

Ing. MARIAN DODIN

**INFLUENȚA ARMONICILOR SUPERIOARE DE
SPAȚIU ȘI TIMP ASUPRA FUNCȚIONĂRII
MAȘINII DE INDUCȚIE**

UNIVERSITATEA
TIMIȘOARA
BIBLIOTECĂ CENTRALĂ
nr. volum 644.706
nr. 369 €

**Conducător științific:
Acad. Toma Dordea**

2004

Prefață

Motorul electric asincron s-a impus, de-alungul celor peste 100 de ani de la construirea primului exemplar ¹, datorită simplității și robusteții sale constructive, fapt unanim recunoscut.

Astăzi, mașina electrică, în general, și cea asincronă, în special a dobândit un caracter de universalitate, devenind convertorul unic în putere mecanică de care are nevoie societatea (studiile recente arată că aproape 90% din puterea mecanică utilizată în economie este reprezentată de motorul electric).

Începând cu ultimul deceniu al secolului trecut, trendul ascendent pe care s-a înscris dezvoltarea tehnologică a impulsionat fabricația de motoare electrice, aceasta datorită necesității de a se asigura cantitatea, dar mai ales performanțele și caracteristicile specifice cerute de utilajele care sunt echipate cu motoare electrice.

În acest sens și cercetarea științifică, și efortul proiectanților de motoare electrice asincrone, s-au orientat către rezolvarea problemelor legate de optimizarea construcției sale.

Lucrarea își propune să scoată în evidență aspectele teoretice și implicațiile practice ale apariției armonicilor superioare de spațiu și timp în întrefierul motorului electric asincron. Ea se dorește, de asemenea, un material aflat la îndemâna proiectantului de motoare electrice asincrone în scopul unei proiectări optimale a acestuia.

Lucrarea se extinde pe 266 de pagini, structurată pe șase capitole, conținând, de asemenea, o listă cu notațiile utilizate și o listă cu 73 de referințe bibliografice.

Capitolul 1 are un caracter de punere în temă, cu problematica apariției armonicilor superioare în întrefierul mașinii asincrone mono și trifazate. În acest capitol se stabilesc expresii pentru componenta radială a intensității câmpului magnetic, în cazul mașinii asincrone trifazate simetrice și în cazul mașinii asincrone monofazate cu fază auxiliară.

Capitolul 2 tratează problema dispersiei diferențiale și analizează influențele deschiderilor creștăturilor asupra reactanței de dispersie diferențială, precum și influența reacției armonicilor asupra dispersiei diferențiale.

Capitolul 3 analizează efectul saturației asupra câmpului magnetic din întrefier, arătându-se cum influențează saturația funcționarea mașinii, la sarcină nominală și la pornire.

¹ 1885 – Italianul G.Ferraris construiește un model al unui motor polifazat de inducție

Capitolul 4 prezintă exemple de calcul, efectuate pe mașini reale, care demonstrează efectul creșterii asupra câmpului magnetic din întrefier. Totodată se analizează efectul câmpurilor diferențiale statorice și rotorice asupra armonicilor din întrefier.

Capitolul 5 abordează problematica unuia dintre cele mai importante efecte ale armonicilor superioare asupra funcționării mașinii asincrone, problematica cuplurilor suplimentare parazite. Se analizează cuplurile suplimentare sincrone și asincrone prin intermediul exemplelor de calcul și a determinărilor experimentale.

Capitolul 6 cuprinde concluziile generale și principalele contribuții originale ale lucrării.

În afara surselor bibliografice indicate, lucrarea are la bază activitatea depusă de către autor în cei 15 ani de activitate, în domeniul proiectării mașinilor de inducție, la S.C. Electromotor Timișoara.

Autorul exprimă, pe această cale, respectuoase mulțumiri conducătorului științific, domnului Acad. Toma Dordea, pentru observațiile și îndrumările atente și riguroase primite pe parcursul elaborării lucrării.

Cap.1

CÂMPUL MAGNETIC DIN ÎNTREFIERUL MOTORULUI ASINCRON

1.1 Punerea problemei

Motorul asincron monofazat cu rotor în scurtcircuit, la fel ca și motorul asincron trifazat, are două înfășurări: una primară, care este un circuit monofazat alimentat în curent alternativ monofazat, iar cealaltă, secundară, care este polifazată și este identică cu înfășurarea secundară a unui motor polifazat.

Orice înfășurare a unei mașini electrice este formată din conductoare, conectate între ele, distribuite de-a lungul întrefierului (în stator) și, similar, de cealaltă parte a acestuia (în rotor). Curentul electric ce parcurge aceste conductoare generează un câmp magnetic a cărui evoluție în timp și spațiu este unul din factorii cei mai importanți ce determină proprietățile mașinii. Din acest motiv ne propunem să analizăm câmpul magnetic din întrefierul mașinii asincrone, pentru început câmpul magnetic generat de o singură înfășurare. Pentru a înțelege mai bine, mai întâi se analizează câmpul magnetic al unui singur conductor. Pentru aceasta se consideră o mașină electrică de rază unitară, constând din doi cilindri netezi, coaxiali, alcătuiți din material magnetic și separați de întrefierul δ .

Dacă o înfășurare a indusului este parcursă de curent, pătura de curent creată produce un câmp magnetic, a cărui componentă normală la periferia indusului depinde de mărimea întrefierului și de stările magnetice din fier. Pentru a elimina aceste influențe, care diferă de la caz la caz ([R1], pag.126, [D5], [H1]), se pornește studiul de la tensiunea magnetică din întrefier, neglijând tensiunile magnetice din fier.

1.2 Armonicile solenației

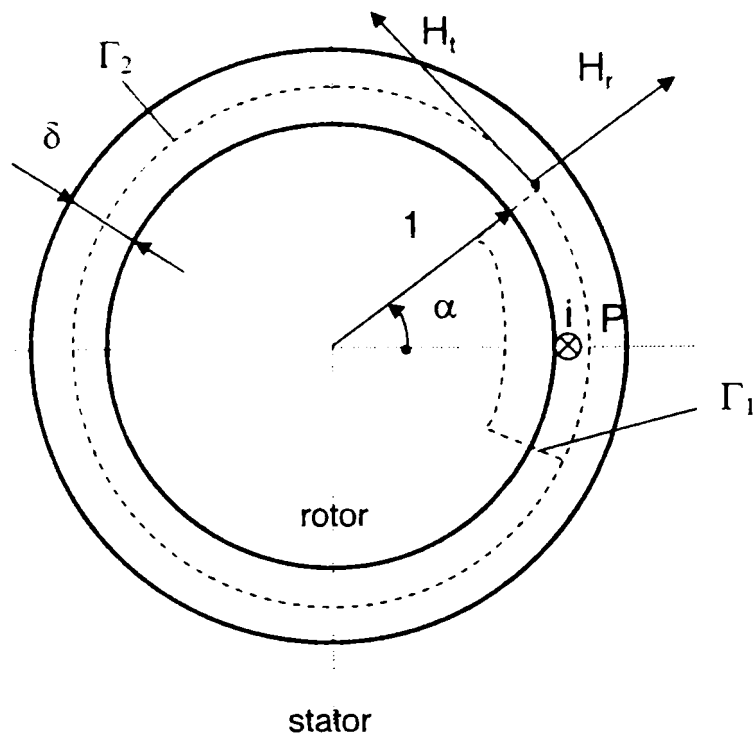


Fig.1.1 Explicativă pentru calculul câmpului produs de un singur conductor

Cunoscând distribuția păturii de curent, $A(\alpha)$, de-a lungul periferiei întrefierului și distribuția radială a tensiunii magnetice, intensitatea câmpului magnetic într-un punct de coordonată α , poate fi determinată pornind de la legea circuitului magnetic, pe conturul închis Γ_1 ce străbate întrefierul de două ori și înconjoară conductorul:

$$\delta \cdot (H_\alpha - H_0) = \int_0^\alpha A(\alpha) \cdot r \cdot d\alpha \quad (1)$$

în care $\int_0^\alpha A(\alpha) \cdot r \cdot d\alpha$ reprezintă solenația dintre cele două puncte considerate, iar H_0 , intensitatea câmpului magnetic în origine. Deoarece am considerat că mașina are un întrefier constant, din condiția ca fluxul care intră în periferia

indusului, în cuprinsul unei perechi de poli, este egal cu acela care iese,

$$\text{rezultă: } \int_0^{2\pi} H_\alpha \cdot r \cdot d\alpha = 0$$

Pentru a găsi distribuția păturii de curent în lungul pasului polar, este necesară cunoașterea detaliată a înfășurării mașinii. Prin urmare, pentru concluzii generale corecte, este convenabil să se considere, mai întâi câmpul magnetic produs de un singur conductor plasat în punctul P (fig.1.1), de coordonate $(1, \alpha=0)$ și străbătut de curentul i . Apoi, câmpul magnetic produs de un sistem arbitrar de conductoare poate fi determinat prin superpoziția câmpurilor produse de conductoarele individuale.

Pentru început se fac următoarele constatări:

- câmpul magnetic din rotor nu are componentă tangențială, H_t , deoarece $\oint H \cdot dl = 0$, pentru orice curbă închisă din interiorul rotorului, în condițiile în care se presupune că $\mu_{re} = \infty$.
- câmpul magnetic statoric are și componentă tangențială, orice curbă închisă concentrică cu întrefierul închide curentul total.

Cu aceste presupuneri și luând în considerație că funcțiile H_r și H_t sunt simetrice și impare, se poate scrie, pentru o linie de câmp închisă, Γ_1 , ce străbate statorul, rotorul și închide conductorul, se poate scrie, conform legii circuitului magnetic:

$$\oint_{\Gamma_1} H \cdot dl = i \text{ sau}$$

$$2 \cdot (H_r \cdot \delta + r \cdot \int_0^\pi H_t \cdot d\alpha) = i \quad (2)$$

și $\oint_{\Gamma_2} H \cdot dl = i$ sau

$$\int_0^{2\pi} H_t \cdot r \cdot d\alpha = i \quad (3)$$

În concordanță cu ecuațiile (2) și (3), H_r și H_t sunt funcții de coordonatele r și α , de forma:

$$H_r = f_1(\alpha) \text{ și } H_t = f_2(r, \alpha)$$

Prin derivarea ecuației (3) în raport cu r , se obține:

$$\int_0^{2\pi} \left(H_t + \frac{dH_t}{dr} \cdot r \right) \cdot d\alpha = 0 \quad (4)$$

de unde rezultă:

$$H_t + \frac{dH_t}{dr} \cdot r = 0 \quad (5)$$

Prin derivarea ecuației (2), în raport cu α , se obține:

$$\delta \cdot \frac{dH_t}{d\alpha} + r \cdot H_t = 0 \quad (6)$$

Conform ecuației (6) rezultă că H_t trebuie să fie de forma $H_t = F(\alpha)/r$ deoarece $dH_t/d\alpha$ este independentă de r . Înlocuind această formă pentru H_t , în ecuația (5), aceasta devine:

$$\frac{F(\alpha)}{r} + \frac{r \cdot F'(\alpha) - F(\alpha)}{r^2} \cdot r = 0$$

ecuație satisfăcută pentru $F'(\alpha) = 0$ și prin urmare $F(\alpha) = C$, unde C este o constantă. Prin urmare componenta tangențială este dată de relația:

$$H_t = \frac{C}{r} \quad (7)$$

Pentru componenta tangențială se obține o variație de forma celei date în figura 1.2:

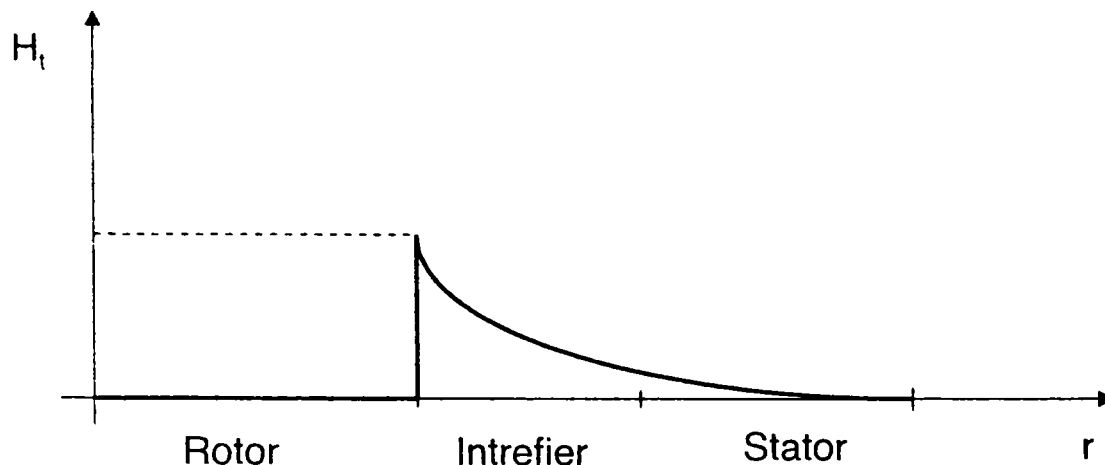


Fig. 1.2 Explicativă pentru variația componentei tangențiale a intensității câmpului magnetic

Prin rezolvarea ecuației (2), după înlocuirea ecuației (7), se obține:

$$H_r = \frac{i}{2\delta} - K \cdot \alpha \quad (8)$$

Din rațiuni de simetrie, deoarece semiunda pozitivă a lui H_r este imaginea celei negative, în raport cu axa absciselor, se poate scrie:

$$H_r(\alpha) = -H_r(2\pi - \alpha)$$

astfel încât, pentru $\alpha=0$, ecuația (8) se poate rescrie:

$$\frac{i}{2\delta} = -\frac{i}{2\delta} + K \cdot 2\pi,$$

de unde rezultă constanta K :

$$K = \frac{i}{2\pi\delta}$$

Prin urmare componenta radială a intensității de câmp este determinată de expresia:

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{2\delta} \cdot \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \quad (9)$$

Distribuția intensității de câmp magnetic din întrefier produsă de un singur conductor, străbătut de curentul i , în concordanță cu ecuația (9), este reprezentată în figura 1.3:

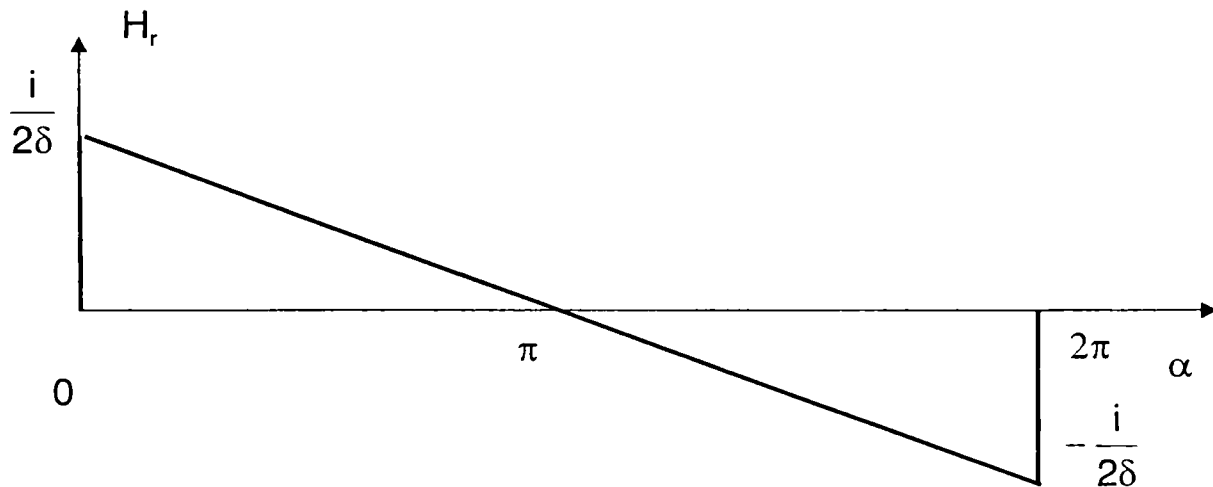


Fig.1.3 Explicativă pentru distribuția intensității câmpului magnetic produs de un singur conductor

Deoarece la mașinile uzuale, de medie și mare putere, $r \gg \delta$, rezultă $H_r \gg H_t$ și în acest caz componenta tangențială a intensității câmpului magnetic se neglijează în comparație cu componenta radială.

În această ipoteză, așa cum se vede din figura 1.3, funcția $H_r(\alpha)$, pe intervalul $0 < \alpha < 2\pi$, poate fi descompusă în serie Fourier, sub forma:

$$H_r(\alpha) = \frac{i}{2\delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin v\alpha \quad (10)$$

unde $v=0,1,2,3\dots$

Prin urmare intensitatea câmpului magnetic al unui singur conductor conține toate armonicile, pare și impare, iar armonica fundamentală, de ordinul $v=1$ are perioada 2π .

Odată determinat câmpul magnetic creat de un singur conductor, câmpul magnetic al unei spire se poate determina ca și câmp rezultat a două conductoare depărtate prin unghiul α_y și străbătute de curenți egali dar opuși. Curba de variație a intensității câmpului magnetic radial H_r este reprezentată în figura 1.4 și s-a obținut prin suprapunerea a două curbe similare celei din figura 1.3.

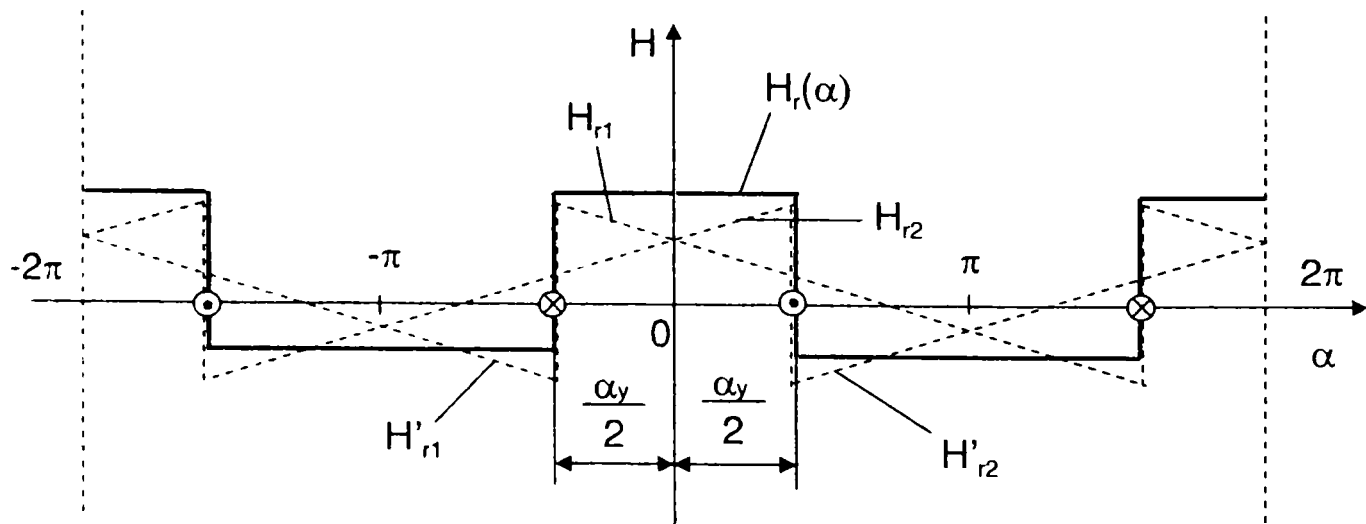


Fig. 1.4 Explicativă pentru distribuția intensității câmpului magnetic produs de o spiră

O spiră este alcătuită din două conductoare și s-a notat cu H_{r1} , intensitatea câmpului magnetic produs de curentul i în primul conductor al spirei și cu H_{r2} , intensitatea câmpului magnetic produs de curent în al doilea conductor al spirei. Prin urmare ([H1]):

$$H_{r1} = \frac{i}{2\delta} \cdot \left[1 - \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi} \right] \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[0, \left(2\pi - \frac{\alpha_y}{2} \right) \right]$$

$$H'_{r1} = \frac{i}{2\delta} \cdot \left[3 - \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi} \right] \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[\left(2\pi - \frac{\alpha_y}{2} \right), 2\pi \right]$$

și respectiv:

$$H_{r2} = \frac{i}{2\delta} \cdot \left[1 + \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi} \right] \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[0, \frac{\alpha_y}{2} \right]$$

$$H'_{r2} = \frac{i}{2\delta} \cdot \left[-1 + \frac{(2\alpha - \alpha_y)}{2\pi} \right] \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[\frac{\alpha_y}{2}, 2\pi \right]$$

Intensitatea câmpului magnetic rezultat va fi:

$$H_r = H_{r1} + H_{r2} = \frac{i}{2\delta} \cdot \left(2 - \frac{\alpha_y}{\pi} \right) \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[0, \frac{\alpha_y}{2} \right]$$

$$H'_r = H'_{r1} + H'_{r2} = -\frac{i}{2\delta} \cdot \left(\frac{\alpha_y}{\pi} \right) \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[\frac{\alpha_y}{2}, \left(2\pi - \frac{\alpha_y}{2} \right) \right]$$

$$H''_r = H'_{r1} + H'_{r2} = \frac{i}{2\delta} \cdot \left(2 - \frac{\alpha_y}{\pi} \right) \quad \text{pentru intervalul} \quad \left[\left(2\pi - \frac{\alpha_y}{2} \right), 2\pi \right]$$

Funcția $H_r(\alpha)$, descompusă în serie Fourier, se scrie sub forma:

$$H_r(\alpha) = \frac{2 \cdot i}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \cos(v\alpha) \quad (11)$$

unde $v=1,2,3,\dots$

La deschiderea diametrală a bobinei rezultă $\alpha_y=\pi$ și $\sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right)$ este 1

pentru v impar și 0 pentru v par. Prin urmare se poate concluziona:

- o înfășurare pentru care $\alpha_y \neq \pi$, produce toate armonicile pentru intensitatea de câmp magnetic. Armonicile spațiale rotitoare direct sunt:

$$v=1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots \quad (3k+1)$$

iar cele rotitoare în sens invers sunt:

$$v=2, 5, 8, 11, 14, 17, \dots \quad (3k-1)$$

- o înfășurare pentru care $\alpha_y=\pi$, deci cu deschidere diametrală, produce numai armonici impare.

În continuare, menținând aceeași logică, în cazul a q bobine pe pol și fază, parcurse de curenții egali i și decalate cu un același unghi α_1 , bobina având N spire, câmpul magnetic rezultat se determină prin superpoziția câmpurilor bobinelor individuale. Prin urmare, în concordanță cu ecuația (11), pentru intensitatea de câmp a bobinelor individuale, se obține:

$$H_{r1}(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \cos v\alpha$$

$$H_{r2}(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \cos v(\alpha - \alpha_1)$$

$$H_{r3}(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \cos v(\alpha - 2 \cdot \alpha_1)$$

$$H_{rq}(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \cos v[\alpha - (q-1) \cdot \alpha_1]$$

Câmpul rezultat, dat de suma componentelor de mai sus, va fi:

$$H_r(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \{ \cos v\alpha \cdot [1 + \cos v\alpha_1 + \dots + \cos v(q-1) \cdot \alpha_1] + \sin v\alpha \cdot [\sin v\alpha_1 + \sin v \cdot 2\alpha_1 + \dots + \sin v \cdot (q-1)\alpha_1] \}$$

Prin însumarea seriilor din parantezele drepte, se obține:

$$H_r(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_y}{2}\right)}{\sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot [\cos v\alpha \cdot \cos v \cdot (q-1) \cdot \frac{\alpha_1}{2} +$$

$$\sin v\alpha \cdot \sin v \cdot (q-1) \cdot \frac{\alpha_1}{2}]$$

în care după restrângerea formulelor trigonometrice se obține:

$$H_r(\alpha) = \frac{2 \cdot i \cdot N}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_y}{2}\right)}{\sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot \cos v \cdot \left[\alpha - (q-1) \cdot \frac{\alpha_1}{2}\right] \quad (12)$$

În continuare, pornind de la expresia (12), se pot scrie expresii pentru componenta radială a intensității câmpului magnetic în cazul mașinii asincrone trifazate simetrice și în cazul mașinii asincrone monofazate cu fază auxiliară.

Cazul mașinii asincrone trifazate simetrice:

Bobinele motorului trifazat sunt parcurse de curentul i , cu $i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \sin(\omega t)$, pe prima fază. Prin urmare:

$$\begin{aligned} H_{\text{trifazat}}(\alpha, t) = & \frac{2\sqrt{2} \cdot N \cdot q \cdot I}{\pi \cdot \delta} \cdot \left\{ \sin(\omega t) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_1}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot \cos(v\alpha) + \right. \\ & + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_1}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot \cos\left[v\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)\right] + \\ & \left. + \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_1}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot \cos\left[v\left(\alpha - \frac{4\pi}{3}\right)\right] \right\} \end{aligned}$$

în care, după efectuarea calculelor trigonometrice (după formula cunoscută:

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)], \text{ se poate scrie:}$$

$$H_{\text{induzat}}(\alpha, t) = \frac{\sqrt{2} \cdot N \cdot q \cdot l}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_y}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_1}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot \left\{ \frac{\sin[(v+1) \cdot \pi]}{\sin\left[(v+1) \cdot \frac{\pi}{3}\right]} \cdot \sin\left[\omega t + v\alpha - (v+1) \cdot \frac{2\pi}{3}\right] + \frac{\sin[(v-1) \cdot \pi]}{\sin\left[(v-1) \cdot \frac{\pi}{3}\right]} \cdot \sin\left[\omega t - v\alpha + (v-1) \cdot \frac{2\pi}{3}\right] \right\} \quad (13)$$

Cazul mașinii asincrone monofazate cu fază auxiliară:

Înfășuarea principală, cu W_p spire, este străbătută de curentul $i_p = \sqrt{2} \cdot I_p \cdot \sin(\omega t)$, iar cea auxiliară, cu W_A spire, de curentul $i_a = \sqrt{2} \cdot I_A \cdot \sin(\omega t - \varphi)$, în care unghiul φ este unghiul de defazaj temporal dintre cei doi curenți, cele două faze fiind decalate spațial pe periferia indusului cu unghiul γ , conform figurii (1.5):

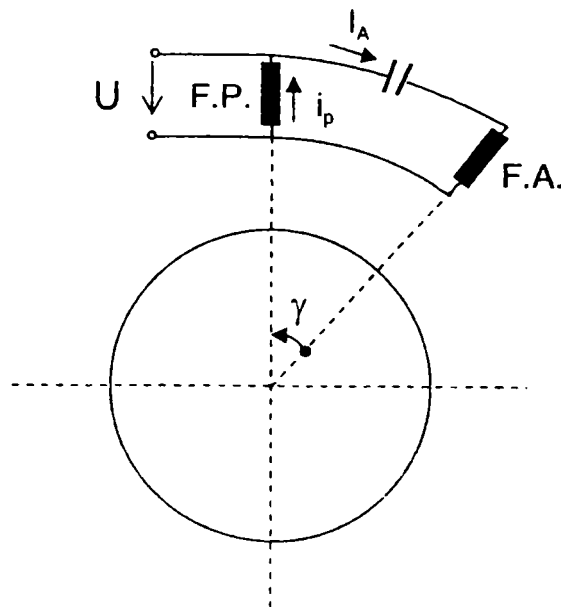


Fig.1.5

Ținând cont de cele de mai sus, se poate scrie:

$$\begin{aligned}
H_{\text{rmonofazat}}(\alpha, t) = & \frac{2\sqrt{2}}{\pi\delta} \cdot \{W_P \cdot I_P \cdot \sin(\omega t) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_{yp}}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq_p \frac{\alpha_{1p}}{2}\right)}{q_p \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_{1p}}{2}\right)} \cdot \cos(v\alpha) + \\
& + W_A \cdot I_A \cdot \sin(\omega t - \varphi) \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_{yA}}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq_A \frac{\alpha_{1A}}{2}\right)}{q_A \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_{1A}}{2}\right)} \cdot \cos[v(\alpha - \gamma)]\}
\end{aligned}
\tag{14}$$

În mod obișnuit, faza auxiliară se plasează în cuadratură față de faza principală, prin urmare $\gamma = \pi/2$ și în condițiile în care avem egalitatea solenațiilor celor două faze $\Theta_{FP} = \Theta_{FA} \Leftrightarrow W_P I_P = W_A I_A = WI$, pentru care $\alpha_{1A} = \alpha_{1P} = \alpha_1$, relația (14), devine:

$$\begin{aligned}
H_{\text{rmonofazat}}(\alpha, t) = & \frac{2\sqrt{2} \cdot W \cdot I}{\pi\delta} \cdot \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_{yp}}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(vq \frac{\alpha_1}{2}\right)}{q \cdot \sin\left(v \frac{\alpha_1}{2}\right)} \cdot \left[\sin\left(\omega t - v\alpha + \frac{v\gamma - \varphi}{2}\right) \cdot \right. \\
& \cdot \cos\left(\frac{\varphi - v\gamma}{2}\right) + \left. \sin\left(\omega t + v\alpha - \frac{\varphi + v\gamma}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\varphi + v\gamma}{2}\right) \right]
\end{aligned}
\tag{15}$$

Condiția de circularitate a câmpului, adică anularea componentei inverse, are loc la $\cos \frac{\varphi + v\gamma}{2} = 0$, adică la $\varphi = (2k + 1) \cdot \pi - v \frac{\pi}{2}$.

În realitate, chiar dacă între curenții I_A și I_P , pentru o anumită valoare a condensatorului C , se realizează cuadratura electrică, între valorile lor nu se poate realiza, la același C și condiția: $W_A I_A = W_P I_P$. Aceasta înseamnă că la toate armonicile de spațiu va fi prezentă și componenta inversă a câmpului.

În cazul general în care deschiderea bobinelor nu este cea diametrală, armonicile spațiale directe și inverse sunt prezente în totalitate în curba intensității câmpului magnetic, respectiv în curba solenației.

Expresiile determinate pentru intensitatea de câmp magnetic, din întrefierul mașinilor electrice, permit calcularea armonicilor intensității

câmpului. Așa cum s-a arătat anterior, la mașinile electrice uzuale, de cea mai largă răspândire, de medie și mare putere, componenta tangențială a câmpului se poate neglija.

1.3 Factorul de înfășurare

Analizând expresiile rezultate pentru intensitatea de câmp magnetic, în cazul unei înfășurări monofazate (expresia 12), trifazate (expresia 13) și monofazate cu fază auxiliară (expresiile 14, 15), se observă că, în toate cazurile, amplitudinile armonicilor individuale depind de unghiurile α_y și α_1 . Unghiul α_y este unghiul dintre cele două părți ale aceleiași bobine (unghiul dintre latura de dus și cea de întors a bobinei), și este, în mod curent denumit pasul înfășurării. În mod uzual, pasul înfășurării se exprimă în număr de creștături. Pentru o mașină cu Z creștături, unghiul dintre două creștături alăturate va fi:

$$\alpha_d = \frac{2\pi}{Z} \quad (16)$$

Unghiul periferic α_y corespunzător pasului înfășurării y_d , exprimat în număr de creștături, este dat de relația:

$$\alpha_y = \frac{2\pi}{Z} \cdot y_d \quad (17)$$

În cazul unei înfășurări cu pas diametral, având $2p$ perechi de poli, pasul înfășurării este pasul polar τ , exprimat în număr de creștături:

$$\tau = \frac{Z}{2p} \quad (18)$$

Pentru a putea compara proprietățile diferitelor înfășurări, acestea se convertesc la înfășurări de bază sau înfășurări primitive. În acest scop se definește t ca fiind c.m.m.d.c.¹ dintre (Z,p) . Parametrii înfășurării primitive se

¹ C.m.m.d.c. – cel mai mare divizor comun

notează cu indicele prim și se obțin prin împărțirea parametrilor înfășurării originare cu t . Astfel pentru înfășurarea primitivă se obține:

$$\text{- numărul de perechi de poli: } p' = \frac{p}{t} \quad (19a)$$

(pentru o înfășurare trifazată simetrică, cu un număr întreg de creștături pe pol și fază, p' este întotdeauna egal cu 1)

$$\text{- numărul de creștături: } Z' = \frac{Z}{t} \quad (19b)$$

$$\text{- pasul înfășurării: } y'_d = y_d \quad (19c)$$

$$\text{- ordinul armonicilor: } v' = \frac{v}{t} \quad (19d)$$

În vederea unei analize detaliate a unei înfășurări trifazate, se stabilește următorul set de reguli:

- Pentru orice înfășurare cu bobine concentrice este posibil să se găsească o înfășurare cu bobine egale, care produc armonici de același ordin și amplitudine.
- Orice înfășurare cu zone de fază inegale, poate fi înlocuită, printr-o scurtare potrivită cu o înfășurare cu zone de fază egale.
- Toate înfășurările ce pot fi convertite la înfășurări primitive egale, au aceleași proprietăți

Prin urmare, când se analizează proprietățile unei mașinii, numai mărimea și ordinul armonicilor sunt interesante; va fi, deci, suficient să se îndeplinească regulile de bază stabilite mai sus, asupra diverselor înfășurări primitive.

Efectul pasului înfășurării (unghiul α_y), asupra ordinului și amplitudinii armonicilor intensității câmpului magnetic apare, în toate relațiile deduse mai sus, sub aceeași expresie:

$$k_{yv'} = \sin v' \cdot \frac{\alpha'_y}{2} \quad (20)$$

pe care convenim să-l numim *factor de scurtare* ([H1], [R1], [D1]).

Înlocuind expresiile (17) și (19b și d), în ecuația (20), se obține, pentru factorul de scurtare, următoarea expresie:

$$k_{y_v} = \sin v \cdot \frac{\pi}{Z} \cdot y_d = \sin v \cdot \frac{\alpha_y}{2} \quad (21)$$

Expresia (21) arată că, prin efectul factorului de scurtare, toate armonicile intensității câmpului magnetic din întrefierul mașinii de inducție, determinate anterior, de ordinul (în valoare absolută):

$$v = c \cdot \frac{Z}{y_d}, \text{ unde } c=0,1,2,\dots \quad (22)$$

vor fi anulate, deoarece factorul de scurtare $k_{y_v}=0$.

Pentru înfășurările cu pas diametral avem $y_d=y_p$, astfel încât, în concordanță cu ecuațiile (18) și (21), toate armonicile de ordinul (în valoare absolută):

$$v = 2 \cdot c \cdot p, \text{ unde } c=0,1,2,\dots \quad (23)$$

vor fi suprimate. Prin urmare, pentru înfășurări cu pas diametral toți multiplii pari ai armonicii fundamentale, vor fi anulați.

Așa cum s-a arătat anterior, la începutul acestui capitol, amplitudinile armonicilor individuale depind și de unghiul α_1 , ce apare în toate expresiile deduse pentru intensitatea de câmp magnetic. Unghiul α_1 determină distanța unghiulară între două laturi de bobină alăturate. Deoarece, de regulă, înfășurarea este plasată în creștături, în mod uzual se consideră că conductoarele din creștătură sunt concentrate în axa creștăturii, într-un singur conductor, parcurs de curentul total al tuturor conductoarelor din creștătură. În această ipoteză pentru un grup de b bobine, ale aceleiași faze, distribuite în $2b$ creștături, se definește *factorul de zonă sau de repartizare* ([H1], [R1], [D1]):

$$k_{qv} = \frac{\sin b v \frac{\alpha_1}{2}}{b \cdot \sin v \frac{\alpha_1}{2}} \quad (24)$$

Se definește, q , numărul de creștături pe pol și fază ca fiind $q = \frac{Z}{2pm}$, astfel încât pentru o înfășurare cu un număr întreg de creștături pe pol și fază, $b=q$, $t=p$ și $\alpha_1=\alpha_d$. Înlocuind ecuația (16) în ecuația (24), rezultă:

$$k_{qv} = \frac{\sin q \cdot v \cdot \frac{\pi}{Z}}{q \cdot \sin v \frac{\pi}{Z}} \quad (25)$$

unde q este un număr întreg.

Dacă $q=1$, $k_{qv}=1 \quad \forall v$.

Dacă $q>1$, toate armonicile de ordinul $v=2pm$ vor fi anulate. (25')

Dacă q este fracționar, pentru o înfășurare în două straturi, cu q de forma

$q = a + \frac{1}{p'}$, unde a este întreg, în ecuația (24) se poate înlocui:

$b = p' \cdot q$, $\alpha_1 = \frac{\alpha}{p'}$, rezultând, pentru factorul de repartizare următoarea expresie:

$$k_{qv} = \frac{\sin q \cdot v \cdot \frac{\pi}{Z}}{p' \cdot q \cdot \sin v \frac{\pi}{p' \cdot Z}}, \text{ pentru } q = a + \frac{1}{p'}$$

În fine, al treilea factor ce apare în expresiile intensității de câmp deduse și determină conținutul de armonici al acesteia, este denumit *factor de grup* ([H1]), $k_{pv'}$, și pentru o înfășurare primitivă, m -fazată, este definit de expresia:

$$k_{pv'} = \frac{\sin(v' \pm 1)\pi}{\sin \frac{v' \pm 1}{m} \pi} \quad (26)$$

Întrucât înfășurarea primitivă poate produce numai armonici cu un număr întreg de perechi de poli, v' trebuie să fie întreg. În acest caz numărătorul expresiei (26) este întotdeauna egal cu 0. Factorul de grup $k_{pv'}$ este diferit de 0 numai dacă numitorul expresiei (26) este și el egal cu 0. În acest caz factorul de grup este:

$$k_{p,} = \pm m \quad (27)$$

Concluzionând, pentru o înfășurare având un număr întreg de creștături pe pol și fază, $p'=1$ sau $t=p$. Această înfășurare poate produce, prin urmare, numai armonici de ordinul:

$$v = p(cm \mp 1) \quad (28)$$

cu $c=0,1,2,\dots$

Înfășurările m -fazate simetrice, cu zone de fază egale sunt înfășurări $2m$ -fazate. O astfel de înfășurare produce numai armonici de ordinul:

$$v = p(2cm \mp 1) \quad (28a)$$

cu $c=0,1,2,\dots$

Înfășurările cu q fracționar cu $p>1$ și $t<p$, pot produce numai armonici de ordinul:

$$v = t(cm \mp 1) \quad (29)$$

Aceste înfășurări dau naștere la un spectru mai bogat de armonici față de înfășurările cu număr întreg de creștături pe pol și fază și produc armonici cunoscute sub numele de subarmonici, care au amplitudinile chiar mai scăzute decât armonica fundamentală. Din acest motiv în mașinile electrice asincrone înfășurările cu q fracționar se folosesc numai în mod excepțional.

1.4 Periodicitatea factorilor de înfășurare ai unei înfășurări oarecare

1.4.1 Tensiunea magnetică

În conformitate cu legea circuitului magnetic, curba de distribuție a tensiunii magnetomotoare, $U_m(\alpha)$, se poate scrie astfel:

$$U_m(\alpha) = H_r(\alpha) \cdot \delta \quad (30)$$

În ipoteza unui întrefier constant δ și pentru o permeabilitate a fierului $\mu_{fe} = \infty$, prin comparație cu ecuația (1), rezultă:

$$U_m(\alpha) = \delta \cdot H_0 + \int_0^{\alpha} A(\alpha) \cdot d\alpha \quad (31)$$

Prin urmare, distribuția tensiunii magnetomotoare $U_m(\alpha)$ poate fi obținută din distribuția intensității de câmp magnetic prin multiplicare cu lungimea întrefierului δ . Spre exemplu, tensiunea magnetomotoare a unei înfășurări m-fazate, va fi, ținând cont de relația (13):

$$U_m(\alpha) = \frac{\sqrt{2} \cdot N \cdot I}{\pi} \cdot \sum_{v=1}^{v=\infty} \frac{1}{v} \cdot \sin v \frac{\alpha_y}{2} \cdot \frac{\sin v \cdot q \cdot \frac{\alpha_1}{2}}{q \cdot \sin v \cdot \frac{\alpha_1}{2}} \left\{ \frac{\sin(v \pm 1) \cdot \pi}{\sin \left[\frac{(v \pm 1)}{m} \right] \cdot \pi} \times \right. \\ \left. \times \sin \left[(\omega t \pm v \alpha) \mp (v \pm 1) \frac{2\pi}{m} \right] \right\} \quad (32)$$

Ținând cont de expresiile (20), (24) și (26) și înlocuindu-le în expresia tensiunii magnetomotoare pentru o înfășurare m-fazată (32), se obține:

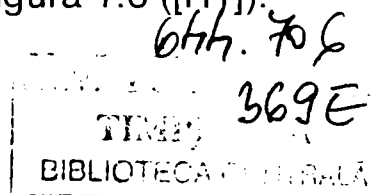
$$U_{mv} = m \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot NI \cdot \frac{1}{v} \cdot k_{bv} \quad (33)$$

în care expresia $k_{bv} = k_{yv} \cdot k_{qv}$, reprezintă factorul de bobinaj pentru armonica v . În concordanță cu ecuația (33), raportul amplitudinilor a două armonice, oarecare v_1 și v_2 , a tensiunii magnetomotoare, pentru aceeași înfășurare, poate fi scris:

$$\frac{U_{mv1}}{U_{mv2}} = \frac{\frac{k_{bv1}}{v_1}}{\frac{k_{bv1}}{v_2}} \quad (34)$$

Ecuția (34) este adevărată, de asemenea, și pentru o mașină cu întrefier constant.

În continuare ne propunem să procedăm la analiza distribuției tensiunii magnetomotoare, pentru o singură fază a unei înfășurări m-fazate, caracterizată printr-un pas de creștătură constant și de asemenea printr-o tensiune magnetomotoare ce variază brusc în axa creștăturii. În aceste condiții distribuția tensiunii magnetomotoare, pentru o înfășurare generală, cu perioada X și având Z' creștături, este evidențiată în figura 1.6 ([H1]):



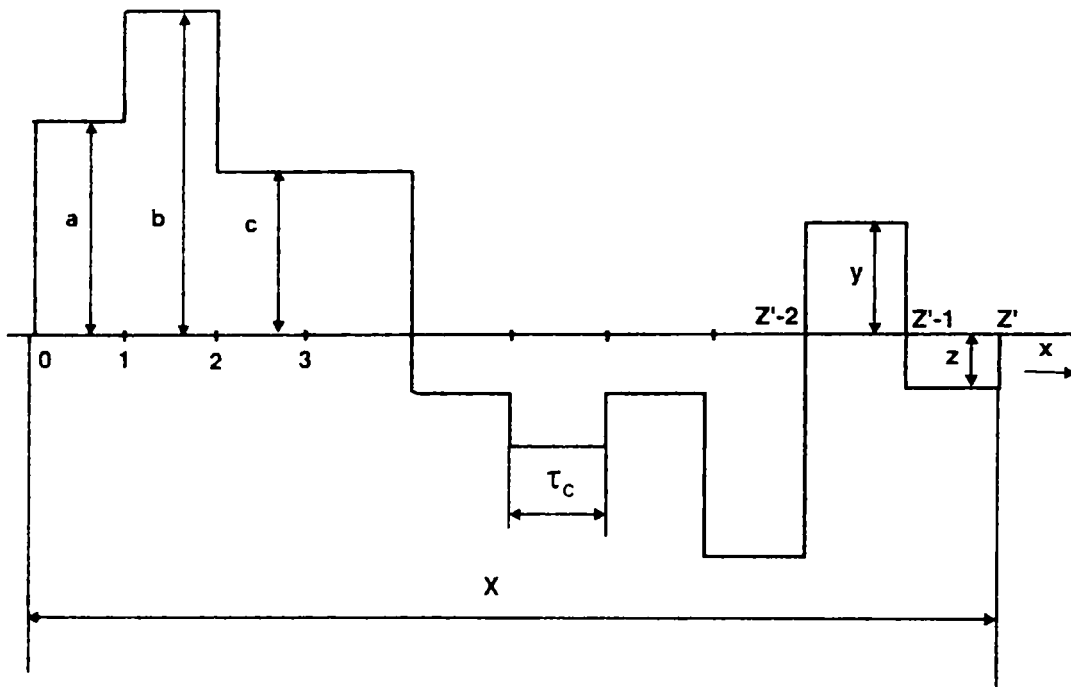


Fig. 1.6 Explicativă pentru distribuția tensiunii magnetotoare a unei înfășurări oarecare

Dacă se descompune în serie Fourier tensiunea magnetotoare a cărei distribuție este evidențiată în figura 1.6, se obțin amplitudinile termenilor în sinus și cosinus, de ordinul ([H1]):

$$A_{v1} = \frac{2}{Z' \cdot \tau_c} \cdot \int_0^{Z' \cdot \tau_c} f(x) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{Z' \cdot \tau_c} \cdot v' \cdot \tau_c \cdot x\right) d(\tau_c \cdot x)$$

$$B_{v1} = \frac{2}{Z' \cdot \tau_c} \cdot \int_0^{Z' \cdot \tau_c} f(x) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{Z' \cdot \tau_c} \cdot v' \cdot \tau_c \cdot x\right) d(\tau_c \cdot x)$$

unde $\tau_c = \frac{\pi D}{Z}$ reprezintă pasul de crestătură, iar x este variabila. Funcția $f(x)$

se determină pe porțiuni, în care ordonata este constantă și prin înlocuirea valorilor din figura 1.6 și integrare se obține:

$$A_{v1} = \frac{1}{\pi v'_1} \left\{ a \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)}{-\cos\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)} \right]_0^1 + b \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)}{-\cos\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)} \right]_1^2 + \dots + z \left[\frac{\sin\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)}{-\cos\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)} \right]_{(Z'-1)}^{Z'} \right\} \quad (35)$$

Dacă în ecuația (35) se înlocuiește $v'_2 = cZ' \pm v'_1$, unde $c=0,1,2,\dots$, se obține utilizând formulele trigonometrice cunoscute pentru suma și diferența dintre sin și cos:

$$\begin{aligned} A_{v'_2} \\ B_{v'_2} \end{aligned} = \frac{1}{\pi v'_2} \left\{ a \left[\frac{\pm \sin\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)}{\mp \cos\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)} \right]_0^1 + b \left[\frac{\pm \sin\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)}{\mp \cos\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)} \right]_1^2 + \dots + z \left[\frac{\pm \sin\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)}{\mp \cos\left(\frac{2\pi v'_1 x}{Z'}\right)} \right]_{(Z'-1)}^{Z'} \right\} \quad (36)$$

Prin urmare, raportul amplitudinilor rezultante ale armonicilor tensiunii magnetomotoare, de ordinul v'_1 și v'_2 , va fi:

$$\frac{U_{mv'_1}}{U_{mv'_2}} = \frac{\sqrt{A^2_{v'_1} + B^2_{v'_1}}}{\sqrt{A^2_{v'_2} + B^2_{v'_2}}} = \sqrt{\frac{A^2_{v'_1} + B^2_{v'_1}}{\left(\frac{v'_1}{v'_2}\right)^2 \cdot A^2_{v'_1} + \left(\frac{v'_1}{v'_2}\right)^2 \cdot B^2_{v'_1}}} = \frac{1}{\frac{v'_1}{v'_2}} \quad (37)$$

Astfel ecuația (34) este validată pentru raportul amplitudinilor aceluiași armonice și rezultă, prin comparația celor două expresii (34 și 37) că, pentru

$$v'_2 = cZ' \pm v'_1, \text{ rezultă } k_{bv'_2} = k_{bv'_1} \quad (38)$$

Din cele arătate până în prezent se poate concluziona:

- factorul de înfășurare al unei înfășurări oarecare cu pas de crestătură constant, este același pentru toate armonicile de ordinul $cZ' \pm p$, unde $c=0,1,2,\dots$ iar Z' este numărul de crestături ale înfășurării primitive.

Pentru mașinile cu p perechi de poli și Z crestături, s-a arătat de către Klima ([K1]), că toate armonicile de ordinul $cZ \pm p$ au același factor de înfășurare ca și armonica fundamentală de ordinul p . Prin modificarea înfășurării amplitudinea acestor armonici poate fi redusă numai în același raport în care se reduce amplitudinea armonicii fundamentale. Aceste armonici, de ordinul $v=cZ \pm p$, unde $c=0,1,2,\dots$ sunt denumite *armonici de pas* ale câmpului magnetic ([H1]).

1.5 Câmpul magnetic al unei înfășurări trifazate

În capitolul 1.3, ecuația 13, s-a dedus expresia intensității câmpului magnetic produs de o înfășurare trifazată. Ținând cont de cele expuse anterior, se pot sintetiza următoarele concluzii, pentru înfășurarea trifazată:

- ca rezultat al influenței pasului de bobinaj toate armonicile al cărui ordin satisfac condiția (22), vor fi anulate.
- deoarece la mașinile de inducție uzuale, de puteri medii, bobinarea se face cu pas scurtat, ecuația (23) nu necesită a fi discutată.
- în cazul unei înfășurări un număr întreg de creștături pe pol și fază și $q > 1$ fiecare multiplu de șase al armonicii fundamentale va fi anulat, în concordanță cu ecuația (25').

Pentru înfășurări uzuale trifazate simetrice, având 6 zone de fază egale și un număr egal de creștături pe pol și fază, rezultă, în concordanță cu ecuația (28a):

$$v = p(cm \pm 1) \quad (39)$$

unde $c=0,1,2,\dots$

Aceste înfășurări pot produce numai multiplii pari ai armonicii fundamentale, excepție făcând multiplii de 3.

Intensitatea câmpului magnetic al unei înfășurări trifazate, menționate mai înainte, poate fi scrisă, în concordanță cu ecuațiile (13), (20), (24), (26), și (28a), după cum urmează:

$$H_{\text{trifazat}}(\alpha, t) = \frac{3\sqrt{2} \cdot W \cdot I}{\pi \cdot \delta} \cdot \sum_{c=0}^{c=\infty} \frac{1}{p(6c \mp 1)} k_{yv} \cdot k_{qv} \cdot \sin[\omega t \pm (6c \mp 1)p\alpha] \quad (40)$$

în care W reprezintă numărul total de spire pe fază și α coordonata unghiulară a punctului în care se calculează intensitatea câmpului magnetic, exprimat în radiani.

Este interesant de urmărit distribuția intensității câmpului magnetic din întrefier. Astfel într-un anumit punct caracterizat de coordonata unghiulară α ,

intensitatea câmpului magnetic are o distribuție sinusoidală în timp (vezi ec. 13). În mod similar la momentul de timp t intensitatea câmpului magnetic al armonicilor individuale are de asemenea o distribuție sinusoidală de-a lungul periferiei mașinii. Astfel de-a lungul periferiei există unde spațiale ale intensității câmpului magnetic, care se deplasează cu viteze unghiulare bine definite. Pentru a determina viteza acestor câmpuri este necesar să stabilim care puncte de-a lungul periferiei au aceeași intensitate de câmp în același moment de timp. Această condiție este îndeplinită de relația:

$$\sin[\omega t \pm (6c \pm 1)p\alpha] = \text{const.}, \text{ de unde rezultă că:}$$

$$[\omega t \pm (6c \pm 1)p\alpha] = \beta, \pi - \beta, 2\pi - \beta, \dots$$

Diferențiind expresia anterioară se obține viteza unghiulară a intensității câmpului magnetic, sub forma:

$$\omega_v = \frac{d\alpha}{dt} = \pm \frac{\omega}{(6c \pm 1) \cdot p} \quad (41)$$

Din ecuația (41) se poate vedea că armonicile de ordinul $(6c+1)p$, adică cele cu $v=7p, 13p, 19p, \dots$ rotesc de $(6c+1)$ ori mai încet în direcția armonicii fundamentale de ordinul $v=p$, decât aceasta, numindu-se armonici rotitoare direct, pe când armonicile de ordinul $(6c-1)p$, adică cele cu $v=5p, 11p, 17p, \dots$ rotesc de $(6c-1)$ ori mai încet în sens opus armonicii fundamentale, numindu-se armonici rotitoare invers.

1.6 Câmpul magnetic al înfășurării rotorice în scurtcircuit

O înfășurare rotorice în scurtcircuit poate fi înlocuită, în concordanță cu fig. 1.7, printr-o înfășurare m -fazată, în două straturi, cu o singură crestătură pe pol și fază ($q=1$). Pasul înfășurării echivalente este egal cu o crestătură, astfel încât, în concordanță cu ecuațiile (16) și (17), putem scrie:

$$\alpha_y = \alpha_d = \frac{2\pi}{Z_2} \quad (42)$$

Dacă rotorul are Z_2 creștături și mașina are p perechi de poli, înfășurarea în scurtcircuit poate fi înlocuită printr-o înfășurare cu:

$$m = \frac{Z_2}{p} \text{ faze} \quad (43)$$

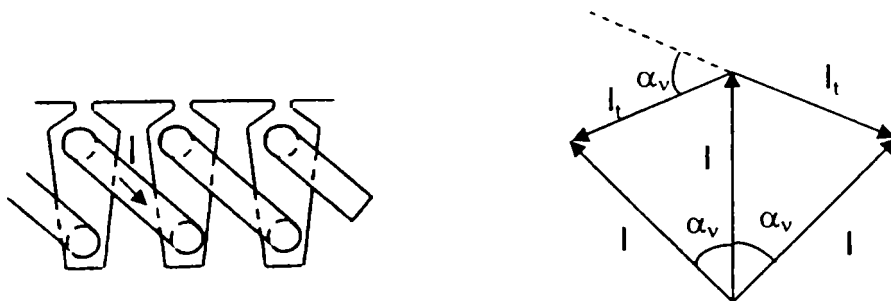


Fig.1.7 Explicativă pentru înfășurarea echivalentă a unei înfășurări în scurtcircuit

Intensitatea câmpului magnetic generat de această înfășurare străbătută de curentul I este obținută din ecuația (13) în care se înlocuiesc ecuațiile (42) și (43). Factorul de repartizare pentru $q=1$, va fi, în concordanță cu ecuația (25):

$$k_{qv}=1 \quad (44)$$

Prin rescrierea ecuației (13) obținem:

$$H(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{I}{\delta} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v \cdot \frac{\pi p}{Z_2} \cdot \frac{\sin(v \pm 1) \cdot \pi}{\sin(v \pm 1) \cdot \frac{p \cdot \pi}{Z_2}} \cdot \sin \left[(\omega t \pm v\alpha) \mp (v \pm 1) \frac{2\pi p}{Z_2} \right] \quad (45)$$

Factorul de grup va fi nul pentru toate armonicile, cu excepția celor de ordinul:

$$v = c \frac{Z_2}{p} \mp 1 \quad (46)$$

pentru care: $k_{pv} = \frac{Z_2}{p} \quad (47)$

Prin urmare, ținând cont de (46) și (47), se poate scrie pentru intensitatea câmpului magnetic al unei înfășurări în scurtcircuit:

$$H(\alpha) = \frac{Z_2}{p} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{I}{\delta} \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v} \sin v \cdot \frac{\pi \cdot p}{Z_2} \cdot \sin(\omega t \pm v\alpha) \quad (48)$$

Suma din relația (48) este adevărată pentru orice armonică ce satisface condiția (46). Această ecuație poate fi rescrisă sub forma:

$$v \cdot p = c \cdot Z_2 \mp p \quad (49)$$

unde $c=0,1,2,\dots$

Comparând ecuațiile (49) și (38) se poate stabili, în concordanță cu teorema periodicității factorului de înfășurare, următoarea constatare:

O înfășurare în scurtcircuit produce numai acele armonici de pas al căror factor de înfășurare este egal cu acela al armonicii fundamentale.

Curentul I din ecuația (48), este în concordanță cu figura 1.7, curentul din inelul de scurtcircuitare, corespunzător barelor coliviei rotorice.

Curenții I_v ai unei înfășurări în scurtcircuit reale, cu Z_2 crestături, sunt determinați de diferența vectorială a curenților din segmentele alăturate ale inelului de scurtcircuitare, defazați prin unghiul:

$$\alpha_v = v \cdot \frac{2\pi}{Z_2} \cdot p \quad (50)$$

În concordanță cu figura 1.7, pentru curentul din inel se poate scrie:

$$I = \frac{I_t}{2 \cdot \sin \frac{\alpha_v}{2}} \quad (51)$$

Înlocuind ecuațiile (50) și (51) în ecuația (48) obținem pentru armonică de ordinul v a intensității câmpului magnetic al unei înfășurări în scurtcircuit, expresia finală:

$$H_v = \frac{1}{v} \cdot \frac{Z_2}{2p} \cdot \frac{I_t \cdot \sqrt{2}}{\pi \delta} \cdot \sin(\omega t \pm v\alpha) \quad (52)$$

în care ordinul armonicii trebuie să satisfacă condiția (49).

FACTORUL DE DISPERSIE DIFERENȚIALĂ

2.1 Înfășurarea statorică

Așa cum se cunoaște, tensiunea magnetică a unei înfășurări polifazate, repartizate în creștături, conține numeroase armonici ce se rotesc, cu diferite viteze, în întrefierul mașinii. Dacă ω_p este viteza unghiulară a armonicii fundamentale cu p perechi de poli atunci, spre exemplu, armonica a 5-a cu $5p$ perechi de poli rotește în sens invers cu viteza unghiulară $\omega_{5p} = \frac{1}{5} \cdot \omega_p$ și induce în rotorul aflat în rotație o tensiune de frecvență mai mare decât cea indusă de armonica fundamentală, pe când tensiunea indusă de armonica de ordinul 5 în înfășurarea statorică are aceeași frecvență cu cea indusă de armonica fundamentală. Același lucru este valabil și pentru alte armonici.

În conformitate cu ([H1]), curenții induși în rotor de armonicile superioare nu contribuie la cuplul fundamentalei care ia naștere numai prin interacțiunea armonicii fundamentale statorice și tensiunea magnetomotoare rotorice având p perechi de poli. Prin urmare apare clar că câmpul armonicilor superioare ale tensiunii magnetomotoare nu poate fi privit ca parte a fluxului magnetic util, ci toate aceste armonici au o acțiune de câmp de dispersie căruia îi corespunde o reactanță de dispersie diferențială, pe care o notăm cu X_0 .

Aceeași concluzie se poate trage și pentru armonicile tensiunii magnetomotoare rotorice la pornire, când rotorul este blocat. La pornire armonicile superioare produc cupluri parazite, pe când transferul de energie dintre stator și rotor este efectuat, în primul rând, de câmpul corespunzător armonicii fundamentale, cu p perechi de poli.

Dacă se notează cu X_δ reactanța totală corespunzătoare întregului câmp magnetic și cu X_u reactanța utilă ce corespunde armonicii fundamentale din întrefier, între cele trei reactanțe definite astfel există relația ([R3]):

$$X_\delta = X_u + X_0 \quad (53)$$

Scriind ([R3]):

$$X_0 = \gamma_0 X_u \quad (54)$$

se definește *factorul de dispersie diferențială*, γ_0 , sau *factorul de dispersie al întrefierului*. Din relația (54) rezultă ([R3]):

$$\gamma_0 = \frac{1}{k_{b1}^2} \cdot \sum_{v \neq 1} \left(\frac{k_{bv}}{v} \right)^2 \quad (55)$$

unde $k_{bv} = k_{qv} \cdot k_{yv}$, reprezintă factorul de înfășurare pentru armonica v iar k_{b1} reprezintă factorul de înfășurare al fundamentalei.

Ținând cont de ecuația (55) se pot defini factori de dispersie diferențială atât pentru înfășurarea statorică cât și pentru înfășurarea rotorică, de forma:

$$\gamma_{10} = \frac{1}{k_{b1,1}^2} \cdot \sum_{v \neq 1} \left(\frac{k_{b1v}}{v} \right)^2 \text{ și respectiv}$$

$$\gamma_{20} = \frac{1}{k_{b2,1}^2} \cdot \sum_{v \neq 1} \left(\frac{k_{b2v}}{v} \right)^2$$

în care:

- k_{b1v} și k_{b2v} reprezintă factorul de înfășurare al armonicii v , pentru înfășurarea statorică și respectiv rotorică
- $k_{b1,1}$ și $k_{b2,1}$ reprezintă factorul de înfășurare al armonicii fundamentale, pentru înfășurarea statorică și respectiv rotorică

Așa cum am arătat în secțiunea precedentă, pentru înfășurări cu q întreg, factorul de repartizare k_{qv} și cel de scurtare k_{yv} , pentru armonica v se calculează cu relațiile:

$$k_{qv} = \frac{\sin vq \frac{\alpha}{2}}{q \sin v \frac{\alpha}{2}} \quad \text{și} \quad k_{yv} = \sin v \cdot \frac{y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}$$

În cazul înfășurărilor cu q fracționar, pentru calculul lui k_{qv} se găsește o înfășurare cu alt număr de poli și un q' întreg, echivalentă, din punctul de vedere al factorului de repartizare cu înfășurarea cu q fracționar, obținându-se astfel relații analitice pentru calculul lui k_{qv} .

Determinând factorii de înfășurare pentru fiecare armonică se efectuează suma infinită (55), obținându-se valoarea lui γ_0 .

Factorii de înfășurare pot fi determinați și grafic. Se construiește steaua tensiunilor electromotoare pentru armonica de ordinul v , determinând apoi factorul k_{bv} corespunzător, ca raport între suma geometrică și suma algebrică a tensiunilor electromotoare din bobinele înseriate ale unei faze. La înfășurările fracționare se preferă această metodă deoarece este mai comodă pentru pentru determinarea factorilor de înfășurare.

În calculul factorului de scăpări diferențiale se poate evita efectuarea sumei infinite (55), calculând reactanțele X_δ și X_u din energia magnetică și astfel pe γ_0 conform cu ([R3]):

$$\gamma_0 = \frac{X_\delta}{X_u} - 1 = \frac{2 \cdot \sum f^2(x)}{Z \cdot F_1^2} - 1 \quad (56)$$

Curba în trepte a solenației totale din întrefier are armonica fundamentală de amplitudine F_1 . Suma din relația (56) are un număr finit de termeni reprezentând pătratele ordonatelor solenației corespunzătoare celor Z creștături statorice. Prin urmare, pentru calculul lui γ_{10} cu relația (56), este necesar să se reprezinte grafic curba solenației totale din întrefier sau poligonul solenației (poligonul Görges). Deși este mai puțin utilizat poligonul solenației poate oferi nu numai calculul lui γ_0 ci și cunoașterea altor proprietăți ale înfășurării.

În continuare se prezintă un exemplu, ilustrând modul de lucru. S-a ales o înfășurare trifazată într-un strat cu $2p=2$, $q=2$, $Z=12$. Construcția este efectuată pentru momentul de timp în care curentul fazei I este maxim.

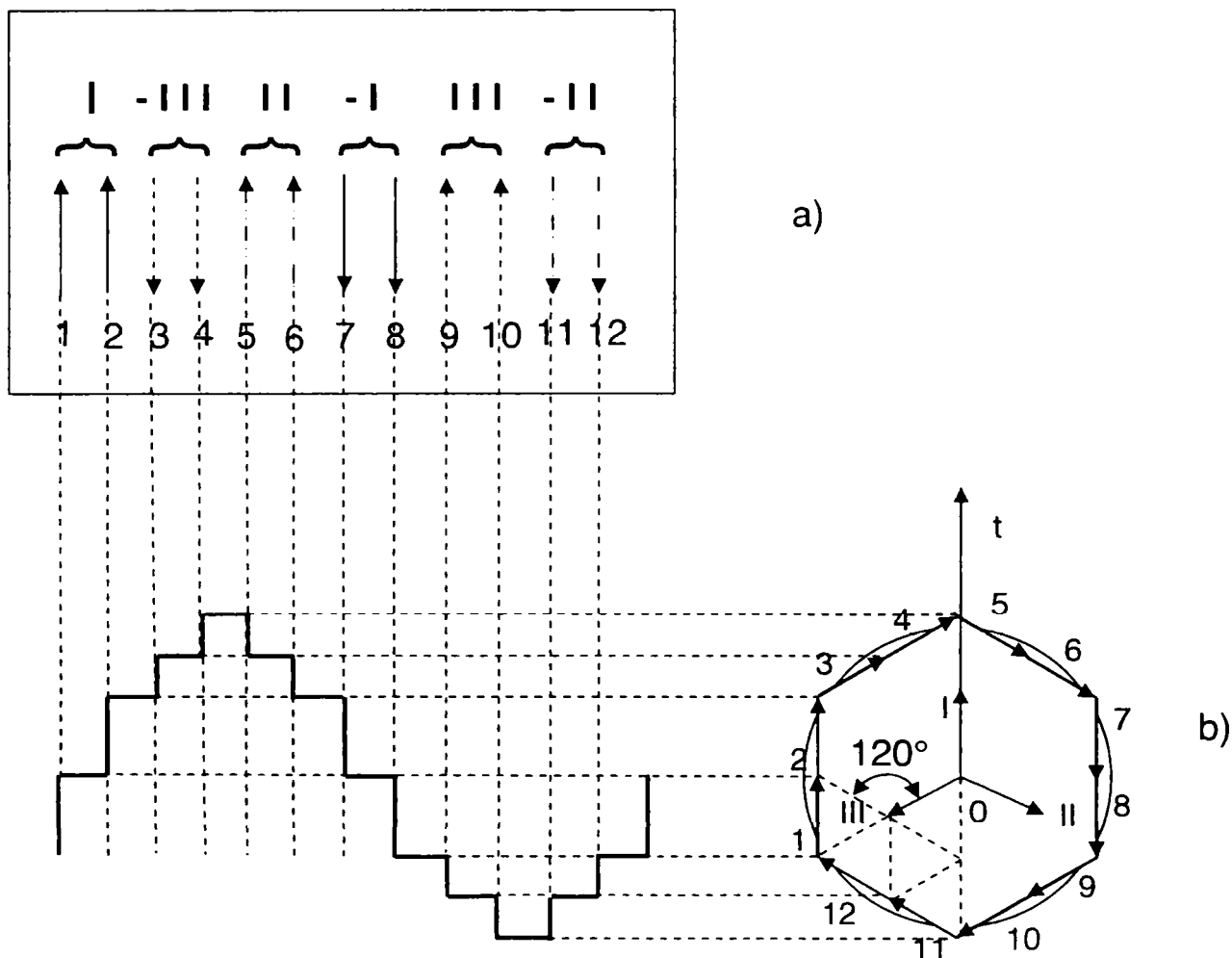


Fig. 2.1 Diagrama Görges pentru o înfășurare trifazată într-un strat cu $2p=2$, $q=2$, $Z=12$

Cunoscând repartizarea bobinelor și sensul curentului prin acestea (fig.2.1a) se construiește poligonul solenației (fig 2.1b), care este, de fapt, o reprezentare vectorială a solenațiilor corespunzătoare creștăturilor. Dacă poli sunt simetrici, poligonul se închide după o pereche de poli, obținându-se p poligoane suprapuse pentru toate creștăturile.

Din poligon se poate deduce pentru orice moment t , curba solenației $f(x)$, cea care dă informații asupra conținutului de armonici ale înfășurării. În figura 2.1b s-a trasat această curbă în raport cu axa timpului t . Punctele notate cu 1,2,..12, reprezintă creșterile în care se află înfășurarea și sunt reprezentate atât pe poligon cât și pe abscisa curbei solenației. Se constată că în curba $f(x)$, ordonata corespunzătoare unui punct de pe abscisă se obține ca proiecție pe axa timpului a distanței dintre punctul corespunzător și centrul poligonului. Prin urmare suma din relația (56) poate fi efectuată și cu ajutorul poligonului și corespunde, prin analogie cu mecanica, cu procedeul de calcul al momentului de inerție axial. În acest sens a efectua $\sum f^2(x)$ din curba solenației este tot una cu a calcula momentul de inerție axial al poligonului Görges, considerat astfel ca sistem mecanic constituit din mase egale, punctiforme, situate în punctele 1,2,..12.

Păstrând analogia cu mecanica, Krondl a mers și mai departe stabilind următoarea regulă pentru calculul lui γ_0 :

$$\gamma_0 = \frac{I_{pp}}{I_{p1}} - 1 = \left(\frac{R_g}{R_1} \right)^2 - 1 \quad (57)$$

unde:

I_{pp} – momentul de inerție polar al punctelor poligonului corespunzătoare creșterilor;

I_{p1} – momentul de inerție polar al cercului corespunzător armonicii fundamentale;

R_g – raza de inerție corespunzătoare poligonului;

R_1 – raza de inerție corespunzătoare armonicii fundamentale;

În relația (57), R_g^2 este media pătratelor distanțelor față de centrul poligonului a tuturor punctelor corespunzătoare creșterilor de pe poligon.

Pentru poligonul din figura 2.1, rezultă:

$$R_g = \frac{01^2 + 02^2 + 03^2 + \dots}{12} \quad (58)$$

Raza de inerție corespunzătoare fundamentalei se calculează cu relația:

$$2\pi R_1 = k_{b1} \cdot P \quad (59)$$

unde:

k_{b1} – este factorul de înfășurare pentru armonica fundamentală

P – reprezintă perimetrul poligonului solenației, numai la înfășurări într-un strat, la înfășurări în două straturi P reprezintă suma algebrică (nu vectorială) a solenațiilor crestăturilor, considerând separat straturile (această sumă este mai mare decât perimetrul poligonului).

2.2 Exemple de calcul automat al parametrilor înfășurărilor mașinii asincrone, mono și trifazate

Se observă că metoda de calcul a lui γ_0 și calculul amplitudinii armonicilor este destul de laborioasă, implicând construcții grafice și calcule matematice destul de laborioase. Totuși în cazul multor înfășurări, care dau un conținut mare de armonici, este obligatorie analiza dispersiei întrefierului. În toate aceste cazuri utilizarea calculatorului este mult mai comodă. În [M1] se propune un program de calcul automat al armonicilor spațiale ale solenației totale din întrefier, precum și al factorilor γ_0 și k_{b1} .

Programul returnează amplitudinile armonicilor în procente din amplitudinea fundamentalei, determinând automat curba solenației urmată de o descompunere în serie Fourier a acestei curbe în trepte. În acest sens este necesar să se cunoască repartiția bobinelor în crestături și sensul curenților prin ele. Dacă înfășurarea este simetrică este suficient să se cunoască repartizarea unei faze.

Ca un prim exemplu al celor arătate se calculează coeficienții γ_0 pentru diferite înfășurări trifazate, cu q întreg, și se reprezintă grafic dependența acestora față de raportul y/τ , comparând cu valorile calculate de Richter

((R3)) (figura 2.2). Concluzia care se desprinde este similară cu cea obținută de Richter, și anume aceea că dispersia diferențială este minimă pentru înfășurările trifazate care au raportul $y/\tau \cong 0.82$.

Se observă, de asemenea că la $y/\tau=2/3$, scăpările diferențiale sunt egale cu cele care se produc când înfășurarea este cu pas diametral.

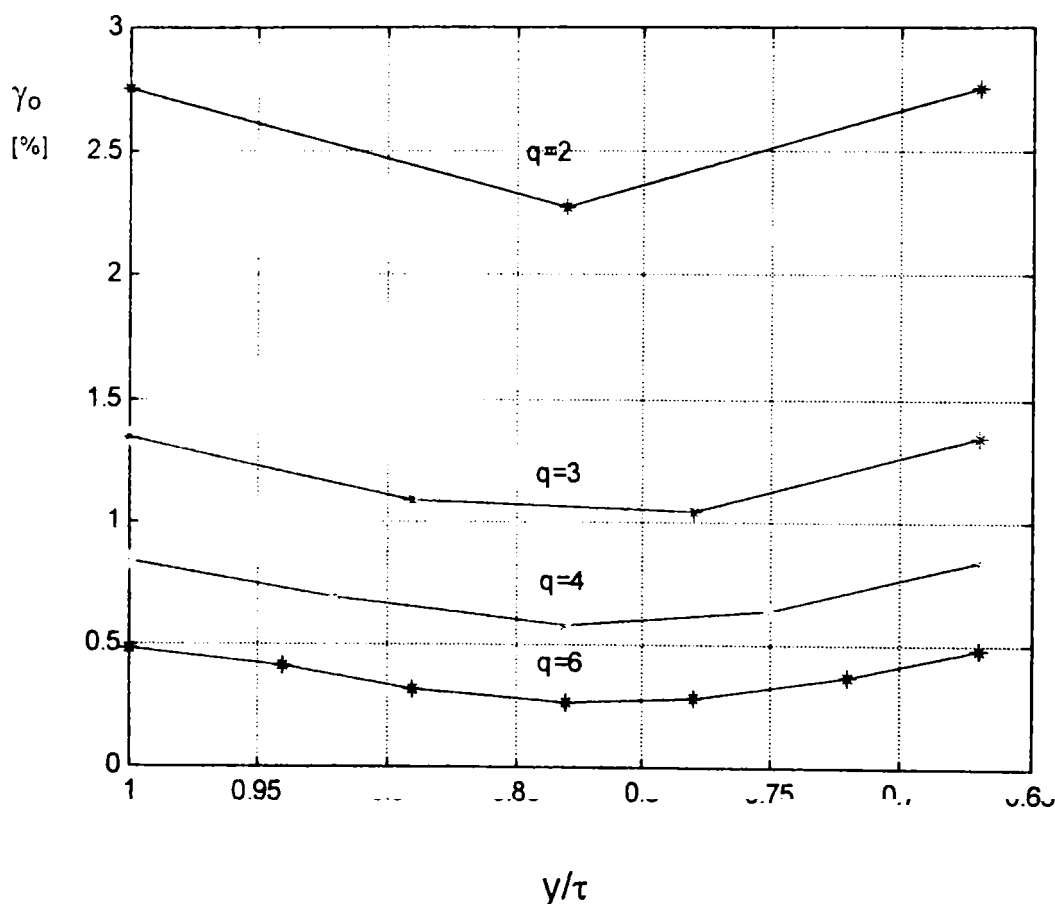


Fig. 2.2

În continuare se examinează o înfășurare trifazată cu poli comutabili, în raportul 1: 2, cu 36 crestături, 2/4 poli, în două variante de pas de bobinaj : 1-10 (pas diametral pentru înfășurarea de 4 poli) și respectiv 1-11. Această înfășurare se compară teoretic și experimental în ceea ce privește conținutul de armonici. Se calculează ponderea primelor armonici superioare și factorii γ_0 și k_{b1} pentru cele două cazuri. Executând practic înfășurările pe două motoare și ridicând cele două caracteristici mecanice corespunzătoare, se

poate constata efectul cuplurilor parazite asincrone provocate de armonicile superioare.

1- Înfășurare executată cu pasul 1-10 (Curba 1)

$$\gamma_0 = 1,37 \%$$

$$k_{b1} = 0.831$$

v	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35
%	100	4.53	2.64	1.68	1.74	5.88	5.26	0.99	0.74	0.64	0.73	2.86

2- Înfășurare executată cu pasul 1-11 (Curba 2)

$$\gamma_0 = 0.53 \%$$

$$k_{b1} = 0.732$$

v	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35
%	100	5.06	0.49	0.22	0.91	0.51	0.46	0.51	0	0.12	0.82	2.86

M
[kgfm]

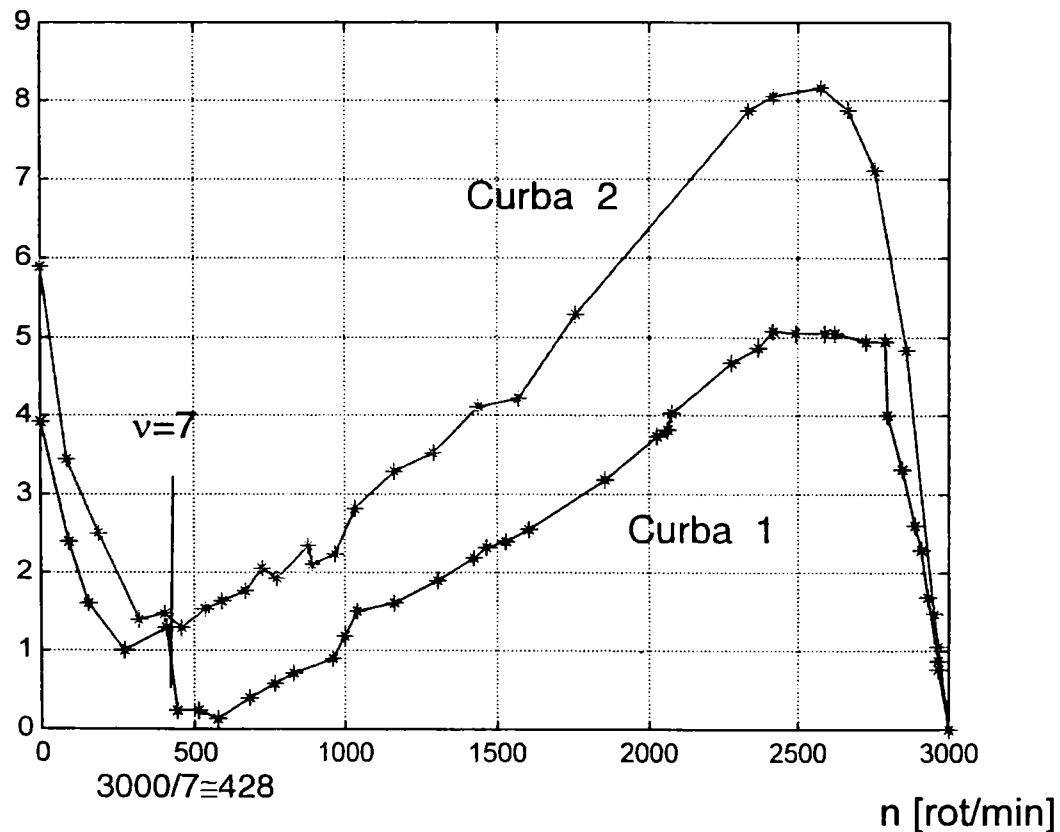


Fig. 2.3

Analiza ponderilor armonicilor superioare evidențiază faptul că prin modificarea pasului înfășurării, prin alungire cu o crestătură, se determină o scădere drastică a ponderii armonicii a 7-a (de peste 5 ori), prima armonică rotitoare direct și care în cazul anterior a dat naștere la un cuplu parazit asincron care a determinat o “agățare” a motorului la o turație de ≈ 428 rot/min, la alimentarea cu o tensiune redusă de 200 V, motorul fiind proiectat pentru o tensiune de linie de 380 V. De asemenea se poate vedea că și γ_0 s-a redus, de la 1,37 % la 0,53 % ceea ce înseamnă o reducere de 2.5 ori.

În ambele situații se remarcă armonicile de dantură, de ordinul $v = 2mqc \pm 1 = \frac{Z_2}{p} \cdot c \pm 1$ (unde $c=1,2,3,\dots$), ca fiind relativ mari. Acestea sunt cunoscutele armonici care au factorul de înfășurare egal cu cel al fundamentalei și nu pot fi atenuate prin repartizarea bobinelor sau prin scurtarea pasului (așa cum se poate observa și din exemplul ales). În cazul de față prima armonică care are același factor de bobinaj ca și fundamentală este cea de ordin $v=2mq-1=35$, urmând cele de ordin 37, 71, 73, etc.

Un alt exemplu este cel al unei înfășurări trifazate cu 24 crestături, cu 4 perechi de poli, într-un strat, cu pas diametral 1-4.

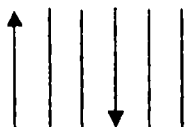


Fig. 2.4 Explicativă pentru repartizarea bobinelor pe pol și fază

Înfășurarea admite o înfășurare primitivă pe 6 crestături, cu $p=1$, mai sus reprezentându-se laturile de dus și de întors ale unei faze.

Făcând analiza armonică a acestei înfășurări se obține:

$$\gamma_0 = 9.57 \%$$

$$k_{b1} = 1$$

v	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35
%	100	20	14.29	9.09	7.69	5.88	5.26	4.35	4	3.45	3.23	2.86

cea ce evidențiază conținutul mare de armonici superioare al acestei înfășurări; adoptarea acesteia fiind explicată numai de restricțiile impuse de tema de proiectare (un anumit diametru al tolei stator, un anumit număr de creștături statorice, un anumit număr de perechi de poli necesar a fi realizat, etc.)

În continuare am efectuat o analiză armonică pentru toate înfășurările monofazate cu fază auxiliară utilizate pentru motoarele cu fază auxiliară capacitivă, din producția întreprinderii "Electromotor". Rezultatele obținute le-am sintetizat în tabelul 2.1, în care am prezentat analizele armonice pentru cele două înfășurări, principală și auxiliară, grupate pe tip de motor, pentru a scoate în evidență ponderea armonicilor conținute și pentru a evidenția interacțiunea dintre ele.

Din acest tabel se pot concluziona următoarele:

- prima armonică rotitoare direct, în cazul înfășurărilor monofazate este cea de ordinul 3. Atunci când ea există, atât în înfășurarea principală cât și în înfășurarea auxiliară, interacționează și creează cupluri parazite care pot duce la "agățarea" la o treime din turația nominală împiedicând pornirea. Din analiza efectuată se evidențiază faptul că la toate motoarele monofazate cu fază auxiliară capacitivă, tip EMT, cu excepția celor două motoare de doi poli din gabaritul 71 (0.37 și 0.55 x 3000), în înfășurarea principală armonica a 3-a și respectiv multiplii de 3 sunt nule și prin urmare, chiar dacă în înfășurarea auxiliară ea are valori importante, 22-24% , neavând corespondent în cealaltă înfășurare nu există interacțiune și nici efecte asupra motorului.

- în toate cazurile, înfășurarea auxiliară are un conținut de armonici superior celei principale, ceea ce duce și la factori de dispersie ai întrefierului mari.

Utilizând același program descris mai înainte s-a efectuat o analiză a conținutului de armonici dat de o înfășurare, cu o anumită scurtare a pasului înfășurării cuprinsă între 0 și o treime din pasul polar. Așa cum se cunoaște, variația în trepte a solenației motorului asincron introduce o serie de armonici superioare care perturbă funcționarea acestuia. Prin schimbarea pasului bobinei, se modifică repartiția spațială a solenației, și deci conținutul de armonici. Rezultatele obținute s-au sintetizat în tabelul 2.2, în care, cu caractere îngroșate s-au marcat armonicile rotitoare direct.

Analizând rezultatele obținute se impun câteva considerații:

- înfășurările cu $q=1$ dau conținutul cel mai mare de armonici. Nici una din aceste armonici nu poate fi atenuată prin scurtarea pasului înfășurării.
- la înfășurările cu $q=2$ se observă, pentru armonicile rotitoare direct, că din două în două armonici, pornind de la fundamentală acestea au valori ce nu pot fi atenuate prin scurtarea pasului înfășurării.
- la înfășurările cu $q=3$ acestea se întâlnesc din trei în trei, s.a.m.d.
- acest fenomen îl întâlnim și pentru armonicile rotitoare în sens invers cu fundamentala. Acest tip de armonici ce nu pot fi atenuate prin scurtarea pasului înfășurării sunt cele de ordinul $v=6qk\pm 1$, unde $k=\pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$
- înfășurările cu $q\geq 6$ au un conținut de armonici relativ redus, cu un factor de dispersie a întrefierului $\gamma_{10} < 0.501$, oricare ar fi varianta de înfășurare.

Tabel 2.1

Nr. crt.	Tip motor	Infășurare	k_{b1}	γ_{10}	Amplitudinea armonicii, în procente din amplitudinea fundamentală														
					1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25		
1	0.37 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.851 0.940	0.915 4.62	100 100	3.56 19.3	4.29 1.69	0.88 2.35	0.49 1.71	0.45 0.47	0.38 0.40	0.29 1.03	0.36 0.97	1.13 0.45	0.51 2.76	4.35 4.35	4.00 4.00		
2	0.55 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.850 0.936	0.907 4.29	100 100	3.43 18.55	4.29 1.13	0.93 2.35	0.47 1.40	0.47 0.31	0.40 0.27	0.28 0.84	0.38 0.97	1.13 0.30	0.49 2.65	4.35 4.35	4.00 4.00		
3	0.75 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
4	1.1 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
5	1.3 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
6	1.5 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
7	1.84 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
8	2.2 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
9	3 kW x 3000 rpm	F. princ. F. aux.	0.829 0.958	0.866 6.46	100 100	0 22.74	4.29 4.29	2.35 2.35	0 3.14	1.20 1.20	1.01 1.01	0 1.88	0.97 0.97	1.13 1.13	0 3.25	4.35 4.35	4.00 4.00		
10	0.25 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.836 0.966	2.79 10.12	100 100	0 24.40	5.36 5.36	3.83 3.83	0 8.13	9.09 9.09	7.69 7.69	0 4.88	1.58 1.58	1.41 1.41	0 3.49	4.35 4.35	4.00 4.00		
11	0.37 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.836 0.966	2.79 10.12	100 100	0 24.40	5.36 5.36	3.83 3.83	0 8.13	9.09 9.09	7.69 7.69	0 4.88	1.58 1.58	1.41 1.41	0 3.49	4.35 4.35	4.00 4.00		
12	0.55 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.836 0.966	2.79 10.12	100 100	0 24.40	5.36 5.36	3.83 3.83	0 8.13	9.09 9.09	7.69 7.69	0 4.88	1.58 1.58	1.41 1.41	0 3.49	4.35 4.35	4.00 4.00		
13	0.75 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.836 0.966	2.79 10.12	100 100	0 24.40	5.36 5.36	3.83 3.83	0 8.13	9.09 9.09	7.69 7.69	0 4.88	1.58 1.58	1.41 1.41	0 3.49	4.35 4.35	4.00 4.00		
14	1.1 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.836 0.966	2.79 10.12	100 100	0 24.40	5.36 5.36	3.83 3.83	0 8.13	9.09 9.09	7.69 7.69	0 4.88	1.58 1.58	1.41 1.41	0 3.49	4.35 4.35	4.00 4.00		
15	1.5 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.836 0.966	2.79 10.12	100 100	0 24.40	5.36 5.36	3.83 3.83	0 8.13	9.09 9.09	7.69 7.69	0 4.88	1.58 1.58	1.41 1.41	0 3.49	4.35 4.35	4.00 4.00		
16	1.84 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.831 0.959	1.37 7.218	100 100	0 23.15	4.53 4.53	2.64 2.64	0 3.86	1.68 1.74	1.74 4.63	0 5.88	5.88 5.26	5.28 3.31	0 0.99	0.74 1.29			
17	2.2 kW x 1500 rpm	F. princ. F. aux.	0.831 0.959	1.37 7.218	100 100	0 23.15	4.53 4.53	2.64 2.64	0 3.86	1.68 1.74	1.74 4.63	0 5.88	5.88 5.26	5.28 3.31	0 0.99	0.74 1.29			

Tabel 2.2

q	Pas bobinaj	Kb1	γ_{10} [%]	Amplitudinea armoniilor, in procente din amplitudinea fundamentalei																							
				1	5	7	11	13	17	19	23	25	29	31	35	37	41	43	47	49	53	55	59	61	65	67	
1	diаметral 1		9.577	100	20	14.3	9.09	7.7	5.88	5.26	4.35	4	3.45	3.23	2.86	2.7	2.44	2.33	2.13	2.04	1.89	1.82	1.69	1.64	1.54	1.49	
	1-3	0.866	9.577	100	20	14.3	9.09	7.7	5.88	5.26	4.35	4	3.45	3.23	2.86	2.7	2.44	2.33	2.13	2.04	1.89	1.82	1.69	1.64	1.54	1.49	
	diаметral 0.966		2.79	100	5.36	3.83	9.09	7.7	1.58	1.41	4.35	4	0.92	0.86	2.86	2.7	0.65	0.62	2.13	2.04	0.51	0.49	1.69	1.64	0.41	0.4	
2	1-6	0.933	2.31	100	1.44	1.03	9.09	7.7	0.42	0.38	4.35	4	0.25	0.23	2.86	2.7	0.18	0.17	2.13	2.04	0.14	0.13	1.69	1.64	0.11	0.11	
	1-5	0.836	2.79	100	5.36	3.83	9.09	7.7	1.58	1.41	4.35	4	0.92	0.86	2.86	2.7	0.65	0.62	2.13	2.04	0.51	0.49	1.69	1.64	0.41	0.4	
	diаметral 0.956		1.376	100	4.53	2.64	1.68	1.74	5.88	5.26	0.99	0.74	0.64	0.73	2.86	2.7	0.55	0.43	0.39	0.46	1.89	1.82	0.38	0.3	0.28	0.34	
3	1-9	0.945	1.112	100	2.96	0.92	0.58	1.14	5.88	5.26	0.64	0.26	0.22	0.48	2.86	2.7	0.36	0.15	0.14	0.3	1.89	1.82	0.25	0.11	0	0.22	
	1-8	0.902	1.08	100	0.84	2.15	1.37	0.32	5.88	5.26	0.18	0.6	0.52	0.14	2.86	2.7	0.1	0.35	0.32	0	1.89	1.82	0	0.25	0.23	0	
	1-7	0.831	1.376	100	4.53	2.64	1.68	1.74	5.88	5.26	0.99	0.74	0.64	0.73	2.86	2.7	0.55	0.43	0.39	0.46	1.89	1.82	0.38	0.3	0.28	0.34	
4	diаметral 0.957		0.866	100	4.29	2.35	1.2	1.01	0.97	1.13	4.35	4	0.74	0.53	0.38	0.36	0.4	0.5	2.13	2.04	0.4	0.3	0.22	0.22	0.25	0.32	
	1-12	0.949	0.715	100	3.43	1.44	0.16	0.13	0.59	0.9	4.35	4	0.59	0.33	0.25	0	0.25	0.4	2.13	2.04	0.32	0.18	0	0	0.16	0.26	
	1-11	0.925	0.602	100	1.15	0.63	1.2	1.01	0.26	0.3	4.35	4	0.2	0.14	0.38	0.36	0.11	0.13	2.13	2.04	0.11	0	0.22	0.22	0	0	
6	1-10	0.884	0.666	100	1.78	2.35	0.5	0.42	0.97	0.47	4.35	4	0.31	0.53	0.16	0.15	0.4	0.21	2.13	2.04	0.17	0.3	0	0	0.25	0.13	
	1-9	0.829	0.866	100	4.29	2.35	1.2	1.01	0.97	1.13	4.35	4	0.74	0.53	0.38	0.36	0.4	0.5	2.13	2.04	0.4	0.3	0.22	0.22	0.25	0.32	
	diаметral 0.956		0.501	100	4.12	2.17	0.97	0.74	0.51	0.46	0.42	0.43	0.52	0.67	2.86	2.7	0.5	0.35	0.23	0.2	0.17	0.16	0.16	0.16	0.17	0.23	
8	1-18	0.952	0.432	100	3.75	1.78	0.56	0.31	0.18	0	0.18	0.25	0.43	0.61	2.86	2.7	0.46	0.29	0.13	0	0	0	0	0	0.1	0.19	
	1-17	0.941	0.335	100	2.69	0.75	0.34	0.48	0.51	0.46	0.27	0.15	0.18	0.43	2.86	2.7	0.33	0.12	0	0.13	0.17	0.16	0.11	0	0	0.2	
	1-16	0.923	0.279	100	1.11	0.58	0.97	0.74	0.14	0.12	0.42	0.43	0.14	0.18	2.86	2.7	0.13	0	0.23	0	0	0	0.16	0.17	0	0	
8	1-15	0.898	0.296	100	0.76	1.77	0.79	0.14	0.51	0.46	0	0.35	0.43	0.12	2.86	2.7	0	0.29	0.18	0	0.17	0.16	0	0.14	0.19	0	
	1-14	0.866	0.385	100	2.61	2.39	0	0.67	0.24	0.21	0.38	0	0.58	0.42	2.86	2.7	0.32	0.39	0	0.18	0	0	0.15	0	0.26	0.19	
	1-13	0.828	0.501	100	4.12	2.17	0.97	0.74	0.51	0.46	0.42	0.43	0.52	0.67	2.86	2.7	0.5	0.35	0.23	0.2	0.17	0.16	0.16	0.16	0.17	0.23	
8	diаметral 0.955		0.373	100	4.07	2.11	0.9	0.67	0.43	0.36	0.28	0.26	0.24	0.24	0.25	0.27	0.36	0.47	2.13	2.04	0.38	0.27	0.17	0.14	0.11	0.1	
	1-24	0.953	0.334	100	3.86	1.9	0.68	0.44	0.19	0.12	0	0	0	0.1	0.16	0.2	0.32	0.45	2.13	2.04	0.36	0.24	0.13	0	0		
	1-23	0.947	0.264	100	3.26	1.3	0.12	0	0.26	0.29	0.28	0.26	0.19	0.14	0	0	0.22	0.38	2.13	2.04	0.31	0.17	0	0	0		
8	1-22	0.937	0.201	100	2.31	0.42	0.51	0.57	0.43	0.31	0	0	0.2	0.24	0.21	0.15	0	0.27	2.13	2.04	0.22	0	0	0.12	0.11	0	
	1-21	0.923	0.165	100	1.09	0.57	0.9	0.67	0.11	0	0.28	0.26	0	0	0.25	0.27	0	0.13	2.13	2.04	0.1	0	0.17	0.14	0	0	
	1-20	0.904	0.171	100	0.28	1.47	0.85	0.31	0.34	0.38	0	0	0.25	0.19	0.12	0.25	0.25	0	2.13	2.04	0.19	0.19	0.16	0	0	0.11	
8	1-19	0.882	0.217	100	1.69	2.11	0.37	0.28	0.43	0.15	0.28	0.25	0	0.24	0.1	0.11	0.36	0.2	2.13	2.04	0.16	0.27	0	0	0.11	0	
	1-18	0.857	0.293	100	2.99	2.35	0.32	0.71	0	0.3	0.14	0.13	0.2	0	0.26	0	0.4	0.35	2.13	2.04	0.28	0.3	0	0.15	0	0	
	1-17	0.827	0.373	100	4.07	2.11	0.9	0.67	0.43	0.36	0.28	0.26	0.24	0.24	0.25	0.27	0.36	0.47	2.13	2.04	0.38	0.27	0.17	0.14	0.11	0.1	

2.3 Înfășurarea rotorică

Pentru calculul factorului de dispersie diferențială al rotorului se poate pleca de la relația generală dată de relația (56):

$$\gamma_0 = \frac{X_\delta}{X_u} - 1 = \frac{2 \cdot \sum f^2(x)}{Z \cdot F_1^2} - 1$$

În cazul înfășurării rotorice în colivie (cazul cel mai des întâlnit în practică) numărul de faze este egal cu numărul de creștături rotorice. Prin urmare defazajul dintre două faze succesive este egal cu decalajul dintre două creștături alăturate. Pentru armonica fundamentală avem:

$$\alpha_{\text{rot}} = \frac{2\pi p}{Z_2}$$

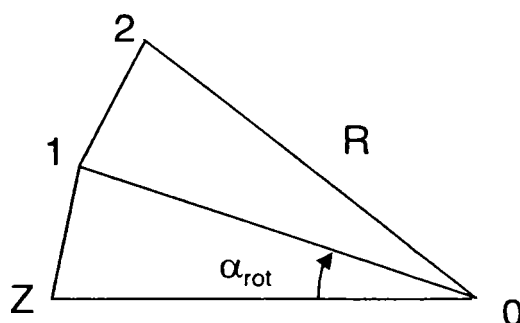


fig. 2.5

În figura 2.5 s-a reprezentat o porțiune din diagrama vectorială a tensiunilor magnetice care pentru unda principală este un poligon ce se parcurge de p ori. În general numărul de creștături Z_2 nu este divizibil prin numărul de perechi de poli p , astfel încât diferitele parcursuri ale diagramei nu se suprapun. Prin urmare suma $\sum f^2(x)$ din relația de mai sus trebuie extinsă pentru toată periferia rotorică. Dacă I_t este valoarea efectivă a curentului dintr-o bară, raza de inerție a poligonului determinat de creștăturile rotorice va avea valoarea (a se vedea și fig. 1.7):

$$R_g = \frac{l_t \cdot \sqrt{2}}{2 \sin \frac{\alpha}{2}} \quad (60)$$

iar raza de inerție corespunzătoare armonicii fundamentale va fi:

$$R_1 = \frac{k_{b2} \cdot P}{2 \cdot \pi} \quad (\text{conform rel. 59})$$

cum $P = \sqrt{2} I_1 Z_2$ iar $k_{b2} = 1$ pentru rotorul în scurtcircuit, \Rightarrow

$$R_1 = \frac{\sqrt{2} \cdot l_t \cdot Z_2}{2 \cdot \pi} \quad (61)$$

Înlocuind pe R_g și R_1 în relația (57), se obține expresia factorului de scăpări diferențiale pentru rotorul în scurtcircuit, cu o singură bară pe crestătură (cazul uzitat în practică):

$$\gamma_{20} = \left(\frac{\pi}{m} \right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^2 \left(\frac{\pi}{m} \right)} - 1 \quad (62)$$

Această relație presupune că crestăturile din rotor nu sunt înclinate. În majoritatea covârșitoare a cazurilor practice, însă, creatăturile rotorice sunt înclinate față de cele statorice și de aceea factorul de scăpări diferențiale rotorice are, în acest caz, următoarea expresie ([R3]):

$$\gamma'_{20} = \frac{1 + \gamma_{20}}{k_{c2}} - 1 \quad (63)$$

în care:

γ_{20} reprezintă factorul de scăpări diferențiale pentru rotorul în scurtcircuit pentru cazul în care crestăturile nu sunt înclinate

k_{c2} reprezintă *factorul de înclinare*

$$k_{c2} = \frac{\sin \frac{p\pi}{Z_2} \cdot \frac{b}{\tau_{c2}}}{\frac{p\pi}{Z_2} \cdot \frac{b}{\tau_{c2}}} \quad (64)$$

în care b reprezintă înclinarea creștăturilor rotorice de-a lungul pasului de creștătură iar τ_{c2} reprezintă pasul creștăturilor din rotor. Prin urmare γ'_{20} rezultă:

$$\gamma'_{20} = \frac{\left(\frac{\pi}{m}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - 1}{k_{c2}} \quad (65)$$

2.4 Influența deschiderii creștăturilor asupra reactanței de dispersie diferențială

Atunci când s-a introdus noțiunea de dispersie diferențială și a relațiilor care o definesc, s-a presupus că inducția de-a lungul unui pas de creștătură este constantă în înfășurarea considerată. Această ipoteză nu corespunde realității datorită deschiderii creștăturilor din cele două părți ale mașinii.

În ([R3]), se prezintă pe larg această influență, motiv pentru care nu se mai insistă aici. Interesantă este concluzia ce se trage, și anume, aceea că prin creșterea statorului și a rotorului factorul de scăpări diferențiale calculat conform celor arătate mai sus, (rel. 56), nu se modifică semnificativ, dar că la calculul reactanței X_u a undei fundamentale, pentru întrefier se va considera valoarea $\delta'' = k_C \delta$, în care:

δ este întrefierul real

k_C este factorul lui Carter rezultat

$$k_C = k_{C1} \cdot k_{C2} \quad (66)$$

în care k_{C1} și k_{C2} reprezintă factorii lui Carter calculați pentru stator și respectiv rotor, iar calculul se efectuează în ipoteza că suprafețele dinspre întrefier ale celor două armături sunt echipotențiale.

2.5 Influența reacției armonicilor asupra dispersiei diferențiale

Prezența rotorului influențează asupra armonicilor statorului. Curenții induși în rotor de aceste armonici reacționează asupra armonicilor, slăbindu-le.

Pentru a evidenția reacția determinată de armonicile superioare asupra dispersiei diferențiale, determinăm reacția înfășurării rotorice asupra unei armonice a înfășurării din stator.

Astfel, armonica de ordinul ν a câmpului magnetic, stabilit de către curentul statoric, induce în înfășurarea rotorică un curent $I_{2\nu}$, a cărui frecvență (s, f_1) depinde de alunecarea rotorică. Acest curent excită la periferia rotorului armonici, dintre care armonicile de ordinul $\mu = \pm\nu$, reacționează cu armonicile statorice de ordinul ν .

În concordanță cu teorema a doua a lui Kirchoff, pentru o fază rotorică, putem scrie:

$$0 = -(R_{2\nu} + j \cdot s_\nu \cdot X_{2\sigma\nu}) \cdot I_{2\nu} - j \cdot s_\nu \cdot X_{2uv} \cdot (I_{2\nu} + I'_{1\nu}) \quad (67)$$

în care ([R3]):

$$I'_{1\nu} = \frac{m_1 \cdot W_1 \cdot k_{b1\nu}}{m_2 \cdot W_2 \cdot k_{b2\nu} \cdot k_{c2\nu}} \cdot I_{1\nu} \quad (68)$$

reprezintă curentul primar raportat la o fază a înfășurării rotorului.

X_{2uv} reprezintă reactanța principală de magnetizare a înfășurării rotorice, pentru armonica de ordinul ν a înfășurării statorului, pe care o considerăm drept undă utilă în cazul de față al analizei reacției armonicilor.

$X_{2\sigma\nu}$ reprezintă reactanța de dispersie a armonicii ν .

$R_{2\nu}$ reprezintă rezistența rotorică pentru armonica ν .

Toate reactanțele sunt scrise pentru frecvența f_1 a fundamentalei, pentru care rotorul este în repaus.

Reactanța de dispersie $X_{2\sigma\nu}$ este:

$$X_{2\sigma v} = X_{2cr} + X_{2c} + X_{2dv} \quad (69)$$

în care:

X_{2cr} reprezintă reactanța de dispersie din crestătură

X_{2c} reprezintă reactanța de dispersie din capetele de bobină

X_{2dv} reactanța de dispersie diferențială a rotorului pentru armonica v a statorului

Reactanța de dispersie diferențială X_{2dv} este egală cu suma tuturor reactanțelor câmpurilor din întrefier determinate, la periferia rotorului, de curentul I_{2v} , cu excepția armonicilor $\mu=v$, care aici este undă utilă.

Din relația (67) se obține curentul rotoric:

$$I_{2v} = -j \cdot \frac{s_v \cdot X_{2uv}}{R_{2v} + j \cdot s_v \cdot (X_{2uv} + X_{2\sigma v})} \cdot I'_{1v} \quad (70)$$

Atunci când se neglijează tensiunea magnetică din fier, câmpul magnetic al armonicilor de ordinul v , determinat de înfășurarea statorului, este proporțional cu curentul I'_{1v} , iar câmpul de reacție care apare este proporțional cu curentul I_{2v} , factorul de proporționalitate fiind același.

Factorul de *amortizare* sau *atenuare* este dat de expresia complexă ([R3]):

$$D_{2v} = \frac{I'_{1v} + I_{2v}}{I'_{1v}} = 1 - \frac{j \cdot s_v \cdot X_{2uv}}{R_{2v} + j \cdot s_v \cdot (X_{2uv} + X_{2\sigma v})} \quad (71)$$

și care prin înmulțire cu amplitudinea B_{1v} , a câmpului, determină unda rezultantă de ordinul v , din întrefier, a înfășurării statorului.

Pentru alunecarea $s_v=0$, sincronism între rotor și armonica v a tensiunii magnetice statorice, $D_{2v}=1$, și nu are loc nici o amortizare.

Valorile mai mici decât 1 ale lui pentru D_{2v} și astfel amortizarea maximă, se obține pentru alunecarea $s_v=\infty$, caz în care factorul de amortizare are valoarea:

$$D_{2v(s_v=\infty)} = 1 - \frac{X_{2uv}}{(X_{2uv} + X_{2\sigma v})} = 1 - \frac{1}{1 + \gamma_{2v}} = \frac{\gamma_{2v}}{1 + \gamma_{2v}} \quad (72)$$

în care $\gamma_{2v} = \frac{X_{2\sigma v}}{X_{2uv}}$, iar γ_{2v} este, ([R3]):

$$\gamma_{2v} = \frac{1}{k_{c2v}^2 \cdot \eta_{2v}^2} - 1 \quad (73)$$

unde

$$\eta_{2v} = \frac{\sin v \frac{p \cdot \pi}{Z_2}}{v \cdot \frac{p \cdot \pi}{Z_2}} \quad (74)$$

Z_2 fiind numărul de bare rotorice.

Pentru a obține factorul de amortizare total D_t al reactanței diferențiale statorice trebuie să se determine factorul de amortizare pentru toate armonicile tensiunii magnetice statorice, cu excepția armonicii fundamentale. Prin urmare ([R3]):

$$D_{2t} = \frac{1}{\gamma_{10}} \cdot \sum_{v \neq 1} \left[D_{2v} \cdot \left(\frac{k_{b1v}}{v \cdot k_{b11}} \right)^2 \right] \quad (75)$$

în care k_{b1v} este factorul de înfășurare statoric, pentru armonica v , iar k_{b11} este factorul de înfășurare pentru armonica fundamentală statorică.

2.6 Exemplu practic de calcul al reacției rotorice

În [R3] se calculează reacția unei înfășurări bobinate din rotor asupra scăpărilor diferențiale ale unei înfășurări bobinate din stator și se ajunge la concluzia că influența acesteia este mai mică decât 1% și prin urmare aceasta poate fi neglijată, întotdeauna, la înfășurările bobinate uzuale. De altfel marea majoritate a motoarelor asincrone uzuale sunt realizate cu înfășurare rotorică în colivie și de aceea este mai interesant să se examineze reacția acestei înfășurări asupra înfășurării statorice. Prin urmare se examinează motoarele din producția curentă a S.C. Electromotor S.A., calculându-se factorul de amortizare total datorat reacției și se trag concluzii asupra mărimii acesteia la motoarele de putere mică și medie.

În relația (73) este suficient să se considere suma reacțiilor numai până la $|v|=2mq+1$, unde pentru 'mq' se ia cea mai mare valoare dintre m_1q_1 , m_2q_2 ale statorului și rotorului ([R3]). Prin urmare se obține:

$$D_{2t} \approx \frac{1}{\gamma_{10}} \cdot \left\{ \sum_{v \neq 1}^{2mq+1} \left[D_{2v} \cdot \left(\frac{k_{b1v}}{v \cdot k_{b11}} \right)^2 \right] + \gamma_{10} - \sum_{v \neq 1}^{2mq+1} \left(\frac{k_{b1v}}{v \cdot k_{b11}} \right) \right\} \quad (74)$$

Ținând cont de relațiile (72) și (73), factorul de amortizare este:

$$D_{2v} = 1 - k_{c2}^2 \cdot \eta_{2v}^2 \quad (75)$$

și introducând în relația (74), rezultă pentru factorul de amortizare total, relația finală:

$$D_{2t} = 1 - \frac{1}{\gamma_{10}} \sum_{v \neq 1}^{2mq+1} \left(k_{c2} \cdot \eta_{c2} \cdot \frac{k_{b1v}}{v \cdot k_{b11}} \right)^2 \quad (76)$$

Cu aceste relații s-a determinat, analitic, cu ajutorul unui program scris în Mathcad, reacția înfășurării în colivie asupra dispersiei diferențiale a înfășurărilor trifazate, cu număr întreg de creștături pe pol și fază, ale motoarelor din seria de bază a S.C. Electromotor. Rezultatele obținute le-am sintetizat în tabelele 2.3, 2.4, 2.5, 2.6 și diagramele 2.6 și 2.7:

Serie de motoare asincrone trifazate, cu rotorul în scurtcircuit, cu $2p=2$

Tabel 2.3

Nr. crt.	Tip motor Putere x turație	q1	Z1	Z2	b/ τ 2	100 x γ_{10}	D _{2t}	(1-D _{2t})x100
1	0.37 kW x 3000 rpm	4	24	29	1.097	0.866	0.817	18.32
2	0.55 kW x 3000 rpm	4	24	29	1.113	0.866	0.818	18.24
3	0.75 kW x 3000 rpm	4	24	28	1.017	0.866	0.816	18.37
4	1.1 kW x 3000 rpm	4	24	28	1.165	0.866	0.824	17.58
5	1.5 kW x 3000 rpm	4	24	20	0.942	0.866	0.853	14.72
6	2.2 kW x 3000 rpm	4	24	20	0.959	0.866	0.854	14.59
7	3 kW x 3000 rpm	4	24	28	1.185	0.866	0.825	17.47
8	4 kW x 3000 rpm	4	24	28	1.497	0.866	0.844	15.6
9	5.5 kW x 3000 rpm	6	36	22	0.752	0.5015	0.704	29.64
10	7.5 kW x 3000 rpm	6	36	22	0.758	0.5015	0.704	29.58
11	9 kW x 3000 rpm	6	36	22	0.870	0.5015	0.715	28.45
12	11 kW x 3000 rpm	6	36	22	0.816	0.296	0.51	49.04
13	15 kW x 3000 rpm	6	36	22	0.832	0.296	0.512	48.76
14	18.5 kW x 3000 rpm	6	36	22	0.841	0.296	0.514	48.61
15	22 kW x 3000 rpm	6	36	28	0.782	0.296	0.431	56.86
16	30 kW x 3000 rpm	8	48	40	0.832	0.3736	0.495	50.51
17	37 kW x 3000 rpm	8	48	40	0.851	0.3736	0.496	50.39
18	45 kW x 3000 rpm	8	48	40	0.845	0.2937	0.359	64.14
19	55 kW x 3000 rpm	8	48	40	0.845	0.2937	0.359	64.14

Serie de motoare asincrone trifazate, cu rotorul în scurtcircuit, cu $2p=4$

Tabel 2.4

Nr. crt.	Tip motor Putere x turație	q1	Z1	Z2	b/ τ_2	100 x γ_{10}	D _{2t}	(1-D _{2t})x100
1	0.25 kW x 1500 rpm	2	24	30	1.006	2.799	0.97	2.975
2	0.37 kW x 1500 rpm	2	24	30	1.21	2.799	0.971	2.935
3	0.55 kW x 1500 rpm	2	24	30	0.996	2.799	0.97	2.975
4	0.75 kW x 1500 rpm	2	24	30	1.144	2.799	0.974	2.604
5	1.1 kW x 1500 rpm	2	24	30	1.294	2.799	0.978	2.202
6	1.5 kW x 1500 rpm	2	24	30	1.318	2.799	0.979	2.139
7	2.2 kW x 1500 rpm	3	36	28	1.045	1.376	0.949	5.087
8	3 kW x 1500 rpm	3	36	28	1.045	1.376	0.949	5.087
9	4 kW x 1500 rpm	3	36	28	1.045	1.376	0.949	5.087
10	5.5 kW x 1500 rpm	3	36	32	0.962	1.0808	0.911	8.886
11	7.5 kW x 1500 rpm	3	36	32	0.962	1.0808	0.911	8.886
12	9 kW x 1500 rpm	3	36	32	0.962	1.0808	0.911	8.886
13	11 kW x 1500 rpm	4	48	44	1.081	0.66	0.804	19.625
14	15 kW x 1500 rpm	4	48	44	1.081	0.66	0.804	19.625
15	18.5 kW x 1500 rpm	4	48	40	0.905	0.602	0.784	21.55
16	22 kW x 1500 rpm	4	48	40	0.905	0.66	0.805	19.489
17	30 kW x 1500 rpm	6	72	56	1.111	0.385	0.598	40.175
18	37 kW x 1500 rpm	6	72	56	1.111	0.385	0.598	40.175
19	45 kW x 1500 rpm	6	72	56	1.111	0.385	0.598	40.175
20	55 kW x 1500 rpm	6	72	56	1.111	0.432	0.641	35.857

Serie de motoare asincrone trifazate, cu rotorul în scurtcircuit, cu $2p=6$

Tabel 2.5

Nr. crt.	Tip motor Putere x turație	q1	Z1	Z2	b/ τ 2	100 x γ_{10}	D _{2t}	(1-D _{2t})x100
1	0.37 kW x 1000 rpm	2	36	26	0.806	2.799	0.992	0.77
2	0.55 kW x 1000 rpm	2	36	26	0.926	2.799	0.994	0.583
3	0.75 kW x 1000 rpm	2	36	26	1.037	2.799	0.996	0.425
4	1.1 kW x 1000 rpm	2	36	26	1.056	2.799	0.996	0.425
5	1.5 kW x 1000 rpm	2	36	39	1.348	2.799	0.987	1.343
6	2.2 kW x 1000 rpm	2	36	39	1.700	2.799	0.994	0.641
7	3 kW x 1000 rpm	2	36	46	1.272	2.312	0.971	2.878
8	4 kW x 1000 rpm	2	36	46	1.282	2.312	0.972	2.846
9	5.5 kW x 1000 rpm	2	36	46	1.470	2.312	0.977	2.256
10	7.5 kW x 1000 rpm	3	54	44	1.326	1.0808	0.948	5.179
11	11 kW x 1000 rpm	3	54	44	1.350	1.0808	0.95	5.018
12	15 kW x 1000 rpm	3	54	44	1.057	1.0808	0.93	7.04
13	18.5 kW x 1000 rpm	4	72	58	1.086	0.6023	0.811	18.907
14	22 kW x 1000 rpm	4	72	58	1.111	0.6023	0.814	18.616
15	30 kW x 1000 rpm	4	72	58	1.101	0.6023	0.813	17.738
16	37 kW x 1000 rpm	4	72	58	1.102	0.6023	0.813	18.727

Tabel 2.6

Nr. crt.	Tip motor Putere x turație	q1	Z1	Z2	b/τ2	100 x γ ₁₀	D _{2t}	(1-D _{2t})x100
1	0.75 kW x 750 rpm	1.5	36	39	1.346	4.502	0.998	0.199
2	1.1 kW x 750 rpm	1.5	36	39	1.348	4.502	0.998	0.197
3	1.5 kW x 750 rpm	1.5	36	39	1.349	4.502	0.998	0.197
4	2.2 kW x 750 rpm	1.5	36	46	1.265	4.502	0.994	0.614
5	3 kW x 750 rpm	1.5	36	46	1.265	4.502	0.994	0.614
6	4 kW x 750 rpm	2	48	33	0.716	2.312	0.991	0.891
7	5.5 kW x 750 rpm	2	48	33	0.716	2.312	0.991	0.891
8	7.5 kW x 750 rpm	2	48	33	0.716	2.312	0.991	0.891
9	11 kW x 750 rpm	3	72	58	1.224	1.121	0.945	5.512
10	15 kW x 750 rpm	3	72	58	1.058	1.0108	0.931	6.874
11	18.5 kW x 750 rpm	3	72	58	1.058	1.0108	0.931	6.874
12	22 kW x 750 rpm	3	72	58	1.058	1.0108	0.931	6.874
13	30 kW x 750 rpm	3	72	58	1.058	1.121	0.931	6.62

Concluzii asupra rezultatelor obținute:

- Reacția are valori importante la motoarele asincrone trifazate cu rotorul în scurtcircuit ea fiind proporțională cu puterea motorului și invers proporțională cu numărul de poli. Aceasta se poate vedea și din următoarele reprezentări grafice ale coeficientului total de amortizare.

- Crestăturile rotorului nu sunt înclinate, în cazul motoarelor tip "Electromotor", de-a lungul indusului, cu un pas de crestătură din rotor, așa cum se poate vedea din tabelele prezentate, ceea ce a condus la, oarecare, dispersie a rezultatelor obținute și a făcut necesară utilizarea unor funcții de interpolare la realizarea reprezentărilor grafice.

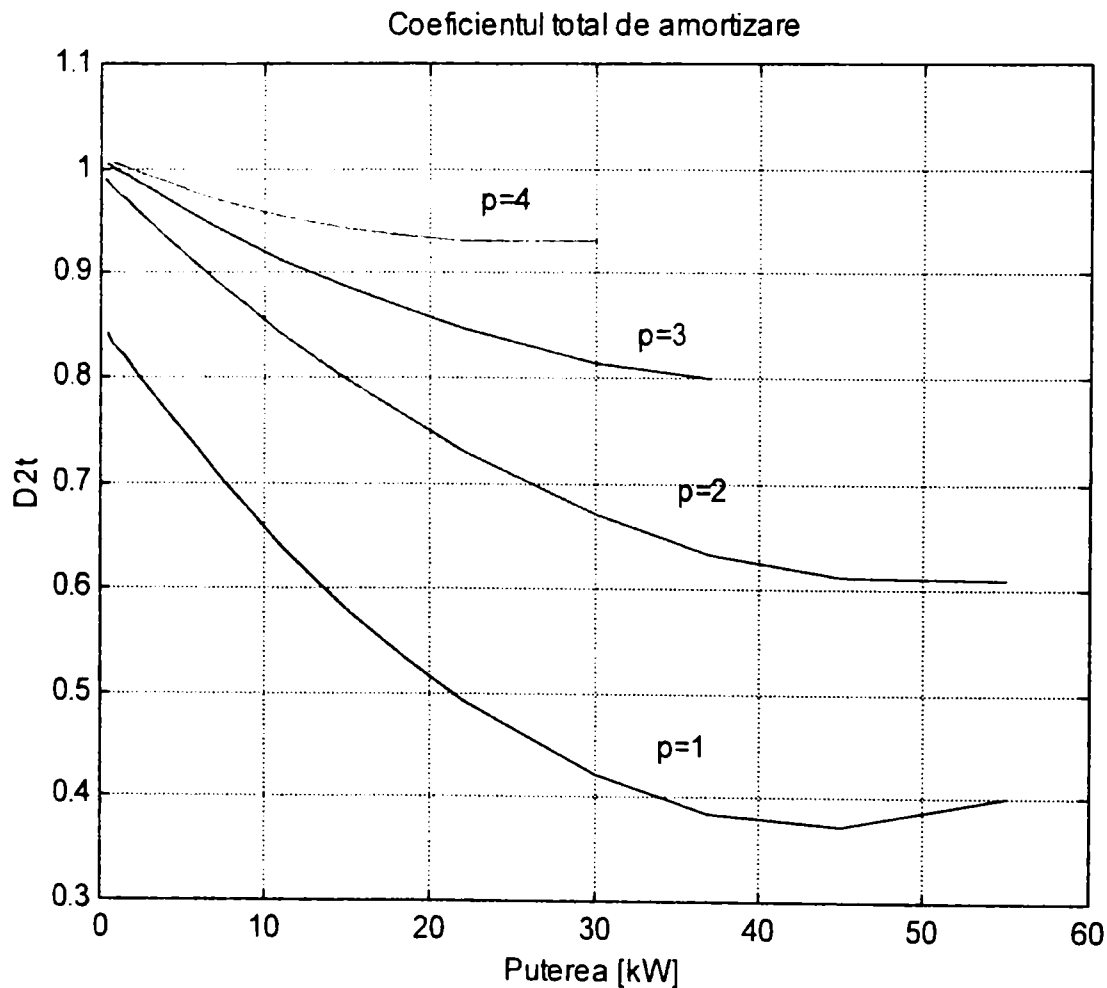


fig. 2.6

Pentru a valida, rezultatele obținute la motoarele tip "Electromotor", s-au efectuat aceleași calcule și pentru două serii de motoare ale unor firme italiene, "Volonterio" și "Terzago", de această dată pentru motoare până la gabaritul 132, cu 2,4 și 6 perechi de poli. Concluziile sunt absolut similare și se prezintă în fig. 2.7 a,b.

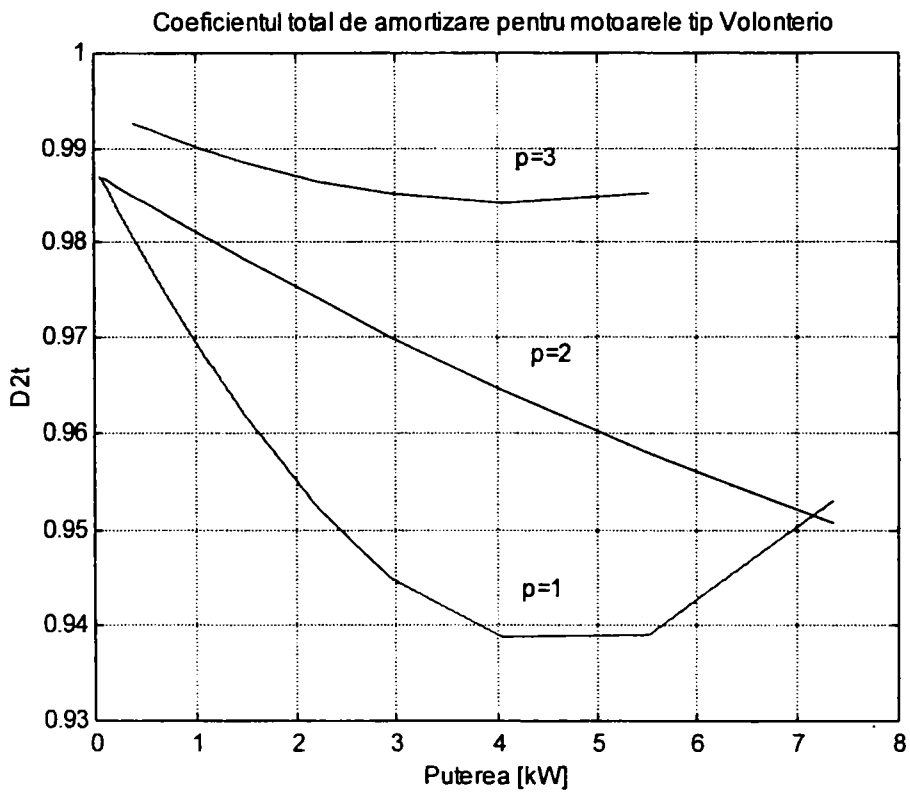
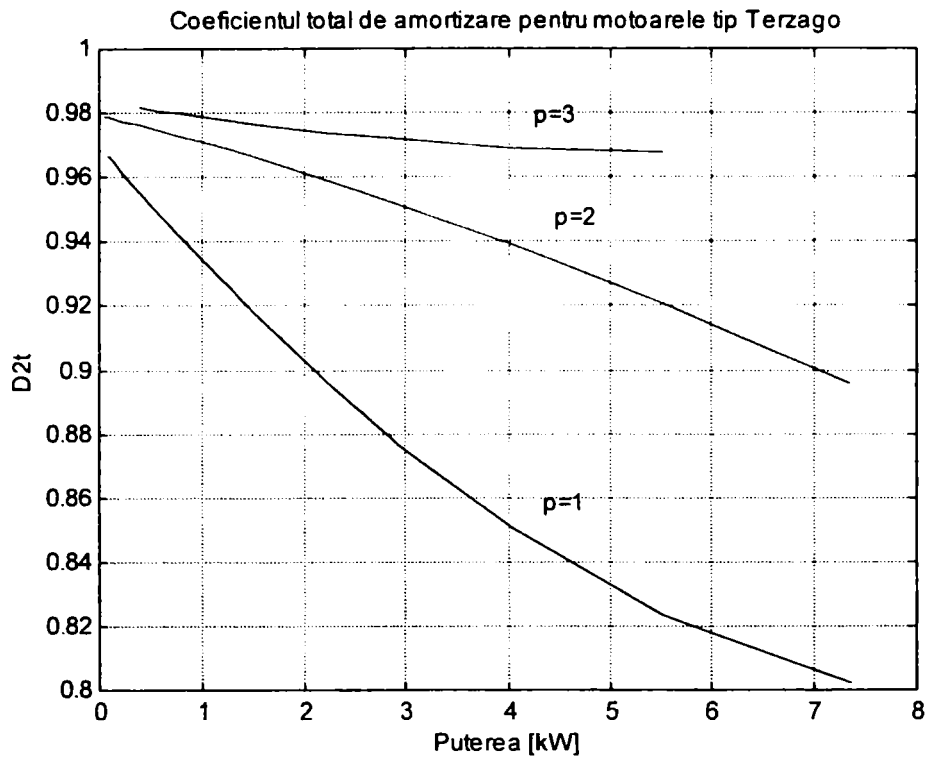


Fig. 2.7 a,b

2.7 Dispersia diferențială în cazul mașinii monofazate

Așa cum am arătat capitolul anterior mașina monofazată se poate trata similar cu mașina trifazată, observând că, în acest caz dispersia diferențială a înfășurării secundare, rotorice, care se execută întotdeauna polifazată, este aceeași ca la mașina polifazată. Trebuie examinată, însă, dispersia diferențială a înfășurării primare.

Cazul uzual al unui motor monofazat este cel în care cele două faze ale înfășurării trifazate sunt conectate în sens invers de la o sursă monofazată, așa cum se întâmplă, în mod practic, în cazul în care se întrerupe o fază de la o înfășurare conectată în stea și alimentată de la o sursă trifazată.

Așa cum se cunoaște câmpul magnetic alternativ, fix, al înfășurării statorice se descompune în două unde învârtitoare având sensuri contrare și amplitudini pe jumătate. Fiecare din cele două câmpuri învârtitoare formează împreună cu rotorul câte o mașină polifazată care poate fi tratată separat cu teoria cunoscută a mașinii polifazate. Astfel, în conformitate cu relația (56), neglijând reacția, coeficientul de scăpări diferențiale pentru fiecare din cele două câmpuri învârtitoare se obține sub forma:

$$\gamma_0 = \frac{X_\delta - 2 \cdot X_u}{2 \cdot X_u} \quad (77)$$

În conformitate cu [R1], vol. IV, relația 249 a, amplitudinea F_1 a armonicilor fundamentale din curba tensiunii magnetice, este:

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m \cdot W \cdot k_{b1}}{p} \cdot I \quad (78)$$

Dacă se notează cu '1' mărimile corespunzătoare alimentării monofazate și cu '3' mărimile corespunzătoare alimentării trifazate, în relația (78) avem următoarele relații:

$$\frac{W^{(1)}}{W^{(3)}} = 2$$

$$\frac{m^{(1)}}{m^{(3)}} = \frac{2}{3} \quad (79,a,b,c)$$

$$\frac{k_{b1}^{(1)}}{k_{b1}^{(3)}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Dacă relațiile (79) a,b sunt evidente, relația (79)c, rezultă din faptul că în cazul alimentării monofazate, prin anularea unei faze, numărul de creștături pe pol și fază devine $2q$ creștături (q fiind numărul de creștături pe pol și fază în cazul alimentării trifazate). Ținând cont de relațiile (79) a,b,c, dacă prin relația (78) s-a reprezentat amplitudinea $F_1^{(3)}$ a armonicii fundamentale din cazul alimentării trifazate în relația următoare se poate scrie aceeași amplitudine dar în cazul alimentării monofazate, notată cu $F_1^{(1)}$:

$$F_1^{(1)} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{m^{(1)} \cdot W^{(1)} \cdot k_{b1}^{(1)}}{p} \cdot I \quad (80)$$

Raportând cele două amplitudini se obține:

$$\frac{F_1^{(1)}}{F_1^{(3)}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (81)$$

Pentru a calcula coeficientul de dispersie diferențială al mașinii monofazate ținem cont de acest coeficient dedus pentru mașina trifazată, relația (56):

$$\gamma_0 = \frac{2 \cdot \sum f^2(x)}{Z \cdot F_1^2} - 1 \text{ sau } (1 + \gamma_0)^{(3)} = \frac{2 \cdot \sum f^{(3)2}(x)}{Z \cdot F_1^{(3)2}} \quad (82)$$

Prin urmare, ținând cont de cele stabilite prin relația (81), rezultă:

$$\frac{(1 + \gamma_0)^{(1)}}{(1 + \gamma_0)^{(3)}} = \frac{\sum f^{(1)2}(x) \cdot F_1^{(3)2}}{\sum f^{(3)2}(x) \cdot F_1^{(1)2}} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} = 1 \quad (83)$$

prin urmare:

$$\gamma_0^{(1)} = \gamma_0^{(3)} \quad (84)$$

Prin urmare, la mașina monofazată obținută prin deconectarea unei faze a înfășurării mașinii trifazate, conectate în stea, coeficientul de dispersie diferențială este egal cu cel al mașinii trifazate.

INFLUENȚA SATURAȚIEI

3.1 Efectul saturației asupra câmpului magnetic din întrefier

Într-o primă aproximare, pentru a analiza efectul saturației asupra câmpului magnetic din întrefier, se presupune că permeabilitatea magnetică relativă a dintelui stator μ_z este finită, în timp ce cea a jugului stator și rotor este infinită.

Dacă se notează cu Θ solenația dintr-o singură crestătură, cu H_0 intensitatea câmpului magnetic din întrefier și cu H_z intensitatea câmpului magnetic din dintele stator, se poate scrie următoarea ecuație pentru tensiunea magnetică de-a lungul pasului unei crestături oarecare r:

$$(H_r \cdot \delta + H_{rz} \cdot h_z) - (H_0 \cdot \delta + H_{0z} \cdot h_z) = \sum_{n=1}^r \Theta_n \quad (85)$$

unde δ reprezintă mărimea întrefierului iar h_z înălțimea dintelui. Ecuația (85) poate fi rescrisă într-o formă condensată astfel:

$$U_{mr} - U_{m0} = \sum_{n=1}^r \Theta_n \quad (86)$$

Altfel spus, în cazul unei permeabilități magnetice finite a fierului dintelui, diferența tensiunii magnetice dintre două puncte din întrefier este dată de suma solenațiilor cuprinse în pasul polar dintre aceste două puncte. Expresia

$\sum_{n=1}^r \Theta_n$ poate fi determinată cu ajutorul poligonului solenației, poligonul Görges.

Se admite că poziția polului S al poligonului polar nu se modifică cu saturația dinților. Poziția polului S este determinată de condiția ([H1]):

$$\int_0^{2\pi} B_\delta \cdot d\alpha = 0 \quad (87)$$

Între inducția magnetică din întrefier B_δ și inducția magnetică din dinte B_z , există relația ([H1]):

$$B_z = B_\delta \frac{\tau_c}{b_z} \quad (88)$$

unde τ_c reprezintă pasul de crestătură iar b_z lățimea dintelui. Tensiunea magnetică necesară, presupunând lățimea dintelui aceeași pe toată înălțimea sa, este:

$$U_{mz} = H_z h_z = (B_z / \mu_{fe}) h_z \quad (89)$$

și se determină cu ajutorul curbei de magnetizare a circuitului magnetic.

Ecuția (88) poate fi rescrisă sub forma:

$$B_z = B_\delta \frac{\tau_c}{b_z} = \varphi(U_{mz}) \quad (90)$$

Tensiunea magnetică totală asupra pasului de crestătură considerat este dată de suma dintre tensiunile magnetice din dinte și din întrefier:

$$U_m = U_{m\delta} + U_{mz} \quad (91)$$

Inducția magnetică din întrefier, B_δ , pentru o tensiune magnetică totală U_m , dată, se poate determina, în concordanță cu figura 3.1, ridicând curba de magnetizare a întrefierului (linia I) și imaginea sa în oglindă, cu respectarea axei B_δ , (linia I'), precum și curba de magnetizare din dinte (curba II).

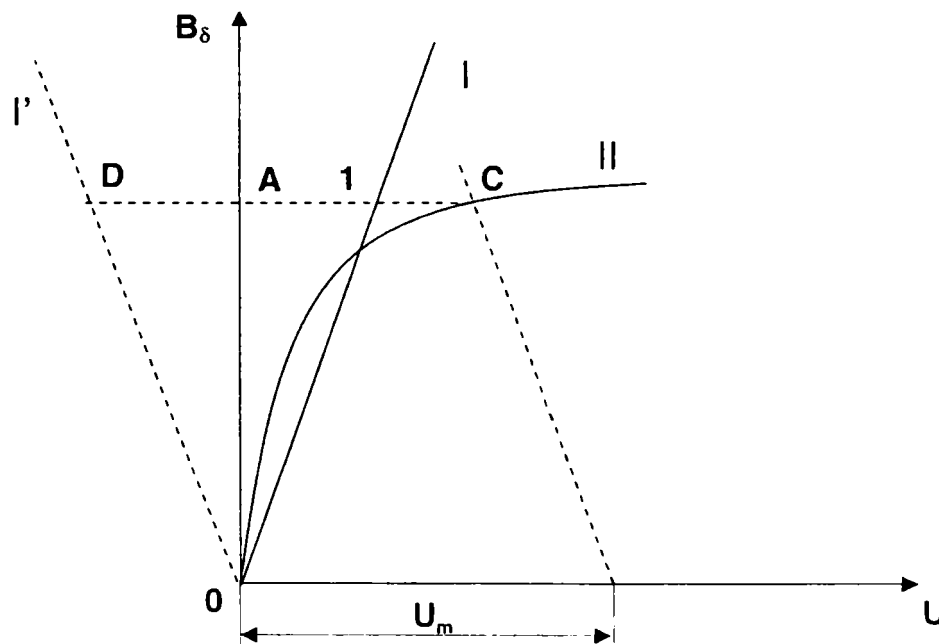


Fig. 3.1 Explicativă pentru determinarea inducției magnetice B_δ , pentru o tensiune magnetomotoare dată

Segmentul de linie AB reprezintă tensiunea magnetică din întrefier, $U_{m\delta}$, iar segmentul BC tensiunea magnetică din dinte U_{mz} . Tensiunii magnetice totale U_m îi corespunde inducția magnetică din întrefier B_δ dată de segmentul de linie OA. În acest fel se poate reprezenta dependența inducției magnetice din întrefier B_δ de tensiunea magnetică totală U_m , determinând relația $B_\delta = \varphi(U_m)$.

Ecuția (87) poate fi rescrisă astfel:

$$\int_0^{2\pi} B_\delta \cdot d\alpha = \tau_c \cdot \sum_{n=1}^Z B_{\delta n} = \tau_c \cdot \sum_{n=1}^Z \varphi(U_m) = 0 \quad (92)$$

Ecuția (92) este adevărată pentru orice moment de timp, t , astfel încât:

$$\sum_{n=1}^Z \varphi[U_m(t)] = 0 \quad (93)$$

Condiția (93) poate fi satisfăcută numai dacă tensiunea magnetică pe pasul de creștătură r , notată cu U_{mr} , este egală, în fiecare moment de timp, cu tensiunea magnetică pe pasul de creștătură q , notată cu U_{mq} , dar în sensuri opuse. Ceea ce se poate scrie astfel:

$$U_{mq}(t) = -U_{mr}(t) \quad \text{pentru fiecare moment de timp, } t \quad (94)$$

Prin urmare, rezultă că segmentul din poligonul G6rges, corespunzător tensiunii magnetice pe pasul de creștătură r trebuie să aibă aceeași mărime dar în sens contrar cu tensiunea magnetică corespunzătoare pasului de creștătură q . În acest caz poligonul G6rges trebuie să fie simetric centrat și polul său, notat cu S , este identic cu polul poligonului pentru $\mu = \infty$. Dacă poligonul G6rges pentru $\mu = \infty$ nu este simetric centrat, polul S nu mai este identic cu centrul de greutate T , fiind deplasat cu vectorul Δ (fig. 15). În acest caz tensiunea magnetică rezultantă asupra pasului creștăturii r , la un anumit moment de timp t , este dată de segmentul SR și nu de segmentul TR , iar mărimea și poziția vectorului Δ vor diferi pentru fiecare moment de timp. Dacă pentru $\mu = \infty$ tensiunea magnetică asupra pasului creștăturii r este determinată de vectorul U'_{mr} , atunci pentru o permeabilitate magnetică μ_2 finită, aceasta va fi:

$$U_{mr} = U'_{mr} + \Delta \quad (95)$$

sau
$$U_{mr}(t) = U'_{mr}(t) + \Delta(t) \quad (95a)$$

Dacă înlocuim această relație în ecuația (93) se obține pentru vectorul necunoscut, $\Delta(t)$, expresia:

$$\sum_{n=1}^Z \varphi[U'_m(t) + \Delta(t)] = 0 \quad (96)$$

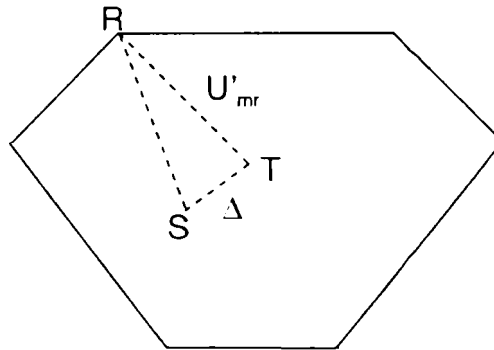


Fig. 3.2 Explicativă pentru determinarea polului "S" al poligonului Görges, ținând cont de influența fierului

Dacă poligonul Görges are n axe de simetrie soluția ecuației (96), pentru momentul de timp t , este identică cu aceea pentru momentul $(t_1 + T/n)$, unde T reprezintă perioada oscilației curentului. Prin urmare vectorul de deplasare Δ , al poligonului polar, oscilează cu de n ori frecvența curentului de excitație. Astfel, spre exemplu, poligonul Görges pentru o mașină trifazată comutatoare este un triunghi echilateral. El are, prin urmare, trei axe de simetrie. Vectorul de deplasare Δ , al acestei mașini, oscilează cu de trei ori frecvența fundamentalei.

Analizând figura (3.1) rezultă că la dinte saturat inducția magnetică din întrefier B_δ , la tensiuni magnetice egale, este mai mică decât pentru $\mu = \infty$. Câmpul magnetic din întrefier este aplatizat și dependența $B_\delta = \varphi(U_m)$ nu este lineară. Aceasta înseamnă că unei armonice a tensiunii magnetice U_{mv} , de

forma $U_{m, \nu} = A \sin(\nu\alpha - \omega t)$, având p perechi de poli, nu îi corespunde numai o armonică a inducției $B_{\nu} = B \sin(\nu\alpha - \omega t)$, ci un întreg spectru de armonici. Aceste câmpuri parazite se rotesc sincron cu tensiunea magnetică de excitație și conțin toate armonicile impare, multiplii de ordinul $(2c+1) \cdot \nu$. Prin urmare, pentru câmpul magnetic rezultat din întrefier, rezultă următoarea expresie:

$$b = B_1 \sin(\nu\alpha - \omega t) + B_3 \sin(3\nu\alpha - 3\omega t) + B_5 \sin(5\nu\alpha - 5\omega t) + \dots \quad (97)$$

unde ν este un ordin arbitrar al armonicii tensiunii magnetice, pe care o înfășurare dată este capabilă să-l producă.

Pentru armonica fundamentală cu p perechi de poli ($\nu=p$), se poate considera, (după Bulovas, Jordan, Purkermann, Archiv für Elektrotechnik, 1971, pag.220), că toți termenii superiori pot fi neglijați, cu excepția armonicii de ordinul 3, având $\nu=3p$ perechi de poli. În aceste condiții câmpul magnetic din întrefier este dat de relația:

$$b_p = B_1 \sin(p\alpha - \omega t) + B_3 \sin(3p\alpha - 3\omega t) \quad (98)$$

Dacă înfășurarea statorică este conectată în triunghi, acest câmp adițional cu $3p$ perechi de poli induce în fiecare fază o tensiune de valoare egală și direcția dată de curenții ce străbat triunghiul, ceea ce determină atenuarea acestui câmp adițional.

Când se determină efectul permeabilității finite a fierului asupra dispersiei diferențiale trebuie să se considere că fluxurile armonicilor superioare străbat o cale mai scurtă decât fluxul fundamentalei și fluxurile armonicilor a 5-a și a 7-a și se închid, în cea mai mare parte, în capul dintelui. Prin urmare mărimea acestor câmpuri superioare va fi afectată numai puțin de permeabilitatea finită a fierului. Pe de altă parte câmpul armonicii fundamentale se închide în dinte și în jug astfel încât coeficientul auto-inducției al armonicii fundamentale L_1 , descrește datorită saturației fierului în raportul $U_{m, \nu} / U_{m, total}$. Ca o consecință a acestei scăderi, coeficientul de dispersie diferențială al armonicii fundamentale crește, ca rezultat al permeabilității finite a fierului la valoarea:

$$\gamma'_0 = \gamma_0 \cdot \frac{U_{m\text{total}}}{U_{m\delta}} \quad (99)$$

unde γ_0 reprezintă coeficientul de dispersie diferențială pentru $\mu = \infty$.

Aceste condiții sunt valabile când mașina funcționează la sarcină nominală. La pornire, însă, când curentul de pornire crește la de 5÷6 ori curentul nominal, istmul crestăturilor semi-închise din stator și rotor devin foarte saturate ceea ce reduce considerabil amplitudinea armonicilor superioare și în consecință coeficientul de dispersie diferențială. În concordanță cu Schuiski ([S1]), reducerea coeficientului de dispersie diferențială, la pornire directă, este cu 40÷50 %.

EFECTUL CRESTĂRII ASUPRA CÂMPULUI MAGNETIC DIN ÎNTREFIER

4.1 Factorul lui Carter

Conceptul conform căruia mașina asincronă este formată din doi cilindri coaxiali (statorul și rotorul), netezi, fără creștături este un concept teoretic. În realitate în materialul magnetic statoric și rotoric s-au practicat creștături în care s-au plasat înfășurările statorice și rotorice.

Toate armonicile superioare ale intensității câmpului magnetic sunt produse de către pătura de curent ce variază în timp și spațiu. Variația în spațiu este rezultatul distribuției înfășurării statorice, plasată în creștături. Variația în timp este rezultatul parcurgerii înfășurării de către curentul variabil în timp. Prin urmare trebuie mai întâi analizat cum este influențat câmpul magnetic din întrefier de creștarea statorului și/sau a rotorului. Pentru aceasta se consideră, mai întâi, că numai o parte este creștată, deci unui pol magnetic neted i se opune o armătură creștată. În cazul absenței creștării valoarea inducției magnetice din întrefier este B_{max} . dar în cazul, real, al prezenței creștării această valoare scade la B_{min} . (fig. 4.1).

Această valoare B_{min} este funcție de deschiderea creștăturii b_4 , lățimea întrefierului real δ și de pasul de creștătură τ_c . În același timp valoarea medie a inducției scade de la valoarea inițială B_{max} la valoarea B_δ . Din acest motiv, această modificare a valorii medii a inducției pe pasul de creștătură va corespunde unei creșteri fictive a lățimii întrefierului, pentru o circumferință necreștată, de la valoarea δ la valoarea δ' . Relația ce descrie raportul între aceste cantități este:

$$\delta' = k_c \cdot \delta \quad (100)$$

relație care se poate scrie și astfel:

$$B_\delta = \frac{1}{k_c} B_{max} \quad (101a)$$

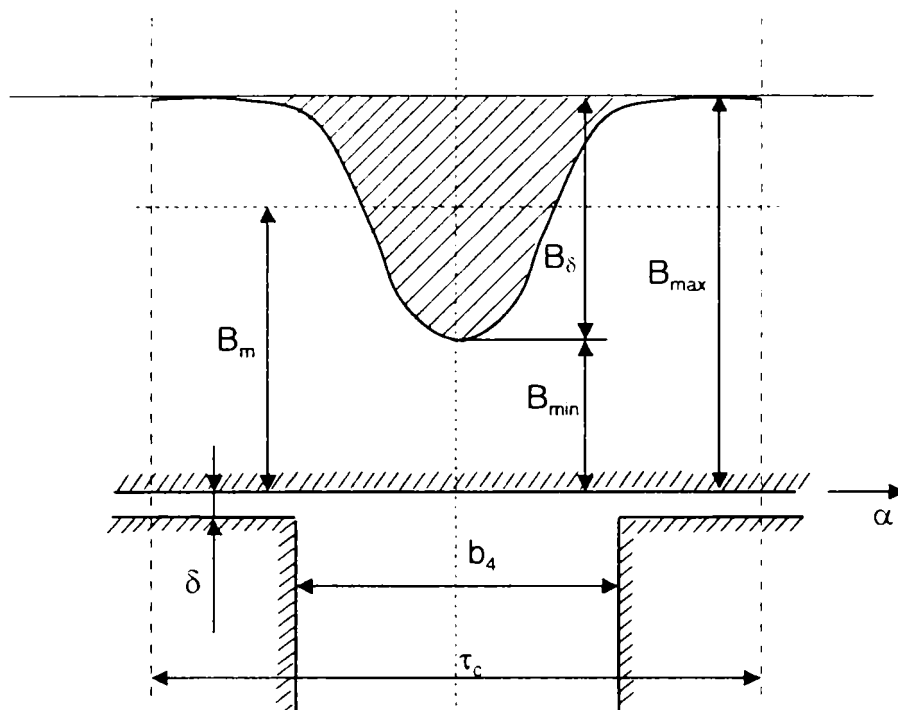


Fig. 4.1

Factorul k_c a fost descris, mai întâi, de către F.W. Carter, prin metoda reprezentărilor conforme, în condițiile unei creștături cu o adâncime și un pas de creștătură infinită și a unui material având o permeabilitate infinită ($\mu_{fe}=\infty$). Din această cauză acest factor se numește *factorul lui Carter*. Conform lui Carter:

$$k_c = \frac{\tau_c}{\tau_c - \gamma\delta} \quad (102)$$

în care $\gamma\delta$ reprezintă valoarea echivalentă a deschiderii creștăturii iar γ este un coeficient funcție de raportul b_4/δ , [H1]:

$$\gamma = \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{b_4}{2\delta} \operatorname{arctg} \frac{b_4}{2\delta} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_4}{2\delta} \right)^2} \right\} \quad (103a)$$

Pentru cazurile obișnuite în practică, este suficient să de considere, pentru γ valoarea:

$$\gamma = \frac{\left(\frac{b_4}{\delta}\right)^2}{5 + \frac{b_4}{\delta}} \text{ pentru } \frac{b_4}{\delta} > 1 \quad (103b)$$

valabilă atât pentru creștături deschise cât și pentru creștături semideschise și semiînchise.

Coeficientul γ este reprezentat, funcție de raportul b_4/δ , în figura 4.2.

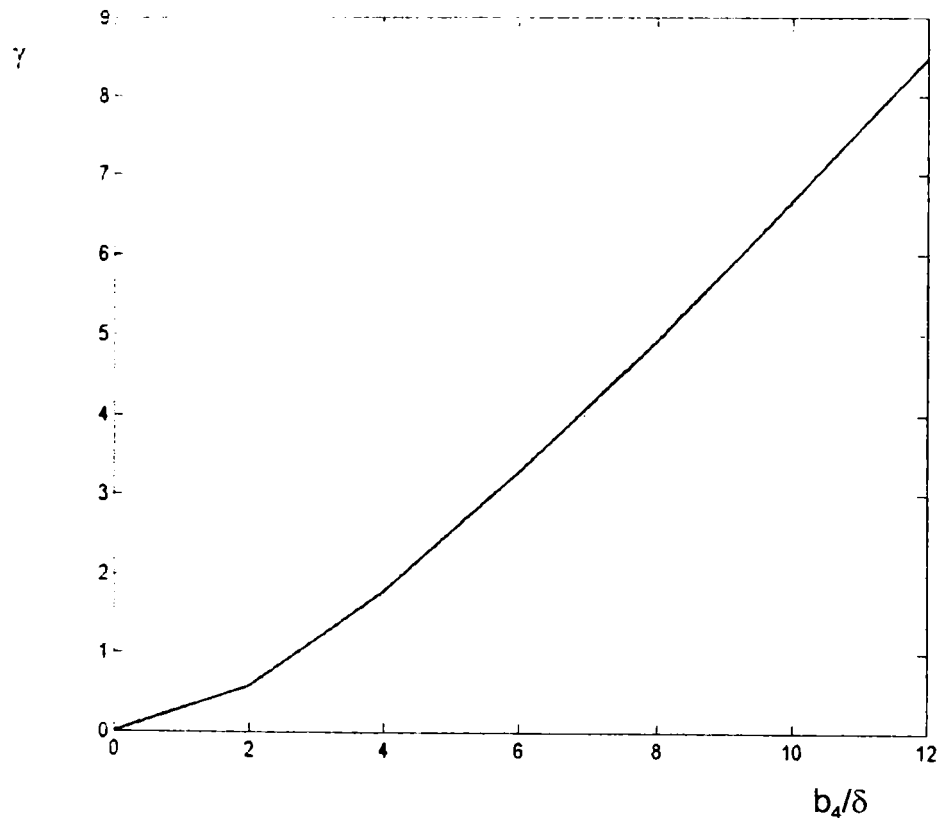


Fig.4.2

Amplitudinea inducției magnetice atinge, în axa creștăturii, valoarea B_δ , și este dată de relația:

$$B_\delta = 2\beta B_{\max}. \quad (104)$$

în care cantitatea β este, de asemenea, funcție de b_4/δ . Curba corespunzătoare este reprezentată în figura 4.3.

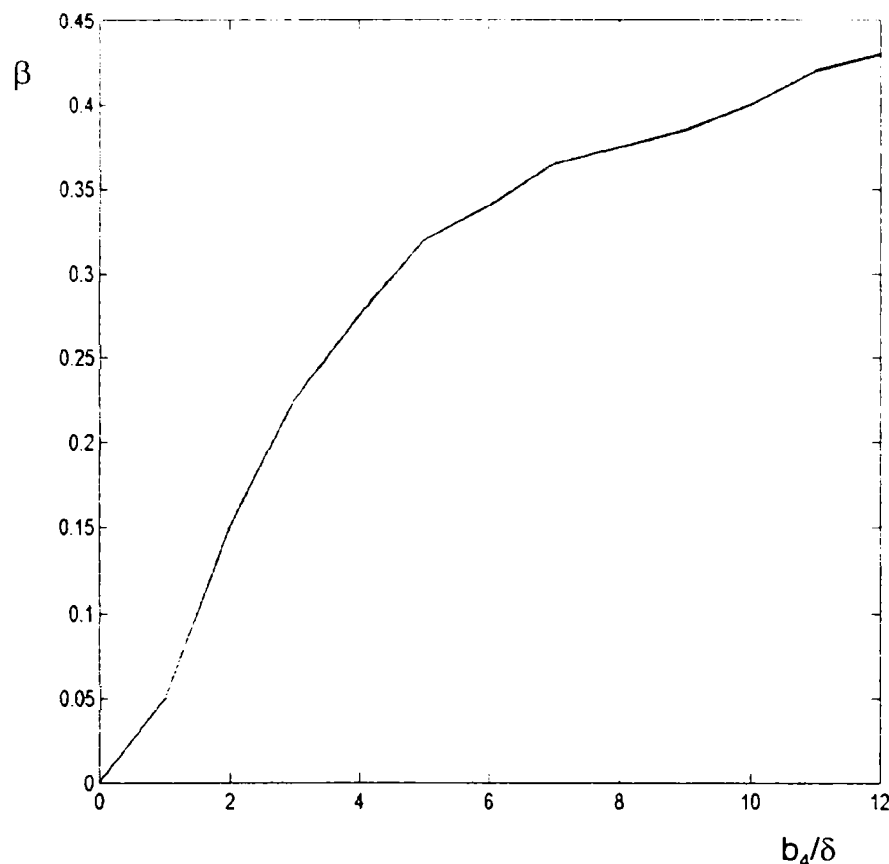


Fig.4.3

Variația inducției magnetice pe porțiunea de dinte este asociată cu scăderea fluxului magnetic ce străbate pasul de crestătură; pentru acest flux, notat cu $\Delta\Phi$ avem expresia:

$$\Delta\Phi = \sigma \frac{b_4}{2} B_\delta \quad (105)$$

Cantitatea σ este, de asemenea, funcție de raportul b_4/δ și este reprezentată în figura 4.4.

Mărimea fluxului magnetic rezultat ce străbate pasul de crestătură, pe unitatea de lungime este, prin urmare:

$$\Phi = \tau_c B_{\max.} - \sigma \frac{b_4}{2} B_\delta = (\tau_c - \beta \sigma b_4) \cdot B_{\max.} \quad (106)$$

Dacă în relația (106) are loc următoarea substituție:

$$\beta\sigma b_4 = \delta\gamma$$

se obține, pentru valoarea medie a inducției magnetice asupra creștăturii:

$$B_{\delta} = \frac{\Phi}{\tau_c} = \frac{\tau_c - \gamma\delta}{\tau_c} B_{\max.} = \frac{1}{k_c} B_{\max.} \quad (101b)$$

Cu aceste presupuneri ecuația (101a) este, astfel, validată.

Așa cum am arătat în cele de mai sus, presupunerea unei adâncimi infinite a creștăturii este permisă, pe când presupunerea unui pas de creștătură infinit poate, în anumite circumstanțe, să introducă erori considerabile. Pentru aceste rațiuni, în practică, s-au introdus diferite corecții ale factorului lui Carter. Spre exemplu pentru $b_4/\delta < 12$, se poate utiliza cu o bună aproximație relația:

$$k_c = \frac{\tau_c}{\tau_c + \delta - \frac{3}{4}b_4} \quad (107)$$

De asemenea bune rezultate se obțin utilizând formula aproximativă a lui Osama [O1]:

$$k_c = \frac{\tau_c + 8\delta}{(\tau_c - b_4) + 8\delta} \quad (108)$$

În cazul mașinii asincrone, când ambele părți ale mașinii sunt crestate, relațiile care determină factorul lui Carter sunt determinate de poziția momentană dintre stator și rotor și de aceea calcularea factorului rezultat este laborioasă.

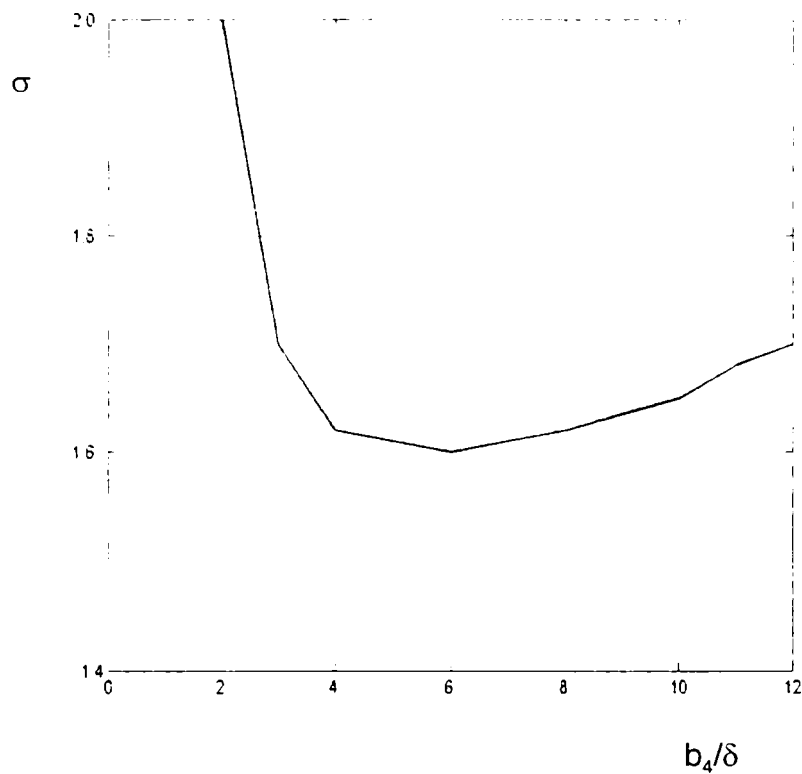


Fig.4.4

Dacă, în cazul unei creșteri de o singură parte a mașinii, spre exemplu statorul, inducția magnetică medie din întrefier este $B_{\delta 1}$, atunci fluxul magnetic Φ_2 ce străbate pasul de creștătură rotorică τ_{c2} , este:

$$\Phi_2 = (\tau_{c2} - \gamma_2 \delta) B_{\delta 1} = \tau_{c2} \frac{B_{\delta 1}}{k_{c2}}$$

unde

$$k_{c2} = \frac{\tau_{c2}}{\tau_{c2} - \gamma_2 \delta}$$

Conform ecuației (103a), pentru $B_{\delta 1}$, avem:

$$B_{\delta 1} = \frac{\Phi_1}{\tau_{c1}} = \frac{B_{\max.}}{k_{c1}}$$

Astfel, inducția magnetică medie este dată de relația:

$$B_{\delta} = \frac{\Phi_2}{\tau_{c2}} = \frac{B_{\max}}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \quad (103c)$$

Și factorul lui Carter rezultat, pentru ambele părți ale mașinii cu creștături, va fi:

$$k_{c12} = k_{c1} \cdot k_{c2} \quad (109)$$

Factorul lui Carter rezultat pentru ambele părți ale mașinii crestate a fost verificat experimental de către Oberretl ([O2]), prin efectuarea de măsurători bazate pe analogia dintre potențialul câmpului electric și cel magnetic. Aceste rezultate ale măsurătorilor sunt reprezentate în figura 4.5, în care factorul lui Carter statoric k_{c1} este reprezentat în axa x. Fiecărei valori k_{c2} îi corespunde o curbă, în figura 4.5, și factorul rezultat k_{c12} este reprezentat în axa y. Așa cum se poate vedea, validarea relației (109) de către rezultatele experimentale, este satisfăcătoare.

Un calcul interesant al factorului lui Carter a fost făcut de către Weber ([W1]), care a înlocuit distribuția inducției magnetice $B(\alpha)$ pe pasul de creștătură printr-o relație relativ simplă:

$$B(\alpha) = \left(1 - 2\beta \sin^{2n} \frac{\pi}{\alpha_c} \alpha \right) \cdot B_{\max}. \quad (110)$$

unde

$$n = \frac{\tau_c - b_4}{b_4} \quad (111)$$

și valoarea lui β este dată de figura 4.3. Unghiul α_c corespunzător pasului de

creștătură τ_c , este: $\alpha_c = \frac{2\pi}{Z_1} = \left(\frac{2}{D} \right) \tau_c$, în care D este diametrul mașinii.

Relația (110) ține cont de distribuția periodică a inducției magnetice pe pasul de creștătură și de asemenea de faptul că pasul de creștătură este finit. În

acest fel, Weber a reușit să ajungă, în același timp la o înțelegere identică între distribuția inducției magnetice echivalente și a celei reale în punctul $\alpha=0$,

$$\alpha = \frac{1}{2} \alpha_c, \quad \alpha = \alpha_c.$$

Fluxul magnetic pe pasul de creștătură, pe unitatea de lungime a mașinii, în concordanță cu ecuația (110), este:

$$\Phi = \frac{D}{2} \int_0^{\alpha_c} B(\alpha) d\alpha = \tau_c \left[1 - \tau \left(\frac{\tau_c}{b_4} \right) \beta \right] \cdot B_{\max}. \quad (112)$$

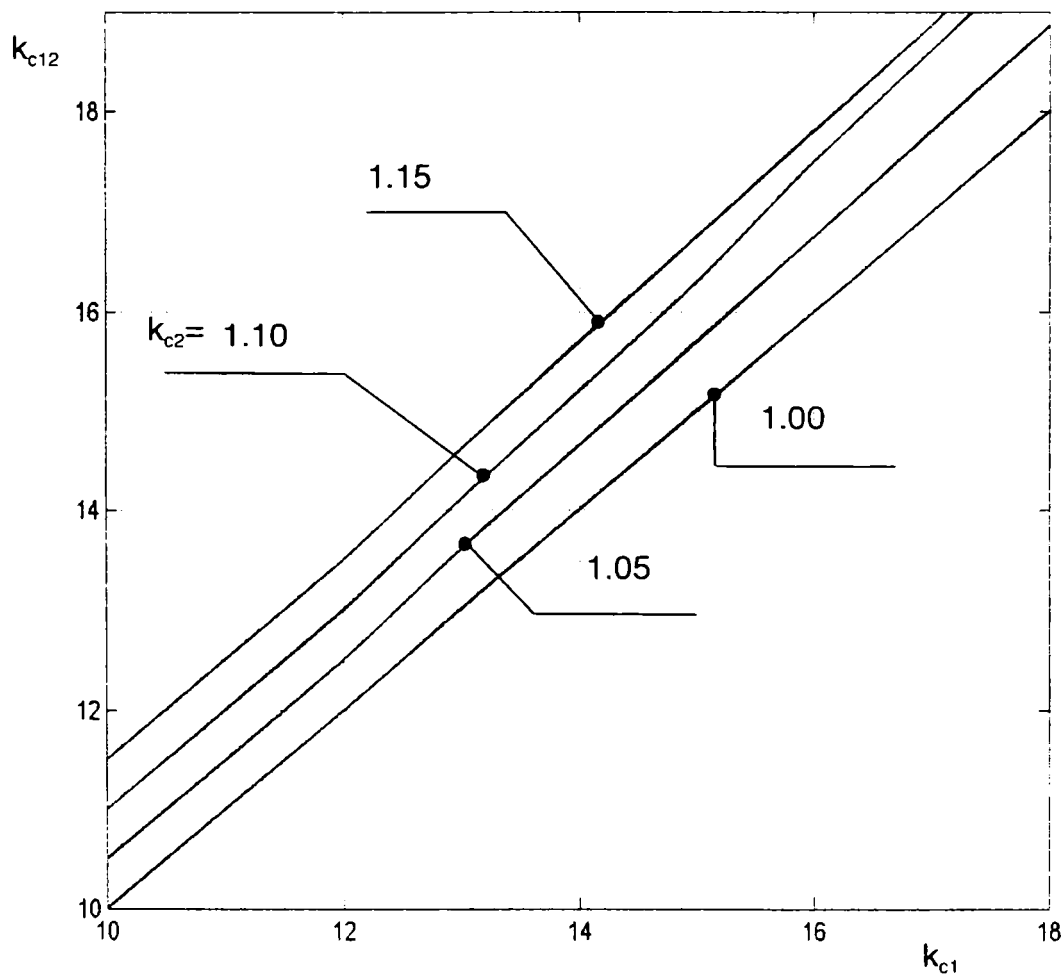


Fig. 4.5

unde:

$$\tau\left(\frac{\tau_c}{b_4}\right) = 2(-1)^n \frac{1 \times 3 \times 5 \dots \times (2n-1)}{2 \times 4 \times 6 \dots \times 2n} \quad (113)$$

Curba $\tau(\tau_c/b_4)$ funcție de (τ_c/b_4) este reprezentată în figura 4.6.

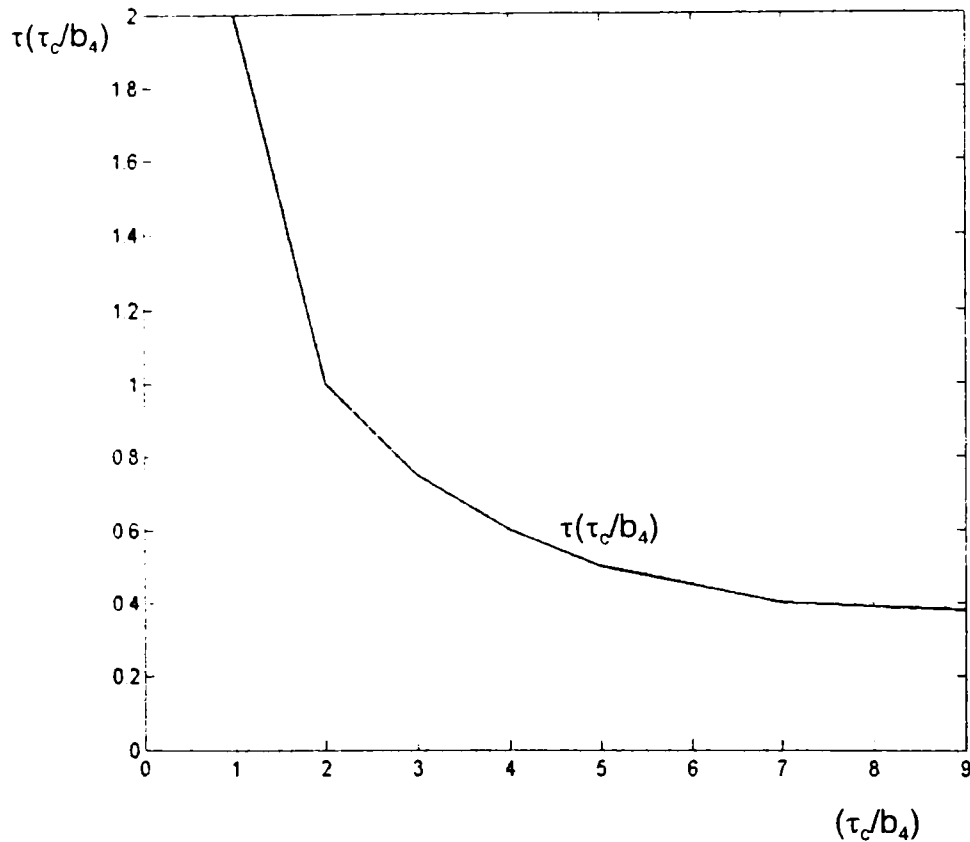


Fig. 4.6 Explicativă pentru variația cantității $\tau(\tau_c/b_4)$ funcția de raportul τ_c/b_4

Din ecuația (112) se obține factorul lui Carter în forma:

$$k_c = \frac{1}{1 - \tau\left(\frac{\tau_c}{b_4}\right)\beta} \quad (114)$$

Verificarea experimentală a distribuției inducției magnetice în întrefierul cu creștături și o comparație cu distribuția echivalentă a lui Weber, a fost făcută de către Foit ([F1]) și scoate în evidență că curbele lui Weber sunt, pentru

întrefieruri mici, considerabil aplatizate față de cele reale, ceea ce evidențiază un efect al capetelor de dinți.

Așa cum rezultă dintr-o analiză ce utilizează reprezentarea conformă, efectul deschiderii creștăturii asupra distribuției inducției magnetice ajunge până la distanța de $s'=0.8b_4$ față de centrul creștăturii (fig.4.7), ceea ce corespunde unui unghi periferic $\alpha'=0.8\alpha_0$, unde unghiul de deschidere al creștăturii este $\alpha_0=2b_4/D$. Pentru valorile $\alpha > \alpha'$ rezultă $B(\alpha)=B_{max}$. Numai în această regiune câmpul nu este deformat de către efectul de creștere care nu este luat în considerare de către relațiile lui Weber.

Aceasta explică diferența dintre valorile măsurate și cele calculate, în special pentru întrefieruri de valoare mică.

Pentru creștături la care raportul $\tau_c/b_4 > 1.6$ uzual, pentru inducția magnetică pe pasul de creștătură, se utilizează următoarea relație echivalentă ([H1]):

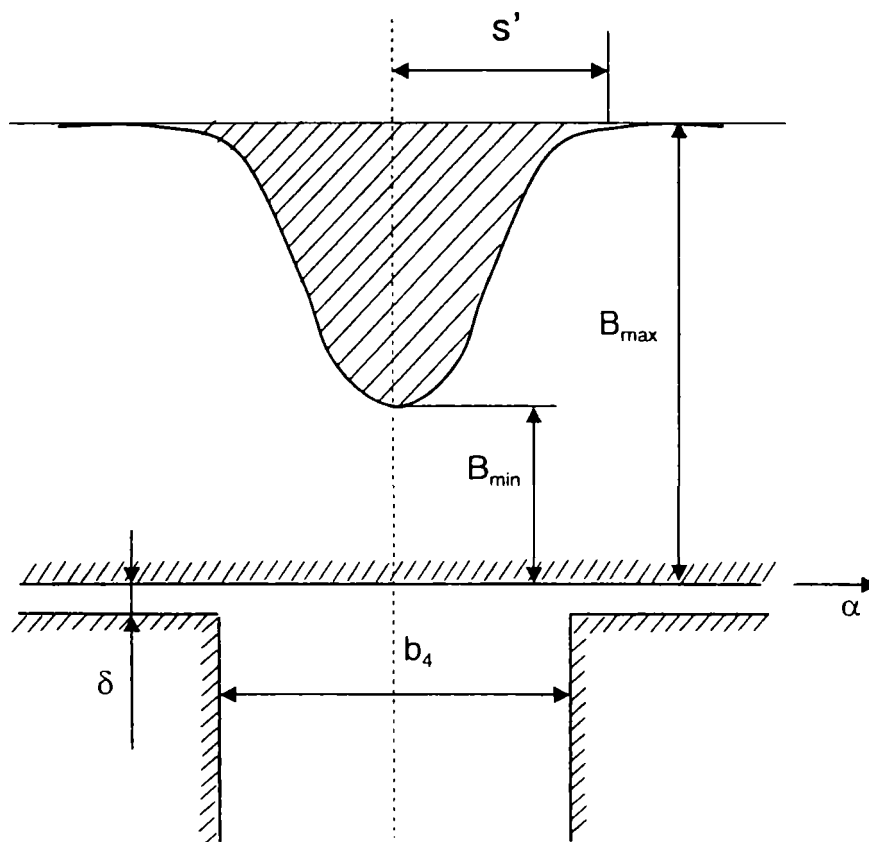


Fig.4.7 Explicativă pentru determinarea deschiderii fictive a creștăturii

$$B(\alpha) = \left(1 - \beta - \beta \cos \frac{\pi}{0.8\alpha_0} \alpha \right) \cdot B_{\max} \quad \text{pentru } 0 < \alpha < 0.8\alpha_0$$

$$B(\alpha) = B_{\max} \quad \text{pentru } 0.8\alpha_0 < \alpha < \alpha_c \quad (115)$$

Această funcție este identică cu distribuția teoretică în intervalul $\alpha > 0.8\alpha_0$. Pe intervalul $\alpha < 0.8\alpha_0$ valorile sale sunt în concordanță cu distribuția teoretică pentru $\alpha=0$ și $\alpha=0.8\alpha_0$.

Pentru a ilustra cele arătate, în figura 4.8, s-a reprezentat distribuția inducției magnetice pe pasul de crestătură, pentru $b_4=0.02$ [m], $\tau_c=0.04$ [m] și $\delta=0.001$ [m].

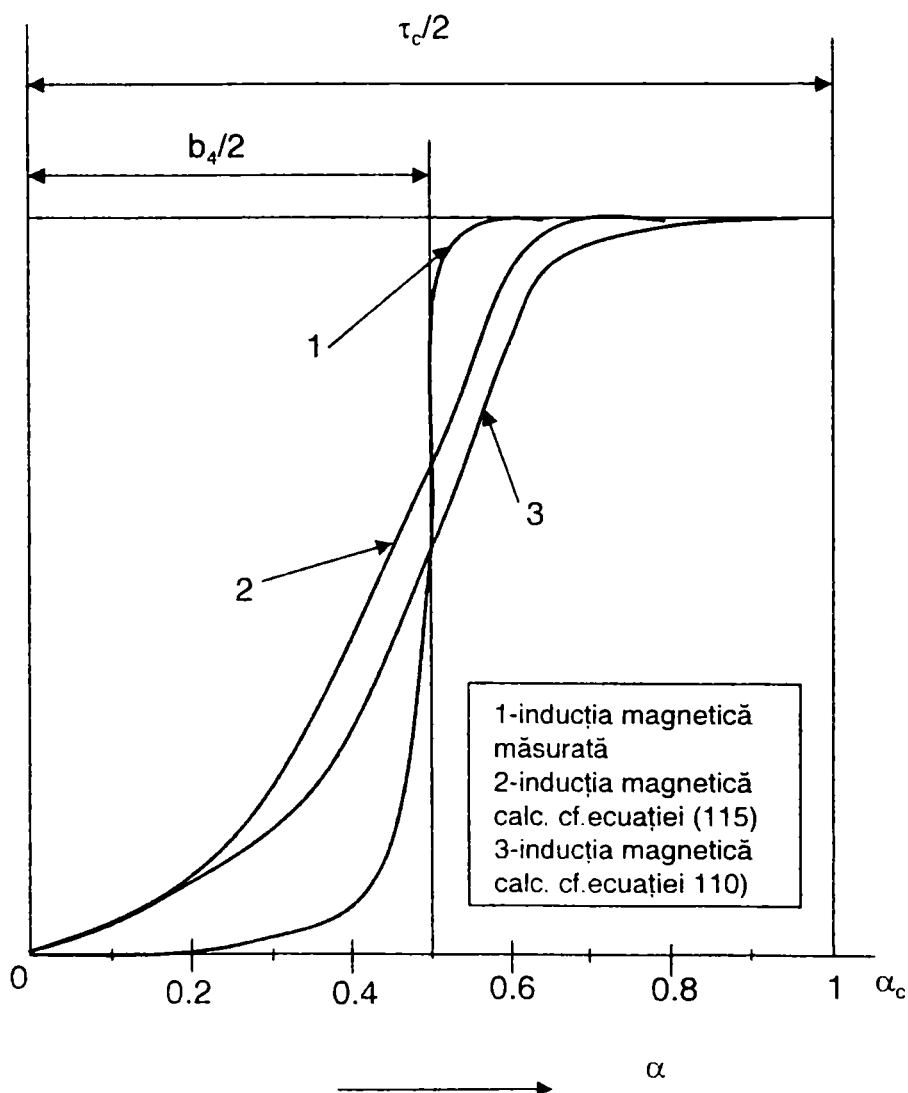


Fig.4.8 Variația inducției magnetice asupra crestăturii

Curba 1 reprezintă inducția magnetică măsurată, curba 2 inducția magnetică obținută în conformitate cu ecuația (115) iar curba 3 inducția magnetică obținută în concordanță cu Weber (ecuația 110).

Se poate observa că diferența dintre curba determinată experimental și curba dată de ecuația (115) este mai mică decât cea în cazul curbei experimentale și curba dată de ecuația (110). Inducția magnetică medie B_{δ} , pe pasul de crestătură va avea valoarea:

$$B_{\delta} = \frac{D}{\tau_c} \left[\int_0^{0.8\alpha_0} \left(1 - \beta - \beta \cos \frac{\pi\alpha}{0.8\alpha_0} \right) B_{\max.} d\alpha + \int_{0.8\alpha_0}^{1/2\alpha_c} B_{\max.} d\alpha \right] = \frac{2B_{\max.}}{\tau_c} \left(\frac{\tau_c}{2} - 0.8\beta b_4 \right)$$

În acest fel se obține noua expresie a factorului lui Carter:

$$k_c = \frac{B_{\max.}}{B_{\delta}} = \frac{\tau_c}{\tau_c - 1.6\beta b_4} \quad (116)$$

Calcularea lui k_c utilizând ecuația (116) aproximează foarte bine calculul exact care rezultă utilizând ecuațiile (102) și (103a).

Examinând cazul concret al tolei de gabarit 200-250, de doi poli, din utilizarea curentă a întreprinderii Electromotor avem:

$$\tau_c = 0.0123 \text{ [m]}$$

$$b_4 = 0.003 \text{ [m]}$$

$$\delta = 0.00085 \text{ [m]}$$

Cu aceste date factorul lui Carter calculat cu relațiile exacte (102 și 103a), este $k_c = 1.113$.

Din figura 4.3, pentru acest caz avem $\beta = 0.255$ și în concordanță cu ecuația (116) $\Rightarrow k_c = 1.066$.

Diferența între cele două valori calculate este de 4.4%, ceea ce constituie o bună aproximare.

4.2 Conductivitatea magnetică a întrefierului cu creștături

Presupunând o distribuție radială a liniilor câmpului tensiunii magnetice și o permeabilitate infinită a fierului, inducția magnetică B are, cu o diferență de potențial magnetic între stator și rotor unitară, pentru o mașină fără creștături, valoarea constantă:

$$B = \frac{1}{\delta} \mu_0 \quad (117)$$

În acest caz conductivitatea magnetică λ , a întrefierului este:

$$\lambda = \frac{1}{\delta} = \frac{B}{\mu_0} \quad (117a)$$

Considerând acum cazul în care avem de-a face cu un stator creștat și un rotor neted, cu o diferență de potențial magnetic constantă, inducția magnetică din întrefier nu va mai avea o valoare constantă ci va varia.

Ca și în cazul anterior vom ține cont de efectul creștării asupra distribuției inducției magnetice prin introducerea unui întrefier variabil.

În concordanță cu distribuția generală din figura 4.9, se poate scrie:

$$B(\alpha) = f(\alpha) = \frac{1}{\delta(\alpha)} \mu_0 \quad (118)$$

Pentru întrefierul fictiv $\delta(\alpha)$ se poate scrie:

$$\delta(\alpha) = \frac{\mu_0}{f(\alpha)} \text{ pentru } f(\alpha) < \frac{1}{\delta} \quad (118a)$$

Astfel, dacă se cunoaște distribuția inducției magnetice pe pasul de creștătură $B(\alpha)$, cu un potențial magnetic unitar, se poate determina, cu ecuația (117a), distribuția întrefierului fictiv $\delta(\alpha)$. Prin urmare conductivitatea magnetică a întrefierului $\lambda(\alpha)$ este:

$$\lambda(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta(\alpha)} = f(\alpha) \quad (119)$$

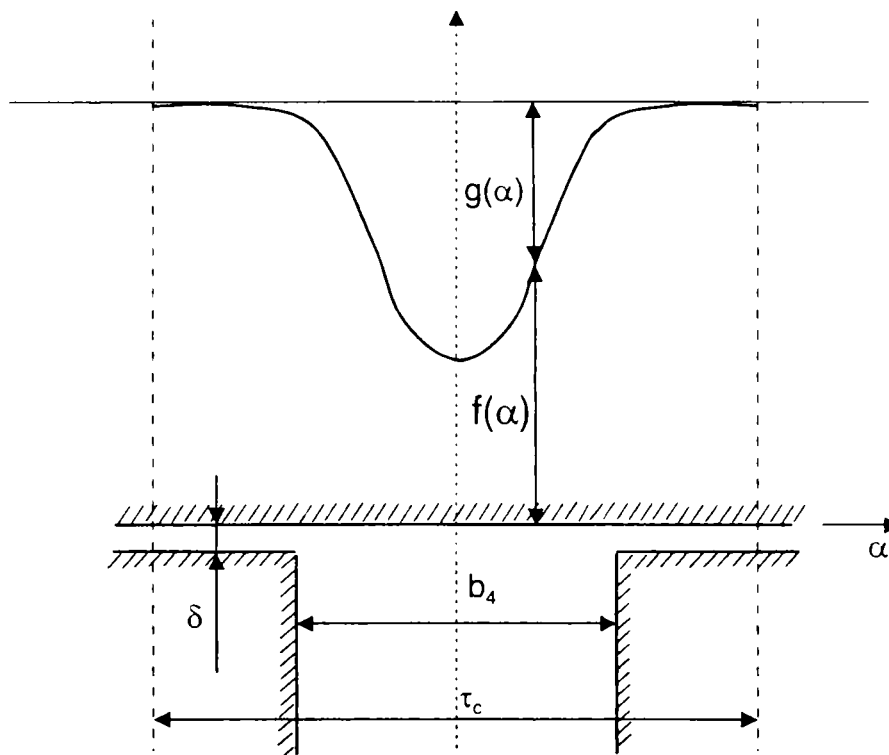


Fig.4.9 Explicativă referitoare la determinarea conductivității magnetice asupra pasului de creștătură

Astfel, datorită creșterii, întrefierul, în punctul caracterizat prin coordonata unghiulară α , se modifică cu mărimea:

$$\Delta(\alpha) = \delta(\alpha) - \delta = \frac{\mu_0}{f(\alpha)} - \delta \quad (120)$$

În cazul în care atât statorul cât și rotorul sunt crestate întrefierul rezultat în punctul α , va fi dat de relația:

$$\delta(\alpha) = \delta + \Delta_1(\alpha) + \Delta_2(\alpha) \quad (121a)$$

În această expresie $\Delta_1(\alpha)$ reprezintă creșterea fictivă a întrefierului datorată creșterii statorului iar $\Delta_2(\alpha)$ creșterea datorată doar creșterii rotorului. Ținând cont de ecuația (120) se poate scrie:

$$\delta(\alpha) = \frac{\mu_0}{f_1(\alpha)} + \frac{\mu_0}{f_2(\alpha)} - \delta \quad (121b)$$

Această relație este adevărată în cazul în care presupunem că avem o origine comună a coordonatelor statorice și rotorice. Spre exemplu, la $\alpha=0$ amândouă creștături statorică și rotorică sunt suprapuse.

Dacă originea creștăturii rotorice este deplasată cu unghiul α_r , raportat la originea creștăturii statorice, ecuația (121b) se poate scrie în forma:

$$\delta(\alpha) = \frac{\mu_0}{f_1(\alpha)} + \frac{\mu_0}{f_2(\alpha - \alpha_r)} - \delta \quad (121c)$$

Astfel, distribuția conductivității magnetice $\lambda_{12}(\alpha)$ sau, la altă scară, a inducției magnetice $B(\alpha)$, cu o diferență de potențial magnetic unitară, în concordanță cu ecuația (119), se poate exprima astfel:

$$\lambda_{12}(\alpha) = \frac{\mu_0}{\frac{\mu_0}{f_1(\alpha)} - \frac{\mu_0}{f_2(\alpha - \alpha_r)} - \delta} = \frac{\mu_0 \cdot f_1(\alpha) \cdot f_2(\alpha - \alpha_r)}{\mu_0 \cdot f_1(\alpha) + \mu_0 \cdot f_2(\alpha - \alpha_r) - \delta \cdot f_1(\alpha) \cdot f_2(\alpha - \alpha_r)} \quad (122)$$

Funcțiile $f(\alpha)$ sunt funcții periodice având drept perioadă diferența unghiulară dintre axele creștăturilor stator și rotor. Spre exemplu, dacă statorul are Z_1 creștături și originea coordonatelor este legată de axa creștăturii statorice, funcția $f_1(\alpha)$ va fi:

$$f_1(\alpha) = a_0 - \sum_{v=1}^{v=\infty} a_v \cos vZ_1\alpha \quad (123)$$

în care:

$$a_0 = \frac{D}{\tau_{c1}} \int_0^{0.5\alpha_{d1}} f_1(\alpha) \cdot d\alpha = \frac{1}{k_{c1} \cdot \delta} \quad (124)$$

În aceeași manieră, pentru Z_2 creștături rotorice, avem:

$$f_2(\alpha) = b_0 - \sum_{v=1}^{v=\infty} b_v \cos vZ_2\alpha \quad (123a)$$

unde:
$$b_0 = \frac{1}{k_{c2} \cdot \delta} \quad (124a)$$

Valorile a_1 și b_1 sunt determinate utilizând relația (115). Cantitățile a_1 și b_1 sunt coeficienții armonicii fundamentale ai dezvoltării în serie Fourier, astfel încât ([H1]):

$$a_1 = \frac{2D}{\tau_c} \int_0^{2\pi} f(\alpha) \cdot \cos \frac{2\pi}{\alpha_c} \alpha \cdot d\alpha =$$

$$= -\frac{1}{\delta} \cdot \frac{2D}{\tau_c} \left\{ \int_0^{0.8\alpha_0} \left[1 - \beta - \beta \cos \frac{\pi\alpha}{0.8\alpha_0} \right] \cos \frac{2\pi\alpha}{\alpha_c} d\alpha + \int_{0.8\alpha_0}^{0.5\alpha_d} \cos \frac{2\pi\alpha}{\alpha_c} d\alpha \right\}$$

Rescriind se obține:

$$a_1 = \frac{\beta}{\delta} F_1 \left(\frac{b_4}{\tau_c} \right) \quad (125)$$

unde:
$$F_1 \left(\frac{b_4}{\tau_c} \right) = \frac{4}{\pi} \left[0.5 + \frac{\left(\frac{b_4}{\tau_c} \right)^2}{0.78 - 2 \left(\frac{b_4}{\tau_c} \right)^2} \right] \cdot \sin 1.6\pi \frac{b_4}{\tau_c} \quad (125a)$$

Valorile funcției $F_1(b_4/\tau_c)$, pentru diferite valori ale raportului (b_4/τ_c) , sunt reprezentate în figura 4.10 (curba 1). Coeficientul b_1 pentru raportul rotoric corespunzător, (b_4/τ_c) , este de asemenea obținut conform ecuației (125).

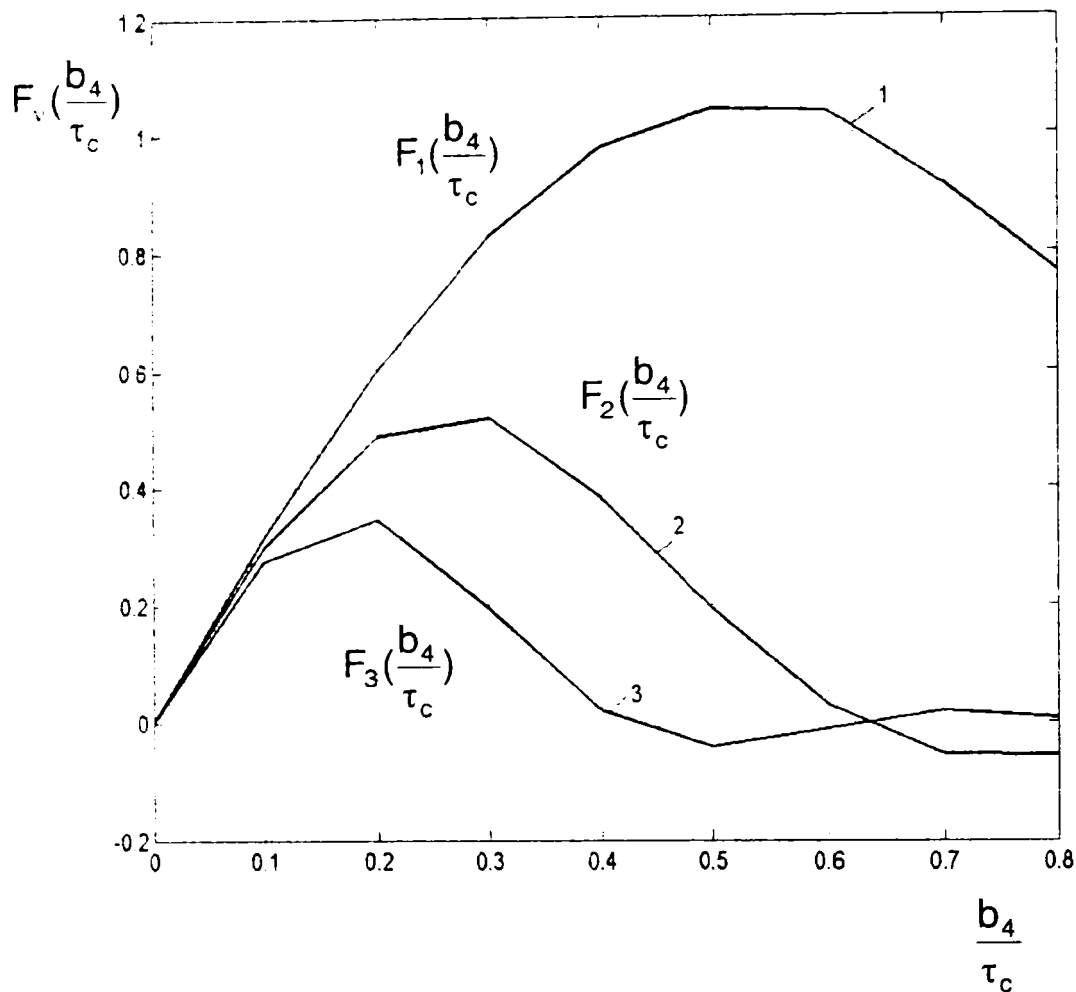


Fig.4.10

Așa cum rezultă din ecuațiile (125) și (125a) amplitudinea armonicii fundamentale, în concordanță cu ecuațiile (124) și (126) depind de β , care este o funcție de raportul (b_4/δ) , precum și de funcția $F_1(b_4/\delta)$. Odată cu creșterea deschiderii crestăturii ambele mărimi, β și $F_1(b_4/\delta)$ cresc, aceasta cauzând o creștere considerabilă a amplitudinii armonicii fundamentale de dantură.

Generalizând, pentru coeficientul a_v , al armonicii de ordinul v , se poate scrie:

$$a_v = \frac{\beta}{\delta} F_v \left(\frac{b_4}{\tau_c} \right) \quad (126)$$

$$F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = \frac{1}{v} \cdot \frac{4}{\pi} \left[0.5 + \frac{\left(\frac{vb_4}{\tau_c}\right)^2}{0.78 - 2\left(\frac{vb_4}{\tau_c}\right)^2} \right] \cdot \sin 1.6\pi v \frac{b_4}{\tau_c} \quad (126a)$$

Curba 2 din figura 4.10 reprezintă funcția $F(b_4/\tau_c)$ pentru $v=2$. Pentru comparație, se observă că pentru creștături cu deschideri mici ($b_4/\delta < 0.3$) amplitudinea armonicii de ordinul 2 are, aproape, aceeași valoare cu cea armonicii de ordinul întâi, pe când pentru creștături cu deschideri mai mari ($b_4/\delta \geq 0.4$) armonica a doua este mult mai mică.

4.2.1 Exemplu de calcul

Pentru o mai bună înțelegere s-au analizat, practic două cazuri, reale, pentru două tole din producția S.C. Electromotor. Astfel:

1. Gabarit 225, 8 poli

$$b_4 = 0.003 \text{ [m]}$$

$$\delta = 0.00035 \text{ [m]}$$

$$\tau_c = 0.009075 \text{ [m]}$$

Prin urmare: $b_4/\delta = 8.57$ și $b_4/\tau_c = 0.33$ iar din figura 18, rezultă $\beta = 0.38$.

Conform ecuației (116) avem:

$$k_c = \frac{\tau_c}{\tau_c - 1.6\beta b_4} = \frac{9.075}{9.075 - 1.6 \cdot 0.38 \cdot 3} = 1.251$$

Conform ecuației (124) avem:

$$a_0 = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{k_c} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{1.251} = \frac{0.54}{\delta}$$

Din figura 4.10, pentru $b_4/\tau_c = 0.33$, rezultă:

$$F_1(b_4/\tau_c) = 0.87$$

$$F_2(b_4/\tau_c) = 0.5$$

Conform ecuației (125) avem:

$$a_1 = \frac{\beta}{\delta} F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = \frac{0.38}{\delta} \cdot 0.87 = \frac{0.33}{\delta}$$

Iar din ecuația (126), pentru $\nu=2$, avem:

$$a_2 = \frac{\beta}{\delta} F_2\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = \frac{0.38}{\delta} \cdot 0.5 = \frac{0.19}{\delta}$$

În final expresia conductivității magnetice a întrefierului, în condițiile creșterii doar a unei singure părți, în concordanță cu ecuațiile (119) și (123), va fi:

$$\lambda(\alpha) = \frac{1}{\delta} (0.54 - 0.33 \cos Z_1 \alpha - 0.19 \cos 2Z_2 \alpha - \dots)$$

2. Gabarit 250, 2 poli

$$b_4 = 0.003 \text{ [m]}$$

$$\delta = 0.00085 \text{ [m]}$$

$$\tau_c = 0.0123 \text{ [m]}$$

Prin urmare: $b_4/\delta = 3.53$ și $b_4/\tau_c = 0.24$ iar din figura 18, rezultă $\beta = 0.25$.

Utilizând o procedură analogă, rezultă:

$$k_c = \frac{\tau_c}{\tau_c - 1.6\beta b_4} = \frac{12.3}{12.3 - 1.6 \cdot 0.25 \cdot 3} = 1.013$$

$$a_0 = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{k_c} = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{1.013} = \frac{0.98}{\delta}$$

$$F_1(b_4/\tau_c) = 0.7$$

$$F_2(b_4/\tau_c) = 0.52$$

$$a_1 = \frac{\beta}{\delta} F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = \frac{0.25}{\delta} \cdot 0.7 = \frac{0.175}{\delta}$$

$$a_2 = \frac{\beta}{\delta} F_2\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = \frac{0.25}{\delta} \cdot 0.5 = \frac{0.125}{\delta}$$

În final expresia conductivității magnetice a întrefierului, pentru acest al doilea caz, va fi:

$$\lambda(\alpha) = \frac{1}{\delta} (0.98 - 0.175 \cos Z_1 \alpha - 0.125 \cos 2Z_2 \alpha - \dots)$$

Comparând cele două exemple se poate vedea că în cel de-al doilea caz nu se mai poate neglija efectul armonicii a doua de crestare, deoarece are același ordin de mărime cu armonica de prim ordin.

Analizând curbele ridicate în figura 4.10 se poate observa că:

$$\text{-pentru } v \frac{b_4}{\tau_c} = 1 \cdot \frac{1}{1.6} = 0.625 \Rightarrow F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = 1 \quad (127)$$

$$\text{-pentru } v \frac{b_4}{\tau_c} = 2 \cdot \frac{1}{1.6}; 3 \cdot \frac{1}{1.6}; 4 \cdot \frac{1}{1.6}; \dots \Rightarrow F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = 0 \quad (127a)$$

În tabelul următor (tabel 4.1) s-au prezentat rapoartele corespunzătoare $\frac{b_4}{\tau_c}$,

ce satisfac condițiile (127) și (127a), pentru diferite ordine ale armonicilor.

Așa cum se poate observa, pentru valoarea raportului $\frac{b_4}{\tau_c} = 0.625$,

$F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = 1$ și toate celelalte armonici se vor anula.

Tabel 4.1

v	1	2	3	4	5
$\frac{b_4}{\tau_c}$, pentru $F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = 1$	0.625	0.312	0.208	0.156	0.125
$\frac{b_4}{\tau_c}$, pentru $F_1\left(\frac{b_4}{\tau_c}\right) = 0$		0.625	0.416	0.312	0.25
			0.625	0.47	0.375
				0.625	0.5
					0.625

Pentru a determina soluția ecuației (122), funcția $f(\alpha)$, în concordanță cu figura (24), se poate exprima sub forma:

$$f(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta} - g(\alpha) \quad (128)$$

Funcția $g(\alpha)$ reprezintă diferența dintre conductivitatea magnetică reală și conductivitatea fără crestare. Dacă substituim expresia (128) în ecuația (122), se poate obține după rescriere:

$$\lambda_{1,2}(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot \frac{\left[\frac{\mu_0}{\delta} - g_1(\alpha) \right] \cdot \left[\frac{\mu_0}{\delta} - g_2(\alpha - \alpha_r) \right]}{\left[\frac{\mu_0}{\delta^2} - g_1(\alpha) \cdot g_2(\alpha - \alpha_r) \right]}$$

Întrucât pentru orice valoare a lui α , $\frac{\mu_0}{\delta} > g_1(\alpha)$ și $\frac{\mu_0}{\delta} > g_2(\alpha)$, rezultă că pentru orice α , $\frac{\mu_0}{\delta^2} > g_1(\alpha) \cdot g_2(\alpha - \alpha_r)$. Expresia determinată pentru conductivitatea magnetică a întrefierului poate fi rescrisă în forma:

$$\lambda_{1,2}(\alpha) = \delta \left(\frac{\mu_0}{\delta} - g_1(\alpha) \right) \cdot \left(\frac{\mu_0}{\delta} - g_2(\alpha) \right) \cdot \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[\delta^2 \cdot g_1(\alpha) \cdot g_2(\alpha - \alpha_r) \right]^n \right\} \quad (129)$$

Ținând cont de ecuația (128), ecuația (129) se poate rescrie:

$$\lambda_{1,2}(\alpha) = \delta \cdot \lambda_1(\alpha) \cdot \lambda_2(\alpha - \alpha_r) \cdot \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{n=\infty} \left[\delta^2 \cdot g_1(\alpha) \cdot g_2(\alpha - \alpha_r) \right]^n \right\} \quad (129a)$$

Dacă se neglijează termenul al doilea din paranteza acoladă, prin comparare cu unitatea, se comite o eroare importantă, mai ales pentru acele puncte de pe periferia rotorului în care axele creștăturilor stator și rotor coincid.

Considerând cazul cel mai defavorabil al creștăturilor stator și rotor deschise, la care lățimea dintelui este egală cu deschiderea creștăturii ($b_4/\tau_c=0.5$) și ținând cont de ecuațiile (110) și (111), se poate scrie:

$$f(\alpha) = \frac{1}{\delta} [1 - \beta(1 - \cos Z(\alpha))] \quad (128a)$$

Comparând cu ecuația (128), putem scrie în ecuația (129):

$$g_1(\alpha) = \frac{\beta_1}{\delta} \cdot (1 - \cos Z_1 \alpha)$$

$$g_2(\alpha - \alpha_r) = \frac{\beta_2}{\delta} \cdot [1 - \cos Z_2(\alpha - \alpha_r)]$$

În acest caz eroarea medie cauzată de neglijarea celui de-al doilea termen din paranteza acoladă din ecuația (129a), va fi:

$$\Delta < \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \{\beta_1 \beta_2 [1 + \cos Z_1 \alpha] \cdot [1 + \cos Z_2(\alpha - \alpha_r)]\}^n d\alpha = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\beta_1 \beta_2}{1 - \beta_1 \beta_2}$$

Dacă se alege pentru stator și rotor un raport între b_4 și δ , $b_4/\delta=12$, atunci $\beta_1 = \beta_2 = 0.42$. Eroarea medie pentru acest caz, extrem de nefavorabil, este:

$$\Delta < \frac{100}{2\pi} \cdot \frac{0.17}{1 - 0.17} = 3.2 \%$$

Prin urmare se poate rescrie ecuația (129a) cu o bună aproximare, pentru toate cazurile, în forma:

$$\lambda_{1,2}(\alpha) = \delta \lambda_1(\alpha) \lambda_2(\alpha - \alpha_r) \quad (130)$$

unde $\lambda_1(\alpha)$, $\lambda_2(\alpha - \alpha_r)$ sunt conductivitățile parțiale datorate creșterii statorului și rotorului. Dacă înlocuim pentru aceste conductivități seria Fourier, în concordanță cu ecuația (123) și (123a), se obține, după rescriere și înlocuire în ecuațiile (124) și (124a), expresia:

$$\lambda_{1,2}(\alpha) = \frac{1}{\delta} \left\{ \frac{1}{k_{c1} k_{c2}} - \frac{a_1}{k_{c2}} \cos Z_1 \alpha - \frac{b_1}{k_{c1}} \cos Z_2(\alpha - \alpha_r) + \frac{a_1 b_1}{2} [\cos((Z_1 + Z_2)\alpha - Z_2 \alpha_r) + \cos((Z_1 - Z_2)\alpha + Z_2 \alpha_r)] + \dots \right\} \quad (131)$$

Coeficienții a_1 și b_1 sunt determinați de ecuația (125).

Prin urmare:

Conductivitatea magnetică rezultantă a întrefierului include, ca termeni de bază, armonici de ordinul Z_1 și Z_2 , corespunzător creșterii statorice și rotorice, precum și armonicile lor de interferență, de ordinul $Z_1 \pm Z_2$.

Valoarea medie a conductivității întrefierului se obține integrând expresia (131) de-a lungul armăturii periferice:

$$\lambda_{\delta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \lambda_{1,2}(\alpha) d\alpha = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}}$$

Această expresie poate fi rescrisă, în concordanță cu ecuațiile (118) și (118a), în forma:

$$B_{\delta} = B_{max} \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}}$$

care corespunde ecuației (103c), din care am dedus factorul lui Carter pentru creșterea ambelor părți ale mașinii, $k_{c12}=k_{c1} \cdot k_{c2}$.

Această demonstrează faptul că considerațiile cu privire la conductivitatea întrefierului, la fel ca și cele cu privire la factorul lui Carter rezultat, au fost corecte.

4.3 Efectul saturației asupra conductivității magnetice a întrefierului

La pornirea mașinilor de inducție obișnuite, care au creștături statorice semi-închise și creștături rotorice semi-închise sau închise, curenții de pornire, atât statorici cât și rotorici sunt practic egali, în primul moment, cu curenții de scurtcircuit și, practic, de câteva ori mai mari decât curenții nominali.

Datorită valorii mari a dispersiei creștăturii și a câmpurilor reziduale ale tensiunii magnetice rotorice și statorice care sunt proporționale cu solenația fiecărei creștături, dinții încep să fie puternic saturați. Ca o consecință a acestui fapt deschiderea reală a creștăturii, b_4 , crește aparent la valoarea b'_4 (fig.4.11). Mărirea maximă, aparentă, a deschiderii creștăturii datorată suprasaturării dinților, b_{4max} , se consideră în regiunea în care solenația creștăturii are un maxim absolut. În regiunea în care solenația creștăturii este nulă deschiderea creștăturii nu se modifică ($b'_4=b_4$).

Pentru un număr mare de creștături pe pol, solenația Θ_r a celei de-a r-a creștături este dată aproximativ de expresia $A(\alpha_r, t)$, unde $A(\alpha_r, t)$ reprezintă

distribuția sinusoidală a păturii de curent pentru armonica fundamentală cu p perechi de poli în punctul de coordonată α_r . În general se poate scrie ([H1]):

$$|\Theta_r| = |A(\alpha_r, t)| \cdot \tau_c = A_p |\sin(p\alpha_r - \omega t)| \cdot \tau_c \quad (132)$$

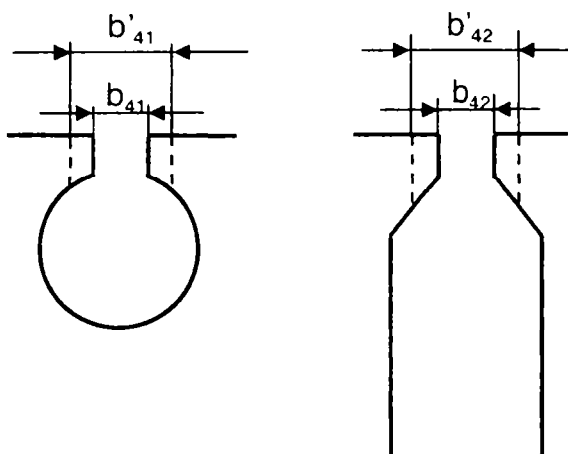


Fig.4.11 Explicativă cu privire la determinarea deschiderii fictive a creștăturii datorată saturației

Relațiile ce au loc în întrefierul mașinii sunt explicitate în figura 4.12.

Figura 4.12a reprezintă distribuția păturii de curent $A(\alpha, t)$ la un anumit moment de timp. Figura 4.12b reprezintă valoarea absolută a acesteia, $|A(\alpha, t)|$, iar figura 4.12c solenația Θ , la același moment de timp. Figura 4.12d reprezintă deschiderile fictive ale creștăturilor corespunzătoare solenației fiecărei creștături. Deschiderea creștăturii b'_4 , de-a lungul pasului polar, este o funcție periodică de perioadă $\tau_p = \pi/p$. Din ecuația (132) se poate vedea că solenația creștăturii $|\Theta|$ la periferia mașinii are viteza unghiulară ω . Întrucât distribuția deschiderilor fictive ale creștăturilor are perioada jumătate din perioada armonicii fundamentale, putem scrie, pentru armonica fundamentală a dezvoltării în serie Fourier a deschiderilor fictive ale creștăturilor, ecuația:

$$b'_4 = b_{40} - B_{41} \cos 2(p\alpha - \omega t) \quad (133)$$

unde: - b_{40} reprezintă valoarea medie a deschiderii creștăturii de-a lungul pasului polar

- B_{41} reprezintă amplitudinea primei armonice, având valoarea: $B_{41}=b_{40}-b_4$.

Așa cum am arătat în secțiunea precedentă, conductivitatea magnetică a întrefierului, λ , depinde de deschiderea creștăturii și atinge valoarea sa minimă în regiunea în care deschiderea creștăturii este maximă și invers, are valoare maximă în regiunea în care deschiderea creștăturii este minimă. Putem spune, prin urmare, că mărimea a_0 din ecuația (123) nu este o constantă ci o variabilă ce ține cont de deschiderile creștăturilor. Ea poate fi exprimată prin relația generală ([H1]):

$$a_0 = \overline{a_0} - a'_0 \sin 2(p\alpha - \omega t) \quad (134)$$

Datorită deschiderilor fictive inegale ale creștăturilor, în regiunea alunecărilor mari, seria Fourier a conductivității magnetice a întrefierului, conține pe lângă termenii ce apar în ecuația (131) și termeni de ordinul 2 ce traversează întrefierul cu viteza sincronă a armonicii fundamentale ($v_0=\omega/p$).

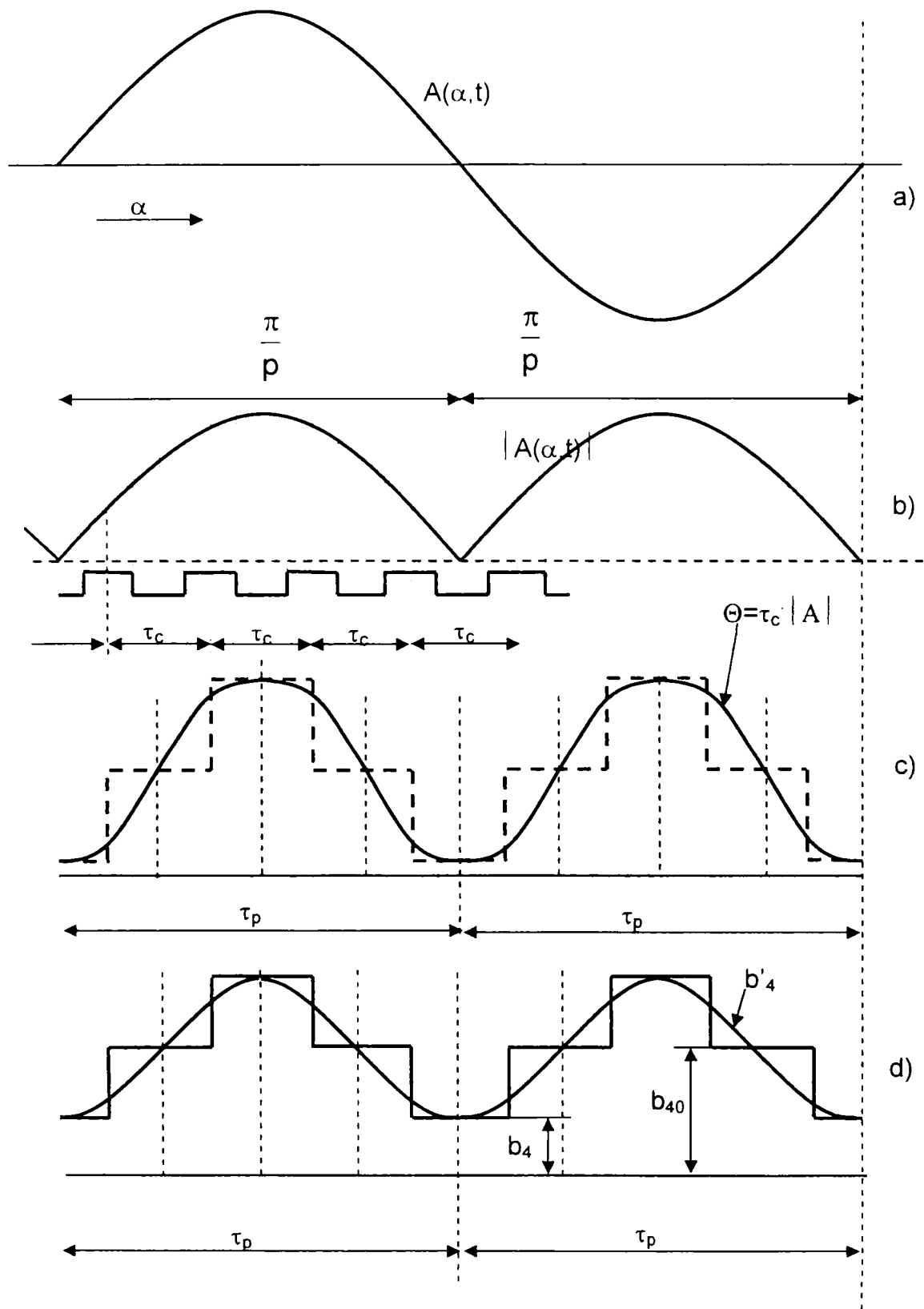


Fig. 4.12 Explicativă pentru variația deschiderii fictive a creștăturii de-a lungul pasului polar, datorită saturației

4.4 Câmpul magnetic în cazul unui întrefier general, variabil

Pentru a analiza câmpul magnetic în cazul unui întrefier variabil, considerăm, mai întâi, ca dată o distribuție a păturii de curent de-a lungul întrefierului mașinii, $A(\alpha, t)$. Mai presupunem o distribuție radială a tensiunii magnetice din întrefier și o permeabilitate infinită a fierului ($\mu_{fe} = \infty$). În aceste condiții, pentru o formă generală a întrefierului, se poate scrie pentru intensitatea câmpului magnetic (vezi și ecuația (1)):

$$H(\alpha) = \left[H_0 \delta_0 + \int_0^\alpha A(\alpha, t) d\alpha \right] \cdot \frac{1}{\delta(\alpha)} \quad (135)$$

Cantitatea δ_0 determină mărimea întrefierului în punctul de coordonată $\alpha=0$ și H_0 se obține din condiția ca fluxul magnetic total să fie egal cu zero:

$$\Phi = \int_0^{2\pi} B \cdot d\alpha = 0, \text{ sau}$$

$$\mu_0 \int_0^{2\pi} H(\alpha) \cdot d\alpha = 0$$

Înlocuind în ecuația (135) se obține:

$$H_0 = - \frac{1}{\delta_0} \cdot \frac{\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)} \int_0^\alpha A(\alpha, t) d\alpha}{\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)}} \quad (136)$$

În cazul în care distribuția păturii de curent conține numai componente rotitoare, de forma:

$$A(\alpha, t) = \sum_{v=1}^{v=\infty} A_v \sin(v\alpha \mp \omega t)$$

atunci se obține ([H1]):

$$\int_0^\alpha A(\alpha, t) d\alpha = - \sum_{v=1}^{v=\infty} \frac{A_v}{v} \cos(v\alpha \mp \omega t) + \sum_{v=1}^{v=\infty} \frac{A_v}{v} \cos \omega t \quad (137)$$

Al doilea termen al ecuației (137) nu constituie o componentă rotitoare ci numai o componentă variabilă în timp.

Și în acest caz se poate aplica, cu o bună aproximație, principiul superpoziției, pentru conductivitatea întrefierului, astfel încât este suficient să se urmărească evoluția doar a unei singure armonice.

Inducția magnetică $B(\alpha, t)$ în punctul de coordonată α , produsă de armonica de ordinul v , este: $B(\alpha, t) = \mu_0 H(\alpha)$. Înlocuind în ecuațiile (135), (136) și (137), se obține:

$$B(\alpha, t) = \frac{\mu_0 \int_0^{2\pi} \frac{A_v}{v} \cdot \frac{\cos(v\alpha \mp \omega t)}{\delta(\alpha)} d\alpha}{\delta(\alpha) \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)}} - \frac{\mu_0 \frac{A_v}{v} \cos(v\alpha \mp \omega t)}{\delta(\alpha)} \quad (138)$$

Dacă se descompune expresia $\frac{1}{\delta(\alpha)}$ în serie Fourier pe perioada principală,

2π , se obține pentru acest caz general:

$$\frac{1}{\delta(\alpha)} = a_0 + \sum_{v=1}^{v=\infty} a_v \cos v\alpha + \sum_{v=1}^{v=\infty} b_v \sin v\alpha \quad (139)$$

în care coeficienții sunt dați de expresiile ([H1]):

$$a_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)}; \quad a_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos v\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha; \quad b_v = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin v\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha \quad (139a)$$

Primul termen al ecuației (138) se poate aduce la forma:

$$\frac{\mu_0 A_v}{v \delta(\alpha)} \cdot \frac{\cos \omega t \int_0^{2\pi} \frac{\cos v\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha \mp \int_0^{2\pi} \frac{\sin v\alpha}{\delta(\alpha)} d\alpha}{\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{\delta(\alpha)}} = \frac{\mu_0 A_v}{v \delta(\alpha)} \cdot \frac{a_v \cos \omega t \pm b_v \sin \omega t}{2a_0}$$

Și în final inducția magnetică din întrefier se poate exprima sub forma:

$$B(\alpha, t) = -\frac{\mu_0}{\delta(\alpha)} \cdot \frac{A_v}{v} \left\{ \cos(v\alpha \mp \omega t) - \frac{1}{2} \sqrt{\left[\left(\frac{a_v}{a_0} \right)^2 + \left(\frac{b_v}{b_0} \right)^2 \right]} \sin(\omega t + \varphi) \right\} \quad (140)$$

$$\text{unde } \varphi = \text{arctg} \left(\frac{b_v}{a_v} \right)$$

Dacă ordinul ν al intensității păturii de curent excitatoare nu corespunde cu ordinul celei mai puternice armonice dezvoltate, în expresia funcției $1/\delta(\alpha)$, relația:

$$\sqrt{\left(\frac{a_\nu}{a_0}\right)^2 + \left(\frac{b_\nu}{b_0}\right)^2} \ll 1$$

este adevărată, practic în toate cazurile.

În acest caz se poate scrie, cu o bună aproximație, că:

$$B(\alpha, t) = \mu_0 U_{m\nu} \frac{\cos(\nu\alpha \mp \omega t)}{\delta(\alpha)} \quad (141)$$

unde $U_{m\nu} = A_\nu/\nu$ reprezintă amplitudinea unei spațiale a tensiunii magnetice.

În concluzie:

Inducția magnetică B în punctul de coordonată α , poate fi determinată, în acest caz, cu ajutorul ecuației (141) ca produs dintre tensiunea magnetomotoare momentană și conductivitatea magnetică a întrefierului, în același punct α .

4.5 Excentricitatea rotorului

În mediul real, industrial, este foarte dificil, s-ar putea spune aproape imposibil, să se asigure o concentricitate perfectă a rotorului cu interiorul statorului. Lanțul de toleranțe creat de diametrul interior, umăr de așezare scut, diametrul interior locaș rulment, precum și inelul exterior și cel interior al rulmentului și chiar diametrul bilelor rulmentului introduce o abatere de la întrefierul uniform, de calcul, cu alte cuvinte introduce o excentricitate. Acest fapt determină apariția unei forțe magnetice unilaterale care tinde să mărească excentricitatea și să mărească considerabil viteza critică a mașinii.

Dacă se notează cu r raza exterioară a rotorului și cu R raza interioară a pachetului stator, se poate scrie următoarea relație (ținând cont și de figura

4.13) pentru a descrie dependența întrefierului δ de unghiul α , pentru un rotor deplasat prin distanța d :

$$\delta = R - r - d \cos \alpha = \delta_m - d \cos \alpha \quad (142)$$

unde $\delta_m = R - r$ reprezintă întrefierul mediu al mașinii.

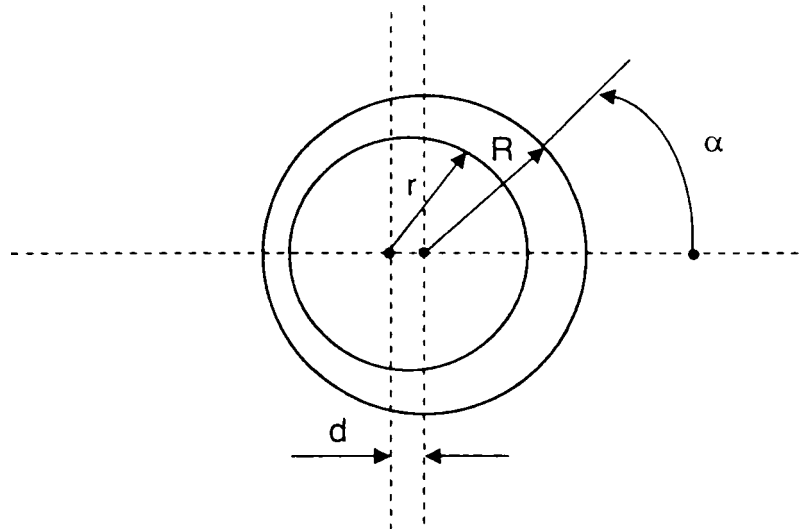


Fig.4.13 Explicativă pentru excentricitatea rotorului

Astfel, pentru conductivitatea magnetică a întrefierului rezultă următoarea expresie:

$$\lambda = \frac{1}{\delta} = \frac{1}{\delta_m - d \cos \alpha} = \frac{1}{\delta(1 - \varepsilon \cos \alpha)} \quad (143)$$

cu o excentricitate relativă:

$$\varepsilon = \frac{d}{\delta_m} \quad (144)$$

Dezvoltând în serie Fourier conductivitatea întrefierului se obține:

$$\lambda = \frac{1}{\delta_m} \cdot (\lambda_0 + \lambda_1 \cos \alpha + \dots) \quad (145)$$

unde:

$$\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \varepsilon^2}} \quad (146)$$

$$\lambda_1 = 2 \frac{1 - \sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\varepsilon \sqrt{1 - \varepsilon^2}} \quad (147)$$

Pentru $\varepsilon < 0.7$ se poate face o aproximație astfel încât:

$$\varepsilon \cong \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon^2}{2}} \quad (148)$$

$$\lambda_1 \cong \frac{\varepsilon}{1 - \frac{\varepsilon^2}{2}} \quad (149)$$

Dacă notăm $\lambda_0 = u$ și $\lambda_1 = \varepsilon v$, conductivitatea λ poate fi scrisă sub forma:

$$\lambda = \frac{1}{\delta_m} (u + \varepsilon v \cos \alpha) \quad (150)$$

Mărimile u și v s-au reprezentat în figura 4.14, în funcție de excentricitatea ε , în concordanță cu ecuațiile (146) și (147).

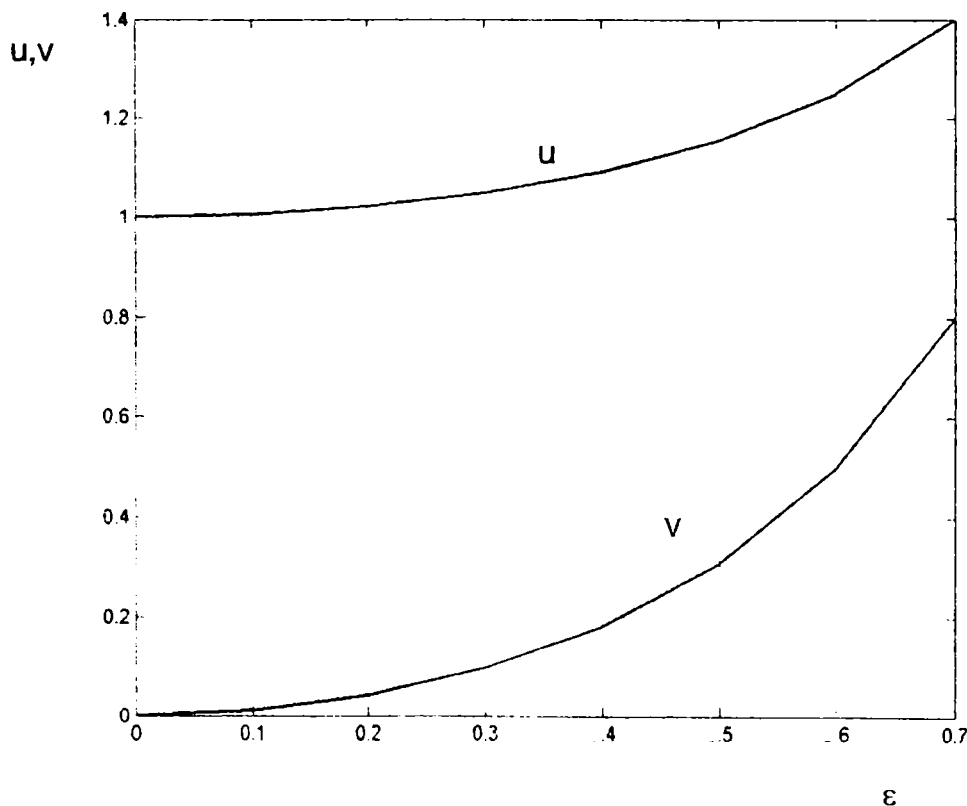


Fig.4.14

Dacă se notează cu α' coordonata periferică de-a lungul periferiei mașinii, referitoare la rotor, atunci, în cazul în care rotorul se rotește cu viteza unghiulară ω_r , se poate scrie:

$$\alpha' = \alpha - \omega_r t \quad (151)$$

unde α reprezintă coordonata periferică raportată la stator, și:

$$\omega_r = (1 - s) \frac{\omega}{p} \quad (152)$$

relație în care ω este viteza unghiulară a fundamentalei, s alunecarea și p numărul de perechi de poli ai mașinii.

În cazul în care rotorul este în repaus, $\omega_r = 0$.

Dacă α' , din ecuația (151) se înlocuiește în ecuația (150), se obține pentru conductanța λ , în punctul α , la momentul t , expresia:

$$\lambda(\alpha, t) = \frac{1}{\delta_m} [u + \varepsilon v \cos(\alpha - \omega_r t)] \quad (153)$$

Altfel spus: conductivitatea magnetică λ este egală cu suma dintre conductivitatea constantă: $\left(\frac{u}{\delta_m}\right)$ și conductivitatea variabilă, reprezentată de

unda pozitivă cu doi poli: $\frac{\varepsilon v}{\delta_m} \cos(\alpha - \omega_r t)$.

Dacă înfășurarea statorică este una trifazată, simetrică, cu legături serie, armonica fundamentală cu p perechi de poli a păturii de curent $A(\alpha, t)$, produsă de curentul statoric, se exprimă prin relația:

$$A(\alpha, t) = A_p \sin(p\alpha - \omega t) \quad (154)$$

Inducția magnetică a câmpului din întrefier, produsă de A_p , este dată, pentru $p > 1$, de relația următoare (în concordanță cu ecuația 141):

$$B(\alpha, t) = -\mu_0 \cdot \frac{A_p R}{p \delta_m} \cdot \frac{\cos(p\alpha - \omega t)}{1 - \varepsilon \cos(\alpha - \omega_r t)} = -\mu_0 \cdot \frac{A_p R}{p \delta_m} \cdot \cos(p\alpha - \omega t) [u + \varepsilon v \cos(\alpha - \omega_r t)] =$$

$$= -\mu_0 \cdot \frac{A_p R u}{p \delta_m} \cdot \left\{ \cos(p\alpha - \omega t) + \frac{\varepsilon V}{2u} \left[\cos((p+1)\alpha - (\omega - \omega_r)t) + \cos((p-1)\alpha - (\omega - \omega_r)t) \right] \right\} \quad (155)$$

Pe de altă parte, pentru cazul mașinii cu doi poli, în concordanță cu ecuația (138), se poate scrie:

$$B(\alpha, t) = \frac{\mu_0 A_1 R}{\delta_m (1 - \varepsilon \cos(\alpha - \omega_r t))} \cdot \left[\frac{\int_0^{2\pi} \frac{\cos(\alpha - \omega t) d\alpha}{1 - \varepsilon \cos(\alpha - \omega_r t)} - \cos(\alpha - \omega t)}{\int_0^{2\pi} \frac{d\alpha}{1 - \varepsilon \cos(\alpha - \omega_r t)}} \right] \quad (156)$$

Ținând cont de ecuația (153), se obține după integrare:

$$B(\alpha, t) = -\mu_0 \frac{A_1}{\delta_m} R u \cdot \left\{ \cos(\alpha - \omega t) \cdot \left[1 - \left(\frac{\varepsilon V}{2u} \right)^2 - \left(\frac{\varepsilon V}{2u} \right)^2 \cos(\alpha + (\omega - 2\omega_r)t) \right] + \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon V}{2u} \cos(2\alpha - (\omega + \omega_r)t) \right\} \quad (157)$$

Observând ecuațiile (155) și (157) se poate vedea că excentricitatea rotorului determină câmpuri armonice cu $(p \pm 1)$ perechi de poli.

Aceste câmpuri, care nu se rotesc sincron cu rotorul, pot fi atenuate numai în cazul rotorului cu colivie. Acest lucru se întâmplă deoarece numărul de bare, m , ale înfășurării în colivie, pe perechea de poli a acestor câmpuri cu $(p \pm 1)$ perechi de poli, este mult mai mare decât 1, ($m = \frac{Z_2}{p} \pm 1 > 8 \div 10$), ceea ce face

ca aceste câmpuri să fie puternic atenuate. Dacă atenuarea este luată în considerare prin intermediul introducerii unui factor G , mărimea acestuia poate fi estimată astfel:

- pentru $p=1 \rightarrow G=0.2$
- pentru $p=2,3 \rightarrow G=0.25 \div 0.3$

Acești factori de atenuare au fost calculați de către Freise și Jordan [F3].

În cazul motoarelor de inducție cu rotor bobinat factorul de bobinaj al rotorului bobinat pentru aceste câmpuri parazite este egal cu zero, astfel încât ele nu afectează rotorul, prin inducție. În acest caz $G=1$.

În final, pentru inducția magnetică din întrefier, având valoarea maximă B_p , produsă de armonica fundamentală cu p perechi de poli, se poate scrie următoarele expresii ([H1]):

-pentru $p=1$

$$B(\alpha, t) = -B_1 u \cdot \left\{ \left[1 - \left(\frac{\varepsilon V}{2u} \right)^2 \right] \cdot \cos(\alpha - \omega t) + \frac{\varepsilon V}{2u} \omega_1 \cdot \cos[2\alpha - (\omega + \omega_r)t] - \left(\frac{\varepsilon V}{2u} \right)^2 \cdot \omega_2 \cos[\alpha - (2\omega_r - \omega)t] \right\} \quad (158)$$

-pentru $p>1$

$$B(\alpha, t) = -B_1 u \cdot \left\{ \cos(p\alpha - \omega t) + \frac{\varepsilon V}{2u} \omega_1 \cos[(p+1)\alpha - (\omega + \omega_r)t] + \frac{\varepsilon V}{2u} \omega_2 [(p-1)\alpha - (\omega - \omega_r)t] \right\} \quad (159)$$

Apariția unei forțe de atracție magnetică unilaterală între stator și rotor este condiționată de apariția în întrefier a două câmpuri ce au numere de perechi de poli ce diferă cu o unitate. În acest caz amplitudinea f_δ a forței de atracție magnetică unilaterală este proporțională cu produsul amplitudinilor celor două unde ale inducției ce au numerele de perechi de poli diferind cu o unitate.

Astfel, pentru f_δ , în cazul în care $p=1$, conform ecuației (158), rezultă:

$$f_\delta = \pi R l_{fe} \frac{(B_1 u)^2}{2\mu_0} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon V}{2u} \right)^2 \right] \frac{\varepsilon V}{2u} \omega_1 \quad (160)$$

iar în cazul în care $p>1$:

$$f_\delta = \pi R l_{fe} \frac{(B_p u)^2}{2\mu_0} \frac{\varepsilon V}{2u} \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \right) \quad (161)$$

unde l_{fe} reprezintă lungimea axială a mașinii.

În cazul unei excentricități statice, cazul în care rotorul este în repaus ($\omega=0$), f_δ este o forță constantă, fixă în spațiu, pe când în cazul unei excentricități dinamice forța de atracție magnetică unilaterală este o undă ce

se rotește și pulsează local cu o frecvență diferită de frecvența undei fundamentale.

Aceste relații sunt adevărate pentru cazul în care motorul funcționează în gol. Dacă motorul funcționează în sarcină, inducția de la mersul în gol trebuie înlocuită cu B_p , în ecuațiile (160) și (161).

Din cele arătate până acum se pot trage următoarele concluzii, în ceea ce privește teoria liniară a forțelor de atracție magnetică unilaterală:

1. Forța de atracție magnetică unilaterală este proporțională cu pătratul inducției magnetice B_p și, prin urmare, cu pătratul tensiunii de alimentare U .

$$f_{\delta} \sim U^2 \quad (162)$$

2. Forța de atracție magnetică unilaterală crește mai mult decât linear cu excentricitatea relativă ε deoarece, conform figurii 29, raportul v/u crește cu ε :

$$f_{\delta} \sim \varepsilon \cdot \psi(\varepsilon) \quad (163)$$

pentru $\psi(\varepsilon) > 1$.

3. Forța de atracție magnetică unilaterală pentru rotoare în colivie, cu o inducție egală în întrefier și o excentricitate relativă egală, este considerabil mai mică decât în cazul rotoarelor cu inele.

Așa cum rezultă din măsurătorile efectuate, de-a lungul timpului, teoria liniară a forțelor de atracție magnetică unilaterală aproximează mai mult sau mai puțin realitatea.

În figura 4.15 s-a reprezentat forța de atracție magnetică unilaterală pentru un motor având $P=10\text{kW}$, $2p=6$. În același sistem de axe s-a reprezentat și forța de atracție magnetică unilaterală, conform relației (162).

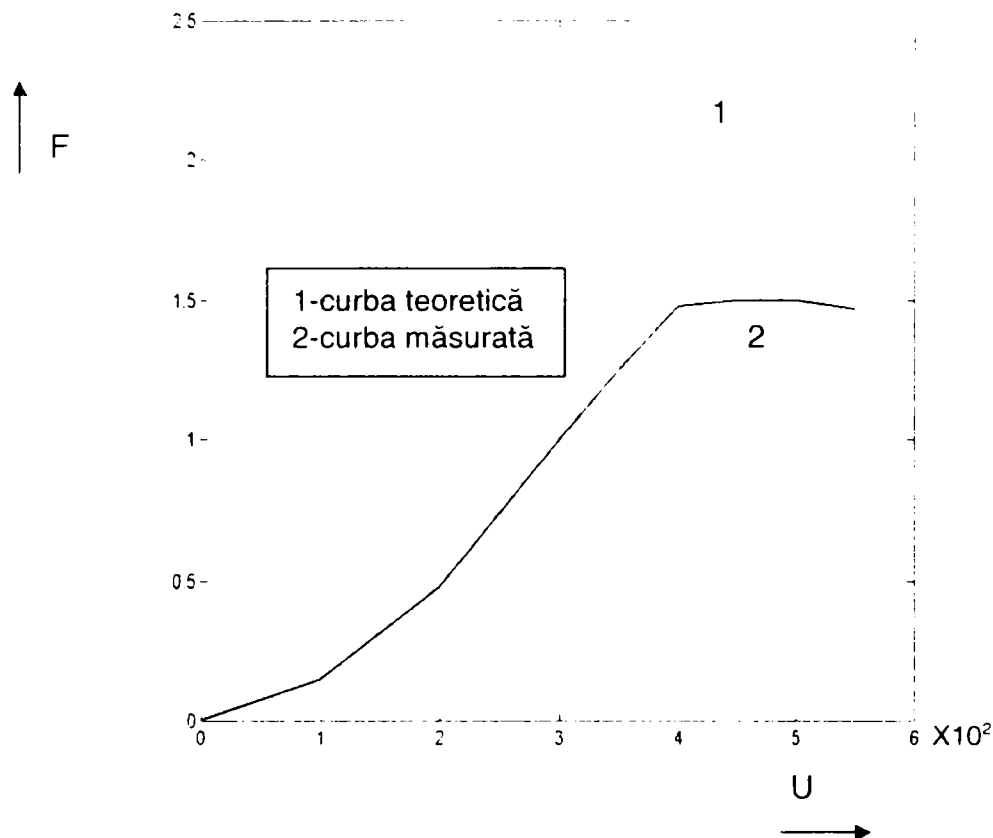


Fig.4.15 Forța de atracție magnetică unilaterală, funcție de tensiunea de alimentare

Din figură reiese clar că relația teoretică, conform ecuației (162) (curba 1) este adevărată numai în zona tensiunilor mici de alimentare, sub tensiunea nominală, pe când în zona tensiunilor mari saturația determină o scădere a acestei forțe (curba 2). Prin urmare se poate concluziona că saturația determină întotdeauna o scădere a forței de atracție magnetică unilaterală.

4.6 Câmpul magnetic în cazul creșterii unilaterale și în cazul creșterii bilaterale

Pentru a analiza câmpul magnetic din întrefier, în cazul creșterii armăturilor, mai întâi de o parte și mai apoi de ambele părți, se analizează distribuția inducției magnetice din întrefierul unei mașini ce are o înfășurare

trifazată simetrică cu p perechi de poli, dispusă în $Z_1=2mpq$, creștături stator. Înfașurarea statorică are un număr întreg de creștături pe pol și fază, q . În cazul unui rotor neted, intensitatea câmpului magnetic din întrefier în punctul determinat de coordonata spațială α , conform ecuației (141), este dată de relația:

$$H(\alpha,t)=U_{mp}(\alpha,t)\lambda(\alpha) \quad (164)$$

Unde $U_{mp}(\alpha,t)$ reprezintă distribuția în timp și spațiu a tensiunii magnetice rotitoare generată de înfașurarea statorică cu p perechi de poli.

În concordanță cu ecuația (32) se poate scrie:

$$U_{mp}(\alpha,t) = \sum_{v'=6k+1} U_{mv'p} \sin(\omega t - v'p\alpha) + \sum_{v'=6k-1} U_{mv'p} \sin(\omega t + v'p\alpha) \quad (165)$$

În acest caz originea sistemului de coordonate ($\alpha=0$) este legat de axa fazei care, la momentul de timp $t = \frac{\pi}{2\omega}$, este străbătută de curentul maxim $I\sqrt{2}$.

În cazul unei înfașurări într-un strat sau a unei înfașurări în două straturi, fiecare cu pas diametral sau scurtată cu un număr par de creștături, axa fazei ($\alpha=0$) trece întotdeauna prin centrul dintelui, pe când în cazul unei scurtări cu un număr impar de creștături, trece prin centrul creștăturii.

Considerăm mai întâi primul caz (înfașurare într-un strat sau înfașurare în două straturi, fiecare cu pas diametral sau scurtată cu un număr par de creștături). Conform ecuației (165), armonica tensiunii magnetice de ordinul $v=v'p$ (cu $2v'p$ poli) produce un câmp magnetic ce are intensitatea:

$$H_v(\alpha,t) = U_{mv'p} \sin(\omega t \mp v'p\alpha) \cdot \lambda_1(\alpha) \quad (166)$$

Distribuția conductivității întrefierului $\lambda_1(\alpha')$ este, conform ecuației (123), raportată la sistemul de coordonate ce are originea în axa creștăturii. Ecuația (123) se poate rescrie prin raportarea la un sistem de coordonate a tensiunii magnetice, cu originea în axa dintelui, utilizând ecuația de transformare:

$$\alpha' = \alpha + \frac{\pi}{Z_1} \quad (167)$$

Distribuția conductivității magnetice a întrefierului $\lambda_1(\alpha)$, conform cu ecuația (123) și (167) este:

$$\lambda_1(\alpha) = a_0 - \sum_{\mu} a_{\mu} (-1)^{\mu} \cos \mu Z_1 \alpha \quad (168)$$

Armonica de ordinul ν a intensității câmpului magnetic, $H_{\nu}(\alpha, t)$, are, conform cu ecuațiile (166) și (168), valoarea:

$$H_{\nu}(\alpha, t) = U_{m\nu'p} a_0 \sin(\omega t \mp \nu' p \alpha) - \frac{U_{m\nu'p}}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} a_{\mu} (-1)^{\mu} \{ \sin[\omega t + (\nu' p \pm \mu Z_1) \alpha] + \sin[\omega t - (\nu' p \pm \mu Z_1) \alpha] \} \quad (170)$$

În cazul înfășurării în două straturi scurtată printr-un număr impar de creștături, originea sistemului de coordonate al tensiunii magnetice coincide cu acela al conductivității magnetice a întrefierului. Prin urmare:

$$\alpha' = \alpha \quad (169)$$

În acest caz armonica intensității câmpului magnetic $H_{\nu}(\alpha, t)$ are valoarea:

$$H_{\nu}(\alpha, t) = U_{m\nu'p} a_0 \sin(\omega t \mp \nu' p \alpha) - \frac{U_{m\nu'p}}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} a_{\mu} \{ \sin[\omega t + (\mu Z_1 \mp \nu' p) \alpha] + \sin[\omega t - (\mu Z_1 \pm \nu' p) \alpha] \} \quad (170a)$$

Din ecuațiile (170) și (170a) rezultă că prin creșterea uneia din părți (a statorului în cazul de față) se dezvoltă un grup de câmpuri magnetice de dispersie care corespund celui de-al doilea termen al acestor ecuații. Aceste câmpuri au $(\mu Z_1 \pm \nu' p)$ perechi de poli și viteza unghiulară $\omega_{\nu} = \pm \frac{\omega}{\mu Z_1 \pm \nu' p}$.

Într-un punct dat, α , fiecare din aceste câmpuri pulsează cu frecvența fundamentalei $\omega = 2\pi f$.

În cazul unui stator neted și a unui rotor crestătat, care se rotește cu viteza unghiulară ω_r , avem, în acord cu ecuația (123a) și (131), pentru distribuția conductivității magnetice a întrefierului următoarea expresie:

$$\lambda_2(\alpha, t) = b_0 - \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} b_{\mu} \cos \mu Z_2 (\alpha - \omega_r t)$$

Intensitatea câmpului magnetic $H_v(\alpha, t)$ generat de armonica tensiunii magnetice de ordinul $v=v'p$ poate fi exprimată prin ecuația:

$$H_v(\alpha, t) = U_{mv'p} b_0 \sin(\omega t \mp v'p\alpha) - \frac{U_{mv'p}}{2} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} b_\mu \{ \sin[(\omega - \mu Z_2 \omega_r)t + (\mu Z_2 \mp v'p)\alpha] + \sin[(\omega + \mu Z_2 \omega_r)t - (\mu Z_2 \pm v'p)\alpha] \} \quad (171)$$

În acest caz tensiunea magnetică statorică de ordinul $v=v'p$ produsă de grupul de câmpuri magnetice de dispersie cu $(\mu Z_2 \mp v'p)$ perechi de poli are viteza unghiulară $\pm \frac{\omega \pm \mu Z_2 \omega_r}{\mu Z_2 \mp v'p}$. Într-un punct dat α , fiecare din aceste câmpuri

pulsează cu frecvența circulară $\Omega = \omega \pm \mu Z_2 \omega_r$, adică la frecvența care este funcție liniară de viteza unghiulară mecanică ω_r .

În cazul în care rotorul este în repaus, frecvența acestor câmpuri este aceeași cu frecvența fundamentalei ($\Omega=\omega$).

În cazul în care ambele părți ale mașinii sunt crestate, dacă se consideră numai primii trei termeni din seria (131), intensitatea câmpului magnetic $H_v(\alpha, t)$ este dată de expresia:

$$H_v(\alpha, t) = a'_0 U_{mv'p} \sin(\omega t \mp v'p\alpha) - \frac{a'_1 U_{mv'p}}{2} \{ \sin[\omega t + (Z_1 \mp v'p)\alpha] + \sin[\omega t - (Z_1 \pm v'p)\alpha] \} - \frac{b'_1 U_{mv'p}}{2} \{ \sin[(\omega - Z_2 \omega_r)t + (Z_2 \mp v'p)\alpha] + \sin[(\omega + Z_2 \omega_r)t - (Z_2 \pm v'p)\alpha] \} \quad (172)$$

Conform ecuației (131) coeficienții din dezvoltarea în serie, sunt:

$$a'_0 = \frac{1}{\delta \cdot k_{c1} \cdot k_{c2}}; \quad a'_1 = \frac{a_1}{\delta \cdot k_{c2}}; \quad b'_1 = \frac{b_1}{\delta \cdot k_{c1}} \quad (172a)$$

Câmpurile corespunzătoare expresiei $\sin[\omega t \pm (Z_1 \mp v'p)\alpha]$ se vor denumi în continuare *câmpuri de crestare statorice de primul ordin*, generate de armonica tensiunii magnetice statorice de ordinul v' . Viteza lor unghiulară în întrefier, este:

$$\omega_1 = \pm \frac{\omega}{Z_1 \pm v'p} \quad (173a)$$

Câmpurile de crestare rotorice de primul ordin, generate de asemenea de armonica tensiunii magnetice statorice de ordinul v' , corespunzătoare termenilor $[(\omega \mp Z_2\omega_r)t \pm (Z_2 \mp v'p)\alpha]$, au viteza unghiulară:

$$\omega_2 = -\frac{\omega - Z_2\omega_r}{Z_2 \mp v'p} \quad \text{sau} \quad \omega_2 = \frac{\omega + Z_2\omega_r}{Z_2 \pm v'p} \quad (173b)$$

Vitezele unghiulare relative ale acestor câmpuri, raportate la rotor, sunt:

$$\omega_{rel.} = \omega_2 - \omega_r = \frac{\omega \mp v'p\omega_r}{Z_2 \pm v'p}$$

sau

$$\omega_{rel.} = -\frac{\omega \mp v'p\omega_r}{Z_2 \mp v'p} \quad (174)$$

Din aceste ecuații se poate concluziona: câmpurile de crestare rotorice, generate de către armonica tensiunii magnetice statorice de ordinul $v=v'p$, sunt în sincronism cu rotorul la viteza sa unghiulară mecanică:

$$\omega_r = \frac{\omega}{v'p} \quad (174a)$$

adică la viteza unghiulară egală cu cea a armonicii tensiunii magnetice statorice de ordinul $v=v'p$.

4.7 Interacțiunea dintre statorul crestă și armonicile de pas

Prin analiza factorului de înfășurare și demonstrarea periodicității sale s-a arătat că armonicile cele mai importante ale tensiunii magnetice sunt, pe lângă armonica fundamentală de ordinul $v=p$, așa-numitele armonici de pas de prim ordin, $v=Z_1 \pm p$, având același factor de înfășurare ca și armonica fundamentală și având ordinul cel mai mic dintre toate armonicile de pas (amplitudinea lor este proporțională cu $\frac{1}{v}$). Acum se va analiza efectul creșterii asupra acestor armonici.

În concordanță cu al doilea termen din ecuațiile (170) și (170a) creșterea statorului determină o creștere a armonicilor fundamentale, ($v'=1$), a tensiunii magnetice determinată de grupul de câmpuri de ordinul $\mu Z_{1\pm p}$, a căror cea mai importantă armonică este prima armonică a conductivității întrefierului ($\mu=1$), adică cea de ordinul $Z_{1\pm p}$.

În acord cu cele arătate în secțiunea anterioară, cu privire la viteza unghiulară ω_v a acestor câmpuri, se poate concluziona:

- Armonica de dantură de ordinul Z_{1+p} , are viteza unghiulară: $\omega_v = \frac{\omega}{Z_{1+p}}$
- Armonica de dantură de ordinul Z_{1-p} , are viteza unghiulară: $\omega_v = -\frac{\omega}{Z_{1-p}}$

Semnul negativ al vitezei unghiulare indică faptul că armonica respectivă se rotește în sens opus față de armonica fundamentală (armonică rotitoare în sens orar). Amplitudinile intensităților câmpului magnetic de aceste ordine sunt, în concordanță cu ecuațiile (170) și (170a), determinate de expresia

$$\frac{1}{2} U_{mp} a_1.$$

Armonicile de pas de prim ordin datorate creșterii produc, în concordanță cu primul termen al ecuației (180), armonici ale intensității câmpului magnetic de același ordin ($v'p=Z_{1\pm p}$) ce traversează întrefierul la aceeași viteză ca și câmpurile din creștătură.

Amplitudinea intensității acestor câmpuri de pas va fi determinată de expresia $U_{m(Z_{1\pm p})} a_0$. Această amplitudine este proporțională cu factorul de înfășurare k_{bv} .

Pentru armonica de pas a tensiunii magnetice de ordinul $v=Z_{1+p}$, factorul de înfășurare se poate scrie ([H1]):

$$\begin{aligned}
k_{b(Z_1+p)} &= 3 \frac{\sin \frac{Z_1+p}{Z_1} q\pi}{q \sin \frac{Z_1+p}{Z_1} \pi} \sin \frac{Z_1+p}{Z_1} (3q - Z_k)\pi = \\
&= -\frac{3}{q} \cos q\pi \cos(3q - Z_k)\pi \left(\frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6q}} \right) \sin \frac{3q - Z_k}{6q} \pi \quad (175)
\end{aligned}$$

unde Z_k reprezintă numărul de creștături prin care înfășurarea este scurtată. Semnul amplitudinii armonicii de pas de ordinul $v=Z_1+p$ este determinat de semnul expresiei:

$$- \cos q\pi \cos(3q - Z_k)\pi \quad (175a)$$

În cazul unei înfășurări într-un strat sau a unei înfășurări în două straturi, scurtată printr-un număr par de creștături $Z_k=2k$, unde $k=0,1,2,\dots$, expresia (175a), pentru o valoare întregă a lui q , are valoarea (-1).

Pentru o înfășurare în două straturi scurtată printr-un număr impar de creștături, $Z_k=2k+1$, expresia (175a), pentru o valoare întregă pentru q , are valoarea (+1).

Ținând cont de semnul armonicilor de dantură, determinate de cel de-al doilea termen al ecuației (172), pentru $\mu=1$, se poate concluziona:

În cazul mașinilor ce au o înfășurare statorică cu un număr întreg de creștături pe pol și fază, amplitudinea armonicilor de pas de ordinul $v=Z_1+p$ se scade din amplitudinea armonicilor de dantură de același ordin, fără a ține cont de scurtare.

Amplitudinea rezultantă a intensității câmpului magnetic din întrefier, este:

$$H_{(Z_1+p)} = U_{mp} \left[\frac{a'_1}{2} - a'_0 \left| \frac{U_{m(Z_1+p)}}{U_{mp}} \right| \right] \quad (176)$$

În concordanță cu ecuația (37) se poate scrie:

$$\left| \frac{U_{m(Z_1+p)}}{U_{mp}} \right| = \frac{p}{Z_1+p}$$

astfel încât ecuația (176) se poate rescrie sub forma:

$$H_{(Z_1+p)} = U_{mp} a'_0 \left[\frac{a'_1}{2a'_0} - \frac{p}{Z_1+p} \right] \quad (176a)$$

Cantitățile a'_0 și a'_1 rezultă din ecuația (172a).

În cazul unei mașini fără crestare amplitudinea intensității câmpului magnetic a armonicii de pas de ordinul $v=Z_1+p$ va fi conform cu primul termen al ecuației (170):

$$U_{m0(Z_1+p)} = \frac{U_{m(Z_1+p)}}{\delta} = a'_0 U_{mp} \frac{p}{Z_1+p} k_{c1} k_{c2} \quad (176b)$$

Prin crestare intensitatea acestor câmpuri se va reduce până la valoarea dată de ecuația (176a).

Raportul dintre amplitudinile câmpului armonic de ordinul $v=Z_1+p$, dintr-o mașină crestată și una fără crestături, este dat de cantitatea $\xi_{(Z_1+p)0}$:

$$\xi_{(Z_1+p)0} = \frac{U_{m(Z_1+p)}}{U_{m0(Z_1+p)}} = \left[\frac{a'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1+p}{p} - 1 \right] \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \quad (177a)$$

Pentru armonica tensiunii magnetice de pas de ordinul $v=Z_1-p$, factorul de înfășurare se poate scrie în mod analog, ținând cont de ecuația (175):

$$k_{b(Z_1-p)} = \frac{3}{q} \cos q\pi \cdot \cos(3q - Z_k)\pi \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6q}} \cdot \sin \frac{3q - Z_k}{6q} \pi$$

În acest fel semnul armonicii de pas de ordinul $v=Z_1-p$ este opus aceluia al armonicii de pas de ordinul $v=Z_1+p$. Prin urmare:

În cazul mașinilor ce au o înfășurare statorică cu un număr întreg de crestături pe pol și fază, amplitudinea armonicilor de pas de ordinul $v=Z_1-p$ se adună la amplitudinea armonicilor de dantură de același ordin, fără a ține cont de scurtare.

În acest caz, amplitudinea rezultantă a intensității câmpului magnetic din întrefier va fi:

$$H_{(Z_1+p)} = -U_{mp} a'_0 \left[\frac{a'_1}{2a'_0} + \frac{p}{Z_1 - p} \right] \quad (176c)$$

Analog cu ecuația (177a), raportul dintre amplitudinile câmpului armonic de ordinul $v=Z_1-p$, dintr-o mașină crestată și una fără crestături, este dat de cantitatea $\xi_{(Z_1-p)0}$:

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \frac{U_{m(Z_1-p)}}{U_{m0(Z_1-p)}} = \left[\frac{a'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1 - p}{p} + 1 \right] \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \quad (177b)$$

4.8 Interacțiunea dintre rotorul crestată și armonicile de pas

În cazul unui stator neted, armonica fundamentală a tensiunii magnetice determină, deoarece rotorul este crestată, câmpuri magnetice dintre care cel mai important este, (conform ecuației (171) - pentru $v'=\mu=1$), cel de ordinul $v = Z_2 \pm p$, ce străbate întrefierul cu viteza unghiulară:

$$\omega_v = \pm \frac{\omega \pm Z_2 \omega_r}{Z_2 \pm p}$$

În cazul în care rotorul este bobinat cu o înfășurare trifazată, ce se rotește împreună cu rotorul, cu viteza unghiulară ω_r și este străbătută de curent cu frecvența $f_2=sf_1$, sistemul de coordonate rotorice trebuie transformat prin raportare la sistemul de coordonate statoric, utilizând ecuația de transformare:

$$\alpha' = \alpha - \omega_r t$$

În acest fel, ecuația (171) se modifică având forme similare cu ecuațiile (170) și (170a), utilizând aceeași procedură ca în secțiunea anterioară, astfel încât armonica fundamentală a tensiunii magnetice rotorice se adună cu cea corespunzătoare generată de armonica de pas de ordinul (Z_2-p) , pe când câmpul de ordinul (Z_2+p) se scade din aceasta.

Dacă rotorul este cu înfășurare în colivie, aflată în Z_2 crestături, relațiile sunt similare.

Conform cu ecuația (49) o înfășurare în scurtcircuit poate produce, cu o armonică fundamentală de ordinul $v=p$, numai armonici de pas de ordinul $cZ_{2\pm p}$.

Armonica de pas a tensiunii magnetice rotorice, cea mai puternică, de ordinul $Z_{2\pm p}$, produce astfel un câmp de același ordin cu câmpurile rotorice de dantură produsă de armonica fundamentală statorică.

Crestarea rotorului trifazat, cazul rotorului în scurtcircuit, determină un câmp armonic al tensiunii magnetice de ordinul (Z_2-p) , care crește în raportul:

$$\left(\frac{b_1}{2b_0} \cdot \frac{Z_2 - p}{p} + 1 \right) : 1 \quad (178a)$$

în timp ce câmpul de ordinul (Z_2+p) descrește în raportul:

$$\left(\frac{b_1}{2b_0} \cdot \frac{Z_2 + p}{p} - 1 \right) : 1 \quad (178b)$$

Coeficienții b_0 și b_1 pentru condițiile rotorice corespunzătoare sunt dați de ecuațiile (124a) și (125).

În mașinile reale, aflate în mișcare, atât înfășurările statorice cât și cele rotorice sunt străbătute de curent. În plus, armonicile de dantură de prim ordin având $(Z_{1\pm p})$ sau $(Z_{2\pm p})$ perechi de poli sunt generate de tensiunea magnetică rezultantă U_{mp0} , proporționale cu componenta de mers în gol a curentului de magnetizare I_{m0} , în timp ce câmpurile de pas corespunzătoare ale tensiunii magnetice statorice sau rotorice sunt proporționale cu curentul de sarcină statoric I_1 .

Dacă φ reprezintă unghiul de defazaj dintre tensiunea și curentul din sarcină, intensitatea câmpului rezultat din întrefier, având (Z_{1-p}) perechi de poli, va avea valoarea:

$$H_{(Z_{1-p})} = \sqrt{\left[(U_{m(Z_{1-p})} a'_0 \cos \varphi)^2 + (U_{m(Z_{1-p})} a'_0 \sin \varphi + U_{mp0} \frac{a'_1}{2})^2 \right]} \quad (179a)$$

și intensitatea câmpului rezultat cu (Z_{1+p}) , va fi:

$$H_{(Z_1+p)} = \sqrt{\left[(U_{m(Z_1+p)} a'_0 \cos \varphi)^2 + \left(U_{m(Z_1+p)} a'_0 \sin \varphi - U_{mp0} \frac{a'_1}{2} \right)^2 \right]} \quad (179b)$$

În condiții de scurtcircuit, se poate scrie cu o bună aproximație:

$$H_{(Z_1-p)} \cong U_{m(Z_1-p)} a'_0 \sin \varphi_k + U_{mp0} \frac{a'_1}{2} \quad (180a)$$

$$H_{(Z_1+p)} \cong U_{m(Z_1+p)} a'_0 \sin \varphi_k - U_{mp0} \frac{a'_1}{2} \quad (180b)$$

În acest caz, la plină sarcină, pentru coeficienții ξ , ținând cont de ecuațiile (179a și b) avem:

$$\begin{aligned} \xi_{(Z_1-p)\text{sarc.}} &= \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[\cos^2 \varphi + \left(\sin \varphi + \frac{U_{mp0}}{U_{m(Z_1-p)}} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} = \\ &= \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[1 + 2 \sin \varphi \frac{l_{\text{sarc.0}}}{l_{\text{sarc.}}} \cdot \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} + \left(\frac{l_{\text{sarc.0}}}{l_{\text{sarc.}}} \cdot \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} \end{aligned} \quad (181a)$$

și respectiv:

$$\xi_{(Z_1+p)\text{sarc.}} = \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[1 - 2 \sin \varphi \frac{l_{\text{sarc.0}}}{l_{\text{sarc.}}} \cdot \frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} + \left(\frac{l_{\text{sarc.0}}}{l_{\text{sarc.}}} \cdot \frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} \quad (181b)$$

Rezultă din aceste relații că mărimea coeficientului χ și prin urmare a câmpurilor rezultante, cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, din întrefier, depind în mare măsură de creștere și de condițiile de funcționare ale motorului.

4.9 Exemple de calcul

Concluziile teoretice prezentate mai înainte au fost validate prin analizarea a două cazuri reale.

4.9.1 Cazul unui motor cu creștături deschise în stator și semi-închise în rotor.

$$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.5 ; \quad \frac{b_{41}}{\delta} = 10 ;$$

$$b_{42} = 0.002 \text{ [m]}; \quad \tau_{c2} = 0.011266 \text{ [m]}$$

$$\frac{b_{42}}{\tau_{c2}} = 0.177 ; \quad \frac{b_{42}}{\delta} = 5.71$$

Din figura 4.3, pentru $\frac{b_{41}}{\delta} = 10 \Rightarrow \beta_1 = 0.4$

Conform ecuației (116), factorul lui Carter, k_{c1} , este:

$$k_{c1} = \frac{\tau_{c1}}{\tau_{c1} - 1.6\beta_1 b_{41}} = \frac{1}{1 - 1.6 \cdot 0.4 \cdot 0.5} = 1.47$$

$$\text{Conform ecuației (124)} \Rightarrow a_0 = \frac{1}{k_{c1} \cdot \delta} = \frac{0.68}{\delta}$$

$$\text{Conform ecuației (125)} \Rightarrow a_1 = \frac{\beta}{\delta} F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) = \frac{0.4}{\delta} \cdot 1.04 = \frac{0.4}{\delta}$$

în care $F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) = 1.04$, conform figurii 4.10 și pentru $\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.5$.

Astfel, pentru cazul creșterii doar de o singură parte a mașinii, rotor neted, rezultă pentru conductivitatea magnetică a întrefierului:

$$\lambda_1(\alpha) = \frac{1}{\delta} (0.68 - 0.4 \cos Z_1 \alpha - \dots)$$

În cazul în care rotorul este crestă și statorul este neted, avem:

Din figura 4.3, pentru $\frac{b_{42}}{\delta} = 5.71 \Rightarrow \beta_2 = 0.335$

Conform ecuației (116), factorul lui Carter, k_{c2} , este:

$$k_{c2} = \frac{\tau_{c2}}{\tau_{c2} - 1.6\beta_2 b_{42}} = \frac{11.266}{11.266 - 1.6 \cdot 0.335 \cdot 2} = 1.1$$

$$\text{Conform ecuației (124)} \Rightarrow b_0 = \frac{1}{k_{c2} \cdot \delta} = \frac{0.9}{\delta}$$

$$\text{Conform ecuației (125)} \Rightarrow b_1 = \frac{\beta_2}{\delta} F_1\left(\frac{b_{42}}{\tau_{c2}}\right) = \frac{0.335}{\delta} \cdot 0.55 = \frac{0.184}{\delta}$$

în care $F_1\left(\frac{b_{42}}{\tau_{c2}}\right) = 0.55$, conform figurii 4.10 și pentru $\frac{b_{42}}{\tau_{c2}} = 0.177$

$$\lambda_2(\alpha) = \frac{1}{\delta} (0.9 - 0.184 \cos Z_2 \alpha - \dots)$$

În final, pentru ambele părți ale mașinii crestate, conform ecuației (131), rezultă:

$$\begin{aligned}\lambda_{1,2}(\alpha) &= \frac{1}{\delta} \left[\frac{1}{k_{c1}k_{c2}} - \frac{a_1}{k_{c2}} \cos Z_1\alpha - \frac{b_1}{k_{c1}} \cos Z_2\alpha + \dots \right] = \\ &= \frac{1}{\delta} \left[\frac{1}{1.47 \cdot 1.1} - \frac{0.4}{1.1} \cos Z_1\alpha - \frac{0.184}{1.47} \cos Z_2\alpha + \dots \right] = \\ &= \frac{1}{\delta} [0.62 - 0.36 \cos Z_1\alpha - 0.125 \cos Z_2\alpha + \dots]\end{aligned}$$

Din ecuația (172a) rezultă:

$$a'_0 = \frac{1}{\delta \cdot k_{c1} \cdot k_{c2}} = \frac{0.62}{\delta}; \quad a'_1 = \frac{a_1}{\delta \cdot k_{c2}} = \frac{0.36}{\delta}; \quad b'_1 = \frac{b_1}{\delta \cdot k_{c1}} = \frac{0.125}{\delta}$$

Pentru câmpul cu (Z_1-p) perechi de poli, coeficientul ξ are, conform ecuației (177b), pentru mersul în gol valoarea:

$$\begin{aligned}\xi_{(Z_1-p)0} &= \left[\frac{a'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1-p}{p} + 1 \right] \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} = 0.62 \cdot \left[1 + \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{0.36}{1.24} \right] = \\ &= \left[1 + \frac{Z_1-p}{p} \cdot 0.29 \right] \cdot 0.62\end{aligned}$$

Pentru $q=3$ crestături pe pol și fază: $\frac{Z_1-p}{p} = \frac{6pq-p}{p} = 17$, și astfel:

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \left[1 + \frac{Z_1-p}{p} \cdot 0.29 \right] \cdot 0.62 = (1 + 17 \cdot 0.29) \cdot 0.62 = 3.67$$

În mod corespunzător, pentru mersul în sarcină pentru $\cos\varphi=0.85$, $\sin\varphi=0.53$

și $\frac{l_0}{l_{sarc.}} = \frac{1}{3}$, conform ecuației (181a), rezultă:

$$\begin{aligned}\xi_{(Z_1-p)sarc.} &= \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[1 + 2 \sin\varphi \frac{l_{sarc.0}}{l_{sarc.}} \cdot \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} + \left(\frac{l_{sarc.0}}{l_{sarc.}} \cdot \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} = \\ &= 0.62 \sqrt{\left[1 + 2 \cdot 0.53 \cdot \frac{1}{3} \cdot 17 \cdot \frac{0.36}{2 \cdot 0.62} + \left(\frac{1}{3} \cdot 17 \cdot \frac{0.36}{2 \cdot 0.62} \right)^2 \right]} = \\ &= 1.44\end{aligned}$$

Pentru câmpul armonică cu (Z_1+p) perechi de poli, coeficientul ξ , la mersul în gol va fi:

$$\xi_{(Z_1+p)0} = \left[\frac{a'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1+p}{p} - 1 \right] \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} = 0.62 \cdot \left[\frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{0.36}{1.24} - 1 \right] =$$

$$= \left[\frac{Z_1+p}{p} \cdot 0.29 - 1 \right] \cdot 0.62 = (19 \cdot 0.29 - 1) \cdot 0.62 = 2.8$$

având în vedere că $\frac{Z_1+p}{p} = 19$

iar la mersul în sarcină:

$$\xi_{(Z_1+p)\text{sarc.}} = \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[1 - 2 \sin \varphi \frac{l_{\text{sarc.0}}}{l_{\text{sarc.}}} \cdot \frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} + \left(\frac{l_{\text{sarc.0}}}{l_{\text{sarc.}}} \cdot \frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} =$$

$$= 0.62 \sqrt{\left[1 - 2 \cdot 0.53 \cdot \frac{1}{3} \cdot 19 \cdot \frac{0.36}{2 \cdot 0.62} + \left(\frac{1}{3} \cdot 19 \cdot \frac{0.36}{2 \cdot 0.62} \right)^2 \right]} =$$

$$= 0.966$$

4.9.2 Cazul unui motor cu creștături semi-deschise în stator și semi-închise în rotor.

Este cazul analizat anterior al unui motor din gabaritul 250, 8 poli.

$$b_{41} = 0.003 \text{ [m]}$$

$$b_{42} = 0.002 \text{ [m]}$$

$$\delta = 0.00035 \text{ [m]}$$

$$\tau_{c2} = 0.011266 \text{ [m]}$$

$$\tau_{c1} = 0.009075 \text{ [m]}$$

Prin urmare: $b_{41}/\delta = 8.57$; $b_{41}/\tau_{c1} = 0.33$; $b_{42}/\delta = 5.71$; $b_{42}/\tau_{c2} = 0.177$;

iar din figura 4.3, rezultă $\beta = 0.38$.

$$k_{c1} = \frac{\tau_{c1}}{\tau_{c1} - 1.6\beta b_{41}} = \frac{9.075}{9.075 - 1.6 \cdot 0.38 \cdot 3} = 1.25$$

$$a_0 = \frac{1}{k_{c1} \cdot \delta} = \frac{0.8}{\delta}$$

$$a_1 = \frac{\beta}{\delta} F_1 \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) = \frac{0.38}{\delta} \cdot 0.85 = \frac{0.323}{\delta}$$

în care $F_1 \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) = 0.85$, conform figurii 4.10 și pentru $\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.33$.

Astfel, pentru cazul creșterii doar de o singură parte a mașinii, rotor neted, rezultă pentru conductivitatea magnetică a întrefierului:

$$\lambda_1(\alpha) = \frac{1}{\delta}(0.8 - 0.323 \cos Z_1\alpha - \dots)$$

În cazul în care rotorul este crestat și statorul este neted, avem:

$$\lambda_2(\alpha) = \frac{1}{\delta}(0.9 - 0.184 \cos Z_2\alpha - \dots)$$

Conductivitatea rezultantă, în cazul în care ambele părți ale mașinii sunt crestate, este:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2}(\alpha) &= \frac{1}{\delta} \left[\frac{1}{k_{c1}k_{c2}} - \frac{a_1}{k_{c2}} \cos Z_1\alpha - \frac{b_1}{k_{c1}} \cos Z_2\alpha + \dots \right] = \\ &= \frac{1}{\delta} \left[\frac{1}{1.25 \cdot 1.1} - \frac{0.323}{1.1} \cos Z_1\alpha - \frac{0.184}{1.25} \cos Z_2\alpha + \dots \right] = \\ &= \frac{1}{\delta} [0.727 - 0.293 \cos Z_1\alpha - 0.147 \cos Z_2\alpha + \dots] \end{aligned}$$

$$a'_0 = \frac{1}{\delta \cdot k_{c1} \cdot k_{c2}} = \frac{0.727}{\delta}; \quad a'_1 = \frac{a_1}{\delta \cdot k_{c2}} = \frac{0.293}{\delta}; \quad b'_1 = \frac{b_1}{\delta \cdot k_{c1}} = \frac{0.147}{\delta}$$

$$\begin{aligned} \xi_{(Z_1-p)0} &= \left[\frac{a'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1-p}{p} + 1 \right] \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} = 0.727 \cdot \left[1 + \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{0.293}{2 \cdot 0.727} \right] = \\ &= \left[1 + \frac{Z_1-p}{p} \cdot 0.201 \right] \cdot 0.727 = (1 + 17 \cdot 0.201) \cdot 0.727 = 3.21 \end{aligned}$$

În mod corespunzător, pentru mersul în sarcină pentru $\cos\varphi=0.8$, $\sin\varphi=0.6$ și

$\frac{I_0}{I_{sarc.}} = \frac{1}{3}$, conform ecuației (181a), rezultă:

$$\begin{aligned} \xi_{(Z_1-p)sarc.} &= \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[1 + 2 \sin\varphi \frac{I_{sarc.0}}{I_{sarc.}} \cdot \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} + \left(\frac{I_{sarc.0}}{I_{sarc.}} \cdot \frac{Z_1-p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} = \\ &= 0.727 \sqrt{\left[1 + 2 \cdot 0.6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 17 \cdot \frac{0.293}{2 \cdot 0.727} + \left(\frac{1}{3} \cdot 17 \cdot \frac{0.293}{2 \cdot 0.727} \right)^2 \right]} = \\ &= 1.39 \end{aligned}$$

Pentru câmpul armonică de ordinul (Z_1+p) avem:

$$\xi_{(Z_1+p)0} = \left[\frac{a'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1+p}{p} - 1 \right] \cdot \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} = 0.727 \cdot \left[\frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{0.293}{2 \cdot 0.727} - 1 \right] =$$

$$= \left[\frac{Z_1+p}{p} \cdot 0.201 - 1 \right] \cdot 0.727 = (19 \cdot 0.201 - 1) \cdot 0.727 = 2.05$$

$$\xi_{(Z_1-p)sarc} = \frac{1}{k_{c1} \cdot k_{c2}} \sqrt{\left[1 - 2 \sin \varphi \frac{l_{sarc.0}}{l_{sarc.}} \cdot \frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} + \left(\frac{l_{sarc.0}}{l_{sarc.}} \cdot \frac{Z_1+p}{p} \cdot \frac{a'_1}{2a'_0} \right)^2 \right]} =$$

$$= 0.727 \sqrt{\left[1 - 2 \cdot 0.6 \cdot \frac{1}{3} \cdot 19 \cdot \frac{0.293}{2 \cdot 0.727} + \left(\frac{1}{3} \cdot 19 \cdot \frac{0.293}{2 \cdot 0.727} \right)^2 \right]} =$$

$$= 0.74$$

Pentru a putea trage mai ușor concluzii, rezultatele calculelor de mai sus se prezintă sintetic în tabelul 4.2:

Tabel 4.2

Factorii χ	Crestătură stator deschisă	Crestătură stator Semi-deschisă
$\xi_{(Z_1-p)0}$	3.67	3.21
$\xi_{(Z_1-p)sarc.}$	1.44	1.39
$\xi_{(Z_1+p)0}$	2.8	2.05
$\xi_{(Z_1+p)sarc.}$	0.966	0.74

Concluzii:

- O amplificare a armonicilor având $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli este de așteptat la mersul în gol și mai puțin la mersul în sarcină.
- Utilizarea crestăturilor statorice semi-deschise micșorează semnificativ armonicile cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, în raport cu crestăturile statorice deschise.
- Crestăturile semi-închise din rotor au numai un efect mic asupra câmpurilor magnetice rezultante cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli.

Așa cum se poate observa, factorii ξ sunt funcție de deschiderea crestăturii b_{41} , și de raportul b_{41}/τ_{c1} , pentru o valoare dată δ/τ_{c1} . Prin urmare:

Pentru câmpurile cu (Z_1-p) perechi de poli, la mersul în gol am arătat care sunt expresiile care determină coeficienții a_0 și a_1 , care intră în expresia factorului $\xi_{(Z_1-p)0}$:

$$a_0 = \frac{1}{\delta} \left[1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\delta}\right)\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) \right]; \quad a_1 = \frac{1}{\delta} \beta\left(\frac{b_{41}}{\delta}\right) F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right)$$

În acest fel, $\xi_{(Z_1-p)0}$ se poate scrie:

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \left[1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\delta}\right)\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) \right] \left\{ 1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \frac{\beta\left(\frac{b_{41}}{\delta}\right) F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right)}{2 \left[1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\delta}\right)\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) \right]} \right\} \quad (182)$$

În cele ce urmează este interesant să investigăm dependența factorului χ de deschiderea creștăturii statorice, b_{41} , pentru $\frac{\delta}{\tau_{c1}} = 0.05$ și $\frac{\delta}{\tau_{c1}} = 0.033$. Aceste

două valori au fost alese ca fiind valori extreme din toată gama de valori corespunzătoare motoarelor din seria de motoare Electromotor.

1. $\frac{\delta}{\tau_{c1}} = 0.05$

Calculul lui ξ , la mersul în gol și în plină sarcină, se va face pentru următoarele valori ale raportului $\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$: 0.6; 0.5; 0.3; 0.2, care acoperă toate

valorile întâlnite în practică, de la creștăturile statorice deschise la cele semi-deschise.

- $\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.6$ și $\frac{b_{41}}{\delta} = 12$

$F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.6\right) = 1$; $\beta\left(\frac{b_{41}}{\delta} = 12\right) = 0.42$

$1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) = 1 - 1.6 \cdot 0.42 \cdot 0.6 = 0.6$

și prin urmare:

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \frac{0.42}{2 \cdot 0.6} \right] \cdot 0.6 = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \cdot 0.35 \right] \cdot 0.6$$

$$- \frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.5 \text{ și } \frac{b_{41}}{\delta} = 10$$

$$F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.5\right) = 1.03; \beta\left(\frac{b_{41}}{\delta} = 10\right) = 0.40$$

$$1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) = 1 - 1.6 \cdot 0.40 \cdot 0.5 = 0.68$$

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \frac{0.40}{2 \cdot 0.68} \right] \cdot 0.68 = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \cdot 0.29 \right] \cdot 0.68$$

$$- \frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.3 \text{ și } \frac{b_{41}}{\delta} = 6$$

$$F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.3\right) = 0.82; \beta\left(\frac{b_{41}}{\delta} = 6\right) = 0.34$$

$$1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) = 1 - 1.6 \cdot 0.34 \cdot 0.3 = 0.84$$

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \frac{0.34}{2 \cdot 0.84} \right] \cdot 0.84 = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \cdot 0.2 \right] \cdot 0.84$$

$$- \frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.2 \text{ și } \frac{b_{41}}{\delta} = 4$$

$$F_1\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} = 0.2\right) = 0.6; \beta\left(\frac{b_{41}}{\delta} = 4\right) = 0.275$$

$$1 - 1.6\beta\left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}\right) = 1 - 1.6 \cdot 0.275 \cdot 0.2 = 0.9$$

$$\xi_{(Z_1-p)0} = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \frac{0.275}{2 \cdot 0.9} \right] \cdot 0.9 = \left[1 + \left(\frac{Z_1}{p} - 1 \right) \cdot 0.15 \right] \cdot 0.9$$

Evaluarea acestor expresii s-a efectuat pentru q , numărul de creștături pe pol și fază, =2,3,4, valorile cel mai des întâlnite în practică. Pentru aceste valori ale lui q , $Z_1/p=12,18,24$.

Rezultatele calculelor sunt sintetizate în tabelul 4.3:

Tabel 4.3

$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$	Z_1/p		
	12	18	24
	$\xi_{(11)p0}$	$\xi_{(17)p0}$	$\xi_{(23)p0}$
0.6	2.9	4.2	5.4
0.5	2.85	4	5.2
0.3	2.7	3.7	4.7
0.2	2.4	3.2	4

În același mod se calculează coeficienții $\xi_{(Z_1+p)0}$, la mersul în gol, corespunzător câmpului cu (Z_1+p) perechi de poli, considerând raportul:

$$\xi_{(Z_1+p)0} = \frac{1}{k_{c1}} \left[\left(\frac{Z_1}{p} + 1 \right) \frac{a_1}{2a_0} - 1 \right] \quad (183)$$

în care, așa cum s-a arătat anterior:

$$k_{c1} = \frac{\tau_{c1}}{\tau_{c1} - 1.6\beta b_{41}}; \quad a_0 = \frac{1}{k_{c1} \cdot \delta}; \quad a_1 = \frac{\beta}{\delta} F_1 \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \text{ sau}$$

$$a_0 = \frac{1}{\delta} \left[1 - 1.6\beta \left(\frac{b_{41}}{\delta} \right) \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \right]; \quad a_1 = \frac{1}{\delta} \beta \left(\frac{b_{41}}{\delta} \right) F_1 \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \text{ și rescriind:}$$

$$\xi_{(Z_1+p)0} = \left[1 - 1.6\beta \left(\frac{b_{41}}{\delta} \right) \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \right] \left\{ \left(\frac{Z_1}{p} + 1 \right) \frac{\beta \left(\frac{b_{41}}{\delta} \right) F_1 \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right)}{2 \left[1 - 1.6\beta \left(\frac{b_{41}}{\delta} \right) \left(\frac{b_{41}}{\tau_{c1}} \right) \right]} - 1 \right\}$$

Evaluarea ecuației (183) s-a făcut, de asemenea, pentru $q=2,3,4$. Pentru aceste valori ale lui q , $Z_1/p=12,18,24$.

Rezultatele calculelor sunt sintetizate în tabelul 4.4:

Tabel 4.4

$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$	Z_1/p		
	12	18	24
	$\xi_{(13)p0}$	$\xi_{(19)p0}$	$\xi_{(25)p0}$
0.6	2.1	3.4	4.65
0.5	1.9	3	4.25
0.3	1.34	2.35	3.4
0.2	0.85	1.7	2.5

$$2. \frac{\delta}{\tau_{c1}} = 0.033$$

Aceleași calcule s-au efectuat și pentru raportul de mai sus.

Rezultatele calculelor, pentru $\xi_{(Z_1-p)0}$ și $\xi_{(Z_1+p)0}$, sunt sintetizate în tabelele următoare (tabel 4.5, 4.6, 4.7, 4.8):

Tabel 4.5

$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$	Z_1/p		
	12	18	24
	$\xi_{(11)p0}$	$\xi_{(17)p0}$	$\xi_{(23)p0}$
0.6	3.3	4.4	5.8
0.5	3	4.35	5.7
0.3	2.7	3.5	4.5
0.2	2	2.6	3.1

Tabel 4.6

$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$	Z_1/p		
	12	18	24
	$\xi_{(13)p0}$	$\xi_{(19)p0}$	$\xi_{(25)p0}$
0.6	2.4	3.8	5.1
0.5	2.2	3.4	4.8
0.3	1.3	2.2	3.3
0.2	0.36	0.98	1.6

Analizând datele din aceste tabele se pot trage următoarele concluzii:

- Creșterea statorului determină o creștere a câmpurilor cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, în condițiile de mers în gol. Această constatare este adevărată pentru câmpul cu (Z_1-p) perechi de poli cu creștături statorice semi-deschise și pentru câmpul cu (Z_1+p) perechi de poli, cu creștături statorice deschise.
- Creșterea acestor câmpuri armonice nu este liniară în raport cu Z_1/p .
- Coeficienții ξ depind în mică măsură de raportul δ/τ_{c1} , astfel încât determinările următoare vor fi făcute doar pentru $\delta/\tau_{c1}=0.05$.

Presupunând, ca și mai înainte, o singură parte crestată (rotor neted – stator crestă) se calculează coeficienții $\xi_{(Z_1-p)sarc.}$ și $\xi_{(Z_1+p)sarc.}$, în concordanță cu ecuațiile (181a și b), considerând diferite valori pentru b_{41}/τ_{c1} : 0.6;0.5;0.3;0.2. Parametri de sarcină sunt cei precizați anterior:

$$\cos\varphi=0.8, \sin\varphi=0.6 \text{ și } \frac{I_0}{I_{sarc.}} = \frac{1}{3}.$$

Tabel 4.7

$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$	Z_1/p		
	12	18	24
	$\xi_{(11)psarc.}$	$\xi_{(17)psarc.}$	$\xi_{(23)psarc.}$
0.6	1.2	1.3	1.5
0.5	1.6	1.6	1.5
0.3	2	2	1.75

Tabel 4.8

$\frac{b_{41}}{\tau_{c1}}$	Z_1/p		
	12	18	24
	$\xi_{(13)psarc.}$	$\xi_{(19)psarc.}$	$\xi_{(25)psarc.}$
0.6	0.8	0.8	0.8
0.5	1.2	1.1	0.92
0.3	1.6	1.4	1.1

În urma rezultatelor sintetizate în tabelele 4.7 și 4.8 se poate concluziona:

- mărimea câmpului rezultat din întrefier, cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, la mersul în sarcină depinde mult mai puțin de crestare și de numărul de creștături pe pol, decât în cazul mersului în gol.
- în general, la mersul în sarcină, crestarea amplifică câmpurile cu (Z_1-p) perechi de poli ($\xi_{(Z_1-p)sarc.} > 1$), dar mult mai puțin decât la mersul în gol, în timp ce câmpurile cu (Z_1+p) perechi de poli pot fi, prin crestare, atenuate sau amplificate ($\xi_{(Z_1+p)sarc.} > 1$ sau $\xi_{(Z_1+p)sarc.} < 1$).

Aceasta ar putea fi rațiunea pentru care anumite efecte parazite (cupluri parazite, creștere a nivelului de zgomot), apar în mașini care deși au același număr de creștături, au o geometrie diferită. Aceste manifestări pot fi mai mult sau mai puțin exprimate, în funcție de rapoartele b_{41}/τ_{c1} și b_{41}/δ .

4.10 Câmpurile diferențiale statorice și rotorice

Pentru studiul câmpului din întrefierul mașinii de inducție este important de analizat efectul creșterii rotorului asupra armonicii de pas, de ordinul $v=Z_1+p$, a tensiunii magnetice statorice. Distribuția câmpului magnetic din întrefier, pentru această armonică, poate fi determinată din ecuația (171), care exprimă distribuția armonicii de ordinul $v=v'p$. Cea mai importantă armonică a câmpului diferențial va fi, în concordanță cu ecuația precizată mai sus ([H1]):

$$H'_{\Delta_1} = -U_{m(Z_1+p)} \frac{b'_1}{2} \{ \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 - (Z_1 + p))\alpha] + \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 + p))\alpha] \} \quad (184)$$

Primul din aceste câmpuri cu $Z_2-(Z_1+p)$ perechi de poli, străbate întrefierul cu viteza unghiulară:

$$\omega_{v1} = \frac{-\omega + Z_2\omega_r}{Z_2 - (Z_1 + p)} \quad (185a)$$

Al doilea câmp, cu $Z_2+(Z_1+p)$ perechi de poli, are viteza unghiulară:

$$\omega_{v2} = \frac{\omega + Z_2\omega_r}{Z_2 + (Z_1 + p)} \quad (185b)$$

Viteza relativă a câmpului armonică de ordinul $v_1=[Z_2-(Z_1+p)]$, raportată la rotor este:

$$\omega'_{v1} = \frac{-\omega + (Z_1 + p)\omega_r}{Z_2 - (Z_1 + p)} \quad (186a)$$

și a celui armonică de ordinul $v_2=[Z_2+(Z_1+p)]$, este:

$$\omega'_{v2} = \frac{\omega - (Z_1 + p)\omega_r}{Z_2 + (Z_1 + p)} \quad (186b)$$

Așa cum se poate vedea din ecuațiile (186 a și b) amândouă aceste câmpuri sunt în sincronism cu rotorul la viteza sa unghiulară:

$$\omega_r = \frac{\omega}{Z_1 + p} \quad (187)$$

Astfel, aceste câmpuri sunt în sincronism cu rotorul la aceeași viteză unghiulară ca și armonica de pas a tensiunii magnetomotoare statorice de ordinul $v=Z_1+p$. La această viteză rotorică sensul de rotație al acestor câmpuri, conform cu ecuația (184), ca și al armonicii de pas a tensiunii magnetomotoare statorice cu (Z_1+p) perechi de poli, se modifică în raport cu rotorul.

În acest fel, câmpul magnetic descris de ecuația (184) influențează rotorul în același fel ca și câmpul armonică de pas care a produs acest câmp.

Având în vedere cele arătate în capitolul precedent, cu privire la dispersia diferențială a rotorului, în continuare se va urmări doar efectul câmpului de ordinul $Z_2-(Z_1+p)$, pe care îl denumim *câmp rotoric diferențial*, având intensitatea H'_{Δ} .

În același fel se poate descrie *câmpul statoric diferențial*, având intensitatea H''_{Δ} , care apare datorită efectului de crestare al pachetului stator asupra armonicii de pas de ordinul $\mu=(Z_2-p)$, generată de curentul de sarcină rotoric având frecvența: $\omega-Z_2\omega_r$:

$$\begin{aligned} H''_{\Delta} &= U_{m(Z_2-p)} \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 - p)\alpha] \cdot a'_1 \cos Z_1\alpha = \\ &= \frac{a'_1}{2} U_{m(Z_2-p)} \{ \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 - (Z_1 + p))\alpha] + \\ &+ \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 - p))\alpha] \} \end{aligned} \quad (188)$$

În consecință, câmpul de ordinul $[Z_2-(Z_1+p)]$ apare din nou, având aceeași viteză unghiulară ca și câmpul diferențial rotoric. Amândouă aceste câmpuri diferențiale pot interacționa generând un câmp diferențial rezultat având intensitatea $H_{\Delta 1}(\alpha, t)$:

$$H_{\Delta 1}(\alpha, t) = [-U_{m(Z_1+p)} \frac{b'_1}{2} + U_{m(Z_2-p)} \frac{a'_1}{2}] \sin\{[\omega - Z_2\omega_r]t + [Z_2 - (Z_1+p)]\alpha\} \quad (189)$$

Dacă se notează amplitudinea armonicilor fundamentale a tensiunii magnetomotoare rotorice cu U'_{mp} și amplitudinea armonicilor fundamentale a tensiunii magnetomotoare statorice cu U''_{mp} , rezultă, aproximativ, $U'_{mp} = -U''_{mp}$ (echilibrul tensiunilor magnetomotoare). În acest fel amplitudinea câmpului diferențial rezultant, $H_{\Delta 1}$, se poate scrie:

$$H_{\Delta 1} = \frac{U_{mp}}{2} \left[\frac{p}{Z_1+p} b'_1 + \frac{p}{Z_2-p} a'_1 \right] = U_{m(Z_1+p)} \frac{b'_1}{2} \left[1 + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \cdot \frac{a'_1}{b'_1} \right] \quad (189a)$$

ceea ce arată că câmpurile diferențiale se însumează.

4.11 Efectul câmpurilor diferențiale asupra armonicilor de pas rotorice

Dacă câmpul diferențial cu $\Delta = Z_2 - (Z_1 + p)$ perechi de poli, având amplitudinea $H_{\Delta 1}$, determinat de ecuația (189a) acționează asupra rotorului, având Z_2 creștături, în barele rotorice se vor induce curenți suplimentari.

Frecvența circulară a acestor curenți induși în rotor este $\omega - p\omega_r$. Prin urmare, pentru $\mu = Z_2 - p$, rezultă:

$$\omega_1 = (\omega - p\omega_r) - \mu\omega_r = \omega - p\omega_r - Z_2\omega_r - p\omega_r = \omega - Z_2\omega_r$$

Mărimea acestor curenți, va fi:

$$I_{\Delta} \cong \frac{U_{m\Delta 1}}{(1 + \gamma_{2d\Delta}) L_{\Delta}}$$

unde prin L_{Δ} , s-a notat inductivitatea utilă și $\gamma_{2d\Delta}$ coeficientul de dispersie diferențială rotorice, referitor la câmpul cu Δ perechi de poli.

Acest sistem de curenți I_{Δ} determină în curba câmpului de excitație rotorice, $U_{m\Delta}$, doar armonici de ordinul $(cZ_2 \pm \Delta)$. Astfel, armonica de pas de prim ordin, având $(Z_2 - \Delta)$ perechi de poli, este dată de relația ([H1]):

$$\begin{aligned}
U_{m(Z_2-\Delta)}(\alpha, t) &= U_{m(Z_2-\Delta)} \sin\{[(Z_2^{\omega_r} - \omega) - Z_2^{\omega_r}]t - [Z_2 - (Z_2 - (Z_1 + p))]\alpha\} = \\
&= U_{m(Z_2-\Delta)} \sin[-\omega t + (Z_1 + p)\alpha]
\end{aligned}
\tag{190}$$

unde

$$U_{m(Z_2-\Delta)} = \frac{H_{\Delta 1}}{a'_0 (1 + \gamma_{2d\Delta})} \cdot \frac{Z_2 - (Z_1 + p)}{Z_1 + p}
\tag{191}$$

În felul acesta am arătat că, în caracteristica magnetică de excitație a rotorului, armonica de pas de ordinul $(Z_2 - \Delta)$ are $(Z_1 + p)$ perechi de poli și străbate întrefierul cu viteza unghiulară $\frac{\omega}{Z_1 + p}$. În același timp ea oscilează de-a lungul circumferinței mașinii cu frecvența fundamentalei. Amplitudinea câmpului omolog din întrefier este astfel $U_{m(Z_2-\Delta)} a'_0$.

Aceleași considerații se pot face și pentru câmpul de crestare rotorice, al armonicilor fundamentale a caracteristicii magnetice rotorice de excitație $U_{m\Delta}$, cu $\Delta = Z_2 - (Z_1 + p)$ perechi de poli. Acest câmp are, de asemenea, $(Z_1 + p)$ perechi de poli și străbate întrefierul cu viteza unghiulară $\frac{\omega}{Z_1 + p}$. Amplitudinea sa

este: $\frac{b'_1}{2a'_0} \frac{U'_{m\Delta 1}}{1 + \gamma_{2d\Delta}}$. Ambele câmpuri se pot aduna algebric, rezultând câmpul

rotoric suplimentar cu $(Z_1 + p)$ perechi de poli, ce oscilează de-a lungul circumferinței mașinii cu frecvența fundamentalei, ω . Amplitudinea acestui câmp este ([H1]):

$$\begin{aligned}
H'_{(Z_1+p)} &= \frac{H_{\Delta 1}}{(1 + \gamma_{2d\Delta})} \frac{Z_2 - (Z_1 + p)}{Z_1 + p} + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{H_{\Delta 1}}{(1 + \gamma_{2d\Delta})} = \\
&= \frac{H_{\Delta 1}}{(1 + \gamma_{2d\Delta})} \frac{Z_2 - (Z_1 + p)}{Z_1 + p} \left[1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 + p}{Z_2 - (Z_1 + p)} \right]
\end{aligned}$$

Dacă pentru $H_{\Delta 1}$ se introduce valoarea corespunzătoare ecuației (189a), se obține:

$$H'_{(Z_1+p)} = a'_0 U_{mp} \cdot \frac{p}{Z_1+p} \cdot \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \cdot \frac{Z_2 - (Z_1+p)}{(Z_1+p)(1+\gamma_{2d\Delta})} \cdot \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{Z_2 - (Z_1+p)} \right) \quad (192)$$

Câmpul magnetic rotoric total de ordinul $v=Z_1+p$, oscilează în întrefier cu frecvența fundamentalei și este dat de suma algebrică dintre câmpul $H'_{(Z_1+p)}$ și câmpul de reacție rotoric $H''_{(Z_1+p)}$ generat de acțiunea armonicii de pas statorice de ordinul (Z_1+p) asupra rotorului necrestat (a se vedea și ecuația (176a)). Acest al doilea câmp are amplitudinea ([H1]):

$$H''_{(Z_1+p)} = a'_0 U_{mp} \left(\frac{a'_1}{2a'_0} - \frac{l_0}{l_k} \frac{p}{Z_1+p} \right) \frac{1}{1+\gamma_{2d(Z_1+p)}} \quad (193)$$

unde $\gamma_{2d(Z_1+p)}$ este coeficientul de dispersie diferențială pentru câmpul inductor de ordinul (Z_1+p) .

Intensitatea câmpului magnetic total de ordinul $v=Z_1+p$ este, conform cu considerațiile anterioare:

$$H_{rez.(Z_1+p)} = H''_{(Z_1+p)} + H'_{(Z_1+p)} = H''_{(Z_1+p)} (1 + \xi''_{(Z_1+p)}) \quad (194)$$

Prin urmare, pentru intensitatea câmpului rezultat rotoric cu (Z_1+p) perechi de poli ce oscilează de-a lungul circumferinței mașinii cu frecvența fundamentalei, se poate scrie expresia:

$$H_{rez.(Z_1+p)} = a'_0 U_{mp} \frac{p}{Z_1+p} \left[\left(1 - \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{p} \frac{l_0}{l_k} \right) \frac{1}{1+\gamma_{2d(Z_1+p)}} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \frac{Z_2 - (Z_1+p)}{(Z_1+p)(1+\gamma_{2d\Delta})} \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{Z_2 - (Z_1+p)} \right) \right] \quad (195a)$$

sau

$$H_{rez.(Z_1+p)} = a'_0 U_{mp} \frac{p}{Z_1+p} \frac{1}{1+\gamma_{2d(Z_1+p)}} \xi_{(Z_1+p)} \quad (195b)$$

În care ([H1]):

$$\xi_{(Z_1+p)} = 1 - \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{p} \frac{l_0}{l_k} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \frac{Z_2-(Z_1+p)}{(Z_1+p)} \cdot \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{Z_2-(Z_1+p)} \right) \frac{1+\gamma_{2d(Z_1+p)}}{1+\gamma_{2d\Delta}} \quad (196a)$$

determină cât de mult câmpul rezultat rotor cu (Z_1+p) perechi de poli se va modifica prin crestare, prin comparație cu cazul rotorului neted (cu un întrefier fictiv $\delta'=k_c\delta$),

Dacă $Z_2-(Z_1+p)<0$, se va arăta, prin investigații detaliate, că influența interferenței dintre armonica conductivității rotorului crestă, cu armonica rotorică de pas cu $Z_2-[(Z_1+p)-Z_2]=2Z_2-(Z_1+p)$ perechi de poli, asupra câmpului rotoric suplimentar cu (Z_1+p) perechi de poli, trebuie luată în considerare. În acest caz coeficientul $\xi_{(Z_1+p)}$ are mărimea:

$$\xi_{(Z_1+p)} = 1 - \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{p} \frac{l_0}{l_k} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \frac{Z_1+p-Z_2}{Z_1+p} \cdot \left(1 - \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{Z_1+p-Z_2} \frac{Z_2}{2Z_2-(Z_1+p)} \right) \frac{1+\gamma_{2d(Z_1+p)}}{1+\gamma_{2d\Delta}} \quad (196b)$$

Condiții similare vor exista și dacă rotorul crestă interferează cu armonica de pas a tensiunii magnetomotoare statorice de ordinul (Z_1-p) . În mod analog cu ecuația (184), se poate scrie:

$$H'_{\Delta 2} = -U_{m(Z_1-p)} \frac{b'_1}{2} \{ \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t + (Z_2 - (Z_1 - p))\alpha] + \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 - p))\alpha] \} \quad (197)$$

Dacă $Z_2<(Z_1-p)$, câmpul diferențial de ordinul $v=Z_1-(Z_2+p)$ care ia naștere în întrefier are viteza unghiulară:

$$\omega_v = -\frac{\omega + Z_2\omega_r}{Z_1 - (Z_2 + p)} \quad (198)$$

Iar viteza sa relativă, raportată la viteza rotorului, este:

$$\omega'_v = \frac{-\omega - \omega_r(Z_1 - p)}{Z_1 - (Z_2 + p)} \quad (198a)$$

Acest câmp diferențial de ordinul $v=Z_1-(Z_2+p)$ este în sincronism cu rotorul la viteza unghiulară rotorică:

$$\omega_r = -\frac{\omega}{Z_1 - p} \quad (199)$$

adică la aceeași viteză la care are loc și sincronizarea armonicii tensiunii magnetomotoare statorice de ordinul (Z_1-p) . Câmpul rotoric diferențial de ordinul $Z_1-(Z_2+p)$ acționează asupra rotorului în același mod în care acționează și armonica de pas a tensiunii magnetomotoare statorice cu (Z_1-p) perechi de poli. Analog cu ecuația (188) rezultă, și în acest caz de asemenea, că armonica de ordinul $Z_1-(Z_2+p)$ este produsă prin efectul creșterii statorului asupra armonicii de pas rotorice de ordinul (Z_2+p) , generată de armonica fundamentală în rotor. Amplitudinea câmpului rezultat $H_{\Delta 2}$, va fi (conform ecuației (189a)):

$$H_{\Delta 2} = \frac{U_{mp}}{2} \left[\frac{p}{Z_1 - p} b'_1 + \frac{p}{Z_2 + p} a'_1 \right] \quad (200)$$

Procedând în același fel ca în cazul stabilirii ecuației (192) se poate determina amplitudinea intensității câmpului rotoric adițional, de ordinul (Z_1-p) ce oscilează în întrefier cu frecvența fundamentalei:

$$H'_{(Z_1-p)} = a'_0 U_{mp} \left(\frac{b'_1}{2a'_0} \cdot \frac{p}{Z_1 - p} + \frac{p}{Z_2 + p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \cdot \frac{Z_2 + Z_1 - p}{(Z_1 - p)(1 - \gamma_{2d\Delta})} \cdot \left(1 - \frac{b'_1}{2a'_0} \cdot \frac{Z_1 - p}{Z_1 - Z_2 - p} \cdot \frac{Z_2}{2Z_2 - (Z_1 - p)} \right) \quad (201)$$

În acest caz, se pot distinge două situații:

$$Z_2 - (Z_1 + p) > 0 \text{ sau } Z_2 - (Z_1 + p) < 0.$$

1. $Z_2 - (Z_1 + p) > 0$

În acest caz coeficientul $\xi_{(Z_1-p)}$ are mărimea:

$$\xi_{(Z_1-p)} = 1 + \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 - p}{p} \frac{l_0}{l_k} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1 - p}{Z_2 + p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \frac{Z_2 - (Z_1 + p)}{Z_1 - p}$$

$$\cdot \left(1 + \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 - p}{Z_2 - (Z_1 - p)}\right) \frac{1 + \gamma_{2d(Z_1, p)}}{1 + \gamma_{2d\Delta}} \quad (201a)$$

2. $Z_2 - (Z_1 + p) < 0$

$\xi_{(Z_1 - p)}$ va fi:

$$\xi_{(Z_1 - p)} = 1 + \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 - p}{p} \frac{l_0}{l_k} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1 - p}{Z_2 + p} \frac{a'_1}{2a'_0}\right) \frac{Z_1 - p - Z_2}{Z_1 - p}$$

$$\cdot \left(1 - \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 - p}{Z_1 - p - Z_2} \frac{Z_2}{2Z_2 - (Z_1 - p)}\right) \frac{1 + \gamma_{2d(Z_1 - p)}}{1 + \gamma_{2d\Delta}} \quad (201b)$$

4.12 Efectul creșterii asupra dispersiei diferențiale

S-a arătat anterior că luarea în calcul a efectelor creșterii se face prin mărirea fictivă a întrefierului de la valoarea δ la valoarea $\delta' = \delta k_c$. De asemenea s-a arătat că datorită creșterii, fiecare armonică a tensiunii magnetomotoare produce un grup suplimentar de câmpuri magnetice de diferite ordine și cu diferite viteze unghiulare. Practic este imposibil să se determine efectul acestor armonici asupra dispersiei diferențiale.

În mod uzual, în calculele de proiectare, se consideră numai creșterea valorii întrefierului de la valoarea δ la valoarea δ' , presupunând, în același timp, că această creștere a întrefierului are același efect atât asupra armonicii fundamentale cât și asupra celorlalte armonici ale tensiunii magnetice.

Realitatea a demonstrat că această abordare nu este corectă, deoarece s-a dovedit că, datorită efectului creșterii asupra armonicii fundamentale, se generează armonici de dantură care afectează puternic intensitatea câmpurilor armonică de pas de ordinul $(Z_1 \pm p)$ (a se vedea și ecuațiile (176a și b)). Mai mult, efectul creșterii statorului asupra armonicii de pas statorice de ordinul $(Z_1 \pm p)$, precum și acela al creșterii rotorului asupra armonicii de pas rotorice de ordinul $(Z_2 \pm p)$, este acela că iau naștere câmpuri suplimentare de ordinul p , adică de ordinul armonicii fundamentale ce oscilează în întrefier cu frecvența fundamentalei. Amplitudinea acestor câmpuri este dată de relația:

$$H'_p = \frac{a'_1}{2} U_{m(Z_1-p)} \sin(\omega t \mp p\alpha) + \frac{b'_1}{2} U_{m(Z_2+p)} \sin(\omega t \mp p\alpha) \quad (202)$$

Este, prin urmare, mult mai corect să se țină cont de efectul creșterii asupra reactanței diferențiale într-un alt mod decât acela prin care se procedează doar la creșterea valorii întrefierului. De aceea, în continuare se va considera doar efectul creșterii asupra armonicii fundamentale.

Pentru cazul în care doar o parte a mașinii este crestată, distribuția câmpului magnetic creat de o singură bobină este prezentat în figura 4.16

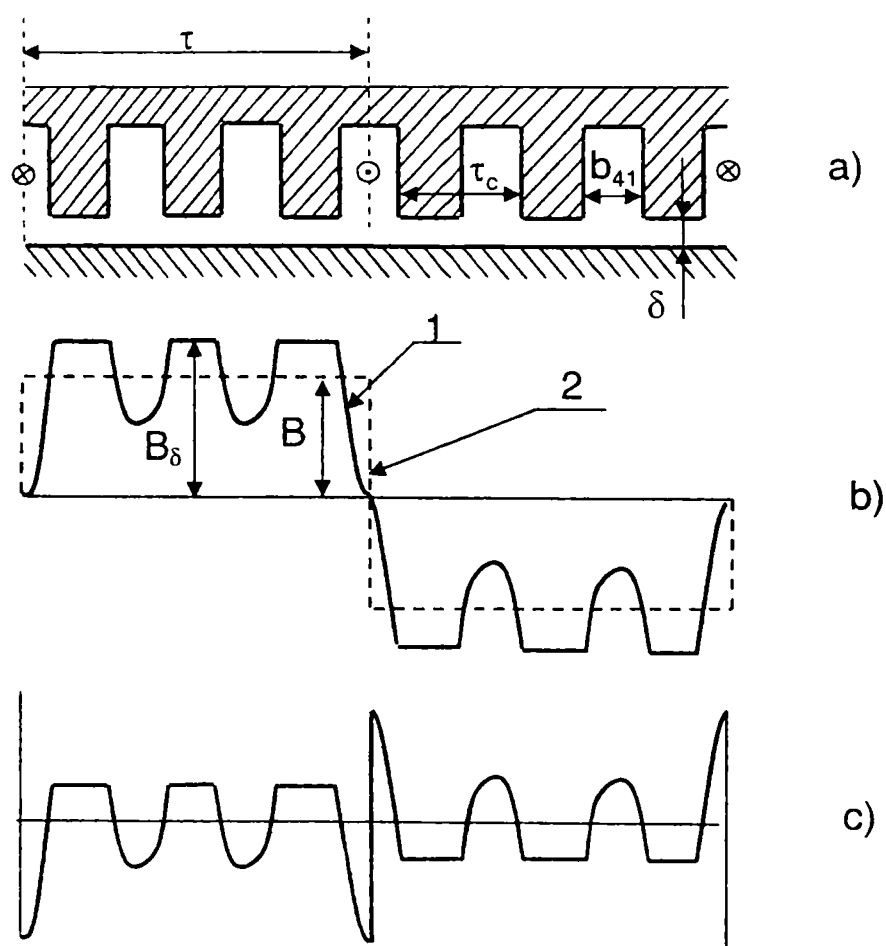


Fig.4.16 Explicativă cu privire la determinarea efectului creșterii asupra armonicii fundamentale

Curba 1 din figura 4.16 reprezintă distribuția reală a inducției magnetice pe pasul polar, în timp ce curba 2 reprezintă distribuția inducției magnetice medii, $B_m = B_{max}/k_c \delta$.

În figura 4.16c s-a reprezentat diferența dintre curbele 1 și 2, adică deformarea câmpului datorată creșterii. Așa cum se poate vedea, curba din figura 4.16c include și armonica fundamentală cu lungimea de undă $\lambda = \pi/p$. Această armonică se combină cu armonică fundamentală a curbei 2. Astfel, datorită creșterii, armonică fundamentală va crește iar, drept urmare, dispersia diferențială va scădea. Dacă se notează coeficientul de dispersie diferențială al mașinii necrestate, cu γ_{2d} , se poate scrie următoarea ecuație:

$$\gamma'_{2d} = \gamma_{2d} - \Delta\gamma_{2d} \quad (203)$$

în care cantitatea $\Delta\gamma_{2d}$ are, pentru o înfășurare trifazată simetrică, valoarea ([H1]):

$$\Delta\gamma_{1d} = k_{z1} \frac{1}{9q^2} \quad (204)$$

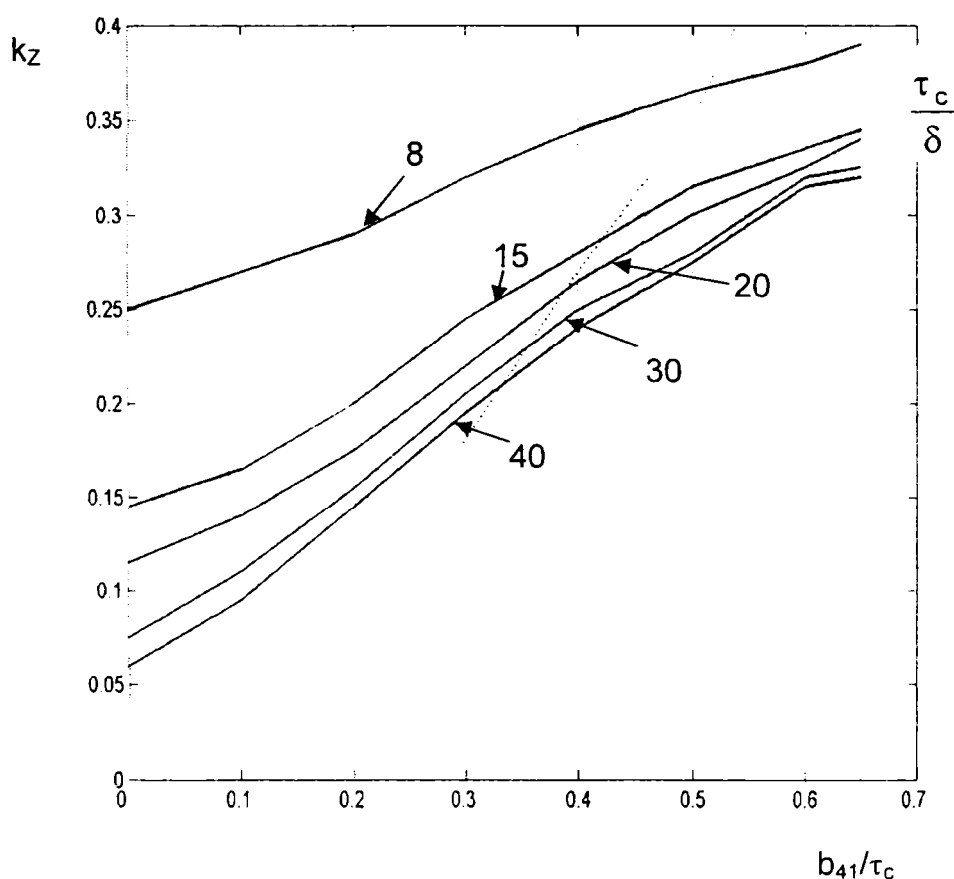


Fig. 4.17

și pentru o înfășurare rotorică în scurtcircuit:

$$\Delta\gamma_{2d} = k_{z_2} \left(\frac{2p}{Z_2}\right)^2 \quad (204a)$$

În ecuațiile de mai sus, q reprezintă numărul de creștături pe pol și fază, p numărul de perechi de poli iar coeficientul k_z este reprezentat în figura 4.17, în funcție de variabila b_{41}/τ_c și pentru diferite valori ale parametrului τ_c/δ .

Reactanța corespunzătoare dispersiei diferențiale este dată de relația:

$$X_\delta = \gamma'_{2d} X_1 \quad (205)$$

unde X_1 reprezintă reactanța corespunzătoare armonicilor fundamentale statorice, calculată pentru întrefierul fictiv $\delta' = k_c \delta$.

Pentru cazul creșterii de ambele părți ale mașinii relațiile anterioare rămân aceleași, cu excepția aceleia în care se determină reactanța corespunzătoare armonicilor fundamentale, în care se va introduce în calcul factorul total al lui Carter astfel încât întrefierul pe care-l vom lua în calcul va fi: $\delta' = k_{c1} k_{c2} \delta$.

4.13 Validarea analizei câmpului magnetic prin exemple de calcul

Pentru validarea celor stabilite până în acest moment se va proceda la efectuarea unei analize a câmpului magnetic, pentru un motor electric asincron, cu rotor în scurtcircuit din seria unitară a întreprinderii Electromotor.

Datele motorului sunt:

- numărul de perechi de poli: $2p=6$

- Stator :

$Z_1=36$

$b_{41}/\tau_{c1}=0.25$

$b_{41}/\delta=10$

- Rotor

$Z_2=46$

$b_{42}/\tau_{c2}=0.16$

$b_{42}/\delta=5$

Din cadrul spectrului de armonici ale câmpului magnetic din întrefierul acestui motor asincron cea mai importantă este armonica fundamentală a tensiunii magnetice statorice de ordinul $v_p=3$. În concordanță cu ecuația (39) tensiunea magnetică statorică poate conține armonici de ordinul $v=p(6c\pm 1)$, dintre care, conform ecuației (38), cele mai reprezentative sunt armonicile de pas având același factor de înfășurare ca și cel al armonicii fundamentale. Armonicile cele mai reprezentative sunt cele de ordinul:

$$Z_1+p=39$$

și

$$Z_2-p=33$$

Prima din aceste armonici străbate întrefierul cu viteza unghiulară $\omega_{39}=\omega/39$, în același sens ca și armonica fundamentală.

Cealaltă armonică rotește în sens orar cu viteza unghiulară $\omega_{33}=-\omega/33$.

Datorită creșterii armonica fundamentală a intensității câmpului magnetic va conține, conform cu ecuația (170), armonici de ordinul $(Z_1\pm p)$ având aceeași viteză ca și armonicile de pas menționate. Conform cu ecuațiile (176a) și (176c) amplitudinea intensității câmpului rezultat va fi:

$$\begin{aligned} H_{39} &= U_{mp} a'_0 \left[\frac{a'_1}{2a'_0} - \frac{p}{Z_1+p} \right] = U_{mp} \frac{0.77}{\delta} \left[\frac{0.275}{2 \cdot 0.77} - \frac{3}{39} \right] = \\ &= \frac{U_{mp}}{\delta} \cdot 0.0783 = \frac{U_{m39}}{\delta} \\ H_{39} &= -U_{mp} a'_0 \left[\frac{a'_1}{2a'_0} + \frac{p}{Z_1-p} \right] = -U_{mp} \frac{0.77}{\delta} \left[\frac{0.275}{2 \cdot 0.77} + \frac{3}{33} \right] = \\ &= -\frac{U_{mp}}{\delta} \cdot 0.2075 = -\frac{U_{m33}}{\delta} \end{aligned}$$

Datorită creșterii rotorului ia naștere un câmp diferențial de prim ordin (a se vedea ecuația (184)):

$$H'_{\Delta 39} = -U_{m39} \frac{b'_1}{2} \{ \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 - (Z_1 + p))\alpha] + \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 + p))\alpha] \} =$$

$$= -U_{m39} \frac{b'_1}{2} \{ \sin[(\omega - 46\omega_r)t + (46 - 39)\alpha] + \sin[(\omega + 46\omega_r)t - (46 + 39)\alpha] \}$$

$$H'_{\Delta 33} = -U_{m33} \frac{b'_1}{2} \{ \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 - (Z_1 + p))\alpha] + \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 + p))\alpha] \} =$$

$$= -U_{m33} \frac{b'_1}{2} \{ \sin[(\omega - 46\omega_r)t + (46 + 33)\alpha] + \sin[(\omega + 46\omega_r)t - (46 - 33)\alpha] \}$$

În primul caz ia naștere un câmp având $(46-39)=7$ perechi de poli, rotind cu viteza unghiulară $\omega_{\Delta 39} = -\frac{\omega + 46\omega_r}{7}$ și având viteza relativă

$$\omega'_{\Delta 39} = \frac{-\omega + 39\omega_r}{7}, \text{ raportată la rotor.}$$

În cel de-al doilea caz câmpul ce se creează are $46-33=13$ perechi de poli și viteza unghiulară $\omega_{\Delta 33} = \frac{\omega + 46\omega_r}{13}$. Viteza sa relativă raportată la rotor este:

$$\omega'_{\Delta 33} = \frac{\omega + 33\omega_r}{13}.$$

Primul câmp diferențial este în sincronism cu rotorul la viteza unghiulară

$$\omega_r = \frac{\omega}{39}, \text{ pe când cel de-al doilea câmp este în sincronism la viteza}$$

$$\omega_r = -\frac{\omega}{33}, \text{ adică la aceleași viteze ca și armonicile statorice de pas}$$

corespondente.

Armonica fundamentală de ordinul $v_p=p=3$ creează, conform ecuației (49) armonici de pas ale tensiunii magnetice rotorice, de ordinul $(Z_2 \mp p)$, altfel spus armonici având 43 sau 49 poli.

Datorită creșterii, în primul caz, va fi generată (conform ecuației (188)) armonica:

$$H''_{\Delta(Z_1-p)} = \frac{a'_1}{2} U_{m(Z_1-p)} \{ \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 - (Z_1 + p))\alpha] + \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 - p))\alpha] \} \Rightarrow$$

$$H''_{\Delta 43} = \frac{a'_1}{2} U_{m43} \{ \sin[(\omega - 43\omega_r)t + (43 - 39)\alpha] + \sin[(\omega + 43\omega_r)t - (46 + 39)\alpha] \}$$

iar în al doilea caz armonica:

$$H''_{\Delta(Z_1+p)} = \frac{a'_1}{2} U_{m(Z_1+p)} \{ \sin[(\omega - Z_2\omega_r)t + (Z_2 + (Z_1 + p))\alpha] + \sin[(\omega + Z_2\omega_r)t - (Z_2 + (Z_1 - p))\alpha] \} \Rightarrow$$

$$H''_{\Delta 49} = \frac{a'_1}{2} U_{m49} \{ \sin[(\omega - 46\omega_r)t + (46 + 33)\alpha] + \sin[(\omega + 46\omega_r)t - (46 - 33)\alpha] \}$$

Astfel câmpul cu 7 sau 13 perechi de poli ia naștere.

Câmpurile cu 85 sau 79 perechi de poli se neglijează datorită reactanței diferențiale mari a rotorului.

Amplitudinea câmpului rezultat cu 7 perechi de poli va fi (conform ecuației (189a)):

$$H_{\Delta 1} = \frac{U_{mp}}{2} \left[\frac{p}{Z_1 + p} b'_1 + \frac{p}{Z_2 - p} a'_1 \right] = \frac{U_{mp}}{2} \left[\frac{3}{39} b'_1 + \frac{3}{43} a'_1 \right]$$

În cel de-al doilea caz amplitudinea intensității câmpului cu 13 perechi de poli, va fi (conform ecuației (200)):

$$H_{\Delta 2} = \frac{U_{mp}}{2} \left[\frac{p}{Z_1 - p} b'_1 + \frac{p}{Z_2 + p} a'_1 \right] = \frac{U_{mp}}{2} \left[\frac{3}{33} b'_1 + \frac{3}{49} a'_1 \right]$$

Câmpul rezultat armonică de ordinul 7 (cu 7 perechi de poli), produce în rotor un curent I_{Δ} , proporțional cu expresia $\frac{1}{1 + \gamma_{2d7}}$, unde γ_{2d7} este coeficientul de dispersie diferențială al coliviei rotorice cu 46 bare, pentru câmpul cu 7 perechi de poli.

Având în vedere că:

$$\gamma_{2dp} = \left(\frac{\pi p}{Z_2 \sin\left(\frac{\pi p}{Z_2}\right)} \right)^2 - 1 \quad ([H1])$$

rezultă:

$$1 + \gamma_{2d7} = \left(\pi \frac{7}{46} \right)^2 \frac{1}{\sin^2\left(\pi \frac{7}{46}\right)} = 1.08$$

Pentru câmpul cu 13 perechi de poli ecuația se poate scrie:

$$1 + \gamma_{2d13} = \left(\pi \frac{13}{46} \right)^2 \frac{1}{\sin^2\left(\pi \frac{13}{46}\right)} = 1.31$$

Datorită influenței câmpului magnetic cu 7 perechi de poli asupra rotorului se obține, în distribuția tensiunii magnetice rotorice, pe de o parte o armonică având 7 perechi de poli iar pe de altă parte, conform cu ecuația (191) o armonică de pas cu $(Z_2-7)=39$ perechi de poli. Amplitudinea amândurora este proporțională cu expresia $\frac{1}{1 + \gamma_{2d7}}$.

Pe de altă parte, datorită influenței creșterii rotorului asupra armonicii tensiunii magnetice rotorice cu 7 perechi de poli, va lua naștere un câmp magnetic, conform ecuației (171), având, de asemenea, $(Z_2-7)=39$ perechi de poli. Amândouă aceste câmpuri rotesc cu viteza unghiulară ω a armonicii fundamentale și interacționează, conform ecuației (192), rezultând un câmp a cărui intensitate are mărimea:

$$H'_{(Z_1+p)} = a'_0 U_{mp} \cdot \frac{p}{Z_1+p} \cdot \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \cdot \frac{Z_2 - (Z_1+p)}{(Z_1+p)(1 + \gamma_{2d\Delta})} \cdot \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{Z_2 - (Z_1+p)} \right) \Rightarrow$$

$$H'_{39} = a'_0 U_{mp} \cdot \frac{3}{39} \cdot \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{39}{43} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \cdot \frac{7}{39 \cdot 1.08} \cdot \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{39}{7} \right) =$$

$$= a'_0 U_{mp} \cdot \left(\frac{3}{39} \frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{3}{43} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \cdot \frac{7}{39 \cdot 1.08} \cdot \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{39}{7} \right)$$

În plus, un câmp de același ordin va lua naștere în întrefier, datorită influenței armonicii de pas de ordinul $\nu=39$ asupra rotorului, având amplitudinea (conform ecuației (193)):

$$H''_{(Z_1+p)} = a'_0 U_{mp} \left(\frac{a'_1}{2a'_0} - \frac{l_0}{l_k} \frac{p}{Z_1+p} \right) \frac{1}{1 + \gamma_{2d(Z_1+p)}} \Rightarrow$$

$$H''_{39} = a'_0 U_{mp} \left(\frac{a'_1}{2a'_0} - \frac{l_0}{l_k} \frac{3}{39} \right) \frac{1}{1 + \gamma_{2d39}}$$

Coeficientul de dispersie diferențială pentru rotorul în scurtcircuit cu 46 de creștături, pentru câmpul cu 39 de perechi de poli, este:

$$1 + \gamma_{2d39} = \left(\pi \frac{39}{46} \right)^2 \frac{1}{\sin^2 \left(\pi \frac{39}{46} \right)} = 33.52$$

Prin urmare amplitudinea H''_{39} devine:

$$H''_{39} = a'_0 U_{mp} \left(\frac{a'_1}{2a'_0} - \frac{l_0}{l_k} \frac{3}{39} \right) \frac{1}{33.52}$$

Mărimea raportului dintre câmpul diferențial suplimentar și câmpul fundamentalei dă măsura reacției rotorului asupra armonicii statorice de pas de ordinul $\nu=39$, și este, conform ecuației (196a):

$$\xi_{(Z_1+p)} = 1 - \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{p} \frac{l_0}{l_k} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1+p}{Z_2-p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \frac{Z_2 - (Z_1+p)}{(Z_1+p)}$$

$$\cdot \left(1 + \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1+p}{Z_2 - (Z_1+p)} \right) \frac{1 + \gamma_{2d(Z_1+p)}}{1 + \gamma_{2d\Delta}} \Rightarrow$$

$$\xi_{39} = 1 - \frac{0.275}{1.54} \cdot \frac{39}{3} \cdot \frac{1}{3.5} + \left(\frac{0.121}{1.54} + \frac{39}{43} \cdot \frac{0.275}{1.54} \right) \cdot \frac{7}{39}$$

$$\cdot \left(1 + \frac{0.121}{1.54} \cdot \frac{39}{7} \right) \cdot \frac{33.52}{1.08} = 2.26$$

Prin urmare partea din câmpul suplimentar cu 39 de perechi de poli, generat de câmpul diferențial cu 7 perechi de poli, din câmpul total de ordinul $v=39$ este destul de importantă.

Pentru a vedea efectul creșterii asupra dispersiei diferențiale am determinat dispersia diferențială a unui motor în scurtcircuit având următoarele date:

$2p=4$	$\delta=0.00045$ [m]	$k_{c12}=1.47$
$Z_1=72$	$\tau_{c1}=0.0082$ [m]	$b_{41}=0.003$ [m]
$Z_2=56$	$\tau_{c2}=0.01055$ [m]	$b_{42}=0.0028$ [m]

Adică datele motorului Electromotor gabarit 250, de 55 kW x 1500 rot/min.

Reactanța statorică pentru armonica fundamentală de ordinul $v=p$ s-a determinat ca fiind $X_1=0.413 \Omega$.

Coeficientul de dispersie diferențială statoric, neglijând efectul creșterii, se obține din diagrama Görgeș: $\gamma_{1d}=0.009$.

Pe de altă parte, coeficientul de dispersie diferențială al rotorului în scurtcircuit este, conform ecuației (80): $\gamma_{2d}=0.00105$.

Reactanța corespunzătoare dispersiei diferențiale, va fi:

$$X_{\delta} = X_1(\gamma_{1d} + \gamma_{2d}) = 0.413(0.009 + 0.00105) = 0.00415\Omega$$

Ținând cont de datele motorului analizat, avem:

$$\frac{\tau_{c1}}{\delta} = 18.22$$

$$\frac{\tau_{c2}}{\delta} = 23.44$$

Din diagrama din figura 32 se pot determina coeficienții k_{z_1} și k_{z_2} :

$$k_{z_1} = 0.25$$

$$k_{z_2} = 0.175$$

Conform ecuațiilor (204) și (204a) se calculează:

$$\Delta\gamma_{1d} = k_{z_1} \frac{1}{9q^2} = 0.25 \frac{1}{9 \cdot 6^2} = 0.000772$$

$$\Delta\gamma_{2d} = k_{z_2} \left(\frac{2p}{Z_2}\right)^2 = 0.175 \cdot \left(\frac{2 \cdot 2}{56}\right)^2 = 0.000893$$

Pentru coeficientul de dispersie diferențială rezultat se obține, conform ecuației (203):

$$\gamma'_d = (\gamma_{1d} + \gamma_{2d}) - (\Delta\gamma_{1d} + \Delta\gamma_{2d}) = 0.01005 - 0.001665 = 0.008385$$

Prin urmare reactanța de dispersie diferențială, ținând cont de efectul creșterii, va fi, în conformitate și cu ecuația (205):

$$X'_\delta = 0.413 \cdot 0.008385 = 0.00342\Omega$$

ceea ce înseamnă că reactanța de dispersie diferențială se diminuează, datorită creșterii, la 82.4% din valoarea sa inițială.

CUPLURI

5.1 Preliminarii

Foarte curând după descoperirea principiilor care stau la baza funcționării mașinii de inducție, datorită calităților sale, aceasta a început să fie utilizată la scară industrială. La fel de curând, și aceasta tocmai datorită acestei utilizări, s-a descoperit că proprietățile acestei mașini depind într-o mare măsură de numărul de creștături din stator și din rotor. S-a observat că o modificare mică a numărului de creștături, de exemplu, împiedică motorul să intre în turație sau, datorită zgomotului mare îl fac inutilizabil.

Primele informații despre aceste manifestări ale mașinii de inducție au fost publicate, fără a se încerca explicarea lor, de către Görges în 1896. Mai târziu, Arnold, în lucrarea sa clasică "Wechselstromtechnik" atrăgea atenția asupra cuplurilor parazite asincrone, ca rezultat posibil al acțiunii armonicilor superioare. Efectul numărului de creștături asupra acestor fenomene a constituit și preocuparea lui Punga, în 1912, când s-au stabilit și anumite reguli în alegerea potrivită a numărului de creștături din stator și din rotor. De asemenea această problematică a stat și în atenția lui Stiel și, mai ales, a lui Möller, care au făcut numeroase experimente. Din punct de vedere teoretic contribuții importante și-au adus Kronl, Lund, Heller, Alger, Jordan, Oberretel dar mai ales Plautius Andronescu ([A3])

Posibilitatea de apariție a cuplurilor parazite sincrone, în mașina de inducție, a fost menționată, aproape simultan, de către Kronl și Dreese, în 1929. Totuși, prioritatea în prezentarea originii acestor efecte îi aparține lui Dreyfus, care s-a ocupat de aspectele teoretice ale acestei probleme, în opera sa științifică, în 1924.

5.2 Cuplurile mașinii de inducție

Așa cum s-a aratat deja, câmpul electromagnetic din întrefier poate fi descompus în serie de armonici, produse, pe de o parte datorită repartizării înfășurării în creștături iar pe de altă parte datorită creșterii care determină neuniformitatea întrefierului. Fiecare din aceste câmpuri armonice pot acționa asupra rotorului producând cupluri suplimentare, care se manifestă, mai ales, la pornirea mașinii. Astfel, la o viteză unghiulară dată a rotorului ω_r , cuplul rezultat este dat de suma cuplurilor tuturor armonicilor câmpului magnetic.

Așa cum se cunoaște dacă două circuite electrice sunt parcurse de curenți, și unul dintre ele este fix iar celălalt este mobil în spațiu, forța care apare între aceste două circuite va tinde să modifice poziția spațială a circuitului mobil. Dacă poziția reciprocă a acestor circuite este determinată de o coordonată geometrică arbitrară α , forța, ce tinde să modifice această coordonată, este determinată de energia câmpului magnetic raportată la coordonata geometrică α , modificată datorită acestei forțe, presupunând că, în ambele circuite, curenții rămân neschimbați:

$$\mathbf{f} = -\frac{dW_m}{d\alpha} = -\left(\frac{\partial W_m}{\partial \alpha}\right)_{I=\text{const.}}$$

Forța f este o forță, în sens general, și natura sa este dată de caracterul coordonatei geometrice generale:

-dacă α reprezintă o deplasare, f este o forță în sens uzual

-dacă α reprezintă un unghi de rotație, f este momentul determinat de perechea de forțe.

Prin urmare, pentru cuplul ce are loc la interacțiunea dintre stator și rotor se poate scrie relația generală:

$$M = -\frac{\partial W_m}{\partial \Delta}$$

unde W_m reprezintă energia câmpului magnetic din întrefier, iar Δ unghiul periferic, în radiani, descris de rotor, raportat la stator care este fix.

Pentru simplificare considerăm, mai întâi, o mașină fără crestături, având un întrefier uniform. Din relația cunoscută pentru energia câmpului magnetic, considerând și simplificarea menționată anterior, se poate scrie ([H1]):

$$M = -\frac{l \cdot \delta}{2 \cdot \mu_0} \cdot \frac{\partial}{\partial \Delta} \int_0^{2\pi} [B(\alpha, t)]^2 \cdot d\alpha \quad (206)$$

Așa cum se cunoaște, conform legii circuitului magnetic, între inducția magnetică și tensiunea magnetomotoare există relația:

$$B(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{\delta} \cdot U_m(\alpha, t) \quad (207)$$

unde $U_m(\alpha, t)$ este tensiunea magnetomotoare rezultantă, dată de suma tensiunilor magnetomotoare din stator și rotor, $U_{m1}(\alpha, t)$ și respectiv $U_{m2}(\alpha, t)$

Înlocuind ecuația (207) în ecuația (206), se obține:

$$M = -\frac{\mu_0 \cdot l}{2 \cdot \delta} \cdot \frac{\partial}{\partial \Delta} \int_0^{2\pi} [U_{m1}(\alpha, t) + U_{m2}(\alpha, t)]^2 \cdot d\alpha \quad (208)$$

Întrucât statorul este fix, numai tensiunea magnetică rotorică depinde de poziția rotorului, raportată la sistemul de coordonate legat de stator, și prin urmare se poate scrie:

$$M = -\frac{\mu_0 \cdot l}{\delta} \int_0^{2\pi} [U_{m1}(\alpha, t) + U_{m2}(\alpha, t)] \frac{\partial U_{m2}(\alpha, t)}{\partial \Delta} \cdot d\alpha \quad (209)$$

Dacă considerăm că statorul are o înfășurare m-fazată cu p perechi de poli, pentru tensiunea magnetică statorică putem scrie relația generală:

$$U_{m1}(\alpha, t) = \sum U_{mv} \sin(v\alpha \mp \omega t) \quad (210)$$

unde $v=2pmc \pm 1$.

Ținând cont că s-a presupus un întrefier uniform și pentru $\mu_{fe} = \infty$, tensiunea magnetomotoare statorică generează în întrefier o inducție magnetică $B_1(\alpha, t)$, a cărei distribuție se obține din ecuația (210):

$$B_1(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{\delta} U_{m1}(\alpha, t) = \frac{\mu_0}{\delta} \sum U_{m\nu} \sin(\nu\alpha \mp \omega t) \quad (211)$$

O armonică oarecare a inducției magnetice statorice, de ordinul ν , se rotește în întrefier cu viteza unghiulară $\omega_\nu = \pm \omega/\nu$, așa cum s-a arătat anterior. Dacă rotorul se rotește la rândul său, cu viteza unghiulară ω_r , viteza relativă a aceleiași armonice față de rotor va fi:

$$\omega_{r\nu} = \pm \frac{\omega}{\nu} - \omega_r \quad (212)$$

Această armonică induce în înfășurarea rotorică o tensiune ce determină un curent care produce o tensiune magnetomotoare, cu un spectru de armonici determinat de proprietățile înfășurării rotorice. În general, putem scrie pentru acest spectru de armonici, față de sistemul de coordonate raportat la rotor, expresia:

$$U_{m\nu} = \frac{\delta}{\mu_0} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} B_{\mu\nu} \sin[\mu\alpha' \mp (\pm\omega - \nu\omega_r)t - \varphi_\mu] \quad (213a)$$

Dacă se scrie expresia acestui spectru de armonici față de sistemul de coordonate statoric, pentru care $\alpha' = \alpha - \omega_r t$, ecuația (213a) va avea forma următoare:

$$U_{m\nu} = \frac{\delta}{\mu_0} \sum_{\mu=1}^{\mu=\infty} B_{\mu\nu} \sin[\mu(\alpha - \omega_r t) \mp (\pm\omega - \nu\omega_r)t - \varphi_\mu] \quad (213b)$$

Tensiunea magnetomotoare rezultantă va fi dată de suma tuturor armonicilor pentru toate valorile lui ν :

$$U_{m2}(\alpha, t) = \frac{\delta}{\mu_0} \sum_{\nu} \sum_{\mu} B_{\mu\nu} \sin[\mu(\alpha - \omega_r t) \mp (\pm\omega - \nu\omega_r)t - \varphi_\mu] \quad (213c)$$

Înlocuind ecuațiile (210) și (213c) în ecuația (209) se obține expresia generală a cuplului:

$$M = -\frac{\mu_0 l}{\delta} \left\{ \int_0^{2\pi} \sum_{\nu} U_{m\nu} \sin(\nu\alpha \mp \omega t) \sum_{\nu} \sum_{\mu} B'_{\mu\nu} \cos[\mu(\alpha - \omega_r t) \mp (\omega - \nu\omega_r)t - \varphi_\mu] d\alpha + \right. \\ \left. + \int_0^{2\pi} \sum_{\nu} \sum_{\mu} B_{\mu\nu} \sin[\mu(\alpha - \omega_r t) \mp (\pm\omega - \nu\omega_r)t - \varphi_\mu] \sum_{\nu} \sum_{\mu} B'_{\mu\nu} \cos[\mu(\alpha - \omega_r t) \mp (\pm\omega - \right.$$

$$-v\omega_r)t - \varphi_\mu]d\alpha\} \quad (214)$$

Al doilea termen al ecuației (214) nu generează cuplu căci

$$\int_0^{2\pi} \sin\alpha \cos\alpha d\alpha = 0, \text{ iar în ceea ce privește primul termen, în concordanță cu}$$

$$\text{relația: } \int_0^{2\pi} \sin m\alpha \cos(n\alpha - \varphi)d\alpha, \text{ pentru toate valorile } m \neq n \text{ este de asemenea}$$

egal cu zero. Numai pentru $m=n$ acesta are valoarea reală, $\pi \sin\varphi$.

Prin urmare, în concordanță cu ecuația (214), cuplul se poate produce numai dacă pentru o armonică statorică de ordinul $v=\eta$ se găsește, în spectrul armonicelor rotorice, o armonică rotorice de ordinul $\mu=\eta$. Cu alte cuvinte cuplul se poate produce numai prin interacțiunea acelor armonici statorice și rotorice care au același număr de perechi de poli.

Cuplul produs de acest fel de armonici va fi:

$$M_\eta = -\frac{\mu_0 \cdot I^2}{\delta} \int_0^{2\pi} U_{m\nu} \sin(\eta\alpha \mp \omega t) \sum_{v=1}^{v=\infty} B'_{\eta v} \cos[\eta(\alpha - \omega_r t) \mp (\pm\omega - v\omega_r)t - \varphi_\eta] d\alpha \quad (215)$$

Cuplul rezultat se obține prin însumare, luând în calcul toate valorile lui η , pentru care există armonici rotorice de același ordin. Integrând ecuația (215) se obține ([H1]):

$$\begin{aligned} M &= \sum_{\eta} M_\eta \cong \sum_{\eta} \sum_v \sin[\eta\omega_r t \pm (\pm\omega - v\omega_r)t + \varphi_\eta \mp \omega t] = \\ &= \sum_{\eta} \sum_v \sin\{[\eta\omega_r \pm (\pm\omega - v\omega_r) \mp \omega]t - \varphi_\eta\} \end{aligned} \quad (216)$$

Acest cuplu rezultat are, în general, o variație sinusoidală în timp iar valoarea sa medie este egală cu zero. Un cuplu independent de timp va fi produs numai dacă argumentul funcției sinus, termenul din parantezele drepte, va fi egal cu zero, adică:

$$\eta\omega_r \pm (\pm\omega - v\omega_r) \mp \omega = 0 \quad (217)$$

Ecuația (217) este satisfăcută în două cazuri distincte ([H1]):

1. Pentru toate valorile ω_r , este satisfăcută în același fel, dacă:

$$\eta=v \quad (218a)$$

Aceasta înseamnă că o armonică statorică oarecare de ordinul η generează în spectrul său de armonici rotorice a reacției armăturii, o armonică fundamentală de același ordin η .

2. Pentru o anumită viteză unghiulară ω_r , cu condiția ca:

$$\eta \neq \nu \quad (218b)$$

Aceasta înseamnă că deși în întrefier există armonici de ordinul η (vezi condițiile din ecuația (214)), atât în spectrul de armonici statoric cât și în cel rotorice, armonica rotorice de ordinul η a fost generată de o armonică statorică de ordin diferit ($\nu \neq \eta$). În acest caz ecuația (217) poate fi scrisă sub forma:

$$\omega_r \pm \frac{\pm \omega - \nu \omega_r}{\eta} = \pm \frac{\omega}{\eta} \quad (217a)$$

Partea stângă a acestei ecuații determină viteza absolută a armonicii rotorice de ordinul η , produsă de o armonică rotorice de ordin $\nu \neq \eta$, raportată la un sistem de coordonate fix, legat de stator.

Partea dreaptă a ecuației determină viteza absolută a armonicii statorice de ordinul η , referitor la același sistem de coordonate.

Ecuația (217) poate fi astfel satisfăcută numai dacă ambele armonici, statorică și rotorice, de același ordin, au aceeași viteză în întrefier, la o anumită viteză unghiulară a rotorului ω_r .

Dacă armonica rotorice semnificativă ce acționează în cazul rotorului blocat ($\omega_r=0$) are același sens de rotație ca și armonica corespunzătoare statorică, de același ordin, condiția (217a) este satisfăcută pentru:

$$\omega_r=0 \quad (219a)$$

Dacă, totuși, pentru $\omega_r=0$ sensul său de rotație este opus celui al armonicii statorice, condiția (217a) este satisfăcută pentru oricare din vitezele rotorice:

$$\omega_r = \pm \frac{2\omega}{\eta - \nu} \quad (219b)$$

sau la viteza:

$$\omega_r = \pm \frac{2\omega}{\eta + \nu} \quad (219c)$$

Diferența esențială dintre aceste două cazuri rezultă din următoarea considerație: presupunem că rotorul se rotește cu viteza unghiulară

$$\omega_r = \frac{2\omega}{\eta + \nu};$$

condiția (218a) satisface ecuația (217) pentru toate valorile lui ω_r ,

prin urmare și pentru viteza unghiulară dată de ecuația (213c). Astfel, ecuația (217) este satisfăcută pentru condiția (218a) la fel de bine ca și pentru condiția (218b). Deoarece, în timp, sarcina nu este constantă viteza rotorului nu este nici ea constantă și după un anumit interval de timp Δt , poziția sa raportată la sistemul ce se rotește cu viteza rotorului ω_r , se va modifica cu unghiul $\Delta\alpha$. Prin urmare, poziția tuturor armonicelor tensiunii magnetomotoare rotorice se va modifica, de asemenea. Dacă, de exemplu, poziția armonicii rotorice de ordinul γ , din spectrul generat de armonica de ordinul ν , este determinată, în concordanță cu ecuația (218a), de relația:

$$\sin[\eta\alpha - (\omega - \nu\omega_r)t - \varphi_\mu] \quad (220a)$$

ea va fi dată de ecuația:

$$\sin[\eta(\alpha - \Delta\alpha) - (\omega - \nu\omega_r)(t - \Delta t) - \varphi_\mu] \quad (220b)$$

unde η , $\Delta\alpha$, și $(\omega - \nu\omega_r)\Delta t$ sunt modificările corespunzătoare pentru faza φ .

Deplasării spațiale $\Delta\alpha$ îi corespunde în câmpul armonicii de ordinul ν un defazaj temporal $\nu\Delta\alpha$, de aici rezultând valoarea $\Delta t = \frac{\nu\Delta\alpha}{\omega - \nu\omega_r}$. Astfel

expresia anterioară poate fi scrisă și sub forma:

$$\sin[\eta\alpha - (\omega - \nu\omega_r)t - \Delta\alpha(\gamma - \nu) - \varphi_\mu] \quad (220c)$$

Dacă $\eta = \nu$ ecuația (220c) va fi identică cu ecuația (220a) astfel încât poziția tensiunii magnetomotoare rotorice, raportată la sistemul de referință legat de stator, nu se modifică. Prin urmare, motorul își va modifica viteza până ce cuplul său, din pricina modificării unghiului de fază φ , este echilibrat de cuplul de sarcină, ceea ce este caracteristic pentru un motor de inducție.

Din cele arătate se poate trage următoarea concluzie:

Dacă o anumită armonică a tensiunii magnetomotoare statorice, de ordinul η , produce în spectrul de armonici al tensiunii magnetomotoare rotorice o armonică de același ordin ν ($\nu=\eta$), aceste armonici formează un cuplu asincron.

Dacă $\eta \neq \nu$ rezultă, din ecuația (220c), că în intervalul de timp Δt poziția tensiunilor magnetice rotorice, raportate la sistemul de referință legat de stator, se modifică cu unghiul $\Delta\alpha(\eta-\nu)$. Deoarece, așa cum rezultă din ecuația (214), cuplul este proporțional cu sinusul unghiului dintre cele două tensiuni magnetomotoare, acesta se va modifica prin modificarea acestui unghi. Prin urmare, în acest caz, în care $\eta \neq \nu$, modificări mici ale cuplului sarcinii vor determina o deplasare unghiulară a rotorului, raportată la sistemul de referință legat de stator, și motorul își menține viteza inițială dată de ecuația (219c), ceea ce este caracteristic pentru un motor sincron. Prin urmare:

Dacă spectrul armonicelor tensiunii magnetomotoare statorice și rotorice conține armonici de același ordin η , și dacă armonică rotorică de acest ordin este produsă de o armonică statorică de alt ordin ν , ($\eta \neq \nu$), atunci aceste armonici interacționează formând un cuplu sincron.

Prin urmare, putem imagina orice motor asincron ca o serie de motoare asincrone și sincrone, mutuale, cuplate mecanic, având numere diferite de perechi de poli.

5.3 Efectul armonicelor superioare asupra fazei statorice și înfășurării în scurtcircuit ale unui motor asincron

Așa cum s-a arătat în secțiunea precedentă caracterul și mărimea cuplurilor de pornire, la un motor asincron, sunt influențate decisiv de ordinul și amplitudinea armonicelor tensiunii magnetomotoare. Dintre aceste armonici numai anumite ordine se pot produce, deoarece nu există altă sursă

de tensiune indusă decât tensiunea indusă din circuitul rotorice al mașinii, iar în conformitate cu ([H1]), tensiunea poate fi indusă în rotor numai de anumite armonici statorice. Prin urmare apariția cuplurilor suplimentare depinde mai întâi de proprietățile înfășurării rotorice.

Pentru a analiza proprietățile diferitelor înfășurări rotorice considerăm o armonică statorică de ordinul ν și analizăm efectul câmpului armonic statoric generat de aceasta. Pentru a elimina efectul altor armonice, facem o simplificare, și anume: considerăm că acest câmp magnetic rotorice este generat de o înfășurare statorică cu un număr infinit de faze și 2ν poli, localizată pe un stator necrestat. Această înfășurare generează o tensiune magnetomotoare pur sinusoidală, cu 2ν poli, astfel încât diagrama Görges este un cerc. Presupunând, de asemenea, că întrefierul este constant, efectul câmpului magnetic, care este determinat numai de tensiunea magnetomotoare statorică și a cărei distribuție este de asemenea pur sinusoidală și de ordinul ν , asupra unei înfășurări rotorice arbitrare este determinat de coeficientul de cuplaj cunoscut:

$$\chi = \frac{1}{1 + \gamma_\nu} \quad (221)$$

în care coeficientul de dispersie γ_ν este dat de relația:

$$\gamma_\nu = \gamma_{1\nu} + \gamma_{2\nu} + \gamma_{1\nu} \cdot \gamma_{2\nu} \quad (222)$$

unde $\gamma_{1\nu}$ și $\gamma_{2\nu}$ sunt coeficienții de dispersie ai înfășurării statorice și rotorice pentru armonica de ordinul ν , dați, așa cum se cunoaște, de suma dintre coeficientul de dispersie al creștăturii $\gamma_{\nu cr}$, coeficientul de dispersie al capetelor de bobină $\gamma_{\nu c}$ și de coeficientul de dispersie diferențială $\gamma_{d\nu}$. În general, pentru armonicile superioare, reactanțele de dispersie ale creștăturii și ale capetelor de bobină se pot neglija și astfel coeficienții $\gamma_{1\nu}$ și $\gamma_{2\nu}$ vor fi determinați numai de dispersia diferențială a înfășurării corespunzătoare, pentru armonica de ordinul ν . Am admis, la început, simplificări care au condus la o diagramă Görges cerc, ceea ce înseamnă că dispersia

diferențială a acestei înfășurări este zero. În aceste condiții ecuația (222) devine:

$$\gamma_v = \gamma_{2dv} \quad (222a)$$

și ecuația (221) poate fi scrisă sub forma:

$$\chi = \frac{1}{1 + \gamma_{2dv}} \quad (221a)$$

Din considerațiile anterioare se poate desprinde concluzia că un cuplu semnificativ se poate produce numai de către armonica ce are o dispersie diferențială mică.

Să considerăm, mai întâi, cazul unei înfășurări rotorice m-fazate, cu 2p perechi de poli. Așa cum s-a arătat anterior (rel.56), dispersia diferențială a unui câmp magnetic, generat de armonica de ordinul v, este dată de relația:

$$\gamma_{2dv} = \frac{L}{L_v} - 1$$

Inductivitatea L_v poate fi exprimată prin intermediul inductivității proprii L_p , a înfășurării rotorului pentru armonica de ordinul p, pentru care a fost proiectată înfășurarea, prin expresia ([H1]):

$$L_v = L_p \left(\frac{k_{bp} v}{k_{bv} \mu} \right)^2$$

și astfel coeficientul de dispersie diferențială al acestei înfășurări poate fi exprimat astfel:

$$\gamma_{2dv} = \frac{L}{L_p} \left(\frac{k_{bp} v}{k_{bv} \mu} \right)^2 - 1 \quad (223)$$

În conformitate cu teorema periodicității factorului de înfășurare $k_{bp} = k_{bv}$, pentru toate armonicile de ordinul $v = cZ_2 \pm p$. Pentru alte armonice $k_{bp} \gg k_{bv}$, rezultă că $v \gg p$ sau $k_{bp} \gg k_{bv}$, sau amândouă, astfel încât pentru toate cazurile:

$$\left(\frac{k_{bp} \cdot v}{k_{bv} \cdot p} \right)^2 \gg 1$$

și din ecuația (223) rezultă: $\gamma_{2dv} \gg \gamma_{2dp}$.

Deoarece o înfășurare este astfel proiectată încât să aibă o dispersie diferențială cât mai mică pentru numărul de poli cerut, coeficientul de cuplaj χ pentru toate armonicile, cu excepția armonicii fundamentale, va fi foarte mic. Prin urmare, se poate afirma că:

La o mașină asincronă cu rotor bobinat, cu un număr întreg de creștături pe pol și fază sau o înfășurare cu număr fracționar de creștături pe pol și fază, cuplul este produs, practic, numai de armonica fundamentală. Cuplurile altor armonice sunt puternic suprimate.

Această situație nu se întâlnește, însă, la mașina cu rotor în scurtcircuit la care coeficientul de dispersie diferențială este dat de relația:

$$\gamma_{20} = \left(\frac{\pi}{m}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi}{m}\right)} - 1 \quad \text{unde } m = Z_2/v$$

În figura 5.1 s-a reprezentat variația coeficientului de dispersie diferențială pentru rotorul în scurtcircuit, funcție de parametrul m .

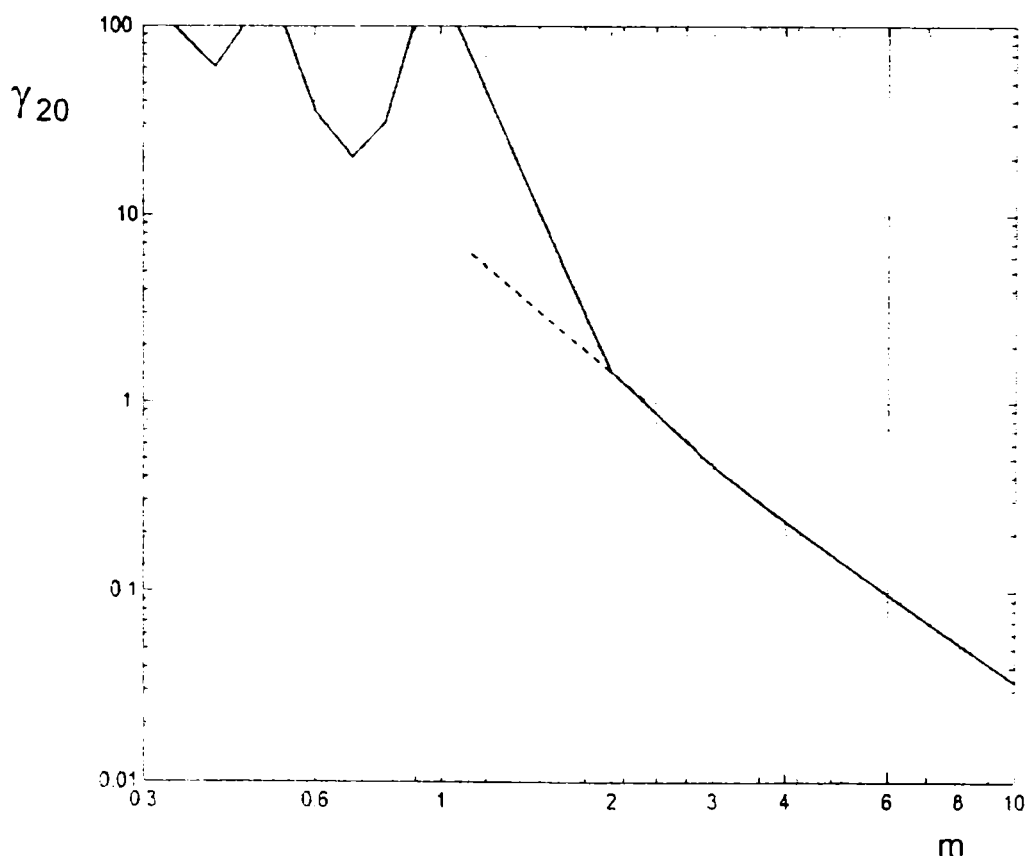


Fig.5.1 Coeficientul de dispersie diferențială funcție de numărul de faze rotorice, m

Din această reprezentare grafică se poate vedea că, până la o anumită valoare a lui m , coeficientul de dispersie diferențială este mic. Pentru $m=2$ valoarea lui γ_{20} este 1 și prin urmare coeficientul de cuplaj $\chi=0.5$.

În concluzie, în cazul înfășurărilor în scurtcircuit, cuplurile generate de armonicile superioare pot crește mult; practic pentru toate armonicile de ordin $v < \frac{1}{2} Z_2$, care se pot induce în aceste înfășurări.

5.4 Cuplurile parazite asincrone din motoarele de inducție în scurtcircuit, neglijând creșterea

Așa cum am arătat în secțiunea anterioară, o armonică rotorică formează un cuplu suplimentar asincron cu acea armonică a statorului de care a fost ea însăși indusă. Prin urmare, orice motor de inducție poate fi reprezentat printr-o serie de motoare de inducție cuplate mecanic, având numere diferite de perechi de poli, ale căror înfășurări sunt conectate în serie. Circuitul echivalent al unui astfel de sistem poate fi derivat din circuitul echivalent clasic al unui motor asincron, proiectat pentru un anumit număr de poli, ținând cont de armonicile superioare. O astfel de schemă echivalentă este evidențiată în figura 5.2.

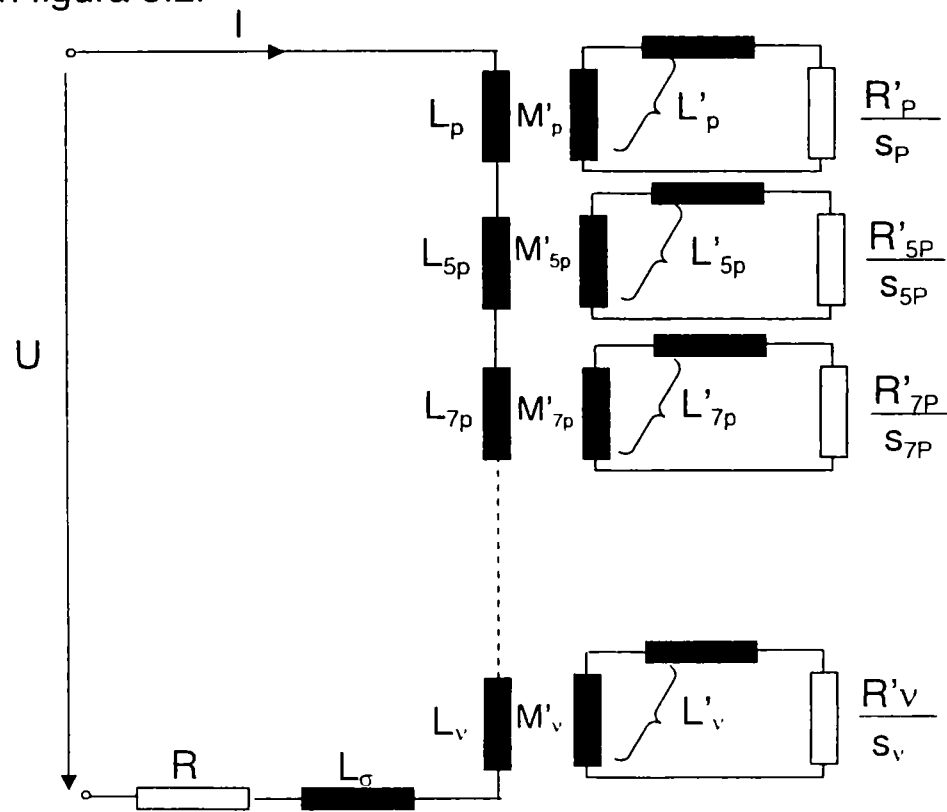


Fig.5.2

În schema echivalentă construită, fiecare armonică statorică, începând cu armonica fundamentală cu p perechi de poli, este reprezentată prin înfășurarea sa statorică cu v perechi de poli și un număr infinit de faze, ceea ce conduce la constatarea că diagrama Görges pentru fiecare armonică este un cerc. Rezistența înfășurării statorice este luată în considerație prin valoarea R , iar L_{σ} reprezintă inductivitatea de dispersie totală a înfășurării statorice (ce cuprinde inductivitatea de dispersie a creștăturii și cea a capetelor de bobină) pentru armonica fundamentală cu p perechi de poli. Pentru armonicile superioare această inductivitate se poate neglija. Prin urmare, orice armonică superioară este caracterizată prin inductivitatea proprie L_v , iar L'_v reprezintă conexiunea înfășurării statorice (L_v) sau rotorice (L'_v) cu fluxul magnetic al armonicii de ordinul v . Cantitatea M'_v reprezintă inductivitatea mutuală al acestor două înfășurări, iar R'_v este rezistența înfășurării în scurtcircuit pentru aceeași armonică.

Raportul dintre inductivitatea proprie a armonicii v , L_v , și inductivitatea proprie a armonicii fundamentale, L_p , este determinat de următorul raport (presupunând permeabilitatea fierului infinită):

$$\frac{L_v}{L_p} = \left(\frac{pk_{bv}}{vk_{bp}} \right)^2 \quad (224)$$

Coeficientul de cuplaj dintre înfășurarea statorică, având inductivitatea L_v , și înfășurarea rotorică, având inductivitatea L'_v , este, în concordanță cu ecuațiile (221) și (221a):

$$\chi_v = \frac{M'^2_v}{L_v L'_v} = \frac{1}{1 + \gamma_{2dv}} \quad (225)$$

unde γ_{2dv} reprezintă dispersia diferențială a rotorului în scurtcircuit pentru un câmp de excitație cu $2v$ perechi de poli. Deoarece viteza de deplasare a câmpului armonicilor superioare este invers proporțională cu ordinul acestora, rotorul este în sincronism cu acest câmp la viteza unghiulară:

$$\omega_r = \pm \frac{\omega}{\nu} \quad (226)$$

Prin urmare, față de armonicile superioare (de exemplu față de armonicile de ordinul $Z_1 \pm p$), sincronismul rotorului are loc la o viteză unghiulară foarte mică, astfel încât se poate considera că, pentru aceste câmpuri, tensiunea magnetomotoare statorică este produsă, practic, de curentul de scurtcircuit I_k . Când rotorul este în sincronism cu armonica superioară de ordinul ν (ceea ce înseamnă $s_\nu=0$), tensiunea indusă în înfășurarea statorică de această armonică, $U_{\nu 0}$, va fi egală cu căderea de tensiune pe inductivitatea L_ν , la curentul I_k :

$$U_{\nu 0} = \omega L_\nu I_k \quad (227)$$

Neglijând pierderile, această tensiune este defazată înainte față de curentul I_k , cu $\pi/2$. Pentru alunecări diferite de zero, inductivitatea mutuală M'_ν și rezistența rotorică R'_ν nu mai pot fi neglijate și astfel se poate construi diagrama cercului pentru inductivități (tensiuni), așa cum se poate vedea în figura 5.3 ([H1]).

Pentru alunecarea $s_\nu=\infty$, tensiunea $U_{\nu \infty}$ este dată de căderea de tensiune pe inductivitatea totală de dispersie pentru armonica de ordinul ν , care se poate exprima prin relația:

$$L'_1 = L_1(1 - \chi) = L_1 \left(1 - \frac{1}{1 + \gamma_{d\nu}}\right) = L_1 \frac{\gamma_{d\nu}}{1 + \gamma_{d\nu}}$$

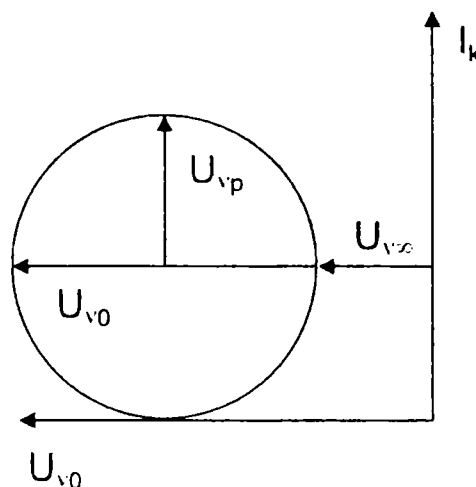


Fig.5.3 Diagrama cercului pentru impedanțe, pentru un motor echivalent

Astfel,

$$U_{v\pi} = U_{v0} \frac{\gamma_v}{1 + \gamma_v} = \omega L_p I_k \frac{\gamma_{dv}}{1 + \gamma_{dv}} \quad (228)$$

Valoarea maximă a componentei reale a tensiunii U_{vP} va fi, în concordanță cu figura 5.3:

$$U_{vP} = \frac{1}{2}(U_{v0} - U_{v\pi})$$

care poate fi rescrisă în concordanță cu ecuațiile (228), (227), (225) și (224) în forma următoare:

$$U_{vP} = \frac{1}{2} \omega L_p I_k \frac{1}{1 + \gamma_{2dv}} \left(\frac{pk_{bv}}{vk_{bp}} \right)^2 \quad (228)$$

În această ecuație $\omega L_p = X_p$ reprezintă valoarea nominală a reactanței armonicii de pas a înfășurării statorice, care se poate exprima ca raport între tensiunea nominală la borne U , și curentul de magnetizare, la mersul în gol, I_{m0} :

$$\omega L_p = \frac{U}{I_{m0}} \quad (230)$$

Astfel, cuplul maxim al motorului fictiv, generat de armonica v , va fi:

$$M_v = \frac{3U_{vP} I_k}{\frac{\omega}{v}} \quad (231)$$

relație care, în concordanță cu relațiile (229) și (230), poate fi rescrisă:

$$M_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{U}{I_{m0}} \cdot \frac{v}{\omega} \cdot \frac{I_k^2}{1 + \gamma_{2dv}} \cdot \left(\frac{pk_{bv}}{vk_{bp}} \right)^2 \quad (231a)$$

în care $\omega = 2\pi f$ este viteza unghiulară a armonicilor fundamentale, iar f este frecvența acestora.

5.5 Cuplurile asincrone ale armonicilor de pas

Așa cum am arătat anterior, conform ecuației (231a), valoarea maximă a cuplului generat de o armonică superioară depinde de pătratul raportului dintre factorii de înfășurare ai armonicilor superioare și ai armonicilor

fundamentale. Din teorema periodicității factorului de înfășurare, acest raport va fi unitar pentru armonica de pas de ordinul $v=cZ_1\pm p$. Pentru toate celelalte armonici această relație va fi $\ll 1$, deoarece $k_{bv} \ll k_{bp}$.

Întrucât valoarea maximă a cuplului depinde, de asemenea, de pătratul raportului dintre ordinul armonicii fundamentale și armonica superioară considerată, $(p/v)^2$, cuplurile suplimentare asincrone sunt produse, în principal, de armonica de pas de ordinul întâi, $v=Z_1\pm p$, dacă numărul de creștături pe pol și fază q , nu este prea mare ([H1]).

Armonica de pas de ordinul $v=Z_1+p$ produce, în concordanță cu ecuația (231a), cuplul maxim:

$$M_{(Z_1+p)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U}{I_{m0}} \cdot \frac{Z_1+p}{\omega} \cdot \frac{I_k^2}{1 + \gamma_{2d(Z_1-p)}} \cdot \left(\frac{p}{Z_1+p} \right)^2 \quad (231b)$$

Viteza unghiulară a câmpului magnetic al armonicii de pas de ordinul $v=Z_1+p$, raportată la stator, este $\omega_v=\omega/v$, adică $\omega_v=\omega/(Z_1+p)$. Acest câmp se propagă în direcția câmpului cu p perechi de poli. Rotorul va fi în sincronism cu acest câmp la viteza unghiulară $\omega_r=\omega/(Z_1+p)$; prin urmare la această viteză rotorică cuplul suplimentar va fi zero.

La viteze $\omega_r < \omega/(Z_1+p)$ cuplul suplimentar asincron va fi pozitiv, ceea ce înseamnă că se va adăuga la cuplul armonicii fundamentale, pe când la viteze $\omega_r > \omega/(Z_1+p)$ cuplul suplimentar va fi negativ și se va scădea din cuplul armonicii fundamentale.

Aceleași considerații se pot face și pentru armonica de pas de ordinul $v=Z_1-p$.

Cuplul corespunzător va avea valoarea:

$$M_{(Z_1-p)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U}{I_{m0}} \cdot \frac{Z_1-p}{\omega} \cdot \frac{I_k^2}{1 + \gamma_{2d(Z_1-p)}} \cdot \left(\frac{p}{Z_1-p} \right)^2 \quad (232)$$

Armonica de pas cu $v=Z_1-p$ perechi de poli se propagă în direcție opusă câmpului armonicii fundamentale cu p perechi de poli.

Rotorul va fi în sincronism cu aceasta la viteza $\omega_r = -\omega / (Z_1 - p)$. Cuplul suplimentar va fi pozitiv când $\omega_r < -\frac{\omega}{Z_1 - p}$ și negativ când $\omega_r > -\frac{\omega}{Z_1 - p}$.

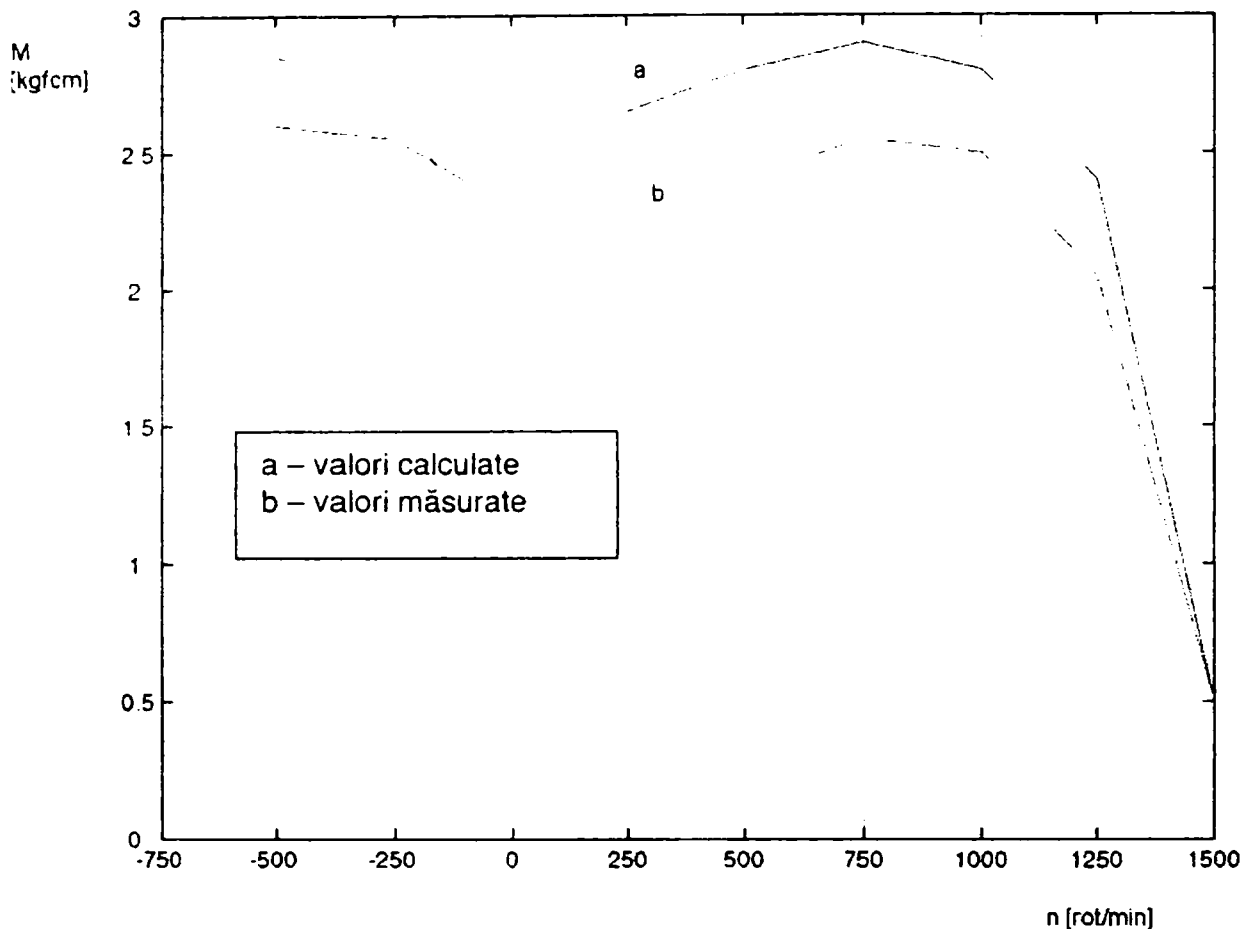


fig.5.4

În general, măsurătorile arată că cuplurile suplimentare ale armonicii de pas având $v = Z_1 \pm p$, sunt mai mari decât o arată calculele teoretice.

Spre exemplu, în figura 5.4 sunt reprezentate comparativ caracteristicile mecanice, calculate teoretic (a) și ridicate experimental (b), pentru un motor asincron cu $P_u = 8 \text{ kW}$, $2p = 4$, $Z_1 = 36$, $Z_2 = 46$, cu creștături rotorice neînclinate.

Aceste diferențe față de calculul teoretic pot fi, parțial, explicate prin efectul diferit al saturației asupra armonicilor cu lungime de undă scurtă față de cel asupra celor cu lungime de undă lungă, în așa fel încât, în mare măsură, câmpurile cu lungime de undă scurtă se închid direct în dinte și în

jug, anulând astfel câmpurile cu lungime de undă lungă, când permeabilitatea fierului este finită ([H1]).

Dacă armonicile de pas, având $v=Z_1 \pm p$ perechi de poli, induc un curent în înfășurarea rotorică având Z_2 crestături, reacția armăturii secundare va determina o importantă armonică de pas cu $\mu=Z_2-v=Z_2-(Z_1-p)$ perechi de poli, având o lungime de undă egală cu: $\lambda_{\mu} = \frac{2\pi}{[Z_2 - (Z_1 \pm p)]}$, care este suprimată însă, datorită saturației, ceea ce scade considerabil coeficientul de dispersie diferențială $\gamma_{d(Z_1 \pm p)}$.

Pe de altă parte, în reacția armăturii secundare asupra tensiunii magnetomotoare statorice a armonicelor de ordinul 5 și 7, armonicile de pas rotorice au numai o lungime de undă scurtă, dată de:

$$\lambda_{\mu} = \frac{2\pi}{Z_2 - 5p} \quad \text{și} \quad \lambda_{\mu} = \frac{2\pi}{Z_2 - 7p}$$

ceea ce înseamnă că coeficienții de dispersie diferențială, γ_{d5p} și γ_{d7p} , nu sunt afectați de saturație.

Pe de altă parte sursele de erori constau, la măsurare, mai ales în încălzirea înfășurării rotorului, în pierderile din lagăre, care depind de temperatură, și în nesimetria înfășurării statorului, iar în ceea ce privește calculul în determinarea rezistențelor, în evaluarea imprecisă a mărimii întrefierului și în neglijarea pierderilor în fier. Influența tensiunii magnetice în fier, care s-a neglijat în calcul, ar fi trebuit să se poată neglija și la măsurători, căci acestea s-au efectuat la o tensiune la borne redusă, cam 1/3 din tensiunea nominală. Această presupunere s-a confirmat prin măsurători comparative la tensiuni superioare, mai aproape de valoarea nominală a tensiunii la borne.

5.6 Cupluri sincrone

S-a demonstrat, în secțiunea anterioară care sunt condițiile în care pot să apară cuplurile suplimentare sincrone. Așa cum s-a arătat, curentul rotoric,

indus de o armonică din stator determină un câmp al cărui număr de perechi de poli coincide cu numărul de perechi de poli al unei alte armonice din stator. Interacțiunea acestor două unde determină un cuplu care este de tip sincron. Aceste cupluri pot să apară atât în timpul funcționării mașinii cât și în repaus, fiind constant la o viteză de rotație determinată. La toate celelalte viteze de rotație acest cuplu variază sinusoidal în timp.

a) Cuplurile sincrone in timpul funcționării

Vitezele unghiulare rotorice la care apar cuplurile sincrone, sunt determinate de relațiile: $\omega_r = \pm \frac{2\omega}{\gamma - \nu}$ și $\omega_r = \pm \frac{2\omega}{\gamma + \nu}$. Cum însă $\gamma \mp \nu = cZ_2$,

rezultă pentru ω_r , că:

$$\omega_r = \frac{2\omega}{cZ_2} \quad (233)$$

Prin urmare, toate armonicile statorice de ordinul γ și ν care satisfac relația (218b) determină o groapă de tip sincron în cuplul rezultat, la aceeași viteză ω_r .

După ([H1]), cuplurile sincrone se produc și datorită faptului că istmurile capetelor de dinți, din zona în care solenația creștăturii are valoarea maximă, sunt solicitate magnetic mai intens decăt celelalte zone, astfel încât o parte din creștătură se comporta ca și cum s-ar mări deschiderea acesteia. Cuplurile armonicilor provenite prin aceste fenomene apar la viteze de rotație duble față de cele calculate conform relației (233). Verificări experimentale, ale celor fundamentate teoretic de către Heller, s-au făcut de către Möller, dar ele au o importanță practică redusă.

Așa cum se poate vedea din relația (233) viteza rotorului la care apar cuplurile sincrone depinde de numărul de creștături din rotor, Z_2 . În literatura de specialitate se întâlnesc (sub formă de tabele sau relații) recomandări pentru alegerea acestui număr de creștături. Chiar dacă se utilizează aceste recomandări, este bine, în toate cazurile, să se procedeze la o verificare,

analizând cele mai importante interacțiuni ce pot apărea între armonicile statorului și cele ale rotorului, într-un caz concret. De exemplu, în cazul unui motor asincron tetrapolar, cu $Z_1=36$, $Z_2=28$, o groapă de tip sincron se manifestă la viteza unghiulară rotorică $\omega_r = \frac{2\omega}{28}$ ($c=1$).

Această groapă este cauzată, între altele, prin interacțiunea următoarelor armonici:

- armonica de ordinul 26 a tensiunii magnetice statorice
- armonica de ordinul 26 a tensiunii magnetice rotorice datorată armonicii cu $v=2$ perechi de poli ($26=28-2$)
- armonica de ordinul 14 a tensiunii magnetice statorice
- armonica de ordinul 14 a tensiunii magnetice rotorice datorată armonicii cu $v=14$ perechi de poli ($14=28-14$)
- armonica de ordinul 38 a tensiunii magnetice statorice
- armonica de ordinul 38 a tensiunii magnetice rotorice datorată armonicii cu $v=10$ perechi de poli ($38=28+10$).

Din relația (220c) rezultă că, dacă rotorul se deplasează cu un pas de creșteră rotoric, curba câmpului magnetic se deplasează și ea cu unghiul:

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{\mu - v} = \frac{2\pi}{cZ_2} = \frac{\tau_{c2}}{c} \quad (234)$$

unde τ_{c2} este pasul de creșteră rotoric iar cuplul sincron va avea aceeași valoare ca și înainte de această deplasare. Astfel, cea mai mare perioadă spațială va fi $\tau_{c2}=2\pi/Z_2$.

Cuplul sincron cauzat de perechile de câmpuri cu aceeași valoare pentru c , au aceeași perioadă spațială τ_{c2}/c . C.m.m.m.c.¹ al tuturor acestor perioade este pasul de creșteră τ_{c2} .

¹ Cel mai mic multiplu comun

De aici rezultă și deosebirea fundamentală dintre cuplurile parazite sincrone și asincrone, acestea din urmă nedepinzând de poziția mutuală dintre stator și rotor.

Dacă armonicile de pas ale tensiunii magnetomotoare rotorice, cauzate de influența armonicilor fundamentale, cu p perechi de poli, asupra rotorului cu Z_2 bare, au același număr de perechi de poli ca și armonica de pas a tensiunii magnetomotoare statorice, este de așteptat apariția unor cupluri parazite sincrone importante. De aici rezultă următoarea condiție:

$$k_1 Z_1 \pm p = k_2 Z_2 \mp p \quad (235)$$

în care k_1 și k_2 sunt întregi.

Cupluri importante apar când $k_1 = k_2 = 1$, ceea ce conduce la relația:

$$|Z_1 - Z_2| = 2p \quad (236a)$$

sau la: $Z_1 + p = Z_2 - p$; $Z_1 - p = Z_2 + p$ (236b)

Vitezele rotorice corespunzătoare sunt:

$$\omega_r = \frac{2\omega}{Z_2} \quad \text{și respectiv} \quad \omega_r = -\frac{2\omega}{Z_2}$$

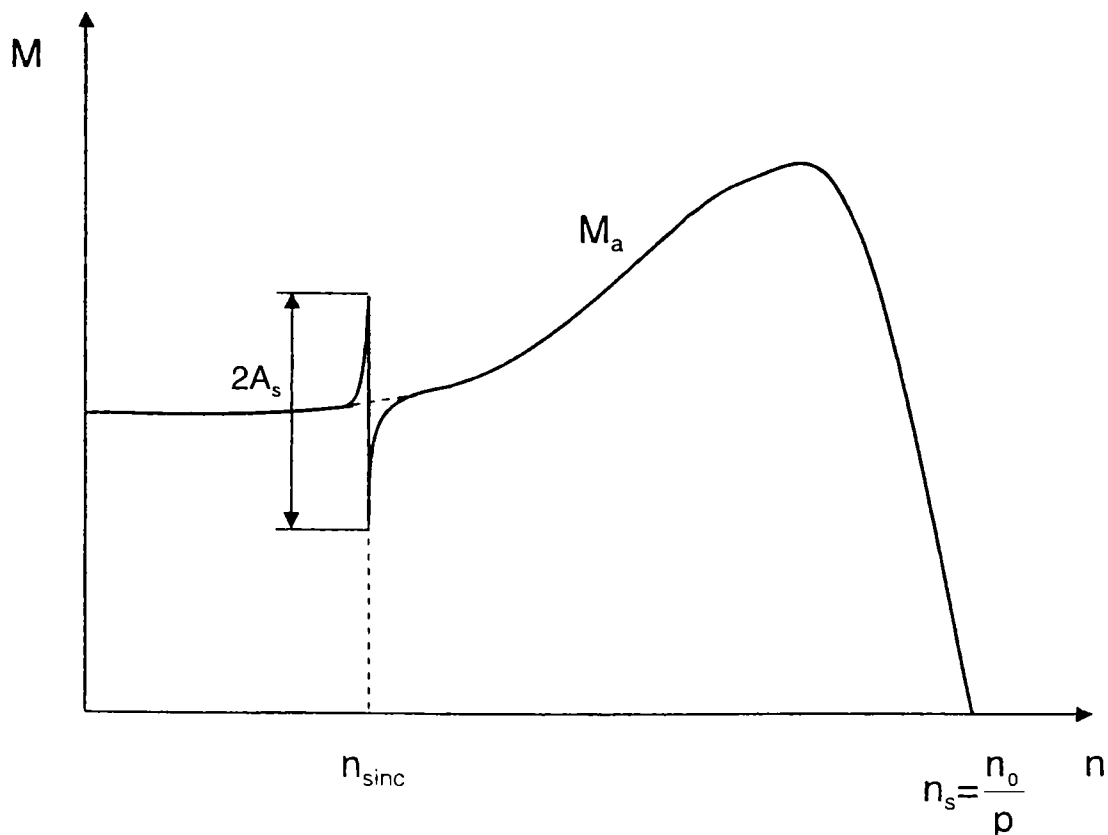


Fig. 5.5 Caracteristica cuplu-turație cu cuplu parazit sincron

Așa cum se vede și din fig.5.6, care ilustrează calitativ apariția cuplului parazit sincron, la $\omega_r = \frac{2\omega}{Z_2}$, în zona de funcționare ca motor, dacă $Z_2 - Z_1 = 2p$, cuplul sincron poate avea o valoare importantă. Totuși motorul nu rămâne, întotdeauna, “agățat” la această valoare a turației ci poate “aluneca” către turația nominală.

“Agățarea” poate avea loc dacă cele două câmpuri, a căror interacțiune generează un cuplu parazit sincron, sunt în fază iar cuplul generat este negativ și valoarea sa absolută este egală sau mai mare decât diferența dintre cuplul asincron și cuplul de sarcină.

Dacă cele două câmpuri nu sunt în sincronism, ele tind să intre în sincronism. Prin aceasta motorul este încetinit sau accelerat și viteza de rotație se abate de la cea care a fost atinsă în sincronism. O cercetare experimentală a acestor fenomene arată că, în cele mai multe cazuri, mașina trece prin vitezele de sincronism ale armonicilor fără să rămână la aceste viteze. Din acest motiv cuplurile sincrone apărute în funcționare sunt de o importanță mult mai mică decât cuplurile parazite asincrone.

În continuare se analizează condițiile în care un “motor parazit, suplimentar, sincron” va fi în sincronism cu “motorul asincron” al armonicii fundamentale.

Viteza unghiulară a armonicii statorice de ordinul $v = Z_1 + p$, este:

$$\omega_1 = \frac{\omega}{Z_1 + p} \quad (237a)$$

iar a armonicii rotorice de același ordin, este:

$$\omega_2 = \frac{Z_2 \omega_r - \omega}{Z_1 + p} \quad (237b)$$

Dacă la un anumit moment de timp, există între aceste două armonici un defazaj spațial ϕ , rezultă pentru cuplul parazit sincron:

$$M_s = A_s \sin(Z_1 + p)\varphi \quad (238)$$

unde cantitatea A_s este dată de fig.5.5.

Dacă notăm cuplul asincron cu M_{as} , cuplul de sarcina cu $M_{sarc.}$ și momentul de inerție rotoric cu J , se poate scrie următoarea ecuație de mișcare:

$$M_{as} - M_{sarc.} - M_s = J \frac{d\omega_r}{dt} \quad (239)$$

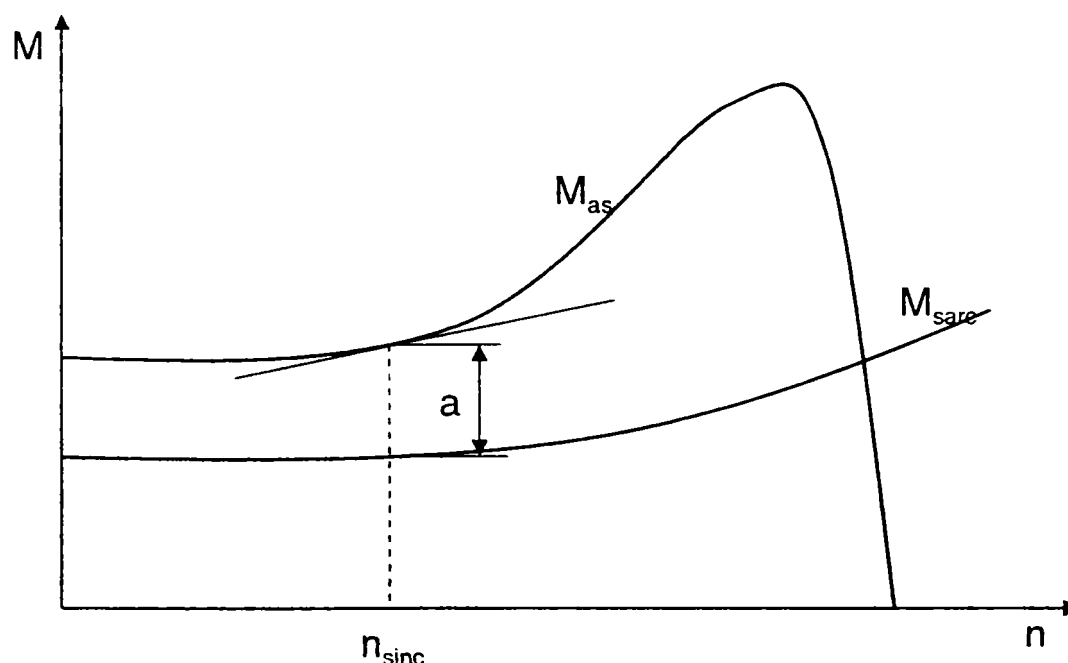


Fig.5.6 Explicativă cu privire la determinarea sincronizării

În continuare se poate scrie:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \omega_2 - \omega_1 = \frac{Z_2\omega_r - 2\omega}{Z_1 + p} \quad (240a)$$

de unde, prin derivare, rezultă:

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{Z_1 + p}{Z_2} \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} \quad (240b)$$

Ținând cont de ecuațiile (238) și (240), se poate rescrie ecuația de mișcare, (239), astfel:

$$M_{as} - M_{sarc.} - A_s \sin(Z_1 + p)\varphi = \frac{J}{Z_2} \cdot \frac{d^2(Z_1 + p)\varphi}{dt^2} \quad (239a)$$

Dacă introducem notațiile: $(Z_1+p)_{\varphi=\vartheta}$ și $\frac{J}{Z_2} = K$ (241a,b)

pentru vecinătatea vitezei sincrone n_{sinc} (fig.5.6), se obține, aproximativ:

$$M_{\text{as}} - M_{\text{sarc.}} = a + b\omega_r \quad (242)$$

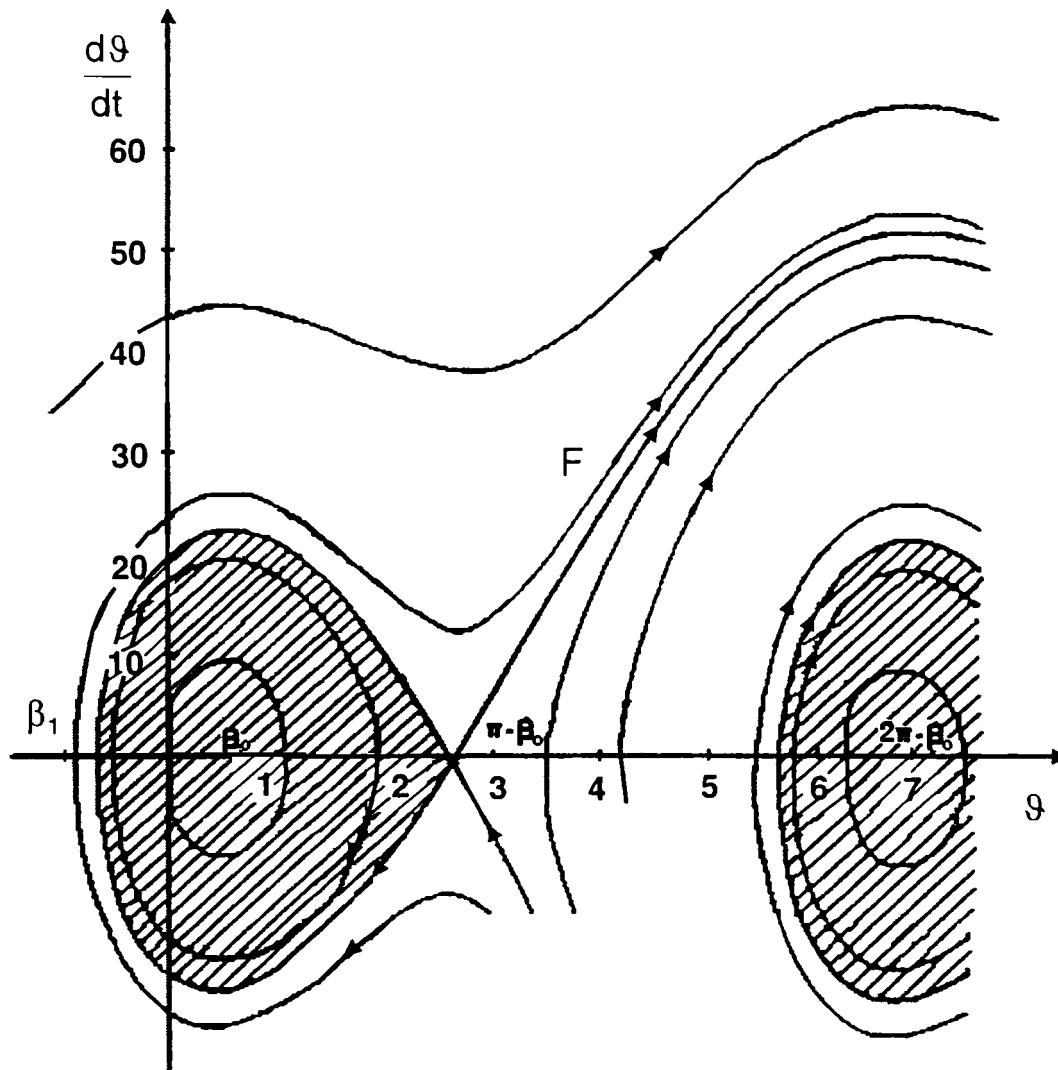


Fig.5.7 Curbele de fază pentru $M/A_s=0.5$, $\sin\beta_0=\pi/6$ și diferite valori inițiale pentru ϑ_0 ([H1])

Înlocuind ecuația (242) în ecuația (239a) și utilizând ecuațiile (240a) și (241a,b) se obține, după rescriere, expresia:

$$K \frac{d^2\vartheta}{dt^2} - \frac{b}{Z_2} \cdot \frac{d\vartheta}{dt} + A_s \sin\vartheta = a + \frac{b}{Z_2} \cdot 2\omega \quad (243)$$

În continuare, introducem, în ecuația (243), alunecarea $s=d\vartheta/dt$ ca o nouă variabilă și neglijând amortizarea ($b=0$), ecuația (243) poate fi rescrisă astfel:

$$K \cdot s \frac{ds}{d\vartheta} + A_s \sin \vartheta = M_{as} - M_{sarc.} = M \quad (244)$$

Condiția cea mai favorabilă pentru sincronismul cu “motorul sincron” suplimentar este dacă la momentul $t=0$, alunecarea inițială $s_0=0$. Dacă unghiul ϑ , la momentul $t=0$, are mărimea ϑ_0 , atunci, prin intergrarea ecuației (244), rezultă:

$$K \frac{s^2}{2} - A_s (\cos \vartheta - \cos \vartheta_0) = M(\vartheta - \vartheta_0) \quad (245a)$$

și

$$s = \pm \sqrt{\left\{ \frac{2}{K} [A_s (\cos \vartheta - \cos \vartheta_0) + M(\vartheta - \vartheta_0)] \right\}} \quad (245b)$$

Această relație determină procesul de mișcare în planul (s, ϑ) . Alunecarea s are valoarea maximă pentru $\vartheta = \beta_0 + c2\pi$ ($c=0,1,2,\dots$) și valoarea minimă pentru $\vartheta = \pi - \beta_0 + c2\pi$, unde:

$$\sin \beta_0 = \frac{M}{A_s} \quad (246)$$

În figura 5.7 s-au evidențiat curbele de fază pentru cazul special în care $\frac{M}{A_s} = 0.5, \sin \beta_0 = \frac{\pi}{6}$ și pentru diferite valori inițiale ale lui ϑ_0 . Dacă unghiul inițial ϑ_0 se găsește în regiunea hașurată, curbele de fază sunt curbe închise. Aceasta corespunde unui proces stabil, “motorul sincron” se auto-sincronizează și rămâne blocat.

Dacă punctul inițial, $s=0$ și $\vartheta=\vartheta_0$, se află în afara zonei hașurate, alunecarea s crește cu creșterea lui ϑ . Curbele de fază nu sunt închise. Aceasta corespunde unui proces instabil și “motorul sincron” nu se auto-sincronizează, cuplul sincron se anulează total și motorul asincron își crește viteza.

Curba de frontieră, ce separă regiunea stabilă de cea instabilă, notată cu “F” în fig.5.7, o denumim separatoare. Ea este caracterizată prin intersecția ei cu axa ϑ , în punctul $\vartheta = \pi - \beta_0$. Al doilea punct al intersecției acestei curbe cu axa

ϑ, β_1 , în regiunea $\vartheta < \beta_0$ aflată în stânga primului punct de maxim este valoarea maximă inițială pentru care un proces stabil este posibil.

Separatoarea “F” este determinată, în concordanță cu ecuația (245b), de relația:

$$s = \pm \sqrt{\left\{ \frac{2}{K} [A_s (\cos \vartheta - \cos \beta_1) + M(\vartheta - \beta_1)] \right\}} \quad (245c)$$

cu punctul inițial la $s=0$ și $\vartheta=\beta_1$.

Curba de instabilitate, care este tangentă la separatoare, la ∞ , trebuie să aibe minimumul pentru $\vartheta=\pi-\beta_0$, fiind închisă la ∞ de către axa ϑ . Astfel rezultă, pentru această curbă de instabilitate, următoarele relații:

$$A_s \sin(\pi - \beta_0) = A_s \sin \beta_0 = M \quad (247a)$$

$$A_s [\cos(\pi - \beta_0) - \cos \beta_1] + M(\pi - \beta_0 - \beta_1) = 0 \quad (247b)$$

Din ecuațiile (247) se poate observa că momentul de inerție K nu are nici o influență asupra poziției separatoarei. Cele două ecuații (247a,b) leagă mutual cei trei parametri independenți: M/A_s , β_0 și β_1 . Astfel, dacă raportul M/A_s este dat, cantitățile β_0 și β_1 sunt determinate.

În figura 5.7 cantitățile β_0 și β_1 sunt reprezentate în funcție de raportul M/A_s . Așa cum se poate vedea, dacă, pentru o anumită valoare a lui M/A_s , punctul inițial ($s=0, \vartheta_0=\beta_1$) se găsește în domeniul ($\beta_1 < \vartheta < \pi - \beta_0$), procesul se va stabili și motorul rămâne blocat, pe când în situația inversă motorul va depăși porțiunea de cuplu sincron și va intra în turație.

Astfel, probabilitatea P , ca motorul să rămână blocat este dată de relația:

$$P = \frac{\pi - \beta_0 - \beta_1}{2\pi} \quad (248)$$

și este reprezentată în figura 5.8, ca funcție de raportul M/A_s . Pentru $M/A_s > 1$, este evident că $P=0$ și creșterea de viteză este sigură, motorul depășind “groapa” sincronă.

Dacă $b > 0$, în ecuația (243) amortizarea crește posibilitatea de sincronizare iar termenul $(b/Z_2)2\omega$ mărește substanțial termenul drept al ecuației, reprezentând o sarcină mecanică relativă a “mașinii sincrone”, astfel încât motorul de inducție depășește regiunea de caracteristică mecanică în care apare cuplul parazit sincron, având o mică rezervă de cuplu “a” (vezi fig.5.6), față de cazul $b=0$.

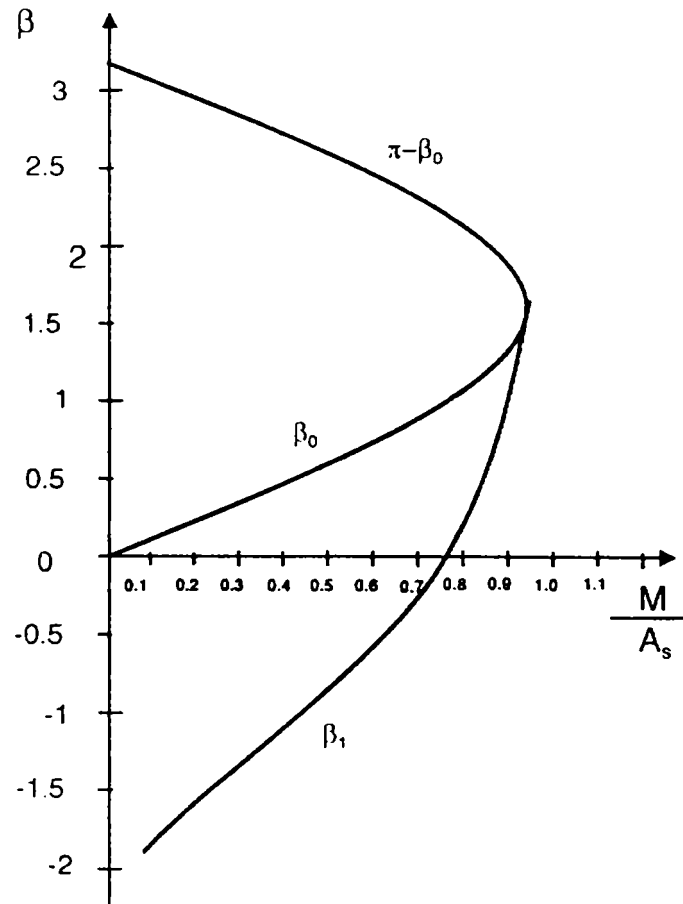


Fig.5.8 Explicativă cu privire la cantitățile β_0 , β_1 , funcție de raportul M/A_s

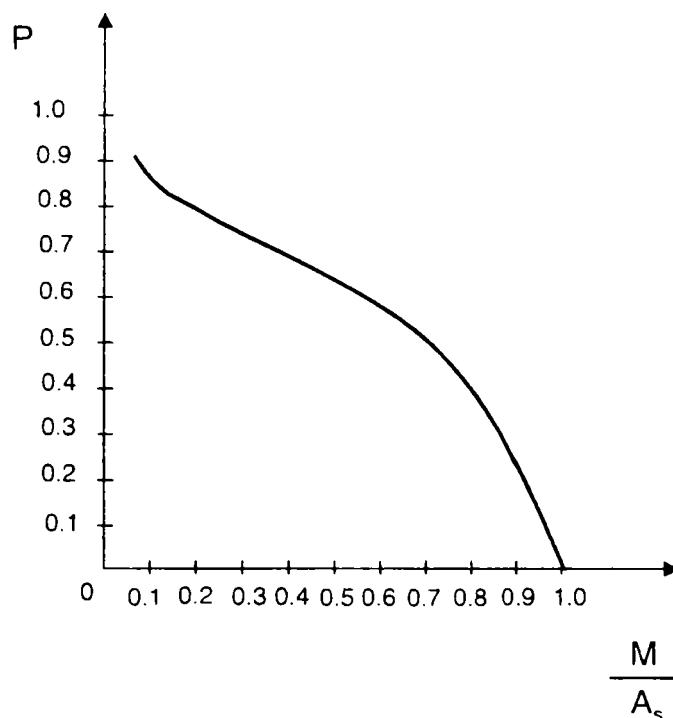


Fig.5.9 Probabilitatea ca motorul să se “agațe”, funcție de raportul M/A_s

Cazul în care $b < 0$, care apare în cazurile în care motorul de inducție are un cuplu de pornire mare și a cărei caracteristică mecanică are într-o anumită regiune, o “șă” pronunțată, (fig.5.10), este foarte periculos în practică.

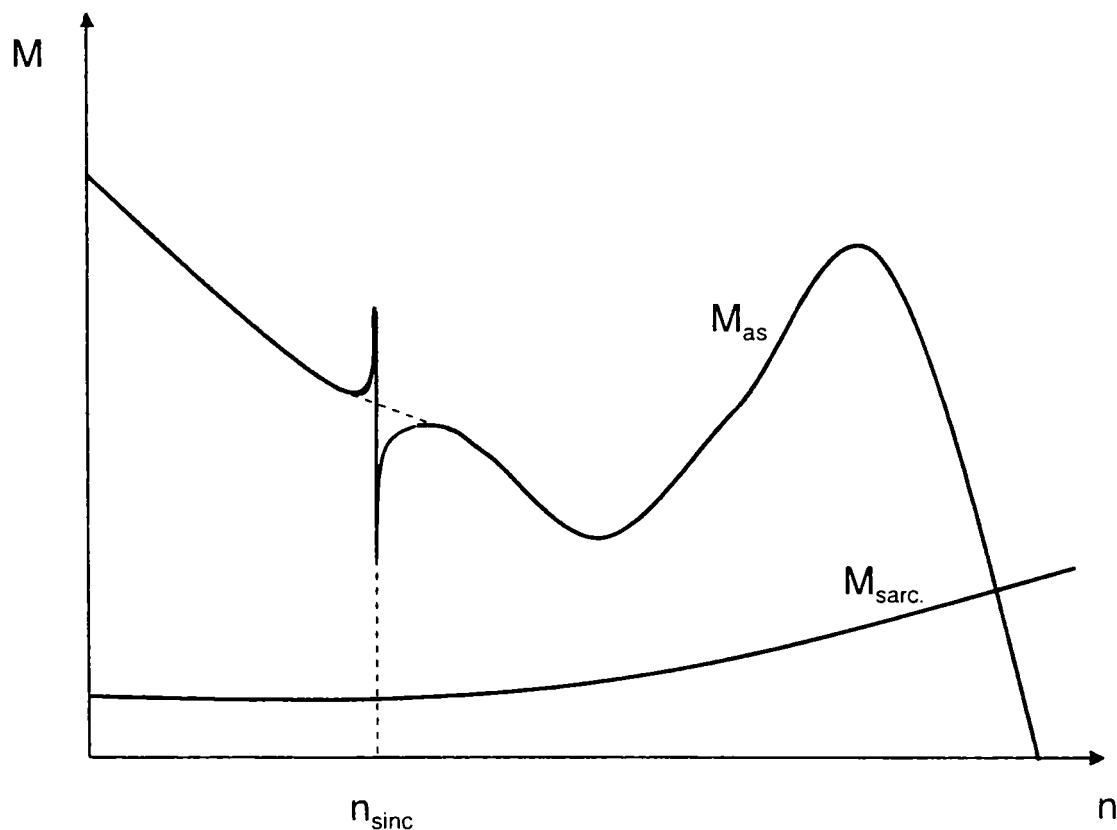


Fig.5.10 Explicativă pentru apariția cuplului parazit sincron

În mașinile asincrone moderne, puternic saturate, saturația fierului are, la pornire, o influență mare asupra deschiderii creștăturilor. Așa cum arată Heller și Hamata ([H1]), armonica de pas a tensiunii magnetomotoare rotorice de ordinul $\mu=Z_2\pm p$, produce, ca rezultat al influenței conductanței variabile a întrefierului, în distribuția intensității câmpului magnetic, un termen proporțional cu expresia:

$$\begin{aligned} & \sin[(Z_2 \pm p) \mp (\omega \pm Z_2 \omega_r) t] \sin 2(p\alpha - \omega t) = \\ & \pm \frac{1}{2} \cos[(Z_2 \mp p)\alpha \pm (\omega \mp Z_2 \omega_r) t] \mp \frac{1}{2} \cos[(Z_2 \pm 3p)\alpha \mp (3\omega \pm Z_2 \omega_r) t] \end{aligned} \quad (249)$$

Dacă, în distribuția intensității câmpului magnetic statoric, apare un termen proporțional cu expresia:

$$\sin(vp \mp \omega t)$$

unde $v=(6k\pm 1)$, de același ordin cu armonica rotorică, se va produce un cuplu parazit sincron. Analizând termenul al doilea din ecuația (249) se poate trage următoarea concluzie:

Suprasaturarea capetelor de dinți determină apariția de cupluri parazite sincrone, dacă:

$$Z_2 \pm 3p = (6k \mp 1)p$$

$$\text{sau } Z_2 = 2p(3k \mp 1), \text{ unde } k=1,2,3\dots \quad (250a)$$

Prin urmare, dacă condiția (250a) este satisfăcută se va produce un cuplu sincron când:

$$\mp (3\omega \pm Z_2 \omega_r) = \pm \omega, \text{ la viteza unghiulară:}$$

$$\omega_r = \pm \frac{4\omega}{Z_2} \quad (250b)$$

Cele mai mari cupluri de acest fel se dezvoltă când armonicile de pas statorice interacționează, ceea ce conduce la următoarele valori nefavorabile de numere de bare rotorice, în concordanță cu ecuația (250a):

$$Z_2 \pm 3p = Z_1 \mp p \text{ sau } Z_2 = Z_1 \mp 4p \quad (250c)$$

Dacă ultima condiție este satisfăcută, aceste cupluri sincrone se dezvoltă datorită următoarelor cauze:

- Dacă tensiunea magnetomotoare a armonicilor de pas de ordinul $\nu=Z_1\pm p$ apare în condițiile unei conductanțe magnetice variabile a întrefierului, cauzată de suprasaturarea capetelor de dinți, termenul proporțional cu $\cos[(Z_1\pm 3p)\alpha \mp 3\omega t]$, va crește, similar ca în ecuația (249). Acest câmp armonic statoric determină, laolaltă cu armonica de pas rotorică, de ordinul $\mu=Z_2\mp p$, cupluri parazite sincrone, în condițiile date de ecuațiile (250b,c).

- Cuplurile sincrone cele mai mari sunt cauzate de armonica de pas rotorică de ordinul $\mu=Z_2\pm p$. Totuși cupluri parazite sincrone mai puțin importante, pot să apară și prin acțiunea armonicilor de pas rotorice, de ordine mai mari, date de $\mu=k_2Z_2\mp p$, unde $k_2=1,2,3,\dots$

În general, cuplul parazit sincron, apare la următoarea viteză unghiulară rotorică:

$$\omega_r = \pm \frac{2k_1\omega}{k_2Z_2} \quad \text{unde}$$

$$k_1=0,1,2,\dots \quad ; \quad k_2=1,2,3,\dots \quad (251)$$

Ecuația (251) este o generalizare a ecuației (233) și (250b) și este adevărată pentru armonicile superioare, dacă condițiile corespunzătoare acestor două ecuații sunt satisfăcute.

b) Cupluri sincrone cu rotorul în repaus

Așa cum s-a arătat anterior, este posibilă apariția unui cuplu parazit sincron și cu rotorul în repaus, când $\omega_r=0$. Aceasta determină o pornire greoaie sau chiar o blocare a rotorului în procesul de pornire.

Efectele cele mai pronunțate ale acestor cupluri parazite au loc în cazul motoarelor ce au un număr egal de creștături, atât în stator cât și în rotor. Aceasta se întâmplă deoarece, în cazul $Z_1=Z_2$, câmpul statoric al armonicilor de pas cu $(Z_1\pm p)$ și câmpul rotoric al armonicilor de pas cu $(Z_2\pm p)$ perechi de poli, care sunt foarte puternice, au același număr de perechi de poli și sunt în sincronism când mașina este în repaus.

În cazul în care:

$$Z_2 = 6k_2p, \text{ unde } k_2 = 1, 2, 3, \dots \quad (252)$$

câmpurile statorice de ordinul $(6k_1 \pm 1)$ formează împreună cu câmpurile rotorice corespunzătoare un cuplu constant în timp, care este foarte puternic la pornire, când $\omega_r = 0$. Prin urmare, este îndeobște recomandat să se evite alegerea unui număr de creștături rotorice corespunzător ecuației (252), deoarece pentru acest număr de creștături cuplul parazit ce ia naștere este independent de poziția rotorului și este greu de eliminat chiar și prin înclinarea barelor.

În tabelul următor s-au sintetizat, pentru mai multe motoare cu două perechi de poli, valorile maxime și minime ale cuplurilor din perioada pornirii. Toate motoarele sunt în conexiunea Δ/Y 220/380 V, $f=50\text{Hz}$. Cuplul de pornire este exprimat în [Nm].

Tabel 5.1

Tip motor	Z_1	Z_2	Cuplul de pornire		Obsevații
			max.	min.	
0.55 kW x 3000 rpm	24	18	76	0	Motor înclinat cu o creștătură stator
1.5 kW x 3000 rpm	24	20	152	105	Motor din producția EMT, înclinat cu o creștătură stator
0.85 kW x 3000 rpm	24	22	32	27	Motor înclinat cu o creștătură stator
1.4 kW x 3000 rpm	24	26	36	33	Motor înclinat cu o creștătură stator
1.1 kW x 3000 rpm	24	28	118	75	Motor din producția EMT, înclinat cu o creștătură stator
0.55 kW x 3000 rpm	24	29	42	30	Motor din producția EMT, înclinat cu o creștătură stator
3 kW x 3000 rpm	24	30	252	98	Motor înclinat cu o creștătură stator

Aceste măsurători s-au făcut la tensiunea nominală de 380V. Din tabel se observă că cele arătate în ecuația (252) se dovedesc reale în practică, în cazul $Z_2=18$ și $Z_2=30$, când are loc o puternică variație a cuplului de pornire. Ambele numere de creștături sunt multipli de $6p=6 \times 1$.

S-a stabilit, de-a lungul timpului, că un calcul numeric al cuplurilor parazite sincrone la pornire, utilizând teoria câmpurilor armonice, este dificilă. Ar trebui pornit de la câmpul magnetic rezultat din întrefier, iar calculul cuplurilor parazite sincrone la pornire să se facă ținând cont de forțele exercitate de câmpul din întrefier asupra înfășurării statorice parcurse de curent.

Întrucât, în contrast cu cuplurile parazite asincrone, rezistența barelor rotorice și a inelului de scurtcircuitare nu are nici o semnificație pentru calculul cuplurilor parazite sincrone, această rezistență poate fi neglijată cu o buna aproximație ($R_2=0$). Prin urmare, cuplajul magnetic al oricăror două bare rotorice vecine și a porțiunii de inel de scurtcircuitare este întotdeauna egal cu zero:

$$\Phi_{dr} = 0 \quad (253)$$

Dacă $Z_1 < Z_2 < 1.3Z_1$, ceea ce corespunde perechilor de numere de creștături întâlnite în practică, vom avea cel puțin o creștătură statorică aflată în opoziție cu rețeaua formată din două bare rotorice alăturate, așa cum se poate vedea în figura 5.11:

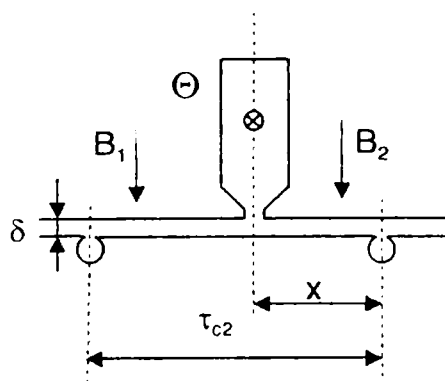


Fig.5.11 Explicativă pentru determinarea inducțiilor magnetice B_1 și B_2

Pentru distribuția inducției magnetice pe pasul de creștătură rotorice, τ_{c2} , avem, ținând cont de ecuația (253), expresia ([H1]):

$$B_1(\tau_{c2} - x) + B_2x = 0 \quad (254)$$

În concordanță cu prima ecuație a lui Maxwell, mai departe, rezultă:

$$B_1 - B_2 = \frac{\Theta \mu_0}{\delta} \quad (255)$$

unde Θ reprezintă solenația creștăturii statorice.

Din aceste ecuații rezultă:

$$B_1 = \frac{\Theta \mu_0}{\delta} \cdot \frac{x}{\tau_{c2}} \quad (256a)$$

$$B_2 = -\frac{\Theta \mu_0}{\delta} \cdot \left(1 - \frac{x}{\tau_{c2}}\right) \quad (256b)$$

Forța Maxwell, pe care o notăm cu f_M , ce acționează asupra creștăturii statorice, va fi ([H1]):

$$f_M = \Theta \frac{B_1 + B_2}{2} = \frac{\Theta^2 \mu_0}{2\delta} \left(2 \frac{x}{\tau_{c2}} - 1\right) \quad 0 < x < \tau_{c2}$$

sau
$$f_M = \frac{\Theta^2 \mu_0}{\delta} f_m(x) \text{ unde } f_m(x) = 2 \frac{x}{\tau_{c2}} - 1 \quad (257)$$

Dacă, de-a lungul pasului de creștătură rotorice nu avem nici o creștătură statorică, atunci inducția pe pasul de creștătură τ_{c2} va fi:

$$B_1 = B_2 = 0 \text{ și } f_M = 0 \quad (258)$$

Distribuția lui $f_m(x)$, în concordanță cu ecuația (257), pe pasul de creștătură rotorice τ_{c2} , este ilustrată în figura 5.12.

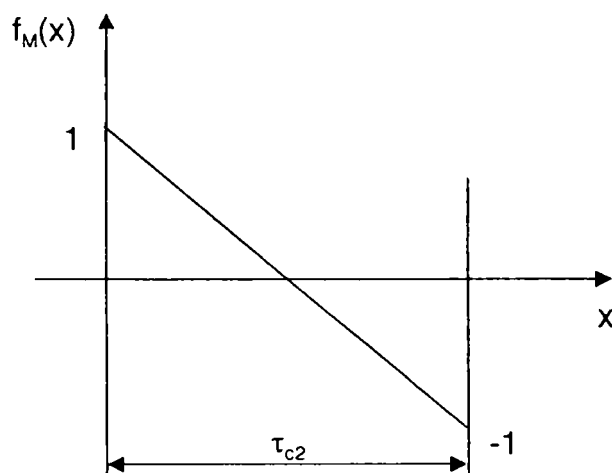


Fig.5.12 Explicativă pentru ridicarea curbei $f_m(x)$ pe pasul de creștătură rotorice

Dacă se însumează, pe toți pașii de crestătură rotorici, pentru forța tangențială, F , pe unitatea de lungime, ce se exercită asupra rotorului, se obține:

$$F = \sum_{v=1}^{Z_2} f_{M_v} = \sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) \frac{\mu_0 \Theta_v^2}{2\delta} \quad (259)$$

unde x_v determină poziția crestăturii statorice, v , aflate asupra pasului de crestătură rotoric (dacă ea există), iar $\Theta_v(t)$ reprezintă solenația acestei crestături, la momentul t .

Dacă însumarea se face asupra tuturor celor Z_1 crestături statorice, se obține identitatea ([H1]):

$$\sum_{v=1}^{Z_1} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) = \sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) \quad (260)$$

Din ecuația (259) se poate observa că forța tangențială F este o funcție liniară de poziția rotorului în raport cu statorul. Dacă se reprezintă variația acestei funcții pentru toți pașii de crestătură rotorici, unul după celălalt, se obține o funcție periodică $F(x')$, pentru care este adevărată ecuația:

$$F(x' + k\tau_{c2}) = F(x'), \quad k=1,2,3,\dots \quad (260a)$$

Unde $F(x') = 1 - \frac{2x'}{\tau_{c2}}$, pe intervalul $0 < x' < \tau_{c2}$. Graficul de variație al funcției

$F(x')$ este reprezentat în figura 5.13.

Pentru o poziție determinată a statorului, raportată la rotor, se poate stabili relația ([H1]):

$$\sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) = \sum_{v=1}^{Z_2} F(x_v') = \sum_{v=1}^{Z_2} F(\nu_{c2} - x_v) \quad (260b)$$

care este determinantă pentru stabilirea forței tangențiale exercitate asupra rotorului.

Trebuie precizat că mărimile x_v , din cadrul pasului de crestătură rotoric, trebuie măsurate de la dreapta la stânga, observând că:

$$x_v' = \nu_{c2} - x_v$$

Funcția $F(x')$ se poate considera, de asemenea, că reprezintă variația forței ce acționează asupra unei crestături statorice, oarecare, aflată la distanța x' , când se parcurge întreaga periferie a mașinii. În cele ce urmează se vor lua în considerare ambele considerente asupra lui $F(x')$.

Am precizat anterior că Θ_v , reprezintă solenația crestăturii statorice v . Prin urmare:

$$\Theta_v = \Theta \sin(\omega t - \varphi_v)$$

unde prin φ_v se ține cont de defazajul solenației din crestătura v . În aceste condiții, pentru forța tangențială F , se obține:

$$F = \sum_{v=1}^{z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) \frac{\mu_0 \Theta^2}{2\delta} \sin^2(\omega t - \varphi_v) \quad (262)$$

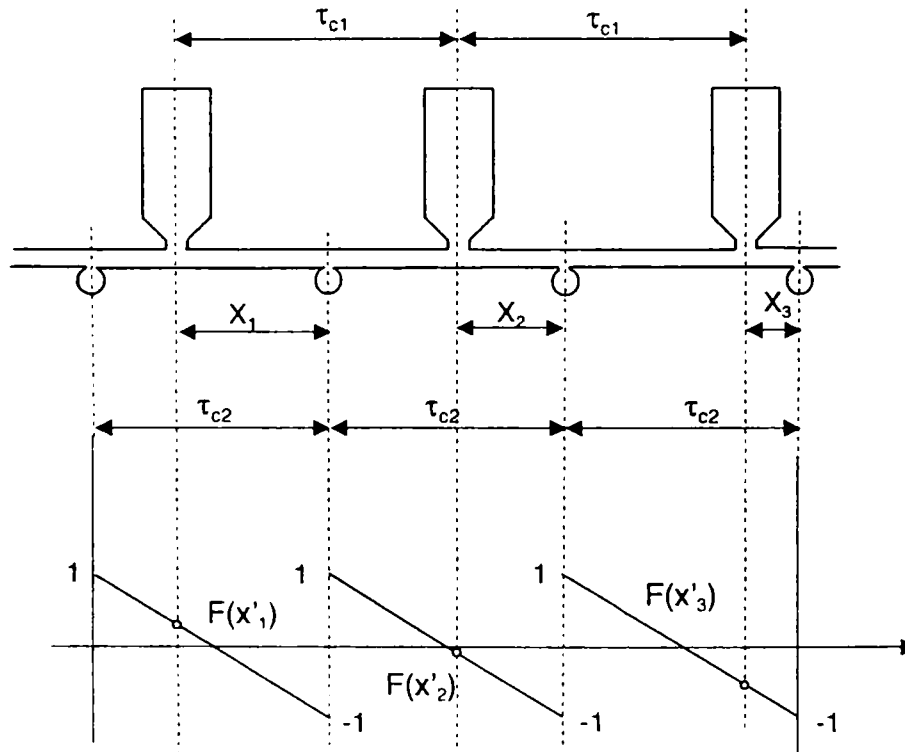


Fig.5.13 Explicativă pentru funcția $F(x')$

Așa cum se cunoaște:

$$\sin^2(\omega t - \varphi_v) = \frac{1 - \cos 2(\omega t - \varphi_v)}{2}$$

și prin urmare ecuația (262) se poate rescrie:

$$F = \sum_{v=1}^{Z_2} \frac{\mu_0 \Theta^2}{4\delta} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) (1 - \cos 2(\omega t - \varphi_v)) \quad (262a)$$

În ceea ce privește mărimea solenației Θ din ecuațiile precedente, cuplurile parazite sincrone apar în zona cu alunecări mari ($s=1$) astfel încât înfășurarea statorică este străbătută, practic, de curentul în scurtcircuit, I_k .

Dacă această înfășurare statorică este o înfășurare într-un strat având s_c conductoare, solenația va fi:

$$\Theta = \sqrt{2} I_k s_c \quad (263)$$

Dacă înfășurarea statorică este o înfășurare în două straturi cu o deschidere a bobinei y , iar q reprezintă numărul de creștături pe pol și fază, atunci curenții din aceeași fază vor parcurge q_1 creștături, iar curenții din faze diferite parcurg cele două laturi de bobină aflate în aceeași creștătură, în q_2 creștături, astfel încât:

$$q = q_1 + q_2 \quad (264)$$

Solenația celor q_1 creștături, determinată de curenți din aceeași fază ce parcurg ambele straturi din creștătură, este, așa cum s-a arătat mai înainte:

$\Theta' = \sqrt{2} I_k s_c$, în timp ce solenația Θ'' corespunzătoare celor q_2 creștături (cu curenți diferiți în cele două laturi de bobină aflate într-o aceeași creștătură),

va avea mărimea: $\Theta'' = \sqrt{2} I_k s_c \cdot \sin \frac{y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}$

Valoarea medie pătratică a solenației va fi:

$$\Theta = \sqrt{2} \frac{I_k s_c}{q} \sqrt{\left(q_1^2 + q_2^2 \sin^2 \frac{y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2} \right)} \quad (265)$$

Trebuie notat că aceste relații sunt valabile atât pentru cazul rotorului blocat cât și pentru cazul rotorului în mișcare.

În cazul rotorului blocat cantitățile x_v sunt constante în timp. Prin urmare forța tangențială rezultantă poate fi scrisă ca o sumă dintre o forță constantă în timp:

$$F' = \frac{\mu_0 \Theta^2}{4\delta} \sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) \quad (266a)$$

și o forță pulsând cu dublul frecvenței fundamentale (2ω):

$$F'' = \frac{\mu_0 \Theta^2}{4\delta} \sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) \cos 2(\omega t - \varphi_v) \quad (266b)$$

și a cărei valoare medie pătratică este egală cu zero.

Se observă că expresia: $\sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) = \sum_{v=1}^{Z_1} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right)$ este esențială pentru

forța tangențială F' și prin urmare trebuie investigată mai îndeaproape.

Pentru aceasta, dacă introducem funcția $F(x')$, exprimată prin ecuația (260a), o putem folosi pentru a stabili, pentru o anumită poziție a creștăturii statorice,

raportată la creștătura rotorică, suma: $\sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right)$, unde cantitățile x_v sunt

valori constante.

Pe de altă parte, funcția $F(x')$ reprezintă distribuția forței de-a lungul periferiei mașinii, prin care câmpul magnetic acționează asupra creștăturii v , statorice, poziționată la distanța x' . Forța ce acționează asupra creștăturii statorice $(v+1)$ este dată de funcția $F_{v+1}(x')$ deplasată cu o creștătură stator față de $F(x')$. Prin urmare:

$$F_{v+1}(x') = F_v(x' + \tau_{c1}) \quad (267)$$

Variația fiecăreia din aceste funcții $F_v(x')$ este dată de cele Z_2 funcții liniare ce variază brusc în punctele $x=0, \tau_{c2}, 2\tau_{c2}, \dots$ de la (+1) la (-1).

Cu valorile date pentru x_v , se poate scrie ecuația următoare pentru forța totală:

$$\sum_{v=1}^{Z_1} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) = \sum_{v=1}^{Z_1} F_v(x'_v) = \psi(x') \quad (268)$$

Dacă valorile lui x' sunt variabile, funcția $\psi(x')$ este suma celor Z_1 funcții liniare $F_v(x')$ ce variază brusc în punctele $(v\tau_{c1} \pm k\tau_{c2})$. Funcția $\psi(x')$ are perioada:

$$\lambda = \tau_{c1} - \tau_{c2} = \tau_{c2} \left(\frac{Z_2}{Z_1} - 1 \right) \quad (269)$$

deoarece atunci când statorul este deplasat cu distanța λ , condițiile de pornire se repetă.

Funcția $\psi(x')$, ca sumă a celor Z_1 funcții liniare, este ea însăși o funcție liniară, oscilând între ± 1 și variind brusc în punctele $x'=0, \lambda, 2\lambda, \dots$ de la $(+1)$ la (-1) .

Dacă se pornește de la poziția rotorică $x_1 = \tau_{c2}$, o creștătură rotor se va afla în opoziție cu o creștătură stator, pe primul pas de creștătură rotor, și se poate calcula suma:

$$\sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right)$$

$$\text{pentru } x_1 = \tau_{c2}, x_2 = 2\tau_{c2} - \tau_{c1}, \dots, x_{Z_2} = Z_2\tau_{c2} - (Z_2 - 1)\tau_{c1} \quad (270)$$

Însumarea se repetă periodic după k_2 pași de creștătură rotorici, care satisface relația:

$$k_2\tau_{c2} = k_1\tau_{c1} \quad (271a)$$

unde k este un întreg pozitiv.

Dacă d reprezintă c.m.m.d.c.¹ al lui Z_1 și Z_2 , se pot scrie următoarele relații:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\tau_{c1}}{\tau_{c2}} = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Z_2'}{Z_1'} = 1 + \frac{\varepsilon}{Z_1'} \quad (271b)$$

$$k_1 = Z_1'; k_2 = Z_2'$$

Deci, putem scrie:

$$\sum_{v=1}^{Z_2} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) = d \sum_{v=1}^{Z_2'} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) \quad (270a)$$

Aceste condiții sunt ilustrate în figura 5.14, pentru cazul $Z_1=24$, $Z_2=32$. Pentru acest caz $d=8$, $Z_1'=3$ și $Z_2'=4$.

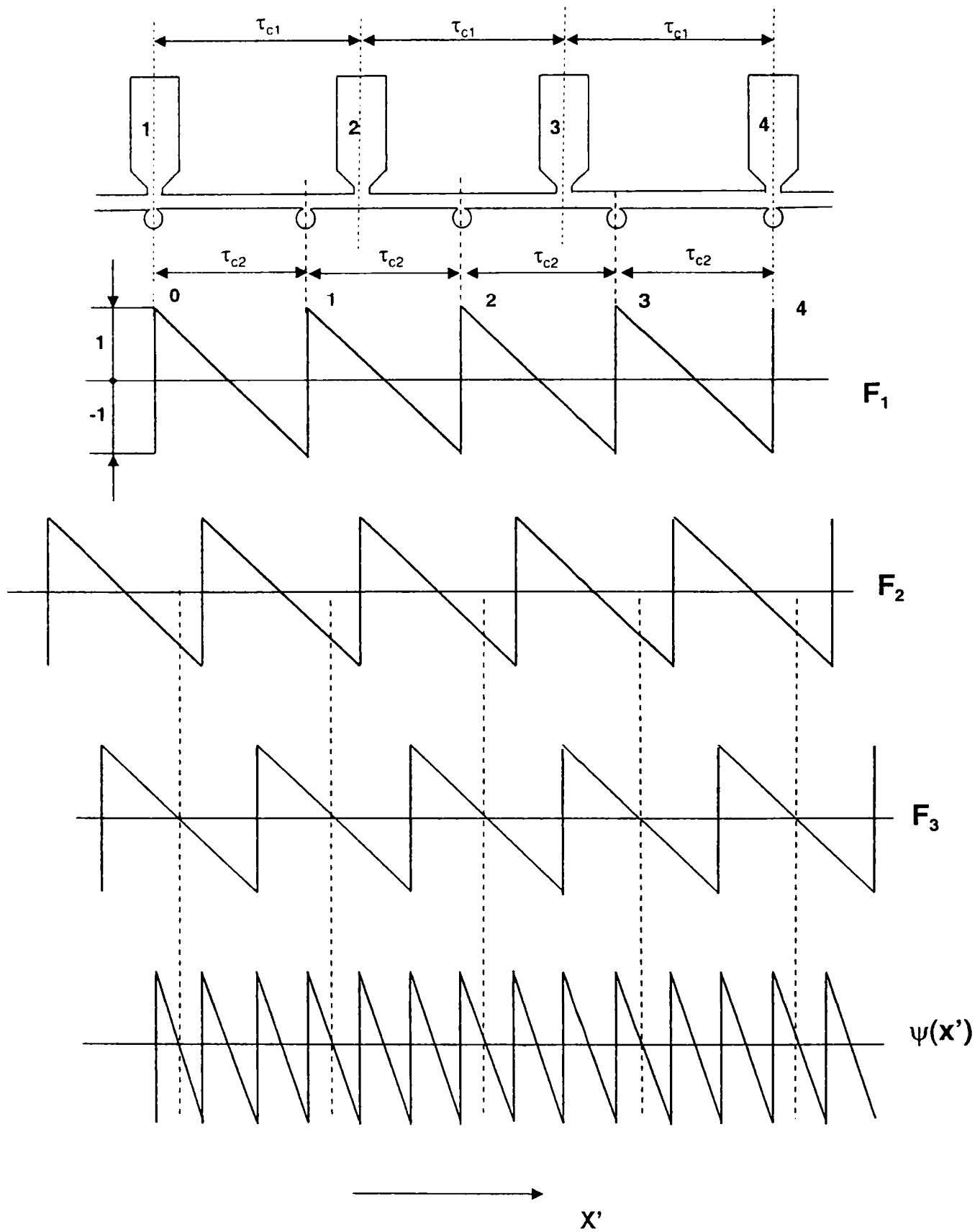


Fig.5.14 Explicativă pentru funcțiile F_1 , F_2 , F_3 pentru cazul $Z_1=24$, $Z_2=32$ de crestături

¹ Cel mai mare divizor comun

$$\lambda = \tau_{c2} \left(\frac{Z_2}{Z_1} - 1 \right) = \tau_{c2} \left(\frac{4}{3} - 1 \right) = \frac{\tau_{c2}}{3}$$

Mai departe avem:

$$\begin{aligned} x_1 &= \tau_{c2}, & F(x_1) &= 1 \\ x_2 &= 2\tau_{c2} - \tau_{c1}, & F(x_2) &= 4 - 2(\tau_{c1}/\tau_{c2}) - 1 \\ x_3 &= 3\tau_{c2} - 2\tau_{c1}, & F(x_3) &= 6 - 4(\tau_{c1}/\tau_{c2}) - 1 \end{aligned}$$

Astfel se obține:

$$\sum_{v=1}^{v=Z_1-1} F(x_v) = 9 - 6 \frac{\tau_{c1}}{\tau_{c2}} = 1$$

$$\sum_{v=1}^{32} \left(\frac{2x_v}{\tau_{c2}} - 1 \right) = 8 = d$$

Din cele arătate mai înainte, rezultă că forța tangențială F' , constantă în timp, are valoarea maximă:

$$|F'|_{\max} = \frac{\mu_0 \Theta^2}{4\delta} d \quad (272)$$

Din relația anterioară se poate observa că forța tangențială este cu atât mai mică cu cât este mai mic c.m.m.d.c., d .

Dacă Z_1 și Z_2 sunt numere prime, atunci $d=1$ și în acest caz F'_{\max} ia cea mai mică valoare posibilă:

$$(F'_{\max})_{\min} = \frac{\mu_0 \Theta^2}{4\delta} \quad (272a)$$

pe când dacă $Z_1=Z_2$, c.m.m.d.c. d ia valoare sa maximă $d=Z_2$. În acest caz F'_{\max} ia cea mai mare valoare posibilă:

$$(F'_{\max})_{\max} = \frac{\mu_0 \Theta^2}{4\delta} \cdot Z_2 \quad (272b)$$

și rotorul este blocat.

Așa cum se cunoaște, pentru o înfășurare trifazată cu un număr întreg de crestături pe pol și fază, $Z_1=6pq$. Dacă rotorul are un număr impar de crestături $Z_2=2g+1$ și Z_1 și Z_2 nu au divizor comun, $d=1$, ceea ce înseamnă că sunt posibile doar mici deviații ale cuplului de pornire. Prin urmare

numerele impare pentru numărul de creștături rotorice sunt avantajoase, din punctul de vedere al formării cuplurilor parazite.

Pe de altă parte funcționarea mașinii trebuie privită în toată complexitatea ei și din acest motiv trebuie spus că motorul cu număr impar de creștături rotorice, în general, manifestă o puternică tendință de a genera zgomot, prin comparație cu motoarele cu număr par de creștături rotorice.

În concluzie, motoarele al căror număr de creștături satisfac condiția:

$$(Z_1 - Z_2) = 6pk, \text{ unde } k=1,2,3,\dots \quad (272)$$

trebuie avute în vedere ca având mari deviații ale cuplului de pornire, depinzând de poziția rotorului, deoarece în acest caz $d=6p$ și cuplurile parazite sincrone ce iau naștere sunt considerabile.

În tabelul 5.2 s-a verificat, pentru cazul concret al motoarelor electrice asincrone trifazate aflate în producția curentă a întreprinderii Electromotor, dacă numărul de creștături statorice și rotorice au fost astfel alese încât să se evite apariția unor cupluri parazite sincrone.

Tabel 5.2

Tip motor	Putere (kW)	p	Z1	Z2	Z1-Z2	6pk k=0,1,2,...
AT 71-2A	0.37	1	24	29	5	6,12,18,24,...
AT 71-2B	0.55	1	24	29	5	6,12,18,24,...
AT 71-4B	0.37	2	24	30	6	12,24,36,48,...
AT 71-4A	0.25	2	24	30	6	12,24,36,48,...
AT 80-2A	0.75	1	24	28	4	6,12,18,24,...
AT 80-2B	1.1	1	24	28	4	6,12,18,24,...
AT 80-4A	0.55	2	24	30	6	12,24,36,48,...
AT 80-4B	0.75	2	24	30	6	12,24,36,48,...
AT 80-6A	0.37	3	36	26	10	18,36,54,72,...
AT 80-6B	0.55	3	36	26	10	18,36,54,72,...
AT 90S-2	1.5	1	24	20	4	6,12,18,24,...
AT 90L-2	2.2	1	24	20	4	6,12,18,24,...
AT 90S-4	1.1	2	24	30	6	12,24,36,48,...
AT 90L-4	1.5	2	24	30	6	12,24,36,48,...
AT 90S-6	0.75	3	36	26	10	18,36,54,72,...
AT 90L-6	1.1	3	36	26	10	18,36,54,72,...
AT 100L-2	3	1	24	28	4	6,12,18,24,...
AT 100L-4A	2.2	2	36	28	8	12,24,36,48,...
AT 100L-4B	3	2	36	28	8	12,24,36,48,...
AT 100L-6	1.5	3	36	39	3	18,36,54,72,...
AT 100L-8A	0.75	4	36	39	3	24,48,72,96,...

Tabel 5.2(continuare)

Tip motor	Putere (kW)	p	Z1	Z2	Z1-Z2	6pk k=0,1,2,...
AT 100L-8B	1.1	4	36	39	3	24,48,72,96,...
AT 112M-2	4	2	24	28	4	12,24,36,48,...
AT 112M-4	4	2	36	28	8	12,24,36,48,...
AT 112M-6	2.2	3	36	39	3	18,36,54,72,...
AT 112M-8	1.5	4	36	39	3	24,48,72,96,...
AT 132S-2A	5.5	1	36	22	14	6,12,18,24,...
AT 132S-2B	7.5	1	36	22	14	6,12,18,24,...
AT 132M-2	9	1	36	22	14	6,12,18,24,...
AT 132S-4	5.5	2	36	32	4	12,24,36,48,...
AT 132M-4A	7.5	2	36	32	4	12,24,36,48,...
AT 132M-4B	9	2	36	32	4	12,24,36,48,...
AT 132S-6	3	3	36	46	10	18,36,54,72,...
AT 132M-6A	4	3	36	46	10	18,36,54,72,...
AT 132M-6B	5.5	3	36	46	10	18,36,54,72,...
AT 132S-8	2.2	4	36	46	10	24,48,72,96,...
AT 132M-8	3	4	36	46	10	24,48,72,96,...
AT 160M-2B	11	1	36	22	14	6,12,18,24,...
AT 160M-2A	15	1	36	22	14	6,12,18,24,...
AT 160L-2	18.5	1	36	22	14	6,12,18,24,...
AT 160M-4	11	2	48	44	4	12,24,36,48,...
AT 160L-4	15	2	48	44	4	12,24,36,48,...
AT 160M-6	7.5	3	54	44	10	18,36,54,72,...
AT 160L-6	11	3	54	44	10	18,36,54,72,...
AT 160M-8A	4	4	48	33	15	24,48,72,96,...
AT 160M-8B	5.5	4	48	33	15	24,48,72,96,...
AT 160L-8	7.5	4	48	33	15	24,48,72,96,...
AT 180M-2	22	1	36	28	8	6,12,18,24,...
AT 180M-4	18.5	2	48	40	8	12,24,36,48,...
AT 180L-4	22	2	48	40	8	12,24,36,48,...
AT 180L-6	15	3	54	44	10	18,36,54,72,...
AT 180L-8	11	4	72	58	14	24,48,72,96,...
AT 200L-2A	30	1	48	40	8	6,12,18,24,...
AT 200L-2B	37	1	48	40	8	6,12,18,24,...
AT 200L-4	30	2	72	56	16	12,24,36,48,...
AT 200L-6A	18.5	3	72	58	14	18,36,54,72,...
AT 200L-6B	22	3	72	58	14	18,36,54,72,...
AT 200L-8	15	4	72	58	14	24,48,72,96,...
AT 225M-2	45	1	48	40	8	6,12,18,24,...
AT 225S-4	37	2	72	56	16	12,24,36,48,...
AT 225M-4	45	2	72	56	16	12,24,36,48,...
AT 225M-6	30	3	72	58	14	18,36,54,72,...
AT 225S-8	18.5	4	72	58	14	24,48,72,96,...
AT 225M-8	22	4	72	58	14	24,48,72,96,...
AT 250M-2	55	1	48	40	8	6,12,18,24,...
AT 250M-4	55	2	72	56	16	12,24,36,48,...
AT 250M-6	37	3	72	58	14	18,36,54,72,...
AT 250M-8	30	4	72	58	14	24,48,72,96,...

5.7 Reacția armăturii secundare

În cele arătate până în acest punct s-a considerat numai reacția rotorului asupra câmpurilor statorice, la frecvența fundamentalei. Cercetările efectuate de către Oberretl ([O2]) au arătat că, în anumite cazuri, câmpurile din întrefier produse de armonicile superioare ale curenților rotorici pot induce în înfășurarea statorică curenți suplimentari, de altă frecvență decât frecvența fundamentalei, care influențează considerabil proprietățile de pornire ale motorului asincron. Această reacție a înfășurării statorice, asupra câmpurilor armonice rotorice, este cunoscută în literatură sub numele de reacția armăturii secundare.

Trebuie precizat că parametrii electromagnetici de regim permanent, ai unui motor de inducție, pot fi calculați fie direct utilizând fluxul rezultat al bobinei și rețeaua de curenți, fie, după o descompunere în armonici, calculând separat pentru fiecare armonică și utilizând, după aceea, superpoziția. Metoda directă conduce, în general, spre un sistem complex de ecuații cu 15 până la 20 de ecuații, al căror ordin depinde de numărul de creștături din stator și din rotor, pe când teoria câmpului armonic presupune un sistem de ecuații complexe de ordin infinit a cărui rezolvare necesită reducerea sa la un sistem de ecuații de ordin finit.

Așa cum rezultă din experimente, calcularea proceselor de pornire și de frânare, într-un motor de inducție cu rotor în scurtcircuit, cu o înfășurare statorică conectată în triunghi și cu căi de înfășurare în paralel, necesită ca reacția armăturii secundare să fie luată în considerație, pe când reacțiile de ordin superior ale armăturii sunt, în general, de mică importanță ([H1]).

În cazul înfășurărilor statorice cu toate creștăturile bobinate și cu un număr egal de faze în stator și rotor (așa cum este cazul motoarelor cu rotor bobinat și inele de contact), armonicile câmpului nu sunt influențate nici de conectarea în triunghi a înfășurării statorice și nici de căile în paralel.

În analizarea reacției armăturii secundare, este esențial să se aibă în vedere că o fază statorică poate acționa numai asupra unor astfel de câmpuri care sunt incluse ele însele în câmpul magnetic din întrefier.

Așa cum se cunoaște, o singură fază statorică având p perechi de poli, produce un câmp magnetic alternativ, având:

$$v = p(2k + 1), \quad k=0,1,2,\dots \quad (274)$$

perechi de poli, pe când o înfășurare trifazată simetrică cu zone întinse pe 60° , generează un câmp trifazat având:

$$v = p(6k \pm 1), \quad k=0,1,2,\dots \quad (274a)$$

perechi de poli.

Orice câmp produs de curenții armonici rotorici al cărui număr de perechi de poli v este corespunzător cu relațiile (274) și (274a), poate, prin urmare, induce în înfășurarea statorică un sistem de curenți la o altă frecvență decât cea a fundamentalei. În ceea ce privește mărimea acestor curenți suplimentari statorici, cele mai favorabile condiții pentru apariția lor vor exista dacă acești curenți pot să circule numai în interiorul înfășurării statorice, astfel încât nu se pot închide de-a lungul căilor obișnuite, reprezentând, în acest caz, un scurtcircuit efectiv. Aceasta înseamnă că, în aceste cazuri, în care înfășurarea statorică este conectată în triunghi, cu căi în paralel, o reacție puternică a armăturii secundare este de așteptat.

Așa cum s-a arătat și anterior, proprietățile de pornire ale unui motor în scurtcircuit depind într-o mare măsură de tensiunea magnetomotoare a armonicilor de pas de ordinul întâi, având $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli. Dacă $I'_{1(Z_1 \pm p)}$ reprezintă amplitudinea armonicilor tensiunii magnetomotoare cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, transferate către rotor, se obține pentru curentul indus din rotor, neglijând rezistența rotorului, expresia aproximativă ([H1]):

$$I_{2(Z_1 \pm p)} \cong \frac{I'_{1(Z_1 \pm p)}}{1 + \gamma_{2d(Z_1 \pm p)}} \quad (275)$$

unde $\gamma_{2d(Z_1 \pm p)}$ reprezintă coeficientul de dispersie diferențială al rotorului, raportat la câmpul inductor cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli ([H1]):

$$\gamma_{2d(Z_1 \pm p)} = \left[\frac{\pi(Z_1 \pm p)}{Z_2} \right]^2 \frac{1}{\sin^2 \left[\frac{\pi(Z_1 \pm p)}{Z_2} \right]} - 1 \quad (276)$$

Pentru valorile întâlnite în practică ($\frac{Z_2}{Z_1 \pm p} < 1.4$) coeficientul de dispersie diferențială al înfășurării în scurtcircuit are valori mari, astfel încât curentul indus din rotor ia valori foarte mici. Acest fapt se poate modifica substanțial dacă avem de-a face cu o reacție puternică a armăturii secundare. Curentul rotoric $I_{2(Z_1 \pm p)}$ datorat tensiunii magnetomotoare rotorice conține, toate armonicile cu μ perechi de poli, în concordanță cu relația:

$$\mu = kZ_2 \pm (Z_1 \pm p), \quad k=0,1,2,\dots \quad (277)$$

având amplitudinea $U_{m\mu}$:

$$U_{m\mu} = \frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 \pm (Z_1 \pm p)} U_{m2(Z_1 \pm p)} \quad (278)$$

unde $U_{m2(Z_1 \pm p)}$ reprezintă amplitudinea tensiunii magnetomotoare rotorice având $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, produsă de curentul $I_{2(Z_1 \pm p)}$.

Dacă $L_{(Z_1 \pm p)}$ și L_μ reprezintă inductivitățile armonicilor de ordinul $(Z_1 \pm p)$ și respectiv a armonicii de ordinul μ , din definirea factorului de scăpări diferențiale, rezultă:

$$\begin{aligned} \gamma_{20(Z_1 \pm p)} &= \frac{\sum_{\mu} L_{\mu}}{L_{(Z_1 \pm p)}} - 1 = \sum_{\mu} \left(\frac{U_{m\mu}}{U_{m(Z_1 \pm p)}} \right) - 1 = \\ &= \left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 + (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \left(\frac{Z_1 \pm p}{2Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \left(\frac{Z_1 \pm p}{2Z_2 + (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \dots \end{aligned}$$

sau putem scrie:

$$\gamma_{20(Z_1 \pm p)} = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 + (Z_1 \pm p)} \right)^2 \quad (279)$$

Așa cum se poate vedea din această relație, prima suma:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2$$

este mult mai semnificativă decât cea de-a doua:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 + (Z_1 \pm p)} \right)^2$$

iar din cadrul primei sume, primul termen este mai semnificativ decât restul termenilor sumei:

$$\left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2$$

Acest termen corespunde părții de câmp cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli, generat de prima armonică de pas a curentului $I_{2(Z_1 \pm p)}$, în coeficientul de dispersie diferențială $\gamma_{20(Z_1 \pm p)}$. Această armonică, cu Δ perechi de poli, este armonica cu lungime mare de undă din cadrul tensiunii magnetomotoare rotorice, datorată curentului rotorice $I_{2(Z_1 \pm p)}$.

Astfel, se poate concluziona că orice reducere a câmpului din întrefier produs de armonica cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli va reduce mult coeficientul de dispersie diferențială $\gamma_{20(Z_1 \pm p)}$.

Dacă $\Phi_{\Delta 0}$ reprezintă fluxul din întrefier cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli, produs de curentul rotorice $I_{2(Z_1 \pm p)}$, atunci fluxul real Φ_{Δ} , considerând reacția armăturii secundare și unde $\gamma_{2\Delta}$, reprezintă coeficientul de dispersie diferențială al înfășurării statorice corespunzător câmpului indus cu Δ perechi de poli, este dat de relația:

$$\Phi_{\Delta} \cong \Phi_{\Delta 0} \frac{\gamma_{2\Delta}}{1 + \gamma_{2\Delta}} \quad (280)$$

Atenuarea câmpului $\Phi_{\Delta 0}$ de către curentul I_{arm} , de o altă frecvență decât cea fundamentală, circulând în înfășurarea statorică, produce o reducere a fluxului $\Phi_{\Delta 0}$, cu cantitatea:

$$\Phi_{\Delta 0} - \Phi_{\Delta} = \Phi_{\Delta 0} \frac{1}{1 + \gamma_{2\Delta}} \quad (281)$$

Aceasta corespunde unei reduceri a coeficientului de dispersie diferențială $\gamma_{2d(Z_1 \pm p)}$ corespunzător câmpului rotor ic armon ic cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli.

Dacă $\dot{\gamma}_{2d(Z_1 \pm p)}$ reprezintă coeficientul de dispersie diferențială al rotorului, ținând cont de atenuare, se pot scrie următoarele relații:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{2d(Z_1 \pm p)} = & \left(\frac{Z_1}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 \left(\frac{\gamma_{2\Delta}}{1 + \gamma_{2\Delta}} \right)^2 + \sum_{k=2}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 + (Z_1 \pm p)} \right)^2 \end{aligned} \quad (282)$$

sau

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{2d(Z_1 \pm p)} = & \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{Z_1 \pm p}{kZ_2 + (Z_1 \pm p)} \right)^2 - \left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 \cdot \\ & \cdot \left[1 - \left(\frac{\gamma_{2\Delta}}{1 + \gamma_{2\Delta}} \right)^2 \right] = \gamma_{2d(Z_1 \pm p)} - \left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\gamma_{2\Delta}}{1 + \gamma_{2\Delta}} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (283)$$

În cazul atenuării maxime, când $\gamma_{2\Delta}=0$, rezultă:

$$\dot{\gamma}_{2d(Z_1 \pm p)} = \gamma_{2d(Z_1 \pm p)} - \left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2$$

iar în cazul absenței atenuării, când $\gamma_{2\Delta}=\infty$, rezultă:

$$\dot{\gamma}_{2d(Z_1 \pm p)} = \gamma_{2d(Z_1 \pm p)}$$

Astfel, în cazul atenuării, curentul $I_{2(Z_1 \pm p)}$ indus în înfășurarea rotor ică în scurtcircuit de către armonica de pas statorică de primul ordin are amplitudinea:

$$I_{2(Z_1 \pm p)} \cong \frac{I_{1(Z_1 \pm p)}}{1 + \gamma_{2d(Z_1 \pm p)}} \quad (284)$$

Datorită reacției armăturii secundare curentul rotoric crește în raportul $\frac{1 + \gamma_{2d(Z_1 \pm p)}}{1 + \gamma_{2d(Z_1 \pm p)}}$. Aceasta implică o creștere a tuturor efectelor datorate

influenței armonicilor de pas cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli asupra rotorului în scurtcircuit. În primul rând, ne așteptăm la o creștere a cuplurilor sincrone și asincrone la apariția cărora participă armonica de pas de prim ordin a tensiunii magnetomotoare statorice.

Mai departe, curentul I_{Δ} ce circulă în înfășurarea statorică determină o tensiune magnetomotoare suplimentară ce conține armonici cu $v=c\Delta$ perechi de poli. Aceasta poate conduce la o amplificare a cuplurilor existente sau la apariția altora noi.

Dacă poligonul Görges corespunzător curentului I_{Δ} este simetric centrat, c va fi un număr impar, pe când în cazul în care poligonul Görges este nesimetric centrat, c poate lua atât valori pare cât și valori impare.

Din tot ce s-a arătat până aici, rezultă că o puternică reacție a armăturii secundare este de așteptat dacă, cu o conectare particulară a înfășurării statorice, curentul I_{Δ} , indus în înfășurarea statorică de către câmpul rotoric cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli, circulă numai între înfășurări fără a parcurge căi închise între capetele de bobină.

Pentru a judeca reacția armăturii secundare este suficient să investigăm influența câmpului cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli asupra înfășurării statorice și să determinăm dacă înfășurarea statorică constă într-un circuit închis pentru curenții induși I_{Δ} .

5.8 Caracteristica cuplu-turație pentru o înfășurare statorică conectată în triunghi

Analiza caracteristicilor mecanice ale motoarelor electrice asincrone arată că există diferențe ce depind de modul de conectare a înfășurărilor acestor motoare: în stea sau în triunghi. Aceste diferențe sunt de așteptat ori de câte ori are loc o puternică reacție a armăturii secundare, la înfășurările conectate în triunghi.

Din această perspectivă, este necesar, ținând cont și de cele arătate anterior, să se analizeze influența câmpului magnetic învârtitor cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli asupra înfășurării statorice conectată în triunghi.

În general, rezultanta tensiunilor trifazate induse într-o înfășurare conectată în triunghi, de către câmpul învârtitor cu $v = p(6k \pm 1)$ perechi de poli, este egală cu zero. Dacă, însă numărul de perechi de poli al câmpului indus este egal cu un multiplu de $3p$:

$$v = 3pk, \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (285)$$

În acest caz tensiunile induse pe fiecare fază, U_{v_i} , sunt în fază iar tensiunea rezultantă, U_{v_r} , este egală cu suma tensiunilor de fază, și nu mai este egală cu zero.

În înfășurarea conectată în triunghi se închide curentul omopolar $I_{v\Delta} = U_{v_r} / X_p$, care generează un grup de câmpuri suplimentare alternative. Dacă reacția armăturii secundare este considerabilă trebuie introdus în ecuația (285), în concordanță cu cele spuse anterior, $v = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$:

$$|Z_2 - (Z_1 \pm p)| = 3pk, \quad k = 1, 3, 5, \dots \quad (285a)$$

sau $|Z_2 - Z_1| = p(3k \pm 1) \quad (285b)$

Prin urmare, o influență a conectării în triunghi a înfășurării statorice asupra curbei cuplu-turație este de așteptat în primul rând la motoarele asincrone, cu rotor în scurtcircuit, al căror număr de creștături satisfac relația:

$$|Z_2 - Z_1| = 2p, 4p \quad (286)$$

Această relație este validată de examinarea seriei de motoare electrice asincrone trifazate din seria de bază a S.C. Electromotor; din acest punct de vedere, s-au obținut următoarele cazuri, nefavorabile, în care se verifică relația (286):

Tabel 5.3

Tip Motor	Putere (kW)	p	Z1	Z2	Z2-Z1	2p	4p
AT 80-2A	0.75	1	24	28	4	2	4
AT 80-2B	1.1	1	24	28	4	2	4
AT 90S-2	1.5	1	24	20	4	2	4
AT 90L-2	2.2	1	24	20	4	2	4
AT 100L-2	3	1	24	28	4	2	4
AT 100L-4A	2.2	2	36	28	8	4	8
AT 100L-4B	3	2	36	28	8	4	8
AT 112M-2	4	2	24	28	4	4	8
AT 112M-4	4	2	36	28	8	4	8
AT 132S-4	5.5	2	36	32	4	4	8
AT 132M-4A	7.5	2	36	32	4	4	8
AT 132M-4B	9	2	36	32	4	4	8
AT 160M-4	11	2	48	44	4	4	8
AT 160L-4	15	2	48	44	4	4	8
AT 180M-4	18.5	2	48	40	8	4	8
AT 180L-4	22	2	48	40	8	4	8

Pentru verificarea experimentală a rezultatelor stabilite teoretic s-a ridicat caracteristica mecanică a motorului de 15 kW, cu rotor în scurtcircuit, cu $2p=4$, având înfășurarea statorică conectată în triunghi. Această caracteristică mecanică s-a reprezentat în figura 5.15.

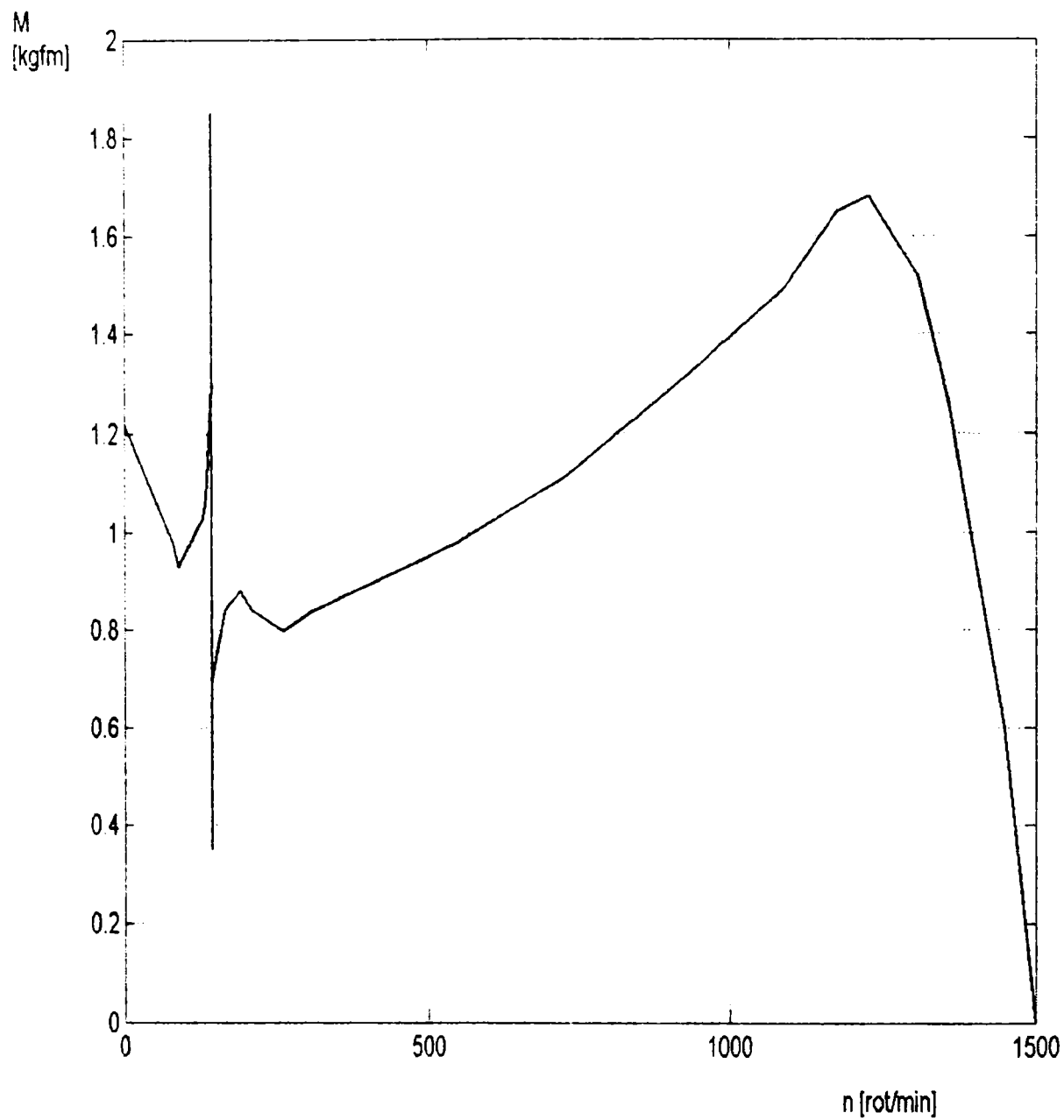


Fig.5.15 Caracteristica cuplu-turație măsurată pentru un motor de 15 kW, cu rotor în scurtcircuit, cu $2p=4$, $Z_1=48$, $Z_2=44$, având înfășurarea statorică conectată în triunghi

În figura 5.16 s-a reprezentat caracteristica mecanică pentru același motor , cu deosebirea că, în acest caz, înfășurările sunt conectate în stea.

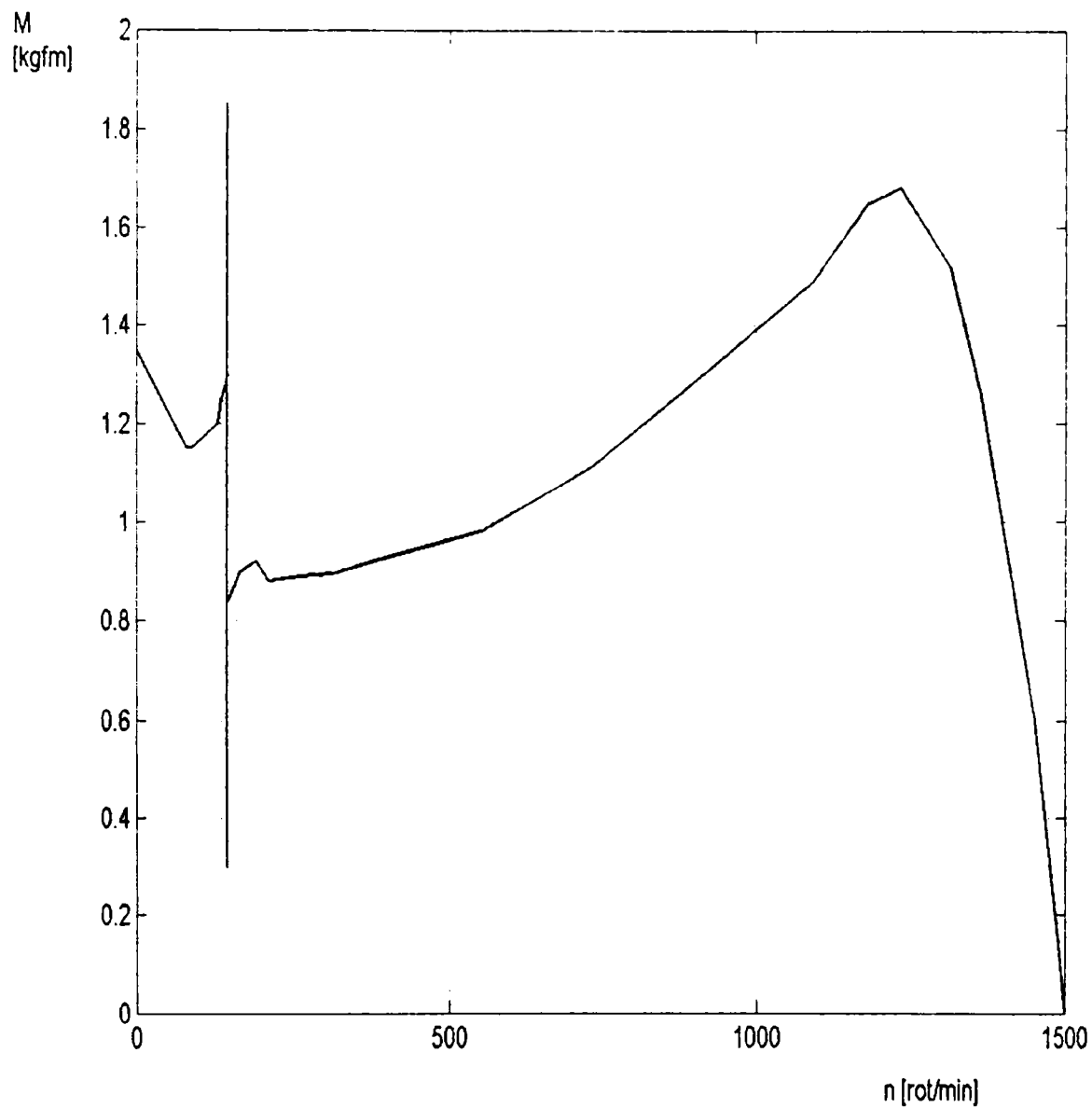


Fig.5.16 Caracteristica cuplu-turație măsurată pentru un motor de 15 kW, cu rotor în scurtcircuit, cu $2p=4$, $Z_1=48$, $Z_2=44$, având înfășurarea statorică conectată în stea

Din aceste două reprezentări se poate vedea că, în cazul conectării în triunghi a înfășurărilor statorice, caracteristica cuplu-turație este mai puțin

favorabilă decât în cazul conectării în stea. Diferența este dată, în principal, de secvența omopolară ce se închide în înfășurările conectate în triunghi.

5.9 Caracteristica mecanică pentru înfășurări statorice cu căi în paralel

Pentru a analiza reacția armăturii secundare, trebuie să analizăm, mai în detaliu, posibilitatea atenuării armonicii rotorice cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)|$ perechi de poli, prin utilizarea în înfășurarea statorică a căilor în paralel. Trebuie făcută distincție între înfășurările statorice cu $2p$ perechi de poli în două straturi și, respectiv, într-un strat.

a) Înfășurarea statorică în două straturi, cu $2p$ perechi de poli

În acest caz fiecare fază este constituită din $2p$ grupuri de bobine. O astfel de înfășurare admite, așa cum se cunoaște, un număr de căi în paralel între $a_{\max.} = 2p$ și $a_{\min.} = 1$.

În general $1 \leq a \leq a_{\max.}$, unde a este divizor al lui $a_{\max.}$.

Dacă q este numărul de creștături pe pol și fază, câmpul generat de înfășurarea statorică cu Δ perechi de poli, având pas diametral, va induce în fiecare bobină o tensiune U_{Δ} a cărei valoare este determinată de fluxul Φ_{Δ} , închis de o singură spiră și de factorul de înfășurare $k_{b\Delta}$.

În aceste condiții, se poate scrie că fluxul Φ_{Δ} este proporțional cu ([H1]):

$$\Phi_{\Delta} \cong \sin \frac{\Delta \pi}{p 2}$$

și

$$k_{b\Delta} = \frac{\sin\left(\frac{\Delta\pi}{6p}\right)}{q \sin\left(\frac{\Delta\pi}{6pq}\right)}$$

Prin urmare:

$$U_{\Delta} \cong \sin \frac{\Delta \pi}{p 2} \cdot \frac{\sin \left(\frac{\Delta \pi}{6p} \right)}{q \sin \left(\frac{\Delta \pi}{6pq} \right)} \quad (287)$$

Dacă, însă înfășurarea statorică este scurtată, rezultă:

$$U_{\Delta} \cong \frac{\sin \left(\frac{\Delta \pi}{6p} \right)}{q \sin \left(\frac{\Delta \pi}{6pq} \right)} \cdot \sin k_y \frac{\Delta \pi}{p 2} \quad (288)$$

unde k_y este factorul de scurtare.

Conform [H1] influența căilor în paralel va fi nulă dacă:

$$\frac{\Delta \pi}{6p} = \pi k \quad k \in \mathbb{Z} \quad (289)$$

$$\Delta = 6pk$$

sau dacă:

$$k_y \cdot \frac{\Delta \pi}{p 2} = k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad (290)$$

$$\Delta = \frac{2k}{k_y} p$$

Dacă pasul înfășurării este diametral ($k_y=1$) factorul de dispersie diferențială rotorică, $\gamma_{2d(Z_1 \pm p)}$, nu va fi influențat dacă numărul de perechi de poli al câmpului armonic rotorică este un multiplu par al numărului de perechi de poli p , al câmpului principal ([H1]):

$$\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)| = 2kp \quad (291)$$

Prin urmare o tensiune electromotoare va fi indusă într-o bobină numai de acele câmpuri al căror număr de perechi de poli este un multiplu impar al numărului de perechi de poli p .

Această concluzie este în acord cu cele precizate de Oberretl ([O1]), care precizează că acele câmpuri ce au un număr par de perechi de poli nu vor induce nici o tensiune electromotoare într-o înfășurare cu pas diametral.

Pe de altă parte, într-o înfășurare cu pas scurtat, o tensiune electromotoare poate fi indusă în grupul de bobine statorice de către câmpuri ce au atât valori pare cât și impare pentru Δ/p , mai puțin pentru cazurile în care Δ nu satisface una din condițiile (289) și (290).

b) Înfășurarea statorică într-un strat, cu $2p$ perechi de poli

În acest caz, fiecare fază este alcătuită din p grupuri de bobine și numărul maxim de căi în paralel este $a_{\max.}=p$. Tensiunea U_{Δ} indusă în grupul de bobine de câmpul cu $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ perechi de poli are, în concordanță cu ecuația (287), valoarea:

$$U_{\Delta} \cong \sin \frac{\Delta \pi}{p} \cdot \frac{\sin \left(\frac{\Delta \pi}{6p} \right)}{q \sin \left(\frac{\Delta \pi}{6pq} \right)} \quad (292)$$

U_{Δ} este egală cu zero dacă numărul de perechi de poli al câmpului indus este un multiplu par al numărului de perechi de poli ai armonicilor fundamentale și este diferită de zero dacă numărul de perechi de poli este un multiplu impar al lui p .

Dacă înfășurarea statorică are căi în paralel, atunci în cazul unei înfășurări în două straturi, fiecare cale în paralel conține $n=2p/a$ grupuri de bobine conectate în serie, pe când, în cazul unei înfășurări într-un strat, fiecare cale conține $n=p/a$ grupuri de bobine conectate în serie.

Tensiunea rezultantă, $U_{\Delta} = \sum_1^n U_{\Delta n}$, indusă în căile în paralel de către câmpul rotor cu $\Delta=|Z_2-(Z_1\pm p)|$ perechi de poli, este egală cu suma geometrică a tensiunilor $U_{\Delta n}$ induse în grupurile de bobine. Tensiunea rezultantă atinge valoarea sa maximă $U_{\Delta \max.} = \sum_1^n U_{\Delta n}$ când suma geometrică de mai înainte se transformă într-una algebrică, de tensiuni induse.

Dacă grupurile de bobine sunt conectate în serie, într-un asemenea mod încât sfârșitul grupului (r-1) este legat la începutul grupului (r) (fig. 5.17), pe calea de curent se va induce tensiunea $U_{\Delta_{max}}$, dacă defazajul electric dintre câmpul armonicilor cu Δ perechi de poli dintre grupul (r) și grupul (r-1) este egal cu un multiplu de 2π .

În general, dacă între grupurile de bobine (r-1) și (r) ale unei căi, sunt s_b grupuri de bobină care aparțin altor căi de curent, unghiul spațial dintre grupurile (r-1) și (r) va fi, pentru o înfășurare în două straturi:

$$\alpha = \frac{2\pi}{2p}(s_b + 1)$$

și corespunzător, unghiul electric α_{Δ} pentru câmpul armonicilor cu Δ perechi de poli, va fi:

$$\alpha_{\Delta} = \frac{2\pi}{2p}\Delta(s_b + 1)$$

Ținând seama de condiția: $\alpha_{\Delta} = 2\pi k$, unde $k=1,2,3,\dots$, rezultă:

- pentru o înfășurare în două straturi:

$$\Delta = \frac{2pk}{s_b + 1} \quad k=1,2,3,\dots \quad (293)$$

- pentru o înfășurare într-un strat:

$$\Delta = \frac{pk}{s_b + 1} \quad (294)$$

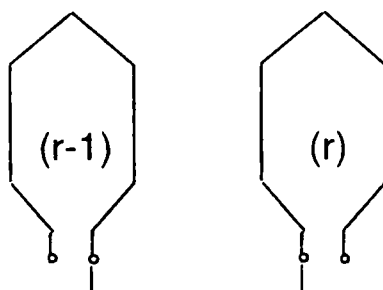


Fig. 5.17 Explicativă pentru conectarea a două grupuri de bobine

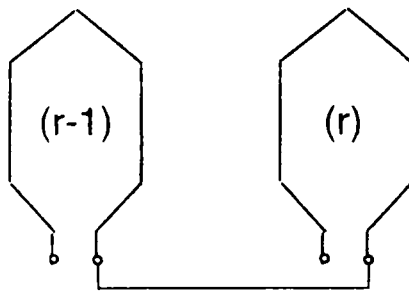


Fig. 5.18 Explicativă pentru conectarea a două grupuri de bobine

Pe de altă parte, dacă grupurile de bobine ale unei căi sunt conectate în serie într-un asemenea mod încât sfârșitul grupului (r-1) este legat la sfârșitul grupului (r), așa cum se arată în figura 5.18, defazajul electric α_{Δ} dintre aceste două grupuri ale câmpului armonic cu Δ perechi de poli, trebuie să fie egal cu un multiplu de 2π , conducând la concluzia că tensiunea U_{Δ} , indusă în grupurile de bobină, se adună algebric.

Condiția:

$$\alpha_{\Delta} = 2\pi(2k+1), \quad k=0,1,2,\dots$$

conduce, pentru o înfășurare în două straturi, la următoarea expresie:

$$\Delta = \frac{p}{s_b + 1} (2k + 1), \quad k=0,1,2,\dots \quad (295a)$$

unde s_b reprezintă, așa cum s-a specificat, numărul de grupuri de bobină, aflate între grupul (r-1) și (r), ce nu aparțin aceleiași căi de curent cu acestea.

Dacă înfășurarea statorică admite numărul maxim de căi de curent ($2p$ pentru o înfășurare în două straturi și p pentru o înfășurare într-un strat), tensiunile U_{Δ} , induse de către câmpul rotor cu Δ perechi de poli, în două căi de curent alăturate, trebuie să fie în fază, pentru înfășurarea în două straturi și defazate, pentru înfășurarea într-un strat. De aici rezultă următoarea condiție pentru Δ :

- pentru înfășurarea în două straturi:

$$\alpha_{\Delta} = \frac{2\pi}{2p} \Delta = k \times 2\pi, k=1,2,3,\dots \quad (296)$$

$$\Delta=2pk$$

- pentru înfășurarea într-un strat:

$$\alpha_{\Delta} = \frac{2\pi}{p} \Delta = k \times \pi, k=1,3,5,\dots \quad (291a)$$

$$\Delta=\frac{p}{2}k$$

Pentru a evita reacția armăturii rotorice se pot avea în vedere un set de reguli, stabilit de către Oberretl ([O2]):

- 1. Barele înfășurării în scurtcircuit trebuie să fie înclinate;*
- 2. Înfășurarea statorică trebuie să fie cu pas diametral iar numărul de creștături rotorice Z_2 trebuie să fie divizibile prin numărul de perechi de poli;*
- 3. Conectarea în serie a înfășurării statorice pe calea de înfășurare va fi efectuată astfel încât tensiunea indusă va fi produsă numai de câmpurile rotorice cu $\mu=p(2g+1)$ perechi de poli ($g=0,\pm 1,\pm 2,\pm 3,\dots$);*
- 4. Numărul de bare rotorice trebuie să fie un multiplu al numărului de poli.*

În conformitate cu cele arătate de Oberretl este suficient ca măcar una din aceste condiții să fie îndeplinite pentru a se elimina reacția armăturii secundare.

O analiză simplă conduce la concluzia că reacția armăturii secundare va fi nulă dacă toate căile în paralel ale înfășurării statorice au aceeași poziție relativă raportată la rotor, altfel spus, dacă distanța dintre oricare două căi în paralel ale înfășurării statorice alăturate, exprimată în număr de pași de creștătură rotorici, este un număr întreg.

Din punct de vedere practic, ceea ce interesează de fapt proiectantul de mașini electrice este de a ști pentru care număr de creștături

este de așteptat o reacție puternică a armăturii secundare, astfel încât acest număr să fie evitat.

În general, cu o conectare potrivită a grupurilor de bobină de pe o cale de curent a înfășurării statorice, reacția armăturii statorice poate atinge o valoare ridicată dacă curenții suplimentari I_{Δ} circulă numai în interiorul înfășurării statorice fără a se închide de-a lungul capetelor și a căii principale. În același timp numărul de căi în paralel trebuie să fie un număr par ($a=2t$) și grupurile de bobină trebuie să fie conectate în serie într-un astfel de mod încât sfârșitul grupului $(r-1)$ să fie conectat la începutul grupului (r) .

În figura 5.19 s-a reprezentat schematic distribuția curentului suplimentar din căile de curent ale înfășurării statorice, pentru cazul $a=2t$. U_{Δ} reprezintă tensiunea indusă, de către câmpul rotoric cu Δ perechi de poli, pe calea de curent. Așa cum se poate vedea, curenții se închid în interiorul căilor de curent ale înfășurării statorice și nu de-a lungul căilor principale.

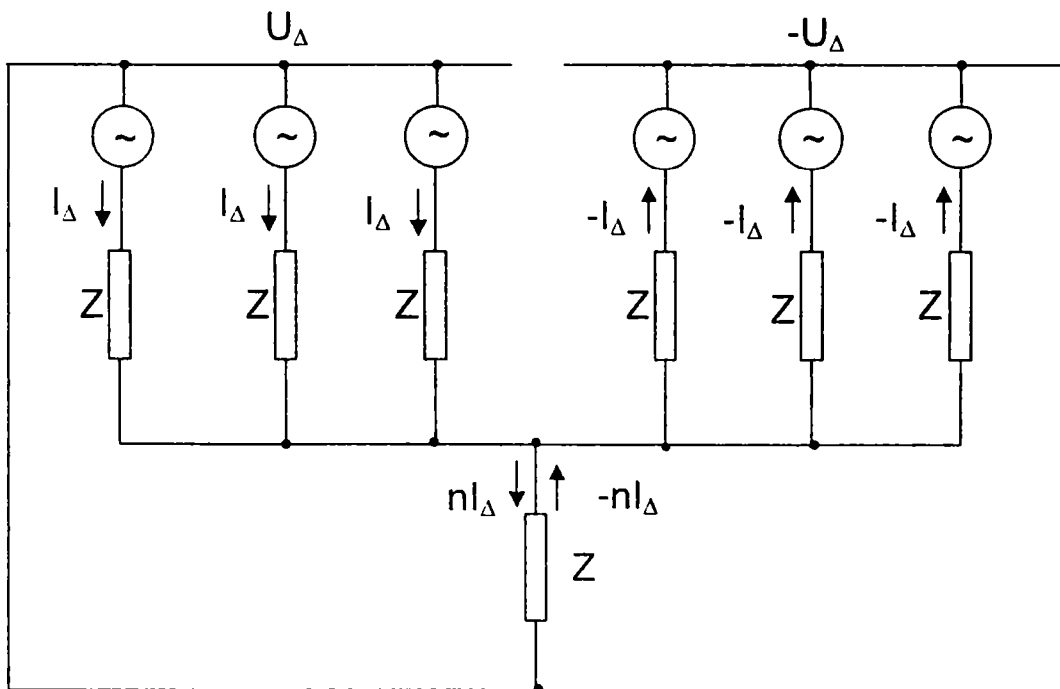


Fig. 5.19 Explicativă pentru distribuția curentului suplimentar de circulație I_{Δ} în căile în paralel ale înfășurării statorice, cu număr par de căi în paralel

Înfășurarea statorică se comportă, în relație cu câmpul inductor, ca o înfășurare ce are Δ perechi de poli. De aici rezultă că Δ trebuie să fie un divizor al numărului de perechi de poli, $2p$, ai înfășurării.

Aceasta poate avea loc atât pentru $\Delta_1 = |Z_1 - Z_2 - p|$ cât și pentru $\Delta_2 = |Z_1 - Z_2 + p|$.

O reacție puternică a armăturii secundare va avea loc dacă înfășurarea statorică reprezintă, pentru câmpul inductor cu Δ_1 sau Δ_2 perechi de poli, o înfășurare închisă în ea însăși. În acest caz Δ_2 trebuie să fie un multiplu de Δ_1 . Aceasta va avea loc dacă:

$$|Z_1 - Z_2| = 3p \quad (296')$$

Prin urmare s-a ajuns la o relație simplă, utilă proiectaților, care atrage atenția că motoarele de inducție al căror număr de creștături satisface relația anterioară trebuie examinate cu multă atenție, deoarece există posibilitate dezvoltării de curenți suplimentari, de circulație interioară I_Δ .

O analiza asupra felului în care motoarele din seria de bază de motoare asincrone trifazate a întreprinderii Electromotor se raportează la relația anterioară, este sintetizată în tabelul următor (tabel 5.4):

Tabel 5.4

Tip motor	Putere (kW)	p	Z1	Z2	Z1-Z2	3p
AT 71-4B	0.37	2	24	30	6	6
AT 71-4A	0.25	2	24	30	6	6
AT 80-4A	0.55	2	24	30	6	6
AT 80-4B	0.75	2	24	30	6	6
AT 90S-4	1.1	2	24	30	6	6
AT 90L-4	1.5	2	24	30	6	6

Analiza scoate în evidență faptul că, din acest punct de vedere, al influenței căilor în paralel ale înfășurării statorice asupra câmpului magnetic rotor, motoarele asincrone trifazate Electromotor au numerele de creștături stator-rotor corect alese, iar aceste câteva motoare, din tabelul 5.4, pentru care se verifică relația (296') nu sunt influențate de căile în paralel din

motivul, că aceste căi nu există, în general. Fiind vorba de motoare de putere mică, doar în mod excepțional, pentru anumite variante de tensiune, se utilizează căi în paralel. În rest bobinele înfășurării statorice se leagă în serie.

Întrucât solenația, corespunzătoare curentului I_{Δ} , pentru toate cele trei faze, pe pasul polar al armonicii fundamentale, este egal cu zero, diagrama Görges pe pasul polar formează un triunghi echilateral închis, care se repetă de $2p$ ori în același sens.

Deoarece diagrama Görges nu este centrată simetric în raport cu centrul de greutate al triunghiului echilateral, în întrefier vor exista atât câmpurile pare cât și cele impare, produse de curentul I_{Δ} . Pentru coeficientul de dispersie diferențială γ_{Δ} al înfășurării statorice, relativ la câmpul inductor cu Δ perechi de poli, care determină reducerea reactanței diferențiale a coliviei în scurtcircuit, rezultă următoarea expresie (vezi rel. (57)):

$$1 + \gamma_{\Delta} = \left(\frac{R_g}{R_{\Delta}} \right)^2 \quad (297)$$

unde R_g și R_{Δ} reprezintă raza de inerție a poligonului lui Görges și respectiv a cercului câmpului cu Δ perechi de poli.

Dacă valoarea maximă a solenației laturii de bobină aflată în stratul inferior, sau în cel superior, din creștătură îl considerăm unitar, raza de inerție R_{Δ} , pentru o înfășurare cu toate creștăturile bobinate, are valoarea ([H1]):

$$R_{\Delta} = \frac{Z_1}{\Delta\pi} k_{b\Delta} \quad (297a)$$

unde $k_{b\Delta}$ reprezintă factorul de înfășurare a armonicii cu Δ perechi de poli:

$$k_{b\Delta} = \frac{\sin \frac{q\pi}{Z_1} \Delta}{\frac{q\pi}{Z_1} \Delta} \sin \frac{\pi}{2} \lambda_y \frac{\Delta}{p}$$

unde q reprezintă numărul de creștături pe pol și fază iar $\lambda_y = y/\tau$ reprezintă scurtarea bobinei raportată la pasul polar τ al armoniciei fundamentale cu p perechi de poli.

Calculul coeficientului de dispersie diferențială γ_Δ presupune ipoteza că permeabilitatea fierului este infinită și întreaga rezistență magnetică este concentrată în întrefier. Această ipoteză conduce la valori mici pentru γ_Δ , ceea ce nu corespunde condițiilor reale. De aceea este necesar să se corecteze valoarea calculată pentru γ_Δ , ținând cont și de efectul saturației fierului. Câmpul statoric Φ_Δ produs de curenții I_Δ trebuie să se închidă în dinții și jugul statoric care sunt saturate de către câmpul fundamentalei cu p perechi de poli. Aceasta înseamnă că Φ_Δ este determinat de permeabilitatea reversibilă μ_{rev} , care este mult mai mică decât permeabilitatea μ_r atribuită câmpului principal cu p perechi de poli ($\mu_{rev}/\mu_r \ll 1$) ([H1]). Această influență a fierului este cu atât mai mare cu cât este mai mare lungimea de undă λ_Δ a câmpului Φ_Δ ; pentru lungimi mici de undă efectul presaturării fierului poate fi neglijat. Trebuie spus că în domeniul curenților și alunecărilor mari inducția din dinți, ca și cea din jug crește mult în raport cu cea din cazul mersului în gol, în ciuda efectului fluxului constant de înlănțuire asupra fluxului de dispersie din creștătură.

Din toate cele arătate până acum se poate concluziona că pentru câmpurile cu lungime de undă mare, cu $\Delta/p \leq 3$, amplitudinea câmpului Φ_Δ trebuie să se micșoreze prin împărțire cu factorul k_Δ . Amplitudinea reală va avea valoarea:

$$\Phi'_\Delta = \frac{\Phi_\Delta}{k_\Delta}$$

iar pentru R_Δ rezultă ([H1], pag. 141):

$$R'_\Delta = \frac{Z_1}{k_\Delta \Delta \pi} k_{b\Delta} \quad (298)$$

Pentru calculul coeficientului de dispersie diferențială γ_{Δ} , această valoare trebuie introdusă în ecuația (290). În mod obișnuit pentru k_{Δ} putem considera următoarea plajă de valori ([H1]):

$$k_{\Delta} \cong 1.4 \div 1.7 \quad (298a)$$

În cazul unei înfășurări în două straturi, în cazul conectării în același sens a grupurilor de bobine (fig.5.17), următoarea relație este adevărată:

$$\begin{aligned} |Z_1 - Z_2 \pm p| &= \frac{2pk}{s_b + 1} \quad (k=0,1,2,\dots) \\ |Z_1 - Z_2| &= p \left(\frac{2k}{s_b + 1} \pm 1 \right) \end{aligned} \quad (299)$$

iar în cazul unei înfășurări într-un strat ecuația anterioară se poate scrie în forma:

$$\begin{aligned} |Z_1 - Z_2 \pm p| &= \frac{pk}{s_b + 1} \quad (k=0,1,2,\dots) \\ |Z_1 - Z_2| &= p \frac{k}{s_b + 1} \pm 1 \end{aligned} \quad (299a)$$

În cazul în care grupurile de bobine sunt conectate în sensuri opuse (fig.5.18), astfel încât sfârșitul grupului (r-1) este conectat la sfârșitul grupului (r), curenții suplimentari de circulație din căile de curent se vor închide de-a lungul căilor principale. În acest caz reacția armăturii secundare este mai mică decât în cazul precedent și este aceeași ca și în cazul conectării în serie a tuturor căilor de curent. Astfel, pentru o înfășurare în două straturi, ecuația (290a) este validată:

$$\begin{aligned} |Z_1 - Z_2 \pm p| &= \frac{p}{s_b + 1} (2k + 1) \quad (k=0,1,2,\dots) \\ |Z_1 - Z_2| &= p \left(\frac{2k + 1}{s_b + 1} \pm 1 \right) \end{aligned} \quad (299b)$$

În aceste relații, s_b reprezintă numărul de grupuri de bobină ce nu aparțin aceleiași căi de curent cu grupurile (r-1) și (r).

a) Conectarea în serie a celor 4 grupuri de bobine.

Cuplul măsurat este reprezentat în figura 5.20.

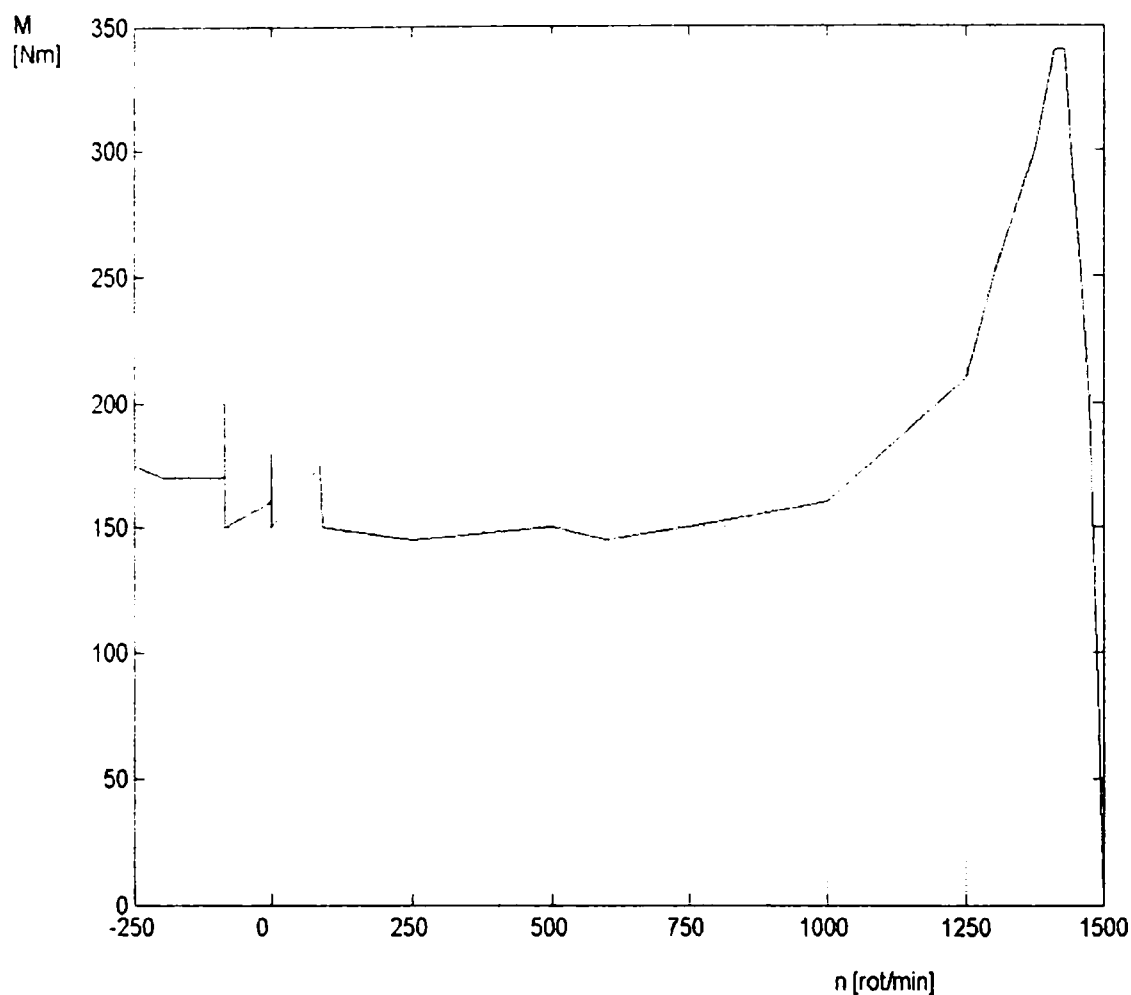


Fig.5.20 Caracteristica cuplu-turație pentru un motor de 70 kW, cu rotorul în scurtcircuit, pentru o conectare în serie a înfășurării statorice

b) Conectarea în paralel a celor 4 grupuri de bobine formând două căi în paralel, $a=2$.

Modul de legare a bobinelor este ilustrat în figura 5.21.

Numărul de grupuri de bobine străine, s_b este 0.

Prima armonică de pas a tensiunii magnetomotoare statorice va avea

$|Z_{1\pm p}| = |48 \pm 2| = 50$ și respectiv 46 perechi de poli.

Reacția armăturii rotorice, corespunzătoare armoniciei de pas de ordinul 46, conține armonica cu cel mai mic număr de perechi de poli și având lungimea de undă cea mai mare, de ordinul:

$$\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)| = |42 - (48 - 2)| = 4$$

Acest câmp rotorice cu 4 perechi de poli induce tensiuni nule în fiecare din căile în paralel, datorită conectării în serie a două grupuri de bobine cu intercalarea capetelor de bobină (fig.5.21). O atenuare a acestui câmp nu va avea, prin urmare, loc.

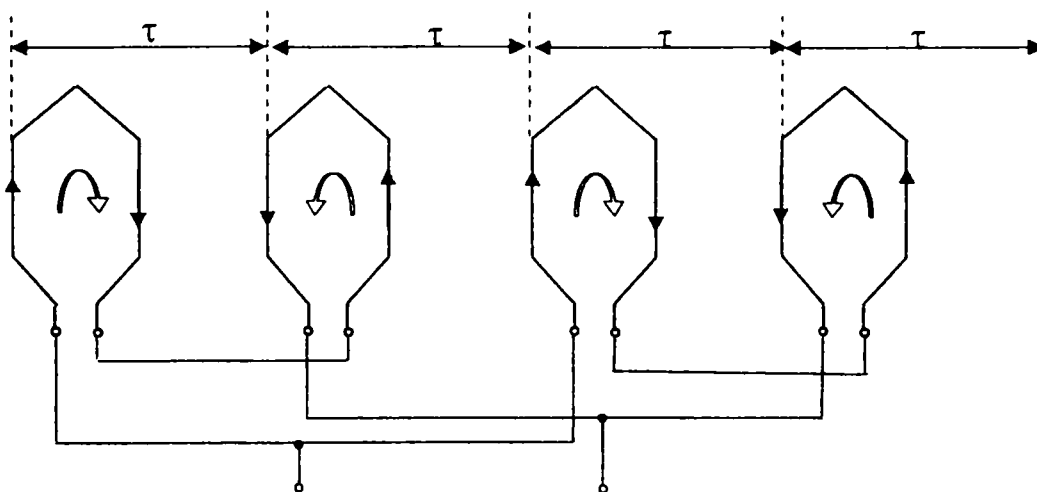


Fig.5.21 Explicativă pentru conectarea în paralel a înfășurării statorice cu patru grupuri de bobine, formând două căi în paralel

Considerații asemănătoare se pot exprima și pentru câmpul rotorice cu $\Delta = |Z_2 - (Z_1 \pm p)| = |42 - (48 + 2)| = 8$ perechi de poli, indus de armonica de pas statorică cu 50 perechi de poli. Și în acest caz tensiunea indusă pe calea de curent va fi egală cu zero. Deci, nici câmpul rotorice cu 8 perechi de poli nu va fi influențat de căile în paralel ale înfășurării statorice.

Din acest motiv, cuplul dezvoltat va fi același cu cel din cazul conectării în serie a înfășurării statorice. Măsurătorile confirmă aceasta.

c) Conectarea în paralel a celor 4 grupuri de bobine formând două căi în paralel, $a=2$.

Modul de legare a bobinelor este ilustrat în figura 5.22

În acest caz fiecare fază este alcătuită din două grupuri de bobine conectate în serie, în același sens, iar $s_b=1$.

Ecuția (299) este satisfăcută pentru $k=2$:

$$|Z_1 - Z_2| = p \left(\frac{2k}{s_b + 1} \pm 1 \right) \Rightarrow |48 - 42| = 2 \left(\frac{2 \cdot 2}{2} + 1 \right) = 6$$

astfel încât este de așteptat o reacție importantă a armăturii secundare. În câmpul rotoric cu $\Delta = |Z_1 - Z_2 - p| = (48 - 42 - 2) = 4$ perechi de poli, fiecare grup de bobine este defazat electric cu $(360^\circ/4) \cdot 4 = 360^\circ$, față de grupul precedent. Tensiunea indusă în toate grupurile de bobine ale unei faze are aceeași fază și amplitudinea U_Δ .

Dacă grupurile de bobine sunt rotite, tensiunea rezultantă va fi: $U_{\Delta r} = 4U_\Delta$.

Această conexiune corespunde cazului ilustrat în figura 5.19, în care curentul suplimentar de circulație I_Δ se închide asupra celor două căi în paralel și nu asupra capetelor de bobină. Aceasta are ca rezultat o atenuare puternică a câmpului rotoric cu 4 perechi de poli.

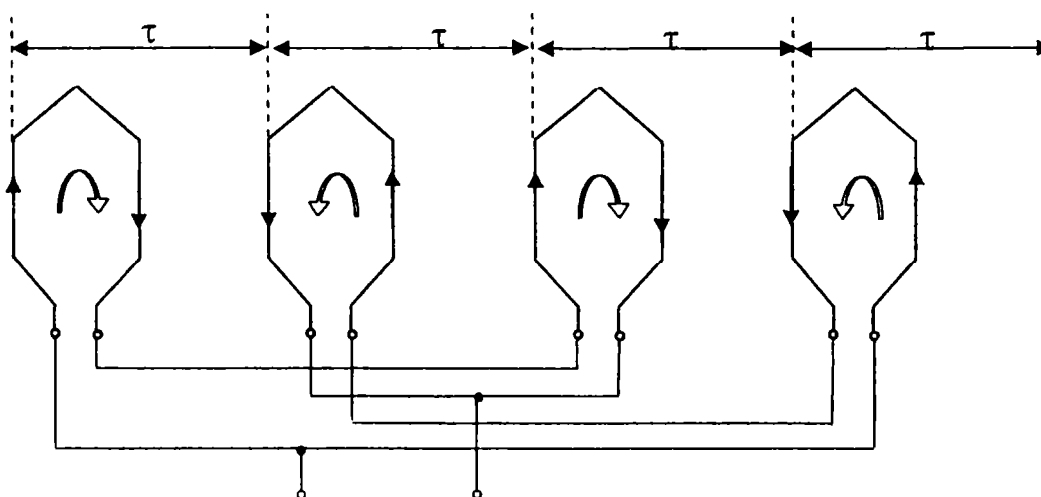


Fig. 5.22 Explicativă pentru conectarea în paralel a înfășurării statorice cu patru grupuri de bobine, formând două căi în paralel

Aceleași concluzii se pot trage și asupra influenței căilor în paralel ale înfășurării statorice asupra câmpului rotoric cu $\Delta = |Z_1 + p - Z_2| = (48 + 2 - 42) = 8$ perechi de poli, produs de armonica de pas statorică cu $(Z_1 + p) = 50$ perechi de poli.

Cu conexiunea reprezentată în figura 5.22, va avea loc o atenuare a câmpurilor cu $\Delta = 4$ și $\Delta = 8$ perechi de poli. Aceasta determină o reducere a reactanței de dispersie rotorică atribuită câmpurilor induse de armonicile statorice de pas cu $(Z_1 \pm p) = 50$ și respectiv 46 perechi de poli, astfel încât vor lua naștere curenți rotorici importanți.

Prin urmare, cu o astfel de conexiune a înfășurării statorice, se poate anticipa o creștere a cuplurilor asincrone la turația $n = 1500/50$ rot/min și $n = -1500/46$ rot/min, determinate de armonicile de pas, precum și de prezența unui cuplu sincron la pornire. Ceea ce surprinde este valoarea marea a acestui cuplu sincron.

Comparând caracteristicile mecanice din figurile 5.20 și 5.24, la o conectare în paralel a înfășurării statorice, cuplul asincron, ce corespunde armonicii statorice de pas cu $(Z_1 - p) = 46$ perechi de poli, crește cu 190% față de valoarea sa inițială, pe când cuplul sincron, la pornire, crește cu 590% .

În încheierea analizei trebuie reamintit că diagrama Görgeș pentru curentul I_Δ , indus în căile în paralel ale înfășurării statorice, este un triunghi echilateral. Deoarece diagrama nu este centrată simetric în raport cu centrul său de greutate, tensiunea magnetomotoare statorică suplimentară, corespunzătoare curentului I_Δ conține atât armonici cu $\Delta k = 4k$ (k este impar) perechi de poli cât și armonici cu $\Delta k = 4k$ (k este par) perechi de poli. Din această cauză, la pornire, o serie de cupluri sincrone suplimentare vor crește foarte mult. Astfel, spre exemplu, la pornire armonicile tensiunii magnetomotoare statorice cu $4 \times 10 = 40$ perechi de poli sunt în sincronism cu armonica de pas a curentului rotoric cu $(Z_2 - p) = 40$ perechi de poli.

Același lucru se întâmplă și în cazul armoniciei statorice cu $4 \times 11 = 44$ perechi de poli, care este, la pornire, în sincronism cu armonica de pas a curentului rotoric cu $(Z_2 + p) = 44$ perechi de poli.

d) Conectarea în paralel a celor 4 grupuri de bobine formând patru căi în paralel, $a=4$ (Fig.5.23)

În acest caz, numerele de creștături stator rotor satisfac relația stabilită pentru atenuare (rel. 300), pentru $k=1$:

$$|Z_1 - Z_2| = p(2k \pm 1) = 48 - 42 = 2(2 \cdot 1 + 1) = 6$$

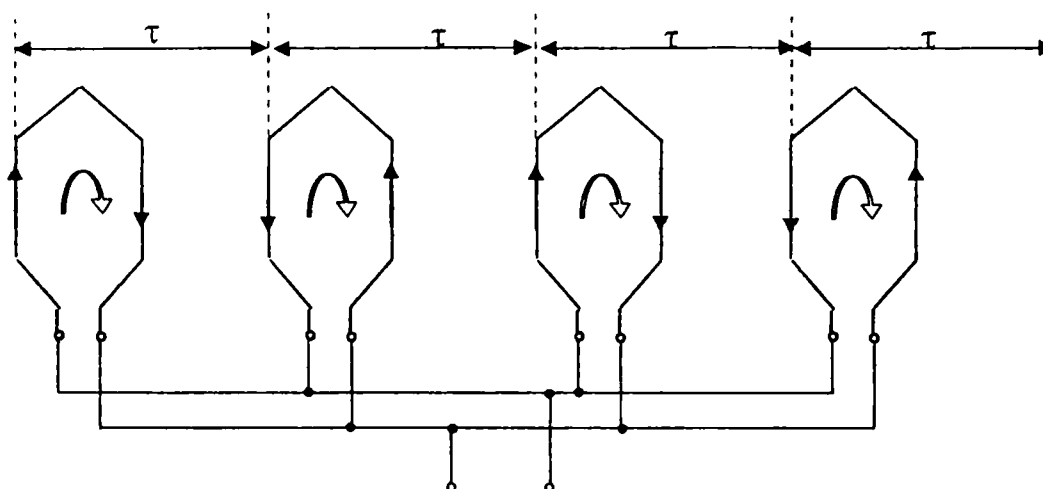


Fig. 5.23 Explicativă pentru conectarea în paralel a înfășurării statorice cu patru grupuri de bobine, formând patru căi în paralel

Tensiunea rezultantă $U_{\Delta r}$, indusă în circuitul format de fiecare două căi (grupuri de bobine) este egală cu suma tensiunilor individuale U_{Δ} , pe calea de curent. Curenții suplimentari de circulație I_{Δ} străbat, în acest caz, numai bobinele de pe căile de curent, și nu străbat capetele de bobină.

Tot ce s-a arătat în cazul c) este valabil și în acest caz. Curba cuplului este reprezentată în figura 5.24.

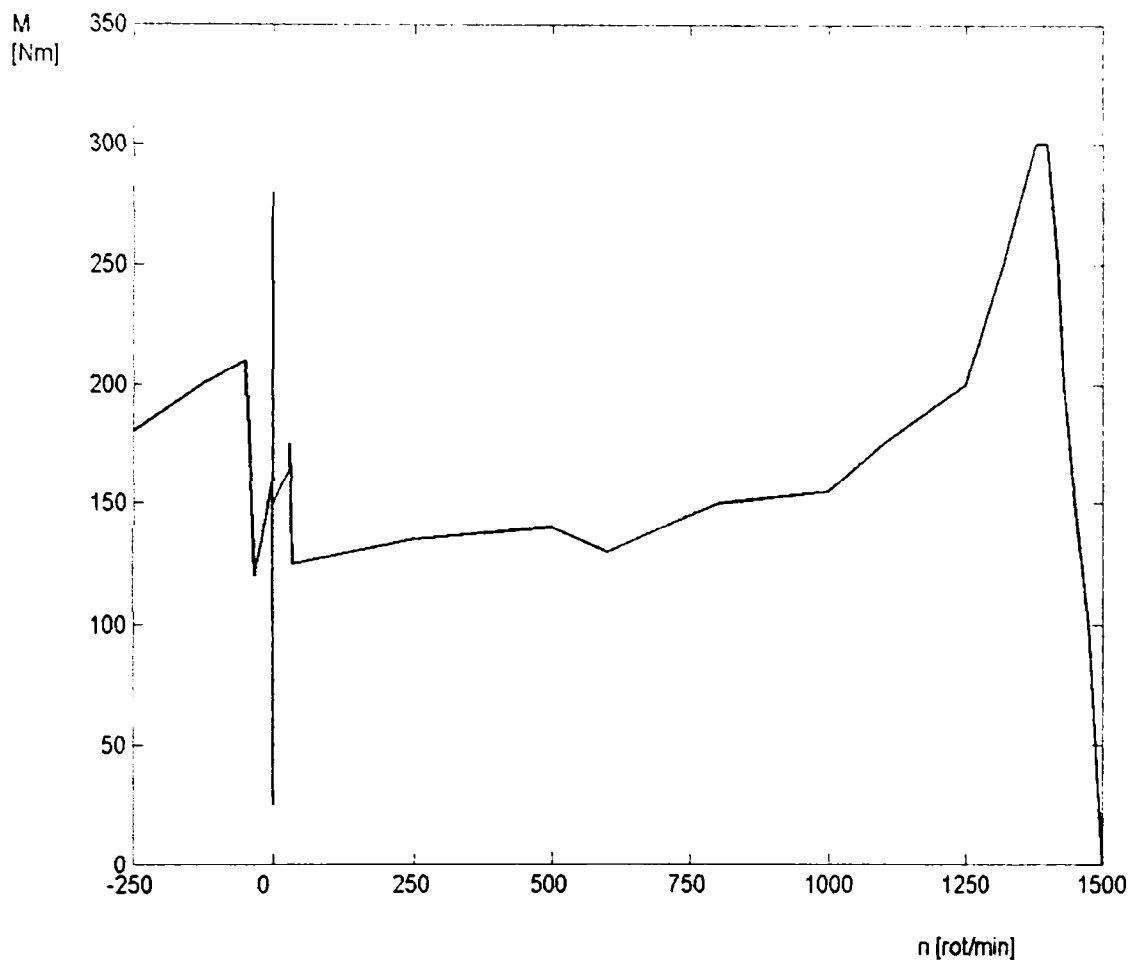


Fig. 5.24 Caracteristica cuplu-turație pentru un motor de 70 kW, cu rotorul în scurtcircuit, pentru o conectare a înfășurării statorice cu 4 căi în paralel

2. Înfășurare statorică într-un strat cu două căi în paralel. Fiecare fază constă din două grupuri de bobine

Schema de legare a celor două grupuri de bobine, ce formează cele două căi în paralel, este reprezentată în figura 5.25.

Întrucât deschiderea bobinei fiecărui grup este egală cu pasul polar pentru 4 poli, tensiunea indusă de către câmpul magnetic rotoric cu 8 poli și cu 16 poli, este egală cu zero, $U_{\Delta}=0$. Prin urmare nu va avea loc nici o atenuare a câmpului magnetic rotoric.

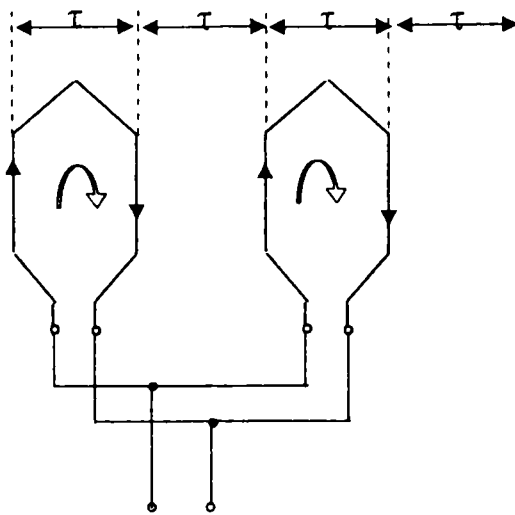


Fig. 5.25 Explicativă pentru conectarea unei înfășurări statorice într-un strat, formând două căi în paralel

De asemenea, nu va avea loc o creștere a reacției armăturii secundare.

Așa cum se poate vedea și din caracteristica mecanică ridicată (fig.5.26), cuplurile parazite, cauzate de armonica de pas statorică de prim ordin nu sunt foarte importante și o creștere a reacției armăturii secundare, în acord cu cele expuse anterior, nu va avea loc.

Trebuie, în continuare, investigată atenuarea câmpului rotoric cu $\Delta = Z_1 - Z_2 - p = 48 - 42 - 2 = 4$ perechi de poli de către curenții I_4 din înfășurarea rotorică.

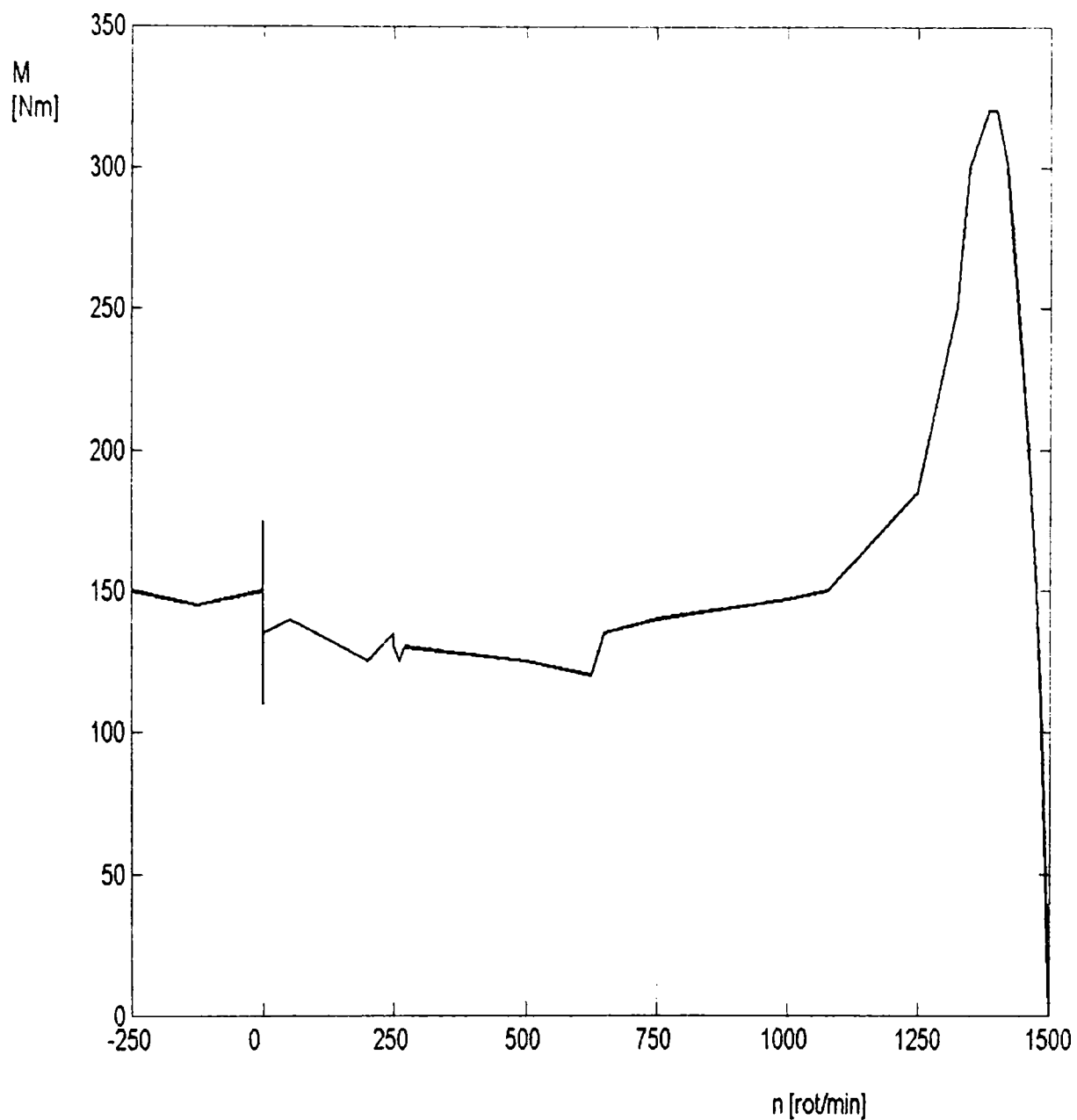


Fig. 5.26 Caracteristica cuplu-turație pentru un motor de 70 kW, cu rotorul în scurtcircuit, pentru o conectare a înfășurării statorice într-un strat ce formează 2 căi în paralel

Acești curenți sunt determinați de către coeficientul de dispersie diferențială al înfășurării statorice. Prin urmare, așa cum am arătat anterior (rel.297), pentru $\Delta=4$, se poate scrie:

$$1 + \gamma_4 = \left(\frac{R_g}{R_4} \right)^2$$

Dacă se presupune ca fiind unitar curentul din stratul inferior sau superior al înfășurării din creștătura statorică atunci pătratul razei de inerție a poligonului fundamentalei, raportată la centrul de gravitate, este dată de expresia (rel.58):

$$R_g^2 = \frac{\bar{0}1^2 + \bar{0}2^2 + \dots}{12} = \frac{(3 \times 1) + 9(2)^2}{12} = \frac{13}{4}$$

Pentru raza de inerție R ce corespunde câmpului cu 4 perechi de poli, se poate scrie:

$$R_4 = \frac{48}{4\pi} 0.41 = 1.57$$

În care factorul de înfășurare este:

$$k_{b4} = \frac{\sin \frac{2\pi v}{Z_1} q}{q \sin \frac{2\pi v}{Z_1}} \sin \frac{y}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot v = \frac{\sin \frac{2\pi \cdot 2}{48} \cdot 4}{4 \sin \frac{2\pi \cdot 2}{48}} \sin \frac{5}{6} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 2 = 0.41$$

Conform relației (57) coeficientul de dispersie diferențială γ_{04} , este:

$$\gamma_4 = \left(\frac{R_g}{R_4} \right)^2 - 1 = \left(\frac{13}{4 \cdot 1.57^2} \right) - 1 = 0.318$$

Atenuarea câmpului rotorice cu 4 perechi de poli, determinată de reacția armăturii secundare este:

$$\frac{100}{1 + \gamma_4} \% = \frac{100}{1.318} = 76\%$$

Prin urmare câmpul rezidual din întrefier este 24% din valoarea sa fără atenuare.

Coeficientul de dispersie diferențială, ce ține cont de reacția armăturii secundare este, în concordanță cu ecuația (283):

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{d_{42}(Z_1 \pm p)} &= \gamma_{d_{42}(Z_1 \pm p)} - \left(\frac{Z_1 \pm p}{Z_2 - (Z_1 \pm p)} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\gamma_{2d}}{1 + \gamma_{2d}} \right)^2 \right] = \\ &= 139 - \left(\frac{46}{4} \right)^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{0.318}{1.318} \right)^2 \right] = 15 \end{aligned}$$

deoarece:

$$\gamma_{d_{42}(Z_1 \pm p)} = 139$$

și prin urmare curentul rotoric $I_{2_{42}}$ crește în raportul:

$$\frac{1 + \gamma_{d(Z_1 \pm p)}}{1 + \gamma_{d(Z_1 \pm p)}} = \frac{1 + 139}{1 + 15} = 8.8$$

Măsurătorile demonstrează că această creștere este de, aproximativ, 2.1 ori.

De aici rezultă că determinarea coeficientului de dispersie diferențială, γ_4 , fără luarea în considerație a saturației fierului, conduce la rezultate care pot fi apreciate, mai degrabă calitative decât cantitative.

Dacă se ține cont de saturația fierului, se obține, conform relației (298):

$$R'_4 = \frac{R_4}{k_4} = \frac{1.57}{k_4}$$

Prin urmare: $\gamma_4 = \left(\frac{R_9}{R'_4} \right)^2 - 1 = 1.32k_4^2 - 1$ și coeficientul de dispersie diferențială

$\dot{\gamma}_{d_{46}(Z_1 \pm p)}$, ținând cont de saturație, este:

$$\dot{\gamma}_{d_{42}(Z_1 \pm p)} = 139 - \left(\frac{46}{4} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{1.32k_4^2 - 1}{1.32k_4^2} \right)^2 \right]$$

și prin urmare factorul de amplificare al curentului rotoric, este:

$$\varphi_i = \frac{1 + 139}{7 + 132 \left(\frac{1.32k_4^2 - 1}{1.32k_4^2} \right)^2}$$

Valoarea măsurată, $\varphi_i = 2.1$, corespunde valorii $k \approx 1.5$. În concordanță cu ecuația (91a), se poate aștepta ca pentru φ_i să se obțină valori în plaja:

$$2.8 < \varphi_i < 2.4$$

5.10 Efectul creșterii și al saturației capetelor de dinți asupra curbei cuplu-turație a motorului asincron cu rotor în scurtcircuit

Așa cum s-a arătat anterior (a se vedea fig.5.4), rezultatele teoriei armonice clasice nu sunt validate de măsurători. Principala cauză a acestor diferențe este aceea că, în teoria clasică, se ignoră efectul de creștere și saturația.

În cele ce urmează se vor lua în considerare aceste efecte, cu referire la valoarea cuplului maxim generat de tensiunea magnetomotoare statorică a armonicii de pas cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli. Se va demonstra cum câmpurile diferențiale cu $\Delta = [Z_2 - (Z_1 \pm p)]$ perechi de poli au o influență considerabilă asupra tuturor acestor efecte.

5.10.1 Cuplurile suplimentare generate de câmpurile diferențiale

Din cele ce s-au arătat până acum se desprinde concluzia că, în cazul unei armături secundare în scurtcircuit, sunt de așteptat cupluri suplimentare dacă câmpul indus are un număr mic de perechi de poli, deoarece în acest caz numărul de bare rotorice pe perechea de poli nu este niciodată mai mic decât o anumită valoare critică.

Mai întâi se are în vedere câmpul diferențial B'_Δ cu $[Z_2 - (Z_1 + p)]$ perechi de poli, ce străbate întrefierul cu viteza unghiulară:

$$\omega_\Delta = - \frac{\omega - Z_2 \omega_r}{Z_2 - (Z_1 + p)}$$

Viteza relativă, în raport cu viteza rotorului, a cărei viteză unghiulară este ω_r , este:

$$\omega_{rel} = \omega_\Delta - \omega_r = - \frac{\omega - (Z_1 + p)\omega_r}{Z_2 - (Z_1 + p)} \quad (302)$$

Acest câmp este în sincronism cu rotorul la viteza unghiulară:

$$\omega_{rs} = \frac{\omega}{Z_1 + p} \quad (303)$$

care este aceeași cu viteza câmpului armonic statoric, de pas, cu (Z_1+p) perechi de poli.

În mod similar, viteza relativă a câmpului diferențial cu $[Z_2 - (Z_1-p)]$ perechi de poli, raportată la rotorul în scurtcircuit, are amplitudinea:

$$\omega_{rel} = \frac{\omega + Z_2\omega_r}{Z_2 - (Z_1 + p)} - \omega_r = \frac{\omega + (Z_1 - p)\omega_r}{Z_2 - (Z_1 - p)} \quad (304)$$

Acest câmp este în sincronism cu rotorul la viteza :

$$\omega_{rs} = -\frac{\omega}{Z_1 + p} \quad (305)$$

care este aceeași cu viteza câmpului statoric, armonic de pas, cu (Z_1-p) perechi de poli.

Atunci când se analizează influența câmpurilor diferențiale cu $\Delta = [Z_2 - (Z_1 \pm p)]$ perechi de poli asupra rotorului având Z_2 bare, trebuie avut în vedere că numărul de bare pe perechea de poli pentru aceste câmpuri este ([H1]):

$$m_{\Delta} = \frac{Z_2}{[Z_2 - (Z_1 \pm p)]} \gg 1$$

ceea ce determină un cuplaj între câmpul inductor și colivia rotorică și, în consecință, curenți mari în barele coliviei și pierderi în cupru considerabile în colivia rotorică, $P_{cu\Delta}$.

Pierderile în cupru în colivia rotorică, datorită câmpului diferențial cu $\Delta' = [Z_2 - (Z_1 + p)]$ perechi de poli, la viteza rotorică ω_r , sunt ([H1]):

$$P_{cu2\Delta'} = Z_2 I_{2\Delta'}^2 R'_2 = \frac{(H_{\Delta_1} \omega_{rel})^2 Z_2 R'_2}{R'_2{}^2 + [L_{0\Delta'} (1 + \gamma_{20\Delta'}) \omega_{rel}]^2} \quad (306)$$

în care:

H_{Δ_1} este amplitudinea câmpului diferențial rezultat

ω_{rel} este viteza unghiulară relativă a câmpului diferențial, raportată la rotor

R'_2 este rezistența rotorică ce ține cont de efectul de refulare

$L_{0\Delta}$ este inductivitatea proprie a armăturii în scurtcircuit, datorată armonicii cu $\Delta' = Z_2 - (Z_1 + p)$ perechi de poli

$\gamma_{20\Delta}$ este coeficientul de dispersie diferențială pentru $m_{\Delta'} = \frac{Z_2}{[Z_2 - (Z_1 \pm p)]}$

Dacă $M_{\Delta'}$ reprezintă cuplul corespunzător pierderilor în cupru $P_{cu\Delta'}$ atunci, așa cum se poate deduce din balanța energetică, trebuie spus că pierderile în cupru cauzate de câmpul diferențial cu $[Z_2 - (Z_1 + p)]$ perechi de poli sunt determinate, în parte de pierderile electromagnetice din întrefier și, în parte, de pierderile mecanice din lagăre, puterea electromagnetică $P_{e\Delta'}$ având în acest caz, ținând cont și de ecuația (98), valoarea:

$$P_{e\Delta'} = M_{\Delta'} \omega_{rs} = M_{\Delta'} \frac{\omega}{Z_1 + p} \quad (307)$$

în timp ce puterea mecanică, $P_{m\Delta'}$, va fi:

$$P_{m\Delta'} = -M_{\Delta'} \omega_r \quad (308)$$

Prin urmare:

$$P_{cu2\Delta'} = P_{e\Delta'} + P_{m\Delta'} = M_{\Delta'} (\omega_{rs} - \omega_r)$$

și astfel:

$$M_{\Delta'} = \frac{P_{cu2\Delta'}}{\omega_{rs} - \omega_r} = \frac{P_{cu2\Delta'}}{\frac{\omega}{(Z_1 + p)} - \omega_r} \quad (309)$$

Din ecuația (309) se pot trage următoarele concluzii:

- dacă $\omega_r < \frac{\omega}{(Z_1 + p)}$, $M_{\Delta'} > 0$
- dacă $\omega_r = \frac{\omega}{(Z_1 + p)}$, $M_{\Delta'}$ schimbă de semn
- dacă $\omega_r > \frac{\omega}{(Z_1 + p)}$, $M_{\Delta'} < 0$

Conform cu [H1], cuplul suplimentar $M_{\Delta'}$, este dat de expresia următoare (ținând cont și de ecuația 309):

$$M_{\Delta'} \cong \frac{I_1^2(\omega_r)}{\frac{\omega}{Z_1 + p} - \omega_r} \cdot \frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2}{(1 + \gamma_{20\Delta'})^2} \cdot k_1^2(\omega_r) =$$

$$= \frac{I_1^2(s)}{\left[\frac{\omega}{Z_1 + p} - \omega(1-s) \right]} \cdot \frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2}{(1 + \gamma_{20\Delta'})^2} \cdot k_1^2(s) \quad (310)$$

în care:

$$- k_1(s) = \frac{b_1''}{a_0'} + \frac{(Z_1 + p)}{(Z_2 - p)} \cdot \frac{a_1'}{a_0'}, \text{ conform cu [H1]}$$

- a_1, b_1 sunt coeficienții corespunzători armonicii fundamentale din dezvoltarea în serie Fourier

- a_0 este termenul liber din dezvoltarea în serie

$$- s = 1 - \frac{\omega_r p}{\omega}, \text{ reprezintă alunecarea}$$

Această expresie ia în considerație faptul că, datorită saturației capetelor de dinți, creștătura se deschide și în consecință coeficienții a_0', a_1', b_1'' devin dependenți de turație ([H1]).

Aceleași considerații se pot face și în cazul câmpului diferențial cu

$\Delta'' = Z_2 - (Z_1 - p)$ perechi de poli. Astfel, în acest caz se poate scrie următoarea expresie pentru pierderile în cupru rotorice:

$$P_{cu2\Delta''} = Z_2 I_{2\Delta''}^2 R_{2'}^2 = \frac{(H_{\Delta_2} \omega_{rel})^2 Z_2 R_{2'}^2}{R_{2'}^2 + [L_{0\Delta''} (1 + \gamma_{20\Delta''}) \omega_{rel}]^2} \quad (311)$$

Mărimile ce intervin în această relație sunt aceleași cu cele din relația (306), referitoare la câmpul cu $\Delta'' = Z_2 - (Z_1 - p)$.

Pentru cuplul $M_{\Delta''}$, se obține următoarea expresie, similară relației (309):

$$M_{\Delta''} = \frac{P_{cu2\Delta''}}{\omega_{rs} - \omega_r} = \frac{P_{cu2\Delta''}}{\frac{\omega}{(Z_1 - p)} - \omega_r} \quad (312)$$

Cuplul corespunzător câmpului diferențial cu $\Delta'' = Z_2 - (Z_1 - p)$ este:

- dacă $\omega_r > -\frac{\omega}{(Z_1 + p)}$, $M_{\Delta''} < 0$
- dacă $\omega_r = -\frac{\omega}{(Z_1 + p)}$, $M_{\Delta''}$ schimbă de semn
- dacă $\omega_r < -\frac{\omega}{(Z_1 + p)}$, $M_{\Delta''} > 0$

Ca mai sus ecuația (307) se poate scrie astfel:

$$M_{\Delta'} \cong \frac{l_1^2(s)}{\left[\frac{\omega}{Z_1 - p} + \omega(1-s) \right]} \cdot \frac{[Z_2 - (Z_1 - p)]^2}{(1 + \gamma_{20\Delta'})^2} \cdot k_2^2(s) \quad (313)$$

$$\text{unde: } k_2(s) = \frac{b_1''}{a_0'} + \frac{(Z_1 - p)}{(Z_2 + p)} \cdot \frac{a_1'}{a_0'}$$

Din ecuațiile (310) și (313) se poate calcula câmpul rezultat, corespunzător ambelor câmpuri diferențiale:

$$M_{\Delta} = M_{\Delta'} + M_{\Delta''} \cong l_1^2(s) \cdot \left\{ \frac{\frac{[Z_2 - (Z_1 + p)]^2 \cdot k_1^2(s)}{\left[\frac{\omega}{Z_1 + p} - \omega(1-s) \right] \cdot (1 + \gamma_{20\Delta'})^2}}{\frac{[Z_2 - (Z_1 - p)]^2 \cdot k_2^2(s)}{\left[\frac{\omega}{Z_1 - p} + \omega(1+s) \right] \cdot (1 + \gamma_{20\Delta''})^2}} \right\} \quad (314)$$

sau, într-o formulă aproximativă:

$$M_{\Delta} = M_{\Delta'} + M_{\Delta''} \cong l_1^2(s)(Z_2 - Z_1)^2 \cdot \left\{ \frac{\frac{k_1^2(s)}{\left[\frac{\omega}{Z_1 + p} - \omega(1-s) \right] \cdot (1 + \gamma_{20\Delta'})^2}}{\frac{k_2^2(s)}{\left[\frac{\omega}{Z_1 - p} + \omega(1+s) \right] \cdot (1 + \gamma_{20\Delta''})^2}} \right\} \quad (314a)$$

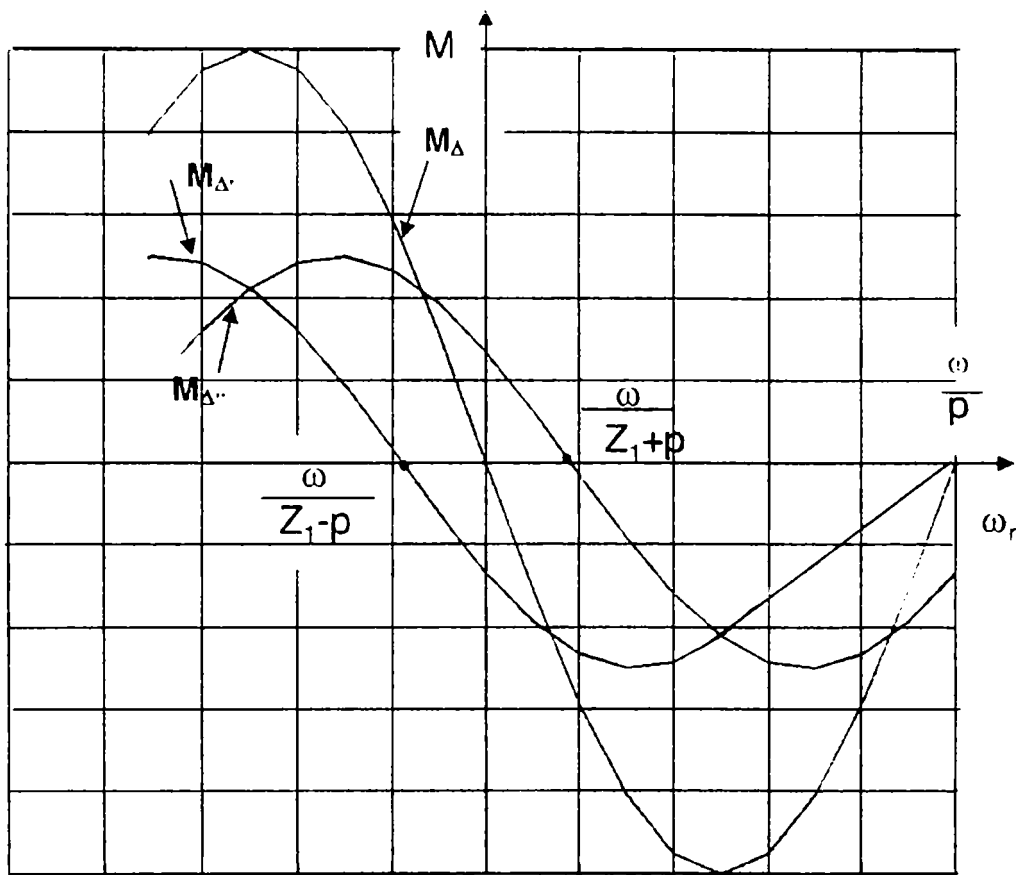


Fig. 5.27 Caracteristicile cuplu-turație pentru cuplurile M'_Δ , M''_Δ și cuplul rezultat M_Δ , ale câmpurilor diferențiale, funcție de viteza rotorică

Din ecuația (309) se poate observa că, la variația sarcinii, cuplul total M_Δ scade continuu pe caracteristica cuplu-turație, în timp ce la funcționarea în sarcină sau la mersul în gol, este practic neglijabil. Pe de altă parte, în regiunea de frână curba cuplu-turație, datorită curentului statoric I_1 de valoare mare, și a saturației capetelor de dinți, cuplul M_Δ , crește continuu și nu scade până ce ω_r nu atinge valori mari.

Cuplurile M'_Δ , M''_Δ și cuplul rezultat M_Δ , funcție de alunecare, sunt reprezentate în figura 5.27.

Teoria dezvoltată aici presupune efectul, frecvent observat, că există o destul de mare diferență între curba cuplu-turație măsurată și curba cuplu-turație calculată din diagrama polară, pe baza puterii câmpului rotitor. Aceasta

explică creșterea substanțială a caracteristicii cuplu-turație în regiunea de frână și scăderea ei în regiunea de motor.

Pierderile de suprafață datorate curenților transversali din barele rotorice înclinate ale coliviei rotorice, din aluminiu, determină același efect. Astfel, opinia întâlnită în literatura de specialitate, că această deformare a caracteristicii cuplu-turație se datorează pierderilor suplimentare în fier la suprafața rotorului, nu este corectă întrucât, în acest caz, nu există nici o diferență între motorul cu inele de contact și motorul cu colivie din aluminiu, ori acest fapt nu este în concordanță cu rezultatele experimentale.

5.10.1.1 Determinări experimentale

În figurile următoare se prezintă câteva rezultate ale măsurătorilor efectuate asupra unor motoare asincrone, unele cu rotor în scurtcircuit, altele cu rotor bobinat, cu inele de contact.

În toate aceste figuri M' reprezintă curba cuplului măsurat iar M curba cuplului calculat.

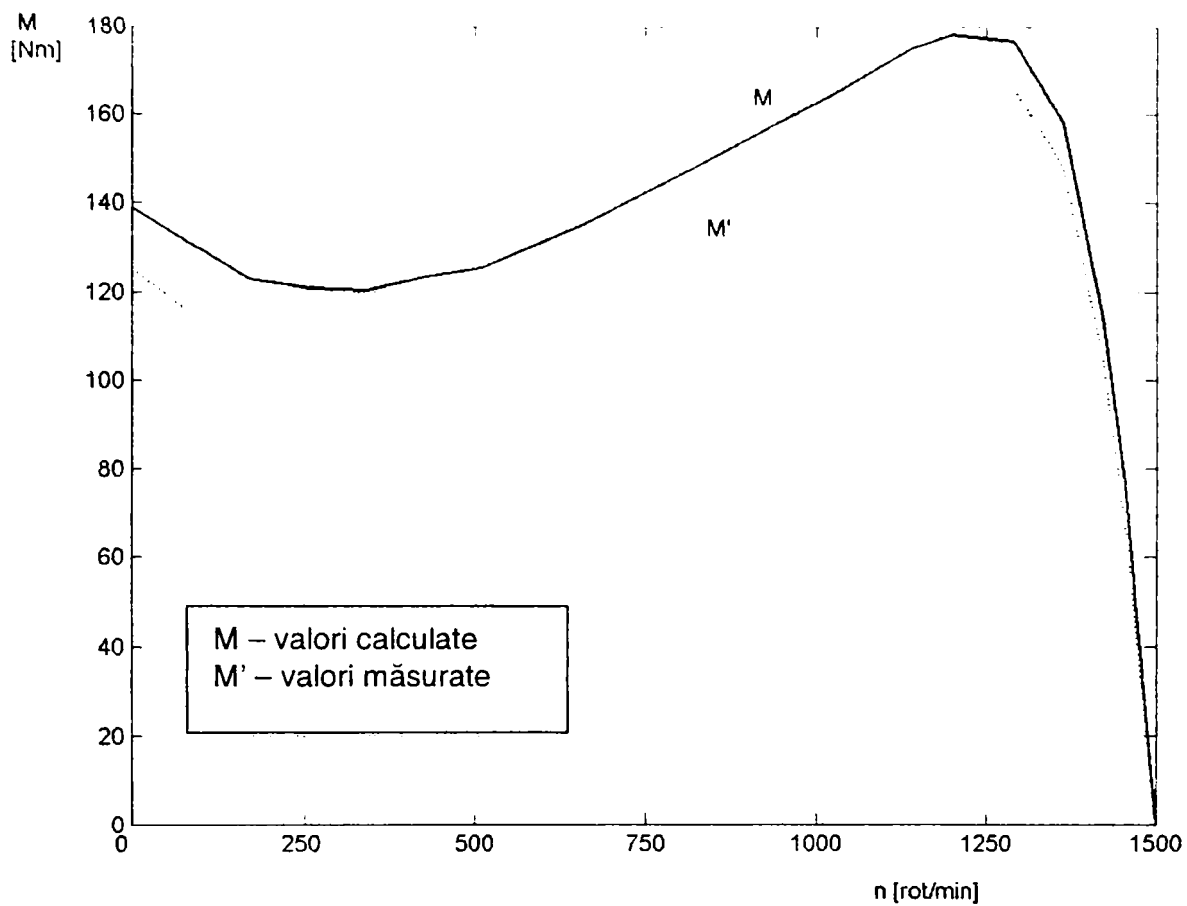


Fig.5.28

În figura 5.28 s-a reprezentat caracteristica mecanică pentru un motor electric asincron cu rotorul în scurtcircuit cu $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=32$ (seria de bază Electromotor), 380V, conexiunea triunghi, (măsurată la 380V, conexiunea stea).

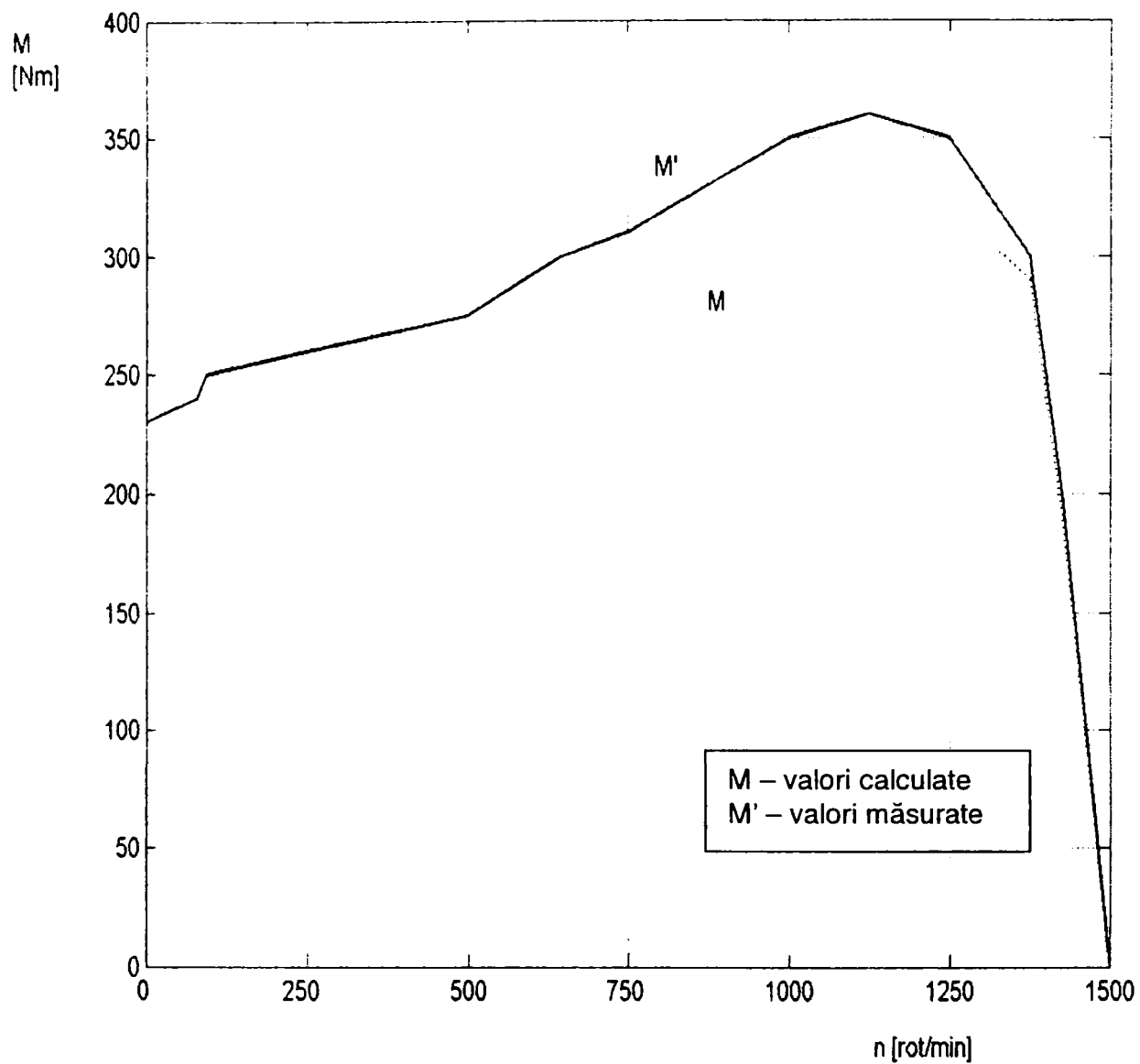


Fig.5.29

În figura 5.29 s-a reprezentat caracteristica mecanică pentru un motor electric asincron în scurtcircuit cu $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=44$, 380V, conexiunea triunghi, (măsurată la 380V, conexiunea stea).

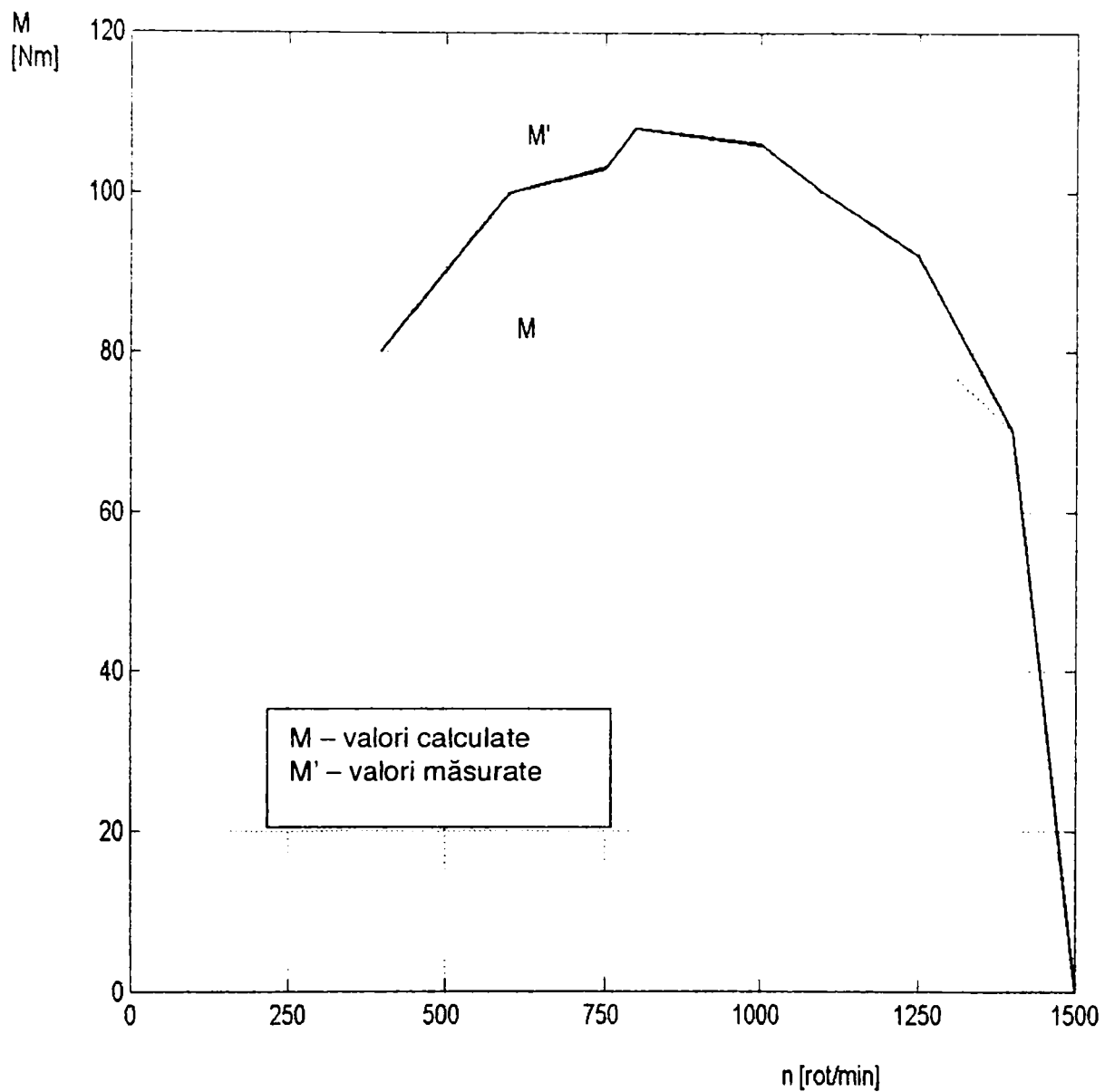


Fig.5.30

În figura 5.30 s-a reprezentat curba cuplu-turație pentru un motor asincron cu rotorul în scurtcircuit cu $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=38$, 380V, conexiunea triunghi, (măsurată la 380V, conexiunea stea)

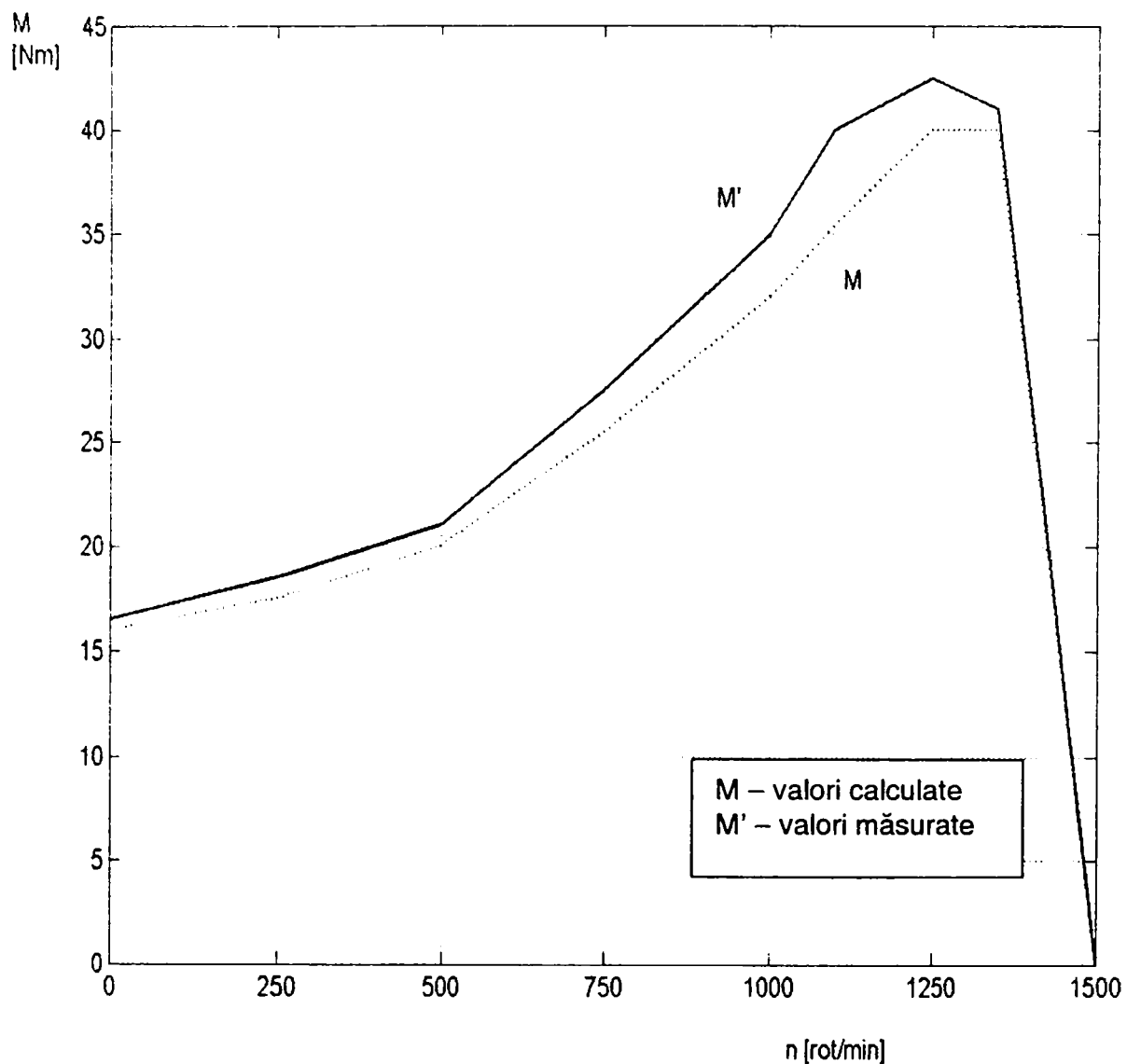


Fig.5.31

În figura 5.31 s-a reprezentat curba cuplu-turație, pentru un motor de inducție cu inele de contact cu $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=48$, 380V, conexiunea stea, (măsurată la 220V, conexiunea stea).

Înfășurarea rotorică este o înfășurare cu pas diametral. Câmpul diferențial are $\Delta = |48 - 36 \pm 2| = 14$ și, respectiv, 10 perechi de poli. Aceasta corespunde armonicii de ordinul 5 și de ordinul 7 care se manifestă în cazul rotorului bobinat.

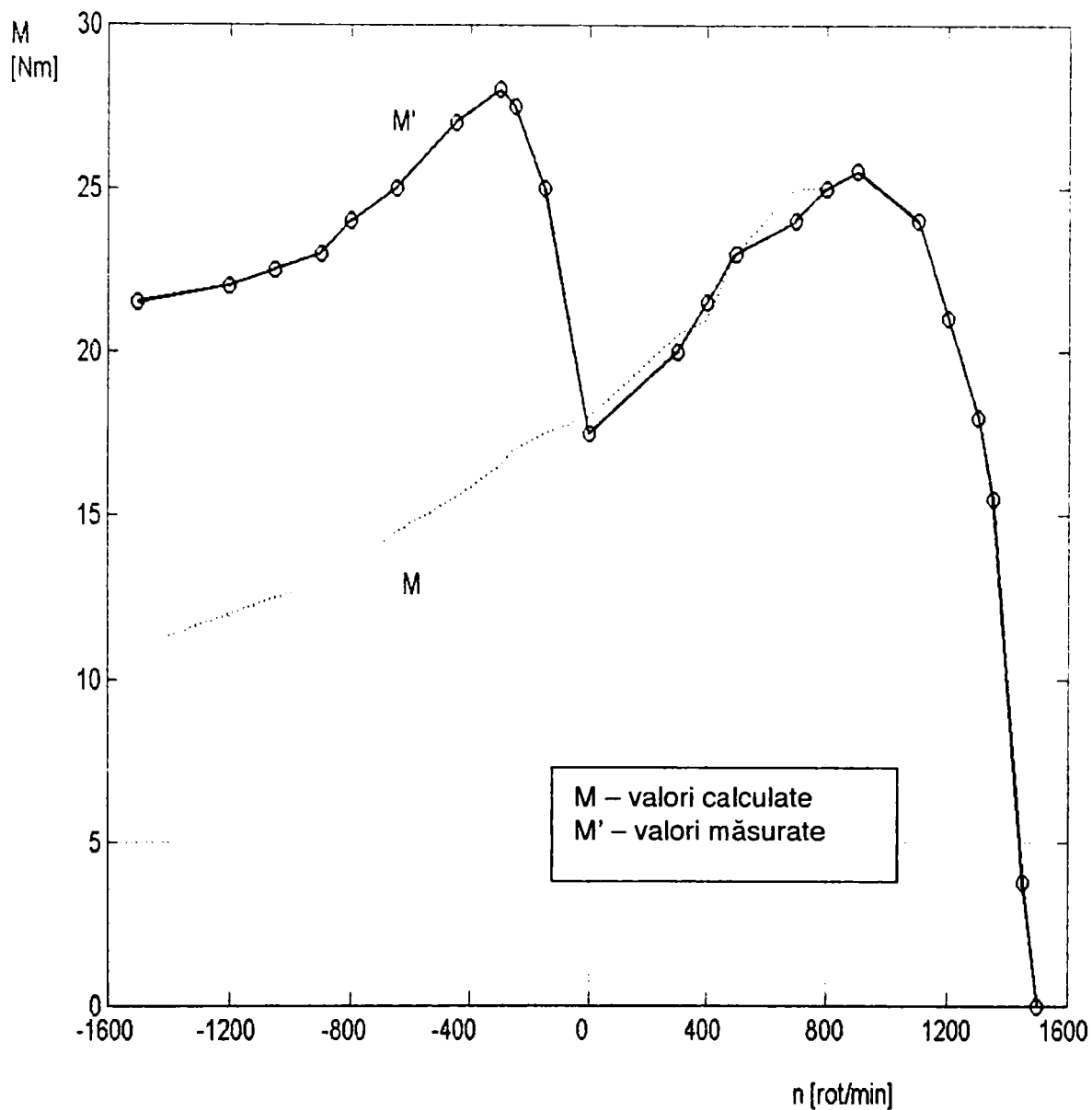


Fig.5.32

În figura 5.32 s-a reprezentat curba cuplu-turație, pentru un motor cu rotorul în scurtcircuit cu $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=28$. Colivia rotorică este alcătuită din bare din cupru izolate față de pachetul de tole. Colivia este înclinată cu un pas de crestătură statorică.

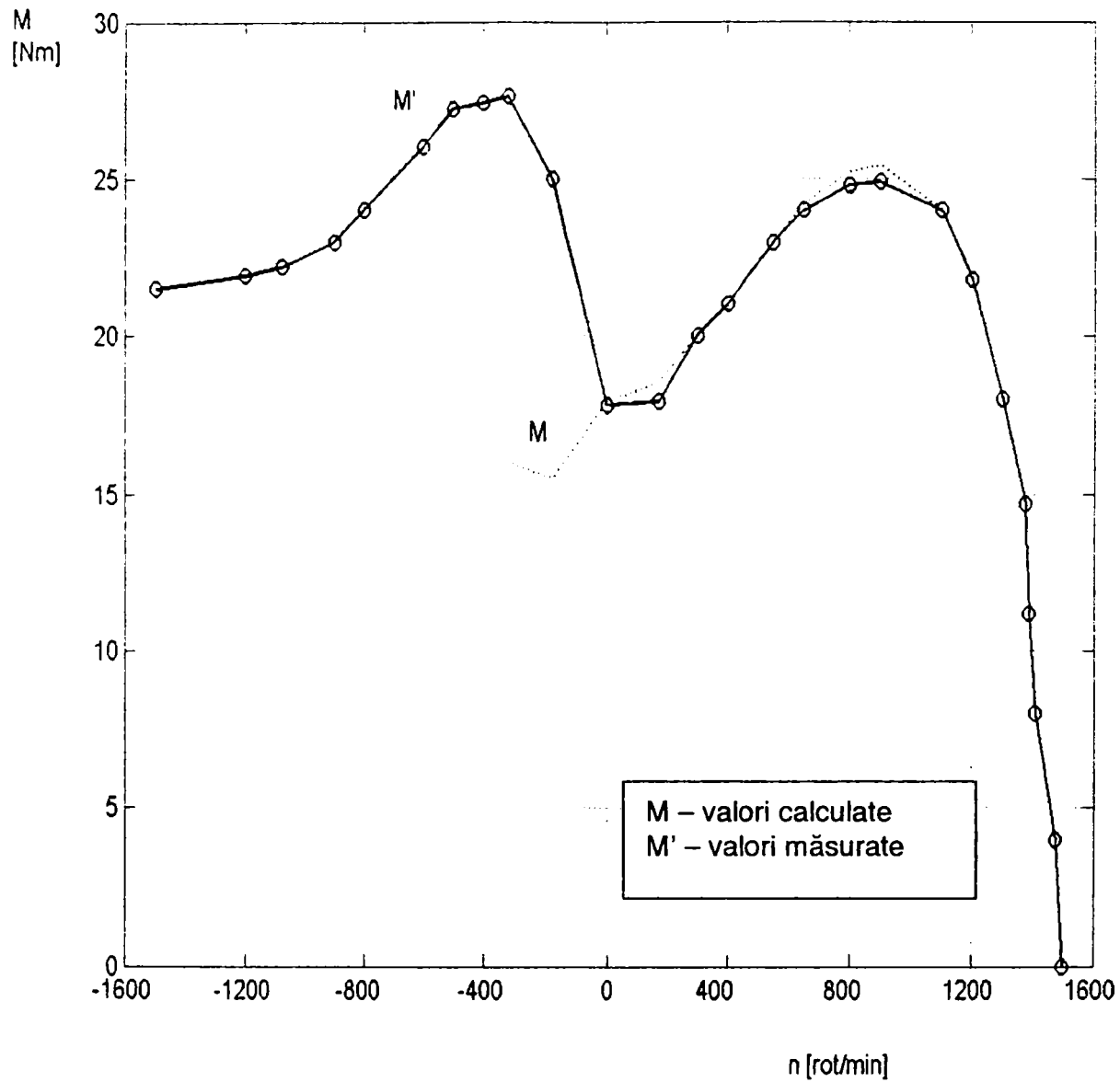


Fig.5.33

În figura 5.33 s-a reprezentat curba cuplu-turație pentru același motor din cazul anterior dar cu colivia rotorică din aluminiu.

În final, în figura 5.34 s-a reprezentat curba cuplu-turație pentru un motor cu rotorul în colivie din cupru, cu $2p=4$, $Z_1=36$, $Z_2=44$, cu creștături înclinate cu un pas de creștătură statoric.

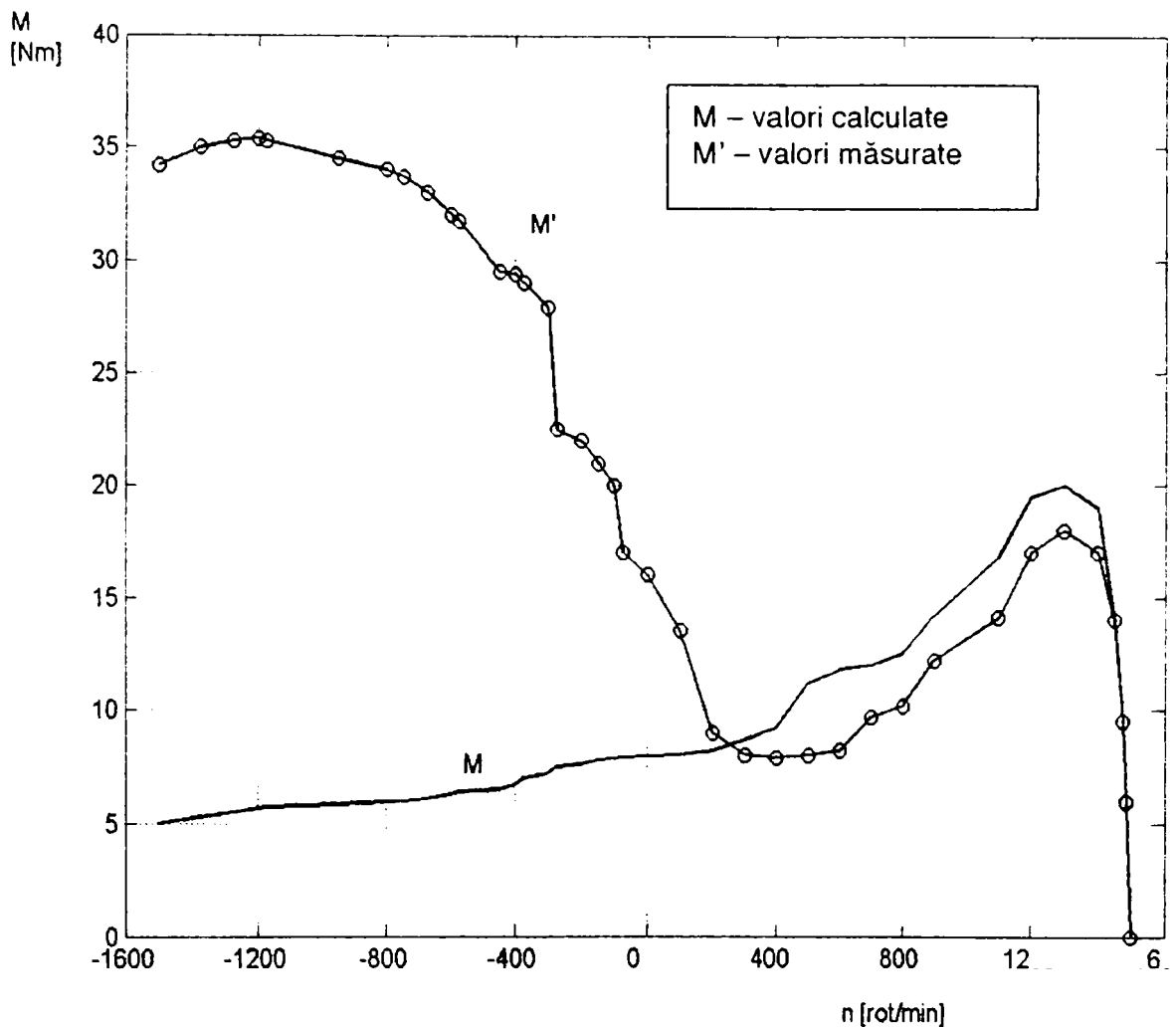


Fig.5.34

Concluzii:

- Din toate aceste reprezentări se poate observa că, chiar în cazul unui motor cu rotor cu bare neînclinate, cuplul real din zona de frână este mai mare iar în zona de motor mai mic decât cel calculat, acest lucru fiind în concordanță cu teoria câmpurilor diferențiale.
- În cazul unui rotor în scurtcircuit cu colivie din aluminiu deformarea curbei cuplu-turație are același sens dar este exprimată mai pregnant decât în cazul unui rotor cu colivie din cupru.

5.10.2 Cuplurile maxime ale armonicilor statorice de pas cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli

Atunci când se analizează efectul cuplurilor parazite, ale armonicilor de pas cu $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli, asupra funcționării mașinii de inducție, este necesar, mai întâi, să se analizeze la ce turație apar aceste cupluri. O astfel de analiză conduce la concluzia că aceste cupluri se produc atunci când viteza unghiulară rotorică are valoarea:

$$\omega_r = \pm \frac{\omega}{Z_1 \pm p}$$

adică la turația:

$$n_r = \pm \frac{n_0}{Z_1 \pm p}$$

Al doilea pas este acela de a calcula aceste cupluri parazite.

În secțiunea precedentă (5.7) s-a calculat coeficientul $\xi_{(Z_1+p)}$, a cărui valoare arată cât de mult se modifică câmpul rezultat rotoric cu (Z_1+p) perechi de poli prin crestare, prin comparație cu cazul rotorului neted. Deoarece amplitudinea cuplului maxim este determinată de câmpul rotoric rezultat cu (Z_1+p) perechi de poli, ce pulsează în întrefier cu frecvența fundamentalei, amplitudinea acestuia este:

$$M'_{(Z_1+p)} = M_{(Z_1+p)} \xi_{(Z_1+p)} \quad (315)$$

unde $M_{(Z_1+p)}$ este cuplul maxim al armonicilor statorice cu (Z_1+p) perechi de poli, în concordanță cu ecuația (231b). În mod corespunzător, cuplul maxim al armonicilor având (Z_1-p) perechi de poli, la $\omega_r = -\frac{\omega}{Z_1-p}$, ținând cont de crestare, va fi:

$$M'_{(Z_1-p)} = M_{(Z_1-p)} \xi_{(Z_1-p)} \quad (315a)$$

în care $M_{(Z_1-p)}$ este cuplul maxim al armonicilor statorice cu (Z_1-p) perechi de poli, în concordanță cu ecuația (232).

5.10.2.1 Determinări experimentale

Pentru a avea o vedere generală asupra influenței creșterii asupra cuplurilor parazite la $\omega_r = \pm \frac{\omega}{Z_1 \pm p}$, coeficientul $\xi_{(Z_1 \pm p)}$ se va calcula pentru două cazuri diferite. Prima dată pentru o creștătură stator semi-deschisă și o creștătură rotor semi-închisă și a doua oară pentru creștături semi-deschise în ambele părți ale mașinii, atât în stator cât și în rotor. Heller și Hamata ([H1]) recomandă, pentru motoarele de inducție cu rotor în scurtcircuit de putere mică, având creștături semi-deschise în stator și semi-închise în rotor, următoarele valori medii:

$$a_0=0.8; a'_1=0.3; b''_1=0.1; l_0/l_k=1/3.5.$$

Pentru $Z_2=kZ_1$ coeficienții $\xi_{(Z_1 \pm p)}$ se vor modifica într-un singur coeficient ξ_{Z_1} (pentru $p=0$), astfel încât ecuațiile (201a și b) devin:

$$\xi_{Z_1} \cong 1 + \left(\frac{b''_1}{2a_0} \cdot \frac{1}{k} \cdot \frac{a'_1}{2a_0} \right) (k-1) \left(1 + \frac{b''_1}{2a_0} \cdot \frac{1}{k-1} \right) \frac{1 + \gamma_{2dZ_1}}{1 + \gamma_{2d(Z_2-Z_1)}} \quad (311)$$

unde

$$1 + \gamma_{2dZ_1} = \left(\frac{\pi}{k} \right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{k}} \quad \text{și}$$

$$1 + \gamma_{2d(Z_2-Z_1)} = \left(\pi \frac{k-1}{k} \right)^2 \frac{1}{\sin^2 \frac{k-1}{k} \pi}$$

Prin urmare, coeficientul ξ_{Z_1} este funcție de parametrul $k=Z_2/Z_1$.

În tabelul 5.5 s-a calculat, pentru diferite valori ale lui k , valorile corespunzătoare ale coeficienților ξ_{Z_1}

Tabel 5.5

k	ξ_{Z_1}	k	ξ_{Z_1}
1.28	1.913	0.83	0
1.25	2.062	0.81	0
1.21	2.344	0.78	0
1.17	2.792	0.72	0.104
1.08	6.257	0.69	0.139
0.92	0.272	0.61	0.204
0.89	0		

Aceleași calcule s-au efectuat pentru cazul creștărilor semi-deschise atât în stator cât și în rotor, pentru $a_0=0.7$; $a'_1=0.3$; $b''_1=0.3$. Rezultatele sunt sintetizate în tabelul 5.6.

Tabel 5.6

k	ξ_{Z_1}	k	ξ_{Z_1}
1.28	3.406	0.83	1.724
1.25	3.865	0.81	1.322
1.21	4.765	0.78	0.942
1.17	6.285	0.72	0.571
1.08	19.977	0.69	0.477
0.92	10.383	0.61	0.347
0.89	4.922		

Concluzii:

Din aceste calcule aproximative se poate observa o creștere considerabilă a cuplurilor parazite, datorate creșterii. Această puternică amplificare are loc când $Z_2 > Z_1$, și ambele părți ale mașinii sunt crestate și creștăturile sunt semi-deschise.

O amplificare mult mai mică are loc în cazul în care $Z_2 < Z_1$, caz în care cuplul parazit poate, în anumite condiții, chiar să se anuleze.

Prin urmare rotoarele ce au numărul de creștături $Z_2 < Z_1$ sunt, din punctul de vedere al cuplurilor parazite, mai avantajoase decât în cazul în

care $Z_2 > Z_1$ și pot fi proiectate fără înclinare, ceea ce este foarte avantajos din punct de vedere tehnologic.

Mai mult, atunci când se calculează coeficienții conductivității întrefierului, saturația capetelor de dinți trebuie luată în calcul, ceea ce înseamnă că trebuie să avem în vedere o mărire fictivă a deschiderii creștăturii.

Așa cum arată Heller, ([H1]), pentru creștături închise, deschiderea fictivă a creștăturii, b_4 , poate fi considerată ca fiind egală cu:

$$b_4 = 2.2R\varphi \left[1 + \frac{a}{2R} + \left(\frac{\bar{\varphi}}{2} \right)^2 \right] \quad [\text{cm}] \quad (316)$$

unde

$$\bar{\varphi} = 0.42 \sqrt{\frac{a}{R}} \sqrt[5]{\frac{\Theta^2}{2aR}}$$

expresie în care R , reprezintă raza creștăturii [cm], a , înălțimea capului dintelui [cm] iar $\Theta = I/1000$ curentul din bară [$A \times 10^{-3}$].

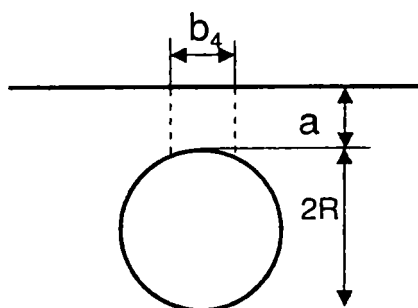


Fig. 5.35 Explicativă pentru deschiderea efectivă a creștăturii pentru o creștătură închisă

Așa cum rezultă din aceste deducții, considerarea creșterii permite o interpretare fizică și calcularea creșterii cuplurilor suplimentare ale câmpurilor statorice având $(Z_1 \pm p)$ perechi de poli.

Din concluziile stabilite rezultă, de asemenea, o explicație a efectelor observate experimental, și anume că mărimea relativă a cuplurilor de desprindere ale câmpurilor de pas statorice, depind, într-o mare măsură, de tensiunea la borne la care cuplul este măsurat, deoarece saturația capetelor de dinți și, prin urmare, de asemenea și deschiderile creștăturilor stator și rotor sunt funcții de curentul de scurtcircuit, și astfel de tensiunea la borne.

Trebuie subliniat, așa cum o arată și Oberretl ([O2]) și Heller ([H1]), că aceste considerații nu sunt adevărate pentru înfășurările statorice cu căi în paralel deoarece, în acest caz, apar efecte suplimentare.

5.10.2.2 Determinări experimentale

Pentru a verifica practic cele arătate în paragraful anterior s-a considerat motorul asincron trifazat, cu rotorul în scurtcircuit, de 7.5 kW, 1500 rpm, gabarit 132, din producția întreprinderii Electromotor. Acest motor are următoarea geometrie și valori măsurate:

$2p=4$	$b_{41}=0.003$ [m]
$f=50\text{Hz}$	$b_{42}=0.0015$ [m]
$U_n=380\text{V}$	$\delta=0.00025$ [m]
$Z_1=36$	$I_0=7\text{A}$
$Z_2=32$	$I_k=67$ A

$$v=Z_1+p=36+2=38$$

$$\Delta=Z_1+p-Z_2=6$$

$$k=Z_2/Z_1=0.88$$

$$1+\gamma_{2d38} = 73.85$$

$$1+\gamma_{2d6} = 1.063$$

Conform celor precizate în capitolul anterior se obține:

$$a_0=0.76; \quad a'_1=0.294; \quad b''_1=0.12; \quad I_0/I_k=1/10$$

Deoarece $Z_2 < Z_1 + p$, coeficientul ξ_{38} se calculează utilizând ecuația (196b):

$$\xi_{(38)} = 1 - \frac{a'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 + p}{p} \frac{I_0}{I_k} + \left(\frac{b'_1}{2a'_0} + \frac{Z_1 + p}{Z_2 - p} \frac{a'_1}{2a'_0} \right) \frac{Z_1 + p - Z_2}{Z_1 + p} \cdot \left(1 - \frac{b'_1}{2a'_0} \frac{Z_1 + p}{Z_1 + p - Z_2} \frac{Z_2}{2Z_2 - (Z_1 + p)} \right)^{\frac{1 + \gamma_{2d(38)}}{1 + \gamma_{2d6}}} =$$

$$= 1 - \frac{0.294}{1.52} \cdot \frac{38}{2} \cdot \frac{7}{67} + \frac{6}{34} \cdot \left(\frac{0.294}{1.52} + \frac{38}{30} \cdot \frac{0.12}{1.52} \right) \cdot \left(1 - \frac{0.12}{1.52} \cdot \frac{38}{6} \cdot \frac{32}{26} \right) \cdot \frac{73.85}{1.063} = 1.99$$

Cuplul parazit corespunzător armonicii de pas $v=38$, fără a ține cont de efectul creșterii, conform ecuației (230b) este:

$$M_{38} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U}{I_{m0}} \cdot \frac{Z_1 + p}{\omega} \cdot \frac{I_k^2}{1 + \gamma_{d(Z_1 + p)}} \cdot \left(\frac{p}{Z_1 + p} \right)^2 =$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{220}{7} \cdot \frac{38}{2 \cdot \pi \cdot 50} \cdot \frac{67^2}{73.85} \cdot \frac{4}{38^2} = 0.96 \text{ [Nm]}$$

Dacă se ține cont și de efectul creșterii, pentru $\xi_{38}=1.99$, cuplul parazit este:

$$M'_{38} = M_{38} \cdot \xi_{38} = 0.96 \cdot 1.99 = 1.91 \text{ [Nm]}$$

5.11 Validări experimentale

Cercetări experimentale detaliate, asupra cuplurilor parazite sincrone și asincrone, au fost făcute de către Möller. În lucrarea sa, ([M5]), sunt publicate rezultatele măsurătorilor pentru un motor de inducție de 1.1 kW, 1500 rpm, $f=50$ Hz, pentru diferite combinații de creștături stator-rotor:

- $Z_1=24, 36, 48$
- $Z_2=10, 18, 19, 22, 26, 27, 29, 30, 31, 33, 36, 43, 44, 48.$

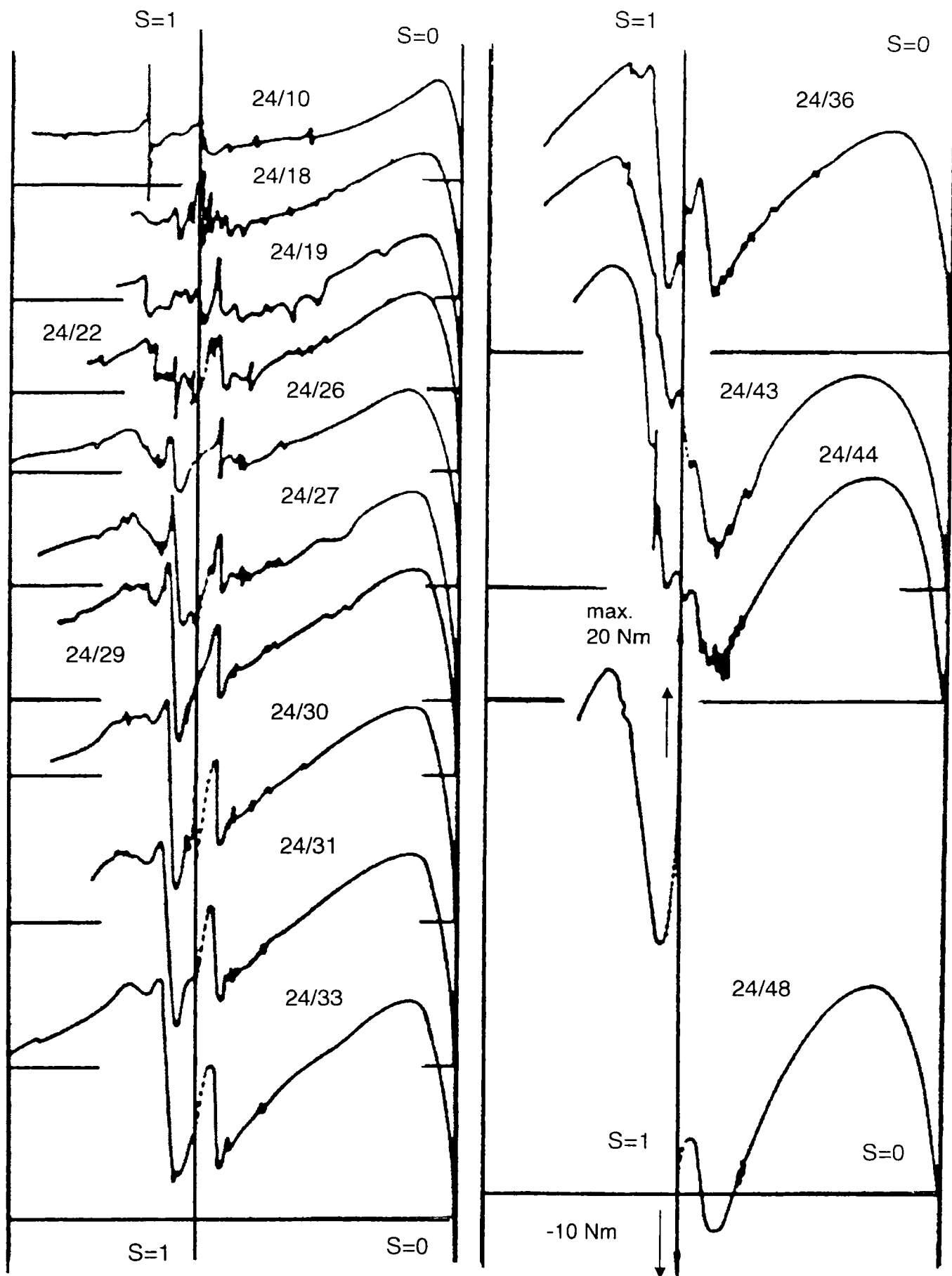


Fig. 5.36

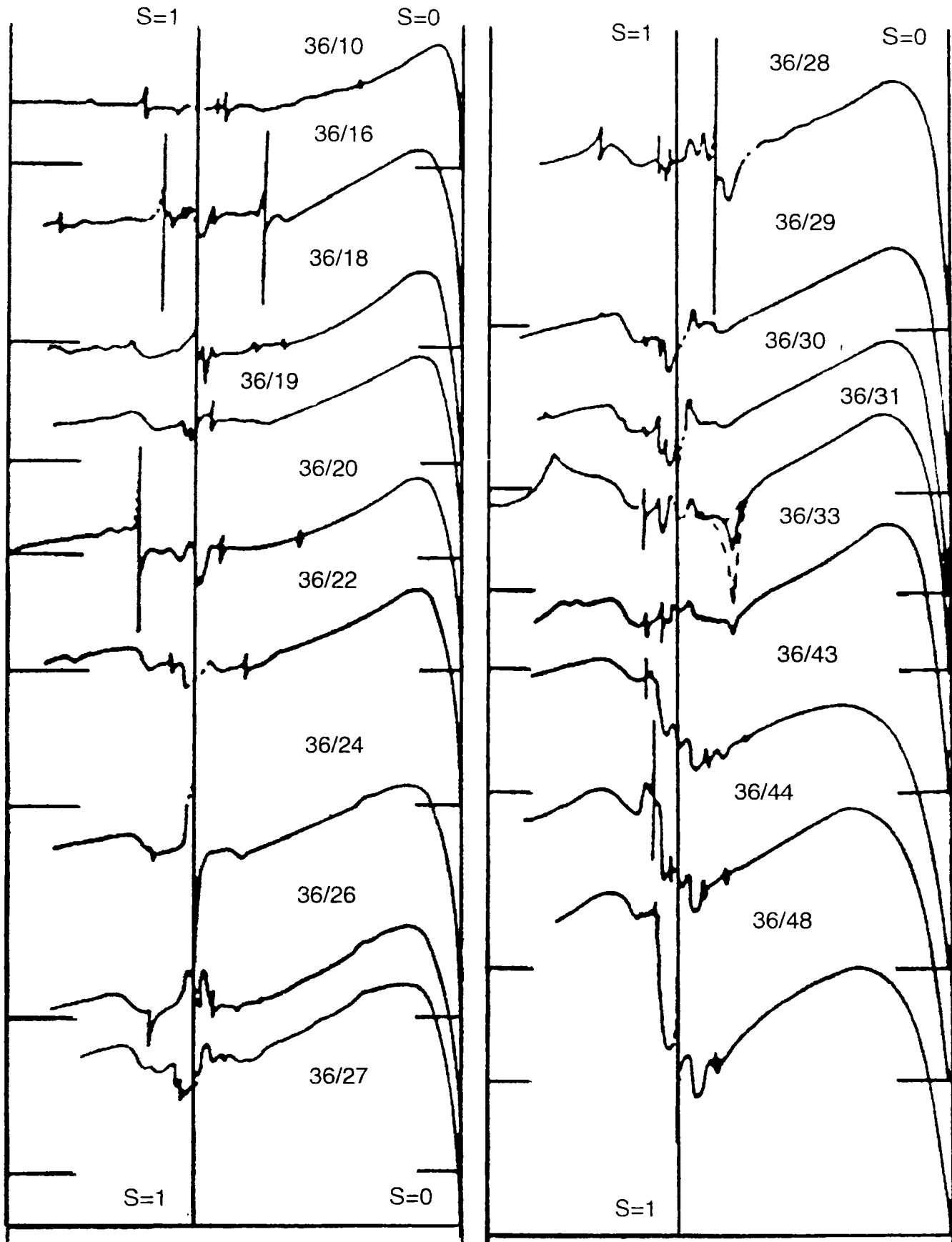


Fig. 5.37

În figura 5.36 s-au reprezentat caracteristicile mecanice pentru $Z_1=24$ și diverse numere de creștături în rotor.

În figura 5.37 s-au reprezentat caracteristicile mecanice pentru $Z_1=36$ și diferite numere de creștături în rotor.

1. Cupluri asincrone

În acord cu cele arătate până acum, cuplurile parazite asincrone se produc în preajma vitezei rotorice: $n_r = \pm \frac{60f}{(Z_1 \pm p)}$

Pentru cazul motoarelor din producția curentă a Electromotor, turațiile la care pot apare cupluri parazite asincrone sunt prezentate în tabelul următor:

Tabel 5.7

Tip motor	Putere (kW)	p	Z1	n _r (rot/min)	
				+n _r	-n _r
AT 71-2A	0.37	1	24	+120	-130.4
AT 71-2B	0.55	1	24	+120	-130.4
AT 71-4B	0.37	2	24	+115.4	-136.3
AT 71-4A	0.25	2	24	+115.4	-136.3
AT 80-2A	0.75	1	24	+120	-130.4
AT 80-2B	1.1	1	24	+120	-130.4
AT 80-4A	0.55	2	24	+115.4	-136.3
AT 80-4B	0.75	2	24	+115.4	-136.3
AT 80-6A	0.37	3	36	+76.9	-90.9
AT 80-6B	0.55	3	36	+76.9	-90.9
AT 90S-2	1.5	1	24	+120	-130.4
AT 90L-2	2.2	1	24	+120	-130.4
AT 90S-4	1.1	2	24	+115.4	-136.3
AT 90L-4	1.5	2	24	+115.4	-136.3
AT 90S-6	0.75	3	36	+76.9	-90.9
AT 90L-6	1.1	3	36	+76.9	-90.9
AT 100L-2	3	1	24	+120	-130.4
AT 100L-4A	2.2	2	36	+78.9	-88.2
AT 100L-4B	3	2	36	+78.9	-88.2
AT 100L-6	1.5	3	36	+76.9	-90.9
AT 100L-8A	0.75	4	36	+75	-93.75
AT 100L-8B	1.1	4	36	+75	-93.75
AT 112M-2	4	2	24	+115.4	-136.3
AT 112M-4	4	2	36	+115.4	-136.3
AT 112M-6	2.2	3	36	+76.9	-90.9
AT 112M-8	1.5	4	36	+75	-93.75
AT 132S-2A	5.5	1	36	+81	-85.7
AT 132S-2B	7.5	1	36	+81	-85.7
AT 132M-2	9	1	36	+81	-85.7
AT 132S-4	5.5	2	36	+78.9	-88.2
AT 132M-4A	7.5	2	36	+78.9	-88.2
AT 132M-4B	9	2	36	+78.9	-88.2
AT 132S-6	3	3	36	+76.9	-90.9
AT 132M-6A	4	3	36	+76.9	-90.9
AT 132M-6B	5.5	3	36	+76.9	-90.9

Tabel 5.7(continuare)

Tip motor	Putere (kW)	p	Z1	n _r (rot/min)	
				+n _r	-n _r
AT 132S-8	2.2	4	36	+75	-93.75
AT 132M-8	3	4	36	+75	-93.75
AT 160M-2B	11	1	36	+81	-85.7
AT 160M-2A	15	1	36	+81	-85.7
AT 160L-2	18.5	1	36	+81	-85.7
AT 160M-4	11	2	48	+60	-65.2
AT 160L-4	15	2	48	+60	-65.2
AT 160M-6	7.5	3	54	+52.6	-58.8
AT 160L-6	11	3	54	+52.6	-58.8
AT 160M-8A	4	4	48	+57.7	-68.2
AT 160M-8B	5.5	4	48	+57.7	-68.2
AT 160L-8	7.5	4	48	+57.7	-68.2
AT 180M-2	22	1	36	+81	-85.7
AT 180M-4	18.5	2	48	+60	-65.2
AT 180L-4	22	2	48	+60	-65.2
AT 180L-6	15	3	54	+52.6	-58.8
AT 180L-8	11	4	72	+39.5	-44.1
AT 200L-2A	30	1	48	+61.2	-63.8
AT 200L-2B	37	1	48	+61.2	-63.8
AT 200L-4	30	2	72	+40.5	-42.8
AT 200L-6A	18.5	3	72	+40	-43.5
AT 200L-6B	22	3	72	+40	-43.5
AT 200L-8	15	4	72	+39.5	-44.1
AT 225M-2	45	1	48	+61.2	-63.8
AT 225S-4	37	2	72	+40.5	-42.8
AT 225M-4	45	2	72	+40.5	-42.8
AT 225M-6	30	3	72	+40	-43.5
AT 225S-8	18.5	4	72	+39.5	-44.1
AT 225M-8	22	4	72	+39.5	-44.1
AT 250M-2	55	1	48	+61.2	-63.8
AT 250M-4	55	2	72	+40.5	-42.8
AT 250M-6	37	3	72	+40	-43.5
AT 250M-8	30	4	72	+39.5	-44.1

Întrucât dispersia diferențială, $\gamma_{2d(Z_1+p)}$, scade odată cu creșterea valorii

$m_v = \frac{Z_2}{Z_1 + p}$, cuplurile parazite asincrone cresc, în concordanță cu ecuația

(231b), cu creșterea numărului de creștături rotorice și descresc cu creșterea numărului de creștături stator.

Influența câmpurilor diferențiale asupra cuplurilor este dificil de urmărit conform rezultatelor experimentale, deoarece caracteristica cuplu-turație a armonicii fundamentale nu este cunoscută. Oricum toate curbele confirmă alura prezentată în figura 2.3, de exemplu.

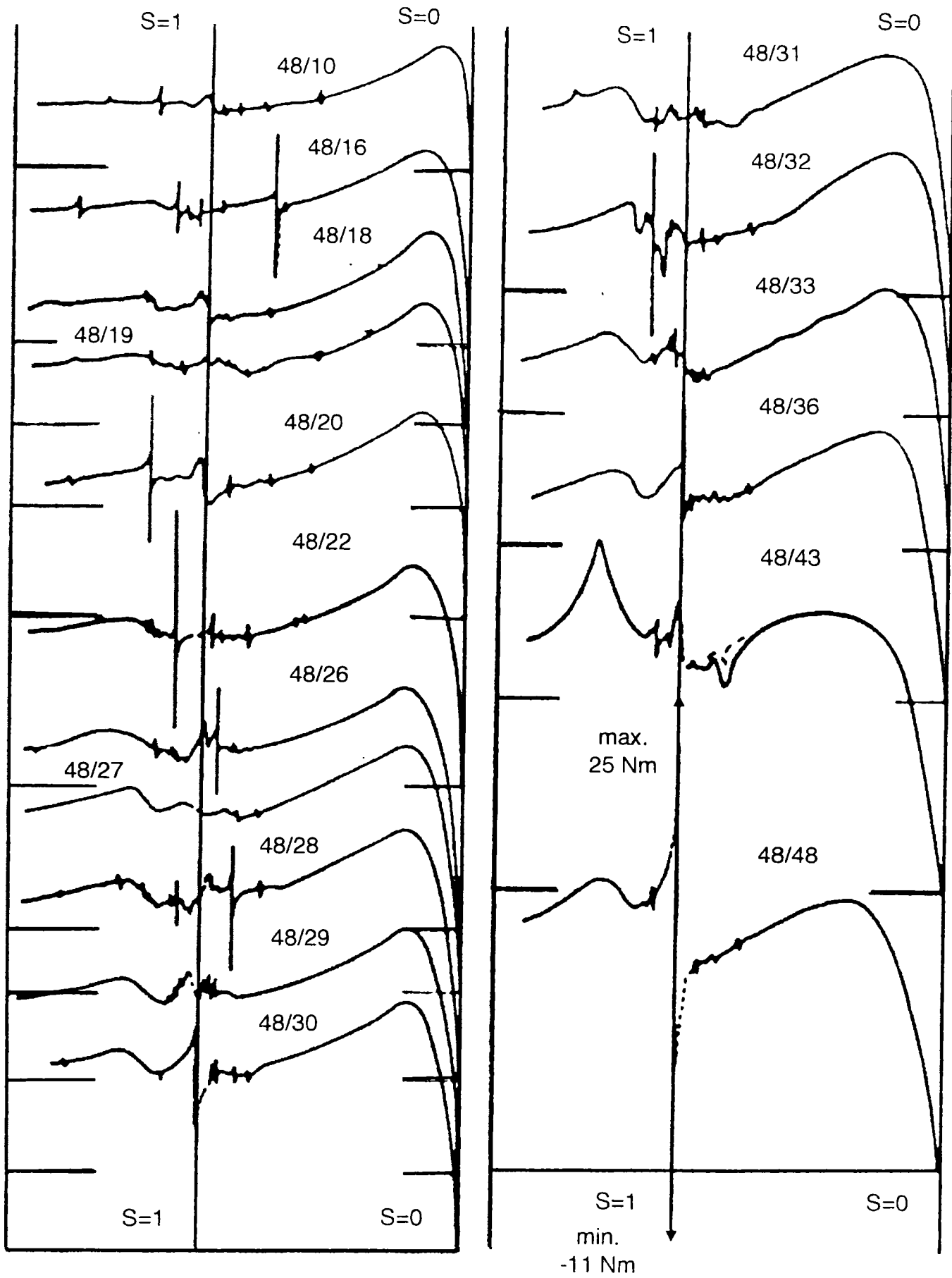


Fig.5.38

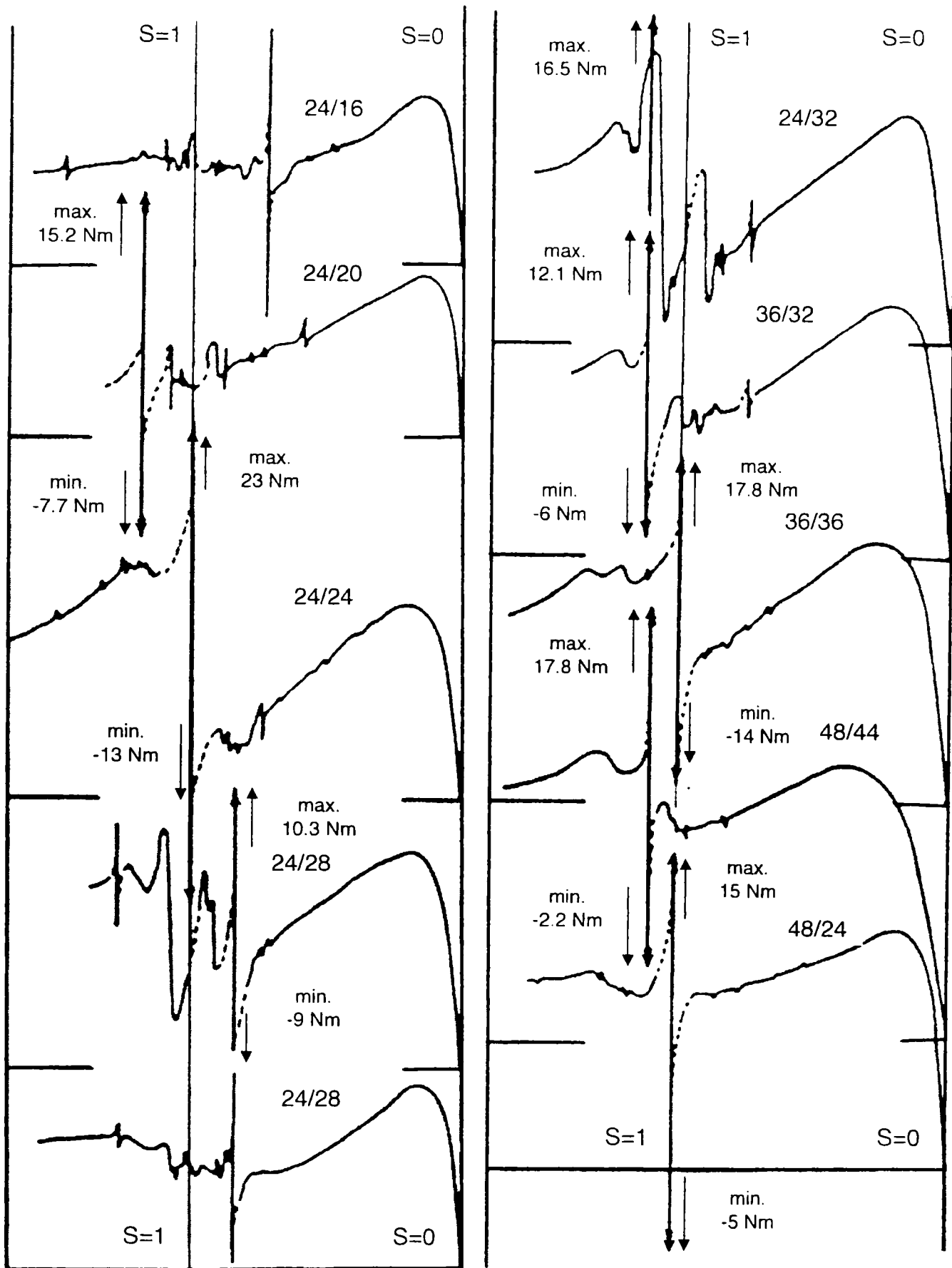


Fig.5.39

2. Cupluri sincrone

Conform relației generale (251) cuplurile parazite sincrone apar, în anumite condiții date, la viteza rotorică:

$$n_{r \text{ sinc.}} = \frac{120k_1 f}{k_2 Z_2}$$

unde $k_1=0,1,2,\dots$ și $k_2=1,2,3,\dots$

În conformitate cu ecuațiile (218a), (233), (272) cuplurile sincrone vor apare la turațiile din tabelul următor:

$Z_1=24$	Z_2	12	16	20	24	28	32	36
	n_r	0	375 750	-300	0	214	-188 375	0
$Z_1=36$	Z_2	24	28	32	36	40	44	48
	n_r	0	214 -429	214 -429	-188	150	-136 272	0
$Z_1=48$	Z_2	20	28	32	36	40	44	48
	n_r	-300	214 -429	0	0	150 300	-136 272	0

3. Evaluarea rezultatelor experimentale

1. $Z_1=24$

$Z_1=24$	
$Z_2=10$	Cupluri sincrone mici la $n_r=600, 300, 150$ rot/min. Cupluri sincrone importante la $n_r=-300$ rot/min. (v.fig.5.36)
$Z_2=16$	Total nepotrivit pentru utilizare în practică, datorită cuplurilor parazite sincrone mari la $n_r=375$ rot/min. De asemenea apar cupluri sincrone mici la $n_r=750, 600, 214, -20, -65, -300, -375, -750$ rot/min. și cupluri asincrone la $n_r=115, -136$ rot/min. (v.fig.5.39)
$Z_2=18$	Cupluri asincrone la $n_r=115$ și -137 rot/min., dar de mică importanță, ceea ce le face foarte nimerite pentru utilizare practică. (v.fig.5.36)
$Z_2=19$	Cupluri asincrone la $n_r=115$ și -137 rot/min., dar de mică importanță. Sunt nepotrivite pentru utilizare în practică datorită nivelului de zgomot la $n_r=520$ rot/min. și $n_r=250, 320, 800, 1500$ rot/min. (v.fig.5.36)
$Z_2=20$	Cupluri sincrone mari la $n_r=-300$ rot/min., ceea ce le face total nepotrivite pentru funcționare reversibilă. De asemenea apar cupluri sincrone mici la 600 și 150 rot/min. La $n_r=115$ și -136 rot/min. apar cupluri asincrone, dar de mică importanță. (v.fig.5.39) <i>Acest număr de creștături a fost adoptat și de S.C. Electromotor.</i>
$Z_2=22$	Cupluri sincrone mici la $n_r=690, 600, \pm 550, 214, \pm 275$ rot/min. (v.fig.5.36)
$Z_2=24$	Cupluri sincrone extrem de mari la $n_r=0$ rot/min., ceea ce le face total nepotrivite pentru utilizare practică. (v.fig.5.39)
$Z_2=26$	Cupluri asincrone importante la $n_r=115, -136$ rot/min. De asemenea apar și cupluri sincrone la -300 rot/min. (v.fig.5.36)

$Z_2=27$	Cupluri asincrone la $n_r=115, -136$ rot/min. și cupluri sincrone mici la $n_r=375, 275, \pm 220, 214, 60, -35, -300, \pm 400$ rot/min. Nivel mare de zgomot la $n_r=840, -440$ rot/min. (v.fig.5.36)
$Z_2=28$	Cupluri sincrone mari la $n_r=214$ rot/min. Pe de altă parte apar și cupluri mici la $n_r=60, -300, -430$ rot/min. Cupluri asincrone apar la turațiile $n_r=115, -136$ rot/min. Prin proiectarea rotorului cu bare înclinate cu o creștătură stator se pot reduce amplitudinile tuturor cuplurilor parazite la aproape 1/6 din amplitudinile inițiale, ceea ce presupune și o reducere a cuplului total cu aproape 20%. (v.fig.5.39) Acest număr de creștături a fost adoptat și de S.C. Electromotor.
$Z_2=29$	În afara cuplurilor parazite tipice la $n_r=115$ și -136 rot/min., cuplurile sincrone sunt neglijabile. Zgomot important la pornire, în special în jurul turației de 740 rot/min. (v.fig.5.36) Acest număr de creștături a fost adoptat și de S.C. Electromotor.
$Z_2=30$	Cupluri parazite asincrone la $n_r=115, -136$ rot/min.; cupluri sincrone mici la $n_r=600, \pm 400, \pm 300, 214, \pm 200, -65, -100, -188$ rot/min., precum și un nivel redus de zgomot. (v.fig.5.36) Acest număr de creștături a fost adoptat și de S.C. Electromotor.
$Z_2=31$	Cupluri parazite asincrone la $n_r=115, -136$ rot/min. Zgomot puternic pe toată plaja de pornire și în special la $n_r=\pm 196$ și ± 386 rot/min. (v.fig.5.36)
$Z_2=32$	În afara cuplurilor asincrone mari la $n_r=115$ și -136 rot/min. apar cupluri sincrone mari la $n_r=-188$ rot/min. Apar și cupluri sincrone la $n_r=+415, 375, 215, \pm 207, -65, -300$ rot/min., cel mai mare fiind cel ce apare la turația de 375 rot/min. Acest număr de creștături rotorice este nepotrivit pentru funcționare cu reversări. (v.fig.5.39)
$Z_2=33$	Cupluri asincrone mari la $n_r=115$ și -136 rot/min. Alte cupluri, de mică amplitudine, apar și la $n_r=375, 180, -90, -188, -300$ rot/min. Acest număr de creștături generează zgomot. (v.fig.5.36)
$Z_2=36$	În afara cuplurilor asincrone mari ce apar la $n_r=115$ și -136 rot/min. mai apar și cupluri sincrone la $n_r=0$ rot/min. (v.fig.5.36)
$Z_2=43$	Cupluri asincrone foarte importante la $n_r=115$ și -136 rot/min. Pornire foarte zgomotoasă. (v.fig.5.36)
$Z_2=44$	Cupluri asincrone la $n_r=-136$ rot/min., amplificate de către cupluri parazite sincrone. (v.fig.5.36)
$Z_2=48$	Comportare similară cu cazul $Z_2=24$: rotor blocat la $n_r=0$ rot/min., cupluri parazite asincrone foarte importante. (v.fig.5.36)

2. $Z_1=36$

În acest caz cuplurile asincrone sunt neglijabile în raport cu cazul anterior ($Z_1=24$), numai pentru un număr mare de creștături rotor încep să aibă semnificație aceste cupluri, la $n_r=88, -90$ rot/min.

$Z_1=36$	
$Z_2=16$	Cupluri sincrone mari la $n_r=-188$ și $+375$ rot/min. (v.fig.5.37)
$Z_2=20$	Cupluri sincrone la $n_r=-375$ rot/min. (v.fig.5.37)
$Z_2=24$	Rotor blocat la $n_r=0$ rot/min., datorită cuplului sincron foarte important. (v.fig.5.37)

$Z_2=28$	Cupluri sincrone mari la $n_r=214$ rot/min.; dintre celelalte cupluri cele mai importante sunt cele ce apar la turațiile $n_r=-105, -430$ rot/min. (v.fig.5.37) <i>Acest număr de creștături a fost adoptat și de S.C. Electromotor.</i>
$Z_2=31$	Acest număr de creștături este satisfăcător, din punct de vedere al cuplurilor, dar este foarte zgomotos. Zgomotul este maxim în jurul turației $n_r=315$ rot/min. (v.fig.5.37)
$Z_2=32$	Cupluri sincrone mari la -188 rot/min. și cupluri mai mici la $n_r=375$ rot/min. (v.fig.5.38)
$Z_2=36$	Rotor blocat la $n_r=0$ rot/min. (v.fig.5.38)
$Z_2=44$	Cupluri sincrone considerabile la $n_r=-136$ rot/min. și mai mici la $n_r=275,-40,-300$ rot/min. De asemenea cupluri asincrone importante la $n_r=79,-90$ rot/min. (v.fig.5.37)
$Z_2=48$	Suplimentar cuplurilor asincrone, ce apar în acest caz, mai apare un cuplu sincron moderat la $n_r=0$ rot/min. (v.fig.5.37)

3. $Z_1=48$

În acest caz, practic, nu avem cupluri parazite asincrone.

$Z_1=48$	
$Z_2=16$	Cupluri sincrone mari la $n_r=375$ rot/min. și mai mici la $n_r=-188$ rot/min. (v.fig.5.38)
$Z_2=20$	Cupluri considerabile la $n_r=-300$ rot/min. Cupluri mai mici la $n_r=600,375,150,-136,-700$, rot/min și la $n_r=+60$ și -65 rot/min. (v.fig.5.38)
$Z_2=22$	Cupluri considerabile la $n_r=-136$ rot/min. datorită armonicilor de creștere de ordinul $\mu=44$. (v.fig.5.38)
$Z_2=28$	Cupluri sincrone mari la $n_r=214$ rot/min.; cupluri mai mici la $n_r=375,150,-65,-105,-136,-214$ rot/min. (v.fig.5.38) <i>Acest număr de creștături a fost adoptat și de S.C. Electromotor.</i>
$Z_2=32$	Cupluri considerabile la $n_r=-188$ rot/min.; cupluri mai mici la $n_r=375,188,\pm 90,-300$ rot/min. (v.fig.5.38)
$Z_2=36$	Cupluri sincrone mari la 0 rot/min. ceea ce face ca acest număr de creștături să afecteze pornirea. (v.fig.5.38)
$Z_2=44$	Cupluri sincrone foarte importante la $n_r=-136$ rot/min. Cupluri mici la $n_r=275,214,+60,-300$ rot/min. (v.fig.5.39)
$Z_2=48$	La acest număr de creștături rotorice rotorul este blocat la $n_r=0$ rot/min. dar începe să se rotească după ce se încălzește. Cupluri mici la $n_r=375,214,125,-136,-188,-300$ rot/min. (v.fig.5.38)

5.12 Căi de a suprima cuplurile parazite

După cum s-a arătat, cuplurile parazite sunt cauzate de armonicile superioare ce acționează asupra rotorului. Mărimea acestor cupluri ale mașinii pot, din acest motiv, depinde de modul în care se proiectează acest reper al motorului asincron.

Astfel, amplitudinea armonicilor superioare poate fi semnificativ redusă prin *mărirea întrefierului*. Prin această acțiune, însă, va rezulta o creștere a curentului de magnetizare și o scădere a factorului de putere.

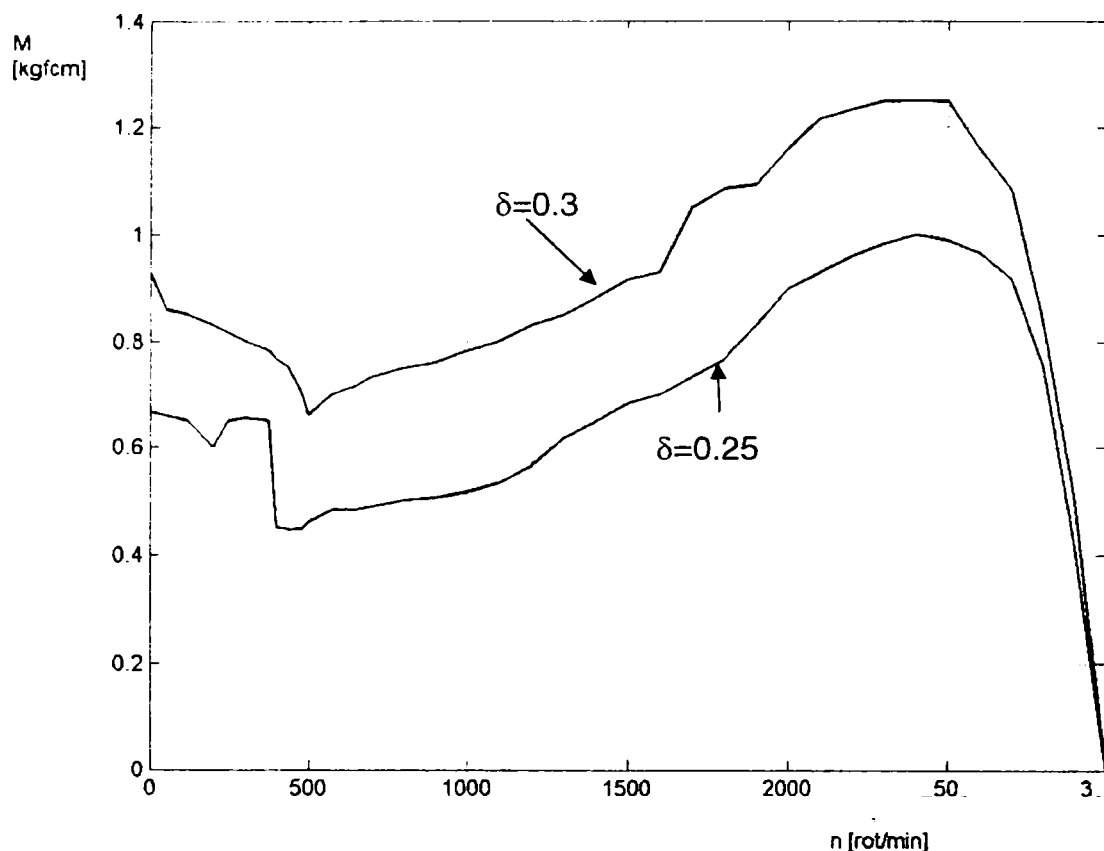


Fig.5.40

În figura 5.40 s-au reprezentat caracteristicile mecanice ridicate pentru motorul de 3 kWx3000 rot/min., din producția curentă a S.C. Electromotor, pentru două valori ale întrefierului: $\delta=0.25$ și 0.3 mm. Forma caracteristicii mecanice scoate în evidență faptul că mărirea întrefierului duce la reducerea cuplurilor parazite iar parametrii determinați confirmă rezultatele teoretice:

Parametru	$\delta=0.25$	$\delta=0.3$
I_0 [A]	1.926	2.03
$\cos\varphi$	0.873	0.885

O altă metodă de a acționa asupra armonicilor superioare este aceea de a *mări rezistența înfășurării rotorice*. Acest fapt va determina o reducere a

armonicilor superioare ale curenților rotorici și astfel o reducere a tensiunii magnetice rotorice. Acest fapt va determina, însă, și o modificare a caracteristicii cuplu-turație a armonicilor fundamentale în sensul deplasării ei, cu păstrarea cuplului maxim.

Pe de altă parte cuplul de pornire și alunecarea nominală vor crește și, prin consecință, vor crește și pierderile rotorice.

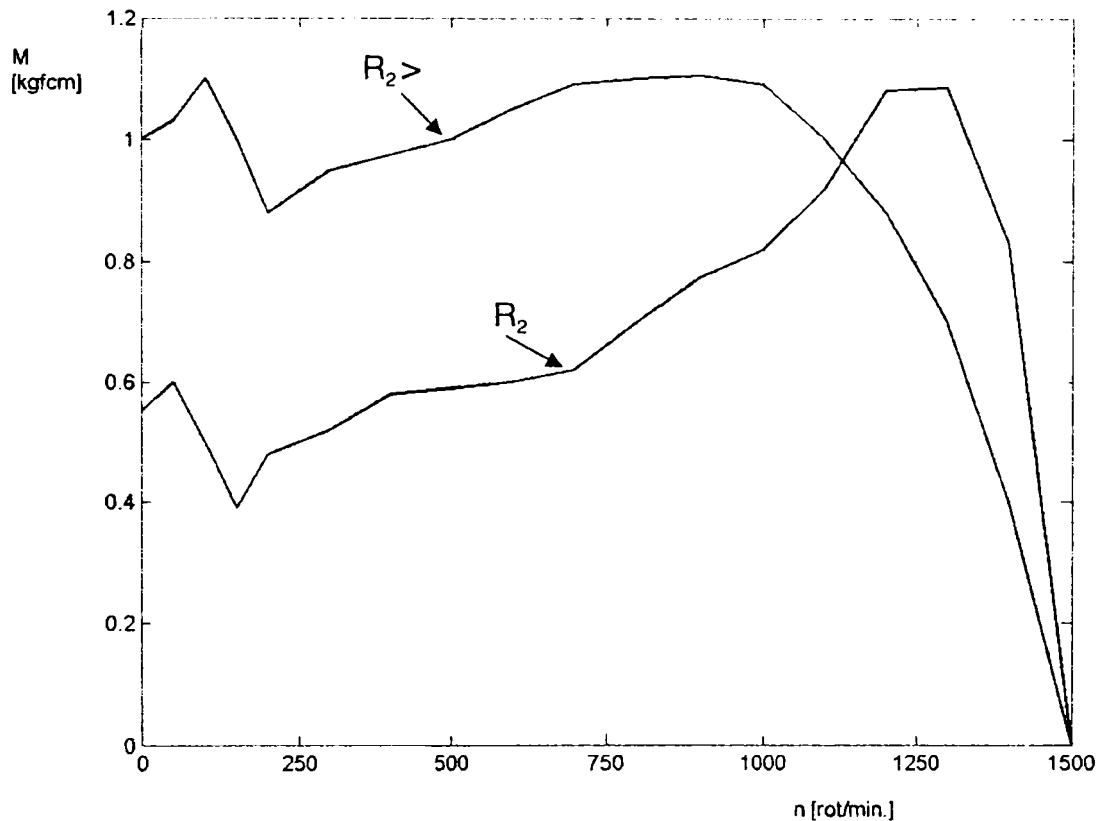


Fig.5.41

În figura 5.41 s-a prezentat cum se modifică caracteristica cuplu-turație, pentru un motor de 2.2 kW x 1500 rot/min, $Z_1=24$, $Z_2=32$, la modificarea rezistenței rotorice, prin reducerea secțiunii inelului de scurtcircuitare de la valoarea inițială de 180 mm², la valoarea de 60 mm². Se poate observa reducerea cuplului parazit ce apare la turația:

$$n_r = \frac{60f}{(Z_1 + p)} = 115.5 \text{ rot/min}$$

În același timp cuplul de pornire crește dar și valoarea alunecării nominale de la 4.4% la 7.5%.

O altă cale, importantă, de reducere a efectului cuplurilor parazite este aceea de a *înclina creșturile rotor*

În concordanță cu ecuația (63) dispersia diferențială a armonicilor fundamentale va cunoaște o ușoară creștere, ceea ce poate duce la înclinări mari, la o reducere a capacității mașinii de a suporta suprasarcini. Totuși, înclinări mari sunt, practic, greu sau aproape imposibil de obținut datorită limitărilor tehnologice, și de aceea pentru înclinări uzuale acestea au un efect mic asupra armonicilor fundamentale. Conform cu ([H1]), ecuația (327), cuplul armonicilor statorice și rotorice de ordinul η , cu armonică η rotorică produsă de armonică statorică de ordinul ν , este proporțional cu produsul dintre factorii de înclinare corespunzători:

$$M_\eta \approx \frac{\sin \eta \frac{1}{2} \gamma}{\eta \frac{1}{2} \gamma} \cdot \frac{\sin \nu \frac{1}{2} \gamma}{\nu \frac{1}{2} \gamma} \quad (313)$$

în care γ reprezintă unghiul de înclinare al barei rotorice, raportat la stator.

Primul factor al ecuației (313) ține cont de dependența cuplului de înclinare, cu curentul rotoric nemodificat, pe când al doilea factor determină efectul înclinării asupra mărimii curenților rotorici.

Dacă, spre exemplu, $\gamma = \frac{2\pi}{\nu}$, nu apare nici o tensiune indusă în rotor, de către câmpul de ordinul ν și, în mod corespunzător, câmpul de ordinul η nu se va produce iar câmpul armonic nu va avea loc.

a) Efectul înclinării asupra cuplurilor parazite asincrone

Așa cum s-a arătat, (ecuația (218a)), cuplurile asincrone se vor produce dacă $\eta = \nu$. Conform ecuației (313), cuplurile parazite asincrone depind de pătratul factorului de înclinare al armonicilor de ordinul ν . Prin urmare

Înclinarea este calea practică de a reduce influența cuplurilor parazite asincrone. Drept exemplu al acestei influențe asupra cuplului parazit asincron se prezintă cazul unui motor asincron trifazat cu următoarele date: $P_u=4$ kW, $U_n=120$ V, conexiune Y, $f_n=50$ Hz, $2p=2$, $Z_1=24$, $Z_2=36$.

Acest motor are un cuplu parazit asincron la $n_r = \frac{60f}{(Z_1 + p)} = 120$ rpm. Figura

5.42 prezintă caracteristica mecanică a acestui motor ridicată pentru o înclinare a barelor rotorice, exprimată în pași de crestătură statorici, de $0.53 \tau_{c1}$. Se observă că cuplul asincron este foarte important putând duce chiar la blocarea rotorului.

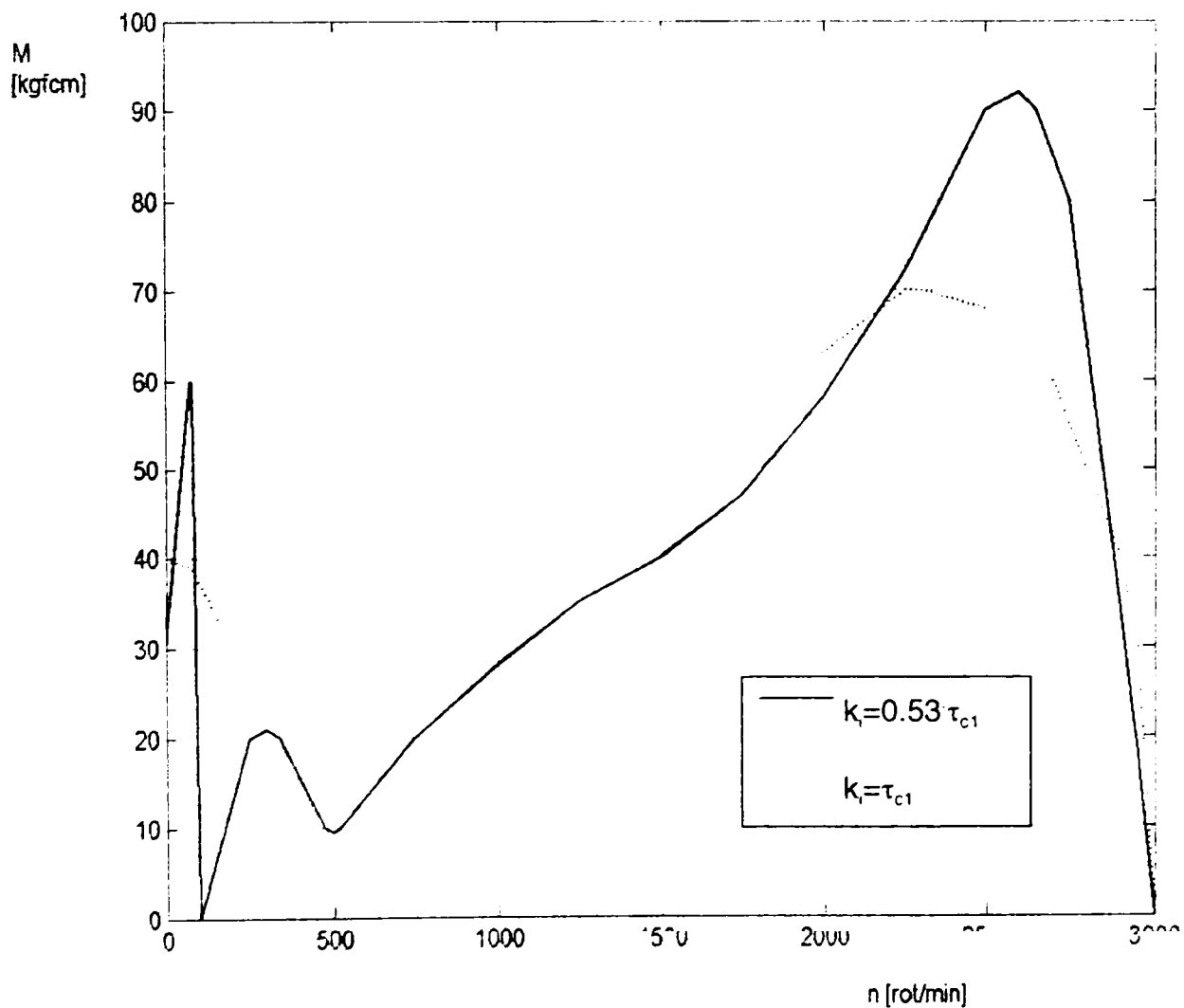


Fig. 5.42

Turnându-se un alt rotor, cu o înclinație mai mare, egală cu pasul de creștătură statoric, s-a ridicat din nou caracteristica mecanică și s-a constatat că, pentru acest din urmă caz, cuplul parazit, practic, s-a anulat. Acest lucru s-a întâmplat deoarece factorul de înfășurare al armonicilor de creștere statorică este nul, așa încât nu va avea loc nici o amplificare a armonicilor de pas al căror factor de înclinare este $k_{i(Z_1+p)} = k_{i25} = 0.046$. Astfel efectul câmpurilor diferențiale asupra cuplului se reduce, astfel încât cuplul de pornire crește, așa cum, se poate vedea din cele două caracteristici ridicate.

b) Efectul înclinării asupra cuplurilor parazite sincrone

În raport cu cuplurile parazite sincrone efectul înclinării este un fenomen mult mai complex, decât în cazul anterior al cuplurilor parazite asincrone, deoarece cuplurile sincrone cresc, ca rezultat al efectului de influență reciprocă al armonicilor statorice și rotorice. Trebuie, prin urmare, să se restrângă discuția. În continuare, la analiza efectului înclinării pentru cazurile cele mai periculoase pentru apariția cuplurilor sincrone, adică atunci când $Z_2 - Z_1 = 2p$. Așa cum se vede din figura 5.43, ecuația de transformare:

$$\alpha' = \alpha - \frac{y}{\tan \beta} \quad (314)$$

poate fi înlocuită în toți termenii ce reprezintă rotorul.

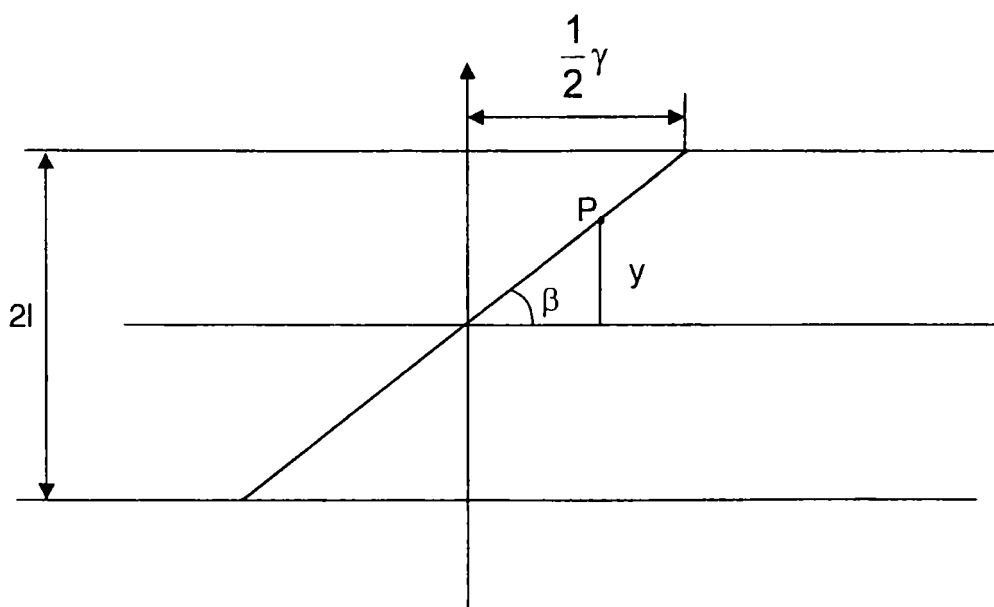


Fig. 5.43 Explicativă cu privire la calculul influenței înclinării

Prin urmare cuplul determinat prin ecuația (208) este, în acest caz, proporțional cu termenul:

$$M \approx -\frac{\partial}{\partial \Delta} \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \frac{U_m^2}{\delta} d\alpha dy \quad (315)$$

Dacă $\gamma \leq 2\pi/6p$ influența înclinării asupra armonicilor fundamentale se poate neglija, deoarece factorul de înclinare este $k_i=0.97$. În continuare se analizează doar influența, asupra cuplului, a armonicilor de ordinul $\nu=(Z_1+p)$ și $\mu=(Z_2-p)$. Tensiunile magnetomotoare sunt determinate de:

$$\begin{aligned} & -2 \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} a_0 \frac{A_p^s \cdot p}{Z_1+p} \cos(Z_1+p)\alpha A_p^r \cdot p \cdot \sin \left[(Z_2-p)\left(\alpha - \frac{y}{\text{tg}\beta}\right) - Z_2\Psi_0 \right] d\alpha dy = \\ & = C^s \frac{a_0 A_p^s \cdot A_p^r}{Z_1+p} \cdot \frac{\sin(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma} \cdot \sin Z_2\Psi_0 \end{aligned} \quad (316)$$

unde A_p^s și A_p^r reprezintă amplitudinile armonicilor fundamentale statorice și rotorice iar Ψ_0 reprezintă unghiul spațial dintre ele.

Când se calculează armonicile datorate creșterii trebuie ținut cont de defazarea dintre armonicile tensiunii magnetomotoare statorice și rotorice, datorate înclinării. Cele două armonici nu se pot, din acest motiv, combina astfel încât efectul combinat al fiecăruia trebuie considerat separat. Contribuția câmpului statoric de ordinul $\nu=Z_1+p$ este exprimat, presupunând un număr par de creștături pe pol și fază, prin expresia:

$$\begin{aligned} & -2 \int_{-1}^{+1} \int_0^{2\pi} \{b_0^s \cos Z_1\alpha A_p^s \cos p\alpha A_p^r \cdot p \cdot \sin \left[(Z_2-p)\left(\alpha - \frac{y}{\text{tg}\beta}\right) - Z_2\Psi_0 \right] + \\ & + A_p^r b_0^s \cos Z_1\alpha \left[-\cos p\left(\alpha - \frac{y}{\text{tg}\beta}\right) \right] A_p^r \times \\ & \times \sin \left[(Z_2-p)\left(\alpha - \frac{y}{\text{tg}\beta}\right) - Z_2\Psi_0 \right] \} d\alpha dy = \\ & = \frac{1}{2} C^s b_0^s A_p^s A_p^r \sin Z_2\Psi_0 \left[A_p^s \frac{\sin(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-p)\frac{1}{2}\gamma} - A_p^r \frac{\sin(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma}{(Z_2-2p)\frac{1}{2}\gamma} \right] \end{aligned} \quad (317a)$$

Dacă

$$A_p^r \frac{\sin(Z_2 - 2p) \frac{1}{2} \gamma}{(Z_2 - 2p) \frac{1}{2} \gamma} \equiv A_p^s \frac{\sin(Z_2 - 2p) \frac{1}{2} \gamma}{(Z_2 - 2p) \frac{1}{2} \gamma} +$$

$$+ \frac{p(2A_p^s - A_p^r) - Z_2(A_p^s - A_p^r)}{Z_2 - p} \cdot \frac{\sin(Z_2 - 2p) \frac{1}{2} \gamma}{(Z_2 - 2p) \frac{1}{2} \gamma}$$

obținem, prin rescrierea ecuației (317a), următoarea expresie:

$$C^s \frac{b^s_0 A_p^s A_p^r p^2}{2(Z_2 - p)} \cdot \frac{\sin \frac{1}{4} p \gamma}{\frac{1}{4} p \gamma} \cos(2Z_2 - 3p) \frac{1}{4} \gamma \sin Z_2 \Psi_0 + \dots \quad (317b)$$

În mod similar se poate determina contribuția câmpurilor de creștere rotore, asupra cuplului, în concordanță cu termenul:

$$- C^r \frac{b^r_0 A_p^s A_p^r p^2 Z_2}{2(Z_1 + p)(Z_2 - p)} \cdot \frac{\sin \frac{1}{4} p \gamma}{\frac{1}{4} p \gamma} \cos(2Z_2 - p) \frac{1}{4} \gamma \cos Z_2 \Psi_0 + \dots \quad (317c)$$

Dacă $Z_2/p \gg 1$, se poate scrie, aproximând:

$$\cos(2Z_2 - 3p) \frac{1}{4} \gamma = \cos(2Z_2 - p) \frac{1}{4} \gamma = \cos 2(Z_2 - p) \frac{1}{4} \gamma$$

Cuplul rezultat, în ceea ce privește dependența sa de înclinare, este proporțional cu suma termenilor (316), (317b) și (317c):

$$M_{(\gamma)} \approx \left[A \cos(Z_2 - p) \frac{1}{2} \gamma + B \frac{\sin(Z_2 - p) \frac{1}{2} \gamma}{(Z_2 - p) \frac{1}{2} \gamma} \right] \sin Z_2 \Psi_0 = f(\gamma) \sin Z_2 \Psi_0 \quad (318)$$

unde A se determină din ecuațiile (317b,c):

$$A = \frac{A_p^s \cdot A_p^r \cdot p^2}{2(Z_2 - p)} \cdot \frac{\sin \frac{1}{4} p \gamma}{\frac{1}{4} p \gamma} \left(b^s_0 - \frac{Z_2}{Z_1 + p} b^r_0 \right) \quad (319a)$$

iar B se determină din ecuația (316):

$$B = \frac{a_0 \cdot A_p^s \cdot A_p^r \cdot p}{Z_1 + p} \quad (319b)$$

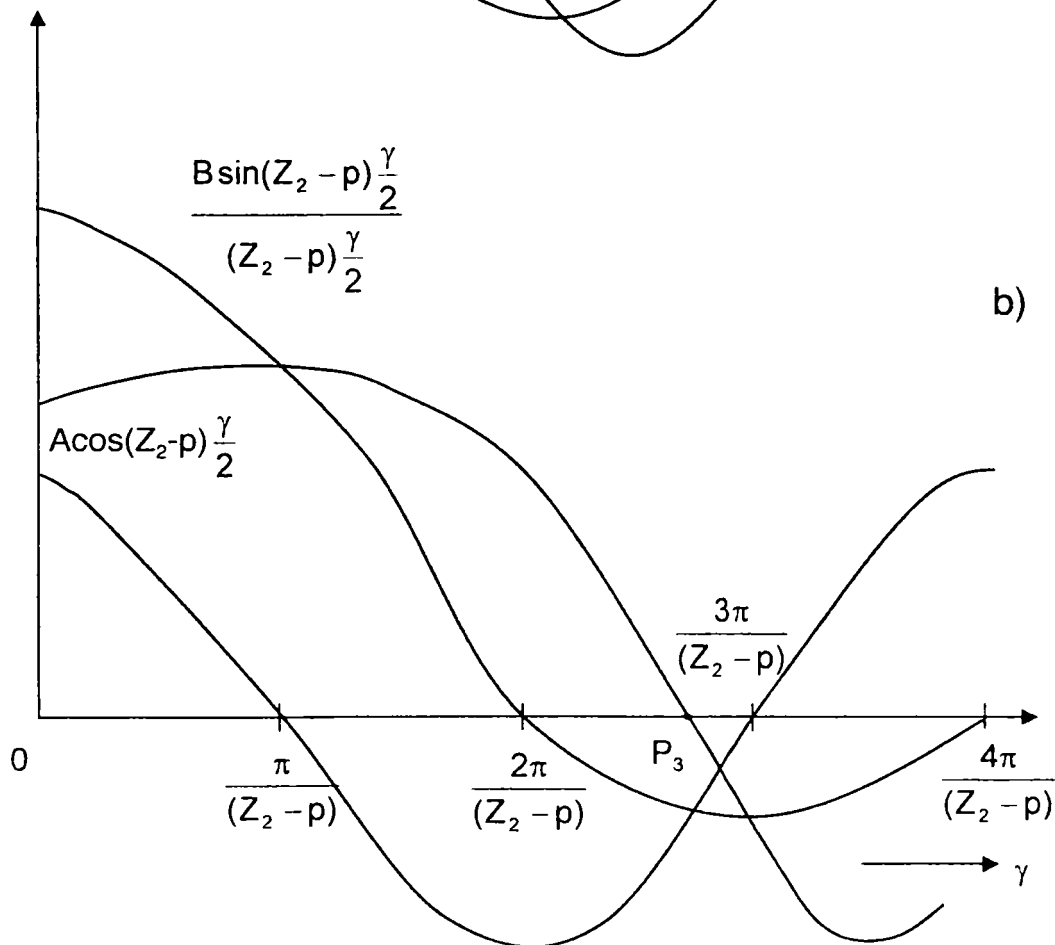
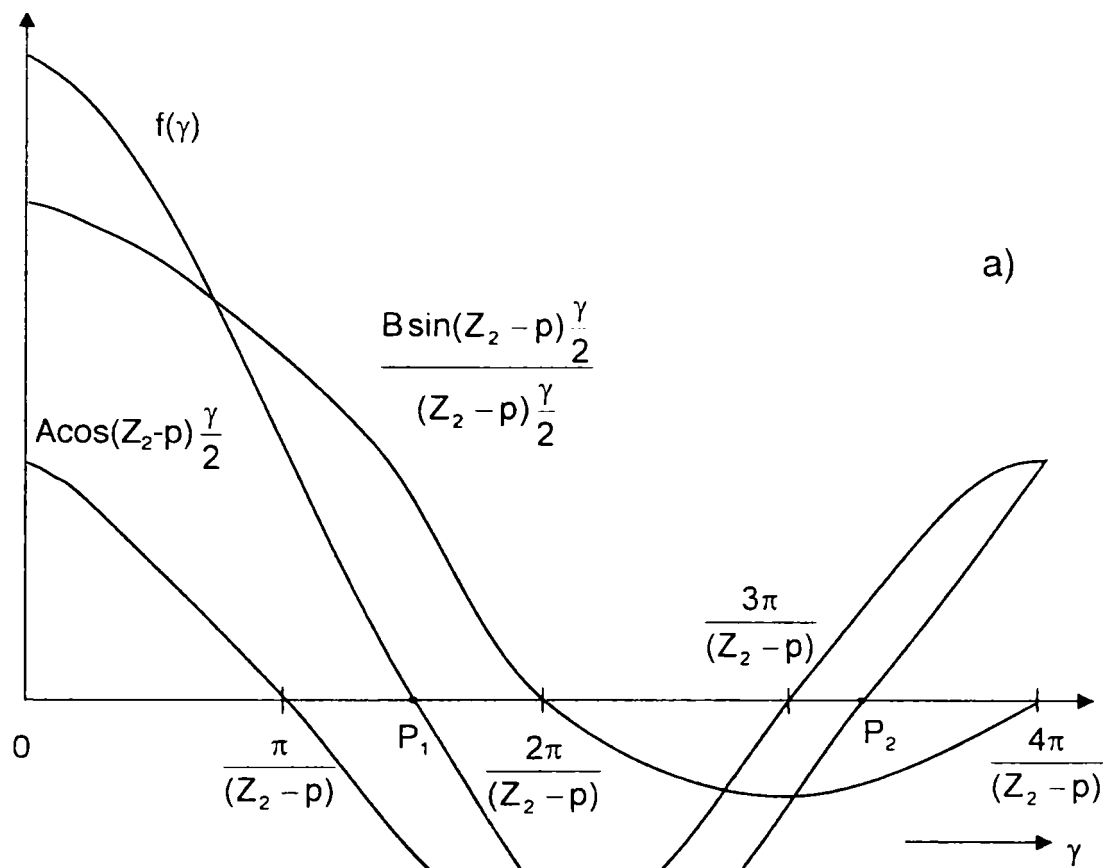


Fig.5.44 a),b) Explicativă pentru calcularea influenței înclinării asupra cuplului sincron

Înclinarea optima se determină pentru $f(\gamma)=0$, adică pentru:

$$f(\gamma) = A \cos(Z_1 - p) \frac{\gamma}{2} + B \frac{\sin(Z_2 - p) \frac{\gamma}{2}}{(Z_2 - p) \frac{\gamma}{2}} = 0 \quad (320)$$

Ecuția de mai sus (320) este satisfăcută în două cazuri, depinzând de coeficienții A și B, care pot fi egali sau de semn opus. Dacă acești coeficienți au același semn, funcția $f(\gamma)$ se anulează de două ori (fig.5.44a), în punctele $P_1(\gamma_1,0)$ și $P_2(\gamma_2,0)$. Pentru unghiurile γ_1 și γ_2 se pot scrie următoarele inegalități:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{2(Z_2 - p)} &\leq \gamma_1 \leq \frac{2\pi}{Z_2 - p} \\ \frac{2\pi \times 3}{2(Z_2 - p)} &\leq \gamma_2 \leq \frac{2\pi \times 2}{Z_2 - p} \end{aligned} \quad (321a)$$

Dacă coeficienții A și B sunt de semn opus, funcția $f(\gamma)$ taie axa γ numai o dată, în punctul $P_3(\gamma_3,0)$. Pentru unghiul γ_3 se poate scrie:

$$\frac{2\pi}{(Z_2 - p)} < \gamma_3 < \frac{2\pi \times 3}{2(Z_2 - p)} \quad (321b)$$

Deoarece, în mod uzual, creșterile stator au o deschidere mai mare decât cele rotor $b^s_0 > b^r_0$, și, prin urmare $b^s_0 > \frac{Z_2}{(Z_1 - p)b^r_0}$, coeficienții A și B vor

avea, în cele mai multe cazuri același semn.

Pentru a avea o înclinare optimă trebuie satisfăcute inegalitățile (321a).

Mărimea cuplului parazit sincron depinde de valoarea absolută $|f(\gamma)|$ care, în concordanță cu figura 5.44a, este explicitată în figura 5.45.

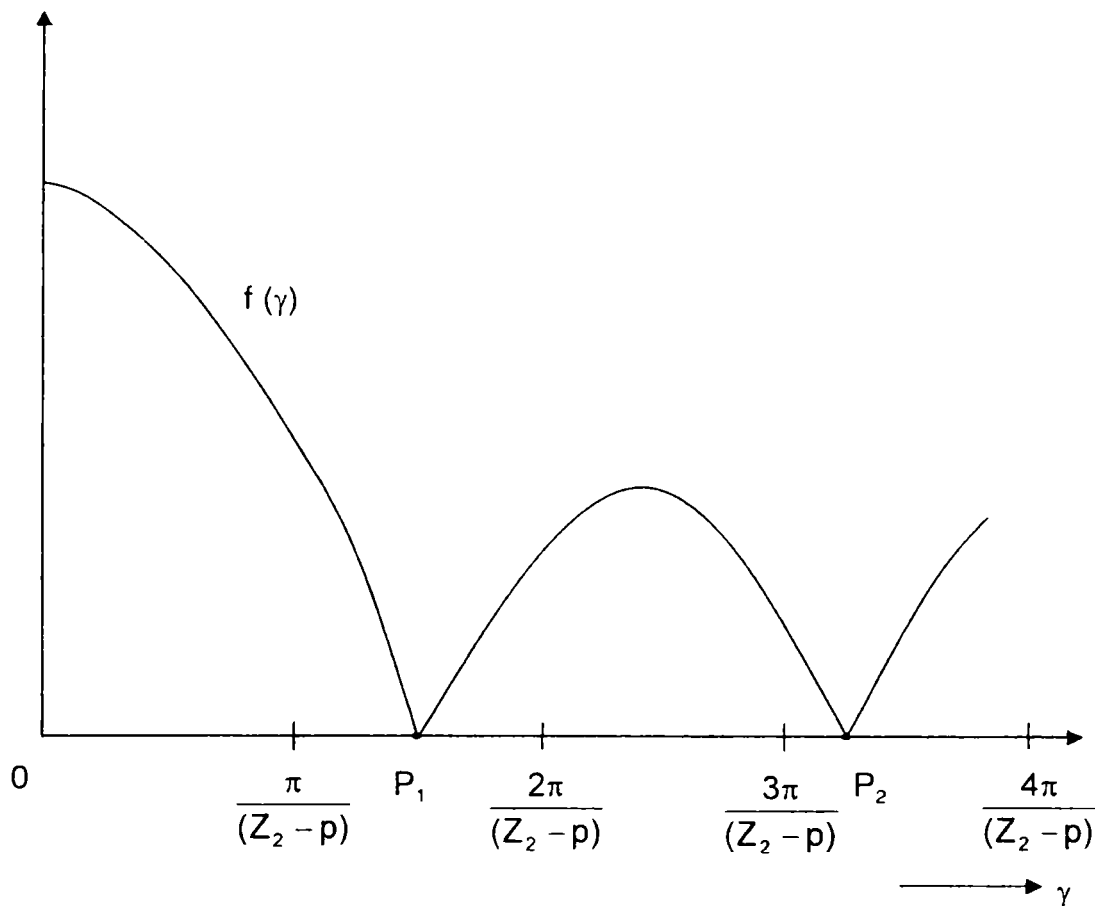


Fig.5.45 Cuplurile sincrone parazite, funcție de înclinare

Pentru un motor cu $2p=4$, $Z_1=24$, $Z_2=28$, conform condițiilor (321a), avem:

$$\frac{2\pi}{52} < \gamma_1 < \frac{2\pi}{26}$$

$$\frac{2\pi}{17.4} < \gamma_2 < \frac{2\pi}{13}$$

Prin urmare, cea mai potrivită înclinare γ_2 va fi aceea pentru care armonicile de ordinul 13 și 18 sunt eliminate.

Trebuie însă precizat că toate aceste considerații sunt adevărate numai în cazul barelor de cupru sau al celor complet izolate față de pachetul de tole rotorice. Experimentele au arătat că pot apărea cupluri parazite importante, chiar în cazul utilizării înclinării, în cazul motoarelor de inducție cu rotorul în colivie din aluminiu. Aceasta are loc datorită faptului că rezistența de contact

dintre bara rotorică și pachetul de tole, la rotoarele cu colivie turnată, este mult mai mică decât în cazul coliviei cu bare din cupru, astfel încât curenții din bare nu se închid doar în inelul de scurtcircuitare ci și în fierul rotoric. În asemenea cazuri, curenți importanți transversali apar de-a lungul suprafeței rotorului, doar în cazul în care acesta este înclinat; în cazul barelor neînclinate acești curenți transversali sunt neglijabili.

CONCLUZII GENERALE

În modelarea mașinii de inducție, ca și a altor mașini electrice, modelul cel mai cunoscut și mai utilizat este cel schemei electrice echivalente, cu parametri concentrați în care apar principalele elemente care determină regimurile de funcționare. De asemenea, acest model este utilizat și în problemele legate de optimizarea construcției mașinii. Avantajele și dezavantajele, precum și limitele de aplicare a acestui model sunt cunoscute. Dintre aceste limite se pot aminti:

- considerarea unei distribuții sinusoidale a câmpului din întrefierul mașinii
- neglijarea saturației

Prin urmare, pentru modelarea cât mai corectă a fenomenelor reale trebuie să se țină cont că:

- înfășurarea este formată din bobine ce nu au o dispunere sinusoidală pe periferia mașinii.

În acest fel câmpul magnetic generat de o înfășurare m-fazată, străbătută de curenți sinusoidali, este constituit, pe lângă unda învârtitoare circulară armonică fundamentală, dintr-o infinitate de unde învârtitoare armonice, directe și inverse.

- armăturile mașinii prezintă creștături și prin aceasta lățimea întrefierului nu mai este constantă.

Astfel apar armonici spațiale de dinți a căror importanță este mare datorită factorului de repartizare, același cu cel al fundamentalei.

- caracteristica de magnetizare a fierului mașinii este neliniară, conducând la apariția fenomenelor de saturație și histerezis care deformează distribuția câmpului magnetic din întrefier

Este cunoscut faptul că dacă jugul nu este saturat, saturația dinților determină o aplatizare a curbei repartiției inducției din întrefier. Dacă nivelul de saturație al jugului este mai mare decât cel al dinților, curba de repartiție a inducției în întrefier obține o formă ascuțită.

Efectele acestor fenomene fizice obiective se traduc prin apariția în mașina electrică de inducție a cuplurilor parazite, sincrone și asincrone, a forțelor de atracție magnetică unilaterală și a zgomotelor, fenomene care îi înrăutățesc funcționarea.

Lucrarea își propune să analizeze câmpul magnetic din întrefierul motorului electric asincron pornind de la stabilirea ecuațiilor intensității câmpului magnetic și evidențierea în cadrul acestora a elementelor generatoare de componente armonice.

În acest sens este abordat global câmpul determinat de armonicile superioare ca și câmp de dispersie și se procedează la o evaluare a conținutului de armonici superioare a diferitelor înfășurări de curent alternativ mono și trifazate, prin intermediul factorului de dispersie diferențiale. Se propun căi de reducere a conținutului de armonici prin alegerea potrivită a parametrilor înfășurării.

Efectul creșterii asupra câmpului magnetic din întrefier este analizat în detaliu evidențiindu-se, în acest context, conductivitatea magnetică a întrefierului și influența saturației asupra acesteia. Totodată se analizează efectul creșterii asupra câmpurilor diferențiale, statorice și rotorice.

Un capitol important al lucrării este cel în care se analizează cuplurile suplimentare din întrefierul motorului asincron, luând în calcul și reacția armăturii secundare, pentru diverse moduri de conectare a înfășurării statorice și pentru diverse moduri de legare a acesteia.

Toate abordările teoretice sunt însoțite de verificări experimentale efectuate, în principal, pe motoare de inducție mono și trifazate, de uz general, din producția S.C. Electromotor S.A. Timișoara.

Concluziile acestor abordări au fost utilizate în practica industrială la proiectarea unei noi serii de motoare asincrone trifazate cu consumuri reduse de materiale active (serie de motoare ATF¹), precum și la proiectarea unei serii unitare de motoare asincrone trifazate cu două turații, în conexiune Dahlander (serie de motoare ATD²).

După părerea autorului, principalele contribuții ale lucrării sunt:

- analiza unitară a câmpului din întrefierul motorului asincron, cu determinarea expresiilor analitice ale intensităților de câmp magnetic din întrefier și evidențierea factorilor generatori de armonice superioare.
- stabilirea unei metode de evaluare a conținutului de armonici a unei înfășurări de curent alternativ, mono și trifazate, prin determinarea automată a coeficientului de dispersie diferențială.
- validarea rezultatelor stabilite teoretic prin compararea acestor valori cu cele obținute din exemplare realizate practic, atât la întreprinderea Electromotor cât și la alte fabrici de motoare electrice (firmele italiene Volonterio și Terzago)
- abordarea inedită a efectului creșterii asupra câmpului magnetic din întrefier și determinarea expresiilor inducției magnetice din întrefier în diferite situații: indus neted/crestat, prezența saturației, etc.
- abordarea inedită a problematicii cuplurilor suplimentare parazite, în contextul diferitelor moduri de conectare și legare a înfășurării inductoare.
- volumul mare de validări ale determinărilor teoretice prin încercări de laborator, cele mai multe efectuate în laboratoarele întreprinderii Electromotor.

¹ Serie de motoare Asincrone trifazate Total închise cu supratemperatură de clasă de izolație F

² Serie de motoare Asincrone trifazate Total închise cu două turații în conexiune Dahlander

- crearea unor reguli de proiectare și sintetizarea unor rezultate utile proiectantului de motoare electrice asincrone, în vederea realizării de motoare cu conținut scăzut de armonice superioare și respectiv cu o curbă a cuplului cu cupluri suplimentare parazite de valoare redusă în regim de motor.

Autorul își exprimă speranța de a continua activitatea de cercetare în direcția analizei câmpului magnetic din întrefierul motorului asincron mono și trifazat, ținând seama de perspectivele deschise de rezultatele obținute în lucrarea de față.

Semnificația notațiilor utilizate

A – pătura de curent

$A(\alpha_r, t)$ – distribuția sinusoidală a păturii de curent

A – coeficient (rel.320)

A_s – cantitate (fig. 5.5)

A_p^s – amplitudinea armonicii fundamentale statorice (rel.316)

A_p^r - amplitudinea armonicii fundamentale rotorice (rel.316)

a_0 – coeficient din dezvoltarea în serie Fourier

a_1 – coeficient din dezvoltarea în serie Fourier

a - înălțimea capului dintelui

B – inducția câmpului magnetic

B_δ - inducția câmpului magnetic din întrefier

B_z – inducția câmpului magnetic din dinte

$B_{max.}$ – inducția magnetică din întrefier în cazul absenței creștării

$B_{min.}$ – inducția magnetică din întrefier în cazul prezenței creștării

B_m – valoarea medie a inducției

B'_Δ - inducția magnetică a câmpului diferențial cu $[Z_2 - (Z_1 + p)]$ perechi de poli

B – coeficient (rel.320)

b - înclinarea creștăturilor rotorice

b – panta (rel.242)

b_1 – coeficient din dezvoltarea în serie Fourier

b_z – lățimea dintelui

b_4 – deschiderea creștăturii

b'_4 – armonica fundamentală a dezvoltării în serie Fourier a deschiderilor fictive ale creștăturilor

b_{41} – deschiderea creștăturii stator

B_{41} – amplitudinea primei armonice (rel.133)

b'_{41} – deschiderea fictivă a creștăturii stator

b_{42} – deschiderea creștăturii rotor

b'_{42} – deschiderea fictivă a creștăturii rotor

b_{40} – valoarea medie a deschiderii creștăturii de-a lungul pasului polar

C – constantă (rel.7)

D – diametrul mașinii

D_{2v} - factorul de amortizare sau de atenuare

D_{2t} - factorul de amortizare pentru toate armonicile tensiunii magnetice statorice, cu excepția armonicii fundamentale

D_t – factor de amortizare total

d – excentricitatea rotorului

$f(x)$ – curba solenației

$f(\alpha)$, $f_1(\alpha)$, $f_2(\alpha)$ – funcții

f_δ - amplitudinea forței de atracție magnetică unilaterală

f – forță

F_1 – amplitudinea armonicii fundamentale a solenației din întrefier

$F(\alpha)$ – funcție (pag.4)

F – separatoare (fig.5.7)

F – forța tangențială, pe unitatea de lungime (rel.259)

$F(x')$ – funcție periodică (rel.260a)

H – intensitatea câmpului magnetic din întrefier

H_t – componenta tangențială a intensității câmpului magnetic din întrefier

H_r – componenta radială a intensității câmpului magnetic din întrefier

H_{r1} – intensitatea câmpului magnetic din întrefier produs de curentul i ce străbate primul conductor al spirei

H_{r2} – intensitatea câmpului magnetic din întrefier produs de curentul i ce străbate al doilea conductor al spirei

H_0 – intensitatea câmpului magnetic în originea sistemului de referință ales

H_α - intensitatea câmpului magnetic în punctul de coordonată α

H_z – intensitatea câmpului magnetic din dinte

h_z - înălțimea dintelui

i, I – curent

i_p – valoarea momentană a curentului fazei principale

I_p – valoarea efectivă a curentului fazei principale

i_A – valoarea momentană a curentului fazei auxiliare

I_A – valoarea efectivă a curentului fazei auxiliare

I_t – valoare efectivă a curentului dintr-o bară rotorică

I_{2v} - curentul rotoric excitat de curentul statoric stabilit de armonica v a câmpului magnetic

I_{1v} - curentul primar stabilit de armonica de ordinul v a câmpului magnetic

I'_{1v} - curentul primar raportat la o fază a înfășurării rotorului

I_k – curent de scurtcircuit

I_m – curent de magnetizare

I_{pp} – momentul de inerție polar al punctelor corespunzătoare creștăturilor

I_{p1} – momentul de inerție polar al cercului corespunzător armonicii fundamentale

J – momentul de inerție rotoric

K – moment de inerție

k_Y – factor de scurtare

k_{Yv} - factor de scurtare pentru armonica v

k_q - factor de zonă sau de repartizare

k_{qv} - factor de zonă pentru armonica v

k_p - factor de grup

k_{pv} - factor de grup pentru armonica v
 k_b – factor de înfășurare
 k_{bv} - factor de înfășurare pentru armonica v
 k_{b1v} - factor de înfășurare statoric pentru armonica de ordinul v
 k_{b11} – factor de înfășurare statoric pentru armonica fundamentală
 k_{c2} – factorul de înclinare
 k_{c2v} - factorul de înclinare a creștăturii pentru armonica de ordinul v
 k_c – factorul lui Carter
 k_{c1} – factorul lui Carter pentru stator
 k_{c2} – factorul lui Carter pentru rotor
 k_z – coeficient (rel.204 și 204a și figura 4.17)
 k_{Δ} - coeficient
 L_{Δ} - inductivitatea utilă a câmpului cu Δ perechi de poli
 l_{fe} – lungimea axială a fierului mașinii
 M – cuplul electromagnetic
 M_s – cuplu parazit sincron
 M_{as} – cuplu parazit asincron
 $M_{sarc.}$ – cuplu de sarcină
 M_{Δ} - cuplul rezultat al câmpurilor diferențiale
 $M_{\Delta'}$ – cuplul corespunzător câmpului diferențial cu Δ' perechi de poli ($\Delta'=Z_2-$
 (Z_1+p) perechi de poli)
 $M_{\Delta''}$ – cuplul corespunzător câmpului diferențial cu Δ'' perechi de poli ($\Delta''=Z_2-$
 (Z_1-p) perechi de poli)
 m – numărul de faze
 m_{Δ} - numărul de bare pe perechea de poli
 n – viteza de rotație
 p – numărul de perechi de poli
 P – perimetrul poligonului solenației

$P_{cu2\Delta}$ - pierderile în cupru rotorice datorită câmpului diferențial cu Δ perechi de poli

$P_{e,\Delta}$ - puterea electromagnetică a câmpului cu Δ' perechi de poli

$P_{m,\Delta}$ - puterea mecanică a câmpului cu Δ' perechi de poli

q - numărul de creștături pe pol și fază

R - raza interioară a statorului

R - raza creștăturii rotorice (fig.5)

R_g - raza de inerție corespunzătoare poligonului

R_1 - raza de inerție corespunzătoare armonicilor fundamentale

R_Δ - raza de inerție corespunzătoare câmpului cu Δ perechi de poli

R_2 - rezistența rotorică

R_{2v} - rezistența rotorică pentru armonică de ordinul v

R'_2 - rezistența rotorică ce ține cont de efectul de refulare

r - raza exterioară a rotorului rotorului

s - alunecare

s_v - alunecarea corespunzătoare armonicilor de ordinul v

s' - distanță față de axa creștăturii

s_c - număr de conductoare

s_b - grupuri de bobine intercalate între grupurile aceleiași faze

S - polul poligonului solenației

T - centrul de greutate al poligonului solenației

U - tensiune

U_m - tensiune magnetică

U_{mz} - tensiune magnetică în dinte

$U_{m\delta}$ - tensiune magnetică din întrefier

$U_{m1}(\alpha,t)$ - tensiune magnetică statorică (rel.208)

$U_{m2}(\alpha,t)$ - tensiune magnetică rotorică (rel.208)

U_Δ - tensiunea indusă de câmpul cu Δ perechi de poli

$U_{mp}(\alpha, t)$ - distribuția în timp și spațiu a tensiunii magnetomotoare rotitoare

$u_M(x)$ – tensiunea Maxwell

X – reactanța

X_u – reactanța utilă a unei faze

X_0 – reactanța de dispersie diferențială

X_δ - reactanta de dispersie totală, corespunzătoare întregului câmp magnetic

X_{2cr} – reactanța de dispersie din creștătură

X_{2c} – reactanța de dispersie din capetele de bobină

X_{2dv} - reactanța de dispersie diferențială a rotorului pentru armonica v a statorului

X_1 – reactanța corespunzătoare armonicii fundamentale statorice

Z – numărul de creștături

Z_1 – numărul de creștături statorice

Z_2 – numărul de creștături rotorice

Z' – numărul de creștături ale înfășurării primitive

W – număr de spire pe fază

W_1 – numărul de spire pe fază al înfășurării primare

W_2 – numărul de spire pe fază al înfășurării secundare

W_p – numărul de spire al fazei principale

W_A – numărul de spire al fazei auxiliare

W_b – numărul de spire pe fază

W_m – energie magnetică

α - coordonata ce determina poziția unui punct pe periferia indusului

α - decalajul spațial dintre grupurile de bobine $(r-1)$ și r (pag.187)

α_0 – unghiul de deschidere a creștăturii

α_c – unghiul corespunzător pasului de creștătură τ_c

α_γ – unghiul dintre latura de dus și cea de întors a bobinei

α_d – unghiul dintre două creștături alăturate

α_{rot} - decalajul dintre două creștături rotorice alăturate

α_{Δ} - defazajul dintre câmpurile generate de grupurile de bobine (r-1) și r

β - coeficient (rel.104)

β_0, β_1 – cantități (fig.5.7)

χ - coeficient de cuplaj

δ - mărimea întrefierului

δ' – întrefierul de calcul, cu considerarea cu considerarea creșterii

δ'' - întrefierul de calcul, cu considerarea tensiunii magnetice

$\delta(\alpha)$ - întrefier fictiv

δ_m – valoarea medie a întrefierului

ε - excentricitatea relativă

γ_0 – factorul de dispersie diferențială

γ_{10} – factorul de dispersie diferențială pentru stator

γ_{20} – factorul de dispersie diferențială pentru rotorul în scurtcircuit, cazul creștăturilor neînclinate

γ'_{20} – factorul de dispersie diferențială pentru rotorul în scurtcircuit cu luarea în considerație a înclinării

γ_{2v} - factorul de dispersie al înfășurării secundare pentru armonica v a statorului

γ - coeficient, rel.102

γ - unghi de defazaj spațial între faza principală și cea auxiliară (fig.1.5)

γ - unghi de înclinare al barei rotorice, raportat la stator (rel.313)

φ - defazaj

φ_i – factor de amplificare a curentului rotoric

λ - conductivitatea magnetică a întrefierului

$\lambda_{12}(\alpha)$ – conductivitatea magnetică a întrefierului în cazul în care ambele părți ale mașinii sunt crestate

$\lambda_1(\alpha)$ – conductivitatea magnetică parțială a întrefierului datorată creșterii statorului

$\lambda_2(\alpha-\alpha_r)$ – conductivitatea magnetică parțială a întrefierului datorată creșterii rotorului

λ_δ - valoarea medie a conductivității magnetice a întrefierului

λ_μ - lungimea de undă a armonicii de ordinul μ

λ_v - scurtarea bobinei, raportată la pasul polar

μ - permeabilitatea magnetică

μ_0 – permeabilitatea magnetică a aerului

μ_{fe} – permeabilitatea magnetică a fierului

μ - număr de ordine al armonicelor produse de rotor

μ_z – permeabilitatea magnetică a dintelui stator

η_{2v} - factor

v - numărul de ordine al armonicilor produse de stator

σ - coeficient

τ - pasul polar

τ_1 – pasul polar statoric

τ_2 – pasul polar rotoric

τ_c – pasul de crestătură

τ_{c1} – pasul de crestătură statoric

τ_{c2} – pasul de crestătură rotoric

ω - pulsație

ω_1 – pulsația primară

ω_2 – pulsația secundară

ω_v - pulsația armonicii de ordinul v

$\omega_{mec.}$ – pulsația corespunzătoare vitezei de rotație

ξ - raport între amplitudinile câmpului armonic dintr-o mașină crestată și una fără crestături

Δ - număr de perechi de poli

Δ - unghi periferic

$\Delta(\alpha)$ – modificarea fictivă a întrefierului

$\Delta_1(\alpha)$ – creșterea fictivă a întrefierului datorată creșterii statorului

$\Delta_2(\alpha)$ – creșterea fictivă a întrefierului datorată creșterii rotorului

$\Delta\Phi$ - variația fluxului pe pasul de crestătură

Φ - flux

$\Phi_{\Delta 0}$ – fluxul din întrefier, cu Δ perechi de poli, produs de curentul rotoric

$I_{2(z_1 \pm p)}$

Φ_{Δ} - fluxul din întrefier ce ține cont de reacția armăturii secundare

Γ - linie de câmp

Θ - solenație

Θ_{FP} – solenația fazei principale

Θ_{FA} – solenația fazei auxiliare

Ψ_0 – defazajul spațial dintre armonicile fundamentale statorice și rotorice

(rel.316)

BIBLIOGRAFIE:

- [A1] Alger, P.L. – *Induction Machines – Their behavior uses*, Gordon and Breach Publisher, 1995
- [A2] Andronescu, P. – *Bazele electrotehnicii*, Editura didactică și pedagogică, București, 1972
- [A3] Andronescu, P. – *Über den Verlauf des Drehmomentes bei asynchronen Drehfeldmotoren mit Käfiganker*, Leipzig, 1921
- [B1] Babescu, M. – *Armonicile spațiale ale solenației la o mașină electrică*, Sesiunea de comunicări științifice “MES '96”
- [B2] Babescu, M. – *Mașini electrice monofazate* – Editura Tehnica, București, 1992
- [B3] Babescu, M. – *Mașina asincronă cu bare rotorice întrerupte*, Bul.Șt. și Tehnic, Univ. Tehnică Timișoara, 1994, tom 39, p.42
- [B4] Babuția, I., Opredeck, B. – *Determinarea în condiții uzinale a caracteristicii mecanice la mașinile asincrone. Din experiența uzinei Electromotor Timișoara*, Oficiul de documentare și publicații tehnice, 1970
- [B5] Bălă, C. – *Mașini electrice. Teorie și încercări*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
- [B6] Biriescu, M. – *Mașini electrice rotative – Parametri, caracteristici, încercări*, Editura de Vest, Timișoara, 1977
- [B7] Boldea, I. – *Parametrii mașinilor electrice* – Editura Academiei Române, București, 1991
- [B8] Boldea, I. – *Transformatoare și mașini electrice* – Editura didactică și pedagogică, București, 1994
- [C1] Câmpeanu, A. – *Mașini electrice. Probleme fundamentale speciale și de funcționare optimală*, Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1988

- [C2] Cioc, I., Bichir, N., Cristea, N., - *Mașini electrice - îndrumar de proiectare*, vol.II, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1981
- [C3] Cioc, I., Bichir, N., Cristea, N., - *Mașini electrice - îndrumar de proiectare*, vol.I, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1976
- [C4] Cistelecan, M., Demeter, E., Doniga, L., - *Înfășurări cu consum redus de cupru pentru motoare asincrone* Sesiunea de comunicări științifice "MES '96"
- [C5] Cistelecan, M., Demeter, E., - *Bobinaj pentru mașini electrice de curent alternativ trifazate*, Brevet RO 110.585/1994; RO 110.884B/1994; RO 110.885B/1994
- [C6] Cistelecan, M., Covrig, M., - *Asupra calculului reactanței de dispersie diferențială la mașinile de curent alternativ trifazate*, EEA ELECTROTEHNICA, nr.5-6, 1995, p.15-21
- [C7] Cistelecan, M., - *Contribuții la proiectarea optimală a motorului asincron cu aplicații la seriile unificate de motoare*, Teză de doctorat, I.P. București, 1991
- [C8] Chalmers, B.J., Dodgson, R., - *Waveshapes of flux density in polyphase induction motors under saturated condition*, IEEE trans. on PAS, vol.90, nr.2, 1971, p.564-569
- [C9] Chavernoz, R. – *Etude expérimentale des harmoniques, dans les gros moteurs asynchrones*, Revue Générale de L'Électricité, 1968
- [D1] Dodin, D., Dodin, M. – *Considerații privind influența lungimii mașinii asupra costului și parametrilor la motoarele electrice asincrone cu rotor în scurtcircuit*, Sesiune de comunicări EMT 1987, vol. I, p.146-154
- [D2] Dodin, M. – *Considerații privind alegerea condensatorului la mașinile asincrone bi-fazate*, COMEP-93, Pitești
- [D3] Dodin, M. – *Considerații asupra motoarelor asincrone bi-fazate simetrice*, COMEP-93, Pitești

- [D4] Dodin, D., Dodin, M. – *Particularități ale proiectării reguletoarelor de inducție de mare putere*, Sesiune de comunicări EMT 1987, vol. I, p.140-145
- [D5] Dodin, D., Bors, I., - *Forme de crestături și influența lor asupra parametrilor motoarelor asincrone*, Sesiune de comunicări EMT 1986, vol. I, p.40-48
- [D6] De Sabata, I., - *Bazele Electrotehnicii*, vol.1,2,3, Institutul "Politehnic" Timișoara, 1972-1976
- [D7] Dordea, T. – *Mașini electrice*, Ed. ASAB, București, 2002
- [D8] Dordea, T. – *La theorie de deux axes pour les machines electriques a enroulement repartis par zones*, Ed. Academiei Române, tom 38, 1993
- [D9] Dordea, T., Biriescu, M. – *Proiectarea mașinilor electrice*, volumul 1-2, Universitatea Tehnica Timisoara, 1992
- [D10] Dordea, T., - *Criterii orientative în proiectarea și construcția mașinilor electrice de inducție mici și medii*, Sesiune de Comunicări EMT 1987, vol. I, p.2-4
- [D11] Dordea, T., - *Necesitatea măririi randamentului mașinilor electrice*, Sesiune de comunicări EMT-1985, Timișoara, vol.1, pag.3-9
- [D12] Dordea, T., Herman, H., - *Die Nutenschrägung der induktionsmaschine*, Revue Roumaine des Sciences Techniques-Électrotechnique et Énergetique, tome 24, 3, pag.487-493, București, 1979
- [D13] Drăgănescu, O.Ghe. – *Incercările mașinilor electrice rotative*, Ed. Tehnică 1987
- [E1] Ellison, A.J., Yang S.J. – *Natural frequencies of stators of small electric machines*, Proc.IEE, vol.118, No.1, January 1971
- [F1] Foit, B., Hadlicka, J. – *Pulsating and Surface Losses of Induction Machines*, VUSE-Z, 1954

- [F2] Freeman, E.M. – *The calculation of harmonics, due to slotting, in the flux-density waveform of a Dynamo-Electric Machine*, Proc. IEE, 1962, pag. 581-588
- [F3] Freise, W., Jordan, H. – *Pendelmomente bei unsymmetrischen Ständer und Läuferschaltungen von Drehstrom – Asynchronmaschinen*, ETZ-A, 1963
- [G1] Ghinea, M., Fireșteanu, V. – *Matlab – Calcul numeric - Grafică - Aplicații*, Teora 1997
- [H1] Heller, B., Hamata, V. – *Harmonic field effects in induction machines*, Elsevier, Amsterdam, 1977
- [H2] Hanțila, F., Demeter, E. – *Rezolvarea numerică a problemelor de câmp electromagnetic*, Institutul de cercetări pentru mașini electrice, București, 1995
- [H3] Heller, B., Klima, V. – *Die synchronen parasitären Momente bei Stillstand und bei Anlauf des Käfigankermotors*, 1970
- [J1] Jalobeanu, C., Rasa, I., - *Mathcad – Probleme de calcul numeric si statistic*, Ed. Albastra, Cluj-Napoca, 1995
- [K1] Klima, V. – *Synchronous Torque Dips of Squirrel Cage Induction Motors*, E.O., 1963, pag.475-485
- [K2] Krondl, M. – *La dispersion differentielle dans les machines d'induction*, RGE, 1928, pag. 433-450
- [K3] Krondl, M. – *Parasitic Torques of Squirrel Cage Motors*, E.O., 1929, pag.225-228, 248-251, 262-265, 280-282, 308-312, 326-328, 382-384
- [L1] Liwschitz, M. M. – *Field Harmonics in Induction Motors*, TAIEE, 1942, pag.787-803
- [L2] Liwschitz, M. M. – *Differential Leakage with Respect to the Fundamental wave and to the Harmonics*, TAIEE, 1944, pag.1139-1140

[L3] Lehmann, R.B., Salerno, C.H.,

Camacho, J.R., Leão, A.T. – *A Contribution to the Study on the Effects of Variation for the Rotor Slot Inclination-The Three-Phase Induction Motor Case*, MSc Dissertation, Universidade Federal de Uberlândia, Electrical Engineering Department, August 1999

[M1] Madescu, Ghe. – *Analiza armonică automată a câmpului magnetic produs de înfășurări repartizate de curent alternativ*, E.E.A. – Electrotehnica, 32 (1984), nr. 5, pag. 187-194

[M2] Madescu, Ghe. – *Aspecte privind optimizarea înfășurărilor repartizate la motoarele asincrone*, Sesiunea de comunicări științifice “Electromotor ‘87”

[M3] Madescu, Ghe. – *Asupra zgomotului magnetic produs de motoarele electrice asincrone trifazate*, Sesiune de comunicări EMT-1989, p.205-208

[M4] Madescu, Ghe. – *Model neliniar al mașinii de inducție adaptat problemelor de optimizare* – Teză de doctorat, 1996

[M5] Mocanu, C. – *Teoria câmpului electromagnetic*, E.D.P. București, 1981

[M6] Möller, H. – *Über die Drehmomente beim Anlauf von Drehstrommotoren mit Käfigkern*, A.f.E., 1930, pag. 401-424

[N1] *NEMA Standards Publication No. MG1-1993*

[N2] *Norme CEI/IEC 72-1* ediția a 6-a (1991-2)

[N3] Novac, I. – *Mașini electrice*, Centrul de multiplicare UPT, Timișoara, 1997

[O1] Osama, M., Lipo, T. – *A magnetic relief scheme for four pole induction motors*, Proc. IEE, 1999

[O2] Oberretl, K. – *Über Sättigungsoberfelder in Induktionsmaschinen*, E.u.M., 1961 (78), p.285-294

[O3] Ostovic, V. – *Computer aided Analysis of Electric Machines – A Mathematica approach*, Pretince Hall International Limited, 1994

- [P1] Postnikov, I.M. – *Proiectarea mașinilor electrice*, traducere din limba rusă, Editura Energetică de Stat, 1954
- [P2] Pustola, J., Sliwinski, T. – *Kleine Einphasen-Motoren*, VEB Verlag Technik – Berlin, 1961
- [R1] Richter, R. – *Mașini electrice*, vol. I, Ed. Tehnică, București, 1958
- [R2] Richter, R. - *Înfășurările Mașinilor electrice*, Ed. Tehnică, 1958
- [R3] Richter, R. – *Mașini electrice*, vol. IV, Ed. Tehnică, București, 1958
- [S1] Schuisky, W. – *Berechnung elektrischer Maschinen*, Wien, Springer Verlag, 1960
- [S2] Sokolov, A.A., Pașinskaia, N.I. – *Vîbor cisel pazov unifițirovannogo rotora treh – I odnofaznîh acinronîh dvigatelei*, Electrotehnica, nr.9, 1978
- [V1] Veinott, C. – *Theory and design of small induction motors*, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959
- [V2] Veinott, C. – *Spatial harmonic mmf in irregular windings and spatial connections of polyphase windings*, IEEE Trans. on PAS, Dec. 1964, p.1246-1251
- [V3] Viorel, I.-A., Radulescu, M. – *Asupra calculului coeficienților permeanței echivalente variabile a întrefierului la mașina de inducție*, E.E.A. – Electrotehnica, 32 (1984), nr.3
- [V4] Viorel, I.-A., Biro, K., Iancu, V., Radulescu, M. – *Metodă de calcul iterativă pentru determinarea saturației și a pierderilor în fier la mașina de inducție*, COMEP-83, p.180-187, Pitești
- [W1] Weber, W. – *Harmonics Due to Slot Openings*, Journal of the AIEE, 1924
- [W2] Wiley, J. & Sons – *Principles of Electric Machines and Power Electronics*, P.C. Sen Second Edition, 1997

CUPRINS

Cap.1	1
CÂMPUL MAGNETIC DIN ÎNTREFIERUL MOTORULUI ASINCRON	1
1.1 Punerea problemei	1
1.2 Armonicile solenației	2
1.3 Factorul de înfășurare.....	12
1.4 Periodicitatea factorilor de înfășurare ai unei înfășurări oarecare	16
1.4.1 Tensiunea magnetică.....	16
1.5 Câmpul magnetic al unei înfășurări trifazate	20
1.6 Câmpul magnetic al înfășurării rotorice în scurtcircuit.....	21
Cap.2	24
FACTORUL DE DISPERSIE DIFERENȚIALĂ.....	24
2.1 Înfășurarea statorică	24
2.2 Exemple de calcul automat al parametrilor înfășurărilor mașinii asincrone, mono și trifazate.....	29
2.3 Înfășurarea rotorică.....	37
2.4 Influența deschiderii creștăturilor asupra reactanței de dispersie diferențială	39
2.5 Influența reacției armonicilor asupra dispersiei diferențiale	40
2.6 Exemplu practic de calcul al reacției rotorice.....	42
2.7 Dispersia diferențială în cazul mașinii monofazate.....	50
Cap.3	52
INFLUENȚA SATURAȚIEI	52
3.1 Efectul saturației asupra câmpului magnetic din întrefier	52
Cap.4	58
EFECTUL CREȘTĂRII ASUPRA CÂMPULUI MAGNETIC DIN ÎNTREFIER	58
4.1 Factorul lui Carter.....	58
4.2 Conductivitatea magnetică a întrefierului cu creștături.....	70
4.2.1 Exemplu de calcul	75
4.3 Efectul saturației asupra conductivității magnetice a întrefierului.....	80
4.4 Câmpul magnetic în cazul unui întrefier general, variabil.....	84
4.5 Excentricitatea rotorului.....	86
4.6 Câmpul magnetic în cazul creștării unilaterale și în cazul creștării bilaterale.....	93
4.7 Interacțiunea dintre statorul creștat și armonicile de pas	97
4.8 Interacțiunea dintre rotorul creștat și armonicile de pas.....	101

4.9 Exemple de calcul	103
4.9.1 Cazul unui motor cu crestături deschise în stator și semi-închise în rotor.....	103
4.9.2 Cazul unui motor cu crestături semi-deschise în stator și semi-închise în rotor.	106
4.10 Câmpurile diferențiale statorice și rotorice	114
4.11 Efectul câmpurilor diferențiale asupra armonicilor de pas rotorice ...	116
4.12 Efectul crestării asupra dispersiei diferențiale.....	121
4.13 Validarea analizei câmpului magnetic prin exemple de calcul	124
Cap. 5	132
CUPLURI.....	132
5.1 Preliminarii.....	132
5.2 Cuplurile mașinii de inducție	133
5.3 Efectul armonicelor superioare asupra fazei statorice și înfășurării în scurtcircuit ale unui motor asincron.....	139
5.4 Cuplurile parazite asincrone din motoarele de inducție în scurtcircuit, neglijând crestarea	143
5.5 Cuplurile asincrone ale armonicilor de pas	146
5.6 Cupluri sincrone.....	149
5.7 Reacția armăturii secundare	174
5.8 Caracteristica cuplu-turație pentru o înfășurare statorică conectată în triunghi.....	180
5.9 Caracteristica mecanică pentru înfășurări statorice cu căi în paralel. 184	
5.9.1 Exemplu de calcul	195
5.10 Efectul crestării și al saturației capetelor de dinți asupra curbei cuplu-turație a motorului asincron cu rotor în scurtcircuit	206
5.10.1 Cuplurile suplimentare generate de câmpurile diferențiale	206
5.10.1.1 Determinări experimentale.....	212
5.10.2 Cuplurile maxime ale armonicilor statorice de pas cu ($Z_{1\pm p}$) perechi de poli.....	220
5.10.2.1 Determinări experimentale.....	224
5.10.2.2 Determinări experimentale.....	224
5.11 Validări experimentale	225
5.12 Căi de suprimare a cuplurilor parazite.....	234
Cap.6.....	246
CONCLUZII GENERALE.....	246
Semnificația mărimilor utilizate.....	250
BIBLIOGRAFIE:	259