

Șef lucr. ing. Alexandru DĂNOIU

CONTRIBUȚII LA STUDIUL DINAMICII ȘI VIBRAȚIILOR UNOR ORGANE DE LUCRU ALE MAȘINILOR AGRICOLE

Teză de doctorat

Conducător științific
Prof. dr. ing. ION DĂNILĂ

Timișoara 2003

CUPRINS

Pagina

INTRODUCERE.....	1
OBIECTIVE PROPUSE ÎN CADRUL TEZEI.....	5
CONȚINUTUL TEZEI.....	6
PRINCIPALELE NOTAȚII UTILIZATE.....	8
CAPITOLUL I.....	10
STUDIUL CRITIC ASUPRA MODELELOR DINAMICE UTILIZATE ÎN STUDIUL PŔOCESULUI DE LUCRU AL SITELOR PLANE VIBRATOARE	
1.1 Modelul Blehman-Djanelidze.....	12
1.2 Modelul Berg-Letoșnev.....	16
1.3 Modelul Grigoriev-Turbin.....	18
1.4 Modelul Faibușevici.....	19
1.5 Modelul Wacker.....	22
CAPITOLUL II.....	27
MODELE DE CALCUL ÎN STUDIUL DINAMICII SITELOR PLANE VIBRATOARE. REGIMURI DE MIȘCARE	
2.1 Considerații generale.....	27
2.2 Proprietățile fizico-mecanice ale semințelor.....	29
2.3 Studiul regimurilor de lucru ale sitelor plane vibratoare.....	36
2.3.1 Stabilirea ecuațiilor de mișcare.....	36
2.3.2 Stabilirea regimurilor de lucru ale sitelor.....	39
2.3.3 Regimuri posibile de lucru.....	48
2.4 Concluzii și contribuții originale.....	49
CAPITOLUL III.....	51
MODELAREA DINAMICĂ A PROCESULUI DE SEPARARE, ȚINÂND SEAMA DE IMPACTUL DINTRE PARTICULELE AMESTECULUI ȘI SITA PLANĂ VIBRATOARE	
3.1 Dinamica procesului de lucru al sitei considerând interacțiunea acesteia cu sursa motoare.....	51
3.1.1 Studiul calitativ.....	51
3.1.2 Analiza regimurilor staționare.....	55
3.2 Studiul mișcării relative fără desprinderi pe sitele plane vibratoare....	57
3.2.1 Stabilirea ecuațiilor diferențiale ale mișcării de alunecare.....	57
3.2.2 Studiul mișcării de alunecare.....	59

3.2.3	Determinarea mișcărilor de alunecare.....	61
	3.3 Dinamica mișcării relative considerând forța aerodinamică.....	64
3.3.1	Considerații asupra forței aerodinamice.....	64
3.3.2	Studiul mișcării de alunecare pe sită în prezența forței aerodinamice. Determinarea legii de mișcare.....	67
3.3.3	Studiul stabilității mișcării.....	72
3.3.4	Studiul mișcării de alunecare pentru forme particulare ale forței aerodinamice.....	79
	3.4 Studiul mișcării relative cu desprinderi de pe sită.....	84
	3.5 Concluzii și contribuții originale.....	93

CAPITOLUL IV..... 95

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PE MODELE REALE

	4.1 Studiul mișcărilor vibratorii ale unei site plane.....	95
4.1.1	Legi de mișcare.....	95
4.1.2	Determinarea vitezelor.....	98
4.1.3	Determinarea accelerațiilor.....	101
4.1.4	Analiza armonică a semnalelor de accelerații.....	103
	4.2 Influența lungimii elementelor mecanismului de acționare asupra valorilor accelerațiilor sitei.....	105
	4.3 Determinarea experimentală a mișcărilor sitei plane vibratoare.....	130
4.3.1	Metoda de investigare experimentală.....	130
4.3.2	Prelucrarea datelor experimentale. Interpretarea rezultatelor.....	135

CAPITOLUL V..... 143

CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI CONCLUZII FINALE

BIBLIOGRAFIE

ANEXE

INTRODUCERE

Procesele tehnologice, în care sunt implicate mașinile și instalațiile agricole, sunt deosebit de complexe dată fiind multitudinea factorilor care intervin în desfășurarea lor. Acest lucru face ca la modelarea fizică a acestora să se rețină numai o parte dintre factori și anume aceia care influențează în mod hotărâtor procesul de lucru. Pentru efectuarea unor studii care să conducă la perfecționarea tehnologiilor din agricultură, atât în ceea ce privește creșterea calității produselor, a productivității muncii cât și a eficienței economice, trebuie concepute modele simplificate pe baza cărora se dezvoltă studii teoretice ale căror rezultate trebuie verificate experimental.

Dacă într-o primă etapă de mecanizare a agriculturii, mașiniile și uneltele concepute pentru ușurarea muncii oamenilor și creșterea randamentelor se bazau mai mult pe experiența milenară a oamenilor, agricultura modernă nu poate fi concepută fără mașini cu performanțe ridicate, comparabile cu cele folosite în celelalte sectoare ale producției de bunuri materiale. Acest lucru se poate realiza numai dacă sunt bine cunoscute fenomenele fizice care însoțesc procesele de lucru ale mașinilor, respectiv interacțiunile mecanice între diferitele organe ale mașinii și materialul supus prelucrării. În acest context, mecanica clasică, prin ramura sa de bază mecanica corpului solid, are practic un domeniu de aplicabilitate nelimitat. Nu există mașină sau instalație agricolă al cărui proces tehnologic să nu poată fi modelat mecanic. Fără a avea pretenția că se acoperă întreaga gamă de modele concepute până în prezent, ne vom referi în continuare la câteva exemple.

Astfel, separarea amestecurilor de semințe folosind site plane se poate studia cu ajutorul unui model simplificat constând dintr-o particulă materială care se poate deplasa cu frecare pe o suprafață [4], [16], [50], [95], [144]. În funcție de valorile parametrilor cinematici ai sitei, amestecul poate să alunece pe sită fără salturi, se poate mișca liber desprinzându-se de sită sau se poate găsi în repaus relativ, sita constituind deci o legătură unilaterală, cu frecare. Tot o asemenea legătură unilaterală, de natura unui pendul simplu, tot cu frecare poate fi conceput și modelul cu care se studiază procesul de separare cu ajutorul sitelor cilindrice [42], [144].

Destul de multe procese de lucru ale unor organe de mașini agricole pot fi asimilate unor ciocniri naturale, putând fi studiate aplicând teoremele generale ale ciocnirilor mecanice. Astfel, procesul de separare a boabelor, din amestecul ajuns pe scuturătorii de paie de la

combinele de cereale, care se realizează prin lovirea paielor de către cail scuturătorilor poate fi modelat printr-un proces de ciocnire aproape plastică [45], [46], [48]. Tot interacțiuni percutante, mult mai puternice însă, apar în procesul de măcinare și mărunțire a furajelor cu ajutorul morilor cu ciocane. Din studiul realizat pe un asemenea model, în care se consideră ciocnirea unei particule de nutreț cu ciocanul morii, aflat în mișcare de rotație, se pot trage concluzii referitoare la realizarea, montarea și exploatarea morilor astfel încât uzura ciocanelor să fie cât mai mică. Este cunoscut faptul că pentru un corp având o axă fixă, cum poate fi considerat ciocanul morii, dacă acesta se ciocnește cu un corp punctiform iar impactul are loc în așa numitul centru de percuzie, reacțiunile din lagăre sunt minime. În cazul acestor utilaje, foarte răspândite în fermele zootehnice, neajunsul principal este tocmai uzura rapidă a ciocanelor atât în locul în care se ciocnesc cu grăunțele cât și în lagărele de fixare pe rotorul morii.

Un alt aspect care trebuie neapărat subliniat este acela că funcționarea unui număr însemnat de mașini agricole este însoțită de fenomene vibratorii, uneori utile procesului tehnologic, alteori cu efecte nedorite asupra mașinilor și celor ce le deserveșc.

Indiferent de situație, aceste vibrații trebuie cunoscute pentru a fi luate, de la caz, la caz, măsurile ce se impun. Astfel, în cazul în care mișcările vibratorii sunt benefice procesului tehnologic, ele trebuie generate și întreținute cu reglarea parametrilor la valori convenabile îmbunătățirii procesului de lucru în care se folosesc.

În situația în care vibrațiile au efecte dăunătoare asupra mediului în care se manifestă, trebuie să se ia măsuri care să ducă la diminuarea efectelor sau chiar la înlăturarea definitivă a lor, dacă este posibil. Asemenea vibrații apar la toate mașinile și instalațiile agricole, staționare sau mobile, care au în componența lor organe de lucru care execută mișcări de rotație.

Chiar dacă prin proiectare, execuție sau montaj se asigură o echilibrare aproape perfectă a acestor mase în rotație, în timpul funcționării apar dezechilibre care generează mișcări vibratorii.

Efectul acestor vibrații se accentuează cu creșterea timpului de funcționare al mașinii, prin mărirea dezechilibrelor odată cu creșterea uzurii lagărelor. Totodată aceste vibrații sunt mai pronunțate dacă regimul de lucru al mașinii se situează la valori mari ale vitezelor unghiulare de rotație. Acest lucru se datorește forței perturbatoare, care întreține vibrațiile, care forța depinde de pătratul turăției. În situația în care mașina agricolă se deplasează pe teren, în timpul lucrului apar vibrații și datorită neregularităților acestuia care apoi prin intermediul pneurilor se transmit

cadrului mașinii și apoi diferitelor organe ale acesteia. Asemenea mișcări vibratorii apar la combinele de recoltat cereale datorită îndeosebi rabatorului de plante și a aparatului de treier mai ales, care are turație relativ mare, ajungând până la 1325 rot/min. la aparatul de treier cu două tobe [42].

Tot la combine, surse de vibrații pot fi considerate și ventilatorul montat în casa sitelor și motorul termic folosit pentru propulsia mașinii. De obicei, fenomenele vibratorii indiferent de sursele ce le generează, sunt însoțite de zgomote ce depășesc uneori valorile admise prin normative, ceea ce creiază un disconfort sporit, cu efecte nocive asupra oamenilor ce deservesc mașinile respective.

Acest lucru se întâmplă, de exemplu, la morile cu ciocane la care s-au mai făcut referiri, unde pe lângă aspectul neplăcut al zgomotului, vibrațiile produse în timpul funcționării accentuează uzura bolțurilor în care sunt montate ciocanele, uzură produsă cum s-a precizat și de ciocnirile care însoțesc procesul de măcinare.

Dimpotrivă, la alte utilaje chiar de acest tip cum ar fi ciururile și morile vibratoare se folosesc vibrațiile forțate atât pentru mărunțire cât și pentru separarea și sortarea unor materiale granulare și coloidale [118].

O largă utilizare și-au găsit vibrațiile la mașinile de prelucrarea solului și întreținerea culturilor, care sunt cele mai mari consumatoare de energie dintre mașinile folosite în agricultura modernă.

Specialiști, atât din institutele de cercetări, cât și din universități acordă o importanță deosebită realizării și perfecționării unor organe de lucru vibratoare pentru mașinile de prelucrat solul. Utilizarea unor asemenea dispozitive duce la o diminuare importantă a energiei consumate. Cele mai multe studii de acest fel au fost canalizate, în special, spre utilizarea vibrațiilor la organele de lucru ale unor pluguri, cultivatoare, săpătoare de șanțuri și gropi, nivelatoare de sol etc.

Astfel, experimentările efectuate cu plugul cârțiță cu drenaj vibrator au arătat posibilitatea obținerii unei economii de energie de până la 50% pentru anumiți parametri, folosiți în proces, ai vibrațiilor întreținute [89].

În același scop, al micșorării consumului de energie, au fost create cultivatoare ale căror cadre sunt echipate cu organe de lucru montate pe suporti elastici precum și grape oscilante. Consumul de energie poate scădea la asemenea utilaje până la aproximativ 14% [27].

Având în vedere cele prezentate, din care reiese destul de pregnant importanța și actualitatea problemelor legate de modernizarea și creșterea performanțelor mașinilor agricole, tema care face subiectul tezei își justifică pe deplin necesitatea, încercând să contribuie la elucidarea unor aspecte legate de dinamica unor organe de mașini agricole și anume dinamica procesului de lucru al sitelor plane vibratoare.

La pregătirea, redactarea și finalizarea prezentei teze m-am bucurat permanent de sfaturile, sprijinul și îndrumarea competentă din partea distinsului prof. dr. ing. ION DĂNILĂ șeful catedrei de Transporturi și Logistică din cadrul facultății de Management în Producție și Transporturi , în calitatea domniei sale de conducător științific.

Pentru toate acestea îi aduc cele mai calde și sincere mulțumiri și îl asigur de întreaga mea stimă și recunoștință.

Mulțumiri deosebite adresez, de asemenea, colegilor mei de la catedra de Mecanică și Vibrații, din cadrul Universității “Politehnica” Timișoara, pentru sprijinul, sfaturile și încurajările permanente care mi-au dat sentimentul de încredere și optimism în activitatea de doctorat desfășurată.

Muțumesc totodată colegilor de la alte catedre, prietenilor, membrilor familiei și tuturor celor care într-o formă sau alta au contribuit la încheierea cu succes a acestei activități.

OBIECTIVE PROPUSE ÎN CADRUL TEZEI

●Reconsiderarea modelelor dinamice existente în literatura de specialitate referitoare la studiul dinamicii și vibrațiilor sitelor plane vibratoare, ce echipează mașinile agricole de recoltat și sortat cereale, în scopul perfecționării acestora.

●Realizarea unui model dinamic pentru studiul regimurilor cinematice ale sitelor plane într-un caz mai general, considerând acționarea sitei dată de o funcție periodică oarecare, din care prin particularizare se obține funcția de excitație simplu armonică, prezentă în majoritatea modelelor cunoscute.

●Studiul dinamicii procesului de separare, cu sitele plane vibratoare, în prezența curentului de aer prin elaborarea unui model dinamic care să țină seama de forța aerodinamică în cazul cel mai general. Un astfel de model nu a fost considerat până în prezent ci doar modele cu forța aerodinamică constantă sau dependentă doar la viteza de transport a sitei.

●Studiul stabilității mișcărilor amestecului pe sitele plane vibratoare în prezența curentului de aer.

●Analiza cinematică completă a unui mecanism real de acționare a sitelor sistemului de curățire, de la combinele de recoltat cereale, în scopul optimizării procesului de separare.

●Influența unor parametrii geometrici și cinematici asupra regimurilor cinematice ale sitelor plane vibratoare.

●Studii experimentale privind regimurile de mișcare ale sitelor plane.

●Confruntarea rezultatelor obținute pe cale experimentală cu datele teoretice în scopul reevaluării modelelor teoretice propuse

CONȚINUTUL TEZEI

Teza este structurată pe cinci capitole la care se adaugă introducerea și anexele.

În capitolul I, intitulat "Studiul critic asupra modelelor dinamice utilizate în studiul procesului de lucru al sitelor plane vibratoare" se face un studiu aprofundat al acestor modele. Dată fiind diversitatea metodelor de abordare a problemei, în cadrul acestui capitol se face o sistematizare a materialului bibliografic consultat fiind definite modelele cele mai reprezentative, cu sublinierea avantajelor și dezavantajelor fiecărui model.

Această analiză critică arată necesitatea continuării și aprofundării cercetărilor privind dinamica sitelor plane și ca atare justifică importanța și actualitatea temei propuse în teză.

Capitolul II, studiază regimurile de lucru ale sitelor plane considerând excitația sitei dată de o funcție periodică oarecare din care se obține, prin particularizare, excitația simplă armonică, folosită în modelele cunoscute.

Pentru o asemenea acționare cinematică se determină *curbele separatoare*, care delimitează zonele diferitelor regimuri de mișcare, luând drept variabilă independentă unghiul de înclinare al excitației sitei față de planul său.

Rezultatele obținute pot fi folosite în proiectarea și realizarea mașinilor de curățire și sortare a produselor agricole având diverse destinații.

În capitolul III, se studiază mișcarea amestecului pe sită prin considerarea interacțiunilor mecanice dintre particulele acestuia și sita plană vibratoare. O mare parte a acestui capitol se referă la influența forșei aerodinamice asupra procesului de separare, propunând mai multe modele pentru această forță.

Astfel, se propune un model care să țină seama atât de mișcarea de transport a corpului împreună cu sita cât și de mișcarea relativă a acestuia față de sită. Pe baza acestui model, deosebit de complex, se determină legea de mișcare a unui element din amestec, printr-o metodă modernă și foarte puțin cunoscută în literatura de specialitate. În ultima parte se studiază mișcarea cu desprindere de pe sită, considerată ca un proces de ciocnire naturală.

Capitolul IV este consacrat unor studii teoretice și experimentale pe un model real și anume mecanismul de acționare a sitelor de la combina de recoltat cereale C-12.

Studiile teoretice se referă la analiza cinematică completă a mecanismului pe baza căreia se determină distribuția traiectoriilor, vitezelor și accelerațiilor pe sită, elemente ce influențează

nemijlocit mișcarea vrafului pe sită și ca atare și procesul de lucru al acesteia. Modificarea lungimii unor elemente ale mecanismului de acționare și influența acestora asupra distribuției de accelerații poate fi utilă în exploatarea acestor utilaje, Astfel, în condiții concrete de lucru precum recoltarea pe terenuri în pantă, se impune contracarea înclinării sitelor, peste limitele admise, ceea ce duce la scăderea calității separării sau chiar încetarea acesteia prin înfundarea sitelor pe anumite porțiuni.

Studiile experimentale vizează atât mișcările vibratorii ale sitei cât și mișcările particulelor materiale situate pe acestea. Pentru determinarea acestor mișcări se folosește o tehnică specială, modernă de măsurare a vibrațiilor și anume tehnica filmării rapide cu prelucrarea numerică, secvențială cadru cu cadru a imaginiiilor filmate. Pe baza acestei metode s-au determinat coordonatele unor puncte de pe sită și a unor puncte de pe o cală mobilă față de sită. Cu acestea s-au determinat traiectoriile punctelor corespunzătoare celor două mișcări: de transport și relativă precum și vitezele corespunzătoare acestor mișcări.

Rezultatele experimentale sunt foarte apropiate de cele obținute prin analiza cinematică a mecanismului, atestând atât utilitatea metodei folosite în studiul mișcărilor vibratorii cât și precizia sa.

În capitolul V sunt prezentate principalele contribuții originale ale autorului și concluziile finale privind îndeplinirea obiectivelor propuse.

PRINCIPALELE NOTAȚII UTILIZATE

- a accelerația de deplasare pe sită [ms^{-2}]; a_r , accelerație relativă;
- a, b, c dimensiunile semințelor respectiv lungime, lățime și grosime [mm];
- c coeficient de amortizare [Nsm^{-1}]; c_{cr} coeficient critic de amortizare;
- C_r coeficient de rezistență aerodinamic;
- C_p coeficient de portanță [m^{-1}];
- e lungimea excentricului mecanismului de antrenare a sitei [mm];
- f frecvența vibrațiilor [s^{-1}];
- F forța [N]; F_f , de frecare; F_I , de inerție, F_a , aerodinamică etc.;
- g accelerația gravitațională [ms^{-2}];
- G forța de greutate [N];
- I matricea unitate;
- $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ versorul axelor sistemului Oxyz;
- k constanta elastică [Nm^{-1}];
- $k(t)$ indicele regimului cinematic;
- ℓ lungimea bielei mecanismului de acționare a sitei [mm];
- ℓ_1 lungimea brațelor sitei [mm];
- L_i lungimile elementelor mecanismului de antrenare a sitei [mm];
- m masa [kg];
- n factorul de amortizare, $n = \frac{c}{2m}[s^{-1}]$;
- N forța de apăsare normală (reacțiunea normală) [N];
- p pulsația proprie a unui sistem vibrant [s^{-1}];
- q parametru de deformație;
- r raza manivelei mecanismului bielă-manivelă, amplitudinea vibrațiilor sitei [mm];
- R coeficient de restituire (elasticitate) la ciocnire;
- s spațiul parcurs de semințe pe sită [mm];

- t timp [s];
- T perioada mișcărilor periodice [s];
- u legea de mișcare a sitei;
- v viteză [ms^{-1}]: v_r , viteza relativă;
- w viteza curentului de aer [ms^{-1}]; w_{cr} , viteza critică (de plutire);
- x, y, z coordonatele unui punct față de sistemul de axe Oxyz;
- $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ componentele vitezei absolute pe axele reperului Oxyz;
- $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ componentele accelerației absolute pe axele reperului Oxyz;
- α unghiul de înclinare a sitei față de orizontală;
- α_i unghiurile de poziții ale elementelor (barelor) mecanismului de acționare a sitei față de o direcție fixă;
- β unghiul dintre direcția excitației sitei $u(t)$ și direcția sitei;
- γ unghiul dintre direcția curentului de aer și planul sitei;
- φ unghiul de frecare de alunecare; φ_0 unghiul de aderență;
- ψ unghiul de taluz natural (frecare internă);
- θ unghiul de fază al elementului motor al mecanismului de antrenare a sitei;
- ε accelerație unghiulară [s^{-2}];
- ε_1 parametru mic;
- λ multiplicatorul Floquet;
- μ coeficientul de frecare de alunecare;
- ω viteza unghiulară de rotație (pulsăția vibrațiilor forțate) [s^{-1}];
- ξ, η, ζ coordonatele unui punct față de reperul $O\xi\eta\zeta$;
- $\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}$ componentele vitezei relative pe axele reperului $O\xi\eta\zeta$;
- $\ddot{\xi}, \ddot{\eta}, \ddot{\zeta}$ componentele accelerației absolute pe axele reperului $O\xi\eta\zeta$.

CAPITLOUL I

STUDIUL CRITIC ASUPRA MODELELOR DINAMICE UTILIZATE ÎN STUDIUL PROCESULUI DE LUCRU AL SITELOR PLANE VIBRATOARE

Modelarea matematică a procesului de curățire și sortare a produselor agricole, respectiv a mișcării materialului pe sitele sistemului de curățire, se reduce la determinarea legilor de mișcare a unei particule din amestec considerând forțele care acționează în timpul procesului.

În optimizarea procesului de curățire, materialul trecut prin sistem trebuie să satisfacă anumite condiții ale căror valori extreme constituie criteriile ale procesului.

Aceste criterii se pot exprima cu ajutorul valorilor limită ale unor parametri precum: timpul minim necesar unei bune separări, caracteristicile regimului cinematic, puritatea produsului obținut, productivitatea agregatului, prețul de cost al procesului, etc.

Mărimile fizice, care intervin în proces se găsesc într-o legătură funcțională atât între ele cât și cu elementele procesului tehnologic.

Modelarea are ca scop căutarea unor funcții care controlează procesul și găsirea valorilor limită ale acestora.

Procesul tehnologic de curățire și sortare se compune dintr-o serie de subprocesse care au o structură complexă, nestăpânită în totalitate.

Dacă ne referim strict numai la latura mecanică, în procesul tehnologic general de separare au loc procese parțiale, cum sunt:

- mișcarea semințelor în stratul de vraf;
- mișcarea întregului strat de vraf în sistemul de curățire;

Modelarea matematică a procesului, din sistemul de curățire, se bazează pe legile mecanicii clasice și a teoriei mișcărilor vibratorii. Cerințele impuse față de calitatea materialului rezultat, respectiv puritatea acestuia, impun studii teoretice aprofundate pentru cunoașterea exactă a legilor mișcării materialului pe site.

Toate modelele adoptate până în prezent iau în considerare procesul numai din punct de vedere mecanic, limitându-se la aspecte precum: generarea impulsurilor de către sită, mișcarea semințelor în interiorul stratului și eventual mișcarea stratului de material, neglijând însă aspecte

la fel de importante precum variația unor proprietăți mecanice și biologice ale semințelor în timpul procesului.

Toate elementele procesului de curățire sunt în strânsă legătură și se influențează reciproc, ceea ce îngreunează foarte mult procesul de modelare și impune considerarea unor ipoteze simplificatoare.

Astfel, transmiterea impulsurilor de către sită asupra amestecului în timpul lucrului se poate modela printr-un proces de ciocnire. Durata și natura ciocnirii depind în mare măsură de proprietățile materialului, în special de elasticitatea acestuia. Corpurile perfect elastice (cu elasticitate ideală) au durata ciocnirii foarte mică, ceea ce în realitate nu se întâmplă astfel.

În cazul ciocnirii boabelor izolate cu sita are loc o pierdere însemnată de energie cinetică a acestora. În situația unui amestec, frecarea dintre componentele acestuia, ciocnirea dintre acestea și frecarea cu aerul constituie de asemenea cauze ale pierderilor de energie cinetică.

În același timp, frecarea internă a stratului de material precum și frecarea acestuia cu aerul reduce transmiterea impulsurilor din partea sitei și scade randamentul procesului de separare.

Întrucât semințele și celelalte părți ale amestecului au forme diferite față de cea sferică, proprietățile mișcării acestora sunt diferite, pe diferite porțiuni ale suprafeței lor, din care cauză mișcarea acestora și modelul matematic care o descrie au caracter aleator.

Datorită complexității sale problema se rezolvă însă pe baza unui model determinist.

Majoritatea modelelor acceptă următoarele ipoteze:

1. bobul se consideră de formă sferică, asimilat unui punct material;
2. asupra bobului acționează forțe precis definite precum: forța de greutate, forța inerțială de transport datorită mișcării sitei (forța de aruncare), forța de frecare uscată (forța coulombiană), forța aerodinamică (pneumatică) și în prezența aerului se poate considera și o forță de frecare vâscoasă.

Aceste elemente constituie așa numitele *mărimi de intrare*

Proprietățile materialului supus separării se determină în mod obișnuit pe cale experimentală folosind metodele statisticii matematice.

Pe baza legilor mecanicii clasice, luând în considerare forțele de mai sus sau o parte a acestora, se determină ecuațiile diferențiale ale mișcării, ale căror soluții dau informații utile asupra mișcării materialului pe sită. Mișcarea stratului se poate considera ca fiind rezultanta

mișcărilor stohastice ale elementelor componente ale acestuia, sub acțiunea forțelor care au caracter determinist.

În timpul procesului de lucru, vraful dobândește calitățile unui corp material continuu cu proprietăți caracteristice lichidelor dar având și caracter de material elastic.

Rezultatul modelării este *o funcție răspuns* sau o familie de astfel de funcții, care matematic determină o curbă sau o suprafață, după numărul mărimilor existente.

Datorită acestor aspecte prezentate este justificat a se începe modelarea cu analiza mișcării unei particule din stratul de material.

În literatura de specialitate sunt cunoscute mai multe modele matematice, cele mai importante, după părerea noastră, fiind prezentate succint în continuare.

1.1. Modelul Blehman-Djanelidze [14]

Este modelul de bază în studiul deplasărilor vibraționale, deplasări fără de care procesul de separare, cu ajutorul sitelor plane, nu are loc.

Deplasările vibraționale, prin efectele lor , au multiple aplicații practice, cele mai importante fiind:

- deplasarea corpurilor într-un mediu necoeziv pe o suprafață vibratoare (ex. la transportoare vibratoare);

- reducerea, sub acțiunea vibrațiilor a coeficienților aparenti și reali de frecare uscată, fapt ce duce la diminuarea forțelor de rezistență care apar la deplasarea relativă a unor corpuri sub acțiunea unor forțe constante sau lent variabile (ex. la înfigerea piloților);

- deplasarea dirijată a corpurilor în medii continue, cu dependență nelineară a forțelor de rezistență de viteza corpului, deplasare cauzată de forțe perturbatoare periodice;

- afânarea sau compactarea unor materiale sub acțiunea vibrațiilor (ex. la mașini de prelucrat solul, site plane și respectiv la compactarea și omogenizarea betoanelor);

- separarea sub acțiunea vibrațiilor a particulelor granulare după greutatea specifică și dimensiune (ex. la separatoare);

- separarea particulelor de material necoeziv pe suprafețe vibratoare, în raport cu coeficienții de frecare și cu forma geometrică sau alți parametrii (ex. la separatoare vibratoare

unde procesul este condiționat de diferența vitezelor de deplasare a diferitelor fracțiuni pe suprafața vibratoare).

Din punct de vedere matematic teoria vibrodeplasării se reduce la găsirea soluțiilor unor ecuații diferențiale nelineare având coeficienți periodici în timp, soluții de tipul

$$x_i = v_i t + \Phi_i(t); \quad (i = \overline{1, n}) \quad (1.1)$$

în care:

- x_i reprezintă coordonatele generalizate ale sistemului;
- v_i sunt constante ce reprezintă vitezele medii de variație a coordonatelor;
- $\Phi_i(t)$ sunt funcții periodice de timp, având perioda egală sau multiplu al perioadei de variație a coeficienților ecuațiilor diferențiale.

În unele situații există soluții în care v_i sunt funcții lent variabile de timp, precum mișcările de “egală accelerație” descrise de legi având forma

$$x_i = \frac{a_i t^2}{2} + v_i^* t + \Phi_i(t); \quad (i = \overline{1, n}) \quad (1.2)$$

unde a_i sunt funcții constante sau lent variabile (accelerații medii).

Modelul dinamic ce stă la baza deplasării prin vibrații este cel al unui corp material punctiform, aflat pe o suprafață plană aspră, care excută mișcări vibratorii, după o lege dată (fig. 1.1).

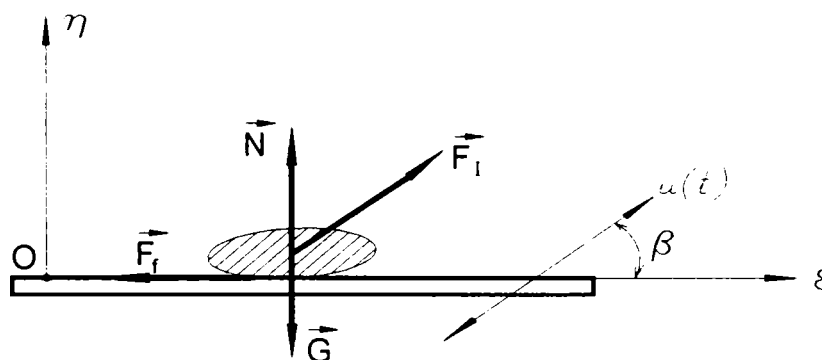


Fig. 1.1 Modelul dinamic pentru vibrotransport

Dacă platforma, pe care se găsește corpul de greutate \vec{G} , execută oscilații după legea

$$u(t) = A \sin \omega t, \quad (1.3)$$

cu A și ω constante iar direcția de oscilație face cu direcția platformei unghiul constant $\beta < \frac{\pi}{2}$,

deplasarea corpului are loc datorită forței inerțiale de transport

$$F_I = -m\ddot{u} = -mA\omega^2 \sin \omega t. \quad (1.4)$$

Pentru studiul mișcării relative a corpului, față de sistemul $O\xi\eta$ legat de planul vibrator, se folosesc ecuațiile diferențiale:

$$m\ddot{\xi} = m\omega^2 A \cos \beta \sin \omega t + F_f \quad (1.5)$$

$$m\ddot{\eta} = mA\omega^2 \sin \beta \sin \omega t - mg + N, \quad (1.6)$$

unde prin F_f s-a notat forța de frecare uscată, legată de reacțiunea normală N , prin relațiile:

$$F_f = \begin{cases} -\mu N & \text{pentru } \dot{x} > 0; \\ \lambda\mu_0 N & \text{pentru } \dot{x} = 0; \\ \mu N & \text{pentru } \dot{x} < 0, \end{cases} \quad (1.7)$$

în care μ și μ_0 reprezintă coeficienții frecării de alunecare respectiv de aderență (static) iar $-1 < \lambda < 1$.

Concret, deplasarea corpului pe suprafața vibratoare se produce, în acest caz datorită asimetriei forței de frecare în intervalul unei perioade $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Astfel, pentru $0 < t < \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega}$ când forța de inerție are sensul din figura 1.1., deplasarea corpului se face în sensul $\dot{\xi} > 0$ (spre dreapta), când forța de frecare are valoarea

$$F_f = \mu m(g - A\omega^2 \sin \beta \sin \omega t), \quad (1.8)$$

obținută din (1.7) și (1.6) pentru $\eta = 0$.

În semiperioada următoare $\frac{\pi}{\omega} < t < \frac{2\pi}{\omega}$, se schimbă sensul forței de inerție, fapt ce duce la modificarea mărimii forței de frecare, dată de expresia

$$F_f = \mu m(g + A\omega^2 \sin \beta \sin \omega t) \quad (1.9)$$

În această semiperioadă, cum forța de frecare este mai mare decât cea din semiperioada anterioară, rezultă că deplasarea d_- , din această semiperioadă este mai mică decât deplasarea d_- din semiperioada precedentă. Așadar în decursul unei perioade corpul se mișcă după o lege de forma (1.1), efectuând deplasarea $d = d_- - |d_-|$, al cărei sens este în sensul $\dot{\xi} > 0$.

Cauza deplasării vibraționale este în acest caz forța de frecare uscată, respectiv asimetria acesteia în intervalul unui ciclu de mișcare.

Dacă forța de frecare s-ar supune legii frecării vâscoase, adică $F_f = -c\dot{\xi}$, $c = \text{constant}$, soluția ecuației (1.5) este

$$\xi(t) = C_1 + C_2 e^{-\frac{c}{m}t} - A \frac{m\omega}{c^2 + m^2\omega^2} \cos \beta (m\omega \sin \omega t + c \cos \omega t), \quad (1.10)$$

care pentru $t \rightarrow \infty$, trece în mișcare oscilatorie armonică staționară și ca atare deplasarea relativă nu mai are loc.

Dar numai forța de frecare uscată nu este suficientă pentru deplasare ci mai este necesară și asimetria excitației $u(t)$, adică $\beta \neq 0$ și $\frac{\pi}{2}$.

Schema prezentată stă la baza majorității transportoarelor. Mai este însă și o altă modalitate de a se obține deplasare când, în prezența frecării uscate asimetria excitației nu este dată de unghiul β ci de legea de mișcare a planului vibrator, de forma

$$u(t) = A \cos \omega t + B \cos(2\omega t + \varepsilon), \quad (1.11)$$

și $\beta = 0$.

Pentru acest caz, ecuația de mișcare (1.5) devine

$$\ddot{\xi} = \omega^2 [A \cos \omega t + 4B \cos(2\omega t + \varepsilon)] \mp \mu g. \quad (1.12)$$

În acest caz forța de frecare are aceeași valoare în cele două semiperioade dar corpul se deplasează datorită asimetriei forței de inerție, adică $F_{I+} > |F_{I-}|$ și ca atare deplasarea corpului are loc în sensul $\dot{\xi} > 0$.

Mișcarea sitei are loc pe direcția axei Ox , după legea

$$x = -r \cos \omega t, \quad (1.14)$$

aceiași cu legea de mișcare a proiecției punctului P pe dreapta OM , ω fiind viteza unghiulară de rotație a manivelei, considerată constantă.

Un asemenea model simplificat, ușurează studiul dinamicii sitei dar prezintă dezavantajul că legea (1.14) nu coincide cu mișcarea reală a sitei decât cu oarecare aproximație. Astfel, este știut faptul că în cazul acționării cinematice printr-un mecanism bielă-manivelă, chiar în cazul în care raportul dintre lungimea manivelei și cea a bielei este mic, mișcarea culisei, în cazul sitei a punctului M , nu este o mișcare simplu armonică de forma celei dată de (1.14) ci ea conține și armonici de ordin superior.

Un alt neajuns, al modelului prezentat, este acela că la o asemenea acționare nici direcția deplasării nu coincide cu direcția Ox decât aproximativ.

În continuare, modelul analizat consideră pentru studiul mișcării relative a amestecului pe sită, un corp punctiform de masă m , a cărui mișcare de alunecare se studiază cu ecuația diferențială

$$m\ddot{\xi} = F_I \cos(\alpha + \varepsilon) - mg \sin \alpha - F_f, \quad (1.15)$$

unde F_I este forța inerțială de transport având mărimea

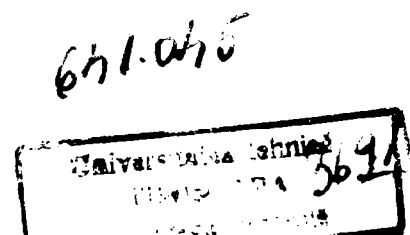
$$F_I = mr\omega^2 \cos \omega t, \quad (1.16)$$

iar F_f este forța de frecare de alunecare, adică

$$F_f = N \operatorname{tg} \varphi = m[r\omega^2 \cos \omega t \sin(\alpha + \varepsilon) + g \cos \alpha] \operatorname{tg} \varphi. \quad (1.17)$$

Deși pentru modelarea procesului de separare se consideră amestecul ca un punct material, ceea ce constituie de asemenea un neajuns al modelului, acesta este important prin faptul că a fost elaborat în premieră, constituind o bază de plecare pentru mulți cercetători.

Plecând de la acest model simplificat, pe baza lui s-au făcut numeroase studii, i s-au adus o serie de îmbunătățiri nefiind încă contestat de nimeni până în prezent.



1.3 Modelul Grigoriev-Turbin [144]

Modelul Berg-Letoșnev a fost preluat de Grigoriev și completat de acesta, considerând în plus forța aerodinamică (pneumatică), prezentă uneori în procesul de separare. Modelul prezentat în fig.1.3 conține aceleași forțe ca și modelul Berg-Letoșnev la care se adaugă forța aerodinamică \vec{F}_a , creată de un ventilator care suflă un curent de aer cu viteza constantă \vec{w} orientat sub unghiul β față de orizontală.

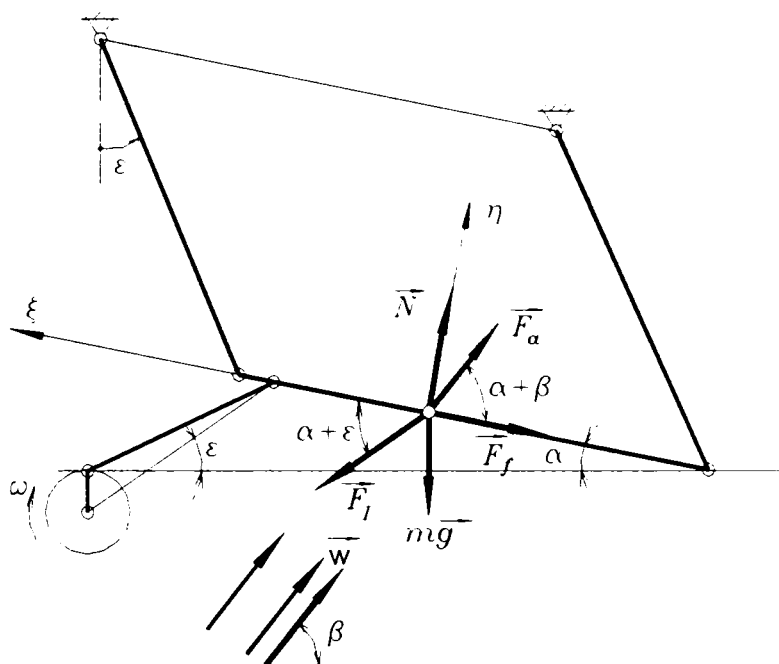


Fig.1.3 Schema dispunerii forțelor

Această forță, dependentă de viteza relativă a corpului față de viteza curentului de aer,

$\vec{v}_r = \vec{w} - \vec{v}$ este dată de relația lui Newton

$$F_a = k_c \frac{\gamma}{g} S(w - v)^2 = mk_n (w - v)^2, \quad (1.18)$$

în care k_c și k_n sunt coeficienți aerodinamici, S este proiecția secțiunii corpului pe un plan perpendicular pe direcția curentului de aer, γ este greutatea specifică a aerului iar v este componenta vitezei corpului pe direcția curentului de aer.

De subliniat faptul că la evaluarea acestei forțe nu s-a ținut cont de deplasarea relativă a particulei pe sită, autorul considerând viteza v egală cu a unui punct de pe sită, deci viteza de transport, adică

$$F_a = mk_n (w - r\omega \cos \beta \sin \omega t)^2 = \frac{mg}{w_{cr}^2} (w - r\omega \cos \beta \sin \omega t)^2, \quad (1.19)$$

dacă legea de excitația sitei este dată de relația (1.14), unde w_{cr} este viteza critică (de plutire).

Pentru studiul mișcării relative se folosesc ecuațiile diferențiale

$$m\ddot{\xi} = mr\omega^2 \cos(\alpha + \varepsilon) \cos \omega t - mg \sin \alpha - F_f - F_a \cos(\alpha + \beta), \quad (1.20)$$

$$m\ddot{\eta} = N - mr\omega^2 \sin(\alpha + \varepsilon) \cos \omega t - mg \cos \alpha + F_a \sin(\alpha + \beta). \quad (1.21)$$

În continuare se studiază regimurile tipice de mișcare fără a se determina legile mișcării relative.

Deși mai complet decât modelul Berg-Letoșnev, modelul Grigoriev are neajunsul că nu ține seama de viteza reală a corpului punctiform aflat pe sită, considerând pentru viteza acestuia ca fiind relevantă doar viteza sa de transport.

1.4. Modelul Faibușevici [68]

Un model dinamic mai complet este cel adoptat de G.Z.Faibușevici care desparte procesul de separare în trei etape principale. Astfel, în prima etapă are loc afânarea amestecului aflat pe sită, care are loc prin alegerea unui regim corespunzător de oscilație al sitei.

Cercetările întreprinse de autor au dus la stabilirea unei inegalități, considerată ca fiind condiția necesară și suficientă pentru realizarea unei afânări corespunzătoare separării optime.

Această condiție este dată de inegalitatea

$$\omega A_2 \geq \frac{D\sqrt{2gD}}{\pi h \frac{D}{D} - 1} \cdot \frac{1 - k \frac{h}{D}}{1 - k}. \quad (1.22)$$

În care:

- ω este pulsația vibrațiilor sitei;
- A_2 este componenta normală pe sită a amplitudinii A , a vibrației;
- D este diametrul bobului;
- h este grosimea stratului de material pe sită;
- k este un coeficient care ține seama de proprietățile elastice ale bobului, numit coeficient de refacere.

Relația (1.22), stabilită evident pe cale experimentală, arată de fapt dependența dintre componenta normală a vitezei de oscilație a sitei, ωA_2 , și proprietățile fizico-mecanice ale semințelor, corelate cu gradul de încărcare al sitei. Astfel, această viteză de oscilație crește odată cu creșterea dimensiunilor semințelor și fapt destul de interesant scade odată cu creșterea grosimii stratului de material h . Relația se referă doar la semințe de formă sferică și poate fi aplicată doar în măsura în care sunt cunoscute proprietățile elastice ale boburilor, respectiv coeficientul k , ceea ce constituie un neajuns al acestui model.

În cea de-a doua etapă a procesului de separare, are loc mișcarea particulelor de material pe suprafața sitei, autorul considerând că aceasta se realizează sub influența impulsurilor repetate periodice cu o mare frecvență. Întrucât procesul este discontinuu, în ecuațiile care descriu mișcarea, se introduce funcția $\delta(t)$ numită și distribuția Dirac, definită prin relațiile [158]:

$$\begin{aligned}
 a) \quad & \delta(t) = 0 \quad \text{pentru} \quad |t| > 0, \\
 b) \quad & \delta(t) \geq 0 \quad \text{pentru} \quad |t| < 0, \\
 c) \quad & \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = \int_0^{\infty} \delta(t) dt = 1.
 \end{aligned}
 \tag{1.23}$$

Ecuațiile de mișcare, în raport cu un sistem de referință $O\xi\eta$ legat de sită sunt:

$$\ddot{\xi} = g \sin \alpha - \omega^2 A_1 \cos(\omega t + \varphi_0) - \frac{2(1-\mu)}{1+\mu} \delta(t) \dot{\xi},
 \tag{1.24}$$

$$\ddot{\eta} = g \cos \alpha + \omega^2 A_2 \sin(\omega t + \varphi_0) - \frac{2(1+k)}{1+k} \delta(t) \dot{\eta},
 \tag{1.25}$$

unde:

- A_1 este componenta tangențială a amplitudinii vibrațiilor, $A_1 = A_2 \operatorname{ctg} \beta$;
- φ_0 este faza inițială a loviturii.

Prin integrarea ecuațiilor de mișcare, cu considerarea condițiilor de periodicitate ale mișcării, se determină traiectoria și viteza de deplasare a particulelor precum și distanța de zbor între două ciocniri succesive.

Cea de a treia etapă a procesului de separare constă în trecerea particulelor prin ochiurile sitei, când se impune ca mișcarea acestora să fie încetinită sau oprită. Pentru această etapă a fost obținută o altă inegalitate care exprimă condiția trecerii fără piedică a bobului prin ochiurile sitei, dacă sunt îndeplinite condițiile geometrice ale acestuia în raport cu dimensiunile ochiurilor sitei:

Această condiție este

$$\omega \leq \frac{2g \arcsin\left(\frac{d-D}{2A_1}\right)}{\sqrt{v_c^2 + gD} - \sqrt{v_c^2 + g\left[D - \sqrt{D^2 - (2A_1 - d)}\right]}}, \quad (1.26)$$

unde:

- d este diametrul ochiurilor sitei;
- v_c este viteza de cădere a bobului pe suprafața sitei.

Toate relațiile au fost stabilite folosind metode de calcul aproximativ a parametrilor cinematici, geometrici și energetici ai mașinilor ce conțin site vibratoare, luând drept date inițiale productivitatea necesară, greutatea volumică a materialului și diametrul d al orificiilor sitei.

Modelul prezentat este important prin originalitatea sa și multitudinea datelor experimentale care au stat la baza elaborării sale.

Aplicarea rezultatelor obținute pe baza studiilor efectuate pe acest model este însă dificilă, după părerea noastră, din mai multe motive, cele mai importante fiind următoarele.

În primul rând cele trei etape ale procesului de separare se desfășoară concomitent și nu separat, lucru ce face foarte greu de realizat satisfacerea simultană a relațiilor (1.22) și (1.26).

O altă dificultate constă în determinarea, chiar aproximativ, a mărimilor k și v_c care determină acele regimuri de mișcare ale sitelor vibratoare care asigură separarea optimă.

1.5. Modelul Wacker [151] [154] [157]

Realizează o extindere a modelelor anterioare considerând în locul punctului material, care este bobul, un element de volum compus din toate părțile componente ale vrafului. Acesta este suficient de mic pentru a putea fi tratat ca unitate și suficient de mare pentru a conține toate părțile componente ale vrafului. Autorul consideră că sub acțiunea curentului de aer amestecul aflat pe sită capătă proprietățile unui fluid vâscos, apărând fenomene de plutire. În aceste condiții forța de frecare uscată poate fi înlocuită cu o forță de frecare vâscoasă, ale cărei componente sunt proporționale cu componentele vitezei elementului considerat (fig. 1.4)

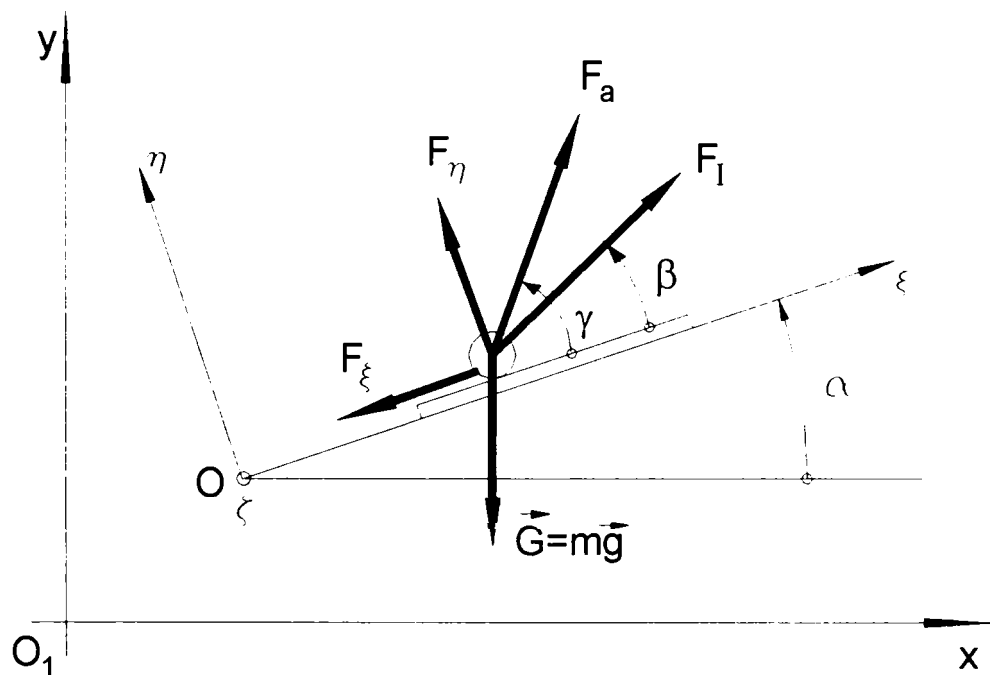


Fig.1.4 Modelul dinamic Wacker

Componentele acestei forțe față de sistemul $O\xi\eta\zeta$, legat de sită sunt:

$$F_{\xi} = -c\dot{\xi}; \quad F_{\eta} = -c\dot{\eta}; \quad F_{\zeta} = -c\dot{\zeta}, \quad (1.27)$$

unde c este constanta de amortizare.

Această forță se adaugă forței de greutate \vec{G} , celei inerțiale \vec{F}_I și forței aerodinamice \vec{F}_a , astfel încât pentru studiul mișcării relative se utilizează ecuațiile diferențiale:

$$m\ddot{\xi} + c\dot{\xi} = mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \cos \beta - mg \sin \alpha + F_a \cos \gamma; \quad (1.28)$$

$$m\ddot{\eta} + c\dot{\eta} = mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) \sin \beta - mg \cos \alpha + F_a \sin \gamma, \quad (1.29)$$

în cazul în care sita este înclinată longitudinal (în jurul axei Oz).

Dacă sita are și o înclinare transversală (în jurul axei Ox) de unghi α_t , pentru studiul mișcării mai trebuie considerată și ecuația diferențială

$$m\ddot{\zeta} + c\dot{\zeta} = mg \sin \alpha_t \quad (1.30)$$

care adăugată ecuațiilor (1.28) și (1.29) determină mișcarea elementului de vraf față de sită.

Integrarea celor trei ecuații diferențiale se face considerând revenirea pe sită ca un proces de ciocnire naturală, caracterizat prin coeficientul de restituire la ciocnire R .

Autorul consideră forța aerodinamică F_a ca o forță constantă, fără a face precizări referitoare la valoarea acesteia sau factorii de care depinde, ceea ce constituie un neajuns major al acestui model.

Mai interesant, după opinia noastră, este modelul adoptat pentru procesul de separare a boabelor prin ochiurile sitei (fig. 1.5) considerat ca model ideal al separării.

Pentru analiză se extrage un volum elementar $BHdL$, din elementul de amestec considerat, de forma unui paralelipiped cu dimensiunile L, B și H .

Se consideră că boabele ce urmează a fi separate au viteza medie v_B iar vraful se deplasează pe sită cu viteza v_v .

Dacă dm este cantitatea de boabe care trece prin suprafața elementară BdL , din amestecul de masă m , acesta este dat de relația

$$dm = -m \frac{v_B dL}{Hv_v} [kg], \quad (1.31)$$

de unde prin integrare, rezultă

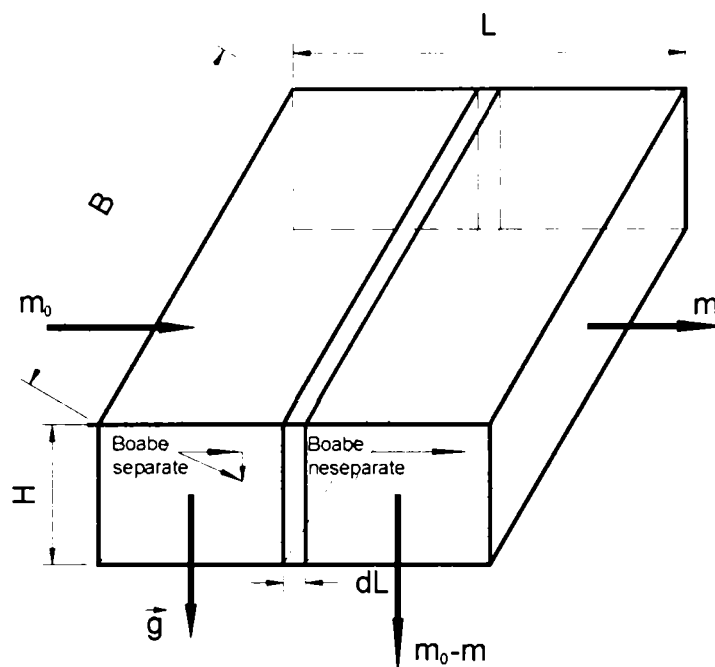


Fig. 1.5 Modelul ideal al separării

$$Y_T = \frac{m}{m_0} = e^{-\frac{v_B L}{Hv_v}}, \quad (1.32)$$

unde:

- m_0 este cantitatea de boabe care intră în sistemul de curățire;
- m este cantitatea de boabe neseperate, ajunse la capătul sitei;
- Y_T este mărimea ce caracterizează procesul de separare.

Mărimea,

$$Z_T = 1 - Y_T, \quad (1.33)$$

reprezintă cantitatea relativă de boabe separate.

Dacă se notează cu X cantitatea relativă de spice netreierate, paie scurte, pleavă, praf etc., cu Y masa relativă de boabe neseperate și cu Z masa relativă de boabe trecute prin sită, în orice poziție a sitei, are loc relația

$$X + Y + Z = 1. \quad (1.34)$$

Situația celor trei componente, în funcție de lungimea de separare s , este arătată în fig.1.6.

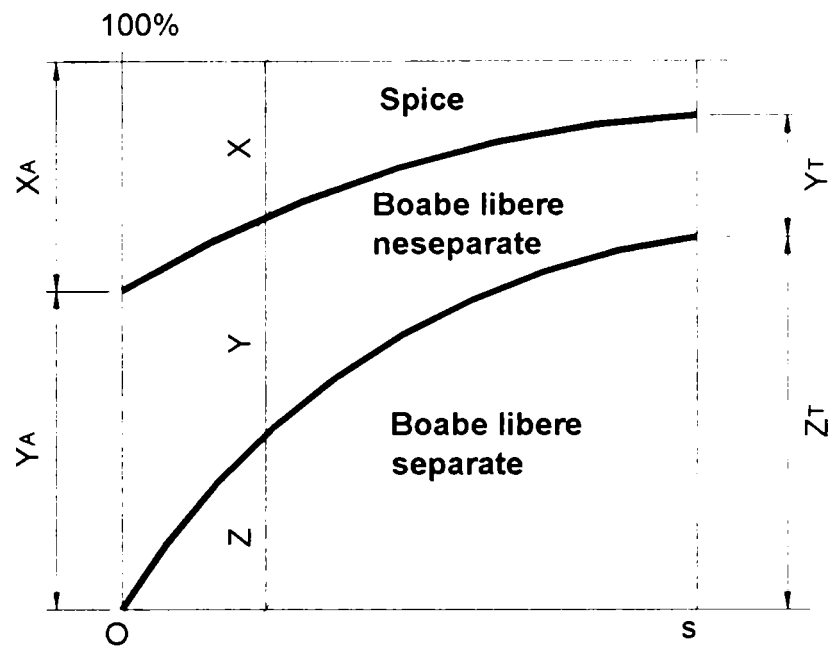


Fig.1.6 Variația cantității boabelor separate pe lungimea de separare

La intarea amestecului de material pe sită cum $Z_A = 0$, $Y_A = 1 - X_A$, are valoare ridicată.

Pentru boabele separate a fost stabilită o relație [151], verificată experimental

$$Z = 1 - e^{-\lambda s}, \quad (1.35)$$

unde λ este un coeficient de separare dependent de viteza sitei v_s

$$\lambda = a_1 + b_1 v_s + c_1 v_s^2, \quad (1.36)$$

a_1 , b_1 și c_1 fiind coeficienți experimentali.

Problema transportului și separării prin vibrații a fost abordată și de o serie de cercetători români, care au contribuit printr-o serie de studii la perfecționarea modelelor existente și elaborarea unor noi modele. Dacă ne limităm doar la lucrările elaborate în ultimii 10-12 ani, fără o ierarhizare prestabilită, acest subiect a fost abordat printre alții, de următorii:

- Baușic Fl. și colaboratorii arată importanța modelelor dinamice în analiza comportării dinamice a ciururilor vibratoare[11];
- Brîndeu L. singur sau în colaborare [18],[19] s-a ocupat de probleme precum vibropresarea prin alunecare, influența curentului de aer asupra deplasării vibraționale, etc.;

- Legendi A., singură sau în colaborare a studiat influența vibrațiilor asupra productivității ciurilor vibratoare [92],[94], aspecte privind traiectoria descrisă de cadrul unui ciur vibrator înclinat etc.;
- Pavel C. a elaborat un model dinamic de calcul unificat pentru ciurile vibratoare inerțiale [118];
- Peicu R. și colaboratorii s-au ocupat de optimizarea tehnologică a regimurilor de vibrații la ciurile vibratoare [126];

Toate acestea arată importanța continuării și aprofundării studiilor legate de dinamica procesului de separare, folosind site plane vibratoare, ceea ce face ca subiectul tezei să capete legitimitate.

CAPITOLUL II

MODELE DE CALCUL ÎN STUDIUL DINAMICII SITELOR PLANE VIBRATOARE. REGIMURI DE MIȘCARE.

2.1 Considerații generale

Sitele plane vibratoare sunt parte componentă a sistemelor de curățire și sortare a unor mașini și instalații utilizate în industria chimică, în construcții și nu în ultimul rând în agricultură și industria alimentară. Dacă acestea intră în componența combinelor de recoltat cereale păioase ele sunt plasate, în cadrul fluxului tehnologic al combinei, după aparatul de treier și sub scuturătorii de paie. Pe site ajunge în acest fel materialul care trece prin contrabătătorul aparatului de treier și prin grătarul scuturătorilor. Acest material este un amestec eterogen format din semințele culturii recoltate, semințele altor plante, bucăți de paie și spice netreierate, pleavă, impurități minerale și organice. În funcție de umiditatea amestecului, boabele culturii principale reprezintă 60-80% din întreaga cantitate de vraf, paiele scurte 8-20% iar pleava 8-15%[42].

Procesul de curățire constă în îndepărtarea din masa semințelor culturii de bază a tuturor corpurilor străine și obținerea boabelor culturii de bază sub formă pură. Sortarea constă în separarea semințelor culturii principale aflate în stare cât mai pură, pe sortimente după dimensiune, în funcție de cerințele impuse de consumator.

În majoritatea cazurilor cele două procese de curățire și sortare se desfășoară concomitent neputând fi separate.

Operațiile de curățire și sortare se realizează pe baza proprietăților fizico-mecanice ale semințelor cum ar fi: starea suprafeței acestora, greutatea specifică și volumică, dimensiunile semințelor și proprietățile aerodinamice ale acestora.

În general sistemul de curățire este format din casa sitelor în care se găsesc sitele plane vibratoare și un ventilator care suflă un curent de aer asupra vrafului. Procesul de lucru depinde astfel atât de mișcarea vibratorie a sitelor cât și de caracteristicile jetului de aer și anume direcția sa în raport cu planul sitei și viteza curentului creat de ventilator. Experiențele au dovedit că o bună separare se realizează dacă viteza curentului de aer, în vecinătatea orificiului de evacuare, este aproximativ constantă iar direcția optimă este cea cu o înclinare de $15^\circ - 30^\circ$ față de suprafața sitei, acesta acționând pe primele 65-70% din lungimea sitei[53].

În prezența curentului de aer, sitele au rolul de a forma și deplasa pe suprafața lor un strat de material uniform și de grosime relativ mică.

În urma procesului de scuturare, diferitele fracțiuni care alcătuiesc vraful se separă după greutatea lor specifică, astfel încât fracțiunile ușoare (praf, pleavă, paie scurte etc.) situându-se în partea superioară sunt evacuate de curentul de aer. Această operație este numită precurățirea (curățirea brută) vrafului și este foarte importantă pentru desfășurarea ulterioară a procesului de curățire. Astfel, în lipsa curentului de aer această precurățire nu se realizează și curățirea fină este mult îngreunată din cauza îmfundării sitei.

Intensitatea și direcția curentului de aer depinde în principal de proprietățile fizico-mecanice ale fracțiunilor ce alcătuiesc vraful.

Dacă în procesul de curățire se folosesc site plane vibratoare acestea separă amestecul de semințe după dimensiunile lor geometrice, respectiv după grosime (dimensiunea minimă) sau lățime (dimensiunea medie cuprinsă între lungime și grosime).

Procesul de lucru al sitelor cuprinde, în principal, două faze importante și anume deplasarea amestecului stratificat pe suprafața sitei sub acțiunea forțelor mecanice și a celei aerodinamice, urmată de separarea fracțiunilor cu dimensiuni mai mici decât dimensiunile orificiilor sitei, care pot trece prin aceste orificii, dacă sunt îndeplinite anumite condiții cinematice ale sitelor.

Acest proces este influențat de o serie de factori ce pot acționa fie simultan, fie independent precum: gradul de încărcare al sitei, dimensiunile acesteia, forma și mărimea orificiilor, înclinarea sitei și nu în ultimul rând regimul cinematic al sitei, determinat de parametrii mișcării pe care o execută aceasta și anume amplitudinea și pulsația (frecvența) oscilațiilor.

Regimul cinematic al sitei determină diferite viteze de deplasare a amestecului, deplasare relativă care influențează nemijlocit procesul de separare. Astfel, la viteze mari de deplasare, particulele trec mai repede peste rândurile de orificii fără a trece prin acestea. De asemenea, la viteze prea mici aceleași particule pot ajunge în stare de echilibru relativ pe sită și implicit la sistarea procesului de separare. În plus, în cazul sitelor cu orificii circulare, la care separarea fracțiunilor se face după lățime, regimul cinematic adoptat trebuie să asigure și deplasarea fracțiunilor cu desprinderi de pe sită (salturi) astfel încât particulele să poată ajunge cu axa

longitudinală perpendiculară pe planul sitei, pentru a exista posibilitatea trecerii prin orificiile acesteia.

Regimurile cinematice ale sitelor și ale ventilatorului, utilizat în procesul de separare, sunt interdependente de caracteristicile mecanice și aerodinamice ale fracțiunilor ce formează amestecul supus prelucrării.

2.2. Proprietățile fizico-mecanice ale semințelor

Cum deplasarea amestecului pe sită are loc în prezența forțelor de frecare, prezintă importanță starea suprafeței semințelor diferitelor specii de plante care intră în componența vrafului. Din acest punct de vedere semințele pot fi: netede, cu asperități, acoperite cu puf, palei, etc. Starea suprafețelor influențează atât frecarea semințelor cu suprafața sitei, caracterizată prin unghiul de frecare φ , cât și frecarea dintre diferitele componente, numită frecare interioară, caracterizată prin unghiul de taluz natural Ψ . În multe situații în locul unghiului de frecare φ se utilizează coeficientul de frecare de alunecare, $\mu = \operatorname{tg} \varphi$.

Valorile numerice ale acestor parametri diferă mult de la o cultură la alta sau chiar în cadrul aceleiași culturi, funcție de condițiile naturale precum gradul de umiditate, stadiul de coacere etc. Influența umidității asupra valorii unghiului de frecare a dat naștere la o serie de cercetări experimentale care au arătat creșteri importante ale acestuia odată cu creșterea umidității amestecului [90],[95].

Astfel, pentru vraful de secară cu conținut de boabe de 75%, buruieni 16% și amestecuri ușoare circa 9% unghiul de frecare pe o suprafață de oțel crește de la aproximativ 22° la umiditate de 15% până la 40° când umiditatea crește și ea la 40%.

Un alt parametru care influențează procesul de separare este masa (greutatea) fracțiunilor ce compun vraful, cea mai importantă fiind masa specifică ρ [kg/m^3] care diferențiază foarte mult semințele unele de altele. În afara acesteia se mai utilizează așa numita masă volumică, sau naturală, reprezentând masa cantității de semințe dintr-un volum dat ρ_v [kg/m^3].

După această caracteristică semințele se apreciază mai mult ca marfă, aceasta nefiind un parametru pentru sortarea sau curățirea semințelor. Masa volumică este mult inferioară celei

specifice, așa cum se constată și din tabelul 2.1. Uneori se mai folosește și masa absolută care reprezintă masa a 1000 de boabe, măsurată de obicei în grame.

Pentru studiul dinamicii procesului de separare prezintă importanța valorile numerice ale parametrilor ce diferențiază semințele diferitelor culturi, prezentate în tabelul 2.1 [52],[85],[95].

Tabelul 2.1

Caracteristicile mecanice ale semințelor unor culturi agricole

Nr. crt.	Denumirea culturii (semințe uscate în aer)	Masa			Unghiul de frecare φ (coef. de frecare μ)	Unghiul de taluz natural ψ
		specifică [kg/m^3]	volumică [kg/m^3]	absolută [g]		
0	1	2	3	4	5	6
1	Grâu	1200-1500	700-850	20-40	16°30' (0.296)	34°
2	Secară	1200-1500	650-800	13-32	17°30' (0.315)	-
3	Orz	1200-1400	550-750	31-51	17° (0.305)	-
4	Ovăz	1200-1400	400-520	20-42	15°30' (0.277)	36°
5	Orez	1100-1200	500-550	15-24	-	-
6	Trifoi	-	780	1.9-2.2	27°50' (0.528)	-
7	In	1100-1200	660-700	4.0-4.5	-	-
8	Lucernă	-	730	1.9-2.0	-	-
9	Floarea Soarelui	1000-1200	550-650	50-110	-	-
10	Mazăre	1300-1500	800-900	100-170	-	-
11	Soia	1200-1400	820-880	186-245	-	-
12	Fasole	1000-1400	780-860	282-420	-	-

În situația în care procesul de curățire și separare are loc în prezența curentului de aer, creat de către un ventilator, trebuie cunoscute proprietățile aerodinamice ale semințelor pentru o alegere corespunzătoare a parametrilor de lucru ai ventilatorului.

Aceste proprietăți depind de o serie de factori, foarte greu de cuantificat, cum ar fi starea fluidului în care se găsesc semințele, masa, poziția, forma și starea suprafeței bobului și ele pot fi analizate numai în câteva cazuri particulare.

Astfel, o sămânță dispusă într-un curent de aer omogen și vertical, caracterizat prin viteza \vec{w} dirijată ascendent, suferă din partea curentului de aer, acțiunea unei forțe aerodinamice \vec{F}_a (fig.2.1a). Mărimea acestei forțe având direcția vectorului \vec{w} , se determină cu relația aproximativă

$$F_a = C_r \rho S v_r^2. \quad (2.1)$$

În această relație C_r este un coeficient de rezistență care depinde de forma corpului și se determină experimental, ρ este densitatea aerului, S este aria proiecției corpului pe planul perpendicular pe direcția curentului iar v_r este viteza relativă a seminței față de curentul de aer. Această viteză relativă depinde atât de viteza curentului de aer \vec{w} cât și de viteza \vec{v} a seminței fiind de forma

$$\vec{v}_r = \vec{w} - \vec{v}. \quad (2.2)$$

Mișcarea particulei, având masa m , este guvernată de ecuația

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{F}_a, \quad (2.3)$$

sensul mișcării depinzând de mărimea celor două forțe, coliniare în acest caz.

În cazul particular când $v = 0$, sămânța se găsește în repaus în curentul de aer, adică în stare de plutire, cele două forțe echilibrându-se. Valoarea lui w corespunzătoare acestei situații se notează cu w_{cr} și se numește viteză critică sau viteză de plutire și are valoarea.

$$w_{cr} = \sqrt{\frac{mg}{C_r \rho S}}. \quad (2.4)$$

În timpul procesului de separare viteza de lucru w a ventilatorului se alege mai mică decât viteza critică a fracțiunii principale din amestec w'_{cr} și mai mare decât viteza critică a fracțiunilor ce trebuiesc eliminate w''_{cr} , adică $w''_{cr} < w < w'_{cr}$, condiție nu totdeauna ușor de realizat.

Uneori, în afara mărimilor C_r și w_{cr} se mai folosește un coeficient C_p , numit coeficient de portanță, care indică capacitatea corpului de a opune rezistență la acțiunea unui curent de aer de o anumită viteză și are expresia

$$C_p = \frac{C_r \rho S}{m} = \frac{g}{w_{cr}^2}. \quad (2.5)$$

Valorile coeficienților C_r și C_p sunt într-o dependență complexă atât de dimensiunile și starea corpurilor cât și de starea mediului și de viteza relativă a corpului față de cea a curentului de aer în care se găsește. În tabelul 2.2. sunt prezentate valorile acestor coeficienți, corespunzătorii lui w_{cr} precum și valoarea vitezei critice pentru semințele unor culturi mai răspândite [17],[52],[95]

Tabelul 2.2

Proprietățile aerodinamice ale semințelor unor culturi

Nr. crt.	Denumirea culturii	Coeficient de rezistență C_r	Viteza critică $w_{cr} [ms^{-1}]$	Coeficient de portanță C_p
1	Grâu	0.184-0.265	8,90-11.50	0.076-0.121
2	Secară	0,160-0.222	8.30-9,90	0,100-0,140
3	Orz	0.191-0,272	8.41-10.77	0.084-0.138
4	Ovăz	0,169-0,300	8,08-9,11	0,118-0.150
5	Mazăre	0.190-0,229	15,50-17,50	0.031-0.040
6	Porumb	0,162-0,236	12,48-14,08	0,049-0,063
7	Linte	0.359-0,601	8,43-9,75	0,103-0.141
8	Mei	0,045-0,073	9,83-11,80	0,070-0,101
9	Mazăriche	0,168-0,257	13,23-17,00	0,034-0,056
10	Trifoi (pleavă)		2,10-7,00	0,204-2,260

Dificultăți apar dacă direcția curentului de aer, deci și a forței aerodinamice, nu coincide cu direcția forței de greutate, așa cum stau lucrurile la sistemele de curățire ce folosesc site plane.

În acest caz, sub acțiunea celor două forțe $m\vec{g}$ și \vec{F}_a , semințele au mișcări complexe care se petrec în planul vertical care conține vectorul \vec{F}_a . (fig.2.1.b)

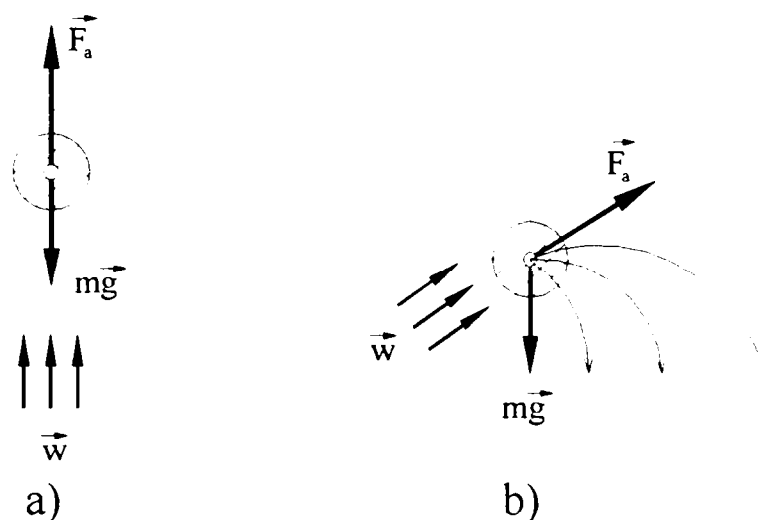


Fig.2.1

O asemenea situație poate apărea când datorită curentului de aer, unele fracțiuni ale vrafului se mișcă liber, pierzând contactul cu sita, asupra sa acționând în acest caz doar cele două forțe amintite mai sus.

Procesul de lucru al sitelor cuprinde două momente principale și anume: deplasarea amestecului masei de semințe pe suprafața sitei și separarea acestora prin orificiile sitei, datorită trecerii fracțiunilor cu dimensiuni mai mici decât dimensiunile orificiilor sitei.

În urma procesului de cernere, masa de semințe se împarte în două fracțiuni: una formată din semințe ale căror dimensiuni depășesc dimensiunile orificiilor sitei, care se scurge de pe sită și alta care trece prin sită, formată din semințe ale căror dimensiuni sunt mai mici decât dimensiunile orificiilor sitei.

Cele mai răspândite forme de orificii folosite la sitele plane sunt cele circulare și cele alungite. Dimensiunile și forma acestor orificii se aleg în funcție de materialul care este supus prelucrării și respectiv de cerințele impuse produsului finit. În acest sens se impune cunoașterea dimensiunilor diferitelor tipuri de semințe.

În general, bobul unei culturi oarecare are trei dimensiuni și anume: lungimea a ca dimensiune maximă, lățimea b , ca dimensiune medie și grosimea c considerată ca dimensiune minimă.

Valorile medii ale celor trei dimensiuni sunt prezentate în tabelul 2.3, pentru unele semințe de culturi cultivate și de buruieni. Valoarea medie a uneia din cele trei dimensiuni servește drept indice al mărimii semințelor, valoare care determină calitatea medie a semințelor dintr-un lot oarecare.

Separarea amestecurilor folosind sitele plane vibratoare se realizează după una din cele trei dimensiuni. Dimensiunile și forma orificiilor sitei se stabilesc, în principal, funcție de lățimea și grosimea semințelor culturii principale. Astfel, sitele cu orificii circulare separă fracțiunile după lățime iar cele cu orificii dreptunghiulare (alungite) separă semințele după grosime.

Pe lângă alegerea corespunzătoare a sitelor în procesul de curățire prezintă importanța și asigurarea unor regimuri cinematice ale acestora care să permită mișcarea relativă a amestecului fără sau cu salturi, lucru ce contribuie, așa cum s-a arătat, la realizarea procesului de separare.

Dimensiunile medii ale semințelor unor culturi agricole

Nr. crt.	Denumirea culturii	Dimensiuni [mm]		
		Lungime <i>a</i>	Lățime <i>b</i>	Grosime <i>c</i>
1	Grâu	4.8-8.0	1.8-4.0	1.6-3.6
2	Secară	5.0-9.8	1.4-3.4	1.0-3.4
3	Orz	7.0-14.6	2.0-5.0	1.2-4.5
4	Ovăz	8.0-18.6	1.4-4.0	1.0-4.0
5	Orez	5.0-7.0	2.5-2.8	2.0-2.5
6	Floarea soarelui	6.0-15.0	3.5-4.2	1.7-2.8
7	Fasole	7.2-18.5	4.7-11.0	2.7-10.0
8	Mazăre	4.0-9.5	4.0-9.0	3.0-9.0
9	Soia	6.0-8.0	4.7-8.0	4.0-7.0
10	Lucernă	1.2-3.0	0.8-2.0	0.5-1.3
11	Trifoi	1.5-3.0	1.0-1.2	0.7-1.3
12	Sfeclă de zahăr	2.5-7.0	2.5-7.0	1.8-4.0
13	Cânepă	2.8-6.5	2.0-5.0	1.7-4.0
14	In	3.5-7.0	1.9-3.7	0.6-1.3
15	Neghină	2.8-4.4	2.0-2.8	1.6-2.8
16	Ovăz sălbatic	10-15	2.2-3.2	1.4-3.0
17	Volbură	2.4-4.3	1.6-3.2	1.2-2.6
18	Pir	6-12.5	1.4-2.4	0.7-1.6
19	Turiță	1.6-2.8	1.6-2.4	1.2-2.0
20	Mohor	2.6-2.9	1.3-2.5	1.2-1.8
21	Capsule buruieni	5-13	3-10	-
22	Spice netreierate	12-35	12-20	10-20

2.3. Studiul regimurilor de lucru ale sitelor plane vibratoare

2.3.1. Stabilirea ecuațiilor de mișcare.

Sita plană, reprezentată schematic prin elementul AB (fig.2.2) al patrulaterului articulată O_1ABO_2 ($O_1A = O_2B = \ell_1$), rămâne în tot timpul mișcării sale paralela cu direcția fixă O_1O_2 , înclinată față de planul orizontal cu unghiul α . Mișcarea sitei este deci o mișcare de translație și este cunoscută dacă se cunoaște mișcarea unui singur punct al său. Dacă acționarea sitei se face cinematic cu ajutorul unei tije $M'M$, a cărei lege de mișcare este $u = u(t)$, mișcarea sitei este identică cu mișcarea punctului M de articulație al tijeii cu sita. Se va analiza mai întâi un caz mai general și anume când funcția $u(t)$ este o funcție periodică oarecare, cu perioada T , iar direcția sa face cu sita unghiul β , respectiv cu orizontala unghiul β_0 , și deci

$$\beta = \beta_0 + \alpha \quad (2.6)$$

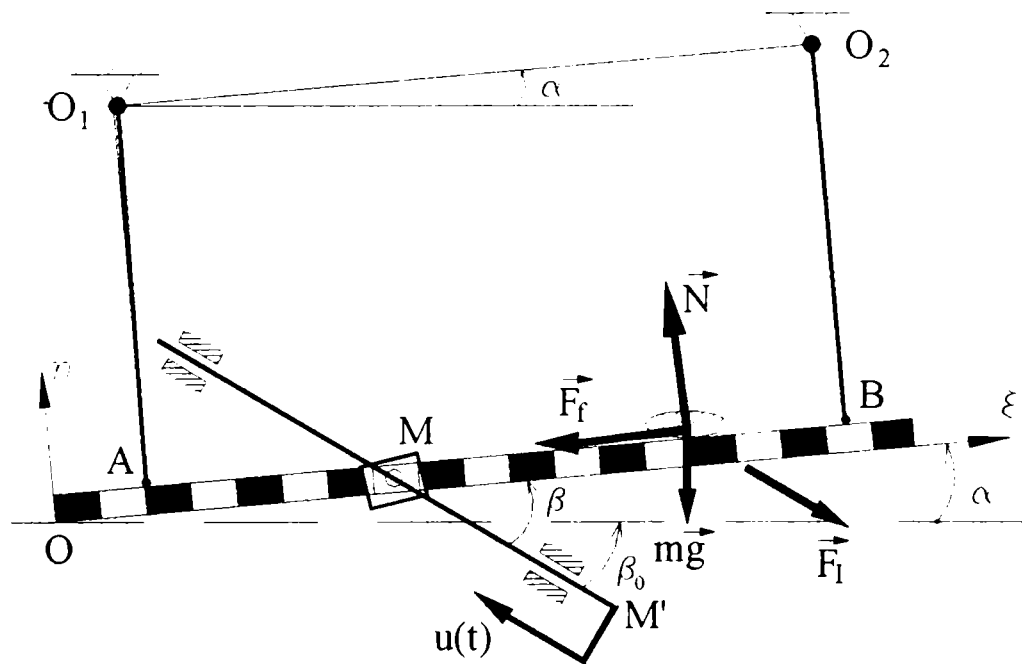


Fig.2.2. Modelul dinamic pentru studiul regimurilor de lucru ale sitelor plane vibratoare

Pentru studiul mișcării amestecului aflat pe sită, în vederea separării, se consideră modelul simplificat al unei singure particule de masă m . Când aceasta se află în contact cu sita, asupra sa acționează forțele:

-greutatea $m\vec{g}$;

-reacțiunea normală N ;

-forța de frecare de alunecare \vec{F}_f , definită prin relația:

$$F_f = -\mu N \text{sign}\dot{\xi}, \quad (2.7)$$

unde

$$\text{sign}\dot{\xi} = \begin{cases} +1 & \text{pentru } \dot{\xi} > 0 \\ -1 & \text{pentru } \dot{\xi} < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

În afara acestora mai trebuie considerată forța inerțială de transport, datorată mișcării sitei, având expresia

$$\vec{F}_I = -m \vec{u}(t) = m\ddot{u}(t) \left[\cos\beta \vec{i}_\xi - \sin\beta \vec{i}_\eta \right], \quad (2.9)$$

dacă mișcarea relativă a particulei se raportează la sistemul $O\xi\eta$, legat de sită.

Pentru studiul mișcării particulei se consideră ecuația:

$$m\vec{a}_r = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_f + \vec{F}_I, \quad (2.10)$$

care, proiectată pe sistemul de axe precizat, determină sistemul de ecuații diferențiale:

$$m\ddot{\xi} = -mg \sin\alpha - F \text{sign}\dot{\xi} + m\ddot{u}(t) \cos\beta, \quad (2.11)$$

$$m\ddot{\eta} = -mg \cos\alpha + N - m\ddot{u}(t) \sin\beta. \quad (2.12)$$

Mișcarea poate fi atât de alunecare pe sită cât și mișcarea liberă când particula considerată părăsește sita.

Pentru mișcarea de alunecare pe sită, reacțiunea normală se calculează cu relația:

$$N = m[g \cos\alpha + \ddot{u}(t) \sin\beta], \quad (2.13)$$

obținută din (2.12) dacă se consideră $\ddot{\eta} = 0$.

Evident, că particula rămâne în contact cu sita numai dacă $N \geq 0$, ceea ce implică satisfacerea condiției

$$\ddot{u}(t) \sin\beta \geq -g \cos\alpha. \quad (2.14)$$

Pe de altă parte, conform legilor frecării uscate pentru echilibru relativ trebuie ca $F_f \leq \mu N = N \tan\varphi$ adică

$$F_f \leq m[g \cos \alpha + \ddot{u}(t) \sin \beta] \tan \varphi, \quad (2.15)$$

dacă se ține seama de expresia lui N dată de relația (2.13).

De subliniat, că la sitele plane unghiurile α și φ satisfac condiția $\alpha < \varphi$, astfel încât amestecul nu alunecă pe sită când aceasta se găsește în stare de repaus.

Pentru echilibru relativ se impune deci satisfacerea inegalității (2.15) respectiv pentru echilibru la limită, egalitatea.

Condițiile de echilibru relativ se vor obține din ecuația (2.11) ținând seama de (2.15).

Astfel, pentru echilibru la limită cu tendința de alunecare în sensul $\dot{\xi} > 0$, respectiv de urcare, se obține relația

$$\frac{\cos(\beta + \varphi)}{\cos \varphi} \left[\ddot{u}(t) - g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)} \right] \leq 0, \quad (2.16)$$

care folosind notațiile

$$\sigma = \frac{\cos(\beta + \varphi)}{\cos \varphi}; \quad p = g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)}, \quad (2.17)$$

devine

$$\sigma [\ddot{u}(t) - p] \leq 0. \quad (2.18)$$

Cum legea excitației $u(t)$ este de regulă o mișcare vibratorie cu perioada T , tendința de deplasare în sensul $\dot{\xi} > 0$ se păstrează în intervalul $t \in \left[0, \frac{T}{2}\right]$ în care este valabilă și relația (2.18).

Pentru semiperioada următoare, schimbându-se sensul forței de inerție, apare tendința de deplasare în sensul $\dot{\xi} < 0$, deci de coborâre pe sită.

Condiția de echilibru relativ pentru această tendință se obține din relația (2.16) dacă se schimbă semnul lui φ și este

$$\frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} \left[\ddot{u}(t) - g \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)} \right] \leq 0, \quad (2.19)$$

sau

$$\varepsilon [\ddot{u}(t) + q] \geq 0, \quad (2.20)$$

unde

$$\varepsilon = \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi}; \quad q = -g \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)} = g \frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos(\beta - \varphi)} \quad (2.21)$$

În momentul în care nu mai sunt satisfăcute condițiile (2.18) sau (2.20) particula începe să alunece pe sită iar forța de frecare atinge valoarea maximă dată de egalitatea (2.15).

Astfel, pentru studiul mișcării de alunecare, în sensul $\dot{\xi} > 0$, se consideră ecuația diferențială

$$\ddot{\xi} = \sigma[\ddot{u}(t) - p], \quad (2.22)$$

obținută din relațiile (2.11), (2.15) și (2.17).

În mod asemănător mișcarea de alunecare, în sensul $\dot{\xi} < 0$, se studiază cu ajutorul ecuației

$$\ddot{\xi} = \varepsilon[\ddot{u}(t) + q] \quad (2.23)$$

obținută din relațiile (2.11), (2.15) și (2.21).

Dacă condiția (2.14) nu mai este satisfăcută, particula se mișcă liber, pierzând contactul cu sita.

Pentru studiul acestei mișcări se folosesc ecuațiile diferențiale:

$$\ddot{\xi} = -g \sin \alpha + \ddot{u}(t) \cos \beta, \quad (2.24)$$

$$\ddot{\eta} = -g \cos \alpha - \ddot{u}(t) \sin \beta, \quad (2.25)$$

obținute din (2.11) și (2.12) dacă se anulează forțele N și F_f .

Ecuația (2.24), corespunzătoare abscisei ξ , determină mișcarea de-a lungul sitei, așa numita mișcare longitudinală, iar ecuația (2.25) corespunzătoare mișcării transversale determină caracterul mișcării.

Cum ecuațiile mișcării libere sunt decuplate rezultă că cele două componente ale mișcării, longitudinală și transversală, pot fi studiate separat și fac obiectul unui alt capitol al prezentei lucrări.

2.3.2. Stabilirea regimurilor de lucru ale sitelor.

Așa cum s-a arătat, pentru amestecul aflat pe sita plană vibratoare, există mai multe regimuri cinematice posibile de mișcare. Determinarea condițiilor de existență ale acestora este

foarte importantă în scopul utilizării acelor regimuri care asigură condițiile optime procesului de curățire și sortare. Regimurile de mișcare sunt determinate, în principal, de funcția $u(t)$ și de unghiul β respectiv $\beta_0 = \beta - \alpha$. (fig.2.2)

Pentru determinarea regimurilor de mișcare ale sitelor se introduce mărimea adimensională

$$k(t) = \frac{\ddot{u}(t)}{g}, \quad (2.26)$$

numită indicele regimului cinematic [16],[50].

Acesta depinde atât de unghiul variabil β cât și de unghiurile α și φ , considerate drept parametri, care satisfac condițiile:

$$\sin(\alpha + \varphi) > 0; \quad \sin(\alpha - \varphi) < 0. \quad (2.27)$$

Daca se ține seama de notația (2.26) relația (2.18) devine

$$g\sigma \left[k(t) - \frac{p}{g} \right] \leq 0 \quad (2.28)$$

sau

$$g\sigma [k(t) - k_1] \leq 0 \quad (2.29)$$

în care

$$k_1(\beta) = \frac{p}{g} = \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)}. \quad (2.30)$$

În mod asemănător relația (2.20) se poate scrie sub forma

$$g\varepsilon [k(t) - k_2] \geq 0 \quad (2.31)$$

unde

$$k_2(\beta) = -\frac{q}{g} = -\frac{\sin(\varphi - \alpha)}{\cos(\beta - \varphi)}. \quad (2.32)$$

iar (2.14) devine

$$k(t) \leq k_3 \quad (2.33)$$

unde

$$k_3(\beta) = -\frac{\cos \alpha}{\sin \beta}. \quad (2.34)$$

Reprezentarea grafică a celor trei curbe date de funcțiile $k_i(\beta)$, $i=1,2,3$ pentru $\beta \in [0,2\pi]$ delimitează valorile indicelui $k(t)$, definit cu relația (2.26), care determină diferitele regimuri cinematice posibile ale sitei.

Proprietățile celor trei curbe, pe care le vom numi *curbe separatoare*, sunt prezentate în tabelul 2.4 iar reprezentarea acestora este dată în fig. 2.3.

Tabelul 2.4

Proprietățile curbelor separatoare $k_i = k_i(\beta)$, $i=1,2,3$

Curba	Asimptote verticale	Semnul funcției $k_i(\beta)$		Valori extreme
		-	+	
0	1	2	3	4
$k_1(\beta) = \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)}$	$\beta = \beta_1^1 = \frac{\pi}{2} - \varphi$ $\beta = \beta_1^2 = \frac{3\pi}{2} - \varphi$	$\beta \in (\beta_1^1, \beta_1^2)$	$\beta \in [0, \beta_1^1)$ \cup $(\beta_1^2, 2\pi]$	$\beta_1^1 = \pi - \varphi$. $k_1(\beta_1^1) = -\sin(\alpha + \varphi)$. este un maxim $\beta_1^2 = 2\pi - \varphi$. $k_1(\beta_1^2) = \sin(\alpha + \varphi)$. este un minim
$k_2(\beta) = \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)}$	$\beta_2^1 = \frac{\pi}{2} + \varphi$ $\beta_2^2 = \frac{3\pi}{2} + \varphi$	$\beta \in [0, \beta_2^1)$ \cup $(\beta_2^2, 2\pi]$	$\beta \in (\beta_2^1, \beta_2^2)$	$\beta_2^1 = \varphi$ $k_2(\beta_2^1) = +\sin(\alpha - \varphi)$. este un maxim $\beta_2^2 = \pi + \varphi$ $k_2(\beta_2^2) = -\sin(\alpha - \varphi)$. este un minim
$k_3(\beta) = -\frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$	$\beta = \beta_3^1 = 0$ $\beta = \beta_3^2 = \pi$ $\beta = \beta_3^3 = 2\pi$	$\beta \in (0, \pi)$	$\beta \in (\pi, 2\pi)$	$\beta_3^1 = \frac{\pi}{2}$ $k_3(\beta_3^1) = -\cos \alpha$. este un maxim $\beta_3^2 = \frac{3\pi}{2}$ $k_3(\beta_3^2) = \cos \alpha$. este un minim

De remarcat că punctele $P\left(\frac{\pi}{2} + \alpha, -1\right)$ și $Q\left(3\frac{\pi}{2} + \alpha, +1\right)$ sunt comune celor trei curbe,

deoarece sunt verificate relațiile: $k_1\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = k_2\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = k_3\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -1$ și

$$k_1\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = k_2\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = k_3\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = 1$$

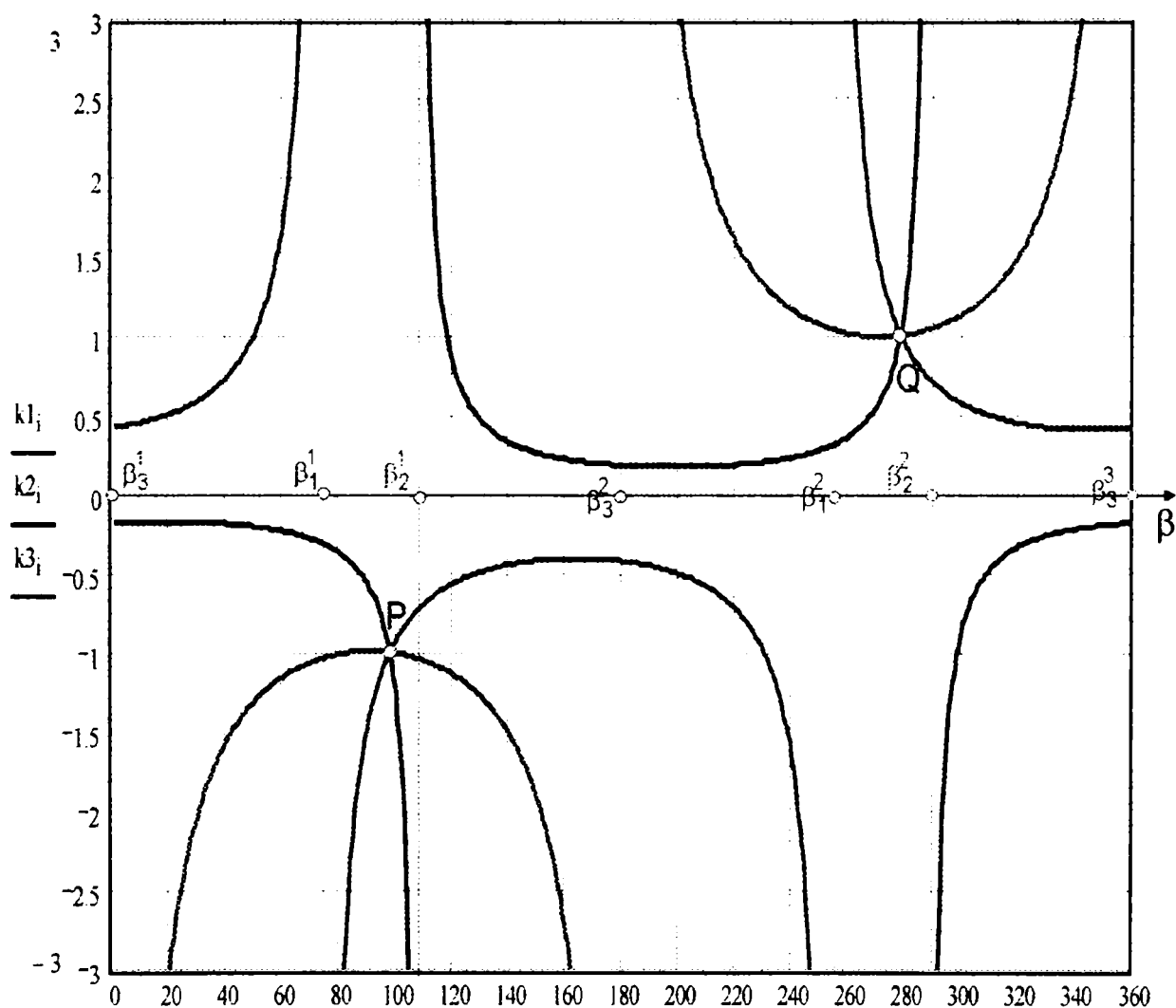


Fig.2.3. Curbele separatoare $k_i = k_i(\beta), i = 1, 2, 3$

În clasificarea regimurilor de mișcare ale sitei sunt importante valorile extreme absolute ale mărimii adimensionale $k(t)$ pe care le notăm cu k_m și k_M reprezentând valoarea minimă respectiv maximă a indicelui cinematic. Este evident că funcția $k(t)$ trebuie să satisfacă condițiile:

$$k_m \leq k(t) \leq k_M. \quad (2.35)$$

La început se vor determina condițiile necesare asigurării repausului relativ al particulei în raport cu sita.

Astfel, aceasta nu se deplasează prin alunecare în sensul $\dot{\xi} > 0$, dacă este satisfăcută condiția (2.29) care se mai poate scrie

$$\sigma[k(t) - k_1] \leq 0, \quad (2.36)$$

deoarece $g > 0$.

Pe de altă parte, deoarece $k_1 \sigma = \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} > 0$, rezultă că mărimile k_1 și σ au același

semn și ca atare în locul relației (2.36) se poate utiliza relația

$$k_1(k - k_1) \leq 0, \quad (2.37)$$

Ținând seama de (2.35) din inegalitatea (2.37), care trebuie verificată în orice moment în care există echilibru relativ, se obține

$$k_M \leq k_1, \text{ pentru } k_1 > 0, \quad (2.38)$$

sau

$$k_m \geq k_1, \text{ pentru } k_1 < 0. \quad (2.39)$$

Dacă nu sunt satisfăcute nici una din condițiile (2.38) sau (2.39), particula se deplasează prin alunecare în sus pe sită, deci în sensul $\dot{\xi} > 0$.

Pentru a fi posibilă această mișcare de alunecare trebuie satisfăcută una din condițiile:

$$k_M > k_1, \text{ pentru } k_1 > 0, \quad (2.40)$$

sau

$$k_m < k_1, \text{ pentru } k_1 < 0. \quad (2.41)$$

Pentru tendința de alunecare în jos pe sită, deci în sensul $\dot{\xi} < 0$, condiția de echilibru relativ (2.31) se mai poate scrie

$$\varepsilon[k - k_2] \geq 0 \quad (2.42)$$

sau

$$k_2(k - k_2) \leq 0, \quad (2.43)$$

deoarece $k_2 \varepsilon = \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} < 0$.

Cum relația (2.34) trebuie verificată în orice moment, rezultă condițiile:

$$k_M \leq k_2, \text{ pentru } k_2 > 0, \quad (2.44)$$

sau

$$k_m \geq k_2, \text{ pentru } k_2 < 0. \quad (2.45)$$

Mișcarea de alunecare, în sensul $\dot{\xi} < 0$, are loc când inegalitatea (2.44) sau (2.45) nu este satisfăcută, adică, există una din relațiile:

$$k_M > k_2, \text{ pentru } k_2 > 0, \quad (2.46)$$

sau

$$k_m < k_2, \text{ pentru } k_2 < 0. \quad (2.47)$$

Mișcarea de alunecare pe sită, respective echilibrul relativ, are loc numai dacă este îndeplinită condiția (2.14) sau (2.33) care se mai poate scrie, pentru $k_3 > 0$

$$\frac{k}{k_3} \leq 1 \quad (2.48)$$

sau

$$k_3(k - k_3) \leq 0., \quad (2.49)$$

Cum și această condiție trebuie verificată în orice moment, dacă se ține seama de inegalitățile (2.35) se obține:

$$k_M \leq k_3, \text{ pentru } k_3 > 0, \quad (2.50)$$

sau

$$k_m \geq k_3, \text{ pentru } k_3 < 0. \quad (2.51)$$

Particula se desprinde de pe sită numai dacă la un moment dat nu mai este satisfăcută condiția (2.49), adică există una din condițiile:

$$k_M > k_3, \text{ pentru } k_3 > 0, \quad (2.52)$$

sau

$$k_m < k_3, \text{ pentru } k_3 < 0. \quad (2.53)$$

Se remarcă faptul că inegalitățile $k_M < 0$ sau $k_m > 0$ reprezintă separat condiții necesare realizării echilibrului relativ.

Pentru separarea regimurilor cinemtrice posibile este suficient să se urmărească în figura 2.3., numai valorile $k_M > 0$ situate deasupra axei absciselor ($O\beta$) și valorile k_m situate sub aceeași axă.

Astfel, cele trei curbe $k_i(\beta)$, $i=1,2,3$, delimitează pentru diferitele regimuri de mișcare condițiile în raport cu k_M în semiplanul superior ($k > 0$), iar în celălalt semiplan ($k < 0$) condițiile în raport cu k_m .

Regimurile de mișcare ale particulei pe sită se vor nota prin I, iar cele cu desprinderi prin II, cărora li se vor atașa ca indice una din literele a, b, c și d corespunzătoare situațiilor posibile prezentate în tabelul 2.5.

Pentru alegerea regimurilor optime de mișcare ale amestecului pe sită se poate utiliza tabelul 2.6 din care pentru diferitele valori ale unghiului de poziție al mecanismului de acționare $\beta \in [0, 2\pi]$, rezultă semnele funcțiilor $k_i(\beta)$, $i=1,2,3$ și respective interdependența acestora cu mărimile k_M și k_m .

Pe baza inegalităților din acest tabel se stabilesc cu ușurință subzonele diferitelor mișcări posibile, astfel încât la proiectarea mașinii, în funcție de condițiile concrete de exploatare se va alege, în mod corespunzător, forma funcției de excitație $u(t)$ și valorile parametrilor constructivi α și β .

Tabel 2.5

Regimuri de mișcare ale amestecului pe site

Situații	I Mișcare pe sită	II Mișcare liberă
a	repaus relativ	
b	alunecare în sensul $\dot{\xi} > 0$	mișcare liberă în sensul $\dot{\xi} > 0$
c	alunecare în sensul $\dot{\xi} < 0$	mișcare liberă în sensul $\dot{\xi} < 0$
d	alunecare în ambele sensuri	mișcare liberă în ambele sensuri

Tabelul 2.6

Regimuri posibile de mișcare pe sită funcție de poziția mecanismului de excitație

Nr. crt.	Unghiul β	Mărimi caracteristice				Condiții de existență necesare pentru regimurile:						
		k_1	k_2	k_3	Inegalități existente	I_a	I_b	I_c	I_d	II_b	II_c	II_d
1	$0 < \beta < \frac{\pi}{2} - \varphi$	+	-	-	$k_3 < k_2$	$k_M \leq k_1$ $k_m \geq k_2$	$k_M > k_1$ $k_m \geq k_2$	$k_M \leq k_1$ $k_3 \leq k_m \leq k_2$	$k_M > k_1$ $k_3 \leq k_m \leq k_2$	-	$k_M \leq k_1$ $k_m < k_3$	$k_M > k_1$ $k_m < k_3$
2	$\frac{\pi}{2} - \varphi < \beta < \frac{\pi}{2} + \alpha$	-	-	-	$k_1 < k_3 < k_2$	$k_m \geq k_2$	-	$k_3 \leq k_m < k_2$	-	-	$k_1 < k_m < k_3$	$k_m < k_1$
3	$\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha$	-1	-1	-1	$k_1 = k_2 = k_3$	$k_m \geq -1$	-	-	-	-	-	$k_m < -1$
4	$\frac{\pi}{2} + \alpha < \beta < \frac{\pi}{2} + \varphi$	-	-	-	$k_2 < k_3 < k_1$	$k_m \geq k_1$	$k_3 \leq k_m < k_1$	-	-	$k_2 \leq k_m < k_3$	-	$k_m < k_2$
5	$\frac{\pi}{2} + \varphi < \beta < \pi$	-	+	-	$k_3 < k_1$	$k_M \leq k_2$ $k_m \geq k_1$	$k_M \leq k_2$ $k_3 \leq k_m < k_1$	$k_M > k_2$ $k_m \geq k_1$	$k_M > k_2$ $k_3 \leq k_m < k_1$	$k_M \leq k_3$ $k_m < k_3$	-	$k_M > k_2$ $k_m < k_3$
6	$\pi < \beta < \frac{3\pi}{2} - \varphi$	-	+	+	$k_3 > k_2$	$k_M \leq k_2$ $k_m \geq k_1$	-	$k_M \leq k_2$ $k_m < k_1$	$k_1 < k_M \leq k_3$ $k_m < k_1$	-	$k_M > k_3$ $k_m \geq k_1$	$k_M > k_3$ $k_m < k_1$
7	$\frac{3\pi}{2} - \varphi < \beta < \frac{3\pi}{2} + \alpha$	+	+	+	$k_2 < k_3 < k_1$	$k_M \leq k_2$	-	$k_2 < k_M \leq k_3$	-	-	$k_3 < k_M < k_1$	$k_M > k_1$
8	$\beta = \frac{3\pi}{2} + \alpha$	+1	+1	+1	$k_1 = k_2 = k_3$	$k_M \leq 1$	-	-	-	-	-	$k_M > 1$
9	$\frac{3\pi}{2} + \alpha < \beta < \frac{3\pi}{2} + \varphi$	+	+	+	$k_1 < k_3 < k_2$	$k_M \leq 1$	$k_1 \leq k_M < k_3$	-	-	$k_3 \leq k_M < k_2$	-	$k_M > k_2$
10	$\frac{3\pi}{2} + \varphi < \beta < 2\pi$	+	-	+	$k_1 < k_3$	$k_M \leq k_1$ $k_m \geq k_2$	$k_2 < k_M \leq k_3$ $k_m \geq k_2$	-	-	$k_M > k_3$ $k_m \geq k_2$	-	$k_M > k_1$ $k_m < k_2$

Un caz particular, frecvent întâlnit, este acela în care acționarea sitei se face cu ajutorul unui mecanism cu excentric, asimilat unui mecanism bielă-manivelă. Dacă se notează cu r și ℓ , lungimile manivelei (excentricului) și bielei iar viteza unghiulară de rotație a manivelei se consideră constantă ω , funcția de excitație $u(t)$ se poate considera, cu oarecare aproximație, de forma

$$u(t) = r \sin \omega t. \quad (2.54)$$

Un asemenea mod de acționare al sitei, care va fi analizat mai în detaliu într-un capitol viitor, printr-o vibrație armonică dată de (2.54) se justifică într-o oarecare măsură prin aceea că de regulă $r \ll \ell$ ($r \cong 0,047\ell$, la sistemul de curățire al combinei C.P.12[56]), astfel încât în expresia lui $u(t)$ se reține doar armonica fundamentală ω , armonicile superioare neglijându-se.

Pentru acest caz particular între mărimile k_M și k_m există relația evidentă

$$k_M = -k_m = \frac{r\omega^2}{g} > 0, \quad (2.55)$$

și ca atare în toate inegalitățile din tabelul 2.6. se pot introduce numai mărimile $|k_i|, i = 1, 2, 3$.

Din acest motiv, toată discuția se rezumă numai la semiplanul superior ($k > 0$) și se poate face cu ajutorul reprezentărilor $|k_i| = |k_i(\beta)|, i = 1, 2, 3$.

Folosind aceste curbe, în funcție de valorile unghiului $\beta \in [0, 2\pi]$, se pot delimita domeniile de existență pentru toate regimurile posibile de mișcare ale amestecului pe sita plană vibratoare, prezentate în figura 2.4.

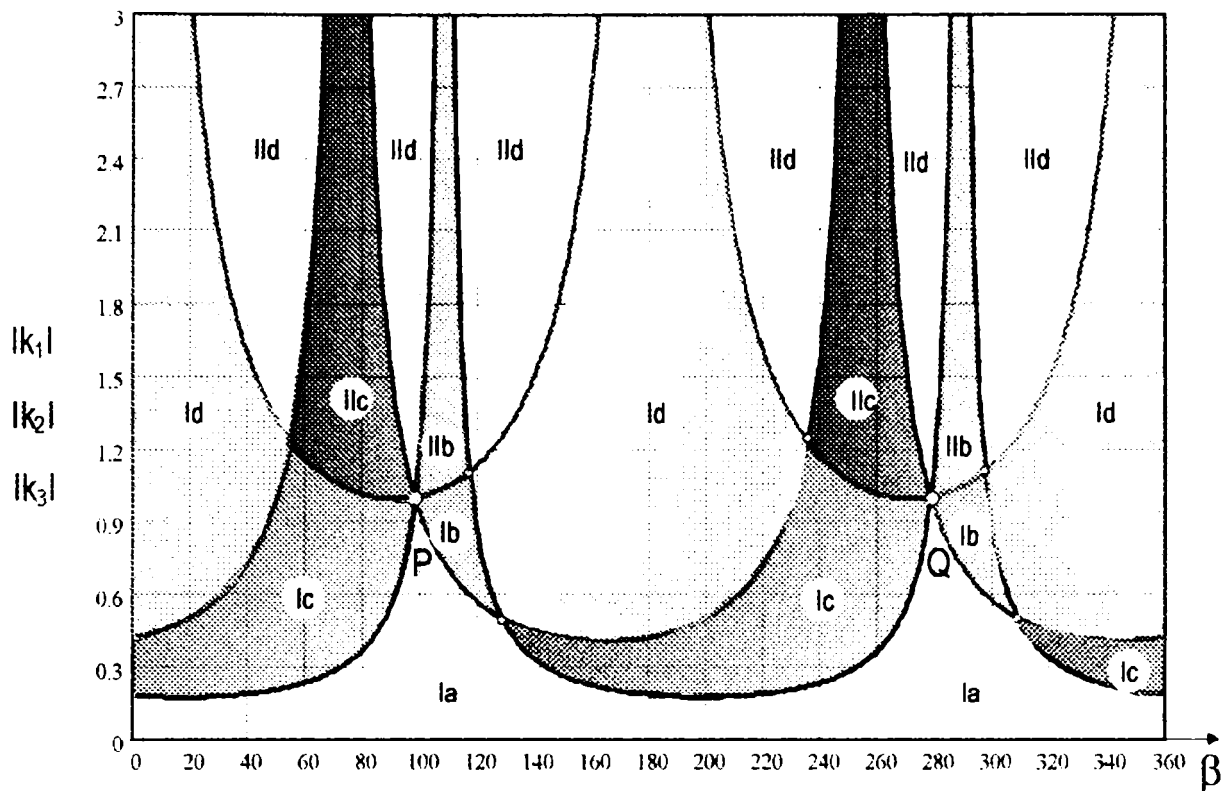


Fig. 2.4 Zonele regimurilor cinematice

2.3.3. Regimuri posibile de lucru

Caracterul mișcării relative, a amestecului, față de sita plană, care execută o mișcare periodică, depinde în general de următorii factori:

- regimul cinematic caracterizat de indicele k ;
- unghiul de înclinare a sitei față de orizontală, α ;
- unghiul direcției excitației sitei față de planul acesteia, β ;
- unghiul de frecare, φ dintre semințe și sită.

În funcție de acești factori, grupul de semințe poate avea în raport cu sita următoarele regimuri de mișcare:

- repaus relativ (I_a);
- deplasare relativă fără desprinderi cu alunecare în sensul $\dot{\xi} > 0$ (I_b), în sensul $\dot{\xi} < 0$ (I_c) sau în ambele sensuri (I_d), rămânând tot timpul mișcării în contact cu aceasta;

c) deplasare relativă cu desprinderi când unele particule se deplasează înainte (II_b), înapoi (II_c) sau în ambele sensuri (II_d), desprinderea având loc numai la unul din sensurile de deplasare;

d) desprindere de pe suprafața sitei fără deplasare relativă (desprinderea pură).

2.4 Concluzii și contribuții originale

În literatura de specialitate se găsesc mai multe studii referitoare la regimurile de mișcare ale unei particule materiale pe o sită plană considerând acționarea sitei de forma unei vibrații simplu armonice [50],[95],[144].

Acest model introduce însă o serie de aproximații cărora nu li se poate da întotdeauna o justificare riguroasă.

Astfel, în cazul acționării sitei printr-un mecanism bielă-manivelă, chiar în condițiile în care raportul $\frac{r}{\ell}$ este foarte mic, mișcarea sitei se poate considera ca fiind o vibrație simplu armonică, de forma (2.54), numai cu oarecare aproximație.

De asemenea, direcția excitației (unghiul β) nu rezultă decât foarte aproximativ în același caz.

Pentru înlăturarea acestor neajunsuri s-a reconsiderat modelul dinamic al mișcării particulei pe sită în condițiile în care acționarea acesteia se face după o lege periodică arbitrară, caz mult mai general, care include ca un caz particular al său acționarea cu ajutorul mecanismului bielă-manivelă.

Pentru studiul mișcării relative respectiv pentru determinarea regimurilor cinematice ale sitei s-a obținut o oarecare simplificare prin măsurarea unghiului de poziție a excitației β față de planul sitei și nu față de planul orizontal.

A fost introdus pentru prima dată termenul de curbe separatoare pentru reprezentările $k_i(\beta)$, $i = 1, 2, 3$ considerându-se $\beta \in [0, 2\pi]$ și nu $\beta \in [-\pi, \pi]$, păstrând și pentru acest unghi același sens pozitiv de măsurare, și anume sensul trigonometric ca și pentru celelalte unghiuri care definesc parametrii constructivi și funcționali ai sitelor plane vibratoare.

Datele din tabelul 2.6 pot fi utilizate în proiectarea instalațiilor de separare și sortare, alegând în funcție de condițiile de exploatare atât parametrii cinematici, adică forma funcției de excitație $u=u(t)$ cât și parametrii constructivi ai sitelor, respectiv valorile unghiurilor α și β .

CAPITOLUL III

MODELAREA DINAMICĂ A PROCESULUI DE SEPARARE, ȚINÂND SEAMA DE IMPACTUL DINTRE PARTICULELE AMESTECULUI ȘI SITA PLANĂ VIBRATOARE

3.1. Dinamica procesului de lucru al sitei considerând interacțiunea acesteia cu sursa motoare

3.1.1. Studiul calitativ

Schematic, sita plană vibratoare este reprezentată prin elementul CD al mecanismului patrulater O_1CDO_2 (fig.3.1) care execută o mișcare plan-paralelă, și cum tijele de suspensie $O_1C \equiv O_2D = \ell_1$, mișcarea sitei CD este de translație.

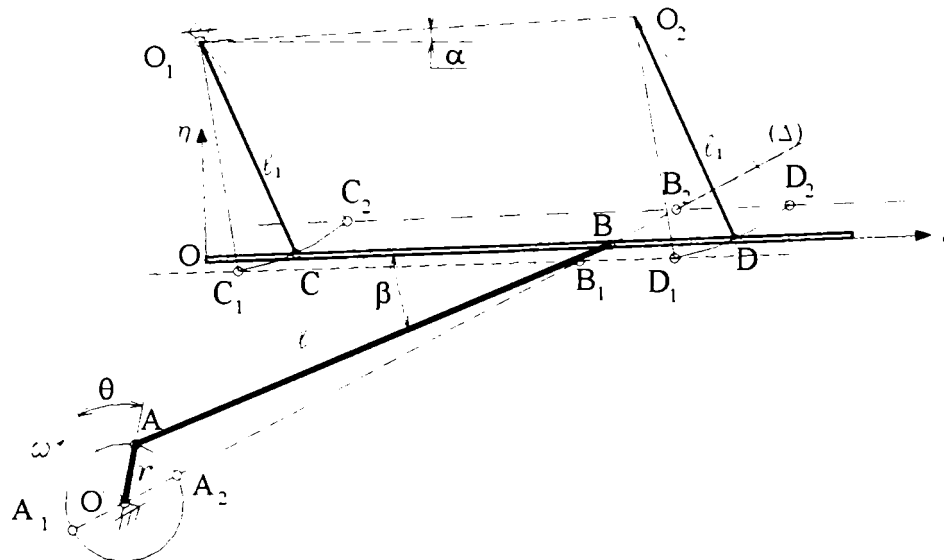


Fig.3.1. Mecanism sită plană

Dacă acționarea sitei se face cu un mecanism cu excentric (bielă-manivelă) O_1AE , mișcarea sitei este identică cu mișcarea punctului B , care reprezintă punctul de legătură dintre biela AB și sita plană. Cele două poziții extreme ale sitei, notate cu indicii 1 și 2 atașați punctelor C și D , sunt determinate de pozițiile extreme ale punctului A pe cercul de rază r , notate cu A_1 respectiv A_2 .

De regulă, raza excentricului r este mult mai mică decât lungimea bielei ($AB = \ell$), adică $r \ll \ell$,

Fie, de exemplu, $\ell = 2\ell_1 > 10r$, caz în care se poate considera mișcarea sitei după direcția (Δ) dată aproximativ de relația:

$$u(t) = r \sin \theta(t). \quad (3.1)$$

Dacă m_1 este masa barelor sitei și m masa amestecului de semințe de pe sită, se poate imagina un pendul matematic de lungimea ℓ_1 și masa $m + m_1$, având pulsația micilor oscilații

$$p = \sqrt{\frac{g}{\ell_1}}. \quad (3.2)$$

Din cauza mișcării relative a grupului de semințe pe sită, se poate considera, de asemenea o forță elastică echivalentă $k_e \xi$, ξ fiind deplasarea relativă.

Dacă se consideră relația

$$p^2 = \frac{g}{\ell_1} = \frac{k_e}{m}, \quad (3.3)$$

rezultă constanta elastică echivalentă

$$k_e = \frac{mg}{\ell_1}. \quad (3.4)$$

În procesul de separare interesează mișcarea relativă a grupului de semințe în raport cu sita.

Se asimilează întregul amestec cu o cutie care, ca sistem, alunecă pe sită sub acțiunea excitației cinemate. Pentru studiul mișcării relative mai trebuie considerate următoarele forțe: greutatea mg , forța elastică $-k_e \xi$, forța de frecare $-\mu N \text{sign} \dot{\xi}$, forța de amortizare $H(\dot{\xi})$ care ține seama de frecările dintre semințe și eventual o forță aerodinamică (fig. 3.2).

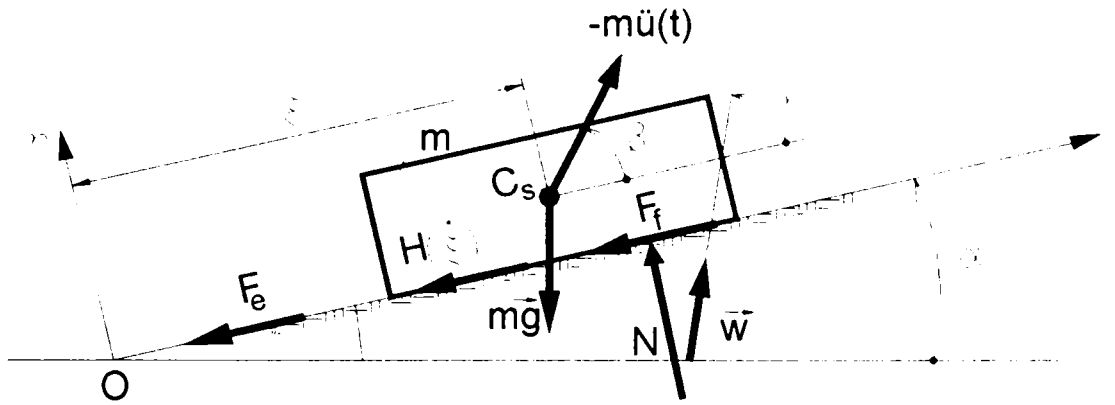


Fig.3.2 Forțele care intervin în procesul de separare

Forța inerțială de transport, corespunzătoare excitației de forma (3.1) are expresia:

$$F_I = -m\ddot{u}(t) = mr(\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta), \quad (3.5)$$

iar forța aerodinamică depinde de viteza relativă $\vec{v}_r = \vec{w} - \dot{\xi}$, unde \vec{w} reprezintă viteza cu care este suflat aerul de către ventilator în casa sitei.

După cele două direcții ortogonale $O\xi$ și $O\eta$ corespunzătoare axelor de coordonate mobile, viteza relativă este $v_{r\xi} = w \cos \gamma - \dot{\xi}$ și respectiv $v_{r\eta} = w \sin \gamma$ dacă se notează cu γ unghiul pe care-l face direcția curentului de aer cu planul sitei.

Se obțin componentele forței aerodinamice de forma:

$$F_{a\xi} = \Phi(w \cos \gamma - \dot{\xi}); \quad F_{a\eta} = \Phi(w \sin \gamma). \quad (3.6)$$

Cu aceste considerații, mișcarea centrului de masă C_S , care se presupune cunoscut iar pe de altă parte presupunem că poziția sa nu este afectată de mișcarea semințelor în interiorul cutiei considerate, se studiază cu ecuațiile:

$$m\ddot{\xi} + k_e\xi + H(\dot{\xi}) = mr(\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta)\cos \beta + \Phi(w \cos \gamma - \dot{\xi}) - mg \sin \alpha, \quad (3.7)$$

$$m\ddot{\eta} = N - mg \cos \alpha + mr(\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta)\sin \beta + \Phi(w \sin \gamma). \quad (3.8)$$

Pentru determinarea legii de mișcare a excentricului $\theta(t)$, se consideră mișcarea mecanismului de acționare sub acțiunea unui cuplu motor $M(\dot{\theta})$.

Această mișcare este guvernată, aproximativ, de ecuația

$$J\ddot{\theta} = M(\dot{\theta}) + k_e r (\xi \cos \beta - r \sin \theta) \cos \theta, \quad (3.9)$$

unde s-au considerat doar componentele $k_e (\xi \cos \beta - r \sin \theta)$ orientate după direcția AB, aproximată ca fiind normala dusă la excentric (manivelă) în punctul A, iar J este momentul de inerție al maselor aflate în mișcare de rotație, față de axa motorului.

Așa cum se constată din ecuațiile (3.7), (3.8) și (3.9) pentru acest model, fiind vorba de ecuații diferențiale neliniare în general se construiesc soluții asimptotice.

Pentru analiza acestui model se fac unele ipoteze simplificatoare, și anume:

a) raportul $\frac{r}{\ell}$ se consideră de forma $\frac{r}{\ell} = \varepsilon_1 r_1$, unde r_1 este o mărime

adimensională iar $0 < \varepsilon_1 \ll 1$, este deci un parametru mic;

b) pentru unghiul de poziție θ , se consideră o lege de variație de forma

$$\theta(t) = \omega t + \varepsilon_1 \theta_1(t); \quad (3.10)$$

unde $\theta_1(t)$ este o funcție periodică

c) forța de amortizare se consideră de forma

$$H(\dot{\xi}) = c\dot{\xi} + \varepsilon_1 H_1(\dot{\xi}), \quad (3.11)$$

unde c este constantă;

d) momentul motor se alege de forma

$$M(\dot{\theta}) = \mu_1(\omega_0 - \omega), \quad (3.12)$$

unde $\mu_1 > 0$, și este exprimabil prin relația

$$\mu_1 = \varepsilon_1 \mu_1^*, \quad (3.13)$$

iar, ω_0 și ω sunt viteza unghiulară la mersul în gol și respectiv viteza unghiulară medie ce urmează a fi determinată.

Într-un astfel de studiu se impun următoarele precizări:

- în studiul agregatelor cu acționare limitată este foarte important să se considere interacțiunea dintre sursa de acționare (mașina motoare) și sursa consumatoare de energie (mașina de lucru);

- ecuațiile de mișcare, fiind ecuații diferențiale neliniare, pentru soluționarea problemei se vor utiliza metode aproximative.

În regim staționar, viteza unghiulară ω , odată determinată, este supusă altor constrângeri precum:

- să fie situată în apropierea unor domenii de rezonanță, utile procesului tehnologic analizat;

- să conducă la regimuri staționare stabile;

- puterea motorului să fie aleasă optimal, etc.

Pe lângă acestea se mai cer și alte criterii de optimalitate pentru procesul tehnologic și pentru costurile întregului agregat.

Greutăți suplimentare apar mai ales în studiul agregatelor vibropercutante când în procesul tehnologic se impun șocuri.

O altă observație este legată de bilanțul energetic între sursa de acționare și consumatorul tehnologic, bilanț care se face tot aproximativ prin alegerea unor metode de aproximare corespunzătoare.

Din acest punct de vedere, este necesar să se identifice toți consumatorii energetici prin frecări, șocuri, deformații, etc. În baza acestei observații se poate considera și un cuplu rezistent $M_1(\dot{\theta})$ care provine din lagărele motorului ca și din articulații, precum articulația dintre manivelă și bielă.

În acest caz, în membrul stâng al ecuației (3.9), atașată motorului, se introduce momentul rezistent $M_1(\dot{\theta})$ pentru care trebuie determinate constantele ce definesc acest moment redus la axa motorului.

3.1.2 Analiza regimului staționar

Regimul staționar are loc când energia provenită de la motor generează o mișcare de rotație uniformă a motorului, eventual cu mici perturbații periodice, de forma:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega t + \varepsilon_1 \theta_1(t), \quad (3.14)$$

unde θ_1 este o funcție periodică.

Regimul staționar de bază corespunde cazului când $\theta_1(t) = 0$, θ_0 și ω fiind constante ce urmează să fie determinate.

La regimul staționar de bază al motorului de acționare corespund o mulțime de mișcări posibile ale grupului de semințe aflate pe sită.

Unul din aceste regimuri de mișcare, aproape uniformă, este deplasarea relativă fără salturi de pe sită, cu deplasarea centrului de masă C_S , după legea:

$$\xi(t) = \xi_0 + v_0 t + C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t, \quad (3.15)$$

în care se presupun impuse constantele ξ_0 și v_0 , datorită unor constrângeri tehnologice, iar constantele C_1 și C_2 se determină din condiția ca (3.15) să fie soluția forțată a ecuației de mișcare a centrului de masă C_S după axa $O\xi$, deci ecuația (3.7).

Cum în acest caz $\ddot{\theta} = 0$, din ecuația (3.9), dacă se ține seama de (3.12), rezultă:

$$\mu_1(\omega_0 - \omega) = k_e r (r \sin \theta - \xi \cos \beta) \cos \theta, \quad (3.16)$$

care pentru $\theta_0 = 0$ și $\xi_0 = 0$, devine:

$$\mu_1(\omega_0 - \omega) = \frac{1}{2} k_e r^2 \sin 2\omega t - k_e r \cos \beta (v_0 t + C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t) \cos \omega t. \quad (3.17)$$

Dacă se integrează (3.17) pe intervalul $t \in \left[0, \frac{2\pi}{\omega}\right]$ se obține:

$$\mu_1(\omega_0 - \omega) \frac{2\pi}{\omega} = -k_e r \cos \beta \left(\frac{2\pi^2}{\omega^2} v_0 + \frac{\pi}{\omega} C_1 \right), \quad (3.18)$$

de unde

$$C_1(\omega) = -2 \left[\frac{\mu_1(\omega_0 - \omega)}{k_e r \cos \beta} + \frac{\pi}{\omega} v_0 \right] \quad (3.19)$$

respectiv

$$C_1(\omega) = -2 \frac{\mu_1(\omega_0 - \omega)}{k_e r \cos \beta}, \quad (3.20)$$

pentru $v_0 = 0$.

Relațiile (3.19) și (3.20), valabile pentru $\omega \neq 0$, determină valorile vitezei unghiulare ω la care motorul de acționare are regim staționar.

Problema poate fi soluționată și pe cale grafică, folosind reprezentări de forma celor din fig.3.3 din care se obțin trei, respectiv cinci valori ale vitezei unghiulare ω corespunzătoare regimului staționar.[73]

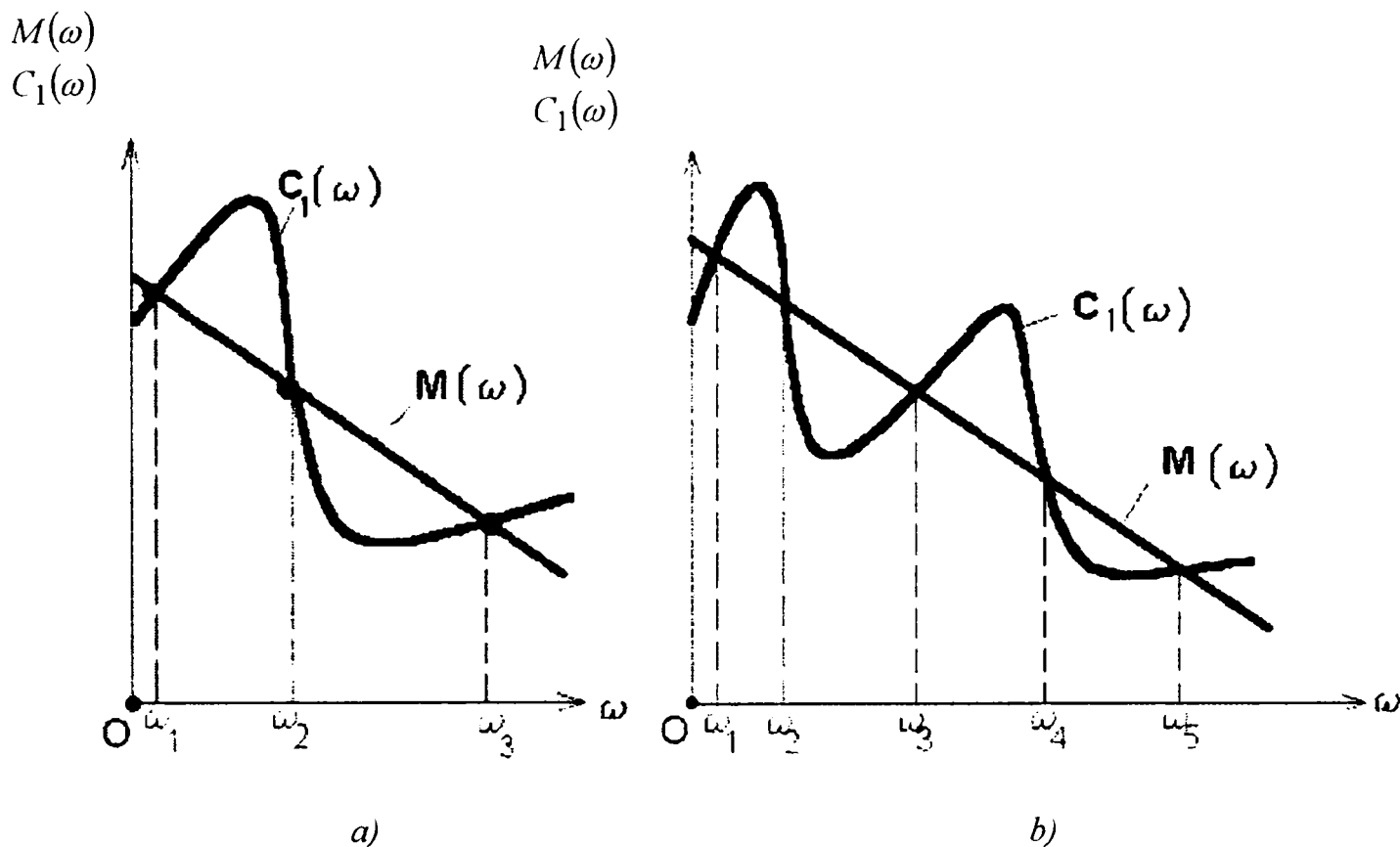


Fig.3.3 Determinarea regimului staționar al motorului de acționare a sitei plane

3.2. Studiul mișcării relative fără desprinderi pe sitele plane vibratoare

3.2.1. Stabilirea ecuațiilor diferențiale ale mișcării de alunecare

Așa cum s-a precizat, procesul de separare are loc numai dacă materialul aflat pe sită execută o mișcare relativă față de aceasta. Pentru analiza mișcării de alunecare pe sita plană vibratoare se consideră modelul simplificat al unei singure particule de masă m , care se poate deplasa cu frecare pe suprafața sitei (fig.3.4). În lipsa curenților de aer, mișcarea se studiază cu ecuația vectorială:

$$\vec{m} \vec{a}_r = m \vec{g} + \vec{F}_I + \vec{N} + \vec{F}_f, \quad (3.21)$$

unde $\vec{F}_I = -m \vec{u}(t)$ este forța inerțială de transport corespunzătoare mișcării de translație a sitei, dată de legea $u = u(t)$.

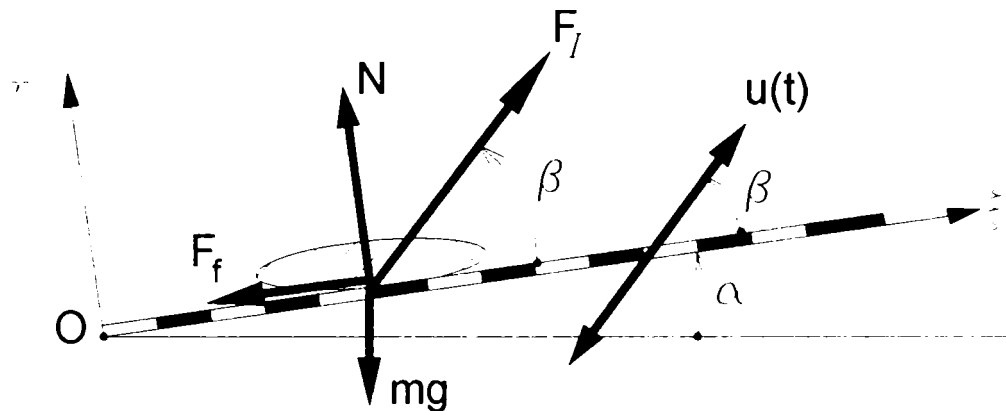


Fig.3.4 Modelul simplificat pentru studiul mișcării amestecului pe sită plană vibratoare

Alegând sistemul de coordonate $O\xi\eta$, legat de sită, din relația (3.21) se obțin ecuațiile diferențiale:

$$m\ddot{\xi} = -mg \sin \alpha - m\ddot{u}(t) \cos \beta - \mu N \text{sign} \dot{\xi}, \quad (3.22)$$

$$m\ddot{\eta} = -mg \cos \alpha - m\ddot{u}(t) \sin \beta + N. \quad (3.23)$$

Mișcarea de alunecare pe sită (fără desprinderi) are loc dacă $\eta = 0$, adică

$$N = m[g \cos \alpha + \ddot{u}(t) \sin \beta] \geq 0, \quad (3.24)$$

obținută din relația (3.23), care înlocuită în (3.22), determină ecuația

$$\ddot{\xi} = -g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} - \ddot{u}(t) \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi}, \quad (3.25)$$

unde $\varphi > \alpha$.

Această ultimă ecuație este valabilă numai pentru alunecarea, în sensul pozitiv al axei $O\xi$, adică $\dot{\xi} > 0$, alunecarea în sensul negativ al axei $O\xi$ fiind descrisă de ecuația

$$\ddot{\xi} = -g \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos \varphi} - \ddot{u}(t) \frac{\cos(\beta + \varphi)}{\cos \varphi}, \quad (3.26)$$

obținută din (3.26) prin schimbarea semnului unghiului de frecare φ .

Rezultă că, pentru studiul mișcării de alunecare pe sită, se folosește ecuația fundamentală:

$$\ddot{\xi} = -g \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos \varphi} - \ddot{u}(t) \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi}, \quad (3.27)$$

în care semnul superior din fața unghiului φ corespunde mișcării de alunecare în sensul $\dot{\xi} > 0$ iar cel inferior corespunde mișcării de alunecare în sens invers ($\dot{\xi} < 0$).

În cazul particular când legea de mișcare a sitei este o vibrație simplu armonică de forma $u(t) = r \sin \omega t$, $\omega t = \theta$, $\omega = \text{constant}$, ecuația de mișcare (3.27) devine:

$$\ddot{\xi} = -g \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos \varphi} + r \omega^2 \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} \sin \theta. \quad (3.28)$$

3.2.2. Studiul mișcării de alunecare

Dacă particula materială, aflată pe sită se găsește în stare de repaus la un moment dat ea începe să alunece pe sită fie înainte fie înapoi. Se notează cu t_1 respectiv t_2 momentele începerii alunecării înainte, respectiv înapoi, cărora le corespund unghiurile $\theta_1 = \omega t_1$ respectiv $\theta_2 = \omega t_2$.

Dacă în (3.28) se anulează $\ddot{\xi}$, ceea ce corespunde momentului începerii mișcării de alunecare, rezultă:

$$\sin \theta_1 = \frac{g}{r \omega^2} \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\beta - \varphi)} \quad \text{și} \quad \sin \theta_2 = \frac{g}{r \omega^2} \frac{\sin(\alpha - \varphi)}{\cos(\beta + \varphi)} \quad (3.29)$$

sau

$$\sin \theta_{1,2} = \frac{g}{r\omega^2} \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos(\beta \mp \varphi)}, \quad (3.30)$$

relații din care se obțin parametrii θ_1, θ_2 respectiv t_1, t_2 care determină momentul în care începe mișcarea de alunecare pe sită.

Pe de altă parte, dacă se ține seama de (3.30), ecuația fundamentală (3.28) devine

$$\ddot{\xi} = r\omega^2 \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} (\sin \theta - \sin \theta_{1,2}), \quad (3.31)$$

din care prin integrare, rezultă legea de variație a vitezei relative.

Se obține

$$\dot{\xi} = r\omega^2 \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} \int_{\theta_{1,2}}^{\theta} (\sin \theta - \sin \theta_{1,2}) d\theta, \quad (3.32)$$

adică

$$\dot{\xi} = r\omega \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} [\cos \theta_{1,2} - \cos \theta + (\theta_{1,2} - \theta) \sin \theta_{1,2}]. \quad (3.33)$$

Mișcarea de alunecare încetează la momentele t_1' respectiv t_2' ce corespund unghiurilor θ_1' și θ_2' care se obțin din (3.33) pentru $\dot{\xi} = 0$.

Dacă se notează $\theta = \theta_{1,2}'$ unghiurile corespunzătoare momentelor $t = t_{1,2}'$, acestea se obțin din ecuația transcendentă

$$\sin \theta_{1,2} = \frac{\cos \theta_{1,2}' - \cos \theta_{1,2}}{\theta_{1,2} - \theta_{1,2}'}, \quad (3.34)$$

obținută din relația (3.33) pentru $\dot{\xi} = 0$.

Spațiul parcurs în cele două alunecări se obține din integrala

$$\xi_{1,2} = \int_{t_{1,2}}^{t_{1,2}'} \dot{\xi} dt = \frac{1}{\omega} \int_{\theta_{1,2}}^{\theta_{1,2}'} \dot{\xi} d\theta, \quad (3.35)$$

și dacă se ține seama de (3.33) rezultă

$$\xi_{1,2} = r \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} \left[(\theta'_{1,2} - \theta_{1,2}) \cos \theta_{1,2} - (\sin \theta'_{1,2} - \sin \theta_{1,2}) - \frac{1}{2} (\theta'_{1,2} - \theta_{1,2})^2 \sin \theta_{1,2} \right]. \quad (3.36)$$

Dacă în această ultimă relație se înlocuiește $\sin \theta_{1,2}$ cu expresia dată de (3.34), se obține:

$$\xi_{1,2} = r \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} \Phi(\theta_{1,2}), \quad (3.37)$$

unde

$$\Phi(\theta_{1,2}) = \sin \theta_{1,2} - \sin \theta'_{1,2} + \frac{\theta'_{1,2} - \theta_{1,2}}{2} (\cos \theta'_{1,2} + \cos \theta_{1,2}). \quad (3.38)$$

Dacă în intervalul unei perioade T particula se deplasează în ambele sensuri, avansul înainte $\Delta \xi$ este

$$\Delta \xi = \xi_1 - \xi_2, \quad (3.39)$$

și are loc cu viteza medie

$$v_m = \frac{1}{T} (\xi_1 - \xi_2) = \frac{\omega}{2\pi} (\xi_1 - \xi_2). \quad (3.40)$$

3.2.3. Determinarea mișcărilor de alunecare

Pentru determinarea regimurilor de mișcare de alunecare, se impune rezolvarea ecuației (3.34) și calcularea funcției (3.38). În legătură cu ecuația transcendentă (3.34) se constată că dacă se înlocuiește θ cu $\pi - \theta$ și θ' cu $\pi - \theta'$ ecuația este de asemenea verificată și deci alunecarea înapoi se petrece la fel ca alunecarea înainte, fiind deci necesară o singură dată rezolvarea ecuației. De asemenea, se observă că această ecuație admite soluția $\theta' = \theta$ ce corespunde începutului alunecării, însă interesează numai soluția $\theta' \neq \theta$ ($\theta' > \theta$) care determină sfârșitul alunecării.

Dacă în această ecuație se înlocuiesc $\theta_{1,2}$ și $\theta'_{1,2}$ cu θ respectiv θ' se obține ecuația

$$\sin \theta = \frac{\cos \theta' - \cos \theta}{\theta - \theta'}, \quad (3.41)$$

din care prin derivare se obține

$$\frac{d\theta'}{d\theta} = \frac{\theta' - \theta}{\sin \theta' - \sin \theta} \cos \theta, \quad (3.42)$$

de unde rezultă că semnul expresiei (3.42) este determinat de $\cos \theta$, astfel că funcția $\theta'(\theta)$ este crescătoare pentru $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ și descrescătoare pentru $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

Pentru determinarea deplasărilor relative, trebuie calculată și funcția $\Phi(\theta)$, dată de relația (3.38), care ținând seama de (3.34) se mai poate scrie

$$\Phi(\theta) = \frac{1}{2 \sin \theta} (\sin \theta' - \sin \theta)^2, \quad (3.43)$$

și deci deplasarea relativă exprimată prin (3.37) este totdeauna pozitivă.

Derivata $\frac{d\Phi}{d\theta}$, necesară studiului variației funcției $\Phi(\theta)$, folosind relațiile (3.41) și (3.42) este

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = -\frac{1}{2} (\theta' - \theta)^2 \cos \theta, \quad (3.44)$$

semnul său fiind determinat tot de funcția $\cos \theta$.

Astfel funcția $\Phi(\theta)$ este descrescătoare pentru $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ unde $\cos \theta > 0$ și crescătoare pentru $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ unde $\cos \theta < 0$.

Cele două funcții $\theta'(\theta)$ și $\Phi(\theta)$ sunt prezentate în figurile 3.5 și 3.6 pentru $\theta \in [0, \pi]$ și permit discutarea tuturor situațiilor posibile de mișcare.

Astfel, pentru determinarea regimurilor de mișcare de alunecare se pornește de la ecuația (3.30) din care se determină $\theta_{1,2}$ și apoi din relațiile (3.34) și (3.38), sau din diagramele corespunzătoare, se obțin mărimile $\theta'_{1,2}$ și $\Phi(\theta)$. Cu acestea se determină apoi momentele de început și de sfârșit ale alunecării iar cu ajutorul relațiilor (3.37) și (3.40) se calculează mărimea deplasării prin alunecare și respectiv viteza medie parcursă pentru un ciclu de mișcare.

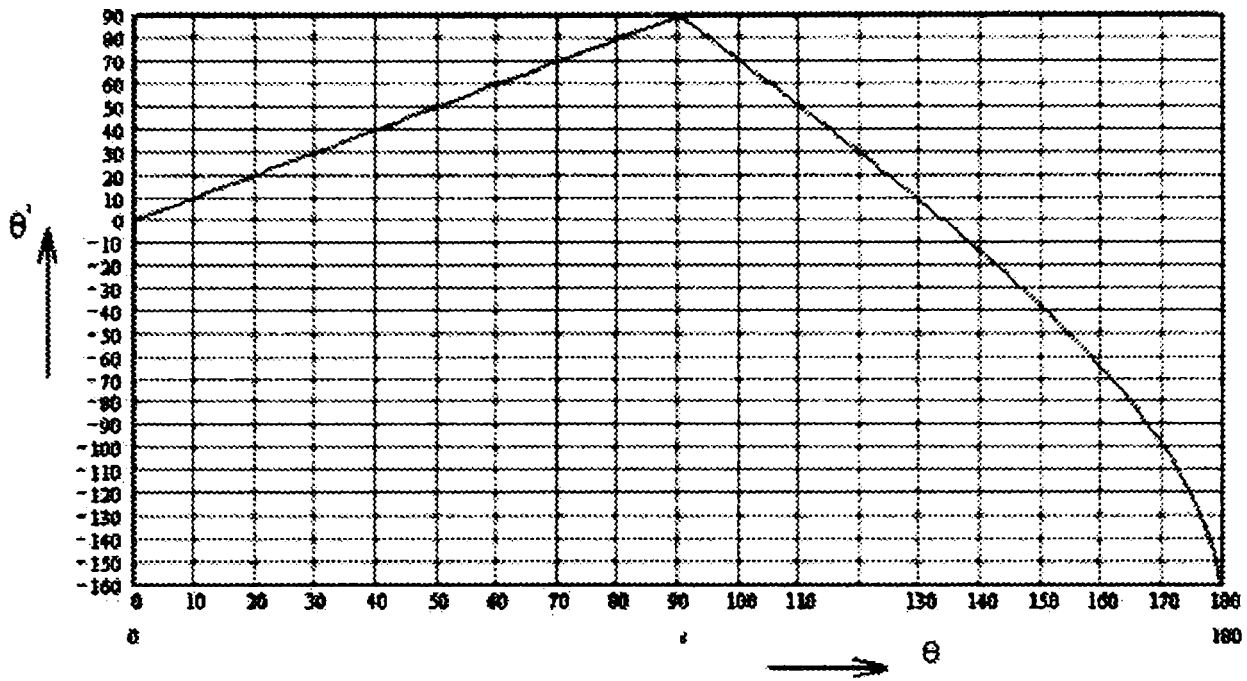


Fig.3.5 Variația funcției $\theta' = \theta'(\theta)$

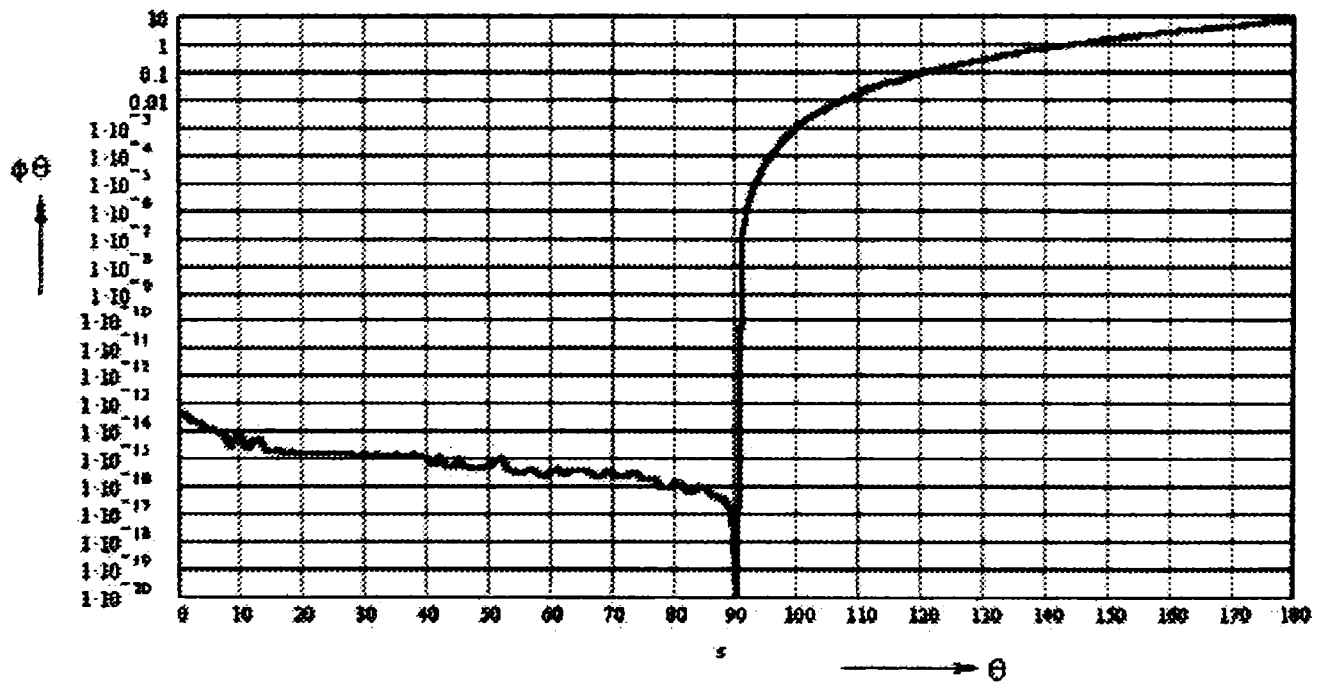


Fig.3.6 Variația funcției $\Phi = \Phi(\theta)$

3.3. Dinamica mișcării relative considerând forța aerodinamică

3.3.1. Considerații asupra forței aerodinamice

Un ventilator montat pe o fundație fixă sau pe cadrul sitei, suflă prin orificiile acesteia un curent (jet) de aer care acoperă, de regulă, 50-70% din suprafața sitei [58], [59], [96].

Experiențele au arătat că se impune o viteză constantă w , a curentului de aer pentru creșterea eficacității procesului de lucru al sitelor. De asemenea, pentru o mai bună separare, curentul de aer trebuie să aibă o înclinare optimă față de planul sitei și anume unghiul γ (fig.3.7) să aibă valori cuprinse în intervalul $15^\circ - 30^\circ$ [18].

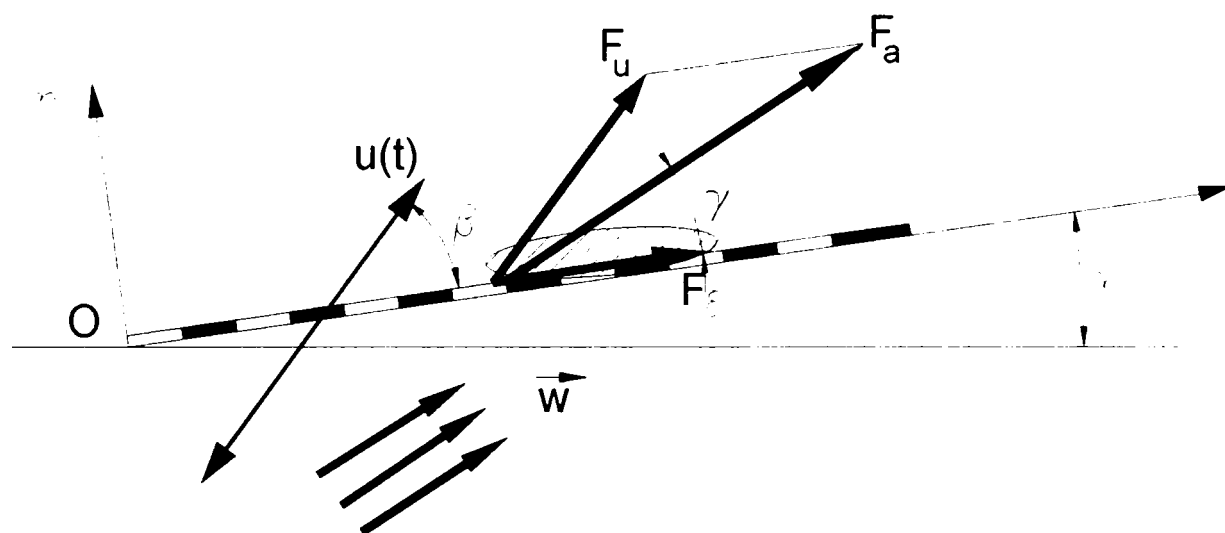


Fig. 3.7. Componentele forței aerodinamice pe direcțiile vitezei relative de alunecare și a celei de transport

Jetul de aer perturbă semințele, aflate în amestec pe sită, agitându-le. Din această agitație pe lângă frecarea uscată cu sita, la care sunt supuse semințele, mai acționează frecări complexe între particule, apărând chiar și șocuri interne grupului de semințe. Unii cercetători au construit modele dinamice pentru studiul acestui fenomen luând în calcul chiar și forța de frecare vâscoasă echivalentă. Totodată, forța aerodinamică dă naștere la fenomene de plutire care conduc la micșorarea reacțiunii normale și chiar la anularea acesteia.

Pe baza acestor aspecte se consideră forța aerodinamică \vec{F}_a cu cele două componente, după direcția excitației $u(t)$ și respectiv a sitei, notate cu F_u și respectiv F_ξ .

Componenta F_u se poate exprima cu viteza relativă $w - u$ și se admite ca fiind de forma:

$$F_u = C_u (w \cos \delta - \dot{u})^2, \quad (3.45)$$

în care C_u este un coeficient de rezistență iar $\delta = \beta - \gamma$.

Componenta F_ξ este la rândul său funcție de viteza relativă $w - \xi$ care viteză relativă este mai mică decât cea care generează componenta F_u , astfel încât se poate admite pentru F_ξ o dependență liniară cu viteza relativă, respectiv de forma

$$F_\xi = C_\xi (w \cos \delta - \dot{\xi}). \quad (3.46)$$

Deci vectorul \vec{F}_a se exprimă cu relația

$$\vec{F}_a = C_u (w \cos \delta - \dot{u})^2 \vec{i}_u + C_\xi (w \cos \delta - \dot{\xi}) \vec{i}_\xi, \quad (3.47)$$

care pentru $\gamma \cong \beta$, devine

$$\vec{F}_a = C_u (w - \dot{u})^2 \vec{i}_u + C_\xi (w \cos \beta - \dot{\xi}) \vec{i}_\xi, \quad (3.48)$$

în care constantele C_u și C_ξ trebuiesc definite.

Astfel, constanta C_u se determină din considerente aerodinamice iar C_ξ se poate determina din considerente energetice de tipul

$$C_\xi \int_0^T \dot{\xi}^2 dt = \frac{1}{2} m \int_0^T \dot{\xi}^2 dt. \quad (3.49)$$

Dacă se apreciază că este relevantă pentru particulă viteza sa de transport, împreună cu sitea, \dot{u} și se determină forța aerodinamică cu formula (2.1) se obține

$$F_a = \frac{mg}{w_{cr}^2} [w - u \cos(\beta - \gamma)]^2, \quad (3.50)$$

sau

$$F_a = \frac{mg}{w_{cr}^2} (w^2 - 2wr\omega \cos\theta + r^2\omega^2 \cos^2\theta), \quad (3.51)$$

pentru excitație simplu armonică a sitei de forma $u = r \sin \theta$, $\theta = \omega t$ și $\beta \cong \gamma$ [58].

În cazul cel mai general când se ține seama și de deplasarea relativă a materialului pe sită în expresia (2.1) trebuie considerate cele trei viteze care intervin în fenomen și anume

$$\vec{w}, \vec{u} \text{ și } \vec{\xi}.$$

Dacă vitezele menționate se raportează la sistemul $O\xi\eta$, legat de sită (fig.3.8), viteza relativă se calculează cunoscând viteza reală (absolută) a particulei care este

$$\vec{v} = \vec{u} + \vec{\xi} = (u \cos \beta + \xi) \vec{i}_\xi + u \sin \beta \vec{i}_\eta, \quad (3.52)$$

iar viteza relativă are expresia

$$\vec{v}_r = \vec{w} - \vec{v} = [w \cos \gamma - (u \cos \beta + \xi)] \vec{i}_\xi + [w \sin \gamma - u \sin \beta] \vec{i}_\eta. \quad (3.53)$$

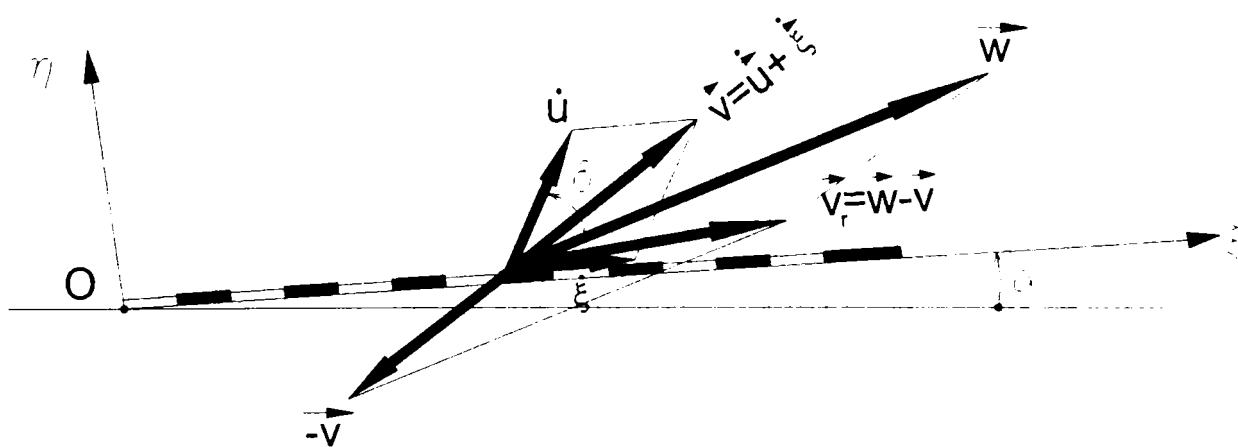


Fig.3.8 Dispunerea vitezelor particulelor ce alcătuiesc vraful aflat pe sita plană vibratoare

Pe direcția curentului de aer, această viteză relativă este

$$\vec{v}_{rv} = \left[w - (\dot{u} \cos \delta + \dot{\xi} \cos \gamma) \right] \vec{i}_w, \quad (3.54)$$

iar forța aerodinamică, în aceste condiții, devine

$$F_a = \frac{mg}{w_{cr}^2} \left[w - (\dot{u} \cos \delta + \dot{\xi} \cos \gamma) \right]^2 \quad (3.55)$$

Pentru cazul particular al excitației simplu armonice $u = r \sin \omega t$, pentru F_a se obține [60].

$$F_a = \frac{mg}{w_{cr}^2} \left[\dot{\xi}^2 \cos^2 \gamma + 2\dot{\xi} (r\omega \cos \delta \cos \gamma \cos \theta - w \cos \gamma) - 2wr\omega \cos \delta \cos \theta + \right. \\ \left. + \frac{r^2 \omega^2}{2} \cos^2 \delta \cos 2\theta + \frac{r^2 \omega^2}{2} \cos^2 \delta + w^2 \right]. \quad (3.56)$$

3.3.2 Studiul mișcării de alunecare pe sită în prezența forței aerodinamice. Determinarea legii de mișcare.

Mișcarea de alunecare se studiază cu ecuația vectorială

$$m \vec{a}_r = m \vec{g} + \vec{F}_I + \vec{F}_a + \vec{N} + \vec{F}_f, \quad (3.57)$$

care proiectată pe sistemul de axe $O\xi\eta$ conduce la sistemul:

$$m\ddot{\xi} = -mg \sin \alpha - m\ddot{u}(t) \cos \beta + F_a \cos \gamma - \mu N \text{sign} \dot{\xi}, \quad (3.58)$$

$$m\ddot{\eta} = -mg \cos \alpha - m\ddot{u}(t) \sin \beta + F_a \sin \gamma + N. \quad (3.59)$$

Pentru alunecarea pe sită $\eta = 0$, din (3.59) rezultă valoarea reacțiunii normale

$$N = m \left[g \cos \alpha + \ddot{u}(t) \sin \beta - \frac{F_a}{m} \sin \gamma \right], \quad (3.60)$$

care înlocuită în (3.58) determină ecuația după care are loc mișcarea de alunecare

$$\ddot{\xi} = -g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} - \ddot{u}(t) \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{F_a}{m} \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi}. \quad (3.61)$$

Scrisă sub această formă ecuația diferențială cu care se studiază mișcarea unei particule de masă m , pe sita vibratoare, creează destule greutăți în integrare.

Dacă se consideră în proces și o forță elastică echivalentă $k_e \xi$, în locul ecuației (3.61) pentru studiul mișcării se poate utiliza ecuația

$$\ddot{\xi} + p^2 \xi = -g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} - \ddot{u}(t) \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} + \frac{F_a}{m} \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi}, \quad (3.62)$$

unde p a fost definit prin relația (3.2).

Pentru $u(t) = r \sin \omega t$ și $\beta \cong \gamma (\cos \delta \cong 1)$ expresia forței aerodinamice F_a , dată de (3.56) devine

$$F_a = \varepsilon_1 mg \left[\dot{\xi}^2 \cos^2 \gamma + 2\dot{\xi}(r\omega \cos \gamma \cos \omega t - w \cos \gamma) - 2wr\omega \cos \omega t + \frac{r^2 \omega^2}{2} \cos 2\omega t + \frac{r^2 \omega^2}{2} + w^2 \right], \quad (3.63)$$

în care $\varepsilon_1 = \frac{1}{w_{cr}^2}$ poate fi considerat drept parametru mic, având în vedere valorile lui w_{cr} din

tabelul 2.2.

Dacă se fac notațiile:

$$\begin{aligned} -g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} &= A_0'; & g \frac{r^2 \omega^2 + 2w^2 \cos(\gamma - \varphi)}{2 \cos \varphi} &= A_0''; \\ r\omega^2 \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} &= A_1; & -2gwr\omega \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi} &= A_2; \\ g \frac{r^2 \omega^2 \cos(\gamma - \varphi)}{2 \cos \varphi} &= A_3; & g \cos^2 \gamma \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi} &= B; \\ -2gw \cos \gamma \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi} &= B_1; & -2gr\omega \cos \gamma \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi} &= B_2, \end{aligned} \quad (3.64)$$

ecuația cu care se studiază mișcarea de alunecare pe sită considerând forța aerodinamică sub forma cea mai generală, devine:

$$\ddot{\xi} + p^2 \xi = A_0' + A_1 \sin \omega t + \varepsilon_1 \left[(B_1 - B_2 \cos \omega t) \dot{\xi} + B \dot{\xi}^2 + A_0'' + A_2 \cos \omega t + A_3 \cos 2\omega t \right]. \quad (3.65)$$

Această ecuație diferențială de ordinul doi este neliniară, cu coeficienți variabili fiind de tipul

$$\ddot{\xi} + p^2 \xi = F(\omega t, \xi, \dot{\xi}), \quad (3.66)$$

unde $F(\omega t, \xi, \dot{\xi})$ este analitică în ξ și $\dot{\xi}$, periodică în ωt și în general neliniară.

Pentru această ecuație, se propune găsirea unei soluții periodice prin utilizarea metodei perturbatoare modificată a homotopiei [60],[97], [102].

Pentru aceasta se construiește homotopia

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \xi(t, q) + \Lambda(q) \xi(t, q) = qF[\omega t, \xi(t, q), \frac{\partial}{\partial t} \xi(t, q)], \quad (3.67)$$

unde q este un parametru, numit „de deformație”, $q \in [0,1]$ iar $\Lambda(q)$ este o funcție analitică care urmează a fi precizată.

Dacă se ia $q=0$, în ecuația (3.67), rezultă ecuația liniară și omogenă

$$\ddot{\xi}_0 + p^2 \xi_0 = 0, \quad \Lambda(0) = p^2, \quad (3.68)$$

a cărei soluție este $\xi(t,0) = \xi_0(t)$.

Pentru $q=1$, ecuația (3.67) coincide cu (3.66) care are soluția $\xi(t,1) = \xi(t)$. Se constată că dacă parametrul q variază de la 0 la 1, funcția $\xi(t, q)$ variază continuu de la $\xi_0(t)$ la $\xi(t)$. iar funcția $\Lambda(q)$ variază de la $\Lambda(0) = p^2$ la $\Lambda(1)$ care se va determina punând condiția ca soluția căutată $\xi(t)$ să fie periodică. Această variație continuă se numește, în topologie, „deformație” ceea ce justifică și denumirea parametrului q .

Derivând (3.67) în raport cu q , se obține

$$\begin{aligned} \dot{\xi}^{(1)}(t, q) + \Lambda(q) \xi^{(1)}(t, q) + \Lambda^{(1)}(q) \xi(t, q) &= F[\omega t, \xi(t, q), \dot{\xi}(t, q)] \\ &+ qF^{(1)}[\omega t, \xi(t, q), \dot{\xi}(t, q)], \end{aligned} \quad (3.69)$$

unde s-au făcut notațiile $x^{(j)} = \frac{\partial^j x}{\partial q^j}$, $j = 1, 2, \dots$

Pentru $q=0$ în relația (3.69) și cu notația $\frac{\partial^j}{\partial q^j} x(t,0) = x_0^{(j)}(t)$, $j = 1,2,\dots$ se obține

$$\ddot{\xi}_0^{(1)} + p^2 \xi_0^{(1)} = F(\omega t, \xi_0, \dot{\xi}_0) - \Lambda_0^{(1)} \xi_0. \quad (3.70)$$

Derivând de două ori, în raport cu q , relația (3.67) și luând $q=0$, rezultă

$$\ddot{\xi}_0^{(2)} + p^2 \xi_0^{(2)} = 2F^{(1)}(\omega t, \xi_0, \dot{\xi}_0) - 2\Lambda_0^{(1)} \xi_0^{(1)} - \Lambda_0^{(2)} \xi_0. \quad (3.71)$$

unde $\Lambda_0^{(1)}$ din (3.70) și $\Lambda_0^{(2)}$ din (3.71) se determină din condițiile ca termenii seculari (termeni care duc la fenomenul de rezonanță) să se anuleze. În același mod dacă se derivatează de trei, patru ori etc., se obțin $\xi_0^{(3)}, \xi_0^{(4)}, \Lambda_0^{(3)}, \Lambda_0^{(4)}$ și în final soluția $\xi(t)$ și funcția $\Lambda(t)$, de forma

$$\xi(t) = \xi_0 + \xi_0^{(1)} + \frac{\xi_0^{(2)}}{2!} + \frac{\xi_0^{(3)}}{3!} + \dots \quad (3.72)$$

$$\Lambda(q) = p^2 + \Lambda_0^{(1)} + \frac{\Lambda_0^{(2)}}{2!} + \frac{\Lambda_0^{(3)}}{3!} + \dots \quad (3.73)$$

Această metodă aproximativă, mai puțin cunoscută sub această formă în literatura de specialitate, este aplicabilă oricărei ecuații diferențiale nelineare, deci și ecuației (3.65).

În particular, dacă în ecuația (3.66) apare un parametru mic ε_1 ($0 < \varepsilon_1 \ll 1$), adică

$$F(\omega t, \xi, \dot{\xi}) = \varepsilon_1 f(\omega t, \xi, \dot{\xi}), \quad (3.74)$$

atunci soluția căutată este de forma

$$\xi(t) = \sum_{j \geq 0} \frac{\xi_0^{[j]}}{j!} \varepsilon_1^j, \quad (3.75)$$

unde s-a notat $\xi_0^{(j)} = \varepsilon_1^j \xi_0^{[j]}$ și deci soluția (3.75) este rapid convergentă.

În continuare se va aplica metoda perturbatoare modificată a homotopiei pentru ecuația diferențială neliniară (3.65)

Pentru acest caz ecuațiile (3.68), (3.70) și (3.71) sunt de forma:

$$\ddot{\xi}_0 + p^2 \xi_0 = A_0' + A_1 \sin \omega t, \quad p \neq \omega, \quad (3.76)$$

$$\ddot{\xi}_0^{[1]} + p^2 \xi_0^{[1]} = (B_1 - B_2 \cos \omega t) \dot{\xi}_0 + B \xi_0^2 + A_0'' + A_2 \cos \omega t + A_3 \cos 2\omega t - \Lambda_0^{[1]} \xi_0, \quad (3.77)$$

$$\ddot{\xi}_0^{[2]} + p^2 \xi_0^{[2]} = (B_1 - B_2 \cos \omega t) \dot{\xi}_0^{[1]} + 2B \xi_0 \xi_0^{[1]} - 2\Lambda_0^{[1]} \xi_0^{[1]} - \Lambda_0^{[2]} \xi_0. \quad (3.78)$$

Ecuția (3.76) are soluția generală de forma

$$\xi_0(t) = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt + \frac{A_0'}{p^2} + \frac{A_1}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t, \quad (3.79)$$

în care constantele de integrare C_1 și C_2 se determină din ecuația (3.77) în care se înlocuiește soluția (3.79).

Procedând în acest mod se obține ecuația

$$\begin{aligned} \ddot{\xi}_0^{[1]} + p^2 \xi_0^{[1]} = & \left[-pB_1C_1 - \Lambda_0^{[1]}C_2 \right] \sin pt + \left[pB_1C_2 - \Lambda_0^{[1]}C_1 \right] \cos pt + \\ & \frac{1}{2} pB_2C_1 [\sin(p+\omega)t + \sin(p-\omega)t] - \frac{1}{2} pB_2C_2 [\cos(p+\omega)t + \cos(p-\omega)t] + \\ & + \left[A_2 + \frac{\omega A_1 B_1}{p^2 - \omega^2} \right] \cos \omega t + \left[A_3 - \frac{\omega B_2 A_1}{2(p^2 - \omega^2)} - \frac{BA_1^2}{2(p^2 - \omega^2)^2} \right] \cos 2\omega t - \\ & - \frac{\Lambda_0^{[1]} A_1}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t + A_0'' + \frac{B}{2} (C_1^2 + C_2^2) + \frac{BA_1^2}{2(p^2 - \omega^2)^2} - \frac{\omega A_1 B_2}{2(p^2 - \omega^2)}, \end{aligned} \quad (3.80)$$

în care termenii care conțin funcțiile $\sin pt$ și $\cos pt$ sunt termeni seculari.

Pentru a elimina rezonanța se impun condițiile

$$\begin{aligned} pB_1C_1 + \Lambda_0^{[1]}C_2 &= 0, \\ pB_1C_2 - \Lambda_0^{[1]}C_1 &= 0, \end{aligned} \quad (3.81)$$

din care rezultă $C_1 = C_2 = 0$.

Dacă se alege $\Lambda_0^{[1]} = 0$, soluția ecuației (3.76) este

$$\xi_0^{(1)}(t) = \frac{A_0'}{p^2} + \frac{A_1}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t, \quad (3.82)$$

iar soluția ecuației (3.80) este de forma

$$\begin{aligned} \xi_0^{[1]}(t) = & C_3 \cos pt + C_4 \sin pt + \left[\frac{A_2}{p^2 - \omega^2} + \frac{\omega A_1 B_1}{(p^2 - \omega^2)^2} \right] \cos \omega t + \\ & + \left[\frac{A_3}{p^2 - 4\omega^2} - \frac{\omega B_2 A_1}{2(p^2 - \omega^2)(p^2 - 4\omega^2)} - \frac{BA_1^2}{2(p^2 - \omega^2)(p^2 - 4\omega^2)} \right] \cos 2\omega t + \\ & + \frac{A_0''}{p^2} + \frac{BA_1^2}{2p^2(p^2 - \omega^2)^2} - \frac{\omega A_1 B_2}{2p^2(p^2 - \omega^2)}. \end{aligned} \quad (3.83)$$

În această soluție C_3 și C_4 sunt constante de integrare care la fel ca și C_1 și C_2 se vor determina din ecuația (3.78) în care se înlocuiesc relațiile (3.82) și (3.83).

Anulând termenii seculari, rezultă $C_3 = C_4 = 0$, astfel că soluția căutată în a doua aproximație este de forma

$$\begin{aligned} \xi(t) = & \xi_0(t) + \varepsilon_1 \xi^{[1]}(t) + O(\varepsilon_1^2) = \frac{A_0'}{p^2} + \frac{A_1}{p^2 - \omega^2} \sin \omega t + \\ & + \varepsilon_1 \left\{ \left[\frac{A_2}{p^2 - \omega^2} + \frac{\omega A_1 B_1}{(p^2 - \omega^2)^2} \right] \cos \omega t + \left[\frac{A_3}{p^2 - 4\omega^2} - \frac{\omega B_2 A_1}{2(p^2 - \omega^2)(p^2 - 4\omega^2)} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{BA_1^2}{2(p^2 - \omega^2)(p^2 - 4\omega^2)} \right] \cos 2\omega t + \frac{A_0''}{p^2} + \frac{BA_1^2}{2p^2(p^2 - \omega^2)^2} - \frac{\omega A_1 B_2}{2p^2(p^2 - \omega^2)} \right\} + O(\varepsilon_1^2). \end{aligned} \quad (3.84)$$

Observație Pentru valori date mărimilor $A_0, A_1, A_2, A_3, B, B_1, B_2, \omega$ și p dacă se face reprezentarea $\xi(\xi)$, deci planul fazelor, se obțin curbe închise ceea ce arată că mișcarea găsită este periodică.

3.3.3 Studiul stabilității mișcării

Interesează, în mod deosebit, condițiile în care mișcarea studiată este stabilă, astfel că în continuare se va analiza evoluția în timp a orbitei (3.84) aplicând o transformare infinitezimală arbitrară de forma

$$\hat{\xi}(t) = \xi(t) + x(t). \quad (3.85)$$

După cum se știe soluția $\xi(t)$ dată de (3.84) este stabilă dacă pentru $t \rightarrow \infty$, $x(t) \rightarrow 0$, în rest această soluție fiind instabilă.

Substituind (3.85) în ecuația (3.65) și considerând numai termeni liniari în $x(t)$, se obține așa numita ecuație în variații, de forma

$$\ddot{x}(t) + p^2 x(t) = \varepsilon_1 [(B_1 - B_2 \cos \omega t) \dot{x}(t) + 2B\xi(t)x(t)], \quad (3.86)$$

care este o ecuație diferențială ordinară cu coeficienți periodici. Deoarece $\xi(t+T) = \xi(t)$, unde $T = \frac{2\pi}{\omega}$, aplicând teoria lui Floquet [115] ecuația (3.86) admite soluții de forma:

$$x(t+T) = \lambda x(t), \quad (3.87)$$

unde λ este o valoare proprie (numită și multiplicator Floquet) a matricei de monodromie M , asociată matricei fundamentale de soluții $X(t)$ a ecuației (3.86), prin relația

$$X(t+T) = X(t)M. \quad (3.88)$$

Soluția $\xi(t)$ este stabilă dacă $x(t)$ nu este crescătoare în timp ceea ce impune ca $|\lambda| < 1$.

Prin urmare, valorile proprii ale matricei M trebuie să rămână în interiorul cercului de rază 1 din planul complex pentru ca soluția dată de (3.84) să fie stabilă. Determinarea stabilității orbitei periodice (3.84) (numită și aplicația lui Poincare) pentru diferite valori ale parametrilor ecuației (3.65), caracterizează codimensiunea bifurcațiilor din informațiile date de multiplicatorii λ ai lui Floquet.

Valorile proprii ale matricei M pot fi găsite alegând matricea fundamentală de soluții, cu condițiile inițiale $X(0) = I$ (I este matricea unitate 2×2), astfel că ecuația (3.88) devine

$$M = X(T), \quad (3.89)$$

Pe de altă parte matricea X poate fi obținută prin integrarea ecuației (3.86) pe intervalul $[0, T]$ dacă se pun două seturi de condiții inițiale și anume:

$$a) \quad x(0) = 1; \quad \dot{x}(0) = 0, \quad (3.90)$$

și

$$b) \quad x(0) = 0; \quad \dot{x}(0) = 1. \quad (3.91)$$

Coeficienții periodici din ecuația (3.86) sunt cunoscuți din datele problemei iar funcția $\xi(t)$ este dată de (3.84).

În continuare se caută soluția ecuației (3.86) în a doua aproximație cu aceeași metodă perturbatoare modificată a homotopiei, dar considerând soluția generală $(\Lambda_0^{[k]} = 0, k \geq 1)$.

Astfel, din prima iterație rezultă ecuația

$$\ddot{x}_0 + p^2 x_0 = 0, \quad (3.92)$$

a cărei soluție generală este

$$x_0(t) = D_1 \cos pt + D_2 \sin pt, \quad (3.93)$$

unde D_1 și D_2 sunt constante care se vor determina din condițiile (3.90) respectiv (3.91)

Din a doua iterație, rezultă

$$\ddot{x}_0^{[1]} + p^2 x_0^{[1]} = (B_1 - B_2 \cos \omega t) \dot{x}_0 + 2B\xi_0 x_0. \quad (3.94)$$

Dacă se înlocuiesc (3.93) și (3.82) în (3.94) se obține ecuația

$$\begin{aligned} \ddot{x}_0^{[1]} + p^2 x_0^{[1]} = & pB_1 D_2 \cos pt - pB_1 D_1 \sin pt + \left(\frac{BA_1 D_1}{p^2 - \omega^2} + \frac{pB_2 D_1}{2} \right) \sin(\omega + p)t + \\ & + \left(\frac{BA_1 D_1}{p^2 - \omega^2} - \frac{pB_2 D_1}{2} \right) \sin(\omega - p)t - \left(\frac{BA_1 D_2}{p^2 - \omega^2} + \frac{pB_2 D_2}{2} \right) \cos(\omega + p)t + \\ & + \left(\frac{BA_1 D_2}{p^2 - \omega^2} - \frac{pB_2 D_2}{2} \right) \cos(\omega - p)t, \end{aligned} \quad (3.95)$$

a cărei soluție este

$$\begin{aligned}
 x_o^{[1]} = & D_3 \cos pt + D_4 \sin pt + \frac{B_1 D_2}{2} t \sin pt + \frac{B_1 D_1}{2} t \cos pt - \\
 & - \left[\frac{BA_1 D_1}{\omega(\omega + 2p)(p^2 - \omega^2)} + \frac{pB_2 D_1}{2\omega(\omega + 2p)} \right] \sin(\omega + p)t + \\
 & + \left[\frac{pB_2 D_1}{2\omega(\omega - 2p)} - \frac{BA_1 D_1}{\omega(\omega - 2p)(p^2 - \omega^2)} \right] \sin(\omega - p)t + \\
 & + \left[\frac{BA_1 D_2}{\omega(\omega + 2p)(p^2 - \omega^2)} + \frac{pB_2 D_2}{2\omega(\omega + 2p)} \right] \cos(\omega + p)t + \\
 & + \left[\frac{pB_2 D_2}{2\omega(\omega - 2p)} - \frac{BA_1 D_2}{\omega(\omega - 2p)(p^2 - \omega^2)} \right] \cos(\omega - p)t,
 \end{aligned} \tag{3.96}$$

unde D_3 și D_4 sunt constante de integrare ce se obțin din condițiile inițiale:

$$x_o^{[1]}(0) = \dot{x}_o^{[1]}(0) = 0. \tag{3.97}$$

Rezultă:

$$D_3 = \frac{4pBA_1 D_2}{\omega(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} - \frac{pB_2 D_2}{\omega^2 - 4p^2}, \tag{3.98}$$

$$D_4 = \frac{BA_1 D_1(\omega^2 - 2p^2)}{\omega p(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} - \frac{B_1 D_1}{2p} - \frac{pB_2 D_1}{\omega^2 - 4p^2}. \tag{3.99}$$

În continuare se studiază fiecare din cazurile *a)* și *b)* date de relațiile (3.90) și (3.91).

Astfel:

Cazul a) Din condițiile inițiale $x_o(0) = 1$ și $\dot{x}_o(0) = 0$, rezultă $x(0) = 1$ și $\dot{x}(0) = 0$ din care se obțin valorile constantelor D_1, D_2, D_3 și D_4 și anume:

$$D_1 = 1; D_2 = 0; D_3 = 0; D_4 = \frac{BA_1(\omega^2 - 2p^2)}{\omega p(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} - \frac{B_1}{2p} - \frac{pB_2}{\omega^2 - 4p^2}, \tag{3.100}$$

și deci soluția este

$$\begin{aligned}
x_1(t) &= x_o(t) + \varepsilon_1 x_o^{[1]}(t) + o(\varepsilon_1^2) = \cos pt + \\
&+ \varepsilon_1 \left\{ \frac{B_1 t}{2} \cos pt + \left[\frac{BA_1(\omega^2 - 2p^2)}{\omega p(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} - \frac{B_1}{2p} - \frac{pB_2}{\omega^2 - 4p^2} \right] \sin pt + \right. \\
&+ \left[\frac{BA_1}{\omega(\omega + 2p)(p^2 - \omega^2)} + \frac{pB_2}{2\omega(\omega + 2p)} \right] \sin(\omega + p)t + \\
&\left. + \left[\frac{pB_2}{2\omega(\omega - 2p)} - \frac{BA_1}{\omega(\omega - 2p)(p^2 - \omega^2)} \right] \sin(\omega - p)t \right\} + o(\varepsilon_1^2).
\end{aligned} \tag{3.101}$$

Cazul b) Din condițiile inițiale $x_o(0) = 0$ și $\dot{x}_o(0) = 1$, rezultă $x(0) = 0$ și $\dot{x}(0) = 1$, astfel că cele patru constante sunt:

$$D_1 = 0; D_2 = \frac{1}{p}; D_3 = \frac{4BA_1}{\omega(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} - \frac{B_2}{\omega^2 - 4p^2}; D_4 = 0, \tag{3.102}$$

și prin urmare soluția este

$$\begin{aligned}
x_2(t) &= \frac{\sin pt}{p} + \varepsilon_1 \left\{ \frac{B_1 t}{2p} \sin pt + \left[\frac{4BA_1}{\omega(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} - \frac{B_2}{\omega^2 - 4p^2} \right] \cos pt + \right. \\
&+ \left[\frac{BA_1}{p\omega(\omega + 2p)(p^2 - \omega^2)} + \frac{B_2}{2\omega(\omega + 2p)} \right] \cos(\omega + p)t + \\
&\left. + \left[\frac{B_2}{2\omega(\omega - 2p)} - \frac{BA_1}{p\omega(\omega - 2p)(p^2 - \omega^2)} \right] \cos(\omega - p)t \right\} + o(\varepsilon_1^2).
\end{aligned} \tag{3.103}$$

În continuare se construiește matricea fundamentală de soluții:

$$X(T) = \begin{pmatrix} x_1(T) & \dot{x}_1(T) \\ x_2(T) & \dot{x}_2(T) \end{pmatrix}, \quad T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{3.104}$$

unde $x_1(T)$, $\dot{x}_1(T)$, $x_2(T)$ și $\dot{x}_2(T)$ se obțin din (3.101) și respectiv (3.103).

Rezultă:

$$x_1(T) = \cos 2\pi \frac{p}{\omega} + \varepsilon_1 \left\{ \frac{\pi B_1}{\omega} \cos 2\pi \frac{p}{\omega} + \left[\frac{BA_1(\omega^2 + 2p^2)}{\omega p(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} - \frac{2pB_2}{\omega^2 - 4p^2} - \frac{B_1}{2p} \right] \sin 2\pi \frac{p}{\omega} \right\} + o(\varepsilon_1^2); \quad (3.105)$$

$$\dot{x}_1(T) = -p \sin 2\pi \frac{p}{\omega} - \varepsilon_1 \left[\frac{\pi p B_1}{\omega} \sin 2\pi \frac{p}{\omega} + \frac{BA_1(\omega^2 - 2p^2)}{\omega(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} \cos 2\pi \frac{p}{\omega} \right] + o(\varepsilon_1^2); \quad (3.106)$$

$$x_2(T) = \frac{1}{p} \sin 2\pi \frac{p}{\omega} + \varepsilon_1 \frac{\pi B_1}{p\omega} \sin 2\pi \frac{p}{\omega} + o(\varepsilon_1^2); \quad (3.107)$$

$$\dot{x}_2(T) = \cos 2\pi \frac{p}{\omega} + \varepsilon_1 \left\{ \frac{\pi B_1}{\omega} \cos 2\pi \frac{p}{\omega} + \left[\frac{B_1}{2p} - \frac{2BA_1\omega}{p(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} \right] \sin 2\pi \frac{p}{\omega} \right\} + o(\varepsilon_1^2). \quad (3.108)$$

Ecuția valorilor proprii se obține din (3.104), fiind

$$\det \begin{pmatrix} x_1(T) - \lambda & \dot{x}_1(T) \\ x_2(T) & \dot{x}_2(T) - \lambda \end{pmatrix} = 0 \quad (3.109)$$

adică

$$\lambda^2 - 2\lambda S + \Delta = 0 \quad (3.110)$$

unde:

$$S = \frac{1}{2} [x_1(T) + \dot{x}_2(T)] = \cos 2\pi \frac{p}{\omega} + \varepsilon_1 \left\{ \frac{\pi B_1}{\omega} \cos 2\pi \frac{p}{\omega} - \left[\frac{BA_1(\omega^2 - 2p^2)}{2\omega p(\omega^2 - 4p^2)(p^2 - \omega^2)} + \frac{pB_2}{\omega^2 - 4p^2} \right] \sin 2\pi \frac{p}{\omega} \right\} + o(\varepsilon_1^2); \quad (3.111)$$

$$\Delta = x_1(T)\dot{x}_2(T) - \dot{x}_1(T)x_2(T) = 1 + \varepsilon_1 \frac{2\pi B_1}{\omega} + \varepsilon_1^2 \left\{ \frac{\pi^2 B_1^2}{\omega^2} - \frac{\pi p B_1 B_2}{\omega(\omega^2 - 4p^2)} \sin 4\pi \frac{p}{\omega} + \right. \\ \left. + \left[\frac{B_1}{2\pi} - \frac{2BA_1\omega}{p(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} \right] \left[\frac{BA_1(\omega^2 + 2p^2)}{\omega p(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} - \frac{2pB_2}{\omega^2 - 4p^2} - \frac{B_1}{2p} \right] \right. \\ \left. \sin^2 2\pi \frac{p}{\omega} \right\} + o(\varepsilon_1^3). \quad (3.112)$$

Rădăcinile ecuației (3.110), după înlocuirea lui S și Δ sunt de forma

$$\lambda_{1,2} = S \pm \sqrt{\Delta - S^2} = \cos 2\pi \frac{p}{\omega} + \varepsilon_1 \left\{ \frac{\pi B_1}{\omega} \cos 2\pi \frac{p}{\omega} - \right. \\ \left. - \left[\frac{pB_2}{\omega^2 - 4p^2} + \frac{BA_1(\omega^2 - 2p^2)}{2\omega p(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} \right] \sin 2\pi \frac{p}{\omega} \right\} \pm \\ \pm i \sqrt{\sin^2 2\pi \frac{p}{\omega} + \varepsilon_1 \left\{ \frac{2\pi B_1}{\omega} \sin^2 2\pi \frac{p}{\omega} + \left[\frac{pB_2}{\omega^2 - 4p^2} + \frac{BA_1(\omega^2 - 2p^2)}{2\omega p(p^2 - \omega^2)(\omega^2 - 4p^2)} \right] \sin 4\pi \frac{p}{\omega} \right\}}, \quad (3.113)$$

astfel că din (3.113) se obține

$$|\lambda_1| = |\lambda_2| = \sqrt{\Delta} < 1, \quad (3.114)$$

deoarece $B_1 < 0$. Rezultă că soluția ecuației diferențiale (3.65) dată de expresia (3.84) este orbital stabilă.

Se remarcă faptul că dacă se consideră forța aerodinamică în cazul cel mai general, studiul mișcării relative, al amestecului pe sită, este destul de dificil, dat fiind complexitatea ecuației diferențiale care descrie mișcarea. Lucrurile se simplifică liniarizând ecuația de mișcare dacă se consideră forța aerodinamică în câteva cazuri particulare, făcând anumite ipoteze simplificatoare.

În orice caz, din relația (3.84) se constată că dacă pulsația vibrației armonice ω , de excitație a sitei, se situează în apropierea valorilor $\frac{p}{2}$ sau p apare pericolul rezonanței. În realitate pulsația proprie a sitei, asimilată unui pendul, dată de relația (3.2) este mult inferioară lui ω astfel încât pericolul rezonanței este practic înlăturat.

3.3.4 Studiul mișcării de alunecare pentru forme particulare ale forței aerodinamice

Dacă se consideră relevantă pentru o particulă de masă m , aflată pe sită la un moment dat, viteza sa de transport împreună cu sita, a cărei mișcare este $u = r \sin \theta$, forța aerodinamică este dată de relația (3.51) care se mai poate scrie [58],[59].

$$F_a = \varepsilon_1 mg (w^2 - 2wr\omega \cos \theta + r^2 \omega^2 \cos^2 \theta), \quad (3.115)$$

În acest caz, ecuația diferențială a mișcării de alunecare (3.61) devine

$$\ddot{\xi} = -g \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} + r\omega^2 \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} \sin \theta + \varepsilon_1 g (w^2 - 2wr\omega \cos \theta + r^2 \omega^2 \cos^2 \theta) \frac{\cos(\gamma - \varphi)}{\cos \varphi}. \quad (3.116)$$

care, considerând ambele tendințe de alunecare, devine

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} \cos \varphi = & -g \sin(\alpha \pm \varphi) + r\omega^2 \cos(\beta \mp \varphi) \sin \theta + \\ & + \varepsilon_1 g (w^2 - 2wr\omega \cos \theta + r^2 \omega^2 \cos^2 \theta) \cos(\gamma \mp \varphi). \end{aligned} \quad (3.117)$$

Cu notațiile:

$$\begin{aligned} -g \frac{\sin(\alpha \pm \varphi)}{\cos \varphi} &= A_0'; & g \frac{r^2 \omega^2 + 2w^2 \cos(\gamma \mp \varphi)}{2 \cos \varphi} &= A_0''; \\ r\omega^2 \frac{\cos(\beta \mp \varphi)}{\cos \varphi} &= A_1; & -2gwr\omega \frac{\cos(\gamma \mp \varphi)}{\cos \varphi} &= A_2; \\ g \frac{r^2 \omega^2 \cos(\gamma \mp \varphi)}{2 \cos \varphi} &= A_3. \end{aligned} \quad (3.118)$$

ecuația (3.117) devine

$$\ddot{\xi} = A_0' + A_1 \sin \theta + \varepsilon_1 g (A_0'' + A_2 \cos \theta + A_3 \cos 2\theta). \quad (3.119)$$

Dacă se anulează $\ddot{\xi}$, din (3.119) se obține o ecuație de gradul 4 în $\cos \theta$, de unde se determină soluțiile $(\theta_{1,2})_k$, $k=1,2,3,4$ respectiv $(t_{1,2})_k$ care fixează momentele de început ale alunecărilor, corespunzătoare celor două sensuri $\dot{\xi} > 0$, respectiv $\dot{\xi} < 0$, adică

$$A_0' + A_1 \sin \theta + \varepsilon_1 (A_0'' + A_2 \cos \theta + A_3 \cos 2\theta) = 0. \quad (3.120)$$

Dacă se integrează (3.119) se obține

$$\dot{\xi} = (A_0' + \varepsilon_1 A_0'') (t - t_{1,2}) - \frac{A_1}{\omega} \cos \theta \Big|_{\theta_{1,2}} + \varepsilon_1 \frac{A_2}{\omega} \sin \theta \Big|_{\theta_{1,2}} + \varepsilon_1 \frac{A_3}{2\omega} \sin 2\theta \Big|_{\theta_{1,2}} \quad (3.121)$$

care se mai poate scrie

$$\dot{\xi} = (A_0' + \varepsilon_1 A_0'') t - \frac{A_1}{\omega} \cos \theta + \varepsilon_1 \frac{A_2}{\omega} \sin \theta + \varepsilon_1 \frac{A_3}{2\omega} \sin 2\theta + B_0, \quad (3.122)$$

unde B_0 este o constantă ce depinde de momentul începerii mișcărilor de alunecare respectiv de valorile unghiurilor θ corespunzătoare acestor momente.

În continuare, dacă se anulează $\dot{\xi}$, din (3.122) se obține ecuația

$$(A_0' + \varepsilon_1 A_0'') t - \frac{A_1}{\omega} \cos \omega t + \varepsilon_1 \frac{A_2}{\omega} \sin \omega t + \varepsilon_1 \frac{A_3}{2\omega} \sin 2\omega t + B_0 = 0 \quad (3.123)$$

din care rezultă $t'_{1,2}$, respectiv $\theta'_{1,2}$ care reprezintă momentele, respectiv unghiurile corespunzătoare încetării mișcărilor de alunecare pe sită pentru cele două sensuri.

Pentru determinarea legii de mișcare de alunecare pe sită se integrează (3.122) și rezultă

$$\xi = B_0(t - t_{1,2}) + (A_0' + \varepsilon_1 A_0'') \frac{t^2}{2} \Big|_{t_{1,2}} - \frac{A_1}{\omega^2} \sin \theta \Big|_{\theta_{1,2}} - \varepsilon_1 \frac{A_2}{\omega^2} \cos \theta \Big|_{\theta_{1,2}} - \varepsilon_1 \frac{A_3}{4\omega^2} \cos 2\theta \Big|_{\theta_{1,2}} \quad (3.124)$$

adică

$$\xi = B_0 t + \frac{1}{2} (A_0' + \varepsilon_1 A_0'') t^2 - \frac{A_1}{\omega^2} \sin \theta - \varepsilon_1 \frac{A_2}{\omega^2} \cos \theta - \varepsilon_1 \frac{A_3}{4\omega^2} \cos 2\theta + B_1, \quad (3.125)$$

în care constanta B_1 depinde ca și B_0 de momentele începerii mișcărilor de alunecare, respectiv de unghiurile θ corespunzătoare acestor momente.

Dacă se consideră o constantă elastică echivalentă k_e , respectiv o pulsație p definite prin relațiile (3.4), respectiv (3.2), pentru studiul mișcării de alunecare în locul ecuației (3.119), se folosește ecuația

$$\ddot{\xi} + p^2 \xi = A_0' + A_1 \sin \omega t + \varepsilon_1 (A_0'' + A_2 \cos \omega t + A_3 \cos 2\omega t) \quad (3.126)$$

Soluția particulară (forțată) a acestei ecuații neomogene se caută de forma

$$\xi_f = D_0 + D_1 \sin \omega t + D_2 \cos \omega t + D_3 \cos 2\omega t, \quad (3.127)$$

în care constantele D_0, D_1, D_2 și D_3 se găsesc prin metoda coeficienților nedeterminați, fiind de forma:

$$\begin{aligned} D_0 &= \frac{A_0' + \varepsilon_1 A_0''}{p^2}; & D_1 &= \frac{A_1}{p^2 - \omega^2}; \\ D_2 &= \varepsilon_1 \frac{A_2}{p^2 - \omega^2}; & D_3 &= \varepsilon_1 \frac{A_3}{p^2 - 4\omega^2}. \end{aligned} \quad (3.128)$$

Dacă interesează și regimul tranzitoriu al mișcării se caută soluția generală a ecuației neomogene (3.126) care este de forma:

$$\xi(t) = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt + \xi_f, \quad (3.129)$$

unde cele două constante de integrare C_1 și C_2 se determină din condițiile inițiale. Pentru condițiile inițiale:

$$\xi(0) = 0; \quad \dot{\xi}(0) = 0, \quad (3.130)$$

cele două constante au valorile:

$$C_1 = -\frac{A_0' + \varepsilon_1(A_0'' + A_3) + \left(\frac{2\omega}{p}\right)^2(A_0' + \varepsilon_1 A_0'')}{p^2 \left[1 - \left(\frac{2\omega}{p}\right)^2\right]^2}; \quad C_2 = \frac{\frac{\omega}{p}(\varepsilon_1 A_2 - A_1)}{p^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2}. \quad (3.131)$$

Cu aceste constante determinate, soluția generală a ecuației (3.126), deci legea mișcării de alunecare a unei particule materiale, pe sita vibratoare, este dată de expresia

$$\begin{aligned}
\xi(t) = & -\frac{A_0' + \varepsilon_1(A_0'' + A_3) + \left(\frac{2\omega}{p}\right)^2 (A_0' + \varepsilon_1'')}{p^2 \left[1 - \left(\frac{2\omega}{p}\right)^2\right]} \cos pt + \frac{\frac{\omega}{p}(\varepsilon_1 A_2 - A_1)}{p^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]} \sin pt + \\
& + \frac{A_0' + \varepsilon_1 A_0''}{p^2} + \frac{A_1}{p^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2} \sin \omega t + \frac{\varepsilon_1 A_2}{p^2 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p}\right)^2\right]^2} \cos \omega t + \\
& + \frac{\varepsilon_1 A_3}{p^2 \left[1 - \left(\frac{2\omega}{p}\right)^2\right]^2} \cos 2\omega t,
\end{aligned} \tag{3.132}$$

de unde se constată că valorile lui ω pentru care apare rezonanța, sunt tot în jurul valorilor $\frac{p}{2}$ și p ca și-n cazul soluției (3.84).

Acest lucru este absolut firesc deoarece ecuația (3.126) și soluția sa (3.132) se obțin prin particularizarea expresiilor (3.66) respectiv (3.85).

În cazul unui pachet de semințe jetul de aer, având viteza \vec{w} , agită semințele astfel încât se poate considera un model dinamic având pe lângă forța elastică echivalentă și o forță de frecare vâscoasă $c_e \dot{\xi}$, c_e fiind constanta de amortizare echivalentă. În acest caz pentru studiul mișcării se poate folosi ecuația

$$\ddot{\xi} + 2n\dot{\xi} + p^2\xi = A_0' + A_1 \sin \omega t + \varepsilon_1 (A_0'' + A_2 \cos \omega t + A_3 \cos 2\omega t) \tag{3.133}$$

unde factorul de amortizare $n = \frac{c_e}{2m}$.

Legea vibrațiilor forțate în acest caz este

$$\xi_f = E_0 + E_1 \sin \omega t + E_2 \cos \omega t + E_3 \sin 2\omega t + E_4 \cos 2\omega t, \tag{3.134}$$

în care mărimile E_0, E_1, E_2, E_3, E_4 determinate cu aceeași metodă a coeficienților nedeterminați au valorile:

$$\begin{aligned}
E_0 &= \frac{A_0' + \varepsilon_1 A_0''}{p^2}; & E_1 &= \frac{1}{p^2} \frac{A_1 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 \right] + \varepsilon_1 \left(\frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right) A_2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right)^2}; \\
E_2 &= \frac{1}{p^2} \frac{-\left(\frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right) A_1 + \varepsilon_1 \left[1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 \right] A_2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{p} \right)^2 \right]^2 + \left(\frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right)^2}; & E_3 &= \frac{\varepsilon_1}{p^2} \frac{2 \left(\frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right) A_3}{\left[1 - \left(\frac{2\omega}{p} \right)^2 \right]^2 + \left(2 \frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right)^2}; \\
E_4 &= \frac{\varepsilon_1}{p^2} \frac{\left[1 - \left(\frac{2\omega}{p} \right)^2 \right] A_3}{\left[1 - \left(\frac{2\omega}{p} \right)^2 \right]^2 + \left(2 \frac{c}{c_{cr}} \frac{\omega}{p} \right)^2};
\end{aligned} \quad (3.135)$$

unde $c_{cr} = 2mp$, reprezintă coeficientul critic de amortizare.

Dacă se consideră și vibrațiile proprii ale amestecului de semințe, mișcarea acestuia este decrisă de funcția

$$\xi(t) = \exp(-nt)(C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t) + E_0 + E_1 \sin \omega t + E_2 \cos \omega t + E_3 \sin 2\omega t + E_4 \cos 2\omega t, \quad (3.136)$$

unde cele două constante de integrare C_1 și C_2 , pentru condiții inițiale nule sunt date de expresiile:

$$C_1 = -(E_0 + E_2 + E_4); \quad C_2 = \frac{n}{p_1}(E_0 + E_2 + E_4) - \frac{\omega}{p_1}(E_1 + 2E_3). \quad (3.137)$$

iar pseudopulsăția $p_1 = \sqrt{p^2 - n^2}$.

Și pentru acest model dinamic considerat, se obțin aceleași valori ale lui ω de rezonanță corespunzătoare lui $\frac{p}{2}$ respectiv p ca și-n celelalte situații analizate.

3.4. Studiul mișcării relative cu desprinderi de pe sită

Dacă condiția (2.14) nu este satisfăcută, la un moment dat, particula materială aflată pe sită în stare de repaus relativ sau de alunecare într-un sens, părăsește legătura deplasându-se liber. Momentul t_3 , la care are loc desprinderea se obține din egalitatea (2.14).

Astfel, dacă excitația sitei este simplu armonică, dată de (2.54), desprinderea are loc la timpul

$$t_3 = \frac{1}{\omega} \arcsin \left(\frac{g \cos \alpha}{r \omega^2 \sin \beta} \right), \quad (3.138)$$

respectiv la unghiul de poziție al manivelei

$$\theta_3 = \arcsin \left(\frac{g \cos \alpha}{r \omega^2 \sin \beta} \right). \quad (3.139)$$

Pentru acest caz particular, mișcarea liberă a materialului aflat pe sită se studiază cu ecuațiile diferențiale:

$$\ddot{\xi} = -g \sin \alpha + r \omega^2 \cos \beta \sin \theta, \quad (3.140)$$

$$\ddot{\eta} = -g \cos \alpha + r \omega^2 \sin \beta \sin \theta, \quad (3.141)$$

obținute din (2.11), respectiv (2.12) dacă se anulează N și F_f .

Pentru studiul mișcării se folosește atât sistemul mobil $O\xi\eta$, legat de sita aflată în mișcare de translație cât și sistemul fix O_1xy (fig.3.9).

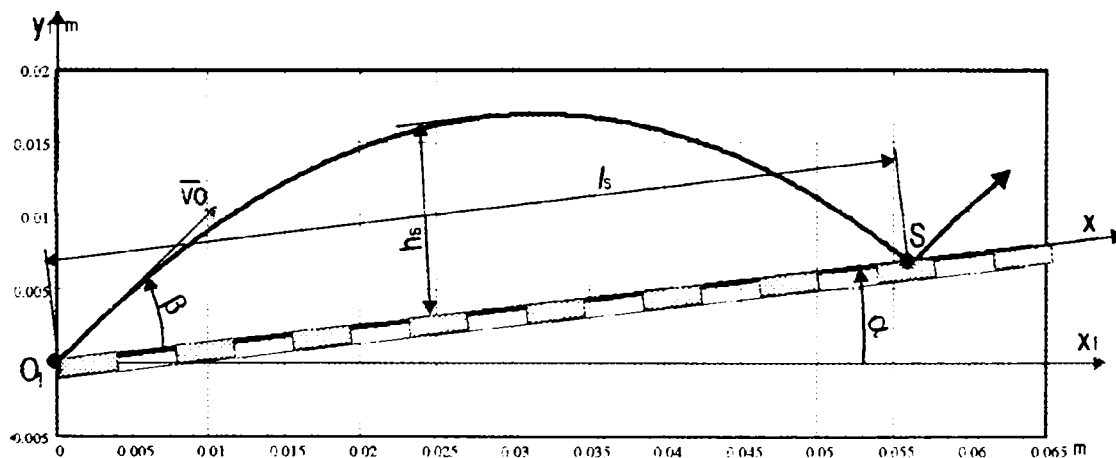


Fig. 3.9 Studiul mișcărilor cu salturi

Se va analiza mai întâi mișcarea transversală, deci pe direcția $O\eta$, care determină caracterul mișcării.

Componenta vitezei relative după această direcție se obține din (3.141) prin integrare, fiind

$$V_{\eta} = \dot{\eta} = \int_{t_3} \ddot{\eta} dt = -\frac{g}{\omega}(\theta - \theta_3) \cos \alpha - r\omega(\cos \theta - \cos \theta_3) \sin \beta, \quad (3.142)$$

iar viteza absolută pe direcția O_1y este

$$V_y = \dot{\eta} + \dot{u} \sin \beta = -\frac{g}{\omega}(\theta - \theta_3) \cos \alpha + r\omega \sin \beta \cos \theta_3. \quad (3.143)$$

Deplasarea pe direcția $O\eta$ se obține din (3.142) printr-o nouă integrare și este

$$\eta = -\frac{g}{2\omega^2}(\theta - \theta_3)^2 \cos \alpha - r \sin \beta (\sin \theta - \sin \theta_3) + r(\theta - \theta_3) \sin \beta \cos \theta_3. \quad (3.144)$$

Particula revine pe sită, la momentul t_3' corespunzător unghiului θ_3' când $\eta = 0$.

Această condiție impusă relației (3.144) determină ecuația

$$\frac{g}{2\omega^2}(\theta_3' - \theta_3)^2 \cos \alpha = r \sin \beta (\theta_3' - \theta_3) \cos \theta_3 - r \sin \beta (\sin \theta_3' - \sin \theta_3), \quad (3.145)$$

care, dacă se ține seama de (3.139) devine

$$\frac{(\theta_3' - \theta_3)^2}{2} \sin \theta_3 = (\theta_3' - \theta_3) \cos \theta_3 + \sin \theta_3 - \sin \theta_3'. \quad (3.146)$$

Această ecuație transcendentă permite determinarea mărimilor θ_3' respectiv t_3' , dacă se cunosc parametri sitei vibrante adică α, β, r și ω .

Astfel, pentru valori date acestor parametrii, cu relația (2.139) se calculează unghiul θ_3 , corespunzător începutului saltului, respectiv timpul t_3 . În continuare cu valoarea lui θ_3 găsită, din (3.146) rezultă θ_3' ce corespunde încheierii saltului și apoi timpul t_3' .

Problema poate fi soluționată și pe cale grafică dacă se notează $\delta = \theta_3' - \theta_3$ iar ecuația (3.146) se aduce, prin calcule simple la forma

$$\theta_3 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\delta - \sin \delta}{0,5\delta^2 + \cos \delta - 1} \right) \quad (3.147)$$

Graficul funcției $\theta_3 = \theta_3(\delta)$ (fig.3.10) permite determinarea mărimilor θ_3' și respectiv t_3' .

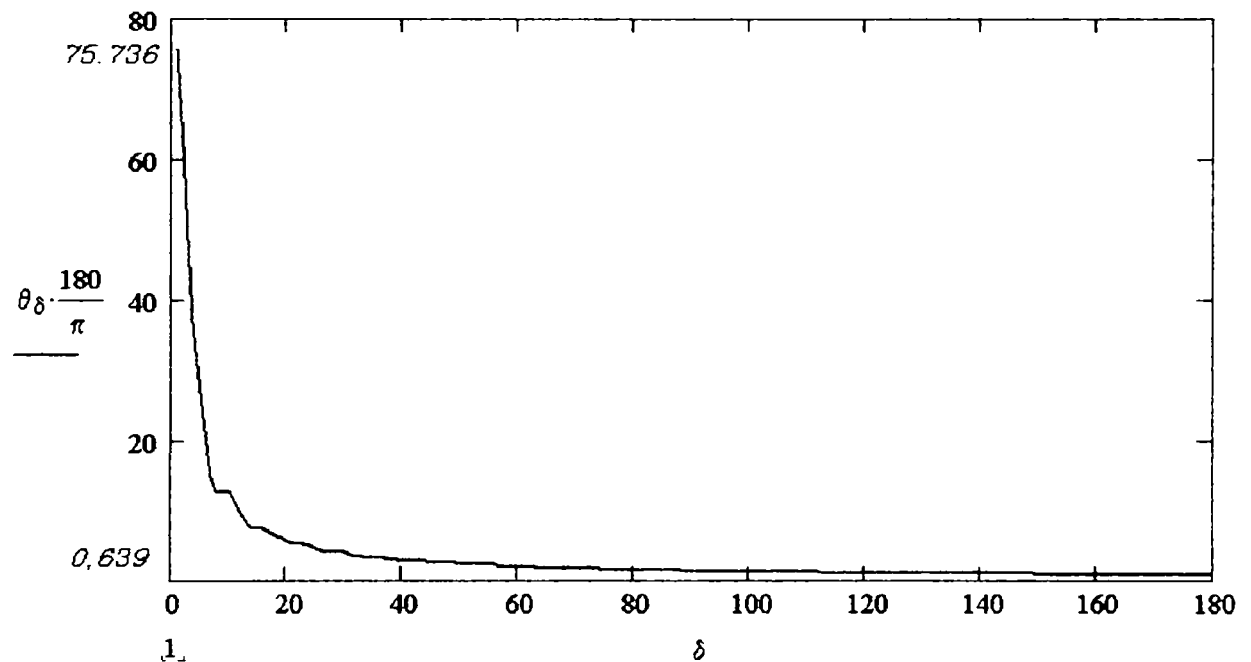


Fig. 3.10 Determinarea unghiului de salt

Componenta vitezei relative pe direcția sitei, pentru faza de zbor se obține din (3.140) și este

$$V_\xi = \dot{\xi} = -\frac{g}{\omega} \theta \sin \alpha - r\omega \cos \beta \cos \theta + C. \quad (3.148)$$

Constanta de integrare C se obține, punând în relația (3.148) $\theta = \theta_3$, când $\dot{\xi}$ are și valoarea dată de (3.33) de asemenea pentru $\theta = \theta_3$, adică

$$\dot{\xi}(t_3) = -\frac{g}{\omega} \theta_3 \sin \alpha - r\omega \cos \beta \cos \theta_3 + C = r\omega \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} [\cos \theta_1 - \cos \theta_3 + (\theta_1 - \theta_3) \sin \theta_1]. \quad (3.149)$$

de unde rezultă

$$C = r\omega \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} [\cos \theta_1 - \cos \theta_3 + (\theta_1 - \theta_3) \sin \theta_1] + r\omega \cos \beta \cos \theta_3 + \frac{g}{\omega} \theta_3 \sin \alpha. \quad (3.150)$$

Cu aceasta, componenta vitezei relative devine

$$v_{\xi} = \dot{\xi}(t) = \frac{g}{\omega} (\theta_3 - \theta) \sin \alpha + r\omega \cos \beta (\cos \theta_3 - \cos \theta) + r\omega \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} [\cos \theta_1 - \cos \theta_3 + (\theta_1 - \theta_3) \sin \theta_1], \quad (3.151)$$

iar viteza absolută are componenta pe direcția O_1x de mărime

$$v_x = \dot{\xi} + \dot{u} \cos \beta = \frac{g}{\omega} (\theta_3 - \theta) \sin \alpha + r\omega \left[\frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} + \cos \theta_1 + \cos \theta_1 (\cos \beta - 1) + (\theta_1 - \theta_3) \sin \theta_1 \right] \quad (3.152)$$

La momentul t_3' , corespunzător unghiului θ_3' , particula vine din nou în contact cu sita, printr-o ciocnire oblică.

Pentru determinarea vitezei relative a particulei după ciocnire, care constituie condițiile inițiale pentru următoarea fază a mișcării, se aplică legile ciocnirii mecanice [47],[149].

Componenta normală v_{η} , a vitezei relative se modifică după relația

$$v_{\eta}' = -Rv_{\eta}, \quad (3.153)$$

unde coeficientul de restituire la ciocnire R , se consideră cunoscut.

Luând pentru v_{η} valoarea dată de (3.142), în care se înlocuiește θ cu θ_3' se obține componenta normală a vitezei după ciocnire, deci la momentul t_3' , ciocnirea fiind considerată instantanee, care este

$$v_{\eta}' = \dot{\eta}' = R \left[\frac{g}{R} (\theta_3' - \theta_3) \cos \alpha + r\omega (\cos \theta_3' - \cos \theta_3) \sin \beta \right]. \quad (3.154)$$

În legătură cu acest studiu se impun următoarele precizări:

- a) ciocnirea dintre particule și sită nu modifică viteza sitei, dată fiind diferența dintre masele celor două corpuri;

b) după direcția normală ciocnirea este aproape plastică ($R \cong 0$) deoarece după ciocnire particula intră în masa de material transportat.

Cu mărimile v_η și v'_η cunoscute, se poate calcula percuția normală P_n cu relația

$$P_n = m(v'_\eta - v_\eta) = m \left[\frac{g}{\omega} (\theta'_3 - \theta_3) \cos \alpha + r \omega (\cos \theta'_3 - \cos \theta_3) \sin \beta \right] (1 + R). \quad (3.155)$$

Pentru determinarea componentei vitezei relative după ciocnire pe direcția $O\xi$ se admite relația $P_t = \mu P_n$ [149], asemănătoare relației dintre forța de frecare și reacțiunea normală, iar componenta v_ξ este dată de (3.151) în care se înlocuiește θ cu θ'_3 .

Din relația

$$m(v'_\xi - v_\xi) = -\mu P_n, \quad (3.156)$$

pentru $R=0$, se obține

$$v'_\xi = \xi' = \frac{g}{\omega} (\theta_3 - \theta'_3) \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} + r \omega \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} [\cos \theta_1 - \cos \theta'_3 + (\theta_1 - \theta_3) \sin \theta_1]. \quad (3.157)$$

Dacă la începutul saltului particula se găsea în stare de repaus față de sită, componentele tangențiale ale vitezei înainte de ciocnire v_ξ și după ciocnire v'_ξ sunt date de relațiile:

$$v_\xi = \xi(t'_3) = \frac{g}{\omega} (\theta_3 - \theta'_3) \sin \alpha + r \omega \cos \beta (\cos \theta_3 - \cos \theta'_3), \quad (3.158)$$

și respectiv

$$v'_\xi = \xi'(t'_3) = \frac{g}{\omega} (\theta_3 - \theta'_3) \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\cos \varphi} + r \omega \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} (\cos \theta_1 - \cos \theta'_3) \quad (3.159)$$

Spațiul parcurs de o particulă pe sită, în faza mișcării libere este

$$\begin{aligned} \xi_3 = \int_{t_3}^{t'_3} \dot{\xi} dt = & -\frac{g}{2\omega^2} (\theta'_3 - \theta_3)^2 \sin \alpha + r [(\theta'_3 - \theta_3) \cos \theta_3 + \sin \theta_3 - \sin \theta'_3] + \\ & + r \frac{\cos(\beta - \varphi)}{\cos \varphi} [\cos \theta_1 - \cos \theta_3 + (\theta_1 - \theta_3) \sin \theta_1] (\theta'_3 - \theta_3), \end{aligned} \quad (3.160)$$

dacă faza zborului începe în timpul alunecării înainte și respectiv

$$\xi_3 = -\frac{g}{2\omega^2} (\theta_3' - \theta_3)^2 \sin \alpha + r \left[(\theta_3' - \theta_3) \cos \theta_3 + \sin \theta_3 - \sin \theta_3' \right]. \quad (3.161)$$

dacă desprinderea are loc când particula era în repaus relativ față de sită și (3.161) se obține din (3.160) luând $\theta_1 = \theta_3$.

Dacă în timpul unei perioade $T = \frac{2\pi}{\omega}$ particula se deplasează numai prin salturi, viteza

medie de deplasare este

$$v_m = \frac{\xi_3}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \xi_3, \quad (3.162)$$

iar dacă într-o perioadă există alunecare în ambele sensuri pe sită, repaus relativ și deplasare prin salturi viteza medie de deplasare este

$$v_m = \frac{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3}{2\pi} \omega, \quad (3.163)$$

unde ξ_1 și ξ_3 sunt date de relațiile (3.37).

Mișcarea unei particule din amestec, față de reperul fix O_1xy (fig.3.9) deci mișcarea absolută, se studiază considerând ecuațiile [45],[48]:

$$\ddot{x} = -g \sin \alpha \quad (3.164)$$

$$\ddot{y} = -g \cos \alpha \quad (3.165)$$

obținute din (3.140) și (3.141) anulând termenii corespunzători forței inertiiale de transport.

Prin integrarea acestor ecuații, cu condițiile inițiale

$$\begin{aligned} x(t_0) = 0; \quad \dot{x}(t_0) = v_0 \cos \beta; \quad v_0 = r\omega; \quad t_0 = 0, \\ y(t_0) = 0; \quad \dot{y}(t_0) = v_0 \sin \beta; \quad t_0 = t_3, \end{aligned} \quad (3.166)$$

se obține legea de mișcare

$$x(t) = v_0 t \cos \beta - g \frac{t^2}{2} \sin \alpha; \quad (3.167)$$

$$y(t) = v_0 t \sin \beta - g \frac{t^2}{2} \cos \alpha. \quad (3.168)$$

Componentele vitezei absolute se obțin din (3.167) și (3.168), prin derivare în raport cu timpul, și sunt identice cu cele date de relațiile (3.152) și (3.143).

Cum în această mișcare intervine doar forța de greutate, este mai convenabil să se considere sistemul $O_1x_1y_1$ față de care legea de mișcare se determină cu relația

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (3.169)$$

din care rezultă:

$$x_1(t) = v_0 t \cos(\alpha + \beta); \quad (3.170)$$

$$y_1(t) = v_0 t \sin(\alpha + \beta) - g \frac{t^2}{2}. \quad (3.171)$$

Condițiile inițiale (3.166) care determină legile mișcării (3.170) și (3.171) corespund cazului în care particula la începutul saltului se găsea în stare de repaus relativ față de sită.

În aceste condiții traiectoria mișcării absolute, obținută din ultimele două relații este parabola

$$y_1 = x_1 \operatorname{tg}(\alpha + \beta) - g \frac{x_1^2}{2v_0^2 \cos^2(\alpha + \beta)}, \quad (3.172)$$

care depinde atât de poziția sitei (unghiul α) cât și de forma excitației (unghiul β și mărimile r și ω).

Forma traiectoriei influențează în mod direct atât productivitatea sitei cât și eficiența procesului de separare ca și capacitatea de autocurățire a ochiurilor sitei, de particulele de material blocate în interiorul acestora.

Intersecția parabolei (3.172) cu dreapta de ecuație

$$y_1 = x_1 \operatorname{tg} \alpha \quad (3.173)$$

care coincide cu poziția sitei în cazul în care unghiul de zbor este $\theta_3' - \theta_3 = k2\pi, k \in N$ (adică timpul de zbor este un multiplu al perioadei T) determină lungimea saltului

$$\ell_S = OS = 2 \frac{v_0^2}{g} \frac{\sin \beta}{\cos \alpha} \cos(\alpha + \beta). \quad (3.174)$$

Se constată că lungimea saltului crește odată cu creșterea amplitudinii și frecvenței vibrațiilor sitei, lucru ce duce la creșterea productivității sitei și a condițiilor de autocurățire, însă influențează în mod negativ procesul de separare, prin diminuarea numărului de contacte ale particulei cu sita.

Înălțimea saltului h_S este dat de relația

$$y_{\max} = h_S = \left(y_{1 \max} - \frac{1}{2} x_{1 \max} \tan \alpha \right) \cos \alpha = \frac{v_0^2}{2g} \sin \beta \sin(\alpha + \beta). \quad (3.175)$$

Pentru sita dispusă orizontal ($\alpha = 0$), pentru cei doi parametri ai traiectoriei se obțin valorile

$$\ell_S = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\beta; \quad h_S = \frac{v_0^2}{g} \sin^2 \beta. \quad (3.176)$$

Experimental s-a stabilit că ochiurile sitei nu se blochează cu semințe dacă este îndeplinită condiția [92].

$$h_S > 0,4 \ell_S. \quad (3.177)$$

Mișcarea liberă, pentru unele particule din amestec, poate apărea chiar dacă nu este satisfăcută condiția (2.14) atunci când în casa sitelor este suflat un curent de aer care poate da naștere la fenomene de plutire.

Pentru studiul mișcării libere, în acest caz, poate fi conceput un model dinamic considerând forța aerodinamică dată de relația (3.48), ceea ce determină ca ecuațiile de mișcare să se scrie sub forma:

$$\ddot{\xi} = -g \sin \alpha + \frac{1}{m} \left[C_\xi (w \cos \beta - \dot{\xi}) + C_u (w - \dot{u})^2 \cos \beta \right] \quad (3.178)$$

$$\ddot{\eta} = -g \cos \alpha + \frac{1}{m} C_u (w - \dot{u})^2 \sin \beta. \quad (3.179)$$

Considerând excitația sitei dată de (2.54), cele două ecuații diferențiale devin:

$$\ddot{\xi} + n\dot{\xi} = A_0 - A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t, \quad (3.180)$$

$$\ddot{\eta} = B_0 - B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t, \quad (3.181)$$

unde s-au făcut notațiile:

$$\begin{aligned} \frac{C_\xi}{m} = n, \quad \frac{1}{m} \left(C_\xi w + C_u \frac{2w^2 + r^2 \omega^2}{2} \right) \cos \beta - g \sin \alpha &= A_0; \\ 2 \frac{C_u}{m} w r \omega \cos \beta &= A_1; \quad \frac{C_u}{2m} r^2 \omega^2 \cos \beta = A_2; \\ \frac{C_u}{2m} (2w^2 + r^2 \omega^2) \sin \beta - g \cos \alpha &= B_0; \quad \frac{C_u}{2m} w r \omega \sin \beta = B_1; \\ \frac{C_u}{2m} r^2 \omega^2 \sin \beta &= B_2. \end{aligned} \quad (3.182)$$

Soluțiile generale ale ecuațiilor diferențiale (3.180) și (3.181) sunt de forma.

$$\begin{aligned} \xi(t) = D_1 + D_2 \exp(-nt) + \frac{A_0}{n} t - \frac{A_1}{\omega^2 + n^2} \cos \omega t + \frac{nA_1}{\omega(\omega^2 + n^2)} \sin \omega t - \\ - \frac{A_2}{4\omega^2 + n^2} \cos 2\omega t + \frac{nA_2}{2\omega(4\omega^2 + n^2)} \sin 2\omega t; \end{aligned} \quad (3.182)$$

$$\eta(t) = E_1 + E_2 t + B_0 \frac{t^2}{2} + \frac{B_1}{\omega^2} \cos \omega t - \frac{B_2}{4\omega^2} \cos 2\omega t. \quad (3.183)$$

Cele patru constante de integrare D_1, D_2, E_1 și E_2 pentru condițiile inițiale

$$\begin{aligned} \xi(0) = 0; \quad \dot{\xi}(0) = r\omega \cos \beta; \\ \eta(0) = 0; \quad \dot{\eta}(0) = r\omega \sin \beta; \end{aligned} \quad (3.184)$$

au valorile

$$\begin{aligned} D_1 = \frac{v_0}{n} \cos \beta - \frac{A_0}{n^2}; \quad D_2 = \frac{A_0}{n^2} + \frac{A_1}{\omega^2 + n^2} + \frac{A_2}{4\omega^2 + n^2} - \frac{v_0}{n} \cos \beta; \\ E_1 = \frac{B_2 - 4B_1}{4\omega^2}; \quad E_2 = v_0 \sin \beta. \end{aligned} \quad (3.185)$$

Așa cum se constată din relațiile (3.183) și (3.184) mișcarea nu mai este stabilă deși conține și termeni armonici. În procesul de lucru al sitelor plane vibratoare curentul de aer, așa cum s-a precizat, are rolul de stratificare a vrafului în vederea separării după dimensiuni a acestuia și de a îndepărta fracțiunile ușoare.

3.5. Concluzii și contribuții originale

Mișcarea relativă a amestecului (vrafului) aflat pe sitele vibratoare în scopul separării a suscitat un interes constant din partea multor cercetători atât din țara noastră cât și din alte țări, fără a fi însă clarificate toate aspectele legate de această problemă.

Dificultatea problemei constă în aceea că în proces intervin mulți factori de care trebuie să se țină seama într-o măsură mai mare sau mai mică.

Din acest motiv au fost imaginate modele dinamice simplificate cu ajutorul cărora, aplicând legile mecanicii clasice, au fost clarificate o serie de aspecte privind dinamica acestor instalații, rezultatele obținute fiind utilizate în proiectarea și exploatarea sistemelor de curățire, în scopul optimizării procesului.

Pe această linie se înscrie și lucrarea prezentă care propune noi metode de studiu și aduce unele îmbunătățiri pentru cele deja cunoscute.

Astfel, s-a considerat ansamblul sită-vraf ca un sistem vibrant pentru care s-a definit atât pulsația proprie cât și constanta elastică echivalentă corelate prin relația (3.3). Introducerea acestor mărimi prezintă avantaje și din punct de vedere al abordării matematice a unor probleme, precum mișcarea semințelor pe sita vibratoare ținând seama de forța aerodinamică care conduce la ecuații diferențiale neliniare greu abordabile în general cu metodele cunoscute. Din acest motiv considerarea acestei forțe în studiul mișcării relative a materialului de pe sită, a fost doar sporadică fără însă a fi determinată legea de mișcare din motivele amintite mai sus. În prezenta lucrare se propune, pentru prima dată, o metodă modernă, foarte puțin cunoscută și anume metoda perturbatoare modificată a homotopiei cu care s-a determinat legea de mișcare a unei particule din amestec, considerând forța aerodinamică în cazul cel mai general. Aceeași metodă s-a aplicat și în studiul stabilității soluției găsite.

De subliniat, că ecuația studiată conține un termen corespunzător forței elastice echivalente care permite aplicarea metodei perturbatoare modificată a homotopiei. Faptul că prin particularizarea soluției, obținută prin această metodă, se regăsesc rezultatele obținute atât de autor cât și de alți cercetători, considerând forța aerodinamică în unele cazuri particulare, conferă metodei un mare grad de generalitate.

Pentru prima dată s-a conceput un model dinamic în care se ține seama de interacțiunea dintre sursa motoare (motorul de acționare) și mașina de lucru (sita vibratoare) iar pentru amestecul supus sortării, considerat ca un corp compact, s-au stabilit ecuațiile de mișcare care determină mișcarea centrului său de masă. Pentru același model se analizează regimurile staționare de lucru considerând pe lângă cuplul motor și un cuplu rezistent redus la axul motorului.

Studiul mișcării de alunecare, pentru materialul de pe sită, se face în două ipostaze diferite și anume fără a considera forța aerodinamică și în prezența acesteia. În primul caz se determină ecuația fundamentală (3.27) cu care se studiază mișcarea de alunecare în ambele sensuri pe sită, considerând mișcarea sitei dată de o funcție periodică de timp oarecare și apoi particularizând pentru acționarea simplă armonică.

Pentru acest caz particular s-au determinat valorile deplasărilor relative și ale vitezei medii de deplasare în intervalul unei perioade, cu ajutorul funcțiilor exprimate prin relațiile (3.34) și (3.38).

Pentru studiul dinamicii procesului de separare în prezența curenților de aer, se propun mai multe expresii ale forței aerodinamice, unele neântâlnite în literatură, ținând seama de toți parametrii care determină valoarea acestei forțe. Se stabilește astfel expresia acestei forțe în cazul cel mai general, dată de relația (3.56) cu ajutorul căreia se scrie ecuația diferențială nelineară de mișcare. Pentru această ecuație nelineară, având coeficienți variabili se determină o soluție periodică căreia i se studiază apoi stabilitatea luând în considerare primele două aproximări.

În ultima parte a acestui capitol se studiază mișcarea cu salturi de pe sită, considerând revenirea materialului pe sită ca un fenomen de ciocnire oblică naturală și acest lucru constituind o premieră. Și pentru această mișcare se consideră două situații diferite și anume ținând seama de forța aerodinamică sau fără considerarea acesteia, unele rezultate găsite având caracter de noutate.

CAPITOLUL IV

CERCETĂRI EXPERIMENTALE PE MODELE REALE

Încercările experimentale au fost efectuate pe un stand realizat în laboratoarele catedrei de Transporturi și Logistică, folosind aparatura din dotarea laboratoarelor acestei catedre și a catedrei de Mecanică și Vibrații, ambele de la Universitatea "Politehnica" Timișoara.

Standul conține sistemul de curățire al combinei de recoltat cereale C-12 format din casa sitelor, ventilator și mecanismul de antrenare.

4.1. Studiul mișcărilor vibratorii ale unei site plane

De regulă acționarea sitelor plane se face cu un mecanism cu excentric, de tipul celui din fig.4.1, care imprimă sitei CD mișcări vibratorii.

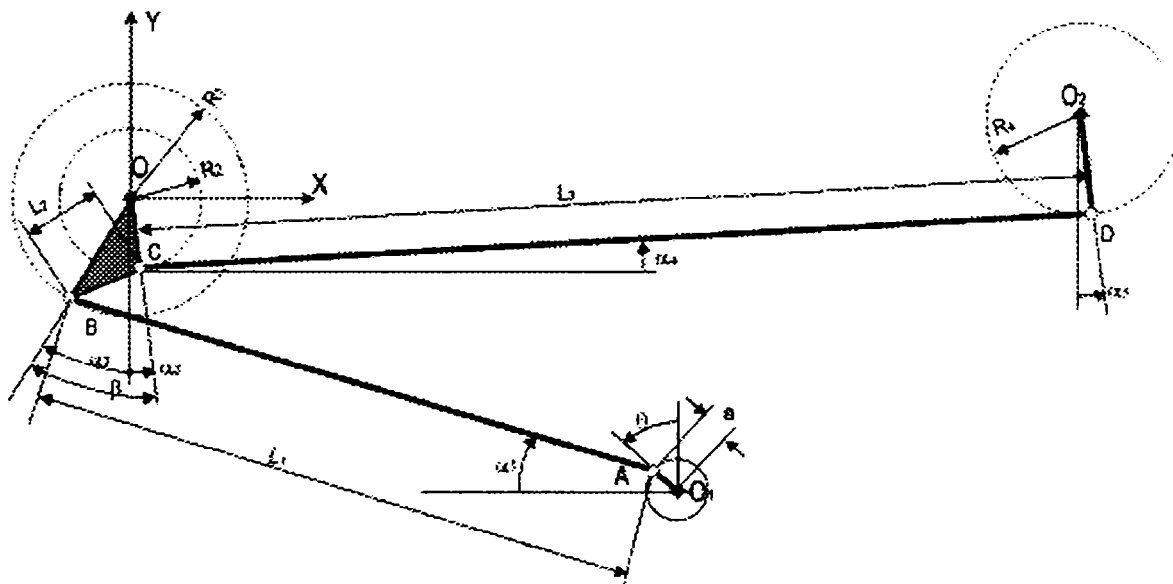


Fig.4.1 Mecanismul de acționare al sitei

Mișcările pe care le execută sita depind atât de turația n , a executricului, presupusă constantă cât și de dimensiunile elementelor mecanismului de acționare.

4.1.1. Legi de mișcare

Dacă se impune legea de mișcare a elementului motor $O_1A = e$, de forma:

$$\theta(t) = \omega t, \quad \omega = \frac{\pi n}{30} = ct, \quad (4.1)$$

din studiul geometric al mecanismului patrulater O_1ABO , se pot determina legile de variație ale unghiurilor α_1, α_2 și α_3 . Cele trei unghiuri determină mișcarea plană a barei AB, respectiv mișcările de rotație ale elementelor OB și OC dând poziția acestora față de o direcție fixă (orizontală sau verticală) la un moment dat.

Astfel, față de sistemul de coordonate Oxy poziția punctului O_1 se determină cu relațiile:

$$x_1 = e \sin \theta + L_1 \cos \alpha_1 - R_1 \sin \alpha_2; \quad (4.2)$$

$$y_1 = -(e \cos \theta + L_1 \sin \alpha_1 + R_1 \cos \alpha_2), \quad (4.3)$$

din care prin eliminarea necunoscutei α_2 , rezultă ecuația transcendentă

$$\sqrt{(e \sin \theta + L_1 \cos \alpha_1 - x_1)^2 + (e \cos \theta + L_1 \sin \alpha_1 + y_1)^2} - R_1 = 0. \quad (4.4)$$

Rezolvarea pe cale numerică a acestei ecuații, pentru diferite valori $\theta_i (i = 1, 2, 3, \dots, 360^\circ)$ determină un șir de valori $\alpha_{1,i}$ după care din relația (4.2) se obține șirul

$$\alpha_{2,i} = \arcsin \left(\frac{e \sin \theta + L_1 \cos \alpha_1 - x_1}{R_1} \right). \quad (4.5)$$

în condițiile $\left| \frac{e}{R_1} \sin \theta + \frac{L_1}{R_1} \cos \alpha - \frac{x_1}{R_1} \right| \leq 1$.

În continuare se calculează șirul de valori $\alpha_{3,i}$ cu relația

$$\alpha_{3,i} = \beta - \alpha_{2,i}, \quad (4.6)$$

unde

$$\beta = \arccos \left(\frac{R_1^2 + R_2^2 - L_2^2}{2R_1R_2} \right), \quad (4.7)$$

pentru $\left| \frac{R_1^2 + R_2^2 - L_2^2}{2R_1R_2} \right| \leq 1$.

Pentru studiul mișcării sitei CD , se consideră mecanismul patrulater $OCDO_2$, pentru care au loc relațiile:

$$x_2 = R_2 \sin \alpha_3 + L_3 \cos \alpha_4 - R_4 \sin \alpha_5; \quad (4.8)$$

$$y_2 = -R_2 \cos \alpha_3 + L_3 \sin \alpha_4 + R_4 \cos \alpha_5, \quad (4.9)$$

din care, dacă se elimină necunoscuta α_5 , se obține ecuația:

$$\sqrt{(x_2 - R_2 \sin \alpha_3 - L_3 \cos \alpha_4)^2 + (y_2 + R_2 \cos \alpha_3 - L_3 \sin \alpha_4)^2} - R_4 = 0. \quad (4.10)$$

Din (4.10) se determină șirul de valori $\alpha_{4,i}$ și în continuare din (4.8) se obține și ultima necunoscută $\alpha_{5,i}$ dată de relația:

$$\alpha_{5,i} = \arcsin \left(\frac{R_2 \sin \alpha_{3,i} + L_3 \cos \alpha_{4,i} - x_2}{R_4} \right), \quad (4.11)$$

în condițiile $\left| \frac{R_2}{R_4} \sin \alpha_3 + \frac{L_3}{R_4} \cos \alpha_4 - \frac{x_2}{R_4} \right| \leq 1$.

Cu șirurile de valori găsite $\alpha_{3,i}$ și $\alpha_{5,i}$ se exprimă legile de mișcare ale punctelor C și D față de reperul O , astfel

$$x_{C,i} = R_2 \sin \alpha_{3,i}; y_{C,i} = R_2 \cos \alpha_{3,i}, \quad (4.12)$$

și respectiv față de reperul O_2

$$x_{D,i} = R_4 \sin \alpha_{5,i}; y_{D,i} = R_4 \cos \alpha_{5,i}. \quad (4.13)$$

Componentele celor două legi de mișcare, pe axele Ox și Oy , sunt prezentate în fig.4.2 pentru următoarele date ale mecanismului:

$$\begin{aligned} e = 35mm; & \quad L_1 = 733mm; & \quad L_2 = 80mm; & \quad R_1 = 140mm; \\ R_2 = 85mm; & \quad L_3 = 1135mm; & \quad R_4 = 115mm. & \end{aligned}$$

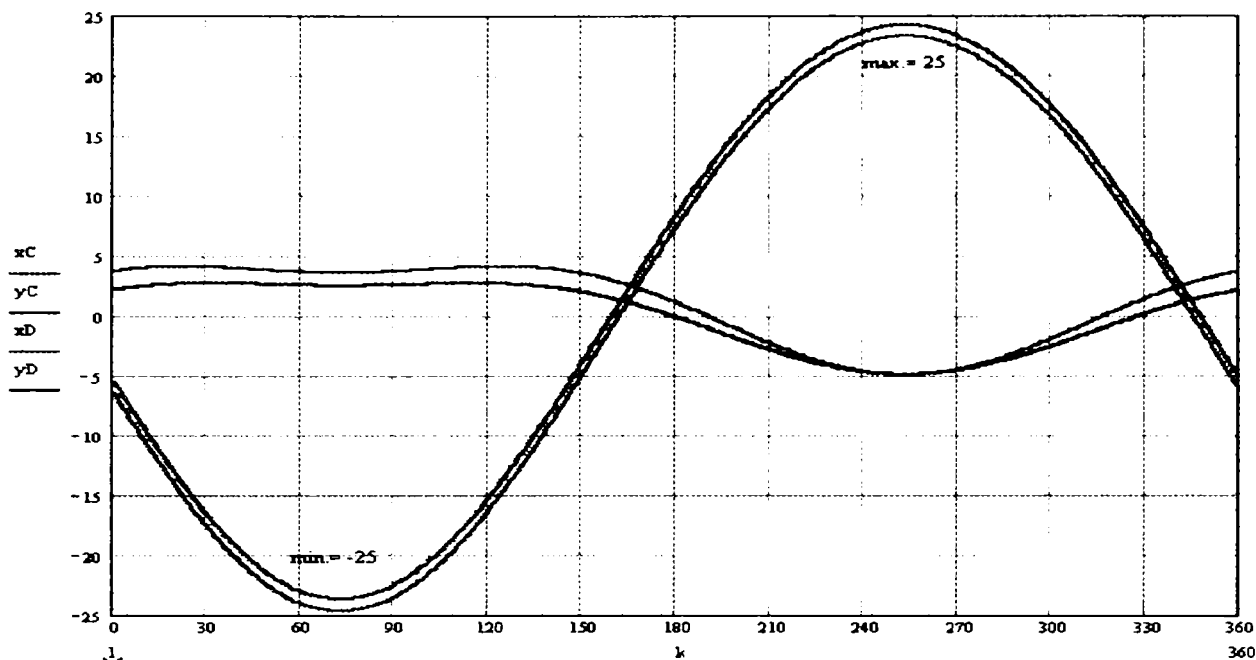


Fig.4.2 Diagramele de mișcare ale punctelor C și D [mm]

Din analiza mișcării celor două puncte extreme ale sitei se constată că acestea au mișcări aproape identice, ceea ce înseamnă că sita are mișcare plan-paralelă (plană) apropiată de o mișcare de translație. Acest fapt justifică într-o oarecare măsură modelele adoptate în studiul dinamicii sitelor plane de majoritatea cercetătorilor.

4.1.2. Determinarea vitezelor

Vitezele celor două punctelor C și D, aparținând sitei, se obțin din relațiile (14.12) și (4.13) prin derivarea acestora în raport cu timpul.

Rezultă:

$$v_{xC} = \dot{x}_C = R_2\omega_3 \cos\alpha_3; \quad v_{yC} = \dot{y}_C = R_2\omega_3 \sin\alpha_3, \quad (4.14)$$

și respectiv:

$$v_{xD} = \dot{x}_D = R_4\omega_5 \cos\alpha_5; \quad v_{yD} = \dot{y}_D = R_4\omega_5 \sin\alpha_5, \quad (4.15)$$

unde s-au făcut notațiile $\omega_j = \dot{\alpha}_j$ ($j=3,5$).

Determinarea tuturor vitezele unghiulare $\omega_j = \dot{\alpha}_j$ ($j = \overline{1,5}$) se face cu ajutorul relațiilor (4.2), (4.3) și (4.8), (4.9).

Astfel, din (4.2), (4.3) prin derivarea se obțin expresiile:

$$e\omega \cos\theta - L_1\omega_1 \sin\alpha_1 - R_1\omega_2 \cos\alpha_2 = 0; \quad (4.16)$$

$$e\omega \sin \theta - L_1\omega_1 \cos \alpha_1 + R_1\omega_2 \sin \alpha_2 = 0, \quad (4.17)$$

din care rezultă

$$\omega_1 = \omega \frac{e \sin(\alpha_2 + \theta)}{L_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad (4.18)$$

și respectiv

$$\omega_2 = \omega \frac{e \cos(\alpha_1 + \theta)}{R_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}, \quad (4.19)$$

iar în continuare din (4.6)

$$\omega_3 = -\omega_2 = -\omega \frac{e \cos(\alpha_1 + \theta)}{R_1 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}. \quad (4.20)$$

Asemănător, din (4.8) și (4.9) se obțin:

$$R_3\omega_3 \cos \alpha_3 - L_3\omega_4 \sin \alpha_4 - R_4\omega_5 \cos \alpha_5 = 0; \quad (4.21)$$

$$R_3\omega_3 \sin \alpha_3 + L_3\omega_4 \cos \alpha_4 - R_4\omega_5 \sin \alpha_5 = 0, \quad (4.22)$$

din care rezultă:

$$\omega_4 = \omega_3 \frac{R_2 \sin(\alpha_5 - \alpha_3)}{L_3 \cos(\alpha_4 - \alpha_5)} = \omega \frac{eR_2 \cos(\alpha_1 + \theta) \sin(\alpha_3 - \alpha_5)}{R_1 L_3 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos(\alpha_4 - \alpha_5)}, \quad (4.23)$$

și respectiv

$$\omega_5 = \omega_3 \frac{R_2 \cos(\alpha_3 - \alpha_4)}{R_4 \cos(\alpha_4 - \alpha_5)} = -\omega \frac{eR_2 \cos(\alpha_1 + \theta) \cos(\alpha_3 - \alpha_4)}{R_1 R_4 \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \cos(\alpha_4 - \alpha_5)}. \quad (4.24)$$

În continuare, cu relațiile (4.14) și (4.15) se calculează șirul de valori:

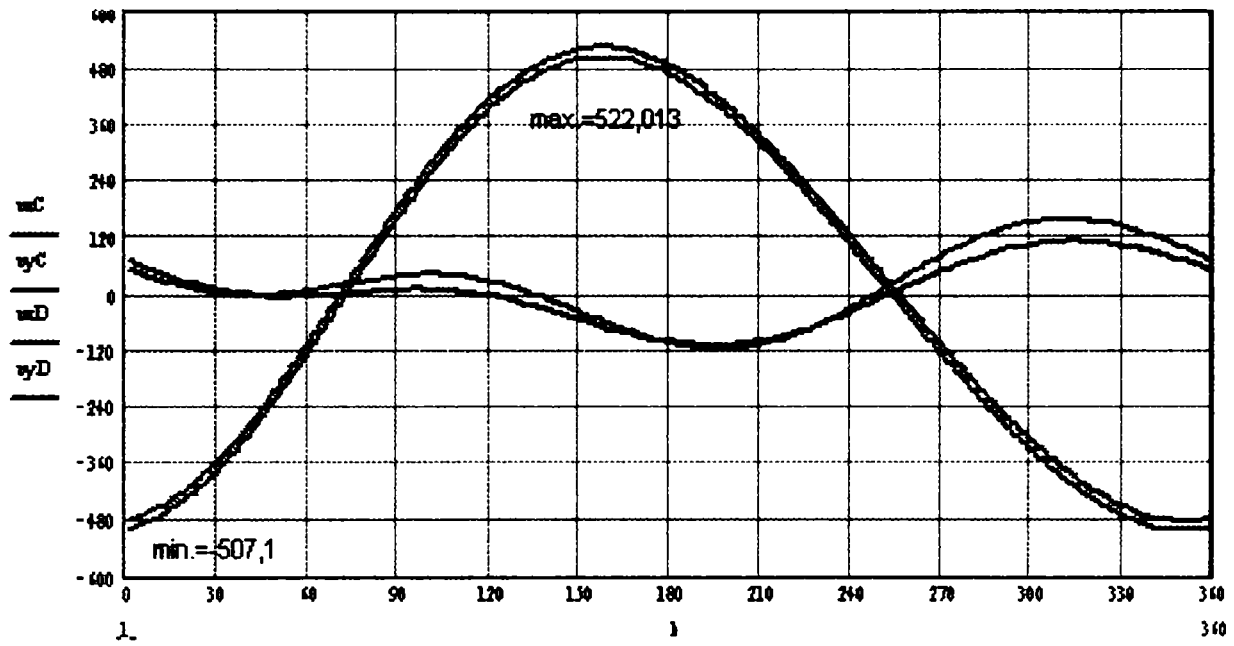
$$v_{xC,i} = \omega_{3,i} R_2 \cos \alpha_{3,i}; \quad v_{yC,i} = -\omega_{3,i} R_2 \sin \alpha_{3,i}, \quad (4.25)$$

și respectiv

$$v_{xD,i} = \omega_{5,i} R_4 \cos \alpha_{5,i}; \quad v_{yD,i} = -\omega_{5,i} R_4 \sin \alpha_{5,i}. \quad (4.26)$$

Reprezentarea grafică a componentelor vitezelor celor două puncte este dată în fig.4.3, pentru aceleași valori numerice ale dimensiunilor mecanismului și două turații diferite:

a) $n=200\text{rot/min}$



b) $n=300\text{rot/min}$

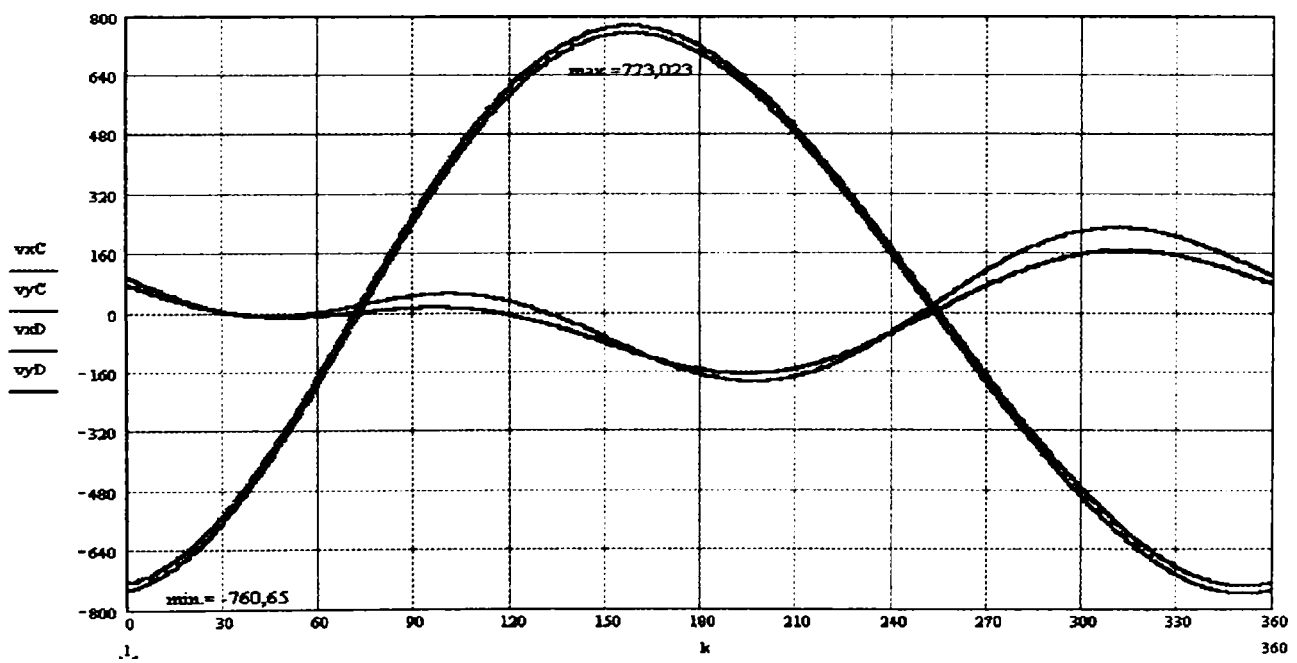


Fig.4.3 Componentele vitezelor punctelor C și D [mm/s]

4.1.3. Determinarea accelerațiilor

Componentele accelerațiilor punctelor C și D se obțin din relațiile (4.14) și (4.15) prin derivare și au expresiile:

$$\begin{aligned} a_{xc} &= \ddot{x}_c = R_2 (\varepsilon_3 \cos \alpha_3 - \omega_3^2 \sin \alpha_3); \\ a_{yc} &= \ddot{y}_c = -R_2 (\varepsilon_3 \sin \alpha_3 + \omega_3^2 \cos \alpha_3), \end{aligned} \quad (4.27)$$

și respectiv

$$\begin{aligned} a_{xD} &= \ddot{x}_D = R_4 (\varepsilon_5 \cos \alpha_5 - \omega_5^2 \sin \alpha_5); \\ a_{yD} &= \ddot{y}_D = -R_4 (\varepsilon_5 \sin \alpha_5 + \omega_5^2 \cos \alpha_5), \end{aligned} \quad (4.28)$$

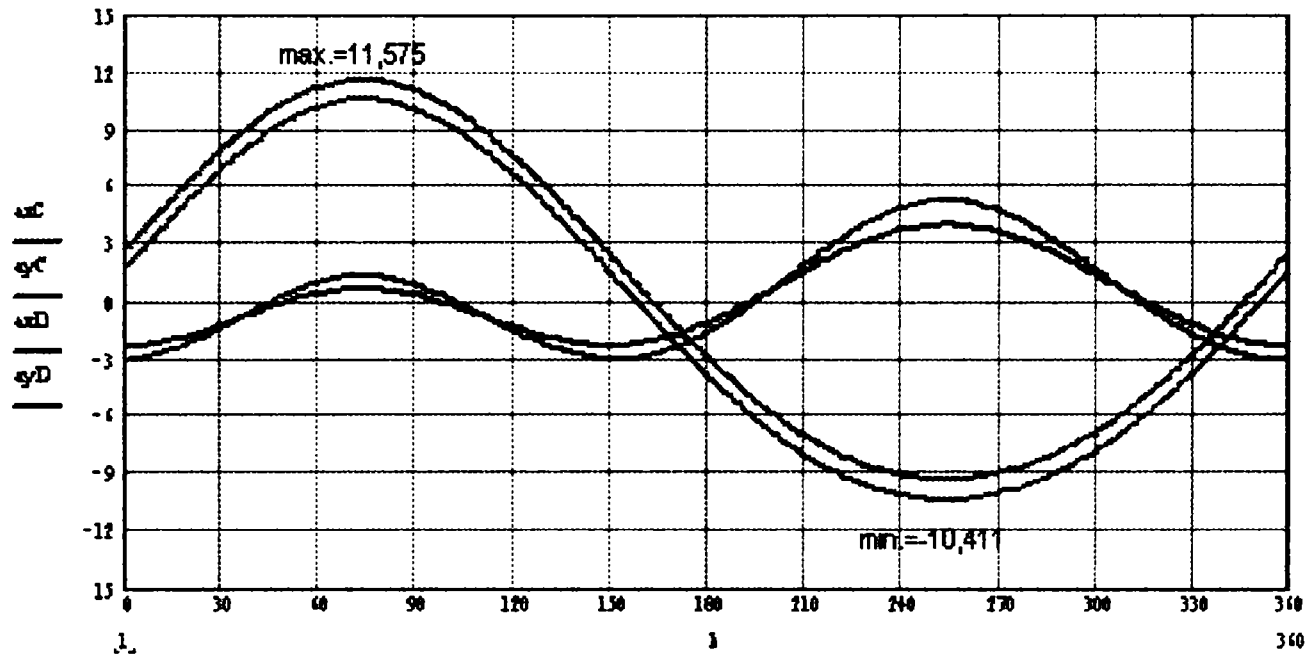
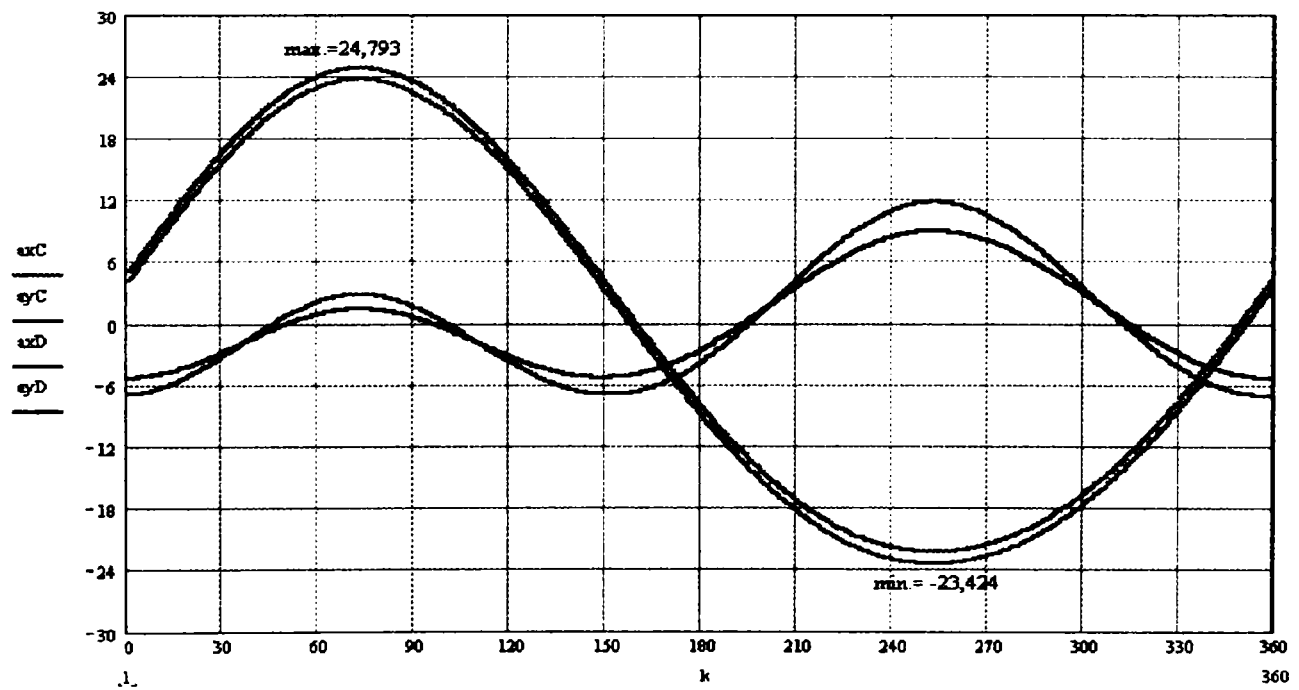
unde $\varepsilon_j = \dot{\omega}_j = \ddot{\alpha}_j$ ($j = 3, 5$).

La rândul lor, cele două accelerații unghiulare ε_3 și ε_5 se determină din relațiile (4.20) și (4.24), adică

$$\varepsilon_3 = \dot{\omega}_3 = \omega_3 (\omega_2 - \omega_1) \operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) + \omega (\omega + \omega_1) \frac{e \sin(\alpha_1 + \theta)}{R_1 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}, \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_5 = \dot{\omega}_5 = \omega_5 (\omega_5 - \omega_4) \operatorname{tg}(\alpha_5 - \alpha_4) + \varepsilon_3 \frac{R_2 \cos(\alpha_4 - \alpha_3)}{R_4 \cos(\alpha_5 - \alpha_4)} - \omega_3 (\omega_4 - \omega_3) \\ \frac{R_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_3)}{R_4 \cos(\alpha_5 - \alpha_4)}. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Legile de variație ale componentelor accelerațiilor punctelor C și D sunt reprezentate în fig. 4.4 pentru două turații diferite:

a) $n=200\text{rot/min}$ b) $n=300\text{rot/min}$ Fig.4.4 Componentele accelerațiile punctelor C și D [m/s^2]

Reprezentarea vitezelor și accelerațiilor punctelor C și D , prin componentele acestora pe axele de coordonate, dă o imagine asupra distribuției vitezelor și accelerațiilor pe sita vibratoare.

4.1.4. Analiza armonică a semnalelor de accelerații

Dacă din dezvoltarea în serie Fourier a componentelor accelerațiilor, celor două puncte extreme ale sitei, se rețin numai termenii corespunzători primelor trei armonici $\omega_1 = \omega$, $\omega_2 = 2\omega$, $\omega_3 = 3\omega$, cele două componente (corespunzătoare funcțiilor trigonometrice $\cos \omega_S$ și $\sin \omega_S$) se calculează cu relațiile:

$$\begin{aligned}
 A_x C_{1,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_x C_k \cos \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_x C_{2,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_x C_k \sin \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_x D_{1,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_x D_k \cos \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_x D_{2,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_x D_k \sin \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_y C_{1,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_y C_k \cos \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_y C_{2,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_y C_k \sin \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_y D_{1,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_y D_k \cos \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right]; \\
 A_y D_{2,s} &= \frac{1}{180} \sum_{k=1}^{360} a_y D_k \sin \left[(k-1) \frac{\pi S}{180} \right];
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

pentru $s=1,2,3$.

Valorile acestor componente se pot prezenta într-un tablou (matrice 2x3), cele două linii ale tabloului corespund funcțiilor \cos . respectiv \sin ., iar coloanele conțin valorile corespunzătoare primelor trei armonici. Pentru cele patru componente, ale accelerațiilor

punctelor C și D, pe cele două axe de coordonate aceste tablouri, pentru $n=300 \text{ rot. min}$ se prezintă astfel:

Tabloul nr. 4.1 [ms^{-2}]

$$A_{xC} = \begin{pmatrix} 6,678 & -1,304 & -0,122 \\ 22,477 & 0,896 & 0,076 \end{pmatrix}; \quad A_{xD} = \begin{pmatrix} 6,792 & -1,208 & -0,119 \\ 22,521 & 0,830 & 0,078 \end{pmatrix};$$

$$A_{yC} = \begin{pmatrix} -1,416 & -5,624 & -0,275 \\ -4,615 & 3,866 & -0,214 \end{pmatrix}; \quad A_{yD} = \begin{pmatrix} -1,204 & -4,058 & -0,265 \\ -3,932 & 2,789 & -0,210 \end{pmatrix}.$$

Valorile numerice ale componentelor pe cele două axe de coordonate, corespunzătoare primelor trei pulsații considerate, se determină cu relațiile:

$$A_{O_x C_s} = \sqrt{(A_{x C_{1,s}})^2 + (A_{x C_{2,s}})^2}; \quad A_{O_x D_s} = \sqrt{(A_{x D_{1,s}})^2 + (A_{x D_{2,s}})^2};$$

$$A_{O_y C_s} = \sqrt{(A_{y C_{1,s}})^2 + (A_{y C_{2,s}})^2}; \quad A_{O_y D_s} = \sqrt{(A_{y D_{1,s}})^2 + (A_{y D_{2,s}})^2}. \quad (4.32)$$

Astfel, cu valorile numerice din tabloul 4.1 se obțin valorile din tabloul 4.2

Tabloul nr. 4.2 [ms^{-2}]

$$A_{O_x C} = (23,477 \quad 1,582 \quad 0,143); \quad A_{O_x D} = (23,522 \quad 1,466 \quad 0,142);$$

$$A_{O_y C} = (4,828 \quad 6,824 \quad 0,348); \quad A_{O_y D} = (4,113 \quad 4,924 \quad 0,338).$$

Acclerațiile celor două puncte extreme ale sitei determină de fapt distribuția accelerațiilor pe sită, care accelerații dau naștere la forța inerțială de transport ce determină în principal regimurile de mișcare ale semințelor pe sită.

Din analiza armonică efectuată se desprind câteva aspecte importante privind distribuția accelerațiilor de-alungul sitei și anume:

a) componentele orizontale (după axa O_x) ale accelerațiilor variază foarte puțin în cele două puncte extreme ale sitei ceea ce permite o deplasare uniformă a amestecului pe sită pe toată lungimea acesteia;

b) componentele normale (după axa O_y) ale accelerațiilor scad de la C la D (de la alimentare către evacuare) ceea ce contribuie la o mai bună stratificare a amestecului pe sită și deci la o mai bună separare;

c) valorile accelerațiile sunt determinate, în principal, de primele două armonici, celelalte, având ponderi nesemnificative, se pot practic neglija;

d) dacă componentele orizontale sunt influențate în mod hotărâtor pe pulsația fundamentală ω , cele normale depind mai mult de pulsația de ordinul doi, 2ω ceea ce justifică alura diferită a curbelor de variație a celor două componente.

Dacă se calculează diferența accelerațiilor vârf la vârf din fig.4.4 b), se obțin mărimile:

$$dx_C = \max(a_x C) - \min(a_x C) = 47,052 ms^{-2};$$

$$dx_D = \max(a_x D) - \min(a_x D) = 47,136 ms^{-2},$$

$$dy_C = \max(a_y C) - \min(a_y C) = 18,824 ms^{-2},$$

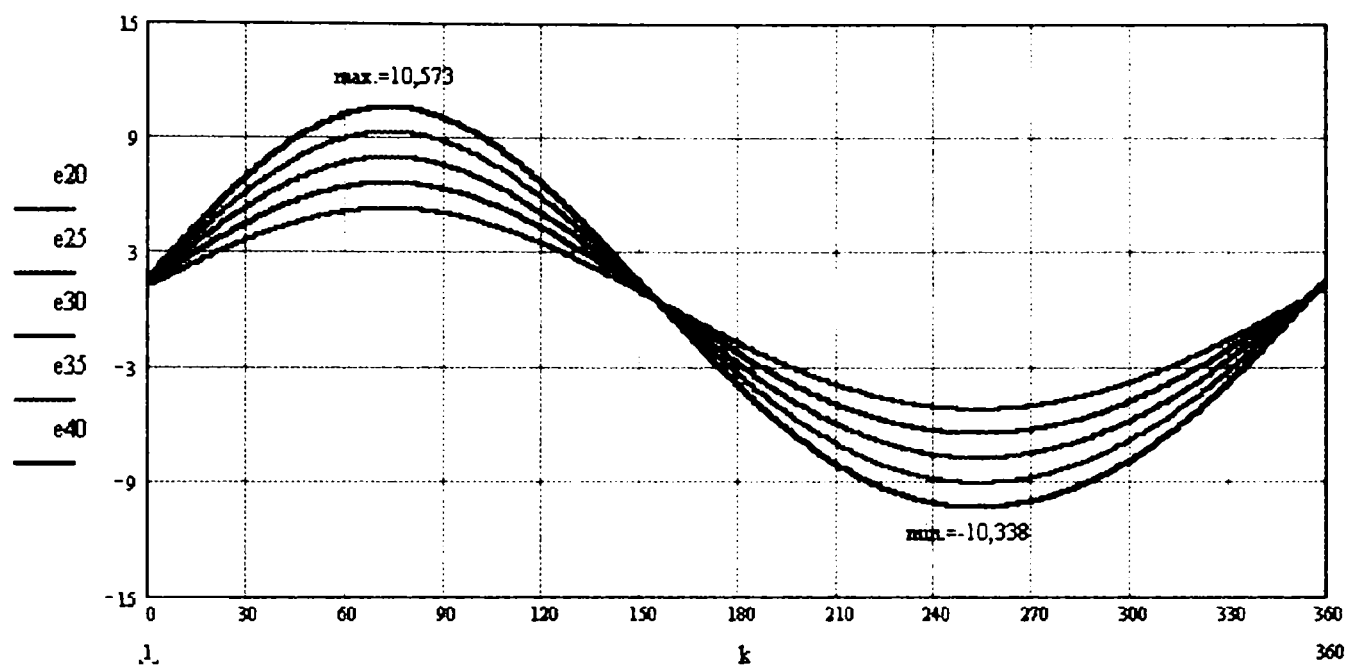
$$dy_D = \max(a_y D) - \min(a_y D) = 14,312 ms^{-2},$$

din care se constată de asemenea faptul că accelerațiile au componentele orizontale aproximativ egale pe toată lungimea sitei pe când cele verticale (normale pe sită) variază, scăzând de la C către D.

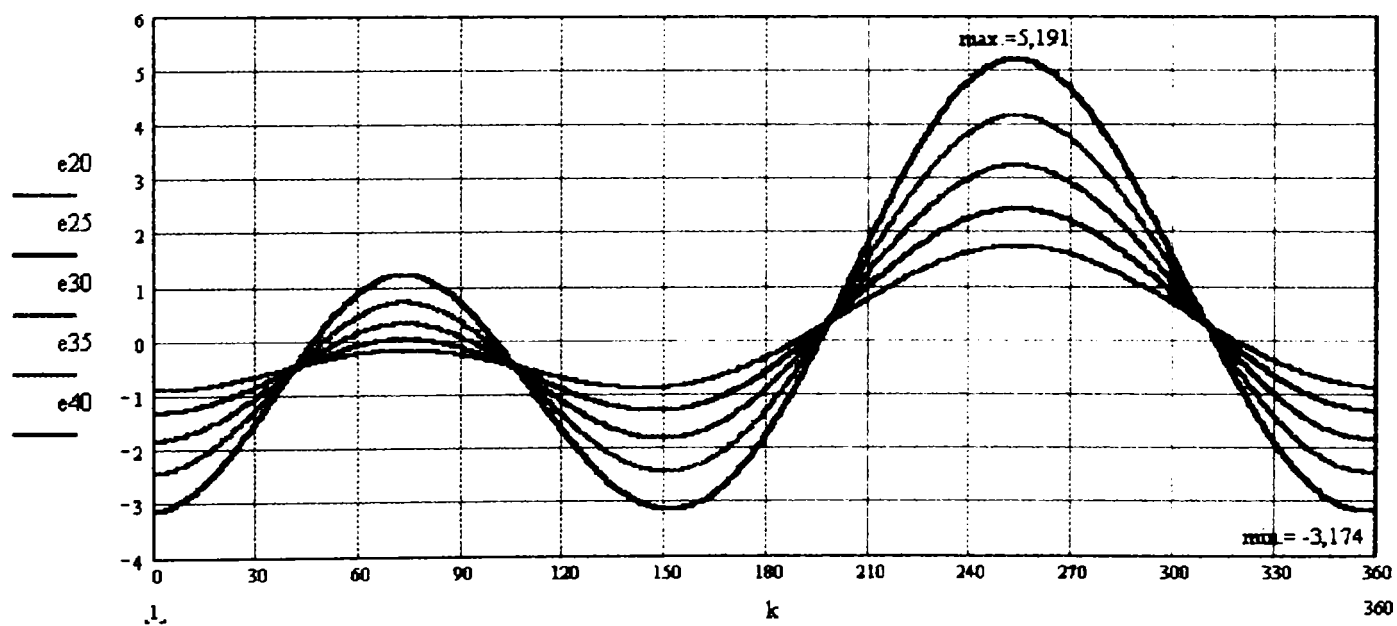
4.2. Influența lungimii elementelor mecanismului de acționare asupra valorilor accelerațiilor sitei

În acest paragraf se analizează modul în care se modifică componentele accelerațiilor, celor două puncte, dacă se schimbă anumiți parametrii geometrici ai mecanismului de antrenare a sitei.

Astfel, dacă se alege drept parametru excentricitatea e , celelalte lungimi fiind cele din paragraful 4.1.1, componentele accelerațiilor punctelor amintite, pe cele două axe de coordonate, au variații ca cele prezentate în fig.4.5 până la fig.4.8, în care s-au considerat cinci valori diferite ale lui e și două valori diferite pentru n , respectiv $e=20,25,30,35,40$ mm. și $n=200, 300$ rot./min.

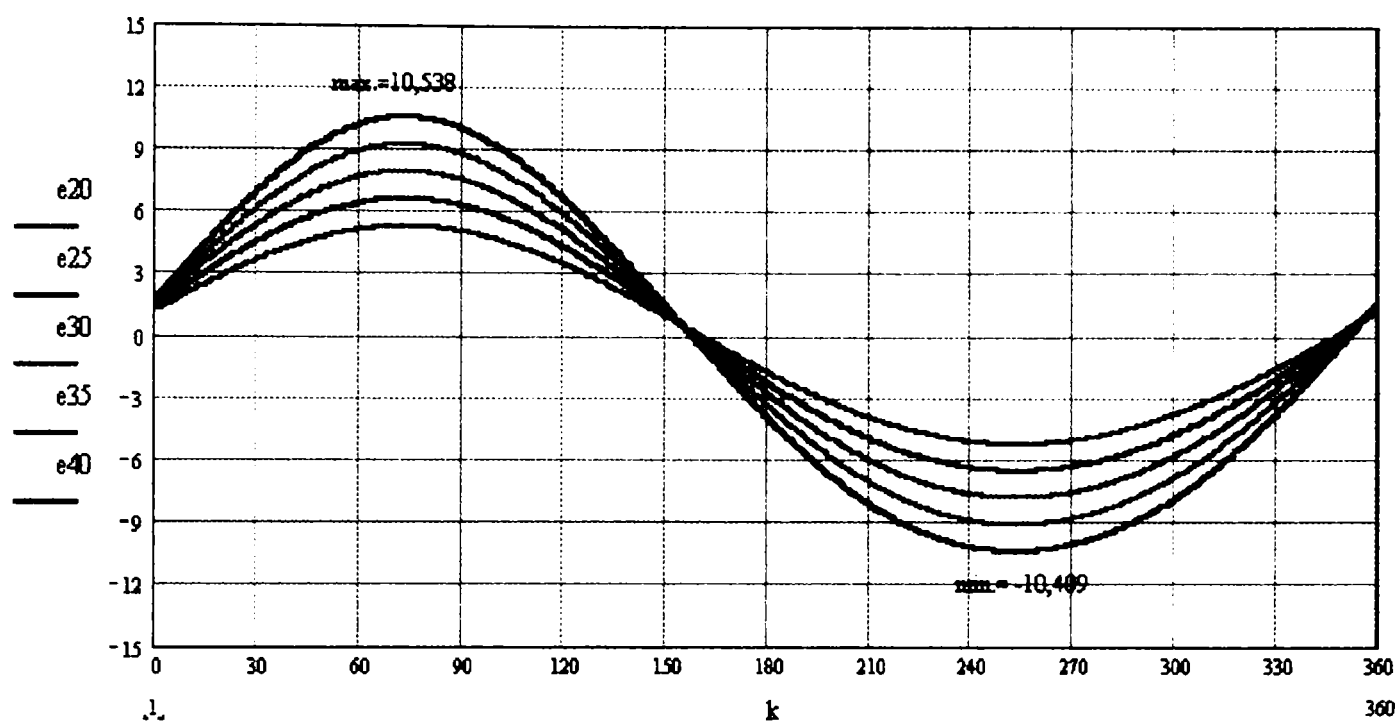


a) pe axa Ox

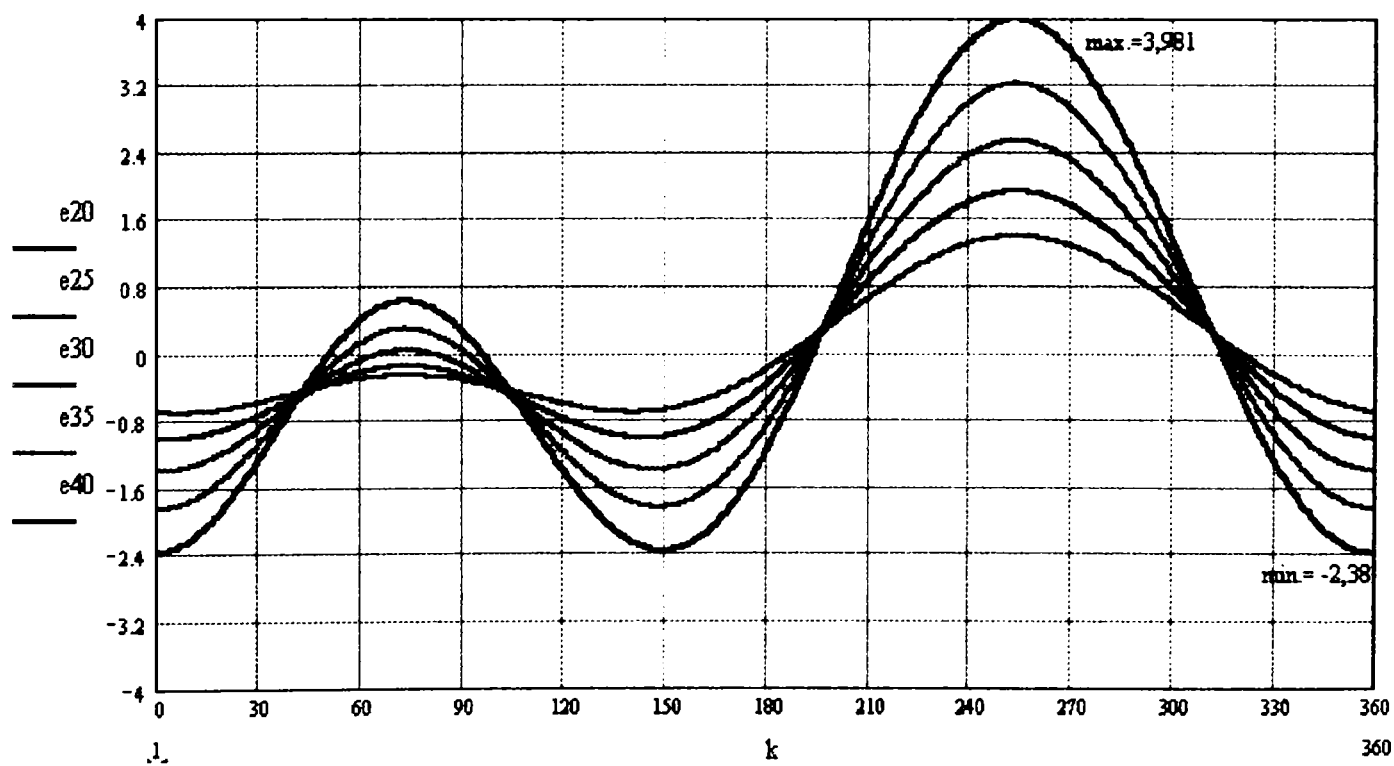


b) pe axa Oy

Fig. 4.5 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] cu e variabil și $n=200$ rot/min

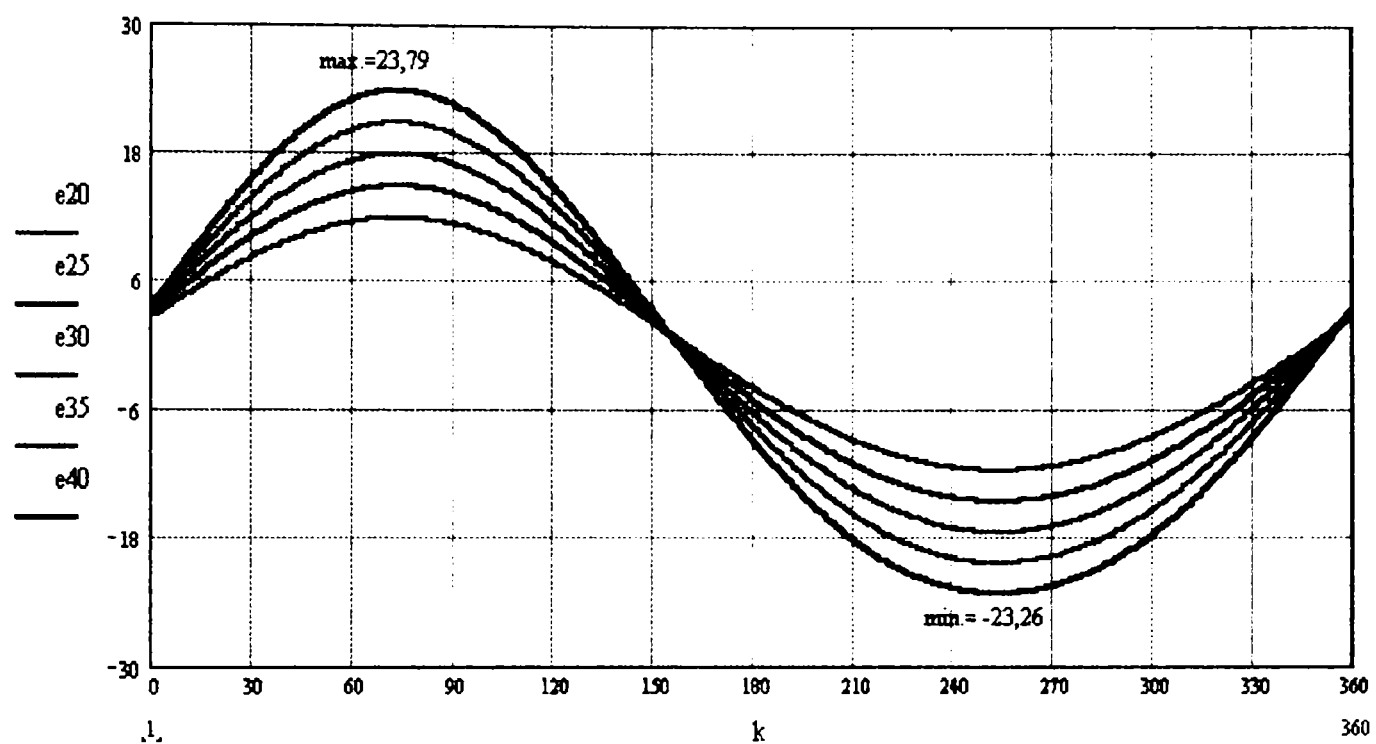


a) pe axa Ox

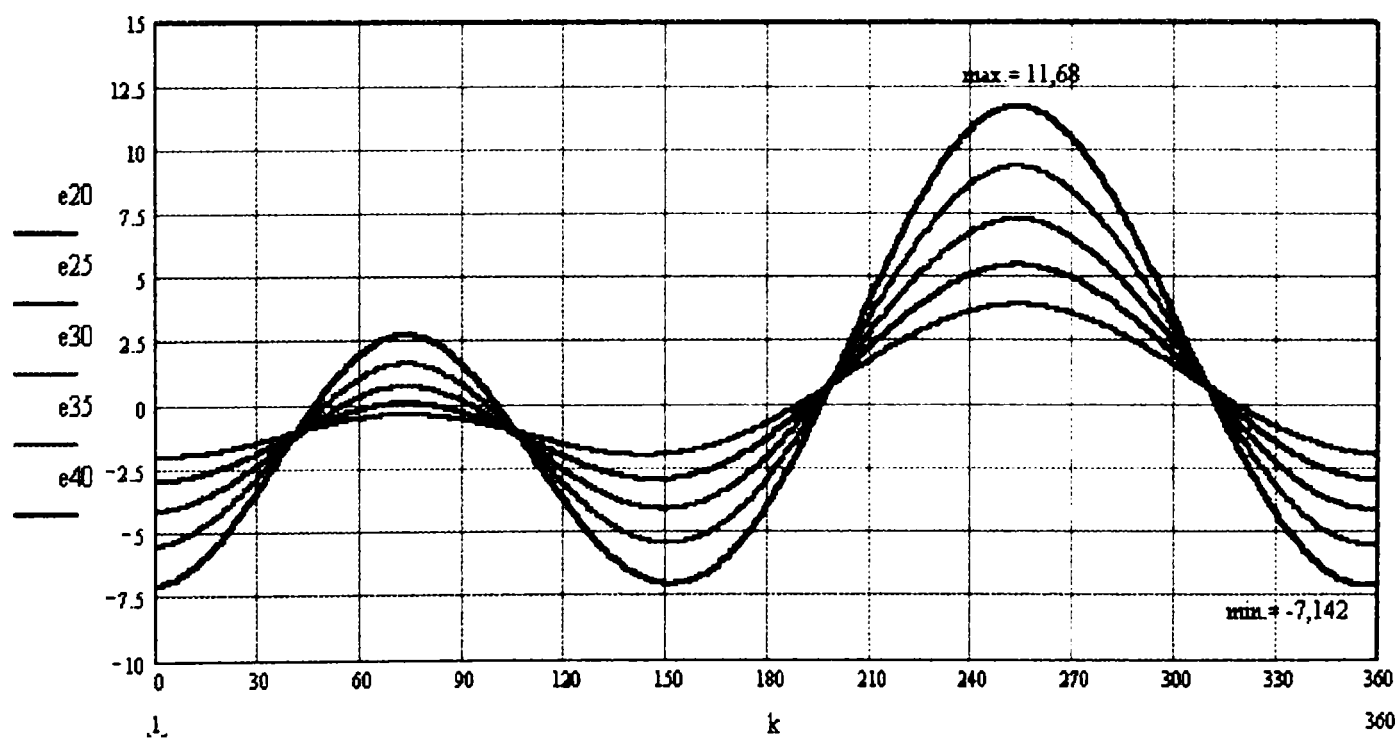


b) pe axa Oy

Fig.4.6 Componentele accelerațiilor punctului $D[m/s^2]$ cu e variabil și $n=200$ rot/min



a) pe axa Ox



b) pe axa Oy

Fig. 4.7 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] cu e variabil și $n=300$ rot/min

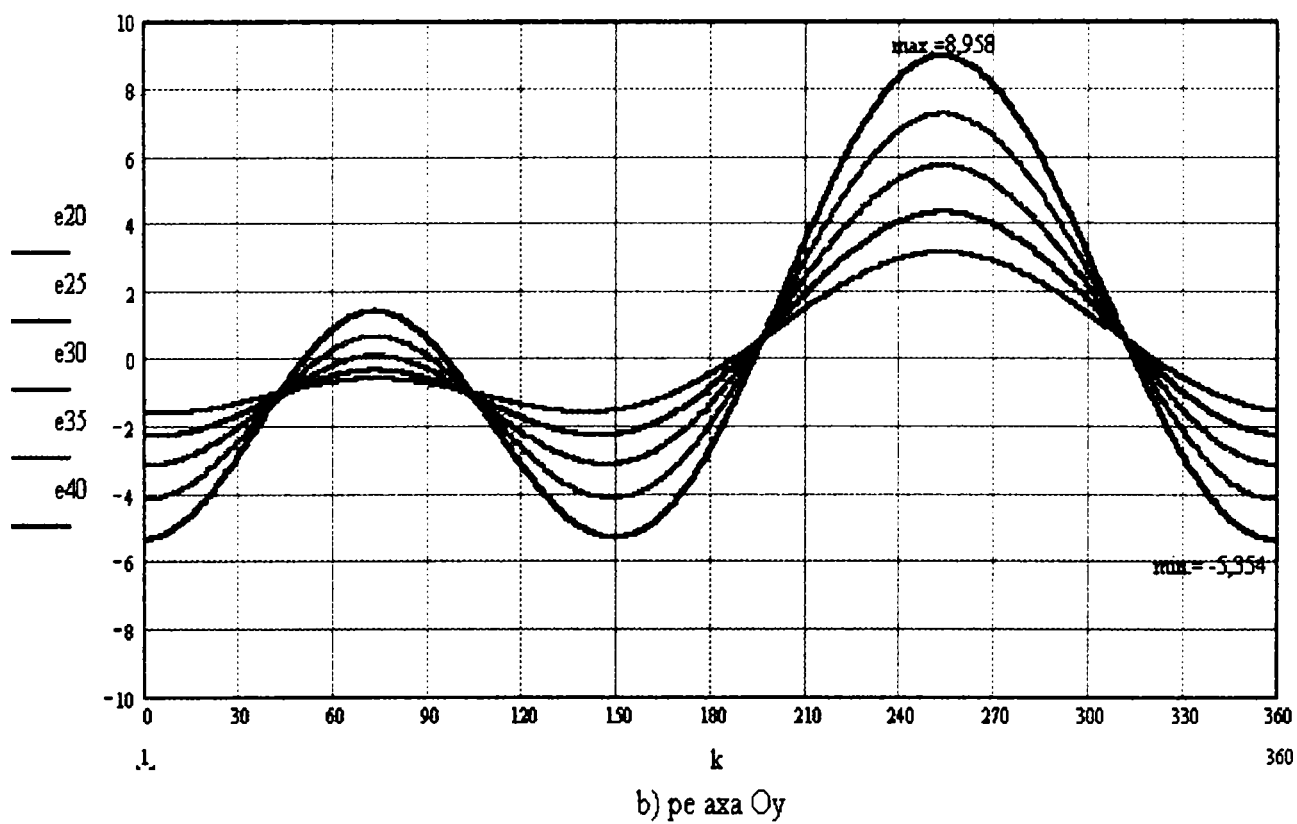
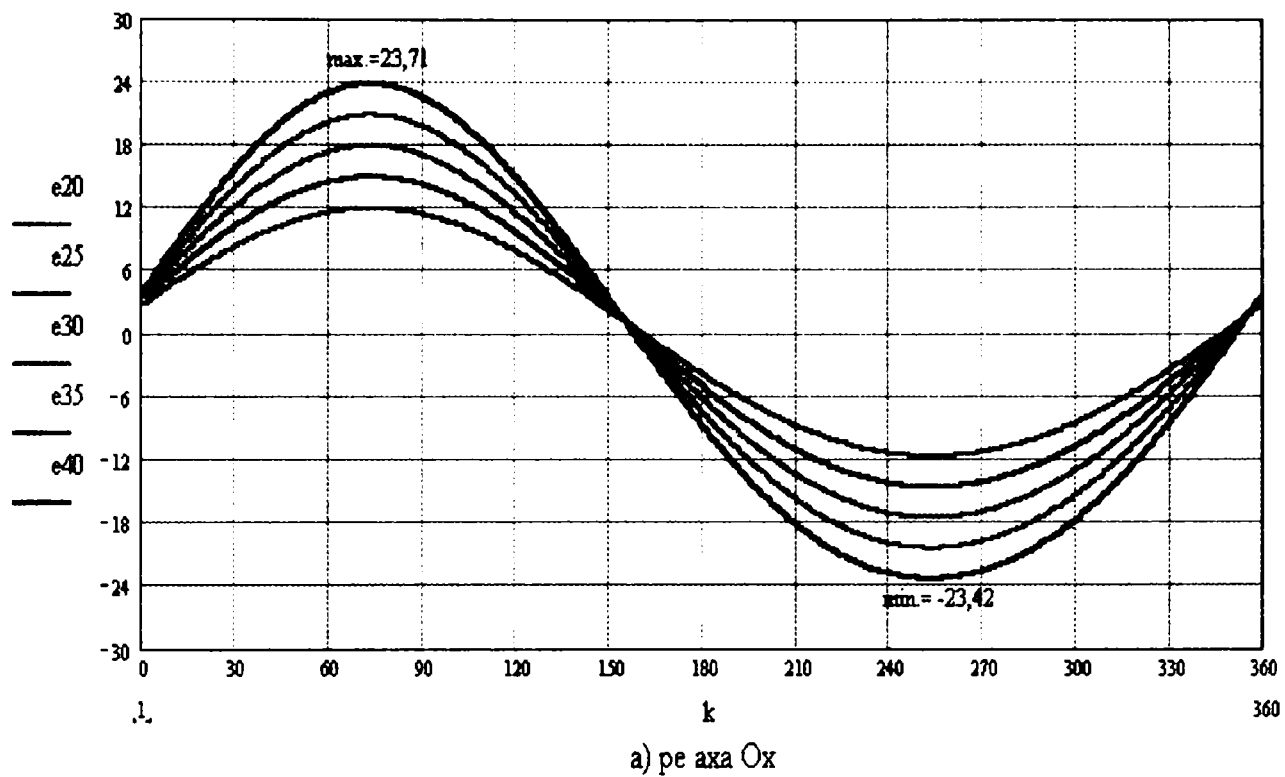


Fig. 4.8 Componentele accelerațiilor punctului D[m/s²] cu e variabil și n=300 rot/min

Valorile extreme ale accelerațiilor celor două puncte sunt prezentate în cele două tabelele 4.3 și 4.4

Tabelul 4.3: $n=200$ rot/min

e[mm.]	$a_{xC}[m/s^{-2}]$		$a_{yC}[m/s^{-2}]$		$a_{xD}[m/s^{-2}]$		$a_{yD}[m/s^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
20	5.266	-4.995	2.284	-0.861	5.252	-5.026	1.773	-0.666
25	6.604	-6.502	2.422	-1.321	6.594	-6.532	1.927	-1.016
30	7.929	-7.786	3.224	-1.841	7.912	-7.828	2.534	-1.399
35	9.253	-9.064	4.145	-2.458	9.228	-9.121	3.217	-1.853
40	10.575	-10.338	5.192	-3.174	10.538	-10.411	3.981	-2,380

Tabelul 4.4: $n=300$ rot/min

e[mm.]	$a_{xC}[m/s^{-2}]$		$a_{yC}[m/s^{-2}]$		$a_{xD}[m/s^{-2}]$		$a_{yD}[m/s^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
20	11.848	-11.238	5.139	-1.937	11,817	-11.308	3,989	-1,498
25	14,859	-14,629	5,449	-2,972	14,836	-14,697	4,335	-2,286
30	17,840	-17,518	7,254	-4,142	17,802	-17,613	5,701	-3,147
35	20,819	-20,394	9,933	-5,530	20,763	-20,522	7,238	-4,169
40	23,793	-23,260	11,682	-7,141	23,710	-23,424	8,957	-5,355

Cu valorile numerice din cele două tabele de mai sus se pot calcula diferențele vârf la vârf pentru fiecare valoare a lui e și cele două valori ale lui n .

Acestea sunt date în tabelul 4.5

Tabelul 4.5

e [mm]	$dx_C = \max(a_{xC}) - \min(a_{xC})$ [ms ⁻²]		$dy_C = \max(a_{yC}) - \min(a_{yC})$ [ms ⁻²]		$dx_D = \max(a_{xD}) - \min(a_{xD})$ [ms ⁻²]		$dy_D = \max(a_{yD}) - \min(a_{yD})$ [ms ⁻²]	
	n=200	n=300	n=200	n=300	n=200	n=300	n=200	n=300
20	10,261	23,086	3,145	7,076	10,278	23,125	2,439	5,487
25	13,106	29,488	3,743	8,421	13,126	29,533	2,943	6,621
30	15,715	35,358	5,065	11,396	15,740	35,415	3,933	8,848
35	18,317	41,213	6,603	15,463	18,349	41,285	5,070	11,407
40	20,913	47,053	8,366	18,823	20,949	47,134	6,361	14,312

Pe baza datele numerice prezentate în cele trei tabele se pot formula anumite concluzii cu privire la dinamica procesului de separare și anume:

a) pentru turația de 200 rot/min, deplasarea amestecului pe sită se face fără desprinderi deoarece componenta normală a accelerației punctelor C și D (deci a tuturor punctelor sitei) este mai mică decât g . pentru valori ale lui $e \leq 35\text{mm}$: acest regim cinematic fiind indicat în cazul sitelor cu orificii alungite la care separarea fracțiunilor se face după dimensiunea minimă și anume grosimea acestora;

b) mișcările cu salturi, cel puțin pe prima porțiune a sitei pot apărea doar la turația de 300 rot/min și valori ale lui $e > 35\text{mm}$, asemenea regimuri fiind benefice procesului datorită afănării materialului pentru orice sită plană indiferent de forma orificiilor sale, fiind totodată recomandabile sitelor ca orificii circulare la care separarea semințelor se face după lățimea lor;

c) componentele accelerațiilor de-alungul axei Ox, au variații proporționale cu mărimea excentricității e .

Astfel, pentru $e=20$ mm și $e=25$ mm valorile raporturilor: $\frac{\max(a_x Ce20)}{\max(a_x Ce25)} = 0,7973$,

$\frac{\max(a_x De20)}{\max(a_x De25)} = 0,7964$ sunt foarte apropiate de valoarea raportului $\frac{e20}{e25} = 0,8$, lucru ce se

constată și la oricare alte valori ale lui e ;

d) componentele normale (după axa Ox) se modifică, însă raportul lor rămâne aproape constant și apropiat raportului celor două excentricități, adică:

$$\frac{\max(a_y, Ce20)}{\max(a_y, Ce35)} = \frac{\max(a_y, De20)}{\max(a_y, De35)} = 0,551 \neq \frac{e20}{e35} = 0,57;$$

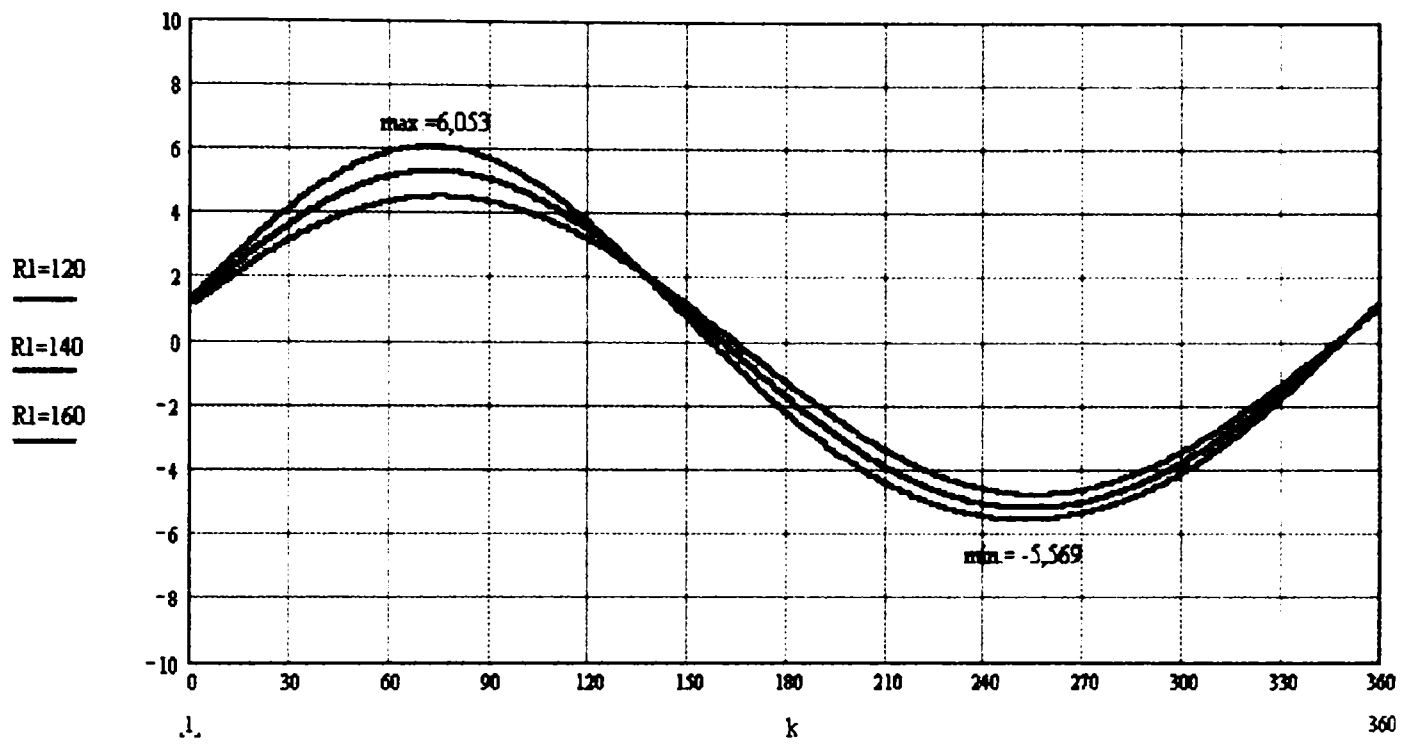
e) componentele accelerațiilor celor două puncte variază proporțional cu pătratul turației, adică

$$\frac{\max(a_x, C \ n200)}{\max(a_x, C \ n300)} = \frac{\max(a_x, D \ n200)}{\max(a_x, D \ n300)} = \left(\frac{200}{300}\right)^2,$$

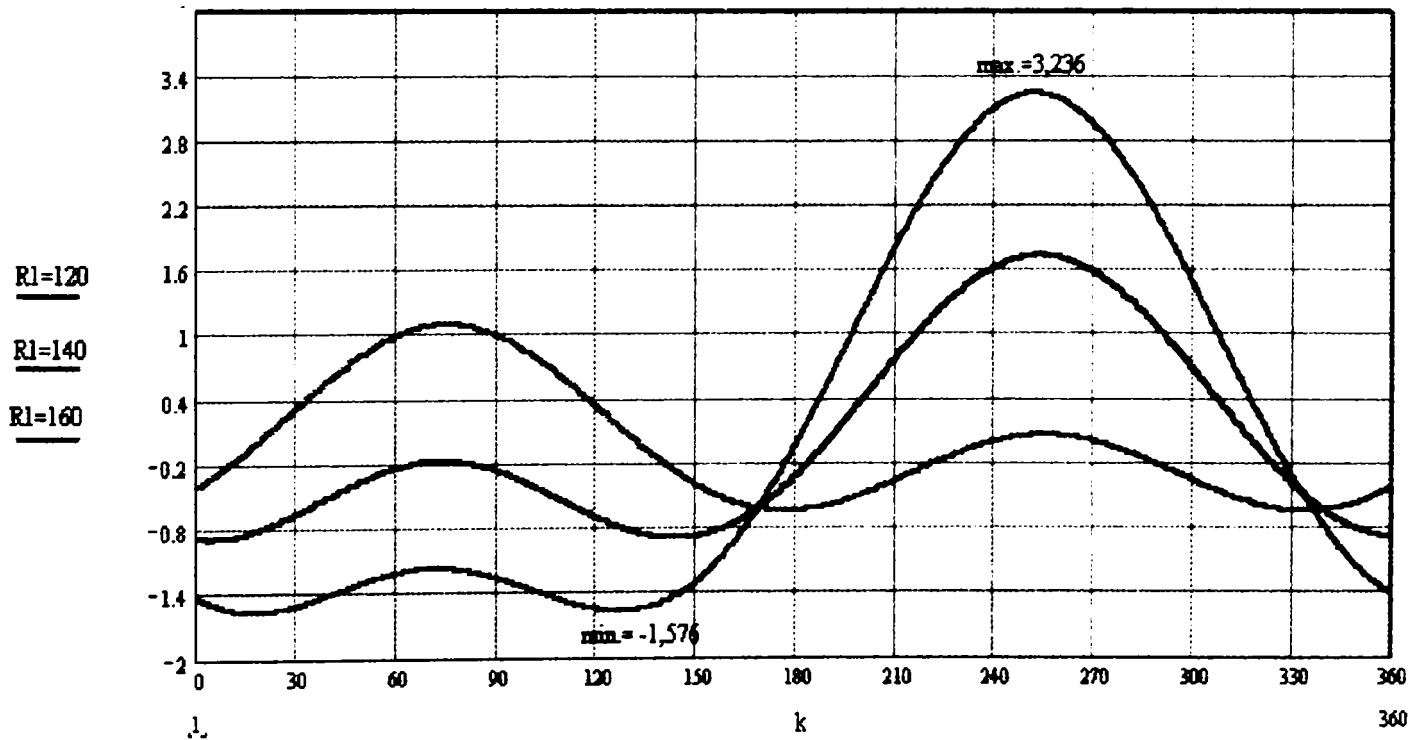
și respectiv

$$\frac{\max(a_y, C \ n200)}{\max(a_y, C \ n300)} = \frac{\max(a_y, D \ n200)}{\max(a_y, D \ n300)} = \left(\frac{200}{300}\right)^2.$$

Dacă se modifică raza R_1 a balansierului OBC , celelalte dimensiuni rămânând neschimbate, componentele accelerațiilor punctelor C și D , pe axele de coordonate se modifică conform diagramelor din fig.4.9 și 4.10 pentru $n=200$ rot/min, respectiv fig.4.11 și fig.4.12 pentru $n=300$ rot/min.



a) pe axa Ox



b) pe axa Oy

Fig. 4.9 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] cu R_1 variabil și $n=200$ rot/min

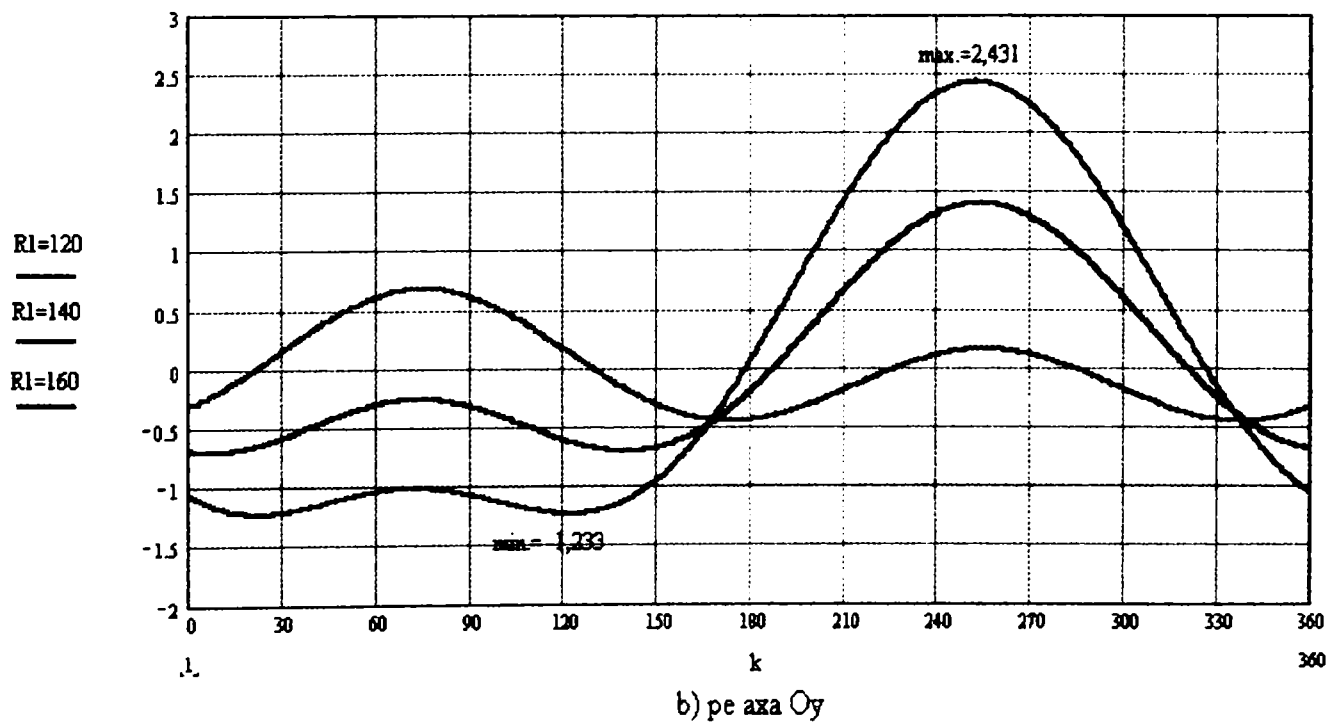
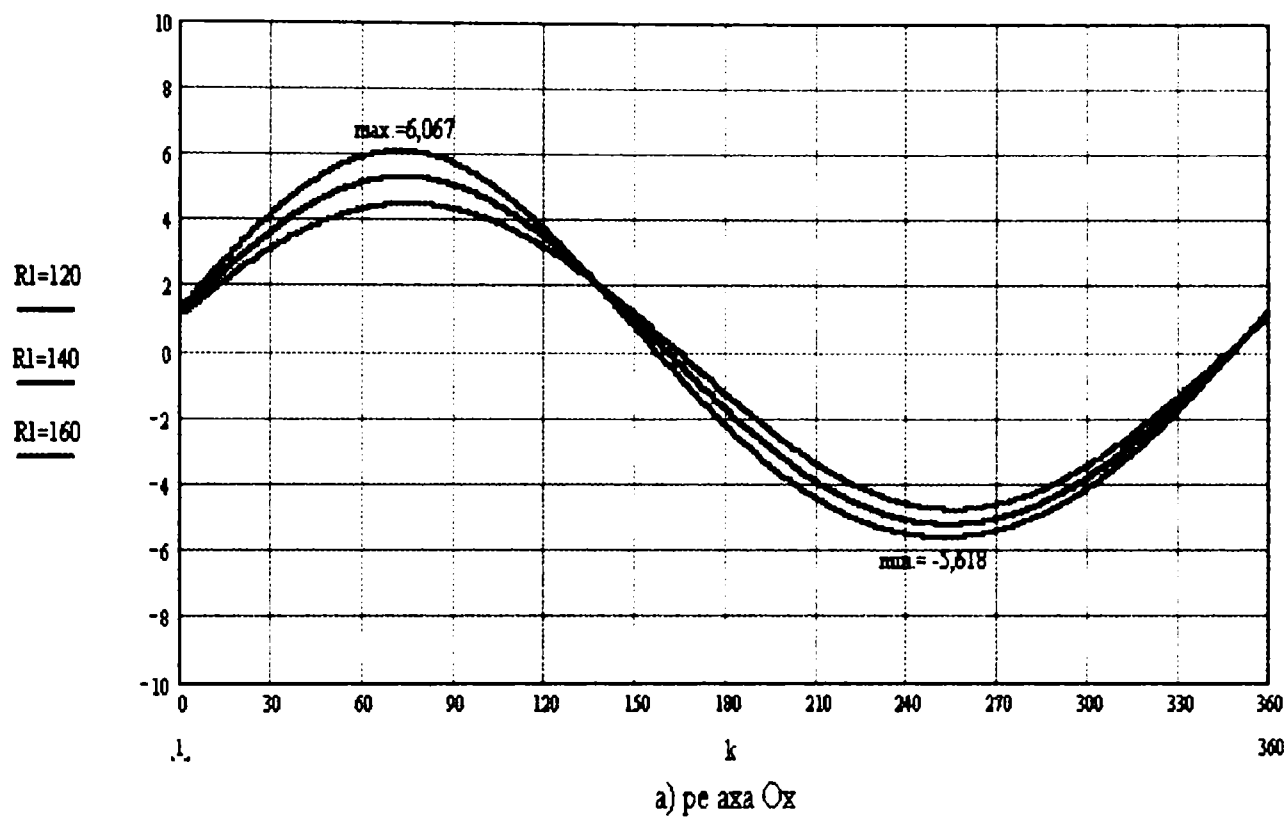


Fig. 4.10 Componentele accelerațiilor punctului D[m/s²] cu R_1 variabil și $n=200$ rot/min

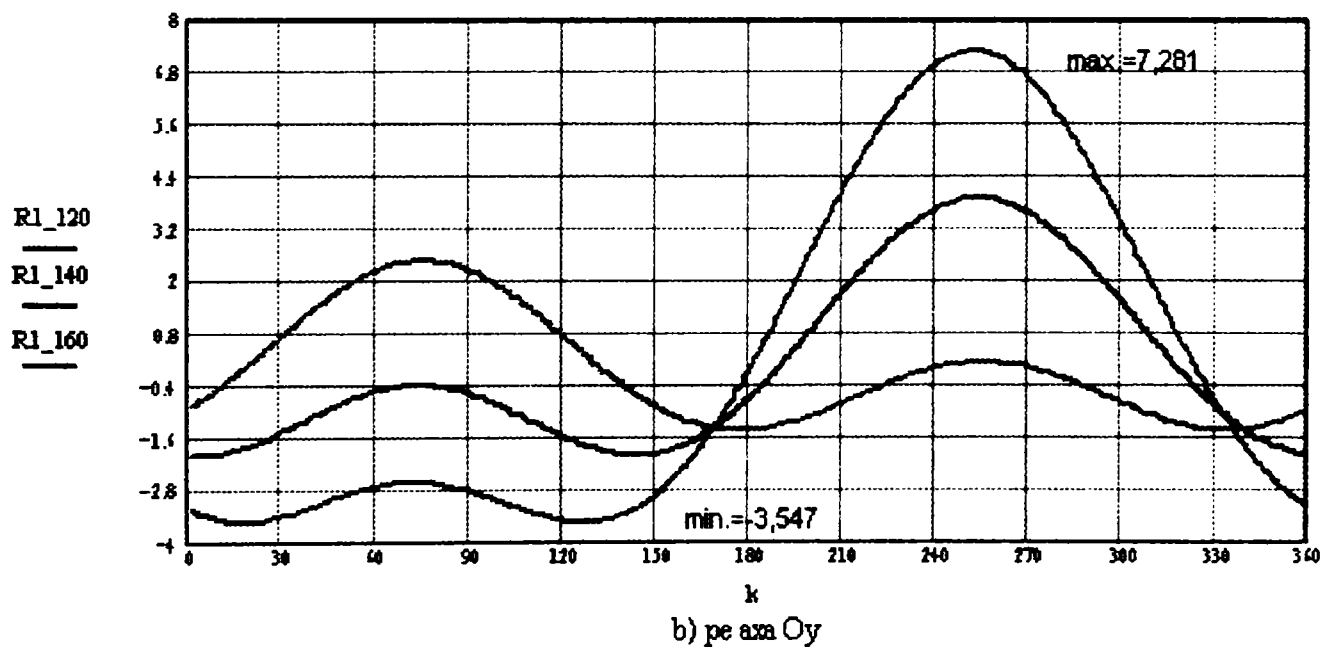
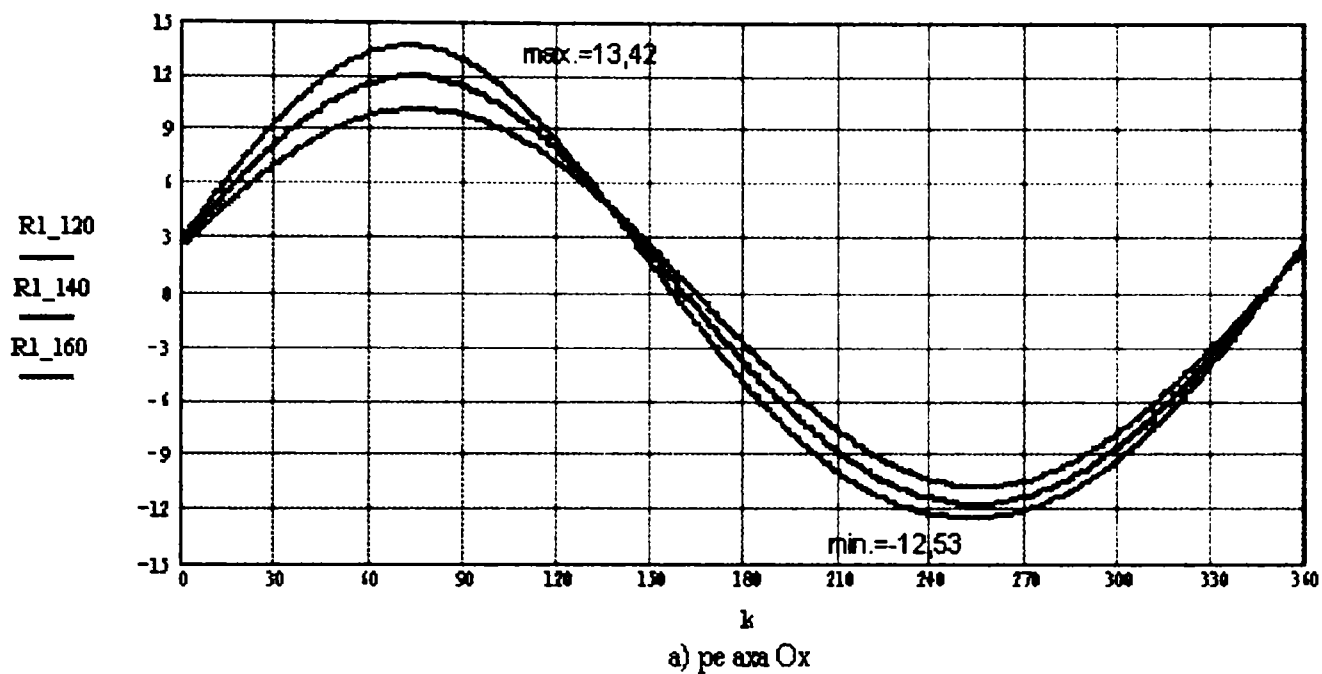
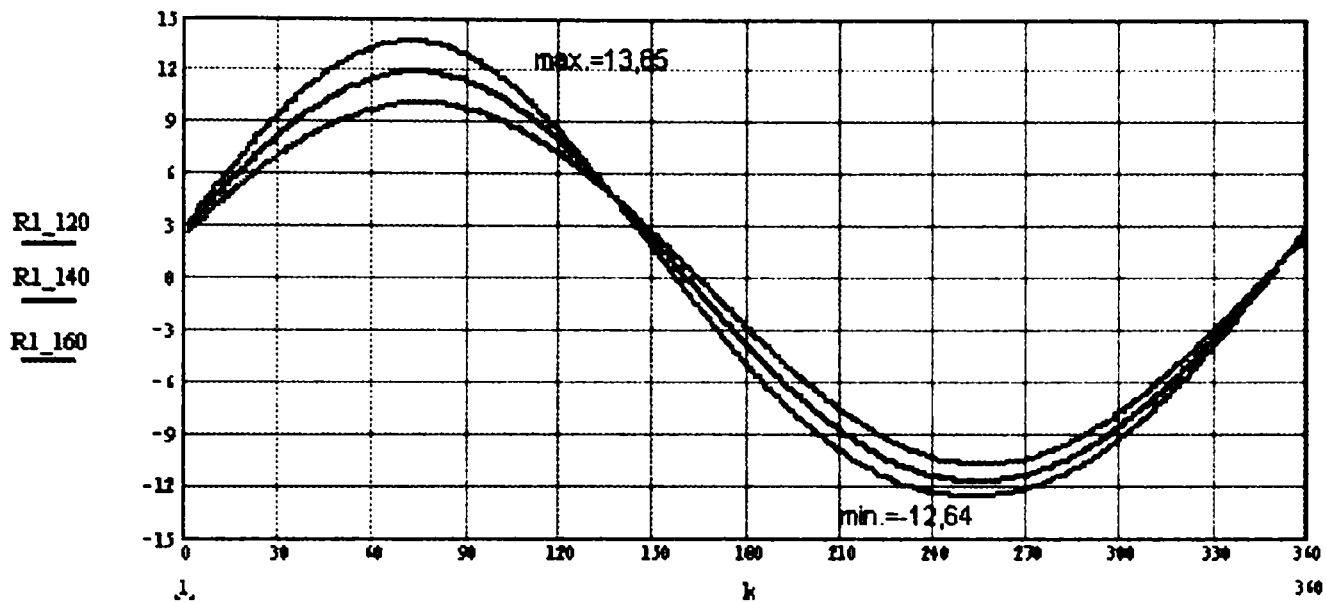
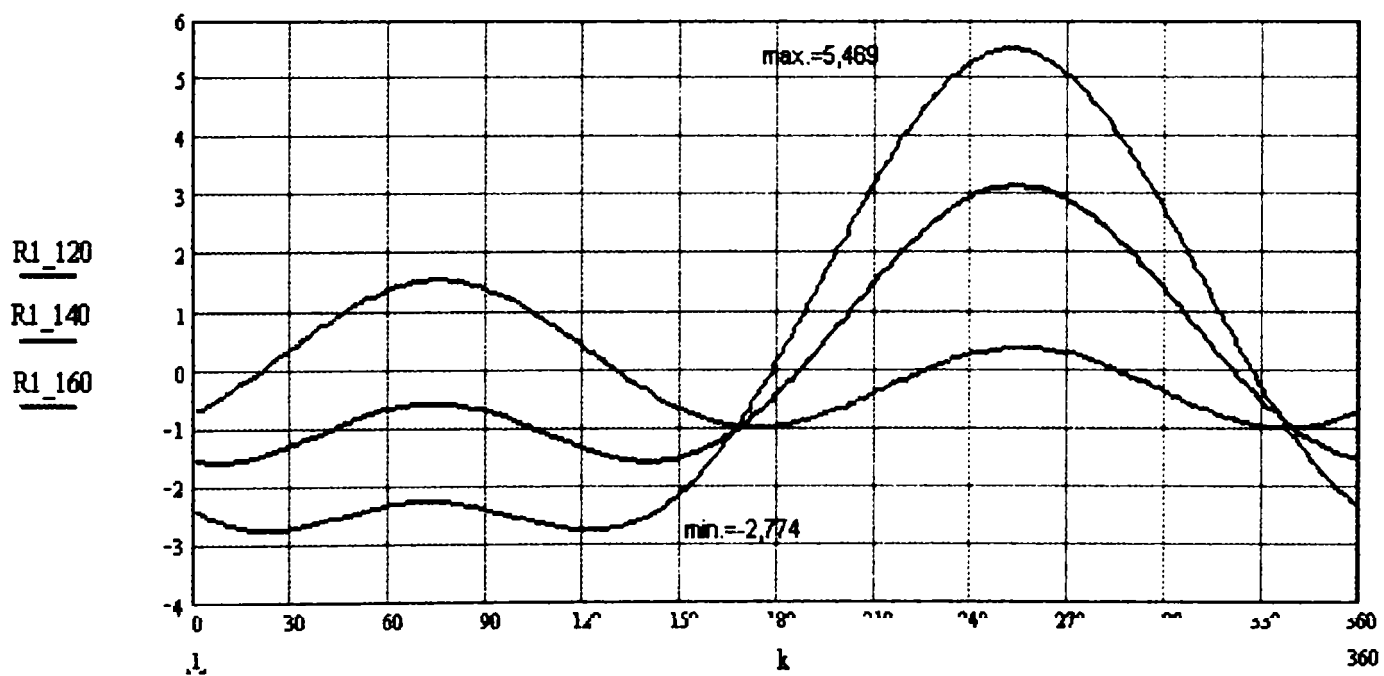


Fig.4.11 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] cu R_1 variabil și $n=300$ rot/min



a) pe axa Ox



b) pe axa Oy

Fig. 4.12 Componentele accelerațiilor punctului D[m/s²] cu R_1 variabil și $n=300$ rot/min

Valorile la vârf ale celor patru componente, ale accelerațiilor punctelor C și D, sunt date în tabelele 4.6 și 4.7, pentru $n=200\text{rot}/\text{min}$ respectiv $n=300\text{rot}/\text{min}$.

Tabelul 4.6.

R_1 [mm]	$a_{xC} [ms^{-2}]$		$a_{yC} [ms^{-2}]$		$a_{xD} [ms^{-2}]$		$a_{yD} [ms^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
120	6.053	-5.569	3.236	-1.576	6.067	-5.618	2.431	-1.233
140	5.280	-5.213	1.731	-0.897	5.276	-5.231	1.396	-0.705
160	4.480	-4.791	1.096	-0.649	4.467	-4.787	0.677	-0.451

Tabelul 4.7.

R_1 [mm]	$a_{xC} [ms^{-2}]$		$a_{yC} [ms^{-2}]$		$a_{xD} [ms^{-2}]$		$a_{yD} [ms^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
120	13.619	-12.530	7.281	-3.546	13.650	-12.640	5.469	-2.774
140	11.880	-11.729	3.894	-2.018	11.871	-11.769	3.141	-1.586
160	10.080	-10.779	2.466	-1.460	10.050	-10.770	1.523	-1.014

Diferențele vârf la vârf corespunzătoare celor trei valori date lui R_1 pentru cele două rotații sunt prezentate în tabelul 4.8.

Tabelul 4.8.

R_1 [mm]	$d_x C = \max(a_x C) - \min(a_x C)$ [ms ⁻²]		$d_y C = \max(a_y C) - \min(a_y C)$ [ms ⁻²]		$d_x D = \max(a_x D) - \min(a_x D)$ [ms ⁻²]		$d_y D = \max(a_y D) - \min(a_y D)$ [ms ⁻²]	
	n=200	n=300.	n=200	n=300.	n=200	n=300.	n=200	n=300.
120	11,622	26.149	4.812	10.827	11,685	26,291	3,664	8,244
140	10,493	23,603	2,628	5,912	10,507	23,640	2,101	4,727
160	9,271	20,859	1,745	3,926	9,254	20,821	1,128	2,481

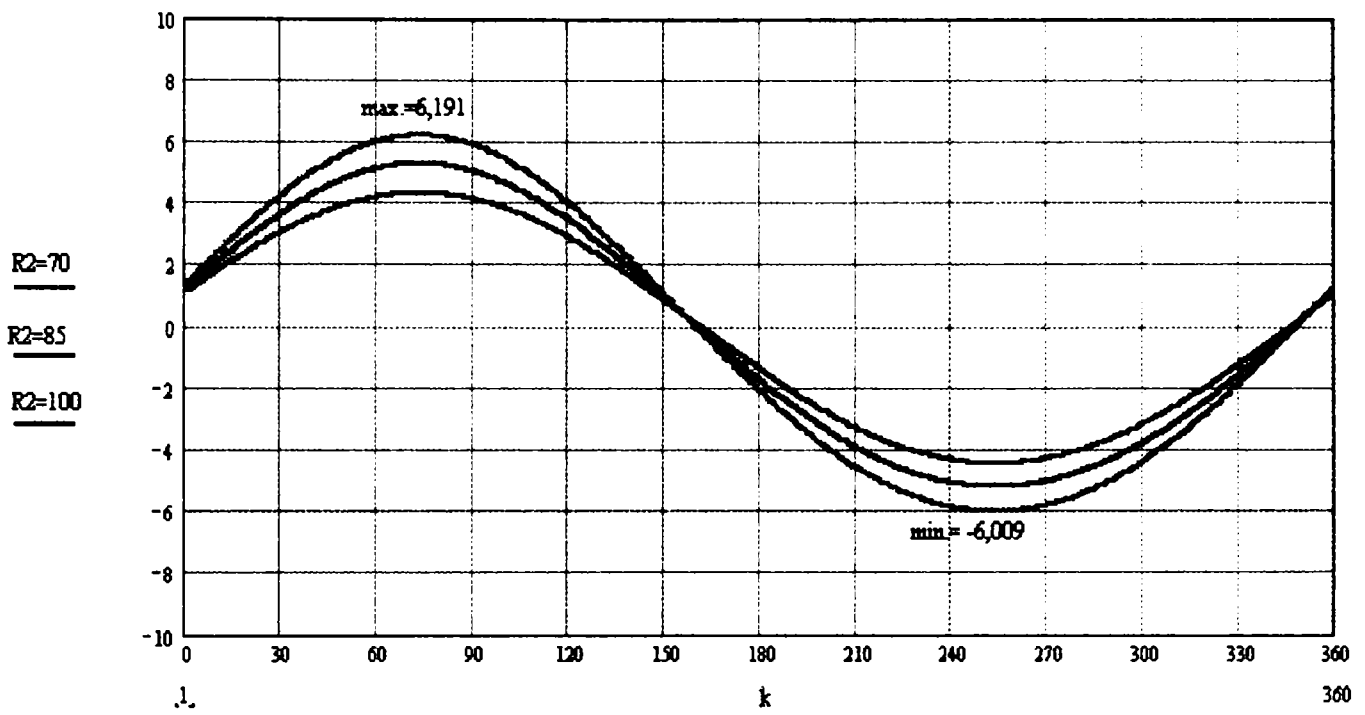
Valorile numerice prezentate în cele trei tabele permit formularea unor constatări privind modificarea distribuției de accelerații pe sită prin schimbarea lungimii R_1 și anume:

a) accelerațiile punctelor sitei cresc odată cu micșorarea lungimii R_1 , lucru datorat creșterii vitezei unghiulare a balansierului articulată în lagărul O ;

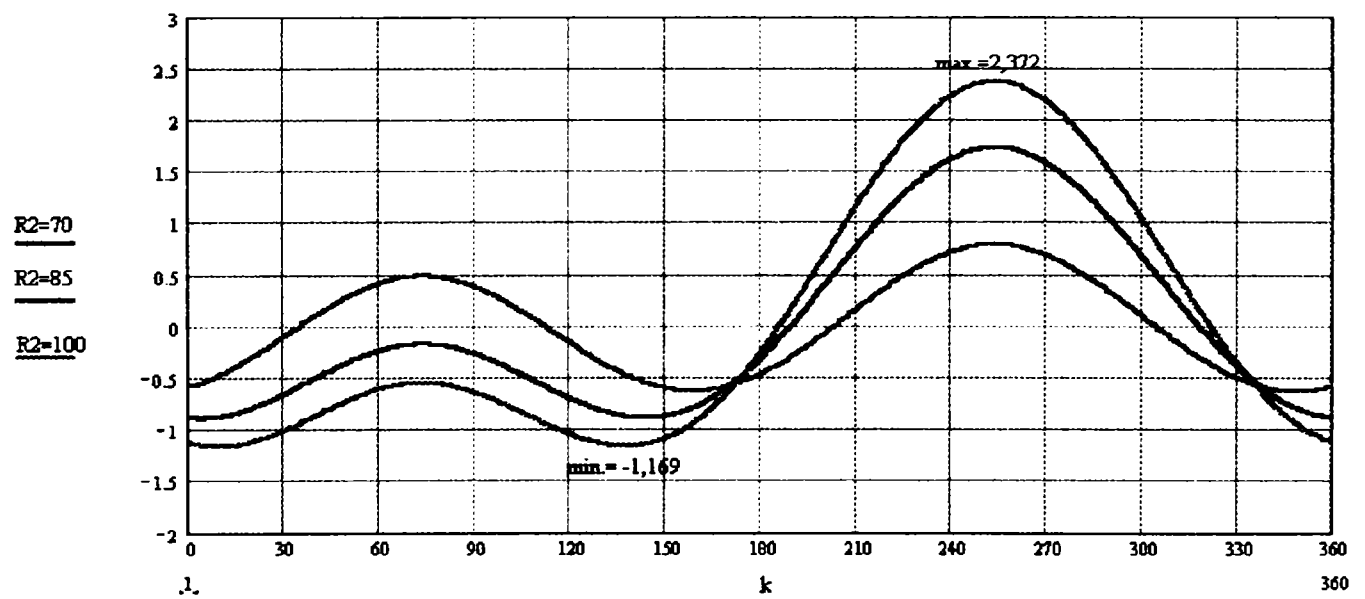
b) prin micșorarea lungimii R_1 , accelerațiile cresc mai rapid în punctele situate spre evacuare, creșterea mai rapidă având-o componentele normale. Astfel, prin modificarea lui R_1 de la 160 mm la 120 mm, valorile de vârf ale lui a_yC și a_yD cresc cu aproximativ 195% și respectiv cu 261% pe când componentele a_xC și a_xD au creșteri de doar 35,1% și respectiv 35,8%;

c) simpla schimbare a lungimii R_1 permite utilizarea sitei pentru sortarea unei game mari de produse agricole la care intensitatea scuturării este diferită;

Dacă se modifică lungimea R_2 , celelalte dimensiuni rămânând aceleași componentele accelerațiilor celor două puncte reprezentative ale sitei sunt cele din figurile 4.13 - 4.16.

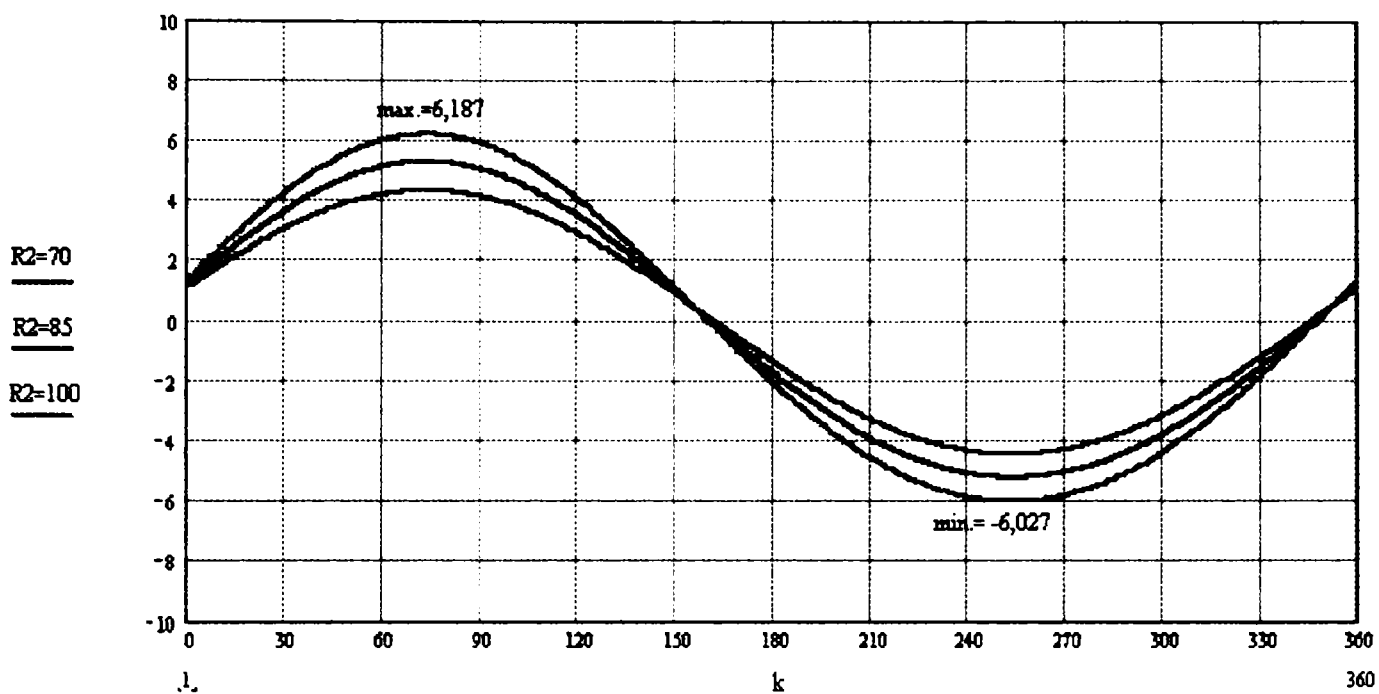


a) pe axa Ox

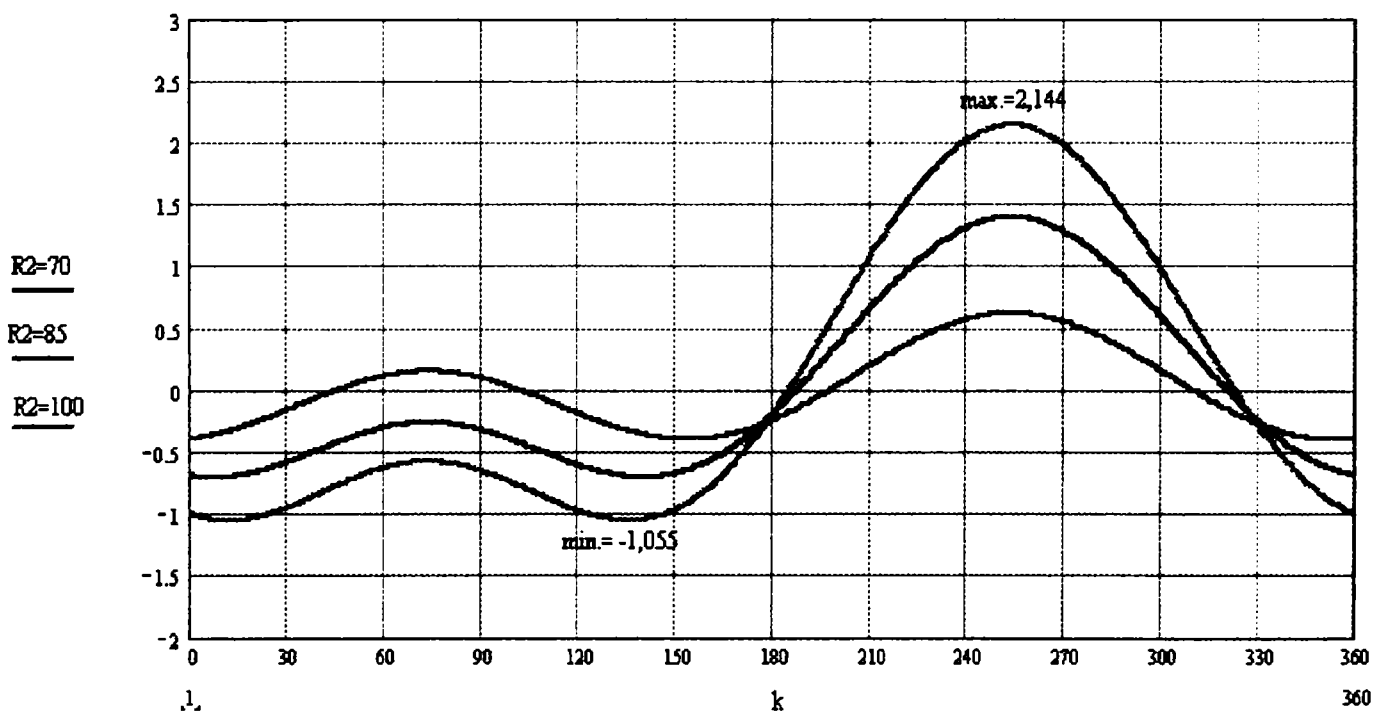


b) pe axa Oy

Fig.4.13 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] cu R_2 variabil și $n=200$ rot/min

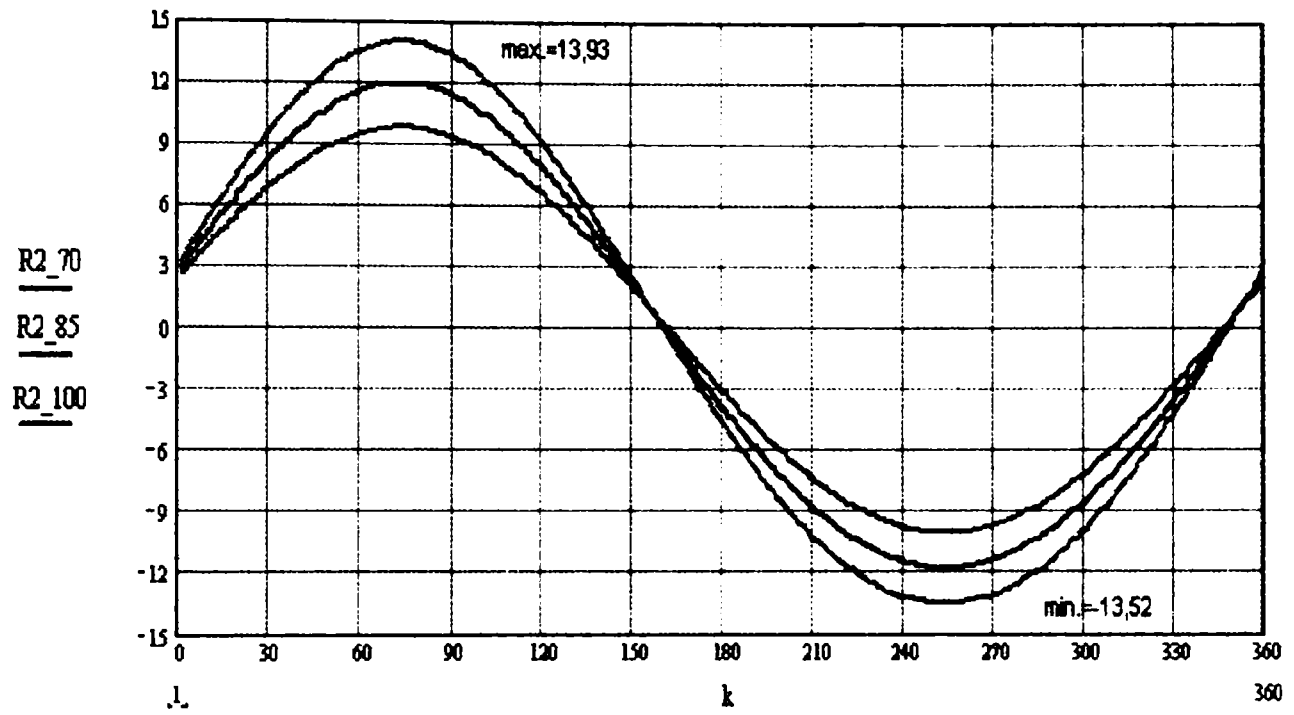


a) pe axa Ox

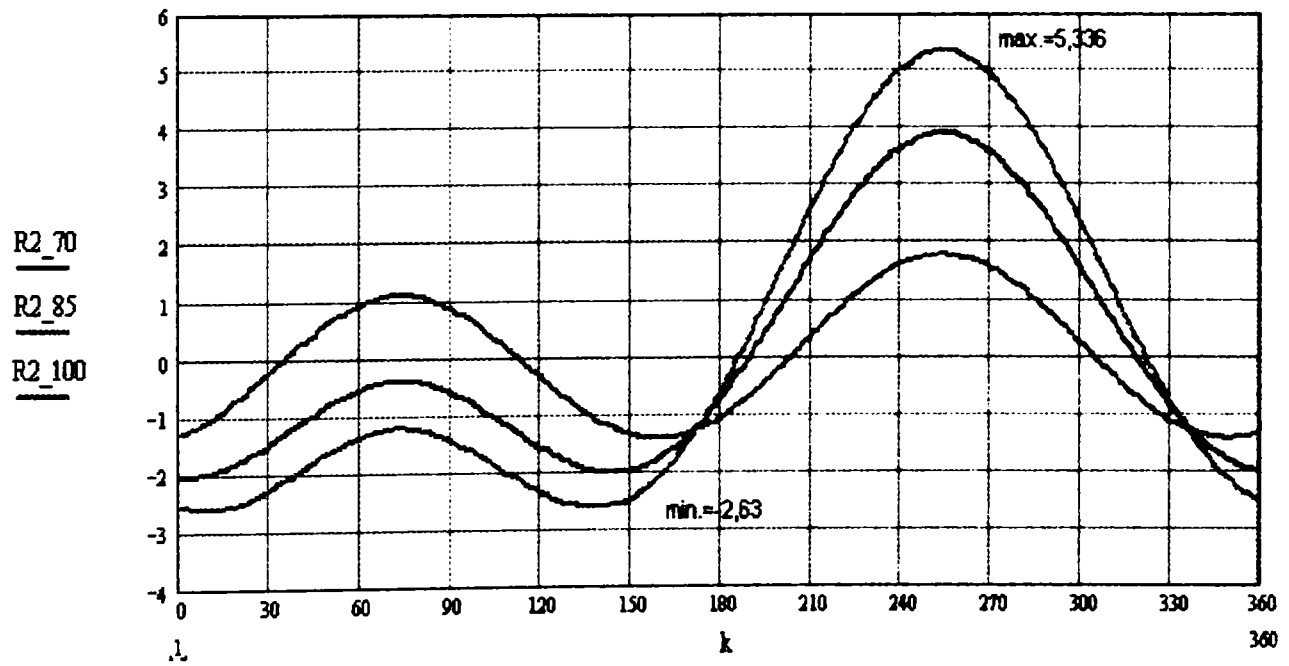


b) pe axa Oy

Fig.4.14 Componentele accelerațiilor punctului $D[m/s^2]$ cu R_2 variabil și $n=200$ rot/min



a) pe axa Ox



b) pe axa Oy

Fig.4.15 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] cu R_2 variabil și $n=300$ rot/min

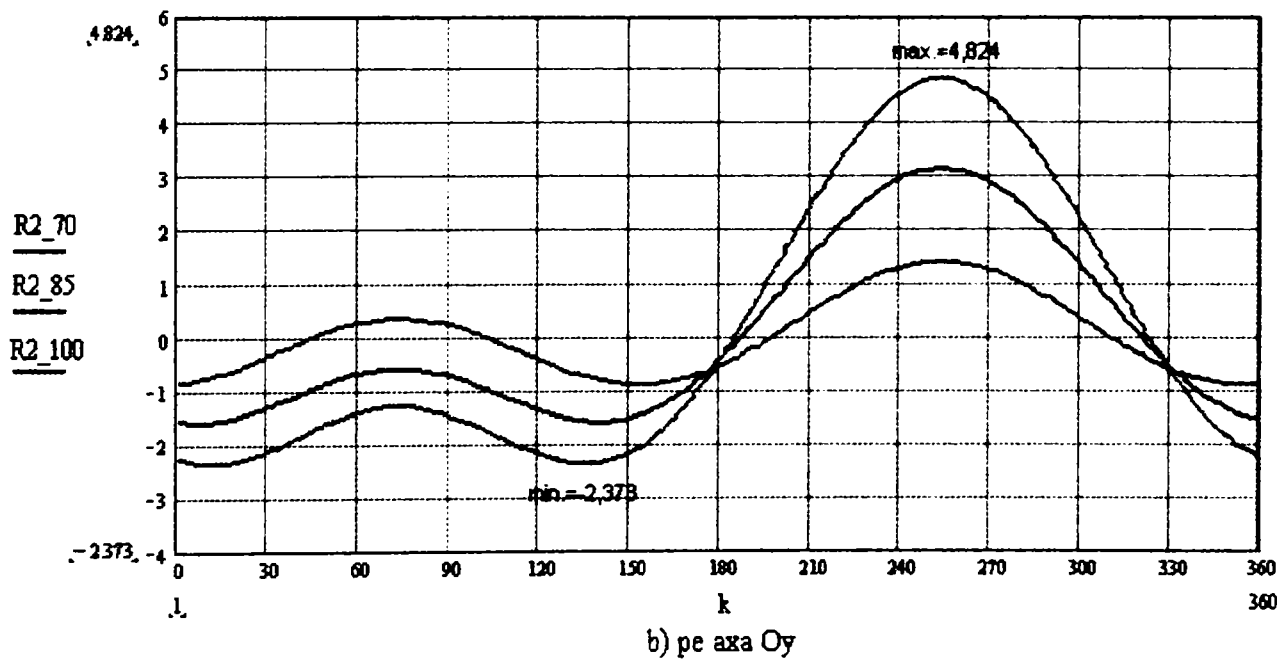
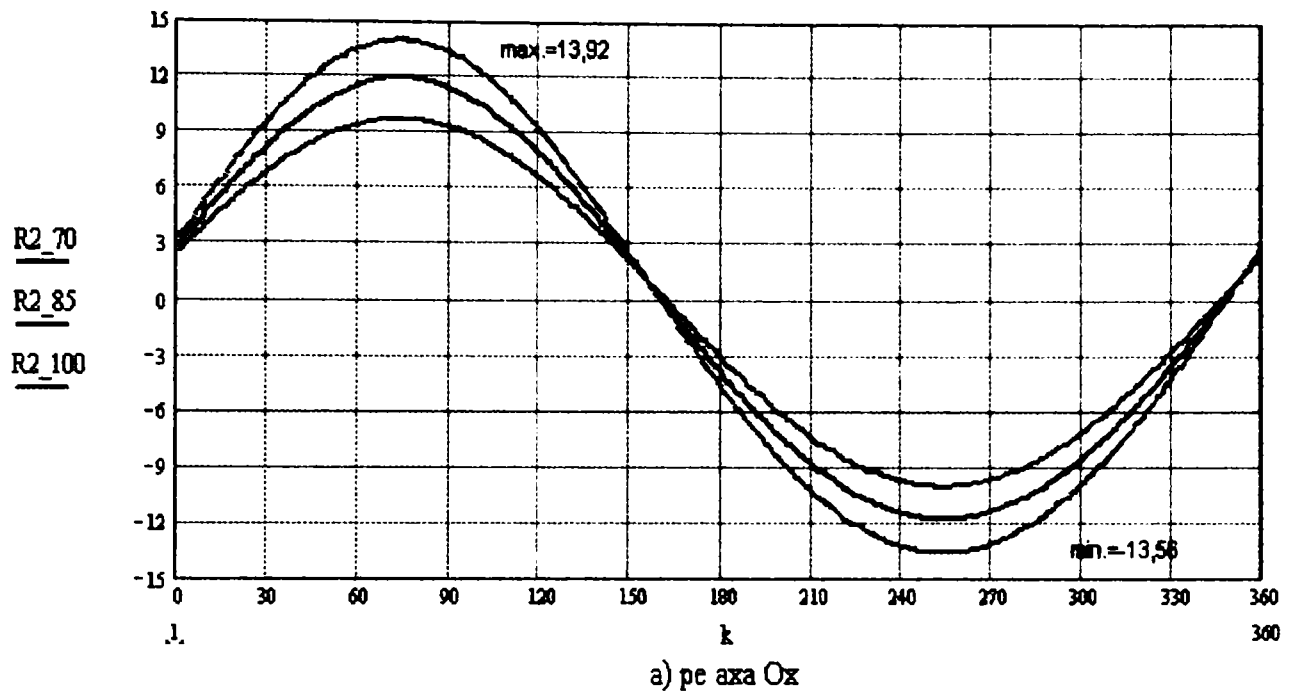


Fig.4.16 Componentele accelerațiilor punctului D[m/s²] cu R_2 variabil și $n=300$ rot/min

Valorile la vârf ale componentelor accelerațiilor corespunzătoare celor două turății, respectiv diferențele la vârf sunt date în tabelele 4.9, 4.10 și 4.11.

Tabelul 4.9 (n = 200rot/min)

R_2 [mm]	$a_{xC} [ms^{-2}]$		$a_{yC} [ms^{-2}]$		$a_{xD} [ms^{-2}]$		$a_{yD} [ms^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
70	7.455	-7.880	2.297	-1.946	7.411	-7.912	1.635	-1.194
85	9.253	-9.064	4.145	-2.458	9.228	-9.121	3.217	-1.853
100	10.916	-10.379	5.457	-2.983	10.901	-10.425	4.838	-2.626

Tabelul 4.10. (n = 300rot/min)

R_2 [mm]	$a_{xC} [ms^{-2}]$		$a_{yC} [ms^{-2}]$		$a_{xD} [ms^{-2}]$		$a_{yD} [ms^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
70	16.773	-17.730	5.168	-4.378	16.674	-17.802	3.678	-2.686
85	20.819	-20.394	9.326	-5.530	20.763	-20.522	7.238	-4.169
100	24.561	-23.352	12.278	-6.711	24.527	-23.456	10.885	-5.908

Tabelul 4.11.

R_{21} [mm]	$d_x C = \max(a_x C) - \min(a_x C)$ [ms ⁻²]		$d_y C = \max(a_y C) - \min(a_y C)$ [ms ⁻²]		$d_x D = \max(a_x D) - \min(a_x D)$ [ms ⁻²]		$d_y D = \max(a_y D) - \min(a_y D)$ [ms ⁻²]	
	n=200	n=300.	n=200	n=300.	n=200	n=300.	n=200	n=300.
70	15,335	34,503	4,243	9,546	15,323	34,476	2,829	6,365
85	18,317	41,213	6,603	14,856	18,349	41,285	5,070	11,407
100	21,295	47,913	8,440	18,990	21,326	47,983	7,464	16,794

Din consultarea valorilor înscrise în tabelele de mai sus se desprind următoarele:

a) creșterea valorilor lui R_2 duce la creșterea componentelor accelerațiilor punctelor C și D, așa cum se vede și din relațiile (4.25) și (4.26);

b) componentele tangențiale (după axa Ox) ale accelerațiilor au creșteri apropiate de creșterea lungimii R_2 , de exemplu

$$\frac{\max(a_x CR_2 70)}{\max(a_x CR_2 85)} = \frac{\max(a_x DR_2 70)}{\max(a_x DR_2 85)} = 0,805; \quad \frac{R_2 70}{R_2 85} = 0,823,$$

$$\frac{\max(a_x CR_2 70)}{\max(a_x CR_2 100)} = \frac{\max(a_x DR_2 70)}{\max(a_x DR_2 100)} = 0,683; \quad \frac{R_2 70}{R_2 100} = 0,70.$$

c) componentele normale ale accelerațiilor cresc mai rapid decât creșterea R_2 , punctele situate spre capătul de evacuare (aproape de D) au creșteri mai mari față de punctele apropiate lui C. De exemplu

$$\frac{\max(a_y CR_2 85)}{\max(a_y CR_2 70)} = 1,805; \quad \frac{\max(a_y DR_2 85)}{\max(a_y DR_2 70)} = 1,967, \text{ pentru } \frac{R_2 85}{R_2 70} = 1,214,$$

sau

$$\frac{\max(a_y CR_2 100)}{\max(a_y CR_2 70)} = 2,375; \quad \frac{\max(a_y DR_2 100)}{\max(a_y DR_2 70)} = 2,965, \text{ pentru } \frac{R_2 100}{R_2 70} = 1,428.$$

Rezultatele acestor studii pot fi utilizate în faza de proiectare a utilajelor de sortare, în scopul optimizării procesului, prin alegerea corespunzătoare a elementelor mecanismului de acționare a sitelor funcție de destinația acestora.

În sfârșit, dacă se modifică lungimea L_1 , a bielei AB (fig.4.1), celelalte dimensiuni rămânând neschimbate, componentele accelerațiilor punctelor C și D, pentru un ciclu de mișcare, patru valori date lui L_1 se modifică conform diagramelor 4.17-4.20

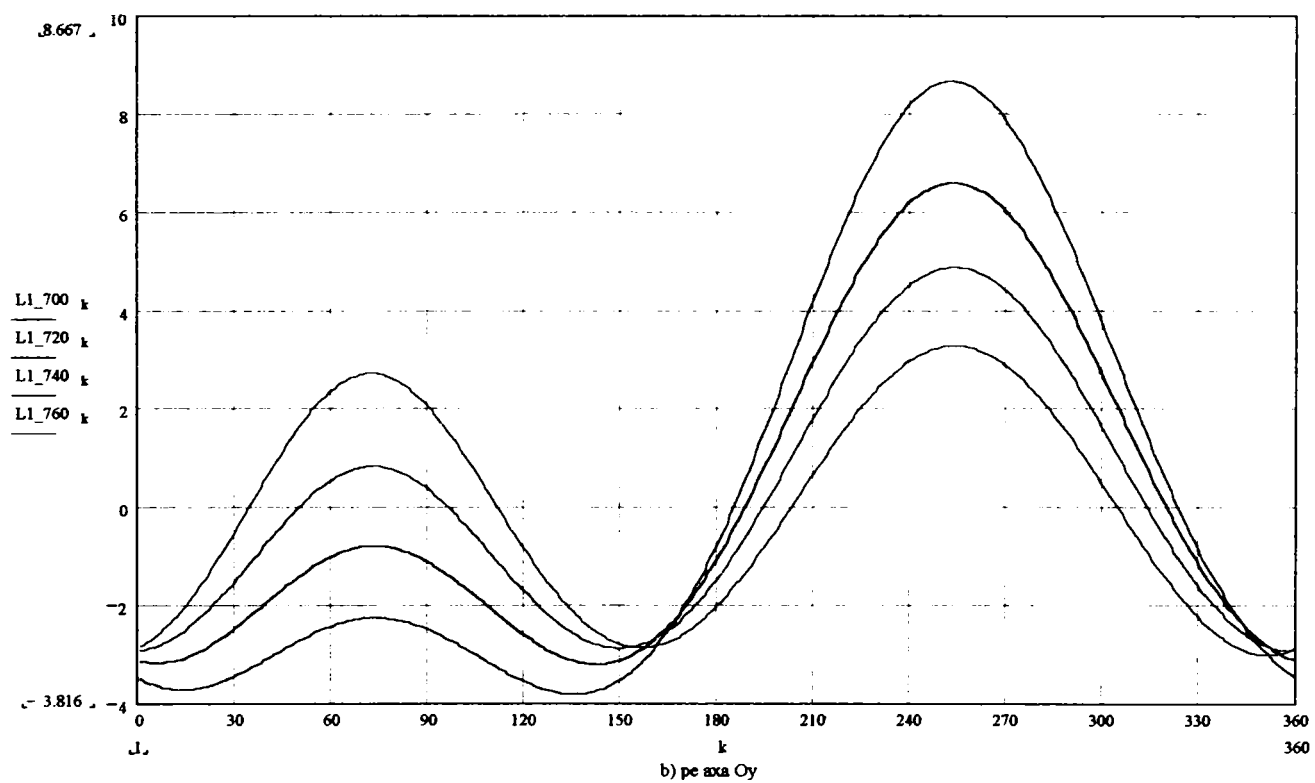
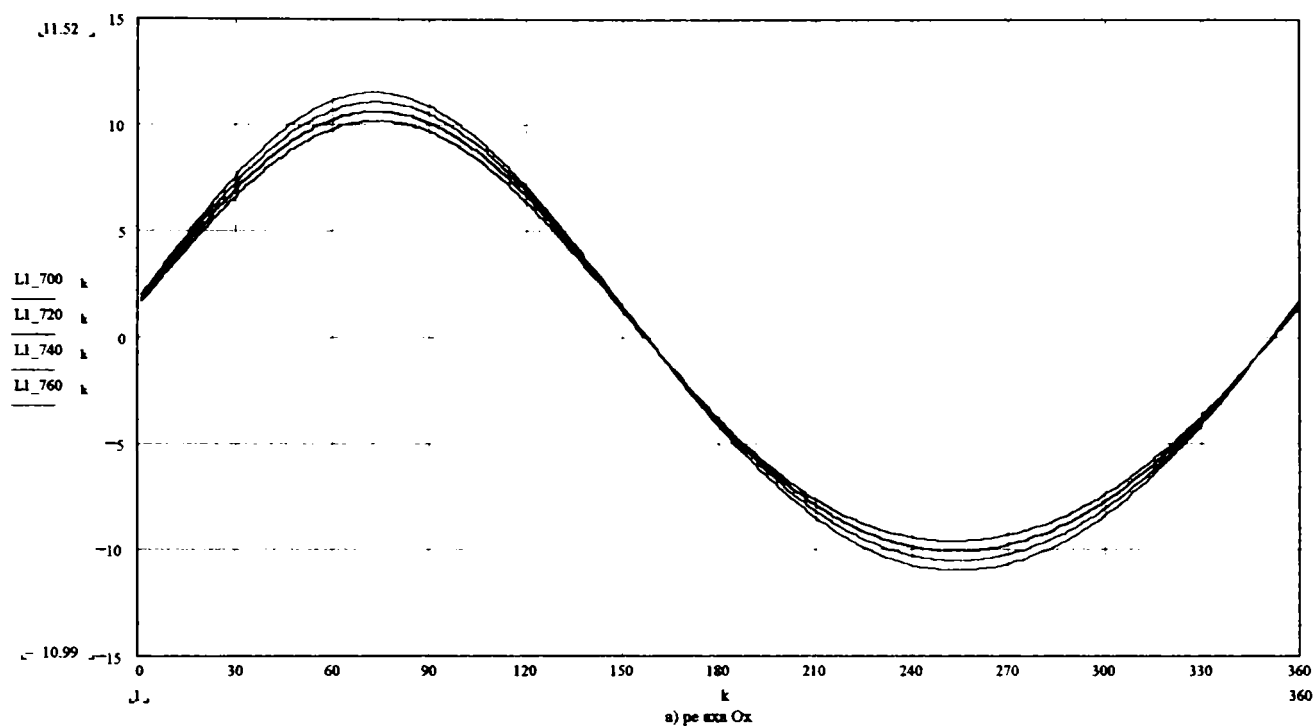


Fig. 4.17 Componentele accelerațiilor punctului C [m/s^2] la L_1 variabil și $n=200$ rot/min

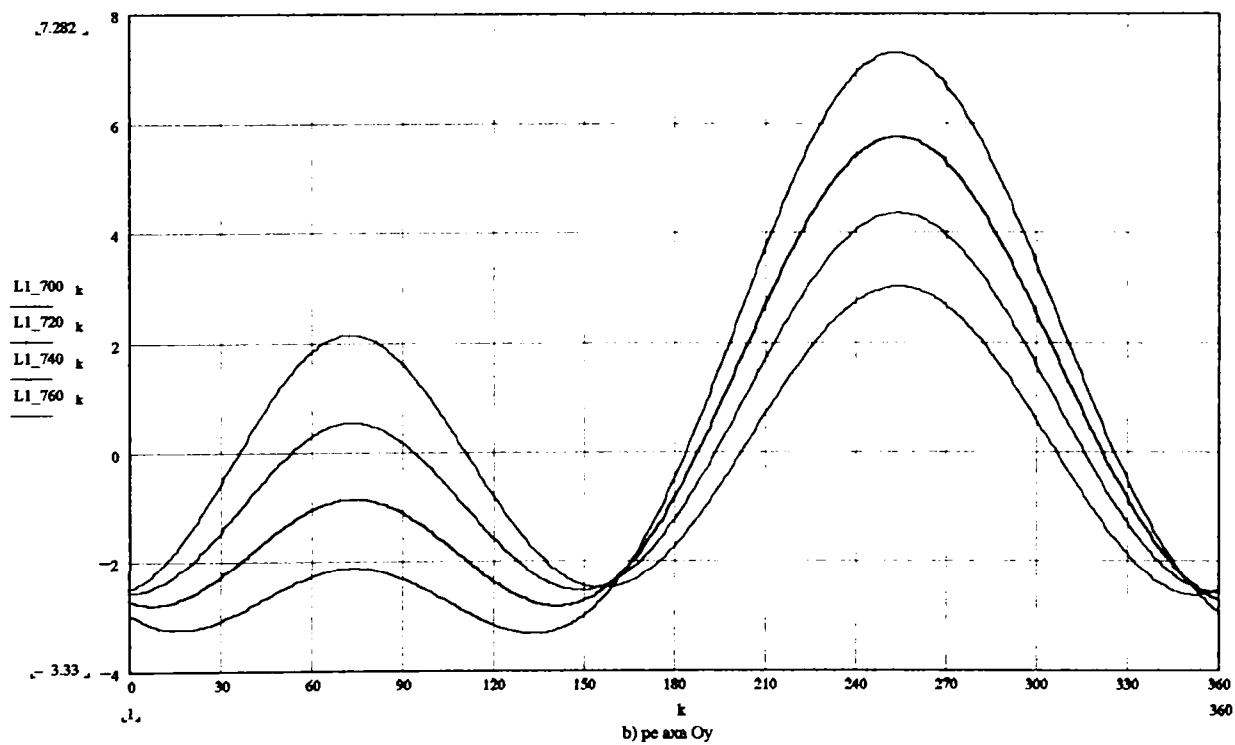
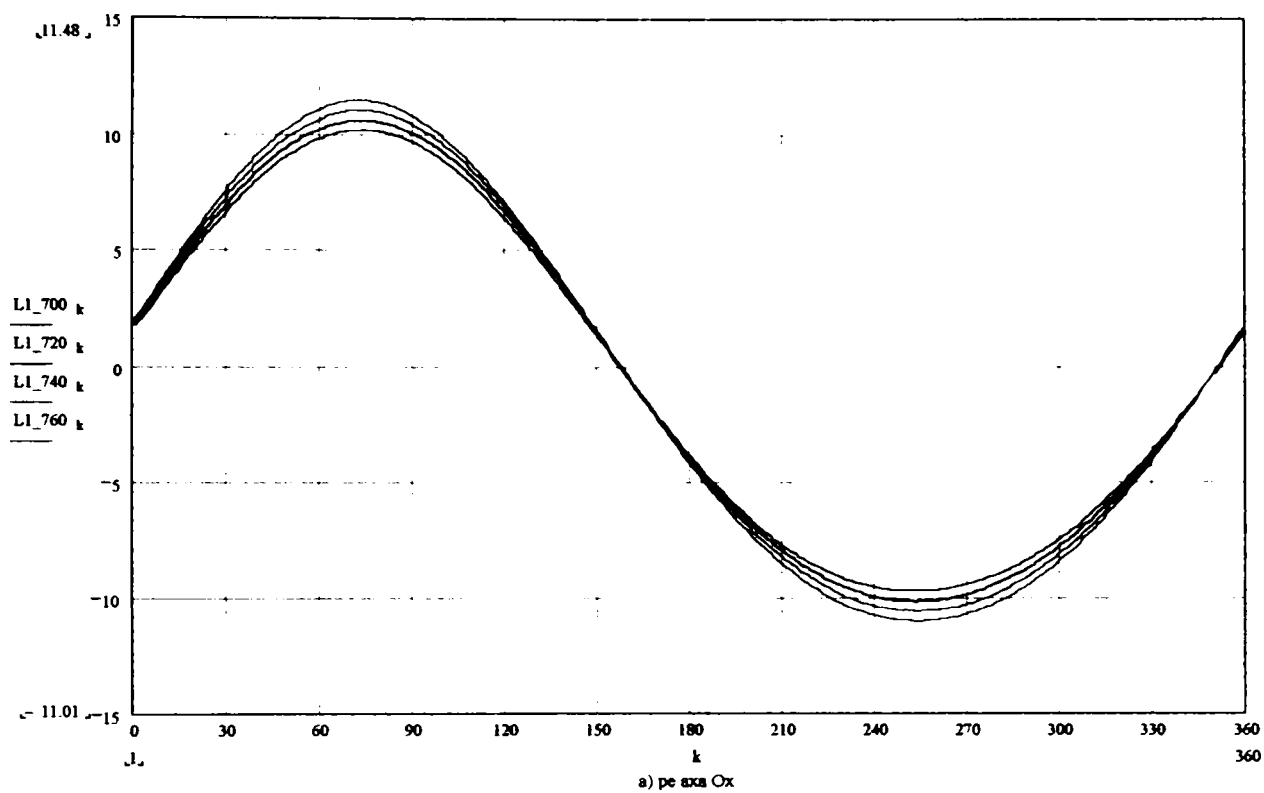


Fig. 4.18 Componentele accelerațiilor punctului D [m/s^2] la L_1 variabil și $n=200$ rot/min

Valorile extreme ale componentelor accelerațiilor pentru două turații diferite și diferențele vârf la vârf, corespunzătoare celor patru valori ale lui L_1 , sunt date în tabelele: 4.12, 4.13 și 4.14.

Tabelul 4.12 ($n=200\text{rot/min}$)

L_1 [mm]	$a_{xC} [ms^{-2}]$		$a_{yC} [ms^{-2}]$		$a_{xD} [ms^{-2}]$		$a_{yD} [ms^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
700	10,195	-9,611	8,667	-3,816	10,205	-9,711	7,284	-3,330
720	10,631	-10,082	6,604	-3,209	10,627	-10,145	5,750	-2,824
740	11,071	-10,537	4,875	-2,932	11,049	-10,576	4,631	-2,576
760	11,520	-10,992	3,280	-3,021	11,477	-11,092	3,020	-2,624

Tabelul 4.13 ($n=300\text{rot/min}$)

L_1 [mm]	$a_{xC} [ms^{-2}]$		$a_{yC} [ms^{-2}]$		$a_{xD} [ms^{-2}]$		$a_{yD} [ms^{-2}]$	
	max.	min.	max.	min.	max.	min.	max.	min.
700	22,938	-21,624	19,500	-8,586	22,961	-21,849	16,389	-7,492
720	23,919	-22,684	14,859	-7,220	23,910	-22,826	12,937	-6,354
740	24,909	-23,708	10,968	-6,597	24,860	-23,796	10,419	-5,796
760	25,920	-24,732	7,380	-6,797	25,823	-24,957	6,795	-5,904

Tabelul 4.14.

L_1 [mm]	$d_x C = \max(a_x C) - \min(a_x C)$ [ms ⁻²]		$d_y C = \max(a_y C) - \min(a_y C)$ [ms ⁻²]		$d_x D = \max(a_x D) - \min(a_x D)$ [ms ⁻²]		$d_y D = \max(a_y D) - \min(a_y D)$ [ms ⁻²]	
	n=200	n=300.	n=200	n=300.	n=200	n=300.	n=200	n=300.
700	19.806	44.563	12,483	28.086	19,916	44,811	10.614	23,881
720	20.713	46.604	9.813	22.079	20.772	46,737	8.574	19,291
740	21.608	48.618	7.807	17.565	21.625	48.656	7.207	16,215
760	22.512	50.652	6.301	14,177	22,569	50,780	5.644	12,699

Din analiza valorilor înscrise în aceste tabele se constată următoarele:

a) creșterea lungimii L_1 , a bielei duce la mărirea componentei tangențiale a accelerației sitei, însoțită de scăderea componentei normale ceea ce duce la creșterea productivității sitei, prin mărirea vitezei de transport, însă scade gradul de scuturare și implicit calitatea separării:

b) modificarea lungimii L_1 nu influențează asupra distribuției de accelerații pe sită care se păstrează cu componenta normală scăzând de la punctul C către D în timp ce componenta tangențială rămâne apoximativ aceeași pe toată lungimea sitei;

c) pentru o creștere a lungimii L_1 cu apoximativ 8.6% , de la 700 la 760mm. componenta tangențială a accelerației sitei crește cu apoximativ 13% în timp ce componentele normale scad cu apoximativ 21% în punctul C și 21,2% în D. adică scăderea acestei componente este aproape aceeași pe toată luguimea sitei.

Modificarea mărimii L_1 determină modificarea deplasărilor punctelor C și D pe arcele de cerc cu centrele în punctele O și O_2 respectiv cu razele R_2 și R_4 .

Acest lucru face ca valorile extreme ale unghiurilor de poziție, α_3 și α_5 să se schimbe și implicit să se modifice și înclinarea sitei față de orizontală, adică unghiul α_4 (fig.4.21) conform relației

$$\alpha_4 = \arccos\left(\frac{x_2 - R_2 \sin \alpha_3 + R_4 \sin \alpha_5}{L_1}\right) \quad (4.33)$$

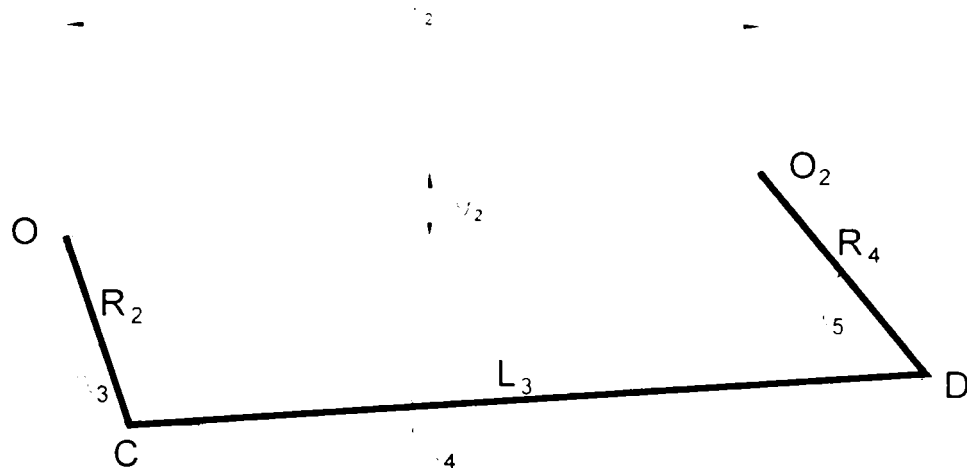


Fig. 4.19 Dependența înclinării sitei cu lungimea bielei

Dependența celor trei unghiuri α_3 , α_4 și α_5 de lungimea L_1 , a bielei este ilustrată în tabelul 4.15.

Tabelul 4.15.

L_1 [mm]	$\alpha_3 [^\circ]$			$\alpha_5 [^\circ]$			$\alpha_4 [^\circ]$
	max.	min.	$d\alpha_3 =$	max.	min.	$d\alpha_3 =$	
700	42,047	12,519	29,528	36,863	11,784	25,079	4°10'
720	33,224	4,243	28,981	29,540	4,591	24,949	4°12'
740	24,828	-4,290	29,118	22,411	-2,819	25,230	4°18'
760	16,615	-13,290	29,905	15,335	-10,583	25,918	4°56'

O problemă de mare interes practic, la mașinile de recoltat cereale, este înrăutățirea procesului de curățire și sortare când acestea lucrează în pantă.

În aceste condiții de exploatare, prin înclinarea sitelor, odată cu întreaga mașină, calitatea separării se reduce destul de mult, fiind însoțită de pierderi însemnate de boabe.

O metodă mai simplă și ușor de realizat tehnic pentru ameliorarea, cât de cât, a acestui neajuns ar fi modificarea lungimii bielei pentru aceste condiții de exploatare. Astfel la urcarea pantei când înclinarea mașinii și deci și a sitei este mare, prin micșorarea lungimii L_1 se obține o micșorare a acestei înclinări. Din contră la coborârea pantei condiții mai bune de separare se obțin prin creșterea mărimii L_1 .

4.3. Determinarea experimentală a mișcărilor unei site plane vibratoare vibrante.

4.3.1 Metoda de investigare experimentală

Având în vedere că sunt vizate atât mișcările vibratorii ale sitei cât și mișcările particulelor materiale situate pe aceasta, s-a folosit o tehnică specială, modernă, de măsurare a vibrațiilor și anume tehnica filmării rapide cu prelucrarea numerică, secvențială cadru cu cadru a imaginilor filmate. Astfel, în fig 4.17 sunt prezentate trei cadre succesive ale unei secvențe filmate cu o cameră video de uz general CANON MV-500, având o frecvență de filmare de 25 cadre pe secundă, ceea ce corespunde la un increment de timp $\Delta t = \frac{1}{25}$ sec., între două cadre.

Pe cele trei imagini din figură se disting ușor pozițiile instantanee notate cu 1,2 și 3 ale unei particule din materialul aflat pe sita vibratoare



Fig. 4.20 Trei cadre succesive ale unei secvențe filmate ale sitei vibratoare în mișcare

Pentru evaluarea coordonatelor unei particule materiale, aflată în mișcare pe sită, este necesar ca fiecare imagine să conțină două rigle gradate, una fixă R_{fix} solidară cu cadrul instalației de separare și una mobilă R_{mob} fixată pe sita vibratoare (fig.4.21).



Fig. 4.21 Amplasarea riglelor de măsurare pe instalația de separare.

Pentru a pune în evidență avantajele metodei de măsurare a mișcărilor vibratorii, metodă aplicată și dezvoltată în cadrul tezei, pe rigla mobilă R_{mob} s-a amplasat cală C_a (fig. 4.19) care se poate mișca liber de-a lungul riglei, cala efectuând mișcări în plan vertical similare mișcărilor unei particule din materialul aflat pe sită.

Ca repere, pentru măsurarea mișcărilor vibratorii ale sitei și calei C_a , s-au ales punctele P_1 și P_2 poziționate pe rigla fixă R_{fix} la marcajele 10 și 25 cm, deci la o distanță $P_1P_2 = 150mm.$, distanță considerată etalon pentru fiecare imagine. Pentru măsurarea vibrațiilor riglei vibrante R_{mob} , pe ea s-au poziționat alte două puncte P_3 și P_4 iar pentru determinarea mișcărilor calei C_a , pe aceasta s-au marcat puncte P_5, P_6 și P_7 (fig.4.22).

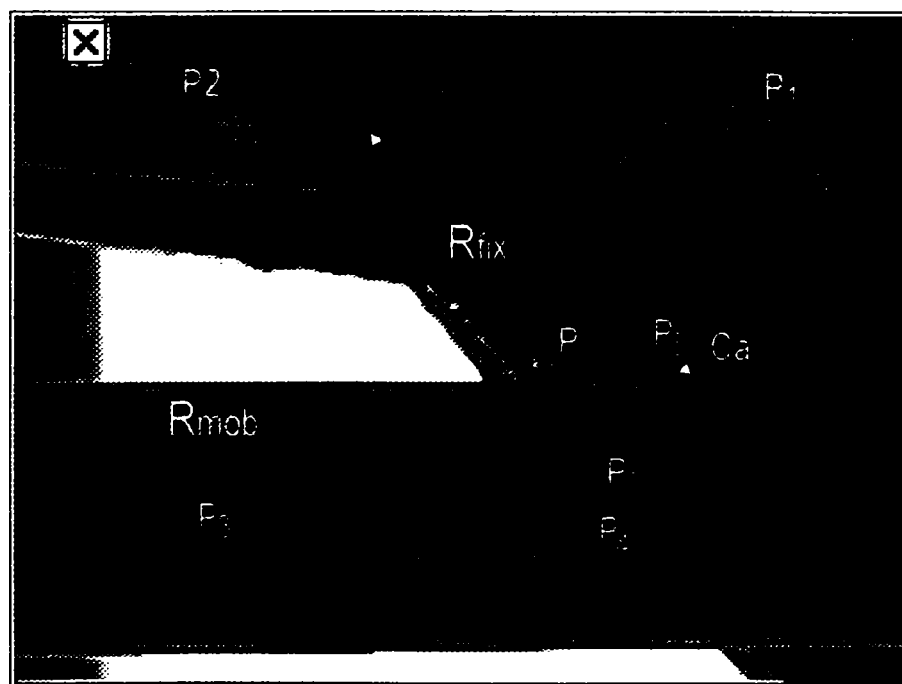


Fig 4.22 Amplasarea punctelor de măsurare a mișcărilor riglei vibrante și a calei

Pentru prelucrarea numerică a imaginilor s-a folosit următoarea tehnologie. Imaginile înregistrate prin camera digitală, cu frecvența de 25 cadre/sec, sunt preluate de programul ADOBE PREMIER, a cărui fereastră este prezentată în fig 4.23, captarea imaginilor făcându-se prin programul SNAGLT STUDIO 6.

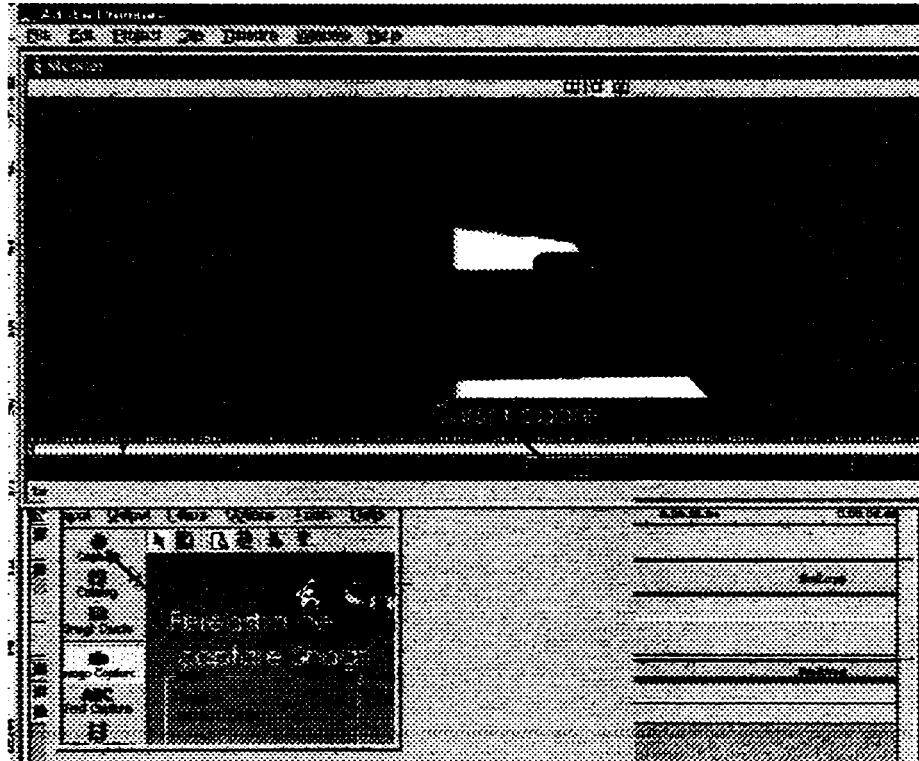


Fig. 4.23 Fereastra in programul Adobe Premier

Imaginile succesiunilor de cadre captate în fișiere Windows Bitmap (BMP) sunt importate în programul Corel R.A.V.E. 2.0. În continuare, cu ajutorul riglelor X și Y (fig. 4.24) se determină, în această fază, coordonatele X_i și Y_i ($i=\overline{1,7}$), de fereastră, ale celor 7 puncte caracteristice P_1, \dots, P_7 .

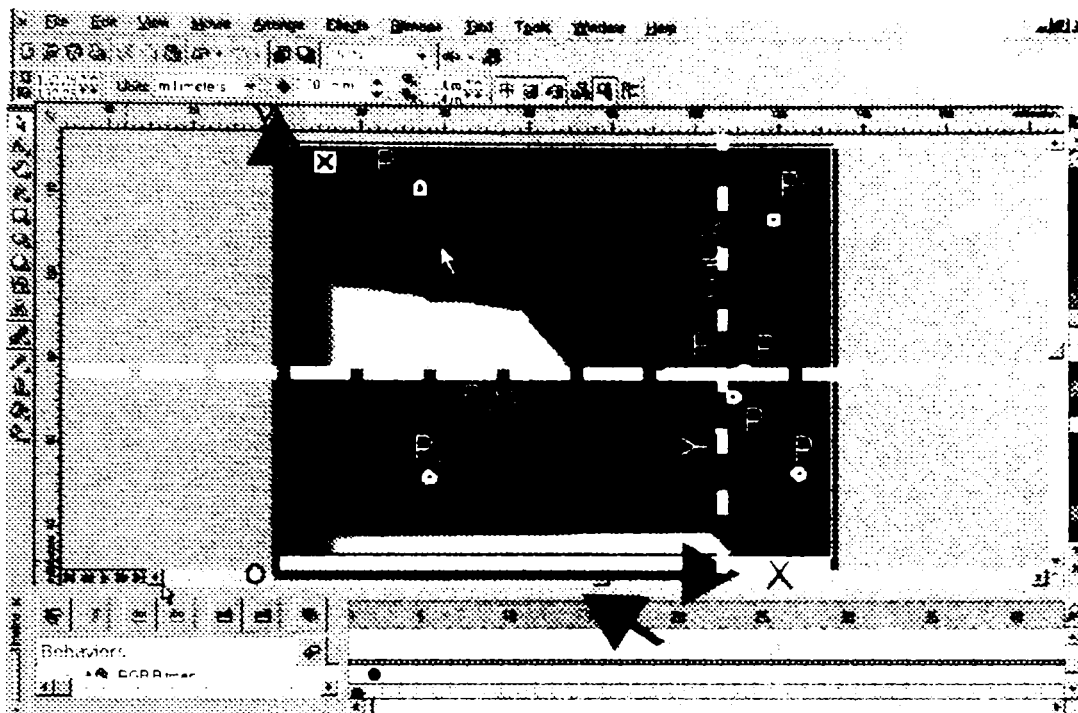


Fig. 4.24 Determinarea coordonatelor X_i și Y_i de fereastră ale punctelor P_1, \dots, P_n .

Pentru determinarea coordonatelor reale, față de un sistem de coordonate fix legat de cadrul instalației, se are în vedere că distanța $P_1P_2 = 150\text{mm}$, astfel încât se poate determina un factor de scară

$$k_L = \frac{150}{P_1P_2} = \frac{150}{\sqrt{(X_1 - X_2)^2 + (Y_1 - Y_2)^2}} \frac{\text{mm}}{\text{div}}, \quad (4.34)$$

cu ajutorul căruia se pot determina coordonatele reale ale punctelor P_i , astfel:

$$x_i = k_L X_i; \quad y_i = k_L Y_i. \quad (4.35)$$

Cu ajutorul valorilor X_i , Y_i stocate într-un fișier de date (tab.4.16) se determină mișcările vibratorii.

Tab. 4.16 Valori ale coordonatelor de fereastră pentru un număr de 40 cadre

Nr. Cadru	P ₁		P ₂		P ₃		P ₄		P ₅		P ₆		P ₇	
	X ₁	Y ₁	X ₂	Y ₂	X ₃	Y ₃	X ₄	Y ₄	X ₅	Y ₅	X ₆	Y ₆	X ₇	Y ₇
1	22.576	125.368	76.762	120.841	6.546	79.731	65.673	80.665	79.541	99.78	83.945	99.499	81.227	95.938
2	22.718	125.283	76.762	120.941	8.201	79.624	67.453	79.728	75.8	100.623	80.103	100.061	77.386	96.782
3	22.623	125.188	76.903	120.374	19.008	77.912	77.76	78.416	75.418	96.688	79.728	96.5	77.011	92.94
4	22.623	125.283	76.998	120.705	18.634	77.912	78.229	78.042	75.324	96.782	79.822	96.5	77.105	92.846
5	22.812	125.283	77.045	120.658	18.58	78.179	76.823	78.229	79.822	95.845	84.038	96.938	81.508	92.284
6	22.859	125.33	76.903	120.516	7.452	79.356	66.61	79.541	78.875	98.349	83.219	98.498	81.047	94.828
7	22.623	125.098	76.762	120.422	6.65	79.517	65.954	79.541	74.83	99.772	79.099	100.146	77.227	96.251
8	22.623	125.142	76.903	120.422	17.403	77.858	75.512	78.042	73.407	96.401	77.901	96.551	75.504	92.806
9	22.67	125.283	76.856	120.846	19.543	78.233	78.697	77.854	78.201	96.476	82.32	97.15	80.373	93.255
10	22.812	125.283	76.998	120.894	8.522	79.249	67.734	79.166	79.174	97.974	83.593	98.124	81.197	94.379
11	22.623	124.953	76.856	120.186	5.901	79.677	65.11	79.728	76.628	99.622	80.897	99.472	78.425	95.802
12	22.67	125.283	76.903	120.463	15.103	78.179	73.544	79.299	74.306	96.926	78.425	96.651	75.804	93.255
13	22.765	124.906	76.998	120.138	20.72	77.859	79.634	77.479	77.452	97.3	81.796	97	79.174	93.555
14	22.576	125.33	76.856	120.374	10.662	78.661	70.358	78.229	77.302	97.15	81.796	97.3	79.249	93.48
15	22.529	125.189	76.998	120.422	5.473	80.159	64.83	80.571	73.257	99.023	77.377	99.173	75.205	95.428
16	22.67	125.189	76.998	120.374	12.909	78.286	71.483	78.416	68.688	97.45	72.808	98.424	71.235	94.154
17	22.848	125.013	77.152	120.819	21.951	77.826	80.522	78.275	68.688	96.626	72.958	97.075	70.785	93.181
18	22.774	125.388	77.152	120.894	14.011	78.275	72.958	78.35	70.86	96.776	75.279	96.926	72.958	93.181
19	23.074	125.313	77.302	120.699	5.398	79.848	65.243	80.747	68.463	98.873	72.808	99.247	70.486	95.278
20	22.779	125.163	77.152	120.744	10.641	78.725	70.486	78.875	64.868	98.124	69.213	98.124	66.666	94.379
21	23.074	125.238	77.227	120.744	21.277	77.751	80.298	77.751	65.093	96.926	69.362	97.45	67.34	93.555
22	22.924	125.388	77.077	120.744	15.659	77.976	75.13	78.275	66.291	96.326	70.636	96.401	68.239	92.581
23	22.774	125.388	77.002	120.894	5.997	79.699	65.393	80.373	63.071	98.798	67.265	98.873	65.243	95.203
24	22.924	125.088	77.152	120.669	9.742	78.875	68.389	79.248	58.277	99.622	62.771	99.772	60.524	95.877
25	22.774	125.088	77.227	120.594	20.453	77.452	78.875	77.751	56.03	96.177	60.749	95.952	57.828	92.506
26	22.55	125.163	77.002	120.744	17.981	77.826	76.927	78.051	57.978	96.102	62.322	96.401	60.15	92.432
27	22.999	125.388	77.302	120.519	7.7943	79.399	66.891	79.699	56.405	97.899	60.974	98.124	58.427	94.379
28	22.999	125.238	77.227	120.968	18.655	78.126	77.452	78.201	47.372	96.626	51.761	97.075	49.514	93.181
29	22.924	125.537	77.077	120.894	20.003	78.051	79.024	77976	48.166	96.851	52.66	97.375	50.562	93.405
30	23.299	125.537	77.452	120.669	9.442	78.875	68.913	79.024	47.417	97.749	51.686	97.974	49.289	94.229
31	22.849	125.537	77.077	120.369	6.521	79.624	65.992	80.148	41.874	99.023	46.518	99.098	43.896	95.353
32	22.924	125.088	77.077	120.669	15.434	77.601	74.456	77.976	38.054	96.401	42.698	96.326	40.076	92.581
33	22.625	125.388	77.077	120.744	20.977	77.976	79.624	77.901	38.728	97.749	43.222	97.375	40.751	93.78
34	22.924	125.388	77.227	120.819	11.465	78.126	70.336	78.725	39.178	97.375	43.597	97.45	41.05	93.555
35	23.224	125.238	77.077	120.744	5.622	79.549	65.318	80.747	35.582	98.948	40.076	99.397	38.054	95.428
36	22.849	125.088	77.152	120.744	13.712	78.051	72.958	78.35	30.489	97.675	35.058	98.274	33.326	94.304
37	23.149	125.388	77.302	120.819	21.876	77.826	80.597	78.126	31.163	96.776	35.582	96.926	33.335	93.031
38	22.924	125.238	77.227	120.519	12.813	78.051	72.209	78.425	30.864	96.551	35.133	96.926	32.661	93.106
39	22.849	125.163	76.852	120.744	5.473	79.923	65.168	80.897	25.696	99.023	30.489	99.023	27.868	95.128
40	22.999	125.238	77.227	120.819	5.772	79.624	65.093	80.747	25.771	98.948	30.19	98.948	27.943	95.203

4.3.2 Prelucrarea datelor experimentale. Interpretarea rezultatelor.

În tabelul 4.16 sunt date valorile numerice ale coordonatelor de fereastră ale celor 7 puncte caracteristice, pentru fiecare din cele 40 cadre ale unei secvențe filmate timp de $\frac{40}{25}$ sec. Pe baza datelor din acest tabel, în figura 4.25 s-au reprezentat grafic diagramele mișcărilor vibratorii ale punctelor P₃ și P₄, situate pe rigla solidară cu sita vibratoare, diagrame care determină de fapt mișcarea sitei vibratoare.

O primă observație, foarte importantă, este aceea că legile de mișcare date prin cele 40 de eșantioane, corespunzătoare celor 40 cadre filmate, sunt aproape identice pentru cele două puncte P₃ și P₄, fapt ce atestă precizia, acuratețea și încrederea în metoda dezvoltată în cadrul acestei lucrări. Totodată se constată că valorile amplitudinilor vibrațiilor acestor două puncte sunt apropiate de valorile determinate în cadrul acestui capitol prin analiza cinematică a mecanismului sistemului de acționare al sitei, după cum se va vedea prin evaluarea acestora.

Pentru analiza armonică a vibrațiilor se consideră că semnalul de vibrații, evaluat pe baza acestei metode conține două armonice, fiind de forma

$$x(t) = \sum_{s=1}^2 [a_s \cos(2\pi sft) + b_s \sin(2\pi sft)], \quad (4.36)$$

unde a_s și b_s sunt componentele armonicilor 1 și 2, cu care se determină amplitudinile

$$A_s = \sqrt{a_s^2 + b_s^2}, \quad (4.37)$$

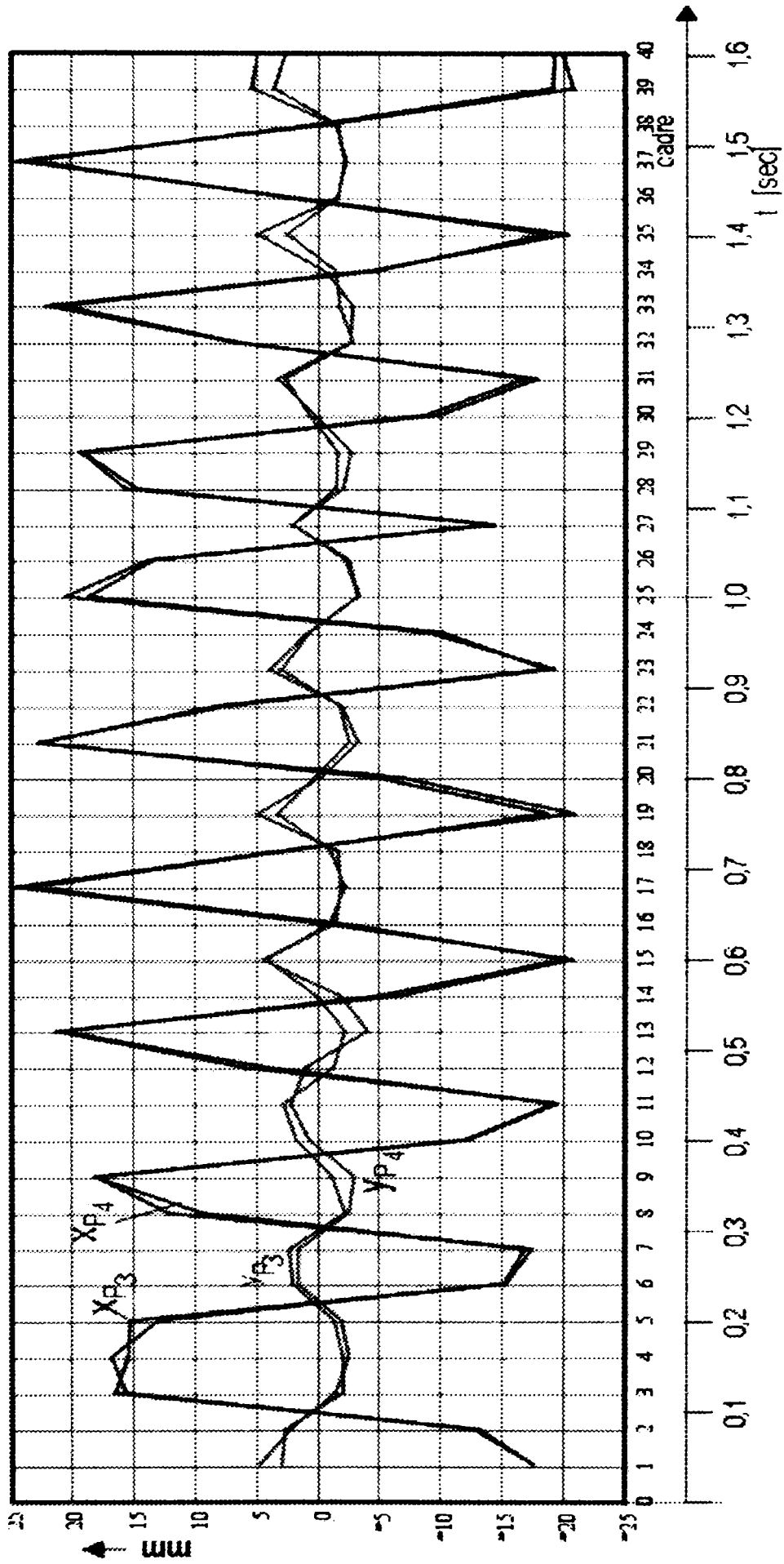


Fig. 4.25 Diagramele vibrațiilor sitei vibrante

Din analiza vibrogramelor din fig.4.25, se constată o periodicitate de cinci cadre, ceea ce corespunde la o perioadă $T = \frac{5}{25}$ sec., respectiv o frecvență $f = \frac{1}{T} = 6,25\text{Hz}$.

Amplitudinile a_s și b_s se calculează cu relațiile

$$a_s = \frac{2}{T_a} \int_0^{T_a} x(t) \cos(2\pi f t) dt, \quad (4.38)$$

și respectiv

$$b_s = \frac{2}{T_a} \int_0^{T_a} x(t) \sin(2\pi f t) dt, \quad (4.39)$$

unde T_a este intervalul finit de analiză.

Considerând aceasta ca o valoare aproximativă, valorile amplitudinilor complexe a_s și b_s pot fi exprimate și prin relațiile numerice

$$a_{s,j} = \frac{2}{(n-n_0)-1} \sum_{k=1}^{n-n_0} \{x(k\Delta t) \cos[s\pi(f_0 + j\Delta f)(k-1)\Delta t]\}, \quad (4.40)$$

$$b_{s,j} = \frac{2}{(n-n_0)-1} \sum_{k=1}^{n-n_0} \{x(k\Delta t) \sin[s\pi(f_0 + j\Delta f)(k-1)\Delta t]\}, \quad (4.41)$$

în care n_0 și n reprezintă numărul cadrului de început și respectiv de sfârșit al analizei iar $\Delta t = \frac{1}{25}$ sec., este intervalul dintre două cadre succesive.

Pentru determinarea exactă a frecvenței fundamentale f , a mișcărilor vibratorii, în relațiile (4.40) și (4.41), aceasta s-a considerat de forma unui șir de valori

$$f_j = f_0 + j\Delta f; \quad (j = 1, 2, 3, \dots, m), \quad (4.42)$$

valoarea reală pentru amplitudinea A_s fiind dată de condiția

$$A_s = \max\left(\sqrt{a_{s,j}^2 + b_{s,j}^2}\right); \quad (j = 1, 2, 3, \dots, m), \quad (4.43)$$

condiție impusă de corelarea dintre funcția $x(t)$ și funcțiile $\cos(2\pi f t)$ și $\sin(2\pi f t)$.

Pe baza acestui algoritm, luându $f_0 = 6\text{Hz}$, cu un increment $\Delta f = 0,001\text{Hz}$ pentru un număr $m = 400$ de iterații j s-au obținut rezultatele din tabelul 4.17.

Comparând valorile amplitudinilor vibrațiilor sitei, determinate experimental cu această metodă, cu cele calculate teoretic, pe baza relațiilor cinematice, se constată valori foarte apropiate pentru armonicele corespunzătoare frecvenței fundamentale A_1 .

Diferențele constatate între amplitudinile armonice a doua corespunzătoare mișcărilor pe direcția Oy pot fi puse pe seama elasticității sitei pe care este fixată în consolă rigla ce conține punctele P_3 și P_4 .

Tab. 4.17 Valori comparative ale amplitudinilor vibrațiilor sitei vibrante

Punctul	Valori determinate experimental			Valori calculate prin relații cinematice		
	A_1 [mm]	A_2 [mm]	f [Hz]	Punctul	A_1 [mm]	A_2 [mm]
P_3 după dir. Ox	20,651	1,097	6.180	C	20,575	1,215
P_4 după dir. Ox	19,63	1,066	6.179	D	20,612	1,127
P_3 după dir. Oy	2,562	0,999	6.136	C	4,098	5.201
P_4 după dir. Oy	3,140	1,201	6.194	D	3,515	3,762

Precizia de estimare a amplitudinilor pe baza metodei propuse în prezenta lucrare reiese și din valorile foarte apropiate ale frecvenței estimată prin algoritmul de mai sus.

Aceiași precizie se poate constata și în estimarea legilor de mișcare ale punctelor P_5 , P_6 și P_7 amplasate pe cala Ca (fig.4.26) din care se constată că diagramele corespunzătoare mișcărilor celor trei puncte aproape sunt suprapuse. Acest fapt arată că mișcarea calei este o mișcare plan-paralelă apropiată unei mișcări de translație și ca atare modelul dinamic este cel al punctului material, model analizat și dezvoltat pe larg în cadrul tezei.

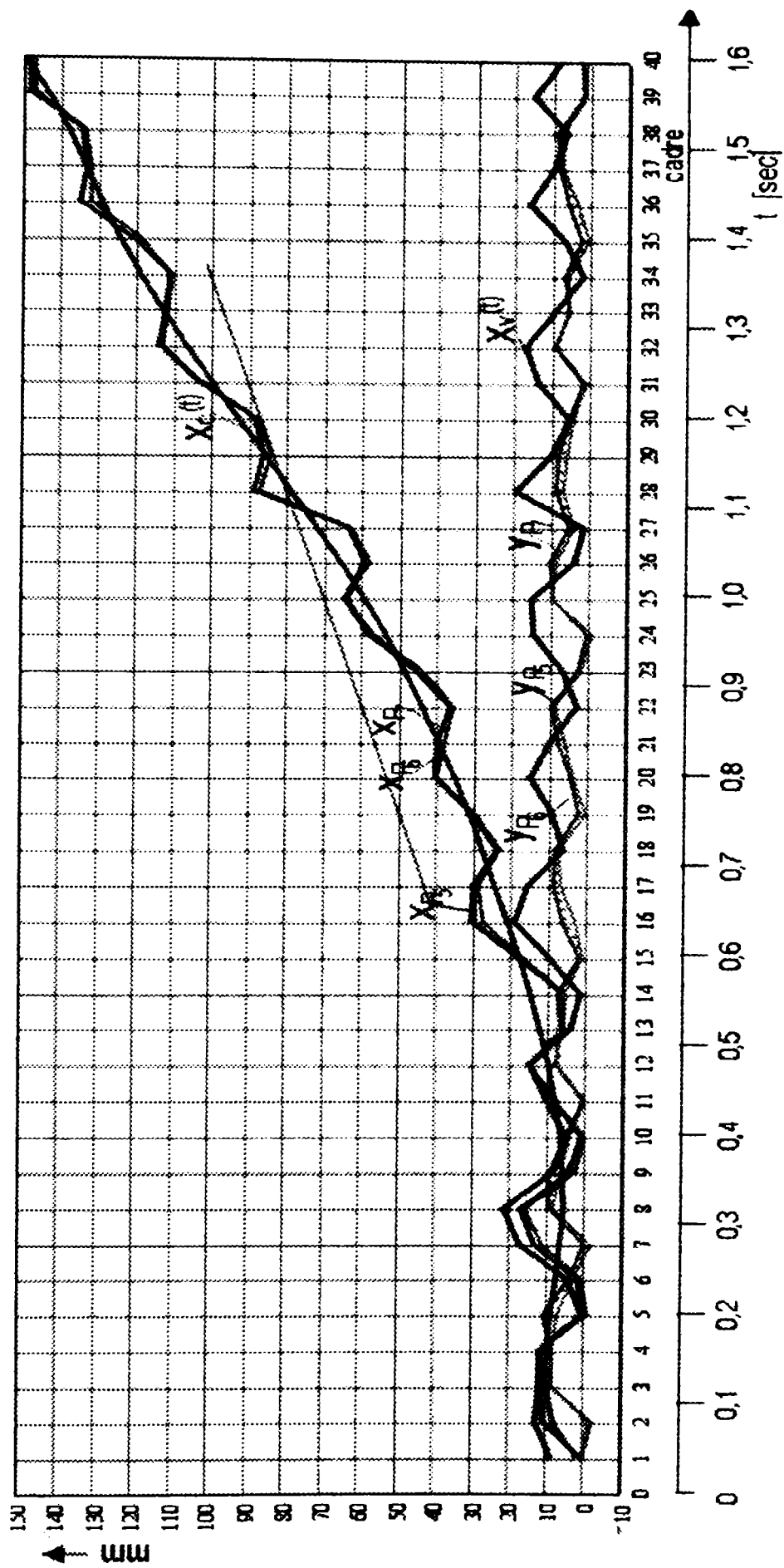


Fig. 4.26 Diagramele legilor de mișcare ale punctelor P_5 , P_6 și P_7 de pe cata C_a

Legile de mișcare $x_{p_{5.6.7}}$, după direcția orizontală Ox , conțin două componente, fiind de forma

$$x_{p_{5.6.7}}(t) = x_c(t) + x_v(t); \quad (4.44)$$

unde $x_c(t)$ este componenta de transport și este continuă iar $x_v(t)$ este variabilă alternativ față de o valoare medie. Cele două componente pot fi separate folosind o tehnică de regresii. Dacă se consideră că $x_c(t)$ poate fi exprimată printr-o funcție polinomială, de forma

$$x_c(t) \cong c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \dots + c_n t^{n_p}. \quad (4.45)$$

legea de mișcare (4.44) devine

$$x_{p_{5.6.7}} \cong c_0 + c_1 t + c_2 t^2 + \dots + c_n t^{n_p} + x_v(t). \quad (4.46)$$

Cum relația (4.46) trebuie să fie valabilă la orice moment t_i al cadrului i , se obține sistemul liniar format din n ecuații

$$c_0 + c_1 t_i + c_2 t_i^2 + \dots + c_n t_i^{n_p} \cong x_{p_{5.6.7}}(t_i) - x_v(t_i); \quad (i = \overline{1, n}), \quad (4.47)$$

conținând necunoscute c_0, c_1, \dots, c_n în număr de $n_p + 1$.

Sistemul (4.47) se mai poate scrie și sub forma matriceală

$$[W]\{c\} = \{X_p\} - \{X_v\} \quad (4.48)$$

în care s-au făcut notațiile:

$$\begin{aligned} \{c\} &= \{c_0, c_1, c_2, \dots, c_{n_p}\}^T; \\ \{X_p\} &= \{x_{p_{5.6.7}}(t_1), x_{p_{5.6.7}}(t_2), \dots, x_{p_{5.6.7}}(t_{n_p})\}^T; \\ \{X_v\} &= \{x_v(t_1), x_v(t_2), \dots, x_v(t_{n_p})\}^T, \end{aligned} \quad (4.49)$$

și respectiv

$$[W] = \begin{bmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & t_1^3 & t_1^{n_p} \\ 1 & t_2 & t_2^2 & t_2^3 & t_2^{n_p} \\ 1 & t_3 & t_3^2 & t_3^3 & t_3^{n_p} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_n & t_n^2 & t_n^3 & t_n^{n_p} \end{bmatrix}. \quad (4.50)$$

Pentru $n > n_p$ sistemul este supraabundent și se rezolvă prin metoda celor mai mici pătrate, având soluțiile

$$\{c\} = \left([W]^T [W] \right)^{-1} \left([W]^T (\{X_P\} - \{X_V\}) \right). \quad (4.51)$$

Deoarece elementele vectorului $\{X_V\}$ are numai componente variabile periodic, acestea se pot descompune în serii armonice, și se poate arăta că produsul

$$[W]^T \{X_V\} \rightarrow \{0\}, \quad (4.52)$$

astfel că sistemul (4.48) are soluțiile

$$\{c\} = \left([W]^T [W] \right)^{-1} \left([W]^T \{X_P\} \right), \quad (4.53)$$

având ca date de intrare șirul de valori $x_{P_{5,6,7}}(t_i)$ determinate experimental.

În final având identificați coeficienții c_i ($i = \overline{0, n_p}$) ai polinomului (4.45) se poate calcula componenta continuă $x_c(t)$ cu o densitate mai mare de puncte, așa cum se poate observa din fig. 4.27, unde s-a luat $n_p = 7$, gradul de aproximare al polinomului (4.44).

Din relația (4.44), prin derivare în raport cu timpul, se obține legea de variație a vitezei de transport

$$v_t(t) = \dot{x}_c(t) = c_1 + 2c_2t + 3c_3t^2 \dots + n_p c_n t^{n_p-1}, \quad (4.54)$$

care este reprezentată în fig.4.27 împreună cu funcția $x_c(t)$.

Calitatea înaltă a rezultatelor și bogăția informațiilor obținute, prin aplicarea acestei metode modernă și originală, atestă utilitatea ei în studiul mișcărilor corpurilor materiale cu desprinderi de legături, situație în care se găsesc particulele amestecului de pe sita vibratoare.

Atașarea unui senzor de deplasare unei particule, schimbă complet condițiile de mișcare și ca atare această metodă nu poate fi aplicată, motiv pentru care s-a apelat la metoda prezentată. S-a demonstrat că utilizarea chiar a unei camere video de uz general cu numai 25 cadre/sec. satisface cerințele studiului experimental.

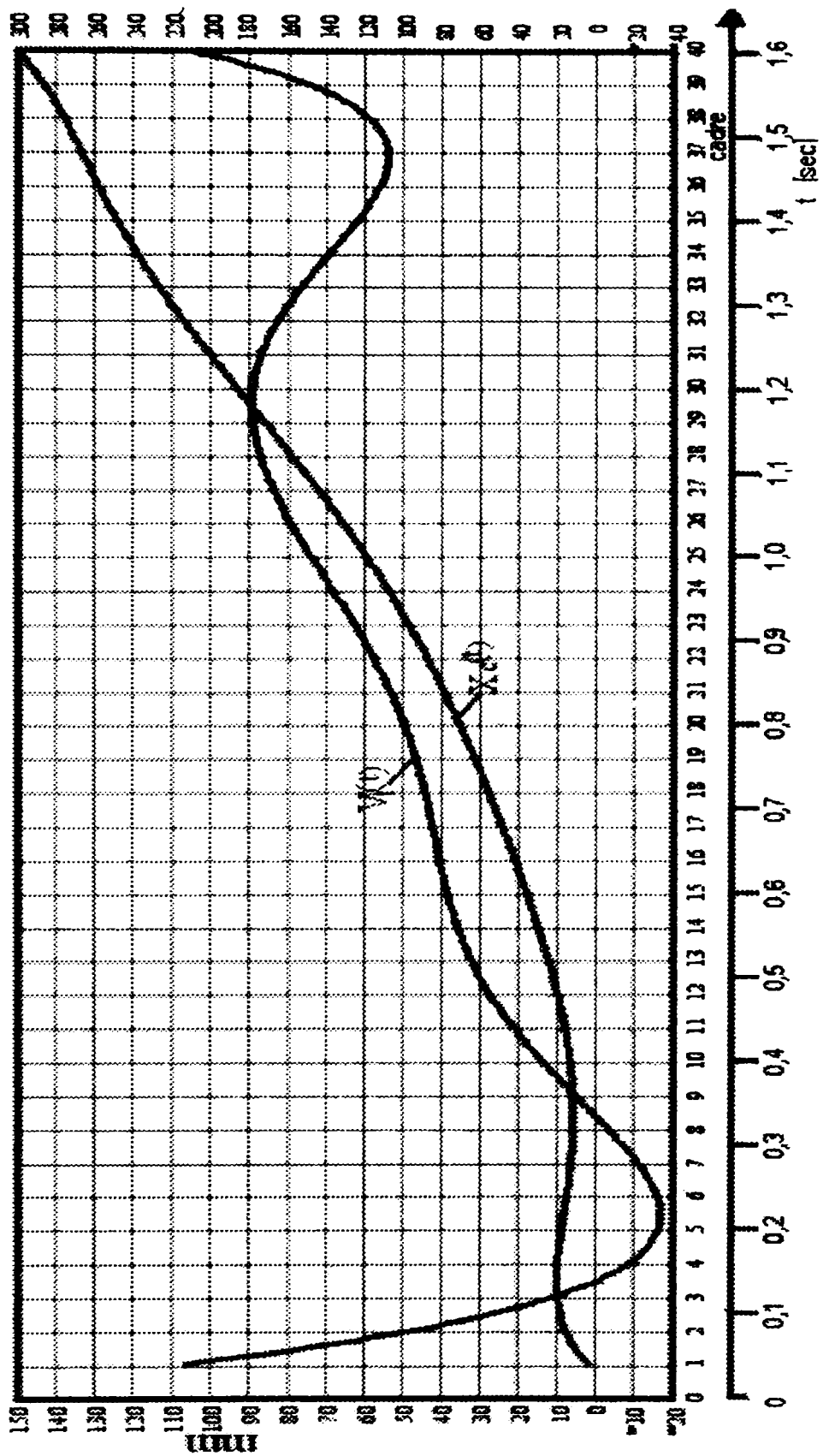


Fig.4.27 Variația mărimilor $x_c(t)$ și $v_t(t)$

CAPITOLUL V

CONTRIBUȚII ORIGINALE ȘI CONCLUZII FINALE

Ca și contribuții originale pot fi considerate următoarele:

1. Sistematizarea rezultatelor obținute , până la această dată, în studiul dinamicii sitelor plane vibratoare și definirea unor modele dinamice reprezentative în acest domeniu, modele care au avut o contribuție însemnată la fundamentarea teoretică a separării vibraționale.

Astfel, pentru prima dată sunt definite modelele: Blehman-Djanelidze, Berg-Letoșnev, Grigoriev-Turbin, Faibușevici și Wacker, fiecareia făcându-se o scurtă prezentare însoțită de un studiu critic privind limitele sale de aplicabilitate.

2. Având în vedere importanța regimurilor de mișcare relativă, ale vrafului pe sită, asupra procesului de separare, acestea au fost reanalizate considerând acționarea sitei dată de o funcție periodică oarecare $u(t)$ și nu simplu armonică cum se consideră în majoritatea lucrărilor din acest domeniu.

Pe baza acestui model se definește indicele regimului cinematic $k(t)$, definit prin relația 2.26, ale cărui valori extreme absolute determină condițiile realizării mișcărilor de alunecare pe sită, într-un sens sau altul, cele ale realizării repausului relativ precum și cele necesare realizării mișcărilor cu desprinderi de pe sită (mișcări cu salturi).

Pentru acest caz mai general, se determină curbele separatoare $k_i(\beta)$, $i=1,2,3$ care delimitează zonele regimurilor cinematice, corespunzătoare difereritelor mișcări, în funcție de unghiul de poziție al sitei β , față de planul acesteia.

Pentru acest unghi se consideră domeniul de variație $[0,2\pi]$ în locul intervalului $[-\pi, \pi]$ care dădea naștere la inconsecvențe și interpretări în tratarea problemei.

3. Pentru diverse valori ale unghiului β sunt posibile mai multe regimuri de mișcare ale vrafului pe sită, prezentate în tabelul 2.6, regimuri obținute prin compararea valorilor extreme ale lui $k(t)$ cu valorile funcțiilor $k_i(\beta)$. Datele înscrise în acest tabel pot fi utilizate la proiectarea instalațiilor de separare, alegând în funcție de condiile de exploatare atât parametrii cinematici, respectiv forma funcției de excitație $u(t)$, cât și parametrii constructivi ai sitei, respectiv unghiurile α și β .

Prin particularizare, luând funcția de excitație $u(t)$ de forma unei vibrații simplu armonice se obțin rezultatele cunoscute din literatură ce pot fi considerate ca un caz particular al celui analizat în această lucrare.

4. Pentru studiul mișcării relative a vrafului pe sita vibratoare au fost concepute mai multe modele dinamice și s-au folosit mai multe metode de studiu.

5. Astfel, s-a considerat sistemul sită-amestec ca un sistem vibrant pentru care a fost definită atât o pulsație proprie (prin relația 3.2) cât și o constantă elastică echivalentă (3.4). Introducerea acestor mărimi, aduce unele facilități în integrarea ecuațiilor diferențiale ale mișcărilor relative pe sită.

6. Pentru prima dată, este conceput un model dinamic care pune în evidență interacțiunea dintre sursa de energie (motorul de acționare) și mașina de lucru (sita vibratoare) iar pentru amestecul supus separării, considerat ca un corp compact, s-au stabilit ecuațiile diferențiale care determină mișcarea centrului său de masă. Pentru acest model se studiază regimurile staționare de lucru, considerând pe lângă cuplul motor și un cuplu rezistent redus la axa motorului de acționare.

7. Studiul mișcărilor de alunecare pe sită se face în două ipostaze: fără a se considera forța aerodinamică (pneumatică) și apoi cu considerarea acesteia. În primul caz se stabilește ecuația fundamentală (3.27) ce guvernează mișcarea în ambele sensuri, considerând excitația sitei dată de o funcție periodică oarecare și apoi particularizând pentru acționarea simplu armonică.

8. Pentru calculul deplasării amestecului și a vitezei medii, în intervalul unei perioade T , s-a studiat variația funcțiilor $\theta'(\theta)$, dată de ecuația transcendentă (3.41) și funcția $\Phi(\theta)$, dată de relația (3.43) care au fost reprezentate grafic (fig.3.5 și 3.6) cu ajutorul unui program original.

9. Pentru studiul mișcărilor de alunecare pe sită, în prezența curenților de aer, se propun mai multe expresii pentru această forță aerodinamică, unele neîntâlnite în literatură, ținând seama de toți factorii care influențează mărimea acesteia. Pentru cazul cel mai general se stabilește expresia (3.56), care exprimă mărimea forței aerodinamice depinzând atât de viteza de transport a sitei cât și de viteza de deplasare a amestecului pe sită. Considerarea acestei forțe de forma dată de relația (3.56), conduce la o ecuație diferențială neliniară având coeficienți variabili a cărei integrare este dificilă dacă se utilizează metodele obișnuite.

Pentru integrarea acestei ecuații diferențiale se determină o soluție periodică utilizând metoda perturbatoare modificată a homotopiei, metodă aproximativă, modernă, mai puțin cunoscută sub această formă în literatura de specialitate.

Astfel se determină soluția (3.84), pentru care se face apoi studiul stabilității folosind aceeași metodă perturbatoare modificată a homotopiei.

10. Pentru forme particulare ale forței aerodinamice, unele folosite în premieră, se determină legile mișcării relative considerând sistemul sită-amestec ca un sistem mecanic având atât proprietățile unui fluid vâscos cât și ale unui sistem elastic. De subliniat că soluțiile găsite pentru aceste forme particulare al forței aerodinamice sunt identice celor găsite prin particularizarea soluției generale (3.84) ceea ce conferă metodei utilizate precizie și acuratețe înaltă deși în soluția căutată s-au folosit doar primele două aproximații.

11. Pentru studiul mișcărilor cu salturi de pe sită, a amestecului supus separării, s-a considerat procesul de revenire pe sită ca un fenomen de ciocnire oblică naturală, lucru analizat în premieră ca și considerarea forței aerodinamice la această mișcare, astfel încât rezultatele obținute au caracter de noutate.

12. Studiul cinematic complet al mecanismului de acționare de la sistemul de curățire al combinei de recoltat cereale C-12 pe baza căruia se determină legile de mișcare, distribuția vitezelor și accelerațiilor pentru diferite puncte ale sitei, elemente care influențează mișcarea amestecului pe sită și ca atare și procesul tehnologic de separare.

Sunt studiate, în detaliu, influența lungimii unor elemente ale mecanismului asupra distribuției de accelerații pe sită ca și asupra înclinării acesteia față de orizontală.

13. Cercetările experimentale referitoare atât la mișcările vibratorii ale sitei cât și la mișcările unor particule materiale pe sită au fost efectuate folosind o tehnică modernă, specială de măsurare a vibrațiilor și anume tehnica filmării rapide cu prelucrare numerică, secvențială cadru cu cadru a imaginilor filmate. Folosind această metodă nouă au fost determinate atât traiectoriile cât și vitezele corespunzătoare mișcărilor de transport și relativă pentru unele puncte de pe sită respectiv pentru un corp aflat în mișcare pe aceasta.

14. Rezultatele măsurătorilor experimentale sunt foarte apropiate de cele obținute prin analiza cinematică a mecanismului fapt ce justifică precizia metodei experimentale utilizate și o recomandă ca pe o metodă sigură și utilă în astfel de măsurători unde folosirea unor senzori

atașați particulelor materiale influențează mișcarea acestora iar prelucrarea semnalelor nu determină mișcarea reală a acestora.

Rezultatele studiilor teoretice și experimentale întreprinse, în prezenta teză de doctorat, sunt utile atât în activitatea de proiectare cât și în cea de exploatare a mașinilor și instalațiilor ce conțin sisteme de curățire echipate cu site plane vibratoare.

Ele se constituie totodată drept bază de plecare pentru noi cercetări în domeniu și reprezintă o contribuție modestă la dezvoltarea cercetărilor și clarificarea unor aspecte legate de dinamica sitelor plane vibratoare.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Abrudan,Gh., Pater,S., Bratu,I.: *Dinamica procesului la sortatorul de mazăre*. Lucrările sesiunii anuale de comunicări științifice cu participare internațională, Oradea 2002, vol.I, pag.3-8.
- [2] Abrudan,Gh: *Batoza de treierat mazăre verde*. Lucrările sesiunii anuale de comunicări științifice cu participare internațională, Oradea 2002, vol.I, pag.9-12.
- [3] Agaev,A.M.: *Opredelenie oblasti ustoičivâh regimov raboti rezonansnâh grohotov s lineinâmi pri nalicii soprotivlenii*. Izv. Vâșșih ucebnâh Zaved, Gornâi Jurnal, nr.4, 1965, pag.50-57.
- [4] Andreev,S.E., Tovarov,V.V., Perov,V.A.: *Zakonomernosti izmelcenia i iscislennie haracteristic granulometricescoir sortava*. Metalurgizdat, Moscova, 1959.
- [5] Arsinskii,V.M., Prokofiev,E.V.: *O veroiatnostnom haraktere proțessa classificații*. Trudî Irkutskovo Politehnicescovo Inst., vip 40, 1968, pag.68-73.
- [6] Axinti,A.S., Axinti,G.: *Modelarea dinamică a mișcării unei particule materiale pe paletajul rotativ al unei mașini agricole*. Buletinul științific al celei de a XXVI-a Conf. naționale de mecanica solidelor cu participare internațională, Brăila 2002, pag.333-337.
- [7] Baader,W.: *Untersuchungen über das Verhalten eines Haufweks grosser Schichthöhe auf einem schwingenden Siebrost*. Disertație, Braunschweig, 1960.
- [8] Bandholz,J.I.: *Horo to compensate for blinding on horizontal screens*. Coal Age, nr.7, 1969, pag.69-72.
- [9] Bastenaire,F.: *Etude theoretique du mode de generation des distributions granulométriques*. Revue de l'industrie minerale, nr.1, 1965, pag.39-48.
- [10] Bauman,V.A., Bâhovskii,I.I., Goldstein,B.G.: *Vibraționnâe mașini v stroitehstve i proizvodstve stroitehnâh materialov*. Spravocinik, Gosstroizdat, Moscova, 1970.
- [11] Bașic,Fl., Diaconu,C., Legendi,A.: *Modele dinamice utilizate în analiza ciururilor vibratoare*. Buletinul Conferinței Naționale de Dinamica Mașinilor, Brașov, 1997, pag.53-56.
- [12] Bălan,I.B., Mangeron,D.I.: *Asupra unor cercetări privind mișcarea relativă a particulelor materiale pe plane oscilante aspre*. Lucrările celei de a IV-a Conferințe de Vibrații în construcția de mașini, Timișoara, 1982, vol.II, pag.1-7.
- [13] Becherescu,D., Dănoiu,A.: *Asupra mișcărilor periodice ale unei particule materiale pe un plan vibrator orizontal*. Lucrările celei de a II-a Conf. de Vibrații în construcția de mașini, Timișoara, 1978, vol.I, pag.53-60
- [14] Blehman,I.I., Djanelidze,G.: *Vibraționnoe peremeșcenie*. Izdvo Nauka, 1964.

- [15] Bratu,P., Drăgan,N.: *Analiza traiectoriilor punctelor organului de lucru la transportatoarele orizontale cu forța perturbatoare inerțială unidirecțională*. Buletinul celei de a VIII-a Conf. de vibrații mecanice, Timișoara, 1996, vol.II, pag.144-149.
- [16] Brîndeu,L.: *Mișcarea particulei pe o sită plană acționată cinematic*. Studii și cercetări de mecanică agricolă, vol.VII, nr.3, 1973, pag.261-271.
- [17] Brîndeu,L.: *Mecanică, Dinamică*, I.P."Traian Vuia", Timișoara, 1982.
- [18] Brîndeu,L., Biro,I., Hegedüs,A., Ilea,R., Deak,F.: *Influența curentului de aer asupra deplasării vibraționale*. Buletinul celei de a IX-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara, 1999, vol.II, pag.7-12.
- [19] Brîndeu,L., Ilea,R., Biro,I., Hegedüs,A., Herișanu,N.: *Studiul vibropresării prin alunecare*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională. Timișoara 2002, vol.I, pag.125-130.
- [20] Brîndeu,L., Fenchea,M.: *Optimizarea construcției ciocanelor destinate sfărării materialelor*. Buletinul științific al celei de a XXVI-a Conferințe Naționale de mecanica solidelor cu participare internațională. Brăila 2002, pag.369-372.
- [21] Brüderlein,I.: *Bervegugsvogange auf Siebmaschine*. Aufbereitungs Technik, nr.7, 1972, pag.401-407.
- [22] Budescu,E., Pavel,V.: *Mecanism inerțial de excitație pentru separatoare granulometrice*. Lucrările celei de a VII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara, 1993.
- [23] Budescu,E., Merticaru,V.: *Probleme dinamice ale unui separator de cereale echipat cu două vibratoare inerțiale cu axe încrucișate*. Lucrările simpozionului de mecanisme și transmisii mecanice, Reșița VII 1996, pag.78-85.
- [24] Budescu,E., Ganea,G., Pavel,V.: *Considerații privind dinamica separatoarelor din industria morăritului echipate cu vibratoare inerțiale*. Lucrările simpozionului de mecanisme și transmisii mecanice, Reșița VII 1996, pag.87-92.
- [25] Buzdugan,Gh., Mihăilescu,E., Radeș,M.: *Măsurarea vibrațiilor*. Editura Academiei, București, 1979.
- [26] Buzdugan,Gh., Fetcu,L., Radeș,M.: *Vibrații mecanice*. Editura didactică și pedagogică, București, 1982.
- [27] Cîndea, I., Constantin, Fl.: *Aspecte teoretice și experimentale cu privire la organele active oscilante-vibrante ce echipează utilajele pentru pregătirea patului germinativ*. Lucrările celei de a VII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1993, vol.I, pag.199-206.

- [28] Cândeia, I.: *Studiul teoretic și experimental asupra vibrocultoarelor pentru pregătirea patului germinativ*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara 2002, vol.I, pag.55-60.
- [29] Căsândroi, T., Segărceanu, M.: *Investigations concerning realization and testing of the double conic corn sheling mechanism*. Construcția de mașini 42 (1990)8, pag.349-354.
- [30] Charalambos, E.: *Betrachtungen zur Berechnung von Schwinglieben*. Fördern und Heben, nr.3, 1966, pag.171-174.
- [31] Chipriade, Gh., ș.a.: *Tehnologia de revizii tehnice și reparații curente (R.C.1) de la combina C-12*. Editura Ceres, București, 1984.
- [32] Chiriac, A., Groșanu, I.: *Asupra regimurilor staționare din vecinătatea rezonanței ale unui agregat de mașini cu mecanism bielă-manivelă*. Comunicările Conferinței de vibrații în construcția de mașini, Timișoara 1975, pag.93-94.
- [33] Chiriac, V.: *Teoria, calculul și construcția mașinilor agricole*. Editura didactică și pedagogică, București, 1962.
- [34] Cioară, Gh. T.: *Tehnici experimentale în ingineria mecanică. Traductoare și senzori*. Editura Politehnica Timișoara, 1999.
- [35] Ciocârdia, C., Ungureanu, I.: *Bazele cercetării experimentale în construcția de mașini*. Editura didactică și pedagogică, București, 1979.
- [36] Constantin, F., Cândeia, I., Cotoros, D.: *Încercări pe hidropuls ale suspensiei scaunului tractorului*. Buletinul celei de a VIII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1996, vol.II, pag.133-138.
- [37] Constantin, F., Scutaru, M. L.: *Modelarea vibrațiilor corpului și scaunului tractoarelor pe roți*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara 2002, vol.II, pag.107-112.
- [38] Criștiu, M.: *Domeniul optim de funcționare al sitelor plane*. Construcția de mașini, nr.1, 1967, pag.24-27.
- [39] Criștiu, M.: *Determinarea parametrilor optimi la site vibrante*. Construcția de mașini, nr.6, 1967, pag.301-305.
- [40] Darie, S.: *Vibratoare electrice*. Editura Tehnică, București, 1987.
- [41] Dănilă, I., Dănoiu, Al.: *Forschungen zur Schwadablage der mit der Maschine M.R.C.-2,4 Geernteten Hanfstengel (zweiter Teil)*. Lucrările simpozionului "Perfecționarea construcției mașinilor agricole, a tractoarelor și a tehnologiilor de exploatare și reparare a acestora, Timișoara, 1984, pag.89-92.
- [42] Dănilă, I., Neculăiasa, V.: *Mașini agricole de recoltat*. I.P."Traian Vuia" Timișoara, 1987.

- [43] Dănoiu,Al., Dănilă,I.: *Forschungen zur Schwadablage der mit der Maschine M.R.C.-2,4 Geernteten Hanfstengel (erster Teil)*. Lucrările simpozionului "Perfecționarea construcției mașinilor agricole, a tractoarelor și a tehnologiilor de exploatare și reparare a acestora, Timișoara, 1984, pag.83-88.
- [44] Dănoiu,Al.: *Etudies théoriques sur le processus de travail de la machine a récolter du chanvre M.R.C.-2,4*. Lucrările celei de a VI-a Conferință de vibrații mecanice, Timișoara 1988, vol.II, pag.79-84.
- [45] Dănoiu,Al.: *Studiul regimurilor de lucru ale scuturătorilor cu 5 cai de la combinele de recoltat cereale*. Lucrările celei de a VII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1993, vol.II, pag.229-238.
- [46] Dănoiu,Al.: *Criterii de apreciere a eficacității dinamice a scuturătorilor cu 5 cai*. Lucrările celei de a VII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1993, vol.II, pag.239-245.
- [47] Dănoiu,Al.: *Influența percuțiilor asupra procesului tehnologic și a duratei de funcționare la morile cu ciocane..* Buletinul celei de a VIII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1996, vol.II, pag.180-185.
- [48] Dănoiu,Al.: *Asupra dinamicii scuturătorilor ce echipează mașinile de recoltat păioase*. Buletinul celei de a IX-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1999, vol.II, pag.223-228.
- [49] Dănoiu,Al.: *Aspecte energetice privind funcționarea scuturătorilor*. Buletinul celei de a IX-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara 1999, vol.II, pag.229-235.
- [50] Dănoiu,Al.: *Considerații privind dinamica sitelor plane vibratoare*. Analele facultății de Inginerie din Hunedoara, Hunedoara 2001, Tom II, Fascicola 4, pag.38-43.
- [51] Dănoiu,Al.: *Stadiul actual al cercetărilor cu privire la dinamica unor tipuri de mașini agricole*. Referat doctorat nr.1, Timișoara, martie 2002.
- [52] Dănoiu,Al.: *Considerații teoretice privind regimurile de lucru ale sitelor plane vibratoare în prezența curentului de aer*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara 2002, vol.I, pag.285-290.
- [53] Dănoiu,Al.: *Dinamica procesului de separare pe site vibratoare în prezența curentului de aer*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara 2002, vol.I, pag.323-328.
- [54] Dănoiu,Al.: *Modelarea matematică a procesului de lucru a sitelor plane vibratoare*. Buletinul științific al celei de a XXVI-a Conferințe naționale de mecanica solidelor cu participare internațională, Brăila 2002, pag.263-266.
- [55] Dănoiu,Al.: *Contribuții teoretice privind modelarea dinamicăa proceselor tehnologice la unele tipuri de mașini agricole*. Referat doctorat nr.2, Timișoara, februarie 2002.

- [56] Dănoiu,Al.: *Cercetări experimentale*. Referat doctorat nr.3, Timișoara, martie 2003.
- [57] Dănoiu,Al.: *Studii privind cinematica mecanismului de acționare al sitelor plane vibratoare*. Buletinul științific al celei de a XXVII-a Conferințe naționale de Mecanica Solidelor, Pitești 2003, Seria Mecanică aplicată, vol.3(9), pag.155-160.
- [58] Dănoiu,Al.: *Considerații asupra forței aerodinamice care participă la procesul de separare folosind site plane vibratoare*. Buletinul științific al celei de a XXVII-a Conferințe naționale de Mecanica Solidelor, Pitești 2003, Seria Mecanică aplicată, vol.3, pag.161-166.
- [59] Dănoiu,Al.: *Influence of aerodynamic force on the working process of vibrating plane sieves*. Proceeding of the VII-th Symposium, Timișoara 22-23 mai 2003, pag.135-140.
- [60] Dănoiu,Al.; Marinca,V.: *Application of modified homotopy perturbation method in the study of dynamics of the separation process on vibrating plane sieve. (în curs de publicare)*
- [61] Diabin,N.V., Diomidov,A.P.: *Optimalnâe uslovia roboti sita soverșainșcevo crugovâe colebania v gorizontanoi ploscosti*. Izv. Vâșsih ucebn. Zaved, Gornâi Jurnal, nr.5, 1969, pag.156-168.
- [62] Dobrescu,L.: *Aplicațiile distribuțiilor statistice cu caracteristici variabile în controlul și optimizarea proceselor de separare a substanțelor minerale utile*. Studii și cercetări de calcul economic și cibernetică economică, nr.3, 1975, pag.23-44.
- [63] Drăgan,N.: *Analiza numerică a productivității transportatoarelor rectilinii pentru materiale granulare și unități de încărcătură*. Lucrările sesiunii anuale de comunicări științifice cu participare internațională, Oradea 2002, vol.I, pag.67-72.
- [64] Drăgan,N.: *Analiza dinamică a interacțiunii dintre materialul transportat și jgheabul transportoarelor vibratoare rectilinii*. Lucrările sesiunii anuale de comunicări științifice cu participare internațională, Oradea 2002, vol.I, pag.73-78.
- [65] Eder,Th.: *Probleme ale preciziei de separare. Legile clasării granulometrice*. Aufbereitungs Technik, nr.3, 1961, pag.104-109.
- [66] Egunov,P.E.: *Oțenca rezultatov grohocenia povremeni*. Kolâma nr.4, 1965, pag.24-26.
- [67] Ermolev,P.S.: *Ob ecvivalentnosti razmerov cvadratnâh otverstii sit i cruglâh otverstii rescot pri grohocenii șcebnia i gravia. Isled obogatilnogo oborudov*, Moscova, 1966, pag.104-109.
- [68] Faibușevici,G.Z.: *Calcularea sitelor vibratoare*. Mehanizația i electrificația soțialisticescovo selcovohozeiastva, nr.9, 1966, pag.10-12.
- [69] Freitag, H.: *Dimensionierung von Vibrationssieben*. Aufbereitung Technik, nr.11, 1963, pag.467-470.
- [70] Gaudin,A.M.: *Principles of mineral dressing*. New York, 1939.

- [71] Gaussard,I.: *Le criblage des materiaux*. Echipement Mecanique, nr.91, 1970, pag.35-37.
- [72] Gluck,S.E.: *Vibrating screens surface selection and capacity calculation*. Chemical Engineering, nr.15, 1965.
- [73] Groșanu,I., Kovacs,Fr.: *Asupra regimurilor staționare periodice ale unui agregat cu mecanism bielă-manivelă*. Comunicările Conferinței de vibrații în construcția de mașini, Timișoara, 1975, pag.227-232.
- [74] Groșanu,I., Toader,M.: *Considerarea unor proprietăți vâscoelastice ale solului în procesul de înfigere prin vibrații*. Comunicările Conferinței de vibrații în construcția de mașini, Timișoara, 1975, pag.233-237.
- [75] Groșanu,I., Dănoiu,AI.: *Mecanică.Cinematică și dinamică*. Inst. Politehnic "Tr.Vuia" Timișoara, 1976.
- [76] Hegedüs,A., Biro,I., Brîndeu,L., Deak,L., Orgovici,I.: *Some questions of the vibrational transport and sizing*. Buletinul celei de a IX-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara, 1999, vol.I, pag.27-32.
- [77] Hegedüs,A., Csizmadia,B.: *Vibration analysis of two-mass vibratory screen*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara, 2002, vol.I, pag.19-24.
- [78] Hegedüs,A., Biro,I., Brîndeu,L., Deak,L., Orgovici,I.: *Motion investigation of grains on vibrational transport machines*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara, 2002, vol.I, pag.41-48.
- [79] Hoffman,C.W., Hinken,W.R.: *Probability sizing principles, problemes and development for the Minig Industry Transactions of the Society of Mining Engineers of AIME*, vol.244, nr.2, 1966, pag.149-153.
- [80] Hosking,I.R.: *The effect on amplitude and frequency of vibration on the performance of a vibratory screen*. Quarry Manager's Journale, vol.48, 1964, pag.349-351.
- [81] Iatan,R.: *Contribuții la studiul dinamicii ciururilor cu ruluu (I)*, Buletinul I.P. București, Tom XXXIII, nr.6, 1971, pag.79-91.
- [82] Iatan,R.: *Contribuții la studiul dinamicii ciururilor cu ruluu (II)*, Buletinul I.P. București, Tom XXXIV, nr.2, 1972, pag.85-92.
- [83] Iatan,R.: *Cu privire la probabilitatea de trecere a granulelor prin ochiurile pătrate ale sitelor din țesătură*. Revista de chimie, 23, nr.10, 1972, pag.611-616.
- [84] Iatan,R.: *Considerații teoretice cu privire la ciuruirea cu alunecare pe sitele din tablă cu ochiurile circulare și pătrate*. Revista de chimie, 24, nr.2, 1973, pag.125-129.
- [85] Ilea,R.: *Dinamica sitelor utilizate în construcția mașinilor agricole*. Teză de doctorat, Univ."Politehnica" Timișoara, 2001.

- [86] Ion, E.E., Ion.C., Gheorghe,G.: *Vibrațiile și efectul lor la prelucrarea solului*. M.E.T.A., revista de mecanică teoretică și aplicată, anul III, nr.2(5), iunie 2002, pag.21-24.
- [87] Ion, E.E., Ion,C., Gheorghe,G.: *Centrifugarea cu ajutorul vibrațiilor a amestecurilor de cereale*. M.E.T.A., revista de mecanică teoretică și aplicată, anul III, nr.2(5), iunie 2002, pag.55-58.
- [88] Ion,E.E., Haraga,G., Poroschianu,D.: *Cercetări experimentale privind dinamica sitelor vibratoare*. Lucrările celei de a XVII-a Conf. de Mecanica Solidelor, Pitești 2003, Buletin științific, Univ. Pitești, Seria Mecanică aplicată, vol.3(9), pag.185-190.
- [89] Ion,E.E., Haraga,G., Poroschianu,D.: *Unele aspecte privind construcția și funcționarea mașinilor și dispozitivelor vibratoare destinate prelucrării solului*. Lucrările celei de a XVII-a Conf. de Mecanica Solidelor, Pitești 2003, Buletin științific, Univ. Pitești, Seria Mecanică aplicată, vol.3(9), pag.191-196.
- [90] Krasnicenko,A.V.: *Manualul constructorului de mașini agricole*. Editura Tehnică, București, 1963.
- [91] Kriukov,B.I.: *Issledovanie povedenia materiala na vibrimioșcei șerohovatov poverhnosti*. Izv. Vâșsih ucebnak zaved, Gornâi Jurnal, nr.1, 1963, pag.83-85.
- [92] Legendi, A.: *Influența parametrilor vibrațiilor asupra productivității ciurului vibrator orizontal*. Buletinul Conferinței de Dinamica Mașinilor, Brașov 1999, pag.121-124.
- [93] Legendi,A., Pavel,C: *Aspecte privind traiectoria descrisă de cadrul mobil al unui ciur vibrator inertial înclinat*. Lucrările sesiunii anuale de comunicări științifice cu participare internațională, Oradea 2002, vol.I, pag.87-92.
- [94] Legendi,A.: *Considerații asupra calculului productivității ciururilor vibratoare*. Lucrările sesiunii anuale de comunicări științifice cu participare internațională, Oradea 2002, vol.I, pag.197-202.
- [95] Letoșnev,M.N.: *Selskohoziastvennâe mașini*. Zadaci i uprajnenia, Moscova, 1955.
- [96] Letoșnev,M.N.: *Mașini agricole*. Editura Agro-Silvică, București, 1959.
- [97] Liao,S.J., Chwang,A.T.: *Application of homotopy analysis method in nonlinear oscillations*. J.Appl. Mech. 65, 1998, pag.914-922.
- [98] Lynch,S.: *Dynamical Systems with Applications using MAPLE*, Birkhäuser, Boston, Basel, Berlin, 2001.
- [99] Maccari,A.: *Non-linear oscillations with multiple resonant or non-resonant forcing terms*. J.Non-linear Mech. 34, 1999, pag.27-34.
- [100] Magheți,I., Ion,E.E., Mușuroi,G., Alecu,A.: *Metoda impedanței mecanice în studiul caracteristicilor vibratorii ale scaunului tractoristului*. M.E.T.A., anul III, nr.2(5) iunie 2002, pag.49-52.

- [101] Marinca,V.: *Van der Pol's equation with large damping coefficient*. Proceedings of the VII-th Symposium, Timișoara 22-23 mai 2003, pag.105-112.
- [102] Marinca,V.: *Application of modified homotopy perturbations method to nonlinear oscillations*. Int. J. of Nonlinear Sciences and Numerical simulations (*în curs de publicare*)
- [103] Meinel,A., Schubert,H.: *Über einige Zusammenhänge zwischen der Einzelkorndynamik und der Stochastischen Siebtheorie bei der Klassierung von Stosselschwing-Siebmaschinen*. Aufbereitungs Technik, nr.7. 1972, pag.408-416.
- [104] Michelin,F.: *La courbe de partage dans le criblage*. Revue de l'Industrie Minerale, nr.31, 1951, pag.639-649.
- [105] Mira, Ch.: *Systèmes asservis non linéaires*. Hermes, Paris, 1990.
- [106] Mladin,Gh.: *Contribuții la studiul parametrilor cinematici și dinamici ai transportoarelor vibrante*. Teza de doctorat, Institutul de Construcții. București, 1994.
- [107] Munteanu, M.: *Influența vibrațiilor pânzei sitei asupra productivității sitelor vibratoare*. Construcția de mașini, nr.11, 1969, pag.667-671.
- [108] Munteanu, M.: *Contribuții la studiul separării granulometrice cu ajutorul sitelor vibratoare*. Teză de doctorat, I.P.București, 1970.
- [109] Munteanu,M.: *Un model matematic al separării granulometrice pe site vibratoare. Studii și cercetării de mecanică aplicată*. Tom 31, nr.4, 1972, pag.887-915.
- [110] Munteanu,M.: *Criterii de optimizare a sitelor vibratoare*. Revista de chimie, 25, nr.4, 1974, pag.299-303.
- [111] Munteanu,M.: *Introducere în dinamica mașinilor vibratoare*. Editura Academiei, 1986.
- [112] Nagaev,R.F.: *Periodiceschie regimî vibraționnovo peremeșcenia*. Editura Nauka, Moscova, 1978.
- [113] Nawrocki,J.: *Theoretical and empirical determination of the speed of progression of material on the screen and of screening efficiency*. Fifth International Coal Preparation Congress, Pittsbourgh, octombrie 1966.
- [114] Nawrocki,J., Constantin,D., Pakleza,J.: *Udosconelenia metodi ocreslania povierzchni sit*. Zesz Nauk Politechnik Slaskiej, Gornictwo, nr.22, 1967, pag.159-176.
- [115] Nayfeh,A.H., Mook,D.T.: *Nonlinear oscillations*. John Willey, New York, 1979.
- [116] Pavel,C., Legendi,A.: *Aspecte particulare ale dinamicii unei mori vibratoare cu alimentare continuă*. Buletinul celei de a X-a Conferințe de vibrații mecanice cu participare internațională, Timișoara 2002, vol.I, pag.227-232.

- [117] Pavel,C., Legendi,A.: *Studiu privind corelația dintre parametri tehnologici și funcționali ai unei mori vibratoare*. M.E.T.A., anul III, nr.2(5) iunie 2002, pag.73-76.
- [118] Pavel,C.: *Un model dinamic de calcul unificat pentru ciururile vibratoare inerțiale și morile vibratoare cu generatorul de vibrații montat axial*. Lucrările celei de-a XXVII-a Conf. De Mecanica Solidelor, Pitești 23-24 mai 2003, Seria mecanică aplicată vol.3(9), pag.241-246.
- [119] Peicu,R.A.: *Alegerea amplitudinei și frecvenței optime a ciururilor vibratoare cu oscilații circulare a sitei*. Buletinul științific al I.C.București, nr.14, 1965, pag.89-98.
- [120] Peicu,R.A.: *Criteria de apreciere a sortării agregatelor pe ciururi. Mecanizarea Construcțiilor-Transportul Materialelor pentru construcții în containere și transcontainere*. C.A.C.A.S, București, 1972, pag.23-31.
- [121] Peicu,R.A.: *Unele criterii de apreciere a procesului de cernere a agregatelor și de alegere a dimensiunilor ochiurilor sitei*. Materiale de construcții. vol.II. nr.4, 1972, pag.190-195.
- [122] Peicu,R.A.: *Considerații teoretice și date experimentale privind legea de trecere a materialelor prin sită la cernerea industrială*. Buletin de informare și documentare tehnică pentru materiale de construcții, nr.7, 1973, pag.21-30.
- [123] Peicu,R.A.: *Probabilitatea de cernere în cazul deplasării materialului în salturi pe suprafața sitei*. Lucrările sesiunii științifice comune în domeniul construcției de mașini a I.M.Nicolina și a Facultății de Mecanică din I.P.Iași, 1974, pag.278-279.
- [124] Peicu,R.A.: *Studiul vibrațiilor la ciururi în vederea stabilirii unor metode de calcul și proiectare, în scopul îmbunătățirii coeficientului de calitate a cernerii*. Teză de doctorat,I.C.București, 1976.
- [125] Peicu,R.A.: *Contribuții la studiul materialelor pe o suprafață vibratoare, în scopul alegerii parametrilor optimi ai ciururilor*. Lucrările celei de a III-a Conferințe de vibrații în construcția de mașini, Timișoara, 1980, vol.II, pag.117-124.
- [126] Peicu,R.A., Legendi,A.: *Optimizarea tehnologică a regimurilor de vibrații la ciururile vibratoare*. Buletinul celei de a VIII-a Conferințe de vibrații mecanice, Timișoara, 1999, vol.III, pag.9-13.
- [127] Popa,C., Dinu,I., Borugă,I.: *Studiul mișcării mecanice a semințelor la separarea acestora pe site plane*. META, anul II, nr.2(5) iunie 2002, pag.73-76.
- [128] Richter,D.: *Die Wahrscheinlichkeitsrechnungen Hilfsmittel zur Berechnung von Siebelagen*. Bergakademie, nr.3, 1968, pag.160-162.
- [129] Rumisiski,L.: *Prelucrarea matematică a rezultatelor experimentale*. Editura Tehnică, București, 1974.
- [130] Scripnic,V., Babiciuc,P.: *Mașini agricole*. Editura Ceres, București, 1979.

- [131] Segărceanu,M., Căsândroi.T.: Contribuții la studiul semintelor pe suprafața sitelor plane. Studii și cercetări de mecanică agricolă, vol.II, nr.4, 1968, pag.335-356.
- [132] Silaș,Gh., Rădoi.M., Brîndeu,L., Klepp,H., Hegedüs,A.: *Culegere de probleme de vibrații mecanice, vol.I*. Editura Tehnică, București, 1967.
- [133] Silaș,Gh.: *Mecanică.Vibrații mecanice* Editura didactică și pedagogică. București, 1968.
- [134] Silaș,Gh., Groșanu,I.: *Mecanică*. Editura didactică și pedagogică, București. 1981.
- [135] Silaș,Gh., Smicală,I.: *Efectul percutant al forțelor de frecare în timpul ciocnirilor instantanee*. Studii și cercetări de mecanică aplicată, Tom 52, nr.6, 1993, pag.475-482.
- [136] Stan A.: *Unele aspecte ale poluării acustice-zgomote și vibrații produse în mediul înconjurător de către mașini și agregate agricole*. META, anul III, nr.2(5). iunie 2002, pag.7-10.
- [137] Stanciu,C.: *Determinarea productivității transportoarelor vibrante*. Buletinul științific I.C.București, nr.13, 1964, pag.371-380.
- [138] Stanciu,C.: *Comportarea materialului pe transportoarele vibrante*. Buletinul științific I.C.București, nr.13, 1964, pag.381-390.
- [139] Stanciu,C.: *Contribuții la calculul consumului de energie la transportul prin vibrații*. Buletinul științific I.C.București, nr.16, 1966, pag.79-88.
- [140] Stanciu,C.: *Dinamica mașinilor*. Buletinul științific I.C.București, 1974.
- [141] Stroe, S., Munteanu, M.: *Studiul vibrațiilor cultivatoarelor cu antrenare armonică a organului de lucru*. Lucrările celei de a II-a Conferințe Vibrații în construcția de mașini, Timișoara, 1975, vol.I, pag.61-68.
- [142] Targgart,A.F.: *Handbook of mineral Dressing Ores and Industrial Minerals*. Editura John Willey and Sons, Ney York, London, Sydney, 1967.
- [143] Thocaris,P.S., ș.a.: *Analiza experimentală a tensiunilor*. Editura Tehnică, București, 1977.
- [144] Turbin,G.B., Lurie,B.A., Grigoriev,M.S., Ivanovici,M.E., Melnicov,B.S.: *Selskohoziastvennîe mașinî*. Izd. Mașinostroenie, Leningrad, 1967.
- [145] Turnquist,P.K., Porterfield,J.G: *Size clasifiing of granular particles in a vibratory screening sistem*. Trans of the A.S.A.E., vol.10, nr.4, 1967, pag.568-572.
- [146] Vasiliu,C.: *Teoria, calculul și construcția mașinilor agricole*. Editura didactică și pedagogică, București, 1963.
- [147] Vlăduț,V., Păunescu,D., Biriș,S.T.: *Studiul comparativ al vibrațiilor din combinele cu aparat de treier tangențial*. M.E.T.A, anul III, nr.2(5) iunie 2002, pag.107-110.

- [148] Voicu,Gh., Căsandroi, T.: *Influența unor parametrii constructivi și funcționali ai mecanismului de acționare a sistemului de curățire asupra procesului de lucru al combinelor de recoltat cereale*. Revista "Mecanizarea agriculturii" nr.5, 2000, pag.16-21.
- [149] Voinea,R., Voiculescu,D., Simion,F.P.: *Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie*. Editura Academiei, București, 1989.
- [150] Wacker, P.: *Die Korn-und Strohabseidung in Axialdreschwerken*. Congres Internațional CIGR, Budapesta 1984, vol.3, pag.328-335.
- [151] Wacker, P.: *Untersuchungen zum Dresch-und Trennvorgang von Getreide in einem Axialdreschwerk*. Forschungsbericht Agrartechnik der M.E.G Nr.117, Disertație Hohenheim, 1985.
- [152] Zamfir,Gh. ș.a.: *Tehnologia de demontare, montare și reparare a combinei C-12*. Editura Ceres, 1972.
- [153] Zevin,A.A.: *Existence and stability of forced oscillations in nonlinear systems with one degree of freedom*. Int.J.Nonlinear Mech., vol.30, nr.1, 1995, pag.205-221.
- [154] Buzógany, A.: *Studii și cercetări privind orizontalizarea transversală automată a sitelor de la combinele de recoltat cereale păioase*. Teză de doctorat, Univ. Tehnică Cluj-Napoca, 1999.
- [155] Dănilă,I., Iancului,D.: *Mașini agricole de recoltat. Îndrumar pentru lucrări de laborator*. I.P."Tr. Vuia", 1987.
- [156] Dănoiu,A.I., Groșanu,I.: *Asupra unei metode de determinare a forței de impact*. Buletinul științific al celei de a XXVI-a Conf. naționale de mec. solidelor cu participare internațională, Brăila 2002, pag.147-150.
- [157] Kutzbach, H.D., Wacker, P.: *Die Bestimmung der Gutbewegung in Axialdreschwerken*. Grundlagen der Landtechnik 30, 1980, pag.101-104.
- [158] Silaș, Gh., Brîndeu, L.: *Sisteme vibropercutante*. Ed. Tehnică, București, 1986.
- [159] Tocaci, E.: *Fenomene discontinue în mecanică și rezistența materialelor*. Ed. Academiei, București, 1974.

Funcțiile θ' și Φ

ORIGIN=1

n := 180

```

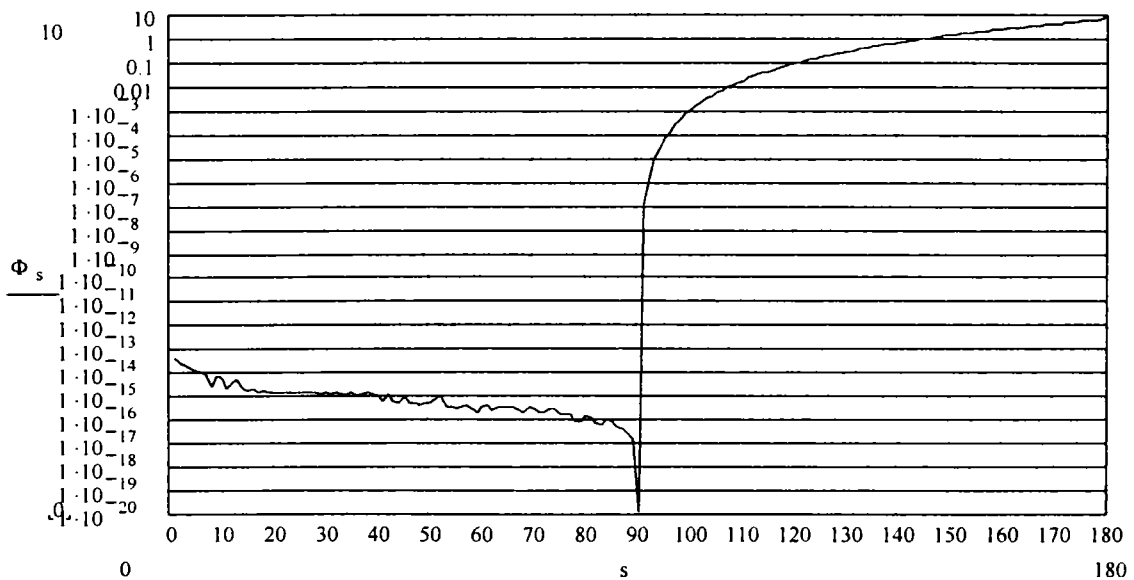
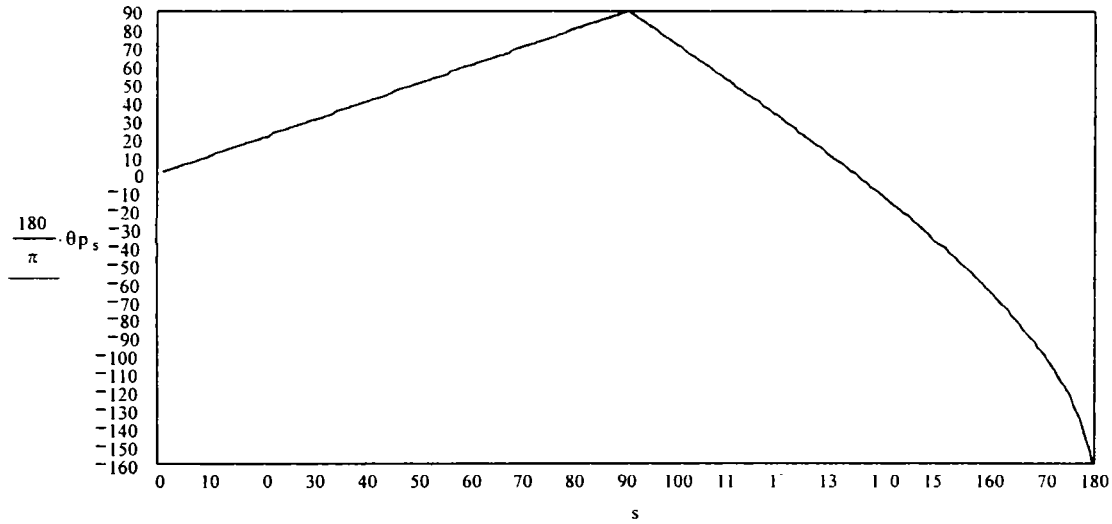
θp := for k ∈ 1..n
      | θk ← π ·  $\frac{k}{180}$ 
      | x ← -1
      | b ← root[(x - θk) · sin(θk) + cos(x) - cos(θk), x]
      | θpk ← b
      | θp
s := 1..180 θs := π ·  $\frac{s}{180}$ 

```

$$\Phi_s := \frac{1}{2 \cdot \sin(\theta_s)} \cdot (\sin(\theta_{p_s}) - \sin(\theta_s))^2 \quad \text{VERIFICARE PRECIZIE}$$

$$(\theta_{p_s} - \theta_s) \cdot \sin(\theta_s) + \cos(\theta_{p_s}) - \cos(\theta_s) = 0$$

$$(\theta_{p_s} - \theta_s) \cdot \sin(\theta_s) + \cos(\theta_{p_s}) - \cos(\theta_s)$$

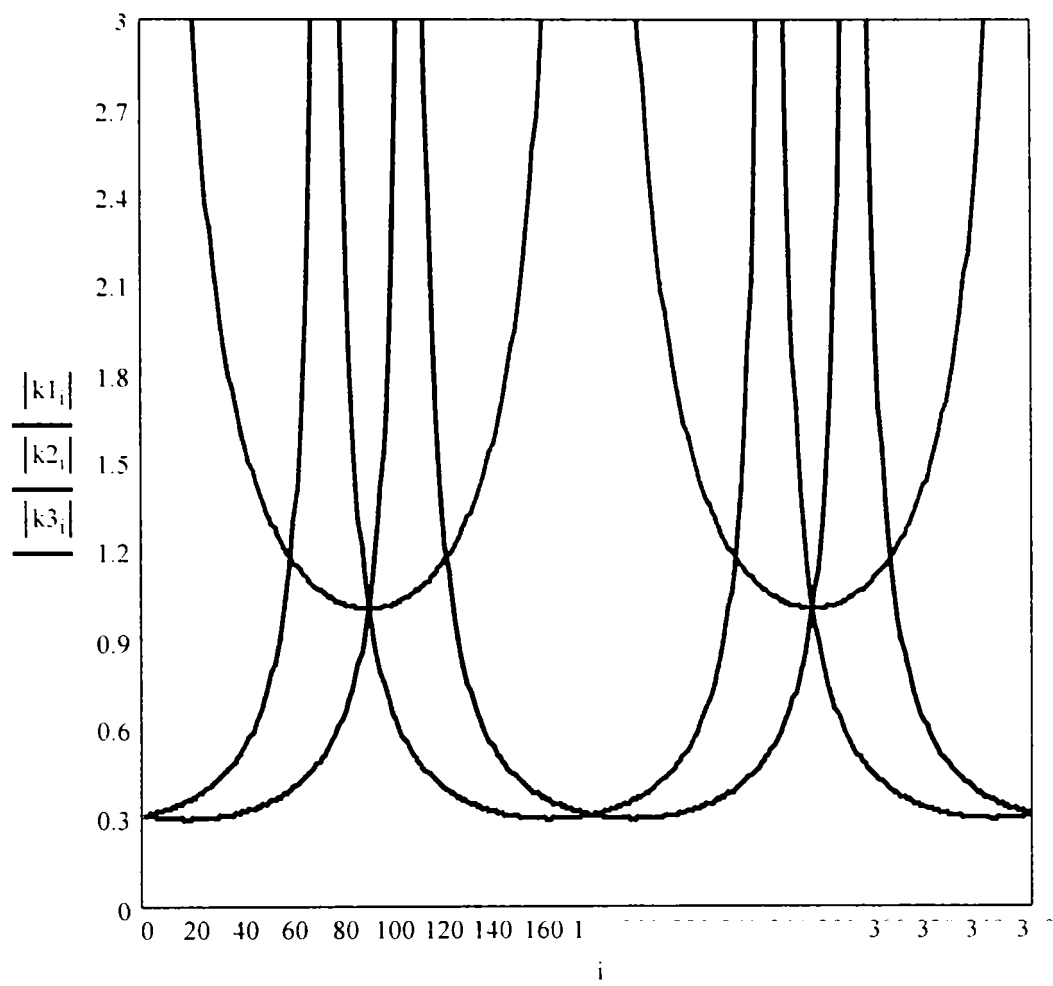


Curbele separatoare: $\alpha=0^\circ$; $\varphi=17^\circ$

```

alfa := 0
ORIGIN ≡ 1
n := 360
i := 1..n
dx :=  $\frac{\pi}{180}$ 
α1 := 0
φ := 17·dx
α := dx·alfa
βi := (i - 1)·dx
k1i :=  $\frac{\sin(\alpha + \phi)}{\cos(\beta_i + \phi)}$ 
k2i :=  $\frac{\sin(\alpha - \phi)}{\cos(\beta_i - \phi)}$ 
k3i :=  $\frac{-\cos(\alpha)}{\sin(\beta_i + .00000000)}$ 
Q1 :=  $\left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n - 1 \\ \text{if } k1_i > 0 \wedge k1_{i+1} < 0 \vee k1_i < 0 \wedge k1_{i+1} > 0 \\ \quad \left| \begin{array}{l} j \leftarrow j + 1 \\ u_j \leftarrow i \end{array} \right. \\ \text{u} \end{array} \right.$ 
Q2 :=  $\left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n - 1 \\ \text{if } k2_i > 0 \wedge k2_{i+1} < 0 \vee k2_i < 0 \wedge k2_{i+1} > 0 \\ \quad \left| \begin{array}{l} j \leftarrow j + 1 \\ u_j \leftarrow i \end{array} \right. \\ \text{u} \end{array} \right.$ 
Q1 =  $\begin{pmatrix} 74 \\ 254 \end{pmatrix}$ 
Q2 =  $\begin{pmatrix} 108 \\ 288 \end{pmatrix}$ 
Q3 :=  $\left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..n - 1 \\ \text{if } k3_i > 0 \wedge k3_{i+1} < 0 \vee k3_i < 0 \wedge k3_{i+1} > 0 \\ \quad \left| \begin{array}{l} j \leftarrow j + 1 \\ u_j \leftarrow i \end{array} \right. \\ \text{u} \end{array} \right.$ 
Q3 = (180)

```

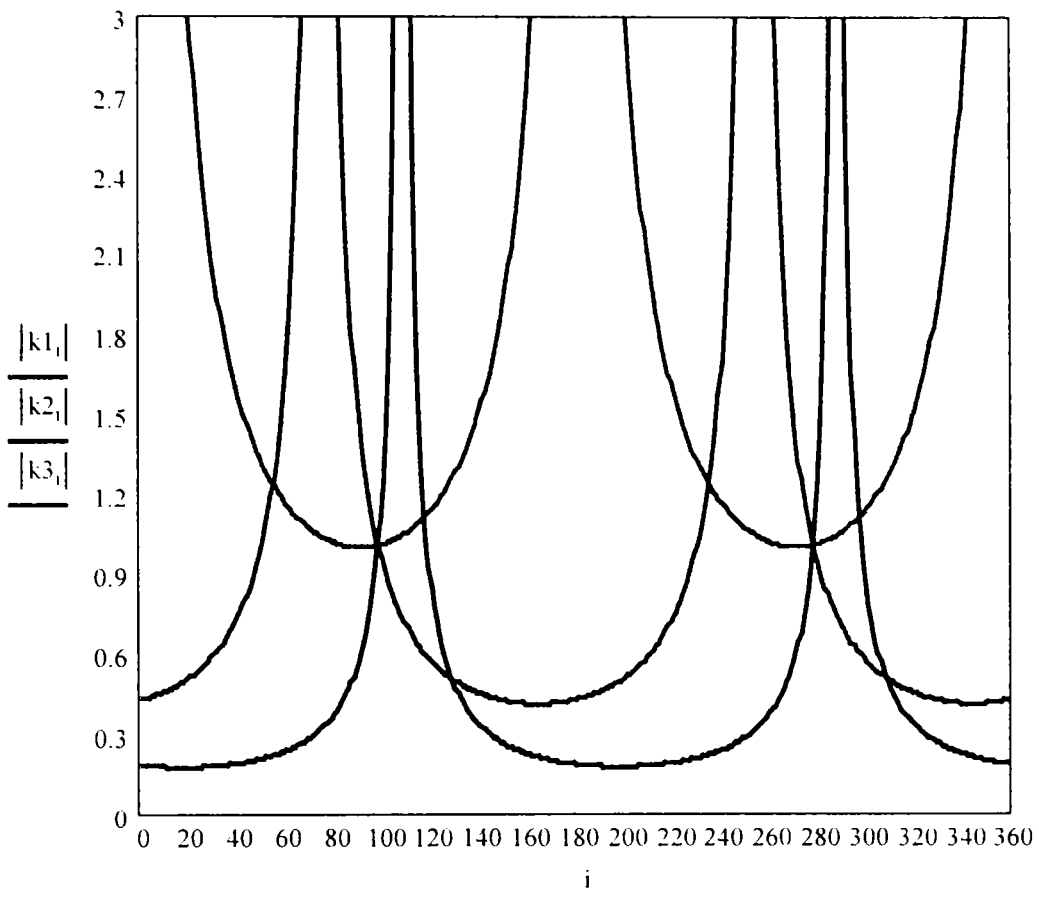


Curbele separatoare: $\alpha=7^\circ$; $\varphi=17^\circ$

```

alfa := 7
ORIGIN ≡ 1
n := 360
i := 1..n
dx :=  $\frac{\pi}{180}$ 
α1 := 0
φ := 17·dx
α := dx·alfa
βi := (i - 1)·dx
k1i :=  $\frac{\sin(\alpha + \phi)}{\cos(\beta_i + \phi)}$ 
k2i :=  $\frac{\sin(\alpha - \phi)}{\cos(\beta_i - \phi)}$ 
k3i :=  $\frac{-\cos(\alpha)}{\sin(\beta_i + .00000000)}$ 
Q1 := | j ← 0
      | for i ∈ 1..n - 1
      |   if k1i > 0 ∧ k1i+1 < 0 ∨ k1i < 0 ∧ k1i+1 > 0
      |     | j ← j + 1
      |     | uj ← i
      |     |
      |     | u
Q2 := | j ← 0
      | for i ∈ 1..n - 1
      |   if k2i > 0 ∧ k2i+1 < 0 ∨ k2i < 0 ∧ k2i+1 > 0
      |     | j ← j + 1
      |     | uj ← i
      |     |
      |     | u
Q1 =  $\begin{pmatrix} 74 \\ 254 \end{pmatrix}$ 
Q2 =  $\begin{pmatrix} 108 \\ 288 \end{pmatrix}$ 
Q3 := | j ← 0
      | for i ∈ 1..n - 1
      |   if k3i > 0 ∧ k3i+1 < 0 ∨ k3i < 0 ∧ k3i+1 > 0
      |     | j ← j + 1
      |     | uj ← i
      |     |
      |     | u
Q3 = (180)

```



Determinarea unghiului de zbor

$$\theta := 0,00001 \cdot \pi .. \pi$$

$$f(\theta) := -\sin(\theta)$$

$$g(\theta, \theta_0) := \left(\theta - \theta_0 \cdot \frac{\pi}{180} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \sin \left(\theta_0 \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right) - \left[\left(\theta - \theta_0 \cdot \frac{\pi}{180} \right) \cdot \cos \left(\theta_0 \cdot \frac{\pi}{180} \right) \right] - \sin \left(\theta_0 \cdot \frac{\pi}{180} \right)$$

$$S(\theta_0, \theta) := \text{root}(f(\theta) - g(\theta, \theta_0), \theta)$$

$$\theta_0 := 0$$

$$\theta_0 := 1 .. 180$$

$$\theta_{\theta_0} := S(\theta_0, \theta_{\theta_0-1})$$

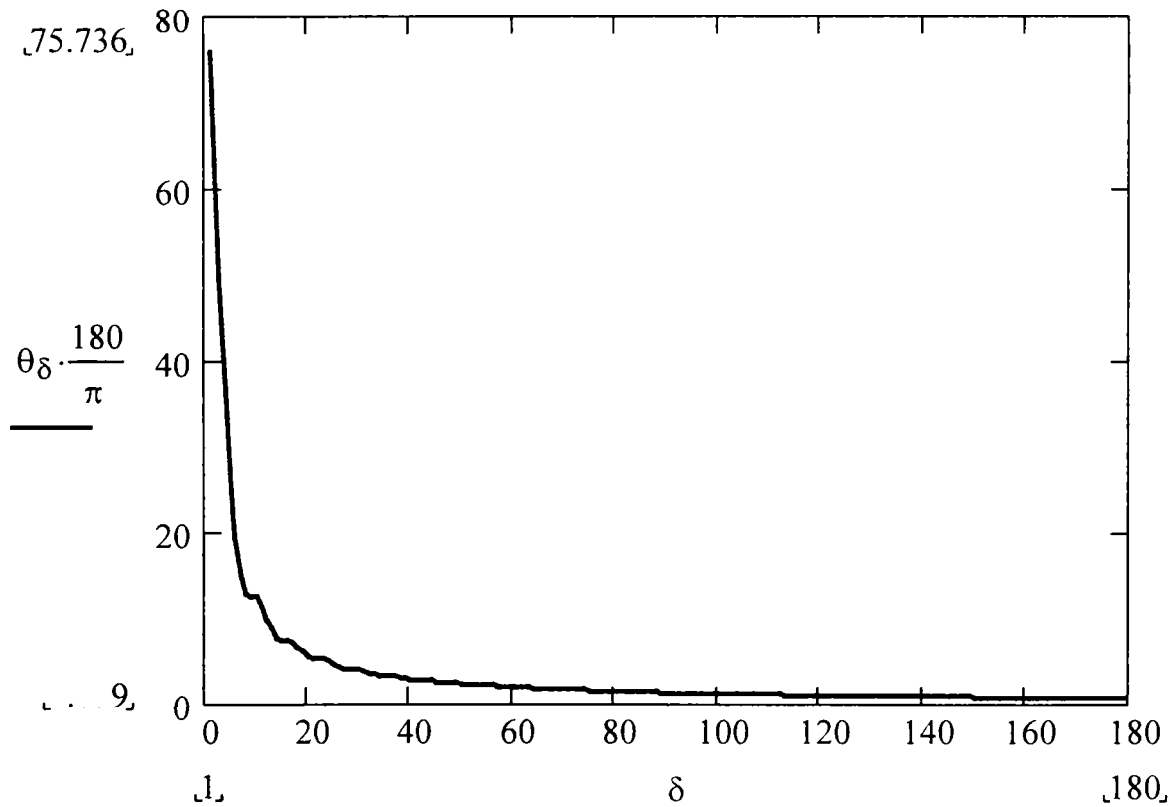
$$\theta_0 := 50$$

$$\theta_0 := 1 .. 180$$

$$\theta_{\theta_0} := S(\theta_0, \theta_{\theta_0-1})$$

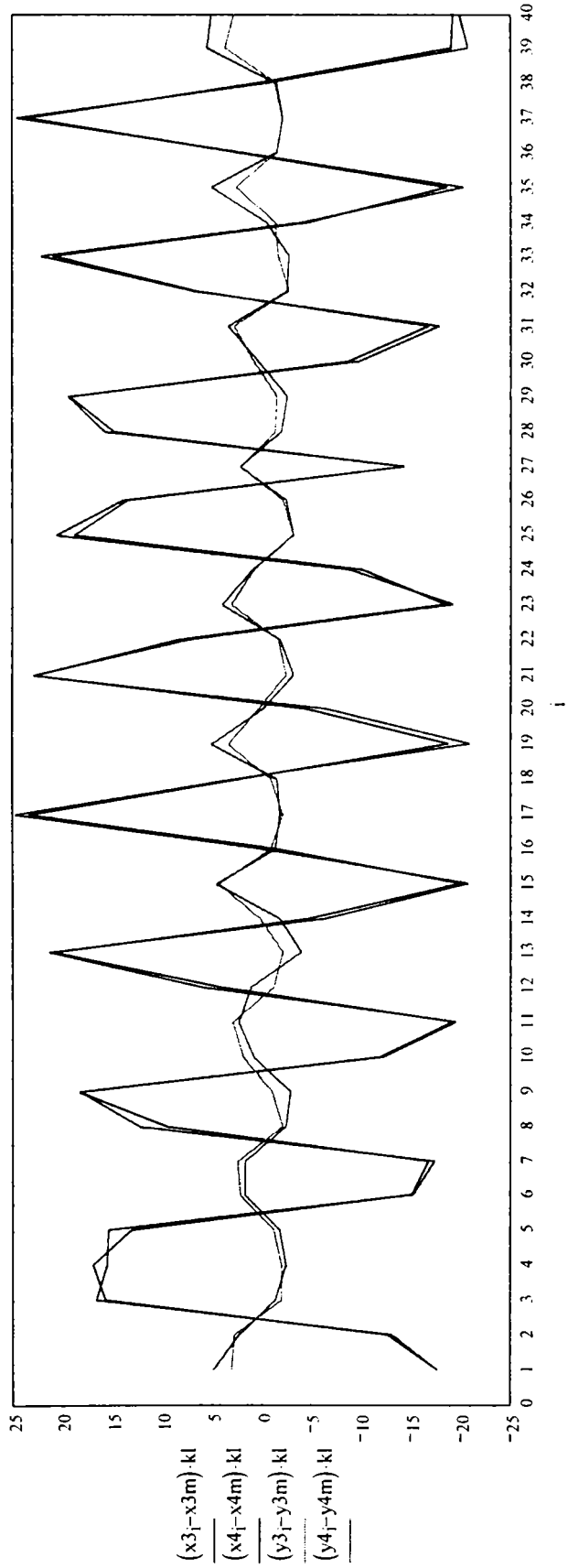
$$\delta := 1 .. 180$$

$$\theta_\delta := \text{atan} \left(\frac{\delta - \sin(\delta)}{.5 \cdot \delta^2 + \cos(\delta) - 1} \right)$$



Prelucrarea imaginilor

```
ORIGIN ≡ 1
i := 1..40
v := READPRN("dat.txt")
x1i := vi,1
y1i := vi,2
x2i := vi,3
y2i := vi,4
x3i := vi,5
y3i := vi,6
x4i := vi,7
y4i := vi,8
x5i := vi,9
y5i := vi,10
x6i := vi,11
y6i := vi,12
x7i := vi,13
y7i := vi,14
li :=  $\sqrt{(x2i - x1i)^2 + (y2i - y1i)^2}$ 
lmed := mean(l)
kl :=  $\frac{150}{lmed}$ 
x3m := mean(x3)
x4m := mean(x4)
y3m := mean(y3)
y4m := mean(y4)
kl = 2.756
lmed = 54.432
```



s := 3

n := 38

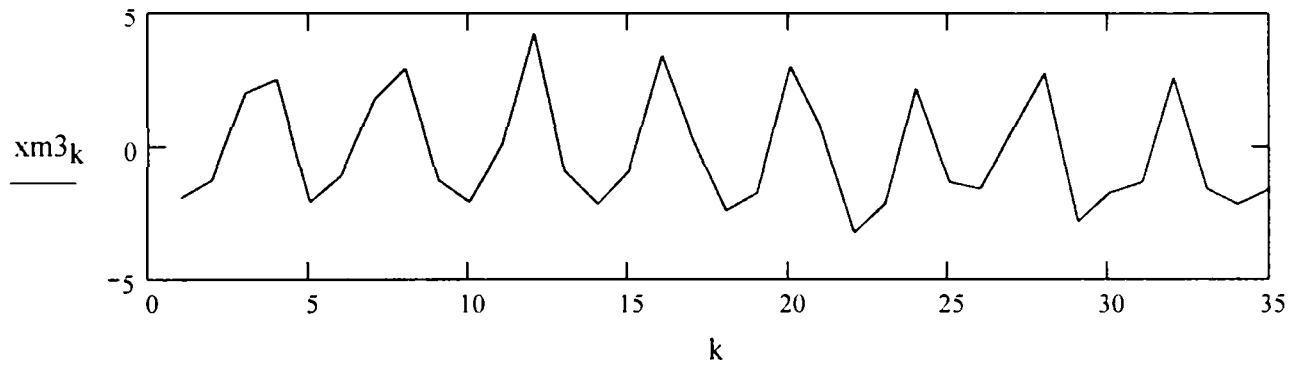
k := 1..n-s

$\Delta t := \frac{1}{25}$

T := (21 - 1) · Δt

T = 0.8

$xm3_k := (y3_{k+s} - y3_m) \cdot kl$

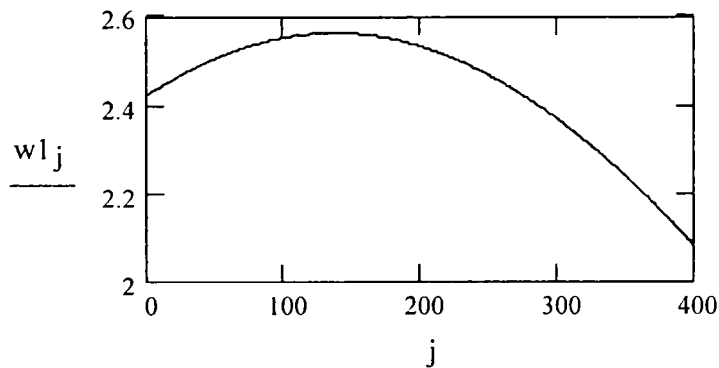


j := 1..400

$a1_j := \frac{2}{n-s-1} \cdot \sum_{k=1}^{n-s} [xm3_k \cdot \cos[2 \cdot \pi \cdot (6.0 + j \cdot 0.001) \cdot (k-1) \cdot \Delta t]]$

$b1_j := \frac{2}{n-s-1} \cdot \sum_{k=1}^{n-s} [xm3_k \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot (6.0 + j \cdot 0.001) \cdot (k-1) \cdot \Delta t]]$

$w1_j := \sqrt{(a1_j)^2 + (b1_j)^2}$



wm1 := max(w1)

q := $\begin{cases} \text{for } k \in 1..400 \\ \quad q \leftarrow k \text{ if } w1_k = wm1 \\ \quad q \end{cases}$

wm1 = 2.562

q = 136

$$f := 6. + 0.001 \cdot q$$

$$f = 6.136$$

$$a2 := \frac{2}{n-s-1} \cdot \sum_{k=1}^{n-s} \left[xm3_k \cdot \cos[2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot f) \cdot (k-1) \cdot \Delta t] \right]$$

$$nm := 60 \cdot f$$

$$b2 := \frac{2}{n-s-1} \cdot \sum_{k=1}^{n-s} \left[xm3_k \cdot \sin[2 \cdot \pi \cdot (2 \cdot f) \cdot (k-1) \cdot \Delta t] \right]$$

$$nm = 368.16$$

$$w2 := \sqrt{(a2)^2 + (b2)^2}$$

$$wm1 = 2.562$$

$$w2 = 0.999$$

$$AoxC^T$$

$$(20.575 \quad 1.215 \quad 0.097)$$

$$AoyC^T$$

$$(4.098 \quad 5.201 \quad 0.235)$$

$$AoxD^T$$

$$AoyD^T$$

$$(20.612 \quad 1.127 \quad 0.096)$$

$$(3.515 \quad 3.762 \quad 0.226)$$

la

$$ax3_2 := 1.097$$

$$nm := 370.8 \frac{\text{rot}}{\text{mir}}$$

$$ay3_1 := 2.562$$

$$ay3_2 := 0.999$$

$$nm := 368.16 \frac{\text{rot}}{\text{mir}}$$

$$ax3_1 := 20.657$$

$$ax4_1 := 19.637$$

$$ax4_2 := 1.066$$

$$nm := 370.74 \frac{\text{rot}}{\text{mir}}$$

$$ay4_1 := 3.147$$

$$ay4_2 := 1.201$$

$$nm := 371.64 \frac{\text{rot}}{\text{mir}}$$

$$(y5_i - y5_1) \cdot kl$$

$$t_i := i \cdot \frac{1}{25}$$

$$xp5_i := -(x5_i - x5_1) \cdot kl$$

$$np := 7$$

$$vs := \text{regress}(t, xp5, np)$$

$$pol_i := \text{interp}(vs, t, xp5, t_i)$$

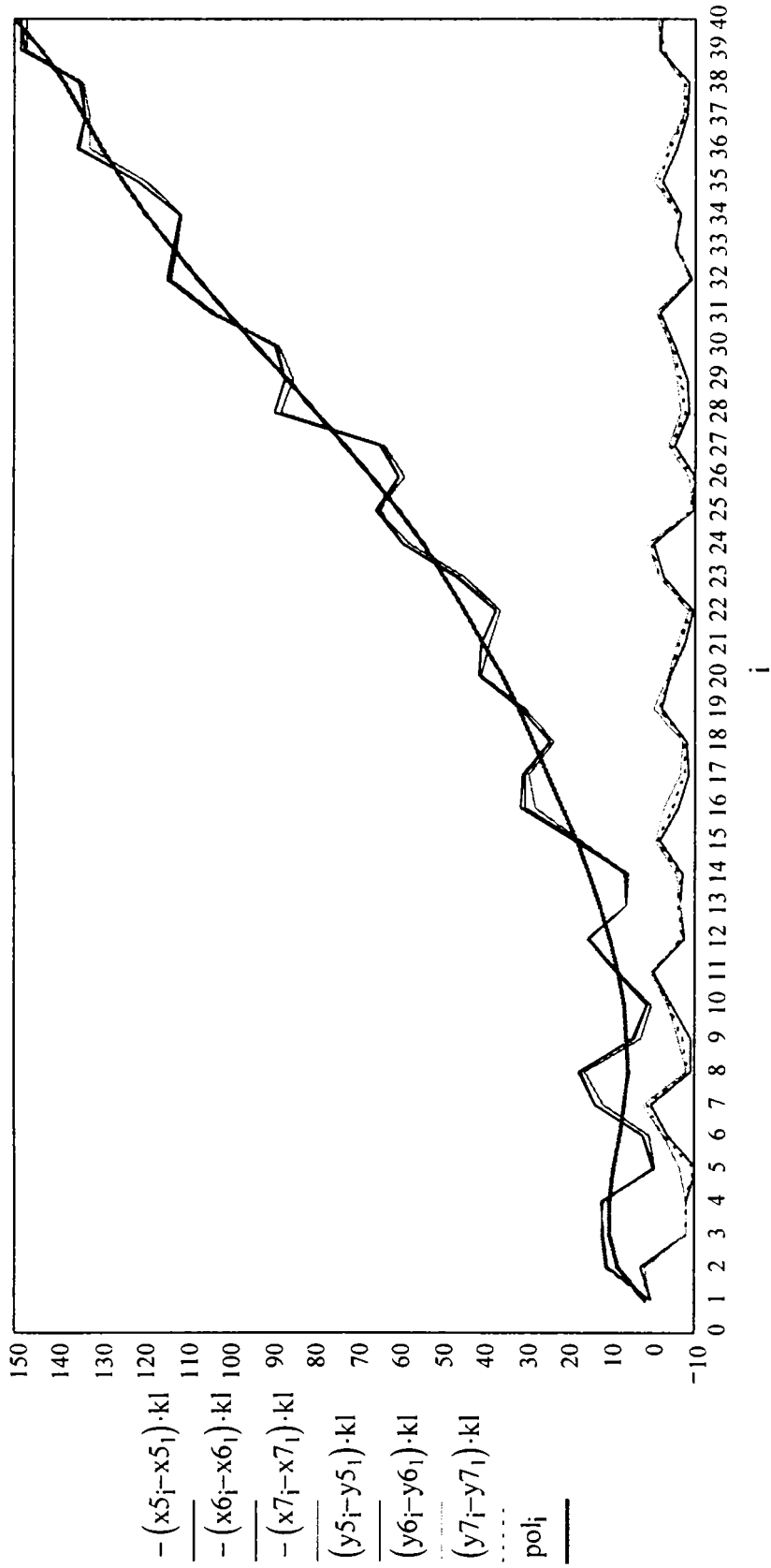
$$x_d := xp5 - pol$$

$$\frac{371.64}{60} = 6.194$$

$$r := 1..np + 1$$

$$c_r := vs_{r+3}$$

$$c^T = (-10.3 \quad 392.845 \quad -2.695 \times 10^3 \quad 8.133 \times 10^3 \quad -1.246 \times 10^4 \quad 1.037 \times 10^4 \quad -4.419 \times 10^3 \quad 753.23)$$



$$q := 10..40$$

$$t_q := .1 \cdot q \cdot \frac{1}{25}$$

$$xp_q := c_1 + c_2 \cdot t_q + c_3 \cdot (t_q)^2 + c_4 \cdot (t_q)^3 + c_5 \cdot (t_q)^4 + c_6 \cdot (t_q)^5 + c_7 \cdot (t_q)^6 + c_8 \cdot (t_q)^7$$

$$v_t_q := c_2 + c_3 \cdot (t_q)^1 \cdot 2 + c_4 \cdot (t_q)^2 \cdot 3 + c_5 \cdot (t_q)^3 \cdot 4 + c_6 \cdot (t_q)^4 \cdot 5 + c_7 \cdot (t_q)^5 \cdot 6 + c_8 \cdot (t_q)^6 \cdot 7$$

$$r := 1..40$$

$$t1_r := r \cdot \frac{1}{25}$$

$$x1_r := c_1 + c_2 \cdot t1_r + c_3 \cdot (t1_r)^2 + c_4 \cdot (t1_r)^3 + c_5 \cdot (t1_r)^4 + c_6 \cdot (t1_r)^5 + c_7 \cdot (t1_r)^6 + c_8 \cdot (t1_r)^7$$

