

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ



Ș.I. ing. Călin Micloșină

**CONTRIBUȚII LA ANALIZA ȘI SINTEZA
MECANISMELOR ROBOȚILOR
CU TOPOLOGIE PARALELĂ,
UTILIZÂND NOȚIUNEA DE "CONEXIUNE"
- Teză de doctorat -**

Conducător științific:

Prof. dr. ing. dr. h.c. mult. Francisc Viliam Kovács

UNIV. "POLITEHNICA"	
TIMIȘOARA	
BIBLIOTECA CENTRALĂ	
Nr. volum	53. 143
Dulap	369 Lit. F

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA



00194605

- 2006 -

**CONTRIBUȚII LA ANALIZA ȘI SINTEZA
MECANISMELOR ROBOȚILOR
CU TOPOLOGIE PARALELĂ,
UTILIZÂND NOȚIUNEA DE “CONEXIUNE”
- Teză de doctorat -**

CUPRINS

1. Introducere	5
2. Stadiul actual al cercetărilor și realizărilor privind roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă	7
2.1. Generalități	7
2.1.1. Definiții	7
2.1.2. Reprezentări simplificcate ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	8
2.1.3. Clasificări ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	13
2.2. Analiza mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	21
2.2.1. Generalități	21
2.2.2. Analiza structurală	22
2.2.2.1. Structura mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	22
2.2.2.2. Gradul de mobilitate al mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	23
2.2.2.3. Desmodromia mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	24
2.2.3. Analiza cinematică	25
2.2.3.1. Analiza cinematică directă	25
2.2.3.2. Analiza cinematică inversă	28
2.2.3.3. Spațiul de lucru	33
A. Generalități	33
B. Metode de determinare a spațiului de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă	39
2.2.3.4. Singularități	59

2.2.4. Analiza cinetostatică	60
2.2.5. Analiza dinamică	63
2.3. Sinteza mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	64
2.4. Utilizarea noțiunii de “conexiune” în studiul mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	66
2.4.1. Conexiuni	66
2.4.2. Analiza și sinteza structurală a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă și mixtă utilizând noțiunea de “conexiune” .	66
2.4.3. Analiza cinematică și sinteza dimensională a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă utilizând noțiunea de “conexiune”	69
2.4.4. Analiza cinetostatică a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă utilizând noțiunea de “conexiune”	73
2.5. Utilizarea noțiunii de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR) în studiul mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă	75
2.5.1. Principii	75
2.5.2. Noțiunea de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)	75
2.5.3. Cuplă cinematică generalizată, offset generalizat	77
2.5.4. Mecanism generalizat al dispozitivului de ghidare al unui robot	78
2.6. Comparatie între roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie serială și cei cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă	81
2.7. Concluzii	82
3. Obiectivele tezei	83
4. Modelarea mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă utilizând noțiunea de “conexiune”	85
4.1. Principii. Definiții	85
4.2. Modelarea structurală	86
4.2.1. Numărul elementelor și al cuplelor cinematice componente ale unui mecanism al unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă	86
4.2.2. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă	88

4.2.2.1. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor cu elemente rigide, având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “conexiune”	88
4.2.2.2. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor cu elemente flexibile, având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “conexiune”	88
4.2.2.3. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor cu elemente rigide și flexibile, având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “conexiune”	102
4.2.3. Exemple de modele structurale ale unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă	104
4.3. Modelarea geometrică (de ordinul 0)	110
4.3.1. Modelarea geometrică a conexiunilor introduse între platforma fixă și cea mobilă utilizând noțiunea de „Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)	110
4.3.2. Determinarea spațiului de lucru utilizând noțiunea de “conexiune”	116
4.3.2.1. Metodă de determinare a spațiului de lucru prin analiza topologică a frontierelor parțiale, utilizând noțiunea de “conexiune”	116
4.3.2.2. Metodă de determinare a spațiului de lucru sub forma unui nor de puncte, utilizând noțiunile de “conexiune” și de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)	118
4.3.3. Exemple de modele geometrice (de ordinul 0) ale unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă	127
4.3.3.1. Modelarea geometrică (de ordinul 0) a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă $PF_3+3\times RTR+PM_3$.	127
4.3.3.2. Modelarea geometrică (de ordinul 0) a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă $PF_3+3\times RRS+PM_3$.	144
4.3.3.3. Modelarea geometrică (de ordinul 0) a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă $PF_3+6\times STS+PM_3$.	162
4.4. Modelarea cinematică (de ordinele 1.1 și 1.2)	180
4.5. Modelarea cinetostatică (de ordinul 2.1)	181
5. Simularea mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă	182

6. Construcția și funcționarea unui robot cu mecanismul dispozitivului de ghidare având topologie paralelă	186
7. Metode de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic al unui robot cu dispozitivul de ghidare având topologie paralelă	191
7.1. Metodă de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a trei raze laser	191
7.1.1. Considerații teoretice	191
7.1.2. Dispozitivul de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a trei raze laser	196
7.1.3. Rezultate experimentale	199
7.2. Metodă de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a șase fire inextensibile	206
7.2.1. Considerații teoretice	206
7.2.2. Dispozitivul de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a șase fire inextensibile	211
7.2.3. Rezultate experimentale	213
7.3. Comparație între metodele de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic prezentate	223
8. Comparație între rezultatele experimentale și cele obținute în urma modelării și simulării pe calculator	225
9. Concluzii finale	227
9.1. Etapa de documentare	227
9.2. Contribuții originale ale autorului	228
9.3. Forme de valorificare a tezei de doctorat	229
10. Anexe	231
Anexa 1 - Program care asigură generarea impulsurilor motoarelor pas cu pas	231
Anexa 2 - Interfața grafică interactivă de comandă a motoarelor pas cu pas	235
11. Bibliografie	241

1. INTRODUCERE

Robotica ilustrează perfect transformarea în realitate a unui vechi vis al omului, acela de a gândi și a munci cineva pentru el. Pornind de la ficțiune, o serie de minți iscoditoare au izbutit transpunerea în practică a unor dispozitive simple, apoi a unor instalații, mașini, ajungându-se la sisteme mecanice complexe și în final la roboți, care sunt de fapt produse mecatronice, îmbinând cunoștințe din Fizică, Mecanică, Teoria Mecanismelor, Teoria Sistemelor, Electronică, Automatică, Informatică, Știința Calculatoarelor. Drumul nu a fost nici scurt, nici ușor.

O clasificare a roboților este realizată în funcție de topologia mecanismului dispozitivului de ghidare; se definește mai jos noțiunea de “topologie”.

Etimologic vorbind, “topologie” provine din alăturarea cuvintelor grecești “topos” (loc) și “logos” (studiu). Topologia reprezintă o structură care se definește pe o mulțime de puncte (numită spațiu) cu ajutorul unei familii de părți a acesteia, având următoarele proprietăți: a) reuniunea unui număr oarecare de elemente ale familiei este un element din familie; b) intersecția unui număr finit de elemente ale familiei este un element din familie; în acest caz elementele mulțimii se numesc mulțimi deschise ale spațiului respectiv (care se numește spațiu topologic) [*** Mic]. Reuniunea unui număr oarecare de elemente poate fi privită ca fiind **lanțul cinematic deschis (conexiunea cinematică)** iar intersecția unui număr finit de elemente, **cupla cinematică**. Cu alte cuvinte, când se face referire la topologia unui mecanism se au în vedere atât structura sa cât și pozițiile relative ale elementelor mecanismului.

Mecanismele care stau la baza dispozitivelor de ghidare ale roboților pot fi cu topologie serială, paralelă sau mixtă.

Mecanismele cu **topologie serială** au la bază lanțuri cinematice deschise - elemente legate în serie prin cuple cinematice, ultimul element conținând efectorul final.

Mecanismele cu **topologie paralelă** au la bază lanțuri cinematice închise. Aceste mecanisme conțin de regulă două platforme (elemente ternare, cuaternare, etc.), una fixă și una mobilă, legate între ele prin lanțuri cinematice deschise (conexiuni), și care pot ocupa situații în plane paralele.

Mecanismele cu **topologie mixtă** au la bază lanțuri cinematice atât deschise, cât și închise.

Istoria Roboticii începe în anii 1940, când în laboratoarele nucleare din Franța și apoi în S.U.A. au fost construite instalații de teleoperare utilizate pentru manipularea materialelor radioactive în spații expuse radiațiilor [Kov 00]. Mecanismele dispozitivelor de ghidare ale acestor manipuloare prezentau topologie serială.

Modelul matematic al unor structuri cu topologie paralelă a fost dezvoltat încă din secolul XIX de către matematicianul german H. Grassmann.

În anul 1949 Gough a realizat un dispozitiv cu topologie paralelă destinat testării anvelopelor, "platforma lui Gough", care în literatura de specialitate este amintit ca fiind primul dispozitiv de acest tip.

În anul 1965, pe baza structurii mecanismului dispozitivului amintit mai sus, Stewart imaginează un mecanism ce în literatura de specialitate îi poartă numele, "platforma lui Stewart" și care a fost utilizat inițial ca simulator de zbor.

Dintre avantajele roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă se amintesc: precizie de poziționare ridicată, rigiditate înaltă, repetabilitate, posibilitatea de a efectua mișcări rapide.

La sfârșitul secolului XX studiul roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă cunoaște o dezvoltare intensă în centre universitare și de cercetare din Franța, S.U.A., Japonia, Germania, cu aplicații concrete în diferite domenii de activitate. În țara noastră cercetări teoretice și practice pe această temă se desfășoară în centrele universitare din Cluj, Timișoara, Brașov, București, Reșița.

2. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR ȘI REALIZĂRILOR PRIVIND ROBOȚII CU MECANISMELE DISPOZITIVELOR DE GHIDARE AVÂND TOPOLOGIE PARALELĂ

2.1. Generalități

2.1.1. Definiții

În ultimii ani roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă au cunoscut o continuă dezvoltare atât din punct de vedere al cercetărilor teoretice cât și din punct de vedere al aplicațiilor practice. În continuare se prezintă câteva definiții legate de acești roboți.

Roboții cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă pot fi definiți ca și mecanisme cu lanțuri cinematice închise formate dintr-un organ terminal (efector final) cu n grade de libertate solidarizat cu o platformă mobilă ce se leagă de o platformă fixă prin n lanțuri cinematice independente [Isp 99]. J.P. Merlet impune câteva restricții: fiecare lanț cinematic independent este compus din cel mult două elemente articulate, cupla cinematică dintre aceste două elemente având un singur grad de libertate [Mer 90]. Acționarea se realizează prin n cuple cinematice conducătoare cu câte un grad de libertate, de translație sau de rotație, câte una pentru fiecare lanț cinematic. Se exclude cazul roboților redundanți, la care numărul cuplelor cinematice conducătoare este mai mare decât numărul de grade de mobilitate de acționat.

Printr-un mecanism cu topologie paralelă se înțelege un ansamblu de lanțuri cinematice închise, compus dintr-un organ terminal – platformă cu n grade de libertate și un organ de bază – o platformă fixă, legate între ele prin lanțuri cinematice independente [Pli 71].

Făcând diferența dintre robot și mecanism, o altă exprimare este următoarea: **un robot cu topologie paralelă are mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă. Mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă conține două elemente “inițiale”, platforma fixă și cea mobilă, legate între ele prin conexiuni [Kov 99a].**

Prin **conexiune** se înțelege un lanț cinematic deschis care intră în componența unui mecanism, fiind interpus între două elemente cu mișcare relativă cunoscută [Kov 77a]. Cu alte cuvinte, se înțelege prin **conexiune** un mijloc de modificare a numărului gradelor de libertate în mișcarea relativă a două elemente din componența unui mecanism [Kov 99a].

Conexiunile se clasifică pe tipuri, ele impun constrângerile geometrice interpunând între două elemente:

- contact nemijlocit al unor zone de contact; în acest caz conexiunea este o cuplă cinematică (conexiune de tip A); se notează " $K_{A(-i)}$ ", i - numărul gradelor de libertate suprimate;
- un lanț cinematic deschis, constând dintr-un element și două cuple cinematice (conexiune de tip B); se notează " $K_{B(-i)}$ ";
- un lanț cinematic deschis sau parțial deschis, conținând două sau mai multe elemente, trei sau mai multe cuple cinematice (conexiune de tip C); se notează " $K_{C(-i)}$ ".

Modul de utilizare a acestei noțiuni în studiul mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă este prezentată în § 2.4.



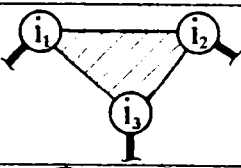
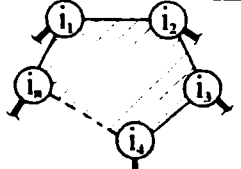
2.1.2. Reprezentări simplificite ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.

Mecanisme dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă pot fi reprezentate simplificat sub forma unor scheme structurale, cinematice și constructiv-funcționale.

a) **Schemele structurale** evidențiază elementele, numărul și natura cuplelor cinematice, precum și modul în care aceste se leagă între ele; nu evidențiază dimensiuni.

Tabelul 2.1 conține simboluri folosite pentru cuple cinematice și elemente în scheme structurale, conform STAS 1543-85.

Ta. 2.1. Simboluri folosite pentru cuple cinematice și elemente în scheme structurale.

Nr. crt.	Clasa	Denumire	Simbol	Obs.
1.	i	Cuplă cinematică		$i = I \dots V$
2.	-	Element binar		
3.	-	Element terțiar		
4.	-	Element de ordinul "n"		

În figura 2.1. este reprezentată schema structurală a mecanismului unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă; platforma mobilă PM este legată de platforma fixă prin intermediul a trei lanțuri cinematice (conexiuni) care conțin câte două elemente și 3 cuple cinematice.

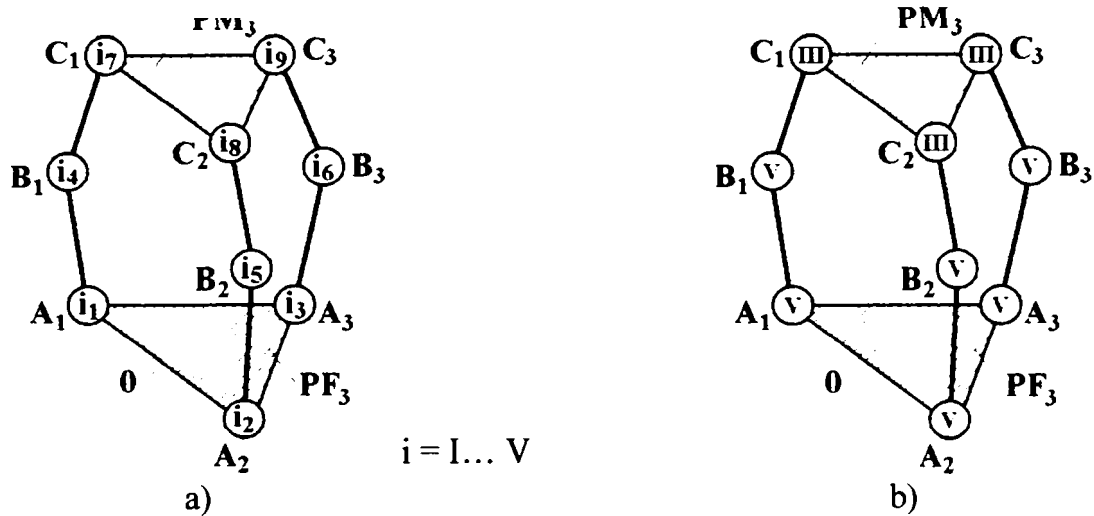


Fig. 2.1. Schema structurală a mecanismului unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă.

b) **Schemele cinematice**, pe lângă aspectele evidențiate de schemele structurale, mai indică (prin reprezentări grafice la scară) pozițiile relative ale zonelor de contact ale cuplelor cinematice și formele geometrice ale acestora.

În tabelul 2.2 sunt prezentate simboluri ale cuplelor cinematice utilizate în reprezentările schemelor cinematice ale mecanismelor, în conformitate cu STAS 1543-85 (Scheme mecanice. Reprezentări convenționale.), SR EN ISO 3952-1:2001 (Scheme cinematice. Simboluri grafice.), J.P. Merlet [Mer 90], N. Plitea [Pli 89], V. Ispas [Isp 99].

Tab. 2.2. Simboluri folosite la reprezentarea cuplelor în scheme cinematice.

Nr. crt.	Clasa	Denumirea	Notăția	Simbolul conform cu:			
				STAS	ISO	Merlet	Plitea, Ispas
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
1.	V	Cuplă cinematică de translație făcând parte dintr-un mecanism plan	T, P				
2.		Cuplă cinematică conducătoare de translație făcând parte dintr-un mecanism plan					
3.		Cuplă cinematică de translație făcând parte dintr-un mecanism spațial					
4.		Cuplă cinematică conducătoare de translație făcând parte dintr-un mecanism spațial					

0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
5.	V	Cuplă cinematică de rotație făcând parte dintr-un mecanism plan	R				
6.		Cuplă cinematică conducătoare de rotație făcând parte dintr-un mecanism plan					
7.		Cuplă cinematică de rotație făcând parte dintr-un mecanism spațial					
8.		Cuplă cinematică conducătoare de rotație făcând parte dintr-un mecanism spațial					
9.	IV	Cuplă cardanică	H ₀ , K, U, RR				
10.		Cuplă cinematică cilindrică (de rototranslație)	C				
11.	III	Cuplă cinematică Hook	H			.	.
12.		Cuplă cinematică sferică	S				

Elementele se simbolizează prin linii drepte (mai groase) sau poligoane hașurate de linii drepte (mai subțiri) care unesc sau prezintă la colțuri simbolurile cuplelor cinematice.


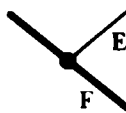

În componența mecanismelor cu topologie paralelă pot intra și elemente flexibile (fire, cabluri). Cuplele cinematice care conțin elemente flexibile pot fi:

- ghidaje cilindrice (tip Bowden) C^f - permit deplasarea în mișcare de translație și de rotație în jurul axei elementului flexibil în raport cu elementul rigid; sunt echivalente cuplelor cinematice cilindrice;

- noduri S^f - realizează legătura dintre un element flexibil și unul rigid astfel încât un punct aparținător fiecăruia se suprapune tot timpul; sunt echivalente cuplelor cinematice sferice;

- ghidaje profilate G^f - introduc în mișcarea relativă a elementului flexibil și a celui rigid aceleași limitări ca și ghidajele cilindrice; în plus, cele două părți ale ghidajului cilindric, "înainte" și "după" ghidaj vor putea avea mișcări relative similare cazului în care ar fi legate între ele printr-un nod.

Tab. 2.3. Simboluri folosite la reprezentarea cuplelor cinematice care conțin elemente flexibile.

Nr. crt.	Clasa	Denumire	Notația	Simbol
1.	IV	Ghidaj cilindric (conține un element flexibil E^f)	C^f	
2.	III	Nod (conține un element flexibil E^f)	S^f	
3.	II	Ghidaj profilat (conține un element flexibil E^f)	G^f	

În figura 2.2 se prezintă mecanismul unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă având 3 grade de mobilitate, simbolizat conform unor convenții de reprezentare a schemelor cinematice utilizate în literatura de specialitate: J.P. Merlet (a, b) [Mer 90], N. Plitea (c), V. Ispas (d, e) [Isp 99], STAS 1543-86, SR EN ISO 3952-1:2001 (f).

Se observă faptul că numai unele tipuri de reprezentări (a, d, e, f) dau informații despre poziția axelor cuplelor cinematice de rotație. În cele ce urmează, convenția de reprezentare utilizată este cea conform normelor STAS și ISO, arătată în figura 2.2, f.

În literatura de specialitate, pentru cuplele cinematice se utilizează diferite notații, așa cum s-a arătat în tabelul 2.2. Cuplele cinematice de translație pot fi simbolizate cu litera P (cupla cinematică prismatică) sau cu litera "T" (cupla cinematică de translație). Deoarece interesează în primul rând natura mișcării și nu forma constructivă, se adoptă notația "T".

Spre exemplu, schema cinematică din figura 2.2 poate fi simbolizată astfel: RPS [Mer 90], 3[RPS] [Isp 99], $PF_3 + 3 \times RTS + PM_3$ [Kov 97].

Se adoptă în continuare notația generală:

$$PF_n + \sum_{i=1}^n K_i + PM_n,$$

în care: PF - platforma fixă;

n - numărul de conexiuni interpușe între platforma fixă PF și platforma mobilă PM;

K_i - simbolizarea conexiunilor interpușe între platforma fixă PF și platforma mobilă PM;

PM - platforma mobilă.

Pentru cazul particular în care conexiunile K interpușe între cele două platforme sunt identice, notația devine:

$$PF_n + n \times K + PM_n.$$

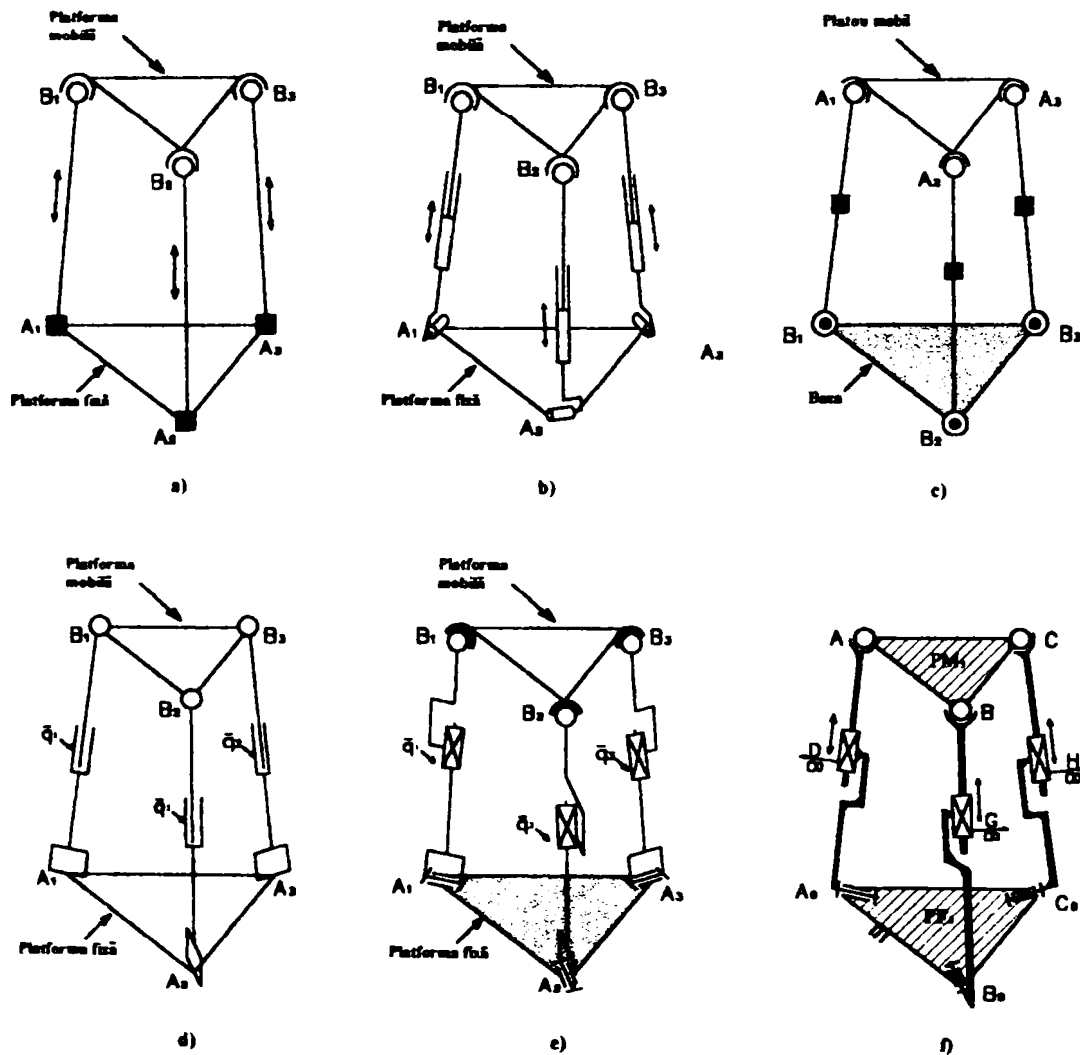


Fig. 2.2. Mecanismul unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă $PF_3 + 3 \times RTS + PM_3$ simbolizat conform a șase convenții de reprezentare a schemelor cinematice; $n = 8$, $c_5 = 6$, $c_3 = 3$, $M = 3$.

c) Schemele constructiv-funcționale prezintă informațiile din schemele structurale și cinematice, variante constructive ale elementelor componente ale mecanismului, precum și date privind funcționarea lui.

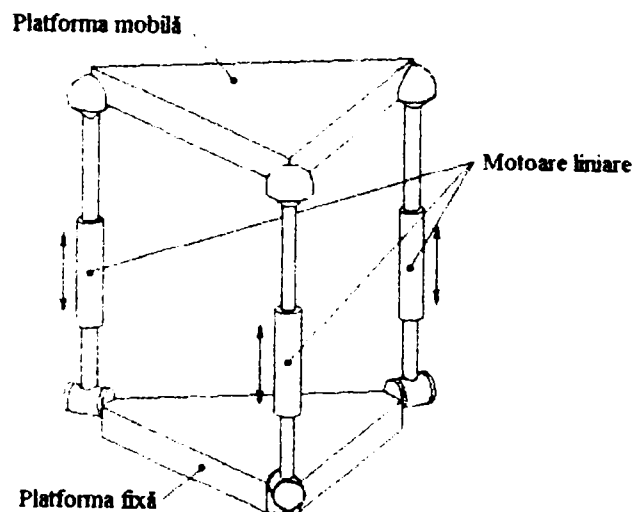


Fig. 2.3. Schema constructiv-funcțională a dispozitivului de ghidare $PF_3 + 3 \times RTS + PM_3$.

2.1.3. Clasificări ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

Din punct de vedere al **spațiului de lucru**, roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă se pot clasifica în roboți **plani** (având la bază mecanisme plane) și roboți **spațiali** (având la bază mecanisme spațiale).

A) Roboți cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă **plani**.

K.H. Hunt introduce în studiile sale pentru prima dată noțiunea de “mecanism paralel”. El a prezentat mai multe variante de mecanisme plane cu topologie serială, mixtă (fig. 2.4) și paralelă (fig. 2.5). La aceste structuri face apel mai târziu J.P. Merlet în studiile sale asupra roboților cu dispozitivele de ghidare având topologie paralelă.

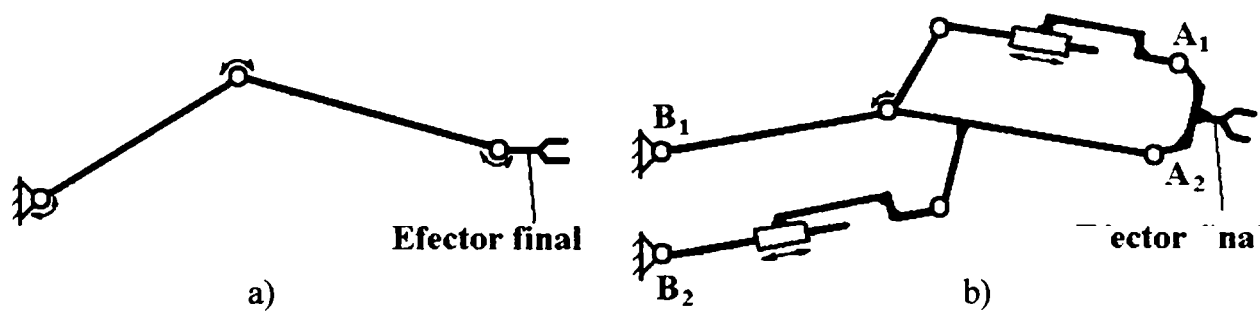


Fig. 2.4. Mecanisme plane ale dispozitivelor de ghidare cu $M = 3$ grade de mobilitate, cu topologie serială și cuple cinematice conducătoare de rotație (a) și cu topologie mixtă și cuple cinematice conducătoare de rotație și de translație (b).

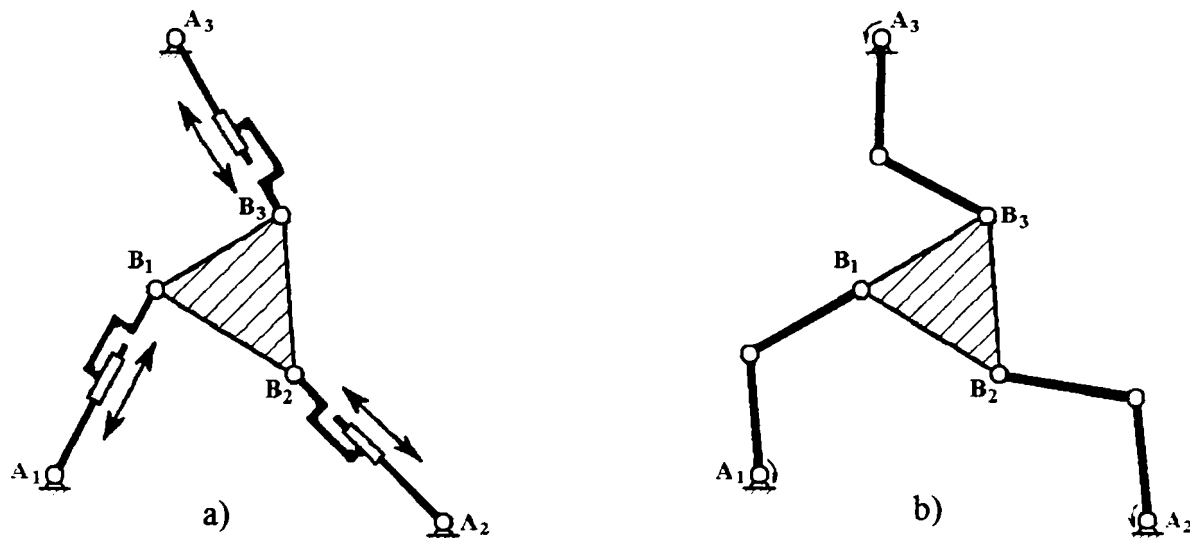


Fig. 2.5. Mecanisme plane ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă cu $M = 3$ grade de mobilitate, având cuple cinematice conducătoare de translație (a), respectiv cuple cinematice conducătoare de rotație (b).

Aceste mecanisme prezintă 3 grade de mobilitate. Studii asupra unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare din această categorie au realizat K.H. Hunt, J.P. Merlet, O. Ma.

B) Roboți cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă spațiali.

N. Plitea definește “mecanismele paralele simetrice cu ghidare” ca fiind acele mecanisme cu topologie paralelă ce conțin pe cel puțin un nivel cuple cinematice sferice. A prezentat o metodă generală de analiză și sinteză a mecanismelor spațiale cu 3 și 6 grade de mobilitate, dând relațiile generale de calcul pentru sinteza cinematică a mecanismelor spațiale cu 6 grade de mobilitate [Pli 89a], [Pli 89b], [Pli 90], [Pli 91a], [Pli 91b].

Clasificarea dată de Plitea presupune îndeplinirea următoarelor condiții:

- cuplele cinematice sunt dispuse pe “trepte”; treptele sunt de fapt niște suprafețe conținând puncte caracteristice ale zonelor de contact ale cuplelor cinematice;
- platformele fixă și mobilă constituie fiecare câte o treaptă;
- fiecare treaptă conține cuple cinematice de aceeași natură (clasă și fel de mișcare relativă a elementelor);
- cuplele cinematice conducătoare sunt amplasate pe treptele I și II.

Plitea a împărțit mecanismele cu ghidare spațiale în mecanisme cu ghidare în 6 puncte și mecanisme cu ghidare în 3 puncte.

Mecanismele cu topologie paralelă cu ghidare în 6 puncte sunt reprezentate simplificat cu ajutorul schemelor structurale conform STAS 1543-86 - fig. 2.6, a, b, c, a schemelor cinematice propuse de Plitea [Pli 89a], [Pli 89b], [Pli 91a] - fig 2.6. d, e, f și a schemelor cinematice conform STAS 1543-86 - fig. 2.6. g, h, i,

Mecanismele cu ghidare în 6 puncte pot fi:

- a) mecanisme cu topologie paralelă de tip I (fig. 2.3, a, d, g), la care cele 6 puncte A_i (centrele cuplelor cinematice sferice) aparținând platformei mobile se deplasează pe 6 suprafețe mobile, fiecare cu 1 grad de libertate în raport cu platforma fixă;
- b) mecanisme cu topologie paralelă de tip II (fig. 2.3, b, e, h), la care 6 puncte ghidate aparținând platformei mobile se deplasează pe 6 curbe mobile, fiecare cu 1 grad de libertate în raport cu platforma fixă și respectiv pe 6 alte suprafețe în raport cu platforma mobilă;
- c) mecanisme cu topologie paralelă de tip III (fig. 2.3, c, f, i), la care 6 puncte ghidate aparținând platformei mobile se deplasează pe 6 curbe fixe, fiecare cu 1 grad de libertate în raport cu platforma fixă și respectiv pe 6 alte suprafețe în raport cu platforma mobilă.

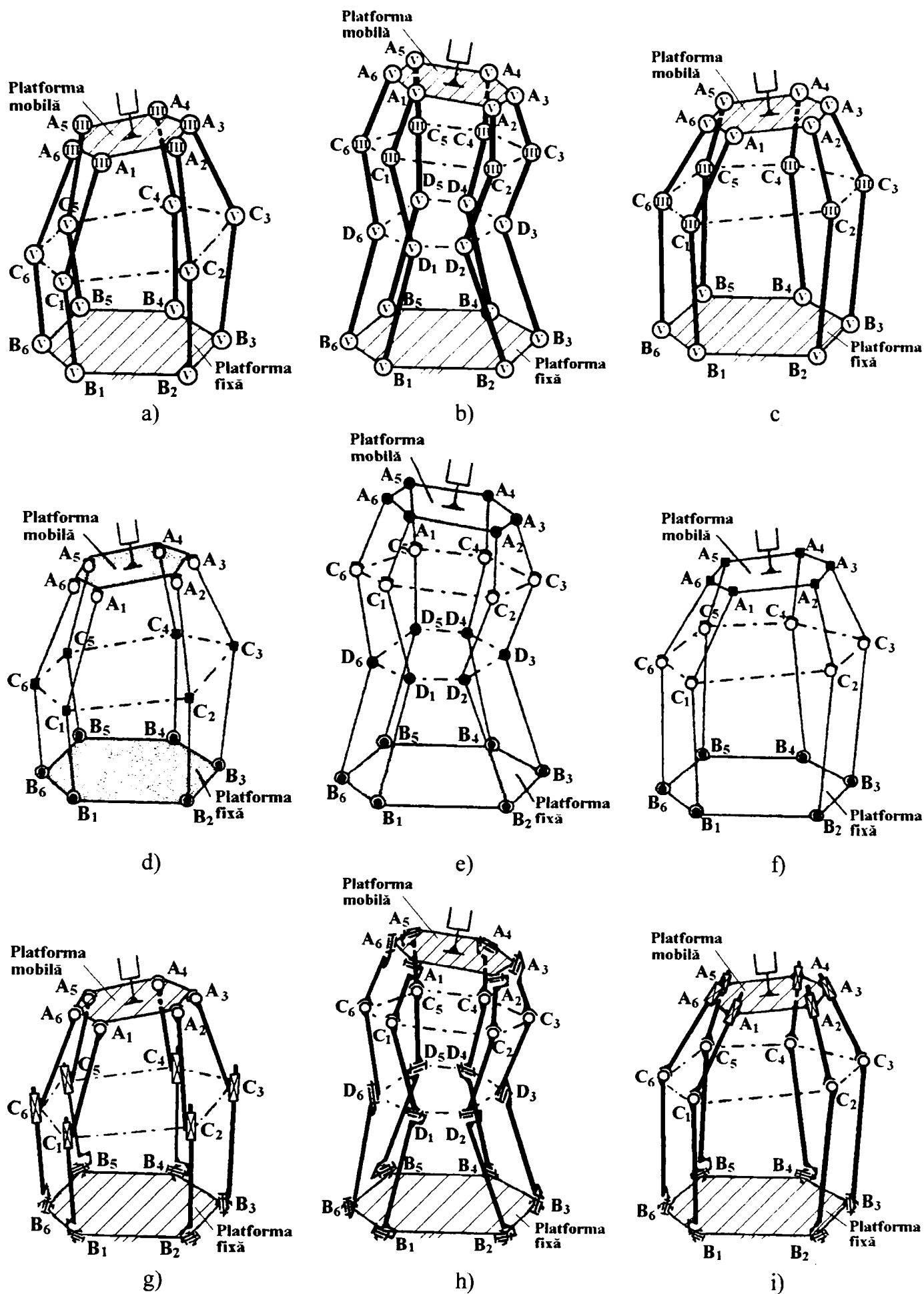


Fig. 2.6. Mecanisme cu topologie paralelă de tip I (a, c, f), de tip II (b, d, g) și de tip III (c, e, h).

Mecanismele spațiale cu ghidare în 3 puncte au cuple cinematice conducătoare pe treptele I și II pornind de la platforma fixă spre platforma mobilă. Acestea se împart în:

- mecanisme cu topologie paralelă de tip A la care cele 3 puncte A_i aparținând platformei mobile se deplasează pe 3 curbe mobile, fiecare cu 2 grade de libertate în raport cu platforma fixă, conform fig. 2.7, a, c, f;
- mecanisme paralele de tip B la care 3 puncte ghidate aparținând platformei mobile se deplasează pe 3 curbe mobile, fiecare cu 1 grad de libertate în raport cu platforma fixă și respectiv pe alte 3 curbe în raport cu platforma mobilă conform fig. 2.7, b, d, e.

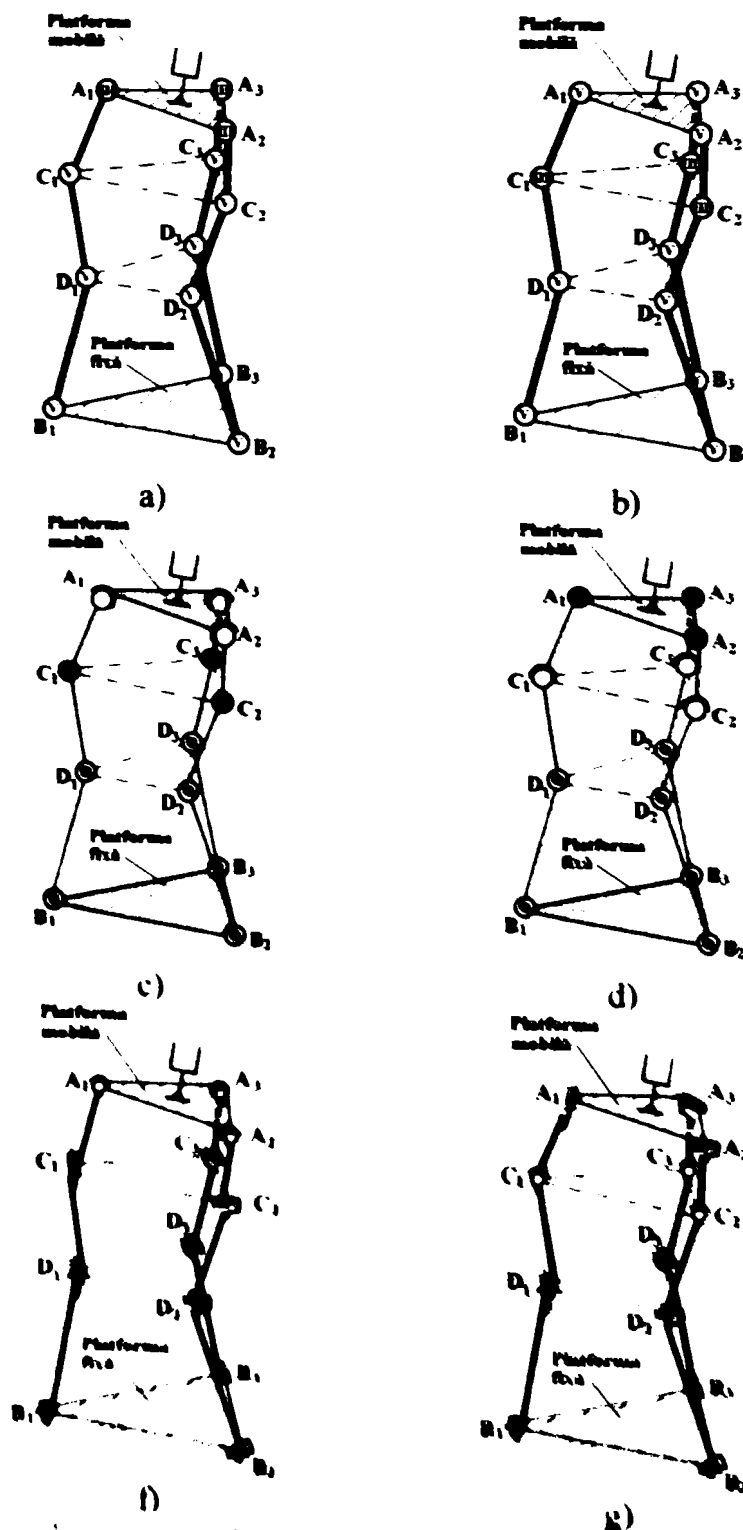


Fig. 2.7. Mecanisme cu topologie paralelă de tip A (a, c, f) și de tip B (b, d, g).

Modul de explicare a funcționării mecanismelor cu topologie paralelă de către Plitea este de fapt o generalizare la mecanismele 3D a utilizării “curbelor suport” introduse de Perju [Per 71].

Perju consideră că mișcarea unui element plan este definită cu ajutorul mișcării (ghidării) a 3 puncte pe traiectorii plane (a), (b), (c) (fig. 2.8), denumite “curbe suport”, care la rândul lor se generează ca traiectorii ale unor puncte din elemente ale unui mecanism plan.

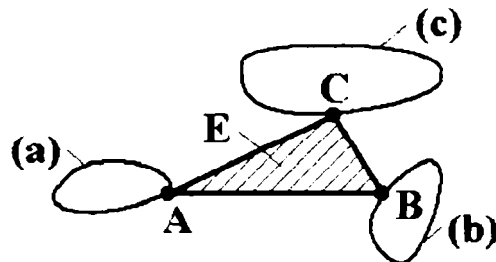


Fig. 2.8. Curbe suport plane.

Dacă se consideră ca element (E_a) planul solidar cu traiectoria (a), materializată ca profil, ghidarea punctului A pe această traiectorie este echivalentă cu o cuplă cinematică superioară între elementele (E) și (E_a).

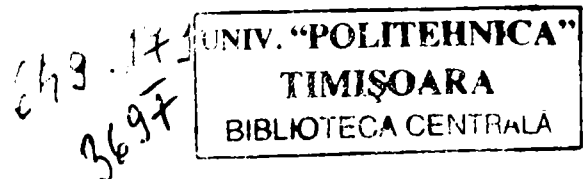
În cazul ghidării unui punct A al elementului (E) al unui mecanism spațial pe o curbă (a) în spațiu solidară cu elementul (E_a), se formează de asemenea o cuplă cinematică de clasa a II-a ($i = 2$) între elementele (E) și (E_a) (fig. 2.9, a). Dacă ghidarea punctului A se face pe suprafața (S_a) solidară cu elementul (E_a), se formează o cuplă cinematică de clasa I ($i = 1$) (fig. 2.9, b).



Fig. 2.9. Ghidarea unui punct pe o curbă în spațiu (a), respectiv pe o suprafață în spațiu (S_a) (b) în cazul mecanismelor spațiale.

Curba (a) poate fi materializată ca și o traiectorie pe care punctul A, centrul unei cuple cinemate de rotație (fig. 2.3, g), respectiv centrul unei cuple cinemate sferice (fig. 2.3, f) este obligat să o parcurgă. În acest caz, (E_a) este elementul în raport cu care A descrie traiectoria (a) (fig. 2.10, a).

Suprafața (S_a) poate fi materializată ca și o suprafață riglată de o traiectorie (a), la rândul ei în mișcare. Și în acest caz, (E_a) este elementul față de care se descrie traiectoria (a) (fig. 2.10, b).



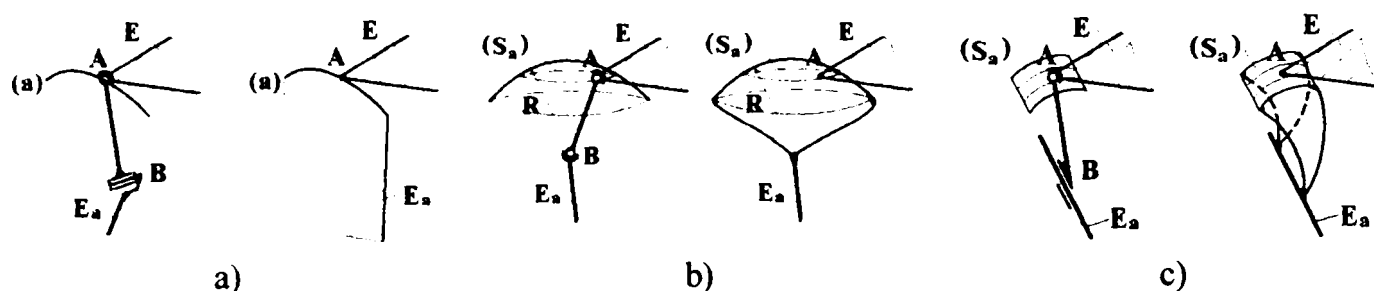


Fig. 2.10. Materializarea ghidării punctului A pe o traiectorie spațială (a) sau pe o suprafață în spațiu (b), (c).

Plitea definește mișcarea spațială a unui element (în acest caz, platforma mobilă a mecanismului cu topologie paralelă) prin ghidarea a 6 sau 3 puncte ale acestuia pe suprafețe sau curbe din spațiu, care se generează la rândul lor de mecanisme de ghidare. Astfel, în cazul în care un punct al unui element este ghidat pe o curbă, elementul de care aparține punctul formează cu elementul care materializează suprafața o cuplă cinematică de clasa a II-a (fig. 2.11, a). În cazul punctului ghidat pe o suprafață în spațiu, cupla cinematică formată este de clasa I (fig. 2.11, b).



Fig. 2.11. Punctul A (centrul cuplei cinemate sferice), ghidat pe o curbă în spațiu (a), sau pe o suprafață în spațiu (b).

Ca urmare, dacă un element este legat de unul fix prin intermediul a 6 elemente având la extremități câte 2 cuple cinemate sferice (fig. 2.12), se poate considera că centrul articulației sferice A aflat pe elementul mobil se mișcă pe n suprafețe sferice având centrul A₀ al articulației sferice, care se poate considera solidar cu elementul fix PF. Astfel, prin ghidarea punctului A pe suprafața S_A, între elementele PM și PF apare o cuplă cinematică de clasa I.

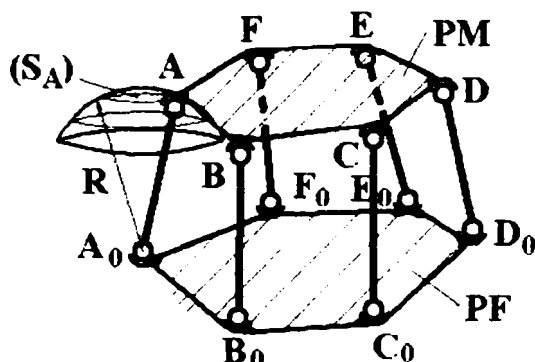


Fig. 2.12. Elementul PM legat de elementul fix prin intermediul a 6 elemente având la extremități câte 2 cuple cinemate sferice.

În cazul în care 6 puncte (A, B, ..., F) ale elementului PM sunt ghidate pe 6 suprafețe (S_A, S_B, \dots, S_F), ca urmare a introducerii elementelor A_0A, B_0B, \dots, F_0F , (conexiuni $K_{B(-1)}$), cele 6 grade de libertate ale PM față de PF vor fi eliminate.

În cazul în care centrul cuplei cinematice sferice legate de PM se mișcă pe un arc de cerc, descris în jurul unui punct pe axa cuplei de rotație A_0 , considerând curba (a) solidară cu PF, elementele PF și PM formează o cuplă cinematică de clasa a II-a. Legând elementele PF și PM prin intermediul a 6 conexiuni $K_{B(-2)}$ (A_0A, B_0B, \dots, F_0F), se elimină 12 grade de libertate relativă a celor 2 elemente. În cazul în care cupla cinematică A_0 este de translație, arcul de cerc (a) degenerază într-un segment de dreaptă.

Între PM și PF se introduce în acest caz o cuplă cinematică de clasa I. 6 conexiuni $K_{B(-1)}$, A_0A, B_0B, \dots, F_0F elimină 6 grade de libertate ale platformei mobile.

Se observă că în cazul mecanismelor cu topologie paralelă de tip I (fig. 2.6, f), 6 puncte A ale platformei mobile se deplasează pe 6 suprafețe cilindrice legate de elementele BC, care la rândul lor formează cuple cinematice de rotație cu platforma fixă.

În cazul mecanismelor cu topologie paralelă de tip II (fig. 2.6, g), 6 puncte C se deplasează pe câte 6 curbe solidare cu platforma mobilă, respectiv cu 6 elemente BD, care la rândul lor formează cuple cinematice de rotație cu platforma fixă.

În cazul mecanismelor cu topologie paralelă de tip III (fig. 2.6, h), 6 puncte C se mișcă pe 6 suprafețe cilindrice solidare cu platforma mobilă, respectiv pe 6 curbe solidare cu platforma fixă.

Tipurile de mecanisme cu topologie paralelă se deosebesc după numărul de trepte și poziția cuplelor cinematice sferice.

Se observă că cele 6, respectiv 3 lanțuri cinematice care leagă platforma mobilă de cea fixă sunt de fapt niște conexiuni.

Se poate afirma că analiza ghidării centrelor cuplelor cinematice sferice pe curbe și suprafețe fixe sau mobile este o "gimnastică interesantă a minții" dar nu are utilitate puternică superioară față de alte metode de analiză structurală.

Mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă pot fi [Mer 90]:

► cu "segmente simple" sau "segmente de lungime variabilă" (de fapt, conexiuni); în componența conexiunii "i" ce leagă cele două platforme există o cuplă cinematică de translație (fig. 2.2, a); se observă faptul că centrele geometrice ale celor 3 cuple cinematice ale conexiunii sunt tot timpul coliniare, distanța dintre cele două cuple cinematice A_i și B_i modificându-se în funcție de mișcarea relativă a elementelor cuplei cinematice conducătoare de translație;

► cu “segmente compuse” sau cu “pozițiile punctelor de articulație variabile”; în componența conexiunii “i” care leagă cele două platforme există cuple cinematice de rotație (fig. 2.2. b) ale căror centre sunt la diferite distanțe față de dreapta A_iB_i , în funcție de mișcarea relativă a elementelor cuplei cinematice conducătoare de rotație A_i ; în acest caz centrele geometrice ale celor 3 cuple cinematice nu sunt coliniare.

J.P. Merlet [Mer 90] împarte roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă în două categorii, în funcție de **tipul motoarelor de acționare**:

- cu motoare liniare (electrice, pneumatice sau hidraulice), fig. 2.5, a;
- cu motoare rotative (electrice), fig. 2.5, b.

În funcție de **utilizarea** roboților paraleli [Mer 90], aceștia se împart în:

- “articulații carpiene active” (active wrists, poignets actifs), utilizați în general ca dispozitive de orientare ale roboților cu topologie serială;
- “mâini stângi” (left hands, mains gauches) care realizează mișcări de amplitudine mare putând coopera cu roboți cu topologie serială.

Gradul de mobilitate al roboților cu topologie paralelă este cuprins în general între valorile $M = 3$ și $M = 6$.

În structura mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților pot fi utilizate elemente flexibile (fire, cabluri) pentru a transmite mișcări sau forțe.

Un fir (cablu) poate exercita doar solicitarea de tracțiune în lungul propriei sale direcții.

În funcție de **tipul elementelor** conținute în mecanismul dispozitivului de ghidare, roboții pot fi clasificați în trei categorii:

- a) cu elemente rigide;
- b) cu elemente flexibile:

- cu mecanism de poziționare restrânsă incompletă (Incompletely Restraining Positioning Mechanism – IRPM), utilizate în industria navală; numărul firelor, mai mic decât 7, este egal cu numărul gradelor de mobilitate;

- cu mecanism de poziționare restrânsă completă (Completely Restraining Positioning Mechanism – CRPM); numărul firelor este 7;

- cu mecanism de poziționare restrânsă redundant (Redundantly Restraining Positioning Mechanism – RRPM); numărul firelor este 8 sau mai mare [Laf 02];

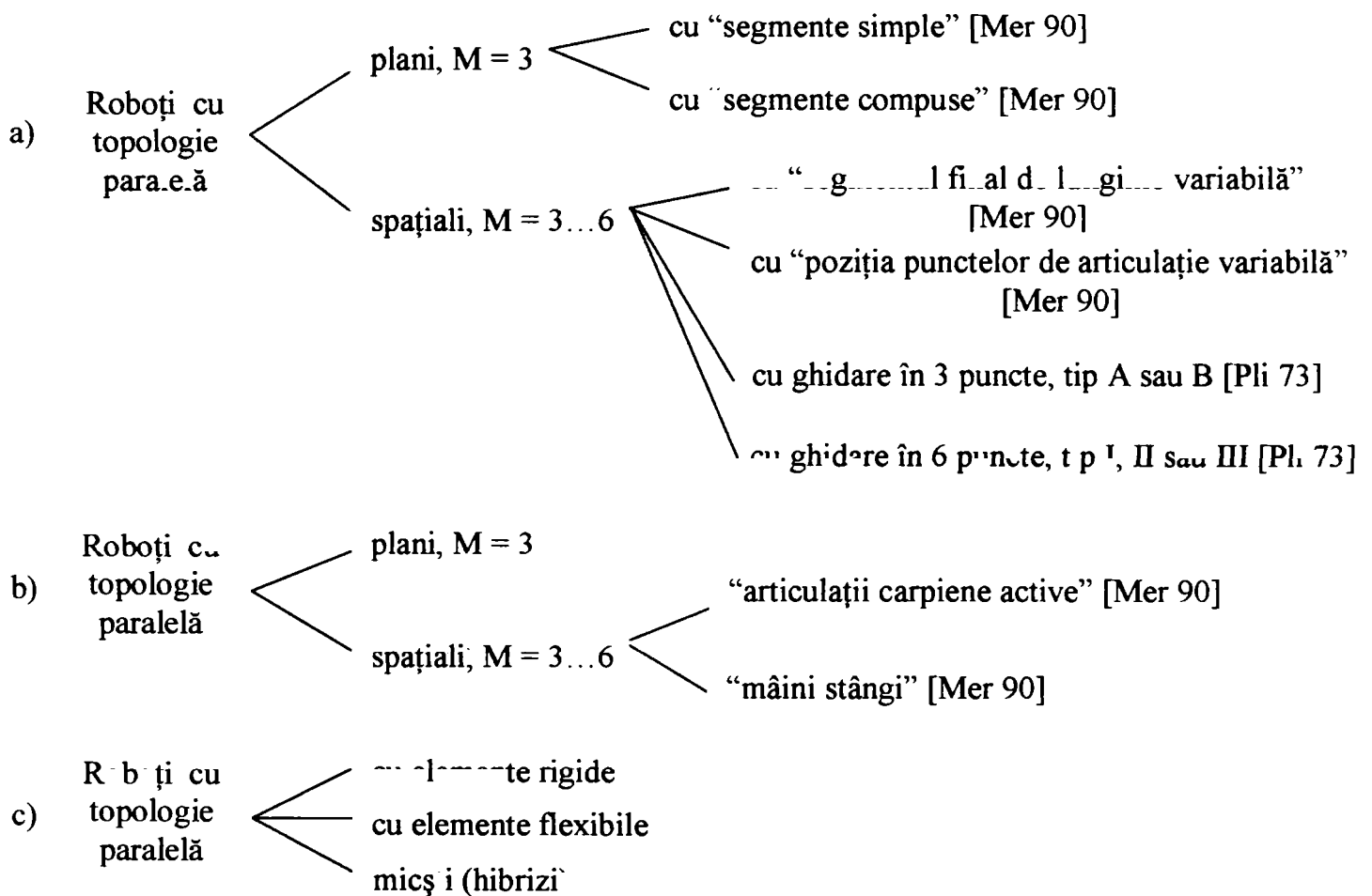
- c) micști (hibridi), cu elemente rigide și flexibile.

Utilizarea elementelor flexibile are drept consecință următoarele avantaje: masă redusă, consum redus de energie, mărirea (sau micșorarea) spațiului de lucru. Firele inextensibile pot fi

utilizate pentru mărirea spațiului de lucru, iar cele extensibile, adăugate structurii formate din elemente rigide, pot fi utilizate pentru micșorarea spațiului de lucru.

Cablurile sunt utilizate în practică în special în structura macaralelor (a căror mecanism are topologie serială) sau suspendarea modelelor de avioane la încercările aerodinamice în “tuneluri de vânt”. Se poate apela la dispozitive de ghidare cu topologie paralelă atunci când este necesară deplasarea cu precizie a unor încărcături cu masă mare sau a unor încărcături mici cu accelerație ridicată [Ver 02].

În continuare este prezentată schematic clasificarea celor mai utilizați roboți cu topologie paralelă.



2.2. Analiza mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

2.2.1. Generalități

Ca și în cazul mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie serială, analiza mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie cuprinde:

► Analiza structurală - are ca scop studiul modului în care mecanismul dispozitivului de ghidare este constituit din părțile sale componente (elemente, cuple cinematice): natura acestora,

legăturile care există între ele și modul în care acestea influențează starea și funcționarea mecanismului.

► Analiza cinematică directă - constă în determinarea traiectoriilor, vitezelor și accelerațiilor generalizate ale obiectului manipulat când sunt cunoscute traiectoriile, vitezele și accelerațiile generalizate ale mecanismului dispozitivului de ghidare precum și structura acestuia. Coordonatele generalizate q_i ale obiectului manipulat pot fi deplasări unghiulare sau liniare, unghiuri motoare sau lungimi ale curselor de acționare.

► Analiza cinematică inversă - constă în determinarea traiectoriilor, vitezelor și accelerațiilor generalizate ale mecanismului dispozitivului de ghidare presupunând cunoscute traiectoria, viteza și accelerația generalizată a obiectului manipulat și structura mecanismului dispozitivului de ghidare.

► Analiza cinetostatică - are ca scop determinarea reacțiunilor care acționează în cuplele cinematice ale mecanismului dispozitivului de ghidare și care “materializează” constrângerile geometrice introduse de conexiuni.

► Analiza dinamică - are ca scop determinarea reacțiunilor care acționează în cuplele cinematice ale mecanismului dispozitivului de ghidare în regim dinamic.

2.2.2. Analiza structurală

2.2.2.1. Structura mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă

Mecanismul dispozitivului de ghidare al unui robot cu topologie paralelă este constituit din platforma fixă PF și platforma mobilă PM, legate între ele prin lanțuri cinematice deschise lc (conexiuni) (fig. 2.13); cazul în care unul sau mai multe lanțuri cinematice deschise sunt substituie cu tot atâtea cuple cinematice este inclus în cazuistica generală.

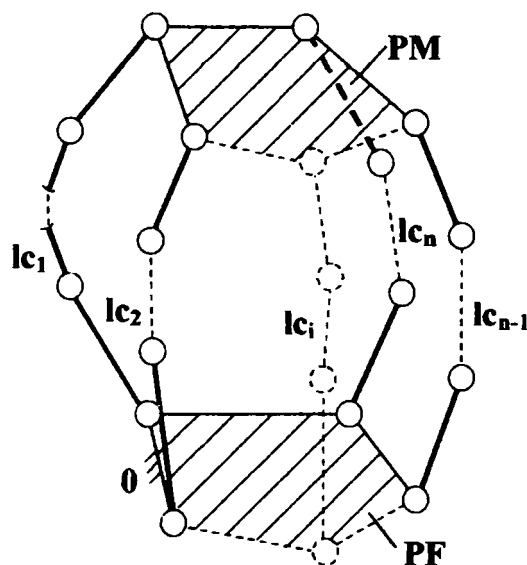


Fig. 2.13. Schema structurală generală a mecanismului dispozitivului de ghidare al roboților cu topologie paralelă.

În practică numărul lanțurilor cinematice deschise (conexiuni) introduse între cele două platforme este în general trei sau șase. În funcție de tipul cuplelor cinematice care intră în componența acestor lanțuri cinematice deschise, se pot obține schemele cinematice ale mecanismelor cu topologie paralelă, așa cum s-a arătat anterior (§ 2.1.2).

2.2.2.2. Gradul de mobilitate al mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

Gradul de mobilitate M al unui mecanism cu topologie paralelă se poate calcula cu formula generală [Kov 00]:

$$M = 6(n - 1) - \sum_{i=1}^5 i \cdot c_i - \sum L_p - \sum L_{id}, \quad (2.1)$$

unde: n - numărul elementelor care intră în componența mecanismului;

c_i - numărul cuplelor cinematice de clasa i din componența mecanismului;

$\sum L_p$ - numărul gradelor de libertate pasive;

$\sum L_{id}$ - numărul gradelor de libertate de prisos.

În figura 2.14 se prezintă schema cinematică a unui mecanism de ghidare al unui robot cu topologie paralelă (platforma Stewart SSM) [Kov 00].

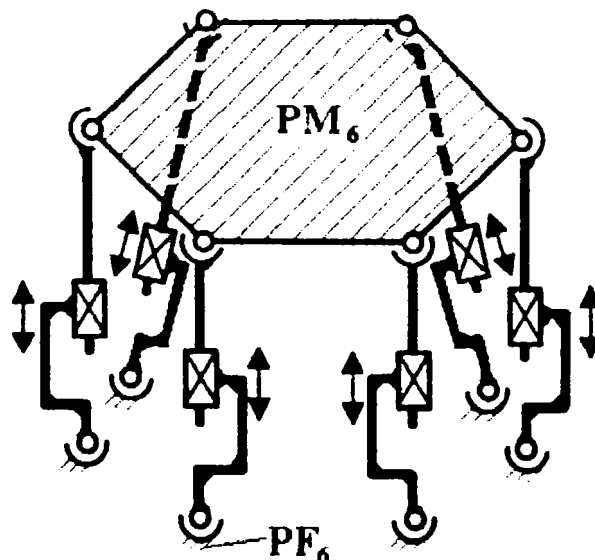


Fig. 2.14. Schema cinematică a platformei lui Stewart, SSM.

Se observă că pentru mecanismul din figura 2.14:

$$n = 14;$$

$$c_3 = 12;$$

$$c_5 = 6;$$

$$\sum L_p = 0;$$

$$\sum L_{id} = 6.$$

(2.2)

Se înlocuiesc relațiile (2.2) în expresia (2.1):

$$M = 6(n - 1) - 3 \cdot c_3 - 5 \cdot c_5 - \sum L_p - \sum L_{id} = 6 \cdot (14 - 1) - 3 \cdot 12 - 5 \cdot 6 - 0 - 6 = 6. \quad (2.3)$$

Ca urmare, gradul de mobilitate al mecanismului este $M = 6$.

O altă metodă de calcul a gradului de mobilitate al unui mecanism este aceea de a lua în considerare numărul gradelor de libertate ale conexiunilor conținute [Kov 69]. Metoda este prezentată în § 2.4.2.

De regulă numărul conexiunilor interpușe între platforma fixă și cea mobilă este egal cu numărul gradelor de mobilitate. Există însă și excepții, în figura 2.15 prezentându-se schema cinematică a unui mecanism cu 6 grade de mobilitate dar cu doar 3 conexiuni între cele două platforme.

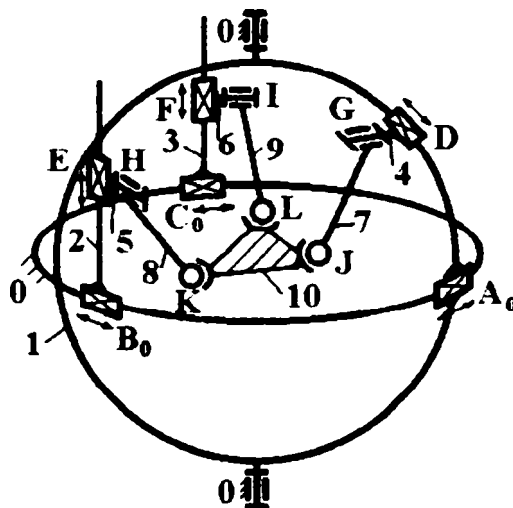


Fig. 2.15. Schema cinematică a mecanismului având structura $PF_3 + 3xTTRS + PM_3$.

2.2.2.3. Desmodromia mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

Un mecanism este desmodrom dacă la anumite poziții relative (mișcări relative) ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare toate celelalte elemente au poziții (mișcări) bine determinate. Gradul de mobilitate al unui mecanism desmodrom este egal cu numărul parametrilor cinematici independenți impuși de surse de energie exterioare:

$$M = p. \quad (2.4)$$

De regulă cuplele cinematice conducătoare, atât în cazul roboților cu topologie serială cât și în cazul roboților cu topologie paralelă, sunt cuple cinematice de clasa a V-a, fiecărei cuple cinematice conducătoare fiindu-i impus câte un singur parametru cinematic independent; ca urmare numărul cuplelor cinematice conducătoare va coincide cu numărul parametrilor cinematici independenți impuși din exterior:

$$p = c_{5c}. \quad (2.5)$$

Ca urmare se poate scrie:

$$M = c_{5c}. \quad (2.6)$$

Un mecanism de ghidare al unui robot cu topologie paralelă este desmodrom dacă gradul de mobilitate este egal cu numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a.

Pentru cazurile din figurile 2.14 și 2.15:

$$M = c_{5c} = 6. \quad (2.7)$$

Mecanismele sunt desmodrome dacă șase cuple cinematice de clasa a V-a sunt conducătoare. Acestea pot fi cuplele cinematice de clasa a V-a de translație, existente câte una pe fiecare lanț cinematic care face legătura între cele două platforme (fig. 2.14) sau toate cele 6 cuple cinematice de translație (fig. 2.15).

2.2.3. Analiza cinematică

2.2.3.1. Analiza cinematică directă

Analiza pozițională directă a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă presupune cunoașterea deplasărilor relative q_i ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare ($i = 1 \rightarrow 6$), urmând a se determina parametrii ce caracterizează poziția și orientarea platformei mobile, respectiv a efectorului final [Isp 99].

În funcție de poziția relativă a axelor cuplelor cinematice de rotație și de translație, V. Ispas clasifică mecanismele obținute prin legarea platformei mobile de cea fixă prin intermediul a șase lanțuri cinematice RTSR în câteva variante [Isp 99]. În fig. 2.16 se prezintă schema structurală și schema cinematică ale variantei I a modelului $PF_6 + 6xRTSR + PM_6$.

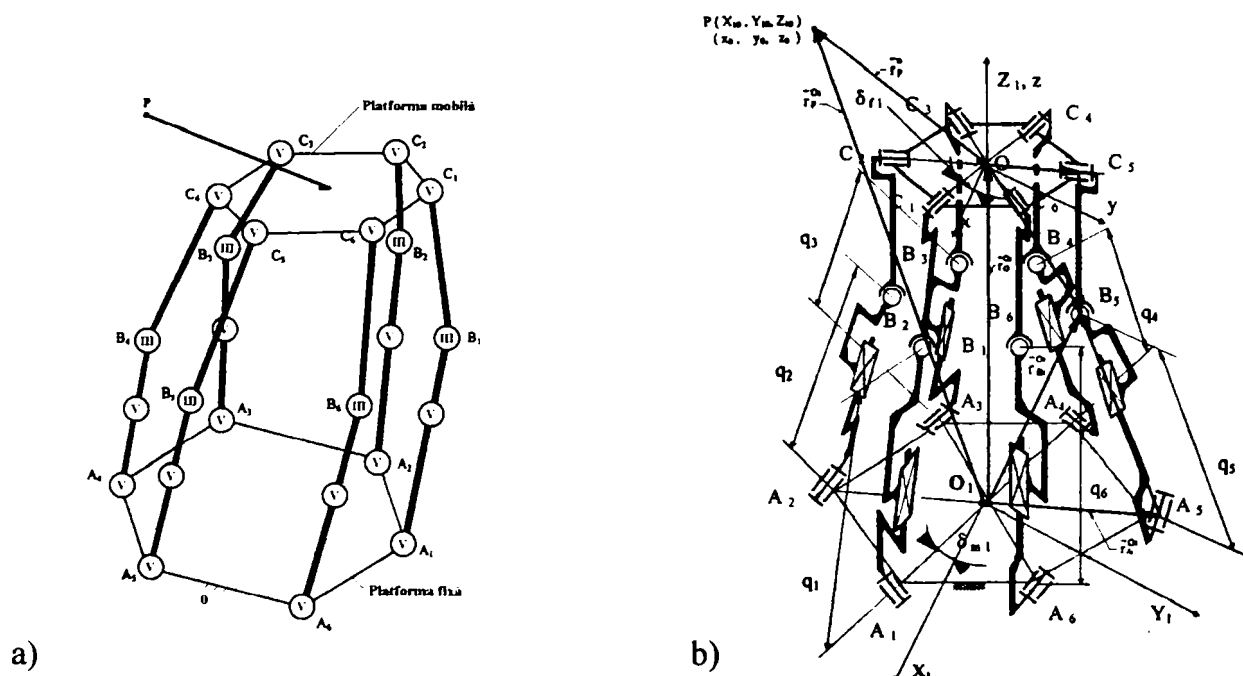


Fig. 2.16. Schema structurală (a) și schema cinematică (b) a variantei I a modelului $PF_6 + 6xRTSR + PM_6$, sau "6[RPSR]"

Mecanismul spațial cu ghidare în șase puncte de tip II – varianta I a modelului 6[RPSR], ($PM_6 + 6RTSR + PM_6$), fig. 2.16, este format din platforma mobilă PM legată de platforma fixă PF, prin intermediul a șase lanțuri cinematice deschise RTSR care conțin fiecare câte trei elemente, două cuple cinematice de rotație R (A_i și C_i), o cuplă cinematică conducătoare de translație P și o cuplă cinematică sferică S (B_i). Poziția în spațiu a platformei mobile va fi condiționată de deplasările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare de translație.

Rezolvarea problemei propuse este dificilă, presupunând utilizarea unui aparataj matematic deosebit de laborios.

Parametrii de intrare sunt deplasările relative q_i ale elementelor cuplelor cinematice de translație iar parametri calculați sunt unghiurile lui Euler ψ , φ , θ și coordonatele X_{10} , Y_{10} , Z_{10} ale punctului P față de sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ [Isp 99].

Distanțele între centrele cuplelor cinematice sferice B_i și B_{i+n} ($i = 1 \rightarrow 6$, $n = 1 \rightarrow 6$, $i + n \leq 6$) raportate la sistemul de referință mobil $Oxyz$, respectiv raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ sunt date de relațiile:

$$|B_i B_{i+n}|_{Oxyz}^2 = (x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2, \quad (2.8)$$

$$|B_i B_{i+n}|_{O_1X_1Y_1Z_1}^2 = (X_{i+1} - X_i)^2 + (Y_{i+1} - Y_i)^2 + (Z_{i+1} - Z_i)^2, \quad (2.9)$$

Prin dezvoltarea acestora și egalarea lor se obține un sistem de 12 ecuații cu 12 necunoscute, coordonatele curbilini u_i și v_i ($i = 1 \rightarrow 6$). Sistemul prezintă un mare grad de neliniaritate, rezolvarea lui presupunând utilizarea unor metode numerice sau a unor softuri specializate (MATHCAD, MATLAB, MATEMATICA).

În urma calculelor se obțin coordonatele curbilini u_i raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ și a coordonatelor curbilini v_i raportate la sistemul de referință mobil $Oxyz$, fiind posibil calculul parametrilor X_i , Y_i , Z_i , x_i , y_i , z_i , ce caracterizează poziția punctelor ghidate B_i ($i = 1 \rightarrow 6$), raportate la cele două sisteme de referință.

Se poate scrie relația matriceală:

$${}^{0_1} [r_{B_i}^{0_1}] = {}^{0_1} [r_{O_1}^{0_1}] + {}^{0_1} [R] \cdot {}^0 [r_{B_i}^0], \quad (i = 1 \rightarrow 6), \quad (2.10)$$

în care: - ${}^0 [r_{B_i}^0] = [x_i, y_i, z_i]^t$, ($i = 1, 2, \dots, 6$) – vectorii de poziție ai punctelor B_i față de sistemul de referință mobil $O_1X_1Y_1Z_1$;

- ${}^{0_1} [r_{O_1}^{0_1}] = [X_0, Y_0, Z_0]^t$, ($i = 1, 2, \dots, 6$) – vectorul de poziție al originii sistemului de referință mobil față de sistemul de referință fix;

$${}^0_0[\mathbf{R}] = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{bmatrix}, (i = 1 \rightarrow 6) - \text{matricea de rotație};$$

- ${}^0[\mathbf{r}_{B_i}^0] = [x_i, y_i, z_i]^t$, ($i = 1, 2, \dots, 6$) – vectorii de poziție ai punctelor B_i față de sistemul de referință $Oxyz$ fix.

Explicitând relația (2.10), se obține un sistem care permite determinarea coordonatelor generalizate X_0, Y_0, Z_0 și a cosinusurilor directoare $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$, ($i = 1 \rightarrow 6$).

Relațiile:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= c\psi \cdot c\varphi - s\psi \cdot s\varphi \cdot c\theta & \beta_1 &= s\psi \cdot c\varphi + c\psi \cdot s\varphi \cdot c\theta & \gamma_1 &= s\varphi \cdot s\theta \\ \alpha_2 &= -c\psi \cdot s\varphi - s\psi \cdot c\varphi \cdot c\theta & \beta_2 &= -s\psi \cdot s\varphi + c\psi \cdot c\varphi \cdot c\theta & \gamma_2 &= c\varphi \cdot s\theta \\ \alpha_3 &= c\psi \cdot s\theta & \beta_3 &= -c\psi \cdot s\theta & \gamma_3 &= c\theta \end{aligned} \quad (2.11)$$

în care $c\psi = \cos\psi$, $s\varphi = \sin\varphi$, etc., permit determinarea unghiurilor lui Euler ψ, φ și θ .

Se poate determina astfel poziția și orientarea efectorului final.

Calculul vitezelor în analiza cinematică directă se realizează pe baza relației:

$$[\dot{\mathbf{Q}}] = [\mathbf{J}] \cdot [\dot{\mathbf{q}}], \quad (2.12)$$

unde: - $[\dot{\mathbf{Q}}] = [\dot{Q}_1, \dot{Q}_2, \dot{Q}_3, \dot{Q}_4, \dot{Q}_5, \dot{Q}_6]$ - vectorii viteză generalizată a punctului caracteristic.

- $[\mathbf{J}]$ - matricea Jacobiană a mecanismului;

- $[\dot{\mathbf{q}}] = [\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dot{q}_4, \dot{q}_5, \dot{q}_6]$ - vectorii viteză generalizată a mecanismului spațial.

Derivând în raport cu timpul coordonatele carteziene ale punctelor B_i , ($i = 1 \rightarrow 6$), ale căror expresii sunt cunoscute, se obțin proiecțiile vitezelor punctelor pe axele sistemului de referință fix. Se pot calcula astfel vitezele și accelerațiile generalizate ale efectorului final.

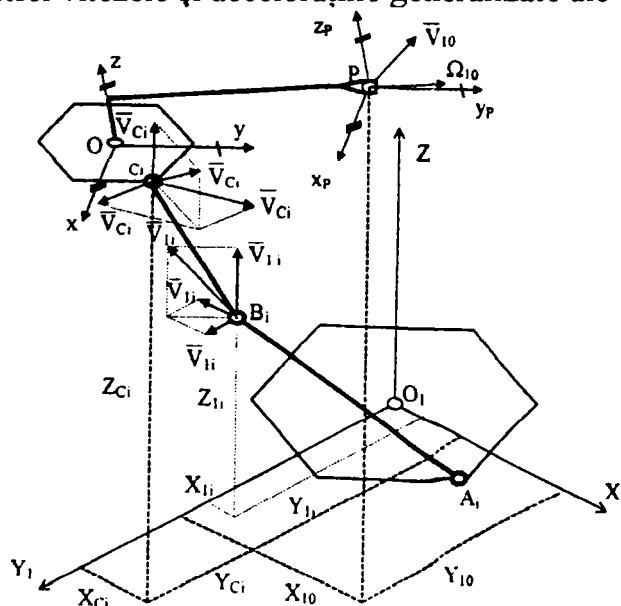


Fig. 2.17. Vectorii viteză ai punctelor B_i, C_i, P .

Elementele B_jC_j , având lungimile l_j , ($j = 1 \rightarrow 6$), execută mișcări generale. Dacă Ω^* este viteza unghiulară a acestor elemente, atunci între vitezele punctelor C_i și B_i există relația:

$$\bar{v}_{C_i} = \bar{v}_{B_i} + \bar{\Omega}^* \times \bar{l}_j, \quad (i = 1 \rightarrow 6), \quad (2.13)$$

relații ce înmulțite vectorial cu l_j devin:

$$\bar{v}_{C_i} \times \bar{l}_j = \bar{v}_{B_i} \times \bar{l}_j, \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.14)$$

Relațiile anterioare se exprimă în raport cu sistemul fix sub forma:

$$\begin{aligned} v_{C_i,X} \cdot (X_{C_i} - X_{li}) + v_{C_i,Y} \cdot (Y_{C_i} - Y_{li}) + v_{C_i,Z} \cdot (Z_{C_i} - Z_{li}) = \\ = v_{liX} \cdot (X_{C_i} - X_{li}) + v_{liY} \cdot (Y_{C_i} - Y_{li}) + v_{liZ} \cdot (Z_{C_i} - Z_{li}), \end{aligned} \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.15)$$

Coordonatele punctelor C_i , ($i = 1 \rightarrow 6$), se înlocuiesc în relația anterioară permițând obținerea componentelor carteziene ale vitezelor punctelor C_i .

În urma calculelor se obține un sistem de șase ecuații cu șase necunoscute: X_{10} , Y_{10} , Z_{10} , φ , ψ , θ , cunoscând deplasările și vitezele relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Accelerările generalizate ale efectorului final se obțin prin derivarea în raport cu timpul a relației (2.12):

$$[\ddot{Q}] = [J] \cdot [\ddot{q}] + [\dot{J}] \cdot [\dot{q}] \quad (2.16)$$

2.2.3.2. Analiza cinematică inversă

Rezolvarea **problemei poziționale inverse** presupune determinarea coordonatelor generalizate q_i ale mecanismului spațial (deplasările relative liniare sau unghiulare ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare) cunoscând poziția și orientarea efectorului final – P față de platforma fixă PF prin coordonatele carteziene X_{10} , Y_{10} , Z_{10} și unghiurile lui Euler ψ , φ și θ [Isp 99].

Se definesc următoarele mărimi:

- δ_{fi} - unghiurile ce dau poziția cuplelor cinematice A_i ($i = 1 \rightarrow 6$) de la baza mecanismului în raport cu axa O_1X_1 a sistemului de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$:

$$\begin{cases} \delta_{fi} = \delta_{fi-1} + \xi_j; \\ \delta_{fi+1} = \delta_{fi} + (120 - \xi_j), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, \dots, 6, \quad (2.17)$$

unde: $\begin{cases} -\delta_j - \text{unghiuri ale caror valori se dau;} \\ -\delta_{fi} - \text{unghiuri ale caror valori se dau;} \end{cases}$

- δ_{mi} - unghiurile ce arată poziția cuplelor cinematice C_i ($i = 1 \rightarrow 6$) de pe platforma mobilă PM în raport cu axa Ox a sistemului de referință mobil $Oxyz$, definite în modul următor:

$$\begin{cases} \delta_{mi} = \delta_{mi-1} + \xi_j; \\ \delta_{mi+1} = \delta_{mi} + (120 - \xi_j), \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, 6; j = 1, 2, \dots, 6, \quad (2.18)$$

unde: $\begin{cases} -\xi_j - \text{unghiuri ale caror valori se dau;} \\ -\delta_m - \text{unghiuri ale caror valori se dau.} \end{cases}$

În analiza ce urmează se impune următoarea precizare: deplasările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare calculate q_i au fost considerate ca fiind deplasările dintre axele cuplelor de rotație de pe platforma fixă și centrele cuplelor cinematice sferice.

Analiza pozițională inversă la acest mecanism presupune determinarea succesivă a următorilor parametri: coordonatele carteziene ale punctelor A_i în raport cu sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$, X_{Ai} , Y_{Ai} , Z_{Ai} ; coordonatele carteziene ale punctelor C_i în raport cu sistemul de referință mobil $Oxyz$, x_{Ci} , y_{Ci} , z_{Ci} ; cosinusurile directoare α_i , β_i , γ_i ; coordonatele carteziene ale punctelor B_i în raport cu sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$, X_{1i} , Y_{1i} , Z_{1i} ; coordonatele carteziene ale punctelor C_i în raport cu sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$, X_{Ci} , Y_{Ci} , Z_{Ci} ; coordonatele generalizate q_i ; unghiurile u_i dintre brațele l_k și planul platformei fixe Pf, unghiurile v_i dintre brațele B_iC_i și axa Oz și unghiurile w_i dintre brațele l_j și l_k ($i = 1 \rightarrow 6$, $k = 1 \rightarrow 6$).

Coordonatele punctelor A_i ($i = 1 \rightarrow 6$), fig. 2.8, b, raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ sunt:

$$\begin{cases} X_{A_i} = R_{\text{baza}} \cdot \cos\delta_{fi}; \\ Y_{A_i} = R_{\text{baza}} \cdot \sin\delta_{fi}; \\ Z_{A_i} = R_{\text{baza}} \cdot 0. \end{cases} \quad (i = 1 \rightarrow 6) \quad (2.19)$$

Coordonatele carteziene ale punctelor C_i ($i = 1 \rightarrow 6$) raportate la sistemul de referință mobil $Oxyz$ sunt:

$$\begin{cases} x_{C_i} = r \cdot \cos\delta_{mi}; \\ y_{C_i} = r \cdot \sin\delta_{mi}; \\ z_{C_i} = 0. \end{cases} \quad (i = 1 \rightarrow 6) \quad (2.20)$$

Pe baza unor considerente geometrice (fig. 2.19), coordonatele carteziene ale punctelor ghidate B_i ($i = 1 \rightarrow 6$), raportate la sistemul de referință mobil $Oxyz$ sunt:

$$\begin{cases} x_i = x_i(v_i) = C_{j_i} \cdot \sin v_i + D_{j_i}; \\ y_i = y_i(v_i) = E_{j_i} \cdot \sin v_i + F_{j_i}; \\ z_i = z_i(v_i) = -l_{j_i} \cdot \cos v_i. \end{cases} \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.21)$$

$$\text{unde: } C_{j_i} = l_{j_i} \frac{\operatorname{tg}(\delta_{mi} + k_{j_i})}{\cos(\delta_{mi} + k_{j_i})};$$

$$D_{j_i} = r \left\{ \frac{1}{\cos \delta_{mi}} + \operatorname{sk}_{j_i} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\delta_{mi} + k_{j_i})}{\cos(\delta_{mi} + k_{j_i})} - \operatorname{tg} \delta_{mi} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\delta_{mi} + k_{j_i})}{\cos(\delta_{mi} + k_{j_i})} [\operatorname{cosk}_{j_i} + \operatorname{sink}_{j_i} \cdot \operatorname{tg}(\delta_{mi} + k_{j_i})] \right\};$$

$$E_{j_i} = l_{j_i} \frac{1}{\cos(\delta_{mi} + k_{j_i})};$$

$$F_{j_i} = -r [\operatorname{cosk}_{j_i} + \operatorname{sink}_{j_i} \cdot \operatorname{tg}(\delta_{mi} + k_{j_i})] \cdot \frac{\operatorname{tg}(\delta_{mi} + k_{j_i})}{\cos(\delta_{mi} + k_{j_i})}, \quad (i = 1 \rightarrow 6), (j = 1 \rightarrow 6). \quad (2.22)$$

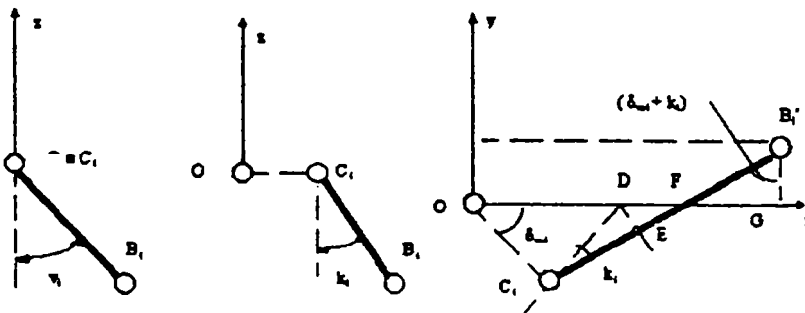


Fig. 2.18. Proiecțiile elementelor mecanismului pe axele sistemului Oxyz.

Relațiile (2.21) reprezintă ecuațiile parametrice ale curbelor mobile de ghidare (Γ_i) raportate la sistemul de referință mobil Oxyz.

Dacă se elimină coordonatele curbilinii v_i din ecuațiile parametrice (2.21), se obțin ecuațiile carteziene ale curbelor mobile de ghidare (Γ_i) raportate la sistemul de referință mobil Oxyz.

Pe baza relației vectoriale:

$$\overline{OC_i} \cdot \overline{C_i B_i} = |\overline{OC_i}| \cdot |\overline{C_i B_i}| \cdot \operatorname{ck}_{j_i}, \quad (2.23)$$

coordonatele carteziene ale punctelor ghidate C_i ($i = 1 \rightarrow 6$) respectă relația:

$$x_i = G_{j_i} \cdot y_i + H_{j_i}, \quad (i = 1 \rightarrow 6, j = 1 \rightarrow 6), \quad (2.24)$$

$$\text{unde: } \begin{cases} G_{j_i} = -\operatorname{tg} \delta_{mi}; \\ H_{j_i} = \frac{r + l_{j_i} \cdot \operatorname{ck}_{j_i}}{\cos \delta_{mi}}. \end{cases} \quad (2.25)$$

Coordonatele carteziene ale punctelor ghidate B_i , ($i = 1 \rightarrow 6$), raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ în funcție de coordonatele generalizate q_i și cele curbilinii u_i sunt:

$$\begin{cases} X_{li} = X_i(q_i, u_i) = (q_i \cdot \cos u_i + R_{baza}) \cdot \cos \delta_{fi}; \\ Y_{li} = Y_i(q_i, u_i) = (q_i \cdot \cos u_i + R_{baza}) \cdot \sin \delta_{fi}; \\ Z_{li} = Z_i(q_i, u_i) = q_i \cdot \sin u_i, \end{cases} \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.26)$$

Între coordonate există relația:

$$Y_{li} = X_{li} \cdot \operatorname{tg} \delta_{fi}, \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.27)$$

Relațiile (2.26) reprezintă ecuațiile parametrice ale suprafețelor mobile de ghidare (Σ_{li}) raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$.

Prin eliminarea parametrilor q_i și u_i din relațiile (2.26) se obțin ecuațiile carteziene ale suprafețelor de ghidare (Σ_{li}).

Punctul P, centrul de greutate al efectorului final, este în același timp și originea sistemului de referință $PX_PY_PZ_P$, ale cărui axe sunt paralele cu axele sistemului de referință mobil $Oxyz$. Între coordonatele X_{10}, Y_{10}, Z_{10} ale acestui punct și coordonatele X_0, Y_0, Z_0 ale punctului O, centrul sistemului de referință mobil $Oxyz$ în baza relației vectoriale:

$$\vec{r}_O^{O_1} = \vec{r}_P^{O_1} - \vec{r}_P^O \quad (2.28)$$

există relațiile:

$$\begin{cases} X_0 = X_0(X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, \psi, \varphi, \theta) = X_{10} - \alpha_1 \cdot x_0 - \beta_1 \cdot y_0 - \gamma_1 z_0; \\ Y_0 = Y_0(X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, \psi, \varphi, \theta) = Y_{10} - \alpha_2 \cdot x_0 - \beta_2 \cdot y_0 - \gamma_2 z_0; \\ Z_0 = Z_0(X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, \psi, \varphi, \theta) = Z_{10} - \alpha_3 \cdot x_0 - \beta_3 \cdot y_0 - \gamma_3 z_0. \end{cases} \quad (2.29)$$

Pe baza relației vectoriale:

$$\vec{r}_{B_i}^O = \vec{r}_{B_i}^{O_1} - \vec{r}_{B_i}^{O_1}, \quad (i = 1 \rightarrow 6), \quad (2.30)$$

între coordonatele punctelor B_i raportate la cele două sisteme de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ și mobil $Oxyz$, ($i = 1 \rightarrow 6$), există următoarele relații:

$$\begin{cases} x_i = x_i(X_{li}, Y_{li}, Z_{li}, \psi, \varphi, \theta) = \alpha_1 \cdot (X_{li} - X_0) + \beta_1 \cdot (Y_{li} - Y_0) + \gamma_1 \cdot (Z_{li} - Z_0); \\ y_i = y_i(X_{li}, Y_{li}, Z_{li}, \psi, \varphi, \theta) = \alpha_2 \cdot (X_{li} - X_0) + \beta_2 \cdot (Y_{li} - Y_0) + \gamma_2 \cdot (Z_{li} - Z_0); \\ z_i = z_i(X_{li}, Y_{li}, Z_{li}, \psi, \varphi, \theta) = \alpha_3 \cdot (X_{li} - X_0) + \beta_3 \cdot (Y_{li} - Y_0) + \gamma_3 \cdot (Z_{li} - Z_0); \end{cases} \quad (2.31)$$

($i = 1 \rightarrow 6$),

În urma calculelor, pe baza relațiilor prezentate anterior, se determină coordonatele generalizate q_i ale mecanismului spațial.

Datele privind analiza pozițională inversă a mecanismului spațial cu ghidare în șase puncte, varianta I a modelului $PM_6 + 6RTSR + PM_6$, servesc simulării pe calculator a mișcării modelului, precum și la determinarea spațiului de lucru al acestuia.

V. Ispas expune și o metodă matriceală de rezolvare a problemei poziționale inverse; indiferent de modul de analiză, matriceală sau analitică, rezultatele obținute sunt identice [Isp 99].

În cazul analizei cinematice inverse, cunoscând poziția, orientarea, viteza și accelerația efectorului final P, se pune problema determinării vitezelor și accelerațiilor elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Vitezele generalizate \dot{q}_i sau \dot{u}_i , ($i = 1 \rightarrow 6$), vor fi derivatele generalizate ale coordonatelor generalizate q_i sau u_i , ($i = 1 \rightarrow 6$).

Coordonatele generalizate q_i , ($i = 1 \rightarrow 6$), conform relației (2.35) depind de coordonatele generalizate ale efectorului final $X_0, Y_0, Z_0, \psi, \varphi$ și θ . Rezultă că vitezele generalizate \dot{q}_i , ($i = 1 \rightarrow 6$), vor avea valori care depind de aceleași coordonate generalizate ale obiectului manipulat, $X_0, Y_0, Z_0, \psi, \varphi$ și θ .

Determinarea vitezelor generalizate are la bază relația:

$$[\dot{q}] = [J]^{-1} \cdot [\dot{Q}], \quad (2.32)$$

unde: - $[J]^{-1}$ - inversa matricei Jacobiene a mecanismului.

Prin derivarea relațiilor ce exprimă coordonatele punctelor ghidate $B_i (X_{1i}, Y_{1i}, Z_{1i})$, se obțin relațiile de legătură între vitezele generalizate ale mecanismului spațial și vitezele generalizate ale efectorului final.

Derivând relația (2.32) în raport cu timpul se obține relația care stă la **baza determinării accelerațiilor generalizate**:

$$[\ddot{q}] = [\dot{j}]^{-1} \cdot [\dot{Q}] + [j]^{-1} \cdot [\ddot{Q}]. \quad (2.33)$$

2.2.3.3. Spațiul de lucru

A. Generalități

Determinarea spațiului de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă reprezintă la ora actuală o problemă deschisă; facilitățile oferite de diferite aplicații software permit determinarea spațiului de lucru pe cale analitică și vizualizarea frontierelor acestuia.

Ca și în cazul roboților cu dispozitive de ghidare având topologie serială, în cazul roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă spațiul de lucru depinde de structura mecanismului dispozitivului de ghidare și de lungimile elementelor acestuia; determinarea spațiului de lucru este o operație mai complexă și se studiază relativ diferit, așa cum se va arăta în continuare. În general, spațiul de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă este mai restrâns comparativ cu spațiul de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie serială.

Pentru o clarificare a denumirilor și noțiunilor utilizate, se pornește de la definițiile acestora: punct caracteristic, spațiu de lucru, spațiu de coliziune, frontieră.

Prin punct caracteristic se înțelege un punct aparținând unui obiect (element al mecanismului dispozitivului de ghidare al unui robot, obiect de lucru, sculă, dispozitiv, etc.), care servește la definirea poziției în spațiu la un moment dat a obiectului respectiv [Gri 00].

Spațiul de lucru se definește ca fiind entitatea geometrică ce conține mulțimea pozițiilor posibile ale punctului caracteristic [Kov 00].

Prin spațiu de coliziune al unui robot se înțelege mulțimea pozițiilor posibile ale punctelor materiale aparținând structurilor care materializează sistemul mecanic al robotului [Kov 00]. Spațiul de coliziune al unui obiect este mulțimea pozițiilor punctelor materiale care alcătuiesc obiectul.

Spațiul de lucru și spațiul de coliziune sunt delimitate de frontiere. Prin frontiera unui spațiu se înțelege mulțimea punctelor care pe cel puțin un sens al unei direcții care trece prin punct să nu se învecineze cu un alt punct aparținând spațiului considerat.

Cunoașterea frontierelor spațiului de lucru este esențială la implementarea robotului într-un anumit mediu, pentru a realiza o sarcină dată.

Spațiul de lucru poate fi un punct, o curbă, o suprafață sau un volum. Frontiera spațiului de lucru este un punct, o curbă sau o suprafață, o entitate geometrică având un număr de dimensiuni mai mic cu o unitate decât numărul de dimensiuni al spațiului de lucru.

În figura 2.19 sunt exemplificate noțiunile definite mai sus. Este prezentată schema cinematică a unui mecanism generator de traiectorie compus din trei elemente și două cuple cinematice conducătoare de translație având axele perpendiculare. Dând diferite valori coordonatelor x_2 și y_1 , punctul caracteristic P aparținând elementului 2 al mecanismului generator de traiectorie poate fi deplasat oriunde în spațiul de lucru. Spațiul de lucru este dat de suprafața $P^I P^{II} P^{III} P^{IV}$, curba $P^I P^{II} P^{III} P^{IV}$ fiind frontiera sa. Conform definiției frontierei spațiului de lucru, pe cel puțin un sens (sensul s_1) al unei direcții (dreapta d) ce trece prin punctul M aparținând curbei $P^I P^{II} P^{III} P^{IV}$, acest punct nu se învecinează cu un alt punct aparținând spațiului de lucru. Se observă faptul că numărul de dimensiuni al frontierei (curbă – o dimensiune), ca entitate geometrică, este mai mic cu o unitate decât numărul de dimensiuni al spațiului de lucru (suprafață – două dimensiuni).

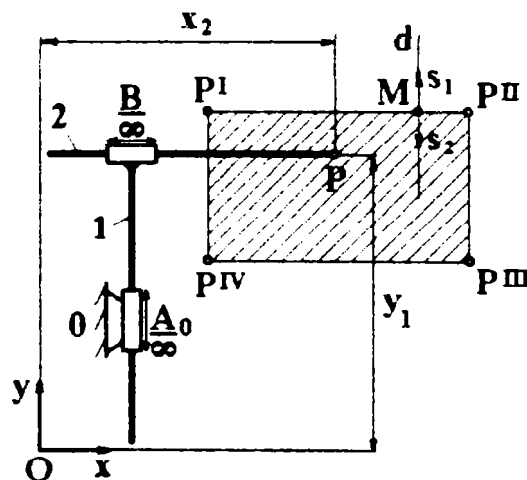


Fig. 2.19. Punct caracteristic, spațiu de lucru, frontiera spațiului de lucru.

Spațiul de lucru poate fi raportat la:

- robot, dacă punctul caracteristic se alege un punct al dispozitivului de ghidare al robotului;
- obiectul manipulat, dacă punctul caracteristic se alege solidar cu obiectul manipulat; această variantă se studiază atunci când robotul este utilizat în cadrul unui sistem.

Raportând spațiul de lucru la robot și având în vedere topologia dispozitivului de ghidare al acestuia se pot face următoarele afirmații:

- în cazul robotilor cu dispozitive de ghidare având topologie serială se pot separa mișcările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare care au ca rezultat poziționarea efectorului final față de cele care determină orientarea sa; cu alte cuvinte, se pot separa mișcările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare din componența mecanismului generator de traiectorie față de mișcările elementelor cuplelor cinematice conducătoare din componența mecanismului de orientare;

➤ în cazul roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă, poziționarea și orientarea efectorului final sunt dependente, nefiind posibilă separarea lor.

Dacă spațiul de lucru este **raportat la robot**, forma și dimensiunile spațiului de lucru depind de structura mecanismului generator de traiectorie, de dimensiunile elementelor acestuia și de natura și cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

De regulă, punctul caracteristic se alege aparținând ultimului element al mecanismului generator de traiectorie, și anume punctul de intersecție al axelor mecanismului de orientare. Acest punct este denumit “punct al articulației carpiene” (“Wrist Point”, WP).

Pentru un mecanism generator de traiectorie cu $M = 3$ grade de mobilitate, modelul matematic al spațiului de lucru raportat la WP (fig. 2.20) se poate scrie sub forma [Kov 00]:

$$\bar{r}_{WP} = \bar{r}_{WP}(d_i, a_i, q_i), \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.42)$$

unde d_i și a_i sunt dimensiuni constante ale elementelor mecanismului generator de traiectorie iar q_i sunt parametri poziționali relativi ai elementelor cuplelor cinematice conducătoare, variabili între limitele:

$$q_{i \min} \leq q_i \leq q_{i \max}. \quad (2.43)$$

Dacă parametrii q_i iau valori discrete între limitele de mai sus, se obțin vectorii de poziție ale lui WP în toate pozițiile posibile, câte unul pentru fiecare set de valori.

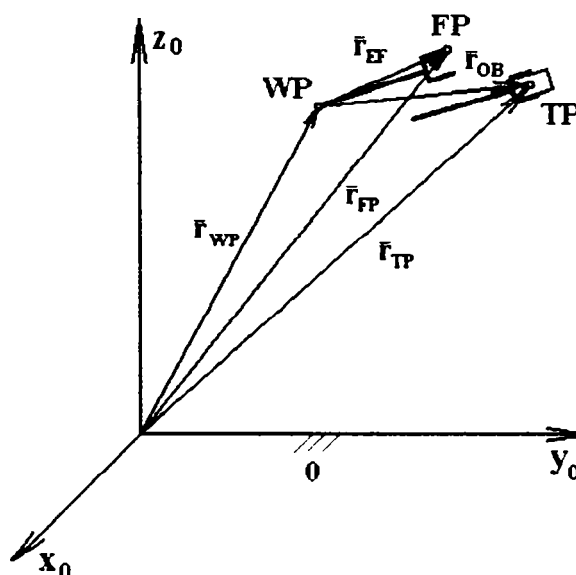


Fig. 2.20. Corelația dintre spațiul de lucru raportat la robot și cel raportat la obiectul manipulat.

Punctul caracteristic se poate alege aparținând efectorului final, de exemplu pe un deget (bac), în poziția deschisă a dispozitivului de prehensiune. În acest caz punctul se definește ca fiind “punct pe deget” (“Finger Point”, FP).

Pentru un dispozitiv de ghidare cu $M = 6$ grade de mobilitate, modelul matematic al spațiului de lucru raportat la FP are forma [Kov 00]:

$$\bar{r}_{FP} = \bar{r}_{FP}(d_i, a_i, d_{EF}, q_i), \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (2.44)$$

unde d_i , a_i și q_i au aceleași semnificații ca și în relația (2.42); d_{EF} reprezintă dimensiunea efectorului final. Parametrii q_i pot lua valori cuprinse între anumite limite (rel. 2.43). Fiecare set de valori al parametrilor q_i determină câte un vector de poziție al lui FP.

Între cele două modele matematice ale spațiilor de lucru raportate la robot, utilizând WP, respectiv FP, există relația de legătură:

$$\bar{r}_{FP} = \bar{r}_{WP} + \bar{r}_{EF}, \quad (2.45)$$

unde:

$$\bar{r}_{EF} = \bar{r}_{EF}(d_{EF}, q_i), \quad (i = 4, 5, 6), \quad (2.46)$$

valorile parametrilor q_i fiind limitate de inegalități de forma (2.43).

Dacă spațiul de lucru este **raportat la obiectul manipulat**, punctul caracteristic poartă denumirea de “punct al sculei” (“Tool Point”, TP), dacă obiectul manipulat este o sculă.

Pentru un robot cu dispozitivul de ghidare având $M = 6$ grade de mobilitate, modelul matematic al spațiului de lucru raportat la obiectul manipulat are forma [Kov 00]:

$$\bar{r}_{TP} = \bar{r}_{TP}(d_i, a_i, d_{EF}, d_{OB}, q_i), \quad (i = 1, 2, \dots, 6), \quad (2.47)$$

unde d_i , a_i , d_{EF} și q_i au semnificațiile specificate anterior iar d_{OB} reprezintă dimensiunea specifică a obiectului manipulat. Parametrii q_i iau valori între limitele inegalităților (2.43).

Se observă faptul că pe lângă factorii care determină forma și dimensiunile spațiului de lucru în primul caz, mai intervine aici și dimensiunea specifică a obiectului manipulat d_{OB} .

Fiecare set de valori q_i corespunde unui vector de poziție al TP. Dând toate valorile parametrilor q_i între limitele indicate, se obțin vectorii de poziție posibili ai tuturor punctelor TP.

Între factorii care determină forma și mărimea spațiului de lucru se numără și **cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare**. În figura 2.21, a, se prezintă un mecanism generator de traiectorie cu topologie serială având structura RR la care cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare nu sunt limitate, iar în figura 2.21, b, același mecanism generator de traiectorie, însă cu limitări ale curselor mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Se observă că în primul caz frontiera spațiului de lucru este un cerc; punctul WP (respectând notațiile anterioare) poate ocupa succesiv pozițiile WP_1, WP_2, \dots, WP_6 , toate aflate în interiorul frontierei spațiului de lucru.

În cel de-al doilea caz frontiera are o formă mai complexă, determinată de limitările curselor mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare. Dând diferite valori unghiului φ_1 , elementul 1 poate ocupa orice poziție în interiorul unghiului ψ_1 , care reprezintă cursa unghiulară totală a elementului 1 în raport cu elementul 0. În mod asemănător, dând diferite valori unghiului φ_2 , elementul 2 poate ocupa orice poziție în interiorul unghiului ψ_2 , care reprezintă cursa unghiulară totală a elementului 2 în raport cu elementul 1. Se observă faptul că punctul WP nu mai poate ocupa toate pozițiile din primul caz, ci doar o parte dintre ele.

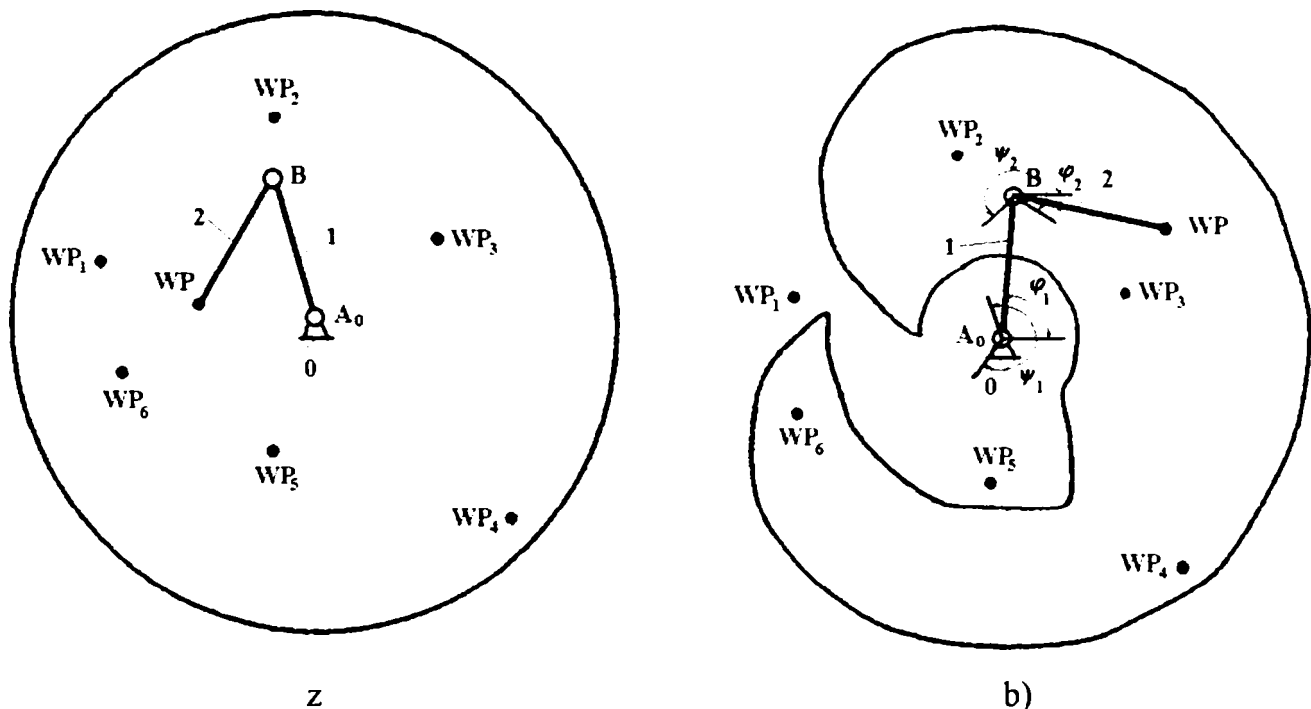


Fig. 2.21. Frontiera spațiului de lucru al unui robot având mecanismul generator de traiectorie fără limitări ale curselor mișcărilor relative ale cuplelor cinematice conducătoare (a) și cu limitări ale acestora (b).

Suprafața delimitată de frontiera spațiului de lucru este mai mare în cazul (a) decât în cazul (b).

Spațiul de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă este mai dificil de determinat prin metode analitice, apelându-se în mod frecvent la ajutorul calculatorului.

În fig. 2.22, a, se prezintă schema cinematică a mecanismului unui dispozitiv de ghidare având topologie paralelă, iar în fig. 2.22, b, schema constructiv-funcțională a dispozitivului de ghidare respectiv. Mecanismul prezintă 3 grade de mobilitate, cele 3 cuple cinematice de translație legate de elementul fix 0 fiind cuple cinematice conducătoare.

Se precizează faptul că spațiul de lucru este raportat la un punct caracteristic solidarizat cu platforma mobilă, ca urmare este raportat la robot.

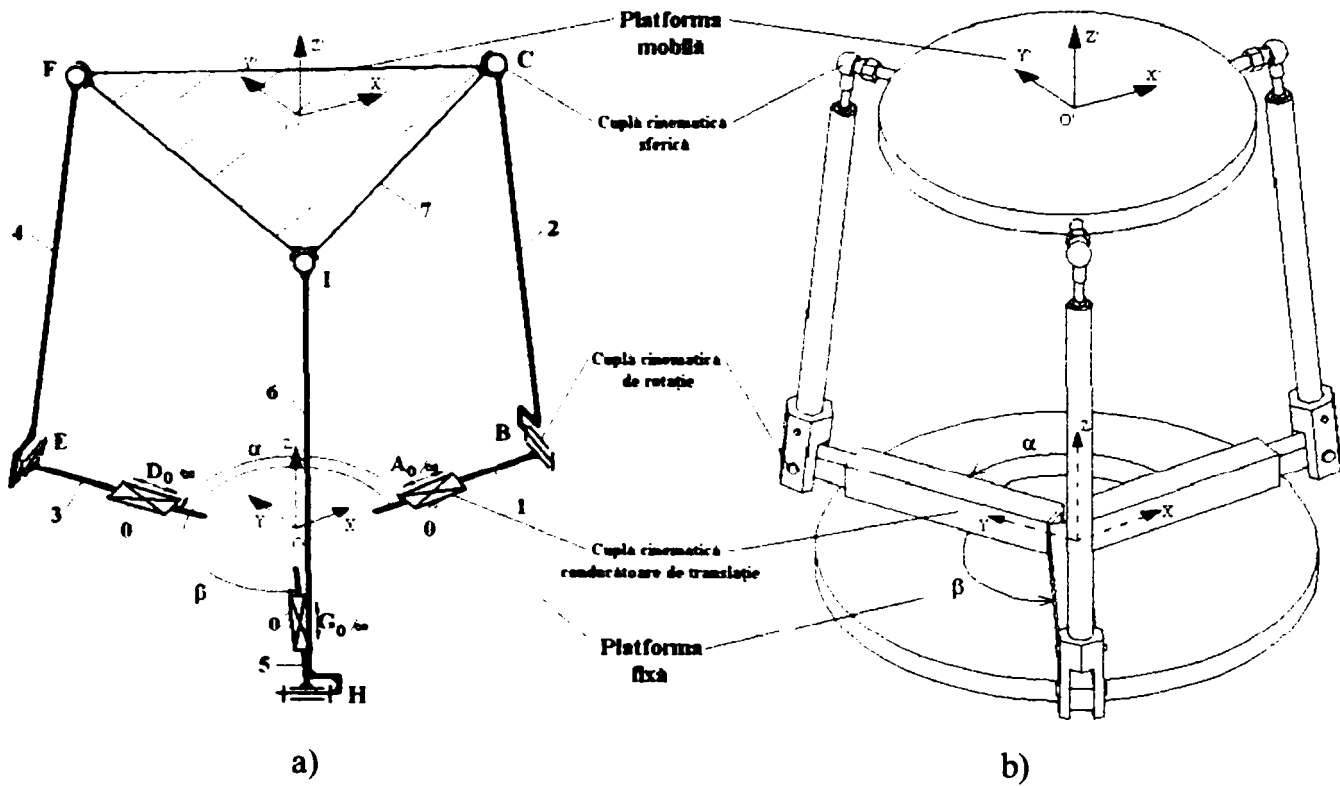


Fig. 2.22. Schema cinematică a mecanismului unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă (a) și schema constructiv-funcțională a acestuia (b).

Frontiera spațiului de lucru al acestui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă este reprezentată în fig. 2.23, fiind obținută pe calculator [Car 98b].

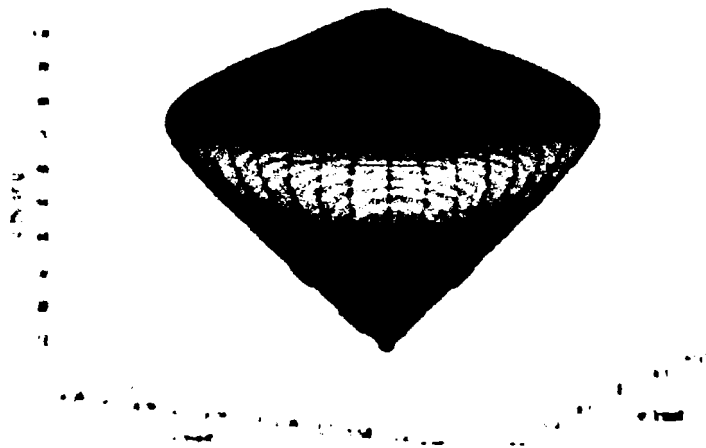


Fig. 2.23. Frontiera spațiului de lucru al dispozitivului de ghidare prezentat anterior.

B. Metode de determinare a spațiului de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă

În cele ce urmează, spațiul de lucru este raportat la robot, punctul caracteristic fiind atașat platformei mobile.

În principiu, spațiul de lucru al unui robot cu dispozitivul de ghidare având topologie paralelă se poate determina:

- sub forma unui “nor de puncte”, care reprezintă poziții posibile succesive ale punctului caracteristic; în acest caz este necesar un timp de calcul ridicat însă în prezent problema este ușor rezolvată cu ajutorul calculatorului.
- sub forma unui volum mărginit de o suprafață care este de fapt frontiera spațiului de lucru.

Spațiul de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă este limitat de:

- cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare;
- cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conduse;
- coliziunea elementelor.

Determinarea spațiului de lucru este legată atât de problema pozițională directă, când pornind de la pozițiile relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare se determină poziția punctului caracteristic, cât și de problema pozițională inversă, când pornind de la poziția cunoscută a punctului caracteristic se determină pozițiile relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Se prezintă în continuare câteva metode de determinare a spațiului de lucru, dezvoltate pentru roboți cu diferite structuri ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă.

Metoda propusă de J.P. Merlet

a) Principii. Schemele cinematice ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare studiate

J.P. Merlet propune o metodă care să permită obținerea unei reprezentări 3D a frontierei spațiului de lucru a unor roboți cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă [Mer 90].

Principiul metodei constă în determinarea pe cale analitică a intersecțiilor frontierei spațiului de lucru cu plane orizontale aflate la diferite înălțimi față de platforma fixă; prin asamblarea acestora pe verticală se obține reprezentarea frontierei spațiului de lucru. Cu cât distanța dintre planele de secțiune este mai mică, cu atât reprezentarea este mai sugestivă și mai apropiată de realitate.

Spațiul de lucru este studiat ținând cont de structura dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă, care poate fi cu “segmente simple” sau cu “segmente compuse” (§ 2.1.3).

J.P. Merlet studiază determinarea frontierei spațiului de lucru pentru două cazuri: cazul în care platforma mobilă execută o mișcare plan paralelă (“spațiu de lucru cu orientare constantă”), și cazul în care poziția unui punct al platformei mobile este menținută constantă în spațiu (“spațiu de lucru cu centru constant”), cu alte cuvinte platforma mobilă execută mișcări de rotație în jurul acestui punct. În principiu interesează de fapt mulțimea pozițiilor posibile ale punctului caracteristic aparținând platformei mobile.

Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare al unui robot, prototip INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Informatique, France), denumit “main gauche” (“left hand”, “mâna stângă”) este prezentat în figura 2.24.

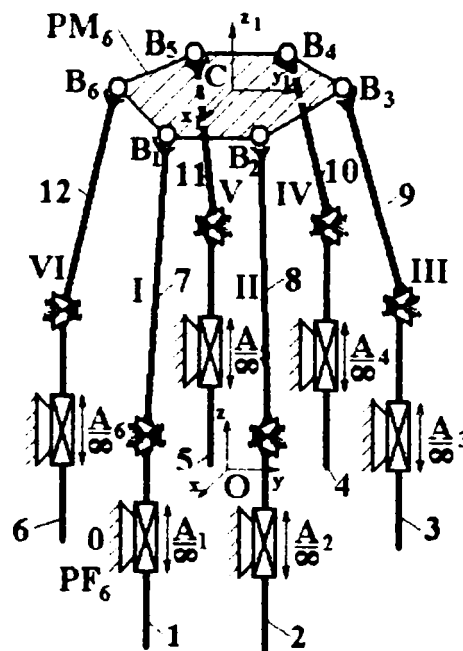


Fig. 2.24. Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare având structura $PF_6 + 6xTH_0S + PM_6$ (“mâna stângă” INRIA).

Platforma mobilă PM_6 este legată de platforma fixă PF_6 prin intermediul a 6 conexiuni TH_0S , (I, II, III, IV, V, VI), fiecare conexiune conținând câte o cuplă cinematică de translație, o cuplă cardanică și o cuplă cinematică sferică; prin urmare mecanismul poate fi simbolizat cu notația $PF_6 + 6xTH_0S + PM_6$, conform [Kov 97]. Platformei fixe i s-a atașat sistemul de referință $Oxyz$, iar platformei mobile, sistemul de referință $Cx_1y_1z_1$.

Se pune problema înlocuirii cuplei cinemate cardanice din componența fiecărei conexiuni cu o cuplă cinematică Hook, respectiv cu o cuplă cinematică sferică.

În figura 2.25, a, se reprezintă simbolul unei cuple cinemate cardanice (de clasa a IV-a) iar în figura 2.25, b, se reprezintă simbolul unei cuple cinemate Hook (de clasa a III-a).



Fig. 2.25. Simbolurile cinematice ale unei cuple cinematice cardanice (a) și a unei cuple cinematice Hook (b).

Cele trei tipuri de conexiuni sunt prezentate în figura 2.26:

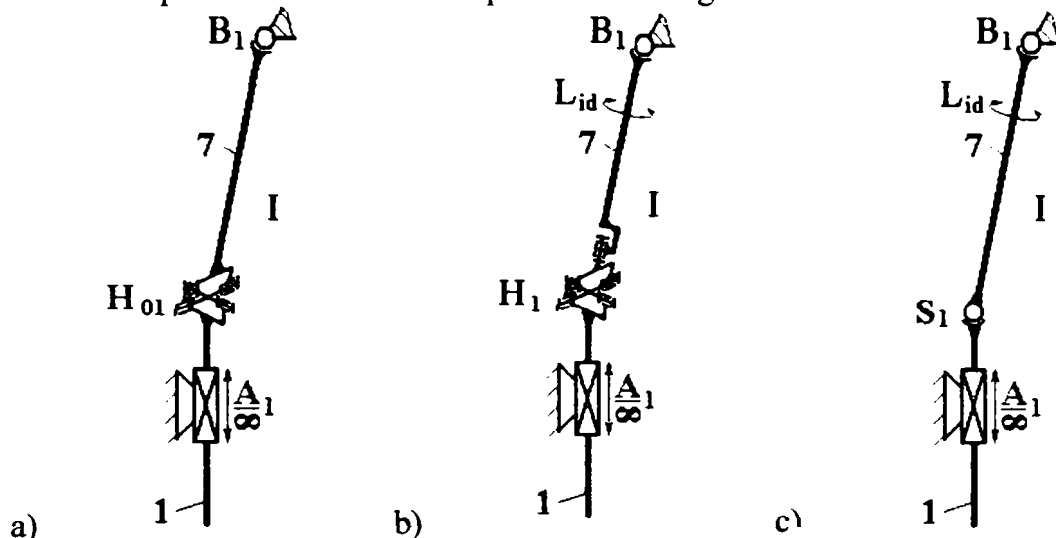


Fig. 2.26. Conexiunile TH₀S (a), THS (b) și TSS (c).

Gradul de mobilitate \$M\$ al mecanismului cu topologie paralelă se calculează pe baza relației [Kov 99a]:

$$M = (6 - f) \cdot (n_0 - 1) + \sum L_k - \sum L_p, \quad (2.31)$$

unde: \$f\$ – familia mecanismului; pentru mecanisme spațiale \$f = 0\$;

\$n_0\$ – numărul elementelor “inițiale”, platforma fixă \$PF_6\$ și platforma mobilă \$PM_6\$;

\$\sum L_k\$ – suma gradelor de libertate ale conexiunilor,

$$L_k = (6 - f) \cdot n_k - \sum_{i=1}^k (i - f) \cdot c_{ik} - \sum L_{id}, \quad (2.32)$$

\$n_k\$ – numărul elementelor care intră în componența conexiunii;

\$c_{ik}\$ – numărul cuplelor cinematice de clasa \$i\$ din cadrul conexiunii;

\$L_{id}\$ – numărul gradelor de libertate de prisos introduse în conexiune;

\$\sum L_p\$ – suma gradelor de libertate a legăturilor pasive rezultate prin introducerea

conexiunilor.

În cazul mecanismului studiat, între platforma fixă și cea mobilă există șase conexiuni.

Pentru conexiunea TH₀S se obține:

$$n_k = 2; \quad c_{3k} = 1; \quad c_{4k} = 1; \quad c_{5k} = 1; \quad L_{id} = 0. \quad (2.33)$$

Se înlocuiesc relațiile (2.33) în relația (2.32) și se obține:

$$L_v = (6-f) \cdot n_v - \sum_{i=1}^v (i-f) \cdot c_{v_i} - \sum L_{id} = (6-0) \cdot 2 - 3 \cdot 1 - 4 \cdot 1 - 5 \cdot 1 - 0 = 0. \quad (2.34)$$

Pentru conexiunea THS se obține:

$$n_k = 2; \quad c_{v_k} = 2; \quad c_{s_k} = 1; \quad L_{id} = 1. \quad (2.35)$$

Se înlocuiesc relațiile (2.35) în relația (2.32) și se obține:

$$L_v = (6-f) \cdot n_v - \sum_{i=1}^v (i-f) \cdot c_{v_i} - \sum L_{id} = (6-0) \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 5 \cdot 1 - 1 = 0. \quad (2.36)$$

Pentru conexiunea TSS se obține:

$$n_k = 2; \quad c_{v_k} = 2; \quad c_{s_k} = 1; \quad L_{id} = 1. \quad (2.37)$$

Se înlocuiesc relațiile (2.37) în relația (2.32) și se obține:

$$L_v = (6-f) \cdot n_v - \sum_{i=1}^v (i-f) \cdot c_{v_i} - \sum L_{id} = (6-0) \cdot 2 - 3 \cdot 2 - 5 \cdot 1 - 1 = 0. \quad (2.38)$$

Se trage concluzia interesantă că cele trei conexiuni au același număr de grade de libertate.

Pentru cele trei cazuri, numărul gradelor de mobilitate ale mecanismului se determină cu relația (2.31), ținând seama că $\sum L_p = 0$:

$$M = (6-f) \cdot (n_0 - 1) + \sum L_v - \sum L_p = (6-0)(2-1) - 0 - 0 = 6. \quad (2.39)$$

În concluzie, dacă se utilizează câte șase conexiuni de tipul celor prezentate anterior, numărul gradelor de mobilitate ale mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă nu se modifică. Cuplele cinematice conducătoare sunt cuplele cinematice de translație.

În figura 2.27 este prezentat mecanismul unui dispozitiv de ghidare asemănător cu cel din figura 2.24, dar la care cuplele cardanice s-au înlocuit cu cuple cinematice sferice.

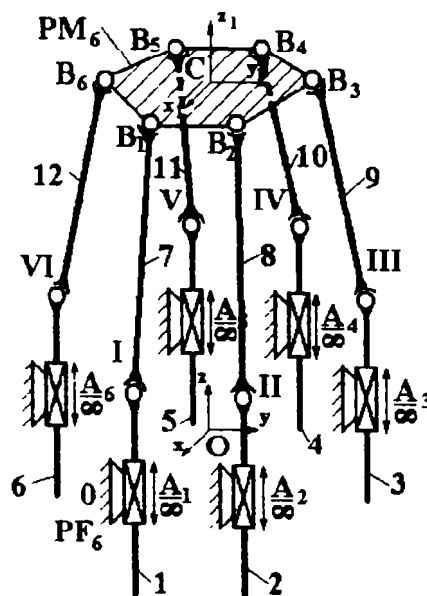


Fig. 2.27. Schema cinematică a mecanismului unui dispozitiv de ghidare având structura $PF_6 + 6 \times TSS + PM_6$.

Spre exemplu, pentru conexiunea I, cupla cinematică sferică ce înlocuiește cupla cardanică introduce un grad de libertate în plus în cadrul conexiunii. Pe de altă parte, apare un grad de libertate de prisos datorită posibilității de rotire a elementului 7 în jurul propriei axe longitudinale. Ca urmare, gradul de mobilitate rămâne neschimbat, $M = 6$.

Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare al unui robot denumit "poignet actif" ("active wrist", "articulație carpiană activă"), prototip INRIA, este prezentată în figura 2.28, a.

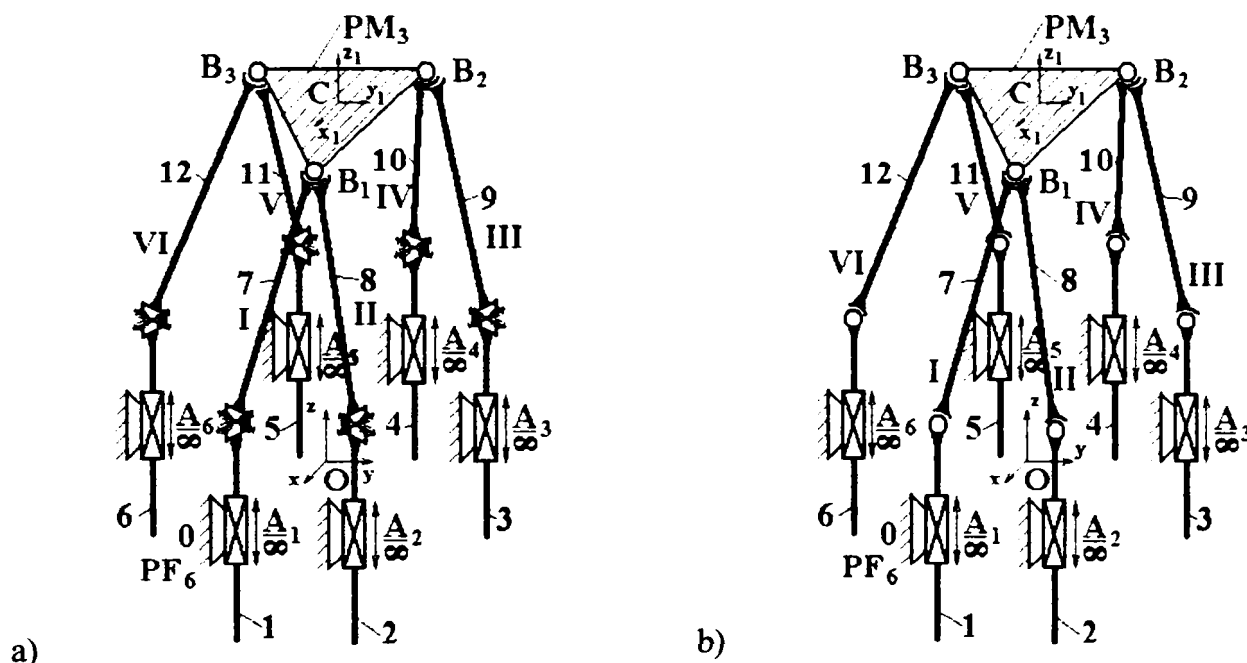


Fig. 2.28. a) Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare având structura $PF_6 + 6 \times TH_0S + PM_3$ ("articulația carpiană activă" INRIA);

b) schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare cu structura $PF_6 + 6 \times TSS + PM_3$.

Platforma mobilă PM_3 este legată de platforma fixă PF_6 prin intermediul a 6 conexiuni TH_0S , (I, II, III, IV, V, VI), fiecare conexiune conținând câte o cuplă cinematică de translație, o cuplă cardanică și o cuplă cinematică sferică; prin urmare mecanismul poate fi simbolizat cu notația $PF_6 + 6 \times TH_0S + PM_6$. Cuplele cinematice sferice sunt duble în acest caz. Platformei fixe i s-a atașat sistemul de referință $Oxyz$, iar platformei mobile, sistemul de referință $Cx_1y_1z_1$.

Gradul de mobilitate al mecanismului este $M = 6$, cuplele cinematice conducătoare fiind cele de translație.

Și în acest caz cuplele cinematice cardanice pot fi înlocuite cu cuple cinematice sferice, care introduc câte un grad de libertate în plus în cadrul fiecărei conexiuni. Apare însă câte un grad de libertate de prisos datorită mișcărilor elementelor 7, 8, 9, 10, 11 și 12 în jurul propriilor axe longitudinale, astfel încât gradul de mobilitate al mecanismului rămâne $M = 6$ (fig. 2.28, b).

În figura 2.29, a, este prezentată schema cinematică a mecanismului unui dispozitiv de ghidare denumit TSSM (Triangular Simplified Symmetric Manipulator) [Mer 90]. Între platforma fixă PF_6 și platforma mobilă PM_3 se introduc 6 conexiuni, fiecare conexiune conținând câte o cuplă cardanică, o cuplă cinematică de translație și o cuplă cinematică sferică. Mecanismul are $M = 6$ grade de mobilitate, cuplele cinematice de translație fiind conducătoare.

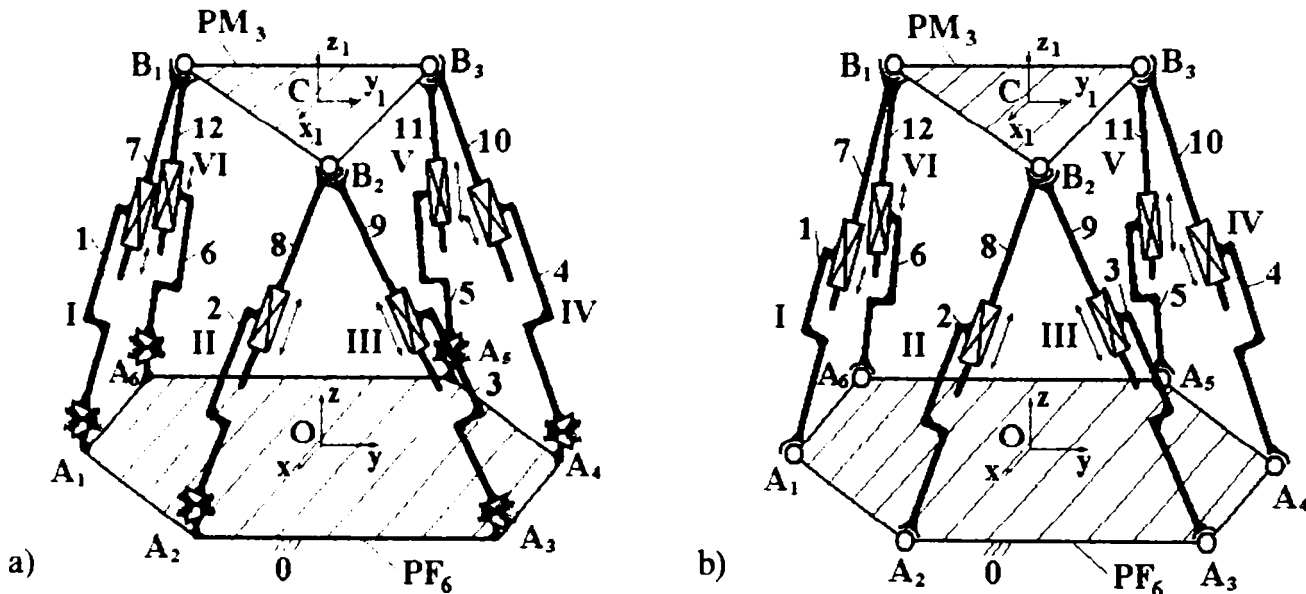


Fig. 2.29. a) Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare

denumit TSSM, simbolizat $PF_6 + 6 \times H_0TS + PM_3$;

b) schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare

având structura $PF_6 + 6 \times STS + PM_3$.

Dacă la mecanismul din figura 2.29, a, cuplele cinematice cardanice se înlocuiesc cu cuple cinematice sferice, se obține mecanismul a cărei schemă cinematică este prezentată în figura 2.29, b. Gradul de mobilitate al mecanismului rămâne $M = 6$, în conformitate cu cele expuse în cazul mecanismelor din figurile 2.24 și 2.28, a.

b) Topologia frontierei spațiului de lucru

Se determină în primul rând pozițiile centrelor cuplelor cinematice sferice B_i , legate de platforma mobilă, în funcție de deplasările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare A_i .

În cazul prototipului INRIA (fig. 2.25, 2.29, a), se prezintă raționamentul pentru cazul conexiunii I: punctul B_1 se poate deplasa pe suprafața unei sfere având centrul în centrul cuplei cinematice cardanice și raza R egală cu lungimea elementului 7, ca în figura 2.31. Centrul sferei însă se deplasează în funcție de mișcarea relativă a elementelor cuplei cinematice conducătoare A_1 , adică a elementului 1 față de elementul 0. Cursa acestei mișcări relative se notează cu h . Ca

urmare locul geometric al punctului B_1 este reuniunea unui cilindru de înălțime h și rază R cu semisfera având centrul la înălțimea h și raza R . Din cilindru însă se scade volumul semisferei în poziția limită inferioară a centrului acesteia, adică a centrului articulației cardanice, deoarece punctul B_1 nu se poate situa în acel volum. Acest raționament se generalizează și pentru celelalte conexiuni, II, III, IV, V și VI.

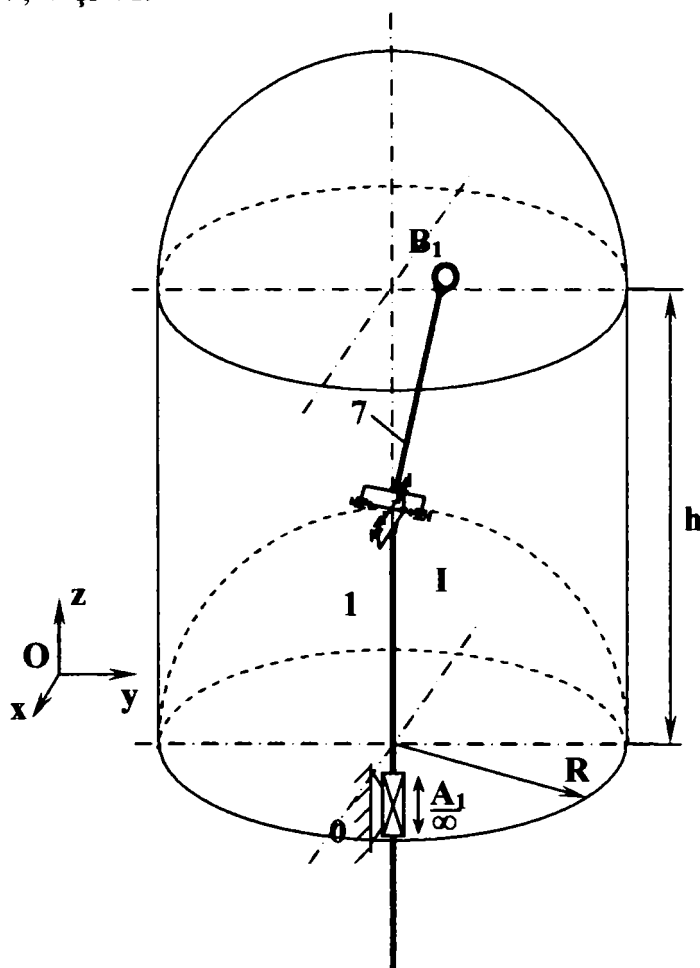


Fig. 2.30. Locul geometric al punctului B_1 pentru cazul mecanismelor din fig. 2.15, 2.19, a.

În mod analog se raționează și în cazul mecanismelor prezentate în figurile 2.25 și 2.28, b, cu deosebirea în locul cuplei cinematice cardanice este o cuplă cinematică sferică.

În cazul mecanismul dispozitivului de ghidare TSSM, pentru conexiunea I, centrul sferei pe care se află punctul B_1 este centrul articulației cardanice A_1 legate de platforma fixă iar raza sferei este dată de distanța A_1B_1 , ca în figura 2.31. Diferența dintre raza maximă R_{\max} a sferei și raza minimă R_{\min} reprezintă chiar cursa h a mișcării relative a elementelor cuplei cinematice conducătoare de translație. În consecință locul geometric al punctului B_1 este volumul limitat de suprafețele celor două sfere având același centru A_1 . La fel se determină locul geometric al punctului B_i pentru conexiunile II, III, IV, V, VI.

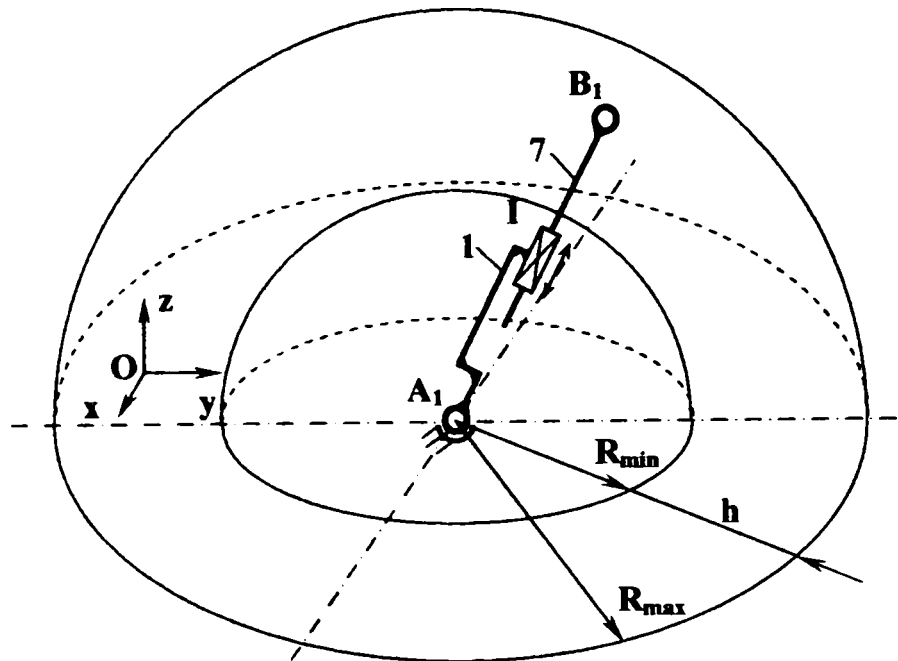


Fig. 2.31. Locul geometric al punctului B_1 pentru cazul mecanismului TSSM din fig. 2.21, a.

Se consideră un plan orizontal ($z = \text{const.}$) cu care se secționează volumele descrise anterior, obținându-se intersecțiile suprafeței frontieră a acestora în planul respectiv.

În cazul “articulației carpiene active” (fig. 2.28, a), intersecția frontierei volumului dat de locul geometric al punctului B_1 cu planul de secțiune este un cerc; raza cercului poate lua diferite valori, în funcție de înălțimea la care se găsește planul de secțiune (conform fig. 2.30). Dacă $0 < z \leq h$, raza cercului are lungimea egală cu lungimea elementului 7, notată cu R ; dacă $h < z \leq h + R$, atunci raza cercului scade de la valoarea R la valoarea 0.

În cazul mecanismului denumit TSSM această frontieră este constituită din două cercuri concentrice, de raze ale căror valori sunt în funcție de înălțimea la care se realizează secțiunea, sau un singur cerc. Pe baza figurii 2.31, dacă $0 < z < R_{\min}$, frontiera este constituită din două cercuri concentrice; dacă $R_{\min} \leq z < R_{\max}$, frontiera reprezintă un cerc.

Se consideră deplasarea punctului C aparținând platformei mobile. Pentru fiecare punct B_i limitările asupra deplasării punctului generează limitări similare asupra punctului C .

Ținând cont doar de conexiunea I, în cazul “articulației carpiene active” INRIA punctul C se va afla în planul de secțiune fie în interiorul unui cerc, fie pe o suprafață limitată de două cercuri. Având în vedere toate cele 6 conexiuni, se obține o suprafață corespunzătoare intersecției a 6 cercuri sau coroane inelare (fig. 2.28, a), reprezentată cu linie îngroșată și care este intersecția spațiului de lucru al punctului C cu planul orizontal $z = \text{const.}$

În mod analog, având în vedere doar conexiunea I, în cazul TSSM punctul C se va afla în planul de secțiune pe o suprafață limitată de două cercuri concentrice sau un singur cerc. Considerând toate cele 6 conexiuni, se obține, în mod asemănător cazului anterior, o suprafață

corespunzătoare intersecției a 6 cercuri sau coroane inelare (fig. 2.23, b), reprezentată cu linie îngroșată și care este intersecția spațiului de lucru al punctului C cu planul orizontal $z = \text{const}$.

Cele două cazuri sunt prezentate în fig. 2.32. Cu cifre identice s-au notat limitările introduse de conexiunile legate de același punct B_i în planul de secțiune (spre exemplu, 1 corespunde limitărilor introduse de conexiunile I și II).

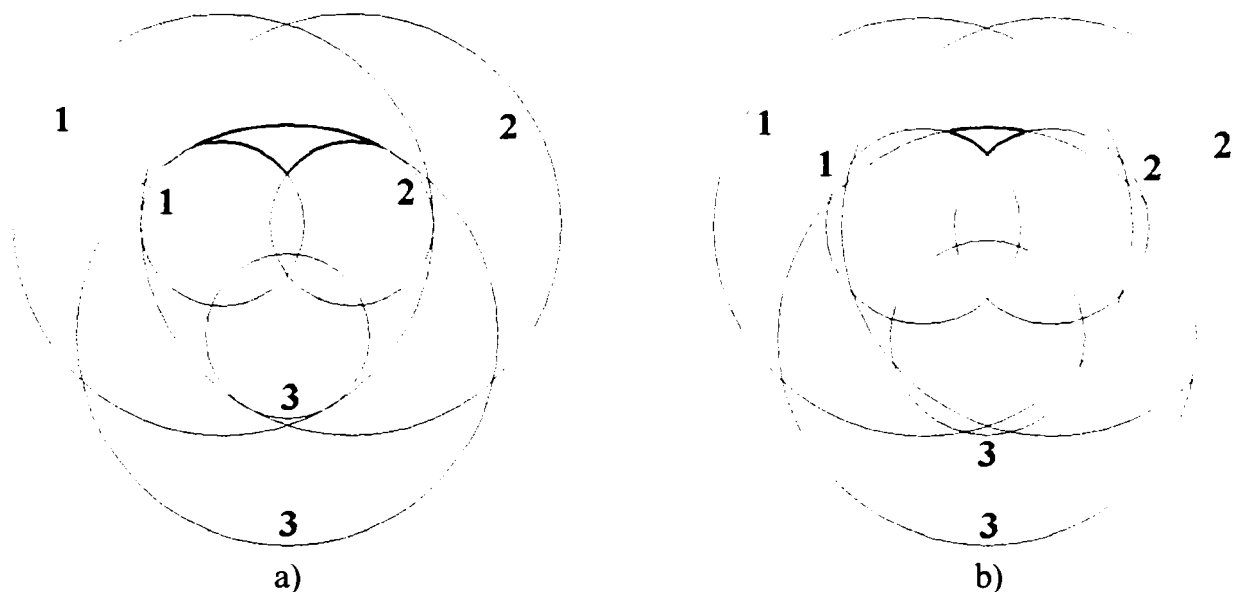


Fig. 2.32. Frontierele spațiului de lucru într-un plan $z = \text{const}$. (linie groasă), delimitate de intersecția a 3 coroane inelare.

Se poate deduce că într-un plan suprafața care reprezintă intersecția frontierei spațiului de lucru cu planul respectiv va fi limitată de arce de cerc, ceea ce ne dă structura topologică a frontierelor. Se prezintă în continuare principiul de calcul al frontierelor spațiului de lucru, pe baza determinării unei mulțimi de arce de cerc obținute plecând de la intersecția coroanelor inelare. Această structură topologică permite o determinare rapidă a limitelor spațiului de lucru pe axele x și y , fără a recurge la discretizare [Mer 90].

c) Construcția frontierei spațiului de lucru

Algoritmii descriși în continuare au fost concepuți la INRIA de către C. Gosselin [Gos 90]. Sunt studiate în continuare două cazuri, în funcție de pozițiile relative ale axelor și centrele cuplelor cinematice ale fiecărei conexiuni.

Se studiază cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă la care centrele cuplelor cinematice sferice ale fiecărei conexiuni se află pe axa cuplei cinematice de translație, particularizat pentru dispozitivului de ghidare având structura $PF_6 + 6xSTS + PM_3$ (fig. 2.29, b).

Se consideră ecuațiile din analiza cinematică inversă, conform figurii 2.33:

$$\overline{AB} = \overline{OC} - \overline{OA} + \overline{RCB}_r. \quad (2.40)$$

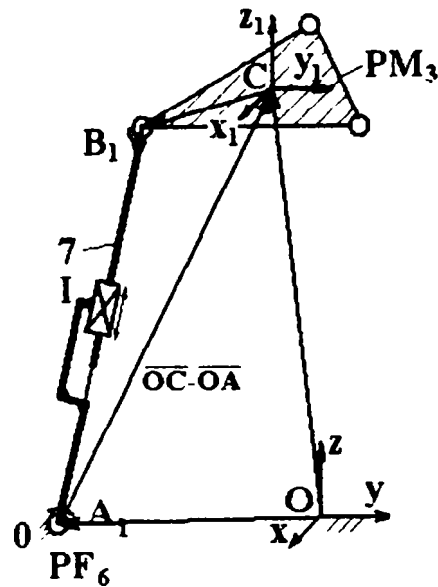


Fig. 2.33. Vectorii de poziție ai punctelor A_1 , C_1 față de sistemul de referință fix $Oxyz$.

Se consideră $\bar{U}_i = \overline{OA} - R\overline{CB}$ și se notează componentele acestui vector cu (u_i, v_i, w_i) . Pentru o orientare constantă a platformei mobile, (matricea de rotație R fiind constantă), aceste componente sunt constante. Punctul C se află între două sfere cu centrul în originea vectorului \bar{U}_i , conform figuri 2.34, definite de relațiile:

$$(x_c - u_i)^2 + (y_c - v_i)^2 + (z_c - w_i)^2 = \rho_{i_{\min}}^2 ; \quad (2.41)$$

$$(x_c - u_i)^2 + (y_c - v_i)^2 + (z_c - w_i)^2 = \rho_{i_{\max}}^2 , \quad (2.42)$$

unde $\rho_{i_{\min}}$ și $\rho_{i_{\max}}$ reprezintă lungimile minimă, respectiv maximă, ale segmentelor obținute având în vedere cursele cuplelor cinematice conducătoare. Aceste sfere reprezintă deci domeniul de deplasare în spațiu al punctului C , în urma constrângerilor date de lungimile elementelor.

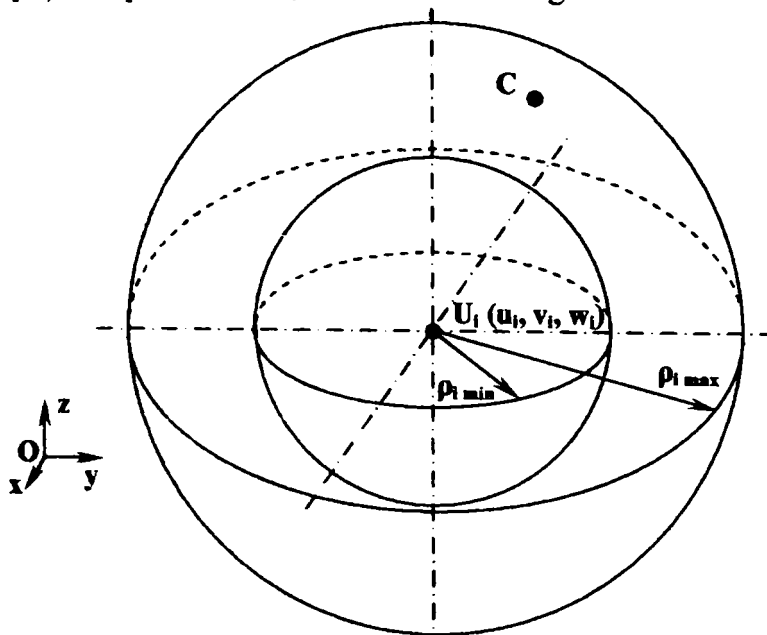


Fig. 2.34. Punctul C se află între două sfere concetrice.

Dacă se consideră mișcările posibile într-un plan dat, de exemplu un plan definit de $z_C = z_H$, frontierele suprafeței descrise de punctul C (ținând seama de constrângerile asupra segmentului considerat) vor fi cercurile definite de relațiile:

$$(x_C - u_i)^2 + (y_C - v_i)^2 = R_{\min,i}^2; \quad (2.43)$$

$$(x_C - u_i)^2 + (y_C - v_i)^2 = R_{\max,i}^2, \quad (2.44)$$

ale căror raze sunt definite de relațiile:

$$R_{\min,i}^2 = \begin{cases} \rho_{i_{\min}}^2 - (z_H - w_i)^2, & \text{dacă } \rho_{i_{\min}}^2 - (z_H - w_i)^2 > 0 \\ 0, & \text{dacă } \rho_{i_{\min}}^2 - (z_H - w_i)^2 \leq 0 \end{cases}; \quad (2.45)$$

$$R_{\max,i}^2 = \begin{cases} \rho_{i_{\max}}^2 - (z_H - w_i)^2, & \text{dacă } \rho_{i_{\max}}^2 - (z_H - w_i)^2 > 0 \\ 0, & \text{dacă } \rho_{i_{\max}}^2 - (z_H - w_i)^2 \leq 0 \end{cases}. \quad (2.46)$$

Cercurile de rază maximă vor fi denumite “cercuri exterioare” ale coroanei inelare iar cercurile de rază minimă vor fi denumite “cercuri interioare”. Se pot defini și alte cercuri, în mod analog, în alte plane orizontale. Frontiera spațiului de lucru este constituită din intersecția a 6 coroane inelare definite de ecuațiile precedente.

Pentru a determina intersecțiile, și ca urmare arcele de cerc, se procedează astfel:

- se determină intersecțiile tuturor cercurilor; se pot găsi 0, 1 sau 2 puncte de intersecție;
- pentru un cerc dat se ordonează punctele de intersecție care conduc la o mulțime ordonată de arce de cerc pe cercul considerat; dacă nu se găsesc puncte de intersecție, lista este redusă la cercul însuși;
- pentru toate arcele listei unui cerc dat se testează dacă arcul este în interiorul tuturor cercurilor exterioare și în exteriorul cercurilor interioare ale celorlalte 5 coroane inelare. Pentru aceasta este suficient să se considere un punct pe arc și să se verifice condiția de mai sus. Este ușor de demonstrat că dacă acest punct satisface condiția, atunci întreg arcul o verifică. Dacă arcul verifică această condiție, atunci el face parte din frontiera spațiului de lucru și se găsește în mulțimea de arce considerate. Dacă nu este satisfăcută condiția, arcul respectiv este îndepărtat din mulțime și se trece la arcul de cerc următor.

Se studiază în continuare cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă la care centrul cuplei cinematice sferice a fiecărei conexiuni nu se află pe axa cuplei cinematice de translație particularizat pentru “articulația carpiană active” INRIA (fig. 2.28, a). Plecând de la ecuația (2.40), volumul baleiat de punctul C se poate scrie sub forma:

$$(x_C - u_i)^2 + (y_C - v_i)^2 + (z_C - w_i)^2 = \rho_i^2, \quad (2.47)$$

unde ρ_i este lungimea (cunoscută) a segmentului $\overline{U_i C}$, asemănător figurii 2.35. Se poate face afirmația că odată cu deplasarea pe verticală a punctului U_i și menținerea punctului C în același plan orizontal, valoarea lungimii ρ_i se modifică, dar poate fi determinată în orice moment.

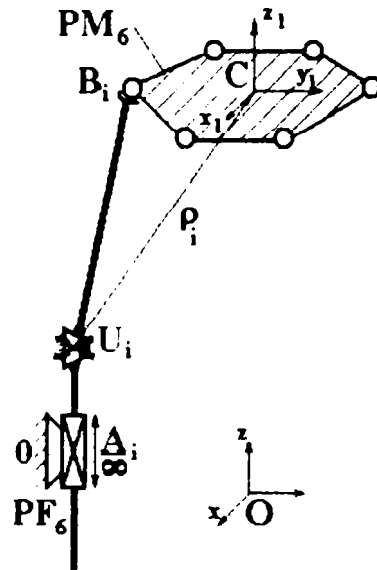


Fig. 2.35. Reprezentarea conexiunii i având structura TH_0S și a platformei mobile PM_6 .

Pentru o orientare constantă a platformei mobile, spe exemplu o mișcare plan paralelă a acesteia, componentele u_i, v_i sunt constante iar componenta w_i este variabilă. În consecință, acest termen se poate scrie sub forma:

$$w_i = z_a + ww_i + d_i = z_C + d_i, \quad (2.48)$$

unde ww_i este invariant pentru o orientare dată a platformei mobile, z_a corespunde unei înălțimi nominale date la care se află partea cuplei cinematice de translație A_i solidarizată cu platforma fixă, iar d_i cursa mișcării relative a elementelor cuplei cinematice de translație A_i , mai mare sau egală cu 0, ca în figura 2.36.

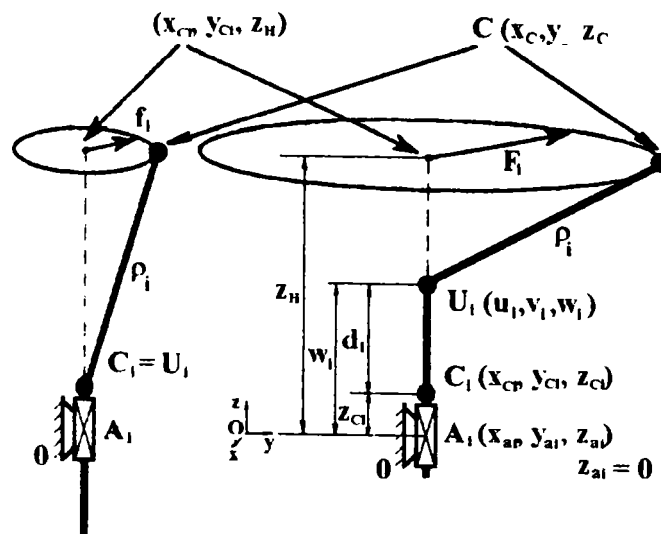


Fig. 2.36. Limitele suprafeței descrise de punctul C în planul $z_H = \text{const.}$

Ecuatia (2.40) se poate scrie sub forma:

$$(x_C - u_i)^2 + (y_C - v_i)^2 + (z_C - z_{C_i} - d_i)^2 = \rho_i^2. \quad (2.49)$$

Considerând înălțimea $z_C = z_H$, ecuația suprafeței descrise de punctul C are forma:

$$(x_C - u_i)^2 + (y_C - v_i)^2 = \rho_i^2 - (z_H - z_{C_i} - d_i)^2. \quad (2.50)$$

Această ecuație va defini frontiera descrisă de punctul C în planul considerat, având în vedere constrângerile asupra segmentului i. Apar următoarele situații:

- dacă $|z_H - z_{C_i} - d_{i_{\max}}| > \rho_i$, ecuația nu admite nici o soluție. Cursa mișcării relative a elementelor cuplei cinematice nu permite punctului C să atingă înălțimea z_H ;
- dacă $|z_H - z_{C_i}| < \rho_i$, frontiera este un cerc al cărui centru are coordonatele u_i, v_i . Segmentul poate fi menținut într-o poziție verticală;
- dacă $|z_H - z_{C_i} - d_{i_{\max}}| < \rho_i$ și $|z_H - z_{C_i}| > \rho_i$, suprafața descrisă de punctul C este o coroană circulară delimitată de două cercuri (fig. 2.36) ale căror centre au coordonatele u_i, v_i și care au razele date de expresiile:

$$f_i = \sqrt{\rho_i^2 - (z_H - z_{C_i})^2}; \quad (2.51)$$

$$F_i = \sqrt{\rho_i^2 - (z_H - z_{C_i} - d_i)^2}. \quad (2.52)$$

Determinând astfel de regiuni pentru fiecare dintre cele 6 segmente, se poate delimita frontiera spațiului de lucru într-un plan considerat.

d) Aria secțiunilor și volumul spațiului de lucru

Pentru a calcula suprafața unei secțiuni a spațiului de lucru se poate aplica metoda divergenței (Gauss), exprimând aria unei secțiuni plane astfel:

$$A = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega} \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} \cdot d\partial\Omega, \quad (2.53)$$

unde: $\partial\Omega$ - frontiera regiunii, conform figurii 2.37;

\mathbf{s} - vectorul de poziție al unui punct arbitrar aparținând lui $\partial\Omega$;

\mathbf{n} - versorul exterior curbei $\partial\Omega$.

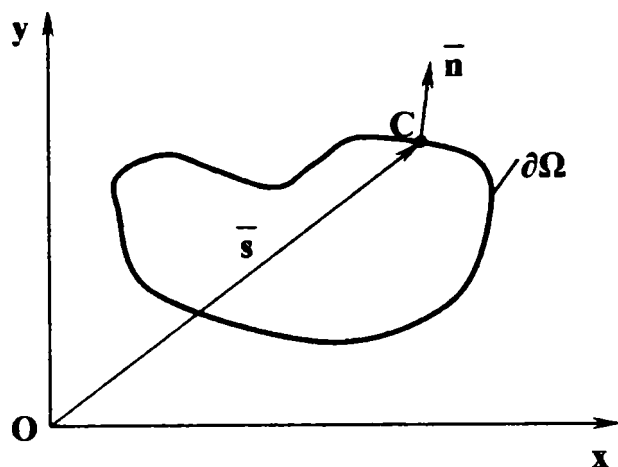


Fig. 2.37. Elementele necesare calculului ariei mărginite de frontiera $\partial\Omega$.

Deoarece spațiul de lucru este definit de o listă de arce de cerc, ecuația anterioară poate fi scrisă sub forma:

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_a} A_i, \quad (2.54)$$

cu:

$$A = \frac{1}{2} \int_{\partial\Omega_i} \mathbf{s} \cdot \mathbf{n} d\partial\Omega_i, \quad (2.55)$$

unde N_a reprezintă numărul de arce constituente ale frontierei și $\partial\Omega_i$ este arcul i . Dacă arcul are centrul într-un punct de coordonate (h, g) , raza r iar extremitățile sale sunt definite de unghiurile θ_1 și θ_2 , conform figurii 2.38, atunci \mathbf{s} și \mathbf{n} pot fi exprimați prin relațiile:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} h \\ g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r \cos\theta \\ r \sin\theta \end{bmatrix}, \quad (2.56)$$

$$\mathbf{n} = \begin{cases} [\cos\theta \ \sin\theta]^T, & \text{dacă arcul este pe frontiera exterioară;} \\ [-\cos\theta \ -\sin\theta]^T, & \text{dacă arcul este pe frontiera interioară.} \end{cases} \quad (2.57)$$

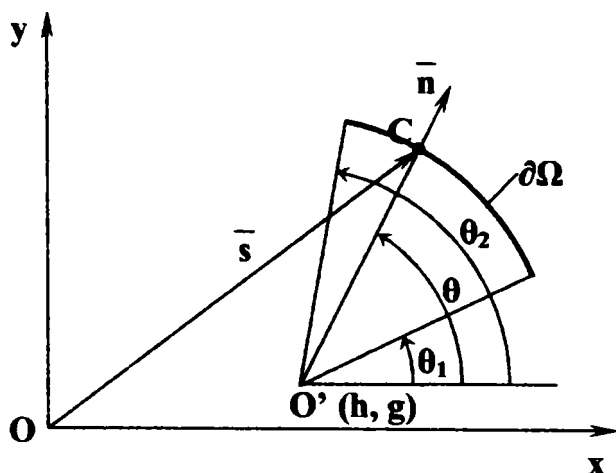


Fig. 2.38. Cazul în care frontiera $\partial\Omega$ este un arc de cerc.

Se obține:

$$A_i = gr[\sin\theta_2 \quad -\sin\theta_1] + hr[\cos\theta_2 \quad -\cos\theta_1] + r^2[\theta_2 \quad -\theta_1], \quad (2.58)$$

pentru un arc exterior și:

$$A_i = -gr[\sin\theta_2 \quad -\sin\theta_1] - hr[\cos\theta_2 \quad -\cos\theta_1] + r^2[\theta_2 \quad -\theta_1], \quad (2.59)$$

pentru un arc interior.

Calculul volumului se efectuează plecând de la ariile suprafețelor în plan orizontal, presupunând că volumul variază liniar între două suprafețe iar distanța între două suprafețe este suficient de mică. Volumul cuprins între două suprafețe definite de $z_C = z_1$ și $z_C = z_2$ este dat de relația:

$$V = (A(z_1) + A(z_2)) \cdot \frac{z_2 - z_1}{2}. \quad (2.60)$$

e) Exemplu

În figura 2.39 se prezintă intersecțiile spațiului de lucru al punctului caracteristic C cu plane orizontale pentru cazul “articulației carpiene active” INRIA (fig. 2.20, a) [Mer 90]. Cursa mișcării elementelor cuplei cinematice conducătoare este de 50 mm. Lungimile elementelor sunt de 150 mm. Formele și ariile suprafețelor se modifică odată cu modificarea unghiurilor de orientare a platformei mobile.

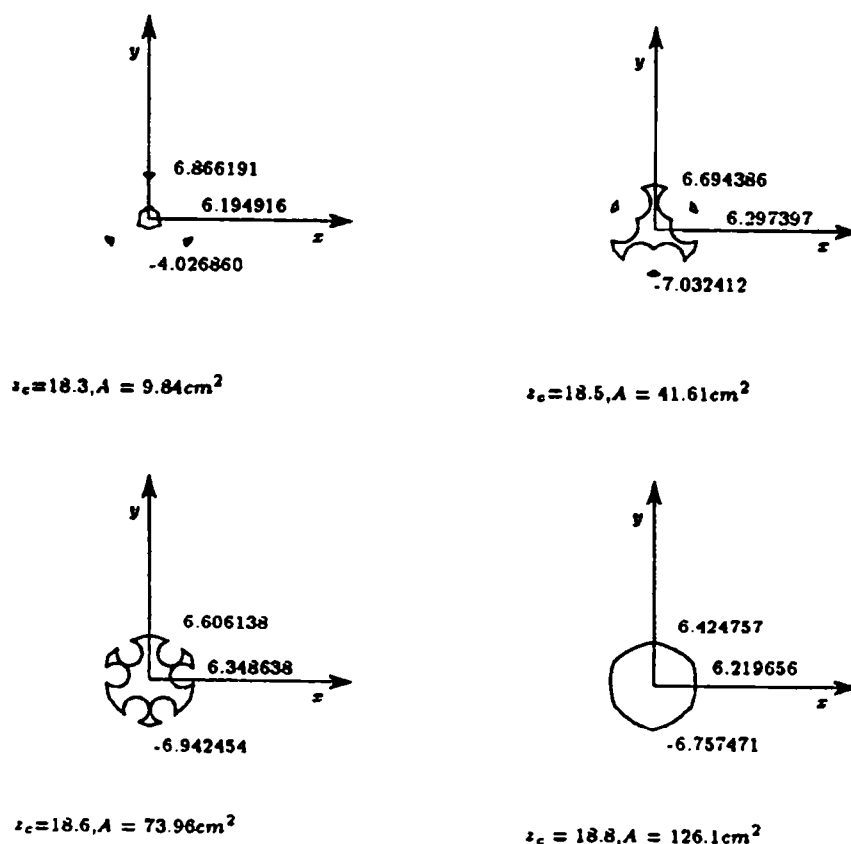


Fig. 2.39. Curbele de intersecție a frontierei spațiului de lucru pentru cazul “articulației carpiene active” INRIA cu un plan orizontal de secțiune, la diferite elevații z_c ale acestuia.

În figura 2.40 se prezintă vederea 3D a frontierei spațiului de lucru al unei “articulații carpiene active” INRIA, obținută prin asamblarea curbilor de intersecție obținute anterior.

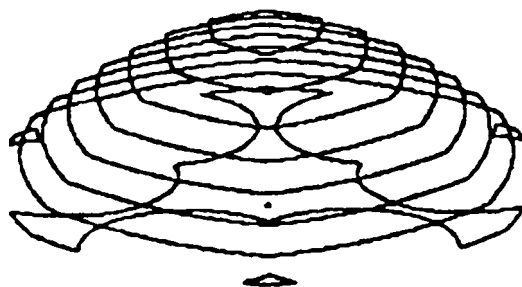


Fig. 2.40. Vedere 3D a ansamblului curbilor obținute prin intersectarea frontierei spațiului de lucru al unei “articulații carpiene active” cu un plan orizontal.

f) Considerarea altor constrângeri

Pe lângă constrângerile datorate curselor mișcărilor elementelor cuplelor cinematice conducătoare, spațiul de lucru poate fi limitat de cursele mișcărilor relative ale elementelor celorlalte cuple cinematice din componența dispozitivului de ghidare sau de coliziunea între elemente. Aceste două tipuri de limitări sunt mai greu de introdus într-un tip formal în vederea obținerii topologiei frontierei spațiului de lucru, în măsura în care cursele reale ale mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice determină o mai mare complexitate a problemei iar problema coliziunii între elemente face să intervină constrângeri de inegalitate. Recurgerea la discretizare este mai dificilă.

În programul Sherpa [Mer 90] există o bază de date specializată pentru calculul spațiului de lucru, permițând obținerea foarte rapidă a cupelor spațiului de lucru ținând cont de limitările datorate curselor mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare. Se pot însă descrie limitări ale cuplelor cinematice conduse.

În fig. 2.41 se prezintă intersecția frontierei spațiului de lucru în cazul unui TSSM, după cum se ține seama sau nu de celelalte constrângeri, altele decât cursele cuplelor cinematice conducătoare.

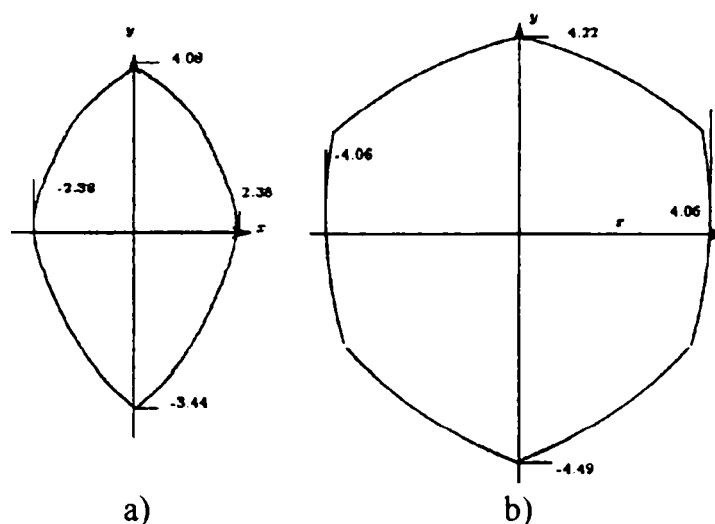


Fig. 2.41. Intersecția frontierei spațiului de lucru al unui TSSM cu un plan orizontal, calculată cu programul Sherpa; în fig. a) s-a ținut seama de coliziunea între elemente, limitându-se și cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conduse, iar în fig. b) s-a ținut seama doar de cursele mișcărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Metoda propusă de V. Ispas

a) Principii

Metoda propusă de V. Ispas este asemănătoare cu cea propusă de J.P. Merlet, în sensul că se determină intersecțiile frontierei spațiului de lucru cu un plan orizontal aflat la diferite înălțimi. Înfășurătoarea curbelor determinate este chiar frontiera spațiului de lucru [Isp 99].

b) Determinarea spațiului de lucru în cazul dispozitivului de ghidare având structura $PF_6 + 6xRTSR + PM_6$, varianta I

În funcție de pozițiile relative ale axelor de rotație sau de translație ale cuplelor cinematice, dispozitivul de ghidare având structura $PF_6 + 6xRTSR + PM_6$ poate fi gândit în mai multe moduri. În figura 2.17, b, s-a prezentat schema cinematică a dispozitivului de ghidare având structura amintită, studiat de V. Ispas și denumit “varianta I”.

Pe baza studiului geometric, pentru a determina spațiul de lucru se parcurg următoarele etape [Isp 99]:

1. Se acordă o valoare constantă unui singur parametru de intrare, care reprezintă planul de secțiune al frontierei spațiului de lucru;
2. Se soluționează ecuațiile de intrare - ieșire în raport cu o coordonată (spre exemplu $z = \text{const.}$), celelalte primind valori discrete;
3. Din mulțimea soluțiilor obținute se selectează acelea care se află pe frontiera spațiului de lucru, cu respectarea condițiilor restrictive impuse în cadrul analizei poziționării inverse.

Se va determina în continuare curba frontieră (Σ) a spațiului de lucru.

Rezolvarea problemei poziționale inverse presupune cunoașterea parametrilor de intrare X_{10} , Y_{10} , Z_{10} , φ , ψ , θ care determină situarea efectorului final P față de sistemul de referință fix.

Ecuțiile de intrare-ieșire se pot scrie sub forma:

$$q_i = \sqrt{X_{li}^2 + Y_{li}^2 + Z_{li}^2 - 2 \cdot X_{A_i} \cdot X_{li} - 2 \cdot Y_{A_i} \cdot Y_{li} + R_{baza}^2}, \quad (i = 1 \rightarrow 6) \quad (2.61)$$

în care X_{li} , Y_{li} , Z_{li} reprezintă coordonatele carteziene ale punctelor B_i în raport cu sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$.

În figura 2.42 se analizează un caz ipotetic în care unul dintre parametrii de intrare este constant, $Z_{li} = d_1$, ceilalți fiind variabili. (Σ) este o curbă plană ce delimitează limita maximă a spațiului de lucru al mecanismului într-un plan paralel cu $O_1X_1Y_1$. Se consideră o serie de puncte 1, 2, 3, ..., pentru care se verifică condiția de apartenență în interiorul curbei (Σ). Dacă această condiție este verificată pentru un punct, punctul respectiv va aparține spațiului de lucru.

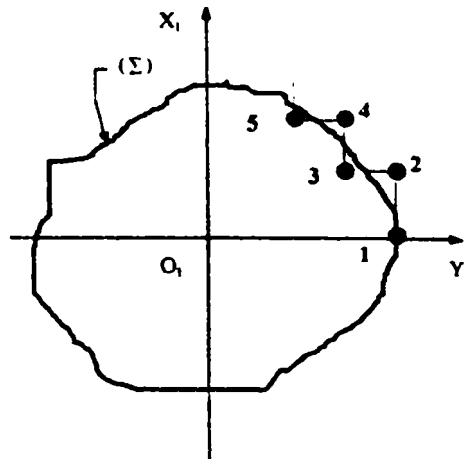


Fig. 2.42. Intersecția frontierei spațiului de lucru cu un plan orizontal $Z = \text{const}$.

Algoritmul pentru determinarea curbei frontieră (Σ) care delimitează limita maximă a spațiului de lucru este următorul:

1. Se definesc caracteristicile constructive ale mecanismului spațial:

a) pentru platforma fixă: raza cercului circumscris hexagonului regulat care constituie platforma fixă R_{baza} , unghiurile δ_{fi} ce dau poziția cuplelor A_i ($i = 1 \rightarrow 6$) de la baza mecanismului în raport cu axa O_1X_1 a sistemului de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$, rel. (2.17);

b) pentru platforma mobilă: raza cercului circumscris hexagonului regulat care constituie platforma mobilă, r , unghiurile δ_{mi} ce arată poziția cuplelor C_i ($i = 1 \rightarrow 6$) de pe platforma mobilă P_m a mecanismului spațial cu ghidare în șase puncte, în raport cu axa Ox a sistemului de referință mobil $Oxyz$, rel. (2.18);

c) pentru elemente: lungimile acestora, l_k ;

2. Se stabilesc valorile inițiale ale parametrilor de intrare:

$$Y_{10} = 0, \varphi = \varphi_0, \psi = \psi_0, \theta = \theta_0, (i = 1 \rightarrow 6); \quad (2.62)$$

unde φ, ψ, θ reprezintă unghiurile lui Euler.

3. Se calculează toți coeficienții care intervin în calcule și apoi coordonatele carteziene ale punctelor A_i în raport cu sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$, rel. (2.19):

4. Se calculează coordonatele carteziene ale punctelor C_i în raport cu sistemul de referință mobil $Oxyz$, rel. (2.20):

5. Se calculează cosinusurile directoare $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, (i = 1 \rightarrow 6)$, rel. (2.11):

6. Se verifică dacă la ecuația de gradul II:

$$\sum_{k=1}^3 K_{ki}^2 \cdot X_{li}^2 + 2 \cdot \left(\sum_{k=1}^3 K_{ki} \cdot L_{ki} - x_{C_i} \cdot K_{li} - y_{C_i} \cdot K_{zi} \right) \cdot X_{li} + \quad (2.63)$$

$$+ \sum_{k=1}^3 L_{ki}^2 + r^2 - l_j^2 - 2 \cdot (x_{C_i} \cdot L_{li} + y_{C_i} \cdot L_{zi}) = 0 \quad (i = 1 \rightarrow 6),$$

$$\Delta_i \geq 0, \quad (2.64)$$

$$\text{unde: } \Delta_i = \left(\sum_{k=1}^3 K_{ki} \cdot L_{ki} - x_{C_i} \cdot K_{li} - y_{C_i} \cdot K_{zi} \right)^2 - \left(\sum_{k=1}^3 K_{ki} \right) \cdot \left[r^2 - l_j^2 - 2 \cdot (x_{C_i} \cdot L_{li} - y_{C_i} \cdot L_{zi}) \right] \quad (i = 1 \rightarrow 6); \quad (2.65)$$

7. Dacă relația anterioară este satisfăcută, se calculează coordonatele carteziene ale punctelor ghidate B_i raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$ ținând cont de valorile coeficienților care intră în componența lor.

8. Se calculează coordonatele generalizate:

$$q_i = \sqrt{(X_{li} - X_{A_i})^2 + (Y_{li} - Y_{A_i})^2 + (Z_{li} - Z_{A_i})^2}, \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.66)$$

9. Se calculează coordonatele carteziene ale punctelor C_i raportate la sistemul de referință fix $O_1X_1Y_1Z_1$:

$$\begin{cases} X_{C_i} = X_{C_i}(X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, \psi, \varphi, \theta) = X_0 + \alpha_1 \cdot x_{C_i} + \beta_1 \cdot y_{C_i}; \\ Y_{C_i} = Y_{C_i}(X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, \psi, \varphi, \theta) = Y_0 + \alpha_2 \cdot x_{C_i} + \beta_2 \cdot y_{C_i}; \\ Z_{C_i} = Z_{C_i}(X_{10}, Y_{10}, Z_{10}, \psi, \varphi, \theta) = Z_0 + \alpha_3 \cdot x_{C_i} + \beta_3 \cdot y_{C_i}, \end{cases} \quad (i = 1 \rightarrow 6), \quad (2.67)$$

10. Se calculează valorile unghiurilor dintre elementele l_k și planul platformei fixe:

$$u_i = \arcsin\left(\frac{Z_{li}}{q_i}\right), \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.68)$$

11. Se calculează coordonatele carteziene ale centrelor cuplelor cinematice B_i față de sistemul de referință fix:

$$\begin{cases} x_i = x_i(X_{li}, Y_{li}, Z_{li}, \psi, \varphi, \theta) = K_{li} \cdot X_{li} + L_{li}; \\ y_i = y_i(X_{li}, Y_{li}, Z_{li}, \psi, \varphi, \theta) = K_{2i} \cdot X_{li} + L_{2i}; \\ z_i = z_i(X_{li}, Y_{li}, Z_{li}, \psi, \varphi, \theta) = K_{3i} \cdot X_{li} + L_{3i}, \end{cases} \quad (i = 1 \rightarrow 6), \quad (2.69)$$

12. Se calculează valorile unghiurilor dintre elementele B_iC_i și axa Oz :

$$v_i = \arcsin\left(\frac{z_i}{l_i}\right), \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.70)$$

13. Se calculează unghiurile w_i formate de elementele l_j și l_k , ($j = 1 \rightarrow 6, k = 1 \rightarrow 6$):

$$w_i = \arccos\left\{-\frac{1}{l_j \cdot q_i} \cdot [X_{li}^2 + Y_{li}^2 + Z_{li}^2 + X_{A_i} \cdot (X_C - X_{li}) + Y_{A_i} \cdot (Y_C - Y_{li}) + Z_{A_i} \cdot (Z_C - Z_{li}) - X_{li} \cdot X_C - Y_{li} \cdot Y_C - Z_{li} \cdot Z_C]\right\}, \quad (i = 1 \rightarrow 6). \quad (2.71)$$

14. Se impun valorile limită ale următorilor parametri:

$$q_{\min} \leq q_i \leq q_{\max}; \quad u_{\min} \leq u_i \leq u_{\max}; \quad v_{\min} \leq v_i \leq v_{\max}; \quad w_{\min} \leq w_i \leq w_{\max}, \quad (2.72)$$

$$(i = 1 \rightarrow 6).$$

c) Exemplu

Utilizând acest algoritm, pe baza unor programe realizate în Borland Pascal, s-a generat volumul spațiului de lucru al modelelor luate în studiu [Isp 99].

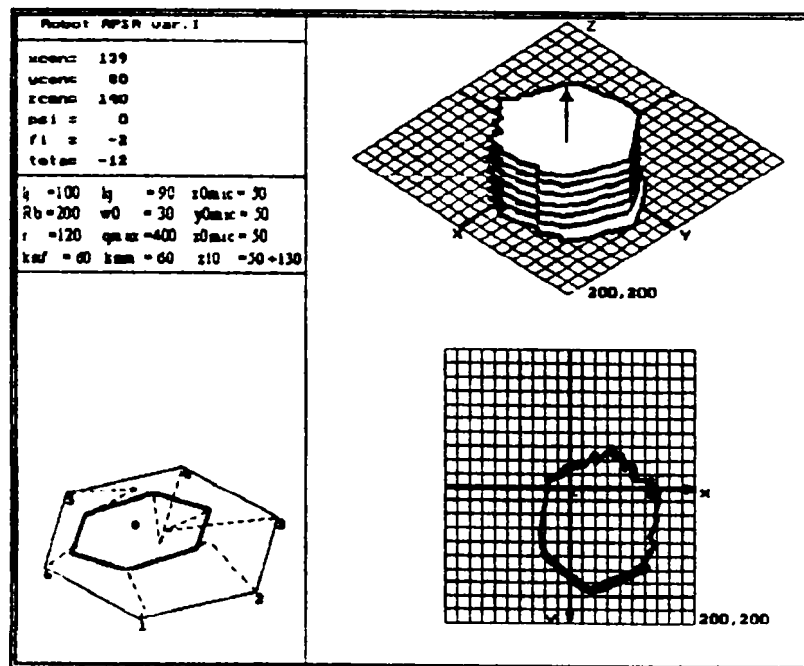


Fig. 2.43. Vedere a spațiului de lucru pentru varianta I a modelului $PF_6 + 6xRTSR + PM_6$.

Volumul spațiului de lucru al roboților cu dispozitive de ghidare având topologie paralelă analizați se constituie ca o înfășurătoare a tuturor curbelor limită. Prin programele VIRG.1 au fost baleiați cinci parametri, prin fixarea unui al șaselea. Din punct de vedere practic interesează volumul de lucru la orientare constantă, fapt obținut facil prin particularizarea programului.

2.2.3.4. Singularități

Noțiunea de “singularitate” se referă la configurațiile în care mecanismul dispozitivului de ghidare al unui robot pierde sau dobândește instantaneu unul sau mai multe grade de mobilitate. Dacă mecanismul dispozitivului de ghidare se află într-o configurație singulară, își va pierde posibilitățile de mișcare proiectate. Mulțimea de singularități ale dispozitivului de ghidare poate micșora volumul spațiului de lucru.

La roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie serială, singularitățile au fost studiate pe larg, fiind foarte bine înțelese. În cazul mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă și a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu lanțuri cinematice multiple, analiza singularităților este mult mai dificilă datorită creșterii complexității mecanismelor spațiale, ele conținând cuple cinematice cu mai multe grade de libertate (de exemplu sferice sau cardanice) [Isp 99].

S-a demonstrat că proprietățile matricei Jacobi a sistemului afectează direct precizia mecanismului spațial. Este importantă evitarea configurațiilor care produc degenerarea echilibrului static al structurii mecanice.

În aceste poziții de nedorit au loc următoarele fenomene:

1. Numărul gradelor de mobilitate se modifică instantaneu și sistemul mecanic devine necontrolabil;
2. Rigiditatea naturală a sistemului mecanic suferă o degradare subită majoră;
3. Forțele din cuplele cinematice devin foarte importante, ceea ce poate conduce la un risc major de deteriorare a sistemului mecanic.

Ca urmare este necesară determinarea singularităților și pe cât posibil evitarea lor sau minimalizarea impactului acestora asupra structurii sistemului.

În literatura de specialitate există diverse modalități de abordare a studiului singularităților.

Gosselin și Angeles introduc pentru prima dată conceptul de două matrice Jacobi și arată că singularitățile la mecanismele spațiale cu lanț cinematic închis pot fi divizate în trei grupe principale. Metoda lor se bazează pe metoda rădăcinilor determinantului celor două matrice Jacobi. Pentru mecanismele spațiale cu lanț închis Merlet a aplicat o metodă bazată pe geometria lui Grassmann, ceea ce a permis studierea singularităților la mai multe dispozitive de ghidare cu topologie paralelă. Dacă numărul gradelor de mobilitate ale unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă este foarte mare, expresia determinantului matricei Jacobi va fi foarte complexă.

Metoda utilizată de V. Ispas este anularea determinantului matricii Jacobi a mecanismului în cauză [Isp 99]. Obiectivul propus este reprezentarea în spațiul cartezian a legăturilor singularităților, spre exemplu pentru mecanisme spațiale cu ghidare în șase puncte de tip II. Se determină expresia analitică a unei curbe numită curba singularităților. Numărul variabilelor expresiei analitice determinate va fi egal cu numărul gradelor de mobilitate. Nu sunt furnizate interpretări geometrice ale singularităților în funcție de configurația geometrică a mecanismului. Acest gen de rezultat se obține mult mai ușor ca la metodele geometrice, ca de exemplu cea a lui Grassmann. În expresiile obținute nu intervin decât coordonatele carteziene iar singularitățile se obțin ca o ecuație a unei suprafețe în spațiul tridimensional. Secțiuni prin acest spațiu sunt ușor de obținut.

Programele realizate cu ajutorul utilitarului Mathcad au permis punerea în evidență a “suprafețelor și a curbelor singularităților paralele” la o orientare dată și o fixare a unei coordonate carteziene ce definește poziția platformei mobile în raport cu platforma fixă [Isp 99].

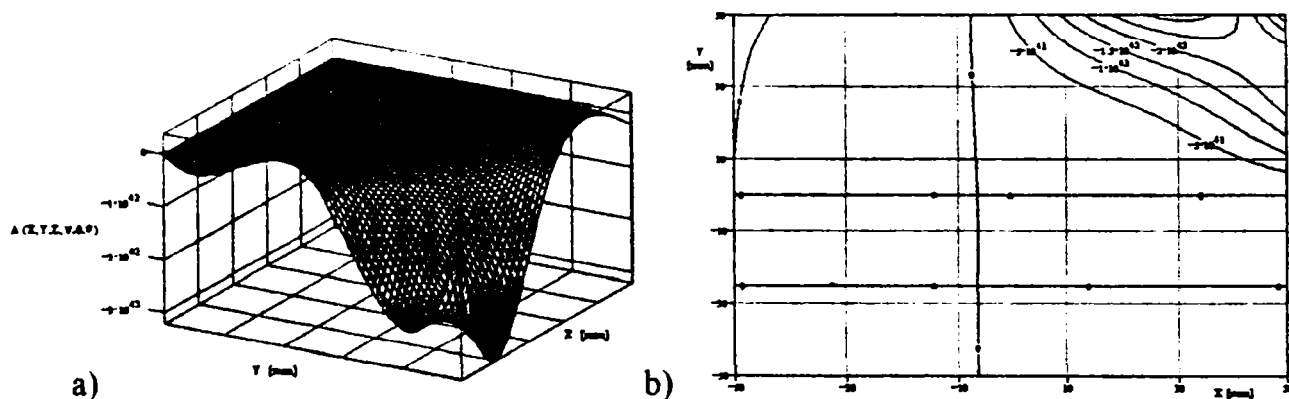


Fig. 2.44. Reprezentarea grafică a Jacobianului (a) și curbele de nivel ale reprezentării spațiale a Jacobianului (b), în cazul variantei I a modelului 6[RPSR] pentru următorii parametri:

$$\psi = 0; \varphi = 0; \theta = 10; X = -50 \div 50; Y = -50 \div 50; Z = 170.$$

2.2.4. Analiza cinetostatică

Se studiază relațiile existente între reacțiunile din cuplele cinematice ale mecanismului dispozitivului de ghidare și forțele externe care sunt aplicate asupra lui.

În cadrul studiului echilibrului static al unui robot cu dispozitivul de ghidare având topologie paralelă este importantă cunoașterea naturii particulare a forțelor în elemente; se poate presupune ca o ipoteză simplificatoare că elementele au masă nulă.

J.P. Merlet afirmă că un “segment” (lanț cinematic format din două elemente coaxiale legate între ele printr-o cuplă cinematică de translație) articulat la cele două extremități nu poate fi supus decât la solicitări de întindere-compresiune, adică dreapta-suport a forțelor este dată de direcția segmentului [Mer 90]. Se impune precizarea că în acest caz cuplele cinematice trebuie să

fie sferice, altfel vor apare componente ale forțelor perpendiculare pe direcția segmentului care determină un tursor al momentului. Ca urmare segmentul poate fi supus și solicitărilor de încovoiere sau torsiune.

Relația fundamentală între forțele externe și reacțiunile din cuplele cinematice, valabilă atât pentru roboții cu topologie serială cât și pentru cei cu topologie paralelă, este [Mer 90]:

$$\bar{\tau} = J^T \cdot \bar{F}, \quad (2.73)$$

unde: - $\bar{\tau}$ - vectorul rezultat al reacțiunilor din cuplele cinematice; \bar{F} - vectorul rezultat al forțelor externe; J - matricea Jacobiană cinematică.

Rezultă:

$$\bar{F} = J^{-T} \cdot \bar{\tau}. \quad (2.74)$$

Pentru **determinarea forțelor externe** poate calcula matricea inversă cinematică Jacobiană în funcție de parametrii cinematici ai platformei mobile; cunoscând și reacțiunile din cuplele cinematice se poate determina tursorul forțelor externe care acționează asupra platformei mobile. Apare astfel posibilitatea utilizării roboților cu topologie paralelă ca și traductoare de forță prin simpla măsurare a reacțiunilor din cuplele cinematice [Mer 90].

Determinarea reacțiunilor din cuplele cinematice plecând de la forțele externe se efectuează cu ajutorul relației (2.73). Se pune problema determinării lui J a cărui expresie numerică nu se cunoaște în general, cu excepția configurațiilor particulare (de exemplu în poziția nominală, de referință). Practic matricea Jacobiană poate fi determinată numeric pornind de la inversa sa și utilizând o metodă numerică de rezolvare a sistemelor liniare [Mer 90].

O altă metodă se bazează pe utilizarea unei scheme iterative definite de relațiile:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\tau}_k &= J_0^T \cdot (\bar{F} - J^{-T} \cdot \bar{\tau}_{k-1}) \\ \bar{\tau}_k &= \bar{\tau}_{k-1} + \Delta \bar{\tau}_k. \end{aligned} \quad (2.75)$$

În cazul utilizării acestei metode se presupune că matricea Jacobiană este constantă și că poziția platformei mobile este cunoscută (deci și J^T).

Fiind o schemă iterativă, se pune problema convergenței și rapidității algoritmului.

Pentru cazul particular al “mâinii stângi”, algoritmul este convergent în tot spațiul de lucru și necesită între una și trei iterații pentru a ajunge la un rezultat corect. Timpul de calcul este redus deoarece schema de față necesită un număr redus de adunări și înmulțiri [Mer 90].

Pentru a studia **rigiditatea** roboților cu topologie paralelă se presupune că se poate modela un segment ca un resort de rigiditate constantă k, identic pentru toate segmentele [Mer 90]. O modificare a lungimii unui segment $\Delta\rho$ corespunde apariției unei forțe τ în cuplele cinematice:

$$\Delta \bar{\tau} = k \Delta \bar{\rho}. \quad (2.76)$$

Se pot scrie relațiile:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{\rho} &= J^{-1} \cdot \Delta \bar{X}; \\ \bar{F} &= J^T \cdot \bar{\tau}. \end{aligned} \quad (2.77)$$

rezultând:

$$\Delta \bar{\tau} = k \cdot J^{-1} \cdot \Delta \bar{X}. \quad (2.78)$$

și presupunând că deformațiile sunt reduse:

$$\Delta \bar{F} = k \cdot J^{-T} \cdot J^{-1} \cdot \Delta \bar{X}. \quad (2.79)$$

Matricea de rigiditate se poate scrie:

$$K = k \cdot J^{-T} \cdot J^{-1}. \quad (2.80)$$

iar matricea de complianță este:

$$C = \frac{1}{k} \cdot J \cdot J^T. \quad (2.81)$$

Matricea de rigiditate și matricea de complianță sunt simetrice.

În ceea ce privește complianța pasivă, în funcție de caz se poate vorbi de o flexibilitate a structurii, fără a se diminua precizia de poziționare. Aceasta este importantă dacă efectorul final al robotului interacționează cu mediul. Acceptarea “supleții” mecanismului permite obținerea unei creșteri mai lente a forțelor de contact, prin urmare a securității robotului, utilizând de exemplu amortizoare sau traductoare de forță. Poziția efectorului final are capacitatea de a suporta variații ale forțelor aplicate asupra lui. De exemplu pentru realizarea unei operații de asamblare precisă cu ajutorul unui robot, forțele de contact datorate erorilor de aliniere pot genera deformații care să corecteze erorile, dacă matricea de rigiditate a sistemului este corect aleasă.

Complianța pasivă este prezentă întotdeauna în cazul roboților cu topologie serială, prin concepția lor, și este absentă, din rațiuni structurale, în cazul roboților cu topologie paralelă.

Cum complianța pasivă este necesară pentru anumite aplicații ale roboților cu topologie paralelă, se poate introduce prin intermediul unor elemente în structura mecanismului. De exemplu, pentru “mâna stângă” INRIA pe fiecare segment se plasează amortizoare elastice de rigiditate cunoscută; pentru “articulația carpiană activă” se montează elemente flexibile care permit ca alinierea axelor segmentelor să nu fie riguroasă.

Prezența complianței active nu afectează precizia de poziționare dacă se recurge la montarea captorilor interni luând în considerare deformațiile sistemelor elastice. În figura 2.45 se arată cum sunt montate traductoarele de forță.

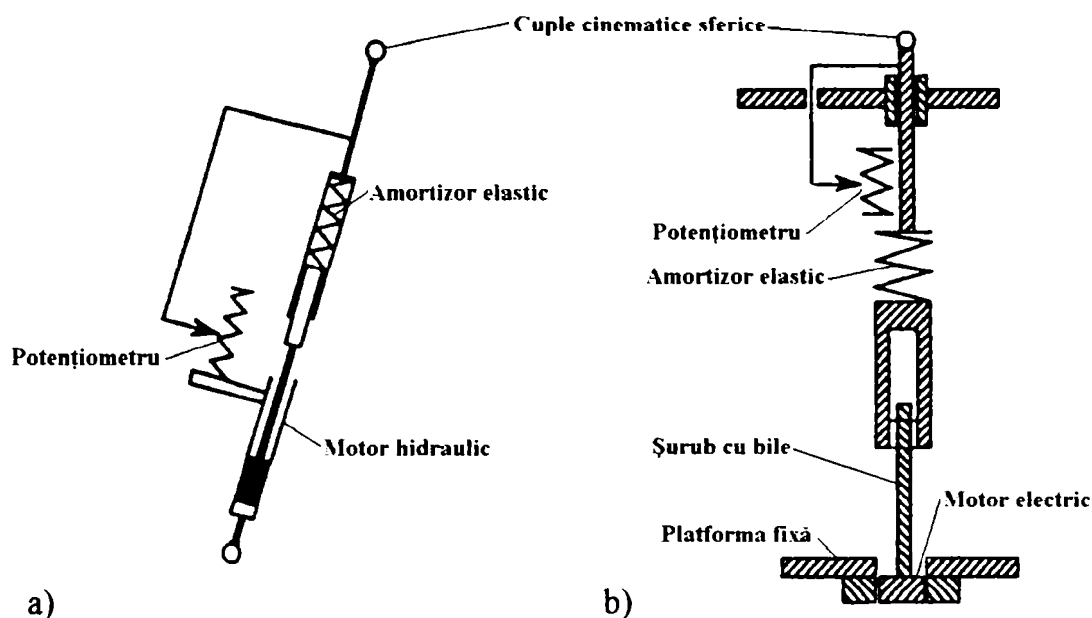


Fig. 2.45. Montarea traductoarelor de forță pentru "mâna stângă" (a) și pentru "articulația carpiană activă" (b).

Măsurarea deformațiilor elementelor elastice permit în orice moment aflarea valorilor reale ale deplasărilor relative ale elementelor, respectiv a poziției exacte a platformei mobile.

Complianța pasivă poate fi controlată și modificată în următoarele moduri:

- adaptând rigiditatea elementelor elastice în funcție de sarcina de realizat; aceste elemente sunt puțin costisitoare și se pot schimba rapid;
- modificând poziția platformei mobile astfel încât matricea de rigiditate să fie cea necesară; matricea de rigiditate este condiționată de matricea inversă Jacobiană, dependentă de configurație.

2.2.5. Analiza dinamică

Ecuțiile dinamice ale robotului se pot determina cu ajutorul formalismului Lagrange-Euler specific sistemelor mecanice neconservative [Isp 99].

Forma ecuațiilor Lagrange-Euler în spațiul configurațiilor pentru sisteme neconservative și cu legături olonome este:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{E}_c}{\partial q_i} &= Q_g^i + Q_m^i, \\ \text{sau: } \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} &= Q_m^i, \end{aligned} \quad (2.82)$$

unde: $L = E_c - E_p$;

E_c - energia cinetică;

E_p - energia potențială;

Q'_i - forța generalizată;

Q'_j - forța generalizată din axa j , datorată greutateilor proprii ale elementelor robotului.

Fie $\bar{\theta}$ și $\dot{\bar{\theta}}$ matricele coloană ale deplasărilor și vitezelor din cuplele cinematice conducătoare:

$$\bar{\theta} = [q_i; i = 1 \rightarrow 6]^T; \quad \dot{\bar{\theta}} = [\dot{q}_i; i = 1 \rightarrow 6]^T; \quad (2.83)$$

atunci relația (2.82) devine:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{A}}{\dot{\bar{\theta}}_i} \right) - \frac{\mathcal{A}}{\bar{\theta}_i} = \bar{Q}_m \quad (2.84)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{A}}{\dot{\bar{\theta}}_i} \right) = \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\mathcal{A}}{\dot{\bar{\theta}}_i} \right); i = 1 \rightarrow 6 \right]^T;$$

unde: $\frac{\mathcal{A}}{\bar{\theta}_i} = \left[\frac{\mathcal{A}}{\bar{\theta}_i}; i = 1 \rightarrow 6 \right]^T; \quad (2.85)$

$$\bar{Q}_m = [\bar{Q}'_m; i = 1 \rightarrow 6]^T.$$

Energia cinetică și energia potențială se determină pentru fiecare lanț cinematic în parte, relațiile de calcul regăsindu-se în literatura de specialitate [Isp 99]. Pe baza acestora se determină apoi expresia forței generalizate.

2.3. Sinteza mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

Sinteza mecanismelor soluționează problema inversă celei a Analizei mecanismelor. Datele de pornire sunt cele care caracterizează funcționarea corectă a mecanismului, urmărindu-se determinarea parametrilor care îl caracterizează (structură, dimensiuni, etc.).

Sinteza mecanismelor cuprinde următoarele etape:

- sinteza de tip, în cadrul căreia se decide tipul mecanismului utilizat;
- sinteza structurală (numerică), în cadrul căreia se stabilește structura mecanismului, numărul elementelor și al cuplelor cinematice și modul în care elementele se leagă între ele; se obține schema structurală a mecanismului;
- sinteza dimensională care are ca scop determinarea distanțelor sau a unghiurilor care precizează poziția relativă a zonelor de contact ale cuplelor cinematice și a geometriei acestor zone; în funcție de natura condițiilor impuse, sinteza dimensională poate fi pozițională, cinematică (se impun condiții de viteze, viteze unghiulare și/sau accelerații, accelerații unghiulare), cinetostatică (se impune realizarea unor forțe, momente), sau dinamică (se impune o anumită valoare a gradului de neuniformitate, evitarea sau limitarea șocurilor, etc.).

În ceea ce privește **sinteza de tip**, se studiază sinteza mecanismelor dispozitivelor cu topologie paralelă, definite în capitolul 1.

În literatura de specialitate, **sinteza structurală** a mecanismelor dispozitivelor cu topologie paralelă a fost studiată pentru cazuri concrete, nefiind realizată o sistematizare a structurii acestor mecanisme.

O problemă importantă în domeniul **sintezei dimensionale** este determinarea dimensiunilor elementelor și a curselor cuplelor cinematice atunci când sunt impuse forma și dimensiunile spațiului de lucru.

Spre exemplu, fiind dată schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare cu structura $PF_6 + 3 \times RRRRTS + PM_3$, denumit CaPaMan - Cassino Parallel Manipulator, (fig. 2.46, a) se pune problema obținerii volumului spațiului de lucru (fig. 2.46, b) [Ott 00].

Spațiul de lucru este raportat la robot; punctul caracteristic P aparține platformei mobile.

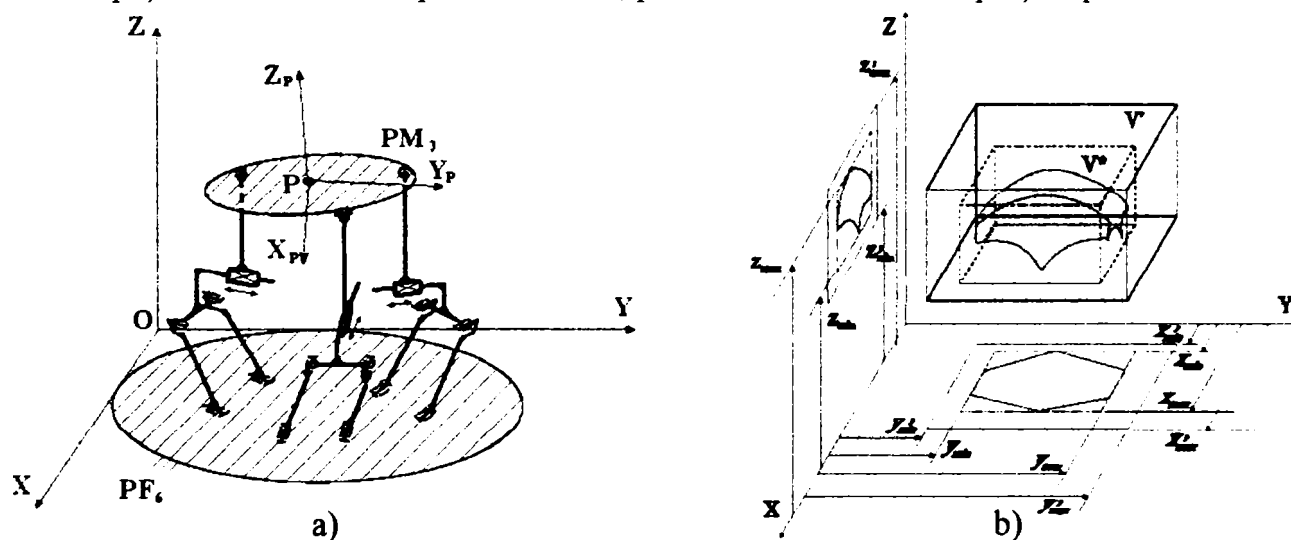


Fig. 2.46. a) Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare având structura $PF_6 + 3 \times RRRRTS + PM_3$; b) Volumul spațiului de lucru propus a fi obținut.

Frontiera spațiului de lucru are o formă complexă. Pentru simplificare, se consideră paralelipipedul având volumul V^* care conține volumul spațiului de lucru considerat. Conform figurii 2.46, b, acesta este determinat de relația:

$$V^* = \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z, \quad (2.86)$$

$$\text{unde: } \Delta x = x_{\max} - x_{\min}; \quad \Delta y = y_{\max} - y_{\min}; \quad \Delta z = z_{\max} - z_{\min}. \quad (2.87)$$

Poziția punctului caracteristic este situată în intervalele $\Delta x, \Delta y, \Delta z$. Pe baza analizei cinematice inverse se pot determina lungimile elementelor și pozițiile relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare pentru orice poziție a punctului caracteristic.

Pentru dimensiuni diferite ale elementelor mecanismului, volumul V^* devine V' , ca în fig. 2.46.b.

2.4. Utilizarea noțiunii de “conexiune” în studiul mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

2.4.1. Conexiuni

Noțiunea de “conexiune cinematică” a fost introdusă în Teoria Mecanismelor de către prof. dr. ing. Francisc Kovacs în anul 1969.

Conexiunile se definesc ca fiind totalitatea mijloacelor prin care se realizează constrângeri în mișcarea relativă a elementelor unui mecanism [Kov 92a].

Utilizând noțiunea de conexiune, calculele se pot efectua în etape succesive, cu referire la părți componente ale mecanismelor, iar programele de calcul automat reprezintă sisteme de subprograme care se assemblează în conformitate cu structura mecanismului la care se referă calculul [Kov 99a].

Această proprietate conferă un caracter unitar și flexibil modelării pe calculator a mecanismelor construite cu ajutorul noțiunii de conexiune.

Roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă pot fi clasificați în funcție de tipul conexiunilor (A, B sau C) care intră în componența dispozitivelor de ghidare și fac legătura între platforma fixă și cea mobilă, precum și în funcție de numărul conexiunilor.

2.4.2. Analiza și sinteza structurală a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă și mixtă utilizând noțiunea de “conexiune”

Sinteza structurală a unui mecanism desmodrom utilizând noțiunea de conexiune se realizează conform schemei logice prezentate în fig. 2.47 [Kov 99a].

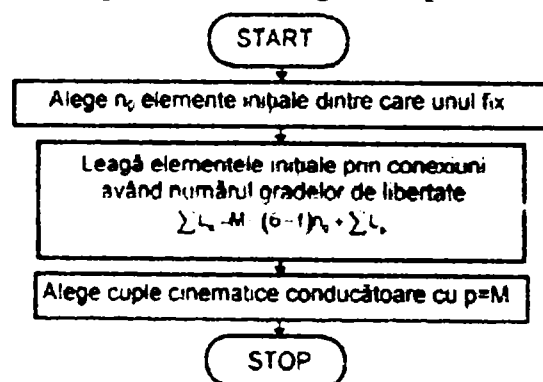


Fig. 2.47. Schema logică a sintezei structurale a unui mecanism desmodrom utilizând noțiunea de “conexiune”.

Numărul gradelor de libertate ale unei conexiuni cinematice introduse între două elemente este:

$$L_k = (6 - f)n_k - \sum_{i=f+1}^5 (i - f)c_{i_k} - \sum L_{id}, \quad (2.88)$$

unde: n_K - numărul elementelor;

c_{i_k} - numărul cuplelor cinematice de clasa i ;

f - familia mecanismului în care se încadrează conexiunea ($f = 0$ pentru mecanisme spațiale și $f = 3$ pentru mecanisme sferice și plane);

L_{id} - numărul gradelor de libertate de prisos introduse în conexiune.

Mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă conține două elemente "inițiale" - platformele fixă și mobilă legate între ele prin conexiuni. Ca urmare, numărul gradelor de mobilitate al unui asemenea mecanism este exprimabil cu ajutorul relației (2.89), unde $n_0 = 2$; în robotică, prezintă interes mecanismele dispozitivelor de ghidare cu topologii spațiale, ca urmare $f = 0$:

$$M = (6 - f)(n_0 - 1) + \sum L_K - \sum L_P, \quad (2.89)$$

unde: n_0 - numărul elementelor "inițiale";

$\sum L_K$ - suma gradelor de libertate ale conexiunilor introduse;

$\sum L_P$ - suma gradelor de libertate ale legăturilor pasive rezultate prin introducerea conexiunilor.

Expresia (2.89) devine:

$$M = 6 + \sum L_K - \sum L_P. \quad (2.90)$$

Mecanismele dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă sunt desmodrome dacă este îndeplinită condiția privind egalitatea dintre numărul gradelor de mobilitate ale mecanismului și numărul parametrilor cinematici independenți impuși de motoarele de acționare. Cum cuplele cinematice conducătoare sunt cuple de clasa V-a, pentru mișcarea relativă a elementelor acestora se poate impune din exterior câte un singur parametru iar numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a necesare pentru realizarea desmodromiei este:

$$c_{sc} = p = M. \quad (2.91)$$

Pentru dispozitivele de ghidare cu topologie paralelă cu $M = 3$ (active wrists), conform schiței logice de sinteză structurală din fig. 2.47, rezultă:

- numărul gradelor de libertate necesare ale conexiunilor care leagă platforma mobilă de cea fixă este:

$$\sum L_K = M - 6 = 3 - 6 = -3; \quad (2.92)$$

- numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a necesare este:

$$c_{sc} = p = M = 3. \quad (2.93)$$

Pentru dispozitivele de ghidare cu topologie paralelă cu $M = 6$ (left hands), conform schemei logice din fig. 2.47, rezultă:

- numărul gradelor de libertate necesare ale conexiunilor care leagă platforma mobilă de cea fixă este:

$$\sum L_k = M - 6 = 6 - 6 = 0; \quad (2.94)$$

- numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a necesare este:

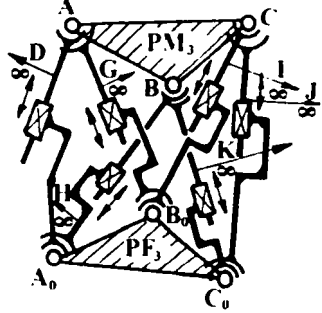
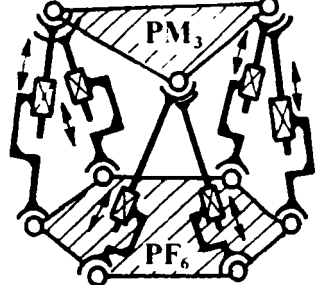
$$c_{5c} = p = M = 6. \quad (2.95)$$

În tab. 2.4 se prezintă schemele cinematice ale unor mecanisme de dispozitive de ghidare cu topologie paralelă, desmodrome, cu $M = 3$, respectiv $M = 6$ [Kov 99a].

Tabelul 2.4

Nr. crt.	Simbolurile platformelor și ale conexiunilor	Grade de mobilitate	Denumire	Schema cinematică	Obs.
0.	1.	2.	3.	4.	5.
1.	$PF_3 + 3RTS + PM_3$ [3 x $K_{C(0)}$]	$M = 3$	Manipulator Hunt		
2.	$PF_7 + 3TS^fG^fS^fS^f + S + PM_4$ [3 x $K_{(0)}^f + 1 \times K_{A(-3)}$]	$M = 3$	Mecanism de orientare cu elemente flexibile		
3.	$PF_6 + 6STS + PM_6$ [6 x $K_{C(0)}$]	$M = 6$	SSM (Simplified Symmetric Manipulator)		

Tabelul 2.4 (continuare)

0.	1.	2.	3.	4.	5.
4.	$PF_3 + 6STS + PM_3$ [6 x $K_{C(0)}$]	$M = 6$	MSSM (Minimal Simplified Symmetric Manipulator)		cuplă cinematică sferică dublă
5.	$PF_6 + 6STS + PM_3$ [6 x $K_{C(0)}$]	$M = 6$	TSSM (Triangular Simplified Symmetric Manipulator)		cuplă cinematică sferică dublă

Dispozitivele de ghidare cu topologie mixtă constau din mai multe “etaje” formate din mecanisme desmodrome cu topologie paralelă, cu elemente rigide și/sau flexibile, legate în serie, constituind lanțuri de mecanisme legate în serii simple sau ramificate. Legătura dintre etajele i și $i + 1$ se realizează prin intermediul unei platforme comune, care este platforma mobilă pentru etajul i și platforma fixă (în sens relativ) pentru etajul $i + 1$.

Analiza și sinteza structurală a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie mixtă se realizează prin repetarea operațiilor descrise mai sus pentru fiecare “etaj” în parte.

2.4.3. Analiza cinematică și sinteza dimensională a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă utilizând noțiunea de conexiune

Analiza cinematică și sinteza dimensională a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă se face pornind de la constrângerile geometrice introduse de conexiuni în mișcarea relativă a platformelor fixă și mobilă, respectiv de la condițiile de rigiditate ale acestor platforme [Kov 99a].

Pentru exemplificarea modului de realizare a analizei cinemateice ea se va efectua pentru mecanismul dispozitivului de ghidare SSM, nr. 3 din tab. 2.4.

În cazul analizării pozițiilor și deplasărilor punctelor și elementelor din mecanism, se cunoaște la momentul considerat situarea relativă a elementelor cuplelor cinemateice conducătoare care constituie cele 6 conexiuni $K_{C(0)}$ ce leagă platformele PF_6 și PM_6 . Ca urmare, lungimile segmentelor l_{A_0A} , l_{B_0B} , l_{C_0C} , l_{D_0D} , l_{E_0E} , l_{F_0F} sunt cunoscute.

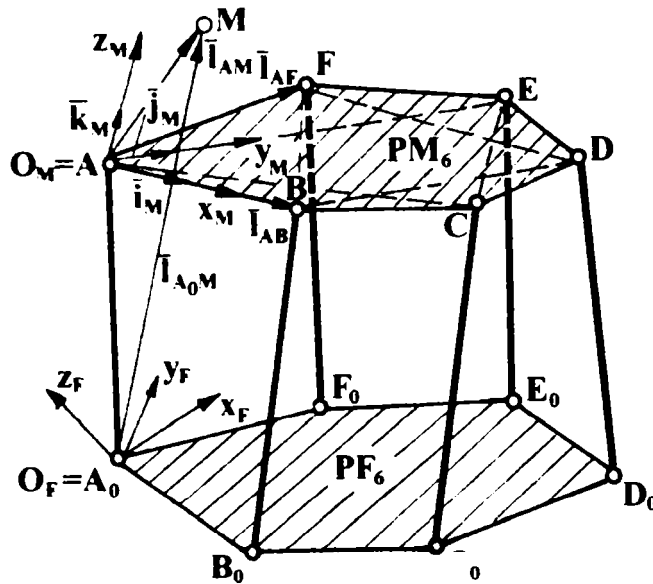


Fig. 2.48. Constrângeri geometrice și sisteme de referință la mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă.

Alegându-se sistemele de referință atașate celor două platforme ca în fig. 2.48, constrângerile geometrice introduse de conexiunile $K_{C(0)}$ conținând fiecare o cuplă cinematică conducătoare de translație constau în impunerea la momentul dat a unor distanțe cunoscute între centrele cuplelor sferice omoloage care intră în componența platformelor fixă și mobilă. Aceste constrângeri se exprimă prin sistemul de relații:

$$\begin{cases} (x_A - x_{A_0})^2 + (y_A - y_{A_0})^2 + (z_A - z_{A_0})^2 = l_{AA_0}^2; \\ (x_B - x_{B_0})^2 + (y_B - y_{B_0})^2 + (z_B - z_{B_0})^2 = l_{BB_0}^2; \\ (x_C - x_{C_0})^2 + (y_C - y_{C_0})^2 + (z_C - z_{C_0})^2 = l_{CC_0}^2; \\ (x_D - x_{D_0})^2 + (y_D - y_{D_0})^2 + (z_D - z_{D_0})^2 = l_{DD_0}^2; \\ (x_E - x_{E_0})^2 + (y_E - y_{E_0})^2 + (z_E - z_{E_0})^2 = l_{EE_0}^2; \\ (x_F - x_{F_0})^2 + (y_F - y_{F_0})^2 + (z_F - z_{F_0})^2 = l_{FF_0}^2, \end{cases} \quad (2.96)$$

unde distanțele dintre punctele omoloage ale platformei mobile și fixe sunt dependente de timp prin intermediul deplasărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare în raport cu sistemul de referință $O_M x_M y_M z_M$:

$$\begin{cases} l_{A_0A} = f[s_G(t)] \\ l_{B_0B} = f[s_H(t)] \\ l_{C_0C} = f[s_I(t)] \\ l_{D_0D} = f[s_J(t)] \\ l_{E_0E} = f[s_K(t)] \\ l_{F_0F} = f[s_L(t)] \end{cases} \quad (2.97)$$

unde $s_G, s_H, s_I, s_J, s_K, s_L$ - deplasările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare.

Constrângerile geometrice impuse de rigiditatea platformei mobile se pot exprima matematic prin intermediul sistemului de relații (2.103) derivate din constanța unor distanțe cunoscute aparținând platformei mobile.

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 + (z_A - z_B)^2 = l_{AB}^2; \\ (x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 + (z_B - z_C)^2 = l_{BC}^2; \\ (x_C - x_D)^2 + (y_C - y_D)^2 + (z_C - z_D)^2 = l_{CD}^2; \\ (x_D - x_E)^2 + (y_D - y_E)^2 + (z_D - z_E)^2 = l_{DE}^2; \\ (x_E - x_F)^2 + (y_E - y_F)^2 + (z_E - z_F)^2 = l_{EF}^2; \\ (x_F - x_A)^2 + (y_F - y_A)^2 + (z_F - z_A)^2 = l_{FA}^2; \\ (x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2 + (z_A - z_C)^2 = l_{AC}^2; \\ (x_B - x_D)^2 + (y_B - y_D)^2 + (z_B - z_D)^2 = l_{BD}^2; \\ (x_C - x_E)^2 + (y_C - y_E)^2 + (z_C - z_E)^2 = l_{CE}^2; \\ (x_D - x_F)^2 + (y_D - y_F)^2 + (z_D - z_F)^2 = l_{DF}^2; \\ (x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2 + (z_E - z_A)^2 = l_{EA}^2; \\ (x_F - x_B)^2 + (y_F - y_B)^2 + (z_F - z_B)^2 = l_{FB}^2. \end{array} \right. \quad (2.98)$$

Sistemele (2.96) și (2.98), conținând 18 ecuații scalare, permit calcularea celor 18 coordonate ale punctelor A - F, în raport cu sistemul de referință $O_F x_F y_F z_F$.

Versorii axelor sistemului de referință $O_M x_M y_M z_M$ vor fi:

$$\bar{i} = \frac{\bar{l}_{AB}}{|\bar{l}_{AB}|}; \quad \bar{j} = \bar{i} \times \bar{k}; \quad \bar{k} = \bar{i} \times \frac{\bar{l}_{AF}}{|\bar{l}_{AF}|}. \quad (2.99)$$

Cu acestea, ecuațiile versorilor axelor sistemului $O_M x_M y_M z_M$ (axa $O_M y_M$ se găsește în planul definit de punctele ABF) pe axele sistemului de referință $O_F x_F y_F z_F$ vor fi:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_x = \frac{x_B - x_A}{l_{AB}}; \\ i_y = \frac{y_B - y_A}{l_{AB}}; \\ i_z = \frac{z_B - z_A}{l_{AB}}. \end{array} \right. \quad (2.100)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k_x = \frac{(y_B - y_A)(z_F - z_A) - (y_F - y_A)(z_B - z_A)}{l_{AB} l_{AF}}; \\ k_y = \frac{(x_B - x_A)(z_F - z_A) + (x_F - x_A)(z_B - z_A)}{l_{AB} l_{AF}}; \\ k_z = \frac{(x_B - x_A)(y_F - y_A) - (x_F - x_A)(y_B - y_A)}{l_{AB} l_{AF}}. \end{array} \right. \quad (2.101)$$

$$\left\{ \begin{aligned} j_x &= \frac{(y_B - y_A)(x_B - x_A)(y_F - y_A) - (x_F - x_A)(z_B - z_A) - (z_B - z_A)(x_F - x_A)(z_B - z_A) - (x_B - x_A)(z_B - z_A)}{|\bar{l}_{AB}| l_{AF}^2}, \\ j_y &= \frac{(z_B - z_A)(y_B - y_A)(z_F - z_A) - (y_F - y_A)(z_B - z_A) - (x_B - x_A)(x_B - x_A)(y_F - y_A) - (z_B - z_A)(x_F - x_A)}{|\bar{l}_{AB}| l_{AF}^2}, \\ j_z &= \frac{(z_B - z_A)(z_B - z_A)(z_F - z_A) - (x_F - x_A)(z_B - z_A) - (z_B - z_A)(y_B - y_A)(z_F - z_A) - (y_F - y_A)(z_B - z_A)}{|\bar{l}_{AB}| l_{AF}^2}. \end{aligned} \right. \quad (2.102)$$

Cunoscând proiecțiile versorilor sistemului de referință $O_M x_M y_M z_M$ pe axele sistemului de referință $O_F x_F y_F z_F$, se deduce matricea de situare a platformei mobile PM_6 în raport cu platforma fixă PF_6 :

$${}^F T_M = \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x & x_A \\ i_y & j_y & k_y & y_A \\ i_z & j_z & k_z & z_A \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.103)$$

Vectorul de poziție al unui punct oarecare aparținând platformei mobile PM_6 în raport cu sistemul de referință $O_F x_F y_F z_F$ are expresia:

$$\underline{l}_{A_0M} = {}^F T_M \underline{l}_{AM}, \quad (2.104)$$

unde \underline{l}_{AM} este vectorul de poziție al punctului M.

Coordonatele punctelor din platforma mobilă PM_6 și matricea ${}^F T_M$ sunt funcții de timp prin intermediul deplasărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare s_G, \dots, s_L .

Deplasarea $\Delta \underline{l}_{A_0M_{01}}$ a unui punct oarecare M aparținând platformei mobile PM_6 în intervalul de timp $t_0 - t_1$ rezultă din relația:

$$\Delta \bar{\underline{l}}_{A_0M_{01}} = \bar{\underline{l}}_{A_0M_1} - \bar{\underline{l}}_{A_0M_0} = \left({}^F T_M \right)_1 \bar{\underline{l}}_{AM} - \left({}^F T_M \right)_0 \bar{\underline{l}}_{AM}, \quad (2.105)$$

unde $\left({}^F T_M \right)_1, \left({}^F T_M \right)_0$ sunt matricele de situare ale platformei PM_6 în raport cu platforma PF_6 la timpul t_1 și t_0 .

Pentru sinteza dimensională a mecanismului cu topologie paralelă se cunosc seturi ale elementelor matricei de situare ${}^F T_M$ pentru diferiți timpi t_i și se calculează cu aceleași relații coordonatele punctelor $A_0 - F_0, A, \dots, F$ și lungimile l folosind aceleași relații ca și la analiza deplasărilor.

Pentru a afla starea de viteză a platformei mobile PM_6 se calculează:

$$\underline{\dot{X}}_A = \begin{bmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_A \\ \dot{z}_A \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \underline{J} \begin{bmatrix} \dot{s}_G \\ \dot{s}_H \\ \dot{s}_I \\ \dot{s}_J \\ \dot{s}_K \\ \dot{s}_L \end{bmatrix}, \quad (2.106)$$

unde elementele matricei $\underline{\dot{X}}_A$ sunt proiecțiile vectorilor viteză a punctului A (identic cu originea O_M a sistemului de referință solidar cu platforma mobilă PM) pe axele sistemului de referință $O_{FX_FY_FZ_F}$ și proiecțiile vectorului viteză unghiulară a platformei mobile PM pe aceleași axe, $\dot{s}_G, \dots, \dot{s}_L$ sunt vitezele deplasărilor relative ale elementelor cuplei cinematice conducătoare iar \underline{J} este matricea jacobiană a mecanismului cu topologie paralelă analizat.

Pentru calculul stării de accelerație a platformei mobile se calculează:

$$\underline{\ddot{X}}_A = \begin{bmatrix} \ddot{x}_A \\ \ddot{y}_A \\ \ddot{z}_A \\ \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} = \underline{J} \begin{bmatrix} \ddot{s}_G \\ \ddot{s}_H \\ \ddot{s}_I \\ \ddot{s}_J \\ \ddot{s}_K \\ \ddot{s}_L \end{bmatrix} + \underline{\dot{I}} \begin{bmatrix} \dot{s}_G \\ \dot{s}_H \\ \dot{s}_I \\ \dot{s}_J \\ \dot{s}_K \\ \dot{s}_L \end{bmatrix}, \quad (2.107)$$

unde elementele matricei $\underline{\ddot{X}}_A$ reprezintă proiecțiile vectorului accelerație a punctului A pe axele sistemului de referință $O_{FX_FY_FZ_F}$ și proiecțiile vectorului accelerație unghiulară a platformei PF₆ pe aceleași axe, $\ddot{s}_G, \dots, \ddot{s}_L$ sunt accelerațiile deplasărilor relative ale cuplelor cinematice conducătoare iar $\underline{\dot{I}}$ este derivata în funcție de timp a matricei mecanismului cu topologie paralelă.

2.4.4. Analiza cinetostatică a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă utilizând noțiunea de “conexiune”

Analiza cinetostatică a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă se face pe baza constrângerilor cinetostatice incluse de conexiuni în mișcarea relativă a platformelor mobilă și fixă [Kov 99a].

Pentru exemplificarea modului de lucru se va efectua această analiză pentru același mecanism al dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă pentru care s-a efectuat și analiza cinematică (fig. 2.50). Se neglijează frecările dintre zonele de contact ale cuplelor cinematice.

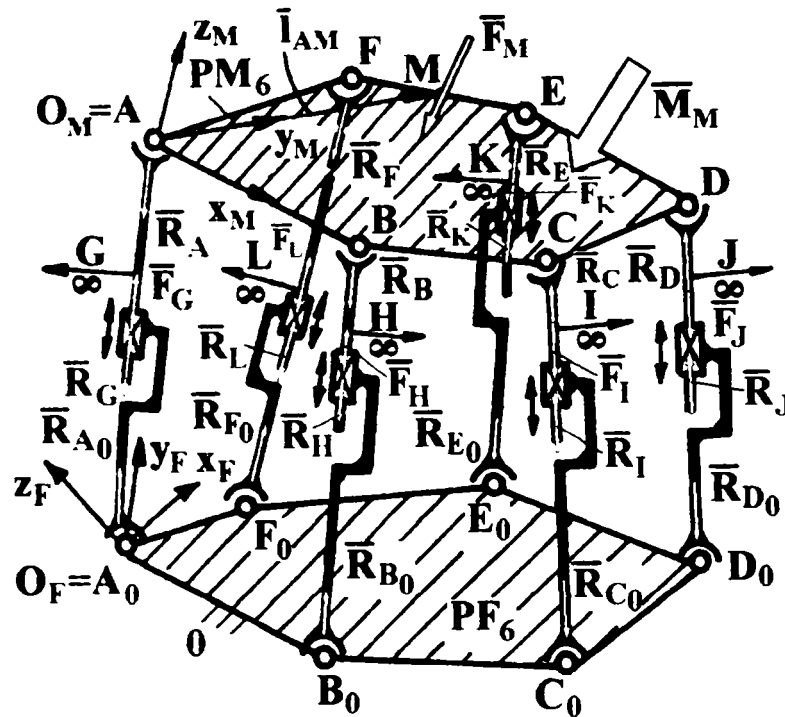


Fig. 2.49. Constrângeri cinetostatice introduse de conexiuni la mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă.

Situarea, starea de viteză și cea de accelerație ale platformei mobile PM în raport cu platforma fixă PF sunt cunoscute, ca și torsorul forțelor generalizate $\tau(\bar{F}_M, \bar{M}_M)$ care acționează asupra platformei mobile PM.

Scopul analizei cinetostatice este acela de a determina reacțiunile care acționează în cuplele cinematice ale mecanismului și care “materializează” constrângerile cinetostatice introduse de conexiuni.

Pentru o conexiune $K_{C(0)}$, simbol STS, reacțiunile din cuplele cinematice sferice care leagă conexiunea la cele două platforme sunt egale, având direcția dreptei de suport linia care unește centrele articulațiilor sferice. Reacțiunea menționată este egală și cu forța motoare necesară din cupla cinematică conducătoare de translație din componența conexiunii.

$$\begin{cases} \bar{R}_{A_0} = \bar{R}_A = \bar{F}_G; \\ \bar{R}_{B_0} = \bar{R}_B = \bar{F}_H; \\ \bar{R}_{C_0} = \bar{R}_C = \bar{F}_I; \\ \bar{R}_{D_0} = \bar{R}_D = \bar{F}_J; \\ \bar{R}_{E_0} = \bar{R}_E = \bar{F}_K; \\ \bar{R}_{F_0} = \bar{R}_F = \bar{F}_L. \end{cases} \quad (2.108)$$

Condițiile de echilibru ale platformei mobile PM impun ca:

$$\begin{cases} \bar{F}_M = {}^F T_M^{-1} (\bar{R}_A + \bar{R}_B + \bar{R}_C + \bar{R}_D + \bar{R}_E + \bar{R}_F), \\ \bar{M}_M + \bar{l}_{AM} \times \bar{F}_M = \bar{l}_{AB} \times {}^F T_M^{-1} \bar{R}_B + \bar{l}_{AC} \times {}^F T_M^{-1} \bar{R}_C + \bar{l}_{AD} \times {}^F T_M^{-1} \bar{R}_D + \bar{l}_{AE} \times {}^F T_M^{-1} \bar{R}_E + \bar{l}_{AF} \times {}^F T_M^{-1} \bar{R}_F, \end{cases} \quad (2.109)$$

unde $\underline{l}_{AM}, \underline{l}_{AB}, \underline{l}_{AC}, \underline{l}_{AD}, \underline{l}_{AE}, \underline{l}_{AF}$ sunt vectori de poziție cunoscuți ai unui punct aflat pe suportul forței \overline{F}_M , respectiv ai centrelor articulațiilor sferice din componență.

Sistemul (2.109) este echivalent cu un sistem cu 6 ecuații scalare, rezolvarea cărora permite determinarea modulelor forțelor $\overline{R}_A, \dots, \overline{R}_F$ ale căror direcții, coincizând cu direcțiile $\overline{A_0A}, \dots, \overline{F_0F}$, sunt cunoscute.

2.5. Utilizarea noțiunii de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR) în studiul mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă

2.5.1. Principii

Determinarea spațiului de lucru se poate realiza cu ajutorul noțiunii de “perechi de sisteme de referință” (PeSiR), introdusă în Teoria Mecanismelor și Robotică de către prof. dr. ing. dr. h.c. F.V. Kovács [Kov 01].

Situarea relativă a două sisteme de referință se poate exprima cu ajutorul unei “matrice de transformare” (sau “matrice de trecere”) de la un sistem la celălalt. Mișcarea relativă a celor două sisteme de referință reprezintă modificarea în timp a situației relative și se poate modela matematic cu ajutorul aceleiași matrice de transformare, ale cărei elemente sunt variabile în timp [Kov 01].

Se utilizează denumirea de model de ordinul 0 dacă acesta se referă la deplasări generalizate (model geometric), de ordinul 1 dacă se referă la viteze și accelerații generalizate (model cinematic) și de ordinul 2 dacă se referă la forțe generalizate (model cinetostatic/dinamic).

2.5.2. Noțiunea de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)

Situarea relativă a două sisteme de referință carteziene N și N' (fig. 2.51) este exprimată prin matricea de situație [Kov 01]:

$${}^N \underline{S}_{N'} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ r_x & n_x & o_x & a_x \\ r_y & n_y & o_y & a_y \\ r_z & n_z & o_z & a_z \end{bmatrix} = [e_{i,j}], \quad (2.110)$$

unde: n_x, o_x, \dots, a_z – proiecțiile versorilor $\bar{n}, \bar{o}, \bar{a}$ ai axelor sistemului de referință N' pe axele sistemului de referință N ;

${}^N \underline{r}_{N'} = [r_x \ r_y \ r_z \ 1]^T$ - vectorul de poziție al originii N' în raport cu originea N .

Vectorul de orientare a sistemului N' față de sistemul N este:

$${}^N \underline{o}_{rN'} = \bar{n} + \bar{o} + \bar{a}. \quad (2.111)$$

sau:
$${}^N \underline{o}_{rN'} = [o_{rx} \quad o_{ry} \quad o_{rz} \quad 1]^T, \quad (2.112)$$

unde elementele matricei ${}^N \underline{o}_{rN'}$ sunt proiecțiile vectorului de orientare pe axele sistemului N.

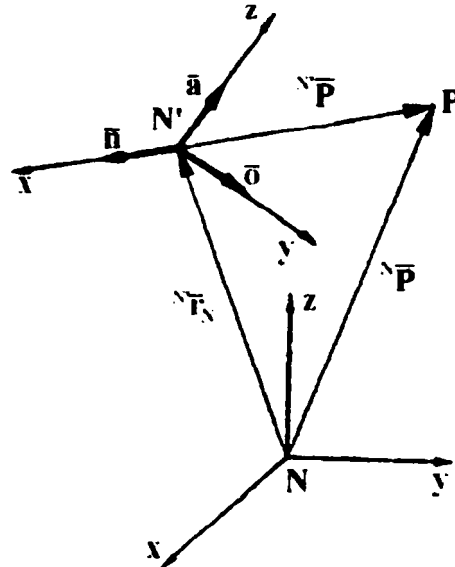


Fig. 2.50. Pereche de sisteme de referință N-N'.

Matricea de situare se poate scrie și sub forma:

$${}^N \underline{S}_{Nv} = [r_x \quad r_y \quad r_z \quad o_{rx} \quad o_{ry} \quad o_{rz}]^T. \quad (2.113)$$

Transformarea de la sistemul de referință N la sistemul de referință N' se realizează prin trei translații ale sistemului N' în lungul axelor de referință cu parametrii de deplasare q_1, q_2, q_3 și trei rotații în jurul aceluiași axe cu parametrii unghiulari q_4, q_5, q_6 . Matricea de transformare corespunzătoare 4x4 are forma:

$$\begin{aligned} {}^N \underline{T}_{N'} &= (\text{Transl } x_1 q_1) \cdot (\text{Transl } x_2 q_2) \cdot (\text{Transl } x_3 q_3) \cdot (\text{Rot } x_1 q_4) \cdot (\text{Rot } y_2 q_5) \cdot (\text{Rot } z_1 q_6) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ q_1 & c_5 \cdot c_6 & s_4 \cdot s_5 \cdot c_6 - c_4 \cdot s_6 & c_4 \cdot s_5 \cdot c_6 + s_4 \cdot s_6 \\ q_2 & c_5 \cdot s_6 & s_4 \cdot s_5 \cdot s_6 + c_4 \cdot s_6 & c_4 \cdot s_5 \cdot s_6 - s_4 \cdot c_6 \\ q_3 & -s_5 & s_4 \cdot c_5 & c_4 \cdot c_5 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.114)$$

Matricea de transformare poate fi exprimată și sub forma:

$${}^N \underline{T}_{N'} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6]^T, \quad (2.115)$$

unde $s_4 = \sin q_4$, $c_4 = \cos q_4$, etc.

Situarea sistemului N' față de sistemul N se poate exprima și prin intermediul matricei de transformare de la N' la N:

$${}^N \underline{S}_{N'} = {}^N \underline{T}_{N'}, \quad (2.116)$$

și:
$${}^N \underline{S}_{N'v} = {}^N \underline{T}_{N'v}. \quad (2.117)$$

Vectorul de poziție al unui punct P în raport cu sistemul N se poate scrie sub forma:

$${}^N \underline{\bar{P}} = {}^N \underline{T}_{N'} \cdot {}^{N'} \underline{\bar{P}}, \quad (2.118)$$

unde: ${}^{N'} \underline{\bar{P}}$ - vectorul de poziție al punctului P în raport cu sistemul N'.

2.5.3. Cuplă cinematică generalizată. Offset generalizat

Se consideră elementele N și N' în contact, constituind o cuplă cinematică generalizată (fig. 2.51). Fiecărui element i se atașează un sistem de referință omonim; cele două sisteme de referință constituie PeSiR N-N' [Kov 01].

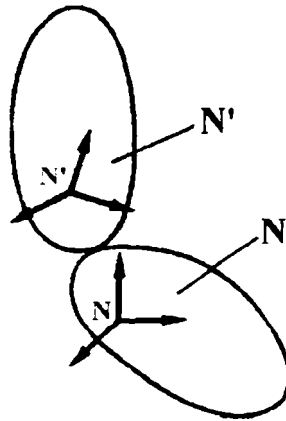


Fig. 2.51. Cupla cinematică generalizată N-N'.

Modelul matematic de ordinul 0 al cuplei cinematice generalizate are forma (2.114); sub formă matriceală este dat de relația:

$$\begin{aligned} {}^N \underline{T}_{N'}^v &= [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad q_4 \quad q_5 \quad q_6]^T = \\ &= [q_{v_1} + q_{c_1} \quad q_{v_2} + q_{c_2} \quad q_{v_3} + q_{c_3} \quad q_{v_4} + q_{c_4} \quad q_{v_5} + q_{c_5} \quad q_{c_6} + q_{v_6}]^T, \end{aligned} \quad (2.119)$$

unde q_{c_j} este partea constantă iar q_{v_j} este partea variabilă cu timpul a parametrului q_j , $j = 1, \dots, 6$.

Clasa cuplei cinematice este:

$$i = 6 - \sum \frac{q_{v_j}}{q_{v_j}}, \quad (j = 1 \div 6), \quad (q_{v_j} \neq 0). \quad (2.120)$$

Modelul matematic de ordinul 1 al cuplei cinematice generalizate are expresia:

$${}^N \underline{\dot{T}}_{N'}^v = [\dot{q}_{v_1} \quad \dot{q}_{v_2} \quad \dot{q}_{v_3} \quad \dot{q}_{v_4} \quad \dot{q}_{v_5} \quad \dot{q}_{v_6}]^T. \quad (2.121)$$

Modelul matematic de ordinul 2 al cuplei cinematice generalizate are expresia:

$${}^N \underline{\ddot{T}}_{N'}^v = [\ddot{q}_{v_1} \quad \ddot{q}_{v_2} \quad \ddot{q}_{v_3} \quad \ddot{q}_{v_4} \quad \ddot{q}_{v_5} \quad \ddot{q}_{v_6}]^T. \quad (2.122)$$

Conferind valori concrete parametrilor q_{c_j} și q_{v_j} în expresiile (2.119), (2.121) și (2.122) se obțin modelele matematice pentru toate cuplele cinematice posibile.

Se consideră sistemele de referință N' și M aparținând aceluiași element $N'M$. PeSiR $N'M$ constituie un offset generalizat (fig. 2.52).

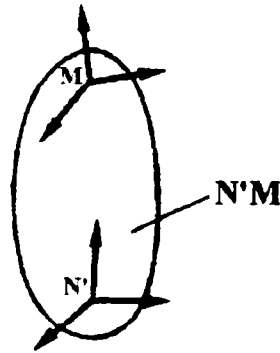


Fig. 2.52. Offset generalizat $N'M$.

Modelul matematic de ordinul 0 al offset-ului generalizat are forma:

$${}^N \underline{T}_{M^0} = [q_{c_1}^0 \quad q_{c_2}^0 \quad q_{c_3}^0 \quad q_{c_4}^0 \quad q_{c_5}^0 \quad q_{c_6}^0]^T, \quad (2.123)$$

unde $q_{c_j}^0, j = 1, \dots, 6$, sunt parametri constanți care caracterizează elementul $N'M$ din punct de vedere dimensional.

Deoarece $\dot{q}_{c_j}^0 = \ddot{q}_{c_j}^0 = 0$, modelele matematice de ordinele 1 și 2 ale offsetului generalizat nu au sens.

Conferind valori concrete parametrilor $q_{c_j}^0$ se particularizează modelele matematice pentru toate offset-urile utilizabile în construcția dispozitivelor de ghidare ale roboților.

2.5.4. Mecanism generalizat al dispozitivului de ghidare al unui robot

Se consideră schema structurală a unui mecanism având la bază un lanț cinematic deschis ca în fig. 2.53, care poate fi considerat drept mecanismul generalizat al dispozitivului de ghidare cu topologie serială al unui robot.

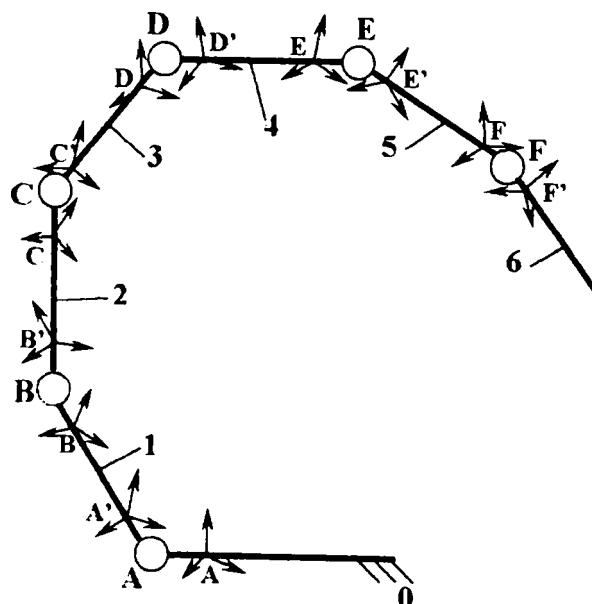


Fig. 2.53. Schema structurală a unui mecanism având la bază un lanț cinematic deschis.

Fiecărui element i s-a atașat câte o PeSiR, constituind un offset generalizat. Ca urmare și fiecărei cuple cinematice îi va corespunde câte o PeSiR. Lanțul cinematic deschis este constituit dintr-o succesiune alternantă de cuple cinematice și offseturi.

Modelul matematic de ordinul 0 al mecanismului este:

$${}^0\dot{\underline{S}}_6 = {}^A\underline{T}_{A'} \cdot {}^{A'}\underline{T}_B \cdot {}^B\underline{T}_{B'} \cdot {}^{B'}\underline{T}_C \cdot {}^C\underline{T}_{C'} \cdot {}^{C'}\underline{T}_D \cdot {}^D\underline{T}_{D'} \cdot {}^{D'}\underline{T}_E \cdot {}^E\underline{T}_{E'} \cdot {}^{E'}\underline{T}_F \cdot {}^F\underline{T}_{F'} = \prod_0^F \underline{T} \quad (2.124)$$

Relația (2.124) reprezintă în același timp expresia matricei de situare a elementului (6) în raport cu elementul (0).

Mecanismul are gradul de mobilitate:

$$M = \sum \frac{q_{v_j}}{q_{v_j}}, (j = 1 \div 6), (q_{v_j} \neq 0), \quad (2.125)$$

unde q_{v_j} are semnificația din relația (2.119).

Mecanismul este desmodrom dacă:

$$M = \sum \left\{ \frac{q_{v_j}}{q_{v_j}} \right\}, (j = 1 \div 6), (q_{v_j} \neq 0), \quad (2.126)$$

unde cu $\{q_{v_j}\}$ s-a notat parametrul variabil q_v a cărei mărime este impusă de o sursă de energie exterioară (parametru conducător, aferent unei cuple cinematice conducătoare).

Modelul matematic de ordinul 1 al mecanismului din figura 2.52 este:

$${}^0\dot{\underline{S}}_6 = \frac{\partial}{\partial t} \prod_A^F \underline{T} = {}^0\underline{J}_6 \cdot {}^0\dot{\underline{T}}_6, \quad (2.127)$$

unde matricea jacobiană este:

$${}^0\underline{J}_6 = [J_{ij}] = \left[\frac{\partial {}^0\dot{\underline{S}}_6}{\partial q_{v_j}} \right]. \quad (2.128)$$

Modelul matematic de ordinul 2 al mecanismului este:

$${}^0\ddot{\underline{S}}_6 = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \prod_A^F \underline{T} = {}^0\underline{J}_6 \cdot {}^0\dot{\underline{T}}_6 + {}^0\underline{J}_6 \cdot {}^0\ddot{\underline{T}}_6. \quad (2.129)$$

Se consideră în continuare schema structurală a unui mecanism policontur generalizat din fig. 2.54, spre exemplu, mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă al unui robot [Kov 04a]. Platforma mobilă PM_N este legată de platforma fixă PF_N prin intermediul a N conexiuni.

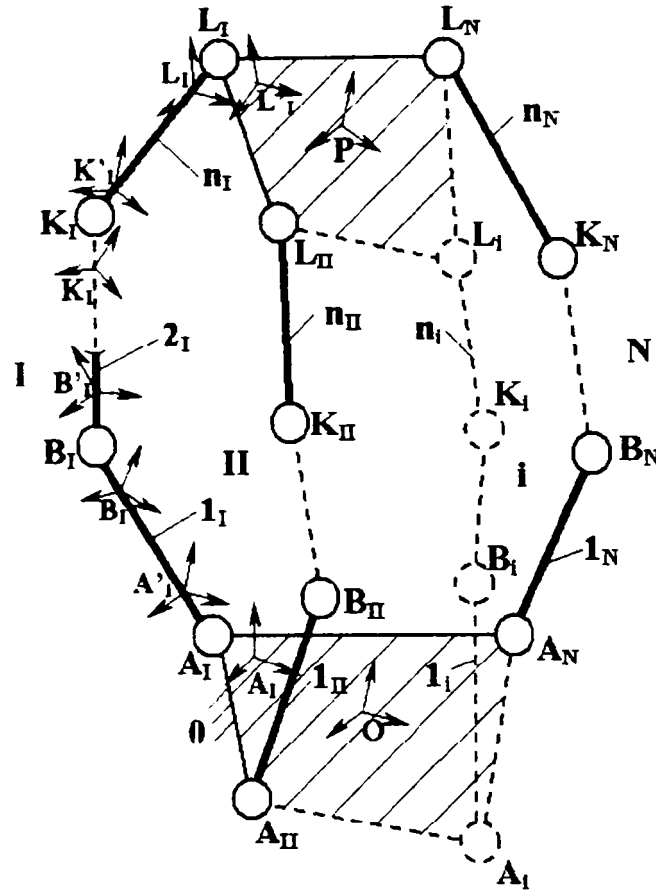


Fig. 2.54. Schema structurală a unui mecanism policontur generalizat.

Se atașează fiecărui element sisteme de referință în modul arătat în fig. 2.44, observându-se că se formează atâtea succesiuni închise alternante de cuple cinematice-offseturi, câte contururi închise are mecanismul. Contururile se formează astfel încât fiecare conexiune care leagă elementul PM_N de elementul PF_N să se includă în maximum două contururi închise.

Modelul matematic de ordinul 0 al mecanismului este constituit din sistemul:

$${}^{PF_N} \underline{S}_{PM_N} = \left(\prod_{PF_N}^{PM_N} \underline{T} \right)_1 = \left(\prod_{PF_N}^{PM_N} \underline{T} \right)_2 = \dots = \left(\prod_{PF_N}^{PM_N} \underline{T} \right)_N.$$

$${}^{L_1} \underline{T}'_{L_3} = {}^{L_1} \underline{T}'_{L_2} \cdot {}^{L_2} \underline{T}'_{L_3}; \quad (2.130)$$

$${}^{L_1} \underline{T}'_{L_4} = {}^{L_1} \underline{T}'_{L_2} \cdot {}^{L_2} \underline{T}'_{L_4};$$

...

unde $\left(\prod_{PF_N}^{PM_N} \underline{T} \right)_1$ corespunde conexiunii A_1-L_1 , etc., iar numărul egalităților matriceale este:

$$l = \sum (\text{ord}_\varepsilon - 2). \quad (2.131)$$

S-a notat cu ord_ε ordinul elementului ε , dacă $\text{ord}_\varepsilon \geq 3$.

Numărul gradelor de mobilitate ale mecanismului se calculează cu relația:

$$M = 6(n + c - 1) - \sum \frac{q_{v_i}}{q_{v_j}} - \sum L_p - \sum L_{id}, \quad (2.132)$$

unde n este numărul elementelor, c - numărul cuplelor cinematice, q_{v_i} - partea variabilă cu timpul a parametrului q_i , $\sum L_p$ - suma gradelor de libertate ale legăturilor pasive, $\sum L_{id}$ - suma gradelor de libertate de prisos.

Condiția desmodromiei mecanismului este dată de relația (2.126).

Modelele matematice de ordinele 1 și 2 ale mecanismului sunt exprimate prin sisteme de atâtea relații de tip (2.127), respectiv (2.129), câte conexiuni de tip A_1-L_1 leagă elementul PM_N de elementul PF_N .

2.6. Comparație între roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie serială și cei cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă

În tabelul 2.5 se prezintă o comparație între roboții având topologii diferite, conform [Ble 95].

Tab. 2.5. Comparație între roboții cu topologie serială și cei cu topologie paralelă.

Nr. crt.	Roboți cu topologie serială	Roboți cu topologie paralelă
1.	Între efectorul final și batiu este introdusă o singură conexiune.	Între efectorul final (care aparține platformei mobile sau coincide cu aceasta) și batiu (platforma fixă) sunt introduse mai multe conexiuni.
2.	Structura în consolă determină ca elementele mecanismului dispozitivului de ghidare apropiate de batiu să suporte solicitările determinate de elementele care urmează, spre efectorul final, rezultând forțe și momente mari.	Structura în lanț închis asigură preluarea sarcinilor mult mai eficient; când platforma mobilă se află în poziție centrală, elementele conexiunilor suportă $1/n$ din sarcină (n - numărul conexiunilor). O consecință este reducerea dimensiunilor constructive ale robotului la aceeași sarcină și utilizarea unor motoare cu puteri mai reduse.
3.	Raport redus sarcină utilă/ masă robot: 0,02 ÷ 1,15 (roboți grei)	Raport ridicat sarcină utilă/ masă robot: 2,0 ÷ 10,0 (roboți ușori)
4.	Precizie limitată (0,1 mm), dată ca repetabilitate.	Precizie bună (5 - 10 μ m), dată ca poziționare absolută.
5.	Comportament dinamic limitat, viteze și accelerații reduse.	Comportament dinamic foarte bun (HEXA - accelerații până la 22 g, viteze până la 6 m/s).
6.	Spațiu de lucru relativ mare.	Spațiu de lucru relativ restrâns.
7.	Complianță pasivă.	Complianță activă.
8.	Aplicații: operații simple și variate, pe spații largi.	Aplicații: operații complexe la viteze și accelerații mari, într-un spațiu de lucru redus.

2.7. Concluzii

În urma documentării se pot afirma următoarele:

- Au fost centralizate simbolurile cuplelor cinematice utilizate la schemele cinematice ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.
- S-au studiat diferite moduri de reprezentări simplificate ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.
- Analiza și sinteza mecanismelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă s-a realizat pentru cazuri particulare, utilizând diferite metode.
 - Determinarea frontierei spațiului de lucru este relativ complexă; utilizarea calculatorului este de un real ajutor.
 - Determinarea singularităților este foarte importantă pentru roboții cu topologie paralelă; în cazul acestora forțele din cuplele cinematice pot deveni periculoase pentru mecanismul dispozitivului de ghidare.
- Proprietățile roboților cu topologie paralelă sunt complementare celor cu topologie serială; roboții micști (hibridi), care au la bază dispozitive de ghidare cu topologie paralelă înseriate, înglobează avantajele ambelor tipuri însă complexitatea analizei și sintezei mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale acestora crește.
- Utilizând noțiunea de “conexiune” se poate elabora o metodă unitară și flexibilă de abordare a analizei și a sintezei mecanismelor cu topologie paralelă.
- Utilizând noțiunea de „Perechi de Sisteme de Referință” este posibilă elaborarea modelelor matematice de ordinele 0, 1 și 2 pentru orice structură a mecanismului dispozitivului de ghidare al unui robot.

3. OBIECTIVELE TEZEI

Având în vedere documentarea realizată, sunt propuse următoarele obiective ale tezei:

- Sistematizarea schemelor structurale ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă.
- Dezvoltarea unei metode cu aplicabilitate generală de analiză și sinteză a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă (valabilă de asemenea în cazul mecanismelor cu structuri cu contururi poligonale închise, plane sau spațiale).
- Determinarea modelului matematic de calcul al situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic solidar cu platforma mobilă PM pentru cazul studiat experimental, utilizând noțiunea de “PeSiR”.
- Conceperea unei metode generale de determinare a spațiului de lucru pentru cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie serială și pentru cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă.
- Modelarea pe calculator a unor dispozitive de ghidare având topologie paralelă și simularea funcționării acestora.
- Realizarea practică a unui robot având dispozitivul de ghidare cu topologie paralelă.
- Conceperea unei interfețe grafice interactive de comandă a motoarelor dispozitivului de ghidare.
- Conceperea unui program care să asigure generarea impulsurilor motoarelor pas cu pas.

- Realizarea practică a unor dispozitive de determinare a situației în spațiu a sistemului de referință atașat punctului caracteristic.
- Determinarea experimentală a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic solidar cu platforma mobilă PM.
- Compararea valorilor obținute experimental cu cele obținute în urma simulării pe calculator.
- Determinarea erorilor de situație a sistemului de referință atașat punctului caracteristic.

4. MODELAREA MECANISMELOR DISPOZITIVELOR DE GHIDARE CU TOPOLOGIE PARALELĂ UTILIZÂND NOȚIUNEA DE “CONEXIUNE”

4.1. Principii. Definiții

În cadrul teoriei generale a modelării se operează cu conceptul de **sistem**.

Prin **sistem** se înțelege o mulțime ordonată și structurată de elemente între care există conexiuni bine determinate. Sistemul este delimitat de mediu prin entitatea frontieră, caracterizată prin relații de intrare/ieșire; concretizarea acestora se efectuează cu ajutorul unor parametri [Sav 00].

Sistemul real sau virtual de la care se pornește reprezintă sursa informațiilor necesare modelării și este numit **sistem sursă**.

Modelarea propriu-zisă constituie ansamblul activităților prin care, pentru un anumit scop determinat, un **sistem sursă** este înlocuit de un **sistem model** echivalent din anumite puncte de vedere.

Modelul este un sistem abstract sau material cu ajutorul căruia poate fi studiat indirect un alt sistem, de regulă mai complex (sistemul sursă), cu care modelul prezintă o analogie. Se reține pentru construcția modelului doar acele caracteristici ale sistemului sursă care sunt esențiale, utilizabile și adecvate scopului. Cu alte cuvinte, **modelul** este o reprezentare a aspectelor esențiale ale unui sistem (real sau virtual) [Sav 00].

Modelul abstract (virtual) poate fi:

- matematic (reprezentat prin relații matematice);
- sistemic (reprezentat prin scheme-bloc, grafuri, etc.);

- geometric (o reprezentare în realitatea virtuală bi sau tridimensională a sistemului sursă).

Modelul material (fizic) este o realizare materială la scară a sistemului sursă, care prezintă caracteristicile principale ale acestuia.

În general modelarea matematică a sistemelor mecanice este dificilă; s-au conceput diferite metode de obținere a ecuațiilor diferențiale de mișcare. În prezent orientarea este spre metode cât mai ușor de implementat pe calculatoare și cu un spectru cât mai larg de utilizare în privința categoriilor de sisteme (mecanice, electromecanice, hidromecanice, pneumomecanice, etc).

În cadrul modelării matematice, se utilizează în continuare denumirea de “**model geometric (de ordinul 0)**” dacă acesta se referă la deplasări generalizate, “**model cinematic (de ordinul 1.1)**” dacă se referă la viteze generalizate, “**model cinematic (de ordinul 1.2)**” dacă se referă la accelerații generalizate, “**model cinetostatic (de ordinul 2.1)**” dacă se referă la forțe generalizate și momente în regim static și “**model dinamic (de ordinul 2.2)**” în cazul în care se referă la la forțe generalizate și momente în regim dinamic.

În acest capitol, pe baza noțiunilor de “conexiune” și de “Perechi de Sisteme de Referință (PeSiR)”, se vor elabora modele pentru trei mecanisme ale unor dispozitive de ghidare cu topologie paralelă.

4.2. Modelarea structurală

4.2.1. Numărul elementelor și al cuplelor cinematice componente ale unui mecanism al unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă

Pornind de la cel mai simplu lanț cinematic închis, format din trei elemente, în tabelul 4.1 s-a realizat o sistematizare a structurilor mecanismelor bazate pe lanțuri cinematice închise.

Platforma mobilă PM este considerată ca fiind, pe rând, un element binar, ternar, cuaternar, cinquantar și hexaternar. Numărul total de elemente care intră în componența mecanismului s-a considerat cuprins între limitele 3 și 14.

Ca o ipoteză simplificatoare, s-a preferat să se tindă spre omogenizarea structurilor lanțurilor cinematice care fac legătura între cele două platforme și nu alungirea excesivă a unui lanț cinematic față de celelalte prin adăugarea de noi elemente și cuple cinematice. Cuplele cinematice multiple s-au considerat la nivelul platformei mobile iar numărul maxim de elemente între care este introdusă o cuplă cinematică multiplă s-a considerat că este 3.

O parte dintre mecanismele ale căror scheme structurale sunt prezentate în tabel sunt nefuncționale datorită constrângerilor geometrice.

Tabelul 4.1. Structuri ale mecanismelor bazate pe lanțuri cinematice închise.

Elem. Nr. elem.	Binar	+ cuple multiple	Ternar	+ cuple multiple	Quater- nar	+ cuple multiple	Cinqua- ternar	+ cuple multiple	Hexa- ternar	+ cuple multiple
n = 3		-		-		-		-		-
n = 4										
n = 5										
n = 6										
n = 7										
n = 8										
n = 9										
n = 10										
n = 11										
n = 12										
n = 13										
n = 14										

4.2.2. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă

4.2.2.1. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor cu elemente rigide, având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “conexiune”

În cazul sintezei structurale a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă sunt date două elemente inițiale: platforma fixă PF și platforma mobilă PM. Între acestea se introduce un număr n de conexiuni K_C (fig. 4.1).

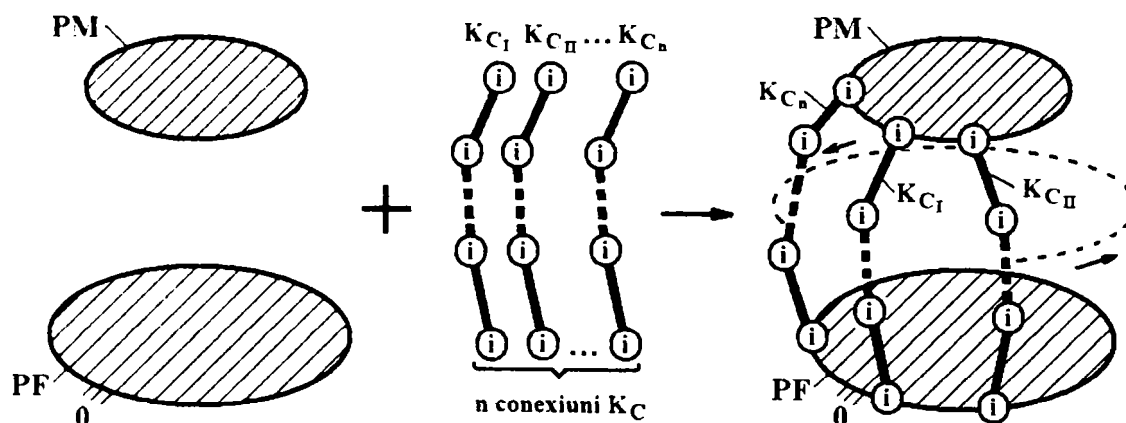


Fig. 4.1. Sinteza structurală a unui mecanism cu topologie paralelă.

Cuplele cinematice conținute de conexiuni sunt de clasa i , $i = I, II, \dots, V$.

Problema care apare și trebuie rezolvată este ca toate elementele, inclusiv platforma mobilă PM, să aibă mișcări bine determinate, adică mecanismul obținut să fie desmodrom.

Utilizând noțiunea de “conexiune”, gradul de mobilitate M al mecanismului cu topologie paralelă se calculează pe baza relației [Kov 99a]:

$$M = (6 - f) \cdot (n_0 - 1) + \sum L_k - \sum L_p, \quad (4.1)$$

unde: f – familia mecanismului; pentru mecanisme spațiale $f = 0$; pentru mecanisme plane $f = 3$;

n_0 – numărul elementelor “inițiale”, platforma fixă PF și platforma mobilă PM;

$\sum L_k$ – suma gradelor de libertate ale conexiunilor,

$$L_k = (6 - f) \cdot n_k - \sum_{i=f+1}^5 (i - f) \cdot c_{i_k} - \sum L_{id}, \quad (4.2)$$

n_k – numărul elementelor care intră în componența conexiunii;

c_{i_k} – numărul cuplelor cinematice de clasa i din cadrul conexiunii;

L_{id} – numărul gradelor de libertate de prisos introduse în conexiune;

$\sum L_p$ – suma gradelor de libertate a legăturilor pasive rezultate prin introducerea conexiunilor.

Se remarcă faptul că numărul gradelor de libertate al unei conexiuni poate avea valori negative sau valoarea nulă.

Ca și în cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie serială, pentru a fi desmodrom, gradul de mobilitate M al mecanismului trebuie să fie egal cu numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V -a:

$$M = c_{s,c}. \quad (4.3)$$

În practică cele n conexiuni sunt în general identice. În funcție de numărul lor și de structura lor, acestea prezintă diferite grade de libertate $\sum L_k$. Din relația (4.1) se obține:

$$\sum L_k = M - (6 - f) \cdot (n_0 - 1) + \sum L_p, \quad (4.4)$$

Platforma mobilă, considerată ca element inițial, este un corp liber în spațiu și are șase grade de libertate. Dacă se consideră că fiecare conexiune suprimă cel puțin un grad de libertate, se poate trage concluzia că numărul maxim de conexiuni necesare este $n_{\max} = 6$. Se pot introduce în plus conexiuni cu $L_k = 0$.

În practică numărul de conexiuni este cuprins între limitele 3 și 6 iar cuplele cinematice conducătoare sunt de clasa a V -a (motoare circulare sau liniare).

Dacă se pornește de la cea mai simplă conexiune, K_A - o cuplă cinematică de clasa i , introdusă între platforma fixă și platforma mobilă, se obține un mecanism cu topologie serială, ca în fig. 4.2. Mecanismul este desmodrom dacă cupla cinematică ce leagă cele două platforme este de clasa a V -a ($i = V$) și conducătoare.

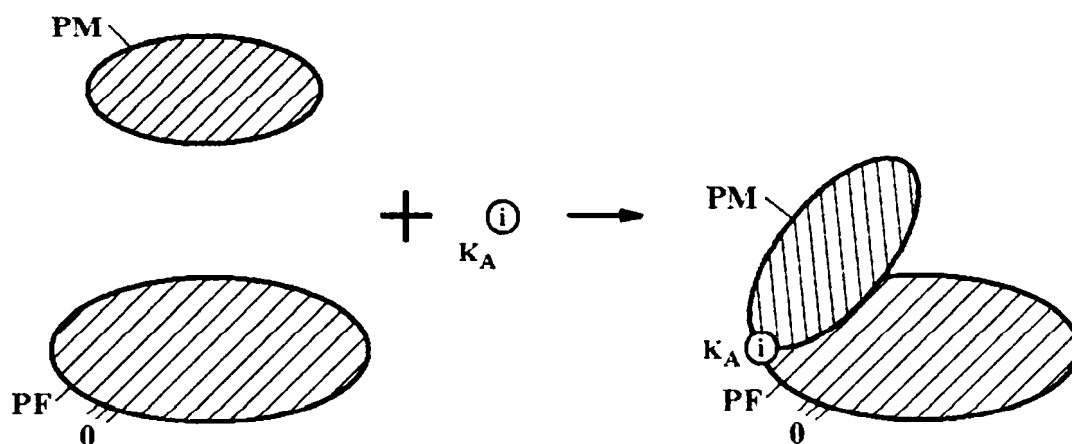


Fig. 4.2. Sinteza structurală a unui mecanism format din platforma fixă PF, platforma mobilă PM și o conexiune K_A .

În cazul în care între cele două platforme se introduce o conexiune K_B , se obține de asemenea un mecanism cu topologie serială, ca în fig. 4.3. Mecanismul este desmodrom dacă cele două cuple cinematice sunt de clasa a V -a ($i = V$) și conducătoare.

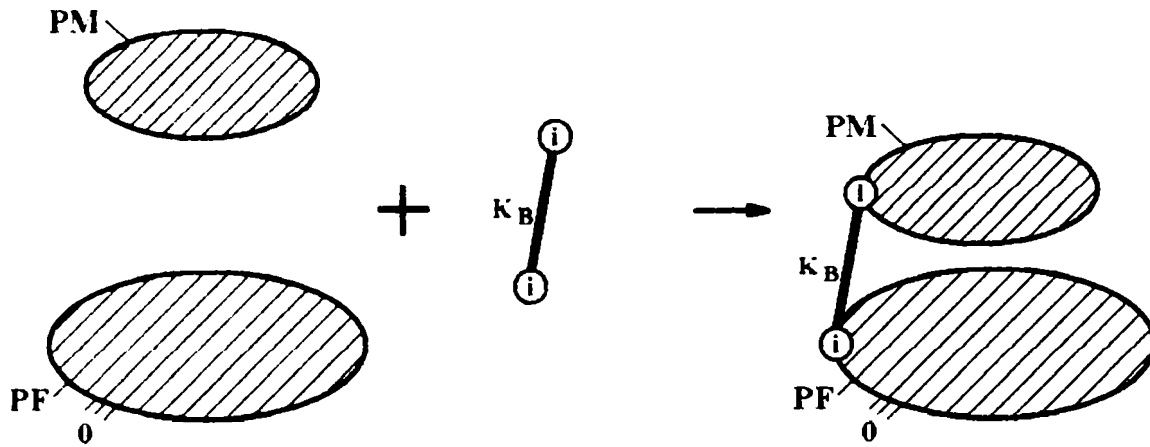


Fig. 4.3. Sinteza structurală a unui mecanism format din platforma fixă PF, platforma mobilă PM și o conexiune K_B .

Se consideră cel mai simplu caz al unui mecanism cu topologie paralelă și anume acela în care între platforma fixă PF și platforma mobilă PM s-au introdus **două conexiuni K_B** (fig. 4.4).

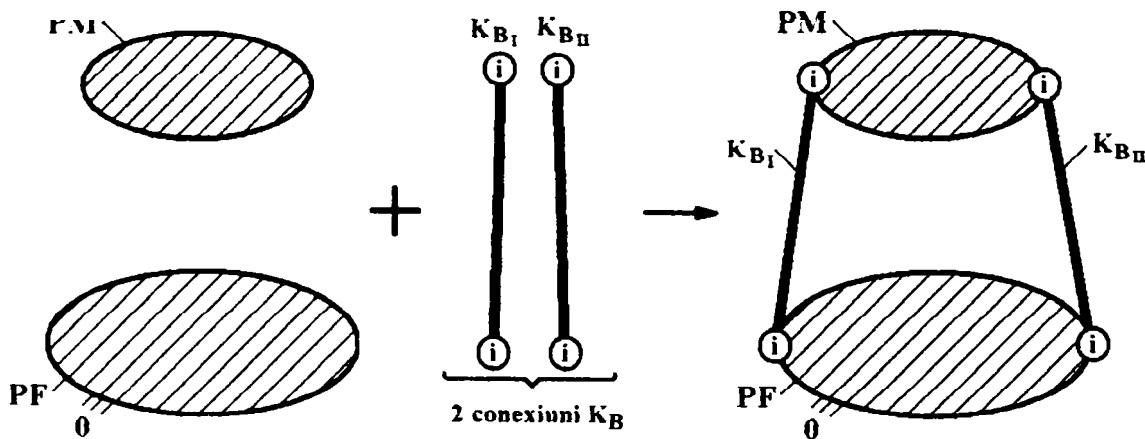


Fig. 4.4. Sinteza structurală a unui mecanism format din platforma fixă PF, platforma mobilă PM și două conexiuni K_B .

Dacă mecanismul este planar, toate cuplele cinematice sunt de clasa a V-a. Înlocuind în relația (4.1), numărul gradelor de mobilitate ale mecanismului este:

$$M = (6 - f) \cdot (n_0 - 1) + \sum L_k - \sum L_p = (6 - 3) \cdot (2 - 1) - 2 - 0 = 1, \quad (4.5)$$

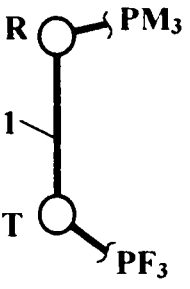
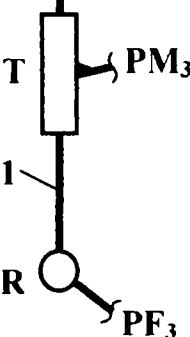
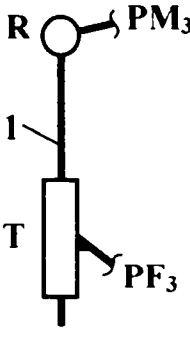
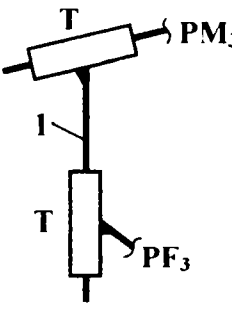
în care:

$$L_k = (6 - f) \cdot n_k - \sum_{i=f+1}^5 (i - f) \cdot c_{ik} - \sum L_{id} = (6 - 3) \cdot 1 - (5 - 3) \cdot 2 - 0 = -1, \quad (4.6)$$

conform relației (4.2), în care $n_k = 1$, $f = 3$, $c_{s_k} = 2$.

În tabelul 4.2 sunt prezentate conexiunile $K_{B(-1)}$ frecvent utilizate în cadrul mecanismelor plane, cuplele cinematice având simbolurile R, T (conform tab. 2.1).

Tab. 4.2. Conexiuni $K_{B(-1)}$ care pot intra în componența mecanismelor plane.

2 c.c. cl. a V-a	 <p style="text-align: center;">RR</p>	 <p style="text-align: center;">RT</p>	 <p style="text-align: center;">TR</p>	 <p style="text-align: center;">TT</p>
------------------	---	---	---	---

Dacă toate cele 4 cuple cinematice de clasa a V-a sunt de rotație, se obține cel mai simplu mecanism cu lanț închis și anume mecanismul patrulater articulată (bielă-manivelă).

În cazul general, dacă în componența mecanismului sunt introduse și cuple cinematice de translație, acesta este desmodrom dacă o singură cuplă cinematică de clasa a V-a ($i = 5$) este conducătoare.

Se consideră cazul în care platforma mobilă este legată de platforma fixă prin intermediul a 3 conexiuni K_C , ca în fig. 4.5.

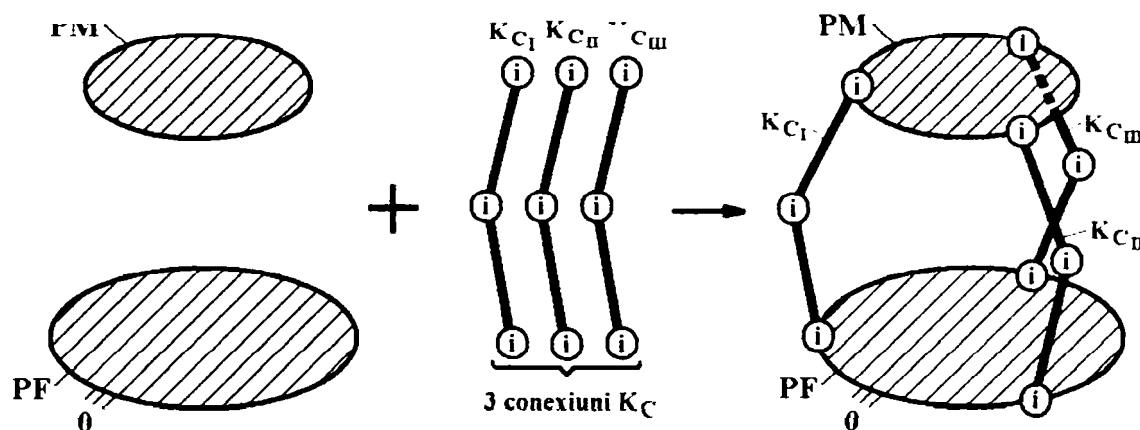


Fig. 4.5. Sinteza structurală a unui mecanism format din platforma fixă PF, platforma mobilă PM și trei conexiuni K_C .

Ținând seama de faptul că în realitate mecanismul este acționat cu motoare rotative sau liniare (cuple cinematice conducătoare de clasa a V-a), fiecare conexiune trebuie să conțină cel puțin o cuplă cinematică de clasa a V-a. Dacă suma gradelor de libertate pasive este nulă și **meccanismul este planar** ($f = 3$), pentru ca mecanismul să fie desmodrom relația 4.1 devine:

$$M = c_{3c} = (6 - f) \cdot (n_0 - 1) + \sum L_k - \sum L_p = (6 - 3) \cdot (2 - 1) + \sum L_k - 0 = 3; \quad (4.7)$$

$$\Rightarrow \sum L_k = L_{k_1} + L_{k_2} + L_{k_3} = 0. \quad (4.8)$$

Dacă cele trei conexiuni sunt identice, atunci:

$$L_{s_1} = L_{s_2} = L_{s_3} = 0. \quad (4.9)$$

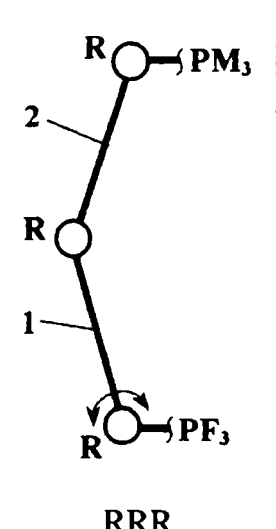
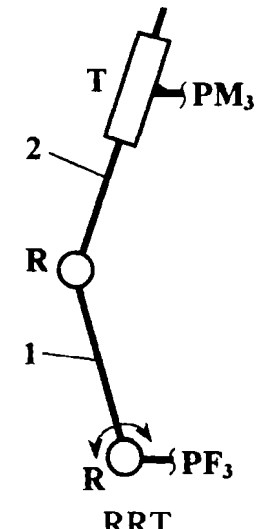
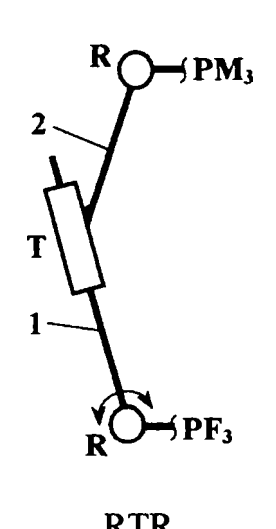
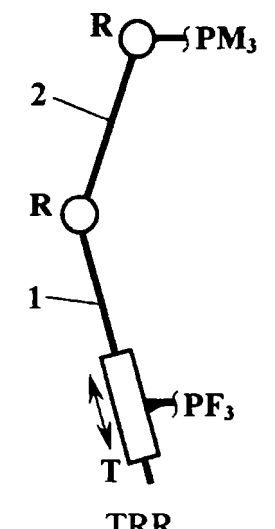
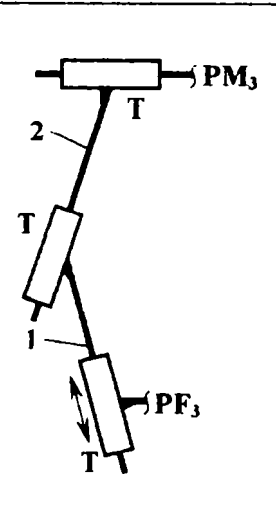
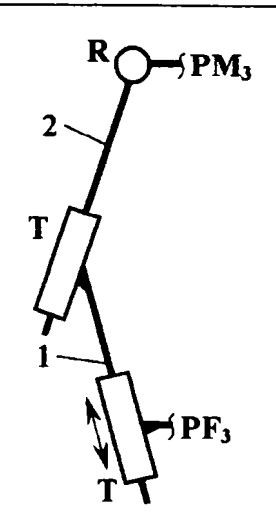
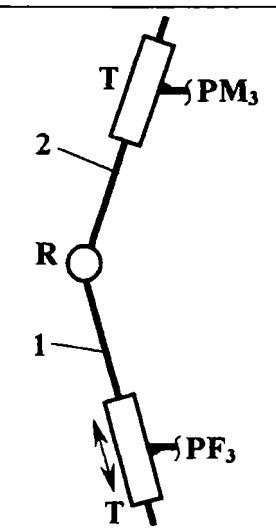
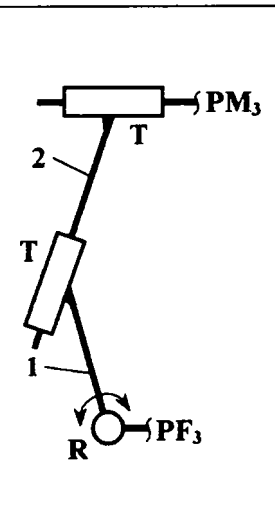
Dacă toate cele trei cuple cinematice ale conexiunii sunt de clasa a V-a, atunci conform rel. 4.2, numărul gradelor de libertate suprimate de o conexiune este:

$$L_s = (6 - f) \cdot n_k - \sum_{i=1}^s (i - f) \cdot c_{s_i} - \sum L_{s_i} = (6 - 3) \cdot 2 - (5 - 3) \cdot 3 - 0 = 0, \quad (4.10)$$

conform relației (4.2), în care $n_k = 2$, $f = 3$, $c_{s_i} = 2$.

În tabelul 4.3 se prezintă conexiunile posibile $K_{C(0)}$ având $n_k = 2$ elemente și în componența cărora intră cuple cinematice de rotație și de translație (R, T, conform tab. 2.1) utilizate frecvent în componența mecanismelor plane. S-au avut în vedere atât combinațiile cuplelor cinematice, cât și ordinea acestora în cadrul conexiunii, pornind de la cupla cinematică legată de platforma fixă PF. La alegerea cuplei cinematice conducătoare de clasa a V-a s-a avut în vedere în primul rând ca aceasta să fie legată la platforma fixă PF.

Tab. 4.3. Conexiuni $K_{C(0)}$ având $n_k = 2$ elemente din componența mecanismelor plane.

2 c.c. cl. a V-a	 RRR	 RRT	 RTR	 TRR
	 TTT	 TTR	 TRT	 RTT

În mod identic se raționează și în cazul în care **mecanismul este spațial**. Mecanismul fiind acționat cu motoare rotative sau liniare (cuple cinematice conducătoare de clasa a V-a), fiecare conexiune trebuie să conțină cel puțin o cuplă cinematică de clasa a V-a. Dacă suma gradelor de libertate pasive este nulă, pentru ca mecanismul să fie desmodrom relația 4.1 devine:

$$M = c_{\sum} = (6 - 0) \cdot (2 - 1) + \sum L_k - 0 = 3; \quad (4.11)$$

$$\Rightarrow \sum L_k = L_{k_1} + L_{k_0} + L_{k_m} = -3. \quad (4.12)$$

Dacă cele trei conexiuni sunt identice, atunci fiecare suprimă câte un grad de libertate:

$$L_{k_1} = L_{k_0} = L_{k_m} = -1. \quad (4.13)$$

În tabelul 4.4 se prezintă conexiunile posibile $K_{C(-1)}$ având $n_k = 2$ elemente și în componența cărora intră cuplele cinematice utilizate frecvent în componența mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților, având simbolurile R, T, C, H₀, H, S (conform tab. 2.1). S-au avut în vedere atât combinațiile cuplelor cinematice, cât și ordinea acestora în cadrul conexiunii, pornind de la cupla cinematică legată de platforma fixă PF. Alegerea cuplei cinematice conducătoare de clasa a V-a a avut în vedere în primul rând ca aceasta să fie legată la platforma fixă PF, apoi la platforma mobilă PM.

Tab. 4.4. Conexiuni $K_{C(-1)}$ având $n_k = 2$ elemente.

<p>2 c.c. cl. a V-a + 1 c.c. cl. a III-a</p>	<p>RRH</p>	<p>RHR</p>	<p>HRR</p>	<p>TTH</p>	<p>HTT</p>
	<p>RTH</p>	<p>RHT</p>	<p>HRT</p>	<p>TRH</p>	<p>HTR</p>
	<p>RRS</p>	<p>RSR</p>	<p>SRR</p>	<p>TTS</p>	<p>STT</p>
	<p>RTS</p>	<p>RST</p>	<p>SRT</p>	<p>TRS</p>	<p>STR</p>

Tab. 4.4. Conexiuni $K_{C(-1)}$ având $n_k = 2$ elemente (continuare)

1 c.c. cl. a V-a +						
2 c.c. cl. a IV-a						

Se consideră cazul în care platforma mobilă este legată de platforma fixă prin intermediul a **4 conexiuni** K_C .

Dacă suma gradelor de libertate pasive este nulă, pentru ca mecanismul să fie desmodrom relația 4.1 devine:

$$M = c_s = (6 - 0) \cdot (2 - 1) + \sum L_k - 0 = 4; \quad (4.14)$$

$$\Rightarrow \sum L_k = L_{k_I} + L_{k_{II}} + L_{k_{III}} + L_{k_{IV}} = -2. \quad (4.15)$$

Cele patru conexiuni nu pot fi identice, existând următoarele posibilități:

- două conexiuni cu numărul gradelor de libertate $L_k = -1$ și două conexiuni cu numărul gradelor de libertate $L_k = 0$;

- o conexiune cu numărul gradelor de libertate $L_k = -2$ și trei conexiuni cu numărul gradelor de libertate $L_k = 0$.

Se consideră cazul în care platforma mobilă este legată de platforma fixă prin intermediul a **5 conexiuni** K_C .

Dacă suma gradelor de libertate pasive este nulă, pentru ca mecanismul să fie desmodrom relația 4.1 devine:

$$M = c_s = (6 - 0) \cdot (2 - 1) + \sum L_k - 0 = 5; \quad (4.16)$$

$$\Rightarrow \sum L_k = L_{k_I} + L_{k_{II}} + L_{k_{III}} + L_{k_{IV}} + L_{k_V} = -1. \quad (4.17)$$

Cele 5 conexiuni nu pot fi identice, o conexiune având numărul gradelor de libertate $L_k = -1$, iar patru conexiuni având numărul gradelor de libertate $L_k = 0$.

Se consideră cazul în care platforma mobilă este legată de platforma fixă prin intermediul a **6 conexiuni** K_C .

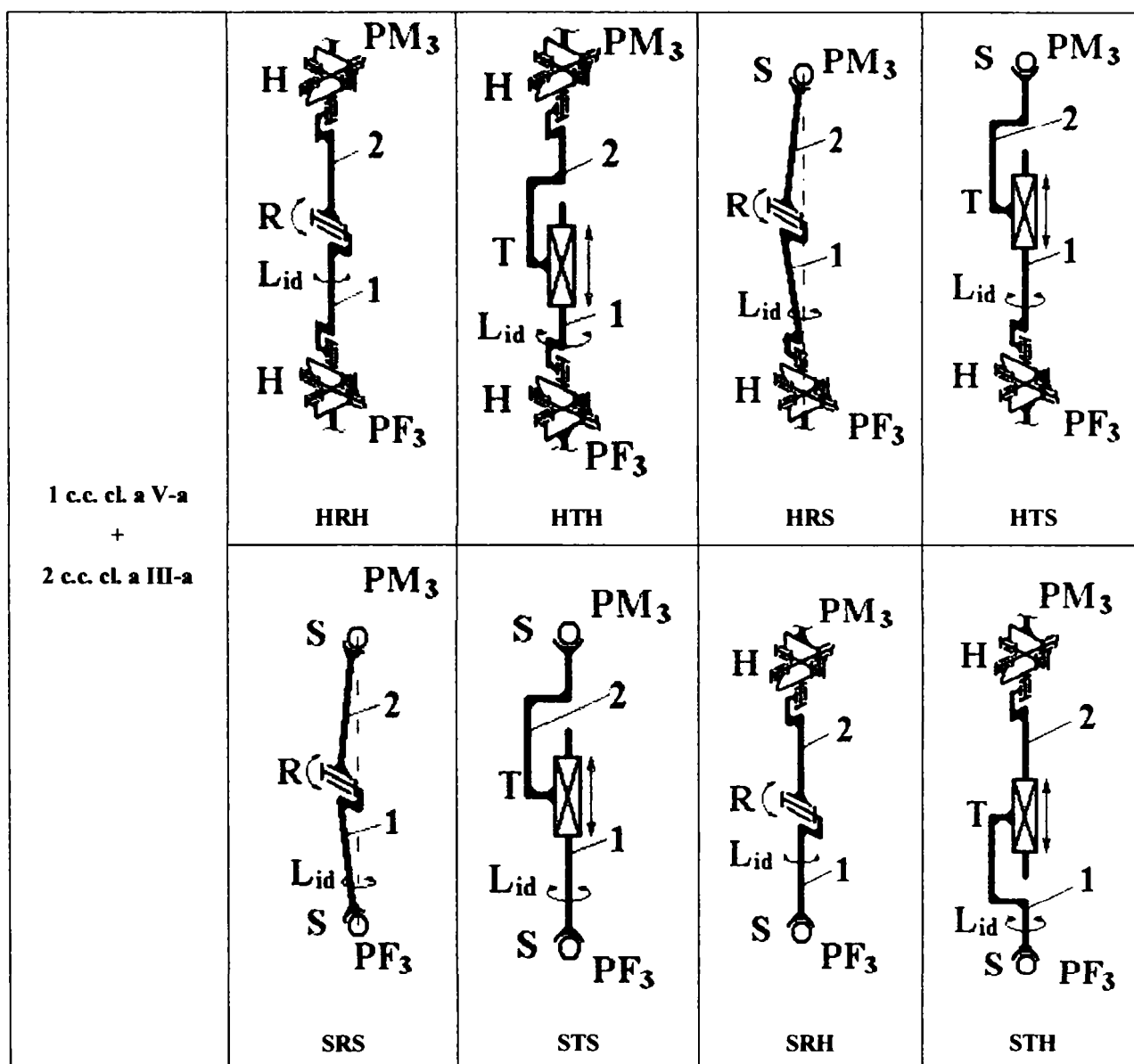
Dacă suma gradelor de libertate pasive este nulă, pentru ca mecanismul să fie desmodrom relația 4.1 devine:

$$M = c_s = (6 - 0) \cdot (2 - 1) + \sum L_k - 0 = 6; \quad (4.18)$$

$$\Rightarrow \sum L_k = L_{k_I} + L_{k_{II}} + L_{k_{III}} + L_{k_{IV}} + L_{k_V} + L_{k_{VI}} = 0. \quad (4.19)$$

Ca urmare numărul gradelor de libertate al fiecărei conexiuni este $L_k = 0$.

În tabelul 4.5 sunt prezentate conexiunile posibile $K_{C(0)}$ având în componență două elemente și cuple cinematice utilizate în Robotică.

Tab. 4.5. Conexiuni $K_{C(0)}$ având $n_k = 2$ elemente.

În cazul celor prezentate anterior, numărul elementelor componente ale conexiunilor a fost $n_k = 2$. Acesta poate să crească, condiția esențială fiind ca numărul gradelor de libertate ale conexiunilor să rămână cel determinat în relațiile 4.12, 4.13, 4.15, 4.17, 4.19.

În tabelul 4.6 sunt centralizate considerentele de mai sus. Se remarcă faptul că în cazul în care între platforma fixă și platforma mobilă sunt introduse 3 sau 6 conexiuni, acestea pot fi alese identice.

Tab. 4.6. Numărul și tipul conexiunilor introduse între platforma fixă și cea mobilă.

Numărul de conexiuni dintre platforma fixă și platforma mobilă	Tipul conexiunilor	Condiții de desmodromie	Observații
1	$K_{A(-1)}$	$c_{5c} = n_k + 1$	Topologie serială
	$K_{B(-2)}$		
	$K_{C(-n_k-1)}$		
2	$2 \times K_{B(-1)}$	$c_{5c} = 1$	Mecanisme plane
	$2 \times K_{C(-1)}$		
3	$3 \times K_{C(0)}$	$c_{5c} = 3$	Mecanisme plane Posibil conexiuni identice
	$3 \times K_{C(-1)}$		Mecanisme spațiale Posibil conexiuni identice
4	$2 \times K_{C(-1)} + 2 \times K_{C(0)}$	$c_{5c} = 4$	Conexiuni diferite
	$1 \times K_{C(-2)} + 3 \times K_{C(0)}$		Conexiuni diferite
5	$1 \times K_{C(-1)} + 4 \times K_{C(0)}$	$c_{5c} = 5$	Conexiuni diferite
6	$6 \times K_{C(0)}$	$c_{5c} = 6$	Posibil conexiuni identice

Se pornește de la ideea că între platforma fixă și platforma mobilă se introduc conexiuni având aceeași structură. În acest caz, o conexiune având o anumită structură determină în mod univoc structura și numărul gradelor de mobilitate ale mecanismului dispozitivului de ghidare; structura conexiunii stabilește și dacă mecanismul este plan sau spațial.

4.2.2.2. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor cu elemente flexibile, având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “conexiune”

În cadrul sintezei mecanismelor de ghidare cu topologie paralelă având în structura lor elemente flexibile, se ține seama de numărul punctelor de legătură a platformei mobile cu aceste elemente, de dimensiunile și de forma platformei mobile.

Dacă se cere ca dispozitivul de ghidare cu topologie paralelă să prezinte 6 grade de mobilitate, este nevoie de un total de 7 conexiuni cu elemente rigide sau flexibile introduse între platforma fixă și cea mobilă [Ara 02].

Cazurile posibile sunt redate în tabelul următor:

Tab. 4.7.

Nr. crt.	Nr. conexiuni cu elemente rigide	Nr. fire
1.	0	7
2.	1	6
3.	2	5
4.	3	4
5.	4	3
6.	5	2
7.	6	0

În sprijinul afirmației că sunt necesare 7 conexiuni pentru un dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă care să aibă 6 grade de mobilitate se raționează astfel: un corp liber în spațiu are 6 grade de libertate, ca urmare este nevoie de 6 elemente flexibile pentru a le suprima; al șaptelea element flexibil are rolul de a le solicita pe celelalte la tracțiune.

Spre exemplu, dacă platforma mobilă PM este legată cu un fir (element flexibil E_2^f) de platforma fixă, atunci este necesar un fir E_1^f care să-l solicite pe primul la tracțiune, ca în fig. 4.6.

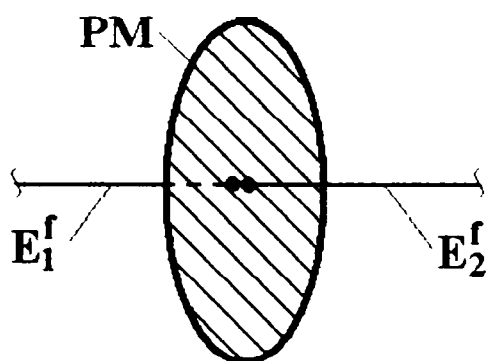


Fig. 4.6. Platforma mobilă PM de care sunt legate două elemente flexibile.

Dacă platforma mobilă PM este legată cu trei fire E_2^f , E_3^f și E_4^f , este necesar un al patrulea fir E_1^f în partea opusă care să le solicite pe primele trei la tracțiune, ca în fig. 4.7.

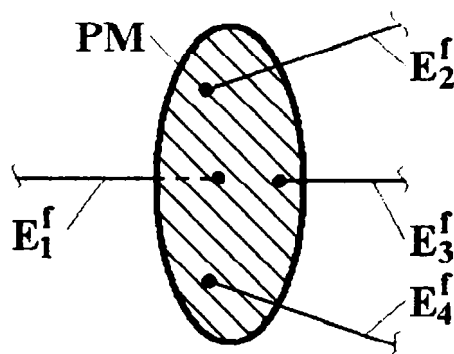


Fig. 4.7. Platforma mobilă PM de care sunt legate patru elemente flexibile.

Elementul flexibil necesar pentru a le solicita pe celelalte la tracțiune poate fi înlocuit de greutatea proprie a platformei mobile, ca în fig. 4.8.

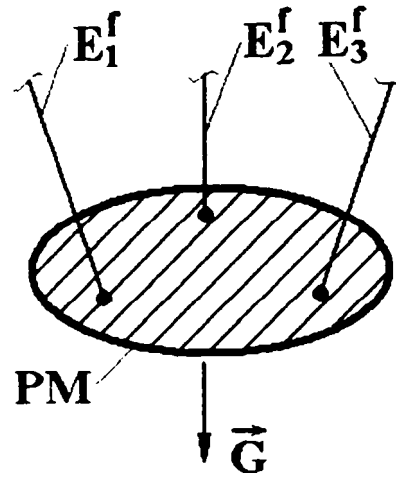


Fig. 4.8. Elementele flexibile sunt solicitate la tracțiune de greutatea platformei mobile PM.

Se aduce în discuție și posibilitatea ca elementele flexibile să fie extensibile.

Se presupune că platforma mobilă este legată de platforma fixă cu un singur fir, prin intermediul unor noduri A^f , echivalente cuplelor cinematice sferice. Apar două posibilități:

a) în cazul în care firul este inextensibil (fig. 4.9, a), acesta limitează un grad de libertate;

b) în cazul în care firul este extensibil (fig. 4.9, b), acesta limitează un grad de libertate dacă atinge elongația maximă, la lungimea l_{max} , când se comportă ca un fir inextensibil. Dacă $l < l_{max}$, platforma mobilă are 6 grade de libertate.

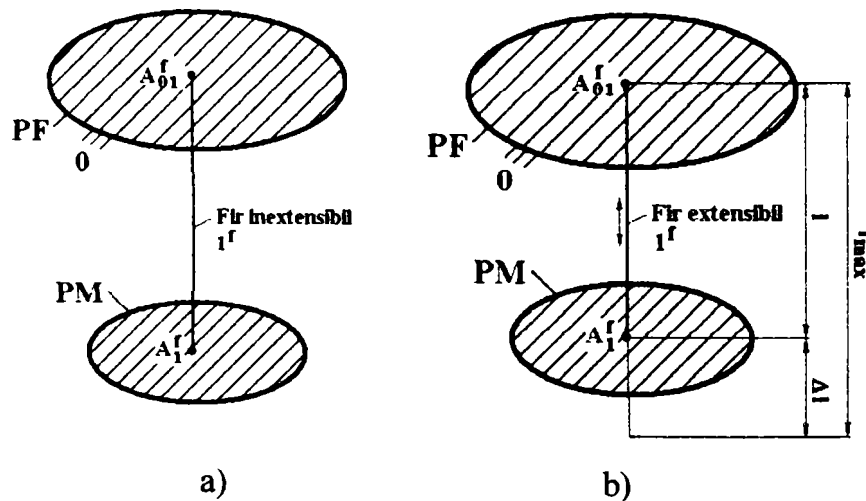


Fig. 4.9. Introducerea unui fir inextensibil (a) sau extensibil (b) între platforma fixă și platforma mobilă.

Indiferent dacă elementele flexibile sunt extensibile sau nu, este recomandabil ca acestea să nu se intersecteze, iar forțele din fire să fie pozitive (cu valori cuprinse între forța de pretensionare și forța de rupere a firului).

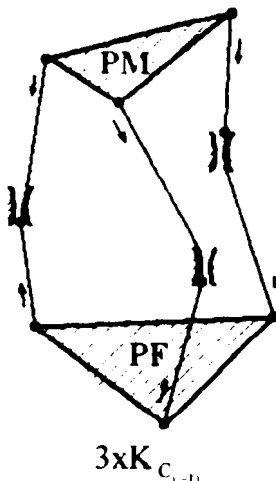
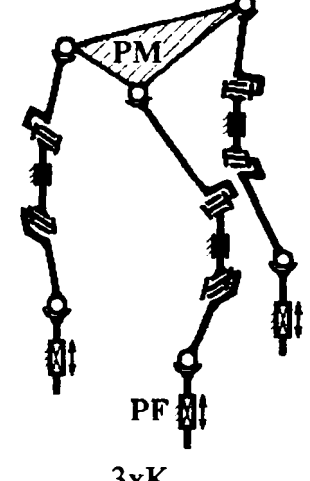
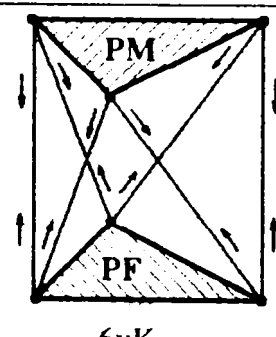
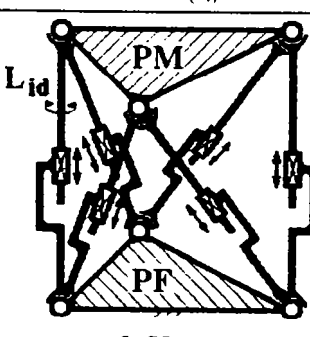
În tabelul următor sunt prezentate conexiuni care conțin elemente flexibile, precum și conexiunile cu elemente rigide echivalente din punct de vedere al numărului gradelor de libertate L_k .

Tab. 4.8. Conexiuni cu elemente flexibile.

Tip	n^f	c_2^f	c_3^f	c_4^f	Denumire	Simbol	Schema cinematică	L_k	Obs.	Schema cinematică a conexiunii cu elemente rigide echivalente
A	0	0	0	1	Ghidaj cilindric	C^f		-4	-	
	0	0	1	0	Nod	S^f		-3	-	
	0	1	0	0	Ghidaj profilat	G^f		-2	-	
B	1	0	2	0	-	$S^f S^f$		-1	$L_{id}=1$	
C	2	1	3	0	-	$S^f S^f G^f$		0	$L_{id}=1$	
	3	2	4	0	-	$S^f S^f G^f S^f$		0	$L_{id}=2$	

În tabelul următor sunt prezentate exemple de mecanisme cu elemente flexibile ale unor dispozitive de ghidare având topologie paralelă. Sunt prezentate schemele cinematice ale mecanismelor, simbolurile conexiunilor componente, cuplele cinematice conducătoare, numerele gradelor de libertate și schemele cinematice ale mecanismelor cu elemente rigide echivalente.

Tab. 4.9. Exemple de mecanisme cu elemente flexibile ale unor dispozitive de ghidare având topologie paralelă.

Nr. crt.	Schema cinematică a mecanismului cu elemente flexibile	Simboluri conexiuni	Nr. grade de mobilitate M	Schema cinematică a mecanismului cu elemente rigide echivalent	Simboluri conexiuni	Obs.
0	1	2	3	4	5	6
1.	 <p>$3xK_{C(-1)}$</p>	$PF + 3S^fS^fS^f + PM$	3	 <p>$3xK_{C(-1)}$</p>	$PF + 3TSSCSS + PM$	-
2.	 <p>$6xK_{B(0)}$</p>	$PF + 6S^fS^f + PM$	6	 <p>$6xK_{C(0)}$</p>	$PF + 6STS + PM$	Platforma Stewart

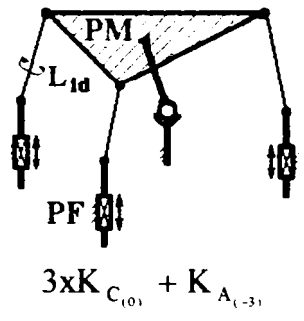
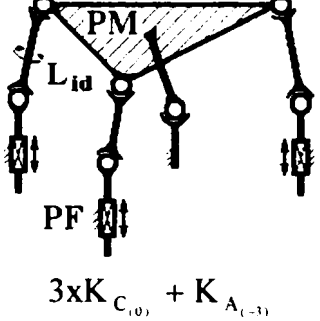
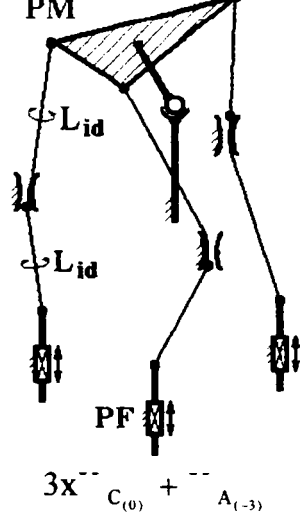
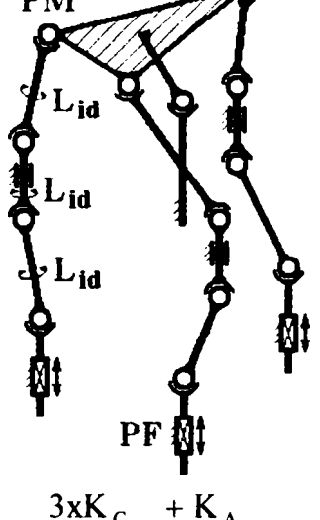
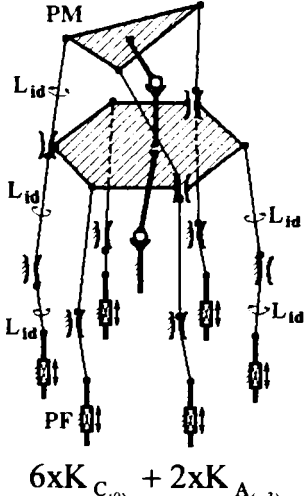
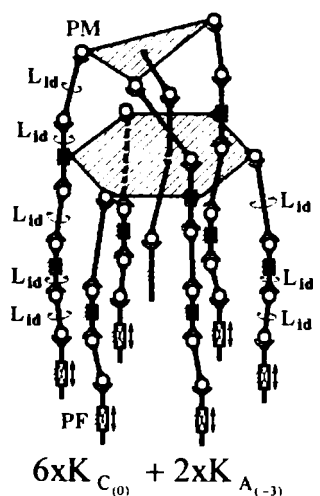
În cazurile prezentate în tabelul de mai sus, s-a considerat că elementele flexibile nu permit rotația în jurul propriei axe, respectiv apariția unui grad de libertate de prisos L_{id} .

4.2.2.3. Sinteza și analiza structurală a mecanismelor cu elemente rigide și flexibile, având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “conexiune”

Dacă între platforma fixă și platforma mobilă se interpun conexiuni care conțin atât elemente rigide cât și elemente flexibile, se obțin mecanisme cu topologie paralelă mixte (sau hibride).

În tab. 4.10 sunt prezentate exemple de mecanisme cu elemente rigide și flexibile ale unor dispozitive de ghidare având topologie paralelă, simbolurile conexiunilor, numerele gradelor de mobilitate M și schemele cinematice ale mecanismelor cu elemente rigide echivalente.

Tab. 4.10. Exemple de mecanisme cu elemente rigide și flexibile ale unor dispozitive de ghidare având topologie paralelă.

Nr. crt.	Schema cinematică a mecanismului cu elemente flexibile	Simboluri conexiuni	Nr. grade de mobilitate M	Schema cinematică a mecanismului cu elemente rigide echivalent	Simboluri conexiuni	Obs.
0	1	2	3	4	5	6
1.	 <p>$3xK_{C(0)} + K_{A(-3)}$</p>	<p>$PF + 3TS^{sf} + S + PM$</p>	<p>3</p>	 <p>$3xK_{C(0)} + K_{A(-3)}$</p>	<p>$PF + 6TSS + PM$</p>	<p>-</p>
2.	 <p>$3xK_{C(0)} + K_{A(-3)}$</p>	<p>$PF + 3TS^{fG^{sf}S^{sf}} + S + PM$</p>	<p>3</p>	 <p>$3xK_{C(0)} + K_{A(-3)}$</p>	<p>$PF + 6TSSCSS + S + PM$</p>	<p>-</p>
3.	 <p>$6xK_{C(0)} + 2xK_{A(-3)}$</p>	<p>$PF + 3TS^{fG^{sf}S^{sf}} + 3TS^{fG^{sf}S^{sf}} + 2S + PM$</p>	<p>6</p>	 <p>$6xK_{C(0)} + 2xK_{A(-3)}$</p>	<p>$PF + 3TSSCCSSS + 3TSSCCSS + 2S + PM$</p>	<p>-</p>

4.2.3. Exemple de modele structurale ale unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă

În cadrul **sintezei structurale** se vor stabili structurile a 3 modele ale unor mecanisme de ghidare cu topologie paralelă, numărul elementelor și al cuplelor cinematice și modul în care se leagă elementele între ele, pentru fiecare model în parte.

Sinteza dimensională presupune determinarea distanțelor sau a unghiurilor care precizează poziția relativă a zonelor de contact ale cuplelor cinematice și a geometriei acestor zone pentru modelele respective.

În cadrul **analizei structurale** se va studia modul în care cele 3 modele structurale obținute sunt constituite din părțile componente (elemente, cuple cinematice): natura lor, legăturile dintre ele și modul în care acestea influențează funcționarea mecanismului.

Pentru modelele propuse se vor calcula numerele gradelor de mobilitate, în vederea determinării condițiilor de desmodromie.

Din perspectiva unei abordări unitare, pe baza sistematizării tipurilor de conexiuni care pot fi introduse între platforma fixă și cea mobilă, (tab. 4.6), se urmărește obținerea unor mecanisme **desmodrome** ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă, câte unul pentru fiecare caz posibil de structură având conexiuni identice introduse între cele două platforme.

Sunt propuse 3 modele structurale (scheme structurale) ale unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă, prezentate în fig. 4.10.

Pentru cazul din fig. 4.10, a, între platforma fixă și cea mobilă (elemente ternare) s-au introdus **3 conexiuni $K_{C(0)}$** având fiecare câte două elemente și trei cuple cinematice de clasa a V-a. Având în vedere tab. 4.6, se poate afirma că pentru a fi desmodrom (cu 3 grade de mobilitate), este necesar ca mecanismul să fie plan.

Pentru cazul din fig. 4.10, b, între platforma fixă și cea mobilă s-au introdus **3 conexiuni $K_{C(-1)}$** având fiecare câte două elemente și trei cuple cinematice, două de clasa a V-a și una de clasa a III-a. Mecanismul obținut este unul desmodrom (cu 3 grade de mobilitate), spațial, conform tab. 4.6.

Pentru cazul din fig. 4.10, c, între platforma fixă și cea mobilă s-au introdus **6 conexiuni $K_{C(0)}$** având fiecare câte două elemente și trei cuple cinematice, două de clasa a III-a și una de clasa a V-a. Având în vedere tab. 4.6, mecanismul obținut este unul desmodrom (cu 6 grade de mobilitate), spațial.

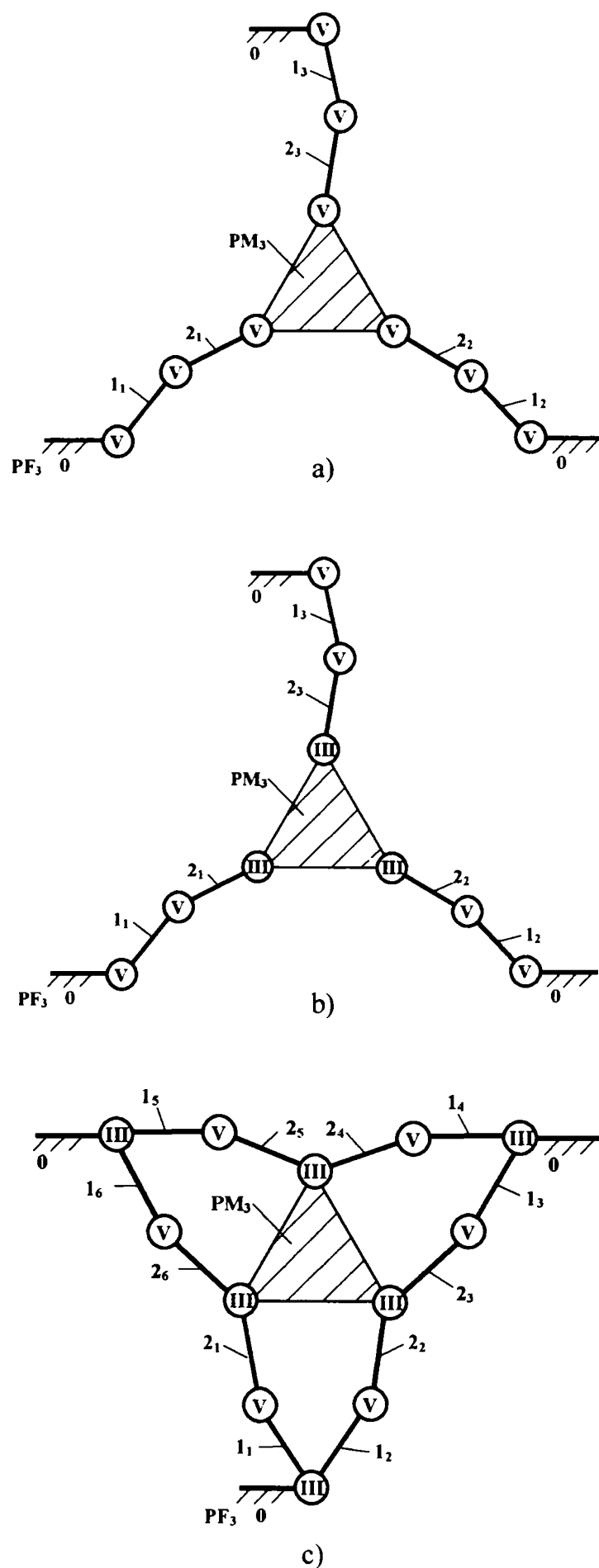


Fig. 4.10. Exemple de modele structurale ale unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare ale roboților având topologie paralelă.

Astfel, în funcție de conexiunile alese, platforma mobilă PM_3 poate face parte dintr-un mecanism cu topologie paralelă:

- plan, cu 3 grade de mobilitate;
- spațial, cu 3 grade de mobilitate;
- spațial, cu 6 grade de mobilitate.

Pe baza schemei structurale din fig. 4.10, a, din tab. 4.3 se pot alege orice conexiuni $K_{C(0)}$ pentru a fi introduse între cele două platforme. Se optează pentru **3 conexiuni identice RTR**: se notează cu j numărul conexiunii ($j = 1, 2, 3$); fiecare asemenea conexiune $A_j B_j C_j$ conține $n = 2$ elemente, $c_5 = 3$ cuple cinematice de clasa a V-a, două de rotație la extremitățile conexiunii și una de translație. Se precizează că mecanismul este plan. Schema cinematică a mecanismului având structura $PF_3 + 3xRTR + PM_3$ este prezentată în fig. 4.11.

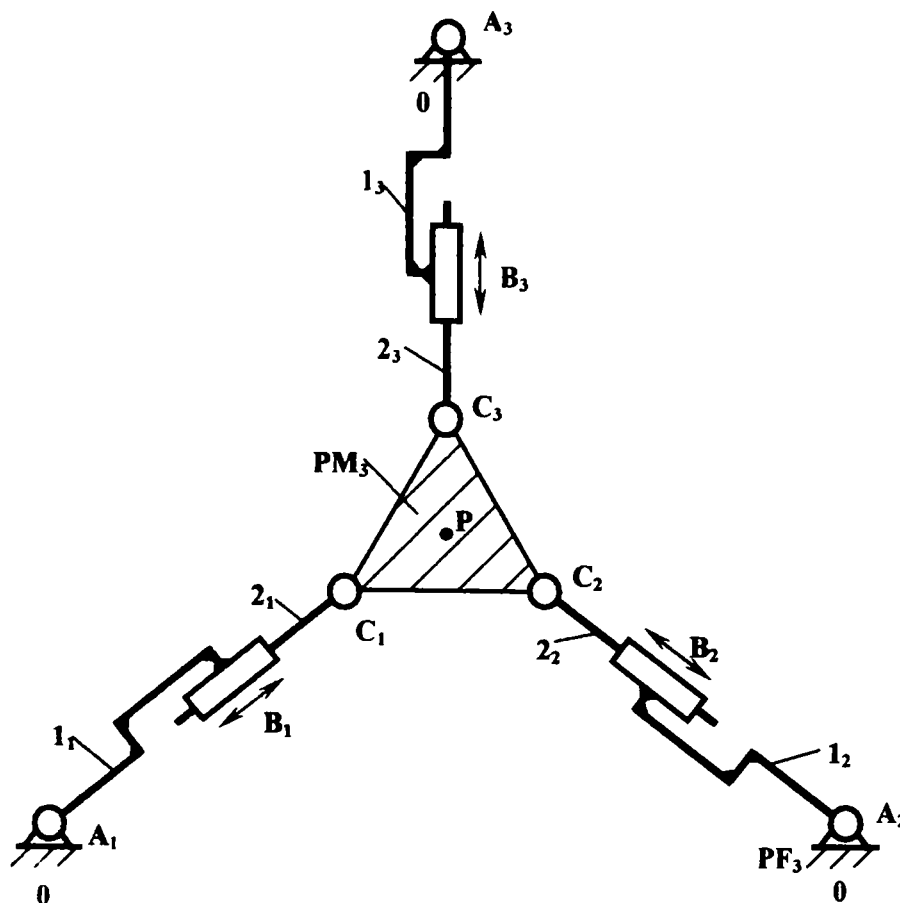


Fig. 4.11. Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3xRTR + PM_3$.

Conform relației 4.10, numărul gradelor de libertate suprimate de conexiune este:

$$L_{kRTR} = 0. \quad (4.20)$$

Gradul de mobilitate al mecanismului din fig. 4.11, conform relației (4.1), este:

$$M = (6 - f)(n_p - 1) + \sum_1^3 L_{kRTR} - \sum L_p = (6 - 3) \cdot (2 - 1) + 0 - 0 = 3 \quad (4.21)$$

unde $n_p = 2$ reprezintă numărul platformelor.

Condiția de desmodromie este:

$$M = c_{s_c} = 3, \quad (4.22)$$

unde c_{s_c} reprezintă numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a. Pentru mecanismul din fig. 4.11 s-au considerat conducătoare cele 3 cuple cinematice de translație.

Dimensiunile elementelor se vor considera astfel:

- platforma fixă: triunghi echilateral cu latura $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3} = \overline{A_3A_1} = 200$ [mm];
- platforma mobilă: triunghi echilateral cu latura $\overline{C_1C_2} = \overline{C_2C_3} = \overline{C_3C_1} = 50$ [mm];
- lungimile elementelor 1_j: $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_3B_3} = 50$ [mm];
- lungimile elementelor 2_j: $\overline{B_1C_1} = \overline{B_2C_2} = \overline{B_3C_3} = 70$ [mm].

Punctele A_j , B_j , C_j s-au considerat în centrele geometrice ale cuplelor cinematice respective. Pentru capetele de cursă, lungimile segmentelor $\overline{A_jC_j}$ pot avea valorile extreme $(\overline{A_jC_j})_{\min} = 70$ [mm], $(\overline{A_jC_j})_{\max} = 110$ [mm].

Se consideră că punctul caracteristic P aparține platformei mobile, aflându-se în centrul geometric al acesteia.

Pornind de la schema structurală din fig. 4.10, b, din tab. 4.4 se pot alege orice conexiuni $K_{C(-1)}$ pentru a fi introduse între cele două platforme. Se optează pentru **3 conexiuni identice RRS**; în mod analog cazului prezentat anterior, se notează cu j numărul conexiunii ($j = 1, 2, 3$); fiecare asemenea conexiune $A_jB_jC_j$ conține $n = 2$ elemente, $c_5 = 2$ cuple cinematice de rotație (de clasa a V-a) și $c_3 = 1$ cuplă cinematică sferică (de clasa a III-a). Mecanismul este spațial. Schema cinematică a mecanismului având structura $PF_3 + 3xRRS + PM_3$ este prezentată în fig. 4.12.

Numărul gradelor de libertate ale conexiunii se determină din tabelul 4.4 sau se calculează cu ajutorul relației 4.10:

$$L_{kRRS} = (6 - f) \cdot n_k - \sum_{i=f+1}^5 (i - f) \cdot c_{i_k} - \sum L_{id} = (6 - 0) \cdot 2 - (5 - 0) \cdot 2 - (3 - 0) \cdot 1 - 0 = -1, \quad (4.24)$$

în care: $n_k = 2$, $f = 0$ (pentru mecanisme spațiale), $c_{5_k} = 2$, $c_{3_k} = 1$.

Gradul de mobilitate al mecanismului din fig. 4.12 este:

$$M = (6 - f)(n_p - 1) + \sum_1^3 L_{kRRS} - \sum L_p = (6 - 0) \cdot (2 - 1) - 3 \cdot 1 - 0 = 3 \quad (4.25)$$

unde $n_p = 2$ reprezintă numărul platformelor.

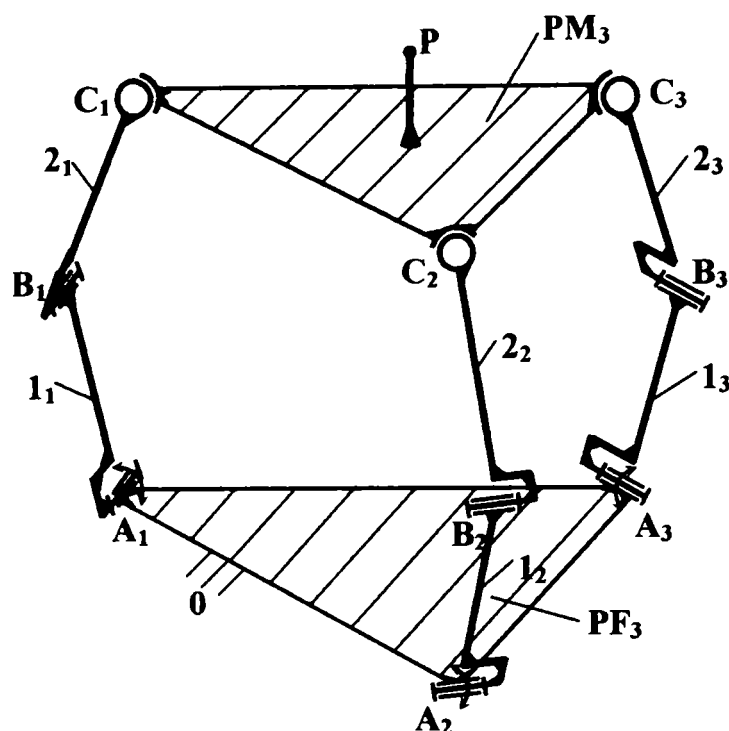


Fig. 4.12. Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$.

Condiția de desmodromie este:

$$M = c_{s_c} = 3, \quad (4.26)$$

unde c_{s_c} reprezintă numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a. Pentru mecanismul din fig. 4.12 s-au considerat conducătoare cele 3 cuple cinematice de rotație care au ca element component comun platforma fixă PF_3 .

Dimensiunile elementelor se vor considera astfel:

- platforma fixă: triunghi echilateral cu latura $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3} = \overline{A_3A_1} = 125$ [mm];
 - platforma mobilă: triunghi echilateral cu latura $\overline{C_1C_2} = \overline{C_2C_3} = \overline{C_3C_1} = 125$ [mm];
 - lungimile elementelor 1_j : $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_3B_3} = 60$ [mm];
 - lungimile elementelor 2_j : $\overline{B_1C_1} = \overline{B_2C_2} = \overline{B_3C_3} = 95$ [mm].
- (4.27)

Punctele A_j , B_j , C_j s-au considerat în centrele geometrice ale cuplelor cinematice respective. Cursa totală a cuplelor cinematice conducătoare de rotație este de 180° , pentru capetele de cursă punctele B_j situându-se în planul $(A_1A_2A_3)$.

Se consideră că punctul caracteristic P aparține platformei mobile, aflându-se pe perpendiculara dusă prin centrul geometric al acesteia, la distanța de 35,7 [mm] față de planul $(C_1C_2C_3)$.

Pe baza schemei structurale din fig. 4.10, c, din tab. 4.5 se pot alege orice conexiuni $K_{C(0)}$ pentru a fi introduse între cele două platforme. Se optează pentru 6 conexiuni identice STS; în mod analog, se notează cu j numărul conexiunii ($j = 1, 2, 3$); fiecare asemenea conexiune $A_j B_j C_j$ conține $n = 2$ elemente, $c_3 = 2$ cuple cinematice sferice (de clasa a III-a) la extremități și $c_5 = 1$ cuplă cinematică de translație. Mecanismul este spațial. Schema cinematică a mecanismului având structura $PF_3 + 6xSTS + PM_3$ este prezentată în fig. 4.13.

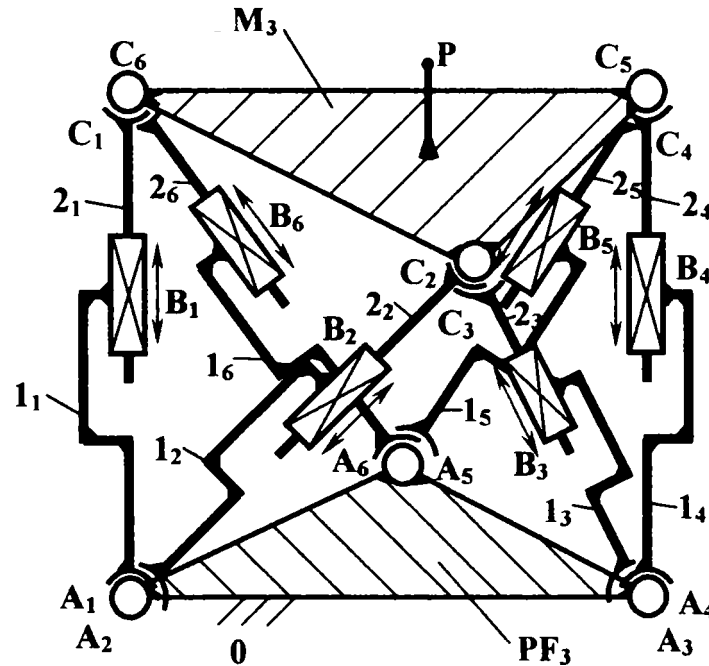


Fig. 4.13. Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 6xSTS + PM_3$.

Numărul gradelor de libertate ale conexiunii se calculează cu ajutorul relației 4.10:

$$L_{kSTS} = (6-f) \cdot n_k - \sum_{i=f+1}^5 (i-f) \cdot c_{i_k} - \sum L_{id} = (6-0) \cdot 2 - (5-0) \cdot 1 - (3-0) \cdot 2 - 1 = 0, \quad (4.28)$$

în care $n_k = 2$, $f = 0$ (pentru mecanisme spațiale), $c_{s_k} = 1$, $c_{i_k} = 2$, $L_{id} = 1$ (grad de libertate redundant, datorat posibilității de rotație a conexiunii în jurul axei determinate de centrele cuplelor cinematice sferice).

Gradul de mobilitate al mecanismului din fig. 4.13 este:

$$M = (6-f)(n_p - 1) + \sum_1^3 L_{kSTS} - \sum L_p = (6-0) \cdot (2-1) + 0 - 0 = 6 \quad (4.29)$$

unde $n_p = 2$ reprezintă numărul platformelor.

Condiția de desmodromie este:

$$M = c_{s_c} = 6, \quad (4.30)$$

unde c_{s_c} reprezintă numărul cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a. Pentru mecanismul din fig. 4.13 s-au considerat conducătoare cele 6 cuple cinematice de translație.

Dimensiunile elementelor se vor considera astfel:

- platforma fixă: triunghi echilateral cu latura $\overline{A_1A_2} = \overline{A_2A_3} = \overline{A_3A_1} = 125$ [mm];
- platforma mobilă: triunghi echilateral cu latura $\overline{C_1C_2} = \overline{C_2C_3} = \overline{C_3C_1} = 125$ [mm];
- lungimile elementelor 1_j: $\overline{A_1B_1} = \overline{A_2B_2} = \overline{A_3B_3} = \overline{A_4B_4} = \overline{A_5B_5} = \overline{A_6B_6} = 80$ [mm];
- lungimile elementelor 2_j: $\overline{B_1C_1} = \overline{B_2C_2} = \overline{B_3C_3} = \overline{B_4C_4} = \overline{B_5C_5} = \overline{B_6C_6} = 80$ [mm].

Punctele A_j , B_j , C_j s-au considerat în centrele geometrice ale cuplelor cinematice respective. Datorită constrângerilor geometrice constructive, pentru capetele de cursă, lungimile segmentelor $\overline{A_jC_j}$ pot avea valorile extreme $(\overline{A_jC_j})_{\min} = 100$ [mm], $(\overline{A_jC_j})_{\max} = 160$ [mm].

Punctul caracteristic P aparține platformei mobile, aflându-se pe perpendiculara dusă prin centrul geometric al acesteia, la distanța de 35,7 [mm] față de planul $(C_1C_3C_5)$.

4.3. Modelarea geometrică (de ordinul 0)

4.3.1. Modelarea geometrică a conexiunilor introduse între platforma fixă și cea mobilă utilizând noțiunea de „Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)

Se consideră cazul general al unui mecanism de ghidare cu topologie paralelă, al cărui schemă structurală s-a prezentat în fig. 4.1. În fig. 4.14 se prezintă schema structurală a unei conexiuni de tip K_C curente „j”, K_C . S-a considerat schema structurală și nu schema cinematică a conexiunii respective deoarece clasa i a cuplelor cinematice diferă de la caz la caz iar scopul urmărit este prezentarea unui caz general.

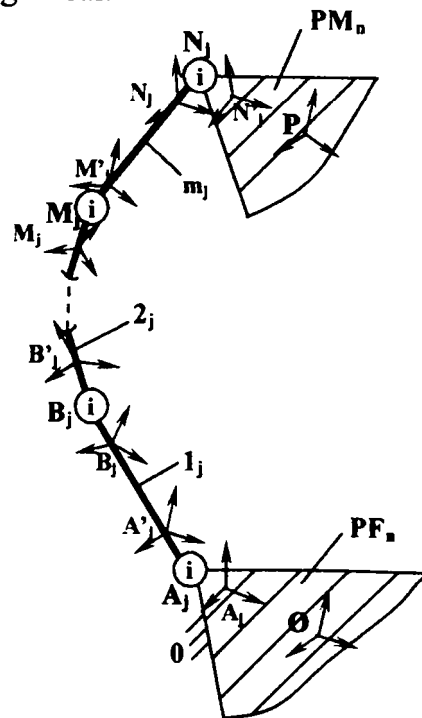


Fig. 4.14. Conexiunea curentă K_C introdusă între platforma fixă PF_n și cea mobilă PM_n , în cazul general al unui mecanism cu topologie paralelă.

Fiecărui element i se atașează sisteme de referință conform fig. 4.14. Se formează atâtea succesiuni închise alternante de cuple cinematice-offseturi, câte contururi închise are mecanismul.

Elementele cuplelor cinematice conducătoare execută, la momentul de timp „ t ”, deplasări relative liniare, s_{jt} , sau unghiulare, β_{jt} . De aceste deplasări relative se va ține seama la elaborarea modelelor geometrice ale mecanismelor cu topologie paralelă, identificând cuplele cinematice conducătoare pentru fiecare caz de mecanism în parte.

Așa cum s-a arătat în § 2.5.3, modelul geometric al unei cuple cinematice generalizate $N-N'$ este, conform [Kov 99]:

$${}^N \underline{T}_{N'} = [q_{ic} + q_{iv}]^T, (i = 1, \dots, 6) \quad (4.32)$$

unde q_c sunt parametri generalizați constanți iar q_v sunt parametri generalizați variabili; pentru $i = 1, \dots, 3$, parametrii generalizați sunt deplasări liniare de-a lungul axelor N_x, N_y, N_z , iar pentru $i = 4, \dots, 6$, sunt unghiuri de rotație în jurul aceluiași axe (unghiurile lui Euler).

În plan, relația (4.60) devine:

$${}^N \underline{T}_{N'} = [q_{ic} + q_{iv}]^T, (i = 1, 2, 3) \quad (4.33)$$

pentru $i = 1, 2$, parametrii generalizați sunt deplasări liniare de-a lungul axelor N_x, N_y , iar pentru $i = 3$, - unghiul de rotație în jurul unei axe perpendiculare pe axele x și y (axa z).

Modelul geometric al unui offset generalizat $N'-M$ este [Kov 99]:

$${}^{N'} \underline{T}_M = [q_{fi}]^T, (i = 1, \dots, 6) \quad (4.34)$$

unde q_{fi} sunt parametri constanți, pentru $i = 1, \dots, 3$, deplasări liniare de-a lungul celor 3 axe ale sistemului de referință, iar pentru $i = 4, \dots, 6$, unghiuri de rotație în jurul aceluiași axe.

În plan, relația (3.62) devine:

$${}^{N'} \underline{T}_M = [q_{fi}]^T, (i = 1, 2, 3) \quad (4.35)$$

unde q_{fi} sunt parametri constanți, pentru $i = 1, 2$, deplasări liniare de-a lungul celor 2 axe ale sistemului de referință, iar pentru $i = 3$, unghiul de rotație în jurul unei axe perpendiculare pe planul axelor sistemului de referință (axa z).

În lucrarea [Kov 06] este indicată o metodă de calcul cu matrice de transformare scrise sub forma 1×6 . Pentru o mai bună utilizare a programelor existente pentru înmulțirea matricelor, o matrice 1×6 poate fi înlocuită cu o matrice obișnuită scrisă sub forma 4×4 , ca în relația (4.36).

$$\underline{T} = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4 \ q_5 \ q_6]^T = \begin{bmatrix} \sin q_4 \cos q_6 & -\cos q_4 \sin q_6 & \sin q_4 & q_1 \\ \cos q_4 \sin q_6 + \sin q_4 \sin q_5 \cos q_6 & \cos q_4 \cos q_6 - \sin q_4 \sin q_5 \sin q_6 & -\sin q_4 \cos q_5 & q_2 \\ \sin q_4 \sin q_6 - \cos q_4 \sin q_5 \cos q_6 & \sin q_4 \cos q_6 + \cos q_4 \sin q_5 \sin q_6 & \cos q_4 \cos q_5 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

În plan, matricea 1x6 devine una 1x3, iar cea 4x4 devine 3x3:

$$\underline{T} = [q_1 \ q_2 \ q_3]^T = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\sin q_3 & q_1 \\ \sin q_3 & \cos q_3 & q_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

În tabelele 4.11 și 4.12 sunt prezentatăți parametrii algebrici ai modelelor geometrice ale offseturilor generalizate și respectiv ale cuplelor cinematice generalizate. S-au păstrat notațiile conform fig. 2.52 pentru cupla cinematică generalizată și conform fig. 2.53 pentru offset generalizat. În cazul cuplei cinematice conducătoare de rotație, s-a considerat că rotația are loc în jurul axei Ny, iar în cazul cuplei cinematice conducătoare de translație, s-a considerat că translația are loc pe direcția axei Nz.

Tabelul 4.11. Parametrii algebrici ai modelelor geometrice ale cuplelor cinematice generalizate.

PeSiR	q1		q2		q3		q4		q5		q6		
	q1c	q1v	q2c	q2v	q3c	q3v	q4c	q4v	q5c	q5v	q6c	q6v	
1	N - N'	l _{cx}	(l _{ov}) _x	l _{cy}	(l _{ov}) _y	l _{cz}	(l _{ov}) _z	α _c	^N α _{N'} = [(1 - $\bar{o}_N \cdot \bar{o}_{N'}$) ² + (1 - $\bar{a}_N \cdot \bar{a}_{N'}$) ²] ^{1/2}	β _c	^N β _{N'} = [(1 - $\bar{n}_N \cdot \bar{n}_{N'}$) ² + (1 - $\bar{a}_N \cdot \bar{a}_{N'}$) ²] ^{1/2}	γ _c	^N γ _{N'} = [(1 - $\bar{n}_N \cdot \bar{n}_{N'}$) ² + (1 - $\bar{o}_N \cdot \bar{o}_{N'}$) ²] ^{1/2}
2	Cuplă cin. de rotație	0	0	0	0	0	0	0	0	0	β _{jt}	0	0
3	Cuplă cardanică	0	0	0	0	0	0	0	0	0	β _{jt}	0	γ _{jt}
4	Cuplă cin. sferică	0	0	0	0	0	0	0	α _{jt}	0	β _{jt}	0	γ _{jt}
5	Cuplă cin. de transl.	0	0	0	0	0	s _{jt}	0	0	0	0	0	0

Tabelul 4.12. Parametrii algebrici ai modelelor geometrice ale offseturilor generalizate.

PeSiR	q1		q2		q3		q4		q5		q6	
	q1off	q2off	q3off	q4off	q5off	q6off						
1	N' - M	(l _{NM}) _x	(l _{NM}) _y	(l _{NM}) _z	^N α _M = [(1 - $\bar{o}_N \cdot \bar{o}_M$) ² + (1 - $\bar{a}_N \cdot \bar{a}_M$) ²] ^{1/2}	^N β _M = [(1 - $\bar{n}_N \cdot \bar{n}_M$) ² + (1 - $\bar{a}_N \cdot \bar{a}_M$) ²] ^{1/2}	^N γ _M = [(1 - $\bar{n}_N \cdot \bar{n}_M$) ² + (1 - $\bar{o}_N \cdot \bar{o}_M$) ²] ^{1/2}					

În tabelele de mai sus:

- $(l_{NN'})_x, (l_{NN'})_y, (l_{NN'})_z, (l_{M'N})_x, (l_{M'N})_y, (l_{M'N})_z$ sunt proiecțiile segmentelor $\overline{NN'}$, respectiv $\overline{M'N}$ pe axele N_x, N_y, N_z , respectiv M'_x, M'_y, M'_z ;
- $\bar{n}_N, \bar{o}_N, \bar{a}_N, \bar{n}_{N'}, \bar{o}_{N'}, \bar{a}_{N'}, \bar{n}_{M'}, \bar{o}_{M'}, \bar{a}_{M'}$ sunt versorii axelor sistemelor de referință N, N' și respectiv M' ;
- $l_{c_1}, l_{c_2}, l_{c_3}, \alpha_c, \beta_c, \gamma_c$ sunt părțile constante cu timpul ale parametrilor q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 , respectiv q_6 .

Parametrii algebrici prezentați în tabelele 4.11 și 4.12 se particularizează pentru fiecare caz de cuplă cinematică sau offset în parte.

Modelul matematic de ordinul 0 al mecanismului este constituit din sistemul:

$$\begin{aligned} {}^{PF_n} \underline{S}_{PM_n} &= \left(\prod_{PF_n}^{PM_n} \underline{T} \right)_1 = \left(\prod_{PF_n}^{PM_n} \underline{T} \right)_2 = \dots = \left(\prod_{PF_n}^{PM_n} \underline{T} \right)_j = \dots = \left(\prod_{PF_n}^{PM_n} \underline{T} \right)_n. \\ {}^{N_1} \underline{T}_{N_3} &= {}^{N_1} \underline{T}_{N_2} \cdot {}^{N_2} \underline{T}_{N_3}; \\ {}^{N_1} \underline{T}_{N_4} &= {}^{N_1} \underline{T}_{N_2} \cdot {}^{N_2} \underline{T}_{N_4}; \\ &\dots \end{aligned} \quad (4.38)$$

unde $\left(\prod_{PF_n}^{PM_n} \underline{T} \right)_j$ corespunde conexiunii A_j-N_j , iar numărul egalităților matriceale este:

$$l = \sum (\text{ord}_\varepsilon - 2), \quad (4.39)$$

unde s-a notat cu ord_ε ordinul elementului ε , dacă $\text{ord}_\varepsilon \geq 3$.

Modelul matematic de ordinul 0 al conexiunii K_c (fig. 4.14) este:

$$\begin{aligned} {}^{PF_n} \underline{S}_{PM_n} &= {}^O \underline{S}_P = {}^{PF_n} \underline{T}_{PM_n} = {}^O \underline{T}_P = \\ &= {}^O \underline{T}_{A_j} \cdot {}^{A_j} \underline{T}_{A'_j} \cdot {}^{A'_j} \underline{T}_{B_j} \cdot {}^{B_j} \underline{T}_{B'_j} \cdot \dots \cdot {}^{M_j} \underline{T}_{M'_j} \cdot {}^{M'_j} \underline{T}_{N_j} \cdot {}^{N_j} \underline{T}_{N'_j} \cdot {}^{N'_j} \underline{T}_P = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_j = \left(\prod_{PF_n}^{PM_n} \underline{T} \right)_j \end{aligned} \quad (4.40)$$

În mod analog se pot scrie modelele matematice de ordinul 0 pentru toate conexiunile introduse între cele două platforme.

Prin rezolvarea sistemului (4.32) se determină elementele matricei de situare a platformei mobile PM_n , de forma:

$${}^{PF_n} \underline{S}_{PM_n} = {}^O \underline{S}_P = \begin{bmatrix} n_{Px} & o_{Px} & a_{Px} & p_x \\ n_{Py} & o_{Py} & a_{Py} & p_y \\ n_{Pz} & o_{Pz} & a_{Pz} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

unde: $n_{Px}, o_{Px}, \dots, a_{Pz}$ - proiecțiile versorilor $\bar{n}_p, \bar{o}_p, \bar{a}_p$ ai axelor sistemului de referință Pxyz pe axele sistemului de referință Oxyz, conform figurii 4.15;

${}^O \underline{r}_P = [p_x \ p_y \ p_z \ 1]^T$ - vectorul de poziție al originii P în raport cu originea O.

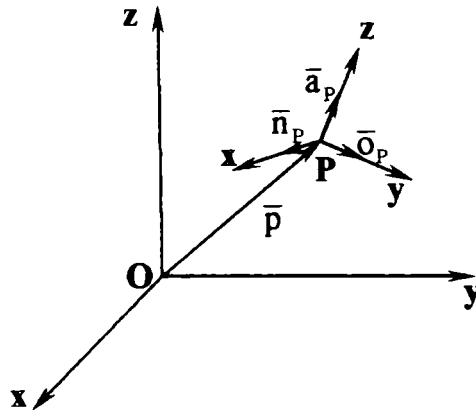


Fig. 4.15. Situația sistemului de referință mobil Pxyz față de cel fix Oxyz.

Deoarece un versor are modul unitar, mărimea proiecției sale pe o axă este numeric egală cu cosinusul unghiului dintre versor și axa respectivă; ca urmare, matricea de situație mai poate fi scrisă sub forma:

$${}^{PF_n} \underline{S}_{PM_n} = {}^O \underline{S}_P = \begin{bmatrix} \cos(\widehat{Px, Ox}) & \cos(\widehat{Py, Ox}) & \cos(\widehat{Pz, Ox}) & p_x \\ \cos(\widehat{Px, Oy}) & \cos(\widehat{Py, Oy}) & \cos(\widehat{Pz, Oy}) & p_y \\ \cos(\widehat{Px, Oz}) & \cos(\widehat{Py, Oz}) & \cos(\widehat{Pz, Oz}) & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.41')$$

Matricea de situație ${}^{PF_n} \underline{S}_{PM_n}$ a platformei mobile PM_n are ca și componente submatricea de orientare ${}^{PF_n} \underline{R}_{PM_n}$ și submatricea de poziționare ${}^{PF_n} \underline{P}_{PM_n}$:

$${}^{PF_n} \underline{R}_{PM_n} = \begin{bmatrix} n_{Px} & o_{Px} & a_{Px} \\ n_{Py} & o_{Py} & a_{Py} \\ n_{Pz} & o_{Pz} & a_{Pz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\widehat{Px, Ox}) & \cos(\widehat{Py, Ox}) & \cos(\widehat{Pz, Ox}) \\ \cos(\widehat{Px, Oy}) & \cos(\widehat{Py, Oy}) & \cos(\widehat{Pz, Oy}) \\ \cos(\widehat{Px, Oz}) & \cos(\widehat{Py, Oz}) & \cos(\widehat{Pz, Oz}) \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

$${}^{PF_n} \underline{P}_{PM_n} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \quad (4.43)$$

În cazul **modelării geometrice directe** a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă cu elemente rigide se consideră cunoscuți parametrii s_{jt} sau β_{jt} ($j = 1, \dots, n$) impuși de sursele de energie exterioară la momentul t considerat.

Pe baza sistemului (4.38), pot fi calculate 12 elemente diferite de valorile 0 și 1 ale matricei de situare ${}^{PF_n}S_{PM_n}$ și valorile unghiurilor variabile specifice mecanismului considerat la momentul de timp t .

În cazul mecanismelor plane pot fi calculate 6 elemente diferite de valorile 0 și 1 ale matricei de situare ${}^{PF_n}S_{PM_n}$.

Pentru **modelarea geometrică inversă**, sunt cunoscute cele 16 elemente ale matricei de situare ${}^{PF_n}S_{PM_n}$ la momentul t . Cu ajutorul sistemului de ecuații (4.38) pot fi calculate valorile deplasărilor relative s_{jt} sau β_{jt} ($j = 1, \dots, n$) la momentul t , ca și valorile unghiurilor variabile considerate.

În cazul mecanismelor plane sunt cunoscute cele 9 elemente ale matricei de situare ${}^{PF_n}S_{PM_n}$ la momentul t . Se pot calcula valorile deplasărilor relative s_{jt} sau β_{jt} ($j = 1, \dots, n$) la momentul t , în mod asemănător cazului mecanismelor spațiale.

4.3.2. Determinarea spațiului de lucru utilizând noțiunea de "conexiune"

4.3.2.1. Metodă de determinare a spațiului de lucru prin analiza topologică a frontierelor parțiale, utilizând noțiunea de "conexiune"

Așa cum s-a arătat în § 2.2.3.3, frontiera spațiului de lucru se poate determina prin analiza topologică a frontierelor parțiale ale acestuia. Metoda este convenabilă în cazul mecanismelor având structuri simple.

În principiu, se determină locul geometric al punctului caracteristic P , care se referă la robot, pe baza constrângerilor geometrice impuse de fiecare conexiune introdusă între cele două platforme și pe baza constrângerilor geometrice impuse de platforme. Astfel, datorită constrângerilor geometrice impuse de conexiunea j , punctul caracteristic P se află pe o suprafață frontieră parțială a spațiului de lucru, ca în fig. 4.16. La rândul ei, această suprafață este mărginită de suprafețe frontiere parțiale impuse de alte conexiuni introduse între cele două platforme.

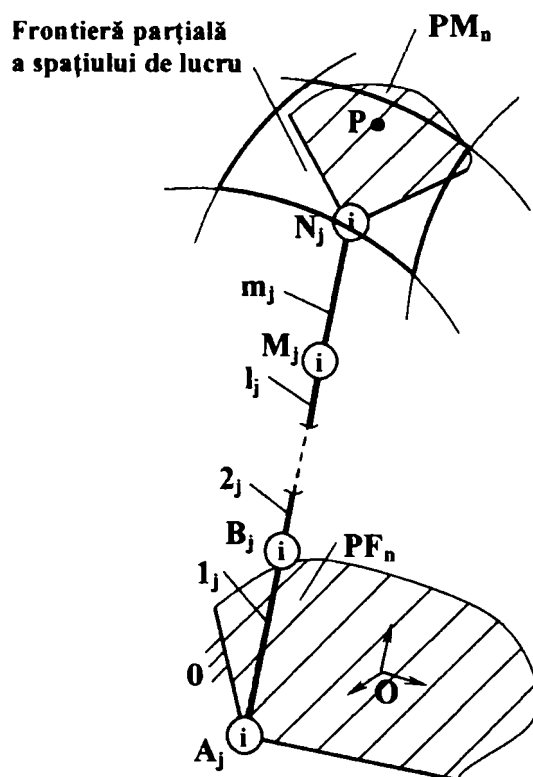


Fig. 4.16. Frontieră parțială a spațiului de lucru.

Prin reuniunea tuturor frontierelor parțiale se obține frontiera spațiului de lucru al punctului caracteristic P raportat la robot.

În cazul mecanismelor dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă plane, frontierele parțiale, respectiv frontiera spațiului de lucru sunt curbe.

În cazul mecanismelor dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă spațiale, frontierele parțiale, respectiv frontiera spațiului de lucru sunt suprafețe.

Frontierele parțiale se pot obține cu ajutorul unor curbe suport, care pot fi traiectorii ale punctului caracteristic între anumite poziții extreme ale volumului spațiului de lucru. Aceste poziții extreme se determină în urma combinațiilor între deplasările relative minime și maxime ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare din componența conexiunilor introduse între platforma fixă și cea mobilă.

În continuare se prezintă un exemplu general de obținere a unei frontiere parțiale a spațiului de lucru.

Astfel, se consideră că platforma fixă se află în planul Oxy și platforma mobilă se află deasupra sa, în sensul axei Oz ca în figura 4.16. Pentru deplasări relative minime ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare, punctul caracteristic P aparținând platformei mobile va ocupa poziția P_{min} ; pentru deplasări relative maxime ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare, punctul caracteristic P va ocupa poziția P_{max} , ca în figura 4.17.

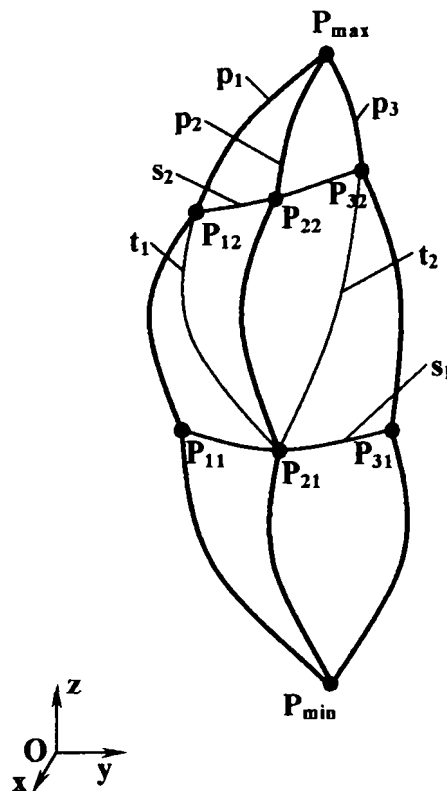


Fig. 4.17. Curbe suport ale frontierei parțiale ale spațiului de lucru.

Între punctele de minim și maxim, pe direcția axei Oz , se obțin curbele primare (principale) p_1 , p_2 , p_3 , ca materializări ale traiectoriilor punctului caracteristic. Aceste curbe vor prezenta punctele de inflexiune P_{11} , P_{12} , ..., P_{32} , care se unesc ca în figura 4.17 prin intermediul curbelor secundare (suplimentare) s_1 și s_2 . Se obțin astfel rețele de curbe (mesh) care pot fi „acoperite” cu suprafețe cu ajutorul unui soft specializat. Problema care apare este curbura porțiunilor de suprafață obținute. Aceasta se poate determina cu ajutorul curbelor terțiare (auxiliare) t_1 și t_2 .

Cu cât rețeaua de curbe suport este mai „deasă”, cu atât precizia de obținere a suprafeței crește și forma frontierei spațiului de lucru se apropie de cea reală. Ca urmare, numărul punctelor de control poate fi mărit până la atingerea preciziei dorite.

Dacă mecanismul dispozitivului de ghidare prezintă axe de simetrie, frontiera parțială poate fi multiplicată și rotită în jurul acestor axe în vederea ușurării obținerii frontierei integrale.

Se poate afirma că metoda este convenabilă și prezintă o precizie relativ ridicată deoarece curbele suport ale frontierei spațiului de lucru se pot obține ca realizări ale traiectoriilor punctului caracteristic.

Dificultățile apar atunci când structura mecanismului studiat este complexă și este greu de precizat care traiectorii ale punctului caracteristic (curbe suport) aparțin frontierei spațiului de lucru; pentru acest caz se prezintă în continuare o metodă de determinare a spațiului de lucru utilizând noțiunile de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR) și de “conexiune”.

4.3.2.2. Metodă de determinare a spațiului de lucru sub forma unui nor de puncte, utilizând noțiunile de “conexiune” și de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)

Se consideră schema structurală a unui mecanism al dispozitivului generator de traiectorie cu **topologie serială** al unui robot (fig. 4.18). Punctul WP reprezintă punctul articulației carpiene (wrist point). Fiecărui element i se atașează câte o PeSiR, care reprezintă un offset generalizat. Ca urmare, și fiecărei cuple cinematice îi va corespunde câte o PeSiR.

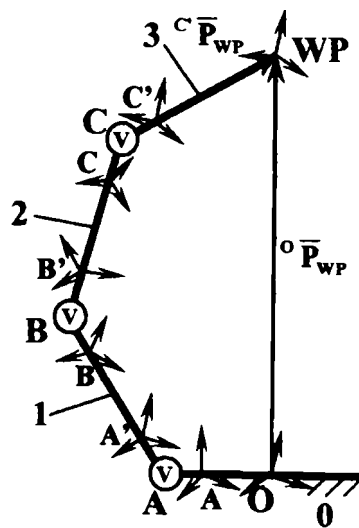


Fig. 4.18. Schema structurală a mecanismului generator de traiectorie al unui robot cu topologie serială.

Vectorul de poziție al punctului WP poate fi scris sub forma:

$${}^0\bar{P}_{WP} = {}^0T_C \cdot {}^c\bar{P}_{WP}, \quad (4.44)$$

unde:

$${}^0\mathbf{T}_C = {}^0\mathbf{T}_A \cdot {}^A\mathbf{T}_{A'} \cdot {}^{A'}\mathbf{T}_B \cdot {}^B\mathbf{T}_{B'} \cdot {}^{B'}\mathbf{T}_C \cdot {}^C\mathbf{T}_C \quad (4.45)$$

reprezintă matricea de transformare de la sistemul de referință A la sistemul de referință C'.

Modelul matematic de ordinul 0 al cuplei cinematice generalizate, având ca elemente componente elementul 0 și elementul 1 se poate scrie sub forma:

$${}^A\mathbf{T}_{A'} = {}^A\mathbf{T}_{A'c} + {}^A\mathbf{T}_{A'v}, \quad (4.46)$$

unde:

$${}^A\mathbf{T}_{A'v} = {}^A\mathbf{T}_{A'v}(q_{1v} \quad q_{2v} \quad q_{3v} \quad q_{4v} \quad q_{5v} \quad q_{6v}) \quad (4.47)$$

reprezintă partea variabilă cu timpul a iar ${}^A\mathbf{T}_{A'c}$, partea constantă.

Modelul matematic de ordinul 0 al offset-ului generalizat este dat de expresia:

$${}^{A'}\mathbf{T}_B = {}^{A'}\mathbf{T}_B(q_{1c}^0 \quad q_{2c}^0 \quad q_{3c}^0 \quad q_{4c}^0 \quad q_{5c}^0 \quad q_{6c}^0), \quad (4.48)$$

în care q_{ic}^0 , ($i = 1 \div 6$), sunt parametri constanți, care caracterizează de fapt elementul A'B din punct de vedere dimensional.

Ca urmare, relația (4.44) se poate scrie sub forma:

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_i), \quad i = (1 \div 6)c, \quad (4.49)$$

unde c reprezintă numărul cuplelor cinematice.

Pentru un mecanism generator de traiectorie, $M = 3$, $c_5 = 3$, iar pentru fiecare cuplă cinematică, un parametru q_v este diferit de 0.

În concluzie, ecuația spațiului de lucru poate fi scrisă sub forma:

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA}, q_{vB}, q_{vC}), \quad (4.50)$$

unde parametrii q_{vA} , q_{vB} , q_{vC} sunt cuprinși între limitele:

$$\begin{aligned} q_{vA_{\min}} &< q_{vA} < q_{vA_{\max}}; \\ q_{vB_{\min}} &< q_{vB} < q_{vB_{\max}}; \\ q_{vC_{\min}} &< q_{vC} < q_{vC_{\max}}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Ecuația (4.49) descrie un volum; dacă un parametru din cei trei, q_{vA} , q_{vB} sau q_{vC} este menținut constant, se obține ecuația unei suprafețe. Pe rând, acești parametri sunt menținuți constanți, atribuindu-li-se valorile minime și maxime:

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA_{\min}}, q_{vB}, q_{vC}); \quad (4.52)$$

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA_{\max}}, q_{vB}, q_{vC}); \quad (4.53)$$

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA}, q_{vB_{\min}}, q_{vC}); \quad (4.54)$$

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA}, q_{vB_{max}}, q_{vC}); \quad (4.55)$$

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA}, q_{vB}, q_{vC_{min}}); \quad (4.56)$$

$$\bar{P}_{WP} = \bar{P}_{WP}(q_{vA}, q_{vB}, q_{vC_{max}}). \quad (4.57)$$

Relațiile (4.52 – 4.53) reprezintă ecuațiile a 6 suprafețe frontiere parțiale ale spațiului de lucru pentru cazul dispozitivelor de ghidare având **topologie serială**. Reuniunea lor este de fapt frontiera integrală a spațiului de lucru.

Metoda de determinare punct cu punct a frontierei spațiului de lucru pentru cazul dispozitivelor de ghidare având topologie serială se bazează pe modelul cinematic invers, adică pornind de la pozițiile punctului caracteristic se determină pozițiile relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare, care trebuie să satisfacă anumite condiții limită.

Se parcurg următoarele etape:

1) se consideră un număr de puncte echidistante $WP_i(x_i, y_i, z_i)$, situate unele față de altele la distanțele $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, măsurate de-a lungul axelor sistemului de referință $Oxyz$, ca în figura 4.19.

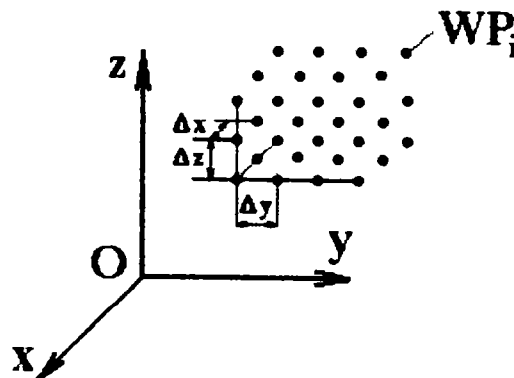


Fig. 4.19. Nor de puncte WP_i .

2) pentru un punct WP_i se calculează prin intermediul modelului cinematic invers pozițiile relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare:

$$x_i, y_i, z_i \Rightarrow q_{vA}, q_{vB}, q_{vC}, \quad (4.58)$$

3) dacă sunt îndeplinite condițiile date de relația (4.51):

$$q_{vA_{min}} < q_{vA} < q_{vA_{max}};$$

$$q_{vB_{min}} < q_{vB} < q_{vB_{max}};$$

$$q_{vC_{min}} < q_{vC} < q_{vC_{max}},$$

atunci punctul WP_i se găsește în spațiul de lucru (fig. 4.20).

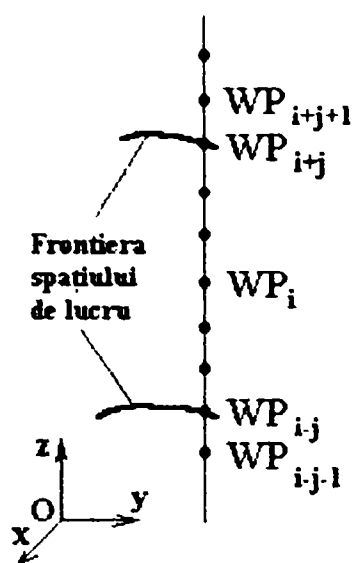


Fig. 4.20. Parcurgerea spațiului de lucru de-a lungul axei verticale Oz.

4) se trece la punctul $WP_{i+j} = WP_{i+j}(x_i, y_i, z_i + j\Delta z)$, adică se consideră un alt punct pe aceeași verticală, dar la altă înălțime și se repetă calculul de la cele două etape precedente;

5) păstrând același pas Δz , pentru o valoare a lui j o inegalitate (4.45) nu mai este îndeplinită, apărând relația de egalitate (spre exemplu $q_{vC} = q_{vCmax}$); ca urmare, punctul WP_{i+j} se va afla pe frontiera spațiului de lucru; punctul următor WP_{i+j+1} se va găsi în afara spațiului de lucru;

6) parametrului j i se atribuie și valori negative, la parcurgerea distanței pe verticală dar în sens opus; pentru o anumită valoare a acestuia se obține o altă relație de egalitate (de exemplu $q_{vC} = q_{vCmin}$), aceasta însemnând că punctul WP_{i-j} se află pe frontiera spațiului de lucru; următorul punct WP_{i-j-1} se va afla în afara spațiului de lucru;

7) se repetă etapele 2 – 6 pentru celelalte două direcții ale axelor de coordonate, verificând inegalitățile (4.45) pentru toate coordonatele punctului WP.

Observație:

Precizia metodei depinde de mărimile distanțelor $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, adică de mărimile “pașilor” de parcurgere ale spațiului de lucru.

Având în vedere cele prezentate anterior, pentru cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie serială, se urmărește determinarea spațiului de lucru al unui dispozitiv de ghidare cu **topologie paralelă** utilizând noțiunea de PeSiR.

Se subliniază faptul că punctul caracteristic P este solidarizat cu platforma mobilă PM_n , ca urmare spațiul de lucru se referă la robot.

Schema structurală a unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă este prezentată în figura 4.21.

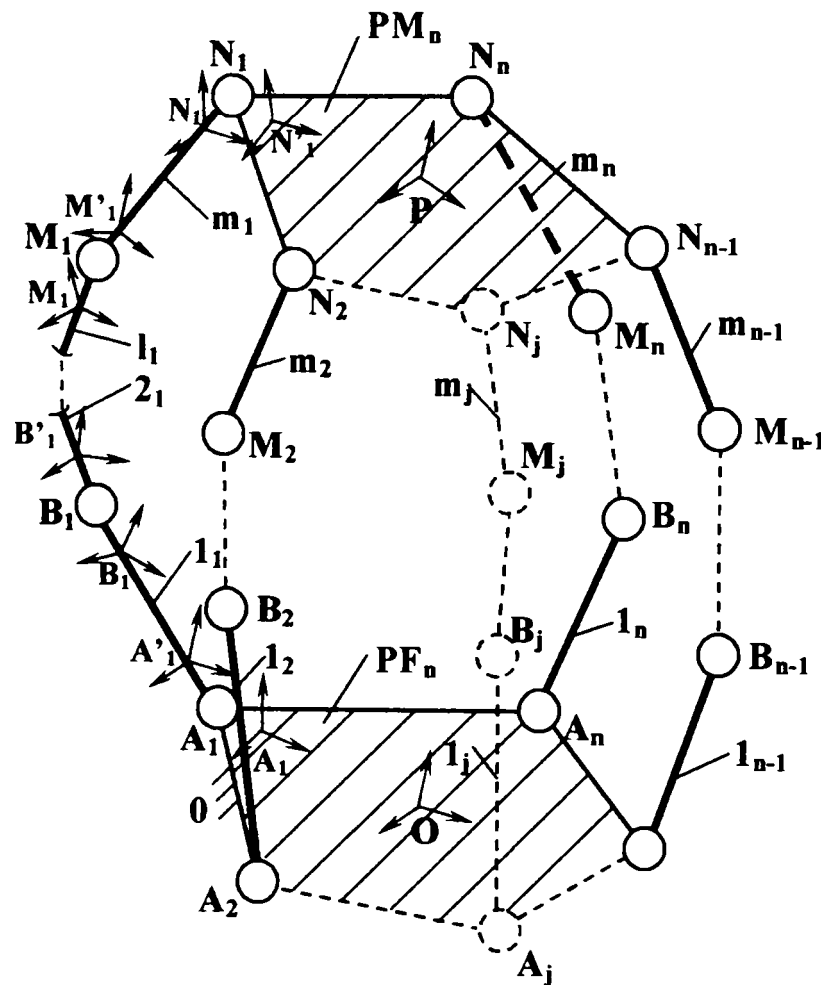


Fig. 4.21. Schema structurală a unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă.

Platforma mobilă PM_n este legată de platforma fixă PF_n prin intermediul a n conexiuni K_C . Fiecare conexiune este de fapt un lanț cinematic deschis și poate fi privit ca un dispozitiv de ghidare cu topologie serială, asupra căruia poate fi aplicat raționamentul cu privire la poziția punctului caracteristic P .

Se exprimă spațiul de lucru pentru fiecare conexiune, pentru același punct caracteristic P aparținând platformei mobile:

$$\begin{aligned}
 \bar{P}_{P_1} &= \bar{P}_{P_1}(q_{vA_1}, q_{vB_1}, \dots, q_{vN_1}) \\
 \bar{P}_{P_2} &= \bar{P}_{P_2}(q_{vA_2}, q_{vB_2}, \dots, q_{vN_2}) \\
 &\dots \\
 \bar{P}_{P_j} &= \bar{P}_{P_j}(q_{vA_j}, q_{vB_j}, \dots, q_{vN_j}) \\
 &\dots \\
 \bar{P}_{P_n} &= \bar{P}_{P_n}(q_{vA_n}, q_{vB_n}, \dots, q_{vN_n})
 \end{aligned} \tag{4.59}$$

Vor aparține spațiului de lucru acele puncte care se pot defini cu ajutorul tuturor celor n conexiuni.

Pentru verificare, pe baza modelului cinematic invers, pentru fiecare punct P_j se determină parametrii $q_{vA_j}, q_{vB_j}, q_{vC_j}, (j = 2 \div n)$, și se verifică dacă sunt între limitele impuse acestor parametri.

Vor aparține spațiului de lucru acele puncte pentru care la toate cele $(n-1)$ conexiuni ($j = 2 \div n$) condiția de mai sus se îndeplinește.

Prin repetarea procedurii de determinare a ecuațiilor frontierelor spațiului de lucru a dispozitivelor de ghidare cu topologie serială aplicat fiecărei conexiuni, se obțin $6 \cdot n$ porțiuni de suprafețe frontieră pentru fiecare ecuație de tip (4.51 – 4.57).

În cadrul **metodei pentru determinarea punct cu punct a frontierei spațiului de lucru a dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă**, pentru fiecare conexiune se procedează ca și în cazul determinării punct cu punct a frontierei spațiului de lucru a dispozitivelor de ghidare cu topologie serială.

Verificarea se face pentru toate cele n conexiuni.

Se continuă cu adăugarea de pași de-a lungul axei de coordonate alese (spre exemplu axa $z = z_i$) și după atingerea poziției punctului de pe frontieră deoarece este posibil ca axa să intersecteze frontiera spațiului de lucru pe mai multe porțiuni, ca în figura 4.22.

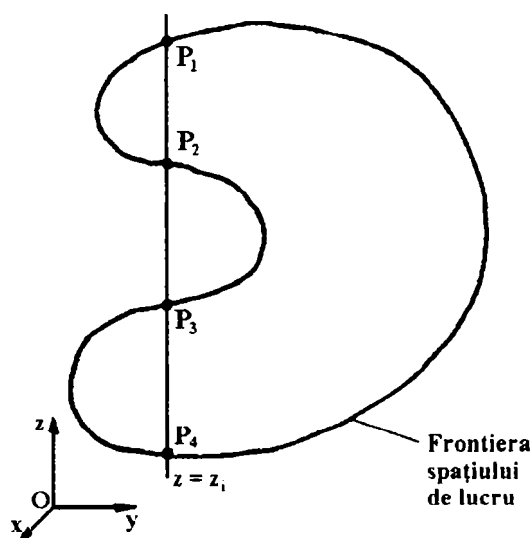


Fig. 4.22. Axa considerată intersectează frontiera spațiului de lucru pe mai multe porțiuni.

Spațiul de lucru poate fi **limitat datorită coliziunii elementelor dispozitivelor de ghidare**. Pentru studiul cazului general, se pornește de la următoarele:

Spațiul de coliziune al unui obiect este mulțimea pozițiilor punctelor materiale care alcătuiesc obiectul [Gri 00].

Spațiul de coliziune poate fi static, când obiectul căruia îi aparțin punctele materiale este fix în raport cu sistemul de referință considerat, sau dinamic, dacă obiectul este în mișcare. Spațiul de coliziune dinamic este constituit din totalitatea pozițiilor ocupate în decursul unui interval de timp (ciclu de funcționare) de punctele materiale aparținând obiectului respectiv.

Spațiul de coliziune instantaneu al unui obiect reprezintă mulțimea pozițiilor la un moment dat ale punctelor materiale care alcătuiesc obiectul.

Obiectul poate fi particularizat ca fiind un element al mecanismului dispozitivului de ghidare al unui robot.

Se definește frontiera spațiului de coliziune a elementului la un moment dat t :

$$\underline{r} = [x(u, v, t) \quad y(u, v, t) \quad z(u, v, t)]^T \quad (4.60)$$

în raport cu sistemul de referință legat de platforma fixă, în care u, v , reprezintă coordonatele curbilini (tangențiale) ale punctului caracteristic. Ecuația se deduce din analiza cinematică a mișcării elementului considerat, făcând parte din dispozitivul de ghidare cu topologie paralelă.

Pentru diferite valori ale parametrului t , suprafața va avea diferite situații. Situațiile suprafeței vor admite o înfășurătoare:

$$\Phi = [x(u, v) \quad y(u, v) \quad z(u, v)]^T. \quad (4.61)$$

Φ reprezintă ecuația frontierei spațiului de coliziune dinamic al elementului și se obține prin eliminarea parametrului t din relațiile:

$$\underline{r} = [x(u, v, t) \quad y(u, v, t) \quad z(u, v, t)]^T. \quad (4.62)$$

$$\underline{r}_i = \left[\frac{\partial x(u, v, t)}{\partial t} \quad \frac{\partial y(u, v, t)}{\partial t} \quad z(u, v, t) \right]^T. \quad (4.63)$$

Se definește Φ pentru fiecare element al dispozitivului de ghidare și se verifică dacă ele se intersectează, existând două posibilități:

- dacă nu se intersectează, nu există limitări ale spațiului de lucru datorate coliziunii elementelor.

- dacă se intersectează, se determină situațiile corespunzătoare coliziunii și a interferenței ulterioare; pentru aceste situații posibile punctul caracteristic P nu mai aparține spațiului de lucru; pentru momentul coliziunii, punctul caracteristic P se află pe o altă frontieră a spațiului de lucru.

Spre exemplu, se consideră elementul 1 din structura mecanismului unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă, schematizat în figura 4.23. Elementul 1 ocupă succesiv pozițiile 1, 2, ..., i , ..., m , respectiv la momentele $t_1, t_2, \dots, t_i, \dots, t_m$.

Înfășurătoarea suprafețelor elementului în pozițiile sale succesive reprezintă frontiera spațiului de coliziune dinamic. Considerând un punct curent M aparținând frontierei spațiului de lucru instantaneu al elementului 1, se notează cu \bar{r}_M vectorul său de poziție. Spre exemplu, vectorul de poziție al punctului curent M , la momentul t_i este $\bar{r}_{M_i} = \bar{r}_{M_i}(u, v, t_i)$.

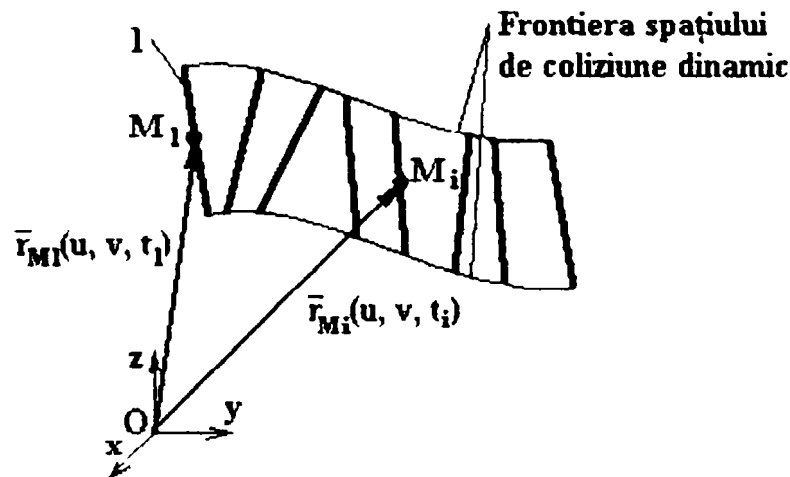


Fig. 4.23. Frontiera spațiului de coliziune dinamic al elementului 1.

În mod analog se raționează pentru elementul 2 aparținând aceluiași mecanism al dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă, ca în figura 4.24. Vectorul de poziție al punctului curent N al elementului 2 în momentul t_i se notează cu $\bar{r}_{N_i} = \bar{r}_{N_i}(u, v, t_i)$.

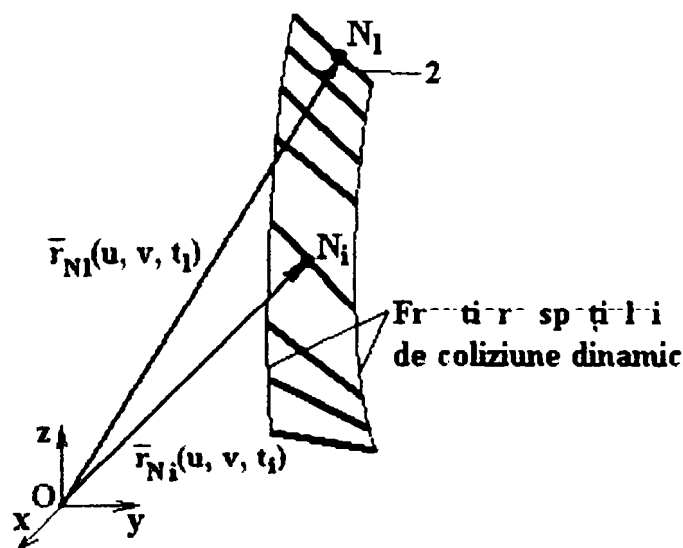


Fig. 4.24. Frontiera spațiului de coliziune dinamic al elementului 2.

Coliziunea între elementele 1 și 2 (fig. 4.25), la momentul t_i , are loc dacă vectorul de poziție al punctului curent M aparținând elementului 1 coincide cu vectorul de poziție al punctului curent N aparținând elementului 2 la momentul t_i :

$$\bar{r}_{M_i}(u, v, t_i) = \bar{r}_{N_i}(u, v, t_i). \quad (4.64)$$

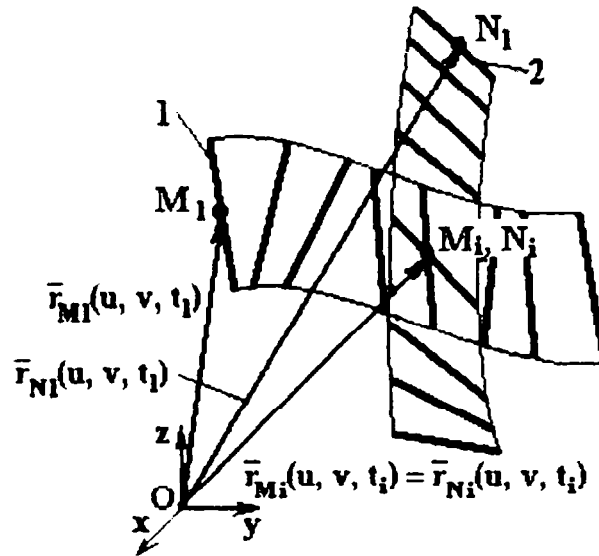


Fig. 4.25. Coliziunea între elementele 1 și 2 la momentul t_i .

Dacă spațiul de coliziune dinamic al elementului 1 intersectează spațiul de coliziune dinamic al elementului 2, dar în nici un moment t_i nu este satisfăcută relația (1), atunci cele două elemente nu vor intra în coliziune; spațiile de coliziune instantanee nu se intersectează. Este cazul în care punctele curente M și N (aparținând la elemente diferite) ocupă pe rând pozițiile corespunzătoare intersecției spațiilor de coliziune dinamice ale elementelor 1 și 2:

$$\bar{r}_{M_i}(u, v, t_i) \neq \bar{r}_{N_i}(u, v, t_i). \quad (4.65)$$

4.3.3. Exemple de modele geometrice (de ordinul 0) ale unor mecanisme ale dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă

4.3.3.1. Modelarea geometrică (de ordinul 0) a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă $PF_3 + 3 \times RTR + PM_3$

În fig. 4.26 se prezintă modul de alegere al sistemelor de referință atașate elementelor conexiunii $A_j B_j C_j$, $j = 1, 2, 3$; mecanismul format din platforma fixă, conexiunea $A_j B_j C_j$ și platforma mobilă (care poate fi asimilată cu efectorul final EF) este un mecanism cu topologie serială având structura $PF_3 + RTR + PM_3$.

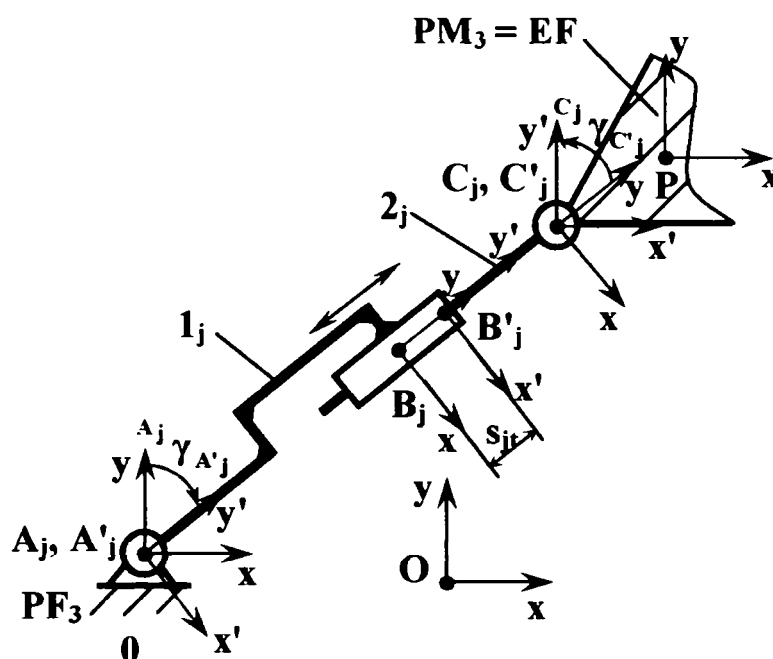


Fig. 4.26. Dispozitivul de ghidare cu topologie serială $PF_3 + RTR + PM_3$ cu sistemele de referință atașate.

Sistemele de referință vor fi denumite după originile lor.

Originile sistemelor de referință atașate elementelor cuplelor cinematice de rotație A_j și C_j se află în centrele geometrice ale acestora (A_j aparține elementului 0, A'_j elementului 1_j , C_j elementului 2_j iar C'_j aparține platformei mobile PM_3), respectiv în punctele O și P alese pe platformele PF_3 și PM_3 . Cupla cinematică de rotație A_j este modelată de perechea de sisteme de referință $A_j-A'_j$; rotația relativă a elementului 1_j față de elementul 0 cu unghiul ${}^{A_j}\gamma_{A'_j}$ (dintre axele $A_j y$ și $A'_j y'$) este executată în jurul axei $A_j z$ (care coincide cu axa $A'_j z'$), la momentul t considerat. Cupla cinematică de rotație C_j este modelată de PeSiR $C_j-C'_j$; rotația relativă a elementului PM_3 față de elementul 2_j cu unghiul ${}^{C_j}\gamma_{C'_j}$ (dintre axele $C_j y$ și $C'_j y'$) este executată în jurul axei $C_j z$ (care coincide cu axa $C'_j z'$), la momentul t considerat.

Originile sistemelor de referință atașate cuplelor cinematice de translație B_j vor fi alese una pe elementul 1_j , B_j , cealaltă pe elementul 2_j , B'_j ; distanța dintre ele s_{jt} reprezintă deplasarea relativă liniară a celor două elemente în intervalul de timp considerat. Cupla cinematică de translație B_j este modelată de PeSiR B_j - B'_j ; deplasarea relativă liniară a elementului 2_j față de elementul 1_j cu distanța s_{jt} (dintre punctele B_j și B'_j) este executată de-a lungul axei B_jy (care coincide cu axa B'_jy'), la momentul t considerat.

Axele B_jy și B'_jy' vor coincide cu direcția de translație a cuplei cinematice B_j . Pentru simplificarea calculelor, axele A_jy , A'_jy' , C_jy și C'_jy' vor fi alese având aceeași direcție ca și axele B_jy și B'_jy' ; axele A_jx , A'_jx' , B_jx , B'_jx' , C_jx , C'_jx' vor fi alese paralele.

Modelul geometric al conexiunii este reprezentat de matricea de situare a platformei mobile PM_3 față de platforma fixă PF_3 . La momentul t aceasta are expresia:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3} = {}^O \underline{T}_P = {}^O \underline{T}_{A_j} \cdot {}^{A_j} \underline{T}_{A'_j} \cdot {}^{A'_j} \underline{T}_{B_j} \cdot {}^{B_j} \underline{T}_{B'_j} \cdot {}^{B'_j} \underline{T}_{C_j} \cdot {}^{C_j} \underline{T}_{C'_j} \cdot {}^{C'_j} \underline{T}_P = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_j. \quad (4.66)$$

Deoarece la momentul t matricea de situare a punctului caracteristic P este aceeași pentru fiecare conexiune, se pot egala 3 relații de tip (4.66). Astfel, sub formă scalară, pentru $j = 1, 2, 3$, expresia (4.66) devine un sistem cu $3 \times 3 \times 3 = 27$ ecuații scalare:

$$\begin{cases} \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_1 = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_2; \\ \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_2 = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_3; \\ \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_1 = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_3. \end{cases} \quad (4.67)$$

Dacă se consideră că se egalează de fapt doar câte două matrice de situare diferite, de două ori (pentru conexiunile 1 și 2, respectiv 2 și 3; egalarea matricelor de situare pe baza conexiunilor 1 și 3 conduce la ecuații scalare redundante), iar egalarea elementelor ultimei linii a matricelor duce la ecuații redundante, numărul ecuațiilor care pot fi utilizate la rezolvarea sistemului este $3 \times 3 \times 2 - 2 \times 3 = 12$.

Pentru modelarea geometrică directă a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă cu elemente rigide se consideră cunoscuți parametrii s_{jt} ($j = 1, 2, 3$) impuși de sursele de energie exterioară la momentul t considerat.

Pe baza sistemului (4.67), pot fi calculate 6 elemente diferite de valorile 0 și 1 ale matricei de situare ${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}$, pe baza valorilor a $2 \times 3 = 6$ unghiuri variabile la momentul t . Aceasta

înseamnă că, pe ansamblu, $27 - 6 = 21$ de ecuații ale sistemului (4.67) sunt redundante în acest caz.

Spre exemplu, în cazul **modelării geometrice directe**, se cunosc dimensiunile elementelor, conform rel. (4.23). Se consideră că la momentul t cuplele cinematice conducătoare B_j impun o mișcare relativă a elementelor 1_j și 2_j de 10 [mm], în sensul măririi distanței dintre punctele A_j și C_j :

$$\begin{aligned} s_{1t} &= \overline{B_1 B'_1} = 10[\text{mm}]; \\ s_{2t} &= \overline{B_2 B'_2} = 10[\text{mm}]; \\ s_{3t} &= \overline{B_3 B'_3} = 10[\text{mm}]. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Situările PeSiR atașate elementelor mecanismului $PF_3 + 3xRTR + PM_3$ sunt redată în fig.

4.27. Necunoscutele sunt unghiurile ${}^{A_j} \gamma_{A'_j}$ și ${}^{C_j} \gamma_{C'_j}$.

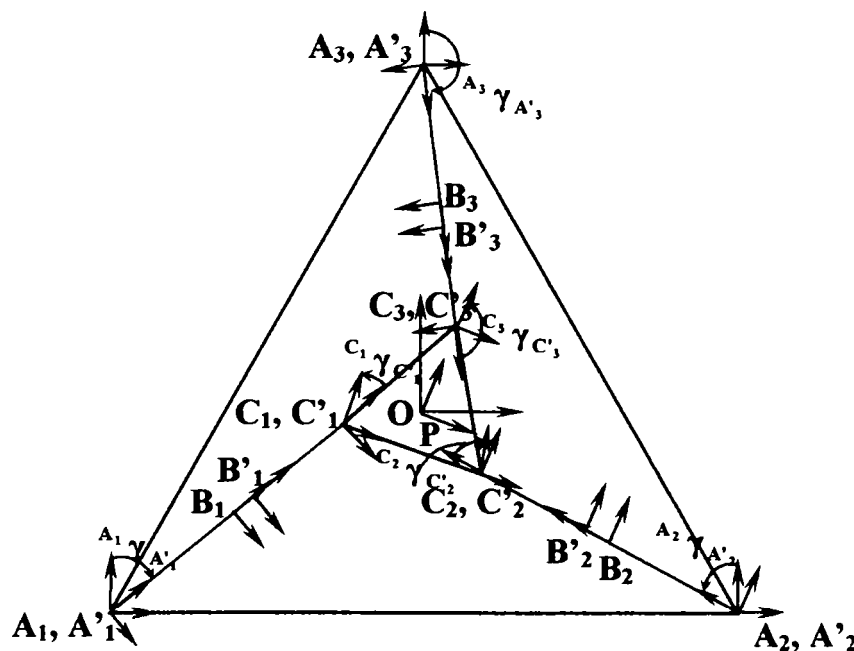


Fig. 4.27. Situările PeSiR atașate elementelor mecanismului $PF_3 + 3xRTR + PM_3$.

Deoarece toate cursele cuplelor cinematice conducătoare sunt egale și în același sens, ținând seama de simetria mecanismului, ar rezulta că platforma mobilă PM_3 efectuează o rotație în jurul punctului caracteristic P ; acest fapt va rezulta pe cale analitică, din matricea de situare a platformei mobile față de platforma fixă.

În plan, în cazul general, situarea sistemului de referință mobil $Pxyz$ față de cel fix $Oxyz$ este determinată de vectorul de poziție al punctului P față de punctul O și de unghiul dintre axele Ox și Px , respectiv Oy și Py , ca în fig. 4.28.

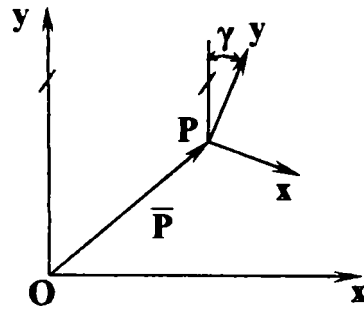


Fig. 4.28. Situația sistemului de referință mobil Pxyz față de cel fix Oxyz.

Pentru conexiunea 1, $j = 1$ iar relația (4.66) devine:

$${}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1} = ({}^O \underline{T}_P) = {}^O \underline{T}_{A_1} \cdot {}^{A_1} \underline{T}_{A'_1} \cdot {}^{A'_1} \underline{T}_{B_1} \cdot {}^{B_1} \underline{T}_{B'_1} \cdot {}^{B'_1} \underline{T}_{C_1} \cdot {}^{C_1} \underline{T}_{C'_1} \cdot {}^{C'_1} \underline{T}_P = \underline{S}_1, \quad (4.69)$$

unde:

$$\begin{aligned} {}^O \underline{T}_{A_1} &= \text{Transl}[x, (l_{OA_1})_x] \cdot \text{Transl}[y, (l_{OA_1})_y] = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -100 \\ 0 & 1 & -57,735 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (4.70)$$

$${}^{A_1} \underline{T}_{A'_1} = \text{Rot}(z, \gamma_{A'_1}) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{A'_1}) & -\sin(\gamma_{A'_1}) & 0 \\ \sin(\gamma_{A'_1}) & \cos(\gamma_{A'_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.71)$$

$${}^{A'_1} \underline{T}_{B_1} = \text{Transl}[y', (l_{A'_1 B_1})_{y'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{A'_1 B_1})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.72)$$

$${}^{B_1} \underline{T}_{B'_1} = \text{Transl}[y, (l_{B_1 B'_1})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{B_1 B'_1})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.73)$$

$${}^{B'_1} \underline{T}_{C_1} = \text{Transl}[y', (l_{B'_1 C_1})_{y'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{B'_1 C_1})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 40 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.74)$$

$${}^{C_1} \underline{T}_{C'_1} = \text{Rot}(z, \gamma_{C'_1}) = \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{C'_1}) & -\sin(\gamma_{C'_1}) & 0 \\ \sin(\gamma_{C'_1}) & \cos(\gamma_{C'_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned}
{}^{C_1}\underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_1P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_1P})_{y'}] = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l_{C_1P})_{x'} \\ 0 & 1 & (l_{C_1P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 25 \\ 0 & 1 & 14,434 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.76}$$

Pentru conexiunea $j = 2$ se poate scrie:

$${}^{PF_3}\underline{S}_{PM_3} = ({}^O\underline{T}_P)_2 = {}^O\underline{T}_{A_2} \cdot {}^{A_2}\underline{T}_{A'_2} \cdot {}^{A_2}\underline{T}_{B_2} \cdot {}^{B_2}\underline{T}_{B'_2} \cdot {}^{B_2}\underline{T}_{C_2} \cdot {}^{C_2}\underline{T}_{C'_2} \cdot {}^{C_2}\underline{T}_P = \underline{S}_2, \tag{4.77}$$

unde:

$${}^O\underline{T}_{A_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l_{OA_2})_x \\ 0 & 1 & (l_{OA_2})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 100 \\ 0 & 1 & -57,735 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.78}$$

$${}^{A_2}\underline{T}_{A'_2} = \begin{bmatrix} \cos({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & -\sin({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & 0 \\ \sin({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & \cos({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.79}$$

$${}^{A_2}\underline{T}_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{A'_2B_2})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.79}$$

$${}^{B_2}\underline{T}_{B'_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{B_2B'_2})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.80}$$

$${}^{B_2}\underline{T}_{C_2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{B'_2C_2})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 40 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.81}$$

$${}^{C_2}\underline{T}_{C'_2} = \begin{bmatrix} \cos({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & -\sin({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & 0 \\ \sin({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & \cos({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.82}$$

$${}^{C_2}\underline{T}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l_{C_2P})_{x'} \\ 0 & 1 & (l_{C_2P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -25 \\ 0 & 1 & 14,434 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.83}$$

Pentru conexiunea $j = 3$ se poate scrie:

$${}^{PF_3}\underline{S}_{PM_3} = {}^O\underline{T}_P = {}^O\underline{T}_{A_3} \cdot {}^{A_3}\underline{T}_{A'_3} \cdot {}^{A_3}\underline{T}_{B_3} \cdot {}^{B_3}\underline{T}_{B'_3} \cdot {}^{B_3}\underline{T}_{C_3} \cdot {}^{C_3}\underline{T}_{C'_3} \cdot {}^{C_3}\underline{T}_P = \underline{S}_3, \tag{4.84}$$

unde:

$${}^0\mathbf{T}_{A_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 115,470 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.85)$$

$${}^{A_1}\mathbf{T}_{A_3} = \begin{bmatrix} \cos({}^{A_1}\gamma_{A_3}) & -\sin({}^{A_1}\gamma_{A_3}) & 0 \\ \sin({}^{A_1}\gamma_{A_3}) & \cos({}^{A_1}\gamma_{A_3}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.86)$$

$${}^{A_3}\mathbf{T}_{B_3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{A_3B_3})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 50 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.87)$$

$${}^{B_3}\mathbf{T}_{B_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{B_3B_1})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.88)$$

$${}^{B_3}\mathbf{T}_{C_3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (l_{B_3C_3})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 40 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.89)$$

$${}^{C_3}\mathbf{T}_{C_1} = \begin{bmatrix} \cos({}^{C_3}\gamma_{C_1}) & -\sin({}^{C_3}\gamma_{C_1}) & 0 \\ \sin({}^{C_3}\gamma_{C_1}) & \cos({}^{C_3}\gamma_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.90)$$

$${}^{C_3}\mathbf{T}_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & (l_{C_3P})_x \\ 0 & 1 & (l_{C_3P})_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -28,867 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.91)$$

Se obține sistemul:

$$\begin{cases} \underline{S}_1 = \underline{S}_2; \\ \underline{S}_2 = \underline{S}_3; \\ \sin^2({}^{A_1}\gamma_{A_3}) + \cos^2({}^{A_1}\gamma_{A_3}) = 1; \\ \sin^2({}^{A_2}\gamma_{A_2}) + \cos^2({}^{A_2}\gamma_{A_2}) = 1; \\ \sin^2({}^{A_3}\gamma_{A_3}) + \cos^2({}^{A_3}\gamma_{A_3}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_1}\gamma_{C_1}) + \cos^2({}^{C_1}\gamma_{C_1}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_2}\gamma_{C_2}) + \cos^2({}^{C_2}\gamma_{C_2}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_3}\gamma_{C_3}) + \cos^2({}^{C_3}\gamma_{C_3}) = 1. \end{cases} \quad (4.92)$$

Fiecare matrice are 6 elemente diferite de 0 și 1, ca urmare fiecare ecuație matriceală determină 6 ecuații scalare. În concluzie, sistemul (4.92) conține 18 ecuații scalare având 6 necunoscute, respectiv unghiurile ${}^{A_1}\gamma_{A_1}$, ${}^{A_2}\gamma_{A_2}$, ${}^{A_3}\gamma_{A_3}$, ${}^{C_1}\gamma_{C_1}$, ${}^{C_2}\gamma_{C_2}$, ${}^{C_3}\gamma_{C_3}$. Deoarece asupra celor 6 necunoscute unghiulare se aplică funcțiile sinus și cosinus, acestea generează în total 12 necunoscute; ca urmare sistemul de 18 ecuații conține 12 necunoscute.

Se obțin următoarele soluții ale sistemului de ecuații (4.92):

$$\begin{aligned} {}^{A_1}\gamma_{A_1} &= -73,0233 [^\circ]; & {}^{A_2}\gamma_{A_2} &= 46,9767 [^\circ]; & {}^{A_3}\gamma_{A_3} &= 166,9767 [^\circ]; \\ {}^{C_1}\gamma_{C_1} &= 124,3411 [^\circ]; & {}^{C_2}\gamma_{C_2} &= 4,3411 [^\circ]; & {}^{C_3}\gamma_{C_3} &= -115,6589 [^\circ]. \end{aligned} \quad (4.93)$$

și:

$$\begin{aligned} {}^{A_1}\gamma_{A_1} &= -46,9767 [^\circ]; & {}^{A_2}\gamma_{A_2} &= 73,0233 [^\circ]; & {}^{A_3}\gamma_{A_3} &= -166,9767 [^\circ]; \\ {}^{C_1}\gamma_{C_1} &= -4,3411 [^\circ]; & {}^{C_2}\gamma_{C_2} &= -124,3411 [^\circ]; & {}^{C_3}\gamma_{C_3} &= 115,6589 [^\circ] \end{aligned} \quad (4.94)$$

Se obțin două matrice de situare:

$${}^{PF_3}S_{PM_3} = \begin{bmatrix} 0,6250 & -0,7806 & 0 \\ 0,7806 & 0,6250 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.95)$$

și

$${}^{PF_3}S_{PM_3} = \begin{bmatrix} 0,6250 & 0,7806 & 0 \\ -0,7806 & 0,6250 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.96)$$

Explicația fizică a existenței a două soluții este următoarea: în ambele cazuri platforma mobilă PM_3 execută o rotație în jurul punctului caracteristic P, deosebirea constând în sensul de rotație a acesteia, ca în fig. 4.29. Cele două situații posibile ale platformei mobile s-au reprezentat schematic cu linie continuă, respectiv cu linie întreruptă.

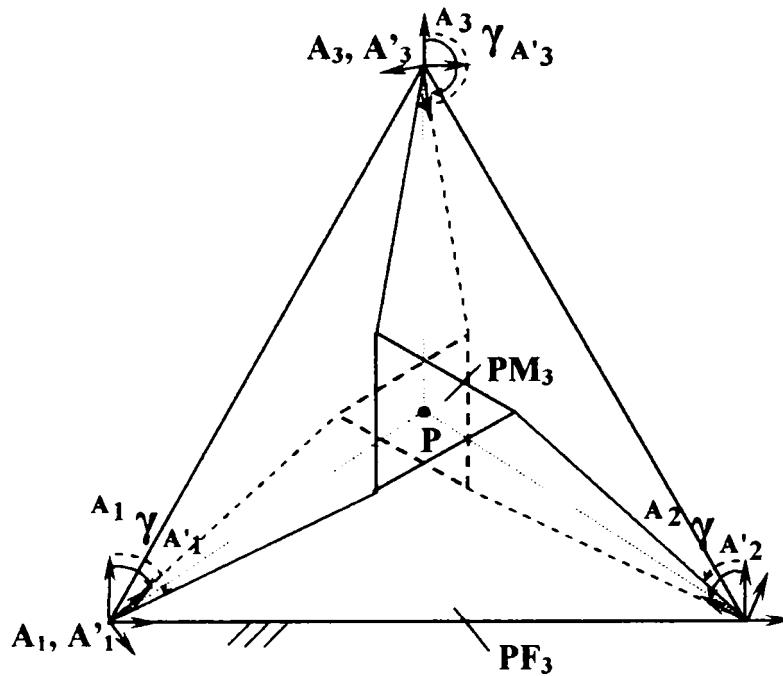


Fig. 4.29. Cele două situații posibile ale platformei mobile.

Se menține, la alegere, prima formă a matricei de situație, dată de relația (4.95).

În figura 4.30 sunt prezentate perechile de sisteme de referință atașate elementelor mecanismului (modelului 2D), pentru cursele (4.68) ale cuplurilor cinematice conducătoare B_j .

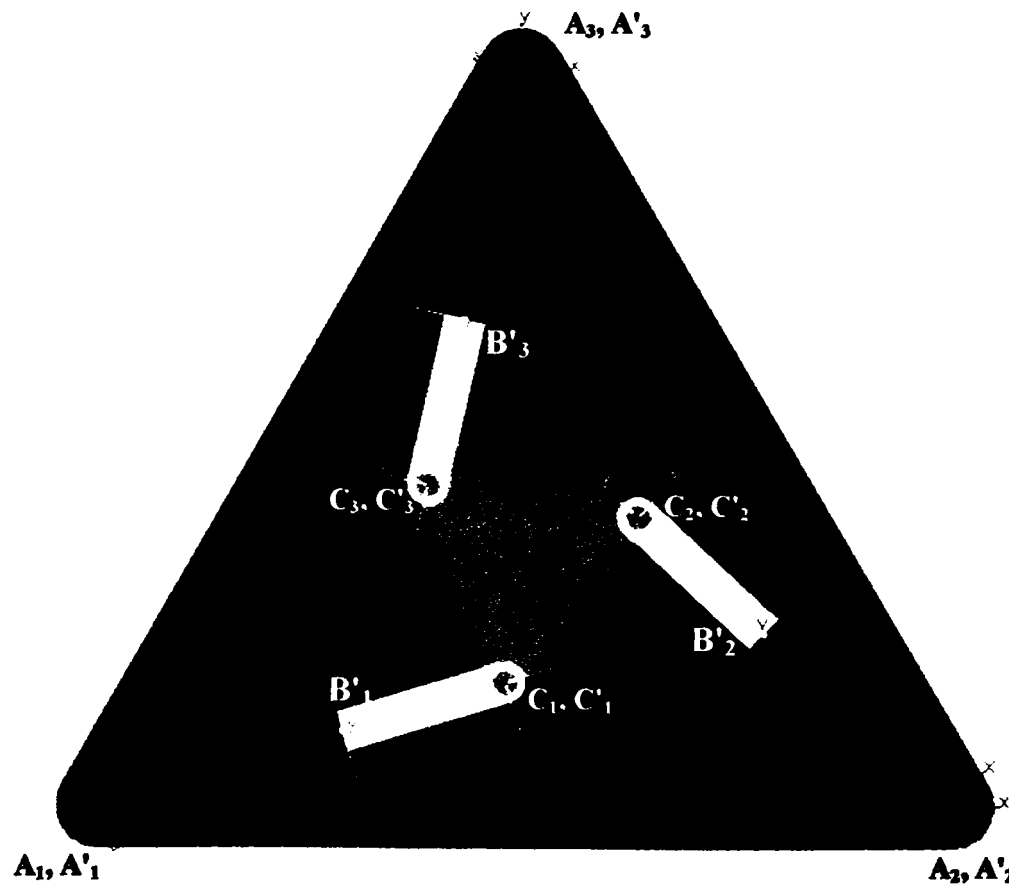


Fig. 4.30. Perechile de sisteme de referință atașate elementelor mecanismului, pentru cursele (4.68) $s_{1t} = s_{2t} = s_{3t} = 10$ [mm].

Tabelele 4.13 și 4.14 indică valori ale elementelor matricelor de transformare care modelează geometric conexiunea $A_j B_j C_j$ -RTR, pentru situarea platformei mobile dată de matricea (4.95).

Tab. 4.13. Parametrii modelelor geometrice ale offseturilor generalizate ale conexiunii $A_j B_j C_j$ (RTR).

Parametru PeSiR	q_1 [mm]	q_2 [mm]	q_3 [°]	
	q_{1off}	q_{2off}	q_{3off}	
1 $O - A_j$	$(l_{OA_j})_x$	$(l_{OA_j})_y$	0	
	j = 1	-100	-57,735	0
	j = 2	100	-57,735	0
	j = 3	0	115,470	0
3 $A'_j - B_j$	0	$l_{A'_j B_j}$	0	
	j = 1	0	50	0
	j = 2	0	50	0
	j = 3	0	50	0
5 $B'_j - C_j$	0	$l_{B'_j C_j}$	0	
	j = 1	0	40	0
	j = 2	0	40	0
	j = 3	0	40	0
7 $C'_j - P$	$(l_{C'_j P})_x$	$(l_{C'_j P})_y$	0	
	j = 1	25	-14,434	0
	j = 2	-25	14,434	0
	j = 3	0	-28,867	0

Tab. 4.14. Parametrii modelelor geometrice ale cuplurilor cinematice generalizate ale conexiunii $A_j B_j C_j$ (RTR).

Parametru PeSiR	q_1 [mm]		q_2 [mm]		q_3 [°]	
	q_{1c}	q_{1v}	q_{2c}	q_{2v}	q_{3c}	q_{3v}
2 $A_j - A'_j$	0	0	0	0	0	${}^{A_j} \gamma_{A'_j} = [(1 - \bar{n}_{A_j} \cdot \bar{n}_{A'_j})^2 + (1 - \bar{o}_{A_j} \cdot \bar{o}_{A'_j})^2]^{\frac{1}{2}}$
	0	0	0	0	0	-73,023
	0	0	0	0	0	46,977
	0	0	0	0	0	166,977
4 $B_j - B'_j$	0	0	0	s_{j1}	0	0
	0	0	0	10	0	0
	0	0	0	10	0	0
	0	0	0	10	0	0
6 $C_j - C'_j$	0	0	0	0	0	${}^{C_j} \gamma_{C'_j} = [(1 - \bar{n}_{C_j} \cdot \bar{n}_{C'_j})^2 + (1 - \bar{o}_{C_j} \cdot \bar{o}_{C'_j})^2]^{\frac{1}{2}}$
	0	0	0	0	0	124,341
	0	0	0	0	0	4,341
	0	0	0	0	0	-115,659

În tabelele 4.13 și 4.14:

- $(l_{OA_j})_x, (l_{OA_j})_y$ etc. sunt proiecțiile segmentelor $\overline{OA_j}$ etc. pe axele Ox, Oy ;
- $\bar{n}_O, \bar{o}_O, \bar{n}_{A_j}, \bar{o}_{A_j}$, etc. sunt versorii axelor sistemelor de referință.

În tab. 4.15 se prezintă parametrii variabili de intrare și de ieșire pentru câteva situații ale platformei mobile față de platforma fixă.

Tab. 4.15. Parametri variabili de intrare și de ieșire specifici modelării geometrice directe.

Nr. crt.	Parametri de intrare			Parametri de ieșire								
	s_{1t}	s_{2t}	s_{3t}	$A_1 \gamma_{A'_1}$	$C_1 \gamma_{C'_1}$	$A_2 \gamma_{A'_2}$	$C_2 \gamma_{C'_2}$	$A_3 \gamma_{A'_3}$	$C_3 \gamma_{C'_3}$	\overline{OP}_x	\overline{OP}_y	${}^O \gamma_P$
	PeSiR: $B_1-B'_1$	PeSiR: $B_2-B'_2$	PeSiR: $B_3-B'_3$	[°] PeSiR: $A_1-A'_1$	[°] PeSiR: $C_1-C'_1$	[°] PeSiR: $A_2-A'_2$	[°] PeSiR: $C_2-C'_2$	[°] PeSiR: $A_3-A'_3$	[°] PeSiR: $C_3-C'_3$	[mm]	[mm]	
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
1.	20	20	-20	-59,807	99,873	39,299	2,767	168,746	-128,68	4,920	24,723	40,057
2.	20	-12	-12	-62,409	70,005	42,671	-35,155	192,351	-184,835	20,459	10,655	7,516
3.	15	-10	-10	-63,727	75,071	45,259	-33,915	187,287	-175,944	15,826	7,812	11,344
4.	10	10	-10	-63,557	97,457	43,599	-9,699	170,021	-136,121	2,238	12,720	33,900
5.	10	0	0	-70,161	104,884	46,090	-11,367	173,588	-138,865	6,392	2,306	34,723
6.	0	0	0	-67,643	92,138	52,358	-27,862	172,358	-147,862	0	0	24,496
7.	10	10	10	-73,023	124,341	46,977	4,341	166,977	-115,658	0	0	51,319
8.	20	20	20	-74,448	146,390	45,552	26,390	165,552	-93,610	0	0	71,941
9.	20	15	10	-72,553	134,275	42,823	18,899	167,762	-105,950	4,072	4,099	61,722
10.	15	10	10	-73,432	128,302	44,900	9,970	168,237	-113,367	3,222	0,959	54,870

Notând între paranteze parametrii de intrare, cu alte cuvinte valorile deplasărilor relative ale cuplelor cinematice conducătoare de translație, pentru determinările din tabelul 4.15 matricea de situare a sistemului de referință P față de sistemul de referință fix O va avea formele:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(20; 20; -20) = \begin{bmatrix} 0,765 & -0,644 & 4,920 \\ 0,644 & 0,765 & 24,723 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.97)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(20; -12; -12) = \begin{bmatrix} 0,991 & -0,131 & 20,459 \\ 0,131 & 0,991 & 10,655 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.98)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(15; -10; -10) = \begin{bmatrix} 0,980 & -0,197 & 15,826 \\ 0,197 & 0,980 & 7,812 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.99)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(10; 10; -10) = \begin{bmatrix} 0,830 & -0,558 & 2,238 \\ 0,558 & 0,830 & 12,720 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.100)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(10; 0; 0) = \begin{bmatrix} 0,822 & -0,570 & 6,392 \\ 0,570 & 0,822 & 2,306 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.101)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(0; 0; 0) = \begin{bmatrix} 0,910 & -0,415 & 0 \\ 0,415 & 0,910 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.102)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(10; 10; 10) = \begin{bmatrix} 0,625 & -0,781 & 0 \\ 0,781 & 0,625 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.103)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(20; 20; 20) = \begin{bmatrix} 0,310 & -0,951 & 4,920 \\ 0,951 & 0,310 & 24,723 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.104)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(20; 15; 10) = \begin{bmatrix} 0,474 & -0,881 & 4,072 \\ 0,881 & 0,474 & 4,099 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.105)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(15; 10; 10) = \begin{bmatrix} 0,575 & -0,818 & 3,222 \\ 0,818 & 0,575 & 0,959 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.106)$$

Traectoria punctului caracteristic P în timpul deplasărilor succesive corespunzătoare tabelului 4.15 este redată în figura 4.31.

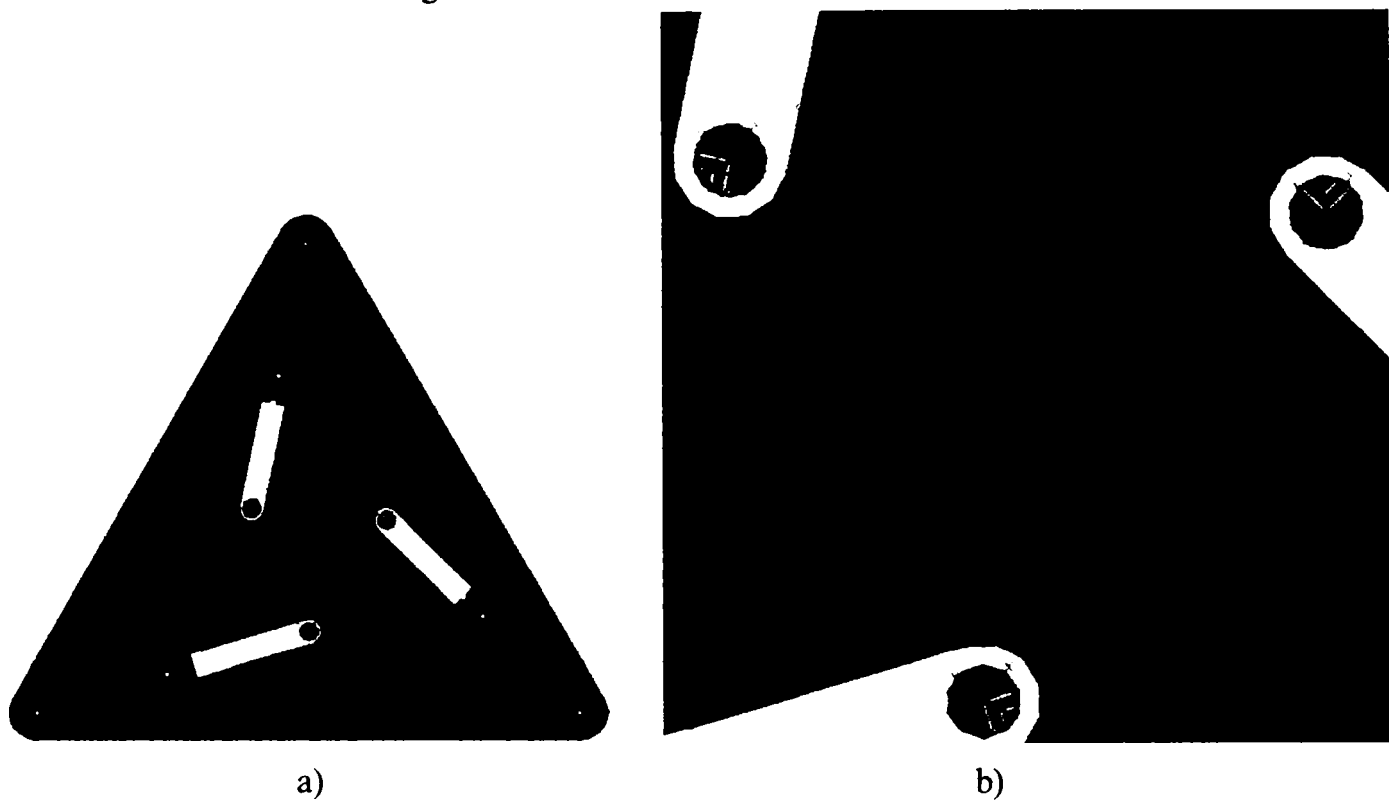


Fig. 4.31. Traectoria punctului caracteristic P: a) vedere a întregului mecanism; b) vedere mărită a traiectoriei.

Pentru **modelarea geometrică inversă**, sunt cunoscute cele 9 elemente ale matricei de situare ${}^{PF_3}S_{PM_3}$ la momentul t . Aplicându-se relația (4.66) pentru fiecare conexiune se obține un sistem de ecuații asemănător cu sistemul (4.92), pe baza căruia pot fi calculate valorile deplasărilor relative s_{jt} la momentul t , ca și cele 6 valori ale unghiurilor variabile ${}^{A_j}\gamma_{A'_j}$ și ${}^{C_j}\gamma_{C'_j}$, ($j = 1, 2, 3$). Acest sistem conține 3 ecuații matriceale și 6 ecuații scalare; deoarece ultima linie a matricelor conține doar elemente de 0 și 1, sunt generate în total $3 \times 9 - 3 \times 3 + 6 = 24$ de ecuații scalare utile având 9 necunoscute: unghiurile ${}^{A_1}\gamma_{A'_1}$, ${}^{A_2}\gamma_{A'_2}$, ${}^{A_3}\gamma_{A'_3}$, ${}^{C_1}\gamma_{C'_1}$, ${}^{C_2}\gamma_{C'_2}$, ${}^{C_3}\gamma_{C'_3}$ și deplasările relative ale elementelor componente ale cuplurilor cinematice de translație, s_{1t} , s_{2t} , s_{3t} . Deoarece asupra celor 6 necunoscute unghiulare se aplică funcțiile sinus și cosinus, acestea generează în total 12 necunoscute, în total sistemul de 24 de ecuații având 15 necunoscute.

În cazul modelării geometrice inverse, parametrii de intrare sunt cei din ultimele trei coloane ale tabelului 4.15, respectiv \overline{OP}_x , \overline{OP}_y , ${}^O\gamma_P$. Parametrii de ieșire sunt ${}^{A_1}\gamma_{A'_1}$, ${}^{A_2}\gamma_{A'_2}$, ${}^{A_3}\gamma_{A'_3}$, ${}^{C_1}\gamma_{C'_1}$, ${}^{C_2}\gamma_{C'_2}$, s_{1t} , s_{2t} , s_{3t} , conform tabelului 4.15.

Pentru mecanismul plan al dispozitivului de ghidare având structura $PF_3 + 3xRTR + PM_3$, **spațiul de lucru** este o suprafață plană a cărei frontieră este o curbă.

Pentru a determina frontiera acestei suprafețe, se determină locul geometric al pozițiilor posibile ale punctului caracteristic P pentru fiecare conexiune, ținând seama de constrângerile geometrice din cadrul conexiunii; în final se aplică simultan constrângerile geometrice impuse de toate conexiunile și de platforma mobilă asupra pozițiilor punctului caracteristic P.

Poziția maximă a punctului caracteristic P față de punctul A_j este realizată în cazul cursei maxime a cuplei cinematice de translație, când punctele A_j , B_j , C_j și P sunt coliniare. Poziția minimă a punctului caracteristic P față de punctul A_j este realizată în cazul cursei maxime a cuplei cinematice de translație, când punctele A_j , B_j , P și C_j sunt coliniare. Locul geometric al punctului P, ținând seama doar de constrângerile impuse de o conexiune, este suprafața cuprinsă între cercurile concentrice de raze:

$$R = (l_{A,P})_{\max} = (l_{A,B_j} + l_{B_j,C_j})_{\max} + l_{C_j,P} = (90 + 20) + 28,868 = 138,868 \text{ [mm]} \quad (4.107)$$

și

$$r = (l_{A,P})_{\min} = (l_{A,B_j} + l_{B_j,C_j})_{\min} - l_{C_j,P} = (90 - 20) - 28,868 = 41,132 \text{ [mm]}, \quad (4.108)$$

ca în fig. 4.32.

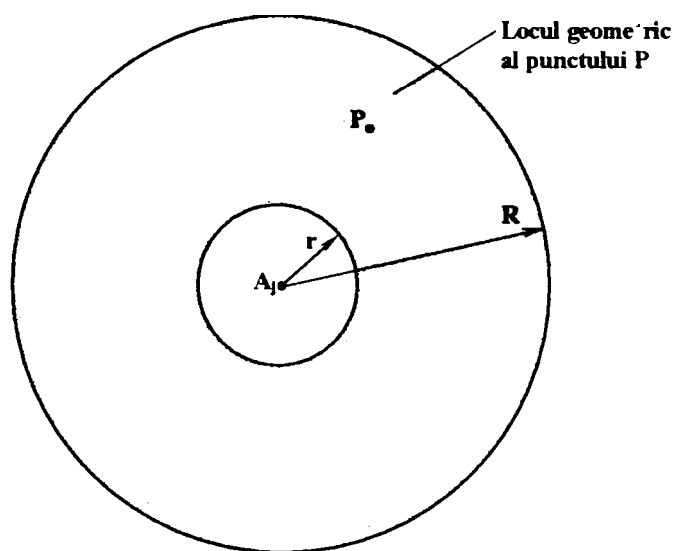


Fig. 4.32. Locul geometric al punctului P, ținând seama de constrângerile impuse de o conexiune $A_jB_jC_j$ (RTR).

Ținând seama de constrângerile impuse de toate cele 3 conexiuni, locul geometric al punctului P, respectiv spațiul de lucru al dispozitivului de ghidare având structura $PF_3 + 3xRTR + PM_3$, reprezintă intersecția a 3 suprafețe asemănătoare celei din fig. 4.32, așa cum se prezintă în fig. 4.33.

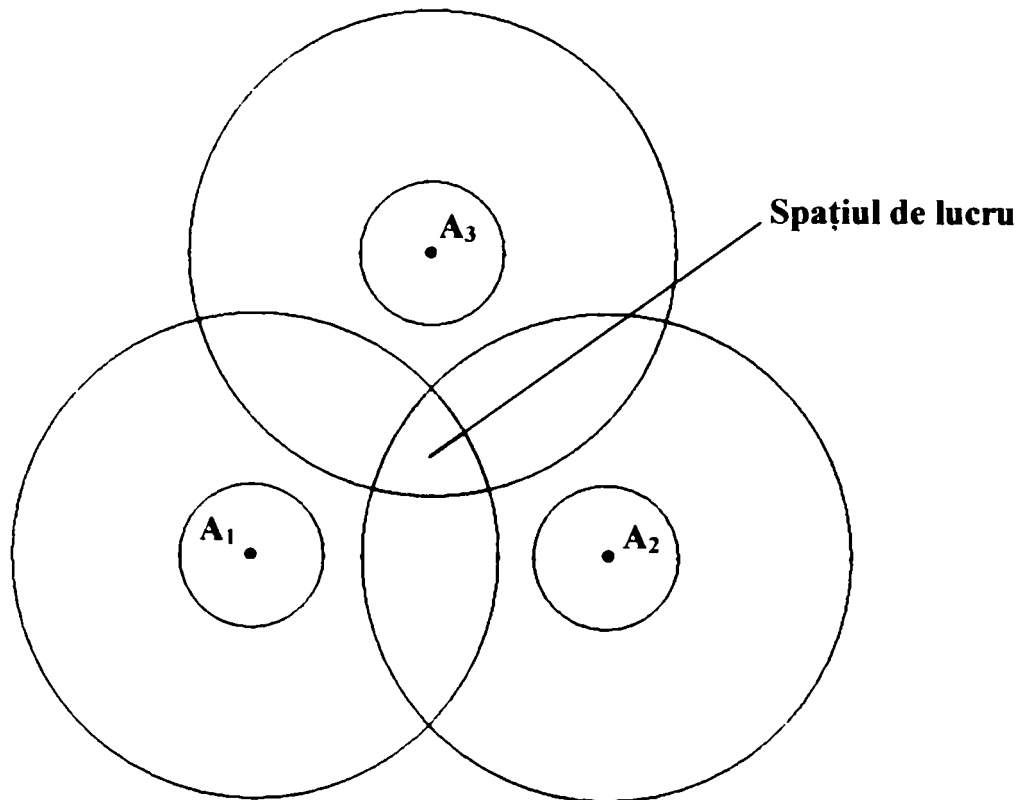


Fig. 4.33. Spațiul de lucru al dispozitivului de ghidare având structura $PF_3 + 3xRTR + PM_3$, ținând seama de constrângerile impuse de conexiuni.

În figura 4.34 este prezentat modelul 2D al mecanismului și spațiul de lucru al punctului caracteristic P, ținând seama de constrângerile impuse de conexiuni.

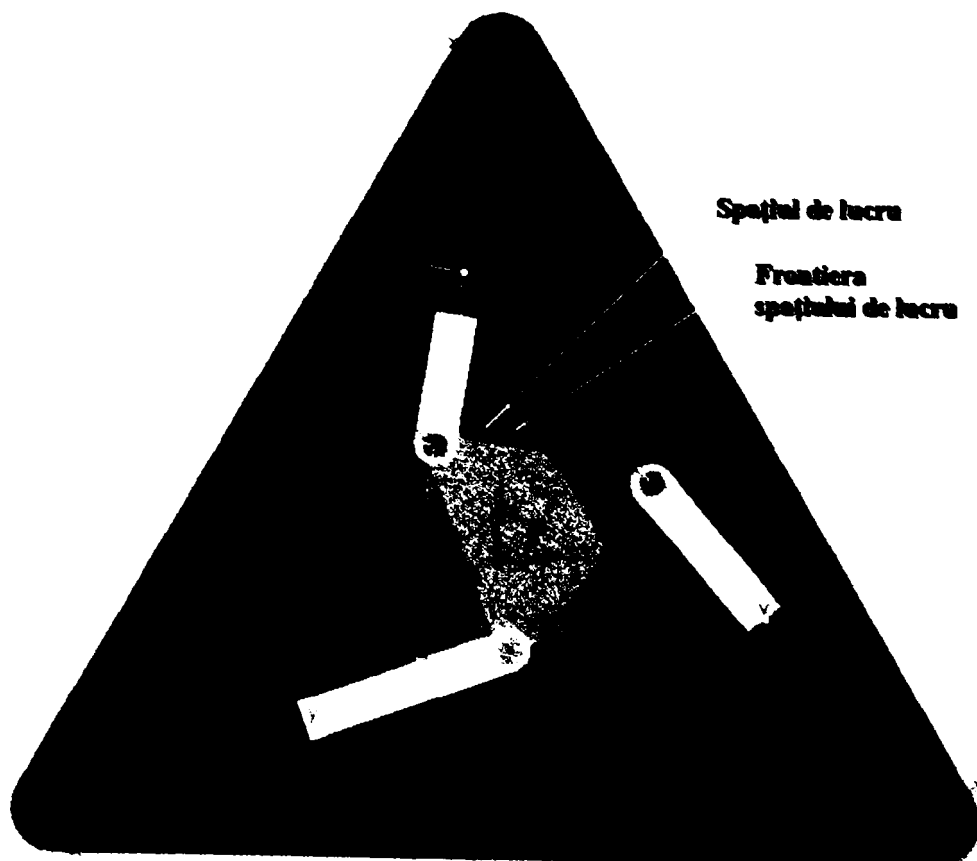


Fig. 4.34. Spațiul de lucru, ținând seama de constrângerile impuse de conexiuni.

În figura 4.35 sunt prezentate dimensiunile spațiului de lucru, ținând seama de constrângerile impuse de conexiuni.

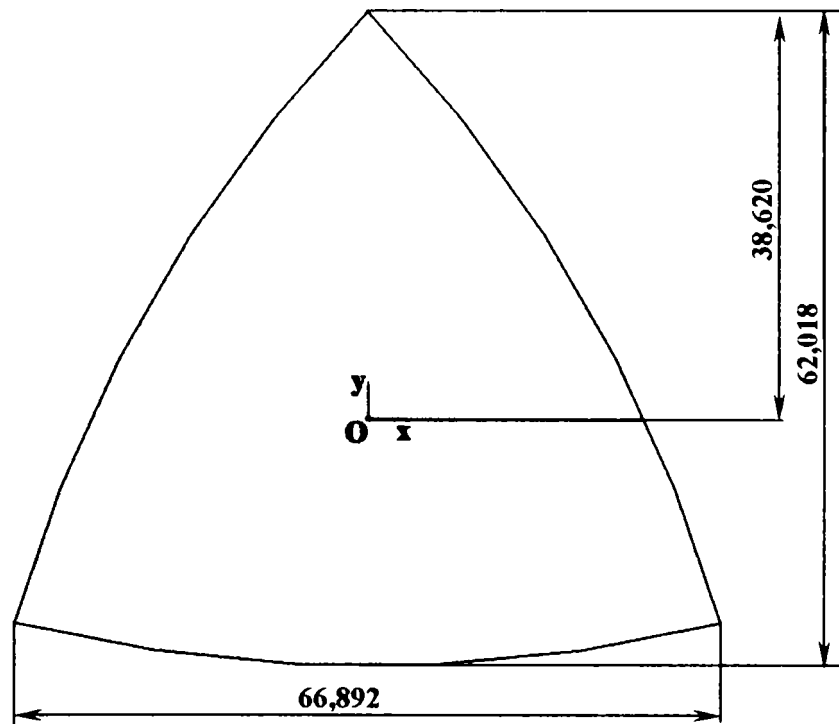


Fig. 4.35. Dimensiunile spațiului de lucru, ținând seama de constrângerile impuse de conexiuni.

Dacă se ține seama și de constrângerile geometrice impuse de platforma mobilă, spațiul de lucru se restrânge, ca în fig. 4.36.

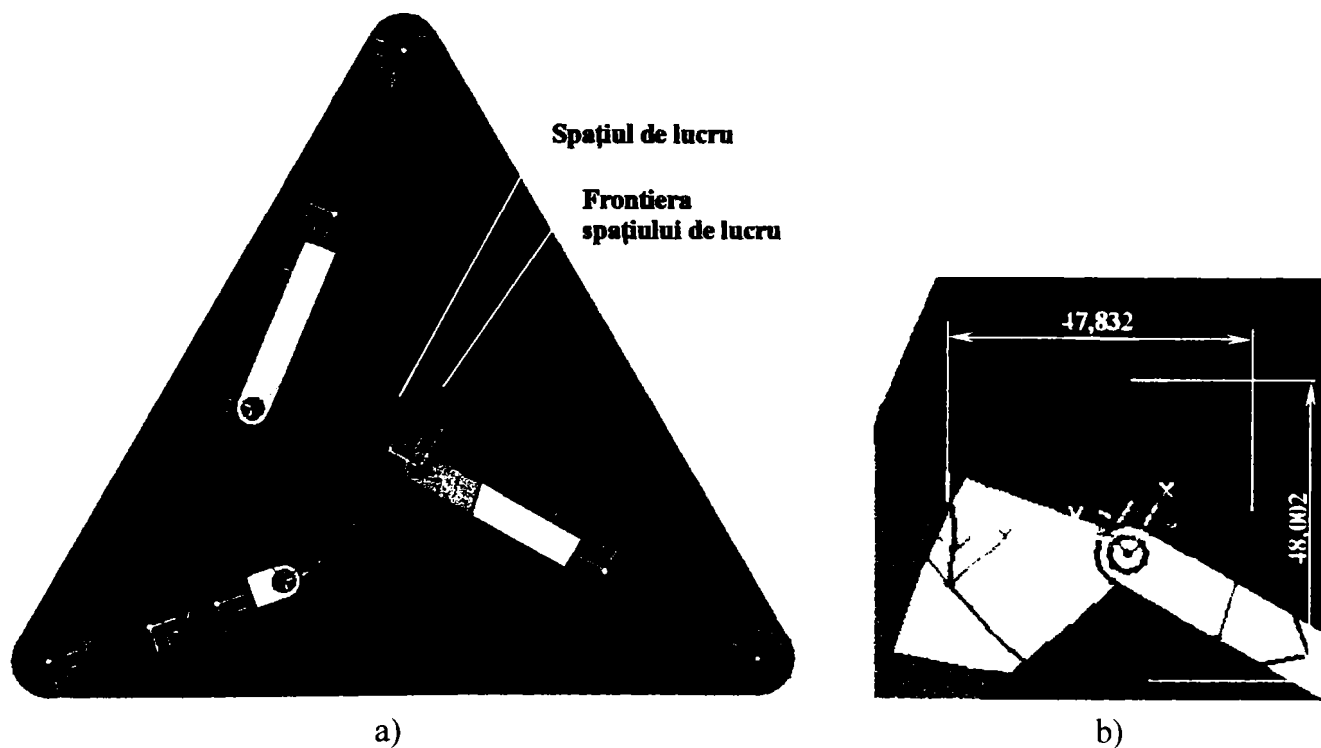


Fig. 4.36. Spațiul de lucru determinat pe baza tuturor constrângerilor (a) și o comparație cu spațiul de lucru determinat pe baza constrângerilor impuse de conexiuni (b).

În fig. 4.36 se observă faptul că deoarece cursa cuplei cinematice conducătoare de translație B_1 este minimă iar cursele cuplelor cinematice conducătoare de translație B_2 și B_3 sunt maxime. punctul caracteristic P nu se poate deplasa în afara frontierei spațiului de lucru, ca urmare frontiera determinată este cea corectă.

În cazul în care deplasările relative ale elementelor cuplelor cinematice din cadrul a două conexiuni sunt egale și axa longitudinală A_jC_j a celeilalte conexiuni este coliniară cu bisectoarea unghiului cu vârful în punctul A_j și cu laturile determinate de celelalte două centre ale cuplelor cinematice de rotație fixe, mecanismul prezintă o configurație singulară.

În figura 4.37 s-au reprezentat schematic trei exemple de configurații singulare. Spre exemplu, în figura 4.37, a, la o modificare a lungimii oricărei conexiuni A_jC_j mecanismul dispozitivului de ghidare poate suferi blocări sau chiar deteriorări datorită faptului că deplasarea punctului P este împiedicată de lungimile constante ale celorlalte două conexiuni, datorită simetriei mecanismului. Același lucru s-ar întâmpla și în cazul în care deplasările relative a elementelor componente a două cuple cinematice conducătoare ar fi egale și de același sens. În figura 4.37, b, blocarea sau deteriorarea mecanismului are loc în cazul modificării distanței dintre punctele conexiunii 3, A_3C_3 , prin deplasarea relativă a elementelor cuplei cinematice conducătoare de translație B_3 ; ieșirea din această configurație se poate realiza în urma deplasării relative a elementelor componente ale cuplelor cinematice de translație B_1 sau B_2 . În figura 4.37, c, blocarea sau deteriorarea mecanismului are loc în cazul modificării distanței dintre punctele conexiunii 2, A_2C_2 , prin deplasarea relativă a elementelor cuplei cinematice conducătoare B_2 . Ieșirea din această configurație se poate realiza în urma deplasării relative a elementelor componente ale cuplelor cinematice de translație B_1 sau B_3 .

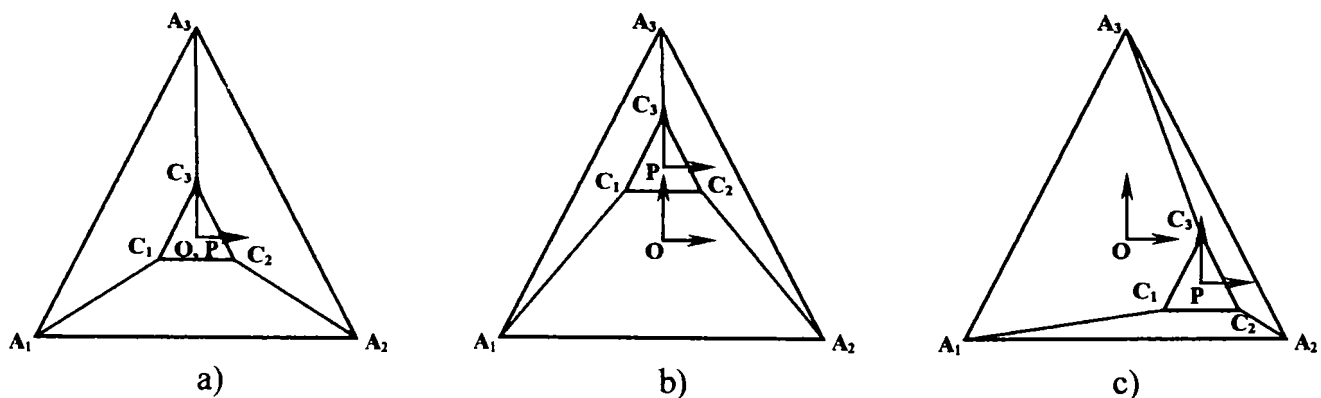


Fig. 4.37. Reprezentarea schematică a 3 exemple de configurații singulare.

În practică ieșirea dintr-o configurație singulară poate avea loc datorită forțelor de inerție care acționează asupra componentelor mecanismului sau datorită forțelor exterioare.

Astfel, dacă platforma mobilă depășește situația centrală (fig. 4.37, a), spațiul de lucru se mărește cu suprafețele S_1 , S_2 , S_3 , ca în figura 4.38.

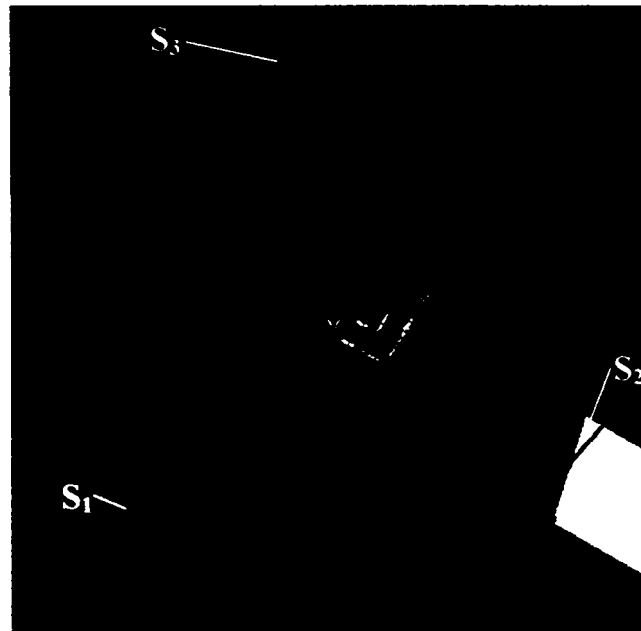


Fig. 4.38. Mărirea spațiului de lucru prin depășirea situației centrale a platformei mobile.

Ca urmare, spațiul de lucru devine cel prezentat în figura 4.39.

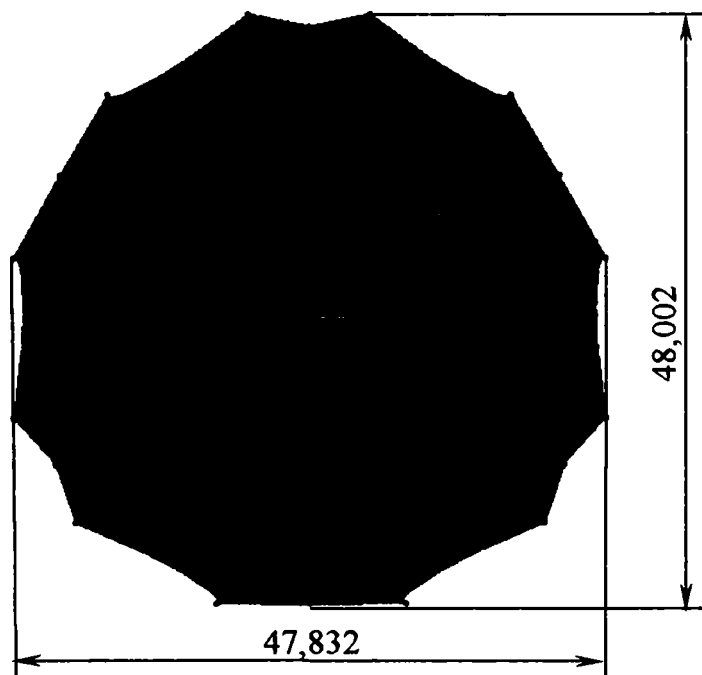


Fig. 4.39. Spațiul de lucru având în vedere constrângerile impuse de conexiuni, de platforma mobilă și depășirea configurațiilor singulare.

4.3.3.2. Modelarea geometrică (de ordinul 0) a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$

În fig. 4.40 se prezintă modul de alegere al sistemelor de referință atașate elementelor conexiunii $A_j B_j C_j$, $j = 1, 2, 3$, pentru mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie serială având structura $PF_3 + RRS + PM_3$.

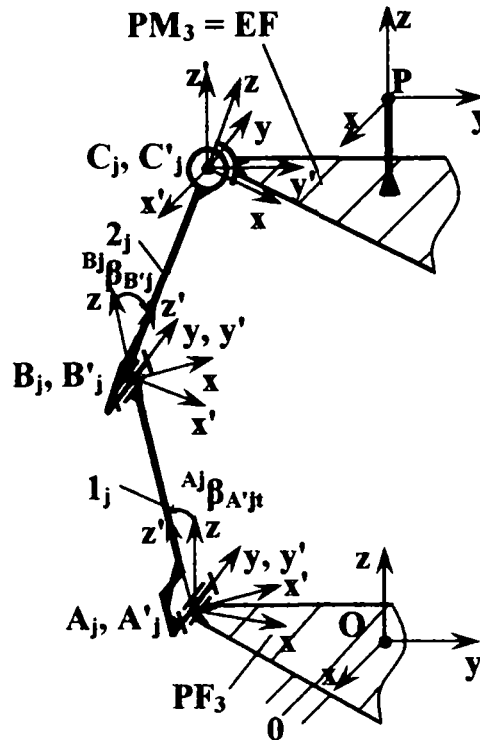


Fig. 4.40. Dispozitivul de ghidare cu topologie serială $PF_3 + RRS + PM_3$ cu sistemele de referință atașate.

Originile sistemelor de referință atașate elementelor componente ale cuplei cinematice de rotație A_j se aleg astfel: A_j aparținând elementului 0 și A'_j aparținând elementului 1_j se află în centrul geometric al cuplei cinematice; punctul O se află pe platforma fixă PF_3 . Cupla cinematică de rotație A_j este modelată de perechea de sisteme de referință $A_j-A'_j$; rotația relativă a elementului 1_j față de elementul 0 cu unghiul ${}^{A_j}\beta_{A'_j,t}$ (dintre axele $A_j z$ și $A'_j z'$) este executată în jurul axei $A_j y$ (care coincide cu axa $A'_j y'$), la momentul t considerat.

Originile sistemelor de referință atașate elementelor componente ale cuplei cinematice de rotație B_j se aleg astfel: ambele, B_j aparținând elementului 1_j și B'_j aparținând elementului 2_j se află în centrul geometric al cuplei cinematice. Cupla cinematică de rotație B_j este modelată de PeSiR $B_j-B'_j$; rotația relativă a elementului 2_j față de elementul 1_j cu unghiul ${}^{B_j}\beta_{B'_j}$ (dintre axele $B_j z$ și $B'_j z'$) este executată în jurul axei $B_j y$ (care coincide cu axa $B'_j y'$), la momentul t considerat.

Originile sistemelor de referință atașate elementelor componente ale cuplei cinematice sferice C_j se aleg astfel: C_j aparținând elementului 2_j și C'_j aparținând elementului PM_3 se află în

centrul geometric al cuplei cinematice; punctul P se află pe platforma mobilă PM₃. Cupla cinematică sferică C_j este modelată de PeSiR C_j-C_j; rotația relativă 3D a platformei mobile față de elementul 2_j este compusă din rotații în jurul celor 3 axe de referință: o rotație cu unghiul ${}^{C_j}\alpha_{C_j}$ în jurul axei C_jx, o rotație cu unghiul ${}^{C_j}\beta_{C_j}$ în jurul axei actuale C_jy (poziție atinsă de axa C_jy în urma rotației anterioare), și o rotație cu unghiul ${}^{C_j}\gamma_{C_j}$ în jurul axei actuale C_jz, la momentul t considerat.

Pentru simplificarea calculelor, axele A'_jz' și B_jz vor coincide cu axa longitudinală a elementului binar 1_j, iar axele B'_jz' și C_jz vor coincide cu axa longitudinală a elementului binar 2_j. Axele A_jy, A'_jy', B_jy, B'_jy', C_jy, C'_jy' vor fi alese paralele în cadrul aceleiași conexiuni.

Modelul geometric al conexiunii este reprezentat de matricea de situare a platformei mobile PM₃ față de platforma fixă PF₃. La momentul t aceasta are expresia:

$${}^{PF_3}\underline{S}_{PM_3} = {}^O\underline{T}_P = {}^O\underline{T}_{A_j} \cdot {}^{A_j}\underline{T}_{A'_j} \cdot {}^{A'_j}\underline{T}_{B_j} \cdot {}^{B_j}\underline{T}_{B'_j} \cdot {}^{B'_j}\underline{T}_{C_j} \cdot {}^{C_j}\underline{T}_{C'_j} \cdot {}^{C'_j}\underline{T}_P = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_j. \quad (4.109)$$

Deoarece la momentul t matricea de situare a punctului caracteristic P este aceeași pentru fiecare conexiune, se pot egala 3 relații de tip (4.109), corespunzătoare fiecărei conexiuni. Astfel, sub formă scalară, pentru j = 1, 2, 3, expresia (4.109) devine un sistem cu 4 x 4 x 3 = 48 de ecuații scalare:

$$\begin{cases} \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_1 = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_2; \\ \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_2 = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_3; \\ \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_3 = \left(\prod_O^P \underline{T} \right)_1. \end{cases} \quad (4.110)$$

Dacă se consideră că se egalează de fapt doar câte două matrice de situare diferite, de două ori (pentru conexiunile 1 și 2, respectiv 2 și 3; egalarea matricelor de situare pe baza conexiunilor 1 și 3 conduce la ecuații scalare redundante), iar egalarea elementelor ultimei linii a matricelor duce la ecuații redundante, numărul ecuațiilor care pot fi utilizate la rezolvarea sistemului este 4 x 4 x 2 - 2 x 4 = 24.

Pentru modelarea geometrică directă a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă cu elemente rigide având structura PF₃ + 3xRRS + PM₃ se consideră cunoscuți parametrii ${}^{A_j}\beta_{A'_j,t}$ (j = 1, 2, 3) impuși de sursele de energie exterioară la momentul t considerat.

Pe baza sistemului (4.110), pot fi calculate 12 elemente diferite cu valori de 0 și 1 ale matricei de situare ${}^{PF_3} \underline{S}_{PM}$, pe baza valorilor a $2 \times 3 = 6$ unghiuri variabile la momentul t . Dintre acestea, 3 sunt unghiuri în plan (corespunzătoare cuplelor cinematice de rotație B_j , iar celelalte 3 (corespunzătoare cuplelor cinematice sferice) sunt unghiuri spațiale, introducând fiecare câte 3 unghiuri în plan (unghiurile de rotație în jurul celor 3 axe de coordonate). Ca urmare, unghiurile în plan variabile la momentul t sunt în număr de $3 + 3 \times 3 = 12$. Aceasta înseamnă că, pe ansamblu, $48 - 12 = 36$ de ecuații ale sistemului (4.110) sunt redundante în acest caz.

În cazul **modelării geometrice directe**, se cunosc dimensiunile elementelor, conform rel. (4.27). Se consideră că la momentul t cuplele cinematice conducătoare A_j impun următoarele deplasări unghiulare relative ale elementelor 0 și 1 $_j$:

$$\begin{aligned} {}^{A_1} \beta_{A_1,t} &= 59,4 [^\circ]; \\ {}^{A_2} \beta_{A_2,t} &= 30,6 [^\circ]; \\ {}^{A_3} \beta_{A_3,t} &= 0 [^\circ]. \end{aligned} \quad (4.111)$$

Pentru conexiunea 1, $j = 1$ iar relația (4.109) devine:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PF_1} = ({}^0 \underline{T}_P)_1 = {}^0 \underline{T}_{A_1} \cdot {}^{A_1} \underline{T}_{A_1} \cdot {}^{A_1} \underline{T}_{B_1} \cdot {}^{B_1} \underline{T}_{B_1} \cdot {}^{B_1} \underline{T}_{C_1} \cdot {}^{C_1} \underline{T}_{C_1} \cdot {}^{C_1} \underline{T}_P = \underline{S}_1, \quad (4.112)$$

unde:

$$\begin{aligned} {}^0 \underline{T}_{A_1} &= \text{Transl}[x, (l_{OA_1})_x] \cdot \text{Transl}[y, (l_{OA_1})_y] \cdot \text{Rot}(z, O\hat{A}_1A_2) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos O\hat{A}_1A_2 & -\sin O\hat{A}_1A_2 & 0 & 0 \\ \sin O\hat{A}_1A_2 & \cos O\hat{A}_1A_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ & 0 & (l_{OA_1})_x \\ \sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,866 & -0,500 & 0 & -62,500 \\ 0,500 & 0,866 & 0 & -36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^{A_1} \underline{T}_{A_1} = \text{Rot}(y, {}^{A_1} \beta_{A_1,t}) = \begin{bmatrix} \cos({}^{A_1} \beta_{A_1,t}) & 0 & \sin({}^{A_1} \beta_{A_1,t}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_1} \beta_{A_1,t}) & 0 & \cos({}^{A_1} \beta_{A_1,t}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,509 & 0 & 0,861 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,861 & 0 & 0,509 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.114)$$

$${}^{A_1}\underline{T}_{B_1} = \text{Transl}[z', (l_{A_1 B_1})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A_1 B_1})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 60 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.115)$$

$${}^{B_1}\underline{T}_{B_1} = \text{Rot}(y, {}^{B_1}\beta_{B_1}) = \begin{bmatrix} \cos {}^{B_1}\beta_{B_1} & 0 & \sin {}^{B_1}\beta_{B_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin {}^{B_1}\beta_{B_1} & 0 & \cos {}^{B_1}\beta_{B_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.116)$$

$${}^{B_1}\underline{T}_{C_1} = \text{Transl}[z', (l_{B_1 C_1})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_1 C_1})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 95 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.117)$$

$$\begin{aligned} {}^{C_1}\underline{T}_{C_1} &= \text{Rot}(x, {}^{C_1}\alpha_{C_1}) \cdot \text{Rot}(y, {}^{C_1}\beta_{C_1}) \cdot \text{Rot}(z, {}^{C_1}\gamma_{C_1}) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & -\sin({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & \cos({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 & \sin({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 & \cos({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\ &\cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & -\sin({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & \cos({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (4.118)$$

$$\begin{aligned} {}^{C_1}\underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_1 P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_1 P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_1 P})_{z'}] = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_1 P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & (l_{C_1 P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ - & - & - & - \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_1 P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_1 P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_1 P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_1 P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 62,500 \\ 0 & 1 & 0 & 36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.119)$$

Pentru conexiunea $j = 2$ se poate scrie:

$${}^{PF_1} \underline{S}_{PF_1} = ({}^0 \underline{T}_P)_2 = {}^0 \underline{T}_{A_2} \cdot {}^{A_2} \underline{T}_{A'_2} \cdot {}^{A'_2} \underline{T}_{B_2} \cdot {}^{B_2} \underline{T}_{B'_2} \cdot {}^{B'_2} \underline{T}_{C_2} \cdot {}^{C_2} \underline{T}_{C'_2} \cdot {}^{C'_2} \underline{T}_P = \underline{S}_2, \quad (4.120)$$

unde:

$$\begin{aligned} {}^0 \underline{T}_{A_2} &= \text{Transl}[x, (l_{OA_2})_x] \cdot \text{Transl}[y, (l_{OA_2})_y] \cdot \text{Rot}(z, 150^\circ) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_2})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_2})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 150^\circ & -\sin 150^\circ & 0 & 0 \\ \sin 150^\circ & \cos 150^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \end{aligned} \quad (4.121)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos 150^\circ & -\sin 150^\circ & 0 & (l_{OA_2})_x \\ \sin 150^\circ & \cos 150^\circ & 0 & (l_{OA_2})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,866 & -0,500 & 0 & 62,5 \\ 0,5 & -0,866 & 0 & -30,4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^{A_2} \underline{T}_{A'_2} = \text{Rot}(y, {}^{A_2} \beta_{A'_2, t}) = \begin{bmatrix} \cos({}^{A_2} \beta_{A'_2, t}) & 0 & \sin({}^{A_2} \beta_{A'_2, t}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_2} \beta_{A'_2, t}) & 0 & \cos({}^{A_2} \beta_{A'_2, t}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,861 & 0 & 0,509 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -0,509 & 0 & 0,861 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

$${}^{A'_2} \underline{T}_{B_2} = \text{Transl}[z', (l_{A'_2 B_2})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A'_2 B_2})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 60 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.123)$$

$${}^{B_2} \underline{T}_{B'_2} = \text{Rot}(y, {}^{B_2} \beta_{B'_2}) = \begin{bmatrix} \cos {}^{B_2} \beta_{B'_2} & 0 & \sin {}^{B_2} \beta_{B'_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin {}^{B_2} \beta_{B'_2} & 0 & \cos {}^{B_2} \beta_{B'_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.124)$$

$${}^{B'_2} \underline{T}_{C_2} = \text{Transl}[z', (l_{B'_2 C_2})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B'_2 C_2})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 95 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.125)$$

$$\begin{aligned}
{}^{C_2}\underline{T}_{C_2} &= \text{Rot}(x, {}^{C_2}\alpha_{C_2}) \cdot \text{Rot}(y, {}^{C_2}\beta_{C_2}) \cdot \text{Rot}(z, {}^{C_2}\gamma_{C_2}) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_2}\alpha_{C_2}) & -\sin({}^{C_2}\alpha_{C_2}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_2}\alpha_{C_2}) & \cos({}^{C_2}\alpha_{C_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_2}\beta_{C_2}) & 0 & \sin({}^{C_2}\beta_{C_2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_2}\beta_{C_2}) & 0 & \cos({}^{C_2}\beta_{C_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\
&\quad \begin{bmatrix} \cos({}^{C_2}\gamma_{C_2}) & -\sin({}^{C_2}\gamma_{C_2}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_2}\gamma_{C_2}) & \cos({}^{C_2}\gamma_{C_2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.126}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^{C_2}\underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_2P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_2P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_2P})_{z'}] = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_2P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_2P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_2P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_2P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_2P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_2P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -62,500 \\ 0 & 1 & 0 & 36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{4.127}
\end{aligned}$$

Pentru conexiunea $j = 3$ se poate scrie:

$${}^{PF_3}\underline{S}_{PF_3} = {}^0\underline{T}_P = {}^0\underline{T}_{A_3} \cdot {}^{A_3}\underline{T}_{A_3} \cdot {}^{A_3}\underline{T}_{B_3} \cdot {}^{B_3}\underline{T}_{B_3} \cdot {}^{B_3}\underline{T}_{C_3} \cdot {}^{C_3}\underline{T}_{C_3} \cdot {}^{C_3}\underline{T}_P = \underline{S}_3, \tag{4.128}$$

unde:

$$\begin{aligned}
{}^0\underline{T}_{A_3} &= \text{Transl}[x, (l_{OA_3})_x] \cdot \text{Transl}[y, (l_{OA_3})_y] \cdot \text{Rot}(z, 270^\circ) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_3})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -(l_{OA_3})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ & 0 & 0 \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} \cos 270^\circ & -\sin 270^\circ & 0 & (l_{OA_3})_x \\ \sin 270^\circ & \cos 270^\circ & 0 & (l_{OA_3})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 108,253 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.129}
\end{aligned}$$

$${}^{A_1}\underline{T}_{A_1} = \text{Rot}(y, \beta_{A_1,t}) = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{A_1,t}) & 0 & \sin(\beta_{A_1,t}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta_{A_1,t}) & 0 & \cos(\beta_{A_1,t}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.130)$$

$${}^{A_1}\underline{T}_{B_1} = \text{Transl}[z', (l_{A_1B_1})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A_1B_1})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 60 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.131)$$

$${}^{B_1}\underline{T}_{B_1} = \text{Rot}(y, \beta_{B_1}) = \begin{bmatrix} \cos \beta_{B_1} & 0 & \sin \beta_{B_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta_{B_1} & 0 & \cos \beta_{B_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.132)$$

$${}^{B_1}\underline{T}_{C_1} = \text{Transl}[z', (l_{B_1C_1})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_1C_1})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 95 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.133)$$

$$\begin{aligned} {}^{C_1}\underline{T}_{C_1} &= \text{Rot}(x, \alpha_{C_1}) \cdot \text{Rot}(y, \beta_{C_1}) \cdot \text{Rot}(z, \gamma_{C_1}) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_{C_1}) & -\sin(\alpha_{C_1}) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_{C_1}) & \cos(\alpha_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\beta_{C_1}) & 0 & \sin(\beta_{C_1}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta_{C_1}) & 0 & \cos(\beta_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\ &\cdot \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{C_1}) & -\sin(\gamma_{C_1}) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma_{C_1}) & \cos(\gamma_{C_1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (4.134)$$

$$\begin{aligned} {}^{C_1}\underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_1P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_1P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_1P})_{z'}] = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_1P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_1P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_1P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_1P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_1P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_1P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -108,253 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.135)$$

Se obține sistemul:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{S}_1 = \underline{S}_2; \\ \underline{S}_2 = \underline{S}_3; \\ \sin^2({}^{B_1}\beta_{B'_1}) + \cos^2({}^{B_1}\beta_{B'_1}) = 1; \\ \sin^2({}^{B_2}\beta_{B'_2}) + \cos^2({}^{B_2}\beta_{B'_2}) = 1; \\ \sin^2({}^{B_3}\beta_{B'_3}) + \cos^2({}^{B_3}\beta_{B'_3}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_1}\alpha_{C'_1}) + \cos^2({}^{C_1}\alpha_{C'_1}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_1}\beta_{C'_1}) + \cos^2({}^{C_1}\beta_{C'_1}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_1}\gamma_{C'_1}) + \cos^2({}^{C_1}\gamma_{C'_1}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_2}\alpha_{C'_2}) + \cos^2({}^{C_2}\alpha_{C'_2}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_2}\beta_{C'_2}) + \cos^2({}^{C_2}\beta_{C'_2}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) + \cos^2({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_3}\alpha_{C'_3}) + \cos^2({}^{C_3}\alpha_{C'_3}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_3}\beta_{C'_3}) + \cos^2({}^{C_3}\beta_{C'_3}) = 1; \\ \sin^2({}^{C_3}\gamma_{C'_3}) + \cos^2({}^{C_3}\gamma_{C'_3}) = 1. \end{array} \right. \quad (4.136)$$

Deoarece în relațiile matriceale asupra unghiurilor se aplică funcțiile trigonometrice sinus și cosinus, numărul necunoscutelor practic se dublează.

Introducerea relațiilor trigonometrice în sistemul de ecuații (4.136) este necesară dacă:

- programul de calcul numeric nu poate rezolva sistemul fără a fi introduse aceste relații;
- mecanismul studiat este complex și numărul necunoscutelor este mai mare decât numărul ecuațiilor obținute în urma egalării elementelor matricelor de situare.

Se observă că, practic, sistemul (4.136) prezintă 36 de ecuații și 24 de necunoscute.

Notând între paranteze parametrii de intrare ${}^{A_1}\beta_{A'_1,t}$, ${}^{A_2}\beta_{A'_2,t}$ și ${}^{A_3}\beta_{A'_3,t}$ corespunzători perechilor de sisteme de referință atașate elementelor componente ale cuplelor cinematice conducătoare A_1 , A_2 și A_3 , se obține matricea de situare:

$${}^{FP_3}\underline{S}_{MP_3}(59,4; 30,6; 0) = \begin{bmatrix} 0,975 & -0,029 & -0,219 & -5,745 \\ -0,029 & 0,966 & -0,256 & -9,463 \\ 0,219 & 0,256 & 0,941 & 170,093 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.137)$$

În figura 4.41 este prezentat modelul 3D al dispozitivului de ghidare pentru cazul corespunzător matricei de situare din relația (4.137). În figură se observă perechile de sisteme de referință atașate elementelor mecanismului.

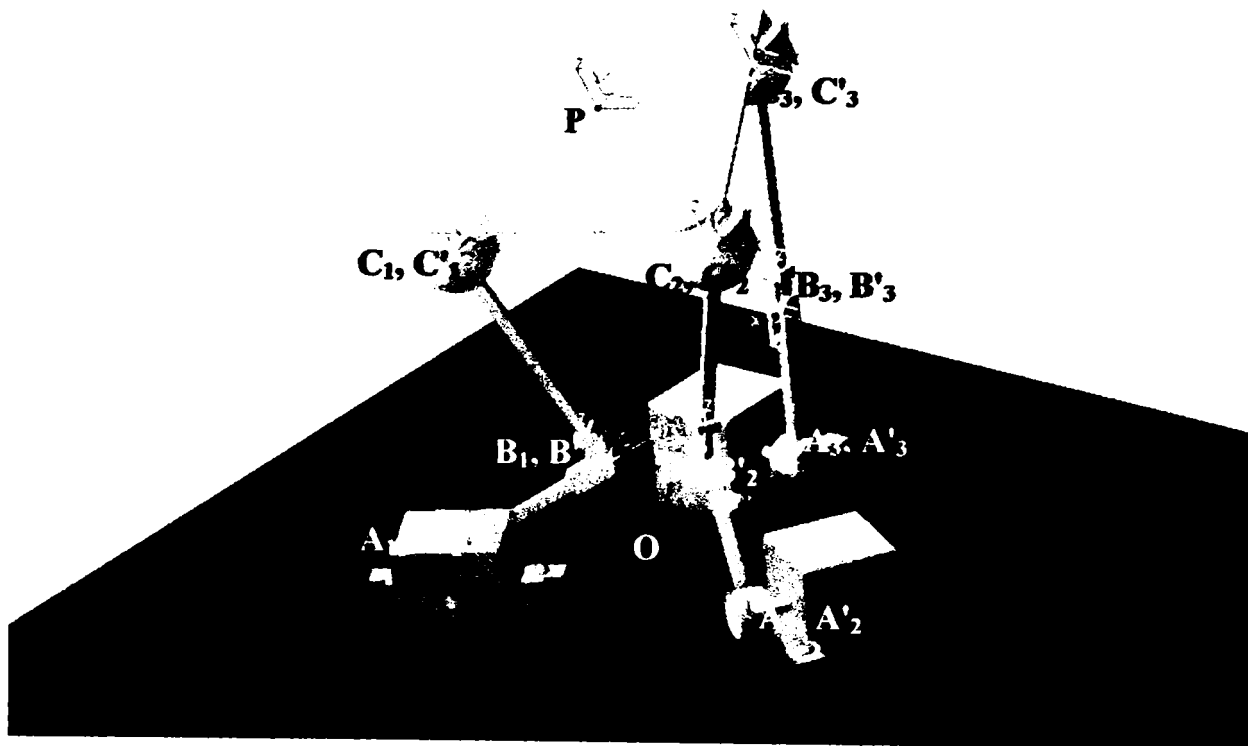


Fig. 4.41. Situația sistemului de referință P pentru

$${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 59,4[^\circ], \quad {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 30,6[^\circ], \quad {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 0[^\circ].$$

Tabelele 4.16 și 4.17 indică valori ale parametrilor modelelor geometrice ale offseturilor, respectiv cuplelor cinematice generalizate ale conexiunii $A_jB_jC_j$ -RTR, pentru cazul prezentat mai sus.

Tab. 4.16. Parametrii modelelor geometrice ale offseturilor generalizate ale conexiunii $A_j B_j C_j$ (RRS).

Parametru PF	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6	
	q_{1off} [mm]	q_{2off} [mm]	q_{3off} [mm]	q_{4off} [°]	q_{5off} [°]	q_{6off} [°]	
1	$O - A_j$	$(\overline{O A_j})_x$	$(\overline{O A_j})_y$	0	0	0	${}^0\gamma_{A_j} = [(1 - \overline{n}_{O_j} \cdot \overline{n}_{A_j})^2 + (1 - \overline{o}_{O_j} \cdot \overline{o}_{A_j})^2]^{\frac{1}{2}}$
	$O - A_1$	-62,500	-36,084	0	0	0	30
	$O - A_2$	62,500	-36,084	0	0	0	150
	$O - A_3$	0	108,253	0	0	0	270
3	$A'_j - B_j$	0	0	$l_{A_j B_j}$	0	0	0
	$A'_1 - B_1$	0	0	60	0	0	0
	$A'_2 - B_2$	0	0	60	0	0	0
	$A'_3 - B_3$	0	0	60	0	0	0
5	$B'_j - C_j$	0	0	$l_{B_j C_j}$	0	0	0
	$B'_1 - C_1$	0	0	95	0	0	0
	$B'_2 - C_2$	0	0	95	0	0	0
	$B'_3 - C_3$	0	0	95	0	0	0
7	$C'_j - P$	$(\overline{C_j P})_x$	$(\overline{C_j P})_y$	$(\overline{C_j P})_z$	0	0	0
	$C'_1 - P$	62,500	36,084	35,700	0	0	0
	$C'_2 - P$	-62,500	36,084	35,700	0	0	0
	$C'_3 - P$	0	-108,253	35,700	0	0	0

Tab. 4.17. Parametrii modelelor geometrice ale cuplelor cinematice generalizate ale conexiunii $A_j B_j C_j$ (RRS).

Parametru	q_1 [mm]		q_2 [mm]		q_3 [mm]		q_4 [°]		q_5 [°]		q_6 [°]	
	q_{1c}	q_{1v}	q_{2c}	q_{2v}	q_{3c}	q_{3v}	q_{4c}	q_{4v}	q_{5c}	q_{5v}	q_{6c}	q_{6v}
2	$A_j - A'_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	β_{B_j}	0	0
	$A_1 - A'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	59,4	0	0
	$A_2 - A'_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	30,6	0	0
	$A_3 - A'_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	$B_j - B'_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	$\beta_{B_j} =$ $= [(1 - \bar{n}_{B_j} \cdot \bar{n}_{B'_j})^2 +$ $+ (1 - \bar{a}_{B_j} \cdot \bar{a}_{B'_j})^2]^{\frac{1}{2}}$	0	0
	$B_1 - B'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	-88,525	0	0
	$B_2 - B'_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	-50,522	0	0
	$B_3 - B'_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,665	0	0
6	$C_j - C'_j$	0	0	0	0	0	0	$\alpha_{C_j} =$ $= [(1 - \bar{o}_{C_j} \cdot \bar{o}_{C'_j})^2 +$ $+ (1 - \bar{a}_{C_j} \cdot \bar{a}_{C'_j})^2]^{\frac{1}{2}}$	0	$\beta_{C_j} =$ $= [(1 - \bar{n}_{C_j} \cdot \bar{n}_{C'_j})^2 +$ $+ (1 - \bar{o}_{C_j} \cdot \bar{o}_{C'_j})^2]^{\frac{1}{2}}$	0	$\gamma_{C_j} =$ $= [(1 - \bar{n}_{C_j} \cdot \bar{n}_{C'_j})^2 +$ $+ (1 - \bar{o}_{C_j} \cdot \bar{o}_{C'_j})^2]^{\frac{1}{2}}$
	$C_1 - C'_1$	0	0	0	0	0	0	6,539	0	10,392	0	-32,242
	$C_2 - C'_2$	0	0	0	0	0	0	-20,988	0	22,277	0	-142,368
	$C_3 - C'_3$	0	0	0	0	0	0	13,026	0	13,212	0	88,673

În tabelele 4.16 și 4.17:

- $(l_{OA_j})_x$, $(l_{OA_j})_y$, $(l_{OA_j})_z$ sunt proiecțiile segmentelor $\overline{OA_j}$ etc. pe axele Ox , Oy , Oz ;
- \bar{n}_O , \bar{o}_O , \bar{a}_O , \bar{n}_{A_j} , \bar{o}_{A_j} , \bar{a}_{A_j} , etc. sunt versorii axelor sistemelor de referință.

În tabelul 4.18 se prezintă parametrii variabili de intrare și de ieșire pentru câteva situații ale platformei mobile față de platforma fixă.

Tab. 4.18. Parametri variabili de intrare și de ieșire specifici modelării geometrice directe

No. crt.	Parametri de intrare			Parametri de ieșire																		
	$A_1 \beta_{A_1}$ [°] P-SIR A_1-A_1	$A_2 \beta_{A_2}$ [°] P-SIR A_2-A_2	$A_3 \beta_{A_3}$ [°] P-SIR A_3-A_3	$B_1 \beta_{B_1}$ [°] P-SIR B_1-B_1	$C_1 \alpha_{C_1}$ [°] P-SIR C_1-C_1	$C_1 \beta_{C_1}$ [°] P-SIR C_1-C_1	$C_1 \gamma_{C_1}$ [°] P-SIR C_1-C_1	$B_2 \beta_{B_2}$ [°] P-SIR B_2-B_2	$C_2 \alpha_{C_2}$ [°] P-SIR C_2-C_2	$C_2 \beta_{C_2}$ [°] P-SIR C_2-C_2	$C_2 \gamma_{C_2}$ [°] P-SIR C_2-C_2	$B_3 \beta_{B_3}$ [°] P-SIR B_3-B_3	$C_3 \alpha_{C_3}$ [°] P-SIR C_3-C_3	$C_3 \beta_{C_3}$ [°] P-SIR C_3-C_3	$C_3 \gamma_{C_3}$ [°] P-SIR C_3-C_3	\overline{OP}_x [mm]	\overline{OP}_y [mm]	\overline{OP}_z [mm]	α_p [°]	β_p [°]	γ_p [°]	
1	90	90	90	129,167	0,000	-39,167	-30,000	129,167	0,000	-39,166	-146,998	129,167	0,000	-39,167	90,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	0	0	0	0,000	0,000	0,000	-30,000	0,000	0,000	0,000	-130,000	0,000	0,000	0,000	90,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
3	90	90	90	-129,167	0,000	39,166	30,000	-129,167	0,000	39,167	-146,999	-129,167	0,000	39,167	90,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
4	30,6	90	30,6	-49,334	32,488	31,545	-44,204	-117,368	0,000	4,361	-146,999	-49,334	-32,489	31,545	104,200	11,630	-6,709	132,834	17,292	27,242	27,242	-4,219
5	30,6	30,6	90	-49,334	32,489	31,545	-13,795	-49,334	32,489	31,545	-164,205	-117,368	0,000	4,361	60,000	0,000	13,417	152,834	31,908	0,000	0,000	0,000
6	90	30,6	30,6	117,368	0,000	4,361	-30,000	-49,334	-32,489	31,545	125,795	-49,334	32,489	31,545	75,795	-11,630	6,709	152,834	17,292	-27,242	27,242	4,219
7	0	30,6	30,6	0,000	0,000	6,806	30,000	-49,334	6,372	15,096	-151,858	-49,334	6,372	15,096	91,858	4,066	2,367	181,492	-3,567	6,123	0,193	0,193
8	30,6	30,6	30,6	49,334	0,000	18,734	-29,999	-49,334	0,000	18,734	-130,000	49,334	90,000	18,734	90,000	0,000	0,000	171,301	0,000	0,000	0,000	0,000
9	59,4	30,6	0	-88,525	6,559	10,392	-32,242	-20,522	20,988	22,277	-142,368	1,665	130,26	13,212	89,673	5,345	9,463	170,093	12,214	12,676	1,095	1,095
10	25,2	70,2	14,4	-41,671	25,488	24,436	-39,057	-99,461	-3,121	4,313	-146,077	-22,454	-31,419	22,449	95,741	8,757	6,294	162,913	15,880	19,725	2,778	2,778

În tabelul 4.19 se prezintă unghiurile dintre axe și mărimile proiecțiilor versorilor pentru diferite PeSiR.

Tab. 4.19. Unghiurile dintre axe și mărimile proiecțiilor versorilor pentru diferite PeSiR.

Nr. crt.	Parametri de intrare [°]	PeSiR	Parametri de ieșire																	
			X _{ax} [°]	Y _{ax} [°]	Z _{ax} [°]	β _{ax} [°]	γ _{ax} [°]	δ _{ax} [°]	ε _{ax} [°]	ζ _{ax} [°]	η _{ax} [°]	θ _{ax} [°]	ι _{ax} [°]							
1.	-90, -90, -90	C ₁ -C ₁	47,822	0,671	120,000	-0,500	56,841	0,547	67,191	0,388	30,000	0,866	71,592	0,316	129,167	-0,632	90,000	0,000	39,167	0,775
		C ₂ -C ₂	132,178	-0,671	120,000	-0,500	123,159	-0,547	67,191	0,388	150,000	-0,866	71,592	0,316	129,166	-0,632	90,000	0,000	39,166	0,775
		C ₃ -C ₃	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	140,833	-0,775	90,000	0,000	129,167	-0,632	129,167	-0,632	90,000	0,000	39,167	0,775
		O-P	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
2.	0, 0, 0	C ₁ -C ₁	30,300	0,866	120,000	-0,500	90,000	0,000	60,000	0,500	30,000	0,866	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
		C ₂ -C ₂	150,000	-0,866	120,000	-0,500	90,000	0,000	60,000	0,500	150,000	-0,866	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
		C ₃ -C ₃	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	180,000	-1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
		O-P	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
3.	90, 90, 90,	C ₁ -C ₁	47,822	0,671	120,000	-0,500	123,159	-0,547	67,191	0,388	30,000	0,866	108,408	-0,316	50,833	0,632	90,000	0,000	39,167	0,775
		C ₂ -C ₂	132,178	-0,671	120,000	-0,500	56,841	0,547	67,191	0,388	150,000	-0,866	108,408	-0,316	50,833	0,632	90,000	0,000	39,167	0,775
		C ₃ -C ₃	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	140,833	-0,775	90,000	0,000	50,833	0,632	50,833	0,632	90,000	0,000	39,167	0,775
		O-P	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
4.	30,6, 90, 30,6	C ₁ -C ₁	52,344	0,611	112,747	-0,387	133,697	-0,691	53,545	0,594	36,813	0,801	85,563	0,077	58,455	0,523	117,242	-0,458	44,040	0,997
		C ₂ -C ₂	149,686	0,863	120,000	-0,500	93,949	-0,069	60,105	0,498	150,000	-0,866	87,722	0,040	94,561	-0,080	90,000	0,000	4,561	0,997
		C ₃ -C ₃	102,071	-0,209	27,542	0,887	114,356	-0,412	145,707	-0,826	86,248	0,065	55,971	0,560	58,455	0,523	62,758	0,458	44,040	0,719
		O-P	27,542	0,887	86,248	0,065	117,242	-0,458	86,248	0,065	15,799	0,962	74,676	0,264	62,758	0,458	105,324	-0,264	31,908	0,849
5.	30,6, 30,6, 90	C ₁ -C ₁	34,910	0,820	120,000	-0,500	106,166	-0,278	76,586	0,249	42,679	0,735	129,566	-0,637	58,455	0,523	117,242	-0,458	44,040	0,719
		C ₂ -C ₂	145,090	-0,820	120,000	-0,500	73,834	0,278	75,586	0,249	137,321	-0,735	129,566	-0,637	58,455	0,523	117,242	-0,458	44,040	0,719
		C ₃ -C ₃	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	175,439	-0,997	90,000	0,000	94,561	-0,080	94,561	-0,080	90,000	0,000	4,561	0,997
		O-P	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
6.	90, 30,6, 30,6	C ₁ -C ₁	30,313	0,863	120,000	-0,500	86,051	0,069	60,105	0,498	31,908	0,849	121,908	-0,529	90,000	0,000	58,092	0,529	31,908	0,849
		C ₂ -C ₂	127,656	-0,611	112,747	-0,387	46,303	0,691	53,545	0,594	143,187	-0,801	85,563	0,077	58,455	0,523	62,758	0,458	44,040	0,719
		C ₃ -C ₃	77,929	0,209	27,542	0,887	65,644	0,412	145,707	-0,826	93,752	-0,065	55,971	0,560	58,455	0,523	117,242	-0,458	44,040	0,719
		O-P	27,542	0,887	93,752	-0,065	62,758	0,458	93,752	-0,065	15,799	0,962	74,676	0,264	62,758	0,458	105,324	-0,264	31,908	0,849
7.	0, 30,6, 30,6	C ₁ -C ₁	30,653	0,860	120,000	-0,500	95,718	-0,100	60,219	0,497	30,000	0,866	93,298	-0,058	83,394	0,115	90,000	0,000	6,606	0,993
		C ₂ -C ₂	148,359	-0,851	119,619	-0,494	79,870	0,176	62,910	0,455	149,621	-0,863	102,706	-0,220	74,904	0,260	96,152	-0,107	16,357	0,960
		C ₃ -C ₃	91,794	-0,031	6,155	0,994	95,886	-0,103	164,792	-0,965	90,191	-0,003	74,794	0,262	74,904	0,260	83,848	0,107	16,357	0,960
		O-P	6,155	0,994	90,191	-0,003	96,152	-0,107	90,191	-0,003	3,552	0,998	93,547	-0,062	83,848	0,107	86,453	0,062	7,108	0,992
8.	30,6, 30,6, 30,6	C ₁ -C ₁	34,910	0,820	120,000	-0,500	106,166	-0,278	61,741	0,473	30,000	0,866	99,250	-0,161	71,246	0,322	90,000	0,000	18,754	0,947
		C ₂ -C ₂	145,090	-0,820	120,000	-0,500	73,834	0,278	61,741	0,473	150,000	-0,866	99,250	-0,161	71,246	0,322	90,000	0,000	18,754	0,947
		C ₃ -C ₃	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	161,246	-0,947	90,000	0,000	71,246	0,322	71,246	0,322	90,000	0,000	18,754	0,947
		O-P	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000	90,000	0,000	90,000	0,000	90,000	0,000	0,000	1,000
9.	59,4, 30,6, 0	C ₁ -C ₁	33,703	0,832	120,841	-0,513	102,259	-0,212	58,349	0,525	31,651	0,851	89,960	0,053	79,608	0,180	96,431	-0,112	12,259	0,977
		C ₂ -C ₂	137,125	-0,733	117,551	-0,463	60,666	0,499	55,598	0,565	145,318	-0,822	86,127	0,068	67,723	0,379	70,644	0,331	30,235	0,864
		C ₃ -C ₃	88,708	0,023	12,787	0,975	77,280	0,220	166,722	-0,973	91,658	-0,029	76,830	0,228	76,788	0,229	102,676	-0,219	19,472	0,948
		O-P	12,787	0,975	91,658	-0,029	77,324	0,219	91,658	-0,029	14,930	0,966	75,166	0,256	102,676	-0,219	104,834	-0,256	18,706	0,941
10.	25,2, 70,2, 14,4	C ₁ -C ₁	45,007	0,707	115,505	-0,431	124,124	-0,561	54,991	0,574	35,604	0,813	84,321	0,099	65,574	0,414	113,067	-0,392	34,726	0,822
		C ₂ -C ₂	148,807	-0,855	120,638	-0,510	84,698	0,092	59,174	0,512	149,169	-0,859	89,535	0,008	85,687	0,075	86,888	0,054	5,322	0,996
		C ₃ -C ₃	95,305	-0,092	19,912	0,940	109,135	-0,328	156,865	-0,920	87,395	0,046	67,030	0,390	67,551	0,382	70,275	0,338	30,640	0,860
		O-P	19,912	0,940	87,395	0,046	109,725	-0,338	87,385	0,046	15,163	0,965	75,075	0,258	70,275	0,338	104,925	-0,258	25,123	0,905

În tabelul 4.19 cu $x_{\text{crt}}-x_{\text{ant}}$ s-a notat unghiul dintre axa x_{crt} a sistemului de referință curent și axa x_{ant} a sistemului de referință anterior al PeSiR, iar cu $n_{x_{\text{ant}}}$, proiecția versorului \bar{n} al sistemului de referință curent pe axa x_{ant} a sistemului de referință anterior al PeSiR. În mod asemănător s-au notat și celelalte unghiuri dintre axele celor două sisteme de referință, precum și proiecțiile versorilor axelor sistemului de referință curent pe axele sistemului de referință anterior.

Legătura dintre cele două tabele este dată de matricea de rotație relativă în spațiu a două sisteme de referință, scrisă sub formele:

$$\begin{aligned} \underline{\mathbf{R}} &= \text{Rot}(x, \alpha) \cdot \text{Rot}(y, \beta) \cdot \text{Rot}(z, \gamma) = \\ &= \begin{bmatrix} \cos\beta \cdot \cos\gamma & -\cos\beta \cdot \sin\gamma & \sin\beta & 0 \\ \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma + \cos\alpha \cdot \sin\gamma & -\sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma + \cos\alpha \cdot \cos\gamma & -\sin\alpha \cdot \cos\beta & 0 \\ -\cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\gamma + \sin\alpha \cdot \sin\gamma & \cos\alpha \cdot \sin\beta \cdot \sin\gamma + \sin\alpha \cdot \cos\gamma & \cos\alpha \cdot \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} n_{x_{\text{ant}}} & o_{x_{\text{ant}}} & a_{x_{\text{ant}}} & 0 \\ n_{y_{\text{ant}}} & o_{y_{\text{ant}}} & a_{y_{\text{ant}}} & 0 \\ n_{z_{\text{ant}}} & o_{z_{\text{ant}}} & a_{z_{\text{ant}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.138)$$

în care $n_{x_{\text{ant}}}, n_{y_{\text{ant}}}, \text{etc.}$, sunt proiecțiile versorilor sistemului de referință curent pe axele sistemului de referință anterior.

Matricele de situare ale sistemului de referință atașat punctului caracteristic P, corespunzătoare parametrilor de intrare din tabelele 4.18 și 4.19 sunt prezentate în continuare. În paranteze sunt prezentate valorile parametrilor de intrare ${}^{A_1}\beta_{A'_1,t}, {}^{A_2}\beta_{A'_2,t}, {}^{A_3}\beta_{A'_3,t}$, în grade.

$${}^{\text{PF}_3}\underline{\mathbf{S}}_{\text{PM}_3}(-90; -90; -90) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 109,355 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.139)$$

$${}^{\text{PF}_3}\underline{\mathbf{S}}_{\text{PM}_3}(0; 0; 0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 190,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.140)$$

$${}^{\text{PF}_3}\underline{\mathbf{S}}_{\text{PM}_3}(90; 90; 90) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 109,355 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.141)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 90; 30,6) = \begin{bmatrix} 0,887 & 0,065 & 0,458 & 11,620 \\ 0,065 & 0,962 & -0,264 & -6,709 \\ -0,458 & 0,264 & 0,849 & 152,834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.142)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 30,6; 90) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,849 & 0,529 & 13,417 \\ 0 & -0,529 & 0,849 & 152,834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.143)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(90; 30,6; 30,6) = \begin{bmatrix} 0,887 & -0,065 & -0,458 & -11,620 \\ -0,065 & 0,962 & -0,264 & -6,709 \\ 0,458 & 0,264 & 0,849 & 152,834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.144)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(0; 30,6; 30,6) = \begin{bmatrix} 0,994 & -0,003 & 0,107 & 4,066 \\ -0,003 & 0,998 & 0,062 & 2,347 \\ -0,107 & -0,062 & 0,992 & 181,492 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.145)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 30,6; 30,6) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 177,301 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.146)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(25,2; 70,2; 14,4) = \begin{bmatrix} 0,940 & 0,046 & 0,338 & 8,757 \\ 0,046 & 0,965 & -0,258 & -8,294 \\ -0,338 & 0,258 & 0,905 & 165,913 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.147)$$

Pentru **modelarea geometrică inversă**, sunt cunoscute cele 16 elemente ale matricei de stare ${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}$ la momentul t . Aplicându-se relația (4.109) pentru fiecare conexiune se obține un sistem de ecuații asemănător cu sistemul (4.136), pe baza căruia pot fi calculate valorile deplasărilor unghiulare relative ${}^A_j \beta_{A_j,t}$ la momentul t , precum și valorile unghiurilor variabile ${}^B_j \beta_{B_j}, {}^C_j \alpha_{C_j}, {}^C_j \beta_{C_j}, {}^C_j \gamma_{C_j}$, ($j = 1, 2, 3$).

Traectoria punctului caracteristic P în timpul deplasărilor succesive corespunzătoare tabelului 4.18 este redată în figura 4.42.

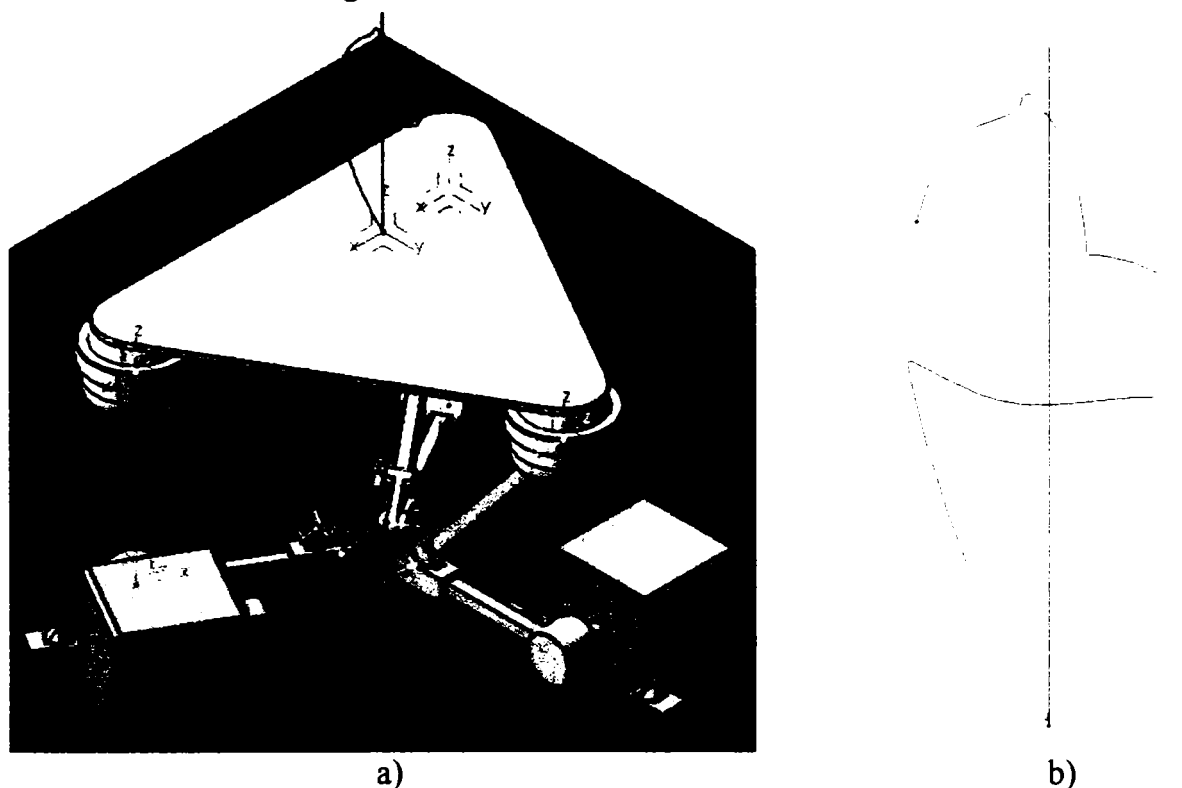


Fig. 4.42. Traectoria punctului caracteristic P: a) vedere a întregului mecanism; b) vedere mărită a traiectoriei.

Pentru mecanismul spațial al dispozitivului de ghidare având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$, **spațiul de lucru** este un volum a cărui frontieră este o suprafață.

Pentru a determina frontiera acestui volum, se poate aplica metoda analizei topologice a frontierelor parțiale. Astfel, conform celor expuse în §4.3.2.1, realizând combinații între valorile minime, maxime și unele valori intermediare ale parametrilor de intrare ai mecanismului se obțin curbele primare (principale) p_1 , p_2 și p_3 (în plane verticale care se intersectează după axa oz; două plane succesive sunt dispuse la 30° unul față de altul), curba secundară (suplimentară) s_1 și curbele terțiare (auxiliare) t_1 , t_2 , t_3 și t_4 . Toate acestea determină frontiera parțială a spațiului de lucru, ca în figura 4.43.

În cazul acestui mecanism nu s-au constatat configurații singulare.

Pentru mecanismul considerat este de preferat ca parametrii de intrare să fie cuprinși în intervalul $[0^\circ; 90^\circ]$ deoarece se pot obține aceleași situații ale platformei mobile ca și pentru intervalul $[-90^\circ; 0^\circ]$, dar proiecțiile elementelor 1_i și 2_i , ($i = 1, 2, 3$), în planul Oxy se vor situa în interiorul triunghiului $A_1A_2A_3$, scăzând astfel spațiul de coliziune al elementelor dispozitivului de ghidare cu obiecte din mediu.

UNIVERSITATEA "BUCUREȘTI"
 "POLITEHNICA"
 BIBLIOTECA CENTRALĂ

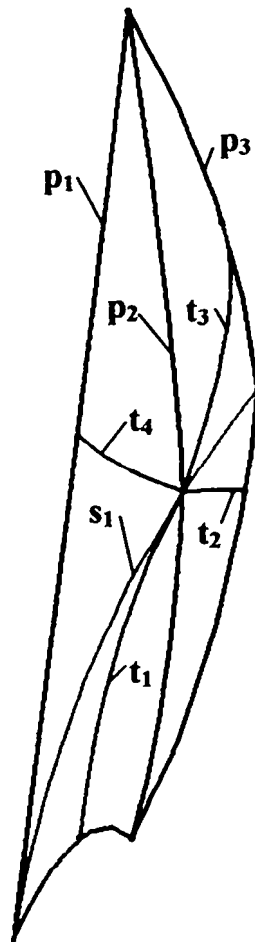


Fig. 4.43. Curbele suport care determină frontiera parțială a spațiului de lucru.

Având în vedere simetria mecanismului, frontiera parțială se poate multiplica, obținându-se astfel frontiera integrală a spațiului de lucru, prezentată în figura 4.44.



Fig. 4.44. Frontiera spațiului de lucru al mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$.

În figura 4.45 se prezintă 4 vederi ale frontierei spațiului de lucru, iar în figura 4.46, coordonatele unor puncte situate pe frontiera spațiului de lucru.

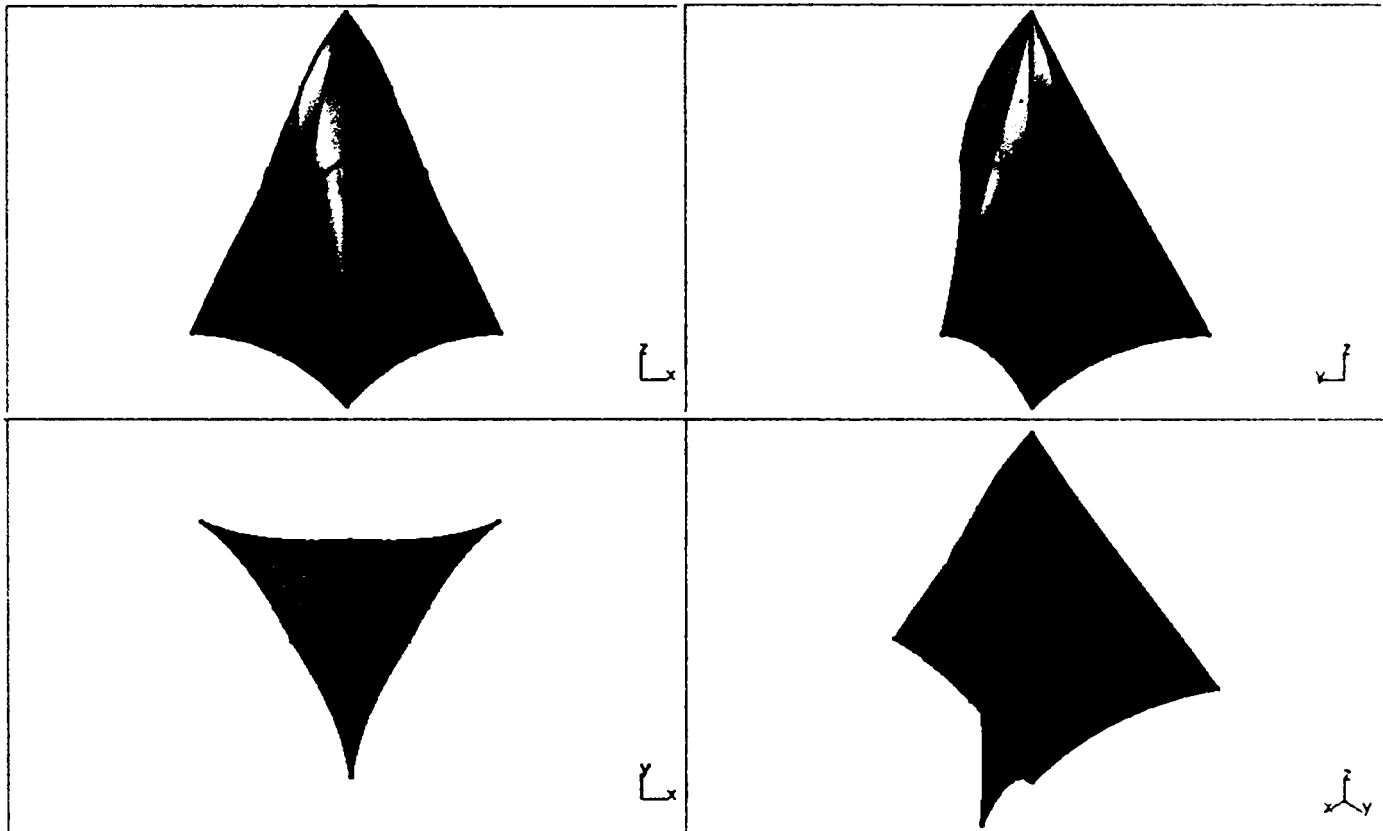


Fig. 4.45. Vederi ale frontierei spațiului de lucru a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$.

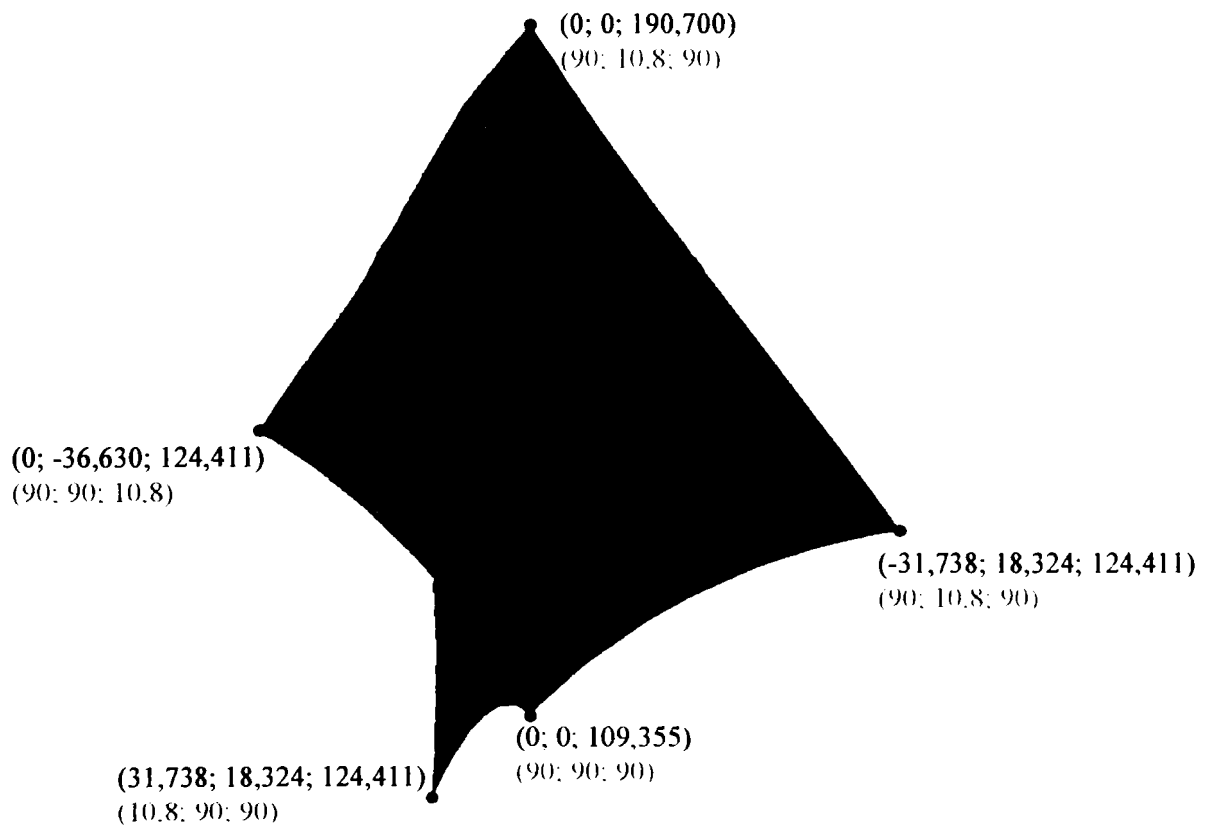


Fig. 4.46. Coordonatele unor puncte situate pe frontiera spațiului de lucru; parametrii de intrare corespunzători s-au notat cu culoare albastră.

4.3.3.3. Modelarea geometrică (de ordinul 0) a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă $PF_3 + 6 \times STS + PM_3$

În fig. 4.47 se prezintă modul de alegere al sistemelor de referință atașate elementelor conexiunii $A_j B_j C_j$, $j = 1, 2, 3$, pentru mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie serială având structura $PF + STS + PM_3$.

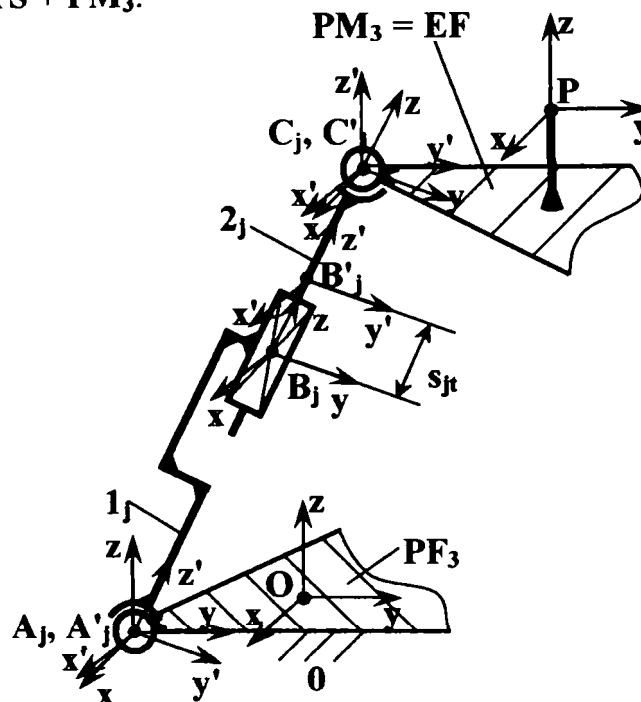


Fig. 4.47. Dispozitivul de ghidare cu topologie serială $PF_3 + STS + PM_3$ cu sistemele de referință atașate.

Originile sistemelor de referință atașate elementelor cuplelor cinematice sferice A_j și C_j se află în centrele sferelor A_j , C_j , respectiv în punctele O și P alese pe platformele PF_3 și PM_3 .

Originile sistemelor de referință atașate cuplelor cinematice de translație B_j vor fi alese una pe elementul 1_j , B_j , cealaltă pe elementul 2_j , B'_j ; distanța dintre ele s_j reprezintă deplasarea relativă liniară ale celor două elemente în intervalul de timp considerat.

În concordanță cu convenția Hartenberg-Denavit, axele $B_j z$ și $B'_j z'$ vor coincide cu direcția de translație a cuplei cinematice B_j . Pentru simplificarea calculului, axele $A_j z$ și $C_j z$ vor fi alese având aceeași direcție ca și axele $B_j z$ și $B'_j z'$; axele $A_j x$, $B_j x$, $B'_j x'$, $C_j x$, respectiv $A_j y$, $B_j y$, $B'_j y'$, $C_j y$ vor fi alese paralele.

Modelul geometric al conexiunii este reprezentat de matricea de situare a platformei mobile PM_3 față de platforma fixă PF_3 . La momentul t aceasta are expresia:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PF_3} = {}^O \underline{T}_P = {}^O \underline{T}_{A_j} \cdot {}^{A_j} \underline{T}_{A'_j} \cdot {}^{A'_j} \underline{T}_{B_j} \cdot {}^{B_j} \underline{T}_{B'_j} \cdot {}^{B'_j} \underline{T}_{C_j} \cdot {}^{C_j} \underline{T}_{C'_j} \cdot {}^{C'_j} \underline{T}_P = \prod_0^P \underline{T} \quad (4.148)$$

Deoarece la momentul t matricea de situare a punctului caracteristic P este aceeași pentru fiecare conexiune, se pot egala 3 relații de tip (4.148), corespunzătoare fiecărei conexiuni. Astfel,

sub formă scalară, pentru $j = 1 \div 6$, expresia (4.148) devine un sistem cu $4 \times 4 \times 6 = 96$ ecuații scalare:

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_2; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_3; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_3 = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_4; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_4 = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_5; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_5 = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_6; \\ \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_6 = \begin{pmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{I} \end{pmatrix}_1. \end{array} \right. \quad (4.149)$$

Ca și în cazurile anterioare, pentru modelarea geometrică directă se consideră cunoscute deplasările relative s_{jt} ($j = 1, \dots, 6$) ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare de translație la momentul t considerat.

Pe baza sistemului (4.149), pot fi calculate 12 elemente diferite cu valori de 0 și 1 ale matricei de situare ${}^{PF_3}\underline{S}_{PM_3}$, și valorile a $6 \times 6 = 36$ unghiuri variabile la momentul t . Aceasta înseamnă că $96 - 36 = 40$ de ecuații ale sistemului (4.149) sunt redundante în acest caz.

În cazul **modelării geometrice directe**, se cunosc dimensiunile elementelor, conform rel. (4.31). Se consideră că la momentul t cuplele cinematice conducătoare de translație B_j impun o mișcare relativă a elementelor 1_j și 2_j de 10 [mm], în sensul măririi distanței dintre centrele cuplelor cinematice sferice A_j și C_j :

$$\begin{array}{l} s_{1t} = 5 \text{ [mm]}; \\ s_{2t} = 10 \text{ [mm]}; \\ s_{3t} = 15 \text{ [mm]}; \\ s_{4t} = 20 \text{ [mm]}; \\ s_{5t} = 25 \text{ [mm]}; \\ s_{6t} = 30 \text{ [mm]}. \end{array} \quad (4.150)$$

Pentru conexiunea 1, $j = 1$ iar relația (4.148) devine:

$${}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1} = ({}^O \underline{T}_P) = {}^O \underline{T}_{A_1} \cdot {}^{A_1} \underline{T}_{A'_1} \cdot {}^{A_1} \underline{T}_{B_1} \cdot {}^{B_1} \underline{T}_{B'_1} \cdot {}^{B_1} \underline{T}_{C_1} \cdot {}^{C_1} \underline{T}_{C'_1} \cdot {}^{C_1} \underline{T}_P = \underline{S}_1, \quad (4.151)$$

unde:

$${}^O \underline{T}_{A_1} = \text{Transl}[x, (l_{OA_1})_x] \cdot \text{Transl}[y, (l_{OA_1})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -62,500 \\ 0 & 1 & 0 & -36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.152)$$

$${}^{A_1} \underline{T}_{A'_1} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{A_1} \alpha_{A'_1}) & -\sin({}^{A_1} \alpha_{A'_1}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{A_1} \alpha_{A'_1}) & \cos({}^{A_1} \alpha_{A'_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \cos({}^{A_1} \beta_{A'_1}) & 0 & \sin({}^{A_1} \beta_{A'_1}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_1} \beta_{A'_1}) & 0 & \cos({}^{A_1} \beta_{A'_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_1} \gamma_{A'_1}) & -\sin({}^{A_1} \gamma_{A'_1}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{A_1} \gamma_{A'_1}) & \cos({}^{A_1} \gamma_{A'_1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.153)$$

$${}^{A_1} \underline{T}_{B_1} = \text{Transl}[z', (l_{A'_1 B_1})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A'_1 B_1})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.154)$$

$${}^{B_1} \underline{T}_{B'_1} = \text{Transl}[z, (l_{B_1 B'_1})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_1 B'_1})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.155)$$

$${}^{B_1} \underline{T}_{C_1} = \text{Transl}[z', (l_{B'_1 C_1})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B'_1 C_1})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.156)$$

$${}^{C_1}\underline{T}_{C_1} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & -\sin({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & \cos({}^{C_1}\alpha_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 & \sin({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 & \cos({}^{C_1}\beta_{C_1}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & -\sin({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & \cos({}^{C_1}\gamma_{C_1}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.157)$$

$${}^{C_1}\underline{T}_P = \text{Transl}[x', (l_{C_1P})_x] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_1P})_y] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_1P})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_1P})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_1P})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_1P})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_1P})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_1P})_y \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_1P})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 62,500 \\ 0 & 1 & 0 & 36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.158)$$

Pentru conexiunea $j = 2$ se poate scrie:

$${}^{PF_3}\underline{S}_{PM_3} = ({}^0\underline{T}_P)_2 = {}^0\underline{T}_{A_2} \cdot {}^{A_2}\underline{T}_{A'_2} \cdot {}^{A'_2}\underline{T}_{B_2} \cdot {}^{B_2}\underline{T}_{B'_2} \cdot {}^{B'_2}\underline{T}_{C_2} \cdot {}^{C_2}\underline{T}_{C'_2} \cdot {}^{C'_2}\underline{T}_P = \underline{S}_2, \quad (4.159)$$

unde:

$${}^0\underline{T}_{A_2} = \text{Transl}[x, (l_{OA_2})_x] \cdot \text{Transl}[y, (l_{OA_2})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_2})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_2})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_2})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_2})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -62,500 \\ 0 & 1 & 0 & -36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.160)$$

$${}^{A_2}\underline{T}_{A'_2} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{A_2}\alpha_{A'_2}) & -\sin({}^{A_2}\alpha_{A'_2}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{A_2}\alpha_{A'_2}) & \cos({}^{A_2}\alpha_{A'_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \cos({}^{A_2}\beta_{A'_2}) & 0 & \sin({}^{A_2}\beta_{A'_2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_2}\beta_{A'_2}) & 0 & \cos({}^{A_2}\beta_{A'_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & -\sin({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & \cos({}^{A_2}\gamma_{A'_2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.161)$$

$${}^{A_2}\underline{T}_{B_2} = \text{Transl}[z', (l_{A'_2 B_2})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A'_2 B_2})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.162)$$

$${}^{B_2}\underline{T}_{B'_2} = \text{Transl}[z, (l_{B_2 B'_2})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_2 B'_2})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.163)$$

$${}^{B'_2}\underline{T}_{C_2} = \text{Transl}[z', (l_{B'_2 C_2})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B'_2 C_2})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.164)$$

$${}^{C_2}\underline{T}_{C'_2} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_2}\alpha_{C'_2}) & -\sin({}^{C_2}\alpha_{C'_2}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_2}\alpha_{C'_2}) & \cos({}^{C_2}\alpha_{C'_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.165)$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_2}\beta_{C'_2}) & 0 & \sin({}^{C_2}\beta_{C'_2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_2}\beta_{C'_2}) & 0 & \cos({}^{C_2}\beta_{C'_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & -\sin({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & \cos({}^{C_2}\gamma_{C'_2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^{C_2}\underline{T}_P = \text{Transl}[x', (l_{C'_2 P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C'_2 P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C'_2 P})_{z'}] =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C'_2 P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C'_2 P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C'_2 P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C'_2 P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C'_2 P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C'_2 P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -62,500 \\ 0 & 1 & 0 & 36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.166)$$

Pentru conexiunea $j = 3$ se poate scrie:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3} = ({}^O \underline{T}_P)_3 = {}^O \underline{T}_{A_1} \cdot {}^{A_1} \underline{T}_{A_2} \cdot {}^{A_2} \underline{T}_{B_3} \cdot {}^{B_3} \underline{T}_{B_1} \cdot {}^{B_1} \underline{T}_{C_1} \cdot {}^{C_1} \underline{T}_{C_2} \cdot {}^{C_2} \underline{T}_P = \underline{S}_3, \quad (4.167)$$

unde:

$${}^O \underline{T}_{A_1} = \text{Transl}[x, -(l_{OA_1})_x] \cdot \text{Transl}[y, -(l_{OA_1})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \quad (4.168)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_1})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_1})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 62,500 \\ 0 & 1 & 0 & -36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^{A_1} \underline{T}_{A_2} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{A_1} \alpha_{A_2}) & -\sin({}^{A_1} \alpha_{A_2}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{A_1} \alpha_{A_2}) & \cos({}^{A_1} \alpha_{A_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.169)$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_1} \beta_{A_2}) & 0 & \sin({}^{A_1} \beta_{A_2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_1} \beta_{A_2}) & 0 & \cos({}^{A_1} \beta_{A_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_1} \gamma_{A_2}) & -\sin({}^{A_1} \gamma_{A_2}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{A_1} \gamma_{A_2}) & \cos({}^{A_1} \gamma_{A_2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^{A_1} \underline{T}_{B_3} = \text{Transl}[z', (l_{A_1 B_3})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A_1 B_3})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.170)$$

$${}^{B_3} \underline{T}_{B_1} = \text{Transl}[z, (l_{B_3 B_1})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_3 B_1})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.171)$$

$${}^{B_1} \underline{T}_{C_1} = \text{Transl}[z', (l_{B_1 C_1})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_1 C_1})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.172)$$

$${}^{C_1} \underline{T}_{C_2} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_1} \alpha_{C_2}) & -\sin({}^{C_1} \alpha_{C_2}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_1} \alpha_{C_2}) & \cos({}^{C_1} \alpha_{C_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \cos({}^{C_3}\beta_{C_3}) & 0 & \sin({}^{C_3}\beta_{C_3}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_3}\beta_{C_3}) & 0 & \cos({}^{C_3}\beta_{C_3}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_3}\gamma_{C_3}) & -\sin({}^{C_3}\gamma_{C_3}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_3}\gamma_{C_3}) & \cos({}^{C_3}\gamma_{C_3}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.173)$$

$$\begin{aligned} {}^{C_3}\underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_2P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_2P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_2P})_{z'}] = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_2P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_2P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_2P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_2P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_2P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_2P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -62,500 \\ 0 & 1 & 0 & 36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 35,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.174)$$

Pentru conexiunea $j = 4$ se poate scrie:

$${}^{PF_3}\underline{S}_{PM_3} = ({}^O\underline{T}_P)_4 = {}^O\underline{T}_{A_4} \cdot {}^{A_4}\underline{T}_{A'_4} \cdot {}^{A'_4}\underline{T}_{B_4} \cdot {}^{B_4}\underline{T}_{B'_4} \cdot {}^{B'_4}\underline{T}_{C_4} \cdot {}^{C_4}\underline{T}_{C'_4} \cdot {}^{C'_4}\underline{T}_P = \underline{S}_4, \quad (4.175)$$

unde:

$$\begin{aligned} {}^O\underline{T}_{A_4} &= \text{Transl}[x, -(l_{OA_4})_x] \cdot \text{Transl}[y, -(l_{OA_4})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_4})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_4})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_4})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_4})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 62,500 \\ 0 & 1 & 0 & -36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (4.176)$$

$$\begin{aligned} {}^{A_4}\underline{T}_{A'_4} &= \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{A_4}\alpha_{A'_4}) & -\sin({}^{A_4}\alpha_{A'_4}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{A_4}\alpha_{A'_4}) & \cos({}^{A_4}\alpha_{A'_4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\ &\cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_4}\beta_{A'_4}) & 0 & \sin({}^{A_4}\beta_{A'_4}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_4}\beta_{A'_4}) & 0 & \cos({}^{A_4}\beta_{A'_4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_4}\gamma_{A'_4}) & -\sin({}^{A_4}\gamma_{A'_4}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{A_4}\gamma_{A'_4}) & \cos({}^{A_4}\gamma_{A'_4}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (4.177)$$

$${}^{A_4} \underline{T}_{B_4} = \text{Transl}[z', (l_{A_4, B_4})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A_4, B_4})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.178)$$

$${}^{B_4} \underline{T}_{B_4} = \text{Transl}[z, (l_{B_4, B_4})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_4, B_4})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.179)$$

$${}^{B_4} \underline{T}_{C_4} = \text{Transl}[z', (l_{B_4, C_4})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_4, C_4})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.180)$$

$${}^{C_4} \underline{T}_{C_4} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_4} \alpha_{C_4}) & -\sin({}^{C_4} \alpha_{C_4}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_4} \alpha_{C_4}) & \cos({}^{C_4} \alpha_{C_4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.181)$$

$$\begin{bmatrix} \cos({}^{C_4} \beta_{C_4}) & 0 & \sin({}^{C_4} \beta_{C_4}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_4} \beta_{C_4}) & 0 & \cos({}^{C_4} \beta_{C_4}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_4} \gamma_{C_4}) & -\sin({}^{C_4} \gamma_{C_4}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_4} \gamma_{C_4}) & \cos({}^{C_4} \gamma_{C_4}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$$\begin{aligned} {}^{C_4} \underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_4, P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_4, P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_4, P})_{z'}] = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_4, P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_4, P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_4, P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_4, P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_4, P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_4, P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -72,169 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.182)$$

Pentru conexiunea $j = 5$ se poate scrie:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3} = ({}^O \underline{T}_P)_5 = {}^O \underline{T}_{A_5} \cdot {}^{A_5} \underline{T}_{A'_5} \cdot {}^{A'_5} \underline{T}_{B_5} \cdot {}^{B_5} \underline{T}_{B'_5} \cdot {}^{B'_5} \underline{T}_{C_5} \cdot {}^{C_5} \underline{T}_{C'_5} \cdot {}^{C'_5} \underline{T}_P = \underline{S}_5, \quad (4.183)$$

unde:

$${}^0 \underline{T}_{A_5} = \text{Transl}[x, -(l_{OA_5})_x] \cdot \text{Transl}[y, -(l_{OA_5})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_5})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_5})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_5})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_5})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 72,169 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ - & - & - & - \end{bmatrix}; \quad (4.184)$$

$${}^{A_5} \underline{T}_{A'_5} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_{A'_5}^{A_5}) & -\sin(\alpha_{A'_5}^{A_5}) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_{A'_5}^{A_5}) & \cos(\alpha_{A'_5}^{A_5}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\beta_{A'_5}^{A_5}) & 0 & \sin(\beta_{A'_5}^{A_5}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta_{A'_5}^{A_5}) & 0 & \cos(\beta_{A'_5}^{A_5}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{A'_5}^{A_5}) & -\sin(\gamma_{A'_5}^{A_5}) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma_{A'_5}^{A_5}) & \cos(\gamma_{A'_5}^{A_5}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.185)$$

$${}^{A_5} \underline{T}_{B_5} = \text{Transl}[z', (l_{A'_5 B_5})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A'_5 B_5})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.186)$$

$${}^{B_5} \underline{T}_{B'_5} = \text{Transl}[z, (l_{B_5 B'_5})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_5 B'_5})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 25 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.187)$$

$${}^{B_5} \underline{T}_{C_5} = \text{Transl}[z', (l_{B'_5 C_5})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B'_5 C_5})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.188)$$

$${}^{C_5} \underline{T}_{C'_5} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha_{C'_5}^{C_5}) & -\sin(\alpha_{C'_5}^{C_5}) & 0 \\ 0 & \sin(\alpha_{C'_5}^{C_5}) & \cos(\alpha_{C'_5}^{C_5}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\beta_{C'_5}^{C_5}) & 0 & \sin(\beta_{C'_5}^{C_5}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\beta_{C'_5}^{C_5}) & 0 & \cos(\beta_{C'_5}^{C_5}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\gamma_{C'_5}^{C_5}) & -\sin(\gamma_{C'_5}^{C_5}) & 0 & 0 \\ \sin(\gamma_{C'_5}^{C_5}) & \cos(\gamma_{C'_5}^{C_5}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.189)$$

$$\begin{aligned}
{}^{C_5} \underline{T}_P &= \text{Transl}[x', (l_{C_5P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_5P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_5P})_{z'}] = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_5P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_5P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_5P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_5P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_5P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_5P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -72,169 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.
\end{aligned} \tag{4.190}$$

Pentru conexiunea $j = 6$ se poate scrie:

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3} = ({}^O \underline{T}_P)_6 = {}^O \underline{T}_{A_6} \cdot {}^{A_6} \underline{T}_{A'_6} \cdot {}^{A'_6} \underline{T}_{B_6} \cdot {}^{B_6} \underline{T}_{B'_6} \cdot {}^{B'_6} \underline{T}_{C_6} \cdot {}^{C_6} \underline{T}_{C'_6} \cdot {}^{C'_6} \underline{T}_P = \underline{S}_6, \tag{4.191}$$

unde:

$$\begin{aligned}
{}^O \underline{T}_{A_6} &= \text{Transl}[x, -(l_{OA_6})_x] \cdot \text{Transl}[y, -(l_{OA_6})_y] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_6})_x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_6})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{OA_6})_x \\ 0 & 1 & 0 & (l_{OA_6})_y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 72,169 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{4.192}$$

$$\begin{aligned}
{}^{A_6} \underline{T}_{A'_6} &= \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{A_6} \alpha_{A'_6}) & -\sin({}^{A_6} \alpha_{A'_6}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{A_6} \alpha_{A'_6}) & \cos({}^{A_6} \alpha_{A'_6}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\
&\cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_6} \beta_{A'_6}) & 0 & \sin({}^{A_6} \beta_{A'_6}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{A_6} \beta_{A'_6}) & 0 & \cos({}^{A_6} \beta_{A'_6}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{A_6} \gamma_{A'_6}) & -\sin({}^{A_6} \gamma_{A'_6}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{A_6} \gamma_{A'_6}) & \cos({}^{A_6} \gamma_{A'_6}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{4.193}$$

$${}^{A'_6} \underline{T}_{B_6} = \text{Transl}[z', (l_{A'_6B_6})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{A'_6B_6})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 80 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{4.194}$$

$${}^{B_6} \underline{T}_{B'_6} = \text{Transl}[z, (l_{B_6 B'_6})_z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B_6 B'_6})_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 30 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.195)$$

$${}^{B_6} \underline{T}_{C_6} = \text{Transl}[z', (l_{B'_6 C_6})_{z'}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{B'_6 C_6})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.196)$$

$${}^{C_6} \underline{T}_{C_6} = \text{Rot}(x) \cdot \text{Rot}(y) \cdot \text{Rot}(z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos({}^{C_6} \alpha_{C_6}) & -\sin({}^{C_6} \alpha_{C_6}) & 0 \\ 0 & \sin({}^{C_6} \alpha_{C_6}) & \cos({}^{C_6} \alpha_{C_6}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.197)$$

$$\begin{bmatrix} \cos({}^{C_6} \beta_{C_6}) & 0 & \sin({}^{C_6} \beta_{C_6}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin({}^{C_6} \beta_{C_6}) & 0 & \cos({}^{C_6} \beta_{C_6}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos({}^{C_6} \gamma_{C_6}) & -\sin({}^{C_6} \gamma_{C_6}) & 0 & 0 \\ \sin({}^{C_6} \gamma_{C_6}) & \cos({}^{C_6} \gamma_{C_6}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

$${}^{C_6} \underline{T}_P = \text{Transl}[x', (l_{C_6 P})_{x'}] \cdot \text{Transl}[y', (l_{C_6 P})_{y'}] \cdot \text{Transl}[z', (l_{C_6 P})_{z'}] =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_6 P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_6 P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_6 P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & (l_{C_6 P})_{x'} \\ 0 & 1 & 0 & (l_{C_6 P})_{y'} \\ 0 & 0 & 1 & (l_{C_6 P})_{z'} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 62,500 \\ 0 & 1 & 0 & 36,084 \\ 0 & 0 & 1 & 35,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.198)$$

Se obține sistemul:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{S}_1 = \underline{S}_2; \\ \underline{S}_2 = \underline{S}_3; \\ \underline{S}_3 = \underline{S}_4; \\ \underline{S}_4 = \underline{S}_5; \\ \underline{S}_5 = \underline{S}_6; \\ \sin^2({}^A\alpha_{A_j}) + \cos^2({}^A\alpha_{A_j}) = 1; \\ \sin^2({}^A\beta_{A_j}) + \cos^2({}^A\beta_{A_j}) = 1; \\ \sin^2({}^A\gamma_{A_j}) + \cos^2({}^A\gamma_{A_j}) = 1; \\ \sin^2({}^C\alpha_{C_j}) + \cos^2({}^C\alpha_{C_j}) = 1; \\ \sin^2({}^C\beta_{C_j}) + \cos^2({}^C\beta_{C_j}) = 1; \\ \sin^2({}^C\gamma_{C_j}) + \cos^2({}^C\gamma_{C_j}) = 1, \end{array} \right. \quad (4.199)$$

pentru $j = 1, 2, \dots, 6$.

Se obține matricea de situare:

$${}^{PF_3}S_{PF_3}(5; 10; 15; 20; 25; 30) = \begin{bmatrix} 0,560 & 0,823 & -0,094 & -13,213 \\ -0,823 & 0,540 & -0,179 & -22,393 \\ -0,096 & 0,178 & 0,979 & 125,808 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.200)$$

În figura 4.48 este prezentat modelul 3D al dispozitivului de ghidare pentru cazul corespunzător matricei de situare din relația (4.200). În figură se observă perechile de sisteme de referință atașate elementelor mecanismului.

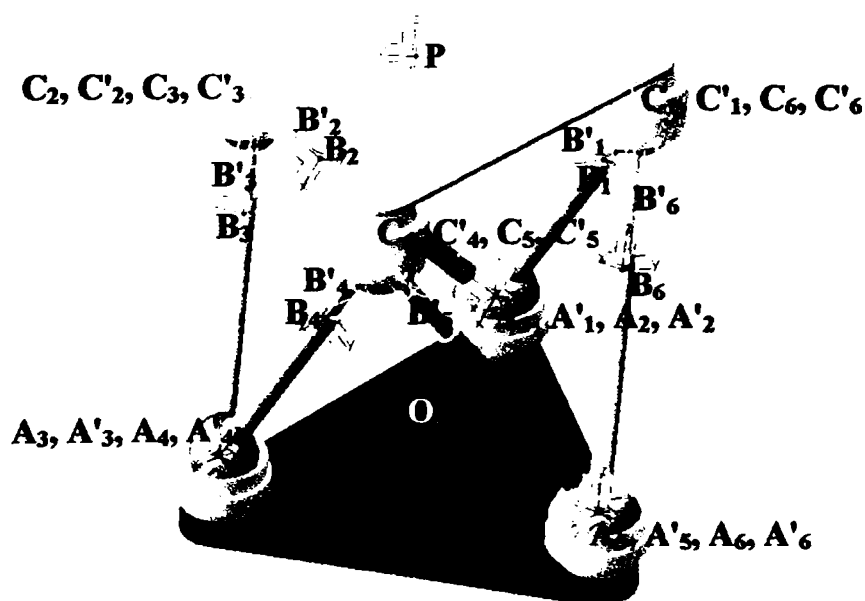


Fig. 4.48. Situația sistemului de referință P pentru

$$s_{1t} = 5 [\text{mm}]; s_{2t} = 10 [\text{mm}]; s_{3t} = 15 [\text{mm}]; s_{4t} = 20 [\text{mm}]; s_{5t} = 25 [\text{mm}]; s_{6t} = 30 [\text{mm}].$$

Tabelele 4.20 și 4.21 indică parametrii modelelor geometrice ale offseturilor generalizate și ale cuplelor cinematice generalizate care modelează geometric conexiunea $A_j B_j C_j$ (STS).

Tab. 4.20. Parametrii modelelor geometrice ale offseturilor generalizate ale conexiunii $A_j B_j C_j$ (STS).

Parametru PF	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
	q_{1off} [mm]	q_{2off} [mm]	q_{3off} [mm]	q_{4off} [°]	q_{5off} [°]	q_{6off} [°]
1	$O - A_j$	$(l_{OA_j})_x$	$(l_{OA_j})_y$	0	0	0
	$O - A_1$	-62,500	-36,084	0	0	0
	$O - A_2$	-62,500	-36,084	0	0	0
	$O - A_3$	62,500	-36,084	0	0	0
	$O - A_4$	62,500	-36,084	0	0	0
	$O - A_5$	0	108,253	0	0	0
	$O - A_6$	0	108,253	0	0	0
3	$A'_j - B_j$	0	0	$l_{A'B_j}$	0	0
	$A'_1 - B_1$	0	0	80	0	0
	$A'_2 - B_2$	0	0	80	0	0
	$A'_3 - B_3$	0	0	80	0	0
	$A'_4 - B_4$	0	0	80	0	0
	$A'_5 - B_5$	0	0	80	0	0
	$A'_6 - B_6$	0	0	80	0	0
5	$B'_j - C_j$	0	0	$l_{B'C_j}$	0	0
	$B'_1 - C_1$	0	0	20	0	0
	$B'_2 - C_2$	0	0	20	0	0
	$B'_3 - C_3$	0	0	20	0	0
	$B'_4 - C_4$	0	0	20	0	0
	$B'_5 - C_5$	0	0	20	0	0
	$B'_6 - C_6$	0	0	20	0	0
7	$C'_j - P$	$(l_{C'P_j})_x$	$(l_{C'P_j})_y$	$(l_{C'P_j})_z$	0	0
	$C'_1 - P$	62,500	36,084	35,700	0	0
	$C'_2 - P$	-62,500	36,084	35,700	0	0
	$C'_3 - P$	-62,500	36,084	35,700	0	0
	$C'_4 - P$	0	-108,253	35,700	0	0
	$C'_5 - P$	0	-108,253	35,700	0	0
	$C'_6 - P$	62,500	36,084	35,700	0	0

Tab. 4.21. Parametrii modelelor geometrice ale cuplelor cinematice generalizate ale conexiunii $A_j B_j C_j$ (STS).

Parametru PF	q_1 [mm]		q_2 [mm]		q_3 [mm]		q_4 [°]		q_5 [°]		q_6 [°]	
	q_{1c}	q_{1v}	q_{2c}	q_{2v}	q_{3c}	q_{3v}	q_{4c}	q_{4v}	q_{5c}	q_{5v}	q_{6c}	q_{6v}
2	$A_j - A'_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$A_1 - A'_1$	0	0	0	0	0	0	0	-29,901	0	-6,595	0
	$A_2 - A'_2$	0	0	0	0	0	0	0	32,944	0	31,821	0
	$A_3 - A'_3$	0	0	0	0	0	0	0	32,945	0	-35,634	0
	$A_4 - A'_4$	0	0	0	0	0	0	0	-29,655	0	-6,202	0
	$A_5 - A'_5$	0	0	0	0	0	0	0	25,399	0	23,347	0
	$A_6 - A'_6$	0	0	0	0	0	0	0	31,889	0	-34,997	0
4	$B_j - B'_j$	0	0	0	0	0	s_{jt}	0	0	0	0	0
	$B_1 - B'_1$	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0
	$B_2 - B'_2$	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0
	$B_3 - B'_3$	0	0	0	0	0	15	0	0	0	0	0
	$B_4 - B'_4$	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0
	$B_5 - B'_5$	0	0	0	0	0	25	0	0	0	0	0
	$B_6 - B'_6$	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0
6	$C_j - C'_j$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_1 - C'_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_2 - C'_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_3 - C'_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_4 - C'_4$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_5 - C'_5$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	$C_6 - C'_6$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

În tabelele 4.20 și 4.21:

- $(l_{OA_j})_x, (l_{OA_j})_y, (l_{OA_j})_z$ etc. sunt proiecțiile segmentelor $\overline{OA_j}$ etc. pe axele Ox, Oy, Oz etc.;

- $\bar{n}_0, \bar{o}_0, \bar{a}_0, \bar{n}_{C_j}, \bar{o}_{C_j}, \bar{a}_{C_j}$ etc. sunt versorii axelor sistemelor de referință.

În mod analog se pot obține matricele de situare prezentate în continuare:

$${}^{PF_1}S_{PF_1}(0; 0; 0; 0; 0; 0) = \begin{bmatrix} 0,500 & 0,866 & 0 & 0 \\ -0,866 & 0,500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 104,922 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.201)$$

$${}^{PF_1}S_{PF_1}(60; 60; 60; 60; 60; 60) = \begin{bmatrix} 0,500 & 0,866 & 0 & 0 \\ -0,866 & 0,500 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 178,499 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.202)$$

$${}^{PF_1}S_{PF_1}(0; 60; 60; 0; 60; 60) = \begin{bmatrix} 0,500 & 0,866 & 0 & 0 \\ -0,866 & 0,500 & 0 & -72,053 \\ 0 & 0 & 1 & 135,7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (4.203)$$

$${}^{PF_1}S_{PF_1}(60; 60; 30; 30; 0; 0) = \begin{bmatrix} 0,545 & 0,776 & 0,319 & 40,158 \\ -0,800 & 0,365 & 0,477 & 71,48 \\ 0,253 & -0,515 & 0,819 & 118,83 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.204)$$

În tabelul 4.22 se prezintă parametrii variabili de intrare și de ieșire pentru câteva situații ale platformei mobile în raport cu platforma fixă.

Tab. 4.22. Parametri variabili de intrare și de ieșire

Nr. Crt.	Parametri de intrare						Parametri de ieșire					
	S_{1t}	S_{2t}	S_{3t}	S_{4t}	S_{5t}	S_{6t}	\overline{OP}_x	\overline{OP}_y	\overline{OP}_z	${}^{\circ}\alpha_p$	${}^{\circ}\beta_p$	${}^{\circ}\gamma_p$
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[°]	[°]	[°]
	PeSiR $B_1-B'_1$	PeSiR $B_2-B'_2$	PeSiR $B_3-B'_3$	PeSiR $B_4-B'_4$	PeSiR $B_5-B'_5$	PeSiR $B_6-B'_6$	[mm]	[mm]	[mm]	[°]	[°]	[°]
1.	0	0	0	0	0	0	0,000	0,000	104,922	0,000	0,000	-60,000
2.	60	60	60	60	60	60	0,000	0,000	178,499	0,000	0,000	-60,000
3.	0	60	60	0	60	60	0	-72,053	135,7	0,000	0,000	-60,000
4.	5	10	15	20	25	30	-13,213	-22,393	125,808	10,469	-5,394	-55,772
5.	60	60	30	30	0	0	40,158	71,480	118,830	-30,214	18,602	-54,897

Pentru **modelarea geometrică inversă**, sunt cunoscute cele 16 elemente ale matricei de stare ${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}$ la momentul t . Aplicându-se relația (4.148) pentru fiecare conexiune se obține un sistem de ecuații asemănător cu sistemul (4.199), pe baza căruia pot fi calculate valorile deplasărilor relative s_{jt} ($j = 1, \dots, 6$) la momentul t , ca și cele 36 de valori ale unghiurilor menționate.

Traectoria punctului caracteristic P în timpul deplasărilor succesive corespunzătoare tabelului 4.22 este redată în figura 4.49.

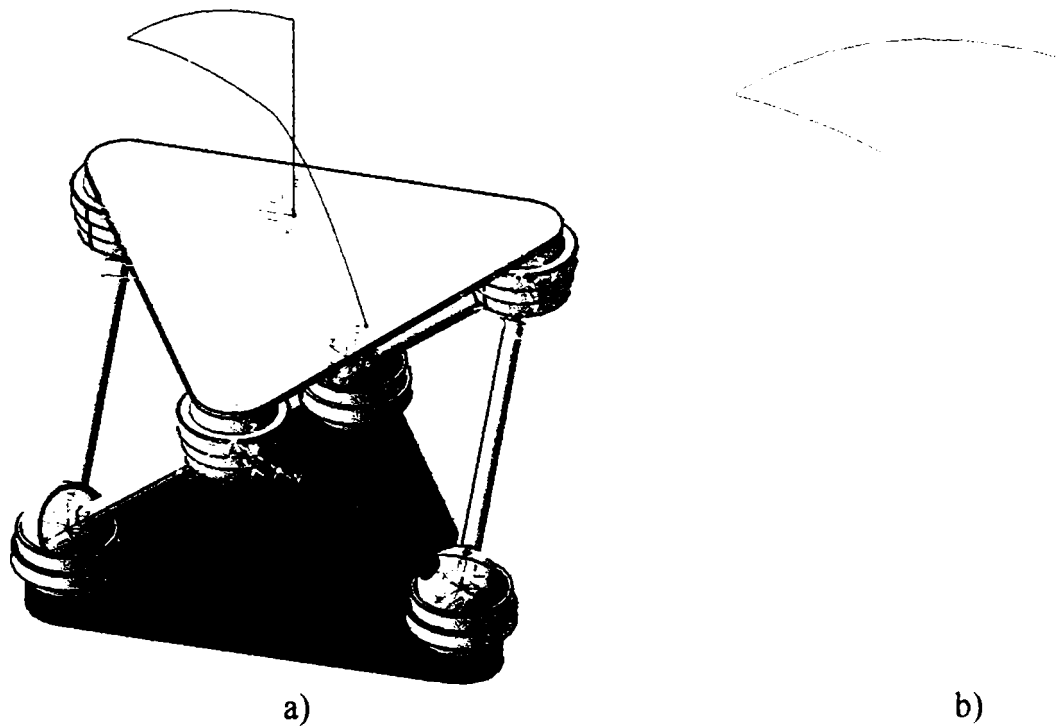


Fig. 4.49. Traectoria punctului caracteristic P : a) vedere a întregului mecanism;
b) vedere mărită a traiectoriei.

Pentru determinarea spațiului de lucru se procedează în mod asemănător cu cazul prezentat în §4.3.3.2.

Curbele suport care determină frontiera parțială a spațiului de lucru sunt prezentate în figura 4.50.

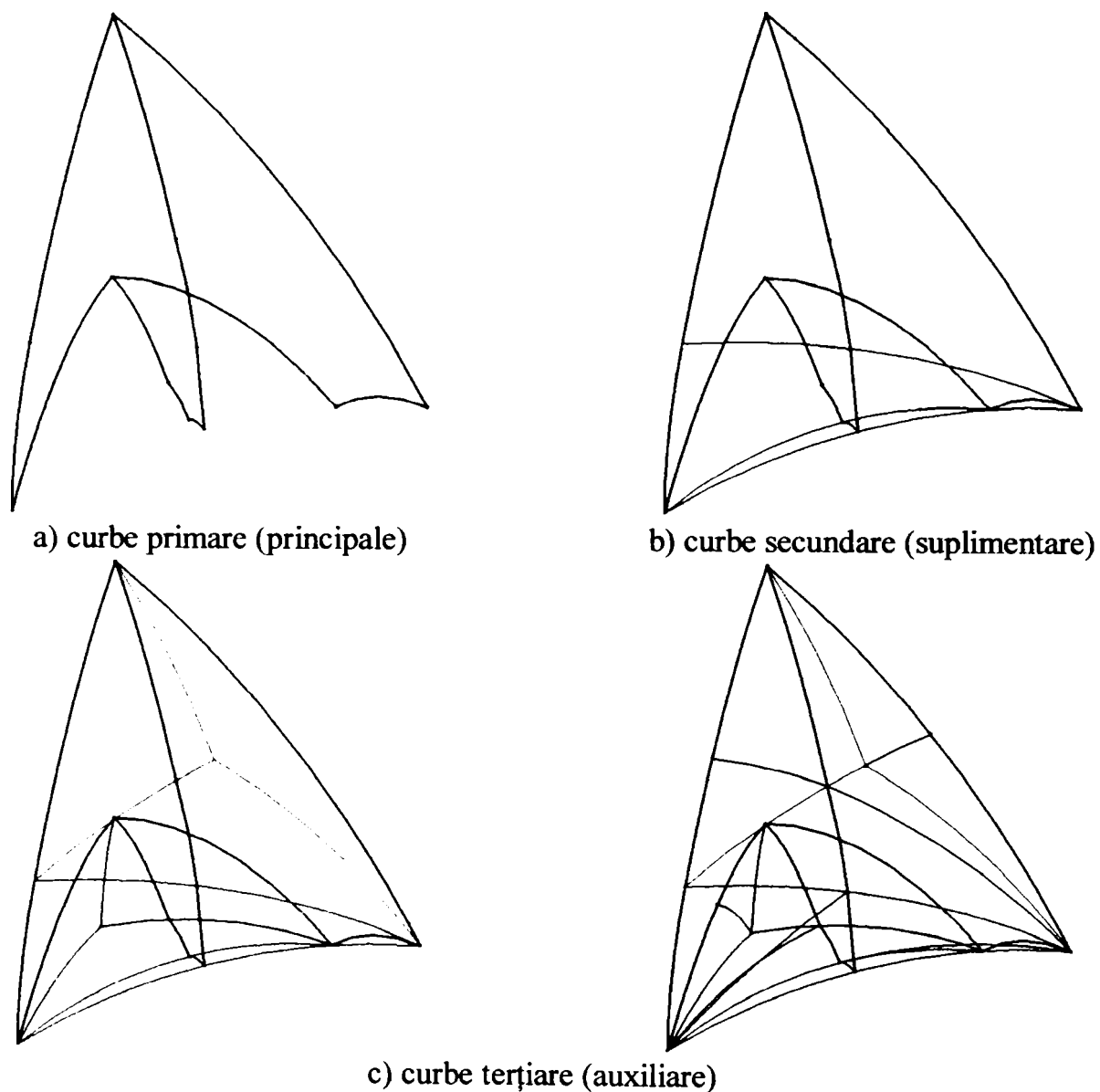


Fig. 4.50. Curbele suport care determină frontiera parțială a spațiului de lucru.

În figura 4.51 se prezintă frontiera integrală a spațiului de lucru.

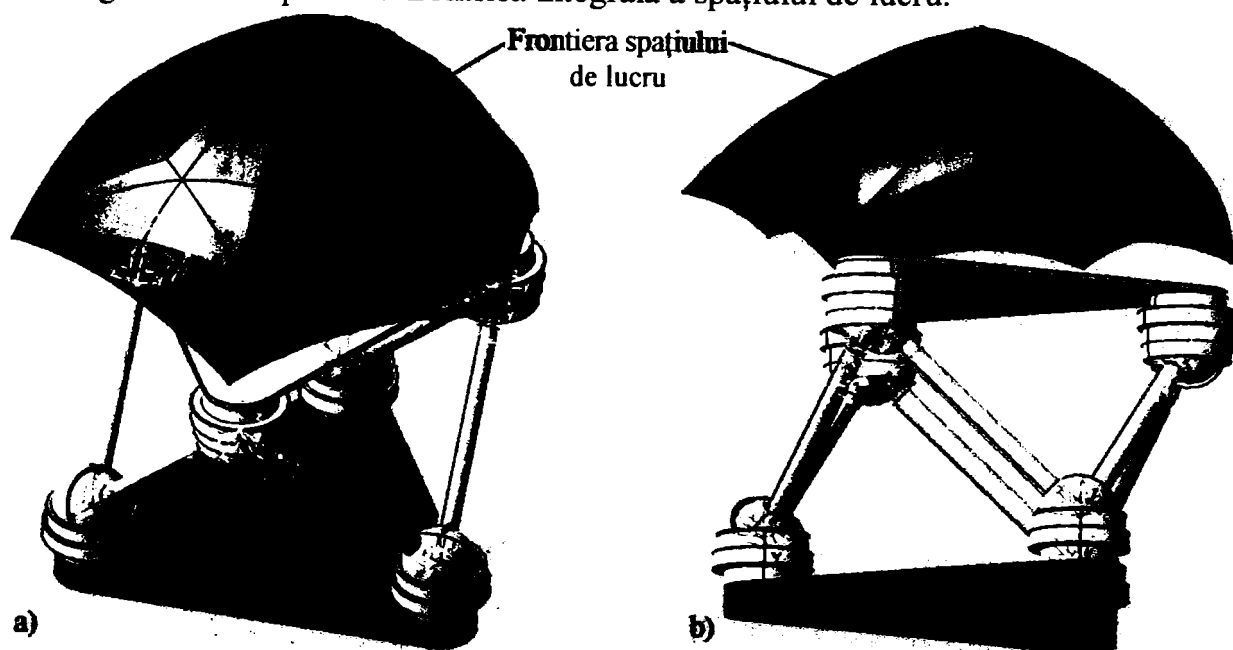


Fig. 4.51. Frontiera integrală a spațiului de lucru.

În figura 4.52 se prezintă 4 vederi ale frontierei spațiului de lucru, iar în figura 4.53, coordonatele unor puncte situate pe frontiera spațiului de lucru.

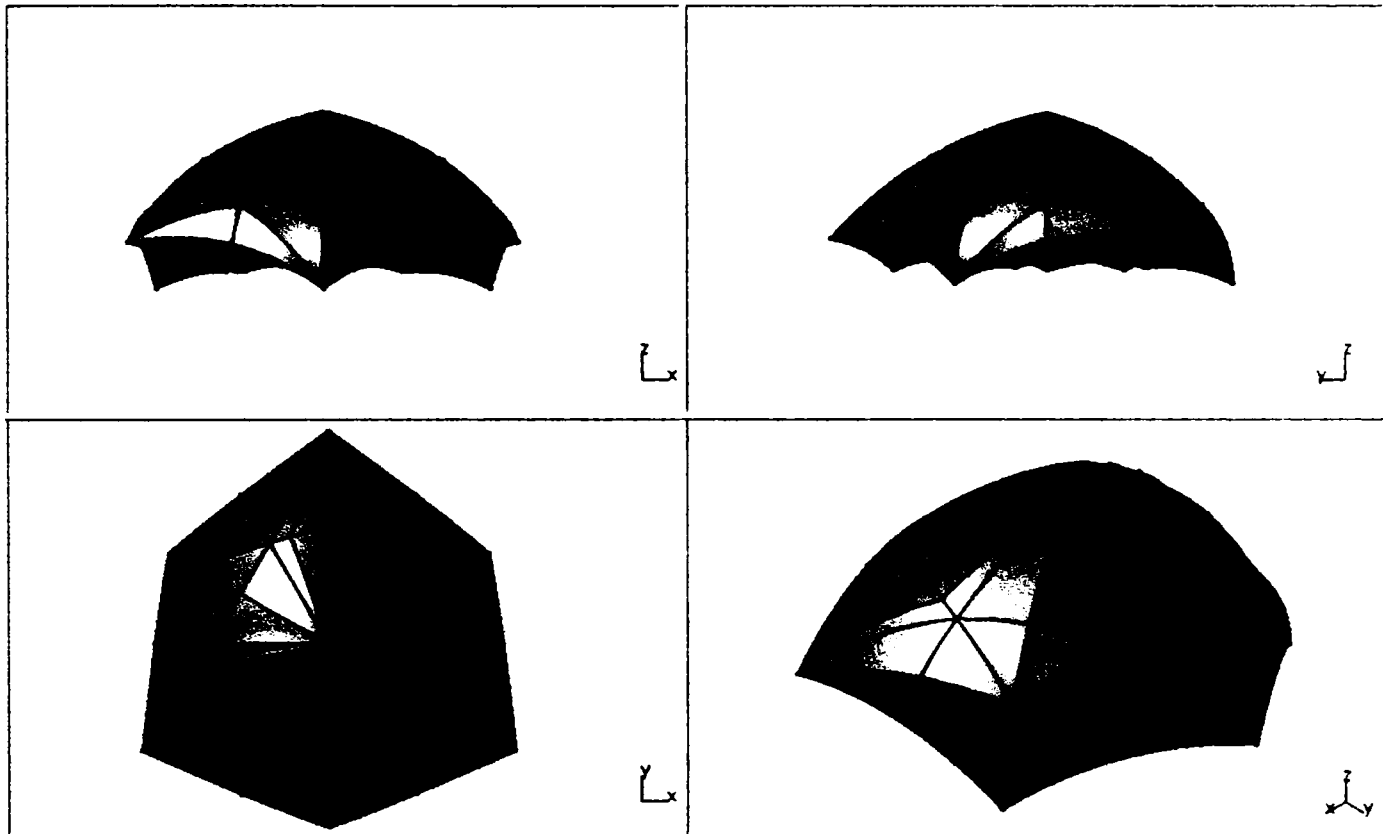


Fig. 4.52. Vederi ale frontierei spațiului de lucru a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 6 \times STS + PM_3$.

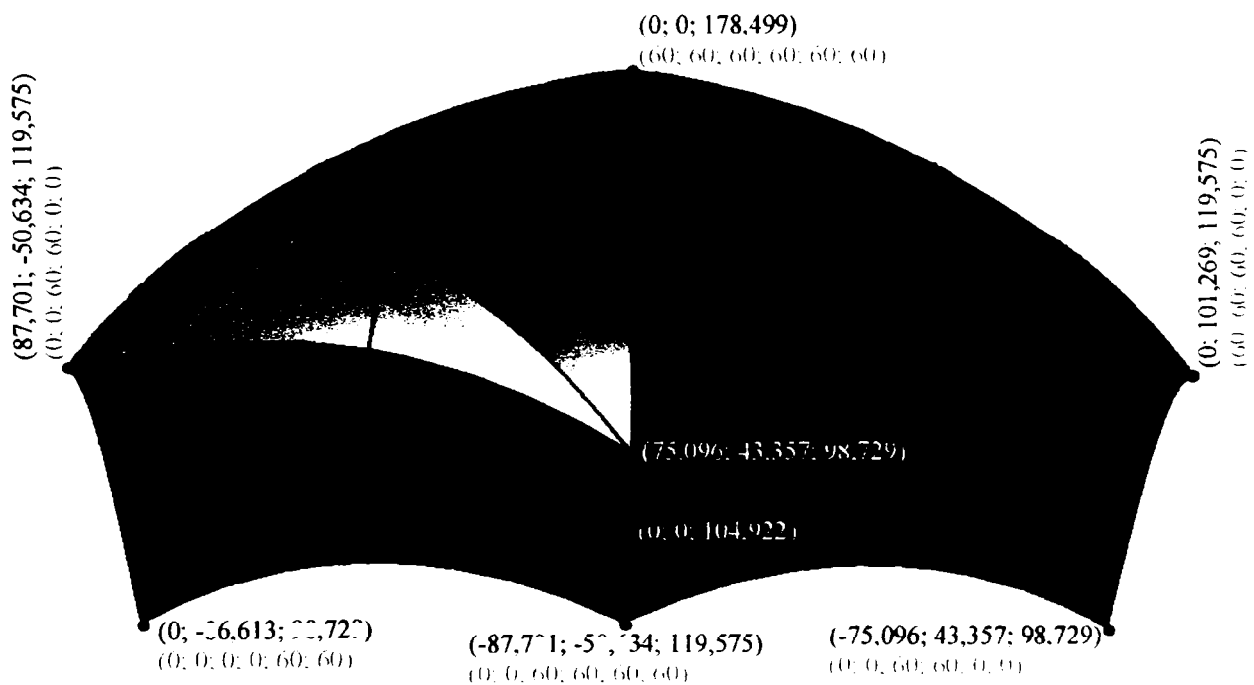


Fig. 4.53. Coordonatele unor puncte situate pe frontiera spațiului de lucru; parametrii de intrare corespunzători s-au notat cu culoare albastră.

4.4. Modelarea cinematică (de ordinele 1.1 și 1.2)

Modelul cinematic de ordinul 1.1 al mecanismului unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă este reprezentat de expresia stării de viteză a platformei mobile PM_n la un moment dat t :

$${}^{PF_n} \dot{\underline{S}}_{PM_n} = {}^{PF_n} \dot{\underline{T}}_{PM_n} = \frac{\partial}{\partial t} \prod_0^P \underline{T}_j, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.205)$$

în care n reprezintă numărul conexiunilor introduse între cele două platforme.

Scrisă în formă scalară, relația (4.205) devine un sistem cu $n \cdot 16$ ecuații.

Pentru **modelarea cinematică directă de ordinul 1.1** a mecanismului dispozitivului de ghidare considerat, este cunoscut modelul geometric direct al acestuia, fiind dați și parametrii \dot{s}_{jt} sau $\dot{\beta}_{jt}$, ($j = 1, \dots, n$), la momentul t .

Sunt calculate 16 elemente ale matricei stării de viteză ${}^{PF_n} \dot{\underline{S}}_{PM_n}$ (12 dintre acestea fiind diferite de 0 și 1), precum și derivatele în raport cu timpul ale unghiurilor care definesc starea de viteză relativă pentru elementele cuplelor cinematice care presupun mișcări de rotație relativă.

Pentru **modelarea cinematică inversă de ordinul 1.1** a mecanismului dispozitivului de ghidare, este cunoscut modelul geometric direct al acestuia la momentul t . Este cunoscută și matricea stării de viteză a platformei mobile ${}^{PF_n} \dot{\underline{S}}_{PM_n}$ la momentul t .

Cu ajutorul celor $n \cdot 16$ ecuații scalare ale sistemului (4.205) pot fi calculate valorile parametrilor deplasărilor relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare de clasa a V-a, \dot{s}_{jt} sau $\dot{\beta}_{jt}$, ($j = 1, \dots, n$), ca și valorile derivatelor în raport cu timpul ale unghiurilor care definesc starea de viteză relativă pentru elementele cuplelor cinematice care presupun mișcări de rotație relativă la momentul t .

Modelul cinematic de ordinul 1.2 al unui mecanism al dispozitivului de ghidare având topologie paralelă este reprezentat de expresia matriceală a stării de accelerație a platformei mobile PM_n :

$${}^{PF_n} \ddot{\underline{S}}_{PM_n} = {}^{PF_n} \ddot{\underline{T}}_{PM_n} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \prod_0^P \underline{T}_j, \quad (j = 1, \dots, n) \quad (4.206)$$

Calculul se realizează în mod analog cu calculul modelului cinematic de ordinul 1.1.

4.5. Modelarea cinetostatică (de ordinul 2.1)

Modelul cinetostatic de ordinul 2.1 al mecanismului unui dispozitiv de ghidare cu topologie paralelă este reprezentat de totalitatea modelelor cinetostatice ale platformelor PF_n , PM_n și ale conexiunilor dintre ele.

La rândul său, modelul cinetostatic de gradul 2.1 al unei conexiuni este reprezentat de totalitatea modelelor cinetostatice ale offseturilor și cuplelor cinematice conținute.

Modelele cinetostatice (de ordinul 2.1) ale platformelor PF_n și PM_n sunt date de expresiile stărilor de echilibru ale acestora sub acțiunea reacțiunilor generalizate $\bar{\mathbf{R}}$ și a forțelor externe.

Forța externă generalizată prezintă două componente: o forță \underline{F}_e și un moment \underline{M}_e :

$$\underline{\mathfrak{J}}_e = \left[\underline{F}_e \quad \underline{M}_e \right]^T \quad (4.207)$$

Reacțiunile rezultante în cuplele cinematice ale conexiunilor se pot determina.

Modelul cinetostatic direct (de ordinul 2.1) permite determinarea forțelor rezultante generalizate $\bar{\mathbf{F}}_{e_{PF_n}}$ și $\bar{\mathbf{F}}_{e_{PM_n}}$ atunci când sunt cunoscute forțele de acționare $\bar{\mathbf{F}}_{a_j}$, ($j = 1, \dots, n$), și modelul geometric direct (de gradul 0) la momentul t . De asemenea, modelul cinetostatic direct (de gradul 2.1) permite determinarea forțelor externe generalizate $\bar{\mathfrak{J}}_{e_{PF_n}}$ și $\bar{\mathfrak{J}}_{e_{PM_n}}$ care acționează la momentul t asupra platformei fixe, respectiv mobile.

Modelul cinetostatic invers (de ordinul 2.1) permite determinarea forțelor de acționare $\bar{\mathbf{F}}_{a_j}$, ($j = 1, \dots, n$), necesare pentru ca platforma mobilă să fie capabilă să suporte o forță exterioară generalizată dată $\bar{\mathfrak{J}}_{e_{PM_n}}$ fără a-și modifica situația la momentul t .

5. SIMULAREA MECANISMELOR DISPOZITIVELOR DE GHIDARE CU TOPOLOGIE PARALELĂ

Simularea reprezintă funcționarea modelelor pe calculator.

În funcție de programul utilizat, modul de obținere a modelelor diferă:

- elementele dispozitivelor de ghidare se pot obține din corpuri geometrice simple, prin operații booleene, care apoi se assemblează în același fișier;

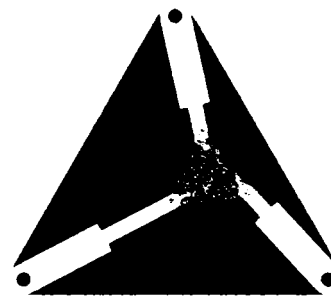
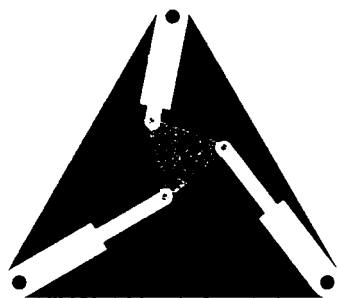
- elementele dispozitivelor de ghidare se pot obține de asemenea din corpuri geometrice simple; fiecare element se realizează în câte un fișier separat, asamblarea elementelor realizându-se într-un alt fișier care le înglobează pe cele existente.

În vederea simulării se definesc elementele fixe și cuplele cinematice. Pentru cazul cuplelor cinematice conducătoare, se definesc deplasările relative maxime posibile ale elementelor componente (cursele maxime), conform celor expuse în §4.2.3.

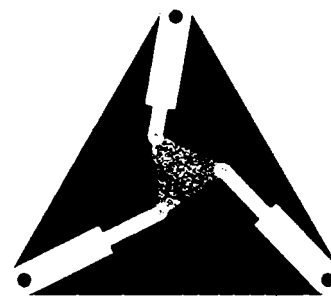
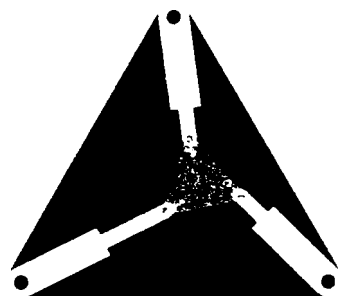
În cadrul simulării se pot impune deplasările relative ale elementelor cuplelor cinematice conducătoare, conferindu-se astfel anumite situații elementelor conduse (modelul geometric direct) sau se poate impune o anumită situație platformei mobile, conferindu-se elementelor componente ale cuplelor cinematice conducătoare și conduse anumite deplasări relative (modelul geometric invers).

În continuare se prezintă diferite situații ale elementelor mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă obținute în urma simulării, pe baza parametrilor utilizați în cadrul modelării geometrice a acestor mecanisme.

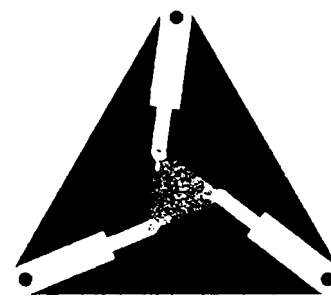
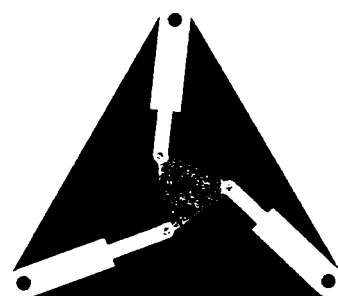
În figurile 5.1, 5.2 și 5.3 se prezintă diferite situații ale elementelor mecanismelor $PF_3 + 3 \times RTR + PM_3$, $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$, respectiv $PF_3 + 6 \times STS + PM_3$.



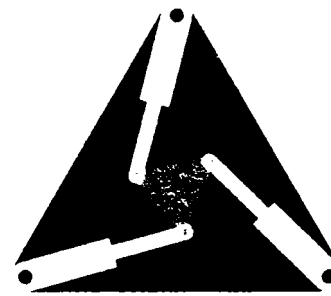
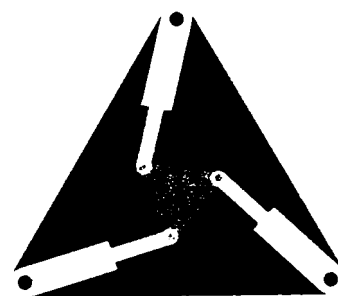
a) $l_{B_1B'_1t} = 20 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 20 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = -20 \text{ mm}.$ b) $l_{B_1B'_1t} = 20 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = -12 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = -12 \text{ mm}.$



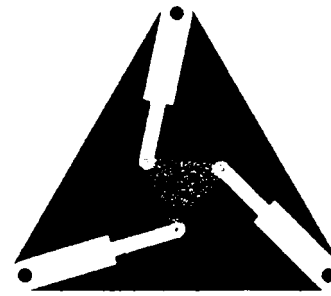
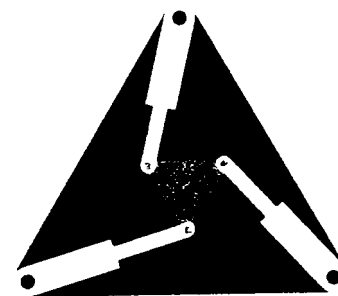
c) $l_{B_1B'_1t} = 15 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = -10 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = -10 \text{ mm}.$ d) $l_{B_1B'_1t} = 10 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 10 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = -10 \text{ mm}.$



e) $l_{B_1B'_1t} = 10 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 0 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 0 \text{ mm}.$ f) $l_{B_1B'_1t} = 0 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 0 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 0 \text{ mm}.$



g) $l_{B_1B'_1t} = 10 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 10 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 10 \text{ mm}.$ h) $l_{B_1B'_1t} = 20 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 20 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 20 \text{ mm}.$

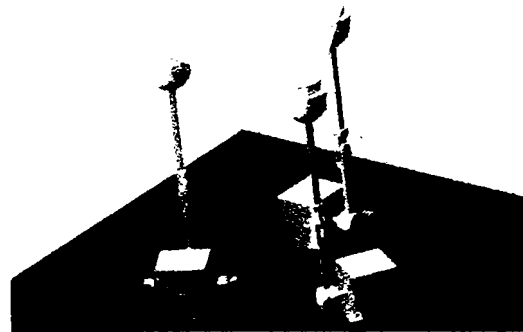


i) $l_{B_1B'_1t} = 20 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 15 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 10 \text{ mm}.$ j) $l_{B_1B'_1t} = 15 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 10 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 10 \text{ mm}.$

Fig. 5.1. Simularea mișcărilor elementelor mecanismului $PF_3 + 3 \times RTR + PM_3$.



a) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = -90^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = -90^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = -90^\circ.$



b) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 0^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 0^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 0^\circ.$



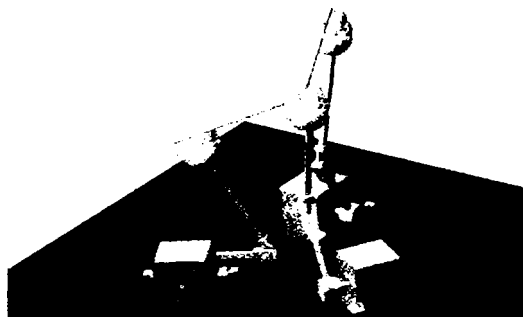
c) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 90^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 90^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 90^\circ.$



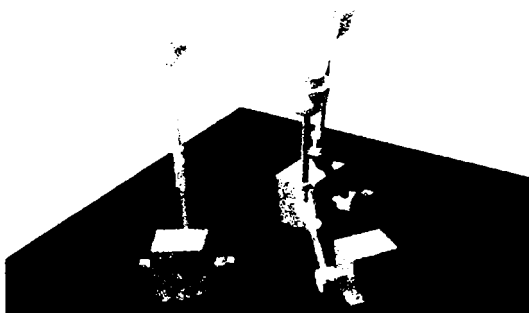
d) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 30,6^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 90^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 30,6^\circ.$



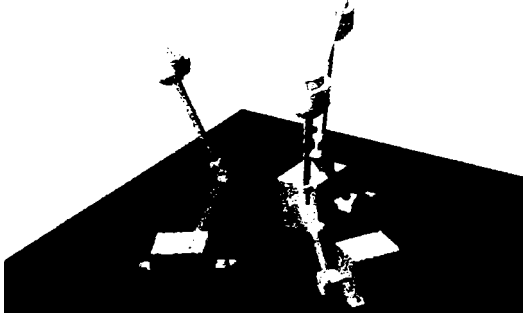
e) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 30,6^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 30,6^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 90^\circ.$



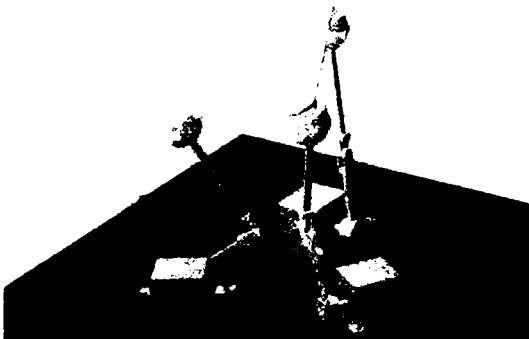
f) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 90^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 30,6^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 30,6^\circ.$



g) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 0^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 30,6^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 30,6^\circ.$



h) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 30,6^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 30,6^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 30,6^\circ.$



i) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 59,4^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 30,6^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 0^\circ.$



j) ${}^{A_1}\beta_{A_1,t} = 25,2^\circ; {}^{A_2}\beta_{A_2,t} = 70,2^\circ; {}^{A_3}\beta_{A_3,t} = 14,4^\circ.$

Fig. 5.2. Simularea mișcărilor elementelor mecanismului $PF_3+3\times RRS+PM_3$.



a)

$$l_{B_1B'_1t} = 0 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 0 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 0 \text{ mm};$$

$$l_{B_4B'_4t} = 0 \text{ mm}; l_{B_5B'_5t} = 0 \text{ mm}; l_{B_6B'_6t} = 0 \text{ mm}.$$



b)

$$l_{B_1B'_1t} = 60 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 60 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 60 \text{ mm};$$

$$l_{B_4B'_4t} = 60 \text{ mm}; l_{B_5B'_5t} = 60 \text{ mm}; l_{B_6B'_6t} = 60 \text{ mm}.$$



c)

$$l_{B_1B'_1t} = 0 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 60 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 60 \text{ mm};$$

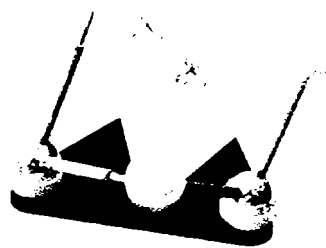
$$l_{B_4B'_4t} = 0 \text{ mm}; l_{B_5B'_5t} = 60 \text{ mm}; l_{B_6B'_6t} = 60 \text{ mm}.$$



d)

$$l_{B_1B'_1t} = 5 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 10 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 15 \text{ mm};$$

$$l_{B_4B'_4t} = 20 \text{ mm}; l_{B_5B'_5t} = 25 \text{ mm}; l_{B_6B'_6t} = 30 \text{ mm}.$$



e)

$$l_{B_1B'_1t} = 60 \text{ mm}; l_{B_2B'_2t} = 60 \text{ mm}; l_{B_3B'_3t} = 30 \text{ mm};$$

$$l_{B_4B'_4t} = 30 \text{ mm}; l_{B_5B'_5t} = 0 \text{ mm}; l_{B_6B'_6t} = 0 \text{ mm}.$$

Fig. 5.3. Simularea mișcărilor elementelor mecanismului $PF_3 + 6 \times STS + PM_3$.

Matricele de situare corespunzătoare figurilor prezentate s-au determinat în capitolul 4.

6. CONSTRUCȚIA ȘI FUNCȚIONAREA UNUI ROBOT CU MECANISMUL DISPOZITIVULUI DE GHIDARE AVÂND TOPOLOGIE PARALELĂ

S-a optat pentru un robot având structura mecanismului dispozitivului de ghidare $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$.

Se prezintă în continuare sistemele componente ale robotului:

Sistemul mecanic este format din platforma fixă PF_3 , trei conexiuni RRS și platforma mobilă PM_3 . Schema cinematică a mecanismului dispozitivului de ghidare s-a prezentat în figura 4.12.

Sistemul de acționare este constituit din trei motoare identice pas cu pas de curent continuu. Un pas reprezintă $1,8 [^\circ]$. Dimensiunile de gabarit ale unui motor sunt de $60 \times 40 \times 40$ [mm]. Tensiunea de alimentare este de $12 [V]$.

Sistemul de comandă are la bază un microcontroller (microprocesor + periferice) programabil tip PIC16F877, produs al firmei Microchip.

Microcontroller-ul prezintă: set de 35 de instrucțiuni; frecvența de operare 20 MHz; ciclul instrucțiunii 200 ns; $8 \text{ K} \times 14$ cuvinte memorie program FLASH, 368×8 bytes memorie RAM, 256×8 bytes memorie EEPROM; tehnologie CMOS FLASH/EEPROM de viteză ridicată și putere redusă; acces citire/scriere al procesorului la memoria program; intervalul tensiunii de operare 2,5 – 5 V; intensitatea curentului sursă 25 mA [*** Mic].

Diagrama pinilor microcontroller-ului PIC16F877, în care se specifică pinii care realizează comunicația cu driverele motoarelor, este redată în fig. 6.1 [*** Mic].

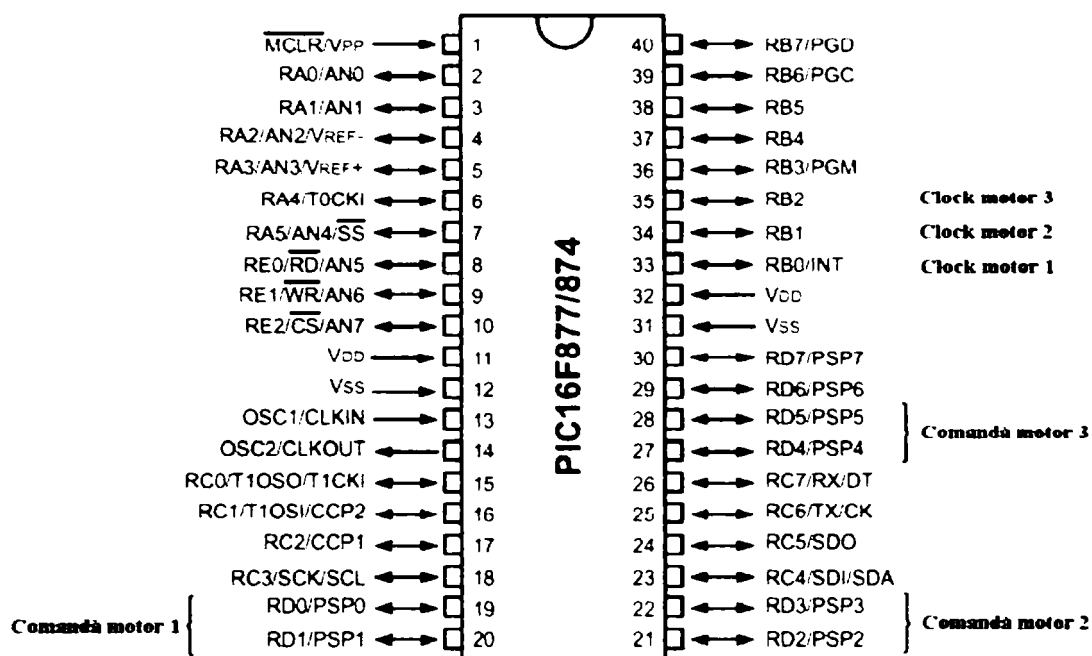


Fig. 6.1. Diagrama pinilor microcontroller-ului PIC16F877 [*** Mic].

Pinii 19, 20, 21, 22, 27, 28, 33, 34, 35 fac legătura cu driverele motoarelor. La inversarea firelor la pinii (19, 20), (21, 22) și (27, 28) are loc inversarea sensului de mișcare ale rotoarelor motoarelor 1, 2, respectiv 3.

Blocul microcontroller-ului este prezentat în fig. 6.2.

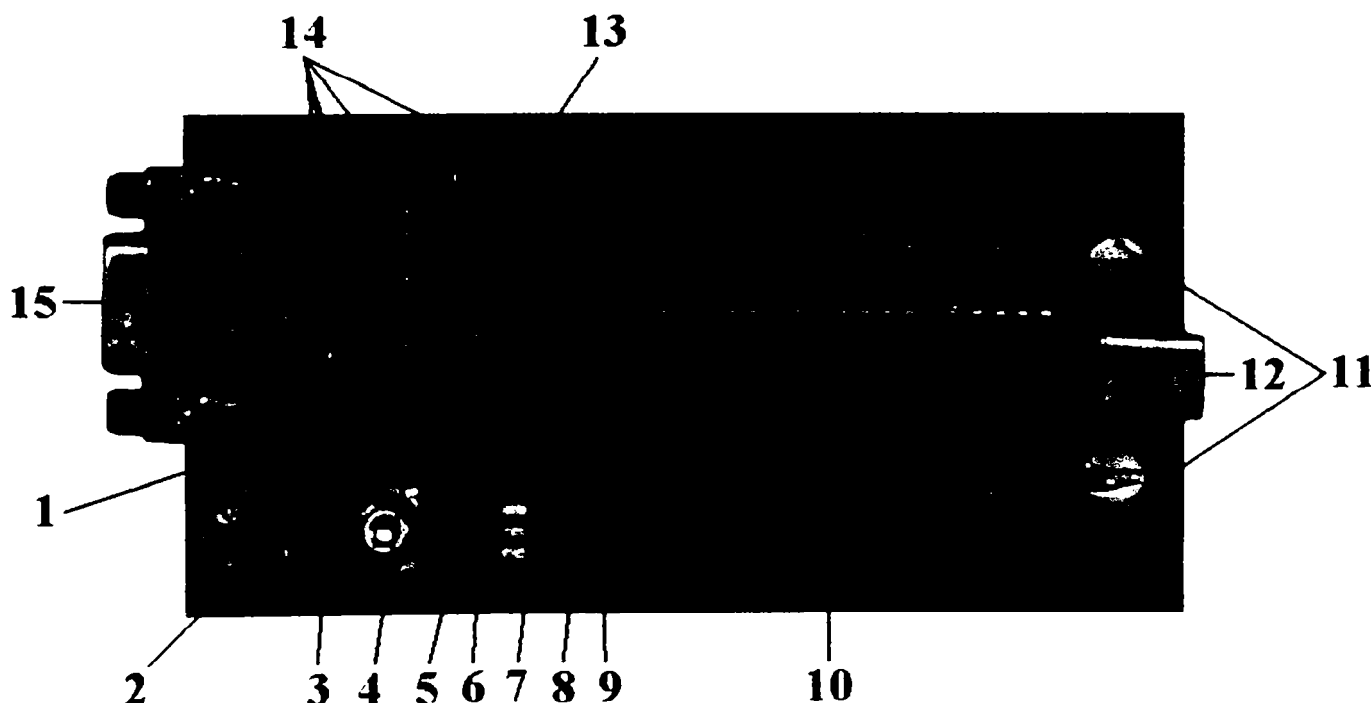


Fig. 6.2. Blocul microcontroller-ului: 1- placa de bază; 2 - alimentare la tensiune de 8 V; 3 - led; 4 - rezistență; 5 - stabilizator de tensiune; 6 - condensator cu tantal; 7 - condensator de 100 nF; 8 - buton de resetare a microcontroller-ului; 9 - rezistență; 10 - microcontroller tip PIC16F877; 11 - condensatori de 22pF; 12 - cuarț; 13 - microprocesor max 232; 14 - condensatori cu tantal; 15 - mufă de conectare la portul serial al calculatorului.

Pe placa de bază (1), la bornele (2) se aplică o tensiune de 8 V, a cărei prezență este sesizată de ledul (3). Rezistența (4) are rolul de a scădea intensitatea curentului electric prin led. Circuitul integrat stabilizator de tensiune (5) menține o tensiune de 5 V necesară funcționării microcontroller-ului (10). Condensatorul cu tantal (6) filtrează tensiunea de 5 V în diferite puncte ale circuitului electric. Butonul (8) are rolul de resetare a microcontroller-ului; condensatorul (7) face parte din circuitul de resetare. Condensatorii (11) și cuarțul (12) formează blocul oscilator. Microprocesorul max 32 translatează nivelele logice de la nivelul RS232 la nivelul TTL. Condensatorii cu tantal (14) fac parte din filtrul de redresare; din tensiunea de + 5 V realizează tensiuni de - 10 V și + 10 V (charge pump). Un periferic al microcontroller-ului este usart-ul (universal sincron asincron receiver and transmitter RXTX), care împreună cu condensatorii cu tantal (14) și mufa (15) formează blocul de comunicație cu calculatorul.

În fig. 6.3 este prezentat unul dintre cele trei drivere identice ale motoarelor.

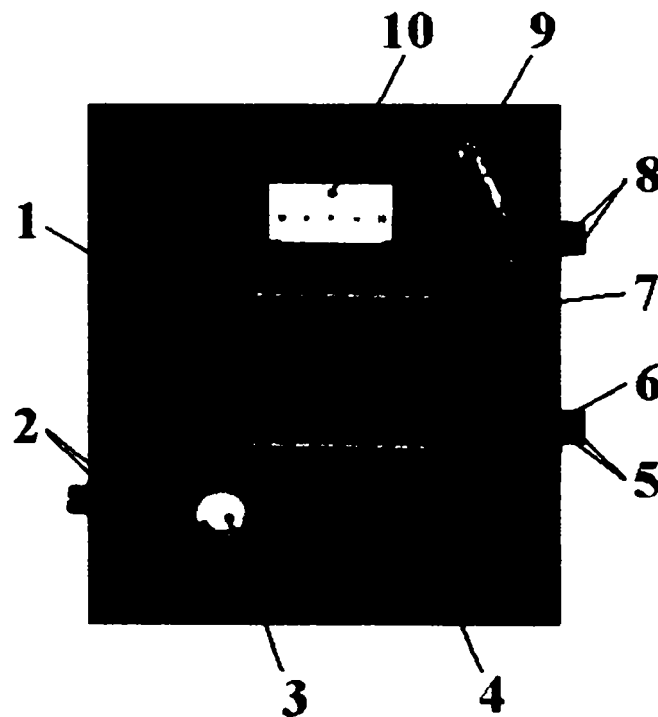


Fig. 6.3. Driverul motorului: 1 – placa de bază; 2 – borne la care se aplică o tensiune de 5 V; 3 – condensator; 4 – registru de deplasare; 5, 6 – comunicația cu microcontroller-ul; 7 – comutator (driver) de putere; 8 – borne la care se aplică o tensiune de 8 V; 9 – diodă de protecție; 10 – pini care realizează comunicația cu motorul.

Cele două fire (5) și firul (6), clock, se leagă la pini microcontroller-ului ca în fig. 6.1.

Programul sursă a fost scris în MPLAB, mediu al firmei Microchip, care cuprinde un editor și un asamblor MPASM.

Comanda motoarelor se realizează prin intermediul unei interfețe grafice interactive, redată în fig. 6.4. Fiecărui motor i se comandă numărul de pași care trebuie parcurși și sensul de rotație.

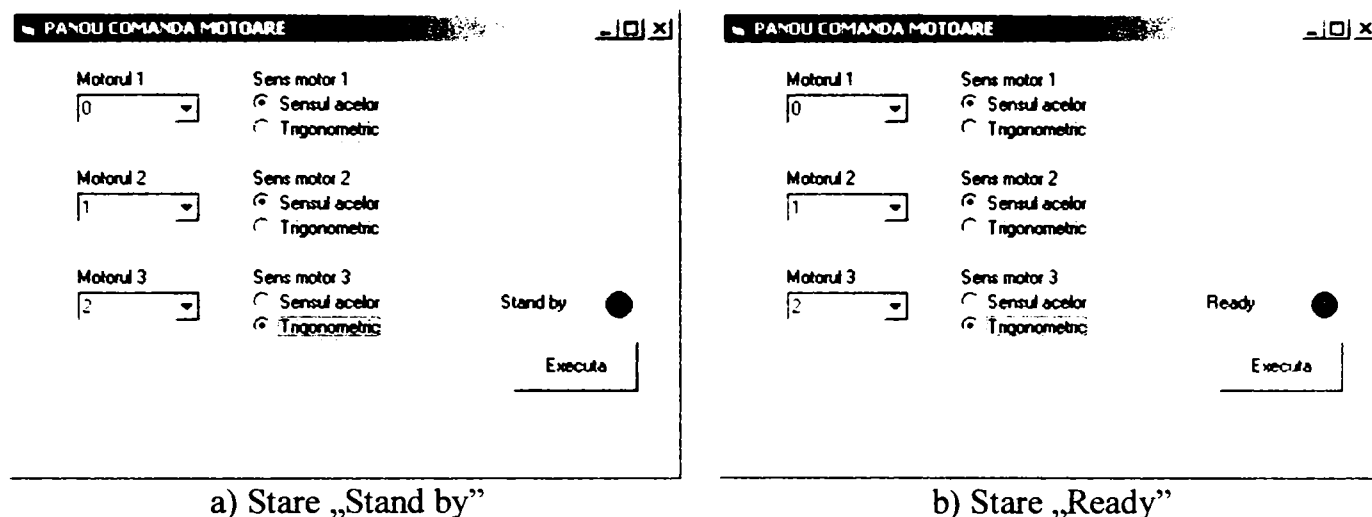


Fig. 6.4. Interfața grafică interactivă de comandă a motoarelor.

Controlul mișcărilor rotoarelor este realizat tot prin intermediul interfeței grafice interactive. La resetarea microcontroller-ului mesajul “Stand by” devine “Ready” iar culoarea roșie devine verde. În urma apăsării butonului “Execută” are loc mișcarea rotorului. După executarea mișcării rotorului, mesajul și culoarea sunt aceleași ca și în cazul resetării.

În figura 6.5 este prezentată o vedere de ansamblu a sistemului mecanic al robotului cu mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$, al sistemului de acționare și de comandă (prin intermediul calculatorului cu ajutorul interfeței grafice).

În figura 6.6 este prezentată o vedere a robotului cu mecanismul dispozitivului de ghidare având topologie paralelă.

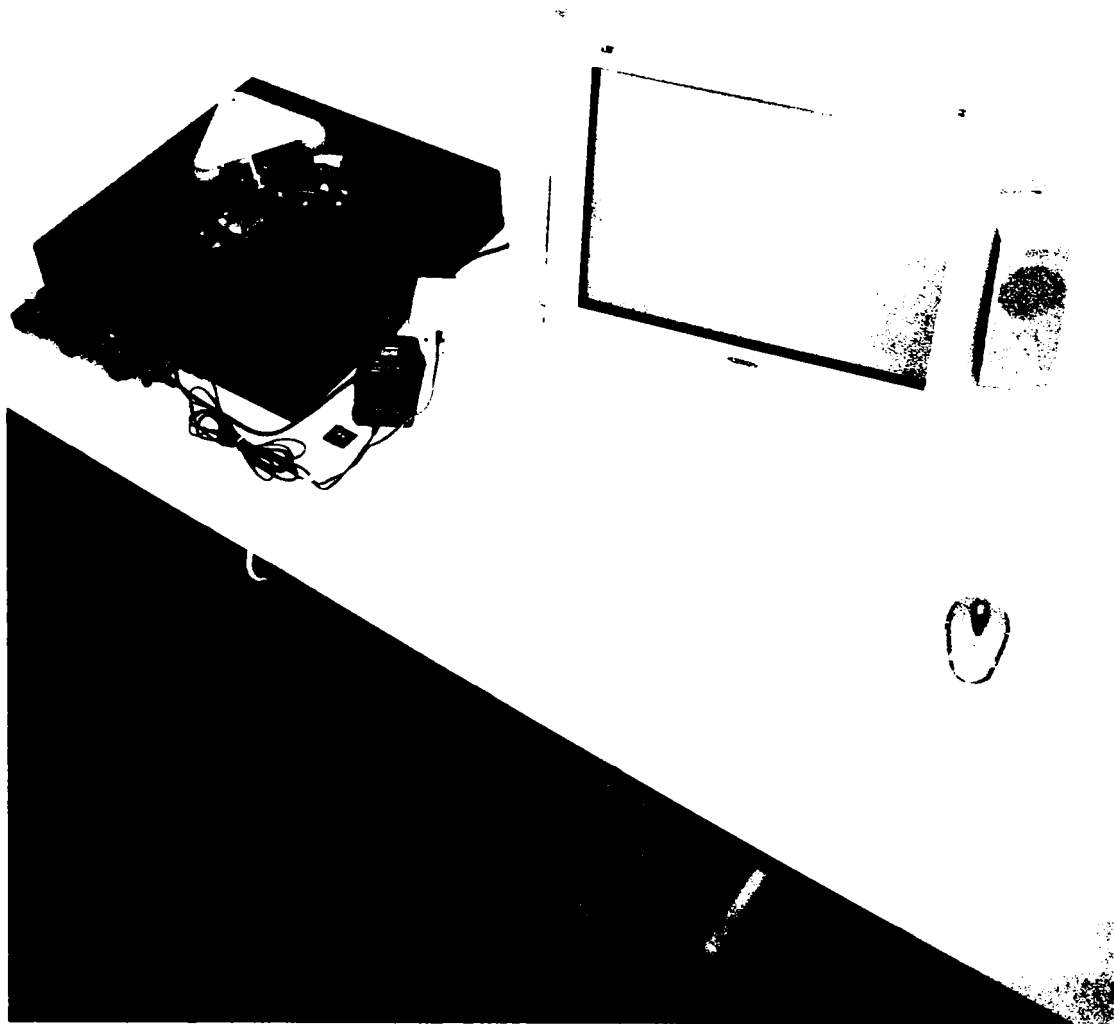


Fig. 6.5. Robotul cu mecanismul dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$: sistemul mecanic, sistemul de acționare și sistemul de comandă.

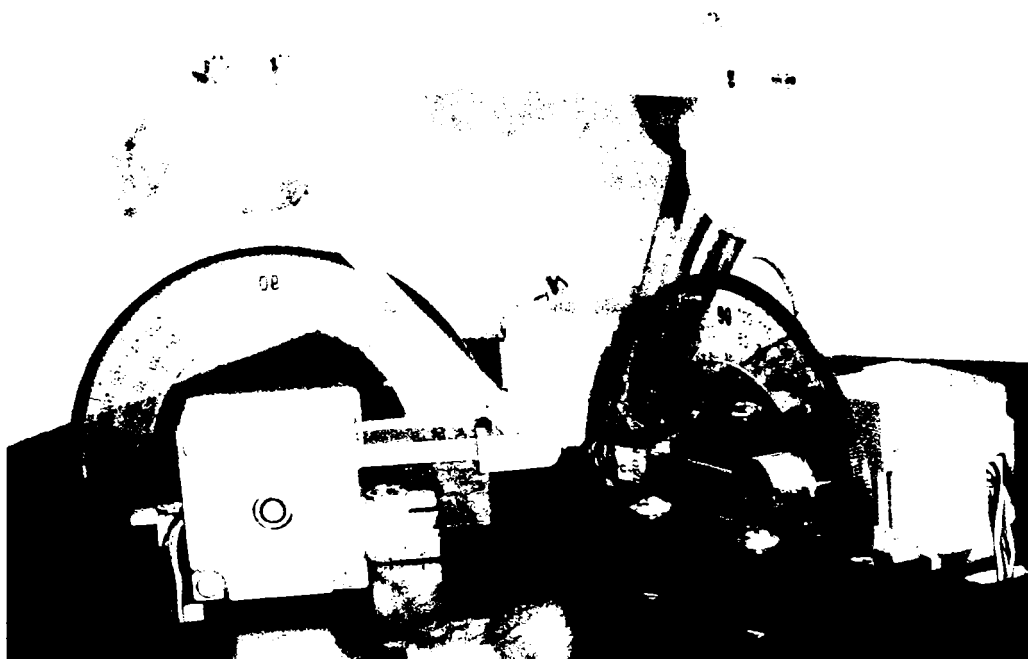


Fig. 6.6. Vedere a robotului cu mecanismul dispozitivului de ghidare având topologie paralelă.

7. METODE DE DETERMINARE A SITUĂRII SISTEMULUI DE REFERINȚĂ ATAȘAT PUNCTULUI CARACTERISTIC AL UNUI ROBOT CU DISPOZITIVUL DE GHIDARE AVÂND TOPOLOGIE PARALELĂ

7.1. Metodă de determinare a situării sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a trei raze laser

7.1.1. Considerații teoretice

Se consideră un robot având dispozitivul de ghidare cu topologie paralelă. În cazul general, platforma mobilă PM_n este legată de platforma fixă PF_n prin intermediul a n conexiuni.

Platformei fixe i se atașează un sistem de referință fix $Oxyz$ iar platformei mobile i se atașează un sistem de referință mobil al cărui origine coincide cu punctul caracteristic P . Axele de coordonate Px_1 , Py_1 și Pz_1 ale sistemului de referință mobil $Px_1y_1z_1$ intersectează un plan Γ în trei puncte X_1 , Y_1 și respectiv Z_1 , ca în fig. 7.1.

Se pune problema ca fiind date trei puncte în planul Γ să se determine dacă poziția originii sistemului de referință mobil, de fapt poziția punctului caracteristic P , este unică.

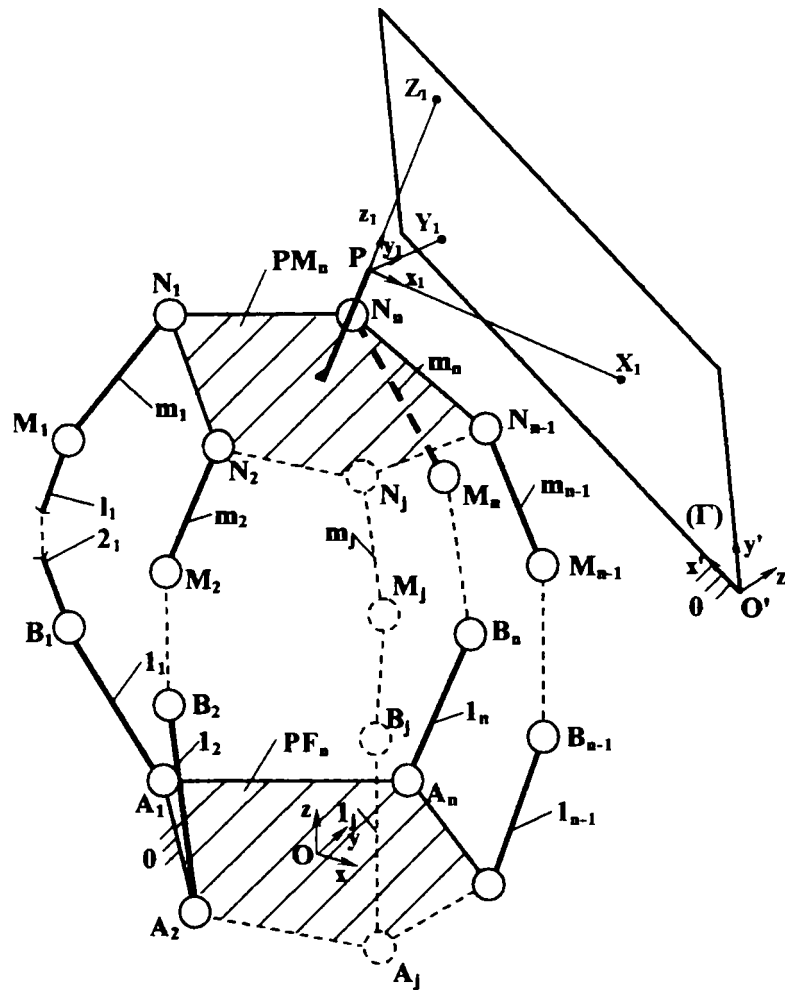


Fig. 7.1. Intersecțiile axelor de coordonate ale sistemului de referință mobil cu un plan Γ .

Se știe că locul geometric al unui punct P din care un segment de dreaptă X_1Y_1 se vede sub un unghi de 90° este un cerc având segmentul respectiv ca diametru. Dacă există restricția ca punctul să se afle de o parte a drepte ce conține segmentul, locul geometric este un semicerc, ca în fig. 7.2.

Axele de coordonate Px_1 și Py_1 formează un unghi drept. Pentru pozițiile cunoscute ale punctelor X_1 și Y_1 la un moment dat, locul geometric al punctului P este, în planul Γ , un semicerc de diametru X_1Y_1 . Semicercul X_1Y_1 se poate roti în jurul diametrului X_1Y_1 , generând o semisferă S_1 . Ca urmare, în spațiu, locul geometric al punctului P din condiția ca axele Px_1 și Py_1 să fie perpendiculare și pozițiile punctelor X_1 și Y_1 fixate este semisfera S_1 .

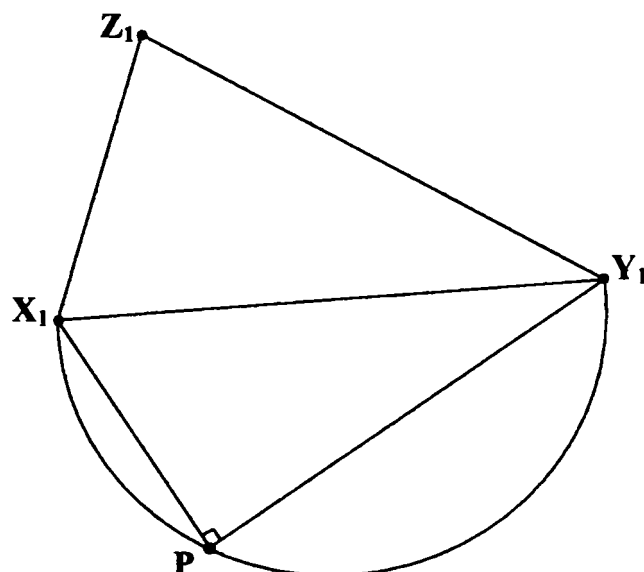


Fig. 7.2. Locul geometric al punctului P.

În mod asemănător se raționează pentru axele Py_1 și Pz_1 , obținându-se semisfera S_2 și pentru axele Pz_1 și Px_1 , obținându-se semisfera S_3 .

Punând condiția ca punctul P să aparțină în același timp celor trei sfere, se obține intersecția acestora, ca în fig. 7.3.

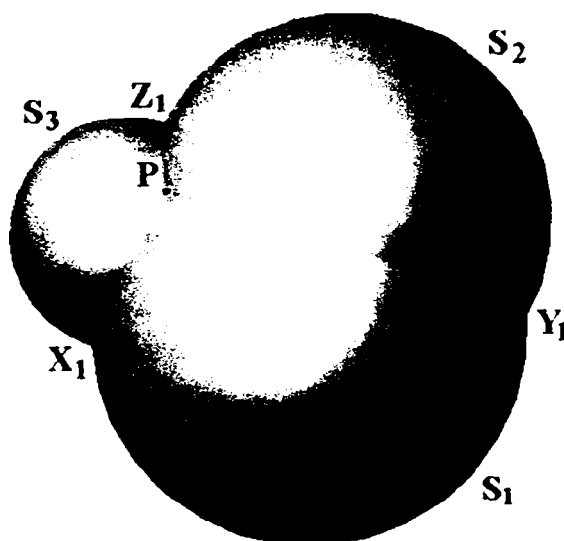


Fig. 7.3. Intersecția celor trei semisfere determină poziția punctului P.

În concluzie, dacă sunt date trei puncte în planul Γ , ele determină un punct unic P aflat la intersecția a trei drepte care trec prin cele trei puncte și sunt reciproc perpendiculare în punctul P.

În practică, cele trei axe ale sistemului de coordonate mobil sunt materializate de trei raze laser, urmele acestora pe un panou gradat fiind cele trei puncte X_1 , Y_1 și Z_1 . Pozițiile punctelor se citesc pe panoul gradat, determinându-se prin calcul poziția punctului caracteristic P.

În vederea transformării coordonatelor punctelor X_1 , Y_1 și Z_1 determinate în planul (Γ) în sistemul de referință $Oxyz$ se consideră că planul (Γ) coincide cu planul $xO'y$ al sistemului de referință $O'x'y'z'$.

Transformarea coordonatelor punctelor X_1 , Y_1 și Z_1 din sistemul de referință $O'x'y'z'$ în sistemul de referință $Oxyz$ se face pe baza relațiilor (7.1), conform [Mur 62]:

$$\begin{aligned}
 x_{X_1} &= x_{O'} + x'_{X_1} \cdot \cos\varphi_1 + y'_{X_1} \cdot \cos\varphi_2 + z'_{X_1} \cdot \cos\varphi_3; \\
 y_{X_1} &= y_{O'} + x'_{X_1} \cdot \cos\psi_1 + y'_{X_1} \cdot \cos\psi_2 + z'_{X_1} \cdot \cos\psi_3; \\
 z_{X_1} &= z_{O'} + x'_{X_1} \cdot \cos\theta_1 + y'_{X_1} \cdot \cos\theta_2 + z'_{X_1} \cdot \cos\theta_3; \\
 x_{Y_1} &= x_{O'} + x'_{Y_1} \cdot \cos\varphi_1 + y'_{Y_1} \cdot \cos\varphi_2 + z'_{Y_1} \cdot \cos\varphi_3; \\
 y_{Y_1} &= y_{O'} + x'_{Y_1} \cdot \cos\psi_1 + y'_{Y_1} \cdot \cos\psi_2 + z'_{Y_1} \cdot \cos\psi_3; \\
 z_{Y_1} &= z_{O'} + x'_{Y_1} \cdot \cos\theta_1 + y'_{Y_1} \cdot \cos\theta_2 + z'_{Y_1} \cdot \cos\theta_3; \\
 x_{Z_1} &= x_{O'} + x'_{Z_1} \cdot \cos\varphi_1 + y'_{Z_1} \cdot \cos\varphi_2 + z'_{Z_1} \cdot \cos\varphi_3; \\
 y_{Z_1} &= y_{O'} + x'_{Z_1} \cdot \cos\psi_1 + y'_{Z_1} \cdot \cos\psi_2 + z'_{Z_1} \cdot \cos\psi_3; \\
 z_{Z_1} &= z_{O'} + x'_{Z_1} \cdot \cos\theta_1 + y'_{Z_1} \cdot \cos\theta_2 + z'_{Z_1} \cdot \cos\theta_3,
 \end{aligned} \tag{7.1}$$

în care: - $x_{X_1}, y_{X_1}, z_{X_1}, x_{Y_1}, y_{Y_1}, z_{Y_1}, x_{Z_1}, y_{Z_1}, z_{Z_1}$ - coordonatele punctelor X_1, Y_1, Z_1 în raport cu sistemul de referință $Oxyz$;

- $x'_{X_1}, y'_{X_1}, z'_{X_1}, x'_{Y_1}, y'_{Y_1}, z'_{Y_1}, x'_{Z_1}, y'_{Z_1}, z'_{Z_1}$ - coordonatele punctelor X_1, Y_1, Z_1 în raport cu sistemul de referință $O'x'y'z'$;

- $x_{O'}, y_{O'}, z_{O'}$ - coordonatele punctului O' în raport cu sistemul de referință $Oxyz$;

- $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \psi_1, \psi_2, \psi_3, \theta_1, \theta_2, \theta_3$ - unghiurile dintre axele celor două sisteme de referință, conform tabelului 7.1:

Tab. 7.1. Unghiurile dintre axele sistemelor de coordonate

	Ox	Oy	Oz
O'x'	φ_1	ψ_1	θ_1
O'y'	φ_2	ψ_2	θ_2
O'z'	φ_3	ψ_3	θ_3

În raport cu panoul gradat (planul Γ din fig. 7.1), poziția punctului caracteristic P se determină pe baza sistemului de ecuații (7.2), obținut în urma aplicării teoremei lui Pitagora în cele trei triunghiuri dreptunghice X_1PY_1 , Y_1PZ_1 și Z_1PX_1 .

$$\begin{cases} (PX_1)^2 + (PY_1)^2 = (X_1Y_1)^2; \\ (PY_1)^2 + (PZ_1)^2 = (Y_1Z_1)^2; \\ (PZ_1)^2 + (PX_1)^2 = (Z_1X_1)^2. \end{cases} \quad (7.2)$$

Înlocuind mai sus distanțele cu expresiile lor analitice de forma:

$$\begin{aligned} (PX_1)^2 &= (x_{X_1} - x_P)^2 + (y_{X_1} - y_P)^2 + (z_{X_1} - z_P)^2; \\ (PY_1)^2 &= (x_{Y_1} - x_P)^2 + (y_{Y_1} - y_P)^2 + (z_{Y_1} - z_P)^2; \\ (PZ_1)^2 &= (x_{Z_1} - x_P)^2 + (y_{Z_1} - y_P)^2 + (z_{Z_1} - z_P)^2; \\ (X_1Y_1)^2 &= (x_{Y_1} - x_{X_1})^2 + (y_{Y_1} - y_{X_1})^2 + (z_{Y_1} - z_{X_1})^2; \\ (Y_1Z_1)^2 &= (x_{Z_1} - x_{Y_1})^2 + (y_{Z_1} - y_{Y_1})^2 + (z_{Z_1} - z_{Y_1})^2; \\ (X_1Z_1)^2 &= (x_{Z_1} - x_{X_1})^2 + (y_{Z_1} - y_{X_1})^2 + (z_{Z_1} - z_{X_1})^2, \end{aligned} \quad (7.3)$$

în care coordonatele punctelor X_1 , Y_1 și Z_1 , respectiv $(x_{X_1}, y_{X_1}, z_{X_1})$, $(x_{Y_1}, y_{Y_1}, z_{Y_1})$, $(x_{Z_1}, y_{Z_1}, z_{Z_1})$ față de sistemul de referință fix se măsoară, sistemul (6.1) devine:

$$\begin{cases} x_P^2 + y_P^2 + z_P^2 - x_P x_{X_1} - x_P x_{Y_1} - y_P y_{X_1} - y_P y_{Y_1} - z_P z_{X_1} - z_P z_{Y_1} + x_{X_1} x_{Y_1} + y_{X_1} y_{Y_1} + z_{X_1} z_{Y_1} = 0; \\ x_P^2 + y_P^2 + z_P^2 - x_P x_{Y_1} - x_P x_{Z_1} - y_P y_{Y_1} - y_P y_{Z_1} - z_P z_{Y_1} - z_P z_{Z_1} + x_{Y_1} x_{Z_1} + y_{Y_1} y_{Z_1} + z_{Y_1} z_{Z_1} = 0; \\ x_P^2 + y_P^2 + z_P^2 - x_P x_{X_1} - x_P x_{Z_1} - y_P y_{X_1} - y_P y_{Z_1} - z_P z_{X_1} - z_P z_{Z_1} + x_{X_1} x_{Z_1} + y_{X_1} y_{Z_1} + z_{X_1} z_{Z_1} = 0, \end{cases} \quad (7.4)$$

în care necunoscutele sunt x_P , y_P și z_P (coordoanatele punctului caracteristic P în sistemul de referință fix Oxyz).

Prin rezolvarea sistemului (7.4) de trei ecuații cu trei necunoscute se determină poziția punctului caracteristic P față de platforma mobilă PM_3 .

Se pot calcula în continuare unghiurile dintre axele sistemului de referință mobil $Pxyz$ și axele sistemului de referință fix Oxyz.

Astfel, unghiurile dintre vectorul $\overline{PX_1}$ și axele Ox , Oy , respectiv Oz se pot determina pe baza relațiilor:

$$\begin{aligned} \cos(\overline{PX_1}, \widehat{Ox}) &= \frac{x_{X_1} - x_P}{\sqrt{(x_P - x_{X_1})^2 + (y_P - y_{X_1})^2 + (z_P - z_{X_1})^2}}; \\ \cos(\overline{PX_1}, \widehat{Oy}) &= \frac{y_{X_1} - y_P}{\sqrt{(x_P - x_{X_1})^2 + (y_P - y_{X_1})^2 + (z_P - z_{X_1})^2}}; \\ \cos(\overline{PX_1}, \widehat{Oz}) &= \frac{z_{X_1} - z_P}{\sqrt{(x_P - x_{X_1})^2 + (y_P - y_{X_1})^2 + (z_P - z_{X_1})^2}}; \end{aligned} \quad (7.5)$$

Se observă faptul că la numărător din coordonata vârfului vectorului se scade coordonata originii acestuia; ca urmare se ține seama de sensul vectorului și sensul axei.

În mod asemănător se determină unghiurile dintre axele Py_1 , respectiv Pz_1 și Ox , Oy , Oz se pot determina pe baza relațiilor:

$$\begin{aligned}\cos(\widehat{Py_1, Ox}) &= \frac{x_{Y_1} - x_P}{\sqrt{(x_P - x_{Y_1})^2 + (y_P - y_{Y_1})^2 + (z_P - z_{Y_1})^2}}; \\ \cos(\widehat{Py_1, Oy}) &= \frac{y_{Y_1} - y_P}{\sqrt{(x_P - x_{Y_1})^2 + (y_P - y_{Y_1})^2 + (z_P - z_{Y_1})^2}}; \end{aligned} \quad (7.6)$$

$$\begin{aligned}\cos(\widehat{Py_1, Oz}) &= \frac{z_{Y_1} - z_P}{\sqrt{(x_P - x_{Y_1})^2 + (y_P - y_{Y_1})^2 + (z_P - z_{Y_1})^2}}; \\ \cos(\widehat{Pz_1, Ox}) &= \frac{x_{Z_1} - x_P}{\sqrt{(x_P - x_{Z_1})^2 + (y_P - y_{Z_1})^2 + (z_P - z_{Z_1})^2}}; \\ \cos(\widehat{Pz_1, Oy}) &= \frac{y_{Z_1} - y_P}{\sqrt{(x_P - x_{Z_1})^2 + (y_P - y_{Z_1})^2 + (z_P - z_{Z_1})^2}}; \\ \cos(\widehat{Pz_1, Oz}) &= \frac{z_{Z_1} - z_P}{\sqrt{(x_P - x_{Z_1})^2 + (y_P - y_{Z_1})^2 + (z_P - z_{Z_1})^2}}. \end{aligned} \quad (7.7)$$

Ca urmare se poate determina matricea de situare, de forma:

$$\begin{aligned}{}^{Oxyz} \underline{S}_{Pxyz} &= \begin{bmatrix} {}^{Oxyz} \underline{R}_{Px_1y_1z_1} & \vdots & {}^{Oxyz} \underline{P}_{Px_1y_1z_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{0}^T & \vdots & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\widehat{Px, Ox}) & \cos(\widehat{Py, Ox}) & \cos(\widehat{Pz, Ox}) & p_x \\ \cos(\widehat{Px, Oy}) & \cos(\widehat{Py, Oy}) & \cos(\widehat{Pz, Oy}) & p_y \\ \cos(\widehat{Px, Oz}) & \cos(\widehat{Py, Oz}) & \cos(\widehat{Pz, Oz}) & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (7.8)$$

în conformitate cu relațiile (4.41) - (4.43).

7.1.2. Dispozitivul de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a trei raze laser

Cele 3 raze luminoase au fost obținute cu ajutorul a 3 diode laser având clasa II A, cu lungimea de undă 630-680 nm și puterea maximă de ieșire $P < 1$ mW.

În figura 7.4 este prezentat dispozitivul de măsurare utilizat.

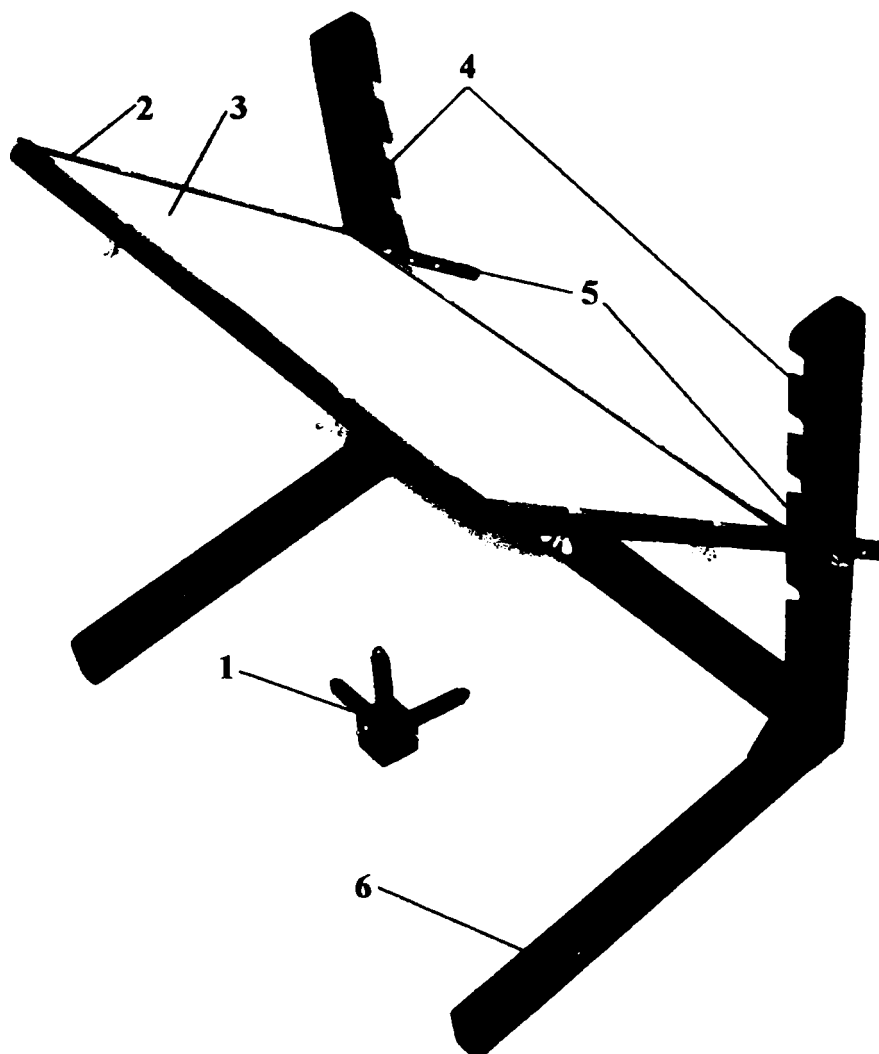


Fig. 7.4. Dispozitivul cu raze laser utilizat la determinarea situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic.

Dispozitivul este constituit din:

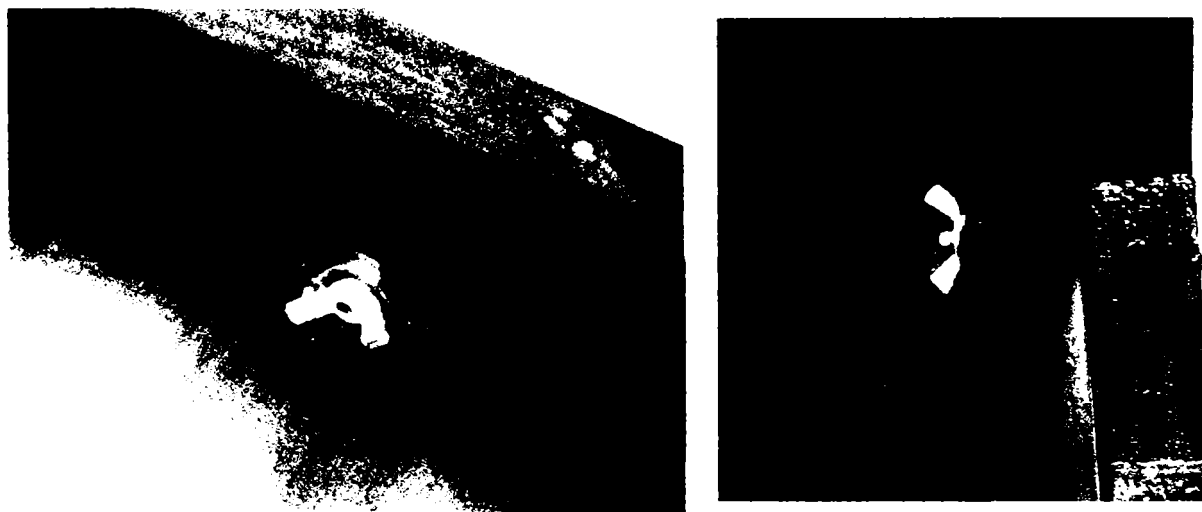
- sistemul de referință mobil (1), materializat dintr-un suport cubic și trei surse de raze laser (pointer); suportul este prevăzut cu șuruburi de reglare a pointerelor și conține în partea inferioară un șurub de montare pe platforma mobilă;
- cadrul (2) pe care este fixată hârtia milimetrică (3);
- coloanele suport (4) pe care se fixează cadrul (2) prin intermediul suruburilor cu cap fluture (5); laturile cadrului sunt prevăzute cu câte 3 găuri la distanțe de 30 de mm, pentru fixarea cu

UNIVERSITATEA
BUCUREȘTI
TEHNICĂ

șuruburi pe coloane; coloanele sunt prevăzute cu câte 5 canale pentru fixarea cadrului, din 50 în 50 de mm, înclinate la 45° față de orizontală:

- suportul (6) care se fixează pe batiul robotului prin intermediul a 3 șuruburi cu cap fluture.

Pentru fixarea dispozitivului pe batiu, s-a recurs la utilizarea unor elemente elastice introduse între batiu și piulița tip fluture, ca în figura 7.5.



a) Piuliță cu element elastic.

b) Fixarea suportului pe batiu.

Fig. 7.5. Utilizarea unor elemente elastice introduse între batiu și piulița tip fluture.

În figura 7.6 se prezintă dispozitivul de măsurare solidarizat cu batiul robotului. Pentru o „captare” mai bună a urmelor razelor laser, partea superioară a batiului, împreună cu robotul, se poate roti în jurul axei Oz cu unghiuri având ca valori multipli de 45° .



Fig. 7.6. Dispozitivul de măsurare solidarizat cu batiul robotului.

În figura 7.7 se prezintă urmele razelor laser pe hârtia milimetrică; pozițiile acestora față de sistemul de referință fix se determină cu ajutorul relațiilor (7.1); în funcție de acestea se determină poziția punctului caracteristic P.



Fig. 7.7. Urmele razelor laser pe hârtia milimetrică.

7.1.3. Rezultate experimentale

Se exemplifică modul de calcul pentru cazul în care parametrii de intrare sunt:

$$\begin{aligned} \beta_{A_1} &= 59,4 [^\circ]; \\ \beta_{A_2} &= 30,6 [^\circ]; \\ \beta_{A_3} &= 0 [^\circ]. \end{aligned} \quad (7.9)$$

În sistemul de coordonate Oxyz, punctul O' are coordonatele:

$$\begin{aligned} x_{O'} &= 262,7 [\text{mm}]; \\ y_{O'} &= -20,0 [\text{mm}]; \\ z_{O'} &= 92,4 [\text{mm}]. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Coordonata $z_{O'}$ se poate modifica prin deplasarea panoului gradat de-a lungul axei Oz.

Unghiurile dintre axele sistemelor de coordonate Oxyz și O'x'y'z' sunt prezentate în tabelul 7.2.

Tab. 7.2. Unghiurile dintre axele sistemelor de coordonate

	Ox	Oy	Oz
O'x'	135 [°]	45 [°]	90 [°]
O'y'	120 [°]	120 [°]	45 [°]
O'z'	60 [°]	60 [°]	45 [°]

În planul x'O'y' (pe panoul gradat Γ) se citesc coordonatele punctelor X_1, Y_1, Z_1 :

$$\begin{aligned}
 x'_{X_1} &= 76 \text{ [mm]}; \\
 y'_{X_1} &= 103 \text{ [mm]}; \\
 x'_{Y_1} &= 310 \text{ [mm]}; \\
 y'_{Y_1} &= 112 \text{ [mm]}; \\
 x'_{Z_1} &= 190 \text{ [mm]}; \\
 y'_{Z_1} &= 416 \text{ [mm]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.11}$$

Înlocuind aceste date în relațiile (7.1) se obțin următoarele:

$$\begin{aligned}
 x_{X_1} &= 262,7 + 76 \cdot \cos 135^\circ + 103 \cdot \cos 120^\circ + 0 \cdot \cos 60^\circ = 157,460 \text{ [mm]}; \\
 y_{X_1} &= -20,0 + 76 \cdot \cos 45^\circ + 103 \cdot \cos 120^\circ + 0 \cdot \cos 60^\circ = -17,760 \text{ [mm]}; \\
 z_{X_1} &= 92,4 + 76 \cdot \cos 90^\circ + 103 \cdot \cos 45^\circ + 0 \cdot \cos 45^\circ = 215,232 \text{ [mm]}; \\
 x_{Y_1} &= 262,7 + 310 \cdot \cos 135^\circ + 112 \cdot \cos 120^\circ + 0 \cdot \cos 60^\circ = -12,503 \text{ [mm]}; \\
 y_{Y_1} &= -20,0 + 310 \cdot \cos 45^\circ + 112 \cdot \cos 120^\circ + 0 \cdot \cos 60^\circ = 143,203 \text{ [mm]}; \\
 z_{Y_1} &= 92,4 + 310 \cdot \cos 90^\circ + 112 \cdot \cos 45^\circ + 0 \cdot \cos 45^\circ = 221,596 \text{ [mm]}; \\
 x_{Z_1} &= 262,7 + 190 \cdot \cos 135^\circ + 416 \cdot \cos 120^\circ + 0 \cdot \cos 60^\circ = -81,065 \text{ [mm]}; \\
 y_{Z_1} &= -20,0 + 190 \cdot \cos 45^\circ + 416 \cdot \cos 120^\circ + 0 \cdot \cos 60^\circ = -92,236 \text{ [mm]}; \\
 z_{Z_1} &= 92,4 + 190 \cdot \cos 90^\circ + 416 \cdot \cos 45^\circ + 0 \cdot \cos 45^\circ = 436,556 \text{ [mm]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.12}$$

Rezultatele din relațiile (7.12) se introduc în sistemul de ecuații (7.4) și se obțin soluțiile:

$$\begin{aligned}
 x_P &= -10,193 \text{ [mm]}; \\
 y_P &= -7,001 \text{ [mm]}; \\
 z_P &= 173,542 \text{ [mm]};
 \end{aligned}
 \tag{7.13}$$

și

$$\begin{aligned}
 x_P &= 97,733 \text{ [mm]}; \\
 y_P &= 100,924 \text{ [mm]}; \\
 z_P &= 326,173 \text{ [mm]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.14}$$

Deoarece pe verticală poziția punctului P nu poate depăși valoarea:

$$z_{\max_p} = (A_i B_i) + (B_i C_i) + (C_i P)_z = 60 + 95 + 35,7 = 190,7 \text{ [mm]}, (i = 1, 2, 3),$$

rezultă că punctul P nu poate ocupa poziția corespunzătoare lui $z_p = 326,173 \text{ [mm]}$, ca urmare se alege setul de soluții (7.13).

Pentru alți parametri de intrare, respectiv alte situații ale sistemului de referință atașat platformei mobile, se procedează în mod analog.

Se face precizarea că domeniul de măsurare cu acest dispozitiv este mai restrâns, deoarece urmele razelor luminoase pe panoul gradat nu pot fi captate pentru orice situație a platformei mobile. Astfel, dintre exemplele de situații ale platformei mobile date în tabelul 4.18 s-au exclus cazurile în care cel puțin una dintre razele laser nu intersecta panoul gradat.

În tabelul (7.3) se prezintă parametrii de intrare și de ieșire pentru diferite situații ale platformei mobile.

Înlocuind valorile obținute pentru $x_{X_i}, y_{X_i}, z_{X_i}, x_{Y_i}, y_{Y_i}, z_{Y_i}, x_{Z_i}, y_{Z_i}, z_{Z_i}, x_P, y_P, z_P$ în relațiile (7.5) – (7.7) se determină cosinusurile unghiurilor dintre axele sistemului de referință mobil $Px_1y_1z_1$ și cele ale sistemului de referință fix $Oxyz$, care apoi se introduc în relația (7.8) și se ajunge la matricea de situație a sistemului de referință atașat punctului caracteristic P, determinată experimental.

În continuare se prezintă matricele de situație determinate experimental cu dispozitivul cu raze laser, ${}^{PF_3}S_{PM, \text{exp}}$, precum și matricele eroare de situație $\Delta_1^{PF_3}S_{PM}$, obținute prin diferențele dintre matricele de situație determinate teoretic și matricele de situație determinate experimental.

Tab. 7.3. Parametri de intrare și de ieșire pentru diferite situații ale platformei mobile.

Nr. crt.	Parametri de intrare ${}^A\beta_{A_1}; {}^A\beta_{A_2}; {}^A\beta_{A_3}$ [°]		Parametri de ieșire															
	X'_{X_1} [mm]	Y'_{X_1} [mm]	X'_{Y_1} [mm]	Y'_{Y_1} [mm]	X'_{Z_1} [mm]	Y'_{Z_1} [mm]	X'_{X_1} [mm]	Y'_{X_1} [mm]	Z'_{X_1} [mm]	X'_{Y_1} [mm]	Y'_{Y_1} [mm]	Z'_{Y_1} [mm]	X'_{Z_1} [mm]	Y'_{Z_1} [mm]	Z'_{Z_1} [mm]	X_P [mm]	Y_P [mm]	Z_P [mm]
1	48	24	353	24,5	201	239	216,759	1,941	189,371	0,341	217,359	109,724	1,071	2,629	261,399	0,491	2,295	110,203
2	78,5	70	322	70	201,5	238	191,897	0,708	191,898	-0,236	172,438	192,251	-0,782	1,482	313,520	-1,053	1,428	192,329
3	44	23,5	354,5	24	200,5	242	219,834	-0,637	109,017	0,031	218,670	109,371	-0,075	0,775	263,520	-0,845	0,351	110,121
4	114	120,5	285,5	120,5	200	241,5	121,840	0,360	177,606	0,571	121,629	177,606	0,529	0,671	263,166	0,395	0,537	177,797
5	76	103	310	112	190	416	157,460	17,760	215,232	-12,503	143,203	221,596	-81,065	-92,236	436,556	-10,193	-7,001	173,542
6	23	0,5	251	142	159	238	246,187	-3,987	92,754	14,216	86,484	192,609	31,270	-26,570	260,691	8,007	-6,576	170,763

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expl}}(-90; -90; -90) = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,002 & 0,004 & 0,491 \\ -0,002 & 0,999 & 0,002 & 2,295 \\ -0,004 & -0,002 & 0,999 & 110,200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7.15)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(-90; -90; -90) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(-90; -90; -90) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expl}}(-90; -90; -90) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 109,355 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & 0,002 & 0,004 & 0,491 \\ -0,002 & 0,999 & 0,002 & 2,295 \\ -0,004 & -0,002 & 0,999 & 110,200 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0,001 & -0,002 & -0,004 & -0,491 \\ 0,002 & 0,001 & -0,002 & -2,295 \\ 0,004 & 0,002 & 0,001 & -0,845 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (7.16)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expl}}(0; 0; 0) = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,005 & 0,002 & -1,053 \\ -0,005 & 0,999 & 0,000 & 1,428 \\ -0,002 & 0,000 & 0,999 & 192,329 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7.17)$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(0; 0; 0) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(0; 0; 0) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expl}}(0; 0; 0) = \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 190,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & 0,005 & 0,002 & -1,053 \\ -0,005 & 0,999 & 0,000 & 1,428 \\ -0,002 & 0,000 & 0,999 & 192,329 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0,001 & -0,005 & -0,002 & 1,053 \\ 0,005 & 0,001 & 0,000 & -1,428 \\ 0,002 & 0,000 & 0,001 & -1,629 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (7.18)$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expl}}(90; 90; 90) = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,004 & 0,005 & -0,845 \\ -0,004 & 0,999 & 0,003 & 0,251 \\ -0,005 & -0,003 & 0,999 & 110,121 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7.19)$$

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(90; 90; 90) &= {}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(90; 90; 90) - {}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1, \text{expl}}(90; 90; 90) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 109,355 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & 0,004 & 0,005 & -0,845 \\ -0,004 & 0,999 & 0,003 & 0,251 \\ -0,005 & -0,003 & 0,999 & 110,121 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & -0,004 & -0,005 & 0,845 \\ 0,004 & 0,001 & -0,003 & -0,251 \\ 0,005 & 0,003 & 0,001 & -0,766 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.20}$$

$${}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1, \text{expl}}(30,6; 30,6; 30,6) = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,001 & 0,002 & 0,395 \\ -0,001 & 0,999 & 0,002 & 0,537 \\ -0,002 & -0,002 & 0,999 & 177,797 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.21}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(30,6; 30,6; 30,6) &= {}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(30,6; 30,6; 30,6) - {}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1, \text{expl}}(30,6; 30,6; 30,6) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 177,301 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & 0,001 & 0,002 & 0,395 \\ -0,001 & 0,999 & 0,002 & 0,537 \\ -0,002 & -0,002 & 0,999 & 177,797 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & -0,001 & -0,002 & -0,395 \\ 0,001 & 0,001 & -0,002 & -0,537 \\ 0,002 & 0,002 & 0,001 & -0,496 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.22}$$

$${}^{FP_1} \underline{S}_{MP_1, \text{expl}}(59,4; 30,6; 0) = \begin{bmatrix} 0,969 & -0,015 & -0,248 & -10,193 \\ -0,062 & 0,952 & -0,299 & -7,001 \\ 0,241 & 0,305 & 0,926 & 173,542 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.23}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{\text{PF}_3} \underline{S}_{\text{MP}_3}(59,4; 30,6; 0) &= \text{PF}_3 \underline{S}_{\text{MP}_3}(59,4; 30,6; 0) - \text{PF}_3 \underline{S}_{\text{MP}_3, \text{exp} f}(59,4; 30,6; 0) = \\
&= \begin{bmatrix} 0,975 & -0,029 & -0,219 & -5,745 \\ -0,029 & 0,966 & -0,256 & -9,463 \\ 0,219 & 0,256 & 0,941 & 170,093 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,969 & -0,015 & -0,248 & -10,193 \\ -0,062 & 0,952 & -0,299 & -7,001 \\ 0,241 & 0,305 & 0,926 & 173,542 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,006 & -0,014 & 0,029 & 4,448 \\ 0,033 & 0,014 & -0,043 & -2,462 \\ -0,022 & -0,049 & 0,015 & -2,612 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.24}
\end{aligned}$$

$$\text{PF}_3 \underline{S}_{\text{PM}_3, \text{exp} l}(25,2; 70,2; 14,4) = \begin{bmatrix} 0,950 & 0,065 & 0,245 & 8,007 \\ 0,010 & 0,972 & -0,210 & -6,576 \\ -0,311 & 0,230 & 0,946 & 170,763 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.25}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_1^{\text{PF}_3} \underline{S}_{\text{PM}_3}(25,2; 70,2; 14,4) &= \text{PF}_3 \underline{S}_{\text{PM}_3}(25,2; 70,2; 14,4) - \text{PF}_3 \underline{S}_{\text{PM}_3, \text{exp} l}(25,2; 70,2; 14,4) = \\
&= \begin{bmatrix} 0,940 & 0,046 & 0,338 & 8,757 \\ 0,046 & 0,965 & -0,258 & -8,294 \\ -0,338 & 0,258 & 0,905 & 165,913 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,950 & 0,065 & 0,245 & 8,007 \\ 0,010 & 0,972 & -0,210 & -6,576 \\ -0,311 & 0,230 & 0,946 & 170,763 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -0,010 & -0,019 & 0,093 & 0,750 \\ 0,036 & -0,007 & 0,048 & -1,718 \\ -0,027 & -0,028 & -0,039 & -4,85 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.26}
\end{aligned}$$

7.2. Metodă de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a șase fire inextensibile

7.2.1. Considerații teoretice

Se consideră un robot având dispozitivul de ghidare cu topologie paralelă ca și în §.6.2.1. De platforma mobilă PM_n se leagă printr-un nod un fir inextensibil în punctul caracteristic P_1 . Firul trece apoi printr-o bucă de ghidare cu diametrul interior foarte mic, apoi peste o rolă de ghidare cu canal, fiind tensionat de un corp având greutatea G , cu cursor. Bucă de ghidare este necesară pentru a impune un punct fix R_1 , ca în figura 6.8.

Oxyz reprezintă sistemul de referință atașat elementului fix 0, iar P_1xyz reprezintă sistemul de referință atașat punctului caracteristic P_1 .

În figura 7.8 se consideră un sistem de măsurare a unei lungimi în spațiu cu ajutorul unui fir inextensibil.

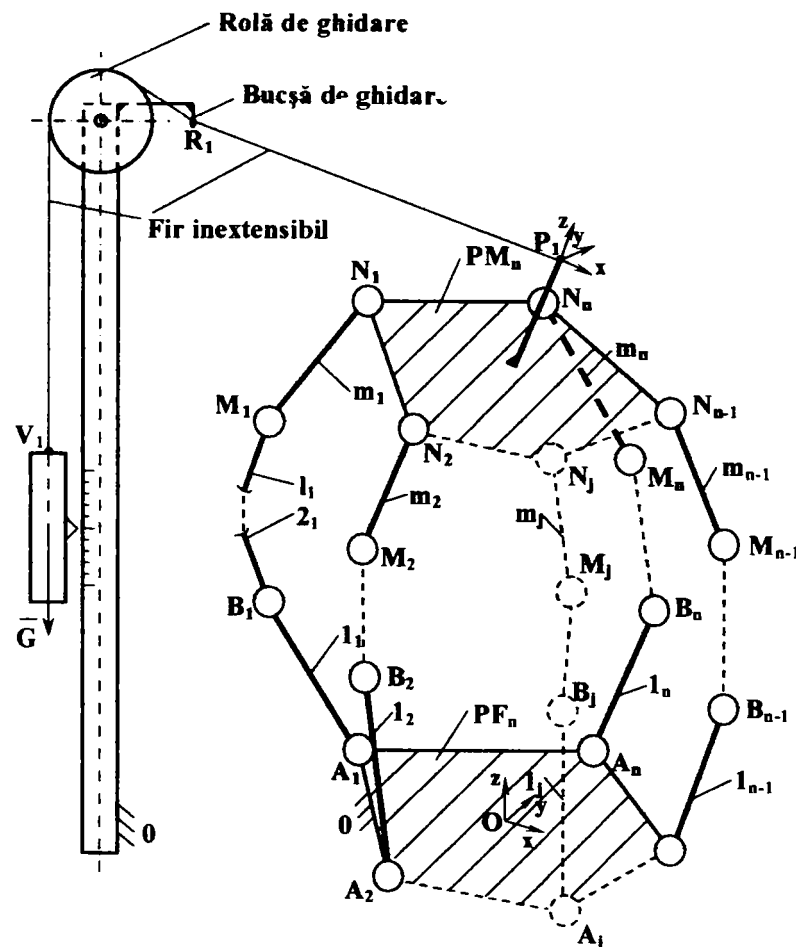


Fig. 7.8. Sistem de măsurare a unei lungimi în spațiu cu ajutorul unui fir inextensibil.

Lungimea care trebuie determinată într-un moment oarecare t este R_1P_1 ; poate fi calculată scăzând din lungimea totală a firului V_1P_1 lungimea V_1R_1 ; lungimea firului de la bucă de ghidare până la rola de ghidare, lungimea de înfășurare a firului pe rolă și lungimea firului din

punctul în care părăsește rola până în punctul V_1 se măsoară; dimensiunile corpului de greutate G sunt cunoscute.

În continuare se va prezenta o metodă de determinare a poziției punctului caracteristic P_1 cu ajutorul a 3 fire inextensibile. Se consideră că de platforma mobilă se leagă 3 fire în punctul caracteristic P_1 , fiecare fir având un sistem de determinare a lungimii $R_i P_1$ ($i = 1, 2, 3$) asemănător cu cel prezentat în figura 7.8. În figura 7.9 sunt prezentate pozițiile relative ale punctelor P_1, R_1, R_2, R_3 .

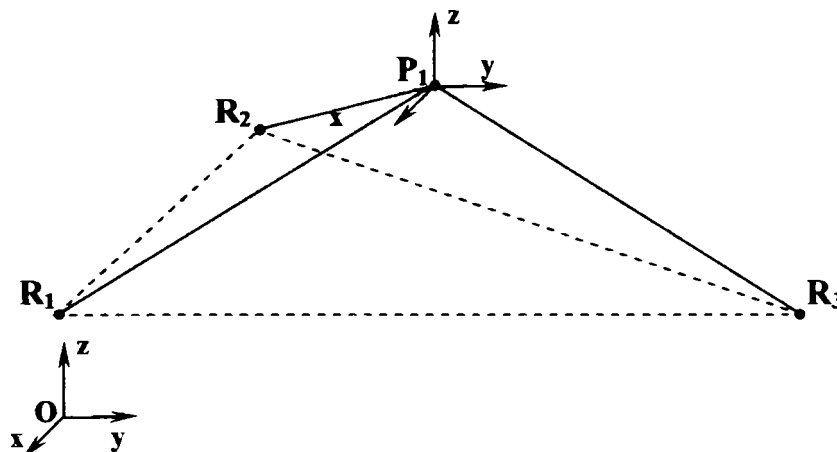


Fig. 7.9. Pozițiile relative ale punctelor P_1, R_1, R_2, R_3 .

Față de sistemul de referință fix, distanțele cunoscute $P_1 R_1$, $P_1 R_2$ și $P_1 R_3$ se pot scrie sub formă analitică:

$$\begin{cases} (P_1 R_1)^2 = (x_{P_1} - x_{R_1})^2 + (y_{P_1} - y_{R_1})^2 + (z_{P_1} - z_{R_1})^2; \\ (P_1 R_2)^2 = (x_{P_1} - x_{R_2})^2 + (y_{P_1} - y_{R_2})^2 + (z_{P_1} - z_{R_2})^2; \\ (P_1 R_3)^2 = (x_{P_1} - x_{R_3})^2 + (y_{P_1} - y_{R_3})^2 + (z_{P_1} - z_{R_3})^2. \end{cases} \quad (7.27)$$

Sistemul (7.9) este format din 3 ecuații și prezintă 3 necunoscute, $x_{P_1}, y_{P_1}, z_{P_1}$; ca urmare este determinat; fiind însă de gradul 2, prezintă două seturi de soluții, din care se alege setul convenabil, în funcție de coordonata z_{P_1} .

Pot apare două situații:

- $z_{P_1} > z_{R_1}$ și/sau $z_{P_1} < z_{R_1}$, caz în care se alege varianta care este în concordanță cu observațiile vizuale asupra punctului caracteristic, care se poate afla deasupra sau sub planul determinat de punctele R_1, R_2 și R_3 ;
- $z_{P_1} = z_{R_1}$, când cele două seturi de soluții sunt identice.

Se poate observa că în acest stadiu nu se pot obține informații despre orientarea sistemului de referință mobil $P_1 xyz$, ci doar despre poziția sa.

Pentru a determina orientarea sistemului de referință atașat punctului caracteristic, este necesară determinarea pozițiilor a încă două puncte necoliniare cu primul, și care aparțin platformei mobile PM_n .

În principiu, așa cum s-a arătat anterior, poziția unui punct în spațiu se poate determina dacă se cunosc:

- pozițiile altor 3 puncte din spațiu;
- distanțele dintre cele 3 puncte și punctul respectiv.

În soluția de măsurare propusă se materializează axele de coordonate ale sistemului de referință mobil $Pxyz$ atașat platformei mobile PM_n , ca în figura 7.10. Punctul P_1 aparține axei Pz , punctul P_2 aparține axei Px , iar punctul P_3 aparține axei Py . Dreapta caracteristică δ coincide cu axa Pz .

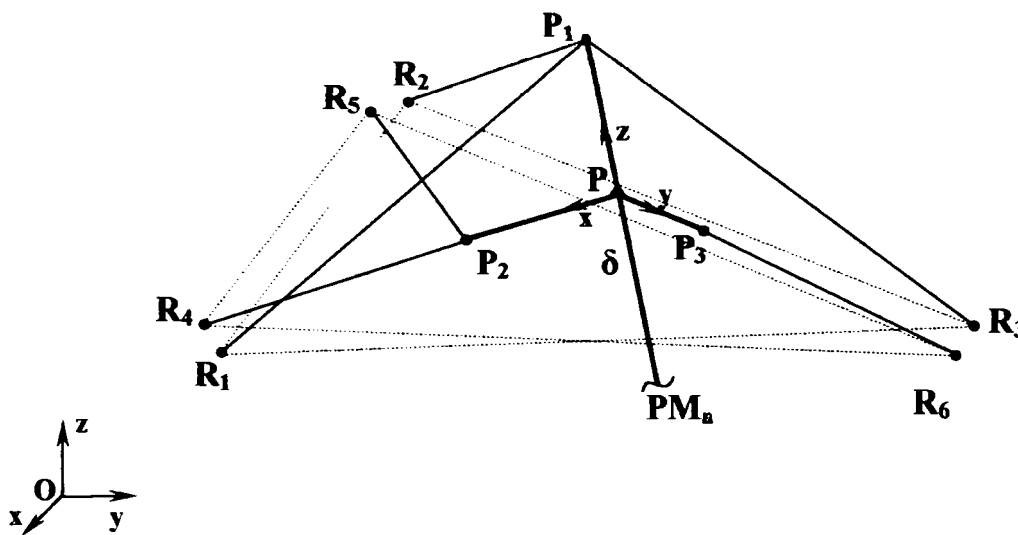


Fig. 7.10. Pozițiile relative ale punctelor P , P_1 , P_2 , P_3 , R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , R_5 și R_6 .

Se cunosc distanțele l_{PP_i} , $l_{P_iP_{i+1}}$ și $l_{P_iR_i}$ ($i = 1, 2, 3$), $l_{P_2R_4}$, $l_{P_2R_5}$, $l_{P_3R_6}$.

Poziția punctului P_1 fiind determinată în modul arătat anterior, se vor determina succesiv pozițiile punctelor P_2 , P_3 și P .

Poziția punctului P_2 se determină pe baza poziției anterior determinate a punctului P_1 și a lungimilor a două fire, iar poziția punctului P_3 , pe baza lungimii unui fir și a pozițiilor determinate ale punctelor P_1 și P_2 . O posibilă eroare a determinării pozițiilor punctelor P_1 , respectiv P_2 , se perpetuează astfel în determinarea pozițiilor punctelor P_2 și P_3 , respectiv P_3 .

O altă posibilitate de determinare a pozițiilor punctelor P_2 și P_3 este cu ajutorul a câtor trei fire, în mod analog cu determinarea poziției punctului P_1 . În acest caz crește numărul total al

firelor, complexitatea sistemului de măsurare, precum și posibilitatea erorilor de citire a variației lungimii firelor.

În continuare se optează pentru prima variantă.

Coordonatele punctului $P_2(x_{P_2}, y_{P_2}, z_{P_2})$ se determină din sistemul de ecuații (7.28), scriind sub formă analitică distanțele:

$$\begin{cases} (P_2P_1)^2 = (x_{P_2} - x_{P_1})^2 + (y_{P_2} - y_{P_1})^2 + (z_{P_2} - z_{P_1})^2; \\ (P_2R_4)^2 = (x_{P_2} - x_{R_4})^2 + (y_{P_2} - y_{R_4})^2 + (z_{P_2} - z_{R_4})^2; \\ (P_2R_5)^2 = (x_{P_2} - x_{R_5})^2 + (y_{P_2} - y_{R_5})^2 + (z_{P_2} - z_{R_5})^2. \end{cases} \quad (7.28)$$

Coordonatele punctului $P_3(x_{P_3}, y_{P_3}, z_{P_3})$ se determină din sistemul de ecuații (7.29), scriind sub formă analitică distanțele:

$$\begin{cases} (P_3P_1)^2 = (x_{P_3} - x_{P_1})^2 + (y_{P_3} - y_{P_1})^2 + (z_{P_3} - z_{P_1})^2; \\ (P_3P_2)^2 = (x_{P_3} - x_{P_2})^2 + (y_{P_3} - y_{P_2})^2 + (z_{P_3} - z_{P_2})^2; \\ (P_3R_6)^2 = (x_{P_3} - x_{R_6})^2 + (y_{P_3} - y_{R_6})^2 + (z_{P_3} - z_{R_6})^2. \end{cases} \quad (7.29)$$

Coordonatele punctului $P(x_P, y_P, z_P)$ se determină din sistemul de ecuații (7.30), scriind sub formă analitică distanțele:

$$\begin{cases} (PP_1)^2 = (x_P - x_{P_1})^2 + (y_P - y_{P_1})^2 + (z_P - z_{P_1})^2; \\ (PP_2)^2 = (x_P - x_{P_2})^2 + (y_P - y_{P_2})^2 + (z_P - z_{P_2})^2; \\ (PP_3)^2 = (x_P - x_{P_3})^2 + (y_P - y_{P_3})^2 + (z_P - z_{P_3})^2. \end{cases} \quad (7.30)$$

Se pot calcula în continuare unghiurile dintre axele sistemului de referință mobil $Pxyz$ și axele sistemului de referință fix $Oxyz$.

Dacă se consideră că $\overline{PP_2}$ este un vector director al axei Px , având parametrii directori $(x_{P_2} - x_P), (y_{P_2} - y_P), (z_{P_2} - z_P)$, iar $\bar{n}(1, 0, 0)$, $\bar{o}(0, 1, 0)$, $\bar{a}(0, 0, 1)$ sunt versorii axelor Ox , Oy , respectiv Oz , atunci unghiurile dintre axele Px și Ox , Oy , respectiv Oz se pot determina pe baza relațiilor:

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{Px, Ox}) &= \frac{x_{P_2} - x_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_2})^2 + (y_P - y_{P_2})^2 + (z_P - z_{P_2})^2}}; \\ \cos(\widehat{Px, Oy}) &= \frac{y_{P_2} - y_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_2})^2 + (y_P - y_{P_2})^2 + (z_P - z_{P_2})^2}}; \\ \cos(\widehat{Px, Oz}) &= \frac{z_{P_2} - z_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_2})^2 + (y_P - y_{P_2})^2 + (z_P - z_{P_2})^2}}; \end{aligned} \quad (7.31)$$

În mod asemănător se consideră $\overline{PP}_3 [(x_{P_3} - x_P), (y_{P_3} - y_P), (z_{P_3} - z_P)]$ și $\overline{PP}_1 [(x_{P_1} - x_P), (y_{P_1} - y_P), (z_{P_1} - z_P)]$ vectori directori ai axelor Py , respectiv Pz ; unghiurile dintre axele Py , respectiv Pz și Ox , Oy , Oz se pot determina pe baza relațiilor:

$$\begin{aligned}\cos(\widehat{Py, Ox}) &= \frac{x_{P_3} - x_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_3})^2 + (y_P - y_{P_3})^2 + (z_P - z_{P_3})^2}}; \\ \cos(\widehat{Py, Oy}) &= \frac{y_{P_3} - y_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_3})^2 + (y_P - y_{P_3})^2 + (z_P - z_{P_3})^2}}; \\ \cos(\widehat{Py, Oz}) &= \frac{z_{P_3} - z_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_3})^2 + (y_P - y_{P_3})^2 + (z_P - z_{P_3})^2}};\end{aligned}\tag{7.32}$$

$$\begin{aligned}\cos(\widehat{Pz, Ox}) &= \frac{x_{P_1} - x_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_1})^2 + (y_P - y_{P_1})^2 + (z_P - z_{P_1})^2}}; \\ \cos(\widehat{Pz, Oy}) &= \frac{y_{P_1} - y_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_1})^2 + (y_P - y_{P_1})^2 + (z_P - z_{P_1})^2}}; \\ \cos(\widehat{Pz, Oz}) &= \frac{z_{P_1} - z_P}{\sqrt{(x_P - x_{P_1})^2 + (y_P - y_{P_1})^2 + (z_P - z_{P_1})^2}}.\end{aligned}\tag{7.33}$$

Ca urmare se poate determina matricea de situare, de forma (7.8).

7.2.2. Dispozitivul de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a șase fire inextensibile

În figura 7.11 se prezintă dispozitivul de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a șase fire.

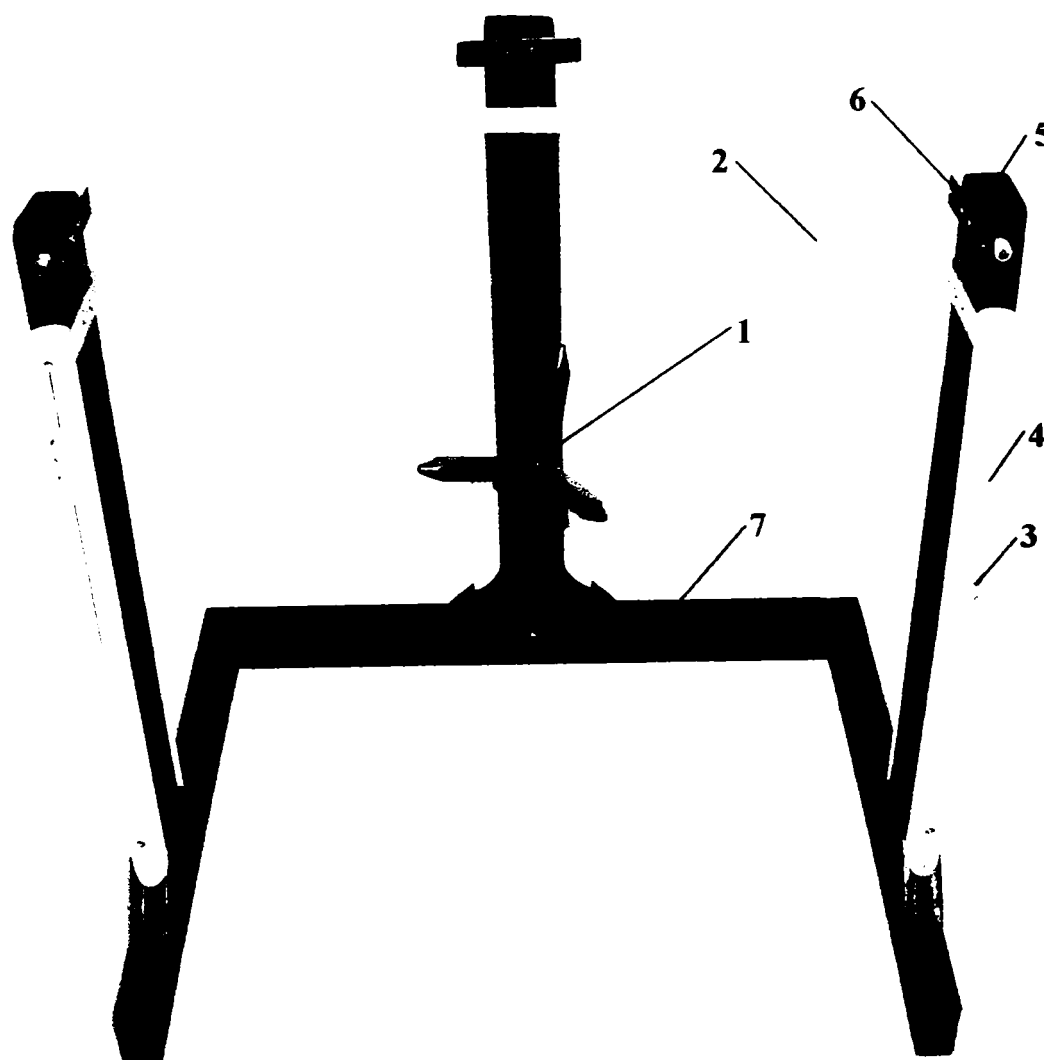


Fig. 7.11. Dispozitivul de determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul a șase fire.

Acesta este compus din:

- sistemul de referință mobil (1), realizat cu ajutorul unor corpuri din textolit; în partea inferioară prezintă un șurub prin intermediul căruia se solidarizează cu platforma mobilă;
- 6 fire inextensibile (2), legate la un capăt de sistemul de referință mobil (1), iar la celălalt de câte un cursor gradat (3), care culisează de-a lungul ghidajelor gradate (4), fixate de coloanele suport (5);
- plăcuțele (6) care asigură o poziționare precisă a firului; firul are grosimea de 0,3 mm iar diametrul orificiului din plăcuță este $\phi 0,5$ mm.
- suportul (7) care se solidarizează cu batiul robotului în mod analog cu cel prezentat în § 7.1.2.

Principiul de măsurare a lungimii firului este identic cu principiul de măsurare al șublerului. Precizia de măsurare este de 0,1 [mm].

În figura 7.12, a, este prezentată construcția unui cursor prevăzut cu un șurub (1) de reglare fină a lungimii firului și cu o piuliță de blocare (2) a șurubului. Distanța între două gradații consecutive ale cursorului este de 1,9 [mm]. În figura 7.12, b, este prezentat ansamblul cursor - ghidaj. Distanța între două gradații consecutive ale ghidajului este de 1 [mm].

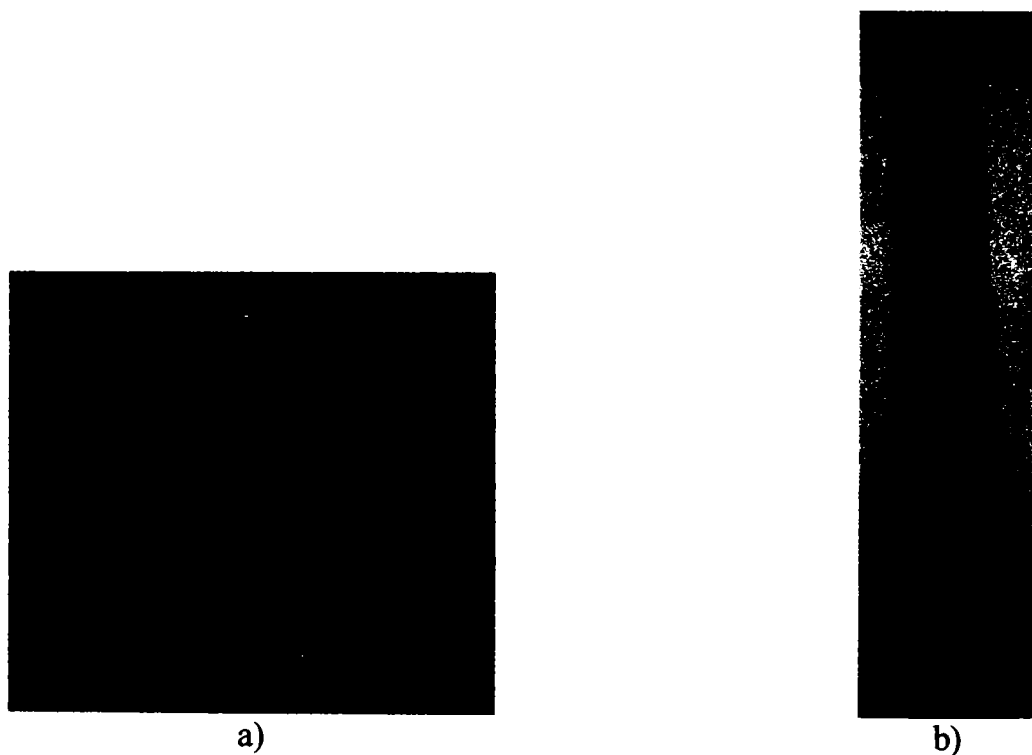


Fig. 7.12. Cursorul (a) și ansamblul cursor - ghidaj (b).

Pentru evitarea blocării, firele sunt petrecute peste câte o rolă, ca în figura 7.13.



Fig. 7.13. Rolă pentru evitarea blocării firului.

În fig. 7.14 este prezentat dispozitivul de măsurare cu fire solidarizat cu batiul robotului.

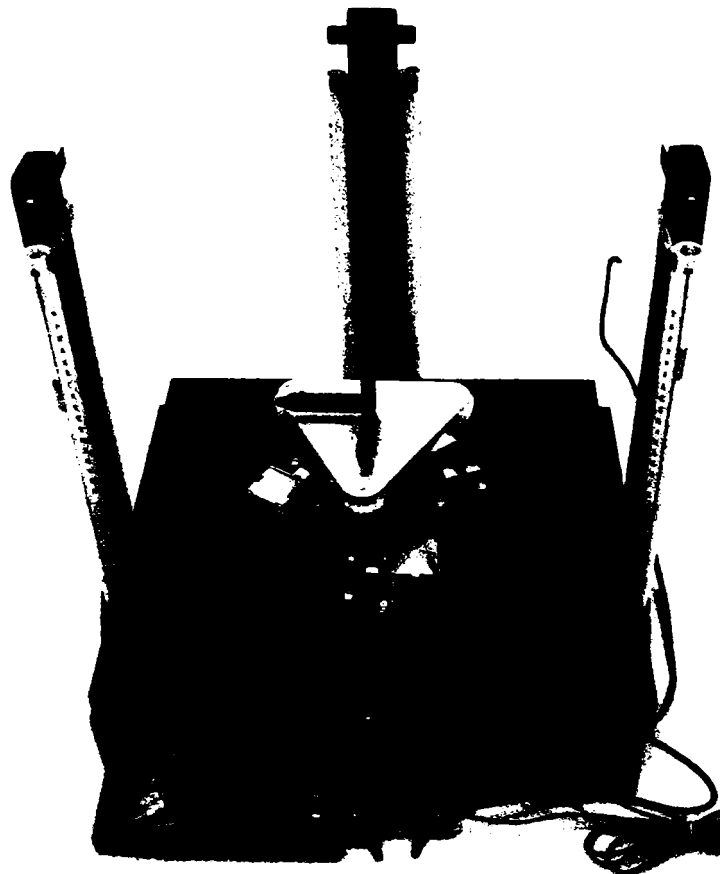


Fig. 7.14. Dispozitivul de măsurare cu fire solidarizat cu batiul robotului.

7.2.3. Rezultate experimentale

Se exemplifică modul de calcul pentru cazul în care parametrii de intrare sunt:

$$\begin{aligned} {}^{A_1}\beta_{A_1} &= 59,4 [^\circ]; \\ {}^{A_2}\beta_{A_2} &= 30,6 [^\circ]; \\ {}^{A_3}\beta_{A_3} &= 0 [^\circ]. \end{aligned} \tag{7.34}$$

Conform figurii 7.10, valorile distanțelor care definesc sistemul de referință Pxyz sunt:

$$\begin{aligned} (PP_1) &= 70 \text{ [mm]}; \\ (PP_2) &= 71,4 \text{ [mm]}; \\ (PP_3) &= 71,4 \text{ [mm]}; \\ (P_1P_2) &= 99,7 \text{ [mm]}; \\ (P_2P_3) &= 101,3 \text{ [mm]}; \\ (P_1P_3) &= 99,7 \text{ [mm]}. \end{aligned} \tag{7.35}$$

În raport cu sistemul de referință fix Oxyz punctele R_1, R_2, R_3, R_4, R_5 și R_6 au coordonatele:

$$\begin{aligned}
 R_1 & (198,5; 59,5; 319,2); \\
 R_2 & (-30,4; -198; 319,2); \\
 R_3 & (198,5; 0; 319,1); \\
 R_4 & (198,5; 0; 320,2); \\
 R_5 & (29,6; -198; 319); \\
 R_6 & (-198,5; 60,2; 320);
 \end{aligned}
 \tag{7.36}$$

Pentru parametrii de intrare (7.35), valorile distanțelor $P_1R_1, P_1R_2, P_1R_3, P_2R_4, P_2R_5$ și P_3R_6 , măsurate cu ajutorul firelor, sunt:

$$\begin{aligned}
 (P_1R_1) & = 254,1 \text{ [mm]}; \\
 (P_1R_2) & = 187,2 \text{ [mm]}; \\
 (P_1R_3) & = 195,5 \text{ [mm]}; \\
 (P_2R_4) & = 190,6 \text{ [mm]}; \\
 (P_2R_5) & = 228,5 \text{ [mm]}; \\
 (P_3R_6) & = 228,3 \text{ [mm]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.37}$$

Introducând valorile distanțelor P_1R_1, P_1R_2, P_1R_3 și ale coordonatelor punctelor R_1, R_2 și R_3 în sistemul de ecuații (7.27), acesta devine:

$$\begin{cases}
 (254,1)^2 = (x_{P_1} - 198,5)^2 + (y_{P_1} - 59,5)^2 + (z_{P_1} - 319,2)^2; \\
 (187,2)^2 = (x_{P_1} + 30,4)^2 + (y_{P_1} + 198)^2 + (z_{P_1} - 318,9)^2; \\
 (195,5)^2 = (x_{P_1} + 198,5)^2 + (y_{P_1} - 0)^2 + (z_{P_1} - 319,1)^2.
 \end{cases}
 \tag{7.38}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (7.38) se obțin coordonatele punctului P_1 :

$$\begin{aligned}
 x_{P_1} & = -24,163 \text{ [mm]}; \\
 y_{P_1} & = -30,285 \text{ [mm]}; \\
 z_{P_1} & = 235,975 \text{ [mm]};
 \end{aligned}
 \tag{7.39}$$

și

$$\begin{aligned}
 x_{P_1} & = -24,178 \text{ [mm]}; \\
 y_{P_1} & = -30,466 \text{ [mm]}; \\
 z_{P_1} & = 402,191 \text{ [mm]}.
 \end{aligned}
 \tag{7.40}$$

Deoarece pe verticală poziția punctului P_1 nu poate depăși valoarea:

$$z_{\max_{P_1}} = (A_iB_i) + (B_iC_i) + (C_iP)_z + (PP_1) = 60 + 95 + 35,7 + 70 = 260,7 \text{ [mm]}, \quad (i = 1, 2, 3),$$

rezultă că punctul P_1 nu poate ocupa poziția corespunzătoare lui $z_{P_1} = 402,191$ [mm], ca urmare se alege setul de soluții (7.39).

Introducând valorile distanțelor P_2P_1 , P_2R_4 , P_2R_5 și ale coordonatelor punctelor P_1 , R_4 și R_5 în sistemul de ecuații (7.28), acesta devine:

$$\begin{cases} (99,7)^2 = (x_{P_2} + 24,163)^2 + (y_{P_2} + 30,285)^2 + (z_{P_2} - 235,975)^2; \\ (190,6)^2 = (x_{P_2} - 198,5)^2 + (y_{P_2} - 0)^2 + (z_{P_2} - 320,2)^2; \\ (228,5)^2 = (x_{P_2} - 29,6)^2 + (y_{P_2} + 198)^2 + (z_{P_2} - 319)^2. \end{cases} \quad (7.41)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (7.41) se obțin coordonatele punctului P_2 :

$$\begin{aligned} x_{P_2} &= 61,691 \text{ [mm]}; \\ y_{P_2} &= -13,429 \text{ [mm]}; \\ z_{P_2} &= 188,173 \text{ [mm]}; \end{aligned} \quad (7.42)$$

și

$$\begin{aligned} x_{P_2} &= 10,592 \text{ [mm]}; \\ y_{P_2} &= 29,435 \text{ [mm]}; \\ z_{P_2} &= 307,847 \text{ [mm]}. \end{aligned} \quad (7.43)$$

Deoarece pe verticală poziția punctului P_2 nu poate depăși valoarea

$$z_{\max_{P_2}} = (A_iB_i) + (B_iC_i) + (C_iP)_z = 60 + 95 + 35,7 = 190,7 \text{ [mm]}, \quad (i = 1, 2, 3),$$

rezultă că punctul P_2 nu poate ocupa poziția corespunzătoare lui $z_{P_2} = 307,847$ [mm], ca urmare se alege setul de soluții (7.42).

Introducând valorile distanțelor P_3P_1 , P_3P_2 , P_3R_6 și ale coordonatelor punctelor P_1 , P_2 și R_6 în sistemul de ecuații (7.29), acesta devine:

$$\begin{cases} (99,7)^2 = (x_{P_3} + 24,163)^2 + (y_{P_3} + 30,285)^2 + (z_{P_3} - 235,975)^2; \\ (101,3)^2 = (x_{P_3} - 61,691)^2 + (y_{P_3} + 13,429)^2 + (z_{P_3} - 188,173)^2; \\ (228,3)^2 = (x_{P_3} + 198,5)^2 + (y_{P_3} - 60,2)^2 + (z_{P_3} - 320)^2. \end{cases} \quad (7.44)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (7.44) se obțin coordonatele punctului P_3 :

$$\begin{aligned} x_{P_3} &= -11,051 \text{ [mm]}; \\ y_{P_3} &= 57,055 \text{ [mm]}; \\ z_{P_3} &= 189,716 \text{ [mm]}; \end{aligned} \quad (7.45)$$

și

$$\begin{aligned}x_{P_1} &= 13,805 \text{ [mm]}; \\y_{P_1} &= 61,902 \text{ [mm]}; \\z_{P_1} &= 236,067 \text{ [mm]}.\end{aligned}\tag{7.46}$$

Deoarece pe verticală poziția punctului P_2 nu poate depăși valoarea

$$z_{\max_{P_i}} = (A_i B_i) + (B_i C_i) + (C_i P)_z = 60 + 95 + 35,7 = 190,7 \text{ [mm]}, \quad (i = 1, 2, 3)$$

rezultă că punctul P_3 nu poate ocupa poziția corespunzătoare lui $z_{P_3} = 236,067 \text{ [mm]}$, ca urmare se alege setul de soluții (7.45).

Introducând valorile distanțelor PP_1 , PP_2 , PP_3 și ale coordonatelor punctelor P_1 , P_2 și P_3 în sistemul de ecuații (7.30), acesta devine:

$$\begin{cases} (70)^2 = (x_p + 24,163)^2 + (y_p + 30,285)^2 + (z_p - 235,975)^2; \\ (71,4)^2 = (x_p - 61,691)^2 + (y_p + 13,429)^2 + (z_p - 188,173)^2; \\ (71,4)^2 = (x_p + 11,051)^2 + (y_p - 57,055)^2 + (z_p - 189,716)^2. \end{cases}\tag{7.47}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (7.21) se obțin coordonatele punctului P :

$$\begin{aligned}x_p &= -7,489 \text{ [mm]}; \\y_p &= -11,645 \text{ [mm]}; \\z_p &= 170,595 \text{ [mm]};\end{aligned}\tag{7.48}$$

și

$$\begin{aligned}x_p &= 24,531 \text{ [mm]}; \\y_p &= 19,898 \text{ [mm]}; \\z_p &= 239,226 \text{ [mm]}.\end{aligned}\tag{7.49}$$

Deoarece pe verticală poziția punctului P_2 nu poate depăși valoarea

$$z_{\max_{P_i}} = (A_i B_i) + (B_i C_i) + (C_i P)_z = 60 + 95 + 35,7 = 190,7 \text{ [mm]}, \quad (i = 1, 2, 3),$$

rezultă că punctul P nu poate ocupa poziția corespunzătoare lui $z_p = 239,226 \text{ [mm]}$, ca urmare se alege setul de soluții (7.48).

Utilizând relațiile (7.31) – (7.33), se calculează unghiurile dintre axele sistemului de referință mobil și ale celui fix.

Pentru alți parametri de intrare, respectiv alte situații ale sistemului de referință atașat platformei mobile, se procedează în mod analog.

În tabelele 7.4 și 7.5 se prezintă parametrii de intrare și de ieșire pentru diferite situații ale platformei mobile.

Tab. 7.4. Lungimile $P_1R_1, P_1R_2, P_1R_3, P_2R_4, P_2R_5, P_3R_6$ ale firelor.

Nr. crt.	Parametri de intrare ${}^{A_1}\beta_{A_1}; {}^{A_2}\beta_{A_2}; {}^{A_3}\beta_{A_3}$ [°]	Parametri de ieșire					
		P_1R_1 [mm]	P_1R_2 [mm]	P_1R_3 [mm]	P_2R_4 [mm]	P_2R_5 [mm]	P_3R_6 [mm]
1.	-90; -90; -90	250,0	244,6	242,6	245,8	293,9	286,5
2.	0; 0; 0	241,8	210,4	206,8	179,0	242,4	235,6
3.	90; 90; 90	250,1	244,2	243,1	246,2	291,7	288,9
4.	30,6; 90; 30,6	212,0	214,0	262,1	235,8	281,4	260,7
5.	30,6; 30,6; 90	223,4	271,6	232,4	209,8	270,7	285,9
6.	90; 30,6; 30,6	278,8	199,3	190,7	197,9	226,8	233,8
7.	0; 30,6; 30,6	207,4	219,0	220,2	191,3	249,8	248,6
8.	30,6; 30,6; 30,6	220,2	211,9	210,3	190,6	245,9	244,4
9.	59,4; 30,6; 0	254,1	187,2	195,5	190,6	228,5	228,3
10.	25,2; 70,2; 14,4	212,5	201,7	246,8	217,9	264,8	250,0

Tab. 7.5. Coordonatele punctelor aparținând sistemului de referință mobil Pxyz.

Nr. crt.	Parametri de intrare ${}^{A_1}\beta_{A_1}; {}^{A_2}\beta_{A_2}; {}^{A_3}\beta_{A_3}$ [°]	Parametri de ieșire											
		X_{P_1} [mm]	Y_{P_1} [mm]	Z_{P_1} [mm]	X_{P_2} [mm]	Y_{P_2} [mm]	Z_{P_2} [mm]	X_{P_3} [mm]	Y_{P_3} [mm]	Z_{P_3} [mm]	X_P [mm]	Y_P [mm]	Z_P [mm]
1.	-90; -90; -90	-0,188	0,609	179,362	72,173	5,151	110,927	-2,677	73,408	111,287	0,854	2,121	109,386
2.	0; 0; 0	-0,068	1,960	260,900	72,771	4,447	192,868	-1,805	72,978	190,946	1,452	1,652	190,917
3.	90; 90; 90	0,174	-0,190	179,007	71,461	0,408	109,308	-0,444	71,759	109,992	0,062	0,367	109,009
4.	30,6; 90; 30,6	38,436	-26,921	210,320	73,952	-4,030	120,017	14,792	61,189	170,100	9,180	-7,066	149,906
5.	30,6; 30,6; 90	2,159	49,998	213,052	72,079	11,706	153,177	1,751	74,695	116,461	0,703	13,547	153,309
6.	90; 30,6; 30,6	-43,131	-29,874	212,636	52,167	-14,419	187,749	-17,418	57,524	172,134	-10,470	-11,089	153,641
7.	0; 30,6; 30,6	10,498	5,818	250,004	74,960	0,389	174,141	3,966	72,619	176,281	3,847	1,341	180,465
8.	30,6; 30,6; 30,6	-0,783	-0,720	247,451	71,136	-0,582	178,403	0,451	71,976	179,231	-0,248	0,601	177,466
9.	59,4; 30,6; 0	-24,163	-30,285	235,975	61,691	-13,429	188,173	-11,051	57,055	189,716	-7,489	-11,645	170,595
10.	25,2; 70,2; 14,4	28,600	-28,538	226,789	74,724	-7,203	141,013	10,450	59,046	182,747	6,845	-9,486	163,042

În continuare se prezintă matricele de situare determinate experimental cu dispozitivul cu raze fire pe baza relației (7.8), ${}^{PF_3}S_{PM_3, \text{expf}}$, precum și matricele eroare de situare $\Delta_f^{PF_3}S_{PM_3}$, obținute prin diferențele dintre matricele de situare determinate teoretic și matricele de situare determinate experimental:

$${}^{PF_3}S_{PM_3, \text{expf}}(-90; -90; -90) = \begin{bmatrix} 0,991 & -0,049 & -0,015 & 0,854 \\ 0,042 & 0,997 & -0,020 & 2,121 \\ 0,022 & 0,035 & 0,999 & 109,386 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (7.50)$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM,}(-90; -90; -90) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM,}(-90; -90; -90) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM, \exp f}(-90; -90; -90) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 109,355 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,991 & -0,049 & -0,015 & 0,854 \\ 0,042 & 0,997 & -0,020 & 2,121 \\ 0,022 & 0,035 & 0,999 & 109,386 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -0,009 & 0,049 & 0,015 & -0,854 \\ -0,042 & 0,003 & 0,020 & -2,121 \\ -0,022 & -0,035 & 0,001 & -0,031 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.51}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM, \exp f}(0; 0; 0) = \begin{bmatrix} 0,999 & -0,046 & -0,022 & 1,452 \\ 0,039 & 0,999 & 0,004 & 1,652 \\ 0,028 & 0,000 & 0,998 & 190,917 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.52}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM,}(0; 0; 0) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM,}(0; 0; 0) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM, \exp f}(0; 0; 0) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 190,700 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & -0,046 & -0,022 & 1,452 \\ 0,039 & 0,999 & 0,004 & 1,652 \\ 0,027 & 0,000 & 0,998 & 190,917 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & 0,046 & 0,022 & -1,452 \\ -0,039 & 0,001 & -0,004 & -1,652 \\ -0,027 & 0,000 & -0,002 & -0,217 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.53}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM, \exp f}(90; 90; 90) = \begin{bmatrix} 0,999 & -0,007 & 0,002 & 0,062 \\ 0,002 & 1,000 & -0,008 & 0,367 \\ 0,004 & 0,014 & 1,000 & 109,009 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.54}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(90; 90; 90) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(90; 90; 90) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{exp } f}(90; 90; 90) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 109,355 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & -0,007 & 0,002 & 0,062 \\ 0,002 & 1,000 & -0,008 & 0,367 \\ 0,004 & 0,014 & 1,000 & 109,009 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & 0,007 & -0,002 & -0,062 \\ -0,002 & 0,000 & 0,008 & -0,367 \\ -0,042 & -0,014 & 0,000 & 0,346 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.55}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{exp } f}(30,6; 90; 30,6) = \begin{bmatrix} 0,907 & 0,079 & 0,418 & 9,180 \\ 0,043 & 0,956 & -0,284 & -7,066 \\ -0,419 & 0,283 & 0,863 & 149,906 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.56}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 90; 30,6) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 90; 30,6) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{exp } f}(30,6; 90; 30,6) \\
&= \begin{bmatrix} 0,887 & 0,065 & 0,458 & 11,620 \\ 0,065 & 0,962 & -0,264 & -6,709 \\ -0,458 & 0,264 & 0,849 & 152,834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,907 & 0,079 & 0,418 & 9,180 \\ 0,043 & 0,956 & -0,284 & -7,066 \\ -0,419 & 0,283 & 0,863 & 149,906 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -0,020 & -0,014 & 0,040 & 2,440 \\ 0,022 & 0,006 & 0,020 & 0,357 \\ -0,039 & -0,019 & -0,014 & 2,928 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.57}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{exp } f}(30,6; 30,6; 90) = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,015 & 0,021 & 0,703 \\ -0,026 & 0,856 & 0,521 & 13,547 \\ -0,002 & -0,516 & 0,853 & 153,309 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.58}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(30,6;30,6;90) &= {}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(30,6;30,6;90) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_1, \text{expf}}(30,6;30,6;90) \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,849 & 0,529 & 13,417 \\ 0 & -0,529 & 0,849 & 152,834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & 0,015 & 0,021 & 0,703 \\ -0,026 & 0,856 & 0,521 & 13,547 \\ -0,002 & -0,516 & 0,853 & 153,309 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & -0,015 & -0,021 & -0,703 \\ 0,026 & -0,007 & 0,008 & -0,130 \\ 0,002 & -0,013 & -0,004 & -0,475 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{7.59}
\end{aligned}$$

$${}^{PF_1} \underline{S}_{PM_1, \text{expf}}(90;30,6;30,6) = \begin{bmatrix} 0,877 & -0,097 & -0,467 & -10,470 \\ -0,047 & 0,961 & -0,268 & -11,089 \\ 0,478 & 0,259 & 0,843 & 153,641 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.60}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_1} \underline{S}_{PM_1}(90;30,6;30,6) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_1}(90;30,6;30,6) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_1, \text{expf}}(90;30,6;30,6) \\
&= \begin{bmatrix} 0,887 & -0,065 & -0,458 & -11,620 \\ -0,065 & 0,962 & -0,264 & -6,709 \\ 0,458 & 0,264 & 0,849 & 152,834 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,877 & -0,097 & -0,467 & -10,470 \\ -0,047 & 0,961 & -0,268 & -11,089 \\ 0,478 & 0,259 & 0,843 & 153,641 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,010 & 0,032 & 0,009 & -1,15 \\ -0,018 & 0,001 & 0,004 & 4,299 \\ -0,020 & 0,005 & 0,006 & -0,807 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \tag{7.61}
\end{aligned}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_1, \text{expf}}(0;30,6;30,6) = \begin{bmatrix} 0,996 & 0,002 & 0,095 & 3,847 \\ -0,013 & 0,998 & 0,064 & 1,341 \\ -0,089 & -0,059 & 0,993 & 180,465 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.62}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(0; 30,6; 30,6) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(0; 30,6; 30,6) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \exp f}(0; 30,6; 30,6) = \\
&= \begin{bmatrix} 0,994 & -0,003 & 0,107 & 4,066 \\ -0,003 & 0,998 & 0,062 & 2,347 \\ -0,107 & -0,062 & 0,992 & 181,492 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,996 & 0,002 & 0,095 & 3,847 \\ -0,013 & 0,998 & 0,064 & 1,341 \\ -0,089 & -0,059 & 0,993 & 180,465 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -0,002 & -0,001 & 0,012 & 0,219 \\ 0,010 & 0,000 & -0,002 & 1,006 \\ 0,018 & -0,003 & -0,001 & 1,027 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.63}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \exp f}(30,6; 30,6; 30,6) = \begin{bmatrix} 0,999 & 0,010 & -0,008 & -0,248 \\ -0,017 & 0,999 & -0,019 & 0,601 \\ 0,013 & 0,025 & 0,999 & 177,466 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.64}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 30,6; 30,6) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(30,6; 30,6; 30,6) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \exp f}(30,6; 30,6; 30,6) = \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 177,301 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,999 & 0,010 & -0,008 & -0,248 \\ -0,017 & 0,999 & -0,019 & 0,601 \\ 0,013 & 0,025 & 0,999 & 177,466 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & -0,010 & 0,008 & 0,248 \\ 0,017 & 0,001 & 0,019 & -0,601 \\ -0,013 & -0,025 & 0,001 & -0,165 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};
\end{aligned} \tag{7.65}$$

$${}^{FP_3} \underline{S}_{MP_3, \exp f}(59,4; 30,6; 0) = \begin{bmatrix} 0,974 & -0,050 & -0,238 & -7,489 \\ -0,025 & 0,962 & -0,266 & -11,645 \\ 0,246 & 0,268 & 0,934 & 170,595 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.66}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{FP_1} \underline{S}_{MP_1}(59,4; 30,6; 0) &= {}^{FP_1} \underline{S}_{MP_1}(59,4; 30,6; 0) - {}^{FP_1} \underline{S}_{MP_1, \text{expf}}(59,4; 30,6; 0) = \\
&= \begin{bmatrix} 0,975 & -0,029 & -0,219 & -5,745 \\ -0,029 & 0,966 & -0,256 & -9,463 \\ 0,219 & 0,256 & 0,941 & 170,093 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,974 & -0,050 & -0,238 & -7,489 \\ -0,025 & 0,962 & -0,266 & -11,645 \\ 0,246 & 0,268 & 0,934 & 170,595 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} 0,001 & 0,031 & 0,019 & 1,744 \\ -0,004 & 0,004 & 0,010 & 2,182 \\ -0,027 & -0,012 & 0,007 & -0,502 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.67}
\end{aligned}$$

$${}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expf}}(25,2; 70,2; 14,4) = \begin{bmatrix} 0,950 & 0,050 & 0,311 & 6,845 \\ 0,032 & 0,960 & -0,272 & -9,486 \\ -0,309 & 0,276 & 0,911 & 163,042 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \tag{7.68}$$

$$\begin{aligned}
\Delta_f^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(25,2; 70,2; 14,4) &= {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3}(25,2; 70,2; 14,4) - {}^{PF_3} \underline{S}_{PM_3, \text{expf}}(25,2; 70,2; 14,4) = \\
&= \begin{bmatrix} 0,940 & 0,046 & 0,338 & 8,757 \\ 0,046 & 0,965 & -0,258 & -8,294 \\ -0,338 & 0,258 & 0,905 & 165,913 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,950 & 0,050 & 0,311 & 6,845 \\ 0,032 & 0,960 & -0,272 & -9,486 \\ -0,309 & 0,276 & 0,911 & 163,042 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
&= \begin{bmatrix} -0,010 & -0,004 & 0,027 & 1,912 \\ 0,014 & 0,005 & 0,014 & 1,192 \\ -0,029 & -0,018 & -0,006 & 2,871 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{7.69}
\end{aligned}$$

7.3. Comparație între metodele de determinare a situării sistemului de referință atașat punctului caracteristic prezentate

Metoda de determinare a situării sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul **razelor laser** prezintă următoarele avantaje și dezavantaje:

Avantaje:

- instalația de măsurare prezintă simplitate constructivă și costuri de fabricație și de întreținere relativ reduse;
- precizie de determinare a situării punctului cracteristic relativ ridicată;
- nu implică un contact direct suplimentar între dispozitivul de ghidare și mediu.

Dezavantaje:

- necesită o sursă de energie suplimentară pentru obținerea razelor laser;
- greutatea sistemului de producere a razelor este suportată de dispozitivul de ghidare;
- determinările se pot realiza doar pentru un număr redus de situații ale punctului caracteristic datorită faptului că razele laser pot depăși panoul gradat pe care se citesc pozițiile punctelor X_1 , Y_1 , Z_1 ;
- pot apare erori de măsurare a distanțelor dintre panoul gradat și batiu;
- apar erori de citire ale pozițiilor punctelor X_1 , Y_1 , Z_1 datorită faptului că proiecția spotului luminos pe panoul gradat nu este un punct, ci are formă ovoidală;
- calculul este laborios, însă se poate realiza ușor cu ajutorul unui program specializat.

Metoda de determinare a situării sistemului de referință atașat punctului caracteristic cu ajutorul **firelor inextensibile** prezintă următoarele avantaje și dezavantaje:

Avantaje:

- instalația de măsurare prezintă simplitate constructivă și costuri de fabricație și de întreținere relativ reduse;
- precizie de determinare a situării punctului cracteristic relativ ridicată;
- determinările se pot realiza pentru toate situațiile punctului caracteristic, în tot volumul spațiului de lucru;

Dezavantaje:

- dispozitivul de ghidare interacționează cu mediul prin intermediul firelor, sub acțiunea greutatea cursorilor;
- pot apare erori de măsurare a distanțelor dintre găurile din plăcuțe și cele practicate în elementele sistemului de referință materializat, la calibrare;

- pot apare erori de măsurare a distanțelor la stabilirea coordonatelor centrelor găurilor din plăcuțe în raport cu sistemul de coordonate fix;
- pot apare alungiri sau ruperi ale firelor, fapt ce implică o calibrare periodică;
- apar erori datorită diferenței dintre diametrul firului și diametrele găurilor din elementele sistemului de referință materializat;
- ca și în cadrul metodei precedente, calculul este laborios, însă se poate efectua ușor cu ajutorul unui program specializat.

Cauzele comune care duc la apariția erorilor de măsurare sunt:

- abaterile dimensionale de execuție ale elementelor dispozitivului de ghidare;
- jocurile din cuplele cinematice de rotație și sferice;
- calibrarea instalațiilor de măsurare;
- erorile de citire a datelor experimentale.

8. COMPARAȚIE ÎNTRE REZULTATELE EXPERIMENTALE ȘI CELE OBTINUTE ÎN URMA MODELĂRII ȘI SIMULĂRII PE CALCULATOR

În cadrul acestui capitol se va stabili dacă determinările experimentale realizate verifică rezultatele obținute în urma modelării și simulării pe calculator.

Se pleacă de la expresia vectorului eroare de poziție:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p} - \bar{p}_{\text{exp}}, \quad (8.1)$$

în care: \bar{p} - vectorul de poziție teoretic;

\bar{p}_{exp} - vectorul de poziție determinat experimental.

Modulul vectorului eroare de poziție este:

$$\Delta p = \sqrt{(\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2 + (\Delta p_z)^2}, \quad (8.2)$$

în care Δp_x , Δp_y , Δp_z sunt proiecțiile vectorului eroare de poziție; valorile acestora sunt prezentate în ultima coloană a matricelor eroare de situare, determinate în capitolul 7.

Eroarea relativă a modulului vectorului de poziție se calculează cu relația:

$$\Delta p_{\text{rel}} = \frac{\Delta p}{p} \cdot 100 [\%]. \quad (8.3)$$

În tabelul 8.1 s-au centralizat valorile modulului vectorului eroare de poziție și ale erorii relative de poziție, pentru determinările experimentale realizate prin cele două metode expuse în capitolul 7.

Tab. 8.1. Valorile modului vectorului eroare de poziție și ale erorii relative de poziție.

Nr. crt.	Parametri de intrare $\alpha_1, \beta_{A_1}; \alpha_2, \beta_{A_2}; \alpha_3, \beta_{A_3}$ [°]	Modulul vectorului de poziție p [mm]	Metoda de măsurare cu raze laser		Metoda de măsurare cu fire	
			Modulul vectorului eroare de poziție Δp [mm]	Eroarea relativă Δp_{rel} [%]	Modulul vectorului eroare de poziție Δp [mm]	Eroarea relativă Δp_{rel} [%]
1.	-90; -90; -90	109,355	2,494	2,281	2,287	2,091
2.	0; 0; 0	190,700	2,409	1,263	2,210	1,159
3.	90; 90; 90	109,355	1,168	1,068	0,518	0,474
4.	30,6; 90; 30,6	153,421	-	-	3,828	2,495
5.	30,6; 30,6; 90	153,421	-	-	0,858	0,560
6.	90; 30,6; 30,6	153,421	-	-	4,523	2,948
7.	0; 30,6; 30,6	181,552	-	-	1,454	0,801
8.	30,6; 30,6; 30,6	177,301	0,831	0,469	0,671	0,378
9.	59,4; 30,6; 0	170,453	5,716	3,353	2,838	1,665
10.	25,2; 70,2; 14,4	166,351	5,200	3,126	3,650	2,194
Media			2,970	1,927	2,284	1,477

Se observă faptul că eroarea relativă de poziție maximă este $\Delta p_{rel \max} = 3,353$ [%].

Se apreciază că este o valoare relativ scăzută.

În figura 8.1 se prezintă un grafic comparativ între modulele vectorilor eroare de poziție în funcție de modulul vectorului de poziție.

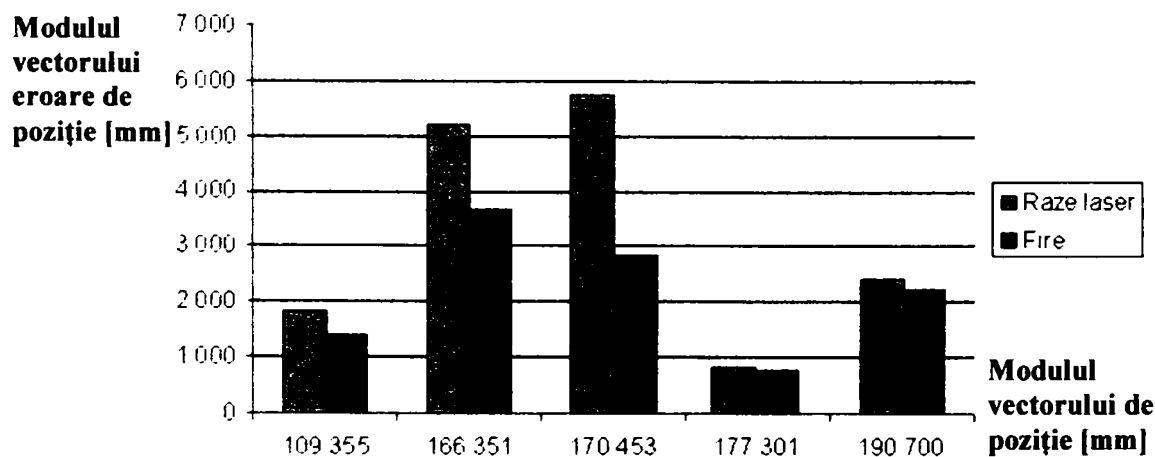


Fig. 8.1. Comparație între modulele vectorilor eroare de poziție.

Se observă că erorile rezultate în urma determinărilor cu dispozitivul de măsurare cu raze laser sunt în mod constant mai mari; se apreciază că în cazul calibrării cu o precizie ridicată a sistemului de referință P materializat, acestea vor scădea.

În ambele cazuri, erorile cresc cu creșterea unghiului dintre vectorul de poziție \bar{p} și axa Oz, fapt datorat măririi efectului jocurilor din cuplurile cinematice de rotație și sferice.

În concluzie, rezultatele experimentale validează rezultatele obținute în urma modelării și simulării pe calculator a mecanismului dispozitivului de ghidare cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3 \times RRS + PM_3$.

9. CONCLUZII FINALE

9.1. Etapa de documentare

În urma documentării se pot afirma următoarele:

- Au fost centralizate simbolurile cuplelor cinematice utilizate la schemele cinematice ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.
- S-au studiat diferite moduri de reprezentări simplificate ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.
- Analiza și sinteza mecanismelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă s-a realizat pentru cazuri particulare, utilizând diferite metode.
 - Determinarea frontierei spațiului de lucru este relativ complexă; utilizarea calculatorului este de un real ajutor.
 - Determinarea singularităților este foarte importantă pentru roboții cu topologie paralelă; în cazul acestora forțele din cuplele cinematice pot deveni periculoase pentru mecanismul dispozitivului de ghidare.
- Proprietățile roboților cu topologie paralelă sunt complementare celor cu topologie serială; roboții micști (hibridi), care au la bază dispozitive de ghidare cu topologie paralelă înseriate, înglobează avantajele ambelor tipuri însă complexitatea analizei și sintezei mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale acestora crește.
- Utilizând noțiunea de “conexiune” se poate elabora o metodă unitară și flexibilă de abordare a analizei și a sintezei mecanismelor cu topologie paralelă.

- Utilizând noțiunea de „Perechi de Sisteme de Referință” este posibilă elaborarea modelelor matematice de ordinele 0, 1 și 2 pentru orice structură a mecanismului dispozitivului de ghidare al unui robot.
- Au fost centralizate simbolurile cuplelor cinematice utilizate la schemele cinematice ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.
- S-au studiat diferite moduri de reprezentări simplificate ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă.

9.2. Contribuții originale ale autorului

În cadrul elaborării tezei de doctorat, autorul a avut următoarele contribuții originale:

- Sistematizarea schemelor structurale ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă.
- Dezvoltarea unei metode cu aplicabilitate generală de analiză și sinteză a mecanismelor dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă (valabilă de asemenea în cazul mecanismelor cu structuri cu contururi poligonale închise, plane sau spațiale), utilizând noțiunea de „conexiune”.
- Determinarea modelului matematic de calcul al situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic solidar cu platforma mobilă PM pentru cazul studiat experimental, utilizând noțiunea de “PeSiR”.
- Conceperea unor metode generale de determinare a spațiului de lucru pentru cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie serială și pentru cazul dispozitivelor de ghidare cu topologie paralelă.
- Modelarea pe calculator a unor dispozitive de ghidare având topologie paralelă și simularea funcționării acestora.
- Realizarea practică a unui robot având dispozitivul de ghidare cu topologie paralelă.
- Conceperea unei interfețe grafice interactive de comandă a motoarelor dispozitivului de ghidare.

- Conceperea unui program care să asigure generarea impulsurilor motoarelor pas cu pas.
- Proiectarea și realizarea practică a unui dispozitiv cu raze laser pentru determinarea situației în spațiu a sistemului de referință atașat punctului caracteristic.
- Proiectarea și realizarea practică a unui dispozitiv cu fire pentru determinarea situației în spațiu a sistemului de referință atașat punctului caracteristic.
- Conceperea modelelor matematice de determinare a matricei de situare a sistemului de referință atașat punctului caracteristic, aferent celor două metode, cu raze laser și cu fire.
- Determinarea experimentală a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic solidar cu platforma mobilă PM₃ prin cele două metode.
- Compararea valorilor obținute experimental prin cele două metode.
- **Validarea rezultatelor obținute în urma modelării și simulării pe calculator cu rezultatele obținute experimental, prin determinarea erorilor de situare a sistemului de referință atașat punctului caracteristic și valorile relativ scăzute ale acestora.**

9.3. Forme de valorificare a tezei de doctorat

Activitatea de pregătire, cercetare și dezvoltare din cadrul tezei de doctorat s-a concretizat și în:

- **11 lucrări științifice** în cadrul unor conferințe internaționale, simpozioane internaționale și reviste de specialitate, prezentate la bibliografie, dintre care:

- **unic autor a 7 lucrări științifice;**
- **coautor a 4 lucrări științifice;**

- elaborarea a **4 lucrări de laborator** la disciplinele „Roboți Industriali” și „Robotică”.

Robotul cu mecanismul dispozitivului de ghidare având topologie paralelă este utilizat în **scop didactic** în cadrul laboratorului de „Proiectarea Dispozitivelor și Roboți Industriali” al Facultății de Inginerie a Universității „Eftimie Murgu” din Reșița.

Cele două metode de **determinare a situației sistemului de referință atașat punctului caracteristic** pot fi utilizate atât pentru roboții cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având **topologie paralelă**, cât și pentru cei cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având **topologie serială**.

ANEXA 1**PROGRAM CE ASIGURĂ GENERAREA IMPULSURILOR
MOTOARELOR PAS CU PAS**

```
//Program ce asigura generarea impulsurilor motoarelor pas cu
pas
//Acest program compilat si asamblat genereaza codul binar in
format intel
//care este in scris in microcontroller

#include "delay.h"
#include <pic1687x.h>
#include <pic.h>
__CONFIG( WDTDIS & XT & UNPROTECT & DEBUGDIS & BORDIS & PWRTEN &
LVPEN );
#define OUTPUT 0
#define INPUT 1
#define bit_set(var,bitno) ((var) |= 1 << (bitno))
#define bit_clr(var,bitno) ((var) &= ~(1 << (bitno)))

//-----
//Rutina ce produce o intarziere exprimata in milisecunde
//-----

void DelayMs(unsigned char cnt)
{
#if XTAL_FREQ <= 2MHZ
do {
DelayUs(996);
} while(--cnt);
#endif
}
```

```
#if XTAL_FREQ > 2MHZ
    unsigned char i;
    do {
        i = 4;
        do {
            DelayUs(250);
        } while(--i);
    } while(--cnt);
#endif
}

//-----
//Rutina ce initializeaza UART-ul, comunicatia asincrona
//-----

void uart_init(void){//19200baud, fosc=4Mhz
    BRGH = 1;//vitezele mari
    SPBRG = 12;//din tabel
    SYNC = 0;//asincron
    SPEN = 1;//validare port serial
    CREN = 1;//validare receptie
    SREN = 0;//fara efect
    TXIE = 0;//invalidare intrerupere TX
    RCIE = 0;//invalidare intrerupere RX
    TX9 = 0;//transmisie pe 8 biti
    RX9 = 0;//receptie pe 8 biti
    TXEN = 1;//valideaza transmiterea
}

//-----
//Rutina care asteapta primirea unui octet de la calculator
//-----

unsigned char get_byte(void){
    while(!RCIF)continue;//RCIF = 1 cand buferul nu este gol
    return RCREG;
}

//-----
//Rutina care trimite la calculator un octet
//-----

void put_byte(unsigned char byte){
    while(!TXIF)continue;//TXIF = 1 cand buffer-ul este gol
    TXREG = byte;
}
```

```
//-----  
//Programul principal ,functia "main"  
//-----  
  
main(){  
  
static unsigned char NrPasi;//declararea variabilelor si  
initializare acestora  
static unsigned char DirMotor;  
static unsigned char n;  
    DelayMs(200);  
    PORTB = 0;  
    TRISB = 0;  
    RC0 = 0;  
    RC1 = 0;  
    TRISC0 = 0;  
    TRISC1 = 0;  
  
    bit_set(PORTC,0);//incarca cu 0001b pe 74XX194  
    bit_set(PORTC,1);//cind s0 si s1 sunt simulta 1 logic  
    DelayMs(100);//si transfera la iesiri aceasta secventa  
        //pe frontul crescator al clockului  
    bit_set(PORTB,7);//s1 respectiv s0 trebuie sa fie 10  
sau  
    DelayMs(100);//01 pentru un sens respectiv sensul opus  
    bit_clr(PORTB,7);  
    DelayMs(100);  
    bit_clr(PORTC,1);  
    uart_init();  
  
//-----  
//Bucla "while" se repeta la infinit; ea asigura comunicatia si  
//generarea pasilor  
//-----  
  
while(1){  
  
    put_byte(255);//sunt pregatit sa execut comenzi!  
    while((get_byte())!=255);  
        NrPasi = get_byte();  
        DirMotor = get_byte();  
    switch(DirMotor){//Aici se determina sensul motoarelor  
        case 0:    bit_set(PORTC,0);//  
                  bit_clr(PORTC,1);//  
                  DelayMs(20);  
                  break;  
  
        case 1:    bit_clr(PORTC,0);//  
                  bit_set(PORTC,1);//  
                  DelayMs(20);
```

```
        break;
    }
    for(n=0;n<NrPasi;n++)//Aici se genereaza numarul de pasi
    {
        bit_set(PORTB,7);
        DelayMs(100);
        bit_clr(PORTB,7);
        DelayMs(100);
    }
}

while(1);

}
```

ANEXA 2

**PROGRAM PENTRU INTERFAȚA GRAFICĂ INTERACTIVĂ
DE COMANDĂ A MOTOARELOR PAS CU PAS**

```
Object = "{648A5603-2C6E-101B-82B6-000000000014}#1.1#0";
"MSCOMM32.OCX"
Begin VB.Form Form1
    Caption           = "PANOUL COMANDA MOTOARE"
    ClientHeight     = 4170
    ClientLeft       = 1935
    ClientTop        = 1440
    ClientWidth      = 6375
    LinkTopic        = "Form1"
    ScaleHeight      = 4170
    ScaleWidth       = 6375
    Begin VB.Frame Frame3
        Caption       = "Sens motor 3"
        Height        = 735
        Left          = 2160
        TabIndex      = 13
        Top           = 2160
        Width         = 1935
        Begin VB.OptionButton optSens3
            Caption    = "Trigonometric"
            Height     = 195
            Index      = 1
            Left       = 120
            TabIndex   = 15
            Top        = 480
            Width      = 1575
        End
    End
    Begin VB.OptionButton optSens3
        Caption    = "Sensul acelor"
        Height     = 195
        Index      = 0
        Left       = 120
        TabIndex   = 14
        Top        = 240
        Width      = 1695
    End
End
```

```
End
End
Begin VB.Frame Frame2
Caption      = "Sens motor 2"
Height      = 735
Left        = 2160
TabIndex    = 10
Top         = 1200
Width       = 1935
Begin VB.OptionButton optSens2
Caption      = "Trigonometric"
Height      = 195
Index       = 1
Left        = 120
TabIndex    = 12
Top         = 480
Width       = 1575
End
Begin VB.OptionButton optSens2
Caption      = "Sensul acelor"
Height      = 195
Index       = 0
Left        = 120
TabIndex    = 11
Top         = 240
Width       = 1575
End
End
Begin VB.Frame Frame1
Caption      = "Sens motor 1"
Height      = 735
Left        = 2160
TabIndex    = 7
Top         = 240
Width       = 1935
Begin VB.OptionButton optSens1
Caption      = "Trigonometric"
Height      = 195
Index       = 1
Left        = 120
TabIndex    = 9
Top         = 480
Width       = 1455
End
Begin VB.OptionButton optSens1
Caption      = "Sensul acelor"
Height      = 195
Index       = 0
Left        = 120
TabIndex    = 8
Top         = 240
Width       = 1455
End
End
Begin VB.ComboBox cboMotor3
```



```
Height          = 315
Left            = 600
TabIndex       = 5
Text           = "Comb1"
Top            = 2400
Width          = 1215
End
Begin VB.ComboBox cboMotor2
Height         = 315
Left          = 600
TabIndex     = 3
Text         = "Comb1"
Top         = 1440
Width       = 1215
End
Begin VB.CommandButton cmdSend
Caption       = "Executa"
Height      = 495
Left       = 4800
TabIndex  = 1
Top       = 2880
Width    = 1215
End
Begin VB.ComboBox cboMotor1
Height      = 315
Left       = 600
TabIndex  = 0
Text      = "Comb1"
Top      = 480
Width    = 1215
End
Begin MSCommLib.MSComm MSComm1
Left      = 5640
Top      = 0
_ExtentX = 1005
_ExtentY = 1005
_Version = 393216
DTREnable = -1 'True
End
Begin VB.Label TextValidare
Caption    = "Stand by"
Height    = 255
Left     = 4680
TabIndex = 16
Top     = 2400
Width   = 855
End
Begin VB.Label Label3
Caption    = "Motorul 3"
Height    = 255
Left     = 600
TabIndex = 6
Top     = 2160
Width   = 1335
End
```

```
Begin VB.Shape Semafor
    FillStyle      = 0 'Solid
    Height         = 255
    Left           = 5640
    Shape          = 3 'Circle
    Top            = 2400
    Width          = 375
End
Begin VB.Label Label2
    Caption        = "Motorul 2"
    Height         = 255
    Left           = 600
    TabIndex       = 4
    Top            = 1200
    Width          = 1215
End
Begin VB.Label Label1
    Caption        = "Motorul 1"
    Height         = 255
    Left           = 600
    TabIndex       = 2
    Top            = 240
    Width          = 1335
End
End
Attribute VB_Name = "Form1"
Attribute VB_GlobalNameSpace = False
Attribute VB_Creatable = False
Attribute VB_PredeclaredId = True
Attribute VB_Exposed = False
Dim Validare As Boolean
Private Sub cmdSend_Click()
    Const acelor1 As Long = 1
    Const trigol As Long = 2
    Const acelor2 As Long = 4
    Const trigo2 As Long = 8
    Const acelor3 As Long = 16
    Const trigo3 As Long = 32
    Dim NrPasi1 As Long
    Dim NrPasi2 As Long
    Dim NrPasi3 As Long
    Dim DirMotoare As Long

    DirMotoare = 0
    NrPasi1 = cboMotor1.ListIndex
    NrPasi2 = cboMotor2.ListIndex
    NrPasi3 = cboMotor3.ListIndex
    If optSens1(0).Value = True Then
        DirMotoare = DirMotoare Xor acelor1
    Else
        DirMotoare = DirMotoare Xor trigol
    End If
    If optSens2(0).Value = True Then
        DirMotoare = DirMotoare Xor acelor2
    Else
```

```
    DirMotoare = DirMotoare Xor trigo2
End If
If optSens3(0).Value = True Then
    DirMotoare = DirMotoare Xor acelor3
Else
    DirMotoare = DirMotoare Xor trigo3
End If
If Validare = True Then
MSComm1.Output = Chr$(255) & Chr$(DirMotoare) & Chr$(NrPasi1) &
Chr$(NrPasi2) & Chr$(NrPasi3)
End If
End Sub
```

```
Private Sub Form_Load()
Dim Pasi1 As Long
MSComm1.RThreshold = 2
MSComm1.InputLen = 1
For Pasi1 = 0 To 200
    cboMotor1.AddItem CStr(Pasi1)
Next Pasi1
    cboMotor1.ListIndex = 0

For Pasi1 = 0 To 200
    cboMotor2.AddItem CStr(Pasi1)
Next Pasi1
    cboMotor2.ListIndex = 0

For Pasi1 = 0 To 200
    cboMotor3.AddItem CStr(Pasi1)
Next Pasi1
    cboMotor3.ListIndex = 0
    TextValidare.Caption = "Stand by"
    Semafor.FillColor = &HFF&
    optSens1(0).Value = True
    optSens2(0).Value = True
    optSens3(0).Value = True

    MSComm1.RThreshold = 2
    MSComm1.InputLen = 1
    MSComm1.CommPort = 2
    MSComm1.Settings = "19200,N,8,1"
    MSComm1.PortOpen = True
```

```
End Sub
```

```
Private Sub Form_Unload(Cancel As Integer)
MSComm1.PortOpen = False
End Sub
```

```
Private Sub MSComm1_OnComm()
Dim Semnal As String
Dim Confirmare As Long

Semnal = MSComm1.Input
Confirmare = Asc(Semnal)
```

```
If Confirmare = 170 Then
Validare = True
Semafor.FillColor = &HFF00&
TextValidare.Caption = "Ready"
End If
End Sub
```

BIBLIOGRAFIE

A. Cărți și lucrări științifice

1. [Ang 94] Anghel, Șt.: “Mecanisme”, Ed. Univ. “Eftimie Murgu”, Reșița, 1994;
2. [Ara 02] Arai, T., Yuasa, K.: “A Hybrid Drive Parallel Arm For Heavy Material Handling”, IEEE Robotics And Automation Magazine, pag. 45 – 53, March 2002;
3. [Art 76] Artobolevski, I.: “Theorie des mecanismes et des machines”, Ed. Mir, Moscova, 1976;
4. [Bar 02] Bara, M., Brișan, C.: “Modelarea roboților hibridi cu topologie specială”, Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova, pag. 13 – 18, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
5. [Bes 99] Besnard, S., Khalil, W.: “Calibration of Parallel Robots Using Two inclinometers”, <http://www.ircyn.ec-nantes.fr/Equipes/Robotique/Publications>, 1999;
6. [Bel 01] Belda, K.: “Graphical Environment for the Simulation of the Control of Planar Redundant Parallel Robot”, www.phobos.vscht.cz/MATLAB00/belda.pdf, 2001;
7. [Bîz 01] Bîzdoacă, N.G.: “Arhitecturi de conducere neconvențională a roboților industriali”, teză de doctorat, Craiova, 2001;
8. [Ble 95] Blebea, I, Ispas, V.: “Calculul și construcția roboților industriali”, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1995;
9. [Bon 99a] Bonev, I.A., Ryu, J., "Orientation Workspace Analysis of 6-DOF Parallel Manipulators", ASME Design Engineering Technical Conferences (DETC '99), Las Vegas, NV, September 12-15, 1999, www.robot.gmc.ulaval.ca/~bonev/DAC_8646.pdf;
10. [Bon 99b] Bonev, I.A., Ryu, J.: "Workspace Analysis of 6-PRRS Parallel Manipulators Based on the Vertex Space Concept", ASME Design Engineering Technical Conferences (DETC '99), Las Vegas, NV, September 12-15, 1999, wwwrobot.gmc.ulaval.ca/~bonev/DAC_8647.pdf;
11. [Bon 00a] Bonev, I.A.: “Simulation of 3-RRR Planar Parallel Manipulators”, <http://www.parallemic.org/Software.html>;

12. [Bon 00b] Bonev, I.A.: “Simulation of 6-PUS Parallel Manipulators”,
<http://www.parallemic.org/Software.html>;
13. [Bos 93] Bostelman, R., Albus, J.: “Stability Of An Underwater Work Platform Suspended From An Unstable Reference”, www.isd.mel.nist.gov/documents/bostelman/Oceans_93.pdf;
14. [Bri 00] Brișan, C., Handra-Luca, V.: “Contribuții la sinteza structurală a mecanismelor paralele de tip cardan-translație-rotatie”, *Lucrările celui de-al XV-lea simpozion național cu participare internațională “ROBOTICĂ 2000”*, pag. 81-84, Oradea, 2000;
15. [Bri 02a] Brișan, C., Bara, M., Hiller, M.: “Modelling of Antropomorphic Mechanisms with Complex Topology”, *Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova*, pag. 19 – 24, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
16. [Bri 02b] Brișan, C., Franitza, D., Hiller, M.: “Aspecte privind planificarea traiectoriei în cazul tetroboților”, *Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova*, pag. 364 – 367, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
17. [Car 97] Carretero, J.A., Nahon, M., Gosselin, C.M., Buckham, B.: “Kinematic Analysis of a Three-DOF Parallel Mechanism for Telescope Applications”, *Proceedings of the 1997 ASME Design Engineering Technical Conference, Sacramento, California, 1997*;
18. [Car 98a] Carretero, J.A., Podhorodeski, R.P., Nahon, M.A.: “Architecture Optimization of a 3-DOF Parallel Mechanism”, *Proceedings of the 1998 ASME Design Engineering Technical Conference, 25th Biennial Mechanisms Conference, September 13-16 1998, Atlanta, Georgia*;
19. [Car 98b] Carretero, J.A. , Nahon, M.A., Podhorodeski, R.P.: “Workspace Analysis of a Three DOF Parallel Mechanism”, *Proceedings of the 1998 IROS Conference, October 13-17 1998, Victoria, British Columbia, Canada*, pp. 1021-1026;
20. [Car 99] Carretero, J.A., Podhorodeski, R.P., Nahon M.A., Gosselin, C.M.: “Kinematic Analysis and Optimization of a New three Degree of Freedom Parallel Manipulator”, *Journal of Mechanical Design*, Vol. 122, No. 1, pp. 17-24;
21. [Ceu 99] Ceușianu, A.: “Contribuții la modelarea locomoției roboților tetrapozi”, *teză de doctorat, Universitatea “Transilvania” Brașov*, 1999;
22. [Che 99] Chedmail, P., Dombre, E., Wenger, P.: “La CAO en Robotique”, Ed. Hermes, Paris, 1999;
23. [Cin 97] Cincu, C. ș.a.: “Dicționar tehnic Englez-Român”, Ed. Tehnică, București, 1997;
24. [Cla 88] Clavel, R.: “Delta, a Fast Robot with Parallel Geometry”, *Proceedings of the 18th ISIR, Lausanne*, 1988;

25. [Cra 84] Craig, J.: "Introduction To Robotics - Mechanics & Control", Addison- Wesley Publishing Company, 1984;
26. [Dav 86] Davidoviciu, A., Drăgănoiu, Gh., Moangă, A.: "Modelarea, simularea și comanda manipuletoarelor și roboților industriali", Ed. Tehnică, București, 1986;
27. [Dol 96] Dolga, V.: "Traductoare și senzori", UPT, Timișoara, 1996;
28. [Dră 95] Drăgulescu, D. ș.a.: "Planificarea mișcării roboților industriali", UTT, 1995;
29. [Dră 97] Drăgulescu, D.: "Dinamica roboților", Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1997;
30. [Dre 97] Dreucean, M.: "Modelarea fluxurilor de materiale și de informație în sisteme de fabricație flexibilă", referat doctorat nr. 2, Universitatea "Politehnica" Timișoara, 1997;
31. [Dri 85] Drimer, D. ș.a.: "Roboți industriali și manipuletoare", Ed. Tehnică, București, 1985;
32. [Dud 87] Dudiță, Fl., Diaconescu, D., Gogu, Dr.: "Curs de Mecanisme. Fascicula 4. Cinematica mecanismelor articulate. Mecanisme clasice. Robotomecanisme", Universitatea din Brașov, 1987;
33. [Dud 89] Dudiță, Fl.; Diaconescu, D.; Gogu, Gr.: "Mecanisme articulate", Ed. Tehnică, București, 1989;
34. [Fat 02] Fatah, A., Agrawal, S.: "Design Of Cable-Suspended Planar Parallel Robots For An Optimal Workspace", Proceedings Of The Workshop On Fundamental Issues And Future Research Directions For Parallel Mechanisms And Manipulators, pag. 195 - 202, Quebec, Canada, 3-4 October 2002;
35. [Ghi 95] Ghinea, M., Firețeanu, V.: "MATLAB. Calcul numeric - grafică - aplicații", Editura Teora, București, 1995;
36. [Gir 72] Giroveanu, I., Mihăescu, S., Slăvescu, M.: "Dicționar francez-român", Ed. Științifică, București, 1972;
37. [Gâr 98] Gârlașu, Șt.: "Teoria sistemelor", curs, Universitatea "Eftimie Murgu", Reșița, 1998;
38. [Gos 90] Gosselin, C.: "Determination of the workspace of 6-dof parallel manipulators", Trans. Of the ASME, J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, 1990;
39. [Gos 00] Gosselin, C.M., Zhang, D.: "Kinetostatic Modelling of n-DOF Parallel Mechanisms with a Passive Constraining Leg and Prismatic Actuators", 31st International Symposium on Robotics, pp. 71-76, Montreal, Canada, 2000;

40. [Gra 95] Grace, K.: "Kinematic Design of an Ophthalmic Surgery Robot and Feature Extracting Bilateral Manipulation", a dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois, 1995;
41. [Gre 00] Di Gregorio, R.: "Closed-form Solution of the Position Analysis of the Pure Translational 3-RUU Parallel Mechanism", The 8-th Symposium on Mechanisms and Mechanical Transmissions with International Participation, pp. 119-124, Timișoara, 2000;
42. [Gri 00] Grigorescu, S.M.: "Optimizarea sistemelor de fabricație flexibilă pentru prelucrări prin aşchiere/eroziune", teză de doctorat, Universitatea "Politehnica" din Timișoara, 2000;
43. [Han 80] Handra-Luca, V.: "Mecanisme", Lito, I.P. Cluj, 1980;
44. [Han 96] Handra-Luca, V.: "Roboți - structură, cinematică, caracteristici", Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1996;
45. [Han 00] Handra-Luca, V., Brișan, C.: "Contribuții la sinteza structurală a mecanismelor paralele de tip cardan-translație-cardan", Lucrările celui de-al XV-lea simpozion național cu participare internațională "ROBOTICĂ 2000", pag. 177-180, Oradea, 2000;
46. [Har 64] Hartenberg, R.; Denavit J.: "Kinematic Synthesis Of Linkages", Mc Grave-Hill Inc., New York, 1964;
47. [Hes 00] Hesselbach, J., Frindt, M.: "Structural Classification and Systematic Design of Machines Basing on Parallel Structures", 31st International Symposium on Robotics, pp. 65-70, Montreal, Canada, 2000;
48. [Huan 02] Huang, Z.; Li, Q.C.: "On The Type Synthesis Of Lower Mobility Parallel Manipulators", 2002;
49. [Hun 83] Hunt, K.H.: "Structural Kinematics of Parallel Actuated Robot Arms", Trans. Of the ASME, J. of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, Vol. 105, Mars 1983, p. 703-712;
50. [Ion 95] Ionete, C., Selișteanu, D., Petrișor, A.: "Proiectarea sistemică asistată de calculator în MATLAB", Reprografia Universității Craiova, 1995;
51. [Isp 99] Ispas, V.: "Roboți pentru aplicații speciale", Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1999;
52. [Itu 00a] Itul, T.P.: "Analiza singularităților manipuletoarelor paralele cu ghidare în trei puncte, de tip B", Lucrările celui de-al XV-lea simpozion național cu participare internațională "ROBOTICĂ 2000", pag. 187-192, Oradea, 2000;
53. [Itu 00b] Itul, T.P.: "The Inverse Geometrical Model of B Type Guiding in Three Points Parallel Mechanisms", The 8-th Symposium on Mechanisms and Mechanical Transmissions with International Participation, pp. 125-134, Timișoara, 2000;

54. [Ivă 94] Ivănescu., M.: “Roboți industriali”, Ed. Universitaria, Craiova, 1994;
55. [Kos 01] Kossowski, C., Notash, L.: “A Novel Wire Actuated Parallel Robot With Space Applications”, www.me.uvic.ca/~ram/2001_CCToMM_Symposium/papers/M3-01-015.pdf;
56. [Kov 76] Kovács, Fr.; Perju D.; Savii G.: “Metode noi în sinteza mecanismelor”, Ed. Facla, Timișoara, 1976;
57. [Kov 77a] Kovács, F.V., Perju, D.: “Mecanisme - Sinteza mecanismelor”, Lito I.P.T., Timișoara, 1977;
58. [Kov 77b] Kovács, F.V., Perju, D.: “Mecanisme - Analiza mecanismelor”, partea a II-a, Lito I.P.T., Timișoara, 1977;
59. [Kov 78] Kovács, Fr.; Perju D.; Crudu, M.: “Mecanisme - Analiza mecanismelor”, partea I, Lito I.P.T., Timișoara, 1978;
60. [Kov 82] Kovács, Fr.; Cojocaru, G.: “Manipulatoare, roboți și aplicațiile lor industriale”, Ed. Facla, Timișoara, 1982;
61. [Kov 92a] Kovács, F.V., Crudu, M., Perju, D.: “Mecanisme”, Lito U.T.T., Timișoara, 1992;
62. [Kov 92b] Kovács, Fr.; Perju D.; Mesaroș, A. V.; Savii G.: “Sinteza mecanismelor”, partea I și II, Lito U.T.T., Timișoara, 1992;
63. [Kov 92c] Kovács, F.V., Rădulescu, C.: “Roboți industriali”, vol. I, II, Universitatea Tehnică Timișoara, 1992;
64. [Kov 97] Kovács, F.V.: “Using the Concept “Connection” for Structural Analysis/Synthesis of Parallel Topology Robots”, The Seventh IFToMM International Symposium on Linkages and Computer Design Methods - Theory and Practice of Mechanisms - Bucharest, Romania, Vol. 2, pp. 189 - 194, 26 - 30 August 1997;
65. [Kov 98] Kovács, F.V.: “Position - Orientation and Displacement Analysis of Parallel Topology Robots Using the Concept ‘Connexion’”, University “Politehnica”, Timișoara;
66. [Kov 99a] Kovács, F.V.: “Utilizarea noțiunii de ‘conexiune cinematică’ în Teoria Mecanismelor și Robotică”, disertație prezentată în cadrul Universității Craiova, 1999;
67. [Kov 99b] Kovács, F.V., Tusz, F., Varga, Șt.: “Fabrica viitorului”, Ed. Multimedia International, Arad, 1999;
68. [Kov 00] Kovács, F.V., Varga, Șt., Pau, C.V.: “Introducere în Robotică”, Ed. Printech, București, 2000;
69. [Kov 01] Kovács, F.V.: “Noțiunea ‘Perechi de sisteme de referință’ (PeSiR) și unele utilizări în domeniul de știință tehnică”, *Robotica & Management*, Vol. 6, nr. 1, 2001, pag. 22-29;

70. [Kov 02a] Kovács, F.V.: “Kinetostatic Model of Robotic Joints Using the Concept ‘Pair Of Frames’”, *Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova*, pag. 47 – 54, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
71. [Kov 02b] Kovács, F.V., Ajwah, G.: “Kinetoelastostatical Model Of Robotic Guiding Devices with Serial Topology”, *Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova*, pag. 217 – 221, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
72. [Kov 02c] Kovács, F.V.: “New Method for the Computing of Relative Position-Orientation of Frames”, *Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova*, pag. 257 – 262, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
73. [Kov 02d] Kovács, F.V., **Micloșină, C.**: „Metodă de determinare a spațiului de lucru utilizând noțiunea de “Perechi de sisteme de referință” (PeSiR)”, *Robotică & Management*, Vol. 7, Nr. 2, decembrie 2002, p. 26-29, ISSN 1453-2069;
74. [Kov 03] Kovács, F.V., **Micloșină, C.**: „Structure of the Parallel Topology Mechanisms Of Robotic Guiding Devices With Flexible (Wire-Type) Links”, *Robotica & Management*, Vol. 8, Nr. 2, decembrie 2003, pag. 46-50, ISSN 1453-2069;
75. [Kov 04a] Kovács, F.V.: “Geometrical, Kinematical and Kinetostatical Modelling of Parallel Topology Robotic Guiding Devices with Rigid Links, Using the Concept ‘Pair of Frames’ (PF)”, *Lucrările Conferinței Internaționale de Robotică, Timișoara - Reșița*, Ed. Intergraf Reșița, 2004;
76. [Kov 04b] Kovács, F.V., **Micloșină, C.**: “Geometrical, Kinematical and Kinetostatical Modelling of a $PF_{x3}+6xSTS+PM_{o3}$ (MSSM) Type Parallel Topology Robotic Guiding Devices with Rigid Links, Using the Concept ‘Pair of Frames’ (PF)”, *Lucrările Conferinței Internaționale de Robotică, Timișoara - Reșița*, Ed. Intergraf Reșița, 2004;
77. [Kud 81] Kudryavtsev, V.A.; Demidovich, B.P.: “A Brief Course Of Higher Mathematics”, Mir Publishers, Moscow, 1981;
78. [Laf 02a] Lafourcade, P., Llibre, M., Reboulet, C.: “Design Of A Parralel Wire-Driven Manipulator For Wind Tunnels”, *Proceedings Of The Workshop On Fundamental Issues And Future Research Directions For Parallel Mechanisms And Manipulators*, pag. 1 - 8, Quebec, Canada, 3-4 October 2002;
79. [Laf 02b] Lafourcade, P.: “Contribution A L’Etude De Manipulateurs A Cables, Application A La Conception D’Une Suspension Active Pour Soufflerie”, http://www.cert.fr/dcsd/THESES/jthese_02/resumes/pascal_lafourcade.pdf

80. [Lăz 92] Lăzărescu, I.G.: “Dicționar German-Român, Român-German”, Editura Orizonturi, București, 1992;
81. [Luc 98] Luchin, M.: “Modelare geometrică”, referat doctorat nr. 2, Universitatea “Politehnica” Timișoara, 1998;
82. [Luc 99] Luchin, M.: “Modelarea și simularea sistemelor mecanice”, referat doctorat nr. 3, Universitatea “Politehnica” Timișoara, 1999;
83. [Mac 00] Maci, C.: “Modelarea geometrică a suprafețelor pe calculator”, referat doctorat nr. 2, Universitatea “Politehnica” Timișoara, 2000;
84. [Man 72] Manolescu, N.; Kovacs, Fr., Orănescu, A.: “Teoria mecanismelor și a mașinilor”, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1972;
85. [Man 96] Maniu, I.; Dolga, V.: “Acționarea roboților industriali și manipuletoarelor”, vol. 1, Ed. Mirton, Timișoara, 1996;
86. [Măt 94] Mătieș, V.: “Roboți industriali”, UTC, Cluj-Napoca, 1994;
87. [Mer 90] Merlet, J.P.: “Les robots paralleles”, Ed. Hermes, Paris, 1990;
88. [Mer 94] Merlet, J.P.: “Parallel Manipulators: State of the Art and Perspectives”, *Advanced Robotics*, 8(6), 1994;
89. [Mer 99] Merlet, J.P.: “Parallel Robots: Open Problems”, In 9th Int. Symp. of Robotics Research, Snowbird, 9-12 Octobre 1999;
90. [Mic 99a] Michelini, R.C., Molfino, R.M., Cattaneo, D.: “The Conceptual Design of a Parallel-Kinematics Manipulator for High Speed Assembly Tasks”, <http://www.dipmec.unian.it/meccanica/staff/articoli/1999%20PKM%20Milano.pdf>, 1999;
91. [Mic 99b] **Micloșină, C.**: “Aplicații ale manipuletoarelor și roboților cu topologie paralelă”, *Robotica & Management*, vol. 4, nr. 1, Ed. Timpul, Reșița, 1999, ISSN 1453-2069;
92. [Mic 01a] **Micloșină, C.**: “Studiul desmodromiei și modelarea geometrică a unui robot cu topologie paralelă având structura $PF_3 + 3xRTS + PM_3$ ”, *Robotica & Management*, Vol. 6, Nr. 1, iunie 2001, pag. 54-56, ISSN 1453-2069;
93. [Mic 01b] **Micloșină, C.**: “Studiul desmodromiei și modelarea geometrică a unui robot cu topologie paralelă având structura $PF_6 + 6xSTS + PM_6$ ”, *Analele Universității “Eftimie Murgu” Reșița*, anul VIII, nr. 1, 2001, ISSN 1453-7394;
94. [Mic 03] **Micloșină, C.**: „Metodă de determinare a spațiului de lucru al roboților cu mecanismele dispozitivelor de ghidare având topologie paralelă, utilizând noțiunea de “Perechi de Sisteme de Referință” (PeSiR)”, *Robotica & Management*, Vol. 8, Nr. 1, iunie 2003, p. 49-52, ISSN 1453-2069;

95. [Mic 04] **Micloșină, C.:** „Reprezentări simplificat e ale mecanismelor dispozitivelor de ghidare ale roboților cu topologie paralelă”, *Lucrările Seminarului “Didactica International”*, Ed. a XIII-a, Ed. Univ. “Eftimie Murgu”, Reșița, 2004;
96. [Mic 05a] **Micloșină, C.:** „Geometrical (Degree 0) Modelling of a $FP_3+3\times RTR+MP_3$ Type Parallel Topology Robotic Guiding Device, Using the „Pair of Frames” (PF) Concept”, *Proceedings of the VIIth International Symposium „Young People and Multidisciplinary Research”*, Reșița, 2005;
97. [Mic 05b] **Micloșină, C.:** „Geometrical Modelling of a $FP_3+3\times RRS+MP_3$ Type Parallel Topology Robotic Guiding Device, Using the „Connexion“ and „Pair of Frames” (PF) Concepts”, *Robotica & Management*, Vol. 10, Nr. 2, decembrie 2005, pag. 72-76, ISSN 1453-2069;
98. [Mur 62] Murgulescu, E. ș.a.: “Geometrie analitică și diferențială”, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1962;
99. [Nea 01] Neagoe, M.: “Contribuții la studiul preciziei roboților industriali”, teză de doctorat, Universitatea “Transilvania” Brașov, 2001;
100. [Nea 02] Neagoe M., Diaconescu, D., Jaliu C., Starețu I.: “About the Identification of the Geometrical Parameters used in a Stewart Platform Modeling”, *Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova*, pag. 202 – 207, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
101. [Obă 81] Obădeanu, V.: “Elemente de algebră liniară și geometrie analitică”, Editura Facla, Timișoara, 1981;
102. [Ola 94] Olaru, A.: “Dinamica roboților industriali”, vol. 1, UPB, București, 1994;
103. [Ott 00] Ottaviano, E.; Ceccarelli, M.: “Optimal Design Of CaPaMan (Cassino Parallel Manipulator) With Prescribed Workspace”, 2000;
104. [Pan 96] Pănescu, D.: “Sisteme de conducere a roboților industriali”, UT “Gh. Asachi”, Iași, 1996;
105. [Per 02] Perez, A.; McCarthy, J.M.: “Dual Quaternion Synthesis of Parallel 2-TPR Robot”, *Proceedings of the Workshop on Fundamental Issues and Future Research Directions*, Quebec, Canada, 2002;
106. [Pau 82] Paul, R.P.: “Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control”, Massachusetts Institute of Technology, 1982;
107. [Păn 96] Pănescu, D.: “Sisteme de conducere a roboților industriali”, UT “Gh. Asachi”, Iași, 1996;

108. [Păt 94] Pătrășcoiu, O; Marian, Gh.; Mitroi, N.: “Elemente de grafuri și combinatorică. Metode, algoritmi și programe.”, Editura All, București, 1994;
109. [Pel 72] Pelecudi, Chr.: “Teoria mecanismelor spațiale”, Ed. Academiei, București, 1972;
110. [Poz 00] Pozna, C.: “Comanda și controlul roboților industriali”, Ed. CIT, Brașov, 2000;
111. [Ran 85] Ranky, P.G.; Ho, C.Y.: “Robot Modelling: Control And Applications With Software”, IFS Ltd., UK, 1985;
112. [Răd 00] Rădulescu, C.: “Sinteza structurală a roboților paraleli cu trei grade de mobilitate”, Lucrările celui de-al XV-lea simpozion național cu participare internațională “ROBOTICĂ 2000”, pag. 363-366, Oradea, 2000;
113. [Rob 97] Robu, N.: “Tehnici de modelare și metode de ordonanțare în fabricația integrată prin calculator”, Ed. Orizonturi Universitare, Timișoara, 1997;
114. [Roș 87] Roșculeț, M.: “Algebră liniară, geometrie analitică și geometrie diferențială”, Editura Tehnică, București, 1987;
115. [Saf 00] Saftencu, D.: “Modelarea dispozitivelor de complianță. Simularea funcționării acestora în vederea optimizării construcției lor”, referat doctorat nr. 3, Universitatea “Politehnica” Timișoara, 2000;
116. [Sav 97] Savii, G.: “Bazele proiectării asistate de calculator”, Ed. Mirton, Timișoara, 1997;
117. [Sav 00] Savii, G., Luchin, M.: “Modelare și simulare”, Ed. Eurostampa, Timișoara, 2000;
118. [Sch 94] Scheiber, E., Lixândriou, D.: “MATHCAD. Prezentare și probleme rezolvate”, Editura Tehnică, București, 1994;
119. [Sta 02] Staicu, Șt., Carp-Ciocardia D.C.: “Modèle matriciel en mécanique des robots paralleles”, Lucrările Conferinței Naționale de Robotică, Craiova, pag. 31 – 36, Ed. Universitaria Craiova, 2002;
120. [Șab 64] Șabac, I. Gh.: “Matematici speciale”, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1964;
121. [Țar 01a] Țarcă, R., Țarcă, I.: “Modelarea funcțională la nivel de cuplă cinematică conducătoare a unui sistem robot care prezintă conducere senzorială”, Robotica & Management, Vol. 6, nr. 1, pag. 30-35, 2001;
122. [Țar 01b] Țarcă, R., Țarcă, I.: “Modelarea funcțională la nivel de cuplă cinematică conducătoare a unui sistem robot care prezintă conducere senzorială și simularea funcționării lui”, Robotica & Management, Vol. 6, nr. 1, pag. 36-39, 2001;

123. [Țar 01c] Țarcă, R. C.: “Utilizarea informațiilor cu privire la situarea efectorului final achiziționate prin senzori, în vederea conducerii în timp real a roboților”, teză de doctorat, Universitatea “Politehnica” din Timișoara, 2001;
124. [Vel 02] Vela, I., Micloșină C.: „Cercetări în domeniul Roboticii la Universitatea “Eftimie Murgu” Reșița”, *Robotica & Management*, Vol. 7, Nr. 1, iunie 2002, pag. 53-62, ISSN 1453-2069;
125. [Ver 00] Verhoeven, R., Hiller, M.: “Estimating The Controllable Workspace Of Tendon-Based Stewart Platforms”, http://www.mechatronik.uni-duisburg.de/robotics/segesta/2000ark_paper.pdf, 2000;
126. [Vol 81] Volmer, J. ș.a.: “Industrieroboter”, VEB Verlag Technik, Berlin, 1981;
127. [War 02] Warnecke, H.J., Bullinger, H.J.: “Kunststück Innovation”, Springer, Berlin, 2002;
128. [Wil 99] Williams II, R.L., Joshi, A.R.: “Planar Parallel 3-RPR Manipulator”, *Proceedings of the Sixth Conference on Applied Mechanisms and Robotics*, Cincinnati OH, 1999;
129. [Wil 01] Williams II, R.: “Parallel Robot Projects At Ohio University”, http://robot.me.gatech.edu/~ebert/PROCEEDINGS/WEB_INDEX.pdf/PAPERS/white_paper_2.pdf;
130. [Zha 00] Zhang, Y., Duffy, J., Crane, C.: “The Optimum Quality Index for a Spatial Redundant 4-8 In-Parallel Manipulator”, Kluwer Academic Publishers, 2000;
131. [*** AKR] “AKR – Sisteme de Projection Robotisé Evolutif”, prospecte de prezentare;
132. [*** AUT] “AUTODESK AutoCAD 2000i User’s Guide”, 2000;
133. [*** CAT] Documentație “CATIA V5”;
134. [*** Mic] “Mic dicționar enciclopedic”, Ed. Enciclopedică Română, 1972;
135. [*** Micr] Documentație Microchip, <http://www.microchip.com/download/lit/pline/picmicro/families/16f87x/30292c.pdf>;
136. [*** Micros] Documentație ”Microstation 95”;
137. [*** Rob00] “Robotică 2000”, *Lucrările celui de-al XV-lea Simpozion Național cu Participare Internațională*, Editura Universității din Oradea, 2000;
138. [*** Rob02] *Lucrările Conferinței Naționale cu Participare Internațională de Robotică*, Craiova, 17-19 octombrie 2002;
139. [*** Rob04] „Robotică 2004”, *Lucrările celei de a II-a Conferințe Internaționale de Robotică*, Timișoara-Reșița, 14-16 octombrie 2004.

B. Adrese internet

1. <http://www.abb.se/robotics/picker/irb340.html> – “Flexpicker”, ABB, Suedia;
2. <http://bigben.larc.nasa.gov/facility/cmf.html> – “Cockpit Facility”, NASA, S.U.A.;
3. http://www.cae.ca/cae_electronics_ltd/cae_electronics_ltd.html – “Motion Simulators”, CAE Electronics, Canada;
4. <http://www.carol.wins.uva.nl/~leo/lego/stewart.html> – “Stewart Platform from LEGO Parts”, Olanda;
5. <http://www.cdcsun.cdc.polimi.it:7777/Robo.html> – “Java Simulator”, Politecnico di Milano, Italia;
6. <http://www.cimar.me.ufl.edu/CIMAR/> - “Force Control Mechanisms”, University of Florida, S.U.A.;
7. <http://www.cs.columbia.edu/~laza/Stewart/> - “Feasibility of a Stewart Platform with Fixed Actuators as a Platform for CABG Surgery Device”, Master’s Thesis, Zoran Lazarevic, S.U.A.;
8. <http://www.deltalab.fr/english/products.htm> – “Educational Set EX800”, DELTALAB, Franța;
9. <http://www.dreamhouse.se/geo/geo1.html> – Geodetic Technology, Suedia;
10. <http://www.ee.cua.edu/~nguyen/robcon.html> – “Stewart Platform”, The Catholic University Of America, S.U.A.;
11. <http://www.eng.uci.edu/~mccarthy/> - “Geometric Design”, University of California at Irvine, S.U.A.;
12. <http://www.esrf.fr/computing/cs/sysadmin/rtk/pc104project/photogallery/photo.htm> – ESRF, Franța;
13. <http://www.fanuc.co.jp/eproduc/apply.html> – FANUC, Japonia;
14. <http://www.glue.umd.edu/~yuwang/labpage/svenrite.html> – “Hexapod Grinding Robot”, University of Maryland, S.U.A.;
15. <http://www.hawkeye.me.utexas.edu/~melingo/art/new/hex.html> – “Ingersoll Milling Machine”, University of Texas, S.U.A.;
16. <http://www.i-way.co.uk/~storrs/lme/LMEHexapodMachine.html> – “Hexapod Machine”, LME, Anglia;
17. http://www.ifw.uni-hannover.de/robotool/pages/maschinen_pages/physikInstrMxxx.html – “Hexapod 100”, Zeiss, Elveția;

18. http://www.ifw.uni-hannover.de/robotool/pages/maschinen_pages/demaurexDelta.html – “Delta”, Demaurex, Elveția;
19. <http://www-ifw.uni-stuttgart.de/for/hexapod.html> – “Hexact”, Stuttgart University, Germania;
20. <http://www.industry.net/> - “HexaM Machine”, Toyoda, Japonia;
21. <http://www.inria.fr/saga/personnel/merlet/merlet.html> – Merlet, J.P.: “Parallel Manipulators: State of the Art and Perspectives”, Franța;
22. <http://www.inria.fr/saga/personnel/merlet/merlet.html> – Merlet, J.P.: “Parallel Robots: Open Problems”, Franța;
23. <http://www.intron.kz.tsukuba.ac.jp/HM/txt.html> – “Haptic Master”, Iwata Laboratories, Japonia;
24. <http://www-isf.maschinenbau.uni-dortmund.de/tagung97/tagung/weck.htm> – “New Machining Concept”, Dortmund University, Germania;
25. http://liftoff.msfc.nasa.gov/academy/rocket_sci/shuttle/attitude/pyr.html;
26. <http://www.llnl.gov/eng/MMED/tool/mtd-pod.s.html> – “Octahedral Hexapod”, LLNL, S.U.A.;
27. <http://www.loria.fr/~rolland/> - Luc Rolland, LORIA, Franța;
28. <http://www.me.uvic.ca/~jcarrete/work/hvram/hvram.html> – “HVRam Mechanism”, University of Victoria, Canada;
29. <http://www.mech.nwu.edu/MFG/AML/SPAEA/> - “Stewart Platform Automated Error Analysis”, Northwestern University, S.U.A.;
30. <http://www.neos.se/> - NEOS Robotics, Suedia;
31. <http://www.nottingham.ac.uk/meom/Research/rmc/index.html> – “Variax”, University of Nottingham, Anglia;
32. http://www.okuma.co.jp/info_j/newprof/pm600_01.htm – “Cosmo Center PM600”, OKUMA, Japonia;
33. <http://www.robotics.technion.ac.il/> - Technion, Israel Institute of Technology (Robotica Laboratory), Israel;
34. http://www.robot.gmc.ulaval.ca/ANG/apropos_an.html – “Oeil agile”, Laval University, Canada;
35. <http://www.tu-chemnitz.de/mbv/WerkzMasch/> - “Mikromat 6x Hexa”, TU Chemnitz, Germania.