

ROMÂNIA
MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
UNIVERSITATEA „POLITEHNICA” TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ

Ing.dipl. GHEORGHE BECHERU

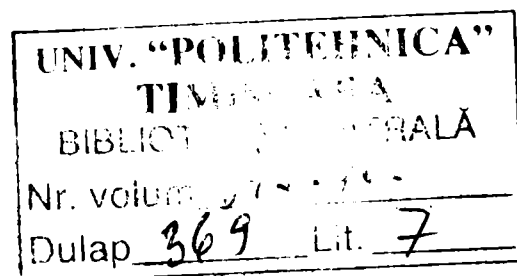
TEZĂ DE DOCTORAT

**TEMA: STUDIUL CIRCULAȚIEI DE PUTERE ÎN TRANSMISIA
AUTOVEHICULELOR CU TRACȚIUNE INTEGRALĂ ÎN REGIM
DINAMIC**

Conducător științific: prof.dr.ing.EURING TIBERIU DIMITRIE BABEU
membru titular al Academiei de Științe Tehnice din România

Teză elaborată în vederea obținerii titlului de
„doctor” în științe inginerești

TIMIȘOARA - 2006



CUPRINS

INTRODUCERE. OBIECTIVELE TEZEI	III
STADIUL CUNOAȘTERII	
1. Teoria generală. Probleme specifice.....	1
1.1 Elemente ale cinematicii roții cu relevanță în studiul fenomenului.....	3
1.2 Circulația de putere în plan transversal	4
1.2.1. Cazul deplasării în viraj	4
1.2.2. Cazul deplasării rectilinii	8
1.3 Circulația de putere în plan longitudinal.....	10
1.3.1. Cazul deplasării rectilinii	10
1.3.2. Cazul deplasării în viraj	20
2. Influența tipului diferențialului asupra circulației de putere	26
2.1 Analiza momentului de frecare internă.....	27
2.2 Caracteristica mecanismului diferențial	28
2.3 Circulația de putere într-un diferențial simetric.....	32
2.4 Tipuri de diferențiale cu frecare mărită	33
3. Instrumentarea autovehiculului. Încercări. Rezultate.....	39
3.1 Echipamentul de măsurare	40
3.1.1 Măsurarea momentelor de torsiune	43
3.1.2 Măsurarea vitezelor unghiulare	44
3.1.3 Puncte de măsurare	46
3.2 Suportul tehnic al măsurătorilor	46
3.3 Programul încercărilor	49
4. Prelucrarea datelor experimentale	53
4.1 Analiza în timp a datelor experimentale	53
4.1.1 Analiza comparativă în timp. Caracteristici statistice de ordinul I.....	53
4.1.2 Analiza de corelație. Caracteristici statistice de ordinul II	61
4.2 Analiza în frecvență a datelor experimentale.....	69
4.2.1 Analiza monospectrală.....	69
4.2.2 Filtre	78
4.2.3 Analiza polispectrală.....	105
CONTRIBUȚII PROPRII	
5. Studiul circulației de putere prin identificare în timp	125
5.1 Identificarea sistemelor. Probleme speciale. Scop, modalități și posibilități de realizare	125

5.2	Modele parametrice liniare	128
5.3	Dinamica liniară a circulației de putere. Modele matematice	131
6.	Studiul circulației de putere prin identificare în frecvență	150
6.1	Funcții și caracteristici în frecvență.....	150
6.2	Metoda neparametrică (a cumulanților).....	157
6.3	Metoda parametrică (polinomială)	161
7.	Studiul circulației de putere prin identificare în timp-frecvență.....	166
7.1	Caracteristici de timp-frecvență	166
7.2	Transformate biliniare în timp continuu	169
7.3	Transformate biliniare în timp discret	175
7.4	Transformate pseudoliniare în timp continuu	178
7.5	Transformata Stockwell	183
CONCLUZII FINALE		
8.	Concluzii și contribuții.....	188
8.1	Concluzii generale	189
8.2	Contribuții principale	191
8.3	Deschideri ale tezei	193
BIBLIOGRAFIE.....		194
ANEXĂ.....		198
REZUMATUL TEZEI.....		200

INTRODUCERE. OBIECTIVELE TEZEI

Lucrarea de față reprezintă o contribuție adusă în domeniul determinării și urmării evoluției în timp și în frecvență a circulației de putere care apare în transmisia autovehiculelor cu tracțiune integrală. Deși întreaga structură a tezei este fundamentată pe un autovehicul în formula 4x4, modelele teoretice și experimentale se pot aplica oricărui autovehicul cu tracțiune integrală.

Este general acceptat că principalul agregat care determină performanțele unui autovehicul este motorul său de tracțiune. Totuși, motorul de tracțiune cu ardere internă are limitările sale funcționale binecunoscute. Prin urmare, necesitatea existenței unei transmisii care să interfățeze caracteristicile motorului cu necesitățile de progresiune a apărut încă de la începuturile echipării autovehiculelor cu motoare cu ardere internă.

Tracțiunea integrală este o altă necesitate atunci când se dorește deplasarea pe căi de rulare slab amenajate sau neamenajate (în teren), deoarece prin intermediul ei se poate exploata întreaga greutate a autovehiculului ca greutate aderentă. Totuși, pe lângă avantajele incontestabile pe care le introduce, tracțiunea integrală presupune existența unor agregate suplimentare în transmisie care, la rândul lor, generează efecte nedorite. Aceste agregate sunt diferențialele. Un diferențial în sine este indispensabil, cel puțin la nivelul transversal al autovehiculului (diferențialul inter-roți, din construcția punții motoare). De asemenea, același lucru se poate spune și despre cel plasat la nivel longitudinal (inter-punți). Sunt însă situații când aceste diferențiale împiedică deplasarea autovehiculului în teren foarte greu, deoarece permit patinarea unei roți sau a unei întregi punți. Pentru a înlătura acest fenomen, diferențialele se prevăd cu posibilități de blocare comandată sau cu autoblocare.

O dată cu depășirea impasului în progresiune, rămânerea în stare blocată a diferențialului conduce, inevitabil, la apariția circulației de putere, cu efectele nedorite ce vor fi prezentate în cuprinsul lucrării. Dacă în cazul diferențialelor cu blocare comandată, puterea parazită poate fi înlăturată prin deblocarea diferențialului, atunci diferențialele cu frecare mărită, asupra cărora nu se poate interveni, vor continua să genereze putere parazită.

Problematika circulației de putere a fost tratată în literatura de specialitate, dar, în general, în manieră deterministă. Teza de față va încerca o abordare stochastică, utilizând procedee moderne în domeniu. Acestea vor fi capabile să releve aspecte care nu puteau fi surprinse prin metodele clasice.

Probele au fost desfășurate la regimuri joase de funcționare (turații scăzute ale motorului, viteze reduse de deplasare în treptele inferioare de viteză), deoarece la aceste regimuri se realizează funcționarea transmisiei când este susceptibilă apariția puterii parazite (la abordarea obstacolelor, vitezele de

deplasare sunt reduse). În plus, la aceste regimuri puterea parazită este importantă și ușor de decelat din întregul flux de putere. Probele au fost desfășurate pe asfalt și în teren. Prelucrările de date au vizat, în primul rând, probele efectuate pe asfalt, deoarece în această situație puterea parazită are valori importante.

Primul capitol se ocupă de evidențierea legilor teoretice generale, în domeniul determinist, care guvernează circulația de putere. Modelele deterministe prezentate au fost elaborate de diferiți autori în decursul anilor, prin urmare, vizează preocupările în domeniul studierii acestui fenomen.

Cel de-al doilea capitol face o trecere în revistă a câtorva din cele mai reprezentative soluții constructive de diferențiale cu frecare mărită și prezintă câteva elemente de teorie generalizată a acestora, așa cum a fost tratată de literatura de specialitate.

Capitolul următor expune problematica instrumentării autovehiculului destinat încercărilor, modalităților de testare, programului de încercări și tipului de rezultate obținute. Au fost utilizate traductoare de mare sensibilitate, iar lanțurile de măsurare, înregistrare și prelucrare a datelor au fost de mare performanță.

Capitolul patru este destinat prelucrării datelor experimentale. Pentru a avea certitudinea că se lucrează cu date corecte și că seriile dinamice experimentale ilustrează comportamentul real al mărimilor măsurate, s-a procedat la analiza lor pe baza statisticii deterministe și apoi a celei stochastice, utilizând analize de corelație (autocorelație și intercorelație).

În capitolul cinci se realizează o primă abordare neconvențională a tratării fenomenului, prin introducerea analizei în timp a seriilor dinamice experimentale. Încă din acest capitol se remarcă o diferențiere netă între rezultatele obținute în manieră deterministă (prezentate în alte lucrări) și în cea stochastică.

Procedând în aceeași manieră, în capitolul șase se aplică o analiză în frecvență, într-o primă etapă în stil clasic (monospectrală), iar apoi o analiză polispectrală, tocmai pentru a evidenția caracterul neliniar al datelor seriilor dinamice experimentale.

Cel de-al șaptelea capitol este destinat analizei în timp-frecvență (spectrotemporale), foarte rar abordat în analiza fenomenelor mecanice și care este utilizat mai ales în tehnica analizei semnalelor. Cum semnalele date de seriile dinamice experimentale pot fi supuse aceluiași reguli de prelucrare ca orice alt semnal, s-a considerat, pe bună dreptate (și confirmat de rezultatele obținute) că o astfel de abordare va releva fenomene care nu pot fi surprinse prin metode clasice. Unul din cele mai importante este variația în timp a spectrelor seriilor experimentale, adică a puterii parazite.

În fine, ultimul capitol este destinat prezentării concluziilor trase în urma analizelor efectuate, a contribuțiilor aduse în domeniu și a deschiderilor pe care le oferă această lucrare.

Poate cel mai relevant rezultat al acestei teze este elaborarea unei metodologii de a crea modele matematice care să reprezinte, cu nivele ridicate de

încredere, fenomenele reale. În acest sens, lucrarea este bogată în exemple de calcul care conduc la modele matematice cu ecuații diferențiale (parametrice) sau la modele matematice neparametrice (în exprimare grafică).

Obiectivele acestei teze au fost sintetizate astfel:

1. Stabilirea modelelor matematice ale circulației de putere în planul longitudinal și transversal al autovehiculului, în funcție de diferența de raze de rulare a roților și de unghiul mediu de bracăj al roților de direcție folosind concepte și procedee proprii identificării sistemelor.
2. Studiul teoretic și experimental al fenomenului circulației de putere printr-o abordare stochastică, utilizând elemente de teoria sistemelor.
3. Determinarea caracteristicilor statistice și efectuarea analizei de corelație a datelor.
4. Efectuarea analizei în timp, în frecvență și în timp-frecvență a datelor experimentale obținute în urma încercărilor efectuate cu autovehiculul instrumentat.
5. Obținerea de modele matematice (modelarea matematică) a dinamicii circulației de putere în transmisie prin utilizarea tehnicilor de identificare temporală, spectrală și spectro-temporală.
6. Studiul dinamicii tranzitorii a fenomenului circulației de putere în transmisie.
7. Constituirea unei baze de date privind circulația de putere în transmisia unui autovehicul cu tracțiune integrală, în formula 4x4, echipat cu diferențiale cu autoblocare la nivelul punților motoare.
8. Stabilirea unei metodologii de utilizare a mediilor de programare specializate și aplicarea conceptelor caracteristice matematicii discrete.
9. Evidențierea și studiul neliniarităților în funcționarea transmisiei și apariția circulației de putere la diferite regimuri.

În final, doresc să aduc omagiile mele, cu durere în suflet, regretatului prof.univ.dr.ing. Liviu Brîndeu, fostul conducător științific, care până la ultima suflare m-a sprijinit și încurajat în finalizarea acestei teze.

Țin să mulțumesc în același timp, d-lui prof.dr.ing. EURING Tiberiu Babeu, membru titular al Academiei de Științe Tehnice din România pentru bunăvoința domniei sale de a prelua coordonarea științifică a acestei lucrări, precum și colectivului din Catedra de Mecanică și Vibrații a Universității „Politehnica” din Timișoara, condus de prof.dr.ing. Adrian Chiriac.

De asemenea, mulțumesc pe această cale colectivului de eminente dascăli din cadrul Academiei Tehnice Militare care mi-au pus la dispoziție laboratorul de încercări, m-au ajutat în instrumentarea și efectuarea măsurărilor pentru finalizarea acestei etape de pregătire.

Și nu în ultimul rând, familiei mele i se cuvin mulțumirile de rigoare, cel puțin pentru răbdarea și încurajările cu care m-a tratat în toată această perioadă.

Autorul

CAPITOLUL 1

TEORIA GENERALĂ. PROBLEME SPECIFICE

Autovehiculele cu tracțiune integrală introduc avantaje incontestabile în exploatare. În primul rând, masa întregului autovehicul este utilizată ca masă aderentă, contribuind la sporirea capacității de progresiune a acestuia. Ca urmare a acestui fapt, calitățile dinamice ale autovehiculului sunt mult îmbunătățite în privința stabilității sale pe traiectoriile impuse, a posibilității de a evolua favorabil în situații critice, a deplasării pe căi de rulare slab amenajate sau chiar neamenajate. Prin distribuirea fluxului de putere către toate punțile, repartiția forței de tracțiune generate de momentul motorului devine mult mai eficientă, iar probabilitatea de a avea probleme cu depășirea limitei de aderență la una dintre roți este mai scăzută prin faptul că celelalte roți se pot găsi pe o cale mai aderentă, iar disponibilitatea suprafeței de rulare în zona petelor lor de contact cu calea poate fi utilizată pentru a asigura continuitatea deplasării.

Pe de altă parte însă, complexitatea transmisiei, atât ca agregat privit în ansamblu cât și pe componente, crește în mod simțitor. Opțiunea tracțiunii integrale nu se împiedică de acest aspect, avantajul sporirii capacității de trecere fiind un deziderat ce merită sacrificiul creșterii complexității transmisiei. Compromisul tehnic își spune, astfel, încă o dată, cuvântul.

Din punctul de vedere al acestei lucrări, atenția se va focaliza asupra unor componente cheie ale transmisiei integrale: sistemele de distribuire a fluxului de putere între punțile și roțile automobilului, care în concepția autorului, constituie elementele cheie ale capacității de progresiune ale unui autovehicul echipat cu tracțiune integrală.

Literatura de specialitate împarte aceste sisteme în două mari clase:

a) sisteme sensibile la diferența de momente¹ aplicate elementelor lor exterioare (arborilor de intrare sau ieșire);

b) sisteme sensibile la diferența de viteze unghiulare² dintre elementele lor exterioare.

¹ Sensibilitatea la diferența de momente se datorează momentului interior de frecare, ce poate fi mărit, în funcție de necesități, prin suplimentarea construcției clasice a diferențialelor cu elemente ce sporesc frecarea, sau cu construcții speciale de diferențiale.

² Datorită vâscozității extrem de ridicate din interiorul cuplajului vâscos, la aplicarea unei diferențe de viteze unghiulare între cei doi arbori ai cuplajului, se generează un moment vâscos interior.

Sistemele din prima categorie se mai numesc și mecanisme diferențiale sau, mai scurt, diferențiale, iar cele din a doua categorie sunt cunoscute sub denumirea de cuplaje vâscoase.

Revenind la prima categorie, o subclasificare generată pe baza criteriului poziției lor în transmisie, le împarte în diferențiale transversale (plasate între roțile aceleiași punți) sau longitudinale (interaxiale, plasate între punți). Este, de asemenea, binecunoscut faptul că diferențialele, indiferent de poziția lor în transmisie, pot fi blocate comandat sau pot dispune de autoblocare, așa cum se va vedea mai departe.

În ceea ce privește cea de a doua categorie, cuplajele vâscoase, ele sunt clasificate de literatura de specialitate [49] în funcție de criteriul rolului îndeplinit în rețeaua energetică a transmisiei. Astfel, dacă un cuplaj vâscos este plasat în paralel cu un diferențial obișnuit, fără autoblocare, el va avea rolul unui sistem de control al momentului de frecare al ansamblului cuplaj vâscos - diferențial clasic și va purta denumirea de control vâscos. Dacă, dimpotrivă, cuplajul vâscos va deveni, în anumite circumstanțe, responsabil de transmiterea întregului moment (orice alt agregat suplimentar lipsește), atunci el se va numi transmisie vâscoasă. Cuplajele vâscoase nu fac obiectul acestei lucrări.

Un lucru de notorietate este faptul că, o dată cu creșterea momentelor de frecare interioară pe sistemele de diferențiere a turațiilor ce caracterizează elementele exterioare ale agregatelor mai sus amintite (indiferent dacă sunt diferențiale sau cuplaje vâscoase) va conduce, în mod inerent, la apariția circulației de putere în transmisie. Valoarea acesteia este maximă în raport cu calitatea suprafeței de rulare, în cazul diferențialelor cu blocare comandată, când momentul de frecare internă devine infinit.

Apare astfel o dilemă: dacă transmisia unui automobil este echipată cu diferențiale fără frecare internă (tehnic, acest lucru este imposibil, orice mecanism real are frecare internă, dar ea poate fi, practic, neglijată) atunci circulația de putere nu apare. Însă, în cazul în care un astfel de autovehicul va fi nevoit să se deplaseze pe o cale de rulare cu diferențe mari de aderență între roțile aceleiași punți sau între roțile diferitelor punți, cu siguranță la roata sau puntea cu aderență mai redusă vor apărea patinări importante, acestea ajungând la un moment dat să împiedice deplasarea autovehiculului.

Mecanismele diferențiale sunt omniprezente la nivel transversal în construcția oricărei punți de automobil. La nivel longitudinal, puține au rămas cutiile de distribuție care să nu beneficieze de un diferențial. Existența diferențialelor simple (fără blocare) va limita forța maximă de tracțiune disponibilă pentru progresiune la valoarea dictată³ de roata (sau puntea) cu aderența minimă.

³ Chiar dacă celelalte roți dispun de o suprafață mai aderentă, forța de tracțiune dezvoltată în petele lor de contact cu calea nu va putea depăși valoarea forței de tracțiune a roții cu aderența cea mai scăzută.

Soluția optimă ar fi ca, atunci când suprafața de rulare este de bună calitate, iar rezistențele la înaintare sunt reduse, ori să se renunțe la soluția tracțiunii integrale, ori diferențialele din transmisie să aibă frecare nulă, iar atunci când tracțiunea integrală este necesară, diferențialele să poată fi blocate sau să dispună de autoblocare (blocare "progresivă").

Așa cum a fost prezentat de literatura tehnică și de specialiștii în domeniu [49], diferențialele cu blocare progresivă (cu autoblocare) introduc, totuși, circulație de putere în transmisie. Deși acest lucru pare paradoxal, el se datorează unei situații caracteristice în funcționare, numită *limită de insensibilitate*. Sub această limită, diferențialele nu mai funcționează ca sisteme de diferențiere a vitezei unghiulare pe arborii de ieșire, deși momentele pe aceștia sunt diferite. Limita de insensibilitate va fi cu atât mai ridicată cu cât momentul intern de frecare este mai mare.

Cauza apariției circulației de putere (cunoscută și sub denumirea de *putere parazită* [55]) este dată de faptul că roțile (sau punțile) parcurg spații inegale. Spațiile inegale parcurse se datorează unei multitudini de cauze, enumerate de literatura de specialitate. Cîteva exemple sînt edificatoare: virajul autovehiculului, diferențe între razele de rulare ale roților (presiuni inegale în pneuri, uzuri inegale ale acestora etc.) sau parcursurile inegale ale roților la deplasarea rectilinie (o roată urmărește o denivelare pe cînd cealaltă se deplasează pe teren plan).

1.1 Elemente ale cinematicii roții cu relevanță în studiul fenomenului

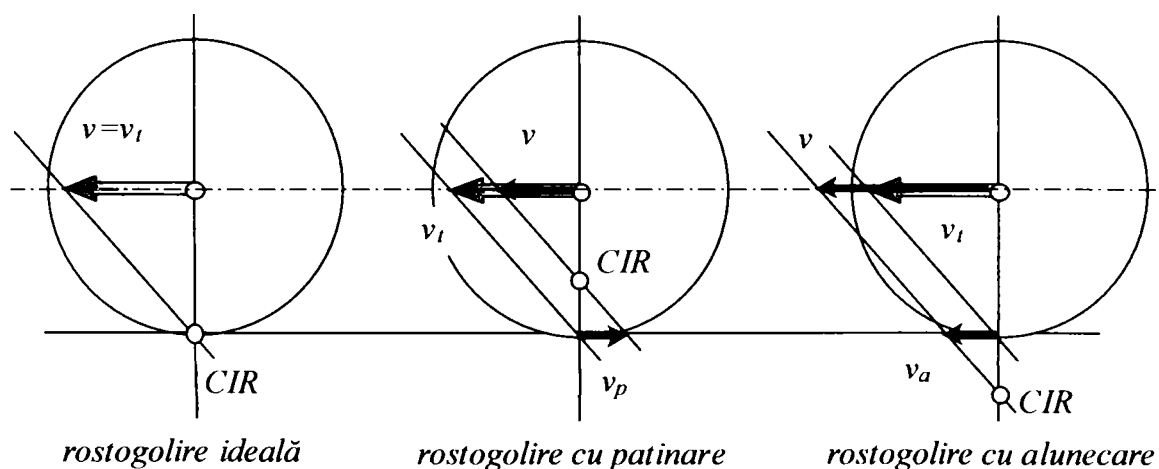


Fig. 1.1 Cazurile rularii roții rigide pe o cale nedeformabilă

Rularea roții pneumatice este o problemă foarte complexă, tratată la nivel de amănunt, dar incomplet cunoscută în intimitatea fenomenului, chiar și în prezent. Există numeroase modele matematice care țin cont într-o mai mică sau mai mare măsură de toate aspectele fenomenologice. Calea de rulare poate fi considerată deformabilă sau nu, roata de asemenea poate fi considerată

deformabilă sau nu. Problema tratată de această lucrare permite utilizarea situației celei mai nefavorabile în funcționare, adică rularea unei roți rigide pe o cale de rulare nedeformabilă. Acest model va fi prezentat, pe scurt, în continuare.

Situațiile tipice de funcționare în această ipoteză sînt: rostogolirea ideală, rostogolirea cu patinare și rostogolirea cu alunecare, așa cum sînt date în fig. 1.1.

Un parametru important, care apare și în figura amintită, este alunecarea a definită cu relația cunoscută: $a = \frac{v - v_t}{v_t}$, în care s-a notat cu v viteza reală a centrului roții (adică viteza de translație a autovehiculului) și cu $v_t = \omega_r r_r$ viteza teoretică, dată de produsul dintre viteza unghiulară a roții și raza ei dinamică de rulare (viteza periferică a roții). Cele trei cazuri caracteristice au CIR (centrul instantaneu de rotație al roții) fie coincident cu centrul petei de contact al roții cu calea - în cazul rostogolirii pure, fie deasupra acestuia - în cazul rostogolirii cu patinare, fie sub acesta - în cazul rostogolirii cu alunecare.

Uneori, literatura de specialitate mai lucrează și cu patinarea, $s = 1 - a$, sau exprimată sub forma alunecării, $s = \frac{v_t - v}{v_t}$.

1.2 Circulația de putere în plan transversal

Cazurile caracteristice apariției circulației de putere la nivel transversal sunt cele anterior amintite: cazul efectuării unui viraj, chiar dacă roțile au aceleași dimensiuni geometrice sau cazul deplasării rectilinii, dar în care razele de rulare ale roților aceleiași punți sunt diferite⁴.

1.2.1 Cazul deplasării în viraj

În ipotezele făcute se consideră că ambele roți, înaintea intrării în virajul uniform pe teren orizontal, aveau vitezele unghiulare și razele dinamice de rulare egale între ele. Se va folosi indicele E pentru a desemna mărimile

⁴ Trebuie făcută observația că dacă roțile aceleiași punți nu au aceleași dimensiuni geometrice (în speță, au raze de rulare diferite) acest lucru va induce circulație de putere suplimentară și în cazul virajului. Totuși, aportul de putere parazită adus de razele diferite de rulare este mult mai mic decât circulația parazită indusă de parcurgerea de spații inegale de către roți pe timpul virajului. Valoarea acestui aport este atât de mică încît, pe timpul virajului el se neglijează, fiind aproape imposibil de detectat cu mijloacele de măsură actuale. El este totuși detectabil la deplasarea rectilinie a autovehiculului. Din aceste considerente, ele vor fi tratate separat.

Din aceleași motive, parcurgerea de spații inegale de către roțile aceleiași punți, care au dimensiuni geometrice identice, la mers rectiliniu, când una din roți parcurge o denivelare în timp ce cealaltă roată se deplasează pe o cale plană, nu a fost luată în discuție.

caracteristice ale roții exterioare virajului și indicele I , pentru cele corespunzătoare roții interioare virajului. Situația este redată în fig. 1.2, puntea fiind văzută de sus.

Se mai face ipoteza că anvelopele roților sunt deformabile, iar coeficientul elastic de deformare radială a pneului se notează cu k_e .

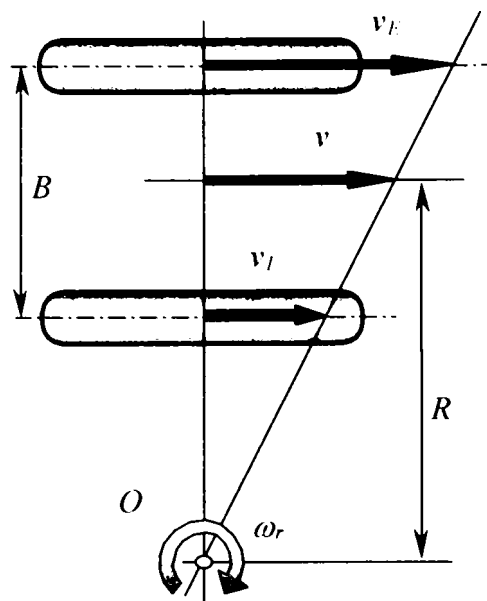


Fig. 1.2 Schema punții motoare fără diferențial aflată în viraj uniform

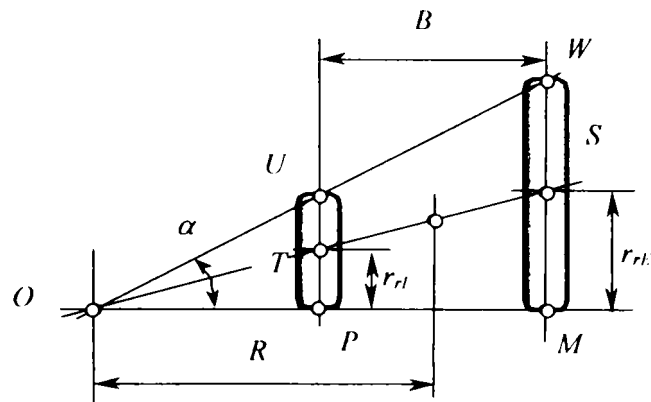


Fig. 1.3 Geometria deformării pneurilor în virajul cu rulare pură a punții motoare fără diferențial

Prin urmare, pentru a asigura o rulare pură a roților punții și după intrarea în virajul uniform de rază R , este necesar ca razele de rulare dinamică ale roților să se modifice într-o proporție dată de relația (1.1), obținută exclusiv pe baza deformabilității radiale a pneurilor [55, 60, 70],

$$\frac{r_{rE}}{r_{rI}} = \frac{R + \frac{B}{2}}{R - \frac{B}{2}}, \quad (1.1)$$

în care r_{rE} și r_{rI} sunt razele de rulare ale roților pe timpul virajului.

Pentru a obține relația (1.1) se face apel la figura 1.3 care reprezintă schema de deformare elastică a roților pe timpul virajului, necesară asigurării unei rulări pure a roților, mai precis, se apelează la proporționalitatea triunghiurilor ΔOMS și ΔOPT . Deformarea elastică se face sub influența forțelor tangențiale ce iau naștere în petele de contact cu solul ale roților respective, iar relația de proporționalitate a razelor roților este de forma [55, 70]

$$r_r = r_c + k_e F_R \quad (1.2)$$

care are caracter liniar.

În această relație, mărimile care intervin au semnificațiile:

- r_r - raza de rulare a roții sub influența forței externe la roată F_R ;
- r_c - raza de rulare a roții în lipsa forței externe la roată F_R ;

- F_R - forța externă la roată care apare în viraj pentru a modifica raza de rulare în sensul obținerii rulării pure în viraj.

La modul general, pe timpul virajului cele două roți se deformează atingând valorile razelor de rulare date de expresiile

$$\begin{cases} r_{rE} = r_{cE} + k_{eE} F_{RE} \\ r_{rI} = r_{cI} + k_{eI} F_{RI} \end{cases}, \quad (1.3)$$

în care mai trebuie menționat că sensul deformării radiale este dat de sensul orientării vectorului forță externă la roată, $F_{RI(E)}$.

Cum însă, înaintea intrării în viraj, razele de rulare ale roților erau egale, iar anvelopele roților au ambele aceleași proprietăți, atunci [55, 70] $r_{cE} = r_{cI} = r_c$ și $k_{eE} = k_{eI} = k_e$. Aceste ipoteze transformă (1.3) în

$$\begin{cases} r_{rE} = r_c + k_e F_{RE} \\ r_{rI} = r_c + k_e F_{RI} \end{cases}, \quad (1.4)$$

care, înlocuită în (1.1), furnizează:

$$\frac{r_c + k_e F_{RE}}{r_c + k_e F_{RI}} = \frac{R + \frac{B}{2}}{R - \frac{B}{2}}. \quad (1.5)$$

Relația permite exprimarea forțelor externe una în funcție de cealaltă:

- forța externă la roata exterioară virajului:

$$F_{RE} = F_{RI} \frac{R + \frac{B}{2}}{R - \frac{B}{2}} + \frac{r_c B}{k_e \left(R - \frac{B}{2} \right)}; \quad (1.6)$$

- forța externă la roata interioară virajului:

$$F_{RI} = F_{RE} \frac{R - \frac{B}{2}}{R + \frac{B}{2}} + \frac{r_c B}{k_e \left(R + \frac{B}{2} \right)}. \quad (1.7)$$

La aceste ecuații se poate adăuga relația de echilibru a forțelor pe direcția de deplasare a autovehiculului, în care intervine suma tuturor rezistențelor la înaintare, de forma $F_{RE} + F_{RI} = \sum R$.

Se obține sistemul de ecuații (1.8) care permite determinarea forțelor la roată ce produc deformațiile tangențiale ale pneurilor necesare rulării pure a roților în virajul uniform [55, 70],

$$\begin{cases} F_{RE} = F_{RI} \frac{R + \frac{B}{2}}{R - \frac{B}{2}} + \frac{r_c B}{k_e \left(R - \frac{B}{2} \right)} \\ F_{RI} = F_{RE} \frac{R - \frac{B}{2}}{R + \frac{B}{2}} + \frac{r_c B}{k_e \left(R + \frac{B}{2} \right)} \\ F_{RE} + F_{RI} = \sum R \end{cases} \quad (1.8)$$

Folosind ultima ecuație a sistemului (1.8) se pot scrie, pe rând, expresiile forțelor externe la cele două roți sub forma $F_{RI} = \sum R - F_{RE}$ și, respectiv, $F_{RE} = \sum R - F_{RI}$, care se înlocuiesc, corespunzător, în primele două ecuații ale aceluiași sistem. Se obțin, după prelucrări succesive:

- forța externă la roata exterioară virajului,

$$F_{RE} = \frac{R + \frac{B}{2}}{2R} \left[\sum R + \frac{r_c B}{k_e \left(R + \frac{B}{2} \right)} \right]; \quad (1.9)$$

- forța externă la roata interioară virajului,

$$F_{RI} = \frac{R - \frac{B}{2}}{2R} \left[\sum R - \frac{r_c B}{k_e \left(R - \frac{B}{2} \right)} \right]. \quad (1.10)$$

Se poate observa, cu ușurință, că forța externă de la roata exterioară virajului este întotdeauna pozitivă. Forța de la roata interioară virajului poate avea și valori negative, mai precis, dacă este îndeplinită condiția:

$$\sum R < \frac{r_c B}{k_e \left(R - \frac{B}{2} \right)}. \quad (1.11)$$

Într-o astfel de situație, roata interioară se va comporta ca o roată frânată. Ea va fi antrenată de către forța de la roata exterioară virajului, prin intermediul corpului autovehiculului.

Dacă această forță este înmulțită cu viteza centrului roții la care apare, se va obține expresia unei puteri.

$$P_I = F_{R_I} v_I = F_{R_I} \omega_r r_{r_I}, \quad (1.12)$$

care este injectată, prin intermediul organelor transmisiei punții, de la roata exterioară la roata interioară virajului, în scopul antrenării acesteia. Puterea respectivă nu ajută la progresiune, ci dimpotrivă, o defavorizează, din care cauză, literatura de specialitate a denumit-o **putere parazită** [55, 70]. Această calitate se datorează caracteristicilor sale:

- nu folosește la progresiunea automobilului, deoarece nu generează forță de tracțiune;

- sporește solicitările organelor punții;
- mărește pierderile mecanice prin mărirea puterii transmise;
- mărește consumul de combustibil și uzura pneurilor;
- reduce manevrabilitatea și stabilitatea automobilului.

Din relațiile (1.11) și (1.12) se vede că apariția și magnitudinea puterii parazite este determinată de căile de rulare cu rezistență mică la înaintare (drumuri de bună calitate), de pneurile mari și rigide, de ecartamentele mari și de razele mici de viraj.

1.2.2 Cazul deplasării rectilinii

Dacă în cazul precedent se făcuse ipoteza că, înainte de intrarea în viraj, razele de rulare ale celor două roți erau egale, în acest caz ele nu mai sunt egale. În mod natural, dacă nu ar exista acțiunea conducătorului autovehiculului de a menține traiectoria rectilinie de mișcare, puntea, în condițiile rulării pure a roților, ar tinde să vireze înspre roata cu rază mai mică de rulare.

Ipoteza absenței diferențialului este menținută în continuare.

Se observă că similitudinea cu cazul precedent este totală, doar punerea problemei este inversă. Roata cu rază mai mică de rulare va fi antrenată în mișcare, prin intermediul corpului autovehiculului, de către cea cu rază mai mare, iar puterea parazită va circula în același sens (de la roata cu rază de rulare mai mică spre cea cu rază de rulare mai mare). Prin urmare, forțele externe la cele două roți vor fi date tot de expresiile (1.9) și (1.10), aceasta din urmă fiind forța care generează puterea parazită [25].

Literatura de specialitate [49] denumesc termenul R din expresia forței externe la roata interioară virajului *raza pseudovirajului punții*. Denumirea vine de la faptul că această rază nu are semnificație fizică, deoarece autovehiculul se deplasează pe o traiectorie rectilinie. Ea reprezintă raza traiectoriei pe care s-ar

deplasa autovehiculul dacă traiectoria rectilinie nu ar fi impusă de conducătorul auto, iar cele două roți ar rula pur.

Pentru determinarea valorii acestei raze, se face apel tot la fig. 1.3, din care se poate exprima unghiul α în funcție de R .

Din triunghiul ΔOMW se obține $tg\alpha = \frac{2r_{rE}}{R + \frac{B}{2}}$, iar din triunghiul ΔOPU se

obține $tg\alpha = \frac{2r_{rI}}{R - \frac{B}{2}}$, relații, care prin egalare, conduc la

$$R = \frac{B r_{rE} + r_{rI}}{2 r_{rE} - r_{rI}}. \quad (1.13)$$

Înlocuind acum expresia (1.13) în condiția apariției circulației de putere (1.11) se obține:

$$\sum R < \frac{2r_c}{k_e \left(\frac{r_{rE} + r_{rI}}{r_{rE} - r_{rI}} - 1 \right)}. \quad (1.14)$$

În continuare, ținând cont de (1.14) în expresia puterii parazite (1.12) și înlocuind adecvat, se va obține relația puterii parazite care circulă între roți la deplasarea rectilinie, cu roțile avînd diferențe de raze de rulare [25, 27, 44, 45, 46, 47, 55,70]:

$$P_I = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_{rE} - r_{rI}}{r_{rE} + r_{rI}} \right) \left[\sum R - \frac{2r_c}{k_e \left(\frac{r_{rE} + r_{rI}}{r_{rE} - r_{rI}} - 1 \right)} \right] \omega_r r_{rI}. \quad (1.15)$$

Această ultimă relație permite cel puțin două observații:

a) prin anularea termenilor $\omega_r r_{rI}$ se obține expresia forței tangențiale la roata cu raza mică de rulare;

b) dacă se face ipoteza $r_{rI} = r_{rE}$, atunci termenul $\frac{r_{rE} - r_{rI}}{r_{rE} + r_{rI}}$ al condiției (1.13) se anulează, iar (1.15) se reduce la $P_I = \frac{1}{2} \sum R \omega_r r_{rI}$, în care $F_{R_I} = \frac{1}{2} \sum R$ (adică, forța tangențială la roată este egală cu jumătatea

rezistențelor la înaintare de la nivelul punții); similar, $F_{RE} = \frac{1}{2} \sum R$, ceea ce conduce la $P_E = P_I$, adică circulația de putere dispare.

1.3 Circulația de putere în plan longitudinal

Cazurile relevante ale apariției circulației de putere între punțile autovehiculului sunt cele prezentate și în cazul circulației de putere în plan transversal: inegalitatea razelor de rulare ale roților punții din față în raport cu cele ale punții din spate⁵ sau deplasarea în viraj⁶.

1.3.1 Cazul deplasării rectilinii

Pentru a nu avea circulație de putere între punți (în plan longitudinal) este necesar ca vitezele periferice ale roților celor două punți, la deplasarea rectilinie, să fie egale: $\omega_{dF} r_{rF} = \omega_{dS} r_{rS}$. În această relație, ω_{dF} și ω_{dS} sunt vitezele unghiulare ale casetei diferențialului punții față, respectiv spate, iar r_{rF} și r_{rS} sunt razele de rulare corespunzătoare ale roților.

Se face ipoteza inexistenței (sau a blocării totale) a diferențialului longitudinal (interaxial).

Literatura de specialitate, [55], introduce noțiunea de *neconcordanță cinematică*. Pentru studiul acesteia se folosește *indicele neconcordanței cinematice* în sistemul de rulare al automobilului, dat de relația

$$K = \frac{1 - s_S}{1 - s_F}, \quad (1.16)$$

în care s_S și s_F sunt patinările medii ale roților punții spate, respectiv față, cum au fost definite la §1.1, ținând cont și de observația că alunecarea poate fi interpretată, în același sens, și ca o patinare negativă.

Dacă se scrie relația precedentă sub forma (1.17), atunci neconcordanței cinematice i se poate da o interpretare grafică, așa cum este ilustrată în fig. 1.4,

$$s_F = \frac{s_S}{K} + \frac{K - 1}{K}. \quad (1.17)$$

⁵ Se consideră că razele de rulare ale roților aceleiași punți sunt egale între ele, dar diferă de la puntea din față la cea din spate [49, 55, 60, 70].

⁶ Ca și în cazul circulației de putere în plan transversal, se face ipoteza că toate roțile (adică ale ambelor punți) au aceeași rază de rulare înaintea intrării în viraj, aportul de putere parazită datorat inegalității roților pe timpul virajului fiind mult mai mic decât cel datorat virajului propriu-zis.

Deplasarea optimă, fără apariția circulației de putere la nivelul longitudinal al transmisiei autovehiculului, se poate obține numai pentru valoarea unitară a indicelui neconcordanței cinemate, ceea ce corespunde unor patinări (sau alunecări) egale la nivelul ambelor punți sau, la limită, unor rostogoliri pure ale acestora (caz ideal, neîntâlnit în realitate, deoarece punțile nu pot fi motoare în absența patinărilor). Pentru toate celelalte cazuri, când $K \neq 1$, apare circulație parazită de putere. Aceste cazuri vor fi tratate pe baza graficului din figura alăturată.

Exemplu tipice de funcționare în cazul în care indicele neconcordanței cinemate nu are valoare unitară [55]:

a) Zona I: puntea din spate patinează, $s_S > 0$ (deci este punte motoare) iar cea din față alunecă, $s_F < 0$, comportându-se ca o punte frânată (împinsă de puntea din spate);

b) Zona II: puntea din față patinează, $s_F > 0$ (deci este punte motoare) iar cea din față alunecă, $s_S < 0$, comportându-se ca o punte frânată (trasă de puntea din față); cazul **b)** este opus cazului **a)**;

c) Zona în care ambele patinări sunt pozitive dar diferite (cadrantul 1 al sistemului de coordonate), în care ambele punți sunt motoare, dar calitățile lor de tracțiune sânt diferite, iar deplasarea nu este optimă (cu forța maximă totală de tracțiune);

d) Zona în care ambele punți alunecă (patinări negative, în cadrantul 3 al sistemului de coordonate), alunecările fiind diferite, corespunde situației în care autovehiculul este tractat, avînd motorul cuplat la transmisie; această situație nu prezintă interes practic.

Cum punțile sunt legate cinematic între ele, iar corpul autovehiculului este rigid, vitezele centrelor roților vor fi obligatoriu egale între ele, adică $v_F(1 - s_F) = v_S(1 - s_S)$, relație care se mai poate scrie și sub forma [55]:

$$\frac{1 - s_S}{1 - s_F} = \frac{v_F}{v_S} \quad (1.18)$$

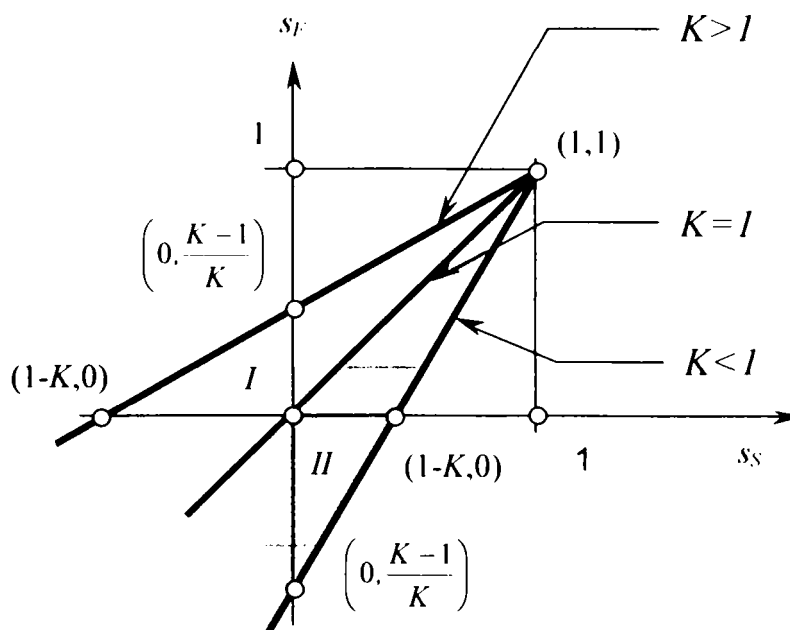


Fig. 1.5 Dependenta dintre patinările roților punților motoare pentru diferite valori ale indicelui neconcordanței cinemate

Dacă se înlocuiesc (1.15) și (1.16) în această relație, se va obține

$$K = \frac{1 - s_S}{1 - s_F} = \frac{v_F}{v_S} = \frac{\omega_{r_F} r_{r_F}}{\omega_{r_S} r_{r_S}}, \quad (1.19)$$

în care, pentru mersul rectiliniu, viteza unghiulară a casetei diferențialului este egală cu viteza unghiulară a roților punții în discuție, $\omega_d = \omega_r$.

Explicitând toate vitezele unghiulare, ca în setul (1.20),

$$\begin{cases} \omega_{d_F} = \frac{\omega_m}{i_{T_F}} \\ \omega_{d_S} = \frac{\omega_m}{i_{T_S}} \\ \omega_{d_F} = \omega_{d_S} = \omega_r \\ i_{T_F} = i_{T_S} = i_T \end{cases}, \quad (1.20)$$

atunci relația (1.19) va deveni:

$$K = \frac{r_{r_F}}{r_{r_S}}. \quad (1.21)$$

În sistemul de ecuații (1.20), ω_m este viteza unghiulară a arborelui cotit al motorului, iar i_{T_F} și i_{T_S} sunt rapoartele de transmitere de la motor la roțile față, respectiv spate.

Relația (1.21) arată că, în cazul mersului rectiliniu, indicele neconcordanței cinematice este dependent exclusiv de razele de rulare ale roților punților.

Așa cum a fost arătat anterior, valoarea rezistențelor la înaintare are o influență majoră asupra existenței și magnitudinii circulației de putere. De aici rezultă necesitatea imperativă de a se purta o discuție pe acest subiect.

Conform fig. 1.1, relația ce furnizează viteza reală a centrului roții este dată de $v = r_r \omega_d + v_\delta$, în care v_δ reprezintă viteza de patinare sau de alunecare (după caz).

Considerând un autovehicul 4x4 cu toate diferențialele blocate, aflat în mișcare rectilinie, se poate scrie că viteza centrelor roților punților este egală cu viteza de translație a autovehiculului (notată cu v), adică va verifica relația algebrică $v = r_{r_F} \omega_{d_F} + v_{\delta_F} = r_{r_S} \omega_{d_S} + v_{\delta_S}$. Dacă în egalitatea a doua va apărea semn negativ (punte în comportare frânată) și considerând că vitezele unghiulare ale cassetelor diferențialelor sunt egale între ele ($\omega_{d_F} = \omega_{d_S}$), atunci se poate scrie:

$$v_{\delta_F} - v_{\delta_S} = \omega_d (r_{r_S} - r_{r_F}). \quad (1.22)$$

Această relație denotă faptul că, în caz de inegalitate a razelor de rulare ale roților celor două punți, în mod obligatoriu, la nivelul deplasării apar alunecări sau patinări (după caz), deoarece implicit, pentru respectarea relației (1.22), este necesar ca $v_{\delta_F} - v_{\delta_S} \neq 0$.

Analiza continuă în ipoteza că roțile punții din spate au raza de rulare mai mare decât a celor de la puntea din față ($r_{r_S} > r_{r_F}$). Ca urmare, se pot trage următoarele concluzii [49]:

a) vitezele de patinare - alunecare sunt diferite: $v_{\delta_F} \neq v_{\delta_S}$;

b) dacă roțile punții din spate au o rulare pură, ($v_{\delta_S} = 0$), atunci roțile punții din față alunecă, ($v_{\delta_F} > 0$);

c) dacă roțile punții din spate patinează, ($v_{\delta_S} < 0$), atunci roțile punții din față pot să alunece, ($v_{\delta_F} > 0$), să ruleze pur, ($v_{\delta_F} = 0$) sau să patineze, ($v_{\delta_F} < 0$), dacă se respectă condiția $|v_{\delta_S}| > |v_{\delta_F}|$; se observă că dacă roțile punții din spate rulează pur sau alunecă, patinarea punților din față este imposibilă deoarece contravine relației (1.22).

Ecuția de proiecții ale forțelor paralele cu calea de rulare are expresia $F_R = \sum R$, în care F_R este forța tangențială la roată (diferența dintre forța de tracțiune și rezistența la rulare, iar în termenul $\sum R$ sunt incluse toate rezistențele la înaintare (adică rezistența în pantă, la demaraj și a aerului), mai puțin cea la rulare. Cum autovehiculul are tracțiune integrală, în continuare se poate scrie $F_R = F_{R_F} + F_{R_S} = \sum R$ (suma forțelor tangențiale la roțile punții față, respectiv spate).

La limita de aderență, forțele tangențiale externe la roțile celor două punți devin

$$\begin{cases} F_{R_F max} = \varphi Z_F \\ F_{R_S max} = \varphi Z_S \end{cases}, \quad (1.23)$$

în care s-au notat cu Z_F și Z_S reacțiunile normale ale căii de rulare la cele două punți⁷.

De asemenea, s-a notat cu φ coeficientul de aderență maxim al căii de rulare.

⁷ Reacțiunile în discuție sunt considerate la nivelul punții, prin însumarea reacțiunilor normale ale roților de pe ambele părți ale punții analizate.

Valoarea maximă a rezistențelor $\sum R$ pe care le poate învinge automobilul este dată de $\sum R_{max} = \varphi(Z_F + Z_S)$, dar în realitate, aceasta este destul de rar atinsă, adică rezistențele la înaintare, de cele mai multe ori, îndeplinesc condiția $\sum R < \sum R_{max}$. Acest lucru se mai poate scrie și sub forma

$$F_{RF} + F_{RS} < \varphi Z_F + \varphi Z_S. \quad (1.24)$$

Trebuie menționat un lucru foarte important: forțele la roată nu pot fi simultan mai mici decât valorile date în sistemul (1.23), deoarece în acest caz ar fi de presupus o rulare pură a roților ambelor punți. Ori, acest lucru este imposibil de realizat, datorită ipotezei inițiale: $r_{rS} > r_{rF}$. Prin urmare, în ipotezele date, cel puțin una din forțele dezvoltate la roți (față sau spate) va fi cea corespunzătoare limitei de aderență.

Mai mult, dacă $v_\delta > 0$ (cazul alunecării, conform convenției făcute), atunci forța la roată este orientată în sens opus mișcării autovehiculului. În aceeași idee, dacă $v_\delta < 0$ (cazul patinării roții), atunci forța externă la roată va avea aceeași orientare cu a vectorului viteză de translație a automobilului.

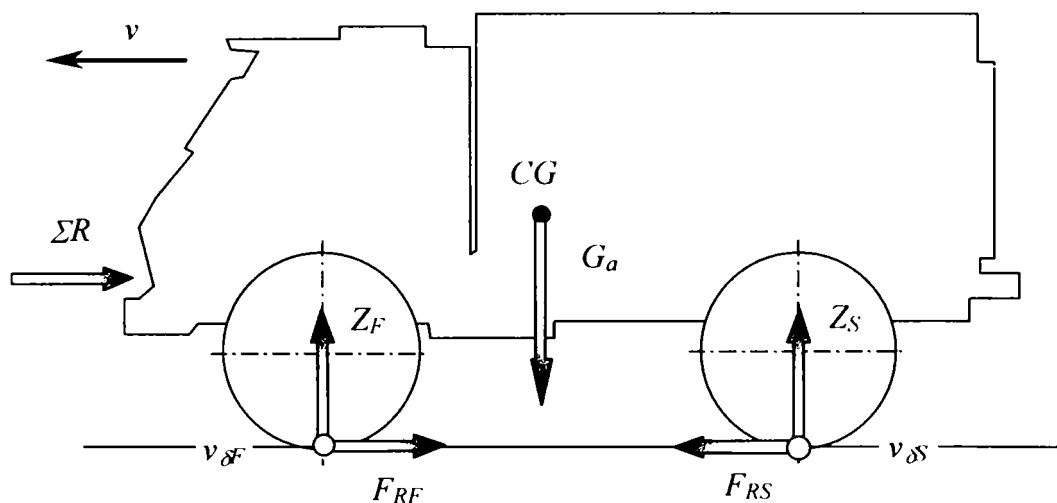


Fig. 1.6 Schema generală de încărcare pentru determinarea situațiilor caracteristice ale expresiilor circulației de putere în plan longitudinal

Pornind de la aceste considerente, literatura de specialitate, [49], prezintă cazurile tipice de funcționare în prezența circulației de putere la nivelul longitudinal al transmisiei (fig. 1.6).

Se face observația că schema din figură are caracter general, orientările și mărimea vectorilor - forțe tangențiale la petele de contact cu calea ale roților punților, putând să se modifice (sau chiar să se anuleze) în funcție de mărimile

vitezelor de patinare sau alunecare $v_{\delta_{F(S)}}$. Analiza va fi efectuată pe măsură ce rezistențele la înaintare $\sum R$ cresc.

a) *puntea din spate rulează pur, ($v_{\delta_S} = 0$), puntea din față alunecă, ($v_{\delta_F} > 0$)*

Acest caz este caracterizat de $F_{R_F} = \varphi Z_F$ și $0 < F_{R_S} < \varphi Z_S$. Forțele au orientarea dată în fig. 1.6, iar ecuația de echilibru a forțelor paralele cu calea de rulare are forma $F_{R_S} = \varphi Z_F + \sum R$, cu care dubla inegalitate de la puntea din spate se rescrie $0 < \varphi Z_F + \sum R < \varphi Z_S$ sau

$$-\varphi Z_F < \sum R < \varphi(Z_S - Z_F). \quad (1.25)$$

Analizând această inegalitate, se pot trage următoarele concluzii:

- în cazul în care $-\varphi Z_F < \sum R$, pentru satisfacerea inegalității (1.25), cum φ și Z_F sunt pozitive, obligatoriu $\sum R < 0$, ceea ce conduce la concluzia că autovehiculul se află în situația de a fi tractat, cu motorul cuplat la transmisie; cazul nu prezintă importanță practică;
- în cazul în care $Z_F > Z_S$, rezistențele la înaintare trebuie să fie tot negative ($\sum R < 0$, conform membrului drept al inegalității (1.25)); situația autovehiculului este aceeași cu a cazului precedent (autovehicul tractat);
- în cazul în care $Z_F < Z_S$, rezultă că $\sum R > 0$ (tot din membrul drept al aceleiași inegalități); situația corespunde deplasării autovehiculului cu tracțiune proprie; pentru ca situația să poată apărea în practică, este necesar ca puntea din față să aibă o încărcare mai redusă decât cea din spate.

b) *puntea din spate patinează, ($v_{\delta_S} < 0$), puntea din față alunecă, ($v_{\delta_F} > 0$)*

Mărirea în continuare a rezistențelor la înaintare conduce la creșterea forței tangențiale la roțile punții din spate, până la atingerea valorii limită φZ_S . După această valoare, roțile punții din spate intră în patinare ($v_{\delta_S} < 0$), iar ecuația de echilibru a forțelor paralele cu calea de rulare devine:

$$\sum R = \varphi(Z_S - Z_R). \quad (1.26)$$

În această situație, expresiile forțelor tangențiale la roțile celor două punți au formele:

- la puntea din față: $F_{R_F} = \varphi Z_F$;

- la puntea din spate: $F_{R_S} = \varphi Z_S$.

În acest caz particular, forțele din petele de contact cu solul vor avea aceeași orientare cu cea dată în fig. 1.6.

- c) puntea din spate patinează, ($v_{\delta_S} < 0$), puntea din față rulează pur, ca punte neutră, ($v_{\delta_F} = 0$)*

Dacă rezistența la înaintare continuă să crească, pentru început roțile din față își vor opri alunecarea, dar forța la roțile punții în discuție nu va mai fi dată de limita de aderență.

Forțele tangențiale vor avea, prin urmare, expresiile:

- la puntea din spate patinarea va continua, roțile funcționând la limita de aderență, iar $F_{R_S} = \varphi Z_S$;
- la puntea din față, forța tangențială va îndeplini dubla inegalitate: $0 < F_{R_F} < \varphi Z_F$.

Ecuția de echilibru a forțelor paralele cu calea de rulare ia forma $\sum R + F_{R_F} = \varphi Z_S$, cu care dubla inegalitate satisfăcută de forța tangențială de la roțile punții față devine $0 < \varphi Z_S - \sum R < \varphi Z_S$, care prin prelucrări succesive, ajunge de forma

$$\varphi(Z_S - Z_F) < \sum R < \varphi Z_S. \quad (1.27)$$

Într-o primă etapă, forțele din petele de contact cu solul vor avea aceeași orientare cu cea dată în fig. 1.6. Totuși, prin creșterea în continuare a rezistențelor la înaintare, $\sum R$, se ajunge la un moment dat ca $F_{R_F} = 0$ (puntea din față se găsește în rulare pură de tip neutru, când roțile sale nici nu mai frânează mișcarea, dar nici nu ajută la tracțiune). În acest caz specific, vectorul forță tangențială al punții din față, F_{R_F} , dispăre din fig. 1.6, în timp ce vectorul F_{R_S} continuă să aibă aceeași orientare.

Ecuția de echilibru capătă forma particulară

$$\varphi Z_S = \sum R, \quad (1.28)$$

ceea ce denotă că numai puntea din spate învinge, în totalitate, rezistențele la înaintare.

- d) puntea din spate patinează, ($v_{\delta_S} < 0$), puntea din față rulează pur, ca punte motoare, ($v_{\delta_F} = 0$)*

Mărind, pe mai departe, rezistențele la înaintare se ajunge la situația în care roțile punții din față continuă să aibă o rulare pură, ($v_{\delta_F} = 0$), dar devin

motoare la limită, în timp ce roțile punții din spate continuă să patineze. În această situație, forțele tangențiale la roți au formele:

- la puntea din față, forța tangențială satisface dubla inegalitate:
 $0 < F_{RF} < \varphi Z_F$;
- la puntea din spate, roțile se găsesc, în continuare, la limita de aderență: $F_{RS} = \varphi Z_S$.

Înlocuind în relația de echilibru a proiecțiilor forțelor pe un plan paralel cu calea, care are în acest caz aspectul $F_{RF} + \varphi Z_S = \sum R$, se obține forma finală a acesteia:

$$0 < \sum R < \varphi(Z_F + Z_S). \quad (1.29)$$

În fig. 1.6, vectorul forță tangențială la puntea din față își schimbă orientarea (are acum același sens cu vectorul viteză al automobilului), în timp ce orientarea vectorului forță tangențială la nivelul punții din spate își păstrează orientarea.

e) toate roțile patinează, fiind motoare, ($v_{\delta_F} < 0$; $v_{\delta_S} < 0$)

În această situație se poate învinge rezistența maximă la înaintare în condițiile existenței neconcordanței cinematice între cele două punți ale autovehiculului. Expresia acesteia este $\sum R_{max} = \varphi(Z_F + Z_S)$.

Orientările ambilor vectori ce desemnează forțele tangențiale la cele două punți în fig. 1.6 sunt aceleași, aceștia având același sens cu sensul de deplasare a autovehiculului.

Cele mai frecvent întâlnite situații sunt cele descrise de cazurile b) și c).

A la baza graficului din fig. 1.5, se poate conchide că funcționarea se produce în

zona I, în condițiile în care $\delta_1 < 0$ (puntea din față este în regim de alunecare) și $0 \leq \delta_2 < 1 - K$ (puntea din spate este în regim de patinare). Evident, $K < 1$. Astfel, puntea din față nu ajută la tracțiune ci se opune acesteia, fiind împinsă de puntea din spate prin intermediul corpului autovehiculului.

În consecință, momentul ce acționează la nivelul organelor transmisiei ce deservește puntea din față are valori negative (sens opus rotirii lor) și el se

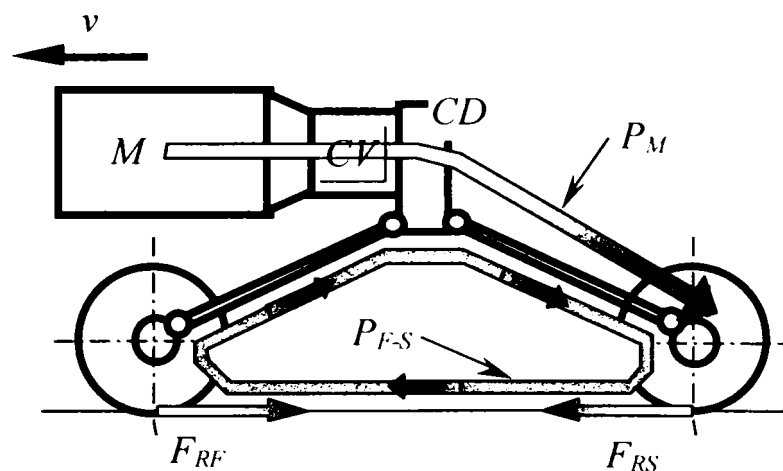
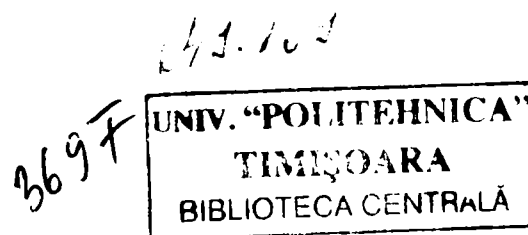


Fig. 1.7 Fluxurile de putere în transmisia unui automobil 4x4 cu circulație de putere în transmisie



transmite cutiei de distribuție și de aici la puntea din spate. Ca urmare, la puntea din spate sosesc două fluxuri de putere (fig. 1.7):

- un flux care circulă pe traseul: motor - ambreiaj - cutie de viteze - cutie de distribuție - punte spate;
- un flux care circulă pe traseul: punte față - cutie de distribuție - punte spate.

Circulația de putere este mai ușor de observat dacă se utilizează grafurile teoriei nodale, ca în fig. 1.8, care reprezintă schema nodală a transmisiei afectată de circulație parazitară de putere, corespunzător fig. 1.7. Notațiile folosite au semnificațiile: M - motorul, CV - cutia de viteze, CD - cutia de distribuție, RK - grupul conic, F și S - perechile de roți față, respectiv spate, iar P_{τ} - puterea pierdută prin frecările din diferitele organe ale transmisiei.

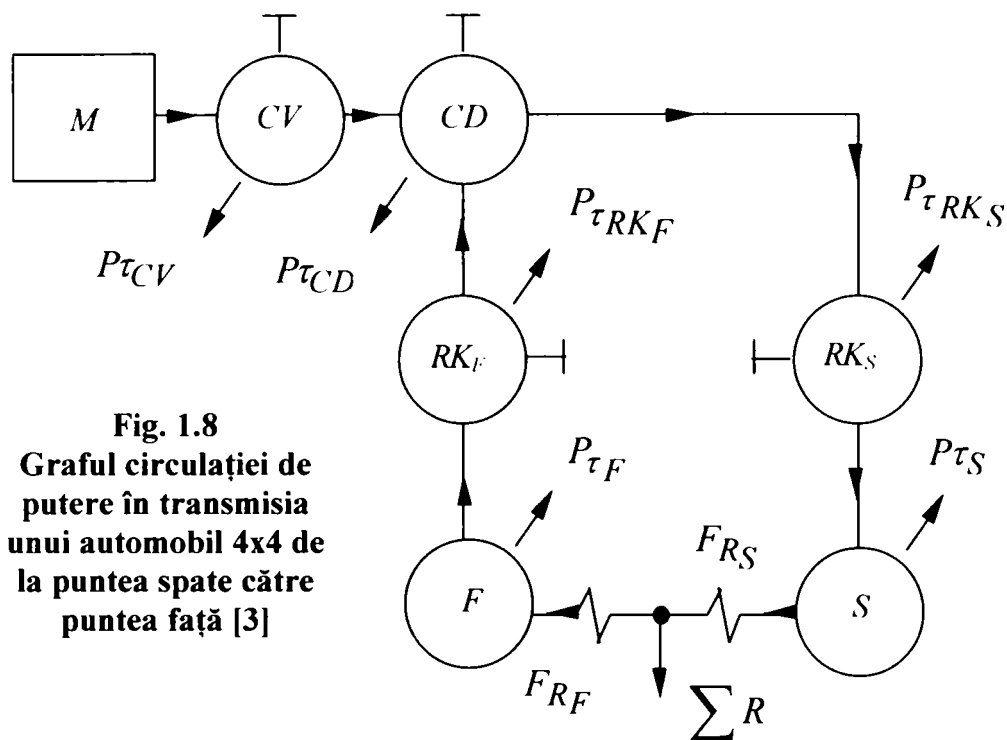


Fig. 1.8
Graful circulației de putere în transmisia unui automobil 4x4 de la puntea spate către puntea față [3]

Dacă se apelează și la pierderile prin frecări din organele transmisiei, exprimate prin randamentul mecanic al acestora, puterea ce sosește la cutia de distribuție de la puntea din față va fi dată de

$$P_F = F_{RF} r_{rF} \omega_r \eta_{TF-CD}, \quad (1.30)$$

în care $\omega_r = \omega_{rF} = \omega_{rS}$ (transmisia fiind rigidă), iar η_{TF-CD} este randamentul transmisiei pe traseul de la roțile punții din față la arborele de ieșire spre puntea din spate al cutiei de distribuție.

La cutia de viteze sosește încă un flux de putere, cel dinspre motorul de tracțiune, care se determină cu relația

$$P_M = P_{mot} \eta_{TM-CD}, \quad (1.31)$$

în care s-a notat cu P_{mot} puterea de la arborele de ieșire din motor (arborele cotit), iar cu η_{TM-CD} s-a notat randamentul transmisiei pe traseul de la motor la arborele de ieșire al cutiei de distribuție spre puntea din spate.

Prin urmare, pe arborele de ieșire al cutiei de distribuție se însumează cele două puteri, exprimate prin relațiile (1.30) și (1.31), sub forma

$$P_S = (P_F + P_M) \eta_{TC D-S} = (F_{RF} r_{rF} \omega_r \eta_{TF-CD} + P_{mot} \eta_{TM-CD}). \quad (1.32)$$

Această putere se consumă pentru învingerea rezistențelor la înaintare de la roțile punții din spate $P_{RS} = F_{RS} r_{rS} \omega_r$ care, pentru $F_{RS} = \varphi Z_S$, are expresia

$$P_{RS} = \varphi Z_S r_{rS} \omega_r. \quad (1.33)$$

Egalând ultimile două relații, se obține bilanțul de puteri scris la nivelul petei de contact cu solul a roților punții din spate:

$$(F_{RF} r_{rF} \omega_r \eta_{TF-CD} + P_{mot} \eta_{TM-CD}) \eta_{TC D-S} = \varphi Z_S r_{rS} \omega_r. \quad (1.34)$$

Termenul din stânga reprezintă fluxul de putere ce vine prin transmisie la roți, iar cel din dreapta este cel asimilat limitei de aderență.

În fine, pentru cazul în discuție, F_{RF} este dată de ecuația $\sum R + F_{RF} = F_{RS}$, care se rescrie $F_{RF} = \varphi Z_S - \sum R$ și se substituie în (1.34). După substituire, ecuația de bilanț a puterilor se transferă din pata de contact cu solul, la nivelul arborelui de ieșire din cutia de distribuție (unde se întâlnește fluxul de putere ce vine de la motor cu puterea parazită ce vine de la puntea din spate). După separarea celor două fluxuri de putere, ecuația de bilanț de puteri devine, [24, 49]:

$$P_{mot} \eta_{TM-S} = \varphi Z_S r_{rS} \omega_r - (\varphi Z_S - \sum R) r_{rF} \omega_r \eta_{TF-CD}. \quad (1.35)$$

Gruparea convenabilă a termenilor permite decelarea categoriilor de puteri ale ecuației de bilanț, astfel:

- $P_{mot} \eta_{TM-S}$ - puterea ce sosește de la motor;
- $\varphi Z_S r_{rS} \omega_r$ - puterea asimilată limitei de aderență;
- $(\varphi Z_S - \sum R) r_{rF} \omega_r \eta_{TF-CD}$ - **puterea parazită.**

Din (1.35) se poate cu ușurință deduce că, o dată cu creșterea rezistențelor la înaintare, puterea parazită scade în valoare, devenind nulă pentru $\sum R = \varphi Z_S$. Inversând raționamentul, cuplarea tracțiunii integrale cu blocarea diferențialului longitudinal la deplasarea pe drumuri de bună calitate conduce la apariția unor valori importante ale puterii parazite.

1.3.2 Cazul deplasării în viraj

Cele mai ridicate grade de neconcordanță cinematică apar, așa cum s-a arătat, în cazul deplasării în viraj. Pentru a putea stabili relațiile de calcul ale puterii parazite, se pornește de la fig. 1.9, în care se consideră un autovehicul aflat în viraj uniform. Într-o primă aproximare, pneurile sale sunt rigide, prin urmare, se poate neglija influența forței centrifuge, deoarece deriva roților este nulă⁸.

Pentru a determina vitezele centrelor punților pe traiectoria circulară, se poate pleca de la viteza unghiulară de viraj sau de la vitezele unghiulare ale casetelor diferențialelor, [70, 72]:

- folosind viteza unghiulară de viraj:

$$\begin{cases} v_F = \omega_V R_F \\ v_S = \omega_V R_S \end{cases}; \quad (1.36)$$

- folosind viteza unghiulară a casetei diferențialului:

$$\begin{cases} v_F = \omega_d r_{rF} (1 - \delta_F) \\ v_S = \omega_d r_{rS} (1 - \delta_S) \end{cases}. \quad (1.37)$$

Pentru ca ω_V să aibă consistență, vor fi luate în discuție și patinările. Rapoartele ecuațiilor celor două sisteme de mai sus conduc la relația

$\frac{v_F}{v_S} = \frac{R_F}{R_S} = \frac{r_{rF}}{r_{rS}} \frac{1 - \delta_F}{1 - \delta_S}$. Din acest raport se reține ultima egalitate, în care se

notează $K_r = \frac{r_{rF}}{r_{rS}}$, numit de literatura de specialitate, [55], *indicele*

neconcordanței cinematice la mersul rectiliniu, astfel încât se poate scrie

$$\frac{R_F}{R_S} = K_R \frac{1 - \delta_F}{1 - \delta_S}. \quad (1.38)$$

În fig. 1.9 s-au folosit următoarele notații:

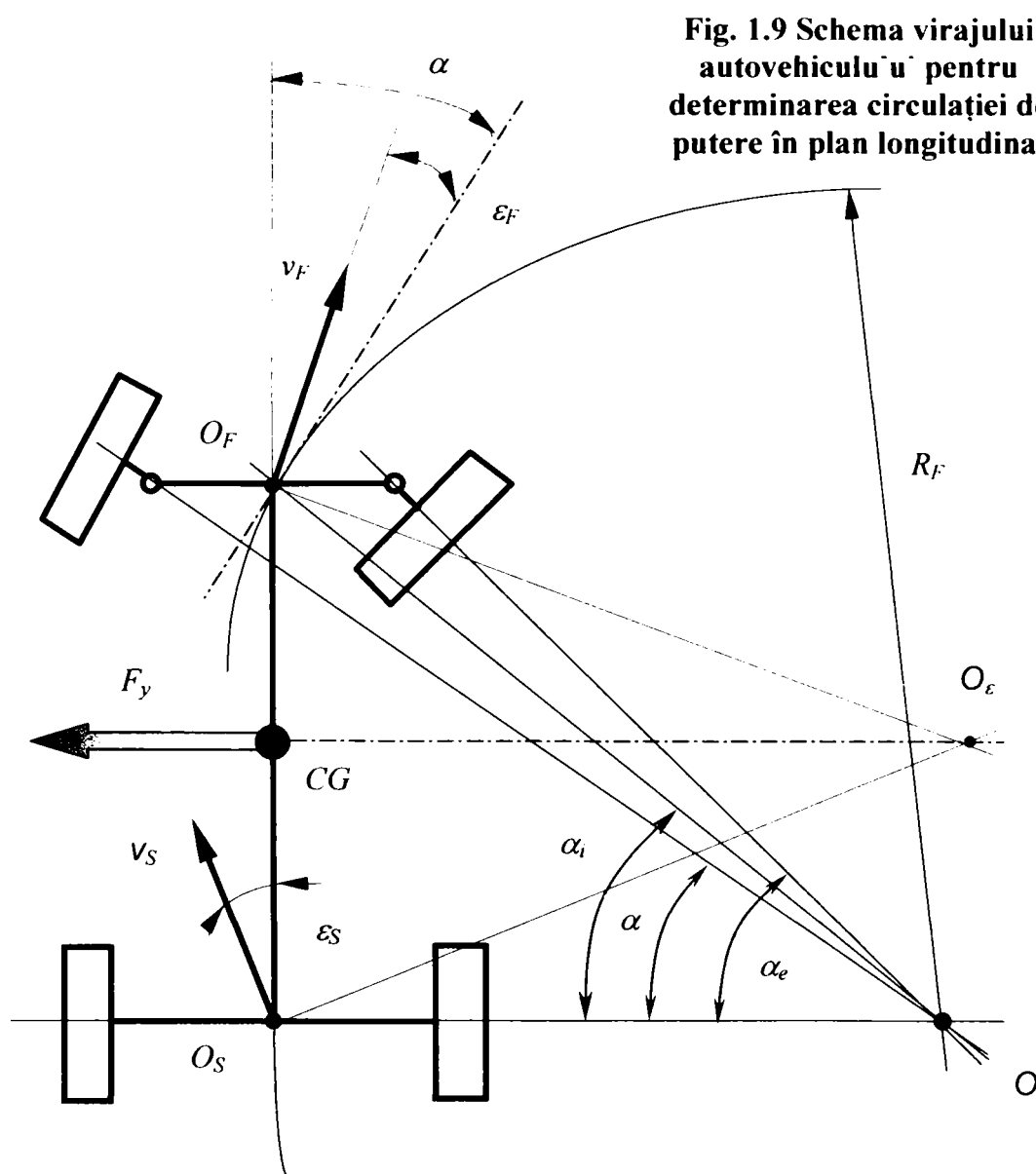
- $P_{mot} \eta_{T_{M-S}}$ - puterea ce sosește de la motor;
- α - unghiul mediu de bracaj al roților de direcție;
- $v_{F,S}$ - vitezele centrelor punților față, respectiv spate;
- $r_{c_{F,S}}$ - razele de rulare înainte de deformare ale roților punții față, respectiv spate;

⁸ Figura 1.9 ia în discuție varianta în care pneurile au derivă laterală, pentru generalizare și pentru analiza influenței acestei derivate asupra circulației de putere.

- $r_{r_{F,S}}$ - razele de rulare după deformare ale roților punții față, respectiv spate;
- $\omega_{d_{F,S}}$ - vitezele unghiulare ale casetelor diferențiale transversale ale punții față, respectiv spate;
- $F_{R_{F,S}}$ - forțele la roțile față, respectiv spate;
- $\varepsilon_{F,S}$ - unghiurile de derivă ale punții față, respectiv spate, datorate elasticității pneurilor;
- F_y - componenta transversală a forțelor laterale.

Din triunghiul $\Delta OO_S O_F$, se scrie $\frac{R_S}{R_F} = \cos \alpha$. Raportul $\frac{1 - \delta_F}{1 - \delta_S} = K_V$ se

va numi *indicele neconcordanței cinematice la mersul în viraj*, [55], cu care (1.56) devine



$$K_v = K_r \cos \alpha . \quad (1.39)$$

Pentru a determina unghiul α , se pleacă de la $\alpha = \frac{\alpha_i + \alpha_e}{2}$, cu care relația anterioară devine $K_v = K_r \cos \frac{\alpha_i + \alpha_e}{2}$.

Luând în discuție acum și deriva roților, [70], sub influența forței F_v apar expresiile acestora, ε_F și ε_S , caz în care viteza centrului punții față, v_F , face cu axa longitudinală a automobilului unghiul $\alpha - \varepsilon_F$, în timp ce viteza centrului punții din spate, v_S , face unghiul ε_S . Se poate observa deplasarea polului de viraj din poziția geometrică în cea reală.

Proiecțiile vitezelor centrelor punților pe axa longitudinală a autovehiculului sunt egale: $v_S \cos \varepsilon_S = v_F \cos \varepsilon_F$. Vitezele centrelor punților sunt date de

$$\begin{cases} v_F = r_{rF} \omega_{dS} \\ v_S = r_{rS} \omega_{dS} \end{cases}, \quad (1.40)$$

la care se adaugă condiția inexistenței sau blocării complete a diferențialelor $\omega_{dF} = \omega_{dS} = \omega_d$. Noile expresii ale vitezelor se înlocuiesc în ecuația de proiecții pe axa longitudinală a autovehiculului și se obține

$$r_{rS} \cos \varepsilon_S = r_{rF} \cos(\alpha - \varepsilon_S). \quad (1.41)$$

Folosind acum relația (1.2), care exprimă variația razei de rulare a roții în funcție de forța tangențială la aceasta, prin înlocuirea ei în (1.41), se obține $(r_{cS} + k_e F_{RS}) \cos \varepsilon_S = (r_{cF} + k_e F_{RF}) \cos(\alpha - \varepsilon_S)$. Se separă, pe rând, F_{RS} , respectiv F_{RF} . Se obține

$$F_{RS} = F_{RF} \frac{\cos(\alpha - \varepsilon_S)}{\cos \varepsilon_S} + \frac{r_{cF} \cos(\alpha - \varepsilon_S) - r_{cS} \cos \varepsilon_S}{k_e \cos \varepsilon_S}, \quad (1.42)$$

$$F_{RF} = F_{RS} \frac{\cos \varepsilon_S}{\cos(\alpha - \varepsilon_S)} - \frac{r_{cF} \cos(\alpha - \varepsilon_S) - r_{cS} \cos \varepsilon_S}{k_e \cos(\alpha - \varepsilon_S)}, \quad (1.43)$$

la care se adaugă suma proiecțiilor forțelor pe un plan paralel cu calea de rulare, $\sum R = F_{RF} + F_{RS}$. După prelucrări succesive și înmulțirea lor cu razele de rulare corespunzătoare, forțele (1.42) și (1.43) ajung la formele ce furnizează momentele la cele două punți:

$$M_S = \frac{r_{rS}}{\cos \varepsilon_S + \cos(\alpha - \varepsilon_F)} \cdot \left[\sum R \cos(\alpha - \varepsilon_F) - \frac{r_{cS} \cos \varepsilon_S - r_{cF} \cos(\alpha - \varepsilon_F)}{k_e} \right], \quad (1.44)$$

$$M_F = \frac{r_{rF}}{\cos \varepsilon_S + \cos(\alpha - \varepsilon_F)} \cdot \left[\sum R \cos \varepsilon_S - \frac{r_{cF} \cos(\alpha - \varepsilon_F) - r_{cS} \cos \varepsilon_S}{k_e} \right]. \quad (1.45)$$

Pe marginea ultimelor două expresii se pot purta câteva discuții:

- Pe căi de rulare nedeformabile, mărimea și sensul momentelor depind de rezistențele la înaintare, unghiul de bracaj, deriva roților și razele lor libere.
- Momentele devin negative în următoarele cazuri:
 - * $M_S < 0$ dacă $\sum R \cos(\alpha - \varepsilon_F) < r_{cS} \cos \varepsilon_S - r_{cF} \cos(\alpha - \varepsilon_F)$;
 - * $M_F < 0$ dacă $\sum R \cos \varepsilon_S < r_{cF} \cos(\alpha - \varepsilon_F) - r_{cS} \cos \varepsilon_S$.
- Momentul negativ apărut la una dintre punți induce circulație parazită de putere.
- Pentru studiul influenței unghiului de bracaj asupra momentelor la punți se face ipoteza derivei nule, ($\varepsilon_F = \varepsilon_S = 0$) și a egalității razelor de rulare ale tuturor roților, înainte, ($r_{cF} = r_{cS} = r_c$) și după intrarea în viraj, ($r_{rF} = r_{rS} = r_r$). De asemenea, se consideră constante rezistențele la înaintare și momentul livrat de motor. Expresiile (1.44) și (1.45) devin (1.46) și (1.47), iar comportamentul momentelor în aceste ipoteze este ilustrat în fig. 1.10.

$$M_S = \frac{r_r}{1 + \cos \alpha} \left[\sum R \cos \alpha - \frac{r_c}{k_e} (1 - \cos \alpha) \right], \quad (1.46)$$

$$M_F = \frac{r_r}{1 + \cos \alpha} \left[\sum R + \frac{r_c}{k_e} (1 - \cos \alpha) \right]. \quad (1.47)$$

- Adăugând cazului precedent și influența derivelor pneurilor (considerate egale la toate roțile, $\varepsilon_F = \varepsilon_S = \varepsilon \neq 0$), ecuațiile de momente sunt date de ecuațiile (1.48) și (1.49), iar graficul corespunzător este prezentat în fig. 1.11. Reducerea puterii parazite

induse prin existența derivei nenule se explică prin mărirea razei efective (reale) de viraj.

$$M_S = \frac{r_r}{\cos \varepsilon + \cos(\alpha - \varepsilon)} \left\{ \sum R \cos(\alpha - \varepsilon) - \frac{r_c}{k_e} [1 - \cos(\alpha - \varepsilon)] \right\}, \quad (1.48)$$

$$M_F = \frac{r_r}{\cos \varepsilon + \cos(\alpha - \varepsilon)} \left\{ \sum R \cos \varepsilon + \frac{r_c}{k_e} [1 - \cos(\alpha - \varepsilon)] \right\}. \quad (1.49)$$

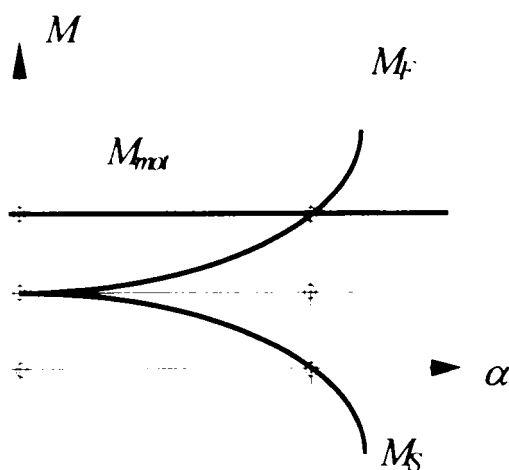


Fig. 1.10 Variația momentelor ce revin punctilor în funcție de unghiul de bracaj

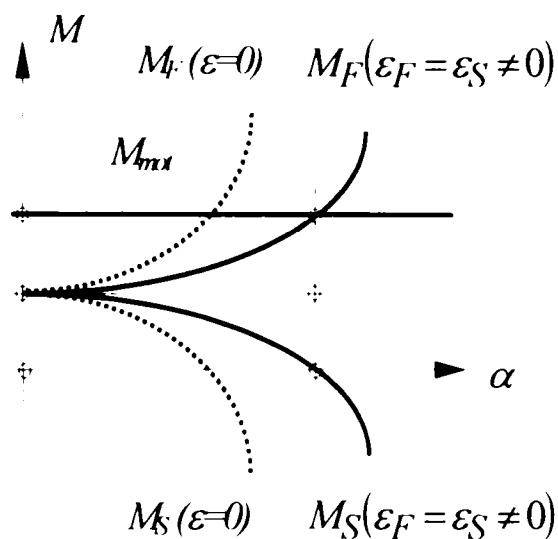


Fig. 1.11 Influența combinată a unghiului de bracaj și a derivelor

- Expresiile (1.44) și (1.45) pot folosi și la analiza deplasării rectilinii, când razele de rulare ale punctilor sunt diferite, ($r_{cF} \neq r_{cS}$ și $\Delta r_c = r_{cS} - r_{cF}$), considerând $\alpha=0$ și derivatele nule ($\varepsilon_F = \varepsilon_S = 0$). În aceste ipoteze, ele devin (1.50) și (1.51), iar comportamentul lor este ilustrat în fig. 1.12.

$$M_S = \frac{r_{rS}}{2} \left(\sum R - \frac{\Delta r_c}{k_e} \right), \quad (1.50)$$

$$M_F = \frac{r_{rF}}{2} \left(\sum R + \frac{\Delta r_c}{k_e} \right). \quad (1.51)$$

- Adăugând ipotezelor precedente și influența rezistențelor la înaintare, se obțin tot expresiile (1.50) și (1.51), variația momentelor fiind dată în fig. 1.13. Se observă că puterea parazită are valori cu atât mai reduse cu cât rezistențele la înaintare sunt mai mari (căi de rulare slabe).

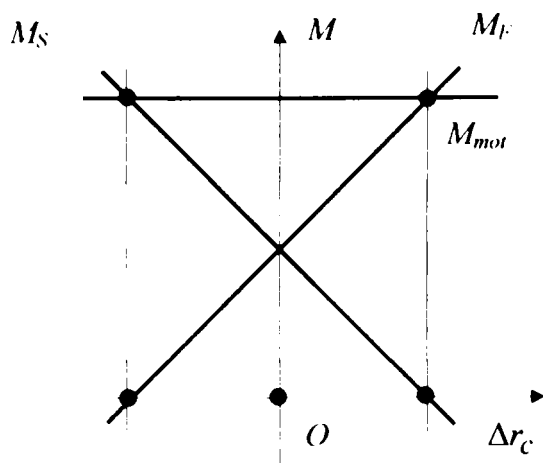


Fig. 1.12 Influența diferenței razelor de rulare

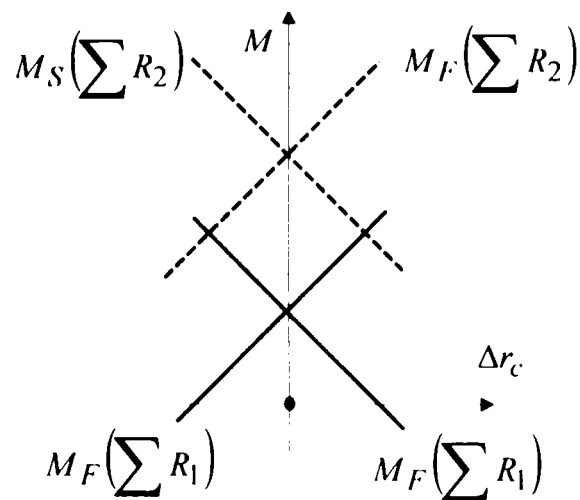


Fig. 1.13 Influența combinată a diferenței razelor de rulare și a rezistențelor la înaintare

Toate modelele prezentate sunt modele teoretice, obținute în condițiile neglijării oricăror influențe dinamice și a unor ipoteze simplificatoare. S-ar putea spune despre ele că sunt modele preponderent geometrice, care iau în discuție numai macrofenomenologia. Aceste modele nu surprind decât la nivel macroscopic complexitatea fenomenului circulației de putere. Se impune, cu evidență, realizarea unor modele matematice care să țină cont de o mult mai largă varietate de factori, lucru posibil numai prin utilizarea unor metodologii mult mai complexe și mai comprehensive.

CAPITOLUL 2

INFLUENȚA TIPULUI DIFERENȚIALULUI ASUPRA CIRCULAȚIEI DE PUTERE

Un diferențial într-un arbore în transmisie, la nivel transversal sau longitudinal, are scopul de a preveni apariția fluxurilor parazite de putere. Rolul și funcționarea acestuia se pot determina pornind de la fig. 2.1.

Ecuția sa generală de funcționare este $\omega_1 - i_{12}^0 - \omega_0(1 - i_{12}^0) = 0$, care pentru cazul particular al unui diferențial simetric, are forma $\omega_1 - \omega_2 - 2\omega_0 = 0$, deoarece $i_{12}^0 = 1$.

Acceptând ipoteza că arborele 1 este încetinit, iar arborele 2 este accelerat ($\omega_1 < \omega_2$), atunci, la mersul rectiliniu, ecuațiile de momente în diferențial formează sistemul

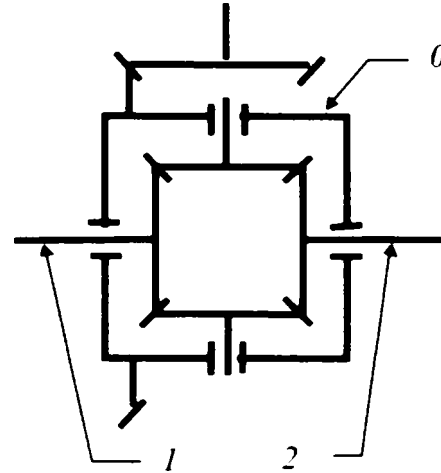


Fig. 2.1 Diferențial transversal simetric normal

$$\begin{cases} M_1 + M_2 = M_0 \\ M_1 = \frac{M_0}{2} \\ M_2 = \frac{M_0}{2} \end{cases} \quad (2.1)$$

La deplasarea în viraj, ecuațiile momentelor pe arborii de ieșire 1 și 2, sunt

$$\begin{cases} M_1 = \frac{M_0}{2} + M_f \\ M_2 = \frac{M_0}{2} - M_f \end{cases} \quad (2.2)$$

în care, în afara momentelor exterioare (pe elementele exterioare ale diferențialului) mai apare și momentul de frecare internă, M_f .

Momentul motor se aplică elementului 0 (casetă diferențialului). În ipoteza $\omega_1 < \omega_2$, se poate vedea că diferența dintre cele două momente de ieșire, (M_1 și M_2), este cu atât mai mare cu cât momentul de frecare internă este mai mare.

Literatura de specialitate, [25, 27, 70], definește raportul supraunitar dintre cele două momente de ieșire ca fiind *coeficientul de blocare* (sau de *autoblocare*) al diferențialului:

$$c_b = \frac{M_1}{M_2} = \frac{\frac{M_0 + M_f}{2}}{\frac{M_0 - M_f}{2}}. \quad (2.3)$$

Cu ajutorul acestuia se pot rescrie expresiile de definire a momentelor pe cei doi arbori de ieșire, sub forma

$$\begin{cases} M_1 = \frac{c_b}{c_b + 1} M_0 \\ M_2 = \frac{1}{c_b + 1} M_0 \end{cases}. \quad (2.4)$$

2.1 Analiza momentului de frecare internă

Pornind de la ecuația (2.3), momentul de frecare internă poate fi exprimat în funcție de coeficientul de blocare și de momentul aplicat casetei, sub forma

$$M_f = \frac{c_b - 1}{2(c_b + 1)} M_0. \quad (2.5)$$

În literatura de specialitate, [25, 49, 70], pe baza unor observații experimentale, s-a propus o relație ce redă modul de variație a momentului de frecare internă, de forma

$$M_f = M_{supl} + \beta M_0, \quad (2.6)$$

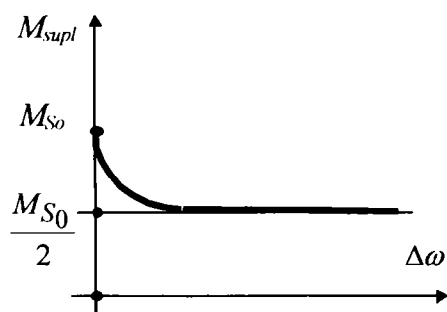


Fig. 2.2 Legea de variație a momentului suplimentar de frecare

ce poate fi reprezentată grafic ca în fig. 2.2. În relație, M_{supl} este un moment inițial de frecare (de “rupere a frecării inițiale”), iar β este un factor de proporționalitate. Ambii parametri depind de soluția constructivă a diferențialului și de calitățile ungerii acestuia.

Dacă se admite că pentru diferențialele clasice, $M_{supl} = 0$, atunci relația (2.6) devine

$M_f = \beta M_0$, care, prin identificarea cu relația (2.10), conduce la, [49],

$$\beta = \frac{c_b - 1}{2c_b + 1}. \quad (2.7)$$

Revenind la discuția inițială, se poate constata că un moment mare de frecare internă determină o redistribuire favorabilă a momentelor pe cei doi arbori de ieșire. Cum, în practică, arborele având un moment rezistent mai mic va tinde să se accelereze, ar fi de preferat ca momentul motor util să fie aplicat arborelui cu moment rezistent mai mare (cazul roții unei punți care patinează din lipsă de aderență, în timp ce cealaltă roată, care are aderență, nu poate primi moment util ce ar favoriza ieșirea din imobilizare). Ori, o frecare internă mare, deci un coeficient de blocabilitate ridicat al diferențialului, ar determina preluarea unei "cantități" de moment, oricum inutil, de la roata accelerată și trimiterea ei către roata încetinită sau imobilizată.

Pe de altă parte, coeficienți mari de blocabilitate vor conduce, așa cum se va vedea mai departe, la apariția unei însemnate puteri parazite.

Ținând seama că relația (2.3) este scrisă în condițiile în care momentele rezistente la cei doi arbori de ieșire sunt cele corespunzătoare limitei de aderență la roțile autovehiculului, atunci ea se mai poate scrie și sub forma, [49],

$$c_b = \frac{\varphi_1}{\varphi_2}, \quad (2.8)$$

în care φ_1 este coeficientul de aderență corespunzător roții încetinite, iar φ_2 , cel corespunzător roții accelerate.

În condiții extreme, considerând una din roți pe asfalt, ($\varphi_1 = 0,7$), și una pe gheață, ($\varphi_2 = 0,1$), atunci un $c_b = 7$ ar acoperi toate necesitățile unui diferențial cu autoblocare (cu frecare mărită). Totuși, această valoare este prea mare și ar conduce, implicit, la funcționarea diferențialului cu uzuri ridicate (frecări interioare mari). În practică, coeficientul de blocare nu depășește valoarea 5, în lucrările studiate, [49], arătându-se că această valoare asigură peste 90% din situațiile reale de ieșire din imobilizare.

Trebuie făcută observația, foarte importantă, că valoarea lui c_b dată de (2.3) reprezintă capabilitatea (din rațiuni constructive) proprie diferențialului, pe când valoarea dată de (2.8) reprezintă disponibilitatea căii de rulare (dictată de aderența locală a acesteia).

2.2 Caracteristica mecanismului diferențial

Se admite, pentru început, că diferențialul are momentul de frecare nul ($M_f \approx 0$, caracteristic diferențialelor obișnuite). Prin urmare, distribuția

momentului primit de la casetă se face în mod egal pe cei doi arbori de ieșire. Modul de comportare a acestui tip de diferențial se poate analiza plecând de la fig. 2.3. În ipoteza unui diferențial simetric, dreapta $M_1 = M_2$ are orientarea

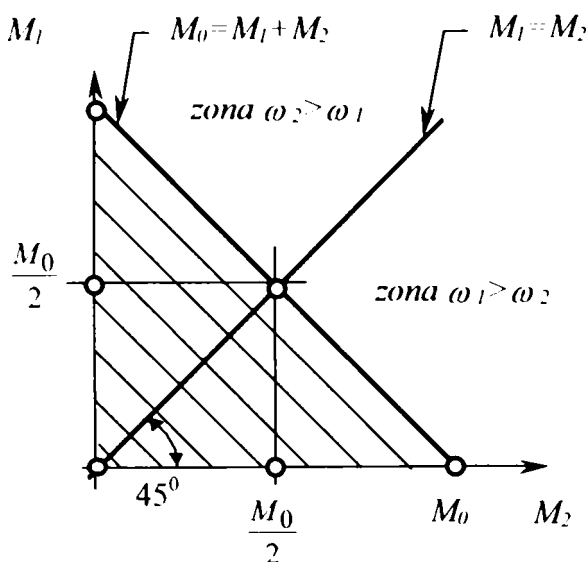


Fig. 2.3 Repartizarea momentului pe arborii de ieșire în cazul diferențialului simetric fără frecare internă

primei bisectoare. Dacă diferențialul este asimetric, atunci panta dreptei se va modifica în mod corespunzător. Dreptele de ecuație $M_0 = M_1 + M_2$ sunt paralele ce se apropie de origine pe măsură ce momentul aplicat casetei se micșorează. Practic, există o infinitate de drepte de acest tip între limita dată de momentul maxim aplicat casetei și valoarea nulă a acestuia.

Și, corespunzător, pentru încetinit, că diferența de viteze unghiulare nu influențează momentul de frecare (momentul de frecare internă este constant (fig. 2.4)). În acest caz, repartizarea momentului de intrare pe arborii de ieșire se face ca în graficul din figura amintită. În ipoteza $\omega_2 > \omega_1$, momentul aplicat arborelui accelerat se diminuează cu momentul de frecare internă, iar cel aplicat arborelui încetinit se suplimentează cu aceeași cantitate (conform legii de conservare a momentelor într-un sistem închis).

Dacă frecarea internă a ... , ($f \neq 0$), repartitia momentului pe arborii de ieșire depinde de care dintre cei doi arbori este încetinit și care este accelerat.

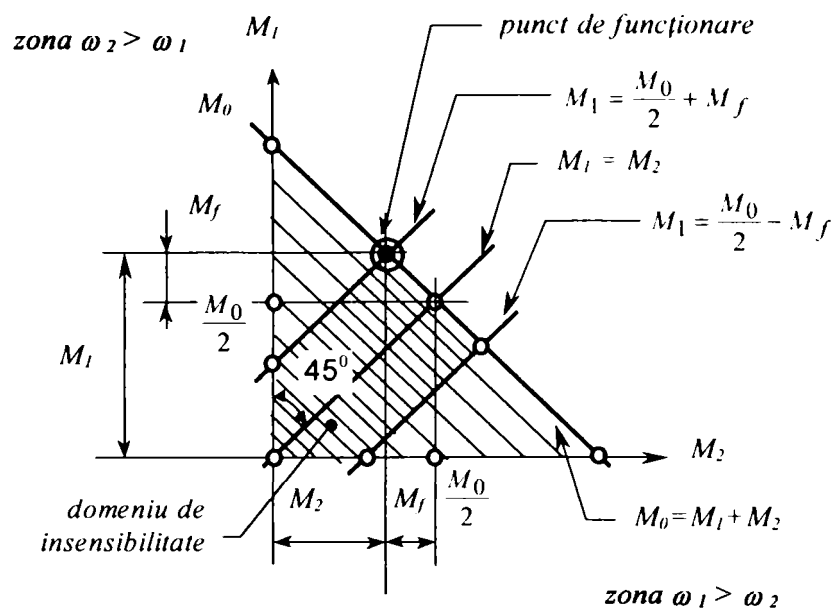


Fig. 2.4 Repartizarea cuplului pe arborii planetari în cazul diferențialului cu frecare internă cu moment de frecare constant

Punctul de funcționare reprezentat în fig. 2.4 este caracteristic momentului maxim ce poate fi aplicat casetei (momentul maxim de intrare), dar el poate ocupa poziție pe oricare din drepte date de ecuația $M_0 = M_1 + M_2$.

Graficul din fig. 2.4 relevă un așa numit *domeniu de insensibilitate*. Această noțiune, introdusă de literatura de specialitate, [49], presupune că, dacă punctul de funcționare al diferențialului s-ar găsi în interiorul lui, acest agregat al transmisiei nu ar fi capabil să diferențieze mișcarea, adică ar lucra “înghețat”, [49], ca și cum ar fi blocat, iar circulația de putere și-ar face apariția.

În continuare se ia în analiză cazul în care momentul de frecare internă este dependent de diferența de viteze unghiulare dintre elementele de comandă ale arborilor de ieșire. Acest caz este cel real, iar comportamentul diferențialului în acest regim este ilustrată în fig. 2.5. Se acceptă o variație liniară a momentului de frecare internă în raport cu diferența de viteze unghiulare dintre arborii de ieșire, fapt ce nu se

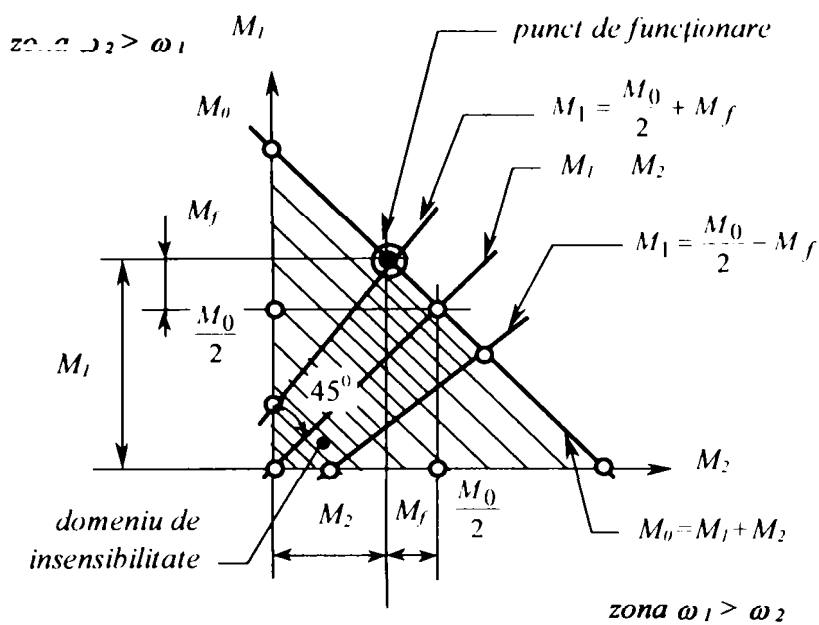


Fig. 2.5 Repartizarea cuplului pe arborii planetari în cazul diferențialului simetric cu frecare internă variabilă liniar cu diferența de viteze unghiulare dintre arborii de ieșire

departează semnificativ de situația reală. Observațiile legate de distribuția de momente pentru cazul punctului de funcționare în condiția $\omega_2 > \omega_1$ prezentate în cazul anterior au valabilitate și în acest caz.

Asupra dreptelor care limitează domeniul de insensibilitate se pot face câteva considerații, expuse în cele ce urmează, [49]. Se poate afirma că valoarea lui c_b dată de relația (2.3) în condiții de funcționare la limita domeniului de insensibilitate reprezintă chiar valoarea maximă a acestuia și evident că se poate considera constantă. În zona de insensibilitate, de asemenea se poate afirma că c_b se menține constant, tot la valoarea sa maximă, deoarece diferențialul se autoblochează pentru a asigura progresiunea automobilului. Pornind de la această ipoteză, coeficientul β din relația (2.7), care afectează momentul casetei diferențialului din relația (2.5) de definiție a momentului de frecare internă, se poate considera constant în interiorul domeniului de insensibilitate. În practică nu interesează modul de variație a lui c_b în zona de insensibilitate, această variație considerându-se liniară, de pantă cunoscută sau determinată experimental.

Considerînd deci $\beta = ct.$, comportamentul diferențialului este cel ilustrat în fig. 2.5. Pe baza fig. 2.6 se va efectua o analiză mai detaliată a cazului real de

funcționare a diferențialului cu frecare internă. Pentru claritate, se va folosi numai jumătate de caracteristică.

Linia frântă OAB reprezintă caracteristica mecanismului diferențial. Segmentul OA reprezintă momentul inițial de frecare M_{S0} conform ecuației (2.6). Dacă acest moment ar fi nul, atunci punctul A ar coincide cu punctul O . De asemenea, în condițiile aceleiași ecuații (2.6), dacă c_b ar fi unitar, atunci segmentul AB ar fi înlocuit cu segmentul AE . În lipsa momentului suplimentar inițial de frecare ($M_{S0} = 0$) segmentul OB va lua locul liniei frânte OAB . Segmentul AB reprezintă linia de repartitie a momentului casetei M_0 care separă domeniul de insensibilitate de cel de sensibilitate. Coeficienții de blocare sunt reprezentați ca niște drepte care trec prin originea sistemului de coordonate,

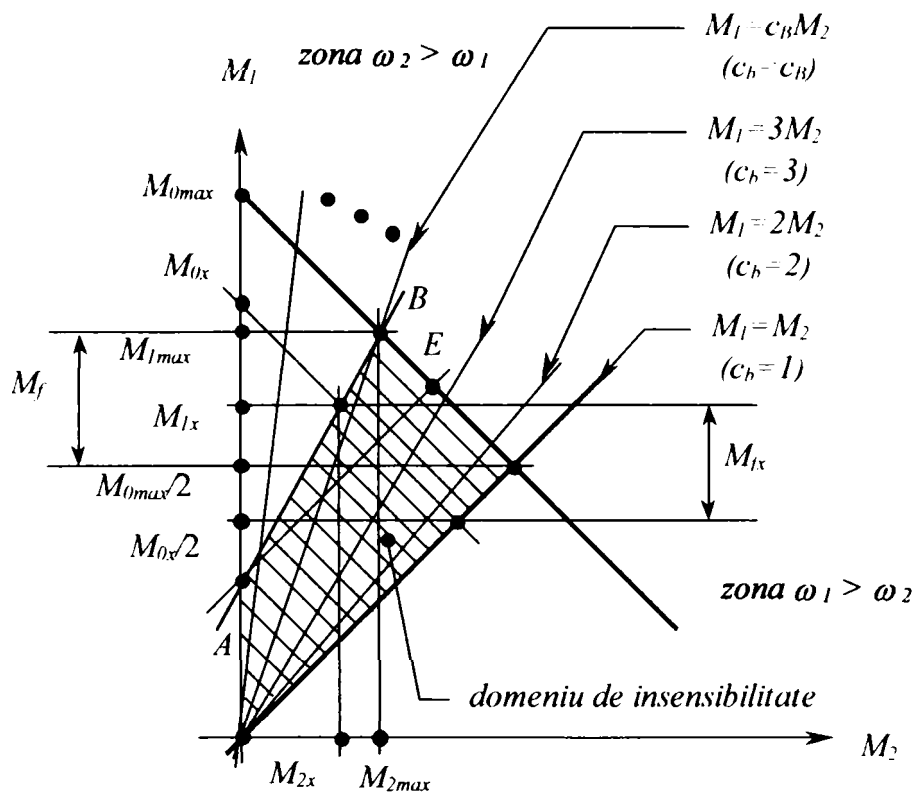


Fig. 2.6 Caracteristica mecanismului diferențial

deoarece ecuația lor de definiție se poate scrie și sub forma $M_1 = c_b M_2$ care reprezintă ecuația unui fascicul de drepte de pantă c_b care trece prin origine.

Din fig. 2.6 se poate observa că diferențialul poate lucra numai dacă $M_{0x} > M_A$. Dacă pe roata accelerată (în speță roata 2), din cauza pierderii aderenței, momentul de torsiune devine nul, ($M_2=0$), atunci roata întârziată, (roata 1), poate transmite un moment egal cu segmentul OA . Domeniul hașurat reprezintă domeniul de insensibilitate în spațiul căruia mecanismul diferențial nu funcționează și în care momentele transmise pot fi inegale, dar vitezele unghiulare rămân egale. În acest domeniu își face apariția circulația de putere.

După cum s-a arătat, dacă mecanismul lucrează, el o va face pe segmentul AB , repartizarea momentului casetei M_0 făcându-se după această dreaptă. Se

poate observa, după punctele de intersecție ale lui AB cu fasciculul de drepte de forma $M_1 = c_b M_2$, că la valori mici ale lui M_0 , c_b tinde la infinit la început, apoi odată cu creșterea lui M_0 , c_b începe să scadă. Valoarea cea mai mică a lui c_b se obține atunci când M_0 are valoarea maximă M_{0max} . De fapt, această valoare minimă a lui c_b sub care diferențialul funcționează "înghețat" (punctul de funcționare se află în domeniul de insensibilitate) reprezintă coeficientul de blocare cunoscut în literatura de specialitate și care ar putea fi numit și *coeficientul limită al insensibilității*. Acest c_b minim, la limită, se va nota cu c_B . Forma de variație a lui c_b de la infinit la c_B , în funcție de momentul aplicat casei M_0 , este redată în fig. 2.7. Cu alte cuvinte, c_B se poate defini, [49]:

$$c_B = \left[\frac{M_1}{M_2} \right]_{M_{0max}} = \frac{M_{1max}}{M_{2max}} = \frac{M_{0max} + M_f}{M_{0max} - M_f} \quad (2.9)$$

Diin fig. 2.7 se poate observa că, pentru o valoare constantă a momentului M_0 , repartizarea cuplului va fi întotdeauna aceeași, indiferent de autovehiculul pe care este montat, dar același mecanism diferențial montat pe diferite automobile va avea coeficienții limită a insensibilității c_B diferiți, deoarece M_{0max} diferă de la automobil la automobil.

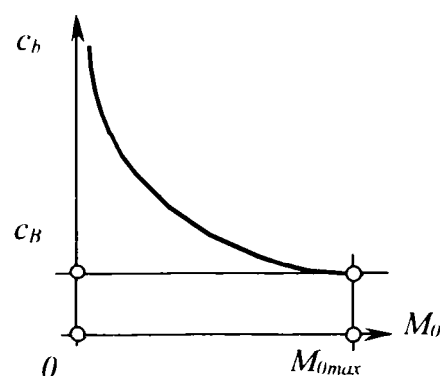


Fig. 2.7 Variația coeficientului de blocare în funcție de momentul aplicat casei

2.3 Circulația de putere într-un diferențial simetric

Pentru a stabili mărimea și sensurile circulației de putere într-un diferențial simetric se face apel la fig. 2.8. Se menține ipoteza că $\omega_1 < \omega_2$ și, conform [55, 70], se scrie

$$P_m = M_m i_T \eta_T \omega,$$

relație în care M_m este momentul motor, i_T reprezintă raportul de transmitere până la diferențial (inclusiv cel al grupului conic), η_T este randamentul transmisiei pe același circuit, iar ω este viteza unghiulară a arborelui motor.

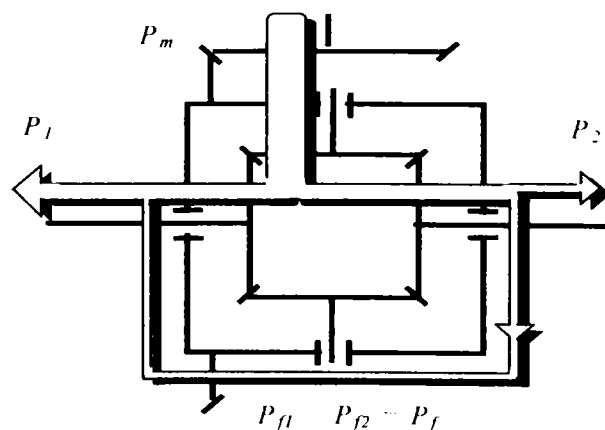


Fig. 2.8 Schema circulației de putere într-un diferențial transversal simetric

Puterea de frecare transmisă de arborele în avans la caseta diferențialului este dată de

$$P_{f_2} = M_{f_2} \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}, \quad (2.10)$$

unde M_{f_2} este momentul de frecare ce caracterizează roata planetară 2. Puterea de frecare transmisă de caseta diferențialului arborelui întârziat este

$$P_{f_1} = M_{f_1} \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}, \quad (2.11)$$

unde M_{f_1} este momentul de frecare ce caracterizează roata planetară 1. Puterea transmisă de caseta diferențialului axelor sateliților este

$$P_{as} = P_m + P_{f_2} - P_{f_1}. \quad (2.12)$$

Puterea transmisă arborelui întârziat este

$$P_1 = \frac{P_{as}}{2} + P_{f_1}, \quad (2.13)$$

iar cea transmisă arborelui în avans este

$$P_2 = \frac{P_{as}}{2} - P_{f_2}. \quad (2.14)$$

2.4 Tipuri de diferențiale cu frecare mărită

Blocarea diferențialelor obișnuite, în scopul măririi capacității de progresiune, este soluția cea mai simplă și cea mai eficientă pentru rezolvarea problemei. Prin rigidizarea diferențialului, coeficientul de blocare tinde la infinit, iar fluxul de putere se împarte în mod egal pe cei doi arbori de ieșire.

Pe de altă parte însă, după depășirea impasului, deblocarea trebuie făcută imediat, altfel, pe căi de rulare de bună calitate (aderente), puterea parazită poate avea valori foarte ridicate, suprasolicitând transmisia și conducând la deteriorarea rapidă a acesteia și a pneurilor. Pentru a evita astfel de situații, au apărut diferențialele cu frecare mărită care, deși nu elimină apariția circulației

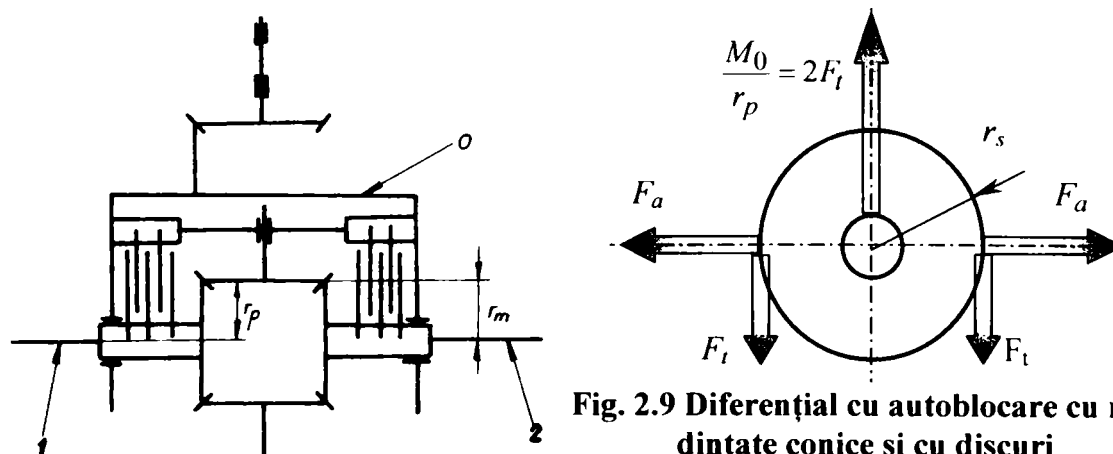


Fig. 2.9 Diferențial cu autoblocare cu roți dințate conice și cu discuri (dreapta, schema de încărcare a sateliului)

de putere (așa cum s-a văzut), rezolvă o mare parte din problemele de progresiune, menținând fluxul de putere parazită la valori reduse.

O primă soluție de mărire a frecării interne a fost cea de a suplimenta suprafețele de frecare din diferențialele obișnuite prin introducerea unor pachete de discuri, montate ca în fig. 2.9. Forțele apărute în angrenările dintre sateliți și pinioanele planetare induc apăsări care generează frecări însemnate în pachetele de discuri. Momentul de frecare internă al acestui diferențial este dat de

$$M_f = \mu F_a r_m z = \frac{M_0}{2r_p} \mu r_m z \cdot \operatorname{tg} \alpha \sin \delta, \quad (2.15)$$

iar coeficientul său de blocare este

$$c_b = \frac{1 + \mu \frac{r_m}{r_p} z \cdot \operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{1 - \mu \frac{r_m}{r_p} z \cdot \operatorname{tg} \alpha \sin \delta}. \quad (2.16)$$

În relațiile de mai sus, mărimile care intervin au semnificațiile:

- F_t - forța tangențială din roata planetară (generată de toți sateliții);
- α - unghiul de angrenare;
- δ - semiunghiul conului de divizare al roții planetare;
- r_p - raza cercului de divizare al roții planetare;
- μ - coeficientul de frecare al discurilor;
- z - numărul de perechi de suprafețe de frecare;
- r_m - raza medie a discurilor de fricțiune.

Soluția din fig. 2. 10 este similară celei precedente, deosebirea constând în modul de montare a axelor sateliților în caseta diferențialului. Pentru realizarea progresivității variației coeficientului de blocare în raport cu diferența de momente pe arborii de ieșire, bolțurile sânt montate flotant în casetă. Bolțul poate fi semiflotant sau flotant, conform detaliilor din figura amintită.

Momentul de frecare internă va avea expresia

$$M_f = \frac{M_0}{2} \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{r_p} + \frac{1}{R \operatorname{tg} \beta} \right) r_m z \mu, \quad (2.17)$$

iar coeficientul de blocare,

$$c_b = \frac{1 + \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{r_p} + \frac{1}{R \operatorname{tg} \beta} \right) r_m z \mu}{1 - \left(\frac{\operatorname{tg} \alpha \sin \delta}{r_p} + \frac{1}{R \operatorname{tg} \beta} \right) r_m z \mu}. \quad (2.18)$$

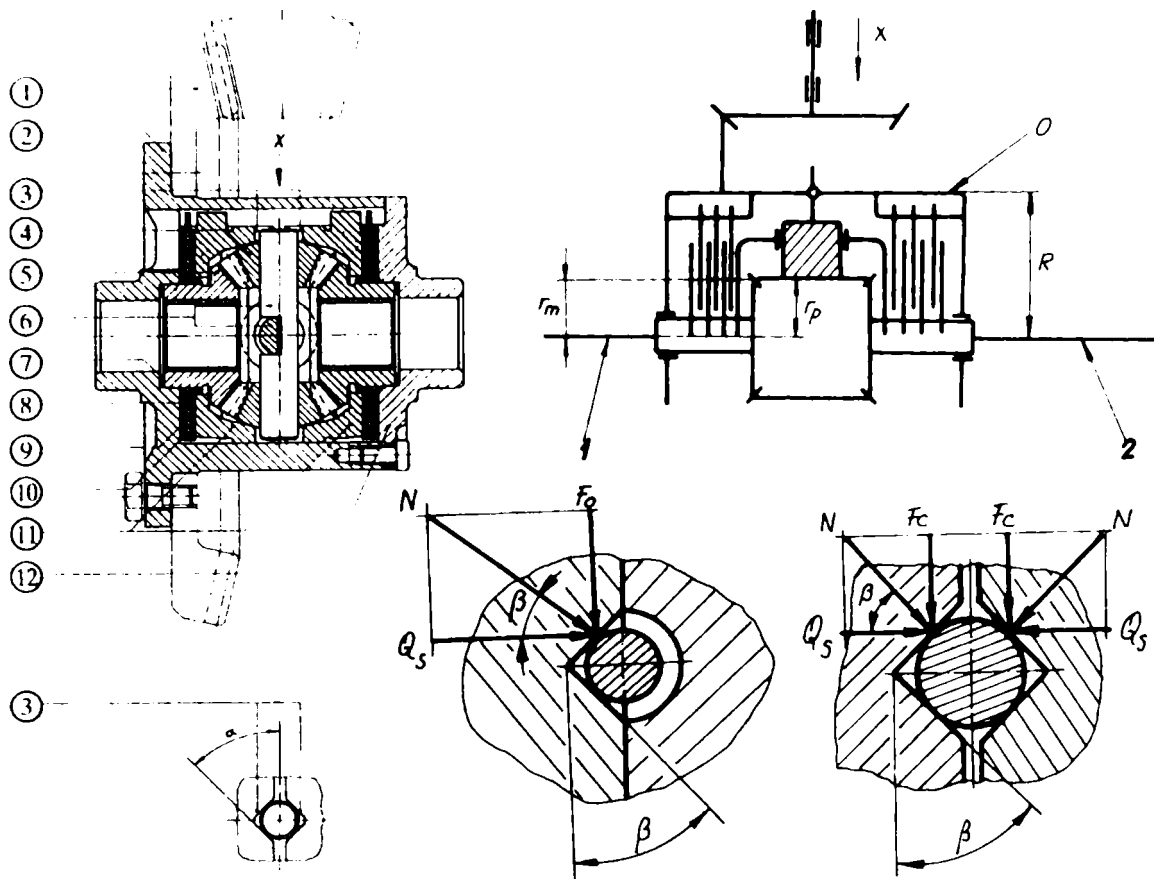


Fig. 2.10 Diferențial transversal autoblocabil cu discuri și bolturi flotante (tip ZF)

În relațiile anterioare, pe lângă mărimile deja explicitate la tipul de diferențial prezentat anterior, mai intervine unghiul β , care este unghiul degajării prismatice din zona de contact “bolț satelit - semicasetă diferențial”.

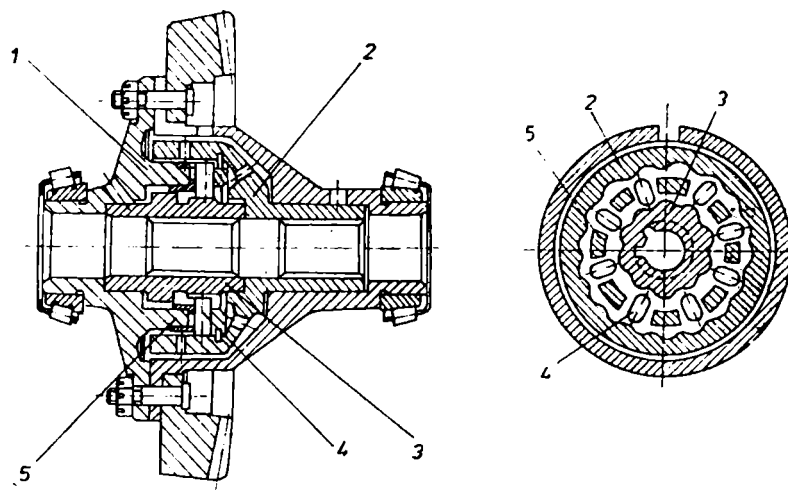


Fig. 2.11 Diferențial cu came și tacheți radiali

Un alt tip de diferențial autoblocabil are o construcție total diferită⁹. Acesta nu are roți planetare și sateliți, ci beneficiază de două roți cu profil special, una la interior și cealaltă la exterior, între care lucrează un set de tacheți, montați radial pe unul sau două rînduri, ca în fig. 2.11. Se face observația că există și o variantă de dispunere

⁹ Acest tip de diferențial este utilizat în construcția punților de transportoare amfibii blindate precum și pe unele autocamioane din înzestrarea forțelor MAPN. De asemenea, el mai echipează și unele autovehicule speciale ale forțelor MAI, inclusiv autovehiculul pe care s-au efectuat încercările ale căror date au fost folosite în cuprinsul acestei lucrări.

axială a tacheților dar aceasta nu mai este utilizată din cauza complicațiilor constructive și de funcționare (uzuri mari).

Pentru determinarea momentului de frecare internă se face referire la schema de încărcare a elementelor acestui diferențial, prezentată în fig. 2.12.

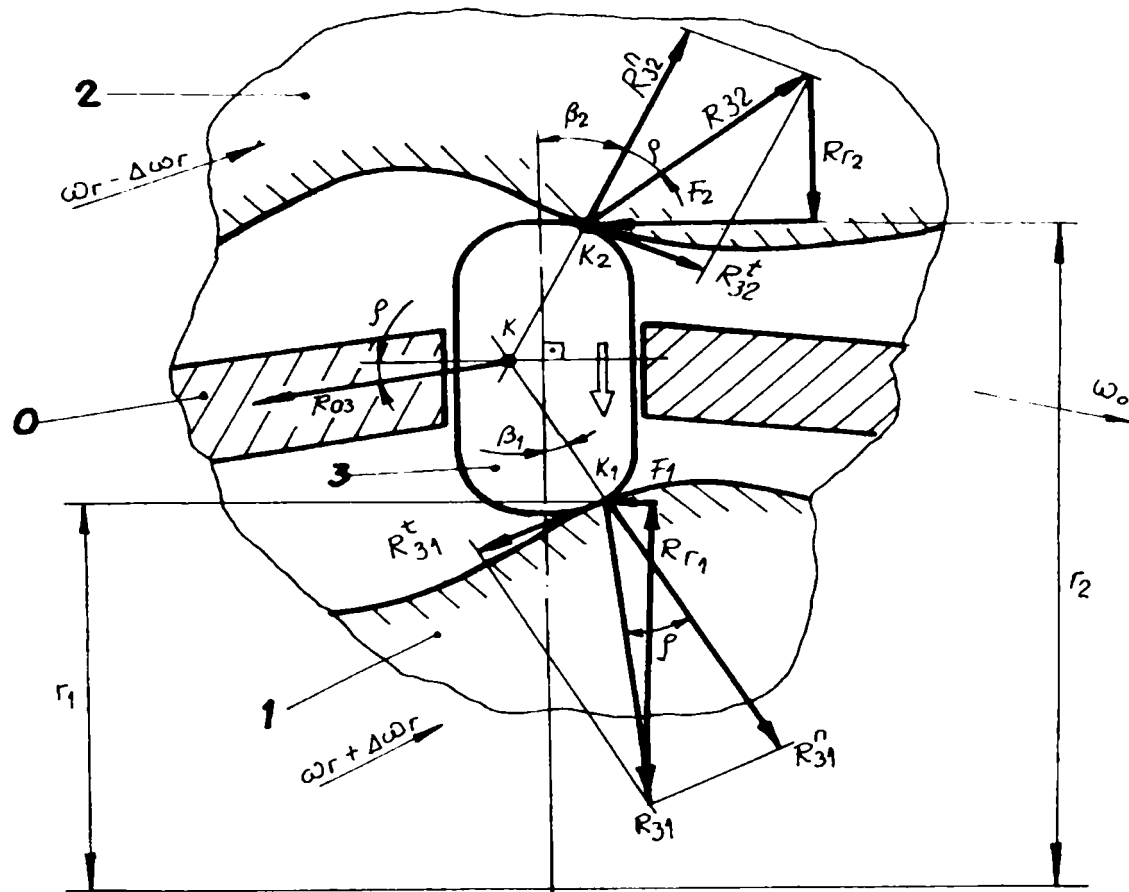


Fig. 2.12 Schema de încărcare a diferențialului cu came și tacheți radiali

Calculule acestui tip de diferențial sunt redade detaliat în lucrările de specialitate, [49, 70]. Se reține numai faptul că acest tip de diferențial este relativ asimetric în ceea ce privește valoarea coeficientului de blocare. Astfel, pentru dispunerea din figura de mai sus, coeficientul de blocare în cazul $\omega_2 < \omega_1$ are expresia

$$c_b = \frac{r_2 \sin(\beta_2 + \rho) \cos(\beta_1 - 2\rho)}{r_1 \sin(\beta_1 - \rho) \cos(\beta_2 + 2\rho)}, \quad (2.19)$$

pe când, pentru $\omega_2 > \omega_1$, are expresia

$$c_b = \frac{r_1 \sin(\beta_1 + \rho) \cos(\beta_2 - 2\rho)}{r_2 \sin(\beta_2 - \rho) \cos(\beta_1 + 2\rho)}. \quad (2.20)$$

În relațiile de mai sus, în afară de dimensiunile geometrice ce se pot observa în figură, s-a notat cu $\rho = \arctg \mu$, unghiul de frecare dintre came și tacheți.

De asemenea, se mai pot face câteva constatări:

- coeficienții de blocare stânga - dreapta sunt diferiți;
- valoarea unui coeficient de blocare este variabilă cu unghiurile β_1 și β_2 și cu razele r_1 și r_2 ;
- pentru evitarea autoblocării complete a diferențialului ($c_b \rightarrow \infty$), trebuie îndeplinite (constructiv) condițiile $90^\circ - 2\rho < \beta_{2,3} < \rho$.

În fine, un ultim tip de diferențial prezentat în această lucrare, este diferențialul Torsen, [49], cu roți cilindrice, a cărei construcție este prezentată în fig. 2.13.

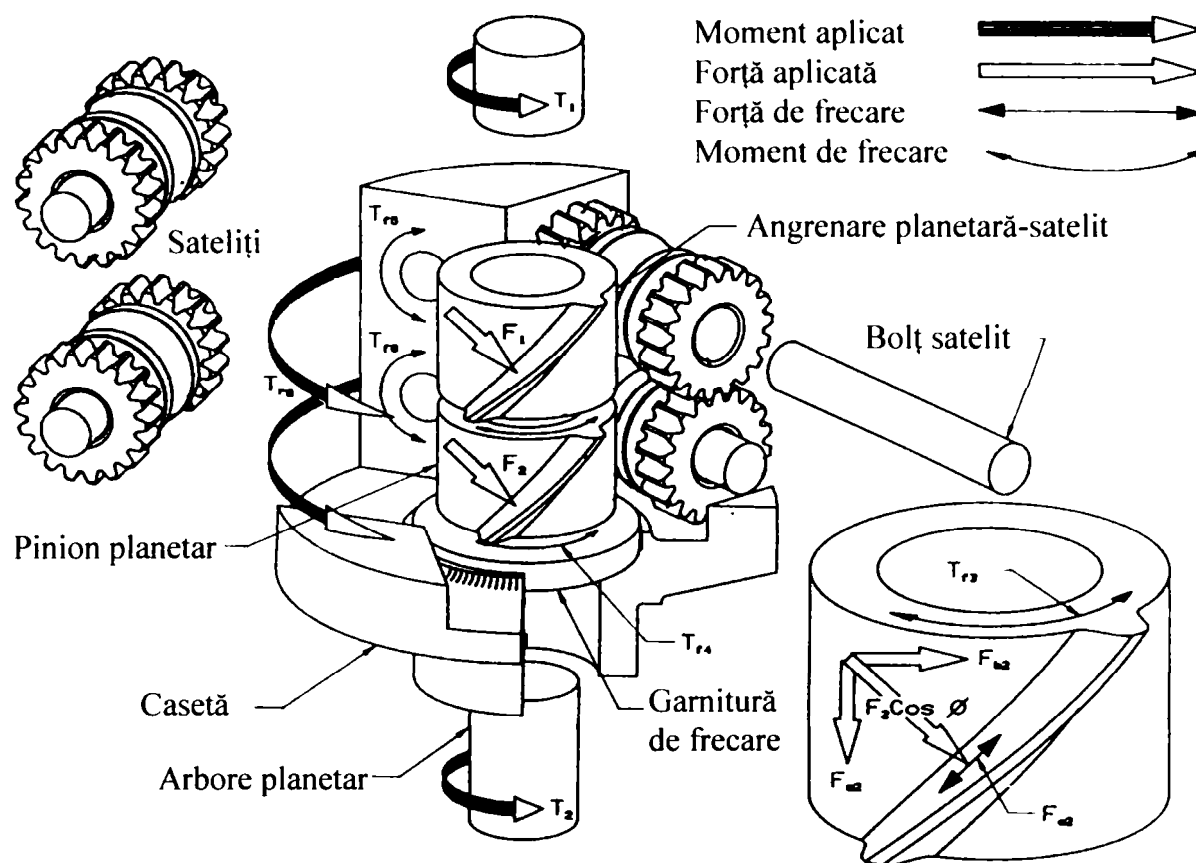


Fig. 2.13 Diferențialul Torsen

Momentul de frecare internă se calculează cu relația

$$M_f = M_0 \frac{\mu}{r_k} \left[R \sin \alpha \sin \beta + \left(R_p + \frac{R_s R}{R_c} \right) \cos \alpha \cos \beta \right], \quad (2.21)$$

iar coeficientul de blocare, cu relația

$$c_b = \frac{\frac{M_0}{2} + M_0 \frac{\mu}{r_k} \left[R \sin \alpha \sin \beta + \left(R_p + \frac{R_s R}{R_c} \right) \cos \alpha \cos \beta \right]}{\frac{M_0}{2} - M_0 \frac{\mu}{r_k} \left[R \sin \alpha \sin \beta + \left(R_p + \frac{R_s R}{R_c} \right) \cos \alpha \cos \beta \right]}. \quad (2.22)$$

În relațiile anterioare, mărimile care intervin au semnificațiile:

- β - unghiul de pantă al elicei satelitului;
- R_p - raza medie de frecare frontală a roții planetare;
- R_s - raza medie de frecare frontală a sateliților;
- R - raza de divizare a roții planetare;
- r_k - raza coroanei diferențialului.

CAPITOLUL 3

INSTRUMENTAREA AUTOVEHICULULUI. ÎNCERCĂRI. REZULTATE.

Autovehiculul care a fost supus programului de încercări a fost un autovehicul special de intervenție aflat în înzestrarea Jandarmeriei Române, construit pe autoșasiul transportorului amfibiu blindat de cercetare TAB-C 79 (fig. 3.1), produs pentru forțele MApN.

Soluția transmisiei acestui autovehicul este integrală, permanent cuplată (fig. 3.2). Elementele caracteristice cinematice ale acestui autovehicul sunt reprezentate de diferențialele transversale autoblocante, cu came și tacheți radiali dispuși pe două rânduri¹⁰, precum și de diferențialul interaxial simetric cu blocare comandată, încorporat în cutia de distribuție a autovehiculului. Mai sunt de menționat și reductoarele de roată, care asigură multiplicarea momentului furnizat de motorul de tracțiune.

Masa totală a autovehiculului este de 9275 kg. Viteza maximă pe șosea este de 85 km/h. Motorizarea produsului este asigurată de un motor SAVIEM 798-05 M4, Diesel,

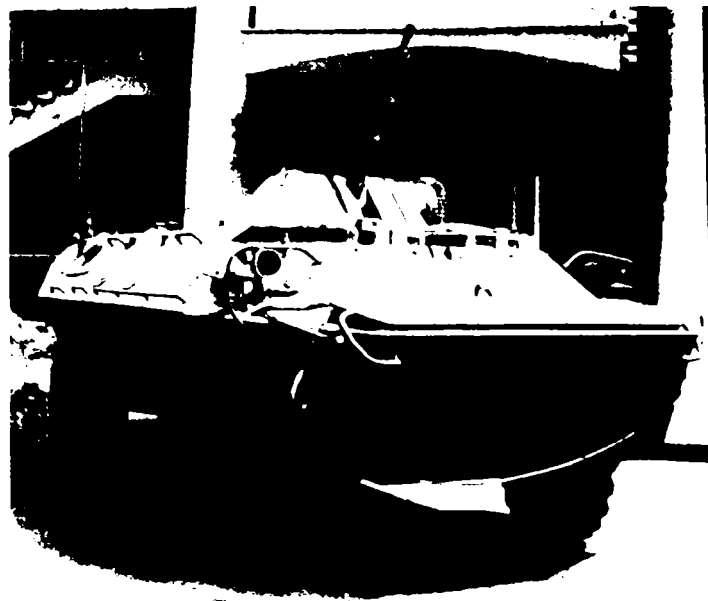


Fig. 3.1 Transportorul amfibiu blindat de cercetare TAB C-79

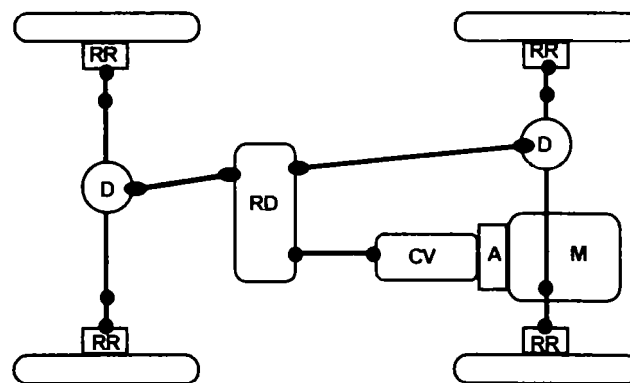


Fig. 3.2 Schema cinematică a transmisiei autovehiculului instrumentat în vederea încercărilor

M-motor; A-ambreiaj; CV-cutie de viteze; RD-reductor distribuitor cu diferențial longitudinal încorporat; RR-reductor de roată

¹⁰ Este vorba despre tipul de diferențial prezentat la §2.4

turbosupraalimentat, cu 6 cilindri în linie, în patru timpi, răcit cu apă, care dezvoltă 113.2 kW (154 CP) la 2800 rot/min și 43,1 daNm la 1800...1900 rot/min.

Cutia de viteze este clasică, cu 5+1 trepte (asigurând rapoartele de transmitere: I - 6,446; II - 3,395; III - 1,904; IV - 1,307; V - 1,000; MI - 5,785), nesincronizată (model AK 5-35).

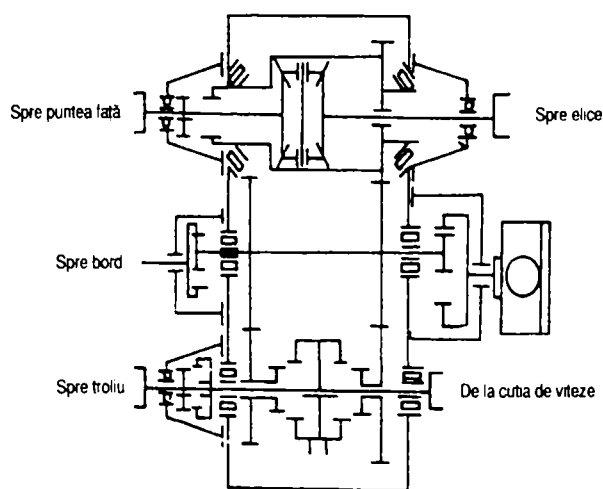


Fig. 3.3 Reductorul - distribuitor

Reductorul-distribuitor (cutia de distribuție) asigură tracțiunea integrală prin intermediul diferențialului longitudinal simetric cu blocare comandată și are două trepte de funcționare: mers normal, cu raportul de transmitere de 0,941 și mers redus, cu raportul de transmitere de 2,197. Schema lui cinematică este redată în fig. 3.3.

Grupul conic al punții asigură un raport de transmitere de 1,864, iar reductorul de roată, un raport de transmitere de 4,330.

3.1 Echipamentul de măsurare

Pentru evidențierea fluxurilor de putere în diferite puncte ale transmisiei autovehiculului, s-au utilizat traductoare de moment și de viteză unghiulară. Cu datele astfel obținute s-au putut calcula puterile căutate și a fost posibil să se stabilească natura componentelor fluxurilor de putere (putere utilă și parazită).

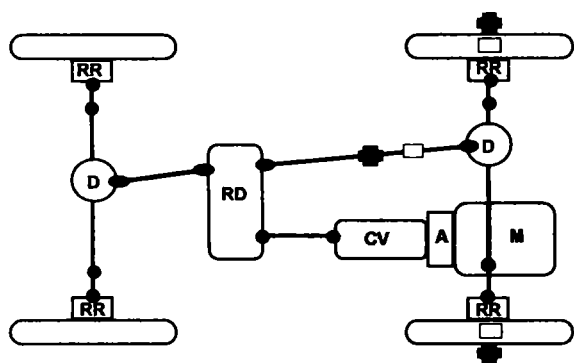


Fig. 3.4 Schema de instrumentare a punții spate pentru determinarea circulației de putere în plan transversal

M-motor; A-ambreiaj; CV-cutie de viteze; RD-reductor-distribuitor; D-diferențial transversal; RR-reductor de roată;

■ - traductor de viteză unghiulară;
□ - traductor de moment.

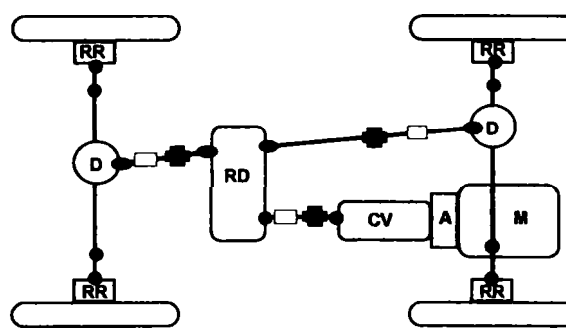


Fig. 3.5 Schema de instrumentare a transmisiei pentru determinarea circulației de putere în plan longitudinal

M-motor; A-ambreiaj; CV-cutie de viteze; RD-reductor-distribuitor; D-diferențial transversal; RR-reductor de roată;

■ - traductor de viteză unghiulară;
□ - traductor de moment.

Plasarea acestor traductoare este relevată în fig. 3.4 (pentru fluxurile de putere care circulă în plan transversal) și în fig. 3.5 (pentru fluxurile de putere care circulă în plan longitudinal).

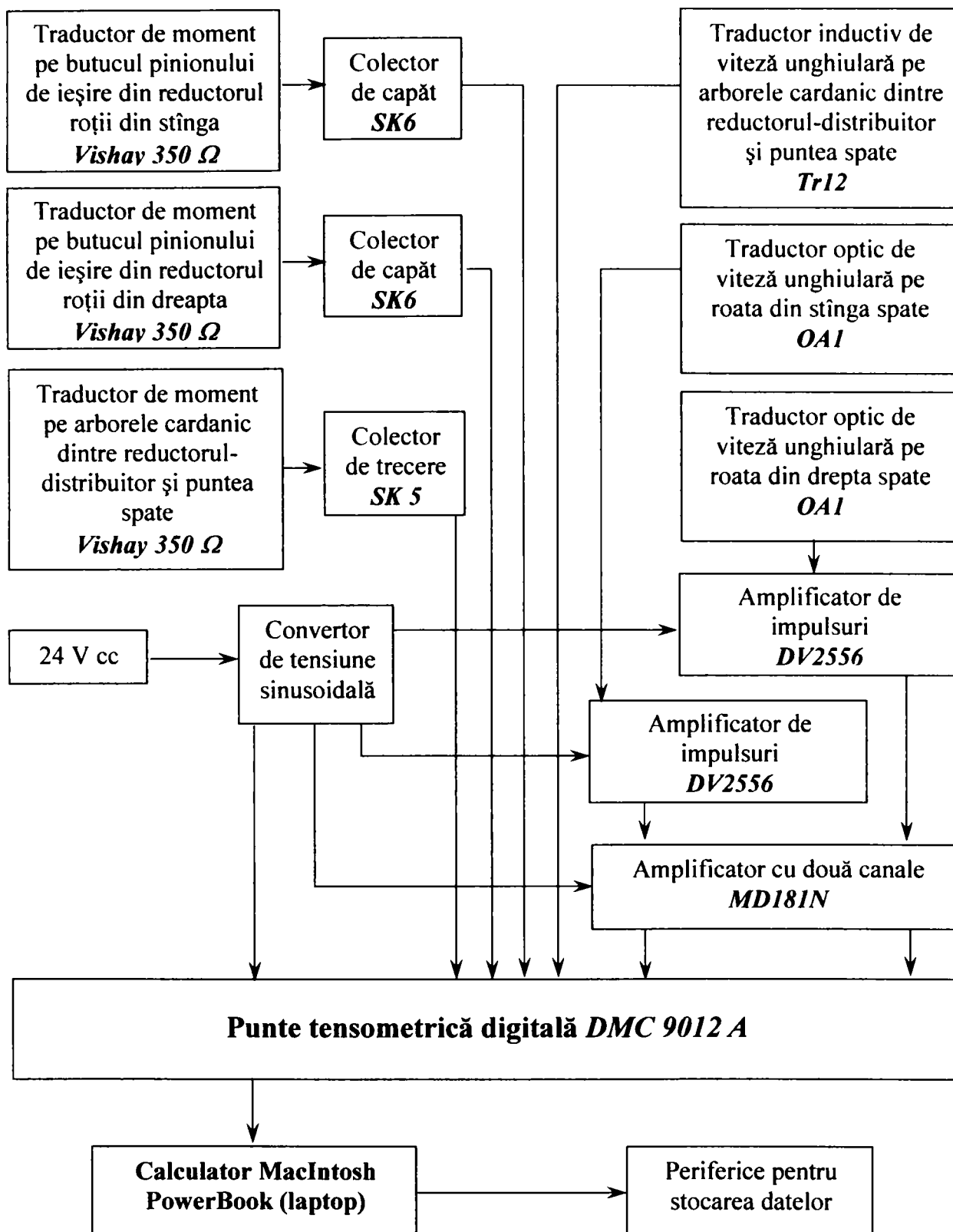


Fig. 3.6 Structura de măsurare pentru determinarea circulației de putere în plan transversal

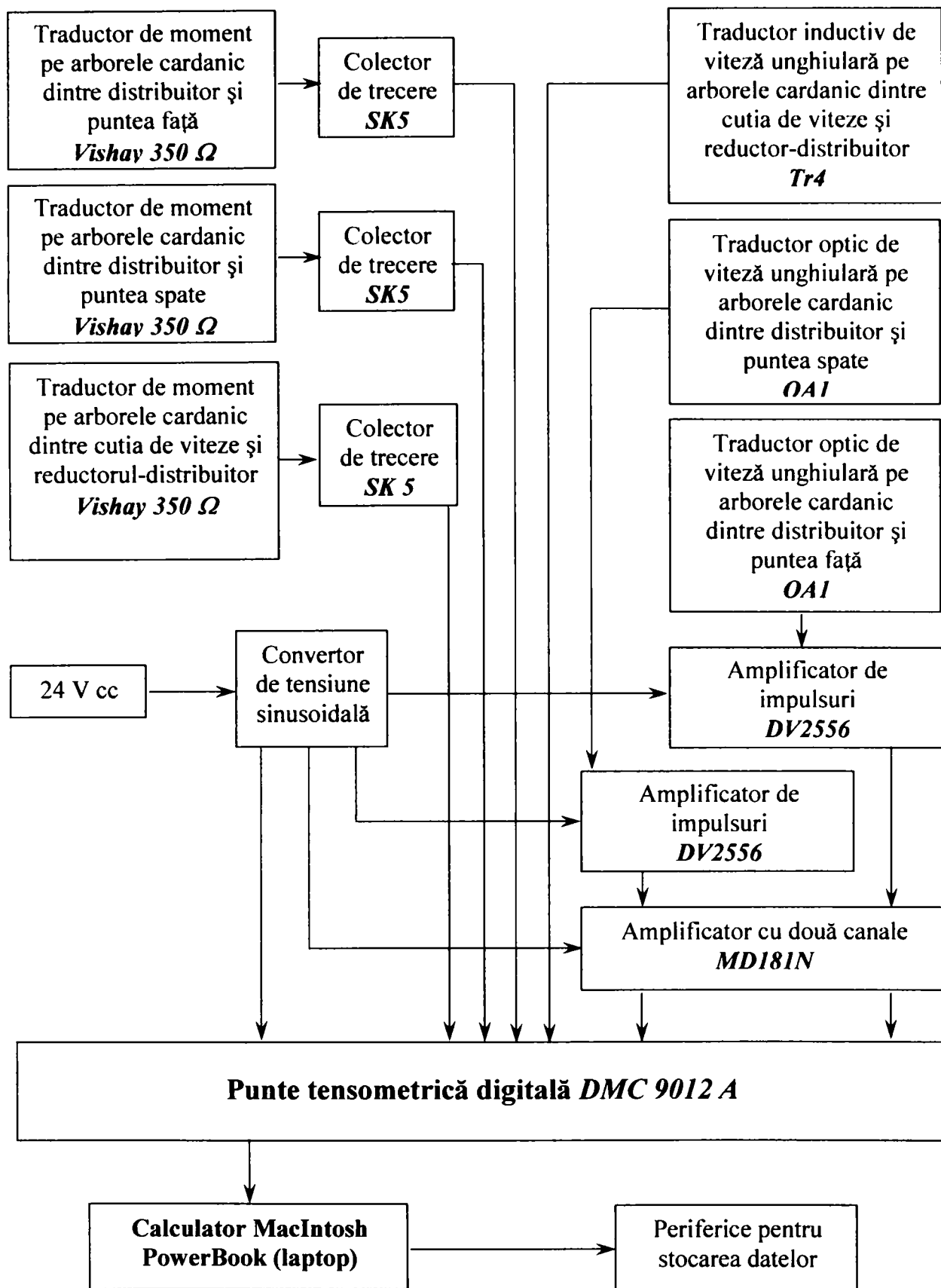


Fig. 3.7 Structura de măsurare pentru determinarea circulației de putere în plan longitudinal

Componentele lanțurilor de măsurare și locul plasării acestora pe organele transmisiei sunt redată în schemele de instrumentare din fig. 3.6 și 3.7. Elementele principale ale echipamentului sunt produse de firma *Hottinger Baldwin Messtechnik*, iar computerul de colectare a datelor a fost un laptop *PowerBook MacIntosh*. Înregistrarea și prelucrarea primară a datelor s-au realizat cu ajutorul unui software specializat (*BEAM*), livrat o dată cu calculatorul.

Puntea *DMC9012A* și amplificatoarele de semnal necesită, pentru funcționare, tensiune de 220 V curent alternativ. Aceasta nu este disponibilă pe autovehicul, prin urmare s-a utilizat un convertizor de tensiune sinusoidală de la 24Vcc la 220Vca, alimentat de la rețeaua de bord a autovehiculului pe care s-au efectuat încercările.



Foto 3.8 Traductor tensometric montat la interiorul pinionului de ieșire din reductorul de roată



Foto 3.9 Traductor tensometric montat pe exteriorul unui arbore cardanic

3.1.1 Măsurarea momentelor de torsiune

Măsurarea momentelor de torsiune și a fazei de rotație pe ocaș a fost realizată cu ajutorul timbrelor tensometrice montate în punte Wheatstone. Nu a fost necesară o echilibrare prealabilă a punților tensometrice, deoarece acest lucru este realizat în mod automat de puntea

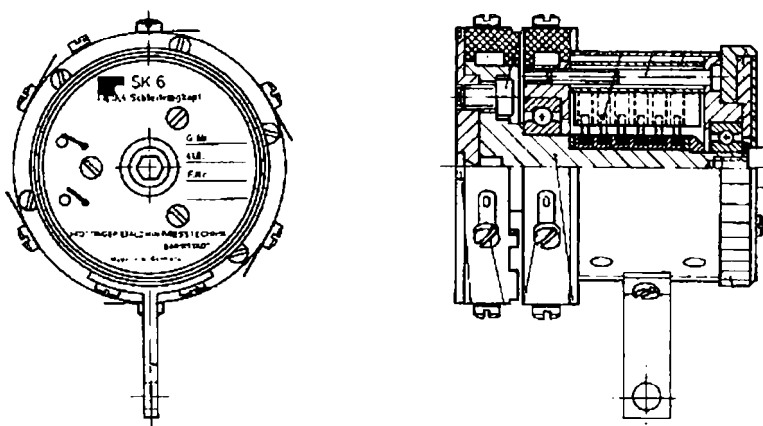


Fig. 3.10 Colector de capăt SK6

DMC9012A.



Foto 3.10 Colector de trecere SK5



Foto 3.11 Colector de capăt SK6 în montaj pe roată

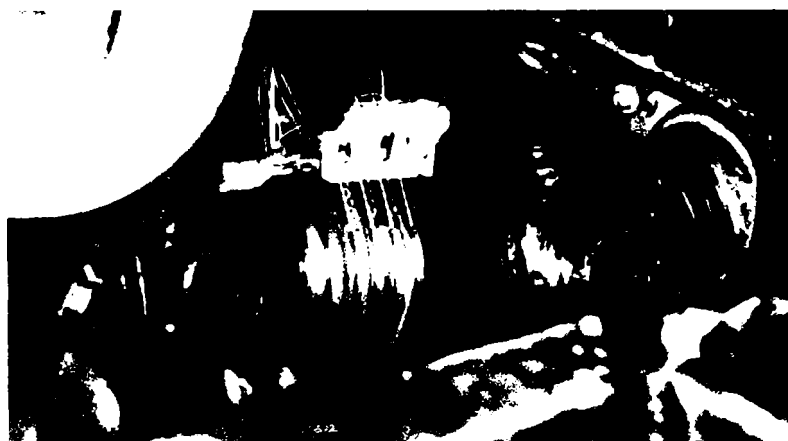


Foto 3.12 Colector de trecere tip SK5 și traductor inductiv de turație tip Tr4

Pentru măsurarea momentului de torsiune de la nivelul roții, timbrele tensometrice au fost aplicate în interiorul butucului roții, în aval de reductorul de roată (pe roata dințată de ieșire din acesta, foto 3.8).

Pentru măsurarea momentelor de pe diferiți arbori cardanici, s-a utilizat un montaj al punților tensometrice necesare a cum este redat în foto 3.9. Colectarea datelor de la traductoarele de moment aflate în butucii de roată s-a realizat cu ajutorul colectoarelor de capăt, tip SK6 (fig. 3.9), iar în cazul arborilor cardanici s-au utilizat colectoare de trecere de tip SK5. (fig. 3.10).

Modul de montaj al celor două tipuri de colectoare este redat în foto 3.11 pentru un colector de capăt și în fig. 3.12 pentru colectoarele de trecere.

3.1.2 Măsurarea vitezelor unghiulare

Pentru măsurarea vitezelor unghiulare s-au folosit două tipuri de traductoare.

Unul dintre traductoare a fost de tip inductiv, cu ajutorul lui măsurându-se în permanență turația arborelui de ieșire din

cutia de viteze. Pentru mărirea sensibilității măsurătorii au fost utilizate două traductoare montate în punte. S-a optat pentru varianta de măsurare cu traductor inductiv, deoarece puntea de măsurare nu permitea decât două intrări pentru traductoarele de tip optic. Mai mult, în orice situație este necesară măsurarea turației de ieșire din cutia de viteze, pe când instrumentarea (poziționarea) este diferită în cazul determinării circulației de putere în plan transversal față de cel longitudinal. Ori, schimbarea poziției unui traductor optic este mai facilă decât a unui inductiv, deoarece precizia poziționării nu este la fel de pretențioasă (sensibilitatea traductorului inductiv scade cu pătratul distanței de poziționare pe când a celui optic scade liniar).

În foto 3.12 se poate observa poziționarea traductorului inductiv pe arborele de ieșire în cutia de viteze, iar în foto 3.13, poziția celor optice, de pe arborii cardanici¹¹. Marcajele necesare traductoarelor optice au fost confecționate din folie de staniol, amplasate prin lipire pe organul al cărei turație trebuia măsurată, la un pas

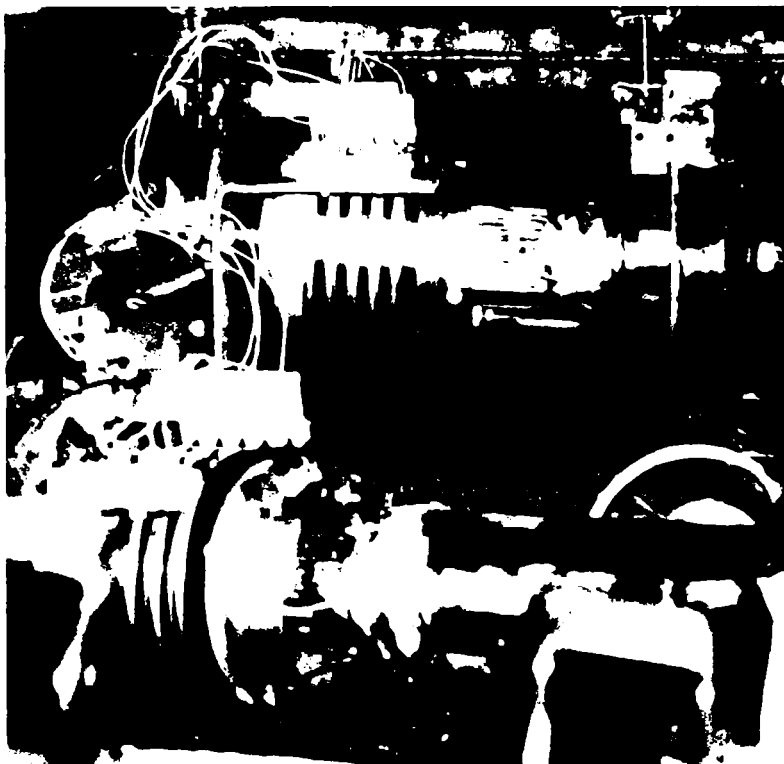


Foto 3.13 Colectoare de trecere tip SK5, marcaje și traductoare de viteză unghiulară optice tip OAI

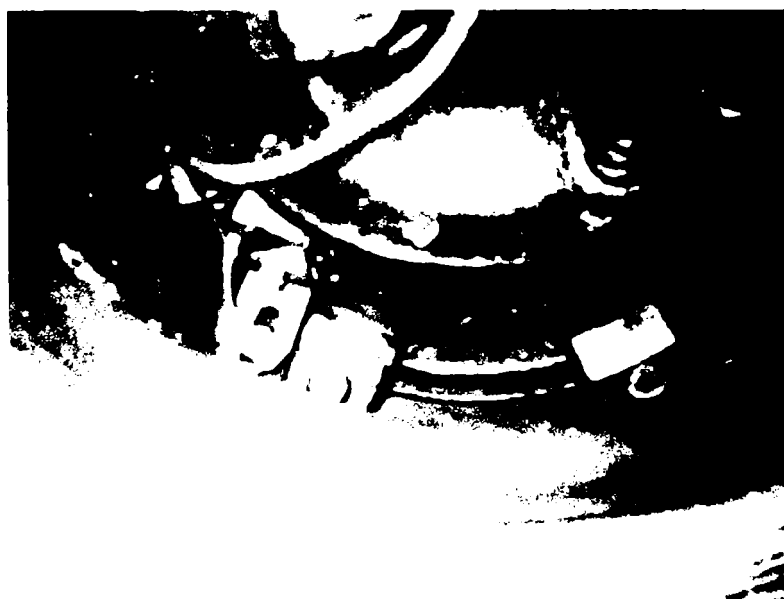


Foto 3.14 Marcaje reflectorizante și traductor optic tip OAI pe roată

¹¹ Poziționarea traductoarelor optice în varianta prezentată în foto 3.13 corespunde instrumentării necesare determinării fluxurilor de putere din planul longitudinal al autovehiculului. La determinarea fluxurilor de putere care circulă în planul transversal al autovehiculului, traductoarele optice au fost montate la nivelul roții, pe partea interioară a jantei acesteia (foto 3.14).

calculat pe baza constantei traductorului.

3.1.3 Puncte de măsurare

Poziționarea diferitelor traductoare s-a făcut în funcție de necesitatea de măsurare. Pentru a determina circulația de putere în plan transversal, care este orientată pe măsurarea acesteia la nivelul punții din spate, traductoarele vor avea următoarea amplasare:

- un traductor tensometric pe arborele de legătură dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate, care măsoară momentul care încarcă arborele de antrenare al punții din spate;

- două traductoare tensometrice montate în butucii roților din spate, pentru măsurarea momentelor la roți;

- un traductor inductiv de viteză unghiulară pe arborele cardanic de ieșire din reductorul-distribuitor către puntea din față, pentru măsurarea turației acestui arbore;

- două traductoare fotoelectrice plasate pe roțile punții din spate.

Pentru determinarea circulației de putere în plan longitudinal, traductoarele care se află în funcțiune au următoarele poziții:

- un traductor de moment pe arborele de legătură dintre cutia de viteze și reductorul-distribuitor, pentru măsurarea momentului de intrare în reductorul-distribuitor;

- un traductor inductiv de viteză unghiulară, plasat pe același arbore, pentru măsurarea vitezei unghiulare de intrare în reductorul-distribuitor;

- câte un traductor de moment, montat pe fiecare din arborii de ieșire din reductorul-distribuitor (către puntea față și către puntea spate);

- câte un traductor fotoelectric de viteză unghiulară pe arborii de ieșire către cele două punți (față și spate).

Pentru a elimina influența conducătorului autovehiculului asupra calității măsurărilor, sarcina motorului a fost stabilizată prin montarea unui dispozitiv de blocare a pedalei de accelerație în diferite poziții.

3.2 Suportul tehnic al măsurărilor

Vor fi prezentate câteva date tehnice ale traductoarelor folosite precum și procedurile de etalonare ale echipamentului destinat măsurărilor.

Pentru determinarea momentelor de torsiune au fost folosite traductoare de tip timbru tensometric, modelul Vishay de 350 Ω , montate cu o bază de 5 mm. Aplicarea s-a făcut prin lipire cu rășini epoxidice, în punte Wheatstone completă, ca în fig. 3.16. Relația de calcul a traductorului tensometric astfel

obținut este dată de
$$\frac{U_e}{U_0} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1 + \Delta R_3}{R_1 + R_3} - \frac{\Delta R_2 + \Delta R_4}{R_2 + R_4} \right)$$
, în care $R_1 \dots R_4$ sunt

rezistențele timbrelor, U_0 este tensiunea de alimentare, iar U_c este tensiunea de ieșire, dependentă de deformația traductorului. Relația este valabilă dacă toate timbrele tensometrice ale punții Wheatstone au aceleași caracteristici (regulă

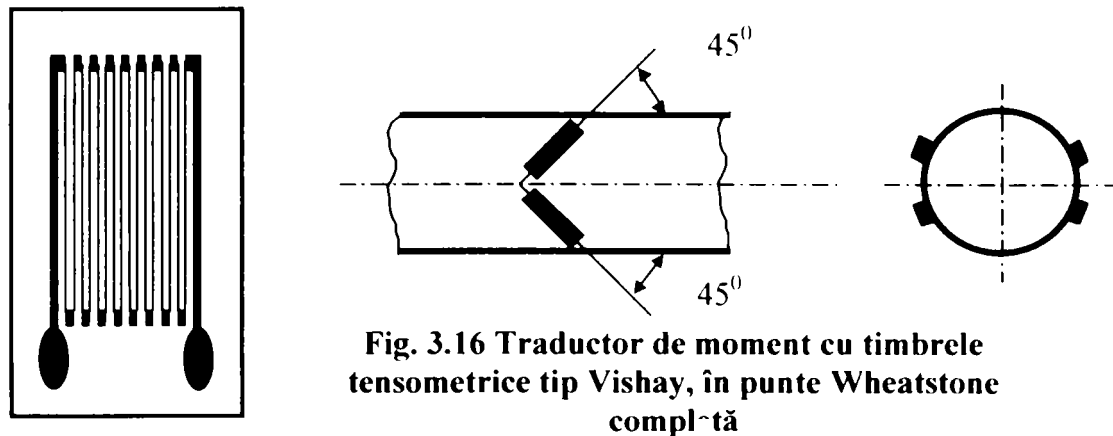


Fig. 3.16 Traductor de moment cu timbrele tensometrice tip Vishay, în punte Wheatstone completă

respectată în cazul traductoarelor de acest tip utilizate pentru încercările desfășurate).

După montajul pieselor instrumentate pe autovehicul, s-a procedat la etalonarea tuturor traductoarelor de cuplu. În acest scop, s-a apelat la o pârghie avînd lungimea de 1 m, la capătul căreia s-a aplicat o forță a cărei mărime a fost controlată, extrem de precis, cu ajutorul unui traductor de forță tip C2, produs tot de firma HBM. În fig. 3.17 este redată schema după care a fost realizată încărcarea traductoarelor tensometrice pentru măsurarea momentelor din butucii de roată, această schemă fiind extinsă, corespunzător, și pentru etalonarea traductoarelor de moment de torsiune de pe arborii cardanici instrumentați.

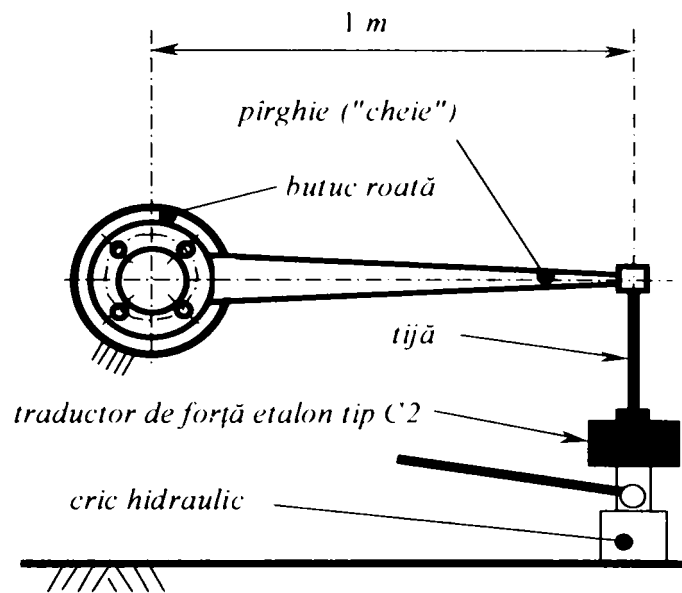


Fig. 3.17 Etalonarea traductorului tensometric din pinionul de ieșire din reductorul de roată

Fig. 3.18 redă soluția de realizare a traductorului inductiv de viteză unghiulară. Așa cum s-a arătat, pentru mărirea sensibilității acestuia, s-au utilizat două traductoare inductive Tr 4 (sau Tr12), montate în serie. Pe arborele a cărui viteză unghiulară s-a dorit măsurată,

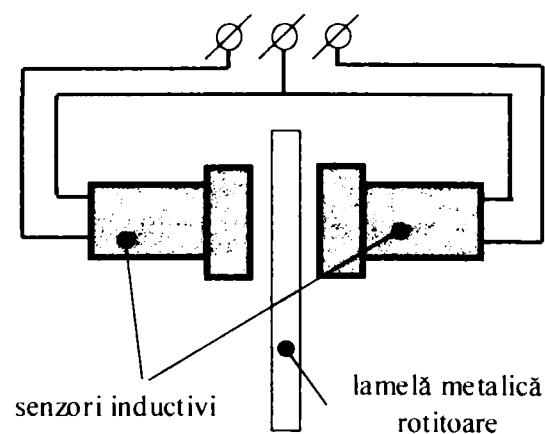


Fig. 3.18 Montajul traductorului inductiv de viteză unghiulară

s-a montat o lamelă care trece printre cei doi senzori, o dată la fiecare rotație. Sensibilitatea obținută a fost foarte bună.

Traductoarele optice de tip OA1, folosite în măsurarea turațiilor diferitelor organe ale transmisiei sau ale roților (în funcție de necesități) sunt prezentate în fig. 3.19.

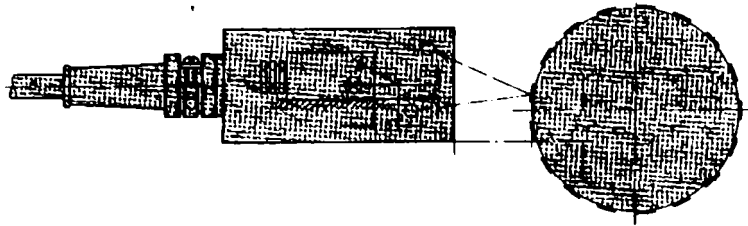


Fig. 3.19 Traductor optic de viteză unghiulară, tip OA1

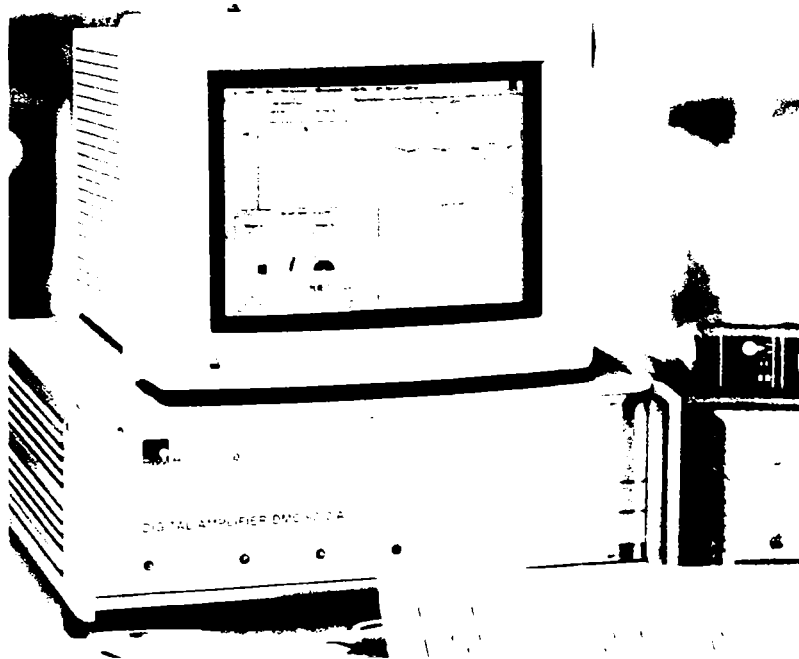


Fig. 3.20 Puntea tensometrică DMC 9012 A și calculatorul MacIntosh Classic 2

cu 8 canale, din care două sunt specializate în măsurarea temperaturilor (nu au fost utilizate în cadrul testărilor făcute). Calculatorul desktop din fig. 3.20 a fost utilizat pentru postprocesarea datelor (cel utilizat la măsurători a fost un laptop MacIntosh). Caracteristicile tehnice cele mai importante ale acestei punți sunt redate în continuare:

- memorie utilă: 120 000 date;
- viteza maximă de măsurare: 4800 ... 9600 date pe secundă;
- sensibilitate: 3mV/V ... 120 mV/V;
- viteza transfer date spre calculator: 2500 ... 3100 val./secundă;
- achiziție simultană a datelor pe toate canalele folosite;
- autocalibrare și echilibrare automată;
- interfață specializată pentru calculator MacIntosh;

Etalonarea acestor traductoare presupune aplicarea relației de calcul ce ține cont de numărul de marcaje reflectorizante plasate (lipite, în cazul de față) pe piesa în mișcare de rotație.

Pentru semnalele de la traductoarele aflate pe piese în mișcare de rotație, au fost utilizate două tipuri de colectoare: colectoare de capăt, HBM SK6 și colectoare de trecere, HBM SK5. Pentru a avea siguranța transmiterii fidele (nedistorsionate) a semnalului, toate colectoarele au fost echipate cu câte două rânduri de perii.

Datele colectate au fost stocate în puntea de măsurare DMC 9012 A (fig. 3.20). Aceasta este o punte

- control complet cu ajutorul calculatorului.

Pentru toate testările efectuate, rata de măsurare pentru toate canalele a fost de 50 valori pe secundă, considerată optimă atât din punctul de vedere al acurateții, cât și din cel al vitezei de prelucrare.

3.3 Programul încercărilor

Acest program urmărește determinarea circulației de putere în plan transversal și longitudinal, atât la mersul rectiliniu, cât și în viraj. A fost urmărită și influența rezistențelor la înaintare asupra mărimii circulației de putere, prin urmare, probele au fost efectuate pe asfalt (rezistențe mici la înaintare) și pe pășune cu consistență redusă (rezistențe mari la înaintare). Lista completă și caracteristicile probelor efectuate sunt redată în anexa tezei.

Pentru determinarea circulației de putere în plan transversal, a fost instrumentată puntea din spate.

În cazul determinării circulației de putere la mersul rectiliniu, datorate diferenței de raze de rulare dintre roțile stânga-dreapta, s-au efectuat încercări, în treapta întâia și a doua de viteze, pentru mai multe diferențe de raze de rulare. Experimentările s-au desfășurat, cu aceleași diferențe de raze de rulare, atât pe asfalt, cât și pe pășune.

În cazul determinării circulației de putere la mersul în viraj, s-a păstrat egalitatea dintre razele de rulare ale roților stânga-dreapta și au fost efectuate viraje cu mai multe raze de viraj. Experimentările au fost efectuate, cu aceleași raze de viraj, atât pe asfalt cât și pe pășune (a fost utilizat un dispozitiv de blocare a volanului, pentru menținerea constanței și poziției indexate a razei de viraj).

Pentru determinarea circulației de putere în plan longitudinal, au fost instrumentați arborii de ieșire din reductorul-distribuitor și arborele de intrare în acesta. La nivelul fiecărei punți, razele de rulare ale roților au fost păstrate egale. În cazul determinării circulației de putere la mersul rectiliniu, datorate diferenței de raze de rulare dintre roțile față-spate, s-au efectuat încercări, în treapta întâia și a doua de viteze, pentru mai multe diferențe de raze de rulare. Experimentările s-au desfășurat, cu aceleași diferențe de raze de rulare, atât pe asfalt cât și pe pășune.

În cazul determinării circulației de putere la mersul în viraj, s-a păstrat egalitatea dintre razele de rulare ale tuturor roților și au fost efectuate viraje cu mai multe raze de viraj. Experimentările au fost efectuate, cu aceleași raze de viraj, atât pe asfalt cât și pe pășune.

Pentru a elimina, evident în măsura posibilităților, problemele de neliniarități ale semnalelor obținute, s-a urmărit, în mod deosebit ca, după efectuarea demarajului în treapta utilizată pentru efectuarea încercărilor, turația și sarcina motorului să fie păstrate cât mai constante. Acest lucru a fost realizabil prin alegerea corespunzătoare a terenului pe care s-au desfășurat încercările și

prin montarea unui dispozitiv pe comanda accelerației autovehiculului (pentru menținerea constantă a sarcinii motorului).

Cum lucrarea și-a propus analiza dinamică a fenomenului circulației de putere ca urmare a regimurilor nestaționare datorate funcționării neliniare a sistemului autovehicul-teren, s-a căutat să fie eliminată într-o măsură cât mai mare posibilă, subiectivitatea comportamentală umană.

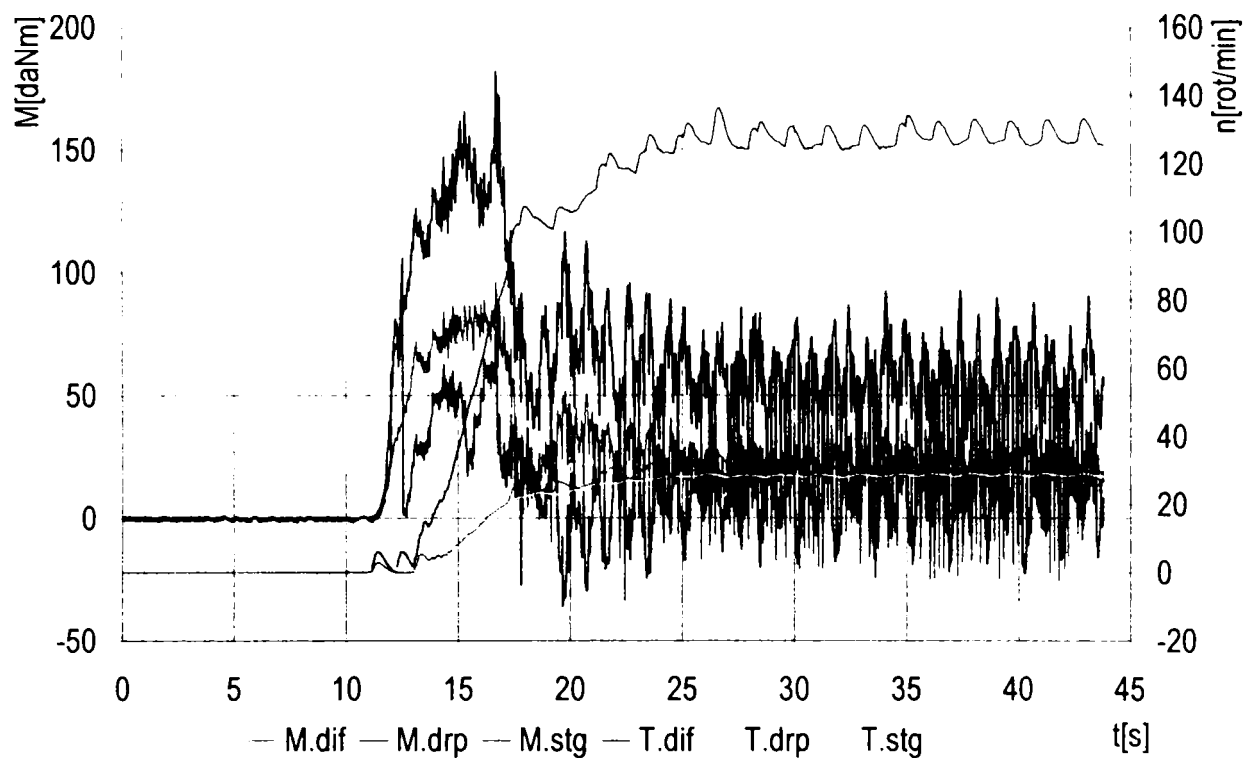


Fig. 3.21 Date semnal pentru deplasare rectilinie pe asfalt cu diferențe de raze de rulare în plan transversal de 30 mm

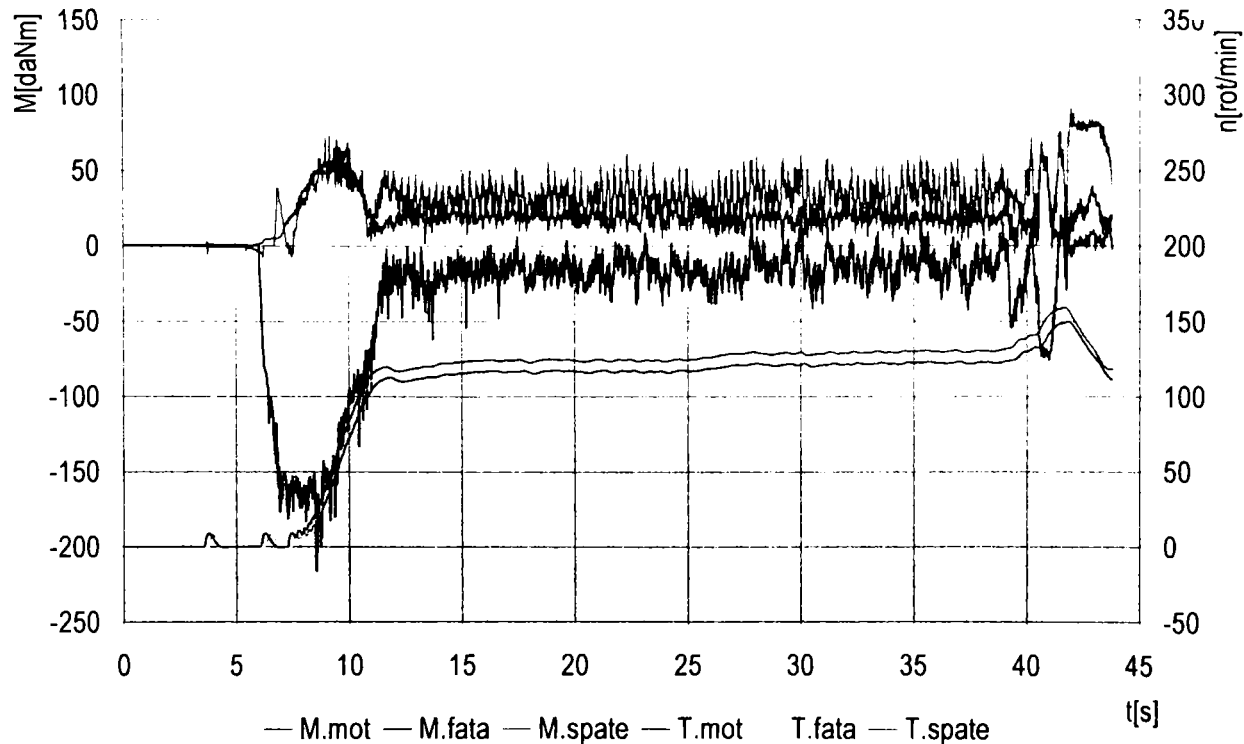


Fig. 3.22 Date semnal pentru deplasare rectilinie pe asfalt cu diferențe de raze de rulare în plan longitudinal de 15 mm

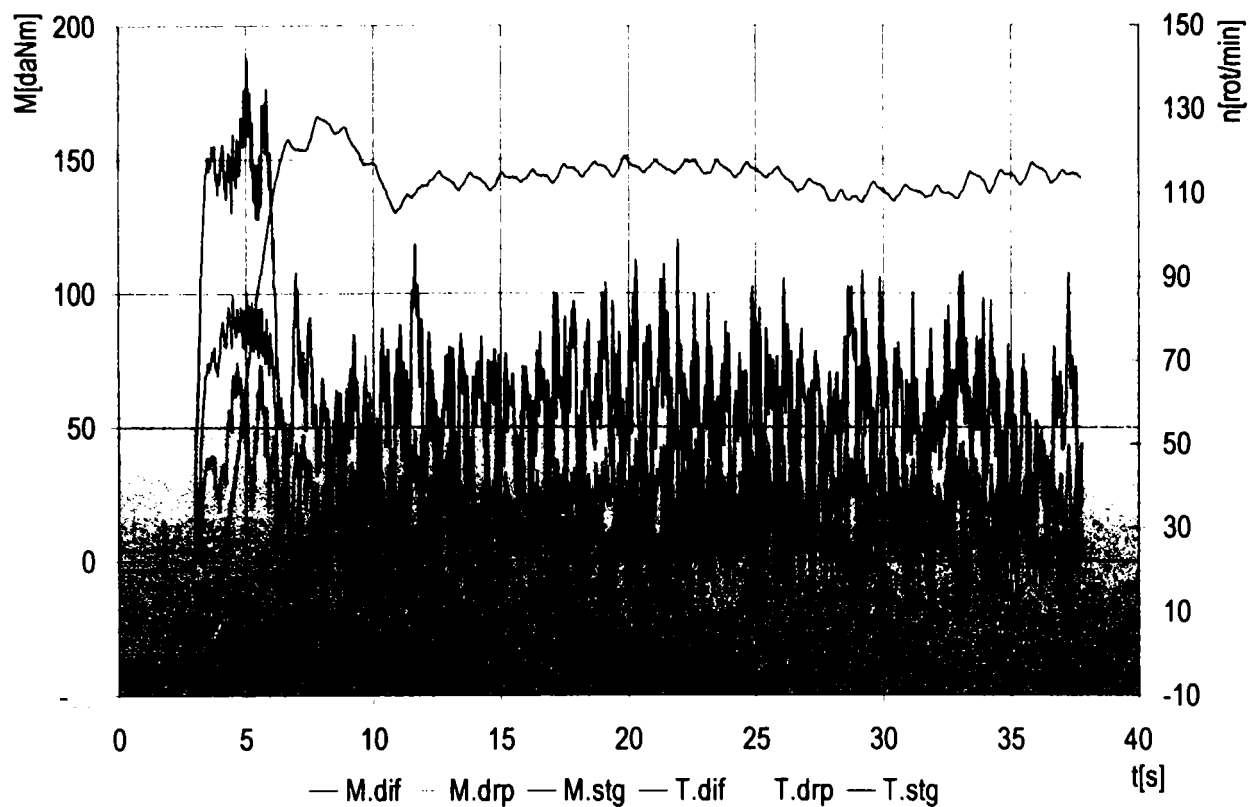


Fig. 3.23 Date semnal pentru deplasare în viraj pe asfalt cu unghiul de bracăj al roților de 24° (P_p transversală)

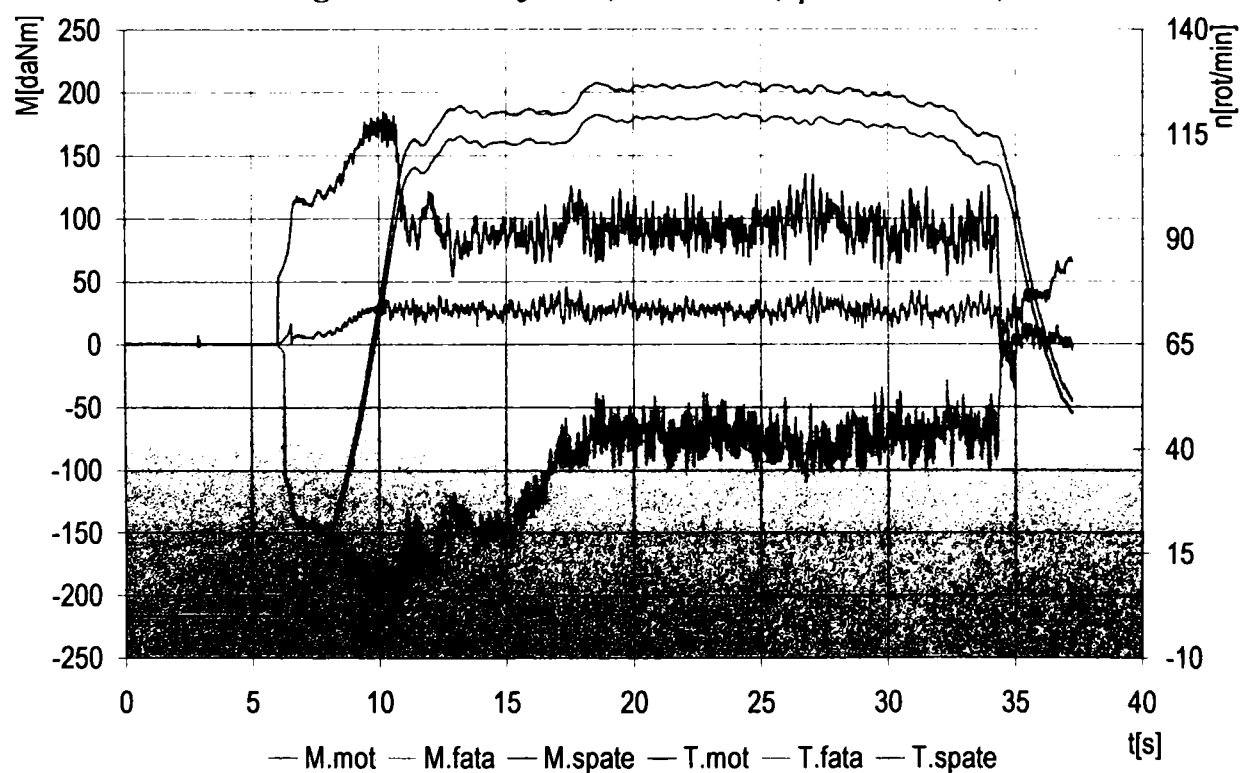


Fig. 3.24 Date semnal pentru deplasare în viraj pe asfalt cu unghiul de bracăj al roților de 24° (P_p longitudinală)

Figurile 3.21...3.24 redau câteva exemple de date semnal, așa cum au fost înregistrate de puntea *DMC 9012 A* și stocate de calculatorul utilizat.

Precizia de măsurare este relevată și de graficele prezentate anterior, cu titlu de exemplu. Se poate observa, spre confirmare, că momentul de pe arborele punții față, așa cum este ilustrat în fig. 3.22 și 3.24, este negativ, ceea ce denotă faptul că punterea parazită și-a făcut apariția. Negativitatea acestui moment este dată de faptul că, la etalonarea traductoarelor tensometrice, s-a ținut cont de sensul normal (al tracțiunii, la mers înainte) al solicitării. În aceeași idee, pentru compensarea acestui moment, ce se comportă ca unul de frânare, se poate observa și o ușoară creștere a momentului furnizat de motor (prin modificarea sarcinii, acționând dispozitivul de comandă al accelerației, în scopul menținerii constatăte a turației motorului, adică a vitezei de deplasare).

CAPITOLUL 4

PRELUCRAREA DATELOR EXPERIMENTALE

4.1 Analiza în timp a datelor experimentale

O primă formă de analiză a datelor experimentale presupune studierea manifestării variației diferitelor mărimi funcționale în timp, [76]. Analiza în timp permite tragerea unor concluzii privind stabilitatea fenomenelor fizice precum și formele de variație în anumite limite a fenomenelor care par, cel puțin la o primă vedere, relativ stabile. Practic, în realitate, nu există fenomene staționare.

Se pot dezvolta mai multe forme de analiză în timp, din care cele mai relevante pentru necesitățile acestei lucrări sunt analiza comparativă în timp și analiza de corelație, [3,13,23,56,74]. Aceste metode sunt metode așa-zise "clasice", dar oferă informații utile analistului din care se pot trage concluzii ce pot fi folosite în continuare.

4.1.1 Analiza comparativă în timp. Caracteristici statistice de ordinul I

Analiza comparativă în timp permite scoaterea în evidență a caracterului variabil în timp a mărimilor fizice măsurate. Prin studierea diferitelor situații de funcționare (efectuarea încercărilor în diferite condiții, [56]) se pot face comparații privind modul de variație a diferitelor mărimi. Acest tip de analiză permite determinarea caracteristicilor statistice de diferite ordine, în cadrul subcapitolului fiind prezentate numai cele de ordinul I, [2].

a) Valoarea medie a unei realizări oarecare $x(t)$ a unui proces aleator se determină cu relația

$$m_x = M\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) f_1(x) dt, \quad (4.1)$$

în care:

- $f_1(x)$ - densitatea de probabilitate de ordinul I;
- $M\{\}$ - simbolul operației de mediere statistică.

b) Dispersia unei serii dinamice $x(t)$ se definește ca media pătratului procesului aleator centrat, cu relația

$$D_x(t) = M\{\hat{x}^2(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} [x(t) - m_x]^2 f_1(x) dt, \quad (4.2)$$

în care $\hat{x}(t) = x(t) - m_x = 0$ este condiția procesului aleator centrat (seriei dinamice centrate).

c) **Abaterea medie pătratică** a seriei dinamice $x(t)$ reprezintă rădăcina pătrată a dispersiei date de (4.2):

$$\sigma_x = \sqrt{D_x}. \quad (4.3)$$

În cazul seriilor dinamice finite în domeniul discret¹², mărimile aflate în discuție pot beneficia de formule de estimare prezentate în continuare. Astfel, valoarea medie se determină cu expresia

$$m_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.4)$$

în care n reprezintă numărul de valori ale seriei dinamice în discuție; dispersia va avea forma

$$D_x = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2, \quad (4.5)$$

iar abaterea medie pătratică se determină cu relația

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2}. \quad (4.6)$$

Statistica mai pune la dispoziția analistului și alte mărimi pentru o serie dinamică oarecare, cum ar fi: valoarea minimă, cea maximă, mediana (valoarea centrală), media geometrică, armonică etc.

Pornind de la analizele semnalelor folosite în electronică, prelucrarea statistică a datelor obținute în domeniul mecanic, face apel și la alte instrumente de calcul, cum sunt normele mărimilor, notate cu L (în spațiul Lebesgue).

¹² Domeniul discret reprezintă domeniul în care timpul, ca variabilă independentă, este considerat o mărime discretă. Practic, toate datele experimentale sunt înregistrate în mod discret, cu un anumit pas de incrementare temporală. Mărimile nu sunt și nici nu pot fi înregistrate în mod continuu, obținându-se perechi de date în care timpul are valoarea înregistrată discret, iar mărimea de măsurat reprezintă mărimea la momentul de timp în care a fost măsurată. Problema apare în momentul în care se dorește obținerea unei funcții analitice continue care să aproximeze cât mai bine procesul fizic, deoarece, între două valori măsurate ale mărimii studiate, pot apărea variații importante ale acesteia, care nu vor fi surprinse de aparatura de măsurare. În scopul reducerii într-o cât mai mare măsură a acestei probabilități, incrementul temporal (pasul în timp al măsurării) se reduce cât mai mult posibil. Reducerea nu poate fi făcută prea mult, limitările fiind introduse de inerția aparaturii de măsurare, de performanțele acesteia și de posibilitățile de stocare a datelor.

Norma p a unui semnal discret x_i (cu $i = n-1$ valori, notat uneori și cu $x(i)$) are expresia

$$\|x\|_p = L_p = \begin{cases} \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |x_i|^p} & - \text{pentru } 1 \leq p < \infty \\ \sup_i |x_i| & - \text{pentru } p \rightarrow \infty \end{cases} \quad (4.7)$$

Cele mai frecvent folosite norme în prelucrarea datelor cu aplicabilitate în domeniul mecanic sunt, la analiza comparativă în timp, câteva norme cu caracter particular.

d) norma 1 ($p=1$) sau suma valorilor absolute:

$$\|x\|_1 = L_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|; \quad (4.8)$$

e) norma 2 ($p=2$) sau norma euclidiană; are proprietatea că pătratul ei reprezintă energia totală a semnalului, prin urmare ea poate exprima dinamicitatea fenomenului analizat:

$$\|x\|_2 = L_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^2}; \quad (4.9)$$

f) norma ∞ ($p \rightarrow \infty$) sau valoarea maxim-maximorum (valoarea de vârf, valoarea supremă):

$$\|x\|_\infty = L_\infty = \sup_i |x_i|. \quad (4.10)$$

Pentru exemplificare, se iau în discuție probele care au urmărit determinarea circulației de putere în plan transversal la deplasarea pe asfalt, datorată diferenței de raze de rulare între roțile punții din spate (probele 15,...,18). Pentru aceste probe, variația momentului motor pe arborele de antrenare a punții din spate este redată în fig. 4.1,...,4.4.

Ceea ce însă interesează în mare măsură este determinarea variației circulației de putere în plan transversal în funcție de diferența de raze de rulare ale roților stânga-dreapta ale punții din spate.

În acest scop, pentru toate probele desfășurate, se determină prin calcul¹³ puterea care circulă în plan transversal la nivelul punții din spate. Acest lucru

¹³ Calculul este posibil deoarece se dețin seriile dinamice experimentale ale momentelor și vitezelor unghiulare pe arborii instrumentați, măsurătorile fiind executate simultan și cu aceeași bază de timp. De asemenea, trebuie menționat că, la mediere, vor fi luate în considerare valorile absolute ale puterii (puterea în valoare absolută încarcă arborele, chiar dacă semnul este negativ datorită sensului momentului la un moment dat în timp seriei dinamice caracteristice).

este realizat prin scăderea puterii necesare progresiunii autovehiculului (care revine punții din spate) din puterea totală ce încarcă transmisia la nivelul punții în discuție. Puterea necesară progresiunii este puterea necesară învingerii rezistențelor la înaintare la nivelul punții din spate. Graficul de dependență este dat sub forma imaginilor prezentate în fig. 4.5.

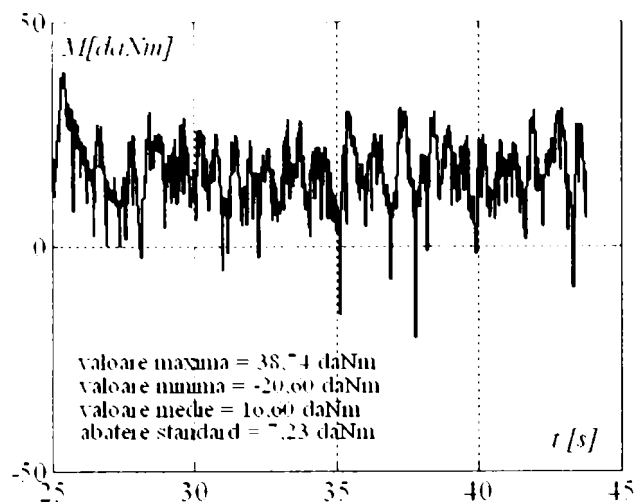


Fig. 4.1 Momentul arborelui motor proba 15

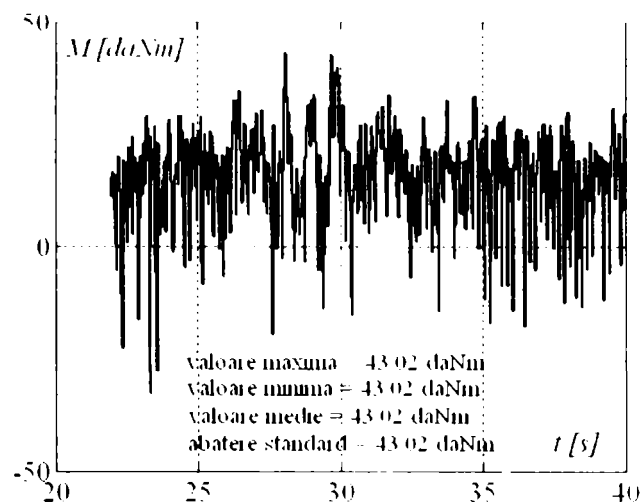


Fig. 4.2 Momentul arborelui motor proba 16

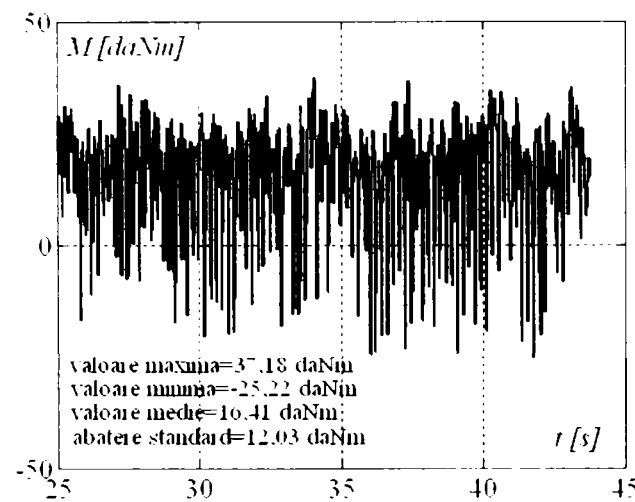


Fig. 4.3 Momentul arborelui motor proba 17

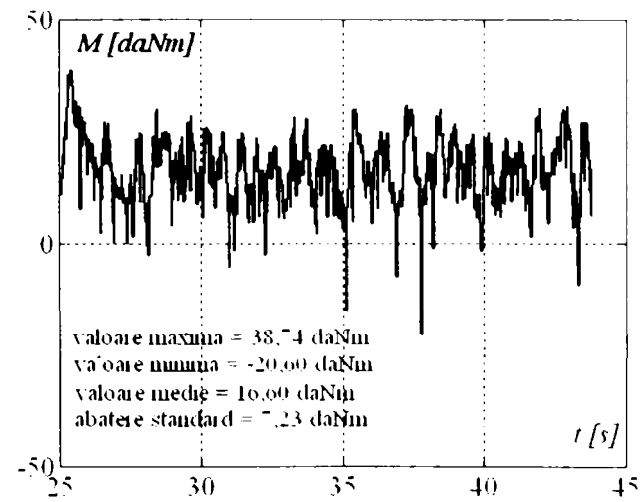


Fig. 4.4 Momentul arborelui motor proba 18

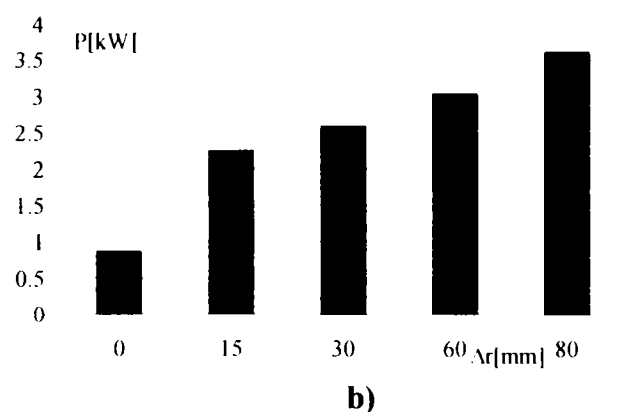
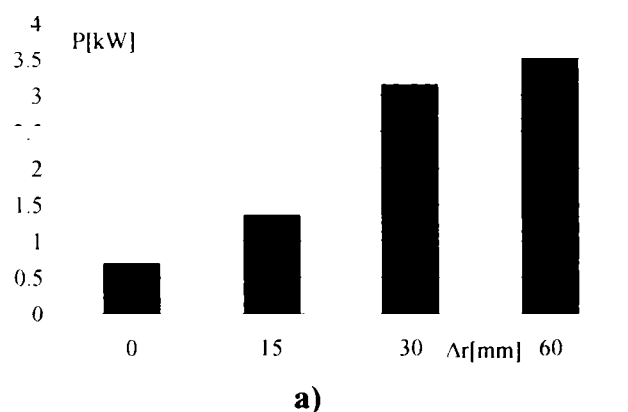


Fig. 4.5 Valorile medii ale puterii parazite la nivel transversal la deplasarea rectilinie cu diferențe de raze de rulare între roți (probele 15,...,18)
a) - deplasare pe asfalt; b) - deplasare în teren

Pentru o vedere de ansamblu a probelor amintite, este prezentată distribuția din fig. 4.6, care prezintă valorile medii ale momentelor și turațiilor corespunzătoare arborilor instrumentați în acest scop, [23].

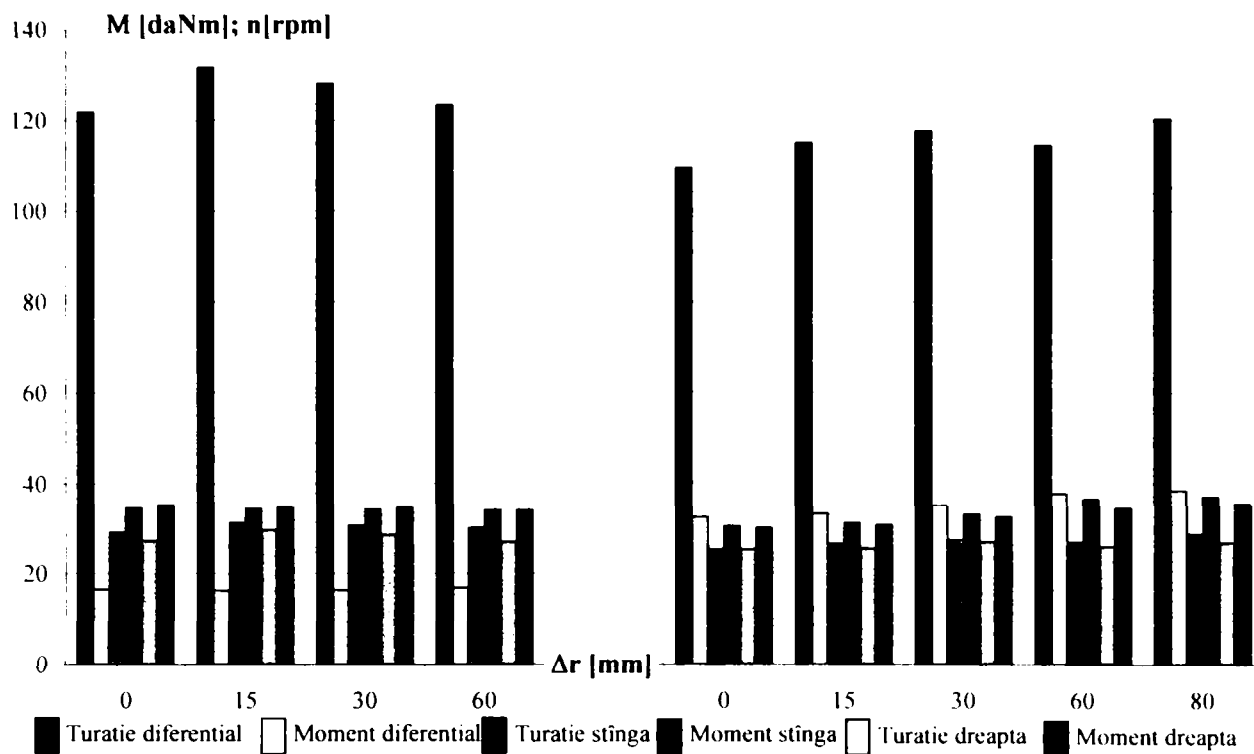


Fig. 4.6 Distribuția momentelor medii și turațiilor medii ale arborilor instrumentați în probele 15,...,18 (stînga) și 51,...,54 (dreapta)

Analiza în timp poate fi rafinată, în continuare, prin efectuarea unor comparații între diferitele rezultate ale parametrului urmărit în experimentările desfășurate. Luând în discuție probele efectuate pe asfalt, în care circulația de putere este mai intensă decât în cazul deplasării pe căi de rulare cu rezistențe mai mari la înaintare, figurile următoare prezintă histogrammele puterilor parazite pentru diferite probe.

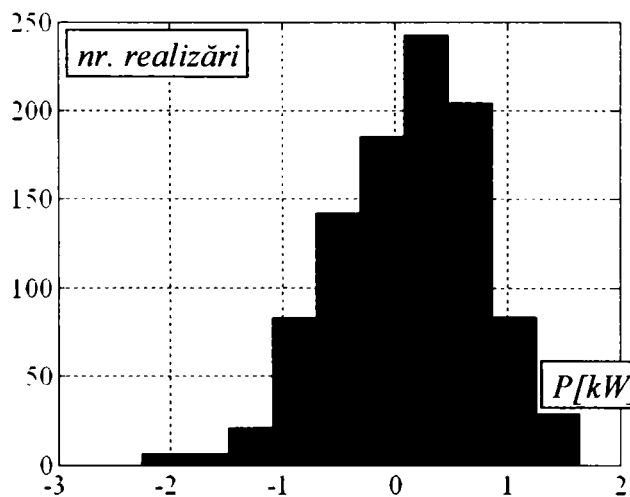


Fig. 4.7 Histograma puterii parazite în plan longitudinal la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (proba 06)

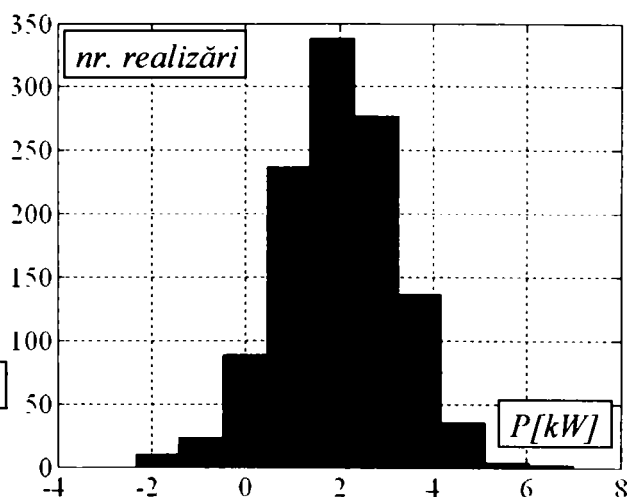


Fig. 4.8 Histograma puterii parazite în plan longitudinal la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (proba 07)

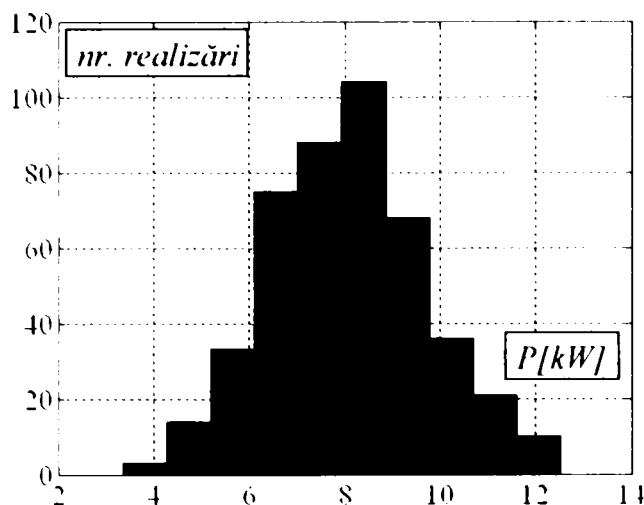


Fig. 4.9 Histograma puterii parazite în plan longitudinal la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (proba 10)

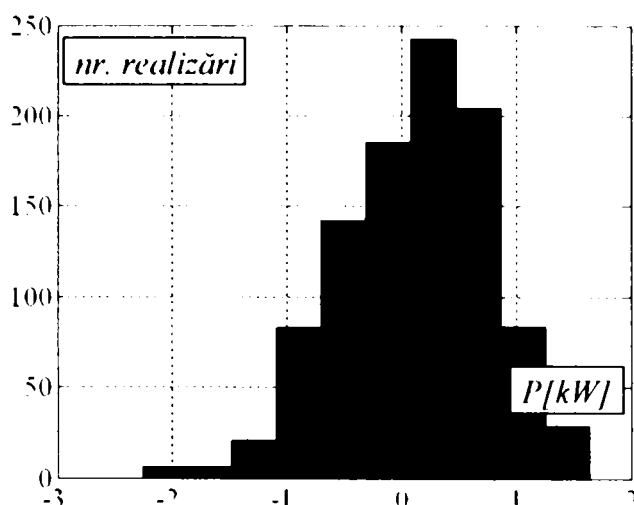


Fig. 4.10 Histograma puterii parazite în plan transversal la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (proba 16)

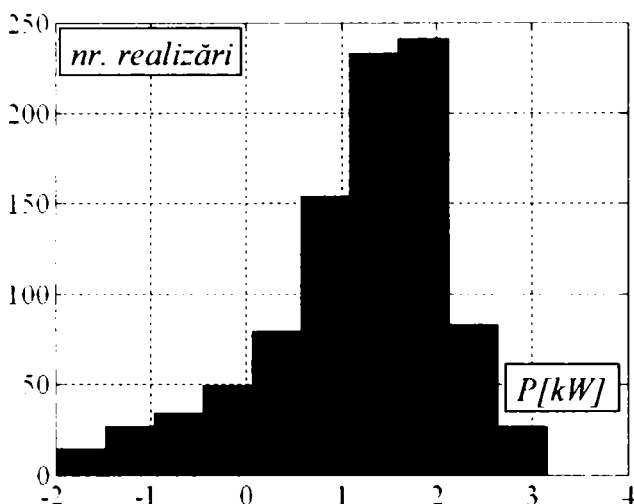


Fig. 4.11 Histograma puterii parazite în plan transversal la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (proba 17)

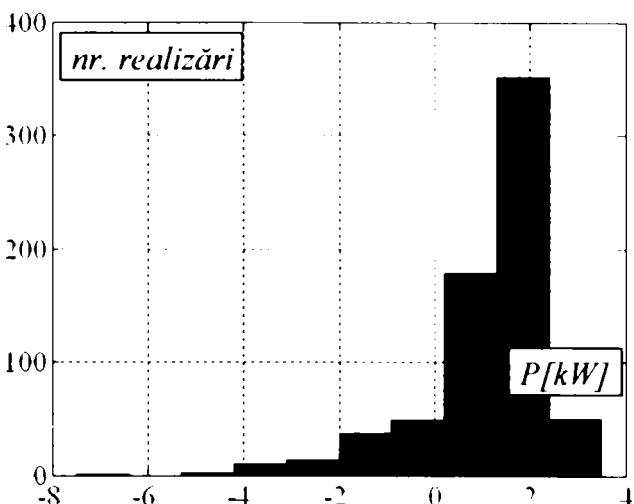


Fig. 4.12 Histograma puterii parazite în plan transversal la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (proba 18)

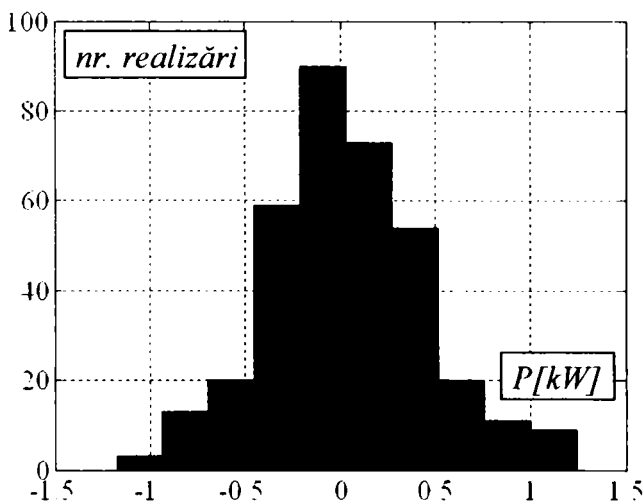


Fig. 4.13 Histograma puterii parazite în plan longitudinal în viraj cu $\Delta r = 0$ (proba 23)

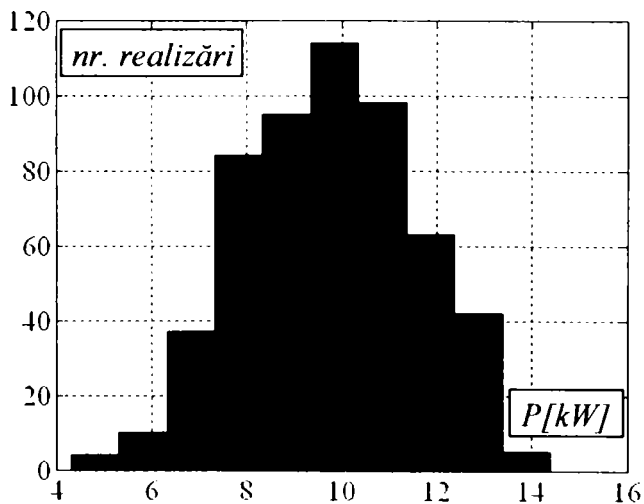


Fig. 4.14 Histograma puterii parazite în plan longitudinal în viraj cu $\Delta r = 0$ (proba 25)

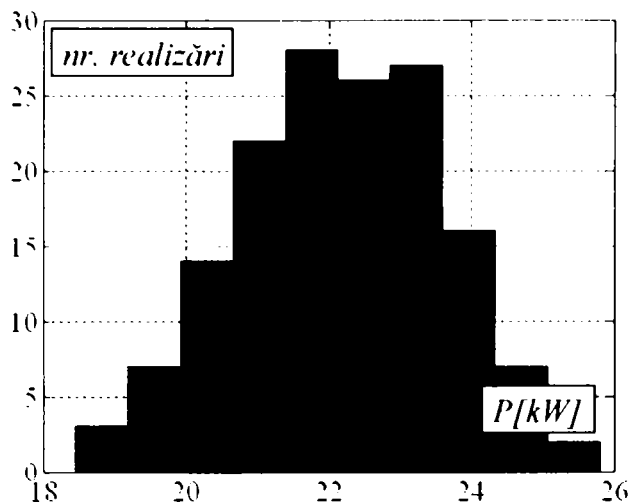


Fig. 4.15 Histograma puterii parazite în plan longitudinal în viraj cu $\Delta r = 0$ (proba 26)

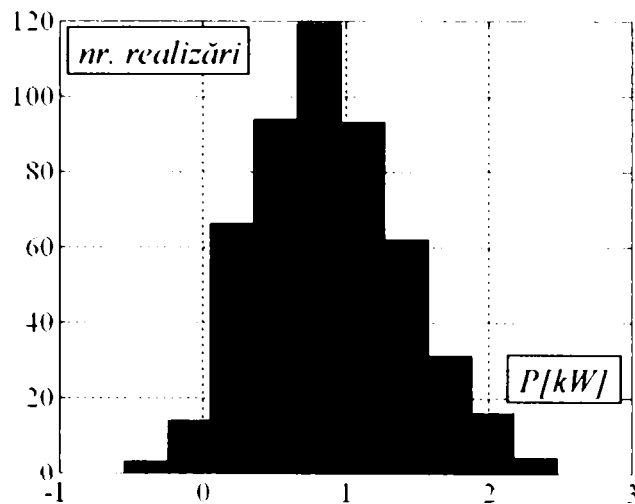


Fig. 4.16 Histograma puterii parazite în plan transversal în viraj cu $\Delta r = 0$ (proba 32)

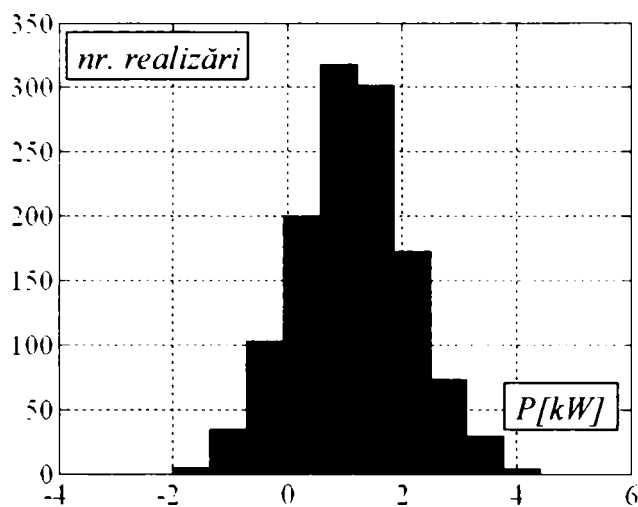


Fig. 4.17 Histograma puterii parazite în plan transversal în viraj cu $\Delta r = 0$ (proba 34)

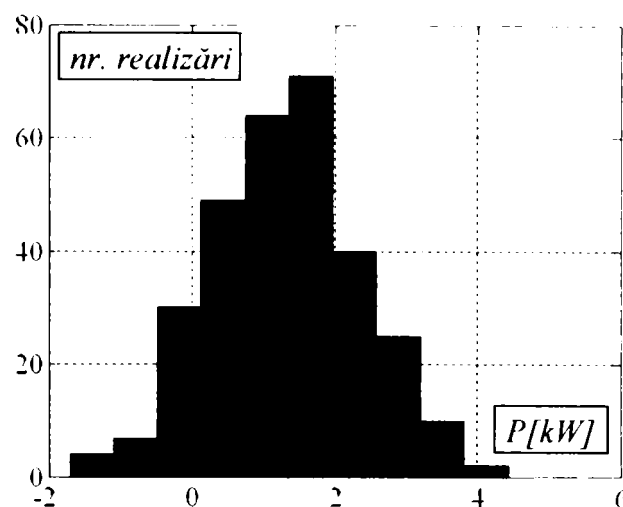


Fig. 4.18 Histograma puterii parazite în plan transversal în viraj cu $\Delta r = 0$ (proba 36)

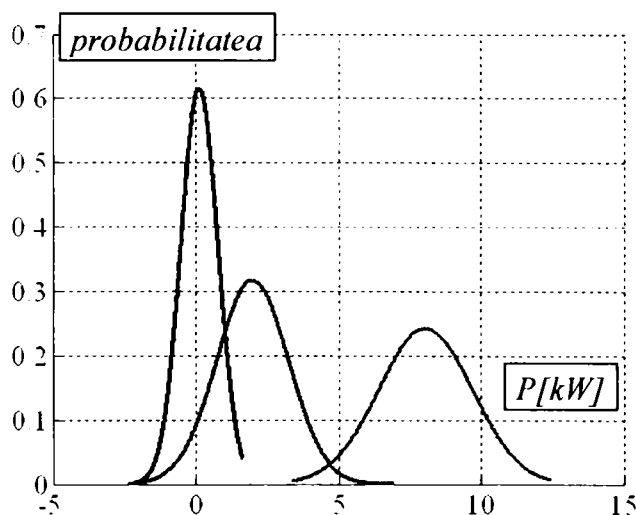


Fig. 4.19 Probabilitatea apariției circulației de putere în plan longitudinal, la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (legea normală) (probele: 06-negru, 07-albastru, 10-roșu)

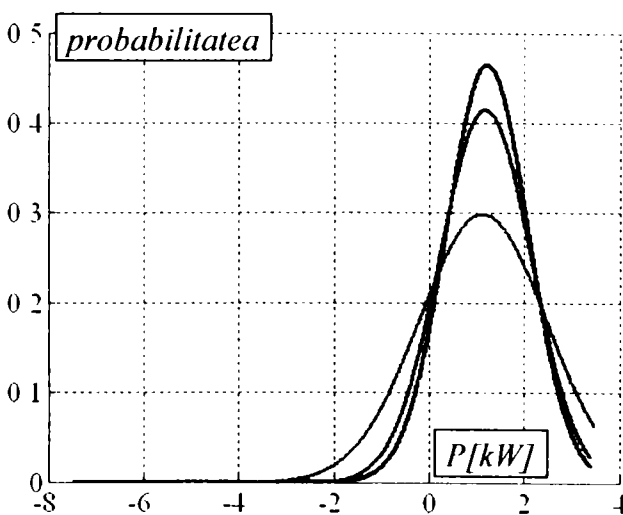


Fig. 4.20 Probabilitatea apariției circulației de putere în plan transversal, la mers rectiliniu cu $\Delta r \neq 0$ (legea normală) (probele: 16-negru, 17-albastru, 18-roșu)

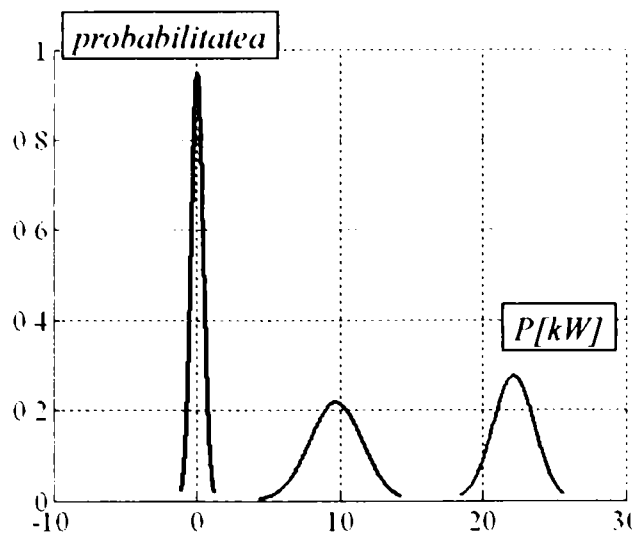


Fig. 4.21 Probabilitatea apariției circulației de putere în plan longitudinal, în viraj cu $\Delta r = 0$ (legea normală)
(probele: 23-negru, 25-albastru, 26-roșu)

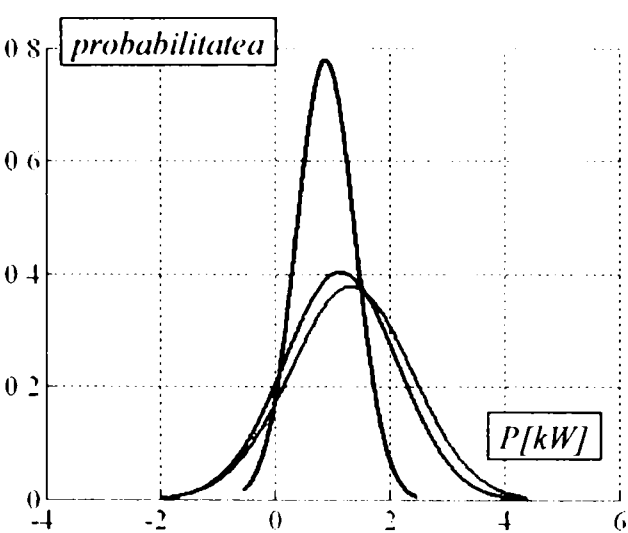


Fig. 4.22 Probabilitatea apariției circulației de putere în plan transversal, în viraj cu $\Delta r = 0$ (legea normală)
(probele: 32-negru, 34-albastru, 36-roșu)

Figurile 4.19,...,4.22 relevă distribuțiile normale ale probabilităților apariției circulației de putere pentru aceleași probe pentru care au fost trasate histogramele anterioare. Analizând aceste figuri se poate conchide că, în cazul circulației de putere în plan longitudinal, apariția circulației de putere este mult mai probabilă pentru puteri evident diferite. Acest lucru înseamnă, așa cum era de așteptat, că reductorul-distribuitor cu diferențial longitudinal blocabil (blocat pe timpul desfășurării testărilor) va induce puteri parazite importante și clar decelate pentru cazurile analizate.

În cazul puterii parazite în plan transversal se poate observa că, datorită diferențialului cu autoblocare (cu frecare mărită), puterile parazite au distribuții relativ centrate și grupate. Această observație conduce la concluzia că diferențialul transversal autoblocabil induce circulație de putere numai în limita gradului lui insensibilitate. Graficele expuse (fig. 4.20 și 4.22) relevă gruparea probabilității de apariție a puterii parazite în gama de 0,75 - 1,25 kW, fapt relevat și de observațiile făcute la capitolele precedente.

Prin urmare, puterea parazită va fi mai ridicată ca valoare și cu o distribuție mai tranșantă în cazul analizei ei în planul longitudinal al autovehiculului, pe când, în planul transversal, fenomenul atenuator al diferențialului cu frecare mărită își va manifesta comportamentul prin gruparea probabilităților de apariție a puterii parazite în zona limitei lui de insensibilitate.

Același comportament poate fi relevat și din histogramele anterior prezentate, dar fenomenul este mult mai relevant evidențiat în graficele reprezentând probabilitatea apariției circulației de putere (fig. 4.19,...,4.22). Legea normală de distribuție a fost aleasă în urma analizei numărului de realizări și a grupării bune a realizărilor în jurul unei valori medii.

Valorile privind media realizărilor și deviația standard a valorilor au fost determinate pentru fiecare serie dinamică în parte, [23].

4.1.2 Analiza de corelație. Caracteristici statistice de ordinul II

Deși au aplicabilitate în analiza datelor experimentale, caracteristicile statistice de ordinul I nu furnizează o imagine completă asupra caracterului procesului aleator, [23, 24]. În sprijinul acestei afirmații se poate considera cazul în care două serii dinamice care au aceeași medie și/sau dispersie (media și dispersia fiind, așa cum s-a arătat, caracteristici statistice de ordinul I) au totuși caracterul variației lor diferit. Prin urmare, statistica a dezvoltat caracteristicile statistice de ordinul II. Metodologia de calcul al acestor caracteristici este aceeași, atât în cazul în care sunt determinate pentru un proces aleator (format din mai multe realizări) cât și în cazul unei serii deterministe oarecare.

Scopurile analizei de corelație sunt multiple, [24], dar se desprind două dintre ele ca fiind principale:

- stabilirea gradului de corelare temporală a datelor obținute pe cale experimentală; în acest caz se utilizează funcția de corelație care permite luarea unei decizii în ceea ce privește credibilitatea deciziei de a utiliza datele experimentale obținute în generarea de diferite modele ulterioare, modele care vor fi folosite în calculele dinamice statistice;
- evidențierea gradului de dependență liniară între două mărimi funcționale, folosind coeficientul de corelație, în scopul stabilirii necesității de a elabora ulterior funcții neliniare ale caracteristicilor statice și modele neliniare de studiu al dinamicii.

a) Funcția de corelație

În ceea ce privește corelația, [24], (funcția de corelație), discuția se poate extinde și în interiorul aceleiași serii dinamice. Pentru a putea stabili conformitatea semnalului în ansamblul său, se pot stabili analize de corelație între diferite segmente ale acestuia, cu ajutorul funcției de autocorelație. Această funcție permite o analiză a structurii interne a semnalului utilizat, o modalitate de stabilire a legăturii între diferitele segmente ale mărimii măsurate. Funcția de autocorelație este o funcție nealeatoare care, pentru o pereche de valori arbitrar aleasă (t_1, t_2) , este egală cu speranța matematică a produsului a două mărimi aleatoare centrate, corespunzătoare celor două segmente

$$R_{xx}(t_1, t_2) = M \{ \hat{X}(t_1) \hat{X}(t_2) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x_1 - m_x(t_1)][x_2 - m_x(t_2)] f_2(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_1 dx_2, \quad (4.11)$$

în care funcția $f_2(x_1, t_1; x_2, t_2)$ este densitatea de probabilitate de ordinul II. În cazul în care valorile medii sunt nule (procesul aleator este centrat), atunci se va obține funcția de autocovarianță, care se notează cu C_{xx} .

Funcția de autocorelație ilustrează gradul de corelare temporală a datelor experimentale care aparțin unei mărimi măsurate. O simetrie pe axa timpului discret din reprezentarea grafică a funcției de autocorelație ilustrează o autocorelare bună a datelor existente (supuse analizei), dar oferă și o garanție a autocorelării datelor din eventualele experimentări viitoare, efectuate în aceleași condiții. Mai mult, cu cât funcția de autocorelație tinde mai rapid către valoarea medie (sau către valoarea nulă, dacă procesul aleator este centrat), cu atât autocorelarea temporală a datelor este mai slabă. Prin urmare, se poate trage concluzia că, cu cât graficul funcției de autocorelație este mai simetric și cu cât tendința de scădere spre valoarea medie este mai redusă, cu atât corelarea temporală a datelor experimentale este mai bună, [24].

Ca și în cazul caracteristicilor statistice de ordinul I, și în cazul celor de ordinul II se pot calcula mărimile acestora, dacă seriile dinamice sunt finite și discrete.

În domeniul discret, funcția de autocorelație se determină în condițiile în care cele n valori ale seriei dinamice x_i sunt dispuse la intervale de timp egale, de pas h , ceea ce conduce la o exprimare de forma $x_i = x(ih)$. Pentru o decalare în timp de forma rh , se obține expresia funcției de autocorelație, [25, 31, 68],

$$R_{xx}(rh) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-r} (x_i - m_x)(x_{i+r} - m_x), \quad r = 0, \dots, m, \quad (4.12)$$

în care m este decalarea maxim posibilă.

Pentru a stabili nivelul de autocorelare a mărimilor măsurate (turație, moment) și a mărimii calculate (putere parazită), se aplică funcția menționată unui set de două probe, prima pentru determinarea puterii parazite la nivel transversal (proba 07) și a doua la nivel longitudinal (proba 26).

Pentru a avea o bună autocorelație a semnalului este necesară existența unei simetrii bune pe axa timpului discret (a numărului de valori), iar valorile să

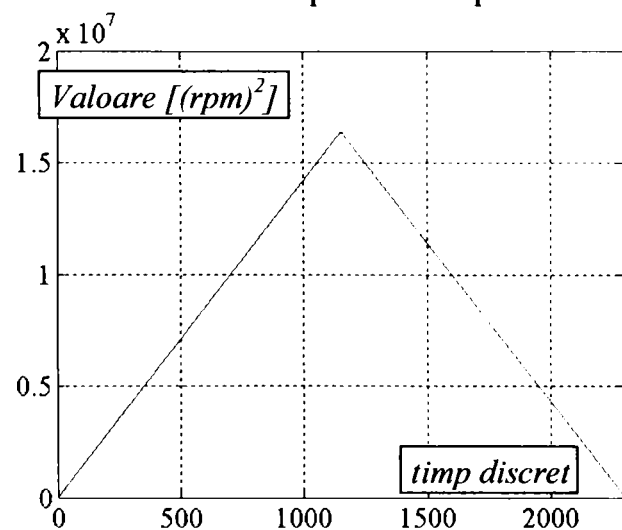


Fig. 4.23 Funcția de autocorelație a turației arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (proba 07)

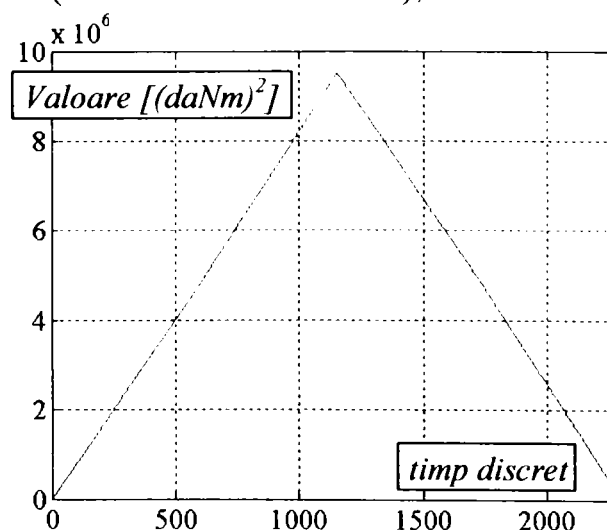


Fig. 4.24 Funcția de autocorelație a momentului arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (proba 07)

tindă lent către valoarea nulă. Acest lucru înseamnă că valorile predicționate vor avea o bună corelație cu cele realizate.

În această idee, se poate observa că turația arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (fig. 4.23) are o foarte bună autocorelare. De asemenea, același lucru se poate spune și despre momentul ce soliciță acest arbore (fig. 4.24). Chiar și turația arborelui de intrare în punții din spate are funcția sa de autocorelație simetrică, chiar dacă

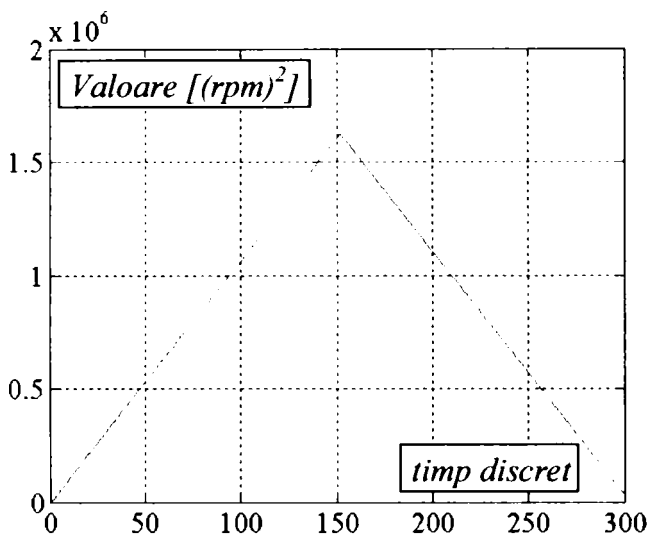


Fig. 4.26 Funcția de autocorelație a turației arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (proba 26)

această simetrie nu este comparabilă cu a celorlalte două funcții. Faptul se datorează modului de apariție și evoluție a puterii parazite, precum și multitudinii de factori care îi influențează comportamentul, mai ales datorită momentului de frecare internă dezvoltat în diferențialul autoblocabil cu came și tacheți din construcția punții.

În ceea ce privește semnalele prelucrate în urma determinărilor circulației de putere la nivel longitudinal, acestea au o foarte bună

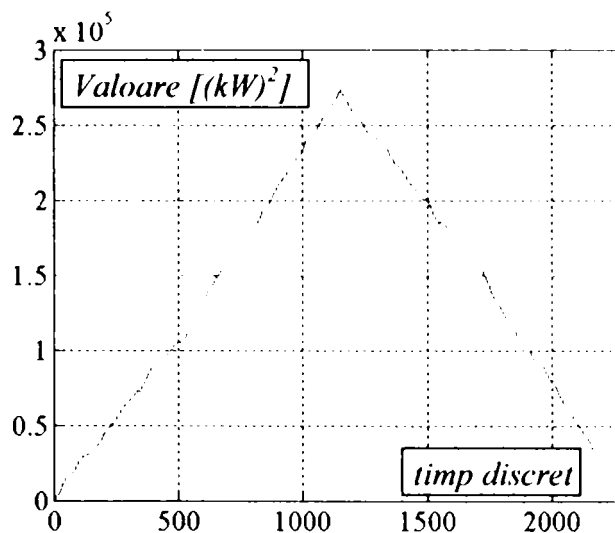


Fig. 4.25 Funcția de autocorelație a puterii parazite în plan transversal la nivelul punții spate (proba 07)

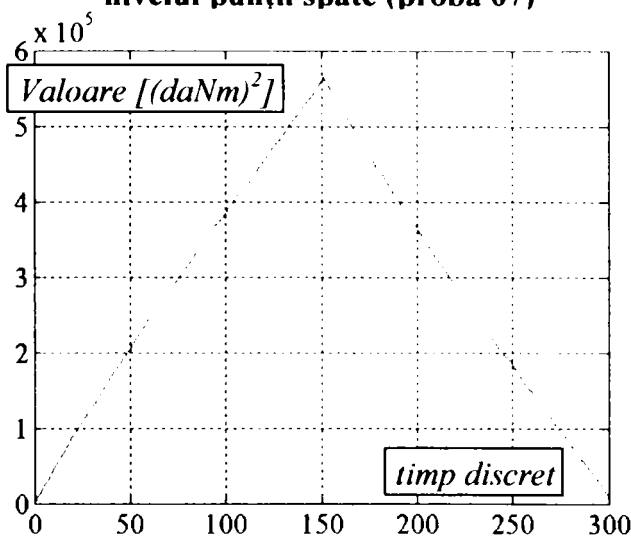


Fig. 4.27 Funcția de autocorelație a momentului arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (proba 26)

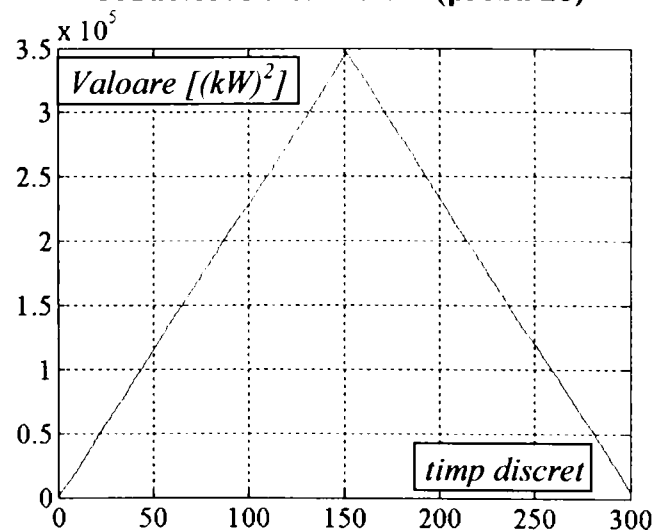


Fig. 4.28 Funcția de autocorelație a puterii parazite în plan longitudinal (proba 26)

autocorelație. Cum seriile dinamice ale turației și momentului motor au un comportament similar cazului precedent, rămâne în discuție seria dinamică a puterii parazite care circulă la nivel longitudinal. Se poate observa că, față de cazul precedent, funcția de autocorelație are o simetrie mai bună. Acest lucru se datorează faptului că seria dinamică nu mai este viciată de un moment de frecare internă, ca în cazul diferențialului transversal. Diferențialul longitudinal este cu blocare comandată și a funcționat în poziția blocat, având o rigiditate mult mai ridicată decât a omologului său de la nivelul punții.

Prelucrând mai multe serii dinamice experimentale, s-a ajuns la concluzia că acestea au autocorelații bune, prin urmare, nivelul de încredere în veridicitatea probelor și în repetabilitatea rezultatelor este bun.

b) Funcția de intercorelație

În cazul analizei simultane a două serii dinamice de date experimentale, se va utiliza funcția de intercorelație temporală a acestora, [25, 68]. Pentru două procese aleatoare $X(t)$ și $Y(t)$ și pentru fiecare pereche de valori arbitrar aleasă a argumentelor (t_1, t_2) aceasta are expresia

$$R_{xy}(t_1, t_2) = M \{ \hat{X}(t_1) \hat{Y}(t_2) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [x - m_x(t_1)] [y - m_y(t_2)] f_2(x, t_1; y, t_2) dx dy \quad (4.13)$$

În relația de mai sus, $x(t)$ și $y(t)$ sunt oricare două realizări, una a procesului aleator $X(t)$ și una a procesului aleator $Y(t)$.

Conform literaturii de specialitate, [25], funcția de intercorelație caracterizează legătura stabilită pe baze statistice a două procese aleatoare, $X(t)$ și $Y(t)$ la momente diferite de timp, situate la intervalul de timp τ unul față de celălalt. Dacă intervalul de timp este nul (evenimentele se produc în același timp), atunci se va vorbi de funcția $R_{xy}(0)$, care este tot o funcție de intercorelație. În situația în care cele două procese aleatoare nu depind statistic unul de celălalt și au și valorile medii nule, funcția lor de intercorelație va fi nulă. Dacă sunt, totuși, interdependente statistic, dar au mediile nule, atunci funcția obținută va fi funcția de intercovarianță.

Particularitățile prezentate la funcția de autocorelație rămân valabile și în cazul funcției de intercorelație. Prin urmare, dacă graficul funcției de intercorelație este simetric și tinde lent către valoarea medie (spre zero în cazul proceselor aleatorii centrate) procesele sunt intercorelate. Expresia funcției de intercorelație devine

$$R_{xy}(rh) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-r} (x_i - m_x)(y_{i+r} - m_y), \quad r = 0, \dots, m. \quad (4.14)$$

În continuare se dau câteva exemple de intercorelație între diferite serii dinamice. Graficele din fig. 4.29,...,4.37 redau funcțiile de intercorelație dintre

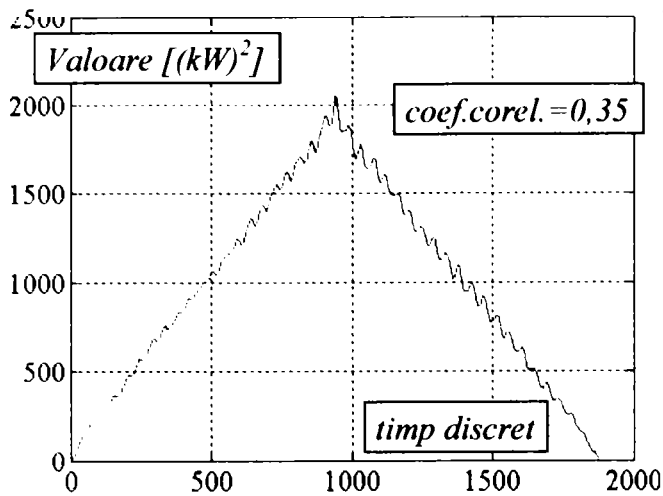


Fig. 4.29 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele dreapta (proba 15)

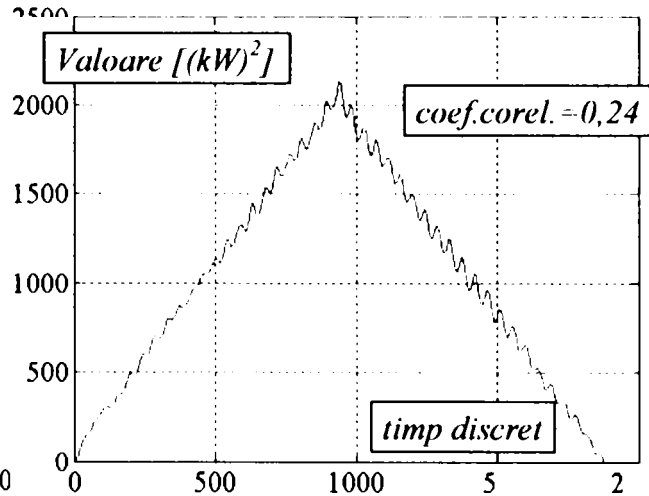


Fig. 4.30 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele stânga (proba 15)

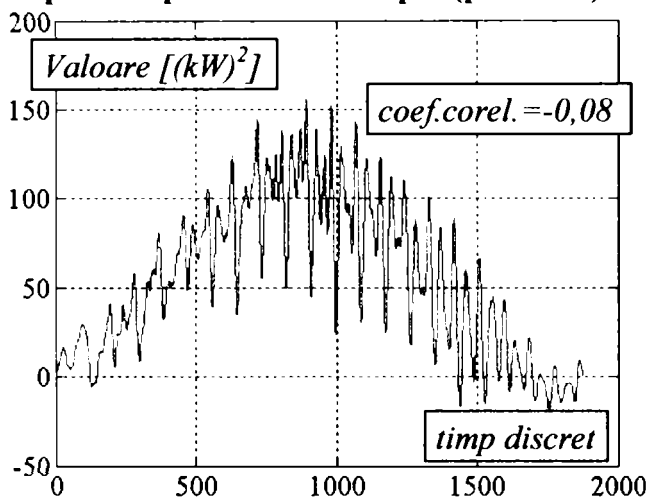


Fig. 4.31 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea parazită (proba 15)

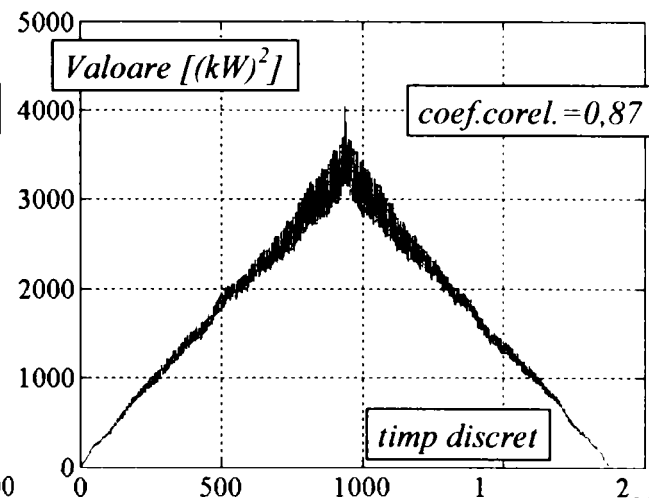


Fig. 4.32 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele dreapta (proba 17)

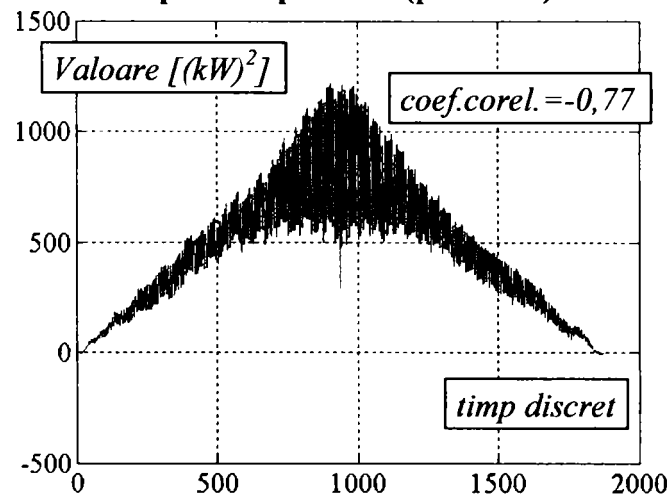


Fig. 4.33 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele stânga (proba 17)

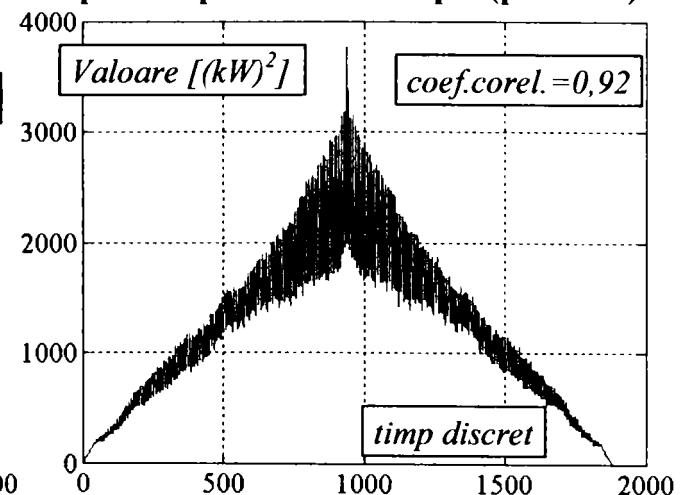


Fig. 4.34 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea parazită (proba 17)

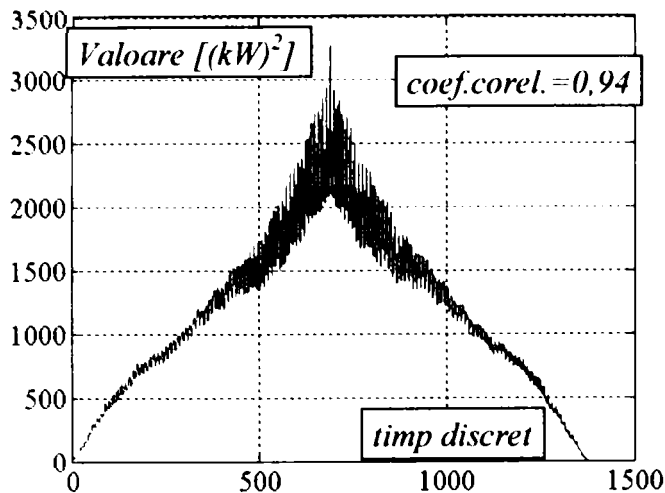


Fig. 4.35 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele dreapta (proba 18)

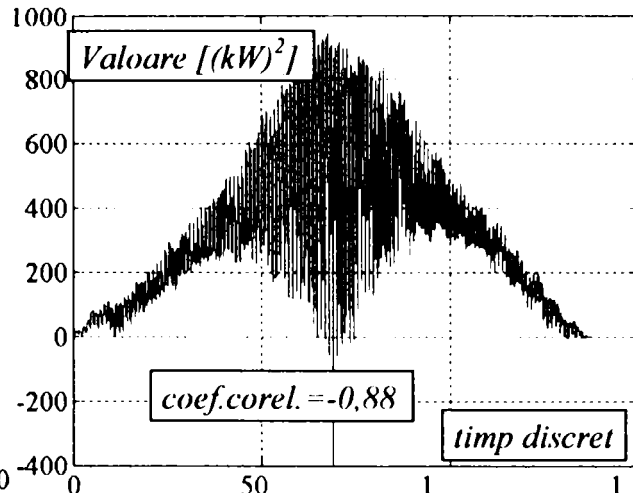


Fig. 4.36 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele stânga (proba 18)

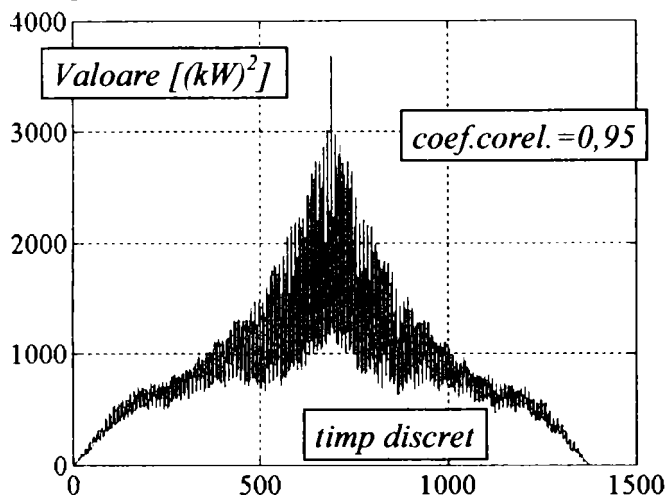


Fig. 4.37 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare la puntea spate și puterea pe arborele dreapta (proba 19)

diferitele serii dinamice ale puterilor care circulă la nivel transversal la puntea din spate, la deplasarea rectilinie pe asfalt, cu diferențe de raze de rulare între roți.

Se pot observa intercorelații relativ bune între seriile dinamice analizate. Graficele prezintă funcțiile de intercorelație ale seriilor analizate pe măsură ce diferența de raze de rulare a nivei transversale crește.

Un comentariu suplimentar se poate face relativ la forma ramurilor

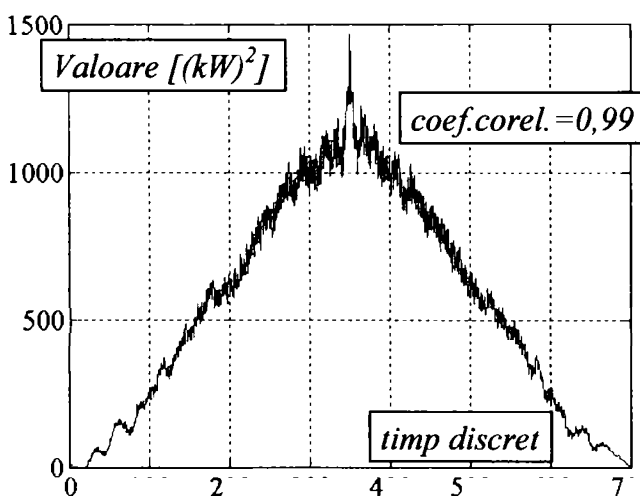


Fig. 4.38 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare în reductorul-distribuitor și puterea de ieșire spre puntea față (proba 23)

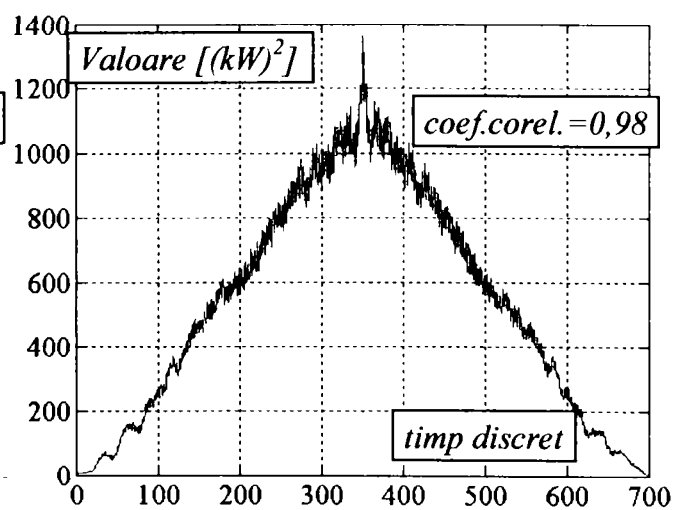


Fig. 4.39 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare în reductorul - distribuitor și puterea de ieșire spre puntea spate (proba 23)

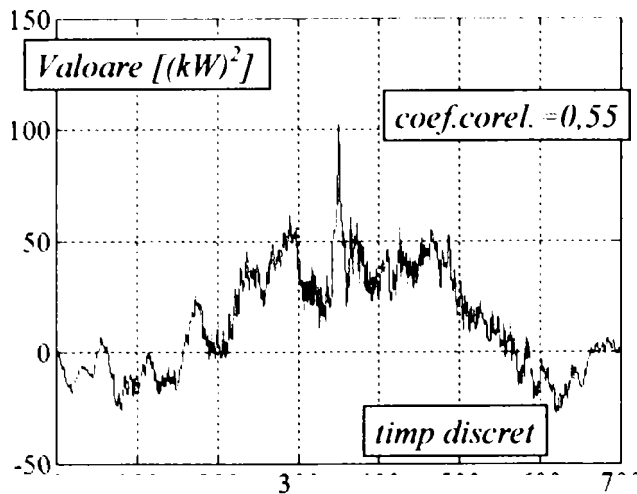


Fig. 4.40 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare în reductorul - distribuitor și puterea parazită (proba 23)

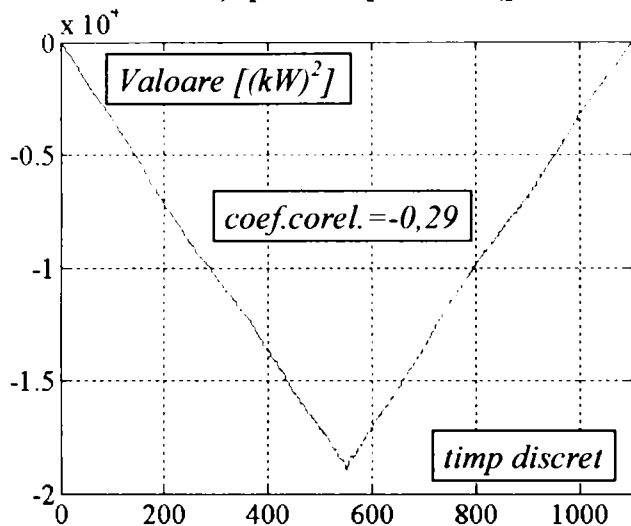


Fig. 4.41 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare în reductorul - distribuitor și puterea de ieșire spre puntea față (proba 25)

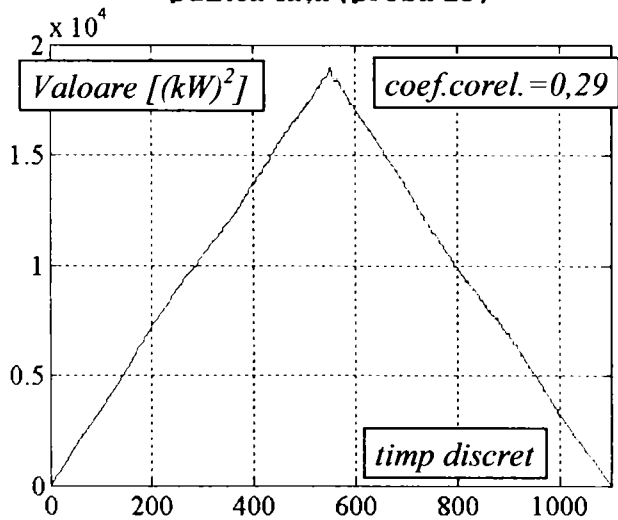


Fig. 4.43 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare în reductorul - distribuitor și puterea parazită (proba 25)

funcției. Se poate observa că aceste curbe au variații importante de la o valoare a timpului discret la alta. Acest lucru se datorează zgomotelor importante la nivelul semnalelor, cât și zgomotelor introduse de caracteristica funcționării diferențialului transversal. Prin urmare, semnalul va trebui filtrat, lucru ce se va realiza în urma efectuării analizei în frecvența de la subcapitolul următor.

În continuare, fig. 4.38,...,4.43 prezintă funcțiile de intercorelație

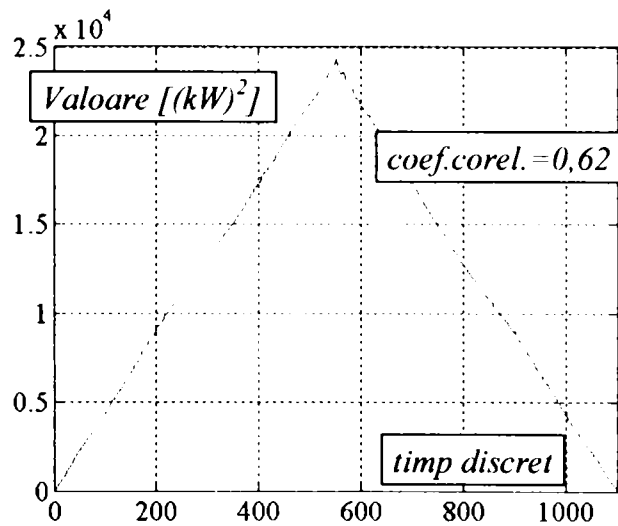


Fig. 4.42 Funcția de intercorelație dintre puterea de intrare în reductorul - distribuitor și puterea de ieșire spre puntea spate (proba 25)

între puterile de intrare și ieșire din reductorul-distribuitor către cele două punți și între puterea de intrare și cea parazită, care se instalează în circuitul de putere la experimentările ce urmăresc apariția acestora la deplasarea în viraj cu unghiuri din ce în ce mai mari de bracaj.

Se poate observa că există grafice în care apar valori negative ale funcției de intercorelație (ca în fig. 4.40) sau în care valorile sînt complet negative (de exemplu, în fig. 4.41).

Acest lucru se datorează expresiei funcției de intercorelație (4.14) în care una din seriile dinamice poate fi negativă, dar interpretarea fizică constă în apariția unui flux de putere ce se opune celui motor la nivelul punții din față (unde, de altminteri, apare și funcția negativă de intercorelație).

Se poate observa că seriile dinamice la nivelul longitudinal al autovehiculului au intercorelații mai bune, din aceleași motive discutate și la funcțiile de autocorelație.

Asupra tuturor graficelor funcțiilor de autocorelație și intercorelație se mai poate face un comentariu. Astfel, dacă există asimetrie între cele două ramuri, atunci există un caracter neliniar al semnalului (există componente neliniare). Cu cât asimetria este mai importantă, cu atât neliniaritatea (ponderea componentelor neliniare) este mai mare.

c) Coeficientul de corelație

Acest coeficient este utilizat pentru a evidenția gradul de dependență liniară, care, pentru două serii dinamice $x(t)$ și $y(t)$ cu n valori discrete, are relația de calcul. [25. 68]

$$\rho_{xy} = \frac{R_{xy}(0)}{\sqrt{R_{xx}(0)R_{yy}(0)}}, \quad \rho \in [-1,1]. \quad (4.15)$$

Se poate observa că în relația (4.15) se utilizează funcțiile de corelație pentru $\tau = 0$, adică valorile acestora în origine (în mijlocul graficului funcției de intercorelație).

În cazul în care valoarea pătratului coeficientului de corelație este unitară, ($\rho^2 = 1$), atunci între seriile dinamice $x(t)$ și $y(t)$ există o dependență liniară perfectă și se poate utiliza orice model matematic liniar pentru a studia dinamica fenomenului. În cazul în care $\rho > 0$, dependența dintre cele două serii dinamice este directă (când $y(t)$ crește, și $x(t)$ crește). Dacă, din contră, $\rho < 0$, atunci dependența este indirectă (când $y(t)$ crește, $x(t)$ scade și invers).

În toate graficele funcțiilor de intercorelație au fost date valorile coeficientului de corelație. Valorile absolute mari ale acestui coeficient arată că seriile dinamice analizate sunt puternic corelate, pe când valorile absolute apropiate de zero arată o slabă intercorelare a seriilor dinamice experimentale.

În spațiul definit de expresia unei serii dinamice față de cealaltă, dacă coeficientul de corelație are valori mari, atunci valorile sunt distribuite după prima bisectoare sau foarte aproape de aceasta¹⁴. Dacă valoarea coeficientului de corelație este apropiată de zero, valorile vor avea împrăstieri foarte mari față de prima bisectoare. Dacă una din seriile dinamice este negativă, atunci aceeași discuție se poate purta, dar față de a doua bisectoare.

¹⁴ Tot din acest grafic se poate deduce, dar mai mult intuitiv, existența unor componente neliniare precum și magnitudinea acestora. Mai mult, zgomotele, având în general expresii neliniare, vor conduce la o dispersare și mai accentuată a punctelor.

4.2 Analiza în frecvență

Analiza în frecvență are o largă gamă de aplicații în prelucrarea semnalelor provenite de la măsurarea diferitelor mărimi, [57, 79, 81]. Ea poate fi utilizată în scopul luării deciziei în privința filtrării unor zgomote, în separarea semnalului de interes în raport cu alte semnale, utile de interes ulterior, în stabilirea frecvențelor de eșantionare, în determinarea frecvențelor pe care se realizează disipări maxime de energie (a frecvențelor importante în stabilirea dinamicii fenomenului studiat) etc.

4.2.1 Analiza monospectrală

O primă formă de analiză în frecvență este analiza monospectrală. Spectrele caracteristice analizei monospectrale sunt spectrele de amplitudine (pentru determinarea frecvenței cu care valorile mărimilor de analizat apar în diferite domenii) și spectrele de putere, care arată domeniile în care puterea disipată este importantă și, prin urmare, au relevanță în analiza fenomenului.

a) Spectre de amplitudine

Spectrele de amplitudine se obțin prin dezvoltarea în serie Fourier a semnalelor periodice și neperiodice sau chiar cu evoluție singulară în raport cu timpul. Pornind de la acestea, se pot determina ponderile în amplitudine ale semnalului pe diferite frecvențe de funcționare. Acest lucru permite, în continuare, determinarea tipului și intensității solicitării mecanice a unui organ oarecare din transmisie, [25].

O funcție continuă poate fi descompusă cu ajutorul transformatei Fourier directe. Prin urmare, considerând sistemul mecanic analizat ca fiind liniar, iar seriile dinamice experimentale ca fiind staționare¹⁵, o mărime continuă determinată experimental, $x(t)$, va avea imaginea Fourier dată de transformata Fourier directă,

$$X(jf) = F[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-2\pi jft} dt, \quad (4.16)$$

în care f este frecvența, $j = \sqrt{-1}$, iar produsul $2\pi jf = \omega$ reprezintă pulsația.

Funcția complexă $X(jf)$ are o parte reală de forma $U = \text{Re}[X(jf)]$ și una imaginară $V = \text{Im}[X(jf)]$ cu care se poate rescrie, în forma generală, $X(jf) = U(f) + jV(f)$. Această formă de scriere se mai numește și *spectru de amplitudine*. Scrisă în formă exponențială, aceeași funcție complexă are expresia $X(jf) = A(f)e^{j\psi(f)}$, în care $A(f) = |X(jf)| = \sqrt{U^2(f) + V^2(f)}$ este modulul

¹⁵ Ceea ce presupune că și spectrul de frecvențe este invariabil în timp

sau amplitudinea, iar $\psi(f) = \text{Arg}[X(jf)] = \arctg \frac{V(f)}{U(f)} + m\pi$ este argumentul sau faza, în a cărei expresie, $m = 1, 2, \dots$

b) Spectre de putere

O altă funcție caracteristică în analiza spectrală este densitatea spectrală de energie, notată cu $E(f)$. Legătura ei cu funcția spectru de amplitudine este dată de relația

$$E(f) = |X(jf)|^2 = X(f) \cdot X^*(f), \quad (4.17)$$

în care $X^*(f) = U(f) - jV(f) = X(-f)$ este spectrul conjugat. Cu această notație, (4.17) devine:

$$E(f) = U^2(f) + V^2(f), \quad (4.18)$$

funcție reală și permanent pozitivă.

În același timp, funcția densitate spectrală de putere reprezintă transformata inversă Fourier a funcției de autocorelație $R_x(\tau)$:

$$S_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x(\tau) e^{-2\pi f \tau} d\tau. \quad (4.19)$$

Tot ceea ce a fost prezentat la acest subpunct a fost făcut în baza observației, foarte importante, că semnalul unei mărimi măsurate este purtător de energie. Prin analiza acestei energii se pot obține informații relevante. Teoria semnalelor definește două tipuri de funcții densitate spectrală de putere: funcția de densitate spectrală proprie de putere, caracteristică evoluției stochastice a unui proces singular, și funcția densitate spectrală mutuală de putere, caracteristică evoluției a două procese stochastice.

Sensul fizic al densității spectrale de putere este dat de reprezentarea matematică a acesteia, adică este aria de sub curba transformatei Fourier sau puterea medie a semnalului într-o anumită bandă de frecvență, ce furnizează informații privitoare la energia disipată în banda de frecvență analizată.

Relațiile integrale anterioare sunt valabile pentru funcții semnal de tip continuu, de forma $x(t)$. Datele colectate sunt însă funcții discrete, iar calculele vor utiliza transformata Fourier discretă, pentru o serie dinamică experimentală $x(n)$, în care n este numărul de valori ale timpului discret (numărul de perechi de valori ale seriei dinamice analizate). În cazul în care numărul de valori N ale seriei experimentale discrete este multiplu de 2^n , atunci se poate utiliza transformata Fourier rapidă:

$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) e^{\left(\frac{-2\pi j(k-1)(n-1)}{N} \right)}; \quad k \in [1; N]. \quad (4.20)$$

Expresia seriei dinamice experimentale discrete scrisă sub formă Fourier (transformata inversă Fourier) este dată de

$$x(n) = a_0 + \sum_{k=1}^N \left[a(k) \cos \frac{2\pi k t(n)}{N \Delta t} + b(k) \sin \frac{2\pi k t(n)}{N \Delta t} \right], \quad (4.21)$$

în care, coeficienții ce intervin în relația de mai sus, au expresiile

$$a_0 = \frac{X(1)}{N}; \quad a(k) = \frac{2 \operatorname{Re}[X(k+1)]}{N}; \quad b(k) = -\frac{2 \operatorname{Im}[X(k+1)]}{N}. \quad (4.22)$$

Relațiile (4.21) și (4.22) au în structură, pe lângă mărimile deja cunoscute, și următorii termeni:

- $t(n)$ - timpii de eșantionare a mărimii discrete $x(n)$;
- Δt - pasul de eșantionare, ales astfel încât diferențele dintre valorile funcției continue și ale celei discretizate să fie minime (eroare minimă de eșantionare).

Pentru prelucrarea datelor obținute privind momentul aplicat pe unul din organele transmisiei, s-a optat pentru arborele cardanic ce transmite fluxul de putere de la reductorul-distribuitor la puntea din spate. Alegerea nu a fost întâmplătoare, ci a pornit de la faptul că acest arbore are cea mai mare lungime, în timp ce diametrul său este același ca al tuturor celorlalți arbori. Prin urmare, vibrațiile la care este supus ar fi cele mai periculoase în acest caz.

Analiza a fost făcută atât la deplasarea rectilinie, cât și la cea în viraj, conform programului de încercări stabilit la capitolul precedent (cu apariția fluxurilor parazite de putere).

Pornind de la observația că între spectrul de amplitudine și cel de putere există legătura dată de (4.18), graficele ce vor urma vor conține spectrul de putere, cel de amplitudine având o alura similară, [56].

Fig. 4.44 prezintă spectrele de putere ale frecvențelor, obținute prin analiza semnalului provenit de la traductorul de moment de pe arborele de ieșire din reductorul -distribuitor spre puntea spate. Turația arborelui variază între 130 și 140 rot/min (corespunzătoare unei viteze de deplasare a autovehiculului de 6 - 7 km/h). Se pot observa trei benzi de frecvență pe care puterea este disipată mai intens, care apar în toate cele trei grafice: banda de 3,5 - 4,0 Hz, cea de 7,3 - 7,7 Hz și cea de 14,3 - 14,7 Hz.

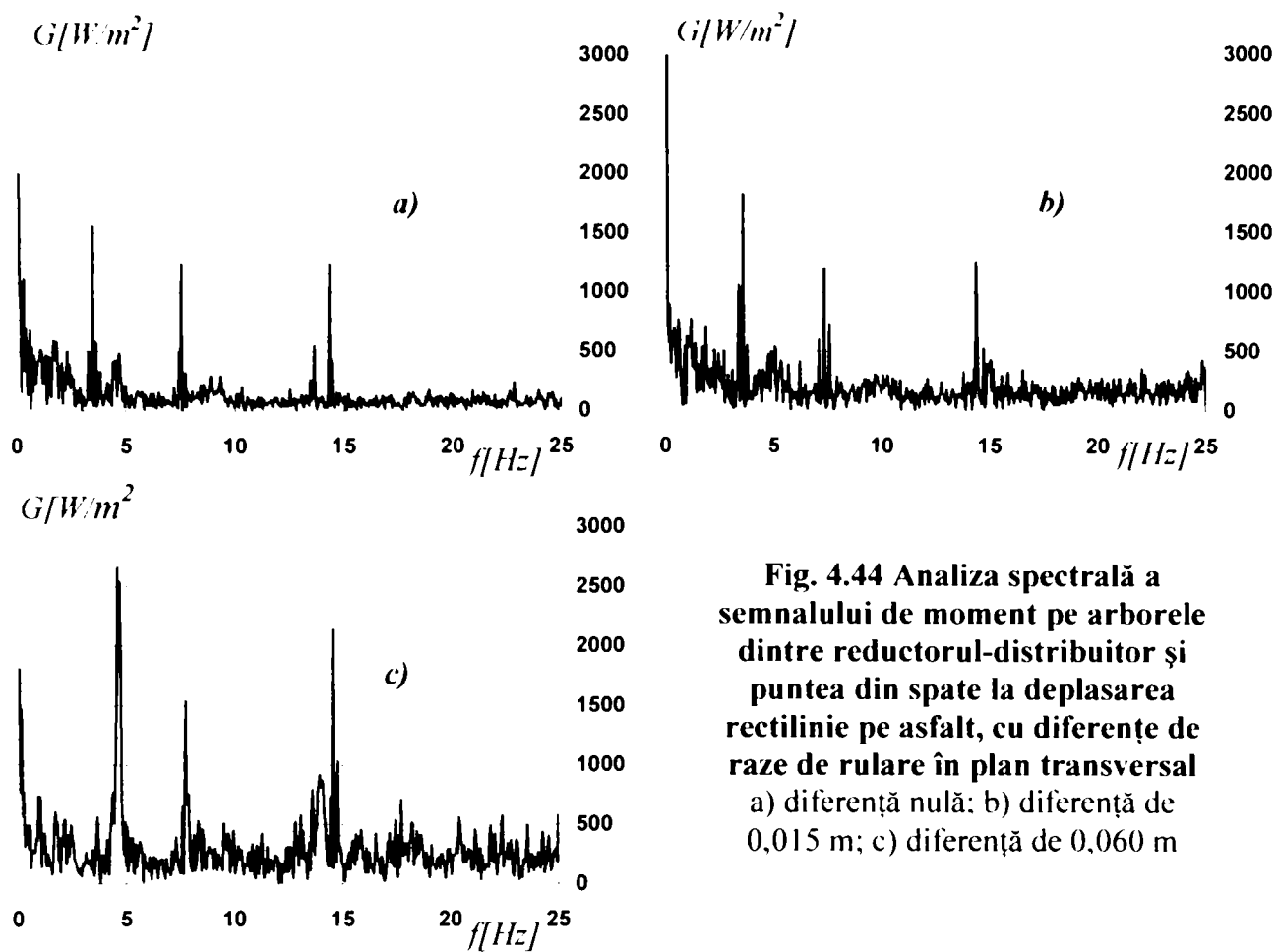


Fig. 4.44 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate la deplasarea rectilinie pe asfalt, cu diferențe de raze de rulare în plan transversal
 a) diferență nulă; b) diferență de 0,015 m; c) diferență de 0,060 m

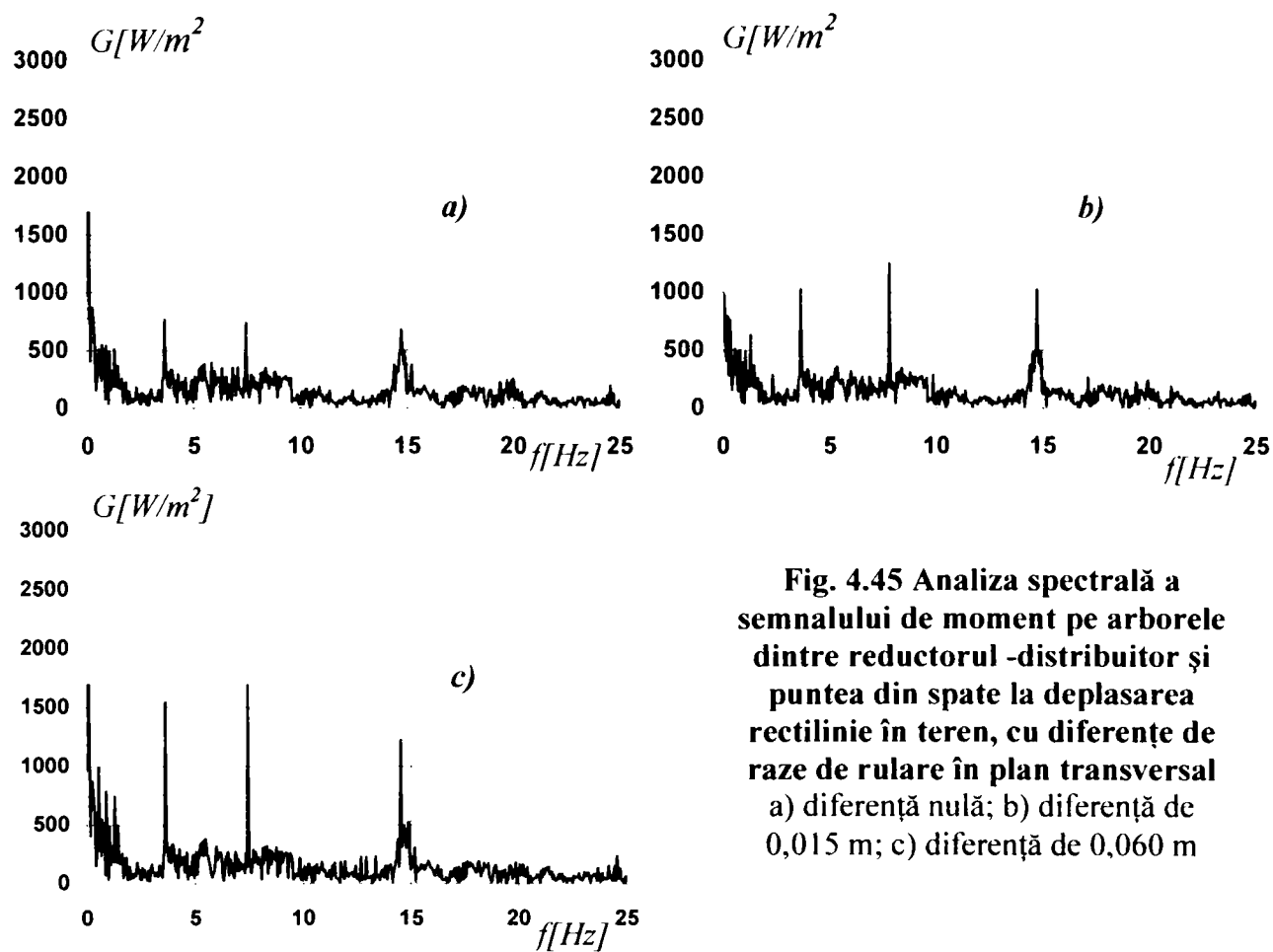


Fig. 4.45 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul -distribuitor și puntea din spate la deplasarea rectilinie în teren, cu diferențe de raze de rulare în plan transversal
 a) diferență nulă; b) diferență de 0,015 m; c) diferență de 0,060 m

O analiză comparativă a graficelor din fig. 4.44 și 4.45 conduce la o concluzie interesantă. În mod intenționat s-au păstrat, cât mai constanți posibil, parametrii reprezentând turația arborelui avut în analiză și diferența de raze de rulare în plan transversal, atât la rulara pe asfalt cât și la cea efectuată în teren. Se poate observa că benzile de frecvență pe care se produc maxime de disipări energetice sunt aceleași, atât de la o probă la alta, cât și de la o calitate a căii de rulare la alta. Deosebirile care apar se referă la mărimea puterii disipate pe benzile amintite.

Astfel, o dată cu mărirea diferenței de raze de rulare, energia disipată pe frecvențele menționate crește pentru aceeași cale de rulare, ca urmare a creșterii ponderii puterii parazite în fluxul de putere care circulă prin acest arbore.

Vârfuluri sunt mai coborâte însă la deplasarea în teren față de cazurile corespunzătoare deplasării pe asfalt. Acest lucru se datorează faptului că pășunea pe care s-au efectuat probele a acționat ca un amortizor al vibrațiilor torsionale, având calități elasto-plastice.

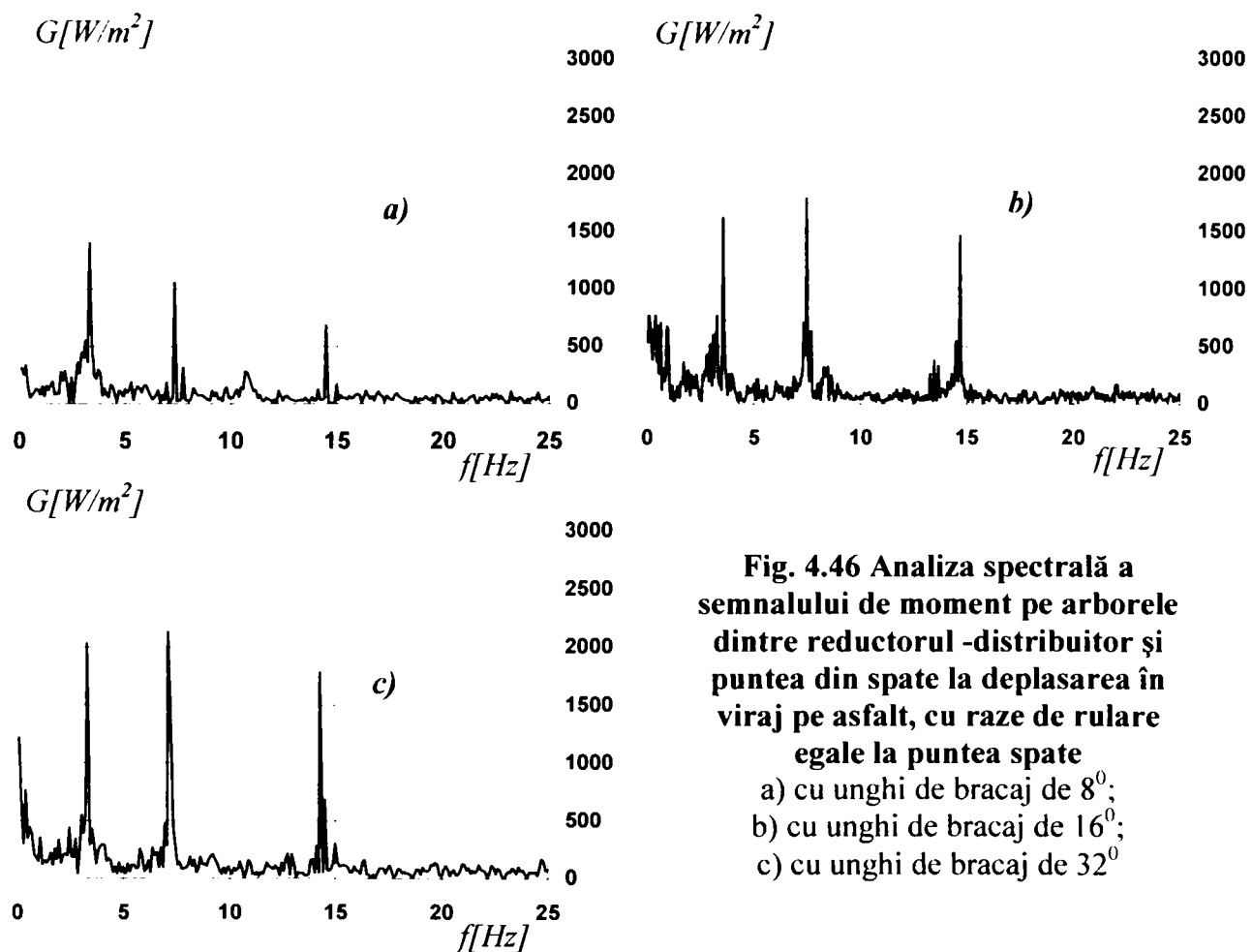


Fig. 4.46 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul -distribuitor și puntea din spate la deplasarea în viraj pe asfalt, cu raze de rulare egale la puntea spate
 a) cu unghi de bracăj de 8° ;
 b) cu unghi de bracăj de 16° ;
 c) cu unghi de bracăj de 32°

Rămânând în planul transversal al autovehiculului, în fig. 4.46 se prezintă spectrele de putere ale semnalului de moment preluat de pe același arbore, în condițiile în care au fost aplicate diferite unghiuri de bracăj roților de direcție. Deplasarea s-a făcut pe asfalt, turația arborelui a fost menținută, pe cât posibil,

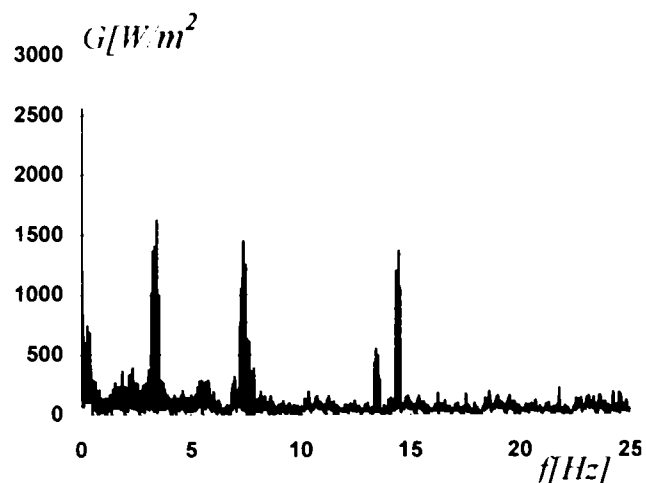


Fig. 4.47 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate la deplasarea în viraj în teren, cu raze de rulare egale la puntea spate (probă unică)

explică prin faptul că proba a fost unică (bracajul a fost succesiv, cu mai multe unghiuri, între cel minim și cel maxim aplicat la probele pe asfalt).

Luând acum în discuție circulația de putere în planul longitudinal al autovehiculului, se va face analiza semnalului traductorului de moment de pe același arbore. Graficele din fig. 4.48 corespund deplasării rectilinii pe asfalt, cu diferențe de raze de rulare între punți.

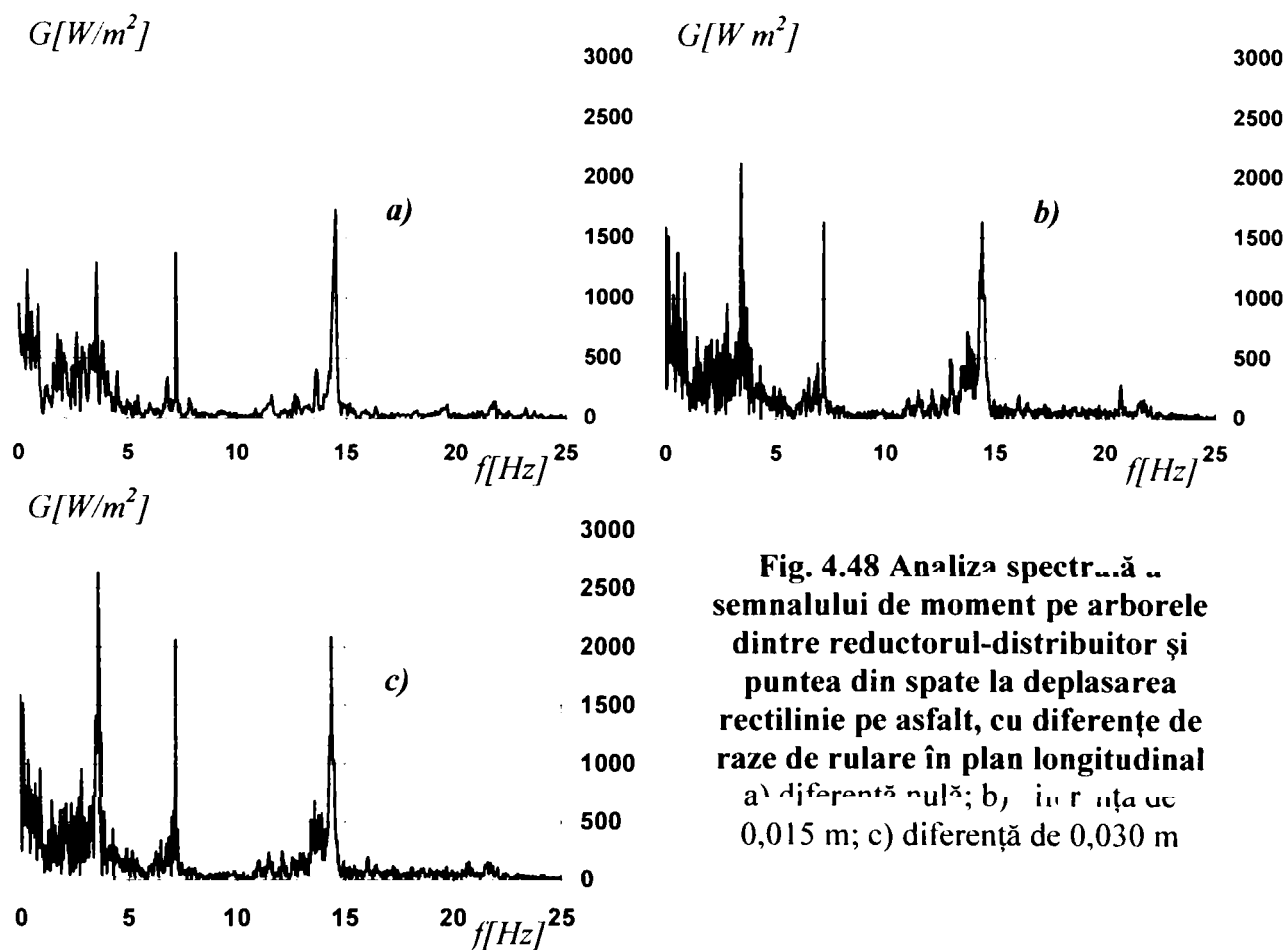


Fig. 4.48 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate la deplasarea rectilinie pe asfalt, cu diferențe de raze de rulare în plan longitudinal a) diferență nulă; b) diferență de 0,015 m; c) diferență de 0,030 m

Analizând graficele din figura precedentă se pot observa aproximativ aceleași benzi de frecvență pe care se disipă energie în cantități relevante: banda 3,4 - 3,7 Hz, cea de 7,2 - 7,3 Hz și cea de 14,4 - 14,7 Hz, ca și în cazul analizei spectrale a semnalului de moment al arborelui considerat, la determinarea circulației de putere în planul transversal al punții spate.

Din aceasta se poate trage concluzia că frecvențele evidențiate sunt dependente, în primul rând de turația arborelui cardanic deoarece, așa cum s-a precizat, ea a fost păstrată în toate probele efectuate cât mai constantă posibil.

Influența căii de rulare este relevată prin redarea analizei spectrale a semnalelor probelor similare desfășurate în teren (deplasare rectilinie, cu aceleași diferențe de raze de rulare între punți) prezentată în graficele din fig. 4.49.

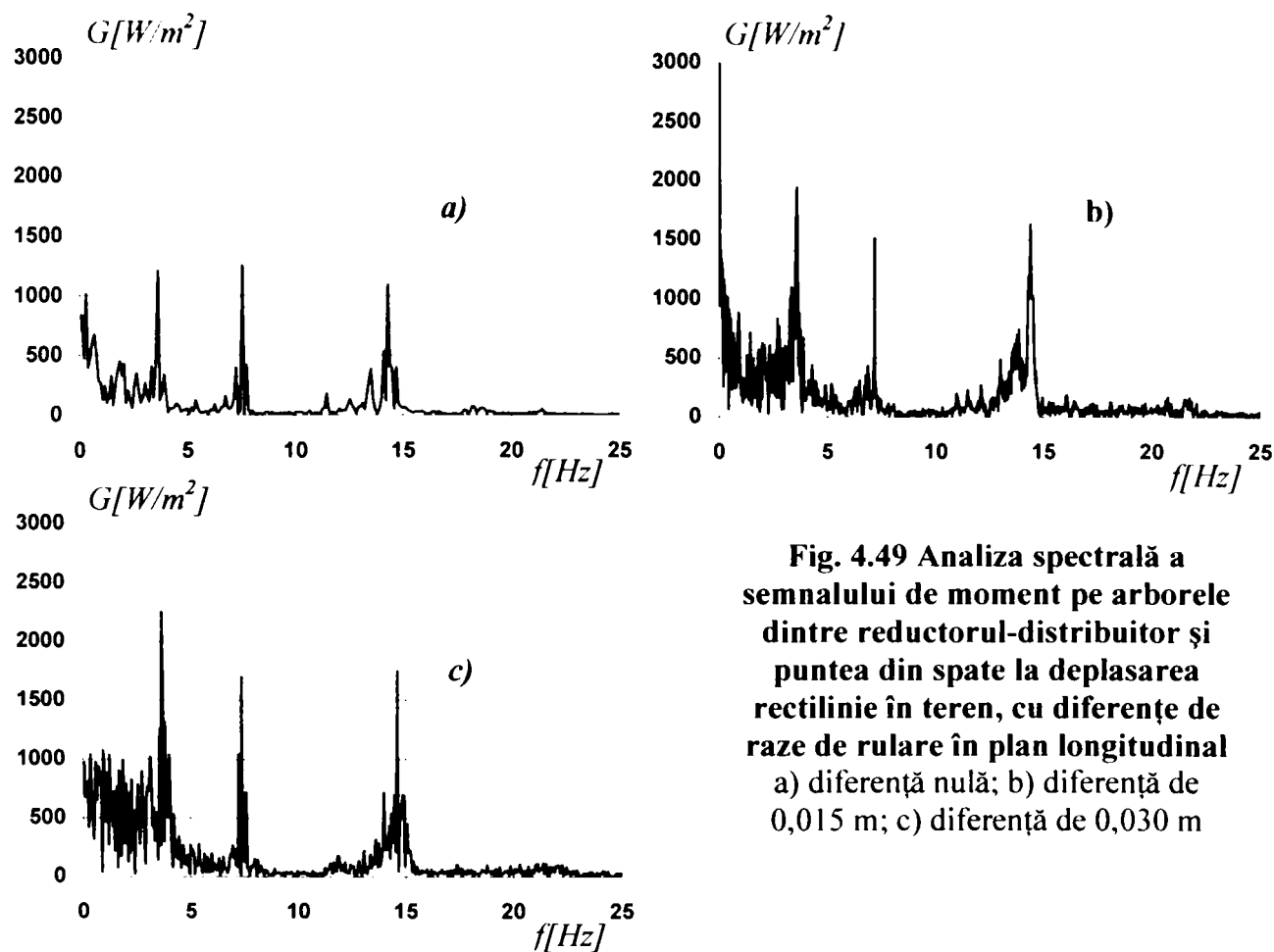


Fig. 4.49 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate la deplasarea rectilinie în teren, cu diferențe de raze de rulare în plan longitudinal
 a) diferență nulă; b) diferență de 0,015 m; c) diferență de 0,030 m

Se poate observa apariția aceluiași efect de amortizare indus de calitățile elasto-plastice ale căii de rulare, în condițiile menținerii vârfurilor caracteristice în aceleași domenii de frecvență.

Analiza continuă cu determinarea spectrelor de frecvență ale semnalului momentului arborelui cardanic precizat, pentru cazul circulației de putere în plan longitudinal, cu autovehiculul în viraj uniform, având toate roțile egale ca dimensiuni.

Astfel, fig. 4.50 prezintă cazul virajului cu trei unghiuri medii de bracăj, cu autovehiculul în deplasare pe asfalt, cu aceeași viteză de 6 - 7 km/h.

Frecvențele pe care se disipă puteri importante sunt tot cele prezentate până acum, adică banda 3,4 - 3,7 Hz, cea de 7,2 - 7,3 Hz și cea de 14,4 - 14,7 Hz. Prin urmare, afirmația că ele provin din condițiile intrinseci de funcționare la regimul de turație menționat, rămâne valabilă în continuare.

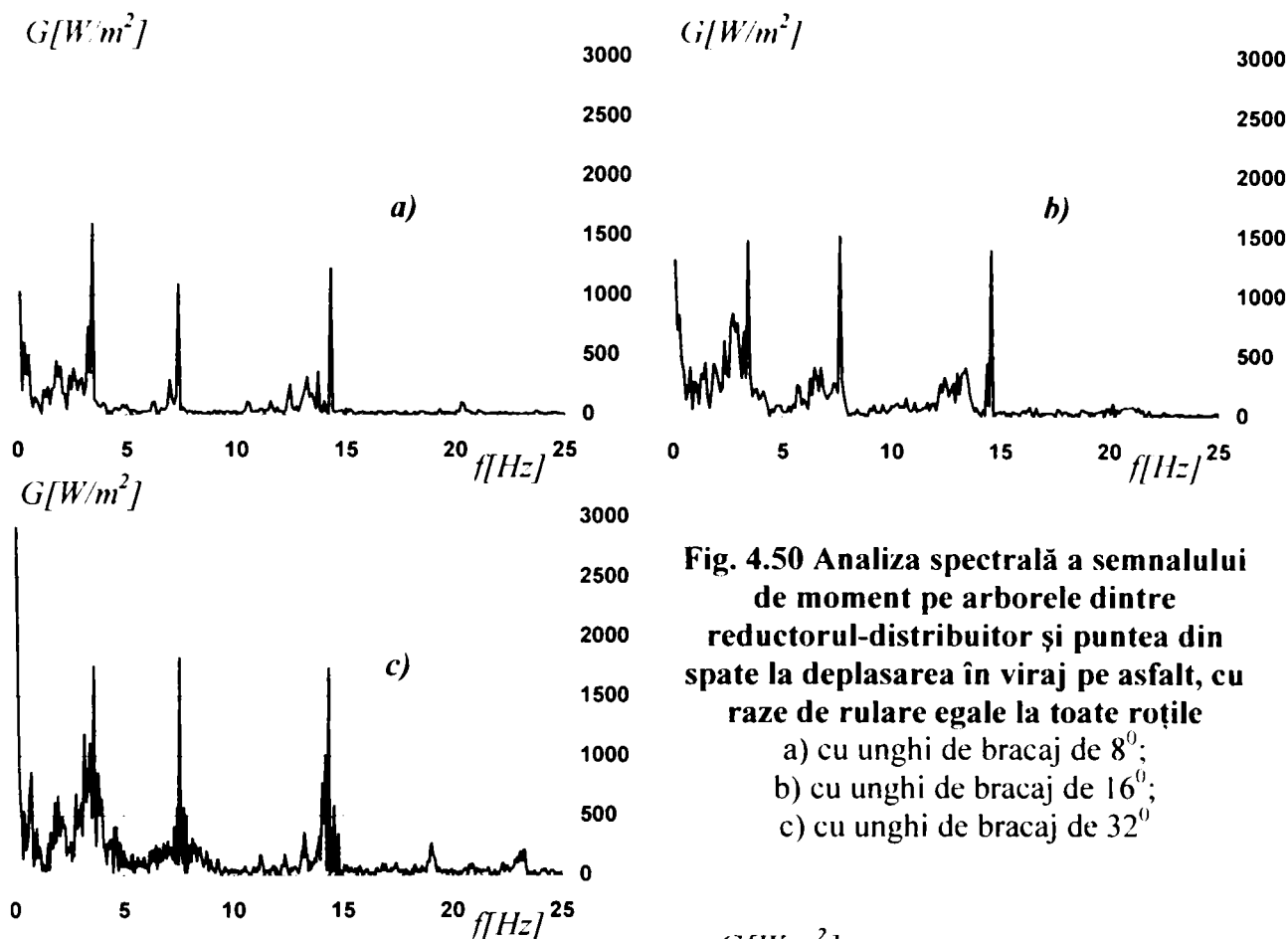


Fig. 4.50 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate la deplasarea în viraj pe asfalt, cu raze de rulare egale la toate roțile
 a) cu unghi de bracăj de 8° ;
 b) cu unghi de bracăj de 16° ;
 c) cu unghi de bracăj de 32°

Procedând în mod similar cazului virajului, când a fost urmărită circulația de putere în plan transversal la virajul în teren cu mai multe unghiuri de bracăj, se analizează cazul virajului într-o singură probă ce reunește semnalele celor trei unghiuri de bracăj pentru situația în discuție. Se obține graficul din fig. 4.51, menținând toate observațiile făcute anterior referitoare la benzile de frecvență pe care se disipă cea mai mare cantitate de energie.

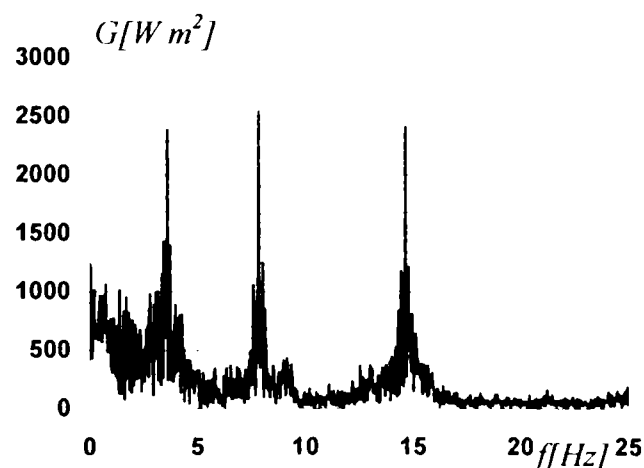


Fig.4.51 Analiza spectrală a semnalului de moment pe arborele dintre reductorul-distribuitor și puntea din spate la deplasarea în viraj în teren, cu raze de rulare egale la toate roțile (probă unică)

Conform tuturor observațiilor făcute mai înainte, se poate observa o consecvență în poziționarea vârfurilor energetice de disipare a puterii în semnalele prelucrate prin analiză în frecvență.

Pentru a putea determina cauza apariției acestora (sursa armonicilor cu aport energetic ridicat) s-a procedat la analiza unui set de probe, menținând parametrii geometrici ai roților și unghiurilor de brăcaj identici cu cei din probele făcute în experimentările precedente. Probele s-au efectuat, de data aceasta, în treapta a doua de viteze și au fost alese astfel: două probe corespund determinării circulației de putere în plan transversal la deplasarea rectilinie în teren cu diferență de raze de rulare între roți de 0,015 m, respectiv 0,030 m, iar cea de-a treia, corespunzătoare determinării circulației de putere în plan longitudinal la deplasarea rectilinie pe asfalt cu diferență de raze de rulare între punți de 0,050 m. Semnalul provine de la același traductor de cuplu, de pe arborele de ieșire din reductorul-distribuitor către puntea din spate.

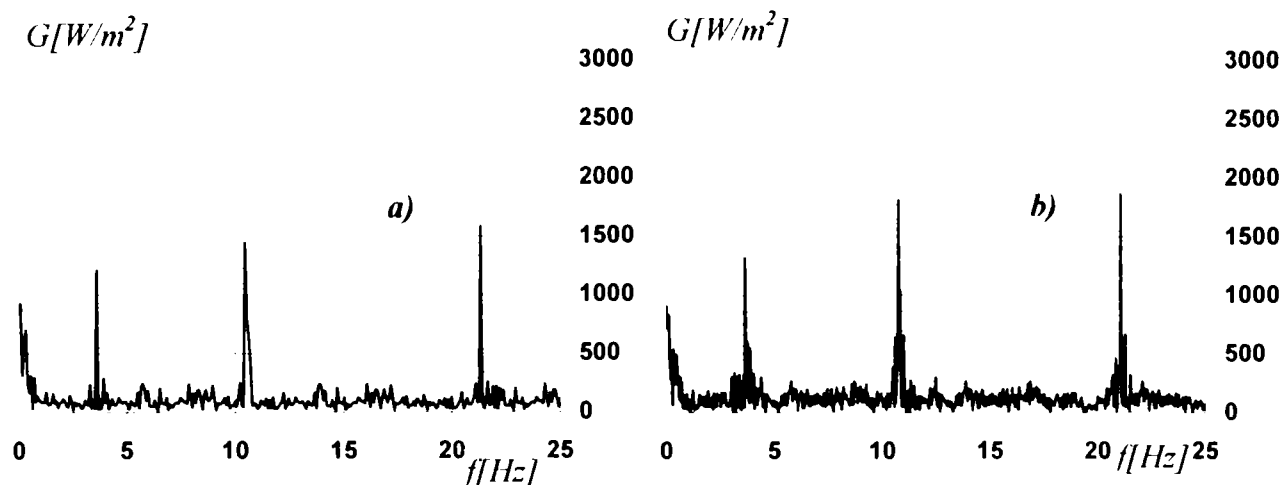


Fig. 4.52 Analiza spectrală a semnalului de moment la deplasarea rectilinie în teren, în viteza a doua, cu diferență de raze de rulare în plan transversal de 0,015 m
a) diferență de 0,015 m; b) diferență de 0,030 m

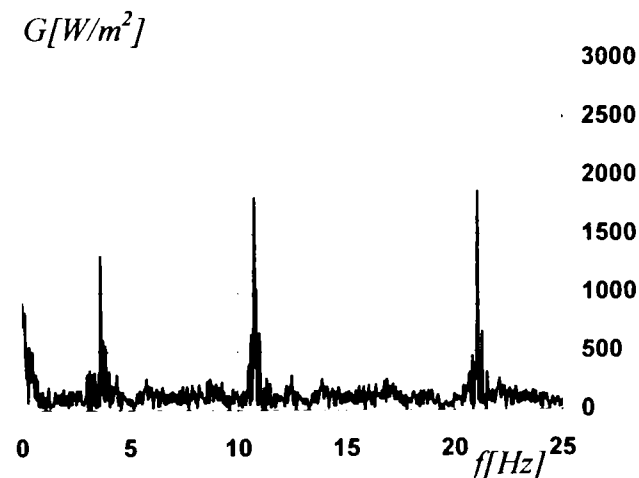


Fig. 4.53 Analiza spectrală a semnalului de moment la deplasarea rectilinie pe asfalt, în viteza a doua, cu diferență de raze de rulare în plan longitudinal de 0,050 m

Pe parcursul întregii discuții purtate a fost utilizat semnalul traductorului de momente de pe arborele ce transmite fluxul de putere de la cutia de distribuție către puntea din spate, dar putea, foarte bine, să fie luat în discuție orice semnal, atât de moment cât și de viteză unghiulară.

În primul rând se constată că, la deplasarea în treapta întâia a cutiei de viteze, și-au făcut apariția trei benzi de frecvență pe care sistemul disipă cantități importante de energie. O primă bandă se găsește în domeniul 3,5 - 4,0 Hz, o a doua bandă se găsește

în plaja 7,4 - 7,8 Hz și cea de-a treia, în ecartul 14,2 - 14,8 Hz.

În al doilea rând, rămâne de văzut care este cauza apariției acestor trei domenii relevante de frecvență. Analizând banda de frecvențe cea mai ridicată,

se poate observa că ea coincide cu viteza unghiulară a arborelui instrumentat, exprimată în [rad/s]. Prin urmare, ea se datorează dezechilibrării dinamice a arborelui cardanic și reprezintă un zgomot.

În zona frecvențelor joase apar grupuri de vârfuri cu plasare dezordonată, irepetabile ca model de la o probă la alta. Ele corespund denivelărilor căii de rulare, abordate de vehicul cu viteze mici de deplasare.

Când s-au efectuat probe în treapta a doua de viteze, autovehiculul s-a deplasat cu aproximativ 10 km/h. Această viteză este atinsă cu motorul turat tot la 1100 - 1200 rot/min, dar turația arborelui instrumentat atinge 205 - 210 rot/min, adică 21,2 - 21,5 rad/s, care reprezintă banda de 21,2 - 21,5 Hz din graficele din fig. 4.52 și 4.53. De asemenea, se poate observa că vârful corespunzător valorii de 1/2 din frecvența anterioară își face apariția în banda 10,5 - 11 Hz. De aici se poate conchide că ambele frecvențe corespund aceluiași factor excitator.

În al treilea rând, se poate observa consecvența apariției în toate probele a benzii de 3,5 - 4,0 Hz. Aceasta poate fi una din frecvențele proprii ale sistemului vibrant.

Prin urmare, pentru a separa semnalul util de zgomote, semnalele vor trebui filtrate prin filtre care extrag aceste frecvențe din spectrul semnalului. Procedura de analiză se aplică tuturor semnalelor provenite de la toate traductoarele.

4.2.2 Filtre

Seriile de date experimentale sunt serii dinamice în timp discret, prin urmare, dacă se dorește aplicarea unor filtre, acestea vor avea structură digitală. Filtrele digitale sunt utilizate pentru separarea semnalelor combinate (cu zgomote sau interferențe) sau pentru refacerea semnalelor alterate prin diferite moduri, [16, 79, 83, 84, 86].

Orice filtru digital este caracterizat de funcția sa de transfer $W(z)$. Atunci când se adoptă un filtru digital se dorește ca funcția sa de transfer să furnizeze un răspuns în frecvență cât mai apropiat de răspunsul în frecvență căutat. Pentru

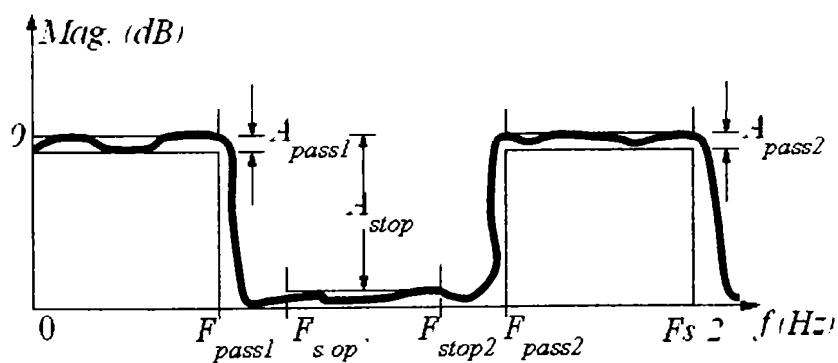


Fig. 4.54 Schema unui filtru stop-bandă

variante. Seriile dinamice experimentale obținute beneficiază de cunoașterea

a face comparația între mărimea obținută și cea originală, de cele mai multe ori se aplică procedee de vizualizare grafică sau, mai precis, calculul erorilor de filtrare.

Filtrele oferite de teoria semnalelor au structuri și aplicații

faptului că există anumite frecvențe cu disipări importante de energie, care au putut fi, în prealabil identificate în ceea ce privește sursa lor. Prin urmare, aceste frecvențe vor trebui filtrate (îndepărtate) astfel încât semnalul rămas să fie cel util.

În funcție de răspunsul ponderal al unui sistem oarecare, filtrele, în general (prin urmare și cele digitale, în special), se clasifică în două categorii:

- filtre cu răspuns ponderal finit (FIR);
- filtre cu răspuns ponderal infinit (IIR).

Răspunsul ponderal al unui sistem vibrant (oricare ar fi acesta) se obține atunci când la intrarea acestuia se aplică un semnal de tip impuls unitar $\delta(t)$ definit de expresia

$$\delta(t) = \begin{cases} \tau, & \text{pentru } t \in [t_0; t_0 + \tau] \\ 0, & \text{pentru } t \in (-\infty; t_0) \cup (t_0 + \tau; +\infty) \end{cases} \quad (4.23)$$

în care $(1/\tau) \rightarrow \infty$ este înălțimea, pentru a rezulta o arie unitară a suprafeței de sub curba semnalului. Semnalul unitar poate fi aplicat în origine sau decalat cu un anumit ecart de timp (în general se aplică în originea timpului, fig. 4.55).

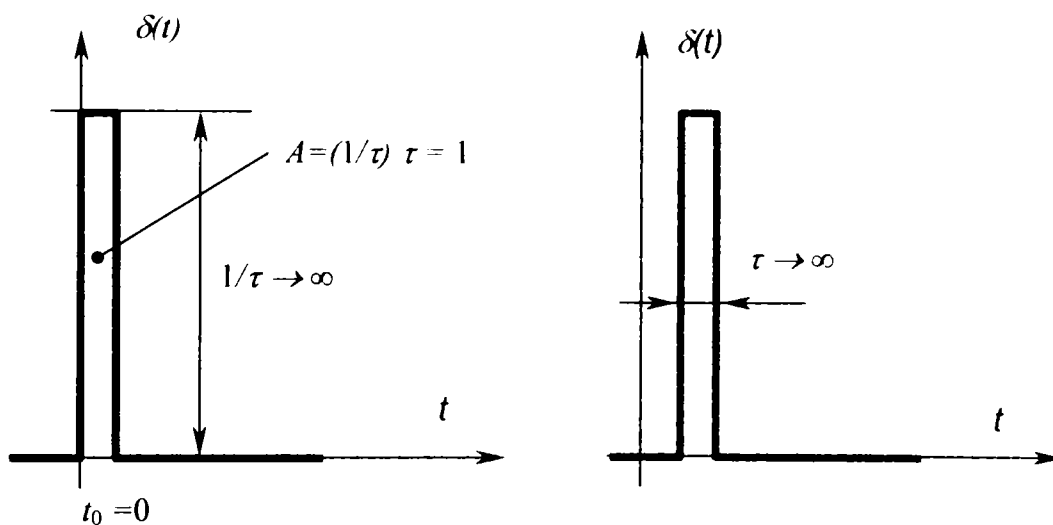


Fig. 4.55 Semnal impuls unitar

În fig. 4.57 este reprezentat răspunsul ponderal al unui filtru stop-bandă. Din figură se poate observa că filtrul permite trecerea frecvențelor care nu se găsesc în ecartul F_{stop1} și F_{stop2} și care au amplitudinile date de A_{pass1} și A_{pass2} . El va opri banda de frecvență dintre limitele precizate și va realiza o atenuare de magnitudine A_{stop} . Orice filtru are o eroare proprie de filtrare. Aceasta apare ca urmare a faptului că pentru determinarea răspunsului ponderal este necesar ca valoarea amplitudinii filtrului ideal să fie infinită, lucru nerealizabil.

a) Filtre cu răspuns ponderal finit (FIR)

Mărimea de ieșire $y(n)$ a unui filtru FIR reprezintă suma valorii curente și a valorilor anterioare ale mărimii de intrare $x(n)$, conform relației

$$y_n = b_0x_n + b_1x_{n-1} + b_2x_{n-2} + \dots + b_qx_{n-q} = \sum_{j=0}^q b_jx_{n-j}. \quad (4.23)$$

Relația (4.23) permite descrierea grafică a filtrului FIR (fig. 4.56).

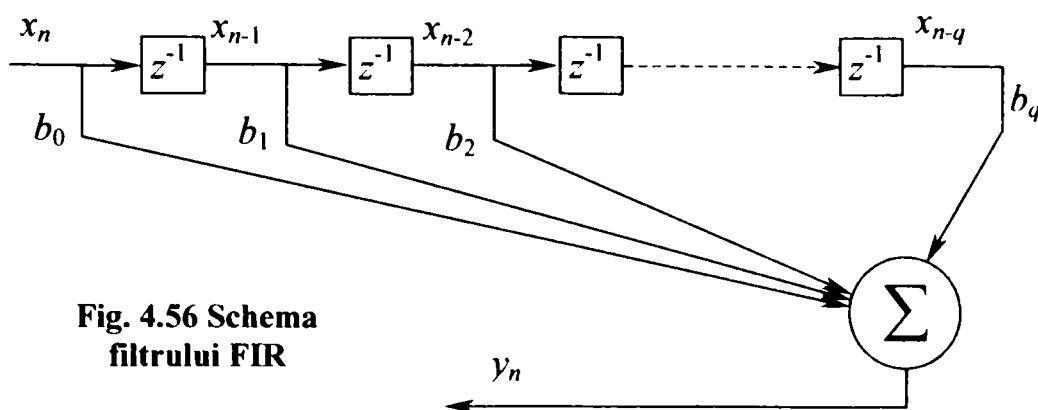
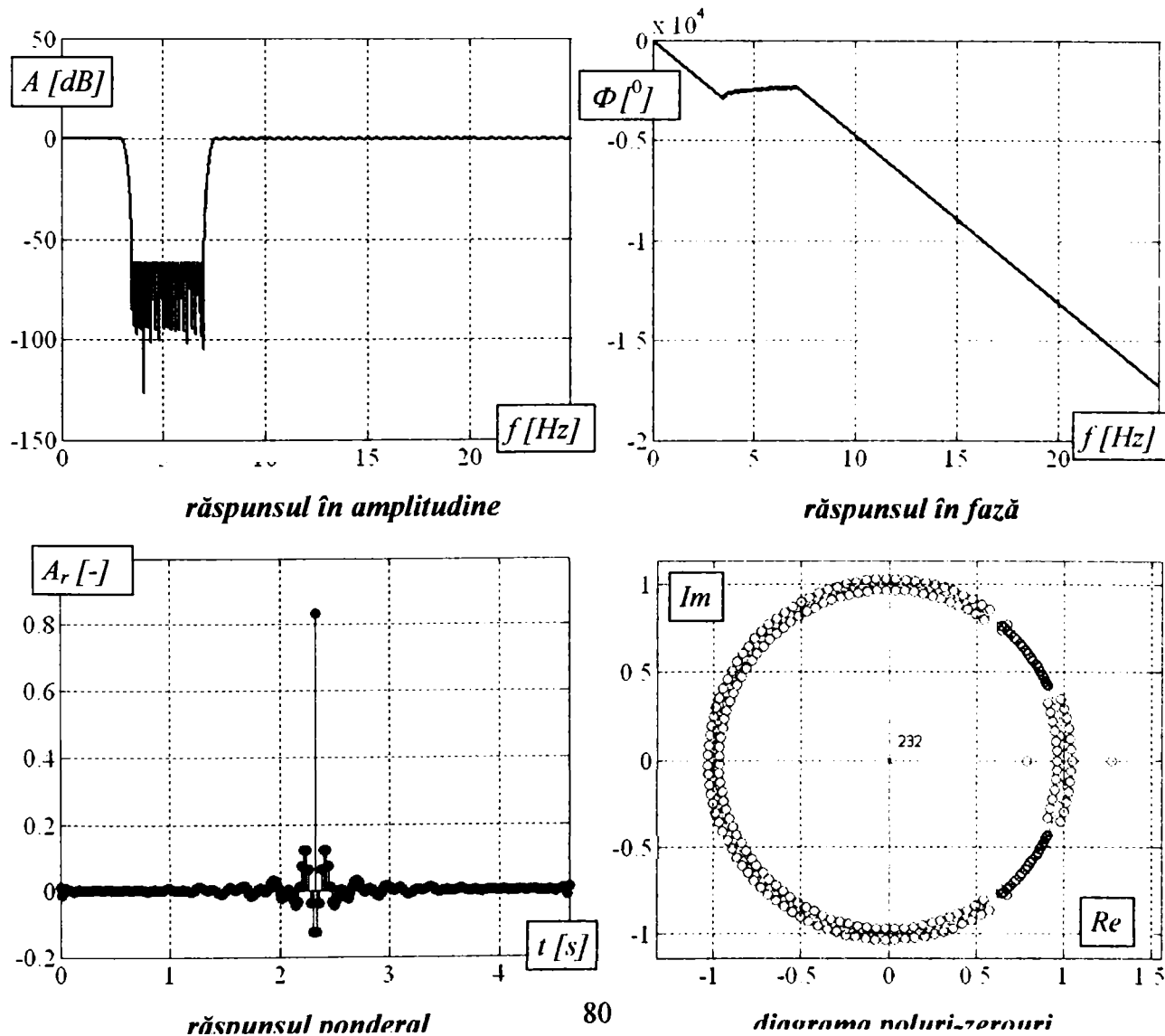


Fig. 4.56 Schema filtrului FIR

Conform relației de definiție (4.23), se poate observa că mărimea de ieșire $y(n)$ se poate determina calculând coeficienții corespunzători valorii curente $x(n)$ și ai regresorilor $x(n-1), \dots, x(n-q)$ ai mărimii de intrare. Teoretic, numărul regresorilor poate fi infinit, dacă seria dinamică are un număr infinit de



valori. Există însă posibilități de optimizare în ceea ce privește alegerea numărului acestora (ordinul filtrului). O astfel de optimizare se poate realiza cu ajutorul software-ului *Matlab*. În ceea ce urmează este prezentată modalitatea de proiectare a unui filtru FIR stop-bandă cu ajutorul acestui program.

A fost folosit un filtru FIR stop-bandă de tip "Equiripple", [87], în care au fost alese (fig. 4.54): $F_{pass1} = 3,0 \text{ Hz}$; $F_{stop1} = 3,5 \text{ Hz}$; $F_{stop2} = 7,0 \text{ Hz}$ și $F_{pass2} = 7,5 \text{ Hz}$. Frecvența de eșantionare a filtrului a fost $F_s = 50 \text{ Hz}$. Factorul de atenuare în amplitudine pe banda filtrată a fost $A_{stop} = 60 \text{ dB}$, iar atenuările maxime pe benzile de trecere au fost $A_{pass1} = A_{pass2} = 0,1 \text{ dB}$. S-au obținut graficele din fig. 4.57.

Programul de calcul utilizat specifică și numărul optim al ordinului acestui tip de filtru, în cazul de față, pentru parametrii introduși, el fiind de 464. Toolbox-ul *FDATool* al programului *Matlab*, destinat proiectării de filtre, permite și alegerea de către operator al ordinului filtrului. Această opțiune poate fi uneori riscantă, deoarece filtrul obținut pe această cale poate da dovadă de instabilitate. Pentru a preveni filtrarea cu un filtru instabil, programul dă informația dacă filtrul proiectat cu un ordin ales de operator este stabil sau nu.

b) Filtre cu răspuns ponderal infinit (IIR)

În cazul unui filtru ponderal cu răspuns infinit (IIR), mărimea de ieșire a acestuia reprezintă suma dintre valoarea curentă și valorile anterioare ale mărimii de intrare $x(n)$, la care se adaugă valorile anterioare ale mărimii de ieșire:

$$y(n) = \sum_{i=1}^p a_i y_{n-i} + \sum_{j=0}^q b_j x_{n-j} \quad (4.24)$$

Cele mai folosite filtre IIR sunt filtrele de tip *Butterworth*, *Bessel*, *Čebyšev* și *Cauer* (eliptic) [65, 87]. Schema funcțională a acestui tip de filtru este redată în fig. 4.58.

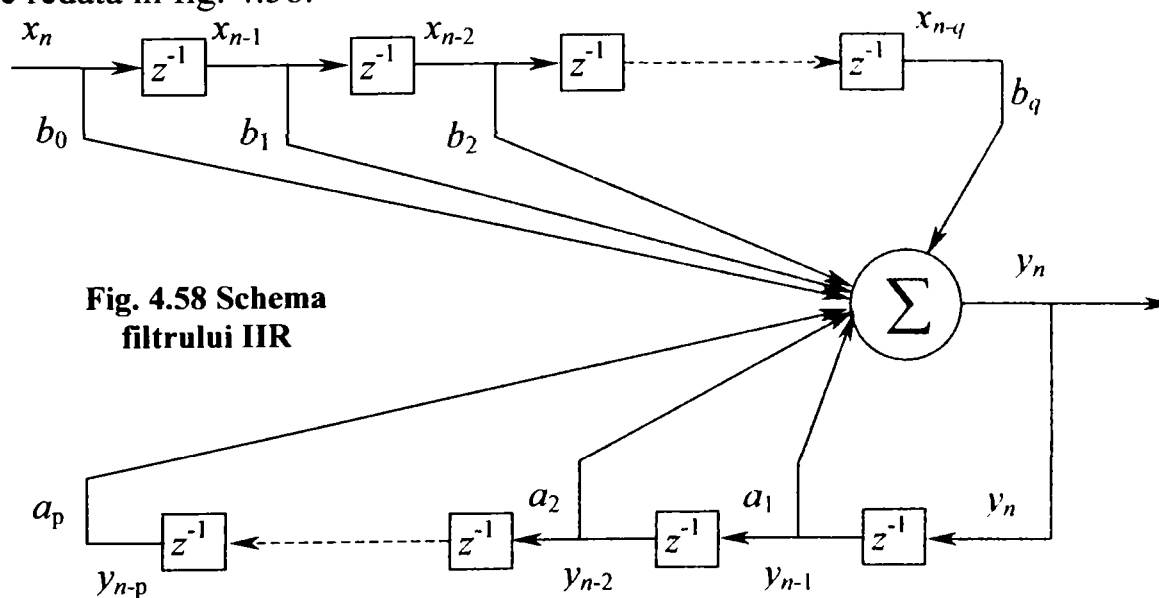


Fig. 4.58 Schema filtrului IIR

Din relația (4.24), prin anularea lui p se obține un filtru FIR. Se poate observa că un filtru FIR reprezintă o autoregresie (autorecurență) pe când un filtru IIR este o regresie (recurență). Prin urmare, termenii din sumele expresiei filtrului sunt regresori.

Funcția de transfer a unui filtru IIR este dată de

$$W(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_qz^{-q}}{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_pz^{-p}} \quad (4.25)$$

Același toolbox al mediului de programare *Matlab* permite și proiectarea filtrelor IIR. În acest sens, se va da un exemplu de proiectare a unui filtru IIR de tip Butterworth. Specificațiile filtrului vor fi tot cele redate în fig. 4.55, iar valorile structurii filtrului sunt cele specificate la exemplul precedent.

Se face mențiunea că acest filtru (cu parametrii specificați la momentul oportun) va fi utilizat pentru filtrarea seriilor dinamice experimentale ale probelor efectuate.

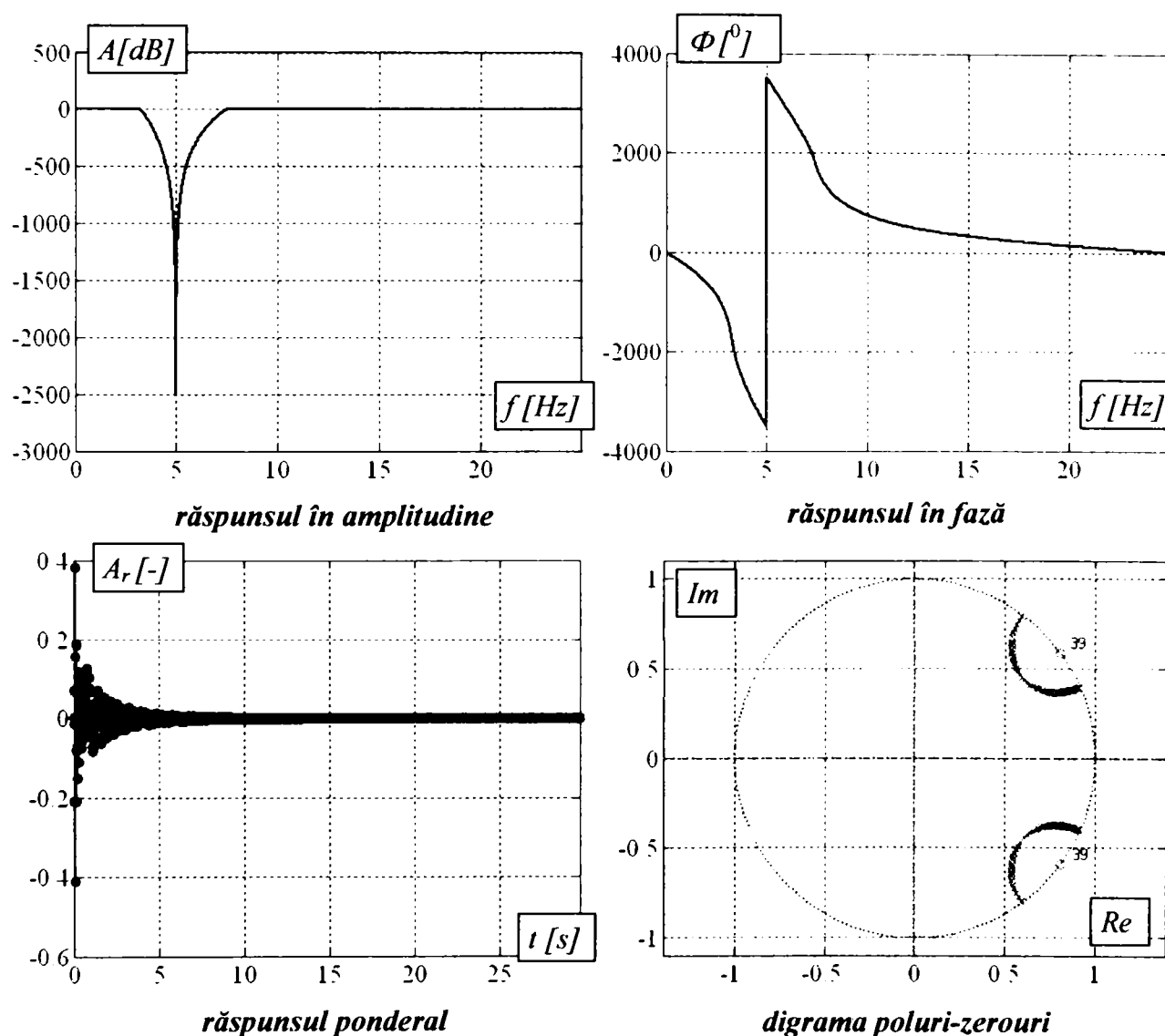


Fig. 4.59 Caracteristicile filtrului stop-bandă proiectat (IIR - Butterworth)

Se poate observa că ordinul filtrului, stabilit de programul de calcul, are valoarea 78. Și în acest caz se poate stabili, de către operator, un ordin al filtrului, facilitatea privind stabilitatea filtrului fiind prezentă și în acest caz.

Unul dintre parametrii pe care proiectantul filtrului trebuie să-l aleagă în cazul filtrelor în general, dar care va fi aplicat în cazul filtrului Butterworth ales ca exemplu, este reprezentat de amplitudinea benzii de oprire. Aceasta se determină cu expresia

$$A_s = 20 \log \left\{ \max \left| F[y(n)] - \frac{1}{n} \sum y(n) \right| \right\}, \quad (4.26)$$

în care $F[y(n)]$ este transformata Fourier discretă a vectorului $y(n)$.

În cazul fiecărui filtru se poate determina eroarea de filtrare. Cu cât banda oprită are frecvențele F_{pass} și F_{stop} mai apropiate, cu atât eroarea de filtrare va fi mai mare. Prin urmare, "fantele" de la capetele benzii oprite nu vor fi foarte

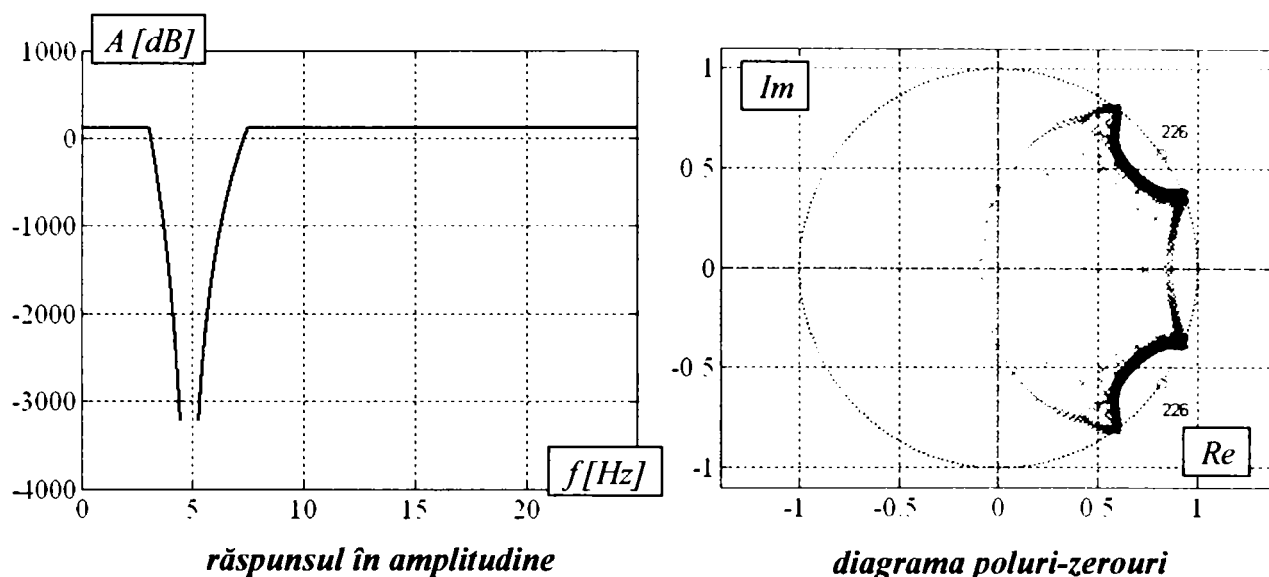


Fig. 4.60 Caracteristicile unui filtru IIR stop-bandă, Butterworth, instabil, de ordinul 512

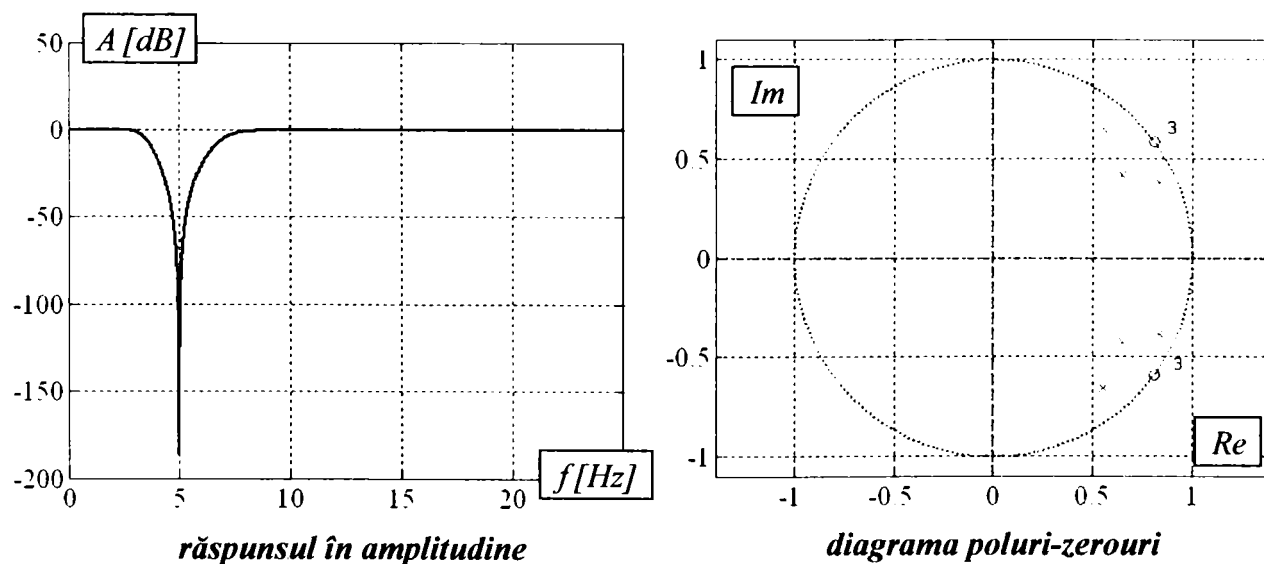


Fig. 4.61 Caracteristicile unui filtru IIR stop-bandă, Butterworth, stabil, de ordinul 6

înguste. Mai mult, stabilirea unor "fante" prea înguste va conduce și la ordine foarte ridicate ale filtrului proiectat. Același efect îl are și alegerea unor amplitudini cu valori ridicate pentru atenuarea zgomotelor. Prin urmare, prin încercări repetate se poate obține un ordin optim, care să permită un calcul rapid și cu o eroare acceptabilă de filtrare.

În fig. 4.60 este prezentat un filtru instabil IIR Butterworth, de ordinul 452 obținut ca urmare a îngustării fantelor de capăt ale benzii de oprire până la valoarea de 0,1 Hz. Se observă că răspunsul lui în amplitudine tinde la infinit.

Spre deosebire de filtrul amintit, filtrul din fig. 4.61 are o lărgime a "fantelor" de la capetele benzii de oprire de 0,7 Hz. Mai mult, amplitudinea atenuării a fost redusă de la 50 la 5 dB, fără ca eroarea de filtrare să se modifice semnificativ.

Instabilitatea se poate deduce și din diagrama poluri-zerouri care nu sunt altceva decât rădăcinile polinoamelor de la numitorul, respectiv numărătorul funcției de transfer a filtrului.

O primă metodă de filtrare este utilizarea filtrului cu impuls cu răspuns finit (FIR) de tip *Savitzky-Golay*, [87]. Filtrele de tip Savitzky-Golay sunt filtre de netezire a semnalului, motiv pentru care mai sunt cunoscute și sub denumirea de *filtre polinomiale de netezire digitală*. Ele sunt utilizate în mod frecvent în situațiile în care este necesară netezirea unui semnal afectat de un zgomot oarecare, atunci când semnalul util (neafectat de zgomot) are frecvențele împrăștiate într-o gamă largă. În aceste situații, filtrele Savitzky-Golay dau rezultate mai bune decât filtrele standard cu răspuns finit în frecvență (FIR), care au, în general, tendința de a elimina zone semnificative de bandă în aria

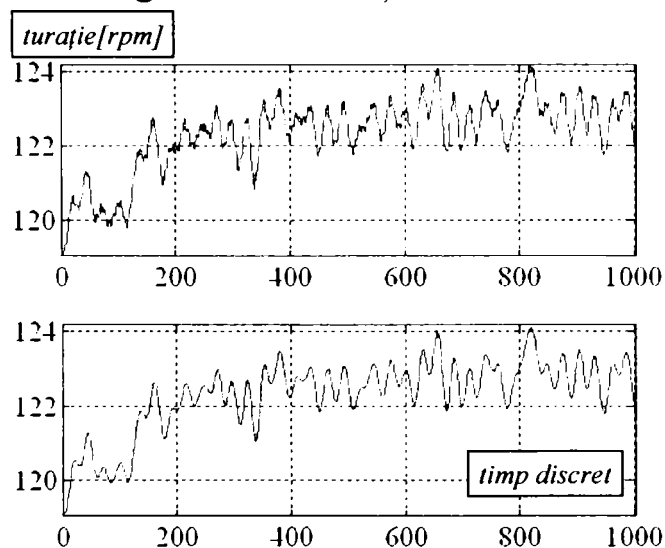


Fig. 4.62 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al turației arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (proba 06); eroare COV=2,21%

frecvențelor înalte care cuprind, de cele mai multe ori, și frecvențe proprii semnalului util pe lângă cele ale zgomotului. Totuși, filtrele Savitzky-Golay sunt mai puțin eficiente decât filtrele standard FIR în eliminarea zgomotelor.

Filtrele Savitzky-Golay sunt optime din punctul de vedere al minimizării erorii de aproximare a semnalului util prin metoda celor mai mici pătrate a fiecărui eșantion standard de date afectate de zgomot.

Câteva exemple în sprijinul celor anterior afirmate sunt prezentate în figurile alăturate. Pentru aplicarea filtrelor Savitzky-

Golay, au fost utilizate seriile dinamice experimentale ale puterilor care încarcă arborii transmisiei în funcție de situațiile de funcționare și de obiectivul urmărit

(determinarea circulației de putere - adică a puterii parazite - la nivel longitudinal sau transversal).

Figurile 4.62 - 4.91 prezintă semnalele brute și filtrate cu un filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 pentru seriile dinamice ale probelor menționate.

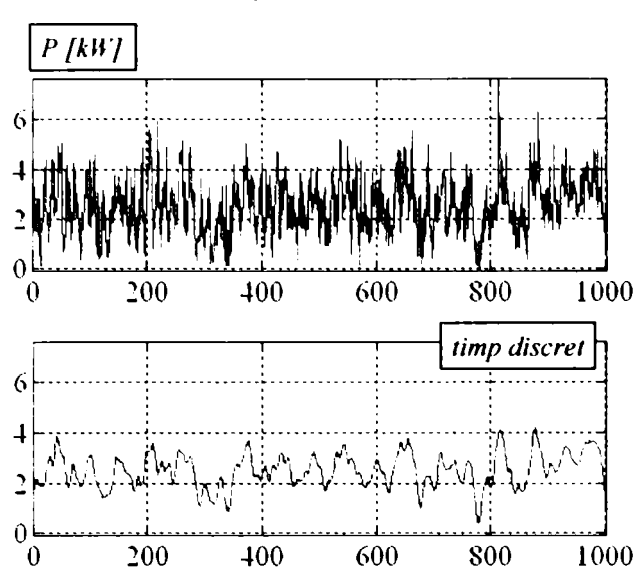


Fig. 4.63 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 06); eroare COV=3,93%

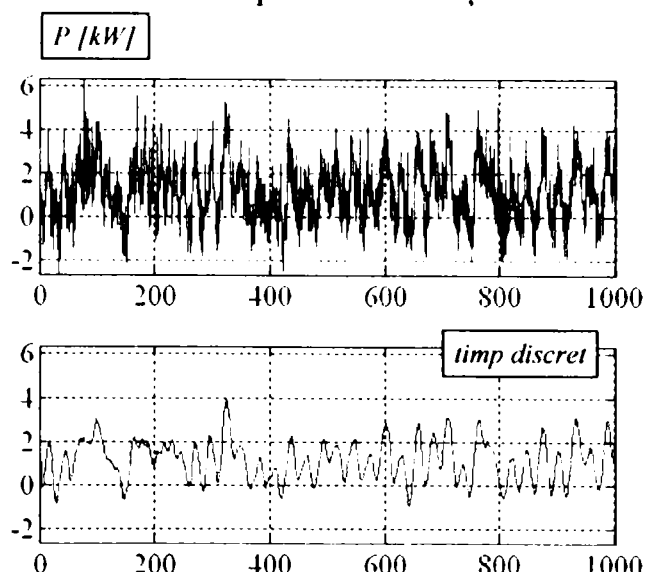


Fig. 4.64 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de ieșire spre puntea față (proba 06); eroare COV=2,98%

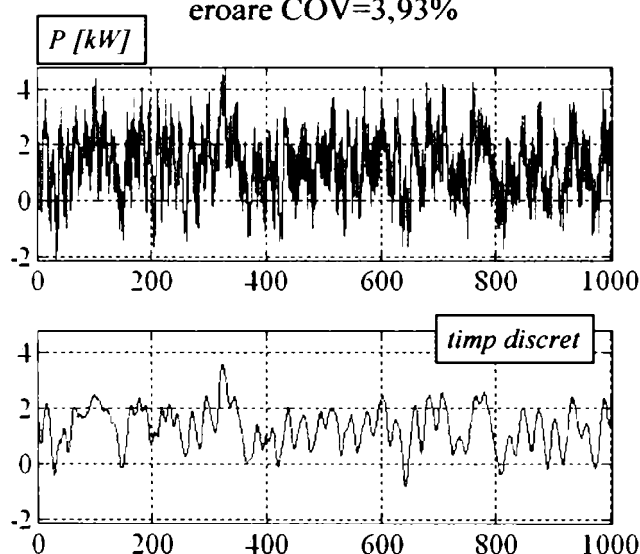


Fig. 4.65 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de ieșire spre puntea spate (proba 06); eroare COV=3,92%

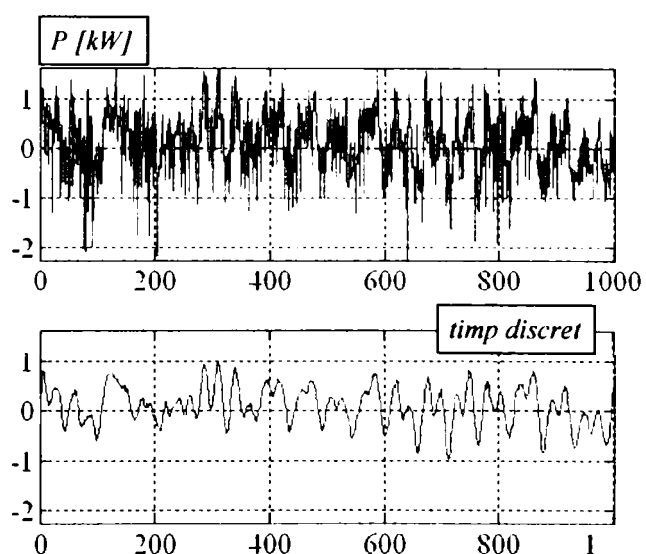


Fig. 4.66 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii parazite (proba 06); eroare COV=4,89%

Aplicarea acestui filtru permite o primă estimare a nivelului zgomotului dintr-o serie dinamică experimentală. În cazul în care nu se poate decela semnalul util de zgomotele care îl însoțesc sau dacă aparatura utilizată pentru măsurători introduce zgomote în spectre largi de frecvență, acest filtru poate înlătura zgomotul într-o manieră satisfăcătoare. Se menționează însă că filtrarea poate înlătura și porțiuni ale semnalului util, filtrul operând nediscriminator.

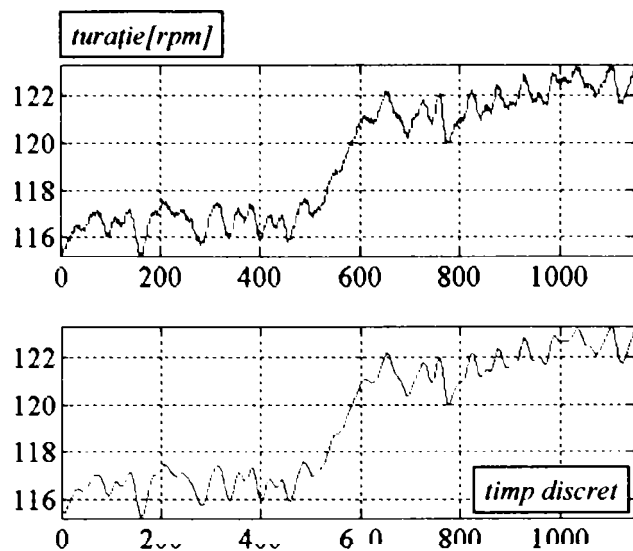


Fig. 4.67 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al turației arborelui de intrare în reductorul-distribuitoare (proba 08); eroare COV=2,68%

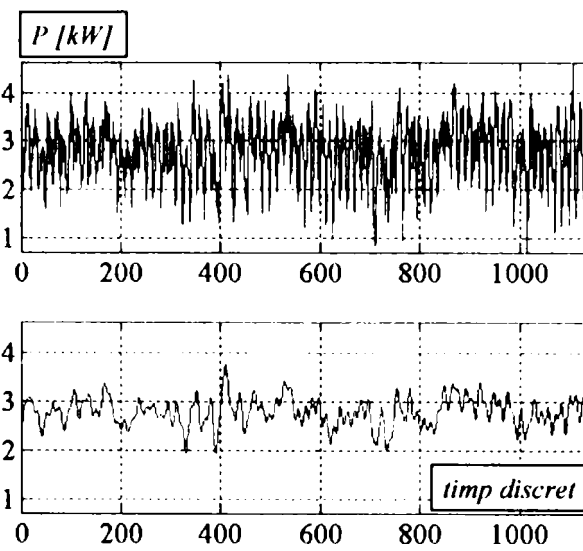


Fig. 4.68 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de intrare în reductorul-distribuitoare (proba 08); eroare COV=3,37%

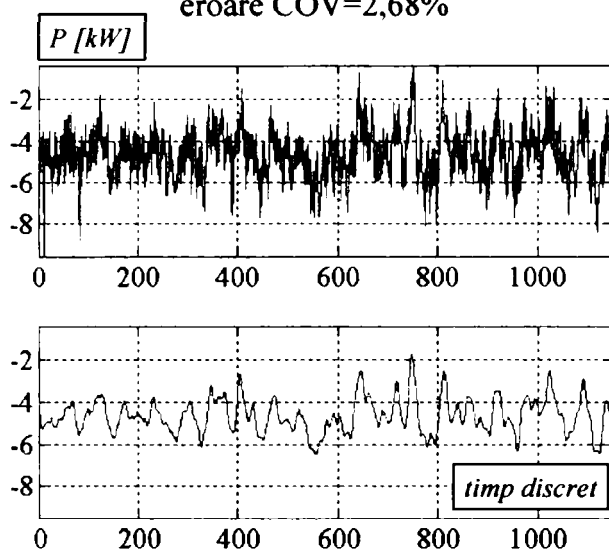


Fig. 4.69 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de ieșire spre puntea față (proba 08); eroare COV=3,59%

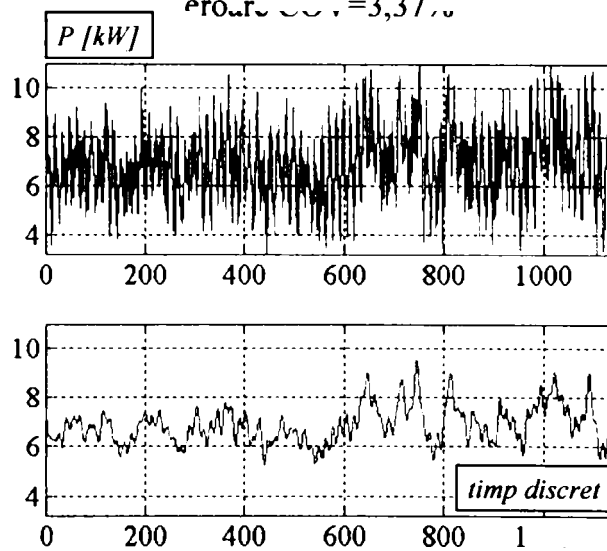


Fig. 4.70 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de ieșire spre puntea spate (proba 08); eroare COV=3,87%

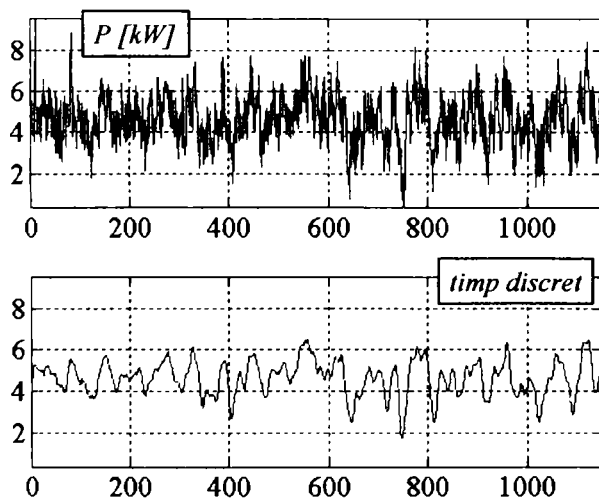


Fig. 4.71 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii parazite (proba 08); eroare COV=4,77%

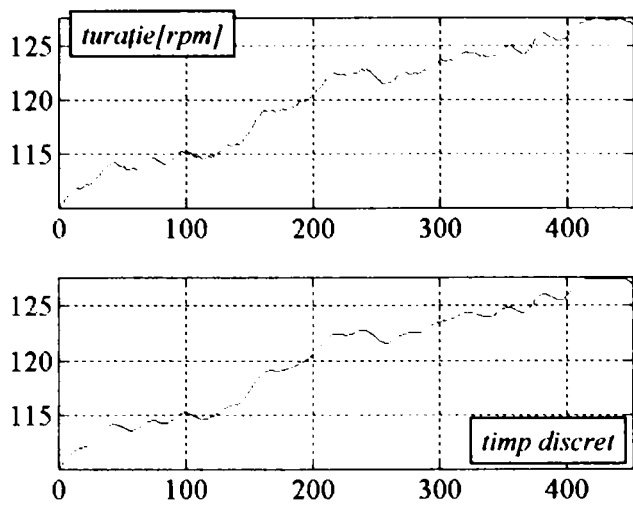


Fig. 4.72 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al turației arborelui de intrare în reductorul-distribuitor (proba 10); eroare COV=0,21%

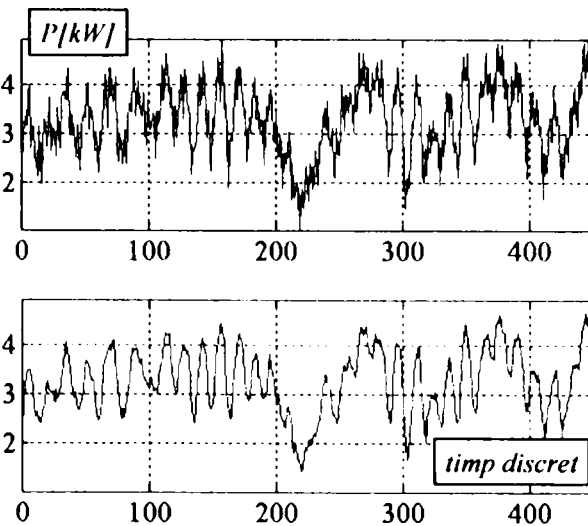


Fig. 4.73 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 10); eroare COV=5,11%

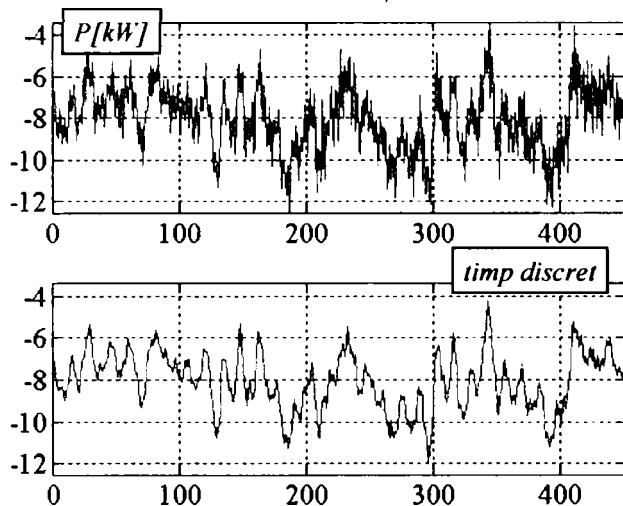


Fig. 4.74 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de ieșire spre puntea față (proba 10); eroare COV=5,64%

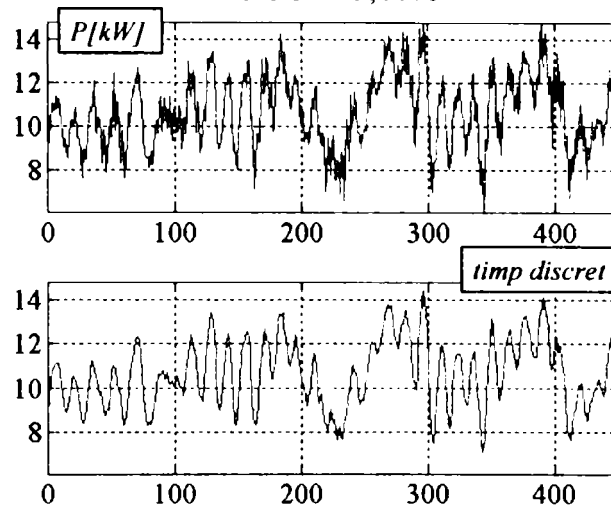


Fig. 4.75 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de ieșire spre puntea șate (proba 10); eroare COV=4,83%

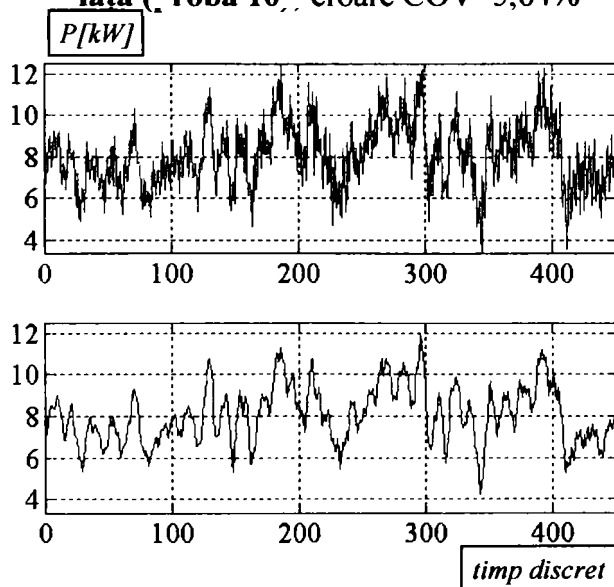


Fig. 4.76 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii parazite (proba 10); eroare COV=4,83%

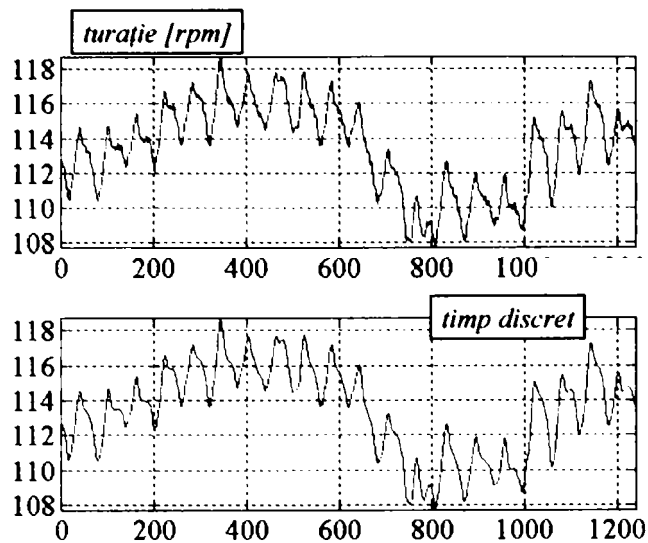


Fig. 4.77 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al turației arborelui de intrare în puntea spate (proba 34); eroare COV=0,39%

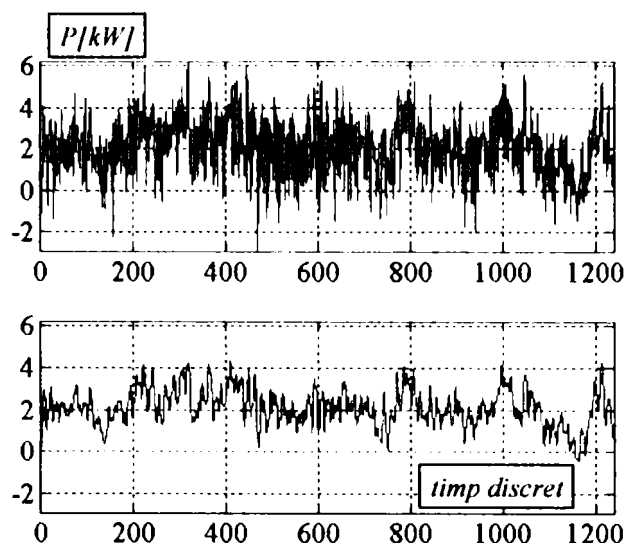


Fig. 4.78 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de intrare în puntea spate (proba 34); eroare COV=3,46%

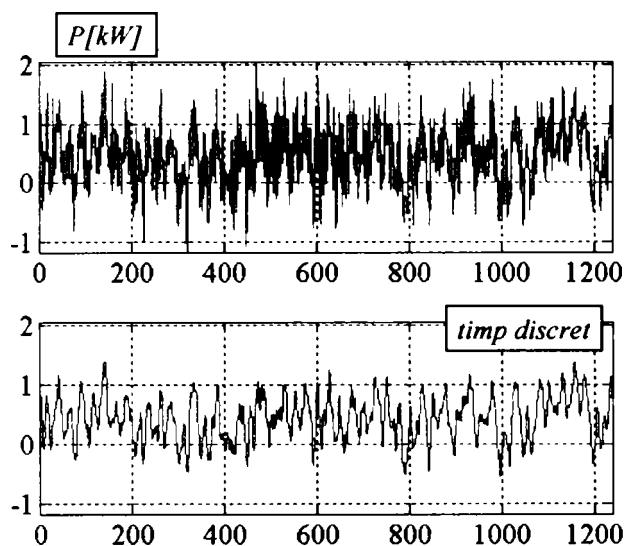


Fig. 4.79 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar dreapta (proba 34); eroare COV=3,89%

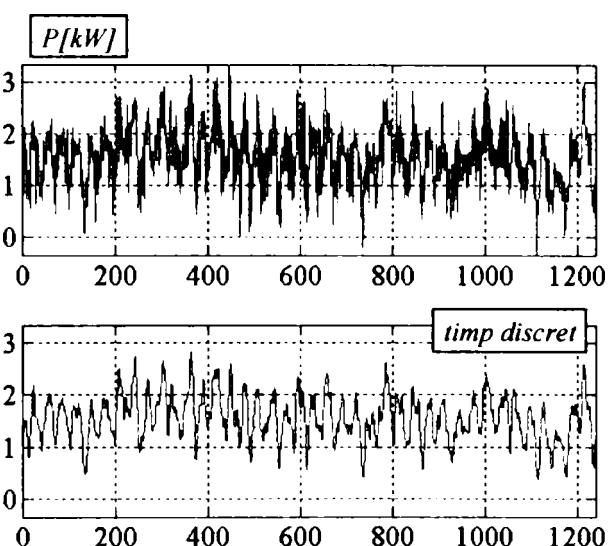


Fig. 4.80 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar stînga (proba 34); eroare COV=3,72%

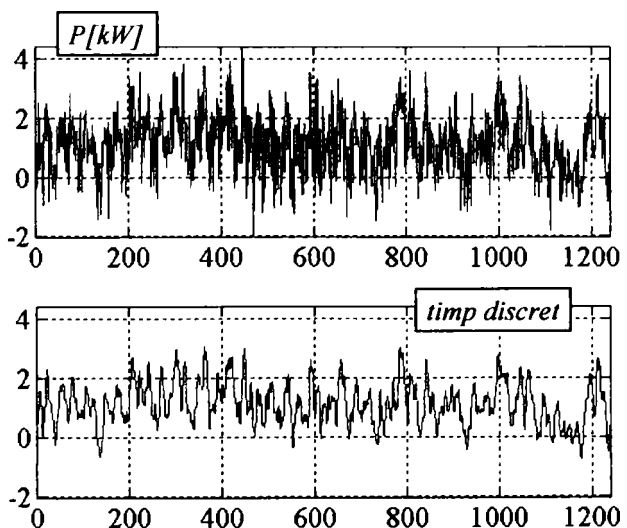


Fig. 4.81 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii parazite (proba 34); eroare COV=5,17%

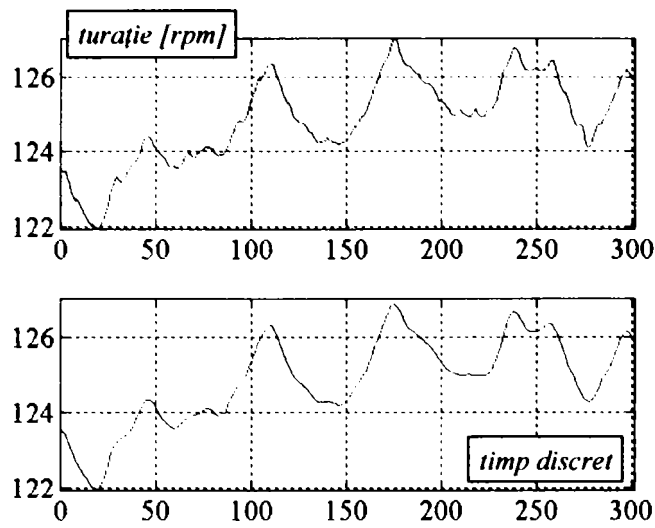


Fig. 4.82 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al turației arborelui de intrare în puntea spate (proba 35); eroare COV=0,27%

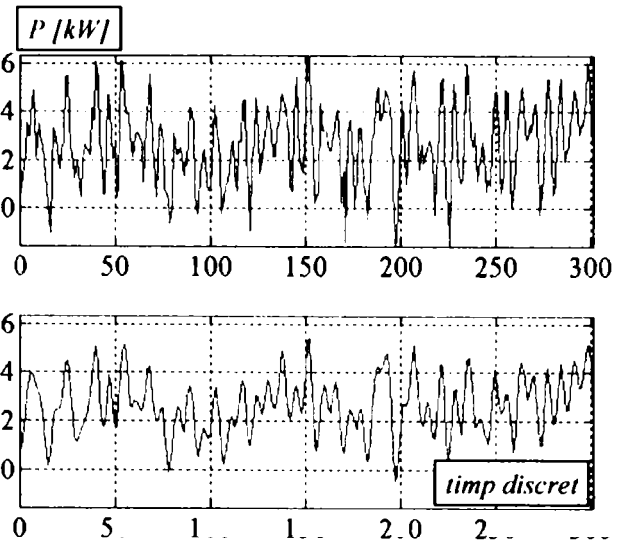


Fig. 4.83 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de intrare în puntea spate (proba 35); eroare COV=4,61%

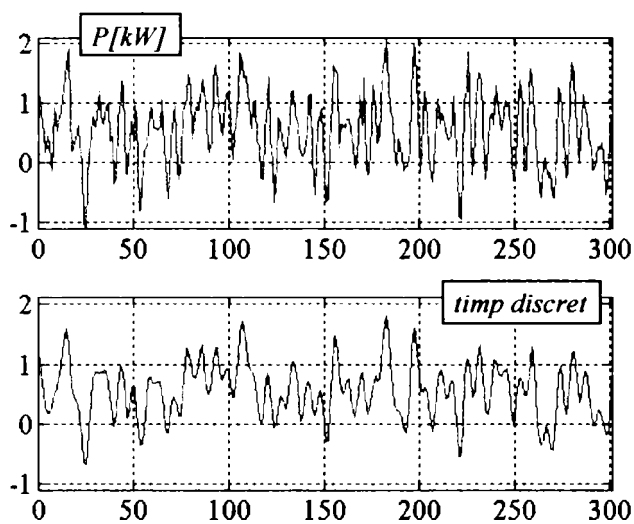


Fig. 4.84 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar dreapta (proba 35); eroare COV=4,07%

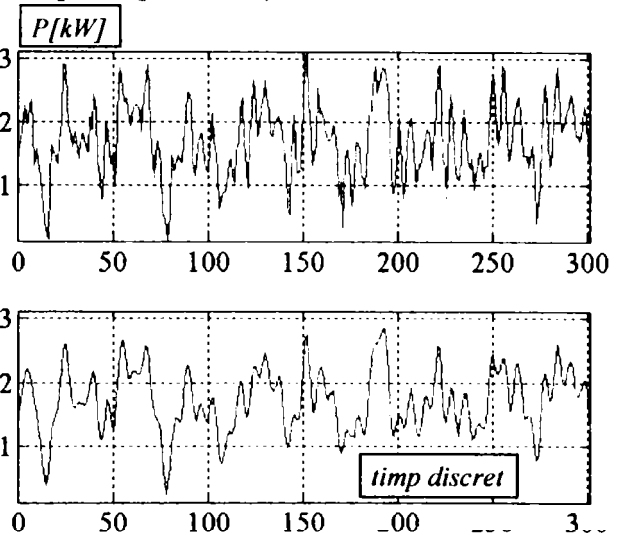


Fig. 4.85 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar stînga (proba 35); eroare COV=4,33%

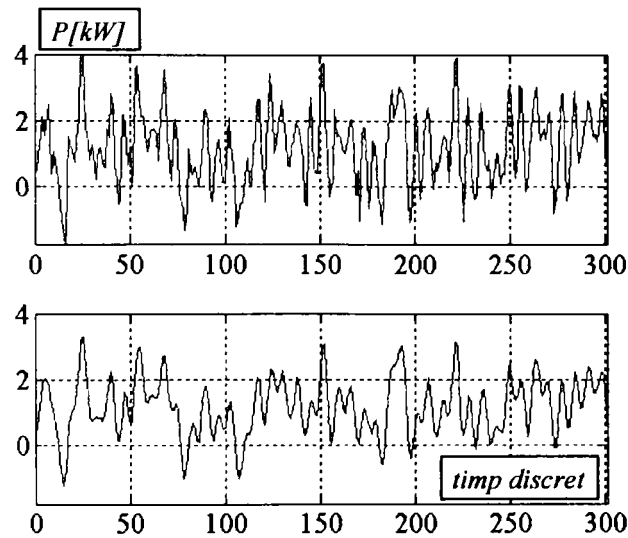


Fig. 4.86 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar stînga (proba 35); eroare COV=5,38%

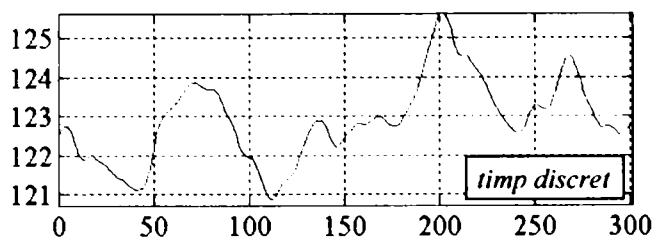
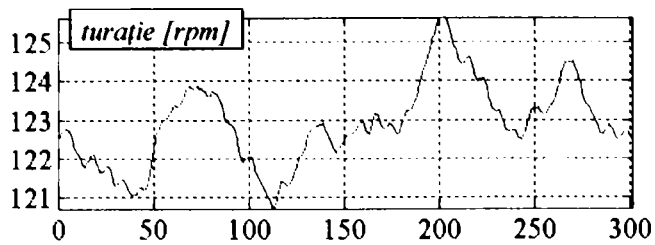


Fig. 4.87 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al turației arborelui de intrare în puntea spate (proba 36); eroare COV=0,33%

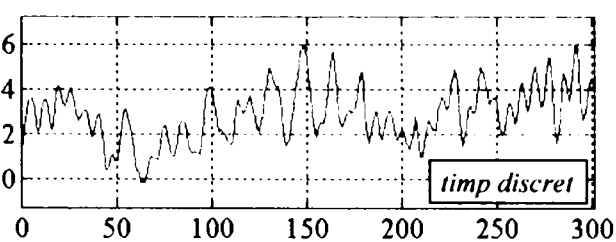
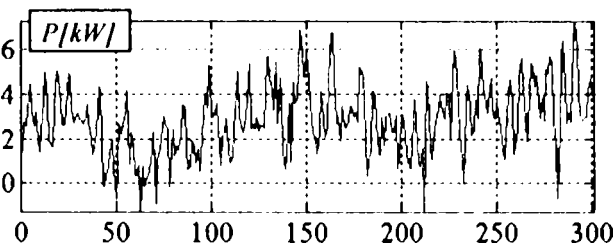


Fig. 4.88 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele de intrare în puntea spate (proba 36); eroare COV=3,85%

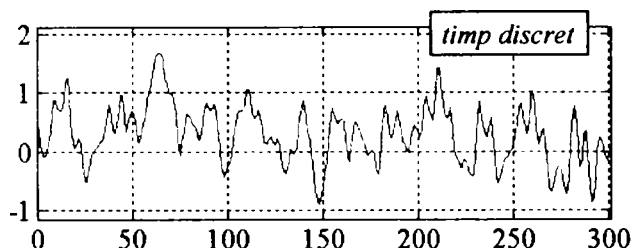
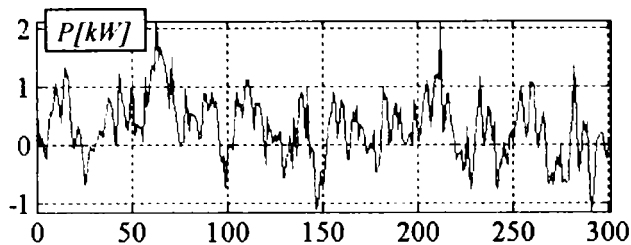


Fig. 4.89 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar dreapta (proba 36); eroare COV=3,97%

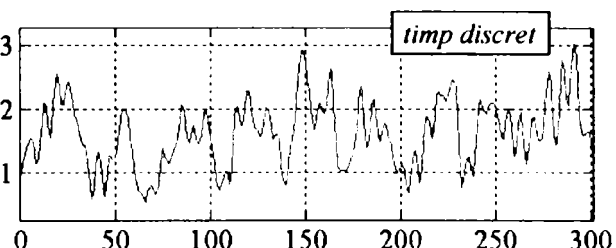
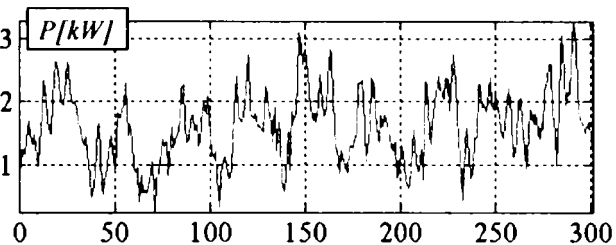


Fig. 4.90 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar stânga (proba 36); eroare COV=4,14%

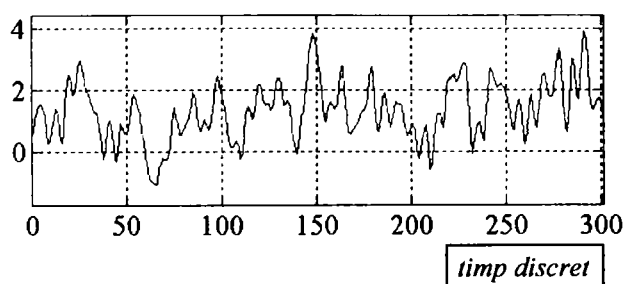
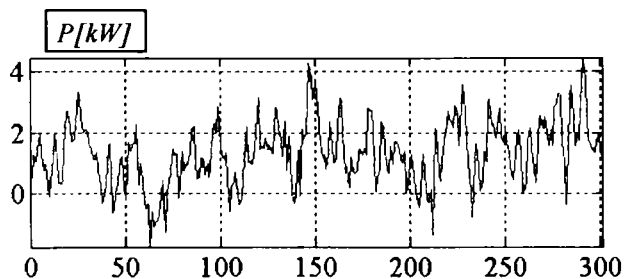


Fig. 4.91 Semnal brut (sus) și filtrat cu filtru Savitzky-Golay de ordinul 5 (jos) al puterii pe arborele planetar stânga (proba 36); eroare COV=5,37%

Un al doilea tip de filtru, spre deosebire de filtrul Savitzky-Golay, lucrează cu atenuări specifice bandei de frecvență căreia i se adresează. Astfel, pe când filtrul Savitzky-Golay realiza o netezire în toată gama de frecvențe a semnalului, filtrele care lucrează într-o bandă specificată realizează o filtrare mult mai bună a zgomotului din banda menționată. Pe de altă parte însă, "specializarea de bandă" are și dezavantajele sale. Dacă seria dinamică experimentală nu disipă uniform energie în întregul său spectru, atunci filtrul specializat proiectat trebuie să aibă parametri de frecvență și de amplitudine bine specificați, altfel se poate pierde chiar din energia semnalului util.

Filtrele din această categorie sunt de tipul cu răspuns infinit la semnalul impuls unitar (IIR) sau cu răspuns finit la semnalul impuls unitar (FIR). Literatura de specialitate, [16, 24, 51], pune la dispoziție o multitudine de filtre din aceste două categorii, aplicarea unuia sau altuia făcându-se în raport cu o gamă largă de parametri de optimizare.

Ținând cont de specificul seriilor dinamice analizate și de recomandările literaturii de specialitate, [51], în continuare va fi utilizat un filtru IIR de tip Butterworth direct. Acest filtru, pentru seriile dinamice analizate, furnizează o eroare mică de filtrare (eroare COV) și permite atenuări importante în benzile de filtrare selectate pentru amplitudini mici specificate la proiectare, [87].

Așa cum s-a arătat la punctul anterior, la toate măsurătorile efectuate s-au putut observa disipări importante de energie în benzile de frecvență de 3 - 4,0 Hz, de 7,3 - 7,7 Hz și de 14,3 - 14,7 Hz. Sursa acestor disipări energetice importante a fost identificată la punctul anterior.

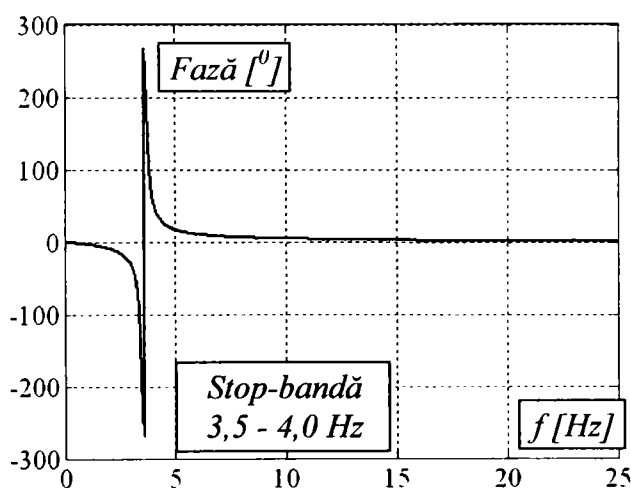


Fig. 4.93 Răspunsul în fază al filtrului Butterworth direct (ordinul 6)

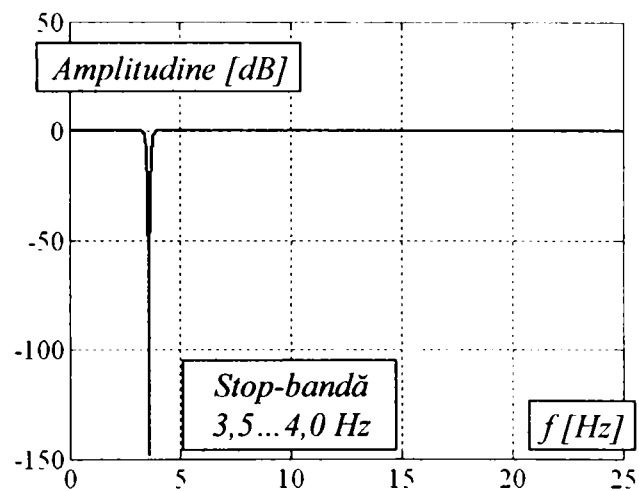


Fig. 4.92 Răspunsul în amplitudine al filtrului Butterworth direct (ordinul 6)

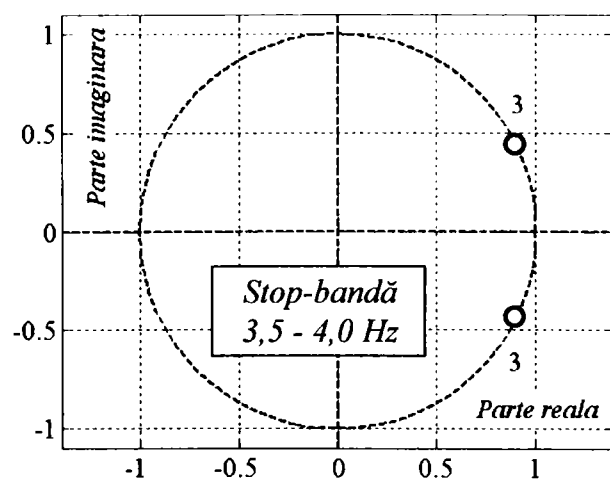


Fig. 4.94 Diagrama pol-zerouri a filtrului Butterworth direct (ordinul 6)

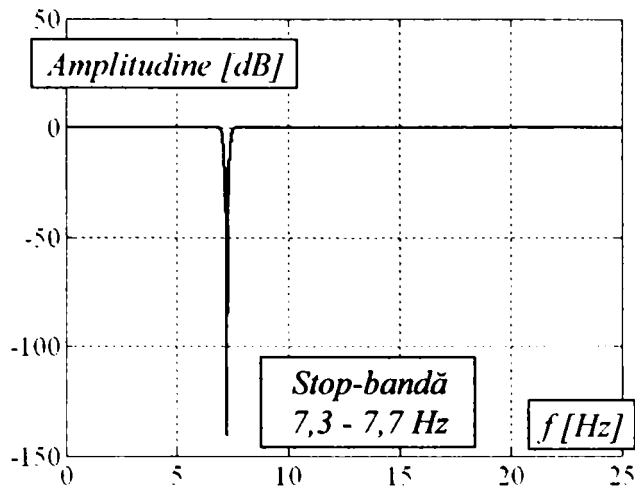


Fig. 4.95 Răspunsul în amplitudine al filtrului Butterworth direct (ordinul 6)

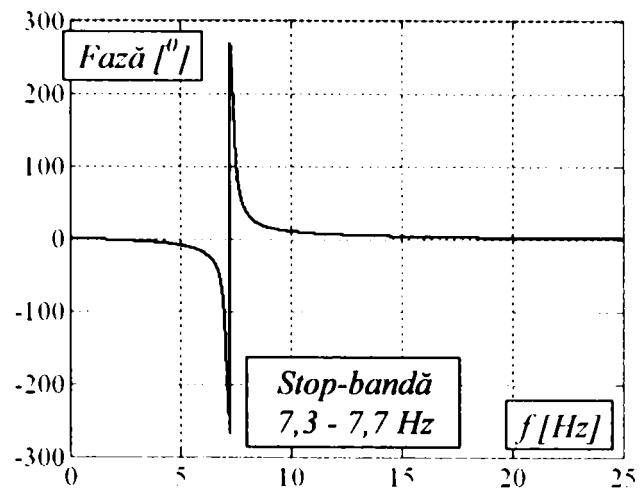


Fig. 4.96 Răspunsul în fază al filtrului Butterworth direct (ordinul 6)

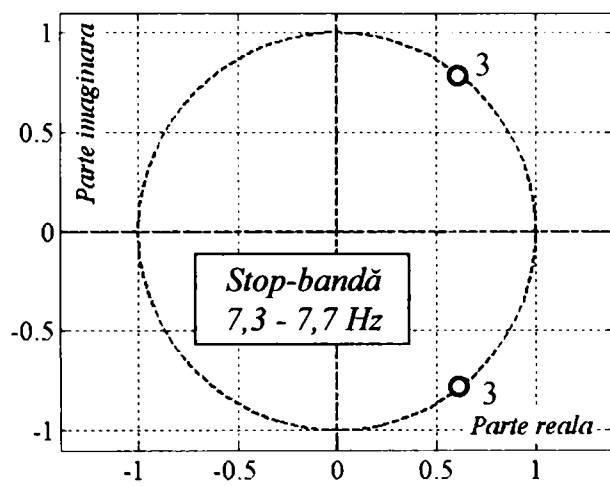


Fig. 4.97 Diagrama pol-zerouri a filtrului Butterworth direct (ordinul 6)

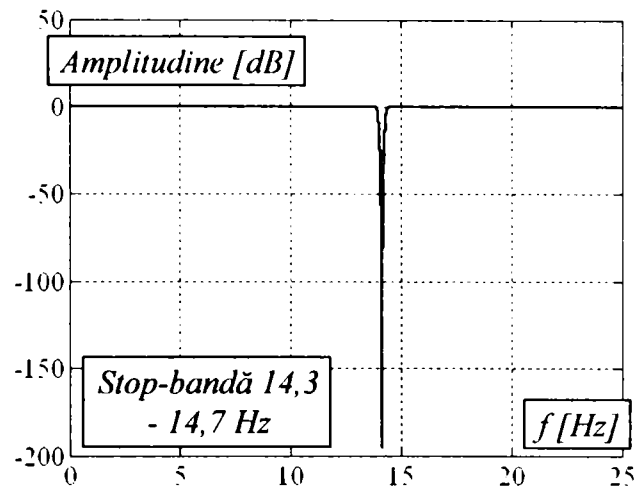


Fig. 4.98 Răspunsul în amplitudine al filtrului Butterworth direct (ordinul 8)

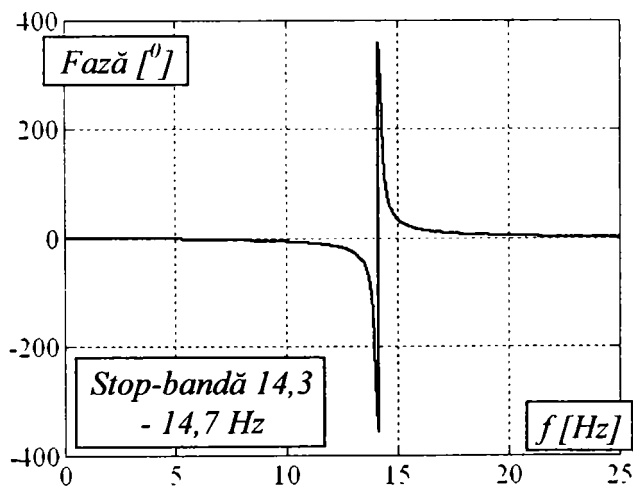


Fig. 4.99 Răspunsul în fază al filtrului Butterworth direct (ordinul 8)

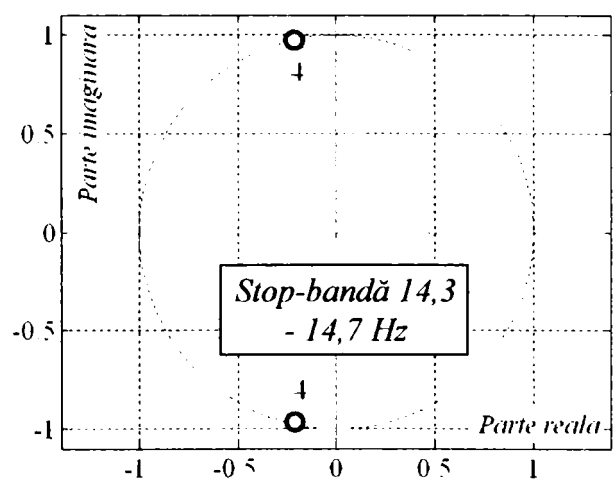


Fig. 4.100 Diagrama pol-zerouri a filtrului Butterworth direct (ordinul 8)

Utilizând software-ul amintit și filtrul Butterworth menționat, vor fi filtrate, pe rând, toate frecvențele stabilite, de la banda mai scăzută către cea mai ridicată, aplicând o procedură “în cascadă” fiecărei serii dinamice. Ceea ce va rămâne după cele trei prelucrări succesive va fi semnalul util.

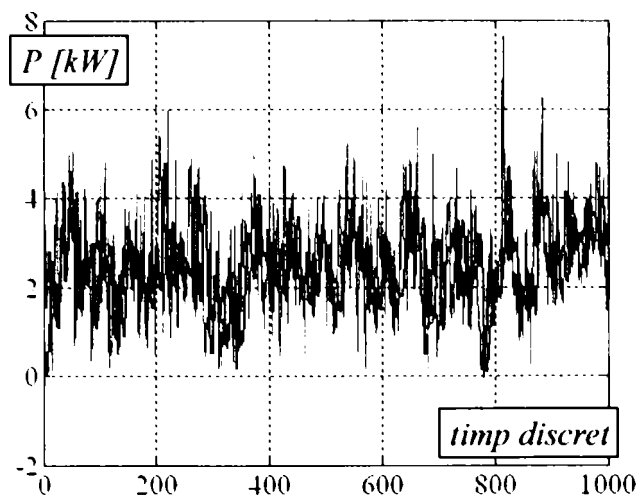


Fig. 4.101 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor
(proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 3,5 - 4,0 Hz; eroare=4,21%)

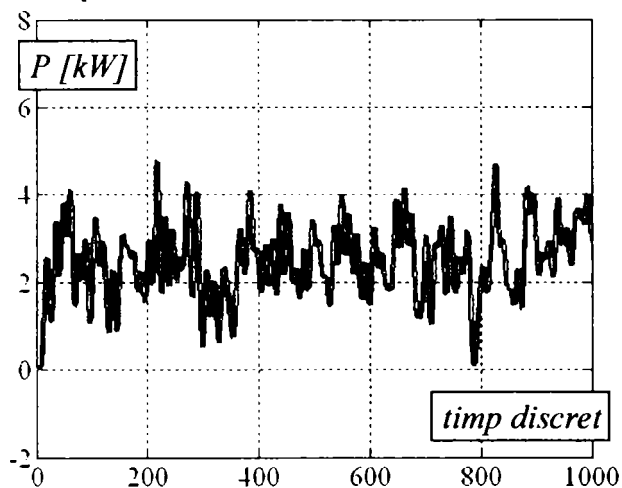


Fig. 4.102 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor
(proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 7,3 - 7,7 Hz; eroare=0,96%)

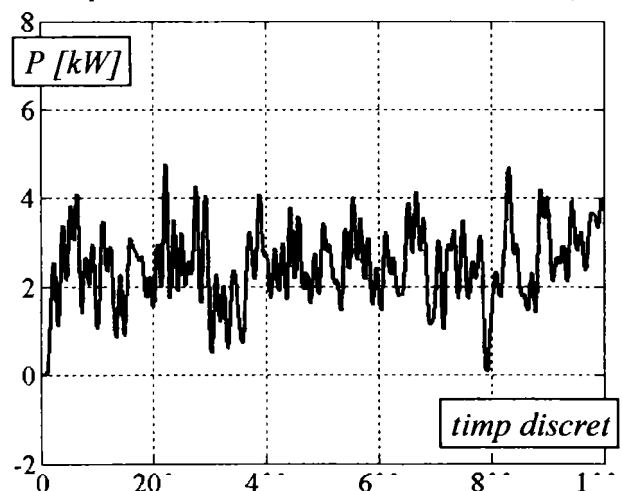


Fig. 4.103 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor
(proba 06, filtru Butterworth ord. 8, stop-bandă 14,3...14,7 Hz; eroare=0,53%)

Parametrii filtrului pentru filtrarea primei benzi de frecvență sunt dați în figurile 4.92 - 4.94. Ordinul filtrului (6, la prima filtrare) a fost optimizat implicit de către software-ul aplicat (ordinul minim pentru parametrii de intrare). Frecvența Nyquist a fost determinată la punctul precedent ($f_N = 25\text{Hz}$).

...t.u.u. pe.t...
filtrarea celei de a doua benzi de frecvență sunt dați în figurile 4.94 - 4.96. Ordinul filtrului este tot 6. În fine, parametrii filtrului pentru filtrarea celei de a treia benzi de frecvență sunt dați în figurile 4.97 - 4.100, filtrul având însă acum ordinul 8.

După aplicarea seriei de trei filtrări consecutive se vor purta discuții asupra efectelor acestora asupra semnalului util, pornind de la o serie dinamică experimentală care a făcut parte din programul de încercări.

În fig. 4.101...4.103 sunt prezentate seriile dinamice filtrate (cu filtrele proiectate mai înainte) ale puterilor care circulă pe arborii menționați ai transmisiei în cadrul probei 06. În fig. 4.101 a fost reprezentată cu albastru seria dinamică originală menționată (nefiltrată) și cu roșu, seria dinamică filtrată cu primul filtru stop-bandă 3,5 - 4,0 Hz. În fig. 4.102, seriei filtrate anterior i-a fost aplicat al doilea filtru stop-bandă, 7,3 - 7,7 Hz. Seriei căreia i-a fost aplicat al doilea filtru este reprezentată tot cu roșu, iar cea filtrată cu al doilea filtru, este figurată cu verde. S-a procedat similar și cu cel de-al treilea filtru stop-bandă 14,3 - 14,7 Hz, (fig. 4.103) respectând

transferul culorii seriei anterioare. Seria complet filtrată este redată cu negru.

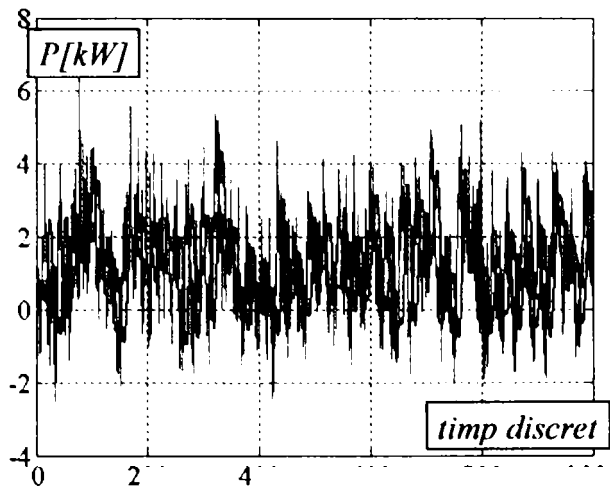


Fig. 4.104 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din față (proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 3,5 - 4,0 Hz; eroare=5,18%)

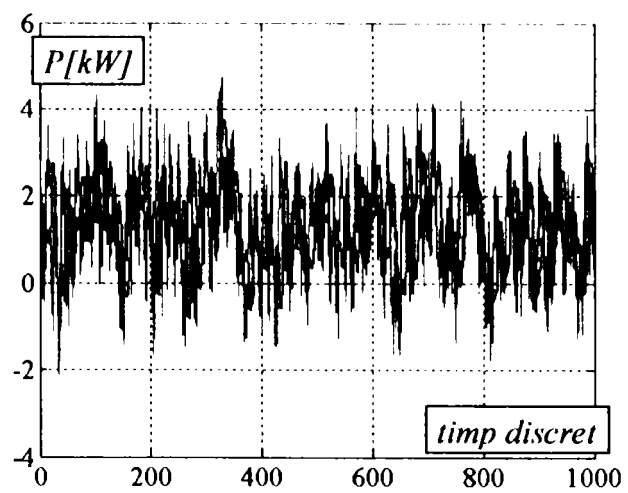


Fig. 4.105 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din spate (proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 3,5 - 4,0 Hz; eroare=4,36%)

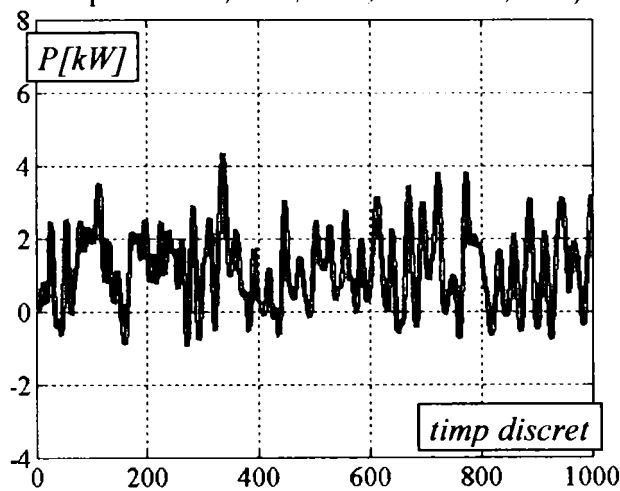


Fig. 4.106 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din față (proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 7,5 - 7,7 Hz; eroare=1,12%)

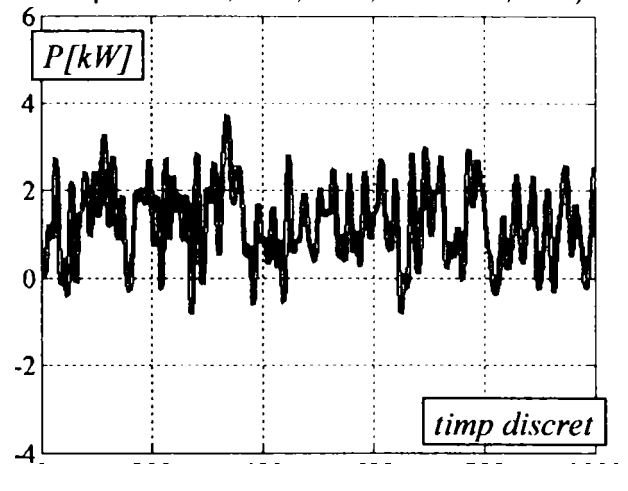


Fig. 4.107 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din spate (proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 7,5 - 7,7 Hz; eroare=0,82%)

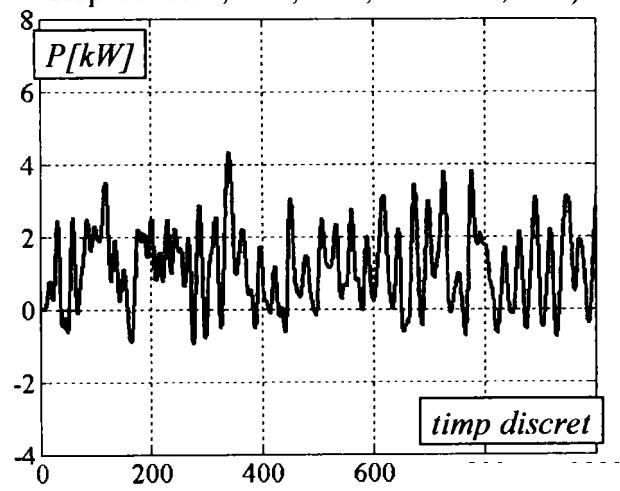


Fig. 4.108 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din față (proba 06, filtru Butterworth ord. 8, stop-bandă 14,5 - 14,7 Hz; eroare=0,73%)

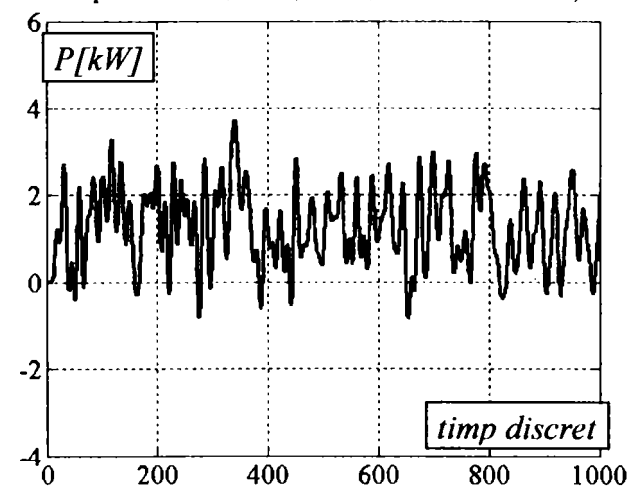


Fig. 4.109 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din spate (proba 06, filtru Butterworth ord. 8, stop-bandă 14,5 - 14,7 Hz; eroare=0,55%)

Figurile 4.104 - 4.112 au respectat aceeași convenție a culorilor în reprezentarea seriilor dinamice inițiale și ale celor filtrate. Mai mult, a fost păstrată și scara pentru graficul aceleiași puteri, pentru a observa mai bine modalitatea în care semnalul abandonează zgomotul și își atenuază amplitudinile ca urmare a filtrării.

Analizând graficele din figurile 4.101 - 4.112 se pot trage câteva concluzii utile. Astfel, se poate observa că aplicarea primei filtrări conduce la o atenuare substanțială a semnalului seriei dinamice experimentale. Se poate afirma că, prin dispariția primei benzi de frecvență, a fost înlăturată principala sursă de zgomot. De altminteri, conform analizei Fourier, se poate observa că pe această bandă de frecvențe se disipă multă energie.

Prin aplicarea filtrelor doi și trei, pentru eliminarea benzilor de frecvențe care trebuie interzise, determinate la analiza Fourier, practic se poate observa că nu apare aproape nici o atenuare a semnalului de după prima

dar la o scară mare a graficului. Diferențele sunt însă neglijabile. Explicația constă în structura benzilor de frecvență pe care se disipă energie multă în seria dinamică experimentală. Așa cum s-a afirmat anterior, benzile doi și trei nu reprezintă altceva decât multipli întregi ai benzii unu pe care se produce disipare importantă de energie. Prin urmare a acesteia este, astfel ales procedează și la filtrarea armonicilor. Deși nu mai sunt redată în lucrare, a fost aplicată secvența filtrării triple și la alte serii dinamice experimentale înregistrate în cadrul altor probe; rezultatele au fost aceleași,

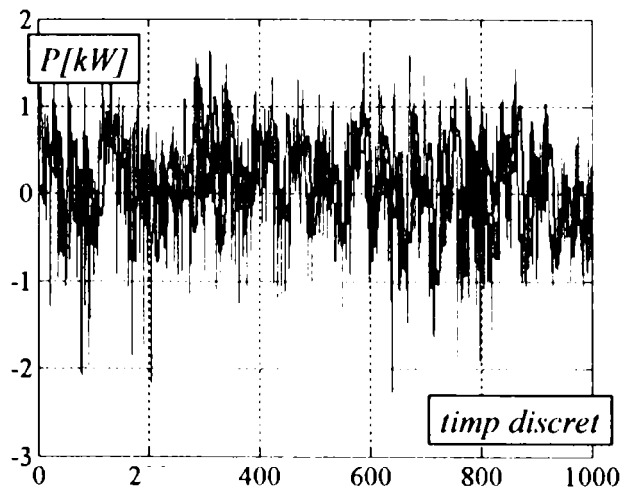


Fig. 4.110 Puterea parazită

(proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 3,5 - 4,0 Hz; eroare=5,88%)

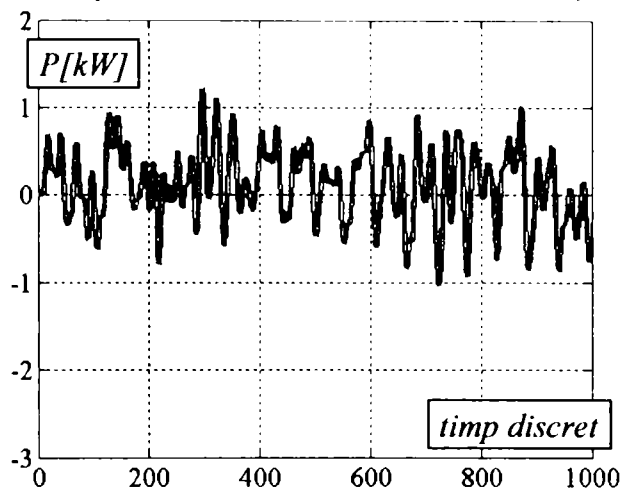


Fig. 4.111 Puterea parazită

(proba 06, filtru Butterworth ord. 6, stop-bandă 7,5...7,7 Hz; eroare=1,45%)

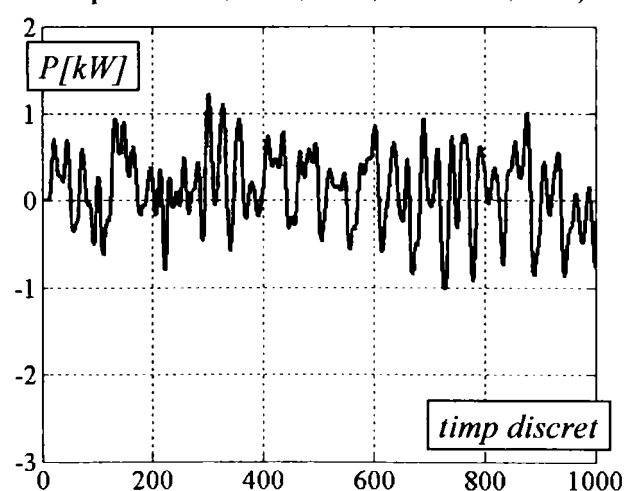


Fig. 4.112 Puterea parazită

(proba 06, filtru Butterworth ord. 8, stop-bandă 14,5 - 14,7 Hz; eroare=0,63%)

constatându-se eliminarea armonicilor superioare încă de la prima treaptă de filtrare. În concluzie, o dată aplicată filtrarea armonicilor fundamentale, nu mai

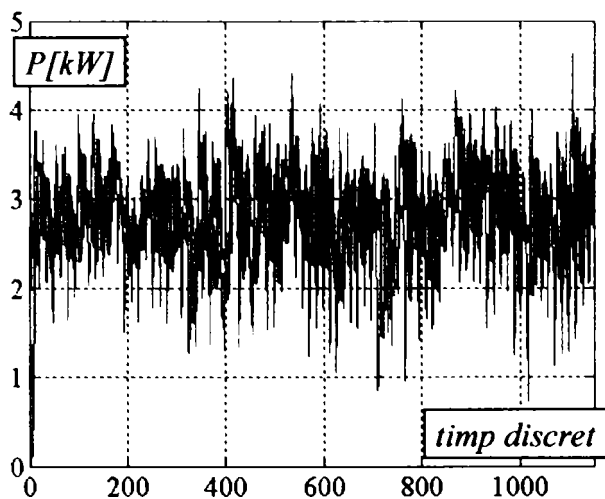


Fig. 4.113 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 08)
 — exp. — filtrat

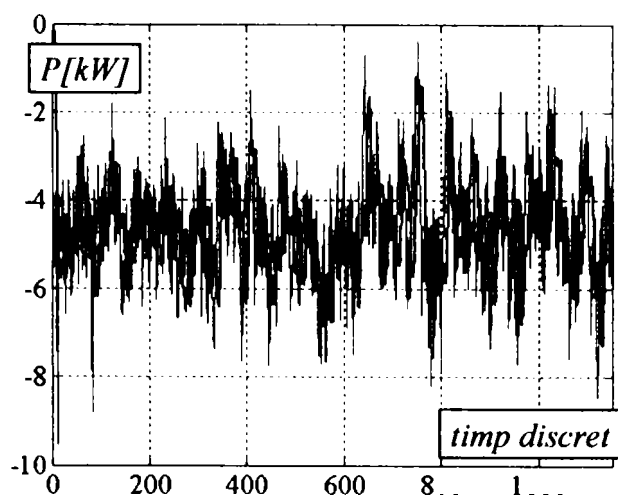


Fig. 4.114 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din față (proba 08)
 — exp. — filtrat

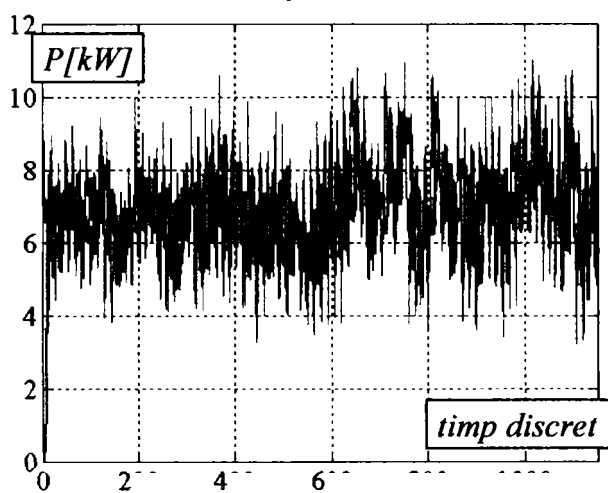


Fig. 4.115 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din spate (proba 08)
 — exp. — filtrat

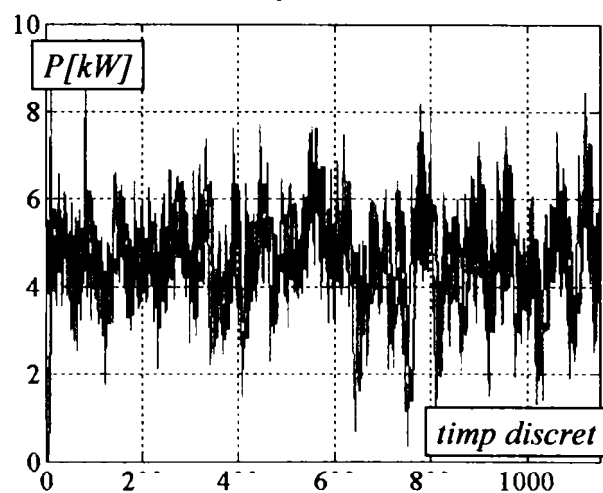


Fig. 4.116 Puterea parazită (proba 08)
 — exp. — filtrat

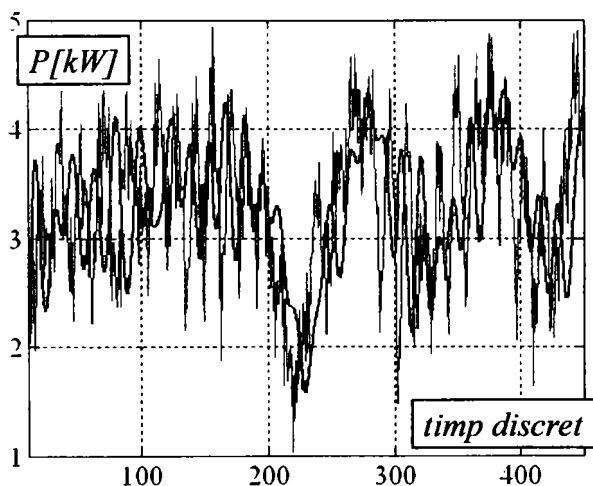


Fig. 4.117 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 10)
 — exp. — filtrat

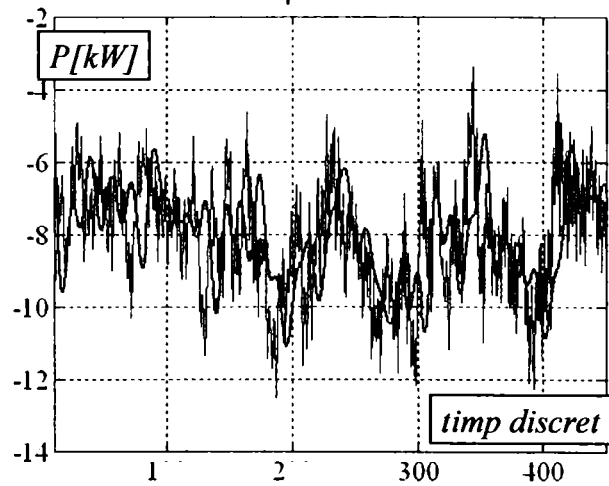


Fig. 4.118 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din față (proba 10)
 — exp. — filtrat

sunt necesare și filtrări ale armonicilor de ordin superior întreg ale oscilației în discuție, ele fiind eliminate de către structura filtrului.

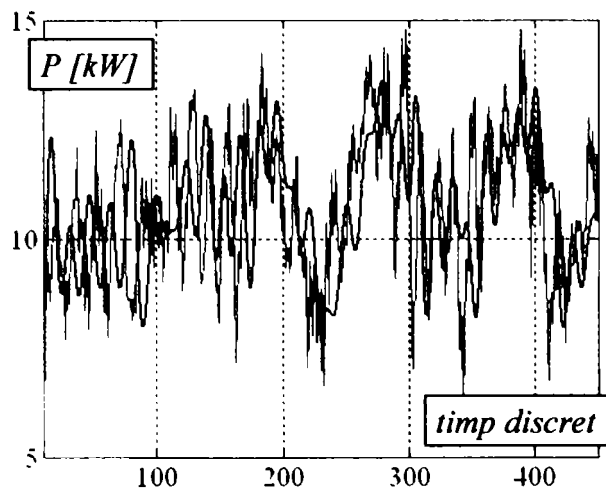


Fig. 4.119 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea din spate (proba 10)
 — exp. — filtrat

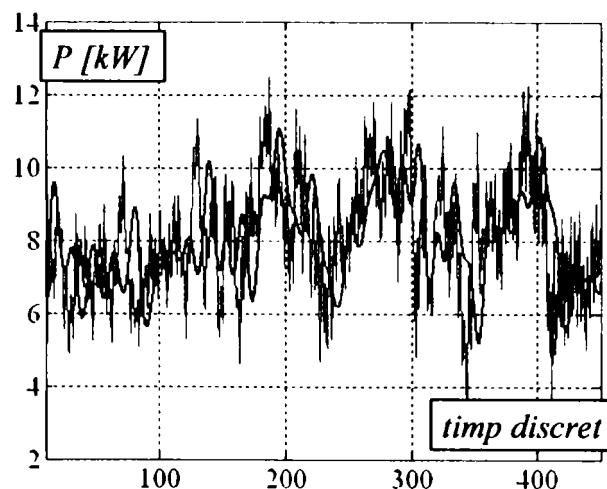


Fig. 4.120 Puterea parazită (proba 10)
 — exp. — filtrat

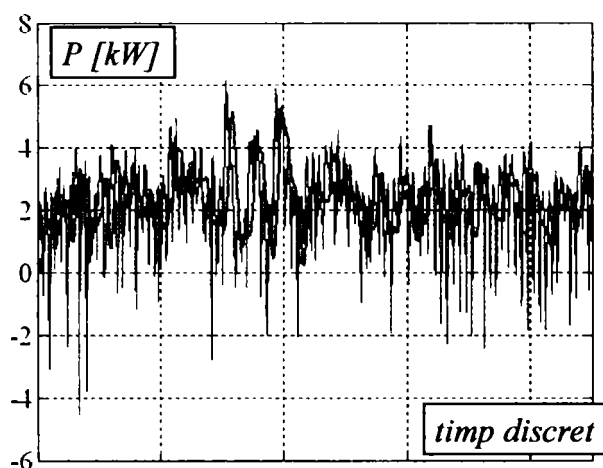


Fig. 4.121 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 16)
 — exp. — filtrat

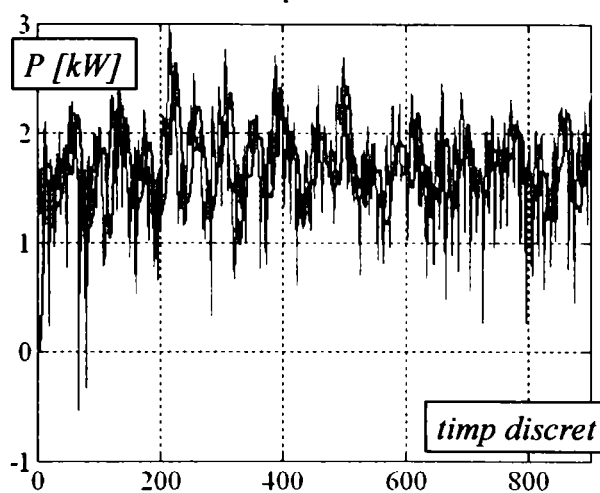


Fig. 4.122 Puterea pe arborele planetar dreapta (proba 16)
 — exp. — filtrat

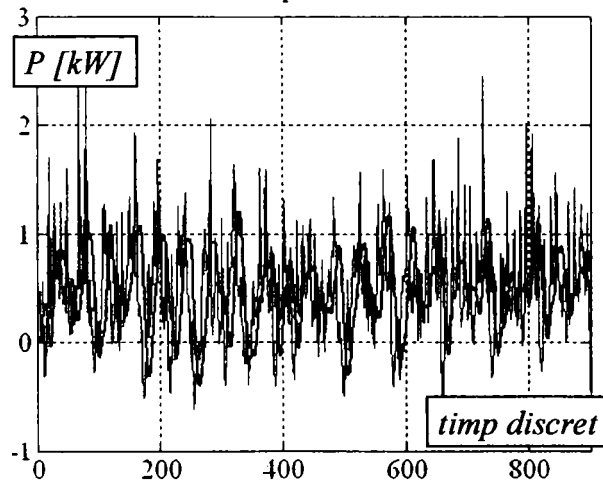


Fig. 4.123 Puterea pe arborele planetar stânga (proba 16)
 — exp. — filtrat

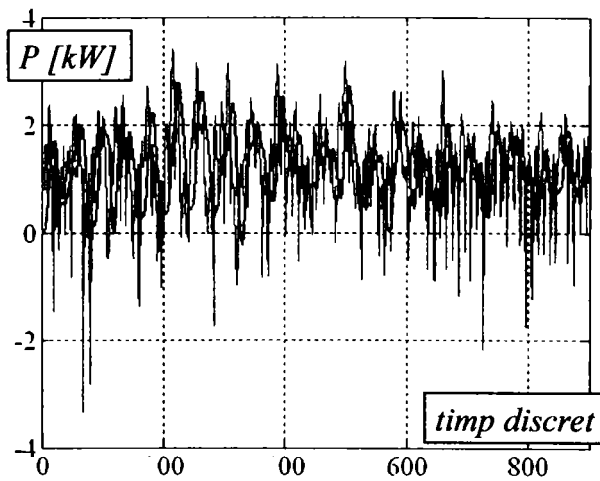


Fig. 4.124 Puterea parazită (proba 16)
 — exp. — filtrat

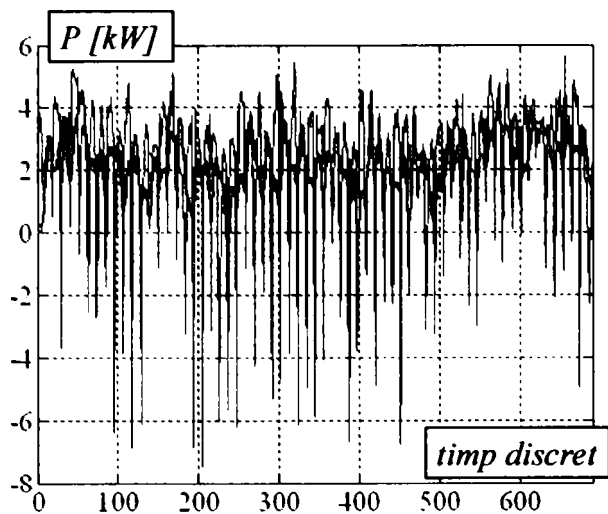


Fig. 4.125 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 18)
 — exp. — filtrat

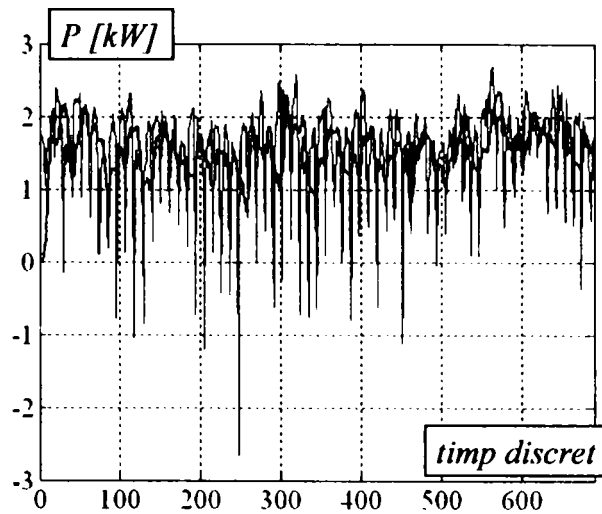


Fig. 4.126 Puterea pe arborele planetar dreapta (proba 18)
 — exp. — filtrat

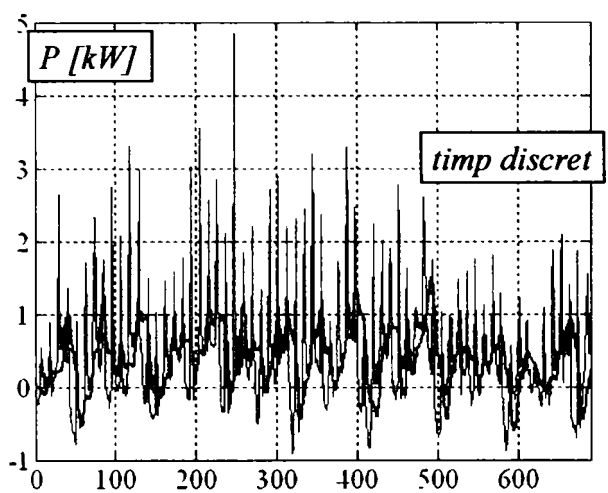


Fig. 4.127 Puterea pe arborele planetar stânga (proba 18)
 — exp. — filtrat

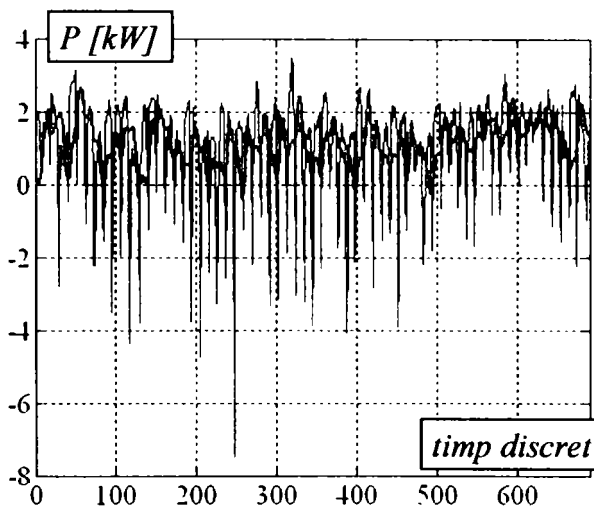


Fig. 4.128 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 18)
 — exp. — filtrat

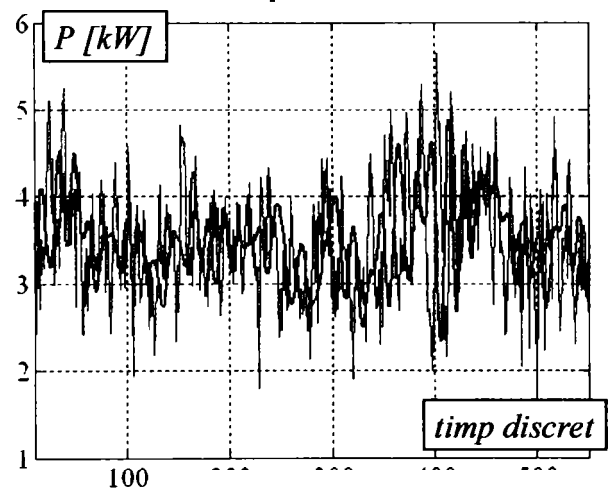


Fig. 4.129 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 25)
 — exp. — filtrat

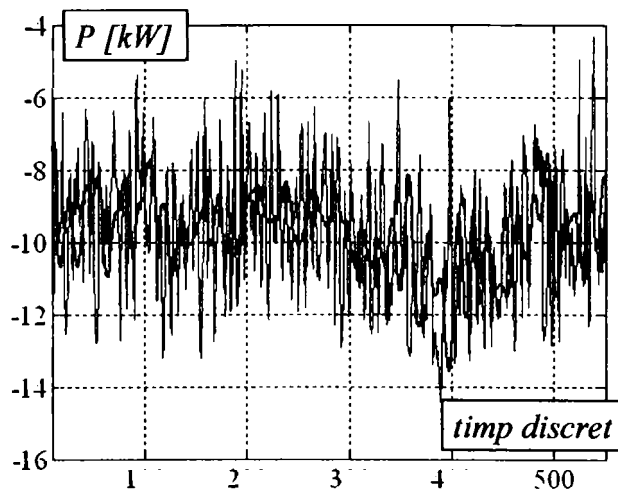


Fig. 4.130 Puterea pe arborele planetar dreapta (proba 25)
 — exp. — filtrat

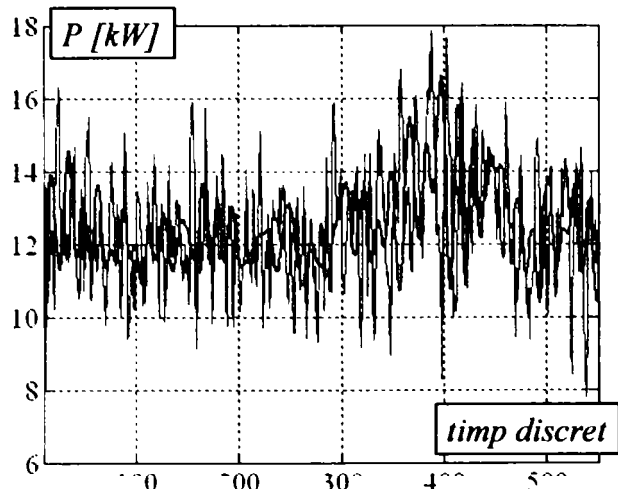


Fig. 4.131 Puterea pe arborele planetar stânga (proba 25)
 — exp. — filtrat

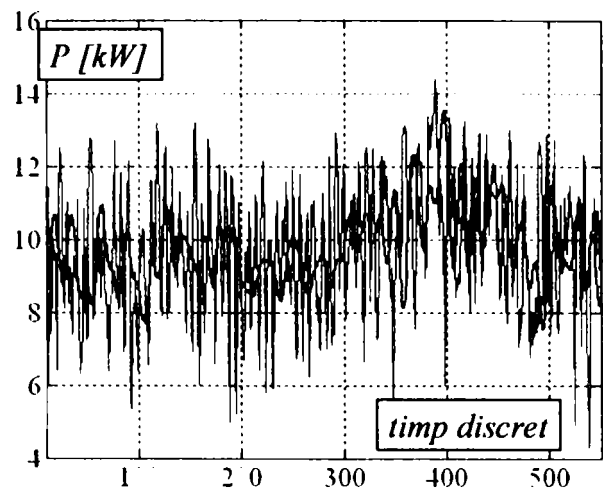


Fig. 4.132 Puterea parazită (proba 25)
 — exp. — filtrat

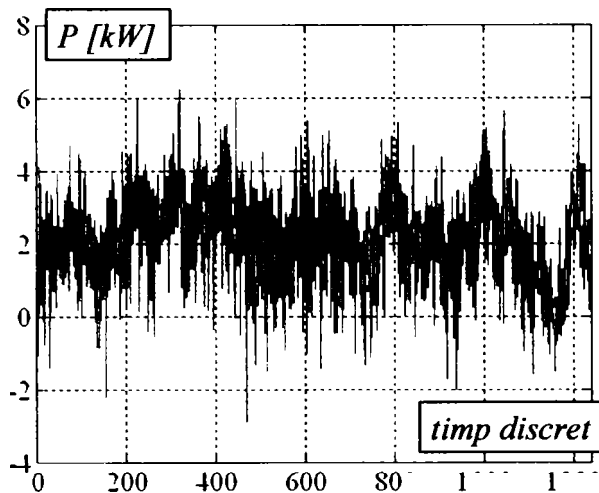


Fig. 4.133 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitor (proba 34)
 — exp. — filtrat

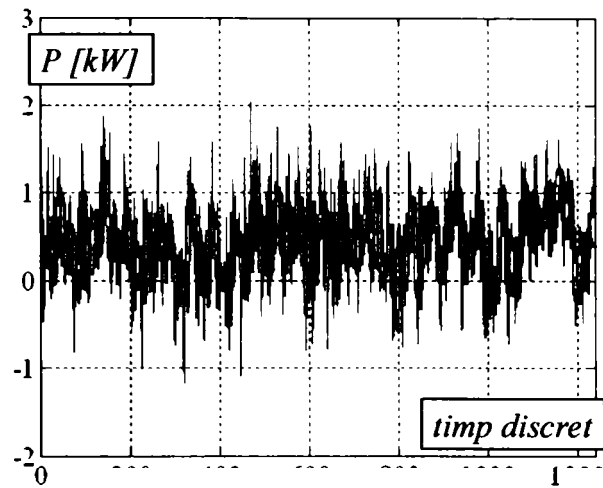


Fig. 4.134 Puterea pe arborele planetar dreapta (proba 34)
 — exp. — filtrat

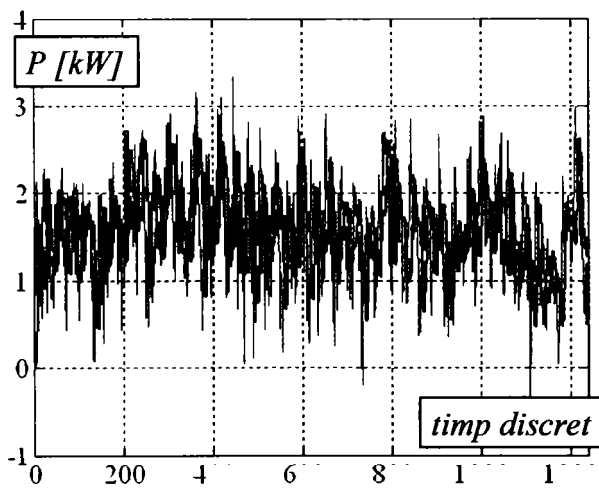


Fig. 4.135 Puterea pe arborele planetar stânga (proba 34)
 — exp. — filtrat

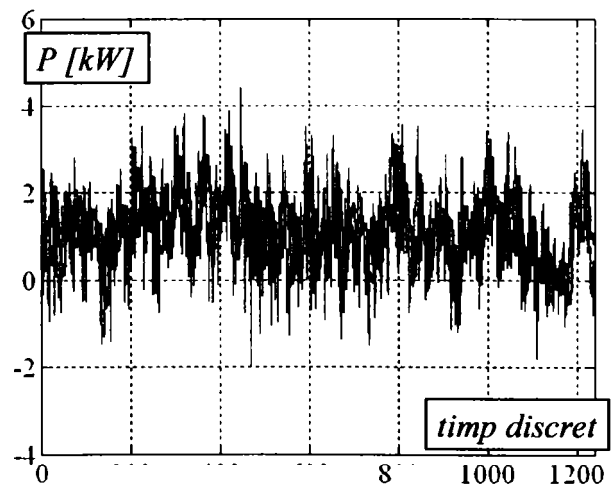


Fig. 4.136 Puterea parazită (proba 34)
 — exp. — filtrat

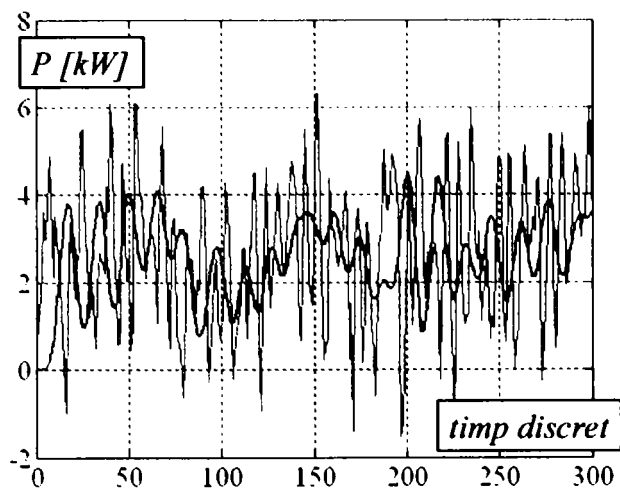


Fig. 4.137 Puterea pe arborele de intrare în reductorul-distribuitoar (proba 35)
 — exp. — filtrat

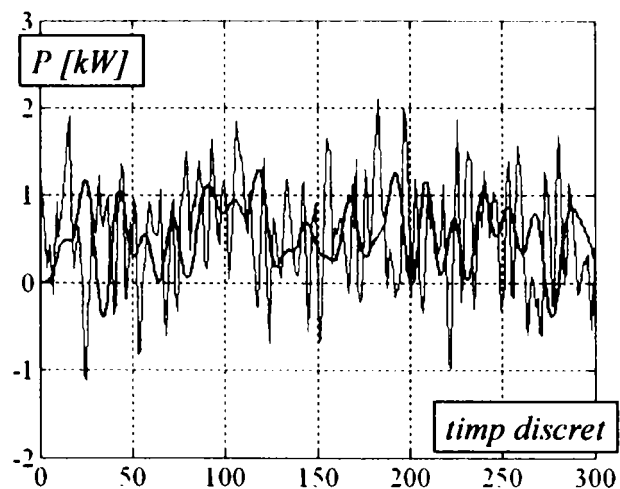


Fig. 4.138 Puterea pe arborele planetar dreapta (proba 35)
 — exp. — filtrat

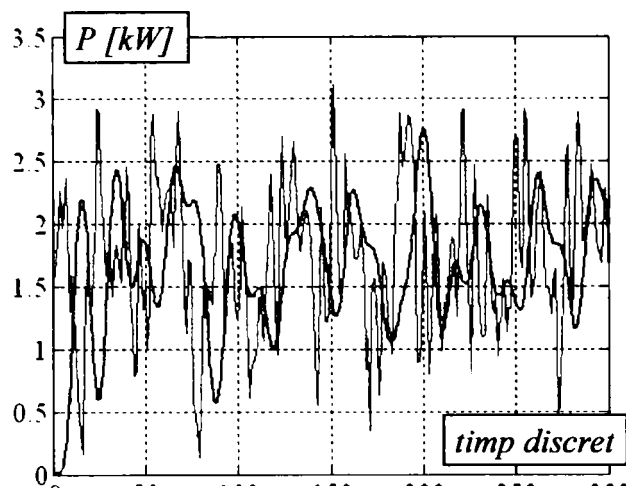


Fig. 4.139 Puterea pe arborele planetar stânga (proba 35)
 — exp. — filtrat

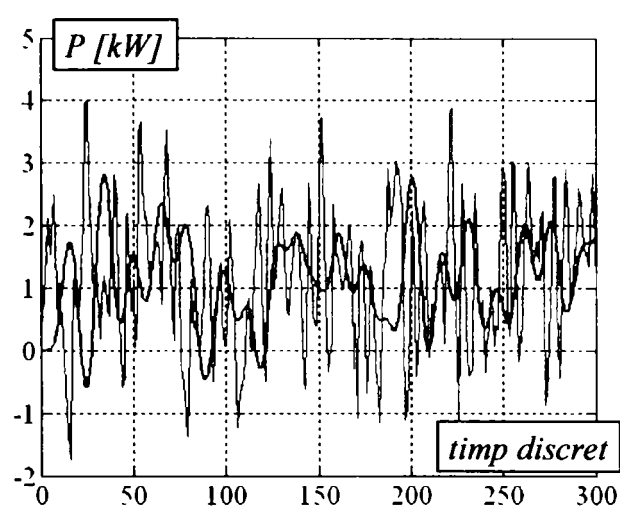


Fig. 4.140 Puterea parazită (proba 35)
 — exp. — filtrat

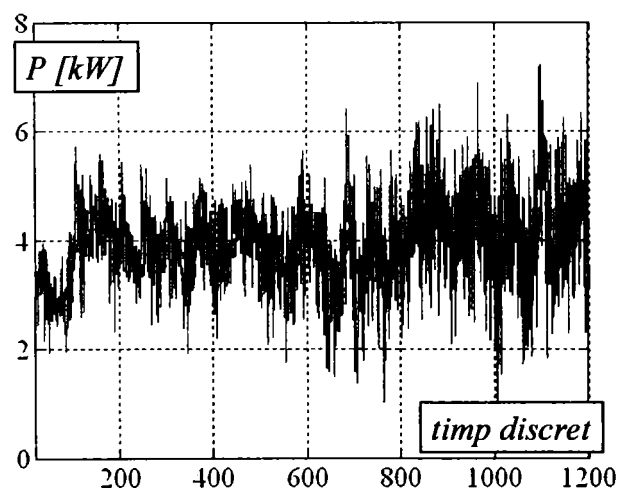


Fig. 4.141 Puterea pe arborele de intrare în puntea spate (proba 62)
 — exp. — filtrat

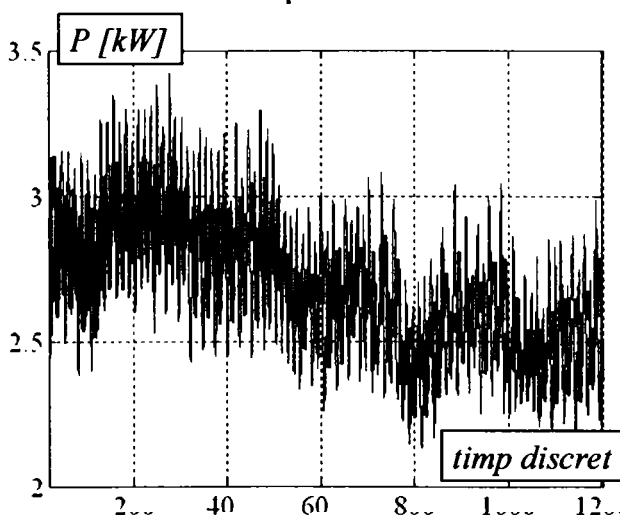


Fig. 4.142 Puterea pe arborele planetar dreapta (proba 62)
 — exp. — filtrat

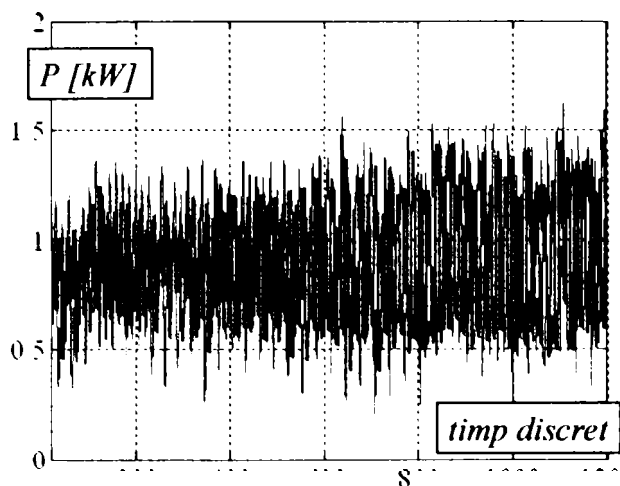


Fig. 4.143 Puterea pe arborele planetar stânga (proba 62)
 — exp. — filtrat

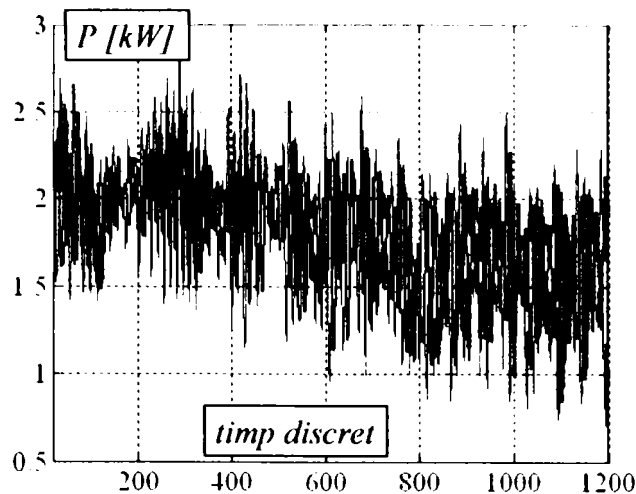


Fig. 4.144 Puterea parazită (proba 62)
 — exp. — filtrat

Valorile puterilor obținute în urma aplicării filtrelor menționate vor fi utilizate în continuare, având certitudinea (cu erorile de filtrare calculate la fiecare operațiune), că reprezintă semnalul real, neafectat de zgomote.

Trebuie menționat că, în cadrul măsurătorilor nu se determină în mod direct puterea, ci momentul și viteza unghiulară. Totuși, pe baza analizei de corelație efectuate la analiza în timp a semnalelor, datorită corelării foarte bune a semnalelor, se poate spune că atât momentul cât și viteza unghiulară vor prezenta aceleași caracteristici ale zgomotului. Prin urmare s-a procedat la obținerea semnalului puterii prin calcul, ulterior fiind aplicate filtrele corespunzătoare acestei serii dinamice (seriile de puteri determinate prin calcul).

În ceea ce privește eroarea de filtrare, se poate observa că ea nu depășește 6%, valoare care a fost considerată acceptabilă. Se observă, de asemenea că, cu cât semnalul inițial a fost mai "neted", cu atât erorile de filtrare au fost mai reduse.

Pentru a putea constata îmbunătățirile aduse de aplicarea filtrărilor în cazul semnalelor reprezentând puterile tratate anterior, se va proceda la compararea, cu ajutorul funcției de coerență, a coerenței semnalelor înainte și după filtrare.

Spre exemplu, în fig. 4.145 se prezintă funcția de coerență între puterea de intrare în reductorul-distribuitor și puterea de ieșire spre puntea față, în cazul probei 06. În figurile următoare se aplică aceeași procedură pentru câteva semnale, ele reprezentând funcțiile de coerență a diferite serii dinamice, aparținând câtorva probe. Valoarea unitară a funcției de coerență pentru fiecare frecvență reprezintă o coerență totală, pe când valoarea nulă arată o lipsă totală de coerență. Cu cât coerența pe o frecvență este mai redusă, cu atât seriile dinamice procesate prezintă neliniarități mutuale mai accentuate.

Prin aplicarea filtrărilor, neliniaritățile mutuale se reduc ca urmare a reducerii zgomotelor și funcția de coerență, a cărei valoare medie γ_m este dată

pe grafic în cazurile analizate, se apropie de valoarea unitară. Valoarea funcției de coerență, reprezintă pătratul coeficientului de corelație pe fiecare frecvență.

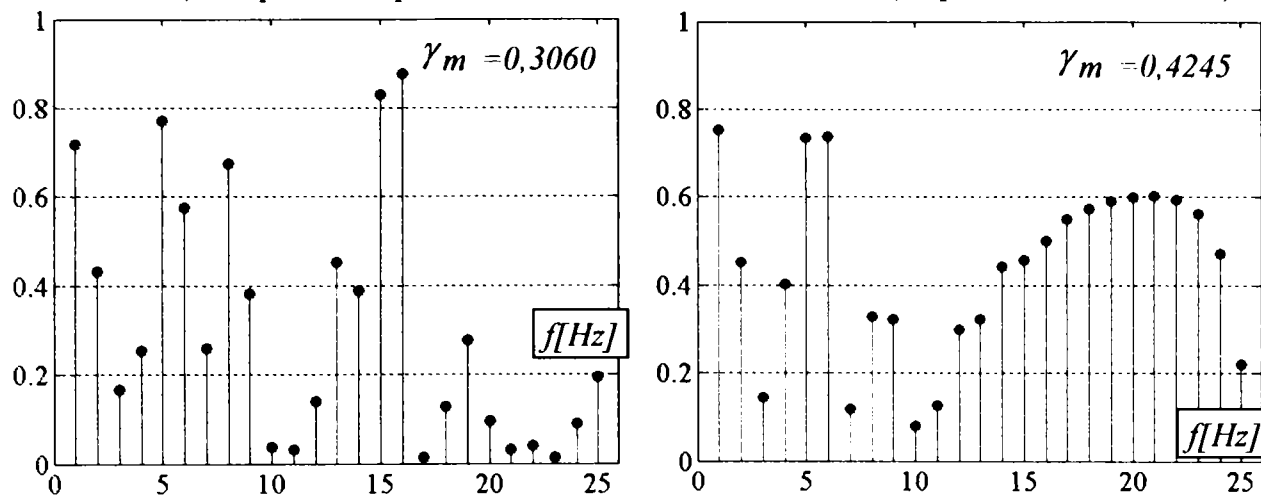


Fig. 4.145 Funcția de coerență dintre puterea de intrare în reductorul-distribuitor și puterea de ieșire spre puntea față (proba 06)

— exp. — filtrat

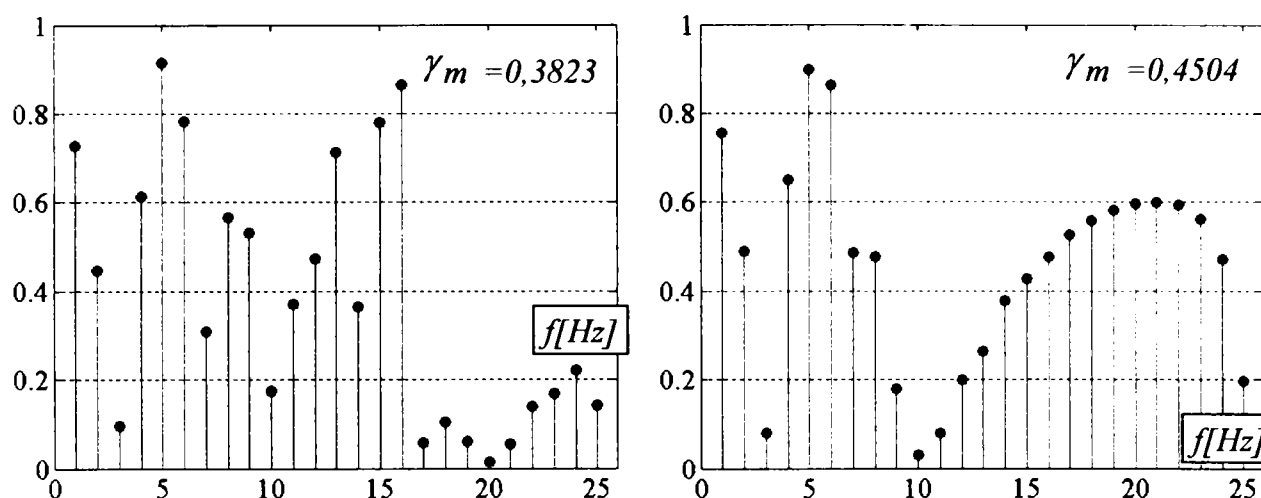


Fig. 4.146 Funcția de coerență dintre puterea de intrare în reductorul-distribuitor și puterea de ieșire spre puntea spate (proba 06)

— exp. — filtrat

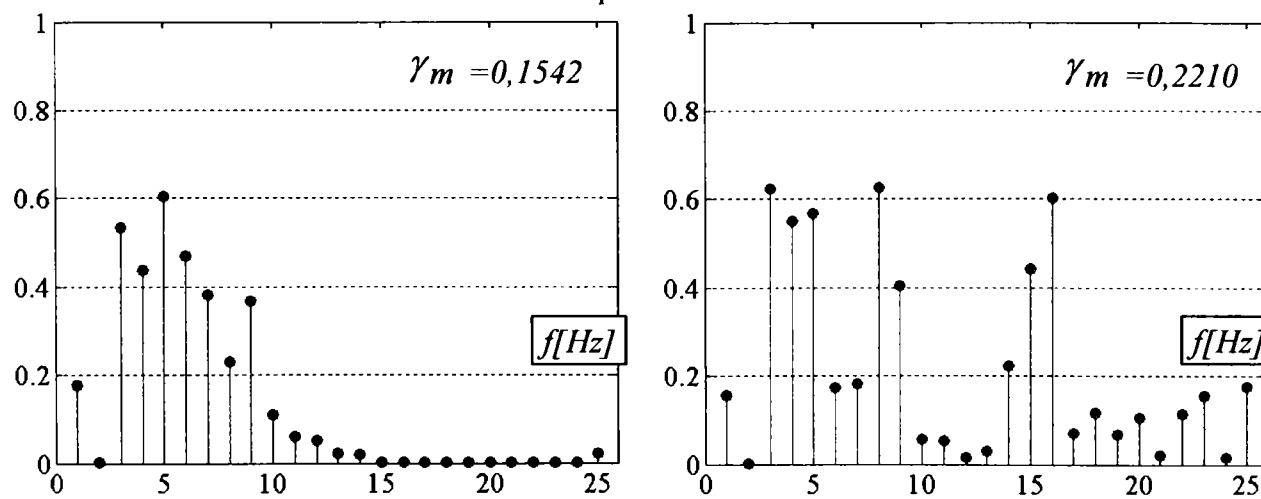


Fig. 4.147 Funcția de coerență dintre puterea de intrare în reductorul-distribuitor și puterea parazită (proba 06)

— exp. — filtrat

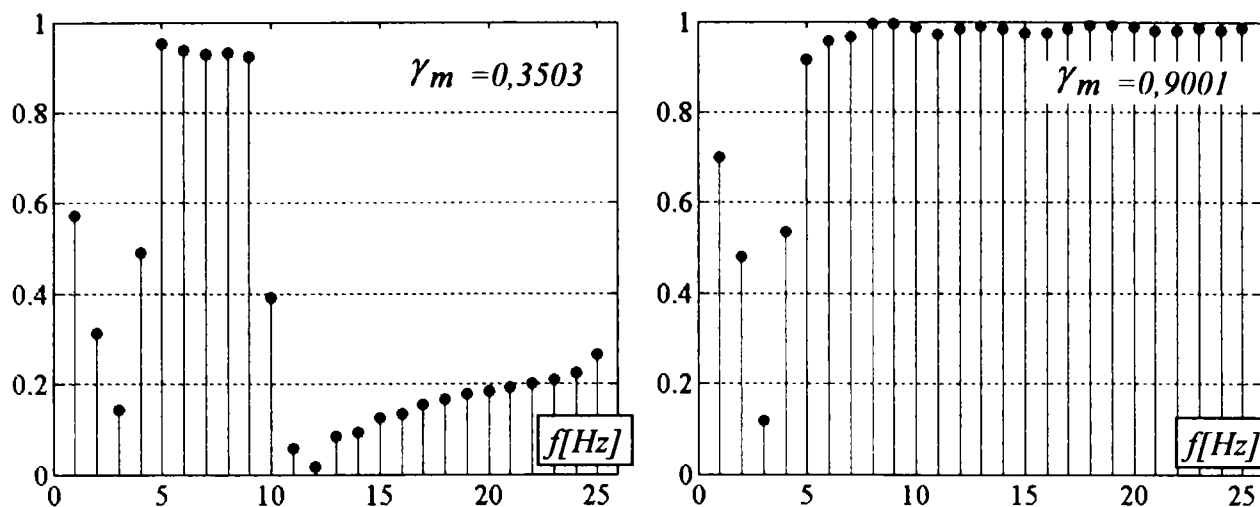


Fig. 4.148 Funcția de coerență dintre puterea de intrare în puntea spate și puterea de pe arborele planetar dreapta (proba 34)

— exp. — filtrat

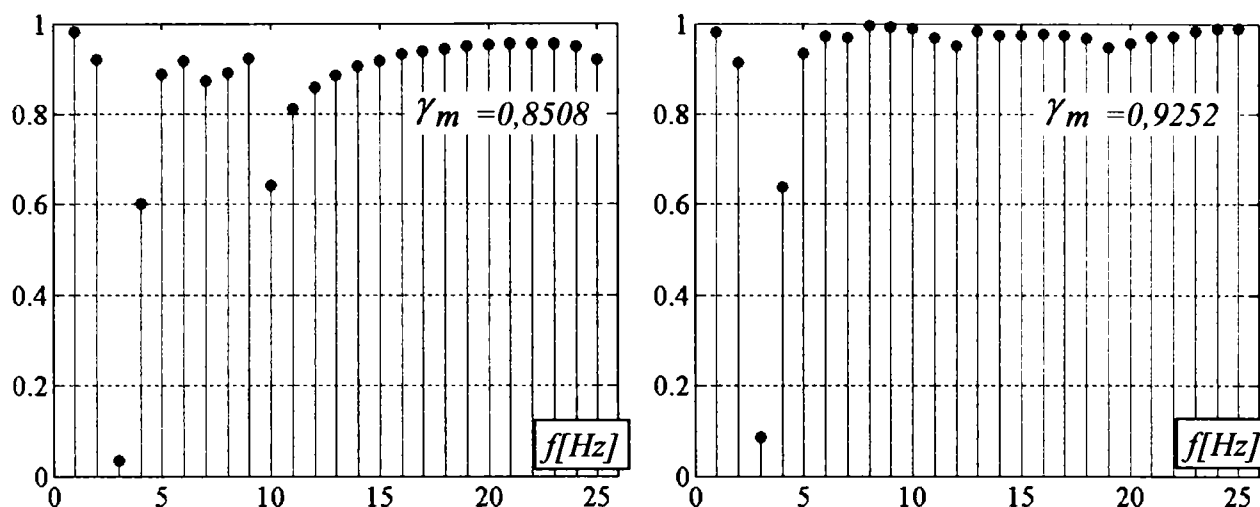


Fig. 4.149 Funcția de coerență dintre puterea de intrare în puntea spate și puterea pe arborele planetar stânga (proba 34)

— exp. — filtrat

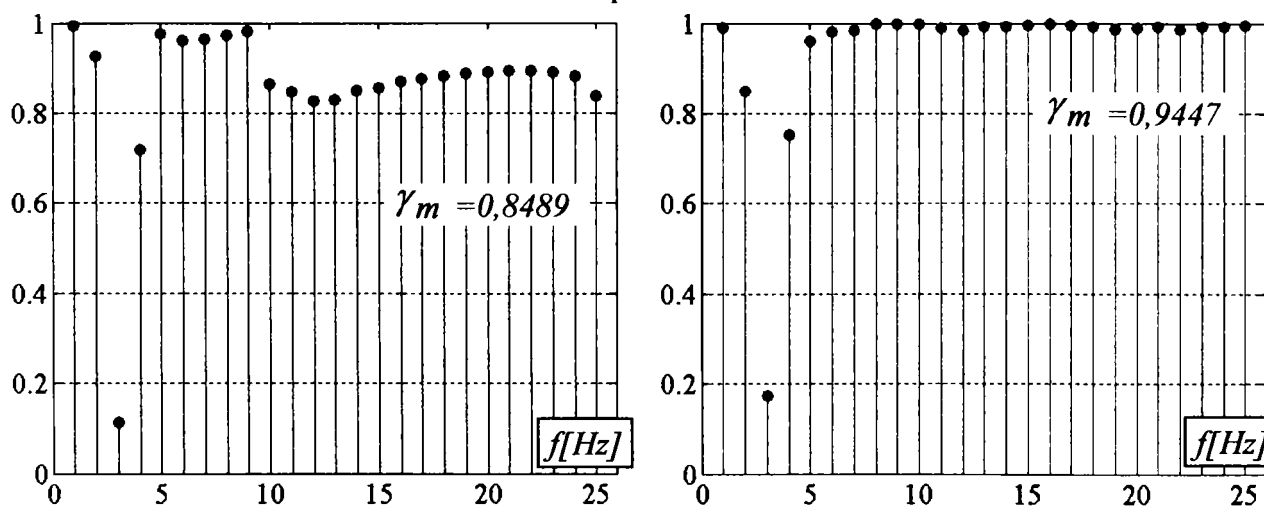


Fig. 4.150 Funcția de coerență dintre puterea de intrare puntea spate și puterea parazită (proba 34)

— exp. — filtrat

Se poate observa din graficele prezentate în fig. 4.145 - 4.147 că, în cazul circulației de putere în planul longitudinal al autovehiculului, funcția de coerență are valori mai scăzute. Acest lucru se datorează diferențialului longitudinal, în funcționare blocată, care are un caracter rigid și care transmite toate neliniaritățile semnalelor de la un arbore la altul. În același timp, conform figurilor 4.148 - 4.150, în planul transversal, diferențialul cu frecare mărită funcționează ca un amortizor și, după înlăturarea vârfurilor energetice de pe frecvențele filtrate, permite o coerență ridicată a semnalelor de intrare și ieșire din el.

În fine, pentru a evidenția și mai bine caracterul puternic nelinier al seriei dinamice experimentale, se va trasa graficul dependenței puterii de ieșire spre puntea față în funcție de puterea de intrare în reductorul-distribuitor (fig. 4.151). Dreapta trasată cu roșu ar coincide cu distribuția valorilor celor două puteri dacă între acestea ar exista o corelație totală. Se poate observa o împrăștiere importantă a punctelor reprezentând valorile experimentale în raport cu această dreaptă, și de asemenea, se poate observa că între cele două serii dinamice există o corelație inversă (coeficientul de corelație este negativ, respectiv panta dreptei este inversă).

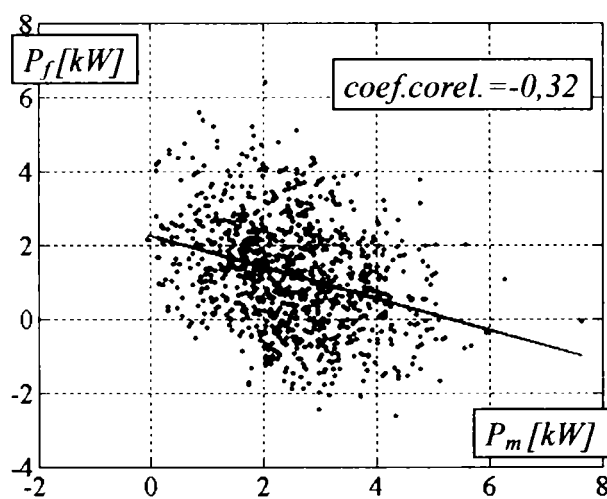


Fig. 4.151 Dependența puterii de ieșire spre puntea față în raport de puterea de intrare în reductorul-distribuitor (proba 06)

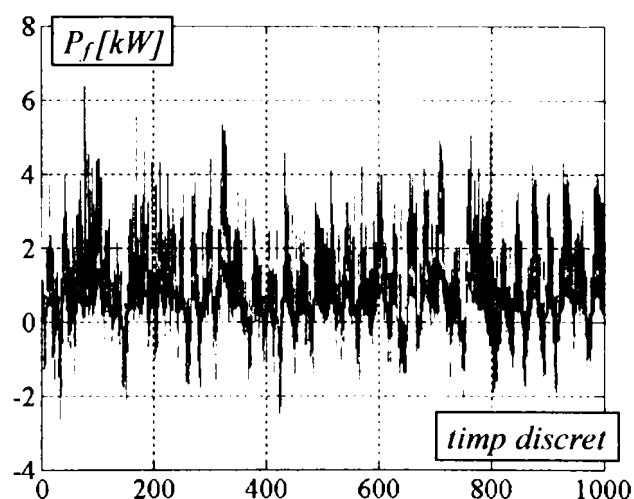


Fig. 4.152 Puterea pe arborele de ieșire spre puntea față (proba 06)
 — exp. — nelinier — util

Folosind funcția de coerență, pentru aceeași probă, în graficul din fig. 4.152 s-a procedat la separarea părții liniare (semnalul util) de componenta

neliniară, conform sistemului
$$\begin{cases} \frac{S}{Z} = \frac{\gamma^2}{1 - \gamma^2} \\ S + Z = x \end{cases}$$
, din care se extrag S și Z . În sistem,

S este componenta liniară (semnal util), Z este ce neliniară (tratată ca zgomot), γ^2 este funcția de coerență, trecută din domeniul frecvenței în cel al timpului cu ajutorul inversei transformatei Fourier, iar x este seria dinamică [25].

4.2.3 Analiza polispectrală

Analiza monospectrală efectuată cu ajutorul transformatei Fourier are ca ipoteză de bază liniaritatea sistemului studiat. Astfel, transformata Fourier alocă întregul spectru de frecvențe părții liniare, practic îl liniarizează. Neliniaritățile, de orice natură, sunt astfel neglijate. Cum sistemele tehnice sunt neliniare, iar separarea componentei liniare de cea neliniară este imposibilă cu ajutorul analizei monospectrale, se apelează la analiza polispectrală.

Analiza polispectrală utilizează momente statistice de ordin superior. Acestea se bazează pe generalizarea autocorelației seriilor dinamice, prin utilizarea cumulanzilor, care nu sunt altceva decât combinații neliniare ale acestor momente, [87].

Literatura de specialitate definește:

- cumulanzul de ordinul I,

$$C_{1x} = M\{x(n)\}, \quad (4.26)$$

care reprezintă media seriei dinamice în timp discret; în relația anterioară și în următoarele, $M\{\cdot\}$ va fi interpretat ca operatorul de mediere statistică;

- cumulanzul de ordinul II,

$$C_{2x}(k) = M\{x^*(n)x(n+k)\}, \quad (4.27)$$

care este funcția de autocorelație utilizată în analiza monospectrală cu transformate Fourier; seria $x^*(n)$ este seria complex-conjugată a seriei dinamice $x(n)$;

- cumulanzul de ordinul III,

$$C_{3x}(k,r) = M\{x^*(n)x(n+k)x(n+r)\}, \quad (4.28)$$

reprezentând o extensie a funcției clasice de autocorelație.

- cumulanzul de ordinul IV,

$$C_{4x}(k,r,m) = M\{x^*(n)x(n+k)x(n+r)x(n+m)\}. \quad (4.29)$$

Similar, se pot calcula și alți cumulanți, de ordin superior.

În funcție de ordinul cumulanzului utilizat, analizele spectrale ce se pot aplica au formele:

- analiza monospectrală folosește cumulanzul de ordinul II (funcția de autocorelație (4.27)) și conduce la obținerea monospectrului seriei dinamice în timp discret $x(n)$, adică densitatea spectrală de putere:

$$S_{2x}(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_{2x}(k)e^{-2\pi j f k}; \quad (4.30)$$

- analiza bispectrală folosește cumulantul de ordinul III (definit de (4.25)) și conduce la obținerea bispectrului seriei discrete $x(n)$:

$$S_{3x}(f_1, f_2) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} C_{3x}(k, r) e^{-2\pi j f_1 k} e^{-2\pi j f_2 r}. \quad (4.31)$$

Similar se procedează și pentru analiza trispectrală și cele de ordin superior. Câteva observații sunt binevenite:

- ordinul j al polispectrului este dat de numărul argumentelor de tip frecvențe, f ; de exemplu, trispectrul are trei argumente, f_1, f_2, f_3 .
- ordinul j al polispectrului este dat de ordinul $j+1$ al cumulantului; de exemplu, cu ajutorul cumulantului de ordinul 3 se calculează bispectrul;
- dacă seria dinamică este continuă, în locul sumelor se vor utiliza integralele corespunzătoare, dar se vor obține tot polispectrele seriei dinamice, acum continue, $x(t)$;
- analiza bispectrală se utilizează pentru separarea părții liniare de cea neliniară dintr-o serie dinamică experimentală;
- analiza trispectrală se utilizează pentru separarea zgomotului de semnalul util dintr-o serie dinamică experimentală, [25, 87].

Pentru cele mai multe aplicații în domeniul mecanic, analiza bispectrală

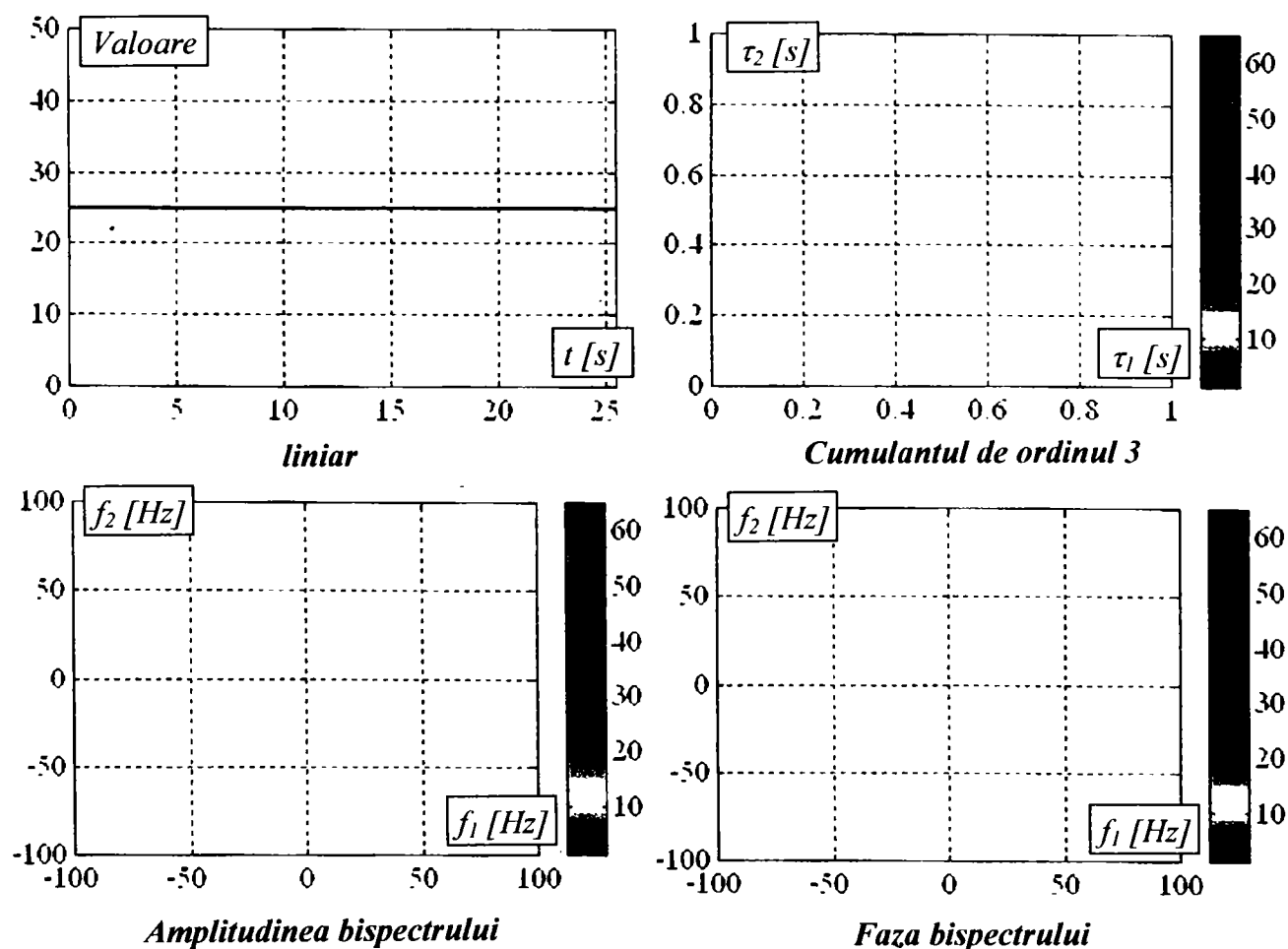


Fig. 4.153 Analiza bispectrală a unui semnal fără neliniarități

rezolvă marea majoritate a problemelor de prelucrare a semnalelor obținute în cadrul experimentărilor, prin urmare ea va fi utilizată și în cadrul acestei lucrări. Așa cum s-a arătat, analiza trispectrală permite separarea zgomotelor de semnalul util, dar acest lucru a fost deja realizat prin filtrările aplicate la analiza monospectrală, acceptând că este cunoscută sursa acestora și că benzile înlăturate în care acestea se manifestă au fost alese suficient de largi pentru a elimina frecvențele inutile, și în același timp suficient de înguste pentru a nu afecta semnalul util.

Pentru a stabili dacă un semnal are componente neliniare sau nu, se utilizează cumulantul de ordinul III, așa cum este el definit în (4.31), pentru ecuații scrise cu diferențe finite. În cazul în care din structura seriei dinamice experimentale lipsesc componentele neliniare, atunci cumulantul de ordinul III va fi nul. Prin urmare, atât amplitudinea cât și faza acestui cumulante vor fi nule.

Cel mai bine, acest lucru se poate observa în graficele ce redau cumulantul, amplitudinea și faza acestuia (fig. 4.153). Se poate observa că graficul cumulantei de ordinul III, al amplitudinii și al fazei bispectrului, nu conțin nimic (sunt câmpuri vide).

Dacă însă seria dinamică are în componență și neliniarități, câmpurile graficelor cumulantei, amplitudinii și fazei bispectrului nu mai sunt vide (fig. 4.146).

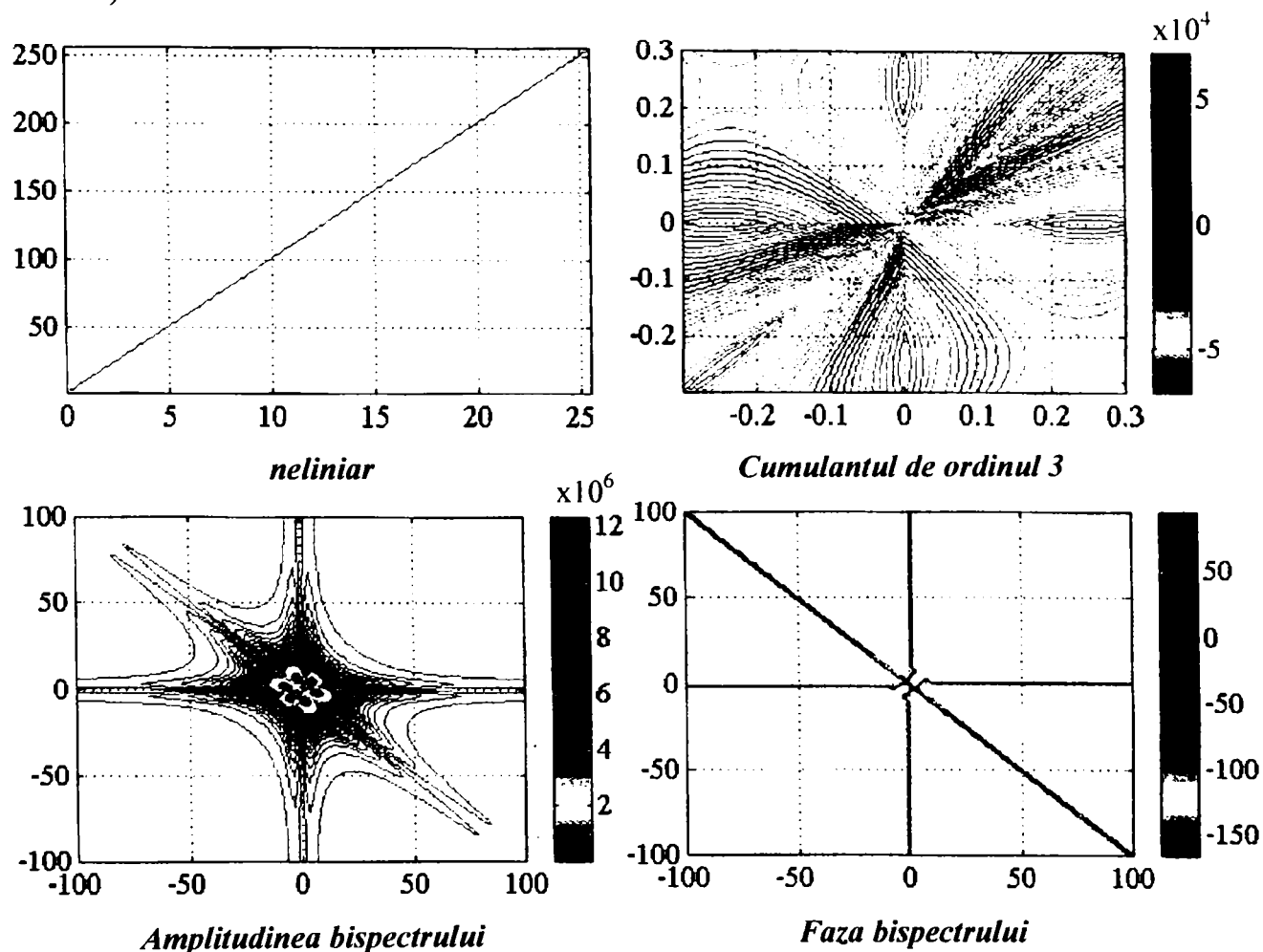


Fig. 4.154 Analiza bispectrală a unui semnal cu neliniarități

În figurile următoare vor fi analizate, comparativ, bispectrele seriilor dinamice ale puterilor corespunzătoare probelor efectuate pentru care a fost realizată filtrarea semnalului¹⁶.

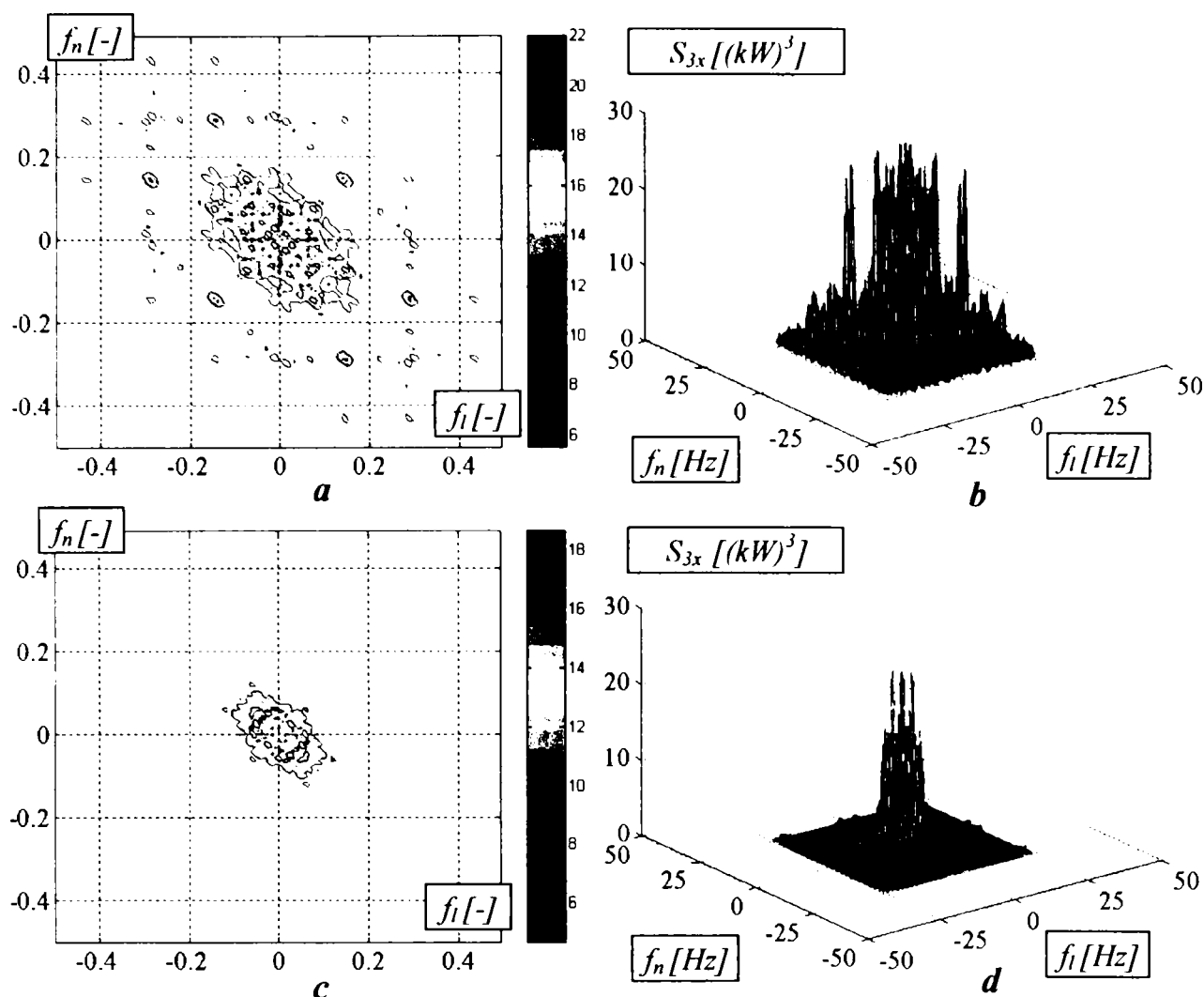


Fig. 4.155 Bispectrul semnalului puterii de intrare în reductorul-distribuitor (proba 06)

Spre exemplu, în fig. 4.155, în partea de sus, se poate remarca bispectrul semnalului puterii de intrare în reductorul-distribuitor, în stare nefiltrată. Se poate observa existența unei puternice componente neliniare, atât în reprezentarea plană cât și în cea spațială. După aplicarea filtrării, prin înlăturarea frecvențelor menționate, se poate observa în partea inferioară a figurii că seria dinamică a fost mult liniarizată. Prin urmare, opțiunea utilizării filtrului stop-bandă a fost bună, iar semnalul filtrat conține mult mai puțin zgomot decât cel inițial. Mai mult, alegerea benzii destinată filtrării a fost, de asemenea, corespunzătoare, cunoscând dezechilibrul arborilor instrumentați.

¹⁶ Se vor prezenta, comparativ, bispectrele semnalului nefiltrat (poz. *a* și *b* ale fiecărei fig.) și filtrat (poz. *c* și *d* ale fiecărei fig.). Reprezentările în plan (poz. *a* și *c* ale fiecărei fig.) au ca sistem de coordonate frecvențele normalizate, f_i pentru partea liniară și f_n pentru partea neliniară. Reprezentările în spațiu (poz. *b* și *d* ale fiecărei fig.) folosesc frecvențele în [Hz], iar cumulantul are ca unitate de măsură puterea a treia a mărimii originale. Convenția se respectă pentru fig. 4.155 - 4.174.

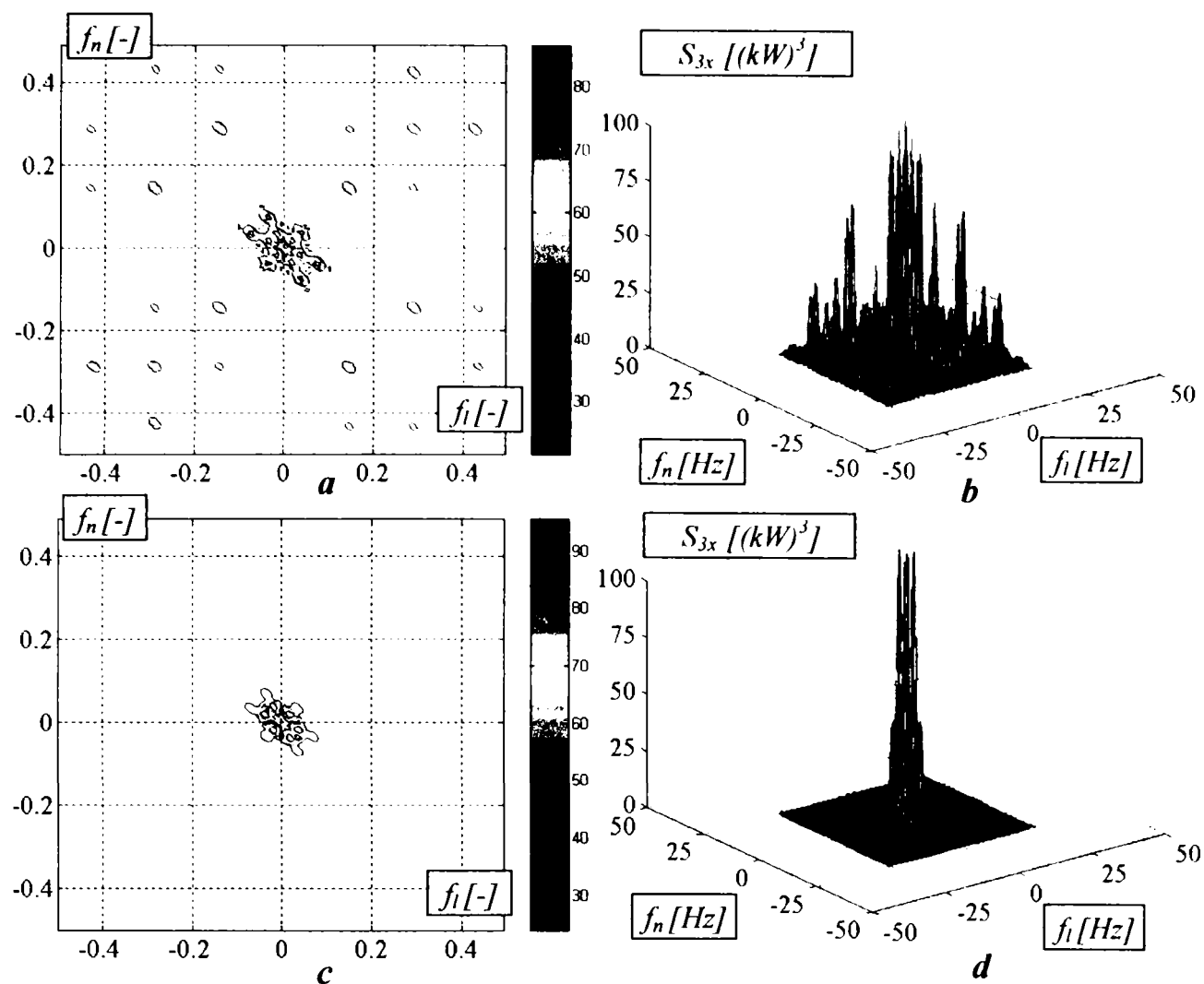


Fig. 4.156 Bispectrul semnalului puterii de ieșire spre puntea față (proba 06)

O remarcă importantă este legată de densitatea imaginii prezente în reprezentarea grafică plană a amplitudinii bispectrului. Cu cât imaginea este mai încărcată, cu atât este mai ridicat aportul energetic al componentei neliniare. Prin urmare, în cazul unei imagini plane încărcate și care prezintă valori ridicate ale componentelor frecvențelor (conform codului de culori stabilit de banda de amplitudine alăturată), componenta neliniară are aport important și nu poate fi neglijată. Acest caz este relevant, în figurile prezentate, mai ales în cazul seriilor dinamice nefiltrate. Prin aplicarea filtrului, câmpul bispectrului în reprezentare plană devine mult mai “gol”, prin urmare componenta neliniară își reduce substanțial aportul și uneori poate fi neglijată.

Același lucru se poate remarca și în reprezentarea spațială a bispectrului. Dacă vârfurile grupate în jurul valorii componente fundamentale au o împrăștiere mare, atunci componenta neliniară are o pondere ridicată. De asemenea, prin aplicarea filtrării, zgomotele se reduc considerabil, iar distribuția vârfurilor este mult mai strânsă în jurul componente fundamentale. Aceasta se poate observa în bispectrul semnalului analizat după aplicarea filtrului.

Un alt aspect legat de figurile prezentate se referă la gama de variație a frecvențelor de pe abscisă și ordonată. Atât reprezentarea plană cât și cea

spațială prezintă variațiile frecvențelor simetric față de origine, de la valoarea negativă a extremității spectrului analizat la valoarea pozitivă a acesteia. Acest lucru se datorează expresiei transformatei Fourier aplicate.

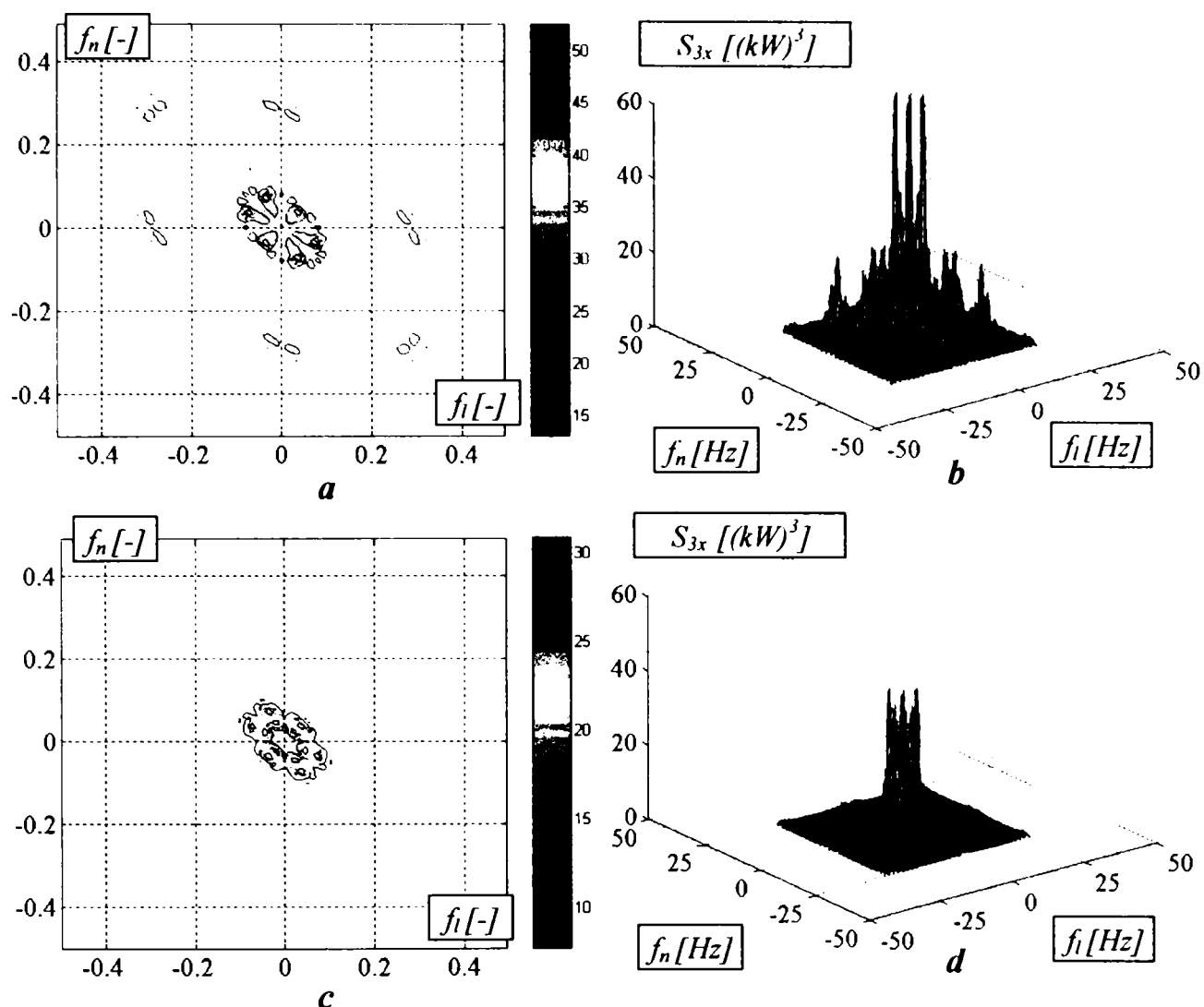
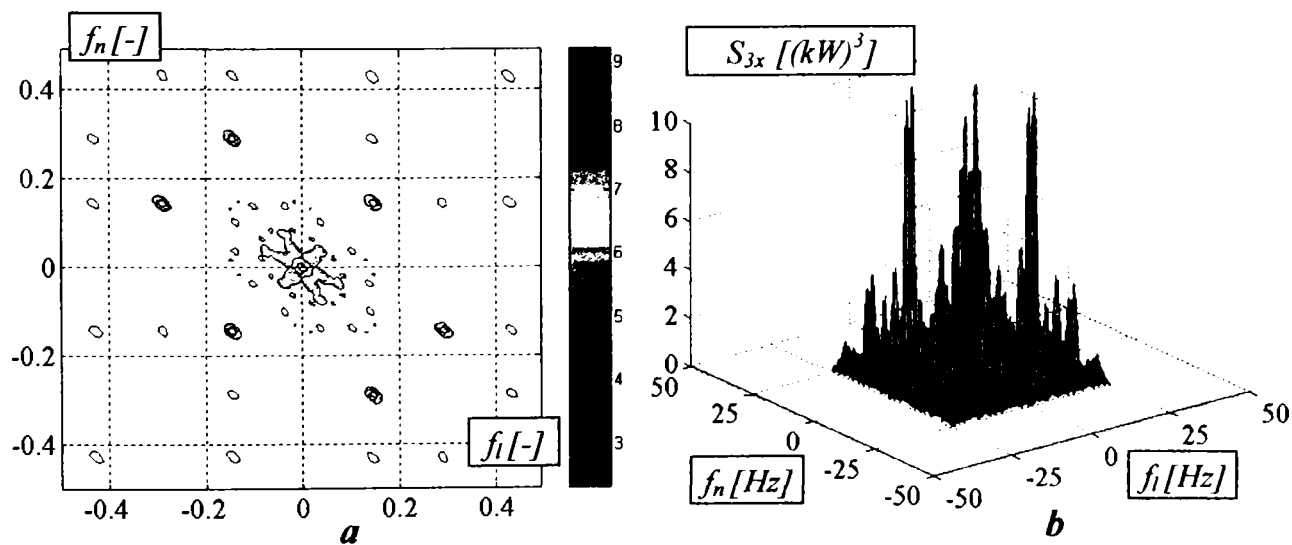


Fig. 4.157 Bispectrul semnalului puterii de ieșire spre puntea spate (proba 06)



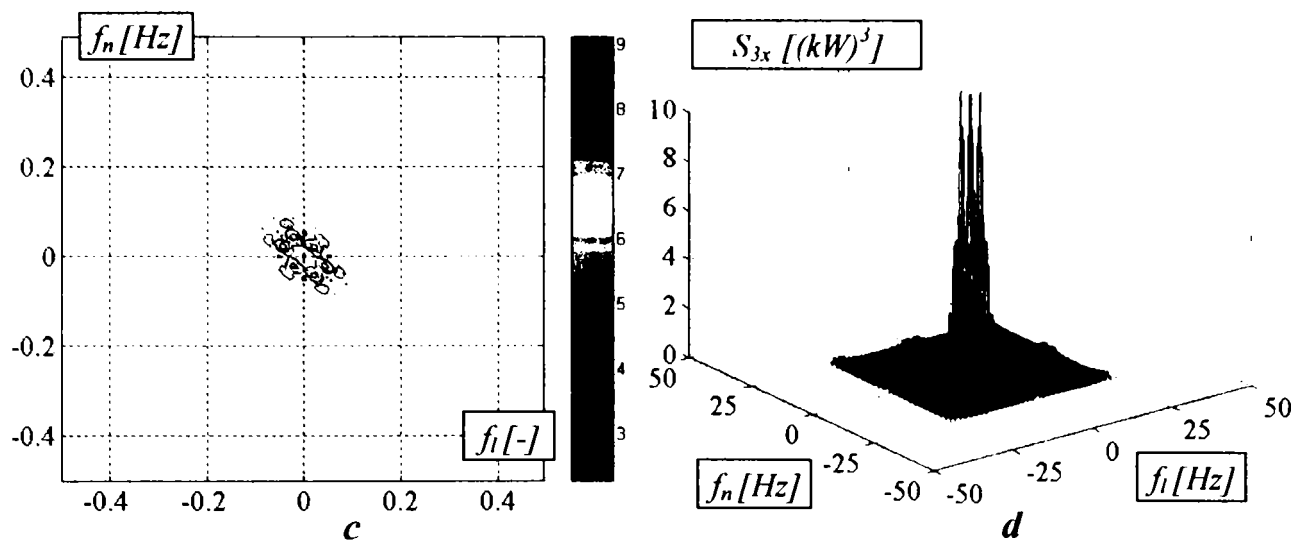


Fig. 4.158 Bispectrul semnalului puterii parazite (proba 06)

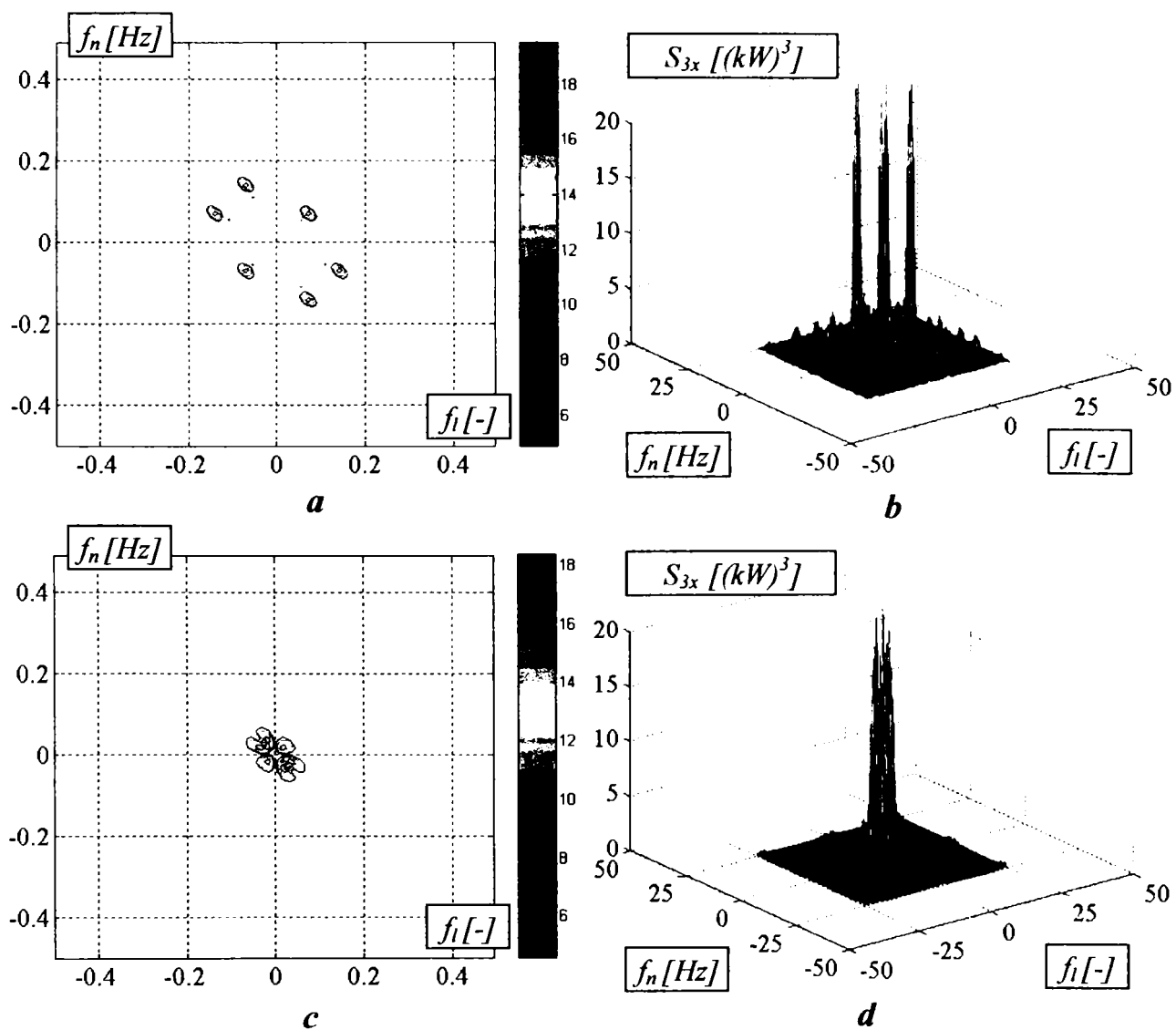


Fig. 4.159 Bispectrul semnalului puterii de intrare în puntea spate (proba 18)

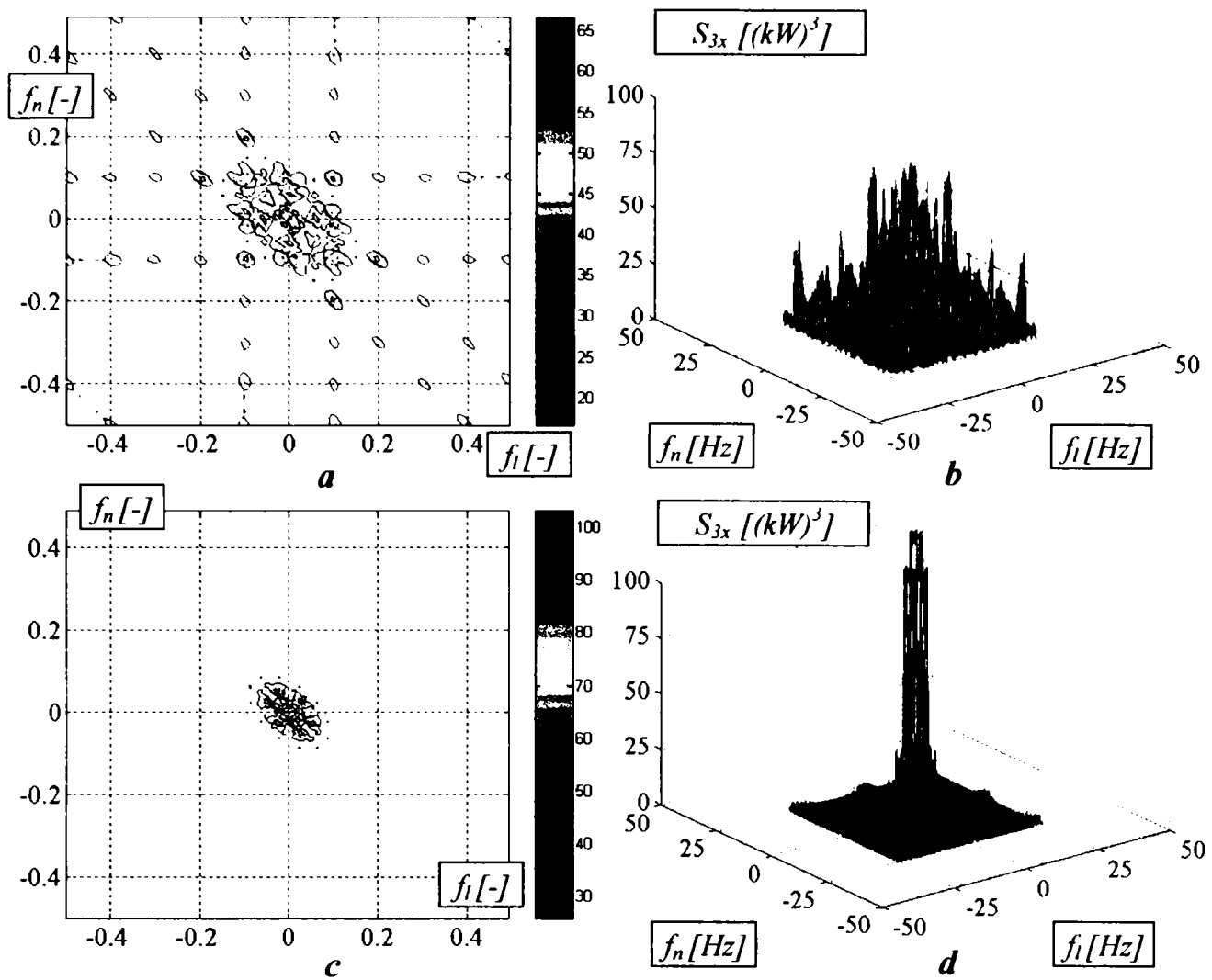
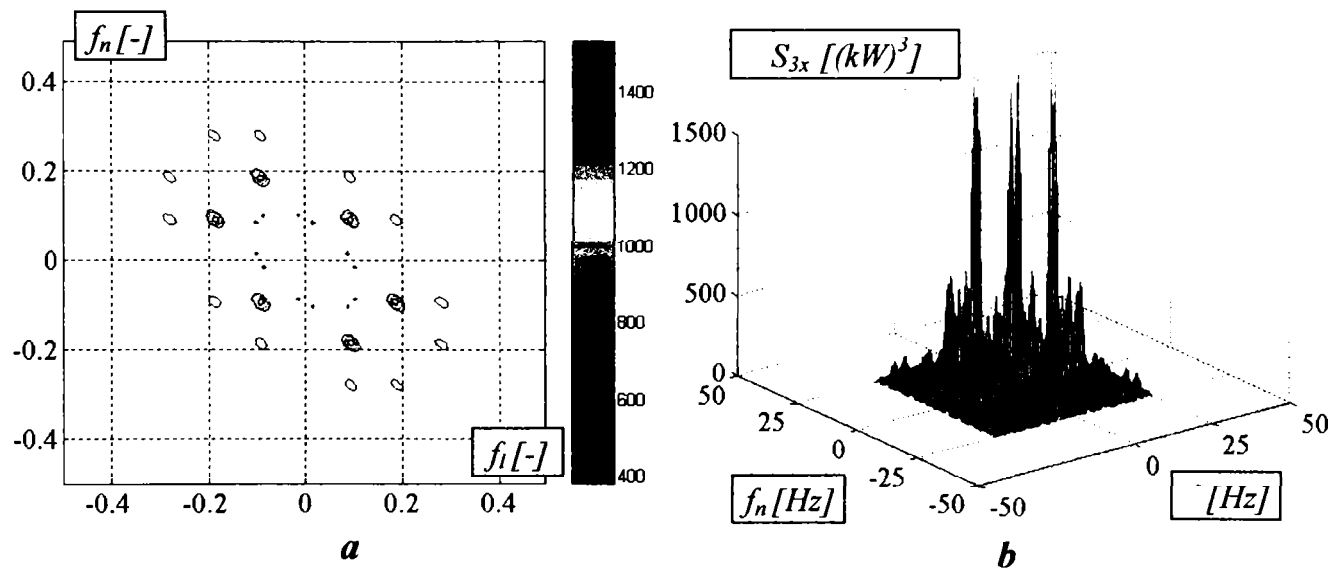


Fig. 4.160 Bispectrul semnalului puterii de ieșire pe arborele planetar dreapta (proba 18)



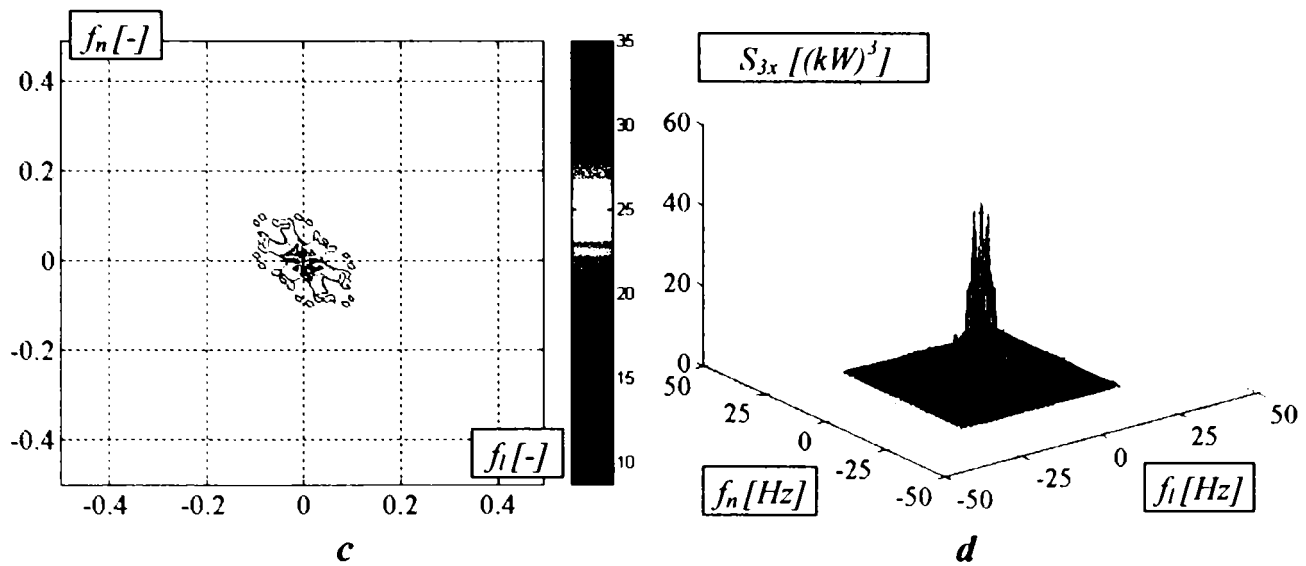


Fig. 4.161 Bispectrul semnalului puterii de ieșire pe arborele planetar stânga (proba 18)

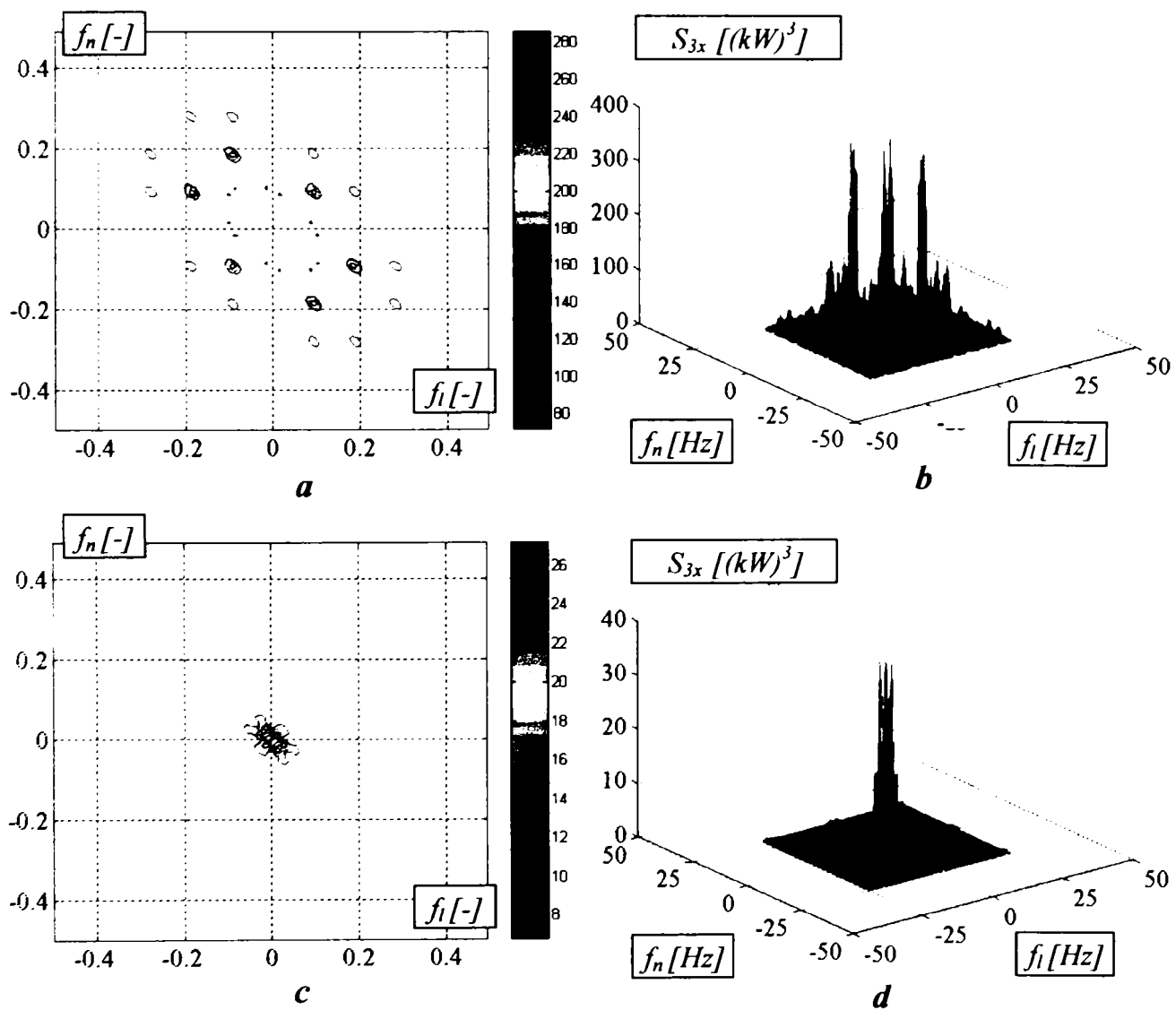


Fig. 4.162 Bispectrul semnalului puterii parazite (proba 18)

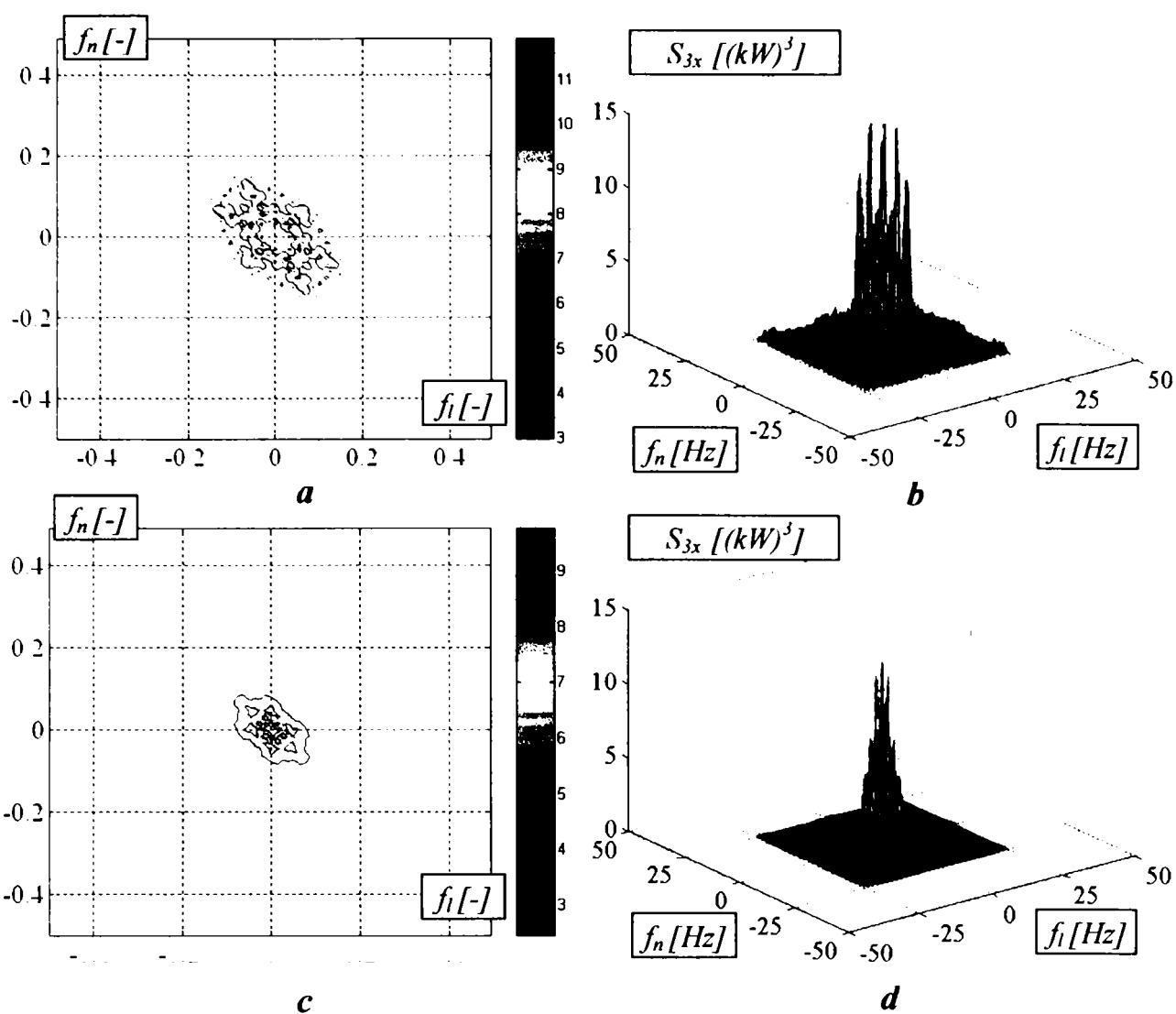
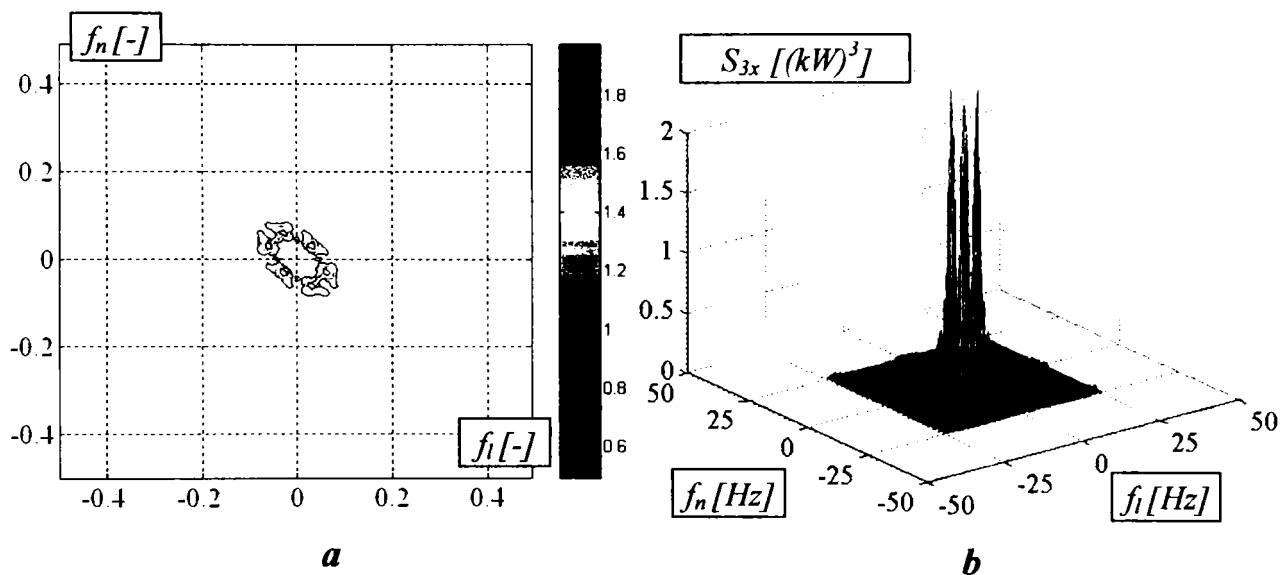


Fig. 4.163 Bispectrul semnalului puterii de intrare în puntea spate (proba 32)



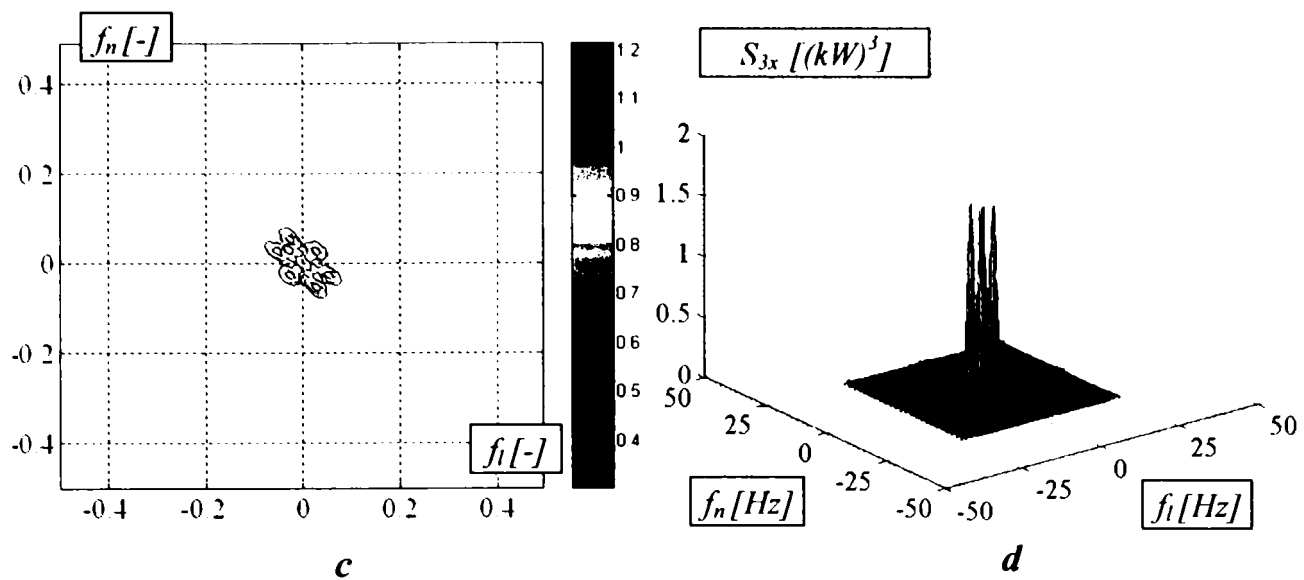


Fig. 4.164 Bispectrul semnalului puterii de ieșire pe arborele planetar dreapta (proba 32)

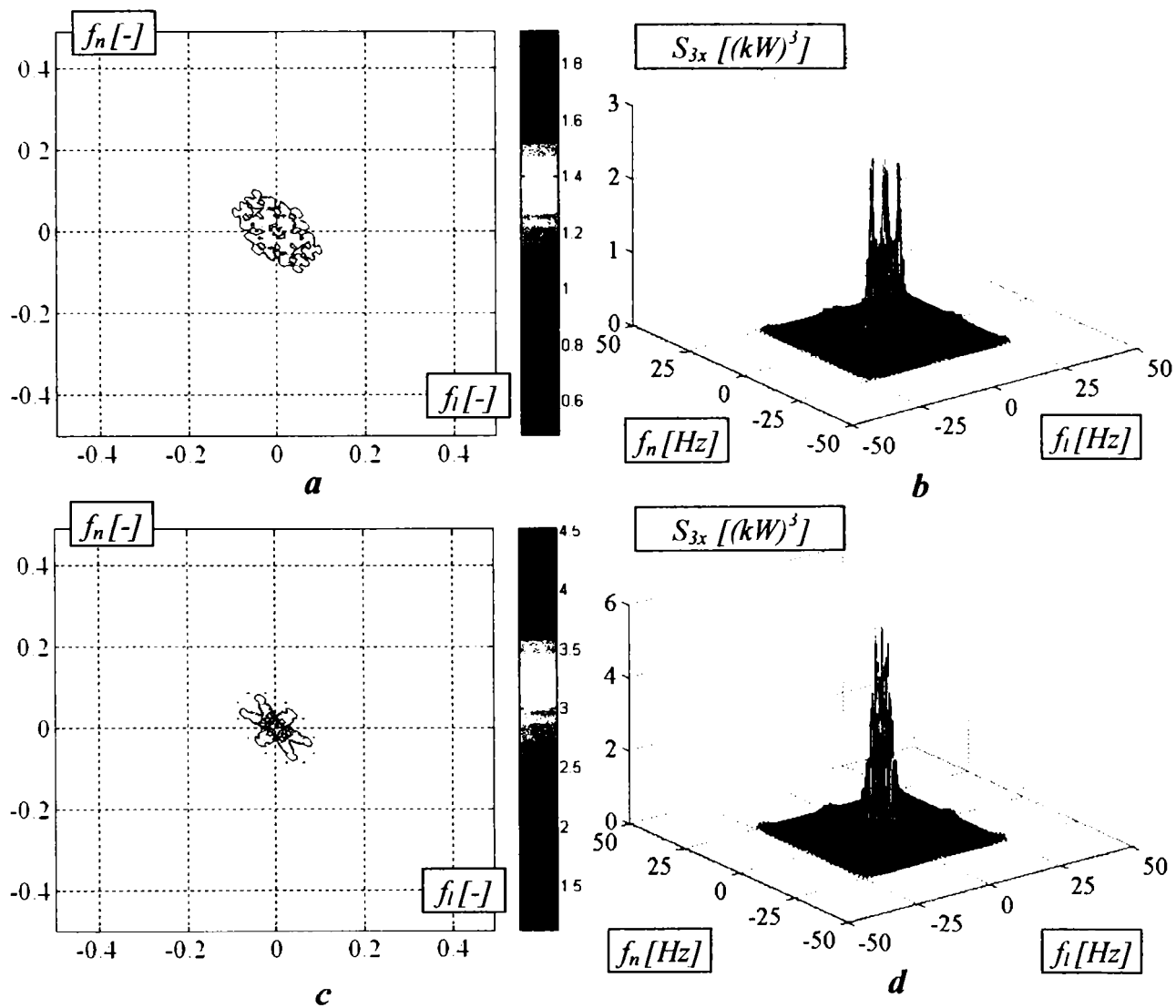


Fig. 4.165 Bispectrul semnalului puterii de ieșire pe arborele planetar stânga (proba 32)

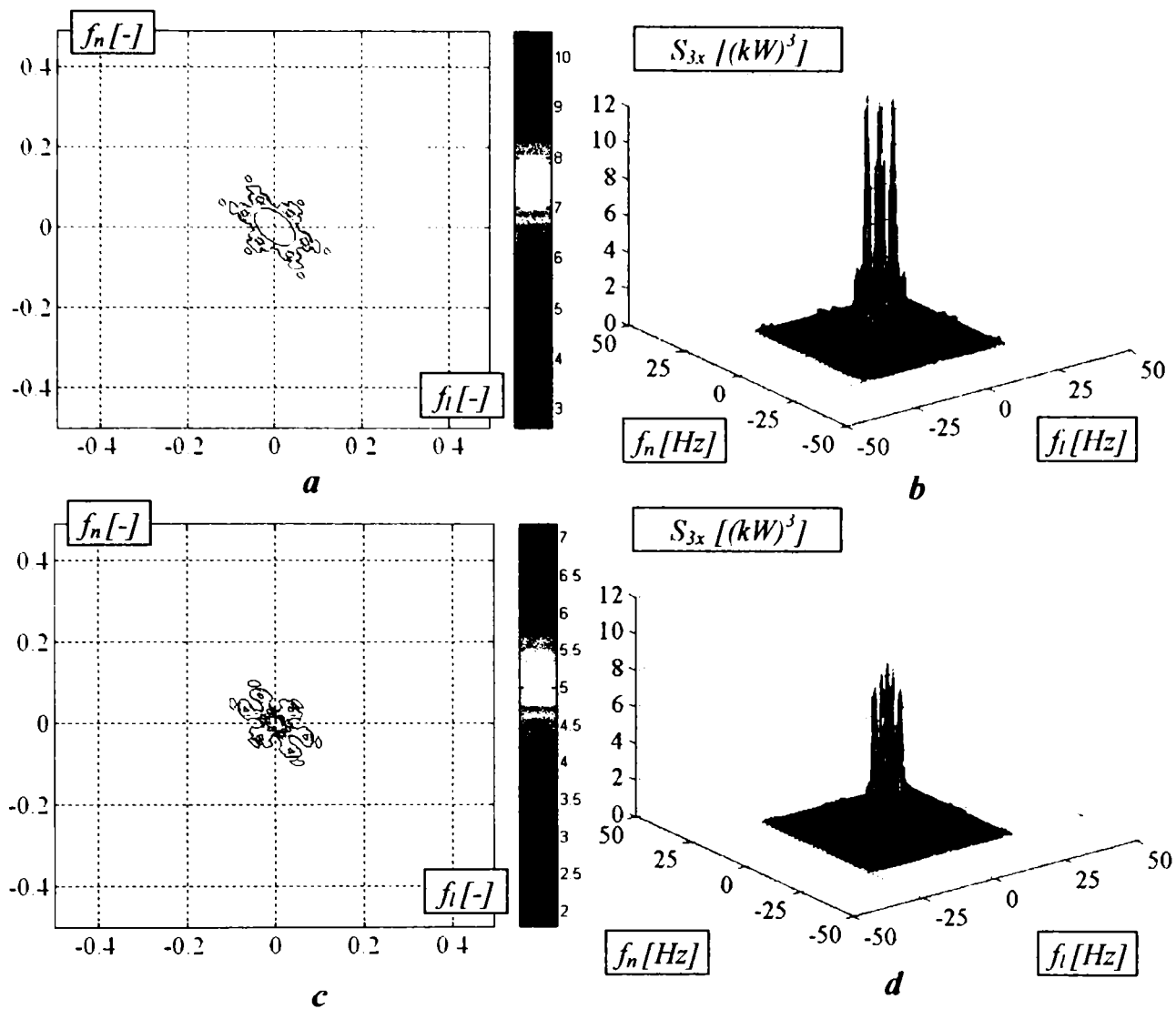
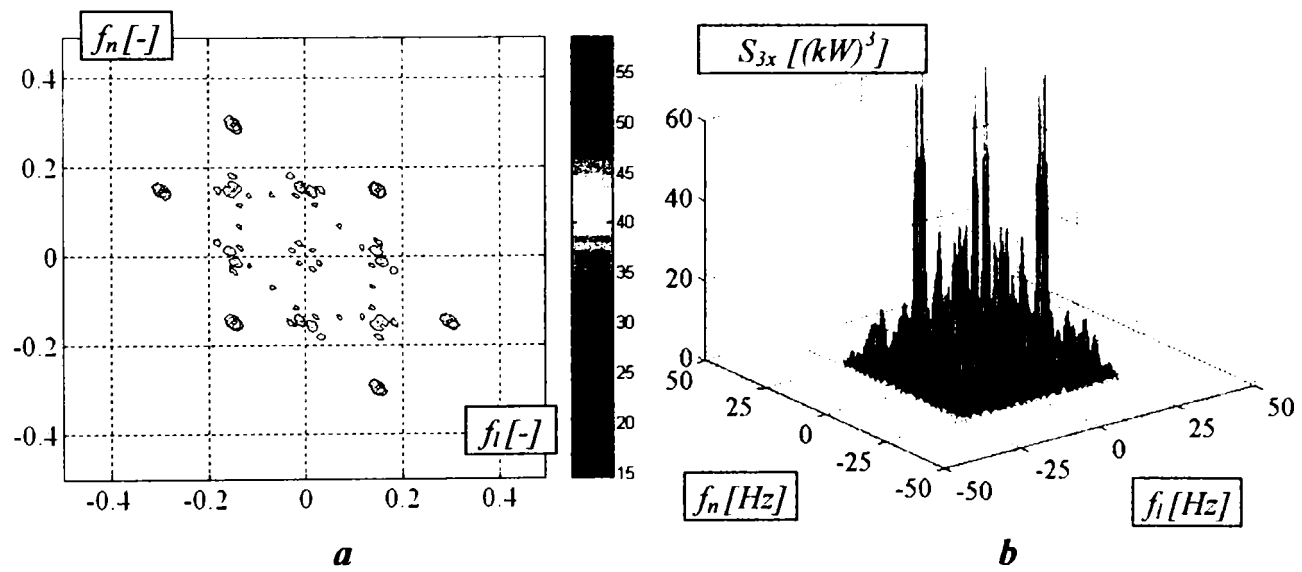


Fig. 4.166 Bispectrul semnalului puterii parazite (proba 32)



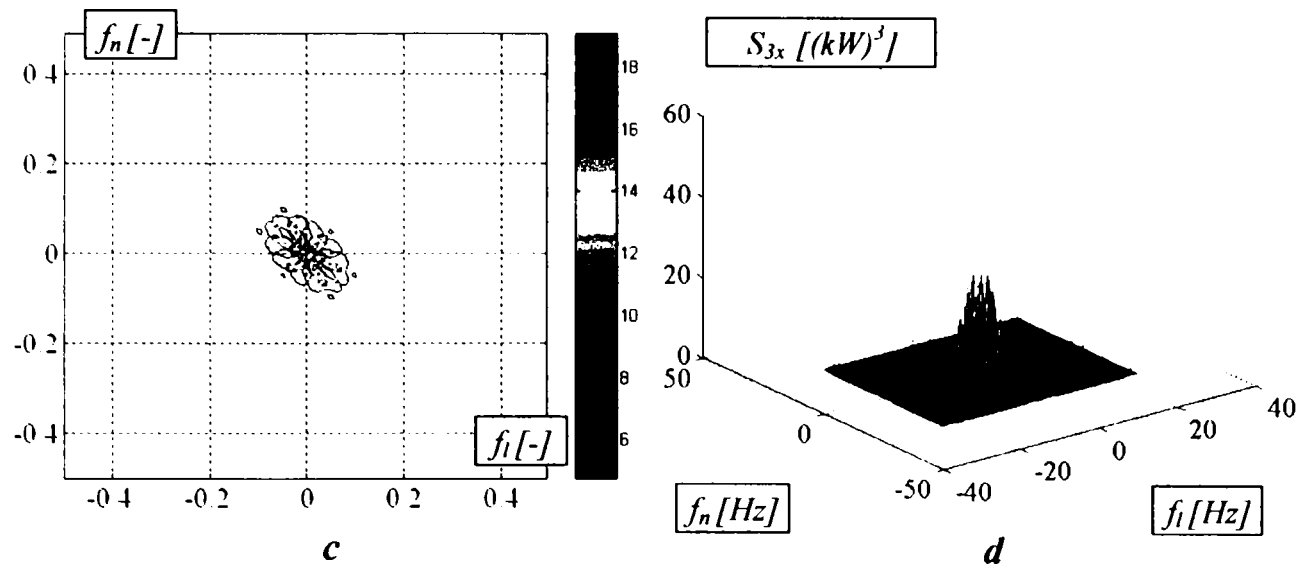


Fig. 4.167 Bispectrul semnalului puterii de intrare în puntea spate (proba 34)

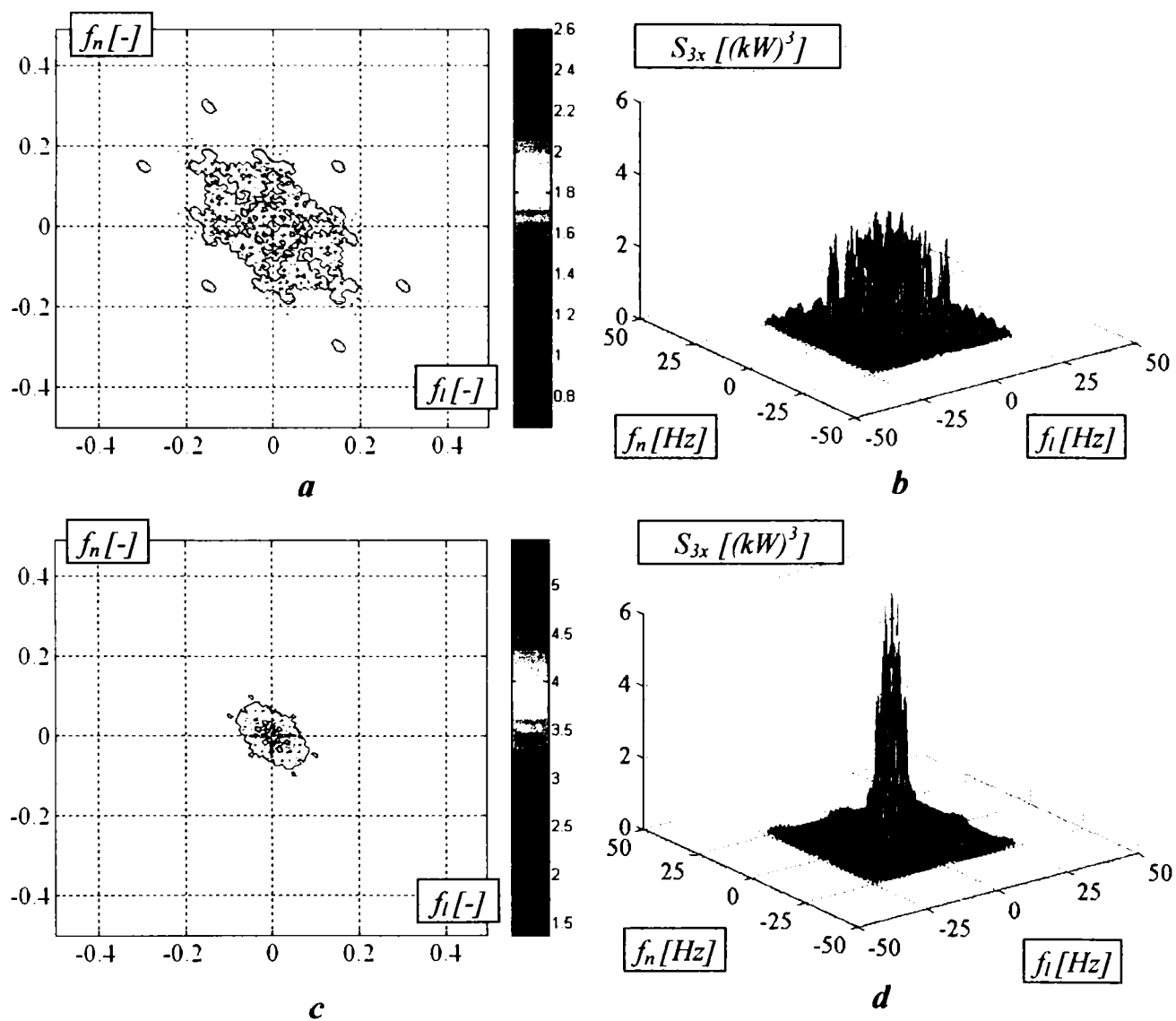


Fig. 4.168 Bispectrul semnalului puterii pe arborele planetar dreapta (proba 34)

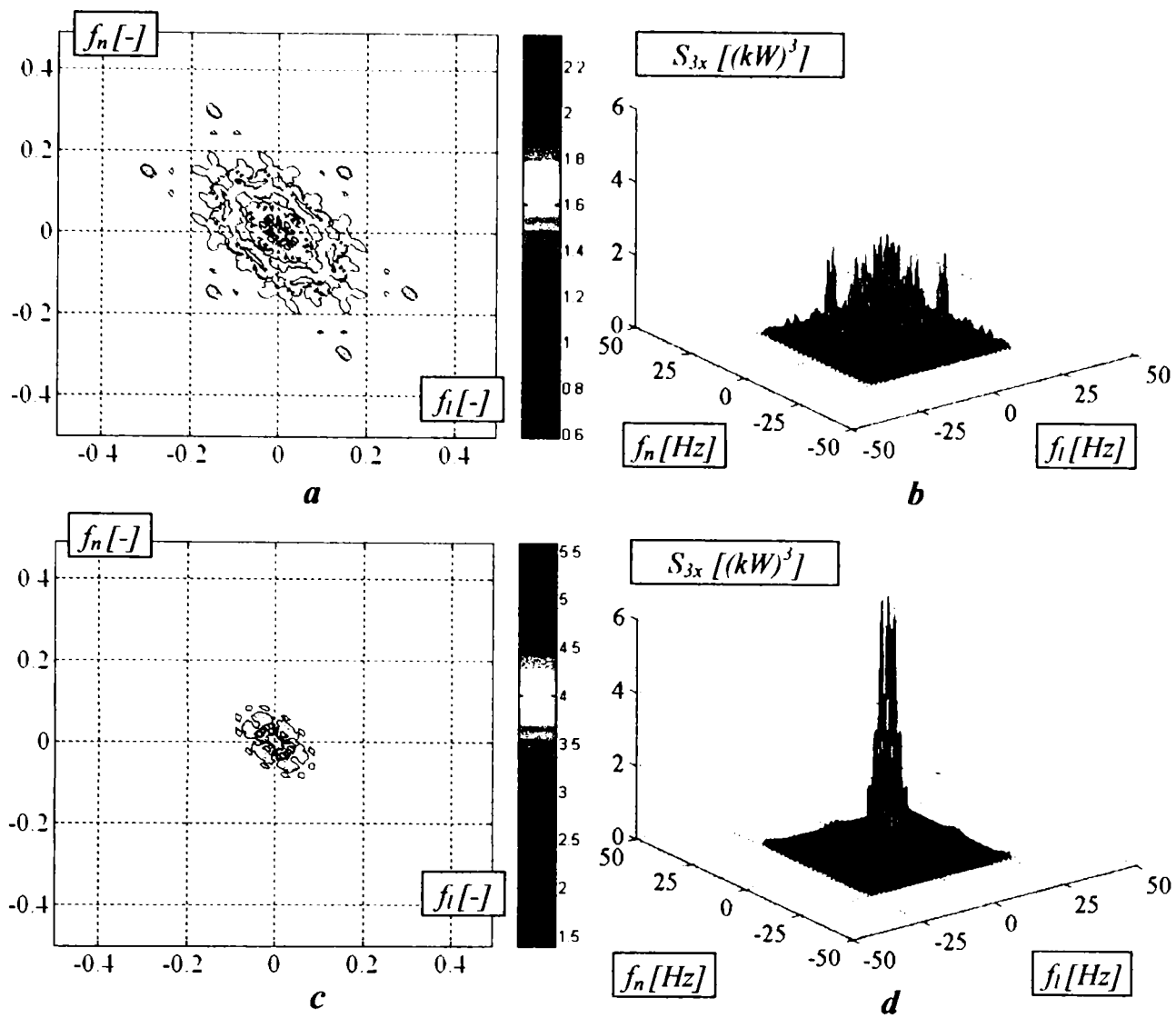
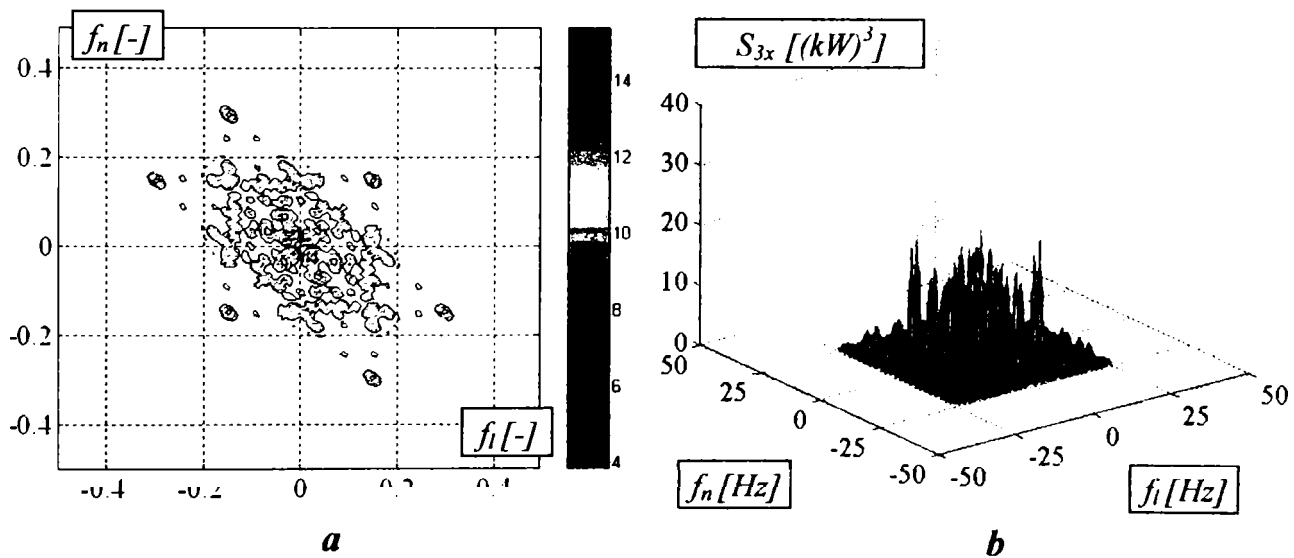


Fig. 4.169 Bispectrul semnalului puterii pe arborele planetar stânga (proba 34)



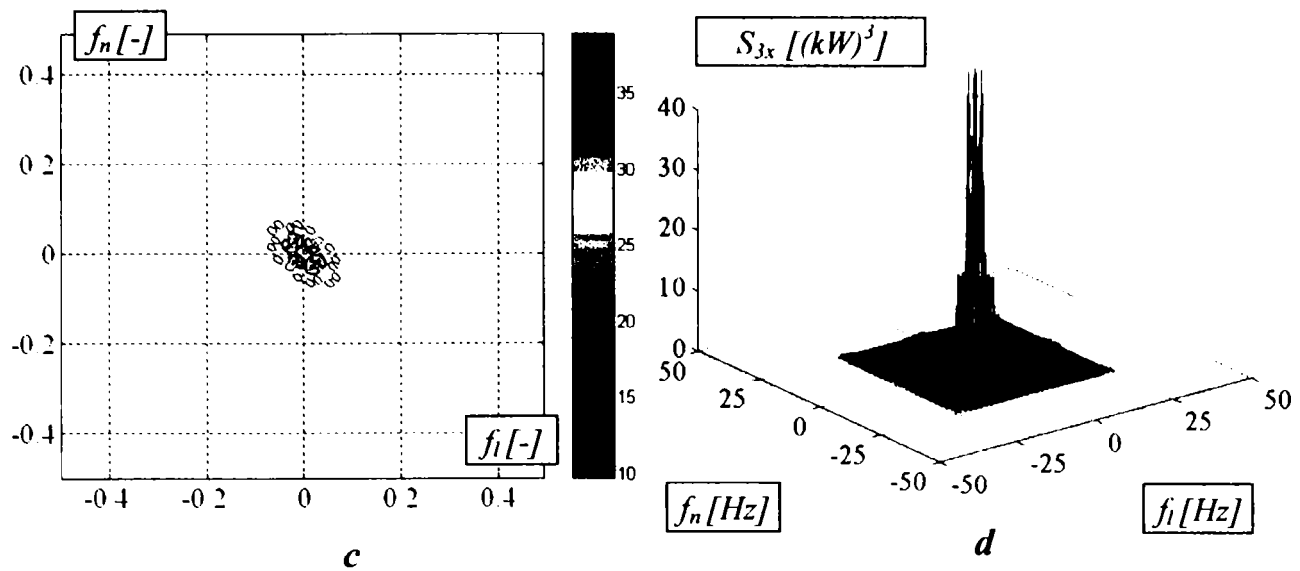


Fig. 4.170 Bispectrul semnalului puterii parazitare (proba 34)

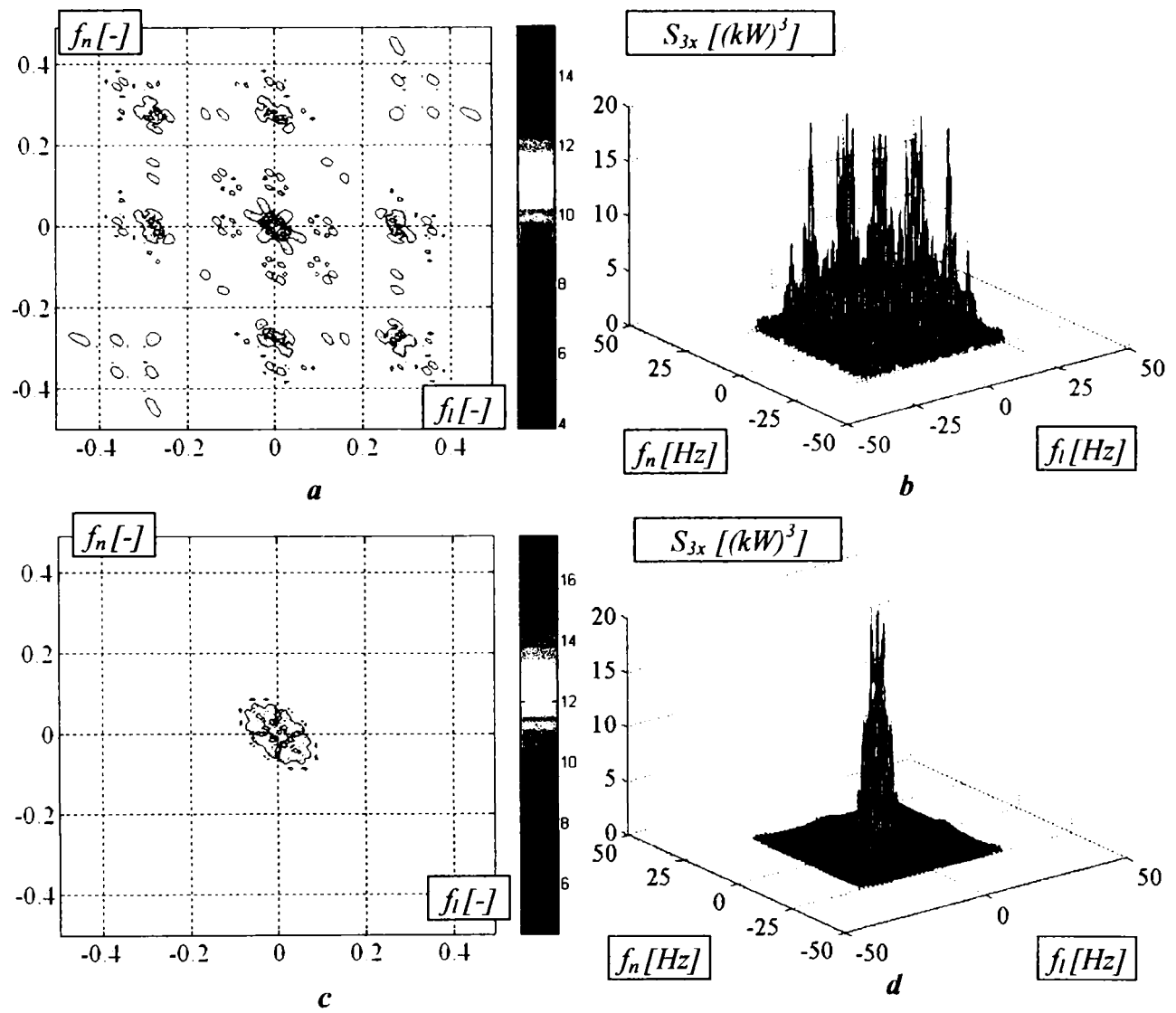


Fig. 4.171 Bispectrul semnalului puterii de intrare în puntea spate (proba 62)

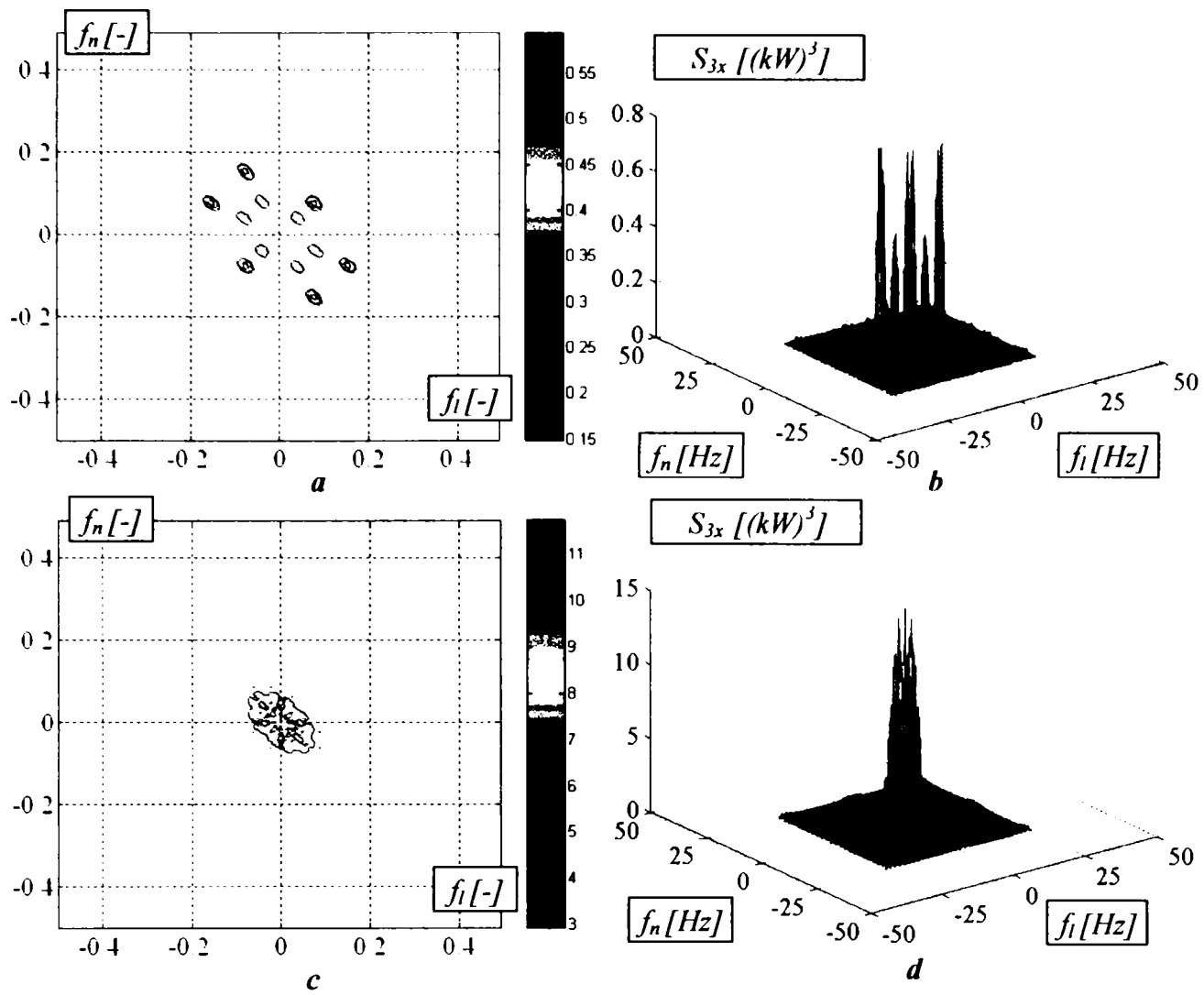
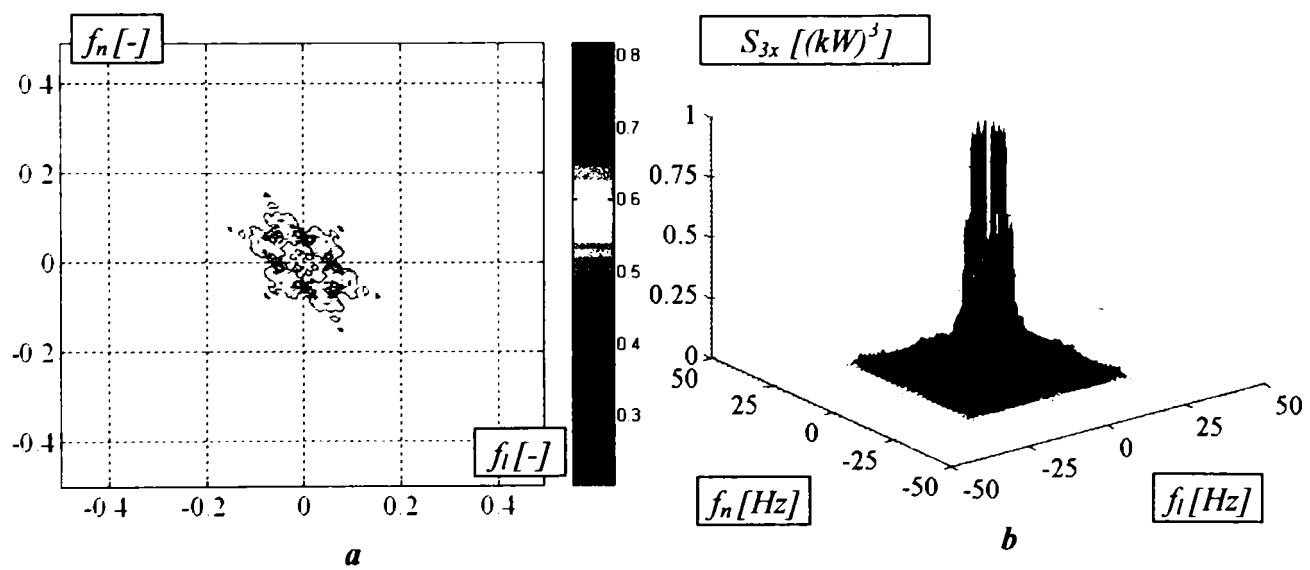


Fig. 4.172 Bispectrul semnalului puterii pe arborele planetar dreapta (proba 62)



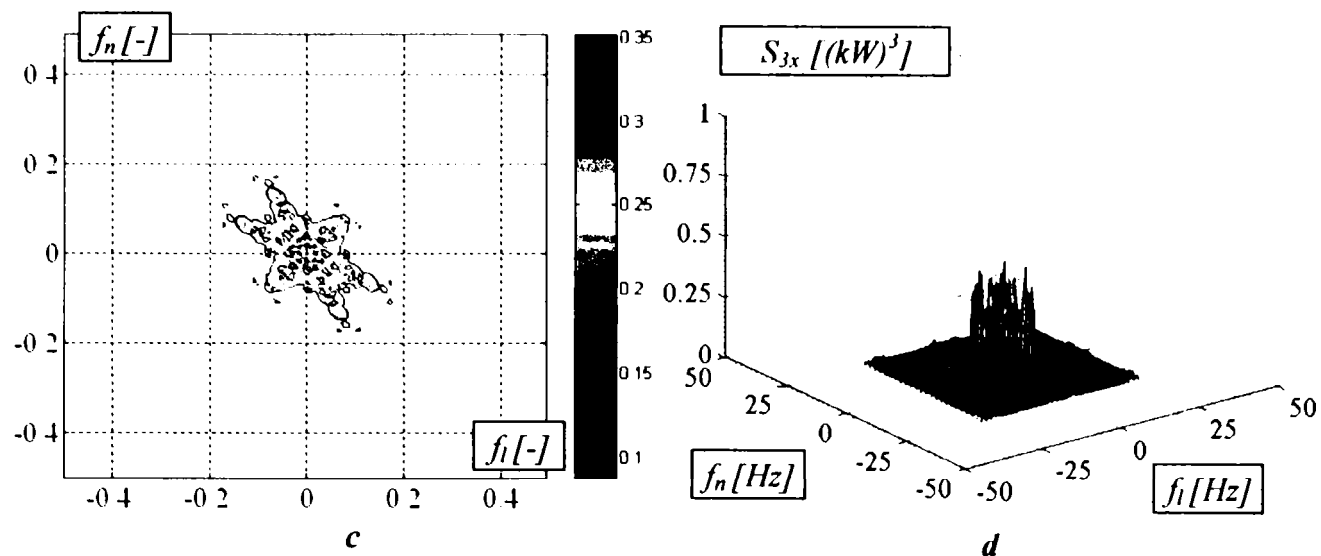


Fig. 4.173 Bispectrul semnalului puterii pe arborele planetar stânga (proba 62)

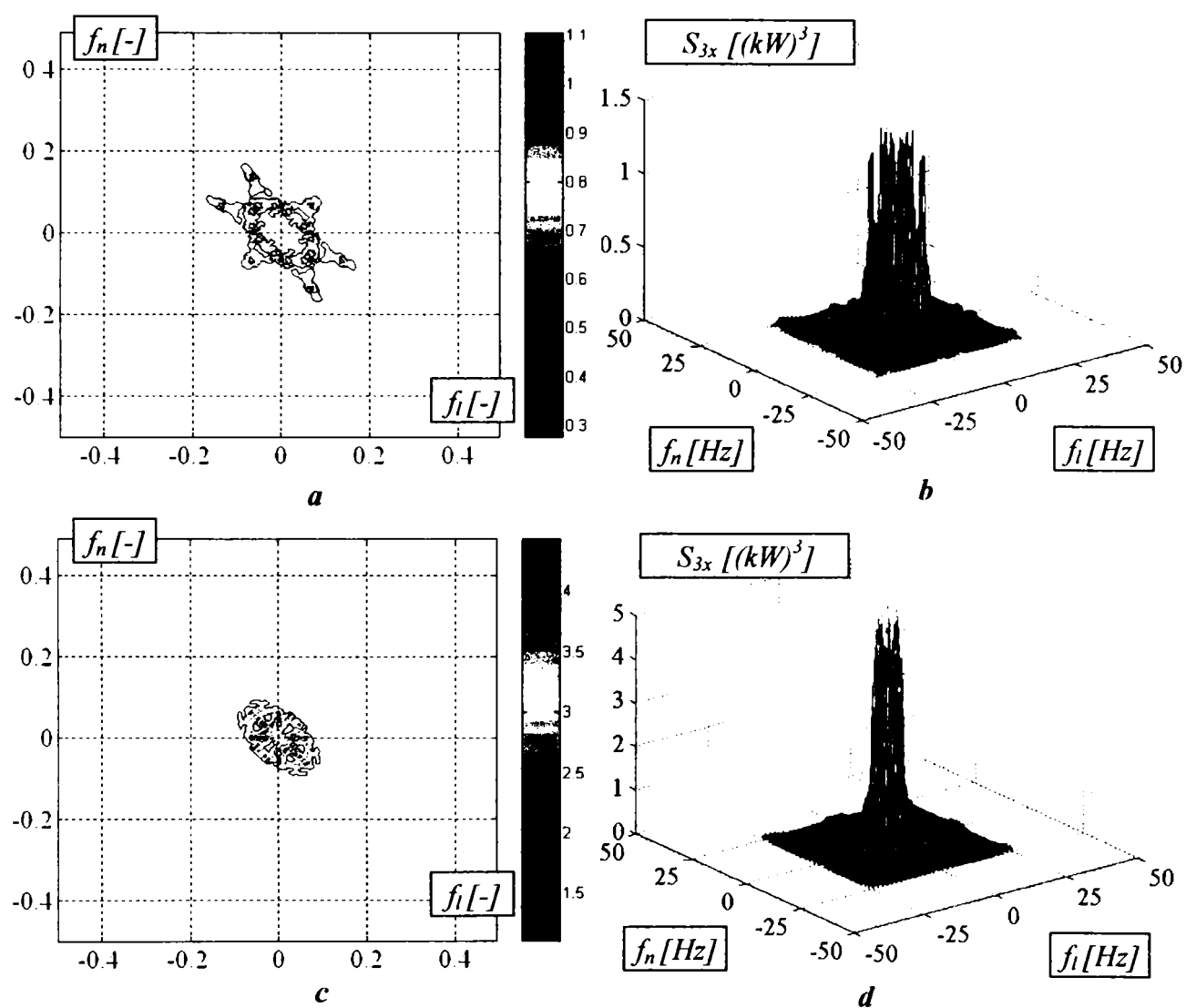


Fig. 4.174 Bispectrul semnalului puterii parazite (proba 62)

Din exemplele prezentate, utilizarea analizei bispectrale evidențiază, așa cum era de așteptat, existența a două componente în semnalul seriei dinamice: una liniară și una neliniară.

Un exemplu mai complex se regăsește în analiza ecuației dinamice a automobilului, considerat, conform *modelului Volterra*, un sistem dinamic de ordinul 2. Modelul, scris cu ecuații cu diferențe (discret) are forma, [87],

$$x(n) = \sum_{k=0}^{\infty} w_1(k)u(n-k) + \sum_{k=0}^{\infty} w_2(k,r)u(n-k)u(n-r), \quad (4.32)$$

în care:

- $x(n)$ - mărimea de ieșire;
- $u(n)$ - mărimea de intrare;
- $w_1(k)$ - răspunsul ponderal al părții liniare a sistemului (răspunsul pentru un semnal de intrare de tip impuls unitar);
- $w_2(k,r)$ - răspunsul ponderal al părții neliniare a sistemului.

Descrierea matematică în timp discret a sistemului dinamic considerat (dinamica autovehiculului) în domeniul frecvenței are forma

$$X(jf) = W_1(jf)U(jf) + \sum_f W_2(jf_1, jf_2)U(jf_1)U(jf_2). \quad (4.33)$$

În cazul prezentat, monospectrul mutual (interspectrul, perechea Fourier a intercorelației), are expresia

$$S_{xu}(f) = M\{X(f)U^*(f)\} = W_1(f)E(U(f)U^*(f)) = W_1(f)S_u(f),$$

din care se deduce funcția de transfer a părții liniare:

$$W_1(f) = \frac{S_{xu}(f)}{S_u(f)}. \quad (4.34)$$

Partea neliniară a sistemului este extrasă cu ajutorul cumulăntului mutual de formă generală $C_{ux}(a,b) = M\{u(n)u(n+a)x(n+b)\}$ sau, explicitat,

$$C_{ux}(a,b) = \sum_k \sum_r w_2(k,r)M\{u(n)u(n+a)u(n+b-k)u(n+b-r)\},$$

iar în domeniul frecvenței conduce la

$$S_{xu}(f_1, f_2) = W_2(f_1, f_2)S_u(f_1)S_u(f_2). \quad (4.35)$$

Din această ultimă relație se obține funcția de transfer echivalentă a părții neliniare, a cărei expresie conține funcția de tip impuls unitar δ :

$$W_2(f_1, f_2) = \frac{S_{xu}(f_1, f_2) - S_u(f_2)\delta(f_1, f_2)E[x(n)]}{2S_u(f_1)S_u(f_2)} \quad (4.36)$$

Pornind de la datele experimentale, se calculează mărimile care intervin în realțiile (4.34) și (4.36) și se obțin răspunsurile în frecvență ale componentei liniare, respectiv ale celei neliniare ale unui sistem tehnic oarecare.

În fig. 4.175 este redat comportamentul unui semnal bazat pe modelul Volterra, privitor la răspunsurile în frecvență și ponderale ale părților liniare și neliniare ale acestuia.

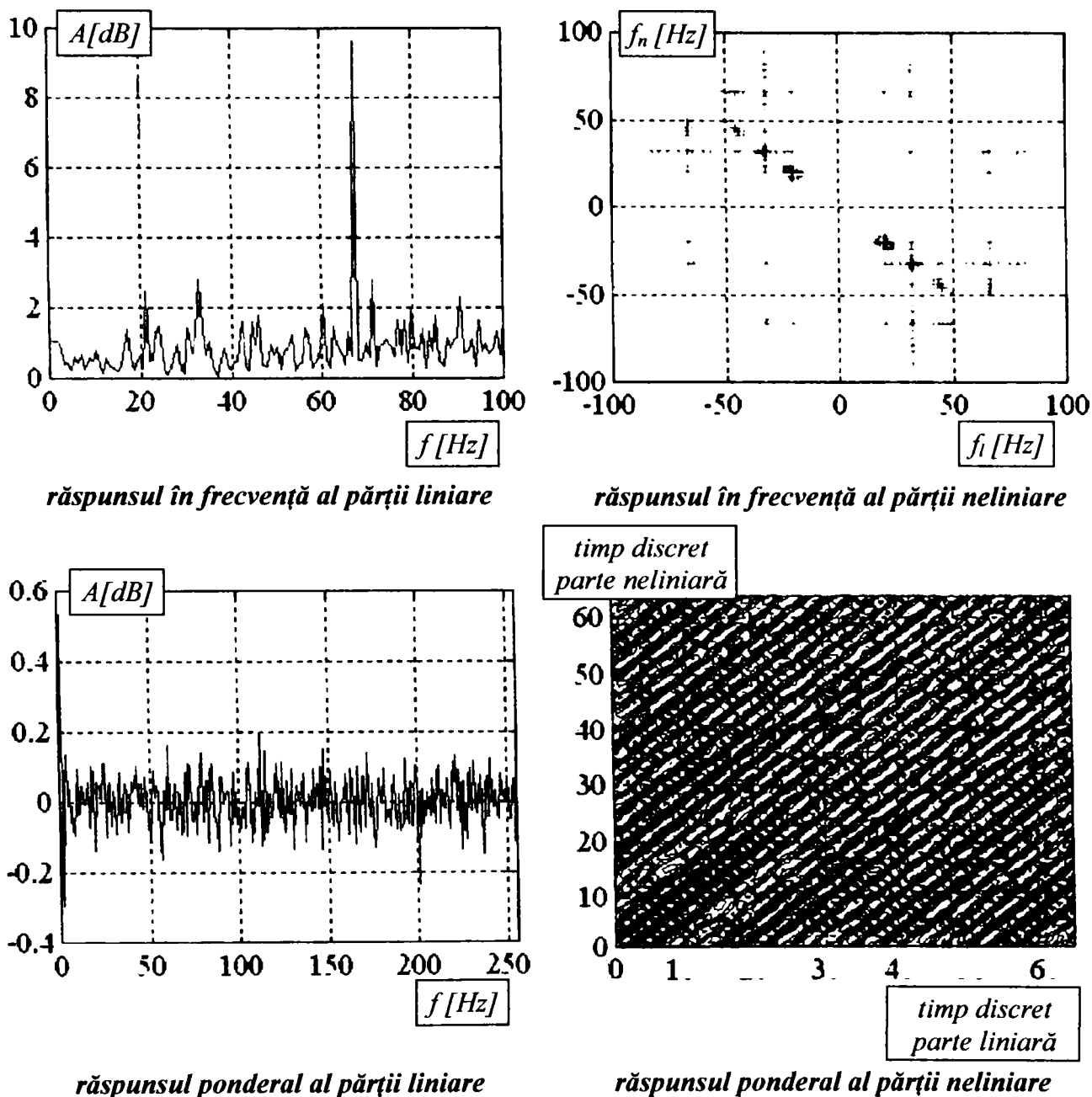


Fig. 4.175 Răspunsurile în frecvență și ponderale ale unui sistem dinamic neliniar de ordinul 2

Se poate observa din figura precedentă că există componente neliniare atât la răspunsul în timp cât și la răspunsul în frecvență al autovehiculului ca sistem dinamic. Mai mult, componenta neliniară are, în unele situații, ponderi

importante care nu mai pot fi neglijate. Astfel, apare necesitatea aplicării unor procedee neliniare de modelare cum ar fi, spre exemplu, proceduri de identificare neliniară a sistemelor.

CAPITOLUL 5

STUDIUL CIRCULAȚIEI DE PUTERE PRIN IDENTIFICARE ÎN TIMP

Studiul dinamicii oricărui organ sau agregat din componența unui autovehicul a constituit o problemă aflată permanent în atenția specialiștilor, ca și studierea dinamicii autovehiculului în ansamblu. Prin urmare, la ora actuală există o multitudine de studii teoretice și experimentale care validează descrierile matematice propuse. În plus, pe piață s-au dezvoltat programe specializate în acest sens. [2].

O descriere matematică exactă nu a fost realizată până în prezent. Acest lucru se datorează complexității fenomenelor și mai ales dinamicității acestora.

5.1 Identificarea sistemelor. Probleme speciale. Scop, modalități și posibilități de realizare.

Nivelul de complexitate a unui model matematic este strâns dependent de scopul pe care și-l propune cercetătorul. Dacă parametrii urmăriți au un nivel ridicat de generalitate, atunci modelul matematic va fi mai simplu, datorită faptului că va lucra cu multe ipoteze simplificatoare. Dacă, dimpotrivă, se urmărește pătrunderea în intimitatea fenomenelor și se ține cont de evoluția acestora cel puțin în timp, atunci modelul matematic va fi cu atât mai complex cu cât mai multe ipoteze simplificatoare vor fi eliminate.

De altfel, o descriere matematică este cu atât mai apropiată de realitate cu cât se reușește eliminarea mai multor ipoteze simplificatoare (practic, liniarizări forțate ale unor fenomene care au ponderi ce nu pot fi neglijate în desfășurarea procesului).

În materie de dinamică a sistemelor autovehiculelor, regimurile dinamice sunt cele caracteristice, afectând în mod decisiv performanțele acestora, [4]. Cerințele fundamentale impuse oricărui autovehicul este de a-l face capabil de performanțe dinamice cât mai ridicate în condițiile unor solicitări, dimensiuni, mase și consumuri de combustibil reduse. Aceasta conduce la generarea unor solicitări cu caracter permanent variabil. Dacă peste acest aspect obiectiv se adaugă și intervenția conducătorului auto, care este strict subiectivă, atunci spectrul solicitărilor devine foarte greu de analizat, iar fenomenele pot fi descrise numai cu ajutorul dinamicii neliniare de ordin superior. Practic, în exploatare, funcționarea tuturor organelor și subansamblelor autovehiculelor este în cvasitotalitate caracterizată de regimuri dinamice.

Dacă se discută la nivelul realizării unui model matematic care să descrie dinamica unui autovehicul luat ca ansamblu, atunci va trebui ca sistemul compus din motor (în calitate de sursă energetică), autovehicul (în calitate de

consumator), teren și conducător auto (în calitate de factori perturbatori) să fie tratat ca un sistem de reglare automată a mărimilor funcționale.

Pentru a mări gradul de generalizare al unui astfel de model, el va trebui să satisfacă un set de cerințe importante:

- să asigure o tratare unitară și să fie capabil de analiza mersului rectiliniu și în viraj, a mersului uniform sau în condiții de accelerare sau frânare;

- să permită determinarea performanțelor de dinamicitate și economicitate în condițiile existenței neliniarităților statice sau dinamice, precum și al unor fenomene aleatoare;

- să permită stabilirea mărimilor funcționale ce se doresc cunoscute;

- să asigure, ca bază de plecare, utilizarea caracteristicilor statice ale componentelor ansamblurilor analizate și a caracteristicilor terenului ca factor perturbator;

- să permită interconectarea funcțională a modelelor matematice ale diferitelor sisteme automate proprii autovehiculelor (din ce în ce mai multe autovehicule au în construcție sisteme de reglare automată care deservește diferite organe sau subsambluri).

Există două modalități de abordare a problemei la studierea teoretică a unui sistem tehnic. O primă variantă presupune stabilirea mai întâi a modelului matematic care descrie funcționarea sistemului în condițiile existenței unor perturbații generate de specialist, care are deja cunoștințe despre modul de intervenție al acestora. Modelul matematic poate fi creat cu ecuații diferențiale (în timp continuu) sau cu ecuații cu diferențe (în timp discret). Se adoptă un set de ipoteze simplificatoare și se fac diverse aproximări ale parametrilor sistemului utilizat. Prin aceste ipoteze însă, mare parte din dinamică este neglijată, iar sistemul se îndepărtează considerabil de la realitate.

O altă variantă constă într-o prefigurare teoretică a modelului matematic, care se definitivează ulterior pe baza datelor obținute pe timpul experimentărilor. Acesta este principiul identificării sistemelor în elaborarea unui model matematic care se apropie foarte mult de fenomenul real analizat. Acest lucru atrage necesitatea cunoașterii algoritmului de descriere matematică a sistemului analizat. În plus, pe baza datelor experimentale, modelul matematic va fi corectat sau chiar modificat dacă se îndepărtează prea mult de la realitatea fizică.

Identificarea sistemelor trebuie să asigure:

- identificarea parametrilor, care presupune evaluarea acestora în cazul în care se cunoaște, în principiu, expresia analitică a modelului matematic, dar sunt necunoscute valorile coeficienților care intervin;

- identificarea globală (totală), aplicabilă în situația în care există incertitudini importante asupra modelului matematic presupus a reprezenta funcționarea sistemului sau în cazul în care informația existentă este insuficientă. În această situație identificarea are ca obiect atât deducerea celei

mai relevante (reprezentative) descrieri analitice a sistemului, cât și stabilirea valorilor coeficienților care intervin¹⁷.

Există mai multe procedee de identificare a sistemelor, [87]:

- procedeul de identificare continuă sau discretă; în cazul identificării continue, variația mărimilor este continuă în timp, modelul rezultat fiind continuu; la identificarea discretă mărimile variază în timp discret, iar modelul va fi discret;

- procedeul de identificare cu model liniar sau neliniar; în primul caz, evoluția temporală a sistemului poate fi descrisă continuu sau discret cu ecuații diferențiale liniare, respectiv cu ecuații cu diferențe liniare, în timp ce în al doilea caz, ecuațiile amintite nu mai sunt liniare;

- procedeul de identificare parametrică și neparametrică; în primul caz, descrierea folosește ecuații diferențiale, cu diferențe, cu derivate parțiale, funcții de transfer etc., pe când în al doilea caz, descrierea se face cu ajutorul graficelor, tabelelor, caracteristicilor etc.;

- procedeul de identificare deterministă sau statistică; în cazul identificării deterministe, sistemul va avea un model în domeniul determinist (nici o mărime nu este aleatoare); în a doua situație, modelul este în domeniul stochastic, mărimile având caracter aleatoriu, probabilistic;

- procedeul de identificare în domeniul timpului, în domeniul frecvență sau în domeniul timp-frecvență; la identificarea în timp se obțin ecuații diferențiale sau cu diferențe, în a doua se obțin caracteristici de frecvență, iar în a treia rezultă caracteristici timp-frecvență;

- procedeul de identificare teoretică, experimentală sau combinată; cel mai frecvent procedeu este cel combinat, prin care partea teoretică stabilește bazele modelului matematic, iar partea experimentală îl finisează;

- procedee combinate de identificare, în care sunt aplicate, în funcție de necesitățile analistului, diferite procedee de identificare din cele enumerate mai sus.

Trebuie spus că, pe lângă aceste procedee de identificare, mai sunt și altele, cu caracter general sau specializate pe diverse tipuri de probleme. Acestea au însă o gamă mai restrânsă de aplicabilitate.

Identificarea sistemelor trebuie să asigure o coincidență cât mai bună a mărimii de ieșire obținute prin modelare (mărime estimată) cu valorile mărimii măsurate efectiv (mărime măsurată).

În această lucrare se va proceda la o identificare parametrică liniară și neliniară în domeniul timpului și la o identificare neparametrică în domeniul frecvenței și în domeniul timp-frecvență.

5.2 Modele parametrică liniare

¹⁷ În această situație, valorile coeficienților sunt determinate inclusiv de parametrii constructivi ai sistemului analizat.

În cadrul lucrării, pentru elaborarea modelelor parametrice liniare va fi utilizat toolbox-ul “*Identificarea sistemelor*” din cadrul mediului de programare *Matlab*. Prin urmare, pentru consecvență, problemele legate de elaborarea acestor modele vor fi redată în conformitate cu modul acestuia de abordare, [87].

În cele mai multe cazuri, pentru descrierea unui proces dinamic se folosesc modele parametrice caracterizate de un vector θ , modelul corespunzător acestuia fiind notat cu $M(\theta)$. Această abordare presupune că atunci când vectorul θ parcurge un set de valori realizabile (posibile), se obține un set de modele sau, altfel spus, o structură de model M .

Prin urmare, dacă modelul matematic al procesului este parametrizat prin vectorul θ , problema identificării constă în determinarea sau estimarea parametrilor acestuia pe baza datelor experimentale ale variabilelor de intrare și ieșire ale sistemului analizat. De regulă, procedura utilizează o jumătate a datelor experimentale în scopul estimării parametrilor, în timp ce cealaltă jumătate este folosită pentru validarea modelului, [87]. Prin urmare, cu o jumătate din date se construiește modelul, iar cu cealaltă jumătate se verifică modelul.

Cea mai folosită metodă de verificare este metoda valorii de predicție, la care funcția obiectiv care se minimizează este dată, în formă generală, de

$$f = \arg \sum_{t=1}^N e^2(t), \quad (5.1)$$

în care $e(t)$ este eroarea (zgomotul datorat imperfecțiunii modelului, perturbația exterioară necunoscută, erorile de măsurare etc.) exprimabilă diferit, în funcție de metoda aplicată.

Pentru *metoda celor mai mici pătrate*, cel mai frecvent utilizată, funcția obiectiv ce se minimizează are forma particulară dat de

$$V(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n [y(t) - \hat{y}(t|\theta)]^2. \quad (5.2)$$

În relația de mai sus, mărimile care intervin au următoarele semnificații:

- n - numărul de date experimentale;
- $y(t)$ - seria dinamică experimentală (mărimea de ieșire, vector în timp discret);
- $\hat{y}(t|\theta)$ - seria dinamică estimată, obținută prin identificare (pe baza modelului matematic stabilit);

De aici rezultă condiția de minimizare a funcției (5.1), scrisă sub forma

$$\hat{\theta} = \underset{0}{\operatorname{arg\,min}} V(\theta), \quad (5.3)$$

care, din punct de vedere matematic arată că se minimizează argumentul parametrizării θ (de sub notația *arg min*). Altfel spus, se obține vectorul θ prin estimatorul său $\hat{\theta}$ pentru care funcția (5.2) are valoarea minimă.

Pentru un sistem SISO¹⁸, forma generală a modelului utilizat pentru identificarea parametrilor este dată de [87],

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)}x(t - nk) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \quad (5.4)$$

în care:

- $y(t)$ - mărimea de ieșire (vector în timp discret);
- $x(t)$ - mărimea de intrare (vector în timp discret);
- $e(t)$ - perturbația (care este interpretată ca eroare, vector în timp discret);
- t - variabila în timp discret (cu valori întregi).

Mai intervin, de asemenea, și 5 polinoame care caracterizează modelul SISO. Aceste polinoame au argumentul q (sau echivalentul său z dacă se utilizează transformata Z) și au formele:

$$\begin{cases} A(q) = 1 + a_1q^{-1} + a_2q^{-2} + \dots + a_{na}q^{-na} \\ B(q) = b_1 + b_2q^{-1} + b_3q^{-2} + \dots + b_{nb}q^{-nb+1} \\ C(q) = 1 + c_1q^{-1} + c_2q^{-2} + \dots + c_{nc}q^{-nc} \\ D(q) = 1 + d_1q^{-1} + d_2q^{-2} + \dots + d_{nd}q^{-nd} \\ F(q) = 1 + f_1q^{-1} + f_2q^{-2} + \dots + f_{nf}q^{-nf} \end{cases} \quad (5.5)$$

Argumentul q sau *operatorul de întârziere* are expresia, de exemplu pentru mărimea de intrare $x(t)$,

$$q^{-i}x(t) = x(t - i). \quad (5.6)$$

În (5.5), na , nb , nc , nd și nf reprezintă ordinul fiecăruia dintre cele cinci polinoame. În fine, în relația (5.4), mărimea nk reprezintă numărul elementelor întârziătoare pe relația intrare-ieșire a sistemului.

Modelul SISO dat de (5.4) este un model general. El are câteva forme particulare, principalele fiind redată în continuare.

¹⁸ Single Input Single Output - monovariabil la intrare și la ieșire

a) **modelul de tip AR (AutoRegresiv)**, particularizat de condițiile

$$\begin{cases} nb = nc = nd = nf = 0 \\ B(q) = 0 \\ C(q) = D(q) = F(q) = 1 \end{cases}, \quad (5.7)$$

ceea ce transformă ecuația (5.4) în modelul matematic particular:

$$A(q)y(t) = e(t). \quad (5.8)$$

b) **modelul de tip ARX (AutoRegresiv controlat cu intrări eXogene)**, particularizat de condițiile

$$\begin{cases} nc = nd = nf = 0 \\ C(q) = D(q) = F(q) = 1 \end{cases}, \quad (5.9)$$

ceea ce transformă ecuația (5.4) în modelul matematic particular:

$$A(q)y(t) = B(q)x(t - nk) + e(t). \quad (5.10)$$

c) **modelul de tip ARMA (AutoRegresiv cu Medie Alunecătoare)**, particularizat de condițiile

$$\begin{cases} nb = nd = nf = 0 \\ B(q) = 0 \\ D(q) = F(q) = 1 \end{cases}, \quad (5.11)$$

ceea ce transformă ecuația (5.4) în modelul matematic particular:

$$A(q)y(t) = C(q)e(t). \quad (5.12)$$

d) **modelul de tip ARMAX (AutoRegresiv cu Medie Alunecătoare controlat cu intrări eXogene)**, particularizat de condițiile

$$\begin{cases} nd = nf = 0 \\ D(q) = F(q) = 1 \end{cases}, \quad (5.13)$$

ceea ce transformă ecuația (5.4) în modelul matematic particular:

$$A(q)y(t) = B(q)x(t - nk) + C(q)e(t). \quad (5.14)$$

Multe sisteme care trebuie modelate sunt caracterizate de mai multe mărimi de intrare și de o singură mărime de ieșire. Spre exemplu, dacă se dorește modelarea momentului furnizat de un motor cu ardere internă (mărimea de ieșire din sistem) în funcție de turația și sarcina acestuia, atunci sistemul va avea două mărimi de intrare și una de ieșire. Pentru o astfel de modelare se folosește sistemul MISO¹⁹. În acest caz, relația generală (5.4), pentru un număr de m intrări capătă forma:

¹⁹ Multiple Input Single Output - multivariabil la intrare și monovariabil la ieșire

$$A(q)y(t) = \frac{B_1(q)}{F_1(q)}x_1(t - nk) + \frac{B_2(q)}{F_2(q)}x_2(t - nk) + \dots + \frac{B_m(q)}{F_m(q)}x_m(t - nk) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t), \quad (5.15)$$

în care x_1, \dots, x_m sunt mărimile de intrare.

În fine, există sisteme care au mai multe variabile la intrare și mai multe la ieșire, numite sisteme MIMO²⁰. În această situație, în relația (5.4) mărimile $A(q), B(q), C(q), D(q)$ și $F(q)$ sunt matrici pătrate. Astfel, pentru un sistem de ordinul n , cu m intrări, mărimile de intrare sunt x_1, \dots, x_m , iar cele de ieșire sunt y_1, \dots, y_n .

Pentru sistemele MISO sau MIMO se aplică principiul superpoziției și se determină funcțiile de transfer corespunzătoare.

În ceea ce privește precizia modelului matematic determinat, trebuie luată în discuție estimarea calității identificării. Pentru a realiza acest deziderat se pot utiliza normele mărimilor, coeficientul de variație etc. Relațiile acestor estimatori au fost prezentate anterior, ele putând să fie aplicate atât mării vizate cât și erorii de identificare. De asemenea, analiza de corelație poate constitui un mijloc de estimare a preciziei modelului proiectat.

5.3 Dinamica liniară a circulației de putere. Modele matematice

Din analiza seriilor dinamice experimentale efectuată la capitolul anterior s-a putut observa că, chiar în lipsa filtrărilor, semnalele beneficiau de o liniaritate semnificativă. Așa cum s-a văzut în graficele prezentate în fig. 4.155 - 4.174, câmpurile bispectrelor semnalelor nefiltrate aveau zone "albe" în proporții însemnate. După aplicarea filtrărilor, aceste câmpuri erau preponderent "albe", ceea ce înseamnă că aportul componentei neliniare a fost redus foarte mult. Din acest motiv, se poate afirma, cu o marjă redusă de eroare, că modelul matematic al circulației de putere în transmisie obținut prin procedeele de identificare a sistemelor poate apela la o dinamică liniară exprimată cu ecuații cu diferențe (în timp discret) sau cu ecuații diferențiale (în timp continuu). Mecanismul acestui procedeu constă în determinarea funcțiilor de transfer în timp discret apoi, aplicând transformata Z, să se poată trece în timp continuu, astfel încât modelul matematic rezultat să poată fi exprimat prin ecuații diferențiale. Prin urmare, pentru probele prelucrate cu ocazia discuțiilor privind analiza în frecvență, se va aplica procedeele de identificare în timp și vor rezulta funcțiile de transfer în timp continuu.

²⁰ Multiple Input Multiple Output - multivariabil la intrare și la ieșire

În această situație, vor fi analizate cazurile deplasării rectilinii, determinând ecuațiile diferențiale ale circulației de putere în plan longitudinal (cu diferențe de raze de rulare la nivel longitudinal, adică între punți) apoi la nivel transversal (cu diferențe de raze de rulare între roți). Vor fi analizate apoi circulațiile de putere în cazul virajului. Modelul matematic aplicat va fi SISO, în care variabila de intrare este diferența de raze de rulare, iar cea de ieșire este puterea parazită.

Pentru determinarea funcțiilor de transfer, va fi utilizat toolbox-ul de identificare a sistemelor din mediul de programare *Matlab*, [38, 39, 40, 87]. Acest toolbox conține comanda necesară determinării ordinului minim al polinoamelor funcției de transfer, pe baza minimizării erorii de aproximare. Totuși, operatorul poate interveni în sensul modificării acestui ordin. Prin modificare, valoarea erorii se schimbă în mod corespunzător, fiind de la sine înțeles că prin mărirea ordinului polinoamelor funcției de transfer eroarea se reduce și viceversa. Un ordin prea mare conduce la mărirea timpului de calcul în timp ce reducerea erorii este ne semnificativă. Mai trebuie adăugat faptul că ordine prea mari ale polinoamelor funcției de transfer conduc la o particularizare restrictivă a ecuației diferențiale care descrie procesul dinamic, iar această ecuație va fi aplicabilă exclusiv seriei dinamice pentru care a fost generată. În acest mod, predictibilitatea, în sensul repetabilității în timp a fenomenului descris de o astfel de ecuație diferențială excesiv "specializată", este mult redusă.

În urma analizei făcute anterior, se va aplica un algoritm de tip ARX care permite o liniarizare optimă pentru acest tip de serii de date experimentale, [32]. Pentru a opta pentru acest model au fost făcute încercări de modelare și cu ajutorul celorlalți algoritmi, dar erorile au fost inacceptabile.

Așa cum se va vedea în continuare, admitând o limită de eroare acceptabilă de 6% (valoare cu care s-a lucrat și până acum), asupra ordinului polinoamelor funcției de transfer se va interveni în sensul reducerii lui față de cel propus de mediul de programare, dar cu condiția nedepășirii acestei limite.

Seriile dinamice folosite în continuare sunt cele corespunzătoare valorilor filtrate. Pentru a putea evidenția diferența dintre modelul matematic obținut prin identificarea în timp a seriilor nefiltrate și a celor filtrate, se face o comparație între cele două opțiuni în cazul puterii parazite care apare în cazul probei 06. Astfel, în fig. 5.1 sunt date caracteristicile funcției de transfer pentru modelul matematic al puterii parazite care apare în plan longitudinal, dar în care a fost folosit semnalul original (nefiltrat). Ecuația diferențială a funcției de transfer este dată de (5.16). Se poate observa că o astfel de ecuație nu prezintă utilitate practică deoarece, deși este foarte complexă, nu asigură un nivel de eroare suficient de mic pentru a se justifica o astfel de dezvoltare. Mai mult, semnalul utilizat este cel original. Pentru a face diferența, în fig. 5.2 algoritmul ARX va fi aplicat pentru seria dinamică (tot din proba 06) supusă anterior filtrării, [32].

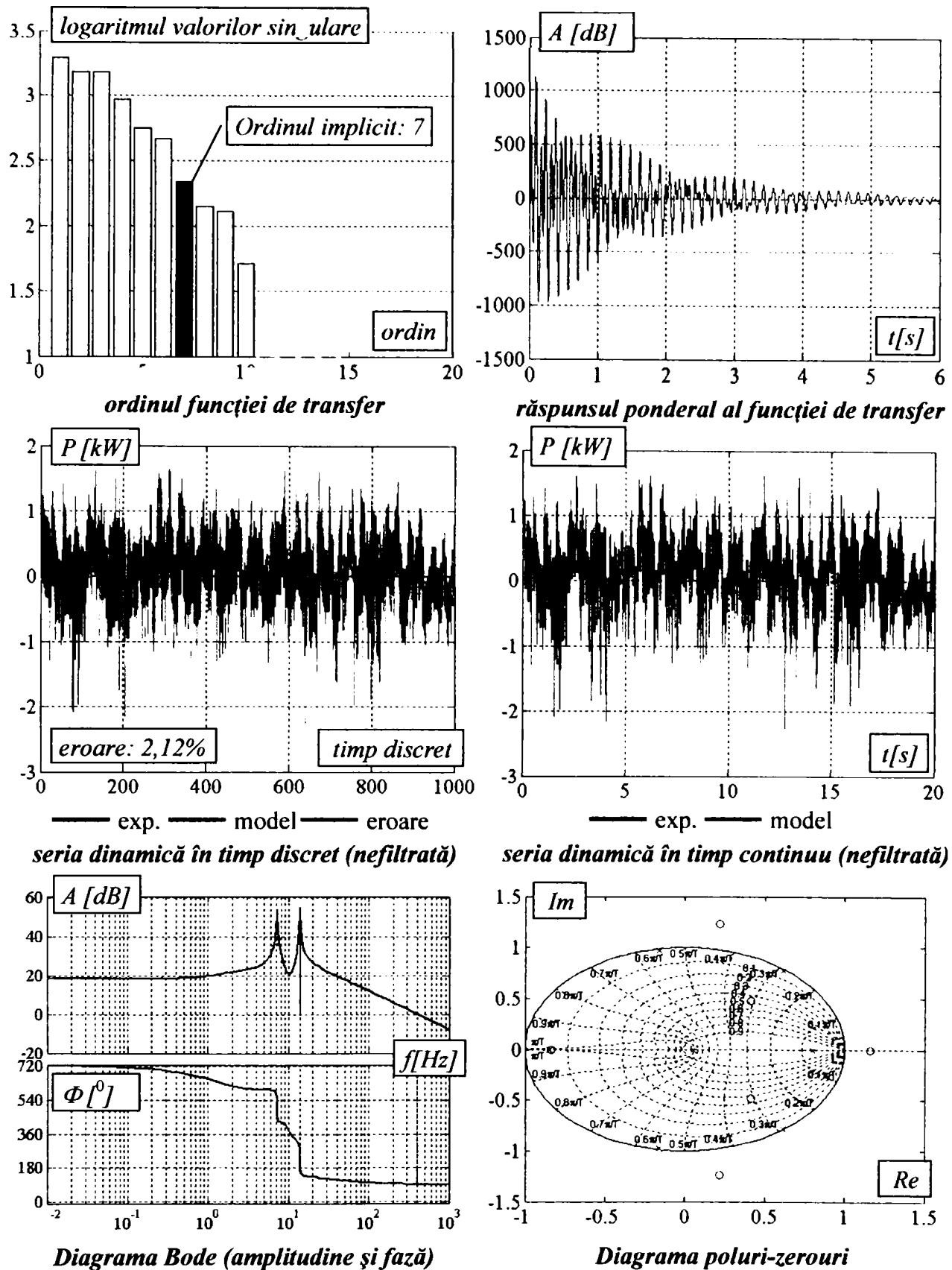
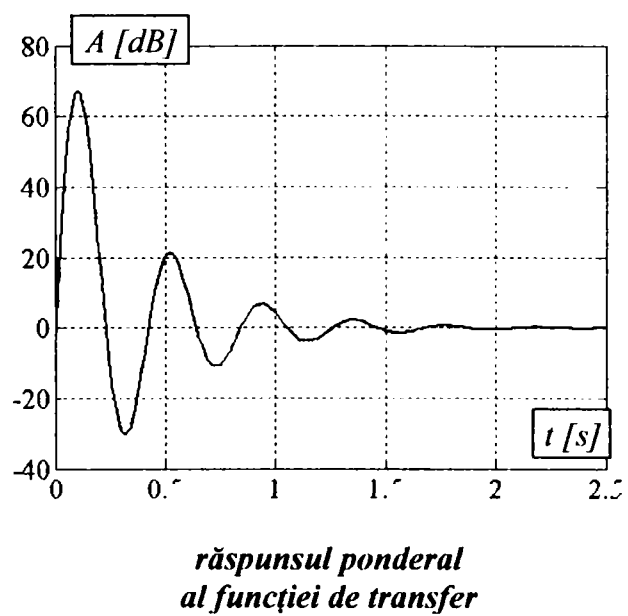
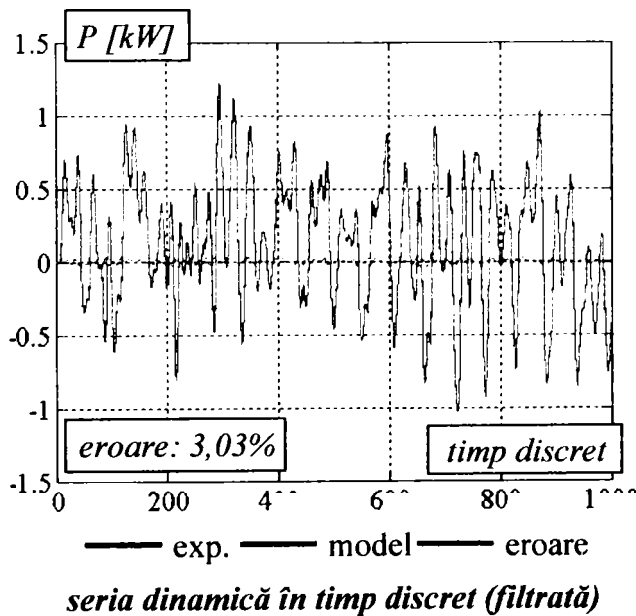
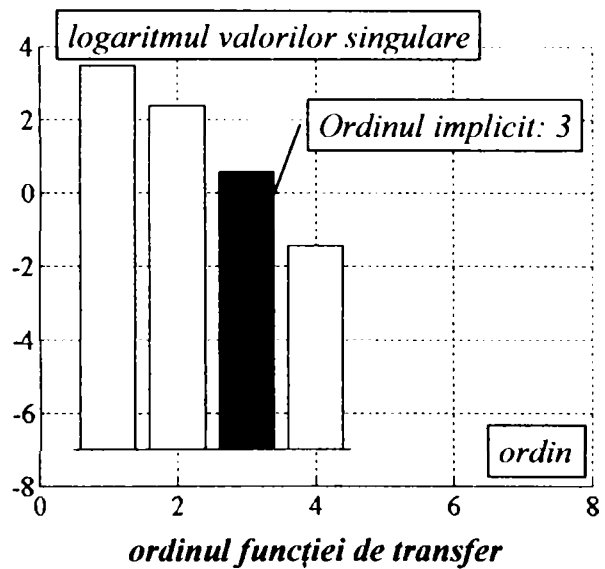


Fig. 5.1 Caracteristicile modelului matematic și reprezentările seriei dinamice experimentale (originale) și modelate a puterii parazite în funcție de diferența de raze de rulare în plan longitudinal (proba 06, pentru ordinul implicit al funcției de transfer)

$$\begin{aligned}
 & \frac{d^8 y}{dt^8} + 176,5 \frac{d^7 y}{dt^7} + 3,898 \cdot 10^4 \frac{d^6 y}{dt^6} + 5,672 \cdot 10^5 \frac{d^5 y}{dt^5} + 3,447 \cdot 10^8 \frac{d^4 y}{dt^4} + \\
 & + 4,064 \cdot 10^{10} \frac{d^3 y}{dt^3} + 8,763 \cdot 10^{11} \frac{d^2 y}{dt^2} + 6,086 \cdot 10^{13} \frac{dy}{dt} + 6,311 \cdot 10^{14} y = \\
 & = -2556 \frac{d^7 x}{dt^7} - 1,299 \cdot 10^5 \frac{d^6 x}{dt^6} - 7,999 \cdot 10^7 \frac{d^5 x}{dt^5} - 2,745 \cdot 10^9 \frac{d^4 x}{dt^4} - \\
 & - 4,047 \cdot 10^{11} \frac{d^3 x}{dt^3} - 1,008 \cdot 10^{13} \frac{d^2 x}{dt^2} - 6,925 \cdot 10^{14} \frac{dx}{dt} + 5,096 \cdot 10^{15} x
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

Pentru comoditate, se va lucra cu seriile dinamice experimentale (cele filtrate, așa cum s-a stabilit) în timp discret. De asemenea, ordinul funcției de transfer va fi trei, care furnizează erori sub valoarea impusă de 6%. Pentru proba în discuție, ordinul 3 este furnizat și de comanda de optimizare a mediului de programare.

Aplicând algoritmul $\hat{A}RX$ seriei filtrate se poate remarca, în primul rând, că s-a redus în mod semnificativ complexitatea parametrilor modelului rezultat. Astfel, ordinul funcției de transfer oferit de mediul de programare este 3. Chiar și în aceste condiții, eroarea de modelare nu a crescut în mod semnificativ, fiind acum de 3,03%, față de 2,12% (fig. 5.1). Trebuie totuși menționat că a fost folosită seria filtrată.



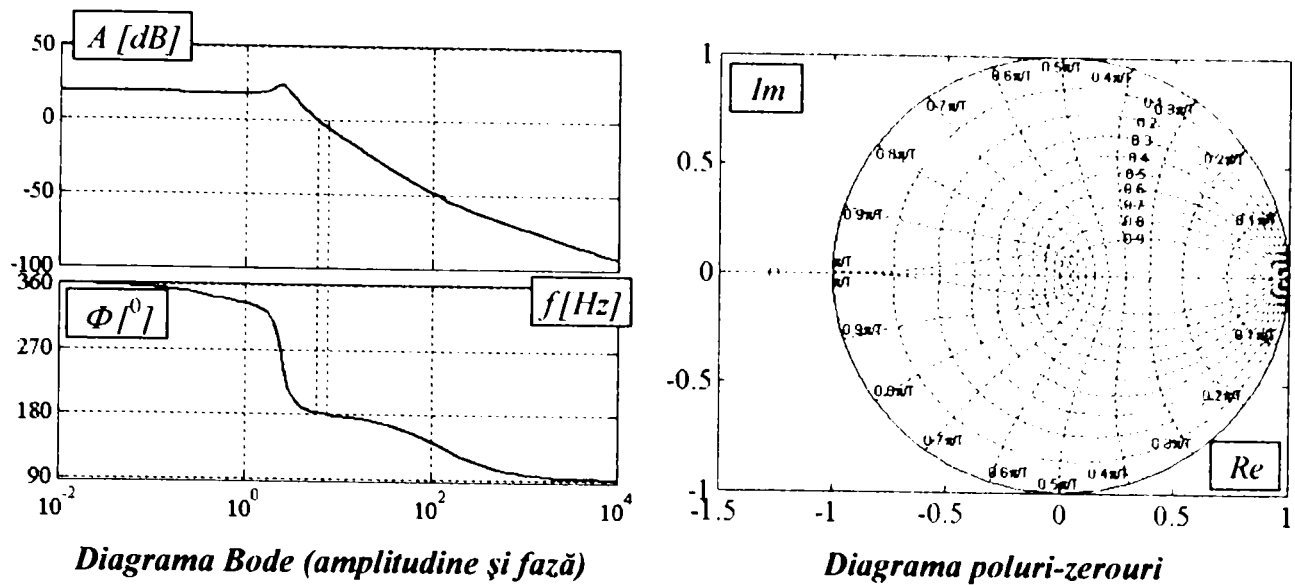


Diagrama Bode (amplitudine și fază)

Diagrama poluri-zerouri

Fig. 5.2 Caracteristicile modelului matematic și reprezentările seriei dinamice experimentale (filtrate) și modelate a puterii parazite în funcție de diferența de raze de rulare în plan longitudinal (proba 06, pentru ordinul 3 al funcției de transfer)

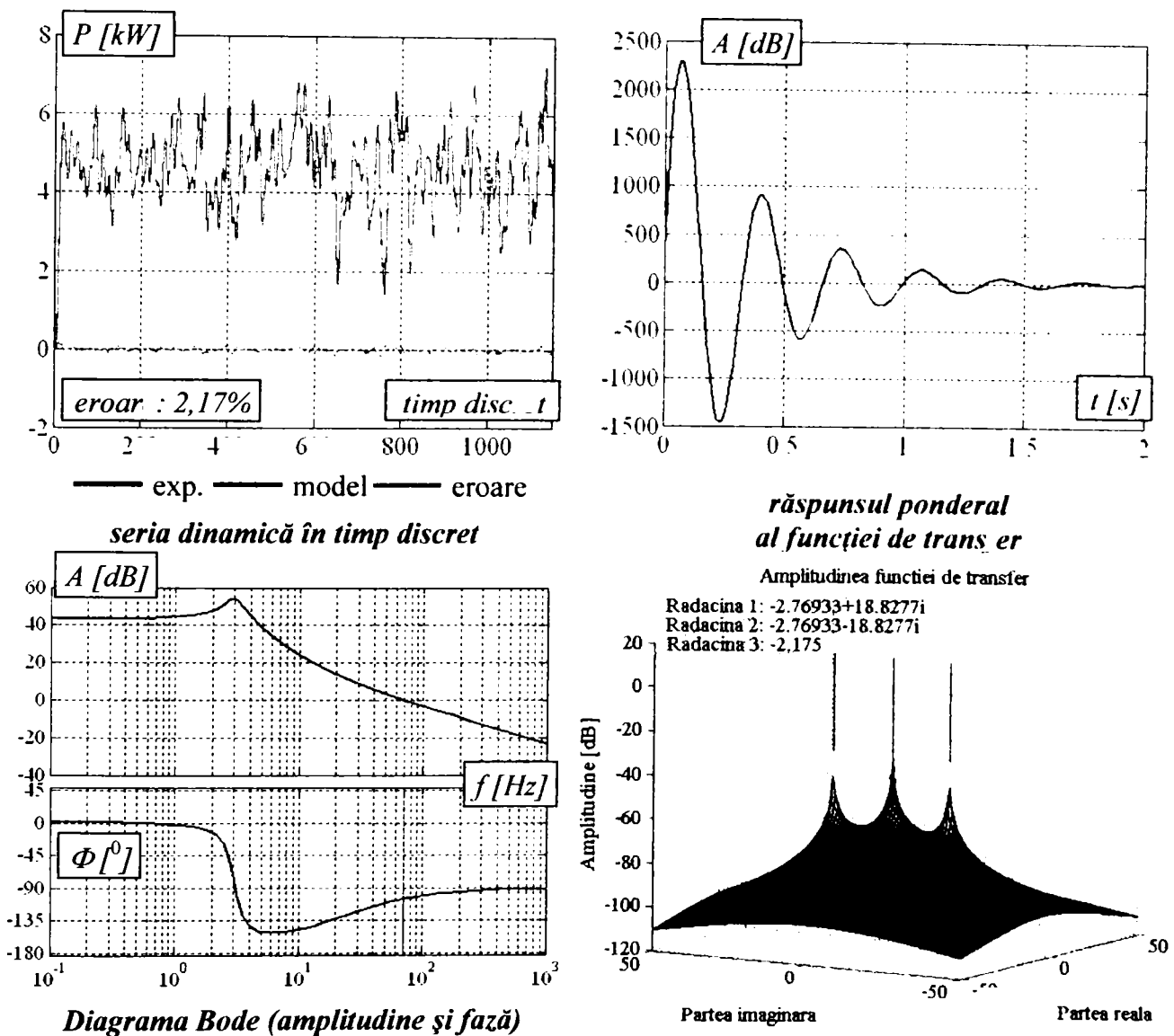


Diagrama Bode (amplitudine și fază)

răspunsul ponderal al funcției de transfer

Fig. 5.3 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 08)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.2 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 9,665 \frac{d^2 y}{dt^2} + 259,7 \frac{dy}{dt} + 1055 y = -1,369 \frac{d^2 x}{dt^2} + 1112 \frac{dx}{dt} + 8584 x, \quad (5.17)$$

în timp ce modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.3 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 7,714 \frac{d^2 y}{dt^2} + 374,2 \frac{dy}{dt} + 787,8 y = 423,6 \frac{d^2 x}{dt^2} + 5,441 \cdot 10^4 \frac{dx}{dt} + 787,8 x. \quad (5.18)$$

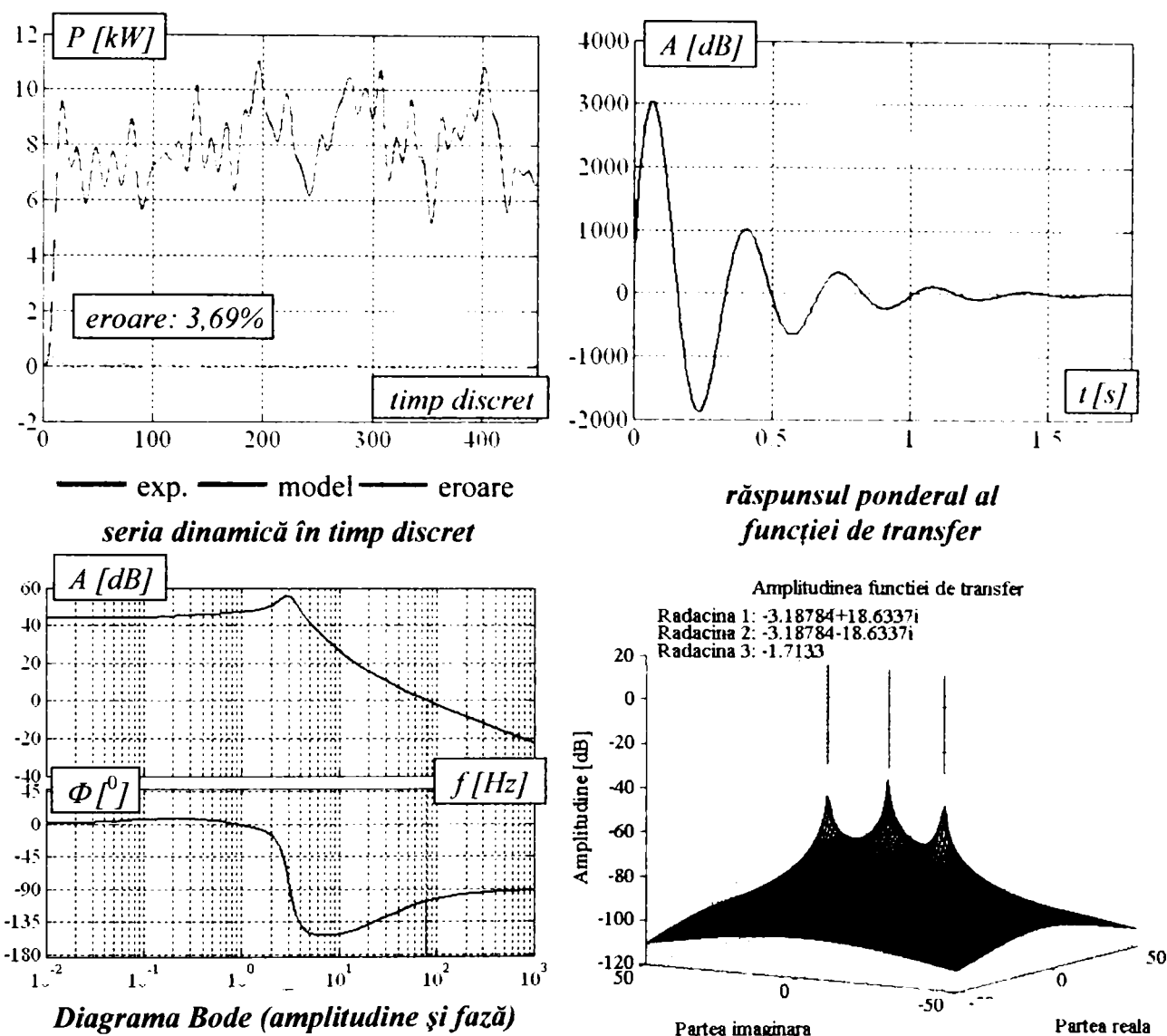


Fig. 5.4 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 10)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.4 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 8,098 \frac{d^2 y}{dt^2} + 368,3 \frac{dy}{dt} + 612,3 y = 464,2 \frac{d^2 x}{dt^2} + 74590 \frac{dx}{dt} + 93300 x \quad (5.19)$$

Figurile și ecuațiile următoare reprezintă caracteristicile, respectiv ecuațiile diferențiale, ale modelelor matematice pentru circulația de putere în plan transversal la mersul rectiliniu cu diferențe de raze de rulare între roțile aceleiași punți, la deplasarea pe asfalt.

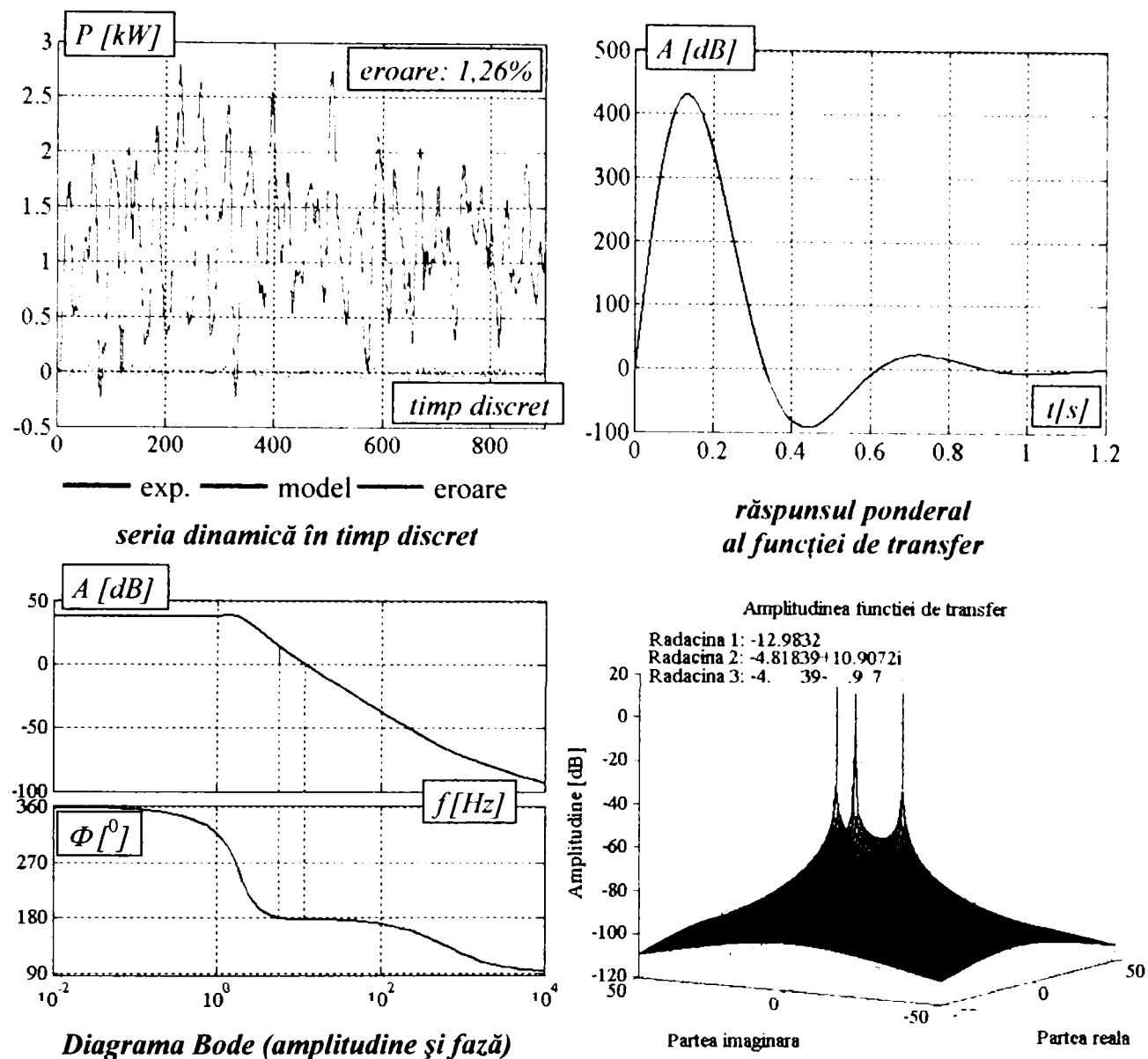


Fig. 5.5 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 16)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.5 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 22,62 \frac{d^2 y}{dt^2} + 267,3 \frac{dy}{dt} + 1846y = -1,316 \frac{d^2 x}{dt^2} + 5068 \frac{dx}{dt} + 1,345 \cdot 10^5 x \quad (5.20)$$

Se poate observa că eroarea de modelare s-a redus considerabil, deoarece, așa cum s-a menționat și anterior, diferențialul transversal introduce o atenuare a oscilațiilor prin coeficientul său mare de frecare internă. În plus față de aceasta, semnalul utilizat a fost și filtrat în prealabil.

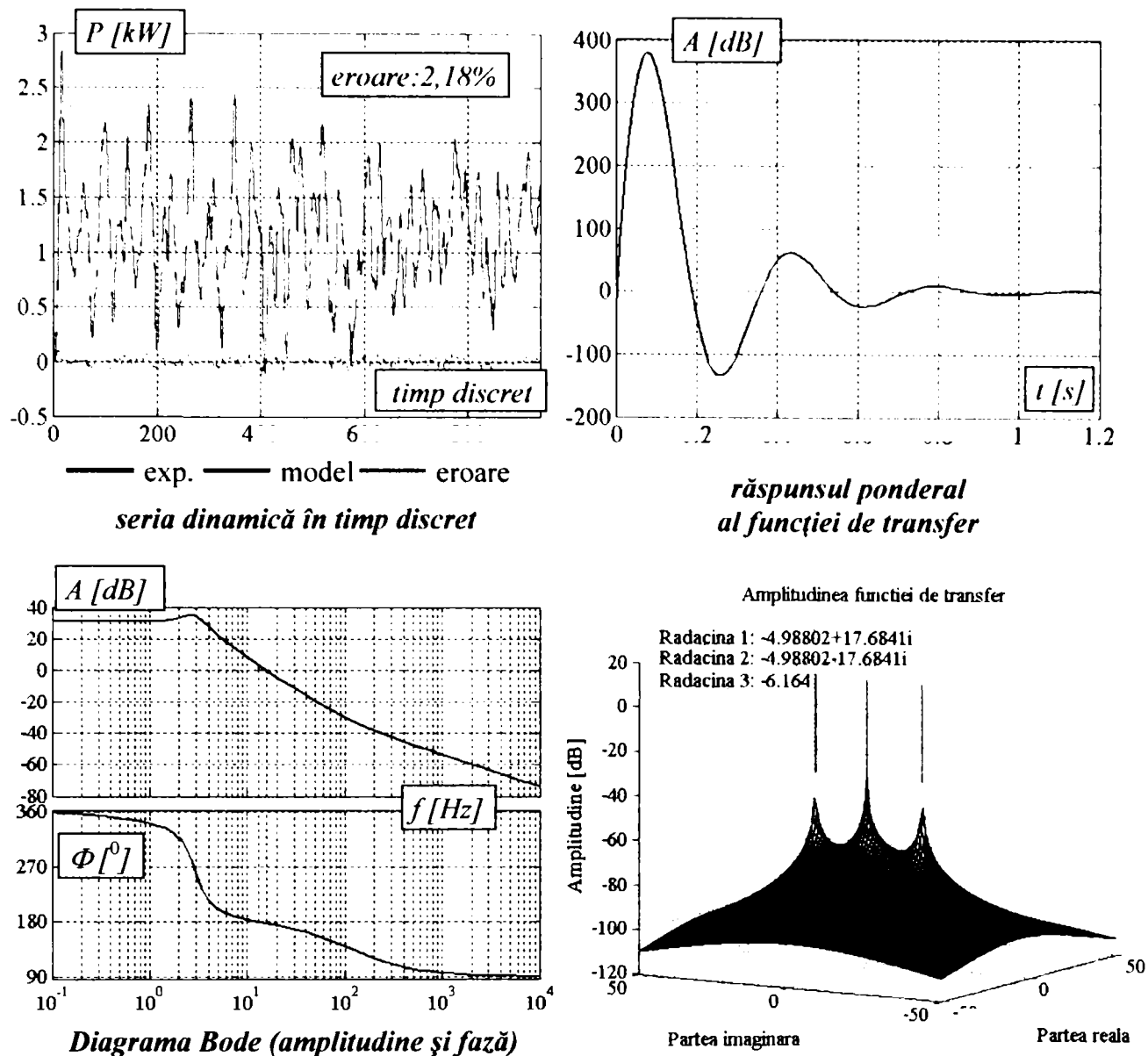


Fig. 5.6 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 17)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.6 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 16,14 \frac{d^2 y}{dt^2} + 399,1 \frac{dy}{dt} + 2081y = -12,73 \frac{d^2 x}{dt^2} + 9328 \frac{dx}{dt} + 7,364 \cdot 10^4 x \quad (5.21)$$

iar cel al expresiei puterii parazite pentru proba 18 (fig. 5.7), are forma

$$\begin{aligned} \frac{d^4 y}{dt^4} + 7,756 \frac{d^3 y}{dt^3} + 870,6 \frac{d^2 y}{dt^2} + 4023 \frac{dy}{dt} + 5,039 \cdot 10^4 y = \\ -5,748 \frac{d^3 x}{dt^3} + 30,87 \frac{d^2 x}{dt^2} - 7,93 \cdot 10^4 \frac{dx}{dt} + 8,283 \cdot 10^5 x \end{aligned} \quad (5.22)$$

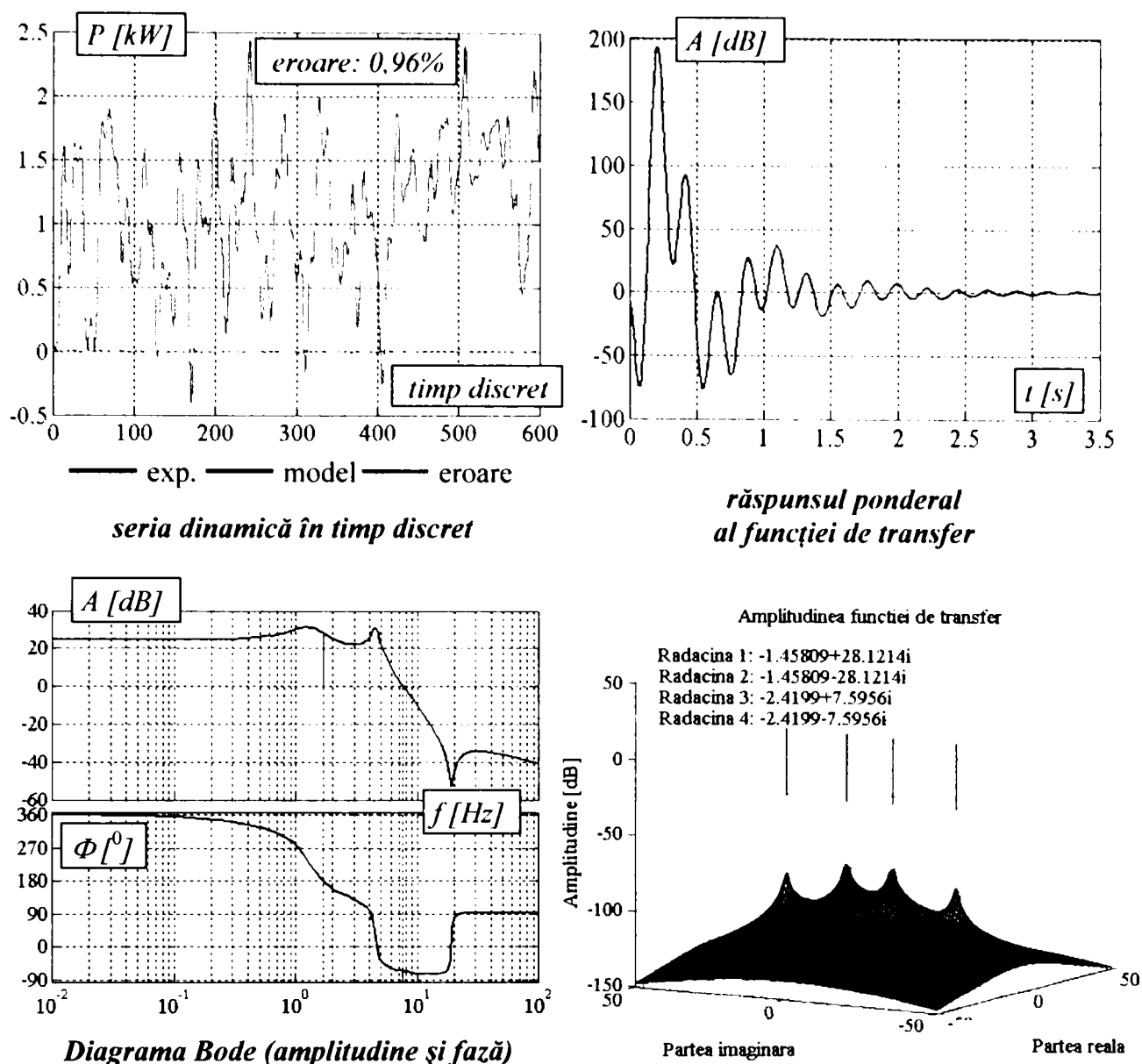


Fig. 5.7 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 18)

Asupra acestui ultim model matematic se fac câteva observații. Spre deosebire de ordinul funcției de transfer aplicat până acum (ordinul 3), pentru modelul aferent probei 18, el a trebuit ridicat cu o unitate. Prin aplicarea ordinului 3, așa cum s-a procedat în celelalte situații, eroarea de modelare a trecut de cea admisibilă, ajungând la 9,17%. Eroarea a fost considerată inacceptabilă, [34, 36].

O a doua observație este legată și de răspunsul ponderal al sistemului. În cazul utilizării unei funcții de transfer de ordinul 3, răspunsul ponderal nu era stabilizat, prin urmare, modelul matematic era instabil. Un model matematic instabil are un răspuns ponderal ale cărui oscilații fie nu se amortizează în timp, fie nu pomește din zero. În cazul probei 18, oscilațiile nu se amortizau, așadar, a

fost nevoie să se mărească ordinul funcției de transfer. De altminteri, ordinul propus de mediul de programare a fost de 11.

În continuare sunt prezentate modelele matematice corespunzătoare puterii parazite ca funcție de unghiul mediu de bracaj al roților, atât în plan longitudinal cât și în plan transversal. Pe timpul probelor, toate roțile autovehiculului au avut aceeași rază de rulare.

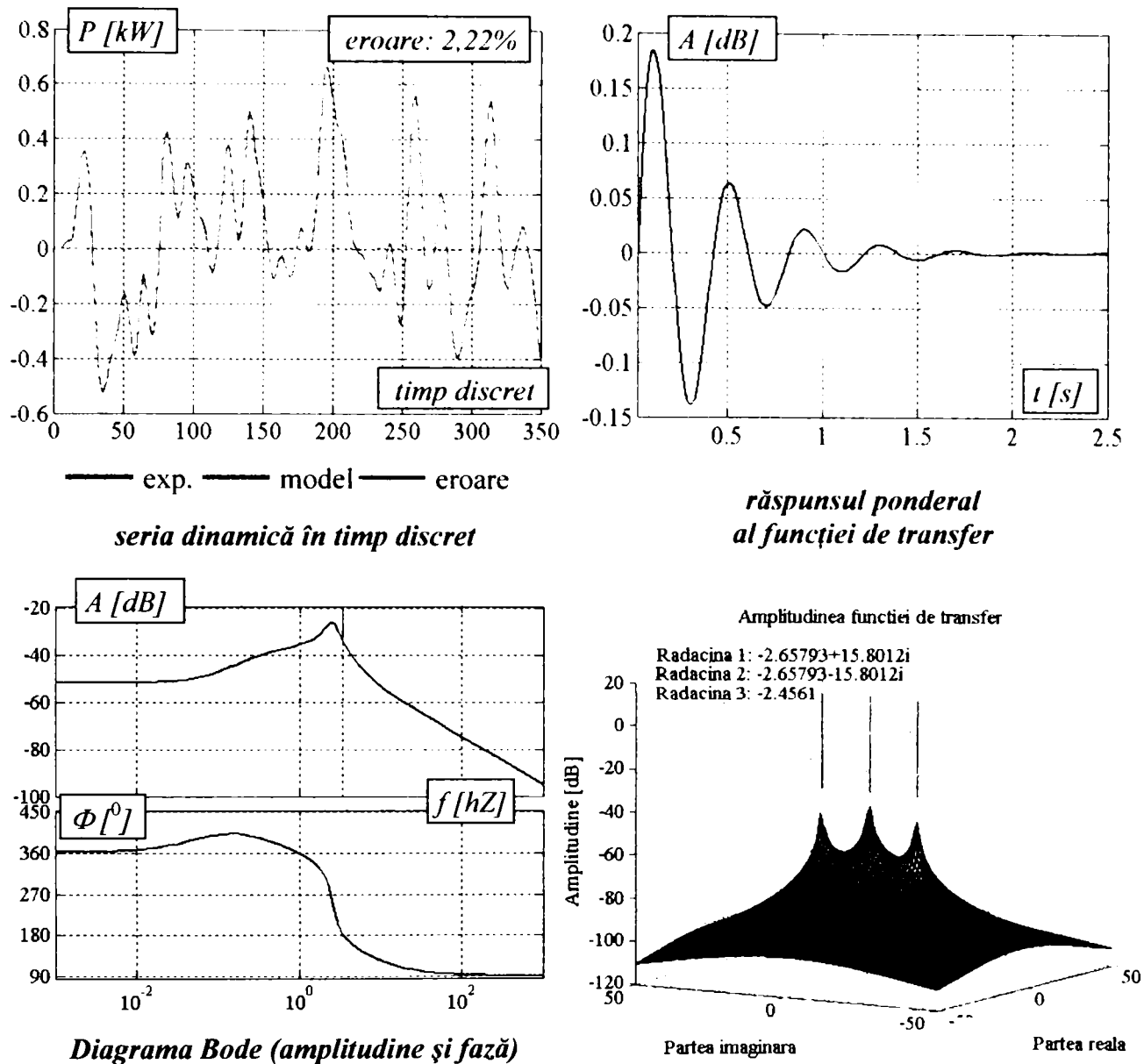


Fig. 5.8 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 23)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.8 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 7,772 \frac{d^2 y}{dt^2} + 269,8 \frac{dy}{dt} + 630,6 y = -0,1133 \frac{d^2 x}{dt^2} + 3,698 \frac{dx}{dt} + 1.585 x \quad (5.23)$$

caz în care se poate remarca întoarcerea la ordinul trei al funcției de transfer al modelului matematic propus pentru comportamentul puterii parazite din transmisie.

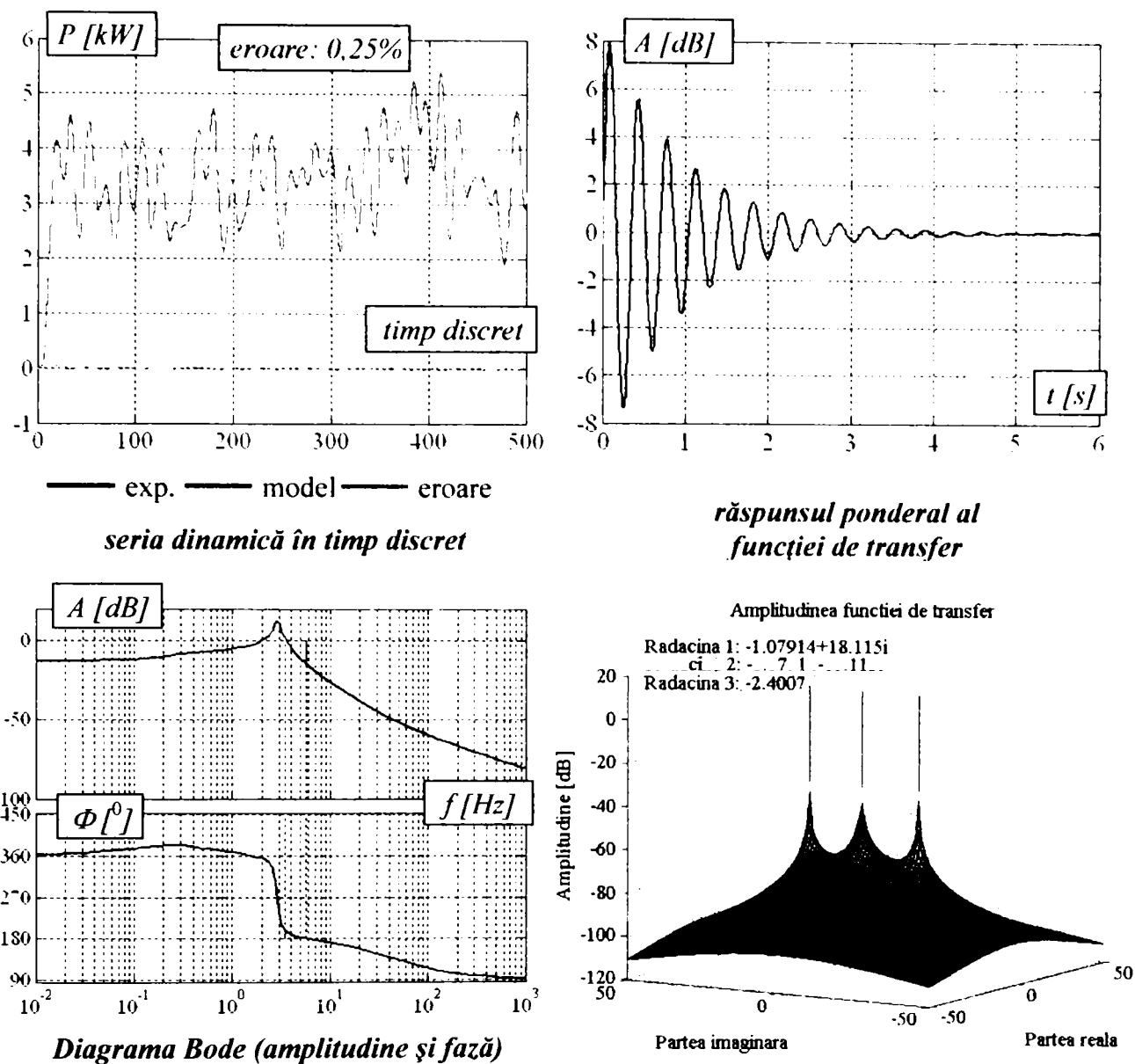


Fig. 5.9 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 24)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.9 este dat de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 4,559 \frac{d^2 y}{dt^2} + 334,5 \frac{dy}{dt} + 790,6y = -0,5797 \frac{d^2 x}{dt^2} + 167,1 \frac{dx}{dt} + 173,8x \quad (5.24)$$

iar cel corespunzător probei 25, reprezentat prin caracteristicile sale în fig. 5.10 are forma

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 5,188 \frac{d^2 y}{dt^2} + 408,4 \frac{dy}{dt} + 751,2y = -1,907 \frac{d^2 x}{dt^2} + 363,6 \frac{dx}{dt} + 309,6x. \quad (5.25)$$

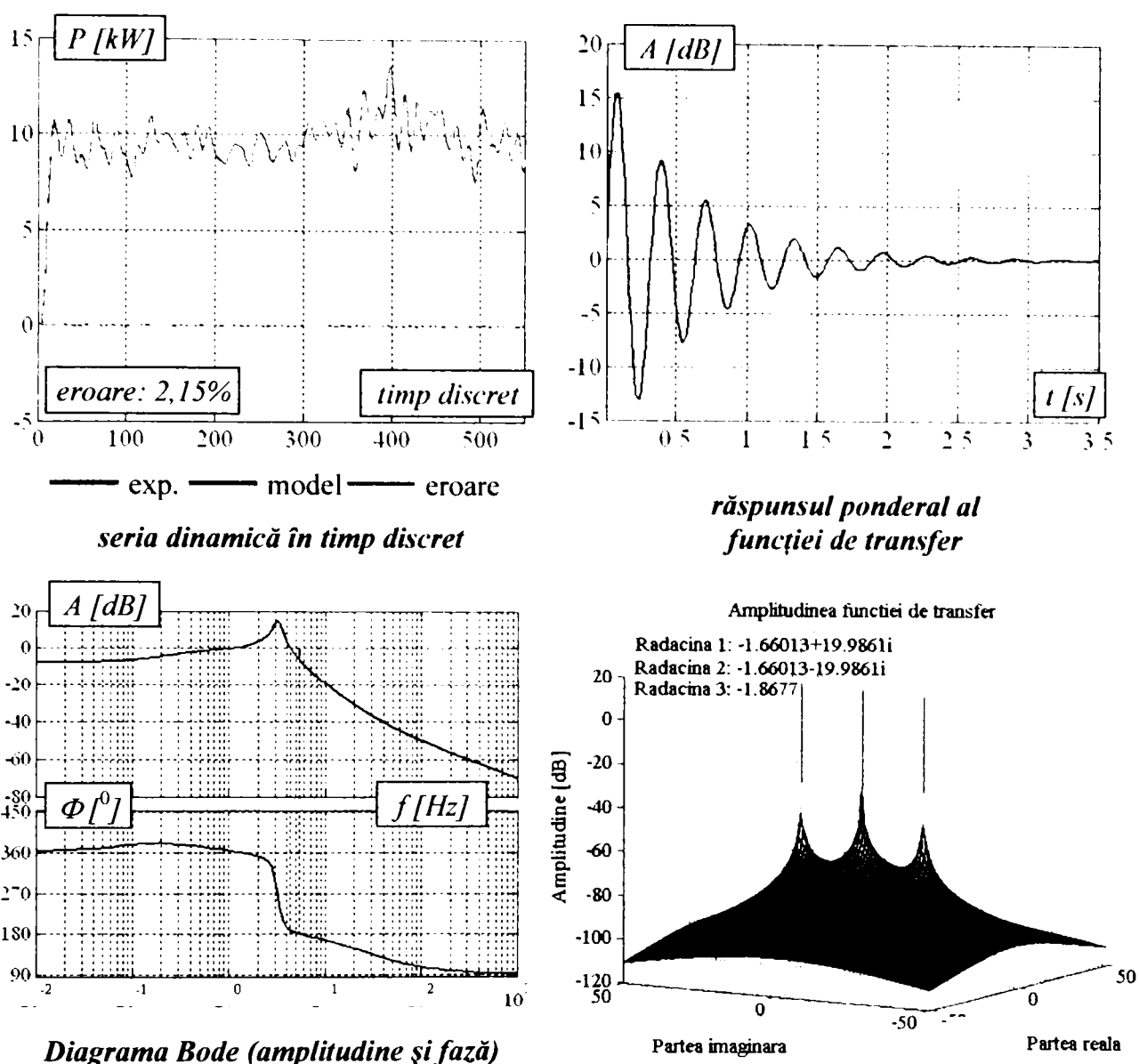


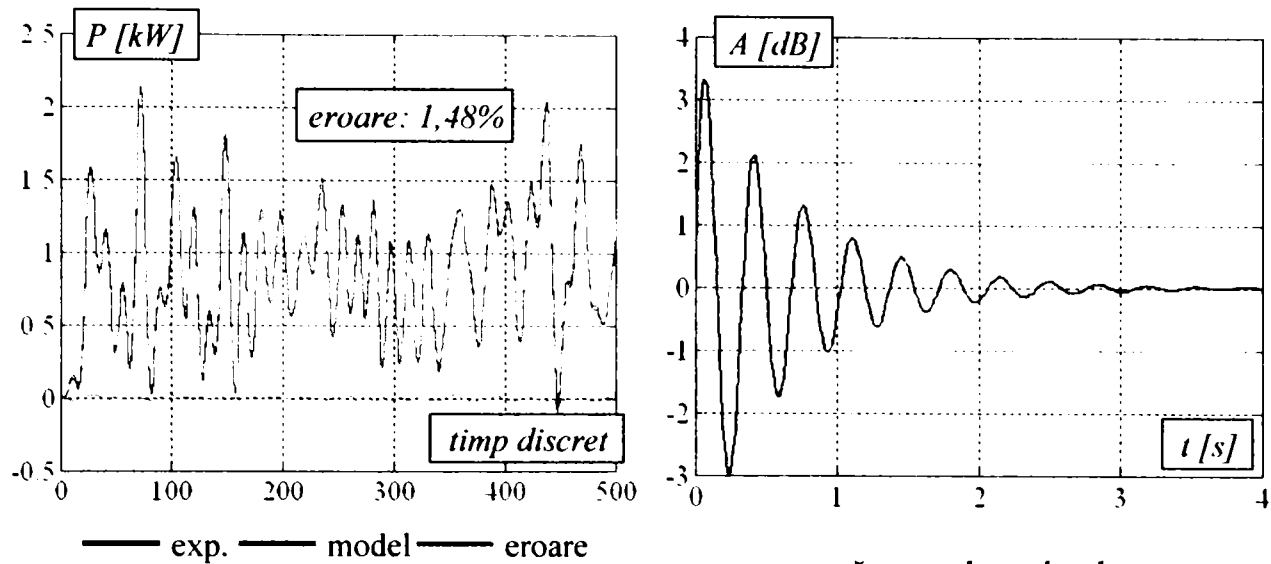
Fig. 5.10 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 25)

Aceste modele matematice completează seria de modele obținute prin identificare în timp pentru probele la care s-a urmărit determinarea puterii parazite care apare în plan longitudinal la deplasarea rectilinie cu diferite unghiuri medii de bracare a roților de direcție.

În figurile următoare vor fi prezentate modelele matematice, pentru probele care au fost efectuate în scopul determinării puterii parazite care circulă la nivelul transversal al transmisiei (la nivelul punții din spate), atunci când razele de rulare ale tuturor roților sunt egale între ele, dar când autovehiculul se deplasează în viraj. Probele luate în discuție sunt 32, 33 și 34.

Modelul matematic pentru proba 32 (ai cărei parametri sunt redați în fig. 5.11) este dat de

$$\frac{d^3y}{dt^3} + 6,782 \frac{d^2y}{dt^2} + 341,5 \frac{dy}{dt} + 1283y = 0,8178 \frac{d^2x}{dt^2} + 74,47 \frac{dx}{dt} + 138,8x. \quad (5.26)$$



seria dinamică în timp discret

răspunsul ponderal al funcției de transfer

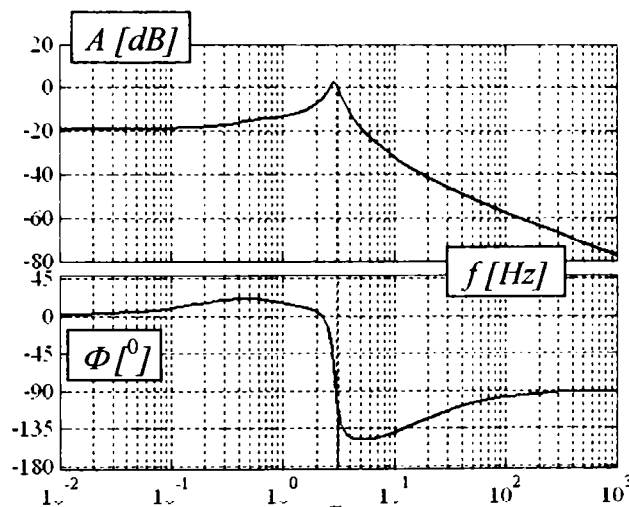


Diagrama Bode (amplitudine și fază)

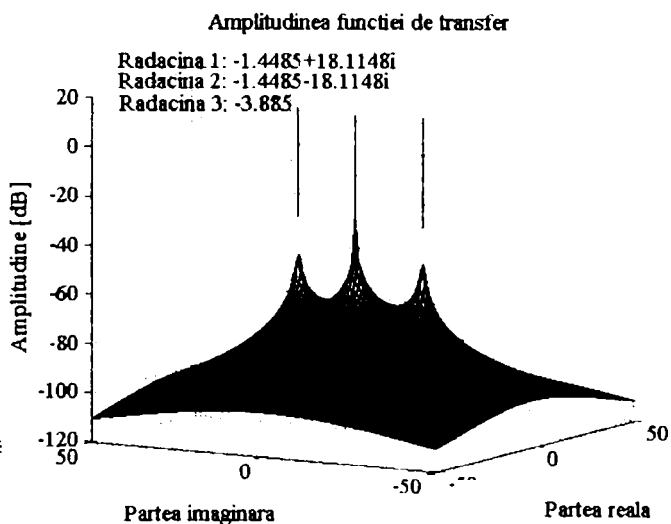
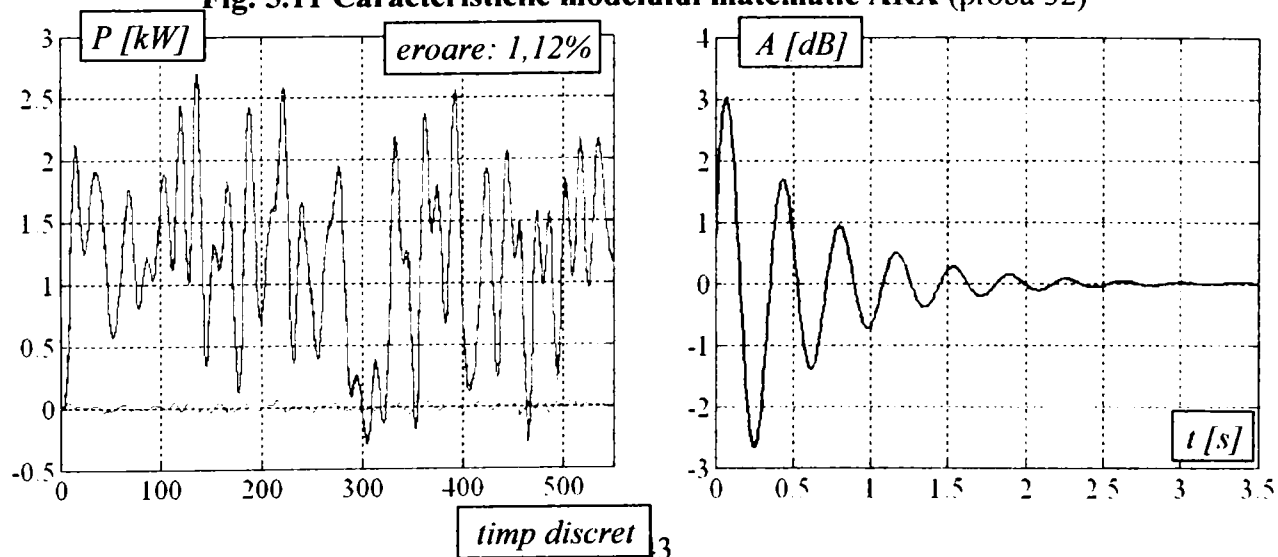


Fig. 5.11 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 32)



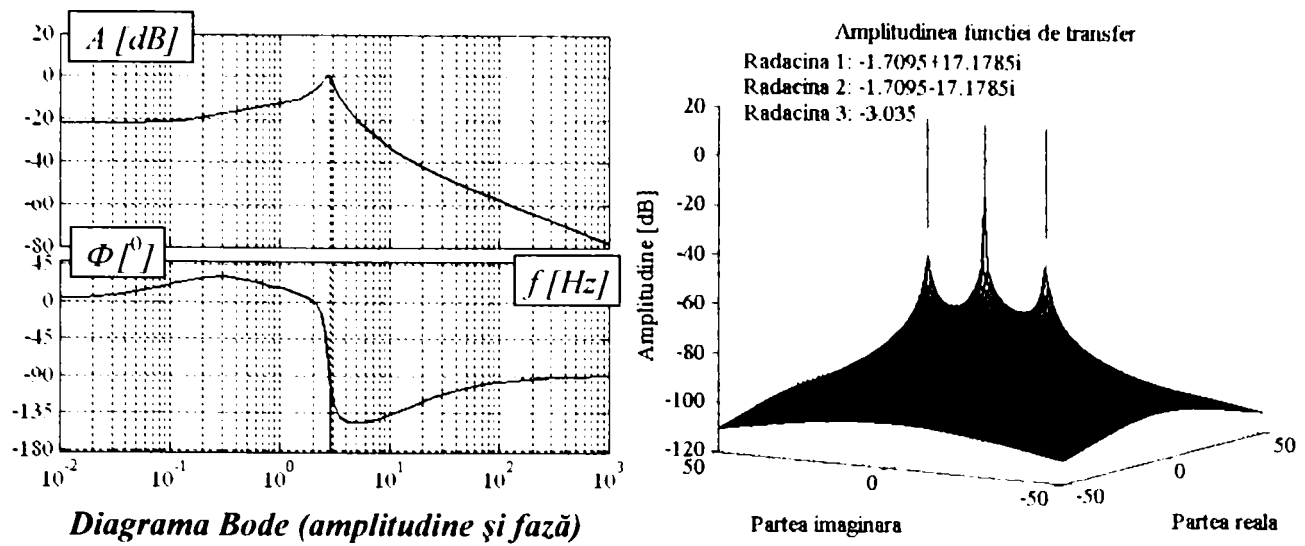


Fig. 5.12 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 33)

Modelul matematic al expresiei puterii parazite pentru cazul prezentat în fig. 5.12, (proba 33), este dat de ecuația (5.27):

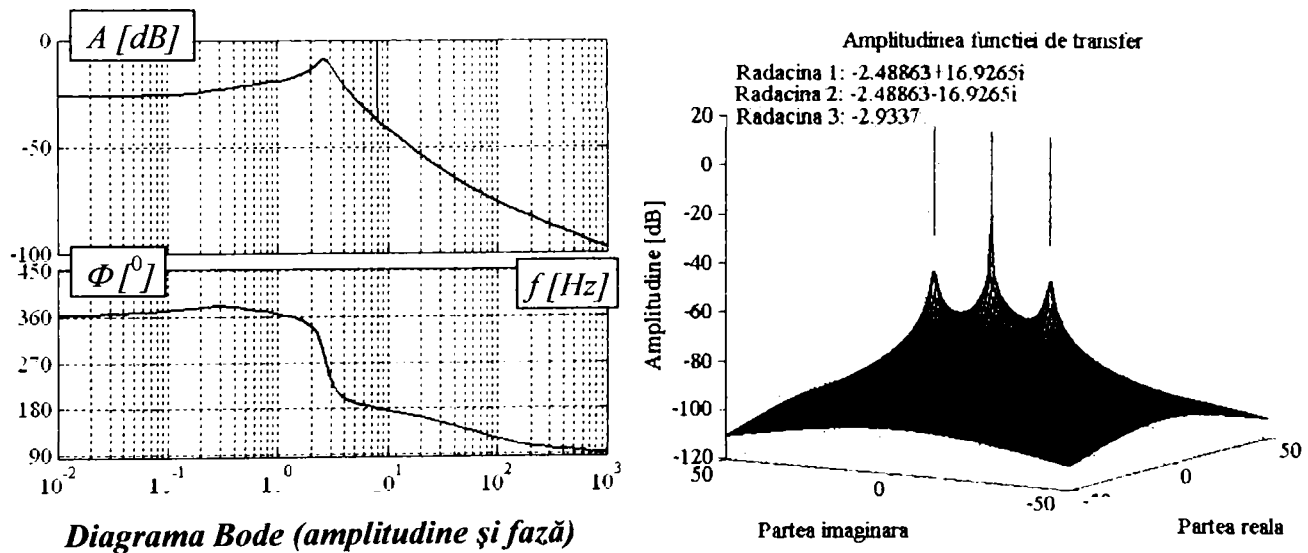
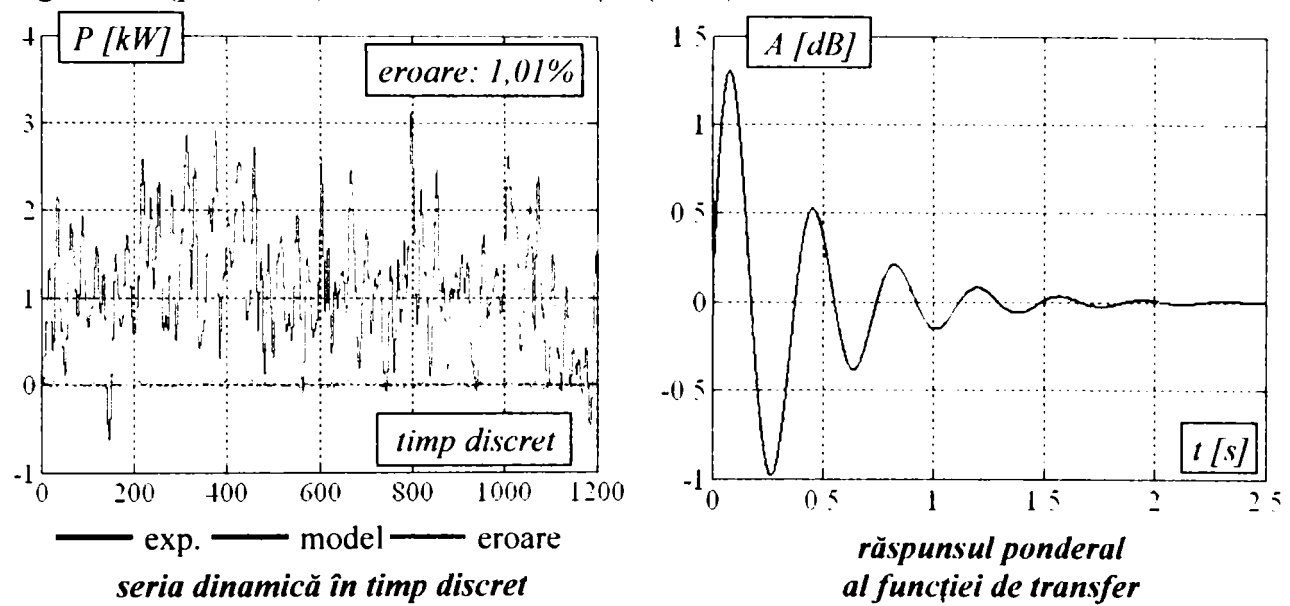


Fig. 5.13 Caracteristicile modelului matematic ARX (proba 34)

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 6,454 \frac{d^2 y}{dt^2} + 308,4 \frac{dy}{dt} + 904,5y = 0,7832 \frac{d^2 x}{dt^2} + 66,45 \frac{dx}{dt} + 68,17x, \quad (5.27)$$

iar cel al modelului matematic reprezentat în fig. 5.13, (proba 34), de ecuația

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 7,911 \frac{d^2 y}{dt^2} + 307,3 \frac{dy}{dt} + 858,7y = -0,08351 \frac{d^2 x}{dt^2} + 29,67 \frac{dx}{dt} + 40,83x. \quad (5.28)$$

În toate figurile prezentate, răspunsul ponderal a fost ilustrat pentru a stabili dacă funcția de transfer este stabilă sau nu. Având în vedere faptul că sistemul este mecanic și își demonstrează stabilitatea în practică, s-a urmărit să fie realizate modele matematice care să urmărească în expresiile lor matematice comportamentul efectiv, rezultat din practică, a sistemului real. Așadar, dacă sistemul real este stabil în timp, este imposibil ca modelul matematic să fie instabil în aceleași condiții. În urma analizei în timp efectuate pentru probele alese ca reprezentative, s-a constatat că instabilitatea modelului matematic apare numai atunci când ordinul funcției de transfer nu este ales corespunzător²¹.

Pe marginea celor prezentate anterior se fac câteva observații:

- ordinul minim al funcției de transfer care satisface atât condiția de stabilitate cât și pe cea de încadrare în limitele de eroare impuse este 3;

- cazul singular în care ordinul funcției de transfer a trebuit să fie mărit cu o unitate este cel corespunzător seriei dinamice experimentale înregistrate în cazul probei 17, situație în care el a trebuit să fie mărit datorită instabilității funcției de transfer la răspunsul ponderal;

- în toate modelele matematice prezentate (ecuațiile (5.16) - (5.28)) funcția $y(t)$ împreună cu toate derivatele sale va fi interpretată ca fiind puterea parazită $P_p(t)$, ca funcție continuă variabilă în raport cu variabila independentă *timp continuu*;

- în modelele matematice corespunzătoare probelor 06, 08 și 10, variabila $x(t)$ reprezintă diferența de raze de rulare în planul longitudinal al autovehiculului supus testărilor, care are, la rândul ei, o variație în funcție de variabila independentă *timp continuu* (ecuațiile 5.16 - 5.18));

- în modelele matematice corespunzătoare probelor 16, 17 și 18, variabila $x(t)$ reprezintă diferența de raze de rulare în planul transversal al autovehiculului supus testărilor, mai precis între roțile punții din spate ale acestuia (ecuațiile (5.20) - (5.22));

- în modelele matematice corespunzătoare probelor 23, 24 și 25, variabila $x(t)$ reprezintă variația unghiului mediu de bracaj al roților de direcție ale

²¹ Cazul probei 18, când ordinul funcției de transfer a trebuit să fie de minimum 4 pentru ca modelul matematic să fie stabil. O dată realizată condiția stabilității, ordinul funcției de transfer se minimizează din condiția asigurării poziționării erorii modelului sub limita prestabilită de 6%.

autovehiculului supus testărilor, în condițiile determinării modelului matematic al circulației de putere în planul longitudinal al autovehiculului (razele de rulare ale roților sunt egale atât în plan longitudinal cât și în cel transversal, ecuațiile (5.23) - 5.25));

- în modelele matematice corespunzătoare probelor 32, 33 și 34, variabila $x(t)$ reprezintă variația unghiului mediu de bracaj al roților de direcție ale autovehiculului supus testărilor, în condițiile determinării modelului matematic al circulației de putere în planul transversal al autovehiculului - la nivelul punții din spate (în condițiile menținerii egalității razelor de rulare ale tuturor roților, ecuațiile (5.26) - (5.28)).

Așa cum s-a văzut, identificarea în timp a sistemelor presupune determinarea mărimilor de ieșire în funcție de mărimile de intrare prin intermediul unei funcții de transfer (conform Teoriei Sistemelor Automate) interne sistemului abordat, în condițiile în care atât variabilele de intrare cât și cele de ieșire depind de variabila independentă *timp continuu*. Trebuie menționat că variabila independentă *timp continuu* este aceeași pentru ambele categorii de mărimi.

Bilanțul operațiunilor realizate anterior în vederea obținerii de modele matematice ale circulației de putere (puterii parazite), pe baza identificării în timp, este prezentat în cele ce urmează.

Mărimile care intervin în ecuațiile diferențiale ale modelelor matematice au următoarele semnificații:

- $P_p(t)$ [kW] - puterea parazită;
- $\Delta_{r(lg)}(t)$ [m] - diferența de raze de rulare între punțile autovehiculului (în plan longitudinal, considerând razele de rulare ale roților aceleiași punți ca fiind egale între ele, dar diferite de la o punte la alta);
- $\Delta_{r(tr)}(t)$ [m] - diferența de raze de rulare între roțile aceleiași punți a autovehiculului (în planul transversal al autovehiculului), în speță, puntea din spate (razele de rulare ale roților punții din față au fost păstrate egale);
- $\alpha_{m(lg)}$ [rad] - unghiul mediu de bracare al roților de direcție la determinarea circulației de putere în planul longitudinal al autovehiculului;
- $\alpha_{m(tr)}$ [rad] - unghiul mediu de bracare al roților de direcție la determinarea circulației de putere în planul transversal al autovehiculului²²;

²² Unghiurile de bracaj au fost aceleași, pentru comparații între puterile parazite.

Cap. 5 - Studiul circulației de putere prin identificare în timp

Modelele matematice ale circulației de putere în plan longitudinal datorită diferenței de raze de rulare a roților între punțile autovehiculului (deplasare pe asfalt)

$$\text{proba 06 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 9,665 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 259,7 \frac{dP_p(t)}{dt} + 1055 P_p(t) = -1,369 \frac{d^2 \Delta_{r(lg)}(t)}{dt^2} + 1112 \frac{d\Delta_{r(lg)}(t)}{dt} + 8584 \Delta_{r(lg)}(t)$$

$$\text{proba 08 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 7,714 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 374,2 \frac{dP_p(t)}{dt} + 787,8 P_p(t) = 423,6 \frac{d^2 \Delta_{r(lg)}(t)}{dt^2} + 5,441 \cdot 10^4 \frac{d\Delta_{r(lg)}(t)}{dt} + 1,116 \cdot 10^5 \Delta_{r(lg)}(t)$$

$$\text{proba 10 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 8,098 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 368,3 \frac{dP_p(t)}{dt} + 612,3 P_p(t) = 464,2 \frac{d^2 \Delta_{r(lg)}(t)}{dt^2} + 74590 \frac{d\Delta_{r(lg)}(t)}{dt} + 93300 \Delta_{r(lg)}(t)$$

Modelele matematice ale circulației de putere în plan transversal datorită diferenței de raze de rulare între roțile punții din spate a autovehiculului (deplasare pe asfalt)

$$\text{proba 16 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 22,62 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 267,3 \frac{dP_p(t)}{dt} + 1846 P_p(t) = -1,316 \frac{d^2 \Delta_{r(ir)}(t)}{dt^2} + 5068 \frac{d\Delta_{r(ir)}(t)}{dt} + 1,345 \cdot 10^5 \Delta_{r(ir)}(t)$$

$$\text{proba 17 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 16,14 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 399,1 \frac{dP_p(t)}{dt} + 2081 P_p(t) = -12,73 \frac{d^2 \Delta_{r(ir)}(t)}{dt^2} + 9328 \frac{d\Delta_{r(ir)}(t)}{dt} + 7,364 \cdot 10^4 \Delta_{r(ir)}(t)$$

$$\begin{aligned} \text{proba 18 } & \frac{d^4 P_p(t)}{dt^4} + 7,756 \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 870,6 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 4023 \frac{dP_p(t)}{dt} + 5,039 \cdot 10^4 P_p(t) = \\ & = -5,748 \frac{d^3 \Delta_{r(ir)}(t)}{dt^3} + 30,87 \frac{d^2 \Delta_{r(ir)}(t)}{dt^2} - 7,93 \cdot 10^4 \frac{d\Delta_{r(ir)}(t)}{dt} + 8,283 \cdot 10^5 \Delta_{r(ir)}(t) \end{aligned}$$

Cap.5 - Studiul circulației de putere prin identificare în timp

Modelele matematice ale circulației de putere în plan longitudinal datorită virajului autovehiculului (deplasare pe asfalt)

$$\text{proba 23 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 7,772 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 269,8 \frac{dP_p(t)}{dt} + 630,6P_p(t) = -0,1133 \frac{d^2 \alpha_{m(lg)}}{dt^2} + 3,698 \frac{d\alpha_{m(lg)}}{dt} + 1.585\alpha_{m(lg)}$$

$$\text{proba 24 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 4,559 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 334,5 \frac{dP_p(t)}{dt} + 790,6P_p(t) = -0,5797 \frac{d^2 \alpha_{m(lg)}}{dt^2} + 167,1 \frac{d\alpha_{m(lg)}}{dt} + 173,8\alpha_{m(lg)}$$

$$\text{proba 25 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 5,188 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 408,4 \frac{dP_p(t)}{dt} + 751,2P_p(t) = -1,907 \frac{d^2 \alpha_{m(lg)}}{dt^2} + 363,6 \frac{d\alpha_{m(lg)}}{dt} + 309,6\alpha_{m(lg)}$$

Modelele matematice ale circulației de putere în plan transversal datorită virajului autovehiculului (deplasare pe asfalt)

$$\text{proba 32 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 6,782 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 341,5 \frac{dP_p(t)}{dt} + 1283P_p(t) = 0,8178 \frac{d^2 \alpha_{m(tr)}}{dt^2} + 74,47 \frac{d\alpha_{m(tr)}}{dt} + 138,8\alpha_{m(tr)}$$

$$\text{proba 33 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 6,454 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 308,4 \frac{dP_p(t)}{dt} + 904,5P_p(t) = 0,7832 \frac{d^2 \alpha_{m(tr)}}{dt^2} + 66,45 \frac{d\alpha_{m(tr)}}{dt} + 68,17\alpha_{m(tr)}$$

$$\text{proba 34 } \frac{d^3 P_p(t)}{dt^3} + 7,911 \frac{d^2 P_p(t)}{dt^2} + 307,3 \frac{dP_p(t)}{dt} + 858,7P_p(t) = -0,08351 \frac{d^2 \alpha_{m(tr)}}{dt^2} + 29,67 \frac{d\alpha_{m(tr)}}{dt} + 40,83\alpha_{m(tr)}$$

Modelele matematice realizate prin identificare în timp cu ajutorul algoritmului ARX din mediul de programare *Matlab*, [78], permit aproximarea cu erori mici, (sub 6%), a dependenței puterii parazite de cei doi factori care o determină (diferența de raze de rulare și unghiul de bracaj al roților de direcție) atât în planul longitudinal al autovehiculului cât și în planul transversal al acestuia.

Au fost alese probele efectuate pe asfalt datorită faptului că, o dată cu reducerea rezistențelor la rulare, magnitudinea puterii parazite crește²³.

Ecuția matriceală a modelelor matematice ale circulației de putere în plan longitudinal la deplasarea pe asfalt cu diferențe de raze de rulare în plan longitudinal este

$$\begin{pmatrix} 1 & 9,655 & 259,7 & 1055 \\ 1 & 7,714 & 374,2 & 787,8 \\ 1 & 8,098 & 368,3 & 612,3 \end{pmatrix} \cdot P(p) = \begin{pmatrix} -1,369 & 1112 & 8584 \\ 423,6 & 5,441 \cdot 10^4 & 1,116 \cdot 10^5 \\ 462,2 & 74590 & 93300 \end{pmatrix} \cdot \Delta_r(lg).$$

Ecuția matriceală a modelelor matematice ale circulației de putere în plan transversal la deplasarea pe asfalt cu diferențe de raze de rulare în plan transversal, (la nivelul punții spate), este²⁴

$$\begin{pmatrix} 1 & 22,62 & 267,3 & 1846 \\ 1 & 16,14 & 399,1 & 2081 \end{pmatrix} \cdot P(p) = \begin{pmatrix} -1,316 & 5068 & 1,345 \cdot 10^5 \\ -12,73 & 9328 & 7,364 \cdot 10^4 \end{pmatrix} \cdot \Delta_r(tr).$$

Ecuția matriceală a modelelor matematice ale circulației de putere în plan longitudinal la deplasarea pe asfalt în viraj este

$$\begin{pmatrix} 1 & 7,772 & 269,8 & 630,6 \\ 1 & 4,559 & 334,5 & 790,6 \\ 1 & 5,188 & 408,4 & 751,2 \end{pmatrix} \cdot P(p) = \begin{pmatrix} -0,1133 & 3,698 & 1,585 \\ -0,5797 & 167,1 & 173,8 \\ -1,907 & 363,6 & 309,6 \end{pmatrix} \cdot \Delta_r(lg).$$

și, în fine, ecuația matriceală a modelelor matematice ale circulației de putere în plan transversal la deplasarea pe asfalt în viraj este

$$\begin{pmatrix} 1 & 6,782 & 341,5 & 1283 \\ 1 & 6,454 & 308,4 & 904,5 \\ 1 & 7,911 & 307,3 & 858,7 \end{pmatrix} \cdot P(p) = \begin{pmatrix} 0,8187 & 74,47 & 138,8 \\ 0,7832 & 66,45 & 68,17 \\ -0,08351 & 29,64 & 40,83 \end{pmatrix} \cdot \Delta_r(tr).$$

Aceste modele matematice pot fi unificate ulterior și, pe baza modelelor robuste, se poate obține un model unicat pentru fiecare parametru variabil²⁵.

²³ Conform celor prezentate la Cap. 1.

²⁴ O ecuație mai puțin, deoarece una dintre ele este de ordinul 4.

²⁵ Spre exemplu, un model matematic de dependență a puterii parazite față de diferența de raze de rulare și un alt model matematic al dependenței puterii parazite în raport cu unghiul mediu de bracaj, în plan transversal, respectiv longitudinal.

CAPITOLUL 6

STUDIUL CIRCULAȚIEI DE PUTERE PRIN IDENTIFICARE ÎN FRECVENȚĂ

Identificarea în frecvență face parte din categoria algoritmilor de *identificare neparametrică*. Afirmatia este relevantă deoarece, prin această metodă nu se obțin, în mod direct, expresii analitice care să permită ilustrarea comportamentului sistemelor în domeniul frecvenței. Informațiile obținute sunt de *natură grafică*, imaginile obținute permițând estimarea răspunsului sistemelor în regim dinamic. Ea permite stabilirea caracteristicilor de frecvență ale sistemelor și permite evaluarea comportamentului acestora în domeniul frecvențelor. Totuși, identificarea în frecvență are și *algoritmi parametrici* care permit determinarea *expresiilor analitice* ale modelelor matematice. Aceste metode sunt de structură polinomială sau cu rețele neuronale. În lucrare se va aplica metoda *polinomială a regresorilor*.

6.1 Funcții și caracteristici în frecvență

La descrierea comportamentului în timp a dinamicii unui sistem, pe baza ecuațiilor diferențiale (sau cu diferențe, în timp discret) se obțin funcțiile de transfer în frecvență. Un sistem liniar și staționar (descriș de ecuații diferențiale liniare cu coeficienți constanți) poate fi analizat cu ajutorul transformatorilor Laplace și Fourier aplicate mărimilor de intrare și ieșire, obținându-se funcțiile de transfer în frecvență.

La modul general, un sistem cu o singură variabilă de intrare și cu o singură variabilă de ieșire va avea expresia unei ecuații diferențiale de ordinul n

$$, [42] \text{ ca în relația următoare, } a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) \text{ sau, sub formă restrânsă,}$$

$$\sum_{i=1}^n a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{k=1}^m b_k \frac{d^k x(t)}{dt^k}. \quad (6.1)$$

În relațiile de mai sus, $x(t)$ este mărimea de intrare, iar $y(t)$ este cea de ieșire. Coeficienții a_i și b_k se determină din datele experimentale ale celor două mărimi, pe baza identificării parametrice liniare.

Prin aplicarea transformatei Laplace directe în condiții inițiale nule (condiție obligatorie pentru obținerea funcției de transfer, [30]) celor două

mărimi, de intrare și de ieșire, se obține $N(s)Y(s) = M(s)X(s)$, în care transformatele Laplace ale celor două mărimi sunt $Y(s) = L[y(t)]$, respectiv $X(s) = L[x(t)]$. Transformatele Laplace aplicate au expresiile

$N(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0$; $M(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0$ iar funcția de transfer în imagini Laplace are forma

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k (s)^k}{\sum_{i=0}^n a_i (s)^i}. \quad (6.2)$$

Așa cum s-a arătat, analiza se efectuează pentru sisteme staționare (susceptibile la aplicarea transformatelor Laplace și Fourier). Prin urmare, pentru a obține funcția de transfer în frecvență (funcția de transfer în imagini Fourier), se procedează la substituția $s = j\omega$ și rezultă

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{M(j\omega)}{N(j\omega)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k (j\omega)^k}{\sum_{i=0}^n a_i (j\omega)^i}. \quad (6.3)$$

Imaginile Fourier din expresia (6.3) se obțin prin aplicarea transformatei directe Fourier mărimilor de intrare și de ieșire:

$$\begin{cases} X(j\omega) = F[x(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \\ Y(j\omega) = F[y(t)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\omega t} dt \end{cases}$$

expresii în care apare factorul 2π deoarece se lucrează cu pulsația ω în loc de frecvența f .

Cele două părți ale funcției complexe de transfer în frecvență (FTF) sunt $u(\omega) = \text{Re}[W(j\omega)]$ și $v(\omega) = \text{Im}[W(j\omega)]$ și ca atare ea se poate scrie sub forma $W(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega)$ sau exponențial, $W(j\omega) = A(\omega)e^{-j\psi(\omega)}$. În relația exponențială, modulul are expresia $A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{u^2(\omega) + v^2(\omega)}$, iar faza (argumentul) are expresia $\psi(\omega) = \text{arctg} \frac{v(\omega)}{u(\omega)} + m\pi$, (în care $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$).

Amplitudinea FTF reprezintă raportul dintre amplitudinea mărimii de ieșire și a celei de intrare, iar faza ei este diferența corespunzătoare dintre fazele celor două mărimi: $A(\omega) = \frac{A_y(\omega)}{A_x(\omega)}$, respectiv $\psi(\omega) = \psi_y(\omega) - \psi_x(\omega)$.

Aplicând relația lui Euler $e^{j\psi(\omega)} = \cos\psi(\omega) + j\sin\psi(\omega)$ în ecuațiile paragrafului precedent se obține

$$\begin{cases} u(\omega) = A(\omega)\cos\psi(\omega) \\ v(\omega) = A(\omega)\sin\psi(\omega) \end{cases} \quad (6.4)$$

Toate funcțiile prezentate mai sus sunt cunoscute la analiza în frecvență, ca fiind funcții de frecvență, astfel:

- $u(\omega)$ - funcția reală de frecvență (FRF);
- $v(\omega)$ - funcția imaginară de frecvență (FIF);
- $A(\omega)$ - funcția de frecvență și amplitudine (FFA);
- $\psi(\omega)$ - funcția de frecvență în fază (FFF),

căroră li se mai alătură și funcțiile logaritmice de frecvență:

- $L(\omega) = 20 \log A(\omega) [dB]$ - funcția logaritmică de frecvență în amplitudine;
- $\psi(\omega) = f(\log \omega)$ - funcția logaritmică de frecvență în fază (FLFF).

Cum FTF poartă informații atât asupra amplitudinii cât și fazei, ea se mai numește și funcția de frecvență în amplitudine și fază (FLFA).

Graficele funcțiilor de frecvență amintite se numesc *caracteristici de frecvență*, după cum urmează:

- graficul FFAF: caracteristica de frecvență în amplitudine și fază (CFAF) sau *diagrama lui Nyquist*;
- graficul FLFA: caracteristica logaritmică de frecvență în amplitudine (CLFA) sau *diagrama lui Bode* (diagrama lui Nyquist în scară logaritmică);
- graficul FRF: caracteristica reală de frecvență (CRF);
- graficul FIF: caracteristica imaginară de frecvență (CIF);
- graficul FFA: caracteristica de frecvență în amplitudine (CFA);
- graficul FFF: caracteristica de frecvență în fază (CFF);
- graficul FLFF: caracteristica logaritmică de frecvență și fază²³ (CLFF).

Din relațiile (6.4) se poate observa că FRF este o funcție pară în ω (datorită funcției cosinus), iar graficul său, CRF, este simetric față de axa ordonatelor, în timp ce FIF este impară în ω , iar graficul său, CIF, este simetric în raport cu originea sistemului de coordonate. Prin urmare, diagrama lui

²³ Diagrama lui Bode conține CLFA și CLFF.

Nyquist (CFAF) e simetrică față de axa absciselor $u(\omega)$, axa ordonatelor fiind $v(\omega)$. În mod uzual se lucrează cu caracteristicile logaritmice de frecvență în amplitudine asimptotice, deoarece acestea sunt linii drepte în diagrama lui Bode (în graficul $L(\omega) = 20 \log A(\omega)$).

Un exemplu în acest sens este dat în continuare. Astfel, dacă pentru două pulsații $\omega_1 = \omega$ și $\omega_2 = 10\omega$, caracteristica este o dreaptă, dată de ecuația $L(\omega_2) - L(\omega_1) = L(10\omega) - L(\omega)$, această dreaptă este tangentă la curba CLFA. În cazul în care există mai multe asimptote, atunci intersecția a două drepte alăturate dau valoarea *pulsației de frângere* ω_f . Pulsația la care curba CLFA intersectează axa absciselor se numește *pulsație de tăiere* și se notează cu ω_t .

Fie un element inercial de ordinul I (cum ar fi ecuația clasică a dinamicii autovehiculului) a cărei formă este dată, în regim dinamic, de ecuația diferențială²⁴ $T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t)$. Prin aplicarea transformatei Fourier în

condiții inițiale nule se obține $W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = \frac{k}{T(j\omega) + 1}$, adică

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2} + j \frac{-k\omega T}{1 + \omega^2 T^2}, \quad (6.5)$$

în care k este coeficientul de transfer static, iar T este constanta de timp. De aici rezultă funcțiile de frecvență prezentate mai înainte:

$$u(\omega) = \frac{k}{1 + \omega^2 T^2},$$

$$v(\omega) = -\frac{k\omega T}{1 + \omega^2 T^2},$$

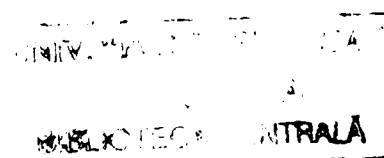
$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}},$$

$$L(\omega) = 20 \log \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = 20 \log k - 20 \log \sqrt{1 + \omega^2 T^2},$$

$$\psi(\omega) = \arctg \frac{v(\omega)}{u(\omega)} = -\arctg \omega T.$$

Pentru elementul inercial de ordinul I considerat, în fig. 6.1 și 6.2 sunt redate caracteristicile de frecvență, pentru cazul particular $k = 1,2$ și $T = 0,8s$. Caracteristicile prezentate în fig. 6.1 au fost reprezentate pe întreaga axă a absciselor ($\omega \in (-\infty, +\infty)$) pentru a se evidenția simetria. Din fig. 6.1 se poate

²⁴ Ecuația are forma standard



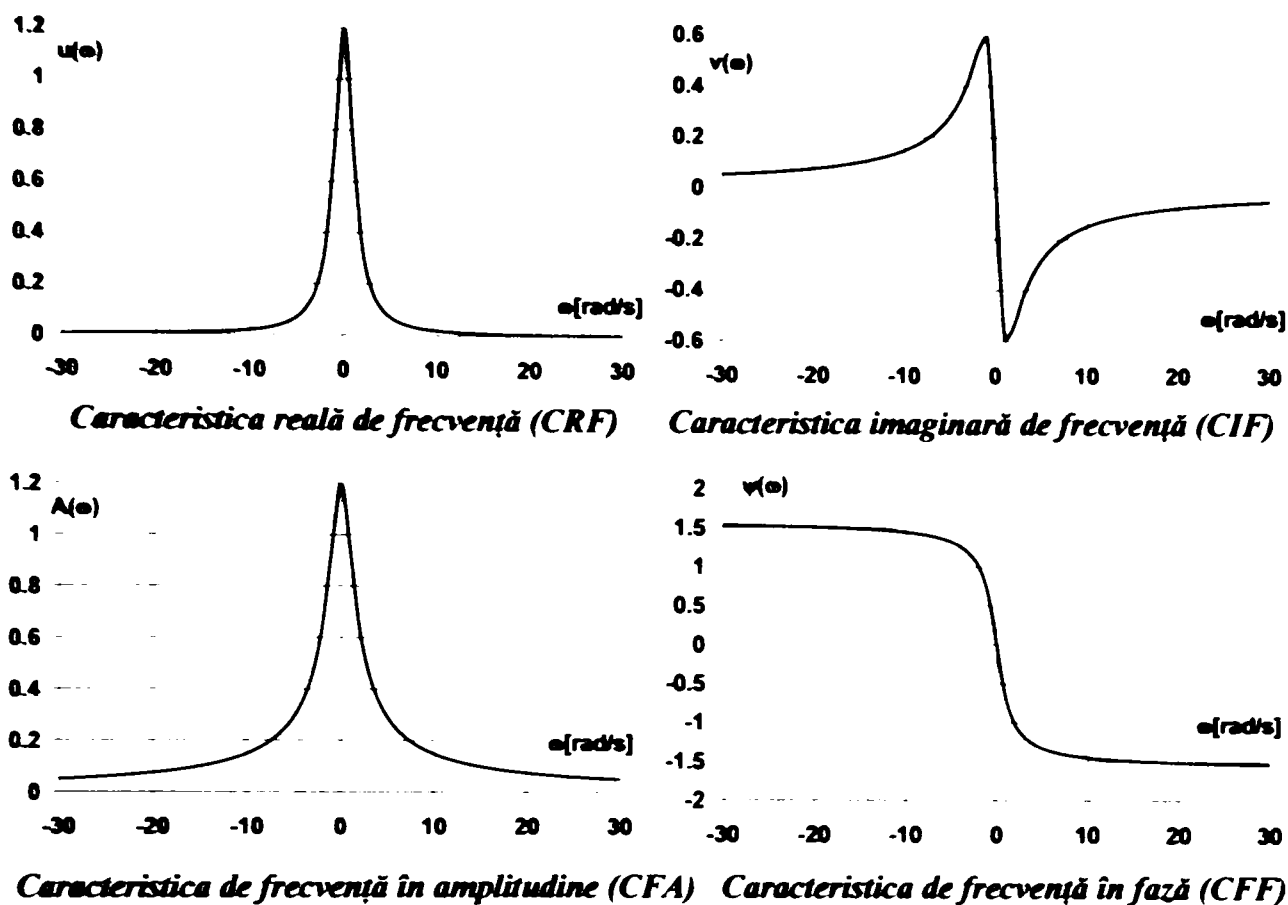


Fig. 6.1 Caracteristici de frecvență

observa că CIF prezintă extreme, cu abscisele rezultate din nularea derivatei de ordinul I a FIF, adică

$$v' = \frac{kT(\omega^2 T^2 - 1)}{(1 + \omega^2 T^2)^2} = 0 \Rightarrow \omega_1 = -\frac{1}{T}$$

și $\omega_2 = \frac{1}{T}$.

Pulsăția de tăiere se obține din relația $L(\omega) = 0$, care conduce

$$\text{la } \omega_t = \pm \frac{\sqrt{k^2 - 1}}{T} = \pm 0,83 \text{ rad/s.}$$

Aceeași valoare se obține și din diagrama Bode cu observația că ea, fiind logaritmică, (CLFA), va reprezenta numai valoarea pozitivă.

Punctul stăvilirea dreptelor tangente la CLFA se punește de la expresia FLFA (a lui $L(\omega)$)

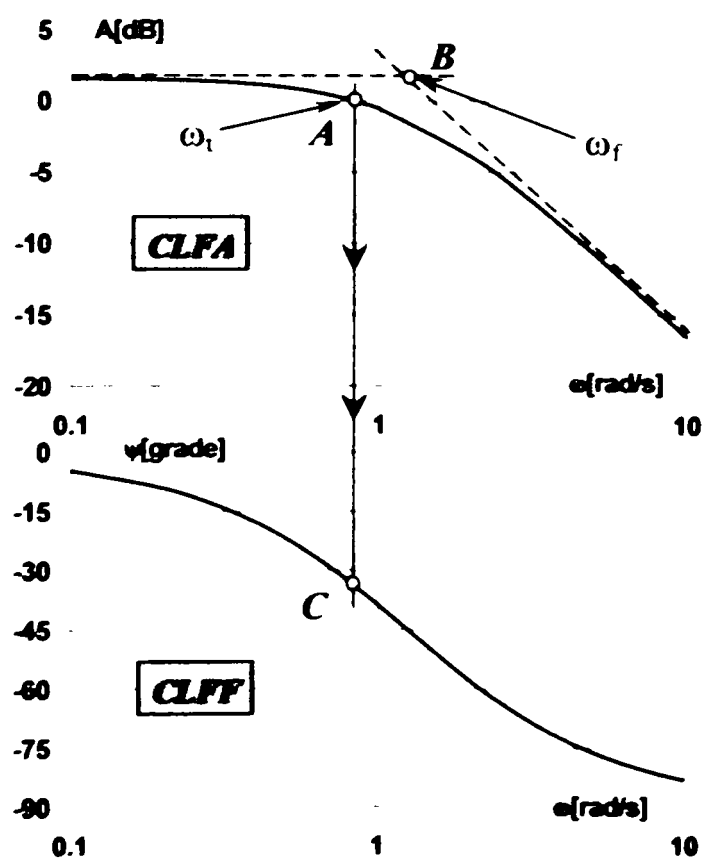


Fig. 6.2 Diagrame Bode

observând că pe intervalul $\omega \in [0, 1/T]$, (pulsatii joase) se poate afirma că $\omega^2 T^2 \ll 1$ și poate fi neglijat. Rezultă ecuația primei asimptote (orizontala din fig. 6.2): $L_a(\omega) = 20 \log k - 20 \log 1 = 20 \log k$.

Pe intervalul $\omega \in (1/T, \infty)$ (domeniul pulsațiilor mari), $1 \ll \omega^2 T^2$, iar termenul unitar devine neglijabil. Rezultă cea de a doua asimptotă, $L_b(\omega) = 20 \log k - 20 \log \omega T$, iar pe acest interval se aplică relația amintită, $L(\omega_2) - L(\omega_1) = L(10\omega) - L(\omega)$, pentru $\omega_1 = \omega$ și $\omega_2 = 10\omega$, adică:

$$L_b(\omega_2) - L(\omega_1) = 20 \log k - 20 \log(10\omega T) - 20 \log k + 20 \log(\omega T) = -20 \log 10.$$

Relația de mai sus dă înclinarea dreptei ce reprezintă a doua asimptotă (dreapta înclinată din fig. 6.2).

Cele două asimptote se intersectează într-un punct care furnizează valoarea pulsației de frângere (punctul B în fig. 6.2): $\omega_f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,8} = 1,25 \text{ rad/s}$.

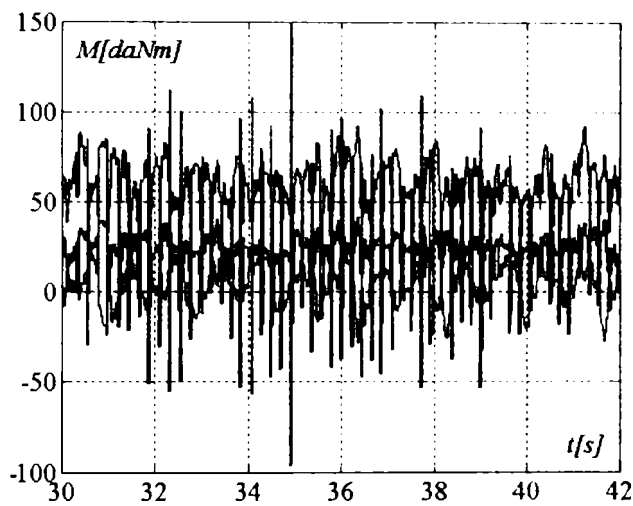


Fig. 6.3 Momentele măsurate la proba 18
moment motor - negru
moment arbore dreapta - albastru
moment arbora stânga - roșu

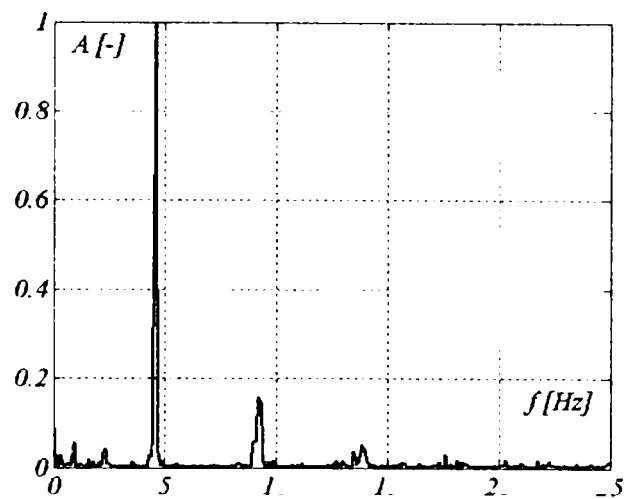


Fig. 6.4 Densitatea spectrală de putere a momentului motor (proba 18)

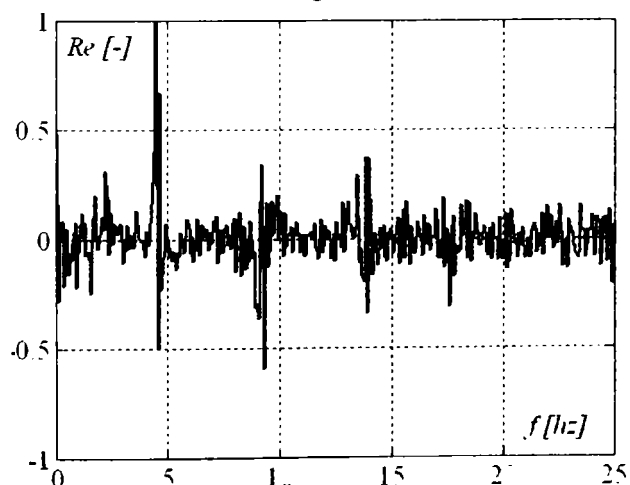


Fig. 6.5 Caracteristica reală de frecvență (CRF) moment motor (proba 18)

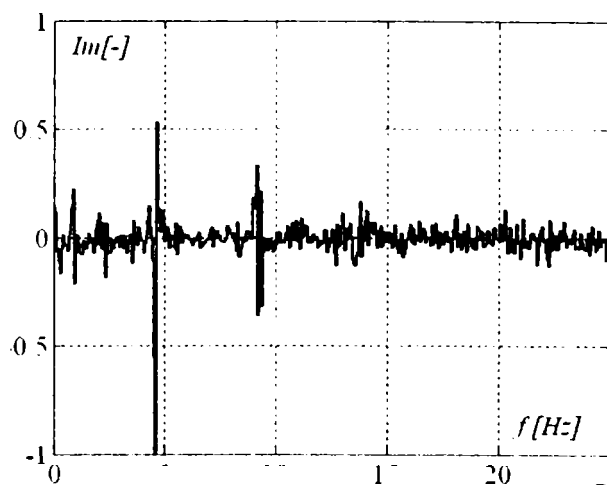


Fig. 6.6 Caracteristica imaginară de frecvență (CIF) moment motor (proba 18)

CLFA asimptotice sunt frecvent utilizate în prelucrarea semnalelor deoarece permit stabilirea unui model matematic al dinamicii unui sistem pe

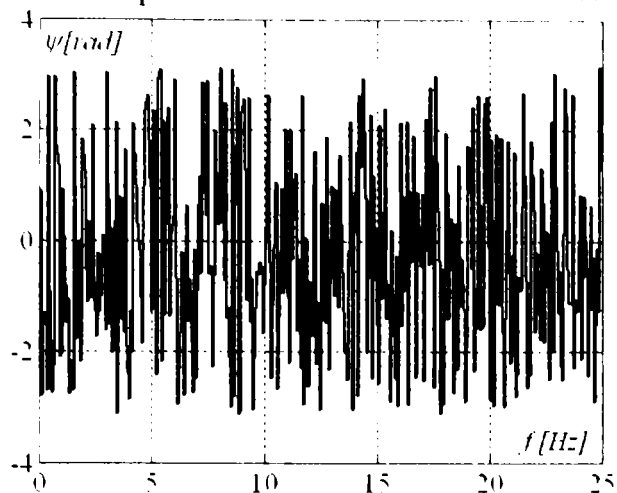


Fig. 6.7 Caracteristica de frecvență în fază (CFF) moment motor (proba 18)

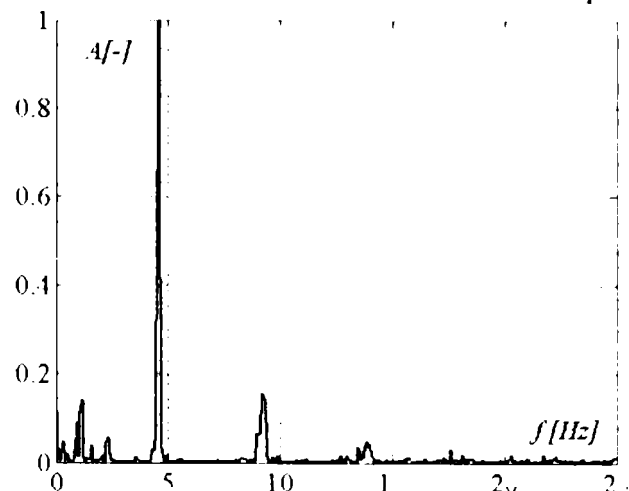


Fig. 6.8 Densitatea spectrală de putere a momentului pe arborele dreapta (proba 18)

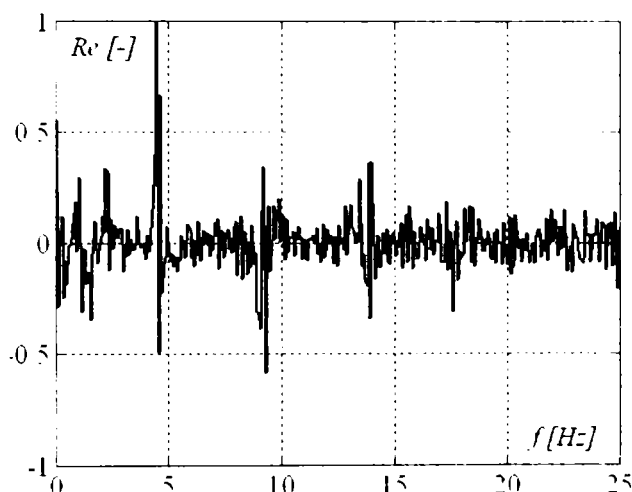


Fig. 6.9 Caracteristica reală de frecvență (CRF) moment arbore dreapta (proba 18)

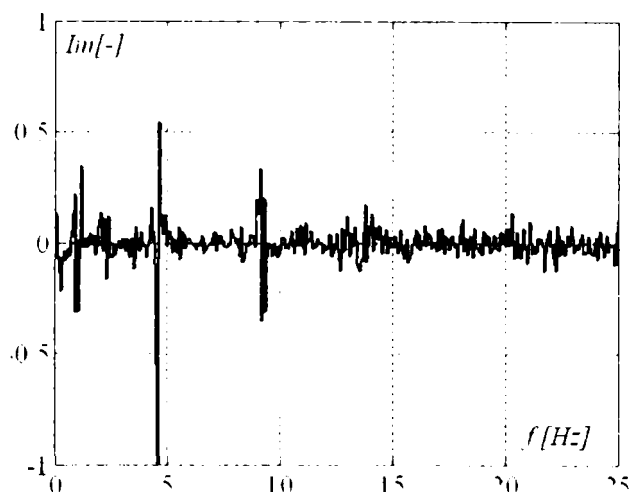


Fig. 6.10 Caracteristica imaginară de frecvență (CIF) moment arbore dreapta (proba 18)

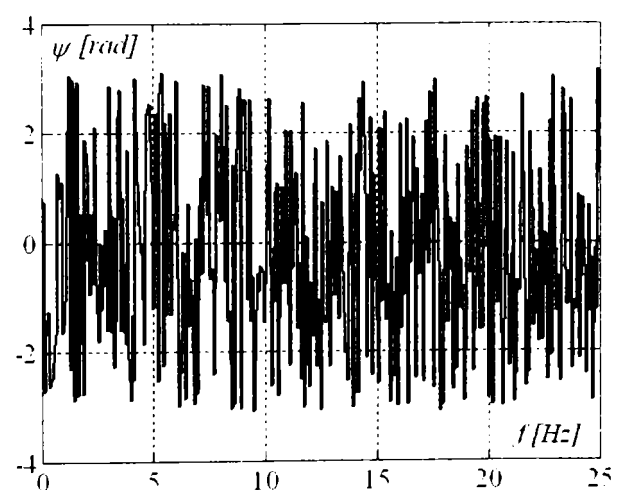


Fig. 6.11 Caracteristica de frecvență în fază (CFF) moment arbore dreapta (proba 18)

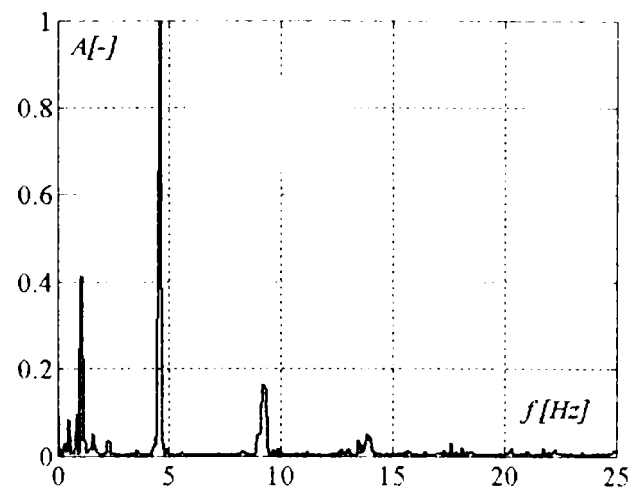


Fig. 6.12 Densitatea spectrală de putere a momentului pe arborele stânga (proba 18)

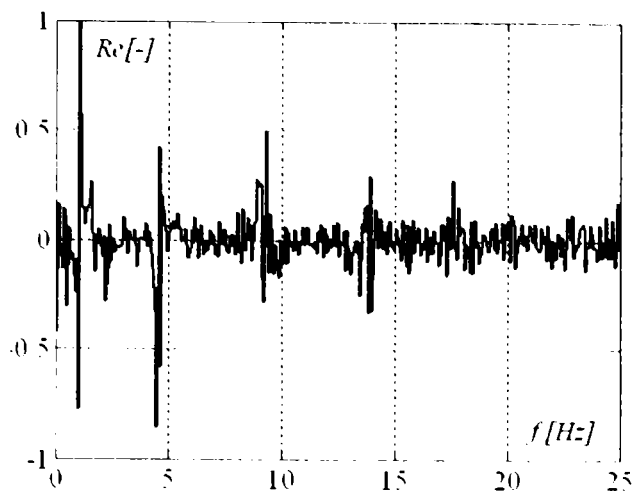


Fig. 6.13 Caracteristica reală de frecvență (CRF) moment arbore stânga (proba 18)

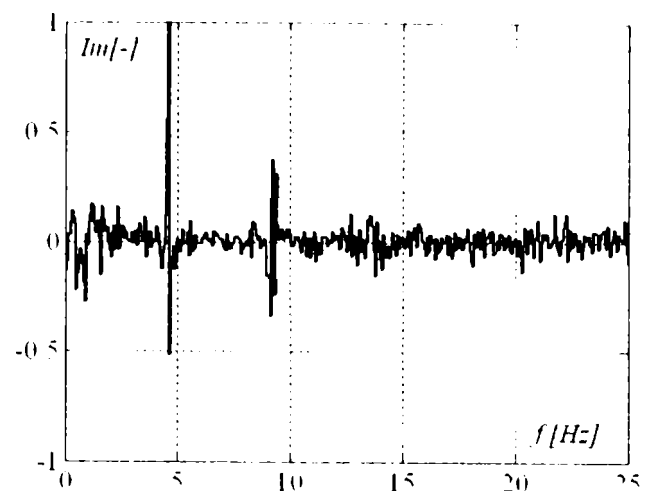


Fig. 6.14 Caracteristica imaginară de frecvență (CIF) moment arbore stânga (proba 18)

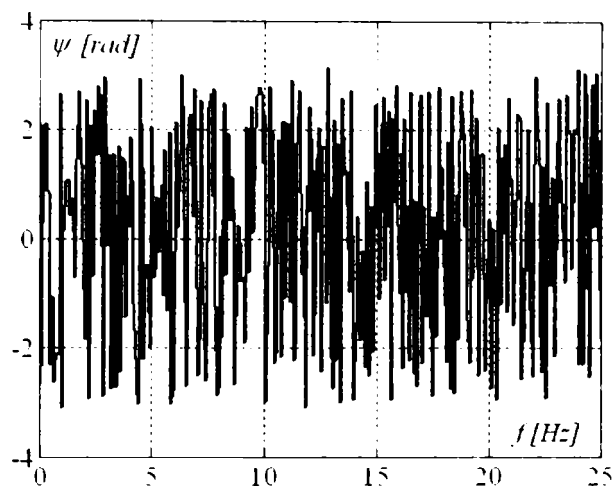


Fig. 6.15 Caracteristica de frecvență în fază (CFF) moment arbore stînga (proba 18)

baza caracteristicilor de frecvență obținute în urma efectuării testărilor.

În fig. 6.3 sunt redată momentele înregistrate pe arborele de intrare în puntea din spate și cele de ieșire către roțile punții (stânga-dreapta), pentru proba 18²⁵. În celelalte figuri, (6.4 - 6.15) sunt prezentate caracteristicile de frecvență pentru semnalele de moment de la arborii menționați.

Analizând densitățile spectrale de putere ale semnalelor de moment ale arborilor, pot fi recunoscute frecvențele pe care sunt disipate puteri importante. Ele coincid cu cele ilustrate de figurile 4.4 - 4.45. De aici se poate trage o concluzie importantă. Cum proba analizată în figurile 4.50,4.51 corespundea semnalelor captate în vederea determinării circulației de putere în plan longitudinal, iar frecvențele caracteristice se repetă în aceeași manieră, rezultă că arborele care introduce vibrațiile observate este arborele de legătură dintre cutia de viteze și reductorul-distribuitoare.

6.2 Metoda neparametrică (a cumulanților)

Metoda neparametrică folosește, așa cum s-a arătat, reprezentările grafice ale cumulanților de ordin superior, [65]. Prin exprimarea lor grafică se pot observa atât neliniaritățile regăsite în seriile dinamice experimentale (observabile în câmpul cumulantului) cât și modul de variație în timp a spectrelor de frecvență (expuse în graficele amplitudinii și fazei cumulantului).

²⁵ Condițiile de efectuare a încercărilor probei 18 sunt redată în anexă

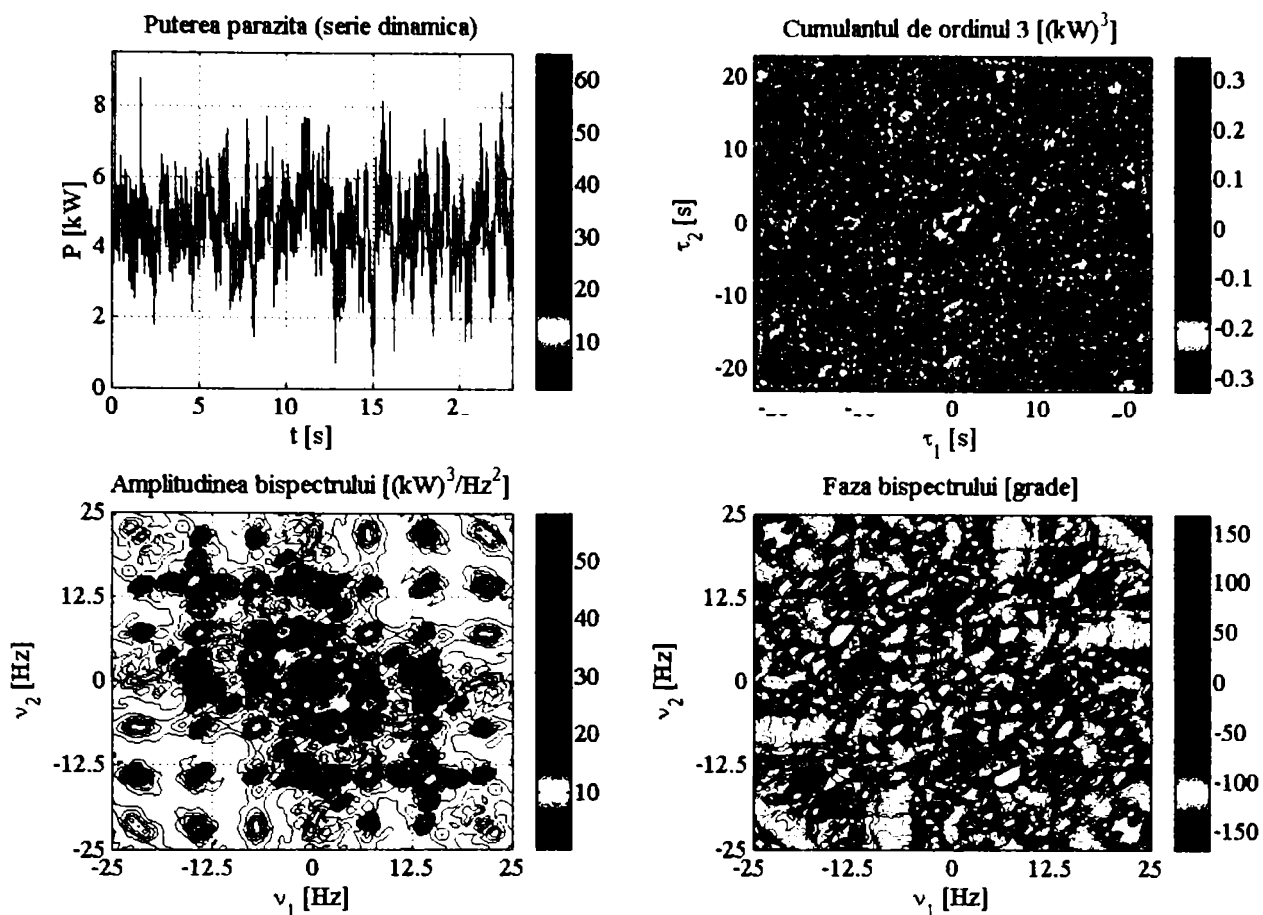


Fig. 6.16 Cumulantul de ordinul 3 al probei 08 (nefiltrată)

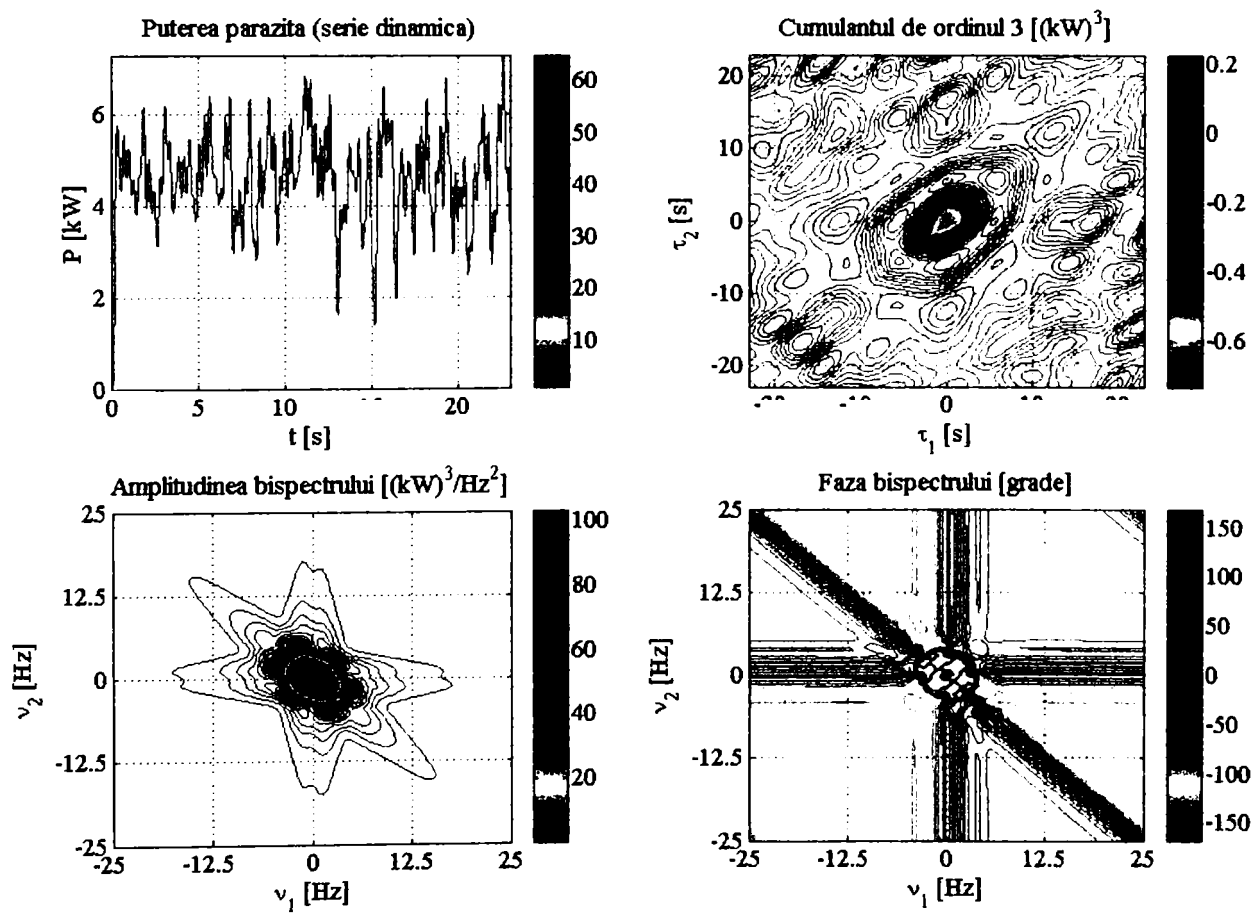


Fig. 6.17 Cumulantul de ordinul 3 al probei 08 (filtrată)

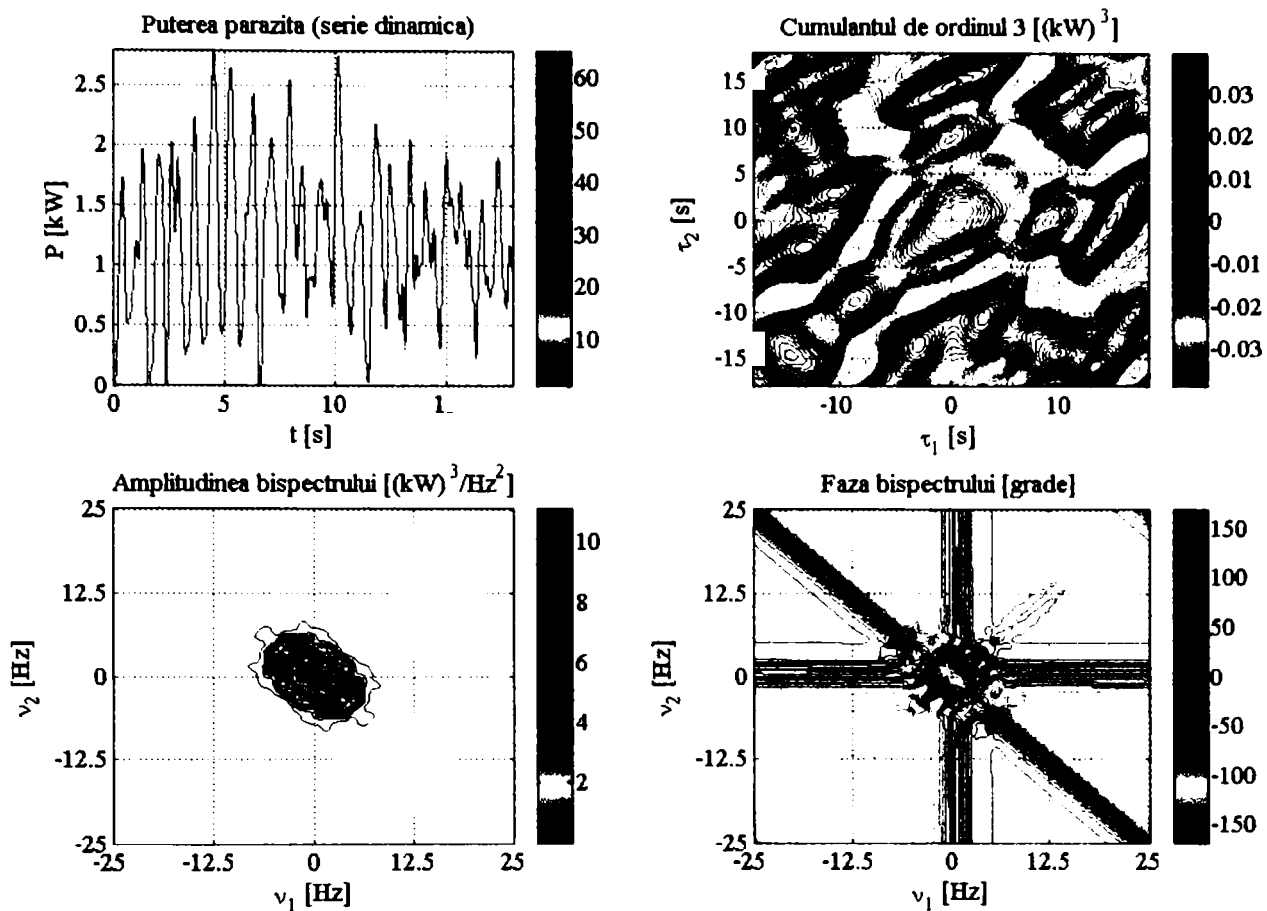


Fig. 6.18 Cumulantul de ordinul 3 al probei 17 (filtrată)

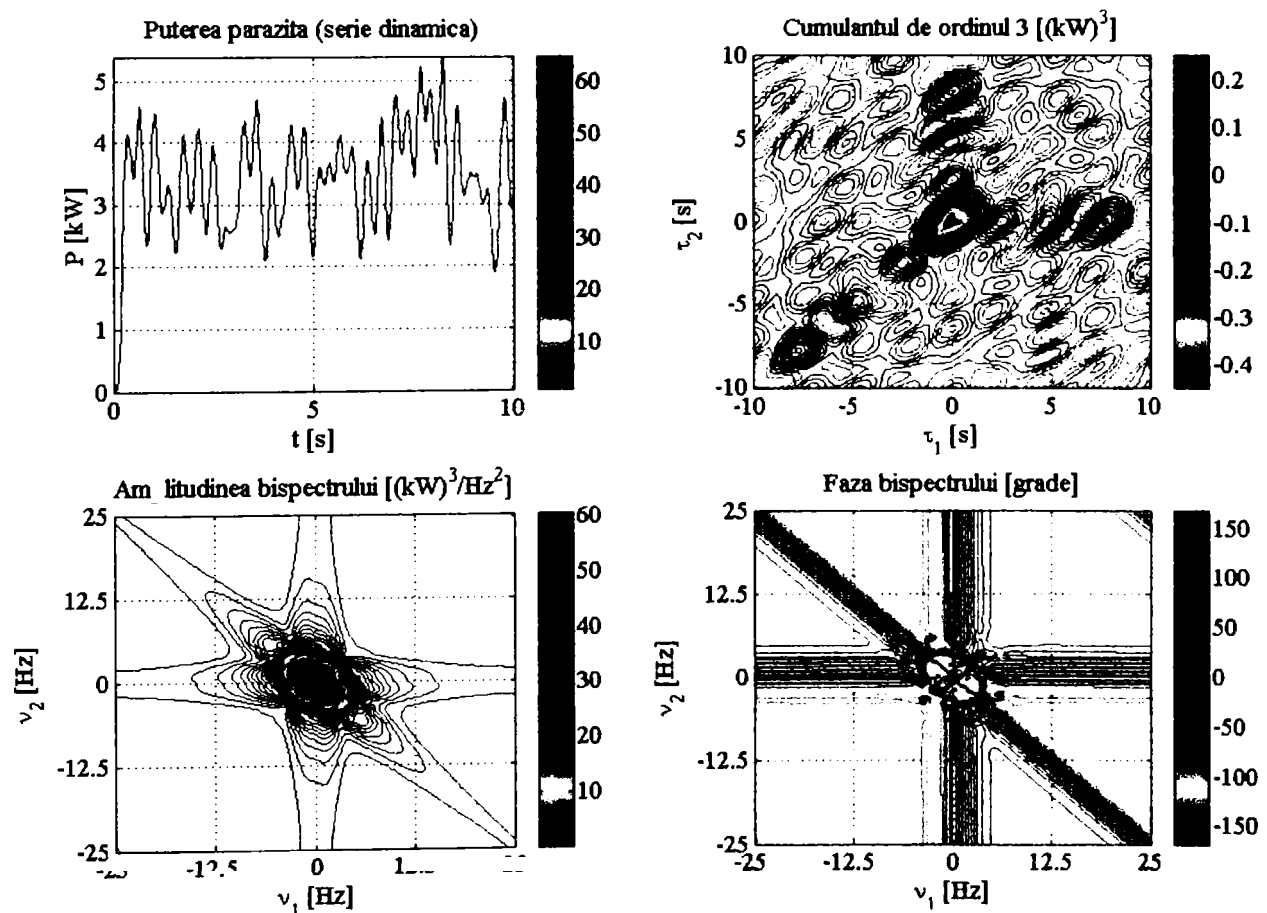


Fig. 6.19 Cumulantul de ordinul 3 al probei 24 (filtrată)

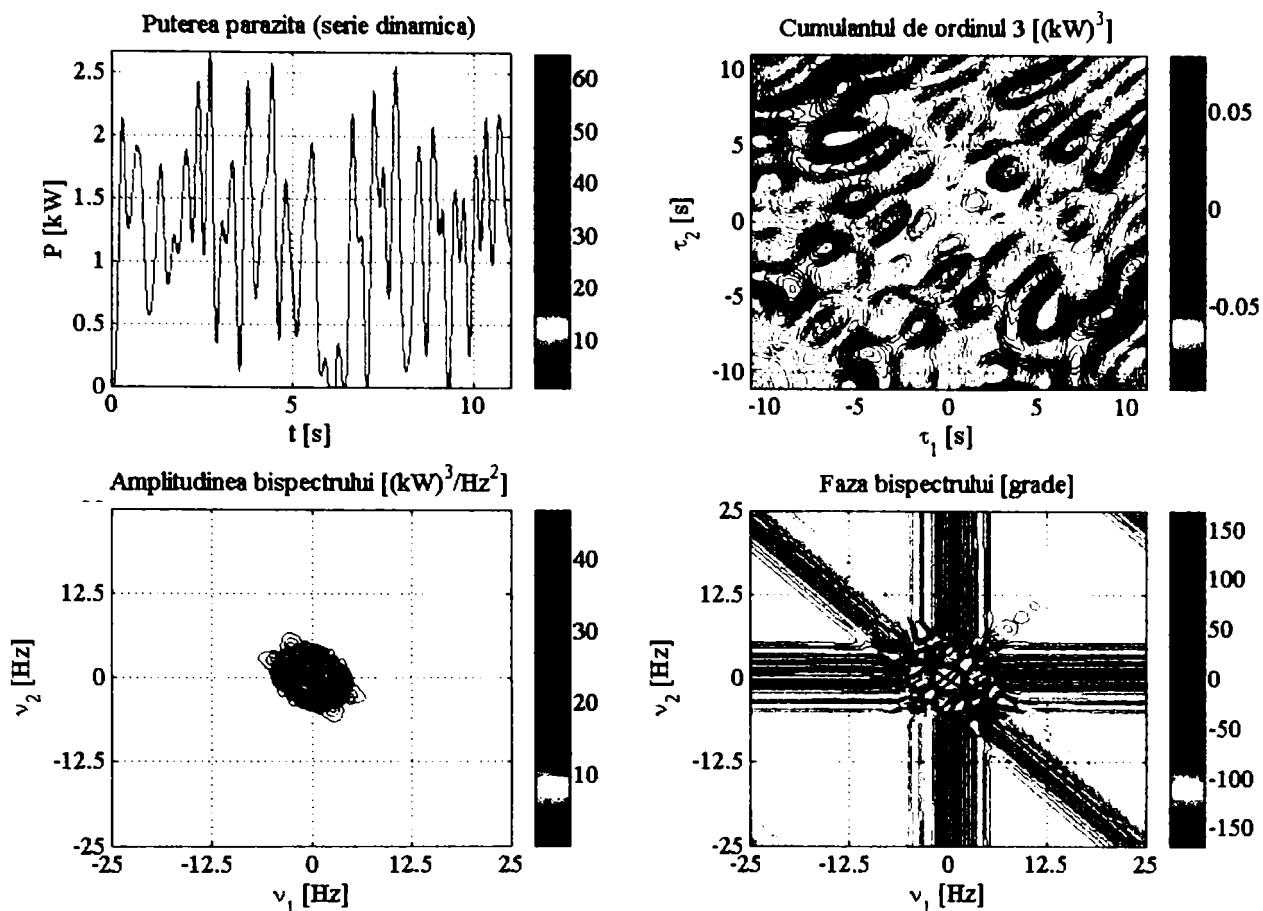


Fig. 6.20 Cumulantul de ordinul 3 al probei 33 (filtrată)

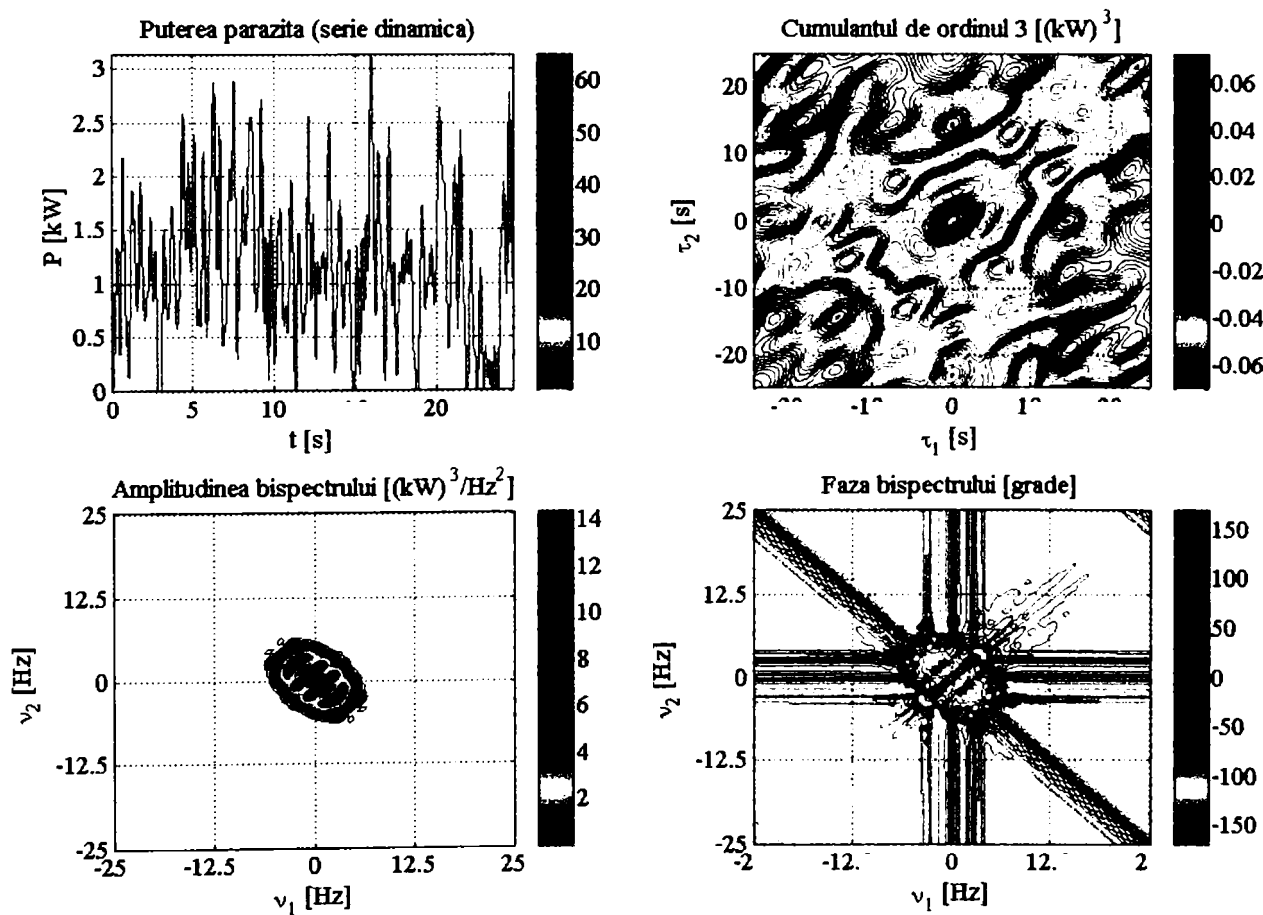


Fig. 6.21 Cumulantul de ordinul 3 al probei 34 (filtrată)

În figurile 6.16 - 6.21 au fost prezentați cumulanții de ordinul 3 ai seriei dinamice experimentale a puterii parazite din câteva probe efectuate pentru a determina circulația de putere. Pentru a putea face o comparație între imaginea cumulantului corespunzător unei serii dinamice nefiltrate și ai aceleiași serii dinamice filtrate, în fig. 6.16 și 6.17 au fost prezentate cele două situații pentru proba 08. Se poate observa cum câmpurile destinate reprezentărilor grafice ale cumulantului, amplitudinii și fazei acestuia sunt mult mai dens populate în cazul seriei dinamice nefiltrate decât în cazul celei filtrate.

6.3 Metoda parametrică (polinomială)

Una dintre cele mai folosite metode de analiză în frecvență este metoda polinomială²⁶. Există mai mulți algoritmi ai acestei metode, dar va fi utilizat cel care permite determinarea coeficienților ecuațiilor prin identificare parametrică neliniară (prin utilizarea toolbox-ului *Mastering* din *Matlab*, [80, 81]).

Prin urmare, pornind de la seriile dinamice experimentale ale parametrului de dependență al puterii parazite (diferența de raze de rulare ale roților Δ_r sau unghiul mediu de bracaj al roților de direcție α_m) și al celui urmărit - puterea parazită aferentă, se poate determina dependența neliniară dorită. Metoda folosește regresorii seriilor dinamice (exprimarea valorilor următoare ale funcției continue de dependență, în funcție de cele anterioare). Pentru un sistem SISO și pentru un regresor de ordinul 1, aceasta se poate exprima matematic sub forma:

$$P_p(k) = P_p(\Delta_r(k), P_p(k-1)) \quad (6.6)$$

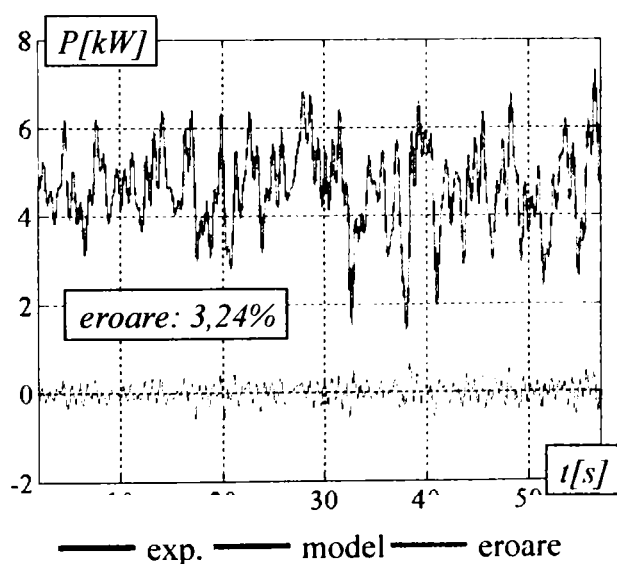


Fig. 6.22 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 08)

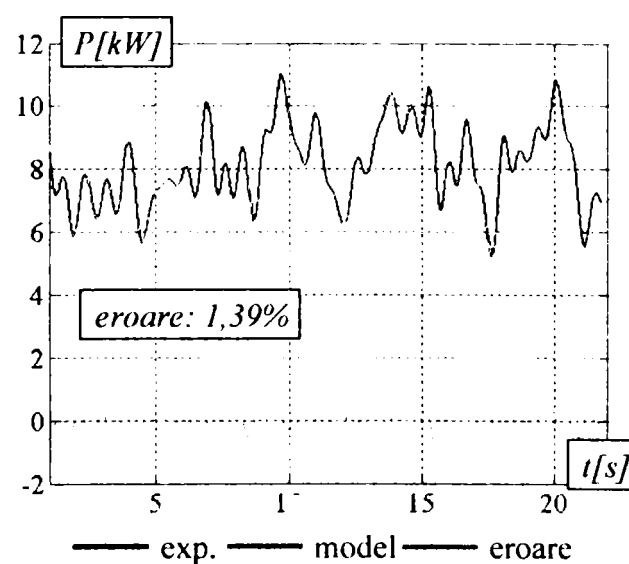


Fig. 6.23 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 10)

²⁶ Singura utilizată în lucrare pentru identificarea parametrică în frecvență, deoarece oferă cele mai bune aproximări

În exemplele de modelare prezentate se vor utiliza structuri 2x2 pentru modelele obținute, folosind regresorul de ordinul 1 pentru valorile seriei dinamice a puterii parazite. Se folosesc seriile dinamice deja filtrate.

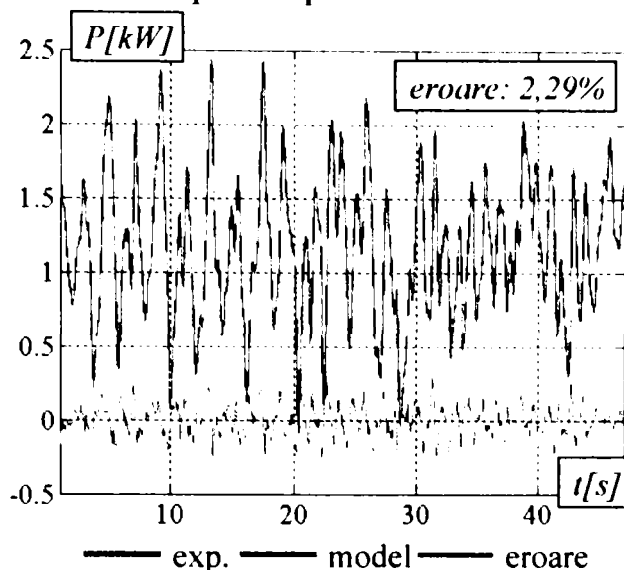


Fig. 6.24 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 17)

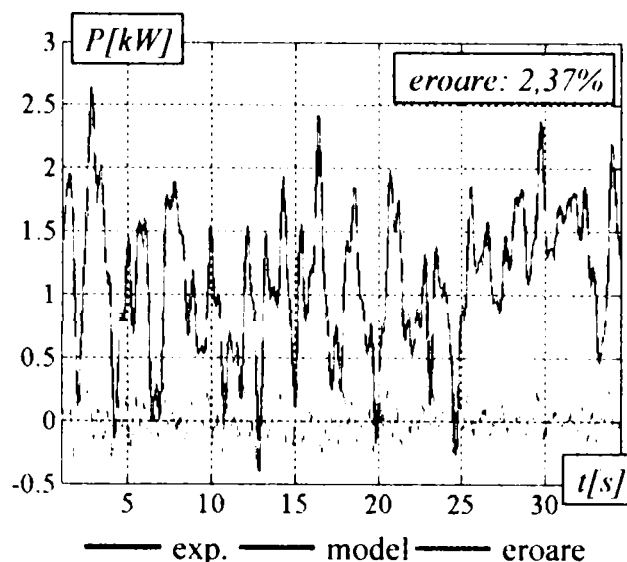


Fig. 6.25 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 18)

Modelele matematice obținute prin identificare în frecvență pe baza metodei polinomiale a regresorilor corespunzătoare probelor 08 și 10 sunt redată de ecuațiile (6.7) și respectiv (6.8).

$$P_p(k) = -20,7 + 0,5P_p(k-1) + 0,002P_p^2(k-1) + 1316\Delta_{r(lg)}(k) + 13,69P_p(k-1)\Delta_{r(lg)}(k) - 2,07 \cdot 10^4 \Delta_{r(lg)}^2(k) \quad (6.7)$$

$$P_p(k) = -24,55 + 0,6P_p(k-1) + 0,001P_p^2(k-1) + 968,7\Delta_{r(lg)}(k) + 6,33P_p(k-1)\Delta_{r(lg)}(k) - 9381\Delta_{r(lg)}^2(k) \quad (6.8)$$

Modelele matematice obținute prin identificare în frecvență pe baza metodei polinomiale a regresorilor corespunzătoare probelor 17 și 18 sunt redată de ecuațiile (6.9) și respectiv (6.10).

$$P_p(k) = 0,5 + 1,108P_p(k-1) - 0,006P_p^2(k-1) - 24,29\Delta_{r(tr)}(k) - 3,728P_p(k-1)\Delta_{r(tr)}(k) + 298,8\Delta_{r(tr)}^2(k) \quad (6.9)$$

$$P_p(k) = -10,13 + 1,286P_p(k-1) + 0,00086P_p^2(k-1) + 306,3\Delta_{r(tr)}(k) - 4,894P_p(k-1)\Delta_{r(tr)}(k) - 2302\Delta_{r(tr)}^2(k) \quad (6.10)$$

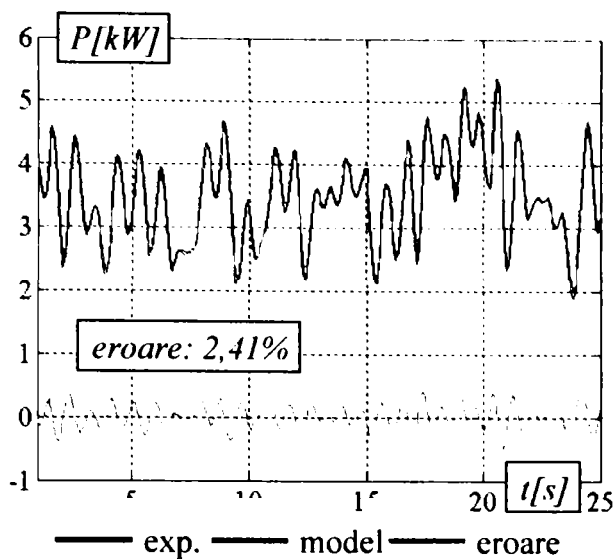


Fig. 6.26 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 24)

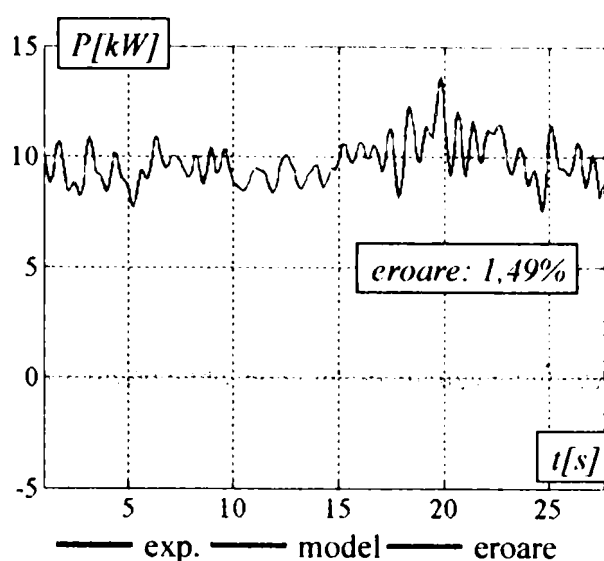


Fig. 6.27 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 25)

Modelele matematice obținute prin identificare în frecvență pe baza metodei polinomiale a regresorilor corespunzătoare probelor 24 și 25 sunt redată de ecuațiile (6.11), respectiv (6.12).

$$P_p(k) = -1068 - 4,149P_p(k-1) - 0,0012P_p^2(k-1) + 132,4\alpha_{m(lg)}(k) + 0,314P_p(k-1)\alpha_{m(lg)}(k) - 4,099\alpha_{m(lg)}^2(k) \quad (6.11)$$

$$P_p(k) = -34,27 - 4,854P_p(k-1) - 0,001P_p^2(k-1) + 4,962\alpha_{m(lg)}(k) + 0,2365P_p(k-1)\alpha_{m(lg)}(k) - 0,1446\alpha_{m(lg)}^2(k) \quad (6.12)$$

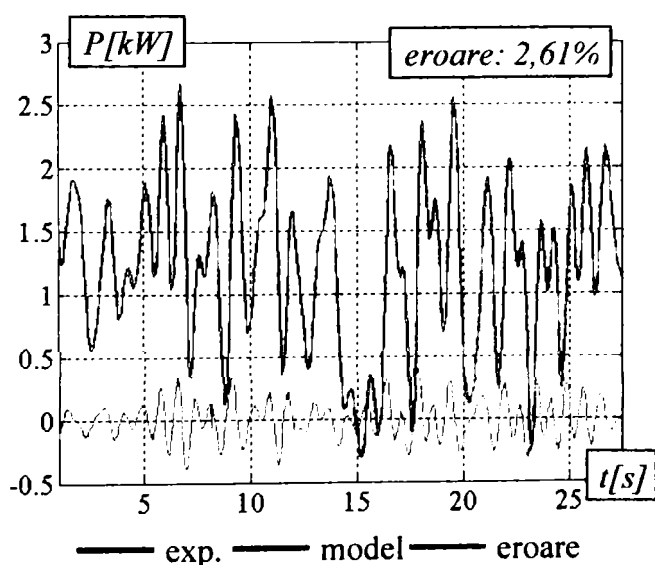


Fig. 6.28 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 33)

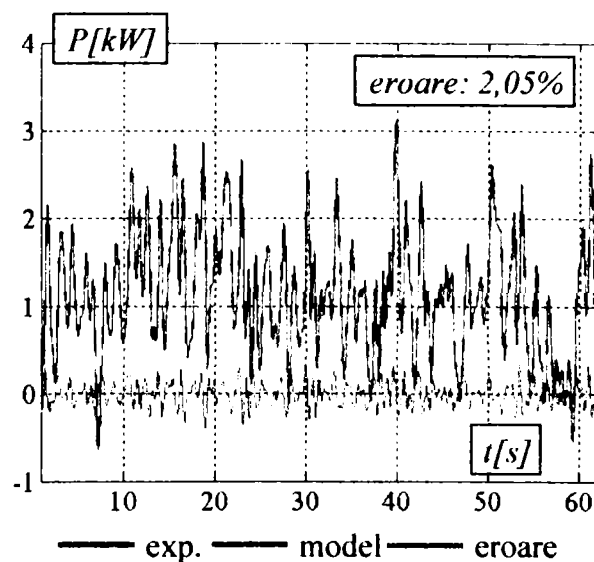


Fig. 6.29 Modelul matematic de identificare polinomială în frecvență (proba 34)

Modelele matematice obținute prin identificare în frecvență pe baza metodei polinomiale a regresorilor corespunzătoare probelor 33 și 34 sunt redată de ecuațiile (6.13) și respectiv (6.14).

$$P_p(k) = 48,7 + 0,8893P_p(k-1) - 0,006P_p^2(k-1) - 5,795\alpha_{m(tr)}(k) + \\ + 0,006P_p(k-1)\Delta_{\alpha_{m(tr)}}(k) - 0,1723\Delta_{\alpha_{m(tr)}}^2(k) \quad (6.13)$$

$$P_p(k) = -77,53 - 11,48P_p(k-1) - 0,004P_p^2(k-1) + 6,797\alpha_{m(tr)}(k) + \\ + 0,514P_p(k-1)\alpha_{m(tr)}(k) - 0,1484\alpha_{m(tr)}^2(k) \quad (6.14)$$

În ecuațiile (6.7) - (6.14), mărimile care intervin au semnificațiile:

- $\Delta_{r(lg)}(k)$ - diferența de raze de rulare între punți la determinarea circulației de putere în planul longitudinal al autovehiculului;
- $\Delta_{r(tr)}(k)$ - diferența de raze de rulare între roți (la nivelul punții spate) la determinarea circulației de putere în planul transversal al autovehiculului (valoare curentă în timp discret);
- $\alpha_{m(tr)}(k)$ - unghiul mediu de bracăj al roților punții de direcție la determinarea circulației de putere în planul transversal al autovehiculului (valoare curentă în timp discret);
- $\alpha_{m(lg)}(k)$ - unghiul mediu de bracăj al roților punții de direcție la determinarea circulației de putere în planul longitudinal al autovehiculului (valoare curentă în timp discret);
- $P(k)$ - mărimea de ieșire (puterea parazită - valoare curentă în timp discret);
- $P(k-1)$ - regresorul de ordinul 1 al mărimii de ieșire (în timp discret).

În graficele prezentate în fig. 6.22 - 6.29, s-a optat pentru reprezentarea în timp real (deși ecuațiile care descriu modelele matematice rezultate sunt scrise în timp discret) pentru o mai bună comparație între semnalul filtrat al seriei dinamice experimentale și cel obținut prin modelare. De altminteri, modelul matematic parametric neliniar nu poate fi scris decât în timp discret. Trecerea de la timpul discret la cel real este însă foarte simplă, prin simpla înmulțire a valorii timpului discret cu inversul ratei de măsurare (cu relația $dt = \frac{1}{r}$, în care dt [s] este pasul de timp, iar r este numărul de valori înregistrate pe secundă).

Prelucrarea datelor poate continua cu scrierea, pentru un număr mai mare de probe, a unor sisteme de ecuații compuse din ecuațiile polinomiale cu regresori, determinate după procedura prezentată. Evident că probele vor fi grupate după tipul determinării, adică, de exemplu, cele corespunzătoare

determinării circulației de putere în plan transversal la variația diferenței de raze de rulare între roțile aceleiași punți sau, alt exemplu, cele care au urmărit circulația de putere în plan longitudinal în funcție de unghiul mediu de bracaj al roților de direcție etc.

După scrierea acestor sisteme se pot obține ecuațiile matriceale pe categorii de probe, din care, prin medierea coeficienților, se poate obține un polinom general pe categoria de probe. Trasarea lui grafică, o dată cu orice probă din setul analizat, însoțită de determinarea erorii, poate oferi o idee despre precizia modelării, iar modelul matematic obținut poate fi considerat modelul generalizat al circulației de putere în condițiile date.

Spre exemplu, vor fi considerate probele (6.7) și (6.8) din care se poate scrie prin medierea coeficienților lor,

$$P_p(k) = -22,625 + 0,55P_p(k-1) + 0,0015P_p^2(k-1) + 1142,4\Delta_{r(lg)}(k) + \\ + 10,1P_p(k-1)\Delta_{r(lg)}(k) - 1,50 \cdot 10^4 \Delta_{r(lg)}^2(k) \quad , \quad (6.15)$$

care reprezintă modelul matematic polinomial neliniar generalizat al puterii parazite care circulă în planul longitudinal al autovehiculului la deplasarea pe asfalt cu diferențe de raze de rulare între punțile acestuia. Fiind construit prin medierea coeficienților a doar două polinoame, el nu poate fi considerat ca un model cu nivel ridicat de încredere. Cu cât numărul de probe modelate polinomial va fi mai mare, cu atât modelul generalizat va oferi nivele mai mari de încredere.

CAPITOLUL 7

STUDIUL CIRCULAȚIEI DE PUTERE PRIN IDENTIFICARE ÎN TIMP-FRECVENȚĂ

Așa cum s-a constatat până acum, seriile dinamice experimentale obținute în urma măsurării mărimilor mecanice în cazul autovehiculului instrumentat sunt serii dinamice care, pe lângă caracterul neliniar, mai demonstrează și o variație însemnată în timp a spectrelor lor de frecvență. Prin urmare, modelul dinamic al unei serii experimentale obținut prin identificare în timp relevă componentele liniare și neliniare, dar pentru un anumit moment dat din timp. Frecvențele însă, în ansamblul lor, variază și ele în timp.

Ar fi necesară, din acest punct de vedere, obținerea unor modele matematice care să realizeze o identificare în timp-frecvență. Cel puțin până în momentul de față nu există procedee parametrice bine elaborate de identificare timp-frecvență. Astfel, identificarea în timp-frecvență aplicată în această lucrare va conduce la modele neparametrice, reprezentate grafic, în timp ce procedeele parametrice ar fi trebuit să conducă la relații analitice ale modelelor matematice. Reprezentările grafice obținute se numesc *caracteristici de timp-frecvență*, ele redând răspunsul unui sistem concomitent în domeniul timpului și în cel al frecvenței.

7.1 Caracteristici de timp-frecvență

Prin efectuarea analizei în timp-frecvență se obține. [78, 79, 80]:

- poziționarea în timp a diferitelor componente armonice ale seriilor dinamice experimentale, în special cele de interes (pe care se disipă cantități importante de energie) care au contribuție hotărâtoare în dinamica mărimilor măsurate;
- separarea mai corectă a componentelor armonice decât cea realizată de analiza monospectrală (obținută cu transformata Fourier, care alocă în orice moment de timp întregul spectru de frecvențe);
- surprinderea unor aspecte comportamentale ale mărimilor analizate pe care nu le poate sesiza analiza în frecvență²⁷;
- compararea comportării în domeniul timp-frecvență pentru diferite mărimi funcționale și în diverse condiții de funcționare ale autovehiculului;
- evidențierea laturii netaționare a mărimii analizate și a modului acesteia de variație în timp o dată cu modificarea parametrilor funcționali.

²⁷ Spre exemplu, modul de variație în timp al spectrului de frecvență al seriei dinamice experimentale analizate, precum și modificarea aportului energetic al anumitor frecvențe de interes.

Spectrul de frecvențe stabilit cu ajutorul transformatei Fourier este valabil pentru orice moment de timp. Acest lucru prezintă un mare inconvenient: nu este posibilă precizarea momentelor în timp în care apare sau se modifică o anumită componentă armonică. În consecință, transformata Fourier este aplicabilă și oferă rezultate corespunzătoare numai în cazul în care spectrul de frecvențe este constant în timp, adică numai în cazul fenomenelor (sau mărimilor) staționare.

Există o largă varietate de tehnici de analiză în timp-frecvență (sau, cum mai este cunoscută în Teoria Semnalelor, *analiză spectro-temporală*). Cele mai utilizate sunt:

- reprezentări non-transformate: spectrograma, sonograma, vibrograma, scalograma, periodograma;
- transformate liniare: transformata Fourier pe termen scurt (Short Time Fourier Transform - STFT);
- transformate biliniare din clasa Cohen: transformatele Wigner-Ville, Gabor, Zak, Choi-Williams, Zao-Atlas-Mark, Born-Jordan, Page-Levin, Bertrand, Flandrin, Rihaczek, Unterberger, Margenau-Hill, Bud etc.;
- transformate wavelet: Haar, Morlet, Gabor etc.;
- metode multirezoluție: Daubechies, Szmmllet, Vaidyanathan, Haar, Coillet etc.;
- transformata S (Stockwell).

Orice transformare, inclusiv cele în timp-frecvență (*TF*), posedă unele din cele 13 proprietăți, [80], prezentate în continuare și notate cu P1 - P13. Simbolul pentru o serie dinamică $x(t)$ va fi TF_x :

P1: energia semnalului analizat să reprezinte integrala densității spectro-temporale de energie,

$$\iint TF_x(t, \omega) dt d\omega = 2\pi E_x, \quad (7.1)$$

ambele limite de integrare fiind $(-\infty, +\infty)$.

Având în vedere relația pentru calculul energiei, se obțin următoarele expresii:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = E_x ; \quad \int_{-\infty}^{\infty} |X(j\omega)|^2 d\omega = 2\pi E_x ; \quad (7.2)$$

P2: să posede proprietăți marginale,

$$\int_{-\infty}^{\infty} TF_x(t, \omega) d\omega = 2\pi |x(t)|^2 ; \quad \int_{-\infty}^{\infty} TF_x(t, \omega) dt = |X(j\omega)|^2, \quad (7.3)$$

care arată necesitatea ca densitățile spectrale energetice de o singură variabilă să se poată calcula pe baza reprezentărilor în timp-frecvență (RTF);

P3: să reprezinte o funcție pozitivă:

$$\forall(t, \omega) \in R \times R \Leftrightarrow TF_x(t, \omega) \in R^+; \quad (7.4)$$

P4: să fie o transformare cauzală;

P5: să fie o transformare inversabilă;

P6: să posede invarianță la translație în planul timp-frecvență:

$$x(t - t_0) e^{j\omega_0 t} \Leftrightarrow TF_x(t - t_0, \omega_0); \quad (7.5)$$

P7: să posede invarianță la scalare:

$$TF_x(t, \omega) = TF_x\left(kt, \frac{\omega}{k}\right); \quad (7.6)$$

P8: să permită operația de convoluție, ceea ce înseamnă că trebuie să posede proprietatea de filtraj:

$$y(t) = x(t) * h(t) \Leftrightarrow TF_y(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} TF_h(t - \tau, \omega) TF_x(\tau, \omega) d\tau; \quad (7.7)$$

P9: să permită operația de modulație:

$$y(t) = x(t)m(t) \Leftrightarrow TF_y(t, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} TF_m(t, \omega - \xi) TF_x(t, \xi) d\xi; \quad (7.8)$$

P10: să posede proprietatea de unitaritate, care înseamnă conservarea produsului scalar,

$$\iint TF_x(t, \omega) TF_y^*(t, \omega) dt d\omega = \left| \int_{-\infty}^{\infty} x(t) y^*(t) dt \right|^2, \quad (7.9)$$

expresie ce constituie relația lui Moyal.

P11: să conserve suporturile temporal și frecvențial,

$$x(t) = 0, |t| > T \Leftrightarrow TF_x(t, \omega) = 0, |t| > T, \quad (7.10)$$

relație care arată conservarea suportului temporal; rezultă similar și expresiile pentru conservarea suportului frecvențial:

$$X(j\omega) = 0, |\omega| > B \Leftrightarrow TF_x(t, \omega) = 0, |\omega| > B; \quad (7.11)$$

P12: să poată identifica un semnal staționar (cu spectrul de frecvențe invariabil în timp):

$$S_x = \text{const.} \Leftrightarrow \frac{\partial TF_x(t, \omega)}{\partial t} = 0, \forall t \in R; \quad (7.12)$$

P13: să permită concentrarea (focalizarea) pe legea frecvenței instantanee; astfel, dacă $x_a(t)$ este semnalul analitic asociat semnalului $x(t)$ cu frecvența instantanee $v_j(t)$, atunci legătura cu funcția impuls unitar $1(t)$ este

$$TF_{x_a}(t, \omega) = \delta(\omega - 2\pi v_j(t)). \quad (7.13)$$

7.2 Transformate biliniare în timp continuu

Cum nu există nici o reprezentare care să posede toate cele 13 proprietăți, pentru diferitele clase de mărimi analizate este utilă folosirea anumitor reprezentări timp-frecvență, care corespund scopurilor urmărite.

În lucrare vor fi prezentate doar câteva din aceste tehnici de analiză, care au fost considerate, pe baza celor 13 proprietăți prezentate anterior, cele mai potrivite pentru analiza dorită. Cum reprezentarea grafică este cea mai sugestivă și cum aceste tehnici de identificare în timp-frecvență sunt metode neparametrice, analiza va fi făcută prin imaginile obținute cu ajutorul mediului de programare *Matlab*, [87].

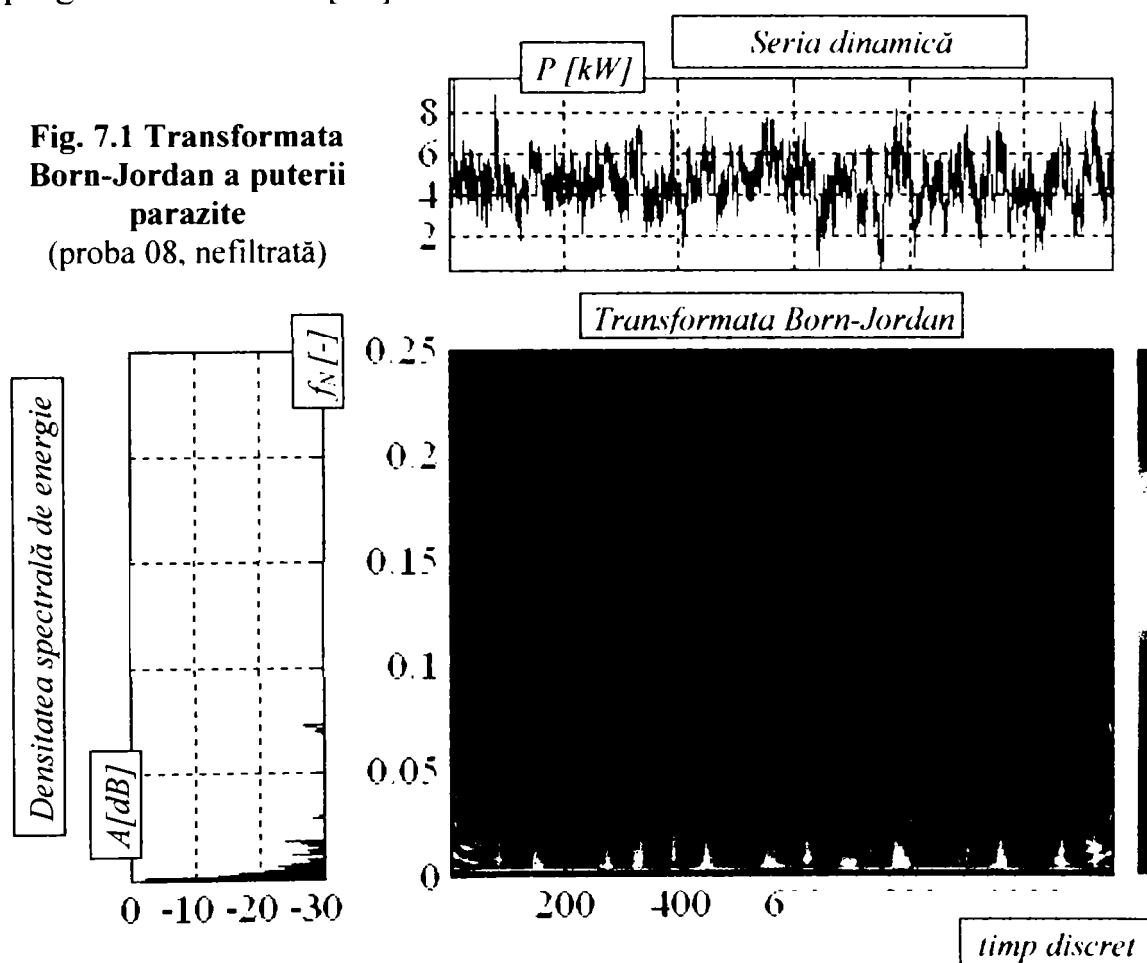


Fig. 7.1 Transformata Born-Jordan a puterii parazite (proba 08, nefiltrată)

În fig. 7.1 este prezentată transformata Born-Jordan a puterii parazite corespunzătoare probei 08.

Transformata Born-Jordan [87] este definită prin expresia

$$Y(\tau, jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{1}{|\tau|} \int_{-|\tau|/2}^{+|\tau|/2} y\left(s + \frac{\tau}{2}\right) y^*\left(s + \frac{\tau}{2}\right) ds \right] e^{-2\pi j f \tau} d\tau. \quad (7.14)$$

Analiza a fost făcută asupra probei nefiltrate, pentru a evidenția partea neliniară. Cu cât câmpul transformatei conține mai multe franjuri de nuanțe spectrale și cu cât acestea sunt mai deplasate spre roșu, (conform barei de culori atașate), cu atât componenta neliniară este mai pregnant prezentă în seria

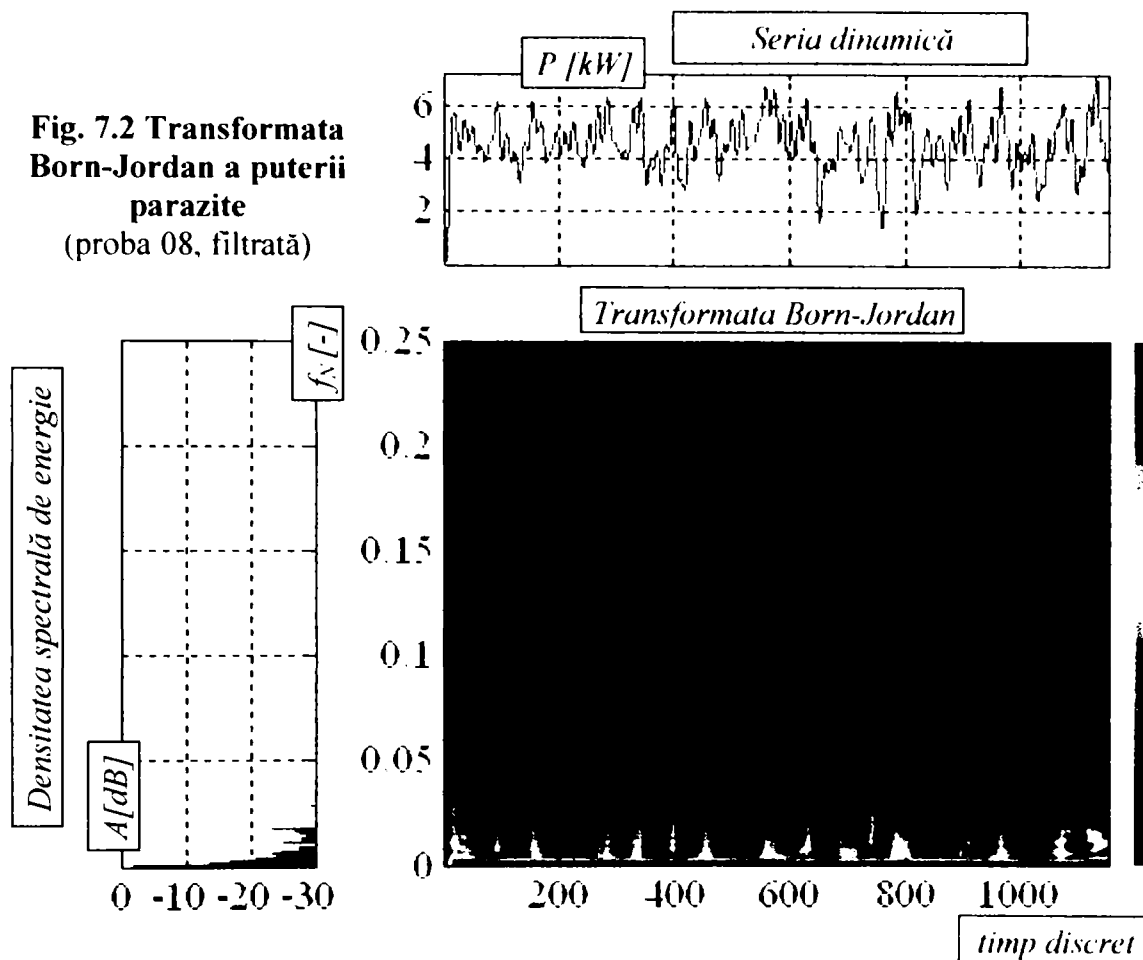


Fig. 7.2 Transformata Born-Jordan a puterii parazite (proba 08, filtrată)

dinamică. Aceeași serie dinamică este redată și în fig. 7.2, dar filtrată conform celor prezentate la capitolele anterioare. Graficele conțin, pe lângă transformata menționată, în partea de sus semnalul util și în partea din stânga densitatea spectrală de energie (la scară logaritmică). Așadar, câmpul transformatei biliniare, care face parte din clasa Cohen [80], reprezintă intersecția acestor două variabile în planul complex.

Efectul filtrării este ușor de observat, câmpul transformatei fiind acum mult mai puțin “aglomerat” de franjurile armonicilor componente neliniare. În toate figurile s-a notat cu f_N frecvența Nyquist normalizată. Transformatele sunt simetrice în raport cu $f_N/2$, prin urmare au fost reprezentate pe jumătate.

“Netezirea” semnalului prin filtrare este observabilă atât în câmpul reprezentării semnalului în timp discret, cât și în câmpul reprezentării densității spectrale de energie.

Fig. 7.3 Transformata Born-Jordan a puterii parazite (proba 17, filtrată)

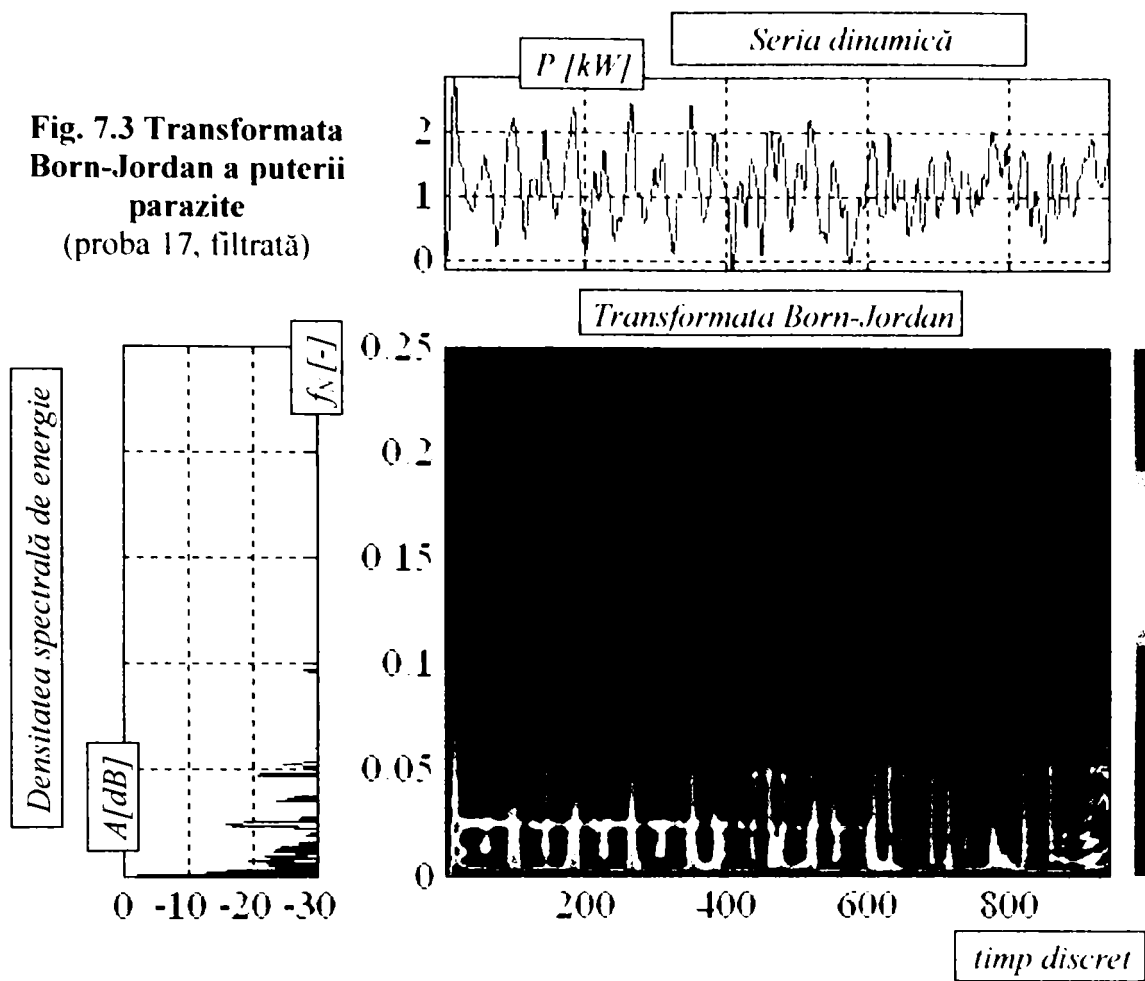
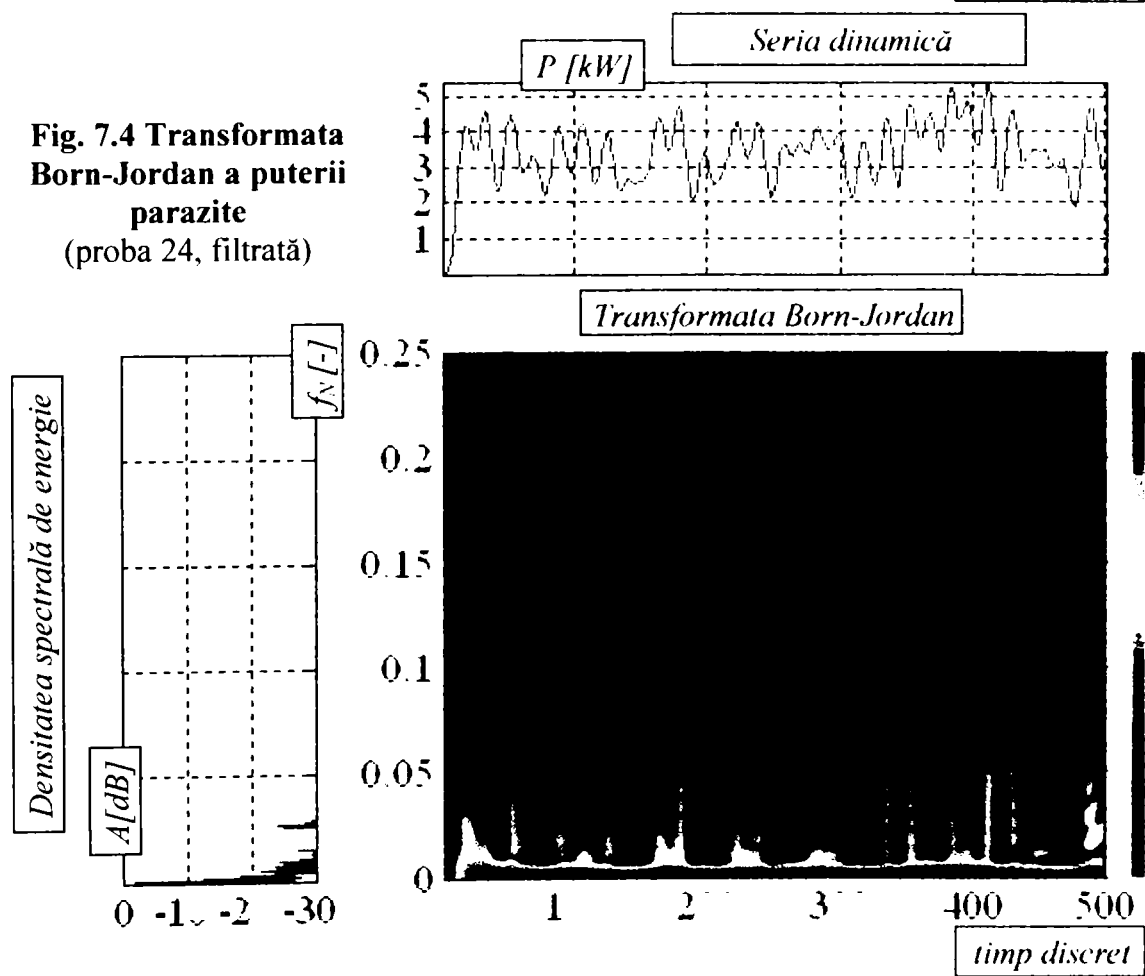


Fig. 7.4 Transformata Born-Jordan a puterii parazite (proba 24, filtrată)



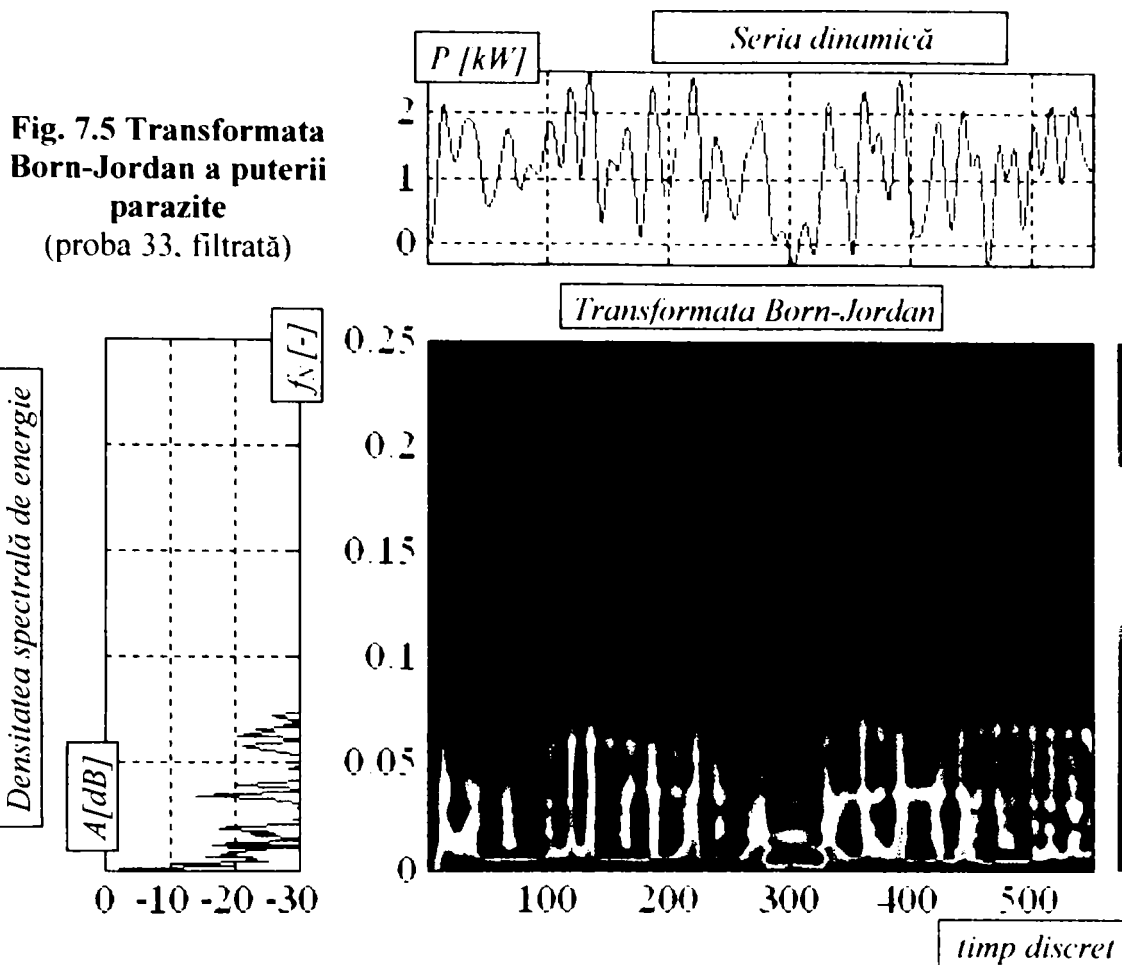


Fig. 7.5 Transformata Born-Jordan a puterii parazite (proba 33, filtrată)

Din toate figurile prezentate anterior se poate remarca faptul că seriile dinamice experimentale (chiar nefiltrate, ca în cazul prezentat în fig. 7.1) nu au prezentat componente neliniare cu aport energetic important. În caz contrar, ar fi fost remarcate câmpuri ale transformatei intens populate și cu tendințe pregnante de deplasare spre roșu. De altfel, caracterul “liniștit” al seriilor dinamice poate fi observat și din analizele în frecvență efectuate la cap. 4, cu ajutorul bispectrelor. Și acolo se putea remarca o grupare puternică a amplitudinilor bispectrelor în jurul valorii centrale (media seriilor dinamice). Mai mult, după aplicarea filtrărilor, [84, 85], gruparea menționată a devenit și mai evidentă, adică semnalul a devenit și mai “neted”. Observația făcută în cadrul cap. 4 este însă indirectă, deoarece bispectrele erau construite cu ajutorul a două spectre.

O altă transformată din clasa Cohen este transformata Choi-Williams [80], care oferă imagini similare transformatei precedente, dar care scoate în evidență mai bine frecvențele capetelor spectrului. Relația ei de calcul este dată de

$$Y(\tau, jf) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma}{|\tau|} e^{-2\sigma^2 \frac{(s-t)^2}{\tau^2}} y\left(s + \frac{\tau}{2}\right) y^*\left(s - \frac{\tau}{2}\right) ds d\tau. \quad (7.15)$$

Pentru a putea face o comparație, vor fi prezentate analizele aplicate aceluiași probe ca și în cazul transformatei Born-Jordan.

Fig. 7.6 Transformata Choi-Williams a puterii parazite (proba 08, nefiltrată)

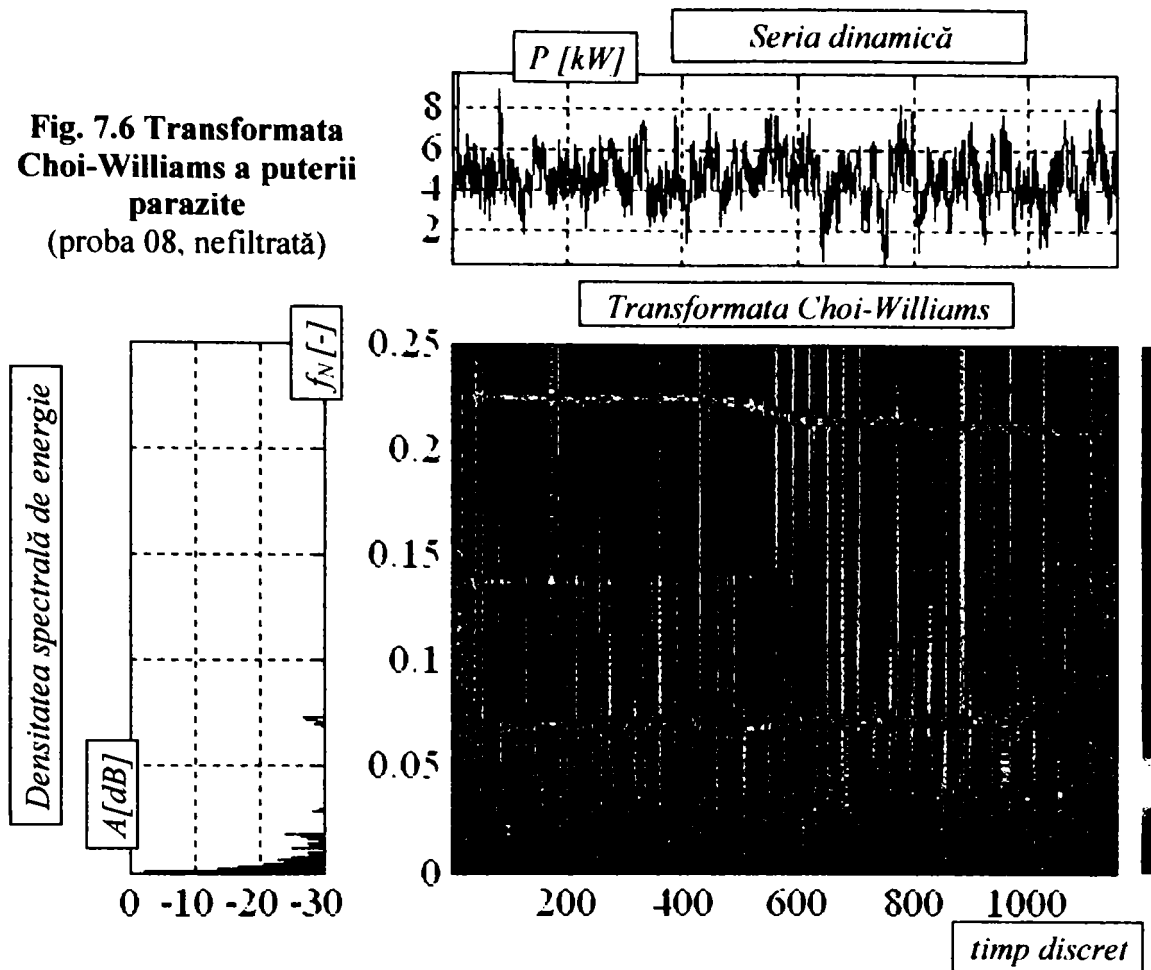


Fig. 7.7 Transformata Choi-Williams a puterii parazite (proba 08, filtrată)

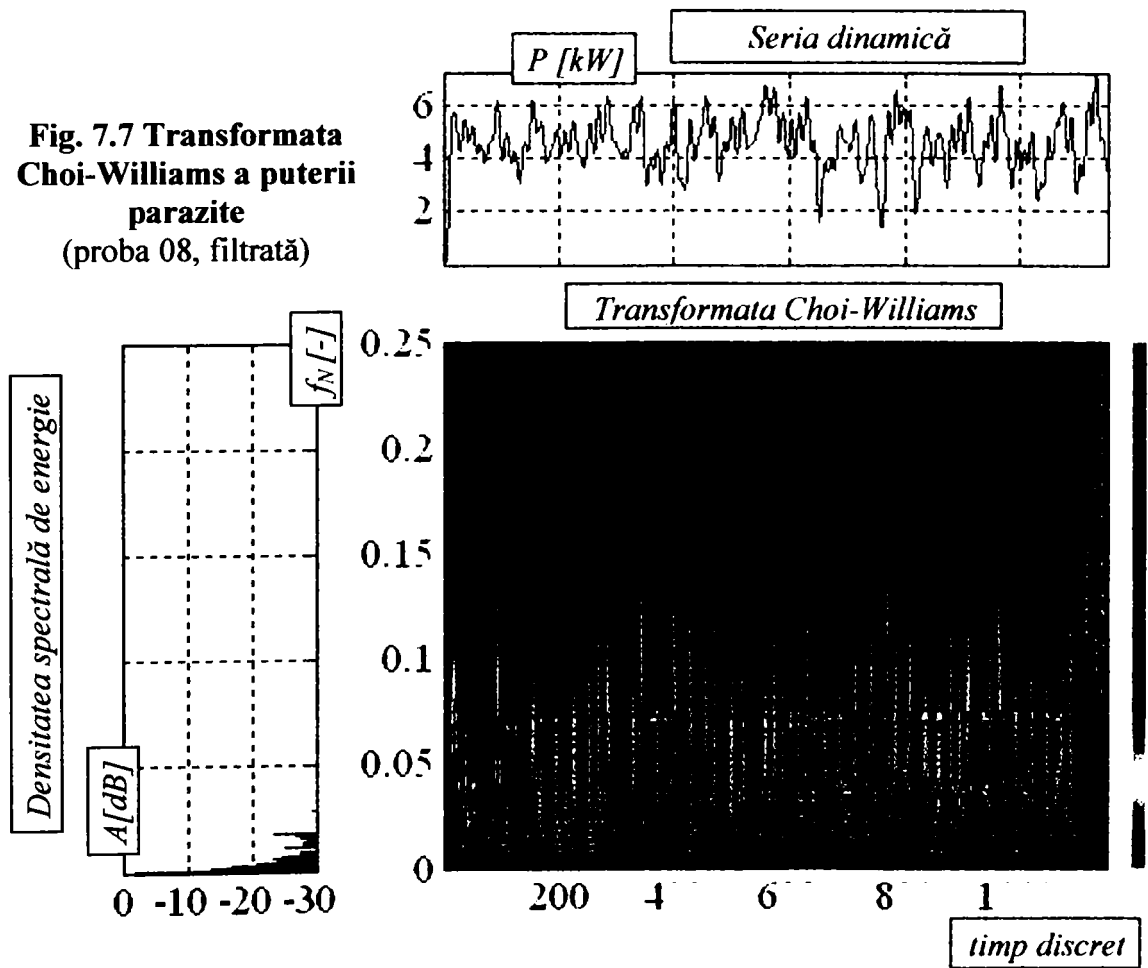


Fig. 7.8 Transformata Choi-Williams a puterii parazite (proba 17, filtrată)

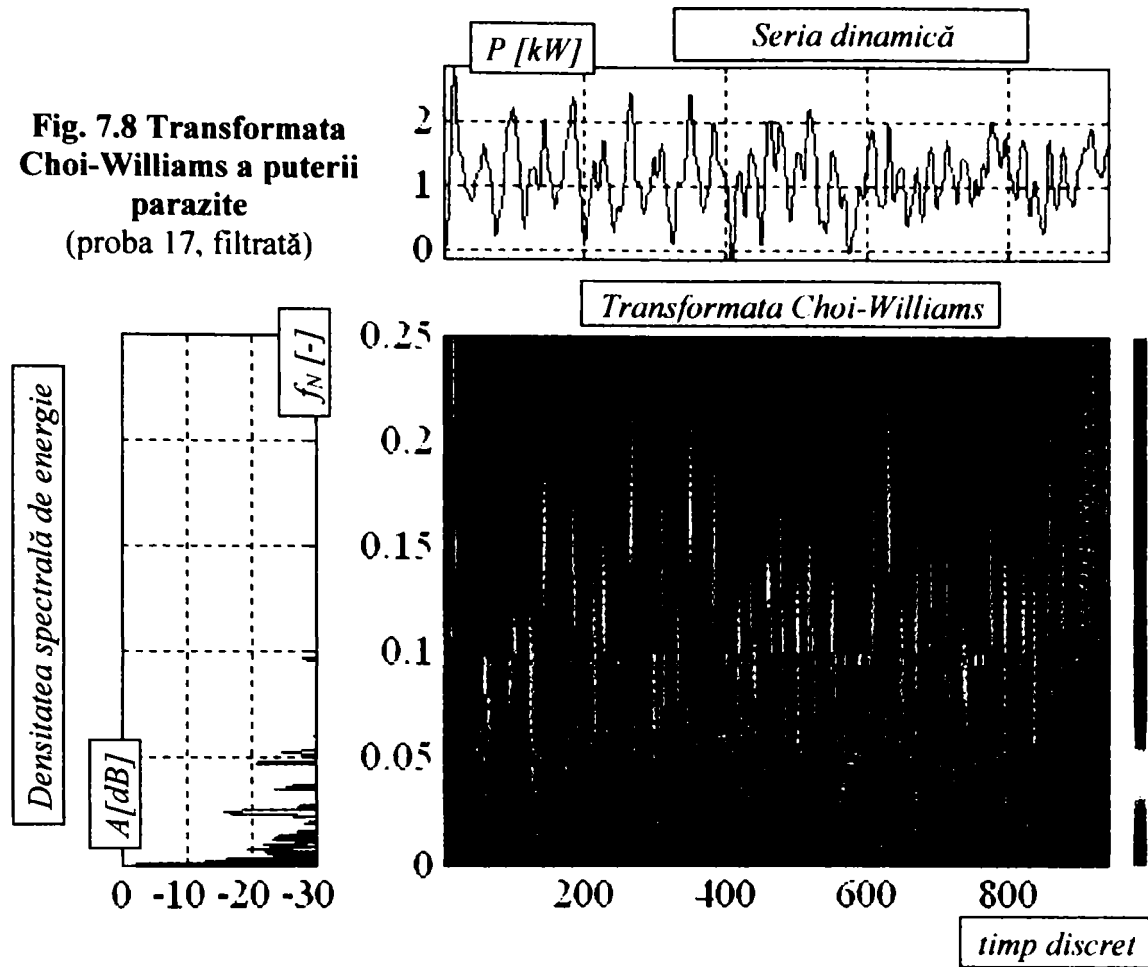
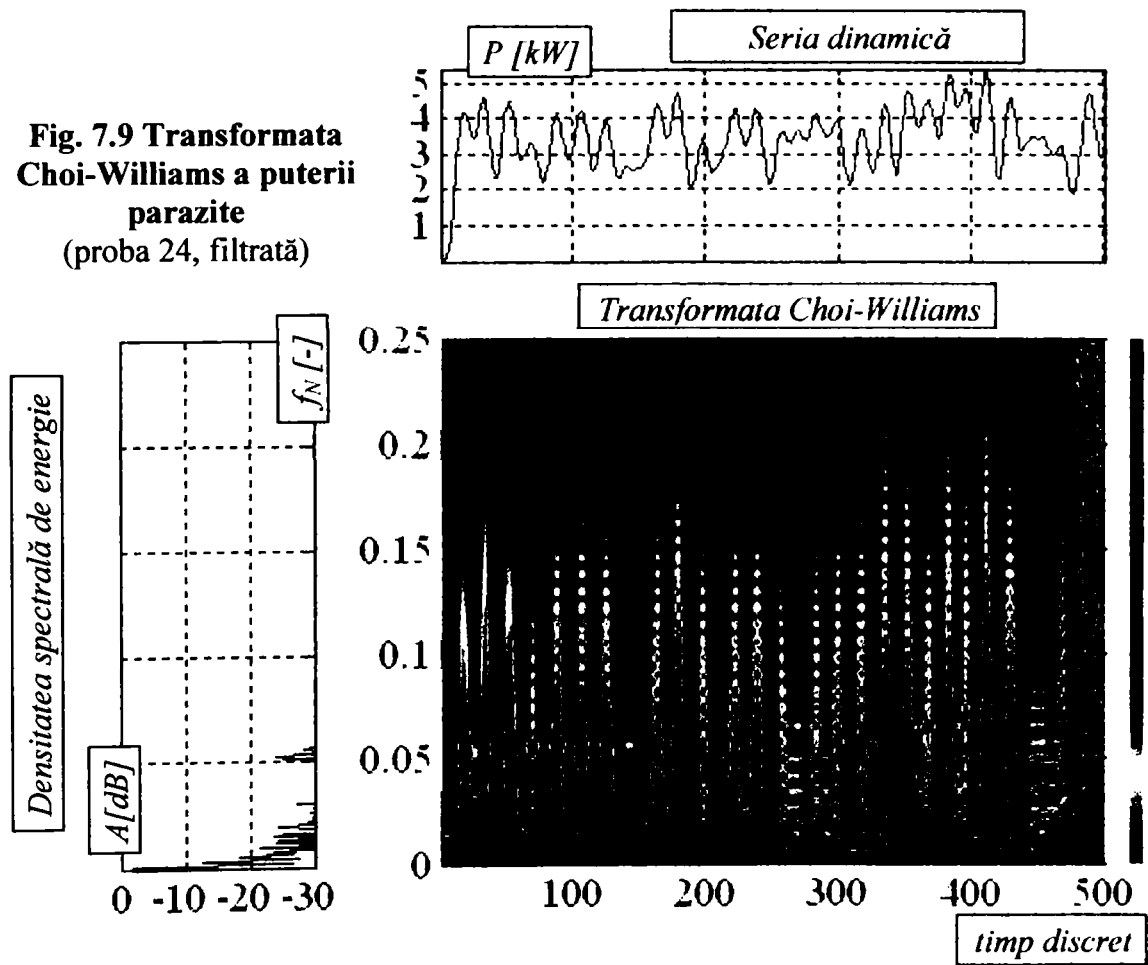


Fig. 7.9 Transformata Choi-Williams a puterii parazite (proba 24, filtrată)



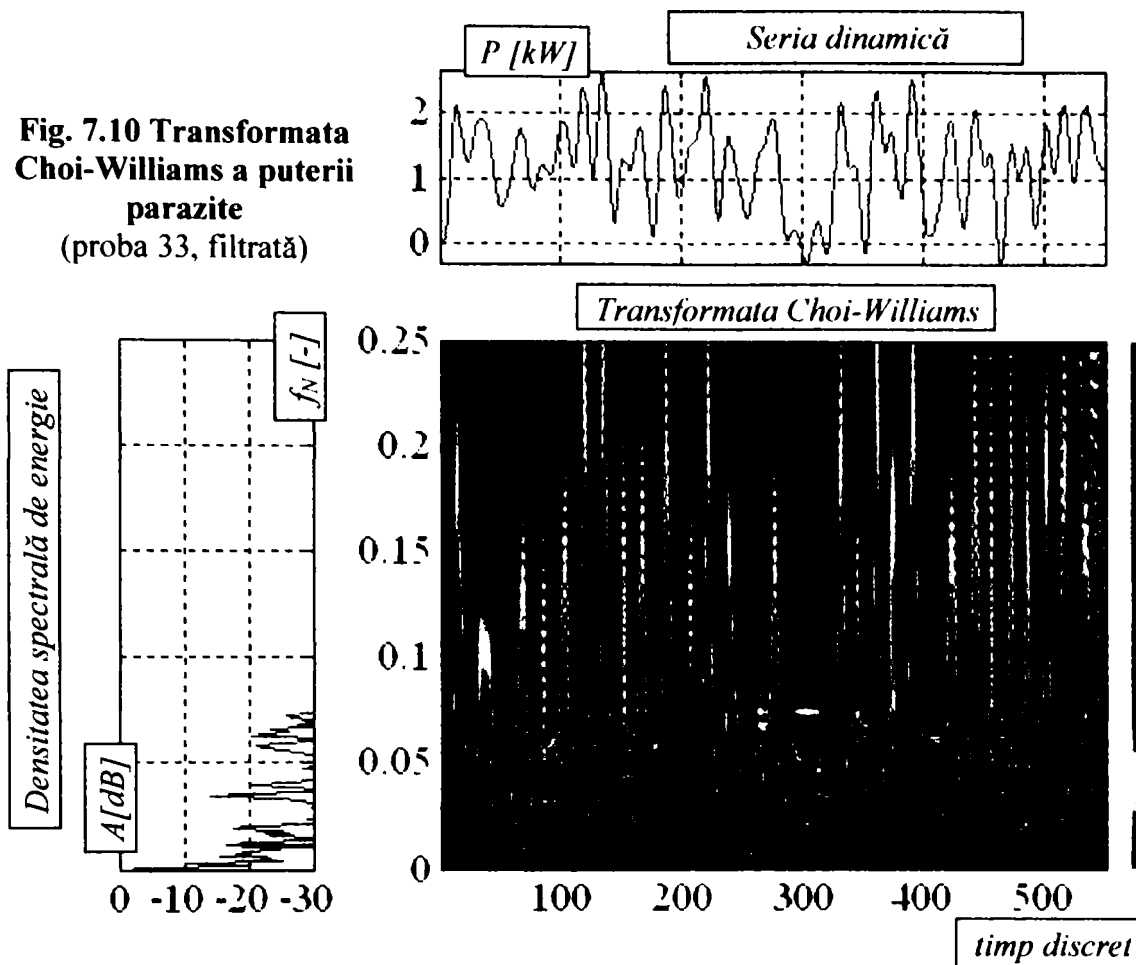


Fig. 7.10 Transformata Choi-Williams a puterii parazite (proba 33, filtrată)

7.3 Transformate biliniare în timp discret

O altă categorie de transformate, spre deosebire de cele prezentate anterior care funcționează în timp continuu, sunt transformatele în timp discret. Din această categorie fac parte transformatele care vor fi redată în continuare. Deși lucrează în timp discret, axa timpului folosită în reprezentările grafice va fi tot axa timpului continuu, pentru a înlesni citirea graficelor.

Prima transformată prezentată este transformata Page-Levin, [80], a cărei expresie este dată de relația

$$\begin{aligned}
 Y(t, jf) &= \frac{d}{dt} \left(\left| \int_{-\infty}^t y(x) e^{-2\pi j f x} dx \right|^2 \right) = \\
 &= 2R \left[y(t) \left(\int_{-\infty}^t y(x) e^{-2\pi j f x} dx \right) e^{-2\pi j f t} \right].
 \end{aligned}
 \tag{7.16}$$

Această transformată aplicată seriei dinamice experimentale nefiltrate corespunzătoare probei 08 furnizează modelul matematic neparametric reprezentat în fig. 7.11. Procedând în mod similar cazurilor precedente de modelare neparametrică (însă cu transformate în timp continuu, așa cum s-a văzut), fig. 7.12 redă modelul matematic obținut cu această transformată pentru

seria dinamică experimentală a aceleiași probe, dar în urma aplicării filtrului stabilit la capitolul 4.

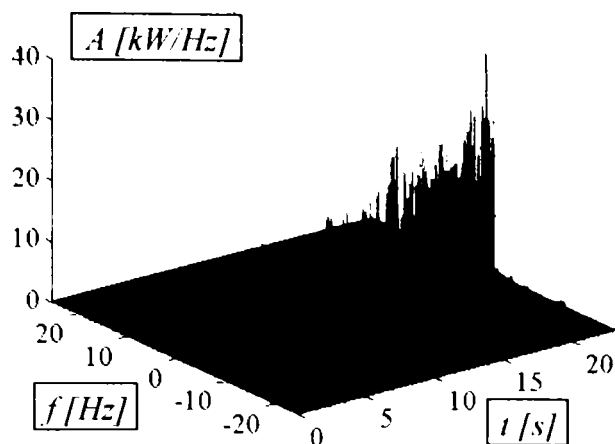


Fig. 7.11 Transformata Page-Levin a puterii parazite (proba 08, nefiltrată)

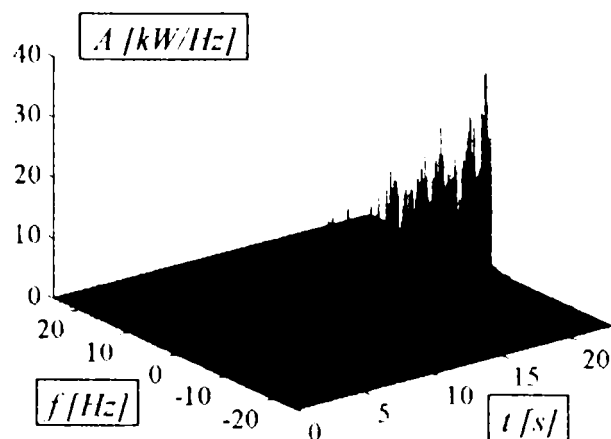


Fig. 7.12 Transformata Page-Levin a puterii parazite (proba 08, filtrată)

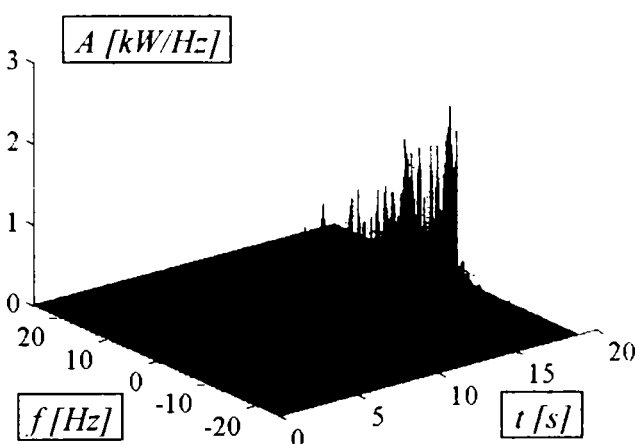


Fig. 7.13 Transformata Page-Levin a puterii parazite (proba 17, filtrată)

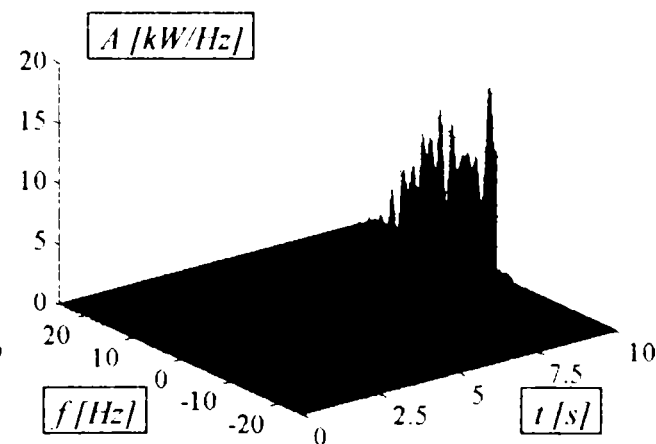


Fig. 7.14 Transformata Page-Levin a puterii parazite (proba 24, filtrată)

Una din caracteristicile importante ale transformatorilor în timp discret din clasa Cohen este cea a simetriei lor în raport cu valoarea nulă a spectrului de frecvență. Ca urmare, graficele în spațiu prezentate au simetrie față de zero pe axa frecvenței. Mai trebuie menționat că, pentru frecvența de eșantionare de 50Hz, a fost reprezentat doar jumătate din spectru, cealaltă jumătate fiind perfect simetrică.

Și cu ajutorul transformatei Page-Levin aplicate se poate observa că modelul matematic neparametric

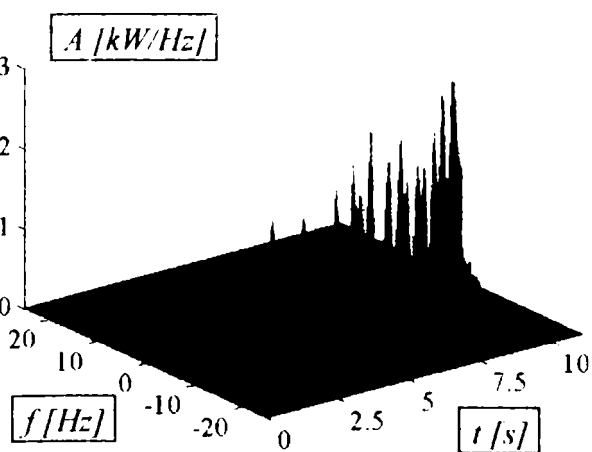


Fig. 7.15 Transformata Page-Levin a puterii parazite (proba 33, filtrată)

corespunzător fiecărei probe denotă

existența unor componente neliniare. Tot așa, se poate remarca faptul că probele nefiltrate conțin mult mai multe neliniariități decât cele filtrate (fig. 7.11 și 7.12).

În fine, a doua transformată discretă din clasa Cohen care va fi utilizată în lucrare pentru identificarea neparametrică în timp-frecvență este transformata Wigner-Ville, definită prin relația

$$Y(t, jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} y\left(t + \frac{\tau}{2}\right) y^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-2\pi j f \tau} d\tau. \quad (7.17)$$

În practica analizei semnalelor, se mai folosește și o varietate a acestei transformate, numită pseudotransformata Wigner-Ville Lisse, definită prin expresia [87]:

$$Y(t, jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \int_{-\infty}^{+\infty} g(t-x) y\left(t + \frac{\tau}{2}\right) y^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) dx e^{-2\pi j f \tau} d\tau. \quad (7.18)$$

Relația (7.18) reprezintă o convoluție a distribuției Wigner-Ville cu mărimile $g(t)$ și $H(jf)$, ultima fiind o legătură cu transformata Fourier. Se face

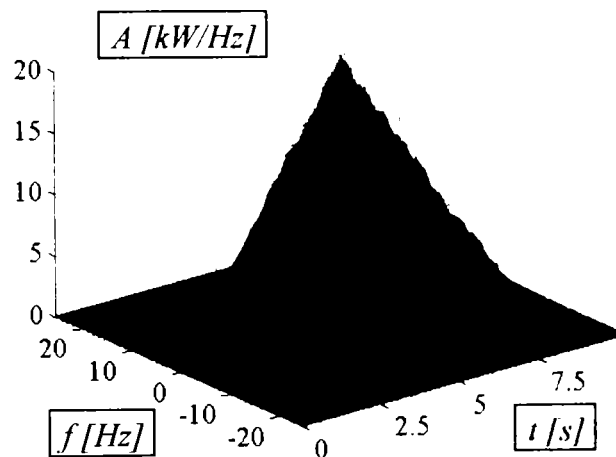


Fig. 7.16 Transformata Wigner-Ville a puterii parazite (proba 08, nefiltrată)

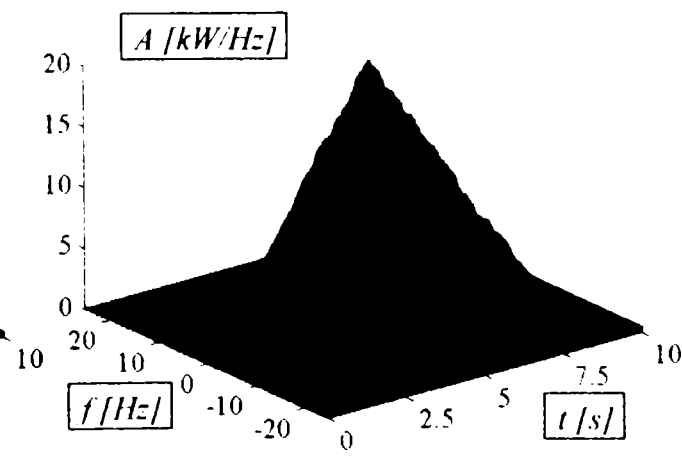


Fig. 7.17 Transformata Wigner-Ville a puterii parazite (proba 08, filtrată)

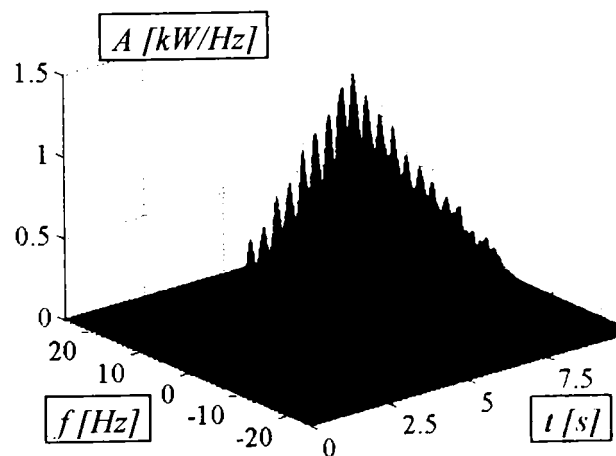


Fig. 7.18 Transformata Wigner-Ville a puterii parazite (proba 17, filtrată)

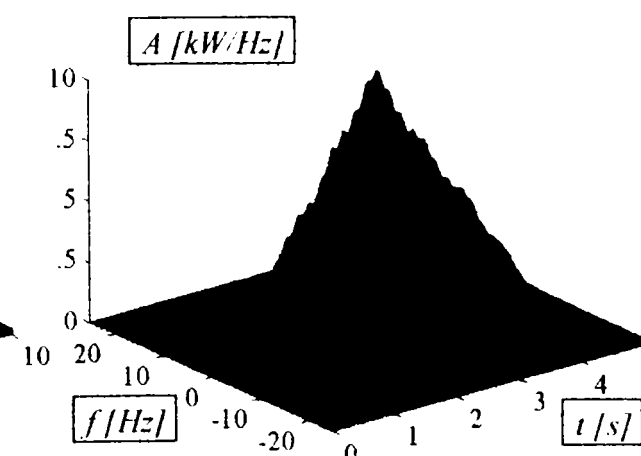


Fig. 7.19 Transformata Page-Levin a puterii parazite (proba 24, filtrată)

precizarea că $g(t)$ și $H(jf)$ reprezintă două ferestre de analiză, prima în timp și a doua în frecvență.

În figurile 7.16 - 7.20 se redau aplicații ale transformate Wigner-Ville, așa cum este definită de (7.17).

Ca și în cazurile expuse la transformatele în timp continuu, și aceste transformate lucrează cu frecvența Nyquist, cu deosebirea că centrarea se face pe valoarea frecvenței de zero. Cum transformata Wigner-Ville are o expresie care solicită un mare volum de lucru al componente hardware, s-a lucrat cu 2^n valori ale seriei experimentale. Astfel, timpul de lucru a fost sensibil redus, iar rezultatul modelării nu a fost afectat prin trunchierea semnalului la numărul de valori stabilit.

Transformatele bilinare prezentate fac parte, așa cum s-a menționat anterior, din clasa Cohen, [80]. Prin generalizarea expresiilor lor se obține

$$C_x(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \iint W(\tau, \xi) \Phi(\tau - t, \xi - \omega) d\tau d\omega, \quad (7.19)$$

în care $\Phi(\xi, \tau)$ reprezintă *funcția nucleu* a transformatei biliniare. În funcție de modul de alegere a structurii funcției nucleu se obțin transformatele biliniare particulare, din care câteva au fost prezentate mai înainte.

Într-o formă și mai generală, clasa reprezentărilor timp-frecvență a fost descrisă de Cohen printr-o expresie care, pe lângă funcția nucleu, mai cuprinde și *funcția de parametrizare*, de forma generală $f(x, \tau)$. Funcția de parametrizare particulară unei transformate va avea expresii variate, de la o formă la alta a transformatei respective. Astfel, forma generală a transformatelor biliniare este, așa cum a fost introdusă de Cohen,

$$C(t, \omega, \Phi) = \frac{1}{2\pi} \iiint \Phi(\xi, \tau) f\left(x + \frac{\tau}{2}\right) f^*\left(x - \frac{\tau}{2}\right) e^{j(\xi t - \tau \omega - \xi x)} dx d\xi d\tau. \quad (7.20)$$

7.4 Transformate pseudoliniare în timp continuu

O altă categorie de reprezentări în timp-frecvență este dată de transformata Fourier pe termen scurt, [23, 81], care este o transformată liniară în acest domeniu. Cum transformata Fourier obișnuită nu permite surprinderea modificării în timp a spectrului de frecvență (conform precizărilor făcute

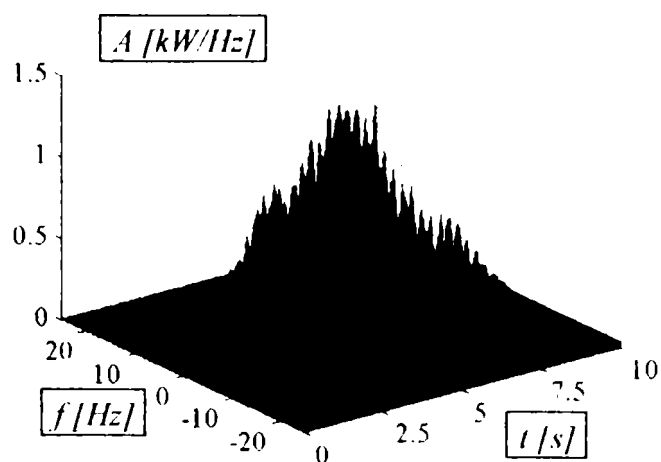


Fig. 7.20 Transformata Wigner-Ville a puterii parazite (proba 33, filtrată)

anterior), o modalitate de a reuși o astfel de abordare temporală este de a aplica transformata Fourier pe tronsoane mici de timp (eșantioane ale seriei dinamice experimentale). Astfel, transformata Fourier pe termen scurt va aloca pe acel tronson întreg spectrul de frecvență. Același lucru îl va face și pe următorul tronson și tot așa, dar spectrele următoare, deși imobile în ecartul lor de timp, vor fi variabile la scara întregii seriei dinamice. Cu cât eșantionarea seriei dinamice în intervale de timp este mai fină cu atât se poate surprinde mai bine variația în timp a spectrului de frecvențe. Metoda este un artificiu de utilizare a unei transformate liniare (în frecvență) în analiză biliniară (în timp-frecvență).

În sprijinul celor expuse, va fi aplicată transformata Fourier pe termen scurt (*Short Time Fourier Transform* – STFT, [81]), seriilor dinamice aflate în analiză până acum. Expresia STFT este dată de

$$Y(t, jf; h) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(\tau) h^*(\tau - t) e^{-2\pi j f t} d\tau, \quad (7.21)$$

în care $h(t)$ reprezintă fereastra de analiză.

Mai precis, se lucrează cu pătratul STFT care, în exprimare grafică, este cunoscută sub denumirea de *spectrogramă* [23]:

$$SP(t, f) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} y(\tau) h^*(\tau - t) e^{-2\pi j f t} d\tau \right|^2. \quad (7.22)$$

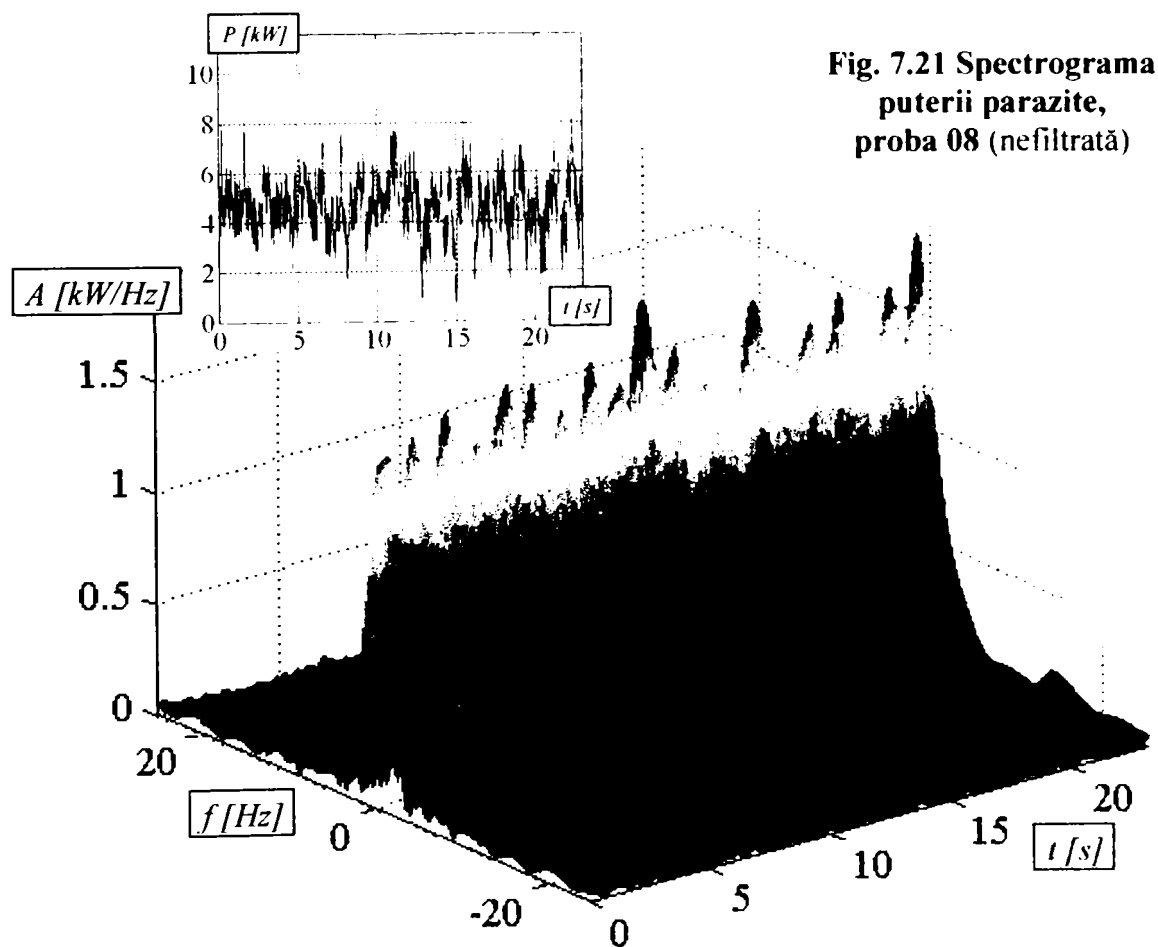


Fig. 7.21 Spectrograma puterii parazite, proba 08 (nefiltrată)

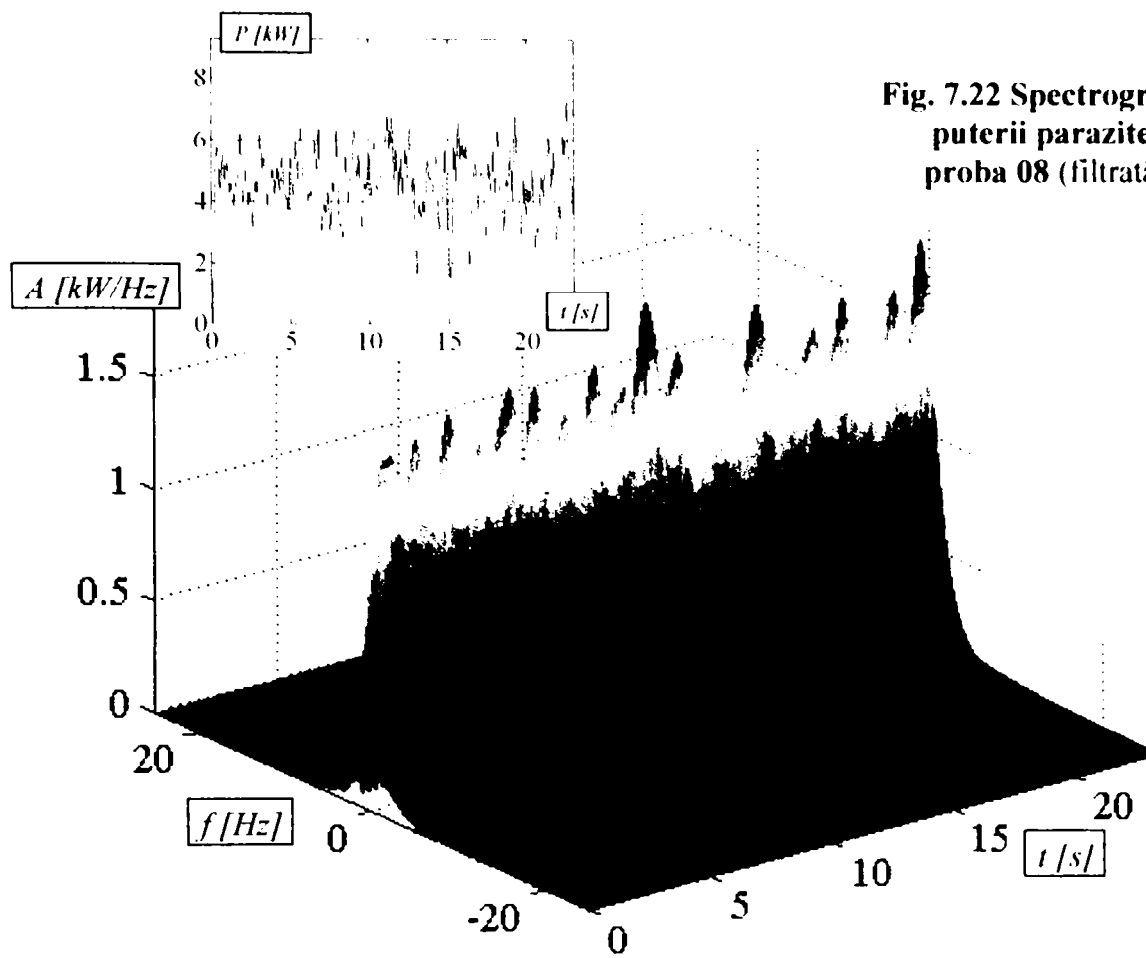


Fig. 7.22 Spectrograma puterii parazite, proba 08 (filtrată)

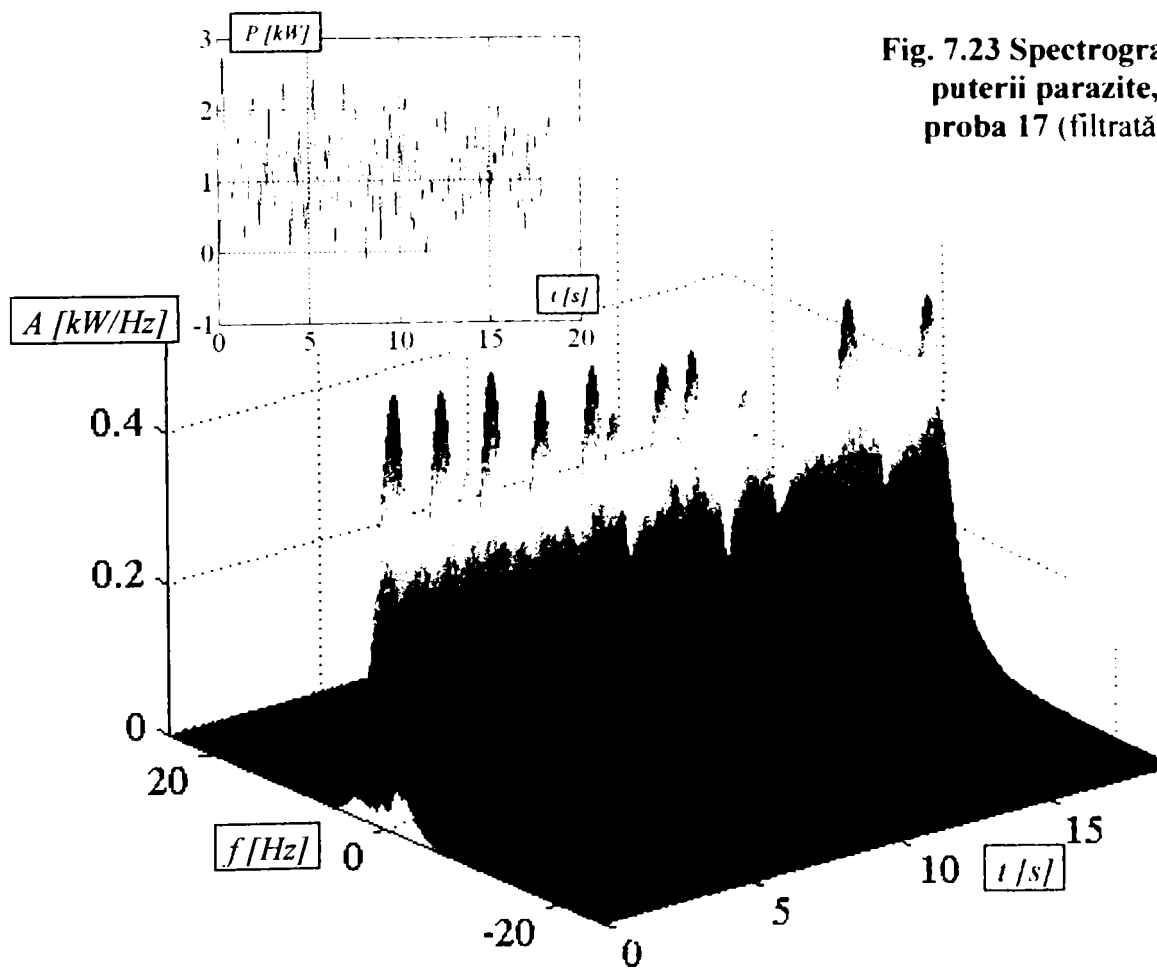
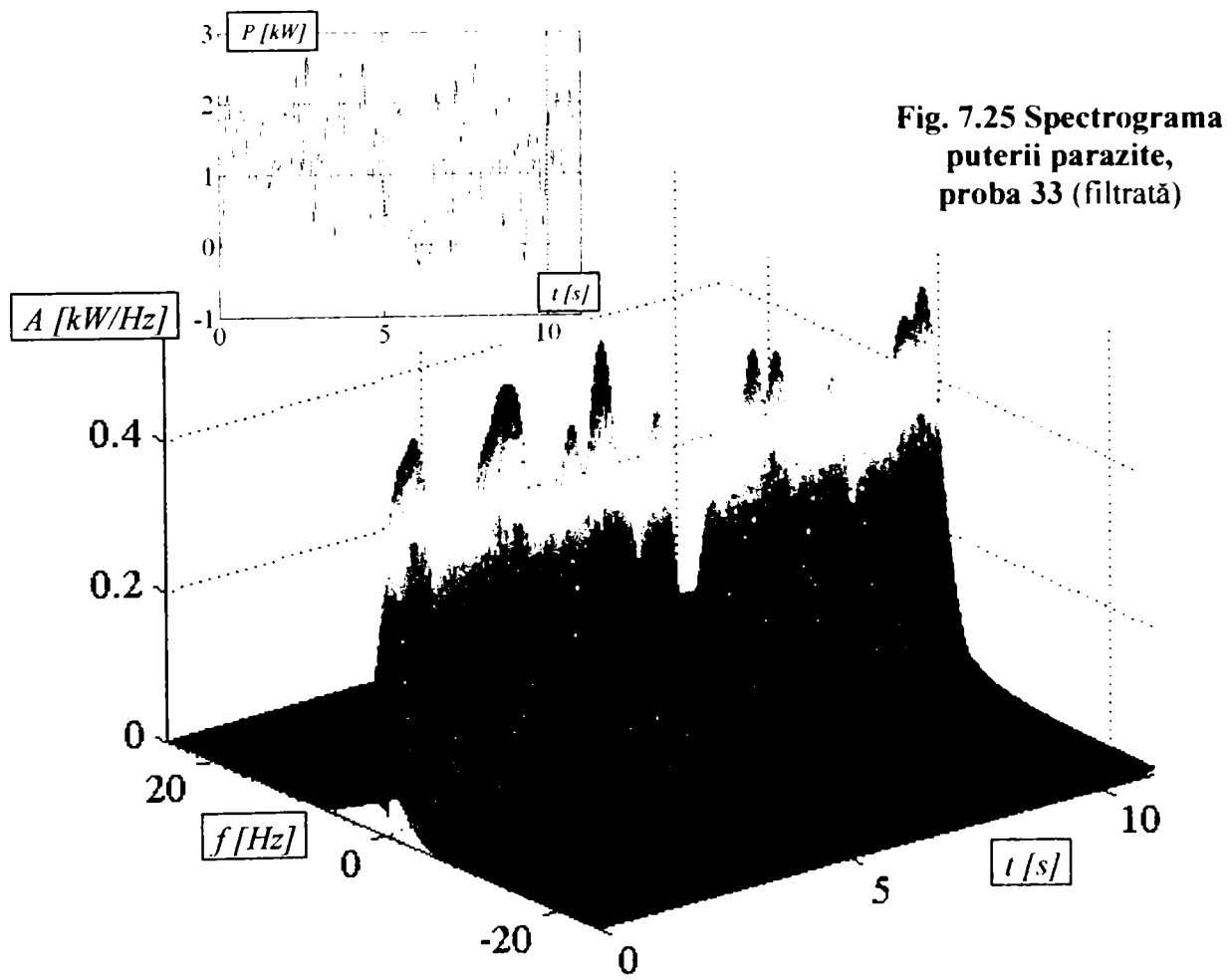
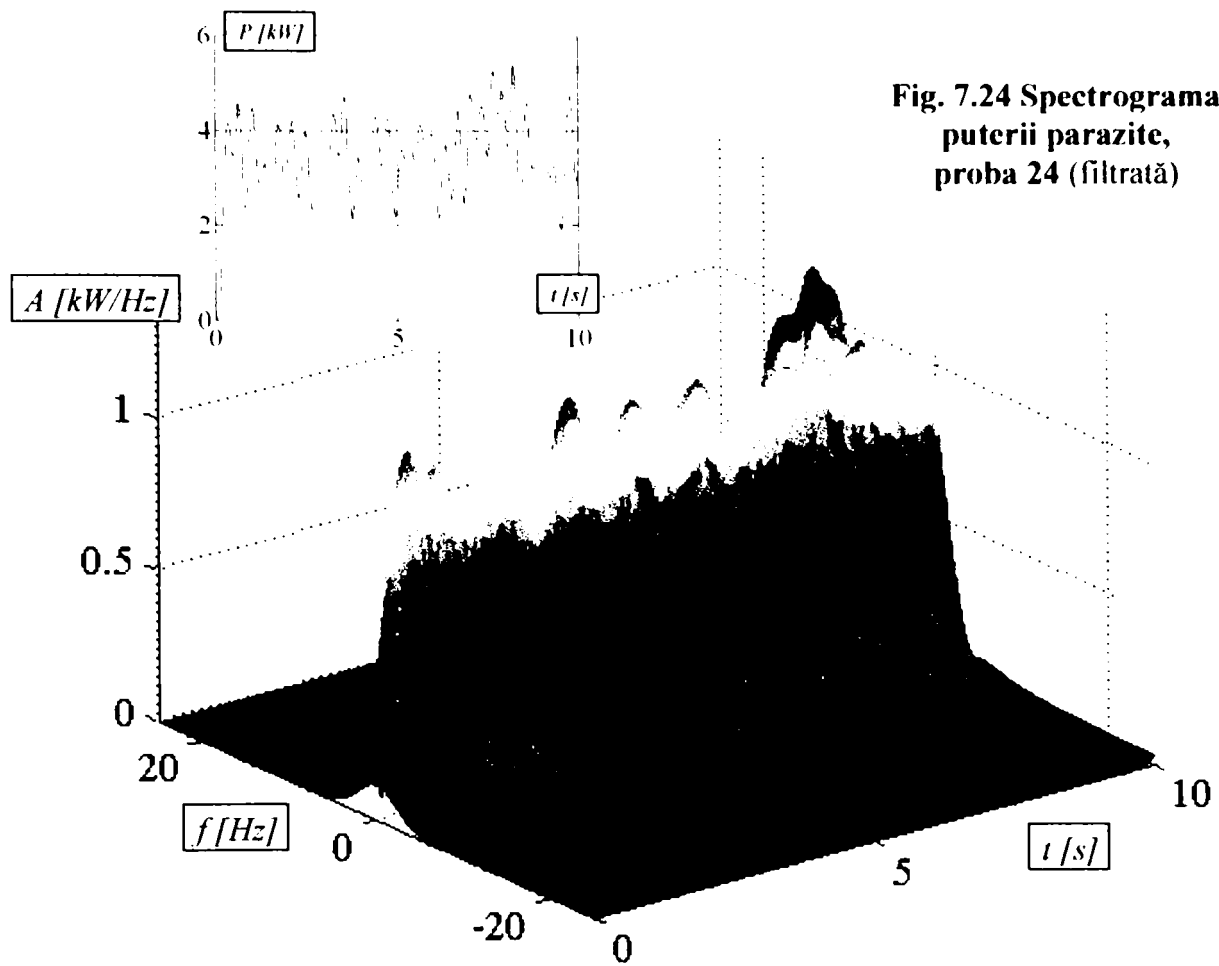


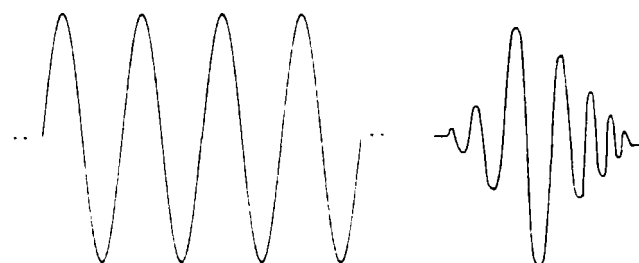
Fig. 7.23 Spectrograma puterii parazite, proba 17 (filtrată)



Mai există și o altă clasă de transformate care va fi prezentată în continuare, dar care nu va fi însoțită de exemple aplicate seriilor dinamice experimentale determinate în cadrul acestei teze. Este vorba de transformatele *wavelet*, [87]. Ele sunt, totuși, menționate deoarece reprezintă o altă modalitate de modelare în afara transformatei Laplace. Deosebirea de principiu între cele două modalități de modelare constă în următoarele: transformata Laplace lucrează cu funcții de tip sinus, cu variație temporală între minus infinit și plus infinit și a căror structură se respectă în întregul interval menționat.

Interpretarea noțiunii *wavelet* se poate face numai în prezența transformatei Fourier. Transformata Fourier lucrează cu noțiunea de undă, care reprezintă o funcție sinusoidală cu variație nelimitată în timp (în intervalul $]-\infty, \infty[$).

Undele sinusoidale, fundamentale din construcția transformatei Fourier, sunt continue și predictibile, (fig. 7.26 a). Față de acestea, *wavelet*-urile (fig. 7.26 b) sunt mai degrabă neregulate și asimetrice în timp. În analiza Fourier urmărește descompunerea semnalului în versiuni suprapuse de



(a) (b)
Fig. 7.26 Wave (a) și wavelet (b)

sinusoide ale semnalului original. *Wavelet*-urile fac același lucru. Dar, la o analiză mai atentă, se poate observa că neregularitățile locale (variații locale bruște ale semnalului) nu pot fi bine approximate cu o transformată Fourier, pe când *wavelet*-urile fac această aproximare mult mai bine. Ca urmare, comportamentele locale ale semnalului vor putea fi mai bine descrise cu o funcție *wavelet* decât cu transformata Fourier, mai ales că aceste neregularități sunt locale.

Analiza *wavelet* poate fi aplicată datelor unidimensionale, dar și celor multidimensionale. În cazul analizei unor serii dinamice experimentale, această abordare este unică. Totuși, o abordare bidimensională poate servi, spre exemplu, la analiza unei imagini fotografice prin descompunere, prelucrare și recompunere (prin inversa unei transformate *wavelet*). Exemplele pot continua.

Așadar, dacă s-ar dori traducerea cuvântului *wavelet* (cu variație temporală finită) în comparație cu cuvântul *wave*, care înseamnă “undă” (cu variație temporală infinită), acesta s-ar putea numi, spre exemplu “undișoară”, cu riscul de a nu acoperi sensul real al cuvântului din limba engleză.

Conceptul de *wavelet* a fost introdus de J. Morlet în 1982. Elementele inefinitezimale de tip *wavelet*, (fig. 7.26 b), sunt grupate, conform adepților acestei abordări, în două mari grupe: tip “timp (spațiu)-scală” și “timp (spațiu)-frecvență”. Prin urmare, și reprezentările grafice vor urma aceeași categorisire.

Din prima categorie fac parte transformatele *wavelet* Grossman-Morlet, Daubechies și Haar. Din cea de a doua fac parte transformatele *wavelet* Gabor, Morlet și Gabor-Malvar. Evident că, o dată cu trecerea timpului, diferiți analiști

au produs diferite transformate care fac parte din aceste două categorii, iar studiile continuă în domeniu, conducând la specializarea și rafinarea acestor expresii matematice.

Câteva exemple sunt binevenite. Astfel, transformata Grossman-Morlet are expresia dată de

$$Y(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt; \quad a, b \in R; a > 0, \quad (7.23)$$

în care a este un parametru de scală, iar b este un parametru (factor) de poziție.

În fine, funcția *wavelet* Grossman-Morlet are forma $\frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left(\frac{t-b}{a} \right)$ $a, b \in R; a > 0$

ceea ce înseamnă că ψ^* din (7.23) este funcția complex conjugată a lui ψ .

O altă funcție de același tip este transformata definită de Gabor,

$$\psi_k(t) = e^{-t^2 / 2\sigma^2} e^{-jkt}, \quad (7.24)$$

valabilă în timp discret și care, pe cale de consecință, are ca suport pulsația, (frecvența), prin intermediul lui k .

Una din reprezentările grafice sugestive este *scalograma* care nu este altceva decât pătratul amplitudinii oricărei transformate *wavelet* (obligatoriu în timp continuu). Expresia ei, la modul general, este dată de

$$SC(t, a; h) = \left| \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} y(s) h^* \left(\frac{s-t}{a} \right) ds \right|^2. \quad (7.25)$$

7.5 Transformata Stockwell

Transformata Stockwell este tot o transformată *wavelet* (cunoscută în literatura de specialitate sub numele de transformata \mathcal{S}) și a fost propusă de autorul ei în 1996, [80]. Aceasta este, de fapt, o extensie a unei transformate

wavelet continue tipice, $Y(\tau, d) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \varphi(t) dt$, realizată printr-o corecție de fază a originalului. Definiția sa este dată de relația

$$Y(\tau, jf) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}} e^{-2\pi j f t} dt, \quad (7.26)$$

în care expresia extensiei *wavelet* este dată de

$$\varphi(t, f) = \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-\tau)^2 f^2}{2}} e^{-2\pi j f t}. \quad (7.27)$$

În expresiile anterioare s-au utilizat următoarele mărimi:

- t și τ - timpul;
- f - frecvența;
- d - factor de dilatare (interpretabil ca un termen de natura inversului frecvenței).

Se constată că transformata Stockwell folosește o distribuție de tip Gauss, caracterizată de o dilatare (prin intermediul factorului d) și o translație (prin intermediul termenului $1 - \tau$).

În cele ce urmează, vor fi prezentate transformatele Stockwell ale probelor care au fost discutate și până acum. Reprezentarea grafică a transformatei Stockwell, pentru a beneficia de o corelare vizuală optimă, se face însoțită chiar de semnalul seriei dinamice experimentale analizate. Aceasta se poate realiza în două moduri:

- o reprezentare secvențială, în care se utilizează două grafice, în partea de sus fiind redată seria dinamică experimentală, iar în partea de jos transformata Stockwell;

- o reprezentare suprapusă, pe același grafic fiind redată atât seria dinamică experimentală cât și transformata Stockwell a acesteia²⁸.

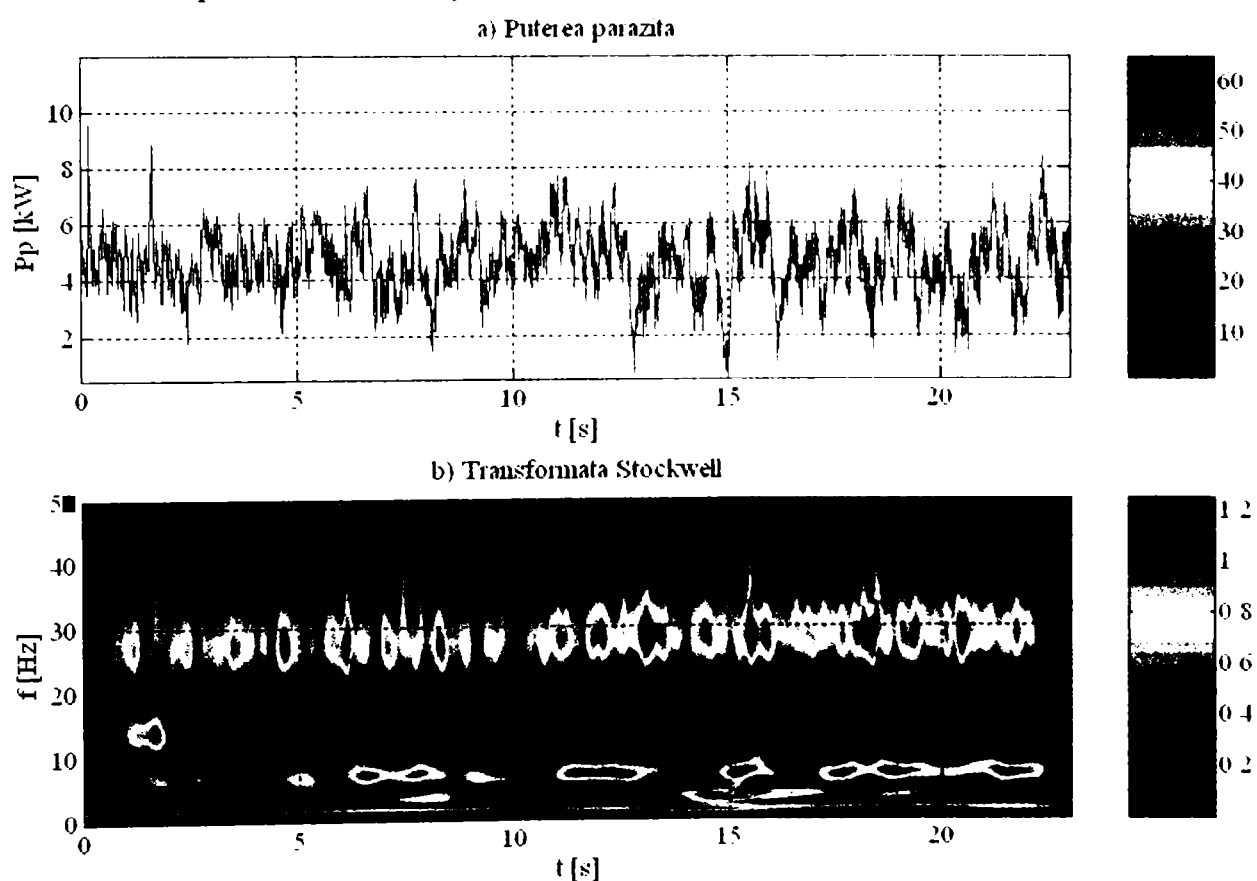


Fig. 7.26 Transformata Stockwell a puterii parazite (proba 08, nefiltrată, reprezentare secvențială)

²⁸ Din rațiuni de încadrare în același câmp grafic, semnalul corespunzător seriei dinamice experimentale a fost amplificat cu un factor corespunzător scalării la ecartul frecvenței.

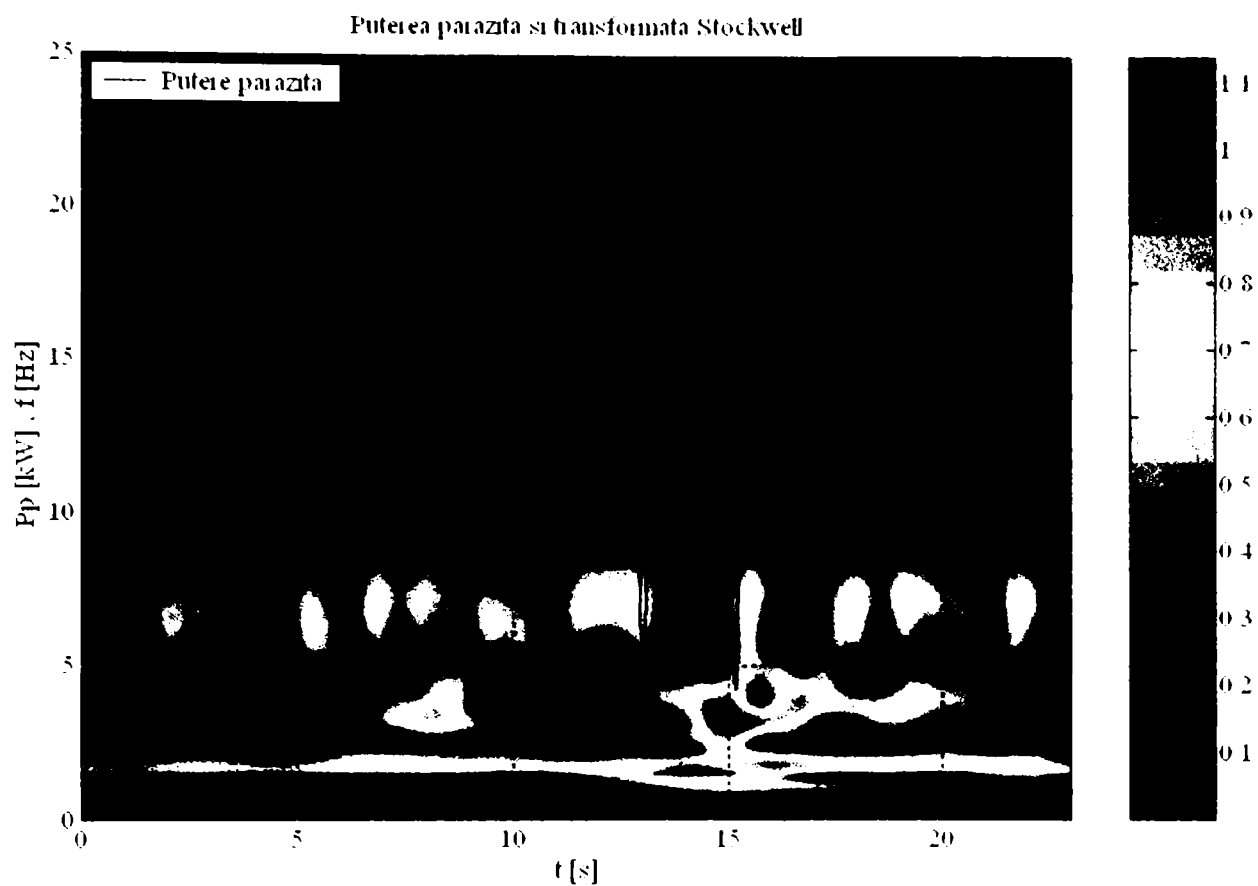


Fig. 7.27 Transformata Stockwell a puterii parazite (proba 08, filtrată, reprezentare suprapusă)

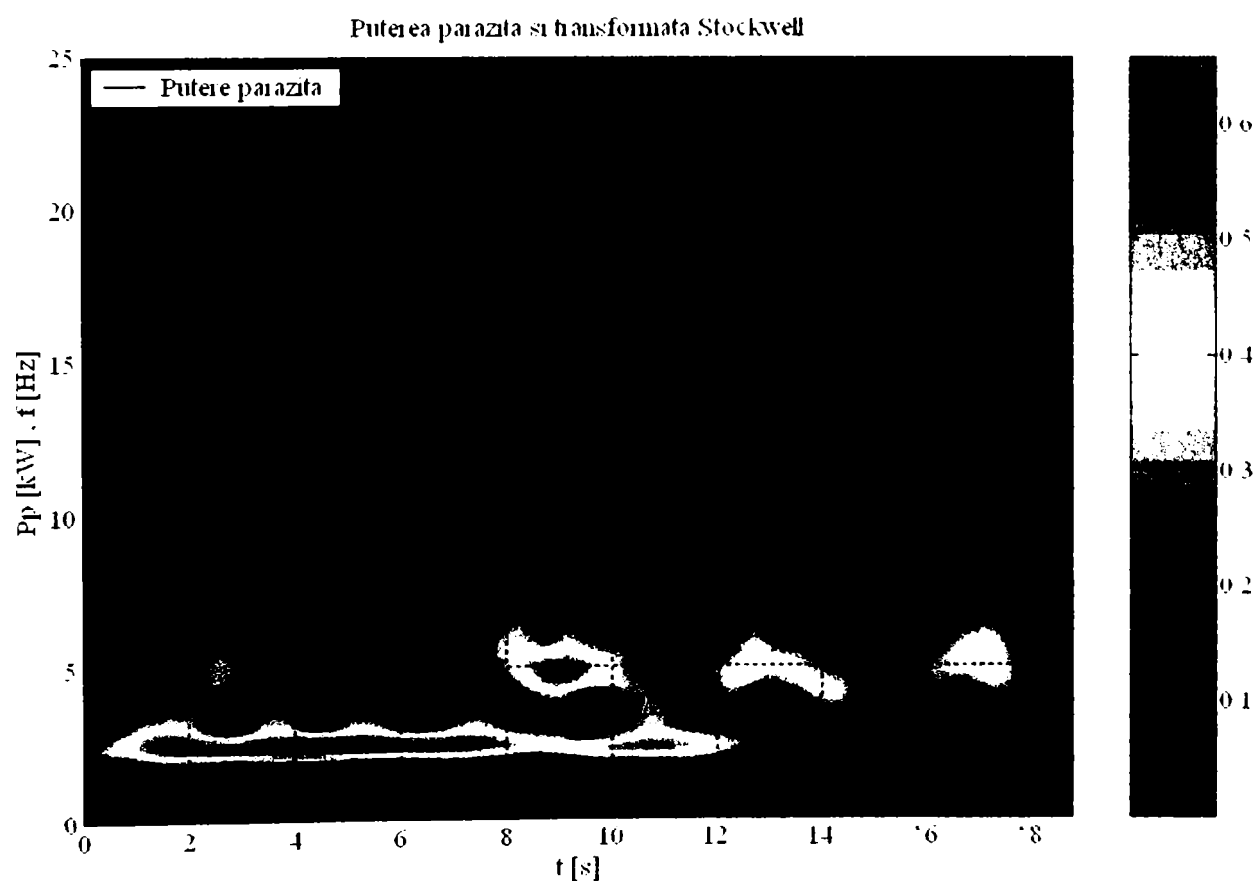


Fig. 7.28 Transformata Stockwell a puterii parazite (proba 17, filtrată)

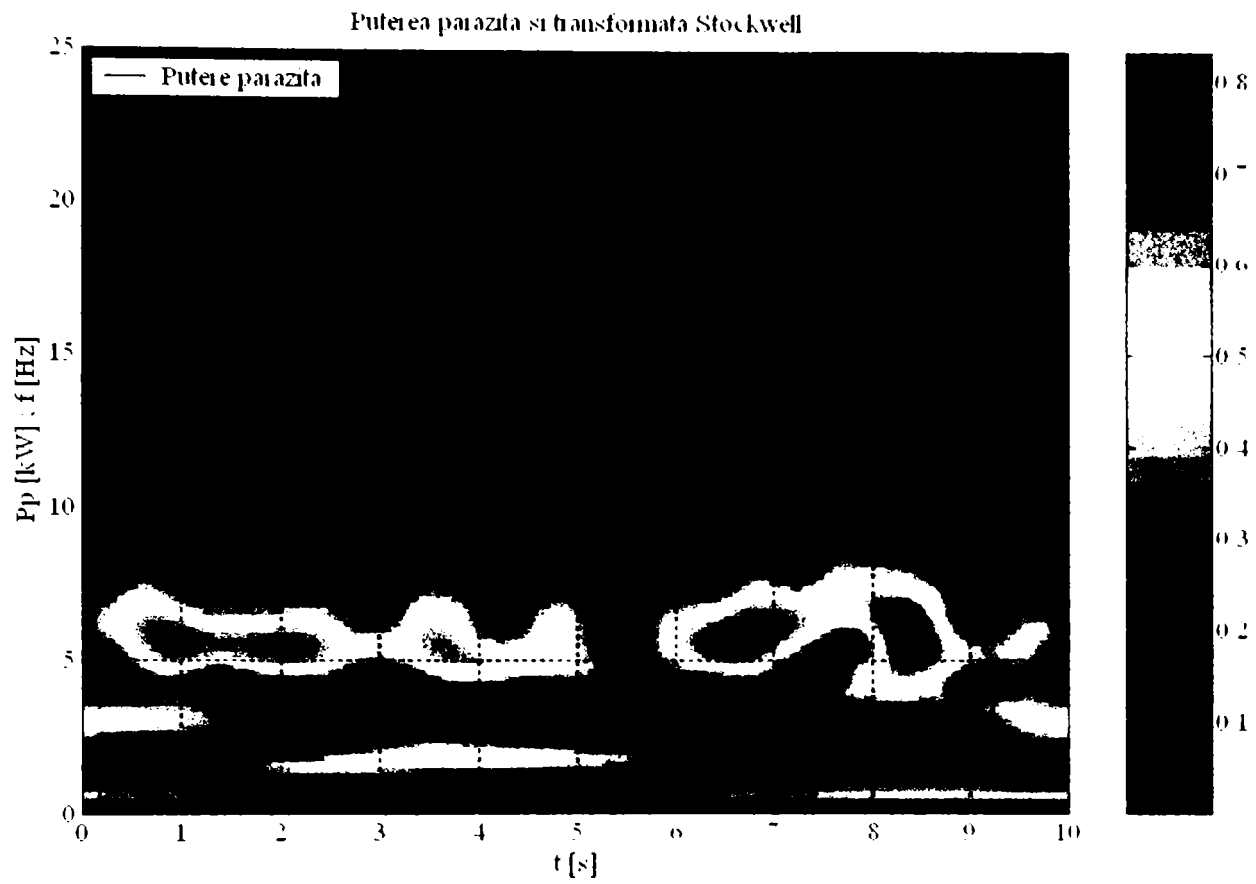


Fig. 7.29 Transformata Stockwell a puterii parazite (proba 24, filtrată)

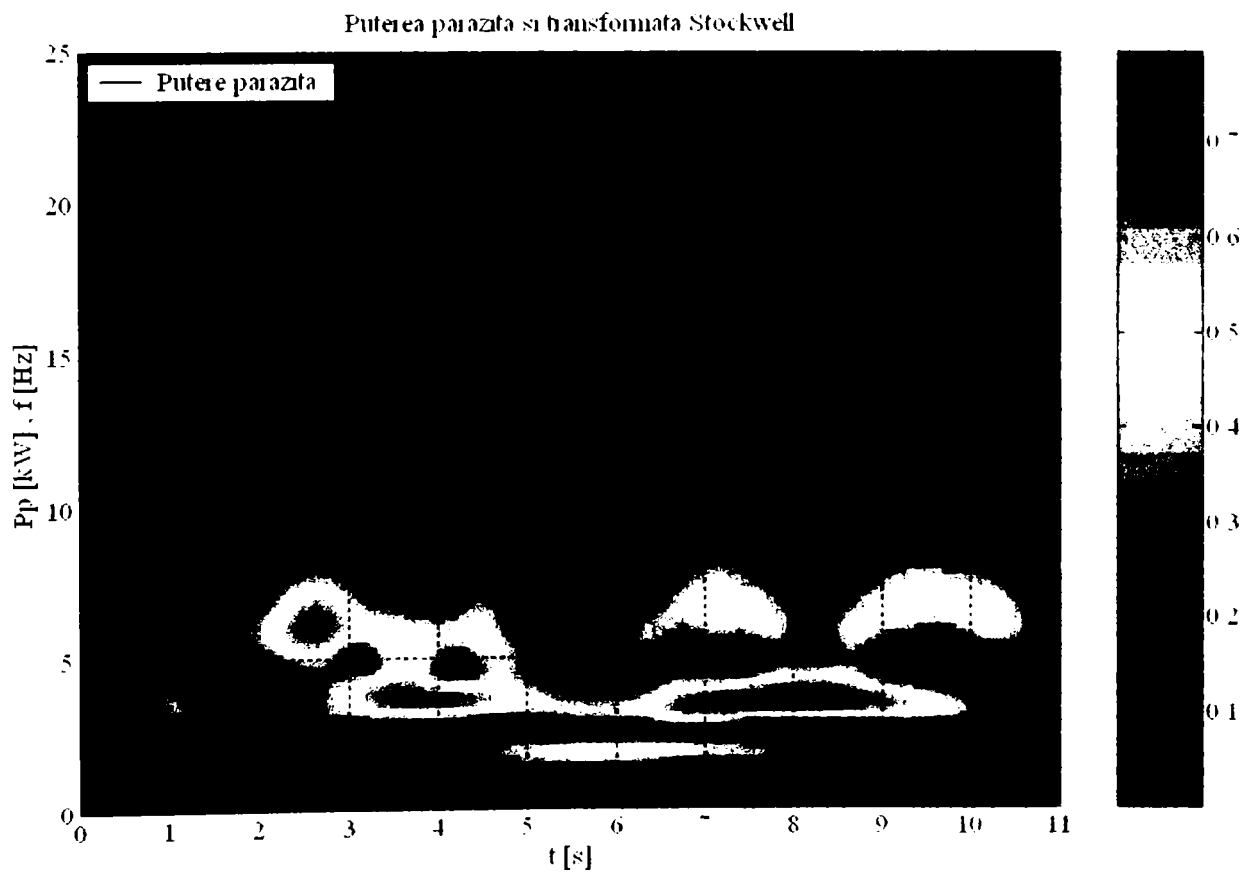


Fig. 7.30 Transformata Stockwell a puterii parazite (proba 33, filtrată)

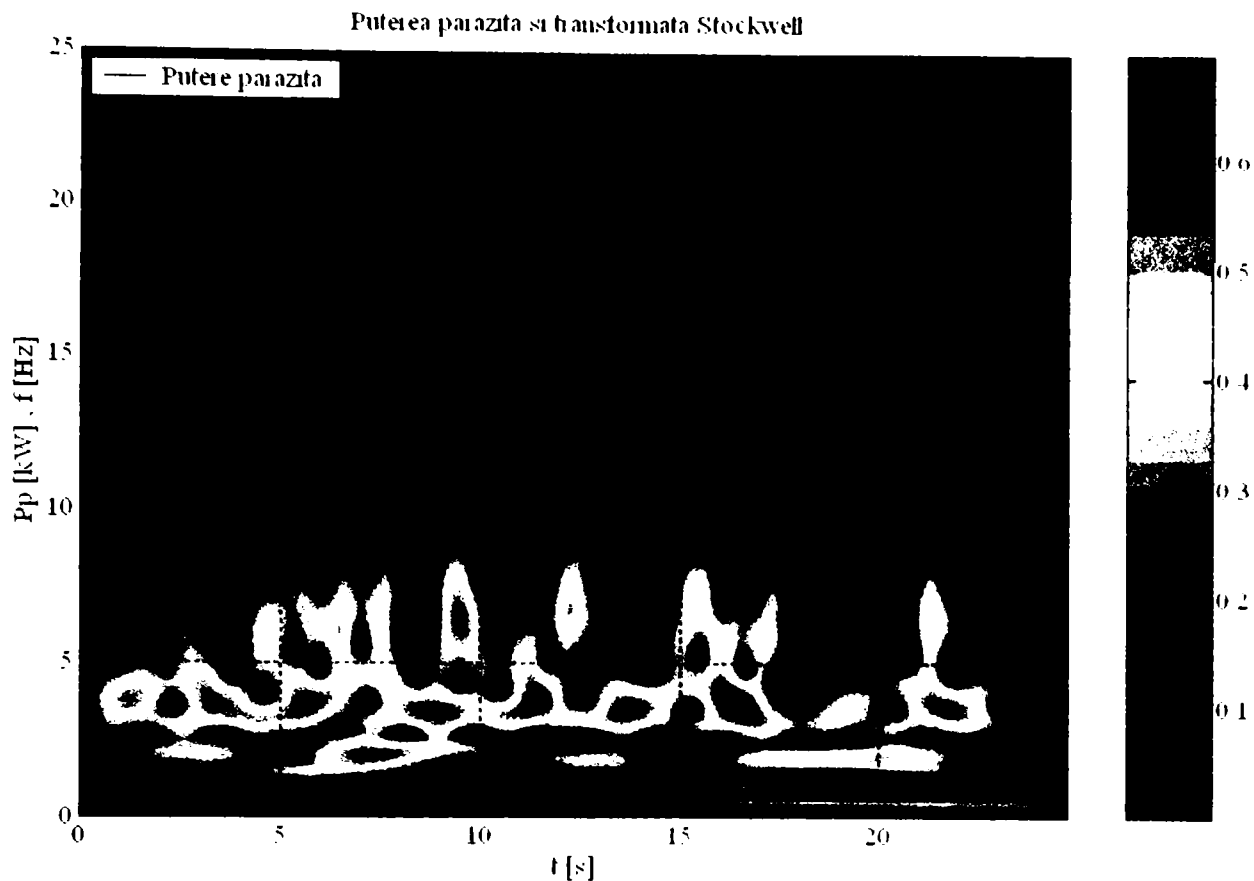


Fig. 7.30 Transformata Stockwell a puterii parazite (proba 34, filtrată)

Fig. 7.26 prezintă prima variantă de reprezentare grafică. În acest grafic au fost reprezentate seria dinamică experimentală în stare nefiltrată și transformata Stockwell corespunzătoare. În fig. 7.27 este redată reprezentarea suprapusă a aceleiași serii dinamice (însă filtrate) și a transformatei Stockwell aferente.

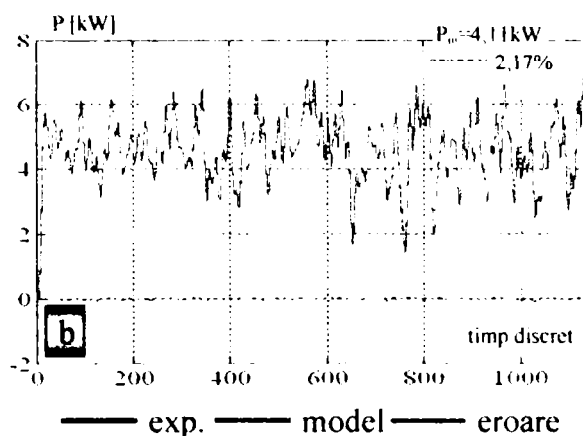
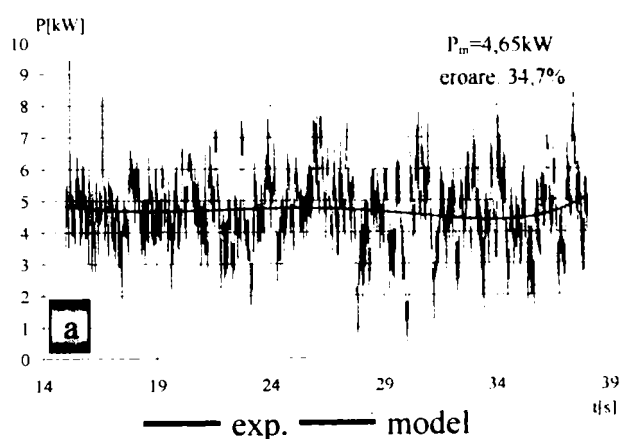
Toate figurile reprezentând transformata Stockwell evidențiază dispunerea în timp a componentelor armonice cu aport energetic ridicat. Se poate remarca faptul că, din toate transformările prezentate, utile în reprezentarea timp-frecvență, transformata Stockwell ca extensie a transformatelor *wavelet* ilustrează cel mai bine existența și manifestarea temporală a spectrelor de frecvență. Acest lucru se datorează utilizării funcțiilor *wavelet*, care surprind mult mai bine comportamentele neliniare locale, față de transformata Fourier care stă la baza transformatelor biliniare din clasa Cohen.

CAPITOLUL 8

CONCLUZII GENERALE. CONTRIBUȚII. DESCHIDERI ALE TEZEI DE DOCTORAT

În scopul stabilirii setului de concluzii generale care pot fi desprinse în urma realizării cercetării circulației de putere în transmisia unui autovehicul cu tracțiune integrală, se consideră binevenită o scurtă comparație între metodele de modelare matematică a fenomenului.

În acest scop se va alege una dintre probele executate cu autovehiculul supus încercărilor, spre exemplu proba 08. Proba este aleasă deoarece a făcut obiectul tuturor analizelor prezentate în cadrul acestei lucrări, iar rezultatele acestora sunt deja cunoscute. La fel de bine putea fi aleasă oricare altă probă. Ea corespunde determinării circulației de putere al nivel longitudinal, în cazul deplasării rectilinii pe asfalt, cu diferențe de raze de rulare între punțile autovehiculului (în plan longitudinal), în treapta 1 de viteze²⁹.



Comparație între modelele matematice obținute prin diferiți algoritmi

- cu statistica clasică, prin metoda celor mai mici pătrate;
- prin identificare în timp, cu metoda funcțiilor de transfer în timp discret
- prin identificare parametrică în timp continuu, cu regresori

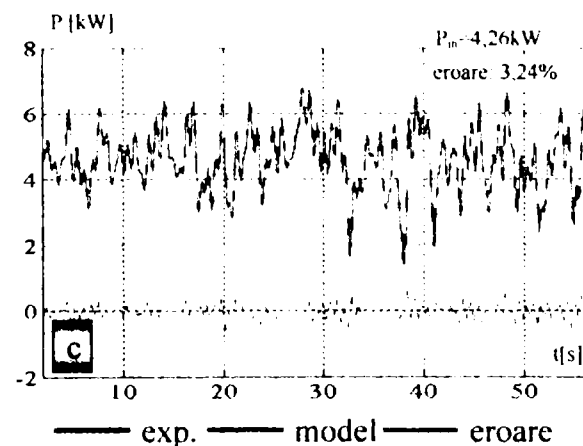


Figura alăturată poate fi comentată din multe puncte de vedere, dar se redă unul singur: metoda clasică introduce erori foarte mari, care se datorează până la urmă, zgomotelor și neliniarităților pe care ea nu le poate elimina.

²⁹ Conform Anexei

8.1 Concluzii generale

În lucrare a fost abordată o metodologie modernă de analiză a circulației de putere în transmisia autovehiculelor cu tracțiune integrală. Această metodologie folosește metoda determinării modelelor matematice obținute prin procedee de identificare a sistemelor, pornind de la datele experimentale obținute în urma măsurărilor efectuate pe produs. Avantajul incontestabil al acestor metode moderne de analiză constă în obținerea unor modele matematice care descriu fenomenul fizic cu erori foarte mici de modelare. În urma aplicării acestor procedee, se pot trage următoarele concluzii cu caracter general:

1. Efectuarea unui studiu clasic, în regim staționar, însoțit de metodele statisticii clasice, nu conduce la rezultate conforme cu realitatea decât în foarte puține cazuri, iar erorile de modelare sunt de cele mai multe ori inadmisibil de mari.
2. Studiul clasic nu furnizează suficiente informații necesare determinării comportamentului unui sistem dinamic, așa cum este orice sistem al unui autovehicul sau acesta în ansamblu. Cu atât mai mult, studiul clasic nu permite studierea fenomenelor în intimitatea lor deoarece nu este capabil să surprindă evoluția în timp, frecvență sau în timp- frecvență a mărimilor caracteristice sistemului analizat.
3. Dinamica transmisiei unui autovehicul este deosebit de complexă, datorită, pe de o parte, regimurilor tranzitorii la care funcționează și pe de altă parte, datorită influențelor majore, determinante, introduse de alte sisteme (motorul de tracțiune, cu regimurile sale de vibrații, vibrațiile componentelor proprii transmisiei, sistemul de rulare și terenul pe care se rulează și, nu în ultimul rând, neliniaritățile introduse de către conducătorul auto). Pentru studierea acestor fenomene trebuie apelat la un mod de abordare complex, cu utilizarea procedurilor specifice analizei și sintezei semnalelor, precum și la noțiuni avansate din discipline de specialitate (Mecanică, Analiză Matematică, Matematici Speciale etc.).
4. O analiză în regim dinamic, în prezent, nu mai poate fi efectuată fără utilizarea unor sisteme puternice de calcul și a unor programe specializate.
5. Instrumentarea autovehiculului supus încercărilor trebuie făcută cu profesionalism și în spiritul obținerii unor date, sub forma unor serii dinamice experimentale cu o eșantionare temporală cât mai fină cu putință. Astfel, ratele mari de măsurare permit obținerea unor informații foarte precise asupra întregii fenomenologii, care permit trecerea de la domeniul discret la cel continuu, (modelul matematic), în condițiile unor nivele ridicate de încredere. În acest scop au fost utilizate mijloace de încercări de înaltă performanță.

6. Seriile dinamice experimentale au permis modelarea circulației de putere prin aplicarea procedeele de identificare a sistemelor și obținerea ecuațiilor generale de funcționare.
7. Datele au fost achiziționate și stocate sub formă de vectori în timp discret. Prin urmare, procedeele de identificare a sistemelor (aparatură matematică în sine) au utilizat algoritmi discreți de prelucrare. Trecerea de la domeniul discret la cel continuu se face apelând la medii de programare performante (*Matlab*).
8. Caracterul nestaționar, precum și cel neliniar al fenomenelor analizate a fost pus în evidență prin utilizarea analizei temporale, spectrale și spectro-temporale. Necesitatea utilizării analizei spectro-temporale a fost indusă de existența unor tablouri spectro-temporale variabile în timp, confirmând variația în timp a frecvențelor pe care se disipă cantități importante de energie.
9. Prin efectuarea analizei în timp s-a ajuns la concluzia că mărimile măsurate au variații temporale importante. Au fost utilizate mărimi ale statisticii clasice, precum și ale statisticii de ordin superior. Prin aplicarea, în continuare, a analizei de corelație s-a urmărit stabilirea calității măsurătorilor. O bună corelare a datelor diferitelor măsurători, precum și o intercorelare bună a acestora denotă calitatea măsurătorilor și conferirea unui nivel de încredere ridicat valorilor seriilor dinamice experimentale obținute.
10. La efectuarea analizei în frecvență a fost aplicată transformata Fourier, iar acolo unde a fost posibil, transformata Fourier rapidă (când numărul de valori a fost multiplu întreg de 2^n).
11. Cunoscând, încă de la instrumentarea autovehiculului, că există dezechilibrări mecanice ale arborilor pe care s-au montat traductorii, într-o primă etapă au fost aplicate filtre digitale asupra seriilor dinamice experimentale pentru a înlătura zgomotul introdus de aceste dezechilibrări. Ulterior, filtrele digitale au fost aplicate în scopul determinării frecvenței de eșantionare necesare aplicării procedeele de identificare pe baza datelor experimentale.
12. Au fost aplicate două procedee de identificare: parametrice, care conduc la expresii matematice ale modelelor căutate, și neparametrice, care furnizează imagini spectrale ale fenomenelor analizate.
13. Identificarea în domeniul temporal a folosit algoritmi de identificare parametrică liniari și neliniari.
14. Au fost obținute funcțiile de transfer ale sistemelor mecanice analizate, scrise în domeniul continuu. Prin scrierea ecuațiilor diferențiale corespunzătoare modelelor s-a putut stabili răspunsul sistemelor în timp, frecvență și timp-frecvență.

15. Răspunsul în frecvență a fost obținut prin algoritmi neparametrici de identificare, (caracteristicile de frecvență), prin aplicarea filtrelor speciale și prin folosirea unor metode spectrale speciale.
16. Stabilirea răspunsului în domeniul spectro-temporal s-a realizat prin aplicarea unor algoritmi neparametrici de identificare în domeniul timp-frecvență (caracteristici de timp-frecvență).
17. Au fost analizate situațiile corespunzătoare deplasării pe asfalt, deoarece cu cât rezistențele la rulare sunt mai mici, cu atât puterea parazită are valori mai mari. S-a considerat, prin urmare, că evidențierea puterii parazite la deplasarea pe asfalt este mai importantă, deoarece conduce la încărcări suplimentare importante ale organelor transmisiei.

8.2 Contribuții principale

În cadrul lucrării au fost aduse o serie de contribuții la dezvoltarea unor noi metode de analiză a fenomenelor dinamice din transmisia unui autovehicul. Chiar dacă experimentările au urmărit circulația de putere în transmisia unui autovehicul cu tracțiune integrală, metodele propuse pot fi aplicate și la modelarea altor fenomene (vibrații, încărcări dinamice etc.). De menționat că instrumentarea autovehiculului, efectuarea tuturor măsurătorilor precum și prelucrarea integrală a datelor experimentale au fost efectuate în laboratoarele specializate, dotate cu tehnică de ultimă generație, din cadrul Academiei Tehnice Militare – Facultatea de Autovehicule și Blindate, respectiv „Automecanica” S.A. Moreni. Cele mai importante contribuții sunt prezentate în continuare:

1. S-a constituit o bază de date în domeniul circulației de putere din transmisia autovehiculelor cu tracțiune integrală (în speță, un autovehicul 4x4, echipat cu diferențial longitudinal cu blocare comandată și diferențiale transversale autoblocabile, cu frecare mărită), în funcție de doi parametri importanți care o influențează: diferența de raze de rulare între roți sau punți, precum și deplasarea în viraj.
2. La extragerea și prelucrarea datelor experimentale s-a utilizat calculatorul electronic, fiind necesară crearea unor programe speciale de transfer realizate cu software specializat.
3. A fost realizat un studiu comparativ al parametrilor care descriu funcționarea transmisiei în regim dinamic și relevarea celor care au importanță în dinamicitatea acesteia prin utilizarea unor metode statistice de analiză.
4. S-a efectuat un studiu al comportării în timp al transmisiei din punctul de vedere al circulației de putere, prin stabilirea unor

caracteristici statistice și efectuarea analizei de corelație a datelor probelor.

5. A fost relevat caracterul neliniar al circulației de putere din transmisie prin aplicarea tehnicilor moderne de analiză bispectrală a seriilor dinamice experimentale.
6. În urma aplicării analizei spectrale (în frecvență) au fost stabilite spectrele de frecvență ale mărimilor analizate. Acest lucru și-a dovedit utilitatea în separarea și filtrarea zgomotelor care au cauze tehnice și care pot induce erori sistematice în prelucrarea datelor. Filtrele aplicate au permis și identificarea frecvenței de eșantionare necesară ulterior, la realizarea modelelor matematice prin identificare în timp, frecvență și timp-frecvență, pornind de la datele experimentale.
7. Au fost utilizate concepte ale matematicii discrete, prin utilizarea tehnicilor de prelucrare în timp discret a semnalelor mărimilor măsurate. Au fost determinate funcțiile de transfer în timp discret, care au stat la baza calculului lor în timp continuu. Trecerea din domeniul discret în cel continuu a fost realizată prin intermediul procedeeleor de identificare a sistemelor.
8. A fost efectuată analiza în timp a datelor experimentale. În urma acestei analize s-au putut trage concluzii asupra variației temporale ale mărimilor funcționale ale transmisiei (urmărindu-se mai ales puterea parazită). S-a efectuat analiza de corelație și de intercorelație temporală a datelor experimentale și au fost determinate mărimile statistice de bază ale mărimilor funcționale urmărite.
9. În urma analizei spectrale efectuate s-au putut determina frecvențele pe care sistemul disipa cantități mari de energie și care se datorau unor disfuncționalități mecanice ale organelor transmisiei, generatoare de zgomot. Aceasta a servit la proiectarea și aplicarea unor filtre stop-bandă, separatoare de zgomot. De asemenea, pe baza acestei analize, au fost stabilite spectrele de frecvențe ale mărimii funcționale analizate. A fost posibilă compararea comportării în domeniul spectral a diferitelor probe efectuate. Analiza spectrală a permis evidențierea caracterului neliniar al fenomenelor.
10. S-a realizat analiza spectro-temporală a circulației de putere, care a permis separarea mai corectă a componentelor armonice decât cea realizată prin analiză monospectrală, și s-a evidențiat variația în timp a spectrelor de frecvență.
11. Au fost determinate răspunsurile ponderale ale sistemelor analizate, care au implicații în instalarea și manifestarea puterii parazite în

transmisia autovehiculului. Au fost determinate răspunsurile în timp și fază ale modelelor elaborate.

12. Au fost utilizate metode parametrice de modelare, liniare și neliniare, precum și o largă varietate de procedee neparametrice de identificare în timp, frecvență și timp-frecvență.

8.3 Deschideri ale tezei

Se consideră că prezenta lucrare oferă noi perspective asupra analizei în regim dinamic a fenomenelor ce apar și se dezvoltă în transmisia unui autovehicul, folosind tehnici de vârf în prelucrarea datelor și elaborarea modelelor matematice. Chiar în cadrul lucrării au fost amintite câteva. În continuare, vor fi prezentate unele dintre ele, care pot face obiectul unor noi studii în domeniu:

1. Se poate continua studierea în regim dinamic a transmisiei autovehiculelor utilizând procedee care apelează la câmpuri vectoriale de realocare a datelor.
2. Analiza efectuată la deplasarea autovehiculului pe căi de rulare de bună calitate poate continua cu cea corespunzătoare deplasării acestuia pe diferite alte categorii de drumuri. Astfel, un nou paramteru de intrare ar putea fi introdus în modelele matematice: rezistența la înaintare, care are o foarte mare importanță în ceea ce privește magnitudinea puterii parazite.
3. Ar putea fi studiată influența simultană a diferenței de raze de rulare și a unghiului de bracăj al roților de direcție asupra manifestării circulației de putere. Mai mult, modelul matematic ar putea fi triparametric la intrare, prin introducerea variabilei constituite de rezistențele la rulare.
4. Pot fi realizate modele matematice ale circulației de putere în condițiile în care autovehiculul s-ar găsi în regimuri tranzitorii (accelerare, decelerare) sau în care parametrii de intrare ar avea variație continuă.
5. Realizarea unei analize robuste, care presupune, în cazul fenomenelor cu variație în timp, determinarea unor ecuații diferențiale cu coeficienți variabili, la rândul lor, în timp. S-ar obține, astfel, modele matematice de forma unor "anvelope" care nu sunt altceva decât limitele unor intervale de încredere prestabilite în care funcția obținută are variație continuă într-o infinitate de forme.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Akaike, H., **Fitting Autoprogressive Models for Prediction**, Annals of the Institute of Statistical Mathematics, 21, pp.243-47, 2004
- [2] Aksela, M., **Time Series Prediction**, 2002, <http://www.cis.hut.fi/opinnot>
- [3] Anderson, T., W., **The Statistical Analysis of Time Series**, Wiley, New York, 2005
- [4] Andrei, T., Stancu, S., **Statistica. Teorie și aplicații**, Editura A.I.L., București, 1995
- [5] Andreescu, C. ș.a., **Tehnici și echipamente pentru diagnosticarea autovehiculelor. Îndrumar de aplicații practice**, Editura Universității „Politehnica”, București, 1997
- [6] Armstrong, I., S., Collopy, F., **Integration of Statistical Methods and Judgement for Time Series Prediction**, University of Pennsylvania, 1998
- [7] Auger, F., **Time-frequency Toolbox for Use with Matlab**, Rice, 1996
- [8] Becheru, Gh., **Studiul circulației de putere în plan transversal la un autovehicul cu tracțiune integrală**, A VI-a Conferință Națională Multidisciplinară cu Participare Internațională, Sebeș, 2006
- [9] Becheru, Gh., Babeu, T., Chiriac, A., **On the Power Circulation in Longitudinal Plan at a Four Drive Vehicle**, Analele Universității din Oradea, Fascicola Mecanică, Secțiunea Mecanică, Vibrații, Rezistența Materialelor, ISSN 1583-0691, pp. 231-236, Oradea, 2006
- [10] Becheru, Gh., Chiriac, A., **Dinamica mișcării în viraj a unui vehicul rutier de tip 4x4**, A VI-a Conferință Națională Multidisciplinară cu Participare Internațională, Sebeș, 2006
- [11] Becheru, Gh., Babeu, Tiberiu- **Asupra circulației de putere într-un diferențial transversal simetric de autovehicul**, A VI-a Conferință Națională Multidisciplinară cu Participare Internațională, Sebeș, 2006
- [12] Becheru, Gh.; Babeu, T., Chiriac, A., **On Some Special Transversal Differential Gears for Off Road Vehicles**, Analele Universității din Oradea, Fascicola Mecanică, Secțiunea Mecanică, Vibrații, Rezistența Materialelor, ISSN 1583-0691, pp. 237-242, Oradea, 2006
- [13] Bendat, S., **Random Data. Analysis and Measurement Procedures**, John Wiley & Sons, New York, 1986
- [14] Bitmead, R., **Modelling and Identification for Control**, University of California, Berkeley, 1999
- [15] Brîndeu, L., Chiriac, A., Nagy, R., **Dynamic Models in the Stable Motion Regimes of Vehicle Study**, Proceedings of the 9-th Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, Budapest, 2004
- [16] Câmpian, O. ș.a., **Posibilități de filtrare a oscilațiilor torsionale în transmisia autovehiculelor**, ESFA 91, vol.1, București, 1991
- [17] Chan, K., Y., **An Exact Iterated Bootstrap Algorithm for Small-Sample Bias Reduction**, Computational Statistics & Data Analysis, 36(1), pp.1-14, 2001
- [18] Chatfield, C., **The Analysis of Time Series**, Chapman & Hall, 1996
- [19] Cho, K., **Prediction Interval Estimation in Transformed Linear Models**, Statistics Probability Letters, 51(4), pp.345-350, 2001
- [20] Christensen, R., **Linear Models for Multivariate Time Series and Spatial Data**, Springer-Verlag, New York, 1991

- [21] De Gooijer, J., G., *Some Recent Developments in Non-Linear Time Series Modelling, Testing and Forecasting*, International Journal of Forecasting, 8(2), pp.135-156, 1992
- [22] Enden, A. ș.a., *Traitement Numerique du Signal*, Masson, Paris, 1992
- [23] Gârlașu, S., *Introducere în analiza spectrală și de corelație*, Editura Facla, Timișoara, 1982
- [24] Gârlașu, Ș., *Prelucrarea în timp real a semnalelor fizice*, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1978
- [25] Ghiulai, C., Vasiliu, Ch., *Dinamica autovehiculelor*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975
- [26] Goodwin, G., Braslavski, J., Seron, M., *Non-Stationary Stochastic Embedding for Transfer Function Estimation*, Department of Electrical and Computer Engineering, The University of Newcastle, Callaghan, Australia, 1998
- [27] Gorianu, M., *Influența diferențialelor cu frecare mărită asupra progresiunii automobilelor* - Buletinul Academiei Militare, nr. 6, 1972
- [28] Hanselman, D., *Mastering Matlab 5*, Prentice Hall, New Jersey, 1998
- [29] Harvill, J., *Testing for Nonlinearity in a Vector Time Series*, Mississippi State University, 1999
- [30] Iosifescu, M., Mihoc, Gh., Theodorescu, R., *Teoria probabilităților și statistică matematică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972
- [31] Ljung, L., *System Identification Toolbox for Use with Matlab*, 2004, <http://mathworks.com>
- [32] Lindskog, P., *A System Identification Software Tool for General SISO ARX-Type of Model Structures*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1995
- [33] Ljung, L., Glad, S., *Identifiability with Constrains*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1994
- [34] Ljung, L., *Model Error Modeling and Control Design*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 2005
- [35] Ljung, L., *Estimation Focus in System Identification: Prefiltering, Noise Models and Prediction*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1999
- [36] Ljung, L., *Model Validation and Model Error Modeling*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1999
- [37] Ljung, L., *From Data to Model: A Guide Tour of System Identification*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1995
- [38] Ljung, L., *System Identification*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1993
- [39] Ljung, L., *Identification for Control - What Is There to Learn?*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1995
- [40] Ljung, L., *Version 5 of the System Identification Toolbox for Use with MATLAB- With Object Orientation*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 2006
- [41] Ljung, L., Guo, L., *Classical Model Validation for control Design Purposes*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1994
- [42] Ljung, L., Forsman, K., *On the Dead-Zone in System Identification*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1991
- [43] Ljung, L., Forssell, U., *Identification for Control: Some Results on Optimal Experiment Design*, Department of Electrical Engineering, Linköping University, Sweden, 1995

- [44] Macarie, T., *Influence du Différentiel du Train Avant sur le Virage de l'Automobile*, CONAT, Braşov, 1993
- [45] Macarie, T., *Influence de la Traction Intégrale sur la Maniabilité de l'Automobile*, CONAT, Braşov, 1993
- [46] Macarie, T., *Aspecte privind organizarea tracţiunii integrale la autoturisme*, A 5-a Consfătuire Naţională, Piteşti, 1992
- [47] Macarie, T. ş.a., *Influenţa tracţiunii integrale cu legătură cinematică rigidă asupra stabilităţii automobilului*, RIA, nr. 1, 1995
- [48] Maclaurin, B., *The Effects of Limited Slip Differentials on the Handling and Traction Properties of Off-Road Vehicles*, C466/010/93, IMechE, 1993
- [49] Marinescu, M., *Aspecte ale circulaţiei de putere în transmisia autovehiculelor 4x4. Teză de doctorat*, Academia Tehnică Militară, Bucureşti, 1999
- [50] Martin, V., L., *Statistical Techniques for Modelling Nonlinearities*, Bookfield, Edward Elgar Publishing, 1994
- [51] Mendel, J., *Signal Processing Toolbox for Use with Matlab*, 1999
- [52] Mihoc, Gh., Ciucu, G., Craiu, V., *Teoria probabilităţilor şi statistică matematică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1970
- [53] Mihoc, Gh. ş.a., *Procese stochastice. Elemente de teorie şi aplicaţii*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1977
- [54] Mihoc, Gh., Urseanu, V., *Sondaje şi estimări statistice*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977
- [55] Năstăsoiu, S., *Influenţa schemei constructive a acţionării punţii din faţă asupra calităţilor de tracţiune ale tractoarelor cu patru roţi motoare. Teză de Doctorat*, Braşov, 1969
- [56] Negruş, E. ş.a., *Încercarea autovehiculelor*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1983
- [57] Oppenheim, A., *Digital Signal Processing*, Prentice Hall, 1996
- [58] Petersen, M., Starkey, J., *Nonlinear Vehicle Performance Simulation with Test Correlation and Sensitivity Analysis*, Ford Motor Co., Purdue University, 1996
- [59] Porat, B., *Digital Processing of Random Signals*, New Jersey, Prentice-Hall, 1994
- [60] Poţincu, Gh. ş.a., *Automobile*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1980
- [61] Quinquis, A., Şerbănescu, A., Rădoi, E., *Semnale şi sisteme. Aplicaţii în Matlab*, Editura Academiei Tehnice Militare, Bucureşti, 1998
- [62] Rumşiski, L., Z., *Prelucrarea matematică a datelor experimentale. Îndrumar*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1974
- [63] Stephen, R., *Signal Processing & Filter*, B3 Option - 8 lectures Michaelmas Term, 2002
- [64] Stratulat, M., Andreescu, C., *Diagnosticarea automobilului*, Editura Ştiinţă şi Tehnică, Bucureşti, 1998
- [65] Swami, A. ş.a., *Higher-Order Spectral Analysis Toolbox for Use with Matlab*, 1998, <http://mathworks.com>
- [66] Tiron, M., *Prelucrarea statistică şi informaţională a datelor de măsurare*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1976
- [67] Toader, M., Brîndeu, L., Ştefan, C., Chiriac, A., Herişanu, N., **Becheru, Gh.**, *Considerations Concerning the Transmissions of Shocks by the Vehicles Tires*, Proceedings of the 8-th Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, Budapest, 2002
- [68] Trefethen, L., N., *Spectral Methods in Matlab*, <http://www.comlab.ox.ac.uk/oucl/work/>
- [69] Țarcă, M., *Tratat de statistică aplicată*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti,

- 1998
- [70] Untaru, M., ș.a., *Calculul și construcția automobilului*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
 - [71] Voicu, M., *Sisteme automate multivariabile*, Editura Universității „Gh. Asachi”, Iași, 1993
 - [72] Voinea, R. ș.a., *Mecanica*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1993
 - [73] Voinea, R., Stroe, I., *Sisteme dinamice*, Editura Universității “Politehnica” București, 1994
 - [74] Voinea, R., *Mecanică și vibrații mecanice*, Editura Academiei Tehnice Militare, București, 1999
 - [75] Voinea, R., Stroe, I., *Introducere în teoria sistemelor dinamice*, Editura Academiei Române, București, 2000
 - [76] Yaffee, R., A., McGee, M., *Introduction to Time Series Analysis and Prediction*, Academic Press, San Diego, 2005
 - [77] Zimmermann, H., G., Nennier, R., *A Field Guide to Dynamical Recurrent Networks*, Willey, IEEE Press, New York, 2004
 - [78] * * * *Statistic Toolbox for Use with Matlab*, 1999, <http://mathworks.com>
 - [79] * * * *Signal Processing Toolbox for Use with Matlab*, 1999, <http://mathworks.com>
 - [80] * * * *Mastering Toolbox for Use with Matlab*, <http://mathworks.com>, 1998
 - [81] * * * *Signal Processing Toolbox*, <http://mathworks.com>, 1999
 - [82] * * * *Basic Steps of System Identification*, <http://mathworks.com>, 1999
 - [83] * * * *Frequency Selective Filters*, <http://mathworks.com>, 2001
 - [84] * * * *FIR Filter Design Basics*, <http://mathworks.com>, 1999
 - [85] * * * *Introduction to Digital Filters*, <http://mathworks.com>, 1998
 - [86] * * * *Filter Design Using MATLAB's Remez.*, <http://mathworks.com>, 2001
 - [87] * * * *Matlab 6.5*

ANEXĂ

PROBELE EFECTUATE PENTRU DETERMINAREA CIRCULAȚIEI DE PUTERE

Proba	Factorul determinant	Valoarea medie a factorului determinant	Planul în care apare puterea parazită	Calea de rulare, tip deplasare	
01	diferența de raze de rulare între punți	0,000 m	longitudinal	asfalt - rectiliniu	
02		0,015 m			
03		0,030 m			
04		0,030 m			
05		0,050 m			
06		0,000 m			
07		0,015 m			
08		0,030 m			
09		0,030 m			
10		0,050 m			
11	diferența de raze de rulare între roți	0,000 m	transversal	asfalt - rectiliniu	
12		0,015 m			
13		0,030 m			
14		0,060 m			
15		0,000 m			
16		0,015 m			
17		0,030 m			
18		0,060 m			
19	unghiul mediu de bracăj	8°	longitudinal	asfalt - viraj	
20		16°			
21		24°			
22		32°			
23		8°			
24		16°			
25		24°			
26		32°			
27		8°	transversal		
28		16°			
29		24°			
30		32°			
31		41°			
32		8°			
33		16°			
34		24°			
35		32°			
36		41°			
37	diferența de raze de rulare între punți	0,000 m		longitudinal	teren - rectiliniu
38		0,015 m			
39		0,030 m			
40		0,050 m			
41		0,000 m			
42		0,015 m			
43		0,030 m			
44		0,050 m			

Proba	Factorul determinant	Valoarea medie a factorului determinant	Planul în care apare puterea parazită	Calea de rulare, tip deplasare
45	diferența de raze de rulare între roți	0,000 m	transversal	teren - rectiliniu
46		0,015 m		
47		0,030 m		
48		0,060 m		
49		0,080 m		
50		0,000 m		
51		0,015 m		
52		0,030 m		
53		0,060 m		
54		0,080 m		
55	unghiul mediu de bracăj	var. continuă	longitudinal	teren - viraj
56		8°		
57		16°		
58		24°		
59		32°		
60		41°		
61		var. continuă	transversal	
62		var. continuă		

CONTENTS

Introduction. PhD work's goals.

1. General approach. Specific problems
 - 1.1 Elements of the wheel's kinematics with respect to the studied phenomenon.
 - 1.2 Power circulation in transversal plane
 - 1.2.1 Case of turning displacement
 - 1.2.2 Case of rectilinear displacement
 - 1.3 Power circulation in longitudinal plane
 - 1.3.1 Case of turning displacement
 - 1.3.2 Case of rectilinear displacement
2. Influence of the differential gear type on the power circulation
 - 2.1 Analyzing the internal friction torque
 - 2.2 Characteristic of differential gear mechanism
 - 2.3 Power circulation in a symmetrical differential gear
 - 2.4 Types of differential gears with increased friction
3. Vehicle's instrumentation. Tests and results
 - 3.1 Measuring equipment
 - 3.1.1 Measuring of torsion torques
 - 3.1.2 Measuring of angular velocities
 - 3.1.3 Measuring points
 - 3.2 Technical support of measuring
 - 3.3 Test program
4. Processing the experimental data
 - 4.1 Time analysis of experimental data
 - 4.1.1 Time-comparison analysis. First order statistical characteristics
 - 4.1.2 Correlation analysis. Second order statistical characteristics
 - 4.2 Frequency analysis of experimental data
 - 4.2.1 Mono-spectral analysis
 - 4.2.2 Filters
 - 4.2.3 Polly-spectral analysis
5. Study of power circulation by time identification
 - 5.1 System identification. Special problems. Purpose, methods and achievement.
 - 5.2 Linear parametric models
 - 5.3 Linear dynamics of power circulation. Mathematical models
6. Study of power circulation by frequency identification
 - 6.1 Frequency functions and characteristics
 - 6.2 Non-parametric method (cumulant method)
 - 6.3 Parametric method (polynomial method)
7. Study of power circulation by time-frequency identification

- 7.1 Time-frequency characteristics
- 7.2 Bilinear transforms in continuous time
- 7.3 Bilinear transforms in discrete time
- 7.4 Pseudo-linear transforms in continuous time
- 7.5 Stockwell transform
- 8. Conclusions and contributions
 - 8.1 General conclusions
 - 8.2 Main contributions
 - 8.2 PhD thesis openings
- Appendix and references

INTRODUCTION

The main target of this work was to establish a set of mathematical models that should describe the power circulation within the transmission of an all-wheeled driveline vehicle. Since these transmissions can be fitted either with ordinary differential gears or self-locking ones, the mathematical models should describe all the possible situations.

In this respect, some of the main goals of this PhD thesis were:

- Issuing the mathematical models of the power circulation within the transmission with respect to different causes of appearance.
- Using the system theory in explaining the phenomenon.
- Time, frequency and time-frequency analysis of experimental data
- Non-linearity separation from the experimental data and getting the useful signal that expresses the noiseless phenomenon

CHAPTER 1. GENERAL THEORY. SPECIFIC PROBLEMS

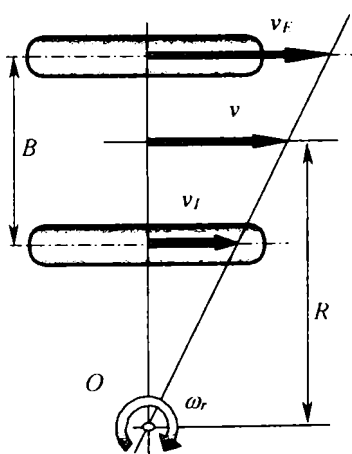


Fig. 1.2 Steering situation

The self-locking differential gears, as well as the lockable differential gears, can lead under certain circumstances to the appearance of self-generated internal torques, hence to parasitic power circulation. This power circulation is always a bad phenomenon, since it overloads the transmission and the tires, while it decreases the vehicle maneuverability. The main reason that leads to the appearance of the self-generated torques appearance is the inequality of distances, covered by the wheels, when the differential gears are more or less locked. Fig. 1.2 and 1.3 provide a good example in this respect and they show how the wheels are forced to change their rolling diameter to face the problem (although their radii were equal before turning):

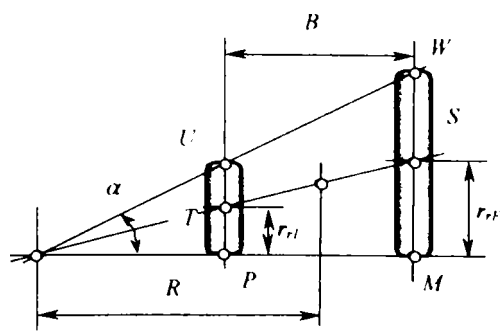


Fig. 1.3 Tires' radial deformation

$$F_{Rl} = \frac{R-B}{2R} \left[\sum R - \frac{r_c B}{k_e \left(R - \frac{B}{2} \right)} \right] \quad (1.10)$$

The equation above gives the expression of the force that appear to the inner wheel, which is responsible for the parasitic power, given by

$$P_l = F_{Rl} v_l = F_{Rl} \omega_r r_{rl} \quad (1.12)$$

When the vehicle is moving on a rectilinear trajectory and the wheels have different radii, the expression of the parasitic power is given by

$$P_l = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_{rE} - r_{rI}}{r_{rE} + r_{rI}} \right) \left[\sum R - \frac{2r_c}{k_e \left(\frac{r_{rE} + r_{rI}}{r_{rE} - r_{rI}} - 1 \right)} \right] \omega_r r_{rI} \quad (1.15)$$

In longitudinal plane, the situation is the same. In the rectilinear motion, with non-equal tire radii, a flux of parasitic power will appear, as depicted in figure 1.7 or, using the graph theory, as given in figure 1.8.

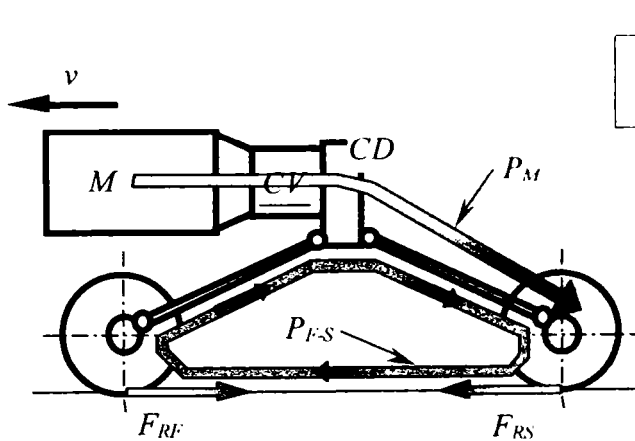


Fig. 1.7 Power fluxes within the 4x4 vehicle transmission, with power circulation

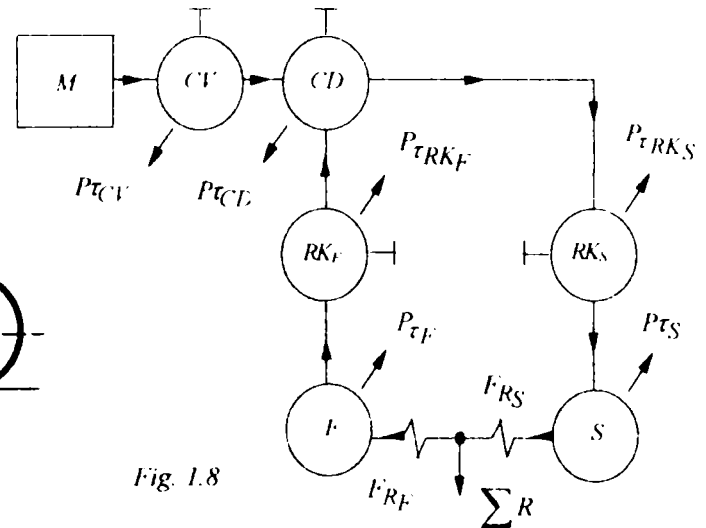


Fig. 1.8

The power balance equation when moving in this situation is given by

$$P_{mot} \eta_{T_{M-S}} = \varphi Z_S r_{rS} \omega_r - \left(\varphi Z_S - \sum R \right) r_{rF} \omega_r \eta_{T_{F-CD}} \quad (1.35)$$

where:

- $P_{mot} \eta_{T_{M-S}}$ - power from the engine to the input in the slide box;
- $\varphi Z_S r_{rS} \omega_r$ - power, corresponding to the limit of adherence;
- $\left(\varphi Z_S - \sum R \right) r_{rF} \omega_r \eta_{T_{F-CD}}$ - parasitic power.

In a similar way, the expression of parasitic power in turning displacement can be obtained.

CHAPTER 2. INFLUENCE OF TYPE OF DIFFERENTIAL GEAR ON THE CIRCULATION OF POWER

In this chapter there are analyzed several types of self-locking differential gears. Before this, the chapter provides the general theory of the self-locking differential gears, as it was studied from the specialty references. In this respect, figure 2.5 provides the magnitude of the torque distribution on the output shafts of a self-locking differential gear, according to its insensitive domain.

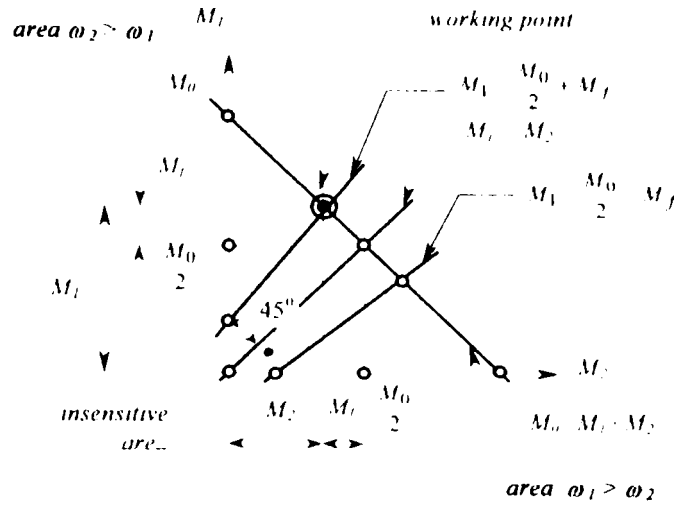


Fig. 2.5 Torque repartition on the output shafts

Figure 2.11 details the type of differential gear that equips the tested vehicle, while the following expressions provide the locking coefficients:

$$c_b = \frac{r_2 \sin(\beta_2 + \rho) \cos(\beta_1 - 2\rho)}{r_1 \sin(\beta_1 - \rho) \cos(\beta_2 + 2\rho)} \quad (2.19)$$

$$c_b = \frac{r_1 \sin(\beta_1 + \rho) \cos(\beta_2 - 2\rho)}{r_2 \sin(\beta_2 - \rho) \cos(\beta_1 + 2\rho)} \quad (2.20)$$

They differ from left to right since the differential is asymmetrical.

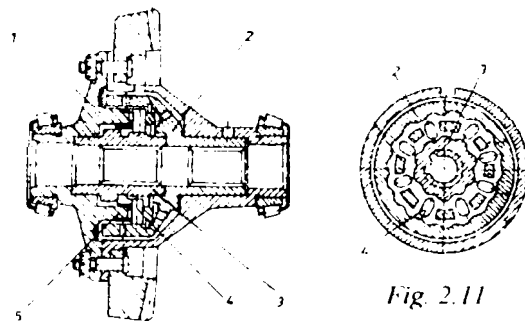


Fig. 2.11

CHAPTER 3. VEHICLE INSTRUMENTATION. TESTS AND RESULTS

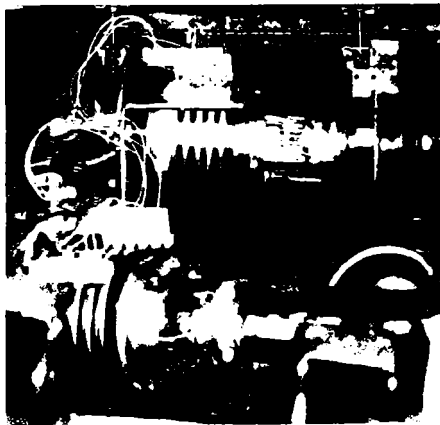
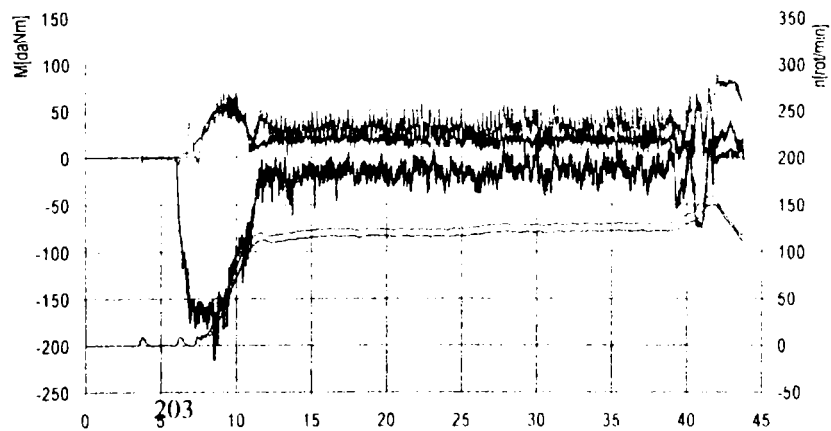
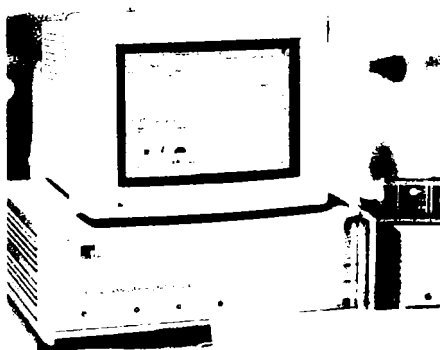


Photo 3.13 Instrumentation details

To get the values of the parasitic power and to realize the separation between the useful and the parasitic one, the transmission shafts were been equipped with strain-gauges torque transducers as well as optical and inductive angular velocity ones. Moreover, to keep under control the turning angle, a specific transducer was mounted as well as a Doppler radar on the chassis, to get the information



about different tire radius variation. A Macintosh computer-controlled, IBM system, has been used.

The measured data have been got at a rate of 50 values per second and they have been plotted as given in figure 3.22. The measuring rate was considered to be high enough to provide the best resolution at the most economical storing capacity.

CHAPTER 4. PROCESSING OF EXPERIMENTAL DATA

The first stage in data processing consists of determining their consistency, revealing if they are trustful or not. In this respect, the first approach is the time-comparison analysis. This kind of analysis is the one known as classic. The computed quantities are the average, the dispersion and different other types of norms, which are already known. The most characteristic

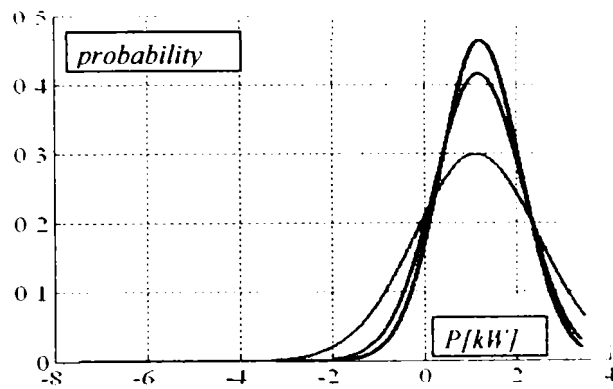


Fig. 4.20 Probability of appearance of parasitic power (normal law)
(tests: 16-black 17-blue 18-red)

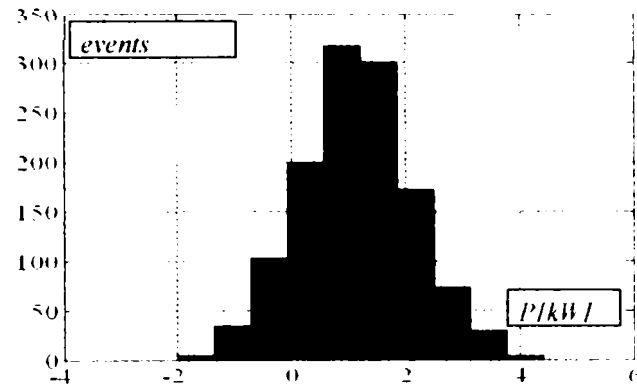


Fig. 4.17 Histogram of parasitic power (test 34)

graphical representations are the histograms (like in figure 4.17) and distribution curves (like in figure 4.20)

This first analysis is performed aiming at determining what kind of further mathematical models are suitable for the studied phenomenon. Thus, if the distribution is normal, specific models are suitable. If the distribution law is different (for instance, exponential) other models and algorithms should be applied. After performing the time-comparison analysis, first order statistical characteristics are obtained.

The time-analysis continues with the correlation analysis that provides second order statistical characteristics. The first step is to check for the data self-reliability. In this respect, the self-correlation of the data is determined, using parts of the same signal. The curve depicted in figure 4.25 shows a good self-

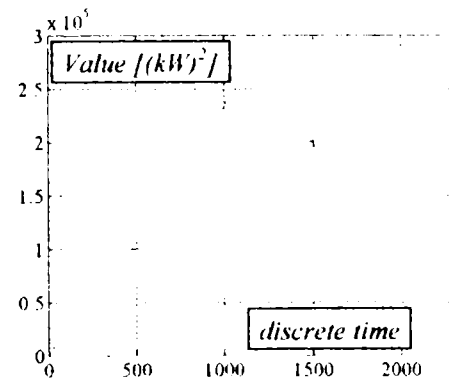
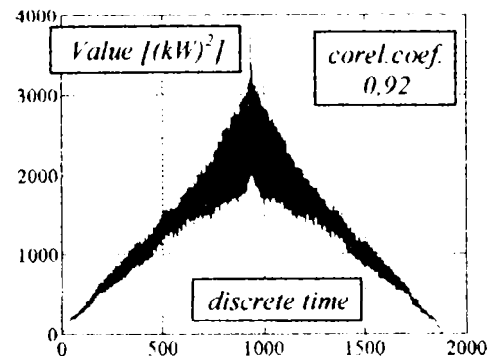


Fig. 4.25 Self-correlation of parasitic power (test 07)



correlation of data, since its branches are rather symmetrical and slightly tend towards zero. The curve was plotted using the self-correlation function as given by (4.12):

$$R_{xx}(rh) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-r} (x_i - m_x)(x_{i+r} - m_x), \quad r = 0, \dots, m.$$

The inter-correlation analysis illustrates the dependence degree between two measured quantities that should depend on each other (figure 4.34). The previous case statements are also valid in this one. The inter-correlation function is given by

$$R_{xy}(rh) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-r} (x_i - m_x)(y_{i+r} - m_y), \quad r = 0, \dots, m. \quad (4.14)$$

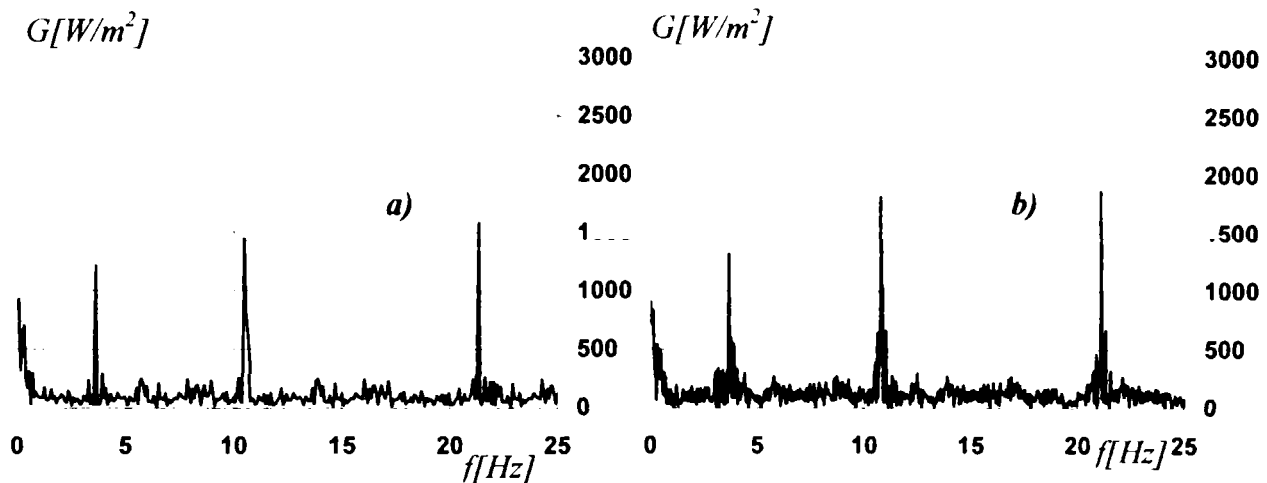


Fig. 4.52 Spectral analysis of two different tests

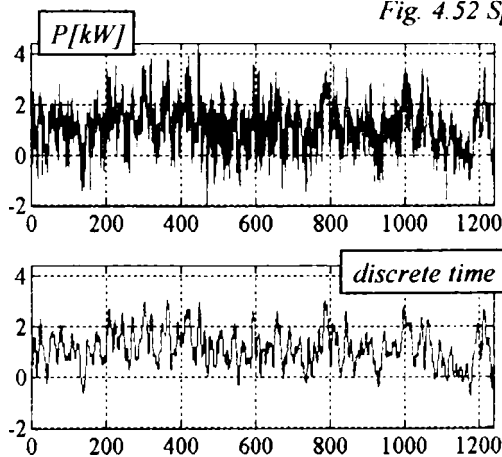
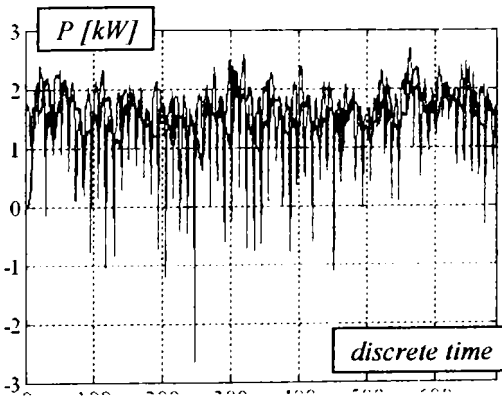


Fig. 4.81 Rough signal (up) and filtered with a 5th order Savitzky-Golay filter (down)



The next performed analysis is the frequency one, using the classic Fourier transform, as given by the next expression. Should be mentioned that a discrete time Fourier transform has been used, since the experimental data are in this representation.

$$X(jf) = F[x(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-2\pi j f t} dt. \quad (4.16)$$

The figure 4.52 gives two examples of power spectra.

Even here are only two signals presented, it has been yet noticed that there are three frequency bands where the peaks are always met: first band is about 3.5 - 4.0 Hz, the second is around 7.4 - 7.8 Hz and the third band is of 14.2 - 14.8 Hz. It has been noticed that, increasing the angular velocity of engine, the above mentioned bands are moving, but keeping an integer number as

their multiple. These peaks are coming from the unbalanced shaft, the torque transducer has been mounted on. So, they had to be filtered.

The first filter is a non-discriminatory one, filtering the whole band (as seen in fig. 4.81) but a loss in the useful signal appears. Hence, a band-stop, digital filter has been used and, filtering the first band (the fundamental one), the superior order harmonics also vanished, as can be seen in figure 4.126.

Finally, a multi-spectral frequency analysis has been performed. It is known that the spectra vary in time and the Fourier transform assigns the whole spectra to a frozen moment in time. Hence, an analyst can not analyze the time

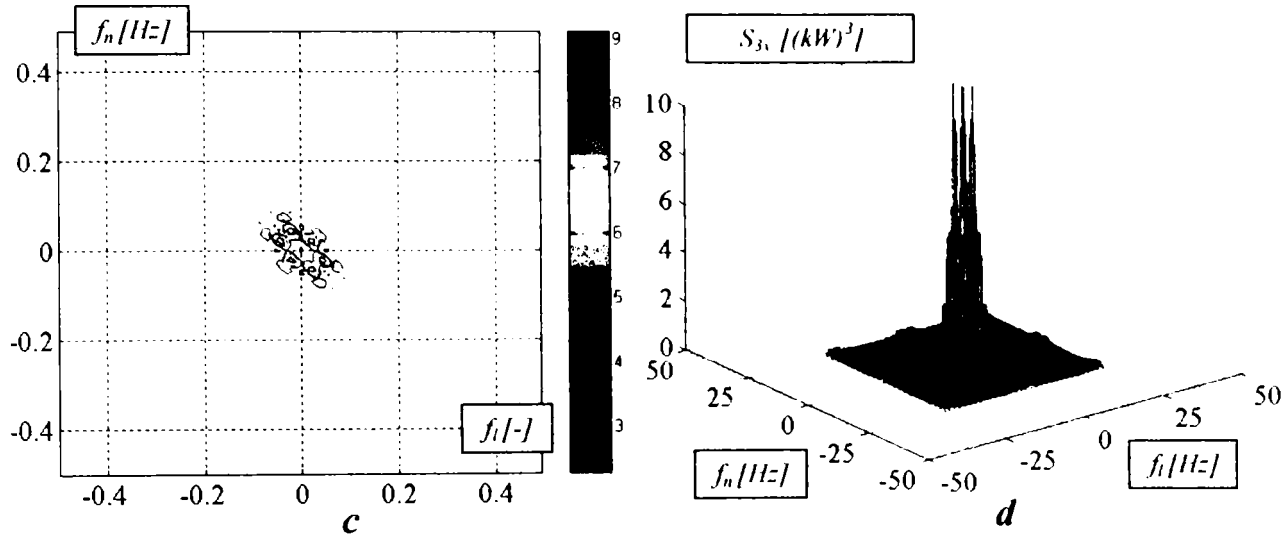


Fig. 4.158 Bi-spectrum of parasitic power (test 06)

variation of the spectra. The literature uses, in this respect, the cumulants and their correspondent multi-spectra. The work uses the third order cumulant (4.28) and its correspondent bi-spectrum, (4.31),

$$C_{3x}(k, r) = M\{x^*(n)x(n+k)x(n+r)\}, \quad (4.28)$$

$$S_{3x}(f_1, f_2) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{r=-\infty}^{+\infty} C_{3x}(k, r) e^{-2\pi j f_1 k} e^{-2\pi j f_2 r}, \quad (4.31)$$

where M is the statistic averaging operator, k and r are the delay operators, and f_1 and f_2 are the frequencies of the linear and non-linear components, respectively.

Figure 4.158 represents the bi-spectrum of the signal of parasitic power. The more populated is the 2D representation, the more present is the non-linear component of the signal.

CHAPTER 5. STUDY OF POWER CIRCULATION BY TIME IDENTIFICATION

The identifying of systems provides accurate mathematical models. There are two types of models: the parametric ones, which provide mathematical equations, and non-parametric ones, which provide graphical representations. In

this respect, the figure below and the following equation are obtained by using and ARX (AutoRegressive with eXogene inputs), polynomial algorithm, which is most suitable for the studied phenomenon. The almost perfect overlap of curves and the low error proves the quality of the model.

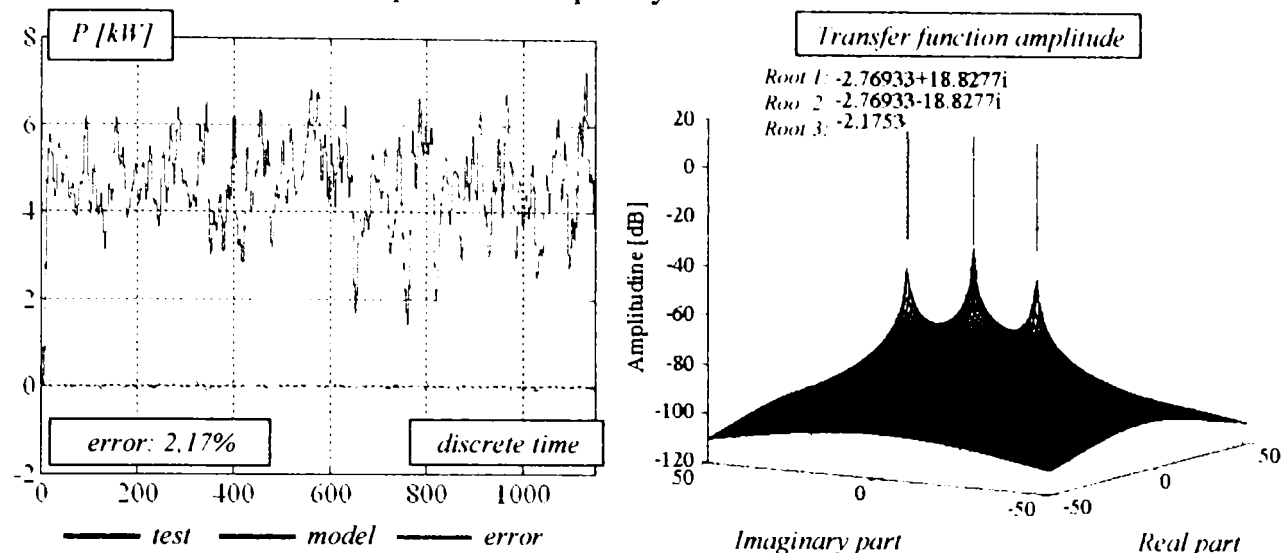


Fig. 5.3 Characteristics of the ARX mathematical model (test 08)

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + 9,665 \frac{d^2 y}{dt^2} + 259,7 \frac{dy}{dt} + 1055 y = -1,369 \frac{d^2 x}{dt^2} + 1112 \frac{dx}{dt} + 8584 x \quad (5.17)$$

In a similar manner, mathematical models have been obtained for the rest of tests, while the modeling error have never been greater than 3 - 4%. Hence, a good accuracy has been achieved.

CHAPTER 6. STUDY OF POWER CIRCULATION BY FREQUENCY IDENTIFICATION

The first presented models are non-parametric ones; hence they are only graphical representations. They also use the cumulants and their frequency representations. The discussion made at the multi-spectral analysis is also valid here. The more populated fields of the cumulants are the more non-linear component weights.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{M(s)}{N(s)} = \frac{\sum_{k=0}^m b_k(s)^k}{\sum_{i=0}^n a_i(s)^i} \quad (6.2)$$

The equation (6.2) provides the transfer function of the model, written in

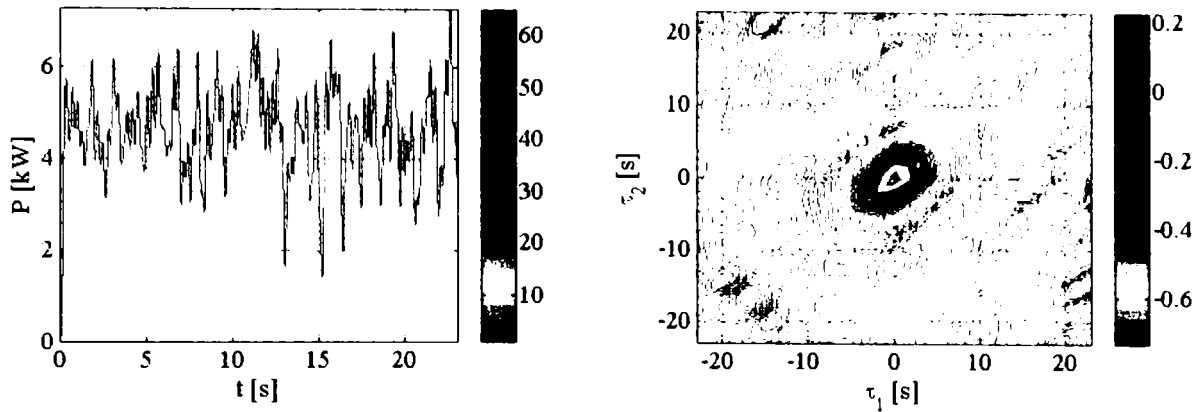


Fig. 6.17 The 3th order cumulant (test 08, filtered)

Laplace images, while figure 6.17 depicts the non-parametric mathematical model.

A parametric model, obtained by identification in frequency, uses the regressors. The graphical representation is given in figure 6.22, while its mathematical expression is given in the expression below:

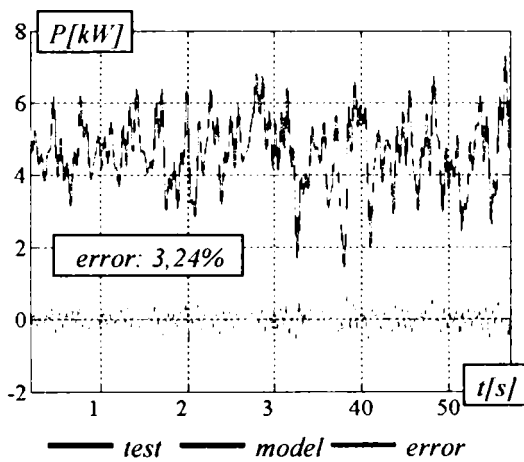


Fig. 6.22 Regressive mathematical model (test 08)

$$\begin{aligned}
 P_p(k) = & -20,7 + 0,5P_p(k-1) + 0,002P_p^2(k-1) + \\
 & + 1316\Delta_{r(lg)}(k) + 13,69P_p(k-1)\Delta_{r(lg)}(k) - \\
 & - 2,07 \cdot 10^4 \Delta_{r(lg)}^2(k)
 \end{aligned}
 \tag{6.7}$$

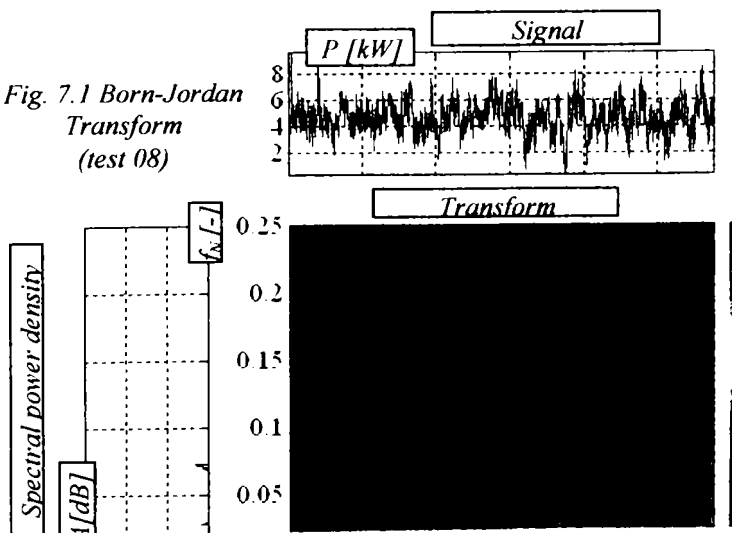
If it was realized a big number of tests and there were used models with the same number of regressors, then, by averaging of coefficients, a generalized model that can be obtained for the established conditions. A general error can be also computed with

respect to different tests versus the generalized model.

CHAPTER 7. STUDY OF POWER CIRCULATION,

BY FREQUENCY IDENTIFICATION

Fig. 7.1 Born-Jordan Transform (test 08)



These algorithms are rather non-parametric ones. The first ones are the bilinear, continuous-time transform. The image given in figure 7.1 depicts the Born-Jordan

transform. The transform field presents some interference that proves the non-linear character of the signal. The non-linear part weights more when the interference is denser.

Another class of bilinear transforms is the discrete-time one. Nevertheless, the pseudo-transforms are also used.

Finally, the wavelet technology gives an excellent algorithm to model a signal. In this respect, figure 7.30 depicts the Stockwell transform, which can be nominated to be the best wavelet transform.

The wavelet technology is a new approach in designing the mathematical models for the signals that have important weights in the non-linear components. Apart the classic

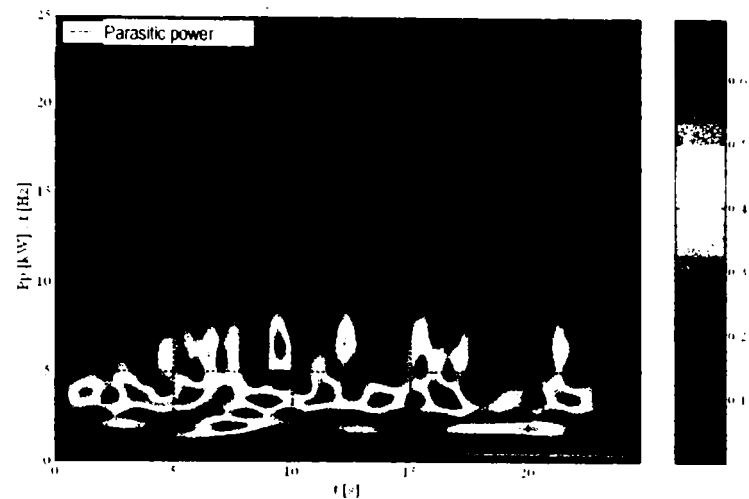


Fig. 7.30 Stockwell Transform of the parasitic power (test 34)

transforms that use the sin and cos functions to describe the real signal, wavelet functions are neither periodic, nor constant in their amplitude, so they can better describe all the intimate variations of the real life mechanical quantities.

CHAPTER 8. CONCLUSIONS AND CONTRIBUTIONS

General conclusions (extract):

1. The classic study can not provide enough information about the dynamic behavior of a mechanical quantity, especially due to its limitation in frequency analysis.
2. A vehicle transmission is subject to extreme working conditions with respect to vibrations and parasitic power, no matter the transmission type, but more obvious whenever comes about an all-wheeled driveline.
3. An accurate analysis can be performed only using strong software, backed-up by accurate tests, to get reliable data.
4. Time, frequency and time-frequency analysis are the best instruments to process the rough data and to prove their reliability as well as revealing the degree of non-linearity of a measured amount.
5. The best mathematical models are the ones that can be easily generalized. In this respect, the parametric ones are the most reliable, since the analyst can get the error level of his or her designed model.

Main contributions (extract):

1. I issued a database in the field of the all-wheeled transmission power circulation.
2. I used powerful software to get accurate mathematical models of the studied phenomena.
3. I performed different kind of analysis of signal to check the reliability of the data.
4. I could reveal the non-linear character of the power circulation within the transmission.
5. I revealed the time history of the frequency spectra that influence the issued models.
6. I used concepts of the discrete Mathematics in analyzing the phenomenon.
7. I designed and applied digital filters to separate the noise from the signal.
8. I issued time-identification, frequency-identification and time/frequency-identification mathematical models, both parametric and non-parametric.

CURRICULUM VITAE

Personal information

Name: Becheru Gheorghe
Adress: Timisoara, str.Gh.Doja, nr.12, ap.9
Telephone: 0721101912
E-mail: becheru63@yahoo.com
Nationality: Romanian
Date of birth: 23.04.1963
Civil status: married,1 child

Work experience

Starting **July 2005** - chief of Timișora Internal Audit 4th Sector of Ministry of Administration and Interior;
July 1999 – July 2005 - technical auditor;
August 1991 – July 1999 – engineer officer and auto compartment chief in a military unit of Administration and Interior Ministry;
September 1986 – August 1991 – technical officer and compartment chief in a military unit of Ministry of National Defense

Scientific activity

- Toader, M., Brîndeu, L., Ștefan, C., Chiriac, A., Herișanu N., Becheru, Gh.,
“Considerations Concerning the Transmissions of Shocks by the Vehicle Tires”,
Budapest, 2002;

- Marinescu, M., Vilău, R., Ilic, O., Becheru, Gh., "High Order Spectral Analysis of a Measured Automotive Amount", IVth International Symposium of Defence Technology, Budapest, 2004;
- Marinescu, M., Becheru, Gh., "A Mathematical Model of an Urban Busway Traffic", The 21st International Conference „Modern Tehnologies in the 21st Century”, Bucharest, 2005;
- Marinescu, M., Grosu, D., Becheru, Gh., "Basic Aspects of the Dynamics of an Urban Bus", „ZRYINI MIKLOS” National Defence University 3rd International Conference, Budapest, 2005;
- Marinescu, M., Vilău, R., Becheru, Gh., "A Signal Filtering Problem", The XXXVIIth International Symposium of the National Agency for Research in Military Technologies, București 2006;
- Becheru, Gh., Babeu, T., Chiriac, A., "On the Power Circulation in Longitudinal Plane at Four Drive Vehicle", Oradea, 2006;
- Becheru, Gh., Chiriac, A., Babeu T., "On Some Special Transversal Differential Gears for of a Road Vehicle", Oradea, 2006;
- Becheru, Gh., Babeu, T., "On the Power Circulation in a Symmetrical Transversal Differential Gear of a Road Vehicle", Sebeș, 2006;
- Becheru, Gh., Chiriac, A., "Dynamics of Turn Motion of a Road Vehicle of 4x4 Type", Sebeș, 2006.