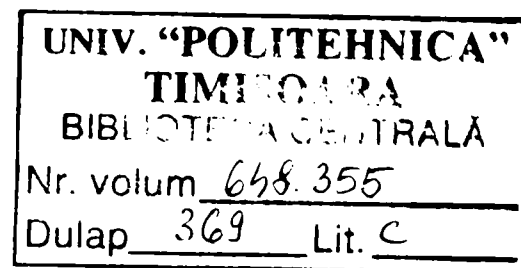


Ing. **SISAK IULIU**

CONTRIBUȚII LA STUDIUL FENOMENULUI DE  
FLUAJ LA CONDUCTOARELE LINIILOR  
ELECTRICE AERIENE DE ÎNALTĂ TENSIUNE  
DIN OȚEL – ALUMINIU

TEZĂ DE DOCTORAT



Conducător științific

*Prof.dr.ing.* **DOBRE IONEL**

*Prof.dr.ing.* **HAJDU IOSIF**

TIMIȘOARA 2005

	Pag.
Capitolul 1. Generalități, clasificarea și condițiile de recepție pentru cabluri și conductoare .....	1
1.1. Introducere. Generalități .....	1
1.2. Scurt istoric .....	1
1.3. Clasificarea cablurilor și conductoarelor .....	4
1.4. Încercările mecanice ale conductoarelor electrice. Condițiile de recepție.....	12
 Capitolul 2. Fluaajul conductoarelor mono și bimetalice.....	 20
2.1. Generalități despre fluaaj .....	20
2.2. Încercări și caracteristici de fluaaj .....	24
2.2.1. Fluaajul la tracțiune .....	37
2.3. Modele liniare. Funcția de fluaaj și funcția de relaxare .....	59
2.4. Fluaajul și relaxarea neliniare .....	72
2.5. Solidul neelasic standard .....	73
2.6. Fluaajul și relaxarea firelor de oțel .....	76
2.7. Fluaajul conductoarelor .....	80
 Capitolul 3. Aspectul geometric al sârmelor ce compun cablurile și conductoarele electrice .....	 85
3.1. Bare (sârme) cu dublă curbă .....	85
3.2. Elemente geometrice ale barelor curbe strâmbe .....	96
3.3. Deformațiile mici ale barelor curbe strâmbe .....	104
3.4. Ecuațiile de echilibru ale elementului de bară .....	111
 Capitolul 4. Calculul mecanic al cablurilor și conductoarelor .....	 116
4.1. Generalități .....	116
4.2. Calculul întinderii și stabilirea curbei geometrice a conductoarelor .....	118
4.2.1. Calculul întinderii conductoarelor în regim normal de funcționare .....	118

4.2.2. Reducerea unui conductor bimetalic la un conductor echivalent monometalic ...	120
4.2.3. Calculul tensiunilor $\sigma_{01}$ și $\sigma_{02}$ din mantaua de aluminiu și inima de oțel în funcție de tensiunea $\sigma$ din conductorul echivalent monometalic .....	123
4.3. Ecuația geometrică a unui conductor monometalic uniform încărcat .....	124
4.3.1. Conductor considerat ca un fir flexibil inextensibil .....	124
4.3.2. Conductor considerat ca un fir flexibil și extensibil .....	128
4.3.3. Conductor considerat ca bară curbă subțire .....	130
4.4. Calculul săgeții, lungimii și a întinderii conductoarelor .....	131
4.4.1. Conductor cu punctele de suspensie la același nivel .....	131
4.4.2. Conductor cu punctele de suspensie denivelate .....	133
4.4.3. Calculul lungimii conductorului în funcție de săgeată .....	136
4.4.4. Determinarea tensiunii într-un punct oarecare al conductorului .....	137
4.5. Coeficienți de siguranță pentru construcția liniilor electrice aeriene realizate din diferite tipuri de conductoare .....	140
4.6. Calculul de rezistență al cablurilor și conductoarelor fără inimă .....	142
4.6.1. Geometria cablului (conductorului) fără inimă .....	142
4.6.2. Relațiile geometrice dintre variațiile mici ale principalilor parametri ai axei sârmei elicoidale.....	151
4.6.3. Calculul arcurilor de compresiune confecționate din cabluri fără inimă ...	151
4.6.3.1. Calculul arcurilor de compresiune din cabluri până la apariția contactului strâns între sârme .....	152
4.6.3.2. Calculul arcurilor din cablu după apariția contactului strâns .....	152
4.6.4. Rezistența arcurilor de compresiune din cablu .....	165
4.7. Geometria cablurilor (conductoarelor) cu inimă (sârmă centrală) .....	166
4.7.1. Calculul arcurilor de compresiune din cabluri până în momentul apariției contactului strâns între sârme ( $P < P_k$ ) .....	169
4.7.2. Calculul arcurilor de compresiune din cablu după apariția contactului strâns între sârme ( $P < P_k$ ) .....	172
4.7.3. Rezistența arcurilor confecționate din cablu cu sârmă centrală .....	182
 Capitolul 5. Încercarea la fluaj a conductoarelor electrice. Măsurarea, prelucrarea și interpretarea datelor experimentale .....	 184

5.1. Recomandări privind încercarea la fluaj a conductoarelor cablate .....	184
5.1.1. Definiții și observații .....	184
5.1.2. Pregătirea și efectuarea încercărilor .....	184
5.1.2.1. Alegerea și pregătirea eșantionului .....	184
5.1.2.2. Condiții de încercare .....	186
5.1.2.3. Metodă de încercare a conductoarelor la fluaj .....	186
5.1.3. Culegerea și interpretarea datelor .....	187
5.1.3.1. Culegerea datelor .....	187
5.1.3.2. Interpretarea datelor .....	188
5.2. Mașina de încercări la fluaj "MF 3000.2" .....	189
5.3. Etapele încercării conductoarelor la fluaj .....	196
5.3.1. Pregătirea epruvetelor și încercarea lor .....	196
5.3.2. Prelucrarea rezultatelor experimentale primare și trasarea curbelor de fluaj .....	198
5.3.3. Program de calcul pentru obținerea caracteristicilor de fluaj a conductoarelor electrice .....	202
5.4. Aprecieri asupra extrapolării caracteristicilor de fluaj obținute pe baza unor încercări de lungă durată .....	208
5.5. Extrapolarea în tensiuni a diagramei de fluaj pentru conductoare electrice .....	211
5.6. Alte metode pentru interpolarea și extrapolarea diagramei de fluaj .....	215
5.6.1. Considerații privind aproximarea analitică a rezultatelor experimentale obținute pentru încercări la fluaj de scurtă durată pentru conductoare electrice de oțel – aluminu prin interpolare cu funcții spline .....	215
5.6.2. Considerații asupra aproximării analitice a unor rezultate experimentale obținute pentru încercarea de scurtă durată la fluaj pentru un conductor de aluminu- oțel. Extrapolarea prin funcții experimentale și logaritmice .....	220
5.7. Corelații multiple între parametrii încercărilor de fluaj pentru conductoare de înalță tensiune .....	225
Capitolul 6. Concluzii și contribuții personale .....	231
Bibliografie .....	234
Anexe	



# Capitolul 1. GENERALITĂȚI, CLASIFICAREA ȘI CONDIȚIILE DE RECEPȚIE PENTRU CABLURI ȘI CONDUCTOARE

## 1.1. Introducere. Generalități

Chiar dacă titlul lucrării sugerează că vor fi tratate probleme fizice și matematice legate de conductoarele de energie electrică de înaltă și medie tensiune, problema nu poate fi ruptă de cea a cablurilor de tracțiune. Conductoarele electrice și cablurile de tracțiune sunt înrudite între ele din foarte multe puncte de vedere cum ar fi geometrie, tehnologie de realizare, câteodată chiar și materialele din care se confecționează și nu în ultimul rând în ceea ce privește solicitările care apar și metodele matematice de calcul ale acestora.

Din această cauză în cadrul lucrării pentru analiza proceselor fizice, în speță a celor mecanice în acest caz, care apar la conductoare, se vor împrumuta o serie de elemente legate de cablurile de tracțiune, ele având o istorie mai veche și fiind studiate mai demult.

În ceea ce privește importanța studierii conductoarelor de energie electrică este îndeajuns să ne punem întrebarea retorică: *“cum ar fi viața noastră fără energie electrică?”* Este o întrebare pe care majoritatea dintre noi nu și-o pune, atât de la sine înțeles a devenit utilizarea ei în viața noastră de zi cu zi. Dacă am încerca să căutăm răspunsul am realiza că istoria ne-ar arunca cu mai bine de 150 de ani în urmă, fără iluminatul electric, fără aparate electrocasnice, telefon, televizor, transport și utilaje acționate electric, calculator, etc. Iată deci că studiul conductoarelor, care asigură distribuția energiei electrice este o problemă care sub aspectele ei multiple nu va dispărea niciodată.

## 1.2. Scurt istoric

Cea mai veche meserie înrudită cu cea a confecționării cablurilor este confecționarea funiilor prin împletire din materiale fibroase a cărei vechime nu o cunoaștem cu exactitate. În orice caz, funiile aveau deja întrebuințări cu câteva milenii în urmă în navigație, construcții și agricultură. Pe când majoritatea meseriilor pe parcursul istoriei au fost mecanizate, împletirea manuală a funiilor a rămas până în zilele noastre o meserie care se practică. Mecanizarea operației de împletire a devenit necesară odată cu apariția cablurilor din sârme metalice.

Originile cablurilor împletite și a sârmelor din care se confecționau nu se cunosc nici ele cu exactitate dar se presupune că au o vechime mai mare de 2000 de ani. Cert este la

Pompei, cu ocazia săpăturilor arheologice s-a găsit un cablu de bronz, lung de 4,5m confecționat din trei toroane. Toroanele, la rândul lor erau împletite din 19 sârme de 0,7 mm diametru. Cercetările arată că și în evul mediu s-au confecționat în continuare cabluri din sârme, ele regăsindu-se în schițele lui Leonardo da Vinci.

Confecționarea cablurilor a devenit o necesitate odată cu dezvoltarea mineritului. Până în 1834 în galeriile verticale ale minelor, pentru aducerea la suprafață a minereurilor peste tot în lume se foloseau funii și lanțuri. Ruperea frecventă a acestora a făcut necesară găsirea altor soluții. Primul cablu metalic împletit manual din fire de oțel a fost realizat însuși de consilierul principal în minerit, Albert și montat în mina din Clausthal. Rezultatele au fost un succes și în cei doi ani care au urmat s-au confecționat la Clausthal 24 de km de cablu. Cablul era format din trei toroane a patru sârme de 3,5 mm diametru cu pas mare de înfășurare pe stânga. La început cablurile au fost realizate complet manual fără nici un dispozitiv ajutător în bucăți a căror lungime era cuprinsă între 17 și 38 m.

Prima mașină de împletit cabluri a fost realizată de mecanicul vienez Wurm, iar prima fabrică a fost înființată la inițiativa consilierului Ferdinand Landerer în anul 1837.

În Statele Unite începuturile utilizării cablurilor de oțel au fost legate de numele lui John Augustus Roebling. El a studiat ingineria podurilor la Institutul Politehnic din Berlin și a emigrat în 1831 în Statele Unite. Intrevăzând viitorul utilizării cablurilor a brevetat în 1842 o metodă de împletire a cablurilor astfel încât să se mențină aceeași tensiune în fiecare toron al cablului, condiție esențială pentru a realiza cabluri de bună calitate, apoi a înființat o fabrică de produs cabluri în Trenton în anul 1849. În anii 1850, 1860 a proiectat și construit poduri suspendate cu cabluri peste râurile Niagara, la Niagara Falls, Allegheny la Pittsburgh și Ohio la Cincinatti. Cariera sa ar fi trebuit să fie încoronată de proiectarea și construcția podului Brooklyn deasupra râului East între New York și Brooklyn, dar moartea sa în 1869 l-a împiedicat să-și finalizeze proiectul. Podul a fost terminat de fiul său Washington Roebling. Afacerea sa cu cabluri a fost preluată de cei trei fii ai săi Washington, Ferdinand și Charles, care au dezvoltat afacerea cuprinzând toată piața mondială în ceea ce privește producția de cabluri și conductoare electrice.

Imediat după descoperirea telegrafului de către David Morse în 1844 au crescut cu rapiditate cererile pentru conductoarele electrice. De menționat că ideea telegrafului îi revine lui Charles Wheatstone iar D. Morse a inventat alfabetul codificat care îi poartă numele. Revoluția industrială din anii 1870 a făcut ca cererea de conductoare de cupru să fie din ce în ce mai mare. Realizând acest lucru frații Roebling au înființat și o fabrică de conductoare electrice din cupru. Dezvoltarea afacerii cu cabluri și conductoare a luat o asemenea amploare

încât pe lângă fabricile din Trenton a luat ființă un întreg orașel cu peste 800 de clădiri de locuit, magazine, hoteluri, școli și facilități de recreere.

Despre istoria realizării și utilizării conductoarelor electrice bibliografia este relativ săracă, dar este relativ lesne de înțeles că ea parcurge etapele principale ale marilor descoperiri în domeniul electricității.

Prima linie telegrafică comercială având o lungime de 1.5 mile este realizată de Charles Wheatstone în 1837 între Londra și Camden Town, dar invenția devine utilizabilă practic din 1844, când David Morse pe baza ideii lui Wheatstone inventează telegraful și alfabetul morse. El proiectează și realizează o linie telegrafică între Washington și Baltimore (Maryland). În 1861 se realizează prima linie transcontinentală între California și restul Statelor Unite, iar cinci ani mai târziu ia naștere prima linie telegrafică intercontinentală între Statele Unite și Europa. Dezvoltarea rețelei de telegrafie a făcut necesară dezvoltarea producției de sârme de cupru.

În 1876 Alexander Graham Bell inventează telefonul. Telefonie are și ea o dezvoltare fulminantă. De la primele convorbiri doar între perechi de aparate, apoi la prima centrală telefonică manuală realizată în 1878 la New Haven (Connecticut) și în fine la apariția primei centrale automate în 1891. Marele dezavantaj al telefoniei din acele vremuri era că semnalul se atenua și nu se puteau efectua convorbiri la mare distanță. Amplificarea semnalelor a devenit posibilă în 1912, iar prima convorbire la distanță a avut loc în 1914 între Bell și colaboratorul său Watson.

O altă invenție care a marcat dezvoltarea rețelelor electrice și implicit a întrebuințării conductoarelor (sârmelor) de cupru a fost invenția în 1879 a lui Thomas Alva Edison, becul electric pentru iluminat. Edison realizează și primul sistem de generare și distribuție a energiei electrice în 1882 în Manhattan - New York, dar rețeaua era alimentată în curent continuu, neeconomic pentru transport. Curentul alternativ putea alimenta iluminatul electric, dar nu și motoarele electrice în curent continuu.

În 1883 Nicola Tesla inventează motorul electric de curent alternativ, iar peste mai mulți ani George Westinghouse îl patentează și realizează primul sistem de producție și distribuție a energiei electrice în curent alternativ, ceea ce dă un avânt nebănuit utilizării curentului electric. Electricitatea începe să fie utilizată pe scară largă și din ce în ce mai diversificată.

La începutul secolului XX se inventează primele aparate electrocasnice cum ar fi aspiratorul și frigiderul.

După ce în 1888 Heinrich Hertz descoperă undele radio în 1901 Guglielmo Marconi transmite primele semnale radio transatlantic în codul morse iar în 1906 Reginald Fessenden realizează prima transmisie de voce umană și muzică prin radio.

S-au punctat doar câteva etape care dealungul istoriei au condus la dezvoltarea producției și utilizării pe scară din ce în ce mai largă și în domenii dintre cele mai variate ale cablurilor și conductoarelor electrice. Istoria mai recentă nu se mai poate imagina fără ele.

Fiind timișorean , trebuie să reamintesc cu mândrie că orașul nostru a fost primul în Europa care încă din 12 noiembrie 1884 a dispus de o rețea de iluminat stradal alimentat cu energie electrică.

### 1.3. Clasificarea cablurilor și conductoarelor

Cablurile și conductoarele electrice se produc într-o foarte mare varietate de tipodimensiuni.

Conductoarele electrice pot fi *monofilare* cu o utilizare relativ redusă, confecționate dintr-o singură sârmă de secțiune mare și diferite forme, în general din cupru tare sau oțel zincat; cel mai frecvent sunt utilizate la liniile electrice ale tramvaielor, troleibuzelor și la căile ferate electrificate și *multifilare*, iar cablurile de tracțiune sunt produse numai în varianta multifilară. Cablurile și conductoarele multifilare au o mare varietate de utilizări.

În principiu din punct de vedere constructiv un cablu sau conductor multifilar se compune dintr-o inimă (miez) mono sau multifilar sau format din mai multe funii (toroane) și unul sau mai multe straturi învelitoare formate din sârme sau funii (v.fig. 1.1.)

În ceie ce urmează vom defini câteva noțiuni pe care le vom folosi în continuare :

- *conductor* : material destinat la transportul curentului electric, constituit din mai multe sârme neizolate cablate împreună ;

- *sârmă* : fir de metal trefilat având o secțiune transversală circulară constantă ;

- *conductor cablat în straturi concentrice* : conductor compus dintr-o inimă centrală înconjurată de unul sau mai multe straturi concentrice succesive de sârme înfășurate elicoidal, în sensuri alternante. Dacă nu se cere altfel, stratul exterior trebuie să fie cablat “spre dreapta”;

- *sens de cablare* : sens de rotație a unui strat de sârme “spre dreapta” sau “spre stânga”;

- *pas de cablare*: lungimea axială a unei spire complete din elice formată de o sârmă individuală dintr-un conductor cablat .

- *raport de cablare* – raportul dintre pasul de cablare și diametrul exterior al stratului corespunzător de sârme din conductorul cablat .

- *nominal* : nume sau valoare de referință a unei proprietăți măsurabile prin care un conductor sau un component al conductorului este identificat și asupra căreia se aplică toleranțe . valorile nominale trebuie să fie prevăzute ;

- *raport de oțel*: pentru conductoarele din aluminiu – oțel, raportul între secțiunea de oțel și secțiunea de aluminiu, în procente.

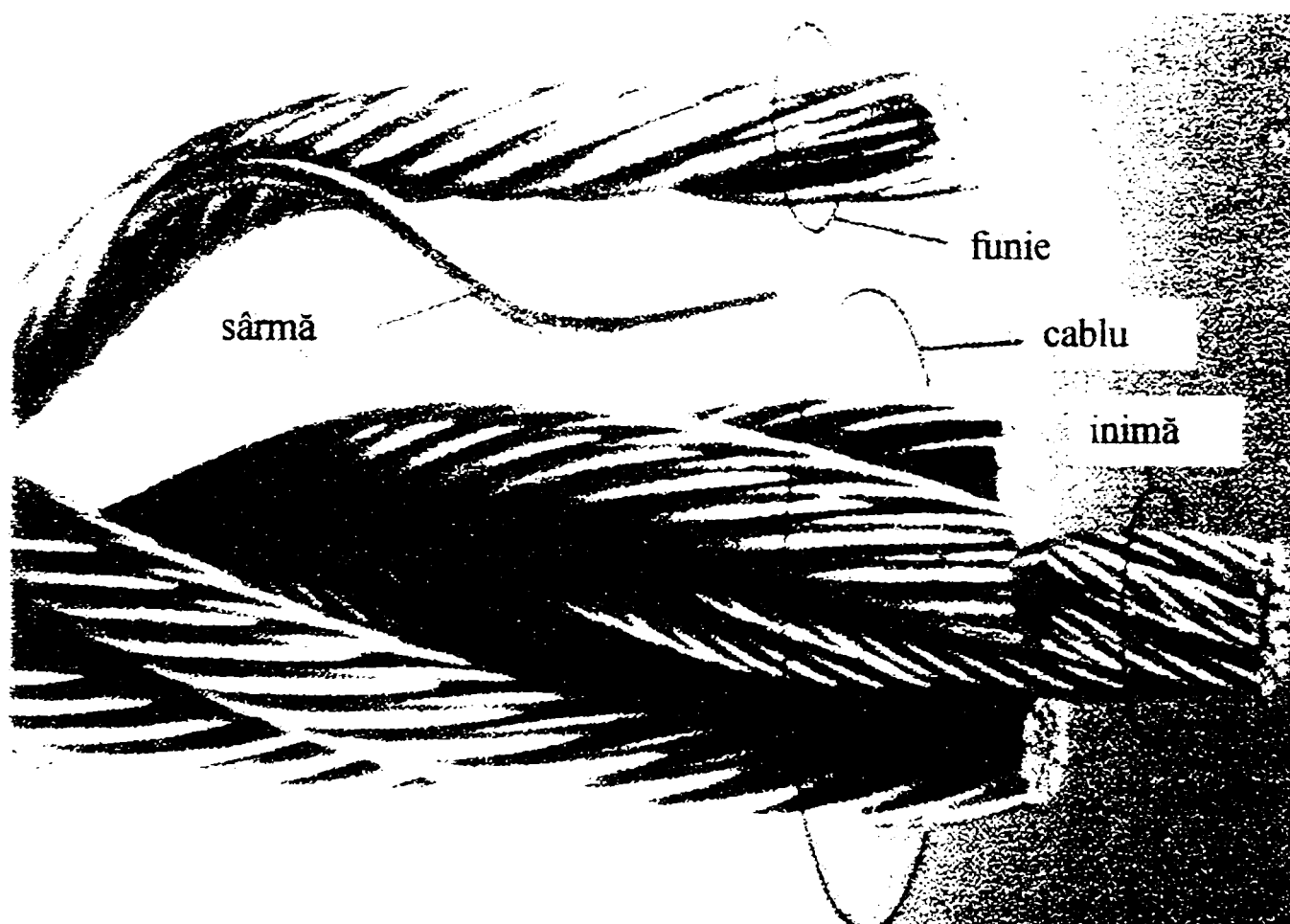


Fig. 1.1. Părțile constructive ale unui cablu sau conductor

În funcție de sensul de cablare a sârmelor sau funiilor și a lungimii pasului de cablare deosebim următoarele tipuri de cabluri și conductoare (v. fig. 1.2)

- cablate spre dreapta cu pas normal ,
- cablate spre stânga cu pas normal ;
- cablate spre dreapta cu pas lung ;

d) cablate spre stânga cu pas lung :

e) cablate alternativ spre dreapta

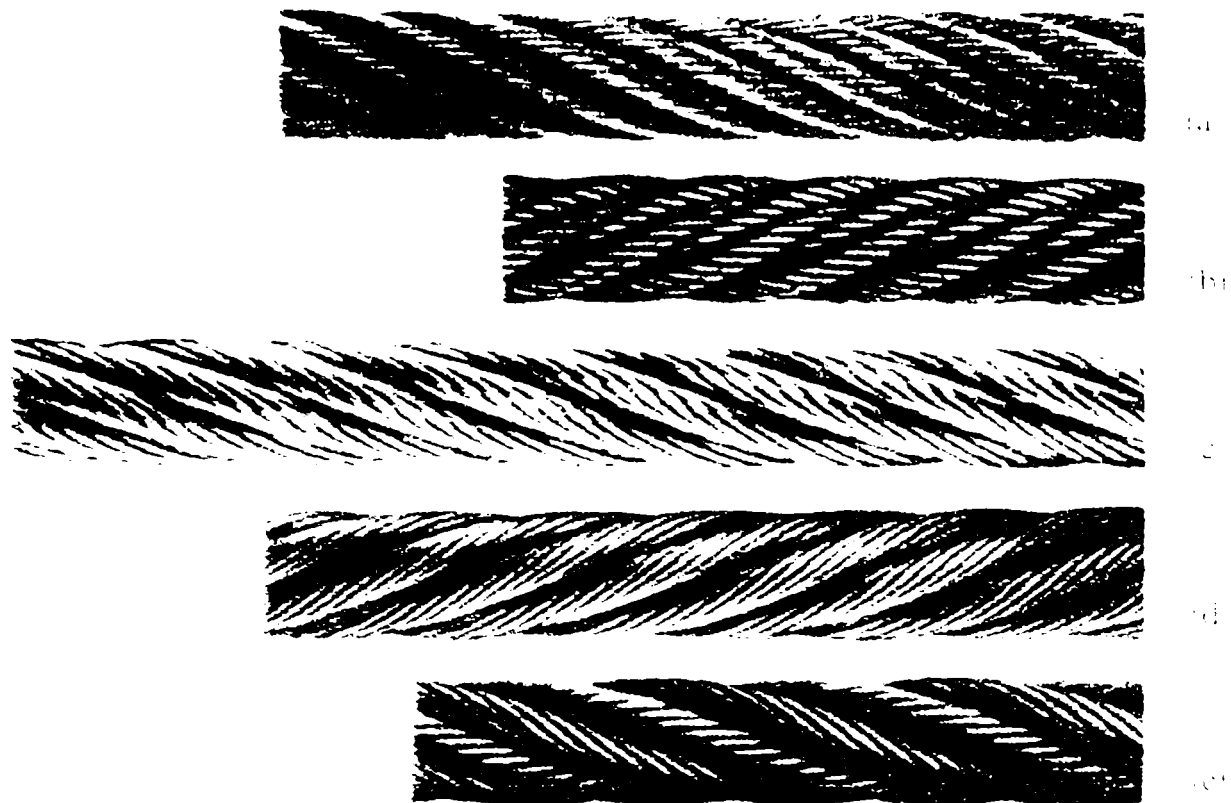


Fig. 1.2. Modele tipice de cabluri sau conductoare

Determinarea sensului de cablare se poate face cu o metodă simplă în funcție de faptul că sârmele sau funiile înfășurate urmăresc partea centrală a literei z pentru cablare spre dreapta sau partea centrală a literei s pentru cablarea spre stânga așa cum se vede în fig. 1.3



Z – cablare "spre dreapta"

S – cablare "spre stânga"

Fig. 1.3. Determinarea sensului de cablare



În ceea ce privește cablarea conductoarelor, ea trebuie să respecte o serie de prescripții.

Toate sârmele conductorului trebuie să fie cablate în straturi concentrice.

Sârmele fiecărui strat trebuie să fie cablate regulat și strâns în jurul sârmei sau a sârmelor din stratul de dedesubt.

Raporturile de cablare pentru sârmele de oțel zincate pentru stratul de 6 sârme dintr-o inimă de șapte sârme sau de 19 sârme de oțel trebuie să fie cuprinsă între valorile 16 și 26. Pentru stratul de 12 sârme pentru o inimă de 19 sârme de oțel trebuie să fie între 14 și 22.

Pentru straturile formate din sârme de aluminiu raporturile de cablare pentru stratul exterior trebuie să fie cuprinse între 10 și 14, iar pentru straturile intermediare între 10 și 16.

Într-o inimă de oțel de 19 sârme, raportul de cablare al stratului de 12 sârme nu trebuie să fie mai mare decât raportul de cablare al stratului de 6 sârme. La fel și în cazul conductoarelor cu mai multe straturi de sârme de aluminiu, raportul de cablare al oricărui strat de aluminiu nu trebuie să fie mai mare decât raportul de cablare al stratului de sârme de aluminiu imediat de sub el.

În ceea ce privește dispunerea în secțiune a sârmelor sau funiilor există o foarte mare varietate de soluții constructive.

În principiu pot fi formate în secțiune din straturi de sârme cablate concentric cu sau fără inimă sau din funii dispuse pe un strat sau mai multe cu sau fără inimă. La rândul lor sârmele, funiile și inima pot avea diametre identice sau diferite.

Cablurile sau conductoarele formate din mai multe straturi circulare de sârme de același diametru prezintă contacte punctiforme între sârmele din straturile învecinate. Acestea prezintă dezavantajul apariției unor eforturi suplimentare de forfecare și încovoiere în sârmele cablurilor și conductoarelor.

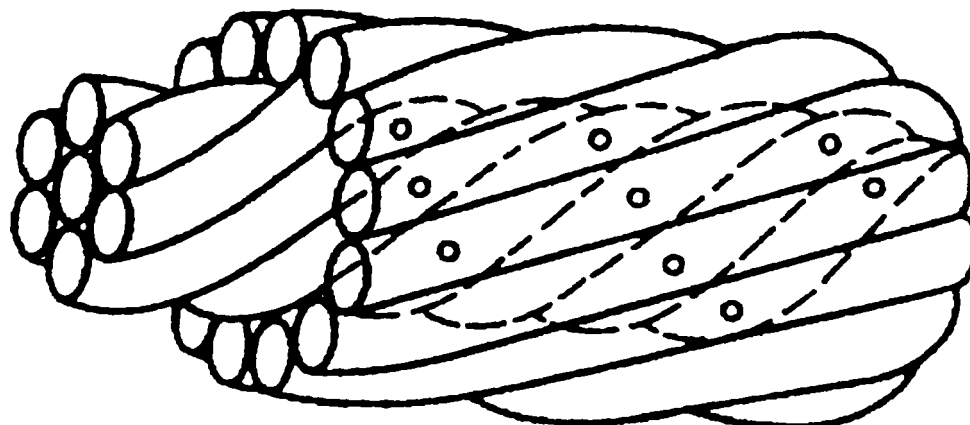


Fig. 1.4. Contacte punctuale între sârmele unui cablu sau conductor

Situația mai avantajoasă se întâlnește atunci când contactul dintre sârmele din straturile învecinate este după o linie continuă spiralată, dar acest tip de contact se poate asigura doar prin dispunerea în secțiunea conductorului a unor sârme de diametre diferite. Avantajul este că dispar sarcinile suplimentare cauzate de forța tăietoare.

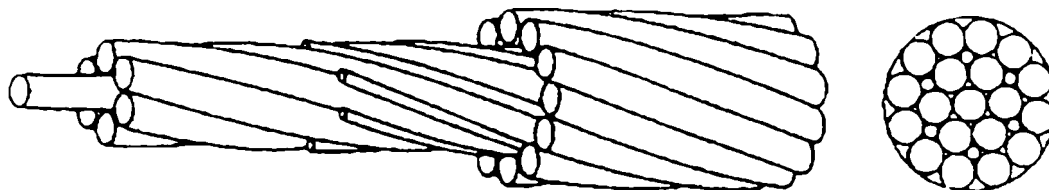


Fig. 1.5. Cablu sau conductor cu contact liniar

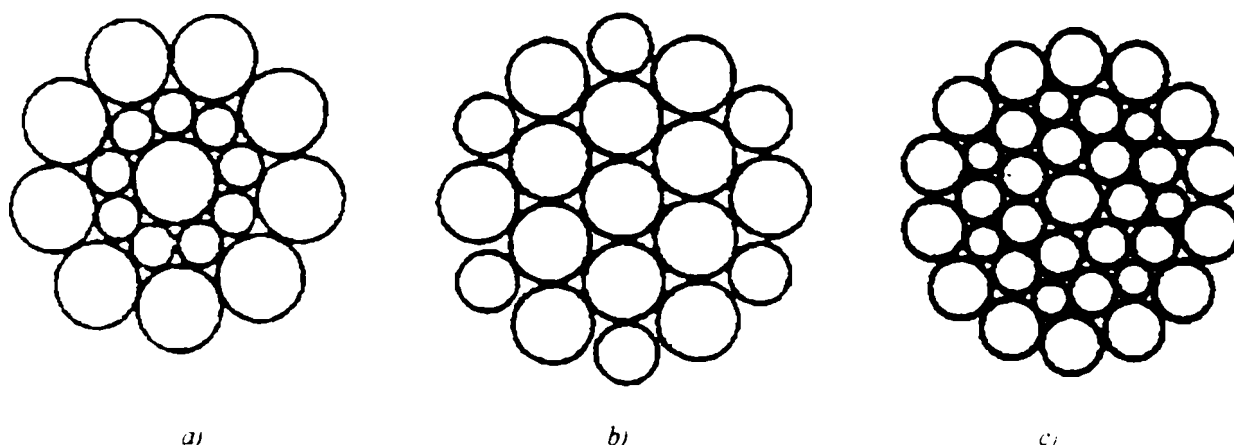


Fig. 1.6. Tipuri de funii

În continuare în fig. 1.6. sunt prezentate câteva tipuri constructive caracteristice de cabluri sau funii cum ar fi :

- de tip Seale (fig. a) la care în stratul exterior sunt înfășurate un număr identic de sârme ca în stratul vecin spre interior, dar de diametru mai mare. Au avantajul contactelor liniare între sârme și a construcției compacte :
- de tip Warrington (fig. b) care prezintă contacte liniare, iar compactitatea este asigurată de sârmele de diametru variabil din stratul exterior :
- de tip Warrington – Seal (fig.c) care reunește avantajele ambelor tipuri.

Cablurile de tracțiune pot fi executate cu inimă vegetală (pentru ungere) sau metalică în variante de fire cablate concentric sau funii cablate. Cablurile de tracțiune se execută într-o



gamă foarte mare de varietate constructive. Am prezentat doar câteva, ele nefiind obiectul prezentei lucrări.

În ceea ce privește conductoarele electrice multifilare în fig. 1.7 se prezintă câteva variante constructive :

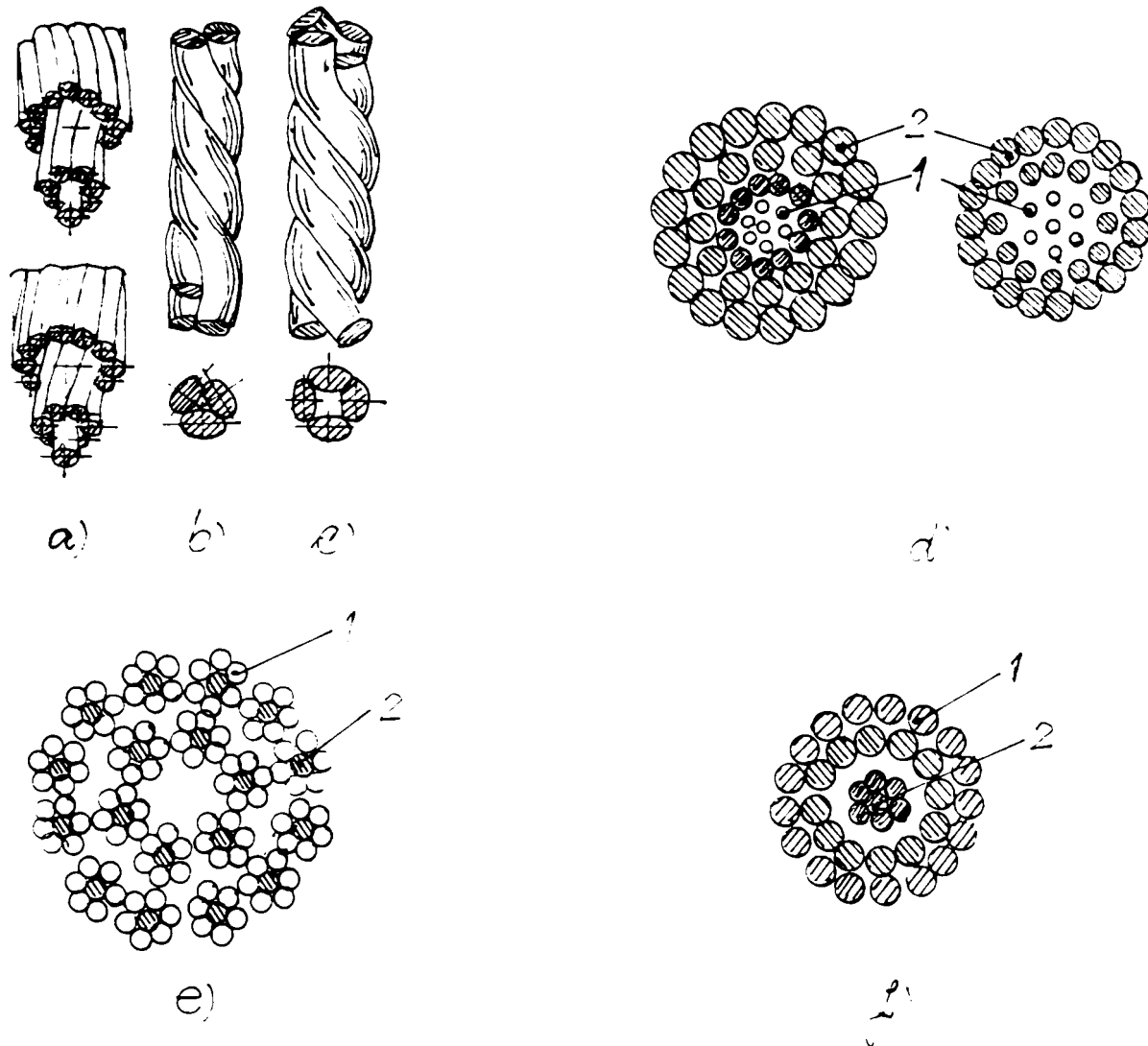


Fig. 1.7. Tipuri de conductoare electrice

- a) - conductor impletit
- b) ; c) conductoare răsucite cu  $n = 3$  respectiv  $n = 4$  fire
- d) - conductoare bimetalice (oțel - aluminiu)
  - 1- fir de oțel
  - 2- fir de aluminiu
- e) conductor din fumi bimetalice
  - 1- fir de aluminiu
  - 2- fir de oțel
- f) conductor antivibrator
  - 1 - fir de oțel
  - 2 - fir de aluminiu

Conductoarele pentru liniile electrice aeriene folosite la transportul energiei electrice la tensiuni de 1 – 110 KV și 110 – 400 KV se clasifică în două grupe mari :

- conductoare active
- conductoare de protecție

Ne interesează doar conductoarele active. Acestea trebuie să aibe o mare rezistență mecanică pentru a evita ruperea cauzată de suprasarcini produse de vânt, de depunerile de gheață și variații de temperatură, ceea ce conduce la faptul că din costul total al unei linii de transport 30 până la 50% reprezintă valoarea conductorului.

În funcție de numărul de fire, material și varianta constructivă conductoarele se clasifică :

- 1° În funcție de numărul de fire :
- conductoare monofilare,
  - conductoare multifilare.

Pentru tensiuni mai mari de 1 KV standardele și normativele prevăd utilizarea conductoarelor multifilare de tip funie. Ele se realizează în variante mono și bimetalice. Cele monometalice sunt realizate din mai multe fire, în general de același diametru, dispuse în mai multe straturi în jurul unui fir central. Numărul de fire din secțiunea unui asemenea conductor este în funcție de numărul de straturi. Ele se realizează din cupru, aluminiu sau oțel.

Conductoarele bimetalice sunt realizate din două metale, unul cu proprietăți electrice ridicate și altul cu rezistență mecanică ridicată.

Cel mai des folosit este conductorul din aluminiu – oțel, compus din fire de aluminiu înfășurate în jurul unei inimi de oțel mono sau multifilar, formând unul sau mai multe straturi concentrice. Straturile sunt astfel împletite încât să nu se producă deplasări între ele. Ele pot fi executate în variantă normală (secțiunea aluminiului fiind de aproximativ de șase ori mai mare ca secțiunea oțelului) și întărită (secțiunea aluminiului fiind de patru ori mai mare decât cea a oțelului).

Pe lângă conductoarele din oțel – aluminiu se folosesc și conductoare bimetalice din aliaje de aluminiu și oțel care prezintă o rezistență sporită față de cele din oțel – aluminiu.

În cazul traversărilor cu deschideri foarte mari se folosesc conductoare confecționate din mănunchiuri de funii bimetalice care asigură o rezistență mecanică sporită.

Pentru atenuarea vibrațiilor s-a propus folosirea așa numitelor conductoare antivibratoare la care miezul format dintr-o funie de oțel este liber în interiorul mantalei de aluminiu și lucrează ca un amortizor. Soluția prezintă dificultăți de prindere și înădire și din această cauză nu se folosește în mod curent.

2<sup>o</sup> În funcție de metalele din secțiunea conductorului :

- conductoare monometalice.
- conductoare bimetalice.

3<sup>o</sup> În funcție de varianta constructivă.

Ultimele două variante de clasificare au fost prezentate mai detaliat în cadrul clasificării în funcție de numărul de fire.

Tipurile constructive de conductoare, caracteristicile lor geometrice, electrice și mecanice, precum și materialele folosite la realizarea lor sunt reglementate de un număr însemnat de standarde, normative și norme interne ale întreprinderilor producătoare prezentate în bibliografie.

La dimensionarea conductoarelor trebuie avut în vedere comportarea materialului din care se confecționează conductoarele la sarcini statice și dinamice de scurtă și lungă durată. Materialul fundamental este reprezentat de *aluminiu* sau aliaj de aluminiu care în ciuda faptului că prezintă o conductivitate electrică mai scăzută decât cuprul, dar care este un material deficitar. Marele dezavantaj al aluminiului este rezistența sa mecanică scăzută. Rezistența mecanică a aluminiului este influențată de gradul de ecrusare. Ea scade odată cu creșterea temperaturii după ecrusare. Scăderea rezistenței la rupere și a limitei de fluaj, începe la 100°C, iar pentru perioade mai lungi de încălzire chiar la 75 – 80°C.

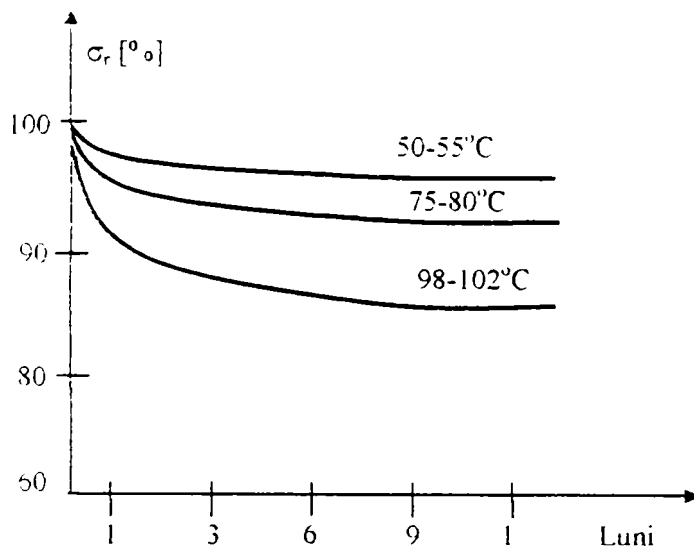


Fig. 1.8 *Influența temperaturii asupra rezistenței la rupere la aluminiu*

Influența temperaturii asupra rezistenței la rupere este ilustrată în figura 1.8.

La aluminiu se manifestă puternic fenomenul de fluaj și cel de oboseală. Rezistența de fluaj a aluminiului este de aproximativ 120Mpa, ceea ce reprezintă 67% din rezistența la rupere.

Fenomenul de oboseală la conductoare de aluminiu și oțel - aluminiu este cauzat de vibrații. Din această cauză este necesară

reducerea acestora la un nivel cât mai scăzut. De exemplu pentru solicitarea alternant simetrică (cu tensiunea medie  $\sigma = 0$ ) pentru un număr de  $10^8$  cicluri rezistența la oboseală este de aproximativ 90 MPa.

Pentru a reduce dezavantajele enumerate aluminiul se aliază cu Mg, Si, Fe. *Aliajele de aluminiu* prezintă caracteristici mecanice superioare aluminiului. De exemplu, rezistența la fluaj ajunge la 95% din rezistența lui de rupere la 20°C. Ea se micșorează cu creșterea temperaturii la 75% din rezistența la rupere la temperaturi de aproximativ 100°C. rezistența la oboseală este și ea superioară aluminiului, fiind de 120 – 140 Mpa pentru un ciclu alternant simetric și  $10^8$  cicluri, față de 90Mpa ale aluminiului.

*Oțelul* intră în componență conductoarelor în principal pentru a le conferi rezistență mecanică superioară și mai rar singur, deoarece prezintă conductibilitate electrică mai scăzută decât aluminiul sau aliajele acestuia. Trefilarea la rece îi mărește rezistența mecanică, dar care se pierde dacă se reîncălzește la 600 – 650°C. Pentru a evita corodarea sârmelor de oțel din componența conductoarelor ele se folosesc în variantă zincată sau aluminată.

Standardele prevăd următoarele materiale pentru sârmele din care se confecționează conductoarele electrice :

- aluminiu trefilat tare, notat prin A1;
- aliaj de aluminiu tip B, notat prin A2;
- aliaj de aluminiu tip C, notat prin A3;
- oțel normal notat prin S1A sau S1B pentru care A și B sunt clasele de acoperire cu zinc, corespunzând claselor 1 și 2 ;
- oțel de înaltă rezistență, notat prin S2A și S2B ;
- oțel de foarte înaltă rezistență notat prin S3A.

#### 1.4. Încercările mecanice ale conductoarelor electrice, condiții de recepție

Încercările la care se supun conductoarele electrice sunt de două feluri :

- încercări de tip
- încercări pe eșantion

*Încercări de tip* sunt destinate să verifice caracteristicile principale ale unui conductor, care depind în mod esențial de componența sa. Ele se efectuează o singură dată, fie printr-o nouă proiectare, fie pentru un nou procedeu de fabricație a conductorului și se repetă numai în caz de schimbare a componenței sau a procedurii de fabricație al conductorului.

*Încercările pe eșantion* sunt destinate să garanteze calitatea conductoarelor și conformitatea lor cu cerințele standardelor.

*Încercările de tip care se cer sunt :*

a) *suduri ale sârmelor de aluminiu* – sunt permise pentru ruperile inevitabile ale sârmelor de aluminiu în timpul cablării cu condiția ca aceste ruperi să nu fie cauzate de un defect al sârmei sau de utilizarea de lungimi prea scurte ale sârmelor de aluminiu. Sudurile trebuie să aibe geometria de origine a sârmei (fără bavuri), să aibe diametrul egal cu cel al sârmelor inițiale și nu trebuie să prezinte neregularități. Orice sudură trebuie să fie la distanța de cel puțin 15m de o altă sudură pe aceeași sârmă sau pe oricare altă sârmă de aluminiu din conductor. Sudurile trebuie să fie executate fie prin sudură electrică prin rezistență recoaptă, sudură electrică prin rezistență refulată la rece, sudură la rece prin presiune sau orice altă metodă aprobată. Rezistența mecanică la rupere nu trebuie să fie mai mică de 75MPa pentru sudurile electrice recoapte și 130Mpa pentru sudurile la rece prin presiune și pentru sudurile electrice refulate la rece. Fabricantul trebuie să demonstreze că metoda de sudură propusă permite obținerea forțelor de rupere cerute.

b) *curbe efort - deformare* – sunt furnizate ca încercări de tip, când ele sunt cerute de cumpărător și trebuie să reprezinte cea mai bună cunoaștere a comportamentului sub sarcină al conductorului. În cazul unui acord între cumpărător și furnizor, încercările efort - deformare sunt realizate pe conductor și dacă este cazul, separat pe inima de oțel.

Variațiile de temperatură în timpul încercărilor sunt de  $\pm 2^{\circ}\text{C}$ .

Eșantioanele de încercat trebuie pregătite cu mare atenție astfel încât să nu se producă deplasări între inima de oțel și straturile de sârme de aluminiu care ar putea influența semnificativ curbele efort - deformare.

Deformarea conductorului se măsoară între două repere de referință. Mai întâi se încarcă conductorul pentru a fi îndreptat la o tensiune corespunzătoare la 2% din forța de rupere nominală (care se ia din standarde). După readucerea la zero a tensiunii, se etalonează indicatoarele de deformare la zero. În continuare se încarcă conductorul la 30% din forța de rupere nominală și se menține timp de 30 de minute. Se citesc deformațiile la 5, 10, 15 și 30 de minute și apoi se descarcă conductorul. Se repetă încercările pentru 50, 70 și 85% din forța de rupere nominală menținând aceste încărcări câte o oră și se citesc deformațiile la 5, 10, 15, 30, 45 și 60 minute urmate de descărcarea conductorului după fiecare ciclu de încărcare. După cele patru încărcări se încarcă conductorul până la rupere citindu-se sarcinile și deformațiile până la 85% din forța de rupere nominală la intervalele de timp menționate.

În cazul inimilor de oțel, ele se încarcă până când alungirea la începutul fiecărei perioade de menținere corespunde celei obținute pentru conductorul complet la încărcări de 30, 50, 70 și 85 % din forța de rupere nominală.

Curba efort – deformare se obține trasând o curbă lină care trece prin punctele de la 0,5 și o oră sub încărcările de 30, 50, 70 și 85% din forța de rupere nominală. Pentru a obține curba caracteristică, se elimină de la partea inferioară a curbei influența oricărei slăbiri a aluminiului care ar putea fi provocată de o alungire provenind din racordurile de capăt. Se prelungește curba până la intersecția cu zero.

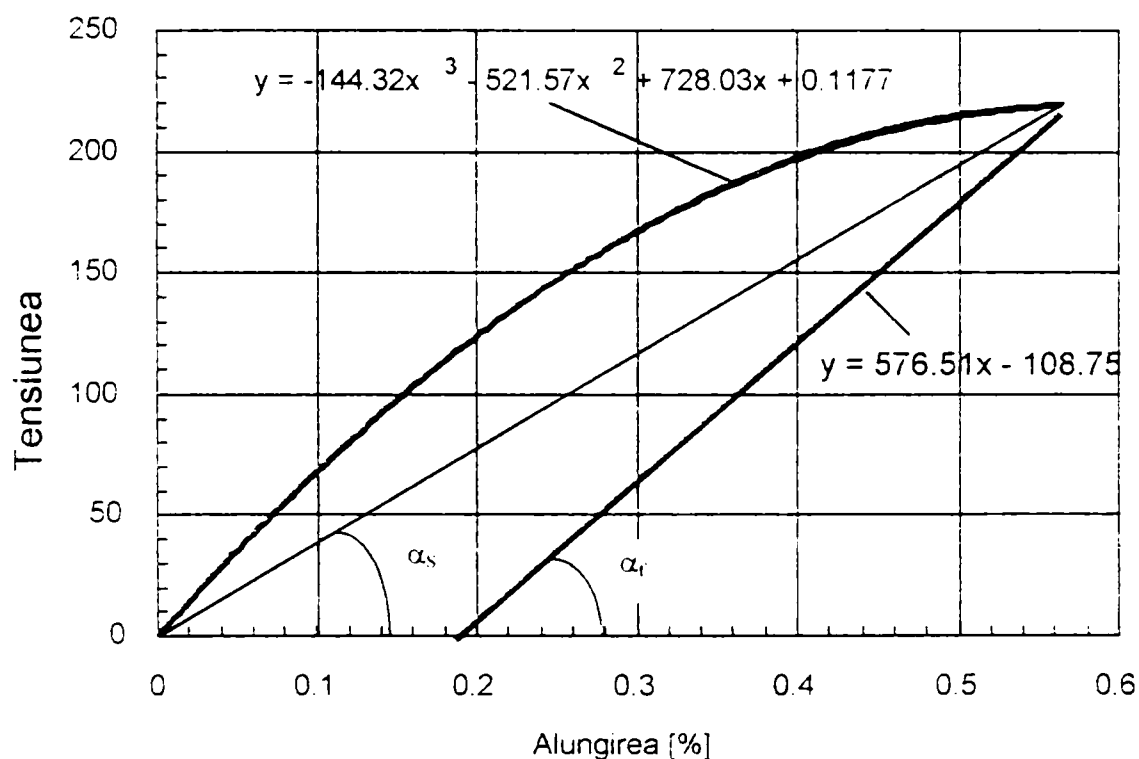


Fig. 1.9. Curbă tensiune – alungire pentru un conductor de Al – OL.

c) forța de rupere a conductorului – Când se cer încercări de determinare a forței de rupere a conductorului, nu trebuie să intervină nici o rupere a firelor înainte de a atinge 95% din forța de rupere nominală.

Forța nominală de rupere a unui conductor omogen de aluminiu este egală cu suma forțelor minime de rupere ale fiecărei sârme. Forța de rupere a unei sârme elementare este produsul dintre secțiunea sa nominală și rezistența minimă de rupere indicată în standarde.

Forța de rupere nominală a conductoarelor bimetalice Al – OL este suma dintre forța de rupere a părții de aluminiu și forța de rupere a părții de oțel corespunzând unei alungiri compatibile cu aceea a aluminiului la momentul ruperii. Pentru a permite emiterea unor

specificații și din considerente practice, forța de rupere a oțelului este luată, în lipsă, egală cu forța corespunzătoare unei lungiri specifice de 1% pe o epruvetă de 250 mm lungime.

Forța de rupere nominală a conductoarelor bimetalice de aluminiu (A1/A2 sau A1/A3) este suma dintre forța de rupere a părții A1 și 95% din aceea a părții A2 sau A3.

Forța de rupere a conductorului este determinată prin tracțiunea sa pe un stand de încercare adecvat având o precizie minimă de  $\pm 1\%$ . Viteza de creștere a sarcinii trebuie să fie uniformă în timpul încercării. Timpul necesar pentru a atinge 30% din forța de rupere nominală trebuie să fie cuprins între 1 și 2 minute. Aceeași viteză trebuie menținută pe toată durata încercărilor. Pentru realizarea acestei încercări, capetele eșantionului de conductor se fixează în dispozitive de prindere adecvate. În timpul acestei încercări, forța de rupere a conductorului este dată de sarcina atinsă în momentul ruperii uneia sau a mai multor sârme. O nouă încercare, până la trei încercări în total, poate fi făcută, dacă ruperea sârmei este situată la mai puțin de 1 cm de unul din dispozitivele de prindere, atunci când efortul nu a atins forța de rupere prescrisă.

*Încercările pe eșantion cerute sunt :*

a) *pe sârmă* - înaintea cablării, se fac conform standardelor corespunzătoare sârmelor.

*Sârmele de aluminiu* trase la rece, în stare de ecrusare tare, cu diametrele cuprinse între 1.25 și 5.00 mm trebuie să aibe proprietățile mecanice și electrice prescrise de standarde. Conținutul lor de aluminiu nu trebuie să fie mai mic de 99,5%. Sârmele de aliaj de aluminiu - magneziu - siliciu, tratate termic, fabricate în gama de diametre 1.50 până la 4.5 mm sunt de tip A și B și trebuie să aibă o compoziție care să le confere calitățile mecanice și electrice specificate în standarde.

Sârmele trebuie să fie netede, fără defecte și să se încadreze ca diametru în marja de toleranțe prescrisă de standarde, măsurată într-o secțiune pe două direcții perpendiculare.

Îmbinările înainte de trefilare sunt permise doar în anumite condiții :

- dacă bobina cântărește mai mult de 500Kg ;
- dacă bobinele nu conțin mai mult de o îmbinare ;
- maxim 10% din bobinele unui lot pot conține o îmbinare ;
- la cererea cumpărătorului furnizorul trebuie să facă dovada că rezistența la rupere la tracțiune a îmbinării este de cel puțin 130 Mpa.

Bobinele conținând o îmbinare făcută pe sârmă trebuie să fie clar identificate.

Probele pentru încercările mecanice și a rezistivității trebuie prelevate de fabricant pe 10% din lungimile individuale de sârme din fiecare lot.



Dacă nu există alt acord între cumpărător și fabricant, toate încercările trebuie efectuate la fabrica producătoare.

Încercările mecanice cerute sunt *încercarea la tracțiune* și *încercarea la înfășurare*.

*Încercarea la tracțiune* se efectuează pe o lungime prelevată din fiecare din probele alese. Viteza de îndepărtare a bacurilor mașinii de încercat trebuie să fie cuprinsă între 25 și 100 de mm/min. Rezistența de rupere nu trebuie să fie mai mică decât valoarea corespunzătoare prevăzută în standarde.

*Încercarea la înfășurare* se efectuează pe o lungime prelevată din fiecare din probele alese prin înfășurarea a opt spire în jurul unui dorn egal în diametru cu diametrul sârmei, cu o viteză maximă de 60 rotații/min. Șase spire trebuie apoi desfășurate și apoi înfășurate din nou în spire lipite una de cealaltă. Sârma nu trebuie să se rupă.

Fabricantul trebuie să furnizeze cumpărătorului la cerere rezultatele tuturor încercărilor făcute pe probe cuprinse într-un certificat de conformitate.

În ceea ce privește *sârmele de oțel zincate*, utilizate la producerea și sau armarea conductoarelor pentru liniile aeriene de transport a energiei electrice, ele sunt fabricate într-o gamă de diametre 1.25 până la 5.5 mm (inclusiv acoperirea), din trei categorii de oțeluri: oțel normal, oțel de înaltă rezistență și oțel de foarte mare rezistență în două clase de acoperire 1 și 2. Trebuie să aibe proprietățile precizate în standarde. Stratul de acoperire trebuie să aibe minim 99,85% zinc și se poate realiza fie electrolitic fie prin imersie la cald.

Atât sârmele neacoperite cât și cele acoperite trebuie să fie netede și fără defecte.

Diametrul sârmei de oțel zincată se măsoară pe două direcții perpendiculare în aceeași secțiune. Toleranțele de măsurare trebuie să țină seama și de stratul de acoperire.

Trebuie livrate la o lungime minimă indicată de către beneficiar cu o abatere permisă de 0.....-4%.

Îmbinările sunt permise înainte și după tratamentul la cald și înainte de trefilarea la rece, prin procedeul de sudare cap la cap electrică sau prin flacără și trebuie să aibe o rezistență la rupere minimă de cel puțin 80% din rezistența la rupere a sârmelor nesudate. Bobinele care conțin îmbinări trebuie să fie clar identificate. Nu se admit îmbinări pe sârma zincată.

Prelevarea eșantioanelor pentru probe se face în aceleași condiții ca la sârmele de aluminiu.

Încercările se efectuează deasemenea în general la fabricant.

Toate încercările mecanice se efectuează pe sârmele de oțel zincate finite.



*Încercările mecanice cerute sunt :*

- *încercarea de rezistență la 1% alungire* – O epruvetă din fiecare eșantion se prinde între bacurile mașinii de încercat la tracțiune. Se aplică o sarcină prescrisă în funcție de rezistența la rupere a sârmei și se montează un extensometru pe o lungime de 250mm reglat la o valoare inițială. Atât sarcina inițială cât și reglajul inițial al extensometrului sunt prescrise de standarde în funcție de diametrul sârmei. Lungimea de măsurare trebuie să fie marcată pe sârmă înainte de aplicarea sarcinii atunci când se cer măsurări ulterioare.

Sarcina trebuie să fie mărită uniform, până când extensometrul indică o alungire de 1% din lungimea de măsurare inițială. În acest moment se citește forța, iar valoarea rezistenței la o alungire de 1% se calculează prin împărțirea acestei forțe la secțiunea sârmei, calculată pe baza diametrului real al sârmei. Valoarea obținută nu trebuie să fie mai mică decât cea indicată în standardul de profil.

Epruveta poate fi utilizată ulterior pentru încercări la tracțiune și alungire.

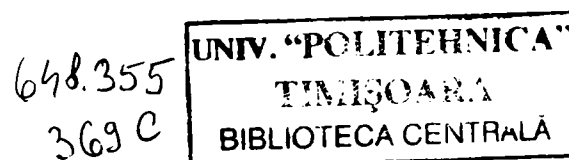
- *încercarea la tracțiune* – Pentru determinarea sarcinii de rupere a unei epruvete trebuie utilizată o mașină de încercat corespunzătoare. Forța trebuie aplicată uniform înainte și după atingerea alungirii de 1% cu o viteză de îndepărtare a bacurilor superioară vitezei de 0,1 mm/min. Rezistența la rupere calculată prin împărțirea forței de rupere la aria secțiunii sârmei, calculată pe baza diametrului real al sârmei nu trebuie să fie mai mică decât cea prescrisă în standarde.

Epruveta poate fi utilizată ulterior pentru determinarea alungirii la rupere dacă lungimea de măsurare a fost marcată pe epruvetă după cum s-a descris la încercarea pentru determinarea rezistenței la 1% alungire.

- *încercarea de ductibilitate* – Alegerea între încercarea de determinare a alungirii la rupere și înecarea la răsucire este la latitudinea producătorului, dacă între producător și beneficiar nu există alt acord, iar alegerea uneia sau alteia dintre metodele de încercare nu aduce prejudicii calității oțelului utilizat.

- *încercarea la alungire* – Capetele rupte ale epruvetei în cursul încercării la tracțiune se pun cap la cap și se măsoară distanța dintre repere. Alungirea reprezintă creșterea în lungime exprimată ca procent din lungimea inițială dintre reperele epruvetei.

Pentru ca încercarea să fie valabilă, epruveta trebuie să se rupă între cele două repere, iar alungirea la rupere nu trebuie să fie mai mică decât valoarea corespunzătoare indicată în standarde.



- *încercarea la răsucire* – (nu se aplică la clasa 2 de zincare) – este o alternativă la încercarea la alungirea la rupere. Epruveta prelevată din fiecare eșantion se prinde între două bacuri dintre care una se poate deplasa axial și permite rotirea în jurul axei.

În timpul încercării epruvetei se aplică o sarcină, nu mai mare de 2% din rezistența la rupere a sârmei și se răsucește cu o viteză nu mai mare de 60 de rotații pe minut până la apariția primei rupturi pe sârmă. Numărul de răsuciri pe o lungime de 100 de ori diametrul sârmei nu trebuie să fie mai mic decât valorile corespunzătoare indicate în standarde.

- *încercare la înfășurare* – O epruvetă din fiecare eșantion se înfășoară în jurul unui dorn de diametru standardizat cu o viteză care să nu depășească 15 rot/min, pentru a forma o înfășurare elicoidală din opt spire. Sârma nu trebuie să se rupă.

În afara de încercările mecanice prezentate se mai efectuează încercări ale stratului de zinc cum ar fi determinarea masei stratului de zinc, încercarea aderenței stratului de zinc și continuitatea stratului de zinc.

Producătorul trebuie să furnizeze beneficiarului la cerere rezultatele tuturor încercărilor realizate într-un certificat de conformitate

*b) pe conductor*

- *aria secțiunii transversale*

Aria secțiunii transversale a părții de aluminiu dintr-un conductor cablat este suma dintre ariile sârmelor de aluminiu ce compun conductorul, determinate prin măsurarea diametrelor cu un micrometru cu precizie de miime de milimetru. Diametrul  $d$ , în milimetri este media a trei măsurători ale diametrului. Fiecare dintre aceste măsurători corespund mediei dintre măsurarea cea mai mare și cea mai mică făcute aproape de fiecare din capetele și în centrul eșantionului. Această arie nu trebuie să se abată cu mai mult de  $\pm 2\%$  pentru fiecare eșantion și cu mai mult de  $\pm 1,5\%$  pentru media a patru măsurări ale căror poziții sunt alese la întâmplare la o distanță minimă de 20cm una de alta.

Aria secțiunii inimii de oțel, dacă este cazul, este suma dintre ariile secțiunilor sârmelor ce compun inima de oțel, determinate prin măsurări ale diametrelor cu metoda prezentată anterior pentru sârmele de aluminiu.

- *diametrul conductorului* – trebuie măsurat la jumătatea dintre filieră și cabestanul de tragere al mașinii de cablat. Măsurătorile se efectuează cu un micrometru gradat în sutimi de milimetru. Diametrul este media a două citiri rotunjite la sutimi de milimetru, efectuate într-o secțiune pe două direcții principale. Toleranțele față de diametrul nominal trebuie să fie de

$\pm 1\%$  pentru diametre mai mari sau egale cu 10 mm și de  $\pm 0,1\text{mm}$  pentru diametre mai mici de 10mm.

- *densitatea liniară* - masa pe unitate de lungime - se determină cu aparate care pot garanta o precizie de  $\pm 0,1\%$  densitatea liniară a conductorului negresat nu trebuie să depășească cu mai mult de  $\pm 2\%$  valoarea nominală indicată în tabele.

Masa de unsoare dintr-un conductor este determinată prin diferența între masa conductorului gresat și aceea a aceluiași conductor după degresare. Masa de unsoare nu trebuie să fie mai mică decât valoarea prescrisă în standarde.

- *rezistența la rupere a sârmelor* - atunci când sunt cerute se efectuează pe sârme prelevate din conductoare după cablare. Lungimea de sârmă necesară încercărilor este scoasă din conductor și îndreptată astfel încât să nu se alungească. Aria secțiunii transversale se determină după cum s-a arătat în prealabil. Sârma îndreptată se fixează între bacurile mașinii de încercat la tracțiune și se încarcă progresiv cu o viteză de îndepărtare a bacurilor cuprinsă între 25 și 100 mm. min.

Forța de rupere raportată la aria secțiunii transversale a sârmei nu trebuie să fie mai mică de 95% din rezistența la rupere cerută înainte de cablare. (Cele 5% de reducere iau în calcul prelucrarea și răsucirea sârmei în timpul cablării).

- *aspectul suprafeței* - suprafața conductorului nu trebuie să prezinte imperfecțiuni vizibile cu ochiul liber ca zgârieturi, solzi, etc.

- *raport de cablare și sens de cablare* - raportul de cablare al fiecărui strat se obține prin raportul dintre mărimea pasului de cablare al stratului și diametrul exterior al aceluiași strat. Valorile obținute precum și sensul de cablare al stratului trebuie să fie conform cu cele care au fost prezentate la începutul capitoului.

Metodele de încercare la fluaj a conductoarelor cablate vor fi prezentate într-un alt capitol al lucrării.

Menționăm că Laboratorul de Rezistența Materialelor din cadrul Universității "Politehnica" din Timișoara este dotat cu toate instalațiile cerute pentru încercările cablurilor conductoarelor și a sârmelor cum ar fi dispozitive pentru încercări la torsiune, pentru încercări la îndoiri repetate, instalații pentru încercări la tracțiune. Printre altele este dotată cu o mașină orizontală pentru încercarea la tracțiune a cablurilor și conductoarelor MOT pe epruvete de o lungime de 12m și o forță maximă de 2500 KN și pămă recent o mașină verticală de încercări la fluaj cu cinci posturi de lucru pentru epruvete de 2m lungime și forța maximă de tracțiune de 30KN.

## Capitolul 2. FLUAJUL CONDUCTOARELOR MONO ȘI BIMETALICE

### 2.1 Generalități despre fluaj

*Fluajul este definit ca proprietatea materialelor de a se deforma lent și continuu în timp sub acțiunea unei sarcini constante ; această proprietate este variabilă cu temperatura.*

Unul dintre cei mai importanți cercetători în domeniul fluajului , A. Salli definește acest fenomen ca ” deformația cauzată de aplicarea unei sarcini asupra unui corp solid . deformație care depinde de durata de acțiune a sarcinii respective”

Conform S.D. Panamariov ”Fenomenul de variație” a deformațiilor și eforturilor unitare sub sarcină în timp , iar după F. Levi și G. Pizzeti ”deformarea permanentă pe care o suferă anumite materiale când sunt supuse la acțiunea prelungită a unei sarcini”

Trebuie făcută distincție între fluaj și plasticitate. Deformațiile permanente datorite fluajului pot să ia naștere pentru sarcini inferioare limitei de elasticitate , dar apariția lor pretinde o acțiune de durată a sarcinii. Altfel spus , amploarea lor depinde în mod esențial de factorul timp.

Dacă sarcina depășește limita de elasticitate , peste deformațiile plastice se suprapun deformațiile de fluaj.

În cazul unor încercări de tracțiune , se constată că odată cu creșterea temperaturii de incercare , rezistența și limita de elasticitate scad. La aceste încercări timpul devine un factor esențial și datorită sarcinii constante , se produc lungiri în mod continuu , care pot conduce în timp la rupere.

Pentru a înțelege fenomenul de fluaj , este util a se trece în revistă diferitele tipuri de deformații ale unei epruvete supuse la întindere , deformații care , izolate sau (cum este cazul general) suprapuse , reprezintă fenomenul de fluaj.

#### ***Tipuri de deformații ce apar distincte sau suprapuse în cadrul încercărilor de fluaj.***

Vom vedea diverse diagrame obținute prin încercări la întindere , precum și o analiză succintă a lor , urmăriind deformațiile și după încetarea acțiunii sarcinii.

La toate încercările ale căror diagrame le vom vedea , se aplică epruvetei o forță de întindere  $P$ . Epruveta este ținută într-un mediu cu o temperatură oarecare , însă perfect constantă. Tensiunea crește liniar în timp doar pe durata aplicării sarcinii ( în timpul punerii

epruvetei sub sarcina de la zero la  $P$  ). Sarcina rămâne constantă un timp oarecare , după care sarcina se înlătură printr-o descreștere liniară de la  $P$  la zero.

Se măsoară creșterea de lungime  $\Delta l$  a epruvetei , în funcție de tensiunea  $\sigma$  care a produs-o. Se determină lungirea specifică  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$  și se notează timpul când se citesc deformațiile.

Se trasează apoi diagramele lungirii specifice în funcție de tensiune ( $\varepsilon, \sigma$ ) și lungirii specifice în funcție de timp ( $\varepsilon, t$ ).

Vitezele de aplicare și de ridicare a sarcinii sunt presupuse identice și fixate arbitrar pentru simplificare.

*Deformații perfect elastice* – Deformația este proporțională cu sarcina ( legea lui Hooke).

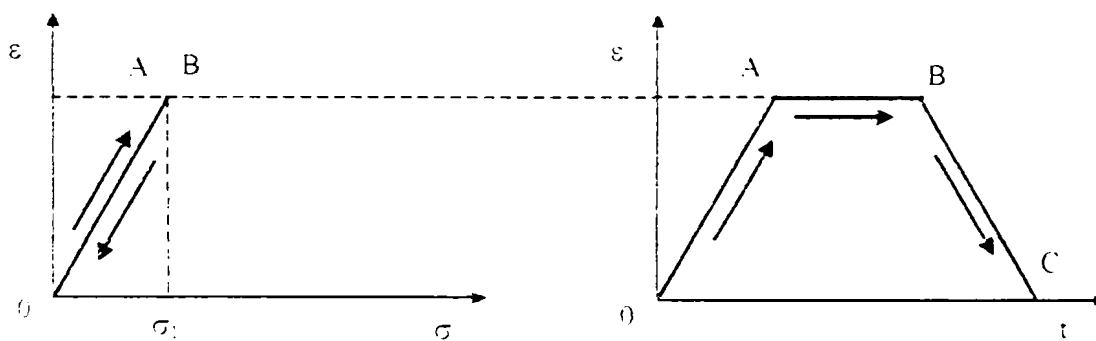


Fig. 2.1. Diagrama deformațiilor perfect elastice a unei epruvete supusă încercării de tracțiune (încărcare descărcare)

Așa cum se vede în fig.2.1 dreapta OA , parcursă reversibil BC este independentă de viteza de încărcare. Durata aplicării sarcinii nu are nici o influență asupra deformației , deformație ce este temporară.

Materialul încercat poate fi considerat ca perfect elastic pentru orice tensiune inferioară tensiunii  $\sigma_1$  .

*Deformații imperfect elastice.* Deformația nu este proporțională cu sarcina ce a creat-o , lungimea epruvetei revenind la mărimea sa inițială după înlăturarea sarcinii ; curba tensiuni – deformații (lungiri specifice) nu mai este parcursă reversibil. Deformația se produce cu histerezis.

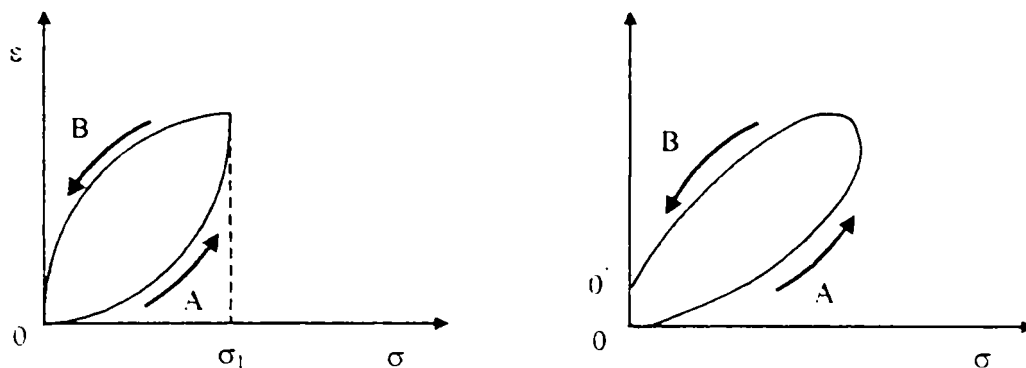


Fig. 2.2. Diagrame ale deformațiilor imperfect elastice pentru epruvete supuse încercării de tracțiune (încărcare – descărcare)

a) Deformație imperfect elastică

b) Deformație imperfect elastică cu deformații permanente

Liniile OA și BO sau BO' din figurile 2.2.a și 2.2. b nu se mai suprapun ci formează un ciclu închis a cărui formă depinde de viteza de aplicare a sarcinii. Suprafața buclei de histerezis corespunde lucrului mecanic absorbit în timpul deformației și pierdut sub formă de căldură.

Solidul este un corp elasto-vâscos sau pseudo-elastic.

Efectele elastice sunt însoțite de efecte termice și în consecință nici un corp real nu poate urmări riguros legea lui Hooke.

Dacă pentru o tensiune inferioară limitei de proporționalitate, diagrama tensiune-deformație ar fi fost parcursă reversibil, nu ar fi trebuit să se producă nici o alterare a materialului prin repetarea acestui ciclu și nu s-ar fi produs ruperile prin oboseală sub sarcini mici, inferioare lui P.

Histerezisul elastic este condiția necesară acestor ruperi.

*Limita de elasticitate* – Peste o anumită valoare a tensiunii, particulară fiecărui material curbele tensiune-deformație nu se mai întâlnesc în punctul 0, oricât de mult am lăsa epruveta în repaus.

Rezultă o deformație permanentă  $00'$ . Tensiunea  $\sigma_e$  corespunzătoare pragului deformațiilor ireversibile, este *limita de elasticitate fizică*.

Determinarea acestei caracteristici este practic imposibilă.

Aceste diverse aspecte ale deformației elastice arată ca vâscozitatea poate exista chiar și sub limita de elasticitate.

Vom vedea în cele ce urmează existența deformărilor elastice , chiar la temperaturi foarte ridicate.

Toate metalele și aliajele devin la temperaturi ridicate corpuri elasto-vâscoase.

*Deformație permanentă* - Așa cum se vede în fig.2.3 în timpul punerii sub sarcină se înregistrează dreapta OA , apoi tensiunea depășind limita lungirilor proporționale curba se înclină în sus după AB . Lungirea nu mai crește în B chiar dacă sarcina se menține constantă o durată oarecare de timp. După ridicarea sarcinii însă , parte din această lungire se menține. Ea corespunde ordonatei D care reprezintă deformația permanentă. În intervalul de timp corespunzător ridicării sarcinii , se petrece o contracție elastică după CD.

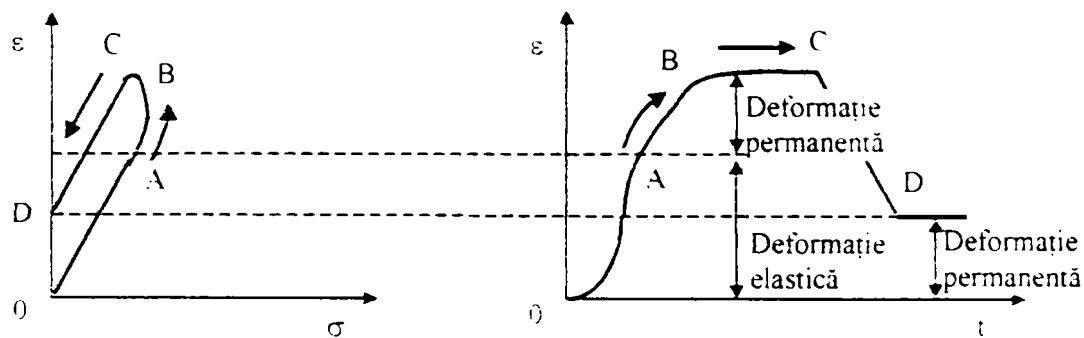


Fig. 2.3 Diagrama deformațiilor permanente

Materialul a devenit perfect elastic pentru orice tensiune inferioară abscisei punctului B , ca urmare a ecruisării în timpul deformației permanente , rezultând o mărire a valorii limitei de elasticitate.

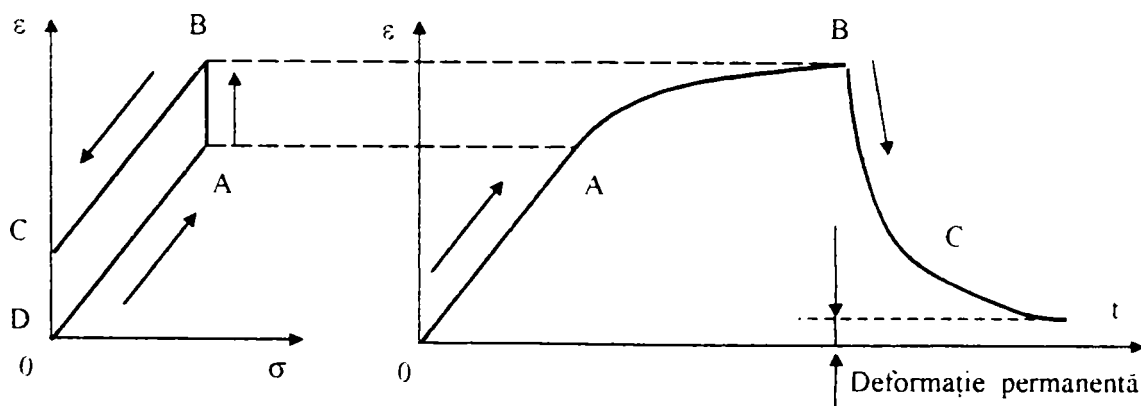


Fig. 2.4. Deformație elastică și deformație permanentă încetinită



*Deformație elastică și deformație permanentă.* Din fig. 2.4 se vede că la începutul punerii sub sarcină se produce o deformație elastică, deformație care se continuă și după ce sarcina a fost aplicată. Deformația aceasta are o viteză descrescătoare în intervalul AB.

După înlăturarea sarcinii se produce o contracție elastică BC care se continuă cu o contracție încetinită a cărei viteză tinde încet către zero.

De la C la D urmează o contracție elastică întârziată, denumită și subpermanentă. Aceasta este o reacțiune a materialului și ciclul  $\epsilon, \sigma$  nu poate fi reversibil.

## 2.2 Încercări și caracteristici de fluaj

Încercările de fluaj trebuie astfel realizate încât rezultatele obținute să poată preciza valoarea limitelor la care este posibil a adopta un anumit material în bune condiții pentru un anumit subansamblu.

Dacă luăm în considerare numai factorul de timp, adică durata de funcționare, acesta variază în limite foarte mari în funcție de domeniul de utilizare.

Deformațiile produse de fluaj trebuie să aibe valori inferioare celor care ar putea deranja funcționarea utilajului.

Este necesar deci, ca prin încercările de fluaj să se măsoare caracteristicile în legătură cu specificul piesei pentru care se studiază materialul, pentru o durată apropiată celei de serviciu.

Cea mai utilizată metodă de încercare la fluaj este *metoda izotermă*, la care temperatura și sarcina sunt menținute constante, adică:

$$d\sigma = 0 \text{ și } d\theta = 0$$

Ecuția generală alungirii epruvetei devine în acest caz

$$\frac{d\ell}{\ell_0} = v dt, \quad (2.1)$$

iar viteza de fluaj

$$v = \frac{1}{\ell_0} \cdot \frac{d\ell}{dt} \quad (2.2)$$

Dacă la temperatura ambientă se încarcă o epruvetă de oțel cu sarcină constantă, aceasta se va lungi numai în timpul aplicării sarcinii, după aceea nemaiproducându-se în general nici o variație de lungime. În schimb însă, dacă se operează în aceleași condiții, la



temperaturi de peste  $400^{\circ}\text{C}$  pentru oțeluri, lungirile se continuă în timp, acest timp putând fi mai scurt sau mai lung în funcție de intensitatea tensiunii.

#### Forma curbei clasice de fluaj

obținută prin această metodă este arătată în fig. 2.5.

Pe această curbă distingem patru porțiuni distincte în trei stadii de fluaj:

*Primul stadiu* cuprinde porțiunile OA și AB.

- Porțiunea OA a curbei corespunde

deformațiilor elastice și este compatibilă cu deformația elastică din încercarea la tracțiune obișnuită, deformație care se produce aproape instantaneu.

- Porțiunea AB, de formă parabolică ce tinde către o asimptotă arată că lungimea se desfășoară cu viteză descrescătoare, adică viteza de fluaj scade.

*Al doilea stadiu* de fluaj se identifică cu porțiunea BC a curbei, care este o dreaptă, deci viteza desfășurării lungirilor este constantă.

*Al treilea stadiu* de fluaj este reprezentată de porțiunea CD a curbei, punctul C fiind un punct de inflexiune al curbei după care viteza de fluaj (viteza lungirilor) crește din ce în ce mai mult până în punctul D, unde se produce ruperea.

Observând alura mai multor curbe, ridicate sub tensiune și temperatură constante, se constată că porțiunile AB și BC variază sensibil de la o încercare la alta, ele depinzând de calitatea materialului, de temperatură și de sarcină.

În cazul oțelurilor, la încercări sub  $400^{\circ}\text{C}$ , porțiunea BC se continuă cu o orizontală, adică lungirile încetează după un anumit timp. În acest caz porțiunea CD fiind orizontală epruveta nu se rupe niciodată.

Dacă la o curbă clasică de fluaj porțiunea CD există, ea prezintă un interes deosebit, deoarece conține o accelerare deosebită a fluajului.

Această accelerare a fluajului a fost atribuită inițial micșorării secțiunii prin contracțiile transversale ce iau naștere concomitent cu lungirile, datorită creșterii tensiunii, deformațiile nemai făcându-se sub sarcină constantă. O micșorare a secțiunii epruvetei solicitată de o sarcină constantă produce o creștere de tensiune urmată de creșterea vitezei de deformație.

Explicația de mai nainte este insuficientă în practică și uneori chiar necorespunzătoare.

S-a constatat că acest stadiu de viteze accelerate de fluaj este atins pentru lungiri mult prea mici pentru ca accelerația să se poată explica prin micșorarea tensiunii.

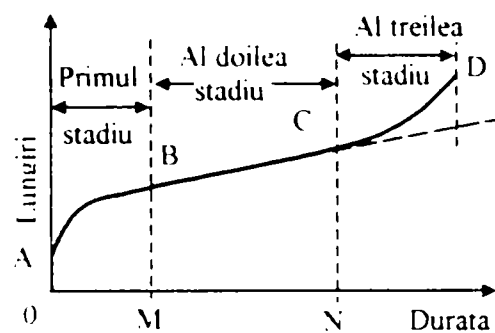


Fig. 2.5 Curba clasică de fluaj

Cauza poate fi explicată printr-un fenomen special de *ecruisaj negativ* care se produce în metal și care favorizează deformația în loc de a o frâna, cum face ecrusajul normal.

De altfel, s-a constatat că accelerarea fluajului are loc și în încercarea de fluaj prin compresiune, unde nu mai poate fi vorba de micșorarea tensiunii.

Unii autori consideră ca acest al treilea stadiu de fluaj se datorește tot unei creșteri de tensiuni, aceasta însă pusă în legătură cu formarea unor fisuri în interiorul epruvetei.

Toate curbele de fluaj din figura 2.6. prezintă porțiunile OA și AB ale curbei elastice de fluaj, adică primul stadiu, însă mai mult sau mai puțin dezvoltate, funcție de caracteristicile materialului ce reprezintă.

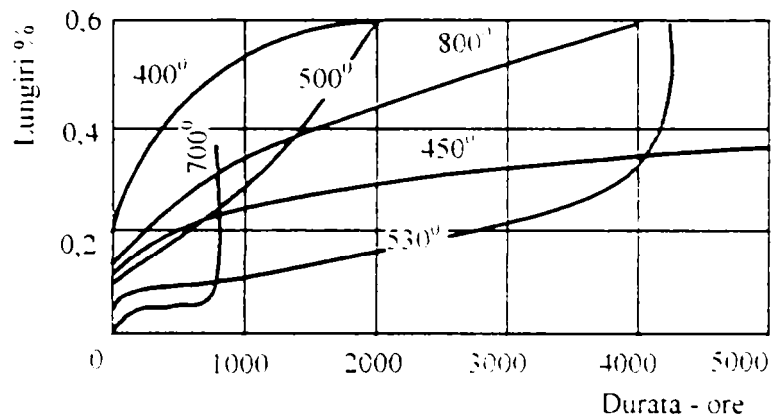


Fig. 2.6. Diferite aluri ale curbelor de fluaj

Stadiul al doilea, porțiunea BC a curbei elastice, net vizibilă la unele curbe, nu se observă la altele.

Stadiul al treilea, porțiunea CD a curbei elastice se vede net la două curbe, la celelalte fiind departe ca timp.

Stadiul al doilea se micșorează ca durată, pe măsură ce crește temperatura sau tensiunea. La temperaturi sau tensiuni înalte, curbele capătă cu totul altă formă. În aceste condiții curba este formată din primul stadiu, urmată direct de stadiul al treilea. Stadiul al doilea în acest caz este concentrat în punctul de inflexiune al curbei, punct în care vitezele descrescătoare se transformă în viteze crescătoare de fluaj.

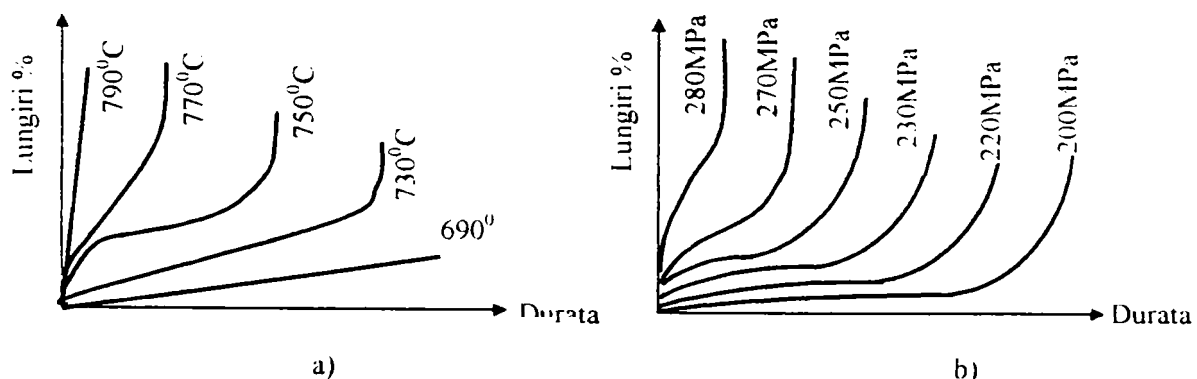


Fig. 2.7. Influența temperaturii și a tensiunilor asupra curbelor de fluaj

În figurile 2.7.a și 2.7.b se poate vedea și influența temperaturii și a tensiunilor asupra formei curbelor de fluaj.

Legând încercarea de necesitatea practică , se observă că pentru piese ce nu pot suporta decât deformații mici , încercarea prezintă interes deosebit pe zona AB a curbei clasice de fluaj , stabilind viteza constantă de fluaj din partea BC a curbei. Cunoscând această viteză constantă , simpla înmulțire cu durata de serviciu ar da lungirea , deformația pe timpul respectiv. Aceasta, dacă viteza ar rămâne constantă înfinit , ceea ce de fapt nu se întâmplă.

În cazul pieselor ce pot suporta deformații , este necesar să se cunoască durata până la ruperea prin fluaj.

În concluzie , rezultă că interesează pe de o parte capacitatea de deformație , iar pe de altă parte rezistența la rupere , ambele funcție de temperatură și timp. Aceasta conduce la două tipuri de încercări , și anume: încercări de fluaj de scurtă durată și încercări de fluaj de lungă durată , până la rupere.

#### *Încercări de fluaj de scurtă durată.*

Încercarea cea mai simplă și concludentă este încercarea de fluaj în care se înregistrează deformația unei epruvete , sub sarcină și sub temperatură constantă , în funcție de timp.

În continuare vom descrie modul de efectuare a încercărilor de fluaj de scurtă durată , așa cum prevăd normativele din Franța.

Epruveta este încălzită progresiv cu o viteză de 200–250°C oră și menținută la temperatura încercării , fără sarcină , timp de 15÷16 ore, astfel încât să dispară orice tensiune remanentă și să se normalizeze întreaga structură la temperatura încercării.

După aceasta se aplică sarcina în aproximativ 10-15 s. și încercarea este urmărită timp de 40-45 ore , astfel ca să se poată face determinarea vitezei de fluaj între a 25-a și a 35-a oră.

Încercarea poate fi continuată tot timpul dorit dacă se urmărește determinarea alurii curbei de fluaj în funcție de timp.

La sfârșitul încercării , epruveta este descărcată progresiv în 10-15 s. Încercarea este apoi urmărită la temperatură constantă sub sarcină nulă , pentru a urmări contracția epruvetei și a trasa astfel curba de reactivitate.

Această înregistrare poate să dureze de la 5 la 15 ore și chiar mai mult , în cazul în care viteza de contracție este încă mare după scurgerea acestui timp.

În figură este reprezentată înregistrarea lungirilor de fluaj , pentru determinarea *limitei convenționale de fluaj*.

În acest stadiu al fluajului se înregistrează lungirile epruvetei în funcție de timp.

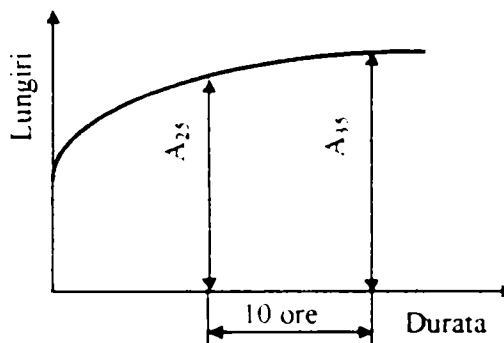


Fig. 2.8 Curba de fluaj pentru determinarea limitei convenționale de fluaj

Dacă  $\Delta \ell$  este lungirea specifică a epruvetei și  $v$  viteza de fluaj , avem:

$$\frac{\Delta \ell}{\ell_0} = v dt \quad ; \quad v = \frac{1}{\ell_0} \frac{\Delta \ell}{dt} \quad (2.3)$$

Înlocuind în formulă valorile înregistrate la încercare , de exemplu cele din fig. 2.8. , se obține viteza de fluaj în modul următor:

Dacă notăm:

- $A_{25}$  - lungimea totală după 25 ore , măsurată pe diagrama timp-deformație
- $A_{35}$  - idem pentru 35 ore
- $\Delta \ell = A_{35} - A_{25}$
- $\ell_0$  - distanța inițială între repere = 70mm ;
- $dt = 10$  ore
- $c = 100$  - coeficientul de amplificare al dispozitivului de înregistrare a diagramei

$$v = \frac{1}{c \cdot \ell_0} \cdot \frac{\Delta \ell}{dt} \cdot 100 = \frac{(A_{35} - A_{25}) \times 100}{100 \times 70 \times 10} = \frac{A_{35} - A_{25}}{700}$$

Încercările de acest fel ne dau posibilitatea să stabilim *limita convențională de fluaj* , adică tensiunea care , între a 25-a și a 35-a oră de încercare , dă o viteză de fluaj , de exemplu de 0,0005% pe oră (  $v_{25}^{35} = 5 \cdot 10^{-4} \% / \text{oră}$  ) , sau o anumită deformație permanentă.

**Limita convențională de fluaj și viteza convențională de fluaj.** Limita convențională de fluaj este tensiunea constantă care dă , în încercarea de fluaj , o viteză constantă de fluaj bine determinată ( stabilită convențional ) , viteza corespunzătoare părții rectilinii a curbei de fluaj din

stadiul al doilea al fluajului. În altă interpretare, această limită este tensiunea constantă care dă o anumită deformare totală pentru un timp dat.

Viteza convențională de fluaj este o lungire specifică pe oră, de exemplu:

$1 \times 10^{-7}$  mm. mm/h sau  $1 \times 10^{-6}$  mm. mm/h; ea putând fi exprimată în procente la sută pe oră, adică, pentru exemplele luate  $1 \times 10^{-5}\%$ /h, respectiv  $1 \times 10^{-4}\%$ /h.

În interpretarea dată în legătură cu deformarea pentru o durată determinată, această deformare poate fi, de exemplu 0,1% sau 0,01% pentru o durată de 1000 ore, sau cu altă exprimare, 1% pentru 10.000 ore și respectiv 1% pentru 100.000 ore.

Astfel, vitezei de fluaj

$1 \times 10^{-9}$  mm/mm·h sau  $1 \times 10^{-4}\%$ /h în corespunde o viteză de fluaj de 0,1% pentru 1000 ore, iar deformarea este de 1% pentru 10.000 ore.

De asemenea vitezei de fluaj

De  $1 \times 10^{-7}$  mm. mm·h =  $1 \times 10^{-5}\%$ /h sau de 0,01% pentru 1000 ore = 1% pentru 100.000 ore.

În figura 2.9. este reprezentată o diagramă întocmită pe baza încercării de scurtă durată pentru două oțeluri diferite.

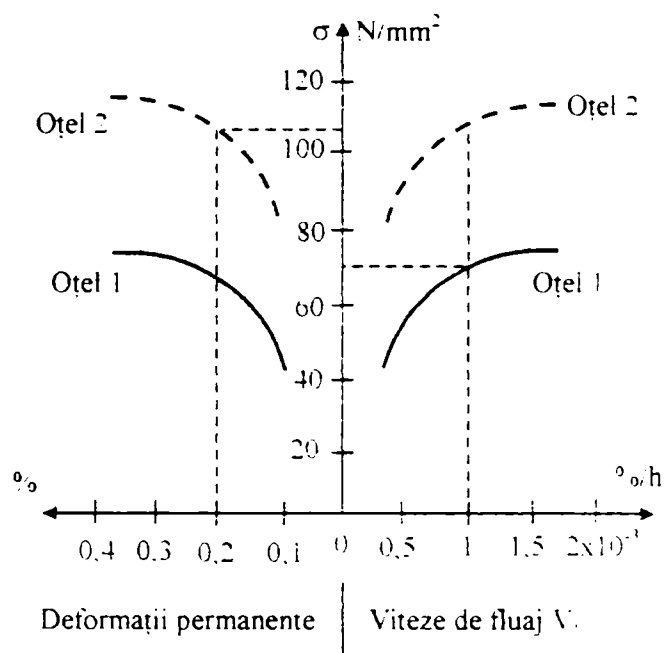


Fig. 2.9. Diagrama deformației permanente și a vitezei de fluaj în funcție de tensiune la temperatură constantă, pentru două oțeluri diferite

În baza rezultatelor înregistrate la încercări, s-a trasat pentru o temperatură dată, variația deformației permanente totale și variația vitezei de fluaj, ambele în funcție de tensiune. După ce s-au trasat cele două variații în funcție de tensiune se trasează dreptele verticale reprezentând limita deformației permanente convenționale și a vitezei de fluaj convenționale.

Tensiunea cea mai mică, pentru care se atinge una din cele două limite convenționale, reprezintă *limita de fluaj*. În cazul celor două oțeluri, pentru oțelul 1 limita de fluaj este tensiunea de 70N/mm² pentru care viteza convențională de fluaj este de  $1 \times 10^{-3}\%$ /h; oțelul 2 are limita de fluaj de 105N/mm², determinată de deformația permanentă convențională de 0,2%.

**Viteze de fluaj normalizate.** S-a descris modul de operare pentru trasarea curbei lungire-timp și deducerea vitezei de fluaj într-un moment oarecare. Valoarea aleasă pentru această viteză de  $5 \times 10^{-4} \% / h$  nu a fost stabilită la întâmplare. Ea corespunde valorilor  $\Delta l$  care pot fi măsurate cu ajutorul extensometrelor cu o precizie suficientă, între a 25-a și a 35-a oră.

Durata a fost aleasă astfel, încât timpul de punere în sarcină și neregularitățile deformației să nu mai aibă influență asupra formei curbei în acest interval.

Valorile vitezei de fluaj prevăzute în standardele diferitelor țări fiind diferite, compararea rezultatelor din literatura de specialitate este dificilă.

Exemple:

- U.R.S.S. – deformația totală de 1% după 100;250;500 sau 1000h și viteza de fluaj de  $10^{-5} \dots 10^{-4} \% / h$ ;
- Franța ( Biroul Veritas ) –  $5 \times 10^{-4} \% / h$  între a 25-a și a 35-a oră ;
- Elveția –  $10 \cdot 10^{-4} \% / h$  între a 25-a și a 35-a oră ;
- D.I.N. –  $10 \cdot 10^{-4} \% / h$  între a 25-a și a 35-a oră cu deformație permanentă maximă de 0.2% după 45h.

Verificarea unui material numai cu această încercare de scurtă durată este de evitat, deoarece există rupturi intercrystaline ce se produc fără deformații importante, într-un timp foarte lung.

Fiind vorba de rupere, este necesar și util, ca pentru piese ce nu admit deformații mari, să se cunoască durata de funcționare până la apariția rupei, lucru ce se poate realiza prin încercări de lungă durată.

Încercările de scurtă durată sunt totuși utile și acceptabile, deoarece perioada în care se face măsurarea vitezei de fluaj se găsește fie în porțiunea AB a curbei clasice de fluaj, stadiu care dă o viteză mare, deci acoperitoare cu exces de siguranță în alegerea tensiunii admisibile, fie în porțiunea BC în care viteza de fluaj este constantă și în acest caz se poate determina exact limita convențională de fluaj.

**Încercări de fluaj de lungă durată până la rupere.** Fluajul fiind un fenomen destul de complex de multe ori încercările de scurtă durată nu sunt relevante.

În cazul fluajului este foarte dificil de a se stabili o ( tensiune ) limită, deoarece curbele reprezentând variația tensiunilor în funcție de timp până la rupere, peste o anumită temperatură,

nu au o asimptotă care să permită stabilirea unei limite, ci se înclină spre abscisă, ceea ce arată că în funcție de temperatură, după un timp oarecare, ruperea se va produce oricum.

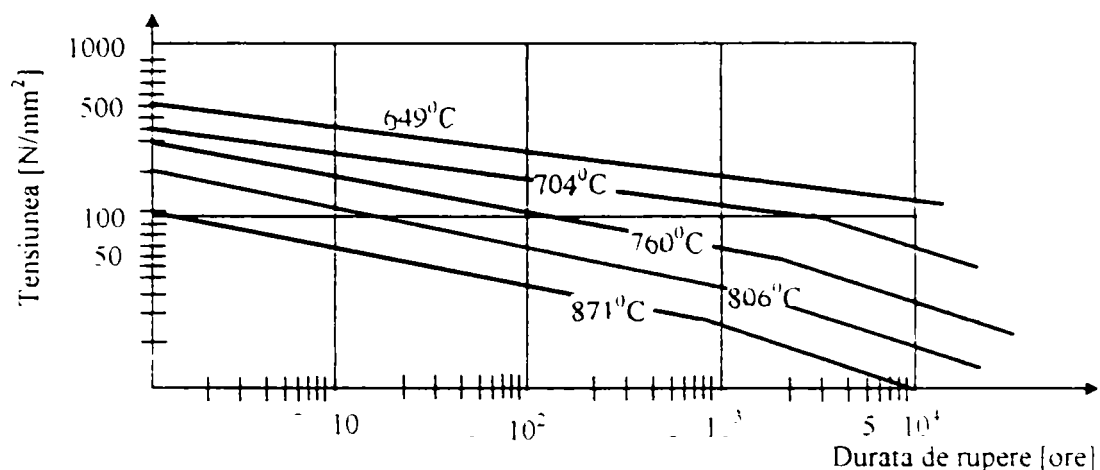


Fig. 2.10. Curbe tensiune - timp pentru temperaturi diferite în coordonate dublu logaritmice

Acest fapt este ilustrat în fig. 2.10.

Încercări de lungă durată, efectuate în general la 500°C au arătat, că după mai mulți ani de încercări chiar, nu se putea determina o limită de fluaj.

Unele materiale supuse încercărilor de lungă durată nu se rup nici după 100.000 ore, ceea ce nu permite efectuarea unor asemenea încercări (din cauza duratei prea lungi). Din acest motiv, vor fi utilizate extrapolări, uneori chiar riscante, cărora vor trebui aplicate anumiți coeficienți de siguranță.

Este evident că urmărirea încercărilor cât mai mult timp posibil ar fi cea mai utilă, deoarece, forma curbelor lungiri-timp fiind astfel mai bine cunoscută, calculele vor putea fi mai precise și deformațiile admisibile ale pieselor vor fi astfel determinate cu mai multă siguranță.

Pentru materiale a căror durată de utilizare este redusă, de ordinul sutelor de ore (fuzee, motoare de avioane de luptă) încercările se pot executa pentru toată durata de funcționare.

Probleme prezintă materialele din componența unor structuri cu durată de funcționare de ordinul a mai mulți ani. În aceste situații nu se pot și nu are sens a se efectua încercări de aceeași durată, ci se fac extrapolări pe baza rezultatelor obținute pe baza încercărilor de durată mai redusă. În ultimul timp se efectuează mai rar încercări de scurtă durată și se fac încercări de durată lungă care pot conduce la determinarea ruperii.

Încercările de fluaj sub sarcini statice prelungite se mai numesc încercări de rupere lentă la temperaturi ridicate. Ele au drept scop să determine comportarea la fluaj, ductibilitatea materialului rezistent la cald și să determine în funcție de temperatură, tensiunea care provoacă ruperea epruvetei într-un interval de timp bine determinat.

Practic, prin această încercare făcută la temperatura  $\theta$  bine definită, se măsoară valoarea  $\sigma \frac{R}{H}$ , adică tensiunea aplicată aleasă pentru a provoca ruperea într-un timp  $H$  determinat, sau se măsoară valoarea  $\sigma \frac{a}{H}$ , adică tensiunea care la temperatura  $\theta$  produce o lungire permanentă de  $a\%$  în  $H$  ore. În figura 2.11 sunt prezentate curbele pentru o astfel de încercare.

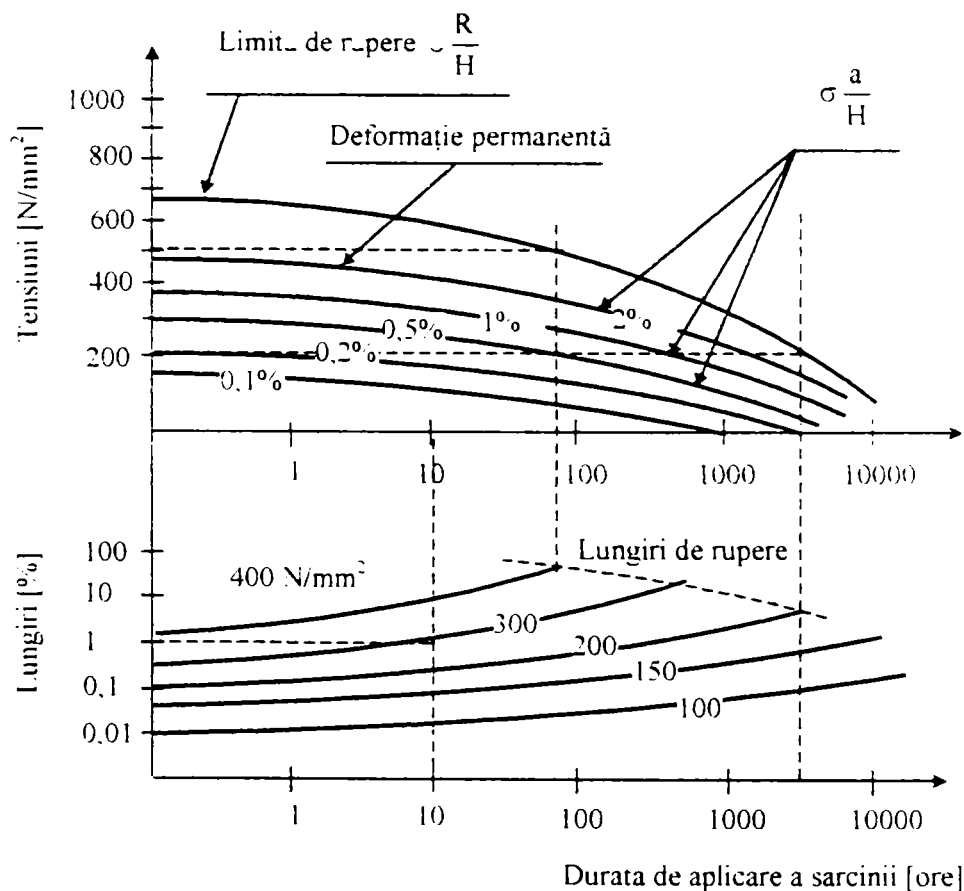


Fig. 2.11. Curbe tensiune - timp și deformație - timp obținute prin încercări de lungă durată

De exemplu tensiunea pentru o lungire permanentă de 2% în 1000 de ore se notează  $\sigma \cdot 2\% / 1000$ , iar tensiunea de rupere la 300 ore  $\sigma \cdot R / 300$ .



Acest tip de încercări permite a aprecia într-o anumită măsură limita de securitate între tensiunea regimului de funcționare și tensiunea de rupere.

În fig. 2.12. sunt prezentate caracteristicile de fluaj pentru două oțeluri aliate, obținute la temperatura de  $500^{\circ}\text{C}$ :

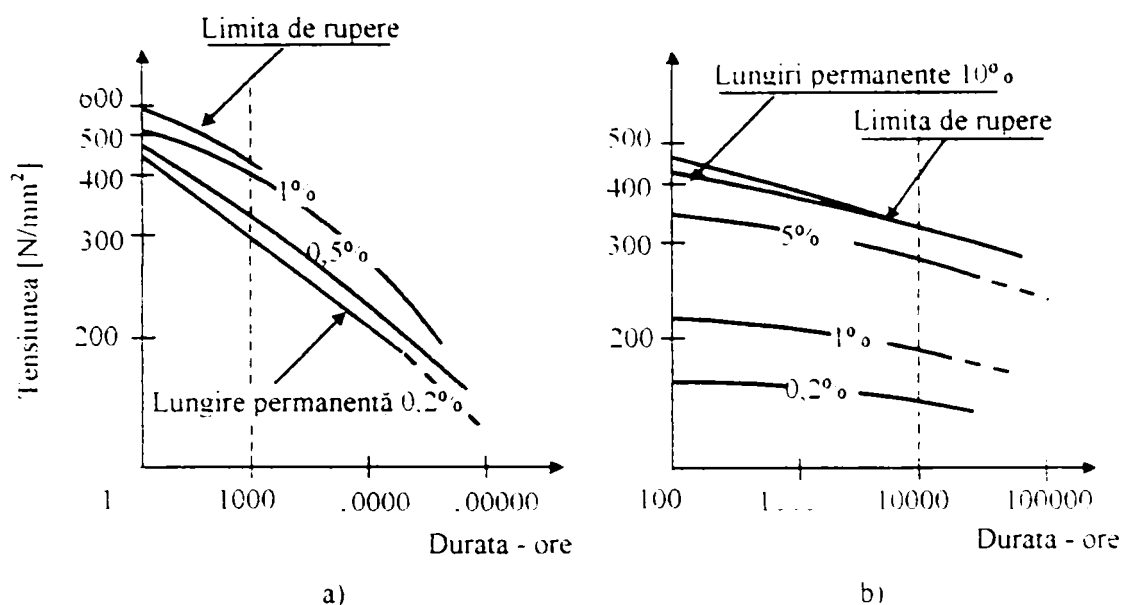


Fig. 2.12. Caracteristicile de fluaj pentru două oțeluri la temperatura de  $500^{\circ}\text{C}$

Cele două încercări ne arată, că determinarea curbei de rupere este indispensabilă.

În timp ce în fig. 2.12.a se vede că în dreptul duratei de încercare de 1000 ore curba lungirilor de 1% întâlnește curba de rupere, iar pentru o durată superioară nu mai există limita de 1%, căci ruperea se produce la lungiri mai mici, în fig. 2.12.b se vede că nu există pericol de rupere fără o lungire sensibilă. De fapt se stabilește o tensiune constantă și încercarea se efectuează până la rupere. În cursul încercării se măsoară lungirile, astfel încât să se cunoască duratele care conduc la lungiri determinate, de exemplu, de 0,02%, 0,2%, 1% și 2%. Diagrama din fig. 2.11. satisface cel mai bine cerințele. Ea permite să se cunoască pe de o parte durata de serviciu a piesei studiate, pe de altă parte deformația corespunzătoare tensiunii de funcționare și totală dacă în condițiile respective de lucru există sau nu pericol de rupere intercrystalină fără lungire sensibilă.

Întrucât încercări de multe mii de ore în general nu se pot efectua, trebuie găsite soluții pentru scurtarea duratei încercărilor, dar care să ofere rezultate corespunzătoare pentru stabilirea caracteristicilor de fluaj în timp îndelungat. Acest lucru se poate obține pe baza extrapolării rezultatelor încercărilor de câteva mii de ore.

În tehnica modernă cea mai mare utilizare o au curbele:

- curba de variație a tensiunii în funcție de timp
- curba de variație a lungirii specifice remanente în funcție de timp.

Aceste două tipuri de curbe se reprezintă în general la scară dublu logaritmică și ele pot fi trasate și extrapolate cu ușurință.

### Caracteristici de fluaj

Experiența arată că la temperaturi ridicate procesul de deformare a pieselor de oțel încărcate static, cu o sarcină inferioară chiar celei corespunzătoare limitei de elasticitate, nu se termină la sfârșitul perioadei de încărcare, ci continuă și pe durata menținerii constante a sarcinii.

Acest fenomen de deformare lentă și continuă a materialului sub acțiunea unei sarcini constante, se numește *fluaj* sau scurgere lentă. La oțeluri, pentru solicitări sub limita de curgere, până la temperatura de 300°C ( pentru oțeluri carbon ), respectiv 400°C ( pentru oțeluri aliate ), fenomenul de fluaj este practic neglijabil.

Fenomenul de fluaj fiind produs de acțiunea continuă a temperaturii ridicate și a duratei lungi de încărcare, efectul său asupra caracteristicilor de rezistență și de plasticitate ale oțelurilor se determină prin încercări de durată. Dintre încercările de durată cunoscute, cea mai des utilizată este *încercarea de fluaj*. La această încercare epruveta se supune la o temperatură și o sarcină ce se mențin constante pe toată durata încercării, în vederea măsurării în timp a deformației produse sau stabilirii duratei până la rupere.

Reprezentarea grafică a variației lungirii specifice a epruvetei în timp, obținută la încercarea de fluaj, se numește *curba de fluaj*. Panta acestei curbe este egală cu viteza de fluaj  $v_f$  definită prin limita raportului:

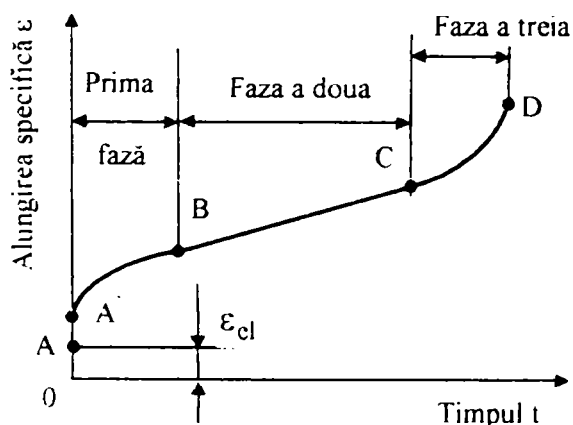


Fig. 2.13. Curbă de fluaj

$$v_f = \lim \frac{\Delta \epsilon}{\Delta t}$$

Viteza de fluaj are dimensiunea mm/mm/h sau ‰/h.

În fig. 2.13. este reprezentată forma clasică a curbei de fluaj. Porțiunea OA corespunde deformației elastice, iar AA' celei plastice – în caz că există – produsă simultan cu încărcarea.

Intervalul A'B cuprinde zona fluajului nestabilizat, în care viteza de deformare descreește continuu. În zona fluajului stabilizat, viteza de deformare este minimă. În intervalul BC a fluajului stabilizat, viteza de deformare este minimă și practic constantă în timp, iar în zona de curgere CD, viteza crește continuu până în momentul rupei, corespunzător punctului D.

La temperaturi și solicitări ridicate, în special la oțelurile aliate, se obțin adesea curbe de fluaj care diferă de forma clasică. În general odată cu creșterea tensiunii și a temperaturii, viteza de deformare crește, iar durata zonei fluajului stabilizat se micșorează.

Pentru durate lungi de încărcare, variația în timp a deformației plastice se reprezintă de multe ori în sistemul de axe dublu logaritmice.

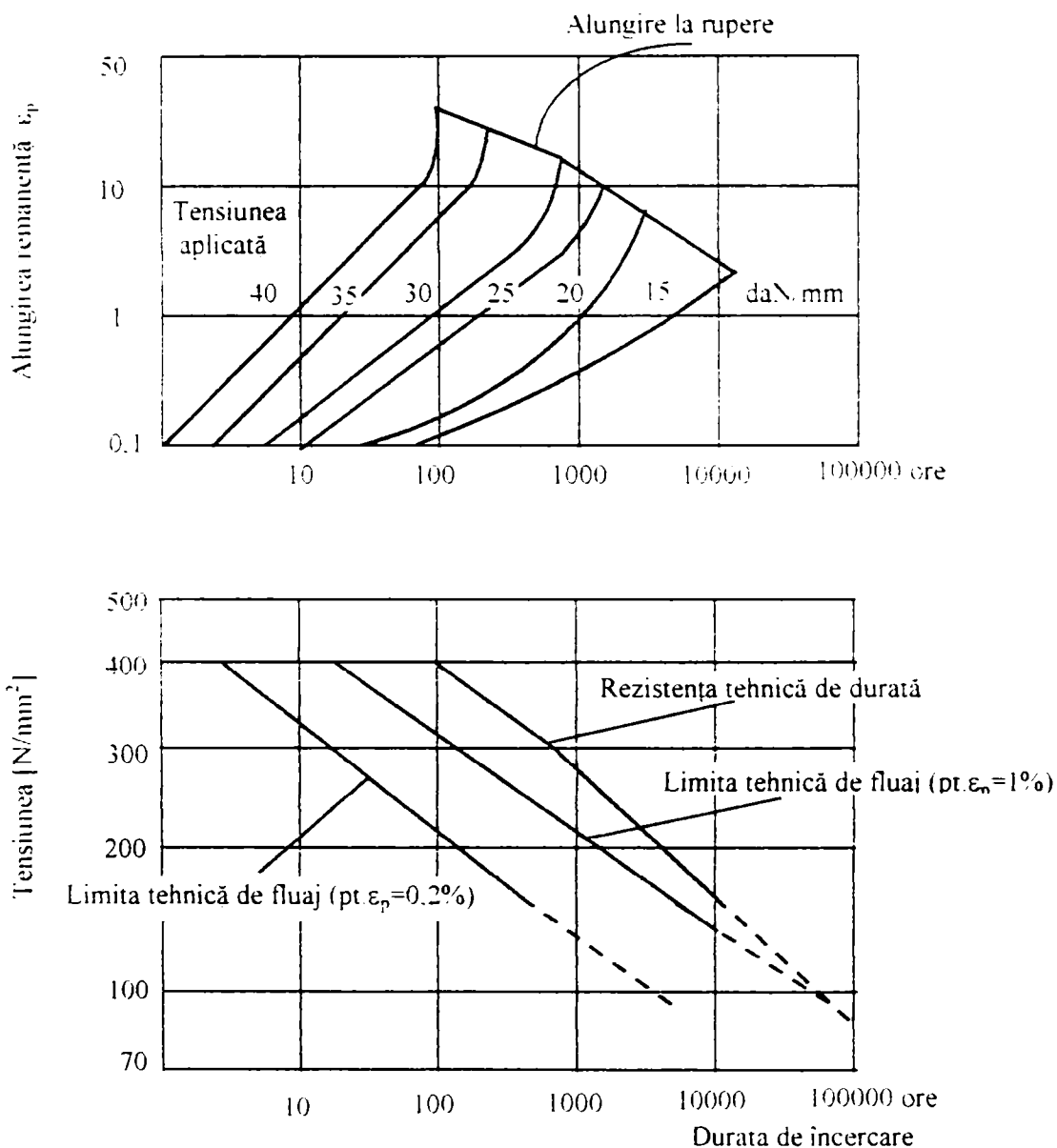


Fig. 2.14. Curbe de fluaj și diagrama rezistenței tehnice de durată și a limitei tehnice de fluaj pentru un oțel aliat, la temperatura  $T = 500^\circ C$ .

Aprecierea comportării unui oțel la temperaturi ridicate sub acțiunea sarcinilor constante aplicate în timp îndelungat, cât și dimensionarea rațională a pieselor confecționate

din oțelul respectiv și care vor lucra la aceleași temperaturi se face pe baza următoarelor două caracteristici de rezistență: rezistența tehnică de durată și limita tehnică de fluaj.

*Rezistența tehnică de durată* la o temperatură dată este sarcina statică constantă, raportată la secțiunea inițială a epruvetei, care provoacă ruperea după o durată de timp anumită. Aceasta se notează cu  $\sigma_{r/t}$  unde  $t$  exprimă numărul de ore până la rupere. De exemplu,  $\sigma_{r/1000} = 230 \text{ N/mm}^2$  exprimă faptul că ruperea se produce după 1000 de ore la o solicitare de  $230 \text{ N/mm}^2$ .

*Limita tehnică de fluaj* la o temperatură dată este tensiunea practic constantă, care produce, după o durată de încărcare dată, o alungire specifică remanentă de o anumită valoare. Această caracteristică se notează  $\sigma_{\varepsilon_p/t}$  unde indicele  $\varepsilon_p$  este lungirea specifică remanentă în procente, iar  $t$  este timpul de încărcare în ore. Astfel  $\sigma_{0,2/1000} = 180 \text{ N/mm}^2$  arată că lungirea specifică remanentă de 0,2% se obține la solicitarea constantă de  $180 \text{ N/mm}^2$  după 1000 de ore.

Pentru un anumit oțel, variația în timp a rezistenței tehnice de durată sau a limitei tehnice de fluaj, pentru o anumită temperatură, se redă de obicei, sub forma de diagrame, reprezentate în general în coordonate dublu logaritmice. Acestea se construiesc pe baza rezultatelor determinate dintr-o familie de curbe de fluaj obținute pentru aliajul respectiv la temperatura dată, cu încărcări diferite.

În figura 2.14 s-au prezentat la scară dublu logaritică, curbele de fluaj ale unui oțel aliat la  $T = 500^\circ\text{C}$  obținute cu șase încărcări diferite. Curba care unește punctele de rupere redă variația în funcție de tensiune și de timp a alungirii la rupere. Pe baza curbelor de fluaj s-au trasat: curba rezistenței tehnice de durată  $\sigma_{r/t}$  și două curbe ale limitelor tehnice de fluaj  $\sigma_{1/t}$  și  $\sigma_{0,2/t}$  pentru oțelul respectiv.

Astfel de curbe permit evaluarea rezistenței tehnice de durată, și a limitei tehnice de fluaj pentru o durată de încărcare dată, cum ar fi de exemplu rezistența tehnică de durată pentru 10.000 de ore,  $\sigma_{r/10000} = 150 \text{ N/mm}^2$  și limita tehnică de fluaj  $\sigma_{0,2/1000} = 120 \text{ N/mm}^2$ . Valoarea din urmă s-a stabilit prin extrapolarea curbei limitei tehnice de fluaj  $\sigma_{0,2/t}$ .

Determinarea rezistenței tehnice de durată sau a limitei tehnice de fluaj, necesare pentru calculele de proiectare reclamă pentru încercări durate relativ mari (1000...10.000 de ore).

În unele situații se folosesc și *încercări de scurtă durată* (45...100 de ore).

O astfel de încercare de fluaj este și cea prin care se determină așa numita *limită tehnică de fluaj*  $\sigma_{DVM}$ . Aceasta se determină prin valoarea cea mai mică a tensiunilor , care produc într-o epruvetă , fie o viteză medie de fluaj de  $1 \cdot 10^{-3}\%$ / oră între a 25- a și a 35- a ora a încărcării , fie o deformație permanentă de 0,2% după 45 de ore de încărcare. Pentru determinarea acestei limite se încearcă 3 ... 5 epruvete cu încărcări diferite timp de 45 de ore fiecare și se trasează curbele respective de fluaj. Pe baza rezultatelor stabilite din aceste curbe , se construiesc diagramele de variație a tensiunii în funcție de viteza de deformație atinsă între a 25-a și a 35-a oră , respectiv în funcție de deformația plastică după 45 de ore.

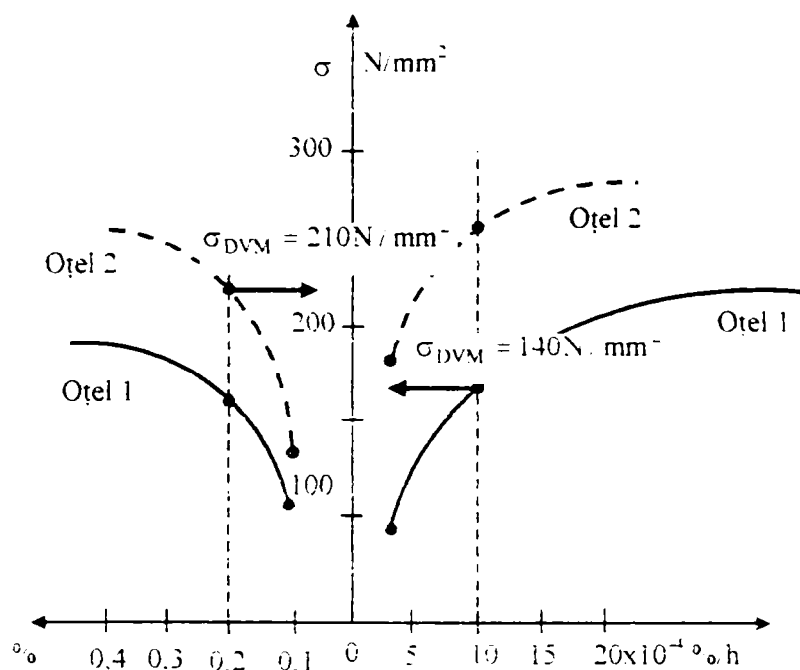


Fig. 2.15 Evaluarea limitei tehnice de fluaj  $\sigma_{DVM}$  pentru două oțeluri

În fig. 2.15 s-a indicat modul de evaluare a limitei tehnice de fluaj  $\sigma_{DVM}$ . Pentru oțelul 1  $\sigma_{DVM} = 140 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  a rezultat pe baza vitezei admisibile de fluaj , iar pentru oțelul 2  $\sigma_{DVM} = 210 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$  a fost determinat de atingerea deformației plastice de 0,2%.

### 2.2.1. Fluajul la tracțiune

Calculul la fluaj se bazează pe rezultatele încercărilor la solicitări de tracțiune. Cea mai simplă încercare este studiul experimental al deformației izoterme a unei epruvete întinsă cu o sarcină constantă în timp cu ajutorul unor instalații speciale.

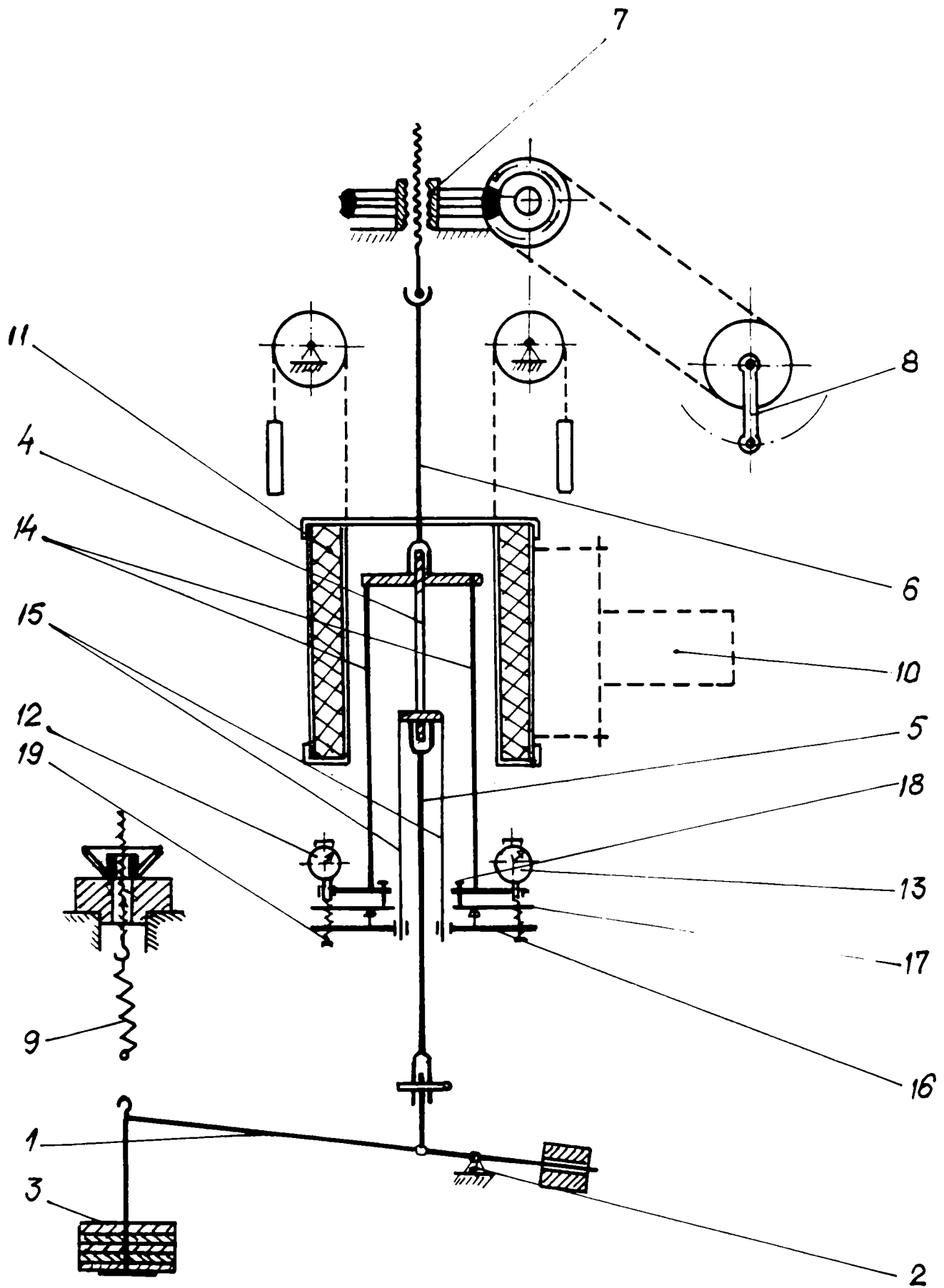


Fig. 2.16 – Schema unei mașini pentru încercări de fluaj la tracțiune

O astfel de instalație este prezentată schematic în fig. 2.16, numărul posturilor putând fi variabil, pentru a permite efectuarea simultană a mai multor încercări.

Fiecare mașină este înzestrată cu un mecanism cu pârghii pentru aplicarea sarcinilor, un cuptor electric pentru încălzirea epruvetei, prevăzut cu un dispozitiv de menținere a temperaturii constante în mod automat.

Mașina schematizată în figură este prevăzută cu un set de greutateți care acționează asupra epruvetei prin intermediul pârghiei 1, articulată în reazemul 2. Setul de greutateți permite o variație a sarcinii între 500 și 30.000 N.

Epruveta de încercat (4) cu capetele filetate se înfiletează în fălcile (5) și (6). Falca inferioară (5) este legată de pârghia (1), raportul brațelor fiind de 1 : 50. Falca superioară (6) este legată de mecanismul de ridicare șurub-roată melcată (7), acționată de manivela (8) care permite încărcarea sau descărcarea epruvetei.

Arcul amortizor (9) are rolul de a permite încărcarea progresivă a epruvetei până la preluarea completă a sarcinii.

Pentru încălzirea epruvetei se folosește un cuptor electric (11) de formă cilindrică, prevăzut cu rezistențe electrice, cu temperatura maximă de 700°C.

Măsurarea lungirii epruvetei în timpul încercării se face cu ajutorul unui dispozitiv prevăzut cu două micrometre, cu o precizie de 0,01 ± 0,002 mm.

Dispozitivul constă din doi tiranți lungi (14), care au capătul superior prins în bara transversală în care se află înșurubat capătul de sus al epruvetei și din alți doi tiranți (15) solidari la capătul inferior al epruvetei. Capetele tiranților (15) sunt fixate rigid cu traversele (16) pe care sunt așezate, articulat pe cuțit, pârghiile de transmisie (17). Dacă se slăbesc șuruburile (19) și se strâng șuruburile (18), încât pârghiile (17) să atingă vârful comparatorului, lungirea epruvetei se va transmite la comparator.

Vom studia în continuare rezultatele deformației izoterme sub sarcină constantă.

Încărcând epruveta, deformația ei crește de la 0 până la o anumită valoare. Deformațiile produse pot fi elastice sau elasto-plastice, în funcție de mărimea tensiunii. Cu timpul deformațiile epruvetei cresc. Creșterea deformației într-un anumit interval de timp, după aplicarea încărcării, constituie o deformație plastică, deoarece la descărcare, micșorarea deformațiilor este egală cu componenta elastică a deformației produsă la încărcare.

Rezultatele acestor încercări se prezintă sub formă de diagrame, numite curbe de fluaj, care dau variația în timp, a deformațiilor totale sau plastice (permanente), la temperaturi și tensiuni constante. Aspectul acestor diagrame depinde de tensiunea și temperatura la care s-a făcut încercarea epruvetei.

Pentru tensiuni și temperaturi relativ mici, de exemplu pentru oțel, temperaturi de ordinul 400...500°C și tensiuni de 80 - 150 N/mm<sup>2</sup>, curba de deformație izotermă are forma ca cea din figura 2.17. Încărcând epruveta încălzită, deformațiile cresc foarte repede de la 0 până la o anumită valoare, reprezentată pe diagramă de segmentul OA. Dacă tensiunea nu depășește limita de proporționalitate, această deformație este elastică. În caz contrar ea se compune dintr-o deformație elastică și una plastică (remanentă).

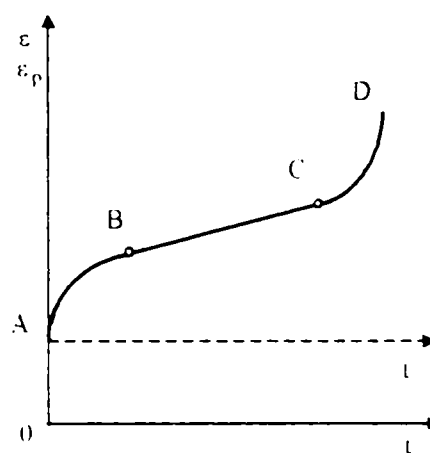


Fig. 2.17 Variația deformațiilor totale și permanente în funcție de timp (curbă de fluaj)

După încetarea măririi sarcinii, deformația totală a epruvetei încălzite continuă să crească în timp, după legea reprezentată prin curba ABCD. Ordonatele acestei curbe, funcție de timp, reprezintă valorile lungirilor specifice  $\epsilon$ , pentru momentul considerat. Ele sunt formate din deformația imediată ce apare la încărcare și deformația plastică, efect al fenomenului de fluaj.

Dacă se reprezintă grafic numai variația deformației plastice  $\epsilon_p$  în funcție de timp, axa absciselor va avea poziția prezentată în figură prin linie întreruptă.

Tangenta trigonometrică a unghiului de înclinare al tangentei la curba ABCD, într-un punct oarecare, reprezintă, la scară, viteza de deformație într-un anumit moment

$$\epsilon = \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{d\epsilon_p}{dt} \quad (2.4)$$

Dimensiunea vitezei de deformație este 1/zi, 1/h, 1/min sau 1/s, funcție de unitatea de măsură pentru timp.

Din graficul (fig. 2.17) se vede că deformația izotermă sub sarcină constantă are trei faze. În prima fază (AB) viteza de deformație scade treptat. În faza a doua fluajul se desfășoară cu viteză constantă (BC). Această viteză constantă se menține până la apariția gâtuirii epruvetei (în punctul C). Viteza de deformație din faza a doua depinde de tensiune și temperatură. La o anumită temperatură dată, viteza de deformație în faza a doua este :

$$\epsilon = Q(\sigma) \quad (2.5)$$



în care  $Q(\sigma)$  este o funcție de tensiune, care poate avea diferite exprimări în care intervin diferiți coeficienți care depind de material și temperatură, sau numai de material.

Vom nota cu  $Q$  temperatura exprimată în °C și  $T$  – temperatura absolută.

Experiențele au confirmat cel mai bine următoarele legi de exprimare a vitezei de deformare în faza a doua :

- legea exponențială :

$$\dot{\varepsilon} = Q(\sigma) = k\sigma^n \quad (2.6)$$

- legea sinusului hiperbolic :

$$\dot{\varepsilon} = Q(\sigma) = \cosh \frac{\sigma}{d} \quad (2.7)$$

În figura 2.18 sunt date în coordonate logaritmice, diagrama reprezentând variația tensiunii în funcție de viteza constantă de deformare în faza a doua a deformațiilor izoterme, pentru un oțel aliat, la temperaturi diferite.

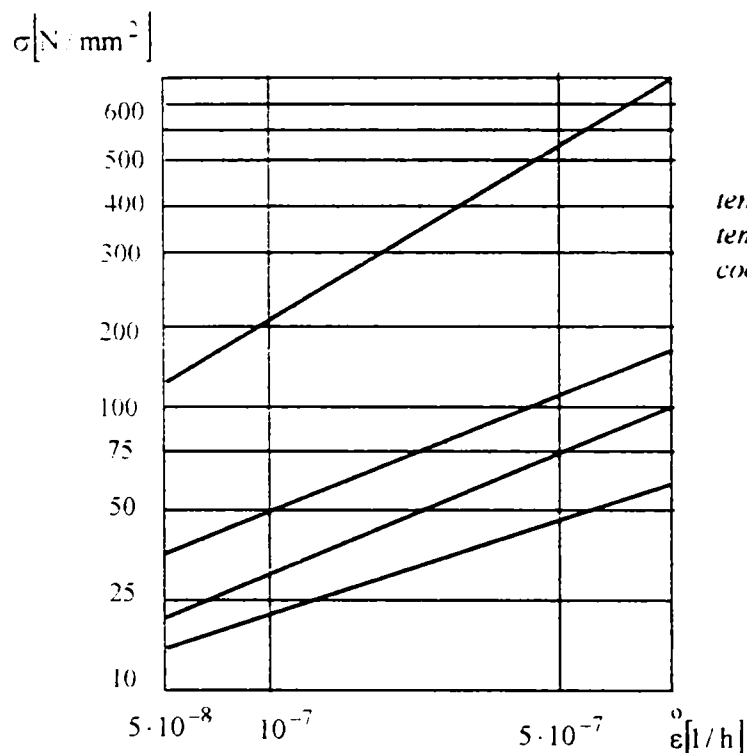


Fig. 2.18 Diagrama de variație a tensiunii în funcție de viteza de deformare la temperaturi constante pentru un oțel aliat în coordonate dublu logaritmice.

După cum rezultă din această diagramă, se poate vedea că există cu o anumită aproximație o relație liniară între logaritmul vitezei constante de deformare  $\dot{\varepsilon}$  și logaritmul tensiunii  $\sigma$ . Această ipoteză duce la relația (2.6), a cărei utilizare nu prezintă nici un fel de dificultăți. Relația (2.7) este mai bine confirmată de practică, însă folosirea ei în calcule este mai dificilă, iar valorile numerice ale coeficienților  $c$  și  $d$  sunt mai puțin studiate decât ale

coeficienților  $k$  și  $n$ . Valorile coeficienților  $k$  și  $n$  se dau tabelar pe baza unor date experimentale.

În faza a treia (CD) caracterizată prin producerea deformațiilor locale (gâtuire), viteza de deformație crește continuu, până la ruperea epruvetei (punctul D). Procesul de fluaj din această fază nu poate fi considerat că se produce la tensiune constantă, deoarece după începerea gâtuirii, aria secțiunii transversale scade cu timpul, iar tensiunea crește continuu. Acest lucru explică inflexiunea curbei și creșterea continuă a vitezei de deformație.

În figura 2.19a sunt reprezentate curbele de deformație izotermă obținute prin încărcarea epruvetelor la temperatură constantă și tensiuni diferite, iar în figura 2.19b sunt arătate curbele obținute prin încercări la tensiune constantă și temperaturi diferite.

Din figura 2.19a se poate stabili influența tensiunii iar în figura 2.19b influența temperaturii asupra variației deformației în timp.

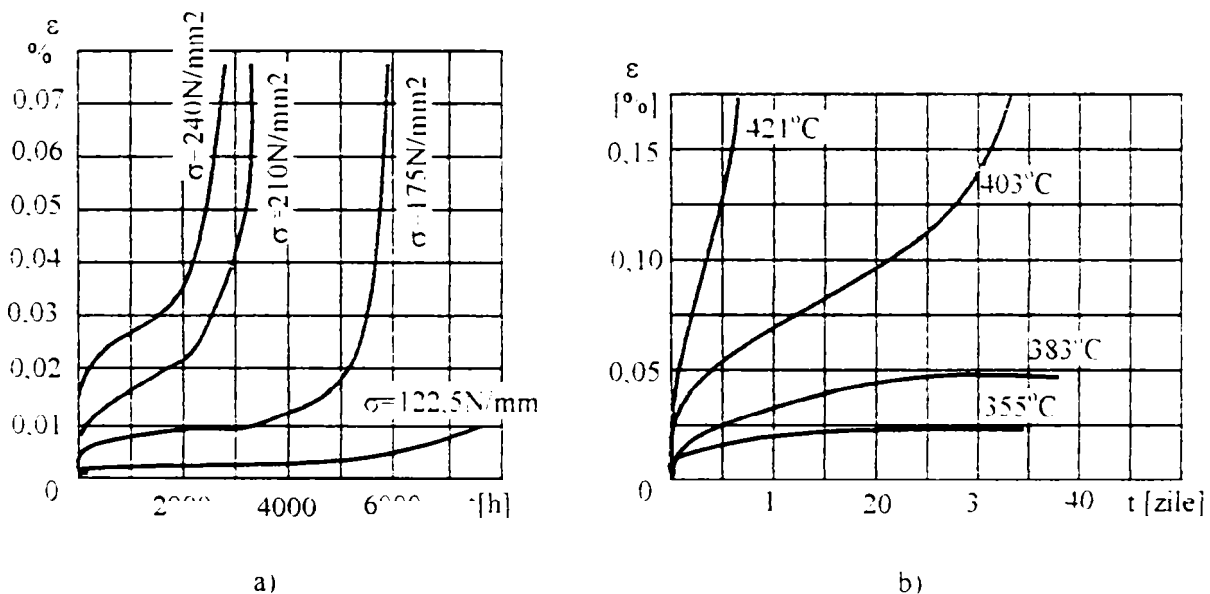


Fig. 2.19 Curbe de deformație la tensiuni, respectiv temperaturi constante

La creșterea tensiunii și a temperaturii, deformațiile se măresc, iar alura curbelor se modifică sensibil, porțiunea dreaptă devenind tot mai scurtă, reducându-se treptat la un punct.

Menționăm că influența temperaturii asupra procesului de deformație izotermă este determinată de așa numita *temperatură relativă*  $\theta$ , egală cu raportul dintre temperatura absolută la care s-a făcut încercarea și temperatura absolută de topire a metalului.

$$\theta = \frac{T}{T_{top}} \quad (2.8)$$

Dacă se iau două metale cu temperaturi absolute de topire diferite,  $T_{top1}$  și  $T_{top2}$ , procesul de deformare izotermă va fi foarte asemănător la amândouă, dacă temperaturile absolute  $T_1$  și  $T_2$  la care se fac încercările satisfac relația.

$$\frac{T_1}{T_{top1}} = \frac{T_2}{T_{top2}} \quad (2.9)$$

adică, dacă temperaturile relative ale celor două încercări sunt egale. În acest caz, temperaturile  $T_1$  și  $T_2$  se numesc corespunzătoare. De exemplu, temperatura de topire a plumbului este de  $327^\circ\text{C}$ , iar a oțelului de  $1500^\circ\text{C}$ . Procesul de deformare izotermă a plumbului la temperatura de  $20^\circ\text{C}$  este în mare parte asemănător, din punct de vedere calitativ, cu procesul de deformare izotermă al oțelului la temperatura de  $600^\circ\text{C}$ , deoarece :

$$\frac{20 + 273}{327 + 273} \approx \frac{600 + 273}{1500 + 273}$$

Ținând seama de acest fapt, mulți cercetători încearcă epruvete de plumb la temperatura mediului ambiant, pentru a stabili legile fluajului altor metale la temperaturi ridicate.

Dacă în decursul încercării se răcește epruveta, întrerupând pe o durată oarecare funcționarea cuptorului, fără a înlătura sarcina și apoi se încălzește din nou, se constată că o astfel de întrerupere nu influențează practic alura curbei de fluaj.

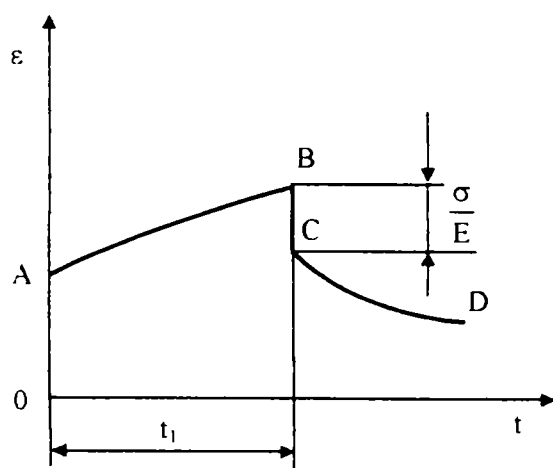


Fig. 2.20. Curbă de fluaj - relaxare

Dacă în decursul încercării de fluaj, la un moment dat  $t_1$ , corespunzător punctului B de pe curba de fluaj AB, din figura 2.20, epruveta este descărcată, fără a se modifica temperatura, atunci micșorarea (porțiunea BC) este egală cu deformația elastică  $\frac{\sigma}{E}$ . Cu timpul, se observă și o oarecare scădere a deformației plastice (curba CD).

Acest fenomen se numește *deformația izotermă inversă*.

Trecând de la studiul fenomenului de *relaxare*, vom numi *relaxare simplă* fenomenul de relaxare la deformare constantă.

Presupunem că epruveta a fost întinsă cu o forță care a produs o tensiune mai mică decât limita de proporționalitate a materialului la temperatura respectivă și că deformația totală a epruvetei rămâne constantă în timp.

Deformația totală constantă în timp, este suma deformației elastice  $\varepsilon_e$  și  $\varepsilon_p$

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2.10)$$

Deformația plastică  $\varepsilon_p$  crește în timp și ca urmare deformația elastică  $\varepsilon_e$  se micșorează. Rezultă deci că în decursul timpului, cele două componente ale deformației totale se redistribuie în valoare.

Pe baza legii lui Hooke

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} \quad (2.11)$$

Ținând seama că deformația totală nu se schimbă în timp și este egală cu valoarea inițială  $\varepsilon(0)$ , iar în momentul inițial este valabilă legea lui Hooke.

$$\varepsilon = \varepsilon(0) = \frac{\sigma(0)}{E}, \quad (2.12)$$

în care  $\sigma(0)$  este tensiunea în mometul inițial, obținem :

$$\frac{\sigma(0)}{E} = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon_p \quad (2.13)$$

Din expresia (2.13) rezultă că tensiunea scade continuu, din cauza creșterii deformației plastice.

Tot din relația (2.13) se vede că deformația plastică nu poate crește la infinit în cazul relaxării simple. Dacă se presupune că deformația plastică a atins valoarea deformației produsă la încărcare  $\varepsilon(0)$ , atunci tensiunea din bară devine nulă (bara se descarcă).

În cursul deformației izoterme, deformația plastică crește până la o valoare la care epruveta se rupe. În procesul de relaxare simplă, deformația plastică nu depășește valoarea deformației produsă la încărcare.

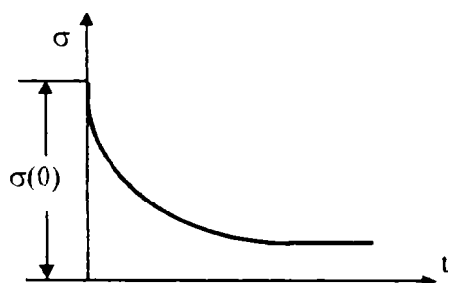


Fig. 2.21 Curba de relaxare simplă

În studiul experimental al relaxării simple de întindere, forța inițială (deci și tensiunea) este micșorată în decursul timpului, în așa fel încât lungimea epruvetei, determinată de sarcina inițială să rămână constantă. Pe baza încercărilor se poate construi curba de relaxare simplă,

reprezentând relația dintre tensiune și timp. O astfel de curbă este reprezentată în figura 2.21.

Până acum s-au examinat diferitele aspecte ale fenomenului de fluaj, la solicitarea de tracțiune și anume procesul de variație a deformațiilor în timp la tensiune constantă și procesul de variație în timp a tensiunilor sub deformație constantă (relaxare simplă).

După cum s-a menționat ansamblul fenomenelor de variație a tensiunilor și deformațiilor poartă denumirea de fluaj. În cazul general al fluajului, deformațiile și tensiunile variază în timp.

Pentru stabilirea relațiilor între deformație, tensiune, viteze și timp, este necesară crearea unei teorii speciale a fluajului la solicitarea de tracțiune. Această teorie trebuie să permită ca atunci când se cunoaște legea de variație în timp a tensiunilor, să se poată stabili legea de variație a deformațiilor și invers, de asemenea, ea trebuie să oglindească just procesele de deformație izotermă, directă și inversă, precum și pe cel de relaxare.

Teoria fluajului poate fi enunțată definitiv numai pe baza verificării ei experimentale.

*Teoriile existente despre fluaj* pot fi împărțite după cum urmează :

- 1) teoria întăririi
- 2) teoria îmbătrânirii
- 3) teoria influențelor anterioare.

Conform *teoriei întăririi*, se presupune că la o anumită temperatură, între deformația plastică, viteza de deformație plastică și tensiune există o relație permanentă :

$$\dot{\Phi}(\dot{\epsilon}_p, \epsilon_p, \sigma) = 0 \quad (2.14)$$

Cunoaștem două formulări analitice ale teoriei întăririi, adică se propun două tipuri de funcții pentru relația (funcția) 2.14 :

$$\dot{\epsilon}_p = \alpha \cdot \epsilon_p^\beta \cdot \sigma^\nu \quad (2.15)$$

și

$$\sigma = b \ell_n \frac{\dot{\epsilon}_p \cdot \epsilon_p^c}{a} \quad \text{pentru} \quad \left| \dot{\epsilon}_p \epsilon_p^c \right| > a ; \quad (2.16)$$

$$\sigma = 0 \quad \text{pentru} \quad \left| \dot{\epsilon}_p \epsilon_p^c \right| \leq a \quad (2.17)$$

Folosirea formulei (2.15) în calculele de fluaj comportă dificultăți matematice mari. Chiar problema relaxării simple prin această relație conduce la o ecuație diferențială foarte complicată.

Relațiile (2.16) și (2.17) au fost obținute prin generalizarea relației exponențiale care reprezintă viteza deformației plastice în faza a doua a deformației izoterme în funcție de tensiune, cu restricțiile indicate pentru prima dată de J. N. Rabotnov.

Această relație este :

$$\dot{\varepsilon} = a \left( e^{\frac{\sigma}{b}} - 1 \right) \quad (2.18)$$

Generalizând-o pentru cazul teoriei întăririi, adică introducând funcția deformației plastice (în cazul de față, ca al doilea factor pe lângă viteza deformației plastice, s-a luat funcția exponențială a deformației plastice), rezultă :

$$\dot{\varepsilon}_p \varepsilon_p^c = a \left( e^{\frac{\sigma}{b}} - 1 \right), \quad (2.19)$$

de unde se obține :

$$\sigma = b \cdot \eta \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p \varepsilon_p^c}{a} + 1 \right) \quad (2.20)$$

În formula (2.20) se poate neglija unitatea, care are valoare mică față de primul termen din paranteză. De aceea formula (2.20) poate fi redată sub forma expresiei (2.16).

Ținând seama că pentru  $\sigma = 0, \varepsilon_p = 0$  și  $\dot{\varepsilon}_p = 0$  se pot indica limitele de aplicare a expresiei (2.16) care trebuie completată cu relația (2.17). Această completare echivalează cu neglijarea tensiunilor din regiunile piesei în care  $|\dot{\varepsilon}_p \cdot \varepsilon_p^c| \leq a$ .

Întroducem următoarele mărimi adimensionale :

$$\eta = \frac{\sigma}{b}, \quad \zeta_p = \frac{E}{b} \varepsilon_p, \quad \chi = \left( \frac{E}{b} \right)^{c+1} \text{ at; } \dot{\zeta}_p = \frac{d\zeta_p}{d\chi} \quad (2.21)$$

și expresiile (2.16) și (2.17) se scriu sub forma :

$$\eta = \ln \dot{\zeta}_p \zeta_p^c \text{ pentru } |\dot{\zeta}_p \zeta_p^c| > 1; \quad (2.22)$$

$$\eta = 0 \text{ pentru } |\dot{\zeta}_p \zeta_p^c| \leq 1. \quad (2.23)$$

Folosind expresia (2.22), obținem ecuația curbelor de deformație izotermă.

Ținând seama de ultima relație (2.21), expresia (2.22) se poate scrie :

$$\zeta_p^c d\zeta_p = e^\eta d\chi \quad (2.24)$$

Pentru a integra această ecuație, se va ține seamă că pentru deformația sub sarcină

constantă,  $\sigma = \text{const.}$  și  $\eta = \text{const.}$ , cum și de faptul că la  $t = 0$ ,  $\varepsilon_p = 0$  și deci pentru  $\chi = 0$ ,  $\xi_p = 0$ . Obținem astfel ecuația curbelor de deformare izotermă în coordonate adimensionale  $\chi$  și  $\xi_p$ :

$$\xi_p = (c+1)c^{-1} \cdot e^{\frac{\eta}{c+1}} \cdot \chi^{c+1} \quad (2.25)$$

Din relația (2.25) rezultă că deformarea plastică este exprimată prin produsul a două funcții dintre care una este funcție numai de tensiune iar cealaltă numai de timp. În consecință, în acest caz, curbele deformăției izoterme sub sarcină constantă pot fi obținute dintr-o singură curbă, înmulțind ordonatele ei cu o anumită mărime, care este funcție de tensiune.

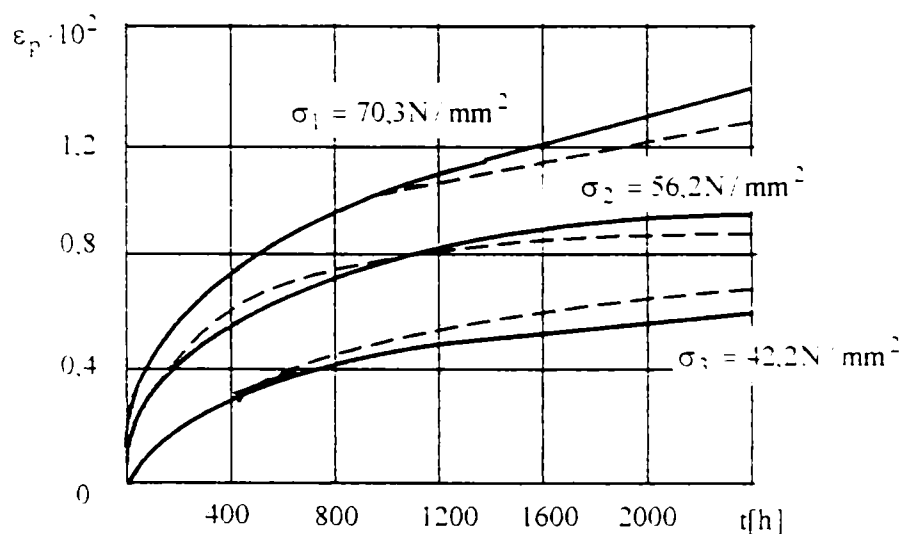


Fig.2.22 Curbe de fluaj experimentale și teoretice (obținute cu teoria întăririi)

În figura 2.22 sunt comparate curbele experimentale de deformare izotermă pentru cupru la 165°C (linii continue) cu cele teoretice, construite pe baza teoriei întăririi exprimată prin relațiile (2.16) și (2.17) (linii întrerupte).

Aceste curbe de deformare izotermă se numesc geometric asemenea.

Pentru trasarea curbelor teoretice s-au folosit relațiile (2.21) și (2.25), pentru valorile indicate ale constantelor a, b și c.

Compararea acestor curbe arată că valorile obținute experimental sunt verificate cu suficientă precizie de ecuația (2.25). Ecuația curbelor de relaxare simplă se obține plecând de la relația (2.22). Notând



$$\frac{\sigma(0)}{b} = \eta(0) \quad (2.26)$$

și ținând seamă de expresiile (2.21) și (2.26) se aduce ecuația (2.13) sub forma :

$$\zeta_p = \eta(0) - \eta, \quad (2.27)$$

de unde

$$\dot{\zeta}_p = \frac{d\zeta_p}{d\chi} = -\frac{d\eta}{d\chi} \quad (2.28)$$

Ecuația (2.22) se transformă, cu ajutorul ecuațiilor (2.27) și (2.28), astfel :

$$d\chi = -[\eta(0) - \eta]^c \cdot e^{-\eta} \cdot d\eta \quad (2.29)$$

Integrând ecuația (2.29) și ținând seamă că pentru  $t = 0$ ,  $\sigma = \sigma(0)$  și deci pentru  $\chi = 0$ ,  $\eta = \eta(0)$ , rezultă:

$$\chi = \int_{\eta}^{\eta(0)} [\eta(0) - \eta]^c \cdot e^{-\eta} \cdot d\eta \quad (2.30)$$

Integrala (2.30) este exprimată prin funcții elementare numai în cazul când  $c$  este un număr întreg și pozitiv. Prin integrare se obține ecuația curbei de relaxare simplă în coordonate adimensionale  $\chi$  și  $\eta$ . Folosind această ecuație și ținând seama de relațiile (2.21) se poate construi curba de relaxare simplă.

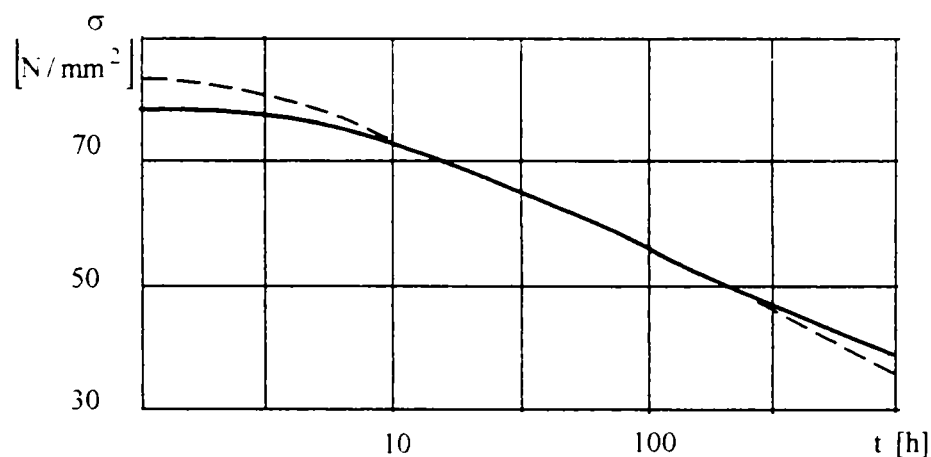


Fig. 2.23. Curbă de relaxare simplă experimentală și teoretică (obținută cu teoria întăririi)

În fig. 2.23 este reprezentată în coordonate semilogaritmice o astfel de curbă, obținută experimental pentru cupru la temperatura de 165°C și tensiune inițială  $\sigma(0) = 94,9 \text{ N/mm}^2$  (linie continuă). Cu linie întreruptă este trasată curba de relaxare simplă construită pe baza relațiilor (2.30) și (2.21), ținând seama de valorile  $E$ ,  $a$ ,  $b$  și  $c$  de mai sus. Se vede că rezultatele experienței concordă cu teoria întăririi.

În continuare vom studia *teoria îmbătrânirii*.

Conform uneia din variantele acestei teorii, se presupune că între viteza de deformare plastică, tensiune și timp, există la o temperatură anumită, relația permanentă :

$$\phi_1(\dot{\varepsilon}_p, \sigma, t) = 0 \quad (2.31)$$

După o altă variantă a acestei teorii, se presupune că între deformarea plastică, tensiune și timp, există la o temperatură dată, relația permanentă :

$$\phi_2(\varepsilon_p, \sigma, t) = 0 \quad (2.32)$$

În prima ecuație (ecuația 2.31) teoria îmbătrânirii se numește uneori *teoria curgerii*. L.M. Kaciarov a propus următoarea relație între viteza deformației plastice, tensiune și timp :

$$\dot{\varepsilon}_p = \sigma^n \cdot \beta(t) \quad (2.33)$$

în care  $\beta(t)$  este o funcție de timp, determinată pe baza rezultatelor experimentale.

Folosind teoria îmbătrânirii în prima enunțare, L. M. Kaciarov a stabilit principiile variaționale ale teoriei fluajului cu ajutorul cărora, pe baza ecuației (2.33) a elaborat metode aproximative de calcul.

Ecuația curbei de deformare izotermă sub sarcină constantă se obține integrând ecuația (2.33), pentru  $\sigma = \text{const.}$ . Ținând seama, că pentru  $t = 0$ ,  $\varepsilon_p = 0$ , se obține :

$$\varepsilon_p = \sigma^n \cdot \Omega(t) \quad (2.34)$$

în care

$$\Omega(t) = \int_0^t B(t) dt \quad (2.35)$$

și deci

$$B(t) = \frac{d\Omega(t)}{dt} \quad (2.36)$$

Din ecuația (2.34) rezultă că în cazul folosirii relației (2.33), curbele de deformare izotermă la diverse valori  $\sigma$  sunt geometric asemenea. Funcția  $\Omega(t)$  se obține împărțind cu  $\sigma^n$  ordonatele curbei de deformare izotermă în coordonate  $t, \varepsilon_p$ .

În figura 2.24 este reprezentată funcția  $\Omega(t)$  pentru cupru la temperatura de 165°C ( $n = 1,60$ ), obținută cu ajutorul curbelor de deformare izotermă, folosind formula (2.34). Punctele reprezintă valorile funcției  $\Omega(t)$  luate de pe diferite curbe de deformare izotermă. Linia continuă reprezintă curba cea mai apropiată de punctele obținute. După cum se vede,

dispersia punctelor este mică, ceea ce permite să se considere că ecuația (2.34) a curbei deformației izoterme este destul de exactă.

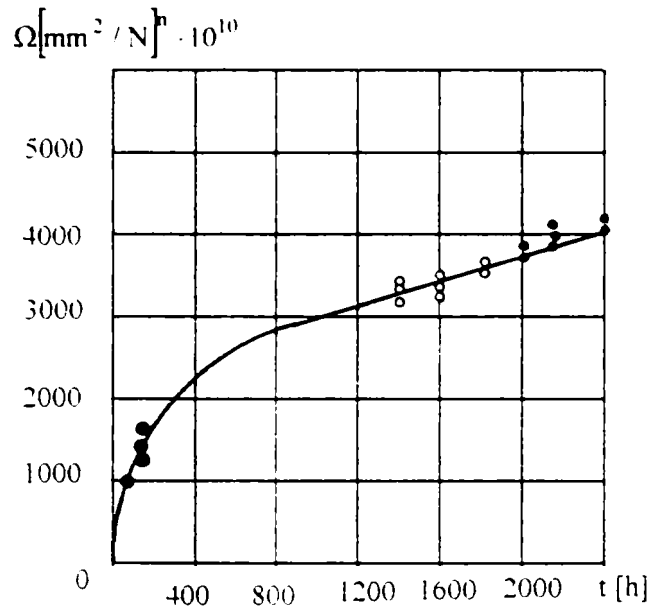


Fig. 2.24. Reprezentarea grafică a funcției  $\Omega(t)$  pentru cupru obținută cu ajutorul curbelor de deformație izotermă

Se va stabili acum ecuația curbelor de relaxare simplă, pornind de la relația (2.33). Derivând expresia (2.13) și folosind relația (2.33), obținem :

$$\frac{d\sigma}{\sigma^n} = -E \cdot B(t) dt \quad (2.37)$$

Introducând mărimile adimensionale :

$$\eta = \frac{\sigma}{\sigma(0)}; \quad \chi = E \cdot \sigma^{n-1}(0) \Omega(t), \quad (2.38)$$

pe baza relațiilor (2.38) și (2.36), ecuația (2.37) se transformă astfel :

$$\frac{d\eta}{\eta^n} = -d\chi \quad (2.39)$$

Integrăm ecuația (2.39). Pentru  $t = 0$ ,  $\sigma = \sigma(0)$  și deci , conform relațiilor (2.35) și (2.38), pentru  $\chi = 0$ ,  $\eta = 1$ .

În acest caz :

$$\int_1^\eta \frac{d\eta}{\eta^n} = -\chi,$$

de unde se deduce ecuația curbelor de relaxare în coordonate  $\chi, \eta$  :

$$\eta = [1 + (n-1)\chi]^{-\frac{1}{n-1}} \quad (2.40)$$

Cu ajutorul reprezentării grafice a funcției  $\Omega(t)$  și folosind expresiile (2.40) și (2.38), se poate construi curba de relaxare în coordonate  $t, \sigma$  (v. fig. 2.25)

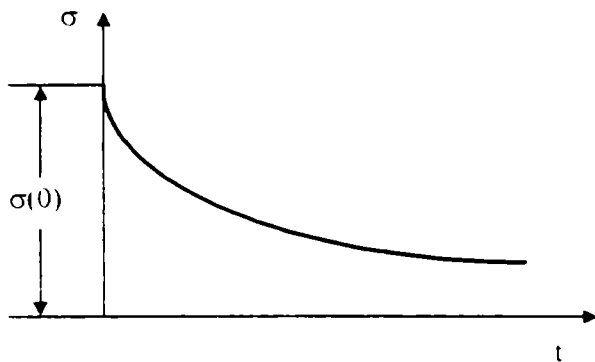


Fig. 2.25 Curba de relaxare în coordonate  $\sigma-t$

N. M. Beleaev a preconizat, în 1941, teoria îmbătrânirii conform relației (2.31) sub forma :

$$\varepsilon_p = \psi \cdot \sigma \quad (2.41)$$

în care  $\psi$  este o funcție de efortul unitar și timp.

Pentru funcția  $\psi$ , N.M. Beleaev a preconizat expresia

$$\psi = k \int_0^t \sigma^{n-1} dt \quad (2.42)$$

Ținând seama că pentru deformația izotermă  $\sigma = \text{const.}$  se obține din relația (2.41) și (2.42) ecuația curbelor de deformație izotermă :

$$\varepsilon_p = k \cdot \sigma^n \cdot t$$

Astfel alegând funcția  $\psi$  sub forma (2.42), se obține o relație liniară, pentru deformația plastică funcție de timp. În consecință, alegerea funcției  $\psi$  sub forma (2.42) este echivalentă cu aproximarea curbei de deformație izotermă, prin dreapta AK (v. fig. 2.26)

Înlocuind curba obținută experimental pentru deformația izotermă printr-o linie dreaptă, se obține că viteza de deformație este constantă la o anumită temperatură și o anumită tensiune.

Ipoteza vitezei constante a fost folosită de repetate ori pentru calculele de fluaj în baza diferitelor teorii. Această ipoteză nu poate fi considerată ca reușită, deoarece ea denaturează mult curba de deformație izotermă stabilită pe cale experimentală. Între altele, curba relaxării simple, construită în ipoteza vitezei constante, se deosebește mult de curba obținută experimental, în special în faza inițială. Acest fapt se explică prin aceea că în domeniul valorilor mici ale deformației plastice, ipoteza vitezei constante dă valori mult prea mici pentru deformația plastică (v. fig. 2.26).

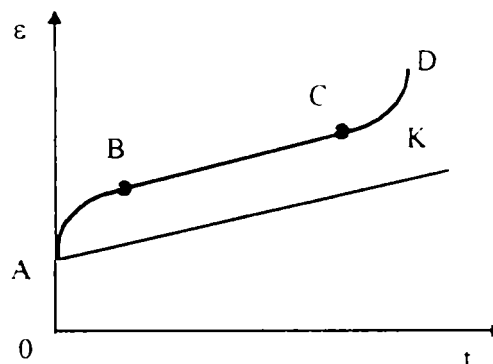


Fig. 2.26. Aproximarea curbei de fluaj prin metoda îmbătrânirii după N.M. Beleaev

Deformația plastică la relaxare simplă este relativ redusă și nu depășește deformațiile produse la încărcare. De aceea, conform ecuației (2.11), aproximarea curbei de deformație izotermă prin dreapta AK, dă valori mult prea mari pentru tensiuni, în special în faza inițială a relaxării simple. De asemenea se atrage atenția că folosirea ipotezei constante nu contribuie la o simplificare esențială în rezolvarea problemei.

Această ipoteză se poate îndepărta ușor din teoria îmbătrânirii, a lui N.M. Beleaev. În acest scop se recomandă următoarea expresie pentru funcția  $\psi$  :

$$\psi = \int_0^t \sigma^{n-1} B(t) dt \quad (2.43)$$

Din expresiile (2.41) și (2.43) se obține, ca și mai înainte, ecuația curbelor de deformație izotermă, sub forma (2.34).

Folosirea teoriei îmbătrânirii, a lui N.M. Beleaev, cu modificări ulterioare efectuate de diferiți autori, a permis rezolvarea unei serii de cazuri particulare ale problemei fluajului.

Din relația (2.41) și (2.43) se poate stabili ecuația curbelor de relaxare simplă.

Conform relațiilor (2.11) și (2.41), se obține :

$$\frac{\sigma(t)}{E} = \frac{\sigma}{E} + \psi \sigma$$

sau

$$\frac{1}{E} \cdot \frac{\sigma(t)}{\sigma} = \frac{1}{E} + \psi$$

Derivând ultima relație în raport cu timpul și ținând seama de relația (2.43),

$$\frac{d\psi}{dt} = \sigma^{n-1} \cdot B(t),$$

rezultă

$$-\sigma(t) \frac{d\sigma}{\sigma^{n+1}} = EB(t) dt \quad (2.44)$$

Se introduc mărimile adimensionale  $\eta$  și  $\chi$  luate din relațiile (2.38). Cu ajutorul relațiilor (2.38) și (2.36) se transformă ecuația (2.44), aducându-se la forma :

$$\frac{d\eta}{\eta^{n+1}} = -d\chi$$

Se integrează această ecuație. Pentru  $t = 0$ ,  $\sigma = \sigma(0)$  și deci, conform relațiilor (2.35) și (2.38), pentru  $\chi = 0$ ,  $\eta = 1$ . În acest caz,

$$\int_1^\eta \frac{d\eta}{\eta^{n+1}} = -\chi,$$



Pentru calcul, curbele de deformare izotermă se reconstruiesc în coordonate  $\epsilon$ ,  $\sigma$ , pentru anumite valori ale timpului, ca în figura 2.28 (pentru un oțel aliat).

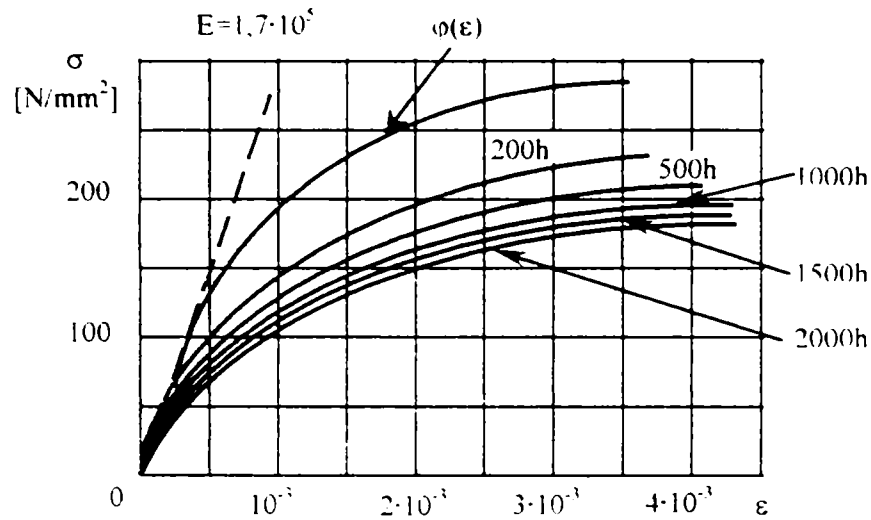


Fig. 2.28 Curbe de deformare izotermă pentru valori diferite ale timpului

Rezultă că atunci când o piesă se calculează la fluaj și trebuie să se determine tensiunile și deformările pentru o valoare dată a timpului, calculul de rezistență și rigiditate se face folosind diagrama care reprezintă relația între tensiune și deformație, pentru valoarea dată a timpului.

În consecință, calculele la fluaj pe baza teoriei îmbătrânirii a lui I.N. Rabotnov, sunt echivalente cu calculele de rezistență și rigiditate, atunci când tensiunile și deformările sunt legate prin relații neliniare. De aceea numeroase cercetări din domeniul teoriei plasticității pot fi folosite în acest caz și la calculele de fluaj.

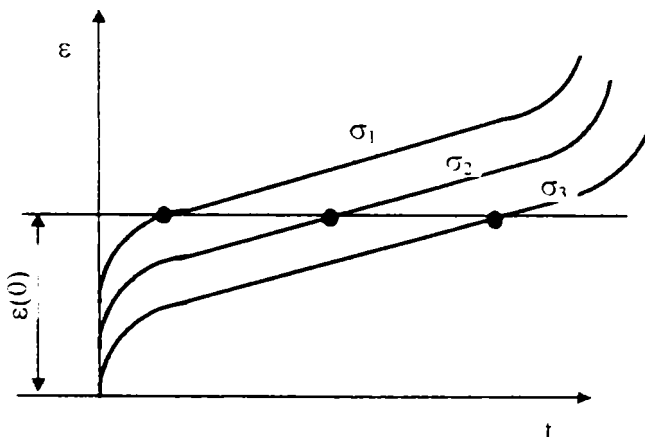


Fig. 2.29. Curbe de deformare izotermă pentru trasarea curbei de relaxare simplă pe baza teoriei îmbătrânirii al lui I.N. Rabotnov

Avantajul teoriei îmbătrânirii lui I.N. Rabotnov, se datorește și faptului că ea permite folosirea familiei de curbe obținute experimental pentru deformația izotermă, fără aproximarea lor cu ajutorul unor relații analitice.

Pentru construirea curbei de relaxare simplă, pe baza teoriei îmbătrânirii a lui I.N. Rabotnov, este necesar să se traseze pe curbele de deformare izotermă pentru diferite valori ale tensiunii o dreaptă orizontală la



distanța  $\varepsilon(0)$  de la axa absciselor. Punctele de intersecție ale acestei drepte cu curbele care reprezintă deformația în funcție de timp determină valorile tensiunii pentru anumite valori ale timpului. Rezultatele obținute pot fi reprezentate în coordonate  $t, \sigma$ , construindu-se astfel curba relaxării simple (v. fig. 2.30)

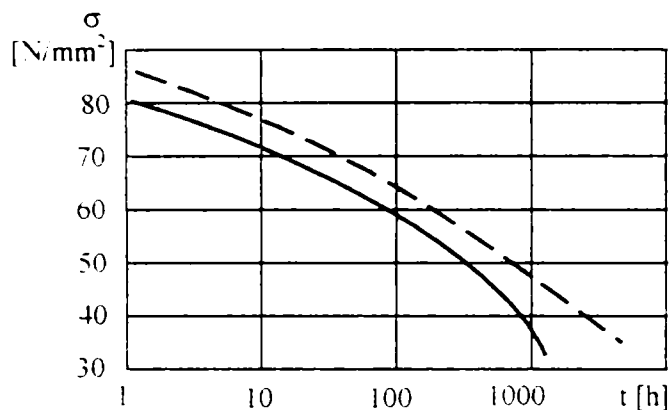


Fig. 2.30. Curbe de relaxare simplă

— Curba experimentală  
 - - - Curba teoretică construită după teoria îmbătrânirii a lui I.N. Rabotnov

În figura 2.30 este reprezentată în coordonate semilogaritmice curba de relaxare simplă pentru cupru la temperatura de 165°C. pentru o tensiune inițială de  $\sigma_{(0)} = 94,9 \text{ N/mm}^2$

Cu ajutorul unui număr mare de curbe de deformație izotermă, stabilite experimental, I.N. Rabotnov a arătat că ele sunt asemenea în coordonatele  $\varepsilon, \sigma$ .

adică pot fi obținute din aceeași curbă, înmulțind coordonatele ei cu o anumită mărime, funcție de timp. Acest fapt simplifică considerabil calculele. În acest caz, relația între tensiune și deformație, pe de o parte și timp pe de altă parte poate fi redată printr-un produs de două funcții, din care una  $\varphi(\varepsilon)$  numai de deformații, iar cealaltă  $\psi(t)$  funcție numai de timp.

$$\sigma = \varphi(\varepsilon) \cdot \psi(t) \quad (2.46)$$

Dacă se consideră

$$\varphi(0) = 1,$$

atunci funcția  $\varphi(\varepsilon)$  reprezintă tocmai curba caracteristică a materialului.

În acest fel, folosind rezultatele încercării la fluaj, se poate construi curba caracteristică de întindere.

O concordanță bună cu rezultatele experiențelor dă următoarea expresie analitică a funcției  $\psi(t)$  :

$$\psi(t) = \frac{1}{1 + at^b}, \quad (2.47)$$

în care a și b sunt constante pentru un material dat, la o temperatură dată.

Dacă deformația este constantă, ecuația (2.46) definește relaxarea simplă.

În ecuațiile considerate mai sus pentru diferitele variante ale teoriei îmbătrânirii, timpul apare în mod explicit, așa că ele nu sunt invariante la schimbarea originii timpului. Acesta este dezavantajul principal al teoriei îmbătrânirii. Aplicarea ei pentru încărcări – descărcări succesive poate duce la rezultate absurde. Acest dezavantaj a fost arătat pentru prima oară de I.N. Rabotnov.

Pe de altă parte, toate teoriile îmbătrânirii și întăririi prezentate, nu pot explica o serie de fenomene observate experimental, cum ar fi de exemplu fenomenul deformației izoterme inverse și fenomenul întăririi.

Fenomenul întăririi constă în aceea că procesul de deformare izotermă la o epruvetă, care a fost întinsă în prealabil cu o tensiune, mai mare decât cea la care se face încercarea, se desfășoară mai puțin intens decât procesul de deformare izotermă al epruvetei, nesupusă în prealabil, unei întinderi.

În comparație cu teoriile expuse, *teoria de fluaj a lui I.N. Rabotnov*, care poate fi numită *teoria influențelor antercedente*, este mai bună, deoarece poate explica fenomenul deformației izoterme inverse și al întăririi.

Aceasta este o generalizare a teoriei care descrie relația între deformația în momentul respectiv și deformația precedentă a materialului (se numește uneori teoria eredității).

Conform teoriei influențelor antercedente, relația între tensiune, deformare și timp se scrie astfel :

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma(t) + \int_0^t k(t - \theta) \sigma(\theta) d\theta \quad (2.48)$$

Această este o ecuație integrală liniară de tip Volterra, de a doua speță. În această ecuație, funcția  $\varphi(\varepsilon)$  depinde numai de deformații, ea definind curba caracteristică a materialului;  $\sigma(t)$  este tensiunea, care în cazul general, este valabil în timp;  $k(t-\theta)$  este nucleul ecuației integrale (funcție de diferența variabilelor  $t$  și  $\theta$ ).

Pentru cazul deformației izoterme,  $\sigma = \text{const.}$  și ecuația (2.48) dă :

$$\varphi(\varepsilon) = \sigma[1 + C(t)], \quad (2.49)$$

în care  $C(t)$  este funcția deformației izoterme :

$$C(t) = \int_0^t K(t - \theta) d\theta \quad (2.50)$$

Comparând expresiile (2.49) și (2.46), se constată că pe baza teoriei influențelor antercedente, curbele deformației izoterme, în coordonate  $\varepsilon, \sigma$  sunt și ele asemenea și

$$\psi(t) = \frac{1}{1 + C(t)}$$

Ținând seamă că expresia (2.47) a funcției  $\psi(t)$  concordă bine cu rezultatele experimentale, se poate scrie următoarea expresie analitică a funcției deformației izoterme :

$$C(t) = at^b \quad (2.51)$$

Derivând expresia (2.50) în raport cu timpul, obținem :

$$C(t) = K(t) \quad (2.52)$$

Astfel, cu ajutorul funcției deformației izoterme obținute experimental, se poate găsi nucleul ecuației integrale (2.48). În cazul particular, când funcția deformației izoterme este exprimată prin ecuația (2.51), nucleul  $K(t-\theta)$  al ecuației integrale (2.48) se transformă, în baza relației (2.51), astfel :

$$K(t-\theta) = ab(t-\theta)^{b-1}$$

Rezolvând ecuația integrală (2.48) în raport cu funcția  $\sigma(t)$  se obține :

$$\sigma(t) = \varphi(\varepsilon) - \int_0^t \Gamma(t-\theta) \cdot \varphi(\theta) d\theta, \quad (2.53)$$

în care funcția  $\Gamma(t-\theta)$ , este rezolventa ecuației integrale (2.48).

Pentru cazul relaxării simple,  $\varepsilon = \text{const.}$  și ecuația (2.53) dă :

$$\sigma(t) = \varphi(\varepsilon) - [1 - R(t)], \quad (2.54)$$

în care  $R(t)$  este funcția relaxării simple :

$$R(t) = \int_0^t \Gamma(t-\theta) d\theta \quad (2.55)$$

Derivând expresia (2.55) în raport cu timpul obținem :

$$R'(t) = \Gamma(t)$$

Astfel, determinând pe cale experimentală funcția deformației izoterme  $C(t)$ , se poate calcula, cu ajutorul formulei (2.52) nucleul ecuației integrale  $K(t-\theta)$  și apoi, folosind metodele din teoria ecuațiilor integrale, se obține rezolventa nucleului  $\Gamma(t-\theta)$ ; cu aceasta, folosind relația (2.55) se află funcția relaxării simple  $R(t)$  și cu ajutorul relației (2.54) se poate construi ușor, curba relaxării simple.

Prin prisma acestei teorii, se poate examina și fenomenul deformației izoterme inverse, descris mai sus.

Presupunem că epruveta încălzită este întinsă cu o forță care produce tensiunea  $\sigma$ , mai mică decât limita de proporționalitate a materialului, la temperatura încercării. Deformația produsă în momentul încărcării epruvetei este  $\frac{\sigma}{E}$  (v. fig.2.31). Acestei stări îi corespund

punctele A în diagrama în coordonate  $\varepsilon, t$  (fig.a) și  $A_1$  din diagrama în coordonate  $\varepsilon, \varphi(\varepsilon)$  (fig.b).

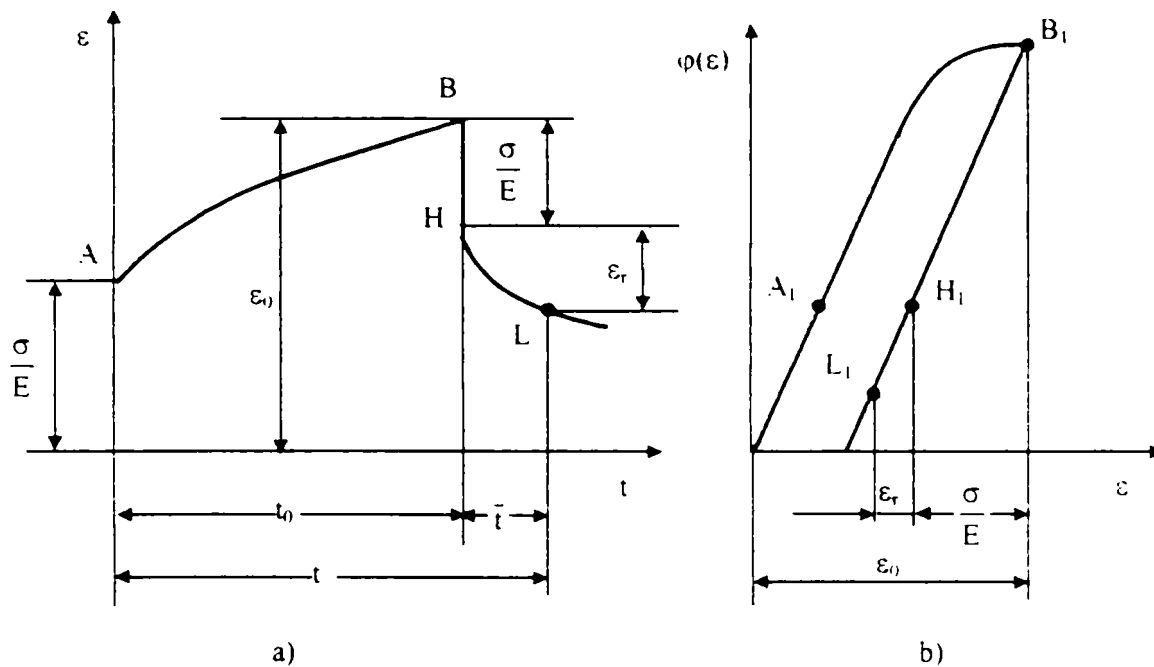


Fig. 2.31. Schema fenomenului de deformare izotermă inversă, după teoria influențelor antecedente

În continuare, tensiunea rămânând constantă pe durata  $t_0$ , deformarea crește (faza de deformare izotermă). Acestei faze îi corespunde o deplasare pe curbă de la A la B, în coordonate  $t, \varepsilon$  (fig.a), respectiv de la punctul  $A_1$  la  $B_1$ , pe curba de coordonate  $\varepsilon, \varphi(\varepsilon)$  (fig.b). După timpul  $t_0$ , deformarea are valoarea  $\varepsilon_0$ . În acest moment, epruveta este descărcată complet, temperatura rămânând constantă.

Fazei de descărcare îi corespunde deplasarea pe dreapta de la B la H (fig.a), respectiv de la  $B_1$  la  $H_1$  în (fig.b).

Micșorarea deformăției în timpul descărcării este  $\varepsilon_{desc} = \frac{\sigma}{E}$ . Ulterior, după descărcare, deformarea continuă să scadă. În momentul  $t = t_0 + \bar{t}$ , deformarea a mai scăzut cu valoarea  $\varepsilon_r$ , micșorarea totală fiind  $\varepsilon_{desc} - \varepsilon_r$ . Acestui proces de scădere a deformăției după descărcare, numit deformare izotermă inversă îi corespunde deplasarea pe curba HL, respectiv  $H_1L_1$ .

Înlocuind în ecuația (2.48) funcția  $\varphi(\varepsilon)$  prin ecuația descărcării directe și ținând seama că pe durata  $t_0$ , tensiunea  $\sigma$  a fost constantă, iar pe durata  $\bar{t} = t - t_0$ , a fost nulă, se deduce din ecuația (2.48):

$$\varphi(\varepsilon_0) - E(\varepsilon_{desc} + \varepsilon_r) = \sigma \int_0^{t_0} K(t_0 + \bar{t} - \theta) d\theta \quad (2.56)$$

Ținând seama că :

$$\int_0^{t_0} K(t_0 + \bar{t} - \theta) d\theta = \int_0^{t_0 + \bar{t}} K(t_0 + \bar{t} - \theta) d\theta - \int_{t_0}^{t_0 + \bar{t}} K(t_0 + \bar{t} - \theta) d\theta,$$

și conform relației (2.50) :

$$\int_0^{t_0} K(t_0 + \bar{t} - \theta) d\theta = C(t_0 + \bar{t});$$

$$\int_{t_0}^{t_0 + \bar{t}} K(t_0 + \bar{t} - \theta) d\theta = C(\bar{t}),$$

se obține expresia (2.56) :

$$\varphi(\varepsilon_0) - E(\varepsilon_{desc} - \varepsilon_r) = \sigma [C(t_0 + \bar{t}) - C(\bar{t})] \quad (2.57)$$

Conform relației (2.49) :

$$\varphi(\varepsilon_0) = \sigma [1 + C(t_0)] \quad (2.58)$$

Scăzând din ecuația (2.57) expresia (2.58) și ținând seama că  $\sigma = E \cdot \varepsilon_{desc}$ , se obține :

$$\varepsilon_r = \frac{\sigma}{E} [C(t_0) + C(\bar{t}) - C(t_0 + \bar{t})] \quad (2.59)$$

Relația liniară între deformație și tensiune în fluajul invers, ca și simetria expresiei  $\varepsilon_r$  în funcție de  $t_0$  și  $\bar{t}$  (2.59) sunt confirmate experimental.

Alții ca J.A. Oding au încercat de a crea teoria fizică a fluajului. El consideră fenomenul fluajului ca fiind o interacțiune între întărire și slăbire.

Din analiza teoriilor fluajului prezentate, rezultă că cea mai bună metodă, care oglindește toate aspectele fluajului, este cea a influențelor anterioare a lui I. N. Rabotnov, dar în calculele practice de fluaj, prezintă dificultăți matematice mari.

Teoria întăririi nu oglindește toate aspectele fenomenului de fluaj (nu explică fenomenul deformației izometrice inverse), dar permite destul de exact prevederea relaxării tensiunilor pe baza studiului experimental al deformației izoterme. În plus nu are dezavantajul teoriei îmbătrânirii, deoarece timpul nu intră explicit în ecuațiile de bază ale teoriei întăririi. În prezent nu se folosește în calculele de fluaj, din cauza dificultăților matematice.

Chiar dacă teoria îmbătrânirii prezintă și ea dezavantaje, totuși în prezent este cea mai folosită, fiind mai simplă. Dintre variantele analizate trebuie aleasă cea care concordă cel mai mult cu rezultatele încercărilor.

### 2.3. Modele liniare. Funcția de fluaj și funcția de relaxare

Comportarea corpurilor supuse la diferite solicitări poate fi modelată cu ajutorul unor elemente mecanice simple cum ar fi arcul (resortul), care caracterizează comportarea elastică și amortizorul, care caracterizează comportarea vâscoasă a corpurilor.

Gruparea în diferite moduri ale acestor elemente mecanice simple permite stabilirea unor modele care descriu comportarea reală a corpurilor și permit exprimarea analitică a comportamentului acestora.

Unul dintre modelele de corpuri care permit analiza cât mai reală a comportării corpurilor supuse la acțiunea unor solicitări simple este modelul *corpului vâsco-elastic*, care combină modelul elastic al lui Hooke și cel al lichidului vâscos al lui Newton.

Cele mai simple modele mecanice pentru studiul corpurilor vâsco-elastice sunt modelul Kelvin-Voigt, obținut prin gruparea în serie a unui arc și a unui amortizor (v. fig. 2.32) și modelul Maxwell care se compune dintr-un arc și un amortizor grupate în paralel (v. fig. 2.33)

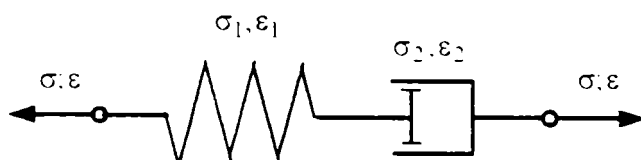


Fig. 2.32. Modelul Kelvin-Voigt

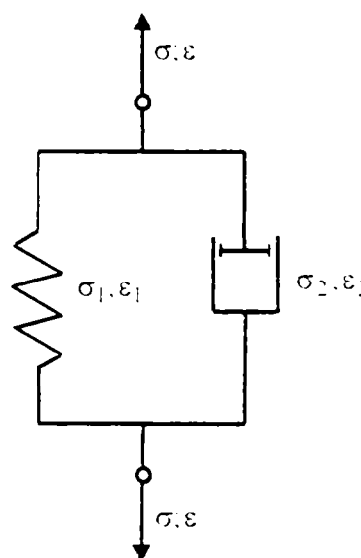


Fig. 2.33. Modelul Maxwell

În cazul modelului Kelvin-Voigt, când elementele sunt așezate în serie, întreaga încărcare este suportată de ambele elemente, dar deformația totală a întregii grupări va fie egală cu suma deformațiilor fiecărui element. Sub acțiunea încărcării  $\sigma$  asupra întregii grupări va apărea în fiecare element o stare de tensiune și o stare de deformație. Tensiunile în fiecare element vor fi egale între ele și egale cu tensiunea totală  $\sigma_1$ , adică,

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_1,$$

iar deformația totală  $\varepsilon_1$  va fi egală cu suma deformațiilor fiecărui element, adică :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \varepsilon$$

Când elementele sunt grupate în paralel atunci încărcarea totală  $\sigma_t$  este preluată parțial de fiecare element în raport cu caracteristica de rigiditate a fiecăruia în timp ce deformațiile sunt egale între ele și egale cu deformația întregului ansamblu, adică :

$$\sigma_t = \sigma_1 + \sigma_2; \quad \varepsilon_t = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$$

Comportarea corpurilor văsko-elastice (modelate prin elemente liniare ca resortul și amortizorul) este descrisă prin relații liniare; relațiile între  $\sigma, \varepsilon$  și derivatele lor sunt liniare.

Ecuatiile fundamentale ale corpurilor Kelvin-Voigt și Maxwell și expresiile pentru deformația sub tensiune constantă (la corpul Kelvin-Voigt) și pentru tensiune sub deformație impusă constantă (la corpul Maxwell) sunt :

- corpul Kelvin - Voigt (amortizor și resort legate în paralel) :

$$\dot{\sigma} = E \cdot \varepsilon + \lambda \dot{\varepsilon} \quad \text{și} \quad \varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right] \quad (2.60)$$

(în care  $\tau_i$  este timpul de întârziere)

- corpul Maxwell (amortizor și resort legate în serie) :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma}{\lambda} + \frac{\dot{\sigma}}{E} \quad \text{și} \quad \sigma = E \cdot \varepsilon_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_r}} \quad (2.61)$$

(în care  $\tau_r$  este timpul de relaxare)

Se pot stabili două funcții care exprimă comportarea în timp independent de mărimea tensiunii aplicate  $\sigma_0$  (respectiv a deformației specifice impuse  $\varepsilon_0$ ) în funcție numai de constantele elastice, și anume :

- *funcția de fluaj* :

$$f(t) = \frac{\varepsilon}{\sigma_0} \quad (2.62)$$

- *funcția de relaxare* :

$$r(t) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad (2.63)$$

În cazul corpului Kelvin - Voigt funcția de fluaj este :

$$f(t) = \frac{1}{E} \left[ 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right] \quad (2.64)$$

sau înlocuind modulul de elasticitate cu inversul lui, *complianta elastică* notată prin  $I$ .



$$f(t) = 1 - \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) \quad (2.65)$$

În cazul corpului Maxwell funcția de relaxare este :

$$r(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau_r}} \quad (2.66)$$

În practică, prin gruparea de elemente liniare, în serie sau în paralel, se pot descrie diferite comportări de asemenea liniare. Astfel grupând modelele Kelvin-Voigt și Maxwell în serie, se obține modelul lui Burgers.

Pornind de la ecuațiile fundamentale ale corpurilor Maxwell și Kelvin - Voigt, se obține ecuația de stare a modelului :

$$E_1 \cdot \dot{\varepsilon} + \lambda_1 \ddot{\varepsilon} = \frac{E_1}{\lambda_0} \sigma + \left( \frac{E_1}{E_0} + \frac{\lambda_1}{\lambda_0} + 1 \right) \dot{\sigma} + \frac{\lambda_1}{E_0} \ddot{\sigma} \quad (2.67)$$

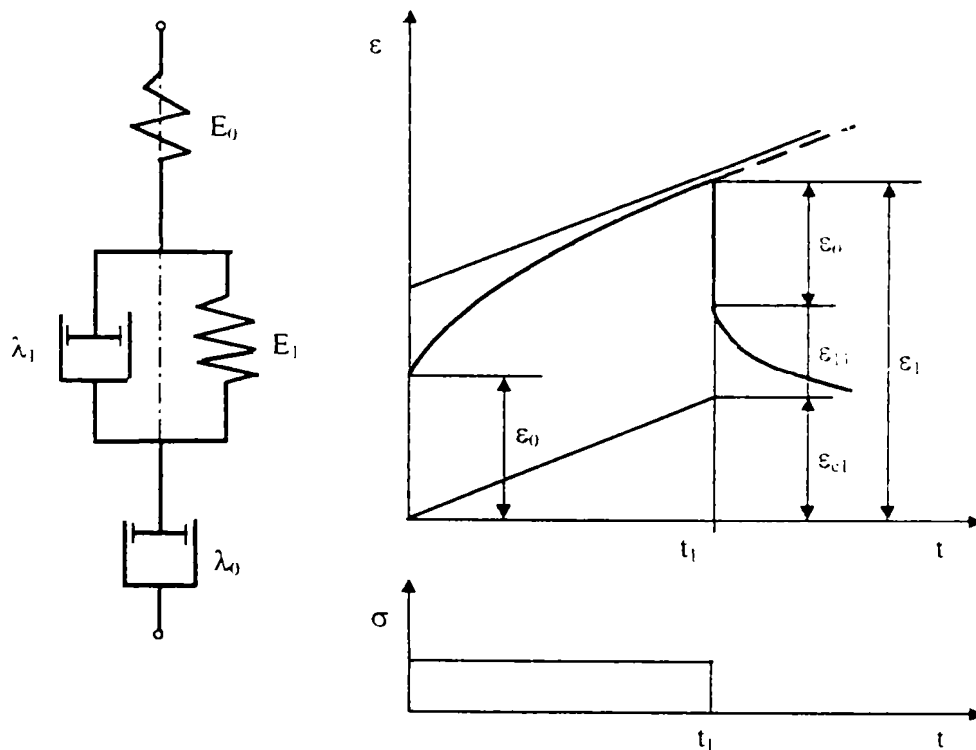


Fig. 2.34. Modelul Burgers și diagramele  $\varepsilon - t$  și  $\sigma - t$  aferente

Prin integrare funcția de relaxare a modelului ia forma :

$$r(t) = \frac{E_0(\tau'' - \tau')}{\lambda_1} \left[ \left( E_1 - \frac{\lambda_1}{\tau'} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau'}} - \left( E_1 - \frac{\lambda_1}{\tau''} \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau''}} \right] \quad (2.68)$$

în care  $\tau'$  și  $\tau''$ , dependente de natura timpilor de relaxare, sunt inversele rădăcinilor ecuației caracteristice a ecuației diferențiale fundamentale în care  $\dot{\varepsilon}$  și  $\ddot{\varepsilon}$  sunt nule.

$$\frac{\lambda_1}{E_0} z^2 + \left( \frac{E_1}{E_0} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 1 \right) z + \frac{E_1}{\lambda_0} = 0$$

Funcția de fluaj a modelului se obține însumând funcțiile de fluaj ale celor două corpuri Maxwell și Kelvin :

$$f(t) = I_0 + I_1 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}} \right) + \frac{t}{\lambda_0} \quad (2.69)$$

unde s-a notat :

$$I_0 = \frac{1}{E_0}; \quad I_1 = \frac{1}{E_1} \quad \text{și} \quad \tau_1 = \frac{\lambda_1}{E_1}$$

Deformația sub efort (tensiune) constant, redată în fig. 2.34 se obține prin suprapunerea diagramelor deformației în funcție de timp sub tensiune constantă a corpului Kelvin și a corpului Maxwell. Principiul suprapunerii efectelor este aplicabil deoarece ecuațiile care descriu aceste deformații sunt liniare.

În cazul în care deformația a ajuns la timpul  $t - t_1$  până la valoarea  $\varepsilon_1$ , după descărcare este valabilă aceeași ecuație de stare în care  $\sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = 0$  la timpul  $t = t_1$ ; luând timpul  $t_1$  ca o nouă origine a timpului se poate scrie :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\lambda_1}{E_1} \cdot \ddot{\varepsilon} = 0$$

din care integrând o dată se obține

$$\varepsilon + \tau_1 \dot{\varepsilon} = C \quad \text{cu} \quad \tau_1 = \frac{\lambda_1}{E_1},$$

iar printr-o nouă integrare, ținând seama de condițiile puse, se obține

$$\varepsilon = \left( e^{-\frac{t}{\tau_1}} - 1 \right) \varepsilon_{11} + \varepsilon_1$$

în care cu  $\varepsilon_{11}$  s-a notat deformația componentei Kelvin care se recuperează și *curgerea lentă primară*. Diferența  $\varepsilon_1 - \varepsilon_{11} = \varepsilon_{c1}$  reprezintă deformația ireversibilă a componentei Maxwell sau *curgerea lentă secundară*

$$\varepsilon_{c1} = \frac{\sigma_0 t_1}{\lambda_0}$$

sau simplu deformația la curgere.

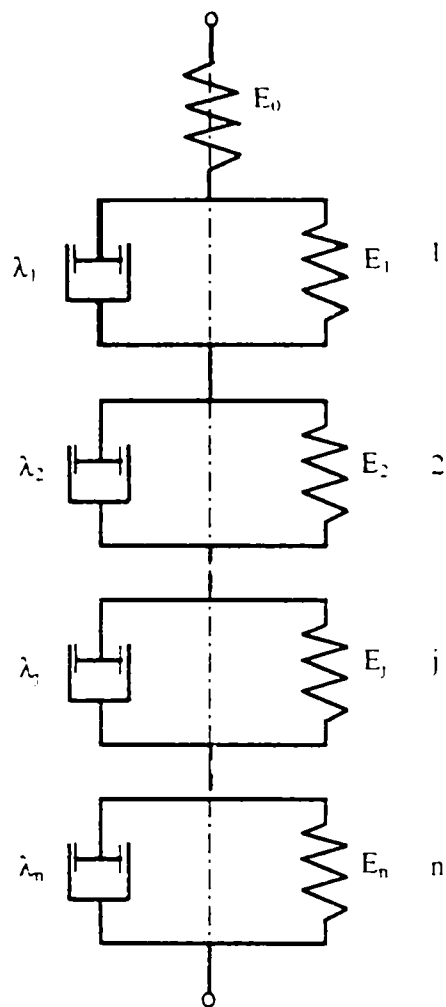


Fig. 2.35 Modelul Kelvin generalizat

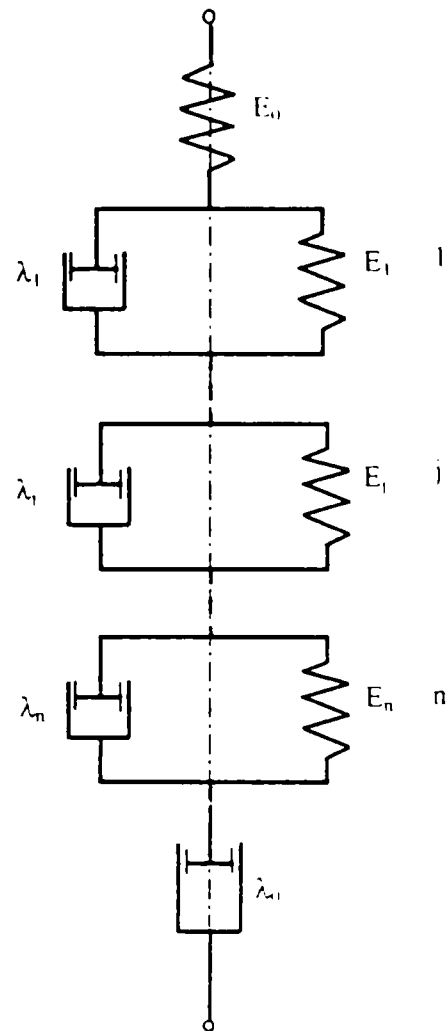


Fig. 2.36 Modelul Maxwell generalizat (varianta I)

Corpul Kelvin generalizat se obține legând în serie un resort cu un număr (notat cu  $n$ ) de modele Kelvin (v. fig. 2.35). Funcția de fluaj a acestui corp este :

$$f(t) = I_0 + \sum_{j=1}^n I_j \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_j}} \right) \quad (2.70)$$

în care cu  $\tau_j$  s-a notat timpul de întârziere al elementului cu numărul de ordine  $j$ .

Dacă în serie se adaugă și un amortizor  $\lambda_0$  se obține corpul lui Maxwell generalizat, a cărui funcție de fluaj este :

$$f(t) = I_0 + \sum_{j=1}^n I_j \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_j}} \right) + \frac{t}{\lambda_0} \quad (2.71)$$

Termenul  $I_0$  reprezintă elasticitatea instantanee, termenii după semnul sumei elasticitatea întârziată, iar ultimul termen, curgerea secundară ireversibilă.

Corpul lui Maxwell generalizat se poate obține și legând în paralel mai multe corpuri Maxwell (v. fig. 2.37). Funcția de relaxare este în acest caz :

$$r(t) = \sum_{k=1}^n E_k \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}} \quad (2.72)$$

caz în care  $\tau_k$  este timpul de relaxare al corpului Maxwell având numărul de ordine k.

Dacă se adaugă și un resort  $E_0$  în paralel, funcția de relaxare devine

$$r(t) = E_0 + \sum_{k=1}^n E_k \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}} \quad (2.73)$$

iar dacă se adaugă în paralel și un amortizor  $\lambda_0$  se obține :

$$r(t) = E_0 + \sum_{k=1}^n E_k \cdot e^{-\frac{t}{\tau_k}} + \lambda_0 \delta(t) \quad (2.74)$$

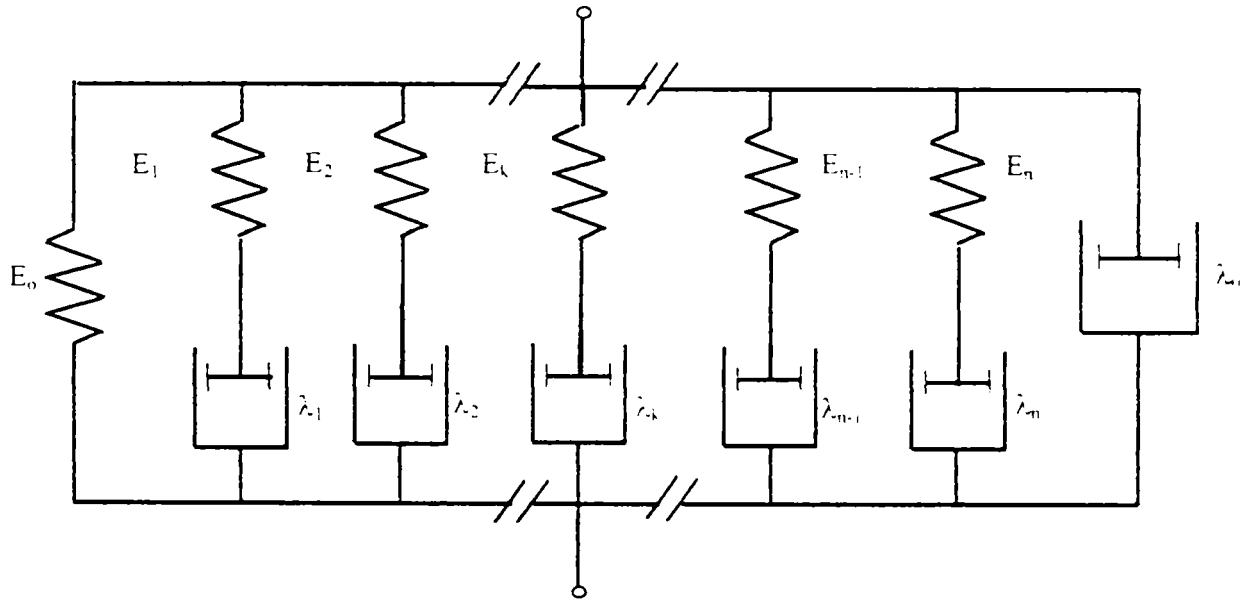


Fig. 2.37 Modelul lui Maxwell generalizat (varianta II)

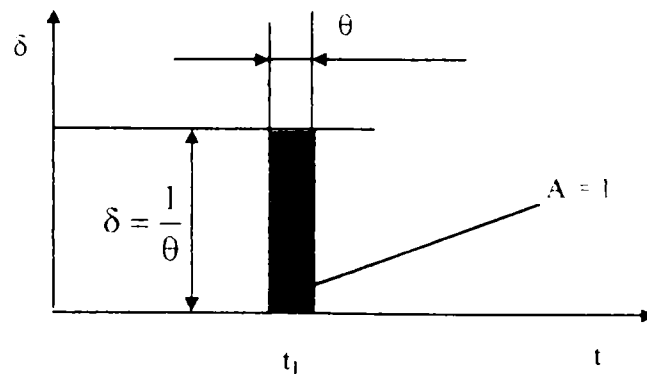


Fig. 2.38 Variația funcției impulsie  $\delta(t)$  în funcție de parametrul t

În expresia (2.74) este introdusă funcția  $\delta(t)$  denumită *funcția impulsivă* a lui Dirac. Această funcție este nulă pentru toate valorile parametrului  $t$  cu excepția unui interval cât de mic  $\theta$  la valoarea  $t_1$  a parametrului pentru care ia valoarea  $\delta = \frac{1}{\theta}$  (v. fig. 2.38). În cazul în care intervalul se reduce la un punct, valoarea funcției este infinită.

Integrala acestei funcții pe un interval este nulă dacă intervalul nu conține valoarea  $t_1$  a parametrului și egală cu unitatea dacă conține punctul singular  $t = t_1$ .

Existența acestei funcții reflectă faptul că modelul este lipsit de elasticitate instantanee. (unii siliconi se apropie în comportare de acest model : la sarcini aplicate brusc se comportă ca materiale aproape rigide, în timp ce sarcini mici aplicate un timp mai îndelungat le deformează apreciabil). Existența amortizorului în paralel implică o deformare impusă instantanee, ceea ce înseamnă că o experiență de relaxare în condițiile teoretice nu poate fi realizată.

Se remarcă, că prin gruparea în serie de elemente Kelvin se obține funcția de fluaj cea mai generală, în timp ce prin gruparea în paralel a corpurilor Maxwell se obține funcția de relaxare cea mai generală.

Prin gruparea elementelor în serie și în paralel s-au obținut relații liniare care descriu atât corpul Kelvin generalizat, cât și corpul Maxwell generalizat. În concluzie, un corp vâscoelastic cu comportare liniară poate fi considerat fie ca un corp Kelvin generalizat, fie ca un corp Maxwell generalizat; din punct de vedere practic, pare mai comod să se aleagă modelul Kelvin în cazul studiului deformației sub tensiune dată și modelul Maxwell pentru studiul relaxării eforturilor sub deformare impusă.

### **Principiul suprapunerii efectelor**

Presupunem o mărime  $s_1$  denumită *cauză* care produce apariția mărimii  $e_1$  denumită *efect* (amândouă măsurabile); de asemenea, mărimea  $s_2$  de aceeași natură cu  $s_1$  producând efectul  $e_2$ ; principiul suprapunerii efectelor postulează, că acționând concomitent cele două cauze  $s_1 + s_2$  efectul produs este  $e_1 + e_2$ .

O primă consecință a acestui principiu este proporționalitatea între efect și cauză. Dacă se exercită cauza  $k s_1$ , atunci efectul este  $k e_1$ .

Principiul pare adevărat atâta timp cât efectele se păstrează mici; explicația din punct de vedere matematic, constă în faptul că în domeniu relațiile dintre cauză și efect sunt descrise

de ecuații liniare și omogene, situație care în cazul general constituie numai o primă aproximație.

În literatura de specialitate se întâlnește uneori denumirea de *sistem Boltzmann* sau mai des de sistem *boltzmannian*, pentru sistemele cărora li se poate aplica principiul suprapunerii.

Fenomenele studiate la corpurile vâscoelastice scot în evidență faptul că deformațiile, respectiv tensiunile, într-un anumit moment nu depind numai de valoarea în momentul respectiv, același lucru, în ceea ce privește eforturile față de deformații, pornind de la această constatare, corpurile se pot clasifica în două categorii : *corpuri lipsite de memorie*, a căror deformație specifică (respectiv tensiune), nu depinde decât de valoarea momentană a tensiunii (respectiv a deformației) și *corpuri dotate cu memorie*, (se folosește de asemenea în loc de memorie, termenul de *ereditate*, folosit întâi de Boltzmann) a căror deformație (respectiv tensiune) depinde de întreaga evoluție anterioară.

Corpurile lipsite de memorie sunt cele a căror stare nu depinde decât de valoarea momentană a unor mărimi; corpurile perfect elastice care ascultă de legea lui Hooke :

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon(t)$$

sau fluidele vâscoase care ascultă de legea lui Newton (scrisă pentru întindere)

$$\sigma(t) = \lambda \cdot \dot{\varepsilon}(t)$$

în care tensiunea într-un moment dat depinde numai de viteza de deformație în momentul respectiv.

Să presupunem un corp înzestrat cu memorie, asupra căruia în momentul  $\tau$ , pe o durată  $d\tau$ , se aplică tensiunea  $\sigma(\tau)$ ; după scurgerea unui interval de timp, în momentul  $t$

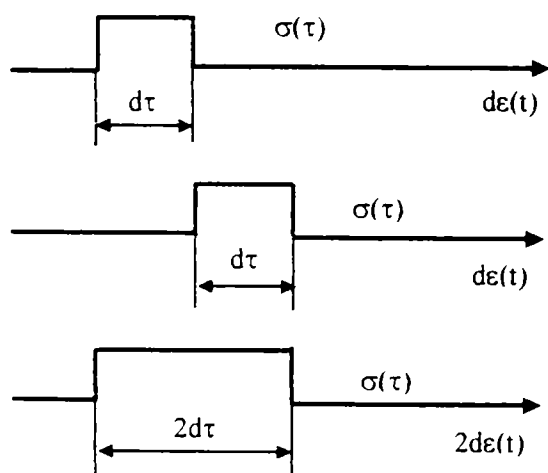


Fig. 2.39. Variația deformației unui corp înzestrat cu memorie în funcție de momentul aplicării tensiunii

deformația rămasă va fi de  $d\varepsilon(t)$ ; dacă aceeași încărcare se va face tot pe o durată  $d\tau$  dar începând din momentul  $(\tau+dt)$ , datorită faptului că intervalul între cauză și efect diferă numai cu un infinit mic, la timpul  $t$  deformația rămasă va fi tot  $d\varepsilon(t)$ ; dacă însă în momentul  $\tau$  se aplică tensiunea  $\sigma(\tau)$  pe un interval  $2d\tau$ , atunci deformația rămasă va fi de  $2d\varepsilon(t)$ . Deformația rămasă este proporțională cu timpul elementar de aplicație al încărcării, precum și cu intensitatea tensiunii aplicate.

În concluzie, ea este proporțională cu produsul  $\sigma(\tau)d\tau$ . Coeficientul de proporționalitate depinde de intervalul  $\theta = t - \tau$  dintre momentul aplicării efortului și cel al măsurării deformației.

Astfel judecând se poate scrie :

$$d\varepsilon(t) = \sigma(\tau)f'(t - \tau)d\tau \quad (2.75)$$

în care  $f'(t)$  este *funcția de memorie* care are o alură rapid descrescătoare (tinzând către zero sau o valoare constantă), alură care exprimă faptul că evenimentele mai recente au o influență mai mare asupra efectului decât cele care au avut loc mai demult (v. fig. 2.40 a) și b)).

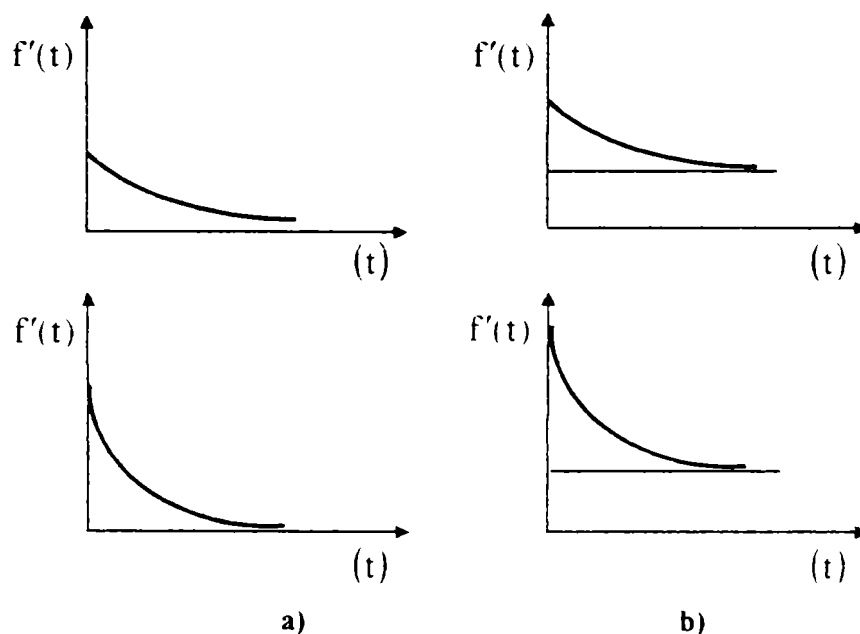


Fig. 2.40. Evoluția funcției memorie în timp când tinde spre 0 (a) sau o valoare constantă (b)

Întegrând, pentru a determina deformația produsă de evenimentele trecute, se obține :

$$\varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t \sigma(\tau) \cdot f'(t - \tau)d\tau \quad (2.76)$$

Deformația totală se obține adaugând acesteia deformația datorită tensiunii din momentul t.

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma(t)}{E_0} + \int_{-\infty}^t \sigma(\tau) \cdot f'(t - \tau)d\tau \quad (2.77)$$

Socotind că tensiunea pentru  $\tau < 0$  este nulă, iar pentru  $\tau > 0$  este constantă  $\sigma = \sigma_0$  expresia deformației devine :

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \sigma_0 \int_0^t f'(t - \tau)d\tau = \sigma_0 [I_0 + f(t) - f(0)] \quad (2.78)$$



în care  $f(t)$  este primitiva funcției  $f'(t)$ ; dacă ea este aleasă astfel ca  $f(0) = I_0$  expresia deformației specifice este :

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \cdot f(t) \quad (2.79)$$

Primitiva astfel definită este tocmai funcția de fluaj iar derivata ei este deci tocmai funcția de memorie.

În cazul general când tensiunea  $\sigma$  variază în timp, integrarea prin părți conduce la :

$$\int_{-\infty}^t \sigma(\tau) \cdot f'(t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t \sigma'(\tau) \cdot f(t - \tau) d\tau - [\sigma(t)f(t - \tau)]_{-\infty}^t$$

Considerând nule tensiunile până în momentul  $t = 0$  expresia deformației devine :

$$\varepsilon(t) = \sigma(0)f(t) + \int_0^t \sigma'(\tau)f(t - \tau)d\tau \quad (2.80)$$

Neglijând efectele tensiunilor anterioare, expresia generală se simplifică devenind

$$\varepsilon(t) = \int_0^t \sigma'(\tau)f(t - \tau)d\tau \quad (2.81)$$

Aceste relații arată că deformația unui corp cu memorie poate fi determinată în orice moment dacă se cunoaște funcția de fluaj, tensiunea și variația ei în timp.

Aplicând aceste relații corpului Kelvin dispus în serie cu un resort, de compliantă  $I_0$ , a cărui funcție de fluaj este

$$f(t) = I_0 + I \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right)$$

solicitat începând cu  $t = 0$  de o tensiune variind ciclic

$$\sigma = \sigma_0 \sin \omega t,$$

pentru a determina variația deformației, se determină funcția de memorie

$$f(t) = \frac{I}{\tau_i} \cdot e^{\frac{t}{\tau_i}} \quad (2.82)$$

cu ajutorul căreia se obține

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \sigma(t)I_0 + \int_0^t \sigma(\tau)f'(t - \tau)d\tau = \\ &= I_0\sigma_0 \sin \omega t + \frac{\sigma_0 I}{\tau_i} \int_0^t \sin \omega \tau e^{-\frac{t-\tau}{\tau_i}} d\tau = \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$= \sigma_0 \sin \omega \tau \left( I_0 + \frac{I}{1 + \omega^2 \tau_i^2} \right) - \sigma_0 \omega \frac{I \tau_i}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \left[ \cos \omega \tau - e^{-\frac{t}{\tau_i}} \right]$$

În mod asemănător, în cazul corpurilor cărora li se impune o deformație, se determină funcția de relaxare a cărei derivată este funcția de memorie; în acest caz se poate scrie similar cazului precedent :

$$\sigma(t) = E_0 \cdot \varepsilon(t) + \int_{-\infty}^t \varepsilon(\tau) \cdot r'(t - \tau) d\tau \quad (2.84)$$

când deformația se aplică de la  $t = 0$  :

$$\sigma(t) = \varepsilon(0)r(t) + \int_0^t \varepsilon(\tau) \cdot r'(t - \tau) d\tau \quad (2.85)$$

sau, socotind deformațiile vechi nule :

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \varepsilon'(\tau)r(t - \tau) d\tau \quad (2.86)$$

Și în acest caz, tensiunea într-un moment dat poate fi determinată cunoscând funcția de relaxare, deformația impusă și variația ei în timp. De exemplu, în cazul unui corp Maxwell căruia i se impune, pornind din momentul  $t = 0$ , o deformație proporțională cu timpul  $\varepsilon = k_0 t$ , funcția de relaxare este :

$$r(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Introducând aceste valori în expresia (2.83)

$$\sigma(t) = \varepsilon(0)r(t) + \int_0^t \varepsilon'(\tau) \cdot r(t - \tau) d\tau = EK_0 \int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{\tau}} d\tau = EK_0 \tau_r \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}} \right) \quad (2.87)$$

Una din aplicațiile suprapunerii efectelor ca metodă, constă în posibilitatea de a trasa curbele de curgere lentă în cazul în care asupra corpului vâsco-elastic se exercită încărcări și descărcări repetate în intervalele definite de  $t = 0; t_1, t_2, t_3$  (v. fig. 2.41).

Pentru încărcarea în intervalul  $0 \leq t \leq t_1$ , este valabilă curba de fluaj  $C_1$ . Descărcarea se poate considera ca suprapunerea unei tensiuni negative egală cu prima, care are curba de

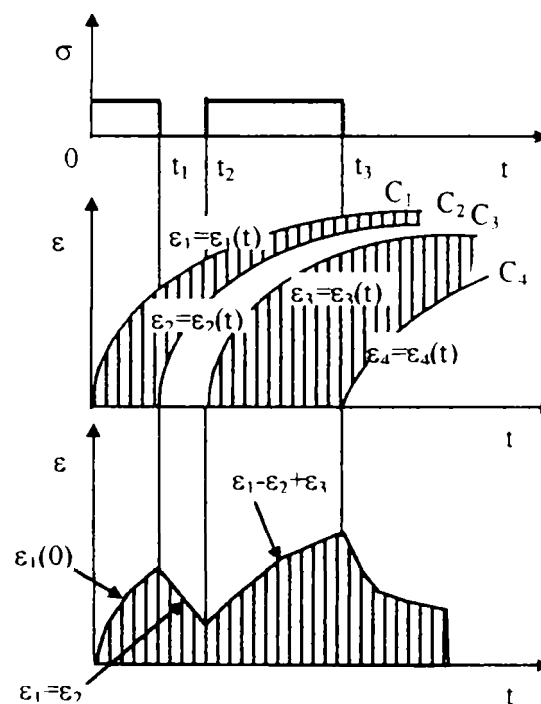


Fig. 2.41. Curbele de curgere lentă pentru un corp vâsco-elastic pentru încărcări și descărcări repetate obținute prin metoda suprapunerii efectelor

fluaj  $C_2$  obținută simplu prin translația curbei  $C_1$  în punctul de abscisă  $t_1$ . Evident, deformația în momentul  $t_1 \leq t \leq t_2$  va fi reprezentată prin diferența dintre ordonatele curbelor  $C_1$  și  $C_2$ ; în mod asemănător se procedează în cazul unei noi încărcări la  $t = t_3$ ; pentru  $t_2 \leq t \leq t_3$  deformația va fi suma algebrică a deformațiilor reprezentate prin curbele  $C_1$ ,  $C_2$  și  $C_3$ :

$$\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

și așa mai departe.

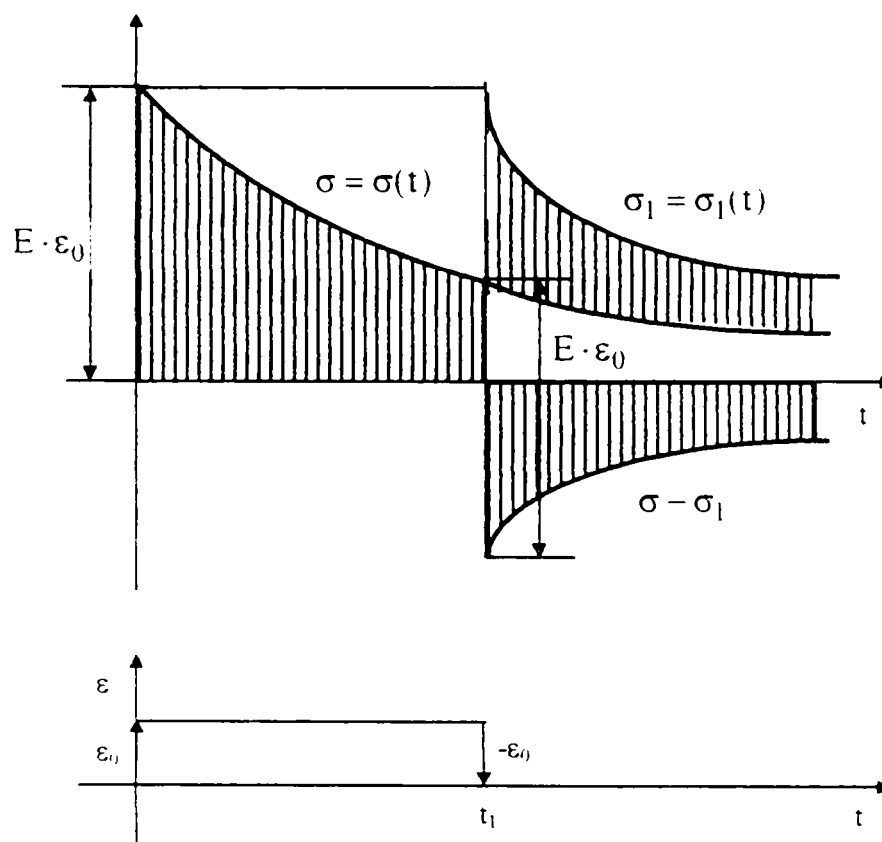


Fig. 2.42. Curbă de relaxare simplă obținută prin metoda suprapunerii efectelor

În cazul relaxării datorită unei deformații impuse  $\varepsilon_0$  menținute constantă pe intervalul  $0 \leq t \leq t_1$ , variația tensiunii este reprezentată prin curba  $\sigma$ ; la timpul  $t_1$  tensiunea are valoarea  $\sigma_1$ ; dacă în mometul  $t_1$  deformația se anulează (se impune în sens negativ aceeași deformație  $\varepsilon_0$ ) curba de relaxare  $\sigma_1 = \sigma_1(t)$  - negativă - se obține deplasând curba  $\sigma = \sigma(t)$  cu originea în punctul  $t - t_1$ ; diferențele între ordonatele celor două curbe în punctul  $t_1 < t$  dau curba de fluaj pentru  $t > t_1$ .

## 2.4. Fluajul și relaxarea neliniare

Principalul inconvenient al soluțiilor prezentate prin ecuațiile diferențiale liniare și omogene este acela că nu pot descrie suficient de exact deformațiile în timp a unor materiale utilizate în practica inginerescă, în special fluajul metalelor la temperaturi ridicate.

Continuând să considerăm corpul alcătuit din două faze, faza solidă și faza fluidă, neconcordanțele în comportare se datoresc fazei fluide a cărei comportare trebuie definită, de data această printr-o lege neliniară; în cazul solicitării la întindere, forma cea mai simplă a unei asemenea legi este :

$$\varepsilon = \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \left( \frac{\sigma}{\lambda} \right) \quad (2.88)$$

în care  $\sigma^*$  este o tensiune de referință  $\sigma > \sigma^*$ , iar  $n$  un număr întreg și par. În cazul unei tensiuni constante, prin integrare se obține :

$$\varepsilon = \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \left( \frac{\sigma}{\lambda} \right) \cdot t \quad (2.89)$$

Deoarece observațiile asupra fluajului metalelor și deformațiilor pe timp lung a rocilor sau ale betonului arată că deformațiile nu cresc totuși proporțional cu timpul, așa cum rezultă din relația (2.89), expresia deformației și a vitezei de deformație se corectează afectând timpul cu un exponent subunitar  $m < 1$

$$\varepsilon = \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \left( \frac{\sigma}{\lambda} \right) \cdot t^m \quad \text{și} \quad \dot{\varepsilon} = m \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \left( \frac{\sigma}{\lambda} \right) \cdot t^{m-1} \quad (2.90)$$

Pentru valori mari ale timpului viteza de deformație scade tinzând către zero când timpul tinde către infinit; la metale ( $m=0,3 \dots 0,5$ ) aceasta se datorește modificărilor în microstructură și în special fenomenului de ecruisare.

Pot fi concepute modele mecanice prin diferite combinații în serie și paralel a celor două faze, solidă și fluidă, în care faza fluidă este descrisă de o lege neliniară. De exemplu, un fluid similar corpului Maxwell va avea ca ecuație de stare :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right) \frac{\sigma}{\lambda} = \frac{1}{E} \left[ \dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\tau_r} \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \right] \quad (2.91)$$

Integrând, pentru o tensiune constantă  $\sigma > \sigma^*$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \left[ 1 + \frac{t}{\tau} \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \right] \quad (2.92)$$

Deformația este mai mare decât cea a corpului Maxwell liniar. Legea de relaxare a eforturilor se obține integrând ecuația diferențială (socotind  $\varepsilon = \text{const.}$  deci  $\dot{\varepsilon} = 0$ ) care în această situație ia forma :

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} = -\frac{1}{\tau_r} \left( \frac{\sigma}{\sigma^*} \right)^n \quad (2.93)$$

având ca soluție

$$\left( \frac{\sigma_o}{\sigma} \right)^n = 1 + n \frac{t}{\tau_r} \left( \frac{\sigma_o}{\sigma^*} \right)^n, \quad (2.94)$$

în care cu  $\sigma_o$  s-a notat tensiunea în momentul impunerii deformației,  $\varepsilon_o$ , adică  $\sigma_o = E \cdot \varepsilon_o$ ; se observă că relaxarea depinde nu numai de funcția de relaxare ci și de mărimea deformației inițiale.

## 2.5. Solidul neelastic standard

Comparând în domeniul cvasi-static corpurile Maxwell și Kelvin, s-ar părea că cel din urmă, în afară de modelarea elasticității întârziate nu ar avea importanță practică: într-adevăr la viteze mici de încărcare el se comportă ca un corp perfect elastic și nu prezintă nici curgere ireversibilă, nici relaxare a eforturilor. Mai semnificativ pare comportarea lui în cazul solicitării ciclice când iese în evidență capacitatea de a disipa energie, capacitatea de amortizare a vibrațiilor.

Între tensiune și deformația produsă de acesta există o diferență de fază ( $\varphi = \arctg(\omega\tau_1)$ ) a cărei măsură dă posibilitatea determinării directe a capacității de amortizare, care în cazul corpului Kelvin, crește proporțional cu  $\omega\tau_1$ .

Observațiile asupra solidelor reale au arătat însă neconcordanțe: amortizarea crește liniar cu  $\omega\tau_1$ , atinge un maxim, după care descrește până la valoarea 0.

Cea mai simplă expresie care poate descrie o asemenea comportare este :

$$\sigma = \tau_r \cdot \dot{\sigma} = E(\varepsilon + \tau_r \dot{\varepsilon}) \quad (2.95)$$

în care  $\tau_r$  este timpul de relaxare, iar  $\tau_1$  timpul de întârziere a deformației.

$$\tau_1 = \frac{\bar{E}}{E} \tau_r > \tau_r$$

iar modulii de elasticitate  $\bar{E} > E$  sunt modulii limită de comportare elastică la solicitări ciclice pentru frecvența infinită ( $\bar{E}$ ), respectiv nulă ( $E$ ), numiți modul dinamic ( $\bar{E}$ ) și modul static



$E(\omega)$  este egal cu  $E$  pentru  $\omega = 0$  și egal cu  $E \cdot (\tau_1 / \tau_r)$  pentru  $\omega = \infty$ .

Comportarea solidului neelasic standard la curgerea lentă este asemănătoare corpului Kelvin. Rezolvând ecuația (2.95) pentru  $\sigma = \text{const.} = \sigma_0$ , deci  $\dot{\sigma} = 0$  (pentru  $t > 0$ ) rezultă ecuația deformației elastice întârziate

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}} \right) = \varepsilon_0 \varphi(t) : \quad \left( \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} \right) \quad (2.100)$$

Comportarea la relaxare se obține pentru  $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const.}$  (pentru  $t > 0$ ) considerând că în momentul aplicării bruște a deformației ( $\omega \rightarrow \infty$ ) la  $t = 0$  ia naștere tensiunea  $\sigma_0 = E \cdot \varepsilon_0$ . Prin integrare se obține ecuația :

$$\sigma = \varepsilon_0 \left[ \bar{E} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_r}} + E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_r}} \right) \right] = \varepsilon_0 E(t) = \varepsilon_0 E_r(t) \quad (2.101)$$

Curba care descrie relaxarea tensiunilor este asemănătoare celei a corpului Maxwell (cu care devine identică pentru  $E = 0$ ) cu diferența că tensiunea nu scade la valoarea zero ci

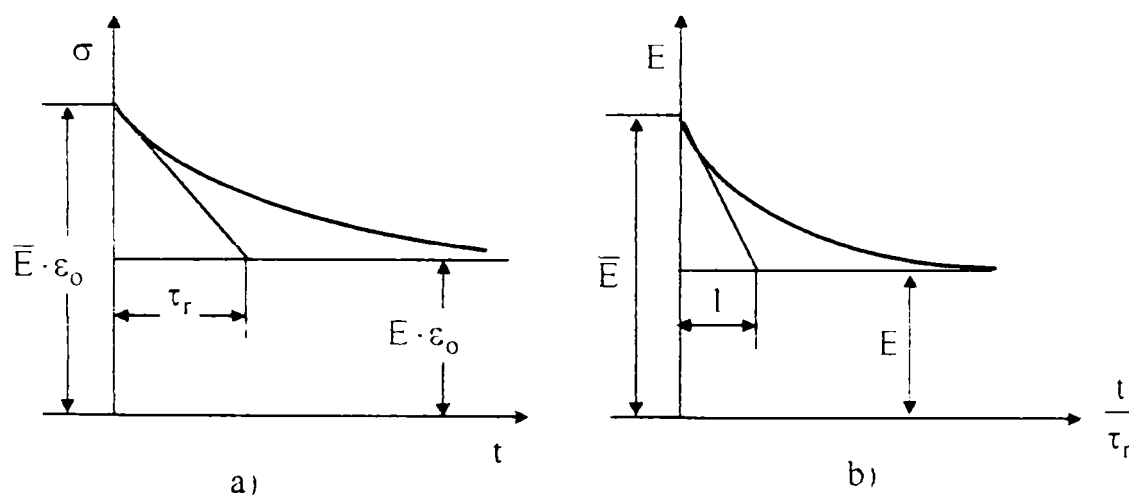


Fig. 2.44 - Curbe de relaxare

după un timp infinit lung, el rămâne la valoarea  $\sigma = E \cdot \varepsilon_0$  (fig. 2.44, a).

O diagrama asemănătoare se poate trasa pentru modulul de elasticitate instantaneu al solidului standard (fig. 2.44, b) care poate fi determinat din relația (2.101)

$$E(t) = E + (\bar{E} - E) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_r}} \quad (2.102)$$

Solidul standard nu prezintă curgere ireversibilă așa cum au betonul sau metalele la temperaturi ridicate. Acest neajuns îi limitează domeniul de utilizare în favoarea corpului Maxwell în serie. Când curgerea (ireversibilă) este neglijabilă, solidul (neelasic) standard poate fi utilizat cu succes.

## 2.6. Fluajul și relaxarea firelor de oțel

Deși în forma cea mai accentuată fluajul și relaxarea la oțel apar la temperaturi ridicate, asemenea fenomene sunt sesizabile chiar și la temperatura ambiantă.

Fluajul și relaxarea metalelor sunt fenomene care definesc proprietatea denumită neelasticitate (anelasticitate), opusă elasticității. Comportarea la fluaj și relaxare a firelor de oțel se stabilește prin încercări de două feluri - sub tensiune constantă pentru determinarea diagramei de fluaj, sub deformație impusă constantă pentru determinarea diagramei de relaxare; amândouă încercările au loc la temperatură constantă în jur de 20°C. Se trasează diagrame asemănătoare celor din figurile 2.45 și 2.46.

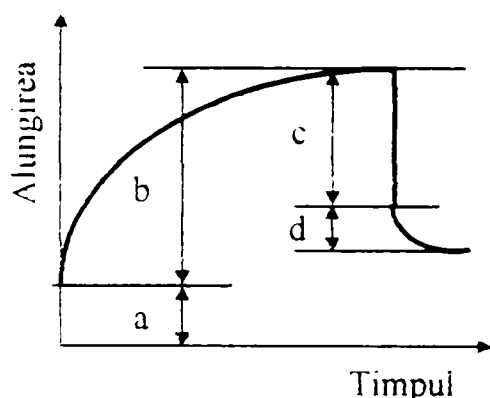


Fig. 2.45 - Curbă de fluaj

- a - alungire din încărcare
- b - alungire în timp
- c - alungire la descărcare
- d - alungire de revenire

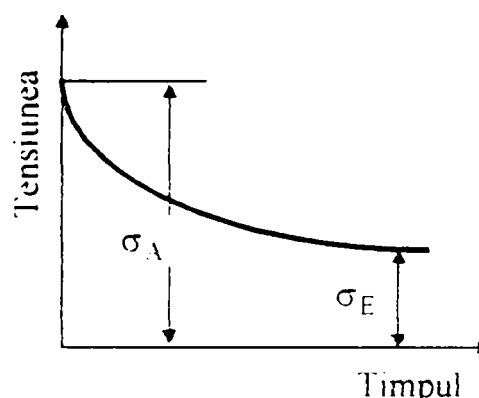


Fig. 2.46 - Curbă de relaxare

- $\sigma_A$  - tensiune inițială
- $\sigma_E$  - tensiune finală

În ceea ce privește fluajul, s-a introdus termenul de *limită de fluaj* care, asemănător celorlalte limite utilizate în descrierea diagramei caracteristice (de exemplu, limita de elasticitate, limita de curgere) ar reprezenta tensiunea sub a cărei valoare fluajul, la temperatura ambiantă ar fi neglijabil. Normele interne și internaționale de exemplu, definesc limita de fluaj ca fiind valoarea care, aplicat asupra firului de oțel, produce în intervalul de o mie de ore (măsurate începând cu un anumit interval de timp de la aplicarea sarcinii), o deformație de fluaj de 3% din cea produsă prin aplicarea rapidă a sarcinii. (Inițial prin limita de fluaj se definea tensiunea sub care se presupune că nu apare fluajul, încercări ulterioare au dovedit însă că fluajul apare chiar la tensiuni cuprinse în domeniul de comportare elastică a materialului).



În ceea ce privește relaxarea, s-au introdus ca mărimi de referință, pierderile de tensiune determinate prin încercări de referință, pierderile de tensiune determinate prin încercări pe o durată de 1000 ore sub deformație constantă. Recomandările FIP – CEB pentru betonul precomprimat, presupun că pierderile de tensiune după 1000 de ore sunt cuprinse între 2% și 8% din tensiunea inițială, când acesta este  $0,65 \sigma_r$  și între 8% și 12% când tensiunea este  $0,80 \sigma_r$ , ( $\sigma_r$  fiind limita de rupere a firului de oțel); recomandările admit ca rezultatele obținute în intervalul de 1000 de ore să fie extrapolate pentru 100.000 de ore, prin comparație cu curbele de relaxare reale trasate pentru un oțel cu caracteristici asemănătoare pe bază de încercări de lungă durată.

Franco Levi susține că la firele trefilate pierderea de tensiune prin relaxare pe termen lung este dublă față de cea constatată după 120 ore.

Indicații prețioase, în ceea ce privește comportarea la fluaj, se obțin din diagrama caracteristică obținută pe baza încercării de întindere la solicitări statice. O diagramă caracteristică, având limite ridicate (limita de elasticitate, de curgere) indică și o comportare bună la fluaj; limita de fluaj coincide sau este foarte apropiată de limita de elasticitate. Factorii care influențează comportarea elastică, influențează în același timp și în același sens comportarea la fluaj. Revenirea (tratament termic aplicat sârmelor constând în încălzirea la o temperatură prescrisă – sub temperatura inferioară de transformare a oțelului – urmată de o răcire lentă), de exemplu, are ca efect reducerea deformațiilor de fluaj și a pierderilor de tensiune prin relaxare, pentru valori ale tensiunii sub limita de elasticitate.

Dacă analizăm rezultatele unor încercări de relaxare asupra unor fire de oțel vom vedea că pentru tensiuni de până la 50% din limita de rupere firele netratate prezintă o relaxare mai pronunțată; la tensiuni peste 70% din limita de rupere, firele cu limita de elasticitate ridicată prin tratament prezintă o creștere importantă a pierderilor prin relaxare, explicată prin apariția deformațiilor plastice mari după depășirea limitei de elasticitate; la tensiuni mari pierderile prin relaxare au valori apropiate atât la firele tratate, cât și la cele netratate.

Pentru fluaj, în fig. 2.47 sunt arătate rezultatele obținute în urma unor încercări pentru diferite valori ale raportului dintre tensiunea aplicată și limita de rupere; este de notat, că la tensiuni mari, pe măsura trecerii timpului, viteza de deformație scade; în intervalul de 1000 ore, curbele trasate în sistem semilogaritm ( în care numai timpul este reprezentat la scară logaritmă), au forma literei S sau a unor fracțiuni din litera S, fapt ce a condus pe unii cercetători să considere că pentru același material curbele de fluaj pentru tensiuni diferite, sunt omotetice.

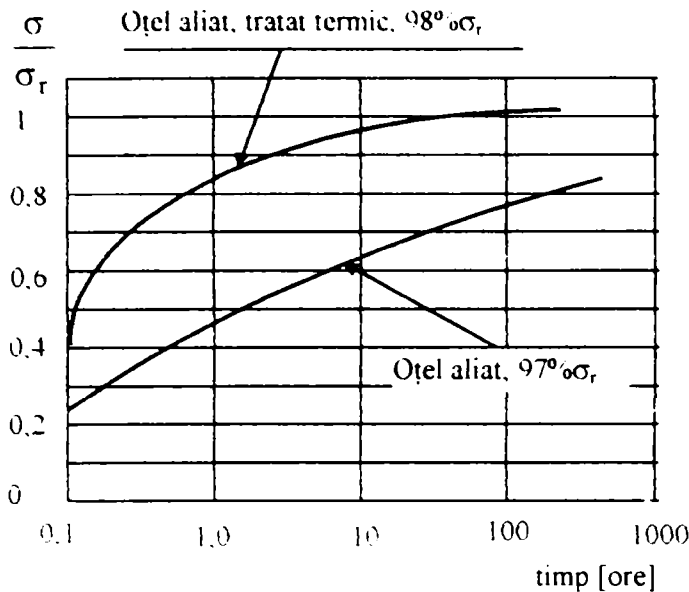


Fig. 2.47 - Variatia vitezei de fluaj in timp in functie de incarcare

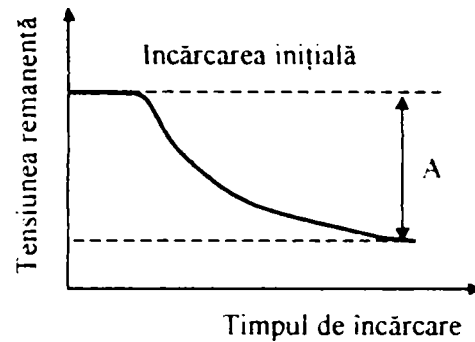


Fig. 2.48 - Curba de relaxare pentru diferite valori ale incărcării initiale

Asemănări apar și între curbele de relaxare, reprezentate într-un sistem semilogaritm, ele au alura generală redată în figura 2.48.

Pentru o tensiune inițial redusă și o durată limitată a încercării (până la 1000 de ore) este parcursă numai prima parte - cvasi liniară - a diagramei; pentru eforturi inițiale, cea mai mare parte a pierderii de tensiune are loc în timpul celor 1000 de ore de încercare; pentru tensiuni inițiale mari, pierderea de tensiune se produce în cea mai mare parte în primele ore, astfel încât la sfârșitul perioadei de încercare de 1000 de ore în reprezentarea grafică s-a trecut de punctul de inflexiune și diagrama se apropie de porțiunea ei finală rectilinie.

Ridicarea temperaturii are un efect similar celui produs de creșterea tensiunii inițiale. Curbele de relaxare la diferite temperaturi pentru același oțel (trefilat și revenit) tind să ajungă la aceeași valoare finală a pierderii de tensiune. Aceasta dă posibilitatea să se obțină prin extrapolare pentru durate mari, rezultatele obținute prin încercări pe termen scurt (1000 ore), la tensiuni moderate și la temperatura mediului ambiant; făcând încercări la temperaturi relativ ridicate (100°C sau 150°C) sub aceeași tensiune inițială și trasând diagrama corespunzătoare, se obțin valori ale pierderii de tensiune apropiate de cele finale.

Diagramele de relaxare a eforturilor sunt valabile numai pentru oțelul pentru care au fost determinate. Comportarea la fluaj și relaxare se datorește în ultima analiză modificărilor structurale; oțelurilor trefilate și revenite li se ridică prin aceste procese limita de curgere; atât fluajul cât și relaxarea sunt reduse cât timp tensiunea se găsește sub limita de elasticitate. La tensiuni inițiale mari, se produce în prima etapă o decruisare urmată de o recruisare după trecerea unui timp în care s-au produs deformațiile plastice corespunzătoare.

Asemănarea dintre comportarea la relaxare și la fluaj și explicarea acestor fenomene pe baza deformațiilor ireversibile dă posibilitatea prezicerii comportării la relaxare folosind rezultatele obținute la încercările de fluaj (v. fig. 2.49).

Să presupunem, trasate pentru același material, curbele de fluaj pentru diferite tensiuni  $\sigma_0 > \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  diferite între ele cu aceeași valoare  $\Delta\sigma$

$$\sigma_2 = \sigma_1 - \Delta\sigma; \quad \sigma_3 = \sigma_2 - \Delta\sigma; \quad \text{etc.}$$

Deformația de fluaj ireversibilă notată  $\epsilon_c$  o împărțim în elemente  $\Delta f$  egale și ducem liniile de ordine corespunzătoare intervalul  $\Delta f$  este definit ca  $\Delta f = (\Delta\sigma \cdot E)$ .

Curba de relaxare a materialului supus unei deformații impuse  $\epsilon_0$  se trasează prin puncte. În momentul inițial, tensiunea este  $\sigma_0 = E \cdot \epsilon_0$ . O bară solicitată însă de tensiunea  $\sigma_0$  capătă după timpul  $t_1$  o deformație de fluaj ireversibilă de  $\Delta f$ ; această deformație permanentă are ca efect scăderea tensiunii cu  $\Delta\sigma$ : tensiunea în bară va fi deci  $\sigma_0 - \Delta\sigma = \sigma_1$ ; curba de fluaj va fi în continuare cea pentru efortul  $\sigma_1$ ; construcția grafică este evidentă.

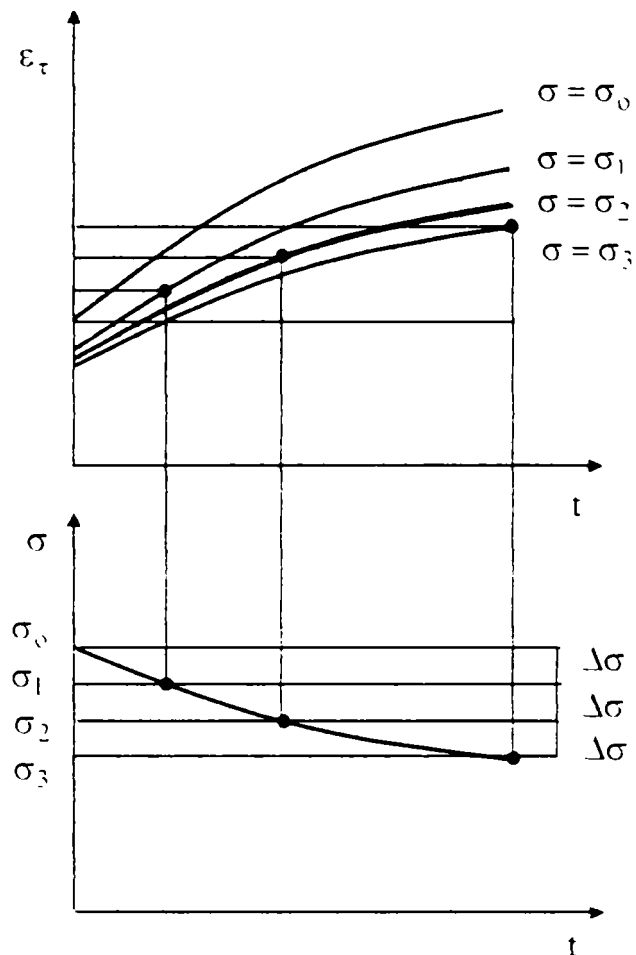


Fig. 2.49 - Curbă de relaxare obținută prin trasarea curbelor de fluaj

Se vede ușor că pentru construcția grafică prezentată este necesară trasarea curbelor de fluaj pentru diferite valori ale tensiunii pe bază de încercări. O construcție aproximativă a curbelor de fluaj pentru diferite valori ale tensiunii se poate face pe cale grafică folosind rezultatele încercărilor pentru o singură valoare a tensiunii, precum și rezultatele încercărilor statice. Această construcție se bazează pe observația cu privire la omotetia curbelor de fluaj. Pentru aceeași durată a încercării la fluaj (100 ore de exemplu) curbele de fluaj ale aceluiași material

$$\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_p} = \text{const.}$$

în care cu  $\varepsilon_c$  s-a notat deformația datorită fluajului, iar cu  $\varepsilon_p$  deformația remanentă din diagrama caracteristică a materialului (de obicei măsurată la 2 minute după aplicarea forței). Trasate grafic se obțin curbele de fluaj necesare construcției curbei de relaxare.

## 2.7 Fluajul conductoarelor

Se va arăta în capitolul următor că există o serie de factori care impun corecții în calculul săgeților și tensiunilor la conductoare. Garda la sol trebuie respectată în conformitate cu prescripțiile normativelor pe toată perioada de exploatare a liniei, deoarece tensiunile produse de întinderea orizontală a conductorului și care intră în calcule corespund unei perioade îndelungate în care conductorul suferă deformații datorită sarcinilor accidentale și fluajului.

În exploatare, după ce conductorul a fost întins, el suferă în continuare, practic sub sarcină constantă lungiri datorate fenomenului de fluaj, curba de deformație în timp trecând prin cele trei stadii clasice ale fluajului.

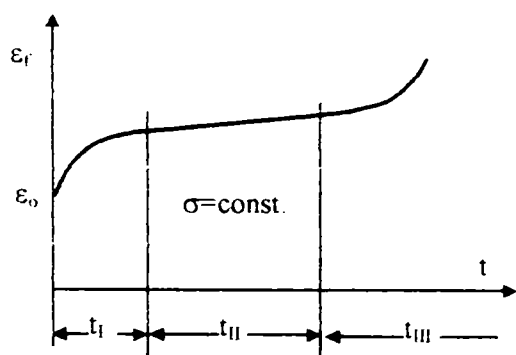


Fig. 2.50. Curba lungirii specifice de fluaj la tensiune constantă

Experiența arată că după 10 - 15 ani viteza de creștere a lungirilor specifice ale conductorului tinde către zero, urmând să crească din nou după un număr foarte mare de ani datorită îmbătrânirii materialului. În fig. 2.50 este reprezentată curba lungirii specifice de fluaj  $\varepsilon_f = f(t)$  la  $\sigma = \text{const.}$  cu cele trei stadii ale ei.

În primul stadiu, de ordinul orelor, are loc o creștere a deformației specifice cu viteză mai mare. În stadiul al doilea, de ordinul anilor, viteza alungirilor specifice tinde către zero, continuând să crească în stadiul al treilea datorită îmbătrânirii puternice a materialului.

Pe baza fig. 2.50

$$\varepsilon_f = \varepsilon_0 + \varepsilon_I + \varepsilon_{II} + \varepsilon_{III} = f(t) \quad (2.103)$$

pentru  $\sigma = \text{const.}$

În fig. 2.51.a sunt reprezentate curbele de fluaj pentru un conductor de Al-OL trasate pe baza unor încercări experimentale pentru sarcini de încărcare de 25% și 40% din forța maximă. Aceste curbe pot fi descrise matematic pentru un anumit timp de exploatare  $t$  cu o relație de forma :

$$\varepsilon_f = K_1 \cdot \frac{t}{t_0} \cdot n_1 \quad (3.104)$$

în care  $t_0$  este timpul inițial calculat de la montajul și întinderea conductorului de ordinul unei ore, iar constantele  $K_1$  și  $n_1$  se extrag din tabele în funcție de tipul conductorului, sarcinii de lucru și temperatură.

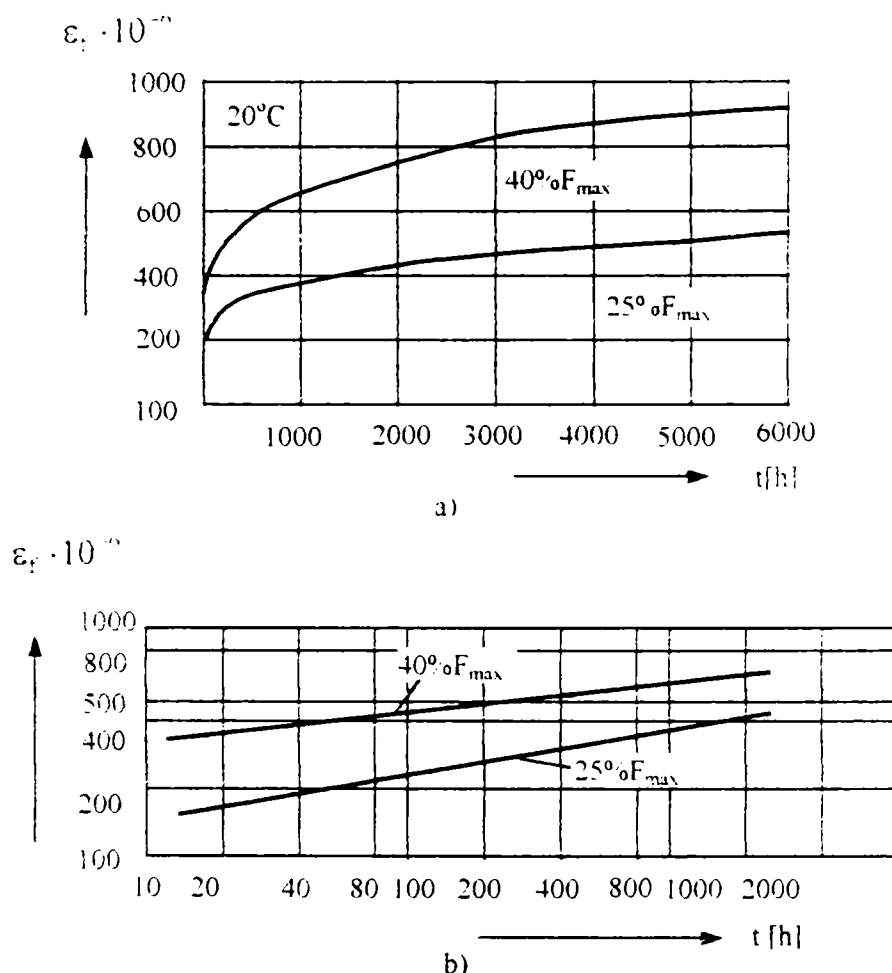


Fig. 2.51. Curbe de fluaj pentru un conductor Al-OL, în coordonate normale (a) și dublu logaritmice (b)

Relația (2.104) reprezentată în coordonate dublu logaritmice ne dă o familie de drepte ca în fig. 2.51.b.

Dacă se încarcă un conductor cu o sarcină mare, deformația ei specifică după o oră va avea valoarea comparabilă cu deformația specifică după 5000 - 6000 de ore a aceluiași conductor, dar încărcat cu o sarcină mai mică. Rezultă deci că pe lângă lungirea specifică inițială care apare după aplicarea sarcinii este necesar de a lua în considerare la calculul

conductoarelor și lungirea specifică datorată fluajului care apare în timp îndelungat sub sarcină constantă.

Lungirea inițială poate avea o componentă elastică cât și una plastică în funcție de mărimea solicitării de întindere. Fluajul este o lungire suplimentară care se dezvoltă treptat în timp îndelungat fără a crește sarcina. Mărimea fluajului depinde de forța de întindere, timp și temperatură. Cu cât forța de întindere este mai mare, cu atât creșterea este mai mare. La sarcină constantă deformația crește cu temperatura, lucru insesizabil în laborator, variațiile de temperatură nefiind bruște și semnificative. În practică creșterea temperaturii este însoțită de o scădere a tensiunii din conductor, ceea ce conduce de fapt la o reducere a fluajului.

Atât încercările experimentale, cât și observațiile în exploatare au arătat că la aplicarea sarcinii de întindere viteza de deformare este maximă (pe prima porțiune a curbei de fluaj) după care se micșorează și tinde să se stabilizeze în timp (v. porțiunea a doua a curbei de fluaj). În cazul conductoarelor de Al-OL și la temperaturi naturale, fluajul este relativ mic, fiind mai accentuat la oțel față de aluminiu. Pentru conductoare solicitate la temperaturi normale de exploatare sau de laborator, curbele de deformare în funcție de timp reprezentate în coordonate dublu logaritmice, au o variație practic liniară.

Pentru un tip de conductor curbele de fluaj au aceeași pantă pentru forțe de încărcare și temperaturi date. Acest fapt permite extrapolarea curbelor de fluaj pentru perioade mult mai lungi decât cele pentru care există încercări de laborator, bineînțeles în condiții de sarcină și temperatură constante (v. fig. 2.52).

Unii autori consideră că panta curbelor de fluaj obținute pentru diferite procente de încărcare din forța maximă de rupere este identică, iar curbele se află la distanțe proporționale între ele, proporționale cu procentul sarcinii de încărcare din forța maximă. Dacă lucrurile ar sta astfel, ar fi suficientă determinarea unei singure curbe de fluaj iar celelalte ar fi paralele cu aceasta și distanțate între ele proporțional cu sarcina de încărcare. Această teorie însă este contrazisă atât de încercările experimentale, cât și de cele obținute pentru conductoare aflate în exploatare. Nici pantele curbelor nu sunt identice și nici distanțele dintre curbe nu sunt proporționale sută la sută cu sarcinile.

Pentru durate de peste 10 ani lungirile conductorului datorate fluajului devin neglijabile, deci în calcule se consideră că starea finală a conductorului se obține după această perioadă, în principiu după 100.000 de ore de la montaj (reprezentând aproximativ 11 ani și jumătate).

Dacă creșterea săgeții datorată fluajului este mai mare decât creșterea datorată sarcinii maxime prevăzute, atunci fluajul este factorul hotărâtor în determinarea săgeții și a tensiunii

finale. În acest caz, dacă fluajul nu a fost luat în considerare la calculul săgeții și tensiunii, se va ține seama de el în etapa de tragere la săgeată a conductorului, printr-un factor de corecție. Săgeata conductorului va fi stabilită în funcție de temperatura mediului ambiant și corecția pentru fluaj.

Datorită corecției de fluaj rezultă forțe de întindere inițiale mai mari decât cele calculate. Dacă apar suprasarcini accidentale, la revenirea la starea anterioară conductorul va suferi o lungire remanentă care conduce la mărirea săgeții și la reducerea forței de întindere. Rezultă că forța de întindere calculată poate fi mărită inițial.

După ce conductorul a fost întins și are săgeata impusă, se consideră că a suportat o oră de fluaj. Dacă între întinderea conductorului și verificarea săgeții trec mai multe zile trebuie să se țină seama de creșterea săgeții datorată fluajului.

Mărirea săgeții ca urmare a deformării conductorului datorită fluajului depinde mult de raportul săgeată-deschidere între stâlpi.

Pentru a ține seama de fenomenul de fluaj, în practică mai pot fi utilizate următoarele metode :

- supratensionarea conductorului prin mărirea forței de întindere la montaj cu 5 - 15%, în funcție de secțiunea conductorului;
- întinderea conductorului cu o săgeată calculată pentru temperaturi mai joase decât cele de montaj;
- pretensionarea conductorului la aproape 50% din forța de rupere, pentru că o mare parte din deformație să se producă într-un timp scurt, timp de 0,5 până la 24 de ore, în funcție de condițiile de teren.

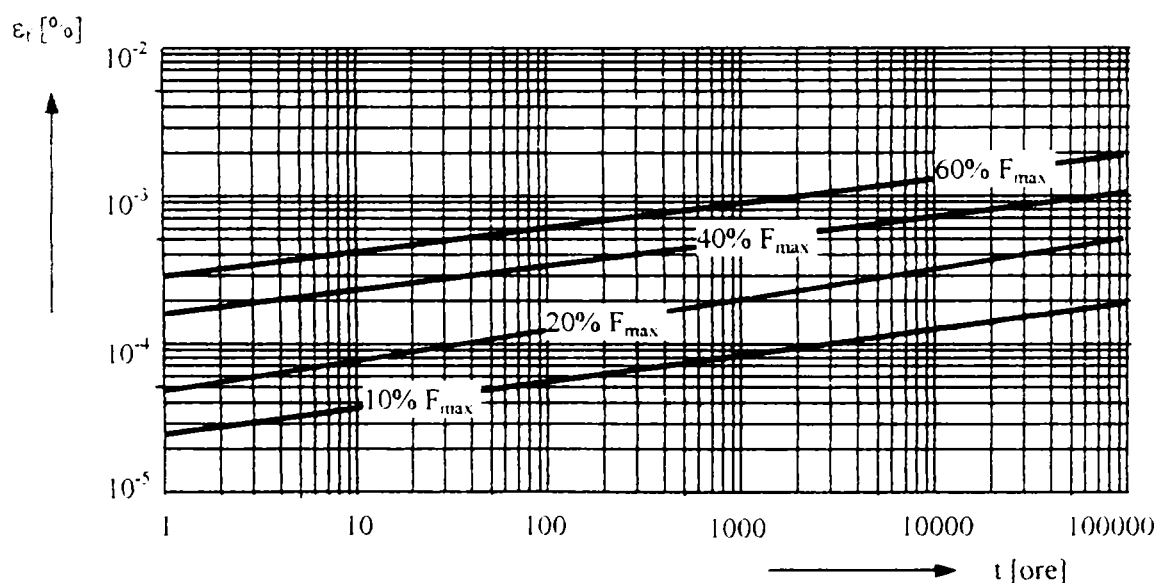


Fig. 2.52. Diagrame de fluaj pentru un conductor Al - Ol.



Datorită deformării accelerate ce se produce în urma pretensionării, se ajunge la o stabilitate a conductorului suficient de lungă pentru ca să poată fi întins la o valoare normală a forței de întindere. Metoda se folosește în general pentru deschideri mici.

Luarea în considerare a fluajului în calculele conductoarelor duce la evitarea reducerii gabariturii admise datorată măririi în timp a săgeții. Un calcul corect evită supradimensionările și oferă siguranță în exploatare.



### Capitolul 3. ASPECTUL GEOMETRIC ȘI MECANIC AL SÂRMELOR CE COMPUN CABLURILE ȘI CONDUCTOARELE ELECTRICE

#### 3.1. Bare(sârme) cu dublă curbură

Să considerăm o bară curbă a cărei axă este reprezentată printr-o curbă oarecare în spațiu, adică o curbă cu dublă curbură:  $\widehat{M_1M_2}$ . (fig. 3.1)

Poziția unui punct arbitrar  $M$  de pe axa barei se determină prin raza vectorie  $\vec{R}$ , adică printr-un vector variabil care are originea într-un punct oarecare fix  $O$  numit "pol" și al cărui modul este egal cu distanța de la pol la punctul considerat  $M$  al axei.

Se notează cu  $s$  lungimea arcului măsurat de la un anumit punct  $A$  al axei barei considerat ca origine a arcului până la punctul considerat  $M$ . Arcul  $s$  este considerat pozitiv în sensul de la  $A$  la  $M_2$ . Este natural ca raza vectorie  $\vec{R}$  a punctului  $M$  să fie considerată ca o funcție de variabilă scalară  $s$ . Această funcție  $\vec{R}(s)$  reprezintă forma parametrică a ecuației vectoriale a curbei considerate  $\widehat{M_1M_2}$ , reprezentând axa barei.

$$\vec{R} = \vec{R}(s) \tag{3.1}$$

parametrul fiind lungimea  $s$  a arcului.

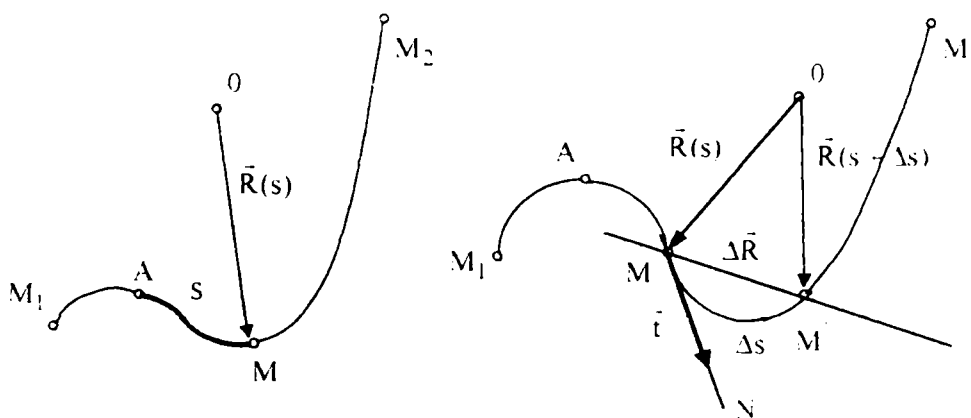


Fig. 3.1

1° Se consideră pe axa barei două puncte apropiate  $M$  și  $M'$ . Poziția acestor puncte se

determină prin razele vectoriale respective  $\vec{R}(s)$  și  $\vec{R}(s + \Delta s)$ . Diferența la  $\Delta \vec{R}$  este un vector care unește punctele M și M' orientat după secanta MM'. Limita raportului dintre creșterea  $\Delta \vec{R}$  a razei vectoriale  $\vec{R}$  și creșterea argumentului s când  $\Delta s$  tinde spre zero, este prin definiție derivata vectorului  $\vec{R}(s)$ :

$$\vec{R}' = \frac{d\vec{R}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta s} \quad (3.2)$$

Trebuie să precizăm că această limită trebuie să existe și să fie unică.

2° Observând că poziția limită a secantei MM' pentru  $\Delta s \rightarrow 0$  este tangentă la curbă în punctul M, se trage concluzia că derivata razei vectoriale  $\vec{R}(s)$  în raport cu arcul s este un vector orientat după tangentă. Modulul vectorului  $\vec{R}'$  este egal cu 1 el fiind limita raportului între coardă și arc. Arcul MM' se zice astfel că este un arc de curbă rectificabil. Se admite sensul vectorului  $\vec{R}'$  ca sens pozitiv al tangentei și se notează vectorul unitar - versorul - al tangentei cu  $\vec{t}$ . În acest caz

$$\vec{t} = \frac{d\vec{R}}{ds} = \vec{R}' \quad (3.3)$$

Această concluzie este prezentată în geometria diferențială ca o teoremă valabilă pentru curbele regulate.

3° Se analizează acum schimbarea direcției tangentei la trecerea de la punctul M(s) la un punct foarte apropiat M'(s + Δs). Dacă  $\vec{t}$  este vectorul unitar al tangentei la curbă în punctul M atunci  $\vec{t} + \Delta \vec{t}$  este vectorul unitar al tangentei în punctul M'. Se transportă vectorul  $\vec{t} + \Delta \vec{t}$ , paralel cu el însuși, în punctul M. În acest caz vectorul  $\Delta \vec{t}$  va caracteriza cu mărime și sens deviația tangentei la trecerea din punctul M în punctul M'. Cu alte cuvinte, raportul  $\frac{\Delta \vec{t}}{\Delta s}$  este măsura curburii medii a curbei pe porțiunea dintre M și M'.

Limita acestui raport, când Δs tinde spre zero, adică derivata vectorului  $\vec{t}$  în raport cu arcul s, dacă această limită există și este unică, se numește prin definiție vectorul de curbura al curbei în punctul M.

$$\vec{t}' = \frac{d\vec{t}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{t}}{\Delta s} \quad (3.4)$$

Însăși construcția vectorului de curbura arată că el este orientat înspre concavitatea curbei.

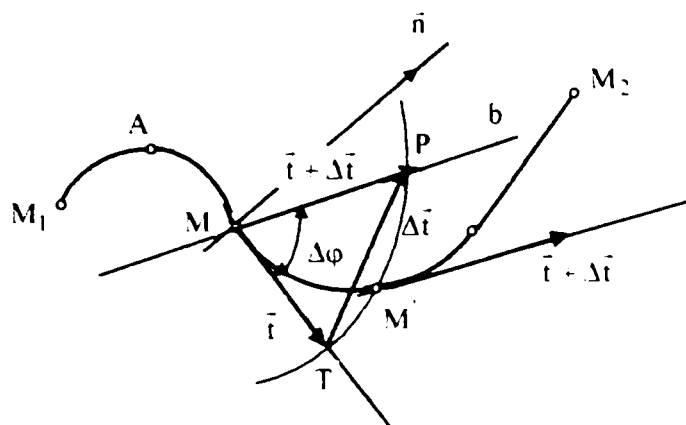


Fig. 3.2

4° Se notează cu  $\Delta\varphi$  așa numitul *unghi de contingență al tangentelor* din punctele M și M', adică unghiul format de vectorii  $\vec{t}$  și  $\vec{t} + \Delta\vec{t}$ . Ne folosim de indicatoarea sferică a tangentelor, definită mai sus. Se obține :

$$\frac{|\Delta\vec{t}|}{\Delta s} = \frac{TP}{\Delta s} = \frac{TP}{TP} \cdot \frac{TP}{\Delta s} = \frac{TP}{TP} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \quad (3.5)$$

în care TP reprezintă arcul de cerc cu raza egală cu 1 și având centrul în punctul M.

Limita raportului dintre unghiul de contingență  $\Delta\varphi$  și elementul de arc  $\Delta s$  se numește *curbura de ordinul întâi* sau simplu *curbura* în punctul respectiv și se notează :

$$\frac{1}{\rho_1} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \quad (3.6)$$

Curbura  $\frac{1}{\rho_1}$  reprezintă o măsură a deviației curbei considerate față de linia dreaptă

De asemenea deoarece limita raportului dintre coarda TP și arcul  $\widehat{TP}$  este egală cu 1 se trage concluzia că relația (3.5) când se trece la limită, dă valoarea (mărimea) vectorului curburi și anume :

$$|\vec{t}'| = \left| \frac{d\vec{t}}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{1}{\rho_1} \quad (3.7)$$

Din expresia (3.7) rezultă că  $\frac{1}{\rho_1}$ , deci curbura unei curbe în spațiu este considerată întotdeauna ca o mărime pur pozitivă.

5° Derivata  $\vec{t}$ , fiind derivata unui vector unitar, este perpendiculară pe vectorul  $\vec{t}$ , adică este *dirijată pe una din normalele* la curba în spațiu considerată în punctul de tangență M. Spre deosebire de curba plană, curba în spațiu nu are o singură normală, ci o infinitate. Dintre toate aceste normale, cea mai importantă este aceea care coincide cu direcția *vectorului de curbură*  $\vec{\rho}_1$ , adică aceea care caracterizează *variația direcției tangentei*  $\vec{t}$  în timpul mișcării în lungul curbei. *Această normală se numește normala principală a curbei în spațiu.* Dacă se admite sensul vectorului de curbură ca sens pozitiv al normalei principale și se notează cu  $\vec{n}$  versorul normalei principale, se obține următoarea expresie pentru vectorul de curbură :

Relația (3.7) ne-a dat mărimea  $\frac{d\vec{t}}{ds}$ ; știind că este orientat după normala principală, înmulțim cu  $\vec{n}$  și-i găsim expresia vectorială.

$$\frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n} \quad (3.8)$$

6° Dintre celelalte normale la curbă în punctul dat M, este indicat să se mai utilizeze una și anume perpendiculară pe normala principală numită *binormală*. Se admite ca sensul pozitiv al binormalei să fie același cu sensul pozitiv al tangentei și al normalei principale, asociate astfel încât să formeze un triedru stâng. Amintim că triedrul drept se numește triedrul lui Frenet. În acest caz avem :

$$\left. \begin{aligned} \vec{b} &= \vec{t} \times \vec{n} \\ \vec{t} &= \vec{n} \times \vec{b} \\ \vec{n} &= \vec{b} \times \vec{t} \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

7° Așadar, în fiecare punct al curbei ( $\Gamma$ ) în spațiu, există trei vectori ortogonali care formează un triedru atașat curbei în punctul  $M \in \Gamma$ , denumit *triedru de bază, natural sau intrinsec*. Se știe că fiecare pereche de muchii ale acestui triedru definește un anumit plan :

$$\begin{aligned} (\vec{t}, \vec{n}) &\rightarrow \text{plan osculator} \\ (\vec{n}, \vec{b}) &\rightarrow \text{plan normal} \\ (\vec{b}, \vec{t}) &\rightarrow \text{plan rectificanț.} \end{aligned}$$

8° Din infinitatea de plane care trec prin punctul dat de pe curba considerată, *planul osculator* este legat cel mai strâns de curbă.

Dacă se notează cu  $\Delta s$  lungimea arcului de curbă de la punctul dat  $M$  la punctul foarte apropiat  $M'$  se poate demonstra că ordinul de mărime al distanțelor de la punctul  $M$  la fețele triedrului construit în punctul  $M$  este următorul : la planul normal - de ordinul întâi; la planul rectificat de ordinul al doilea iar la planul osculator de ordinul al treilea față de valoarea mică a lui  $\Delta s$ . Cu alte cuvinte, orice curbă în spațiu poate fi considerată cu aproximația unui înfinit mic de ordinul al treilea ca fiind curbă plană pe o distanță înfinit mică în jurul punctului dat  $M$ , ea fiind așezată în planul osculator corespunzător aceluia punct.

9° Orientarea planului osculator, determinată de versorul perpendicular pe el al binormalei  $\vec{b}$ , variază pe măsura deplasării în lungul curbei în spațiu. Această variație, care caracterizează abaterea elementului înfinit mic al curbei  $MM'$  față de planul osculator în punctul  $M$  este

caracterizată prin vectorul de torsiune  $\frac{d\vec{b}}{ds}$ , construit în mod analog cu vectorul de curbura.

Este evident că după natura acestei variații se poate aprecia măsura în care curba considerată se abate de la o curbă plană.

Dacă se notează cu  $\Delta\theta$  unghiul format de binormalele din punctele  $M$  și  $M'$  adică unghiul format de binormalele  $\vec{b}$  și  $\vec{b} + \Delta\vec{b}$ , modulul vectorului de torsiune este .

$$\left| \frac{d\vec{b}}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{1}{\rho_2} \quad (3.10)$$

în care  $\frac{1}{\rho_2}$  este valoarea absolută a curburii de ordinul al doilea sau al torsiunii curbei în

spațiu în punctul respectiv. Curbura de ordinul al doilea sau torsiunea poate fi considerată ca abaterea curbei în spațiu față de curba plană. (pentru curba plană torsiunea devine nulă).

10° Determinăm acum sensul vectorului de torsiune  $\left| \frac{d\vec{b}}{ds} \right|$ . Este evident că vectorul de torsiune

fiind derivata vectorului unitar  $\vec{b}$ , este perpendicular pe binormală. Se demonstrează ușor că el este perpendicular și pe tangentă. Într-adevăr, ținând seama că tangenta este perpendiculară pe binormală, produsul scalar al versorilor acestora este nul, adică  $\vec{t} \cdot \vec{b} = 0$

$$\text{Derivând, obținem : } \vec{t} \frac{d\vec{b}}{ds} + \frac{d\vec{t}}{ds} \cdot \vec{b} = 0.$$

$$\text{dar } \frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n} \quad \text{deci } \frac{d\vec{t}}{ds} \cdot \vec{b} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n} \cdot \vec{b} = 0$$

rezultă  $\vec{t} \cdot \frac{d\vec{b}}{ds} = 0$  ceea ce reprezintă condiția de perpendicularitate dintre tangentă și vectorul de torsiune.

Deci vectorul de torsiune este perpendicular atât pe binormala  $\vec{b}$  cât și pe tangenta  $\vec{t}$  adică este perpendicular pe planul rectificanț și deci paralel cu normala principală  $\vec{n}$ . Sensurile pozitive ale vectorului de torsiune și versorului normalei principale pot să coincidă

sau pot fi opuse. Dacă sensurile pozitive ale vectorilor  $\frac{d\vec{b}}{ds}$  și  $\vec{n}$  sunt opuse, se admite pentru

torsiunea  $\frac{1}{\rho_2}$  a curbei semnul pozitiv, iar dacă sensurile lor pozitive coincid se consideră

torsiunea curbei ca fiind negativă. În acest caz vectorul de torsiune poate fi exprimat astfel :

$$\frac{d\vec{b}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} \quad (3.11)$$

În consecință, spre deosebire de curbura de ordinul întâi  $\frac{1}{\rho_1}$  considerată în teoria

curbelor în spațiu ca o mărime pur pozitivă, curbura de ordinul al doilea sau torsiunea  $\frac{1}{\rho_2}$

poate fi atât pozitivă cât și negativă.

11° Studiul variației direcției tangentei la mișcarea punctului de tangentă în lungul curbei

considerate, a condus la noțiunea *vectorului de curbură*  $\frac{d\vec{t}}{ds}$  care caracterizează derivația

curbei față de linia dreaptă, iar studiul variației poziției planului osculator în timpul mișcării

pe curba în spațiu a condus la introducerea *vectorului de torsiune*  $\frac{d\vec{b}}{ds}$  al curbei, care

caracterizează abaterea ei de la o curbă plană.

Să deducem acum expresia derivatei versorului normalei principale. Știm că (3.9) :

$$\vec{n} = \vec{b} \times \vec{t}$$

$$\text{derivăm : } \frac{d\vec{n}}{ds} = \frac{d\vec{b}}{ds} \times \vec{t} + \vec{b} \times \frac{d\vec{t}}{ds}$$

$$\text{înlocuim : } \frac{d\vec{b}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} ; \quad \frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n}$$

$$\text{rezultă : } \frac{d\vec{r}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} \times \vec{t} + \frac{1}{\rho_1} \vec{b} \times \vec{n}$$

$$\text{dar : } \vec{n} \times \vec{t} = -\vec{b} ; \quad \vec{b} \times \vec{n} = -\vec{t}$$

$$\frac{d\vec{r}}{ds} = -\frac{1}{\rho_1} \vec{t} + \frac{1}{\rho_2} \vec{b} \tag{3.12}$$

12° Se analizează acum mișcarea triedrului de bază, când vârful său (originea) se deplasează în lungul axei barei. Când punctul M se deplasează în lungul curbei considerate (axa barei) triedrul se deplasează împreună cu el rotindu-se în același timp în jurul unei anumite axe care trece prin punctul M, numită axă instantanee de rotație, astfel încât vectorul  $\vec{t}$  rămâne mereu tangent,  $\vec{n}$  rămâne pe normala principală și  $\vec{b}$  pe binormala curbei pentru punctul de pe axa barei cu care coincide în momentul respectiv vârful triedrului. Să notăm cu  $\vec{\omega}$  viteza unghiulară de rotire a triedrului în jurul axei instantanee de rotație și să ne raportăm la arcul de curbă parcurs  $\underline{s}$ , adică înlocuim derivarea obișnuită în raport cu timpul, printr-o derivare în raport cu arcul  $s$ .

Se notează cu  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  proiecțiile vectorului  $\vec{\omega}$  pe axele  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  astfel încât :

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{t} + \omega_2 \vec{n} + \omega_3 \vec{b} \tag{3.13}$$

Pentru a obține valorile  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  se procedează în felul următor :

- se înmulțesc vectorial ambele părți ale egalității (3.13) cu versorul tangentei  $\vec{t}$

$$\vec{\omega} \times \vec{t} = \omega_1 \vec{t} \times \vec{t} + \omega_2 \vec{n} \times \vec{t} + \omega_3 \vec{b} \times \vec{t}$$

Dar : produsul vectorial dintre viteza unghiulară  $\vec{\omega}$  și versorul tangentei  $\vec{t}$ , reprezintă viteza

liniară  $\frac{d\vec{t}}{ds}$  a extremității vectorului  $\vec{t}$  la rotirea triedrului cu viteza unghiulară  $\vec{\omega}$ . Rezultă :

$$\vec{\omega} \times \vec{t} = \frac{d\vec{t}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n}$$

$$\text{iar :} \quad \bar{t} \times \bar{t} = 0; \quad \bar{n} \times \bar{t} = -\bar{b}; \quad \bar{b} \times \bar{t} = \bar{n}$$

$$\frac{1}{\rho_1} \bar{n} = -\omega_2 \cdot \bar{b} + \omega_3 \cdot \bar{n}$$

$$\Rightarrow \omega_2 = 0; \quad \omega_3 = \frac{1}{\rho_1} \quad (3.14)$$

- procedând analog, înmulțind vectorial  $\bar{b}$ , găsim :

$$\bar{\omega} \times \bar{b} = \omega_1 \bar{t} \times \bar{b} + \omega_2 \bar{n} \times \bar{b} + \omega_3 \bar{b} \times \bar{b}$$

$$\bar{\omega} \times \bar{b} = \frac{d\bar{b}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \bar{n}; \quad \bar{t} \times \bar{b} = -\bar{n}; \quad \bar{n} \times \bar{b} = \bar{t}; \quad \bar{b} \times \bar{b} = 0$$

$$-\frac{1}{\rho_2} \bar{n} = -\omega_1 \bar{n} + \omega_2 \bar{t}$$

$$\Rightarrow \omega_1 = \frac{1}{\rho_2} \quad (3.15)$$

Deci vectorul  $\bar{\omega}$  al vitezei unghiulare de rotație a triedrului de bază în jurul axei instantanee care trece prin vârful său poate fi exprimat astfel :

$$\bar{\omega} = \frac{1}{\rho_2} \bar{t} + \frac{1}{\rho_1} \bar{b} \quad (3.16)$$

adică, *mișcarea triedrului de bază în fiecare moment este compusă din două mișcări de rotație : una în jurul tangentei cu viteza unghiulară  $\frac{1}{\rho_2}$  și alta în jurul binormalei cu viteza*

*unghiulară  $\frac{1}{\rho_1}$ .*

**13°** S-a fixat până acum un sistem de coordonate mobil legat de axa geometrică a barei; numit triedru de bază. *Să vedem ce se întâmplă când trecem la studiul barei în ansamblu. În acest caz se consideră în afară de triedru de bază și un așa numit triedru principal, care include atât axa barei cât și secțiunea transversală a ei.*

Se notează cu  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  versorii triedrului principal formând un sistem stâng. Se suprapune versorul  $\bar{k}$  cu versorul  $\bar{t}$  al triedrului de bază, adică se orientează după tangenta la linia mediană a barei, în sensul creșterii arcului  $s$ . Dacă bara se găsește în stare naturală nedeformată, *atunci ceilalți doi versori  $\bar{i}, \bar{j}$  ai triedrului principal, sunt orientați după axele*



principale de inerție ale secțiunii transversale a barei. Dacă se consideră o anumită stare deformată, vom studia mai târziu orientarea triedrului principal.

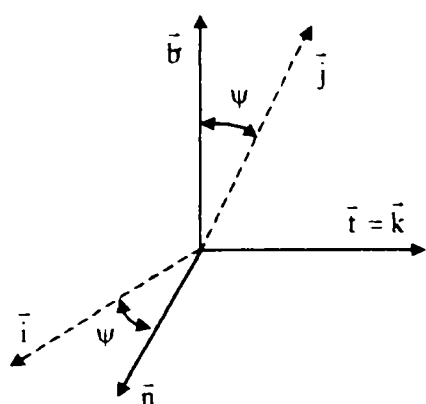


Fig. 3.3

În cazul general, versorii  $\vec{i}, \vec{j}$  ai triedrului principal nu corespund cu versorii  $\vec{n}, \vec{b}$  ai triedrului de bază. Se notează cu  $\psi$  unghiul dintre normala principală  $\vec{n}$  și versorul  $\vec{i}$ . Unghiul  $\psi$  se consideră pozitiv dacă pentru observatorul care îl privește din partea versorului tangentei  $\vec{t}$  el apare ca fiind îndreptat în sensul de mișcare al acelor ceasornicului față de axa  $\vec{n}$ .

14° Să studiem acum mișcarea triedrului principal în timpul deplasării vârfului său M, comun cu vârful triedrului de bază în lungul liniei mediane a barei.

Și în acest caz triedrul principal se rotește în fiecare moment în jurul unei axe instantanee de rotație care trece prin punctul M, astfel încât vectorul  $\vec{k}$  coincide cu tangenta la axa barei iar vectorii  $\vec{i}, \vec{j}$  cu axele principale ale secțiunii, având centrul de greutate în punctul M.

Se notează cu  $\vec{\Omega}$  viteza unghiulară de rotație a triedrului principal în jurul axei instantanee, ca fiind considerată ca și mai înainte, în raport cu spațiul s parcurs pe curbă. Pot apărea două situații distincte :

- dacă axa principală a secțiunii coincide cu normala principală sau formează cu aceasta în toate secțiunile barei un unghi constant  $\psi$ , este evident că vitezele unghiulare de rotație ale triedrului principal și a celui de bază sunt egale :  $\vec{\Omega} = \vec{\omega}$

- în cazul general însă, unghiul  $\psi$  poate fi diferit pentru diferite secțiuni ale barei și deci poate fi considerat ca o funcție de arcul s :  $\Psi = \Psi(s)$

În acest caz derivata  $\frac{d\Psi}{ds}$  caracterizează viteza de rotație a triedrului principal față de triedrul de bază. Vectorul acestei viteze este orientat după tangenta la linia mediană a barei și deci vitezele unghiulare  $\vec{\Omega}$  și  $\vec{\omega}$  sunt legate între ele prin relația :

$$\vec{\Omega} = \vec{\omega} + \frac{d\Psi}{ds} \cdot \vec{t} \quad (3.17)$$

Introducând pe  $\vec{\omega}$  din (3.16), avem :

$$\vec{\Omega} = \left( \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds} \right) \vec{t} + \frac{1}{\rho_1} \vec{b} \quad (3.18)$$

Așadar, rotația triedrului principal este compusă, în fiecare moment din două mișcări de rotație : prima, în jurul tangentei, cu viteza unghiulară  $\left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds}\right)$  și a doua în jurul binormalei, cu viteza unghiulară  $\frac{1}{\rho_1}$ .

Deci, cu alte cuvinte, formula (3.18) reprezintă

descompunerea vectorului  $\vec{\Omega}$  după axele triedrului de bază.

Se notează cu p, q, r proiecțiile vectorului  $\vec{\Omega}$  pe axele  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  ale triedrului principal.

Între proiecțiile vectorului  $\vec{\Omega}$  pe axele triedrului principal și pe axele triedrului de bază, există următoarele relații evidente :

$$p = \frac{\sin \Psi}{\rho_1}; \quad q = \frac{\cos \Psi}{\rho_1}; \quad r = \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds} \quad (3.19)$$

deci :

$$\vec{\Omega} = \frac{\sin \Psi}{\rho_1} \vec{i} + \frac{\cos \Psi}{\rho_1} \vec{j} + \left(\frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds}\right) \vec{k} \quad (3.20)$$

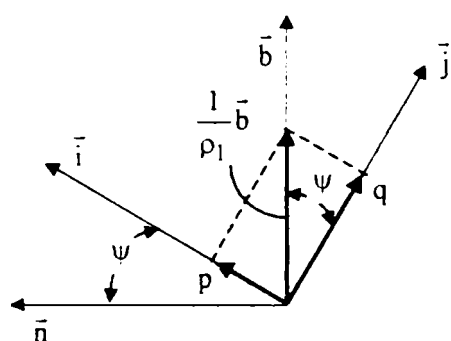


Fig. 3.4

Mărimile  $p = \frac{\sin \Psi}{\rho_1}; \quad q = \frac{\cos \Psi}{\rho_1}$  reprezintă curburile proiecțiilor elementului de arc pe planele corespunzătoare ale triedrului principal și se numesc

componentele principale ale curburii.

Mărimea  $r = \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds}$  se numește *torsiunea barei*. Se vede că torsiunea r a barei este

determinată de torsiunea  $\frac{1}{\rho_2}$  a axei barei și de mărimea  $\frac{d\Psi}{ds}$  care caracterizează viteza de

rotire în raport cu normala principală a axelor principale de inerție ale secțiunii transversale în timpul deplasării ei în lungul barei. Vectorul  $\vec{\Omega}$  poate fi denumit *vectorul total de curbură al barei în spațiu*. Atât vectorul  $\vec{\Omega}$  cât și proiecțiile sale p, q, r sînt funcții de arcul s.

15° Pentru a încheia prezentarea elementelor necesare studiului barelor curbe strâmbe, va trebui să lămurim anumite considerații de *ordin cinematic* care se fac la studiul deformațiilor acestor bare.

Să considerăm acum un triedru fix :  $\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}$ . Să notăm cu  $O$  originea sistemului mobil  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ , definită în raport cu triedrul fix de raza vectorie  $\bar{R}_0$ . Poziția unui punct  $M$  din spațiu, este definită în raport cu cele două sisteme prin razele vectorie  $\bar{R}$  și  $\bar{a}$ .

Ne propunem să examinăm problema variației razelor vectorie ale unui punct mobil  $M$  în sistemul de coordonate fix  $\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}$  și în cel mobil  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ .

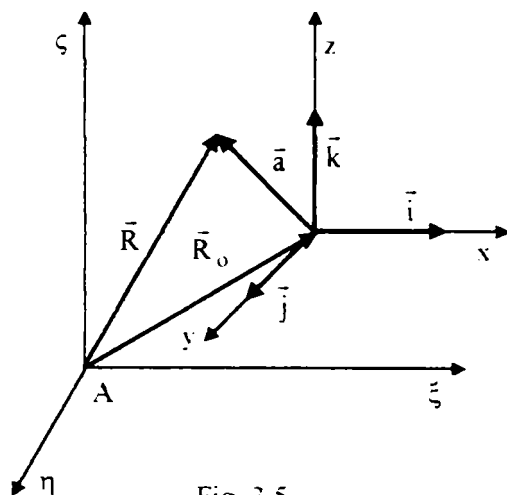


Fig. 3.5

Avem evident :

$$\bar{R} = \bar{R}_0 + \bar{a}$$

$$\bar{R} = \bar{R}_0 + a_x \bar{i} + a_y \bar{j} + a_z \bar{k}$$

în care  $a_x, a_y, a_z$ , sunt proiecțiile vectorului  $\bar{a}$  pe axele mobile.

Derivata lui  $\bar{R}$  în raport cu timpul reprezintă viteza punctului  $M$  în raport cu sistemul fix de  $\bar{x}$ , așa numită *viteză absolută*.

$$\frac{d\bar{R}}{dt} = \frac{d\bar{R}_0}{dt} + \frac{da_x}{dt} \cdot \bar{i} + \frac{da_y}{dt} \cdot \bar{j} + \frac{da_z}{dt} \cdot \bar{k} + a_x \frac{d\bar{i}}{dt} + a_y \frac{d\bar{j}}{dt} + a_z \frac{d\bar{k}}{dt} \quad (3.21)$$

Componentele :  $\frac{da_x}{dt} \bar{i} + \frac{da_y}{dt} \bar{j} + \frac{da_z}{dt} \bar{k}$  caracterizează viteza punctului  $M$  în raport cu sistemul mobil de coordonate, așa numită *viteză în mișcarea relativă*.

Se admite pentru această viteză notația :

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt} \bar{i} + \frac{da_y}{dt} \bar{j} + \frac{da_z}{dt} \bar{k} \quad (3.22)$$

și se numește *derivata relativă sau locală*.

În cazul general, mișcarea sistemului mobil poate fi considerată în orice moment cu formată dintr-o mișcare de translație a originii sale  $O$  și dintr-o rotație a sistemului mobil în jurul unei axe instantanee care trece prin originea  $O$ . Termenul  $\frac{d\bar{R}_0}{dt}$  reprezintă tocmai viteza mișcării de translație a sistemului mobil.

În mișcarea de translație versorii sistemului mobil rămân invariabili ca direcție și deci derivatele lor devin nule. De aceea, existența termenului :

$$a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt}$$

este datorită rotirii sistemului mobil în raport cu axa instantanee. Astfel termenii :

$$\frac{d\vec{R}_o}{dt} + a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt}$$

reprezintă viteza aceluși punct din sistemul mobil cu care corespunde în momentul considerat – punctul mobil M, sau așa numita *viteză a mișcării de transport*.

Pentru a lămuri semnificația cinematică a derivatelor în raport cu timpul ale versorului  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  și  $\vec{k}$  ai sistemului de axe mobil se notează viteza unghiulară de rotație a sistemului mobil cu  $\vec{\omega}$ . În acest caz derivatele versorilor  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  și  $\vec{k}$  în raport cu timpul reprezintă vitezele liniare ale extremităților vectorilor datorită rotirii sistemului mobil. După cum se știe, *viteza liniară în mișcarea de rotație este exprimată prin produsul vectorial dintre vectorul vitezei unghiulare și raza vectorială*, adică :

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}; \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{j}; \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}$$

rezultă că :

$$a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt} = a_x \vec{\omega} \times \vec{i} + a_y \vec{\omega} \times \vec{j} + a_z \vec{\omega} \times \vec{k}$$

dar  $a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = \vec{a}$

$$\vec{\omega} \times a_x \vec{i} + \vec{\omega} \times a_y \vec{j} + \vec{\omega} \times a_z \vec{k} = \vec{\omega} \times \vec{a}$$

și deci :  $\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{R}_o}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{a}$  (3.23)

Rezultatele obținute mai pot fi formulate astfel : derivata vectorială în raport cu timpul a razei vectoriale  $\vec{a}$ , considerată într-un sistem de axe, diferă de derivata aceluiași vector într-un alt sistem, care se rotește în raport cu primul cu viteza unghiulară  $\vec{\omega}$ , prin produsul vectorial  $\vec{\omega} \times \vec{a}$ . Această concluzie este valabilă atât pentru raza vectorială cât și în general pentru orice funcție vectorială a unui argument scalar.

### 3.2. Elemente geometrice ale barelor curbe strâmbe

Vor fi arătate definițiile riguros matematice ale unor noțiuni de analiză vectorială și geometrie diferențială ale curbilor strâmbe din care se vor aminti doar câteva de bază.

1° Spunem că un vector  $\vec{x}$  este variabil dacă cel puțin una din caracteristicile sale determinante modul, direcție și sens este variabilă.

2° Fie M o mulțime de vectori și N o mulțime de scalari. Se numește *funcție vectorială de n argumente scalare* o lege care face să corespundă fiecărui sistem ordonat de n scalari :

$$x_1, x_2, \dots, x_n \in N$$

cel puțin un vector  $\vec{u} \in M$

3° Se numește *curbă în sens larg*, mulțimea punctelor M(x, y, z) din spațiu ale căror coordonate x, y, z sunt funcții de același parametru t, adică :

$$\left. \begin{array}{l} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{array} \right\} t \in (a, b)$$

Aceste relații se numesc *ecuațiile parametrice* ale curbei în sens larg.

4° Fie  $\vec{u}(t)$  o funcție vectorială de un argument scalar t.

$$\vec{u} = \vec{u}(t); \quad t \in (a, b)$$

Spunem că funcția  $\vec{u}(t)$  este *continuă* pentru  $t = t_0$  dacă oricărui  $\varepsilon > 0$  îi corespunde un  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ , astfel încît să avem simultan :

$$\left\{ \begin{array}{l} |\vec{u}(t) - \vec{u}(t_0)| < \varepsilon \\ |t - t_0| < \delta \end{array} \right.$$

Se spune deasemenea că funcția  $\vec{u}(t)$  este continuă în intervalul (a, b) dacă ea este continuă pentru orice  $t \in (a, b)$ .

5° Se numește *creșterea funcției*  $\vec{u}(t)$  expresia :

$$\Delta \vec{u} = \vec{u}(t + \Delta t) - \vec{u}(t)$$

Fie  $\vec{u}(t)$  o funcție vectorială continuă în punctul t. Spunem că funcția vectorială  $\vec{u}(t)$

este *derivabilă* în punctul t dacă  $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t}$  există și este unică.

Dacă funcția  $\vec{u}(t)$  este derivabilă în toate punctele intervalului  $(a, b)$  atunci spunem că  $\vec{u}(t)$  este derivabilă în intervalul  $(a, b)$ .

În legătură cu noțiunea de derivată este util de reamintit următoarea teoremă :

Fie  $\vec{u}(t)$  o funcție vectorială de argument  $t \in (a, b)$  și fie  $\vec{u}_x(t), \vec{u}_y(t), \vec{u}_z(t)$  componentele scalare ale funcției  $\vec{u}(t)$  după vectorii  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . Condiția necesară și suficientă ca funcția  $\vec{u}(t)$  să fie derivabilă în punctul  $t$  este ca funcțiile scalare  $\vec{u}_x(t), \vec{u}_y(t), \vec{u}_z(t)$  să fie derivabile în punctul  $t$ .

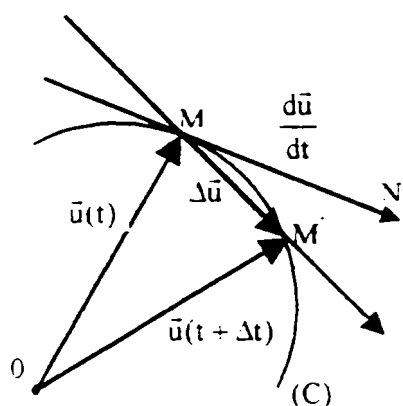


Fig. 3.6

Deci prin definiție :

$$\frac{d\vec{u}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{u}(t)}{\Delta t}$$

Se demonstrează analog, ca în analiza funcțiilor scalare, că derivata funcției vectoriale  $\vec{u}(t)$  este un vector tangent la curba  $(C)$  în punctul  $M$ , unde  $M$  este extremitatea vectorului  $\vec{u}(t)$  (v. fig. 3.5)

Pentru produsul vectorial :

$$\vec{u}(t) = \vec{u}_1(t) \times \vec{u}_2(t)$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}_1}{dt} \times \vec{u}_2 + \vec{u}_1 \times \frac{d\vec{u}_2}{dt}$$

Amintim numai câteva definiții analitice din geometria curbelor strâmbe, renunțând pentru moment la definițiile topologice care nu sunt prea utilizate, însă utilizarea definițiilor topologice ar putea să ducă la o prezentare mai riguroasă a problemei analizate.

6° Fie  $\Gamma$  o mulțime de puncte  $M(x, y, z)$  din spațiul euclidian real cu trei dimensiuni  $R_3$ .

Spunem că mulțimea  $\Gamma$  este un *arc simplu de curbă* dacă coordonatele  $x, y, z$  ale punctelor  $M$  verifică unul din următoarele sisteme de ecuații :

*Ecuațiile implicite*

$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0 & x \in (a_1, b_1) \\ G(x, y, z) = 0 & y \in (a_2, b_2) \end{cases}$$

*Ecuațiile explicite*

$$\begin{cases} z = f(x, y) & x \in (a_1, b_1) \\ z = g(x, y) & y \in (a_2, b_2) \end{cases}$$

*Ecuatiile parametrice*

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) \\ z = f_3(t) \end{cases} \quad t \in (a_1, b_1)$$

unde funcțiile  $F, G, f, g, f_1, f_2, f_3$  satisfac condițiile :

$\alpha$ ) sunt funcții reale, uniforme și continue

$\beta$ ) funcțiile  $f_1, f_2, f_3$  stabilesc o corespondență biunivocă și bicontinuă între punctele  $M \in \Gamma$  și mulțimea parametrului  $t$ .

$\gamma$ ) admit derivate de ordinul I continue.

7° Se numește *arc de curbă regulat* mulțimea punctului  $M(x,y,z) \in R_3$ , ale căror coordonate  $x, y, z$  verifică unul din sistemele de ecuații precedente iar funcțiile satisfac următoarele *condiții de regularitate*

$\alpha$ ) sunt funcții reale și continue

$\beta$ ) funcțiile  $f_1, f_2, f_3$  stabilesc o corespondență biunivocă și bicontinuă între punctele  $M \in \Gamma$  și mulțimea parametrului  $t$ .

$\gamma$ ) admit derivate de ordinul I, continue și nu toate egale cu zero

$\delta$ ) cel puțin unul din iacobienii :

$$\frac{D(F,G)}{D(y,z)}, \frac{D(F,G)}{D(z,x)}, \frac{D(F,G)}{D(x,y)}$$

este diferit de zero.

8° Relația  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  se numește *ecuația vectorială a curbei regulate de ordinul  $n$*   $\left[ \Gamma = \bigcup_{i \in I} \Gamma_i \right]$  și se poate demonstra că această funcție satisface condițiile de regularitate  $\alpha \div \delta$

9° Fie arcul  $\widehat{AB}$  și fie  $\left| \vec{AB} \right|$  modulul vectorului  $\vec{AB}$ . Spunem că arcul  $\widehat{AB}$  este *rectificabil*

dacă  $\lim_{A \rightarrow B} \frac{\widehat{AB}}{\left| \vec{AB} \right|} = 1$ .

### 10° Tangenta

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată și fie punctele  $M, M_1 \in \Gamma$ . Se numește *tangentă la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$* , poziția limită a coardei  $MM_1$  când  $M_1 \rightarrow M$ .

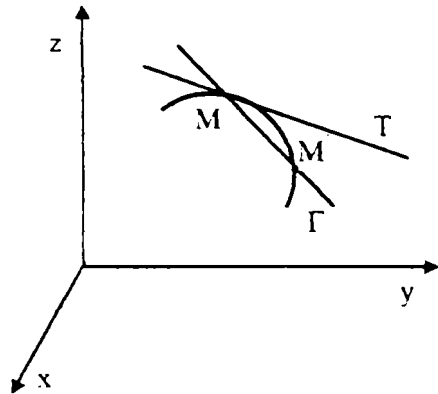


Fig. 3.7

Dacă  $\Gamma$  este dată prin ecuația vectorială

$$\Gamma : \vec{r} = \vec{r}(t)$$

atunci tangenta  $T$  are ecuația :

$$T : \vec{R} = \vec{r} + \lambda \frac{d\vec{r}}{dt}$$

În legătură cu tangenta se demonstrează următoarea teoremă :

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată și fie  $T$  tangenta la curba  $\Gamma$  într-un punct  $M \in \Gamma$  de vector de poziție  $\vec{r}$ .

Dacă  $\vec{\tau}$  este versorul tangentei  $T$ , atunci avem :  $\vec{\tau} = \frac{d\vec{r}}{ds}$

unde  $ds$  este elementul de arc al curbei  $\Gamma$ .

### 11° Planul normal

Fie o curbă regulată  $\Gamma$  și fie  $M \in \Gamma$  un punct pe curba  $\Gamma$ . Se numește *plan normal* la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$ , un plan  $\pi_N$  perpendicular pe tangenta  $T$  la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  adică :

$$\pi_N \perp T \quad \text{Ecuația vectorială : } (\vec{R} - \vec{r}) \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$$

**12° Planul osculator** . Fie o curbă regulată  $\Gamma$  și fie două puncte  $M, M_1 \in \Gamma$ . Se numește *plan osculator* la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  poziția limită a planului ce trece prin punctul  $M$  și prin tangenta la curba  $\Gamma$  în punctul  $M_1$  când  $M_1 \rightarrow M$ , dacă această poziție limită există și este unică, tangenta în punctul  $M$  fiind presupusă nestaționară.

$$\pi_0 : (\vec{R} - \vec{r}) \cdot \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) = 0$$

- Obs.* - Planul osculator traversează în general curba  
 - Pentru o curbă plană, planul osculator este planul curbei.



### 13° Normala principală

Fie o curbă  $\Gamma$  și fie  $M \in \Gamma$  un punct curent, de vector de poziție  $\vec{r}$ .

Se numește *normala principală* la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  o dreaptă  $N_p$  conținută în planul normal  $\pi_N$  și în planul osculator  $\pi_o$ , ce trece prin punctul  $M$ .

$$N_p = \pi_N \cap \pi_o$$

Versorul normalei principale  $\vec{v}$  are aceeași direcție cu  $\frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$ , iar sensul lui se ia astfel

încât să fie identic cu sensul vectorului  $\frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$ , adică :

$$\vec{v} = \lambda \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \quad \lambda > 0$$

$$\text{Ecuația :} \quad \Gamma : \vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow N_p : (\vec{R} - \vec{r}) = \lambda \left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \times \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) \right]$$

### 14° Binormală

Se numește *binormală* la curba  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  o normală  $N_b$  perpendiculară pe planul osculator ce trece prin punctul  $M$ , adică :

$$N_b \perp \pi_o$$

Versorul binormalei  $\vec{\beta}$  se determină astfel încât triedrul  $(\vec{\tau}, \vec{v}, \vec{\beta})$  să formeze un triedru drept, adică :

$$\vec{\beta} = \vec{\tau} \times \vec{v}$$

Ecuația binormalei :

$$\vec{R} - \vec{r} = \lambda \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right)$$

15° *Planul rectificant*. Se numește *plan rectificant* la curba  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  planul  $\pi_r$ , determinat de tangenta și binormala la curba  $\Gamma$  ce trec prin punctul  $M$ . Ecuația vectorială a planului rectificant este :

$$(\vec{R} - \vec{r}) \left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \times \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) \right] = 0$$

16° *Triedrul lui Frenet.* Se numește triedrul lui Frenet atașat unei curbe  $\Gamma$  într-un punct  $M \in \Gamma$  un triedru drept determinat de versorii :  $\vec{\tau}, \vec{\nu}, \vec{\beta}$ .

Între acești versori avem relațiile imediate :

$$\vec{\tau} = \vec{\nu} \times \vec{\beta}; \quad \vec{\nu} = \vec{\beta} \times \vec{\tau}; \quad \vec{\beta} = \vec{\tau} \times \vec{\nu}$$

$$\vec{\tau} \times \vec{\tau} = \vec{\nu} \times \vec{\nu} = \vec{\beta} \times \vec{\beta} = 0$$

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\tau} = \vec{\nu} \cdot \vec{\nu} = \vec{\beta} \cdot \vec{\beta} = 1$$

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\nu} = \vec{\tau} \cdot \vec{\beta} = \vec{\nu} \cdot \vec{\beta} = 0$$

17° *Indicatoarea sferică a tangentelor*

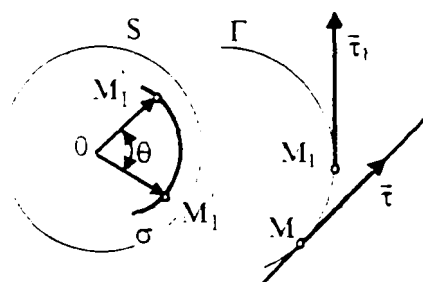


Fig. 3.8

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată :  $M \in \Gamma$  un punct curent pe  $\Gamma$ ;  $S$  - o sferă cu centrul în punctul  $O$  și de rază  $R = 1$ . Să considerăm versorul tangentei  $\vec{\tau}$  în punctul  $M$  și fie  $OM' = \vec{\tau}^* = \vec{\tau}$  un vector cu originea în  $O$  și extremitatea în  $M' \in S$  echipolent cu  $\vec{\tau}$ . Când punctul  $M$  va parcurge curba  $\Gamma$  în sens direct, punctul  $M'$  va descrie pe sfera  $S$  o curbă  $\sigma$  numită *indicatoarea sferică a tangentelor*.

18° *Curbură.* Fie  $M \in \Gamma$  un punct pe curba  $\Gamma$  și fie  $\sigma$  indicatoarea sferică a tangentelor. Se numește *curbura curbei*  $\Gamma$  în punctul  $M$  notat  $K$  limita raportului  $\left| \frac{\Delta\sigma}{\Delta s} \right|$  când  $\Delta s \rightarrow 0$ , dacă această limită există și este unică.

$$K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta\sigma}{\Delta s} \right| \quad K = \left| \frac{d\sigma}{ds} \right|$$

19° *Rază de curbura* Prin definiție , raza de curbura  $R$  a curbei  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  este dată de relația  $R = \frac{1}{K}$  sau  $R' = \left| \frac{ds}{d\sigma} \right|$

Se demonstrează următoare teoremă :

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată :  $M, M_1 \in \Gamma$  două puncte pe  $\Gamma$ ;  $\sigma$  indicatoarea sferică a tangentelor;  $M', M'_1 \in \sigma$  două puncte pe  $\sigma$  corespunzătoare punctelor  $M, M_1$ . Dacă notăm :

$$\Delta s = \widehat{MM}_1 \subset \Gamma$$

$$\Delta\sigma = \widehat{M'M_1} \subset \sigma$$

$$\Delta\theta = \sphericalangle(\bar{\tau}, \bar{\tau}_1)$$

atunci :

$$K = \left| \frac{d\theta}{ds} \right|$$

Unghiul  $\Delta\theta$  se numește *unghiul de contingentă al tangentelor*.

### 20° Indicatoarea sferică a binormalelor

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată ;  $M \in \Gamma$  un punct curent pe  $\Gamma$  ;  $S$  o sferă de rază  $R = 1$  și cu centrul în punctul  $O$ . Să ducem în  $M$  vectorul  $\bar{\beta}$  (versorul binormalei) și fie  $\overline{OM} = \bar{\beta}^* = \bar{\beta}$  un vector echipolent cu  $\bar{\beta}$ .

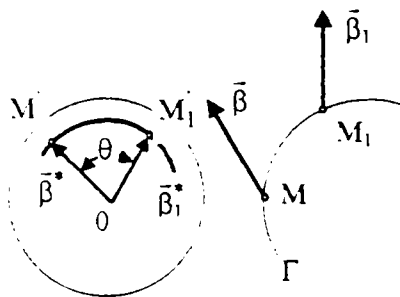


Fig. 3.9

Dacă punctul  $M$  parcurge curba  $\Gamma$  în sens direct, atunci punctul  $M_1$ , extremitatea vectorului  $\bar{\beta}^*$  va descrie pe sfera  $S$  o curbă  $\sigma^*$ . Această curbă se numește *indicatoarea sferică a binormalelor*.

### 21° Torsiunea. Fie $\Gamma$ o curbă regulată și fie

$\sigma^*$  indicatoarea sferică a binormalelor. *Torsiunea curbei  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$* , însemnată prin  $K^*$ , este limita raportului  $\frac{\Delta\sigma^*}{\Delta s}$  unde  $\Delta s \rightarrow 0$ , dacă această limită există și este unică.

$$K^* = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\sigma^*}{\Delta s} = \frac{d\sigma^*}{ds}$$

22° *Raza de torsiune*. Prin definiție, raza de torsiune a curbei  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  este :

$$T = \frac{1}{K^*} = \frac{ds}{d\sigma^*}$$

Se demonstrează că dacă  $\Delta\theta^*$  este unghiul de contingentă al binormalelor, atunci :

$$K^* = \frac{d\theta^*}{ds}$$

### 23° Formulele lui Frenet

$$\frac{d\bar{\tau}}{ds} = \frac{\bar{v}}{R}; \quad \frac{d\bar{\beta}}{ds} = -\frac{\bar{v}}{T}; \quad \frac{d\bar{v}}{ds} = -\left(\frac{\bar{\tau}}{R} - \frac{\bar{\beta}}{T}\right)$$

24° Se demonstrează următoarele teoreme :

a. Condiția necesară și suficientă ca o curbă  $\Gamma$  să fie o dreaptă este :  $K = 0$

b. Condiția necesară și suficientă ca o curbă strâmbă să fie o curbă plană este ca  $\frac{1}{T} = 0$

25° *Calculul curburii și torsiunii*

*Calculul curburii.* Fie  $\Gamma$  o curbă regulată :  $M(x, y, z) \in \Gamma$  un punct curent pe curba  $\Gamma$  de vector de poziție  $\bar{r}$ ;  $ds$  elementul de arc pe curba  $\Gamma$ ;  $R$  raza de curbură a curbei  $\Gamma$  în punctul  $M$ .

Dacă  $\Gamma$  este dată prin ecuația vectorială

$$\bar{r} = \bar{r}(t)$$

atunci curbura curbei  $\Gamma$  are expresia :

$$K = \frac{1}{R} = \left| \frac{d\bar{r}}{ds} \times \frac{d^2\bar{r}}{ds^2} \right|$$

*Calculul torsiunii.* Dacă  $T$  este raza de torsiune în punctul  $M$ , atunci torsiunea are expresia :

$$K^* = \frac{1}{T} = \frac{\frac{d\bar{r}}{ds} \cdot \left( \frac{d^2\bar{r}}{ds^2} \times \frac{d^3\bar{r}}{ds^3} \right)}{\left| \frac{d\bar{r}}{ds} \times \frac{d^2\bar{r}}{ds^2} \right|}$$

### 3.3. Deformațiile mici ale barelor curbe strâmbe

1° Se consideră două stări ale unei bare curbe cu dublă curbură : starea naturală, nedeformată și o stare oarecare deformată (urmare a solicitărilor produse de sarcinile exterioare date), (v. fig. 3.10 )

Se notează cu  $M_1^0 M_2^0$  axa barei în stare naturală, nedeformată, cu  $A_0$  originea de măsurare a arcurilor, cu  $M_0$  un punct arbitrar de pe axă, determinat de arcul  $\widehat{A_0 M_0} = s_0$ .

Versorii triedrului principal pentru punctul  $M_0$  sunt :  $\bar{i}_0, \bar{j}_0, \bar{k}_0$ . Versorul  $\bar{k}_0$  este orientat pe

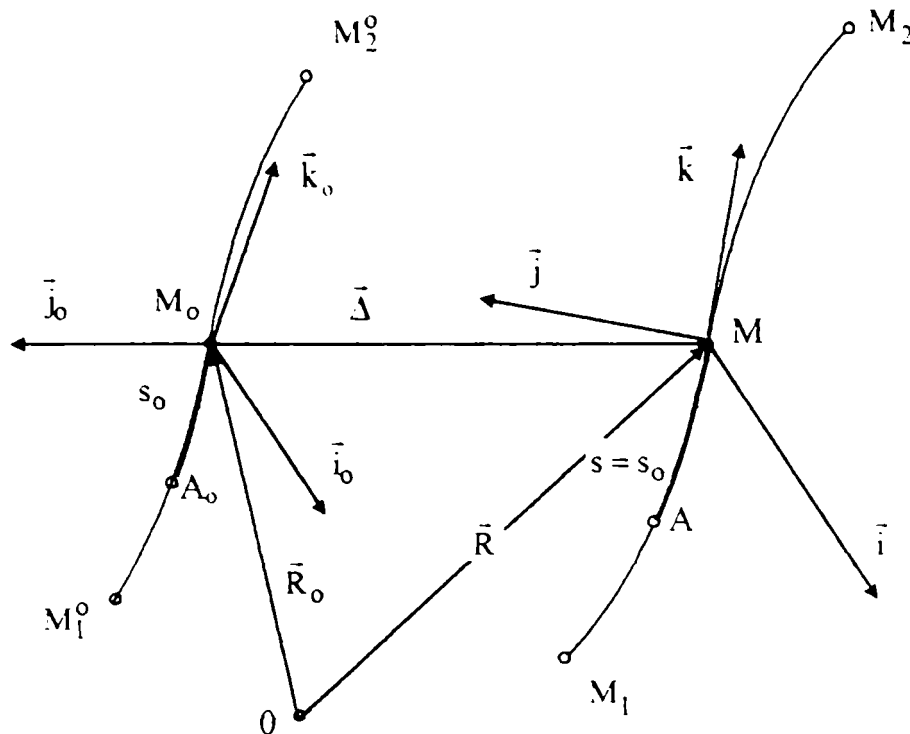


Fig. 3.10.

tangenta la axa barei, iar versorii  $\vec{i}_0, \vec{j}_0$  pe axele principale de inerție ale secțiunii transversale a barei.

Sub acțiunea sarcinilor exterioare (forțe și momente exterioare) care se aplică asupra barei, aceasta se deformează, iar axa ei ocupă în spațiu poziția  $M_1M_2$ , destul de apropiată de poziția nedeformată, deoarece vom limita studiul numai la *domeniul deplasărilor mici*. Originea arcului  $s_0, A_0$ , trece în poziția  $A$ , iar punctul arbitrar  $M_0$  de pe axa nedeformată trece într-o poziție aorecare  $M$ , determinată de arcul  $AM = s$ . În cele ce urmează vom considera axa barei inextensibilă și deci  $s = s_0$ , adică se presupune că deformațiile liniare (lungirile) ale axei barei sunt neglijabile. Asta înseamnă că pe cele două curbe stabilim aceeași topologie.

Versorii triedrului principal pentru punctul  $M$  ale axei deformate a barei sunt  $\vec{i}, \vec{j}$  și  $\vec{k}$ . Versorul  $\vec{k}$ , este orientat după axa deformată. Ținând seama că în cazul general punctele care se aflau înainte de deformare în planul secțiunii transversale a barei, suferă la deformarea acestei deplasări diferite, poziția celorlalți doi versori  $\vec{i}$  și  $\vec{j}$  se determină după cum urmează. Se presupune că punctele de pe secțiunea transversală a barei aflate înainte de deformare pe axa centrală principală  $\vec{i}_0$  se așează după deformare pe o curbă oarecare care trece prin punctul  $M$ . În planul care trece prin punctul  $M$  și este determinat de tangenta la această curbă și tangenta la axa deformată a barei (versorul  $\vec{k}$ ) se duce versorul  $\vec{i}$  perpendicu-

Iar pe versorul  $\vec{k}$ , iar versorul  $\vec{j}$  se orientează după normala la acest plan. Sensurile pozitive ale versorilor  $\vec{i}$  și  $\vec{j}$  se aleg astfel încât triedrul  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  să fie de același fel cu triedrul  $\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0$  - de exemplu amândouă stângi.

2<sup>o</sup> La deformarea barei, triedrul  $M_0$  se deplasează până când coincide cu triedrul  $M$ . Cunoscând faptul că deplasarea generală a unui corp oarecare este formată dintr-o translație și o rotație, se poate considera mișcarea triedrului în felul următor :

- triedrul  $M_0$  se deplasează paralel cu el însuși până când vârful său  $M_0$  ajunge în vârful triedrului  $M$ . Se notează cu  $u, v, w$  proiecțiile *vectorului deplasare*  $\vec{\Delta}$  a punctului  $M_0$  pe axele triedrului  $M_0$ , pe axele triedrului  $M_0$ , astfel încât :

$$\vec{\Delta} = u\vec{i}_0 + v\vec{j}_0 + w\vec{k}_0 \quad (3.24)$$

- se dă apoi triedrului  $M_0$  o rotire foarte mică cu unghiul  $\theta$ , în jurul unei axe care trece prin vârful său astfel încât versorii acestui triedru să aibe aceeași direcție cu versorii triedrului  $M$ . Introducem acum în studiu *vectorul de rotație*  $\vec{\theta}$ , orientat în lungul axei de rotație și având modulul egal cu unghiul de rotație  $\theta$ . Se notează cu  $\alpha, \beta, \gamma$ , proiecțiile vectorului de rotație  $\vec{\theta}$  pe axele triedrului  $M_0$ , astfel încât :

$$\vec{\theta} = \alpha\vec{i}_0 + \beta\vec{j}_0 + \gamma\vec{k}_0 \quad (3.25)$$

Cu alte cuvinte, rotația triedrului  $M_0$  în jurul unei axe oarecare poate fi înlocuită prin trei rotații cu unghiurile foarte mici  $\alpha, \beta, \gamma$  în jurul axelor acestui triedru.

Ne interesează să calculăm valorile cosinusurilor unghiurilor formate de axele triedrelor  $M_0$  și  $M$  prin proiecțiile  $\alpha, \beta, \gamma$  ale vectorului de rotație  $\vec{\theta}$ . Pentru aceasta se observă că la rotirea triedrului  $M_0$  care este determinată de vectorul rotației foarte mici  $\vec{\theta}$ , extremitatea versorului  $\vec{i}_0$  se deplasează cu valoarea produsului vectorial  $\vec{\theta} \times \vec{i}_0$  și coincide cu versorul  $\vec{i}$ , adică :

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + (\vec{\theta} \times \vec{i}_0), \quad (3.26)$$

dar

$$\vec{\theta} = \alpha\vec{i}_0 + \beta\vec{j}_0 + \gamma\vec{k}_0,$$

deci

$$\vec{i} = \vec{i}_0 + \alpha\vec{i}_0 \times \vec{i}_0 + \beta\vec{j}_0 \times \vec{i}_0 + \gamma\vec{k}_0 \times \vec{i}_0,$$

în care

$$\vec{i}_0 \times \vec{j}_0 = 0; \quad \vec{j}_0 \times \vec{i}_0 = -\vec{k}_0; \quad \vec{k}_0 \times \vec{i}_0 = \vec{j}_0$$

înmulțim scalar

$$\vec{i} = \vec{i}_0 - \beta \vec{k}_0 + \gamma \vec{j}_0 \quad / \quad \vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0$$

și obținem

$$\cos(\vec{i}, \vec{i}_0) = 1; \quad \cos(\vec{i}, \vec{j}_0) = \gamma; \quad \cos(\vec{i}, \vec{k}_0) = -\beta \quad (3.27)$$

În mod analog se obțin cosinusurile formate de versorii triedrului  $M_0$  cu vectorii  $\vec{j}$  și  $\vec{k}$ .

Rezultatele sunt prezentate tabelar :

	$\vec{i}_0$	$\vec{j}_0$	$\vec{k}_0$	
$\vec{i}$	1	$\gamma$	$-\beta$	
$\vec{j}$	$-\gamma$	1	$\alpha$	(3.28)
$\vec{k}$	$\beta$	$-\alpha$	1	

3<sup>o</sup> Vom căuta să stabilim care sunt *relațiile dintre proiectele  $u, v$  și  $w$  ale vectorului de deplasare  $\vec{\Delta}$  al punctului  $M_0$  și proiectele  $\alpha, \beta$  și  $\gamma$  ale vectorului de rotație  $\vec{\theta}$  al triedrului  $M_0$ . Aceste relații se obțin pe baza următoarelor considerații cinematice :*

- se consideră că vârful triedrului  $M_0$  se deplasează pe axa  $M_1^0 M_2^0$  a barei nedeformate în sensul creșterii arcului cu o viteză egală cu unitatea  $\left( \frac{ds_0}{dt} = 1 \Rightarrow ds_0 = dt \right)$ . Cu alte cuvinte vectorul vitezei punctului  $M_0$  coincide ca mărime și sens, cu versorul  $\vec{k}_0$  al tangentei în punctul  $M_0$  la axa barei deformată:

- în același timp triedrul  $M_0$  se rotește în jurul axei instantanee cu viteza unghiulară :

$$\vec{\Omega}_0 = p_0 \vec{i}_0 + q_0 \vec{j}_0 + r_0 \vec{k}_0 \quad (3.29)$$

unde  $p_0, q_0$  și  $r_0$  sunt componentele principale ale curburii ( $p_0, q_0$ ) și torsiunii  $r_0$  a barei nedeformate :

- se presupune că în același timp se deplasează și vârful triedrului  $M$  pe axa  $M_1 M_2$  a barei deformată, tot cu o viteză egală cu unitatea ( $ds = ds_0 = dt$ ), și deci reprezentată prin versorul  $\vec{k}$  al tangentei în punctul  $M$  la axa barei deformată. Mișcarea vârfului  $M$  al acestui

triedru poate fi imaginată ca formată din mișcarea relativă față de triedrul  $M_0$ , și mișcarea de translație împreună cu acesta din urmă.

Dacă notăm cu  $\vec{R}$  și  $\vec{R}_0$  razele vectoriale ale vârfurilor triedrelor  $M$  și  $M_0$ , în raport cu un punct oarecare  $O$ , avem :

$$\vec{R} = \vec{R}_0 + \vec{\Delta},$$

unde  $\vec{\Delta}$  este vectorul deplasării punctului  $M$  în raport cu  $M_0$ .

Derivând

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}_0}{dt} + \frac{d\vec{\Delta}}{dt},$$

dar

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \vec{k} \quad \text{și} \quad \frac{d\vec{R}_0}{dt} = \vec{k}_0,$$

deoarece  $\vec{k}$  și  $\vec{k}_0$  sunt vitezele punctului  $M$  și  $M_0$ .

Obținem

$$\vec{k} = \vec{k}_0 + \frac{d\vec{\Delta}}{dt} \tag{3.30}$$

dar

$$\vec{\Delta} = u\vec{i}_0 + v\vec{j}_0 + w\vec{k}_0,$$

deci

$$\frac{d\vec{\Delta}}{dt} = \frac{du}{dt}\vec{i}_0 + \frac{dv}{dt}\vec{j}_0 + \frac{dw}{dt}\vec{k}_0 + u\frac{d\vec{i}_0}{dt} + v\frac{d\vec{j}_0}{dt} + w\frac{d\vec{k}_0}{dt},$$

în care notăm expresia :

$$\frac{d'\vec{\Delta}}{dt} = \frac{du}{dt}\vec{i}_0 + \frac{dv}{dt}\vec{j}_0 + \frac{dw}{dt}\vec{k}_0, \tag{3.31}$$

care reprezintă *viteza relativă a punctului  $M$* . Termenii săi reprezintă derivatele vectorului de deplasare  $\vec{\Delta}$  în ipoteza că versorii triedrului  $M_0$  sunt fiși.

Cu aceste observații, expresia (3.30) reprezentând *viteza absolută a punctului  $M$* , devine:

$$\vec{k} = \frac{d'\vec{\Delta}}{dt} + \vec{k}_0 + u\frac{d\vec{i}_0}{dt} + v\frac{d\vec{j}_0}{dt} + w\frac{d\vec{k}_0}{dt} \tag{3.32}$$

Ultimii trei termeni reprezintă derivata vectorului de deplasare  $\vec{\Delta}$  în ipoteza că proiecțiile acestui vector pe axele triedrului  $M_0$  sunt constante. Cu alte cuvinte existența



acestor trei termeni în expresia vitezei  $\vec{k}$  a punctului M este determinată numai de faptul că punctul M împreună cu triedrul  $M_0$  ia parte la mișcarea de rotație în jurul axei instantanee cu viteza unghiulară  $\vec{\Omega}_0$ . Deci acești trei termeni pot fi reprezentați prin produsul vectorial  $\vec{\Omega}_0 \times \vec{\Delta}$  și deci :

$$\vec{k} = \frac{d'\vec{\Delta}}{dt} + \vec{k}_0 + \vec{\Omega}_0 \times \vec{\Delta} \quad (3.33)$$

Această expresie a vitezei absolute a punctului M, reprezintă descompunerea acestei viteze în viteza relativă și viteza de transport. Într-adevăr termenul  $\frac{d'\vec{\Delta}}{dt}$  este viteza punctului M în ipoteza că triedrul  $M_0$  este fix,  $\vec{k}_0$  este viteza vârfului triedrului  $M_0$ , iar termenul  $\vec{\Omega}_0 \times \vec{\Delta}$  ține seama de rotația triedrului  $M_0$  în jurul axei instantanee care trece prin vârful său. Cu alte cuvinte termenii  $[\vec{k}_0 + \vec{\Omega}_0 \times \vec{\Delta}]$  reprezintă viteza punctului M în ipoteza că el este legat rigid de triedrul  $M_0$  (viteza de transport), iar termenul  $\frac{d'\vec{\Delta}}{dt}$  reprezintă viteza relativă, mișcarea punctului M față de triedrul  $M_0$ .

După transformări elementare, expresia (3.32) se poate scrie :

$$\vec{k} = \left( \frac{du}{dt} + q_0 w - r_0 v \right) \vec{i}_0 + \left( \frac{dv}{dt} + r_0 u - p_0 w \right) \vec{j}_0 + \left( 1 + \frac{dw}{dt} + p_0 v - q_0 u \right) \vec{k}_0 \quad (3.34)$$

Se proiectează ambele părți ale egalității vectoriale (3.34) pe axele triedrului  $M_0$ . În acest scop înmulțim scalar succesiv cu  $\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0$  și ținând cont de tabela cosinusurilor (3.5) și de faptul că  $ds = dt$  obținem :

$$\begin{cases} \beta = \frac{du}{ds} + q_0 w - r_0 v \\ -\alpha = \frac{dv}{ds} + r_0 u - p_0 w \\ 0 = \frac{dw}{ds} + p_0 v - q_0 u \end{cases} \quad (3.35)$$

S-au stabilit astfel trei ecuații diferențiale între proiecțiile vectorului de deplasare  $\vec{\Delta}$  și ale vectorului de rotație  $\vec{\theta}$ . Parametrii lor sunt formați din componentele principale ale curburii și torsiunea barei nedeformate considerate ca funcții de arcul s. Aceste expresii reprezintă primul grup de relații geometrice din teoria generală a liniei elastice a barelor curbe în spațiu.

4<sup>o</sup> Vom căuta să stabilim *al doilea grup de relații geometrice* care să dea expresiile variației torsiunii și a curburilor principale ale bazei, la trecerea ei de la starea nedeformată la starea deformată. Vom folosi deasemenea relații geometrice.

La deplasarea vârfului triedrului  $M_0$ , pe axa  $M_1^0M_2^0$  a barei nedeformate cu viteza unitară, triedrul însuși se rotește în raport cu axa instantanee de rotație cu viteza unghiulară :

$$\bar{\Omega}_0 = p_0 \bar{i}_0 + q_0 \bar{j}_0 + r_0 \bar{k}_0, \quad (3.36)$$

în care  $p_0, q_0, r_0$  sunt componentele principale ale curburii și torsiunii barei în stare naturală nedeformată. La o deplasare analoagă a vârfului  $M$  în lungul axei  $M_1M_2$  a barei deformată, triedrul se rotește și el în jurul axei instantanee cu viteza unghiulară

$$\bar{\Omega} = p\bar{i} + q\bar{j} + r\bar{k} \quad (3.37)$$

unde  $p, q, r$  sunt componentele principale ale curburii și torsiunii barei după deformare.

Evident că avem :

$$\begin{cases} p = p_0 + \delta_p \\ q = q_0 + \delta_q \\ r = r_0 + \delta \end{cases} \quad (3.38)$$

Primul grup de relații geometrice a fost obținut studiind mișcarea vârfului  $M$  al triedrului prin descompunerea vitezei punctului  $M$  în viteză relativă și viteză de transport. În mod analog, viteza unghiulară de rotație  $\bar{\Omega}$  a triedrului  $M$  poate fi reprezentată sub forma :

$$\bar{\Omega} = \bar{\Omega}' + \bar{\Omega}_0, \quad (3.39)$$

în care  $\bar{\Omega}'$  este viteza unghiulară redusă a triedrului  $M$  față de triedrul  $M_0$ , considerat ca fix, adică :

$$\bar{\Omega}' = \frac{d'\theta}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} \bar{i}_0 + \frac{d\beta}{dt} \bar{j}_0 + \frac{d\gamma}{dt} \bar{k}_0, \quad (3.40)$$

Se proiectează relația (3.39) pe axele triedrului  $M$ . În acest scop se înmulțește succesiv cu versorii triedrului  $M$ ,  $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$  și se ține seama de tabela cosinusurilor unghiurilor (3.28). Se obține :

$$\begin{aligned} p &= \left( p_0 + \frac{d\alpha}{dt} \right) 1 + \left( q_0 + \frac{d\beta}{dt} \right) \gamma - \left( r_0 + \frac{d\gamma}{dt} \right) \beta \\ q &= - \left( p_0 + \frac{d\alpha}{dt} \right) \gamma + \left( q_0 + \frac{d\beta}{dt} \right) \cdot 1 + \left( r_0 + \frac{d\gamma}{dt} \right) \alpha \\ r &= \left( p_0 + \frac{d\alpha}{dt} \right) \beta - \left( q_0 + \frac{d\beta}{dt} \right) \alpha + \left( r_0 + \frac{d\gamma}{dt} \right) \cdot 1 \end{aligned} \quad (3.41)$$

Neglijând înfățișii mici de ordin superior de forma  $\gamma \cdot \frac{d\beta}{dt}$  și ținând cont că  $ds = dt$ , se obțin ecuațiile diferențiale care reprezintă creșterea componentelor principale ale curburii și a torsiunii barei în urma deformării, exprimate prin proiecțiile vectorului de rotație  $\vec{\theta}$ , sub forma :

$$\begin{cases} \delta_p = \frac{d\alpha}{ds} + q_0 \gamma - r_0 \beta \\ \delta_q = \frac{d\beta}{ds} + r_0 \alpha - p_0 \gamma \\ \delta_r = \frac{d\gamma}{ds} + p_0 \beta - q_0 \alpha \end{cases} \quad (3.42)$$

### 3.4. Ecuațiile de echilibru ale elementului de bară

Se secționează *bara deformată* prin două plane normale pe linia mediană cuprinzând între ele elementul  $MM'_0$ , de lungimea  $ds$  și se studiază echilibrul lui (v. fig. 3.11). Se notează cu  $\vec{R}$  și  $\vec{R} + d\vec{R}$  razele vectoriale ale punctelor  $M$  și  $M'$ . Se notează deasemenea cu  $\vec{F}$  și  $\vec{M}_1$  vectorul principal și momentul principal al eforturilor cu care elementul considerat  $MM'$  acționează asupra părții vecine a barei în punctul  $M$ . În acest caz vectorul principal și momentul principal al eforturilor cu care partea conjugată din stânga barei acționează asupra elementului considerat  $ds$ , în secțiunea  $M$  sunt  $-\vec{F}$ , respectiv  $-\vec{M}_1$

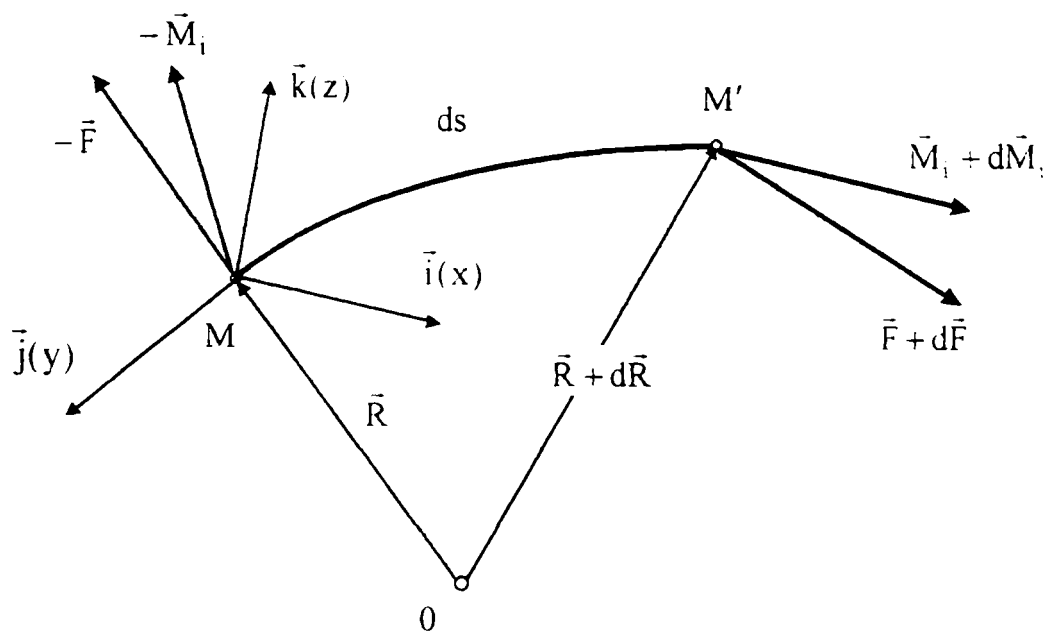


Fig. 3.11

În cele ce urmează se notează cu  $x, y, z$  axele principale de încovoiere și răsucire, adică axele determinate de versorii  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  ai triedrului  $M$  și cu  $T_x, T_y$  și  $N_z$  proiecțiile vectorului principal  $\vec{F}$  pe axele triedrului  $M$ . Componentele  $T_x$  și  $T_y$  reprezintă proiecțiile forței tăietoare pe axele principale de încovoiere, iar  $N_z$  forța normală. Analog, proiecțiile momentului principal  $\vec{M}_1$  sunt  $M_{1x}, M_{1y}, M_{1z}$  și anume  $M_{1x}$  și  $M_{1y}$  sunt momente încovoietoare iar  $M_{1z}$  este moment de răsucire. Ambii vectori  $\vec{F}$  și  $\vec{M}_1$ , deci și proiecțiile lor, sunt funcții de arcul  $s$ . La trecerea de la secțiunea  $M$  la o secțiune foarte apropiată  $M$  ambii vectori suferă creșteri mici  $d\vec{F}$  și  $d\vec{M}_1$  și deci vectorul principal și momentul principal al eforturilor cu care partea conjugată din dreapta barei acționează asupra elementului considerat  $MM'$  în secțiunea  $M'$  vor fi  $\vec{F} + d\vec{F}$  și  $\vec{M}_1 + d\vec{M}_1$ . Se observă că aici  $d$  reprezintă diferențiala totală exactă a vectorului care variază în lungul arcului liniei elastice  $s$  în sistemul fix de axe.

În afara de funcțiile enumerate aplicate la capetele  $M$  și  $M'$  mai acționează asupra elementului  $MM'$  și sarcina exterioară sub formă de forțe și momente distribuite pe lungimea  $ds$  a elementului. Se notează cu  $\vec{f}$  și  $\vec{m}_1$  vectorul principal și momentul principal al forței exterioare distribuite raportată la unitatea de lungime a axei barei. Proiecțiile vectorilor  $\vec{f}$  și  $\vec{m}_1$  pe axele triedrului  $M$  sunt  $f_x, f_y, f_z$  și  $m_x, m_y, m_z$ . Vectorii  $\vec{f}$  și  $\vec{m}_1$ , deci și proiecțiile lor sunt considerați de asemenea ca funcții de arcul  $s$ .

Se presupune că asupra elementului considerat al barei nu sunt aplicate sarcini exterioare sub formă de forțe concentrate sau momente concentrate.

Se aplică prima condiție vectorială pentru echilibrul elementului  $ds$  al barei și anume egalarea cu zero a vectorului principal al tuturor forțelor aplicate elementului :

$$\begin{aligned} (\sum \vec{F} = 0); \quad (\vec{F} + d\vec{F}) - \vec{F} + \vec{f}ds = 0 \\ \frac{d\vec{F}}{ds} + \vec{f} = 0 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Dar

$$\vec{F} = T_x \vec{i} + T_y \vec{j} + N_z \vec{k}$$

derivată în ipoteza că triedrul  $M$  este fix

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \vec{i} \frac{dT_x}{ds} + \vec{j} \frac{dT_y}{ds} + \vec{k} \frac{dN_z}{ds} \quad (3.44)$$

$$\frac{d\vec{F}}{ds} = \frac{d'\vec{F}}{ds} + T_x \frac{d\vec{i}}{ds} + T_y \frac{d\vec{j}}{ds} + N_z \frac{d\vec{k}}{ds} \quad (3.45)$$

În relația (3.45) ultimii trei termeni se datoresc rotirii triedrului M în fiecare moment în jurul axei instantanee cu viteza unghiulară  $\vec{\Omega}$ , deci sunt egali cu  $\vec{\Omega} \times \vec{F}$

$$\frac{d'\vec{F}}{ds} + \vec{\Omega} \times \vec{F} + \vec{f} = 0 \quad (3.46)$$

Se descompun vectorii  $\vec{\Omega}$  și  $\vec{F}$  după axele triedrului M și se proiectează ambele părți ale egalității (3.46) pe axele acestui triedru :

$$\begin{cases} \frac{dT_x}{ds} + qN_z - rT_y + f_x = 0 \\ \frac{dT_y}{ds} + rT_x - pN_z + f_y = 0 \\ \frac{dN_z}{ds} + pT_y - qT_x + f_z = 0 \end{cases} \quad (3.47)$$

Relațiile (3.47) reprezintă *primul grup de ecuații diferențiale de echilibru ale elementului de bară în spațiu*, legând între ele componentele vectorului principal  $\vec{F}$  al forțelor interioare și ale vectorului principal  $\vec{f}$  al forțelor exterioare uniform distribuite, raportate la unitatea de lungime a barei.

Vom considera acum cea de a doua condiție vectorială de echilibru și anume, egalarea cu zero a momentului principal datorat tuturor sarcinilor aplicate elementului de bară considerat. Se alege punctul M ca centru al momentului. Se observă că raza vectorială a punctului M,  $\vec{R}$ , în cazul când punctul M' este considerat ca pol, este dat de expresia :

$$\vec{M}'\vec{M} = -d\vec{R} = -\vec{k}ds,$$

iar momentul forței -  $\vec{F}$  este :

$$(-\vec{k}ds) \times (-\vec{F}) = \vec{k} \times \vec{F} ds$$

$$\therefore \left( \sum \vec{M} \right)_{M'} = 0; \quad \vec{M}_i + d\vec{M}_i - M_i + \vec{k} \times \vec{F} ds + \vec{m}_i ds = 0$$

Rezultă că :

$$\frac{d\vec{M}_i}{ds} + \vec{k} \times \vec{F} + \vec{m}_i = 0, \quad (3.48)$$

în care s-a neglijat momentul forțelor exterioare distribuite  $\vec{f}$  având o valoare foarte mică (ds fiind la pătrat)

Procedând în mod analog, descompunem derivata  $\frac{d\vec{M}_1}{ds}$  după axele triedrului principal

M și se obține :

$$\frac{d'\vec{M}_1}{ds} + \vec{\Omega} \times \vec{M}_1 + \vec{k} \times \vec{F} + \vec{m}_1 = 0, \quad (3.49)$$

în care :

$$\frac{d'\vec{M}_1}{ds} = \frac{dM_x}{ds} \cdot \vec{i} + \frac{dM_y}{ds} \cdot \vec{j} + \frac{dM_z}{ds} \cdot \vec{i},$$

dar

$$\vec{k} \times \vec{F} = T_x \vec{j} - T_y \vec{i}$$

Rezultă că :

$$\begin{cases} \frac{dM_{ix}}{ds} + qM_{iz} - rM_{iy} - T_y + m_{ix} = 0 \\ \frac{dM_{iy}}{ds} + rM_{ix} - pM_{ix} + T_x + m_{iy} = 0 \\ \frac{dM_{iz}}{ds} + pM_{iy} - qM_{ix} + m_{iz} = 0 \end{cases} \quad (3.50)$$

Relațiile (3.50) reprezintă *al doilea grup de ecuații diferențiale de echilibru ale elementului de bară în spațiu.*

Astfel cele două grupuri de ecuații (6 ecuații) obținute prin raționamente pur geometrice și cele 6 ecuații care reprezintă condițiile de echilibru ale elementului de bară leagă între ele următoarele 15 mărimi ce urmează să fie determinate :

- eforturi interioare – componentele vectorului principal  $\vec{F} \rightarrow (T_x, T_y, N_z)$
- componentele momentului principal  $\vec{M}_1 \rightarrow (M_{ix}, M_{iy}, M_{iz})$
- componentele vectorului de deplasare  $\vec{\Delta} \rightarrow (u, v, w)$
- componentele vectorului de rotație  $\theta \rightarrow (\alpha, \beta, \gamma)$
- componentele principale ale curburii (p,q) și torsiunea r pentru bara în stare deformată,

în total 15 necunoscute.

Restul mărimilor :  $f_x, f_y, f_z, m_{ix}, m_{iy}, m_{iz}, p_o, q_o, r_o$  sunt considerate cunoscute.

Toate mărimile enumerate sunt considerate ca funcții de arcul s.

Avem până acum 12 ecuații și 15 necunoscute.

Cele trei ecuații care lipsesc se obțin din ipoteza proporționalității dintre variațiile componentelor principale ale curburii și torsiunii la deformarea barei și componentele corespunzătoare ale momentului principal al eforturilor interioare sunt de forma :

$$\begin{cases} M_{ix} = \dot{B}_x \cdot \delta_p \\ M_{iy} = B_y \cdot \delta_q \\ M_{iz} = C \cdot \delta_r \end{cases} \quad (3.51)$$

în care  $B_x$ ,  $B_y$  sunt rigiditățile principale la încovoiere, iar  $C$  este rigiditatea la răsucire.

## Capitolul 4. CALCULUL MECANIC AL CABLURILOR ȘI AL CONDUCTOARELOR

### 4.1. Generalități

Chiar dacă în cazul de față suntem interesați doar de calculul mecanic al conductoarelor electrice, conductoarele electrice și cablurile de tracțiune având aceeași geometrie, tehnologie de realizare și suportând aceleași solicitări, din punct de vedere al principiilor de calcul nu le vom trata în mod diferențiat. În acest sens, pentru calculul conductoarelor electrice vom prelua noțiuni și metode de calcul și de la cablurile de tracțiune. Principial ele sunt asemănătoare, doar că sunt utilizate în domenii diferite.

Calculul mecanic cuprinde atât stabilirea întinderii conductoarelor pentru ca acestea să reziste suprasarcinilor cauzate în principal de condițiile meteorologice (vânt, depuneri de gheață, temperaturi reduse, respectiv crescute) cât și verificarea poziției conductoarelor în diferite situații ale forțelor exterioare care acționează asupra lor.

Pentru calculul întinderii conductoarelor, se stabilesc relații între deschiderea dintre stâlpi (care rezultă pe baza calculelor tehnicoeconomice și din normativele care reglementează acest domeniu), forțele exterioare care acționează asupra liniei electrice, forma geometrică pe care o capătă conductoarele sub influența acestor forțe și tensiunile din conductor.

Elementele geometrice ale conductorului care interesează din punct de vedere al exploatării sunt săgețile în fiecare punct ale acestuia și săgeata maximă, distanțele dintre conductoare și lungimea conductorului. Toate aceste elemente au menirea de a asigura siguranța în exploatare a rețelei și sunt reglementate printr-o serie de normative în funcție de relief, condiții meteorologice, tensiunea de lucru, etc.

Distanțele minime dintre conductoarele aceleiași linii electrice sunt funcție de tensiunea nominală a acesteia, săgeata maximă a conductorului și poziția geometrică pe care o pot ocupa conductoarele sub influența forțelor exterioare, simetrice sau nu. Asimetria forțelor se datorează în cele mai frecvente cazuri, depunerilor neuniforme de gheață.

Prin stabilirea distanței dintre conductoare se determină dimensiunile coronamentului stâlpului, astfel că săgeata conductorului este una dintre elementele pe baza căreia se stabilește dimensiunea coronamentului.

Distanțele minime admisibile dintre punctul cel mai de jos al conductoarelor și diferitele obstacole pe care le supratraversează linia electrică sunt funcție de tensiunea



nominală a liniei și de natura și importanța obstacolelor supratraversate. Prin cunoașterea săgeții conductorului și a distanțelor minime admisibile față de sol (garda de la sol) sau față de obstacolele supratraversate se determină înălțimea stâlpului. Rezultă că săgeata conductorului este unul dintre factorii care determină atât coronamentul, cât și înălțimea stâlpilor de susținere.

Calculul conductoarelor este reglementat de o serie de prescripții și norme care stabilesc în general următoarele elemente :

- felul și valoarea forțelor exterioare care acționează asupra conductoarelor precum și diversele stări meteorologice (gheață, vânt, temperatura maximă și minimă, etc.) de care trebuie ținute cont în proiectare ;

- coeficienții de siguranță ;

- distanțele minime admise ale punctului cel mai de jos al conductorului față de sol (garda de la sol) sau alte obstacole, precum și distanțele minime între conductoarele aceleiași linii pentru a preveni străpungerile sau atingerile între ele.

*Felul și valoarea forțelor exterioare* care acționează asupra conductoarelor, precum și combinațiile acestora sunt indicate în prescripții și norme în funcție de datele meteorologice concrete ale zonei pe care le străbate linia electrică aeriană. Dacă nu există măsurători concrete pentru depunerile de gheață, a vitezelor maxime ale vântului, respectiv temperaturile maxime și minime din zonă, atunci se vor lua în calcul date prevăzute de normative.

Ca ipoteze de încărcare la calculul și dimensionarea elementelor componente ale liniilor electrice aeriene se au în vedere următoarele combinații de factori climato-meteorologici :

- a) temperatură minimă, vântul și gheața lipsesc;
- b) temperatură medie, vântul și gheața lipsesc;
- c) temperatură medie, viteza vântului 10 m/s, gheața lipsește;
- d) temperatură medie, viteza maximă a vântului, gheața lipsește;
- e) temperatură maximă, vântul și gheața lipsesc;
- f) temperatură de formare a gheții, depuneri de gheață pe conductoare, vântul lipsește;
- g) temperatură de formare a gheții, vânt și depuneri de gheață pe elementele liniei electrice simultan.

*Coefficientul de siguranță* al conductoarelor active și de protecție este raportul dintre

rezistența la rupere a unui fir din care este confecționat conductorul și rezistența admisibilă în punctul cel mai de jos al acestuia. El depinde de construcția conductorului (masiv sau funie) și de specificul zonei pe care o traversează linia electrică (populată sau nu, căi ferate, șosele, căi navigabile, funiculare, etc.)

Pentru linii aeriene de energie electrică de peste 1KV, cu conductoare active și de protecție montate cu tracțiune normală, normativele prevăd pentru solicitările maxime un coeficient de siguranță nominal egal cu 2. Pentru liniile electrice montate cu tracțiune redusă coeficientul de siguranță nominal este de aproximativ 2,5.

În zonele locuite și la intersecția cu linii electrice aeriene sau de telecomunicații, coeficienții de siguranță pot fi diferiți în funcție de secțiune și de material, astfel :

- conductoare de aluminiu cu aria secțiunii până la 120 mm<sup>2</sup>.....2,5;
- conductoare de cupru cu aria secțiunii până la 70mm<sup>2</sup>.....2,5;
- conductoare active și de protecție din oțel.....2,5;
- conductoare cu aria secțiunii mai mare decât cele menționate.....2;
- conductoare de aluminiu – oțel.....2.

*Distanțele minime admisibile* de la punctul cel mai de jos al conductorului (garda de la sol) sau față de obstacolele pe care le traversează în ipotezele cele mai defavorabile de încărcare a conductorului, precum și distanțele minime între conductoarele aceleiași linii față de obstacolele cele mai apropiate față de conductorul deviat de vânt trebuie determinate în funcție de tensiunea nominală a liniei electrice, felul și importanța obstacolelor, influența izolatoarelor și a lanțurilor de izolatoare.

## **4.2. Calculul întinderii și stabilirea curbei geometrice a conductoarelor**

### **4.2.1. Calculul întinderii conductoarelor în regim normal de funcționare**

#### *Ipoteze de calcul*

Calculul întinderii conductoarelor prezintă aspecte diferite în funcție că se referă la conductoare monometalice, bimetalice cu firele torsionate strâns sau alte tipuri de conductoare.

Indiferent de tipul conductorului, *prin calculul întinderii* se urmărește să se determine pe de o parte forma geometrică a conductorului pentru a se putea stabili distanțele între conductor și celelalte elemente ale liniei electrice sau construcțiile pe care le supratraversează, pe de altă parte eforturile (tensiunile) din conductor, când acesta este supus suprasarcinilor maxime prescrise sau contracțiilor maxime datorate temperaturilor scăzute. Problema care se pune este ca la montaj conductorul să fie astfel întins încât pe de o parte la temperaturi scăzute și sub acțiunea gheții eforturile (tensiunile) din conductor sau săgețile lui să nu depășească valorile admisibile, pe de altă parte la temperaturi ridicate săgețile conductorului să nu depășească valorile admisibile față de sol sau alte obstacole și de asemenea să se respecte distanțele minime față de celelalte elemente ale liniei sau obstacolele pe care le traversează.

La calculul întinderii conductorului în general se disting două etape .

Într-o primă etapă se stabilesc relațiile dintre forma geometrică a conductorului, forțele exterioare care acționează asupra lui și tensiunile din conductor, în ipoteza că forțele exterioare (vântul și gheața) nu variază, iar temperatura rămâne constantă. În acest caz relațiile dintre forma geometrică a conductorului, forțele exterioare și tensiuni pot fi stabilite considerând conductorul în următoarele ipoteze :

- fir flexibil și inextensibil;
- fir flexibil și extensibil;
- bară curbă subțire.

În a doua etapă a calculului întinderii conductorului, se stabilesc relațiile dintre valorile tensiunilor din conductor atunci când forțele exterioare și temperatura variază, deci când conductorul trece dintr-o stare în alta. În cazul în care conductorul trece dintr-o stare dată în care se cunosc toți parametrii (săgeata  $f_1$ , tensiunea  $\sigma_1$  sarcina specifică totală  $\gamma_1$  și temperatura  $t_1$ ) în altă stare cu parametrii de mediu  $\gamma_{II}$  și  $t_{II}$  cunoscuți se caută să se determine valorile noilor parametri  $\sigma_{II}$  și  $f_{II}$ . Ecuația de legătură dintre mărimile  $\sigma_1, \gamma_1, t_1$  și  $\sigma_{II}, \gamma_{II}, t_{II}$  se numește *ecuația de stare*.

În ecuația de stare se consideră drept stare inițială starea determinată de parametrii  $\sigma_1, \gamma_1, t_1$  cei mai defavorabili prescriși de norme și se caută să se determine tensiunile și săgețile ( $\sigma_{II}, f_{II}$ ) stării dată de valorile  $\gamma_{II}$  și  $t_{II}$  finale (reale) , corespunzătoare stării de montaj .

În cazul conductoarelor bimetalice trebuie determinate două tensiuni, corespunzătoare celor două materiale care intră în componență conductorului. Această problemă se rezolvă reducând conductorul bimetalic la unul echivalent monometalic. Practic este vorba de

rezolvarea problemei static nedeterminate la întindere a secțiunilor neomogene din rezistența materialelor.

#### 4.2.2. Reducerea unui conductor bimetalic la un conductor echivalent monometalic

În general conductoarele formate din două metale, unul bun conductor de electricitate (de exemplu aluminiul) și celălalt cu rezistență mecanică ridicată (de exemplu oțel) au firele componente astfel împletite (torsionate) încât acestea nu se pot deplasa liber unul în raport cu celelalte. Aceste conductoare sunt formate în general dintr-o inimă formată din fire de oțel și o manta învelitoare formată din fire de aluminiu. Pentru *calculul modului de elasticitate echivalent și al coeficientului de dilatare termică echivalent* se consideră un conductor de aluminiu – oțel, având următoarele caracteristici :

$A_{Al}$  – aria secțiunii transversale a sârmelor de aluminiu;

$A_{Oțel}$  – aria secțiunii transversale a sârmelor de oțel ;

$E_{Al}$  – modulul de elasticitate longitudinal al aluminiului ;

$E_{Oțel}$  – modulul de elasticitate longitudinal al oțelului ;

$\alpha_{Al}$  – coeficientul de dilatare termică al aluminiului ;

$\alpha_{Oțel}$  – coeficientul de dilatare termică al oțelului.

Se pune problema de a se determina un conductor echivalent monometalic, având aria secțiunii transversale  $A$ , modulul de elasticitate longitudinal  $E$  și coeficientul de dilatare termică  $\alpha$ , care să îndeplinească următoarele condiții :

- aria  $A$  a secțiunii transversale a conductorului echivalent să fie egală cu suma ariilor sârmelor componente,  $A = A_{Al} + A_{Oțel}$  ;

- forța  $F$  care acționează asupra conductorului echivalent să fie egală cu suma forțelor care acționează asupra secțiunii formată din cele două materiale,  $F = F_{Al} + F_{Oțel}$  ;

- dilatarea termică a conductorului echivalent să fie egală cu cea a conductorului real, respectiv cu dilatarea termică a sârmelor din cele două materiale, adică  $\alpha = \alpha_{Al} = \alpha_{Oțel}$

Presupunând un conductor bimetalic care are în secțiune un număr oarecare de sârme de oțel și aluminiu, solicitat la tracțiune la temperatură constantă ca în fig. 4.1

atunci pe baza ipotezei  $F = F_{Al} + F_{Oțel}$  se poate scrie :

$$\sigma \cdot A = \sigma_{Al} \cdot A_{Al} + \sigma_{Oțel} \cdot A_{Oțel}$$

în care :

$\sigma$  - tensiunea normală în conductorul monometalic echivalent ;

$\sigma_{Al}$  - tensiunea normală din firele de aluminiu ;

$\sigma_{OL}$  - tensiunea normală din firele de oțel

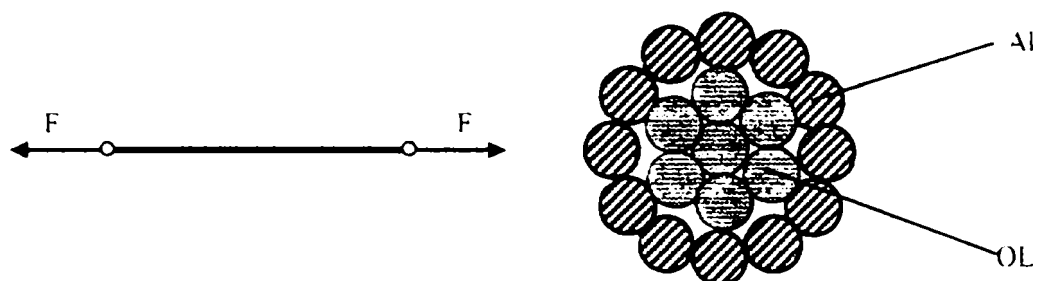


Fig. 4.1. - Conductor bimetalic solicitat la tractiune

Firele conductorului fiind strâns legate între ele neavând posibilitatea de a se deplasa una față de celelalte sub acțiunea forței totale de întindere  $F$ , atât lungirea conductorului echivalent, cât și cea a sârmelor de aluminiu și respectiv oțel vor fi aceleași, adică  $\Delta l = \Delta l_{Al} = \Delta l_{OL}$  și implicit lungirile specifice  $\epsilon = \epsilon_{Al} = \epsilon_{OL}$ .

Prin urmare se poate scrie că :

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma_{Al}}{E_{Al}} = \frac{\sigma_{OL}}{E_{OL}} \quad (4.1)$$

sau

$$\frac{\sigma \cdot A}{E \cdot A} = \frac{\sigma_{Al} \cdot A_{Al}}{E_{Al} \cdot A_{Al}} = \frac{\sigma_{OL} \cdot A_{OL}}{E_{OL} \cdot A_{OL}} = \frac{\sigma_{Al} \cdot A_{Al} + \sigma_{OL} \cdot A_{OL}}{E_{Al} \cdot A_{Al} + E_{OL} \cdot A_{OL}} = \frac{F}{E_{Al} \cdot A_{Al} + E_{OL} \cdot A_{OL}}$$

deci

$$\frac{1}{EA} = \frac{1}{E_{Al} \cdot A_{Al} + E_{OL} \cdot A_{OL}} \Rightarrow E = \frac{E_{Al} \cdot A_{Al} + E_{OL} \cdot A_{OL}}{A} \quad (4.2)$$

Notând raportul ariilor

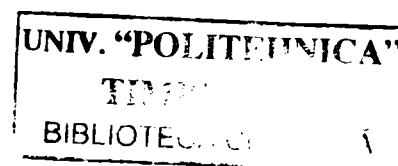
$$k = \frac{A_{Al}}{A_{OL}}$$

obținem

$$E = \frac{kE_{Al} + E_{OL}}{1+k} \quad (4.3)$$

În cazul în care temperatura conductorului variază de la  $t_1$  la  $t_2$  și asupra lui nu acționează nici o sarcină exterioară pentru lungirile termice se pot scrie relațiile :

$$\Delta L_{Al} = \alpha_{Al}(t_2 - t_1)L_{Al} ;$$



$$\Delta L_{OL} = \alpha_{OL} (t_2 - t_1) L_{OL} \quad ;$$

$$\Delta L = \alpha (t_2 - t_1) L \quad .$$

în care :  $\Delta L_{Al}$  este dilatarea termică a conductorului de aluminiu, în ipoteza că el s-ar afla singur:

$\Delta L_{OL}$  este dilatarea termică a conductorului de oțel, în ipoteza că el s-ar afla singur :

$\Delta L$  este dilatarea termică a conductorului echivalent sub influența variației de temperatură .

iar  $L = L_{Al} = L_{OL}$  este lungimea conductorului.

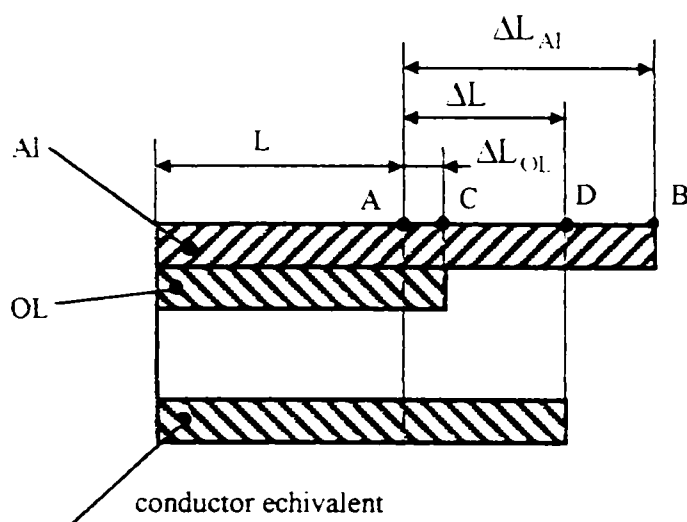


Fig. 4.2. Alungirea conductorului de aluminiu - oțel

Deoarece conductorul de aluminiu și oțel nu lucrează independent, dilatările nu pot lua valoarea  $\Delta L_{Al}$  corespunzător segmentului  $\overline{AB}$  din fig.4.2., respectiv  $\Delta L_{OL}$  corespunzător segmentului  $\overline{AC}$ , ci ambele se vor dilata cu lungimea  $\overline{AD}$ .

În ipoteza că  $t_2 > t_1$ , fenomenul are loc ca și cum, după ce

aluminiul s-a dilatat liber până în punctul B, o forță de compresiune l-ar fi comprimat până la punctul D, iar în cazul oțelului, după ce s-ar fi dilatat liber până în punctul C, o forță de tracțiune l-ar fi întins până în punctul D.

În cazul că  $t_2 > t_1$ , conductorul confecționat din materialul cu coeficient de dilatare termică mai mare suferă deci o compresiune, iar cel confecționat din materialul cu coeficient de dilatare termică mai mic suferă o întindere. În schimb, dacă  $t_2 < t_1$ , eforturile din cele două conductoare vor fi de sens contrar.

Forțele interne care acționează asupra celor două materiale în cazul variațiilor de temperatură vor fi egale, deci

$$F_{Al} = F_{OL} \quad ,$$

unde din

$$\Delta L_{Al} - \Delta L = \frac{F_{Al} \cdot L}{E_{Al} \cdot A_{Al}} \Rightarrow F_{Al} = \frac{\Delta L_{Al} - \Delta L}{L} \cdot E_{Al} A_{Al} \quad (4.4.a)$$



$$\text{și } \Delta L - \Delta L_{OL} = \frac{F_{OL} \cdot L}{E_{OL} \cdot A_{OL}} \Rightarrow F_{OL} = \frac{\Delta L - \Delta L_{OL}}{L} \cdot E_{OL} \cdot A_{OL} \quad (4.4.b)$$

Dacă notăm  $t_2 - t_1 = \Delta t$ , atunci

$$\Delta L_{Al} - \Delta L = (\alpha_{Al} - \alpha) \Delta t L \quad (4.5.a)$$

$$\Delta L - \Delta L_{OL} = (\alpha - \alpha_{OL}) \Delta t L \quad (4.5.b)$$

din relațiile 4.4.a, 4.4.b, 4.5.a și 4.5.b se obține

$$(\alpha_{Al} - \alpha) \Delta L \cdot E_{Al} A_{Al} = (\alpha - \alpha_{OL}) \Delta t \cdot E_{OL} A_{OL},$$

adică  $(\alpha_{Al} - \alpha) E_{Al} A_{Al} = (\alpha - \alpha_{OL}) E_{OL} A_{OL}$

$$\text{din care } \alpha = \frac{\alpha_{Al} E_{Al} A_{Al} + \alpha_{OL} E_{OL} A_{OL}}{E_{Al} A_{Al} + E_{OL} A_{OL}} = \frac{k \alpha_{Al} E_{Al} + \alpha_{OL} E_{OL}}{E_{OL} + k E_{Al}} \quad (4.6)$$

### 4.2.3 Calculul tensiunilor $\sigma_{Al}$ și $\sigma_{OL}$ din mantaua de aluminiu și inima de oțel în funcție de tensiunea $\sigma$ din conductorul echivalent monometalic.

Dacă se cunosc coeficienții echivalenți  $E$  și  $\alpha$ , respectiv aria secțiunii transversale  $A$ , conductorul echivalent se consideră determinat. În acest caz, calculul și dimensionarea unui conductor bimetalic ale cărei sârme nu se pot deplasa una față de celelalte se reduce la calculul unui conductor monometalic echivalent, cu observația că la cele bimetalice trebuie să se țină seama și de eforturile datorate variațiilor de temperatură.

Dacă pentru o stare dată se cunoaște tensiunea  $\sigma$  aferentă conductorului monometalic echivalent din ecuația (4.1) rezultă tensiunile din conductoarele de oțel și aluminiu în ipoteza temperaturii constante :

$$\sigma_{Al} = \frac{E_{Al}}{E} \sigma \quad (4.7.a)$$

$$\sigma_{OL} = \frac{E_{OL}}{E} \sigma \quad (4.7.b)$$

Temperatura de fabricație  $t_f$  a conductorului bimetalic diferă de temperatura de exploatare  $t$ . Pe lângă tensiunile din relațiile (4.7.a) și (4.7.b) trebuie adăugate și tensiunile datorate variațiilor de temperatură, rezultate din relațiile (4.4.a), (4.4.b), (4.5.a) și (4.5.b) :

$$\sigma'_{Al} = \frac{F_{Al}}{A_{Al}} = -(\alpha_{Al} - \alpha)(t - t_f) E_{Al} \quad (4.8.a)$$

$$\sigma'_{OL} = \frac{F_{OL}}{A_{OL}} = -(\alpha - \alpha_{OL})(t - t_f) E_{OL} \quad (4.8.b)$$

Semnele + și – s-au ales astfel încât pentru  $t > t_f$ , pentru aluminiu tensiunea  $\sigma'_{Al}$  este de compresiune opus tensiunii  $\sigma_{Al}$  care este o tensiune de întindere. Tensiunile  $\sigma_{OL}$  și  $\sigma'_{OL}$  sunt ambele tensiuni de întindere, deci au semnul +.

$$\sigma_{tAl} = \sigma_{Al} + \sigma'_{Al} = \frac{E_{Al}}{E} \cdot \sigma - (\alpha_{Al} - \alpha)(t - t_f)E_{Al}; \quad (4.9.a)$$

$$\sigma_{tOL} = \sigma_{OL} + \sigma'_{OL} = \frac{E_{OL}}{E} \cdot \sigma + (\alpha - \alpha_{OL})(t - t_f)E_{OL}. \quad (4.9.b)$$

Din ecuațiile de mai sus se vede că temperaturile scăzute ( $t < t_f$ ) produc în conductoarele de aluminiu tensiuni de întindere iar în cele de oțel, tensiuni de compresiune. La temperaturi scăzute, care favorizează depunerile de gheață, deci tensiunile din conductor devin maxime, rezultă că variațiile de temperatură acționează asupra conductorului de aluminiu, deci este suficient să se verifice efectul tensiunilor suplimentare datorită variațiilor de temperatură doar pentru conductorul de aluminiu.

Cunoscând  $E$  și  $\alpha$  și ținând cont de tensiunile suplimentare datorate variațiilor de temperatură [v. ecuațiile (4.9.a) și (4.9.b)], conductorul bimetalic poate fi calculat ca unul monometalic.

### 4.3. Ecuația geometrică a unui conductor monometalic uniform încărcat

S-a amintit la ipoteze de calcul că ecuația geometrică a unui conductor uniform încărcat se poate stabili în trei ipostaze : conductor flexibil inextensibil, conductor flexibil extensibil sau bară curbă subțire.

#### 4.3.1. Conductor considerat ca un fir flexibil inextensibil

Considerăm că un astfel de conductor lucrează sub acțiunea unei sarcini uniform distribuite  $\bar{q}_l$ . Aceasta poate fi cuprinsă în planul vertical atunci când forțele exterioare se datoresc greutateii proprii a conductorului și eventualelor depuneri de gheață s-au într-un plan perpendicular pe axa conductorului atunci când mai intervin și forțe orizontale cauzate de vânt.

Pentru stabilirea formei geometrice pe care o ia conductorul în planul forței rezultante se consideră un conductor suspendat între două reazeme, încărcat cu o sarcină specifică rezultantă uniform distribuită



$$\bar{q}_t = \bar{g} + \bar{q}_v = \bar{g}_p + \bar{g}_s + \bar{q}_v,$$

în care :  $q_v$  este suma sarcinilor specifice uniform distribuite ce lucrează asupra conductorului în plan orizontal (de exemplu forța vântului) în N/m;

$g$  este rezultanta sarcinilor specifice verticale în N/m ;

$g_p$  este greutatea proprie uniform distribuite a conductorului în N/m ;

$g_s$  - greutatea suprasarcinii uniform distribuite în N/m.

Asupra unui element de lungime  $dL$  detașat din conductor și aflat în echilibru în extremități, acționează tensiunile tangente la axa curbei  $S_1$  și  $S_2$  care după cele două axe ortogonale  $Ox$  și  $Oy$  au componentele  $H_1, H_2$ , respectiv  $V_1$  și  $V_2$ .

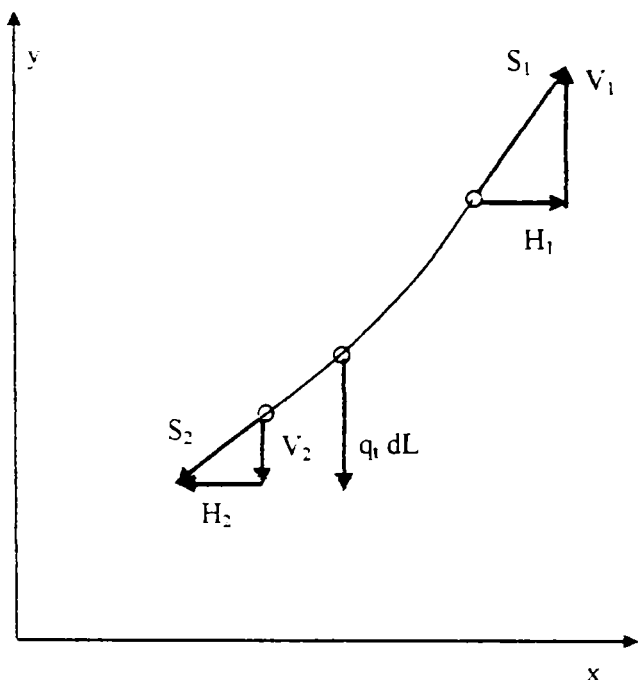


Fig. 4.3. Element de conductor deformabil și inextensibil

Ecuțiile de echilibru se scriu

$$H_1 = H_2 ; \quad (4.10.a)$$

$$V_1 - V_2 = dV = q_t dL \quad (4.10.b)$$

Din ecuația (4.10.a) rezultă că toate componentele orizontale  $H_1, H_2, \dots, H_n$  sunt constante și egale între ele a căror mărime constantă o vom nota cu  $H$ .

Din ecuația (4.10.b) se obține :

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dx} &= q_t \frac{dL}{dx} = q_t \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \\ &= q_t \sqrt{1 + y'^2}, \end{aligned}$$

$$\text{în care } y' = \frac{dy}{dx}.$$

$$\text{Dar } V = H \operatorname{tg}\varphi = H \frac{dy}{dx} = H \cdot y',$$

rezultă

$$\frac{dV}{dx} = H \frac{dy'}{dx} = H \cdot y'' = q_t \cdot \sqrt{1 + y'^2},$$

relație care împărțită la aria secțiunii conductorului  $A$  ne dă :

$$\frac{H}{A} \cdot y'' = \frac{q_t}{A} \sqrt{1 + y'^2} \Rightarrow \sigma_o \cdot y'' = \gamma_t \sqrt{1 + y'^2} \quad (4.11)$$

în care :

$\sigma_0 = \frac{H}{A}$  este tensiunea în conductor în punctul în care tangenta la curbă este paralelă cu axa Ox (pentru care  $S = H$  și  $V = 0$ ) sau proiecția pe axa Ox a efortului într-un punct oarecare al curbei ;

$\gamma_t = \frac{q_t}{A}$  este sarcina totală specifică (raportată la unitatea de lungime și secțiune a conductorului), în  $N/m \times mm^2$ .

Din relația (4.11) se obține

$$\frac{y''}{\sqrt{1+y'^2}} = \frac{\gamma_t}{\sigma_0}$$

care după integrare, devine :

$$\ln[y' + \sqrt{1+y'^2}] = \frac{\gamma_t}{\sigma_0} \cdot x + K_1,$$

$K_1$  fiind o constantă de integrare sau logaritmand

$$y' + \sqrt{1+y'^2} = e^{\left(\frac{\gamma_t}{\sigma_0} \cdot x + K_1\right)}$$

Explicitându-se  $y'$  prin ridicarea la pătrat a radicalului, se obține

$$y' = \operatorname{sh}\left(\frac{\gamma_t}{\sigma_0} \cdot x + K_1\right), \quad (4.12)$$

care integrată din nou în raport cu  $x$  dă

$$y = \frac{\sigma_0}{\gamma_t} \operatorname{ch}\left(\frac{\gamma_t}{\sigma_0} \cdot x + K_1\right) + K_2 \quad (4.13)$$

unde  $K_2$  este o a doua constantă de integrare.

Dacă se aleg axele de coordonate, astfel încât  $x = 0$ ,  $y = \frac{\sigma_0}{\gamma_t}$  și  $y' = 0$  constantele  $K_1$  și

$K_2$  devin nule, adică  $K_1 = K_2 = 0$ . Cu aceasta relația (4.13) devine :

$$y = \frac{\sigma_0}{\gamma_t} \operatorname{ch} \frac{x}{\frac{\sigma_0}{\gamma_t}} = h_0 \operatorname{ch} \frac{x}{h_0}, \quad (4.14)$$

în care s-a notat

$$h_0 = \frac{\sigma_0}{\gamma_t}$$

Dezvoltând în serie relația (4.14), se obține :

$$y = h_0 \left[ 1 + \frac{1}{2!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^2 + \frac{1}{4!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^4 + \dots \right] \quad (4.15)$$

Ecuția (4.14) scrisă sub forma  $y = h_0 \operatorname{ch} \frac{x}{h_0}$  și ecuația (4.15) se numesc *ecuațiile lăntișorului*,  $h_0$  având valori cuprinse între 1000m și câteva sute de metri în funcție de încărcarea conductorului;  $h_0$  fiind mare, în ecuația (4.15) se pot neglija termenii de ordin superior. Se obține astfel ecuația unei parabole de forma

$$y = h_0 + \frac{1}{2} \frac{x^2}{h_0}, \quad (4.16)$$

în care dacă notăm  $Y = y - h_0$

obținem ecuația unei parabole care trece prin originea sistemului de axe de referință

$$Y = \frac{1}{2} \frac{x^2}{h_0} \quad (4.17)$$

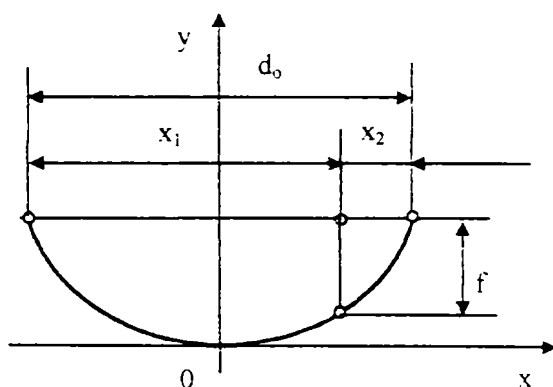


Fig. 4.4. - Curba unui conductor în formă de parabolă care trece prin originea sistemului de axe

Eroarea relativă de calcul când se folosește ecuația parabolei în locul ecuației unui lăntișor pentru conductoare neîncărcate este mică.

$$\Delta = \frac{\frac{1}{4!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^4 + \frac{1}{6!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^6 + \dots}{\frac{1}{2} \left( \frac{x}{h_0} \right)^2} \cdot 100 = \left[ \frac{2}{4!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^2 + \frac{2}{6!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^4 + \frac{2}{8!} \left( \frac{x}{h_0} \right)^6 + \dots \right] \cdot 100 [\%] \quad (4.18)$$

Dacă se consideră un conductor neîncărcat cu  $x = 200\text{m}$  și  $h_0 = 1000\text{m}$  eroarea relativă dată de relația (4.18) este de  $\Delta = 0,3\%$ .

În schimb la conductoare încărcate eroarea de calcul crește foarte rapid cu deschiderea. De exemplu, pentru o deschidere de 400 m, la un conductor cu punctele de suspenție la același nivel eroarea ajunge la  $\Delta = 5\%$ . Din această cauză se recomandă ca ecuația parabolii să nu fie utilizată pentru deschideri mai mari de 400 m. De remarcat că la puncte de suspenție denivelate ale conductoarelor deschiderea totală este mai mare decât distanța dintre punctele de suspenție.

Folosirea ecuației lăntișorului pentru un fir flexibil și inextensibil dă erori mai mici de 0.5%. Pentru a arăta acest lucru în continuare se va stabili ecuația geometrică a unui conductor considerat drept fir flexibil extensibil și apoi bară curbă subțire.

### 4.3.2. Conductor considerat ca fir flexibil și extensibil

Ecuația unui asemenea conductor se poate stabili considerându-se două stări ale acestuia.

Prima dată considerăm conductorul ca un fir flexibil și inextensibil. În acest caz, cu notațiile din fig. 4.5., pentru un element de conductor de lungime  $dL$  și nedeformat elastic se pot scrie relațiile :

$$\left. \begin{aligned} H_1 = H_2 = \dots = \sigma_0 \cdot A; \\ V = H \operatorname{tg} \varphi; \\ dV = q_l \cdot dL = d(H \operatorname{tg} \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (4.19)$$

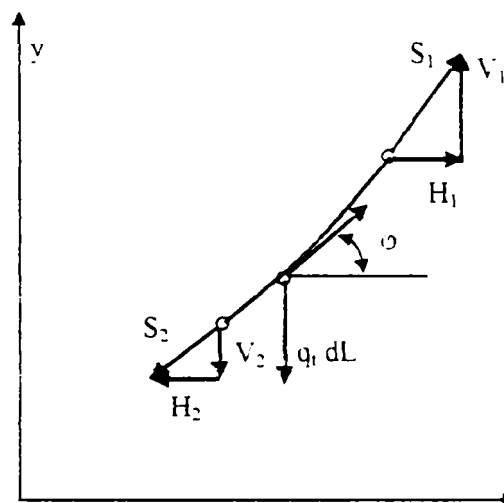


Fig. 4.5. Element de conductor flexibil și extensibil

În continuare vom considera că după ce conductorul a ocupat poziția unui conductor nedeformabil urmează o lungire elastică a acestuia.

Notăm cu  $L'$  lungimea conductorului după deformare, respectiv cu  $dL'$  lungimea unui element de conductor deformat și scriem ecuațiile de echilibru pentru acest element :

$$H_1 = H_2 = H; \quad (4.20.a)$$

$$dV = q_l \cdot \frac{dL'}{1 + \epsilon} = q_l \cdot \frac{dL'}{1 + \frac{\sigma}{\epsilon}}, \quad (4.20.b)$$

în care :

$$dL' = (1 + \epsilon)dL;$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \text{ - lungimea specifică ;}$$

$E$  - modulul de elasticitate longitudinal :

$$\sigma = \frac{\sigma_o}{\cos\varphi} \text{ - tensiunea normală din conductor.}$$

Dacă împărțim relația (4.20.b) cu aria  $A$  a secțiunii conductorului și notăm cu  $\varphi$  unghiul dintre tangenta la elementul de conductor și direcția pozitivă a axei  $Ox$ , se obține :

$$d(\sigma_o \operatorname{tg}\varphi) = \gamma_t \frac{dL'}{1 + \frac{\sigma_o}{E \cos\varphi}} \quad (4.21)$$

sau introducând notația  $\frac{\sigma_o}{\gamma_t} = h_o$

$$dL' = \left(1 + \frac{\sigma_o}{E \cos\varphi}\right) \cdot \frac{\sigma_o}{\gamma_t} \cdot \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} = h_o \left(1 + \frac{\sigma_o}{E \cos\varphi}\right) \frac{d\varphi}{\cos^2\varphi} \quad (4.22.a)$$

și

$$dx = dL' \cos\varphi = h_o \left(1 + \frac{\sigma_o}{E \cos\varphi}\right) \frac{d\varphi}{\cos\varphi} ; \quad (4.22.b)$$

$$dy = dL' \sin\varphi = h_o \left(1 + \frac{\sigma_o}{E \cos\varphi}\right) \frac{d(-\cos\varphi)}{\cos^2\varphi}$$

Alegând sistemul de referință astfel încât pentru  $\varphi = 0$  și  $x = 0$  să existe relația  $y = h_o$ , și integrând relațiile (4.22.a) și (4.22.b) se obține :

$$x = h_o \left[ \ln \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{\sigma_o}{E} \operatorname{tg}\varphi \right]; \quad (4.23.a)$$

$$y = h_o \left( \frac{1}{\cos\varphi} + \frac{\sigma_o}{2E} \operatorname{tg}^2\varphi \right). \quad (4.23.b)$$

Dacă se rezolvă ecuația (4.23.a) în raport cu  $\operatorname{tg}\varphi$  și se înlocuiește  $\operatorname{tg}\varphi$  cu panta curbei, adică  $\operatorname{tg}\varphi = y'$ , se obține:

$$y' = \operatorname{sh}\left(\frac{x}{h_o} - \frac{\sigma_o}{E} y'\right) = \operatorname{sh}\frac{x}{h_o} \operatorname{ch}\left(\frac{\sigma_o}{E} y'\right) - \operatorname{ch}\frac{x}{h_o} \operatorname{sh}\left(\frac{\sigma_o}{E} y'\right) \quad (4.24)$$

Mărimile  $\frac{\sigma_o}{E}$  și  $y' = \operatorname{tg}\varphi$  fiind mici, în relația (4.24) funcțiile trigonometrice pot fi approximate după cum urmează :

$$\operatorname{ch}\left(\frac{\sigma_o}{E} \cdot y'\right) \cong 1 \text{ și}$$

$$\operatorname{sh}\left(\frac{\sigma_o}{E} \cdot y'\right) \cong \frac{\sigma_o}{E} \cdot y'.$$

Cu acestea din relația (4.24) rezultă :

$$y' = \frac{\operatorname{sh} \frac{x}{h_o}}{1 + \frac{\sigma_o}{E} \operatorname{ch} \frac{x}{h_o}}, \quad (4.25)$$

de unde

$$y = h_o \frac{E}{\sigma_o} \ln\left(1 + \frac{\sigma_o}{E} \operatorname{ch} \frac{x}{h_o}\right), \quad (4.26)$$

care dezvoltată în serie dă

$$y = h_o \left( \operatorname{ch} \frac{x}{h_o} - \frac{\sigma_o}{2E} \operatorname{ch}^2 \frac{x}{h_o} + \frac{\sigma_o^2}{3E^2} \operatorname{ch}^3 \frac{x}{h_o} + \dots \right) \quad (4.27)$$

Termenii care conțin  $\frac{\sigma_o}{E}$  la puteri superioare fiind foarte mici se pot neglija și ecuația

(4.27) se poate reduce la forma :

$$y = h_o \left( \operatorname{ch} \frac{x}{h_o} - \frac{\sigma_o}{2E} \operatorname{ch}^2 \frac{x}{h_o} \right). \quad (4.28)$$

Eroarea relativă de calcul  $\Delta$  care se comite prin folosirea ecuației lăntișorului în locul ecuației (4.28) pentru un conductor asimilat cu un fir flexibil și extensibil este :

$$\Delta = \frac{y_{in} - y_{ex}}{y_{in}} \cdot 100 = \frac{\sigma_o}{2E} \operatorname{ch} \frac{x}{h_o} \cdot 100 \quad [\%],$$

în care  $y_{in}$  și  $y_{ex}$  sunt ordonatele conductoarelor inextensibil respectiv extensibil.

În general acest calcul dă erori sub 0,1 %, valoare cu totul neglijabilă.

### 4.3.3. Conductor considerat ca bară curbă subțire

În cazul în care se ține seama și de rigiditatea conductorului, pornind de la ecuațiile de echilibru al unui element de conductor capabil a prelua și eforturi de încovoiere din literatura de specialitate avem relația :

$$y = h_0 \left[ \operatorname{ch} \left( \frac{x}{h_0} - \beta_m \right) - \frac{\sigma_0}{2E} \operatorname{ch}^2 \left( \frac{x}{h_0} - \beta_m \right) + \frac{\sigma_0^2}{3E} \operatorname{ch}^3 \left( \frac{x}{h_0} - \beta_m \right) + \dots \right] \quad (4.29)$$

în care s-au folosit notațiile :

$$\beta_m = \frac{1}{4} \frac{E \gamma_t^2 I}{\sigma_0^3} \left[ \varphi_m + \sin \varphi_m \left( \frac{7}{2} - 3 \sin \varphi_m \right) \right];$$

$I$  – momentul de inerție al secțiunii transversale al conductorului

$\varphi_m$  – unghiul maxim pe care îl face tangenta la curbă cu axa  $x$ .

Unghiul  $\beta_m$  fiind foarte mic și deasemenea și raportul  $\frac{\sigma_0}{E}$  având valoare mică, în

relația (4.29) termenii care conțin raportul  $\frac{\sigma_0}{E}$  se pot neglija și la fel și unghiul  $\beta_m$ . Făcând aceste aproximații se obține ecuația lăntișorului.

Rezultă că ecuația obținută pentru conductorul considerat fir flexibil și neextensibil satisface cazurile din practica curentă.

#### 4.4. Calculul săgeții, lungimii și a întinderii conductoarelor

##### 4.4.1. Conductor cu punctele de suspensie la același nivel

Dacă se consideră un conductor suspendat la capete la același nivel (v.fig. 4.6) și cu

deschiderea  $d_0$ , săgeata acestuia într-un punct de abscisă  $x$  va fi :

$$f = y_{\max} - y \quad (4.30)$$

Conform ecuației lăntișorului (4.14) se poate scrie :

$$y_{\max} = h_0 \operatorname{ch} \frac{d_0}{2h_0}, \quad (4.31)$$

deci

$$\begin{aligned} f &= h_0 \left( \operatorname{ch} \frac{d_0}{2h_0} - \operatorname{ch} \frac{x}{h_0} \right) = \\ &= 2h_0 \cdot \operatorname{sh} \frac{\frac{d_0}{2} + x}{2h_0} \cdot \operatorname{sh} \frac{\frac{d_0}{2} - x}{2h_0} = \end{aligned}$$

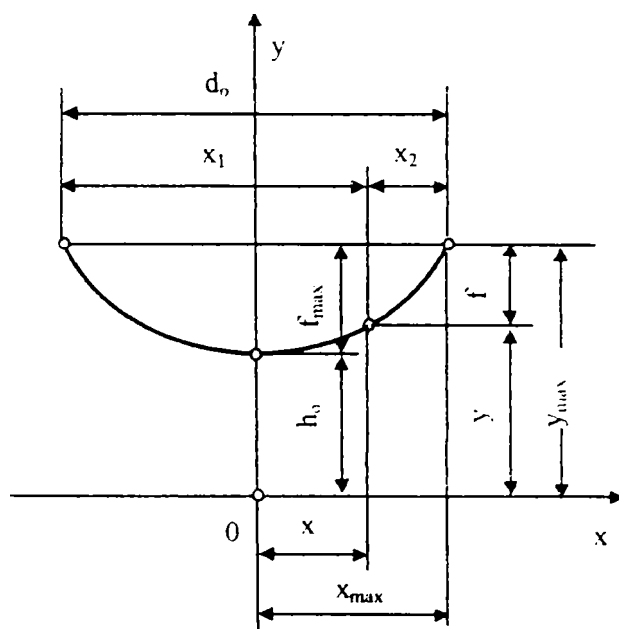


Fig. 4.6. Conductor cu punctele de suspensie la același nivel

$$= 2h_0 \cdot \operatorname{sh} \frac{x_1}{2h_0} \cdot \operatorname{sh} \frac{x_2}{2h_0}, \quad (4.32)$$

unde :

$$x_1 = \frac{d_0}{2} + x \quad \text{și} \quad x_2 = \frac{d_0}{2} - x$$

Pentru  $x_1 = x_2 = \frac{d_0}{2}$ , se obține

$$f_{\max} = 2h_0 \cdot \operatorname{sh}^2 \frac{d_0}{4h_0} \quad (4.33)$$

Pentru valori subunitare ale raportului  $\frac{d_0}{2h_0}$  ( $h_0$  având valoarea de ordinul 1 km)

dezvoltând în serie factorii expresiei (4.32) se obține

$$f = \frac{x_1 x_2}{2h_0} \left( 1 + \frac{1}{24} \cdot \frac{x_1^2 + x_2^2}{h_0^2} \right) = \frac{\gamma_t \cdot x_1 \cdot x_2}{2\sigma_0} \left[ 1 + \frac{1}{24} \frac{\gamma_t^2}{\sigma_0^2} (x_1^2 + x_2^2) \right] \quad (4.34)$$

Săgeata maximă se obține pentru valorile

$$x_1 = x_2 = \frac{d_0}{2},$$

adică

$$f_{\max} = \frac{\gamma_t d_0^2}{8\sigma_0} \left( 1 + \frac{1}{48} \frac{\gamma_t^2 d_0^2}{\sigma_0^2} \right) \quad (4.35)$$

Pentru deschideri mai mici decât 400m se poate folosi ecuația parabolei (4.16) și se poate neglija și termenul al doilea din paranteza relației (4.35). Obținem astfel

$$f_{p\max} = \frac{\gamma_t d_0^2}{8\sigma_0} \quad (4.36)$$

Între săgeata obținută prin dezvoltarea în serie a ecuației lăntișorului și cea a parabolei poate fi stabilită relația :

$$f_{\max} = f_{p\max} \left( 1 + \frac{4}{3} \varphi^2 + \dots \right) = f_{p\max} (1 + k) \quad (4.37)$$

în care

$$K = \frac{4}{3} \varphi^2, \text{ iar } \varphi = \frac{f_{p\max}}{d_0} \text{ este săgeata relativă.}$$

Eroarea de calcul care apare prin folosirea ecuației parabolei se poate corecta cu relația (4.37) în care coeficientul K se determină dintr-o diagramă în funcție de săgeata relativă  $\varphi$  [%].



#### 4.4.2. Conductor cu punctele de suspensie denivelate

Considerăm un conductor cu punctele de suspensie denivelate și notăm diferența de nivel dintre punctele de suspensie A și B cu  $H$ , respectiv deschiderea dintre stâlpi cu  $d_1$  (v. fig. 4.7)

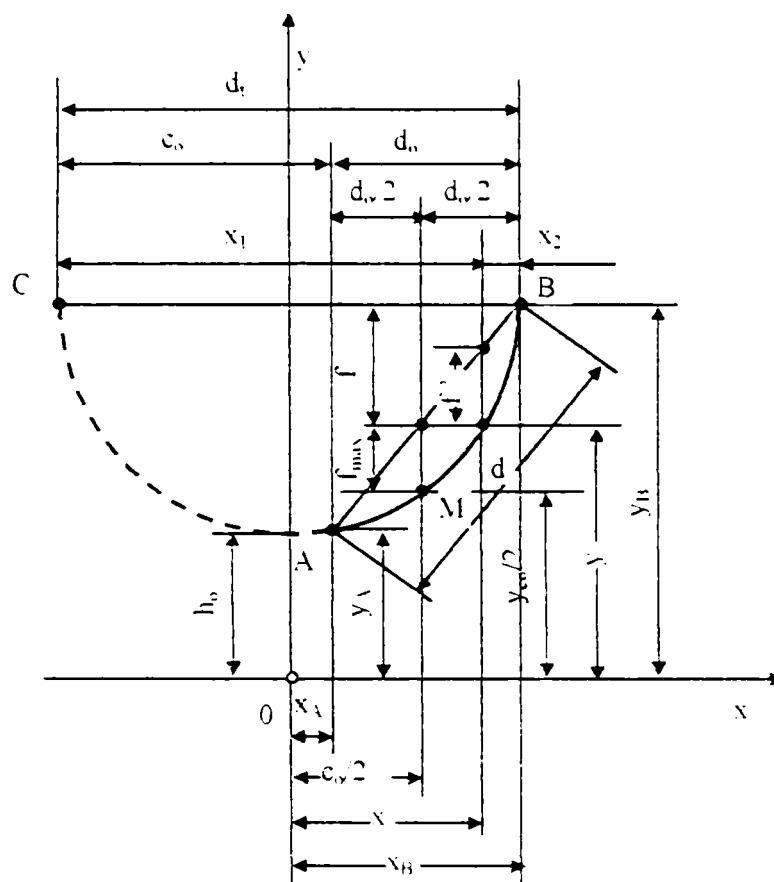


Fig. 4.7. Conductor cu punctele de suspensie denivelate

Un astfel de conductor poate fi considerat ca o porțiune dintr-un lănișor a cărei curbă să fie simetrică față de axe  $Oy$ , iar vârful lănișorului să se găsească la distanța  $h_0$  față de originea sistemului de axe și care satisface relația (4.14).

Prelungind acest lănișor se găsește un punct C de aceeași ordonată cu a punctului B. Se obține un lănișor cu punctele de suspensie la același nivel și problema se reduce la stabilirea săgeții unui astfel de conductor. Distanța  $d_1$  dintre punctele B și C se numește deschidere virtuală.

Pentru aflarea coordonatelor punctului C trebuie determinată o mărime  $c_0$ , astfel încât

$$c_0 + d_0 = d_1$$

În acest scop se scrie relația :

$$y_B - y_A = H = h_o \left( \operatorname{ch} \frac{x_B}{h_o} - \operatorname{ch} \frac{x_A}{h_o} \right) = 2h_o \operatorname{sh} \frac{x_B + x_A}{2h_o} \operatorname{sh} \frac{x_B - x_A}{2h_o} \quad (4.38)$$

Deoarece

$$x_B - x_A = d_o, \quad (4.39)$$

$$x_B + x_A = c_o, \quad (4.40)$$

rezultă

$$H = 2h_o \operatorname{sh} \frac{d_o}{2h_o} \operatorname{sh} \frac{c_o}{2h_o} \quad (4.41)$$

de unde

$$\operatorname{sh} \frac{c_o}{2h_o} = \frac{H}{2h_o \operatorname{sh} \frac{d_o}{2h_o}} \quad (4.42)$$

Dacă rapoartele  $\frac{c_o}{2h_o}$  și  $\frac{d_o}{2h_o}$  se admit subunitare atunci se acceptă că

$$\operatorname{sh} \frac{c_o}{2h_o} = \frac{c_o}{2h_o} \quad \text{și} \quad \operatorname{sh} \frac{d_o}{2h_o} = \frac{d_o}{2h_o}$$

și înlocuind în (4.42) se obține

$$c_o = \frac{2h_o H}{d_o} = 2 \frac{H \cdot \sigma_o}{d_o \gamma_t} \quad (4.43)$$

Pentru calculul săgeții maxime a conductorului se determină mai întâi săgeata  $f'$  într-un punct oarecare în raport cu dreapta AB. În acest scop cu relația (4.32) se determină săgeata în punctul aflat la distanța  $x_2$  de reazemul din punctul B în raport cu dreapta BC :

$$f = 2h_o \operatorname{sh} \frac{d_t - x_2}{2h_o} \operatorname{sh} \frac{x_2}{2h_o}, \quad (4.44)$$

de unde

$$f' = f - H \frac{x_2}{d_o} = 2h_o \operatorname{sh} \frac{d_t - x_2}{2h_o} \cdot \operatorname{sh} \frac{x_2}{2h_o} - H \frac{x_2}{d_o} \quad (4.45)$$

Pentru determinarea valorii maxime a săgeții  $f'$  se anulează derivata expresiei (4.45) și ținând cont de relația (4.42) se obține

$$(x_2)_{\max} = \frac{1}{2} \left( d_o + 2h_o \operatorname{arg} \operatorname{sh} \frac{H}{2h_o \operatorname{sh} \frac{d_o}{2h_o}} - 2h_o \operatorname{arg} \operatorname{sh} \frac{H}{d_o} \right) \quad (4.46)$$

Pentru valori mici ale raportului  $\frac{d_o}{2h_o}$  ultimii doi termeni se anulează reciproc și rămâne

$$(x_2)_{\max} = \frac{1}{2}d_o,$$

adică săgeata este maximă la mijlocul distanței  $d_o$ .

Înlocuindu-se valoarea obținută în relația (4.45) și ținând cont de ecuația (4.41), se obține :

$$f'_{\max} = 2h_o \operatorname{sh} \frac{\frac{d_o}{2} + c_o}{2h_o} \cdot \operatorname{sh} \frac{d_o}{4h_o} - h_o \cdot \operatorname{sh} \frac{d_o}{2h_o} \cdot \operatorname{sh} \frac{c_o}{2h_o},$$

în care dacă se înlocuiește  $\operatorname{sh} \frac{d_o}{2h_o}$  în funcție de  $\frac{d_o}{4h_o}$ , se obține

$$f'_{\max} = 2h_o \operatorname{sh}^2 \frac{d_o}{4h_o} \cdot \operatorname{ch} \frac{c_o}{2h_o} \tag{4.48}$$

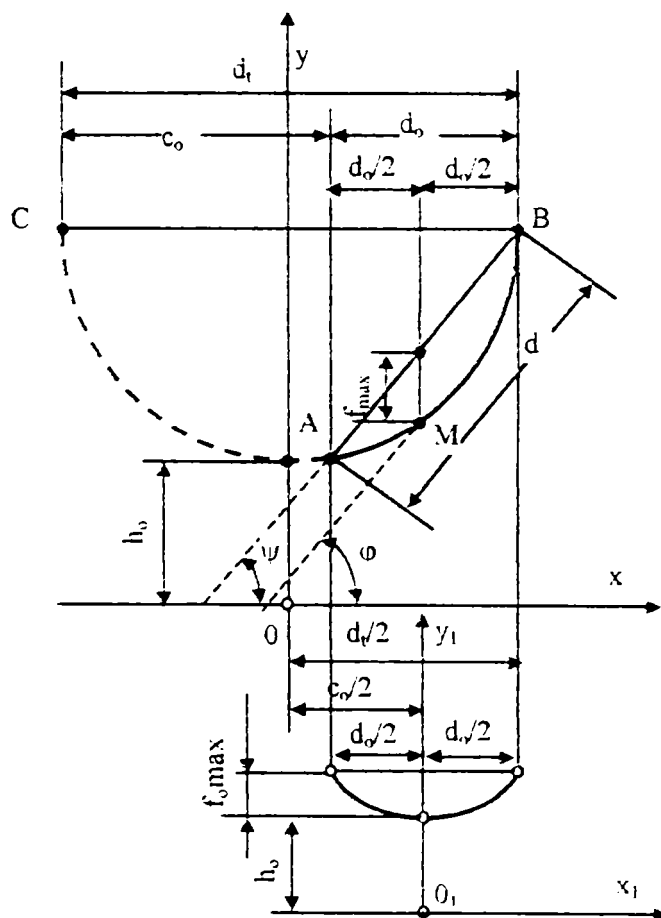


Fig. 4.8. Stabilirea relației dintre săgețile  $f'$  și  $f_a$  unui conductor cu puncte de susținere denivelate, respectiv la același nivel, având același parametru  $h_o$ .

În relația (4.48)  $2h_o \operatorname{sh}^2 \frac{d_o}{4h_o} = f_{o,\max}$ ,

este săgeata maximă a unui conductor cu punctele de susținere la același nivel și cu deschiderea  $d_o$ , iar termenul

$\operatorname{ch} \frac{c_o}{2h_o}$  reprezintă tangenta

trigonometrică a unghiului dintre tangenta geometrică și axa  $Ox$  în

punctul M. În fig. 4.8 se vede că punctul M se găsește față de sistemul

de axe  $xOy$ , la care este raportată curba conductorului denivelat, la distanța

$$\frac{d_t}{2} - \frac{d_o}{2} = \frac{c_o}{2}.$$

Față de acest sistem de axe, forma geometrică a conductorului

corespunde ecuației lăntișorului, adică

$$y = h_0 \operatorname{ch} \frac{x}{h_0}, \text{ iar derivata în punctul } M \text{ are valoarea } y' = \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{sh} \frac{c_0}{2h_0}.$$

Din

$$\begin{aligned} \frac{l}{\cos \varphi} &= \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \sqrt{1 + \operatorname{sh}^2 \frac{c_0}{2h_0}} = \\ &= \operatorname{ch} \frac{c_0}{2h_0} \end{aligned} \quad (4.49)$$

de unde rezultă :

$$f'_{\max} = f_{0\max} \operatorname{ch} \frac{c_0}{2h_0} = \frac{f_{0\max}}{\cos \varphi} \quad (4.50)$$

Dacă se aproximează că tangenta din punctul M este paralelă cu dreapta AB care unește punctele de suspensie denivelate atunci unghiurile acestora față de axa Ox vor fi aproximativ egale, adică  $\varphi \cong \psi$  se poate scrie :

$$f'_{\max} = \frac{f_{0\max}}{\cos \varphi} \cong \frac{f_{0\max}}{\cos \psi} \quad (4.50.a)$$

Dacă se aproximează conductorul cu puntele de suspensie la același nivel cu o parabolă, atunci

$$f'_{\max} = \frac{d_0^2}{8\sigma_0} \cdot \frac{\gamma_t}{\cos \psi} = \frac{d^2 \gamma_t}{8\sigma_m} \quad (4.50.b)$$

$$\text{în care } \sigma_m = \frac{\sigma_0}{\cos \psi}$$

Pentru deschideri mari de 400m sau în cazul când dreapta punctelor de suspensie face cu orizontala un unghi mai mare de 30° se va folosi în calcule formula exactă, adică (4.33).

#### 4.4.3. Calculul lungimii conductorului în funcție de săgeată

Lungimea conductorului întins între două puncte fixe A și B (v. fig. 4.7) este

$$L = \int_{x_A}^{x_B} \sqrt{1 + y'^2} dx$$

Cu relațiile (4.11), (4.12) și (4.14) se obține

$$L = h_0 \left( \operatorname{sh} \frac{x_B}{h_0} - \operatorname{sh} \frac{x_A}{h_0} \right) = 2h_0 \operatorname{ch} \frac{c_0}{2h_0} \cdot \operatorname{sh} \frac{d_0}{2h_0} \quad (4.51.a)$$

Pentru puncte de suspensie la același nivel ( $L_o = 0$ ) se obține

$$L_o = 2h_o \cdot \text{sh} \frac{d_o}{2h_o} \quad (4.51.b)$$

Făcând raportul dintre lungimea și săgeata maximă a aceluiași conductor se obține :

$$\frac{L_o}{f_{\max}} = 2 \text{cth} \frac{d_o}{4h_o} \Rightarrow L_o = 2f_{\max} \cdot \text{cth} \frac{d_o}{4h_o}, \quad (4.52.a)$$

sau dezvoltând în serie (4.51.b), luând primii doi termeni și ținând cont că  $h_o = \frac{\sigma_o}{\gamma_t}$  și relația

(4.36), se obține

$$L_o = d_o + \frac{8}{3} \cdot \frac{f_{\max}^2}{d_o} \quad (4.52.b)$$

#### 4.4.4. Determinarea tensiunii într-un punct oarecare al conductorului

Se consideră curba conductorului considerat fir flexibil și inextensibil dată de ecuația (4.14) a lăntișorului (fig.4.9).

Tensiunea normală într-un punct oarecare  $K$ ,  $\sigma_K$  se obține în funcție de tensiunea normală  $\sigma_o$  în punctul cel mai de jos al conductorului cu relația

$$\sigma_K = \frac{\sigma_o}{\cos \varphi_K} \quad (4.53)$$

În cazul lăntișorului, în mod asemănător relației (4.49) se poate scrie :

$$\frac{1}{\cos \varphi_K} = \text{ch} \frac{x_K}{h_o} \quad (4.54)$$

Din (4.53) și (4.54) rezultă expresia

$$\sigma_K = \sigma_o \text{ch} \frac{x_K}{h_o} \quad (4.55)$$

Divizând relația (4.55) relația (4.14) se obține :

$$\frac{\sigma_K}{y_K} = \frac{\sigma_o}{h_o} \quad (4.56.a)$$

Înlocuind în (4.56.a) valoarea  $h_o = \frac{\sigma_o}{\gamma_t}$  se obține

$$\sigma_K = \gamma_t \cdot y_K \quad (4.56.b)$$

Ordonata  $y_K$  se măsoară de la originea axelor de coordonate la care se referă ecuația lăntișorului (v.fig. 4.9).

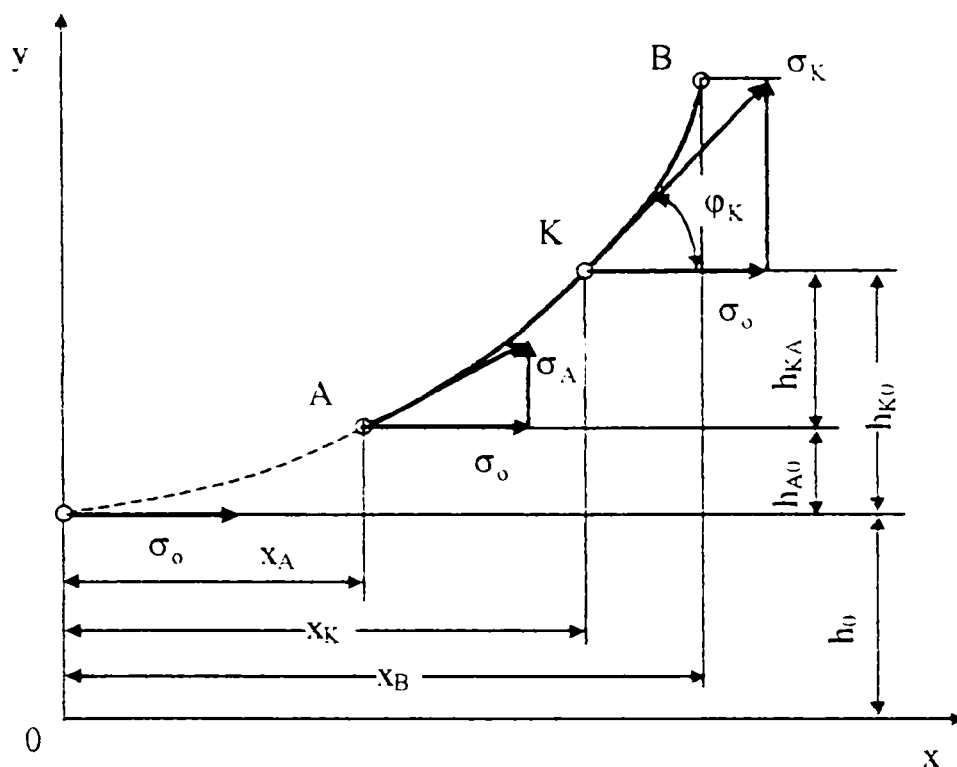


Fig. 4.9. Variația tensiunii normale  $\sigma$  într-un conductor considerat fir flexibil și neextensibil

Dacă în relația (4.56.a) se înlocuiește  $y_K = h_0 + h_{K0}$  (v.fig. 4.9) se obține

$$\sigma_K = \sigma_0 + \gamma_t h_{K0} \quad (4.57)$$

unde  $h_{K0}$  este ordonata punctului K, raportată la un sistem de axe ortogonale cu originea în punctul de tangentă nulă al curbei.

Pentru un punct oarecare N, se scrie

$$\sigma_N = \sigma_0 + \gamma_t h_{N0} \quad (4.58)$$

Scăzând relația (4.58) din (4.57) se obține

$$\sigma_K = \sigma_N + \gamma_t (h_{K0} - h_{N0}) = \sigma_N + \gamma_t h_{KN} \quad (4.59)$$

Tensiunea normală într-un punct oarecare K al conductorului este egală cu tensiunea normală  $\sigma_N$ , presupusă cunoscută într-un punct N, însumată cu distanța pe verticală dintre cele două puncte luată cu semn algebric și multiplicată cu densitatea de sarcină volumetrică  $\gamma_t$ . Din relația (4.59) se vede că tensiunea maximă în conductor corespunde punctului cel mai înalt de suspenție.

În funcție de tensiunea normală maximă din conductor  $\sigma_B$ , tensiunea normală de calcul  $\sigma_0$  trebuie determinată din relația

$$\sigma_B = \sigma_M + \gamma_t \left( \frac{H}{2} + f'_{\max} \right) = \frac{\sigma_o}{\cos \psi} + \gamma_t \left( \frac{H}{2} + \frac{d_o^2 \gamma_t}{8 \sigma_o \cos \psi} \right), \quad (4.60)$$

în care :  $\sigma_M$  este tensiunea normală la mijlocul deschiderii  $d_o$ ; iar  $\psi$  este unghiul dintre segmentul AB și axa x.

Tensiunea normală de calcul  $d_o$  se determină din relația (4.60), care se poate scrie sub forma

$$\sigma_o^2 + \sigma_o (0,5H\gamma_t - \sigma_B) \cos \psi + \frac{1}{8} d_o^2 \gamma_t^2 = 0,$$

de unde, alegându-se pentru  $d_o$  valoarea cea mai mare care conduce la o săgeată minimă, se obține

$$\sigma_o = \frac{(\sigma_B - 0,5H\gamma_t) \cos \psi + \sqrt{(\sigma_B - 0,5H\gamma_t)^2 \cos^2 \psi - 0,5d_o^2 \gamma_t^2}}{2} \quad (4.61.a)$$

Pentru valori mici ale raportului  $\frac{H}{d_o}$ , dezvoltându-se în serie  $\frac{1}{\cos \psi}$  se poate scrie :

$$\sigma_o = \frac{\sigma_B - 0,5H\gamma_t + \sqrt{(\sigma_B - 0,5H\gamma_t)^2 - 0,5d_o^2 \gamma_t^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{H}{d_o} \right)^2 \right]^2}}{2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{H}{d_o} \right)^2 \right]} \quad (4.61.b)$$

Pentru conductoare cu punctele de suspensie la același nivel ( $H = 0$ ) relația (4.61.a) se reduce la forma

$$\sigma_o = \frac{\sigma_B + \sqrt{\sigma_B^2 - 0,5\gamma_t^2 d_o^2}}{2} \quad (4.61.c)$$

Se remarcă faptul că la o tensiune  $\sigma_B$  dată, tensiunea  $\sigma_o$  are valoarea reală numai pentru valori reale pozitive ale discriminantului. Cu această condiție din relația (4.61.c) se poate obține valoarea deschiderii maxime :

$$d_o = \sqrt{2} \frac{\sigma_B}{\gamma_t} \quad (4.62)$$

În paragraful 4.3.1 s-a arătat că pentru calculul săgeților este suficient să se considere conductorul ca un fir flexibil și inextensibil aproximat în anumite cazuri cu o parabolă, sau pentru calcule mai precise ca un lăntișor suspendat și solicitat la întindere. Deasemenea s-a considerat conductorul liber de sarcini exterioare sau uniform încărcat având un modul de elasticitate echivalent  $E$  dat (pentru conductoare bimetalice).

Relațiile obținute trebuie corectate însă datorită influenței a mai mulți factori cum ar fi:

- influența eforturilor de încovoiere în cazul conductorilor foarte lungi și secțiune transversală mare ;
- influența lanțurilor izolatoare și a izolatoarelor;
- încărcare neuniformă datorită condițiilor atmosferice (depuneri de gheață neuniforme, variații mari de temperatură);
- erori în calculul săgeților și tensiunilor datorate variației neliniare a modului de elasticitate în domeniul plastic;
- influența fenomenului de fluaj.

#### 4.5. Coeficienți de siguranță pentru construcția liniilor electrice aeriene realizate din diferite tipuri de conductoare

Aspectele tehnico-economice sub care pot fi comparate conductoarele între ele sunt: conductivitatea electrică; greutatea specifică raportată la conductivitate, respectiv greutatea pe unitatea de lungime a conductorului pentru o rezistență electrică dată; rezistența la rupere; rezistența statică de durată; rezistența de durată la vibrații; duritatea suprafeței conductorului; lungimea absolută și specifică a conductorului; influența variațiilor de temperatură asupra caracteristicilor mecanice ale conductorului; conductibilitatea termică, respectiv posibilitatea de răcire a conductorului în mediul ambiant; stabilitatea termică, respectiv capacitatea conductorului de a suporta pentru scurtă durată, curenți mari de scurtcircuit; efectele feromagnetice care pot mări inductanța internă și rezistența electrică a conductorului; rezistența la coroziune; costul conductoarelor. În afară de caracteristicile menționate mai trebuie avut în vedere și gradul de siguranță în exploatare a conductoarelor, care poate fi considerat, fie ca raportul dintre rezistența la rupere și rezistența admisibilă, adică  $C_n = \sigma_r / \sigma_a$ , fie ca raportul dintre sarcina exterioară de rupere și sarcina exterioară corespunzătoare limitei de elasticitate :

$$C_e = \frac{g_r - g_p}{g_a - g_p} = \frac{\gamma_r - \gamma_p}{\gamma_a - \gamma_p} \quad (4.63)$$

în care :  $g_r$  este sarcina de rupere a conductorului în N/m

$g_a$  – sarcina specifică admisibilă de calcul conform normelor

$g_p$  – sarcina provenită din greutatea proprie a conductorului



$\gamma_r, \gamma_a, \gamma_p$  - greutatea specifică corespunzătoare sarcinilor menționate în  $N/m \cdot mm^2$ .

În general prescripțiile pentru proiectarea liniilor electrice aeriene prevăd drept *coeficient de siguranță nominal*, raportul între rezistența la rupere și rezistența admisibilă în punctul cel mai de jos al conductorului.

$$C_n = \frac{\sigma_r}{\sigma_a} \quad (4.64)$$

Valoarea acestui coeficient este prevăzută în normative pentru diferite ipoteze de solicitare fie direct, fie ca procente din rezistența la rupere.

Coeficientul  $C_n$ , deși comod în calcule, nu reprezintă coeficientul real de siguranță al conductorului în funcție de material, deoarece nu ține seama de lungirea specifică. Lungirea specifică a materialului în domeniul elastic și plastic mărește săgeata conductorului, ceea ce conduce la o relaxare a tensiunilor. Din această cauză raportul dintre sarcinile de rupere și cele admisibile de calcul care determină coeficientul  $C_e$ , numit *coeficient de siguranță în exploatare*, este mai mare decât cel nominal  $C_n$ . Greutatea specifică a conductorului fiind mică în raport cu sarcina totală pe conductor, în proiectare se folosește coeficientul

$$C'_e = \frac{g_r}{g_a} \quad (4.65)$$

care se determină pornindu-se de la ecuația de stare în care temperatura  $t_r$  la care are loc ruperea este egală cu temperatura  $t_a$  la care se consideră suprasarcina admisibilă. În afara de aceasta, ruperea având loc în domeniul plastic lungirea specifică totală  $\varepsilon_t$  va fi suma lungirii specifice elastice  $\varepsilon$  și a celei plastice  $\varepsilon_p$ , adică  $\varepsilon_t = \varepsilon + \varepsilon_p$ .

Cu observațiile de mai sus se obține :

$$C'_e = \frac{\gamma_r}{\gamma_a} = \frac{\sigma_r}{\sigma_a} \sqrt{1 + \frac{24\varepsilon_t}{d_o^2} \left( \frac{\sigma_a}{\gamma_a} \right)^2} \quad (4.66)$$

sau

$$C'_e = C_n \sqrt{1 + \frac{24\varepsilon_t}{d_o^2} \left( \frac{\sigma_a}{\gamma_a} \right)^2} \quad (4.67)$$

în care :  $d_o$  este deschiderea dintre suporturi ;

$\gamma_r$  este sarcina specifică de rupere a conductorului ;

$\gamma_a$  - sarcina specifică admisibilă conform normelor;

$\sigma_r$  - tensiunea normală de rupere ;

$\sigma_a$  - tensiunea normală admisibilă conform normelor

$\varepsilon_t$  - lungirea specifică totală a materialului

Dezvoltând în serie relația (4.67), se obține

$$\text{a) pentru } \frac{24\varepsilon_t}{d_o^2} \left( \frac{\sigma_a}{\gamma_a} \right)^2 < 1 \text{ avem } C'_e = C_n \left[ 1 + 12 \frac{\varepsilon_t}{d_o^2} \left( \frac{\sigma_a}{\gamma_a} \right)^2 \right] \quad (4.68)$$

sau

$$\text{b) pentru } \frac{24\varepsilon_t}{d_o^2} \left( \frac{\sigma_a}{\gamma_a} \right)^2 > 1 \text{ avem } C'_e = C_n \left( \frac{\sqrt{24\varepsilon_t}}{d_o} \cdot \frac{\sigma_a}{\gamma_a} + \frac{1}{2\sqrt{24\varepsilon_t}} \cdot \frac{\gamma_a}{\sigma_a} \cdot d_o \right) \quad (4.69)$$

Se vede că pentru deschideri mari (cazul a), coeficientul de siguranță în exploatare,  $C'_e$  tinde către  $C_n$ , iar pentru deschideri mici (cazul b)  $C'_e$  crește cu micșorarea deschiderii.

În general însă, indiferent de deschiderea  $d_o$ ,  $C'_e$  este mai mare decât  $C_n$  și depinde de lungirea specifică a materialului. Mărirea coeficientului  $C_n$  atrage după sine creșterea coeficientului  $C'_e$ . Compararea între conductoarele fabricate din materiale diferite se face luând ca bază conductorul de cupru cu conductivitate și rezistența mecanică mare, dar care este scump și deficitar. Din această cauză la construcția liniilor electrice se folosește aluminiul, fie singur, fie în combinație cu oțelul.

Deși aluminiul are conductivitate electrică mai redusă decât cuprul, deci necesită folosirea unor secțiuni mai mari, având greutatea specifică mai redusă, este avantajoasă utilizarea lui. Între două conductoare echivalente electric cel de aluminiu are greutatea mai mică aproximativ cu 40%.

Conductoarele de aluminiu au rezistența admisibilă  $\sigma_a$  mai redusă și stabilitate termică mai slabă. Din această cauză se folosesc la realizarea liniilor electrice mai puțin importante, iar la linii mai importante se folosesc aliaje ale aluminiului cum ar fi Al-Mg-Si (în cazul depunerilor însemnate de gheață) sau conductori bimetalici (aluminiu – oțel). Cu ajutorul coeficientului de siguranță de exploatare se poate calcula raportul optim între secțiunile de aluminiu și oțel. Raporturile uzuale sunt 6/1 și 4/1.

## 4.6. Calculul de rezistență al cablurilor și conductoarelor fără inimă

### 4.6.1. Geometria cablului fără inimă

Începem prin a descrie geometria unui cablu cu înfășurare simplă, fără inimă.

Pentru cablu din fig. 4.10 vom nota cu :

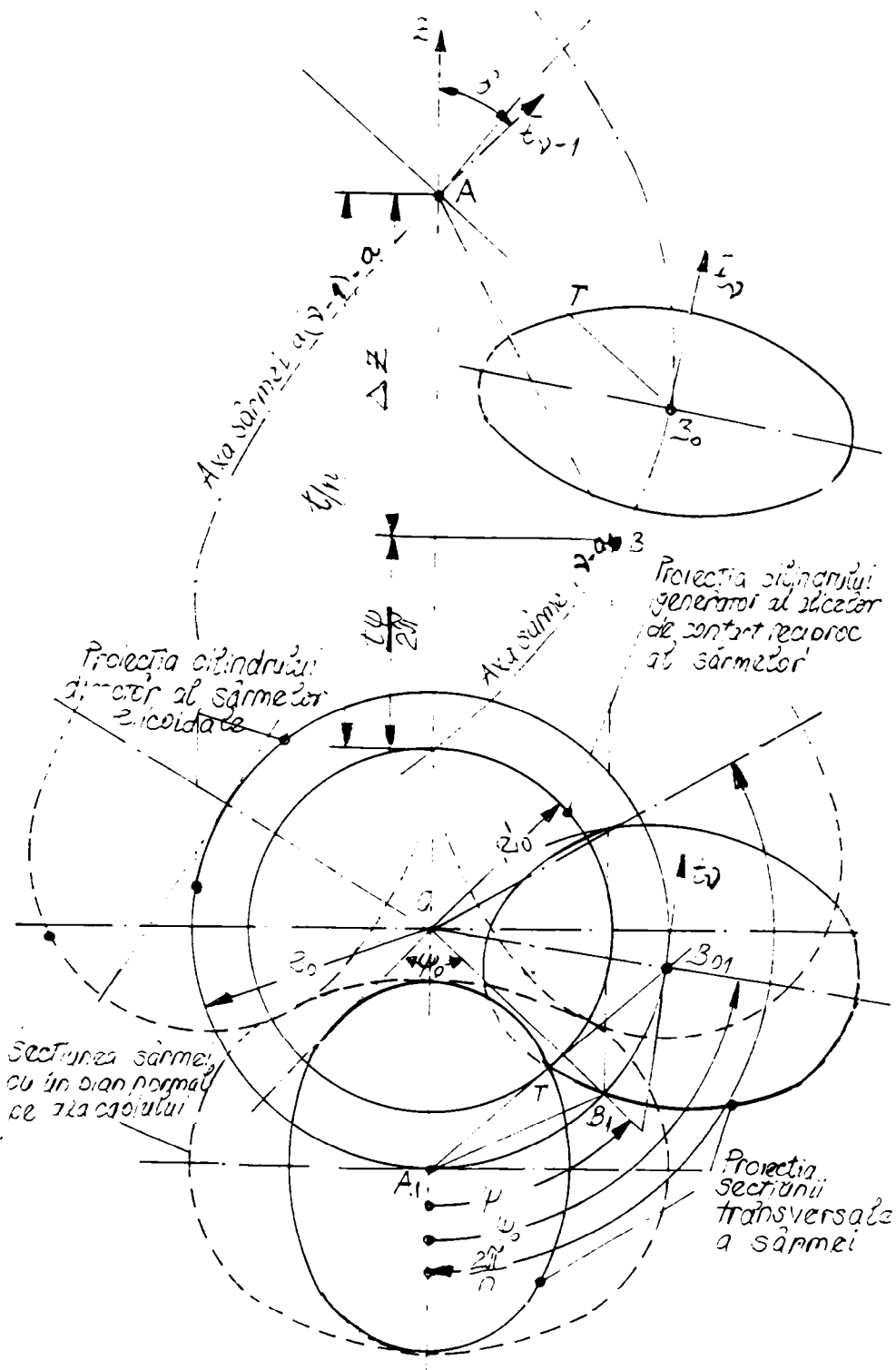


Fig. 4.10. Elementele geometrice a unui cablu fără inimă

$R_c$  - raza cilindrii director al axei sârmei elicoidale ;

$\delta$  - unghiul de cablare, adică unghiul format de desfășurata axei sârmei elicoidale cu axa  $z$  a cablului (este complementul unghiului de pantă  $\alpha$  al axei sârmei elicoidale);

$t$  - pasul axei sârmei elicoidale (pasul cablării)

Deoarece fig. 4.10 nu sugerează destul de clar forma elicoidală în spațiu ale unei sârme despletită din conductor, în figura 4.10.a și b s-au prezentat fotografiile unei sârme izolate din conductor (fig. 4.10.a), respectiv ale unei sârme vopsite și făcând parte din conductor (fig. 4.10.b). Se vede și în aceste fotografii că doar sârma făcând parte din conductorul în ansamblu sugerează mai clar poziția spiralată în spațiu al acesteia.

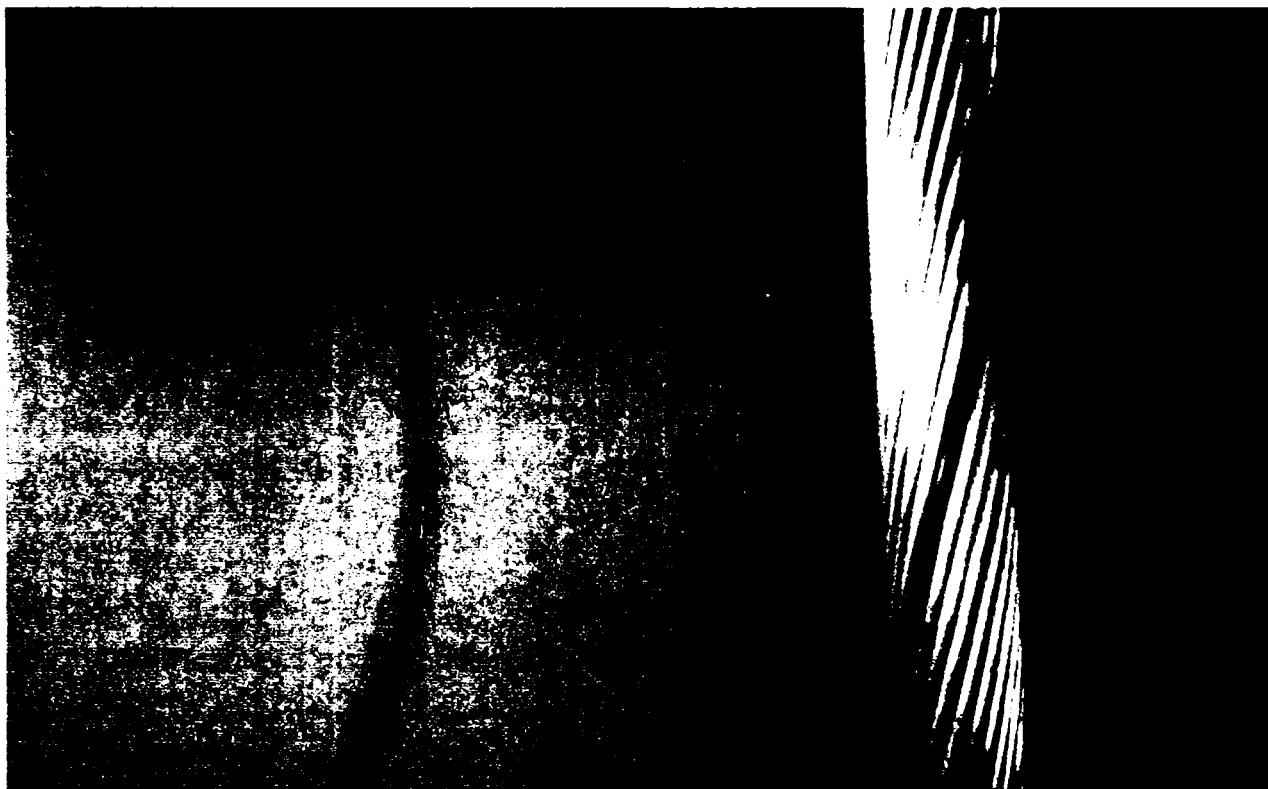


Fig. 4.10.a. Sârmă despletită din ansamblul conductorului

Fig. 4.10.b. Sârmă făcând parte din ansamblul conductorului

Raza  $R_o$  se poate determina pe baza celei mai scurte distanțe dintre axele a două sârme vecine în contact, egală cu diametrul  $d$  al sârmei.

Distanța  $(AB)$  dintre două puncte  $A$  și  $B$  luate arbitrar pe axele a două sârme vecine ale căror raze polare fac între ele în plan unghiul  $\psi$ , este

$$(AB) = \sqrt{(\Delta z)^2 + \left(2R_o \sin \frac{\psi}{2}\right)^2} \quad (4.70)$$

$(AB)$  fiind exprimată în funcție de proiecțiile sale pe axa verticală  $\Delta z$  și pe planul orizontal,

$$(A_1B_1) = 2R_o \sin \frac{\psi}{2}, \text{ iar} \\ \Delta z = \frac{t}{n} - \frac{t\psi}{2\pi} = \frac{t}{2\pi} \left( \frac{2\pi}{n} - \psi \right), \quad (4.71)$$

în care  $n$  este numărul de sârme din care este format cablul.

După cum s-a mai arătat :

$$(AB)_{\min} = d \tag{4.72}$$

Ținând seama de acest fapt, vom determina unghiul polar  $\psi_0$ , care corespunde punctului  $B_0$  de pe axa sârmei a  $v$ -a, cel mai apropiat de punctul A aflat pe axa sârmei a  $(v-1)$ -a,  $v$  fiind numărul de ordine al sârmelor. Folosim condițiile :

$$\left. \frac{\partial(AB)}{\partial \psi} \right|_{\psi=\psi_0} = 0 ; \tag{4.73.a}$$

iar :

$$\left. \frac{\partial^2(AB)}{\partial \psi^2} \right|_{\psi=\psi_0} > 0 \tag{4.73.b}$$

Din condiția (4.73.a) rezultă :

$$2R_0^2 \sin \varphi_0 + \frac{t^2}{2\pi^2} \varphi_0 = \frac{t^2}{\pi n},$$

de unde, ținând seama că pentru elice  $2\pi R_0 = t \operatorname{tg} \delta$ , obținem :

$$\psi_0 + \operatorname{tg}^2 \delta \sin \psi_0 = \frac{2\pi}{n}, \tag{4.74}$$

a cărei rădăcină este  $\psi_0$ .

Inegalitatea (5.73.b) este și ea satisfăcută.

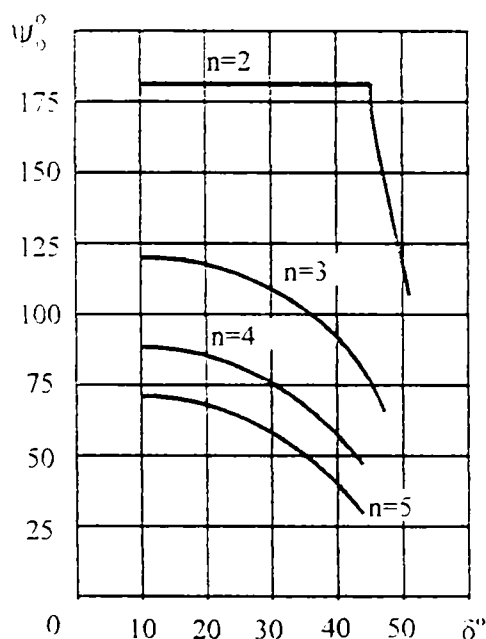


Fig. 4.11 Variația unghiului  $\psi_0$ , în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$ .

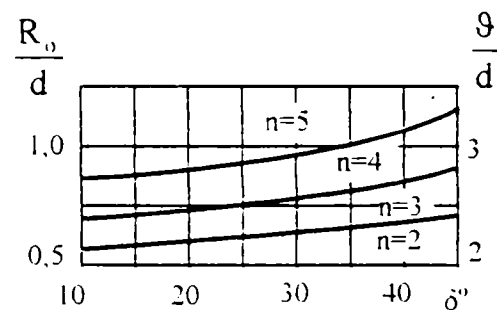


Fig. 4.12. Variația rapoartelor  $R_0/d$  și  $\theta/d$  în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$ .

Variația unghiului  $\psi_0$  în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$  este reprezentată în fig. 4.11.

Cu aceasta se poate determina raza cilindrului director al axei elicei  $R_0$ .

Din relațiile (4.70) și (4.72) obținem :

$$d^2 = (\Delta z_0)^2 + \left( 2R_0 \sin \frac{\psi_0}{2} \right)^2$$

Din relațiile (4.71) și (4.74)

$$\Delta z_0 = \frac{t}{2\pi} \left( \frac{2\pi}{n} - \psi_0 \right) = \frac{t}{2\pi} \operatorname{tg}^2 \delta \sin \psi_0 = R_0 \operatorname{tg} \delta \sin \psi_0, \quad (4.71.a)$$

de unde rezultă :

$$R_0 = \frac{d}{\sqrt{4 \sin^2 \frac{\psi_0}{2} + \operatorname{tg}^2 \delta \sin^2 \psi_0}} = \frac{d}{2 \sin \frac{\psi_0}{2} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta \cos^2 \frac{\psi_0}{2}}} \quad (4.75)$$

Relațiile (4.74) și (4.75) ne permit determinarea razei cilindrului generator  $R_0$ , când se cunoaște diametrul  $d$  al sârmelor, numărul de sârme  $n$  și unghiul de cablare  $\delta$ .

În fig. 4.12 sunt reprezentate grafic variația rapoartelor  $R_0/d$  și  $\theta/d$ , ( $\theta$  fiind diametrul exterior al cablului) care definesc dimensiunile cablului în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$ .

Între lungimea sârmei elicoidale  $L$  și lungimea cablului  $\ell$ , conform fig. 4.13 există relația :

$$L = \frac{\ell}{\cos \delta}, \quad (4.76)$$

iar

$$R_0 \varphi = L \sin \delta \quad (4.77)$$

sau

$$R_0^2 \varphi^2 = L^2 - \ell^2 \quad (4.78)$$

în care  $\varphi$  este unghiul pe care îl parcurg sârmele de lungime  $L$  în jurul axei cablului.

Pasul  $t$  al axei sârmei este :

$$t = 2\pi \frac{\ell}{\varphi} = 2\pi \frac{\ell}{L \sin \delta} R_0 \quad (4.79)$$

Vom studia variația unghiului  $\varphi$  în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  pentru o sârmă de lungime  $L$ .

Din relația (4.77) rezultă :

$$\varphi = \frac{L \sin \delta}{d \left( \frac{R_o}{d} \right)} \quad (4.77.a)$$

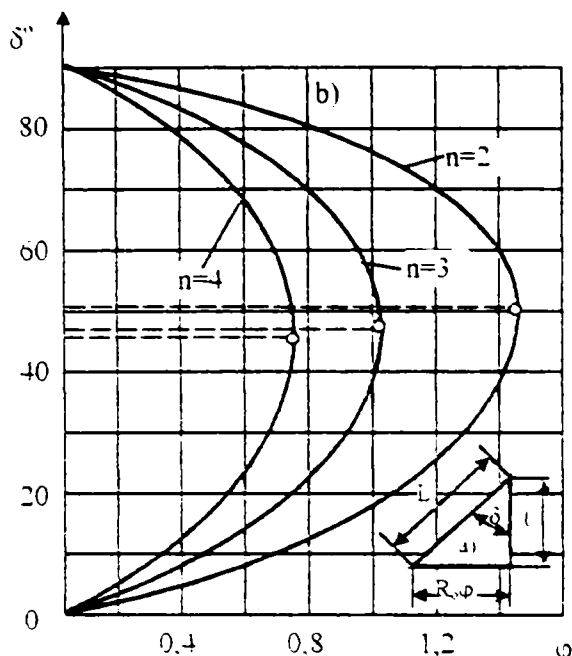


Fig. 4.13. Determinarea unghiului critic de cablare  
 a- desfășurata axei sârmei  
 b- reprezentarea grafică a relației dintre unghiul de cablare  $\delta$  și unghiul polar  $\varphi$  în funcție de numărul de spire  $n$  pentru  $L/d=1$

Relația dintre  $\varphi$  și  $\delta$  în funcție de numărul de spire  $n$  pentru  $L/d=1$ , este reprezentată în fig. 4.13.

Când unghiul de cablare  $\delta$  atinge valoarea  $\delta_{cr}$  unghiul  $\varphi$  atinge valoarea maximă. Pentru unghiul de cablare  $\delta_{cr}$  sârmele se întepenesc și lucrează ca și cum ar fi absolut rigide.

Vom determina unghiul de cablare  $\delta_{cr}$ , care reprezintă valoarea limită pentru cabluri.

Din relațiile (4.77.a) , (4.75) și (4.74) obținem :

$$\varphi^2 = \left( \frac{L}{d} \right)^2 \left( 4 \sin^2 \frac{\psi_o}{2} + \text{tg}^2 \delta \sin^2 \psi_o \right) \sin^2 \delta = \left( \frac{L}{d} \right)^2 \left[ 4 \sin^2 \frac{\psi_o}{2} + \text{ctg}^2 \delta \left( \frac{2\pi}{n} - \psi_o \right) \right] \sin^2 \delta$$

Din condiția  $\frac{d(\varphi^2)}{d\delta} = 0$  se obține :

iar relația (4.74) devine :

$$\text{ctg}^2 \delta_{cr} = \cos \frac{1}{2} (\psi_o)_{cr}, \quad (4.80)$$

$$(\psi_o)_{cr} + 2 \sin \left( \frac{\psi_o}{2} \right)_{cr} = \frac{2\pi}{n} \quad (4.74.a)$$

Cu relațiile (4.74.a) și (4.80) se obțin pentru  $n = 2,3$  și  $4$  unghiurile  $\delta_{cr} = 50,6^\circ$ ,  $47,133^\circ$  și  $46,2^\circ$ .

Din punct de vedere constructiv este necesar ca diametrul exterior  $\theta$  al cablului să fie cât mai mic.

O mărime de cablu foarte importantă este  $u = \frac{\theta}{d}$ , numită indicele cablului și care caracterizează gabaritul acestuia.

În fig. 4.12 sunt reprezentate valorile indicelui  $u$  în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$ .

Un criteriu important pentru alegerea unghiului de cablare este raportul dintre raza de curbură  $\rho$  a axei sârmei și diametrul ei  $d$ :

$$C = \frac{\rho}{d} = \frac{R_0}{d \sin^2 \delta}$$

Dacă unghiul de cablare  $\delta$  crește, raportul  $C$  scade.

După cum se știe de la bare curbe, o curbură mai mare duce la creșterea tensiunilor în fibrele interioare ale barei, în cazul încărcării acesteia. Din acest motiv unghiul de cablare nu depășește în general  $30^\circ$ .

Vom determina în continuare poziția punctelor de contact  $T'$  și  $T''$  cu sârmele vecine în secțiunea transversală a unei sârme (fig. 4.14)

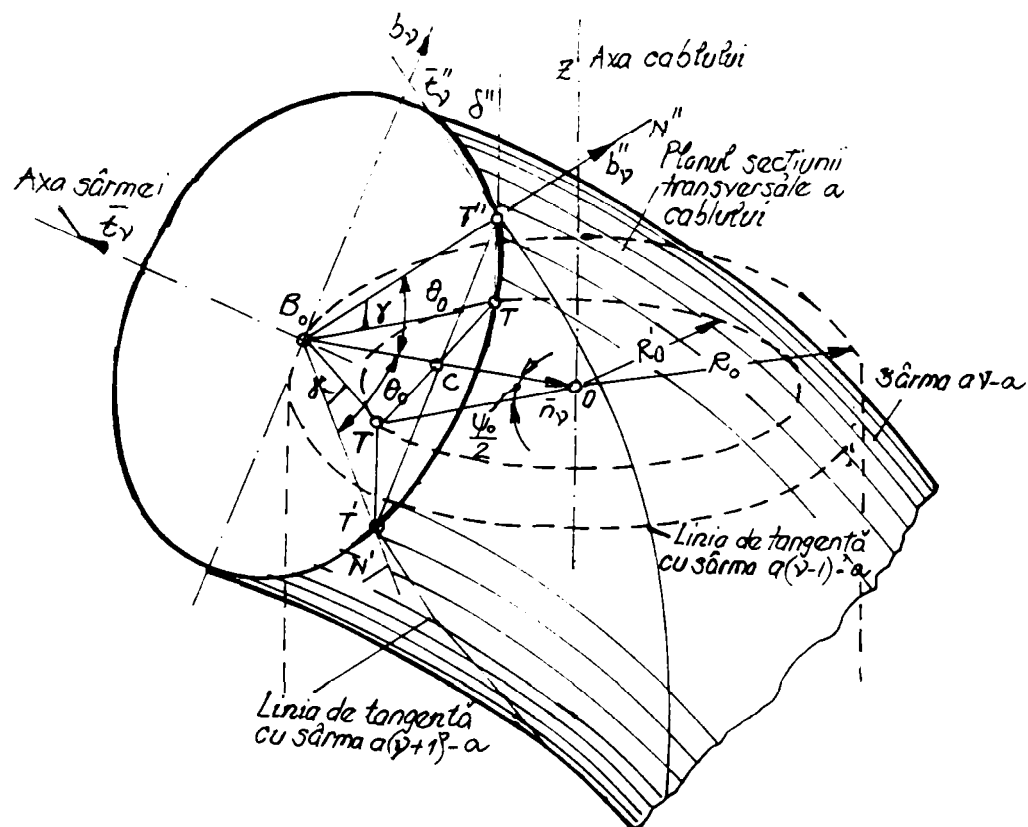


Fig. 4.14. Determinarea liniei de contact între sârmele cablului



Proiecția T a punctelor de contact, pe un plan normal pe axa cablului se află la distanța  $(OT) = R'_o$  față de axa cablului, dată de relația :

$$R'_o = R_o \cos \frac{\psi_o}{2} \quad (4.81)$$

Determinarea unghiului  $\theta_o$  dintre raza  $r = (B_o T'')$  și normala  $n_o$  este importantă deoarece direcția segmentului  $B_o T''$  coincide cu direcția normalei  $n''$  pe suprafața sârmei în punctul de tangență a sârmelor  $T''$

Din unghiul  $OTB_o$  rezultă :

$$(OT) \cos \frac{\psi_o}{2} = (OC) - (OB_o) - (B_o C) = (OB_o) - (B_o T'') \cos \theta_o,$$

adică :

$$R'_o \cos \frac{\psi_o}{2} = R_o - r \cos \theta_o$$

sau, ținând cont de relația (4.81), obținem :

$$\cos \theta_o = \frac{R \sin^2 \frac{\psi_o}{2}}{r} \quad (4.82)$$

Din fig. 4.14 mai obținem :

$$\sin \theta_o = \frac{(CT'')}{(B_o T'')} - \frac{(CT)}{r \cos \delta},$$

dar

$$(CT) = R'_o \sin \frac{\psi_o}{2}$$

deci

$$\sin \theta_o = \frac{R'_o \sin \frac{\psi_o}{2}}{r \cos \delta} = \frac{R_o \sin \psi_o}{d \cos \delta} \quad (4.83)$$

Unghiul  $\gamma$  pe care îl face raza  $B_o T'$  sau  $B_o T''$  cu planul secțiunii transversale se poate obține ușor din triunghiul  $TB_o T'$  :

$$\cos \gamma = \frac{(B_o T)}{(B_o T')} = \frac{(OB_o) \sin \frac{\psi_o}{2}}{(B_o T')} = \frac{R_o \sin \frac{\psi_o}{2}}{r} = \frac{\cos \theta_o}{\sin \frac{\psi_o}{2}} \quad (4.84)$$

Liniile de contact dintre sârme sunt elice, având cilindrul director de rază  $R'_0$  și pasul egal cu pasul axei sârmei elicoidale  $t$ .

Dacă notăm  $\delta'$  unghiul desfășuratei elicei de contact cu axa cablului obținem:

$$\frac{1}{2\pi} = R'_0 \operatorname{ctg} \delta = R'_0 \operatorname{ctg} \delta' \quad (4.85)$$

și

$$\frac{t\varphi}{2\pi} = s \cos \delta = s' \cos \delta' = s'' \cos \delta' \quad (4.85.a)$$

unde  $s' = s''$  sunt lungimile liniilor de contact între secțiuni normale astfel încât lungimea axei sale să fie egală cu  $s$ .

Folosind relațiile (4.81) și (4.85) scriem relația (4.75) sub forma :

$$\frac{R'_0}{d} = \frac{1}{2 \sin \frac{\psi_0}{2} \sqrt{1 + \cos^2 \frac{\psi_0}{2} \operatorname{tg}^2 \delta}} = \frac{1}{2 \sin \frac{\psi_0}{2} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta'}} = \frac{\cos \delta'}{2 \sin \frac{\psi_0}{2}} \quad (4.86)$$

Cu aceasta relațiile (4.82), (4.83) și (4.84) se pot scrie sub forma :

$$\cos \theta_0 = \sin \frac{\psi_0}{2} \cos \delta'; \quad (4.82.a)$$

$$\sin \theta_0 = \frac{\sin \delta'}{\sin \delta} \quad (4.83.a)$$

$$\cos \gamma = \cos \delta' \quad (4.84.a)$$

de unde rezultă că  $\gamma = \delta'$ .

Aceasta ne arată că razele  $B_0 T'$  și  $B_0 T''$  sunt orientate după binormalele elicelor de contact ale sârmelor duse în punctele  $T'$  și  $T''$ . Prin urmare razele  $B_0 T'$  și  $B_0 T''$  sunt perpendiculare atât pe tangentele la secțiunea transversală circulară, cât și pe tangentele la elicele de contact reciproc al sârmelor în aceleași puncte  $T'$  și  $T''$ . Rezultă că aceste raze sunt orientate după normalele pe suprafața sârmei  $T'N'$  și  $T''N''$  în punctele  $T'$  și  $T''$ .

Pentru cablurile cu unghi de cablare critic sunt valabile relațiile :

$$\operatorname{ctg}^2 \delta_{cr} = \cos \frac{1}{2} (\psi_0)_{cr} = \left( \frac{R'_0}{R_0} \right)_{cr} = \operatorname{tg} \delta'_{cr} \operatorname{ctg} \delta_{cr},$$

adică

$$\operatorname{ctg} \delta_{cr} = \operatorname{tg} \delta'_{cr} \quad \text{sau} \quad \delta_{cr} + \delta'_{cr} = \frac{\pi}{2}$$

#### 4.6.2. Relațiile geometrice dintre variațiile mici ale principalelor parametri ai axei sârmei elicoidale

Dacă se iau pentru o sârmă elicoidală drept parametri principali lungimea  $l$  a axei cablului, lungimea  $L$  a sârmei și unghiul polar  $\varphi$ , cosinusul unghiului de cablare  $\cos\delta$  se determină cu relația (4.76), raza cilindrului director  $R_0$ , cu relația (4.78), pasul sârmei elicoidale  $t$  cu relația (4.79) etc.

Dând creșteri mici parametrilor  $l$ ,  $L$  și  $\varphi$  se pot exprima variațiile celorlalți parametri ai axei sârmei elicoidale în funcție de aceste creșteri.

Variația unghiului de cablare cu ajutorul variației cosinusului său se poate scrie pe baza relației (4.76) :

$$\Delta(\cos\delta) = -\sin\delta\Delta\delta = \frac{L\Delta l - l\Delta L}{L^2},$$

de unde :

$$\Delta\delta = \frac{\Delta L}{L} \operatorname{ctg}\delta - \frac{\Delta l}{L} \frac{1}{\sin\delta} \quad (4.87)$$

Cu relațiile (4.77) și (4.87) variația razei cilindrului director  $R_0$ , se poate scrie :

$$\Delta R_0 = \frac{R_0}{\sin^2\delta} \frac{\Delta L}{L} - \frac{R_0 \cos\delta}{\sin^2\delta} \frac{\Delta l}{L} - \frac{R_0^2}{\sin\delta} \frac{\Delta\varphi}{L} \quad (4.88)$$

Cu relația (4.79) variația pasului  $t$  este :

$$\Delta t = 2\pi \left( \frac{\varphi\Delta l - l\Delta\varphi}{\varphi^2} \right) = 2\pi \left( \frac{R_0}{\sin\delta} \frac{\Delta l}{L} - \frac{R_0^2}{\sin^2\delta} \frac{l}{L} \frac{\Delta\varphi}{L} \right) \quad (4.89)$$

Este util să se stabilească și relația :

$$\frac{t\Delta t}{(2\pi)^2} = \frac{R_0^2 \cos\delta}{\sin^2\delta} \frac{\Delta l}{L} - \frac{R_0^3 \cos^2\delta}{\sin^2\delta} \frac{\Delta\varphi}{L} \quad (4.90)$$

Pentru o sârmă elicoidală creșterile  $\Delta l$ ,  $\Delta L$  și  $\Delta\varphi$  pot fi exprimate ușor în funcție de eforturile din secțiunile transversale ale spirelor, iar relațiile obținute permit determinarea variațiilor mărimilor  $\Delta\delta$ ,  $\Delta R_0$ ,  $\Delta t$ , etc. în funcție de eforturi.

#### 4.6.3. Calculul arcurilor de compresiune confecționate din cabluri fără inimă.

1. Calculul arcurilor de compresiune până la apariția contactului strâns între sârme ;
2. Studiul problemei privind apariția contactului strâns între sârme;

### 3. Calculul arcurilor de compresiune după apariția contactului strâns între sârme.

#### 4.6.3.1. Calculul arcurilor de compresiune din cabluri până la apariția contactului strâns între sârme

În această etapă a încărcării în secțiunea transversală a fiecărei sârme apar eforturi care se reduc la un moment încovoietor  $M_{\beta}$  față de binormala axei sârmei și un moment de răsucire  $M_{\tau}$  :

$$M_{\beta} = -\frac{\partial \pi}{\partial n} \sin \delta = \frac{PD}{2n} \sin \delta ; \quad (4.91)$$

$$M_{\tau} = \frac{\partial \pi}{\partial n} \cos \delta = -\frac{PD}{2n} \cos \delta . \quad (4.92)$$

Pentru calculul săgeții arcului se folosește integrala lui Mohr.

Eforturile datorate forței unitare care comprimă arcul sunt :

$$M_{\beta 1} = \frac{1 \cdot D}{2n} \sin \delta ; \quad M_{\tau 1} = \frac{1 \cdot D}{2n} \cos \delta$$

În acest caz săgeata unui arc cu unghi de pantă mic ( $\alpha \approx 0$ ) este :

$$\lambda = n \int_0^L \frac{M_{\beta} M_{\beta 1}}{EI_b} ds + n \int_0^L \frac{M_{\tau} M_{\tau 1}}{GI_p} ds = \frac{PD^2 \ell}{4nGI_p \xi'} , \quad (4.93)$$

în care  $\ell$  este lungimea părții active a cablului (vezi relația (4.76)), iar coeficientul de rigiditate al cablului  $\xi'$ , în cazul funcționării independente a sârmelor, este :

$$\xi' = \frac{(1 + \mu) \cos \delta}{1 + \mu \cos^2 \delta} \quad (4.94)$$

Pentru un arc cu  $i$  spire active  $\ell \approx \pi Di$  și ținând seama că  $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$  se obține :

$$\lambda = \frac{8PD^3}{nGd^4 \xi'} . \quad (4.93.a)$$

Tensiunile care apar în secțiunile transversale ale sârmelor vor fi studiate în cele ce urmează.

#### 4.6.3.2. Calculul sârmelor din cablu după apariția contactului strâns

În cursul încărcării cablul se comportă diferit înainte și după apariția contactului strâns

între sârme. Din această cauză momentul total de răsucire  $\mathcal{M} = \frac{PD}{2}$  care răsucește cablul trebuie împărțit în două componente :

$$\mathcal{M}_k = P_k \frac{D}{2} \quad \text{și} \quad \mathcal{M} - \mathcal{M}_k = \mathcal{M}_s = (P - P_k) \frac{D}{2}$$

Momentul  $\mathcal{M}_k$  aduce sârmele în contact și le apasă una pe cealaltă. Aceasta dă naștere în secțiunile transversale ale sârmelor la un moment al eforturilor  $\bar{M}_k$ , care poate fi descompus într-un moment încovoietor :

$$M_{Bk} = \frac{\mathcal{M}_k}{n} \sin \delta \tag{4.91.a}$$

și un moment de răsucire

$$M_{T_k} = \frac{\mathcal{M}_k}{n} \cos \delta \tag{4.92.a}$$

După aceea cablul este încărcat cu un tot unitar cu un moment suplimentar  $\mathcal{M}_s$ , a cărui valoare determină deformația ulterioară a sârmelor, forțele de interacțiune dintre ele și eforturile suplimentare  $\bar{M}_s$  și  $\bar{P}_s$  care apar în secțiunile transversale ale fiecărei sârme.

În baza principiului suprapunerii efectelor eforturilor totale în secțiunile transversale

ale sârmelor se reduc la un moment  $\bar{M} = \bar{M}_k + \bar{M}_s$  și la o forță  $\bar{P}_s$ .

Pentru rezolvarea problemelor legate de aplicarea momentului suplimentar  $\mathcal{M}_s$ , secționăm fiecare sârmă din cablu cu plane perpendiculare pe axa sârmelor componente la o anumită valoare a lungimii sârmelor,  $s$ , care se măsoară de la secțiunea frontală.

Eforturile care trebuie determinate în secțiunile fiecărei sârme sunt forța rezultantă  $\bar{P}_{sv}$  și momentul resultant  $\bar{M}_{sv}$ ,  $v$  fiind numărul de ordine al sârmei (fig. 4.15)

Sârmele fiind echivalente, toate proiecțiile lor pe rezultante  $P_t$ ,  $P_n$  și  $P_b$  ale forței rezultante și  $M_t$ ,  $M_n$  și  $M_b$  ale momentului resultant pe direcția axelor de coordonate  $t_v$ ,  $n_v$  și  $b_v$  nu depind de numărul de

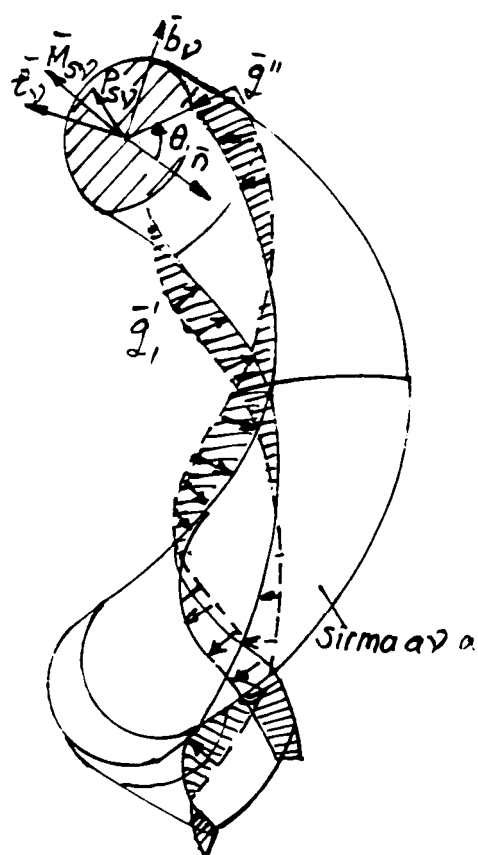


Fig. 4.15. Element de sârmă încărcat cu forțele de contact

ordine al sârmei  $v$  și nici de parametrul  $s$ , forțele de contact fiind repartizate uniform pe toată lungimea liniei de contact.

Separăm din sârmă cu numărul de ordine  $v$  prin două plane perpendiculare pe axa sârmei un element de lungime  $ds$  aplicăm eforturile secționale, cât și forțele de contact și scriem ecuația de echilibru al elementului (fig. 4.16), valabilă pentru oricare dintre sârme.

Vom considera că studiem prima sârmă. În acest caz intensitatea forței de interacțiune în lungul liniei de contact dintre prima și a doua sârmă este :

$$\bar{q}' = -q \cdot \bar{N}'$$

iar în lungul liniei de contact dintre prima și a  $n$ -a sârmă :

$$\bar{q}'' = -q \cdot \bar{N}''$$

$\bar{N}'$  și  $\bar{N}''$  sunt vectorii – unitate ai normalelor exterioare pe suprafața primei sârme în punctele de contact  $T'$  și  $T''$

Cercetările au arătat că forțele de frecare dintre sârme pot fi neglijate.

Din fig. 4.16 rezultă că  $\bar{N}' = -\bar{b}'$  și  $\bar{N}'' = +\bar{b}''$ , în care  $\bar{b}'$  și  $\bar{b}''$  sunt vectorii unitate ai binormalelor în punctele de contact dintre prima sârmă și cele vecine. În acest caz

$$\bar{q}' = q\bar{b}' \text{ și } \bar{q}'' = -q\bar{b}''.$$

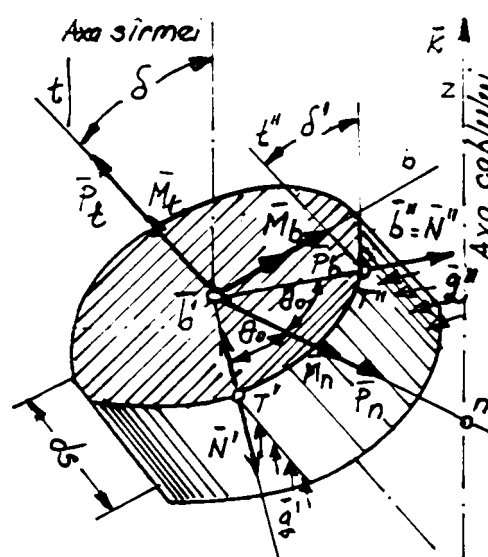


Fig. 4.16. Element de sârmă mărginit de două secțiuni înfinit vecine

Scriem ecuațiile de echilibru pentru elementul de sârmă considerat.

În fig. 4.17 am prezentat elementul de sârmă prin proiecțiile sale pe planurile  $xy$  și  $xz$ .

În proiecția pe planul  $xy$  axa elementului formează un arc pentru care

$$R_o \Delta\varphi = ds \sin \delta$$

Din ecuația proiecțiilor pe axa  $x$  rezultă că  $P_n = 0$ , iar din ecuația de momente față de axa  $x$  rezultă că  $M_n = 0$ .

Din proiecția tuturor forțelor pe axa  $y$  rezultă că :

$$-2P_t \sin \delta \sin \frac{\Delta\varphi}{2} + 2P_n \cos \delta \sin \frac{\Delta\varphi}{2} + 2q \cos \delta' \sin \frac{\psi_o}{2} \frac{R'_o \Delta\varphi}{\sin \delta'} = 0$$

de unde conform relației :

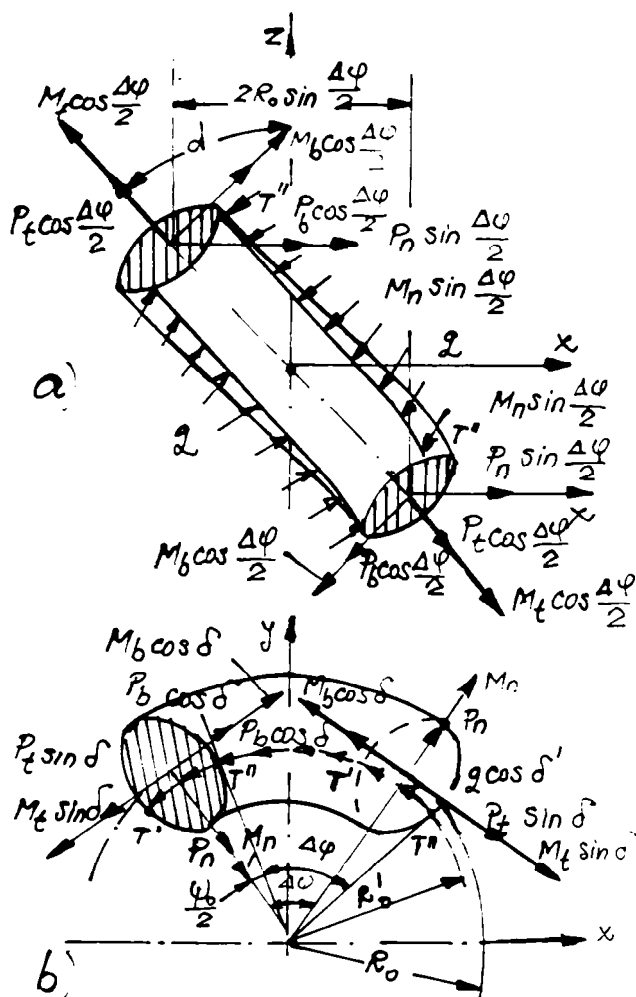


Fig. 4.17. Protecția unui element de sârmă  
 a) - pe un plan paralel cu axa z ;  
 b) - pe un plan perpendicular pe axa z

$$\frac{\text{tg} \varphi}{2\pi} = s \cos \delta = s' \cos \delta' = s'' \cos \delta'' ,$$

î. care  $\delta'$  reprezintă unghiul dintre desfășurata elicei de contact și axa cablului în punctele  $T'$  și  $T''$ , iar  $s' = s''$  sunt lungimile liniilor de contact pe suprafața elementului de sârmă cu lungimea a axei  $z$ , se obține :

$$\frac{\sin^2 \delta}{R_0} P_t - \frac{\sin \delta \cos \delta}{R_0} P_b = 2q \cos \delta \sin \frac{\psi_1}{2} \quad (4.95)$$

Suma momentelor față de axa  $y$  ale tuturor forțelor care acționează asupra elementului este :

$$-2M_t \sin \delta \sin \frac{\Delta \varphi}{2} + 2M_b \cos \delta \sin \frac{\Delta \varphi}{2} - P_b \cos \frac{\Delta \varphi}{2} \frac{R_0 \Delta \varphi}{2 \sin \delta} = 0 ,$$

de unde rezultă :

$$\frac{\sin^2 \delta}{R_0} M_t - \frac{\sin \delta \cos \delta}{R_0} M_b = P_b \quad (4.96)$$

Ecuatiile de echilibru (4.95) și (4.96) se mai pot obține folosind ecuațiile diferențiale ale curbelor strâmbe sub formă vectorială.

Considerăm un element de sârmă mărginit de două secțiuni transversale, de lungime  $d$ , (fig. 4.18)

Dacă se încarcă un cablu cu sârmele aflate în contact strâns cu un moment de răsucire suplimentar  $M_s$ , efectul acestuia se reduce în cele două secțiuni la câte o forță rezultantă  $\bar{P}_s f_1$  un moment resultant  $\bar{M}_s$  (pentru porțiunea de bară care conține originea arcelor  $s$ ).

Forța și momentul resultant din aceeași secțiune, dar aparținând porțiunii din bară care nu conține originea arcelor  $s$ , le notăm cu  $-\bar{P}_s$  și  $-\bar{M}_s$ .

În lungul elicelor de contact dintre sârme apar forțele de interacțiune

$$\bar{q}' = \bar{q}b' \text{ și } \bar{q}'' = -\bar{q}b'' ,$$





$$\frac{d\bar{P}_s}{ds} = [\bar{\omega}, \bar{P}_s]; \quad (4.101.a)$$

$$\frac{d\bar{M}_s}{ds} = [\bar{\omega}, \bar{M}_s] \quad (4.102.a)$$

Din fig. 4.18. se vede că diferența  $(\bar{b}'' - \bar{b}')$  din relația (4.99) are valoarea :

$$\bar{b}'' - \bar{b}' = 2\bar{n} \cos \theta_o, \quad (4.103)$$

în care  $\bar{n}$  este vectorul unitate al normalei pe axa sârmei elicoidale în secțiunea considerată,

iar  $\cos \theta_o$  se calculează cu relația  $\cos \theta_o = \sin \frac{\psi_o}{2} \cos \delta'$ .

Ținând cont de relațiile (4.101.a), (4.102.a) și (4.103), relațiile (4.99) și (4.100) se pot scrie :

$$[\bar{\omega}, \bar{P}_s] = +2Q\bar{N} \cos \theta_o \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} = 2q\bar{n} \sin \frac{\psi_o}{2} \cos \delta \quad (4.99.a)$$

$$[\bar{\omega}, \bar{M}_s] = [\bar{P}_s, \bar{t}]. \quad (4.100.a)$$

Înlocuim ecuațiile vectoriale (4.99.a) și (4.100.a) cu ecuațiile scalare ținând cont că :

$$\bar{P}_s = P_t \cdot \bar{t} + P_n \cdot \bar{n} + P_b \cdot \bar{b}$$

și

$$\bar{M}_s = M_t \cdot \bar{t} + M_n \cdot \bar{n} + M_b \cdot \bar{b},$$

în care  $P_t, P_n, P_b$  și  $M_t, M_n, M_b$  reprezintă forțele, respectiv momentele din secțiunile transversale ale sârmelor.

Obținem relațiile

$$1) P_n \chi = 0;$$

$$2) \chi P_t - k P_b = 2q \cos \delta \sin \frac{\psi}{2};$$

$$3) P_k = 0;$$

$$4) M_n \chi = 0;$$

$$5) \chi M_t - k M_b = P_b;$$

$$6) M_n k = -P_n$$

Din ecuațiile scalare (1), (3), (4) și (6) rezultă :

$$P_n = 0 \quad \text{și} \quad M_n = 0.$$

Scriem acum ecuațiile de echilibru ale părții de jos a cablului (fig.4.19) secționată printr-o serie de plane perpendiculare pe axele sârmelor pentru valoarea aleasă a parametrului  $s$ .

Pe lângă sarcina exterioară -  $\bar{K}_s$  și eforturile  $\bar{P}_s$  și  $\bar{M}_s$ , în ecuațiile de echilibru intră și forțele de contact pe porțiunile de lungime  $e$  eliberate în urma secționării sârmelor și înlăturării părții de sus a cablului.

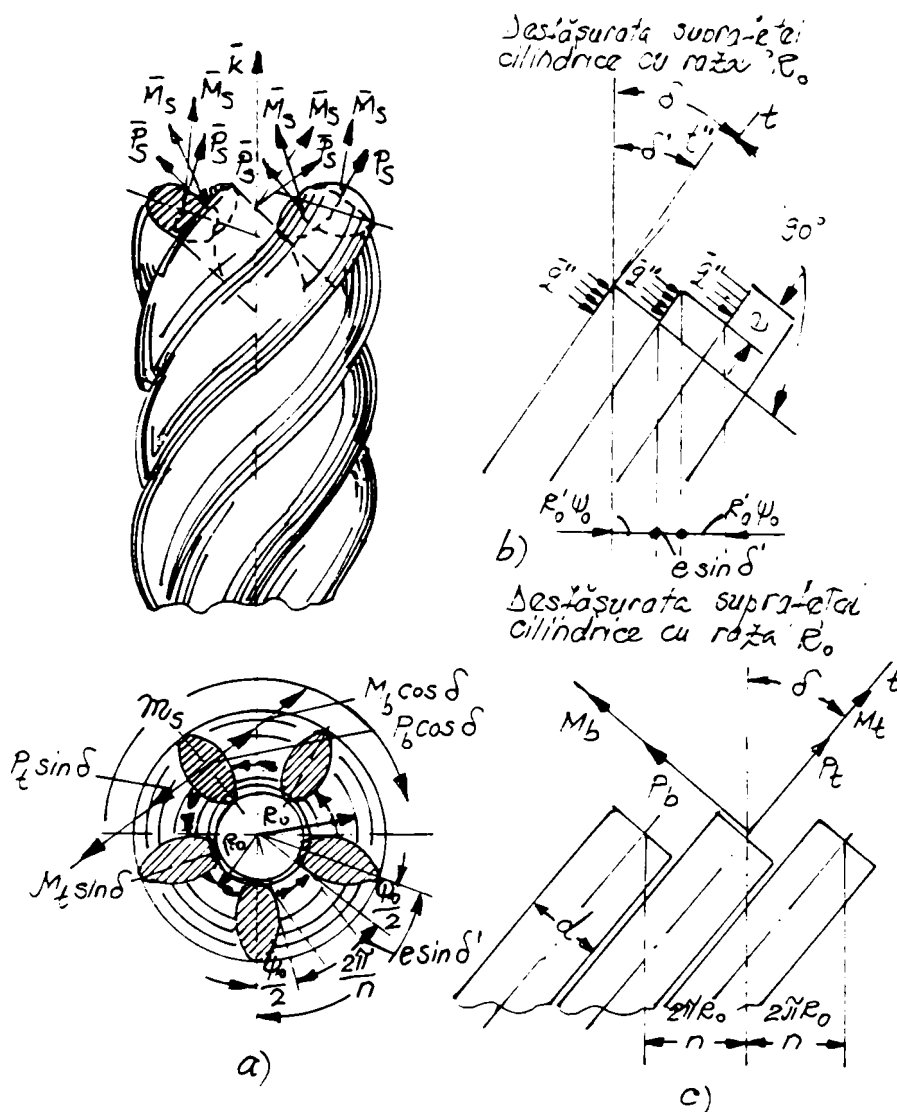


Fig. 4.19 Partea inferioară a cablului separată prin secționarea sârmelor componente

Din figurile (4.19.a și b) rezultă că

$$e \sin \delta' = R_0 \left( \frac{2\pi}{n} - \psi_0 \right) \quad (4.104)$$

Scriem suma proiecțiilor tuturor forțelor pe axa cablului (fig. 4.19)

$$n(P_t \cos \delta + P_b \sin \delta - q_c \sin \delta) = 0,$$

de unde :

$$P_t \cos \delta + P_b \sin \delta - q_c \sin \delta' = 0 \quad (4.105)$$

Din fig. 4.19.a. rezultă că suma momentelor tuturor forțelor față de axa cablului este :

$$n[M_t \cos \delta + M_b \sin \delta + (P_t \sin \delta - P_b \cos \delta)R_o + qeR'_o \cos \delta'] = \mathcal{M}_s \quad (4.106)$$

Ecuatiile (4.95), (4.96), (4.105) și (4.106) permit exprimarea eforturilor necunoscute  $P_t, P_b, M_t$  și  $M_b$  în funcție de intensitatea forțelor de contact  $q$ .

Rezolvând sistemul din aceste ecuații și folosind ecuațiile geometrice (4.86) și (4.104), obținem :

$$P_t = \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} dq; \quad (4.107)$$

$$P_b = -\frac{\cos^2 \delta - \sin^2 \delta'}{\sin \delta \cos \delta'} dq; \quad (4.108)$$

$$M_t = \frac{\mathcal{M}_s}{n} \cos \delta - \frac{2 \cos^2 \delta - \sin^2 \delta'}{2 \sin \delta \sin \frac{\psi_o}{2}} d^2 q; \quad (4.109)$$

$$M_b = \frac{\mathcal{M}_s}{n} \sin \delta - \frac{(\sin^2 \delta' - \cos 2\delta) \cos \delta}{2 \sin^2 \delta \sin \frac{\psi_o}{2}} d^2 q; \quad (4.110)$$

în care  $d$  este diametrul sârmei.

Pentru simplificarea acestor relații folosim substituția :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\cos \delta \sin \delta'}{\cos^2 \delta - \sin^2 \delta'}, \quad (4.111)$$

Obținem :

$$P_t = \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} dq; \quad (4.107.a)$$

$$P_b = -\frac{\cos \delta}{\cos \delta'} \operatorname{ctg} \beta dq; \quad (4.108.a)$$

$$M_t = \frac{\mathcal{M}_s}{n} \cos \delta - \frac{\sin(\delta + \beta)}{2 \sin \delta \sin \frac{\psi_o}{2} \sin \beta} d^2 q; \quad (4.109.a)$$

$$M_b = \frac{\mathcal{M}_s}{n} \sin \delta + \frac{\cos(\delta + \beta)}{2 \sin \delta \sin \frac{\psi_o}{2} \sin \beta} d^2 q \quad (4.110.a)$$

Pentru determinarea necunoscutei  $q$  ne folosim de condiția că în direcția  $q$  deplasările relative ale sârmelor sunt nule.

Neglijăm strivirea sârmei în lungul liniei de contact și reducerea diametrului  $d$  datorită întinderii.

Din relațiile (4.71.a) și (4.75) rezultă :

$$d^2 = 4R_o^2 \sin^2 \frac{\psi_o}{2} + \left( \frac{1}{2\pi} \right)^2 \left( \frac{2\pi}{n} - \psi_o \right)^2 \quad (4.112)$$

În timpul răsucirii, cablul își schimbă o parte din caracteristicile geometrice și constructive (unghiul de cablare  $\delta$ , raza  $R_o$ , pasul cablării  $t$  și unghiul polar  $\psi_o$ ) iar distanța dintre sârme, egală cu diametrul sârmei  $d$ , rămâne neschimbată.

Din această cauză :

$$\frac{\partial(d^2)}{\partial R_o} \Delta R_o + \frac{\partial(d^2)}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial(d^2)}{\partial \psi_o} \Delta \psi_o = 0$$

$$\text{Din condiția (4.73.a) rezultă însă că } \frac{\partial(d^2)}{\partial \psi_o} = 0$$

În acest caz, folosind relația (4.112) obținem :

$$4R_o \Delta R_o \sin^2 \frac{\psi_o}{2} + \frac{t(\Delta t)}{(2\pi)^2} \left( \frac{2\pi}{n} - \psi_o \right)^2 = 0 \quad (4.113)$$

Folosim relațiile (4.88) și (4.90) care exprimă creșterile  $\Delta R_o$  și  $\frac{t(\Delta t)}{(2\pi)^2}$  în funcție de variația Parametrilor principali  $L$ ,  $\ell$  și  $\phi$ . După substituții și transformări relația (4.113) devine :

$$\frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta L}{L} \left( 1 - \frac{\sin^2 \delta \sin^2 \delta'}{\cos^2 \delta \cos^2 \delta'} \right) \cos \delta - \frac{\Delta \phi}{L} \frac{R_o \sin \delta}{\cos^2 \delta'} = 0 \quad (4.113.a)$$

Folosind integrala Mohr-Maxwell exprimăm creșterile parametrilor principali în funcție de eforturi. Pentru aceasta eforturile datorită sarcinii – unitate pot fi calculate aplicând sarcina unei sârme izolate, neținând cont de contactul dintre sârme.

În cazul acestei probleme static nedeterminată, cu mărimea static nedeterminată  $q$  (intensitatea presiunii de contact), sistemul de bază este reprezentat de ansamblul sârmelor izolate.

Pentru determinarea deplasării axiale  $\Delta$  aplicăm sârmei o forță axială unitară  $P = 1$ . În acest caz eforturile din secțiunile transversale ale sârmei se calculează ca în cazul arcului de întindere ( $\Delta \ell = \lambda$ ) :

$$M_{t1} = 1 \cdot R_o \sin \delta ; M_{n1} = 0 ; M_{b1} = -1 \cdot R_o \cos \delta$$

În acest caz :

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{M_t R_o \sin \delta}{GI_p} - \frac{M_b R_o \cos \delta}{EI_b} \quad (4.114)$$

Pentru determinarea unghiului de răsucire ( $\Delta\varphi = 0$ ) aplicăm sârmei un moment de răsucire unitar  $\varpi = 1$ .

În acest caz, eforturile din secțiunile transversale ale sârmelor vor fi :

$$M_{t1} = \cos\delta; \quad M_{n1} = 0; \quad M_{b1} = \sin\delta$$

Rezultă relația :

$$\frac{\Delta\varphi}{L} = \frac{M_t \cos\delta}{GI_p} + \frac{M_b \sin\delta}{EI_b} \quad (4.115)$$

La calcul s-a presupus că sârmele componente ale cablului pot fi considerate drept bare de curbură mică.

La calcularea deplasărilor  $\Delta l$  și  $\Delta\varphi$ , forța de întindere și forța tăietoare nu au fost luate în considerare. Ținând cont de acest fapt putem neglija și lungirile  $\Delta l$  ale sârmelor.

Înlocuind valorile  $\Delta l/L$  și  $\Delta\varphi/L$  din relațiile (4.114) și (4.115) în relația de bază (4.113.a). Obținem :

$$M_b = M_t(1 + \mu)\operatorname{tg}(\delta + \beta) \quad (4.116)$$

Înlocuind în relația (4.116) valorile momentelor  $M_t$  și  $M_b$ , conform relațiilor (4.109.a) și (4.110.a), putem exprima intensitatea forțelor de contact prin relația :

$$q = \frac{\varpi_s}{\pi d^2} \frac{2 \sin\delta \sin \frac{\psi_v}{2} \sin\beta [\sin\beta + \mu \cos\beta \sin(\delta + \beta)]}{1 + \mu \sin^2(\delta + \beta)} \quad (4.117)$$

Înlocuind valoarea lui  $q$  în relațiile (4.109.a) și (4.110.a) obținem :

$$M_t = \frac{\varpi_s}{n} \frac{\cos\beta \cos(\delta + \beta)}{1 + \mu \sin^2(\delta + \beta)} = v_t \frac{\varpi_s}{n} \quad (4.118)$$

și

$$M_b = \frac{\varpi_s}{n} \frac{\cos\beta \sin(\delta + \beta)(1 + \mu)}{1 + \mu \sin^2(\delta + \beta)} = v_b \frac{\varpi_s}{n} \quad (4.119)$$

Valorile coeficienților  $v_t$  și  $v_b$  sunt prezentate grafic în fig. 4.20.

Tot astfel, folosind relația (4.117), putem transforma și relațiile (4.107.a) și (4.108.a) și obținem :

$$P_t = c_t \frac{\varpi_s}{nd}; \quad (4.120)$$

$$P_b = -c_b \frac{\varpi_s}{nd}; \quad (4.121)$$

în care coeficienții  $c_t$  și  $c_b$  sunt funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$ , iar valorile lor sunt reprezentate grafic în fig. 4.21.

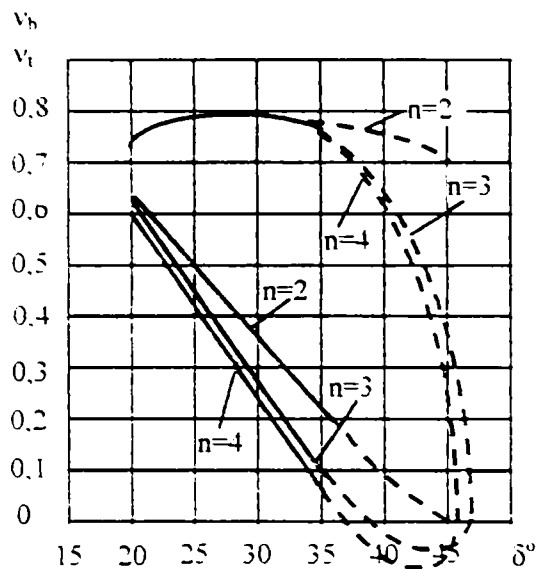


Fig. 4.20. Coeficienții  $v_t$  și  $v_b$  pentru un cablu fără inimă

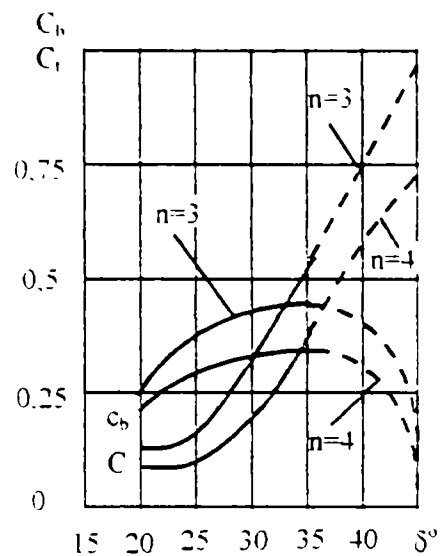


Fig. 4.21. Coeficienții  $C_t$  și  $C_b$  pentru un cablu fără inimă

Pentru un cablu cu unghi de cablare critic, când  $\cos \delta_{cr} = \sin \delta'_{cr}$ , conform relației (4.111), rezultă :

$$\beta_{cr} = \frac{\pi}{2}$$

În acest caz, din relațiile (4.118), (4.119) și (4.108) rezultă că eforturile  $M_t$ ,  $M_n$  și  $P_b$  sunt egale cu zero. Asta înseamnă că sârmele care alcătuiesc un cablu cu un unghi de cablare critic ajung, în urma răsucirii cablului încât să fie solicitate doar la întindere.

Pentru calculul săgeții arcului datorită sarcinii  $(P - P_k)$  folosim metoda Mohr-Maxwell. În acest caz pentru un cablu cu unghi de pantă mic ( $\alpha \approx 0$ ) săgeata va fi:

$$\lambda_s = n \int_0^L \frac{M_b M_{b1}}{EI_b} ds + n \int_0^L \frac{M_t M_{t1}}{GI_p} ds \quad (4.122)$$

Eforturile  $M_{b1}$  și  $M_{t1}$  date de sarcinile unitare se calculează cu relațiile (4.91) și (4.92) pentru  $P = 1$ , relații deduse în ipoteza că nu există forțe de contact între sârme, ceea ce înseamnă că forța unitară se aplică sistemului de bază și nu celui dat.

Eforturile  $M_b$  și  $M_t$  din relația (4.122) sunt date de relațiile (4.118) și (4.119)

Folosind relațiile (4.91), (4.92), (4.118) și (4.119) și ținând seama de (4.76) obținem :

$$\lambda_s = \frac{(P - P_k) D^2 \ell}{4nGI_p \xi''} \quad (4.122.a)$$

Coeficientul de rigiditate  $\xi''$  al cablului în cazul că există contact între sârme, este :

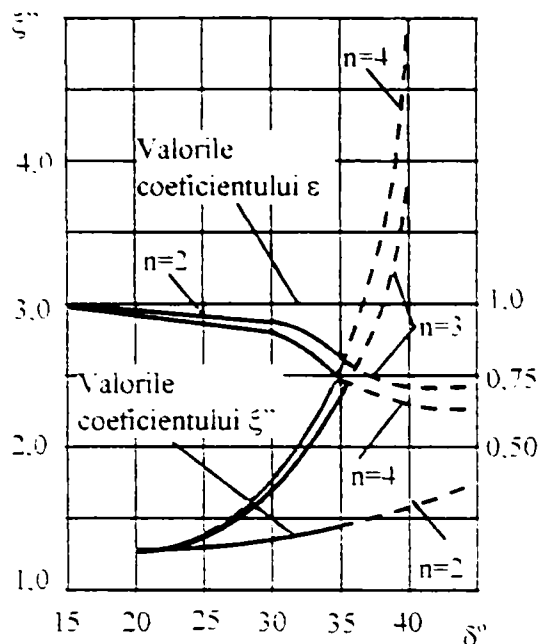


Fig. 4.22. Valorile coeficientului de rigiditate  $\xi''$  pentru un cablu fără inimă

$$\xi'' = \frac{\cos \delta}{\cos^2 \beta} \left[ 1 + \sin^2(\delta + \beta) \right] \quad (4.123)$$

iar valorile lui sunt reprezentate în fig. 4.22 în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și numărul de sârme  $n$ .

Valorile coeficienților  $v_b, v_t, c_b, c_t$  și  $\xi''$  sunt aproximative și pot fi folosite pentru unghiuri de cablare  $\delta \leq 35^\circ$

Pentru unghiuri de cablare  $\delta \leq 30^\circ$  în relație (4.111) se poate neglija la numitor mărimea  $\sin^2 \delta'$  în comparație cu  $\cos^2 \delta$ .

În acest caz,  $\beta \approx \delta$  și :

$$M_t = \frac{\mathcal{M}_s \cos \delta \cos 2b}{n(1 + \mu \sin^2 \delta)} \quad (4.118.a)$$

$$M_b = \frac{\mathcal{M}_s \cos \delta \sin 2b(1 + \mu)}{n(1 + \mu \sin^2 \delta)} \quad (4.119.a)$$

$$\xi'' = \frac{1 + \mu \sin^2 2\delta}{\cos \delta} \quad (4.123.a)$$

Vom stabili în continuare eforturile totale din secțiunile transversale ale sârmelor în cazul încărcării arcului cu forța  $P$  ( $\mathcal{M} = PD/2$ )

Conform principiului suprapunerii efectelor forțelor, obținem definitiv :

- momentul de răsucire :

$$M_t = M_{tk} + M_t = v_r \frac{PD}{2n}, \quad (4.124)$$

în care, conform relațiilor (4.91.a) și (4.118) :

$$v_T = \left[ \frac{P_k}{P} \cos \delta + v_t \left( 1 + \frac{P_k}{P} \right) \right]$$

- momentul încovoietor :

$$M_B = M_{\beta k} + M_b = v_B \cdot \frac{PD}{2n}, \quad (4.125)$$

în care, conform relațiilor (4.92.a) și (4.119) :

$$v_B = \left[ \frac{P_k}{P} \sin \delta + v_b \left( 1 - \frac{P_k}{P} \right) \right];$$

- forța normală :

$$P_T = P_t = c_t \frac{(P - P_k)D}{2nd}; \quad (4.126)$$

- forța tăietoare :

$$P_B = P_b = -c_b \frac{(P - P_k)D}{2nd}; \quad (4.127)$$

- săgeata totală a arcului :

$$\lambda = \lambda_k + \lambda_s = \frac{PD^2 \ell}{4nGI_p \xi} = \frac{8PD^3 i}{nGd^4 \xi}; \quad (4.128)$$

în care :

$$\frac{1}{\xi} = \frac{2}{\xi'} \frac{P_k}{P} + \frac{1}{\xi''} \left( 1 - \frac{P_k}{P} \right) \quad (4.129)$$

Marimile  $\xi'$  și  $\xi''$  se determină cu relațiile (4.94) și (4.123).

Pentru determinarea coeficienților de calcul  $v_T, v_B$  și  $\xi$  care depind de sarcina care

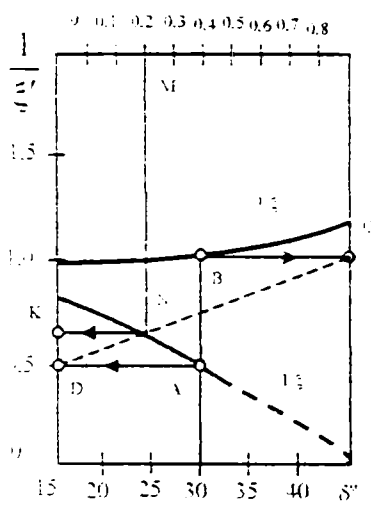


Fig. 4.23. Nomograma pentru determinarea valorii  $\frac{1}{\xi}$  în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și raportul  $P_k/P$

aduce sârmele în contact se poate folosi metoda grafică din fig. 4.23, folosită pentru calculul coeficientului  $\xi$ .

Scriem relația (4.129) sub forma :

$$\frac{1}{\xi} = \frac{P_k}{P} \left( \frac{1}{\xi'} - \frac{1}{\xi''} \right) + \frac{1}{\xi''} \quad (4.130)$$

În fig. 4.23 sunt reprezentate curbele  $\frac{1}{\xi'}$  și  $\frac{1}{\xi''}$

Segmentele verticale dintre aceste curbe sunt egale cu diferența  $\left( \frac{1}{\xi'} - \frac{1}{\xi''} \right)$ . Această diferență se înmulțește

grafic cu raportul  $\frac{P_k}{P}$  reprezentată pe grafic prin săgețile BC, AD și MN pentru  $P_k/P = 0,2$  și

$\delta = 30^\circ$ , apoi se determină și mărimea  $\frac{1}{\xi}$  (v. săgeata NK).

Mărimea necunoscută  $\frac{1}{\xi}$  este determinată la scară de segmentul OK.



#### 4.6.4. Rezistența arcurilor de compresiune din cablu

Este indicat ca tensiunile să fie calculate pentru sarcini mari pentru ca sârmele să formeze un ansamblu compact și să existe forțe de interacțiune între ele.

Am stabilit în prealabil valorile momentului încovoietor, de torsiune, a forței axiale și tăietoare care apar în secțiunile transversale ale sârmelor, când arcul este încărcat cu o forță axială  $P$  care produce un moment  $M = PD/2$  care răsucește spirele cablului.

Tensiunile suplimentare datorate forței tăietoare din secțiunile spirelor pot fi neglijate.

Conform N.A. Cernâșev, componentele tensiunilor în punctul periculos al unei bare elicoidale de pe fibra sa interioară în funcție de eforturile din secțiune sunt :

$$\sigma_{bb} = -\frac{1}{W_b} \left[ 0,154M_B \left( \frac{r}{\rho} \right) - \left( 0,24CM_b - 0,096M_r \text{ctg}\delta - 0,07\rho P_T \frac{r}{\rho} \right)^2 \right]; \quad (4.131)$$

$$\sigma_{tt} = -\frac{1}{W_b} \left[ M_B + (0,871M_B - 0,250\rho P_T) \left( \frac{r}{\rho} \right) + \right. \\ \left. + (0,642M_B + 0,032M_r \text{ctg}\delta - 0,074\rho P_T) \left( \frac{r}{\rho} \right)^2 \right]; \quad (4.132)$$

$$\tau_{bt} = \tau_{tb} = \frac{1}{W_p} \left[ M_t + (0,635M_t + 0,615\rho P_b) \left( \frac{r}{\rho} \right) - \right. \\ \left. + (0,346M_T - 0,183M_B \text{ctg}\delta + 0,529\rho P_B) \left( \frac{r}{\rho} \right)^2 \right]; \quad (4.133)$$

în care  $r$  – este raza secțiunii transversale a sârmei.

-  $\rho$  - raza de curbură a sârmei.

$$W_b = \frac{\pi r^3}{4}, \quad \text{iar} \quad W_p = \frac{\pi r^3}{2}$$

Constantele din relațiile (4.131), (4.132) și (4.133) sunt calculate pentru  $\mu=0,3$ .

Tensiunile principale în punctul periculos sunt date de relațiile :

$$\sigma'_{pr} = \frac{\sigma_{tt} + \sigma_{bb}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{tt} - \sigma_{bb})^2 + 4\tau_{bt}^2}; \\ \sigma''_{pr} = 0; \quad (4.134) \\ \sigma''_{pr} = \frac{\sigma_{tt} + \sigma_{bb}}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{tt} - \sigma_{bb})^2 + 4\tau_{bt}^2}$$

$\sigma_{bb}$  fiind mult mai mică decât  $\sigma_{tt}$ , iar  $\tau_{bt}$  foarte mare, putem afirma că  $\sigma'_{pr} < \sigma^*_{pr} < \sigma^{\#}_{pr}$ , adică

$$\sigma_1 = \sigma'_{pr}; \quad \sigma_2 = 0; \quad \sigma_3 = \sigma^{\#}_{pr}$$

Aplicând teoria tensiunilor tangențiale maxime, tensiunea echivalentă se scrie

$$\sigma_{ech} = \sigma_1 - \sigma_3 = \sqrt{(\sigma_{tt} - \sigma_{bb})^2 + 4\tau_{bt}^2} \quad (4.135)$$

Folosind relațiile (4.131), (4.132), (4.133) cu relația (4.135) putem exprima tensiunea echivalentă în funcție de eforturi, respectiv funcție de sarcină.

Se obține o relație extrem de complicată. Din acest motiv, relația (4.135) se folosește doar pentru calcule de verificare, în care se înlocuiesc valorile numerice ale  $\sigma_{tt}$ ,  $\sigma_{bb}$ ,  $\tau_{bt}$ , calculate în prealabil.

#### 4.7. Geometria cablurilor (conductoarelor) cu inimă (sârmă centrală)

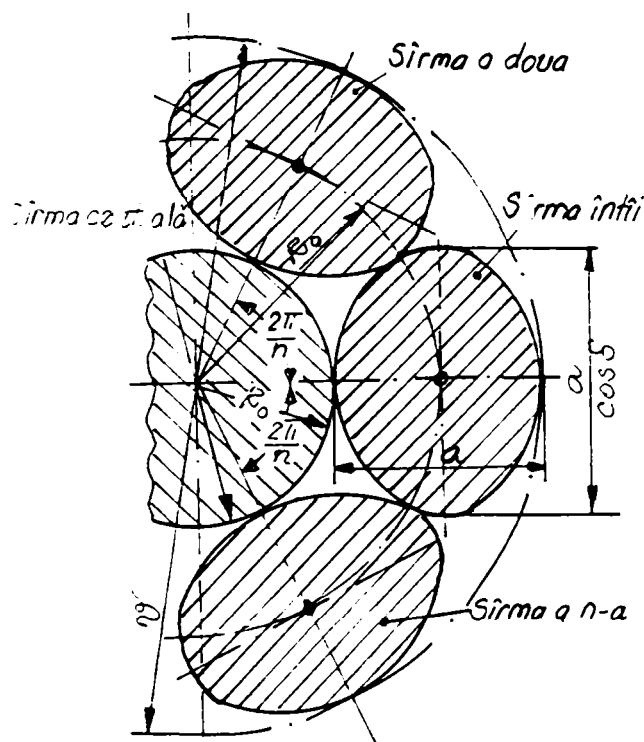


Fig.4.24. Secțiunea transversală a unui cablu cu sârmă centrală.

Pentru a mări rigiditatea și rezistența cablurilor (conductoarelor) se folosesc cabluri de sârmă centrală (cu inimă). În acest caz numărul sârmele elicoidale este  $n-1$ , unde  $n$  este numărul sârmele elicoidale, trebuie să fie  $n \geq 4$  pentru ca diametrul golului  $\theta_0$  dintre sârmele elicoidale să fie destul de mare pentru a încăpea miezul de diametru suficient de mare. Pentru a asigura o rigiditate suficient de mare diametrul sârmei centrale  $d_0$  se alege de obicei mai mare decât diametrul  $\theta_0$  al golului, în acest caz, sârmele elicoidale vin cu siguranță în contact cu sârmă centrală după o linie elicoidală (fig.4.24).

Capetele tuturor sârmelor (periferice și centrale) se sudează reciproc.

De obicei diametrul sârmei centrale coincide cu cel al sârmelor periferice ( $d_0 = d$ ).

Pentru un unghi de cablare  $\delta = 25'' \div 30''$  raportul dintre diametrul golului interior și cel al sârmelor este

$$\frac{\theta_0}{d} = 0,84 \div 0,9.$$

Raza  $R_0$  a cilindrului director al axelor sârmelor periferice este :

$$R_0 = \frac{d_0 + d}{2} \quad (+.136)$$

Între tangenta unghiului de cablare  $\delta$  și pasul  $t$  al axei sârmei elicoidale există relația :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{2\pi R_0}{t} = \frac{\pi(d_0 + d)}{t} \quad (+.137)$$

Unghiul de cablare limită  $\delta_{lim}$  este determinat de pasul minim posibil  $t_{min}$ .

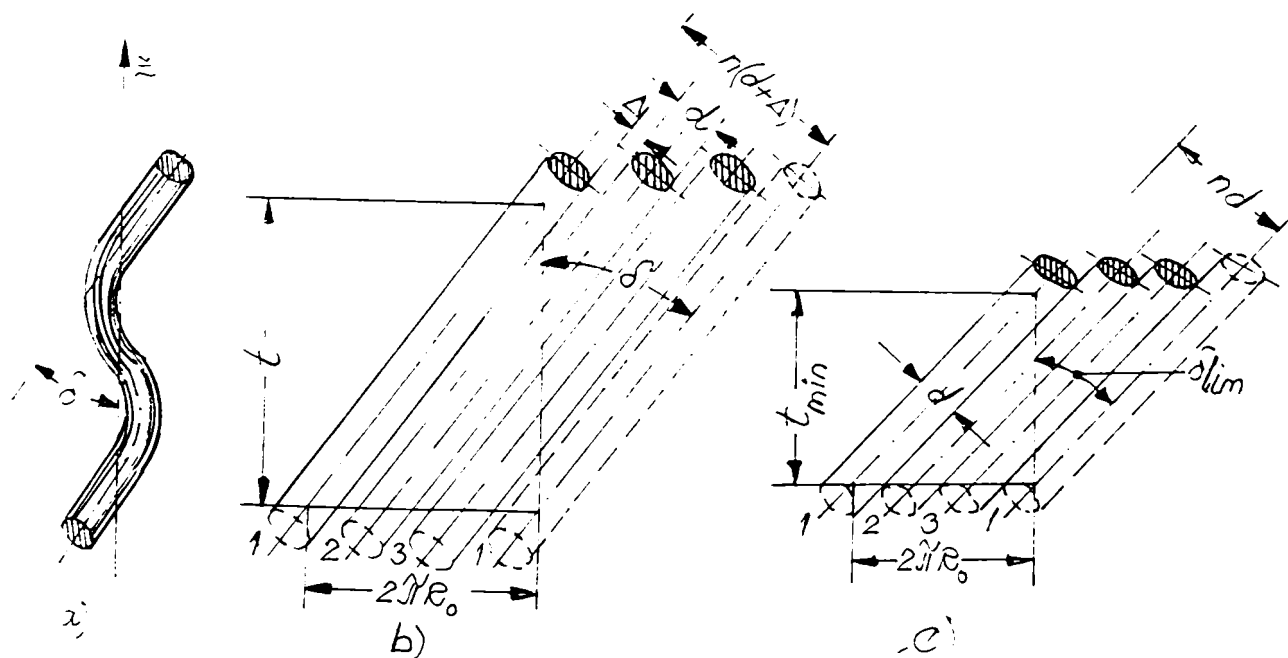


Fig. 4.25. - Determinarea unghiului critic de cablare a unui cablu cu sârmă centrală :

a - sârmă periferică izolată :

b - poziția sârmelor periferice pe cilindrul director desfășurat pentru un unghi de cablare dat :

c - poziția sârmelor periferice pe cilindrul director desfășurat pentru unghiul critic de cablare.

$$\operatorname{tg} \delta_{\text{lim}} = \frac{\pi(d_0 + d)}{t_{\text{min}}} \quad (4.137.a)$$

sau:

$$\cos \delta_{\text{lim}} = \frac{nd}{2\pi R_0} = \frac{nd}{\pi(d_0 + d)} \quad (4.138)$$

Pentru  $d = d_0$  și  $n = 5 \Rightarrow \delta_{\text{lim}} = 37^{\circ}20'$

Diametrul cercului circumscris secțiunii transversale a cablului este:

$$\theta = d_0 + 2d \quad (4.139)$$

(pentru  $d = d_0$ ,  $\theta = 3d$ )

Lungimea unei sârme periferice este:

$$L = \frac{l}{\cos \delta} \quad (4.140)$$

în care  $l$  este lungimea cablului (adică lungimea sârmei centrale).

Contactul dintre sârmele periferice și sârma centrală are loc după o elice. Pasul unei sârme elicoidale este egal cu pasul elicei de contact dintre sârma periferică și sârma centrală.

Spirele arcurilor elicoidale de compresiune cu unghi de pantă mic lucrează în special la răsucire pură. Din acest motiv la baza calculului acestor arcuri poate sta teoria răsucirii cablurilor cu sârmă centrală.

În cazul încărcării cablului cu o sarcină  $P$  într-o primă fază, sârmele componente se deformează independent până la o anumită valoare  $P_k$  a sarcinii, deoarece în această fază nu există un contact strâns între sârme. Numai când se atinge valoarea  $P_k$  a sarcinii sârmele se strâng, intră în contact și formează un ansamblu compact.

Din această cauză studiul acestor arcuri se face în două etape:

- 1). Calculul arcurilor de compresiune până în momentul apariției contactului strâns între sârme ( $P < P_k$ ) și
- 2). Calculul arcurilor de compresiune după apariția contactului strâns între sârme ( $P > P_k$ ).

Trecând la rezolvarea acestei probleme, trebuie să stabilim în primul rând, cât din sarcină este preluat de sârmele periferice și cât de către sârma centrală. Trebuie avut în vedere și faptul că la extremitățile cablului sârmele sunt sudate între ele și din această cauză atât sârma centrală cât și cele periferice suferă aceleași deplasări liniare și unghiulare.

#### 4.7.1. Calculul arcurilor de compresiune din cabluri până în momentul apariției contactului strâns între sârme ( $P < P_k$ )

În prima etapă a încărcării, forțele de contact dintre sârma centrală și cele periferice sunt practic inexistente.

Toate sârmele periferice se află în aceleași condiții de încărcare și de aceea sunt perfect echivalente.

Să presupunem că sârma centrală este încărcată cu un moment de răsucire  $\mathfrak{M}_0$  și cu o forță longitudinală  $P_0$ , iar fiecare dintre sârmele periferice care pot fi considerate ca arcuri de răsucire obișnuite care sunt răsucite de către momentul  $\mathfrak{M}_p$  și solicitate de către forța longitudinală  $P_p$ .

În acest caz, cuplul exterior care răsucește cablul este dat de relația:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 - n \mathfrak{M}_p \quad (4.141)$$

în care  $n$  este numărul de sârme periferice.

Între forțele longitudinale există relația:

$$P_0 + nP_p = 0 \quad (4.142)$$

În timpul răsucirii cablului practic  $P_0 \approx 0$  și având în vedere relația (4.142) și  $P_p = 0$ .

În acest caz eforturile din orice secțiune a sârmei centrale se reduc numai la un moment de răsucire  $M_0$ :

$$M_0 = \mathfrak{M}_0 \quad (4.143)$$

Eforturile în orice secțiune a fiecărei sârme periferice care pot fi considerate ca arcuri de răsucire se reduc la un moment de răsucire:

$$\mathfrak{M}_r = \mathfrak{M}_p \cos \delta \quad (4.144)$$

și la un moment încovoietor:

$$\mathfrak{M}_\beta = \mathfrak{M}_p \sin \delta \quad (4.145)$$

Considerând sârmele periferice ca bare de curbură mică, unghiul la răsucire al sârmei se poate determina cu metoda Mohr Maxwell, aplicând acesteia un moment unitar în sensul acțiunii momentului  $\mathfrak{M}$ .

Eforturile care apar datorită acestui moment unitar sunt:

$$M_{\tau 1} = \cos \delta ; \quad (4.144.a)$$

$$M_{\beta 1} = \sin \delta , \quad (4.145.a)$$

iar unghiul de răsucire al sârmei periferice este dat de relația:

$$\theta = \int_0^L \frac{M_{\beta} \cdot M_{\beta 1} ds}{EI_b} + \int_0^L \frac{M_{\tau} \cdot M_{\tau 1} ds}{G \cdot I_p} = \frac{\mathfrak{M}_p \cdot L(1 + \mu \cos^2 \delta)}{EI} \quad (4.146)$$

În care  $I_b$  și  $I_p$  sunt momentele de inerție axială, respectiv polar ale secțiunii sârmei periferice

Unghiul de răsucire al sârmei centrale este

$$\theta_o = \frac{\mathfrak{M}_o \cdot \ell}{G \cdot I_p^o} \quad (4.147)$$

$I_p^o$  fiind momentul de inerție polar al secțiunii sârmei centrale.

Sârmele fiind sudate între ele la capete unghiul de răsucire al tuturor sârmelor (inclusiv a celei centrale) este același ( $\theta = \theta_o$ ), deci se obține:

$$\frac{\mathfrak{M}_o \cdot \ell}{G \cdot I_p^o} = \frac{\mathfrak{M}_p \cdot L(1 + \mu \cos^2 \delta)}{E \cdot I_b}$$

de unde rezultă

$$\mathfrak{M}_o = \frac{(1 + \mu \cdot \cos^2 \delta)}{(1 + \mu) \cos \delta} \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 = \chi \mathfrak{M}_p \quad (4.148)$$

în care:

$$\chi = \frac{1 + \mu \cos^2 \delta}{(1 + \mu) \cos^2 \delta} \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 \quad (4.149)$$

se numește coeficient auxiliar și este funcție de numărul de spire  $n$ , diametrele sârmelor  $d$  și  $d_o$ , coeficientul  $\mu$  și unghiul de cablare  $\delta$ .

Din ecuația de echilibru (4.141) se obține

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_p (n - \chi) \quad (4.141.a)$$

În acest caz

$$\mathfrak{M}_p = \frac{\mathfrak{M}}{n + \chi} \quad (4.150)$$

Și

$$\mathfrak{M}_o = \frac{\chi \mathfrak{M}}{n + \chi} \quad (4.151)$$

Conform (4.144) și (4.145), eforturile din secțiunile transversale ale sârmelor periferice sunt date de relațiile:

Momentul de răsucire:

$$M_{\tau} = \mathcal{M}_p \cos \delta = \frac{\mathcal{M} \cos \delta}{n + \chi} = k_{\tau} \cdot \mathcal{M} \quad (4.152)$$

Momentul încovoietor:

$$M_{\beta} = \mathcal{M}_p \sin \delta = \frac{\mathcal{M} \sin \delta}{n + \chi} = k_{\beta} \cdot \mathcal{M} \quad (4.153)$$

Pentru sârma centrală momentul de răsucire este dat de relația:

$$M_o = \mathcal{M}_o = \frac{\chi \mathcal{M}}{n + \chi} = k_o \cdot \mathcal{M} \quad (4.154)$$

Coeficienții  $k_{\sigma}$ ,  $k_p$  și  $k_o$  depind de aceleași mărimi ca și coeficientul auxiliar  $\chi$

Săgeata unui arc cu pantă mică a spirelor, confecționat dintr-un cablu cu sârmă centrală se poate calcula cu metoda Mohr – Maxwell pentru doar una dintre sârmele componente (de exemplu sârma centrală).

Dacă se încarcă arcul cu o forță axială  $P$ , cablul din care sunt confecționate spirele este răsucit de momentul  $\mathcal{M} = P \cdot \frac{D}{2}$ , în care  $D$  este diametrul mediu al arcului (se neglijează influența forței tăietoare).

În acest caz, conform relațiilor (4.143) și (4.154), în secțiunea transversală a sârmei centrale, momentul de răsucire este:

$$M_{\tau_0} = k_o P \cdot \frac{D}{2} = \frac{PD}{2(n + \chi)} \quad (4.155)$$

Aplicând metoda Mohr-Maxwell, punem în locul sarcinii  $P$  o forță unitară și raportăm momentul de răsucire  $\mathcal{M}_1 = 1 \cdot \frac{D}{2}$  doar la sârma centrală se obține:

$$M_{\tau_1} = \frac{1 \cdot D}{2} \quad (4.155.a)$$

Prin urmare conform relației săgeții arcului cu unghi de pantă mic ( $\alpha \approx 0$ ):

$$\lambda = n \int_0^{\delta} \frac{M_i \beta \cdot M_i \beta_1}{EI_b} ds + n \int_0^{\delta} \frac{M_t \sigma \cdot M_t \sigma_1}{G \cdot I_p} ds = \frac{Pd^2 \ell}{4nGI_p \cdot \xi'}$$

în care  $\xi' = \frac{(1 + \mu) \cos \delta}{1 + \mu \cos^2 \delta}$  este coeficientul de rigiditate al cablului în cazul funcționării

independente a sârmelor și care are valori cuprinse între 0,98 și 0,8 pentru unghiuri de cablare de  $15 \div 45^\circ$  se obține

$$\lambda = \int_0^{\ell} \frac{M_o \cdot M_o}{GI_p^0} \cdot ds = \frac{\chi P d^3 \ell}{4(n + \chi) GI_p^0} \quad (4.156)$$

în care  $I_p^0$  este momentul de inerție polar al secțiunii transversale a sârmei centrale

$$\left( I_p^0 = \frac{\pi d_0^4}{32} \right);$$

$\ell$  - lungimea sârmei centrale a cablului, care formează cele  $i$  spire active ale arcului  
( $\ell \approx \pi \cdot D_1$ ).

Valorile coeficientului  $\chi$  sunt date de relația (4.149)

Expresia (4.156) poate fi scrisă și sub forma:

$$\lambda = \frac{\chi P d^3 \ell}{4(n + \chi) GI_p^0} = \frac{8 P D^3 i}{n G d^4 \xi_0'} \quad (4.156.a)$$

în care coeficientul de rigiditate al cablului  $\xi_0'$  pentru cazul funcționării independente a sârmelor componente este:

$$\xi_0' = \left( \frac{1}{\chi} + \frac{1}{n} \right) \left( \frac{d_0}{d} \right)^4 = \frac{(1 + \mu) \cos \delta}{1 + \mu \cos^2 \delta} + \frac{1}{n} \left( \frac{d_0}{d} \right)^4 \quad (4.157)$$

Valorile coeficientului de rigiditate  $\xi_0'$  pentru  $d = d_0$  și  $n=5$ , la  $\mu = 0.3$ , sunt cuprinse în intervalul  $1,32 \div 1,07$  pentru  $\sigma = 15 \div 40^\circ$

#### 4.7.2. Calculul arcurilor de compresiune din cablu după apariția contactului strâns între sârme ( $P > P_k$ )

După cum s-a arătat, momentul total  $\mathcal{M} = P \cdot \frac{D}{2}$  care răsucește cablul trebuie

descompus în două părți :

- un moment care aduce sârmele în contact strâns

$$\mathcal{M}_k = P_k \cdot \frac{D}{2},$$

- un moment care răsucește cablul ca un tot unitar cu un moment suplimentar

$$\mathcal{M}_s = \mathcal{M} - \mathcal{M}_k = P_s \cdot \frac{D}{2}, \quad (P_s = P - P_k).$$



Pentru primul caz, eforturile care apar în secțiunile transversale ale sârmelor se pot calcula cu relațiile (4.152), (4.153) și (4.154).

Valoarea momentului de răsucire determină deformația ulterioară a sârmelor, forțele de interacțiune dintre sârma centrală și cele periferice și eforturile suplimentare care apar în secțiunile sârmelor.

Trecem la lămurirea problemelor legate de aplicarea momentului suplimentar.

Presupunem că un cablu cu sârme aflate în contact strâns este încărcat cu un moment suplimentar  $\mathcal{M}$ , de sens contrar sensului de înfășurare a sârmelor periferice.

Secționăm cablul cu un număr de plane perpendiculare pe axa fiecăreia dintre sârmele componente (periferică sau centrală) (fig. 4.26).

Presupunem că fiecare sârmă periferică este intersectată de planul respectiv, la aceeași distanță  $s$  măsurată în lungul axei sârmei corespunzătoare ( $s$  se măsoară de la secțiunea frontală pentru care se consideră  $s = 0$ ).

Sârma centrală se consideră secționată la distanța :

$$s_0 = s \cos \delta.$$

În sârma centrală apare forța internă  $P_{os}(s_0)$  și momentul de răsucire  $M_{os}(s_0)$ .

Eforturile care apar în secțiunile periferice se reduc la o forță  $P_{vs}(s)$  și un moment rezultat  $M_{vs}(s)$  unde  $v$  este numărul de ordine al sârmei:

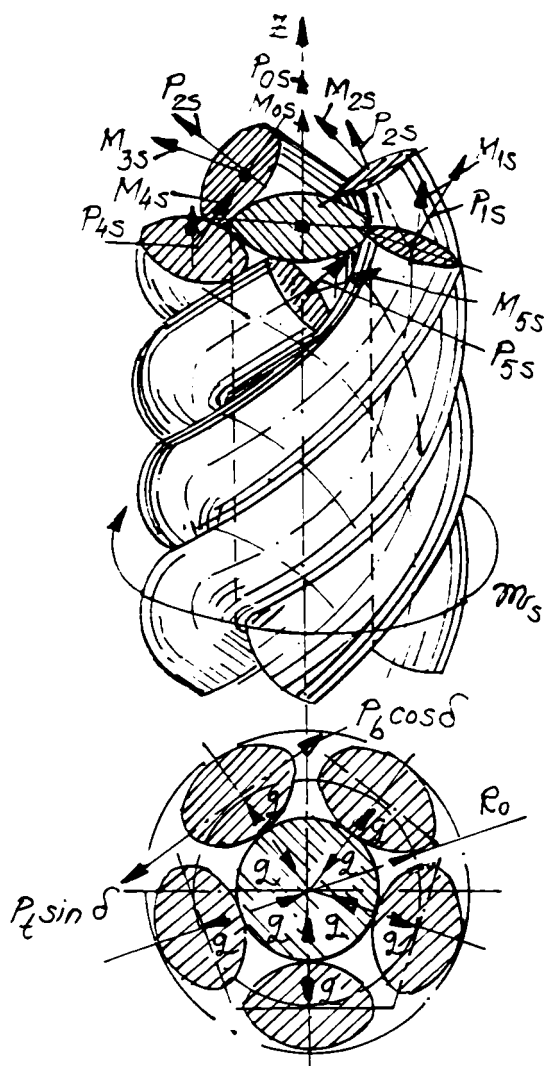


Fig. 4.26. Porțiunea inferioară a unui cablu cu sârmă centrală, mărginită de secțiunile transversale ale sârmelor componente

$$\bar{P}_{vs} = P_t(s)\bar{t}_v + P_n(s)\bar{n}_v + P_b(s)\bar{b}_v \quad (4.158)$$

$$\bar{M}_{vs} = M_t(s)\bar{t}_v + M_n(s)\bar{n}_v + M_b(s)\bar{b}_v \quad (4.159)$$

unde  $\bar{t}_v$ ,  $\bar{n}_v$ ,  $\bar{b}_v$  reprezintă vectorii - unitate ai axei sârmei cu numărul de ordine  $v$  în secțiune corespunzătoare valorii alese a parametrului  $s$ .

Sârmele periferice fiind echivalente, se poate considera că pentru fiecare dintre ele în secțiunea transversală corespunzătoare valorii alese a lui  $s$ , proiecțiile forței interioare rezultante  $P_t(s)$ ,  $P_n(s)$  și  $P_b(s)$  și proiecțiile momentului resultant,  $M_t(s)$ ,  $M_n(s)$  și  $M_b(s)$ , nu depind de poziția sârmei față de centrul cablului (adică de numărul de ordine  $v$  al sârmei).

Scriem ecuația de echilibru a porțiunii inferioare secționată a cablului (fig. 4.26)

Suma proiecțiilor tuturor forțelor pe axa  $z$  a cablului este

$$P_{os}(s_o) + [P_t(s)\cos\delta + P_b(s)\sin\delta]n = 0,$$

de unde :

$$P_t(s)\cos\delta + P_b(s)\sin\delta = -\frac{P_{os}(s_o)}{n} \quad (4.160)$$

Din ecuația momentelor față de axa cablului rezultă :

$$\frac{\partial \bar{M}_z - M_{os}(s_o)}{n} = M_t(s)\cos\delta - M_b(s)\sin\delta + R_o[P_t(s)\sin\delta - P_n(s)\cos\delta]. \quad (4.161)$$

Din cauza prezenței sârmei centrale nu se poate afirma că toate secțiunile de pe lungimea cablului sunt echivalente, adică eforturile  $P_t(s)$ ,  $P_n(s)$ ,  $P_o(s)$ ,  $P_{os}(s)$  și  $M_{nt}(s)$ ,  $M_m(s)$ ,  $M_{tb}(s)$ ,  $M_{tos}(s_o)$  nu depind de parametrul  $s$ .

Considerăm sârma centrală absolut rigidă (nu se deformează) și impunem sârmelor periferice legături suplimentare din cauza frecării lor de sârma centrală, fapt care duce la modificarea eforturilor în secțiunile transversale ale sârmelor periferice în funcție de poziția acestora față de sârma centrală.

Capetele sârmelor fiind sudate între ele se poate afirma că deformațiile unghiulare și liniare ale capetelor tuturor sârmelor periferice și a sârmei centrale sunt egale între ele și proporționale cu lungimea cablului.

Pe baza celor arătate se poate concluziona că  $\bar{P}_z(s)$ ,  $\bar{M}_{ts}(s)$ ,  $\bar{P}_{os}(s_o)$  și  $\bar{M}_{tos}(s_o)$  nu depind de parametrul  $s$ .

În acest caz forțele de contact pot fi orientate numai în direcția normalei comune pe suprafețele sârmei centrale și a sârmelor periferice în punctele de contact.

Conform condițiilor de echivalență, intensitatea forțelor de apăsare  $q$  nu depinde de numărul de ordine  $v$  al sârmei și nu variază pe lungimea  $s$  a liniei de contact.

Datorită faptului că sârmele sunt sudate între ele la capete, sârmele periferice nu alunecă față de sârma centrală. Dacă capetele sârmelor periferice n-ar fi solidare cu capătul sârmei centrale atunci s-ar produce în mod obligatoriu alunecarea sârmelor periferice

elicoidale față de sârma centrală rectilinie, ceea ce duce la apariția unor mari forțe de frecare care conduc la schimbarea însemnată a datelor problemei.

Scriem acum ecuația de echilibru pentru un element din sârma periferică, considerată sârma cu numărul de ordine 1. Admitem că elementul este mărginit de două secțiuni normale pe axa sârmei, corespunzătoare valorilor  $s$  și  $s + ds$  ale parametrului (fig. 4.27)

În fig. 4.28 acest element al sârmei periferice este reprezentat prin proiecțiile sale pe planele  $xy$  și  $xz$ .

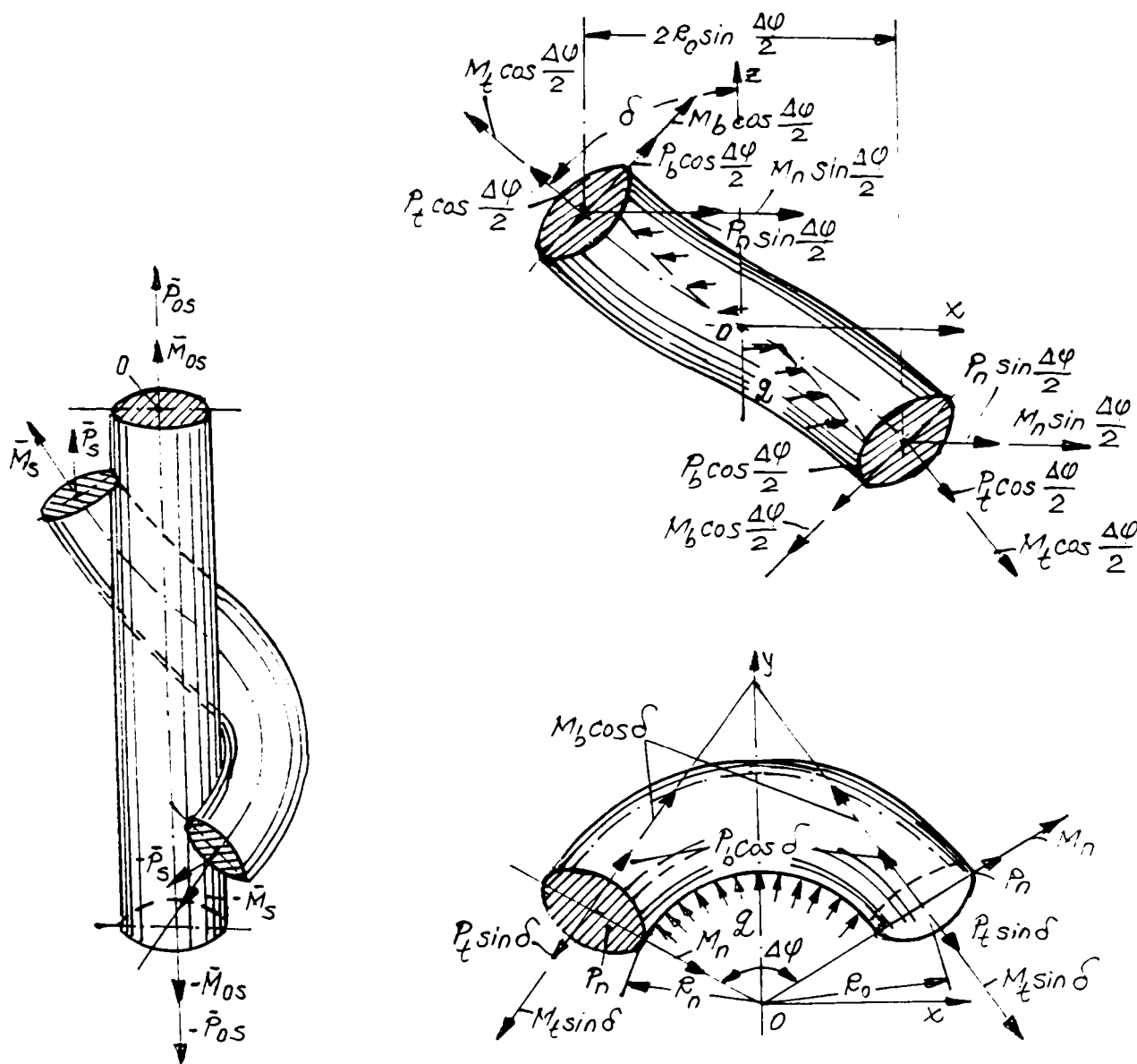


Fig. 4.27 Elemente dintr-o sârma centrală și una periferică aflate în contact.

Fig. 4.28 Proiecția unui element dintr-o sârma periferică mărginit de secțiuni infinitezimale:  
 a) proiecția elementului pe un plan paralel cu axa  $z$  a cablului;  
 b) proiecția elementului pe un plan normal pe axa  $z$  a cablului

În proiecție pe planul  $xy$ , axa elementului apare sub forma unui arc de cerc cu unghiul polar  $\Delta\varphi$ , care satisface relația :

$$R_o \Delta\varphi = ds \sin \delta$$

Din ecuația de proiecție pe axa x rezultă că  $P_n = 0$ .

Din ecuația momentelor față de axa x rezultă deasemenea că și  $M_m = 0$ .

Proiectând toate forțele pe axa y, obținem :

$$qds' - 2P_t \sin \delta \sin \frac{\Delta\varphi}{2} + 2P_b \cos \delta \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 0$$

Dar, ținând cont de relația  $R_o \operatorname{ctg} \delta = R'_o \operatorname{ctg} \delta'$  unde  $R'_o$  este raza cilindrului director dintre sârmele periferice și sârma centrală, iar  $\delta'$  este unghiul pe care-l face destășurata elicei de contact a sârmelor cu axa cablului

$$ds' = \frac{R'_o \Delta\varphi}{\sin \delta'} = \frac{R_o \cos \delta}{\sin \delta \cos \delta'} \Delta\varphi.$$

de unde rezultă definitiv :

$$\frac{\sin^2 \delta}{R_o} \cdot P_t - \frac{\sin \delta \cos \delta}{R_o} \cdot P_b = q \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} \quad (4.162)$$

Scriind ecuația momentelor în raport cu axa y, obținem :

$$P_b \cos \frac{\Delta\varphi}{2} \frac{R_o \Delta\varphi}{2 \sin \delta} - 2M_t \sin \delta \sin \frac{\Delta\varphi}{2} + 2M_b \cos \delta \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 0.$$

de unde rezultă definitiv :

$$\frac{\sin^2 \delta}{R_o} \cdot M_t - \frac{\sin \delta \cos \delta}{R_o} \cdot M_b = P_b \quad (4.163)$$

Ecuațiile (4.160), (4.161), (4.162) și (4.163) ne permit exprimarea eforturilor necunoscute  $P_t$ ,  $P_b$ ,  $M_t$  și  $M_b$  din secțiunile sârmelor periferice în funcție de  $q$ ,  $P_{os}$  și  $M_{os}$ , adică

$$P_t = -\frac{P_{os}}{n} \cos \delta + \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} R_o \cdot q; \quad (4.164)$$

$$P_b = -\frac{P_{os}}{n} \sin \delta - \frac{\cos^2 \delta}{\cos \delta' \sin \delta} R_o \cdot q; \quad (4.165)$$

$$M_t = \frac{\mathcal{M}_s - M_{os}}{n} \cos \delta - \frac{P_{os} R_o \sin \delta}{n} - 2 \frac{\cos^2 \delta R_o^2}{\cos \delta' \sin \delta} q \quad (4.166)$$

$$M_b = \frac{\mathcal{M}_s - M_{os}}{n} \sin \delta + \frac{P_{os} R_o \cos \delta}{n} + \frac{\cos \delta \cos^2 \delta}{\cos \delta' \sin^2 \delta} R_o^2 q \quad (4.167)$$

Pentru rezolvarea definitivă a problemei trecem la determinarea deplasărilor sârmelor în cazul răsucirii întregului cablu.

Din relația referitoare la variația razei cilindrului director  $R_0$ , cu ajutorul relațiilor

$$R_0 \cdot \varphi = L \sin \delta \text{ și } \Delta \delta = \frac{\Delta L}{L} \operatorname{ctg} \delta - \frac{\Delta L}{L} \frac{1}{\sin \delta} \text{ (variația unghiului de cablare)}$$

$$\Delta R_0 = \frac{R_0}{\sin^2 \delta} \cdot \frac{\Delta L}{L} - \frac{R_0 \cos \delta}{\sin^2 \delta} \frac{\Delta \ell}{L} - \frac{R_0^2}{\sin \delta} \cdot \frac{\Delta \varphi}{L},$$

ținând cont că în etapa respectivă de încărcare, variația razei  $R_0$  este practic nulă ( $\Delta R_0 = 0$ ), ca și lungirea specifică a sârmelor periferice  $\Delta L/L$ , care poate fi neglijată, rezultă:

$$\Delta \ell = -R_0 \operatorname{tg} \delta \cdot \Delta \varphi \quad (4.168)$$

Din această cauză, în cazul răsucirii cablului, când  $\Delta \varphi = \theta > 0$ , deplasarea axială a capătului sârmei periferice, considerată ca un arc cilindric este mai mică decât zero ( $\Delta \ell = \lambda < 0$ ).

În sfârșit conform relației care exprimă variația unghiului de cablare  $\Delta \delta$  (vezi mai sus), pe baza celor arătate putem scrie că

$$\Delta \delta = -\frac{\Delta \ell}{L \sin \delta},$$

de unde rezultă, că în acest caz la răsucirea cablului:  $\Delta \delta > 0$ .

Deci, în cazul răsucirii unui cablu cu sârme aflate în contact strâns, unghiul de cablare  $\delta$  crește, iar pasul sârmelor periferice scade, ceea ce se confirmă și experimental.

Dar, din condițiile de îmbinare la capete a sârmelor periferice cu cea centrală, rezultă că în această etapă a răsucirii cablului sârma centrală se comprimă și deci  $P_{os} < 0$ . Chiar dacă sârmele periferice susțin sârma centrală, ea își pierde stabilitatea (flambează) chiar la valori mici ale momentului de răsucire și antrenează după ea și sârmele periferice provocând curbarea cablului. Putem afirma că influența forței longitudinale  $P_{os}$  asupra deformării cablului este neînsemnată, fapt confirmat și experimental.

Deci nu se consideră o eroare prea mare dacă se consideră  $P_{os} \approx 0$ .

În această ipoteză:

$$P_1 = \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} R_0 q; \quad (4.164.a)$$

$$P_b = -\frac{\cos^2 \delta}{\cos \delta' \sin \delta} R_0 q; \quad (4.165.a)$$

$$M_1 = \frac{\mathcal{M}_1}{n} \cos \delta - 2 \frac{\cos^2 \delta}{\cos \delta} \cdot \frac{R_0^2}{\sin \delta} q; \quad (4.166.a)$$

$$M_b = \frac{\mathcal{M}_s - M_{os}}{n} \sin \delta + \frac{\cos \delta \cos^2 \delta}{\cos \delta'} \cdot \frac{R_o^2}{\sin^2 \delta} q \quad (4.167.a)$$

Revenind la relația (4.168), exprimăm variațiile mici ale dimensiunilor geometrice ale cablului ( $\Delta\varphi = 0$ ,  $\Delta\ell = \lambda$ ) în funcție de eforturi, neglijând forța longitudinală și forța tăietoare în secțiunile sârmelor periferice.

Prin analogie cu deducerea relației (4.146), folosim metoda Mohr-Maxwell pentru calculul valorii  $\Delta\varphi = \theta$ .

$$\theta = \int_0^L \frac{M_b M_{b1}}{EI_b} \cdot ds + \int_0^L \frac{M_t M_{t1}}{GI_p} \cdot ds = \frac{M_b \sin \delta}{EI_b} + \frac{M_t L \cos \delta}{GI_p} \quad (4.169)$$

În mod similar se determină și deplasarea axială  $\Delta\ell = \lambda$  a sârmei periferice și se obține :

$$\lambda = \int_0^L \frac{M_b M_{b1}}{EI_b} \cdot ds + \int_0^L \frac{M_t M_{t1}}{GI_p} \cdot ds = -\frac{M_b R_o \cos \delta}{EI_b} + \frac{M_t R_o L \sin \delta}{GI_p} \quad (4.170)$$

înlocuind aceste valori în relația (4.168), se obține :

$$R_o \left( \frac{M_t \cos \delta}{GI_p} + \frac{M_b \sin \delta}{EI_b} \right) + \left( \frac{M_t R_o \cos \delta}{GI_p} - \frac{M_b R_o \cos \delta}{EI_b} \right) \operatorname{ctg} \delta = 0$$

sau

$$\frac{2M_t}{GI_p} \cos \delta - \frac{M_b}{EI_b} \cdot \frac{\cos \delta}{\sin \delta} = 0 \quad (4.171)$$

Ținând seama de legătura dintre rigidități la încovoiere și torsiune  $GI_p = (1 + \mu)EI_b$  și înlocuind în relația (4.171) valorile eforturilor din relațiile (4.166.a) și (4.167.a) exprimăm definitiv intensitatea forțelor de contact  $q$  în funcție de diferența ( $\mathcal{M}_s - M_{os}$ ) :

$$q = \frac{\cos \delta' \sin^2 \delta (1 + 2\mu \cos^2 \delta) (\mathcal{M}_s - M_{os})}{\cos \delta (1 + \mu \sin^2 2\delta) R_o^2 n} \quad (4.172)$$

Înlocuind valoarea intensității  $q$  din relația (4.172) în relațiile (4.164.a) - (4.167.a) se obține :

$$P_t = \frac{\sin^3 \delta}{R_o} \left( \frac{1 + 2\mu \cos^2 \delta}{1 + \mu \sin^2 2\delta} \right) \frac{(\mathcal{M}_s - M_{os})}{n}; \quad (4.164.b)$$

$$P_b = -\frac{\sin^2 \delta \cos \delta}{R_o} \left( \frac{1 + 2\mu \cos^2 \delta}{1 + \mu \sin^2 2\delta} \right) \frac{(\mathcal{M}_s - M_{os})}{n} \quad (4.165.b)$$

$$M_t = \left( \frac{\cos \delta \cos^2 \delta}{1 + \mu \sin^2 2\delta} \right) \frac{(\mathcal{M}_s - M_{os})}{n} \quad (4.166.b)$$

$$M_b = \frac{2 \sin \delta \cos^2 \delta (1 + \mu) (\mathcal{M}_s - M_{os})}{1 + \mu \sin^2 2\delta} \cdot \frac{1}{n} \quad (4.167.b)$$

Ținând seama de condiția că unghiul de răsucire a tuturor sârmelor periferice este egal cu cel al sârmei centrale, adică [vezi relațiile (4.147) și (4.169)]

$$\bar{\theta} = \left( \frac{M_b \sin \delta}{EI_b} + \frac{M_t \cos \delta}{GI_p} \right) L = \frac{M_{os} \cdot l}{GI_p}, \quad (4.173)$$

din relațiile (4.173), (4.166.b) și (4.167.b) se obține :

$$\frac{\mathcal{M}_s - M_{os}}{n} = \frac{\mathcal{M}_s}{n + \frac{\cos \delta}{1 + \mu \sin^2 2\delta} \left( \frac{d_o}{d} \right)^4}. \quad (4.174)$$

din care se obține

$$M_{os} = \frac{\mathcal{M}_s}{1 + \frac{n(1 + \mu \sin^2 2\delta)}{\cos \delta} \left( \frac{d_o}{d} \right)^4} = k_{os} \cdot \mathcal{M}_s, \quad (4.175)$$

și relațiile

$$P_t = \frac{\sin^2 \delta (1 + 2\mu \cos^2 \delta) \mathcal{M}_s}{\left[ \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 \cos \delta + n(1 + \mu \sin^2 2\delta) \right] R_o} = c_t \frac{\mathcal{M}_s}{R_o}, \quad (4.176)$$

$$P_b = - \frac{\sin^2 \delta \cos \delta (1 + 2\mu \cos^2 \delta) \mathcal{M}_s}{\left[ \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 \cos \delta + n(1 + \mu \sin^2 2\delta) \right] R_o} = c_b \frac{\mathcal{M}_s}{R_o}, \quad (4.177)$$

$$M_t = \frac{\cos \delta \cos 2\delta \mathcal{M}_s}{\left[ \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 \cos \delta + n(1 + \mu \sin^2 2\delta) \right]} = k_t \mathcal{M}_s; \quad (4.178)$$

$$M_b = \frac{2 \sin \delta \cos^2 \delta (1 + \mu)}{\left[ \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 \cos \delta + n(1 + \mu \sin^2 2\delta) \right]} \mathcal{M}_s = k_b \mathcal{M}_s. \quad (4.179)$$

Valorile coeficienților  $k_{os}$ ,  $k_t$ ,  $k_b$  și  $c_t$  și  $c_b$  sunt reprezentate grafic în fig. 4.29 și fig. 4.30. Săgeata  $\lambda_s$  a arcului de compresiune cu unghi de pantă mic ( $\alpha_{x_0}$ ) confecționat dintr-un cablu cu sârmă centrală, încărcat cu forța  $P_s = P - P_k$ ,  $\left[ \mathcal{M}_s = (P - P_k) \frac{P}{2} \right]$ , poate fi calculată în mod analog cu relația (4.156) și se obține :

$$\lambda_s = \int_0^l \frac{M_{os} M_{osl}}{G I_p} ds = \frac{(P - P_k) D^2 l \cos \delta}{4nGI_p \left[ \frac{\cos \delta}{n} \left( \frac{d_o}{d} \right)^2 + (1 + \mu \sin^2 2\delta) \right]} \quad (4.180)$$

(Valoarea lui  $M_{os}$  este dată de relația (4.175);  $M_{osl} = \frac{l \cdot D}{2}$  conform (4.155.a);  $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$ ;  $l \approx \pi D_1$ ).

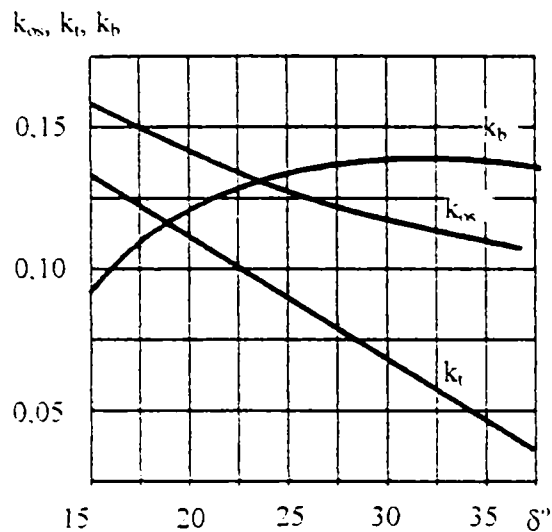


Fig. 4.29. Valorile coeficienților  $k_{os}$ ,  $k_t$  și  $k_b$  pentru un cablu cu sârmă centrală  $d = d_o$  și  $n = 5$ , în funcție de unghiul de cablare  $\delta$

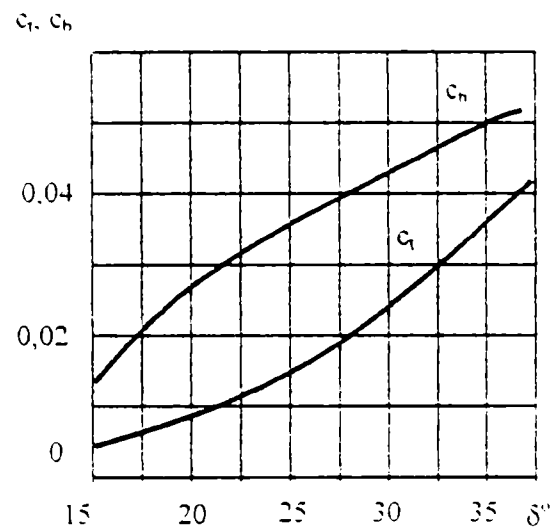


Fig. 4.30. Valorile coeficienților  $c_t$  și  $c_b$  pentru un cablu cu sârmă centrală cu  $d = d_o$  și  $n = 5$ , în funcție de unghiul de cablare  $\delta$

Relația (4.180) poate fi scrisă și sub forma :

$$\lambda_s = \frac{8(P - P_k) D^3 l}{n G d^4 \xi_o''} \quad (4.180.a)$$

în care coeficientul de rigiditate  $\xi_o''$  pentru contact strâns între sârmele periferice și cea centrală are valoarea :

$$\xi_o'' = \left[ \frac{1}{n} \left( \frac{d_o}{d} \right)^4 + \frac{1 + \mu \sin^2 2\delta}{\cos \delta} \right] \quad (4.181)$$

Valorile coeficientului  $\xi_o''$  sunt reprezentate grafic în fig. 4.23.

Acum este posibil să exprimăm eforturile totale din secțiunile transversale ale sârmelor și săgeata totală a arcului de compresiune confecționat din cablu în cazul încărcării acestuia cu o forță  $P > P_k$ , ( $P = P_k + P_s$ ).

În acest caz spirele arcului sunt răsucite de către momentul :



$$\mathcal{M} = \frac{PD}{2}, \quad \mathcal{M} = \mathcal{M}_k + \mathcal{M}_s; \quad \mathcal{M}_k = \frac{P_k D}{2}, \quad \mathcal{M}_s = \frac{P_s D}{2},$$

în care  $D$  este diametrul mediu al arcului.

a) Momentul de răsucire total pentru sârma centrală este :

$$M = M_o + M_{os} = k \frac{PD}{2}, \quad (4.182)$$

în care :  $k = k_o \frac{P_k}{P} + k_{os} \left( 1 - \frac{P_k}{P} \right)$ .

b) Momentul de răsucire total pentru o sârmă periferică este :

$$M_T = M_{T_k} + M_t = k_T \frac{PD}{2}, \quad (4.183)$$

în care :  $k_T = k_T \frac{P_k}{P} + k_t \left( 1 - \frac{P_k}{P} \right)$ .

c) Momentul încovoierii total pentru o sârmă periferică :

$$M_B = M_{Bk} + M_b = k_B \frac{PD}{2}, \quad (4.184)$$

în care :

$$k_B = k_B \frac{P_k}{P} + k_b \left( 1 - \frac{P_k}{P} \right)$$

d) Forța normală pe secțiunea unei sârme periferice :

$$P_T \approx P_t = c_t \frac{(P - P_k)D}{2R_o} \quad (4.185)$$

e) Forța tăietoare în secțiunea unei sârme periferice :

$$P_B \approx P_b = -c_b \frac{(P - P_k)D}{2R_o} \quad (4.186)$$

f) Săgeata totală a arcului :

$$\lambda = \lambda_k + \lambda_s = \frac{PD^2 \ell}{4GI_p n \xi_o} = \frac{8PD^3 i}{nGd^4 \xi_o}, \quad (4.187)$$

în care

$$\frac{1}{\xi_o} = \frac{1}{\xi'_o} \frac{P_k}{P} + \frac{1}{\xi''_o} \left( 1 - \frac{P_k}{P} \right). \quad (4.188)$$

Coeficienții  $k$ ,  $k_T$ ,  $k_B$  și  $\beta_o$  se determină pe baza unor nomograme ridicate în funcție de unghiul de cablare  $\delta$  și raportul  $P_k/P$ .

În general caracteristicile arcurilor confecționate din cabluri fără sau cu sârmă centrală au aceeași alură.

În cazul ideal, caracteristica arcului la încărcare și descărcare coincide, deoarece teoretic nu există frecare între sârmele cablului. Totuși datorită cablării eronate, poziția sârmelor nu este perfect simetrică și în procesul de încărcare - descărcare pot apărea frecări ceea ce conduce la curbe diferite pentru încărcare, respectiv descărcare.

Energia potențială  $U$  acumulată de arc în cursul deformării poate fi calculată cu ajutorul relațiilor (4.156.a) și (4.157) :

$$U = \frac{P_k \cdot \lambda_k}{2} + \frac{(P_k + P)(\lambda - \lambda_k)}{2}, \quad (4.189)$$

în care  $P > P_k$  este sarcina de lucru a arcului, iar  $\lambda > \lambda_k$  – sageata corespunzătoare acestei sarcini.

#### 4.7.3. Rezistența arcurilor confecționate din cablu cu sârmă centrală

Calculul de rezistență se face pentru o sarcină  $P > P_k$ , situație în care sârmele cablului sunt strânse într-un mănunchi compact, deci există forțele de interacțiune între sârmele periferice și sârma centrală.

S-au stabilit valorile momentelor de torsiune (4.182), (4.183), momentului încovoietor (4.184) precum și a forței normale (4.185) precum și a forței tăietoare (4.186) care apar în secțiunile transversale ale sârmelor în cazul răsucirii cablului cu un moment  $\varpi = PD/2$ .

Pe baza teoriei a treia de rezistență (în ipoteza tensiunilor tangențiale maxime) și neglijând forța normală și cea tăietoare ( $P_t$  și  $P_b$ ) se poate calcula tensiunea echivalentă maximă.

Pentru sârma centrală ea are valoarea :

$$\sigma_{ech\ max} = \frac{M_t}{0,1d_o^3} = \frac{10k\varpi}{d_o^3}, \quad (4.190)$$

iar pentru sârmele periferice :

$$\sigma_{ech\ max} = \frac{\sqrt{M_T^2 + M_{tB}^2}}{0,1d^3} = \frac{10\varpi}{d^3} \sqrt{k_T^2 + k_B^2} \quad (4.191)$$

În relația (4.191) nu s-a avut în vedere influența curburii sârmelor, dar acest fapt nu influențează în mod esențial rezultatele deoarece la cablurile cu sârmă centrală, curbura celor periferice este relativ mică.

Relațiile (4.190) și (4.191) permit doar un calcul comparativ și mai puțin calculul stării de tensiune reale în punctele periculoase aflate pe fibra interioară a sârmelor periferice. Aceste puncte periculoase coincid cu punctele de contact dintre sârme unde apare un câmp suplimentar de tensiuni de intensitate mare al cărui studiu prezintă dificultăți mari.

## **Capitolul 5. ÎNCERCAREA LA FLUAJ A CONDUCTOARELOR ELECTRICE. MĂSURAREA, PRELUCRAREA ȘI INTERPRETAREA DATELOR EXPERIMENTALE**

### **5.1. Recomandări privind încercarea la fluaj a conductoarelor cablate**

#### **5.1.1. Definiții și observații**

Încercările la fluaj a conductoarelor electrice precum și metodele de interpretare a rezultatelor sunt reglementate de Standardul SR EN 61395/2000.

Se vor folosi următoarele definiții :

1° *lungime eșantion* – lungimea totală a conductorului între prinderile de capăt :

2° *lungime de măsurat* – lungimea conductorului pe care se măsoară fluajul :

3° *temperatură de încercare* – temperatura medie luată în trei puncte prestabilite de-a lungul lungimii de măsurat sau, când sunt folosite mai mult de trei puncte de măsurare, temperatura medie luată la distanțe egale de-a lungul lungimii de măsurat :

4° *sarcină de încercare* – sarcina constantă care acționează asupra conductorului pe durată încercării care determină alungirea permanentă funcție de timp, adică fluajul :

5°  *timp de încărcare* – timpul necesar fie de la preîncărcare până la sarcina de încercare, când se aplică preîncărcarea, fie de la sarcină nulă la sarcina de încercare:

6° *durata încercării* – intervalul de timp de la atingerea sarcinii de încercare și sfârșitul încercării ;

7° *mașina de încercare la fluaj* – echipament complet cu ajutorul căruia eșantionul de conductor este tensionat în timpul încercării ;

8° *prindere de capăt* – dispozitiv care menține continuitatea electrică și/sau mecanică a conductorului.

Toate unitățile de măsură folosite sunt cele ale SI.

Mijloacele de măsurare trebuiesc etalonate conform cerințelor standardelor în vigoare.

#### **5.1.2. Pregătirea și efectuarea încercărilor**

##### **5.1.2.1. Alegerea și pregătirea eșantionului**

Eșantionul trebuie luat de pe tambur la cel puțin 20m de capătul conductorului și nu trebuie deteriorat în timpul prelevării și pregătirii.

Lungimea minimă a eșantionului între prinderile de capăt trebuie să fie :

$$100 \times d + 2 \times a$$

unde

$100 \times d$  – este lungimea de măsurat minimă;

$d$  – este diametrul conductorului ;

$a$  – distanța dintre prinderea de capăt și lungimea de măsurat (doar când capetele sunt fixate în rășină).

Distanța  $a$  trebuie să fie cel puțin 25% din lungimea de măsurat sau de 2m ; se alege valoarea cea mai mică dintre ele. Lungimea totală tăiată din conductor trebuie să includă și lungimea necesară pentru dispozitivele de prindere de la cele două capete ale eșantionului.

Fig. 5.1. prezintă un montaj tip.

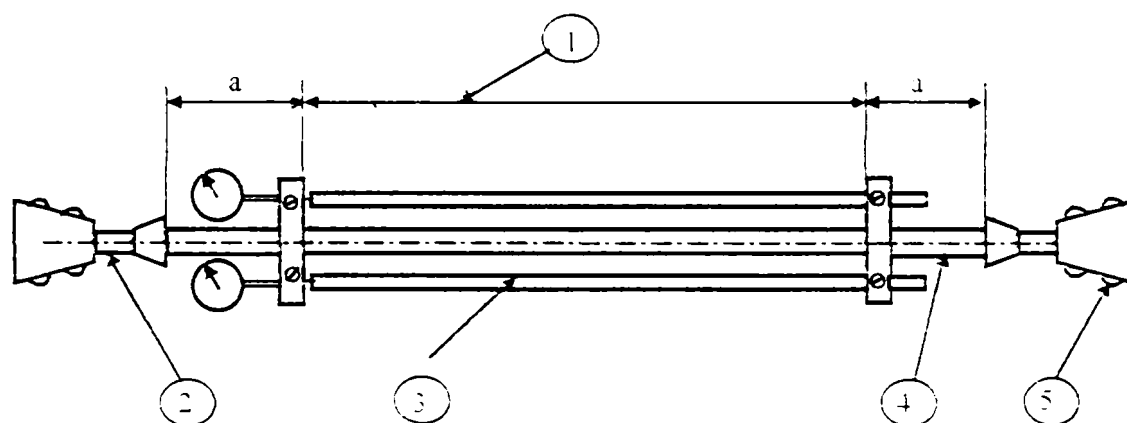


Fig. 5.1. – Montaj tip pentru încercarea la fluaj

- 1- lungime de măsurat
- 2- prindere de capăt
- 3- tijă de referință
- 4- eșantion
- 5- dispozitiv de prindere

Odată prelevat de pe tambur eșantionul trebuie ținut cât mai drept posibil. Dacă acest lucru nu este posibil trebuie prelevată de două ori lungimea eșantionului și partea centrală va fi folosită ca lungimea eșantionului. Colacul înfășurat pentru transport trebuie să aibe diametrul minim de 1,5m.

Prinderile de capăt care utilizează metale cu punct de topire scăzut, rășină, etc. nu trebuie să permită alunecarea sau mișcarea relativă între straturi și trebuie montate când straturile conductorului sunt concentrice. Capetele conductoarelor gresate trebuie degresate înainte de montarea prinderilor de capăt.

### **5.1.2.2. Condiții de încercare**

Temperatura de încercare a conductorului, dacă nu se specifică altfel, trebuie să fie de  $20 \pm 2^\circ\text{C}$  și trebuie măsurată la mijlocul și capetele lungimii de măsurat cu echipamente având o precizie de  $\pm 0,5^\circ\text{C}$ .

Compensarea variațiilor de temperatură trebuie făcută fie prin utilizarea unor tije de referință având același coeficient de dilatare termică cu a eșantionului, fie prin utilizarea unui termocuplu de referință. Utilizarea lor are ca scop reducerea dispersiei de măsurare datorate alungirilor termice.

Precizia sarcinii de încercare trebuie să fie de  $\pm 1\%$  sau  $\pm 120\text{N}$ , se alege valoarea cea mai mare dintre ele. În timpul încercării trebuie folosite doze tensometrice.

Măsurarea deformării se poate face cu calibre circulare micrometrice, traductoare de deplasare de joasă tensiune, sau sisteme optice a căror precizie trebuie să asigure determinarea deformării eșantionului de conductor cât mai aproape de  $5 \times 10^{-4}$ . Pe timpul încercărilor mai ales la eșantioane lungi, pot avea loc răsuciri ( rotații ) necontrolate care trebuie evitate sau compensate.

Pentru efectuarea încercării eșantionului pregătit trebuie fixat în mașina de încercat la fluaj. Unele mașini necesită o preîncărcare a eșantionului care nu are voie să depășească  $2\%$  din rezistența nominală de rupere a eșantionului iar durata preîncărcării nu are voie să depășească 5 minute pentru a nu influența forma curbei caracteristice de fluaj.

Sarcina de încercare trebuie încărcată uniform, fără supraîncărcare în cel mult  $5 \text{ min} \pm 10 \text{ s}$ . La încărcare în trepte, treptele de creștere nu trebuie să fie mai mari de  $20\%$  din sarcina de încercare.

### **5.1.2.3. Metodă de încercare a conductoarelor la fluaj**

Se recomandă următorii parametri de încercare :

- temperatura încercării trebuie să fie  $20^\circ\text{C}$  ;
- sarcina de încercare trebuie să fie  $20\%$  din rezistența nominală de rupere a conductorului.

Dacă este necesară o caracterizare completă a comportării la fluaj a conductorului, încercările trebuie efectuate la cel puțin două sarcini diferite și la două temperaturi diferite.

Când se folosesc eșantioane lungi de conductor preîncărcarea nu va fi suficientă pentru ridicarea conductorului. În acest caz eșantionul trebuie susținut prin diferite soluții la intervale uniforme.

Eșantionul trebuie astfel pregătit încât sârmele conductorului să fie solicitate cât mai uniform. Se recomandă capete de prindere turnate folosind rășină sau metal cu punct de topire scăzut pentru evita alunecarea și dislocarea straturilor și de a evita astfel solicitările lor inegale.

Mentținerea temperaturii constante pe parcursul încercării este foarte importantă, deoarece o creștere de 1°C produce o creștere a vitezei de fluaj cu 4%.

În exploatare conductoarele se alungesc din cauza efectelor fluajului și a dilatării termice, efecte care conduc la scăderea tensiunii în conductor și în consecință creșterea vitezei de fluaj nu va fi foarte mare.

O metoda de a compensa a efectelor variațiilor de temperatură este cea a folosirii tijelor de referință din fig. 4.1. Ele au aceeași dilatare termică cu a conductorului încercat, măsurarea lungirii făcându-se la capătul liber al tije de referință, compensându-se astfel deformațiile cauzate de variațiile de temperatură.

### 5.1.3. Culegerea și interpretarea datelor

#### 5.1.3.1. Culegerea datelor

Măsurările deformațiilor sub sarcină constantă și a temperaturii conductorului trebuie efectuate din momentul aplicării sarcinii de încercare complete, de exemplu la sfârșitul celor 5 minute prevăzute pentru încărcare. După aceea, temperatura conductorului și citirile pentru calcularea alungirilor de fluaj trebuie uniform dispuse pe scara logaritmică de timp. Se pot efectua și alte citiri, dar nu trebuie incluse în calcul. Numărul acestor citiri trebuie să fie de cel puțin trei în fiecare interval de timp, cu o creștere de zece ori a timpului. Prima citire corespunde la timp și fluaj zero. A doua citire, care este prima valoare a fluajului trebuie luată nu mai târziu de 0,02 ore după prima citire. Pentru a prezice suficient de precis fluajul de lungă durată, durata trebuie să fie de cel puțin 1000 de ore.

Intervalele de timp crescătoare pentru efectuarea citirilor pot fi determinate conform formulei :

$$t = 10^n$$

unde

t este timpul în ore la începutul măsurării

$n$  este o serie numerică de increment constant, cum ar fi

$$n_{m+1} = n_m + \Delta$$

unde

$\Delta$  este o constantă, de exemplu dacă trebuie făcute 10 citiri pentru fiecare creștere a timpului de 10 ori (exemplu de la 10 h la 100 h) și prima citire este făcută la 10h ( $10^1$ h) următoarele citiri vor fi făcute la  $10^{1+0.1}$ ,  $10^{1+0.2}$ , ..... (12,6h, 15,8h, 20,0h, .....). Pe o scară logaritmică aceste puncte vor fi uniform eșalonate.

Cele mai multe date disponibile de fluaj sunt bazate pe încercări la fluaj de 1000h. Timpii mai lungi dau precizie mai mare, dar datorită prezentării logaritmice sunt necesari timpi foarte lungi pentru a crește semnificativ precizia. Se știe că din cauza fluajului nemăsurat la începutul încercării, caracteristica de fluaj va prezenta o curbă pentru durate mai mici de încercare.

### 5.1.3.2. Interpretarea datelor

Dacă alungirea conductorului datorită fluajului urmează o lege exponențială, fluajul măsurat pentru fiecare interval egal de timp pe scara logaritmică va fi de obicei aproximativ egal, de exemplu fluajul între 1 și 10 ore este de aceeași amplitudine ca și cel între 100 și 1000 de ore. Curba de regresie este aproximată la o dreaptă prin metoda celor mai mici pătrate. Pentru a face posibilă o regresie liniară obiectivă a formulei fluajului, metoda necesită existența unor puncte experimentale uniform repartizate pe toată lungimea dreptei.

Ecuția fluajului  $\varepsilon_c = axt^b$  poate fi transformată în

$$\log \varepsilon_c = \log a + b \times \log t$$

unde

$\varepsilon_c$  este alungirea în procente datorată legii exponențiale a fluajului ;

$t$  este timpul în ore ;

$a$  și  $b$  sunt constante .

Într-o diagramă a alungirii funcție de timp, trasată pe o scară dublu logaritmică, valorile măsurate ale fluajului vor defini o curbă care aproximează o dreaptă pentru o durată de timp mai îndelungată. Pentru o dreaptă ajustată prin puncte,  $a$  este intersecția cu axa fluajului pentru  $t = 1$  h iar  $b$  este panta dreptei.

Pentru a calcula ecuația de fluaj trebuie considerată o regresie liniară folosind valorile dintre 1 și 1000 de ore.



În scopul comparării, constantele  $a$  și  $b$ , împreună cu fluajul de lungă durată calculat pentru 10 ani trebuie prezentate în raport, împreună cu temperatura nominală convenită și variația reală de temperatură. Diagrama dublu logaritmică a alungirii funcție de timp până la 100000 de ore trebuie trasată plecând de la o dreaptă experimentală ajustată împreună cu temperatura nominală convenită și variația reală de temperatură.

Ecuția derivată a fenomenului de fluaj va fi întotdeauna pesimistă și va conduce la valori mai mari ale fluajului de lungă durată decât cele ale fluajului real. Nu este posibil de a obține rezultate mai precise prin începerea cu întârziere a măsurărilor, adică prin excluderea fluajului la începutul fenomenului. O astfel de metodă va deplasa curba de fluaj spre valori mai mici ale fluajului și prin urmare va descrește fluajul de scurtă durată, dar pe de o altă parte va rezulta un exponent mai mare de fluaj și în consecință va conduce la creșterea fluajului de lungă durată.

Acestea au fost recomandările standardului în vigoare care reglementează încercările de laborator a conductoarelor electrice la fluaj. După cum se va vedea din unele paragrafe din cele care vor urma, unele afirmații din standard sunt contrazise experimental, situații la care se va mai reveni în cele ce urmează.

## **5.2. Mașina de încercări la fluaj “MF 3000/2”**

Până recent, Laboratorul de Rezistența Materialelor a avut în dotare o mașină de încercări la fluaj pentru conductoare electrice cu sarcina maximă de încărcare de 30KN (3000daN) și lungimea maximă a epruvetelor de încercat de 2 m.

Mașina de încercat la fluaj a fost realizată pe baza unei colaborări îndelungate cu întreprinderea producătoare de cabluri IPROEB Bistrița. În acest sens, sub îndrumarea d-lui prof. Dr. ing. Ionel Dobre și pe baza proiectului de execuție aparținând d-lui prof. Dr. ing. Nicolae Faur s-a realizat mașina de fluaj pentru încercarea conductoarelor electrice, mașină unicat în țară, care a fost la vremea respectivă obiectul brevetului de invenție nr.101775/1.10.1988.

Mașina de încercat la fluaj conductoare pentru liniile electrice de înaltă tensiune cuprinde o serie de idei originale în realizarea ei.

Mașina este echipată cu cinci posturi de lucru care permit încercarea simultană în aceleași condiții de temperatură la cinci sarcini diferite (procente din forța de rupere nominală

a conductorului supus încercării de fluaj), sarcini care se mențin constante pe toată durata încercării.

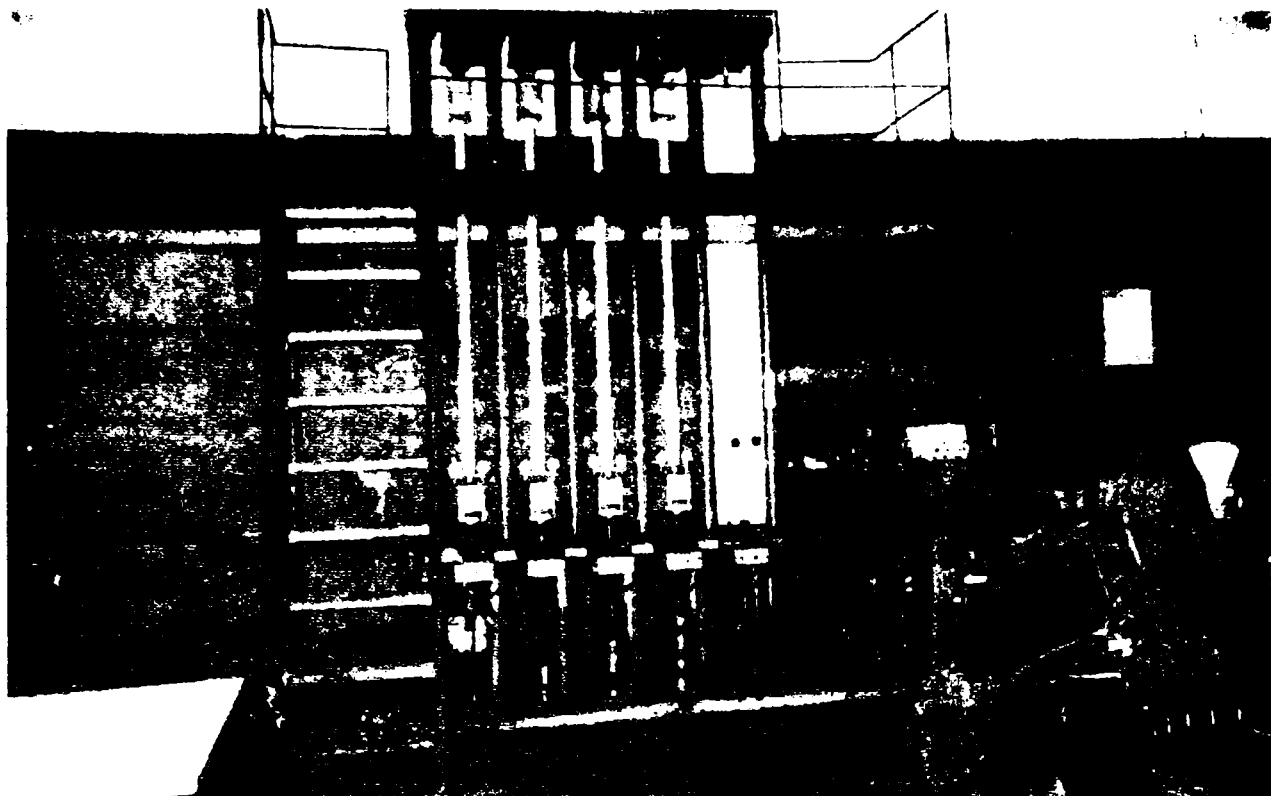


Fig. 5.2. Mașina pentru încercări la fluaj a conductoarelor electrice "MF 3000 2"

Mașina pentru încercări la fluaj este de construcție verticală, ceea ce nu corespunde cu recomandările standardului SREN 61089/2000 care recomandă utilizarea unor mașini orizontale, dar trebuie menționat că ea a fost realizată cu mult timp în urmă, înaintea apariției standardului care reglementează condițiile de încercare la fluaj a conductoarelor electrice cablate și care este valabil și în prezent. Totuși construcția verticală are avantajul că epruvetele de lungime mare se pot menține drepte fără a utiliza alte dispozitive (pârghii, cărucioare) pentru a menține epruveta dreaptă. În plus, consider că dispozitivele de sprijin influențează rezultatele citirilor, deoarece în stare naturală de funcționare conductoarele nu sunt sprijinite între punctele de suspensie, deci nu există frecări între dispozitivele de susținere intermediare și epruvetă.

Schema principală a unui post de lucru a mașinii de încercare la fluaj a conductoarelor electrice este prezentată în figura 5.3.

Mașina, având în vedere componentele ei principale, conform schemei de principiu din figură se compune din dispozitivul de tracțiune 1 compus la rândul lui din sistemul de amplificare mecanică cu pârghie dublă și greutatea etalonată G, sistemul de readucere a pârghiilor amplificatorului mecanic în poziție orizontală 2, care asigură menținerea automată

a încărcării sub sarcină constantă ( $\sigma = \text{const.}$ ) a epruvetei pe tot parcursul încercării și extensometrul mecanic 3, prevăzut cu două comparatoare cu precizia de măsurare de sutime de mm.

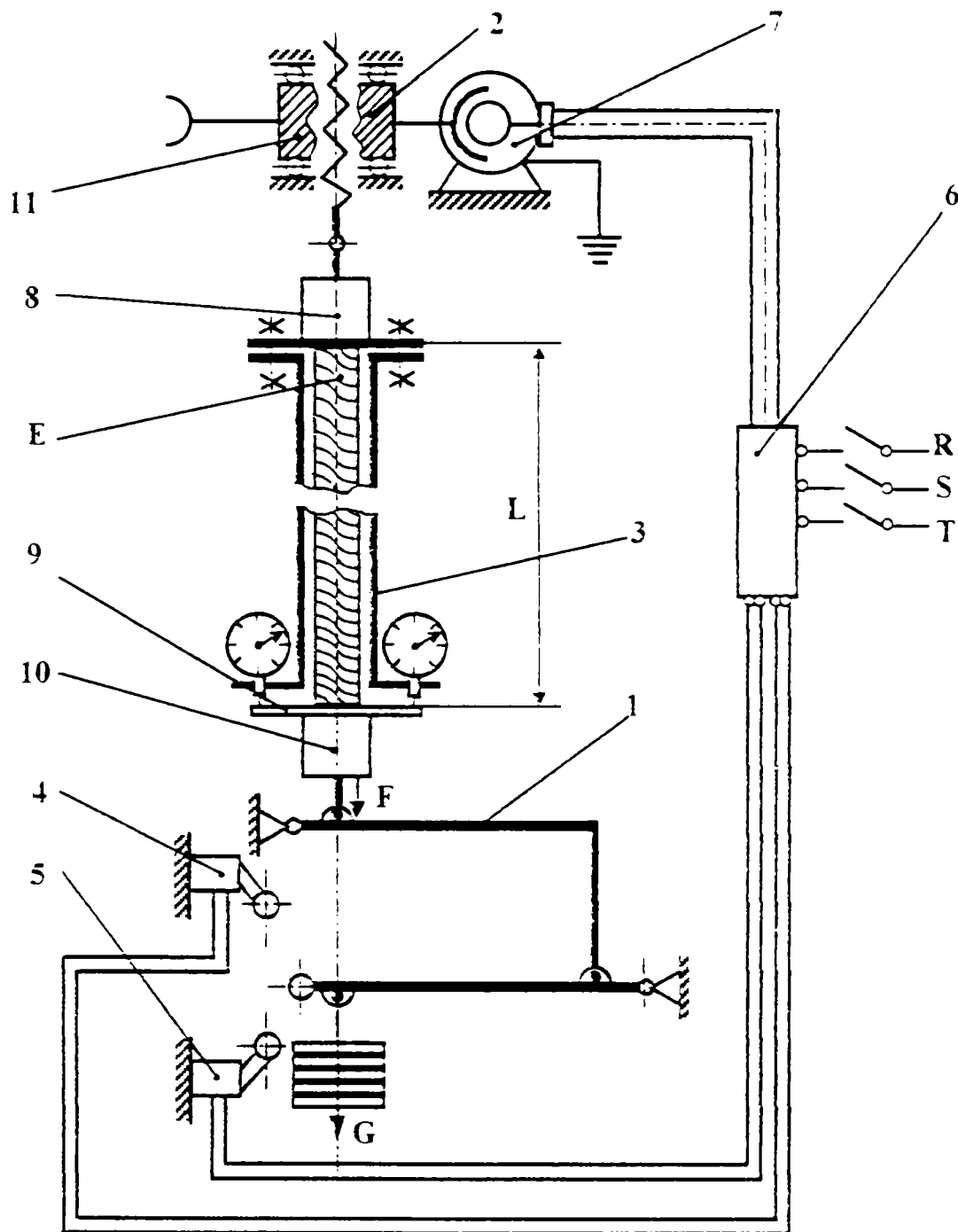


Fig. 5.3. Schema de principiu a mașinii de încercări la fluaj a conductoarelor electrice

Cele două comparatoare se montează rigid de capătul inferior al extensometrului și palpează un disc 9 solidar cu capul de prindere inferior 10. Cele două comparatoare se centrează față de axul conductorului pentru a compensa erorile de citire care ar putea proveni din încovoierea conductorului, datorită neîntinderii ei suficiente sau a rotirii conductorului

datorat înfășurării elicoidale ale sârmelor ce îl compun. Astfel alungirea totală a conductorului rezultă ca medie a celor două citiri efectuate la cele două comparatoare (v. fig. 5.4.)

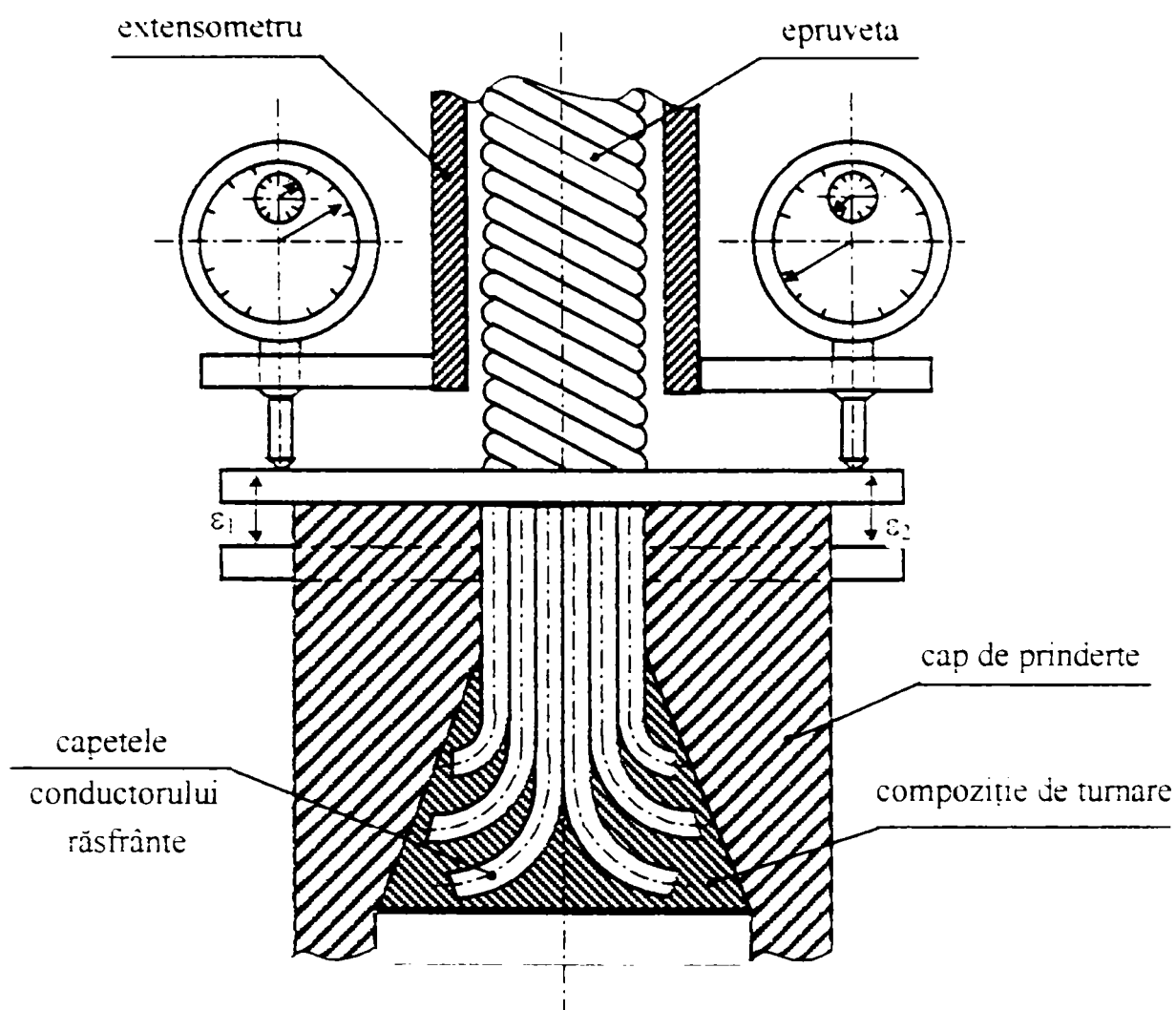


Fig. 5.4. Citirea alungirii conductorului cu două comparatoare și fixarea epruvetei în capul de prindere

Sistemul de menținere sub sarcină constantă asigură orizontalitatea celor două pârghii din componența amplificatorului mecanic prin mărirea în zona de sensibilitate maximă a cursei pârghiei inferioare (capătul pârghiei) cu ajutorul a două microîntrerupătoare 4 și 5 conectate la sistemul de comandă și acționare 6 a grupului motoreductor 7 amplasat la partea superioară a mașinii. Practic, când capătul pârghiei inferioare ocupă o poziție astfel încât să acționeze microîntrerupătorul inferior 5 care pomește motoreductorul, care ridică tot ansamblul până când capătul pârghiei acționează microîntrerupătorul superior 4 care întrerupe funcționarea sistemului de ridicare.

Extensometrul 3 se fixează rigid de capul de prindere superior 8 și este realizat din elemente tubulare, a căror lungime poate fi reglată în funcție de lungimea efectivă a

epruvetelor. Practic aceste tuburi ale extensometrului au rolul barelor compensatoare din recomandările standardului. Trebuie să recunoaștem că ele neavând același coeficient de dilatare termică cu a conductorului, la variații mari de temperatură influențează rezultatele măsurătorilor. Soluția propusă în standard cu bare compensatoare practic este aproape imposibil de realizat, deoarece la fiecare conductor încercat ar trebui folosite alte bare de compensare având același coeficient de dilatare termică, secțiune transversală și lungime de măsurat cu a epruvetei. Acest lucru devine și mai greu de realizat în cazul încercării conductoarelor bimetalice, barele de compensare trebuind să aibe coeficientul de dilatare termică cu coeficientul de dilatare termică echivalent al conductorului încercat. Practic barele de compensare ar trebui executate din același conductor cu cel încercat sub sarcină ceea ce este imposibil de realizat deoarece nu se poate comporta ca o bară încastrată la un capăt și liberă la celălalt din cauză că nu se poate menține orizontală din cauza lungimii mari, a greutății proprii, a rigidității mai scăzute la încovoiere și a curbării suferite prin înfășurarea pe tambur. Pentru a sta în poziție orizontală ar trebui îndreptată și sprijinită în mai multe puncte pentru a menține poziția orizontală, lucruri care ar influența precizia măsurătorilor. Pentru a evita influența temperaturii asupra preciziei măsurării fluajului soluția cea mai la îndemână ar fi amplasarea mașinii într-o încăpere climatizată cu variații cât mai mici ale temperaturii mediului ambiant.

Precizia încercărilor este ridicată, deoarece fiecare post de lucru se etalonează cu dinamometrul de metrologie (dinamometru optic sau doză tensometrică) înainte de fiecare încercare.

Dispozitivul fundamental al mașinii este sistemul de amplificare mecanic cu pârghie dublă inferioară care permite realizarea unei forțe de tracțiune de 30KN. Forța de tracțiune este realizată prin încărcarea unui taler suspendat la capătul liber al pârghiei inferioare a mecanismului de amplificare, care are constanta de amplificare de aproximativ 50, cu greutăți etalonate, deci pentru realizarea forței maxime de tracțiune de 30KN este necesară o încărcare a talerului cu greutate corespunzând la 60daN.

Schema mecanismului de amplificare a forței de întindere este prezentată în fig. 5.4. Cu notațiile din figură, raportul de amplificare se calculează în două etape :

$$\begin{aligned} (\sum M)_A = F(a+b) - N_1 \cdot b = 0 &\Rightarrow N_1 = \frac{F(a+b)}{b} \\ (\sum M)_B = F(a+c) - N_2 \cdot c = 0 &\Rightarrow N_2 = \frac{N_1(a+c)}{c}, \end{aligned}$$

$$N_2 = F \frac{(a+b)(a+c)}{bc}$$

Pentru valorile  $a = 273\text{mm}$  și  $b = c = 45$  se obține un raport (constantă) de amplificare :

$$K = \frac{(a+b)(a+c)}{bc} = \left(\frac{a+b}{b}\right)^2 = \left(\frac{273+45}{45}\right)^2 = \left(\frac{318}{45}\right)^2 = 49,9378 \approx 50$$

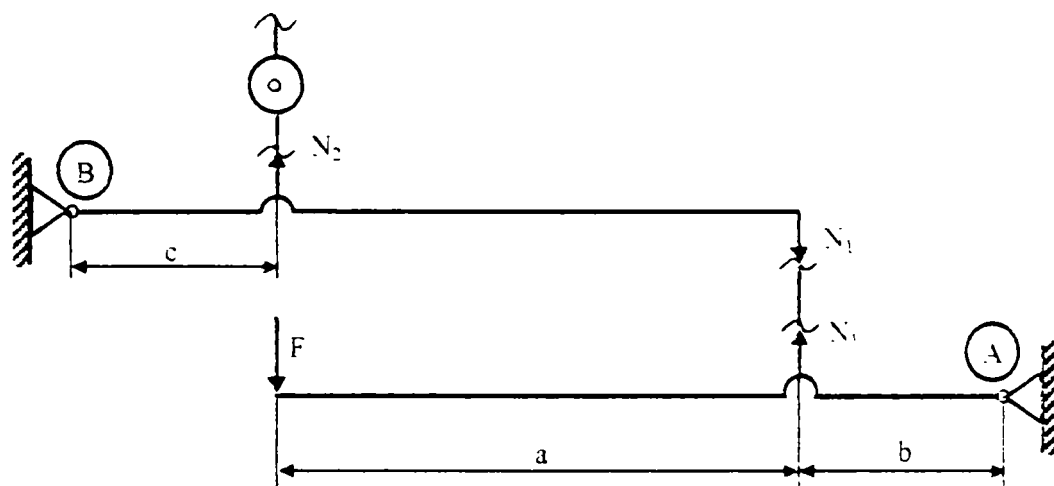


Fig. 5.5 Schema mecanismului de amplificare

Pe lângă acest mecanism de amplificare, sistemul de amplificare al mașinii mai cuprinde un sistem de readucere automată a brațului inferior în poziție orizontală (pentru a menține raportul de amplificare la valoarea constantă) pentru a compensa influența lungirii epruvetei sub sarcină constantă prin ridicarea epruvetei cu un sistem format din două microîntrerupătoare care acționează un motoreductor.

Trebuie menționat că sistemul de amplificare al mașinii a fost executat cu o asemenea precizie încât pentru obținerea forței de tracțiune dorite ar fi fost îndeajuns să se încarce talerul postului de lucru cu greutateți adecvate care înmulțite cu raportul de amplificare permite obținerea acestei forțe de tracțiune. Acest lucru a fost confirmat cu ocazia etalonării mașinii înaintea fiecărei încercări, cu dinamometrul optic sau doză tensometrică verificate metrologic.

Întrucât unele conductoare cu capacitate foarte mare de transport a curentului (peste 2500A) au forța de rupere nominală peste 400KN pentru conductoare Al-OL sau aliaje de aluminiu și în unele cazuri peste 700KN pentru conductoare din oțel zincat, forța maximă de tracțiune de 30KN realizabilă cu această mașină de încercări la fluaj nu este suficientă. În acest sens prin Grantul de tip A, Tema nr.17, cod CNCSIS 70, Contractul Nr.33501 din 17.07.2002 intitulat "Studii și cercetări de fluaj pe conductoare multifilare din aluminiu și oțel-aluminiu utilizate la rețele de transport a energiei electrice" s-au pus bazele realizării unei





greutățile 7, iar măsurarea alungirilor se face cu comparatoarele 8 montate într-un suport magnetic 9 prins de masa metalică 2 a batiului 1 al mașinii de încercări la fluaj a conductoarelor electrice.

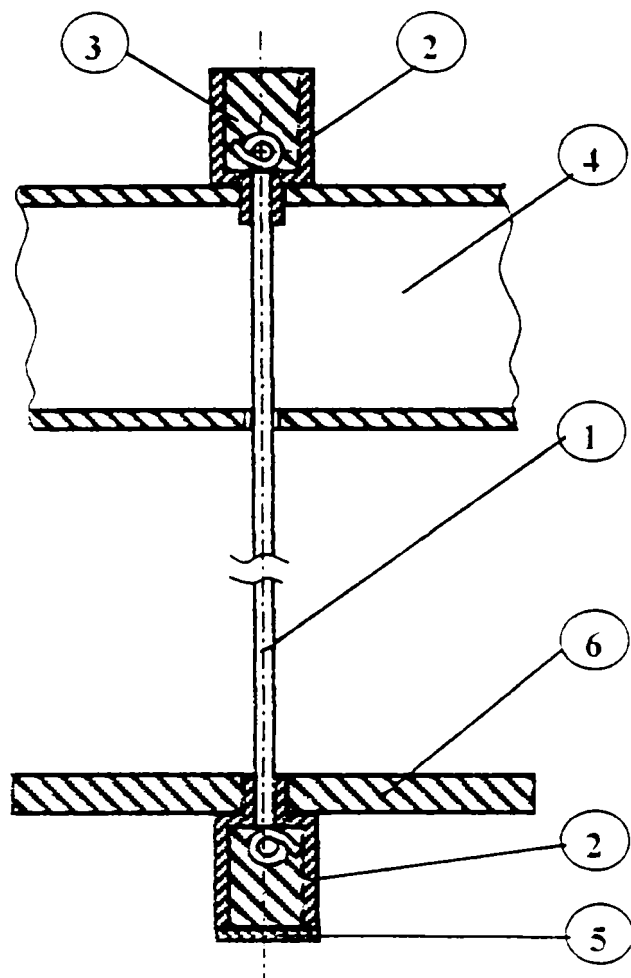


Fig. 5.7. Montajul unei sârme pentru încercări la fluaj

Prinderea de capăt inferioară susține talerul suport 6 pe care se așează greutatea prin care se realizează forța de întindere dorită. Prinderea de capăt inferioară este prevăzută cu un capac 5 care sprijină palpatorul comparatorului pentru măsurarea alungirilor sârmei.

Montajul este simplu și nu necesită sistem de amplificare deoarece forțele de încărcare fiind mici se pot obține doar prin așezarea unor greutăți.

### 5.3. Etapele încercării conductoarelor la fluaj

#### 5.3.1. Pregătirea epruvetelor și încercarea lor

Epruvetele prelevate de pe tambur conform indicațiilor standardului se taie la dimen-

Asfel s-au realizat încercări ale sârmelor de oțel și aluminiu de aceeași lungime, încărcate la același procent din forța de rupere și la aceeași temperatură ca și a conductoarelor încercate în paralel.

Realizarea montajului pentru încercarea la fluaj a sârmelor unui conductor este prezentată în fig. 5.7.

Prinderile de capăt ale sârmelor corespund ca principiu cu prinderile de cabluri ale cablurilor. Capătul sârmei 1 este fixat în prinderea de capăt 2 prin turnarea unui aliaj cu punct de topire scăzut 3. Prinderea de capăt superioară se fixează în orificiile care au rol de



siunile permise de mașina de încercări la fluaj, în cazul nostru la lungimea de măsurat  $L_0 \cong 2\text{m}$  plus lungimea necesară fixării în cele două capete de prindere. În timpul debitării, conductorul trebuie bine legat sau prins cu un colier în dreptul tăieturii pentru ca sârmele componente să nu-și modifice poziția nici în același strat, nici față de straturile vecine. Această condiție trebuie respectată și atunci când epruveta este îndreptată. Se introduce capătul epruvetei în capul de prindere (la ambele capete), se răsfrâng sârmele astfel încât să aibe un contact cât mai bun cu aliajul cu punct de topire redus cu care se va fixa în lăcașul conic al capului de prindere (v. fig. 5.4).

Epruvetele (în general 4 la număr) astfel pregătite sunt măsurate pentru a se stabili lungimea lor inițială, adică lungimea de măsurat  $L_0 \cong 2\text{m}$ .

În funcție de tipul conductorului se extrage din standard sau din datele comunicate de către producător rezistența nominală la rupere. Se stabilesc forțele de tracțiune pentru cele patru epruvete ca procent din rezistența la rupere nominală, în general în trepte egale (de exemplu 10%, 20%, 30% și 40%) astfel încât valoarea maximă a forței de întindere să nu depășească capacitatea de încărcare maximă a mașinii (30KN, adică 3tf). Se stabilesc astfel valorile forțelor de întindere pentru fiecare post de încercare.

Odată stabilite forțele de încărcare, urmează etalonarea fiecărui post în parte. Acest lucru se realizează montând pe rând la fiecare post în locul epruvetei o bară rigidă. Pentru etalonare se folosesc instrumente de mare precizie, verificate metrologic cum ar fi un dinamometru optic sau o doză tensometrică.

Se încarcă capătul liber al pârghiei inferioare al mecanismului de amplificare așezând pe talerul suport greutatea până se obține forța de încărcare dorită. Se repetă operația pentru fiecare post și forță în parte, apoi se eliberează fiecare post de greutatea corespunzătoare și se demontează sistemul de etalonare. De menționat că la fiecare etalonare s-a verificat prin cântărirea greutăților constanta mecanismului de amplificare și s-a constatat că ea a fost atât de precis calculată, iar mecanismul atât de precis executat încât ar fi fost suficient pentru obținerea forței de încărcare dorite cântărirea greutății necesare care apoi amplificată cu constanta permitea obținerea acestei forțe.

În continuare se trece la montarea pe mașină a epruvetelor pregătite pentru încercare și încărcarea lor la forța de încărcare stabilită. Încărcarea se face în trepte, așezând succesiv greutatea până la atingerea greutății totale necesare. Această operație nu trebuie să depășească durata de 5 minute, așa cum prevede standardul.

Prima citire a deformării epruvetelor se face după o oră de la aplicarea sarcinii. Se citesc simultan temperatura la care se efectuează încercările precum și indicațiile celor două comparatoare cu care sunt prevăzute posturile de încercare ale mașinii.

Deformațiile obținute prin citirea comparatoarelor după o oră de la încărcarea epruvetelor se consideră ca fiind cele cauzate de aplicarea forței de tracțiune. În continuare în primele 100 de ore ale încercării se citesc indicațiile comparatoarelor și temperatura la intervale de 10 ore, urmând ca apoi citirile să se facă odată la 24 de ore, la aceeași oră a fiecărei zile până la terminarea încercării.

Alungirea epruvetei datorită fluajului  $\varepsilon_f$  se calculează scăzând din alungirea totală  $\varepsilon$  calculată pe baza citirilor la un moment dat a alungirii calculate pe baza citirilor efectuate după o oră de la încărcarea epruvetei  $\varepsilon_0$ , adică :

$$\varepsilon_f = \varepsilon - \varepsilon_0 \quad (5.1)$$

### 5.3.2. Prelucrarea rezultatelor experimentate primare și trasarea curbelor de fluaj

Vom exemplifica mersul calculului pentru încercările făcute la postul I al mașinii de încercări la fluaj pentru un cablu de oțel – aluminiu tip Cardinal produs de IPROEB Bistrița pentru o încercare de 100 de ore. În mod obișnuit nu se fac încercări de durate mai scăzute de 1000 de ore, dar la cererea beneficiarului, pentru a obține rezultate într-un timp cât mai scurt am efectuat încercările și pentru o perioadă de 100 de ore.

Rezistența nominală la rupere a unui asemenea cablu conform standardului și datelor furnizate de producător este de  $F_r = 149.724\text{N}$ . Pentru a nu depăși capacitatea maximă de încercare a mașinii de încercări de 30KN epruvetele au fost încărcate la 5%, 10%, 15% și 20% din rezistența nominală la rupere rezultând o forță maximă de încărcare de  $F_4 = 29944\text{N}$  (pentru 20% din  $F_r$ ), aproape egală cu capacitatea mașinii. Celelalte forțe de încărcare au fost de 7486, 14972 și 22458N corespunzând la 5, 10 și 15% din rezistența nominală la rupere a conductorului.

Lungimile inițiale ale conductoarelor (epruvetelor) au fost  $L_{01} = 2010\text{mm}$ ,  $L_{02} = 2020\text{mm}$ ,  $L_{03} = 2010\text{mm}$  și  $L_{04} = 2020\text{mm}$ .

În tabelul I au fost centralizate rezultatele citirilor la cele două comparatoare (stânga și dreapta) ale extensometrelor fiecărui post de încercări (1.....4).

Tabelul 1

Nr. crt.	Timp t [ore]	$\Delta l$ [mm/100]								Temp T [°C]
		Post 1		Post 2		Post 3		Post 4		
		$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	
1	1	-0,430	2,250	-0,730	3,610	1,040	3,200	0,540	4,820	20
2	10	-0,340	2,340	-0,680	3,710	1,140	3,330	0,700	4,950	21
3	20	-0,310	2,370	-0,590	3,730	1,240	3,360	0,760	5,010	21
4	30	-0,300	2,400	-0,545	3,780	1,350	3,425	0,800	5,060	21
5	40	-0,320	2,420	-0,530	3,790	1,365	3,440	0,810	5,120	22
6	50	-0,265	2,440	-0,505	3,820	1,395	3,460	0,835	5,140	21
7	60	-0,255	2,445	-0,490	3,830	1,400	3,465	0,850	5,150	21
8	70	-0,240	2,460	-0,480	3,840	1,415	3,480	0,870	5,170	22
9	80	-0,235	2,470	-0,470	3,850	1,420	3,490	0,885	5,180	22
10	90	-0,230	2,475	-0,470	3,855	1,425	3,495	0,900	5,185	21
11	100	-0,225	2,480	-0,460	3,855	1,430	3,500	0,910	5,195	21

Temperatura de încercare a fost de  $21 \pm 1^\circ\text{C}$

Rezultatele experimentale primare vor fi  $(\epsilon, t)$ , adică alungirea și timpul.

Alungirea  $\epsilon$  se calculează din media lungirilor citite la cele două comparatoare, adică

$$\Delta l = \frac{\Delta l_{st} + \Delta l_{dr}}{2} \tag{5.2}$$

iar

$$\epsilon = \frac{\Delta l \text{ [mm]}}{L_0 \text{ [mm]}} \tag{5.3}$$

Pentru simplificarea calculelor vom nota cu  $\bar{\epsilon} = \epsilon \cdot 10^4$

Astfel se obțin rezultatele experimentale primare centralizate în tabelul 2

Tabelul 2

Nr. crt.	t [ore]	$\bar{\epsilon}_1 = \epsilon_1 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\bar{\epsilon}_2 = \epsilon_2 \cdot 10^4$ [mm/mm] F	$\bar{\epsilon}_3 = \epsilon_3 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\bar{\epsilon}_4 = \epsilon_4 \cdot 10^4$ [mm/mm] F
		$F_1=5\%F_r$	$F_2=10\%F_r$	$F_3=15\%F_r$	$F_4=20\%F_r$
1	1	4,527	7,128	10,547	13,267
2	10	4,975	7,500	11,119	13,985
3	20	5,124	7,772	11,442	14,282
4	30	5,223	8,007	11,878	14,505

5	40	5,223	8,069	11,952	14,678
6	50	5,410	8,205	12,077	14,789
7	60	5,447	8,267	12,102	14,851
8	70	5,522	8,316	12,176	14,950
9	80	5,559	8,366	12,214	15,012
10	90	5,584	8,384	12,238	15,061
11	100	5,609	8,403	12,263	15,111

Prelucrarea rezultatelor experimentale primare ( $\varepsilon, t$ ) se face prin metoda celor mici pătrate, în coordonate logaritmice, acceptând că mărimile  $x = \log t$  și  $y = \log \varepsilon$  sunt distribuite normal și corelate liniar.

În aceste condiții dreapta de regresie față de care dispersia rezultatelor este minimă, este de forma

$$y = a \cdot x + b \tag{5.4}$$

unde

$$a = \frac{k \sum_{i=1}^k x_i y_i - \left( \sum_{i=1}^k x_i \right) \left( \sum_{i=1}^k y_i \right)}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^k x_i \right)^2}, \tag{5.5}$$

$$b = \frac{\left( \sum_{i=1}^k x_i^2 \right) \left( \sum_{i=1}^k y_i \right) - \left( \sum_{i=1}^k x_i \right) \left( \sum_{i=1}^k x_i y_i \right)}{k \sum_{i=1}^k x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^k x_i \right)^2} \tag{5.6}$$

în care  $k$  este numărul de puncte experimentale,

$$x_i = (\log t)_i; \quad y_i = (\log \varepsilon)_i, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

Cu datele din tabelul 2 și relațiile (5.5) și (5.6) s-au calculat coeficienții  $a$  și  $b$  ai dreptei de regresie, centralizate în tabelul 3.

Tabelul 3

F	a	B
$F_1=5\%F_r$	0,211	0,371
$F_2=10\%F_2$	0,252	0,482
$F_2=10\%F_2$	0,292	0,580
$F_4=20\%F_2$	0,311	0,638

Cu acești coeficienți se pot scrie ecuațiile dreptelor de regresie pentru cele patru epruvete.

Cu aceste ecuații prin extrapolare se obțin valorile deformației specifice  $\varepsilon$  pentru orice valoare de timp (în cazul nostru pentru o oră, 6 luni, 1 an și 10 ani) și deformațiile specifice de fluaj  $\varepsilon_f$  aferente, centralizate în tabelul 4.

Tabelul 4

F	$\varepsilon_0 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\varepsilon \cdot 10^4$ [mm/mm]			$\varepsilon_f = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot 10^4$ [mm/mm]		
		6 luni	1 an	10 ani	O oră la 6 luni	O oră la 1 an	O oră la 10 ani
F <sub>1</sub>	2,349	13,817	15,996	26,021	11,468	13,647	23,672
F <sub>2</sub>	3,033	25,030	29,801	53,204	21,997	26,768	50,171
F <sub>3</sub>	3,802	43,932	53,782	105,312	40,130	49,980	101,510
F <sub>4</sub>	4,341	58,901	73,071	149,538	54,560	68,730	145,197

Exemplu de calcul pentru tabelul 4, rândul nr. 1 pentru F<sub>1</sub> = 7486 N

Ecuația dreptei de regresie :  $y = 0,211 x + 0,371$

Pentru  $x = 0$ ,  $y = 0,371 \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 2,349 \Rightarrow \varepsilon_0 = 2,349 \cdot 10^{-4}$  [mm/mm]

După cum s-a mai amintit  $\varepsilon_0$  este alungirea datorată aplicării sarcinii de 5% din rezistența nominală la rupere.

$t = 6 \text{ luni} = 4380 \text{ ore}$

$x = \log t = \log 4380 = 3,64147$

$y = 0,211 \times 3,64147 + 0,371 = 1,13935$

$\bar{\varepsilon} = 13,817 \Rightarrow \varepsilon = 13,817 \times 10^{-4}$  [mm/mm]

$\varepsilon_f = \varepsilon - \varepsilon_0 = (13,817 - 2,349) \times 10^{-4} = 11,468 \times 10^{-4}$  [mm/mm]

$t = 1 \text{ an} = 8760 \text{ ore}$

$x = \log t = \log 8760 = 3,94250$

$y = 0,211 \times 3,94250 + 0,371 = 1,20286$

$\bar{\varepsilon} = 15,996 \Rightarrow \varepsilon = 15,996 \times 10^{-4}$  [mm/mm]

$\varepsilon_f = \varepsilon - \varepsilon_0 = (15,996 - 2,349) \times 10^{-4} = 13,647 \times 10^{-4}$  [mm/mm]

$t = 10 \text{ ani} = 87600 \text{ ore}$

$x = \log t = \log 87600 = 4,94250$

$y = 0,211 \times 4,94250 + 0,371 = 1,41386$

$\bar{\varepsilon} = 26,021 \Rightarrow \varepsilon = 26,021 \times 10^{-4}$  [mm/mm]

$$\varepsilon_f = \varepsilon - \varepsilon_0 = (26,021 - 2,349) \times 10^{-4} = 23,672 \times 10^{-4} \text{ [mm/mm]}$$

Toate celelalte rezultate (pentru sarcinile  $F_2$ ,  $F_3$  și  $F_4$ ) se obțin în același mod.

În fig. 5.8. sunt reprezentate curbele de fluaj în coordonate dublu logaritmice obținute prin extrapolarea datelor experimentale.

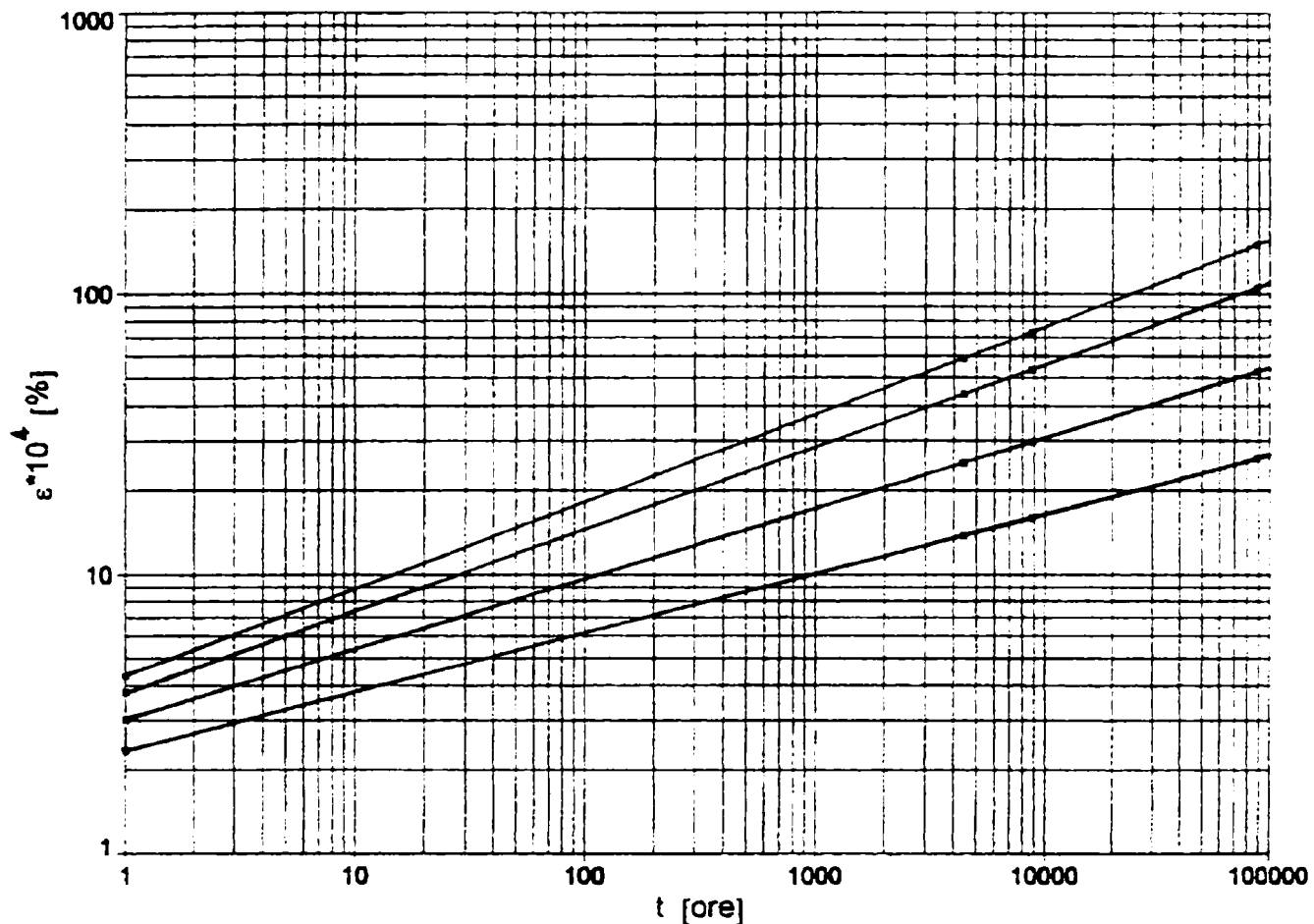


Fig. 5.8. Curbe de fluaj pentru conductorul Cardinal, obținute pe baza unor încercări de 100 de ore

### 5.3.3. Program de calcul pentru obținerea caracteristicilor de fluaj a conductoarelor electrice

Calculul parametrilor care stau la baza obținerii curbelor de fluaj pentru conductoarele liniilor electrice de înaltă tensiune a fost realizat inițial pe cale manuală. A fost o operație care necesită multă muncă migăloasă, răbdare și precizie în efectuarea calculelor. Erau vremuri pe când tehnica de calcul computerizată începea să ofere facilități pentru a înlesni aceste calcule. Odată cu apariția programelor de calcul matematice a devenit posibilă utilizarea lor pentru a reduce volumul de muncă pentru obținerea unor parametrii, în special în cazul de față a celor de fluaj, prin utilizarea acestora.

Programul Mathcad a permis prin colaborarea cu câțiva colegi din catedră, cu experiență în domeniu, de a efectua calcule cu ajutorul acestuia și de a înlocui calculul manual cu unul mult mai performant.

Datele primare care au stat la bază întocmirii programului de calcul au fost obținute prin încercarea unui conductor de tip Toucan, export China, de producție IPROEB Bistrița și constau în rezultatele unou încercări de 100 de ore prezentate în tabelul 5 de mai jos.

Tabelul 5

Nr. crt.	Timp t[ore]	$\bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\bar{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\bar{\varepsilon}_3 = \varepsilon_3 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\bar{\varepsilon}_4 = \varepsilon_4 \cdot 10^4$ [mm/mm]
		$F_1=10\%F_r$	$F_2=20\%F_r$	$F_3=30\%F_r$	$F_4=40\%F_r$
1	1	4,02	15,63	21,64	34,21
2	10	5,06	16,60	23,75	37,72
3	20	5,46	16,77	23,90	38,86
4	30	5,84	17,05	23,98	39,03
5	40	5,93	17,10	24,96	39,53
6	50	6,13	17,21	25,05	39,70
7	60	6,23	17,24	25,08	39,93
8	70	6,30	17,30	25,09	40,02
9	80	6,41	17,39	25,14	40,35
10	90	6,43	17,41	25,15	40,42
11	100	6,45	17,45	25,16	40,51

Încercările au fost efectuate la temperatura medie de  $20 \pm 1^\circ\text{C}$ .

Prin prelucrarea datelor primare din tabelul 5 s-au obținut coeficienții dreptei de regresie pentru fiecare forță de încercare în parte pentru care s-a efectuat apoi extrapolarea alungirilor pentru perioadele de o oră, 6 luni, 1 an, 10 ani și chiar 50 de ani.

În cele ce urmează se prezintă detaliat programul de calcul.

**TABELUL VALORILOR PENTRU  $t, \epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4$**

$i = 1, \dots, 11; j = 1, \dots, 5$

$t_i =$	$\epsilon_{1i} =$	$\epsilon_{2i} =$	$\epsilon_{3i} =$	$\epsilon_{4i} =$
1	4.32	15.63	21.64	34.21
10	5.06	16.60	23.75	37.72
20	5.46	16.77	23.90	38.26
30	5.84	17.05	23.98	39.03
40	5.93	17.10	24.96	39.53
50	6.13	17.21	25.05	39.70
60	6.23	17.24	25.08	39.93
70	6.30	17.30	25.09	40.02
80	6.41	17.39	25.14	40.35
90	6.43	17.41	25.15	40.42
100	6.45	17.45	25.16	40.51

*Logaritizarea termenilor*

$$X_i := \log(t_i) \quad Y_{1i} := \log(\epsilon_{1i}) \quad Y_{2i} := \log(\epsilon_{2i})$$

$$Y_{3i} := \log(\epsilon_{3i}) \quad Y_{4i} := \log(\epsilon_{4i})$$

Postul 1 :  $F1 = 10\%F_r = 6,8 [KN]$

a) Coeficienții dreptei de regresie :

$$a_1 := \text{slope}(X, Y_1) \quad a_1 = 0,25$$

$$b_1 := \text{intercept}(X, Y_1) \quad b_1 = 0,357$$

b) Ecuația dreptei de regresie :

$$T := 1 \quad \text{origin} := 1 \quad j := 0, \dots, 4$$

$$u_1(T) := a_1 \times \log(T) + b_1$$

c) Extrapolarea pentru o oră, 6 luni, un an, 10 ani, 50 de ani

$$u_1(1) = 0,357 \quad u_1(8760) = 1,343$$

$$u_1(4380) = 1,267 \quad u_1(87600) = 1,593$$

$$u_1(438000) = 1,767$$

d) Valorile deformațiilor pentru o oră la 50 de ani

$$E_{1i} := 10^{u_1(t)} \quad E_{1i} = 2,274$$



$$\begin{aligned} E1_{4380} &:= 10^{u1(4380)} & E1_{4380} &= 18,506 \\ E1_{8760} &:= 10^{u1(8760)} & E1_{8760} &= 22,009 \\ E1_{87600} &:= 10^{u1(87600)} & E1_{87600} &= 39,142 \\ E1_{438000} &:= 10^{u1(438000)} & E1_{438000} &= 58,534 \end{aligned}$$

Postul 2;  $F_2 = 20\%F_r = 13,7$  [KN]

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a2 &:= \text{slope (X, Y2)} & a2 &= 0,325 \\ & b2 := \text{intercept (X, Y2)} & b2 &= 0,68 \\ \text{(b)} \quad u2(T) &= a2 \cdot \log(T) + b2 \\ \text{(c)} \quad u2(1) &= 0,68 & u2(8760) &= 1,96 \\ & u2(4380) = 1,862 & u2(87600) &= 2,284 \\ & & u2(438000) &= 2,511 \\ \text{(d)} \quad E2_1 &:= 10^{u2(1)} & E2_1 &= 4,789 \\ & E2_{4380} := 10^{u2(4380)} & E2_{4380} &= 72,772 \\ & E2_{8760} := 10^{u2(8760)} & E2_{8760} &= 91,128 \\ & E2_{87600} := 10^{u2(87600)} & E2_{87600} &= 192,389 \\ & E2_{438000} := 10^{u2(438000)} & E2_{438000} &= 324,35 \end{aligned}$$

Postul 3;  $F_3 = 30\%F_r = 20,61$  [KN]

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a3 &:= \text{slope (X, Y3)} & a3 &= 0,37 \\ & b3 := \text{intercept (X, Y3)} & b3 &= 0,76 \\ \text{(b)} \quad u3(T) &= a3 \cdot \log(T) + b3 \\ \text{(c)} \quad u3(1) &= 0,761 & u3(8760) &= 2,221 \\ & u3(4380) = 2,109 & u3(87600) &= 2,591 \\ & & u3(438000) &= 2,85 \\ \text{(d)} \quad E3_1 &:= 10^{u3(1)} & E3_1 &= 5,771 \\ & E3_{4380} := 10^{u3(4380)} & E3_{4380} &= 128,645 \\ & E3_{8760} := 10^{u3(8760)} & E3_{8760} &= 166,281 \\ & E3_{87600} := 10^{u3(87600)} & E3_{87600} &= 390,001 \\ & E3_{438000} := 10^{u3(438000)} & E3_{438000} &= 707,685 \end{aligned}$$

Postul 4;  $F_4 = 40\%F_r = 27,48$  [KN]

- (a)  $a_4 := \text{slope}(X, Y_4)$        $a_4 = 0,423$   
 $b_4 := \text{intercept}(X, Y_4)$        $b_4 = 0,68$
- (b)  $u_4(T) = a_4 \cdot \log(T) + b_4$
- (c)  $u_4(1) = 0,875$        $u_4(8760) = 2,543$   
 $u_4(4380) = 2,416$        $u_4(87600) = 2,966$   
 $u_4(438000) = 3,262$
- (d)  $E_{4_1} := 10^{u_4(1)}$        $E_{4_1} = 7,493$   
 $E_{4_{4380}} := 10^{u_4(4380)}$        $E_{4_{4380}} = 260,486$   
 $E_{4_{8760}} := 10^{u_4(8760)}$        $E_{4_{8760}} = 349,289$   
 $E_{4_{87600}} := 10^{u_4(87600)}$        $E_{4_{87600}} = 925,556$   
 $E_{4_{438000}} := 10^{u_4(438000)}$        $E_{4_{438000}} = 1,829 \cdot 10^3$

$T1_j :=$	$E1_j :=$	$E2_j :=$	$E3_j :=$	$E4_j :=$
1	$E1_1$	$E2_1$	$E3_1$	$E4_1$
4380	$E1_{4380}$	$E2_{4380}$	$E3_{4380}$	$E4_{4380}$
8760	$E1_{8760}$	$E2_{8760}$	$E3_{8760}$	$E4_{8760}$
87600	$E1_{87600}$	$E2_{87600}$	$E3_{87600}$	$E4_{87600}$
438000	$E1_{438000}$	$E2_{438000}$	$E3_{438000}$	$E4_{438000}$
	$E1_j$	$E2_j$	$E3_j$	$E4_j$
	2.274	4.789	5.771	7.493
	18.506	72.772	128.645	260.486
	22.009	91.128	166.281	349.289
	39.142	192.389	390.001	925.556
	58.534	324.350	707.685	$1.829 \cdot 10^3$

Cu aceste date s-au trasat curbele caracteristice (dreptele de regresie) de fluaj din fig. 5.9.

Este evident că extrapolarea făcută până la 50 de ani (438000 de ore) este exagerată știut fiind faptul că zona fluajului stabilizat la conductoarele electrice este de aproximativ 10 – 12 ani, dar programul se poate utiliza și pentru intervale de timp mai mici. Timp de mulți ani programul a fost de mare folos pentru ușurarea obținerii curbelor caracteristice de fluaj pentru conductoarele electrice încercate. Ulterior efectuarea acestor calcule a devenit mai eficientă prin utilizarea pragramelor de calcul specializate cum ar fi Excel, Table Curve 2d, Table Curve 3d, etc. O variantă a programului îmbunătățită ulterior se regăsește în anexe.

### CARACTERISTICILE DE FLUAJ

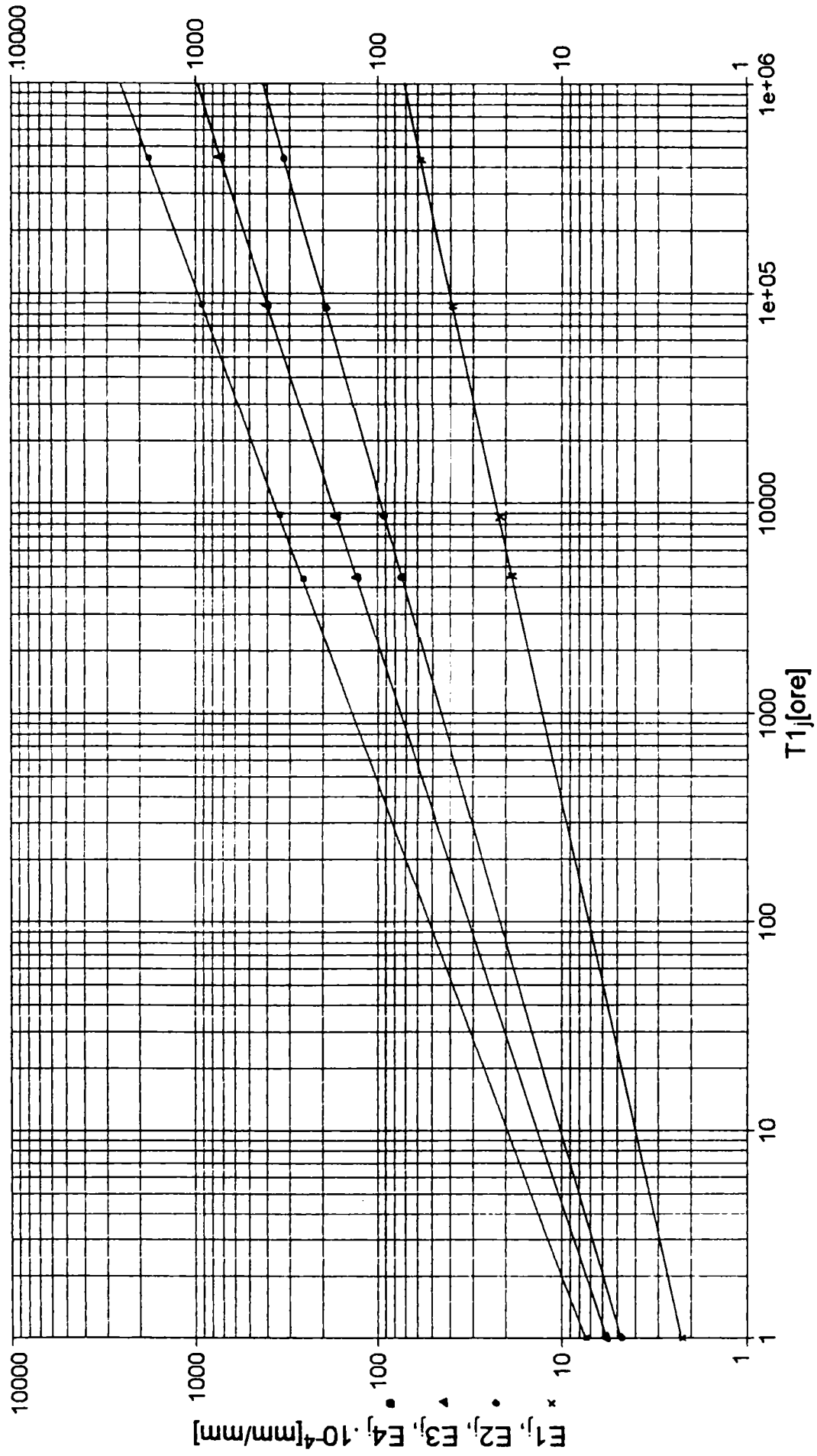


Fig. 5.9. Caracteristicile de fluaj pentru un conductor Al - OI, tip Toucan

#### 5.4. Aprecieri asupra extrapolării caracteristicilor de fluaj obținute pe baza unor încercări de lungă durată.

S-a arătat că din motive tehnice și economice încercările la fluaj ale conductoarelor de înaltă tensiune sunt limitate în timp la încercări de 100 sau 1000 de ore. Rar există posibilitatea de a extinde durata încercărilor la intervale de timp mult mai mari care să aducă o precizie mai mare în calcule și să permită o prevedere mai exactă ale valorilor fluajului pentru perioada care interesează, adică 10-12 ani (aproximativ 100.000 de ore). Valoarea căutată se obține prin extrapolarea rezultatelor experimentale de care desprindem cu metoda celor mai mici pătrate. Neavând la dispoziție date cuprinzând perioada de 100000 de ore se pune întrebarea cât de precise sunt valorile găsite prin extrapolare.

Am avut posibilitatea de a putea efectua încercări la fluaj pe un conductor de aluminiu – oțel tip Cardinal timp de 14236 de ore. Datele experimentale și cele primare de calcul se regăsesc în anexe. Este vorba de 600 de puncte de citire pentru fiecare din cele 4 sarcini de încărcare în parte. Valorile lungirilor specifice aferente celor patru sarcini de încercare pe perioada de 14236 de ore sunt reprezentate în fig. 5.10.

Luând ca bază rezultatele încercărilor din primele 100 respectiv 1000 de ore și utilizând metoda abaterii pătratice minime s-au găsit ecuațiile dreptelor de regresie pentru curbele de fluaj care au fost centralizate în tabelul 6.

Tabelul 6

	100 ore	1000 ore
$F_1 = 5\%F_r = 7486$ [N]	$y = 0,047x + 0,652$	$y = 0,042x + 0,660$
$F_2 = 10\%F_r = 14972$ [N]	$y = 0,039x + 0,846$	$y = 0,031x + 0,858$
$F_3 = 15\%F_r = 22459$ [N]	$y = 0,035x + 1,019$	$y = 0,028x + 1,029$
$F_4 = 20\%F_r = 29945$ [N]	$y = 0,029x + 1,120$	$y = 0,027x + 1,122$

În tabelele 7 și 8 sunt centralizate rezultatele obținute prin extrapolarea curbelor de fluaj pe baza ecuațiilor dreptelor de regresie obținute prin încercări de 100 și 1000 de ore.

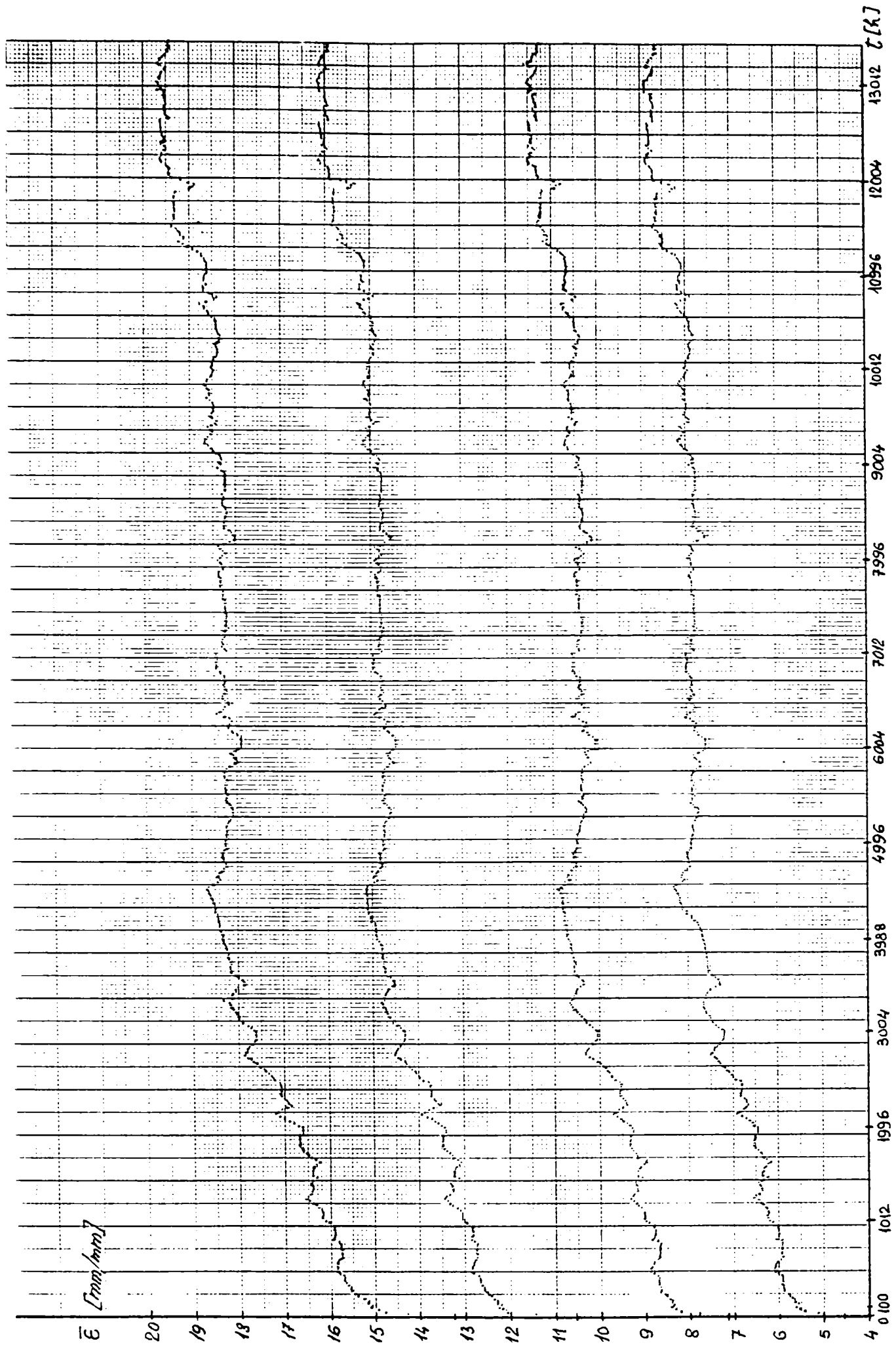


Fig. 5.10. Date primare experimentale pentru încercarea la fluaj a unui conductor Cardinal pentru o perioadă de 14236 de ore

Tabelul 7

100 de ore

F	$\varepsilon_0 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\varepsilon \cdot 10^4$ [mm/mm]			$\varepsilon_f = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot 10^4$ [mm/mm]		
		6 luni	1 an	10 ani	6 luni	1 an	10 ani
F <sub>1</sub>	4,482	6,666	6,888	7,681	2,184	2,406	3,199
F <sub>2</sub>	7,021	9,710	9,974	10,902	2,689	2,953	3,881
F <sub>3</sub>	10,443	14,052	14,401	15,624	3,609	3,958	5,181
F <sub>4</sub>	13,180	16,825	17,168	18,359	3,645	3,988	5,179

Tabelul 8

1000 de ore

F	$\varepsilon_0 \cdot 10^4$ [mm/mm]	$\varepsilon \cdot 10^4$ [mm/mm]			$\varepsilon_f = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot 10^4$ [mm/mm]		
		6 luni	1 an	10 ani	6 luni	1 an	10 ani
F <sub>1</sub>	4,566	6,495	6,688	7,367	1,929	2,122	2,801
F <sub>2</sub>	7,207	9,312	9,512	10,205	2,105	2,305	2,998
F <sub>3</sub>	10,692	13,505	13,768	14,680	2,813	10,678	3,988
F <sub>4</sub>	13,254	16,688	17,009	18,119	3,434	13,237	4,865

În tabelul 9 sunt comparate valorile măsurate și cele obținute prin extrapolarea încercărilor de 100 și respectiv 1000 de ore pentru valori ale timpului pentru care există încercări, adică 5000, 10000 și 14000 de ore.

Tabelul 9

	Verificări la	Măsurat	Extrapolat 100 ore		Extrapolat 1000 ore	
		$\varepsilon$	$\varepsilon$	Abaterea %	$\varepsilon$	Abaterea %
F <sub>1</sub>	- 5000 ore	7,923	6,696	- 15,48	6,536	- 17,49
	- 10000 ore	8,035	6,918	- 13,89	6,729	- 16,24
	- 14000 ore	8,052	7,028	- 12,71	6,825	- 15,23
F <sub>2</sub>	- 5000 ore	10,470	9,778	- 6,60	9,390	- 10,31
	- 10000 ore	10,594	10,046	- 5,17	9,594	- 9,44
	- 14000 ore	11,138	10,178	- 8,61	9,694	- 12,96

F <sub>3</sub>	- 5000 ore	14,751	14,075	- 4,58	13,569	- 8,00
	- 10000 ore	15,074	14,421	- 4,33	13,835	- 8,21
	- 14000 ore	15,796	14,591	- 7,62	13,966	- 11,58
F <sub>4</sub>	- 5000 ore	18,255	16,876	- 7,55	16,667	- 8,69
	- 10000 ore	18,540	17,218	- 7,12	16,982	- 8,40
	- 14000 ore	19,369	17,387	- 10,23	17,137	- 11,52

Datele din tabelul 9 permit verificarea corespondenței dintre rezultatele analitice și experimentale la 5000 de ore, 10000 ore și 14000 de ore. Comparatia este redată în tabel din care rezultă și erorile corespunzătoare aproximației folosite, plecând de la 100 sau 1000 ore. Surprinzător este faptul că valorile găsite prin extrapolare sunt mai mici decât cele reale, obținute experimental, erorile ajungând până la 18%. Se observă că erorile sunt mai mari pentru sarcini mai mici de încărcare. În orice caz dacă suntem forțați să folosim încercări de foarte scurtă durată (100 de ore) se poate sugera pentru îmbunătățirea rezultatelor eliminarea primelor ore de încercare considerând pentru  $\varepsilon_0$  valoarea măsurată la 10 sau 20 de ore, iar pentru încercări de 1000 de ore eliminarea primelor 100 de ore ar conduce la rezultate mult mai apropiate de realitate.

### 5.5. Exploatarea în tensiuni a diagramelor de fluaj pentru conductoare electrice

La conductoarele electrice de diametre mari, deci și aria secțiunii transversale mare, rezistența nominală la rupere este atât de mare încât datorită forței maxime limitate a mașinii de încercări la fluaj (în cazul nostru 30KN) epruvetele se pot încerca doar la procente reduse din această rezistență nominală la rupere. S-a văzut în cazul conductorului Cardinal având un diametru total de 30,42mm și aria secțiunii totale 547,34 mm<sup>2</sup>, fiind compusă dintr-un număr de 54 sârme de aluminiu de diametru  $\phi 3,38$ mm și un număr de 7 sârme de oțel de același diametru  $\phi 3,38$ mm că are o forță de rupere nominală de 147,08KN. Având în vedere faptul că mașina de încercări la fluaj poate realiza o încărcare maximă de doar 30KN, conductorul a putut fi încărcat la o forță maximă de doar 20% din forța de rupere nominală  $F_r$  a conductorului, încărcările de la celelalte posturi de încercare fiind sub această valoare, respectiv 5, 10 și 15% din  $F_r$ .



Se pune problema cum am putea determina caracteristicile de fluaj pe baza acestor încercări la forțe relativ reduse față de cea nominală la rupere pentru procente superioare de încărcare față de cele realizabile cu mașina de încercare, adică de la a obține diagrame de fluaj pentru tensiuni mai mari decât cele de încercare.

O posibilitate ar fi de a găsi o soluție analitică bazată pe modelele mecanice ale reologiei, prin aplicare teoriei matematice a vâscoelasticității liniare.

Literatura de specialitate cunoaște un număr foarte însemnat de asemenea modele, prezentate în această lucrare dintre care amintim modelul paralel al lui Kelvin-Voigt și modelul serie al lui Maxwell. În principiu combinând aceste două modele în paralel și în serie s-ar putea obține niște modele echivalente care să permită calculul analitic al conductoarelor, dar pentru studiul fenomenului de fluaj trebuie introdus și parametrul timp –  $t$ , prin intermediul unei funcții de fluaj (funcții de relaxare).

Rezolvarea problemei pe această cale prezintă dificultăți și datorită faptului că nu există metodă unanim acceptată care să permită caracterizarea fenomenelor vâscoelastice care apar la conductoarele multifilare prin intermediul unor constante elastice bine definite.

Având în vedere aceste dificultăți, s-a elaborat o metodă mai simplă bazată pe datele experimentale existente și anume, pe extrapolarea în tensiuni a diagramelor de fluaj realizate în limita forței maxime permise de instalația experimentală. În general, pentru conductoarele electrice încercate, dispunem de 3 – 4 curbe de fluaj.

Pe baza metodelor statistice din normele de conductoare s-a determinat panta dreptei

$$Y = MX \quad (5.7)$$

unde  $Y = \sigma$ [MPa],

$$X = \varepsilon$$

iar

$$M = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \quad (5.8)$$

și s-au trasat dreptele  $\sigma - \varepsilon$  corespunzătoare unei solicitări de o oră, 6 luni, 1 an și 10 ani (v. fig.5.11)

Metoda a fost dezvoltată la cererea producătorului de conductoare IPROEB Bistrița, care a solicitat aprecierea comportării la fluaj a unui conductor OL-Al "Phasant" 54/19 pentru forțe de încărcare de 20, 30, 40, 50, 60 și 70% din forța de rupere nominală. S-a dispus



de încercări pentru încărcări de 10, 12,5 și 15% din forța de rupere nominală. Datele primare obținute pe baza încercărilor și panta dreptelor  $Y = MX$  obținute pentru extrapolări la 1 oră, 6 luni, 1 an și 10 ani sunt centralizate în tabelul 10.

Tabelul 10

Timp	%F <sub>r</sub>	Y = σ[MPa]	X = ε · 10 <sup>4</sup> [%]	M = $\frac{\sum XY}{\sum X^2}$
1 oră	10	26,69	7,941	168,035
	12,5	33,36	20,721	
	15	40,04	25,448	
6 luni	10	26,69	10,288	143,584
	12,5	33,36	23,940	
	15	40,04	30,157	
1 an	10	26,69	10,511	141,679
	12,5	33,36	24,227	
	15	40,04	30,583	
10 ani	10	26,69	11,285	135,517
	12,5	33,36	25,207	
	15	40,04	32,043	

Dreptele  $Y = MX$  au fost astfel prelungite încât să intersecteze horizontalele corespunzătoare tensiunilor echivalente forțelor care depășesc forța maximă care se poate realiza experimental. Cu valorile lungirii specifice totale determinate din intersecția cu dreptele  $\sigma = ct.$  se pot trasa curbele de fluaj pentru valori ale forțelor pentru care nu s-au făcut determinări experimentale (v.fig. 5.12), iar valorile au fost trecute în tabelul 11.

Tabelul 11

%F <sub>r</sub>	σ[MPa]	ε[%]	1 oră	6 luni	1 an	10 ani
20	53,37		0,32	0,37	0,38	0,395
30	80,05		0,475	0,555	0,565	0,59
40	106,74		0,63	0,74	0,75	0,785
50	133,42		0,79	0,925	0,94	0,98
60	160,11		0,955	1,115	1,13	1,18
70	186,80		1,11	1,30	1,32	1,38

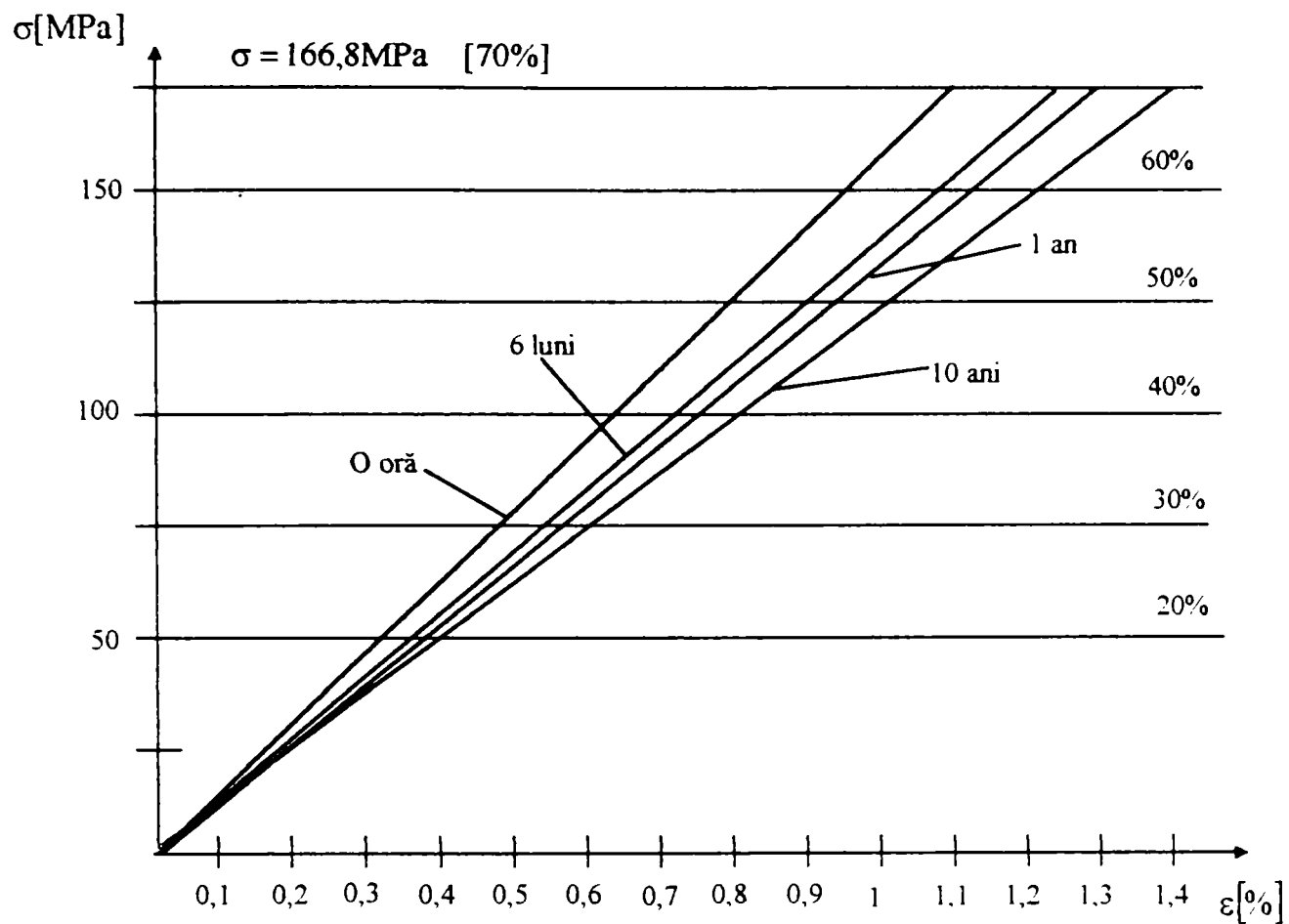


Fig. 5.11. Extrapolarea prin tensiuni a curbelor de fluaj

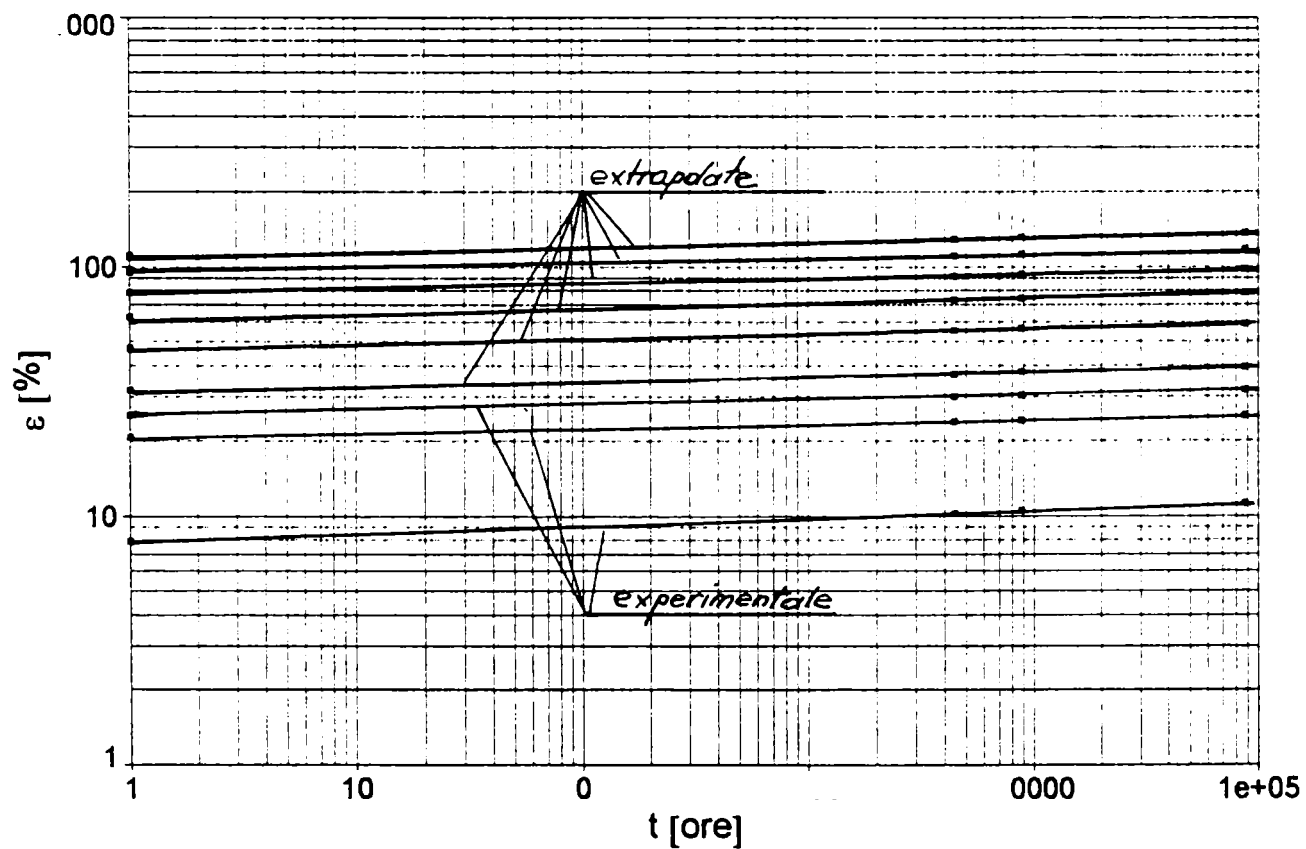


Fig.5.12 Curbe de fluaj experimentale și extrapolate prin tensiuni

Metoda a fost verificată pentru conductoare la care au existat un număr suficient de încercări făcând extrapolarea pe baza a trei curbe de fluaj pentru o a patra pentru care existau deasemenea date experimentale.

Rezultatele au confirmat în aceste condiții metodologia utilizată. Evident metoda se poate aplica doar până la o anumită valoare a forței, deoarece în zona forțelor ce depășesc 30% din forța de rupere, ipoteza de liniaritate a caracteristicii  $\sigma - \varepsilon$  este infirmată experimental, dar poate fi utilizată cu succes până la anumite limite pentru trasarea unor curbe de fluaj pentru care nu există determinări experimentale.

## **5.6. Alte metode pentru interpolarea și extrapolarea diagramelor de fluaj**

### **5.6.1. Considerații privind aproximarea analitică a rezultatelor experimentale obținute pentru încercări la fluaj de scurtă durată pentru conductoare electrice de oțel-aluminiu prin interpolare cu funcții spline.**

Metoda care urmează a fi prezentată a vrut să fie o încercare de a extrapola rezultatele încercărilor de scurtă durată (100 sau 1000 de ore) la fluaj pentru conductoare electrice cu alte metode decât cea utilizată, adică găsirea unei drepte de regresie pentru diferite valori ale forței de încărcare prin metoda celor mai mici pătrate. Pentru rezolvarea acestei probleme s-a recurs la aproximarea curbilor de fluaj cu ajutorul funcțiilor spline de gradul trei.

Pentru prelucrare s-au folosit rezultatele experimentale realizate prin încercarea la fluaj a unui conductor de tip Cardinal, care au stat la bază și a altor analize și interpretări privind comportarea la fluaj a conductoarelor electrice.

Se cunoaște că utilizarea funcțiilor spline este o problemă tipică de interpolare, domeniu în care erorile de aproximare sunt foarte reduse. S-a vrut să se verifice care sunt erorile pentru o extrapolare la ani. Din acest motiv s-a dorit a se prezenta o metodă de interpolare cât mai precisă, care este necesară atunci când dispunem de date pentru o perioadă de timp redusă, față de perioada pentru care se face extrapolarea.

Caracteristicile conductorului încercat care au fost utilizate în calcule sunt :

- forța nominală de rupere  $F_r = 149724[\text{N}]$
- aria secțiunii transversale totale  $A = 547,333[\text{mm}^2]$
- temperatura de încercare  $19 \pm 3^\circ\text{C}$ .

Caracteristicile sârmelor care compun conductorul :

$$A_{Al} : 54 \times \phi 3,38 \Rightarrow A_{Al} = 484,526 \text{ [mm}^2\text{]}$$

$$E_{Al} = 0,65 \cdot 10^5 \text{ [Mpa]}$$

Forțele de încercare, respectiv tensiunile normale corespunzătoare conductorului în întregime și din sârmele de aluminiu și oțel sunt prezentate în tabelul 12.

Tabelul 12

Forța de fluaj [N]	Tensiuni normale convenționale [MPa]	Tensiuni normale în sârmele de aluminiu [MPa]	Tensiuni normale în sârmele de oțel [MPa]
$F_1 = 5\%F_r = 7486$	$\sigma_1 = 13,67$	$\sigma_{1Al} = 10,848$	$\sigma_{1OL} = 33,378$
$F_2 = 10\%F_r = 14972$	$\sigma_2 = 27,35$	$\sigma_{2Al} = 21,686$	$\sigma_{2OL} = 66,756$
$F_3 = 15\%F_r = 22458$	$\sigma_3 = 41,03$	$\sigma_{3Al} = 32,544$	$\sigma_{3OL} = 100,134$
$F_4 = 20\%F_r = 29444$	$\sigma_4 = 54,90$	$\sigma_{4Al} = 43,392$	$\sigma_{4OL} = 133,512$

Se construiește polinomul spline de gradul trei pentru interpolare pe intervalul  $[a, b] \subset \mathbb{R}$  pe care se definește diviziunea

$$\Delta : a = t_1 < t_2 < \dots < t_{n-1} < t_n = b \tag{5.9}$$

și vectorul  $Y \in \mathbb{R}^n$

$$Y = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n) \tag{5.10}$$

Se acceptă că polinomul de interpolare este pe intervalul  $I_i = [t_i, t_{i+1}]$  de forma

$$f_{s,i} = a_i + b_i(t - t_i) + c_i(t - t_i)^2 + d_i(t - t_i)^3 \tag{5.11}$$

În conformitate cu definiția funcțiilor spline trebuie satisfăcute următoarele condiții :

- I.  $f_{s,i}(t_i) = \varepsilon_i$
- II.  $f_{s,i}(t_{i+1}) = \varepsilon_{i+1}$
- III.  $f_{s,i+1}(t_{i+1}) = \varepsilon_{i+1}$
- IV.  $f_{s,i+1}(t_{i+2}) = \varepsilon_{i+2}$
- V.  $f'_{s,i}(t_i) = m_i$
- VI.  $f'_{s,i+1}(t_{i+2}) = m_{i+2}$

$$\text{VII. } f'_{s,i}(t_{i+1}) = f'_{s,i+1}(t_{i+1}) = m_{i+1}$$

$$\text{VIII. } f'_{s,i}(t_{i+1}) = f''_{s,i+1}(t_{i+1})$$

Utilizarea în ansamblu a acestor condiții conduce la calcule foarte lungi și dificile.

Din această cauză s-a realizat un proces semiiterativ care permite scrierea unui algoritm ușor de memorat și de a redacta o relație cât mai simplă cu putință.

S-au folosit succesiv doar condițiile :

$$\text{I } \Rightarrow t = t_1, \quad f_{s,i}(t_1) = \varepsilon_1 \quad \Rightarrow a_1 = \varepsilon_1$$

$$\text{II } \Rightarrow t = t_1, \quad f_{s,i}(t_{i+1}) = \varepsilon_{i+1} \quad \Rightarrow a_1 + b_1 h_1 + c_1 h_1^2 + d_1 h_1^3 = \varepsilon_{i+1}$$

$$\text{III } \Rightarrow t = t_1, \quad f_{s,i}(t_1) = m_1 \quad \Rightarrow b_1 = m_1$$

$$\text{IV } \Rightarrow t = t_{i+1}, \quad f_{s,i}(t_{i+1}) = m_{i+1} \quad \Rightarrow b_1 + 2c_1 h_1 + 3d_1 h_1^2 = m_{i+1}$$

Se găsesc astfel constantele  $c_1$  și  $d_1$ . Împunând și condiția VII și neglijând termenii de ordinul II se obține în final sistemul :

$$A_{i+1} m_1 + 2m_{i+1} + C_{i+1} \cdot m_{i+2} = D_{i+1}; \quad (i = 1, 2, \dots, n-2), \quad (5.12)$$

unde  $m_i$  sunt punctele graficului funcției de aproximare în nodurile rețelei de discretizare care se obține din soluția sistemului algebric liniar precedent (5.12), iar

$$h_i = t_{i+1} - t_i; \quad A_{i+1} = \frac{h_{i+1}}{h_i + h_{i+1}}; \quad C_{i+1} = \frac{h_i}{h_i + h_{i+1}}; \\ D_{i+1} = \frac{3}{h_i + h_{i+1}} \left[ \frac{h_i}{h_{i+1}} (\varepsilon_{i+2} - \varepsilon_i) + \frac{h_{i+1}}{h_i} (\varepsilon_{i+2} - \varepsilon_i) \right] \quad (5.13)$$

Se obține un sistem de  $(n - 2)$  ecuații cu  $n$  necunoscute  $m_i$  care nu are o soluție unică, deoarece depinde de forma a două corelații care trebuiesc puse la capetele intervalului de definiție  $[a, b]$ . În urma mai multor încercări s-a acceptat pentru elementele de capăt valorile pantei rezultate din ipoteza variației liniare a graficului pe ultimele două valori marginale ale intervalului de definiție. Pentru a ilustra metoda de calcul și maniera de prezentare a rezultatelor în tabelele 13 și 14 sunt prezentate parțial, doar încercarea de 100 de ore și forța  $F_1 = 7486\text{N}$ . Este evident că în acest caz, pentru fiecare interval în parte erorile de aproximare sunt aproape nule. În schimb tentativele de a utiliza metoda pentru extrapolarea rezultatelor încercărilor nu au permis găsirea unui criteriu adecvat. S-a încercat de exemplu dacă acestor grafice se comportă după anumite legi sau dacă ea se stabilizează, ceea ce ar fi permis utilizarea metodei pentru extrapolare. Rezultatele au fost negative. S-a ajuns la concluzia că acest procedeu de modelare este foarte eficient, dar numai pe intervalele pe care rezultatele experimentale sunt cunoscute.

Tabelul 13

Încercări de 100 de ore. Date experimentale și elemente de calcul

i	T <sub>T</sub> (ore)	H <sub>i</sub> =t <sub>i</sub> -t <sub>0</sub>	A <sub>i-1</sub>	C <sub>i-1</sub>	σ <sub>1</sub> = 13,67[MPa]			σ <sub>2</sub> = 29,35[MPa]			σ <sub>3</sub> = 41,03[MPa]			σ <sub>4</sub> = 54,7[MPa]		
					v <sub>i</sub>	D <sub>i+1</sub>	m <sub>i</sub>	v <sub>i</sub>	D <sub>i+1</sub>	m <sub>i</sub>	v <sub>i</sub>	D <sub>i+1</sub>	m <sub>i</sub>	v <sub>i</sub>	D <sub>i+1</sub>	m <sub>i</sub>
1	1	9			4,572		0,04478	7,128		0,04133	10,547		0,06356	13,267		0,07978
2	10	10	0,52632	0,473684	4,975	0,09188	0,03177	7,500	0,10392	0,03495	11,119	0,14625	0,04733	13,985	0,16817	0,05859
3	20	10	0,5	0,5	5,124	0,03720	0,01007	7,772	0,07605	0,02587	11,442	0,11385	0,03829	14,282	0,07800	0,01899
4	30	10	0,5	0,5	5,223	0,01485	0,00239	8,007	0,04455	0,01368	11,878	0,07650	0,02720	14,505	0,05940	0,02143
5	40	10	0,5	0,5	5,223	0,02805	0,01006	8,069	0,02970	0,00850	11,952	0,02985	0,00590	14,678	0,04260	0,01408
6	50	10	0,5	0,5	5,410	0,03360	0,01347	8,205	0,02970	0,01173	12,077	0,02250	0,00891	14,789	0,02595	0,00746
7	60	10	0,5	0,5	5,447	0,01680	0,00327	8,267	0,01665	0,00399	12,102	0,01485	0,00345	14,851	0,02415	0,00799
8	70	10	0,5	0,5	5,522	0,01680	0,00705	8,316	0,01485	0,00561	12,176	0,01680	0,00699	14,950	0,02415	0,00890
9	80	10	0,5	0,5	5,559	0,00930	0,00215	8,366	0,01020	0,00325	12,214	0,00930	0,00218	15,012	0,01665	0,00472
10	90	10	0,5	0,5	5,584	0,00750	0,00297	8,381	0,00555	0,00177	12,238	0,00735	0,00287	15,061	0,01485	0,00552
11	100	24	0,70588	0,294118	5,609	0,00346	0,00099	8,403	0,00219	0,00077	12,263	0,00346	0,00102	15,111	0,00923	0,00289
12	124				5,559		-0,00208	8,353		-0,00208	12,213		-0,00208	15,074		-0,00154

Tabelul 14

Punctele spline de aproximare (5.14) pentru  $\sigma_1 = 13,674 \text{ MPa}$

I	$H_i = t_{i+1} - t_i$	$t_i + t_{i+1}$	$F_{s,i} \Rightarrow (4.14)$
1	9	1 ÷ 10	$f_{s,1} = 4,572 + 0,044778(t - 1) + 0,0014473(t - 1)^2 - 0,00016056(t - 1)^3$
2	10	10 ÷ 20	$f_{s,2} = 5,975 + 0,03177(t - 10) - 0,00289(t - 10)^2 + 0,0001204(t - 10)^3$
3	10	20 ÷ 30	$f_{s,3} = 5,124 + 0,01007(t - 20) + 0,000717(t - 20)^2 - 0,0000734(t - 20)^3$
4	10	30 ÷ 40	$f_{s,4} = 5,223 + 0,00239(t - 30) - 0,001484(t - 30)^2 + 0,0001245(t - 30)^3$
5	10	40 ÷ 50	$f_{s,5} = 5,223 + 0,01006(t - 40) + 0,002251(t - 40)^2 - 0,0001387(t - 40)^3$
6	10	50 ÷ 60	$f_{s,6} = 5,410 + 0,01347(t - 50) - 0,001911(t - 50)^2 + 0,0000934(t - 50)^3$
7	10	60 ÷ 70	$f_{s,7} = 5,447 + 0,00327(t - 60) + 0,000891(t - 60)^2 - 0,0000468(t - 60)^3$
8	10	70 ÷ 80	$f_{s,8} = 5,522 + 0,00705(t - 70) - 0,000515(t - 70)^2 + 0,000018(t - 70)^3$
9	10	80 ÷ 90	$f_{s,9} = 5,559 + 0,00215(t - 80) + 0,000023(t - 80)^2 + 0,0000012(t - 80)^3$
10	10	90 ÷ 100	$f_{s,10} = 5,584 + 0,00297(t - 90) + 0,000057(t - 90)^2 - 0,0000104(t - 90)^3$
11	24	100 ÷ 124	$f_{s,11} = 5,609 + 0,00099(t - 100) - 0,00149(t - 100)^2 + 0,0000891(t - 100)^3$

### 5.6.2. Considerații asupra aproximării analitice a unor rezultate experimentale obținute pentru încercarea de scurtă durată la fluaj pentru un conductor de aluminiu-oțel. Extrapolarea prin combinații de funcții exponențiale și logaritmice.

S-a arătat în paragraful precedent că s-a încercat extrapolarea curbelor de fluaj și prin alte metode decât cea a celor mai mici pătrate. O cale a fost cea prin intermediul funcțiilor spline de gradul trei, dar care nu a dat rezultate satisfăcătoare în cazul extrapolării, în schimb s-a dovedit extrem de precisă pe domeniul pe care existau date experimentale. Din această cauză s-au căutat și alte modalități pentru a găsi valorile fluajului pentru durate care depășesc cu mult perioadele încercărilor.

Cu ajutorul programului Table curves 2d s-au căutat funcții exponențiale și logaritmice care să aproximeze comportarea cât mai exactă la fluaj a conductorului pentru care existau încercări de 100, 1000 respectiv de 14236 de ore. S-au încercat câteva zeci, chiar sute de funcții care pentru încercări de 100 sau 1000 de ore să aproximeze cât mai precis valoarea deformației la fluaj la sfârșitul perioadei pentru care existau încercări. Dintre toate funcțiile încercate în cele din urmă s-au selectat 15 care sunt prezentate în tabelul 15.

Deoarece unele ecuații dau abateri foarte mari față de valoarea măsurată pentru  $F_4 = 29444\text{N}$  la 14236 ore, adică  $\bar{\epsilon}_m = 19,369[\%]$  în tabelul 16 s-au centralizat doar datele pentru cele patru forțe de încercare pentru încercări de 100 și 1000 de ore pentru ecuațiile 1, 2, 7 și 8 din tabelul 15 care dau abaterile  $\Delta\bar{\epsilon}$  cele mai mici față de valorile măsurate  $\bar{\epsilon}_m$ . În aceste tabele sunt prezentate constantele a, b, și c după caz ale ecuațiilor și valorile calculate ale deformației  $\bar{\epsilon}_c$  cu aceste ecuații.



Tabelul 15

Forme analitice pentru curbele de aproximare și extrapolarea lor pentru încercări pe un  
conductor Cardinal de 1000 de ore extrapolate la 14236 de ore

Nr. crt.	Ecuția	$\bar{\varepsilon}_m$	$\bar{\varepsilon}_c$	$\frac{\bar{\varepsilon}_m - \bar{\varepsilon}_c}{\varepsilon_m} \cdot 100$
1	$y = a - bx^c$	19,369	19,718	-1,8
2	$y^{-1} = a + b/nx$	19,369	17,87	7,72
3	$\ell ny = a - b/nx$	19,369	17,43	9,97
4	$y^{0,5} = a - b/nx$	19,369	17,26	10,87
5	$y = a - b/nx$	19,369	17,109	11,66
6	$y^2 = a - b/nx$	19,369	16,85	12,99
7	$y^2 = a - b(\ell nx)^2$	19,369	19,982	-3,16
8	$y = a - b(\ell nx)^2$	19,369	21,024	-8,54
9	$y^{0,5} = a - b(\ell nx)^2$	19,369	21,75	-12,29
10	$\ell ny = a + b(\ell nx)^2$	19,369	22,72	-17,31
11	$y^2 = a + bx^{0,5}$	19,369	29,16	-50,54
12	$y^{-1} = a + b(\ell nx)^2$	19,369	26,24	-35,47
13	$y = a + bx^{0,5}$	19,369	36,50	-88,44
14	$y^{0,5} = a + bx^{0,5}$	19,369	48,40	-149,88
15	$y = a + bx^{0,5}$	19,369	65,51	-238,22

Tabelul 16

$$y = a + bx^c$$

	$F_1 = 7486[N]$		$F_2 = 14972[N]$		$F_3 = 22458[N]$		$F_4 = 29444[N]$	
	100 ore	1000 ore	100 ore	1000 ore	100 ore	1000 ore	100 ore	1000 ore
a	3,899748	-5,64466	6,457599	-10,59517	8,739124	-3,71092	11,663947	-1,01693
b	0,634260	10,185457	0,641821	17,78607	1,76633	14,410788	1,5924824	14,27348
c	0,217079	0,0204968	0,247747	0,013206	0,155276	0,021015	0,1694863	0,025632
$\bar{\epsilon}_c$	8,95	6,74	13,31	9,58	16,53	13,90	19,71	17,22
$\bar{\epsilon}_m$	8,557	8,557	11,163	11,163	15,821	15,821	19,369	19,369
$\Delta\bar{\epsilon} = \frac{\bar{\epsilon}_m - \bar{\epsilon}_c}{\bar{\epsilon}_m} \cdot 100[\%]$	-4,75	21,09	-19,31	14,13	-4,53	12,09	-1,76	11,08

$$y^2 = a - b(\ln x)^2$$

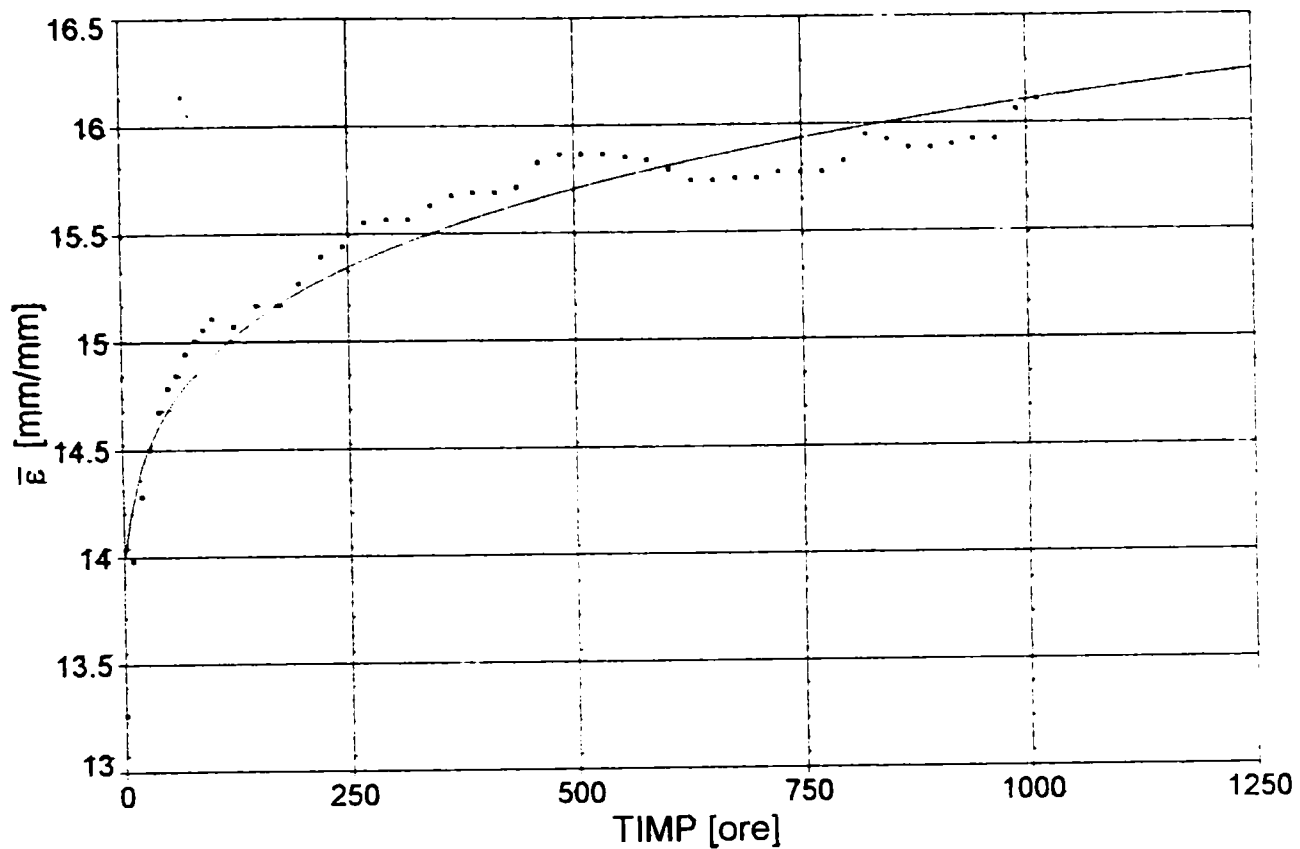
a	21,2264	24,1098	51,5115	58,2225	114,0673	127,0065	180,4547	194,1463
b	0,50216	0,28393	0,96961	0,45409	1,89280	0,88715	2,39253	1,3649
$\bar{\epsilon}_c$	8,195	7,076	11,84	9,98	16,94	14,42	19,98	17,86
$\Delta\bar{\epsilon}$	4,23	17,29	-6,06	10,59	-7,11	8,80	-3,16	7,78

$$y^{-1} = a + b \ln x$$

a	0,22294	0,21459	0,142402	0,13693	0,09564	0,09249	0,07584	0,07489
b	-0,00959	-0,00738	-0,00510	-0,00356	0,00313	-0,00222	-0,00208	-0,001816
$\bar{\epsilon}_c$	7,623	6,947	10,687	9,725	15,23	14,037	17,87	17,38
$\Delta\bar{\epsilon}$	10,91	18,80	4,25	12,88	3,72	11,27	7,72	10,25

$$y = a + b (\ln x)^2$$

a	4,63158	4,97038	7,20113	7,68492	10,7142	11,3369	13,4607	13,99994
b	0,04829	0,02456	0,06127	0,02631	0,08088	0,03515	0,08269	0,04420
$\bar{\epsilon}_c$	9,049	7,217	12,80	10,091	18,112	14,55	21,02	18,04
$\Delta\bar{\epsilon}$	-5,75	15,65	-14,71	9,59	-14,48	8,01	-8,54	6,84



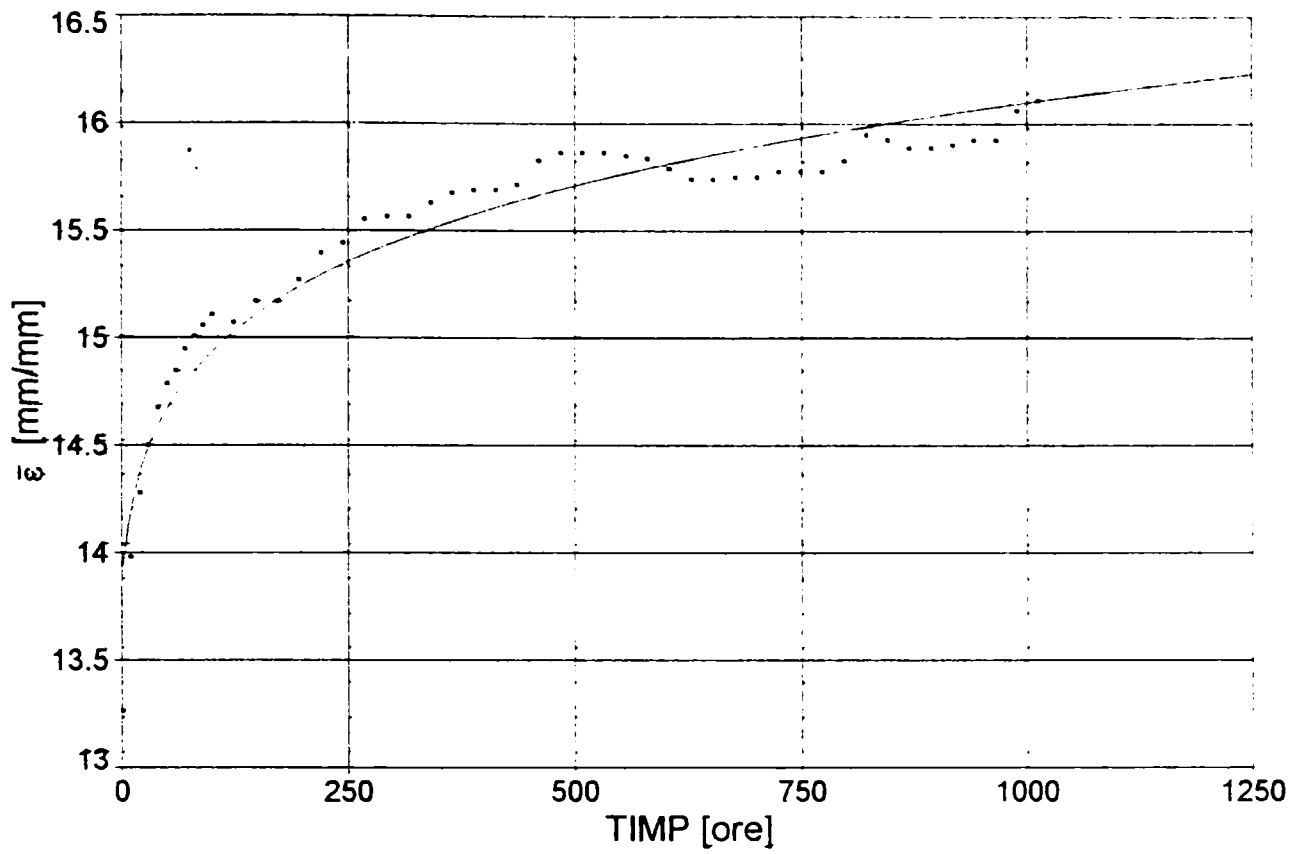


Fig. 5.15.  $y^2 = a + b(\ln x)^2$

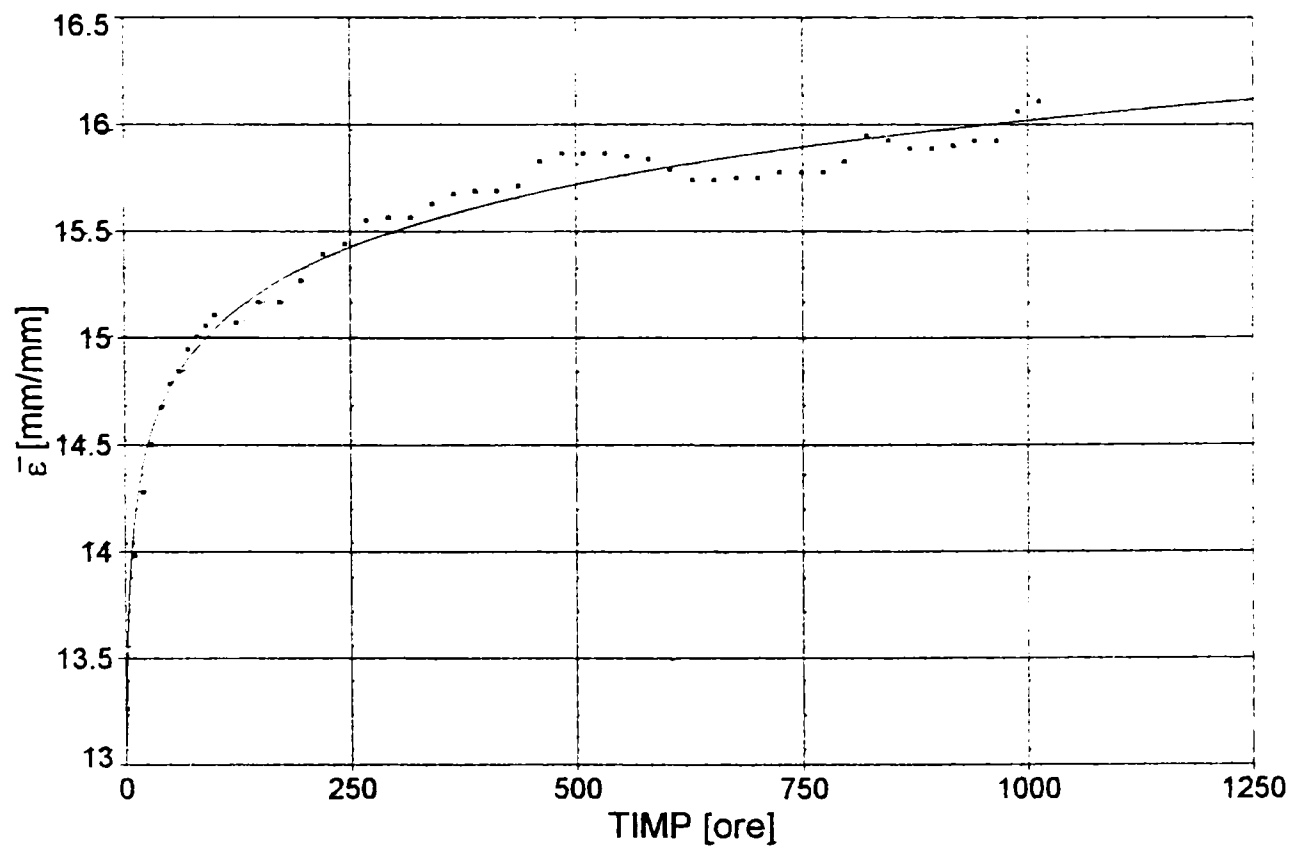


Fig. 5.16.  $y = a + bx^c$

În figurile 5.13, 5.14, 5.15 și 5.16 sunt prezentate graficele aferente calculului cu aceste ecuații pentru încercări de 1000 de ore și încărcarea  $F_1 = 29444\text{[N]}$ .

Din analiza rezultatelor prezentate putem concluziona următoarele :

- există situații în care aproximările pe intervalul de 100 de ore pot conduce în procesul de extrapolare la erori mai mici decât cele pe baza aproximărilor de 1000 de ore. Bineînțeles că acest fapt se datorează unui concurs de împrejurări la care pot contribui încărcarea epruvetelor care poate influența precizia măsurătorilor și în mare măsură variațiile de temperatură pe parcursul măsurătorilor:

- în general, aproximările bazate pe încercări de 1000 de ore sunt incontestabil mai corecte și mai apropiate de datele reale:

- erorile procentuale calculate în raport cu valorile măsurate sunt mai reduse pentru forțe de tracțiune mai ridicate. Acesta se poate datora erorilor de măsurare, care sunt mai reduse în cazul forțelor de tracțiune mai mari :

- extrapolările pot fi efectuate și cu alte metode decât cea a celor mai mici pătrate și care pot da deasemenea rezultate apropiate de cele măsurate în condiții reale.

Concluzia finală rezultă din analiza graficelor prezentate și conduce la afirmarea că programele de calcul existente din ce în ce mai ample permit prelucrarea rezultatelor experimentale prin funcții analitice complicate care pot conduce la obținerea unor erori cât mai reduse în timp reali.

## **5.7. Corelații multiple între parametrii încercărilor de fluaj pentru conductoare de înaltă tensiune**

Teoretic, încercarea la fluaj a conductoarelor trebuie efectuată sub sarcină și temperatură constantă. Menținerea constantă a sarcinii de încărcare a conductoarelor pe parcursul încercărilor nu este o problemă tehnică greu de realizat, în schimb menținerea constantă a temperaturii în condiții de laborator astfel încât să se încadreze în limitele prescrise de standarde este o problemă dificilă.

În general mașinile de încercări la fluaj pentru conductoare electrice au gabarit mare și unica soluție care ar permite menținerea temperaturii în intervalul prescris de  $\pm 2^\circ\text{C}$  este amplasarea lor în încăperi climatizate, cu menținerea automatizată a temperaturii între limitele cerute. Având în vedere durata mare a încercărilor este o soluție destul de costisitoare.

Pe de altă parte, efectuarea încercărilor în condiții de laborator cu fluctuații mari ale temperaturii în funcție de anotimp influențează rezultatele obținute. Normativele amintesc de o creștere a vitezei de fluaj cu 4 procente pentru o creștere a temperaturii cu 1°C.

Este bine cunoscut faptul că la temperaturi înalte viteza de fluaj crește considerabil. În schimb liniile electrice lucrează la temperatura mediului ambiant, în consecință fluajul apare doar pentru perioade foarte lungi și are loc cu viteză foarte redusă. Din această cauză și încercările trebuie efectuate la temperatura mediului ambiant, care să fie cât mai stabilă, dar nu pot cuprinde în timp durata de viață normală a unui conductor. În general se fac încercări de durate rezonabile care apoi se extrapolează la durata dorită prin mijloace matematice.

Comportarea la fluaj a conductoarelor este caracterizată de dependența dintre deformația specifică și timp în condiții de sarcină și temperaturi constante.

S-a amintit că menținerea constantă a temperaturii este o problemă dificilă și că variațiile ei influențează rezultatele măsurătorilor. Pentru a avea o imagine a influenței variațiilor de temperatură asupra fluajului conductoarelor s-a apelat la metoda corelațiilor multiple introducând în calcule parametri temperatură și viteză de fluaj.

În numeroase cazuri legătura între doi sau mai mulți parametri care descriu un anumit proces este suficient de strânsă, astfel încât un astfel de parametru – variația sa în această împrejurare – poate fi controlat și exprimat plecând de la variația celorlalți parametri. Pentru a pune în evidență gradul și intensitatea influenței unor parametri asupra parametrului principal se utilizează metode statistice bazate pe teoria corelațiilor multiple.

Este cunoscut faptul că parametrul principal care descrie comportarea la fluaj este deformația specifică  $\varepsilon_f$ , ceilalți parametri fiind timpul  $t$ , viteza de fluaj  $\dot{\varepsilon}_f$  și temperatura  $T$ .

Vom nota cu  $y = \varepsilon_f$ ,  $x_1 = t$ ,  $x_2 = \dot{\varepsilon}_f$ ,  $x_3 = T$  și  $n$  numărul măsurătorilor experimentale.

Într-o primă fază s-a încercat o corelație multiplă liniară între acești parametri, având forma :

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_3 \quad (5.14)$$

Rezultatele nefiind satisfăcătoare s-a trecut la o corelație multiplă neliniară având forma

$$Y(x_1, x_2, x_3) = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_1^2 + a_5 x_2^2 + a_6 x_3^2 + a_7 x_1 x_2 + a_8 x_2 x_3 + a_9 x_3 x_1 \quad (5.15)$$

Coeficienții  $a_0, a_1, \dots, a_9$  se numesc coeficienții funcției de regresie. Se determină prin metoda celor mai mici pătrate astfel încât dispersia – în raport cu valorile determinate

utilizând ecuația de regresie (5.15) - abaterilor valorilor determinate experimental să fie minimă, adică :

$$M(f) = M[y - Y(x_1, x_2, x_3)]^2 = \text{minim},$$

sau

$$f(a_0, a_1, \dots, a_9) = [y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1]^2 \quad (5.16)$$

Pentru a le obține se anulează derivatele parțiale ale expresiei (5.16) în raport cu coeficienții  $a_0, a_1, \dots, a_9$  :

$$\frac{\partial f}{\partial a_0} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1) = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_1} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_1 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_2} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_3} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_3 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_4} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_1^2 = 0 \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_5} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_2^2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_6} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_3^2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_7} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1x_1 - a_2x_2 - a_3x_3 - a_4x_1^2 - a_5x_2^2 - a_6x_3^2 - a_7x_1x_2 - a_8x_2x_3 - a_9x_3x_1)x_1x_2 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_8} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1 x_1 - a_2 x_2 - a_3 x_3 - a_4 x_1^2 - a_5 x_2^2 - a_6 x_3^2 - a_7 x_1 x_2 - a_8 x_2 x_3 - a_9 x_3 x_1) x_2 x_3 = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_9} = -2 \sum_n (y - a_0 - a_1 x_1 - a_2 x_2 - a_3 x_3 - a_4 x_1^2 - a_5 x_2^2 - a_6 x_3^2 - a_7 x_1 x_2 - a_8 x_2 x_3 - a_9 x_3 x_1) x_1 x_3 = 0$$

Se obține astfel sistemul de ecuații (5.18) cu 10 necunoscute  $a_0, a_1, \dots, a_9$ :

$$\begin{aligned} na_0 + a_1 \sum x_1 + a_2 \sum x_2 + a_3 \sum x_3 + a_4 \sum x_1^2 + a_5 \sum x_2^2 + a_6 \sum x_3^2 + a_7 \sum x_1 x_2 + \\ + a_8 \sum x_2 x_3 + a_9 \sum x_3 x_1 = \sum y \\ a_0 \sum x_1 + a_1 \sum x_1^2 + a_2 \sum x_1 x_2 + a_3 \sum x_1 x_3 + a_4 \sum x_1^3 + a_5 \sum x_1 x_2^2 + a_6 \sum x_1^2 x_2 + \\ + a_7 \sum x_1^2 x_3 + a_8 \sum x_1 x_2 x_3 + a_9 \sum x_3 x_1^2 = \sum y x_1 \\ a_0 \sum x_2 + a_1 \sum x_1 x_2 + a_2 \sum x_2^2 + a_3 \sum x_2 x_3 + a_4 \sum x_1^2 x_2 + a_5 \sum x_2^2 + \\ + a_6 \sum x_2 x_3^2 + a_7 \sum x_1 x_2^2 + a_8 \sum x_2^2 x_3 + a_9 \sum x_3 x_2 x_1 = \sum y x_2 \\ a_0 \sum x_3 + a_1 \sum x_1 x_3 + a_2 \sum x_2 x_3 + a_3 \sum x_3^2 + a_4 \sum x_1^2 x_3 + a_5 \sum x_2^2 x_3 + \\ + a_6 \sum x_3^3 + a_7 \sum x_1 x_2 x_3 + a_8 \sum x_2 x_3^2 + a_9 \sum x_3^2 x_1 = \sum y x_3 \\ a_0 \sum x_1^2 + a_1 \sum x_1^3 + a_2 \sum x_1^2 x_2 + a_3 \sum x_1^2 x_3 + a_4 \sum x_1^4 + a_5 \sum x_1^2 x_2^2 + \\ + a_6 \sum x_1^2 x_3^2 + a_7 \sum x_1^3 x_2 + a_8 \sum x_1^2 x_2 x_3 + a_9 \sum x_3 x_1^3 = \sum y x_1^2 \\ a_0 \sum x_2^2 + a_1 \sum x_1 x_2^2 + a_2 \sum x_2^2 + a_3 \sum x_2^2 x_3 + a_4 \sum x_1^2 x_2^2 + a_5 \sum x_2^3 + \\ + a_6 \sum x_2^2 x_3^2 + a_7 \sum x_1 x_2^3 + a_8 \sum x_2^3 x_3 + a_9 \sum x_3 x_2^2 x_1 = \sum y x_2^2 \\ a_0 \sum x_3^2 + a_1 \sum x_1 x_3^2 + a_2 \sum x_2 x_3^2 + a_3 \sum x_3^3 + a_4 \sum x_1^2 x_3^2 + a_5 \sum x_2^2 x_3^2 + \\ + a_6 \sum x_3^4 + a_7 \sum x_1 x_2 x_3^2 + a_8 \sum x_2 x_3^3 + a_9 \sum x_3^3 x_1 = \sum y x_3^2 \\ a_0 \sum x_1 x_2 + a_1 \sum x_2^2 x_2 + a_2 \sum x_1 x_2^2 + a_3 \sum x_1 x_2 x_3 + a_4 \sum x_1^3 x_2 + a_5 \sum x_1 x_2^2 + \\ + a_6 \sum x_1 x_2 x_3^2 + a_7 \sum x_1^2 x_2^2 + a_8 \sum x_1 x_2^2 x_3 + a_9 \sum x_1^2 x_2 x_3 = \sum y x_1 x_2 \\ a_0 \sum x_2 x_3 + a_1 \sum x_1 x_2 x_3 + a_2 \sum x_2^2 x_3 + a_3 \sum x_2 x_3^2 + a_4 \sum x_1^2 x_2 x_3 + a_5 \sum x_2^3 x_3 + \\ + a_6 \sum x_2 x_3^2 + a_7 \sum x_1 x_2^2 x_3 + a_8 \sum x_2^2 x_3^2 + a_9 \sum x_1 x_2 x_3^2 = \sum y x_2 x_3 \\ a_0 \sum x_1 x_3 + a_1 \sum x_1^2 x_3 + a_2 \sum x_1 x_2 x_3 + a_3 \sum x_1 x_3^2 + a_4 \sum x_1^3 x_3 + a_5 \sum x_1 x_2^2 x_3 + \\ + a_6 \sum x_1 x_3^3 + a_7 \sum x_1^2 x_2 x_3 + a_8 \sum x_1 x_2 x_3^2 + a_9 \sum x_3^2 x_1^2 = \sum y x_1 x_3 \end{aligned} \tag{5.18}$$

Sistemul de ecuații (5.18) se poate scrie matricial sub forma :  $[A] \cdot \{a\} = \{b\}$ , în care  $[A]$  este matricea coeficienților,  $\{a\}$  matricea necunoscutelor, iar  $\{b\}$  reprezintă matricea



termenilor liberi. Rezolvând sistemul de ecuații (5.18) se obțin cei 10 coeficienți de regresie  $a_0, a_1, \dots, a_9$ . Introduscând acești coeficienți în expresia (5.15) se poate calcula parametrul principal  $y$  în funcție de parametrii secundari.

Tabelul 17

Nr. crt.	$t[h]$ $x_1$	$\dot{\epsilon}_f$ $x_2$	$T[^\circ C]$ $x_3$	$\epsilon_f$ $y$
1	10.33	0.0249	20.66	0.348
2	45	0.0075	21.25	0.799
3	85	0.00167	21.25	1.041
4	232	0.00145	20.20	1.23
5	475	0.00017	19.80	1.474
6	712	0.00022	16.85	1.407
7	952	0.00088	17.4	1.558
8	1192	0.00064	19.7	1.831
9	1432	-0.00024	18.8	1.833
10	1672	0.0009	17.7	1.793
11	1912	0.00016	18.7	1.971
12	2152	0.00046	20.6	2.209
13	2392	0.00131	20.25	2.291
14	2632	0.00207	25.15	2.689
15	2872	-0.00013	24.75	2.815
16	3112	0.00176	25.8	2.908
17	3352	-0.0011	26.45	3.077
18	3592	0.00074	23.6	2.907
19	3832	0.00030	25.5	3.059
20	4072	0.00118	26.35	3.193
21	4312	0.00118	26.5	3.56
22	4552	-0.00049	25.8	3.677
23	4792	-0.00060	21.75	3.47
24	5032	-0.00029	20.3	3.477
25	5272	-0.00029	18.8	3.284

Nr. crt.	$t[h]$ $x_1$	$\dot{\epsilon}_f$ $x_2$	$T[^\circ C]$ $x_3$	$\epsilon_f$ $y$
26	5512	0.00006	19.65	3.347
27	5752	-0.00068	18.35	3.296
28	5992	-0.00048	16.9	3.161
29	6332	0.00187	18.05	3.253
30	6472	-0.00083	18.65	3.379
31	6712	0.00072	18.55	3.362
32	6952	-0.00049	19.45	3.446
33	7336	-0.00017	17.53	3.306
34	7720	0.00029	17.06	3.341
35	8104	-0.00099	16.9	3.333
36	8488	0.00064	15.72	3.242
37	8872	0.00008	16.3	3.282
38	9256	0.00064	18.9	3.487
39	9640	-0.00026	19.06	3.484
40	10024	-0.00038	18.81	3.504
41	10408	0.00019	16.97	3.361
42	10792	0.00043	19.56	3.564
43	11224	0.00086	21.44	3.691
44	11656	0.00038	26.53	4.1
45	12088	0.00057	25.89	4.093
46	12520	-0.00043	27.28	4.289
47	12952	0.00021	26.97	4.264
48	13384	-0.0004	25.7	4.195
49	13816	-0.00025	22.61	3.997
50	14128	0.00003	22.38	3.998

Ca date experimentale de calcul s-au folosit rezultatele încercărilor de fluaj a unui conductor Cardinal încărcat la 5% din rezistența nominală de rupere adică  $F_1 = 5\%F_r = 7846N$  măsurând deformația  $\Delta l$ , timpul  $t$  și temperatura  $T$  din care s-a calculat deformația specifică  $\epsilon_f$  și viteza de fluaj  $\dot{\epsilon}_f$ . S-au efectuat 600 de măsurători la intervale de 10 ore (până la 100 de ore) și apoi la 24 de ore, durata totală a încercării fiind de 14236 de ore (aproximativ un an și 8 luni). Programul de calcul utilizat nepermițând introducerea a mai mult de  $n = 50$  de citiri s-a procedat la gruparea rezultatelor experimentale pe subintervale și s-a ținut cont de valorile lor medii prezentate în tabelul 17. După ce s-au calculat coeficienții sistemului (5.18) se obțin matricele  $[A]$ ,  $\{b\}$  și în final  $\{a\}$  (v. fig. 5.17).

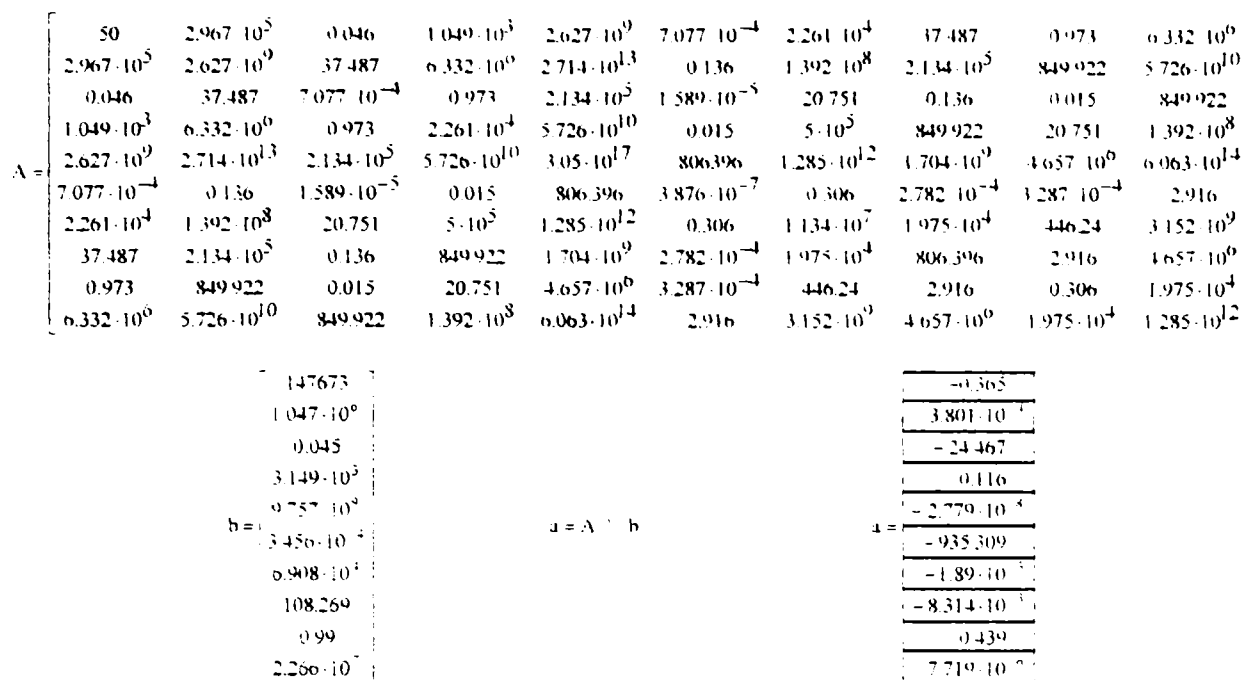


Fig. 5.17. Matricele  $A$ ,  $b$  și  $a$  pentru calculul coeficienților funcției de regresie

Înlocuind în expresia 5.15 coeficienții funcției de regresie astfel calculați se obține legea de variație a deformației specifice la fluaj în funcție de timp, viteză de fluaj și temperatură

$$\bar{\epsilon}_f = -0.365 + 3,801 \cdot 10^{-4} t - 24,467 \dot{\epsilon}_f + 0,116 T - 2,779 \cdot 10^{-8} t^2 - 935,303 (\dot{\epsilon})^2 - 1,89 \cdot 10^{-3} T^2 - 8,314 \cdot 10^{-3} t \dot{\epsilon}_f + 0,439 \dot{\epsilon} T + 7,719 \cdot 10^0 t T \quad (5.19)$$

Relația (5.19) a fost verificată pentru diferite valori din tabelul (17). Comparația cu rezultatele experimentale este prezentată în tabelul 18 :

Tabelul 18

Timpul t[h]	Viteza de fluaj $\dot{\epsilon}_f$	Temperatura T [°C]	Deformația specifică măsurată $\epsilon_f$ [%]	Deformația specifică calculată $\epsilon_{fc}$ [%]	Eroarea relativă [%]
472	0,00017	19,8	1,474	1,441	2,22
4072	0,00118	26,35	3,193	3,239	1,42
10024	-0,00038	18,81	3,504	3,659	4,23
14128	0,00003	22,38	3,998	3,844	3,85

Din tabelul 18 se vede că eroarea relativă între deformațiile specifice la fluaj determinate experimental și cele calculate cu relația (5.18) sunt mai mici de 5%. În concluzie, expresia (5.18) permite calculul deformației specifice la fluaj în funcție de timp, temperatură și viteză cu o precizie foarte bună și oferă corelarea a mai mulți parametri ai fluajului luând în calcul asupra deformației specifice la fluaj  $\epsilon_f$ , pe lângă parametrul timp și influența parametrilor temperatură și viteză de fluaj.

## Capitolul 6. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII PERSONALE

La montajul și în exploatarea conductoarelor electrice care compun liniile electrice de înaltă tensiune se au în vedere în principal două mărimi, forța de întindere și săgeata conductoarelor. Forța de întindere trebuie astfel calculată încât conductorul să capete o anumită săgeată care pe de o parte trebuie să asigure "garda de la sol" a conductorului prevăzută în standarde și normative pentru diverse situații de exploatare, pe de altă parte să nu permită apropierea conductoarelor aceleiași linii între ele astfel încât să poată avea loc străpungeri electrice. Această săgeată trebuie menținută pe parcursul exploatării la o anumită valoare. Marimea ei este influențată de factori meteorologici și fenomenul de fluaj.

Fluajul apare la conductoarele liniilor electrice sub sarcină de întindere constantă și se dezvoltă pe parcursul duratei de exploatare a acestuia în decurs de 10 - 12 ani. Pentru a aprecia comportamentul la fluaj a conductoarelor electrice nu se pot efectua încercări de laborator pe astfel de perioade lungi. În general se fac încercări de scurtă durată la sarcini și temperatură constante pe o durată de 100, respectiv 1000 de ore. Rezultatele acestor încercări se extrapolează apoi prin metodele statisticii matematice, în general prin metoda celor mai mici pătrate, la perioada de timp cerută.

Problema este, că din cauza inexistenței unor încercări de foarte lungă durată nu există posibilitatea comparării rezultatelor extrapolate cu valori experimentale reale. Prezenta lucrare încearcă să aducă o contribuție în acest sens, ea fiind bazată pe încercări care se întind pe durata a 14236 de ore (aproximativ un an și opt luni), perioadă în care s-au efectuat 600 de măsurători la intervale regulate. Rezultatele bogate ale acestor încercări, pot oferi informații prețioase celor interesați de acest domeniu de activitate și cercetare și permit compararea unor rezultate teoretice cu date reale obținute experimental.

O primă concluzie ar fi aceea că, încercările de 100 de ore nu permit o evaluare exactă a evoluției fenomenului de fluaj deoarece lungirile epruvetei în primele ore ale încercărilor sunt influențate încă în mare măsură de aplicarea la începutul încercării a sarcinii de fluaj. Deformațiile suferite de epruvetă în primele ore ale încercării sunt probabil încă datorate solicitării de întindere datorate aplicării sarcinii și probabil și așezării "în poziție" definitivă a sârmelor care compun conductorul, adică până când se realizează un contact strâns între sârmele din același strat de înfășurare și se ocupă pozițiile definitive și între

straturile vecine. Se poate considera că într-o perioadă așa scurtă fluajul nu ajunge încă să se stabilizeze.

Încercările mai lungi de 1000 de ore permit deja aprecieri mai exacte a dezvoltării fenomenului de fluaj. Precizia evaluărilor poate fi îmbunătățită doar prin încercări care depășesc durata de 10000 de ore deoarece curbele caracteristice de fluaj deformație specifică – timp se reprezintă sub forma unei drepte de regresie în coordonate dublu logaritmice.

Pe baza celor arătate mai sus observațiile făcute în standarde precum că renunțarea la primele 100 de ore de încercări nu aduc îmbunătățiri în aprecierea comportării conductoarelor în intervalul corespunzător fluajului stabilizat pot fi privite cu anumite rezerve.

Recomandările privind efectuarea citirilor la intervale de timp logaritmice față de intervale egale de timp nu s-au dovedit a oferi o precizie sporită a evaluărilor. Citirile efectuate la intervale de timp egale nu modifică alura curbelor de fluaj față de cele citite la intervale de timp logaritmice. Citirile efectuate la intervale orare logaritmice plasează doar punctele obținute experimental la valori întregi pe scara logaritmică a timpului.

Mașina de încercări la fluaj a conductoarelor din laborator a fost concepută inițial cu cinci posturi de lucru doar pentru încercarea simultană ale acestora la maximum cinci sarcini de fluaj diferite. Pentru a putea compara comportarea în aceleași condiții de lucru (sarcină și temperatură) atât a conductorului, cât și a sârmelor de oțel și aluminiu care îl compun am echipat mașina în completare cu accesorii care să permită acest lucru pentru a găsi eventuale legături între comportarea la fluaj a conductorului în ansamblu și sârmele care îl compun. Rezultatele acestor încercări vor constitui tema unor studii care urmează să fie efectuate.

S-a menționat faptul că mașina de încercări permite încercarea conductoarelor la maximum cinci sarcini de fluaj diferite, valoarea sarcinii fiind limitată superior de forța maximă de încărcare pentru care a fost proiectată, adică 30KN. Există situații când se cer curbe de fluaj pentru alte valori ale sarcinilor decât cele pentru care există încercări pentru valori care depășesc capacitatea maximă a mașinii.

Pentru aceste situații s-a găsit o rezolvare matematică prin extrapolarea în tensiuni a rezultatelor experimentale existente. Metoda permite obținerea caracteristicii de fluaj pentru orice procent din rezistența de rupere nominală sau experimentală a conductorului sub rezerva ca să fie situată în zona liniară a caracteristicii tensiune-deformație ( $\sigma - \varepsilon$ ). Metoda a fost verificată pentru conductoare la care existau încercări la 4 – 5 fracțiuni procentuale din forța maximă, extrapolându-se curbe de fluaj pe baza a 3 – 4 curbe cunoscute pentru cea în lipsă, pentru care existau de asemenea rezultate experimentale.

Pentru extrapolarea rezultatelor experimentale ale încercărilor la fluaj, efectuate pe conductoarele liniilor electrice de înaltă tensiune la o perioadă de timp echivalentă duratei în exploatare ale acestora se folosește în general metoda celor mai mici pătrate.

În această lucrare s-au căutat și s-au găsit și alte modele matematice care să permită interpolarea și extrapolarea acestor rezultate cu precizie corespunzătoare.

Utilizarea funcțiilor spline cubice s-a dovedit o metodă foarte precisă de interpolare pe intervalul pentru care au existat încercări, dar nu a dat rezultate și pentru extrapolarea în timp a acestor date.

Pentru extrapolare s-au căutat alte funcții care să corespundă acestui scop. Din câteva sute de variante încercate s-au dovedit utile un număr de patru funcții exponențiale și logaritmice care dau valori acceptabile în cazul extrapolării datelor experimentale obținute pe baza unor încercări de scurtă durată (100, respectiv 1000 de ore) la valori ale timpului și deformațiilor pentru care s-au efectuat încercări de peste 14000 de ore. Aceste funcții pot reprezenta o alternativă pentru extrapolarea curbelor de fluaj față de metodele utilizate în mod curent, în special metoda celor mai mici pătrate.

S-a arătat în lucrare că standardele recomandă intervale de temperatură foarte strânse ( $\pm 2^{\circ}\text{C}$ ) față de temperatura constantă prevăzută pentru încercările de laborator. În aceste condiții curbele de fluaj obținute prin încercări de laborator se trasează considerând sarcina de încărcare și temperatura constante. Problema este că în condiții de laborator este aproape imposibil de a menține temperatura între astfel de limite strânse. Pe de altă parte în standarde se specifică faptul că o creștere a temperaturii numai cu  $1^{\circ}\text{C}$  produce o mărire a vitezei de fluaj cu 4%.

Pentru a include în calculele de fluaj în mod suplimentar și parametrii temperatură și viteză de fluaj s-a apelat la o altă metodă matematică, cea a corelațiilor multiple. Aceasta permite calculul parametrului principal, care în cazul fluajului este deformația specifică ținând cont de toți parametrii care influențează această mărime, adică timpul, temperatura și viteza de fluaj. Metoda a permis obținerea unei relații care conține toți parametrii menționați și care introduce în calcule pe lângă parametrul timp și influența parametrilor temperatură și viteză de fluaj.

Datele obținute cu această relație dau o aproximare foarte bună a deformațiilor față de datele obținute experimental.

## BIBLIOGRAFIE

### A. LITERATURĂ

- A1. The Aluminium Association – “*A Method of Stress-Strain Testing of Aluminium Conductor and ACSR – and A Test Method for Determining the Long Time Tensile Creep of Aluminium Conductors in Overhead Lines*” 1071.
- A2. Aluminium Electrical Conductor Handbook, Second Edition, Mark Wolker Editor, 1982.
- A3. Aluminium Taschenbuch, Aluminium Verlag G.M.B.H., Düsseldorf, 1955.
- A4. Arie A. – “*Contributions au calcul mécanique des conducteurs des lignes électriques aériennes et des barres flexibles des stations électriques aériennes*”, Buletinul Institutului Politehnic București, tom XXI, fasc. 1, 1959.
- A5. Arie A. – “*Modele mecanice ale liniilor electrice aeriene*”, Electricitatea nr.1, 1948.
- A6. Arie A. Arie ș.a. – “*Rețele electrice - Calculul mecanic*” – Editura Tehnică – București 1981.
- A7. Atanasiu C., ș.a. – “*Inercarea materialelor*” Editura Tehnică, București, 1982.
- B1. Barkóczi I – “*Sodronykötelek*” – Kézikönyv – 1996
- B2. Behrens P., Meyer H., Nefeger J., - “*Aluminium Freileitungen*”, Aluminium Verlag G.M.B.H. Düsseldorf, 1954.
- B3. Beleaev N.M., - “*Rezistența materialelor*” (trad. din limba rusă), Vol.I, II, Editura Tehnică, București, 1956.
- B4. Berbente C., Berbente I., - “*Bară și plăci cu deplasări mari*” – Ed. Tehnică, București, 1997.
- B5. Bert C., Stein R.A. – “*Stress Analysis of Wire Rope in Tension and Torsion*”, *Wire and Wire Products*” Vol. 37, pg. 769 – 770; 772 – 816, 1962.
- B6. Bezuhov N., - “*Teoria elasticității și plasticității*” Ed. Tehnică, București, 1957.
- B7. Bihet O. – “*Les recherches belges sur les aciers resistant au fluage*”, *L'ossature métallique* nr.2, Bruxelles, 1952.
- B8. Boleanțu L., Dobre I., Babeu T., Neguț N., Faur N., Motișan M., Popa S., - “*Mașina de încercare la fluaj a conductorilor din aluminiu și oțel aluminiu, la temperatura mediului ambiant*”, Brevet de invenție Nr. 101775/1.10.1998.



- B9. Boleanțu L., Dobre I., Babeu T., Neguț N., Faur N., Motișan M., - "*Cercetări de fluaj pe conductoare din Al și Al - O<sub>2</sub>*", Lucrările celei de a VII-a Conferințe de sudură și încercări de materiale, pg. 430 – 437, Timișoara, 1989.
- B10. Bucher O. G., - "*Drahtseile und ihre Herstellung*", 1958.
- B11. Buzdugan Ghe., - "*Rezistența materialelor*", Editura Academiei RSR, București, 1986.
- C1. "*Le calcul des lignes aériennes en zones non givrées*", CEI, Comité d'Etudes No. 11 – 17. Recomandation pour les lignes aériennes, 1977.
- C2. Constantinescu A., Guja N., Lașcu N., - "*Tehnica încercărilor de fluaj (curgere lentă)*", Metalurgia și construcția de mașini nr.6, 1957.
- C3. Constantinescu A., Rotenstein B., Lașcu – Simion N., - "*Fluajul metalelor*", Editura tehnică, București, 1970.
- C4. Comellini M., - "*Fluage des conducteurs aluminium - acier aux températures de service élevées*", Rapport CIGRÉ, 22 – 01, 1970.
- C5. Costello G.A., - "*Analytical Investigation of Wire Rope*", ASME Applied Mechanics Reviews, vol. 31, pg. 897 – 900, 1978.
- C6. Costello G. A., - "*Stresses in multilayered cables*", ASME Journal of Energy Resources Technology, vol. 105, pg. 337 – 340, 1983.
- C7. Costello G.A. – "*Theory of Wire Rope*", Springer – Verlag New York, 1997.
- C8. Costello G.A., Butson G.Z., - "*A simplified bending theory for wire rope*", ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 108, pg. 219 – 227, 1982.
- C9. Costello G.A., Miller R.E. – "*Static Reponse of Reduced Rotation Rope*", ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 106, pg.623 – 631, 1980
- C10. Costello G.A., Phillips J. W., - "*Contact Stresses in Thin Twisted Ropes*", ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 40, pg. 629 – 630, 1973.
- C12. Costello G.A., Sinha S.K., - "*Static Behavior of Wire Rope*", ESCE Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 103, pg. 1011 – 1022, 1977.
- D1. Dékany L., Frank E., - "*Acélkötelek*", 1963.
- D2. Derm E.I., - "*Mechanical behaviour of materials at elevated temperatures*", Mc. Graw – Hill Book, New York, 1961.
- D3. Dimo P., - "*Calculul și proiectarea sistemelor electroenergetice*", Editura Tehnică, București, 1972.
- D4. Dobre I., Faur N., - "*Probleme metrologice la o mașină pentru încercarea conductoarelor la fluaj*", Simpozionul "*Analiza experimentală a tensiunilor în industria constructoare de mașini*" pg. 182 – 188, Reșița, 1988.

- D5. Dobre I., Faur N., Motișan M., - "*Creep experimental investigation on Al and Al – OI. conductors*" Al V-lea Simpozion național de tensometrie cu participare internațională, pg. 43 – 49, Galați, 1989.
- D6. Dobre I., Silaghi – Perju D., Sisak I., - "*Corelații multiple între parametri de fluaj la încercările conductoarelor de înaltă tensiune*" Buletinul Științific al Universității "Politehnica" din Timișoara, Seria Mecanică, Tomul 48(62), Fascicola 1, pg. 49 – 54, 2003.
- D7. Dobre I., Sisak I., - "*Cercetări experimentale de fluaj pe un conductor multifilar din oțel-aluminiu utilizat în construcția liniilor electrice de înaltă tensiune*" A VIII - a Conferință Internațională de Tensometrie "Încercări de Materiale și Tehnonav", București, Constanța, 2000.
- D8. Dobre I., Sisak I., - "*Exploatarea în tensiuni a diagramelor de fluaj pentru conductoare electrice din fire de aluminiu și sau oțel-aluminiu*", Acta Universitatis Cibiniensis, vol.XIII, Seria Tehnică, Mecanică aplicată, pg.93 – 99, Sibiu, 1995.
- D9. Dobre I., Sisak I., Motica A., Popa M., Negru R., - "*Asupra extrapolării rezultatelor de fluaj pe conductoare din aluminiu sau oțel-aluminiu*", Al VI-lea Simpozion național de tensometrie și încercări de materiale cu participare internațională, Craiova, 1992.
- D10. Drimer D., Gâdea S., Cluceru S., - "*Noi sorturi de materiale pentru construcția LEA*", A III-a Conferință a Electricienilor din R.S.R., București, 1972.
- E1. Eirich F.R. – "*Rheology Theory and Application*" vol.I, Academic Press Inc. Publishers, New York, 1956.
- F1. Filonenco – Borodici M. – "*Teoria elasticității*" Ed. Tehnică, București, 1952.
- F2. Fink D.G. – "*Standard handbook electrical engineers*", "*Propertier of materials*", Section, 1969.
- F3. Fotiadi A., - "*Consideration sur le fluage*", Métaux Corrosion nr.318, 1952.
- G1. Gheorghită G., - "*Fluajul conductoarelor*", Sesiunea științifică, Suceava – mai 1978.
- G2. Golovanov N., ș.a. – "*Caracteristici ale LEA de înaltă tensiune cu mai multe conductoare în regim permanent*", A IV-a Sesiune de Comunicări tehnico-științifice – IRE Suceava, 1980.
- H1. Hajdu I., - "*Lucrări de laborator de rezistența materialelor*", Timișoara, 1966.
- H2. Hajdu I., Kovats L., Nicola P., Dobre I., - "*Eine neue Formel zur Ermittlung der Kriechdehnung die einer Dauer von 500 Stunden Versuche entspricht*", A V-a Conferință de sudură și încercări de materiale, vol.II, pg. 607 – 618, Timișoara, 1965.



- H3. Hajdu I., Kovats L., Nicola P., Dobre I., - "*Nouvelle formule proposée pour déterminer les allongements à fluage qui correspondent à une durée de 500 heures en vertu des résultats des essais de 50 heures*" Institutul Internațional de sudură (I.I.S.), Comisia X, Paris, 1965.
- H4. Hall M.M., - "*Stresses in Small Wire Ropes*", Wire and Wire Products vol.26, pg.228, 257 - 259, 1951.
- H5. "*Handbuch*", "*Drahtseile*", 1965.
- J1. Jalobeanu C., Rasa I., - "*Probleme de calcul numeric și statistic Mathcad*" Ed. Albastră, Cluj - Napoca, 1995.
- J2. Jänisch W., Thiel G., - "*Fluage de l'acier sous des charges statiques a la temperature ordinaire.*". Revue de Métallurgie, nr.9, 1951.
- J3. Jehmlich G., - "*Anwendung und Überwachung von Drahtseilen*", 1960.
- K1. Kec W., - "*Elasticitate și viscoelasticitate*" Ed. Tehnică, București, 1986.
- K2. Kec W., - "*Întroducere în teoria distribuțiilor cu aplicații în tehnică*" Ed. Tehnică, București, 1975.
- K3. Kumar K., Cochran J.E. Jr. - "*Clased-Form Analysis for Elastic Deformations of Multilayered Strands*", ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 54, pg.898 - 903, 1987.
- K4. Kumar K., Cochran J.E.Jr., Cutchins J.A. - "*Contact Stresses in Cables due to Tension and Torsion*", ASME Journal of Applied Mechanics, vol.64, pg. 935-939, 1997.
- L1. Landau et Lifchitz - "*Theorie de l'élasticité*" Edition Mir Moscova, 1967.
- L2. Laurent P. - "*Principes physiques du fluage*", Métaux et Corrosion, nr. 322, 1952.
- L3. Laurent P., Valeur T., - "*Les bases de la résistance mécanique des métaux et alliages*" Edit. Dunod, Paris, 1947.
- L4. Levi F., Pizzetti G., - "*Fluage, Plasticité, Précontrainte*", Edit. Dunod, Paris, 1951.
- L5. \*\*\* - "*Limitations on Stringing and Sagging Conductors*" - IEEE Trans. Power App. And Syst 83 (1964) nr.12 pg.1230-1235.
- M1. Mateescu D., Caraba I., - "*Construcții metalice. Cablul și proiectarea elementelor din oțel*", Editura Tehnică, București, 1981.
- M2. Mazilu P., Sburlan S., - "*Metode funcționale în rezolvarea ecuațiilor teoriei elasticității*", Editura Academiei, București, 1973.
- M3. Mihoc G., Craiu V., - "*Tratat de statistică matematică*", vol.IV, "*Corelație și regresie liniară*", Editura Academiei, București, 1981.
- M4. Morlet E., - "*Le fluage des métaux et ses méthodes de mesure*", Métaux Corrosion nr.319, 1952.

- M5. Morlet E., - *“Les notions fondamentales, les données expérimentales et les travaux récents concernant le fluage”*, Revue Générale de Mécanique, nr.27, 1951.
- N1. Nădășan Șt., Boleanțu L., - *“Studii și cercetări de rezistență și încercări de materiale”*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1965.
- N2. Nădășan Șt., ș.a., - *“Probleme de rezistența materialelor”* Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1968.
- N3. Nicholls W.J., Mc. Donald F.G., - *“Aluminium conductors for overhead lines”*, Proc. IEE nr.9, pg. 1274 – 1282, 1967.
- O1. Olszak W., ș.a., - *“Teoria plasticității”*, Ed. Tehnică, București, 1970.
- P1. Paris L. – *“Contribution à l'étude des modèles réduits dans le domaine des lignes aériennes, à haute tension”*, CIGRÉ, 1960.
- P2. Persoz B., - *“Introduction a l'étude de la réologie”*, Dunod, Paris, 1960.
- P3. Petrescu C., Chiriță I., - *“Deschiderea economică a liniilor de 110 KV pe stâlpi de metal”*, Energetica, nr.1, 1960.
- P4. Petrișor E., - *“Probabilități și statistică”*, Editura Politehnică, Timișoara, 2001.
- P5. Phillips J.W., Costello G.A. – *“Analysis of Wire Ropes with Internal – Wire Rope Cores”*, ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 52, pg. 51- - 616.
- P6. Phillips J.W., Costello G.A. – *“Contact Stresses in Twisted Wire Cables”* ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, vol.99, pg. 331 – 341, 1973.
- P7. Ponomariov S.D. ș.a. – *“Calculul de rezistență în construcția de mașini”*, vol.I - Editura Tehnică, București, 1960; vol.II – Editura Tehnică, București, 1963; vol.III – Editura Tehnică, București, 1964.
- P8. Popescu C., Ifrim A., Cedighian S., Lefter C., Nicolae M., Ichim D., - *“Materiale electrotehnice”*, Editura Tehnică, București, 1976.
- P9. Popescu M.M., - *“Fluajul și materialele rezistente la temperaturi ridicate”* Editura Tehnică, București, 1958.
- P10. Prakasti A., Conway T.A., Costello G.A., - *“Compression of a cord”*, ASME Journal of Applied Mechanics, vol. 59(2), pg. 5213-5216, 1992.
- P11. Precup R., Dragomir L., Bulavițchi I., - *“Matematici asistate de calculator”*, Editura “Politehnică”, Timișoara, 2002.
- R1. Rancu N., Tvissi L., - *“Statistică matematică cu aplicații în producție”*, Editura Academiei, București, 1963.
- R2. Raoof M., Hobbs R.E., - *“Analysis of multilayered structural strand”*, ASCE Journal of Engineering Mechanics, vol. 114(7), pg.1166-1182, 1988.

- R3. Rozanov G.M., - "*Calculul mecanic al liniilor aeriene de transport de energie electrică*", Editura Tehnică, București, 1957.
- R4. Rusu O., Gall T., - "*Probleme moderne ale rezistenței materialelor*", Editura Tehnică, București, 1970.
- S1. Scalzi J.B., Mc Grath W.K., - "*Mechanical properties of structural cables*", ASCE Journal of the Structural Division, pg. 2837 –2844, 1971.
- S2. Schneider F., Lang G., - "*Stahldraht, Herstellung und Anwendung*", 1983.
- S3. Schuller K., - "*Die unlangen Prüflingen bestimmten mechanischen Kennwerte von Aluminium – und Aluminium- Stahl-Freileitungsseilen*", Buletinul ISPE, vol.VI, nr.2, pg.95 – 123, 1973.
- S4. Silaghi Perju D., Sisak I., Hlușcu M., - "*Programme de calcul pour l'obtention des courbes caracteristiques de fluage pour conducteurs*", Buletinul științific al Universității "Politehnica" Timișoara, Tom 44(58), Mecanică, 1998.
- S5. Sisak I., - "*Considerations sur l'approximation analitique des resultats experimentaux obtenus lors des essais de fluage de courte durée réalisés sur des conducteurs électriques en aluminium – acier. I – ère partie : Interpolation par des curbes splines*", Buletinul științific al Universității "Politehnica" din Timișoara, Seria Mecanică, Tom 47(61), pg. 19-22, Fascicola 2, 2002.
- S6. Sisak I., - "*II - ème partie : Extrapolation par combinaison de fonctions exponentielles et logarithmiques*", pg. 23 – 28.
- S7. Sokolovski V., - "*Teoria plasticității*", Editura Tehnică, București, 1953.
- S8. Solomon L., - "*Elasticitatea liniară*" Ed. Academiei, București, 1969.
- T1. Teodorescu P.P., - "*Dinamica corpurilor liniar elastice*" , Ed. Academiei, București, 1972.
- T2. Teodorescu P.P., - "*Probleme plane în teoria elasticității*", Vol.I, Ed. Academiei, București, 1965.
- T3. Teodorescu P.P., Jile V., - "*Teoria elasticității și introducerea în mecanica solidelor deformabile*", Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1976.
- T4. Timoshenko S., - "*Resistence des materiaux*" Vol. I, II – Librairie Polytechnique – Paris – 1947.
- T5. Terrell Craft – "*American electricians handbook*", 1970.
- VI. Vaicum A., - "*Studiul reologic al corpurilor solide*", Editura Academiei R.S.R., București, 1978.

- V2. Velinsky S.A., Anderson G.L., Costello G.A., - *"Wire Rope with Complex Cross Sections"*, ASCE Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 110, pg.380 – 391, 1984.
- V3. Vidal G., - *"Conditions d'apparition de la rupture au cours des essais de fluage"*, Métaux Corrosion, nr.321, 1952.
- V4. Voinea B., Voinea D., - *"Contribuții la calculul mecanic al conductorilor flexibili din instalațiile de tip exterior"*, Energetica și Hidrotehnica nr.10, 1955.
- W1. Winkelman M., - *"Fluage des conducteurs et construction des lignes de transport"*, Raport CIGCRE nr.22 – 07, 1970.
- W2. *"Wire Rope Handbook"*, St. Joseph, Mo : Leschen Wire Rope Company, 1971
- W3. *"Wire Rope Users Manual"*, American Iron and Steel Institute, Washington D.C., 1979.

## **B. STANDARDE ȘI NORME TEHNICE**

1. ABNT (Associa Brasileira de Normas Técnicas) – NBR7303/1982 – *"Fluência em conductores de alumínio – Método de ensaio"* (Fluajul la conductoare de aluminiu – Metode de încercare).
2. ABNT – NBR7302/1982 – *"Condutores eléctricos de alumínio – Tensão - deformação em conductores de alumínio – Método de ensaio"* (Conductoare electrice de aluminiu – Tensiuni – deformații la conductoare de aluminiu – Metodă de încercare).
3. ABNT – NBR 5471/1980 – *"Electrotécnica e eletrônica - Condutores eléctricos - terminologia"* (Electrotehnică și electronică – Conductoare electrice – terminologie)
4. ABNT – NBR6756/1981 – *"Fio de aço zincado para alma de cabo de alumínio - Especificação"* (Fire de oțel zincat pentru miezul cablurilor de aluminiu – specificații)
5. ABNT – NBR6810/1981 – *"Fios e cabos electricos – Tração e ruptura em componentes metálicos – Método de ensaio"* (Fire și cabluri electrice – Tracțiunea și ruperea componentelor metalice – Metoda de încercare)
6. ABNT – NBR7270/1982 – *"Cabos de alumínio com alma de aço - Especificação"* (Cabluri de aluminiu cu inima de oțel – specificații)
7. ABNT – NBR7271/1982 – *"Condutores de alumínio para instalações aéreas com ou sem cobertura protectora – Especificação"* (Conductoare de aluminiu pentru instalații aeriene cu sau fără înveliș de protecție – Specificații)

8. ABNT – NBR7272/1982 – “*Conductor eléctrico de aluminio Ruptura e característica dimensional Método de ensaio*” (Conductor electric de aluminiu – Ruperea și caracteristici dimensionale – Metodă de încercare).
9. ABNT – NBR7273/1982 – “*Conductor eléctrico de aluminio Retirada e preparo de corpo de prova para ensaio de tipo Procedimento*” (Conductor electric de aluminiu – Extragerea și prepararea eșantionului de probă pentru încercări de tip – Procedură)
10. ASTM (American Society for Testing and Materials) – ANSI/ASTM 8232-78 (American National Standard) – “*Concentric lay - stranded aluminium conductors, coated - steel reinforced*” (Conductor de aluminiu în straturi concentrice ranforsat cu înveliș de oțel).
11. ASTM 8231-81 – “*Concentric - lay - stranded aluminium 1350 conductors*” (Conductoare de aluminiu în straturi concentrice tip 1350)
12. ASTM B231 - 1990 – “*Conductoare din aluminiu*”
13. NBR 7271 – 1988 - “*Conductoare din aluminiu*”
14. DIN 48201 – 1981 - “*Conductoare din aluminiu*”
15. NFC - “*Conductoare din aluminiu*”
16. GOST 839 – 1980 - “*Conductoare din aluminiu*”
17. JIS C 3109 – 1968 - “*Conductoare din aluminiu*”
18. BS 215 Partea 1 – 1970
19. Standard de firmă 35/1999 IPROEB Bistrița - “*Conductoare din aluminiu*”
20. Standard de firmă 35/1999 – “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
21. DIN 48204 – 1984 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
22. BS 215 Partea a 2 -a – 1970 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
23. GOST 839 – 1980 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
24. ASTM B232 – 1992 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
25. NBR 7270 – 1988 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
26. NF C 34 120 – 1993 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
27. JIS C 3110 – 1968 - “*Conductoare din oțel - aluminiu*”
28. BS 183 – 1972 – “*Conductoare din oțel zincat*”
29. STAS 3734 – 1971 - “*Conductoare din oțel zincat*”
30. DIN 48201 Partea a 3-a – 1984 - “*Conductoare din oțel zincat*”
31. ASTM A 363 – 1995 - “*Conductoare din oțel zincat*”
32. ASTM A 475 – 1995 - “*Conductoare din oțel zincat*”
33. DIN 3052 – “*Cabluri din oțel pentru tracțiune Construcție simplă 1 x 7*”
34. DIN 3053 - “*Cabluri din oțel pentru tracțiune Construcție simplă 1 x 19*”

35. DIN 3054 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție simplă 1 x 37"
36. DIN 3055 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție normală 6 x 7"
37. DIN 3069 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție normală 6 x 19"
38. DIN 3066 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție normală 6 x 37"
39. DIN 3058 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție combinată 6 x 19 SEALE"
40. DIN 3069 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Cablu antigiratoriu. Construcție concentrică 18 x 7"
41. STAS 1513 – 1980 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție simplă 1 x 7; 1 x 19; 1 x 37 și 1 x 61"
42. STAS 1353 – 1986 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție normală 6 x 7; 6 x 19 și 6 x 37"
43. STAS 1689 – 1974 - "Cabluri din oțel pentru tracțiune - Construcție combinată 6 x 19 SEALE"
44. Standard de firmă 7/97 IPROEB Bistrița - "Cabluri din oțel pentru tracțiune cu inimă metalică"
45. STAS 3000/1 – 86 - "Conductoare din oțel - aluminiu pentru linii aeriene de energie electrică - Condiții tehnice de calitate"
46. STAS 3000/2 – 86 - "Conductoare din oțel - aluminiu pentru linii aeriene de energie electrică - Dimensiuni"
47. STAS 3032 – 90 - "Conductoare de aluminiu neizolate pentru linii aeriene de energie electrică"
48. STAS 8235 – 87 - "Conductoare de aluminiu pentru conducte și cabluri electrice"
49. STAS 6951 – 76 – Încercarea la tracțiune a sârmelor"
50. STAS 6622 – 90 – "Încercarea la înfășurare a sârmelor"
51. SR CEI (461) + A1 – 1996 – "Vocabular electrotehnic internațional - Capitolul 461 : Cabluri electrice"
52. SR CEI 60050 (466) – 1999 – "Vocabular electrotehnic internațional - Capitolul (466) Linii electrice aeriene"
53. SR EN 61395 – CEI 61395 – "Conductoare electrice aeriene - Metode de încercare la fluaj pentru conductoare cablate"
54. SR CEI 61089 – 1997 – "Conductoare pentru linii aeriene cu sârme rotunde, cablate în straturi concentrice"
55. SR CEI 61089/A1 – 1999 – "Conductoare pentru linii aeriene cu sârme rotunde, cablate în straturi rotunde"

56. SR CEI 888 – 1994 – *“Sârme de oțel zincat pentru conductoare cablate”*
57. SR CEI 889 – 1994 – *“Sârmă de aluminiu trasă la rece în stare de ecrusare tare pentru conductoarele liniilor aeriene”*
58. SR CEI 104 - 1995 – *“Sârme din aliaj de aluminiu - magneziu - siliciu pentru conductoarele liniilor aeriene”*
59. SR EN 10002 – 1/1995 – *“Materiale metalice” Încercarea la tracțiune*
60. NTE 401/03/00 – *“Metodologie privind determinarea secțiunii economice a conductoarelor în instalații electrice de distribuție de 1 – 110KV”*
61. PE 101A/85 – *“Instrucțiuni privind stabilirea distanțelor normate de amplasare a instalațiilor electrice cu tensiunea peste 1KV în raport cu alte construcții”*
62. PE 022 – 3/1987 – *“Prescripții generale de proiectare a rețelelor electrice”*
63. PE 104/1993 – *“Normativ pentru construcția liniilor aeriene de energie electrică cu tensiuni peste 1000V”*
64. PE 707/1995 – *“Normativ pentru proiectarea și execuția rețelelor de cabluri electrice”*



## BULETIN DE CITIRI

CONDUCTOR TIP : CARDINAL

Perioada de incercare 13.02.1998 -

Nr. sârme Al : 54 ;  $A_{Al} = 484,52 \text{ mm}^2$  ;  $d_{Al} = 3,38 \text{ mm}$

Nr. sârme OL: 7 ;  $A_{OL} = 62,81 \text{ mm}^2$  ;  $d_{OL} = 3,38 \text{ mm}$

$A_{tot} = 547,33 \text{ mm}^2$  ;

Fr = 1497224 N

$F_1 = 5\%Fr$      $F_1 = 7486 \text{ N}$  ;     $\sigma_1 = 13,677 \text{ MPa}$  ;     $L_{01} = 2010 \text{ mm}$

$F_2 = 10\%Fr$  :     $F_2 = 14972 \text{ N}$  ;     $\sigma_2 = 27,354 \text{ MPa}$  ;     $L_{02} = 2020 \text{ mm}$

$F_3 = 15\%Fr$      $F_3 = 22459 \text{ N}$  ;     $\sigma_3 = 41,032 \text{ MPa}$  ;     $L_{03} = 2010 \text{ mm}$

$F_4 = 20\%Fr$      $F_4 = 29945 \text{ N}$  ;     $\sigma_4 = 54,709 \text{ MPa}$  ;     $L_{04} = 2020 \text{ mm}$

Nr. crt.	Data	Ora	Timp t [ ore ]	$\Delta l$ [ mm/100 ]								Temp. T [ ° C ]
				Post 1		Post 2		Post 3		Post 4		
				$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	$\Delta l_{st}$	$\Delta l_{dr}$	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	13.02.	10 <sup>00</sup>	1	-0,4300	2,2500	-0,7300	3,6100	1,0400	3,2000	0,5400	4,8200	20
2	13.02.	20 <sup>00</sup>	10	-0,3400	2,3400	-0,6800	3,7100	1,1400	3,3300	0,7000	4,9500	21
3	14.02.	6 <sup>00</sup>	20	-0,3100	2,3700	-0,5900	3,7300	1,2400	3,3600	0,7600	5,0100	21
4	14.02.	16 <sup>00</sup>	30	-0,3000	2,4000	-0,5450	3,7800	1,3500	3,4250	0,8000	5,0600	21
5	15.02.	2 <sup>00</sup>	40	-0,3200	2,4200	-0,5300	3,7900	1,3650	3,4400	0,8100	5,1200	22
6	15.02.	12 <sup>00</sup>	50	-0,2650	2,4400	-0,5050	3,8200	1,3950	3,4600	0,8350	5,1400	21
7	15.02.	22 <sup>00</sup>	60	-0,2550	2,4450	-0,4900	3,8300	1,4000	3,4650	0,8500	5,1500	21
8	16.02.	8 <sup>00</sup>	70	-0,2400	2,4600	-0,4800	3,8400	1,4150	3,4800	0,8700	5,1700	22
9	16.02.	18 <sup>00</sup>	80	-0,2350	2,4700	-0,4700	3,8500	1,4200	3,4900	0,8850	5,1800	22
10	17.02.	4 <sup>00</sup>	90	-0,2300	2,4750	-0,4700	3,8550	1,4250	3,4950	0,9000	5,1850	21
11	17.02.	14 <sup>00</sup>	100	-0,2250	2,4800	-0,4600	3,8550	1,4300	3,5000	0,9100	5,1950	21
12	18.02.	14 <sup>00</sup>	124	-0,2250	2,4600	-0,4700	3,8450	1,4200	3,4900	0,9100	5,1800	20
13	19.02.	14 <sup>00</sup>	148	-0,2100	2,4700	-0,4600	3,8500	1,4400	3,5050	0,9350	5,1950	21
14	20.02.	14 <sup>00</sup>	172	-0,2100	2,4700	-0,4600	3,8500	1,4400	3,5050	0,9350	5,1950	19
15	21.02.	14 <sup>00</sup>	196	-0,1950	2,4850	-0,4450	3,8650	1,4550	3,5200	0,9600	5,2100	20
16	22.02.	14 <sup>00</sup>	220	-0,1850	2,5000	-0,4300	3,8750	1,4700	3,5300	0,9900	5,2300	20
17	23.02.	14 <sup>00</sup>	244	-0,1800	2,5050	-0,4250	3,8800	1,4800	3,5400	1,0000	5,2400	20,5
18	24.02.	14 <sup>00</sup>	268	-0,1600	2,5200	-0,4050	3,9000	1,4850	3,5600	1,0250	5,2600	21
19	25.02.	14 <sup>00</sup>	292	-0,1600	2,5200	-0,4050	3,9000	1,5000	3,5600	1,0300	5,2600	20
20	26.02.	14 <sup>00</sup>	316	-0,1600	2,5200	-0,4050	3,9000	1,5000	3,5600	1,0300	5,2600	20



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
21	27.02.	14°	340	-0.1500	2,5300	-0.3950	3,9100	1,5100	3,5700	1,0450	5,2700	21
22	28.02.	14°	364	-0.1550	2,5300	-0.3950	3,9100	1,5200	3,5750	1,0550	5,2800	21
23	01.03.	14°	388	-0.1550	2,5300	-0.3950	3,9100	1,5200	3,5750	1,0600	5,2800	21
24	02.03.	14°	412	-0.1550	2,5300	-0.3950	3,9050	1,5200	3,5750	1,0600	5,2800	18
25	03.03.	14°	436	-0.1500	2,5350	-0.3900	3,9100	1,5250	3,5800	1,0650	5,2850	20
26	04.03.	14°	460	-0.1250	2,5600	-0.3650	3,9350	1,5500	3,6050	1,0900	5,3050	20
27	05.03.	14°	484	0.1200	2,5650	-0.3600	3,9400	1,5550	3,6100	1,1000	5,3100	20.5
28	06.03.	14°	508	-0.1200	2,5650	-0.3600	3,9400	1,5550	3,6100	1,1000	5,3100	20
29	07.03.	14°	532	-0.1200	2,5600	-0.3600	3,9350	1,5550	3,6100	1,1000	5,3100	19
30	08.03.	14°	556	-0.1250	2,5550	-0.3650	3,9300	1,5500	3,6050	1,1000	5,3050	19
31	09.03.	14°	580	-0.1300	2,5500	-0.3700	3,9250	1,5500	3,6000	1,1000	5,3000	19.5
32	10.03.	14°	604	-0.1450	2,5350	-0.3800	3,9100	1,5450	3,5900	1,0900	5,2900	18
33	11.03.	14°	628	-0.1550	2,5250	-0.3900	3,9000	1,5400	3,5800	1,0800	5,2800	16.5
34	12.03.	14°	652	-0.1500	2,5300	-0.3900	3,9000	1,5300	3,5800	1,0800	5,2800	17
35	13.03.	14°	676	-0.1500	2,5300	-0.3900	3,9000	1,5350	3,5850	1,0850	5,2800	17
36	14.03.	14°	700	-0.1500	2,5300	-0.3900	3,9000	1,5350	3,5850	1,0850	5,2800	16
37	15.03.	14°	724	-0.1500	2,5300	-0.3900	3,9000	1,5350	3,5850	1,0950	5,2800	17
38	16.03.	14°	748	-0.1500	2,5300	-0.3900	3,9000	1,5350	3,5850	1,0950	5,2800	16
39	17.03.	14°	772	-0.1550	2,5250	-0.3950	3,9000	1,5300	3,5800	1,0950	5,2800	16
40	18.03.	14°	796	-0.1450	2,5300	-0.3800	3,9100	1,5450	3,5950	1,1050	5,2900	16.5
41	19.03.	14°	820	-0.1200	2,5600	-0.3800	3,9350	1,5600	3,6100	1,1350	5,3100	18.5
42	20.03.	14°	844	-0.1350	2,5500	-0.3650	3,9200	1,5550	3,6050	1,1300	5,3050	17.5
43	21.03.	14°	868	-0.1350	2,5400	-0.3700	3,9150	1,5500	3,6000	1,1200	5,3000	16.5
44	22.03.	14°	892	-0.1300	2,5400	-0.3700	3,9150	1,5500	3,6000	1,1200	5,3000	17
45	23.03.	14°	916	-0.1300	2,5450	-0.3700	3,9150	1,5550	3,6000	1,1250	5,3000	17
46	24.03.	14°	940	-0.1300	2,5500	-0.3650	3,9200	1,5600	3,6050	1,1300	5,3050	17
47	25.03.	14°	964	-0.1300	2,5500	-0.3650	3,9200	1,5600	3,6050	1,1300	5,3050	17
48	26.03.	14°	988	-0.1050	2,5700	-0.3400	3,9450	1,5750	3,6300	1,1600	5,3300	18
49	27.03.	14°	1012	-0.0905	2,5800	-0.3300	3,9550	1,5850	3,6400	1,1700	5,3400	18
50	28.03.	14°	1036	-0.0805	2,5950	-0.3200	3,9700	1,6000	3,6500	1,1850	5,3550	18
51	29.03.	14°	1060	-0.0805	2,5900	-0.3200	3,9650	1,6000	3,6500	1,1850	5,3550	18
52	30.03.	14°	1084	-0.0900	2,5900	-0.3200	3,9650	1,6000	3,6500	1,1850	5,3500	18
53	31.03.	14°	1108	-0.0900	2,5900	-0.3200	3,9650	1,6000	3,6500	1,1850	5,3500	18
54	01.04.	14°	1132	-0.0850	2,5950	-0.3150	3,9700	1,6100	3,6600	1,1900	5,3600	19

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
55	02.04.	14 <sup>00</sup>	1156	-0.0750	2.6000	-0.3050	3.9800	1.6250	3.6750	1.2050	5.3750	19
56	03.04.	14 <sup>00</sup>	1180	-0.0650	2.6100	-0.2950	3.9900	1.6450	3.6900	1.2150	5.3850	19
57	04.04.	14 <sup>00</sup>	1204	-0.0550	2.6200	-0.2850	4.0000	1.6550	3.7000	1.2250	5.4000	20.5
58	05.04.	14 <sup>00</sup>	1228	-0.0400	2.6350	-0.2750	4.0150	1.6650	3.7100	1.2450	5.4100	21
59	06.04.	14 <sup>00</sup>	1252	-0.0250	2.6550	-0.2600	4.0300	1.6800	3.7250	1.2650	5.4250	20.5
60	07.04.	14 <sup>00</sup>	1276	-0.0350	2.6450	-0.2700	4.0200	1.6700	3.7150	1.2550	5.4150	21
61	08.04.	14 <sup>00</sup>	1300	-0.0500	2.6300	-0.2800	4.0100	1.6550	3.7000	1.2400	5.4050	20
62	09.04.	14 <sup>00</sup>	1324	-0.0600	2.6200	-0.2900	3.9900	1.6400	3.6850	1.2300	5.3950	19
63	10.04.	14 <sup>00</sup>	1348	-0.0600	2.6200	-0.2900	3.9900	1.6400	3.6850	1.2300	5.3900	19
64	11.04.	14 <sup>00</sup>	1372	-0.0550	2.6200	-0.2900	3.9900	1.6400	3.6850	1.2300	5.3900	19
65	12.04.	14 <sup>00</sup>	1396	-0.0500	2.6250	-0.2850	3.9950	1.6450	3.6900	1.2400	5.4000	20
66	13.04.	14 <sup>00</sup>	1420	-0.0450	2.6300	-0.2800	4.0000	1.6550	3.6950	1.2500	5.4000	20
67	14.04.	14 <sup>00</sup>	1444	-0.0600	2.6150	-0.3100	3.9900	1.6400	3.6800	1.2400	5.3900	18
68	15.04.	14 <sup>00</sup>	1468	-0.0800	2.5950	-0.3100	3.9700	1.6200	3.6600	1.2200	5.3700	18
69	16.04.	14 <sup>00</sup>	1492	-0.0600	2.6150	-0.2900	3.9900	1.6400	3.6800	1.2400	5.3900	19
70	17.04.	14 <sup>00</sup>	1516	-0.0600	2.6150	-0.2900	3.9900	1.6400	3.6800	1.2400	5.3900	19
71	18.04.	14 <sup>00</sup>	1540	-0.0650	2.6100	-0.2900	3.9850	1.6400	3.6800	1.2400	5.3900	18
72	19.04.	14 <sup>00</sup>	1564	-0.0650	2.6000	-0.2950	3.9800	1.6350	3.6750	1.2350	5.3850	18
73	20.04.	14 <sup>00</sup>	1588	-0.0750	2.5950	-0.3050	3.9700	1.6250	3.6700	1.2350	5.3750	17
74	21.04.	14 <sup>00</sup>	1612	-0.0850	2.5850	-0.3150	3.9600	1.6150	3.6600	1.2200	5.3650	17
75	22.04.	14 <sup>00</sup>	1636	-0.0950	2.5750	-0.3300	3.9500	1.6050	3.6500	1.2100	5.3500	16
76	23.04.	14 <sup>00</sup>	1660	-0.0800	2.5900	-0.3100	3.9650	1.6200	3.6650	1.2300	5.3700	17
77	24.04.	14 <sup>00</sup>	1684	-0.0650	2.6100	-0.2900	3.9850	1.6450	3.6800	1.2500	5.3900	18
78	25.04.	14 <sup>00</sup>	1708	-0.0600	2.6150	-0.2850	3.9900	1.6500	3.6850	1.2600	5.3950	18
79	26.04.	14 <sup>00</sup>	1732	-0.0450	2.6200	-0.2800	3.9950	1.6600	3.6950	1.2700	5.4050	18
80	27.04.	14 <sup>00</sup>	1756	-0.0450	2.6300	-0.2700	4.0050	1.6700	3.7050	1.2800	5.4150	19
81	28.04.	14 <sup>00</sup>	1780	-0.0350	2.6450	-0.2600	4.0150	1.6800	3.7200	1.2900	5.4250	19
82	29.04.	14 <sup>00</sup>	1804	-0.0250	2.6500	-0.2500	4.0200	1.6900	3.7300	1.3000	5.4350	20
83	30.04.	14 <sup>00</sup>	1828	-0.0250	2.6500	-0.2500	4.0200	1.6900	3.7300	1.3000	5.4350	20
84	01.05.	14 <sup>00</sup>	1852	-0.0250	2.6500	-0.2500	4.0200	1.6900	3.7300	1.3000	5.4350	19.5
85	02.05.	14 <sup>00</sup>	1876	-0.0300	2.6450	-0.2550	4.0200	1.6900	3.7250	1.3000	5.4350	19
86	03.05.	14 <sup>00</sup>	1900	-0.0300	2.6450	-0.2550	4.0200	1.6900	3.7250	1.3000	5.4350	18
87	04.05.	14 <sup>00</sup>	1924	-0.0300	2.6450	-0.2550	4.0200	1.6900	3.7250	1.3000	5.4350	18
88	05.05.	14 <sup>00</sup>	1948	-0.0450	2.6300	-0.2650	4.0000	1.6750	3.7100	1.2900	5.4200	17.5

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
89	06.05.	14 <sup>oo</sup>	1972	-0.0400	2.6350	-0.2650	4.0000	1.6800	3.7100	1.2900	5.4200	19
90	07.05.	14 <sup>oo</sup>	1996	-0.0450	2.6400	-0.2600	4.0100	1.6850	3.7150	1.2950	5.4150	18
91	08.05.	14 <sup>oo</sup>	2020	-0.0250	2.6500	-0.2500	4.0200	1.7000	3.7300	1.3100	5.4400	19
92	09.05.	14 <sup>oo</sup>	2044	-0.0200	2.6600	-0.2400	4.0350	1.7150	3.7450	1.3300	5.4600	20
93	10.05.	14 <sup>oo</sup>	2068	-0.0100	2.6750	-0.2200	4.0500	1.7300	3.7600	1.3500	5.4800	21
94	11.05.	14 <sup>oo</sup>	2092	0.0000	2.6950	-0.2100	4.0650	1.7450	3.7750	1.3700	5.5000	21
95	12.05.	14 <sup>oo</sup>	2116	0.0300	2.7100	-0.1950	4.0800	1.7600	3.7950	1.3900	5.5200	21
96	13.05.	14 <sup>oo</sup>	2140	0.0500	2.7350	-0.1800	4.1000	1.7850	3.8200	1.4100	5.5400	24
97	14.05.	14 <sup>oo</sup>	2164	0.0400	2.7200	-0.1900	4.0900	1.7700	3.8100	1.4000	5.5300	23
98	15.05.	14 <sup>oo</sup>	2188	0.0200	2.7050	-0.2000	4.0700	1.7500	3.7900	1.3850	5.5100	21
99	16.05.	14 <sup>oo</sup>	2212	0.0200	2.6800	-0.2200	4.0500	1.7300	3.7700	1.3600	5.4850	18
100	17.05.	14 <sup>oo</sup>	2236	0.0200	2.6600	-0.2400	4.0300	1.7050	3.7450	1.3450	5.4600	18
101	18.05.	14 <sup>oo</sup>	2260	0.0250	2.6650	-0.2350	4.0350	1.7100	3.7500	1.3550	5.4750	19
102	19.05.	14 <sup>oo</sup>	2284	0.0250	2.6700	-0.2300	4.0400	1.7200	3.7600	1.3650	5.4850	19
103	20.05.	14 <sup>oo</sup>	2308	0.0350	2.6800	-0.2200	4.0500	1.7300	3.7650	1.3750	5.4950	20
104	21.05.	14 <sup>oo</sup>	2332	0.0500	2.7000	-0.2100	4.0650	1.7400	3.7750	1.3900	5.5050	21
105	22.05.	14 <sup>oo</sup>	2356	0.0500	2.7000	-0.2100	4.0650	1.7400	3.7800	1.3900	5.5050	20
106	23.05.	14 <sup>oo</sup>	2380	0.0500	2.6950	-0.2100	4.0650	1.7400	3.7800	1.3900	5.5050	20
107	24.05.	14 <sup>oo</sup>	2404	0.0450	2.6900	-0.2100	4.0600	1.7400	3.7800	1.3900	5.5050	19
108	25.05.	14 <sup>oo</sup>	2428	0.0450	2.6900	-0.2100	4.0600	1.7450	3.7850	1.3900	5.5050	20
109	26.05.	14 <sup>oo</sup>	2452	0.0450	2.6900	-0.2100	4.0600	1.7450	3.7850	1.3900	5.5050	20
110	27.05.	14 <sup>oo</sup>	2476	0.0500	2.7000	-0.2050	4.0650	1.7500	3.7900	1.4000	5.5100	21
111	28.05.	14 <sup>oo</sup>	2500	0.0750	2.7250	-0.1850	4.0900	1.7750	3.8150	1.4200	5.5350	22.5
112	29.05.	14 <sup>oo</sup>	2524	0.0850	2.7350	-0.1700	4.1000	1.7900	3.8300	1.4300	5.5450	23
113	30.05.	14 <sup>oo</sup>	2548	0.0900	2.7400	-0.1700	4.1050	1.7950	3.8350	1.4400	5.5500	23
114	31.05.	14 <sup>oo</sup>	2572	0.1000	2.7500	-0.1600	4.1150	1.8050	3.8450	1.4500	5.5600	24
115	01.06.	14 <sup>oo</sup>	2596	0.1100	2.7600	-0.1500	4.1250	1.8100	3.8550	1.4600	5.5750	24
116	02.06.	14 <sup>oo</sup>	2620	0.1200	2.7700	-0.1400	4.1300	1.8200	3.8650	1.4700	5.5850	25
117	03.06.	14 <sup>oo</sup>	2644	0.1300	2.7800	-0.1300	4.1400	1.8350	3.8800	1.4850	5.6000	25.5
118	04.06.	14 <sup>oo</sup>	2668	0.1400	2.7900	-0.1200	4.1500	1.8450	3.8950	1.5000	5.6150	26
119	05.06.	14 <sup>oo</sup>	2692	0.1500	2.8000	-0.1000	4.1650	1.8550	3.9050	1.5150	5.6250	26
120	06.06.	14 <sup>oo</sup>	2716	0.1600	2.8100	-0.8000	4.1850	1.8650	3.9250	1.5250	5.6400	27
121	07.06.	14 <sup>oo</sup>	2740	0.1700	2.8200	-0.6000	4.1950	1.8800	3.9350	1.5400	5.6550	28
122	08.06.	14 <sup>oo</sup>	2764	0.1850	2.8350	-0.0400	4.2150	1.8950	3.9450	1.5550	5.6700	28

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
123	09.06.	14°	2788	0,1800	2,8300	-0,0400	4,2100	1,8900	3,9400	1,5500	5,6650	26
124	10.06.	14°	2812	0,1650	2,8250	-0,0500	4,2050	1,8900	3,9350	1,5450	5,6600	26
125	11.06.	14°	2836	0,1600	2,8150	-0,0550	4,1950	1,8850	3,9250	1,5400	5,6500	26
126	12.06.	14°	2860	0,1500	2,8100	-0,0600	4,1850	1,8750	3,9150	1,5350	5,6400	25
127	13.06.	14°	2884	0,1400	2,8000	-0,0700	4,1750	1,8650	3,9050	1,5200	5,6300	24
128	14.06.	14°	2908	0,1300	2,7900	-0,0800	4,1600	1,8600	3,9000	1,5100	5,6200	24
129	15.06.	14°	2932	0,1200	2,7800	-0,0950	4,1500	1,8550	3,8950	1,5050	5,6150	24
130	16.06.	14°	2956	0,1200	2,7800	-0,0950	4,1500	1,8550	3,8950	1,5050	5,6150	23,5
131	17.06.	14°	2980	0,1200	2,7800	-0,0950	4,1500	1,8550	3,8950	1,5050	5,6150	23
132	18.06.	14°	3004	0,1200	2,7800	-0,0950	4,1500	1,8550	3,8950	1,5050	5,6150	23
133	19.06.	14°	3028	0,1300	2,7900	-0,0850	4,1600	1,8600	3,9000	1,5100	5,6200	23
134	20.06.	14°	3052	0,1450	2,8050	-0,0700	4,1750	1,8750	3,9150	1,5250	5,6350	24
135	21.06.	14°	3076	0,1550	2,8150	-0,0600	4,1900	1,8900	3,9250	1,5400	5,6500	25
136	22.06.	14°	3100	0,1700	2,8300	-0,0450	4,2100	1,9050	3,9450	1,5650	5,6750	27
137	23.06.	14°	3124	0,1700	2,8300	-0,0450	4,2100	1,9050	3,9450	1,5650	5,6750	27
138	24.06.	14°	3148	0,1800	2,8400	-0,0350	4,2200	1,9200	3,9600	1,5800	5,6900	27
139	25.06.	14°	3172	0,1850	2,8450	-0,0300	4,2300	1,9250	3,9650	1,5850	5,6850	27
140	26.06.	14°	3196	0,1950	2,8500	-0,0120	4,2400	1,9300	3,9700	1,5900	5,7000	26
141	27.06.	14°	3220	0,2000	2,8550	-0,0100	4,2500	1,9350	3,9750	1,5950	5,7050	26
142	28.06.	14°	3244	0,2050	2,8650	0,0100	4,2600	1,9400	3,9800	1,6100	5,7150	26
143	29.06.	14°	3268	0,2100	2,8650	0,0150	4,2650	1,9500	3,9900	1,6200	5,7250	28
144	30.06.	14°	3292	0,2100	2,8650	0,0200	4,2700	1,9500	3,9900	1,6200	5,7250	28
145	01.07.	14°	3316	0,2100	2,8650	0,0300	4,2800	1,9550	3,9950	1,6250	5,7300	28
146	02.07.	14°	3340	0,2100	2,8600	0,0200	4,2700	1,9400	3,9900	1,6200	5,7250	27
147	03.07.	14°	3364	0,2000	2,8550	0,0100	4,2600	1,9450	3,9850	1,6100	5,7200	27
148	04.07.	14°	3388	0,2000	2,8550	0,0100	4,2600	1,9400	3,9800	1,6100	5,7200	27
149	05.07.	14°	3412	0,1950	2,8500	-0,0995	4,2550	1,9350	3,9750	1,6050	5,7150	26
150	06.07.	14°	3436	0,1900	2,8450	-0,0990	4,2500	1,9300	3,9700	1,6000	5,7000	25
151	07.07.	14°	3460	0,1800	2,8350	-0,9900	4,2400	1,9250	3,9650	1,5950	5,7050	25
152	08.07.	14°	3484	0,1600	2,8100	-0,9700	4,2150	1,9100	3,9450	1,5700	5,6800	23,5
153	09.07.	14°	3508	0,1400	2,7900	-0,9500	4,1900	1,8900	3,9300	1,5500	5,6600	22
154	10.07.	14°	3532	0,1400	2,7900	-0,9500	4,1900	1,8900	3,9300	1,5500	5,6600	22
155	11.07.	14°	3556	0,1500	2,8000	-0,9500	4,2050	1,9050	3,9350	1,5650	5,6750	22
156	12.07.	14°	3580	0,1600	2,8100	0,0000	4,2200	1,9150	3,9500	1,5800	5,6900	23



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
157	13.07.	14 <sup>00</sup>	3604	0,1750	2,8250	0,0100	4,2350	1,9250	3,9650	1,5950	5,7050	24
158	14.07.	14 <sup>00</sup>	3628	0,1900	2,8450	0,0100	4,2500	1,9400	3,9800	1,6100	5,7200	25
159	15.07.	14 <sup>00</sup>	3652	0,1900	2,8400	0,0100	4,2500	1,9400	3,9800	1,6100	5,7200	24
160	16.07.	14 <sup>00</sup>	3676	0,1900	2,8450	0,0100	4,2500	1,9400	3,9800	1,6200	5,7200	25
161	17.07.	14 <sup>00</sup>	3700	0,1900	2,8450	0,0150	4,2500	4,9500	3,9800	1,6200	5,7250	25
162	18.07.	14 <sup>00</sup>	3724	0,1950	2,8450	0,0100	4,2450	1,9500	3,9800	1,6200	5,7200	24
163	19.07.	14 <sup>00</sup>	3748	0,1900	2,8450	0,0100	4,2500	1,9450	3,9800	1,6200	5,7250	25
164	20.07.	14 <sup>00</sup>	3772	0,1950	2,8450	0,0150	4,2550	1,9500	3,9800	1,6300	5,7250	26
165	21.07.	14 <sup>00</sup>	3796	0,2000	2,8500	0,0150	4,2600	1,9500	3,9900	1,6300	5,7300	26
166	22.07.	14 <sup>00</sup>	3820	0,2000	2,8500	0,0150	4,2600	1,9500	3,9900	1,6300	5,7300	25
167	23.07.	14 <sup>00</sup>	3844	0,2000	2,8500	0,0200	4,2650	1,9500	3,9900	1,6300	5,7300	26
168	24.07.	14 <sup>00</sup>	3868	0,2050	2,8500	0,0200	4,2650	1,9500	3,9950	1,6350	5,7350	26
169	25.07.	14 <sup>00</sup>	3892	0,2050	2,8500	0,0250	4,2700	1,9500	3,9950	1,6400	5,7400	26
170	26.07.	14 <sup>00</sup>	3916	0,2050	2,8500	0,0250	4,2650	1,9500	3,9950	1,6400	5,7400	25
171	27.07.	14 <sup>00</sup>	3940	0,2100	2,8550	0,0250	4,2700	1,9550	4,0000	1,6450	5,7150	26
172	28.07.	14 <sup>00</sup>	3964	0,2100	2,8600	0,0300	4,2800	1,9600	4,0100	1,6500	5,7500	27
173	29.07.	14 <sup>00</sup>	3988	0,2150	2,8700	0,0400	4,2800	1,9700	4,0200	1,6500	5,7600	27
174	30.07.	14 <sup>00</sup>	4012	0,2150	2,8700	0,0400	4,2900	1,9700	4,0200	1,6600	5,7600	26
175	31.07.	14 <sup>00</sup>	4036	0,2200	2,8700	0,0400	4,2900	1,9750	4,0200	1,6600	5,7600	26
176	01.08.	14 <sup>00</sup>	4060	0,2200	2,8700	0,0400	4,2900	1,9750	4,0200	1,6650	5,7600	26
177	02.08.	14 <sup>00</sup>	4084	0,2200	2,8800	0,0450	4,2900	1,9800	4,0200	1,6650	5,7650	26
178	03.08.	14 <sup>00</sup>	4108	0,2250	2,8850	0,0450	4,2950	1,9800	4,0250	1,6700	5,7700	26,5
179	04.08.	14 <sup>00</sup>	4132	0,2250	2,8900	0,0450	4,2950	1,9850	4,0250	1,6700	5,7700	26
180	05.08.	14 <sup>00</sup>	4156	0,2250	2,9000	0,0450	4,2950	1,9900	4,2500	1,6750	5,7700	26
181	06.08.	14 <sup>00</sup>	4180	0,2250	2,9200	0,0500	4,2950	2,0000	4,0300	1,6750	5,7750	26,5
182	07.08.	14 <sup>00</sup>	4204	0,2250	2,9400	0,0500	4,3000	2,0100	4,0350	1,6750	5,7800	26,5
183	08.08.	14 <sup>00</sup>	4228	0,2250	2,9600	0,0500	4,3000	2,0100	4,0400	1,6800	5,7800	26,5
184	09.08.	14 <sup>00</sup>	4252	0,2250	2,9600	0,0450	4,3000	2,0100	4,0400	1,6800	5,7800	26
185	10.08.	14 <sup>00</sup>	4276	0,2300	3,0000	0,0500	4,3100	2,0200	4,0500	1,6900	5,7900	27
186	11.08.	14 <sup>00</sup>	4300	0,2300	3,0400	0,0550	4,3100	2,0250	4,0500	1,6900	5,7900	26,5
187	12.08.	14 <sup>00</sup>	4324	0,2300	3,0400	0,0500	4,3100	2,0200	4,0550	1,6900	5,7850	26
188	13.08.	14 <sup>00</sup>	4348	0,2300	3,0450	0,0500	4,3100	2,0100	4,0650	1,6900	5,7900	26
189	14.08.	14 <sup>00</sup>	4372	0,2350	3,0500	0,0550	4,3100	2,0100	4,0700	1,7000	5,7900	27
190	15.08.	14 <sup>00</sup>	4396	0,2350	3,0550	0,0600	4,3100	2,0100	4,0700	1,7000	5,7950	27

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
191	16.08.	14°	4420	0,2350	3,0550	0,0600	4,3100	2,0100	4,0700	1,7050	5,8000	26,5
192	17.08.	14°	4444	0,2400	3,0600	0,0650	4,3150	2,0100	4,0700	1,7100	5,8050	27
193	18.08.	14°	4468	0,2400	3,0700	0,0650	4,3200	2,0100	4,0750	1,7150	5,8100	27
194	19.08.	14°	4492	0,2450	3,0750	0,0700	4,3250	2,0100	4,0750	1,7200	5,8100	27
195	20.08.	14°	4516	0,2500	3,0850	0,0800	4,3300	2,0050	4,0800	1,7300	5,8200	27
196	21.08.	14°	4540	24,0000	3,1000	0,0700	4,3100	2,0100	4,0700	1,7200	5,8100	26,5
197	22.08.	14°	4564	0,2300	3,1000	0,0550	4,3000	1,9900	4,0600	1,7000	5,7900	26
198	23.08.	14°	4588	0,2100	3,0500	0,0450	4,2950	1,9800	4,0350	1,6800	5,7700	25
199	24.08.	14°	4612	0,1950	3,0500	0,0350	4,2700	1,9700	4,0150	1,6650	5,7600	24
200	25.08.	14°	4636	0,2100	3,0650	0,0450	4,2850	1,9900	4,0300	1,6800	5,7750	24,5
201	26.08.	14°	4660	0,2050	3,0600	0,0400	4,2800	1,9850	4,0250	1,6750	5,7700	24
202	27.08.	14°	4684	0,2000	3,0550	0,0300	4,2700	1,9800	4,0200	1,6700	5,7600	23
203	28.08.	14°	4708	0,1900	3,0450	0,0200	4,2600	1,9700	4,0100	1,6600	5,7500	22
204	29.08.	14°	4732	0,1800	3,0350	0,0150	4,2500	1,9600	4,0000	1,6500	5,7450	21,5
205	30.08.	14°	4756	0,1700	3,0250	0,0000	4,2400	1,9500	3,9900	1,6400	5,7350	21
206	31.08.	14°	4780	0,1700	3,0250	0,0000	4,2400	1,9500	3,9900	1,6400	5,7350	21
207	01.09.	14°	4804	0,1750	3,0300	0,0150	4,2500	1,9650	4,0000	1,6500	5,7450	21,5
208	02.09.	14°	4828	0,1750	3,0300	0,0150	4,2500	1,9650	4,0000	1,6500	5,7450	21,5
209	03.09.	14°	4852	0,1800	3,0350	0,0150	4,2500	1,9650	4,0000	1,6550	5,7500	22
210	04.09.	14°	4876	0,1800	3,0350	0,0150	4,2500	1,9650	4,0000	1,6550	5,7500	22
211	05.09.	14°	4900	0,1800	3,0350	0,0150	4,2500	1,9650	4,0000	1,6550	5,7500	22
212	06.09.	14°	4924	0,1700	3,0250	0,0100	4,2400	1,9500	3,9850	1,6450	5,7400	21
213	07.09.	14°	4948	0,1650	3,0200	0,0000	4,2300	1,9400	3,9800	1,6350	5,7300	21
214	08.09.	14°	4972	0,1650	3,0200	0,0000	4,2300	1,9450	3,9850	1,6400	5,7350	21
215	09.09.	14°	4996	0,1650	3,0200	0,0000	4,2300	1,9450	3,9850	1,6400	5,7350	21
216	10.09.	14°	5020	0,1650	3,0200	0,0000	4,2300	1,9450	3,9850	1,6400	5,7350	21
217	11.09.	14°	5044	0,1600	3,0150	0,0000	4,2300	1,9450	3,9850	1,6400	5,7350	20,5
218	12.09.	14°	5068	0,1600	3,0150	0,0000	4,2250	1,9400	3,9800	1,6350	5,7300	20
219	13.09.	14°	5092	0,1550	3,0150	0,0000	4,2250	1,9400	3,9800	1,6350	5,7300	20
220	14.09.	14°	5116	0,1500	3,0100	-0,0100	4,2200	1,9400	3,9700	1,6300	5,7300	19
221	15.09.	14°	5140	0,1500	3,0100	-0,0100	4,2200	1,9400	3,9700	1,6300	5,7300	18,5
222	16.09.	14°	5164	0,1600	3,0010	-0,0100	4,2200	1,9400	3,9800	1,6350	5,7300	21
223	17.09.	14°	5188	0,1600	3,0010	-0,0100	4,2200	1,9400	3,9800	1,6350	5,7300	20
224	18.09.	14°	5212	0,1550	3,0050	-0,0100	4,2150	1,9350	3,9750	1,6300	5,7250	19

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
225	19.09.	14°	5236	0,1500	3,0000	-0,0200	4,2100	1,9300	3,9700	1,6250	5,7200	19
226	20.09.	14°	5260	0,1450	2,9950	-0,0250	4,2050	1,9250	3,9600	1,6200	5,7100	18
227	21.09.	14°	5284	0,1400	2,9900	-0,0300	4,2000	1,9150	3,9550	1,6100	5,7000	18
228	22.09.	14°	5308	0,1400	2,9900	-0,0300	4,2000	1,9150	3,9550	1,6100	5,7000	18
229	23.09.	14°	5332	0,1350	2,9850	-0,0350	4,1950	1,9100	3,9500	1,6100	5,7000	18
230	24.09.	14°	5356	0,1300	2,9800	-0,0400	4,1900	1,9100	3,9500	1,6100	5,7000	18
231	25.09.	14°	5380	0,1350	2,9850	-0,0350	4,1950	1,9200	3,9550	1,6150	5,7050	19
232	26.09.	14°	5404	0,1450	2,9950	-0,0250	4,2050	1,9300	3,9650	1,6250	5,7150	19
233	27.09.	14°	5428	0,1550	3,0050	-0,0200	4,2150	1,9400	3,9750	1,6350	5,7250	20
234	28.09.	14°	5452	0,0165	3,0200	0,0000	4,2250	1,9500	3,9800	1,6450	5,7350	20
235	29.09.	14°	5476	0,1600	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9400	3,9750	1,6400	5,7300	19,5
236	30.09.	14°	5500	0,1600	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9400	3,9750	1,6400	5,7300	19,5
237	01.10.	14°	5524	0,1500	3,0000	-0,0200	4,1900	1,9350	3,9650	1,6300	5,7200	19
238	02.10.	14°	5548	0,1600	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9500	3,9800	1,6450	5,7300	20
239	03.10.	14°	5572	0,1600	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9500	3,9800	1,6450	5,7300	20
240	04.10.	14°	5596	0,1600	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9500	3,9800	1,6450	5,7300	20
241	05.10.	14°	5620	0,1600	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9500	3,9800	1,6450	5,7300	19,5
242	06.10.	14°	5644	0,1550	3,0000	-0,0150	4,1950	1,9450	3,9750	1,6400	5,7250	19
243	07.10.	14°	5668	0,1500	3,0000	-0,0150	4,1950	1,9400	3,9700	1,6350	5,7200	19
244	08.10.	14°	5692	0,1600	3,0150	-0,0100	4,2050	1,9500	3,9800	1,6500	5,7300	19
245	09.10.	14°	5716	0,1600	3,0150	-0,0100	4,2050	1,9500	3,9800	1,6500	5,7300	19
246	10.10.	14°	5740	0,1600	3,0150	-0,0100	4,2050	1,9500	3,9800	1,6500	5,7300	19
247	11.10.	14°	5764	0,1550	3,0100	-0,0100	4,2000	1,9450	3,9750	1,6450	5,7250	18,5
248	12.10.	14°	5788	0,1500	3,0050	-0,0100	4,2000	1,9400	3,9700	1,6400	5,7200	18,5
249	13.10.	14°	5812	0,1400	2,9900	-0,0200	4,1850	1,9300	3,9600	1,6250	5,7100	18
250	14.10.	14°	5836	0,1250	2,9700	-0,0350	4,1650	1,9150	3,9450	1,6050	5,6900	17
251	15.10.	14°	5860	0,1150	2,9600	-0,0500	4,1500	1,9000	3,9300	1,5900	5,6700	16,5
252	16.10.	14°	5884	0,1200	2,9750	-0,0400	4,1550	1,9100	3,9400	1,6000	5,6800	17
253	17.10.	14°	5908	0,1300	2,9950	-0,0350	4,1650	1,9200	3,9500	1,6050	5,6850	17,5
254	18.10.	14°	5932	0,1350	3,0150	-0,0300	4,1700	1,9250	3,9550	1,6100	5,6800	18
255	19.10.	14°	5956	0,1400	3,0150	-0,0300	4,1800	1,9300	3,9600	1,6200	5,7000	18
256	20.10.	14°	5980	0,1250	2,9850	-0,0400	4,1650	1,9200	3,9450	1,6050	5,6850	17
257	21.10.	14°	6004	0,1100	2,9600	-0,0500	4,1500	1,9050	3,9300	1,5900	5,6750	16
258	22.10.	14°	6028	0,1000	2,9500	-0,0700	4,1300	1,8950	3,9200	1,5800	5,6550	16

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
259	23.10.	14°	6052	0.1000	2.9500	-0.0700	4.1300	1.8950	3.9200	1.5800	5.6550	16
260	24.10.	14°	6076	0.1000	2.9500	-0.0700	4.1300	1.8950	3.9200	1.5800	5.6550	16
261	25.10.	14°	6100	0.1000	2.9500	-0.0700	4.1300	1.8950	3.9200	1.5800	5.6550	16.5
262	26.10.	14°	6124	0.1000	2.9500	-0.0700	4.1300	1.8950	3.9200	1.5800	5.6550	16
263	27.10.	14°	6148	0.1150	2.9650	-0.0550	1.1450	1.9050	3.9350	1.5950	5.6750	17
264	28.10.	14°	6172	0.1300	2.9800	-0.0400	4.1650	1.9200	3.9500	1.6150	5.6900	18
265	29.10.	14°	6196	0.1350	2.9850	-0.0350	4.1700	1.9300	3.9550	1.6200	5.6950	18.5
266	30.10.	14°	6220	0.1500	3.0000	-0.0200	4.1900	1.9450	3.9700	1.6400	5.7100	18.5
267	31.10.	14°	6244	0.1500	3.0000	-0.0200	4.1900	1.9400	3.9650	1.6350	5.7100	18
268	01.11.	14°	6268	0.1500	2.9900	-0.0250	4.1800	1.9350	3.9600	1.6300	5.7000	17.5
269	02.11.	14°	6292	0.1500	2.9800	-0.0300	4.1700	1.9300	3.9550	1.6200	5.6900	17
270	03.11.	14°	6316	0.1600	3.0000	-0.0150	4.1850	1.9450	3.9700	1.6350	5.7050	19
271	04.11.	14°	6340	0.1700	3.0150	0.0000	4.2100	1.9650	3.9900	1.6600	5.7300	21
272	05.11.	14°	6364	0.1900	3.0400	0.0300	4.2400	1.9900	4.0150	1.6900	5.7600	19
273	06.11.	14°	6388	0.1800	3.0300	0.0150	4.2200	1.9800	4.0000	1.6750	5.7450	20
274	07.11.	14°	6412	0.1700	3.0200	0.0000	4.2100	1.9700	3.9900	1.6600	5.7300	19.5
275	08.11.	14°	6436	0.1550	3.0000	-0.0100	4.1950	1.9550	3.9750	1.6500	5.7200	18
276	09.11.	14°	6460	0.1450	2.9900	-0.0200	4.1800	1.9400	3.9650	1.6350	5.7050	18
277	10.11.	14°	6484	0.1500	2.9950	-0.0100	4.1850	1.9450	3.9600	1.6400	5.7100	18
278	11.11.	14°	6508	0.1600	3.0100	0.0000	4.2000	1.9550	3.9800	1.6550	5.7200	18.5
279	12.11.	14°	6532	0.1700	3.0200	0.0100	4.2150	1.9700	3.9850	1.6650	5.7300	18.5
280	13.11.	14°	6556	0.1700	3.0200	0.0100	4.2150	1.9700	3.9950	1.6650	5.7300	18
281	14.11.	14°	6580	0.1600	3.0100	0.0000	4.2050	1.9600	3.9850	1.6650	5.7200	17
282	15.11.	14°	6604	0.1500	3.0000	-0.0100	4.1900	1.9500	3.9750	1.6450	5.7100	17.5
283	16.11.	14°	6628	0.1550	3.0000	-0.0100	4.1950	1.9550	3.9750	1.6500	5.7150	18
284	17.11.	14°	6652	0.1600	3.0100	0.0000	4.2000	1.9600	3.9800	1.6550	5.7200	18
285	18.11.	14°	6676	0.1650	3.0150	0.0000	4.2100	1.9650	3.9800	1.6650	5.7300	18
286	19.11.	14°	6700	0.1600	3.0100	0.0000	4.2000	1.9600	3.9800	1.6600	5.7200	18
287	20.11.	14°	6724	0.1600	3.0100	0.0000	4.2000	1.9600	3.9800	1.6600	5.7200	18
288	21.11.	14°	6748	0.1600	3.0100	0.0000	4.2000	1.9600	3.9800	1.6600	5.7200	18
289	22.11.	14°	6772	0.1600	3.0100	0.0000	4.2000	1.9600	3.9800	1.6600	5.7200	18
290	23.11.	14°	6796	0.1650	3.0200	0.0150	4.2200	1.9700	4.0000	1.6750	5.7350	19.5
291	24.11.	14°	6820	0.1700	3.0250	0.0200	4.2250	1.9800	4.0100	1.6800	5.7400	19.5
292	25.11.	14°	6844	0.1800	3.0400	0.0300	4.2350	1.9900	4.0200	1.6950	5.7550	20.5



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
293	26.11.	14°	6868	0.1800	3.0400	0.0300	4.2400	1.9900	4.0200	1.6950	5.7550	20
294	27.11.	14°	6892	0.1800	3.0400	0.0300	4.2400	1.9900	4.0200	1.6950	5.7550	20
295	28.11.	14°	6916	0.1800	3.0400	0.0300	4.2400	1.9900	4.0200	1.6950	5.7550	20
296	29.11.	14°	6940	0.1750	3.0350	0.0250	4.2350	1.9850	4.0150	1.6900	5.7500	19.5
297	30.11.	14°	6964	0.1750	3.0350	0.0250	4.2350	1.9850	4.0150	1.6900	5.7500	19.5
298	01.12.	14°	6988	0.1800	3.0400	0.0300	4.2400	1.9900	4.0200	1.6950	5.7550	20
299	02.12.	14°	7012	0.1850	3.0450	0.0300	4.2400	1.9900	4.0250	1.7000	5.7600	20
300	03.12.	14°	7036	0.1450	3.0000	0.0000	4.2000	1.9500	3.9800	1.6500	5.7100	17
301	04.12.	14°	7060	0.1500	3.0050	0.0000	4.2050	1.9600	3.9900	1.6600	5.7200	18
302	05.12.	14°	7084	0.1600	3.0150	0.0100	4.2100	1.9650	3.9950	1.6700	5.7300	18
303	06.12.	14°	7108	0.1550	3.0100	0.0100	4.2100	1.9600	3.9900	1.6650	5.7250	17
304	07.12.	14°	7132	0.1600	3.0100	0.0100	4.2100	1.9650	3.9950	1.6700	5.7300	13
305	08.12.	14°	7156	0.1550	3.0100	0.0000	4.2050	1.9650	3.9900	1.6650	5.7250	18
306	09.12.	14°	7180	0.1500	3.0050	0.0000	4.2000	1.9600	3.9850	1.6600	5.7200	18
307	10.12.	14°	7204	0.1450	3.0000	-0.0100	4.1950	1.9500	3.9800	1.6550	5.7120	17.5
308	11.12.	14°	7228	0.1450	3.0000	-0.0100	4.1950	1.9500	3.9800	1.6550	5.7120	17.5
309	12.12.	14°	7252	0.1400	2.9950	-0.0150	4.1900	1.9450	3.9750	1.6500	5.7100	17
310	13.12.	14°	7276	0.1300	2.9850	-0.0250	4.1800	1.9400	3.9700	1.6400	5.7000	17
311	14.12.	14°	7300	0.1450	3.0000	-0.0150	4.1950	1.9550	3.9850	1.6550	5.7100	18
312	15.12.	14°	7324	0.1400	2.9950	-0.0150	4.1900	1.9500	3.9800	1.6500	5.7050	17.5
313	16.12.	14°	7348	0.1400	2.9850	-0.0150	4.1900	1.9500	3.9800	1.6500	5.7050	17.5
314	17.12.	14°	7372	0.1400	2.9850	-0.0150	4.1900	1.9500	3.9800	1.6500	5.7050	17.5
315	18.12.	14°	7396	0.1400	2.9850	-0.0100	4.1900	1.9500	3.9800	1.6500	5.7050	17.5
316	19.12.	14°	7420	0.1400	2.9950	-0.0100	4.1900	1.9500	3.9800	1.6500	5.7050	17.5
317	20.12.	14°	7444	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7100	17
318	21.12.	14°	7468	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7100	17
319	22.12.	14°	7492	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7100	17
320	23.12.	14°	7516	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7100	17
321	24.12.	14°	7540	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7100	17
322	25.12.	14°	7564	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7100	17
323	26.12.	14°	7588	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7200	17
324	27.12.	14°	7612	0.1500	3.0000	0.0000	4.2000	1.9600	2.0000	1.6600	5.7200	17
325	28.12.	14°	7636	0.1600	3.0100	0.0100	4.2100	1.9700	4.0000	1.6700	5.7200	17
326	29.12.	14°	7660	0.1600	3.0100	0.0100	4.2100	1.9700	4.0000	1.6700	5.7200	17

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
327	30.12.	14°	7684	0.1600	3.0100	0.0100	4,2100	1.9700	4,0000	1.6700	5,7200	17
328	31.12.	14°	7708	0.1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9700	4,0000	1,6800	5,7300	17
329	01.01.	14°	7732	0.1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9700	4,0000	1,6800	5,7300	17
330	02.01.	14°	7756	0.1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9700	4,0000	1,6800	5,7300	17
331	03.01.	14°	7780	0.1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9700	4,0000	1,6800	5,7300	17
332	04.01.	14°	7804	0.1600	3,0150	0,0100	4,2100	1,9700	4,0000	1,6800	5,7300	17
333	05.01.	14°	7828	0.1700	3,0250	0,0200	4,2200	1,9800	4,0100	1,6900	5,7400	18
334	06.01.	14°	7852	0.1700	3,0250	0,0200	4,2200	1,9800	4,0100	1,6900	5,7400	18
335	07.01.	14°	7876	0.1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9700	3,9850	1,6800	5,7300	17
336	08.01.	14°	7900	0.1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9600	3,9850	1,6650	5,7200	17
337	09.01.	14°	7924	0.1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9600	3,9850	1,6650	5,7200	17
338	10.01.	14°	7948	0.1550	3,0100	0,0000	4,2100	1,9650	3,9900	1,6700	5,7250	17
339	11.01.	14°	7972	0.1600	3,0200	0,0100	4,2150	1,9750	4,0000	1,6800	5,7350	18
340	12.01.	14°	7996	0.1700	3,0300	0,0200	4,2250	1,9900	4,0100	1,6900	5,7450	18
341	13.01.	14°	8020	0.1600	3,0250	0,0100	4,2150	1,9800	4,0000	1,6800	5,7350	17,5
342	14.01.	14°	8044	0.1500	3,0200	-0,0100	4,2000	1,9700	3,9850	1,6700	5,7250	17
343	15.01.	14°	8068	0,1400	3,0100	-0,0200	4,1800	1,9600	3,9750	1,6550	5,7100	17
344	16.01.	14°	8092	0,1450	3,0100	-0,0100	4,1900	1,9650	3,9850	1,6700	5,7200	17,5
345	17.01.	14°	8116	0,1550	3,0150	0,0000	4,2000	1,9750	3,9950	1,6600	5,7300	18
346	18.01.	14°	8140	0,1700	3,0200	0,0200	4,2200	1,9800	4,0100	1,6900	5,7400	18
347	19.01.	14°	8164	0,1500	3,0000	0,0000	4,1900	1,9600	3,9850	1,6700	5,7000	16,5
348	20.01.	14°	8188	0,1300	2,9800	-0,0300	4,1600	1,9400	3,9600	1,6450	5,6800	14
349	21.01.	14°	8212	0,1000	2,9500	-0,0500	4,1450	1,9150	3,9350	1,6150	5,6650	13
350	22.01.	14°	8236	0,1000	2,9500	-0,0500	4,1450	1,9200	3,9350	1,6150	5,6650	13
351	23.01.	14°	8260	0,1050	2,9550	-0,0450	4,1550	1,9250	3,9400	1,6200	5,6750	13
352	24.01.	14°	8284	0,1250	2,9700	-0,0350	4,1700	1,9350	3,9550	1,6300	5,6850	14
353	25.01.	14°	8308	0,1350	2,9850	-0,0200	4,1800	1,9450	3,9700	1,6400	5,7000	15
354	26.01.	14°	8332	0,1500	3,0000	0,0000	4,1950	1,9600	3,9850	1,6650	5,7050	16
355	27.01.	14°	8356	0,1500	3,0000	0,0000	4,1950	1,9600	3,9850	1,6650	5,7150	16,5
356	28.01.	14°	8380	0,1450	2,9950	-0,0050	4,1950	1,9600	3,9850	1,6650	5,7150	16,5
357	29.01.	14°	8404	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1900	1,9550	3,9800	1,6600	5,7100	16,5
358	30.01.	14°	8428	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1900	1,9550	3,9800	1,6600	5,7100	16,5
359	31.01.	14°	8452	0,1400	2,9850	-0,0150	4,1850	1,9500	3,9750	1,6550	5,7050	16
360	01.02.	14°	8476	0,1400	2,9850	-0,0200	4,1850	1,9500	3,9700	1,6500	5,7000	16

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
361	02.02.	14°°	8500	0,1400	2,9850	-0,0200	4,1850	1,9500	3,9700	1,6500	5,7000	16
362	03.02.	14°°	8524	0,1400	2,9900	-0,0150	4,1900	1,9550	3,9750	1,6550	5,7050	16
363	04.02.	14°°	8548	0,1450	2,9950	-0,0100	4,1950	1,9600	3,9800	1,6600	5,7100	16,5
364	05.02.	14°°	8572	0,1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9650	3,9900	1,6700	5,7200	17
365	06.02.	14°°	8596	0,1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9650	3,9900	1,6700	5,7200	17
366	07.02.	14°°	8620	0,1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9650	3,9900	1,6700	5,7200	17
367	08.02.	14°°	8644	0,1500	3,0000	0,0000	4,1950	1,9600	3,9850	1,6650	5,7150	16
368	09.02.	14°°	8668	0,1500	3,0000	0,0000	4,1950	1,9600	3,9850	1,6650	5,7150	16,5
369	10.02.	14°°	8692	0,1450	2,9950	0,0000	4,2000	1,9600	3,9900	1,6750	5,7200	17
370	11.02.	14°°	8716	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9500	3,9800	1,6600	5,7050	16
371	12.02.	14°°	8740	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
372	13.02.	14°°	8764	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
373	14.02.	14°°	8788	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
374	15.02.	14°°	8812	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
375	16.02.	14°°	8836	0,1400	2,9900	-0,0150	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
376	17.02.	14°°	8860	0,1400	2,9900	-0,0150	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
377	18.02.	14°°	8884	0,1400	2,9900	-0,0150	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
378	19.02.	14°°	8908	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9550	3,9800	1,6600	5,7050	16
379	20.02.	14°°	8932	0,1400	2,9900	-0,0100	4,1850	1,9600	3,9850	1,6650	5,7100	16
380	21.02.	14°°	8956	0,1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9700	3,9950	1,6750	5,7200	17
381	22.02.	14°°	8980	0,1700	3,0200	0,0150	4,2200	1,9800	4,0100	1,6950	5,7400	18
382	23.02.	14°°	9004	0,1550	3,0050	0,0000	4,2000	1,9650	3,9900	1,6750	5,7250	17
383	24.02.	14°°	9028	0,1550	3,0100	0,0100	4,2100	1,9750	4,0000	1,6850	5,7350	17,5
384	25.02.	14°°	9052	0,1500	3,0000	0,0000	4,2000	1,9650	3,9800	1,6700	5,7200	17
385	26.02.	14°°	9076	0,1550	3,0050	0,0000	4,2050	1,9700	3,9850	1,6750	5,7250	18
386	27.02.	14°°	9100	0,1650	3,0150	0,0100	4,2150	1,9800	3,9950	1,6850	5,7350	18,5
387	28.02.	14°°	9124	0,1750	3,0250	0,0250	4,2250	1,9900	4,0150	1,7000	5,7450	18,5
388	01.03.	14°°	9148	0,1850	3,0350	0,0350	4,2350	2,0000	4,0250	1,7100	5,7600	19
389	02.03.	14°°	9172	0,1950	3,0500	0,0500	4,2500	2,0100	4,0400	1,7200	5,7700	19
390	03.03.	14°°	9196	0,2000	3,0600	0,0500	4,2550	2,0200	4,0500	1,7300	5,7800	19,5
391	04.03.	14°°	9220	0,2200	3,0700	0,0600	4,2700	2,0300	4,0600	1,7500	5,7950	21
392	05.03.	14°°	9244	0,2200	3,0700	0,0600	4,2700	2,0300	4,0600	1,7500	5,7950	21
393	06.03.	14°°	9268	0,2100	3,0600	0,0550	4,2650	2,0250	4,0550	1,7450	5,7900	20
394	07.03.	14°°	9292	0,2000	3,0500	0,0500	4,2600	2,0200	4,0450	1,7350	5,7800	19

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
395	08.03.	14°°	9316	0.1900	3.0450	0.0450	4.2500	2.0100	4.0350	1.7200	5.7700	19
396	09.03.	14°°	9340	0.1850	3.0400	0.0400	4.2400	2.0100	4.0250	1.7100	5.7600	19
397	10.03.	14°°	9364	0.1950	3.0500	0.0450	4.2450	2.0150	4.0350	1.7200	5.7700	19.5
398	11.03.	14°°	9388	0.2050	3.0600	0.0550	4.2550	2.0200	4.0450	1.7350	5.7850	20
399	12.03.	14°°	9412	0.1850	3.0350	0.0350	4.2350	2.0000	4.0300	1.7150	5.7650	19
400	13.03.	14°°	9436	0.1700	3.0200	0.0200	4.2200	1.9850	1.0150	1.7000	5.7500	18.5
401	14.03.	14°°	9460	0.1650	3.0150	0.0100	4.2100	1.9750	4.0050	1.6900	5.7400	18
402	15.03.	14°°	9484	0.1750	3.0300	0.0300	4.2300	1.9950	4.0250	1.7100	5.7600	19
403	16.03.	14°°	9508	0.1900	3.0450	0.0450	4.2450	2.0100	4.0400	1.7250	5.7750	19.5
404	17.03.	14°°	9532	0.1850	3.0350	0.0400	4.2300	2.0000	4.0300	1.7150	5.7600	19
405	18.03.	14°°	9556	0.1800	3.0300	0.0350	4.2350	2.0100	4.0200	1.7100	5.7550	19
406	19.03.	14°°	9580	0.1800	3.0300	0.0350	4.2350	2.0100	4.0200	1.7100	5.7550	19
407	20.03.	14°°	9604	0.1800	3.0300	0.0350	4.2350	2.0100	4.0200	1.7100	5.7550	19
408	21.03.	14°°	9628	0.1800	3.0300	0.0350	4.2350	2.0000	4.0200	1.7100	5.7550	18
409	22.03.	14°°	9652	0.1850	3.0350	0.0350	4.2400	2.0000	4.0300	1.7150	5.7600	19
410	23.03.	14°°	9676	0.1900	3.0450	0.0480	4.2500	2.0100	4.0400	1.7250	5.7700	20
411	24.03.	14°°	9700	0.2000	3.0550	0.0500	4.2550	2.0200	4.0500	1.7350	5.7850	20
412	25.03.	14°°	9724	0.1900	3.0450	0.0450	4.2500	2.0050	4.0400	1.7250	5.7750	19
413	26.03.	14°°	9748	0.1900	3.0400	0.0400	4.2500	2.0050	4.0400	1.7250	5.7750	19
414	27.03.	14°°	9772	0.1900	3.0400	0.0400	4.2500	2.0050	4.0400	1.7250	5.7750	19
415	28.03.	14°°	9796	0.2000	3.0500	0.0500	4.2500	2.0150	4.0400	1.7350	5.7850	19.5
416	29.03.	14°°	9820	0.2100	3.0600	0.0600	4.2600	2.0250	4.0500	1.7400	5.7900	20
417	30.03.	14°°	9844	0.2200	3.0700	0.0700	5.2700	2.0300	4.0650	1.7500	5.8000	20
418	31.03.	14°°	9868	0.2100	3.0600	0.0600	4.2600	2.0250	4.0650	1.7400	5.7900	19.5
419	01.04.	14°°	9892	0.2000	3.0500	0.0500	4.2500	2.0150	4.0600	1.7300	5.7800	19
420	02.04.	14°°	9916	0.1900	3.0400	0.0400	4.2400	2.0000	4.0500	1.7200	5.7700	19
421	03.04.	14°°	9940	0.1850	3.0350	0.0350	4.2350	2.0000	4.0500	1.7150	5.7650	18.5
422	04.04.	14°°	9964	0.1800	3.0300	0.0300	4.2300	1.9950	4.0450	1.7100	5.7600	18
423	05.04.	14°°	9988	0.1750	3.0200	0.0200	4.2200	1.9900	4.0400	1.7050	5.7550	18
424	06.04.	14°°	10012	0.1900	3.0400	0.0400	4.2400	2.0000	4.0600	1.7200	5.7700	19
425	07.04.	14°°	10036	0.1800	3.0300	0.0400	4.2400	2.0000	4.0500	1.7100	5.7600	18.5
426	08.04.	14°°	10060	0.1800	3.0300	0.0400	4.2400	2.0000	4.0500	1.7100	5.7600	18.5
427	09.04.	14°°	10084	0.1800	3.0300	0.0400	4.2400	2.0000	4.0500	1.7100	5.7600	18.5
428	10.04.	14°°	10108	0.1700	3.0200	0.0300	4.2300	2.0000	4.0400	1.7000	5.7600	18



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
429	11.04.	14 <sup>00</sup>	10132	0,1700	3,0200	0,0200	4,2200	1,9900	4,0300	1,6900	5,7500	18
430	12.04.	14 <sup>00</sup>	10156	0,1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9800	4,0200	1,6900	5,7400	17,5
431	13.04.	14 <sup>00</sup>	10180	0,1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9800	4,0200	1,6850	5,7400	17,5
432	14.04.	14 <sup>00</sup>	10204	0,1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9800	4,0200	1,6850	5,7400	17,5
433	15.04.	14 <sup>00</sup>	10228	0,1650	3,0150	0,0150	4,2100	1,9850	4,0250	1,6900	5,7450	18
434	16.04.	14 <sup>00</sup>	10252	0,1700	3,0200	0,0200	4,2200	1,9960	4,0300	1,7000	5,7500	18
435	17.04.	14 <sup>00</sup>	10276	0,1600	3,0100	0,0100	4,2100	1,9800	4,0200	1,6900	5,7350	17
436	18.04.	14 <sup>00</sup>	10300	0,1550	3,0050	0,0050	4,2050	1,9750	4,0150	1,6850	5,7300	16
437	19.04.	14 <sup>00</sup>	10324	0,1500	3,0000	0,0000	4,1950	1,9650	4,0100	1,6750	5,7250	16
438	20.04.	14 <sup>00</sup>	10348	0,1500	3,0000	0,0000	4,1950	1,9650	4,0100	1,6750	5,7250	16
439	21.04.	14 <sup>00</sup>	10372	0,1550	3,0050	0,0050	4,2000	1,9700	4,0150	1,6800	5,7300	16,5
440	22.04.	14 <sup>00</sup>	10396	0,1600	3,0100	0,0100	4,2050	1,9800	4,0200	1,6850	5,7400	16,5
441	23.04.	14 <sup>00</sup>	10420	0,1650	3,0100	0,0200	4,2100	1,9850	4,0250	1,6900	5,7450	17
442	24.04.	14 <sup>00</sup>	10444	0,1650	3,0100	0,0200	4,2100	1,9850	4,0250	1,6900	5,7450	17
443	25.04.	14 <sup>00</sup>	10468	0,1650	3,0100	0,0200	4,2100	1,9850	4,0250	1,6900	5,7450	16,5
444	26.04.	14 <sup>00</sup>	10492	0,1650	3,0100	0,0200	4,2100	1,9850	4,0250	1,6900	5,7450	16,5
445	27.04.	14 <sup>00</sup>	10516	0,1750	3,0250	0,0250	4,2200	1,9900	4,0350	1,7000	5,7550	18
446	28.04.	14 <sup>00</sup>	10540	0,1750	3,0250	0,0250	4,2200	1,9900	4,0350	1,7000	5,7550	18
447	29.04.	14 <sup>00</sup>	10564	0,1850	3,0350	0,0450	4,2400	2,0100	4,0500	1,7150	5,7700	19
448	30.04.	14 <sup>00</sup>	10588	0,2000	3,0500	0,0550	4,2500	2,0200	4,0600	1,7300	5,7800	19,5
449	01.05.	14 <sup>00</sup>	10612	0,2050	3,0550	0,0600	4,2550	2,0250	4,0650	1,7350	5,7850	20
450	02.05.	14 <sup>00</sup>	10636	0,2200	3,0700	0,0700	4,2700	2,0350	4,0800	1,7500	5,8000	21
451	03.05.	14 <sup>00</sup>	10660	0,2200	3,0700	0,0700	4,2700	2,0350	4,0800	1,7500	5,8000	21
452	04.05.	14 <sup>00</sup>	10684	0,2300	3,0800	0,0800	4,2800	2,0450	4,0950	1,7700	5,8200	22
453	05.05.	14 <sup>00</sup>	10708	0,2000	3,0500	0,0500	4,2500	2,0150	4,0650	1,7400	5,7900	20
454	06.05.	14 <sup>00</sup>	10732	0,1800	3,0250	0,0300	4,2200	1,9950	4,0400	1,7050	5,7550	18
455	07.05.	14 <sup>00</sup>	10756	0,1600	3,0100	0,0200	4,2100	1,9800	4,0200	1,6900	5,7400	17
456	08.05.	14 <sup>00</sup>	10780	0,1800	3,0300	0,0400	4,2300	2,0000	4,0400	1,7100	5,7600	18
457	09.05.	14 <sup>00</sup>	10804	0,2000	3,0500	0,0600	4,2500	2,0200	4,0600	1,7300	5,7800	20
458	10.05.	14 <sup>00</sup>	10828	0,2200	3,0700	0,0700	4,2650	2,0350	4,0850	1,7500	5,8050	21
459	11.05.	14 <sup>00</sup>	10852	0,2200	3,0700	0,0700	4,2650	2,0350	4,0850	1,7500	5,8050	21
460	12.05.	14 <sup>00</sup>	10876	0,2200	3,0700	0,0700	4,2650	2,0350	4,0850	1,7500	5,8050	20
461	13.05.	14 <sup>00</sup>	10900	0,2100	3,0550	0,0600	4,2550	2,0250	4,0700	1,7400	5,7900	20
462	14.05.	14 <sup>00</sup>	10924	0,2150	3,0600	0,0650	4,2600	2,0300	4,0750	1,7450	5,8000	20

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
463	15.05.	14°	10948	0,2150	3,0600	0,0650	4,2600	2,0300	4,0750	1,7450	5,8000	20
464	16.05.	14°	10972	0,2150	3,0600	0,0650	4,2600	2,0300	4,0750	1,7450	5,8000	20
465	17.05.	14°	10996	0,2100	3,0550	0,0600	4,2550	2,0250	4,0700	1,7400	5,7950	19,5
466	18.05.	14°	11020	0,2000	3,0500	0,0600	4,2550	2,0200	4,0650	1,7350	5,7900	19
467	19.05.	14°	11044	0,2000	3,0500	0,0600	4,2550	2,0200	4,0650	1,7350	5,7900	19
468	20.05.	14°	11068	0,2000	3,0500	0,0600	4,2550	2,0200	4,0650	1,7350	5,7900	19
469	21.05.	14°	11092	0,2000	3,0500	0,0600	4,2550	2,0200	4,0650	1,7350	5,7900	19,5
470	22.05.	14°	11116	0,2000	3,0500	0,0600	4,2550	2,0200	4,0650	1,7350	5,7900	19,5
471	23.05.	14°	11140	0,2050	3,0550	0,0600	4,2600	2,0250	4,0700	1,7400	5,7950	20
472	24.05.	14°	11164	0,2100	3,0600	0,0600	4,2600	2,0300	4,0750	1,7450	5,8000	20
473	25.05.	14°	11188	0,2200	3,0700	0,0700	4,2700	2,0400	4,0850	1,7600	5,8100	21
474	26.05.	14°	11212	0,2300	3,0800	0,0800	4,2800	2,0500	4,0950	1,7700	5,8100	22
475	27.05.	14°	11236	0,2450	3,0950	0,0950	4,2900	2,0600	4,1100	1,7850	5,8250	23
476	28.05.	14°	11260	0,2650	3,1150	0,1150	4,3100	2,0800	4,1300	1,8050	5,8450	24,5
477	29.05.	14°	11284	0,2800	3,1300	0,1300	4,3300	2,1000	4,1500	1,8250	5,8650	26
478	30.05.	14°	11308	0,2900	3,1400	0,1400	4,3400	2,1100	4,1600	1,8450	5,8850	27
479	31.05.	14°	11332	0,3000	3,1400	0,1600	4,3600	2,1350	4,1850	1,8600	5,9100	27
480	01.06.	14°	11356	0,2800	3,1350	0,1350	4,3350	2,1100	4,1600	1,8350	5,8850	25
481	02.06.	14°	11380	0,2800	3,1350	0,1350	4,3350	2,1100	4,1600	1,8350	5,8850	25
482	03.06.	14°	11404	0,2900	3,1500	0,1500	4,3500	2,1200	4,1700	1,8500	5,9050	26
483	04.06.	14°	11428	0,2900	3,1500	0,1500	4,3500	2,1200	4,1700	1,8500	5,9050	25,5
484	05.06.	14°	11452	0,3000	3,1550	0,1550	4,3600	2,1300	4,1800	1,8600	5,9150	26
485	06.06.	14°	11476	0,3100	3,1650	0,1650	4,3700	2,1400	4,1900	1,8700	5,9250	27
486	07.06.	14°	11500	0,3250	3,1800	0,1800	4,3850	2,1600	4,2100	1,8900	5,9450	28
487	08.06.	14°	11524	0,3250	3,1800	0,1800	4,3850	2,1600	4,2100	1,8900	5,9450	28
488	09.06.	14°	11548	0,3200	3,1750	0,1750	4,3800	2,1550	4,2050	1,8850	5,9400	27,5
489	10.06.	14°	11572	0,3100	3,1700	0,1700	4,3700	2,1500	4,2000	1,8750	5,9350	27
490	11.06.	14°	11596	0,3100	3,1700	0,1700	4,3700	2,1500	4,2000	1,8750	5,9350	27
491	12.06.	14°	11620	0,3100	3,1700	0,1700	4,3700	2,1500	4,2000	1,8750	5,9350	27
492	13.06.	14°	11644	0,3050	3,1650	0,1700	4,3650	2,1450	4,2000	1,8700	5,9300	26,5
493	14.06.	14°	11668	0,3050	3,1650	0,1700	4,3650	2,1450	4,2000	1,8700	5,9300	26
494	15.06.	14°	11692	0,3050	3,1650	0,1700	4,3650	2,1450	4,2000	1,8700	5,9300	26
495	16.06.	14°	11716	0,3050	3,1650	0,1700	4,3650	2,1450	4,2000	1,8700	5,9300	26,5
496	17.06.	14°	11740	0,3100	3,1700	0,1700	4,3700	2,1500	4,2100	1,8750	5,9350	27

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
497	18.06.	14°	11764	0,3100	3,1700	0,1700	4,3700	2,1500	4,2100	1,8750	5,9350	26,5
498	19.06.	14°	11788	0,3100	3,1700	0,1700	4,3700	2,1500	4,2100	1,8750	5,9350	26
499	20.06.	14°	11812	0,3050	3,1650	0,1650	4,3650	2,1450	4,2050	1,8700	5,9300	25
500	21.06.	14°	11836	0,3050	3,1650	0,1650	4,3650	2,1450	4,2050	1,8700	5,9300	25
501	22.06.	14°	11860	0,3000	3,1600	0,1600	4,3600	2,1400	4,2000	1,8650	5,9250	24
502	23.06.	14°	11884	0,2500	3,1000	0,1050	4,3000	2,0800	4,1400	1,8050	5,8700	21
503	24.06.	14°	11908	0,2400	3,0900	0,1000	4,2900	2,0700	4,1300	1,7950	5,8600	20,5
504	25.06.	14°	11932	0,2250	3,0750	0,0800	4,2800	2,0600	4,1150	1,7800	5,8450	20
505	26.06.	14°	11956	0,2550	3,1050	0,1100	4,3100	2,0900	4,1450	1,8100	5,8750	23
506	27.06.	14°	11980	0,2850	3,1350	0,1400	4,3400	2,1200	4,1750	1,8400	5,9050	26
507	28.06.	14°	12004	0,3200	3,1750	0,1800	4,3800	2,1600	4,2200	1,8900	5,9450	27
508	29.06.	14°	12028	0,3300	2,1800	0,1850	4,3850	2,1700	4,2300	1,9000	5,9550	28,5
509	30.06.	14°	12052	0,3300	2,1800	0,1850	4,3850	2,1700	4,2300	1,9000	5,9550	28
510	01.07.	14°	12076	0,3300	3,1800	0,1850	4,3850	2,1700	4,2300	1,9000	5,9550	29
511	02.07.	14°	12100	0,3300	3,1800	0,1850	4,3850	2,1700	4,2300	1,9000	5,9550	28
512	03.07.	14°	12124	0,3350	3,1800	0,1900	4,3900	2,1750	4,2350	1,9050	5,9600	28,5
513	04.07.	14°	12148	0,3450	3,1900	0,2000	4,4000	2,1850	4,2450	1,9150	5,9700	28,5
514	05.07.	14°	12172	0,3550	3,2100	0,2200	4,4200	2,2100	4,2650	1,9300	5,9900	29
515	06.07.	14°	12196	0,3600	3,2150	0,2250	4,4250	2,2200	4,2750	1,9400	6,0000	29
516	07.07.	14°	12220	0,3600	3,2150	0,2250	4,4250	2,2200	4,2750	1,9400	6,0000	29
517	08.07.	14°	12244	0,3500	3,2050	0,2150	4,4150	2,2100	4,2650	1,9300	5,9900	28
518	09.07.	14°	12268	0,3500	3,2050	0,2150	4,4150	2,2100	4,2650	1,9300	5,9900	28
519	10.07.	14°	12292	0,3400	3,1950	0,2050	4,4050	2,2000	4,2500	1,9200	5,9800	27
520	11.07.	14°	12316	0,3300	3,1850	0,1900	4,3900	2,1800	4,2350	1,9050	5,9700	26,5
521	12.07.	14°	12340	0,3400	3,1950	0,2000	4,4000	2,1900	4,2450	1,9150	5,9800	27,5
522	13.07.	14°	12364	0,3500	3,2100	0,2100	4,4250	2,2000	4,2600	1,9300	5,9950	28
523	14.07.	14°	12388	0,3400	3,2000	0,2000	4,4150	2,1900	4,2500	1,9200	5,9800	26
524	15.07.	14°	12412	0,3400	3,2000	0,2000	4,4150	2,1900	4,2500	1,9200	5,9800	26,5
525	16.07.	14°	12436	0,3400	3,2000	0,2000	4,4150	2,2000	4,2600	1,9200	5,9850	26,5
526	17.07.	14°	12460	0,3400	3,2000	0,2000	4,4150	2,2000	4,2600	1,9200	5,9850	27
527	18.07.	14°	12484	0,3400	3,2050	0,2100	4,4150	2,2000	4,2600	1,9300	5,9850	27
528	19.07.	14°	12508	0,3400	3,2050	0,2100	4,4150	2,2100	4,2650	1,9350	5,9900	27,5
529	20.07.	14°	12532	0,3450	3,2050	0,2100	4,4150	2,2100	4,2650	1,9350	5,9900	27,5
530	21.07.	14°	12556	0,3450	3,2100	0,2150	4,4150	2,2150	4,2650	1,9350	5,9900	28

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
531	22.07.	14°	12580	0,3450	3,2100	0,2150	4,4150	2,2150	4,2700	1,9350	5,9950	28
532	23.07.	14°	12604	0,3500	3,2100	0,2200	4,4200	2,2150	4,2700	1,9400	6,0000	27,5
533	24.07.	14°	12628	0,3200	3,1750	0,1800	4,3800	2,1700	4,2300	1,9000	5,9600	25,5
534	25.07.	14°	12652	0,3200	3,1800	0,1800	4,3900	2,1800	4,2300	1,9050	5,9650	26
535	26.07.	14°	12676	0,3300	3,1900	0,1950	4,3950	2,1900	4,2400	1,9150	5,9700	27
536	27.07.	14°	12700	0,3300	3,1850	0,1900	4,3900	2,1850	4,2400	1,9150	5,9750	26
537	28.07.	14°	12724	0,3300	3,1900	0,1900	4,4000	2,1900	4,2400	1,9150	5,9800	27
538	29.07.	14°	12748	0,3350	3,1900	0,2000	4,4050	2,2000	4,2400	1,9200	5,9800	28
539	30.07.	14°	12772	0,3200	3,1800	0,1850	4,3850	2,1800	4,2300	1,9100	5,9700	25
540	31.07.	14°	12796	0,3200	3,1800	0,1900	4,3850	2,1800	4,2350	1,9100	5,9750	26
541	01.08.	14°	12820	0,3250	3,1800	0,1950	4,3900	2,1800	4,2400	1,9150	5,9750	26
542	02.08.	14°	12844	0,3250	3,1900	0,2000	4,3900	2,1850	4,2400	1,9150	5,9800	26,5
543	03.08.	14°	12868	0,3300	3,1900	0,2050	4,3950	2,1900	4,2450	1,9200	5,9800	27
544	04.08.	14°	12892	0,3300	3,1950	0,2100	4,3950	2,1900	4,2450	1,9200	5,9800	27,5
545	05.08.	14°	12916	0,3300	3,1900	0,1900	4,3950	2,1900	4,2450	1,9150	5,9800	27
546	06.08.	14°	12940	0,3600	3,2150	0,2200	4,4250	2,2200	4,2750	1,9500	6,0050	28
547	07.08.	14°	12964	0,3600	3,2200	0,2100	4,4100	2,2150	4,2700	1,9350	5,9950	27
548	08.08.	14°	12988	0,3550	3,2200	0,2100	4,4200	2,2200	4,2700	1,9400	6,0000	27,5
549	09.08.	14°	13012	0,3550	3,2200	0,2200	4,4200	2,2250	4,2750	1,9500	6,0000	28
550	10.08.	14°	13036	0,3600	3,2200	0,2300	4,4300	2,2300	4,2800	1,9550	6,0100	28,5
551	11.08.	14°	13060	0,3500	3,2100	0,2200	4,4200	2,2200	4,2700	1,9400	6,0000	27,5
552	12.08.	14°	13084	0,3400	3,2000	0,2100	4,4100	2,2200	4,2650	1,9350	5,9950	28
553	13.08.	14°	13108	0,3350	3,1900	0,2000	4,4000	2,2100	4,2600	1,9250	5,9900	26
554	14.08.	14°	13132	0,3300	3,1900	0,1900	4,4000	2,2000	4,2500	1,9200	5,9900	25,5
555	15.08.	14°	13156	0,3200	3,1800	0,1800	4,3900	2,1900	4,2400	1,9100	5,9800	26
556	16.08.	14°	13180	0,3200	3,1800	0,1800	4,3850	2,1850	4,2350	1,9100	5,9700	25,5
557	17.08.	14°	13204	0,3500	3,2100	0,2100	4,4150	2,2150	4,2700	1,9450	6,0000	27
558	18.08.	14°	13228	0,3500	3,2100	0,2200	4,4200	2,2200	4,2700	1,9500	6,0050	28
559	19.08.	14°	13252	0,3400	3,2000	0,2100	4,4100	2,2100	4,2600	1,9400	6,0000	27
560	20.08.	14°	13276	0,3400	3,1900	0,2100	4,4000	2,2100	4,2500	1,9400	5,9900	27
561	21.08.	14°	13300	0,3300	3,1800	0,2000	4,4000	2,2000	4,2500	1,9300	5,9800	26
562	22.08.	14°	13324	0,3200	3,1700	0,1900	4,3900	2,1900	4,2400	1,9200	5,9700	25,5
563	23.08.	14°	13348	0,3100	3,1700	0,1800	4,3800	2,1800	4,2300	1,9050	5,9600	25
564	24.08.	14°	13372	0,3100	3,1700	0,1800	4,3800	2,1800	4,2300	1,9050	5,9600	25



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
565	25.08.	14 <sup>00</sup>	13396	0.3100	3.1700	0.1800	4.3800	2.1800	4.2300	1.9050	5.9600	25
566	26.08.	14 <sup>00</sup>	13420	0.3100	3.1700	0.1800	4.3800	2.1800	4.2300	1.9050	5.9600	25
567	27.08.	14 <sup>00</sup>	13444	0.3100	3.1700	0.1800	4.3700	2.1700	4.2200	1.9000	5.9600	24
568	28.08.	14 <sup>00</sup>	13468	0.3100	3.1600	0.1750	4.3700	2.1700	4.2200	1.9000	5.9600	24
569	29.08.	14 <sup>00</sup>	13492	0.3100	3.1600	0.1750	4.3700	2.1700	4.2200	1.9000	5.9600	24
570	30.08.	14 <sup>00</sup>	13516	0.3100	3.1600	0.1750	4.3700	2.1700	4.2200	1.9000	5.9600	24
571	31.08.	14 <sup>00</sup>	13540	0.3100	3.1700	0.1800	4.3800	2.1700	4.2300	1.9100	5.9650	24
572	01.09.	14 <sup>00</sup>	13564	0.3000	3.1500	0.1600	4.3600	2.1600	4.2100	1.8900	5.9500	24
573	02.09.	14 <sup>00</sup>	13588	0.2900	3.1450	0.1550	4.3500	2.1500	4.2000	1.8850	5.9450	23
574	03.09.	14 <sup>00</sup>	13612	0.2800	3.1400	0.1500	4.3400	2.1400	4.1950	1.8800	5.9400	22
575	04.09.	14 <sup>00</sup>	13636	0.2700	3.1300	0.1400	4.3300	2.1300	4.1900	1.8700	5.9300	21
576	05.09.	14 <sup>00</sup>	13660	0.2700	3.1300	0.1400	4.3250	2.1300	4.1850	1.8600	5.9200	21
577	06.09.	14 <sup>00</sup>	13684	0.2700	3.1300	0.1400	4.3300	2.1300	4.1850	1.8600	5.9200	22
578	07.09.	14 <sup>00</sup>	13708	0.2700	3.1300	0.1400	4.3300	2.1300	4.1850	1.8600	5.9200	22
579	08.09.	14 <sup>00</sup>	13732	0.2700	3.1300	0.1400	4.3350	2.1350	4.1900	1.8650	5.9250	22
580	09.09.	14 <sup>00</sup>	13756	0.2800	3.1400	0.1500	4.3400	2.1400	4.1950	1.8750	5.9300	23
581	10.09.	14 <sup>00</sup>	13780	0.2800	3.1400	0.1500	4.3400	2.1400	4.1950	1.8750	5.9300	22
582	11.09.	14 <sup>00</sup>	13804	0.2800	3.1400	0.1500	4.3400	2.1400	4.1950	1.8750	5.9300	22
583	12.09.	14 <sup>00</sup>	13828	0.2850	3.1450	0.1550	4.3450	2.1450	4.2000	1.8800	5.9350	23
584	13.09.	14 <sup>00</sup>	13852	0.2850	3.1450	0.1550	4.3450	2.1450	4.2000	1.8800	5.9350	23
585	14.09.	14 <sup>00</sup>	13876	0.2900	3.1450	0.1600	4.3500	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	23
586	15.09.	14 <sup>00</sup>	13900	0.2900	3.1450	0.1600	4.3500	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	23
587	16.09.	14 <sup>00</sup>	13924	0.2900	3.1450	0.1600	4.3500	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	23
588	17.09.	14 <sup>00</sup>	13948	0.2900	3.1450	0.1600	4.3500	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	23
589	18.09.	14 <sup>00</sup>	13972	0.2900	3.1450	0.1600	4.3500	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	23
590	19.09.	14 <sup>00</sup>	13996	0.2850	3.1400	0.1550	4.3450	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	22
591	20.09.	14 <sup>00</sup>	14020	0.2850	3.1400	0.1550	4.3450	2.1500	4.1950	1.8800	5.9350	22
592	21.09.	14 <sup>00</sup>	14044	0.2850	3.1400	0.1550	4.3450	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	22
593	22.09.	14 <sup>00</sup>	14068	0.2850	3.1400	0.1550	4.3450	2.1500	4.2000	1.8850	5.9400	22
594	23.09.	14 <sup>00</sup>	14092	0.2800	3.1350	0.1500	4.3400	2.1450	4.1950	1.8800	5.9350	22
595	24.09.	14 <sup>00</sup>	14116	0.2800	3.1350	0.1500	4.3400	2.1450	4.1950	1.8750	5.9300	22
596	25.09.	14 <sup>00</sup>	14140	0.2800	3.1350	0.1500	4.3400	2.1450	4.1950	1.8750	5.9300	22
597	26.09.	14 <sup>00</sup>	14164	0.2850	3.1400	0.1550	4.3450	2.1500	4.2000	1.8800	5.9350	23
598	27.09.	14 <sup>00</sup>	14188	0.2850	3.1450	0.1600	4.3500	2.1550	4.2050	1.8850	5.9400	23

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
599	28.09.	14 <sup>oo</sup>	14212	0,2900	3,1500	0,1600	4,3500	2,1600	4,2100	1,8900	5,9450	23
600	29.09.	14 <sup>oo</sup>	14236	0,2900	3,1450	0,1600	4,3500	2,1550	4,2000	1,8800	5,9400	22

## DATE PRIMARE EXPERIMENTALE

DEFORMAȚII SPECIFICE TOTALE  $\bar{\epsilon}$ 

CONDUCTOR TIP: CARDINAL

Nr. crt.	Timp (ore)	$\bar{\epsilon}_1$	$\bar{\epsilon}_2$	$\bar{\epsilon}_3$	$\bar{\epsilon}_4$	T (°C)
0	1	2	3	4	5	6
1	1	4.5274	7.1287	10.5473	13.2673	20.0
2	10	4.9751	7.5000	11.1194	13.9851	21.0
3	20	5.1244	7.7723	11.4428	14.2822	21.0
4	30	5.2239	8.0074	11.8781	14.5050	21.0
5	40	5.2239	8.0693	11.9527	14.6782	22.0
6	50	5.4104	8.2054	12.0771	14.7896	21.0
7	60	5.4478	8.2673	12.1020	14.8515	21.0
8	70	5.5224	8.3168	12.1766	14.9505	22.0
9	80	5.5597	8.3663	12.2139	15.0124	22.0
10	90	5.5846	8.3787	12.2388	15.0619	21.0
11	100	5.6095	8.4035	12.2637	15.1114	21.0
12	124	5.5597	8.3540	12.2139	15.0743	20.0
13	148	5.6219	8.3911	12.3010	15.1733	21.0
14	172	5.6219	8.3911	12.3010	15.1733	19.0
15	196	5.6965	8.4653	12.3756	15.2723	20.0
16	220	5.7587	8.5272	12.4378	15.3960	20.0
17	244	5.7836	8.5520	12.4876	15.4455	20.5
18	268	5.8706	8.6510	12.5498	15.5569	21.0
19	292	5.8706	8.6510	12.5871	15.5693	20.0
20	316	5.8706	8.6510	12.5871	15.5693	20.0
21	340	5.9204	8.7005	12.6368	15.6312	21.0
22	364	5.9080	8.7005	12.6741	15.6807	21.0
23	388	5.9080	8.7005	12.6741	15.6931	21.0
24	412	5.9080	8.6881	12.6741	15.6931	18.0
25	436	5.9328	8.7129	12.6990	15.7178	20.0

0	1	2	3	4	5	6
26	460	6.0572	8.8366	12.8234	15.8292	20.0
27	484	6.6791	8.8614	12.8483	15.8663	20.5
28	508	6.0821	8.8614	12.8483	15.8663	20.0
29	532	6.0697	8.8490	12.8483	15.8663	19.0
30	556	6.0448	8.8243	12.8234	15.8540	19.0
31	580	6.0199	8.7995	12.8109	15.8416	19.5
32	604	5.9453	8.7376	12.7736	15.7921	18.0
33	628	5.8955	8.6881	12.7363	15.7426	16.5
34	652	5.9204	8.6881	12.7114	15.7426	17.0
35	676	5.9204	8.6881	12.7363	15.7550	17.0
36	700	5.9204	8.6881	12.7363	15.7550	16.0
37	724	5.9204	8.6881	12.7363	15.7797	17.0
38	748	5.9204	8.6881	12.7363	15.7797	16.0
39	772	5.8955	8.6757	12.7114	15.7797	16.0
40	796	5.9328	8.7376	12.7861	15.8292	16.5
41	820	6.0697	8.7995	12.8607	15.9530	18.5
42	844	6.0075	8.7995	12.8358	15.9282	17.5
43	868	5.9826	8.7748	12.8109	15.8911	16.5
44	892	5.9950	8.7748	12.8109	15.8911	17.0
45	916	6.0075	8.7748	12.8234	15.9035	17.0
46	940	6.0199	8.7995	12.8483	15.9282	17.0
47	964	6.0199	8.7995	12.8483	15.9282	17.0
48	988	6.1318	8.9233	12.9478	16.0644	18.0
49	1012	6.1928	8.9728	12.9975	16.1139	18.0
50	1036	6.2550	9.0347	13.0597	16.1881	18.0
51	1060	6.2425	9.0223	13.0597	16.1881	18.0
52	1084	6.2189	9.0223	13.0597	16.1757	18.0
53	1108	6.2189	9.0223	13.0597	16.1757	18.0
54	1132	6.2438	9.0470	13.1095	16.2129	19.0
55	1156	6.2811	9.0965	13.1841	16.2871	19.0
56	1180	6.3308	9.1460	13.2711	16.3366	19.0
57	1204	6.3806	9.1955	13.3209	16.3985	20.5
58	1228	6.4552	9.2574	13.3706	16.4728	21.0
59	1252	6.5423	9.3317	13.4453	16.5594	20.5
60	1276	6.4925	9.2822	13.3955	16.5099	21.0

0	1	2	3	4	5	6
61	1300	6.4179	9.2327	13.3209	16.4480	20.0
62	1324	6.3682	9.1584	13.2463	16.3985	19.0
63	1348	6.3682	9.1584	13.2463	16.3861	19.0
64	1372	6.3806	9.1584	13.2463	16.3861	19.0
65	1396	6.4055	9.1832	13.2711	16.4356	20.0
66	1420	6.4303	9.2079	13.3085	16.4604	20.0
67	1444	6.3557	9.1089	13.2338	16.4109	18.0
68	1468	6.2562	9.0594	13.1343	16.3119	18.0
69	1492	6.3557	9.1584	13.2338	16.4109	19.0
70	1516	6.3557	9.1584	13.2338	16.4109	19.0
71	1540	6.3308	9.1460	13.2338	16.4109	18.0
72	1564	6.3060	9.1213	13.2090	16.3861	18.0
73	1588	6.2687	9.0718	13.1716	16.3614	17.0
74	1612	6.2189	9.0223	13.1219	16.2995	17.0
75	1636	6.1692	8.9604	13.0721	16.2376	16.0
76	1660	6.2438	9.0470	13.1468	16.3366	17.0
77	1684	6.3308	9.1460	13.2463	16.4356	18.0
78	1708	6.3557	9.1708	13.2711	16.4728	18.0
79	1732	6.4055	9.1955	13.3209	16.5223	18.0
80	1756	6.4303	9.2450	13.3706	16.5718	19.0
81	1780	6.4925	9.2946	13.4328	16.6213	19.0
82	1804	6.5299	9.3317	13.4826	16.6708	20.0
83	1828	6.5299	9.3317	13.4826	16.6708	20.0
84	1852	6.5299	9.3317	13.4826	16.6708	19.5
85	1876	6.5050	9.3193	13.4701	16.6708	19.0
86	1900	6.5050	9.3193	13.4701	16.6708	18.0
87	1924	6.5050	9.3193	13.4701	16.6708	18.0
88	1948	6.4303	9.2450	13.3955	16.6089	17.5
89	1972	6.4552	9.2450	13.4080	16.6089	18.0
90	1996	6.4552	9.2822	13.4328	16.6089	18.0
91	2020	6.5299	9.3317	13.5075	16.7079	19.0
92	2044	6.5672	9.3936	13.5821	16.8069	20.0
93	2068	6.6294	9.4802	13.6567	16.9059	21.0
94	2092	6.7040	9.5421	13.7313	17.0050	21.0
95	2116	6.8159	9.6163	13.8184	17.1040	21.0

0	1	2	3	4	5	6
96	2140	6.9279	9.7030	13.9428	17.2030	24.0
97	2164	6.8657	9.6535	13.8806	17.1535	23.0
98	2188	6.7786	9.5792	13.7811	17.0668	21.0
99	2212	6.7164	9.4802	13.6816	16.9431	18.0
100	2236	6.6667	9.3812	13.5572	16.8441	18.0
101	2260	6.6915	9.4059	13.5821	16.9059	19.0
102	2284	6.7040	9.4307	13.6318	16.9554	19.0
103	2308	6.7537	9.4802	13.6692	17.0050	20.0
104	2332	6.8408	9.5421	13.7189	17.0668	21.0
105	2356	6.8408	9.5421	13.7313	17.0668	20.0
106	2380	6.8284	9.5421	13.7313	17.0668	20.0
107	2404	6.8035	9.5297	13.7313	17.0668	19.0
108	2428	6.8035	9.5297	13.7562	17.0668	20.0
109	2452	6.8035	9.5297	13.7562	17.0668	20.0
110	2476	6.8408	9.5545	13.7811	17.1040	21.0
111	2500	6.9652	9.6658	13.9055	17.2153	22.5
112	2524	7.0149	9.7277	13.9801	17.2649	23.0
113	2548	7.0398	9.7401	14.0050	17.3020	23.0
114	2572	7.0896	9.7896	14.0547	17.3515	24.0
115	2596	7.1393	9.8391	14.0920	17.4134	24.0
116	2620	7.1891	9.8762	14.1418	17.4629	25.0
117	2644	7.2388	9.9257	14.2164	17.5371	25.5
118	2668	7.2886	9.9752	14.2786	17.6114	26.0
119	2692	7.3383	10.0619	14.3284	17.6733	26.0
120	2716	7.3881	8.3787	14.4030	17.7351	27.0
121	2740	7.4378	8.8985	14.4652	17.8094	28.0
122	2764	7.5124	10.3342	14.5274	17.8837	28.0
123	2788	7.4876	10.3218	14.5025	17.8589	26.0
124	2812	7.4378	10.2847	14.4900	17.8342	26.0
125	2836	7.4005	10.2475	14.4527	17.7970	26.0
126	2860	7.3632	10.2104	14.4030	17.7599	25.0
127	2884	7.3134	10.1609	14.3532	17.6980	24.0
128	2908	7.2637	10.0990	14.3284	17.6485	24.0
129	2932	7.2139	10.0371	14.3035	17.6238	24.0
130	2956	7.2139	10.0371	14.3035	17.6238	23.5

0	1	2	3	4	5	6
131	2980	7.2139	10.0371	14.3035	17.6238	23.0
132	3004	7.2139	10.0371	14.3035	17.6238	23.0
133	3028	7.2637	10.0866	14.3284	17.6485	23.0
134	3052	7.3383	10.1609	14.4030	17.7228	24.0
135	3076	7.3881	10.2228	14.4652	17.7970	25.0
136	3100	7.4627	10.3094	14.5522	17.9208	27.0
137	3124	7.4627	10.3094	14.5522	17.9208	27.0
138	3148	7.5124	10.3589	14.6269	17.9950	27.0
139	3172	7.5373	10.3960	14.6517	17.9950	27.0
140	3196	7.5746	10.4653	14.6766	18.0446	26.0
141	3220	7.5995	10.4950	14.7015	18.0693	26.0
142	3244	7.6368	10.5693	14.7264	18.1312	26.0
143	3268	7.6493	10.5941	14.7761	18.1807	28.0
144	3292	7.6493	10.6188	14.7761	18.1807	28.0
145	3316	7.6493	10.6683	14.8010	18.2054	28.0
146	3340	7.6368	10.6188	14.7512	18.1807	27.0
147	3364	7.5995	10.5693	14.7512	18.1436	27.0
148	3388	7.5995	10.5693	14.7264	18.1436	27.0
149	3412	7.5746	10.2859	14.7015	18.1188	26.0
150	3436	7.5498	10.2748	14.6766	18.0693	25.0
151	3460	7.5000	8.0446	14.6517	18.0693	25.0
152	3484	7.3881	8.0322	14.5647	17.9455	23.5
153	3508	7.2886	8.0198	14.4776	17.8465	22.0
154	3532	7.2886	8.0198	14.4776	17.8465	22.0
155	3556	7.3383	8.0569	14.5274	17.9208	22.0
156	3580	7.3881	10.4455	14.5896	17.9950	23.0
157	3604	7.4627	10.5074	14.6517	18.0693	24.0
158	3628	7.5498	10.5446	14.7264	18.1436	25.0
159	3652	7.5373	10.5446	14.7264	18.1436	24.0
160	3676	7.5498	10.5446	14.7264	18.1683	25.0
161	3700	7.5498	10.5569	22.2139	18.1807	25.0
162	3724	7.5622	10.5322	14.7512	18.1683	24.0
163	3748	7.5498	10.5446	14.7388	18.1807	25.0
164	3772	7.5622	10.5693	14.7512	18.2054	26.0
165	3796	7.5871	10.5817	14.7761	18.2178	26.0

0	1	2	3	4	5	6
166	3820	7.5871	10.5817	14.7761	18.2178	25.0
167	3844	7.5871	10.6064	14.7761	18.2178	26.0
168	3868	7.5995	10.6064	14.7886	18.2426	26.0
169	3892	7.5995	10.6312	14.7886	18.2673	26.0
170	3916	7.5995	10.6188	14.7886	18.2673	25.0
171	3940	7.6244	10.6312	14.8134	18.2178	26.0
172	3964	7.6368	10.6683	14.8507	18.3168	27.0
173	3988	7.6741	10.6931	14.9005	18.3416	27.0
174	4012	7.6741	10.7178	14.9005	18.3663	26.0
175	4036	7.6866	10.7178	14.9129	18.3663	26.0
176	4060	7.6866	10.7178	14.9129	18.3787	26.0
177	4084	7.7114	10.7302	14.9254	18.3911	26.0
178	4108	7.7363	10.7426	14.9378	18.4158	26.5
179	4132	7.7488	10.7426	14.9502	18.4158	26.0
180	4156	7.7736	10.7426	15.5224	18.4282	26.0
181	4180	7.8234	10.7550	15.0000	18.4406	26.5
182	4204	7.8731	10.7673	15.0373	18.4530	26.5
183	4228	7.9229	10.7673	15.0498	18.4653	26.5
184	4252	7.9229	10.7550	15.0498	18.4653	26.0
185	4276	8.0348	10.7921	15.0995	18.5149	27.0
186	4300	8.1343	10.8045	15.1119	18.5149	26.5
187	4324	8.1343	10.7921	15.1119	18.5025	26.0
188	4348	8.1468	10.7921	15.1119	18.5149	26.0
189	4372	8.1716	10.8045	15.1244	18.5396	27.0
190	4396	8.1841	10.8168	15.1244	18.5520	27.0
191	4420	8.1841	10.8168	15.1244	18.5767	26.5
192	4444	8.2090	10.8416	15.1244	18.6015	27.0
193	4468	8.2338	10.8540	15.1368	18.6262	27.0
194	4492	8.2587	10.8787	15.1368	18.6386	27.0
195	4516	8.2960	10.9158	15.1368	18.6881	27.0
196	4540	67.4129	10.8416	15.1244	18.6386	26.5
197	4564	8.2836	10.7797	15.0498	18.5396	26.0
198	4588	8.1095	10.7426	14.9627	18.4406	25.0
199	4612	8.0721	10.6559	14.8881	18.3787	24.0
200	4636	8.1468	10.7178	14.9751	18.4530	24.5



0	1	2	3	4	5	6
201	4660	8.1219	10.6931	14.9502	18.4282	24.0
202	4684	8.0970	10.6436	14.9254	18.3911	23.0
203	4708	8.0473	10.5941	14.8756	18.3416	22.0
204	4732	7.9975	10.5569	14.8259	18.3045	21.5
205	4756	7.9478	10.4950	14.7761	18.2550	21.0
206	4780	7.9478	10.4950	14.7761	18.2550	21.0
207	4804	7.9726	10.5569	14.8383	18.3045	21.5
208	4828	7.9726	10.5569	14.8383	18.3045	21.5
209	4852	7.9975	10.5569	14.8383	18.3292	22.0
210	4876	7.9975	10.5569	14.8383	18.3292	22.0
211	4900	7.9975	10.5569	14.8383	18.3292	22.0
212	4924	7.9478	10.5198	14.7637	18.2797	21.0
213	4948	7.9229	10.4703	14.7264	18.2302	21.0
214	4972	7.9229	10.4703	14.7512	18.2550	21.0
215	4996	7.9229	10.4703	14.7512	18.2550	21.0
216	5020	7.9229	10.4703	14.7512	18.2550	21.0
217	5044	7.8980	10.4703	14.7512	18.2550	20.5
218	5068	7.8980	10.4579	14.7264	18.2302	20.0
219	5092	7.8856	10.4579	14.7264	18.2302	20.0
220	5116	7.8607	10.4208	14.7015	18.2178	19.0
221	5140	7.8607	10.4208	14.7015	18.2178	18.5
222	5164	7.8632	10.4208	14.7264	18.2302	21.0
223	5188	7.8632	10.4208	14.7264	18.2302	20.0
224	5212	7.8607	10.4084	14.7015	18.2054	19.0
225	5236	7.8358	10.3713	14.6766	18.1807	19.0
226	5260	7.8109	10.3465	14.6393	18.1436	18.0
227	5284	7.7861	10.3218	14.6020	18.0941	18.0
228	5308	7.7861	10.3218	14.6020	18.0941	18.0
229	5332	7.7612	10.2970	14.5771	18.0941	18.0
230	5356	7.7363	10.2723	14.5771	18.0941	18.0
231	5380	7.7612	10.2970	14.6144	18.1188	19.0
232	5404	7.8109	10.3465	14.6642	18.1683	19.0
233	5428	7.8607	10.3837	14.7139	18.2178	20.0
234	5452	7.5535	10.4579	14.7512	18.2673	20.0
235	5476	7.8856	10.3713	14.7139	18.2426	19.5

0	1	2	3	4	5	6
236	5500	7.8856	10.3713	14.7139	18.2426	19.5
237	5524	7.8358	10.3218	14.6766	18.1931	19.0
238	5548	7.8856	10.3713	14.7512	18.2550	20.0
239	5572	7.8856	10.3713	14.7512	18.2550	20.0
240	5596	7.8856	10.3713	14.7512	18.2550	20.0
241	5620	7.8856	10.3713	14.7512	18.2550	19.5
242	5644	7.8483	10.3465	14.7264	18.2302	19.0
243	5668	7.8358	10.3465	14.7015	18.2054	19.0
244	5692	7.8980	10.3837	14.7512	18.2673	19.0
245	5716	7.8980	10.3837	14.7512	18.2673	19.0
246	5740	7.8980	10.3837	14.7512	18.2673	19.0
247	5764	7.8731	10.3713	14.7264	18.2426	18.5
248	5788	7.8483	10.3713	14.7015	18.2178	18.5
249	5812	7.7861	10.3094	14.6517	18.1559	18.0
250	5836	7.6990	10.2228	14.5771	18.0569	17.0
251	5860	7.6493	10.1485	14.5025	17.9703	16.5
252	5884	7.6990	10.1856	14.5522	18.0198	17.0
253	5908	7.7736	10.2228	14.6020	18.0446	17.5
254	5932	7.8358	10.2475	14.6269	18.0446	18.0
255	5956	7.8483	10.2723	14.6517	18.1188	18.0
256	5980	7.7363	10.2104	14.5896	18.0446	17.0
257	6004	7.6368	10.1485	14.5149	17.9827	16.0
258	6028	7.5871	10.0495	14.4652	17.9084	16.0
259	6052	7.5871	10.0495	14.4652	17.9084	16.0
260	6076	7.5871	10.0495	14.4652	17.9084	16.0
261	6100	7.5871	10.0495	14.4652	17.9084	16.5
262	6124	7.5871	10.0495	14.4652	17.9084	16.0
263	6148	7.6617	2.6980	14.5274	17.9950	17.0
264	6172	7.7363	10.2104	14.6020	18.0817	18.0
265	6196	7.7612	10.2351	14.6393	18.1064	18.5
266	6220	7.8358	10.3218	14.7139	18.1931	18.5
267	6244	7.8358	10.3218	14.6891	18.1807	18.0
268	6268	7.8109	10.2847	14.6642	18.1436	17.5
269	6292	7.7861	10.2475	14.6393	18.0941	17.0
270	6316	7.8607	10.3218	14.7139	18.1683	19.0

0	1	2	3	4	5	6
271	6340	7.9229	10.4208	14.8134	18.2921	21.0
272	6364	8.0348	10.5693	14.9378	18.4406	19.0
273	6388	7.9851	10.4827	14.8756	18.3663	20.0
274	6412	7.9353	10.4208	14.8259	18.2921	19.5
275	6436	7.8483	10.3589	14.7512	18.2426	18.0
276	6460	7.7985	10.2970	14.6891	18.1683	18.0
277	6484	7.8234	10.3342	14.6891	18.1931	18.0
278	6508	7.8856	10.3960	14.7637	18.2550	18.5
279	6532	7.9353	10.4579	14.8134	18.3045	18.5
280	6556	7.9353	10.4579	14.8383	18.3045	18.0
281	6580	7.8856	10.4084	14.7886	18.2797	17.0
282	6604	7.8358	10.3465	14.7388	18.2054	17.5
283	6628	7.8483	10.3589	14.7512	18.2302	18.0
284	6652	7.8856	10.3960	14.7761	18.2550	18.0
285	6676	7.9104	10.4208	14.7886	18.3045	18.0
286	6700	7.8856	10.3960	14.7761	18.2673	18.0
287	6724	7.8856	10.3960	14.7761	18.2673	18.0
288	6748	7.8856	10.3960	14.7761	18.2673	18.0
289	6772	7.8856	10.3960	14.7761	18.2673	18.0
290	6796	7.9229	10.4827	14.8507	18.3416	19.5
291	6820	7.9478	10.5074	14.9005	18.3663	19.5
292	6844	8.0100	10.5569	14.9502	18.4406	20.5
293	6868	8.0100	10.5693	14.9502	18.4406	20.0
294	6892	8.0100	10.5693	14.9502	18.4406	20.0
295	6916	8.0100	10.5693	14.9502	18.4406	20.0
296	6940	7.9851	10.5446	14.9254	18.4158	19.5
297	6964	7.9851	10.5446	14.9254	18.4158	19.5
298	6988	8.0100	10.5693	14.9502	18.4406	20.0
299	7012	8.0348	10.5693	14.9627	18.4653	20.0
300	7036	7.8234	10.3960	14.7512	18.2178	17.0
301	7060	7.8483	10.4084	14.8010	18.2673	18.0
302	7084	7.8980	10.4455	14.8259	18.3168	18.0
303	7108	7.8731	10.4455	14.8010	18.2921	17.0
304	7132	7.8856	10.4455	14.8259	18.3168	18.0
305	7156	7.8731	10.4084	14.8134	18.2921	18.0

0	1	2	3	4	5	6
306	7180	7.8483	10.3960	14.7886	18.2673	18.0
307	7204	7.8234	10.3589	14.7512	18.2351	17.5
308	7228	7.8234	10.3589	14.7512	18.2351	17.5
309	7252	7.7985	10.3342	14.7264	18.2178	17.0
310	7276	7.7488	10.2847	14.7015	18.1683	17.0
311	7300	7.8234	10.3465	14.7761	18.2302	18.0
312	7324	7.7985	10.3342	14.7512	18.2054	17.5
313	7348	7.7736	10.3342	14.7512	18.2054	17.5
314	7372	7.7736	10.3342	14.7512	18.2054	17.5
315	7396	7.7736	10.3465	14.7512	18.2054	17.5
316	7420	7.7985	10.3465	14.7512	18.2054	17.5
317	7444	7.8358	10.3960	9.8507	18.2426	17.0
318	7468	7.8358	10.3960	9.8507	18.2426	17.0
319	7492	7.8358	10.3960	9.8507	18.2426	17.0
320	7516	7.8358	10.3960	9.8507	18.2426	17.0
321	7540	7.8358	10.3960	9.8507	18.2426	17.0
322	7564	7.8358	10.3960	9.8507	18.2426	17.0
323	7588	7.8358	10.3960	9.8507	18.2673	17.0
324	7612	7.8358	10.3960	9.8507	18.2673	17.0
325	7636	7.8856	10.4455	14.8507	18.2921	17.0
326	7660	7.8856	10.4455	14.8507	18.2921	17.0
327	7684	7.8856	10.4455	14.8507	18.2921	17.0
328	7708	7.8856	10.4455	14.8507	18.3416	17.0
329	7732	7.8856	10.4455	14.8507	18.3416	17.0
330	7756	7.8856	10.4455	14.8507	18.3416	17.0
331	7780	7.8856	10.4455	14.8507	18.3416	17.0
332	7804	7.8980	10.4455	14.8507	18.3416	17.0
333	7828	7.9478	10.4950	14.9005	18.3911	18.0
334	7852	7.9478	10.4950	14.9005	18.3911	18.0
335	7876	7.8856	10.4455	14.8134	18.3416	17.0
336	7900	7.8358	10.3960	14.7886	18.2797	17.0
337	7924	7.8358	10.3960	14.7886	18.2797	17.0
338	7948	7.8731	10.4208	14.8134	18.3045	17.0
339	7972	7.9104	10.4579	14.8632	18.3540	18.0
340	7996	7.9602	10.5074	14.9254	18.4035	18.0

0	1	2	3	4	5	6
341	8020	7.9229	10.4579	14.8756	18.3540	17.5
342	8044	7.8856	10.3713	14.8134	18.3045	17.0
343	8068	7.8358	10.2970	14.7637	18.2302	17.0
344	8092	7.8483	10.3465	14.8010	18.2921	17.5
345	8116	7.8856	10.3960	14.8507	18.2921	18.0
346	8140	7.9353	10.4950	14.9005	18.3911	18.0
347	8164	7.8358	10.3713	14.7886	18.2426	16.5
348	8188	7.7363	10.2228	14.6766	18.1312	14.0
349	8212	7.5871	10.1361	14.5522	18.0198	13.0
350	8236	7.5871	10.1361	14.5647	18.0198	13.0
351	8260	7.6119	10.1733	14.5896	18.0569	13.0
352	8284	7.6990	10.2351	14.6517	18.1064	14.0
353	8308	7.7612	10.2970	14.7139	18.1683	15.0
354	8332	7.8358	10.3837	14.7886	18.2426	16.0
355	8356	7.8358	10.3837	14.7886	18.2673	16.5
356	8380	7.8109	10.3713	14.7886	18.2673	16.5
357	8404	7.7861	10.3465	14.7637	18.2426	16.5
358	8428	7.7861	10.3465	14.7637	18.2426	16.5
359	8452	7.7736	10.3218	14.7388	18.2178	16.0
360	8476	7.7736	10.3094	14.7264	18.1931	16.0
361	8500	7.7736	10.3094	14.7264	18.1931	16.0
362	8524	7.7861	10.3342	14.7512	18.2178	16.0
363	8548	7.8109	10.3589	14.7761	18.2426	16.5
364	8572	7.8358	10.3960	14.8134	18.2921	17.0
365	8596	7.8358	10.3960	14.8134	18.2921	17.0
366	8620	7.8358	10.3960	14.8134	18.2921	17.0
367	8644	7.8358	10.3837	14.7886	18.2673	16.0
368	8668	7.8358	10.3837	14.7886	18.2673	16.5
369	8692	7.8109	10.3960	14.8010	18.3045	17.0
370	8716	7.7861	10.3342	14.7512	18.2302	16.0
371	8740	7.7861	10.3342	14.7637	18.2302	16.0
372	8764	7.7861	10.3342	14.7637	18.2302	16.0
373	8788	7.7861	10.3342	14.7637	18.2302	16.0
374	8812	7.7861	10.3342	14.7637	18.2302	16.0
375	8836	7.7861	10.3218	14.7637	18.2302	16.0

0	1	2	3	4	5	6
376	8860	7.7861	10.3218	14.7637	18.2302	16.0
377	8884	7.7861	10.3218	14.7637	18.2302	16.0
378	8908	7.7861	10.3342	14.7637	18.2302	16.0
379	8932	7.7861	10.3342	14.7886	18.2550	16.0
380	8956	7.8358	10.3960	14.8383	18.3045	17.0
381	8980	7.9353	10.4827	14.9005	18.4035	18.0
382	9004	7.8607	10.3960	14.8134	18.3168	17.0
383	9028	7.8731	10.4455	14.8632	18.3663	17.5
384	9052	7.8358	10.3960	14.7886	18.2921	17.0
385	9076	7.8607	10.4084	14.8134	18.3168	18.0
386	9100	7.9104	10.4579	14.8632	18.3663	18.5
387	9124	7.9602	10.5198	14.9378	18.4282	18.5
388	9148	8.0100	10.5693	14.9876	18.4901	19.0
389	9172	8.0721	10.6436	15.0498	18.5396	19.0
390	9196	8.1095	10.6559	15.0995	18.5891	19.5
391	9220	8.1841	10.7178	15.1493	18.6757	21.0
392	9244	8.1841	10.7178	15.1493	18.6757	21.0
393	9268	8.1343	10.6931	15.1244	18.6510	20.0
394	9292	8.0846	10.6683	15.0871	18.6015	19.0
395	9316	8.0473	10.6312	15.0373	18.5396	19.0
396	9340	8.0224	10.5941	15.0124	18.4901	19.0
397	9364	8.0721	10.6188	15.0498	18.5396	19.5
398	9388	8.1219	10.6683	15.0871	18.6139	20.0
399	9412	8.0100	10.5693	15.0000	18.5149	19.0
400	9436	7.9353	10.4950	7.4627	18.4406	18.5
401	9460	7.9104	10.4455	14.8756	18.3911	18.0
402	9484	7.9726	10.5446	14.9751	18.4901	19.0
403	9508	8.0473	10.6188	15.0498	18.5644	19.5
404	9532	8.0100	10.5693	15.0000	18.5025	19.0
405	9556	7.9851	10.5693	15.0000	18.4777	19.0
406	9580	7.9851	10.5693	15.0000	18.4777	19.0
407	9604	7.9851	10.5693	15.0000	18.4777	19.0
408	9628	7.9851	10.5693	14.9751	18.4777	18.0
409	9652	8.0100	10.5817	15.0000	18.5025	19.0
410	9676	8.0473	10.6386	15.0498	18.5520	20.0

0	1	2	3	4	5	6
411	9700	8.0970	10.6559	15.0995	18.6139	20.0
412	9724	8.0473	10.6312	15.0373	18.5644	19.0
413	9748	8.0348	10.6188	15.0373	18.5644	19.0
414	9772	8.0348	10.6188	15.0373	18.5644	19.0
415	9796	8.0846	10.6436	15.0622	18.6139	19.5
416	9820	8.1343	10.6931	15.1119	18.6386	20.0
417	9844	8.1841	13.2178	15.1617	18.6881	20.0
418	9868	8.1343	10.6931	15.1493	18.6386	19.5
419	9892	8.0846	10.6436	15.1119	18.5891	19.0
420	9916	8.0348	10.5941	15.0498	18.5396	19.0
421	9940	8.0100	10.5693	15.0498	18.5149	18.5
422	9964	7.9851	10.5446	15.0249	18.4901	18.0
423	9988	7.9478	10.4950	15.0000	18.4653	18.0
424	10012	8.0348	10.5941	15.0746	18.5396	19.0
425	10036	7.9851	10.5941	15.0498	18.4901	18.5
426	10060	7.9851	10.5941	15.0498	18.4901	18.5
427	10084	7.9851	10.5941	15.0498	18.4901	18.5
428	10108	7.9353	10.5446	15.0249	18.4653	18.0
429	10132	7.9353	10.4950	14.9751	18.4158	18.0
430	10156	7.8856	10.4455	14.9254	18.3911	17.5
431	10180	7.8856	10.4455	14.9254	18.3787	17.5
432	10204	7.8856	10.4455	14.9254	18.3787	17.5
433	10228	7.9104	10.4579	14.9502	18.4035	18.0
434	10252	7.9353	10.4950	14.9900	18.4406	18.0
435	10276	7.8856	10.4455	14.9254	18.3787	17.0
436	10300	7.8607	10.4208	14.9005	18.3540	16.0
437	10324	7.8358	10.3837	14.8632	18.3168	16.0
438	10348	7.8358	10.3837	14.8632	18.3168	16.0
439	10372	7.8607	10.4084	14.8881	18.3416	16.5
440	10396	7.8856	10.4332	14.9254	18.3787	16.5
441	10420	7.8980	10.4703	14.9502	18.4035	17.0
442	10444	7.8980	10.4703	14.9502	18.4035	17.0
443	10468	7.8980	10.4703	14.9502	18.4035	16.5
444	10492	7.8980	10.4703	14.9502	18.4035	16.5
445	10516	7.9602	10.5074	14.9876	18.4530	18.0



0	1	2	3	4	5	6
446	10540	7.9602	10.5074	14.9876	18.4530	18.0
447	10564	8.0100	10.6064	15.0746	18.5272	19.0
448	10588	8.0846	10.6559	15.1244	18.5891	19.5
449	10612	8.1095	10.6807	15.1493	18.6139	20.0
450	10636	8.1841	10.7426	15.2114	18.6881	21.0
451	10660	8.1841	10.7426	15.2114	18.6881	21.0
452	10684	8.2338	10.7921	15.2736	18.7871	22.0
453	10708	8.0846	10.6436	15.1244	18.6386	20.0
454	10732	7.9726	10.5198	15.0124	18.4653	18.0
455	10756	7.8856	10.4703	14.9254	18.3911	17.0
456	10780	7.9851	10.5693	15.0249	18.4901	18.0
457	10804	8.0846	10.6683	15.1244	18.5891	20.0
458	10828	8.1841	10.7302	15.2239	18.7005	21.0
459	10852	8.1841	10.7302	15.2239	18.7005	21.0
460	10876	8.1841	10.7302	15.2239	18.7005	20.0
461	10900	8.1219	10.6807	15.1617	18.6386	20.0
462	10924	8.1468	10.7054	15.1866	18.6757	20.0
463	10948	8.1468	10.7054	15.1866	18.6757	20.0
464	10972	8.1468	10.7054	15.1866	18.6757	20.0
465	10996	8.1219	10.6807	15.1617	18.6510	19.5
466	11020	8.0846	10.6807	15.1368	18.6262	19.0
467	11044	8.0846	10.6807	15.1368	18.6262	19.0
468	11068	8.0846	10.6807	15.1368	18.6262	19.0
469	11092	8.0846	10.6807	15.1368	18.6262	19.5
470	11116	8.0846	10.6807	15.1368	18.6262	19.5
471	11140	8.1095	10.6931	15.1617	18.6510	20.0
472	11164	8.1343	10.6931	15.1866	18.6757	20.0
473	11188	8.1841	10.7426	15.2363	18.7376	21.0
474	11212	8.2338	10.7921	15.2861	18.7624	22.0
475	11236	8.3085	10.8540	15.3483	18.8366	23.0
476	11260	8.4080	10.9530	15.4478	18.9356	24.5
477	11284	8.4826	11.0396	15.5473	19.0347	26.0
478	11308	8.5323	11.0891	15.5970	19.1337	27.0
479	11332	8.5572	11.1881	15.7214	19.2327	27.0
480	11356	8.4950	11.0644	15.5970	19.1089	25.0



0	1	2	3	4	5	6
481	11380	8.4950	11.0644	15.5970	19.1089	25.0
482	11404	8.5572	11.1386	15.6468	19.1955	26.0
483	11428	8.5572	11.1386	15.6468	19.1955	25.5
484	11452	8.5945	11.1757	15.6965	19.2450	26.0
485	11476	8.6443	11.2252	15.7463	19.2946	27.0
486	11500	8.7189	11.2995	15.8458	19.3936	28.0
487	11524	8.7189	11.2995	15.8458	19.3936	28.0
488	11548	8.6940	11.2748	15.8209	19.3688	27.5
489	11572	8.6567	11.2376	15.7960	19.3317	27.0
490	11596	8.6567	11.2376	15.7960	19.3317	27.0
491	11620	8.6567	11.2376	15.7960	19.3317	27.0
492	11644	8.6318	11.2252	15.7836	19.3069	26.5
493	11668	8.6318	11.2252	15.7836	19.3069	26.0
494	11692	8.6318	11.2252	15.7836	19.3069	26.0
495	11716	8.6318	11.2252	15.7836	19.3069	26.5
496	11740	8.6567	11.2376	15.8209	19.3317	27.0
497	11764	8.6567	11.2376	15.8209	19.3317	26.5
498	11788	8.6567	11.2376	15.8209	19.3317	26.0
499	11812	8.6318	11.2129	15.7960	19.3069	25.0
500	11836	8.6318	11.2129	15.7960	19.3069	25.0
501	11860	8.6070	11.1881	15.7711	19.2822	24.0
502	11884	8.3333	10.9035	15.4726	18.9975	21.0
503	11908	8.2836	10.8663	15.4229	18.9480	20.5
504	11932	8.2090	10.7921	15.3607	18.8738	20.0
505	11956	8.3582	10.9406	15.5100	19.0223	23.0
506	11980	8.5075	11.0891	15.6592	19.1708	26.0
507	12004	8.6940	11.2871	15.8706	19.3936	27.0
508	12028	6.2438	11.3119	15.9204	19.4431	28.5
509	12052	6.2438	11.3119	15.9204	19.4431	28.0
510	12076	8.7313	11.3119	15.9204	19.4431	29.0
511	12100	8.7313	11.3119	15.9204	19.4431	28.0
512	12124	8.7438	11.3366	15.9453	19.4678	28.5
513	12148	8.7935	11.3861	15.9950	19.5173	28.5
514	12172	8.8682	11.4851	16.1070	19.6040	29.0
515	12196	8.8930	11.5099	16.1567	19.6535	29.0

0	1	2	3	4	5	6
516	12220	8.8930	11.5099	16.1567	19.6535	29.0
517	12244	8.8433	11.4604	16.1070	19.6040	28.0
518	12268	8.8433	11.4604	16.1070	19.6040	28.0
519	12292	8.7935	11.4109	16.0448	19.5545	27.0
520	12316	8.7438	11.3366	15.9577	19.4926	26.5
521	12340	8.7935	11.3861	16.0075	19.5421	27.5
522	12364	8.8557	11.4728	16.0697	19.6163	28.0
523	12388	8.8060	11.4233	16.0199	19.5545	26.0
524	12412	8.8060	11.4233	16.0199	19.5545	26.5
525	12436	8.8060	11.4233	16.0697	19.5668	26.5
526	12460	8.8060	11.4233	16.0697	19.5668	27.0
527	12484	8.8184	11.4480	16.0697	19.5916	27.0
528	12508	8.8184	11.4480	16.1070	19.6163	27.5
529	12532	8.8308	11.4480	16.1070	19.6163	27.5
530	12556	8.8433	11.4604	16.1194	19.6163	28.0
531	12580	8.8433	11.4604	16.1318	19.6287	28.0
532	12604	8.8557	11.4851	16.1318	19.6535	27.5
533	12628	8.6940	11.2871	15.9204	19.4554	25.5
534	12652	8.7065	11.3119	15.9453	19.4802	26.0
535	12676	8.7562	11.3614	15.9950	19.5173	27.0
536	12700	8.7438	11.3366	15.9826	19.5297	26.0
537	12724	8.7562	11.3614	15.9950	19.5421	27.0
538	12748	8.7687	11.3985	16.0199	19.5545	28.0
539	12772	8.7065	11.3119	15.9453	19.5050	25.0
540	12796	8.7065	11.3243	15.9577	19.5173	26.0
541	12820	8.7189	11.3490	15.9701	19.5297	26.0
542	12844	8.7438	11.3614	15.9826	19.5421	26.5
543	12868	8.7562	11.3861	16.0075	19.5545	27.0
544	12892	8.7687	11.3985	16.0075	19.5545	27.5
545	12916	8.7562	11.3490	16.0075	19.5421	27.0
546	12940	8.8930	11.4975	16.1567	19.6906	28.0
547	12964	8.9055	11.4356	16.1318	19.6287	27.0
548	12988	8.8930	11.4604	16.1443	19.6535	27.5
549	13012	8.8930	11.4851	16.1692	19.6782	28.0
550	13036	8.9055	11.5347	16.1940	19.7153	28.5

0	1	2	3	4	5	6
551	13060	8.8557	11.4851	16.1443	19.6535	27.5
552	13084	8.8060	11.4356	16.1318	19.6287	28.0
553	13108	8.7687	11.3861	16.0945	19.5916	26.0
554	13132	8.7562	11.3614	16.0448	19.5792	25.5
555	13156	8.7065	11.3119	15.9950	19.5297	26.0
556	13180	8.7065	11.2995	15.9701	19.5050	25.5
557	13204	8.8557	11.4480	16.1318	19.6658	27.0
558	13228	8.8557	11.4851	16.1443	19.6906	28.0
559	13252	8.8060	11.4356	16.0945	19.6535	27.0
560	13276	8.7811	11.4109	16.0697	19.6287	27.0
561	13300	8.7313	11.3861	16.0448	19.5792	26.0
562	13324	8.6816	11.3366	15.9950	19.5297	25.5
563	13348	8.6567	11.2871	15.9453	19.4678	25.0
564	13372	8.6567	11.2871	15.9453	19.4678	25.0
565	13396	8.6567	11.2871	15.9453	19.4678	25.0
566	13420	8.6567	11.2871	15.9453	19.4678	25.0
567	13444	8.6567	11.2624	15.8955	19.4554	24.0
568	13468	8.6318	11.2500	15.8955	19.4554	24.0
569	13492	8.6318	11.2500	15.8955	19.4554	24.0
570	13516	8.6318	11.2500	15.8955	19.4554	24.0
571	13540	8.6567	11.2871	15.9204	19.4926	24.0
572	13564	8.5821	11.1881	15.8458	19.4059	24.0
573	13588	8.5448	11.1510	15.7960	19.3812	23.0
574	13612	8.5075	11.1139	15.7587	19.3564	22.0
575	13636	8.4577	11.0644	15.7214	19.3069	21.0
576	13660	8.4577	11.0520	15.7090	19.2574	21.0
577	13684	8.4577	11.0644	15.7090	19.2574	22.0
578	13708	8.4577	11.0644	15.7090	19.2574	22.0
579	13732	8.4577	11.0767	15.7338	19.2822	22.0
580	13756	8.5075	11.1139	15.7587	19.3193	23.0
581	13780	8.5075	11.1139	15.7587	19.3193	22.0
582	13804	8.5075	11.1139	15.7587	19.3193	22.0
583	13828	8.5323	11.1386	15.7836	19.3441	23.0
584	13852	8.5323	11.1386	15.7836	19.3441	23.0
585	13876	8.5448	11.1634	15.7960	19.3688	23.0

0	1	2	3	4	5	6
586	13900	8.5448	11.1634	15.7960	19.3688	23.0
587	13924	8.5448	11.1634	15.7960	19.3688	23.0
588	13948	8.5448	11.1634	15.7960	19.3688	23.0
589	13972	8.5448	11.1634	15.7960	19.3688	23.0
590	13996	8.5199	11.1386	15.7960	19.3688	22.0
591	14020	8.5199	11.1386	15.7836	19.3441	22.0
592	14044	8.5199	11.1386	15.7960	19.3688	22.0
593	14068	8.5199	11.1386	15.7960	19.3688	22.0
594	14092	8.4950	11.1139	15.7711	19.3441	22.0
595	14116	8.4950	11.1139	15.7711	19.3193	22.0
596	14140	8.4950	11.1139	15.7711	19.3193	22.0
597	14164	8.5199	11.1386	15.7960	19.3441	23.0
598	14188	8.5323	11.1634	15.8209	19.3688	23.0
599	14212	8.5572	11.1634	15.8458	19.3936	23.0
600	14236	8.5448	11.1634	15.8085	19.3564	22.0

## DATE PRIMARE EXPERIMENTALE

DEFORMAȚII SPECIFICE DE FLUAJ  $\bar{\epsilon}_t$ 

## CONDUCTOR TIP: CARDINAL

Nr. crt.	Timp (ore)	$\bar{\epsilon}_{10}$	$\bar{\epsilon}_{20}$	$\bar{\epsilon}_{30}$	$\bar{\epsilon}_{40}$	T (°C)
0	1	2	3	4	5	6
1	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	20.0
2	10	0.4477	0.3713	0.5721	0.7178	21.0
3	20	0.5970	0.6436	0.8955	1.0149	21.0
4	30	0.6965	0.8787	1.3308	1.2377	21.0
5	40	0.6965	0.9406	1.4054	1.4109	22.0
6	50	0.8830	1.0767	1.5298	1.5223	21.0
7	60	0.9204	1.1386	1.5547	1.5842	21.0
8	70	0.9950	1.1881	1.6293	1.6832	22.0
9	80	1.0323	1.2376	1.6666	1.7451	22.0
10	90	1.0572	1.2500	1.6915	1.7946	21.0
11	100	1.0821	1.2748	1.7164	1.8441	21.0
12	124	1.0323	1.2253	1.6666	1.8070	20.0
13	148	1.0945	1.2624	1.7537	1.9060	21.0
14	172	1.0945	1.2624	1.7537	1.9060	19.0
15	196	1.1691	1.3366	1.8283	2.0050	20.0
16	220	1.2313	1.3985	1.8905	2.1287	20.0
17	244	1.2562	1.4233	1.9403	2.1782	20.5
18	268	1.3432	1.5223	2.0025	2.2896	21.0
19	292	1.3432	1.5223	2.0398	2.3020	20.0
20	316	1.3432	1.5223	2.0398	2.3020	20.0
21	340	1.3930	1.5718	2.0895	2.3639	21.0
22	364	1.3806	1.5718	2.1268	2.4134	21.0
23	388	1.3806	1.5718	2.1268	2.4258	21.0
24	412	1.3806	1.5594	2.1268	2.4258	18.0
25	436	1.4054	1.5842	2.1517	2.4505	20.0

0	1	2	3	4	5	6
26	460	1,5298	1,7079	2,2761	2,5619	20,0
27	484	2,1517	1,7327	2,3010	2,5990	20,5
28	508	1,5547	1,7327	2,3010	2,5990	20,0
29	532	1,5423	1,7203	2,3010	2,5990	19,0
30	556	1,5174	1,6956	2,2761	2,5867	19,0
31	580	1,4925	1,6708	2,2636	2,5743	19,5
32	604	1,4179	1,6089	2,2263	2,5248	18,0
33	628	1,3681	1,5594	2,1890	2,4753	16,5
34	652	1,3930	1,5594	2,1641	2,4753	17,0
35	676	1,3930	1,5594	2,1890	2,4877	17,0
36	700	1,3930	1,5594	2,1890	2,4877	16,0
37	724	1,3930	1,5594	2,1890	2,5124	17,0
38	748	1,3930	1,5594	2,1890	2,5124	16,0
39	772	1,3681	1,5470	2,1641	2,5124	16,0
40	796	1,4054	1,6089	2,2388	2,5619	16,5
41	820	1,5423	1,6708	2,3134	2,6857	18,5
42	844	1,4801	1,6708	2,2885	2,6609	17,5
43	868	1,4552	1,6461	2,2636	2,6238	16,5
44	892	1,4676	1,6461	2,2636	2,6238	17,0
45	916	1,4801	1,6461	2,2761	2,6362	17,0
46	940	1,4925	1,6708	2,3010	2,6609	17,0
47	964	1,4925	1,6708	2,3010	2,6609	17,0
48	988	1,6044	1,7946	2,4005	2,7971	18,0
49	1012	1,6654	1,8441	2,4502	2,8466	18,0
50	1036	1,7276	1,9060	2,5124	2,9208	18,0
51	1060	1,7151	1,8936	2,5124	2,9208	18,0
52	1084	1,6915	1,8936	2,5124	2,9084	18,0
53	1108	1,6915	1,8936	2,5124	2,9084	18,0
54	1132	1,7164	1,9183	2,5622	2,9456	19,0
55	1156	1,7537	1,9678	2,6368	3,0198	19,0
56	1180	1,8034	2,0173	2,7238	3,0693	19,0
57	1204	1,8532	2,0668	2,7736	3,1312	20,5
58	1228	1,9278	2,1287	2,8233	3,2055	21,0
59	1252	2,0149	2,2030	2,8980	3,2921	20,5
60	1276	1,9651	2,1535	2,8482	3,2426	21,0

0	1	2	3	4	5	6
61	1300	1.8905	2,1040	2,7736	3,1807	20,0
62	1324	1.8408	2,0297	2,6990	3,1312	19,0
63	1348	1.8408	2,0297	2,6990	3,1188	19,0
64	1372	1,8532	2,0297	2,6990	3,1188	19,0
65	1396	1,8781	2,0545	2,7238	3,1683	20,0
66	1420	1,9029	2,0792	2,7612	3,1931	20,0
67	1444	1,8283	1,9802	2,6865	3,1436	18,0
68	1468	1,7288	1,9307	2,5870	3,0446	18,0
69	1492	1,8283	2,0297	2,6865	3,1436	19,0
70	1516	1,8283	2,0297	2,6865	3,1436	19,0
71	1540	1,8034	2,0173	2,6865	3,1436	18,0
72	1564	1,7786	1,9926	2,6617	3,1188	18,0
73	1588	1,7413	1,9431	2,6243	3,0941	17,0
74	1612	1,6915	1,8936	2,5746	3,0322	17,0
75	1636	1,6418	1,8317	2,5248	2,9703	16,0
76	1660	1,7164	1,9183	2,5995	3,0693	17,0
77	1684	1,8034	2,0173	2,6990	3,1683	18,0
78	1708	1,8283	2,0421	2,7238	3,2055	18,0
79	1732	1,8781	2,0668	2,7736	3,2550	18,0
80	1756	1,9029	2,1163	2,8233	3,3045	19,0
81	1780	1,9651	2,1659	2,8855	3,3540	19,0
82	1804	2,0025	2,2030	2,9353	3,4035	20,0
83	1828	2,0025	2,2030	2,9353	3,4035	20,0
84	1852	2,0025	2,2030	2,9353	3,4035	19,5
85	1876	1,9776	2,1906	2,9228	3,4035	19,0
86	1900	1,9776	2,1906	2,9228	3,4035	18,0
87	1924	1,9776	2,1906	2,9228	3,4035	18,0
88	1948	1,9029	2,1163	2,8482	3,3416	17,5
89	1972	1,9278	2,1163	2,8607	3,3416	18,0
90	1996	1,9278	2,1535	2,8855	3,3416	18,0
91	2020	2,0025	2,2030	2,9602	3,4406	19,0
92	2044	2,0398	2,2649	3,0348	3,5396	20,0
93	2068	2,1020	2,3515	3,1094	3,6386	21,0
94	2092	2,1766	2,4134	3,1840	3,7377	21,0
95	2116	2,2885	2,4876	3,2711	3,8367	21,0

0	1	2	3	4	5	6
96	2140	2.4005	2.5743	3.3955	3.9357	24.0
97	2164	2.3383	2.5248	3.3333	3.8862	23.0
98	2188	2.2512	2.4505	3.2338	3.7995	21.0
99	2212	2.1890	2.3515	3.1343	3.6758	18.0
100	2236	2.1393	2.2525	3.0099	3.5768	18.0
101	2260	2.1641	2.2772	3.0348	3.6386	19.0
102	2284	2.1766	2.3020	3.0845	3.6881	19.0
103	2308	2.2263	2.3515	3.1219	3.7377	20.0
104	2332	2.3134	2.4134	3.1716	3.7995	21.0
105	2356	2.3134	2.4134	3.1840	3.7995	20.0
106	2380	2.3010	2.4134	3.1840	3.7995	20.0
107	2404	2.2761	2.4010	3.1840	3.7995	19.0
108	2428	2.2761	2.4010	3.2089	3.7995	20.0
109	2452	2.2761	2.4010	3.2089	3.7995	20.0
110	2476	2.3134	2.4258	3.2338	3.8367	21.0
111	2500	2.4378	2.5371	3.3582	3.9480	22.5
112	2524	2.4875	2.5990	3.4328	3.9976	23.0
113	2548	2.5124	2.6114	3.4577	4.0347	23.0
114	2572	2.5622	2.6609	3.5074	4.0842	24.0
115	2596	2.6119	2.7104	3.5447	4.1461	24.0
116	2620	2.6617	2.7475	3.5945	4.1956	25.0
117	2644	2.7114	2.7970	3.6691	4.2698	25.5
118	2668	2.7612	2.8465	3.7313	4.3441	26.0
119	2692	2.8109	2.9332	3.7811	4.4060	26.0
120	2716	2.8607	1,2500	3.8557	4.4678	27.0
121	2740	2.9104	1,7698	3.9179	4.5421	28.0
122	2764	2.9850	3,2055	3.9801	4.6164	28.0
123	2788	2.9602	3,1931	3.9552	4.5916	26.0
124	2812	2.9104	3,1560	3.9427	4.5669	26.0
125	2836	2.8731	3,1188	3.9054	4.5297	26.0
126	2860	2.8358	3,0817	3.8557	4.4926	25.0
127	2884	2.7860	3,0322	3.8059	4.4307	24.0
128	2908	2.7363	2,9703	3.7811	4.3812	24.0
129	2932	2.6865	2,9084	3.7562	4.3565	24.0
130	2956	2.6865	2,9084	3.7562	4.3565	23.5



0	1	2	3	4	5	6
131	2980	2,6865	2,9084	3,7562	4,3565	23,0
132	3004	2,6865	2,9084	3,7562	4,3565	23,0
133	3028	2,7363	2,9579	3,7811	4,3812	23,0
134	3052	2,8109	3,0322	3,8557	4,4555	24,0
135	3076	2,8607	3,0941	3,9179	4,5297	25,0
136	3100	2,9353	3,1807	4,0049	4,6535	27,0
137	3124	2,9353	3,1807	4,0049	4,6535	27,0
138	3148	2,9850	3,2302	4,0796	4,7277	27,0
139	3172	3,0099	3,2673	4,1044	4,7277	27,0
140	3196	3,0472	3,3366	4,1293	4,7773	26,0
141	3220	3,0721	3,3663	4,1542	4,8020	26,0
142	3244	3,1094	3,4406	4,1791	4,8639	26,0
143	3268	3,1219	3,4654	4,2288	4,9134	28,0
144	3292	3,1219	3,4901	4,2288	4,9134	28,0
145	3316	3,1219	3,5396	4,2537	4,9381	28,0
146	3340	3,1094	3,4901	4,2039	4,9134	27,0
147	3364	3,0721	3,4406	4,2039	4,8763	27,0
148	3388	3,0721	3,4406	4,1791	4,8763	27,0
149	3412	3,0472	3,1572	4,1542	4,8515	26,0
150	3436	3,0224	3,1461	4,1293	4,8020	25,0
151	3460	2,9726	0,9159	4,1044	4,8020	25,0
152	3484	2,8607	0,9035	4,0174	4,6782	23,5
153	3508	2,7612	0,8911	3,9303	4,5792	22,0
154	3532	2,7612	0,8911	3,9303	4,5792	22,0
155	3556	2,8109	0,9282	3,9801	4,6535	22,0
156	3580	2,8607	3,3168	4,0423	4,7277	23,0
157	3604	2,9353	3,3787	4,1044	4,8020	24,0
158	3628	3,0224	3,4159	4,1791	4,8763	25,0
159	3652	3,0099	3,4159	4,1791	4,8763	24,0
160	3676	3,0224	3,4159	4,1791	4,9010	25,0
161	3700	3,0224	3,4282	11,6666	4,9134	25,0
162	3724	3,0348	3,4035	4,2039	4,9010	24,0
163	3748	3,0224	3,4159	4,1915	4,9134	25,0
164	3772	3,0348	3,4406	4,2039	4,9381	26,0
165	3796	3,0597	3,4530	4,2288	4,9505	26,0

0	1	2	3	4	5	6
166	3820	3,0597	3,4530	4,2288	4,9505	25,0
167	3844	3,0597	3,4777	4,2288	4,9505	26,0
168	3868	3,0721	3,4777	4,2413	4,9753	26,0
169	3892	3,0721	3,5025	4,2413	5,0000	26,0
170	3916	3,0721	3,4901	4,2413	5,0000	25,0
171	3940	3,0970	3,5025	4,2661	4,9505	26,0
172	3964	3,1094	3,5396	4,3034	5,0495	27,0
173	3988	3,1467	3,5644	4,3532	5,0743	27,0
174	4012	3,1467	3,5891	4,3532	5,0990	26,0
175	4036	3,1592	3,5891	4,3656	5,0990	26,0
176	4060	3,1592	3,5891	4,3656	5,1114	26,0
177	4084	3,1840	3,6015	4,3781	5,1238	26,0
178	4108	3,2089	3,6139	4,3905	5,1485	26,5
179	4132	3,2214	3,6139	4,4029	5,1485	26,0
180	4156	3,2462	3,6139	4,9751	5,1609	26,0
181	4180	3,2960	3,6263	4,4527	5,1733	26,5
182	4204	3,3457	3,6386	4,4900	5,1857	26,5
183	4228	3,3955	3,6386	4,5025	5,1980	26,5
184	4252	3,3955	3,6263	4,5025	5,1980	26,0
185	4276	3,5074	3,6634	4,5522	5,2476	27,0
186	4300	3,6069	3,6758	4,5646	5,2476	26,5
187	4324	3,6069	3,6634	4,5646	5,2352	26,0
188	4348	3,6194	3,6634	4,5646	5,2476	26,0
189	4372	3,6442	3,6758	4,5771	5,2723	27,0
190	4396	3,6567	3,6881	4,5771	5,2847	27,0
191	4420	3,6567	3,6881	4,5771	5,3094	26,5
192	4444	3,6816	3,7129	4,5771	5,3342	27,0
193	4468	3,7064	3,7253	4,5895	5,3589	27,0
194	4492	3,7313	3,7500	4,5895	5,3713	27,0
195	4516	3,7686	3,7871	4,5895	5,4208	27,0
196	4540	62,8855	3,7129	4,5771	5,3713	26,5
197	4564	3,7562	3,6510	4,5025	5,2723	26,0
198	4588	3,5821	3,6139	4,4154	5,1733	25,0
199	4612	3,5447	3,5272	4,3408	5,1114	24,0
200	4636	3,6194	3,5891	4,4278	5,1857	24,5

## Anexa 3

0	1	2	3	4	5	6
201	4660	3,5945	3,5644	4,4029	5,1609	24,0
202	4684	3,5696	3,5149	4,3781	5,1238	23,0
203	4708	3,5199	3,4654	4,3283	5,0743	22,0
204	4732	3,4701	3,4282	4,2786	5,0372	21,5
205	4756	3,4204	3,3663	4,2288	4,9877	21,0
206	4780	3,4204	3,3663	4,2288	4,9877	21,0
207	4804	3,4452	3,4282	4,2910	5,0372	21,5
208	4828	3,4452	3,4282	4,2910	5,0372	21,5
209	4852	3,4701	3,4282	4,2910	5,0619	22,0
210	4876	3,4701	3,4282	4,2910	5,0619	22,0
211	4900	3,4701	3,4282	4,2910	5,0619	22,0
212	4924	3,4204	3,3911	4,2164	5,0124	21,0
213	4948	3,3955	3,3416	4,1791	4,9629	21,0
214	4972	3,3955	3,3416	4,2039	4,9877	21,0
215	4996	3,3955	3,3416	4,2039	4,9877	21,0
216	5020	3,3955	3,3416	4,2039	4,9877	21,0
217	5044	3,3706	3,3416	4,2039	4,9877	20,5
218	5068	3,3706	3,3292	4,1791	4,9629	20,0
219	5092	3,3582	3,3292	4,1791	4,9629	20,0
220	5116	3,3333	3,2921	4,1542	4,9505	19,0
221	5140	3,3333	3,2921	4,1542	4,9505	18,5
222	5164	3,3358	3,2921	4,1791	4,9629	21,0
223	5188	3,3358	3,2921	4,1791	4,9629	20,0
224	5212	3,3333	3,2797	4,1542	4,9381	19,0
225	5236	3,3084	3,2426	4,1293	4,9134	19,0
226	5260	3,2835	3,2178	4,0920	4,8763	18,0
227	5284	3,2587	3,1931	4,0547	4,8268	18,0
228	5308	3,2587	3,1931	4,0547	4,8268	18,0
229	5332	3,2338	3,1683	4,0298	4,8268	18,0
230	5356	3,2089	3,1436	4,0298	4,8268	18,0
231	5380	3,2338	3,1683	4,0671	4,8515	19,0
232	5404	3,2835	3,2178	4,1169	4,9010	19,0
233	5428	3,3333	3,2550	4,1666	4,9505	20,0
234	5452	3,0261	3,3292	4,2039	5,0000	20,0
235	5476	3,3582	3,2426	4,1666	4,9753	19,5

0	1	2	3	4	5	6
236	5500	3,3582	3,2426	4,1666	4,9753	19,5
237	5524	3,3084	3,1931	4,1293	4,9258	19,0
238	5548	3,3582	3,2426	4,2039	4,9877	20,0
239	5572	3,3582	3,2426	4,2039	4,9877	20,0
240	5596	3,3582	3,2426	4,2039	4,9877	20,0
241	5620	3,3582	3,2426	4,2039	4,9877	19,5
242	5644	3,3209	3,2178	4,1791	4,9629	19,0
243	5668	3,3084	3,2178	4,1542	4,9381	19,0
244	5692	3,3706	3,2550	4,2039	5,0000	19,0
245	5716	3,3706	3,2550	4,2039	5,0000	19,0
246	5740	3,3706	3,2550	4,2039	5,0000	19,0
247	5764	3,3457	3,2426	4,1791	4,9753	18,5
248	5788	3,3209	3,2426	4,1542	4,9505	18,5
249	5812	3,2587	3,1807	4,1044	4,8886	18,0
250	5836	3,1716	3,0941	4,0298	4,7896	17,0
251	5860	3,1219	3,0198	3,9552	4,7030	16,5
252	5884	3,1716	3,0569	4,0049	4,7525	17,0
253	5908	3,2462	3,0941	4,0547	4,7773	17,5
254	5932	3,3084	3,1188	4,0796	4,7773	18,0
255	5956	3,3209	3,1436	4,1044	4,8515	18,0
256	5980	3,2089	3,0817	4,0423	4,7773	17,0
257	6004	3,1094	3,0198	3,9676	4,7154	16,0
258	6028	3,0597	2,9208	3,9179	4,6411	16,0
259	6052	3,0597	2,9208	3,9179	4,6411	16,0
260	6076	3,0597	2,9208	3,9179	4,6411	16,0
261	6100	3,0597	2,9208	3,9179	4,6411	16,5
262	6124	3,0597	2,9208	3,9179	4,6411	16,0
263	6148	3,1343	4,4307	3,9801	4,7277	17,0
264	6172	3,2089	3,0817	4,0547	4,8144	18,0
265	6196	3,2338	3,1064	4,0920	4,8391	18,5
266	6220	3,3084	3,1931	4,1666	4,9258	18,5
267	6244	3,3084	3,1931	4,1418	4,9134	18,0
268	6268	3,2835	3,1560	4,1169	4,8763	17,5
269	6292	3,2587	3,1188	4,0920	4,8268	17,0
270	6316	3,3333	3,1931	4,1666	4,9010	19,0

0	1	2	3	4	5	6
271	6340	3.3955	3,2921	4,2661	5.0248	21.0
272	6364	3.5074	3.4406	4.3905	5.1733	19.0
273	6388	3.4577	3.3540	4.3283	5.0990	20.0
274	6412	3.4079	3,2921	4,2786	5.0248	19.5
275	6436	3.3209	3.2302	4.2039	4.9753	18.0
276	6460	3.2711	3.1683	4.1418	4.9010	18.0
277	6484	3.2960	3.2055	4.1418	4.9258	18.0
278	6508	3.3582	3.2673	4.2164	4.9877	18.5
279	6532	3.4079	3.3292	4.2661	5.0372	18.5
280	6556	3.4079	3.3292	4.2910	5.0372	18.0
281	6580	3.3582	3,2797	4,2413	5.0124	17.0
282	6604	3.3084	3.2178	4.1915	4.9381	17.5
283	6628	3.3209	3.2302	4.2039	4.9629	18.0
284	6652	3.3582	3.2673	4.2288	4.9877	18.0
285	6676	3.3830	3,2921	4,2413	5.0372	18.0
286	6700	3.3582	3.2673	4.2288	5.0000	18.0
287	6724	3.3582	3.2673	4.2288	5.0000	18.0
288	6748	3.3582	3.2673	4.2288	5.0000	18.0
289	6772	3.3582	3.2673	4.2288	5.0000	18.0
290	6796	3.3955	3.3540	4.3034	5.0743	19.5
291	6820	3.4204	3.3787	4.3532	5.0990	19.5
292	6844	3.4826	3.4282	4.4029	5.1733	20.5
293	6868	3.4826	3.4406	4.4029	5.1733	20.0
294	6892	3.4826	3.4406	4.4029	5.1733	20.0
295	6916	3.4826	3.4406	4.4029	5.1733	20.0
296	6940	3.4577	3,4159	4,3781	5.1485	19.5
297	6964	3.4577	3,4159	4,3781	5.1485	19.5
298	6988	3.4826	3.4406	4.4029	5.1733	20.0
299	7012	3.5074	3.4406	4.4154	5.1980	20.0
300	7036	3.2960	3,2673	4,2039	4,9505	17.0
301	7060	3.3209	3,2797	4,2537	5.0000	18.0
302	7084	3.3706	3.3168	4.2786	5.0495	18.0
303	7108	3.3457	3.3168	4.2537	5.0248	17.0
304	7132	3.3582	3.3168	4.2786	5.0495	18.0
305	7156	3.3457	3,2797	4,2661	5.0248	18.0

0	1	2	3	4	5	6
306	7180	3,3209	3,2673	4,2413	5,0000	18,0
307	7204	3,2960	3,2302	4,2039	4,9678	17,5
308	7228	3,2960	3,2302	4,2039	4,9678	17,5
309	7252	3,2711	3,2055	4,1791	4,9505	17,0
310	7276	3,2214	3,1560	4,1542	4,9010	17,0
311	7300	3,2960	3,2178	4,2288	4,9629	18,0
312	7324	3,2711	3,2055	4,2039	4,9381	17,5
313	7348	3,2462	3,2055	4,2039	4,9381	17,5
314	7372	3,2462	3,2055	4,2039	4,9381	17,5
315	7396	3,2462	3,2178	4,2039	4,9381	17,5
316	7420	3,2711	3,2178	4,2039	4,9381	17,5
317	7444	3,3084	3,2673	0,6966	4,9753	17,0
318	7468	3,3084	3,2673	0,6966	4,9753	17,0
319	7492	3,3084	3,2673	0,6966	4,9753	17,0
320	7516	3,3084	3,2673	0,6966	4,9753	17,0
321	7540	3,3084	3,2673	0,6966	4,9753	17,0
322	7564	3,3084	3,2673	0,6966	4,9753	17,0
323	7588	3,3084	3,2673	0,6966	5,0000	17,0
324	7612	3,3084	3,2673	0,6966	5,0000	17,0
325	7636	3,3582	3,3168	4,3034	5,0248	17,0
326	7660	3,3582	3,3168	4,3034	5,0248	17,0
327	7684	3,3582	3,3168	4,3034	5,0248	17,0
328	7708	3,3582	3,3168	4,3034	5,0743	17,0
329	7732	3,3582	3,3168	4,3034	5,0743	17,0
330	7756	3,3582	3,3168	4,3034	5,0743	17,0
331	7780	3,3582	3,3168	4,3034	5,0743	17,0
332	7804	3,3706	3,3168	4,3034	5,0743	17,0
333	7828	3,4204	3,3663	4,3532	5,1238	18,0
334	7852	3,4204	3,3663	4,3532	5,1238	18,0
335	7876	3,3582	3,3168	4,2661	5,0743	17,0
336	7900	3,3084	3,2673	4,2413	5,0124	17,0
337	7924	3,3084	3,2673	4,2413	5,0124	17,0
338	7948	3,3457	3,2921	4,2661	5,0372	17,0
339	7972	3,3830	3,3292	4,3159	5,0867	18,0
340	7996	3,4328	3,3787	4,3781	5,1362	18,0

## Anexa 3

0	1	2	3	4	5	6
341	8020	3.3955	3.3292	4.3283	5.0867	17,5
342	8044	3.3582	3.2426	4.2661	5.0372	17,0
343	8068	3.3084	3.1683	4.2164	4.9629	17,0
344	8092	3.3209	3.2178	4.2537	5.0248	17,5
345	8116	3.3582	3.2673	4.3034	5.0248	18,0
346	8140	3.4079	3.3663	4.3532	5.1238	18,0
347	8164	3.3084	3.2426	4.2413	4.9753	16,5
348	8188	3.2089	3.0941	4.1293	4.8639	14,0
349	8212	3.0597	3.0074	4.0049	4.7525	13,0
350	8236	3.0597	3.0074	4.0174	4.7525	13,0
351	8260	3.0845	3.0446	4.0423	4.7896	13,0
352	8284	3.1716	3.1064	4.1044	4.8391	14,0
353	8308	3.2338	3.1683	4.1666	4.9010	15,0
354	8332	3.3084	3.2550	4.2413	4.9753	16,0
355	8356	3.3084	3.2550	4.2413	5.0000	16,5
356	8380	3.2835	3.2426	4.2413	5.0000	16,5
357	8404	3.2587	3.2178	4.2164	4.9753	16,5
358	8428	3.2587	3.2178	4.2164	4.9753	16,5
359	8452	3.2462	3.1931	4.1915	4.9505	16,0
360	8476	3.2462	3.1807	4.1791	4.9258	16,0
361	8500	3.2462	3.1807	4.1791	4.9258	16,0
362	8524	3.2587	3.2055	4.2039	4.9505	16,0
363	8548	3.2835	3.2302	4.2288	4.9753	16,5
364	8572	3.3084	3.2673	4.2661	5.0248	17,0
365	8596	3.3084	3.2673	4.2661	5.0248	17,0
366	8620	3.3084	3.2673	4.2661	5.0248	17,0
367	8644	3.3084	3.2550	4.2413	5.0000	16,0
368	8668	3.3084	3.2550	4.2413	5.0000	16,5
369	8692	3.2835	3.2673	4.2537	5.0372	17,0
370	8716	3.2587	3.2055	4.2039	4.9629	16,0
371	8740	3.2587	3.2055	4.2164	4.9629	16,0
372	8764	3.2587	3.2055	4.2164	4.9629	16,0
373	8788	3.2587	3.2055	4.2164	4.9629	16,0
374	8812	3.2587	3.2055	4.2164	4.9629	16,0
375	8836	3.2587	3.1931	4.2164	4.9629	16,0



0	1	2	3	4	5	6
376	8860	3.2587	3,1931	4.2164	4.9629	16.0
377	8884	3.2587	3,1931	4.2164	4.9629	16.0
378	8908	3.2587	3,2055	4.2164	4.9629	16.0
379	8932	3.2587	3,2055	4,2413	4.9877	16.0
380	8956	3.3084	3,2673	4.2910	5.0372	17.0
381	8980	3.4079	3,3540	4.3532	5,1362	18.0
382	9004	3.3333	3,2673	4.2661	5.0495	17.0
383	9028	3.3457	3,3168	4.3159	5.0990	17.5
384	9052	3.3084	3,2673	4.2413	5.0248	17.0
385	9076	3.3333	3,2797	4,2661	5.0495	18.0
386	9100	3.3830	3,3292	4.3159	5.0990	18.5
387	9124	3,4328	3,3911	4.3905	5,1609	18.5
388	9148	3.4826	3,4406	4,4403	5.2228	19.0
389	9172	3,5447	3,5149	4.5025	5,2723	19.0
390	9196	3.5821	3,5272	4,5522	5.3218	19.5
391	9220	3,6567	3,5891	4.6020	5,4084	21.0
392	9244	3,6567	3,5891	4.6020	5,4084	21.0
393	9268	3,6069	3,5644	4,5771	5.3837	20.0
394	9292	3,5572	3,5396	4,5398	5,3342	19.0
395	9316	3,5199	3,5025	4,4900	5,2723	19.0
396	9340	3,4950	3,4654	4,4651	5,2228	19.0
397	9364	3,5447	3,4901	4,5025	5,2723	19.5
398	9388	3,5945	3,5396	4,5398	5,3466	20.0
399	9412	3,4826	3,4406	4,4527	5,2476	19.0
400	9436	3,4079	3,3663	3,0846	5,1733	18,5
401	9460	3,3830	3,3168	4,3283	5,1238	18,0
402	9484	3,4452	3,4159	4,4278	5,2228	19,0
403	9508	3,5199	3,4901	4,5025	5,2971	19,5
404	9532	3,4826	3,4406	4,4527	5,2352	19,0
405	9556	3,4577	3,4406	4,4527	5,2104	19,0
406	9580	3,4577	3,4406	4,4527	5,2104	19,0
407	9604	3,4577	3,4406	4,4527	5,2104	19,0
408	9628	3,4577	3,4406	4,4278	5,2104	18,0
409	9652	3,4826	3,4530	4,4527	5,2352	19,0
410	9676	3,5199	3,5099	4,5025	5,2847	20,0



0	1	2	3	4	5	6
411	9700	3,5696	3,5272	4,5522	5,3466	20,0
412	9724	3,5199	3,5025	4,4900	5,2971	19,0
413	9748	3,5074	3,4901	4,4900	5,2971	19,0
414	9772	3,5074	3,4901	4,4900	5,2971	19,0
415	9796	3,5572	3,5149	4,5149	5,3466	19,5
416	9820	3,6069	3,5644	4,5646	5,3713	20,0
417	9844	3,6567	6,0891	4,6144	5,4208	20,0
418	9868	3,6069	3,5644	4,6020	5,3713	19,5
419	9892	3,5572	3,5149	4,5646	5,3218	19,0
420	9916	3,5074	3,4654	4,5025	5,2723	19,0
421	9940	3,4826	3,4406	4,5025	5,2476	18,5
422	9964	3,4577	3,4159	4,4776	5,2228	18,0
423	9988	3,4204	3,3663	4,4527	5,1980	18,0
424	10012	3,5074	3,4654	4,5273	5,2723	19,0
425	10036	3,4577	3,4654	4,5025	5,2228	18,5
426	10060	3,4577	3,4654	4,5025	5,2228	18,5
427	10084	3,4577	3,4654	4,5025	5,2228	18,5
428	10108	3,4079	3,4159	4,4776	5,1980	18,0
429	10132	3,4079	3,3663	4,4278	5,1485	18,0
430	10156	3,3582	3,3168	4,3781	5,1238	17,5
431	10180	3,3582	3,3168	4,3781	5,1114	17,5
432	10204	3,3582	3,3168	4,3781	5,1114	17,5
433	10228	3,3830	3,3292	4,4029	5,1362	18,0
434	10252	3,4079	3,3663	4,4427	5,1733	18,0
435	10276	3,3582	3,3168	4,3781	5,1114	17,0
436	10300	3,3333	3,2921	4,3532	5,0867	16,0
437	10324	3,3084	3,2550	4,3159	5,0495	16,0
438	10348	3,3084	3,2550	4,3159	5,0495	16,0
439	10372	3,3333	3,2797	4,3408	5,0743	16,5
440	10396	3,3582	3,3045	4,3781	5,1114	16,5
441	10420	3,3706	3,3416	4,4029	5,1362	17,0
442	10444	3,3706	3,3416	4,4029	5,1362	17,0
443	10468	3,3706	3,3416	4,4029	5,1362	16,5
444	10492	3,3706	3,3416	4,4029	5,1362	16,5
445	10516	3,4328	3,3787	4,4403	5,1857	18,0

0	1	2	3	4	5	6
446	10540	3.4328	3.3787	4.4403	5.1857	18.0
447	10564	3.4826	3.4777	4.5273	5.2599	19.0
448	10588	3.5572	3.5272	4.5771	5.3218	19.5
449	10612	3.5821	3.5520	4.6020	5.3466	20.0
450	10636	3.6567	3.6139	4.6641	5.4208	21.0
451	10660	3.6567	3.6139	4.6641	5.4208	21.0
452	10684	3.7064	3.6634	4.7263	5.5198	22.0
453	10708	3.5572	3.5149	4.5771	5.3713	20.0
454	10732	3.4452	3.3911	4.4651	5.1980	18.0
455	10756	3.3582	3.3416	4.3781	5.1238	17.0
456	10780	3.4577	3.4406	4.4776	5.2228	18.0
457	10804	3.5572	3.5396	4.5771	5.3218	20.0
458	10828	3.6567	3.6015	4.6766	5.4332	21.0
459	10852	3.6567	3.6015	4.6766	5.4332	21.0
460	10876	3.6567	3.6015	4.6766	5.4332	20.0
461	10900	3.5945	3.5520	4.6144	5.3713	20.0
462	10924	3.6194	3.5767	4.6393	5.4084	20.0
463	10948	3.6194	3.5767	4.6393	5.4084	20.0
464	10972	3.6194	3.5767	4.6393	5.4084	20.0
465	10996	3.5945	3.5520	4.6144	5.3837	19.5
466	11020	3.5572	3.5520	4.5895	5.3589	19.0
467	11044	3.5572	3.5520	4.5895	5.3589	19.0
468	11068	3.5572	3.5520	4.5895	5.3589	19.0
469	11092	3.5572	3.5520	4.5895	5.3589	19.5
470	11116	3.5572	3.5520	4.5895	5.3589	19.5
471	11140	3.5821	3.5644	4.6144	5.3837	20.0
472	11164	3.6069	3.5644	4.6393	5.4084	20.0
473	11188	3.6567	3.6139	4.6890	5.4703	21.0
474	11212	3.7064	3.6634	4.7388	5.4951	22.0
475	11236	3.7811	3.7253	4.8010	5.5693	23.0
476	11260	3.8806	3.8243	4.9005	5.6683	24.5
477	11284	3.9552	3.9109	5.0000	5.7674	26.0
478	11308	4.0049	3.9604	5.0497	5.8664	27.0
479	11332	4.0298	4.0594	5.1741	5.9654	27.0
480	11356	3.9676	3.9357	5.0497	5.8416	25.0

0	1	2	3	4	5	6
481	11380	3,9676	3,9357	5,0497	5,8416	25,0
482	11404	4,0298	4,0099	5,0995	5,9282	26,0
483	11428	4,0298	4,0099	5,0995	5,9282	25,5
484	11452	4,0671	4,0470	5,1492	5,9777	26,0
485	11476	4,1169	4,0965	5,1990	6,0273	27,0
486	11500	4,1915	4,1708	5,2985	6,1263	28,0
487	11524	4,1915	4,1708	5,2985	6,1263	28,0
488	11548	4,1666	4,1461	5,2736	6,1015	27,5
489	11572	4,1293	4,1089	5,2487	6,0644	27,0
490	11596	4,1293	4,1089	5,2487	6,0644	27,0
491	11620	4,1293	4,1089	5,2487	6,0644	27,0
492	11644	4,1044	4,0965	5,2363	6,0396	26,5
493	11668	4,1044	4,0965	5,2363	6,0396	26,0
494	11692	4,1044	4,0965	5,2363	6,0396	26,0
495	11716	4,1044	4,0965	5,2363	6,0396	26,5
496	11740	4,1293	4,1089	5,2736	6,0644	27,0
497	11764	4,1293	4,1089	5,2736	6,0644	26,5
498	11788	4,1293	4,1089	5,2736	6,0644	26,0
499	11812	4,1044	4,0842	5,2487	6,0396	25,0
500	11836	4,1044	4,0842	5,2487	6,0396	25,0
501	11860	4,0796	4,0594	5,2238	6,0149	24,0
502	11884	3,8059	3,7748	4,9253	5,7302	21,0
503	11908	3,7562	3,7376	4,8756	5,6807	20,5
504	11932	3,6816	3,6634	4,8134	5,6065	20,0
505	11956	3,8308	3,8119	4,9627	5,7550	23,0
506	11980	3,9801	3,9604	5,1119	5,9035	26,0
507	12004	4,1666	4,1584	5,3233	6,1263	27,0
508	12028	1,7164	4,1832	5,3731	6,1758	28,5
509	12052	1,7164	4,1832	5,3731	6,1758	28,0
510	12076	4,2039	4,1832	5,3731	6,1758	29,0
511	12100	4,2039	4,1832	5,3731	6,1758	28,0
512	12124	4,2164	4,2079	5,3980	6,2005	28,5
513	12148	4,2661	4,2574	5,4477	6,2500	28,5
514	12172	4,3408	4,3564	5,5597	6,3367	29,0
515	12196	4,3656	4,3812	5,6094	6,3862	29,0

0	1	2	3	4	5	6
516	12220	4,3656	4,3812	5,6094	6,3862	29,0
517	12244	4,3159	4,3317	5,5597	6,3367	28,0
518	12268	4,3159	4,3317	5,5597	6,3367	28,0
519	12292	4,2661	4,2822	5,4975	6,2872	27,0
520	12316	4,2164	4,2079	5,4104	6,2253	26,5
521	12340	4,2661	4,2574	5,4602	6,2748	27,5
522	12364	4,3283	4,3441	5,5224	6,3490	28,0
523	12388	4,2786	4,2946	5,4726	6,2872	26,0
524	12412	4,2786	4,2946	5,4726	6,2872	26,5
525	12436	4,2786	4,2946	5,5224	6,2995	26,5
526	12460	4,2786	4,2946	5,5224	6,2995	27,0
527	12484	4,2910	4,3193	5,5224	6,3243	27,0
528	12508	4,2910	4,3193	5,5597	6,3490	27,5
529	12532	4,3034	4,3193	5,5597	6,3490	27,5
530	12556	4,3159	4,3317	5,5721	6,3490	28,0
531	12580	4,3159	4,3317	5,5845	6,3614	28,0
532	12604	4,3283	4,3564	5,5845	6,3862	27,5
533	12628	4,1666	4,1584	5,3731	6,1881	25,5
534	12652	4,1791	4,1832	5,3980	6,2129	26,0
535	12676	4,2288	4,2327	5,4477	6,2500	27,0
536	12700	4,2164	4,2079	5,4353	6,2624	26,0
537	12724	4,2288	4,2327	5,4477	6,2748	27,0
538	12748	4,2413	4,2698	5,4726	6,2872	28,0
539	12772	4,1791	4,1832	5,3980	6,2377	25,0
540	12796	4,1791	4,1956	5,4104	6,2500	26,0
541	12820	4,1915	4,2203	5,4228	6,2624	26,0
542	12844	4,2164	4,2327	5,4353	6,2748	26,5
543	12868	4,2288	4,2574	5,4602	6,2872	27,0
544	12892	4,2413	4,2698	5,4602	6,2872	27,5
545	12916	4,2288	4,2203	5,4602	6,2748	27,0
546	12940	4,3656	4,3688	5,6094	6,4233	28,0
547	12964	4,3781	4,3069	5,5845	6,3614	27,0
548	12988	4,3656	4,3317	5,5970	6,3862	27,5
549	13012	4,3656	4,3564	5,6219	6,4109	28,0
550	13036	4,3781	4,4060	5,6467	6,4480	28,5

0	1	2	3	4	5	6
551	13060	4,3283	4,3564	5,5970	6,3862	27,5
552	13084	4,2786	4,3069	5,5845	6,3614	28,0
553	13108	4,2413	4,2574	5,5472	6,3243	26,0
554	13132	4,2288	4,2327	5,4975	6,3119	25,5
555	13156	4,1791	4,1832	5,4477	6,2624	26,0
556	13180	4,1791	4,1708	5,4228	6,2377	25,5
557	13204	4,3283	4,3193	5,5845	6,3985	27,0
558	13228	4,3283	4,3564	5,5970	6,4233	28,0
559	13252	4,2786	4,3069	5,5472	6,3862	27,0
560	13276	4,2537	4,2822	5,5224	6,3614	27,0
561	13300	4,2039	4,2574	5,4975	6,3119	26,0
562	13324	4,1542	4,2079	5,4477	6,2624	25,5
563	13348	4,1293	4,1584	5,3980	6,2005	25,0
564	13372	4,1293	4,1584	5,3980	6,2005	25,0
565	13396	4,1293	4,1584	5,3980	6,2005	25,0
566	13420	4,1293	4,1584	5,3980	6,2005	25,0
567	13444	4,1293	4,1337	5,3482	6,1881	24,0
568	13468	4,1044	4,1213	5,3482	6,1881	24,0
569	13492	4,1044	4,1213	5,3482	6,1881	24,0
570	13516	4,1044	4,1213	5,3482	6,1881	24,0
571	13540	4,1293	4,1584	5,3731	6,2253	24,0
572	13564	4,0547	4,0594	5,2985	6,1386	24,0
573	13588	4,0174	4,0223	5,2487	6,1139	23,0
574	13612	3,9801	3,9852	5,2114	6,0891	22,0
575	13636	3,9303	3,9357	5,1741	6,0396	21,0
576	13660	3,9303	3,9233	5,1617	5,9901	21,0
577	13684	3,9303	3,9357	5,1617	5,9901	22,0
578	13708	3,9303	3,9357	5,1617	5,9901	22,0
579	13732	3,9303	3,9480	5,1865	6,0149	22,0
580	13756	3,9801	3,9852	5,2114	6,0520	23,0
581	13780	3,9801	3,9852	5,2114	6,0520	22,0
582	13804	3,9801	3,9852	5,2114	6,0520	22,0
583	13828	4,0049	4,0099	5,2363	6,0768	23,0
584	13852	4,0049	4,0099	5,2363	6,0768	23,0
585	13876	4,0174	4,0347	5,2487	6,1015	23,0

0	1	2	3	4	5	6
586	13900	4,0174	4,0347	5,2487	6,1015	23,0
587	13924	4,0174	4,0347	5,2487	6,1015	23,0
588	13948	4,0174	4,0347	5,2487	6,1015	23,0
589	13972	4,0174	4,0347	5,2487	6,1015	23,0
590	13996	3,9925	4,0099	5,2487	6,1015	22,0
591	14020	3,9925	4,0099	5,2363	6,0768	22,0
592	14044	3,9925	4,0099	5,2487	6,1015	22,0
593	14068	3,9925	4,0099	5,2487	6,1015	22,0
594	14092	3,9676	3,9852	5,2238	6,0768	22,0
595	14116	3,9676	3,9852	5,2238	6,0520	22,0
596	14140	3,9676	3,9852	5,2238	6,0520	22,0
597	14164	3,9925	4,0099	5,2487	6,0768	23,0
598	14188	4,0049	4,0347	5,2736	6,1015	23,0
599	14212	4,0298	4,0347	5,2985	6,1263	23,0
600	14236	4,0174	4,0347	5,2612	6,0891	22,0

**LRÎM**  
Fondat 1923

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA**

Cont nr.50034269282 Trezoreria Timișoara

**FACULTATEA DE MECANICĂ**

**CATEDRA DE REZISTENȚA MATERIALELOR**

RO - 1900 TIMIȘOARA Tel. 0256 - 403571

Bd.Mihai Viteazul nr.1 0256 - 403570

FAX: 0256 - 403523

Email: rezi@mec.utt.ro

---

---

**LABORATORUL DE REZISTENȚĂ ȘI ÎNCERCĂRI DE MATERIALE**

---

---

DECAN,

ȘEF LABORATOR (CATEDRĂ)

## **BULETIN DE ÎNCERCARE**

Nr. .... din .....2003

---

---

elaborat pentru **IPROEB S.A. BISTRIȚA** în baza comenzii Nr.1/16.01.2003, privind **ÎNCERCAREA TENSIUNE-DEFORMAȚIE (STRESS-STRAIN) PENTRU CONDUCTORUL "AFL - 8 350 "**, Nr. Cont 2511.1-2.1/ROL deschis la B.C.R. filiala BISTRIȚA.

Încercarea s-a efectuat conform IEC 61089, EN 50182 și IEC 62219, pe o mașină de încercat la tracțiune de 2500 KN, având în componență o Celulă de Sarcină Tip K-450, seria nr. 45670 LORENCZ GmbH de 1.000 KN

*Data efectuării încercării: 21.01.2003*

*Locul efectuării încercării: Laboratorul de Rezistență și Încercări de Materiale de la Universitatea "Politehnica" Timișoara, Facultatea de Mecanică, Catedra de Rezistența Materialelor*

*Temperatura de încercare: 16 °C*

Caracteristicile conductorului încercat, conform fișei tehnice Nr. 24 LEA/2002 și pusă la dispoziție de beneficiar, sunt prezentate în Tabelul 1a,b.

**Tabelul 1a** (Pentru conductorul complet)

Denumirea caracteristicii	Simbol: expresie de calcul	Unitate de măsură	Valoare
Aria totală a secțiunii conductorului	$A_{TOT}$	$\text{mm}^2$	261,56
Forța de rupere nominală (calculată)	FRN	N	67.360
Tensiunea corespunzătoare forței de rupere nominale	$\sigma_{RN}$ ; $\sigma_{RN} = \text{FRN}/A_{TOT}$	MPa	257,531
Modulul de elasticitate final calculat	$E_{ic}$	MPa	72.569
Lungimea inițială a probei	$L_0$	mm	12.000

**Tabelul 1b** (Pentru inima de oțel )

Denumirea caracteristicii	Simbol: expresie de calcul	Unitate de măsură	Valoare
Aria totală a secțiunii conductorului	$A_{TOT}$	$\text{mm}^2$	24.232
Forța de rupere nominală (calculată)	FRN	N	32.472,153
Tensiunea corespunzătoare forței de rupere nominale	$\sigma_{RN}$ ; $\sigma_{RN} = \text{FRN}/A_{TOT}$	MPa	1340
Modulul de elasticitate final calculat	$E_{ic}$	MPa	-
Lungimea inițială a probei	$L_0$	mm	12.200

Caracteristicile mecanice și de deformabilitate ale conductorului rezultate în urma încercării sunt prezentate în Tabelul 2a,b.

**Tabelul 2a** (Pentru conductorul complet)

Denumirea caracteristicii determinate	Simbol: expresie de calcul	Unitate de măsură	Valoare
Forța de rupere efectivă	$F_{RE}$	N	69.710
Tensiunea corespunzătoare forței de rupere efective	$\sigma_{RE}$ ; $\sigma_{RE} = F_{RE}/A_{TOT}$	MPa	266,516
Lungirea la rupere (la $F_{RE}$ )	$\Delta l_r$	mm	240
Alungirea la rupere (la $F_{RE}$ )	$\varepsilon_r$ ; $\varepsilon_r = (\Delta l_r/L_0) \cdot 100$	%	2
Modulul de elasticitate secant (determinat)	$E_S = \text{tg}\alpha_S$	MPa	38.899
Modulul de elasticitate final (determinat)	$E_f = \text{tg}\alpha_f$	MPa	57.936
Localizarea ruperii	-	-	La 0,8 m de una dintre rolele de fixare



**Tabelul 2b** (Pentru inima de oțel)

Denumirea caracteristicii determinate	Simbol; expresie de calcul	Unitate de măsură	Valoare
Forța de rupere efectivă	$F_{RE}$	N	36.000
Tensiunea corespunzătoare forței de rupere efective	$\sigma_{REN} = F_{RE} / A_{TOT}$	MPa	1485.638
Lungirea la rupere (la $F_{RE}$ )	$\Delta l_r$	mm	745
Alungirea la rupere (la $F_{RE}$ )	$\varepsilon_r$ $\varepsilon_r = (\Delta l_r / L_0) \cdot 100$	%	6,1
Modulul de elasticitate secant (determinat)	$E_s = \text{tg} \alpha_s$	MPa	163.265
Modulul de elasticitate final (determinat)	$E_f = \text{tg} \alpha_f$	MPa	174.808
Localizarea ruperii	-	-	La 1,5 m de una dintre rolele de fixare

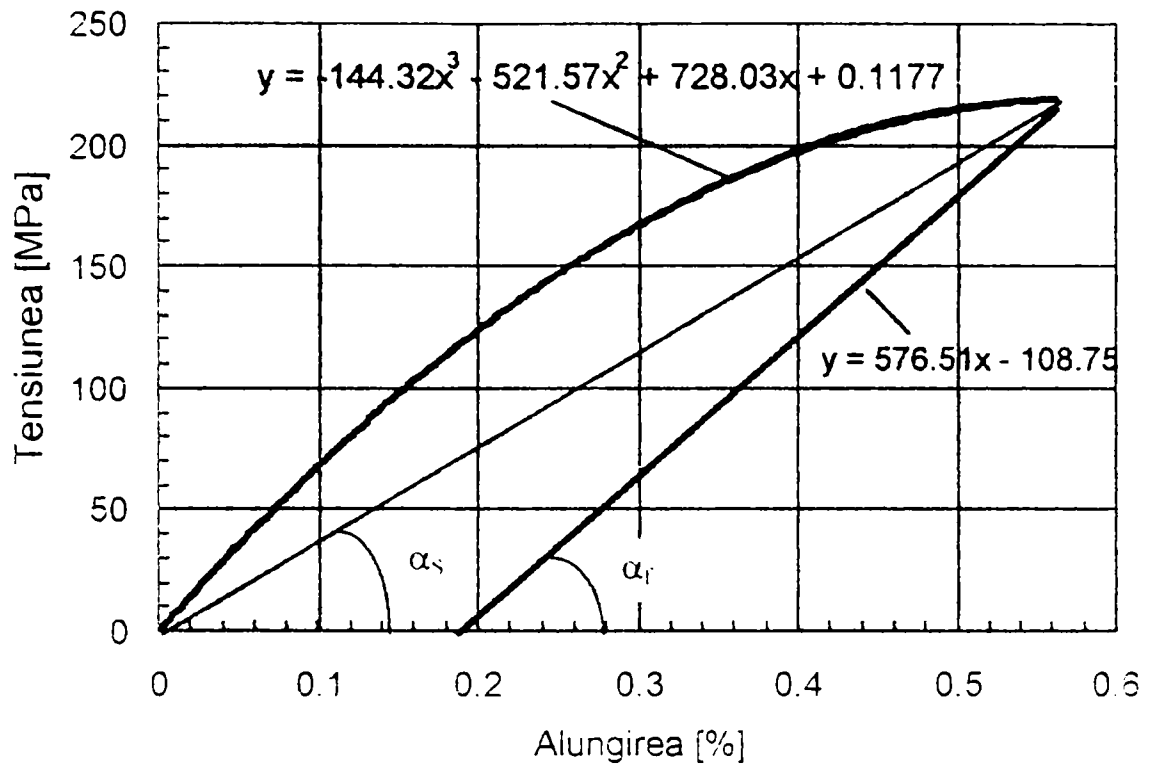
Diagrama  $\sigma - \varepsilon$  (tensiune - alungire) din Fig. 1a (pentru conductorul complet), respectiv Fig. 1b (pentru inima de oțel) s-a trasat pe baza rezultatelor din Tabelul 3.

**Tabelul 3**

% FRN	0	30	50	70	85
$\sigma : \varepsilon$					
<b>Pentru conductorul complet</b>					
$\sigma$ [MPa]	0	77,259	128,765	180,272	218,901
$\varepsilon$ [%] (încărcare)	0	0,115	0,21	0,335	0,563
$\varepsilon$ [%] (descărcare)	0,19	0,325	0,42	0,51	0,563
<b>Pentru inima de oțel</b>					
$\sigma$ [MPa]	0	402	670	938	1138
$\varepsilon$ [%] (încărcare)	0	0,2	0,367	0,534	0,711
$\varepsilon$ [%] (descărcare)	0,06	0,286	0,44	0,592	0,711

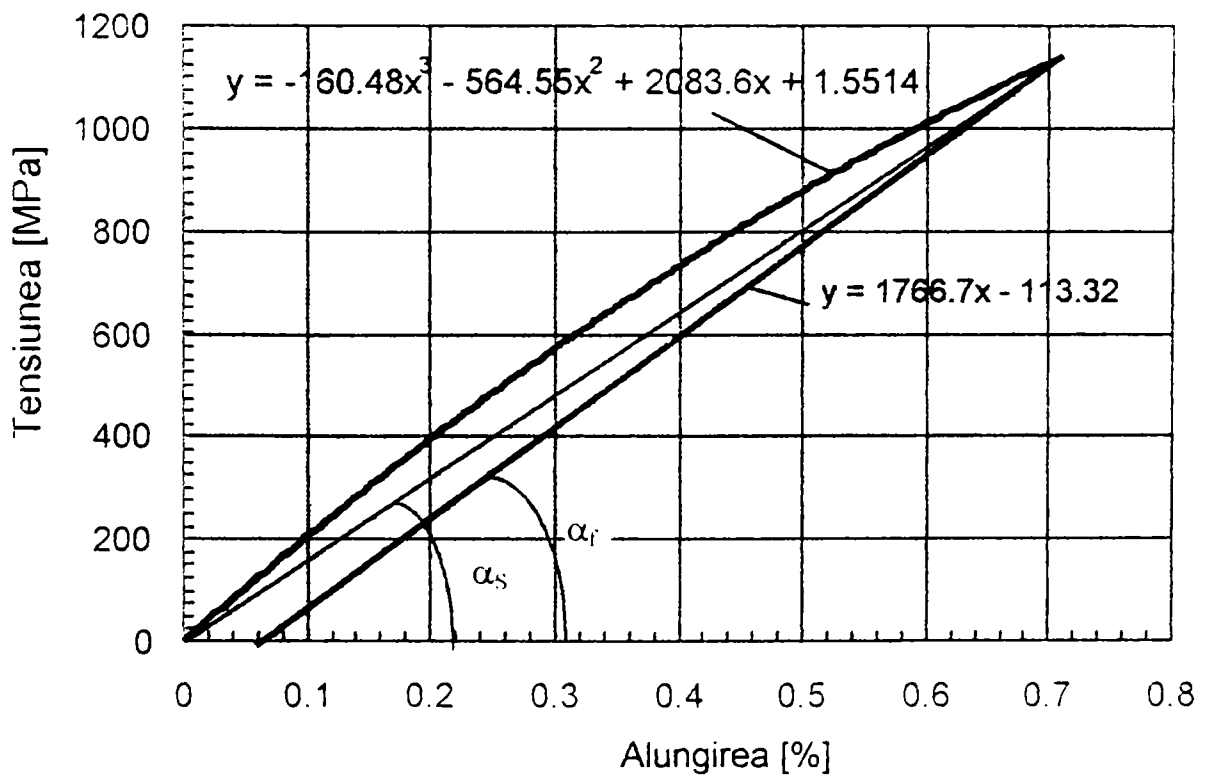
**Fig.1a Diagrama tensiune-alungire**

(Pentru conductorul complet)



**Fig.1b Diagrama tensiune-alungire**

(Pentru inima de otel)



**LRÎM**

Fondat 1923

Aut. 76.24.10.1996

reînnoită în 2000

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA**

Cont nr.50034269282 Trezoreria Timișoara

**FACULTATEA DE MECANICĂ****CATEDRA DE REZISTENȚA MATERIALELOR**

RO - 1900 TIMIȘOARA

Tel. 0256 - 403570

Bd.Mihai Viteazul nr.1

0256 - 403571

FAX: 0256 - 403523

Email: [rezi@mec.utt.ro](mailto:rezi@mec.utt.ro)**LABORATORUL DE REZISTENȚĂ ȘI ÎNCERCĂRI DE MATERIALE**

DECAN

ȘEF LABORATOR (CATEDRĂ)

**BULETIN DE ÎNCERCARE**

Nr. .... din .....2002

elaborat pentru IPROEB S.A. BISTRIȚA în baza comenzii Nr.154/12.09.2002. privind  
 "ÎNCERCAREA DEFORMAȚIE SPECIFICĂ - TIMP (STRAIN-TIME) PENTRU  
 CONDUCTORUL DIN ALIAJ DE ALUMINIU Al-Mg-Si 185-A3-19". Nr. Cont 2511.1-  
 2.1/ROL deschis la B.C.R. filiala BISTRIȚA.

Încercarea s-a efectuat conform IEC 61395 (EN 61395) pe o mașină de încercat la fluaj de 30  
 KN, cu cinci posturi de lucru, (Brevet de invenție UPT).

*Lotul:* omologare

*Perioada efectuării încercărilor:* 14.10.2002 – 19.10.2002.

*Locul efectuării încercării:* Laboratorul de Rezistență și Încercări de Materiale de la  
 Universitatea "Politehnica" Timișoara, Facultatea de Mecanică, Catedra de Rezistență Materialelor

***Date primare de calcul :***

*Forța de rupere calculată :*  $F_r = 69300 \text{ [N]}$

*Aria inițială calculată :*  $A_0 = 220,1 \text{ [mm}^2\text{]}$

*Valorile forțelor de încercare și a tensiunilor corespunzătoare :*

$F_1 = 10\%F_r = 6930 \text{ [N]}$  ;  $\sigma_1 = 31,48 \text{ [N}\cdot\text{mm}^2\text{]} = 4565 \text{ [PSI]}$  ;

$F_2 = 20\%F_r = 13860 \text{ [N]}$  ;  $\sigma_2 = 62,97 \text{ [N}\cdot\text{mm}^2\text{]} = 9131 \text{ [PSI]}$  ;

$F_3 = 30\%F_r = 20790 \text{ [N]}$  ;  $\sigma_3 = 94,45 \text{ [N}\cdot\text{mm}^2\text{]} = 13696 \text{ [PSI]}$  ;

$F_4 = 40\%F_r = 27720 \text{ [N]}$  ;  $\sigma_4 = 125,94 \text{ [N}\cdot\text{mm}^2\text{]} = 18262 \text{ [PSI]}$ .

*Temperatura medie de încercare:*  $18 \pm 1 \text{ } ^\circ\text{C}$

**TABELUL 1 – DATE EXPERIMENTALE PRIMARE**

Nr. Crt.	T[h]	$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot 10^{-4}$ [mm/mm]	$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot 10^{-4}$ [mm/mm]	$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot 10^{-4}$ [mm/mm]	$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \cdot 10^{-4}$ [mm/mm]
		$F_1 = 10\% F_r = 6930$ [N] $\sigma_1 = 4565$ [PSI]	$F_2 = 20\% F_r = 13860$ [N] $\sigma_2 = 9131$ [PSI]	$F_3 = 30\% F_r = 20790$ [N] $\sigma_3 = 13696$ [PSI]	$F_4 = 40\% F_r = 27720$ [N] $\sigma_4 = 18262$ [PSI]
1	1	27.277	37.073	44.529	55.940
2	10	27.846	37.839	45.717	58.465
3	20	28.180	38.260	46.175	59.010
4	30	28.180	38.284	46.386	59.888
5	40	28.353	38.507	46.769	60.222
6	50	28.465	38.630	46.955	60.420
7	60	28.477	38.667	47.153	60.866
8	70	28.688	38.878	47.450	61.039
9	80	28.703	38.890	47.549	61.510
10	90	28.873	39.001	47.648	61.633
11	100	28.923	39.026	47.673	61.782

**TABELUL 2 – ECUAȚIILE DREPTELOR DE REGRESIE**

$F_1 = 10\% F_r = 6.93$ [KN] $\sigma_1 = F_1 / A_0 = 31.48$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$y = 0.012450 x - 1.433920$
$F_2 = 20\% F_r = 13.86$ [KN] $\sigma_2 = F_2 / A_0 = 62.97$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$y = 0.011316 x - 1.567927$
$F_3 = 30\% F_r = 20.79$ [KN] $\sigma_3 = F_3 / A_0 = 94.45$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$y = 0.015372 x - 1.646350$
$F_4 = 40\% F_r = 27.72$ [KN] $\sigma_4 = F_4 / A_0 = 125.94$ [N/mm <sup>2</sup> ]	$y = 0.021667 x + 1.745877$

**TABELUL 3  
PRELUCRAREA REZULTATELOR PENTRU OBTINEREA CURBELOR DE FLUAJ**

F	$\varepsilon_0 \cdot 10^4$	DEFORMAȚIE SPECIFICĂ $\varepsilon \cdot 10^4$ [mm/mm]			DEFORMAȚIE SPECIFICĂ DE FLUAJ $\varepsilon_f = (\varepsilon - \varepsilon_0) \cdot 10^4$ [mm/mm]		
		6 luni	1 an	10 ani	1 oră la 6 luni	1 oră la 1 an	1 oră la 10 ani
F <sub>1</sub>	27.15939	30.14785	30.40914	31.29350	2.98846	3.24975	4.13411
F <sub>2</sub>	36.97660	40.65687	40.97702	42.05875	3.68027	4.00042	5.08215
F <sub>3</sub>	44.29452	50.38796	50.92771	52.76260	6.09344	6.63319	8.46808
F <sub>4</sub>	55.7028	66.80005	67.81086	71.27976	11.09725	12.10806	15.57696

**EXEMPLU DE CALCUL - TABELUL 3, linia I pentru  $F_1 = 6.93$  [KN]**

Ecuatia dreptei de regresie:  $y = 0.01245 x + 1.43392$

For  $x = 0$ ,  $y = 1.43392$ ;  $\bar{\varepsilon}_0 = 27.15939 \Rightarrow \varepsilon_0 = 27.15939 \cdot 10^{-4}$  [mm/mm] (defomația specifică calculată pentru  $t = 1$  oră).

$t = 6$  luni = 4380 ore

$$x = \log t = \log 4380 = 3.64147$$

$$y = 0.01245 \cdot 3.64147 + 1.43392 = 1.47925$$

$$\bar{\varepsilon} = 30.14785 \Rightarrow \varepsilon = 30.14785 \cdot 10^{-4}$$
 [mm/mm]

$$\varepsilon_t = \varepsilon - \varepsilon_0 = (30.14785 - 27.15939) \cdot 10^{-4} = 2.98846 \cdot 10^{-4}$$
 [mm/mm]

$t = 1$  an = 8760 ore

$$x = \log t = \log 8760 = 3.94250$$

$$y = 0.01245 \cdot 3.94250 + 1.43392 = 1.483$$

$$\bar{\varepsilon} = 30.40914 \Rightarrow \varepsilon = 30.40914 \cdot 10^{-4}$$
 [mm/mm]

$$\varepsilon_t = \varepsilon - \varepsilon_0 = (30.40914 - 27.15939) \cdot 10^{-4} = 3.24975 \cdot 10^{-4}$$
 [mm/mm]

$t = 10$  ani = 87600 ore

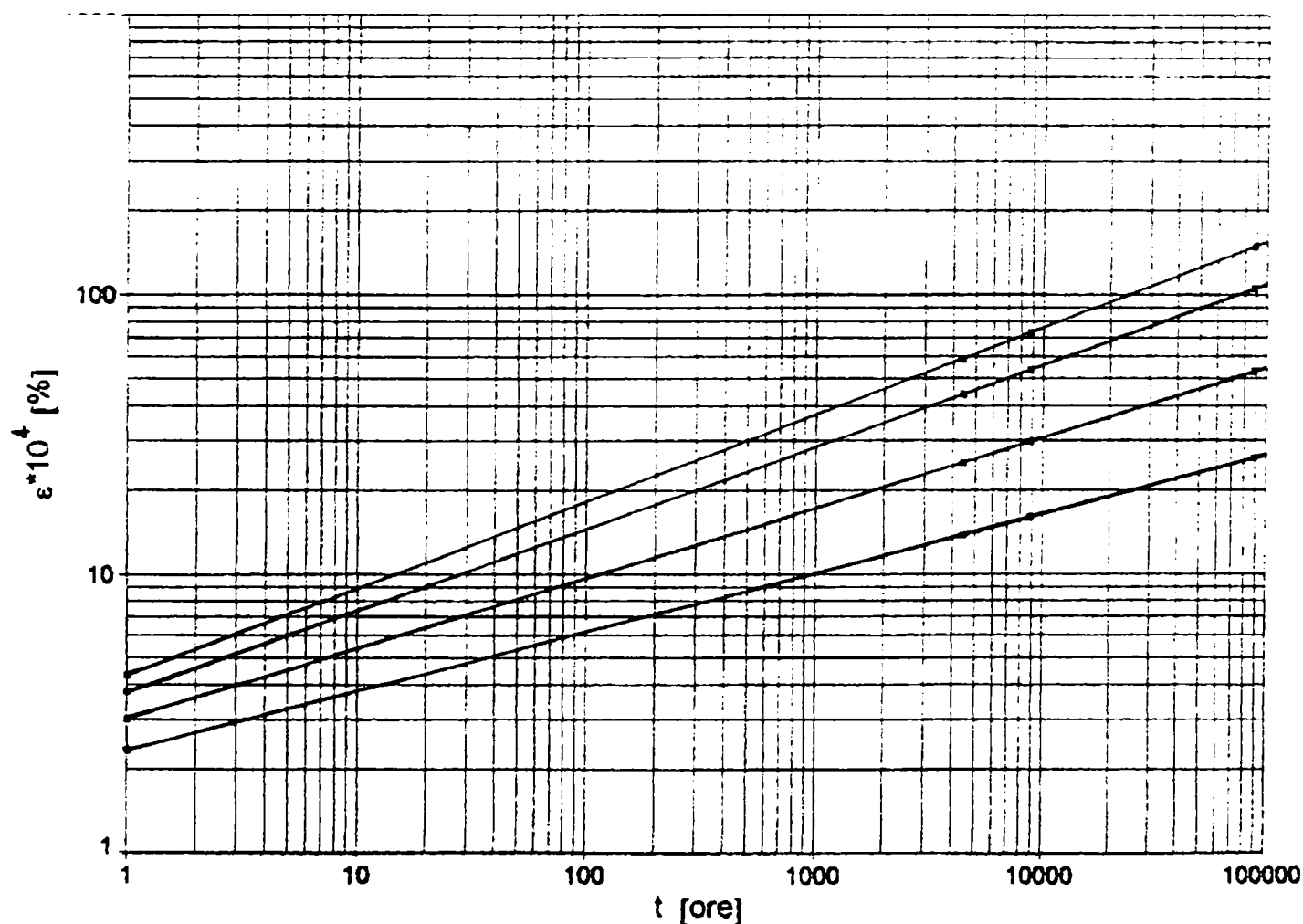
$$x = \log t = \log 87600 = 4.94250$$

$$y = 0.01245 \cdot 4.94250 + 1.43392 = 1.49545$$

$$\bar{\varepsilon} = 31.2935 \Rightarrow \varepsilon = 31.2935 \cdot 10^{-4}$$
 [mm/mm]

$$\varepsilon_t = \varepsilon - \varepsilon_0 = (31.2935 - 27.15939) \cdot 10^{-4} = 4.13411 \cdot 10^{-4}$$
 [mm/mm]

Toate celelalte rezultate au fost calculate pe aceeași cale.

**CURBELE DEFORMAȚIE SPECIFICĂ – TIMP PENTRU CABLUL 185-A3-19**

**PROGRAM DE CALCUL**  
**TABEL DE VALORI  $t$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$ ,  $\varepsilon_4$**

 $i = 1..11$  $j = 1..4$ 

$t_i =$	$\varepsilon_{1_i} =$	$\varepsilon_{2_i} =$	$\varepsilon_{3_i} =$	$\varepsilon_{4_i} =$
1	4.527	7.128	10.547	13.267
10	4.975	7.5	11.119	13.985
20	5.124	7.772	11.442	14.282
30	5.223	8.007	11.878	14.505
40	5.223	8.069	11.952	14.678
50	5.41	8.205	12.077	14.789
60	5.447	8.267	12.102	14.851
70	5.522	8.316	12.176	14.950
80	5.559	8.366	12.214	15.012
90	5.584	8.384	12.238	15.061
100	5.609	8.403	12.263	15.111

Logaritmarea termenilor

$X_i = \log(t_i)$

$Y_{1_i} = \log(\varepsilon_{1_i})$

$Y_{2_i} = \log(\varepsilon_{2_i})$

$Y_{3_i} = \log(\varepsilon_{3_i})$

$Y_{4_i} = \log(\varepsilon_{4_i})$

$X_i$	$Y_{1_i}$	$Y_{2_i}$	$Y_{3_i}$	$Y_{4_i}$
0	0.656	0.853	1.023	1.123
1	0.697	0.875	1.046	1.146
1.301	0.71	0.891	1.059	1.155
1.477	0.718	0.903	1.075	1.162
1.602	0.718	0.907	1.077	1.167
1.699	0.733	0.914	1.082	1.17
1.778	0.736	0.917	1.083	1.172
1.845	0.742	0.92	1.086	1.175
1.903	0.745	0.923	1.087	1.176
1.954	0.747	0.923	1.088	1.178
2	0.749	0.924	1.089	1.179

POSTUL 1; F1=10%Fr=6,8 [KN]

(a) Coeficientii dreptei 1 de regresie:

$$a_1 = \frac{\left[ 11 \cdot \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y_{1_i} \right) - \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} Y_{1_i} \right]}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left[ \sum_{i=1}^{11} X_i \right]^2}$$

$$b_1 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^{11} Y_{1_i} \right] - \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y_{1_i}}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} X_i^2 \right] - \left[ \sum_{i=1}^{11} X_i \right]^2}$$

$$a_1 = 0.047$$

$$b_1 = 0.652$$

(b) Ecuația dreptei 1 de regresie

$$T = 1 \quad \text{origin} = 1 \quad j = 0..4$$

$$u_1(T) = a_1 \cdot \log(T) + b_1$$

(c) Extrapolare pentru 1 ora, 6 luni, 1 an, 10 ani, 50 ani

$$u_1(1) = 0.652$$

$$u_1(8760) = 0.838$$

$$u_1(4380) = 0.824$$

$$u_1(87600) = 0.885$$

$$u_1(438000) = 0.918$$

(d) Valoarea deformațiilor la 1 ora, 6 luni, 1 an, 10 ani, 50 ani

$$E_{1,} = 10^{u_1(1)}$$

$$E_{1,} = 4.482$$

$$E_{4380} = 10^{u_1(4380)}$$

$$E_{4380} = 6.666$$

$$\begin{aligned}
 E1_{8760} &= 10^{u1(8760)} & E1_{8760} &= 6.888 \\
 E1_{87600} &= 10^{u1(87600)} & E1_{87600} &= 7.681 \\
 E1_{438000} &= 10^{u1(438000)} & E1_{438000} &= 8.289
 \end{aligned}$$

POSTUL 2, F2=20%Fr=13,7 [KN]

(a)

$$a2 = \frac{\left[ 11 \cdot \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y2_i \right) - \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} Y2_i \right]}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right)^2}$$

$$b2 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^{11} Y2_i \right] - \left[ \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y2_i \right]}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right)^2}$$

$$a2 = 0.039$$

$$b2 = 0.846$$

(b)  $u2(T) = a2 \cdot \log(T) + b2$

(c)  $u2(1) = 0.846$

$$u2(8760) = 0.999$$

$$u2(4380) = 0.987$$

$$u2(87600) = 1.038$$

$$u2(438000) = 1.065$$



(d)	$E2_1 = 10^{u2(1)}$	$E2_1 = 7.021$
	$E2_{4380} = 10^{u2(4380)}$	$E2_{4380} = 9.71$
	$E2_{8760} = 10^{u2(8760)}$	$E2_{8760} = 9.974$
	$E2_{87600} = 10^{u2(87600)}$	$E2_{87600} = 10.902$
	$E2_{438000} = 10^{u2(438000)}$	$E2_{438000} = 11.603$

POSTUL 3, F3=30%Fr=20,61 [KN]

(a)

$$a3 = \frac{\left[ 11 \cdot \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y3_i \right) - \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} Y3_i \right]}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right)^2}$$

$$b3 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \cdot \sum_{i=1}^{11} Y3_i \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right) \cdot \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y3_i \right)}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right)^2}$$

$a3 = 0.035$

$b3 = 1.019$

(b)  $u3(T) = a3 \cdot \log(T) + b3$

(c)  $u3(1) = 1.019$

$u3(8760) = 1.158$

$u3(4380) = 1.148$

$u3(87600) = 1.194$

$u3(438000) = 1.219$

(d)	$E3_1 = 10^{u3(1)}$	$E3_1 = 10.443$
	$E3_{4380} = 10^{u3(4380)}$	$E3_{4380} = 14.052$
	$E3_{8760} = 10^{u3(8760)}$	$E3_{8760} = 14.401$
	$E3_{87600} = 10^{u3(87600)}$	$E3_{87600} = 15.624$
	$E3_{438000} = 10^{u3(438000)}$	$E3_{438000} = 16.54$

POSTUL 4,  $F4=40\%Fr=27,48$  [KN]

(a)

$$a4 = \frac{\left[ 11 \cdot \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y_i \right) - \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} Y_i \right]}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right)^2}$$

$$b4 = \frac{\left[ \sum_{i=1}^{11} X_i^2 \cdot \sum_{i=1}^{11} Y_i \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot \sum_{i=1}^{11} X_i \cdot Y_i \right)}{\left[ 11 \cdot \sum_{i=1}^{11} (X_i)^2 \right] - \left( \sum_{i=1}^{11} X_i \right)^2}$$

$$a4 = 0.029$$

$$b4 = 1.12$$

(b)  $u4(T) = a4 \cdot \log(T) + b4$

(c)  $u4(1) = 1.12$

$$u4(8760) = 1.235$$

$$u4(4380) = 1.226$$

$$u4(438000) = 1.284$$

$$u4(87600) = 1.264$$

(d)	$E4_1 = 10^{u4(1)}$	$E4_1 = 13.18$
	$E4_{4380} = 10^{u4(4380)}$	$E4_{4380} = 16.825$
	$E4_{8760} = 10^{u4(8760)}$	$E4_{8760} = 17.168$
	$E4_{87600} = 10^{u4(87600)}$	$E4_{87600} = 18.359$
	$E4_{438000} = 10^{u4(438000)}$	$E4_{438000} = 19.239$

**Centralizarea rezultatelor**

$T1_j =$	$E1_j =$	$E2_j =$	$E3_j =$	$E4_j =$
1	$E1_1$	$E2_1$	$E3_1$	$E4_1$
4380	$E1_{4380}$	$E2_{4380}$	$E3_{4380}$	$E4_{4380}$
8760	$E1_{8760}$	$E2_{8760}$	$E3_{8760}$	$E4_{8760}$
87600	$E1_{87600}$	$E2_{87600}$	$E3_{87600}$	$E4_{87600}$
438000	$E1_{438000}$	$E2_{438000}$	$E3_{438000}$	$E4_{438000}$

$E1_j$	$E2_j$	$E3_j$	$E4_j$
4.482	7.021	10.443	13.18
6.666	9.71	14.052	16.825
6.888	9.974	14.401	17.168
7.681	10.902	15.624	18.359
8.289	11.603	16.54	19.239