$  pot fi descompuse în serii Fourier de forma [29], [58]:

$$\begin{aligned}
 u_A(t) &= \sum_{v=1}^{\infty} u_{A_v}(t) = \sum_{v=1}^{\infty} U_v \sqrt{2} \sin v\omega \cdot t; \\
 u_B(t) &= \sum_{v=1}^{\infty} u_{B_v}(t) = \sum_{v=1}^{\infty} U_v \sqrt{2} \sin(v\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}); \\
 u_C(t) &= \sum_{v=1}^{\infty} u_{C_v}(t) = \sum_{v=1}^{\infty} U_v \sqrt{2} \sin(v\omega \cdot t - \frac{4\pi}{3}),
 \end{aligned}
 \tag{4.180}$$

unde  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  este pulsația fundamentalei,  $U_{\max} = \sqrt{2}U_v$  este amplitudinea, iar  $U_v$  reprezintă valoarea efectivă:

$$U_v = \sqrt{\frac{A_v^2 + B_v^2}{2}}. \tag{4.181}$$

Mărimile  $A_v$  și  $B_v$  reprezintă coeficienții dezvoltării în serie Fourier:

$$u(t) = \sum_{v=1}^{\infty} A_v \cos v\omega t + \sum_{v=1}^{\infty} B_v \sin v\omega t \tag{4.182}$$

și sunt dați de relațiile:

$$\begin{aligned}
 A_v &= \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cdot \cos v\omega t \cdot dt; \\
 B_v &= \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cdot \sin v\omega t \cdot dt.
 \end{aligned}
 \tag{4.183}$$

Determinarea aproximativă a coeficienților seriei Fourier când se cunosc valorile  $u_n = u(t_n)$  ale semnalului la momente discrete echidistante  $t_n = n \cdot T / m$ , ( $n = 1, 2, \dots, m$ ), se face înlocuindu-se integralele (4.183) cu:

$$\begin{aligned}
 A_v &\approx \frac{2}{m} \sum_{n=1}^m u_n \cos(n \frac{2\pi v}{m}); \\
 B_v &\approx \frac{2}{m} \sum_{n=1}^m u_n \sin(n \frac{2\pi v}{m}).
 \end{aligned}
 \tag{4.184}$$

Valoarea efectivă a unui semnal nesinusoidal prin definiție este:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) \cdot dt}, \tag{4.185}$$

sau în funcție de valorile efective ale componentelor semnalului:

$$U = \sqrt{\sum_{v=1}^{\infty} U_v^2}. \tag{4.186}$$

Valoarea efectivă a curentului total se obține din valorile efective ale curenților individuali, corespunzători armonicilor  $v$ , cu expresia:

$$I = \sqrt{\sum_{v=1}^{\infty} I_v^2} . \quad (4.187)$$

Puterea activă în regim nesinusoidal, când tensiunea  $u(t)$  și curentul  $i(t)$  sunt nesinusoidale:

$$u(t) = \sum_{v=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot U_v(t) \sin(v\omega \cdot t); \quad (4.188)$$

$$i(t) = \sum_{v=1}^{\infty} \sqrt{2} \cdot I_v(t) \sin(v\omega \cdot t - \varphi_v),$$

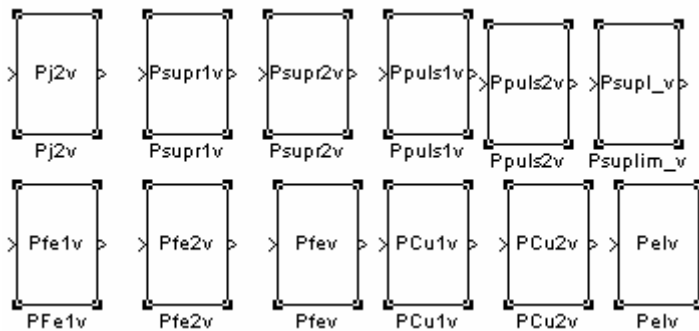
reprezintă prin definiție media pe o perioadă a puterii instantanee:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \sum_{v=0}^{\infty} U_v I_v \cos \varphi_v = \sum_{v=0}^{\infty} P_v , \quad (4.189)$$

unde  $\varphi_v$  este defazajul între armonicile  $v$  de tensiune și curent.

Pierderile electrice, la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare, se determină cu schema *MatlabSimulink* din fig. 4.9, iar pierderile în fier se determină cu schema din fig. 4.10. La baza acestor scheme stau blocurile din fig. 4.8.

Pierderile în dinții statorului și rotorului se determină cu schemele *MatlabSimulink* din figurile 4.11 și 4.14, iar cu schemele din figurile 4.12 și 4.13 pierderile din jug.



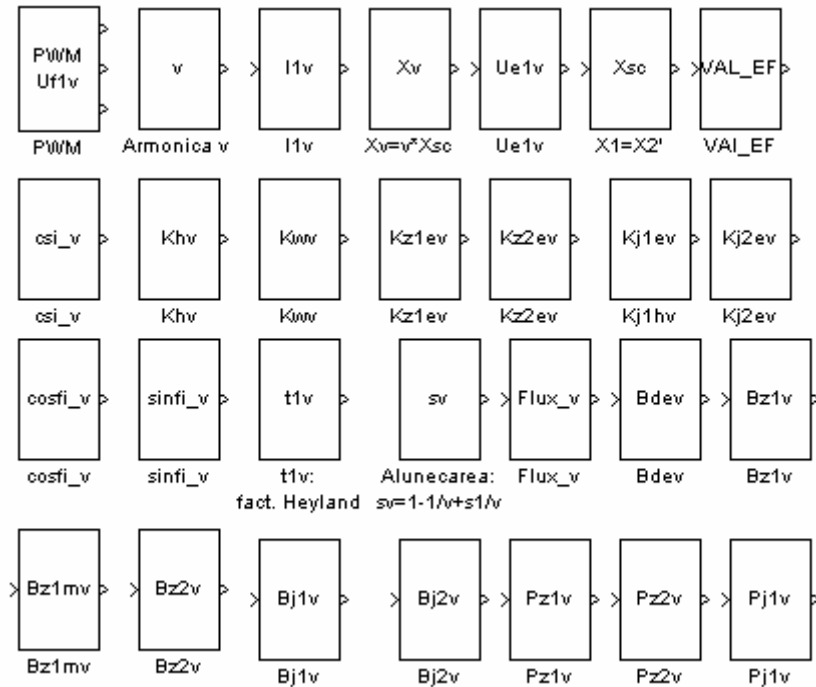


Fig. 4.8. Blocurile MatlabSimulink care stau la baza determinării pierderilor mașinii de inducție alimentată de la convertoare.

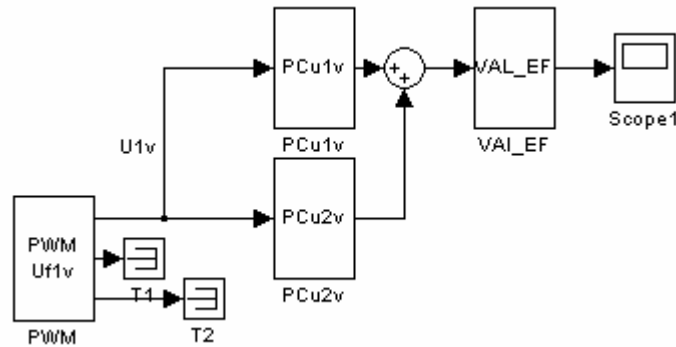


Fig. 4.9. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor electrice ale mașinii de inducție alimentată de la convertoare.

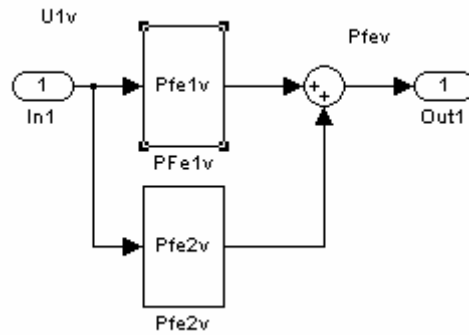


Fig. 4.10. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor în fier.

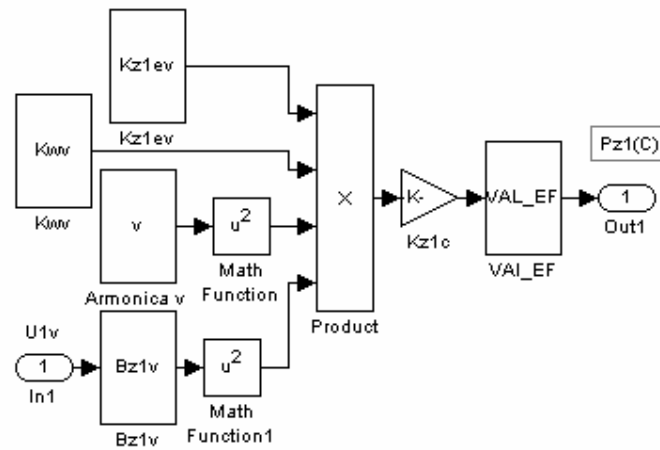


Fig. 4.11. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor în dinții statorului  $P_{z1(C)}$  la mașina de inducție cuplată cu convertoare.

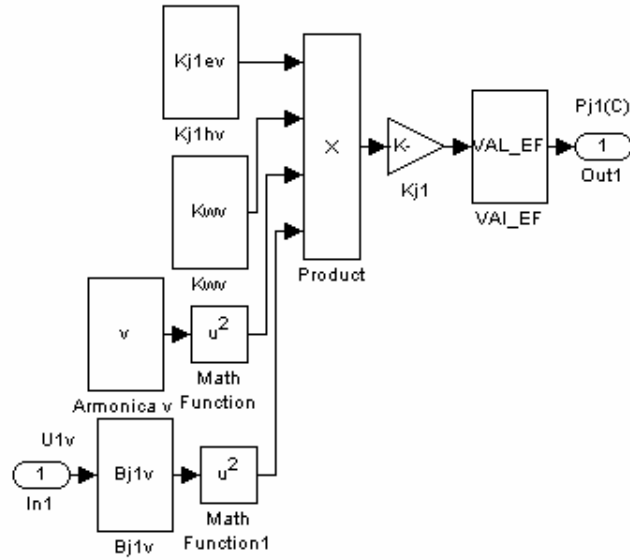


Fig. 4.12. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor în jugul statorului  $P_{j1(C)}$  la mașina de inducție cuplată cu convertoare.

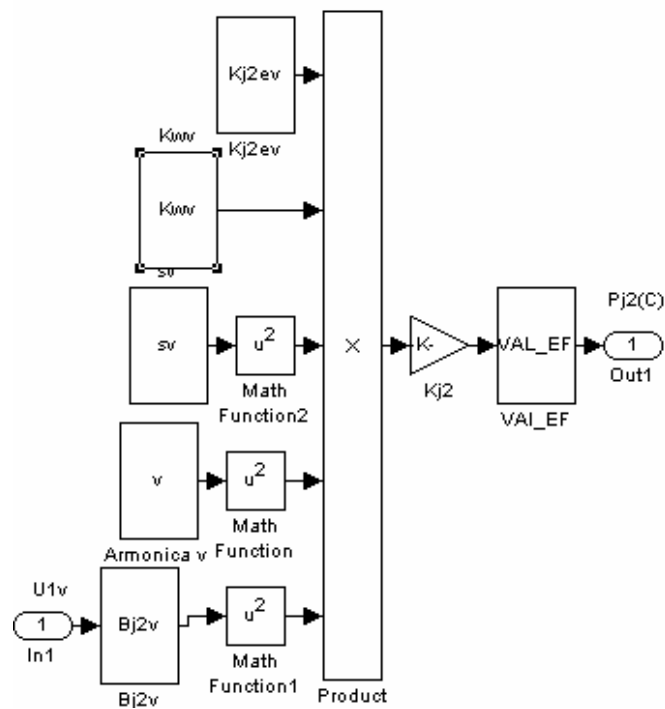


Fig. 4.13. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor în jugul rotorului  $P_{j2(C)}$  la mașina de inducție cuplată cu convertoare.



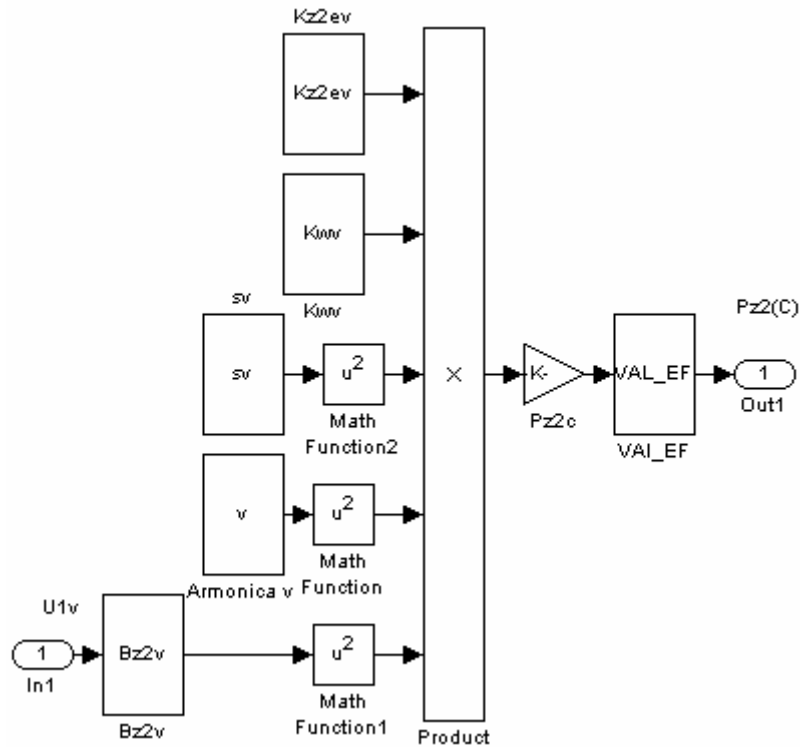


Fig. 4.14. Schema MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor în dinții rotorului  $P_{z2(C)}$  la mașina de inducție cuplată cu convertoare.

Cuplul asincron  $M_v=f(s_v)$  se determină cu schema din fig. 4.15, iar pierderile suplimentare din mașina cuplată cu convertoare cu schemele *MatlabSimulink* din fig. 4.16. Curentul  $I_{1v}$  în regim dinamic și randamentul se determină cu schemele din figurile 4.17 și 4.18.

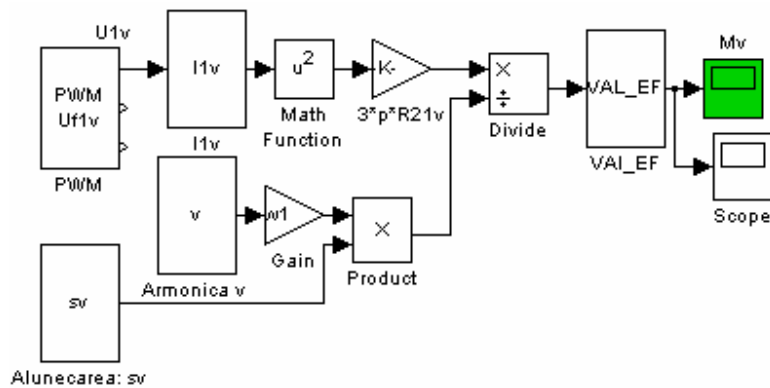


Fig. 4. 15. Schema MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicii  $M_v=f(s_v)$  la alimentarea mașinii de inducție de la convertor.

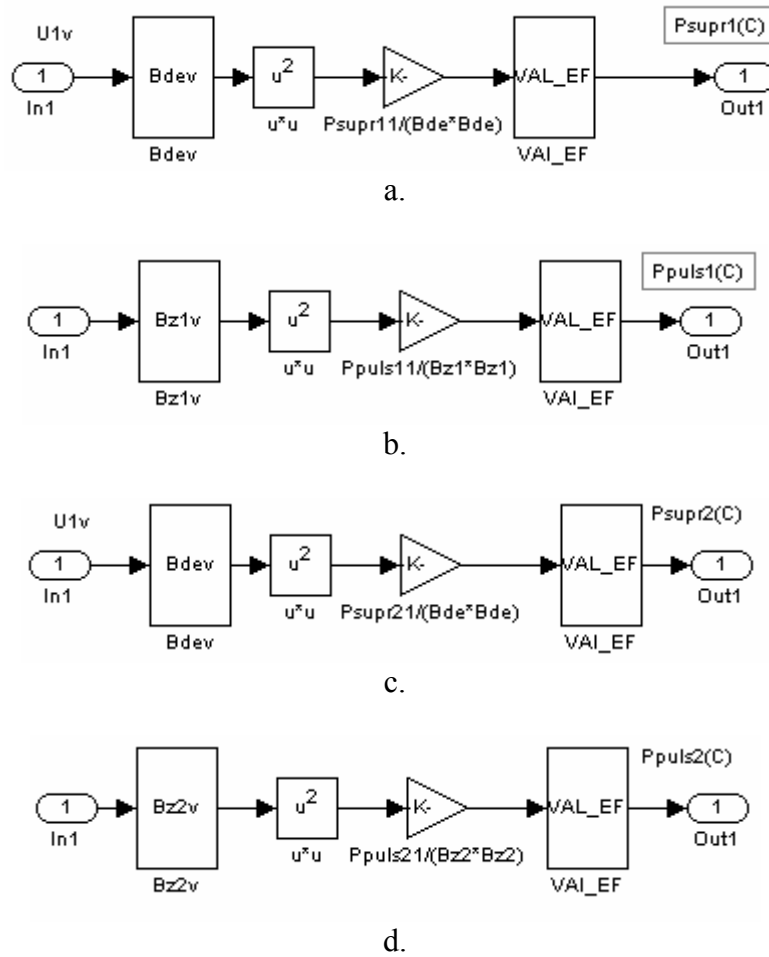
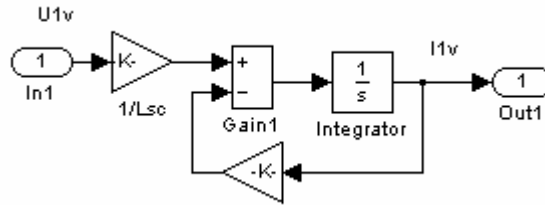
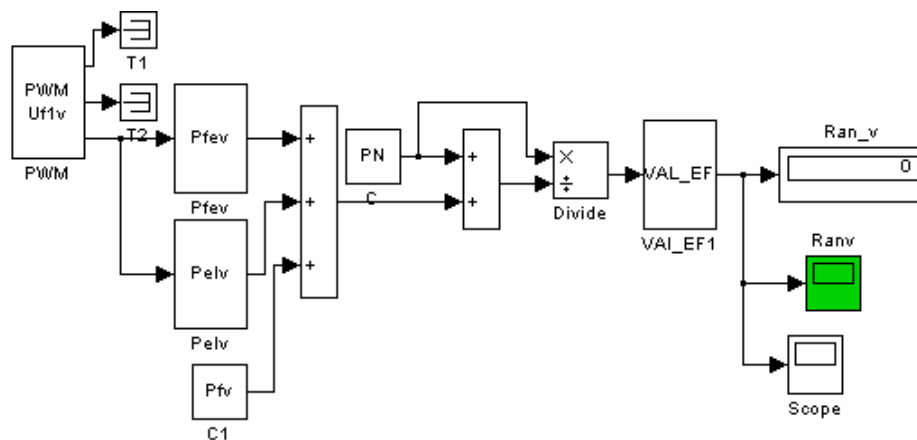


Fig. 4.16. Scheme MatlabSimulink pentru determinarea pierderilor suplimentare în mașina de inducție cuplată cu convertoare:

- a. -Pierderile suplimentare de suprafață în stator  $P_{supr1(C)}$ ;
- b.- Pierderile suplimentare prin pulsație în dinții statorului  $P_{puls1(C)}$ ;
- c. -Pierderile suplimentare de suprafață în rotor  $P_{supr2(C)}$ ;
- d. -Pierderile suplimentare prin pulsație în dinții rotorului  $P_{puls2(C)}$ .

Fig. 4.17. Schema MatlabSimulink pentru determinarea curentului  $I_{1v}$ .Fig. 4.18. Schema MatlabSimulink pentru determinarea randamentului  $\eta=f(t)$  la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare.

#### 4.9. ASPECTE PRIVIND OPTIMIZAREA LOCALĂ ȘI GLOBALĂ

În funcție de datele nominale și dimensiunile de gabarit impuse motorului de inducție, acesta poate fi proiectat la aceleași solicitări electromagnetice în mai multe variante. Variantele se deosebesc prin dimensiunile principale și cele constructive.

Drept valoare optimă pentru care un element criterial se minimizează poate fi: dimensiunile de gabarit, volumul de materiale active, pierderile totale, pierderile din rotor etc.

La mașinile de inducție convenționale sunt creștături rotor duble sau adânci, la care efectul pelicular are o importanță deosebită la pornire.

Mașinile de inducție alimentate de la convertoare au viteza de rotație variabilă în limite largi. Fără a considera caracteristicile de pornire, creștătura rotorică trebuie să fie largă și scurtă ( $h/b_2 < 1,5$  și  $b_1/b_2 > 1$ ) sub limita inducției magnetice în dintele rotoric, reducându-se mult reactanța de scăpări. O reactanță de scăpări rotorică mică duce la un factor de putere îmbunătățit și creșterea crestei cuplului. Combinând cu rezistența rotorică redusă, o reactanță rotorică mică folosește la reducerea frecvenței de alunecare pentru cuplul nominal.

Posibilitatea schimbării profilului caracteristicii cuplu-viteză duce la obținerea unei linii de start performantă când se fixează frecvența sincronă. Linia de start se plasează pe creasta cuplului, iar cuplul nominal corespunde celei mai favorabile

frecvențe de alunecare. Rezultă o minimizare a frecvenței, a pierderilor de putere activă și a pierderilor în fier.

Obținerea unei soluții optime a crestăturii pentru rotor în colivie se face cu o problemă de optimizare multicriterial discretă la care variabilele de optimizare sunt considerate continue. Geometria corespunzătoare crestăturii rotorului, pentru mașina de inducție cu rotorul în colivie, are rolul de a reduce pierderile armonicilor și excentricitatea statică a intrefierului.

Optimizarea locală și globală se face cu un pachet de programe elaborat în *MATLAB*, ușor de manevrat și, care permite obținerea unor caracteristici grafice ce stau la baza concluziilor ce se impun.

Se pot trage **concluziile:**

1. Proiectarea unei mașini electrice se face în sens larg sau în sens restrâns, respectându-se o serie de criterii de performanță;
2. Atunci când mașina este alimentată direct de la rețea strategia de proiectare are în vedere maximizarea efectului pelicular și creșterea rezistenței rotorice pentru a îmbunătăți caracteristicile de pornire;
3. La alimentarea mașinii de la convertoare se ține seama de influența armonicilor superioare produse de convertor asupra funcționării mașinii. Posibilitatea obținerii variației unei viteze în limite largi și a schimbării profilului caracteristicii cuplu-viteză presupune alegerea potrivită a frecvenței de alunecare. În acest caz crestăturile sunt scurte, cu dinți paraleli și o suprafață efectivă mai mică. Rezistența rotorică este mai mică și reactanța mai mare, reducându-se frecvența de alunecare pentru cuplul nominal. Se obțin pierderi de putere activă și magnetice mai mici și, deci randament maxim și factor de putere îmbunătățit.

## CAPITOLUL 5

### ESTIMAREA PARAMETRILOR DE FUNCȚIONARE LA MAȘINA DE INDUCȚIE

Cunoașterea parametrilor mașinii de inducție prezintă o importanță deosebită pentru studiul regimurilor de funcționare și pentru proiectarea sistemului de reglare automată. Determinarea parametrilor mașinii de inducție se face prin calcul sau experimental.

Pentru a testa mașinile electrice sunt necesare metode adecvate de determinare a parametrilor, bazate pe prelucrarea datelor măsurate pentru un interval de funcționare. Se au în vedere parametrii mașinilor de inducție de mică și medie putere.

#### 5.1. ESTIMAREA PARAMETRILOR CU METODE CLASICE

Determinarea parametrilor concentrați, rezistențe și inductivități se face prin măsurare pe baza metodelor de încercare standardizate cu mașina conectată la rețea sau fără a fi conectată la rețea [35], [37], [88].

• **Determinarea rezistenței electrice** se face cu una din metodele: metoda voltmetrului și ampermetrului, metoda punții simple sau duble, metoda comparației.

Rezistența se măsoară cu rotorul în repaus. Dacă înfășurarea este în stea atunci rezistența statorică  $R_S$  pe fază este

$$R_S = \frac{1}{2} R , \quad (5.1)$$

iar dacă înfășurarea este conectată în triunghi atunci

$$R_S = \frac{3}{2} R , \quad (5.2)$$

unde  $R$  este rezistența măsurată.

Pentru motoarele de inducție cu rotorul în scurtcircuit rezistența echivalentă pe fază a înfășurării rotorice raportată la stator se determină din încercarea de scurtcircuit cu relația:

$$R_r' = R_{SC} - R_S = \frac{P_{1SC}}{3I_{1SC}^2} - R_S , \quad (5.3)$$

unde  $R_{SC}$  este rezistența de scurtcircuit, iar  $P_{1SC}$  și  $I_{1SC}$  sunt puterea și respectiv curentul de scurtcircuit.

• **Determinarea inductivității de dispersie a înfășurării statorului  $L_{S\sigma}$**  se face pe baza metodei rotorului scos. Înfășurarea statorică este alimentată cu un sistem trifazat de tensiuni. Se produce un flux de dispersie  $\Phi_{S\sigma}$  căruia îi corespunde reactanța de dispersie  $X_{S\sigma}$  și un flux în interiorul statorului  $\Phi_l$  căruia îi corespunde reactanța  $X_l$ .

Fluxului total îi corespunde reactanța:

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{\frac{U^2}{3I^2} - \frac{P^2}{3I^2}}, \quad (5.4)$$

unde  $U$  și  $I$  sunt tensiunea de linie și curentul pe fază, iar  $P$  este puterea absorbită de înfășurare. Reactanța  $X_i$  se determină cu ajutorul unei bobine-sondă suprapusă peste laturile unei bobine ale unei faze cu  $w_b$  spire, la care se măsoară t. e. m.  $U_{ei}$  indusă în cele  $w_s$  spire ale bobinei-sondă

$$X_i = \frac{q \cdot w_b \cdot U_{ei}}{w_s \cdot I}, \quad (5.5)$$

unde  $q$  reprezintă numărul de creștături pe pol și fază al înfășurării statorice, iar  $I$  este curentul pe fază.

Reactanța de dispersie și inductivitatea de dispersie ale înfășurării statorului sunt:

$$X_{s\sigma} = X - X_i; \quad L_{s\sigma} = \frac{X_{s\sigma}}{2\pi f_1}. \quad (5.6)$$

• **Inductivitatea de dispersie a înfășurării rotorului**  $L'_{r\sigma}$  se determină pe baza încercării la scurtcircuit a mașinii de inducție când se măsoară tensiunea aplicată, curenții de linie și puterea absorbită de la rețea:

$$X_{SC} = \sqrt{Z_{SC}^2 - R_{SC}^2}, \quad (5.7)$$

unde  $Z_{SC}$  este impedanța de scurtcircuit:

$$Z_{SC} = \frac{U_{1sc} N}{I_{1sc}}, \quad (5.8)$$

iar  $R_{SC}$  este rezistența de scurtcircuit:

$$R_{SC} = R_s + R'_r = \frac{P_{1sc}}{3I_{1sc}^2}. \quad (5.9)$$

Reactanța de dispersie a rotorului  $X'_{r\sigma}$  este:

$$X'_{r\sigma} = X_{SC} - X_{s\sigma}, \quad (5.10)$$

iar inductivitatea de dispersie a înfășurării rotorului:

$$L'_{r\sigma} = \frac{X'_{r\sigma}}{2\pi f_1}. \quad (5.11)$$

În practică, cu aproximație se admite  $X_{s\sigma} = X'_{r\sigma} = X_{SC}/2$ , respectiv  $L_{s\sigma} \approx L'_{r\sigma}$ .

• **Determinarea inductivității ciclice utile**  $L_{sh}$  se face cu ajutorul probei de mers în gol. Se măsoară, în funcție de tensiunea de alimentare  $U_1$ , curenții de linie în gol  $I_{01}$  și puterea activă absorbită  $P_{01}$ .

Factorul de putere la mers în gol se calculează cu relația:

$$\cos \varphi_{01} = \frac{P_{01}}{\sqrt{3} U_{1fN} I_{01}}, \quad (5.12)$$

unde  $P_{01}$  este puterea absorbită la mersul în gol,  $U_{1fN}$  este tensiunea nominală pe fază a statorului, iar  $I_{01}$  este curentul de mers în gol.

Componenta activă a curentului de mers în gol se determină cu expresia:

$$I_{01a} = I_{01} \cos \varphi_{01}, \quad (5.13)$$

iar componenta reactivă:

$$I_{01\mu} = \sqrt{I_{01}^2 - I_{01a}^2} \quad (5.14)$$

Rezistența de magnetizare se calculează cu expresia:

$$R_{m1} = \frac{U_{e1}}{I_{01a}}, \quad (5.15)$$

iar reactanța de magnetizare:

$$X_{m1} = \frac{U_{e1}}{I_{01\mu}}. \quad (5.16)$$

Tensiunea electromotoare  $U_{e1}$  se determină din diagrama fazorială simplificată:

$$U_{e1} = \sqrt{(U_{1fN} - R_s I_{01} \cos \varphi_{01} - X_{s\sigma} I_{01} \sin \varphi_{01})^2 + (R_s I_{01} \sin \varphi_{01} - X_{s\sigma} \cos \varphi_{01})^2}. \quad (5.17)$$

Inductivitatea principală  $L_{sh}$  statorică se determină din (5.16):

$$L_{sh} = \frac{X_{m1}}{2\pi f_1}. \quad (5.18)$$

Inductivitatea ciclică statorică  $L_s$  este:

$$L_s = L_{s\sigma} + L_{sh}, \quad (5.19)$$

iar inductivitatea ciclică rotorică  $L_r'$  raportată la stator este:

$$L_r' = L_{r\sigma}' + L_{sh}. \quad (5.20)$$

• **Determinarea experimentală a momentului de inerție  $J$**  se face cu metodele oscilațiilor de torsiune, a lansării și a pendulului oscilant, după ce rotorul a fost echilibrat.

## 5.2. ESTIMAREA PARAMETRILOR CU METODE SPECIALE

Mașina de inducție are parametrii influențați de fenomenul de refulare a curentului, saturația magnetică și de conținutul de armonici superioare ale tensiunii și curentului de alimentare. În acest caz se folosesc regimuri speciale pentru a determina caracteristicile mașinii [34], [56].

Parametrii cei mai afectați sunt rezistența rotorului  $R_2'$ , rezistența de magnetizare  $R_m$  și inductivitatea de scurtcircuit  $Z_{sc}$ . Parametrii variază și cu sarcina, fiind funcție de alunecare sau frecvența rotorică  $f_2$ . Pentru a face corecții modelului cu parametri concentrați se determină influența saturației magnetice și a efectului pelicular cu următoarele probe [19]:

- proba de stingere a curentului cu mașina în repaus;
- proba de mers în gol ideal;
- proba de răspuns în frecvență.

• **Rezistențele statorice** la mașinile mici și de putere mijlocie rămân practic constante. Determinarea rezistenței  $R_{1r}$  se face la fel ca la mașina alimentată de la rețea.

• **Rezistența de magnetizare** corespunzătoare pierderilor în fier  $R_{mv}$  și **inductivitatea de mers în gol**  $X_{mv}$  sunt influențate de saturație. Se determină pe baza încercării la sincronism la diferite frecvențe. Mașina încercată este antrenată de un motor sincron alimentat de la aceeași sursă de alimentare sinusoidală de frecvență variabilă.

• **Reactanța de dispersie a statorului**  $L_{s\sigma}$  se determină prin metoda rotorului scos pentru diferite frecvențe. Are o variație mică în raport cu sarcina.

• **Rezistența rotorului  $R_2'$  și inductivitatea de dispersie (scăpări)**

$L_{\sigma} = \frac{X_{\sigma}}{2\pi \cdot f_1}$  se determină pe baza încercării de scurtcircuit la frecvență variabilă sau

proba de impedanță de joasă frecvență. Aceste mărimi prezintă cea mai mare variație în raport cu sarcina. Schema echivalentă cu parametri variabili cu frecvența este cea din fig. 5.1.

Dacă proba se face la frecvențe variabile  $f_1 < 50$  Hz, dar apropiate de 50Hz, avem  $R_{SC} = R_1 + R_2'$ ;  $X_{SC} = X_{1\sigma} + X_{2\sigma}'$ , fig.5.2. În general, se consideră:

$$L_{S\sigma} \cong L'_{r\sigma} = \frac{L_{\sigma}}{2}$$

La scurtcircuit, la frecvențe înalte, rezistențele  $R_1$  și  $R_2'$  au valoare mică în raport cu reactanțele de scăpări  $X_{\sigma 1}$ ,  $X_{\sigma 2}'$ , putându-se neglija. Valoarea rezistenței de magnetizare  $R_m$  și a reactanței de magnetizare  $X_m$ , crește foarte mult putându-se neglija curentul de magnetizare față de cel statoric. În acest caz, mașina de inducție, din punct de vedere al armonicilor superioare, poate fi privită ca o reactanță inductivă, fig. 5.3.

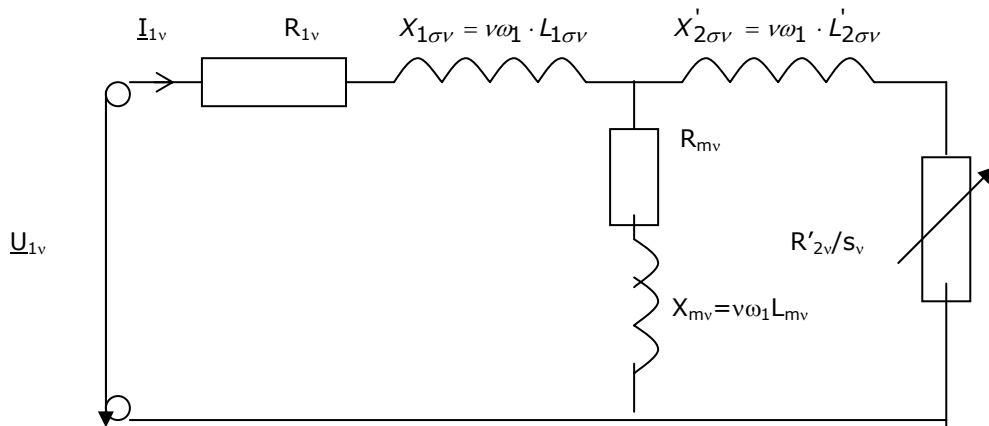


Fig. 5.1. Schema echivalentă a mașinii de inducție cu parametri variabili cu frecvența.

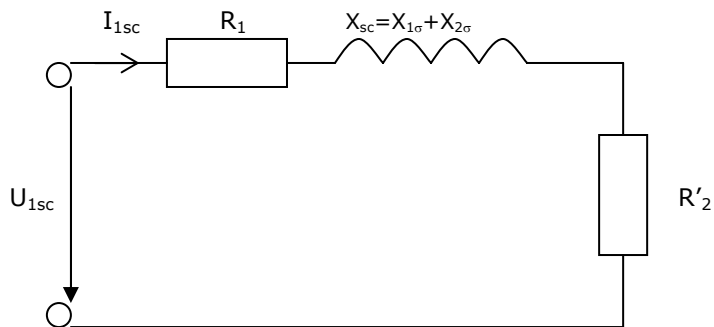


Fig. 5.2. Schema echivalentă a mașinii de inducție pentru încercarea la scurtcircuit .



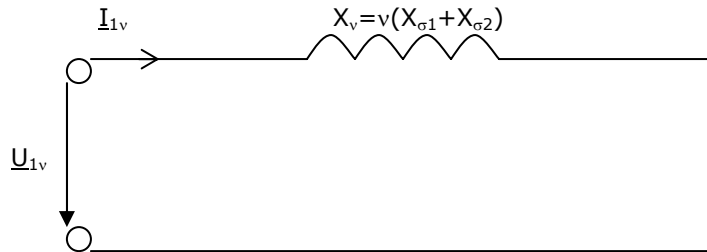


Fig. 5.3. Schema echivalentă a mașinii de inducție la scurtcircuit, la frecvențe înalte.

La frecvențe înalte, la proba de scurtcircuit:

$$X_v = X_{1v} + X_{2v} = v \frac{f}{f_1} (X_1 + X_2) = \frac{v \cdot f}{f_1} X_{sc}, \quad (5.21)$$

unde  $f_1$  este frecvența de lucru a fundamentalei,  $f$  frecvența la care se face proba.

Dacă măsurarea se face la  $f=f_1$  se obține:

$$X_v = v \cdot X_{sc} = v \cdot X_{mas}. \quad (5.22)$$

Cu impedanța de scurtcircuit raportată:

$$x_{sc} = \frac{X_{sc}}{Z_1}, \quad (5.23)$$

reactanța de scurtcircuit este de forma:

$$X_v = v \frac{f}{f_1} x_{sc} Z_1 = v \frac{\omega}{\omega_{1N}} x_{sc} Z_1, \quad (5.24)$$

unde  $Z_1 = \frac{U_{1N}}{I_{1N}}$ , iar  $U_{1N}$ ,  $I_{1N}$  reprezintă tensiunea nominală, respectiv curentul nominal la alimentarea motorului de la convertor.

La proba de scurtcircuit, la frecvențe mici ( $f < 20$  Hz), reactanța de magnetizare  $X_m$  nu mai poate fi neglijată. În acest caz, fig. 5.1, impedanța de scurtcircuit are expresia:

$$\underline{Z}_{sc} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}'_2 \cdot \underline{Z}_m}{\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_m} = R_{sc} + jX_{sc} = R_1 + c_r \cdot R'_2 + j(X_1 + c_x \cdot X'_2), \quad (5.25)$$

unde coeficienții de corecție  $c_r$ ,  $c_x$  sunt de forma:

$$c_r = \frac{(R'_2 R_m + X'_2 X_m)(R'_2 + R_m)}{R'_2 [(R'_2 + R_m)^2 + (X'_2 + X_m)^2]} + \frac{(R'_2 X_m + X'_2 R_m)(X'_2 + X_m)}{R'_2 [(R'_2 + R_m)^2 + (X'_2 + X_m)^2]}; \quad (5.26)$$

$$c_x = \frac{(R'_2 X_m + X'_2 R_m)(R'_2 + R_m)}{X'_2 [(R'_2 + R_m)^2 + (X'_2 + X_m)^2]} - \frac{(R'_2 R_m - X'_2 X_m)(X'_2 + X_m)}{X'_2 [(R'_2 + R_m)^2 + (X'_2 + X_m)^2]}.$$

La determinarea coeficienților de corecție ai parametrilor rotorici se are în vedere că  $R_m$ ,  $X_m$  și  $X'_2$  depind de frecvență:

$$R'_2 = R'_{2N}; \quad X'_2 = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X'_{2N}; \quad (5.27)$$

$$R_m = \left( \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} \right)^2 R_{mN}; \quad X_m = \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{mN},$$

unde  $R'_{2N}$ ,  $X'_{2N}$ ,  $R_{mN}$ ,  $X_{mN}$  se determină la frecvența  $f_{1N}$ .

**Concluzii:**

- la determinarea parametrilor mașinii de inducție alimentată de la convertoare se folosesc metode clasice și metode speciale;
- schemele folosite sunt de obicei scheme echivalente simplificate, pe baza cărora se determină caracteristicile de funcționare în sarcină.

# CAPITOLUL 6

## MODELE MATEMATICE ALE MAȘINII DE INDUCȚIE

### 6.1. ANALIZA MATEMATICĂ A SISTEMULUI DINAMIC CONVERTOR-MAȘINĂ

Ansamblul convertor-mașină poate fi considerat ca un sistem dinamic având la intrare pulsurile de comandă și la ieșire turația motorului. Sistemul dinamic este sistemul la care variabila independentă este timpul  $t$ . Studiul mișcării sistemului este în esență o analiză matematică a acestuia.

În trecut, teoria matematică precedea de obicei realizarea tehnologică. Astăzi sunt multe domenii în care tehnologia înaltă împinge înainte progresul tehnic. Astfel, pe plan mondial eforturile s-au concentrat asupra cercetării matematice în sistemele de conducere automată.

Ecuatiile care descriu legătura între mărimile electrice, cuplul electromagnetic și mărimile mecanice constituie *modelul mașinii electrice*. Modelele matematice ale mașinii de inducție sunt niște *modele neliniare cu parametrii variabili*.

Pentru simularea regimurilor de funcționare ale mașinii de inducție se folosește *modelul mașinii electrice cu parametrii distribuiți*.

În aplicațiile practice se utilizează *modele matematice cu parametri concentrați*, care nu dau informații privitoare la fenomenele din interiorul mașinii. Sunt folosite în elaborarea unor strategii de comandă și se împart în două categorii: *modele în coordonatele fazelor* care au parametri variabili în timp în raport cu poziția relativă a rotorului față de stator și *modele cu axe ortogonale* la care, în anumite condiții, parametrii nu depind de poziția rotorului.

Când se utilizează reperul fix față de stator avem modelul matematic în *sistem*  $(\alpha, \beta, 0)$  pentru o mașină de inducție trifazată. Pentru studiul regimului permanent și studiul regimului tranzitoriu se folosește modelul matematic în *sistem de referință sincron*  $(d, q, 0)$  sau *modelul din teoria celor două axe*. La aceste metode se adaugă metoda vectorului simbolic introdusă de Steinmetz și metoda componentelor simetrice introduse de Fortesque, care studiază regimul staționar al motoarelor trifazate.

Teoria modernă a motoarelor de curent alternativ este formată din *metoda segregării fazelor* care propune un model matematic al mașinii de inducție în regim tranzitoriu  $(1, 2, 0)$ , *metoda vectorului rotitor amortizat* și *metoda accelerării câmpului*, ultimile două metode fiind introduse de Sakae Yamamura.

Principiile de bază ale controlului motoarelor de inducție sunt principiul controlului scalar și principiul controlului vectorial.

*Principiul controlului scalar*, cunoscut sub denumirea controlul  $U/f$ , utilizează mărimi scalare și este un model de stare al unei funcționări liniștite și sigure. În cazul unei funcționări compensate este inclusă sarcina și frecvența de alunecare. Îmbunătățirea performanțelor se poate face prin adăugarea feedback-ului vitezei. Acest principiu nu se poate aplica la motoarele de inducție între 10 – 20 kw datorită instabilității.

Îmbunătățirea performanțelor dinamice se face cu scheme în buclă deschisă ce funcționează pe baza *principiului controlului vectorial (comanda cu orientare după câmp)*. Controlul vectorial permite realizarea unor caracteristici de comandă superioare atât în regim permanent, cât și în regim tranzitoriu.

## 6.2. ECUAȚIILE DE FUNCȚIONARE ALE MOTORULUI DE INDUCȚIE

Ecuatiile generale în complex ale mașinii de inducție scrise într-un într-un reper sincron  $K$ , unde atât mărimile statorice cât și mărimile rotorice se rotesc cu viteza unghiulară  $\omega_k$ ,  $\omega_k = \frac{d\theta_k}{dt}$ , iar rotorul se rotește cu viteza  $\omega$ ,  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ , sunt [8]:

$$\begin{aligned}\underline{u}_{sk} &= R_s \dot{\underline{i}}_{sk} + \frac{d\underline{\Psi}_{sk}}{dt} + j\omega_k \underline{\Psi}_{sk}; \\ \underline{u}_{rk} &= R_r \dot{\underline{i}}_{rk} + \frac{d\underline{\Psi}_{rk}}{dt} + j(\omega_k - \omega) \underline{\Psi}_{rk},\end{aligned}\quad (6.1)$$

unde:

$\underline{u}_{sk}, \underline{u}_{rk}$  - reprezintă vectorul complex reprezentativ al tensiunii statorice și rotorice;

$\dot{\underline{i}}_{sk}, \dot{\underline{i}}_{rk}$  - vectorul complex reprezentativ al curentului statoric și rotoric;

$\underline{\Psi}_{sk}, \underline{\Psi}_{rk}$  - vectorul complex reprezentativ al fluxului statoric și rotoric;

$R_s, R_r$  - rezistența pe fază a statorului și rotorului;

$\theta, \theta_k$  - unghiul dintre axele fazelor statorice și rotorice, respectiv unghiul

sistemului de referință  $K$  față de sistemul fix.

La acestea se adaugă ecuația mișcării:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M - M_R, \quad (6.2)$$

unde  $M$  este cuplul electromagnetic,  $M_R$  cuplul mecanic la arbore, iar  $J$  reprezintă momentul de inerție al maselor în mișcare.

### Observații:

1. Dacă reperul  $K$  este solidar cu rotorul,  $\omega_k = \omega$  și ecuațiile obțin forma:

$$\begin{aligned}\underline{u}_s &= R_s \dot{\underline{i}}_s + \frac{d\underline{\Psi}_s}{dt} + j\omega \underline{\Psi}_s; \\ \underline{u}_r &= R_r \dot{\underline{i}}_r + \frac{d\underline{\Psi}_r}{dt}.\end{aligned}\quad (6.3)$$

2. În sistemul de referință al statorului,  $\omega_k = 0$  și ecuațiile obțin forma:

$$\begin{aligned}\underline{u}_s &= R_s \dot{\underline{i}}_s + \frac{d\underline{\Psi}_s}{dt}; \\ \underline{u}_r &= R_r \dot{\underline{i}}_r + \frac{d\underline{\Psi}_r}{dt} - j\omega \underline{\Psi}_r.\end{aligned}\quad (6.4)$$

3. Relațiile pentru fluxuri își conservă forma independent de reperul ales:

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_s &= L_s \dot{\underline{i}}_s + M \dot{\underline{i}}_r; \quad L_s = L_{s\sigma} + L_{sh}; \\ \underline{\Psi}_r &= L_r \dot{\underline{i}}_r + M \dot{\underline{i}}_s; \quad L_r = L_{r\sigma} + L_{sh},\end{aligned}\quad (6.5)$$

unde  $M$  este inductivitatea ciclică mutuală dintre stator și rotor,  $L_s, L_r$  reprezintă inductivitatea totală pe fază a statorului, respectiv rotorului,  $L_{s\sigma}, L_{r\sigma}$  sunt

inductivitatea de dispersie pe fază a statorului, respectiv rotorului, iar  $L_{sh}$  este inductivitatea ciclică principală.

4. Dacă există componente homopolare sistemul (6.1) trebuie completat cu ecuațiile ce se referă la aceste componente.

**6.2.1. ECUAȚIILE GENERALE ÎN FORMĂ COMPLEXĂ FĂRĂ CONSIDERAREA SATURAȚIEI**

În ecuațiile în formă complexă (6.1), (6.5) se înlocuiește rotorul real cu rotorul de calcul și se notază cu (') mărimile care caracterizează rotorul raportat la stator. Se obține pentru un referențial comun  $K$  pentru stator și rotor:

$$\underline{u}_s = R_s \dot{i}_s + \frac{d\Psi_s}{dt} + j\omega_k \Psi_s; \tag{6.6}$$

$$\underline{u}'_r = R'_r \dot{i}'_r + \frac{d\Psi'_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \Psi'_r,$$

$$\Psi_s = L_s \dot{i}_s + L_{sh} \dot{i}'_r; \quad L_s = L_{s\sigma} + L_{sh}; \tag{6.7}$$

$$\Psi'_r = L'_r \dot{i}'_r + L_{sh} \dot{i}_s; \quad L'_r = L'_{r\sigma} + L_{sh}.$$

Curentul total prin mașină

$$\dot{i}_m = \dot{i}_s + \dot{i}'_r \tag{6.8}$$

produce fluxul principal

$$\Psi_{sh} = \Psi'_{rh} = L_{sh}(\dot{i}_s + \dot{i}'_r) = L_{sh} \dot{i}_m. \tag{6.9}$$

Introducând operatorul  $s = \frac{d}{dt}$  ecuațiile de tensiuni (6.6) devin:

$$\underline{u}_s = R_s \dot{i}_s + sL_{s\sigma} \dot{i}_s + sL_{sh} \dot{i}_m + j\omega_k \Psi_s; \tag{6.10}$$

$$\underline{u}'_r = R'_r \dot{i}'_r + sL'_{r\sigma} \dot{i}'_r + sL_{sh} \dot{i}_m + j(\omega_k - \omega) \Psi'_r,$$

iar schema echivalentă de conexiuni în regim tranzitoriu a mașinii de inducție are forma din fig. 6.1 [25].

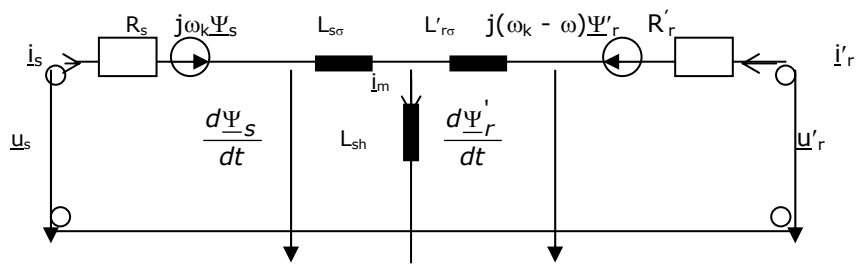


Fig. 6.1. Schema echivalentă de conexiuni în regim tranzitoriu a mașinii de inducție.

Cu ajutorul coeficientului mutual de dispersie al înfășurărilor:

$$\sigma = 1 - \frac{L_{sh}^2}{L_s L'_r}, \tag{6.11}$$

din (6.7) se obțin curenții:

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{\Psi_s}{\sigma L_s} - \frac{1-\sigma}{\sigma L_{sh}} \Psi_r'; \\ i_r' &= \frac{1}{\sigma L_r'} \Psi_r' - \frac{1-\sigma}{\sigma L_{sh}} \Psi_s, \end{aligned} \quad (6.12)$$

care dacă sunt introduși în sistemul (6.6) rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_s}{dt} &= \underline{u}_s - \frac{1}{\sigma T_s} (\Psi_s - \frac{L_{sh}}{L_r'} \Psi_r') - j\omega_k \Psi_s; \\ \frac{d\Psi_r'}{dt} &= \underline{u}_r' - \frac{1}{\sigma T_r'} (\Psi_r' - \frac{L_{sh}}{L_s} \Psi_s) - j(\omega_k - \omega) \Psi_r', \end{aligned} \quad (6.13)$$

unde  $T_s = \frac{L_s}{R_s}$ ,  $T_r = \frac{L_r'}{R_r'}$  sunt constante de timp ale statorului și rotorului.

La mașina de inducție cu rotor în scurtcircuit, dacă se consideră mărimi de intrare  $u_s$  și  $\omega_1$  și mărimi de ieșire  $i_s$  și  $\omega$ , cu  $\omega_k = \omega_1$  și ecuația de mișcare

$$M - M_R = \frac{J}{\rho} \frac{d\omega}{dt}; \quad M = \frac{3}{2} \rho \operatorname{Re} [j \Psi_s i_s^*], \quad (6.14)$$

se obține o schemă structurală specifică convertoarelor de frecvență comandate în tensiune, care pune în evidență caracterul complex al proceselor dinamice din motor.

Din (6.6) și (6.7) se elimină din ultimile ecuații  $i_r'$  și dacă se consideră mărimi de intrare  $i_s$  și  $\omega_1$  și mărimi de ieșire  $\omega$ , rezultă:

$$\frac{d\Psi_r'}{dt} = -j(\omega_1 - \omega) \Psi_r' - \frac{1}{T_r} \Psi_r' + \frac{L_{sh}}{T_r} i_s. \quad (6.15)$$

Dacă la (6.15) se adaugă ecuația mișcării

$$M = \frac{3}{2} \rho \frac{L_{sh}}{L_r'} \operatorname{Re} [j \Psi_r' i_s^*], \quad (6.16)$$

rezultă o schemă structurală mult mai simplă decât în cazul anterior, specifică convertoarelor de frecvență comandate în curent.

### 6.2.2. ECUAȚIILE GENERALE ÎN FORMĂ COMPLEXĂ CU CONSIDERAREA SATURAȚIEI

Saturația magnetică modifică relațiile dintre fluxuri și curenți. Inductivitățile principale și uneori și cele de dispersie, devin funcții de curenți. Saturația influențează căile principale, căile de dispersie și are influențe locale în dinți și juguri.

În continuare, în calcule se iau în considerare efectele saturației pe calea fluxului principal, cu utilizarea ecuațiilor generale cu vectori reprezentativi.

Într-un sistem de referință  $K$ , de viteză unghiulară  $\omega_k$ , ecuațiile mașinii de inducție sub formă matriceală sunt:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{u}_s - R_s i_s - j\omega_k \Psi_s \\ \underline{u}_r' - R_r' i_r' - j(\omega_k - \omega) \Psi_r' \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \Psi_s \\ \Psi_r' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sh} \\ L_{sh} & L_r' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s \\ i_r' \end{bmatrix}, \quad (6.17)$$

la care se adaugă ecuația de mișcare (6.14).

Se consideră următoarele ipoteze:

- Saturația intervine în expresia fluxului principal care este condiționat de curentul rezultant  $i_m$  și datorită simetriei magnetice, avem o singură caracteristică de magnetizare  $\underline{\Psi}_{sh} = f(i_m)$ ;

- Prin neglijarea pierderilor în fier, fazorul reprezentativ al fluxului principal  $\underline{\Psi}_{sh}$  și al curentului de magnetizare  $\underline{i}_m$  au aceeași direcție;

- Inductivitățile de dispersie  $L_{shr}$ ,  $L'_{r\sigma}$  sunt considerate constante dacă saturația fluxului principal  $\Psi_{sh}$  nu este influențată de fluxurile de dispersie și invers.

Fluxul principal are expresia

$$\underline{\Psi}_{sh} = L_{sh} \cdot (\underline{i}_s + \underline{i}'_r) = L_{sh}(i_m) \cdot \underline{i}_m, \quad (6.18)$$

care după derivare

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{\Psi}_{sh}}{dt} &= \frac{d}{dt} [L_{sh} \cdot \underline{i}_m] = L_{sh} \frac{di_m}{dt} + i_m \frac{dL_{sh}}{dt}; \\ \frac{di_m}{dt} &= \frac{di_m}{dt} e^{j\varphi} + j \frac{d\varphi}{dt} \underline{i}_m; \end{aligned}$$

$$\frac{dL_{sh}(i_m)}{dt} = \frac{d\underline{\Psi}_{sh}}{di_m} \cdot \frac{di_m}{dt} \cdot \frac{1}{i_m} - \frac{\underline{\Psi}_{sh}}{i_m^2} \cdot \frac{di_m}{dt} = (L_{sht} - L_{sh}) \cdot \frac{1}{i_m} \cdot \frac{di_m}{dt},$$

devine:

$$\frac{d}{dt} \underline{\Psi}_{sh} = L_{sht} \frac{di_m}{dt} e^{j\varphi} + j \frac{d\varphi}{dt} L_{sh} \underline{i}_m = L_{sht} \frac{di_m}{dt} + j \frac{d\varphi}{dt} (L_{sh} - L_{sht}) \underline{i}_m, \quad (6.19)$$

unde  $L_{sht} = \frac{d\underline{\Psi}_{sh}}{di_m}$  reprezintă inductivitatea de magnetizare ciclică diferențială, iar

$\frac{d\varphi}{dt}$  viteza de rotație a lui  $\underline{\Psi}_{sh}$ .

### 6.3. ECUAȚIILE GENERALE ÎN SISTEMUL DE AXE d, q CU CONSIDERAREA SATURAȚIEI

Pentru a exprima modelul în raport cu curenții, fluxul sincron în raport cu curenții se scrie:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \underline{\Psi}_{sh} &= \frac{d}{dt} (\Psi_{shd} + j\Psi_{shq}) = L_{sht} \frac{d}{dt} (i_{md} + j i_{mq}) + \\ &+ j \frac{d\varphi}{dt} (L_{sh} - L_{sht}) (i_{md} + j i_{mq}) \end{aligned} \quad (6.20)$$

sau matriceal

$$\begin{pmatrix} \frac{d\Psi_{shd}}{dt} \\ \frac{d\Psi_{shq}}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{md} \frac{di_{md}}{dt} + L_{mqd} \frac{di_{mq}}{dt} \\ L_{mq} \frac{di_{mq}}{dt} + L_{mdq} \frac{di_{md}}{dt} \end{pmatrix}, \quad (6.21)$$

în care s-au notat:

$$\begin{aligned}
L_{md} &= L_{sht} \frac{i_{md}^2}{i_m^2} + L_{sh} \frac{i_{mq}^2}{i_m^2}; \\
L_{mq} &= L_{sht} \frac{i_{mq}^2}{i_m^2} + L_{sh} \frac{i_{md}^2}{i_m^2}; \\
L_{mdq} &= L_{mqd} = (L_{sht} - L_{sh}),
\end{aligned} \tag{6.22}$$

unde  $\Psi_{shd}$ ,  $\Psi_{shq}$ ,  $i_{md}$ ,  $i_{mq}$  reprezintă proiecțiile vectorilor complecși ai fluxului, respectiv curentului de magnetizare după axele  $d$ ,  $q$ , iar  $L_{mdq}$ ,  $L_{mqd}$  sunt proiecțiile inductivității de cuplaj mutual.

Ecuția de tensiuni sub formă matriceală, în sistemul de axe  $d$ ,  $q$  este [25]:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} u_{ds} \\ u_{qs} \\ \dot{u}_{dr} \\ \dot{u}_{qr} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} R_s + pL_{sd} & pL_{mdq} - \omega_k L_s & pL_{md} & pL_{mdq} - \omega_k L_{sh} \\ pL_{mdq} + \omega_k L_s & R_s + pL_{sq} & pL_{mdq} + \omega_k L_{sh} & pL_{mq} \\ pL_{md} & pL_{mdq} - (\omega_k - \omega)L_{sh} & R_r + pL_{rd} & pL_{mdq} - (\omega_k - \omega)L_r \\ pL_{mdq} + (\omega_k - \omega)L_{sh} & pL_{mq} & pL_{mdq} + (\omega_k - \omega)L_r & R_r + pL_{rd} \end{pmatrix} \cdot \\
\begin{pmatrix} \dot{i}_{ds} \\ \dot{i}_{qs} \\ \dot{i}_{dr} \\ \dot{i}_{qr} \end{pmatrix}, & \tag{6.23}
\end{aligned}$$

unde  $p = \frac{d}{dt}$ , iar

$$\begin{aligned}
L_{sd} &= L_{s\sigma} + L_{md}; & L_{sq} &= L_{s\sigma} + L_{mq}; \\
L_{rd} &= L_{r\sigma} + L_{md}; & L_{rq} &= L_{r\sigma} + L_{mq}; \\
L_{md} &= L_0 + L_2 \cos 2\varphi; & L_{mq} &= L_0 - L_2 \cos 2\varphi; \\
L_2 &= \frac{L_{sht} - L_{sh}}{2}; & L_0 &= \frac{L_{sht} + L_{sh}}{2},
\end{aligned} \tag{6.24}$$

sunt inductivitățile de calcul după axele  $d$ ,  $q$  care depind de saturație și de sistemul de referință.

Cum  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{i_{mq}}{i_{md}}$  rezultă:

$$\begin{aligned}
L_{mdq} &= L_{mqd} = (L_{sht} - L_{sh}) \sin \varphi \cos \varphi; \\
L_{md} &= L_{sht} \cos^2 \varphi + L_{sh} \sin^2 \varphi; \\
L_{mq} &= L_{sht} \sin^2 \varphi + L_{sh} \cos^2 \varphi.
\end{aligned} \tag{6.25}$$

Sistemul (6.23) se completează cu ecuația mișcării

$$\frac{3}{2} p L_{sh} (i_{sq} \dot{i}_{rd} - i_{sd} \dot{i}_{rq}) - M_R = \frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt}, \tag{6.26}$$

unde  $i_{sd}$ ,  $i_{sq}$ ,  $\dot{i}_{rd}$ ,  $\dot{i}_{rq}$  reprezintă proiecțiile vectorilor complecși ai curentului statoric și rotorului după axele  $d$ ,  $q$ .

În cazul prezenței saturației se observă că fluxul principal este influențat de curenții după ambele axe. În regim tranzitoriu, saturația magnetică produce un



cuplaj magnetic între bobinajele situate pe cele două axe ortogonale, inductivitatea de cuplaj magnetic fiind dată de (6.25).

Inductivitățile proprii de magnetizare tranzitorii  $L_{md}$  și  $L_{mq}$  datorită saturației depind de inductivitatea diferențială și de cea de magnetizare ciclică, cât și de curentul total de magnetizare și de componentele acestuia.

Simularea pe calculator a fenomenului de saturație magnetică se face cu schema *MatlabSimulink* din fig. 6.2.

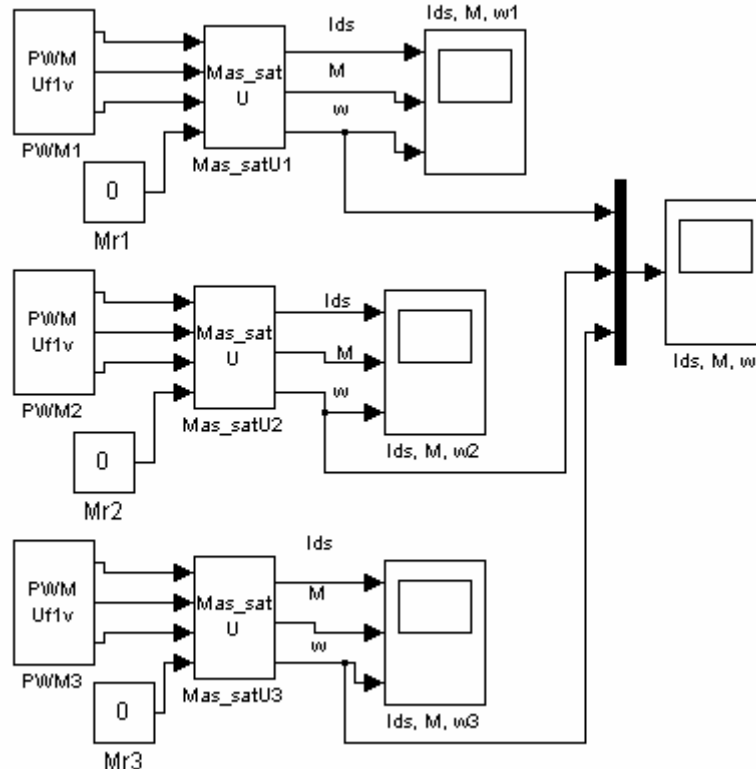


Fig. 6.2. Schema MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicilor:  
 $I_{ds}=f(t)$ ,  $\omega=f(t)$ ,  $M=f(t)$  la diverse tensiuni de alimentare.

#### 6.4. CONSIDERAREA EFECTULUI PELICULAR ÎN REGIM TRANZITORIU

Regimul tranzitoriu intervine pe durata trecerii de la un regim permanent la alt regim permanent.

În mașinile reale efectul pelicular și saturația se influențează reciproc. Pentru studiul acestor efecte, în practică se folosește modelul matematic în teoria celor două axe la care se consideră parametrii variabili.

Efectul pelicular se manifestă în conductoarele și părțile masive ale mașinilor electrice, rotorul cu bare înalte sau dubla colivie la mașina de inducție.

Rezistențele și inductivitățile de dispersie variabile cu frecvența se determină prin probe de răspuns în frecvență. Parametrii estimați se introduc în modelul teoriei celor două axe.

La alimentarea mașinii de inducție de la convertoare regimul este deformant și parametrii mașinii determinați sunt afectați de erori. În regimurile particulare ale mașinii de inducție se folosesc scheme echivalente.

Astfel, circuitul echivalent cu parametrii variabili se înlocuiește cu un alt circuit echivalent cu parametrii constanți, care aproximează mai bine variația cu frecvența a rezistențelor și inductivităților, fig. 6.3.

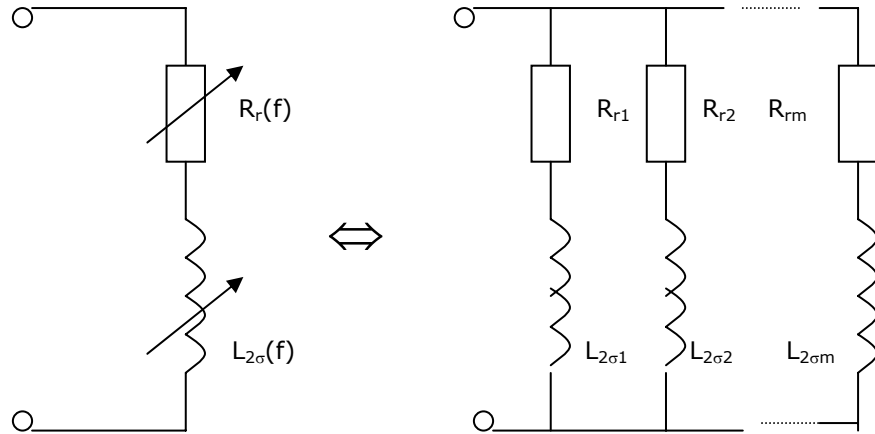


Fig. 6.3. Circuite echivalente pentru considerarea efectului pelicular.

Cum variația frecvenței rotorice este mică, efectul pelicular este aproximat suficient prin unul sau cel mult două circuite rotorice la care parametrii constanți se pot estima prin metoda celor mai mici patrate.

### 6.5. METODA SEGREGĂRII FAZELOR

Pe baza fazorilor reprezentativi se poate realiza un model matematic al mașinii de inducție în regim tranzitoriu, cu metoda cunoscută în literatură de *metoda segregării fazelor* [25], [83].

Ecuatiile de tensiuni (6.10) se scriu matriceal:

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_s - j\omega_k \underline{\Psi}_s \\ \underline{u}'_r - j(\omega_k - \omega) \underline{\Psi}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(s) & Z_{1m}(s) \\ Z_{1m}(s) & Z_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}'_s \\ \underline{i}'_r \end{bmatrix},$$

sau

$$|u| = |Z_{e1}(s)| \cdot |i|, \tag{6.27}$$

unde s-au folosit următoarele notații:

$$\begin{aligned} Z_1(s) &= R_1 + sL_{1\sigma}; & Z_{11}(s) &= Z_1(s) + Z_{1m}(s); \\ Z_2(s) &= R_2 + sL_{2\sigma}; & Z_{22}(s) &= Z_2(s) + Z_{1m}(s); \\ sL_{sh} &= Z_{1m}(s). \end{aligned} \tag{6.28}$$

Se introduce curentul  $\underline{i}'_{r\alpha}$  astfel ca

$$|i| = |C_\alpha| |i_\alpha|, \tag{6.29}$$

unde

$$|C_\alpha| = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \alpha \end{vmatrix}, \quad |i_\alpha| = \begin{vmatrix} i_s \\ i'_{r\alpha} \end{vmatrix}, \text{ iar } \alpha \text{ este o constantă reală.}$$

Ecuțiile de tensiuni (6.27) obțin forma:

$$|u| = |Z_{e1}(s)||C_\alpha||i_\alpha| = |Z_{e1\alpha}(s)||i_\alpha|; Z_{e1\alpha}(s) = \begin{vmatrix} Z_{11}(s) & \alpha Z_{1m}(s) \\ Z_{1m}(s) & \alpha Z'_{22}(s) \end{vmatrix}. \quad (6.30)$$

Rezultă:

$$\begin{vmatrix} \underline{u}_s - j\omega_k \underline{\Psi}_s \\ \underline{u}'_{r\alpha} - j(\omega_k - \omega) \underline{\Psi}'_{r\alpha} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} Z_{11}(s) & \alpha Z_{1m}(s) \\ Z_{1m}(s) & \alpha Z'_{22}(s) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} i_s \\ i'_{r\alpha} \end{vmatrix}, \quad (6.31)$$

unde  $i'_{r\alpha} = \frac{1}{\alpha} i'_r$ , sau

$$\begin{aligned} \underline{u}_s &= j\omega_k \underline{\Psi}_s = Z_{1\alpha}(s) i_s + Z_{1m\alpha}(s) (i_s + i'_{r\alpha}); \\ \underline{u}'_{r\alpha} - j(\omega_k - \omega) \underline{\Psi}'_{r\alpha} &= Z'_{2\alpha}(s) i'_{r\alpha} + Z_{1m\alpha}(s) (i_s + i'_{r\alpha}), \end{aligned} \quad (6.32)$$

unde s-au folosit notațiile:

$$\begin{aligned} Z_{1\alpha}(s) &= R_{1\alpha} + sL_{1\sigma\alpha} = Z_{11}(s) - \alpha Z_{1m}(s); & Z_{1m\alpha}(s) &= sL_{sh\alpha} = \alpha Z_{1m}(s); \\ Z'_{2\alpha}(s) &= R'_{2\alpha} + sL'_{2\sigma\alpha} = \alpha^2 Z'_{22}(s) - \alpha Z_{1m}(s). \end{aligned} \quad (6.33)$$

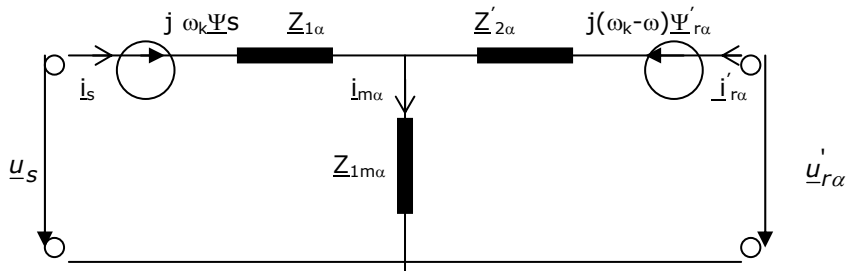


Fig. 6.4. Schema echivalentă generalizată în regim tranzitoriu a mașinii de inducție.

La sistemul (6.32) corespunde schema echivalentă generalizată în regim tranzitoriu a mașinii de inducție, fig. 6.4, unde s-a notat  $i_{m\alpha} = i_s + i'_{r\alpha}$  curentul total, iar  $\underline{\Psi}'_{r\alpha} = L'_{2\sigma\alpha} i'_{r\alpha} + L_{sh\alpha} i_{m\alpha} = L'_{r\alpha} i'_{r\alpha} + L_{sh\alpha} i_s = \alpha \underline{\Psi}'_r$ .

Pentru diverse valori ale lui  $\alpha$ , rezultă o infinitate de scheme echivalente cu fazori reprezentativi ce permit analiza proceselor tranzitorii.

Schemele echivalente în  $T$  obținute prin metoda segregării fazelor sunt folosite pentru ameliorarea caracteristicilor motoarelor de inducție în regim staționar și tranzitoriu.

## CAPITOLUL 7

### OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM STAȚIONAR

Convertoarele statice de frecvență produc tensiuni și curenți nesinusoidali, mașinile comportându-se diferit față de regimul de alimentare sinusoidal.

Studiul teoretic al proceselor staționare și tranzitorii dintr-o mașină de inducție a cărei funcționare se optimizează se face prin intermediul fazorilor reprezentativi, aceștia făcând legătura dintre mașina electrică și automatizări.

Baza teoriei vectoriale a fazorilor spațiali reprezentativi este controlul vectorial sau controlul orientat după câmp. Motorul de inducție este comandat după fluxul rotoric, după fluxul statoric și după fluxul din intrefier, toate aceste tehnici reprezentând esența controlului vectorial.

La mașinile cuplate cu convertoare statice, regimul permanent este format dintr-o succesiune de regimuri tranzitorii, care influențează caracteristicile mașinii de inducție de care se ține seama la optimizarea mașinii.

Prin alegerea convenabilă a sistemului de referință față de care se studiază fenomenele se obține un model al mașinii de inducție, unde o componentă a curentului reglează fluxul din motor, iar cealaltă componentă definește cuplul electromagnetic.

#### 7.1. CONSIDERAREA REGIMULUI SINUSOIDAL

Se presupune mașina de inducție alimentată de la un sistem simetric și echilibrat de tensiuni electrice. Pierderile în fier se neglijează, ( $R_{1m} = 0$ ).

Pentru mașina de inducție cu rotorul în scurtcircuit, folosind metoda segregării fazelor, se obține sistemul de tensiuni în cazul general:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{Z}_{1\alpha} \cdot \underline{I}_1 - \underline{U}_{e1\alpha}; \\ 0 &= R'_{2\alpha} \cdot I'_{2\alpha} + j(\omega_k - \omega) \Psi'_{2\alpha} \\ \underline{U}_{e1\alpha} &= -\underline{Z}_{1m\alpha} \cdot \underline{I}_{01\alpha} = -\underline{Z}'_{2\alpha} \cdot I'_{2\alpha}; \\ \underline{I}_{01\alpha} &= \underline{I}_1 + I'_{2\alpha}, \end{aligned} \quad (7.1)$$

căruia îi corespunde schema echivalentă în regim staționar din fig. 7.1.

Dacă  $P_{Fe}=0$  impedanța de magnetizare  $\underline{Z}_{1m}$  are expresia:

$$\underline{Z}_{1m} = R_{1m} + jX_{1m} \cong jX_{1m} = j\omega_1 L_{sh}, \quad (7.2)$$

unde  $X_{1m}$  este reactanța de magnetizare.

Cu notațiile:

$$\begin{aligned} Z_{1\alpha} &= Z_{11} - \alpha Z_{1m}; & Z'_{2\alpha} &= \alpha^2 Z'_{22} - \alpha Z_{1m}; \\ Z_{1m\alpha} &= \alpha Z_{1m}; & I'_{2\alpha} &= \frac{1}{\alpha} I'_2, \end{aligned} \quad (7.3)$$

rezultă:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{1\alpha} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{1m} - \alpha \underline{Z}_{1m} = \underline{Z}_1 + (1 - \alpha) \underline{Z}_{1m}; \\ \underline{Z}'_{2\alpha} &= \alpha^2 (\underline{Z}'_2 + \underline{Z}_{1m}) - \alpha \underline{Z}_{1m} = \alpha^2 \underline{Z}'_2 + (\alpha^2 - \alpha) \underline{Z}_{1m} \end{aligned} \quad (7.4)$$

astfel încât  $\underline{Z}_{e1\alpha} = \underline{Z}_{e1}$ , adică comportarea la borne a mașinii nu se schimbă.

Pentru reactanțe, respectiv inductanțe se obține:

$$\begin{aligned} X_{11\alpha} &= X_{1\alpha} + X_{1m\alpha} = X_{11}; & L_{11\alpha} &= L_{1\alpha} + L_{1m\alpha} \\ X'_{22\alpha} &= X'_{2\alpha} + X_{1m\alpha} = \alpha^2 X'_{22}; & L'_{22\alpha} &= L'_{2\alpha} + L_{1m\alpha} = \alpha^2 L'_{22}. \end{aligned} \quad (7.5)$$

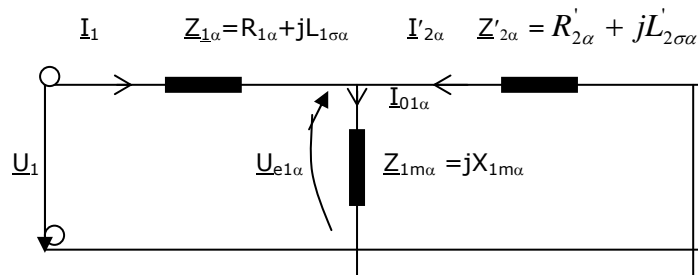


Fig. 7.1. Schema echivalentă generalizată a mașinii de inducție cu rotorul în scurtcircuit în regim staționar.

Parametrii introduși permit determinări pentru mașini dintr-o gamă mare de puteri.

### 7.1.1. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE LA FRECVENȚĂ VARIABILĂ ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE DE TENSIUNE

Comanda motoarelor de inducție are la bază controlul scalar și controlul vectorial.

Controlului scalar, cunoscut și sub denumirea de controlul  $U/f$  duce la obținerea unei funcționări liniștite și sigure.

Funcționarea la frecvență variabilă la flux controlat reprezintă metoda cea mai eficientă de reglare a vitezei motoarelor asincrone. Metoda este specifică acționărilor cu reglaj și control vectorial. Fazorul spațial al curentului statoric  $\underline{I}_1$  se descompune în două componente ortogonale: de fux și de cuplu. Se poate astfel controla separat fluxul sau cuplul dezvoltat prin modificarea adecvată a tensiunii  $\underline{U}_1$  (sau curentul  $\underline{I}_1$ ) și a frecvenței  $f_1$  la bornele mașinii de inducție.

Se cunosc trei variante:

- modificarea frecvenței la flux statoric constant;
- modificarea frecvenței la flux util constant;
- modificarea frecvenței la flux rotoric constant.

Motorul mai poate funcționa și la randament maxim dacă fluxul este controlat prin modificarea sarcinii pentru a se obține pierderi minime în mașină.

Se vor prezenta în continuare cele mai eficiente metode de optimizare a funcționării mașinilor de inducție cuplate cu convertoare de tensiune.

#### • Optimizarea funcționării mașinii de inducție la flux statoric $\underline{\Psi}_1$ controlat.

Fluxul total al înfășurării statorice este dat de relația

$$\underline{\Psi}_1 = L_{1\sigma} \underline{I}_1 + \underline{\Psi}_{sh} = L_{1\sigma\alpha} \underline{I}_1 + L_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha} \quad (7.6)$$

și induce t. e. m. totală în stator

$$-\underline{U}_{e1} = \underline{U}_1 - R_{1\alpha} \underline{I}_1 = -(\underline{U}_{e1\sigma\alpha} + \underline{U}_{e1\alpha}), \quad (7.7)$$

unde:

$\underline{U}_{e1\alpha}$  - t. e. m. indusă în stator de fluxul util;

$\underline{U}_{e1\sigma\alpha}$  - t. e. m. indusă în stator de fluxul de dispersie.

A impune  $\psi_1 = \text{const.}$  înseamnă a realiza condiția  $\frac{U_{e1}}{f_1} = \text{const.}$ , adică

menținerea constantă a saturației statorului indiferent de frecvența  $f_1$ . În practică este un aspect favorabil și se poate realiza cu ajutorul convertoarelor de frecvență. Convertoarele de frecvență pe lângă frecvența variabilă trebuie să modifice și tensiunea de alimentare  $U_1$ .

Din fig. 7.1 se determină  $\underline{I}'_{2\alpha}$  în funcție de  $\underline{U}_1$ :

$$\begin{aligned} \underline{I}'_{2\alpha} &= -\underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_{1m\alpha}}{\underline{Z}_{1\alpha} + \underline{Z}'_{2\alpha}} = -\underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_{1m\alpha}}{\underline{Z}_{1\alpha} \underline{Z}_{1m\alpha} + \underline{Z}_{1\alpha} \underline{Z}'_{2\alpha} + \underline{Z}'_{2\alpha} \underline{Z}_{1m\alpha}} = \\ &= -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{1\alpha} + \underline{Z}'_{2\alpha} + \frac{\underline{Z}_{1\alpha}}{\underline{Z}_{1m\alpha}} \cdot \underline{Z}'_{2\alpha}} = -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{1\alpha} + \underline{Z}'_{2\alpha} \left(1 + \frac{\underline{Z}_{1\alpha}}{\underline{Z}_{1m\alpha}}\right)}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Se notează:  $1 + \frac{\underline{Z}_{1\alpha}}{\underline{Z}_{1m\alpha}} = \underline{C}$ . Pentru simplificare se consideră  $\underline{C} \approx 1$ .

Cuplul electromagnetic este independent de  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} M &= \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_2}{s} I'^2_{2\alpha} = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_{2\alpha}}{s} I'^2_{2\alpha} = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_{2\alpha}}{s} \frac{U_1^2}{(\underline{Z}_{1\alpha} + \underline{Z}'_{2\alpha})^2} = \\ &= \frac{pm_1 U_1^2}{\omega_1} \frac{\frac{R'_{2\alpha}}{s}}{\left(R_{1\alpha} + \frac{R'_{2\alpha}}{s}\right)^2 + (X_{1\alpha} + X'_{2\alpha})^2}. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Valorile extreme ale cuplului se obțin pentru alunecarea critică:

$$s_{k\alpha} = \pm \frac{R'_{2\alpha}}{\sqrt{R_{1\alpha}^2 + (X_{1\alpha} + X'_{2\alpha})^2}}, \quad (7.10)$$

pe intervalul  $(-\infty, +\infty)$  de forma:

$$M_{k\alpha} = \frac{pm_1 U_1^2}{\omega_1 \left( R_{1\alpha} \pm \sqrt{R_{1\alpha}^2 + (X_{1\alpha} + X'_{2\alpha})^2} \right)}. \quad (7.11)$$

Dacă se ia  $R_{1\alpha} = 0$  rezultă  $U_1 = U_{e1\alpha}$  și cuplul maxim,

$$M_{k\alpha} = \frac{pm_1 U_1^2}{\pm \omega_1 (X_{1\alpha} + X'_{2\alpha})}, \quad (7.12)$$

la condiția  $U_1/f_1 = \text{const.}$  este independent de frecvența  $f_1$ , menținându-se capacitatea de supraîncărcare pe un interval larg.

*Cazuri particulare de  $\alpha$ .*

Pentru început se analizează funcționarea mașinii asincrone în cazul **controlului scalar**, adică cu  $U/f = \text{const.}$

Dacă  $\alpha=1$  din schema echivalentă în  $T$ , fig. 7.2, rezultă:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{e1}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_{1m}\underline{Z}'_2}{\underline{Z}_{1m} + \underline{Z}'_2}} \quad (7.13)$$

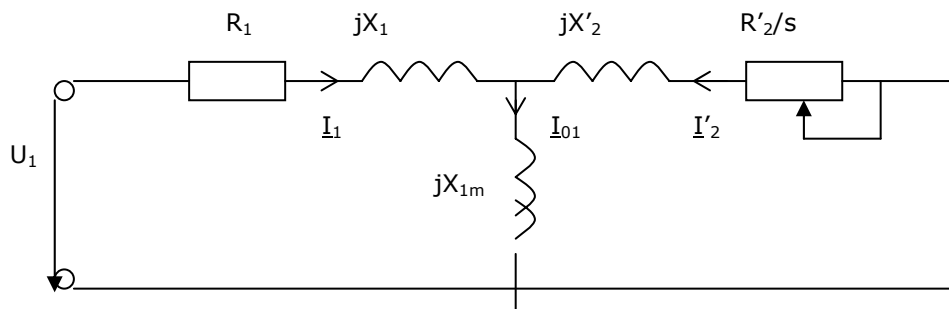


Fig. 7.2. Schema echivalentă în cazul  $\alpha=1$ .

iar

$$\underline{I}'_2 = -\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{e2}} = -\underline{U}_1 \frac{\underline{Z}_{1m}}{\underline{Z}_1\underline{Z}_{1m} + \underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + \underline{Z}'_2\underline{Z}_{1m}} \quad (7.14)$$

Cuplul electromagnetic are forma :

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_2}{s} I_2'^2 \quad (7.15)$$

unde

$$\begin{aligned} I_2'^2 &= \frac{X_{1m}^2 U_1^2}{\left[ (R_1 + jX_1) \cdot jX_{1m} + \left( \frac{R'_2}{s} + jX'_2 \right) (R_1 + jX_1 + jX_{1m}) \right]^2} = \\ &= \frac{X_{1m}^2 U_1^2}{\left( \frac{R_1 R'_2}{s} - \sigma X_{11} X'_{22} \right)^2 + \left( R_1 X'_{22} + \frac{R'_2}{s} X_{11} \right)^2} \end{aligned} \quad (7.16)$$

iar

$$\sigma = 1 - \frac{L_{sh}^2}{L_{11} L'_{22}} \quad (7.17)$$

reprezintă coeficientul global de dispersie.

S-a ținut seama că:

$$X_{11} \cdot X'_{22} = (X_1 + X_{1m})(X'_2 + X_{1m}) = X_1 X'_2 + X_{1m}(X_1 + X'_2) + X_{1m}^2 ;$$

$$X_{11}X'_{22} - X_{1m}^2 = X_1X'_2 + X_{1m}(X_1 + X'_2) = \sigma X_{11}X'_{22}; \quad (7.18)$$

$$L_{11} = L_{1\sigma} + L_{sh}; \quad L'_{22} = L'_{2\sigma} + L_{sh}.$$

Cuplul maxim se obține din anularea derivatei cuplului  $\left(\frac{dM}{ds}\right) = 0$ , pentru:

$$\frac{R'_2}{s_k} = \pm \frac{\sqrt{R_1^2 X'_{22}{}^2 + \sigma^2 X_{11}^2 X'_{22}{}^2}}{\sqrt{R_1^2 + X_{11}^2}}. \quad (7.19)$$

Tensiunea  $U_1$  necesară la bornele motorului pentru a menține  $M_k = const.$  se determină din condiția:

$$M_k(U_1, f_1) = M_k(U_{1N}, f_{1N}), \quad (7.20)$$

și are forma:

$$U_1(f_1) = U_{1N} \sqrt{\frac{\frac{\omega_1}{\omega_{1N}} R_1 (1 - \sigma) X_{11} + \sqrt{\left[ R_1^2 + \left( \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} X_{11} \right)^2 \right] \left[ R_1^2 + \left( \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} \sigma X_{11} \right)^2 \right]}{R_1 (1 - \sigma) X_{11} + \sqrt{(R_1^2 + X_{11}^2)(R_1^2 + \sigma^2 X_{11}^2)}}}. \quad (7.21)$$

Expresiile determinate sunt folosite pentru frecvențe subnominale foarte mici,  $f_1 < 5 \text{ Hz}$ .

Pentru frecvențe subnominale  $f_1 \leq 50 \text{ Hz}$ , dar apropiate de  $50 \text{ Hz}$ , se poate neglija termenul  $R_1 \cdot U_1 \cong 0$ . În acest caz  $\underline{U}_1 \cong j\omega_1 \underline{\Psi}_1$  și la  $\Psi_1 = const.$  rezultă

$$\frac{U_1}{f_1} = k.$$

Cuplul electromagnetic are expresia:

$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \cdot \frac{\frac{R'_2}{s} \cdot U_1^2}{\left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + (X_1 + X'_2)^2}, \quad (7.22)$$

unde  $X_1, X'_2$  sunt determinate la  $f_{1N}$ .

Pentru alunecarea critică:

$$s_k = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2}} \quad (7.23)$$

se obține cuplul maxim:

$$M_k = \frac{pm_1}{2\pi} \cdot \frac{k^2 \cdot f_1}{R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X'_2)^2} \left( \frac{f_1}{f_{1N}} \right)^2} \quad (7.24)$$



În expresia 7.22 se ține seama că  $\frac{U_1}{f_1} = \frac{U_{1N}}{f_{1N}}$ , se înlocuiește alunecarea  $s$  cu:

$$s = \frac{f_1 - pn}{f_1}, \quad (7.25)$$

și rezultă

$$M = \frac{A(f_1 - pn)}{B + (f_1 - pn)^2 \cdot C}, \quad (7.26)$$

$$\text{unde: } A = \frac{m_1 p R_2' U_{1N}^2}{2\pi f_{1N}^2}; \quad B = R_2'^2; \quad C = \left( \frac{X_1 + X_2'}{f_{1N}} \right)^2.$$

În zona frecvențelor foarte mici, cuplul maxim scade și funcționarea mașinii devine nesigură. La frecvențe  $f_1 < f_{1N}/3$  căderea de tensiune pe  $R_1$  este comparabilă cu  $U_1$  și la  $U_1/f_1 = \text{const.}$  fluxul  $\Psi_1$  se micșorează, ceea ce duce la scăderea cuplului electromagnetic. Pentru a evita instabilitatea în funcționare a mașinii la frecvențe joase (sub 10 Hz) se impune mărirea tensiunii la borne cu circa 5% [7].

La frecvențe mari, dar apropiate de frecvența nominală, cuplurile critice se conservă pe un interval mare, astfel încât condiția  $U_1/f_1 = \text{const.}$  este practic avantajoasă. Datorită saturației valorile critice ale cuplurilor sunt mai mici în realitate.

Turația este dată de expresia:

$$n = \frac{f_1}{p} - \frac{A \pm \sqrt{A^2 - 4BCM^2}}{2pCM} \quad (7.27)$$

Tensiunea furnizată de convertor pentru a se menține cuplul maxim se obține punându-se condiția (7.20) și are expresia:

$$U_1 = U_{1N} \sqrt{\frac{\omega_1 \sqrt{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}} \left( \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} \right)^2}{\omega_{1N} \sqrt{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_2')^2}}}}, \quad (7.28)$$

unde reactanțele  $X_1$ ,  $X_2'$  sunt determinate la  $f_{1N}$ .

La frecvențe supranominale  $f_1 > f_{1N}$  tensiunea nu mai poate fi mărită peste tensiunea nominală și creșterea frecvenței peste cea nominală duce la scăderea fluxului statoric. Se poate neglija  $R_1$  și din (7.24) rezultă cuplul maxim de forma:

$$M_k = \frac{p_1}{\pi f_1^2} \cdot \frac{U_1^2}{\left( \frac{X_1 + X_2'}{f_{1N}} \right)} \quad (7.29)$$

care scade proporțional cu  $f_1^2$ .

În expresia (7.22) se înlocuiește  $U_1 = U_{1N}$ , alunecarea  $s$  cu expresia (7.25) și se obține:

$$M = \frac{A(f_1 - pn)}{f_1^2 \cdot [B + (f_1 - pn)^2 \cdot C]}, \quad (7.30)$$

din care rezultă turația  $n$  [rot/s]:

$$n = \frac{f_1}{p} - \frac{A \pm \sqrt{A^2 - 4f_1^4 BCM^2}}{2pf_1^2 CM}, \quad (7.31)$$

$$\text{unde: } A = \frac{m_1 p R_2' U_{1N}^2}{2\pi}; \quad B = R_2'^2; \quad C = \left( \frac{X_1 + X_2'}{f_{1N}} \right)^2.$$

La frecvențe mari,  $f_1 > f_{1N}$ , cuplul maxim se micșorează îngreunând funcționarea mașinii, mai ales la cupluri rezistente mari.

Puterea absorbită din rețea de convertoarele statice are componenta activă constantă dacă cuplul rezistent scade o dată cu creșterea frecvenței.

Fluxul statoric poate fi măsurat direct cu o bobină sondă plasată în creștăturile statorice sau calculat pe baza mărimilor  $U_1$  și  $I_1$ , care se pot măsura.

**Controlul vectorial** presupune controlul fluxului statoric, adică modificarea frecvenței o dată cu modificarea tensiunii statorice  $\underline{U}_1$  sau a curentului statoric  $\underline{I}_1$ .

Ecuțiile de tensiuni scrise pentru schema din fig. 7.2 sunt:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 - \underline{U}_{e1}; \\ 0 &= R_2' \underline{I}_2' + j(\omega_1 - \omega) \cdot \underline{\Psi}_2' \end{aligned} \quad (7.32)$$

unde:

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_1 &= L_{11} \underline{I}_1 + L_{sh} \underline{I}_2'; \\ \underline{\Psi}_2 &= L_{sh} \underline{I}_1 + L_{22}' \underline{I}_2'. \end{aligned} \quad (7.33)$$

În sistemul (7.32) se introduce  $\underline{\Psi}_2'$  din (7.33) în ecuația a doua și rezultă curentul  $\underline{I}_2'$ :

$$\underline{I}_2' = - \frac{j(\omega_1 - \omega) L_{sh} \underline{I}_1}{R_2' + j(\omega_1 - \omega) L_{22}'}, \quad (7.34)$$

care se introduce în prima ecuație din (7.33) și rezultă:

$$I_1 = \frac{\Psi_1}{L_{11}} \cdot \frac{\sqrt{[R_2'^2 L_{11}^2 + \sigma \cdot (\omega_1 - \omega)^2 \cdot L_{11} L_{22}'^2]^2 + [(\omega_1 - \omega) R_2' L_{sh}^2]^2}}{R_2'^2 L_{11}^2 + (\omega_1 - \omega)^2 \cdot \sigma^2 \cdot L_{11} L_{22}'^2}, \quad (7.35)$$

unde  $\omega_1 - \omega = \omega_2$  reprezintă pulsația curenților din rotor.

Cuplul electromagnetic  $M$  este:

$$M = m_1 \cdot p \cdot \text{Im}(\underline{I}_1 \cdot \underline{\Psi}_1^*) = \frac{m_1 p \omega_2 R_2' L_{sh}^2}{R_2'^2 L_{11}^2 + \omega_2^2 \cdot \sigma^2 \cdot L_{11} L_{22}'^2} \cdot \Psi_1^2, \quad (7.36)$$

și obține valoarea maximă din  $\frac{dM}{d\omega_2} = 0$ , pentru

$$\omega_2 = \pm \frac{R_2'}{\sigma \cdot L_{22}}. \quad (7.37)$$

Cuplul electromagnetic maxim  $M_k$  are expresia:

$$M_k = \frac{3}{2} \cdot \frac{p(1-\sigma)}{\sigma \cdot L_{11}} \cdot \Psi_1^2. \quad (7.38)$$

Factorul de putere se calculează din puterea electromagnetică considerând  $\underline{U}_1 \cong \underline{U}_{e1} = j\omega_1 \Psi_1$ :

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \frac{P}{3U_1 I_1} = \frac{M \Omega_1 L_{11} (R_2'^2 L_{11} + \omega_2^2 \sigma^2 L_{11} L_{22}^2)}{m_1 \omega_1 \Psi_1^2 \sqrt{(R_2'^2 L_{11} + \omega_2^2 \cdot \sigma \cdot L_{11} L_{22}^2)^2 + (\omega_2 R_2' L_{sh}^2)^2}} = \\ &= \frac{\omega_2 R_2' L_{sh}^2}{\sqrt{(R_2'^2 L_{11} + \omega_2^2 \cdot \sigma \cdot L_{11} L_{22}^2)^2 + (\omega_2 R_2' L_{sh}^2)^2}}. \end{aligned} \quad (7.39)$$

Factorul de putere maxim  $\cos \varphi_{max}$  se obține din  $\frac{d(\cos \varphi)}{d\omega_2} = 0$  pentru

$$\omega_2 = \frac{R_2'}{L_{22} \sqrt{\sigma}}, \quad (7.40)$$

și are expresia:

$$\cos \varphi_{max} = \frac{L_{sh}^2}{2L_{11} L_{22} - L_{sh}^2} \cong \frac{1-\sigma}{1+\sigma}. \quad (7.41)$$

Cuplul electromagnetic la  $\cos \varphi_{max}$  este:

$$M_{(\cos \varphi_{max})} = \frac{3p L_{sh}^2}{(1+\sigma) \cdot \sqrt{\sigma} \cdot L_{11} L_{22}} \Psi_1^2. \quad (7.42)$$

Tensiunea de comandă  $U_1$  se calculează din prima ecuație a sistemului (7.32) și are expresia [5]:

$$U_1 = \Psi_1 \cdot \frac{\frac{R_1}{L_{11}} \sqrt{\left[ \frac{R_2'^2}{L_{22}^2} + \sigma \cdot \omega_2^2 \right]^2} + \left[ (1-\sigma) \cdot \omega_2 \cdot \frac{R_2'}{L_{22}} + \omega_1 \cdot \frac{R_2' L_{11}}{R_1 L_{22}^2} + \sigma^2 \omega_2^2 \right]^2}{\frac{R_2'^2}{L_{22}^2} + \sigma^2 \omega_2^2}. \quad (7.43)$$

Curentul de comandă  $I_1$  rezultă în urma înlocuirii curentului rotoric  $I_2'$  dat de relația (7.34) în prima ecuație a sistemului (7.33):

$$I_1 = \frac{\left(1 + \frac{j\omega_2 L'_{22}}{R_2}\right)}{L_{11} \cdot \left(1 + \frac{j\omega_2 \sigma \cdot L'_{22}}{R_2}\right)} \cdot \Psi_1 \quad (7.44)$$

cu modulul

$$I_1 = \frac{1}{L_{11}} \cdot \sqrt{\frac{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{22}'^2}{R_2'^2 + \omega_2^2 \sigma^2 L_{22}'^2}} \cdot \Psi_1 \quad (7.45)$$

La frecvențe  $f_1 \leq f_{1N}$ , pentru a obține caracteristicile  $M=f(s)$  și  $n=f(M)$ , fluxul statoric se menține constant și egal cu fluxul nominal  $\Psi_1 = \frac{U_{1N}}{2\pi \cdot f_{1N}}$ . Se introduce în (7.36) și rezultă expresii asemănătoare cu (7.26), respectiv (7.27), unde  $A, B, C$  sunt de forma:

$$A = m_1 R_2' p L_{sh}^2 \cdot \frac{U_{1N}^2}{2\pi f_{1N}^2}; \quad B = L_{11}^2 R_2'^2; \quad C = 4\pi^2 (L_{11} L'_{22} - L_{sh})^2.$$

Pentru  $f_1 > f_{1N}$ , se slăbește fluxul  $\Psi_1 = \frac{U_{1N}}{2\pi \cdot f_1}$  și se obțin expresii asemănătoare cu (7.30) și (7.31).

Schema *MatlabSimulink* din fig. 7.3 determină caracteristicile  $M=f(s)$  la  $\Psi_1$  controlat.

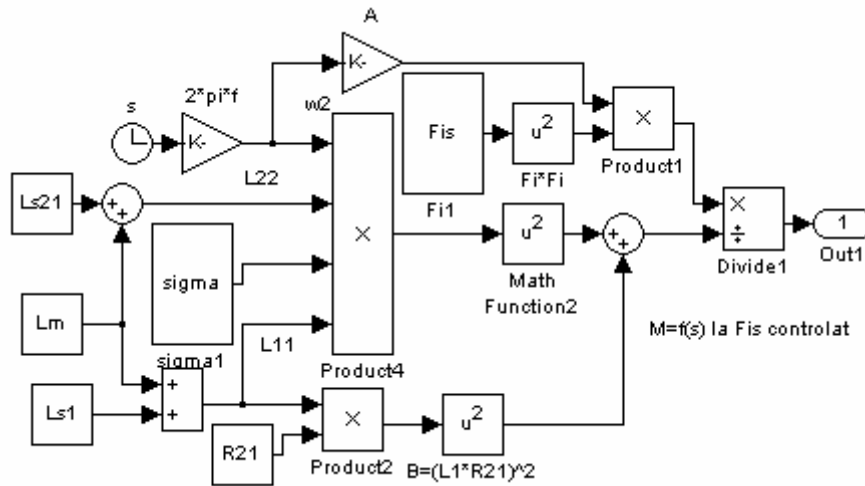


Fig. 7.3. Schema *MatlabSimulink* pentru determinarea caracteristicii  $M=f(s)$  la  $\Psi_1$  controlat.

Cazul  $\alpha = \frac{X_1 + X_{1m}}{X_{1m}}$  corespunde absenței dispersiei în stator  $X_{1\alpha}=0$  ( $L_{1\sigma\alpha}=0$ ). Deoarece impedanța la bornele mașinii este independentă de  $\alpha$  rezultă:

$$\underline{U}_1 - R_1 \underline{I}_1 = j\omega_1 \underline{\Psi}_1 = jX_{1\alpha} \underline{I}_1 - \underline{U}_{e1\alpha} = j\omega_1 \underline{\Psi}_{sh\alpha} = j\omega_1 L_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}.$$

Aceasta înseamnă că  $\underline{\Psi}_{sh\alpha} = L_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}$  și  $\underline{I}_{01\alpha} = const$ , în schemele în care nu avem dispersie în circuitul primar, presupune fluxul total al înfășurării statorice constant ( $\Psi_1 = const.$ ).

Pentru  $X_{1\alpha} = 0$  se obține din (7.5):

$$X'_{2\alpha} = \alpha^2 X'_2 + (\alpha^2 - \alpha) X_{1m}.$$

Se înlocuiește  $\alpha$  și renunțând la termenii  $\frac{X_1^2}{X_{1m}}$ ,  $\frac{X_1 X'_2}{X_{1m}}$  rezultă:

$$X'_{2\alpha} \cong X_1 + X'_2; \quad X_{1m\alpha} = \alpha X_{1m} = X_1 + X_{1m}. \quad (7.46)$$

Se obține schema simplificată din fig. 7.4, la care lipsește dispersia în stator.

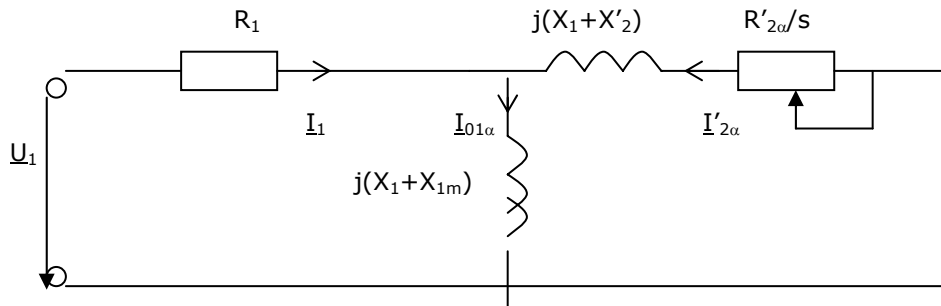


Fig. 7.4. Schema echivalentă simplificată în cazul  $\alpha = \frac{X_1 + X_{1m}}{X_{1m}}$ .

#### Concluzii:

- Funcționarea mașinii la frecvență variabilă și flux statoric controlat la dispersii reduse este optimă, dacă viteza rotorului  $\omega$  are valori mari, adică frecvențele de alimentare să fie ridicate și cuplurile rezistente mici;
- Cuplul maxim este constant la  $\Psi_1 = const.$  și nu depinde de frecvență;
- Tensiunea statorică se modifică proporțional cu frecvența statorică și cu turația rotorică, ea scăzând la creșterea turației, respectiv scăderea cuplului;
- La frecvențe mici de alimentare și parametri considerați constanți, cuplurile critice în regim de motor scad iar în regim de generator cresc.

• **Optimizarea funcționării mașinii de inducție la flux util  $\Psi_{sh\alpha}$  controlat.** Controlul fluxului  $\underline{\Psi}_{sh\alpha}$  se reduce la controlul curentului de magnetizare  $\underline{I}_{01\alpha}$ . În continuare se consideră  $\underline{I}_{01\alpha}$  constant și se înlocuiește  $\omega_2 = s\omega_1$ . Din schema echivalentă, fig. 7.1, se obțin curenții  $\underline{I}'_{2\alpha}$ ,  $\underline{I}_{01\alpha}$  și  $\underline{I}_1$  [25]:

$$\begin{aligned} \underline{I}'_{2\alpha} &= \frac{-\underline{Z}'_{1m\alpha}}{\underline{Z}'_{2\alpha}} \underline{I}_{01\alpha} = \frac{-jX_{1m\alpha}}{\frac{R'_{2\alpha}}{s} + jX'_{2\alpha}} \underline{I}_{01\alpha} = \\ &= \frac{-j\omega_1 L_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}}{\frac{R'_{2\alpha}}{s} + jX'_{2\alpha}} = \frac{-jL_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}}{\frac{R'_{2\alpha}}{\omega_2} + jL'_{2\sigma\alpha}}; \end{aligned} \quad (7.47)$$

$$\underline{I}_{01\alpha} = -\frac{U_{e1\alpha}}{Z_{1m\alpha}} = \frac{j\omega_1 \Psi_{sh\alpha}}{Z_{1m\alpha}}; \quad (7.48)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{01\alpha} - \underline{I}'_{2\alpha} = \underline{I}_{01\alpha} + \frac{jL_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}}{\frac{R'_{2\alpha}}{\omega_2} + jL'_{2\sigma\alpha}}. \quad (7.49)$$

Curenții  $\underline{I}_1$  și  $\underline{I}'_{2\alpha}$  nu depind de  $\omega_1$ , ci numai de  $\omega_2$ ,  $\underline{I}_{01\alpha}$  și  $\alpha$ .  
Cuplul electromagnetic este de forma:

$$\begin{aligned} M &= \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_{2\alpha}}{s} I_{2\alpha}'^2 = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_{2\alpha}}{s} \frac{\omega_1^2 L_{sh\alpha}^2 I_{01\alpha}^2}{\left(\frac{R'_{2\alpha}}{s}\right)^2 + X_{2\alpha}'^2} = \\ &= \frac{pm_1}{\omega_1} (X_{1m\alpha} I_{01\alpha})^2 \frac{\frac{R'_{2\alpha}}{s}}{\left(\frac{R'_{2\alpha}}{s}\right)^2 + X_{2\alpha}'^2}. \end{aligned} \quad (7.50)$$

Pentru  $s = \pm\infty$  și  $s = 0$  cuplul este zero, iar valori extreme are pentru alunecarea critică

$$s_{k\alpha} = \pm \frac{R'_{2\alpha}}{X_{2\alpha}'}. \quad (7.51)$$

La funcționarea mașinii ca motor și generator cuplurile critice au forma

$$\begin{aligned} M_{k\alpha} &= \pm \frac{pm_1}{\omega_1} (X_{1m\alpha} I_{01\alpha})^2 \frac{1}{2X_{2\alpha}'} = \\ &= \pm \frac{1}{2} pm_1 \frac{(L_{sh\alpha} I_{01\alpha})^2}{L'_{2\sigma\alpha}} = \pm \frac{1}{2} pm_1 \frac{\Psi_{sh\alpha}^2}{L_{2\sigma\alpha}^2}. \end{aligned} \quad (7.52)$$

Cuplul maxim rezultat este independent de  $f_1$  și este mai mic ca în cazul  $\Psi_1 = \text{const.}$

Forma canonică  $M/M_{k\alpha}$  a expresiei caracteristicii mecanice este în acest caz:

$$\frac{M}{M_{k\alpha}} = \frac{2}{\frac{s}{s_{k\alpha}} + \frac{s_{k\alpha}}{s}} \quad (7.53)$$

La introducerea pulsației  $\omega_2$  cuplul electromagnetic are expresia:

$$M = pm_1 (L_{sh\alpha} I_{01\alpha})^2 R'_{2\alpha} \frac{\omega_2}{R'_{2\alpha} + \omega_2^2 L_{2\sigma\alpha}'^2}, \quad (7.54)$$

iar forma canonică devine

$$\frac{M}{M_{k\alpha}} = \frac{2}{\frac{\omega_2}{\omega_{2k\alpha}} + \frac{\omega_{2k\alpha}}{\omega_2}}, \quad (7.55)$$

unde  $\omega_{2k\alpha} = \pm \frac{R'_{2\alpha}}{L_{2\sigma\alpha}'}$ , reprezintă valoarea maximă a pulsației rotorice pentru care avem funcționare stabilă.

În schemele în care  $I_{01\alpha} = \text{const.}$ , alura caracteristicilor mecanice corespunzătoare, fig. 7.5, nu mai este condiționată de  $\omega_1$  fiind simetrică față de originea sistemului de axe, acest lucru fiind important în practică.

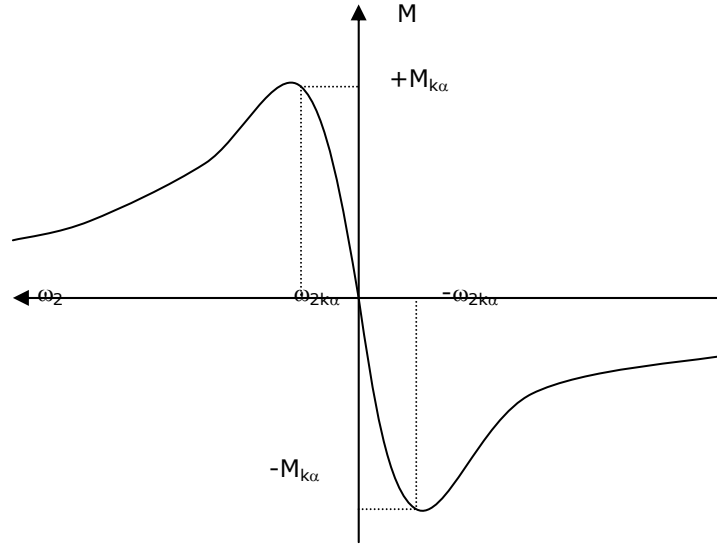


Fig. 7.5. Caracteristica mecanică  $M=f(\omega_2)$ .

Fluxul  $\Psi_{sh\alpha}$  se poate măsura direct cu o bobină sondă lipită în intrefier de capetele dinților statorici.

Controlul lui  $\Psi_{sh\alpha}$  presupune controlul lui  $U_1$  sau  $I_1$ .

Curentul absorbit  $I_1$  în funcție de  $I_{01\alpha}$  se determină considerând un sistem de axe în planul complex  $\underline{I}_{01\alpha} = -jI_{01\alpha}$  obținându-se:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{01\alpha} - \underline{I}'_{2\alpha} = -jI_{01\alpha} + \frac{jL_{sh\alpha}I_{01\alpha}}{\frac{R_{2\alpha}}{\omega_2} + jL'_{2\alpha\alpha}} \quad (7.56)$$

Dacă  $\Psi_{sh\alpha} = \text{const.}$  rezultă că nici curentul nu depinde de frecvența tensiunii de alimentare. Atât cuplul electromagnetic cât și curenții de alimentare depind de pulsația  $\omega_2$ .

Tensiunea de alimentare  $U_1$  la  $I_{01\alpha} = \text{const.}$  ținând seama de (7.1) și (7.5) este:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{I}_1 \underline{Z}_{1\alpha} + \underline{I}_{10\alpha} \underline{Z}_{1m\alpha} = (\underline{I}_{01\alpha} - \underline{I}'_{2\alpha}) \underline{Z}_{1\alpha} + \underline{I}_{10\alpha} \underline{Z}_{1m\alpha} = \\ &= \underline{I}_{10\alpha} \underline{Z}_{1\alpha} + \underline{I}_{10\alpha} \underline{Z}_{1\alpha} \frac{\underline{Z}_{1m\alpha}}{\underline{Z}'_{2\alpha}} + \underline{I}_{10\alpha} \underline{Z}_{1m\alpha} = \underline{I}_{10\alpha} \underline{Z}_{e0\alpha}, \end{aligned} \quad (7.57)$$

unde s-a notat

$$\underline{Z}_{e0\alpha} = \underline{Z}_{1\alpha} + \underline{Z}_{1m\alpha} + \underline{Z}_{1m\alpha} \frac{\underline{Z}_{1\alpha}}{\underline{Z}'_{2\alpha}} = R_1 + jX_{11} + jX_{1m\alpha} \frac{\underline{Z}_{1\alpha}}{\underline{Z}'_{2\alpha}}. \quad (7.58)$$

Pentru a pune în evidență impedanța echivalentă în funcție de pulsațiile  $\omega_1$  și  $\omega_2$ , se înlocuiește  $s = \omega_2/\omega_1$  în  $\underline{Z}'_{2\alpha}$  și se introduce

$$X'_{2\alpha} = \frac{\sigma_{2\alpha}}{1 + \sigma_{2\alpha}} X'_{22\alpha}; \quad \sigma_{2\alpha} = \frac{X'_{2\alpha}}{X'_{1m\alpha}} \quad (7.59)$$

Se obține [25]:

$$\underline{Z}_{e0\alpha} = X'_{11N} \frac{\frac{R_1}{X'_{11N}} \frac{R_2'}{X'_{22N}} - \sigma \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_{1N}^2} + j \left( \frac{R_2'}{X'_{22N}} \frac{\omega_1}{\omega_{1N}} + \frac{R_1}{X'_{11N}} \frac{\omega_2}{\omega_{1N}} \right)}{\frac{R_2'}{X'_{22N}} + j \frac{\sigma_{2\alpha}}{1 + \sigma_{2\alpha}} \frac{\omega_2}{\omega_{1N}}}, \quad (7.60)$$

cu ajutorul căreia se calculează tensiunea primară necesară

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{e0\alpha} \underline{I}_{01\alpha}. \quad (7.61)$$

### Observații:

1. Deoarece impedanța echivalentă la bornele mașinii este independentă de  $\alpha$ , pentru pulsația  $\omega_1$  și pentru curentul  $\underline{I}_1$  dați, rezultă  $\underline{U}_1$ .

2. Același lucru se întâmplă și cu t. e. m. indusă:

$$-\underline{U}_{e1} = j\omega_1 \underline{\Psi}_{sh} = j(X_{1\alpha} - X_1) \underline{I}_1 + j\omega_1 \underline{\Psi}_{sh\alpha};$$

$$\underline{\Psi}_{sh} = L_{sh} \underline{I}_{01} = (L_{1\sigma\alpha} - L_{1\sigma}) \underline{I}_1 + L_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}.$$

Ținând seama de (7.3) rezultă

$$\underline{I}_{01} = (1 - \alpha) \underline{I}_1 + \alpha \underline{I}_{01\alpha}. \quad (7.62)$$

Dacă  $\underline{I}_{01\alpha} = \text{const}$ ,  $\omega_1 = \text{const}$  ( $\underline{I}_1 = \text{var.}$ ) și  $\omega_2 = \text{var}$  rezultă  $\underline{I}_{01} = \text{var}$ . O dată cu modificarea curentul  $\underline{I}_{01}$  variază și amplitudinea câmpului învârtitor  $\underline{\Psi}_{sh}$ , adică nivelul de solicitare magnetică.

3. Dacă se consideră curentul primar  $\underline{I}_1$  mărime de comandă, se realizează un răspuns rapid al cuplului, situație avantajoasă pentru elaborarea comenzii vectoriale.

### Cazuri particulare de $\alpha$

**Cazul  $\alpha=1$ .** Controlul fluxului util  $\underline{\Psi}_{sh}$  se face controlând curentul de magnetizare  $\underline{I}_{01}$  și după cum s-a văzut, controlul lui  $\underline{\Psi}_{sh}$  se reduce la controlul lui  $\underline{U}_1$  sau  $\underline{I}_1$ . Se pune în evidență pulsația  $\omega_2 = s\omega_1$  și fluxul util devine:

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_{sh} &= \underline{I}_{01} L_{sh} = \frac{\underline{U}_{e1}}{\underline{Z}_{1m}} L_{sh} = \\ &= \underline{I}_1 \cdot \frac{\left( \frac{R_2'}{\omega_2} + jL_{2\sigma}' \right) \cdot L_{sh}}{\frac{R_2'}{\omega_2} + j \cdot (L_{2\sigma}' + L_{sh})}. \end{aligned} \quad (7.63)$$

Din relația anterioară (7.63) rezultă curentul  $\underline{I}_1$ :



$$\begin{aligned} \underline{I}_1 &= \frac{\frac{R_2'}{\omega_2} + j \cdot (L_{2\sigma}' + L_{sh})}{\left(\frac{R_2'}{\omega_2} + jL_{2\sigma}'\right) \cdot L_{sh}} \cdot \underline{\Psi}_{sh} = \frac{\frac{R_2'}{\omega_2} + jL_{22}'}{\frac{R_2'}{\omega_2} + jL_{2\sigma}'} \cdot \frac{\underline{\Psi}_{sh}}{L_{sh}} = \\ &= \frac{\underline{\Psi}_{sh}}{L_{sh}} + \frac{\underline{\Psi}_{sh}}{\frac{R_2'^2}{\omega_2^2 \cdot L_{2\sigma}'} + L_{2\sigma}'} + j \frac{\frac{R_2'}{\omega_2} \cdot \underline{\Psi}_{sh}}{\frac{R_2'^2}{\omega_2^2 \cdot L_{2\sigma}'} + L_{2\sigma}'}, \end{aligned} \quad (7.64)$$

cu modulul:

$$I_1 = \frac{\Psi_{sh}}{L_{sh}} \cdot \sqrt{\frac{\frac{R_2'^2}{\omega_2^2} + L_{22}'^2}{\frac{R_2'^2}{\omega_2^2} + L_{2\sigma}'^2}}. \quad (7.65)$$

Cuplul electromagnetic este de forma:

$$\begin{aligned} M &= m_1 p \operatorname{Im}(\underline{I}_1 \cdot \underline{\Psi}_1^*) = m_1 \cdot p \cdot \operatorname{Im}(\underline{I}_1 \cdot (L_{1\sigma}' \cdot \underline{I}_1 + \underline{\Psi}_{sh})^*) = \\ &= m_1 p \Psi_{sh} \operatorname{Im}(\underline{I}_1) = m_1 p \Psi_{sh}^2 \frac{\frac{R_2'}{\omega_2 \cdot L_{2\sigma}'}}{L_{2\sigma}' \left( \frac{R_2'^2}{\omega_2^2 \cdot L_{2\sigma}'^2} + 1 \right)}, \end{aligned} \quad (7.66)$$

iar cuplul maxim rezultă din  $\frac{dM}{d\omega_2} = 0$ , pentru

$$\omega_{2\max} = \pm \frac{R_2'}{L_{2\sigma}'} \quad (7.67)$$

și are valoarea:

$$M_k = \pm \frac{m_1 p}{2L_{2\sigma}'} \cdot \Psi_{sh}^2. \quad (7.68)$$

Schema *MatlabSimulink* din fig. 7.6 determină caracteristicile  $M=f(s)$  la flux util  $\Psi_{sh}$  controlat. Fluxul util (7.93) pentru frecvențe  $f_1 \leq f_{1N}$  s-a calculat în funcție de (7.67) și fluxul statoric nominal, care introdus în expresia cuplului electromagnetic (7.66), împreună cu alunecarea (7.25), dă o expresie asemănătoare cu (7.26). Turația are forma (7.27), în care constantele  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sunt:

$$A = \frac{4\pi \cdot m_1 p \cdot R_2' L_{2\sigma}'^2 L_{sh}^2 \Psi_{1N}^2}{L_{11}^2 (L_{2\sigma}'^2 + \sigma^2 L_{22}'^2)}; \quad B = R_2'^2; \quad C = 4\pi^2 L_{2\sigma}'^2. \quad \text{La frecvențe } f_1 > f_{1N}, \text{ se}$$

slăbește fluxul.

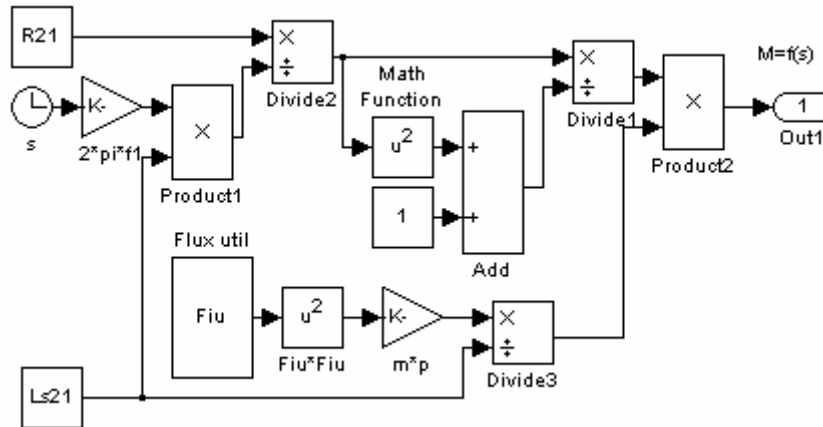


Fig. 7.6. Schema MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicilor  $M=f(s)$  la  $\Psi_{sh}$  controlat.

Controlul fluxului din intrefier  $\Psi_{sh}$  la comanda tensiunii  $\underline{U}_1$  se face cu tensiunea dată de relația:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{e1}, \quad (7.69)$$

iar în modul

$$U_1 = \frac{\Psi_{sh}}{L_{sh}} \cdot \frac{\sqrt{(R_1 R_2' - \omega_1 \omega_2 \sigma L_{11} L_{22}')^2 + (\omega_1 R_2' L_{11} + R_1 \omega_2 L_{22}')^2}}{\sqrt{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{2\sigma}'^2}}, \quad (7.70)$$

unde

$$\underline{Z}_{e1} = \underline{Z}_1 + \frac{jX_{1m} \cdot \underline{Z}_2'}{jX_{1m} + \underline{Z}_2'} = \frac{R_1 R_2' - \omega_1 \omega_2 \sigma L_{11} L_{22}' + j(\omega_1 R_2' L_{11} + R_1 \omega_2 L_{22}')}{R_2' + j\omega_2 L_{22}'}; \quad (7.71)$$

$$L_{11} L_{22}' + L_{sh}(L_{11} + L_{22}') = \sigma L_{11} L_{22}'. \quad (7.72)$$

Controlul fluxului  $\Psi_{sh}$  la comanda curentului statoric  $\underline{I}_1$  se face cu ajutorul curentului  $I_1$  calculat cu relația (7.65).

Cazul  $\alpha = \frac{X_{1m}}{X_{1m} + X_2'}$  corespunde lipsei dispersiei în rotor

( $X_{2\alpha}' = \omega_1 L_{2\sigma\alpha}' = 0$ ). În acest caz din (7.47)

$$\underline{I}_{2\alpha}' = -\frac{j\omega_2 L_{sh\alpha} \underline{I}_{01\alpha}}{R_{2\alpha}'} \quad (7.73)$$

și ținând seama că  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$  din (7.54) se obține cuplul

$$M = -pm_1 \frac{(L_{sh\alpha} I_{01\alpha})^2}{R_{2\alpha}'} \omega + pm_1 \frac{(L_{sh\alpha} I_{01\alpha})^2}{R_{2\alpha}'} \omega_1. \quad (7.74)$$

În fig. 7.7 se prezintă  $M=f(\omega)$ , la diverși  $\omega_1$ . În regim staționar, la condiția  $\alpha = \frac{X_{1m}}{X_{1m} + X_2'}$  se obțin caracteristici deosebit de utile pentru sistemele de reglare automată, sub forma unor drepte echidistante dacă  $\omega_1$  se modifică în trepte.

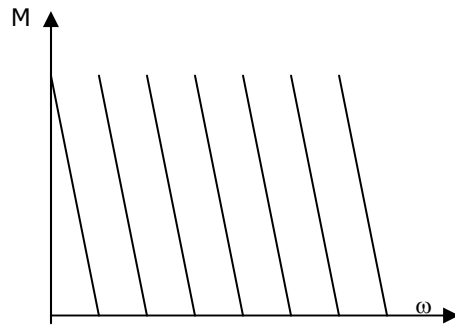


Fig. 7.7. Caracteristicile  $M=f(\omega)$  pentru diverși  $\omega_1$ .

Panta caracteristicilor mecanice se modifică dacă se modifică  $I_{01\alpha}$ . Ținând seama de (7.73), culul electromagnetic obține forma:

$$M = pm_1 L_{sh\alpha} I_{01\alpha} I_{2\alpha}' \tag{7.75}$$

iar la  $I_{01\alpha} = \text{const.}$  rezultă o dependență liniară a lui  $M$  de  $I_{2\alpha}'$ .

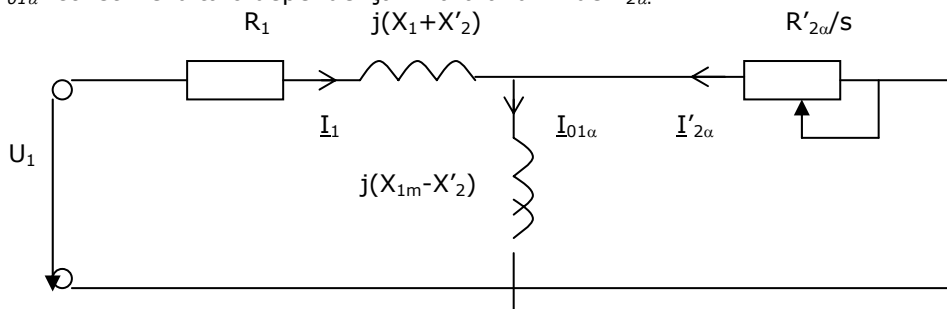


Fig. 7.8. Schema echivalentă în cazul  $\alpha = \frac{X_{1m}}{X_{1m} + X_2'}$ .

Pentru a obține schema echivalentă simplificată, fig. 7.8, din (7.3) rezultă:

$$X_{1m\alpha} = \alpha X_{1m} = \frac{X_{1m}}{1 + \frac{X_2'}{X_{1m}}}$$

Se dezvoltă în serie și se rețin primii termeni

$$X_{1m\alpha} \cong X_{1m} - X_2'; \quad X_{1\alpha} = X_1 + (1 - \alpha)X_{1m} \cong X_1 + X_2' \tag{7.76}$$

**Concluzii:**

- La funcționarea mașinii de inducție la flux util controlat cuplul nu depinde de frecvența de alimentare ci depinde de viteza rotorului  $\omega$  și pătratul fluxului util;
- Controlul fluxului util presupune controlul tensiunii de alimentare sau al curentului de alimentare;

- La creșterea frecvenței peste frecvența nominală, cuplul maxim scade pătratic cu turația deoarece se micșorează fluxul util;
- Valorile frecvențelor minime sunt cu atât mai reduse cu cât cuplul rezistent este mai mare, iar frecvența maximă de acționare este cu atât mai ridicată cu cât dispersiile sunt mai reduse.

• **Optimizarea funcționării mașinii de inducție la flux rotoric controlat.**

Fluxul rotoric total raportat la stator

$$\underline{\Psi}'_{2\alpha} = L_{sh\alpha} \underline{I}'_{01\alpha} + L'_{2\sigma\alpha} \underline{I}'_{2\alpha} \quad (7.77)$$

induce în fazele rotorice tensiunea electromotoare:

$$\underline{U}'_{e2\alpha} = \underline{U}'_{e1\alpha} - jX'_{2\sigma\alpha} \underline{I}'_{2\alpha} = \frac{R'_{2\alpha}}{s} \underline{I}'_{2\alpha} \cdot \quad (7.78)$$

Cuplul electromagnetic dezvoltat la  $\psi_{2\alpha} = \text{const.}$  este:

$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \frac{R'_{2\alpha}}{s} \underline{I}'_{2\alpha}{}^2 = \frac{pm_1}{\omega_1} \underline{U}'_{e2\alpha} \underline{I}'_{2\alpha} = \frac{pm_1 s}{\omega_1} \frac{U'^2_{e2\alpha}}{R'_{2\alpha}} \cdot \quad (7.79)$$

Dacă  $U'_{2\alpha} = \text{const.}$  se observă că între  $M$  și  $I'_{2\alpha}$  avem o dependență liniară.

*Cazuri particulare de  $\alpha$ .*

În cazul  $\alpha=1$ , cuplul electromagnetic se determină cu expresia

$M = m_1 p \text{Im}(\underline{I}'_1 \cdot \Psi_1^*)$ . Fluxul  $\underline{\Psi}'_2$  se obține din (7.33) cu  $\underline{I}'_2$  dat de (7.34):

$$\underline{\Psi}'_2 = \frac{R'_2 L_{sh}}{R_2 + j\omega_2 L'_{22}} \underline{I}'_1, \quad (7.80)$$

de unde rezultă curentul  $\underline{I}'_1$ :

$$\underline{I}'_1 = \frac{1}{L_{sh}} \underline{\Psi}'_2 + j \cdot \frac{\omega_2 \cdot L'_{22}}{R_2 \cdot L_{sh}} \underline{\Psi}'_2. \quad (7.81)$$

Fluxul statoric se deduce în același mod ca cel rotoric:

$$\underline{\Psi}'_1 = L_{11} \underline{I}'_1 - j \cdot \frac{\omega_2 L_{sh}}{R_2} \underline{\Psi}'_2. \quad (7.82)$$

Cu acestea cuplul electromagnetic  $M$  devine:

$$M = m_1 p \text{Im} \left[ \underline{I}'_1 \cdot \left( j \frac{\omega_2 L_{sh}}{R_2} \underline{\Psi}'_2 \right)^* \right] = \frac{m_1 p}{R_2} \cdot \omega_2 \Psi_2'^2 = m_1 p I_2'^2 \Psi_2'. \quad (7.83)$$

Controlul fluxului rotoric  $\underline{\Psi}'_2$  la comanda tensiunii  $\underline{U}_1$  se face cu tensiunea dată de expresia

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}'_1 + j\omega_1 \underline{\Psi}'_1, \quad (7.84)$$

cu modulul:

$$U_1 = \frac{\Psi_2'}{L_{sh}} \cdot \sqrt{R_1^2 + \omega_1^2 L_{11}^2 + 2\omega_1(1-\sigma)R_1 L_{11} \cdot \frac{\omega_2 L'_{22}}{R_2} + (R_1^2 + \omega_1^2 \sigma^2 L_{11}^2) \cdot \frac{\omega_2^2 L_{22}'^2}{R_2^2}}. \quad (7.85)$$

Comanda curentului statoric  $I_1$  se face în funcție de modulul expresiei (7.81):

$$I_1 = \frac{\Psi_2'}{R_2' L_{sh}} \cdot \sqrt{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{22}'^2} \quad (7.86)$$

Schema *MatlabSimulink* din fig. 7.9 se folosește la determinarea caracteristicii  $M=f(s)$ , iar pentru determinarea caracteristicii  $n=f(M)$  la  $\Psi_2' = ct$  se utilizează schema din fig. 7.10, unde  $\Psi_2'$  este determinat cu expresia (7.94).

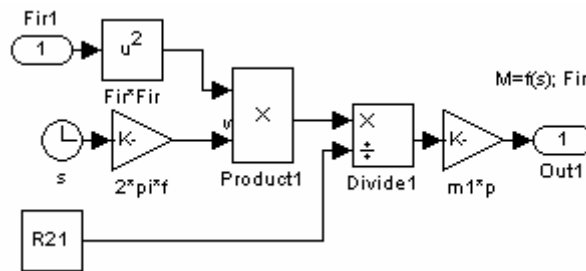


Fig. 7.9. Schema MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicii  $M=f(s)$  la  $\Psi_2'$  controlat.

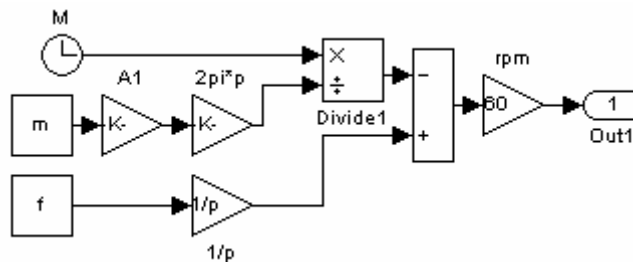


Fig. 7.10. Schema MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicii  $n=f(M)$  la  $\Psi_2'$  controlat.

În cazul  $\alpha = \frac{X_{1m}}{X_{1m} + X_2'}$ , în care se neglijează dispersia rotorică, se obține:

$$\underline{U}_{e1\alpha} = -j\omega_1 \Psi_{sh\alpha} = \frac{R_{2\alpha}'}{s} I_{2\alpha}'$$

Ținând seama că  $I_{2\alpha}' = \frac{1}{\alpha} I_2'$  și făcând raportul

$$\frac{\Psi_{sh\alpha}}{\Psi_2'} = \frac{I_{2\alpha}'}{I_2'} = \alpha, \quad (7.87)$$

se observă că în schemele fără dispersie în rotor, la  $\Psi_2' = const.$ , rezultă  $I_{01\alpha} = const.$  ( $\Psi_{sh\alpha} = const.$ ).

Cuplul electromagnetic are valori identice în cele două cazuri:

$$M = \frac{pm_1}{R_2'} \omega_2 \Psi_2'^2 = \frac{pm_1}{R_{2\alpha}} \omega_2 \Psi_{sh\alpha}^2 .$$

**Concluzii:**

- Funcționarea mașinii asincrone la flux rotoric constant presupune existența unei legături liniare între cuplul electromagnetic și viteza de rotație, caracteristicile fiind asemănătoare cu cele ale motorului de curent continuu cu excitație separată ;
- Cuplul maxim este limitat doar de curenții maximi admisibili, prin mașină menținându-se constantă puterea absorbită pe la borne;
- La frecvențe supranominale  $f_1 > f_{1N}$  și condiția  $U_1 = U_{1N}$  se slăbește fluxul rotoric, iar cuplul scade hiperbolic cu turația;
- Fluxul rotoric nu poate fi măsurat direct, el se calculează în urma măsurării tensiunii și curentului de alimentare, complicând instalația de reglare.

**Observații:**

1. Deoarece mașina asincronă este proiectată la flux statoric nominal, în continuare, se vor exprima fluxurile util  $\Psi_{sh}$  și rotoric  $\Psi_2'$  în funcție de acesta. Se va proceda la fel și pentru curentul statoric în cele trei cazuri de control vectorial.

În sistemul (7.33), în prima ecuație se înlocuiește  $L_{11}$  din (7.18) și se obține:

$$\underline{I}_1 = \frac{\Psi_1 - \underline{\Psi}_{sh}}{L_{1\sigma}} , \quad (7.88)$$

iar din ecuația doi din sistemul (7.32), respectiv sistemul (7.33) se elimină  $\underline{I}_2'$  și după ce în prealabil s-a înlocuit  $\underline{I}_1 = \underline{I}_{01} - \underline{I}_2'$  rezultă:

$$\underline{\Psi}_2' = \frac{R_2'}{R_2' + j\omega_2 L_{2\sigma}'} \cdot \underline{\Psi}_{sh} . \quad (7.89)$$

Prima ecuație a sistemului (7.33) se înmulțește cu  $L_{22}'$ , iar cea de a doua cu  $(-L_{sh})$ , se adună cele două ecuații și rezultă:

$$\underline{\Psi}_1 = \sigma L_{11} \cdot \underline{I}_1 + \frac{L_{sh}}{L_{22}'} \cdot \underline{\Psi}_2' \quad (7.90)$$

Prin înlocuirea lui  $\underline{I}_1$  din (7.88) și  $\underline{\Psi}_2'$  din (7.89), în (7.90) se obține fluxul util  $\underline{\Psi}_{sh}$  cu modulul:

$$\Psi_{sh} = \frac{L_{sh}}{L_{11}} \sqrt{\frac{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{2\sigma}'^2}{R_2'^2 + \sigma^2 \omega_2^2 L_{22}'^2}} \cdot \Psi_1 , \quad (7.91)$$

care se înlocuiește în (7.89) și rezultă fluxul rotoric  $\underline{\Psi}_2'$  în funcție de fluxul statoric cu modulul:

$$\Psi_2' = \frac{L_{sh}}{L_{11}} \cdot \frac{R_2'}{\sqrt{R_2'^2 + \sigma^2 \omega_2^2 L_{22}'^2}} \cdot \Psi_1 . \quad (7.92)$$

Funcționarea stabilă a mașinii asincrone la flux util controlat are loc conform

(7.67) pentru  $\omega_2 \leq \frac{R_2'}{L_{2\sigma}'}$ . Se înlocuiește în (7.91):

$$\Psi_{sh}' = \frac{\sqrt{2}L_{2\sigma}'L_{sh}}{L_{11}\sqrt{L_{2\sigma}'^2 + \sigma^2 \cdot L_{22}'^2}} \cdot \Psi_1, \quad (7.93)$$

respectiv (7.92):

$$\Psi_2' = \frac{L_{2\sigma}'L_{sh}}{L_{11}\sqrt{L_{2\sigma}'^2 + \sigma^2 \cdot L_{22}'^2}} \cdot \Psi_1. \quad (7.94)$$

Curentul de comandă statoric  $I_1$  la flux statoric controlat este dat de relația (7.45), iar curentul de comandă  $I_1$  la flux util controlat în funcție de fluxul statoric  $\Psi_1$  se obține cu (7.65) prin înlocuirea fluxului util dat de expresia (7.93):

$$I_1 = \frac{\sqrt{2}L_{2\sigma}'}{L_{11}\sqrt{L_{2\sigma}'^2 + \sigma^2 \cdot L_{22}'^2}} \cdot \sqrt{\frac{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{22}'^2}{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{2\sigma}'^2}} \cdot \Psi_1. \quad (7.95)$$

Curentul de comandă  $I_1$  la flux rotoric  $\Psi_2'$  controlat se obține prin înlocuirea fluxului rotoric (7.94) în expresia (7.86):

$$I_1 = \frac{L_{2\sigma}'}{L_{11} \cdot R_2'} \cdot \sqrt{\frac{R_2'^2 + \omega_2^2 L_{22}'^2}{L_{2\sigma}'^2 + \sigma^2 \cdot L_{22}'^2}} \cdot \Psi_1. \quad (7.96)$$

Schema bloc *MatlabSimulink* din figura 7.11 determină caracteristicile curentului statoric  $I_1/I_{1N}=f(\omega_2)$  la flux controlat. Este compusă din schema structurală din fig. 7.12 care determină  $I_1 = f(\omega_2)$  la  $\Psi_1 = const$ , schema structurală din fig. 7.13 care determină  $I_1 = f(\omega_2)$  la  $\Psi_{sh} = const$ , respectiv schema structurală din fig. 7.14 care determină  $I_1 = f(\omega_2)$  la  $\Psi_2' = const$ . Schemele structurale au la bază curenții (7.45) la  $\Psi_1 = const$ , (7.65) la  $\Psi_{sh} = const$  și (7.86) la  $\Psi_2' = const$ .

Schema din fig. 7.11 permite studiul comparativ al comportării mașinii de inducție în cele trei cazuri de control vectorial, urmărindu-se evoluția în timp a caracteristicilor celor trei curenți în funcție de turație.

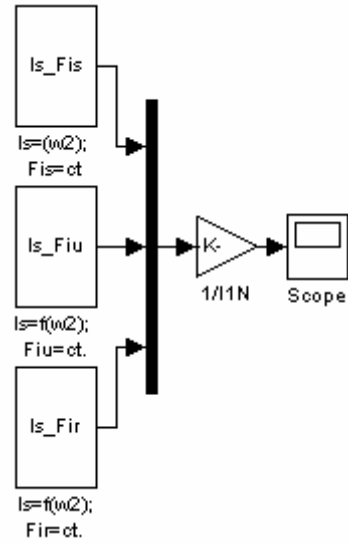


Fig. 7.11. Schema bloc MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicilor  $I_1 / I_{1N} = f(\omega_2)$  la flux controlat.

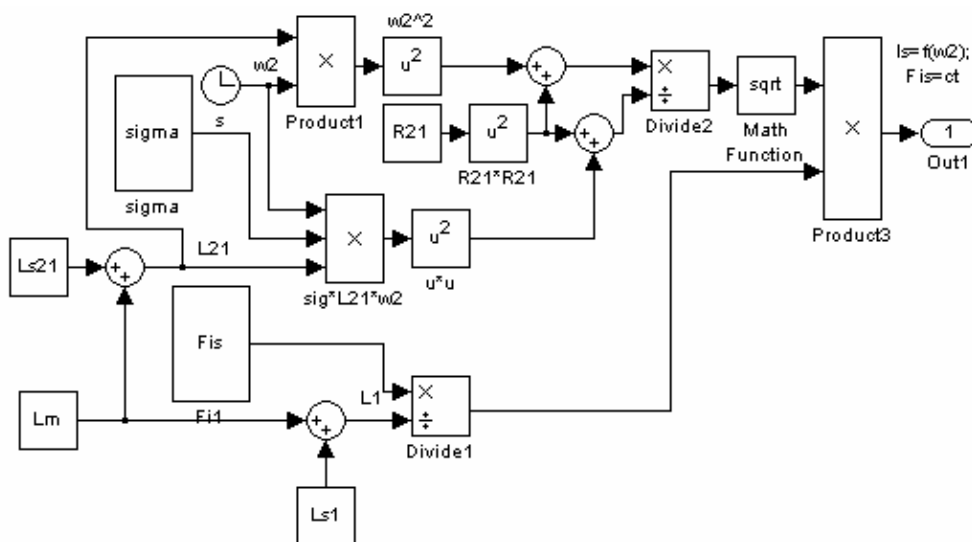


Fig. 7.12. Schema structurală pentru determinarea caracteristicii  $I_1 = f(\omega_2)$  la  $\Psi_1 = const$ .



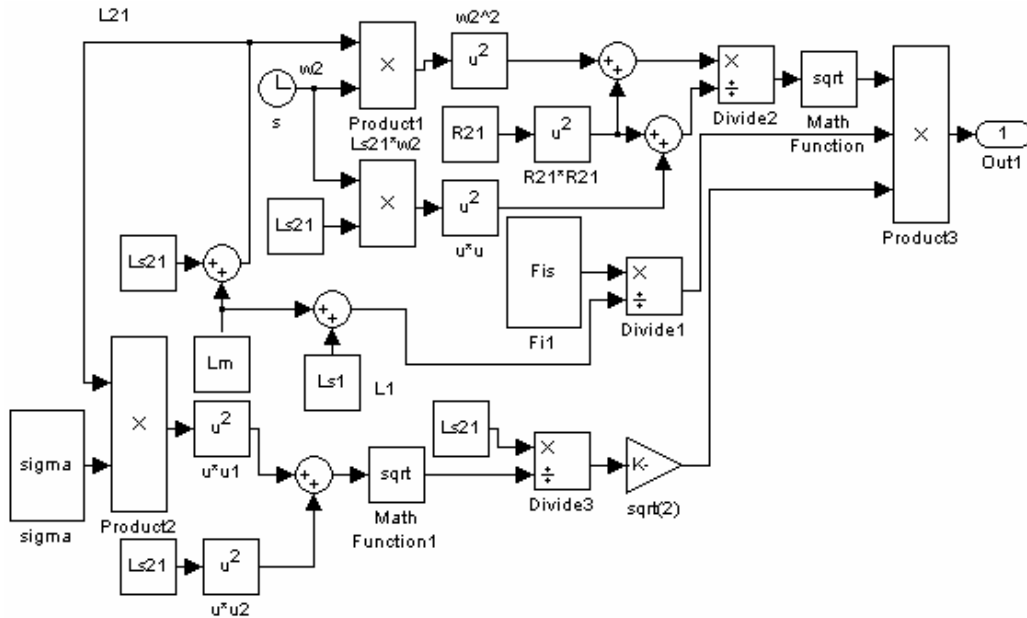


Fig. 7.13. Schema structurală pentru determinarea caracteristicii  $I_1 = f(\omega_2)$  la  $\Psi_{sh} = const.$

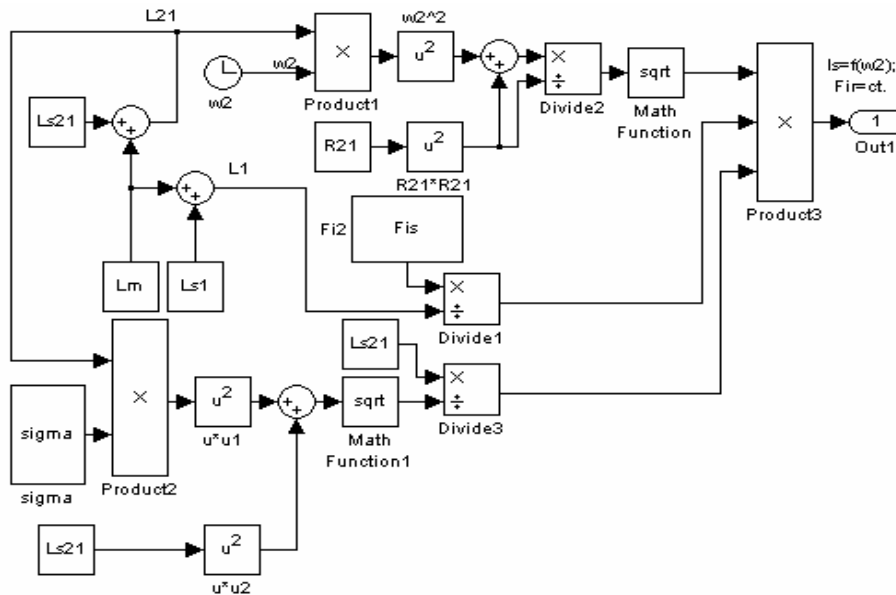


Fig. 7.14. Schema structurală pentru determinarea caracteristicii  $I_1 = f(\omega_2)$  la  $\Psi_r = const.$

2. Caracteristicile cuplului  $M = f(s)$  la flux controlat se obțin cu schema bloc din fig. 7.15.

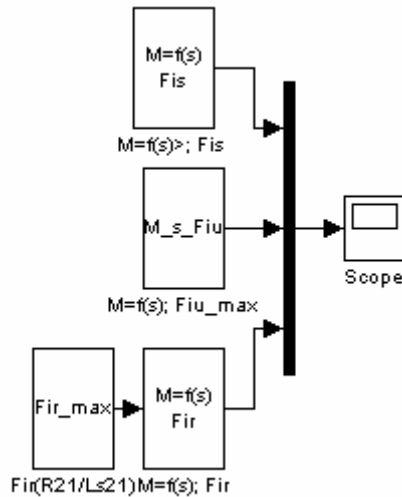


Fig. 7.15. Schema bloc MatlabSimulink pentru determinarea caracteristicilor  $M = f(s)$  la flux controlat.

Schema bloc are la bază schema din fig. 7.3, pentru  $\Psi_{1N} = \frac{U_{1N}}{\omega_{1N}} = ct$ , când s-a determinat  $M=f(s)$  la  $\Psi_1 = const$ , schema din fig. 7.6 pentru determinarea  $M=f(s)$  la  $\Psi_{sh} = const$  și schema din fig. 7.9 pentru determinarea caracteristicii  $M=f(s)$  la  $\Psi'_2 = const$ . S-a ținut seama că mașina la  $\Psi_{sh} = const$  și  $\Psi'_2 = const$  funcționează stabil pentru  $\omega_2 \leq \frac{R'_2}{L'_{2\sigma}}$ .

### 7.1.2. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE LA FRECVENȚĂ VARIABILĂ ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE DE CURENT

Optimizarea funcționării la alimentarea de la surse de curent se face prin menținerea constantă a curentului efectiv statoric. La neglijarea pierderilor în fier din schema echivalentă, fig. 7.1, curentul  $I'_2$  este dat de expresia:

$$-I'_2 = I_1 \frac{Z_{1m\alpha}}{Z_{1m\alpha} + Z_{2\alpha}} = I_1 \frac{jX_{1m\alpha}}{\frac{R_{2\alpha}}{s} + j(X_{1m\alpha} + X'_{2\alpha})}, \quad (7.97)$$

cu ajutorul caruia se calculează cuplul electromagnetic în funcție de  $I_1$ :

$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \cdot \frac{R'_{2\alpha}}{s} I'^2_{2\alpha} = \frac{pm_1}{\omega_1} \cdot \frac{s R'_{2\alpha} X^2_{1m\alpha} I^2_1}{R'^2_{2\alpha} + s^2 (X_{1m\alpha} + X'_{2\alpha})^2}. \quad (7.98)$$

Alunecarea critică

$$s_{k\alpha} = \frac{R'_{2\alpha}}{X_{1m\alpha} + X'_{2\alpha}} \quad (7.99)$$

este mult mai mică decât în cazul  $U_1=const.$ , iar cuplul maxim

$$M_{k\alpha} = \frac{pm_1 X_{1m\alpha}^2 I_1^2}{2\omega_1 (X_{1m\alpha} + X'_{2\alpha})} \quad (7.100)$$

este comparabil cu cel din cazul  $U_1=const.$  și independent de frecvența de alimentare.

Cazuri particulare de  $\alpha$ .

Cazul  $\alpha=1$ . Caracteristica  $M=f(s)$  are forma

$$M = \frac{pm_1}{\omega_1} \cdot \frac{\frac{R'_2}{s} \cdot X_{1m}^2 \cdot I_1^2 \cdot \frac{f_1^2}{f_{1N}^2}}{\frac{R_2'^2}{s^2} + (X_{1m} + X'_2)^2 \cdot \frac{f_1^2}{f_{1N}^2}} = \frac{A}{sf_1 \left( \frac{B}{s^2 f_1^2} + C \right)}, \quad (7.101)$$

unde  $A = \frac{pm_1}{2\pi} \cdot \frac{R'_2 \cdot X_{1m}^2 \cdot I_1^2}{f_{1N}^2}$ ;  $B = R_2'^2$ ;  $C = \frac{(X_{1m} + X'_2)^2}{f_{1N}^2}$ , iar reactanțele  $X_{1m}$ ,  $X'_2$  sunt determinate la frecvența  $f_{1N}=50$  Hz.

Caracteristica mecanică  $n=f(M)$  se obține din (7.101) înlocuindu-se alunecarea (7.25):

$$M = \frac{A \cdot (f_1 - np)}{B + (f_1 - pn)^2 \cdot C}, \quad (7.102)$$

de unde rezultă:

$$n_{m,g} = 60 \cdot \left( \frac{f_1}{p} - \frac{A \pm \sqrt{A^2 - 4BCM^2}}{2pCM} \right) \text{ [rot/min]}. \quad (7.103)$$

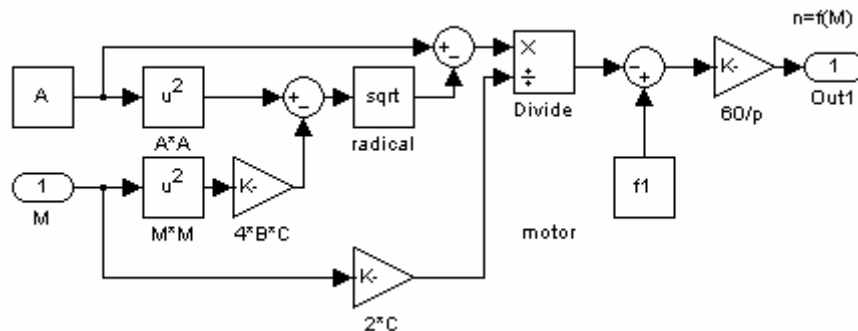


Fig. 7.16. Schema structurală pentru determinarea caracteristicii mecanice  $n=f(M)$  la  $I_1=ct.$

Schema *MatlabSimulink* din fig. 7.16 se folosește la determinarea turației.

**Concluzii:**

- Funcționarea mașinii de inducție la frecvență variabilă cu alimentare de la surse de curent se face cu convertoare alcătuite din redresor, o inductanță de valoare mare și un invertor de curent;
- Cuplul maxim nu depinde de frecvența de alimentare  $f_1$ ;
- Curentul statoric se poate măsura ușor, instalația de reglare fiind mai simplă.

**7.1.3. OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE CU MINIMIZAREA PIERDERILOR ÎN REGIM PERMANENT**

La turații subsincrone și cuplu rezistent variabil se aplică metoda slăbirii de flux obținându-se o valoare optimă pentru fluxul principal, care depinde de cuplul rezistent de la arborele mașinii.

Metoda este specifică acționărilor cu viteză reglabilă, care duce la reducerea consumului de energie prin utilizarea unei comenzi adecvate.

Se consideră sursa de alimentare ideală cu randamentul  $\eta = 1$  și mașina cu circuitul magnetic liniar și parametrii constanți. Se neglijează căderea de tensiune  $R_1 I_1 = 0$  și amplitudinea tensiunii induse devine:

$$U_e \cong \sqrt{2} \cdot U_1 = \omega_1 \Psi_1, \quad (7.104)$$

iar pierderile în mașină au forma:

$$\sum P = P_{Cu1} + P_{Cu2} + P_{Fe} + P_{f\&v} = 3 \cdot R_1 \cdot I_1^2 + 3 \cdot R_2' \cdot I_2'^2 + P_{FeN} \cdot \frac{\omega_1^2 \cdot \Psi_1^2}{2 \cdot U_{1N}^2} + P_{f\&v}. \quad (7.105)$$

În continuare se consideră cele trei cazuri de comandă ale mașinii asincrone și anume, funcționarea la flux statoric constant, la flux util constant și respectiv, la flux rotor constant.

**• Minimizarea pierderilor în cazul comenzii mașinii de inducție după fluxul statoric**

Din raportul expresiilor (7.38) și (7.36):

$$\frac{2M_k}{M} = \frac{\sigma \cdot \omega_2 L_{22}'}{R_2'} + \frac{R_2'}{\sigma \cdot \omega_2 L_{22}'}, \quad (7.106)$$

se obține mărimea

$$\frac{\sigma \cdot \omega_2 L_{22}'}{R_2'} = \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1}, \quad (7.107)$$

care introdusă în (7.35) dă curentul  $I_1 = f(M)$ :

$$I_1 = \frac{\Psi_1}{L_{11}} \sqrt{\frac{\sigma^2 + 1}{2 \cdot \sigma^2} + \frac{\sigma^2 - 1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sqrt{1 - \frac{M^2}{M_k^2}}}. \quad (7.108)$$

Curentul din rotor  $I_2'$  folosit la calculul pierderilor  $P_{Cu2}$  se obține din (7.33) cu ajutorul lui (7.108):

$$I_2' = \frac{\Psi_1 - L_{11}I_1}{L_{sh}} = \frac{\Psi_1}{L_{sh}} \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma^2 + 1}{2 \cdot \sigma^2} + \frac{\sigma^2 - 1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sqrt{1 - \frac{M^2}{M_k^2}}} \right). \quad (7.109)$$

Pulsația curenților rotorici se calculează la echilibrarea cuplului electromagnetic de cel rezistent,  $M = M_R$ . Cu  $M$  din (7.36) se obține:

$$\omega_2 = \frac{R_2'}{2 \cdot \sigma \cdot L_{22}'} \cdot \frac{3p \cdot (1 - \sigma) \Psi_1^2}{\sigma \cdot L_{11} \cdot M_R} \pm \sqrt{\left( \frac{3p \cdot (1 - \sigma) \Psi_1^2}{\sigma \cdot L_{11} \cdot M_R} \right)^2 - 4}, \quad (7.110)$$

cu ajutorul căreia se calculează pulsația curenților statorici de care depind pierderile în fier:

$$\omega_1 = \omega + \omega_2. \quad (7.111)$$

Înlocuind în expresia pierderilor (7.105) pe  $I_1$ ,  $I_2'$  și  $\omega_1$  dați de expresiile (7.108), (7.109) și (7.111) se observă că pierderile în mașină depind de  $\Psi_1$ . Fluxul optim  $\Psi_{1opt}$  pentru care pierderile sunt minime se obține din  $\frac{\partial(\sum P)}{\partial \Psi_1} = 0$ , se înlocuiește în (7.43), (7.45) și (7.111) din care rezultă tensiunea  $U_1$ , curentul  $I_1$  și frecvența  $f_1$  necesare la alimentarea mașinii de inducție la cuplul  $M$  și pierderi minime.

#### • Minimizarea pierderilor în cazul comenzii mașinii de inducție după fluxul din întrefier

Calculul curentului de alimentare  $I_1$  în funcție de  $M$  se face pornind de la raportul expresiilor (7.68) și (7.66):

$$2 \cdot \frac{\pm M_k}{M} = \frac{R_2'}{\omega_2 L_{2\sigma}'} + \frac{\omega_2 L_{2\sigma}'}{R_2}. \quad (7.112)$$

Rezultă

$$\frac{R_2'}{\omega_2 L_{2\sigma}'} = \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1}, \quad (7.113)$$

și introducând în (7.65) se obține curentul  $I_1 = f(M)$ :

$$I_1 = \frac{\Psi_{sh}}{L_{sh}} \cdot \frac{\sqrt{\left( \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1} \right)^2 + \frac{L_{22}'^2}{L_{2\sigma}'^2}}}{\sqrt{\left( \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1} \right)^2 + 1}}. \quad (7.114)$$

Din prima ecuație a sistemului (7.33) rezultă curentul  $I_2'$ :

$$I_2' = \frac{\Psi_{sh}}{L_{sh}} + \frac{(L_{1\sigma} - L_{11})}{L_{sh}} \cdot I_1 = \frac{\Psi_{sh}}{L_{sh}} \cdot \left( 1 + \frac{(L_{1\sigma} - L_{11})}{L_{sh}} \cdot \frac{\left( \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1} \right)^2 + \frac{L_{22}'^2}{L_{2\sigma}'^2}}{\left( \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1} \right)^2 + 1} \right) \quad (7.115)$$

Pulsația curenților rotorici se deduce din (7.66) pentru  $M = M_R$ :

$$\omega_2 = \frac{2M_R R_2'}{m_1 p \Psi_{sh}^2 \pm \sqrt{m_1^2 p^2 \Psi_{sh}^4 - 4M_R^2 L_{2\sigma}'^2}}, \quad (7.116)$$

cu ajutorul căreia se calculează pulsația curenților statorici:

$$\omega_1 = \omega + \frac{2M_R R_2'}{m_1 p \Psi_{sh}^2 \pm \sqrt{m_1^2 p^2 \Psi_{sh}^4 - 4M_R^2 L_{2\sigma}'^2}}. \quad (7.117)$$

Fluxul statoric de care depind pierderile în fier se calculează înlocuind pe  $I_1$  dat de (7.114) în expresia:  $\Psi_1 = L_{1\sigma} I_1 + \Psi_{sh}$  și rezultă:

$$\Psi_1 = \Psi_{sh} \cdot \frac{L_{1\sigma}}{L_{sh}} \cdot \frac{\sqrt{\left( \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1} \right)^2 + \frac{L_{22}'^2}{L_{2\sigma}'^2}}}{\sqrt{\left( \frac{M_k}{M} \pm \sqrt{\frac{M_k^2}{M^2} - 1} \right)^2 + 1}}. \quad (7.118)$$

Înlocuind în (7.105) pe  $I_1$ ,  $I_2'$ ,  $\omega_1$  și  $\Psi_1$  dați de expresiile (7.114), (7.115), (7.117) și (7.118) se observă că pierderile în mașină depind de  $\Psi_{sh}$ . Fluxul optim  $\Psi_{shopt}$  se înlocuiește în (7.65), (7.70) și (7.117) care dau curentul  $I_1$ , tensiunea  $U_1$  și frecvența  $f_1$  necesare la alimentarea mașinii de inducție la cuplul  $M$  și pierderi minime.

#### • Minimizarea pierderilor în cazul comenzii mașinii de inducție după fluxul rotoric

Curentul statoric  $I_1$  în funcție de cuplul electromagnetic  $M$  se determină din (7.86) și (7.83):

$$I_1 = \frac{\Psi_2'}{L_{sh}} \cdot \sqrt{1 + \frac{M^2 L_{22}'^2}{9p^2 \Psi_2'^4}}, \quad (7.119)$$

iar curentul rotoric  $I_2'$  este:

$$I_2' = \frac{\Psi_2'}{L_{22}} - \frac{L_{sh}}{L_{22}} I_1 = \frac{\Psi_2'}{L_{22}} \cdot \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{M^2 L_{22}'^2}{9p^2 \Psi_2'^4}} \right). \quad (7.120)$$

Pulsația curenților rotorici rezultă pentru  $M=M_R$  din relația (7.83):

$$\omega_2 = \frac{M_R \cdot R_2'}{3p \Psi_2'^2}, \quad (7.121)$$

iar pulsația curenților statorici:

$$\omega_1 = \omega + \frac{M_R \cdot R_2'}{3p \Psi_2'^2}. \quad (7.122)$$

Fluxul statoric rezultă din prima ecuație a sistemului (7.33) prin înlocuirea curentului statoric dat de (7.119) și rotorici dat de (7.120):

$$\Psi_1 = \Psi_2' \left( \frac{\sigma \cdot L_{11}}{L_{sh}} \sqrt{1 + \frac{M^2 L_{22}'^2}{9p^2 \Psi_2'^4}} + \frac{L_{sh}}{L_{22}} \right). \quad (7.123)$$

Se înlocuiesc în relația pierderilor (7.105)  $I_1$ ,  $I_2'$ ,  $\omega_1$  și  $\Psi_1$  dați de relațiile (7.119), (7.120), (7.122) și (7.123). Se obține o funcție de forma:

$$\sum P = ax + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3} + \left( e \sqrt{1 + \frac{f}{x^2}} + g \sqrt{1 + \frac{f}{x^2}} \right) x + \frac{h}{x} \cdot \sqrt{1 + \frac{f}{x^2}} + i \sqrt{1 + \frac{f}{x^2}} + j \quad (7.124)$$

unde:

$$\begin{aligned} a &= \frac{3R_1}{L_{sh}^2} + \frac{6R_2'}{L_{22}'^2} + \frac{P_{FeN}}{2U_N^2} \left( \frac{\omega^2 \sigma^2 L_{11}^2}{L_{sh}^2} + \frac{\omega^2 L_{sh}^2}{L_{22}'^2} \right); \\ b &= \frac{L_{22}'^2 M^2 R_1}{3p^2 L_{sh}^2} + \frac{M^2 R_2'}{3p^2} + \frac{P_{FeN}}{2U_N^2} \left( \frac{\omega^2 \sigma^2 L_{11}^2 L_{22}'^2 M^2}{9p^2 L_{sh}^2} + \frac{\sigma^2 L_{11}^2 M^2 R_2'^2}{9p^2 L_{sh}^2} + \frac{L_{sh}^2 M^2 R_2'^2}{9p^2 L_{22}'^2} \right); \\ c &= \frac{P_{FeN}}{U_N^2} \cdot \frac{\omega \sigma^2 L_{11}^2 L_{22}'^2 M^2 M_R R_2'}{27p^3 L_{sh}^2}; \quad d = \frac{P_{FeN}}{2U_N^2} \cdot \frac{\sigma^2 L_{11}^2 L_{22}'^2 M^2 M_R R_2'^2}{81p^4 L_{sh}^2}; \\ e &= -\frac{6R_2'}{L_{22}'^2}; \quad f = \frac{L_{22}'^2 M^2}{9p^2}; \quad g = \frac{P_{FeN}}{U_N^2} \cdot \frac{\omega^2 \sigma L_{11}}{L_{22}'}; \quad h = \frac{P_{FeN}}{U_N^2} \cdot \frac{\sigma L_{11} M^2 R_2'^2}{9p^2 L_{22}'^2}; \\ i &= \frac{P_{FeN}}{U_N^2} \cdot \frac{2\omega \sigma L_{11} M_R R_2'}{3p L_{22}'}; \quad j = \frac{P_{FeN}}{U_N^2} \left( \frac{\omega L_{sh}^2 M_R R_2'}{3p L_{22}'^2} + \frac{\omega \sigma^2 L_{11}^2 M_R R_2'}{3p L_{sh}^2} \right) + P_{f\&v}; \end{aligned} \quad (7.125)$$

$$x = \Psi_2'^2. \quad (7.126)$$

După derivare se obține o funcție de gradul 6.

Cu secvența de program *matlab*:

$$p=[A, B, C, D, E, F, G]; \quad (7.127)$$

$$r=\text{roots}(p),$$

unde  $A, B, C, D, E, F, G$  sunt coeficienții funcției, se obțin rădăcini de forma (7.126) de unde rezultă  $\Psi'_{2opt}$ . Se introduce în (7.85), (7.86) și (7.122) și rezultă tensiunea  $U_1$ , curentul  $I_1$  și frecvența  $f_1$  necesare comenzii mașinii cu pierderi minime, respectiv randament maxim.

### Concluzii generale:

1. Valorile particulare pentru  $\alpha$ , în cazurile analizate sunt apropiate de 1. Reactanța  $X_{1m\alpha}$  și rezistența  $R_{2\alpha}$  nu diferă prea mult de  $X_{1m}$  și  $R_2$ . Dispariția reactanței de dispersie din rotor duce la apariția ei în stator;
2. Funcționarea la frecvență variabilă și flux controlat este caracteristică acționărilor cu reglaj vectorial, putându-se controla separat fluxul și cuplul la arbore prin modificarea tensiunii  $U_1$  și frecvenței  $f_1$  de la bornele mașinii;
3. Metoda slăbirii de flux se aplică la turații subsincrone pentru ca mașina să funcționeze cu pierderi minime și randament maxim.

## 7.2. CONSIDERAREA REGIMULUI NESINUSOIDAL

Convertoarele statice de putere produc tensiuni și curenți nesinusoidali. Analiza comportării mașinii de inducție de la surse de curent nesinusoidale se face cu ajutorul fazorilor reprezentativi care permit determinarea pe cale analitică a curenților și cuplului direct.

Se consideră un sistem simetric de curenți statorici trapezoidali. Acest sistem este caracteristic variației rampă a curenților pe intervalul de comutație al tiristoarelor și circuitului intermediar cu inductivitate mare folosită la filtrare.

Mărimile care definesc funcționarea mașinii sunt curenții statorici, curenții rotorici, fluxul statoric, fluxul rotoric și cuplul electromagnetic.

Se folosesc ecuațiile scrise cu fazori reprezentativi și cu marimile secundare raportate la primar, pentru mașina cu rotor în scurtcircuit într-un sistem de referință al fazorilor solidar cu statorul:

$$\underline{u}_s = R_s \dot{i}_s + \frac{d\Psi'_s}{dt}; \quad (7.128)$$

$$0 = R_r \dot{i}'_r + \frac{d\Psi'_r}{dt} - j\omega \Psi'_r;$$

$$\Psi'_s = L_s \dot{i}_s + L_{sh} \dot{i}'_r; \quad L_s = L_{s\sigma} + L_{sh};$$

$$\Psi'_r = L'_r \dot{i}'_r + L_{sh} \dot{i}_s; \quad L'_r = L'_{r\sigma} + L_{sh},$$

la care se adaugă ecuația cuplului electromagnetic:

$$m = \frac{3}{2} p \text{Re} \left[ -j \Psi'_r \dot{i}'_r^* \right]. \quad (7.129)$$

Se introduce  $\dot{i}'_r$  din ecuația (2) a sistemului (7.128) în ecuația (4) și se obține:

$$\frac{d\Psi'_r}{d\tau} + \gamma \Psi'_r - \frac{L_{sh} \cdot \dot{i}_s}{\omega_1 T_r} = 0, \quad (7.130)$$



unde

$$\underline{\gamma} = \frac{R_r'}{X_r'} - j \frac{\omega}{\omega_1}; \quad \tau = \omega_1 \cdot t. \quad (7.131)$$

În fig. 7.17 se prezintă un sistem simetric de curenți alternativi trapezoidali [24].

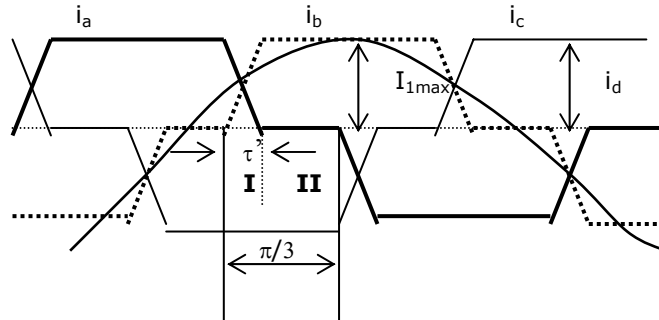


Fig. 7.17. Sistemul simetric al curenților trapezoidali de alimentare.

În continuare se studiază variația curenților, fluxurilor și a cuplului electromagnetic pe perioada comutației. Intervalul dintre două comutații succesive este de  $\frac{\pi}{3}$  rad. Se împarte în două subintervale, primul subinterval *I* de lățime  $\tau'$  în care se realizează comutația, celălalt subinterval *II* în care curenții statorici rămân constanți. Se consideră variabila  $\tau = \omega_1 t$ , unde  $\omega_1$  este pulsația armoniciei fundamentale a curentului statoric.

Pe intervalul *I*, pentru  $\tau \in (0, \tau')$ , curenții statorici au o variație rampă iar pe intervalul *II*, pentru  $\tau \in \left(0, \frac{\pi}{3} - \tau'\right)$  rămân constanți:

$$\underline{i}_{sI} = \frac{2}{3} \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{vmatrix} = \underline{a}' + \underline{b}'\tau; \quad (7.132)$$

$$\underline{i}_{sII} = \underline{a}' + \underline{b}'\tau' = \underline{i}_{sI}(0) e^{j\frac{\pi}{3}}; \quad (7.133)$$

$$\underline{i}_{sII} = \frac{2}{\sqrt{3}} j i_d, \quad (7.134)$$

unde  $i_d$  este amplitudinea, iar  $a'$  și  $b'$  sunt constante.

Cum pe intervalul *II* curenții înfășurărilor rămân constanți:

$$\underline{i}_{sI}(\tau') = \underline{i}_{sII} = ct., \quad (7.135)$$

se pot determina constantele:

$$\underline{a}' = \underline{i}_{sII} e^{-j\frac{\pi}{3}} = -\underline{i}_{sII} \cdot \underline{a}; \quad (7.136)$$

$$\underline{b}' = \frac{1}{\tau'} \underline{i}_{sII} \cdot e^{j\frac{\pi}{3}} = -\frac{1}{\tau'} \underline{i}_{sII} \cdot \underline{a}^2.$$

Între curenții subintervalelor I și II rezultă o relație de recurență:

$$\dot{i}_{sI} = \dot{i}_{sII} e^{-j\frac{\pi}{3}} \left( 1 - \frac{\tau}{\tau'} e^{-j\frac{\pi}{3}} \right). \quad (7.137)$$

Prin înlocuirea curenților  $\dot{i}_{sI}$  și  $\dot{i}_{sII}$  rezultă fluxurile din rotor corespunzătoare intervalelor I și II:

$$\underline{\Psi}'_{rI}(\tau) = \frac{L_{sh}}{\omega_1 \gamma T_r} \left[ \left( 1 - e^{-\gamma\tau} \right) \left( \underline{a}' - \frac{\underline{b}'}{\gamma} \right) + \underline{b}'\tau \right] + \underline{\Psi}'_{rI}(0) e^{-\gamma\tau}; \quad (7.138)$$

$$\underline{\Psi}'_{rII}(\tau) = \frac{L_{sh} \dot{i}_{sII}}{\omega_1 \gamma T_r} \left( 1 - e^{-\gamma\tau} \right) + \underline{\Psi}'_{rII}(0) e^{-\gamma\tau}, \quad (7.139)$$

unde  $\underline{\Psi}'_{rII}(0)$  este dat de (7.138) pentru  $\tau = \tau'$ . Fluxul  $\underline{\Psi}'_{rI}(0)$  se determină din (7.138)

și (7.139) ținând seama că:  $\underline{\Psi}'_{rII}\left(\frac{\pi}{3} - \tau'\right) = \underline{\Psi}'_{rI}(0) e^{j\frac{\pi}{3}}$  și este de forma:

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}'_{rI}(0) &= \frac{L_{sh}}{\omega_1 T_r} \cdot \frac{\dot{i}_{sII} \frac{1}{\gamma} \left[ 1 - e^{-\gamma\left(\frac{\pi}{3} - \tau'\right)} \right] + \left( \frac{\underline{a}'}{\gamma} - \frac{\underline{b}'}{\gamma^2} \right) \left( e^{-\gamma\left(\frac{\pi}{3} - \tau'\right)} - e^{-\gamma\frac{\pi}{3}} \right) + \frac{\underline{b}'}{\gamma} \tau' e^{-\gamma\left(\frac{\pi}{3} - \tau'\right)}}{e^{j\frac{\pi}{3}} - e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}} = \\ &= - \frac{L_{sh} \dot{i}_{sII}}{\gamma^2 \omega_1 T_r \tau'} \cdot \frac{\gamma \tau' + \underline{a}^2 e^{-\gamma\left(\frac{\pi}{3} - \tau'\right)} + \gamma \tau' \underline{a} e^{-\gamma\frac{\pi}{3}} - \underline{a}^2 e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}}{\underline{a}^2 + e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}}. \end{aligned} \quad (7.140)$$

Se obține

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}'_{rI}(\tau) &= - \frac{L_{sh} \cdot \dot{i}_{sII}}{\gamma^2 \omega_1 T_r \tau'} \cdot \left[ \underline{a}^2 \gamma \tau + \underline{a} \gamma \tau' - \underline{a}^2 + (\underline{a}^2 - \underline{a} \gamma \tau') e^{-\gamma\tau} \right] + \underline{\Psi}'_{rI}(0) e^{-\gamma\tau} = \\ &= - \frac{L_{sh} \dot{i}_{sII}}{\gamma^2 \omega_1 T_r \tau'} \cdot \left( \frac{\underline{a}^2 \gamma \tau + \underline{a} + \underline{a}^2 e^{-\gamma\left(\frac{\pi}{3} - \tau'\right)}}{\underline{a}^2 + e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}} e^{-\gamma\tau} + \underline{a} \gamma \tau' - \underline{a}^2 \right). \end{aligned} \quad (7.141)$$

La determinarea expresiilor anterioare s-a ținut seama că:

$$\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}; \quad 1 + \underline{a} + \underline{a}^2 = 0; \quad \underline{a}^3 = 1. \quad (7.142)$$

Curenții rotorici pe cele două subintervale sunt:

$$\dot{i}'_{rI} = j \frac{\omega}{R_r} \underline{\Psi}'_{rI} - \frac{1}{R_r} \omega_1 \frac{d\underline{\Psi}'_{rI}}{d\tau}, \quad i = I, II \quad (7.143)$$

unde  $\underline{\Psi}'_{rI}$  sunt date de relațiile (7.139), (7.141).

Expresiile obținute pentru fazorii reprezentativi în cazul alimentării cu surse nesinusoidale se raportează la fazorii corespunzatori alimentării în sistem sinusoidal.

În sistem sinusoidal fazorii sunt de forma:

$$I_{1\max} = \frac{4\sqrt{3}}{\pi\tau'} i_d \sin \frac{\tau'}{2}; \quad \Psi'_{r\sim} = \Psi'_{2\max} e^{j\omega_1 t}; \quad i'_{r\sim} = I'_{2\max} e^{j\omega_1 t}. \quad (7.144)$$

Pe intervalul  $I$  se obține:

$$\frac{\Psi'_{rI}(\tau)}{\Psi'_{2\max}} = -\frac{i_{sII}}{I_{1\max}} \frac{\alpha}{\tau' \gamma^2} \left( \underline{a}^2 \gamma \tau + \frac{\underline{a}_{n1}}{\underline{a}_{n2}} e^{-\gamma\tau} + \underline{a} \gamma \tau' - \underline{a}^2 \right);$$

$$\frac{i'_{rI}}{I'_{2\max}} = \frac{i_{sII}}{I_{1\max}} \frac{\alpha}{\tau' (1 - \frac{\omega}{\omega_1}) \gamma} \left( \underline{a}^2 - \frac{\underline{a}_{n1}}{\underline{a}_{n2}} e^{-\gamma\tau} - j \frac{\omega}{\gamma} \left( \underline{a}^2 \gamma \tau + \frac{\underline{a}_{n1}}{\underline{a}_{n2}} e^{-\gamma\tau} + \underline{a} \gamma \tau' - \underline{a}^2 \right) \right), \quad (7.145)$$

iar pe intervalul  $II$ :

$$\frac{\Psi'_{rII}(\tau)}{\Psi'_{2\max}} = \frac{i_{sII}}{I_{1\max}} \frac{\alpha}{\gamma} (1 - e^{-\gamma\tau}) + \frac{\Psi'_{rI}(\tau')}{\Psi'_{2\max}} e^{-\gamma\tau};$$

$$\frac{i'_{rII}(\tau)}{I'_{2\max}} = \frac{i_{sII}}{I_{1\max}} \frac{\alpha}{1 - \frac{\omega}{\omega_1}} \left[ j \frac{\omega}{\gamma} - \left( 1 + j \frac{\omega}{\gamma} \right) e^{-\gamma\tau} \right] + \frac{1}{1 - \frac{\omega}{\omega_1}} \frac{\Psi'_{rI}(\tau')}{\Psi'_{2\max}} \cdot (\gamma + j \frac{\omega}{\omega_1}) e^{\gamma\tau}, \quad (7.146)$$

unde:

$$\frac{\underline{a}_{n1}}{\underline{a}_{n2}} = \frac{\underline{a} + \underline{a}^2 e^{-\gamma(\frac{\pi}{3} - \tau')}}{\underline{a}^2 + e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}}; \quad \alpha = \sqrt{\frac{R_r'^2}{X_r'^2} + \left( 1 - \frac{\omega}{\omega_1} \right)^2}; \quad \frac{i_{sII}}{I_{1\max}} = j \frac{\pi}{6} \frac{\tau'}{\sin \frac{\tau'}{2}}. \quad (7.147)$$

Prin raportarea valorii momentane la valoarea medie a cuplului electromagnetic se obține pe intervalul  $I, II$ :

$$\frac{M_I(\tau)}{M_-} = \operatorname{Re} \left[ -j \frac{\Psi'_{rI}(\tau)}{\Psi'_{2\max}} \cdot \frac{\left( i'_{rI} \right)^*}{I'_{2\max}} \right]; \quad \frac{M_{II}(\tau)}{M_-} = \operatorname{Re} \left[ -j \frac{\Psi'_{rII}(\tau)}{\Psi'_{2\max}} \cdot \frac{\left( i'_{rII} \right)^*}{I'_{2\max}} \right] \quad (7.148)$$

La neglijarea procesului de comutație  $\tau'=0$ , sistemul de curenți statorici obține o formă dreptunghiulară și ecuațiile (7.145), (7.146), (7.148) devin:

$$\frac{\Psi_r'(\tau)}{\Psi_{2\max}'} = \frac{i_s}{I_{1\max}} \frac{\alpha}{\gamma} \left( 1 + \frac{\underline{a} \cdot e^{-\gamma\tau}}{a^2 + e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}} \right);$$

$$\frac{i_r'(\tau)}{I_{2\max}'} = \frac{i_s}{I_{1\max}} \frac{\alpha}{\gamma(1 - \frac{\omega}{\omega_1})} \left( j \frac{\omega}{\omega_1} + \frac{R_r'}{X_r'} \cdot \frac{\underline{a} \cdot e^{-\gamma\tau}}{a^2 + e^{-\gamma\frac{\pi}{3}}} \right); \quad (7.149)$$

$$\frac{M_\tau}{M_-} = \operatorname{Re} \left[ -j \frac{\Psi_r'}{\Psi_{2\max}'} \cdot \frac{i_r'}{I_{2\max}'} \right].$$

unde  $\frac{i_s}{I_{1\max}} = \lim_{\tau' \rightarrow 0} \frac{j \frac{\pi}{3} \frac{\tau'}{2}}{\sin \frac{\tau'}{2}} = j \frac{\pi}{3}$ .

În & 10.1.2 sunt prezentate caracteristicile pentru variația rampă și treaptă și se vor trage concluziile ce se impun.

## CAPITOLUL 8

### OPTIMIZAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM DINAMIC

Funcționarea cu performanțe bune în regim dinamic a mașinii de inducție depinde de modificarea rapidă a cuplului electromagnetic. Cuplul electromagnetic este legat indirect de curenți și fluxuri care-și modifică simultan amplitudinile ducând la oscilații electromagnetice.

În ultimul timp s-a realizat o comandă optimală a motorului de inducție alimentat prin convertoare, astfel încât acesta să prezinte performanțe bune în scheme de comandă cu viteze ridicate de răspuns.

Metodele cele mai folosite sunt metoda orientării după câmp introdusă de Blaschke și metoda accelerării câmpului introdusă de Yamamura.

#### 8.1. ANALIZA REGIMULUI DINAMIC AL MAȘINII DE INDUCȚIE CARE FUNCȚIONEAZĂ PE BAZA PRINCIPIULUI ORIENTĂRII DUPĂ CÂMP

Principiul orientării după câmp folosește teoria fazorilor spațiali (vectori Park) ca metodă de studiu a regimurilor dinamice. Metoda urmărește eliminarea influenței dintre componentele curentului care produc cuplul și cele care determină fluxul din mașină.

Curentul statoric se descompune în două componente: componenta reactivă orientată după direcția fluxului învârtitor și componenta activă perpendiculară pe aceasta. Separarea celor două bucle de reglaj activ și reactiv reprezintă *principiul orientării după câmp*.

Sistemele de reglare automată se realizează cu reglarea după câmp. Fluxul după care se face orientarea este fluxul statoric, fluxul rotoric și fluxul din întrefier. Variante de reglare automată pentru mașina cu rotorul în scurtcircuit sunt: măsurarea directă a câmpului și determinarea indirectă a câmpului prin calcul din curenții statorici, tensiuni sau viteza rotorului.

Convertorul influențează structura schemei de reglare numai în ceea ce privește calculul mărimilor de comandă. Cele mai simple convertoare sunt cele cu caracter de sursă de curent la care fluxul este reglat cu o întârziere determinată de constanta de timp a rotorului. La alimentarea în tensiune apare în plus și constanta de timp a statorului.

Se utilizează ecuațiile mașinii de inducție cu rotorul în scurtcircuit, cu mărimile raportate la primar, într-un sistem de coordonate sincron ce se rotește cu viteza unghiulară  $\omega_k$  [18], [24], [53]:

$$\begin{aligned} \underline{u}_S &= R_S \dot{I}_S + \frac{d\Psi_S}{dt} + j\omega_k \Psi_S; \\ 0 &= R_r \dot{I}'_r + \frac{d\Psi'_r}{dt} + j(\omega_k - \omega) \Psi'_r; \\ \underline{\Psi}_S &= L_S \dot{I}_S + L_{Sh} \dot{I}'_r; \quad \underline{\Psi}'_r = L'_r \dot{I}'_r + L_{Sh} \dot{I}_S; \end{aligned} \quad (8.1)$$

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_{sh} &= \underline{\Psi}'_{rh} = L_{sh}(i_s + i_r) = L_{sh}i_m i \\ M &= \frac{3}{2} p \underline{\Psi}_s \times i_s = \frac{3}{2} p \frac{L_{sh}}{L_r} \underline{\Psi}'_r \times i_s i \\ M - M_R &= \frac{J}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt}.\end{aligned}$$

Se folosește un sistem de coordonate orientat după câmp, fig. 8.1, la care:

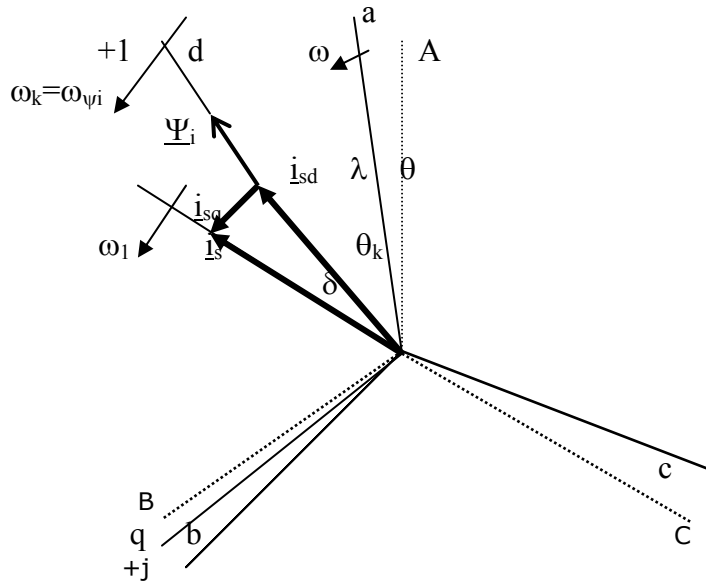
$$\omega_1 = \frac{d}{dt}(\theta_k + \delta) = \omega_{\Psi_i} + \frac{d\delta}{dt}. \quad (8.2)$$


Fig. 8.1. Reprezentarea lui  $i_s$  și  $\Psi_i$  în sistemul de coordonate orientat după câmp.

### 8.1.1. ORIENTAREA DUPĂ FLUXUL ROTORIC

Dintre posibilitățile de orientare după câmp cea mai favorabilă este orientarea după fluxul rotorului datorită simplității buclei de reglare și calculul mărimilor de comandă.

În această situație orientarea se face după  $\underline{\Psi}'_r$ :

$$\underline{\Psi}'_j = \underline{\Psi}'_r = \underline{\Psi}'_{dr}; \quad \underline{\Psi}'_{qr} = 0; \quad \omega_k = \omega_{\Psi'_r}.$$

Constanta de timp a rotorului este:  $T_r = \frac{L'_r}{R'_r}$ ,

iar curentul statoric:

$$i_s = i_{sd} + j i_{sq} = i_s e^{j\delta}, \quad (8.3)$$

ale cărei componente  $i_{sd}$  și  $i_{sq}$  servesc pentru controlul fluxului  $\underline{\Psi}'_r$ , respectiv cuplului electromagnetic  $M$ .

Se elimină din (8.1)  $i'_r$ , deoarece nu poate fi măsurat direct la motorul cu rotor în scurtcircuit și rezultă:

$$0 = \frac{d}{dt} \underline{\Psi}'_r + \left[ \frac{R'_r}{L'_r} + j(\omega_{\Psi'_r} - \omega) \right] \underline{\Psi}'_r - \frac{R'_r}{L'_r} L_{sh} i_s, \quad (8.4)$$

iar proiecțiile după cele două axe sunt

$$\frac{d\Psi'_r}{dt} + \frac{1}{T_r} \Psi'_r = \frac{L_{sh}}{T_r} i_{sd}; \quad (8.5)$$

$$(\omega_{\Psi'_r} - \omega) \Psi'_r = \frac{L_{sh}}{T_r} i_{sq}. \quad (8.6)$$

Se proiectează relația a doua din sistemul (8.1) și se obține:

$$i'_{rd} = -\frac{1}{R'_r} \frac{d\Psi'_r}{dt}; \quad i'_{rq} = -\frac{1}{R'_r} (\omega_{\Psi'_r} - \omega) \Psi'_r \quad (8.7)$$

Înlocuind din (8.6) pe  $\Psi'_r$  și cu coeficientul de dispersie rotorice

$\sigma_2 = \frac{L'_r - L_{sh}}{L_{sh}}$  se obține

$$i'_{rq} = -\frac{1}{1 + \sigma_2} i_{sq}. \quad (8.8)$$

Cuplul electromagnetic are expresia:

$$M = \frac{3}{2} p \frac{L_{sh}}{L'_r} \Psi'_r i_s \sin \delta = \frac{3}{2} \cdot \frac{p}{1 + \sigma_2} \cdot \Psi'_r i_{sq} \quad (8.9)$$

sau,

$$M = \frac{3}{2} p \Psi_r'^2 (\omega_{\Psi'_r} - \omega) \frac{1}{R'_r}. \quad (8.10)$$

Fluxul rotorice are expresia:

$$\underline{\Psi}'_r = L_{sh} \cdot [i_s + (1 + \sigma_2) i'_r] = L_{sh} (i_m + \sigma_2 i'_r) = L_{sh} \cdot i_{mr}, \quad (8.11)$$

unde  $i_{mr}$  este fazorul reprezentativ al curentului de magnetizare rotorice modificat.

Cu această expresie a lui  $\underline{\Psi}'_r$ , în cazul în care  $L_{sh} = \text{const.}$ , ecuațiile (8.5), (8.6), (8.9) obțin forma:

$$\frac{di_{mr}}{dt} + \frac{1}{T_r} i_{mr} = \frac{1}{T_r} i_{sd}; \quad (\omega_{\Psi'_r} - \omega) i_{mr} = \frac{1}{T_r} i_{sq}; \quad (8.12)$$

$$M = \frac{3}{2} p L_{sh} \frac{1}{1 + \sigma_2} i_{mr} i_{sq} = k i_{mr} i_{sq}.$$

Fluxul  $\Psi'_r$  depinde de componentele curentului statoric  $i_{sd}$  și  $i_{sq}$  prin intermediul constantei de timp  $T_r$  a rotorului. La  $\Psi'_r = \text{const.}$ ,  $i'_r$  este perpendicular pe direcția lui  $\Psi'_r$ .

Cuplul electromagnetic se modifică prin intermediul fluxului rotorice  $\Psi'_r$  și  $i_{sq}$ . La  $\Psi'_r$  variabil, cuplul electromagnetic se modifică lent datorită constantei de timp  $T_r$ . O valoare mare a lui  $T_r$  antrenează efectul armonicilor superioare din  $i_{sd}$  asupra lui  $\Psi'_r$  și asupra cuplului electromagnetic. La  $\Psi'_r$  constant rezultă curentul direct de comandă  $i_{sd}$  constant și fluxul variază cu  $i_{sq}$ .

Se observă că cele două componente  $i_{sd}$  și  $i_{sq}$  se pot modifica independent. Componenta  $i_{sd}$  influențează fluxul  $\Psi'_r$  și, deci nivelul de solicitare magnetică, iar  $i_{sq}$

influențează cuplul electromagnetic. Ca și la mașina de curent continuu cu excitație separată, la mașina de inducție se poate realiza o declupare a circuitelor.

Se descompune fazorul  $i_s$  după sistemul  $(\alpha, \beta)$  cu axele de referință fixe față de stator, cu axa  $\alpha$  suprapusă peste axa înfășurării A, fig. 8.2.

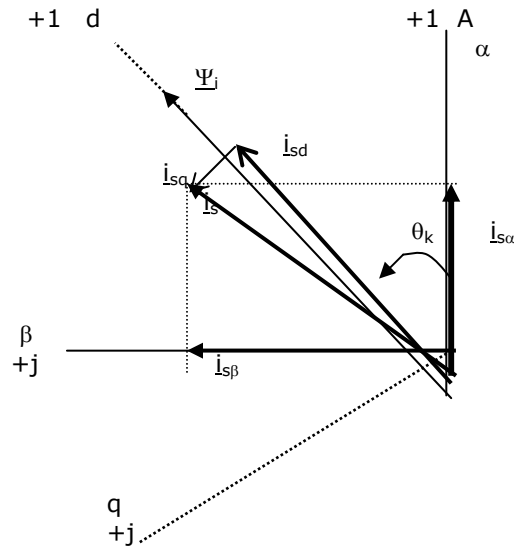


Fig. 8.2. Reprezentarea componentelor curentului  $i_s$  în coordonatele  $(d, q)$  și  $(\alpha, \beta)$ .

Fazorul  $i_s$  are același efect în coordonatele  $(d, q)$  ca și în coordonatele  $(\alpha, \beta)$ . Între componentele lui avem o relație matriceală de recurență:

$$\begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} = D(\theta_k) \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix}; \quad D(\theta_k) = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -\sin \theta_k \\ \sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} \quad (8.13)$$

și reciproc

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{bmatrix} = D^{-1}(\theta_k) \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}; \quad D^{-1}(\theta_k) = \begin{bmatrix} \cos \theta_k & \sin \theta_k \\ -\sin \theta_k & \cos \theta_k \end{bmatrix} = D(-\theta_k),$$

unde  $D(\theta_k)$ ,  $D(-\theta_k)$  sunt matrice de rotație relativă a celor două sisteme de referință.

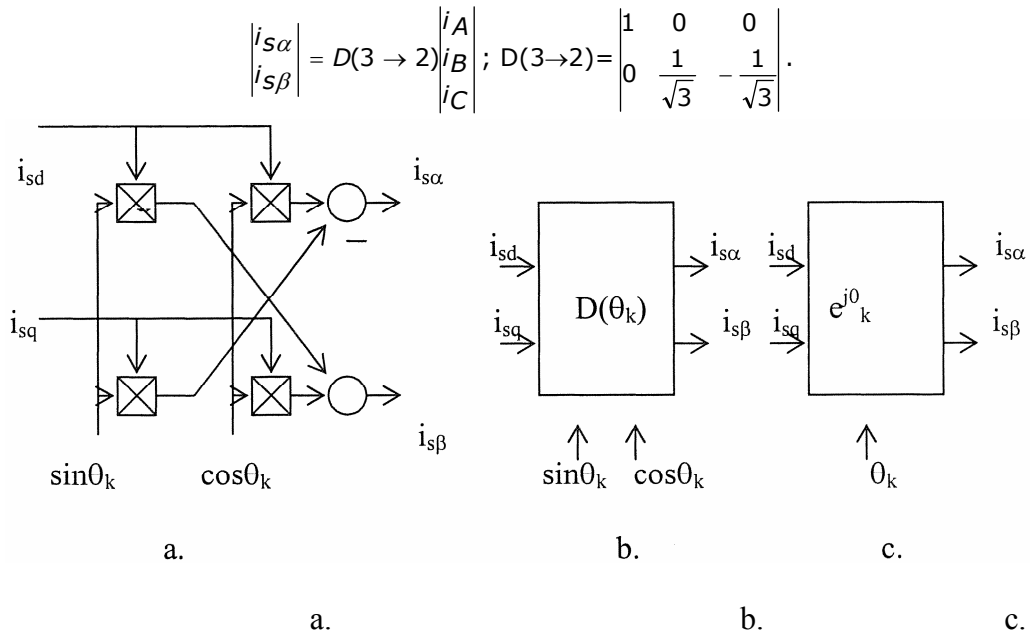
Relațiilor (8.13) le corespunde *blocul de transformări de coordonate*  $D(\theta_k)$  format din schema structurală fig. 8.3.a și simbolurile blocurilor fig. 8.3.b, c.

În cazul în care nu avem componente omopolare  $i_A + i_B + i_C = 0$ , curenții statorici se obțin cu relația:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = D(2 \rightarrow 3) \cdot \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix}; \quad D(2 \rightarrow 3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (8.14)$$

și reciproc

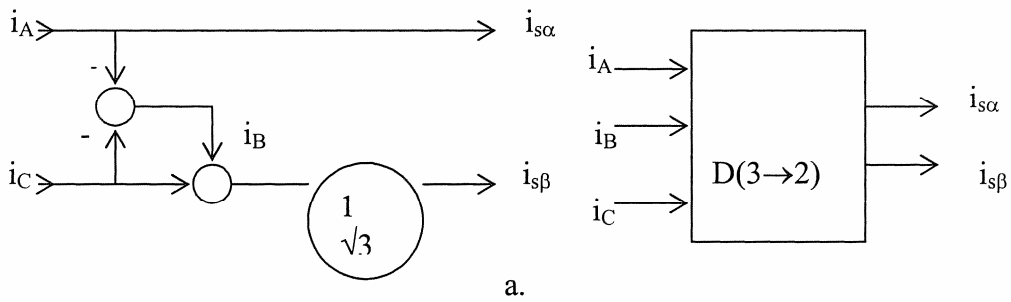




a. b. c.  
Fig. 8.3. Blocul transformării de coordonate  $D(\theta_k)$ .  
a. schema structurală;

b, c. simbolurile blocului.

Blocurile transformărilor de fază  $D(2 \rightarrow 3)$  și  $D(3 \rightarrow 2)$  au schema structurală și simbolurile blocurilor în fig. 8.4.a, b.



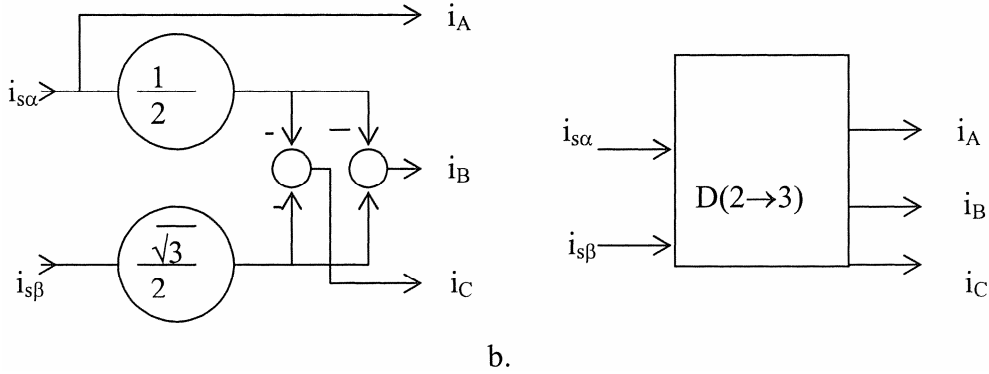


Fig. 8.4. Blocurile transformărilor de fază:

- a. schema structurală și simbolul pentru D(3→2);  
 b. schema structurală și simbolul pentru D(2→3).

### 8.1.2. ORIENTAREA DUPĂ FLUXUL DIN INTREFIER

În acest caz:  $\underline{\Psi}_i = \underline{\Psi}_{sh} = \underline{\Psi}'_{rh}$ . Fluxul

$$\underline{\Psi}'_r = \underline{\Psi}'_{r\sigma} + \underline{\Psi}'_{rh} = L'_{r\sigma} \dot{i}'_r + \underline{\Psi}_{sh},$$

se introduce în (8.1), se elimină  $\dot{i}'_r$  și se obține ecuația:

$$\frac{L'_{r\sigma}}{L_{sh}} \frac{d\underline{\Psi}_{sh}}{dt} + \left[ \frac{R'_r + j(\omega_{\Psi_{sh}} - \omega)L'_{r\sigma}}{L_{sh}} + j(\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) \right] \underline{\Psi}_{sh} =$$

$$= \left[ R'_r + j(\omega_{\Psi_{sh}} - \omega)L'_{r\sigma} \right] \cdot \dot{i}_s + L'_{r\sigma} \frac{di_s}{dt}.$$

Se proiectează ecuația după axele  $(d, q)$  și ținând seama de notația

$$\frac{L'_{r\sigma}}{L_r} = \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} \text{ se obține:}$$

$$\frac{d\underline{\Psi}_{sh}}{dt} + \frac{1}{T_r} \underline{\Psi}_{sh} = \frac{L_{sh}}{T_r} i_{sd} + L_{sh} \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} \frac{di_{sd}}{dt} - (\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) L_{sh} \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} i_{sq};$$

$$(\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) \underline{\Psi}_{sh} = \frac{L_{sh}}{T_r} i_{sq} + L_{sh} \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} \frac{di_{sq}}{dt} + L_{sh} \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} (\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) i_{sd}. \quad (8.15)$$

Cuplul electromagnetic este dat de expresia

$$M = \frac{3}{2} p \underline{\Psi}_s \times \dot{i}_s = \frac{3}{2} p (\underline{\Psi}_{sh} + L_{s\sigma} \dot{i}_s) \times \dot{i}_s = \frac{3}{2} p \Psi_{sh} i_s \sin \delta = \frac{3}{2} p \Psi_{sh} i_{sq}. \quad (8.16)$$

Se introduce în (8.15) și (8.16) fluxul funcție de curentul  $i_m$  și rezultă:

$$\frac{di_m}{dt} + \frac{1}{T_r} i_m = \frac{1}{T_r} i_{sd} + \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} \frac{di_{sd}}{dt} - (\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} i_{sq};$$

$$(\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) i_m = \frac{1}{T_r} i_{sq} + \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{\sigma_2}{1 + \sigma_2} (\omega_{\Psi_{sh}} - \omega) i_{sd}; \quad (8.17)$$

$$M = \frac{3}{2} p L_{sh} i_m i_{sq}.$$

Comparând (8.15) cu (8.17) rezultă că nu se poate realiza o comandă separată ca în cazul orientării după fluxul rotoric.

### 8.1.3. ORIENTAREA DUPĂ FLUXUL STATORIC

În acest caz:  $\underline{\Psi}_j = \underline{\Psi}_s = \Psi_s$ . Fluxurile din stator și rotor au relațiile date de (8.1). Curentul  $i_r'$  din prima ecuație, se introduce în a doua și, cu ajutorul coeficientului de dispersie (6.11) se obține:

$$\begin{aligned} i_r' &= \frac{1}{L_{sh}}(\Psi_s - L_s i_s); \\ \underline{\Psi}_r' &= \frac{1}{L_{sh}}[L_r \Psi_s - \sigma L_s L_r i_r']. \end{aligned} \quad (8.18)$$

Se introduc (8.18) în ecuația a doua a sistemului (8.1) și rezultă:

$$\frac{d\Psi_s}{dt} + \left[ \frac{1}{T_r} + j(\omega_{\Psi_s} - \omega) \right] \Psi_s = \left[ \frac{1}{T_r} + j(\omega_{\Psi_s} - \omega) \sigma L_s \right] i_s + \sigma L_s \frac{di_s}{dt}.$$

După separarea părților reale și imaginare rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_s}{dt} + \frac{1}{T_r} \Psi_s &= \frac{1}{T_r} L_s i_{sd} - (\omega_{\Psi_s} - \omega) \sigma L_s i_{sq} + \sigma L_s \frac{di_{sd}}{dt}; \\ (\omega_{\Psi_s} - \omega) \Psi_s &= \frac{1}{T_r} L_s i_{sq} + (\omega_{\Psi_s} - \omega) \sigma L_s i_{sd} + \sigma L_s \frac{di_{sq}}{dt}. \end{aligned} \quad (8.19)$$

Cuplul electromagnetic este

$$M = \frac{3}{2} p \Psi_s i_{sq}. \quad (8.20)$$

Cu ajutorul curentului de magnetizare modificat al statorului

$$i_{ms} = i_m + \sigma_1 i_s; \quad \sigma_1 = \frac{L_s - L_{sh}}{L_{sh}}, \quad (8.21)$$

expresia fluxului statoric obține forma:

$$\underline{\Psi}_s = L_{sh} \left[ (1 + \sigma_1) i_s + i_r' \right] = L_{sh} (i_m + \sigma_1 i_s) = L_{sh} i_{ms},$$

iar ecuațiile (8.19) și (8.20) devin:

$$\begin{aligned} \frac{di_{ms}}{dt} + \frac{1}{T_r} i_{ms} &= \frac{1}{T_r} (1 + \sigma_1) i_{sd} + (\omega_{\Psi_s} - \omega) \sigma (1 + \sigma_1) i_{sq} + \sigma (1 + \sigma_1) \frac{di_{sd}}{dt}; \\ (\omega_{\Psi_s} - \omega) i_{ms} &= \frac{1}{T_r} (1 + \sigma_1) i_{sq} + (\omega_{\Psi_s} - \omega) \sigma (1 + \sigma_1) i_{sd} + \sigma (1 + \sigma_1) \frac{di_{sq}}{dt}; \end{aligned} \quad (8.22)$$

$$M = \frac{3}{2} p L_{sh} i_{ms} i_{sq}.$$

Comparând ecuațiile (8.19) și (8.22) rezultă că nu se poate realiza comanda separată.

În **concluzie**, analizând cele trei metode de reglare, orientarea după fluxul rotoric, orientarea după fluxul statoric și orientarea după fluxul din întrefier rezultă că numai în cazul orientării după fluxul rotoric se poate realiza o decuplare a circuitelor mașinii, adică o comandă optimă pentru regimul dinamic.

### 8.1.4. MODELE MATEMATICE DINAMICE ALE MAȘINII DE INDUCȚIE

În continuare se are în vedere comanda după fluxul rotoric.

Modelul matematic dinamic al mașinii de inducție alimentată de la surse de curent în coordonatele câmpului este format din ecuațiile (8.12) la care se adaugă ecuația mișcării din sistemul (8.1):

$$\begin{aligned} \frac{di_{mr}}{dt} + \frac{1}{T_r} i_{mr} &= \frac{1}{T_r} i_{sd}; \\ \left( \omega_{\Psi_r'} - \omega \right) \cdot i_{mr} &= \frac{1}{T_r} i_{sq}; \\ M &= \frac{3}{2} p L_{sh} \frac{1}{1 + \sigma_2} i_{mr} i_{sq} = k i_{mr} i_{sq}; \\ M - M_R &= \frac{j}{p} \frac{d\omega}{dt}. \end{aligned} \quad (8.23)$$

Pentru a stabili modelul matematic al mașinii de inducție alimentată de la surse de tensiune în coordonatele câmpului, din sistemul de ecuații (8.1), din ecuațiile fluxurilor  $\underline{\Psi}_s$ ,  $\underline{\Psi}_r$  se elimină  $i_r'$  și ținând cont de expresia lui  $\underline{\Psi}_r$  din (8.11) rezultă:

$$\underline{\Psi}_s = \sigma L_s \dot{i}_s + (1 - \sigma) L_s \dot{i}_{mr}. \quad (8.24)$$

Ecuația tensiunii statorice obține forma

$$\underline{u}_s = R_s \dot{i}_s + \sigma L_s \frac{di_s}{dt} + (1 - \sigma) L_s \frac{di_{mr}}{dt} + j \omega_k [\sigma L_s \dot{i}_s + (1 - \sigma) L_s \dot{i}_{mr}],$$

sau în coordonatele câmpului în care  $i_{mr} = i_{mr}$ ,

$$\begin{aligned} \frac{u_{sd}}{R_s} - (1 - \sigma) T_s \frac{di_{mr}}{dt} + \omega_k \sigma T_s i_{sq} &= i_{sd} + \sigma \cdot T_s \frac{di_{sd}}{dt}; \\ \frac{u_{sq}}{R_s} - \omega_k \sigma T_s i_{sd} - (1 - \sigma) T_s \omega_k i_{mr} &= i_{sq} + \sigma \cdot T_s \frac{di_{sq}}{dt}, \end{aligned} \quad (8.25)$$

unde  $T_s = \frac{L_s}{R_s}$  este constanta de timp a înfășurării statorice la rotor deschis.

Se introduce  $\frac{di_{mr}}{dt}$  din sistemul (8.12) în prima ecuație din (8.25), care

devine

$$\frac{u_{sd}}{R_s} - (1 - \sigma) \frac{T_s}{T_r} (i_{sd} - i_{mr}) + \omega_k \sigma T_s i_{sq} = i_{sd} + \sigma T_s \frac{di_{sd}}{dt} \quad (8.26)$$

Sistemul de ecuații următor definește modelul matematic dinamic al mașinii de inducție alimentată în tensiune în coordonatele câmpului:

$$\begin{aligned} \frac{di_{mr}}{dt} + \frac{1}{T_r} i_{mr} &= \frac{1}{T_r} i_{sd}; \\ \left( \omega_{\Psi_r'} - \omega \right) \cdot i_{mr} &= \frac{1}{T_r} i_{sq}; \\ M &= \frac{3}{2} p L_{sh} \frac{1}{1 + \sigma_2} i_{mr} i_{sq} = k i_{mr} i_{sq}. \end{aligned} \quad (8.27)$$

$$\frac{u_{sd}}{R_s} - (1 - \sigma) \frac{T_s}{T_r} (i_{sd} - i_{mr}) + \omega_k \sigma T_s i_{sq} = i_{sd} + \sigma T_s \frac{di_{sd}}{dt};$$

$$\frac{u_{sq}}{R_s} - \omega_k \sigma T_s i_{sd} - (1 - \sigma) T_s \omega_k i_{mr} = i_{sq} + \sigma T_s \frac{di_{sq}}{dt};$$

$$M - M_R = \frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt}.$$

Invertoarele sursă de curent sunt folosite în acționările reglabile cu performanțe dinamice foarte bune la puteri mari. Sunt mai robuste, dar mai fiabile. Oscilațiile de viteză datorate cuplurilor pulsatorii împiedică funcționarea acționărilor la viteze mici. Dinamica curentului este îmbunătățită prin folosirea unei comenzi tip *PMW* sau folosirea unui compensator.

Pentru acționările de mică putere se folosesc invertoare de tensiune cu modulație *PMW* care generează un sistem sinusoidal de curenți în apropierea curenților de referință și a căror precizie depinde de tipul reguletoarelor.

În strategia de implementare a comenzii vectoriale trebuie cunoscut în orice moment vectorul spațial al fazorului rotoric  $\Psi_r$ , respectiv amplitudinea curentului  $i_{mr}(t)$  și unghiul de poziție  $\theta_k(t)$  față de referențialul fix  $(\alpha, \beta)$ .

La mașina de inducție cu rotorul în scurtcircuit s-au propus inițial măsurări directe de câmp cu ajutorul elementelor Haal plasate pe armătura statorică sau cu senzori plasați în înfășurări. Metoda vectorială directă are o sensibilitate mică și prezintă dezavantaje privind montarea sondelor și a prelucrării semnalelor.

O altă metodă este legată de determinarea indirectă a câmpului prin calcul, stabilindu-se un *model de flux* pe baza căruia să se estimeze  $i_{mr}(t)$  și  $\theta_k(t)$ . Modelele de flux sunt implementări ale ecuației tensiunii rotorului, în varianta proiectată pe cele două axe.

Comanda vectorială indirectă constă în calcularea poziției unghiulare a fluxului rotoric pe baza mărimilor de comandă. Cum valorile rezistențelor  $R_s$ ,  $R_r$  variază cu temperatura și efectul pelicular, iar inductivitățile  $L_s$ ,  $L_r$ ,  $L_m$  depind de nivelul fluxului, adică de saturație, acestea trebuie măsurate continuu.

În practică sunt diverse variante de scheme de automatizare. Atunci când parametrii electrici și mecanici variază în limite largi, este necesar un control adaptiv pentru a se identifica starea și parametrii mașinii.

## 8.2. ANALIZA METODEI DE CONTROL PRIN ACCELERAREA CÂMPULUI

Metoda de control prin accelerarea câmpului are la bază controlul vectorial al cuplului electromagnetic prin menținerea constantă în amplitudine a curentului de magnetizare, limitându-se astfel procesele electromagnetice tranzitorii care iau naștere la variația rapidă a pulsației de alimentare [25], [85].

Când fluxul de magnetizare este menținut constant, tensiunea, curenții și cuplul sunt funcție numai de frecvența de alimentare. Prin modificarea vitezei de rotație a fluxului de magnetizare se obțin diverse valori ale cuplului electromagnetic.

Limitarea proceselor electromagnetice tranzitorii este esențială, deoarece ele influențează puternic controlul cuplului.

Controlul electric al motorului se face funcție de o mulțime de variabile de stare. La intrarea statorului controlul se poate face după curentul primar sau controlul în tensiune. La arbore se controlează viteza, cuplul, unghiul de poziție etc.

Partea esențială a *controlului în curent* este continuitatea curentului de magnetizare  $\underline{I}_{01\alpha}$ , fig. 8.5. Acest lucru este obținut de un generator vector, fig. 8.6, de undă sinusoidală.

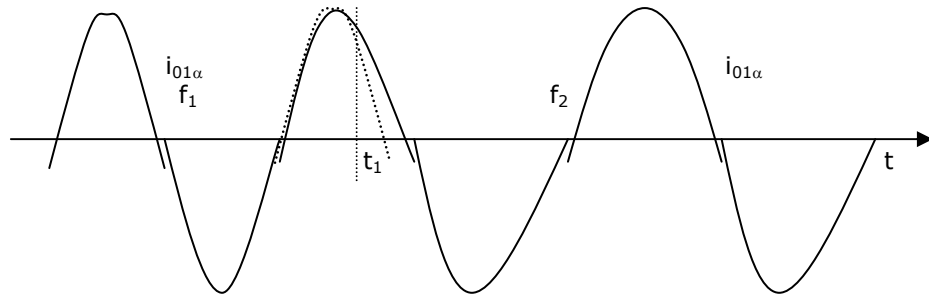


Fig. 8.5. Forma de undă a curentului de magnetizare  $i_{01\alpha}$ .

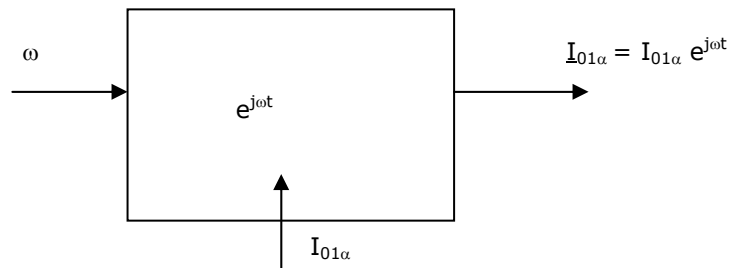


Fig. 8.6. Generatorul de unde sinusoidale.

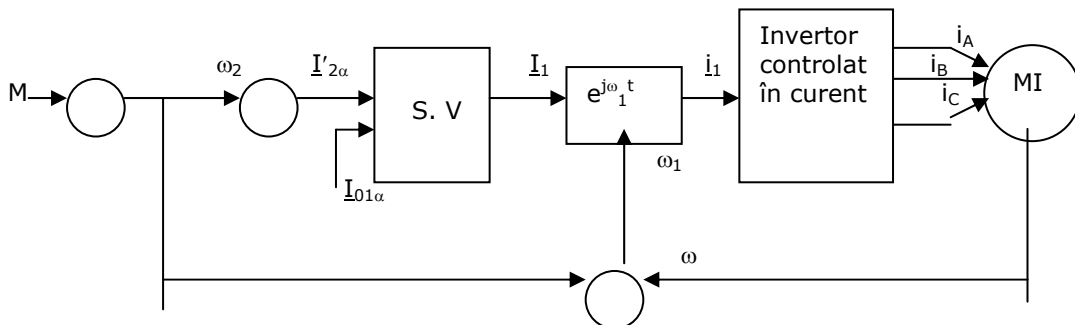


Fig. 8.7. Schema bloc de reglare cu control după curentul primar.

Schema bloc a sistemului de reglare a cuplului cu controlul după curentul primar este prezentată în fig. 8.7.

Valoarea instantanee a curentului  $\dot{i}_1 = \underline{I}_1 e^{j\omega_1 t}$  care comandă invertorul asigură la ieșirea acestuia curenții  $i_A, i_B, i_C$  de alimentare a înfășurărilor statorice ale motorului.

Circuitul echivalent cel mai convenabil pentru controlul în curent este cel din fig. 7.8, când curentul de excitație statoric este menținut constant, iar răspunsul cuplului este instantaneu obținându-se caracteristici  $M(\omega_2)$  liniare.

Controlul în tensiune presupune controlul cuplului electromagnetic cu ajutorul tensiunii primare. Ca și în cazul controlului în curent baza principiului controlului este menținerea constantă a curentului de magnetizare pentru a se obține un răspuns rapid și caracteristici liniare ale cuplului.

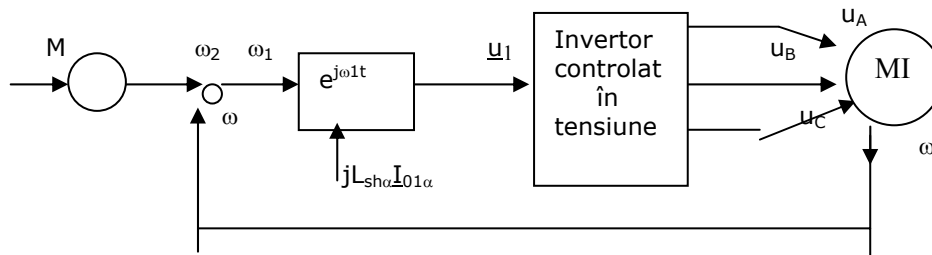


Fig. 8.8. Schema bloc de reglare cu control după tensiune.

Circuitul echivalent cel mai convenabil pentru controlul în tensiune este cel din fig. 7.4, în care circuitul de magnetizare este mai apropiat de borne.

La menținerea constantă a curentului de excitație din stator răspunsul cuplului este foarte rapid. Schema bloc de reglare cu control după tensiune este prezentată în fig. 8.8.

La intrarea invertorului de tensiune se aplică tensiunea  $\underline{u}_1 = \underline{U}_1 e^{j\omega t}$ , iar la ieșire se obțin tensiunile de fază  $u_A, u_B, u_C$  necesare comenzii motorului.

Se poate trage **concluzia** că, metoda accelerării câmpului duce la liniarizarea caracteristicilor motorului și la un răspuns al controlului cuplului foarte accelerat.

### 8.3. MODELUL MATLAB-SIMULINK AL MAȘINII DE INDUCȚIE

Pentru a obține modelul *MatlabSimulink* al mașinii de inducție se folosesc modelele matematice intrare-ieșire. Starea sistemului este dată de fazorul stărilor  $x(t)$ , care definește starea sistemului în orice moment:

$$x = [x_1 x_2 \dots x_n]^T. \quad (8.28)$$

La intrare se aplică fazorul mărimilor de intrare:

$$u = [u_1 u_2 \dots u_n]^T, \quad (8.29)$$

iar la ieșire fazorul mărimilor de ieșire:

$$y = [y_1 y_2 \dots y_n]^T. \quad (8.30)$$

Modelul matematic al sistemului în reprezentarea matriceal-fazorială, cu ajutorul variabilelor de stare are forma:

$$\dot{x} = Ax + bu; \quad (8.31)$$

$$y = c^T x,$$

iar modelul matematic *MatlabSimulink*:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu; \\ y &= Cx + Du. \end{aligned} \quad (8.32)$$

Matricele  $A$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $C$ ,  $D$  sunt alcătuite din coeficienții ecuațiilor diferențiale. Ecuațiile mașinii de inducție sunt neliniare. În anumite regimuri de funcționare particulare pot avea soluții analitice.

Pentru a studia procese tranzitorii de interes practic se folosesc ecuațiile de tensiuni în formă complexă scrise pentru un referențial general  $K$ , care rotește cu viteza unghiulară  $\omega_k$ , (6.1), (6.5), sau cu mărimi raportate la stator (6.6), (6.7). La acestea se adaugă ecuația de mișcare (6.14).

În continuare se consideră mașina asincronă cu rotorul în scurtcircuit cu parametrii electrice și mecanici constanți, într-un referențial solidar cu statorul ( $\omega_k=0$ ).

Pierderile magnetice se consideră neglijabile ( $R_{2m}=0$ ). Modelul matematic este construit pe baza ecuațiilor scrise în teoria celor două axe.

Se are în vedere cazul comenzii în tensiune.

### 8.3.1. MAȘINA NESATURATĂ

Din ecuațiile sistemelor (6.6), (6.7) se elimină fluxurile și se rețin componentele după cele două axe:

$$\begin{aligned} L_s \frac{di_{sd}}{dt} + L_{sh} \frac{di_{rd}}{dt} &= u_{sd} - R_s i_{sd}; \\ L_s \frac{di_{sq}}{dt} + L_{sh} \frac{di_{rq}}{dt} &= u_{sq} - R_s i_{sq}; \\ L_r \frac{di_{rd}}{dt} + L_{sh} \frac{di_{sd}}{dt} &= \dot{u}_{rd} - R_r i_{rd} - \omega (L_r i_{rq} + L_{sh} i_{sq}); \\ L_r \frac{di_{rq}}{dt} + L_{sh} \frac{di_{sq}}{dt} &= \dot{u}_{rq} - R_r i_{rq} + \omega (L_r i_{rd} + L_{sh} i_{sd}). \end{aligned} \quad (8.33)$$

Matriceal

$$\begin{pmatrix} L_s & 0 & L_{sh} & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_{sh} \\ L_{sh} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_{sh} & 0 & L_r \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{sd} - R_s i_{sd} \\ u_{sq} - R_s i_{sq} \\ \dot{u}_{rd} - R_r i_{rd} - \omega (L_r i_{rq} + L_{sh} i_{sq}) \\ \dot{u}_{rq} - R_r i_{rq} + \omega (L_r i_{rd} + L_{sh} i_{sd}) \end{pmatrix},$$

sau



$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_S & 0 & L_{sh} & 0 \\ 0 & L_S & 0 & L_{sh} \\ L_{sh} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_{sh} & 0 & L_r \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} -R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_S & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_{sh} & -R_r & -\omega L_r \\ \omega L_{sh} & 0 & \omega L_r & -R_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_S & 0 & L_{sh} & 0 \\ 0 & L_S & 0 & L_{sh} \\ L_{sh} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_{sh} & 0 & L_r \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8.34)$$

care este de forma  $\dot{i} = Ai + Bu$ . Matricea a doua din membrul drept al ecuației (8.34) se poate pune sub forma:

$$\begin{pmatrix} -R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_S & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_{sh} & -R_r & -\omega L_r \\ \omega L_{sh} & 0 & \omega L_r & -R_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_S & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_r \end{pmatrix} + \omega \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -L_{sh} & 0 & -L_r \\ L_{sh} & 0 & L_r & 0 \end{pmatrix} \quad (8.35)$$

În ecuația (6.14) cuplul  $M$  este de forma:

$$M = \frac{3}{2} p (\Psi_{sd} i_{sq} - \Psi_{sq} i_{sd}) = \frac{3}{2} p L_{sh} (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{sq}), \quad (8.36)$$

cu care ecuația mișcării devine

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} \cdot \left[ \frac{3}{2} p L_{sh} (i_{sq} i_{rd} - i_{sd} i_{sq}) - M_R \right]. \quad (8.37)$$

Mărimile variabile în timp care intervin în stabilirea schemei *MatlabSimulink* a mașinii se calculează astfel:

- amplitudinea fazorului curentului statoric

$$i_s = \sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}; \quad (8.38)$$

- amplitudinea fazorului curentului rotoric

$$i_r = \sqrt{i_{rd}^2 + i_{rq}^2}; \quad (8.39)$$

- componenta după axa  $d$ , respectiv axa  $q$  a fazorului curentului de magnetizare

$$i_{md} = i_{sd} + i_{rd}; \quad i_{mq} = i_{sq} + i_{rq}; \quad (8.40)$$

- amplitudinea fazorului curentului de magnetizare

$$i_m = \sqrt{i_{md}^2 + i_{mq}^2}. \quad (8.41)$$

Cu (8.34) ÷ (8.41) se obține blocul *SIMULINK* al mașinii de inducție nesaturate, fig. 8.9, cu structura *SIMULINK* din fig. 8.10.

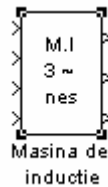


Fig. 8.9. Blocul SIMULINK al mașinii de inducție nesaturate.

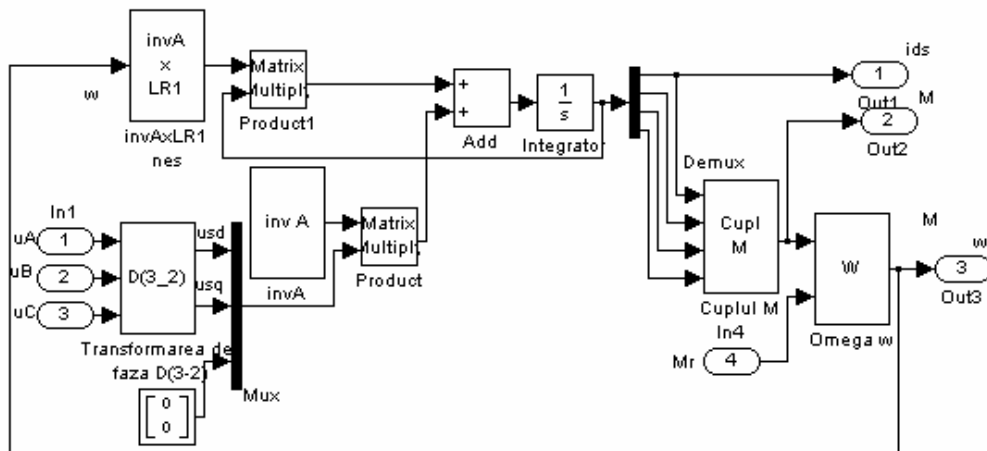


Fig. 8.10. Structura SIMULINK a mașinii de inducție fără considerarea saturației.

### 8.3.2. MAȘINA SATURATĂ

Modelul matematic sub formă matriceală pentru mașina de inducție cu rotorul în scurtcircuit rezultă din (6.23):

$$\begin{bmatrix} L_{sd} & L_{mdq} & L_{md} & L_{mdq} \\ L_{mdq} & L_{sq} & L_{mdq} & L_{mq} \\ L_{md} & L_{mdq} & L'_{rd} & L_{mdq} \\ L_{mdq} & L_{mq} & L_{mdq} & L'_{rq} \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i'_{rd} \\ i'_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{sd} - R_s i_{sd} \\ u_{sq} - R_s i_{sq} \\ -R_r i'_{rd} - \omega(L_r \sigma i'_{rq} + L_{sh} i_{sq}) \\ -R_r i'_{rq} + \omega(L_r \sigma i'_{rd} + L_{sh} i_{sd}) \end{bmatrix}, \quad (8.41)$$

unde  $L_{sd}$ ,  $L_{sq}$ ,  $L'_{rd}$ ,  $L'_{rq}$ ,  $L_{mdq}$  se calculează conform relațiilor (6.24), respectiv (6.25). Ultimul termen se poate pune sub forma:

$$\begin{bmatrix} u_{sd} - R_s i_{sd} \\ u_{sq} - R_s i_{sq} \\ -R_r i'_{rd} - \omega(L_r \sigma i'_{rq} + L_{sh} i_{sq}) \\ -R_r i'_{rq} + \omega(L_r \sigma i'_{rd} + L_{sh} i_{sd}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_{sh} & -R_r & -\omega L_r \sigma \\ \omega L_{sh} & 0 & \omega L_r \sigma & -R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i'_{rd} \\ i'_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Ecuția (8.41) devine

$$\begin{pmatrix} L_{sd} & L_{mdq} & L_{md} & L_{mdq} \\ L_{mdq} & L_{sq} & L_{mdq} & L_{mq} \\ L_{md} & L_{mdq} & L_{rd} & L_{mdq} \\ L_{mdq} & L_{mq} & L_{mdq} & L_{rq} \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_{sh} & -R_r' & -\omega L_{r\sigma}' \\ \omega L_{sh} & 0 & \omega L_{r\sigma}' & -R_r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

iar modelul *Simulink* se obține scriindu-se această ultimă ecuație sub forma ecuațiilor de stare:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{sd} & L_{mdq} & L_{md} & L_{mdq} \\ L_{mdq} & L_{sq} & L_{mdq} & L_{mq} \\ L_{md} & L_{mdq} & L_{rd} & L_{mdq} \\ L_{mdq} & L_{mq} & L_{mdq} & L_{rq} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_{sh} & -R_r' & -\omega L_{r\sigma}' \\ \omega L_{sh} & 0 & \omega L_{r\sigma}' & -R_r' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8.42)$$

unde s-au folosit notațiile de la & 6.3.

Matricea a doua din dreapta ecuației (8.42) se pune sub forma:

$$\begin{pmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & -\omega L_{sh} & -R_r' & -\omega L_{r\sigma}' \\ \omega L_{sh} & 0 & \omega L_{r\sigma}' & -R_r' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R_r' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -R_r' \end{pmatrix} + \omega \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -L_{sh} & 0 & -L_{r\sigma}' \\ L_{sh} & 0 & L_{r\sigma}' & 0 \end{pmatrix}$$

Blocul *SIMULINK* din fig. 8.11 se obține pe baza ecuațiilor de stare (8.42) și a ecuațiilor (8.36), (8.37) și are structura din fig. 8.12.

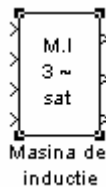


Fig. 8.11. Blocul SIMULINK al mașinii de inducție saturate.

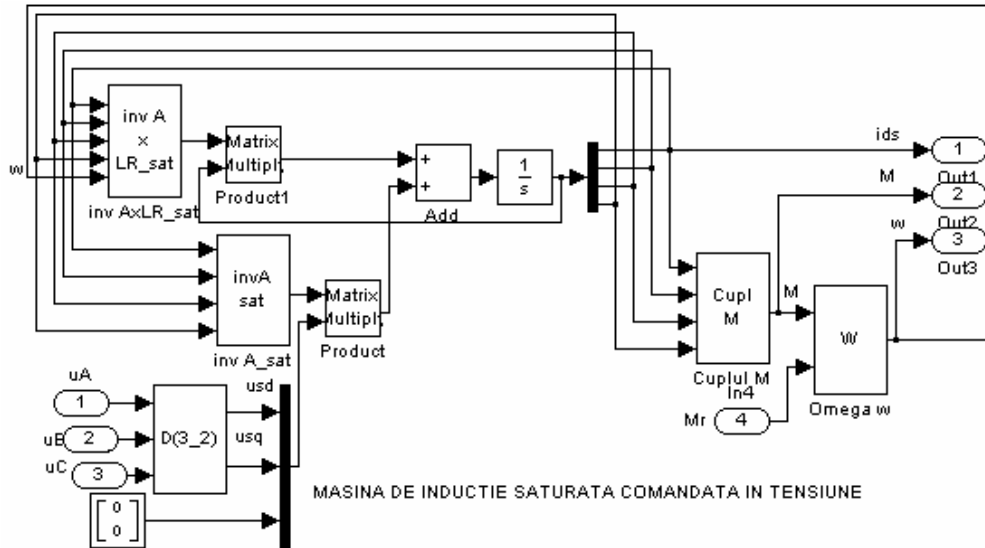


Fig. 8.12. Structura SIMULINK a mașinii de inducție cu considerarea saturației.

În **concluzie**, modelul *MatlabSimulink* fără considerarea saturației este un model liniar, mult mai simplu și constituie un prim pas în generalizarea problemei când se consideră și saturația mașinii de inducție. Modelul *MatlabSimulink* cu considerarea saturației este un model neliniar, mai general, în care dacă se introduce  $L_{sh} = L_{sh}$  se obține modelul corespunzător mașinii nesaturate.

## CAPITOLUL 9

### DETERMINAREA CARACTERISTICILOR ȘI EVALUAREA PIERDERILOR MAȘINII DE INDUCȚIE

Cu ajutorul schemelor *MatlabSimulink* (&4.7, &4.8, &8.3) sunt reprezentate caracteristicile și pierderile mașinii de inducție alimentată de la rețea, respectiv de la convertoare și se vor stabili influențele convertoarelor asupra performanțelor energetice ale mașinii de inducție.

Motorul considerat are următoarele date:  $P_N=15$  Kw;  $U_N=380/660$  V;  $n_N=1500$  rot/min;  $f_{1N}=50$  Hz;  $R_s=0,8177$   $\Omega$ ;  $L_{\sigma 1}=0,0056$  H;  $R_r'=0,7197$   $\Omega$ ;  $L'_{\sigma 2}=0,0084$  H;  $L_{sh}=0,1748$  H;  $p=2$ ;  $J=0,0312$  Kgm<sup>2</sup>.

#### 9.1. EVALUAREA FENOMENELOR DE SATURAȚIE MAGNETICĂ ȘI DE REFULARE A CURENTULUI

Caracteristicile  $I_{ds}=f(t)$ ,  $\omega=f(t)$   $M=f(t)$  la tensiunile  $U=100$  V,  $U_N=380$  V și  $U=400$  V din figurile 9.1, 9.2 și 9.3 pun în evidență fenomenul de saturație magnetică în cazul alimentării mașinii de inducție de la convertoare. Cuplul de sarcină  $M_R=0$ .

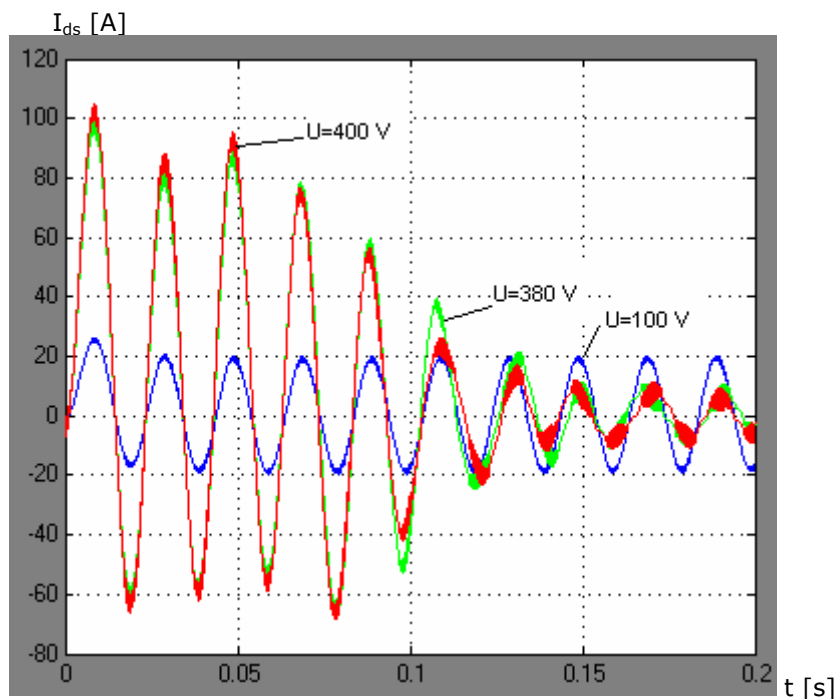


Fig. 9.1. Caracteristicile  $I_{ds}=f(t)$  la tensiunile  $U=100$  V,  $U_N=380$  V,  $U=400$  V.  $\omega$ [rad/s]

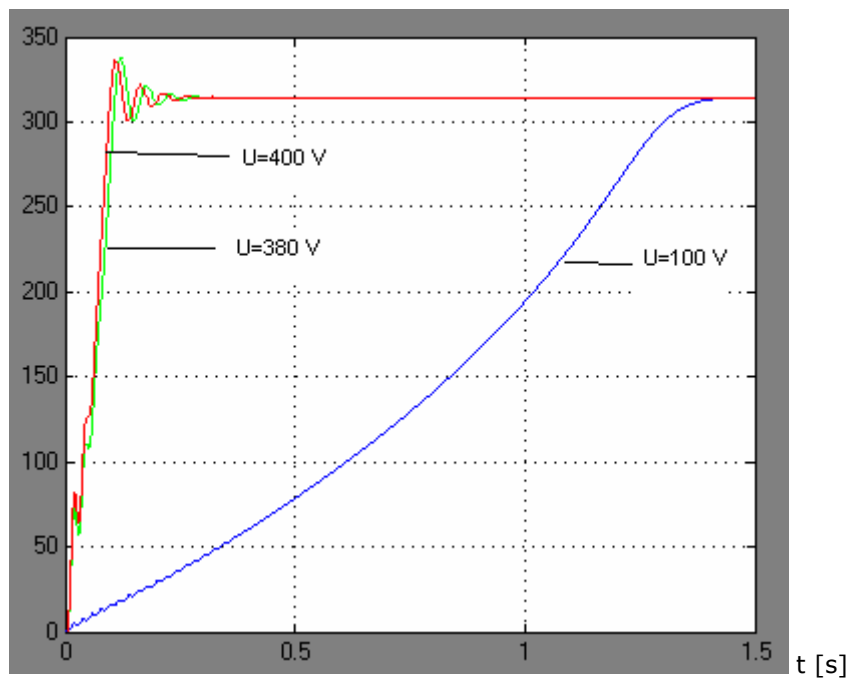


Fig. 9.2. Caracteristicile  $\omega=f(t)$  la tensiunile  $U=100\text{ V}$ ,  $U_N=380\text{ V}$ ,  $U=400\text{ V}$ .

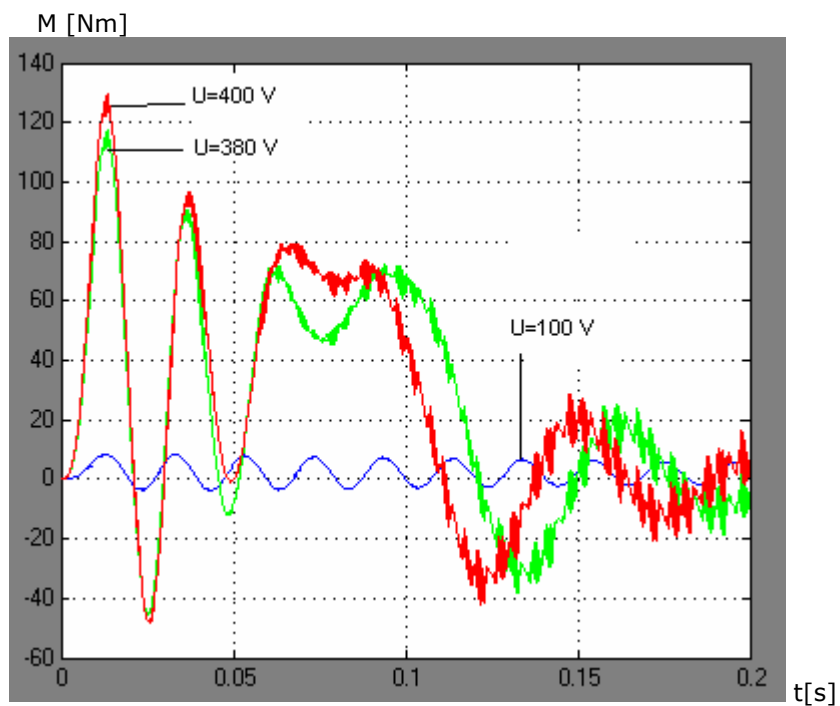


Fig. 9.3. Caracteristicile  $M=f(t)$  la tensiunile  $U=100\text{ V}$ ,  $U_N=380\text{ V}$ ,  $U=400\text{ V}$ .

Amplitudinea curentului prezintă oscilații importante la tensiuni mari. Aceste oscilații influențează viteza rotorului  $\omega(t)$  și cuplul electromagnetic dinamic  $M(t)$ . Oscilațiile sunt cu atât mai mari și mai numeroase cu cât timpul de pornire este mai mare.

În fig. 9.4 se prezintă factorii de modificare a rezistențelor  $k_r$  și inductivităților de dispersie  $k_x$  cu frecvența.

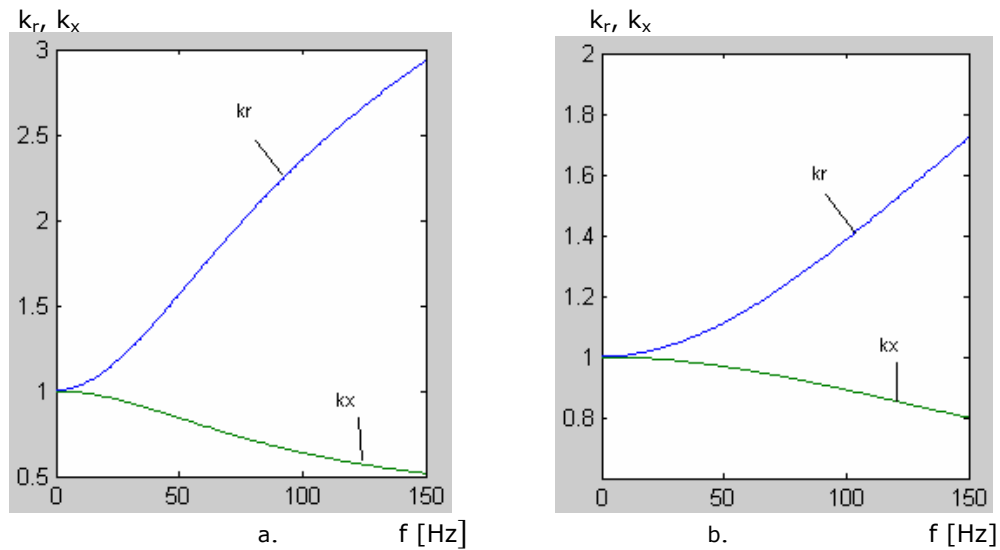


Fig. 9.4. Factorii  $k_r$  și  $k_x$  de modificare a rezistențelor și reactanțelor cu frecvența: a. – pentru colivie rotorică cu bare înalte; b. – pentru colivie obișnuită.

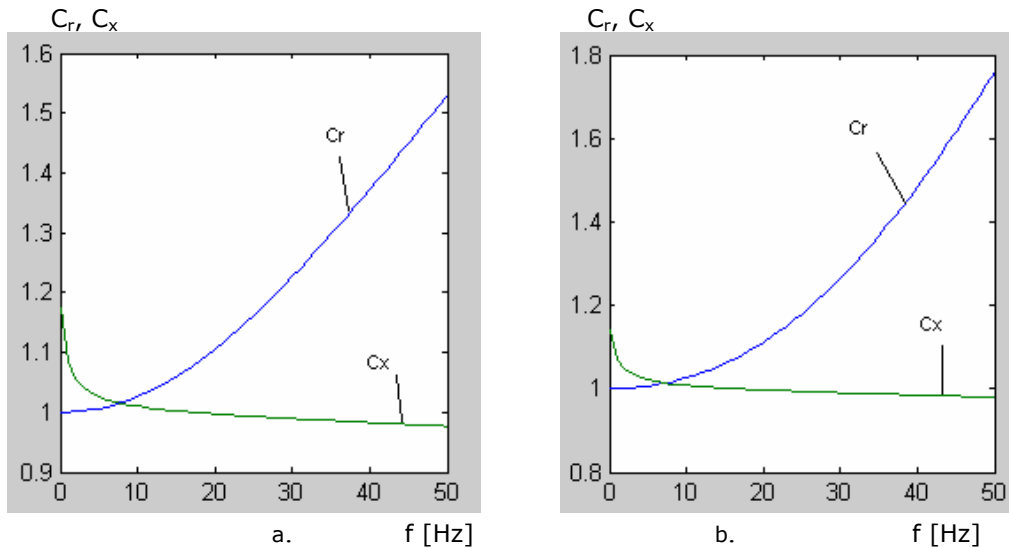


Fig. 9.5. Variația coeficienților  $C_r, C_x$  de corecție a rezistenței și reactanței de scurtcircuit cu frecvența: a. - pentru colivie rotorică cu bare înalte; b. - pentru colivie obișnuită.

În fig. 9.5 este prezentată variația la joasă frecvență a coeficienților  $C_r, C_x$  dați de relațiile (5.26). Saturația magnetică influențează efectul pelicular mai ales la rotoarele cu bare înalte. Corecția parametrilor se impune îndeosebi la motoarele construite pentru a funcționa cuplate cu convertoare.

Se observă că la motoarele cu colivii obișnuite fenomenul de refluxare a curentului este mai puțin pronunțat, fiind indicate pentru motoarele alimentate de la convertoare, când caracteristicile de pornire nu mai prezintă importanță practică.

## 9.2. DETERMINAREA CARACTERISTICILOR MAȘINII DE INDUCȚIE ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE

În fig. 9.6. se prezintă curentul de scurtcircuit  $I_{1v}$  la estimarea creșterii pierderilor în cupru datorită alimentării de la convertoare cu 30% din pierderile nominale  $P_{Cu1N}$ .

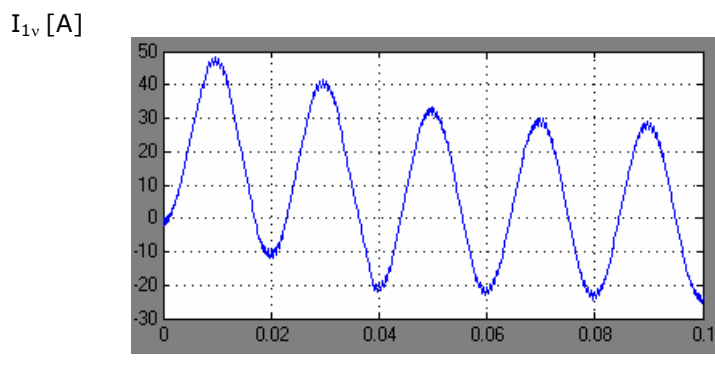


Fig. 9.6. Curentul de scurtcircuit  $I_{1v}$  la alimentarea mașinii de inducție de la convertoare.



Caracteristicile  $M=f(s)$  din fig. 9.7.a se referă la motorul cu rotorul în colivie cu bare înalte, iar din fig. 9.7.b la rotorul în colivie reprojctată pentru convertor. Caracteristica pentru motorul alimentat de la convertor are un maxim mai mare.

În fig. 9.8 sunt reprezentate caracteristicile randamentului  $\eta=f(P_2)$  la alimentarea motorului de la rețea pentru rotoare cu bare înalte și pentru rotoare cu colivie obișnuită, fără să se ia în considerare efectul pelicular în tole. Se observă că randamentul este mai mare pentru rotoarele cu colivie obișnuită folosite la motoarele alimentate de la convertoare.

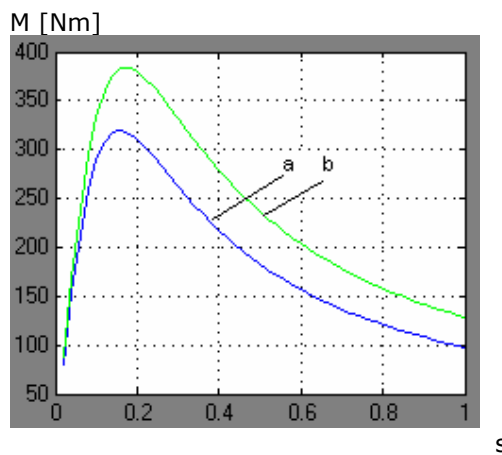


Fig. 9.7. Caracteristica  $M=f(s)$  a motorului de inducție alimentat de la rețea:  
a. – rotor cu colivie rotorică cu bare înalte;  
b. – rotor cu colivie obișnuită.

În fig. 9.9 caracteristicile randamentului  $\eta=f(t)$  la pornire sunt reprezentate la considerarea efectului pelicular în tole, când motorul este alimentat de la rețea și convertoare. Pentru același motor și aceleași condiții de funcționare, randamentul este mai mic la considerarea efectului pelicular în tole. Dacă se ține seama de alimentare, randamentul motoarelor alimentate de la convertoare este mai mic.

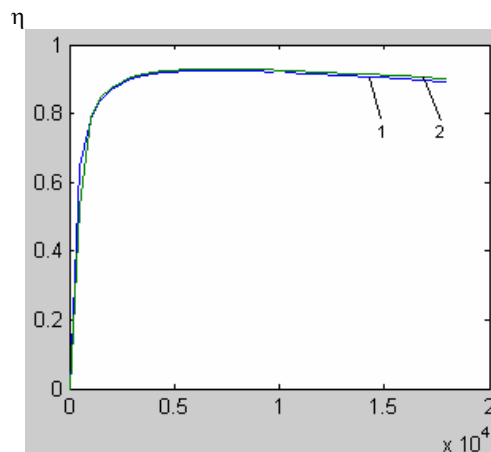


Fig. 9.8. Caracteristica  $\eta=f(P_2)$  a motorului de inducție alimentat de la rețea:  
1. – rotor cu colivie rotorică cu bare înalte;  
2. – rotor cu colivie obișnuită.

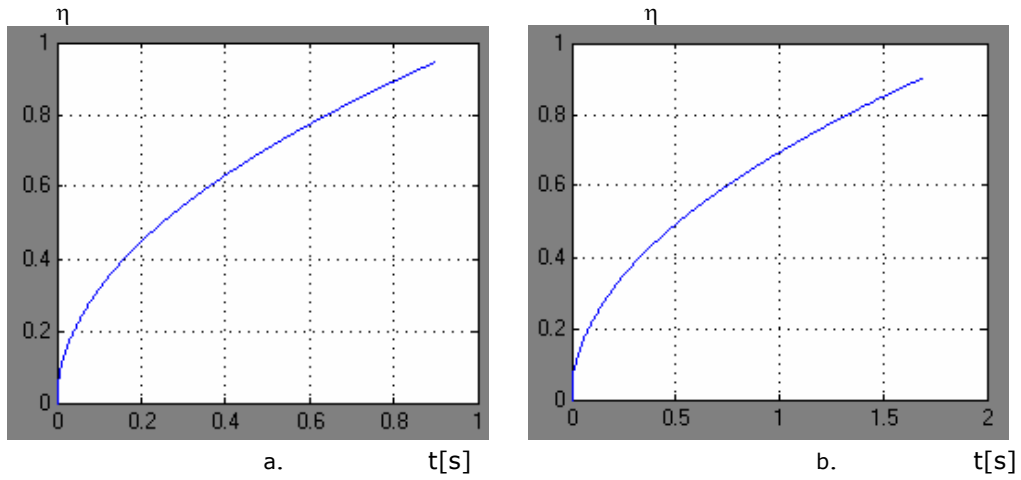


Fig. 9.9. Caracteristica  $\eta=f(t)$  a motorului de inducție când se ia în considerare efectul pelicular în tole: a.- motorul este alimentat de la rețea; b.- motorul este alimentat de la convertor.

Cuplul asincron  $M_v=f(s_v)$  care apare la alimentarea motoarelor de la convertoare este reprezentat în fig. 9.10.a, b.

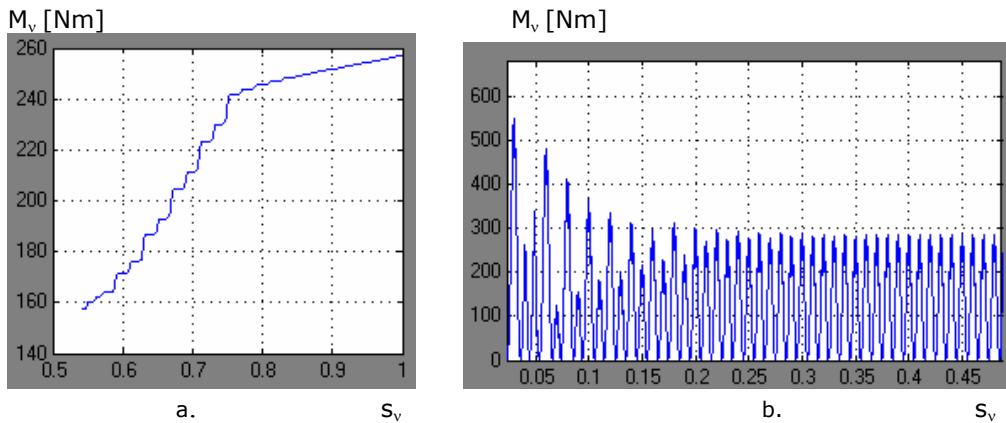


Fig. 9.10. Caracteristica  $M_v=f(s_v)$ .

De reținut pulsațiile mari care apar și, care sunt prezentate detaliat în fig. 9.10.b.

### 9.3. EVALUAREA PIERDERILOR ÎN MAȘINA DE INDUCȚIE ALIMENTATĂ DE LA CONVERTOARE

În continuare, se vor analiza comparativ pierderile din mașina de inducție alimentată de la convertoare cu pierderile la alimentarea mașinii de la rețea.

În figurile 9.11, 9.12 și 9.13 sunt reprezentate pierderile magnetice la pornirea mașinii de inducție, la alimentarea de la rețea și convertoare.

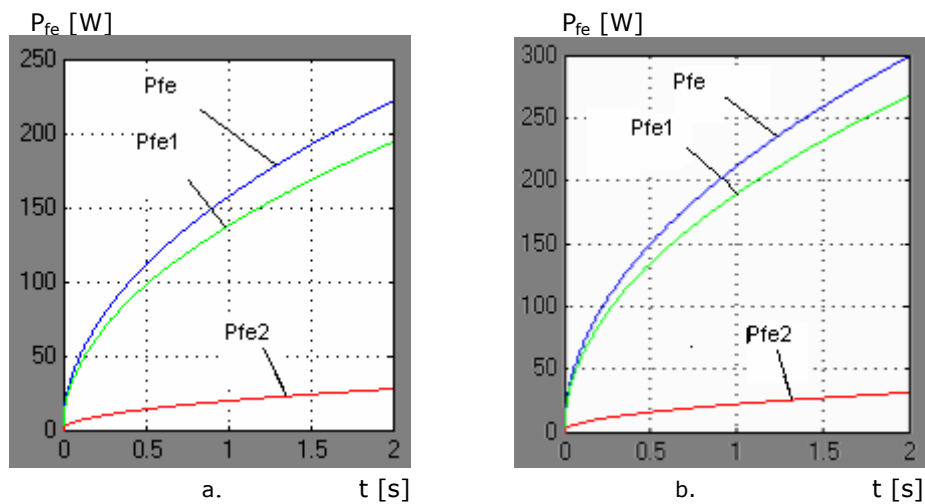


Fig. 9.11. Pierderile în fier în mașina de inducție alimentată de la rețea:  
a. fără considerarea efectului pelicular în tole;  
b. cu considerarea efectului pelicular în tole.

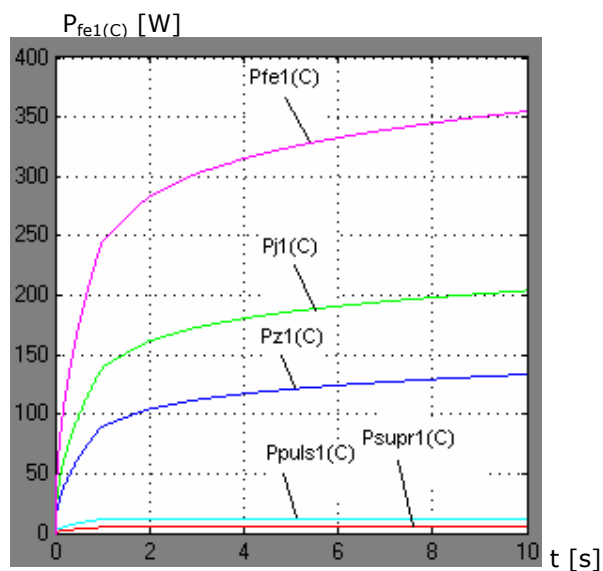


Fig. 9.12. Pierderile în fierul statoric  $P_{fe1(C)}$  pentru mașina de inducție alimentată de la convertor.

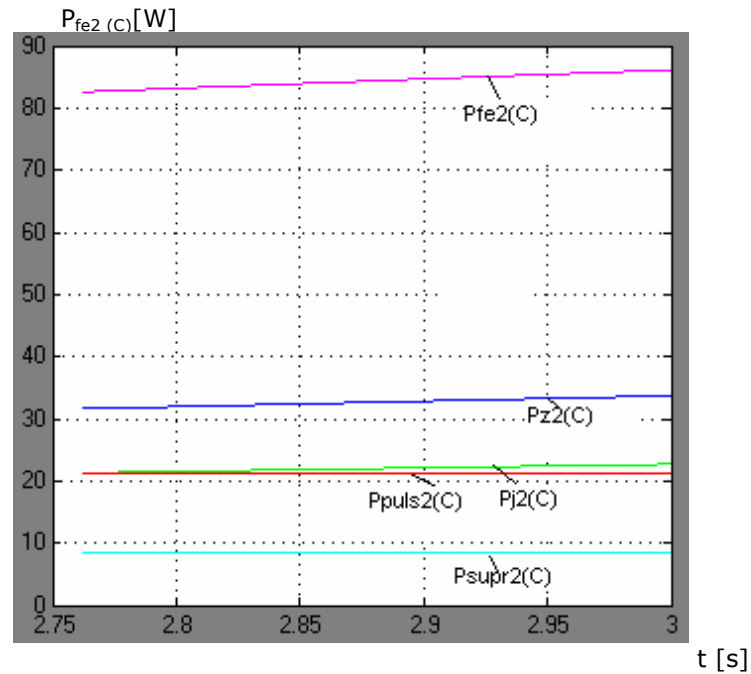


Fig. 9.13. Pierderile în fierul rotoric  $P_{fe2(C)}$  pentru mașina de inducție alimentată de la convertor.

La considerarea efectului pelicular în tole pierderile sunt sensibil mai mari. Convertorul influențează negativ pierderile în mașina de inducție, pierderile în fier având o pondere importantă, crescând mai ales cele prin pulsație.

Pierderile electrice din fig. 9.14 sunt reprezentate pentru situațiile în care mașina de inducție este alimentată de la rețea și de la convertoare.

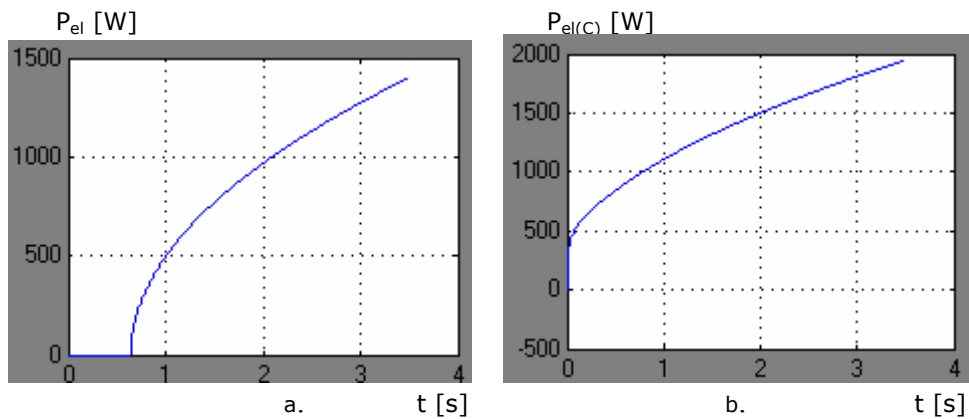


Fig. 9.14. Pierderile electrice la pornire în mașina de inducție:  
a. - alimentată de la rețea;  
b. - alimentată de la convertoare.

Pierderile în mașina de inducție cresc la alimentarea de la convertoare datorită efectului de refulare a curentului și datorită curenților nesinusoidali, care circulă prin conductoare.

În **concluzie**, se impune reducerea efectului pelicular prin modificarea geometriei creștăturilor urmărindu-se îmbunătățirea randamentului, a factorului de putere și reducerea încălzirii mașinii.

#### 9.4. OPTIMIZARE LOCALĂ ȘI OPTIMIZARE GLOBALĂ

Pentru început, se studiază câteva posibilități de obținere a unei creștături optime. Cu ajutorul unui pachet de programe scrise în *Matlab* s-a analizat comportarea unor motoare de inducție de putere medie din punct de vedere al efectului de refulare în creștătura rotorică. Restricțiile impuse pentru reducerea efectului pelicular sunt [86]:

$$\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} > 1; \quad \frac{h_2}{b_{cr3}} < 1,5. \quad (9.1)$$

Pentru motorul de inducție de 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660 V cu dimensiunile geometrice prezentate în tab. 1 și creștătura rotor din fig. 9.15 s-au obținut rezultatele din tab. 2.

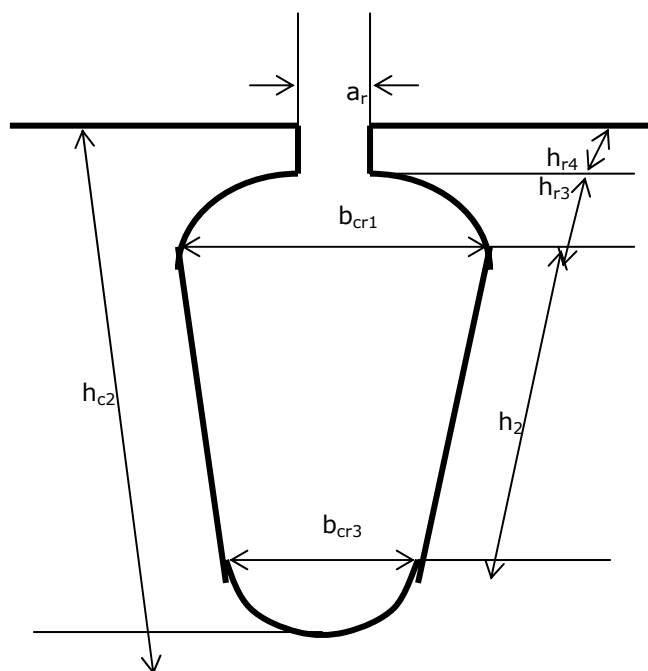


Fig. 9.15. Creștătură ovală pentru colivie rotorică turnată din aluminiu.

Tab. 1

DIMENSIUNILE MOTORULUI CONVENȚIONAL		UNITĂȚI DE MĂSURĂ
Sator $D_e/D$	260/160	mm
Lungimea fierului $l_{Fe}$	155	mm
Intrefierul $\delta$	0.5	mm
Crestăturile statorului $N_{c1}$ $h_{c1}=28; b_{cs1}=6,1; R_1=4,4$	48	mm
Crestăturile rotorului $N_{c2}$ $h_{c2}=33,1; b_{cr1}=6,6; b_{cr3}= 2,2$	38	mm

Tab. 2

CARACTERISTICI	MOTORUL CONVENȚIONAL		MOTORUL DESTINAT ACȚIONĂRII CU CONVERTOR		
	$\delta=0,5$ mm	$\delta=0,7$ mm	$\delta=0,7$ mm		
			$N_{c2}=38;$ $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{7,6}{6};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{15,24}{6}$	$N_{c2}=56;$ $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{6}{5};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{12,99}{5}$	$N_{c2}=34$ $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{7,6}{6};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{17,69}{6}$
Randamentul $\eta$	0,9033	0,9034	0,9064	0,9046	0,9057
Factorul de putere	0,8233	0,8274	0,8313	0,8286	0,8310
$\cos\varphi$	1,5489	1,5489	1,1079	1,0549	1,16
$K_r$	0,846	0,846	0,90	0,9843	0,95
$K_x$	832,12	832,12	832,12	832,12	832,12
$P_{Cu1}$ [W]	517,86	498,63	453,69	464,16	470,64
$P_{Cu2}$ [W]	221,3	210,72	208,36	231,83	204,51
$P_{Fe}$ [W]	2,566	2,8101	2,9922	3,04	2,9088
$M_{Max}/M_N$					

Tab. 3

DIMENSIUNILE MOTORULUI CONVENȚIONAL		UNITĂȚI DE MĂSURĂ
Sator $D_e/D$	310/200	mm
Lungimea fierului $l_{Fe}$	300	mm
intrefierul $\delta$	0.7	mm
Crestăturile statorului $N_{c1}$ $h_{c1}=28,8; b_{cs1}=6,6; R_1=4,7$	48	mm
Crestăturile rotorului $N_{c2}$ $h_{c2}=34,4; b_{cr1}=7,2; b_{cr3}= 2,6$	38	mm

În tabelele 3 și 4 s-a avut în vedere un motor de inducție de 45 Kw, 1500 rot/min și tensiunea 380/660 V.

Tab. 4

CARACTERISTICI	MOTORUL CONVENȚIONAL		MOTORUL DESTINAT ACȚIONĂRII CU CONVERTOR		
	$\delta=0,7$ mm	$\delta=0,9$ mm	$\delta=0,9$ mm		
			Nc2=38; $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{8,2}{7};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{15,1}{7}$	Nc2=34; $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{10,2}{9};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{12,79}{9}$	Nc2=56 $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{9}{7};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{12,65}{7}$
Randamentul $\eta$	0,9298	0,93	0,9222	0,9307	0,9258
Factorul de putere	0,9084	0,8927	0,9013	0,8942	0,9043
$\cos\varphi$	1,5899	1,5899	1,1134	1,0913	1,079
$K_r$	0,8347	0,8347	0,9677	0,974	0,9775
$K_x$	1366,8	1366,8	1366,8	1366,8	1366,8
$P_{Cu1}$ [W]	1064,8	1063,0	1389,4	890,9	1328,7
$P_{Cu2}$ [W]	513,55	506,43	503,44	502,31	516,965
$P_{fe}$ [W]	2,608	2,7871	2,958	2,9863	3,33
$M_{Max}/M_N$					

Tab. 5

DIMENSIUNILE MOTORULUI CONVENȚIONAL	UNITĂȚI DE MĂSURĂ
Stator $D_e/D$	500/330 mm
Lungimea fierului $l_{Fe}$	405 mm
intrefierul $\delta$	0.7 mm
Crestăturile statorului $N_{c1}$ $h_{c1}=39,8; b_{cs1}=10; R_1=6,5$	60 mm
Crestăturile rotorului $N_{c2}$ $h_{c2}=65; b_{cr1}=6$	42 mm

În &4 s-a văzut că la mașinile mici și mijlocii bobinajul statoric este construit din sârmă de cupru cu diametrul  $\phi \leq 2$  mm pentru care efectul pelicular se neglijează. La mașinile de putere mare cu bobinajul statoric construit din conductoare profilate efectul pelicular nu se mai poate neglija și se pune problema reprojectării și a statorului. La alimentarea acestor motoare de la convertoare apar pulsuri de tensiuni induse foarte mari și încălziri excesive ale rotorului și rulmenților, impunându-se ca rulmenții să fie construiți din material amagnetic.

În tabelele 5 și 6 este analizat un motor de inducție de 132 Kw, 1500 rot/min și tensiunea 400 V (conexiunea stea).

Tab. 6

CARACTERISTICI	MOTORUL CONVEN- ȚIONAL		MOTORUL DESTINAT ACȚIONĂRII CU CONVERTOR		
	$\delta =$ 0,7 mm	$\delta =$ 1,3 mm	$\delta = 1,3$ mm		
			$N_{c2}=42;$ $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{15,2}{14};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{31,3}{14}$	$N_{c2}=36;$ $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{16}{15};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{16,85}{15}$	$N_{c2}=48$ $\frac{b_{cr1}}{b_{cr3}} = \frac{13,2}{12};$ $\frac{h_2}{b_{cr3}} = \frac{17,3}{12}$
Randamentul $\eta$	0,9523	0,9523	0,9222	0,9511	0,9509
Factorul de putere	0,9080	0,9014	0,9013	0,9028	0,9033
$\cos\varphi$	2,4508	2,45	1,1134	1,3193	1,26
$K_r$	0,6160	0,616	0,9677	0,9096	0,924
$K_x$	2563,9	2563,9	2563,9	2563,9	2563,9
$P_{Cu1}$ [W]	2090,3	2089,4	2388	2267	2287
$P_{Cu2}$ [W]	1391,8	1374,9	1373,7	1378,1	1381,5
$P_{fe}$ [W]	1,7080	1,8503	2,0158	1,9174	2,0813
$M_{Max}/M_N$					

Creșterea valorii întrefierului  $\delta$  și un număr mai mic de creștături rotorice  $N_{c2}$  influențează pozitiv performanțele motorului de inducție cuplat cu convertoare.

Se poate trage **concluzia** că, reducerea efectului pelicular duce la îmbunătățirea caracteristicilor mașinii de inducție alimentată de la convertoare. Creștătura care se ia în considerare este o creștătură "bondoacă", mai scurtă și mai lată, folosită la coliviile fără refulare a curentului.

În continuare se analizează influența dimensiunilor principale asupra optimizării motorului de inducție cu datele din tab.1 și tab.2. Se urmărește influența diametrului interior al mașinii  $D$  și a lungimii  $l_i$  asupra randamentului  $\eta$ , factorului de putere  $\cos\varphi$  și raportului  $K_m = M_{Max} / M_N$ . Această analiză este posibilă cu ajutorul unui pachet de programe de proiectare scrise în *Matlab*.

Din figurile 9.16, 9.17 și 9.18 reiese că pentru un diametru interior  $150 < D < 200$  mm se obțin valori mai mari la caracteristicile motoarelor destinate acționării cu convertoare și mai ales spre limita inferioară.

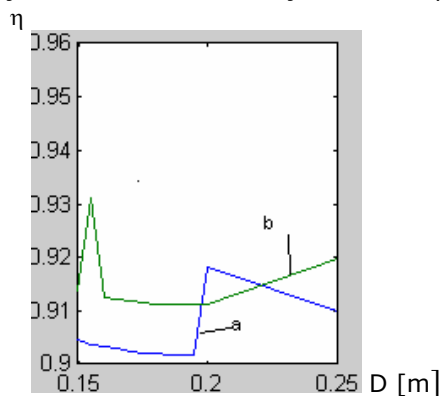


Fig. 9.16. Randamentul  $\eta=f(D)$ :  
a. colivie rotorică cu bare înalte;  
b. colivie rotorică normală.

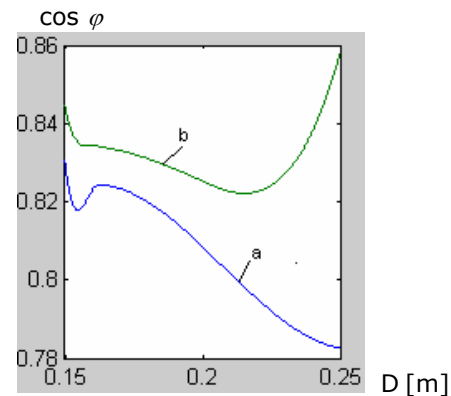


Fig. 9.17. Factorul de putere  $\cos\varphi=f(D)$ :  
a. colivie rotorică cu bare înalte;  
b. colivie rotorică normală.



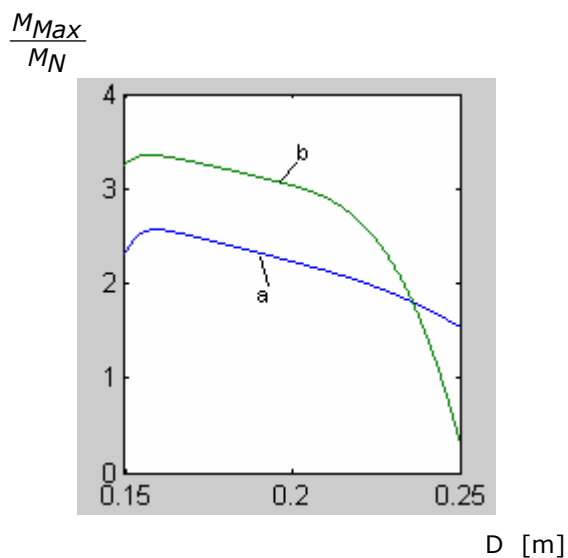


Fig. 9.18. Dependența  $\frac{M_{Max}}{M_N} = f(D)$ :

- a. colivie rotorică cu bare înalte;
- b. colivie rotorică normală.

Influența lungimii  $l_i$  asupra aceluiași caracteristici se poate urmări în figurile 9.19, 9.20 și 9.21. Valori optime se obțin pentru  $l_i < 155 \text{ mm}$  la motoarele destinate acționării cu convertoare.

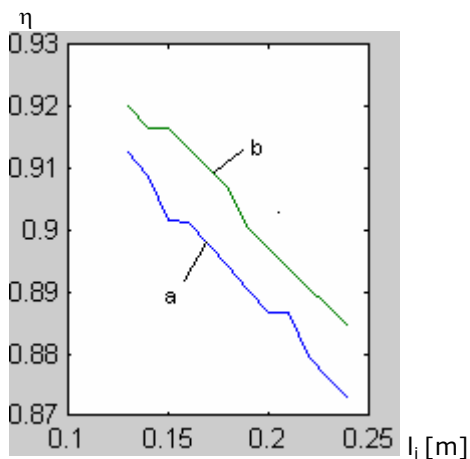


Fig. 9.19. Randamentul  $\eta=f(l_i)$ :  
 a. colivie rotorică cu bare înalte;  
 b. colivie rotorică normală.

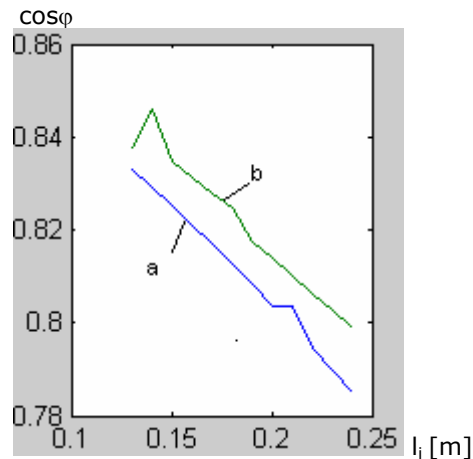


Fig. 9.20. Factorul de putere  $\cos\varphi=f(l_i)$ :  
 a. colivie rotorică cu bare înalte;  
 b. colivie rotorică normală.

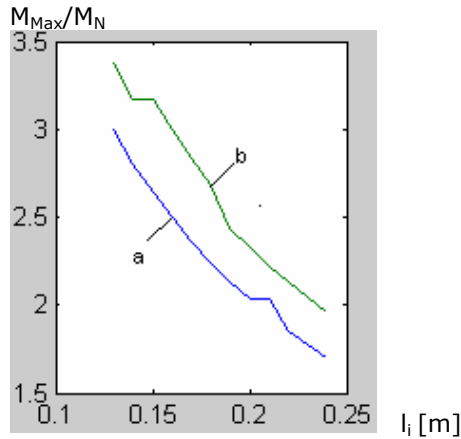


Fig. 9.21. Dependenta  $\frac{M_{Max}}{M_N} = f(l_i)$ :  
 a. colivie rotorică cu bare înalte;  
 b. colivie rotorică normală.

Influența dimensiunilor crestăturii rotorice pentru motoarele de inducție cu datele din tabelele 1, 3, și 5 asupra optimizării se observă în figurile 9.22, 9.23, 9.24, 9.25, 9.26 și 9.27.

Înălțimea crestăturii influențează mai ales pierderile suplimentare în fierul mașinii de inducție.

Randamentul se îmbunătățește la creșterea înălțimii crestăturii, iar factorul de putere și cuplul maxim scad.

Din tabelele prezentate anterior 2, 4 și 6, la motorul convențional, se observă că modificarea întrefierului poate influența convenabil calitatea caracteristicilor mașinii de inducție cuplată cu convertoare.

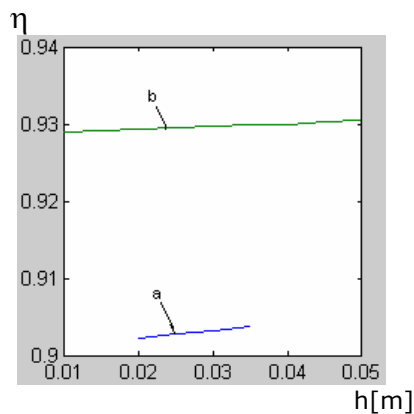


Fig. 9.22. Variațiile randamentului  $\eta = f(h)$  cu înălțimea crestăturii rotorice:  
 a. 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;  
 b. 45 Kw, 1500 rot/min și 380/660V.

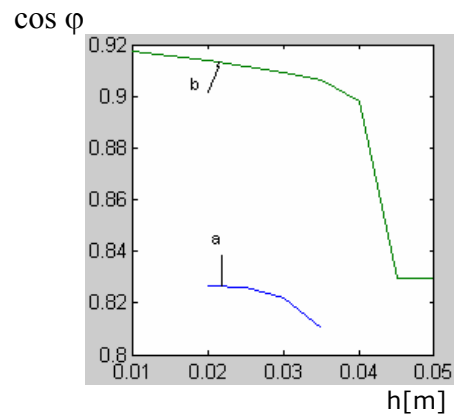


Fig. 9.23. Variațiile factorului de putere  $\cos \varphi = f(h)$  cu înălțimea crestăturii rotorice:  
 a. 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;  
 b. 45 Kw, 1500 rot/min și 380/660V.

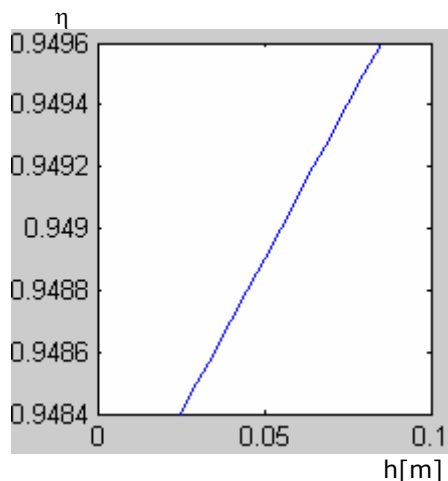


Fig. 9.24. Dependenta  $\eta=f(h)$  pentru un motor 132 Kw, 1500 rot/min și 400 V (stea).

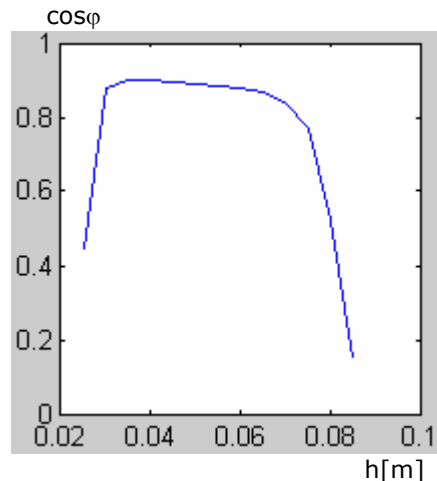


Fig. 9.25. Dependenta  $\cos \varphi=f(h)$  pentru un motor 132 Kw, 1500 rot/min și 400 V (stea).

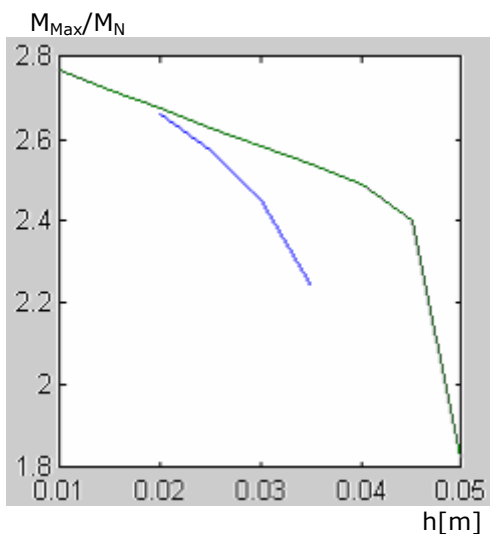


Fig. 9.26. Dependenta  $\frac{M_{Max}}{M_N} = f(h)$ :

- a. motor 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;
- b. motor 45 Kw, 1500 rot/min și 380/660V.

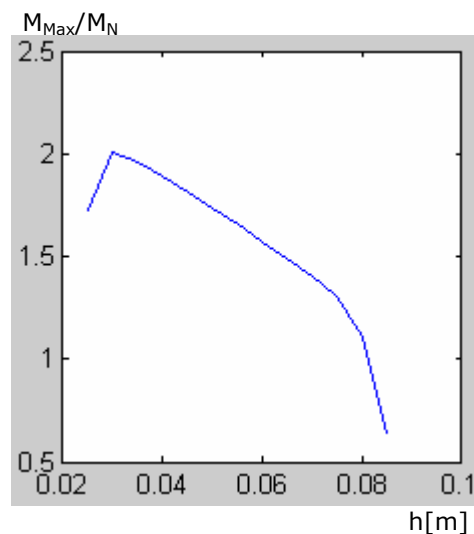


Fig. 9.27. Dependenta  $\frac{M_{Max}}{M_N} = f(h)$

pentru un motor de 132Kw, 1500 rot/min, 400V (stea).

Influența intrefierului  $\delta$  asupra randamentului  $\eta$ , factorului de putere  $\cos \varphi$  și raportului  $K_m = \frac{M_{Max}}{M_N}$  reiese mai ales din figurile 9.28, 9.29 și 9.30 pentru trei motoare de inducție cu datele din tabellele 1, 3 și 5.

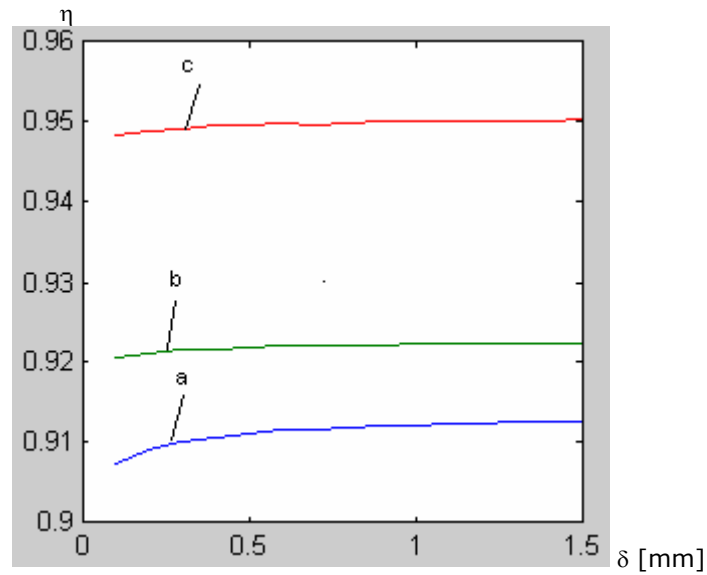


Fig. 9.28. Variația randamentului în funcție de intrefier  $\eta=f(\delta)$  pentru motoarele de inducție: a. 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660V; b. 45 Kw, 1500 rot/min și 380/660V; c. 132Kw, 1500 rot/min și 400V (stea).

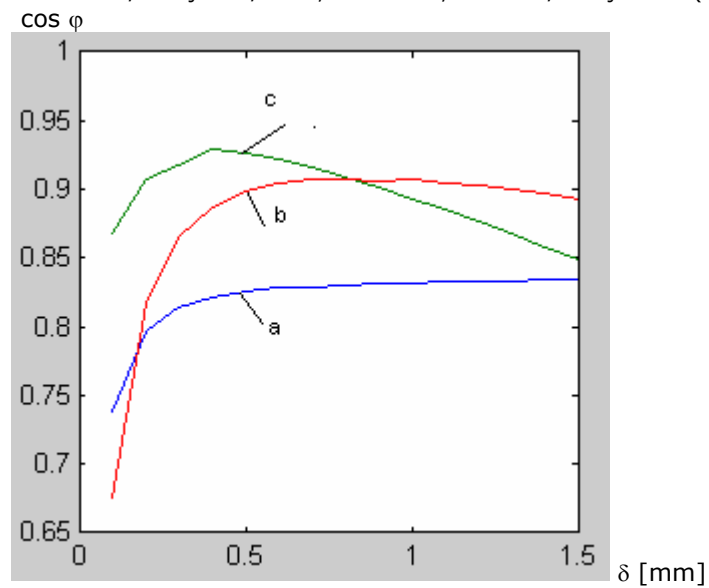


Fig. 9.29. Variația factorului de putere cu intrefierul  $\cos\varphi=f(\delta)$  pentru motoarele de inducție:  
 a. 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;  
 b. 45 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;  
 c. 132Kw, 1500 rot/min și 400V (stea).

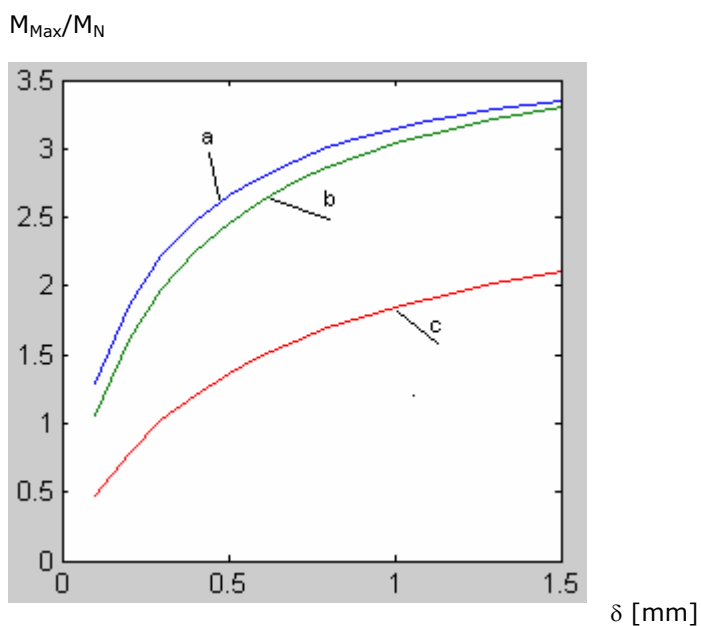


Fig. 9.30. Dependența  $\frac{M_{Max}}{M_N} = f(\delta)$  pentru motoarele de inducție:

- a. 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;
- b. 45 Kw, 1500 rot/min și 380/660V;
- c. 132Kw, 1500 rot/min și 400V (stea).

Sunt diverse valori pentru înălțimea creștăturii rotorice  $h$ , corespunzătoare criteriilor alese, care influențează optimizarea locală.

Pentru aflarea optimului local s-a analizat separat influența variabilelor locale  $D$ ,  $l_i$  și  $h$  asupra randamentului  $\eta$ , factorului de putere  $\cos\varphi$  și raportului  $M_{Max}/M_N$ . Pentru determinarea optimului global se va observa cum acestea influențează împreună comportamentul mașinii de inducție cuplată cu convertor.

## CAPITOLUL 10

# SIMULAREA NUMERICĂ A FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE CUPLATĂ CU CONVERTOARE

### 10.1. SIMULAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM PERMANENT

#### 10.1.1. CONSIDERAREA REGIMULUI SINUSOIDAL

Pentru început se vor urmări performanțele mașinii de inducție obținute la alimentarea de la **invertoare de tensiune**. Motorul folosit la simulare este același ca în &9.

Caracteristicile  $M=f(s)$  s-au obținut cu schemele *MatlabSimulink* din &4.7 și &7.1, iar caracteristicile mecanice  $n=f(M)$  cu un pachet de programe scrise în *Matlab*, Anexa 2.

La flux statoric constant se are în vedere mai întâi control scalar. Pentru frecvențe subnominale  $f_1 < 50$  Hz, dar apropiate de 50 Hz, caracteristica  $M=f(s)$  prezentată în fig. 10.1 s-a obținut cu schema *MatlabSimulink* din fig. 4.6, unde s-a considerat  $c1=1$ , iar caracteristicile mecanice  $n=f(M)$  din fig. 10.2 s-au obținut cu subprogramul *n\_M\_U\_f\_ct.m* din Anexa 2.

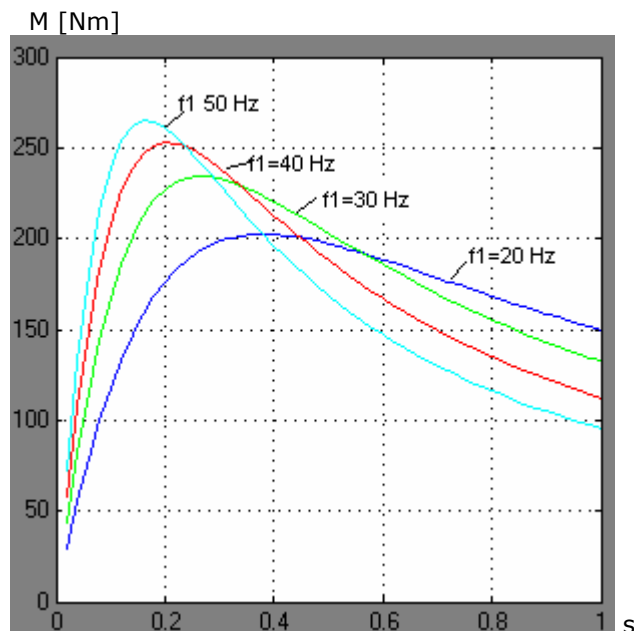


Fig. 10.1. Caracteristica  $M=f(s)$  la  $U_1/f_1=ct.$  și  $f_1 \leq f_{1N}$ .

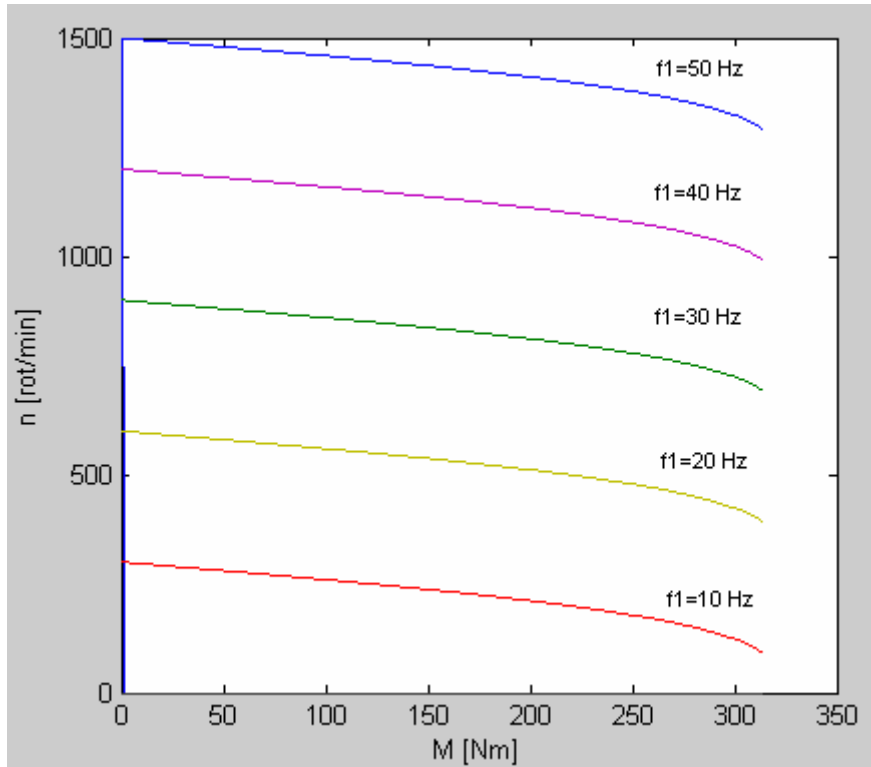


Fig. 10.2. Caracteristicile mecanice  $n=f(M)$  la  $U_1/f_1=ct.$  și  $f_1 \leq f_{1N}$ .

La frecvențe supranominale  $f_1 > f_{1N}$  tensiunea nu mai poate fi mărită peste tensiunea nominală și creșterea frecvenței peste cea nominală duce la scăderea fluxului statoric. Caracteristica  $M=f(s)$  este prezentată în fig. 10.3. Valorile turației  $n$  [rot/min], fig. 10.4, se determină cu secvența de program  $n\_M\_U_N\_f.m$ , Anexa 2.

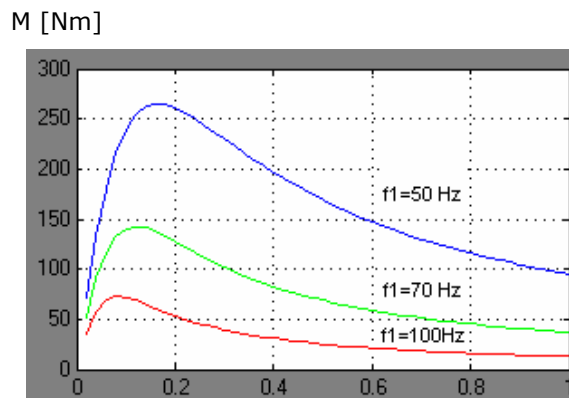


Fig. 10.3. Caracteristica  $M=f(s)$  la  $U_1=U_{1N}$  și  $f_1 > f_{1N}$ .

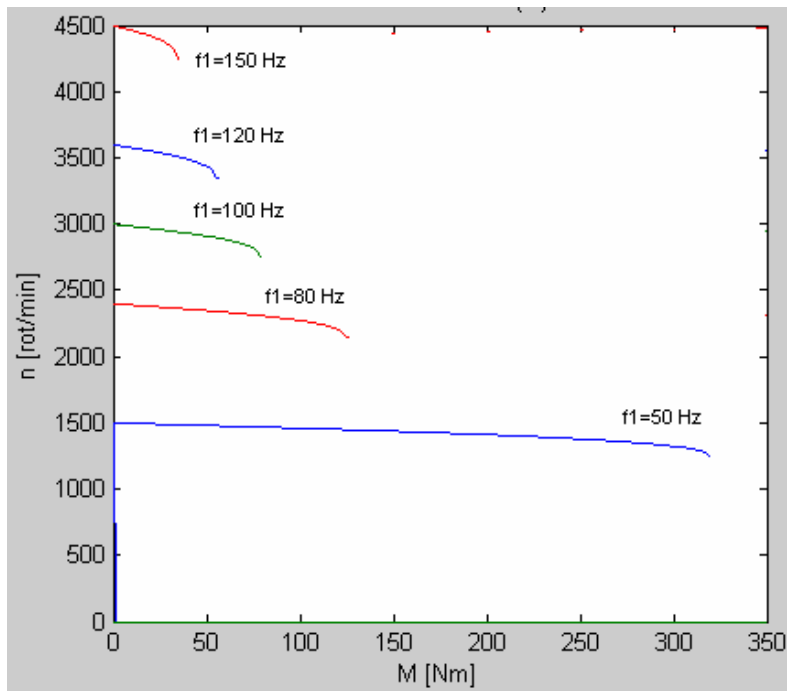


Fig. 10.4. Caracteristica  $n=f(M)$  la  $U_1=U_{1N}$  și  $f_1>f_{1N}$ .

În continuare se consideră controlul vectorial realizat prin controlul fluxului statoric  $\Psi_1$ , fluxului din întrefier  $\Psi_{sh}$  și fluxului rotoric  $\Psi_2'$ .

La flux statoric controlat caracteristica  $M=f(s)$ , fig. 10.5, se obține cu schema *MatlabSimulink* din fig. 7.3. Caracteristicile  $n=f(M)$  la  $\Psi_1$  controlat sunt prezentate în fig. 10.6.

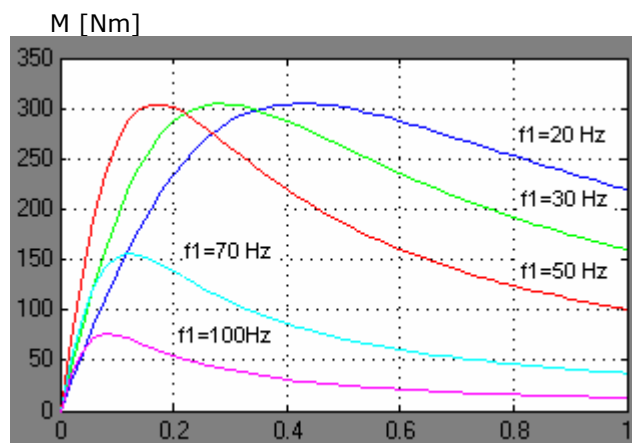
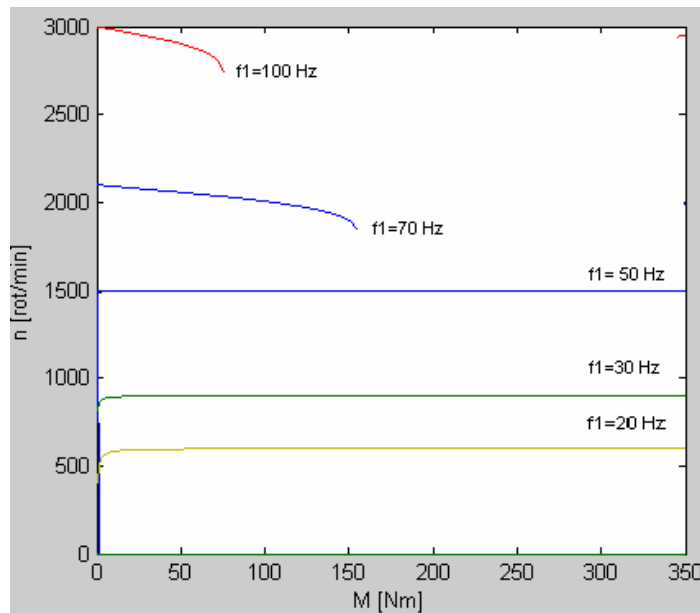


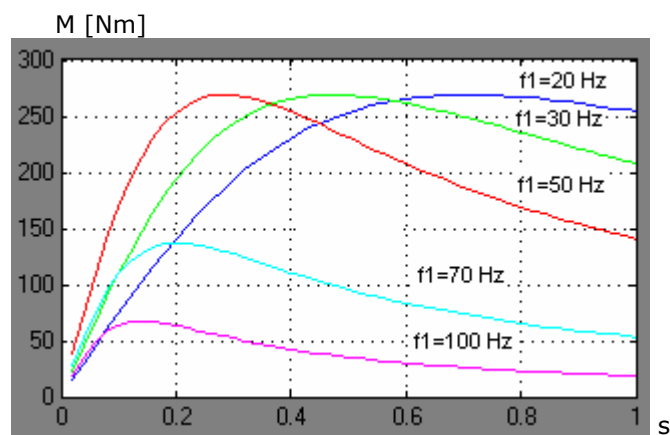
Fig. 10.5. Cuplul electromagnetic  $M=f(s)$  la  $\Psi_1$  controlat.



Fig. 10.6. Caracteristicile mecanice  $n=f(M)$  la  $\Psi_1$  controlat.

La flux util controlat  $\Psi_{sh}$  caracteristicile  $M=f(s)$ , fig. 10.7, s-au obținut cu schema *MatlabSimulink* din fig. 7.6. Caracteristicile  $n=f(M)$  la  $\Psi_{sh}$  controlat sunt prezentate în fig. 10.8.

Caracteristicile  $n=f(M)$ , fig. 10.9, la  $\Psi_2' = ct.$  se determină cu subprogramul *n\_M\_Fir.m*, Anexa 2 sau schema *MatlabSimulink* din fig. 7.10.

Fig. 10.7. Caracteristicile  $M=f(s)$  la  $\Psi_{sh}$  controlat.

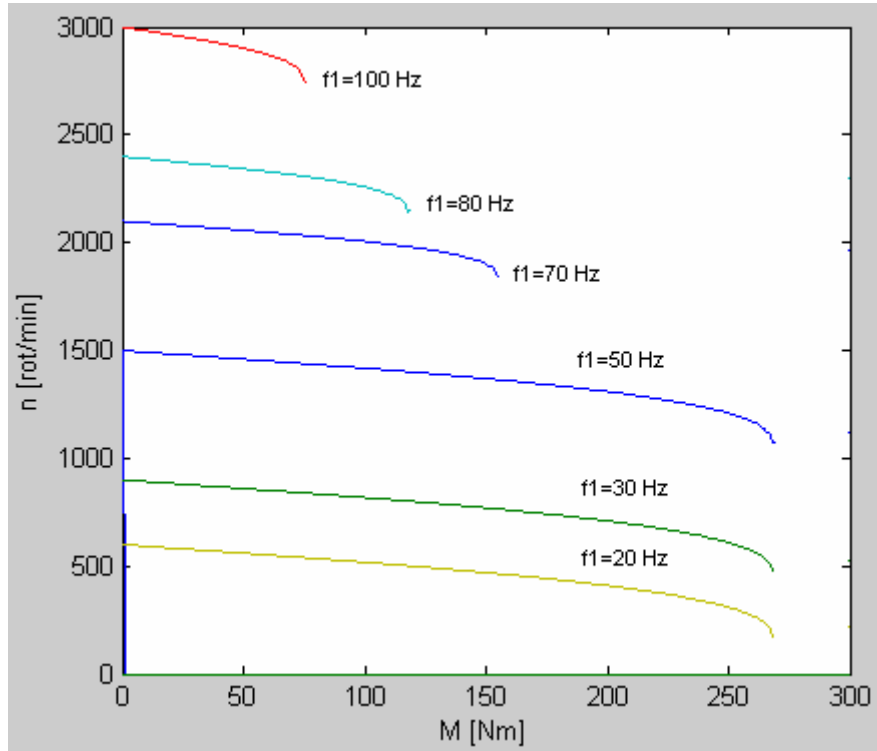


Fig. 10.8. Caracteristicile mecanice  $n=f(M)$  la flux util  $\Psi_{sh}$  controlat.

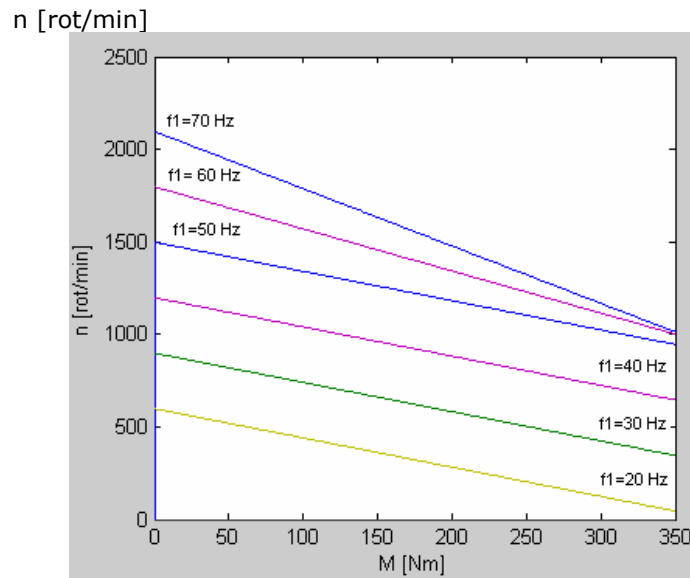


Fig. 10.9. Caracteristicile mecanice  $n=f(M)$  la  $\Psi_2'$  controlat.

Performanțele obținute în cele trei cazuri de control vectorial, la alimentarea mașinii de inducție de la invertoare de tensiune, se pot compara în figurile următoare.

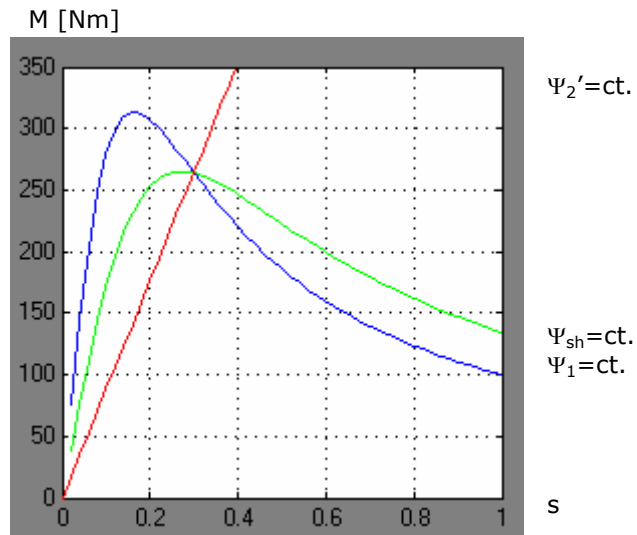


Fig. 10.10. Caracteristicile  $M=f(s)$  la flux controlat.

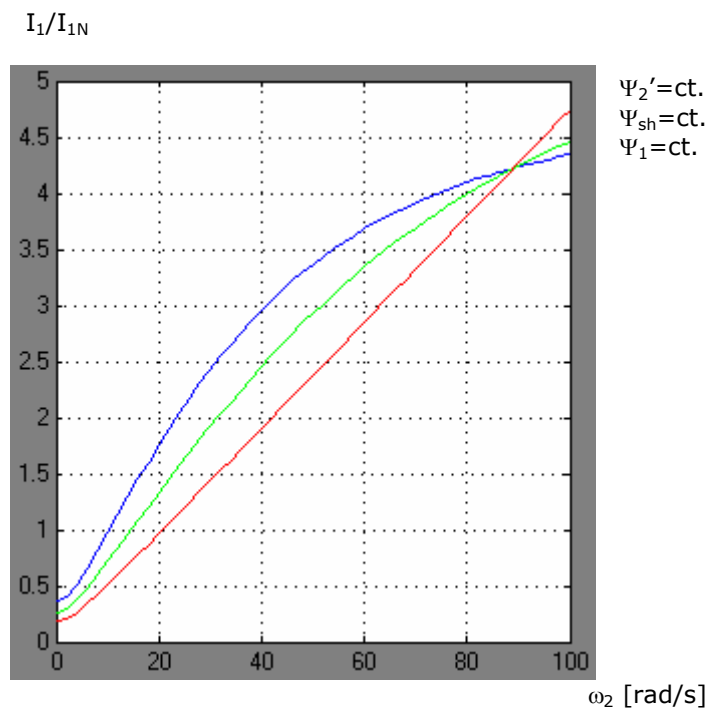


Fig. 10.11. Caracteristicile curentului statoric  $I_1/I_{1N} = f(\omega_2)$  la flux controlat.

Variația cuplurilor  $M = f(s)$  în cele trei cazuri sunt prezentate în fig. 10.10. Caracteristicile s-au obținut cu schema bloc din fig. 7.15. Se ține seama că mașina la  $\Psi_{sh} = const$  și  $\Psi_2' = const$  funcționează stabil pentru  $\omega_2 \leq \frac{R_2'}{L_{2\sigma}}$ , la care

corespunde alunecarea  $s \leq \frac{\omega_2}{2\pi f_{1N}}$ . Pentru motorul considerat  $\omega_2 \leq 85,6 \text{ rad/s}$  și  $s \leq 0,27$ .

Se observă că cele mai mari valori ale cuplului electromagnetic sunt la  $\Psi_1 = const$  și cele mai mici la  $\Psi_2' = const$ . În ultimul caz caracteristicile mecanice sunt asemănătoare cu caracteristicile mașinii de curent continuu, fiind folosite în acționările dinamice.

Caracteristicile curentului statoric  $I_1/I_{1N} = f(\omega_2)$  la flux controlat sunt prezentate în fig. 10.11. Ele s-au obținut cu schema bloc *MatlabSimulink* din figura 7.11, respectiv schemele structurale pentru determinarea curenților statorici la  $\Psi_1 = const$ ,  $\Psi_{sh} = const$  și  $\Psi_2' = const$  din fig. 7.12, fig. 7.13, respectiv fig. 7.14.

Din fig. 10.11 se observă că la aceeași pulsație rotorică  $\omega_2$ , curenții cei mai mari se obțin la  $\Psi_1 = const$  și cei mai mici la  $\Psi_2' = const$ .

#### Concluzii:

- Cele mai mari valori ale cuplului electromagnetic se obțin la flux statoric constant și cele mai mici valori la flux rotor constant, dar în ultimul caz caracteristicile sunt liniare și ideale pentru acționările dinamice rapide;
- Curenții la aceeași pulsație rotorică, sunt mai mici la flux rotor constant și mai mari la flux statoric constant.

În continuare, se vor urmări performanțele mașinii de inducție obținute la alimentarea de la **invertoare de curent**.

Invertoarele de curent sunt folosite la acționarea motoarelor de putere mare. Motorul folosit la simulare este de 155 Kw, 1500 rot/min, 500 V (stea). Cuplul  $M=f(s)$ , fig. 10.12, este determinat cu o schemă *MatlabSimulink*, care are la bază expresia (7.101), unde  $I_1=1,3I_{1N}$ . În fig. 10.12.b se prezintă detaliat cuplul pentru alunecări mici  $s < 0,03$ .

Caracteristica mecanică  $n=f(M)$ , fig. 10.13, se determină cu schema structurală *MatlabSimulink* din fig. 7.16 sau se poate determina cu subprogramul *n\_M\_mot\_Is.m*, Anexa 2.

Turația maximă este foarte apropiată de turația de mers în gol, dar solicitările magnetice sunt mai mari pe porțiunea stabilă a caracteristicii.

Mașina din punct de vedere al fluxului util funcționează pe porțiunea instabilă a caracteristicii, fiind nevoie de bucle de reglaj.

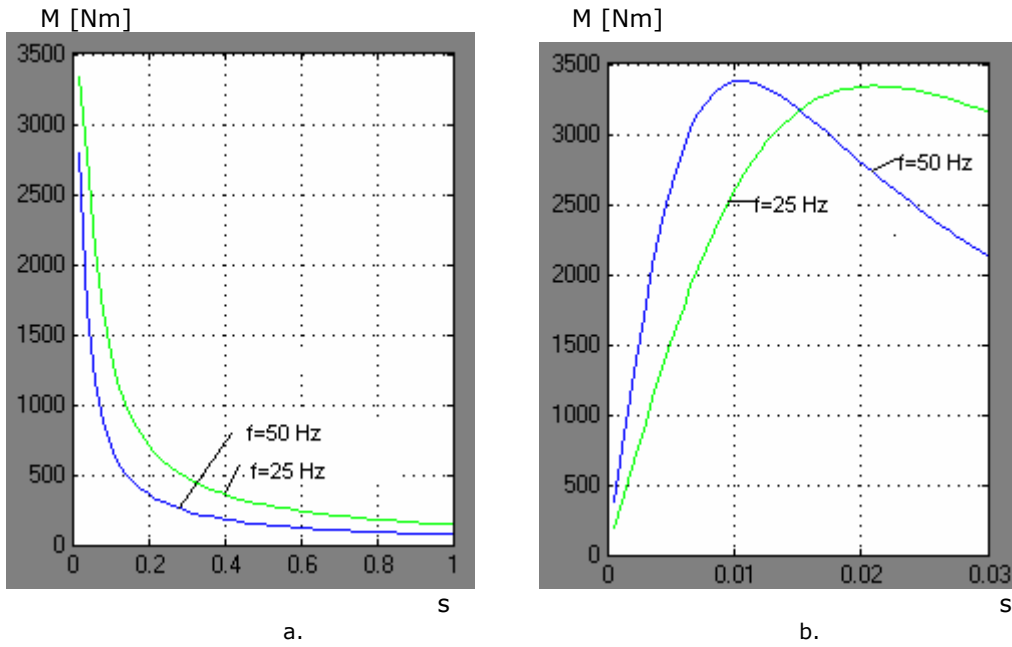


Fig. 10.12. Caracteristica  $M=f(s)$  la  $I_1=ct.$  pentru un motor asincron în scurtcircuit de 155 Kw, 1500 rot/min, 500 V (stea).

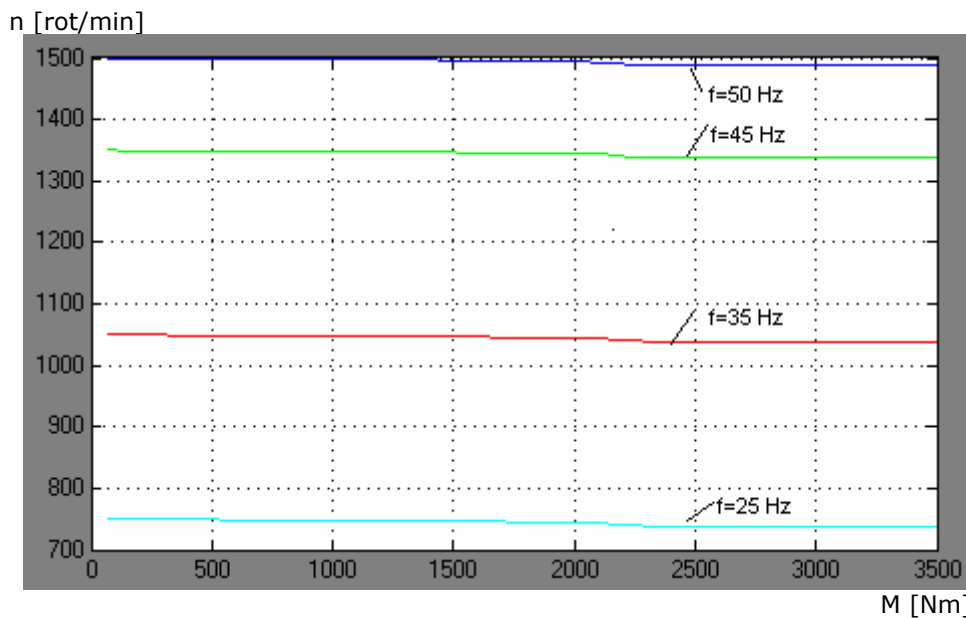


Fig. 10.13. Caracteristica mecanică  $n=f(M)$  la  $I_1=ct.$  pentru un motor asincron în scurtcircuit de 155 Kw, 1500 rot/min, 500 V (stea) .

**Concluzii:**

- Turația maximă este apropiată de turația de gol  $n_0$  și porțiunea stabilă a caracteristicii mecanice este apropiată de orizontală;
- Dezavantajul metodei este că la curent statoric constant, dacă scade cuplul rezistent se saturează puternic miezul magnetic, crescând astfel pierderile în fier.

**10.1.2. CONSIDERAREA REGIMULUI NESINUSOIDAL**

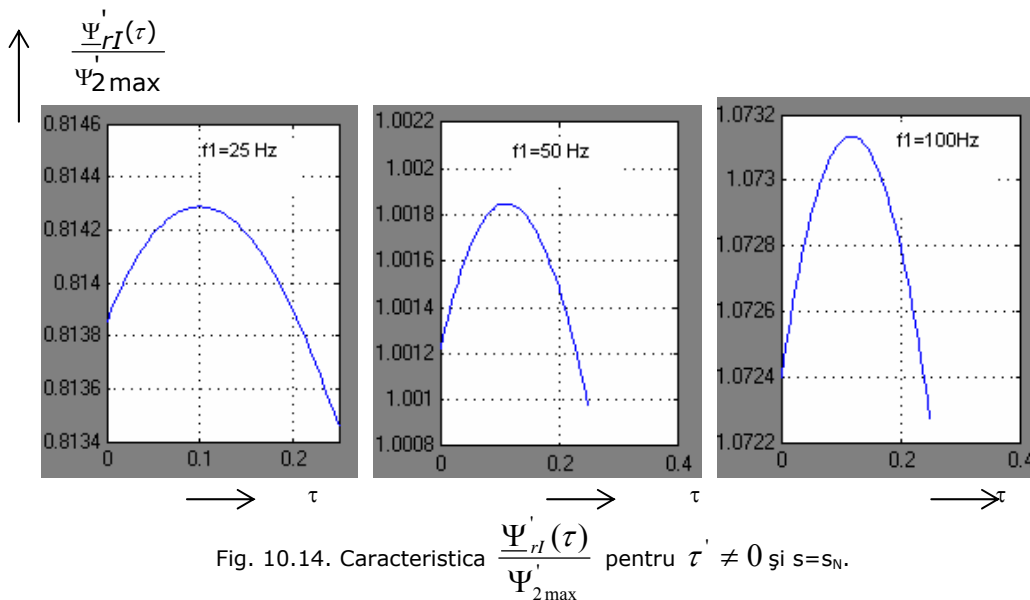
În figurile 10.14÷10.22 se prezintă caracteristicile corespunzătoare fazurilor reprezentative în valori raportate pe subintervalele I și II ale fluxurilor rotorice

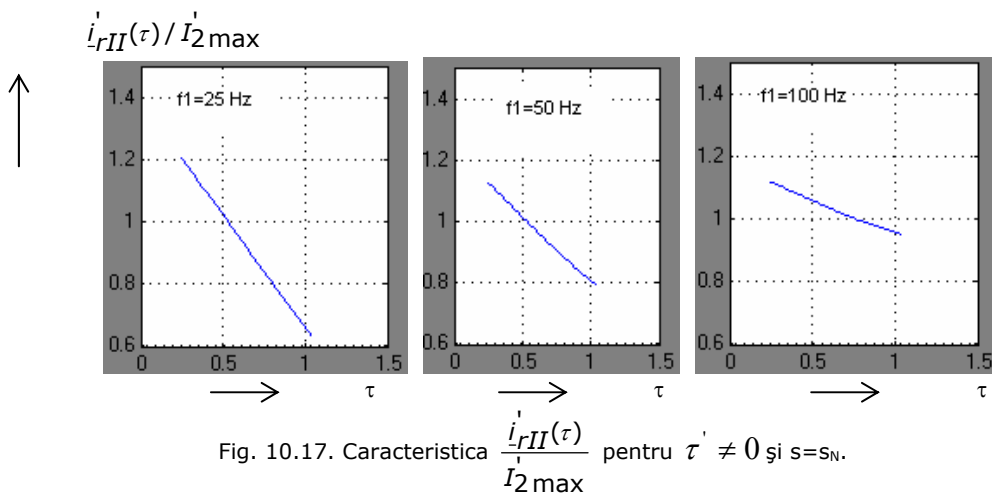
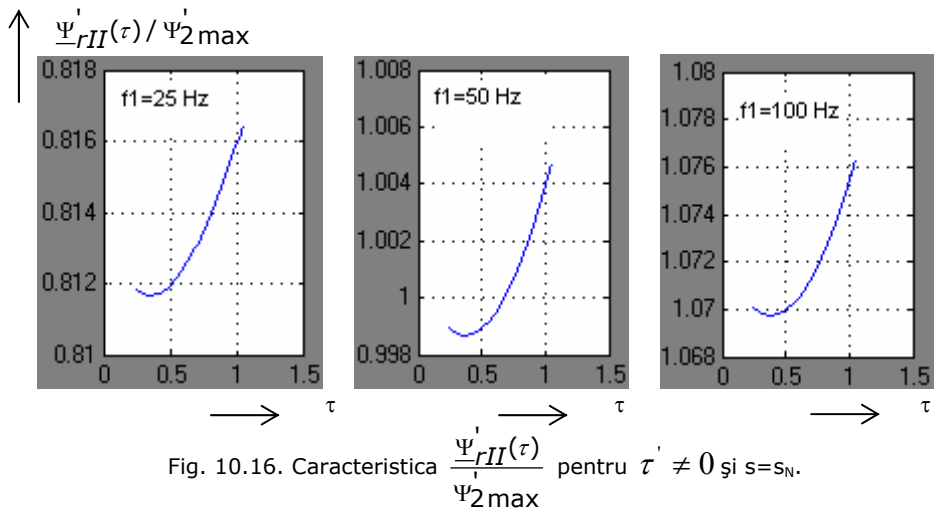
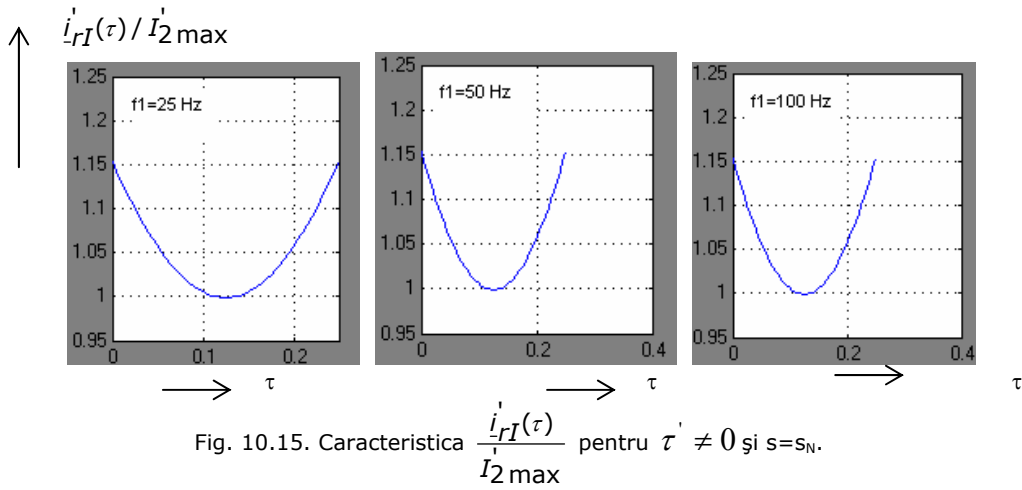
$\frac{\Psi'_{rI}(\tau)}{\Psi'_{2\max}}$ ,  $\frac{\Psi'_{rII}(\tau)}{\Psi'_{2\max}}$ , curenților rotorici  $\frac{i'_{rI}(\tau)}{I_{2\max}}$ ,  $\frac{i'_{rII}(\tau)}{I_{2\max}}$  și cuplurilor

electromagnetice  $\frac{M_I(\tau)}{M_-}$ ,  $\frac{M_{II}(\tau)}{M_-}$ , la variația rampă a curenților de alimentare

datorită comutației tiristoarelor pentru  $\tau' \neq 0$ , la diverse frecvențe și alunecări.

La determinarea caracteristicilor 10.14, 10.15 se folosesc scheme *Simulink* care au la bază expresiile (7.145), iar la determinarea caracteristicilor 10.16 și 10.17 scheme *Simulink* care au la bază expresiile (7.146). Caracteristicile din figurile 10.18 și 10.19 sunt reprezentate pe baza expresiilor (7.148). Caracteristicile s-au determinat pentru alunecarea nominală și frecvențele de alimentare de 25 Hz, 50 Hz și 100 Hz.





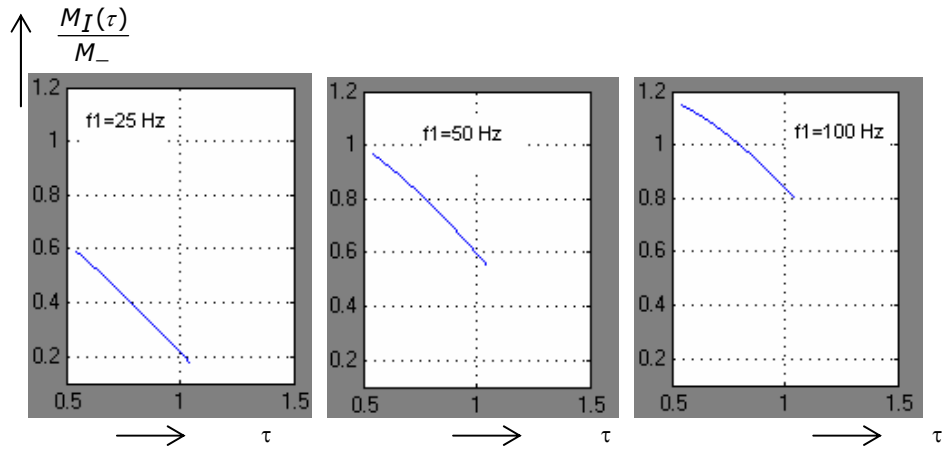


Fig. 10.18. Caracteristica  $\frac{M_I(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' \neq 0$  și  $s=s_N$ .

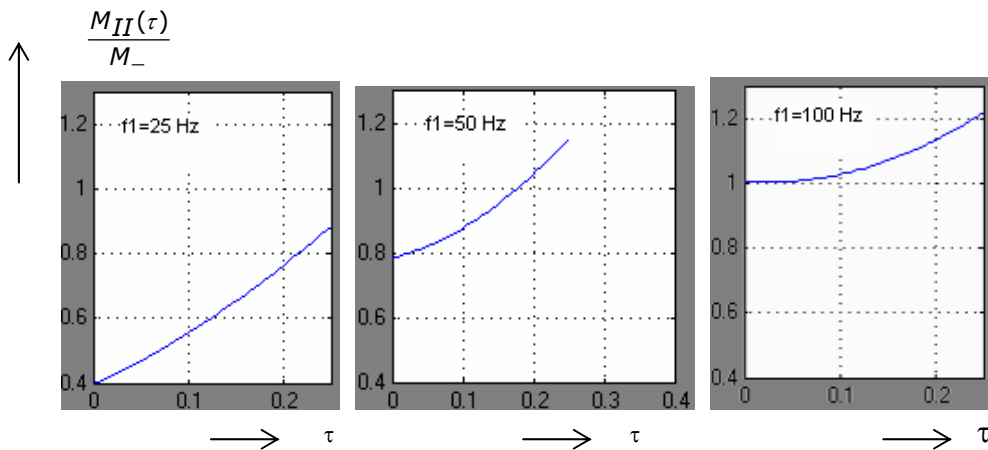


Fig. 10.19. Caracteristica  $\frac{M_{II}(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' \neq 0$  și  $s=s_N$ .

Pentru motorul folosit de 15 Kw, 1500 rot/min și 380/660 V fluxul rotoric variază puțin, curenții și cuplul electromagnetic prezintă variații mai mari la alunecarea nominală  $s_N$  și frecvența  $f_1=100$  Hz a curenților de alimentare de la convertoare.

Aceleași caracteristici se determină și în continuare, dar pentru frecvența de alimentare nominală  $f_{1N}$  și alunecarea  $s=1\%$ , mai mică decât cea nominală.



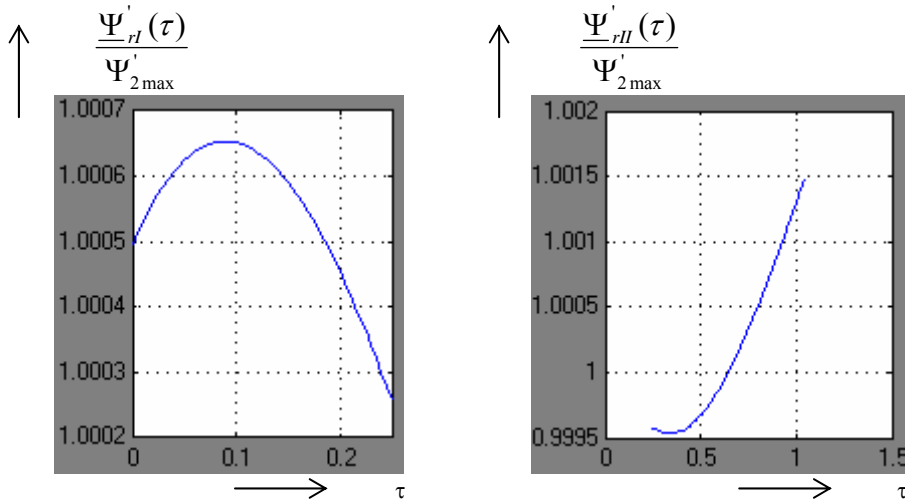


Fig. 10.20. Caracteristicile  $\frac{\Psi'_{rI}(\tau)}{\Psi'_{2\max}}$ ,  $\frac{\Psi'_{rII}(\tau)}{\Psi'_{2\max}}$  pentru  $\tau' \neq 0$ ,  $f_1=50$  Hz și  $s=1\%$ .

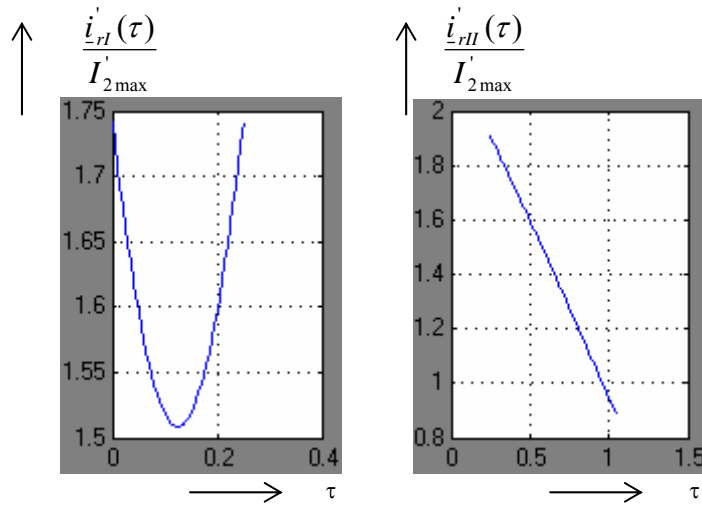


Fig. 10.21. Caracteristicile  $\frac{i'_{rI}(\tau)}{I'_{2\max}}$ ;  $\frac{i'_{rII}(\tau)}{I'_{2\max}}$  pentru  $\tau' \neq 0$ ,  $f_1=50$  Hz și  $s=1\%$ .

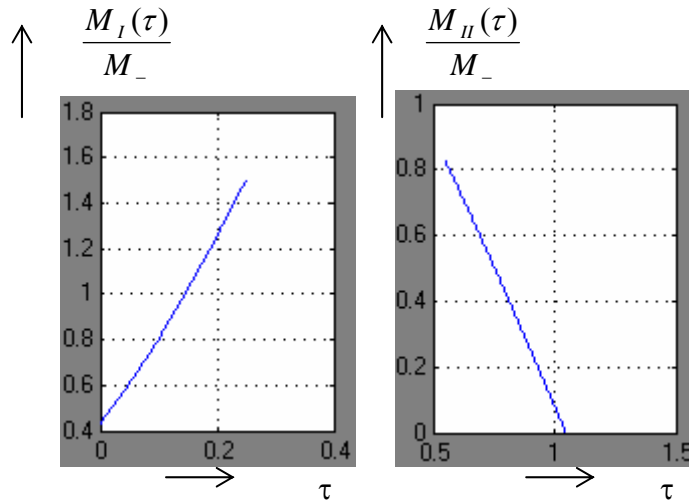


Fig. 10.22. Caracteristicile  $\frac{M_I(\tau)}{M_-}$ ,  $\frac{M_{II}(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' \neq 0$ ,  $f_1=50$  Hz și  $s=1\%$ .

La frecvența nominală  $f_{1N}=50$  Hz și alunecarea  $s=1\%$  se obțin variații mai mari, curenții rotorici și cuplurile electromagnetice produse la alimentarea de la convertoare având valori aproape duble față de alimentarea de la un sistem sinusoidal.

Din figurile 10.14÷10.22 rezultă că variațiile curenților rotorici sunt influențate de pulsația  $\omega_2=s\omega_1$ . Curenții sunt cu atât mai distorsionați cu cât pulsațiile rotorice sunt mai reduse. Frecvențele de alimentare influențează în mică măsură variația curenților rotorici, dar valorile foarte mici duc la abateri.

La fluxul reprezentativ rotorici amplitudinea variază puțin și numai la valori reduse ale frecvenței de alimentare  $f_1$  apar abateri. Cuplul electromagnetic înregistrează oscilații în jurul valorii medii cu cât valoarea lui  $\omega_2$  este mai mică.

La neglijarea procesului de comutație  $\tau'=0$ , iar caracteristicile  $\frac{\Psi_r'(\tau)}{\Psi_{2\max}}$ ,  $\frac{i_r'(\tau)}{I_{2\max}}$  și  $\frac{M(\tau)}{M_-}$  la diverse frecvențe și alunecări sunt prezentate în figurile 10.23 ÷ 10.26.

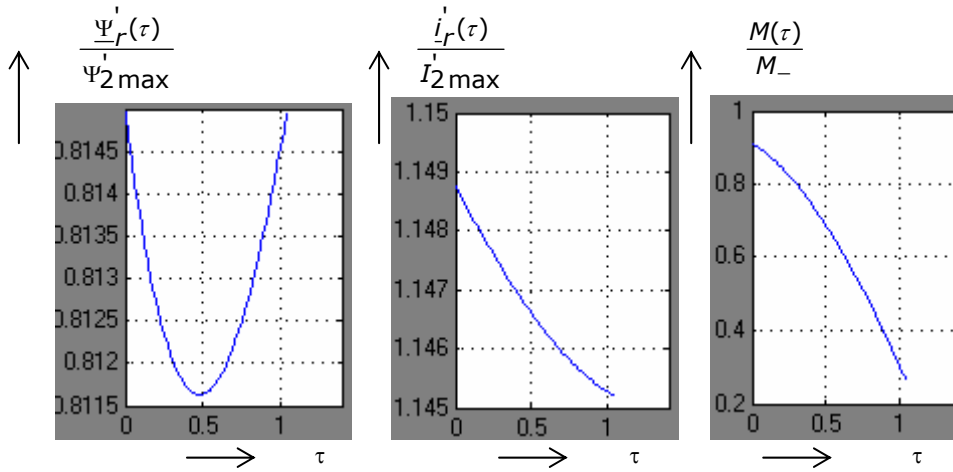


Fig. 10.23. Caracteristicile  $\frac{\Psi_r'(\tau)}{\Psi_{2\max}}$ ,  $\frac{i_r'(\tau)}{I_{2\max}}$ ,  $\frac{M(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' = 0$ ,  $s=s_N$  și  $f_1=25$  Hz.

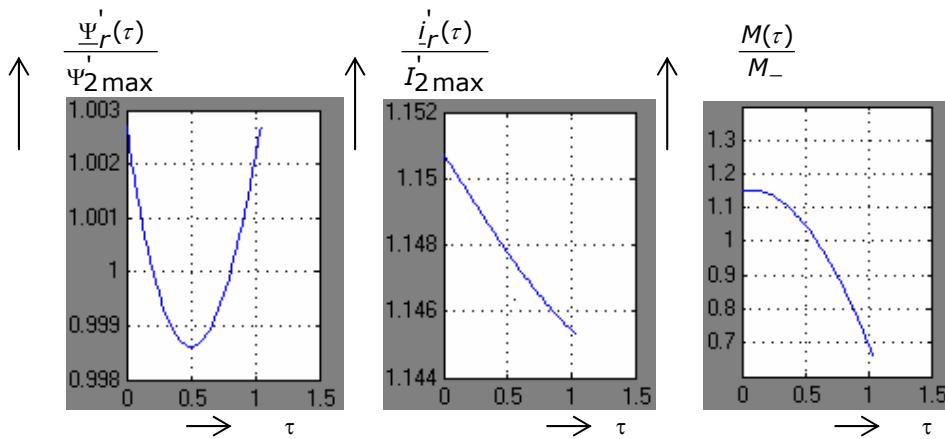


Fig. 10.24. Caracteristicile  $\frac{\Psi_r'(\tau)}{\Psi_{2\max}}$ ,  $\frac{i_r'(\tau)}{I_{2\max}}$ ,  $\frac{M(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' = 0$ ,  $s=s_N$  și  $f_1=50$  Hz.

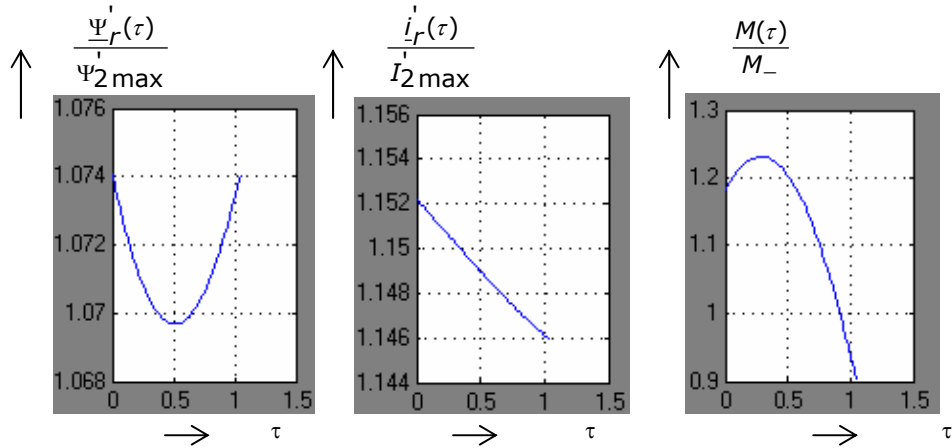


Fig. 10.25. Caracteristicile  $\frac{\Psi_r'(\tau)}{\Psi_{2\max}}$ ,  $\frac{i_r'(\tau)}{I_{2\max}}$ ,  $\frac{M(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' = 0$ ,  $s = s_N$  și  $f_1 = 100$  Hz.

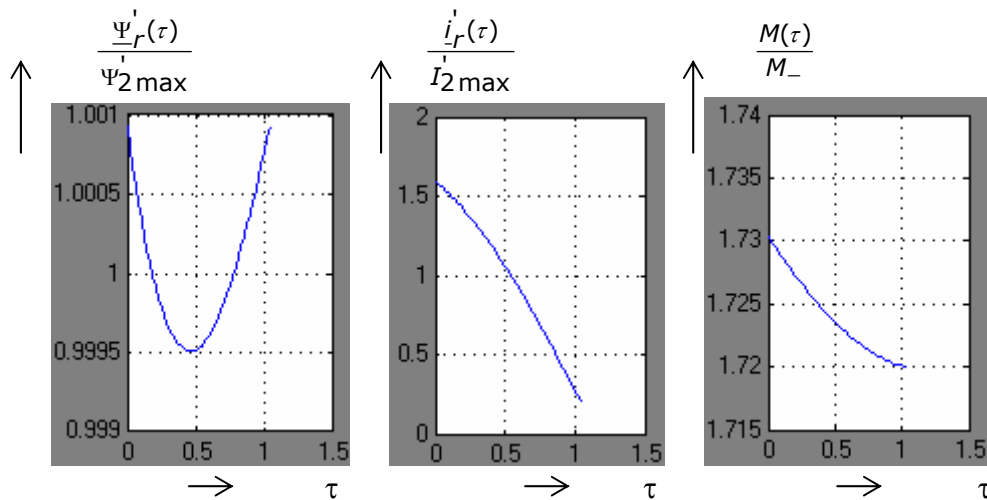


Fig. 10.26. Caracteristicile  $\frac{\Psi_r'(\tau)}{\Psi_{2\max}}$ ,  $\frac{i_r'(\tau)}{I_{2\max}}$ ,  $\frac{M(\tau)}{M_-}$  pentru  $\tau' = 0$ ,  $s = 1\%$  și  $f_1 = 50$  Hz.

Pentru  $\tau' = 0$  s-au obținut relațiile simplificate (7.149) și din figurile 10.23÷10.26 rezultă oscilații mai mari și prin salt ale curenților rotorici și cuplului electromagnetic. La creșterea lui  $\tau'$  se reduce viteza de variație în timp a cuplului electromagnetic și amplitudinea oscilațiilor în jurul valorii medii.

În **concluzie**, se obțin solicitări electromagnetice și mecanice mai mari la utilizarea relațiilor simplificate, adică la o variație dreptunghiulară a curenților

statorici, astfel că rezultatele sunt acoperitoare și pentru variația trapezoidală specifică cureților statorici datorită comutației tiristoarelor.

## 10.2. SIMULAREA FUNCȚIONĂRII MAȘINII DE INDUCȚIE ÎN REGIM DINAMIC

Simularea funcționării în *MatlabSimulink* a mașinii de inducție nesaturată se face cu blocul din fig. 8.9, cu structura *SIMULINK* din fig. 8.10. La baza realizării acestor programe stau expresiile (8.34) ÷ (8.41).

Se urmărește influența produsă de tensiunea furnizată de invertoarele de tensiune asupra caracteristicilor mașinii.

Tensiunea de alimentare este  $U=380\text{ V}$  și frecvența  $f=50\text{ Hz}$ . Invertorul utilizat [87] furnizează tensiunea de linie cu forma din fig. 10.27. Motorul folosit pentru simulare este același ca în & 9.

Se obțin caracteristicile  $\Psi_{sh}=f(t)$ ,  $i_{ds}=f(t)$ ,  $M=f(t)$ ,  $\omega=f(t)$  din figurile 10.28, 10.29, 10.30 și 10.31 la alimentarea mașinii de la o sursă sinusoidală, respectiv de la inverter de tensiune *PMW*.

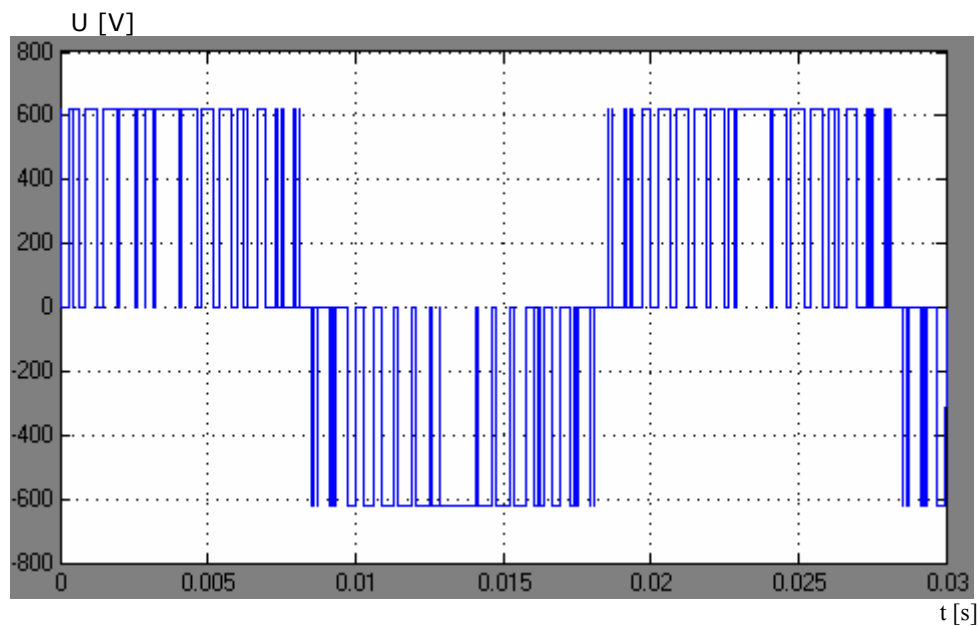
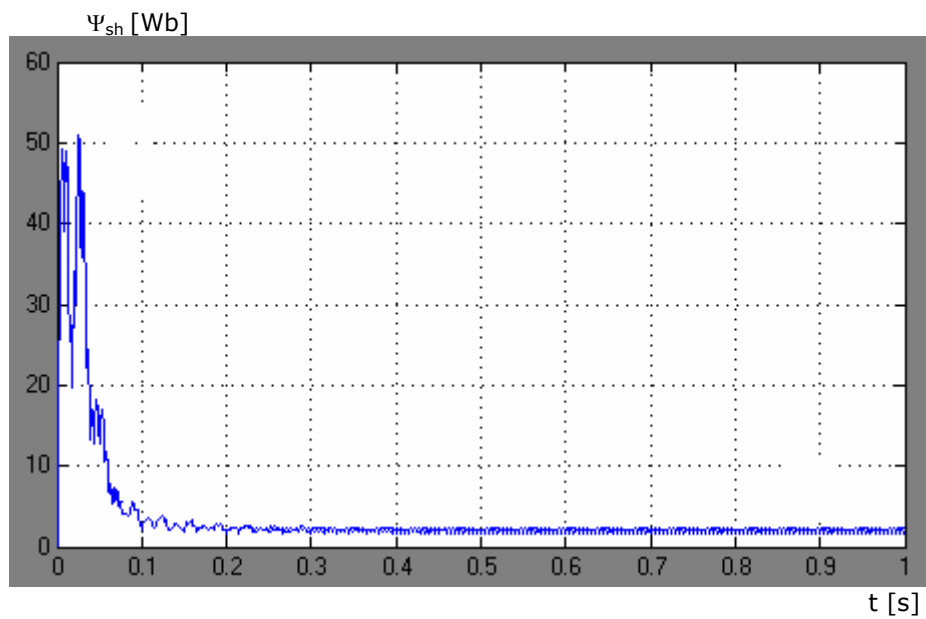
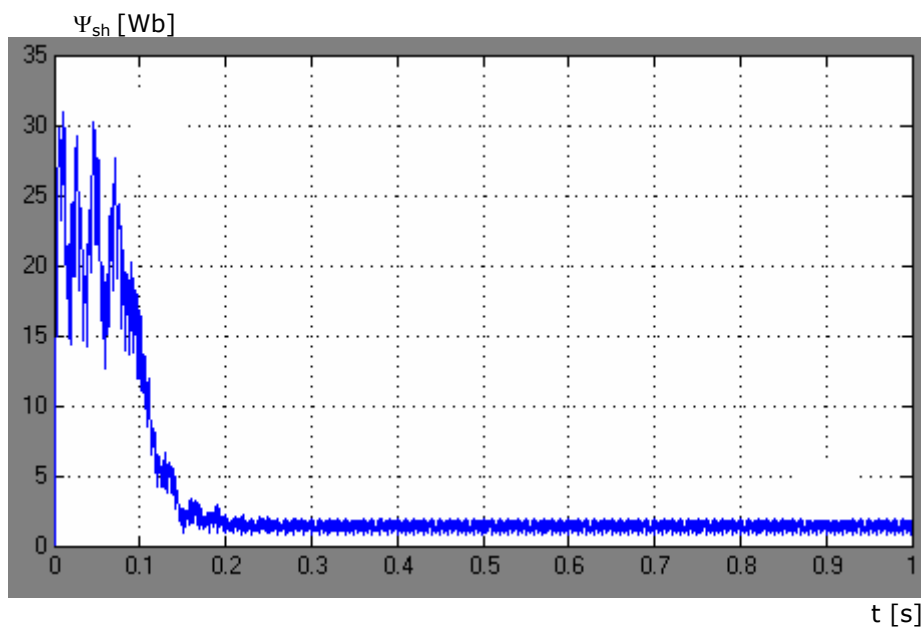


Fig. 10.27. Forma de tensiune obținută de la inverter trifazat *PMW* cu modulație sinusoidală.



a.



b.

Fig. 10.28. Caracteristica  $\Psi_{sh} = f(t)$  : a – alimentare de la rețea;  
b – alimentare de la inverter PWM.

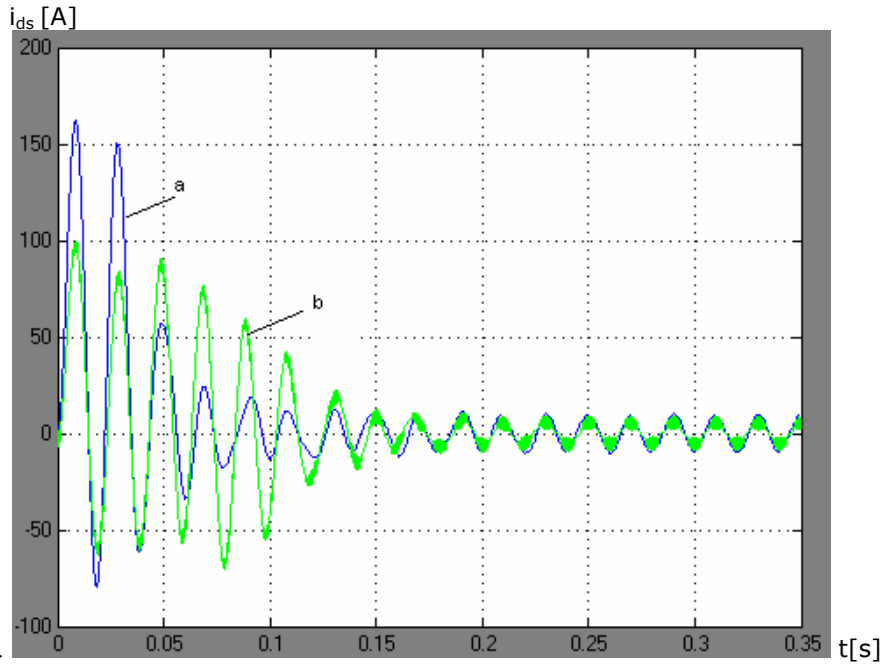


Fig. 10.29. Caracteristica  $i_{ds}=f(t)$ : a – alimentare de la rețea;  
b – alimentare de la inverter PWM.

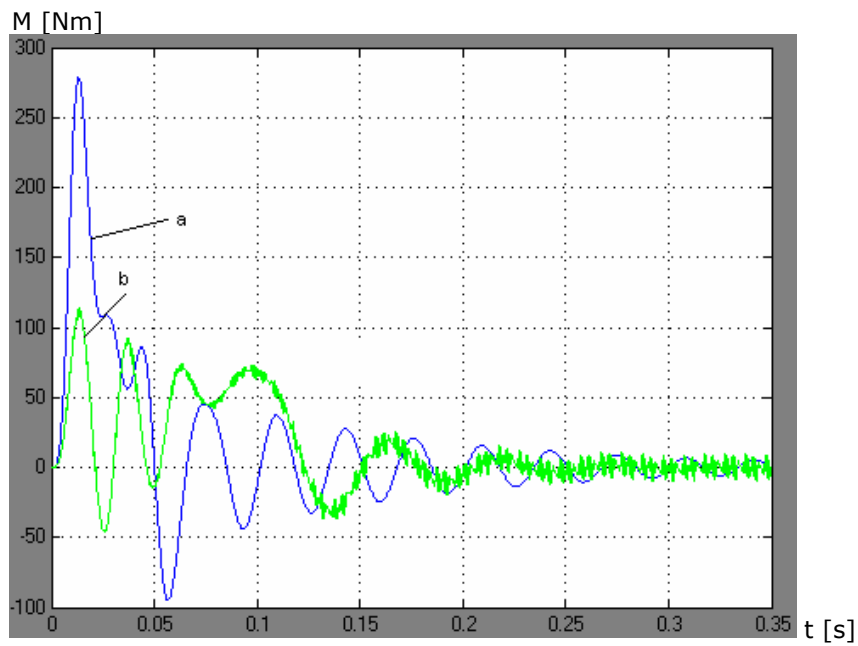
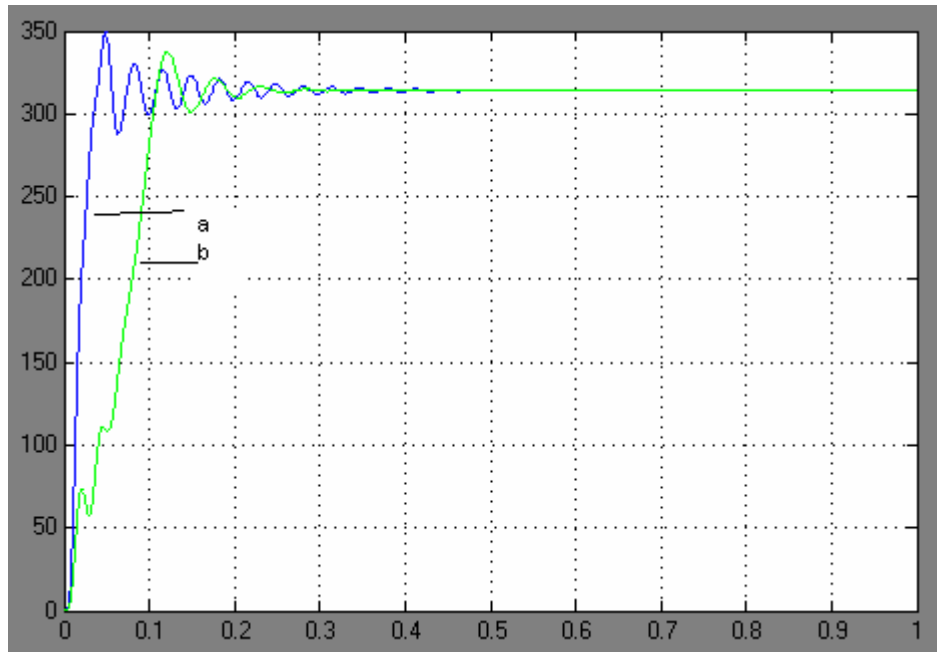


Fig. 10.30. Caracteristica  $M=f(t)$ : a – alimentare de la rețea;  
b – alimentare de la inverter PWM

$\omega$  [rad/s]



t [s]

Fig. 10.31. Caracteristica  $\omega = f(t)$ : a – alimentare de la rețea;  
b – alimentare de la invertor PWM.

$i_{ds}$  [A]

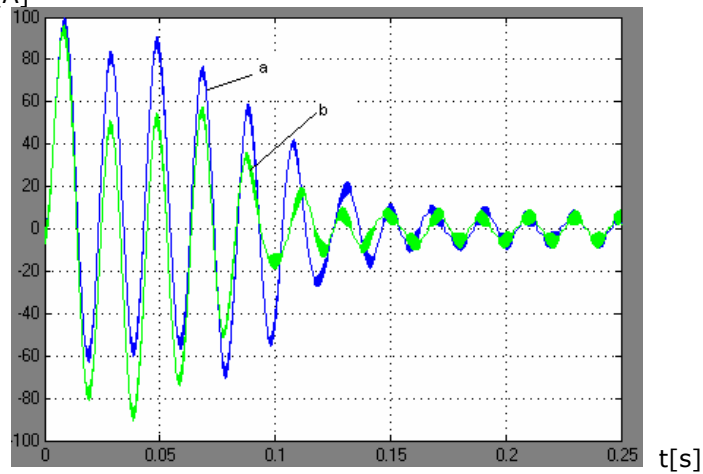


Fig. 10.32. Caracteristica  $i_{ds} = f(t)$ : a – fără considerarea inductivității tranzitorii;  
b – cu considerarea inductivității tranzitorii.



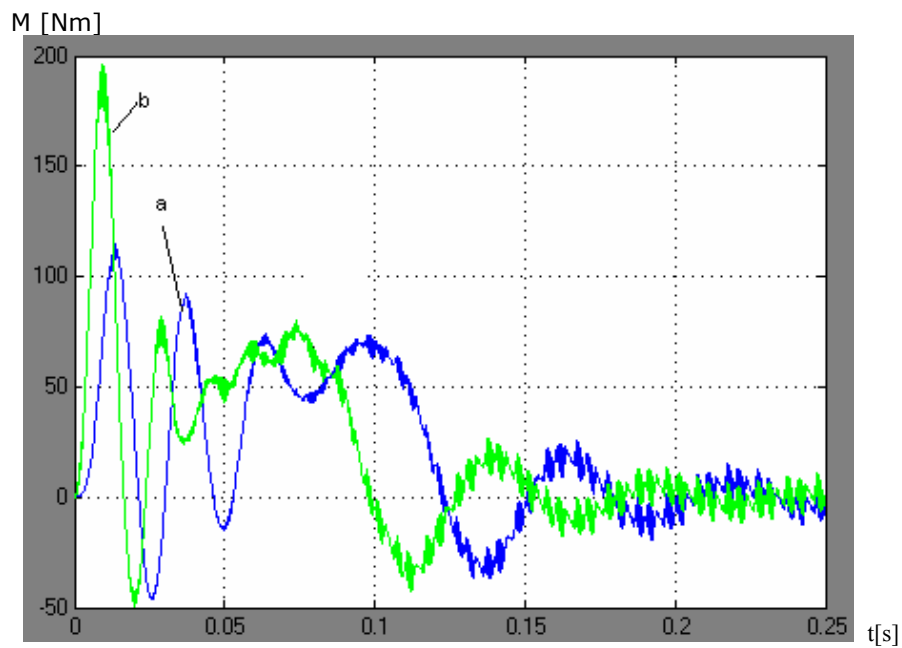


Fig. 10.33. Caracteristica  $M = f(t)$ : a – fără considerarea inductivității tranzitorii; b – cu considerarea inductivității tranzitorii.

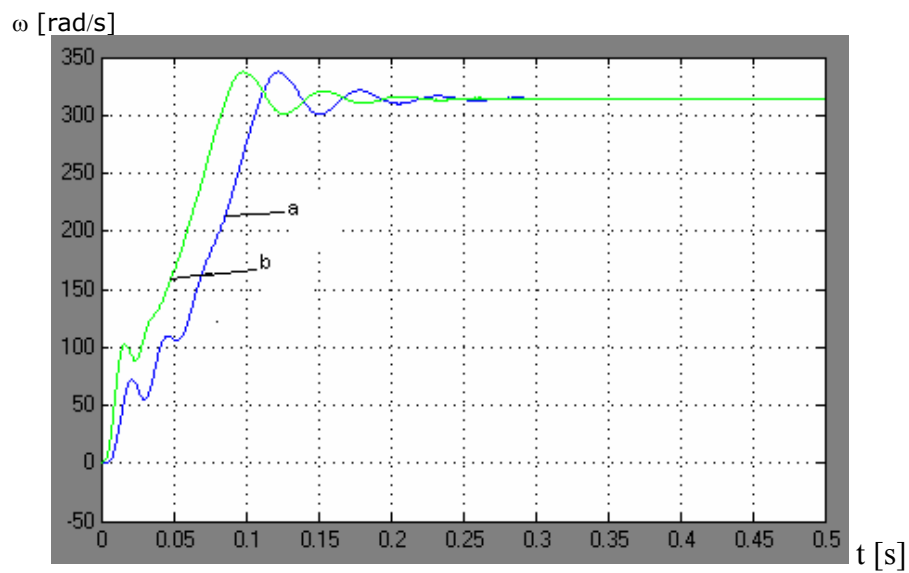


Fig. 10.34. Caracteristica  $\omega = f(t)$ : a – fără considerarea inductivității tranzitorii ; b – cu considerarea inductivității tranzitorii.

Blocul *SIMULINK* din fig. 8.11 corespunde mașinii saturate și are structura din fig. 8.12. Se obțin figurile 10.32, 10.33 și 10.34 unde sunt reprezentate comparativ caracteristicile  $i_{ds}=f(t)$ ,  $M=f(t)$  și  $\omega=f(t)$  pentru cazurile: a)  $L_{sh}=L_{sht}$ ; b)  $L_{sh}\neq L_{sht}$ . Motorul folosit pentru simulare are inductivitatea de magnetizare statică  $L_{sh}=0.1748 H$  și inductivitatea de magnetizare tranzitorie  $L_{sht}=0.1H$ . Inductivitatea tranzitorie introduce oscilații ale mărimilor cu o amplitudine mai mare. Acest fenomen este evident mai ales în curba cuplului electromagnetic, depinzând și de timpul de pornire.

**Concluzionând**, timpul de execuție al schemei care nu ia în considerare saturația este mult mai mic, iar evoluția în timp a fenomenelor nu diferă prea mult.

## CONCLUZII FINALE ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

Lucrarea de față vizează studiul teoretic al optimizării mașinii de inducție cuplată cu convertoare. S-a urmărit în principal, realizarea unui studiu detaliat și consecvent al ansamblului convertor-mașină, insistându-se asupra optimizării construcției și funcționării mașinii de inducție cuplată cu convertoare. S-au analizat fenomenele din mașina de inducție și comportarea la acționarea cu convertoare prin studii teoretice și prin simulare. Toate modelele și rezultatele simulărilor sunt contribuții personale derivate din activitatea autoarei. Conjugarea performanțelor optime de funcționare cu cele obținute din construcția optimală este importantă pentru a obține o utilizare maximă a mașinii de inducție destinată să funcționeze cuplată cu convertoare.

Lucrarea structurată pe 10 capitole și-a propus mai întâi o analiză unitară a ansamblului convertor-mașină astfel încât aplicațiile să fie promițătoare.

Trecerea în revistă în primele 2 capitole a stadiului actual privind problemele legate de mașina de inducție cuplată cu convertoare, precum și a construcției și funcționării convertoarelor de frecvență oferă premisele unei abordări ulterioare în capitolul 4 privind fenomenele și comportamentul mașinii în regim deformant. Reglarea turației prin variația frecvenței de alimentare este cea mai eficientă metodă de reglare, obținându-se o gamă largă de turații și un randament bun. Procedeele cel mai răspândite de reglare a tensiunii de ieșire a convertoarelor este modularea în durată (*PMW*), fiind folosit și în lucrare la simularea numerică.

În capitolul 3 au fost descrise metode și tehnici de optimizare folosite în proiectarea optimală a construcției și funcționării mașinilor de inducție și s-au luat în discuție probleme tehnice specifice care intervin datorită influenței convertorului asupra mașinii de inducție. Fenomenele care stau la baza funcționării mașinii de inducție sunt fenomene neliniare. Metodele de optimizare neliniare directe sunt cele mai apropiate de situațiile practice. Proiectarea optimală a mașinii de inducție cuplată cu convertoare presupune criterii de optimizare legate de pierderile din mașină pentru respectarea randamentului și factorului de putere și, pentru încadrarea încălzirii în temperaturile maxim admise de clasa de izolație.

Capitolul 4 se referă la o concepție nouă de proiectare a mașinii de inducție. Strategia de proiectare a mașinii de inducție cuplată cu convertoare nu mai are în vedere caracteristicile de pornire deoarece convertorul controlează mașina astfel încât aceasta funcționează la un punct apropiat de cuplul maxim. În urma analizării fenomenelor din mașina de inducție cuplată cu convertoare s-a observat că efectele fenomenului de refulare a curentului, influențează negativ funcționarea mașinii fiind mai pronunțate datorită câmpului deformant introdus de convertoare. Se impune re-proiectarea în special a creștăturii rotorice.

Metodele clasice și speciale, prezentate în capitolul 5, permit estimarea parametrilor de funcționare la mașina de inducție necesari la simularea numerică pe calculator cu ajutorul unor programe scrise în *Matlab* și cu schemele *MatlabSimulink* determinate în capitolele 4, 6, 7 și 8.

La baza studiului sistemelor de acționare stau modelele matematice prezentate în capitolul 6, ansamblul convertor-mașină fiind considerat ca un sistem dinamic. Modelele matematice sunt folosite în capitolele 7 și 8 la studiul îmbunătățirii performanțelor mașinii de inducție cuplată cu convertoare în regim permanent și dinamic. Se au în vedere și fenomenele de saturație magnetică precum și efectul pelicular în regim tranzitoriu.

Capitolul 7 tratează optimizarea funcționării mașinii de inducție cuplată cu convertoare în regim staționar prin intermediul fazorilor reprezentativi. Controlul scalar sau condiția  $U/f=const$ , este avantajos la frecvențe apropiate de frecvența nominală, când cuplurile critice se conservă pe intervale mari. Controlul vectorial este metoda cea mai eficientă de reglare a vitezei și se reduce la modificarea frecvenței o dată cu modificarea tensiunii statorice sau a curentului statoric. La turații subsincrone și cuplu rezistent variabil se pretează metoda slăbirii de flux.

Capitolul 8 tratează optimizarea funcționării mașinii de inducție în regim dinamic, analizându-se metoda orientării după câmp și metoda accelerării câmpului. Cea mai favorabilă metodă de orientare după câmp este orientarea după fluxul rotoric. Metoda de control prin accelerarea câmpului permite un control al cuplului foarte accelerat și obținerea unor caracteristici liniare. În acest capitol s-au determinat schemele *Simulink* ale mașinii de inducție folosite la simularea funcționării în regim dinamic din capitolul 10.

În capitolul 9, cu ajutorul schemelor *MatlabSimulink* din capitolele 4.7, 4.8 și 8.3 sunt determinate caracteristicile și pierderile mașinii de inducție observându-se influențele convertoarelor asupra performanțelor energetice. Fenomenul de refluxare a curentului este mai puțin pronunțat la coliviile obișnuite, fiind indicate pentru motoarele alimentate de la convertoare. În capitolul 9.4 se studiază câteva posibilități de obținere a unei creștături optime, care să ducă la îmbunătățirea funcționării mașinii de inducție cuplată cu convertoare. În acest caz creștăturile sunt mai scurte și cu dinți paraleli. Pierderile de putere sunt mai mici și, deci randamentul și factorul de putere mai bune. Creșterea valorii întrefierului  $\delta$  influențează pozitiv performanțele mașinii de inducție cuplată cu convertoare, iar înălțimea creștăturii influențează mai ales pierderile suplimentare în fierul mașinii. Pentru aflarea optimului local s-au analizat influențele variabilelor locale  $D$ ,  $l_r$ ,  $h$  asupra randamentului, factorului de putere și raportului  $M_{Max}/M_N$ .

Capitolul 10 cuprinde simularea numerică a funcționării mașinii de inducție cuplată cu convertoare. În regim sinusoidal se studiază comparativ performanțele mașinii de inducție. Cele mai mari valori ale cuplului electromagnetic sunt la  $\Psi_1=const$  și cele mai mici la  $\Psi_2'=const$ . Curenții la aceeași pulsație rotorică, sunt mai mici la flux rotoric constant și mai mari la flux statoric constant. În regim dinamic se poate urmări influența produsă de tensiunea obținută de la convertor asupra caracteristicilor mașinii.

Contribuții personale:

- structurarea teoriei existente pentru a se putea aborda tema aleasă și pentru a se scrie programele în *MatlabSimulink*;
- analiza fenomenelor din mașina de inducție alimentată de la convertoare, comparativ cu mașina alimentată de la rețea pentru a rezulta concluziile ce se impun;

- realizarea de programe în *MatlabSimulink* pe baza seriilor Fourier cu ajutorul cărora s-au determinat pierderile și caracteristicile mașinii de inducție cuplată cu convertoare;
- abordarea unor probleme de optimizare locală care stau la baza reproiectării și optimizării construcției mașinii de inducție cuplată cu convertoare, realizându-se o corelare conform criteriilor alese între geometria creștăturii rotorice și performanțele mașinii;
- analiza unei funcționări optime în regim staționar cu ajutorul unor scheme *MatlabSimulink*, care permit ridicarea cu acuratețe a caracteristicilor;
- realizarea unor scheme *MatlabSimulink* pe baza ecuațiilor de stare, care permit studiul optimal al funcționării mașinii de inducție în regim dinamic;
- determinarea caracteristicilor și evaluarea pierderilor cu luarea în considerare a fenomenelor de saturație magnetică și a efectului de refulare a curentului;
- evaluarea pierderilor magnetice ținându-se seama și de efectul pelicular în tole;
- simularea numerică a funcționării mașinii de inducție în regim staționar cu considerarea regimului sinusoidal și nesinusoidal, și observarea influenței regimului deformant produs de convertor asupra mașinii;
- simularea numerică a funcționării mașinii de inducție în regim dinamic luându-se în considerare și inductivitatea tranzitorie.

Prin optimizarea construcției și funcționării mașinii de inducție cuplată cu convertoare sunt reduse efectele introduse de regimul deformant al convertoarelor, se reușește o îmbunătățire a teoriei mașinii de inducție, iar programele realizate pot sta la baza unor cercetări ulterioare pentru diferite categorii de motoare.



## ANEXA 1

### PROGRAME PENTRU CALCULUL EFECTULUI PELICULAR

#### Subprogramul Kr\_Kx.m

```
% Determină factorii de modificare Kr și Kx a rezistenței și reactanței
a=0;c=150;
n=a:c;
k=max(size(n));
for f1=1:k
%2. Parametrii rotorului
%2.1. Rezistența rotorului
Lb=l;robAl115=0.0675E-6;roinAl115=robAl115;
% cu influența refulării curentului din bară
om2(f1)=2*pi*f1*1;
h=0.1*bcr3+h2+bcr1/2;
alfa(f1)=sqrt(miu0*om2(f1)/(2*robAl115));
hred(f1)=alfa(f1)*h;
Kr(f1)=hred(f1)*(sinh(2*hred(f1))+sin(2*hred(f1)))/(cosh(2*hred(f1))...
-cos(2*hred(f1)));
Kx(f1)=3*[sinh(2*hred(f1))-sin(2*hred(f1))]/[2*hred(f1)*...
(cosh(2*hred(f1))-cos(2*hred(f1))];
R2115(f1)=Kr(f1)*Rb+Ri; % - cu influența refulării
end;
plot(n,Kr,n,Kx);
```

#### Subprogramul Pierderi\_cu\_efect\_pelicular\_tole

```
disp('PIERDERI IN FIER CARE JIN SEAMA DE EFECTUL PELICULAR AL
TOLELOR') % la mersul în sarcină
delFe=0.5e-3;sigmah=0.038;sigmaw=640;
Kzw=Kd;
csi1=delFe*sqrt(miu0*pi*f1/robAl115)
Kh1=csi1*(sinh(csi1)+sin(csi1))/[2*(cosh(csi1)-cos(csi1))] % Kh1=Khv=1
Kw1=(3/csi1)*(sinh(csi1)-sin(csi1))/(cosh(csi1)-cos(csi1)) % Kw1=Kwv=1
lam1=p/(p+pi*hj1/t);
Kj1w1=2*p*(1-lam1)*(1+lam1.^(2*p))/((1+lam1)*(1-lam1.^(2*p)));
lam2=1-pi*hj2/(p*t);
Kj2w1=2*p*(1-lam2)*(1+lam2.^(2*p))/((1+lam2)*(1-lam2.^(2*p)));
Kj1w2=1.5;Kj2w2=1.5;
Kj1w=Kj1w1*Kj1w2;%stator
Kj2w=Kj2w1*Kj2w2;%rotor
Kjh1=1.1;Kjh2=1.8;
Kjh=Kjh1*Kjh2%valabil pentru stator și rotor
Kzh=Kjh;
Kzhw=sigmah*Kzh/(sigmaw*Kzw*delFe*delFe*f1)
```

---

```

Kz1e1=1+Kzhw*Kh1/Kw1
s1=0.03;%alunecarea s1
Kz2e1=1+Kzhw*Kh1/(s1*Kw1)
Kz1c=Kzw*sigmaw*f1*f1*delFe*delFe*Gd1;
Kz2c=Kzw*sigmaw*f1*f1*delFe*delFe*Gd2;
R1v=RCu115;R21v=R2115;
Pz11=Kz1c*Kz1e1*Kw1*Bz1.^2;%Pierderi în dinții statorului la v=1
Pz21=Kz2c*Kz2e1*Kw1*s1*s1*Bz2.^2;%Pierderi în dinții rotorului la v=1
Kj1hw=sigmah*Kjh/(sigmaw*Kj1w*delFe*delFe*f1);
Kj2hw=sigmah*Kjh/(sigmaw*Kj2w*delFe*delFe*f1);
Kj1e1=1+Kj1hw*Kh1/Kw1
Kj2e1=1+Kj2hw*Kh1/(s1*Kw1)
Kj1=sigmaw*delFe*delFe*f1*f1*Kj1w*Gj1;
Gj2=(pi/4)*[(D-2*DE-2*hc2).^2-Dir.^2]*Gfe*I*Kfe; %masa jugului rotoric
Kj2=sigmaw*delFe*delFe*f1*f1*Kj2w*Gj2;
Pj1_1=Kj1*Kj1e1*Kw1*Bj1.^2
Pj2_1=Kj2*Kj2e1*Kw1*s1*s1*Bj2.^2
Psupl1=Psupr11+Ppuls11
Psupl2=Psupr21+Ppuls21
PFe1_1=Pj1_1+Pz11+Psupr11+Ppuls11
PFe2_1=Pj2_1+Pz21+Psupr21+Ppuls21
PFe_1=PFe1_1+PFe2_1
%KE1=0.09367+185.236/(207.57+p);alfai1=2/pi;Kf1=pi/(2*sqrt(2));
%Ue11=Uf1*KE1;KBde1=alfai1*t*I^4*Kf1*f1*W1*Kb1;Bde1=Ue11/KBde;
KBde=alfai*t*I^4*Kf1*f1*W1*Kb1;
%t11=(1-KE)/KE
%Bz1m1=tc1*Bde*(1+2*t11/3)/(Kfe*bd1)
%GREUTATE
Gfe_stat=Gj1+Gd1% Greutatea fier stator
Gfe_rotor=Gj2+Gd2 % Greutatea fier rotor

```



## ANEXA 2

### PROGRAME PENTRU CALCULUL CARACTERISTICILOR

#### Subprogramul *n\_M\_U\_f\_ct.m*

```
% Determină caracteristica  $n=f(M)$ ;  $U/f=ct$ ;  $f < f_N$ 
frecv=[10 20 30 40 50];
for i=1:length(frecv)
    f=frecv(i)
    C11=(Xs21+Xs1)^2; C12=R1+sqrt(R1*R1+C11);
    A=m1*R21*Uf1*Uf1*p/(2*pi*fN*fN);
    B=R21*R21;
    C=(Xs21+Xs1)^2/(fN*fN);
    a1=0;b1=314;
    l1=a1:b1;
    k1=max(size(l1));
    for M=1:k1
        n1(M,f)=60*f/p-60*[A-sqrt(A*A-4*B*C*M*M)]/(2*C*M*p);
    end
end
plot(l1,n1);
xlabel('M [Nm]');
ylabel('n [rot/min]');
title('Caracteristica  $n=f(M)$ ');
```

#### Subprogramul *n\_M\_U\_N\_f.m*

```
% Determină caracteristica  $n=f(M)$ ;  $U=U_N$ ;  $f > f_N$ 
frecv=[50 80 100 150];
for i=1:length(frecv)
    f=frecv(i)
    A=m1*R21*Uf1*Uf1*p/(2*pi); %Uf1=U_N
    B=R21*R21;
    C=(Xs21+Xs1)^2/(fN*fN);
    a1=0;b1=350;
    l1=a1:b1;
    k1=max(size(l1));
    for M=1:k1
        n1(M,f)=60*f/p-60*[A-sqrt(A*A-4*B*C*M*M*f^4)]/(2*C*M*p*f^2);
    end
end
plot(l1,n1);
xlabel('M [Nm]');
ylabel('n [rot/min]');
title('Caracteristica  $n=f(M)$ ');
```

**Subprogramul *n\_M\_Fir.m***

```
%Determină n=f(M) la Fir controlat
L1=Ls1+Lm;
L21=Ls21+Lm;
frecv1=[20 30 40 50]; %f<50 Hz
for i1=1:length(frecv1)
    f1=frecv1(i1);
    Fi1N=Uf1/(2*pi*fN);
    A=m1*p*Lm^2*Ls21^2/(R21*L1^2*(Ls21^2+sigma^2*L21^2));
    a1=0;b1=350;
    l1=a1:b1;
    k1=max(size(l1));
    for M1=1:k1
        n1(M1,f1)=60*f1/p-60*[2*pi*M1*fN^2/(A*p*Uf1^2)];%motor
    end
end
frecv2=[60 70];%f>50 hz
for i2=1:length(frecv2)
    f2=frecv2(i2);
    a2=0;b2=350;
    l2=a2:b2;
    k2=max(size(l2));
    for M2=1:k2
        n2(M2,f2)=60*f2/p-60*[2*pi*M2*f2^2/(A*p*Uf1^2)];%motor
    end
end
plot(l1,n1,l2,n2)
xlabel('M [Nm]');
ylabel('n [rot/min]');
title('Caracteristica n=f(M)');
```

## BIBLIOGRAFIE

1. Adamidis, G. A. A., Computer Aided Investigation of the Behavior of an Asynchronous Motor and an Inverter Pulse By PMW, ICEM, 28-30 August 2000 Espoo Finland.
2. Amrhein, M., Krein, P., Rotor Designs for Small Inverter-Dedicated Induction Machines, IEEE, 2003.
3. Ancău, M., Nistor, L., Tehnici numerice de optimizare în proiectarea asistată de calculator, Editura Tehnică, București, 1996.
4. Andrei, Neculai, Programare semidefinită, Editura MartixRom, București, 2001.
5. Babescu, M., Mașina asincronă. Modelare, identificare, simulare, Editura Politehnica, Timișoara, 2002.
6. Biriescu, M., Mașini electrice rotative. Parametri, caracteristici, încercări, Editura de Vest, Timișoara, 1997.
7. Bobăianu, A., Sinteză privind motoarele de inducție alimentate prin convertoare statice de frecvență. Referat I de doctorat, Timișoara, 2002.
8. Bobăianu, A., Procese tranzitorii în mașini de inducție în colivie cuplate cu convertoare. Referat II de doctorat, Timișoara, 2003.
9. Bobăianu, A., Optimizarea mașinilor de inducție cuplate cu convertoare statice de putere. Referat III de doctorat, Timișoara, 2003.
10. Bobăianu, A., Caracteristicile mașinii de inducție cuplată cu convertoare, Simpozion Electrotehnică și Energetică, Timișoara, mai 2007.
11. Bobăianu, A., Optimizarea construcției mașinii de inducție cuplată cu convertoare, Simpozion Electrotehnică și Energetică, Timișoara, mai 2007.
12. Bobăianu, A., Simularea funcționării în regim dinamic a mașinii de inducție alimentată prin variatoare de frecvență de tip PWM, Simpozion Electrotehnică și Energetică, Timișoara, mai 2007.
13. Bobăianu, A., Associate model of an induction motor fed by PWM inverter, 6<sup>th</sup> International Conference on Electromechanical and Power Systems, ISSN 1842-4805 (CD), SIELMEN, Chișinău, 2007.
14. Bobăianu, A., The operation optimization of an induction motor fed by PWM inverter, 6<sup>th</sup> International Conference on Electromechanical and Power Systems, ISSN 1842-4805 (CD), SIELMEN, Chișinău, 2007.
15. Bobăianu, A., Optimizarea mașinilor de inducție cu rotorul în colivie cuplate cu convertoare. Optimizarea construcției, în manuscris.
16. Bobăianu, A., Optimizarea mașinilor de inducție cu rotorul în colivie cuplate cu convertoare. Optimizarea funcționării, în manuscris.
17. Bodson, M., ș.a., High-performance induction motor control via input-output linearization, IEEE Control Systems, December 1994.
18. Boldea, I., Nasar, S.A., Electric Machine Dynamics, New York, Macmillan, 1986.
19. Boldea, I., Parametrii mașinilor electrice, Editura Academiei Române, București, 1991.
20. Bonnett, H. Austin, Available Isulation Systems for PWM Inverter-Fed Motors, IEEE Industry Applications Magazine, January/February 1988.
21. Burtea, M., V., Contribuții la Teoria Sistemelor de Reglare Automată a Vitezei Motorului Asincron. Teză de doctorat, București, 1996.
22. Chioreanu, V., Materiale electrotehnice, I. P. T. V. Timișoara, 1983.

23. Cioc, I., Bichir, N., Cristea, N., *Mașini electrice. Îndrumar de proiectare*, Vol. II. Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1981.
24. Câmpeanu, A., *Mașini electrice. Probleme fundamentale, speciale și de funcționare optimală*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1988.
25. Câmpeanu, A., *Introducere în dinamica mașinilor electrice de c. a.*, Editura Academiei Române, București, 1998.
26. Crstici, B., ș. a., *Matematici speciale*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
27. Csaba, S. Morar, A., *PWM inverter for closed-loop PM-hybrid stepper motor drive*, EEA Automatica, no. 2, vol. 53, 2005.
28. Dancea, I., *Metode de optimizare. Algoritmi. Programe*, Cluj Napoca, Ed. Dacia, 1976.
29. De Sabata, I., *Bazele electrotehnicii*, Institutul Politehnic Timișoara, 1972-1976.
30. Dimitrie, A., Micu, D., *Invertoare și redresoare cu parametri energetici ridicați*, București, Editura Tehnică, 1986.
31. Dordea, T., *Mașini electrice*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
32. Dordea, T., *Proiectarea și construcția mașinilor electrice*, Litografia U. P. Timișoara, 1981.
33. Dordea T., *Metoda UPT pentru calculul mașinilor de inducție*, 2000.
34. Dordea, T. Biriescu, M., Liuba, Ghe., Madescu, Ghe., Moț, M., *Mașini electrice. Parte complementară*, Editura Orizonturi Universitare, Timișoara, 2002.
35. Drăgănescu, O., *Încercările mașinilor electrice rotative*, Editura Tehnică, București, 1987.
36. Dumitrache, I., *Tehnica reglării automate*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
37. Enache, S., *Analiza unor procese dinamice de bază specifice funcționării motorului de inducție la frecvență variabilă. Teză de doctorat*, Craiova, 2001.
38. Fătu, M., *Voltage Sags Ridethrough of PMSG with Bidirectional PWM Converter Control*, Simpozion Electrotehnică și Energetică, Timișoara, mai 2007.
39. Fransua, Al., Măgureanu, R., *Mașini și acționări electrice. Elemente de execuție*, București, Editura Tehnică, 1986.
40. Ghinea, M., Firețeanu, V., *MATLAB. Calcul Numeric. Grafică. Aplicații*, Editura Teora, 2003.
41. Ghiță, C., *Mașini și acționări electrice*, București, Editura ICPE, 1997.
42. Hodowanec, M., *Proper Application of Motors Operated on Adjustable Frequency Control*, IEEE Industry Applications Magazine, September-October 2000.
43. Honsinger, V., B., *Sizing equations for electrical machinery*, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. EC-2, No. 1, March 1987.
44. Ivanov, S., *Modelarea și simularea sistemelor electromecanice*, Tipografia Universității din Craiova, 2002.
45. Ivanov, S., *Reglarea vectorială a sistemelor de acționare electromecanică*, Reprografia Universității din Craiova, 2000.
46. Ivanov, S., *Sisteme de acționare performante cu motor asincron și convertoare statice. Teză de doctorat*, Universitatea din Craiova, 1997.
47. Jazdzynski, W., *Multicriterial optimisation of squirrel-cage induction motor design*, IEE Proceedings, Vol. 136, Pt. B, No. 6, November 1989.
48. Jeltsema, D., Scherpen, J., *Tuning of Passivity-Preserving Controllers for Switched-Mode Power Converters*, IEEE, vol. 49, no. 8, august 2004.
49. Jerve, G. K., *Încercările mașinilor electrice rotative*, Editura Tehnică, București, 1972.

50. Jimoh, A. A, Munhurrin, V., Stray Load Losses in an Asymmetrically Fed Induction Motor, ICEM 2000, 28-30 August 2000 Espoo Finland.
51. Jung, J., Hawksford, M., An Oversampled Digital PWM Linearization Technique for Digital-to-Analog Conversion, IEEE, vol. 51, no. 9, September 2004.
52. Kelemen, A., Acționări electrice, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1979.
53. Kelemen, A., Imecs, M., Sisteme de reglare cu orientare după câmp ale mașinilor de curent alternativ, Editura Academiei R. S. R., București, 1989.
54. Klima, J., Analytical investigation of an induction motor from fed B4 inverter with a new space-vector modulation strategy, IEEE 2003.
55. Lowery, F. Thomas, Petro, W. David., Application Considerations for PWM Inverter-Fed Low-Voltage Induction Motors, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 2, March/April 1994.
56. Măgureanu, R., Micu, D., Convertizoare statice de frecvență în acționări cu motoare asincrone, București, Editura Tehnică, 1985.
57. Măgureanu, R., Mașini și acționări electrice. Tendințe actuale, București, Editura Tehnică, 1988.
58. Mocanu, C. I., Teoria câmpului electromagnetic, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1981.
59. Muntean, N., Tutulea, L., Boldea, I., A Modified Carrier-Based PWM Modulation Technique in Y-Source Inverters. Simpozion Electrotehnică și Energetică, Timișoara, mai 2007.
60. Mușuroi, S., Analiza comportării motoarelor de inducție trifazate cu rotorul în scurtcircuit, de putere redusă și medie, la alimentarea lor de la rețea prin intermediul unui convertor static de frecvență. Teză de doctorat, Universitatea Politehnică din Timișoara, 2002.
61. Novac, I., Mașini electrice, Lotografia IPT, Timișoara, 1975.
62. Novac, I., Babescu, M., Mașini și acționări electrice, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
63. Piotrowschi, L. H., Mașini electrice, Editura Energetică de Stat, București, 1953.
64. Popescu, M., Influența energetică a strategiilor de comandă a motorului asincron, Editura Electra, CEI, vol. 52, nr. 4, oct.-dec. 2004.
65. Popescu, V., Electrononică de putere, Editura de Vest, Timișoara, 2005.
66. Puiu, A., Floricău, D., Ionescu, F., Ștand pentru controlul numeric al mașinii asincrone, Editura Electra, CEI, vol. 53, nr. 4, oct.-dec. 2005.
67. Reginatto, R., Bazanella, C., Robustness of Global Asymptotic Stability in Indirect Field-Oriented Control of Induction Motors, IEEE, vol. 48, nr. 7, july 2004.
68. Richter, R., Mașini electrice, vol. I, vol. IV. Editura Tehnică, București, 1958, 1960.
69. Saal, C., Szabo, W., Sisteme de acționare electrice. Determinarea parametrilor de funcționare, Editura Tehnică, București, 1981.
70. Scholey, D., Induction Motors for Variable Frequency Power Supplies, IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-18, No. 4, July/August 1982.
71. Schwarz, K., K., Survey of basic stray losses in squirrel-cage induction motors, Proc. IEE, Vol. III, No. 9, september 1964.
72. Seracin, E., Acționări electrice, Timișoara, Litografia Institutului Politehnic, 1980.
73. Seracin, E., Popovici, D., Tehnica acționărilor electrice, Editura Tehnică, București, 1985.
74. Smigelski, O., Woinaroskzy, A., Optimizarea proceselor în industria chimică, București, Editura Tehnică, 1978.

75. Şabac, Gh. I., *Matematici speciale*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1984.
76. Teodorescu, M., Ghiță A., Costea, I., *An Overview of the Induction Motors Designed for VFD*, Conferința Acemp 2001, Kusadasi.
77. Thogersen, P., Blaabjerg, F., *Ajustable Speed Drives in the Next Decade The Next Steps in Industry and Academia*, Alborg East, Denmark, Oct. 2000.
78. Tunsoiu, Gh., Seracin, E., Saal, C., *Acționări electrice*, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1982.
79. Vas, P., *Vector Control of AC Machines*, Clarendon Press, 1990.
80. Vas, P., *Electrical Machines and Drives, A Space. Vector Theory Approach*, Clarendon Press, 1992.
81. Vlad, I., Enache, S., Alexandru, D., *Utilizarea metodelor numerice în proiectarea mașinilor electrice de tracțiune*, Editura Sitech, Craiova, 2000.
82. Yaho, Z., Meng, S., Chan, C., *CA novel induction machine desingn suitable for inverter-driven variable speed systems*, IEEE Transactions on energiy conversion, vol. 15, No. 4, december 2000.
83. Yamamura, S., *Analysis of transient phenomena of induction motor by means of decaying vector symmetrical component method and phase segregation method*, Proc. Annu. Conf. IEE Japan, no. 679, Apr. 1985.
84. Yamamura, S., *AC Motors for High Performance Applications*, Marcel Dekker INC. New York, 1986.
85. Yamamura, S., *Spiral Vector Theory of AC Circuits and Machines*, Clarendon Press, Oxford, 1992.
86. Zaho, Z. M., Meng, S., Chan, C.C., *A Novel Induction Machine Design Suitable for Inverter-Driven Variable Speed Systems*, IEEE, Vol. 15, No. 4, December 2000.
87. \*\*\*\* Matlab, *Language of Technical Computing*, version 7, 2004.
88. \*\*\*\* STAS 7246/91, *Motoare asincrone trifazate. Metode de încercare*, 1991.