Universitatea „Politehnica” din Timişoara

Facultatea de Mecanică

Departamentul de Mecatronică

Ing. Dan Teodor MĂRGINEANU

Limitele raționale ale capacității portante a îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

Teză de doctorat

Conducător ştiinţific:
Prof.dr.ing. Marcu BALEKICS
Prof.dr.ing. Nicolae GHEORGHIU

2003

Cuvânt înainte

Ideea de bază pentru această lucrare a fost lansată într-o discuţie (şi o dispută) ştiinţifică provocată de Profesorul dr. ing. Bernhard HOROVITZ, unul dintre întemeietorii şcolii româneşti de Organe de maşini şi primul şef al catedrei cu acest nume de la Timişoara, asupra diferitelor valori ale solicitărilor limită şi ale solicitărilor admise utilizate la proiectarea diferitelor clase de organe de maşini. La această discuţie au participat şi doi dintre colaboratorii apropiaţi ai Profesorului, viitori stâlpi ai şcolii timişorene de Organe de maşini şi Tribologie, recunoscuţi ca atare de comunitatea ştiinţifică inginerească din România şi nu numai: prof. dr. ing. Nicolae GHEORGHIU şi prof. dr. ing. Marcu BALEKICS, pe care am onoarea să îi numesc conducătorii mei ştiinţifici pentru prezenta teză de doctorat, şi de la care am aflat despre conţinutul schimbului de idei mai sus menţionat şi în contextul căruia am primit spre rezolvare tema îmbinărilor prin caneluri.

Îmi exprim azi profunda recunoştinţă faţă de Profesorul meu de Organe de maşini, prof. dr ing. Nicolae GHEORGHIU, cel care m-a primit cu căldură în colectivul pe care îl conducea şi care mi-a îndrumat primii paşi în cariera didactică şi ştiinţifică şi îi mulţumesc pentru sprijinul şi îndrumarea sa în stabilirea liniilor directoare ale tezei, a bazelor teoretice de abordare a subiectului.

Domnului prof. dr ing. Marcu BALEKICS, Profesorul şi creatorul şcolii de Tribologie din Timişoara, îi mulţumesc pentru îndrumarea fermă şi de înaltă competenţă la întocmirea tezei şi pentru rigoarea ştiinţifică a experimentatorului versat pe care a încercat să mi-o insufle, pentru sprijinul, încurajările şi îndemnurile primite, fără de care finalizarea prezentei lucrări nu ar fi fost posibilă.

De asemenea vreau să le mulţumesc tuturor celor care m-au sprijinit în cercetările cuprinse în teza de faţă: domnului prof. dr. ing. Nelu IONESCU, care mi-a oferit întotdeauna cu căldură şi generozitate sfatul şi ajutorul; domnului prof. dr. ing. Ioan NICOARĂ, pentru sfaturile competente şi încurajările întru continuarea direcţiilor de cercetare pe care pornisem; domnului prof. dr. ing. Octavian GLIGOR, pentru sprijinul real la realizarea standurilor şi pentru recomandările competente la proiectarea şi realizarea părţii experimentale a tezei; domnului conf. dr. ing. Erwin-Christian LOVASZ, pentru sprijinul logistic şi pentru încurajările permanente, domnului ing. Vilmos

FERNENGEL, colegul meu şi domnilor: ing. Eugen ZĂBAVĂ, ing. Ştefan Lucian TOADER şi ing. Csaba SZEKELY, foştii mei studenţi şi componenţi ai colectivului pe care l-am îndrumat la lucrarea de diplomă, pentru colaborarea la proiectarea, execuţia, punerea în funcţiune şi etalonarea standurilor şi la încercările propriu-zise.

Mulţumesc conducerii şi colegilor mei din colectivul Departamentului de Mecatronică, pentru înţelegerea şi sprijinul acordate pe tot parcursul elaborării tezei.

Nu în ultimul rând mulţumesc părinţilor mei pentru răbdarea avută şi sprijinul acordat şi familiei mele pentru înţelegere şi ajutor, în special soţiei mele, ing. Eugenia Margineanu fără de ajutorul căreia teza nu ar fi putut fi elaborată.

Această lucrare este încheierea unei etape importante în viaţa şi cariera mea profesională. Dar ea constituie doar o etapă în studiul îmbinărilor prin caneluri şi în general în cercetarea transferului de sarcină prin contact mecanic pe suprafeţe extinse. Rezultatele obţinute pot fi utilizate la elaborarea de noi standarde pentru caneluri, la studierea preciziei cinematice a ansamblurilor cu îmbinări canelate şi la studiile tribologice de uzare a canelurilor cu deplasare axială relativă în mers şi sub sarcină.

Timişoara 2003,
Dan MĂRGINEANU

Motto:

„Evident? Nu, încă nelămurit."

V. Smilga

Introducere. Motivația și scopurile tezei de doctorat.

Îmbinările arbore – butuc prin caneluri au domeniile lor specifice de utilizare. Arborii cutiilor de viteze cu roți baladoare sau cu cuplaje sincrone (fig. 1) arborii cardanici și telescopici (fig. 2), indispensabili în construcția autovehiculelor, a mașinilor – unelte, a unor tipuri de pompe volumice, etc., transmit putere mecanică între arbori și piesele montate pe aceștia, permițând deplasarea axială relativă în gol sau sub sarcină, staționar sau din mers. Forma lor complexă și precizia ridicată pot impune restricții tehnologice și economice utilizării lor. Din aceste cauze, îmbinările canelate au fost standardizate și normalizate relativ devreme, iar standardele și normele de geometrie și precizie au fost modificate de mai multe ori, pentru a ține pasul cu tendințele din industrie.

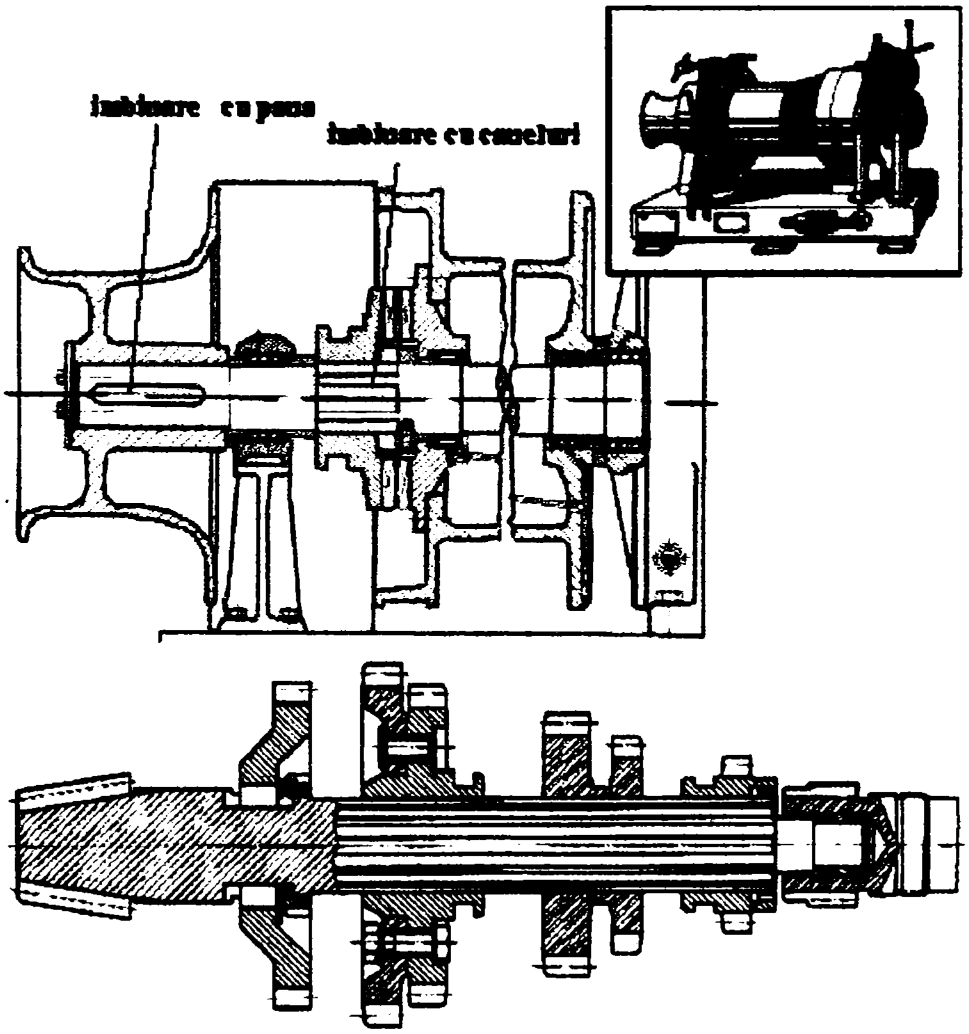


Fig. 1 Utilizarea îmbinărilor prin caneluri la cuplaje intermitente comandate

De asemenea sunt standardizate şi normalizate sculele de prelucrare a arborilor şi butucilor canelaţi şi calibrele de verificare a preciziei de execuţie. Maşinile unelte speciale necesare sunt normalizate şi ele.

Standardizarea permite accesibilitatea tehnologică şi economică a acestei clase de îmbinări, în condiţiile unei precizii de execuţie ridicate care asigură precizia de funcţionare, capacitatea portantă şi interschimbabilitatea.

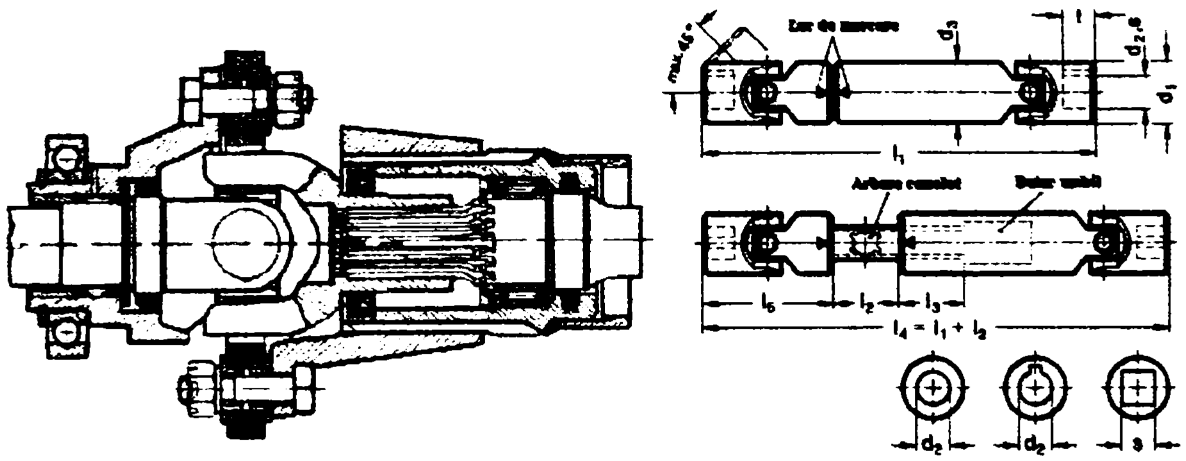


Fig. 2. Utilizarea canelurilor în construcţia arborilor cardanici şi telescopici.

Proiectarea îmbinărilor prin caneluri este însă tratată sumar în majoritatea manualelor şi îndrumătoarelor. Determinarea diametrului arborelui este considerată, cu puţine excepţii, ca aparţinând algoritmului de proiectare a arborelui. Dimensionarea îmbinării constă, deci în alegerea din standard a unei perechi arbore – butuc canelat şi stabilirea lungimii de contact. Ca şi la alte tipuri de îmbinări arbore – butuc standardizate (cu pene paralele sau cu pene înclinate), se face apoi doar verificarea îmbinării. În cazul arborilor supradimensionaţi la rupere prin oboseală sau a celor dimensionaţi din condiţii de rigiditate la încovoiere sau torsiune, se renunţă de obicei la verificare.

Fig. 3. Rupere prin oboseală a arborilor canelaţi

Cauzele de ieşire din uz ale îmbinărilor prin caneluri sunt ruperea prin oboseală a arborilor (fig. 3.) şi uzarea canelurilor. Ruperea canelurilor este foarte rar întâlnită, şi asta numai atunci când unul dintre elementele îmbinării, de regulă butucul, este confecţionat dintr-un material mult mai moale decât elementul conjugat. De aceea, verificarea rezistenţei canelurii la solicitarea compusă de încovoiere, forfecare şi compresiune, similară cu solicitarea dinţilor angrenajelor, prezentă în tratatele mai vechi a fost abandonată.

Ruperea prin oboseala a arborelui se amorsează în zona canelată, la capătul îmbinării solicitat la torsiune cu întreaga valoare a momentului de răsucire, deci în afara îmbinării.

Toate calculele de rezistență a îmbinării se bazează pe ipoteza „evidentă" că solicitarea de contact uniform distribuită pe suprafețele portante. Se face doar „concesia" că numai 75% din suprafața portantă este utilizată pentru transmiterea momentului de răsucire. Formulele de calcul pentru determinarea presiunii medii sunt astfel simple şi rapide. Problema se complică doar atunci când trebuie aleasă presiunea medie admisă. Nu s-au făcut până acum cercetări extinse pentru determinarea valorilor acestui parametru esențial pentru proiectarea ştiințifică.

Valorile recomandate de standardele de calcul şi de manuale sunt dependente de condițiile de funcționare ale îmbinării. Astfel, pentru îmbinările cu deplasare relativă axială din mers şi sub sarcină, la care uzarea este cauza principală de cădere, presiunile admise sunt de zece (sau chiar de mai multe) ori mai mici decât cele pentru îmbinările statice.

Cercetările privind optimizarea formei canelurilor, studiul rezistenței la uzare şi chiar încercările pentru determinarea ştiințifică a solicitării limită de contact trebuie precedate de studierea variației presiunii pe suprafețele de transfer a sarcinii şi a cauzelor care o produc.

În cadrul tezei se urmăreşte rezolvarea următoarelor probleme:

- identificarea cauzelor de variație a presiunii pe suprafețele portante ale îmbinărilor arbore – butuc prin caneluri;
- determinarea analitică a legilor de variație a presiunii pentru fiecare cauză şi cuantificarea efectelor prin coeficienți de concentrare;
- studiul legilor de compunere a efectelor diferitelor cauze de variație a presiunii;
- validarea experimentală şi prin metode numerice a studiilor analitice asupra variației presiunii pe suprafețele de transfer a sarcinii.

Capitolul 1.
Considerații generale privind îmbinările arbore-butuc prin caneluri

§1.1. Îmbinări arbore-butuc. Prezentare generală, clasificări şi domenii de utilizare.

O îmbinare arbore-butuc, ca orice alt tip de îmbinare, preia cele şase grade de libertate relativă dintre elementele îmbinate - arbore şi butuc - şi, din punct de vedere cinetostatic, cele şase componente ale torsorului de reducere al acțiunilor exterioare la axa îmbinării. În unele cazuri, acest tip de îmbinare permite deplasarea axială relativă a butucului față de arbore, materializând astfel o cuplă cinematică de translație de clasa a V-a (C_5), deci se preiau doar cinci grade de libertate relativă, respectiv cinci componente ale torsorului de reducere al acțiunilor exterioare la axa îmbinării.

În marea majoritate a aplicațiilor, pentru preluarea componentelor de tip forță $\mathbf{F_x}$ (forța axiala), $\mathbf{F_y}$, $\mathbf{F_z}$ (componentele încărcării radiale F_r) şi de tip moment $\mathbf{M_y}$ **şi** $\mathbf{M_z}$ (componentele momentului de răsturnare M_r) în cazul îmbinărilor arbore – butuc se utilizează una din soluțiile prezentate în figura 1.1., după cum urmează:

în fig. 1.1. a):

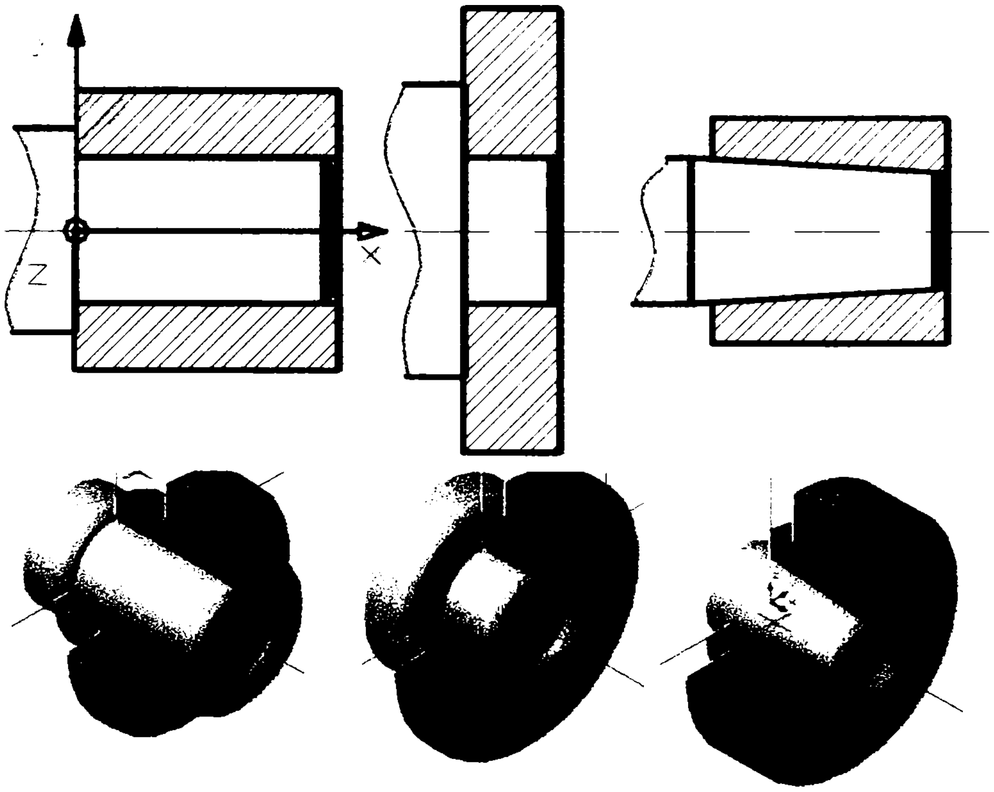
- **centrare** pe cilindru lung, care preia:
  - rotațiile în planele ce conțin axa cilindrului, respectiv momentele $\mathbf{M_y}$ şi $\mathbf{M_z}$ (două grade de mobilitate);
  - translațiile pe direcțiile perpendiculare pe axa cilindrului, respectiv forțele $\mathbf{F_y}$ şi $\mathbf{F_z}$ (două grade de mobilitate);
- **rezemare** pe o suprafață frontală de dimensiuni reduse (un umăr sau o bucşă distanțier), care preia translația în lungul axei cilindrului, respectiv forța axială $\mathbf{F_x}$ (un grad de mobilitate).

în fig. 1.1. b):

- **centrare** pe cilindru scurt, care preia translaţiile pe direcţiile perpendiculare pe axa cilindrului, respectiv forţele. $\mathbf{F_y}$ şi $\mathbf{F_z}$ (două grade de mobilitate);
- **aşezare** pe o suprafaţă plană frontală de dimensiuni extinse care preia:
  - rotaţiile în planele ce conţin axa cilindrului respectiv momentele $\mathbf{M_y}$ şi $\mathbf{M_z}$ (două grade de mobilitate);
  - translaţia în lungul axei cilindrului, respectiv forţa axială $\mathbf{F_x}$ (un grad de mobilitate);

în fig. 1.1. c):

- **centrare** pe o suprafaţă conică lungă care preia:
  - rotaţiile în planele ce conţin axa cilindrului respectiv momentele de răsturnare $\mathbf{M_y}$ şi $\mathbf{M_z}$ (două grade de mobilitate);
  - translaţiile pe direcţiile perpendiculare pe axa cilindrului, respectiv forţele radiale. $\mathbf{F_y}$ şi $\mathbf{F_z}$ (două grade de mobilitate);
  - translaţia în lungul axei cilindrului, respectiv forţa axială $\mathbf{F_x}$ (un grad de mobilitate).



a) b) c)

Fig.1.1. Soluţii de preluare a torsorului acţiunilor exterioare

Preluarea gradelor de mobilitate prin contact pe suprafaţă introduce nedeterminarea statică a sistemului mecanic al îmbinării. Pentru determinarea poziţiei corpurilor rigide, respectiv pentru preluarea acţiunilor exterioare într-un sistem de corpuri static determinat, mecanica teoretică impune existența a șase puncte de contact, patru câte patru necoplanare și trei câte trei necoliniare. Un număr mai mare de puncte de contact sau nerespectarea condițiilor de poziție relativă a acestora conduce la nedeterminarea statică a sistemului. Numărul gradelor de nedeterminare este egal cu numărul de puncte suplimentare de contact. Ridicarea nedeterminării sistemului se face, pentru corpurile deformabile, prin adăugarea de atâtea ecuații de deformație de câte ori sistemul este static nedeterminat. Suprafețele de contact conțin, teoretic, o infinitate de puncte iar practic, un număr de pete de contact.

Contactul pe suprafețe extinse este condiționat conformitatea suprafețelor conjugate, adică de respectarea condițiilor de precizie geometrică (de dimensiune, de formă geometrică și de poziție relativă) impuse acestora și de deformațiile elastice și plastice ale corpurilor aflate în contact.

În cazul îmbinărilor arbore – butuc cu centrare pe suprafețe cilindrice cu ajustaj cu joc, contactul este condiționat de componenta dominantă a torsorului de reducere a acțiunilor exterioare.

În primă analiză, se consideră un ajustaj cilindric cu joc format dintr-un arbore și un butuc ideal rigide, fără abateri de la forma cilindrică și fără abateri de netezime a suprafețelor conjugate. Dacă predomină încărcarea radială F_r, în îmbinare se produce o deplasare relativă δ_r, pe direcția încărcării, (fig.1.2. a) și deci o eroare de centrare ε_c, corespunzătoare jocului maxim din ajustaj j_{max},:

$$j_{max} = d_{b_{max}} - d_{a_{min}} \tag{1.1}$$

de mărime:

$$\varepsilon_c = \frac{j_{max}}{2} \tag{1.2}$$

Dacă încărcarea predominantă este momentul de răsturnare M_r , în îmbinare apare o rotire relativă, (Figura 1.2. b) respectiv o eroare unghiulară de centrare γ:

$$\gamma = \frac{j_{max}}{L_b} \tag{1.3}$$

unde L_b este lungimea îmbinării, egală cu lungimea butucului.

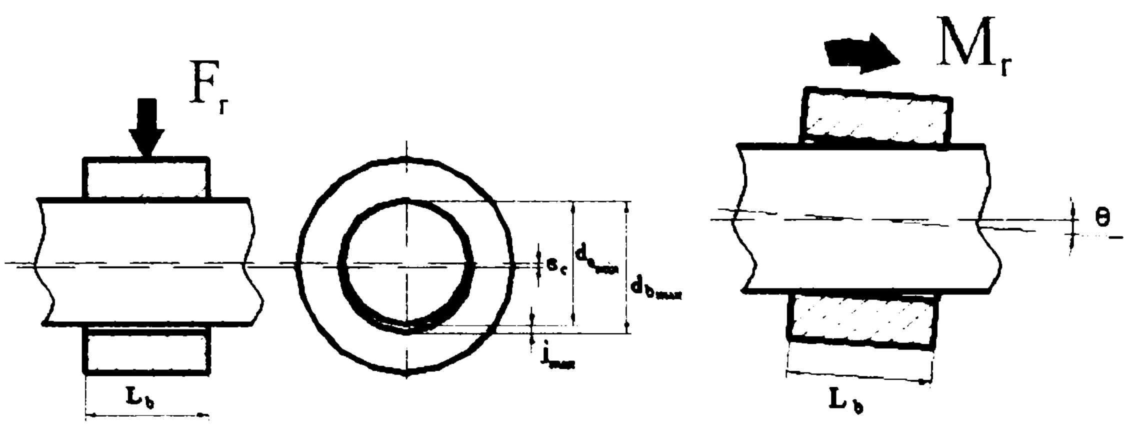
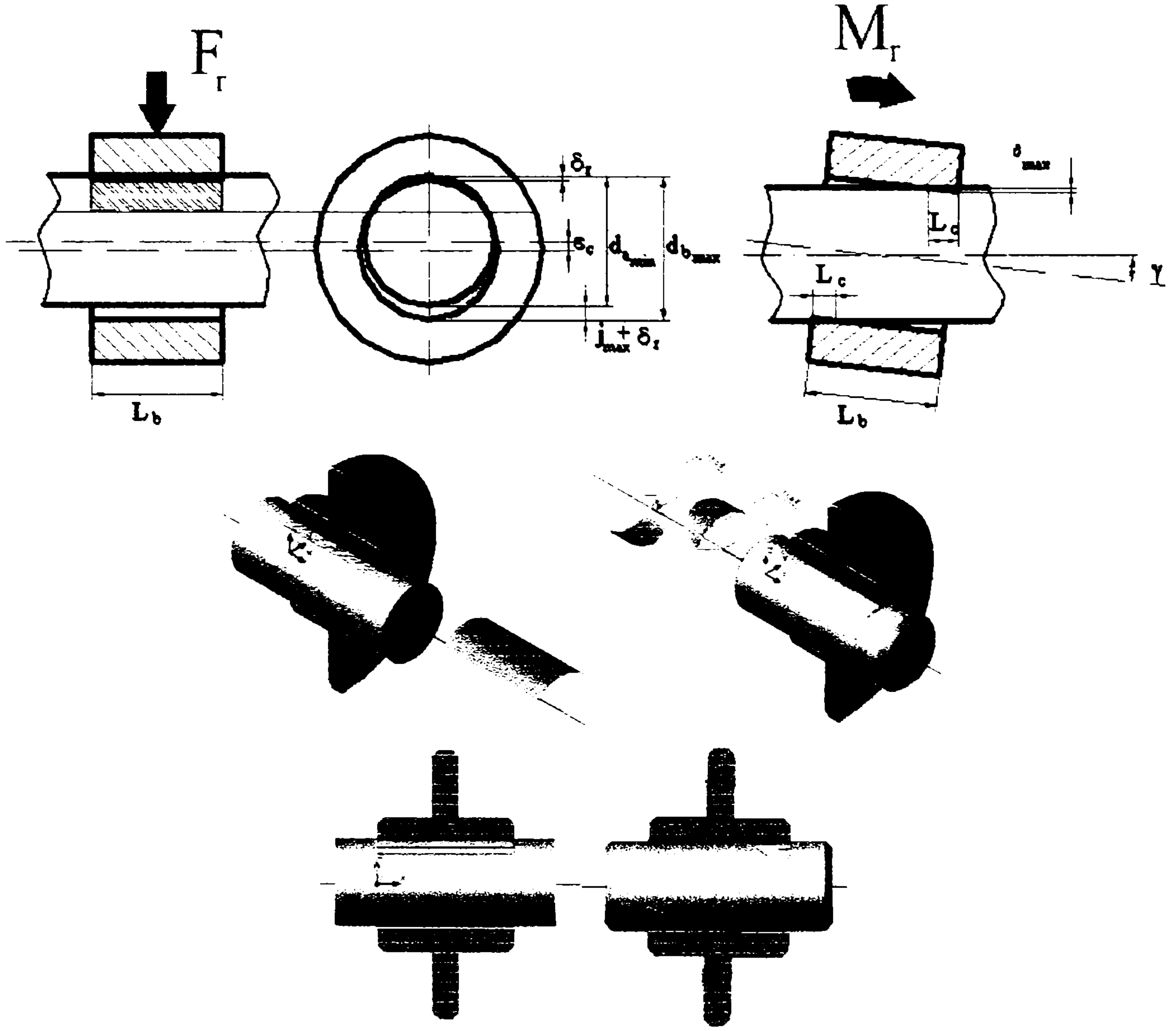


Fig. 1.2. Erorile de centrare la ajustajele cilindrice cu joc



a) b)

Fig. 1.3. Zonele de contact din ajustajele cilindrice

Erorile de centrare sunt inerente ajustajului cilindric cu joc şi deci acesta nu asigură o centrare propriu – zisă ci o pseudo – centrare a butucului faţă de arbore.

Luând în considerare deformațiile de contact ale suprafețelor conjugate dar arborele și butucul rigide, contactul se extinde (Fig. 1.3.).

În cazul încărcării radiale predominante, zona de contact (Figura 1.3.a) este o suprafață cilindrică de lungime egală cu lungimea butucului și cuprinsă în interiorul unghiului la centru 2θ:

$$2\cdot\theta = 2\cdot\arccos\frac{1}{1+2\cdot\frac{\delta_r}{j}}, \tag{1.4}$$

unde δ_r este deplasarea radială relativă a butucului față de arbore datorită deformațiilor produse de încărcarea radială F_r.

Eroarea de centrare ε_c crește

$$\varepsilon_c = \frac{j_{max}}{2} + \delta_r. \tag{1.5}$$

Interferența dintre suprafețele cilindrice de centrare ale arborelui și butucului (fig. 1.4.) variază de la valoarea maximă δ_r pe direcția încărcării radiale F_r, până la 0 la capetele arcului 2 θ. Pe o direcție radială curentă orientată cu unghiul θ_x față de direcția încărcării radiale F_r, valoarea interferenței δ_x este dată de expresia:

$$\Delta_x = \left(\frac{j}{2} + \delta_r\right)\cdot\cos\theta_x - \frac{j}{2} \tag{1.6}$$

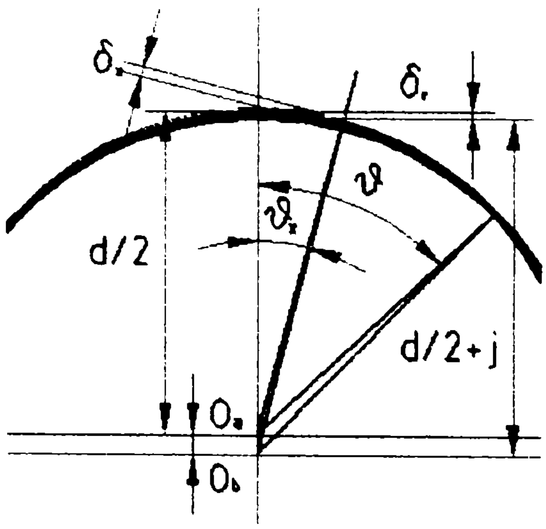


Fig.1.4. Contactul în ajustajele cilindrice cu joc încărcate radial

Admițând că solicitarea de contact crește monoton cu interferența suprafețelor de contact, presiunea ar rezulta uniformă pe lungimea îmbinării și cu distribuție simetrică față de direcția încărcării radiale, în plan transversal.

Dacă momentul de răsturnare M_r este predominant (fig. 1.3.b), contactul se extinde la capetele îmbinării pe suprafețe cilindrice de lățime maximă L_c în planul perpendicular pe direcția momentului M_r și cuprinse în interiorul unghiului la centru θ_x. Eroarea de centrare unghiulară γ crește până la valoarea:

$$\gamma = \frac{j + 2\cdot\delta_{r_{max}}}{L_b}, \tag{1.7}$$

unde $\delta_{r_{max}}$ este interferența maximă în secțiunile de la capetele îmbinării.

Lungimea de contact de la capetele ajustajului are valoarea:

$$L_c = \frac{L_b}{2 + \frac{j}{\delta_{r_{max}}}} < \frac{L_b}{2}. \qquad (1.8)$$

Interferența maximă $\delta_{rx_{max}}$ într-o secțiune transversală prin îmbinare situată la distanța x de mijlocul îmbinării crește liniar spre capătul acesteia:

$$\delta_{rx_{max}} = \delta_{r_{max}} \left[\frac{x}{L_b} \left(2 + \frac{j}{\delta_{r_{max}}} \right) - \frac{j}{2 \cdot \delta_{r_{max}}} \right], \qquad (1.9)$$

precum crește și unghiul la centru $\vartheta_{x_{max}}$ de contact în secțiunea curentă:

$$\vartheta_{x_{max}} = \arccos \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot \delta_{rx_{max}}}{j}}. \qquad (1.10)$$

Dacă se ține seama și de rigiditatea finită a arborelui și butucului, suprafețele de contact se extind și distribuția de presiune se modifică.

În cazul sarcinilor exterioare rotitoare față de arbore (cazul arborelui rotativ solicitat cu încărcare constantă față de sistemul de referință fix – arbori de transmisie), suprafața de contact se va roti pe arbore, putând provoca uzarea prin deformare plastică a ajustajului și, implicit, creșterea jocului și scăderea preciziei de centrare.

Însumarea efectelor forței radiale și a momentului de răsturnare depinde de mărimea și direcția relativă a acestora și de dimensiunile îmbinării. Astfel, la valori relative mici ale momentului de răsturnare M_r și dacă acesta este perpendicular pe direcția forței radiale F_r (cazul unei forțe radiale a cărei direcție trece la o distanță **e** de mijlocul îmbinării), contactul dintre arbore și butuc se face de-a lungul unei generatoare, pe toată lungimea butucului. Distribuția de presiuni va fi în acest caz asimetrică, rezultanta ei fiind pe direcția sarcinii excentrice F_r.

Dacă sarcina radială are excentricitate mai mare decât jumătate din lungimea butucului, momentul de răsturnare produce rotirea relativă a butucului față de arbore și contactul asimetric pe capetele îmbinării. Rezultantele celor două distribuții de presiuni asimetrice și cu sensuri opuse preiau momentul de răsturnare, diferența lor echilibrând încărcarea radială.

În cazul îmbinărilor prin strângere, înainte de încărcarea acestora se introduce o distribuție de presiuni inițială între suprafețele de centrare. Sarcinile exterioare ce acționează asupra îmbinării în exploatare modifică această distribuție de presiuni prin suprapunerea unei distribuții „de sarcină”. Dacă presiunea rămâne pozitivă după încărcare în toate punctele ajustajului (contactul nu se pierde), încărcările exterioare sunt preluate atât de suprafețele îndreptate în sensul solicitării cât și de cele opuse. Din acest motiv, ajustajele cu strângere au rigiditate mai mare la sarcini radiale sau de răsturnare decât cele cu joc (sistemul tehnic elastic este obținut prin legarea „în paralel” a două sisteme cu joc echivalente).

Modul de preluare a sarcinilor radiale și de răsturnare poate fi influențat și de modul de transmitere a momentului de răsucire. În special la îmbinările prin formă, asimetria îmbinării (nominală sau produsă de erorile de execuție) poate introduce reacțiuni interne îmbinării, ce afectează precizia de centrare și distribuția de presiuni din îmbinare.

Poziționarea și fixarea axială pot contribui prin reacțiuni normale și forțe de frecare la preluarea sarcinilor radiale și de răsturnare. Efectul lor, deși nu puțin important, este cel mai adesea neglijat.

§1.2 Îmbinări arbore-butuc. Clasificări și domenii de utilizare.

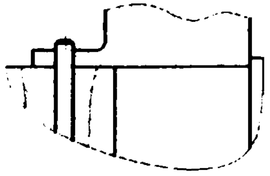
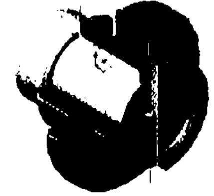
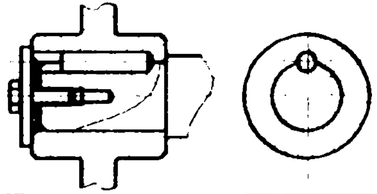
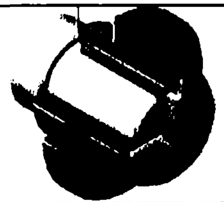
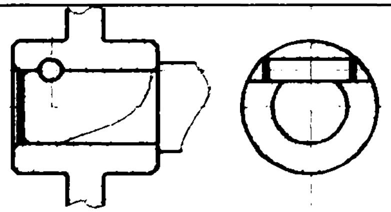
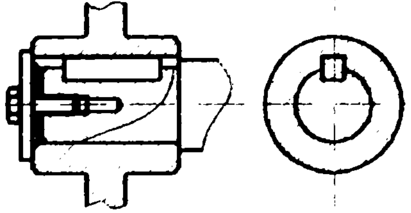
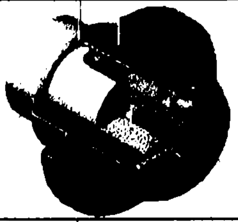
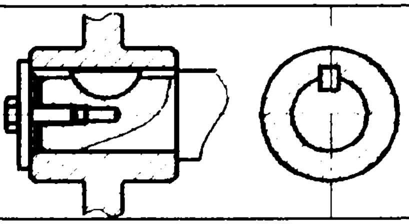
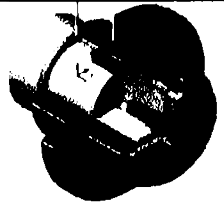
Principala deosebire dintre diferitele tipuri de îmbinări arbore – butuc (și, de altfel, criteriul primordial de clasificare a lor în toate tratatele și manualele) este deci modalitatea de preluare a rotirii relative a butucului față de arbore în jurul axei îmbinării, respectiv de transmitere a momentului de răsucire $\mathbf{M_t}$. Astfel, îmbinările arbore – butuc se clasifică în:

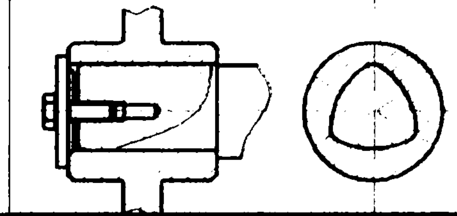
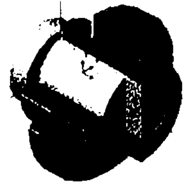
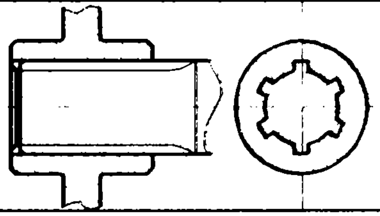
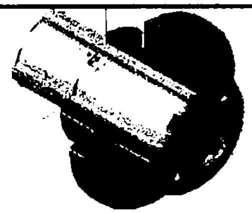
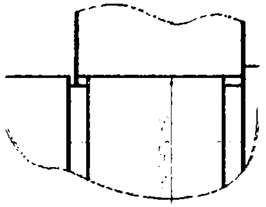
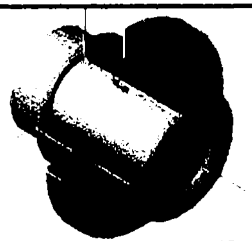
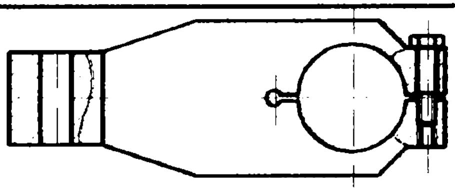
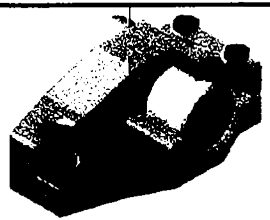
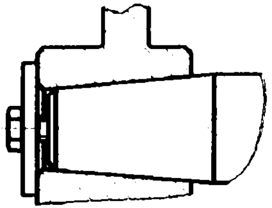
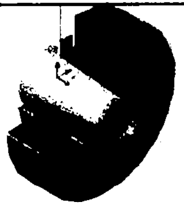
- îmbinări prin formă, prevăzute cu suprafețe de contact la care normala nu este concurentă cu axa îmbinării, momentul de răsucire fiind preluat de componentele tangențiale ale reacțiunilor;

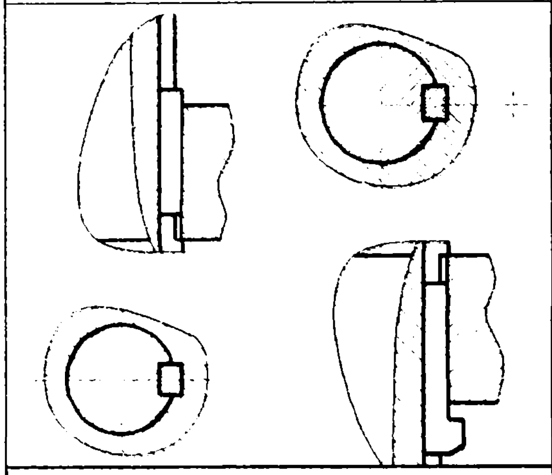
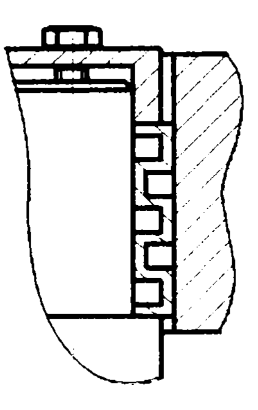
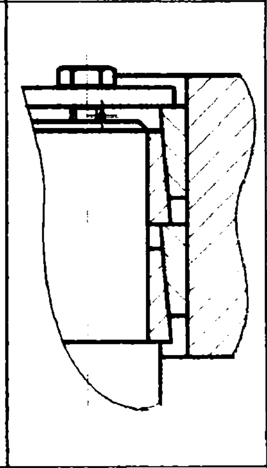
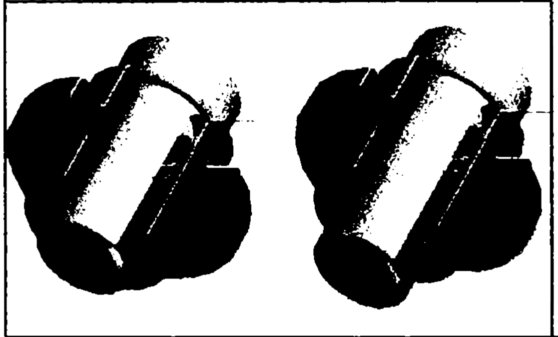
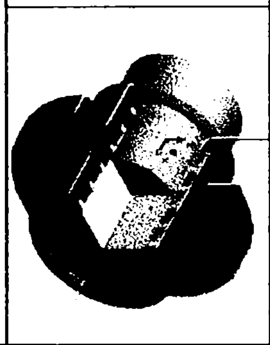
- îmbinări prin forță, la care forțele de frecare de pe suprafețele de contact, cu normala pe direcție radială, preiau și transmit momentul de răsucire;

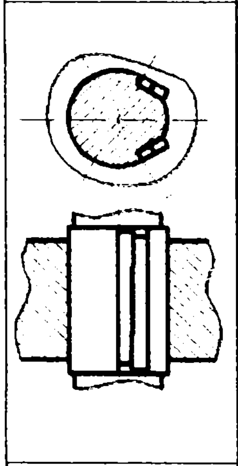
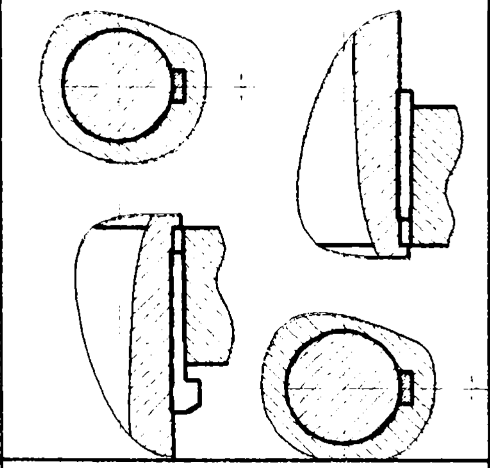
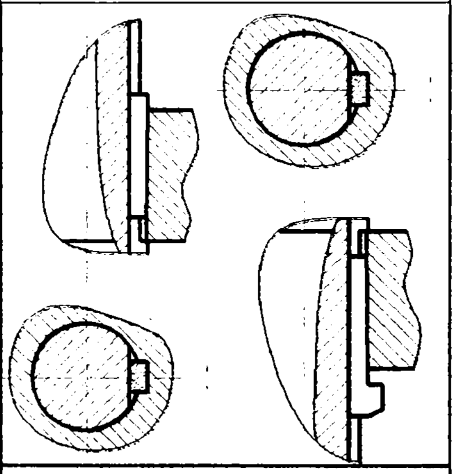
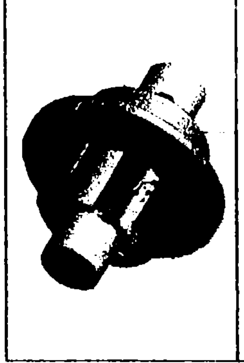
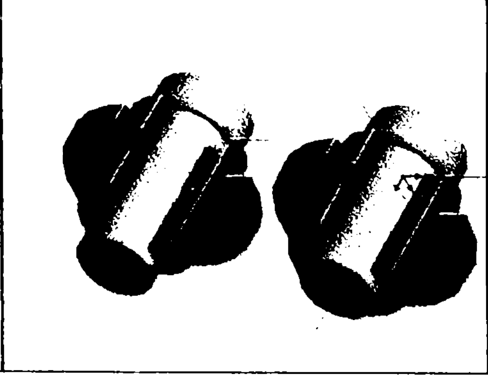
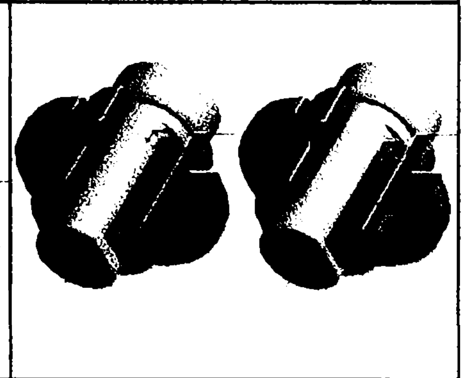
- îmbinări prin formă și forță, care combină modalitățile de transmitere a încărcărilor prezentate mai sus;

Tabelul 1.1

Prin formă		
Cu știfturi sau bolțuri (a)		
Transversale		
Longitudinale		
Tangențiale		
Cu pene longitudinale fără strângere (b)		
Pene paralele		
Pene disc		

Cu arbori și butuci profilați		
Profile speciale (c)		
Caneluri (d)		
Prin strângere		
Prin presare La cald (e) La rece (f)		
Cleme (g)		
Conice (j)		

Pene înalte (k)	Cu pene	Prin formă și strângere	Cu strângere (h)	Inele tronconice (i)
				
				

Pene tangențiale (n)	Pene concave (m)	Pene subțiri (l)
		
		

Alegerea uneia dintre acestea de către proiectantul unui ansamblu pentru a fi utilizată într-un caz concret se face în funcție de:

- capacitatea sa portantă raportată la cea a arborelui;
- condițiile de funcționare;
- complexitatea și costul variantelor acceptabile din primele două puncte de vedere.

În tabelul 1.2 este prezentat modul în care diferitele tipuri de îmbinări arbore butuc, notate ca în tabelul 1.1, îndeplinesc principalele funcții, cuantificate prin note de la 1 la 10 (conform sistemului de notare folosit în învățământul românesc).

Tabelul 1.2. Caracteristicile îmbinărilor arbore – butuc.

Proprietăți (notate de la 1 la 10)	**Tipuri de îmbinări**													
	Prin formă				**Prin strângere**						**Prin formă și strângere**			
	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**f**	**g**	**h**	**i**	**j**	**k**	**l**	**m**	**n**
Funcționale														
Capacitate portantă														
Momente de răsucire într-un singur sens	8	6	10	10	10	10	8	7	8	9	6	6	6	8
Momente de răsucire în ambele sensuri și cu șoc	7	5	8	10	10	10	8	7	8	9	4	4	4	8
Forțe axiale	1	1	1	1	10	10	8	7	8	9	4	4	4	7
Poziționare relativă														
Centrare relativă	6	7	8	8	9	9	7	9	9	10	4	4	4	4
Axială	1	8	1	1	1	1	1	1	1	9	2	2	2	2
Unghiulară	7	7	9	8	4	5	5	5	5	5	7	7	7	8
Reglare														
Axială	10	4	10	10	2	2	9	10	10	4	8	8	8	8
Axială din mers și sub sarcină	7	1	8	10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Unghiulară	1	1	5	5	2	2	9	10	10	10	2	2	8	2
Tehnologice														
Prelucrabilitate	7	8	5	5	8	8	9	8	8	7	6	7	8	6
Montabilitate	8	7	9	9	7	7	10	10	10	9	7	7	7	7
Interschimbabilitate	9	5	9	9	4	4	10	10	10	10	8	8	8	8

În tabelul 1.3 sunt indicate recomandările de utilizare a îmbinărilor arbore – butuc pentru diferite condiții de exploatare și cazuri de solicitare.

Tabelul 1.2. Recomandări de utilizare pentru diversele îmbinări tip arbore – butuc. [G1]

Recomandări	**Îmbinări prin strângere**	**Îmbinări prin formă**	**Îmbinări prin formă și strângere**
Momente de răsucire mici	Brățară elastică Inele ondulate Bucșă ondulată	Știft transversal Știft longitudinal Pană paralelă sau disc	Pană concavă
Momente de răsucire unidirecționale	Brățară elastică Strângere proprie Pană tangențială	Știft transversal Știft longitudinal Pană paralelă	Pană concavă
Momente de răsucire mici cu schimbare de sens	Inele ondulate	Pană paralelă	Pană concavă
Momente de răsucire mari cu schimbare de sens sau șocuri	Strângere proprie Strângere pe con Strângere cu inele tronconice	Arbori profilați (caneluri și arbori profilați)	Pană înclinată Pană tangențială
Arbore scurt, momente mari de răsucire	Strângere pe con Strângere cu inele tronconice	Arbori profilați (caneluri dreptunghiulare și triunghiulare, arbori poligonali)	-
Îmbinare cu deplasare axială (butuc sau arbore deplasabil)	-	Pană paralelă lungă Caneluri dreptunghiulare	-
Îmbinare ușor demontabilă	Brățară elastică Strângere proprie Strângere pe con Inele tronconice Inele și bucșe ondulate	Pană paralelă Caneluri triunghiulare	Pene înclinate înalte, tangențiale, concave)
Arbore neted	Îmbinări cu strângere	-	Pană concave
Pentru poziționare ușoară a butucului în sens circular	Brățară elastică Strângere pe con Strângere cu inele tronconice Inele și bucșe ondulate	Caneluri triunghiulare	Pană concavă
Îmbinări cu arbore tubular	Strângere cu inele tronconice Strângere proprie	Caneluri	-

Îmbinările prin caneluri sunt indicate la transmiterea de momente de răsucire mari, (comparabile cu capacitatea portantă la torsiune a arborelui) și sunt singurele care pot materializa eficient cupla de translație C_5. De aceea, aceste îmbinări au un domeniu de aplicabilitate suficient de extins și, mai ales, rezervat, pentru a putea afirma că vor mai juca încă mult timp un rol în istoria tehnicii. Studiul lor din punct de vedere a intimității fenomenelor de transmitere a sarcinilor între elementele îmbinării este necesar pentru a putea prevedea cu mai multă precizie, încă din faza de proiectare, eforturile unitare maxime şi deci pentru a evita supradimensionările inerente unei proiectări cu "coeficienți de siguranță acoperitori".

§1.3. Îmbinări arbore-butuc prin caneluri. Clasificare. Forme constructive principale.

La îmbinările arbore-butuc prin caneluri, arborele, respectiv butucul, au profile care fac imposibilă rotirea relativă, asigurând astfel transmiterea momentului de răsucire, şi, în funcție de ajustaj, posibilitatea deplasării axiale.

În îmbinările cu caneluri, (fig. 1.5., 1.6., 1.7.) pe periferia arborelui, respectiv în interiorul butucului, sunt executate proeminențe şi canale care se cuplează reciproc, materializând suprafețele conjugate de contact şi transmițând momentul de răsucire. Ca mod de funcționare, canelurile pot fi asimilate cu pene longitudinale concrescute arborelui, având avantajul unei capacități portante sporite datorită înlocuirii contactului dintre pană şi canalul din arbore cu continuitatea de material arbore-canelură şi datorită eliminării diminuării secțiunii arborelui prin tăierea canalelor, asociată cu atenuarea severității concentratorilor de tensiune.

Utilizarea îmbinărilor cu caneluri este limitată de costul ridicat al prelucrării, (în special al pregătirii de fabricație, fiind necesare maşini-unelte, scule, dispozitive şi verificatoare speciale şi, mai ales, o disciplină tehnologică ridicată) condiționat nu atât de volumul mare de material îndepărtat sau de complexitatea operațiilor cât de precizia ridicată necesară.

Clasificarea îmbinărilor prin caneluri se face după mai multe criterii:

- după forma canelurilor:
- cu profil dreptunghiular (figura 1.5.)
    - seria uşoară STAS 1768
    - seria mijlocie STAS 1769
    - seria grea STAS 1770
- cu profil evolventic (fig. 1.6), conform STAS 6858
- cu profil triunghiular (fig. 1.7.), conform STAS 7346
- cu profil dreptunghiular pentru maşini-unelte, conform STAS 2670 (fig. 1.8)
- după felul în care se realizează centrarea:
    - interioară (figura 1.9. a))
    - exterioară (figura 1.9. b))
    - pe flancuri (figura 1.9. c))
- după tipul îmbinării:

- fixă
- mobilă

- după tipul contactului între suprafețe:
  - cu alunecare, în cazul îmbinărilor “clasice”, enumerate mai sus;
  - cu rostogolire, soluții dezvoltate în ultima perioadă de unele firme specializate în producția de ghidaje și șuruburi cu rostogolire (fig. 1.10.)

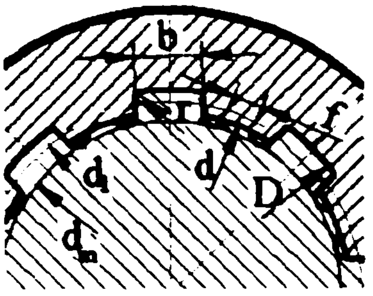


Fig.1.5 a) Seria ușoară

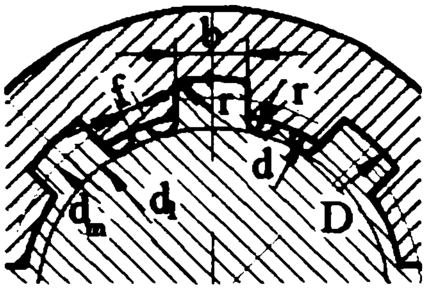
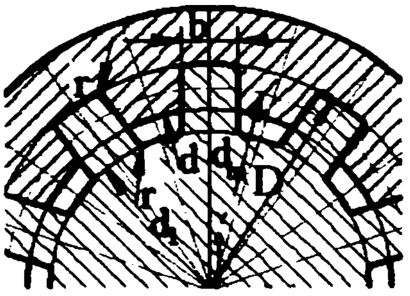


Fig.1.5 b) Seria mijlocie



g. . c Serie grea

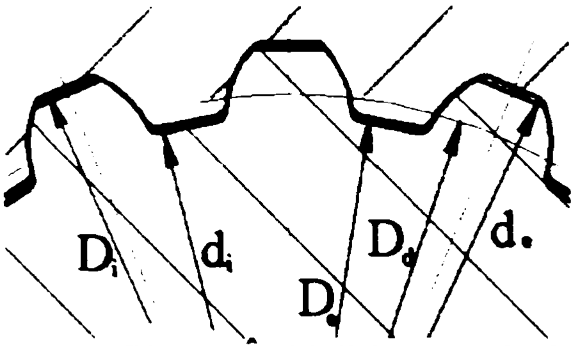


Fig.1.6. Îmbinări cu caneluri evolventice

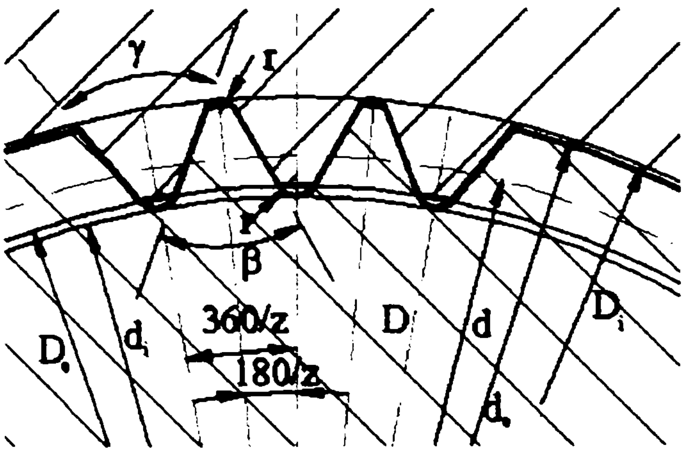


Fig.1.7. Îmbinări cu caneluri triunghiulare

Canelurile dreptunghiulare sunt cel mai des utilizate, deoarece posibilitățile tehnologice de execuție permit obținerea unei precizii mai mari comparativ cu celelalte tipuri de îmbinări prin caneluri, fiind de aceea preferate pentru realizarea îmbinării mobile (arbori telescopici, roți mobile la cutiile de viteze, etc.).

Canelurile triunghiulare sunt recomandate în construcția îmbinărilor fixe, cu solicitări variabile sau reversibile (pârghii sau manivele pe capete de arbore).

Canelurile evolventice au rezistență bună la solicitări variabile și se utilizează în construcția de autovehicule.

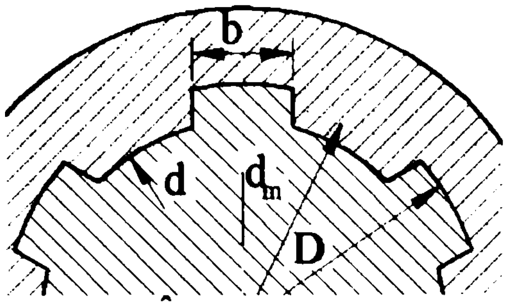


Fig.1.8. Îmbinări cu caneluri dreptunghiulare pentru maşini unelte

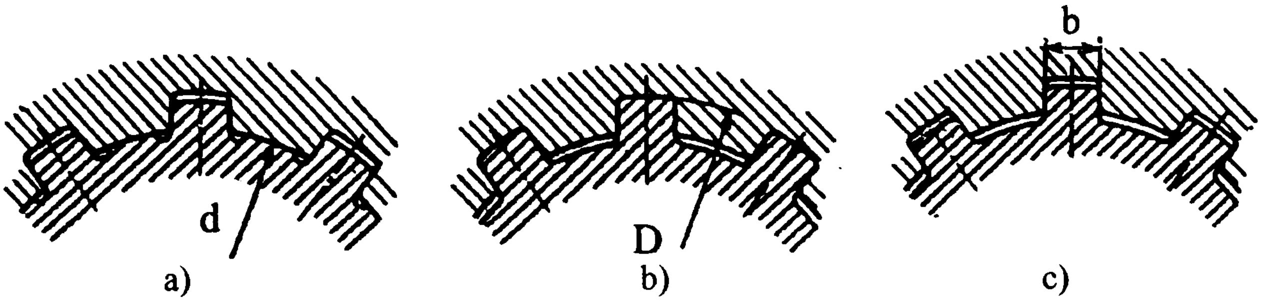


Fig. 1.9. Moduri de centrare pentru îmbinări arbore-butuc cu caneluri dreptunghiulare

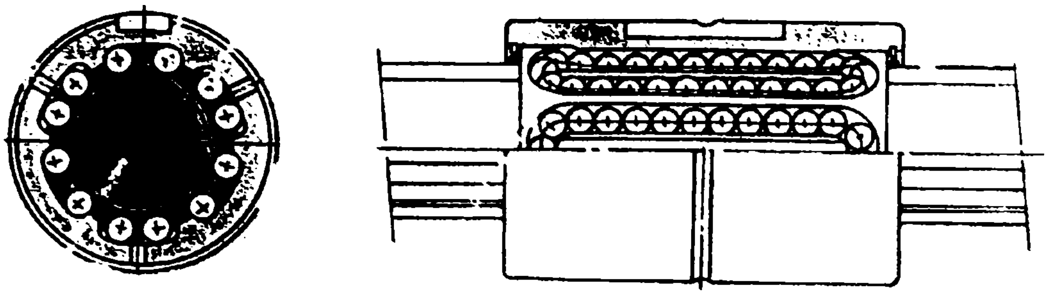


Fig. 1.10. Îmbinări arbore-butuc cu contact cu rostogolire

§1.4. Relațiile şi metodica de calcul a îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

Proiectarea îmbinării dintre un arbore şi butucul unei roți este în general o “fază” a algoritmului general de proiectare a unei transmisii mecanice. Ea îşi are locul, în general, după predimensionarea arborelui, adică după calculul preliminar al diametrului minim necesar pentru secțiunea solicitată la momentul de torsiune maxim.

Proiectantul alege, ținând seama de condițiile de funcționare ale ansamblului, tipul de îmbinare recomandat după care alege dimensiunile secțiunii transversale ale îmbinării, în majoritatea cazurilor standardizate sau normalizate în funcție de diametrul nominal al acesteia. Apoi dimensionează butucul rotorului, stabilind diametrul exterior $\mathbf{d_e}$ şi lungimea **L** a acestuia. Această operație se poate face:

- constructiv - folosind rapoarte tradițional acceptate de proiectanți [G1]dintre dimensiunile butucului şi diametrul nominal al îmbinării, (metodă foarte "purtată" în atelierele clasice de proiectare) ca de exemplu:

$$\begin{aligned} d_b &= (1{,}6 \ldots 2) \cdot d \\ L &= (1 \ldots 1{,}5) \cdot d \end{aligned} \qquad (1.11.)$$

pentru îmbinările cu pană paralelă a unei roți fixe pe arbore, situată între lagăre. Dezavantajul acestei metode constă în faptul că pentru fiecare tip de îmbinare se recomandă valori diferite ale acestor rapoarte, în funcție de gabaritul elementelor de transmitere a momentului de torsiune, de capacitatea portantă a acestora şi de influența acestora asupra rezistenței butucului prin slăbirea secțiunii şi prin introducerea concentratorilor de tensiune.

- prin calcul, punând condiția de echiportanță a arborelui şi butucului la solicitarea de torsiune:

$$S \approx y \cdot \sqrt[3]{T} \qquad (1.12.)$$

unde: -S [mm] - grosimea peretelui butucului;

- y [mm/(mNm)$^{1/3}$] - coeficient dimensional ales în funcție de tipul îmbinării şi de materialul butucului. [G1]

Lungimea **L** a butucului se determină şi în acest caz din considerente constructive. Dezavantajul acestei metode constă în faptul că şi în acest caz dimensionarea este aproximativă, deoarece nu se ia în calcul decât una din componentele torsorului de reducere a interacțiunilor dintre arbore şi butuc.

După determinarea dimensiunilor butucului se stabilesc şi dimensiunile longitudinale ale îmbinării (la acele îmbinări la care se pune această problemă), ele putând fi mai mici sau egale cu lungimea **L** a butucului, în funcție de tipul îmbinării şi de condițiile funcționale.

Pentru îmbinările fixe se definitivează apoi modul de fixare axială a butucului pe arbore. Această operație trebuie să țină seama şi de tehnologia de prelucrare a elementelor de îmbinare pe arbore şi respectiv în butuc. Neglijarea aspectului tehnologic la proiectare duce, în special în proiectarea îmbinărilor canelate , la contradicții de execuție sau de montaj care, semnalate prea târziu, pot compromite nu numai termenul de finalizare al produsului ci şi posibilitatea sa de funcționare corectă.

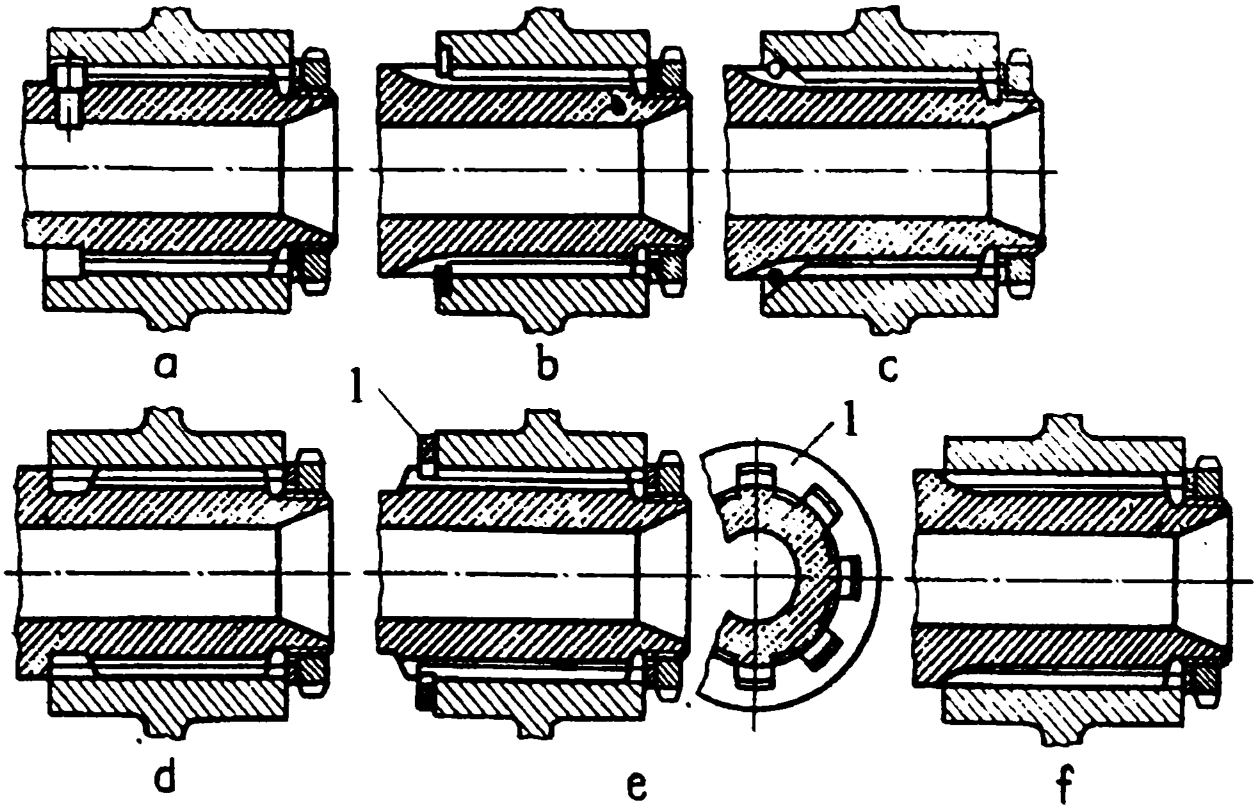


Fig. 1.11. Fixarea axială a butucului pe arbore

Câteva soluții de fixare axială pentru aceste tipuri de îmbinări sunt prezentate în figura 1.11.

După determinarea tuturor dimensiunilor elementelor îmbinării se face verificarea acestora, în general la rezistență la solicitarea de contact între suprafețele conjugate ale arborelui şi butucului (şi, acolo unde este cazul, ale elementului intermediar - pană sau ştift) indusă de momentul de răsucire **T**.

În acest scop se compară valoarea efectivă a presiunii medii $\mathbf{p_m}$ cu o valoare admisă a presiunii $\mathbf{p_a}$, în general diferită de la un tip de îmbinare la altul şi întotdeauna mult inferioară limitei de rezistență la compresiune.

Valorile presiunii admise $\mathbf{p_a}$ se stabilesc experimental în funcție de materialele elementelor îmbinării dar şi în funcție de tipul de îmbinare, clasa de precizie a execuției, condițiile de funcționare, etc., ceea ce înseamnă că în acestea s-au inclus coeficienți de corecție pentru a compensa diferența dintre presiunea maximă $\mathbf{p_{max}}$, incomod de determinat în proiectarea de tip clasic, şi cea medie $\mathbf{p_m}$, calculabilă simplu cu o formulă de tip:

$$p_m = \frac{k_a \cdot 2 \cdot T}{d_m \cdot z \cdot S_l \cdot L} \quad [\,N / mm^2\,] \qquad (1.13.)$$

unde: - $\mathbf{k_a}$ [-] - coeficient de corecție;

- $\mathbf{d_m}$ [mm] - diametrul mediu al suprafețelor conjugate ale îmbinării;

- z [-] - numărul de perechi de suprafețe portante conjugate;

-S_1 [mm^2/mm] - aria suprafeței de contact pe unitatea de lungime a unei perechi de suprafețe portante, în cazul îmbinărilor cu pene paralele sau disc, a celor cu ştifturi şi a celor canelate, la care se poate face presupunerea că presiunea este aproximativ constantă pe suprafața de contact.(fig. 1.12.)

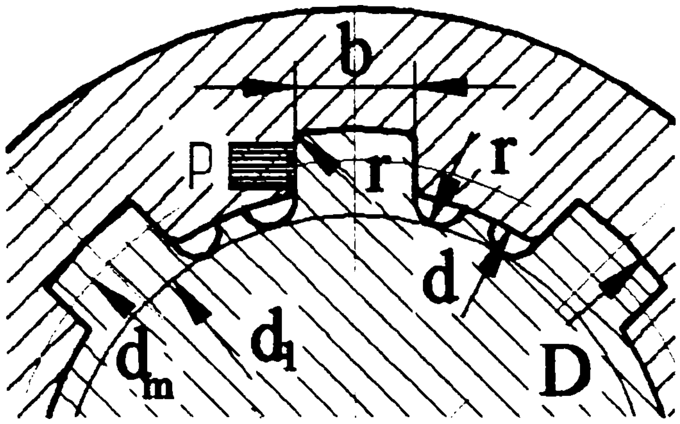


Fig.1.12. Calculul unei îmbinări arbore-butuc canelate la presiune de contact

Unele surse bibliografice [D1], recomandă determinarea lungimii necesare a îmbinării prin dimensionare din condiția de rezistență la contact, calculând L din formula 1.13.. Practica de proiectare arată însă că, în majoritatea cazurilor şi mai ales la proiectarea prototipurilor sau a produselor de serie mică, lungimea butucului rezultată din calcul este redusă şi pare a nu asigura stabilitatea rotorului pe arbore. Pentru proiectarea produselor de serie mare este indicată reluarea dimensionării şi verificării până ce elementele îmbinării sunt încărcate cât mai aproape de capacitatea lor portantă.

Dacă în urma calculului de verificare, condiția de rezistență nu este îndeplinită, se impune reluarea operațiilor de proiectare. În opinia autorului, ordinea de "intervenție" a proiectantului asupra parametrilor aflați la dispoziția sa este:

- lungimea îmbinării;
- materialul din care sunt confecționate elementele îmbinării;
- numărul de elemente portante;
- tipul îmbinării;
- diametrul nominal al îmbinării.

După proiectarea îmbinării se face, într-o etapă imediat următoare sau în urma altor operații de dimensionare a ansamblului arbore, verificarea acestuia la rezistență la solicitări variabile (oboseală). La această etapă trebuie ținut seama de modificările modulelor de rezistență axial W_z şi polar W_p ale secțiunii transversale a arborelui în urma prelucrării suprafețelor portante şi de concentratorii de tensiune specifici.

Unele surse bibliografice mai indică necesitatea unui calcul de rezistență la încovoiere sau /și la forfecare a elementelor portante (pene, caneluri, etc.). Studiile mai noi, standardele în vigoare și experiența proiectanților, inclusiv a autorului, afirmă însă că solicitarea critică este în totalitatea cazurilor cea de contact.

§1.5. Considerații tehnologice și de precizie pentru îmbinările arbore-butuc prin formă

Se poate afirma fără teama de a greși că la tipurile de îmbinări arbore-butuc prin formă capacitatea portantă este proporțională cu complexitatea de execuție și deci cu costul de fabricație. De la această aserțiune fac excepție îmbinările ne-interschimbabile (cu știfturi, cu caneluri rodate) la care uneori economia realizată prin prelucrarea simultană a suprafețelor portante - alezarea în stare montată a găurilor de știft - se plătește scump în exploatare.

Procedeele tehnologice folosite la prelucrarea elementelor îmbinării (arbore, butuc, element intermediar acolo unde este cazul) trebuie să asigure "ridicarea" tehnologică a nedeterminării statice a sistemului mecanic. Așa cum s-a arătat în paragraful 1.1, fiecare grad de mobilitate preluat de îmbinare este asociat teoretic cu un singur punct de contact între arbore și butuc. Pentru asigurarea capacității portante a îmbinării este necesar însă contactul pe suprafețe extinse. Se introduc astfel un număr de grade de nedeterminare statică cu atât mai mare cu cât numărul de suprafețe portante crește și aceste suprafețe sunt mai extinse.

Existența acestora înseamnă practic că la o îmbinare cu elementele afectate de erori ale geometriei efective față de cea nominală contactul dintre elementele portante este, la începerea încărcării, punctual. El se extinde, în limita deformațiilor elasto – plastice, într-o anumită măsură odată cu creșterea încărcării.

Pentru obținerea unei capacități portante corespunzătoare este necesar să se obțină în urma prelucrării un grad cât mai ridicat de conformitate a suprafețelor portante.

La îmbinările cu pene paralele această condiție se definește relativ simplu, prin impunerea unei condiții de simetrie a canalului de pană față de suprafața de centrare a arborelui respectiv butucului. Tehnologic, această condiție se realizează prin frezare la arborele montat pe prisme și prin broșare cu inimă de centrare la butuc. Este evident deci că prelucrarea canalului de pană trebuie făcută după tratamentul termic final și după operația de rectificare a suprafeței de centrare, care constituie baza funcțională, tehnologică și de măsurare. Această condiție tehnologică, ușor de îndeplinit la arborii și butucii roților transmisiilor mecanice, poate deveni restrictivă dacă unul sau ambele elemente ale îmbinării au durități mari în urma călirii (de

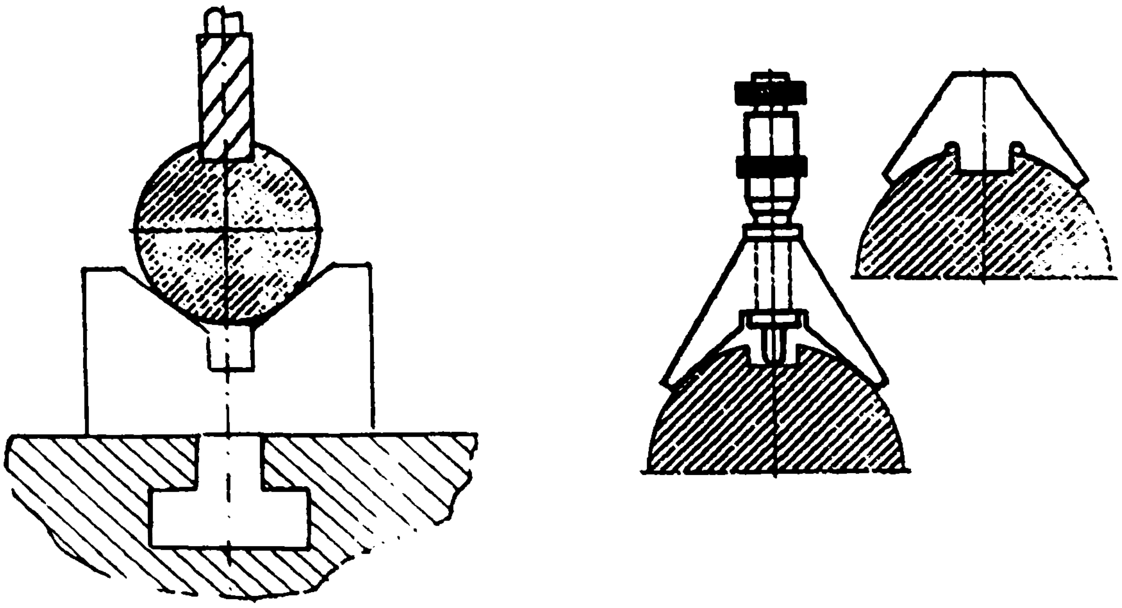


Fig. 1.13. Prelucrarea şi verificarea canalului de pană din arbore

exemplu la sculele aşchietoare). În această situaţie este necesară corelarea condiţiilor de precizie de poziţie relativă faţă de canalul de pană impuse altor suprafeţe ale arborelui sau butucului cu posibilităţile tehnologice de realizare.

Verificarea respectării acestei condiţii se face cu calibre de simetrie tip prismă-pentru arbore (v. figura 1.13.) – sau tampon – pentru butuc, după ce a fost controlată în prealabil realizarea preciziei dimensionale - de obicei cu calibre tampon trece - nu trece pentru canale de pană.

La îmbinările cu suprafeţe portante multiple, datorită gradului de nedeterminare mai ridicat al sistemului, condiţiile de precizie ce trebuie îndeplinite de elemente sunt mai multe şi mai stricte.

Faţă de îmbinările cu o singură suprafaţă portantă apare în plus eroarea de pas a profilului arborelui şi butucului care influenţează, aşa cum se va vedea în capitolul 3, distribuţia sarcinii pe suprafeţele portante.

Prelucrarea arborilor canelaţi se face prin frezare urmată de rectificarea suprafeţelor de centrare şi a celor portante (v. figura 1.14.). Generarea profilului periodic al suprafeţei arborelui se face prin rostogolire sau rulare. Profilul frezei melc pentru arbori canelaţi (freza melc „cu mustăţi") este proiectat în aşa fel încât să realizeze şi degajările de rectificare dintre canelură şi suprafaţa de centrare şi teşiturile canelurii (fig. 1.14. a). Rectificarea arborelui se face pe suprafaţa de centrare şi pe flancuri, simultan sau succesiv (fig. 1.14. b).

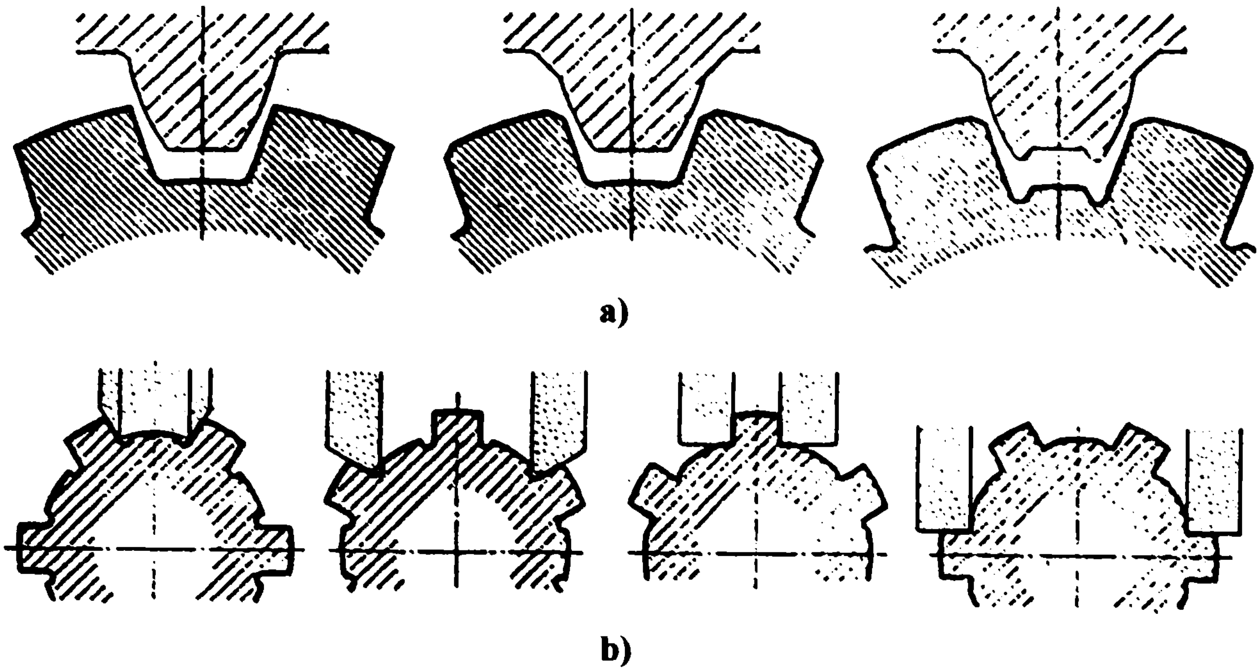


Fig. 1.14. Prelucrarea arborilor canelați; a) frezare prin rostogolire, b) rectificare.

Prelucrarea butucului se face prin broşare, cu centrarea broşei pe diametrul interior, rectificat în prealabil. Se poate obține deci o precizie ridicată a profilului numai la butucii la care prelucrarea canalelor se face după operația de tratament termic final (butuci fără tratament termic secundar sau îmbunătățiți). La butucii căliți, precizia profilului este puternic afectată de deformațiile apărute în urma călirii, deoarece nu există posibilitatea finisării ulterioare a canalelor.

Precizia de prelucrare a arborilor şi butucilor canelați este definită de STAS 6565-79 pentru profilul dreptunghiular şi de STAS 8489-84 pentru profilul triunghiular. Aceste standarde definesc precizia dimensională a profilului în patru respectiv două clase de precizie. Precizia de formă şi poziție relativă pe diametru sau pe lungimea îmbinării nu este definită direct ci prin impunerea toleranțelor calibrelor de "complexitate". Cu aceste calibre se verifică arborele sau butucul după ce au fost verificate dimensional. Această verificare furnizează doar informația că profilul real se înscrie într-un volum limită şi nu poate preciza abaterile geometrice prin parametrii dimensionali expliciți.

Capitolul 2.

Studiul geometriei îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

Geometria îmbinărilor prin caneluri este concepută pentru poziționarea relativă a butucului față de arbore (preluarea a cinci grade de libertate relativă, v §1.1.) și pentru asigurarea rezistenței mecanice a ansamblului. Forma lor complicată și precizia ridicată a impus, pentru asigurarea interschimbabilității, standardizarea sau normalizarea geometriei canelurilor. Geometria celor trei tipuri de caneluri – dreptunghiulare, evolventice și triunghiulare (v. §.1.3.) se va studia în cele ce urmează.

§2.1. Studiul comparativ al geometriei canelurilor dreptunghiulare

Canelurile dreptunghiulare sunt standardizate în trei serii de dimensiuni: seria ușoară STAS 1768- 86, seria mijlocie STAS 1769-86 și seria grea STAS 1770-86. Pentru mașinile unelte se folosesc arbori și butuci canelați cu profil dreptunghiular conform STAS 2760-78 și 2761-78.

Geometria canelurilor dreptunghiulare este definită de următorii parametri:

- diametrul interior d [mm];
- diametrul exterior D [mm];
- numărul de caneluri z [-];
- lățimea canelurii b [mm];
- teșitura capului canelurii c [mm];
- raza de racordare de la baza canelurii r [mm];

La îmbinările canelate cu centrare pe diametrul interior (v. §.1.3.), pentru rectificarea suprafeței de centrare de pe arbore se execută la generarea prin frezare a profilului canelurilor și degajări de rectificare. Acestea sunt definite prin diametrul minim d_1 [mm] și lățimea minimă a fațetei de centrare f [mm]. Forma degajării de rectificare se obține prin rostogolire în funcție de forma „mustăților” frezei melc pentru caneluri utilizate.

Notarea arborilor şi butucilor canelați se face prin indicarea simbolului suprafeței de centrare, a dimensiunilor nominale şi anume a numărului de caneluri z, a diametrului interior d, a diametrului exterior D, şi a lățimii canelurii b, a simbolurilor câmpurilor de toleranță pentru suprafețele de centrare şi lățimea canelurii şi prin indicarea standardului care defineşte geometria acestora. De exemplu, un arbore canelat seria mijlocie, cu centrare interioară, cu numărul de caneluri z = 8, diametrul interior d = 42 mm şi diametrul exterior D = 48 mm şi lățimea b = 8 se notează :

Arbore canelat d-8x42f7x48x8f8 STAS 1769-78,

iar un butuc canelat seria grea cu centrare interioară, cu numărul de caneluri z = 10, diametrul interior d = 32 mm şi diametrul exterior D = 40 mm şi lățimea canelurii b = 5 mm se notează:

Butuc canelat d-10x32H7x40x5D9 STAS 1770-86

Arborii şi butucii canelați pentru maşini unelte au 4 sau 6 caneluri. Notarea acestora se face numai prin indicarea diametrului interior d, a celui exterior D şi a lățimii canelurii.

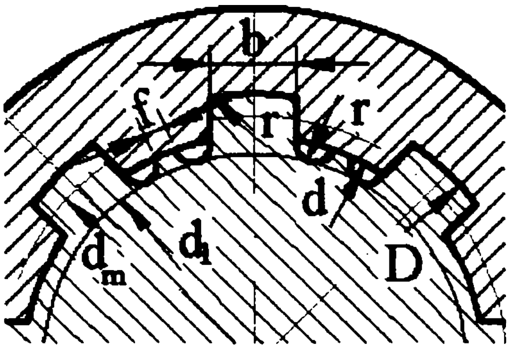


Fig.2.1 Geometria canelurii dreptunghiulare cu centrare pe diametrul interior din seria mijlocie

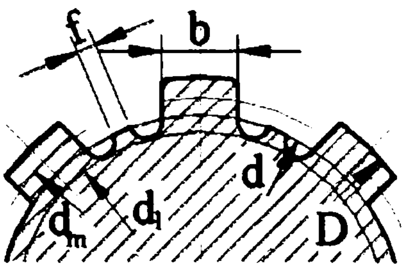


Fig. 2.2. Geometria arborelui canelat cu profil dreptunghiular cu centrare pe diametrul interior

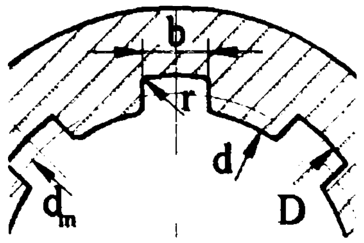


Fig. 2.3. Geometria butucului canelat cu profil dreptunghiular cu centrare pe diametrul interior

Toleranțele şi ajustajele pentru arborii şi butucii canelați standardizați sunt de asemenea stabilite de standarde şi norme. Pentru îmbinările cu profil dreptunghiular acestea sunt stabilite de STAS 6565-79. În cazul centrării interioare, ajustajele preferențiale (recomandate) pentru diametrul d al suprafeței de centrare sunt H7/f7 şi H7/g6 pentru ajustajul mobil, iar pentru ajustajul fix H7/js6, iar pentru diametrul exterior D (necentrant) D9/f8 pentru butucii necăliți, F10/e8 şi F10/e9 pentru butuci căliți nerectificați, în cazul ajustajului mobil şi D9/k7 şi F8/j7 în cazul ajustajului fix.

La centrarea pe diametrul exterior se recomandă ajustajele H7/f7 şi H7/g6 pentru diametrul exterior D în cazul ajustajului mobil şi H7/js6 la ajustajul fix. In îmbinările cu centrare pe flancuri se recomandă alegerea pentru lățimea canelurii b ajustajele D9/e8 şi F10/f8 pentru ajustajele mobile, respectiv F8/js7 pentru ajustajele fixe.

Verificarea abaterilor acestor dimensiuni se face individual cu calibre simple specifice (pentru arbori – calibre inel, pentru alezaje – calibre tampon, respectiv de lungime pentru lățimea canelurii) sau cu calibre de tip complex pentru verificarea simultană a erorilor de formă şi poziție relativă a celor [illegible] dimensiuni caracteristice canelurii.

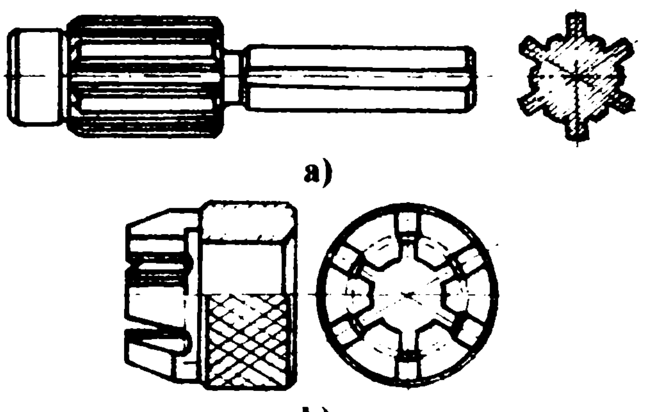


Fig. 2.4. Calibre pentru caneluri: interioare (a) şi exterioare (b)

În acest caz, pentru cele două limite ale câmpului de toleranță se confecționează două calibre T – trece – şi respectiv NT – nu trece, ca negative ale canelurii de verificat.

În fig. 2.4 a este prezentat un calibru pentru caneluri interioare (alezaj canelat) cu centrare pe diametrul mare, prevăzut cu un cep de ghidare, la angajarea în alezaj, pentru evitarea deteriorărilor. Pentru caneluri exterioare (arbori canelați), calibrul este de forma prezentată în fig. 2.4 b, având de asemenea o porțiune de ghidare pe diametrul exterior al arborelui canelat verificat.

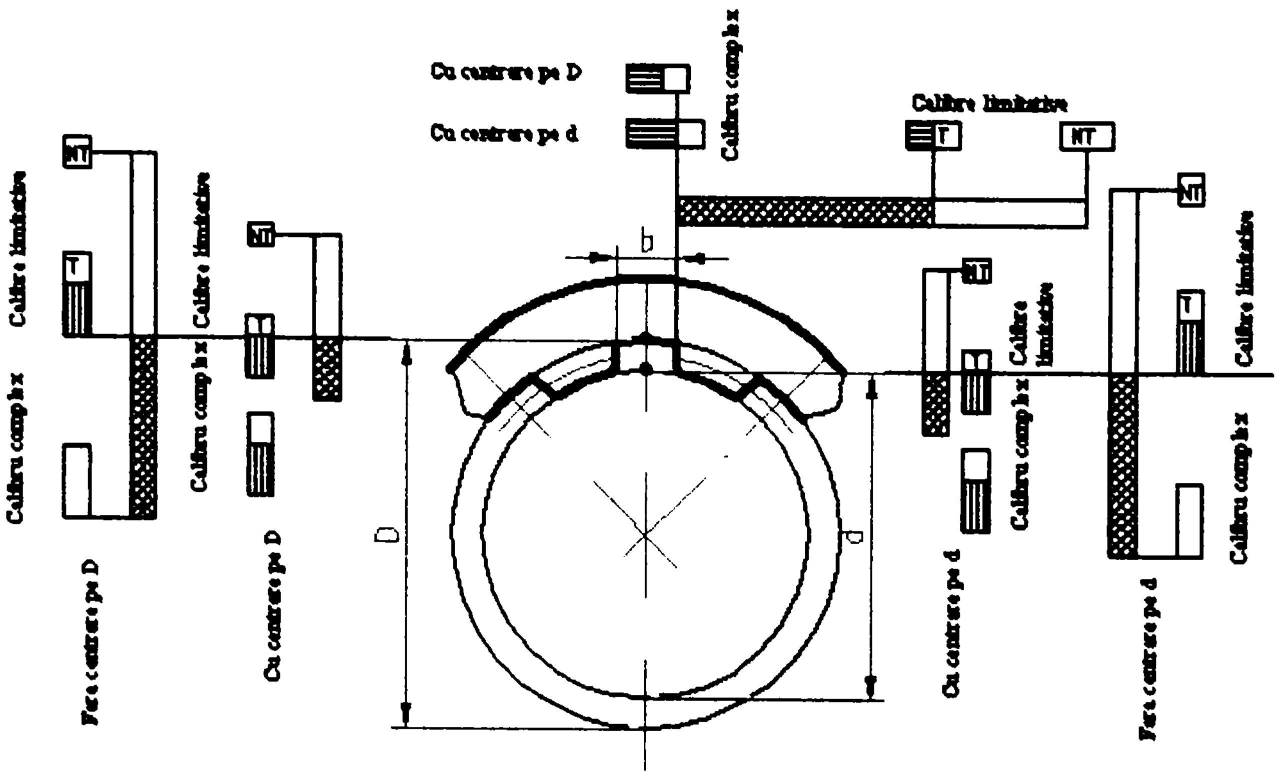


Fig. 2.5. Schema câmpurilor de toleranțe pentru calibre tampon

Abaterile de formă şi poziţie pentru îmbinările canelate cu profil dreptunghiular sunt limitate prin toleranţele de fabricaţie şi de uzură ale calibrelor de complexitate, conform STAS 7088-64 (fig. 2.5 – pentru calibrele tampon complex de verificare a canelurii din butuci – şi fig.2.6 – pentru calibrele inel complex de verificare a canelurii de pe arbori).

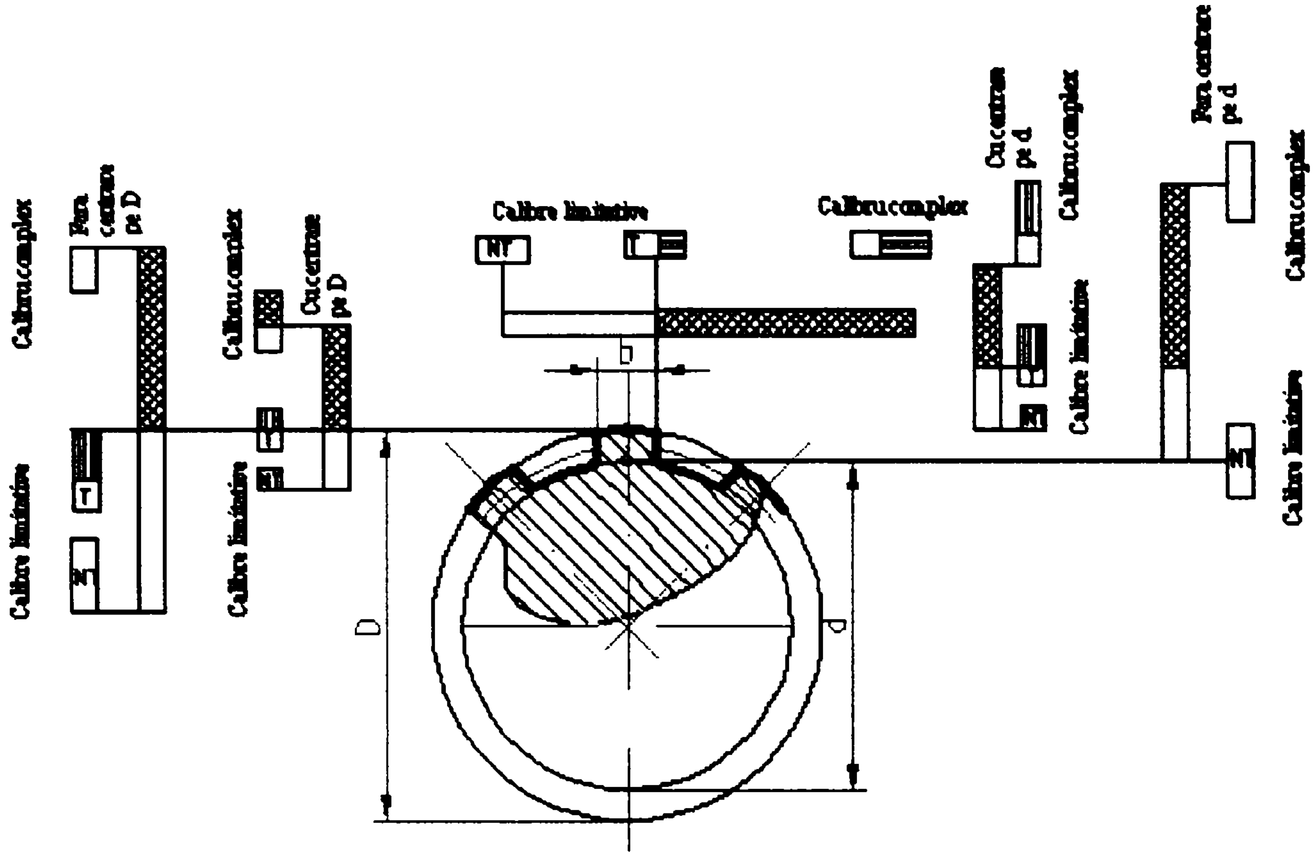
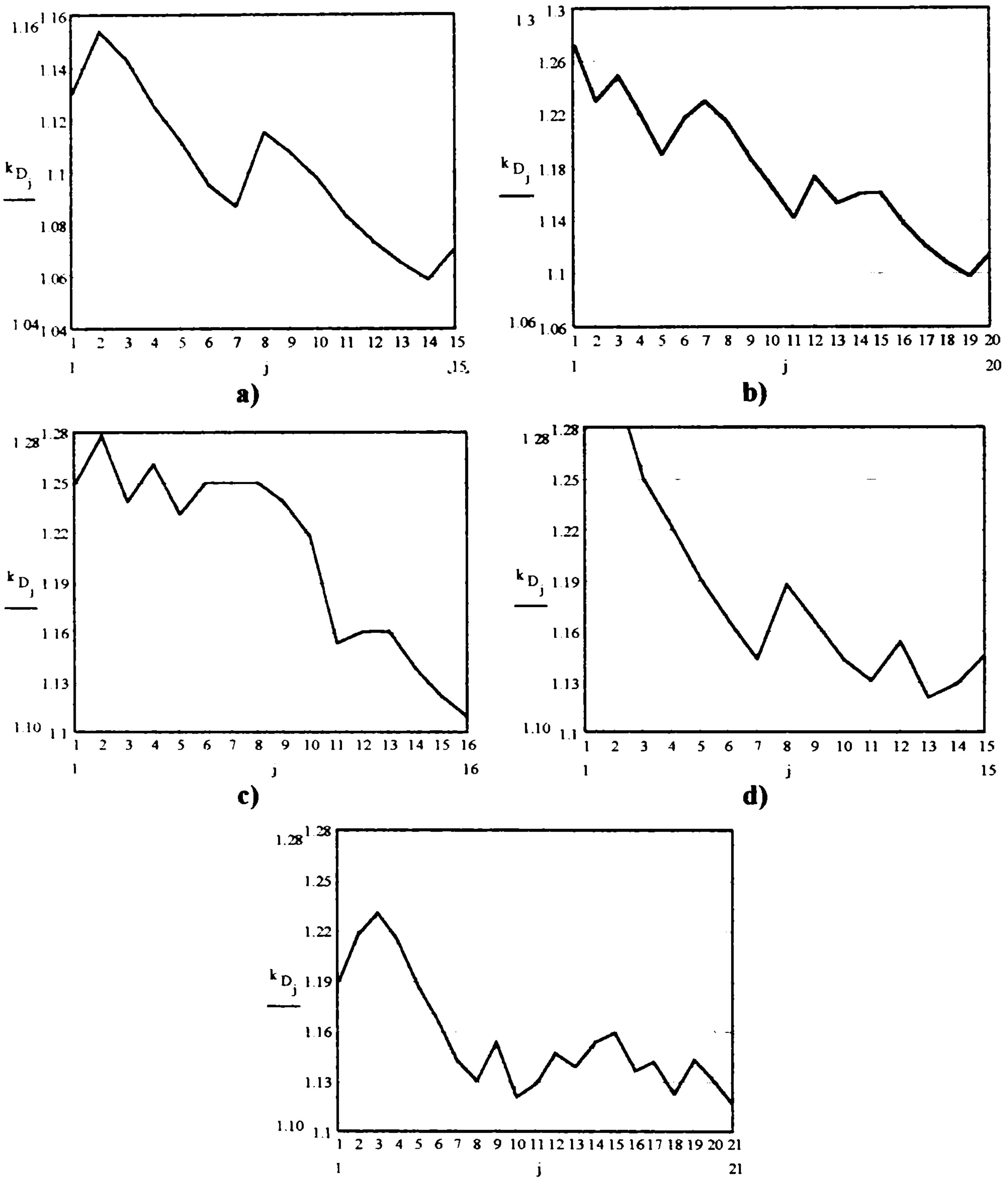


Fig. 2.6 Schema câmpurilor de toleranţe pentru calibre inel

Standardul impune şi toleranţele erorilor de divizare şi ale erorilor cumulate de divizare, atât pentru calibrele tampon complex, cât şi pentru cele inel complex. De remarcat este faptul că, pentru suprafeţele de centrare sunt impuse câmpuri de toleranţă de ordinul micrometrilor (μm), ca şi pentru toleranţa erorii de divizare, pentru toleranţa cumulată de divizare recomandându-se câmpuri de toleranţa între 10 μm şi 20 μm. Toleranţele pentru suprafeţele pe care nu se face centrarea sunt de ordinul zecilor de μm. Calibrele complexe trebuie să intre pe piesa verificată pe toată lungimea de control.

Seriile standardizate de dimensiuni pentru canelurile dreptunghiulare sunt recomandate fiecare pentru domenii de utilizare specifice, aşa precum sugerează şi denumirile lor standardizate – uşoară, mijlocie şi grea. Seriile de dimensiuni mai uşoare utilizează, la acelaşi diametru interior, decisiv pentru capacitatea portantă la torsiune a arborelui, mai puţin material, canelurile fiind mai puţin proeminente (v. fig. 1.5.). De asemenea canelurile se execută mai uşor, îndepărtând mai puţin material şi având acces mai bun pentru finisarea suprafeţelor de centrare.

În cele ce urmează se studiază similitudinea geometrică (asemănarea) şi similitudinea funcţională a seriilor standardizate de caneluri dreptunghiulare.



a) b) c) d) e)

Fig. 2.7. Coeficientul diametrului exterior: a) seria uşoară, b) seria mijlocie, c) seria grea, d) pentru maşini unelte – cu 4 caneluri, e pentru maşini unelte – cu 6 caneluri (anexa 1).

În fig. 2.7. se prezintă variaţia coeficientului diametrului exterior k_D:

$$k_D = \frac{D}{d} \tag{2.1}$$

Pentru toate tipurile de caneluri, diametrul exterior D scade de la 115 % (seria uşoară) – 130 % (seria grea) din diametrul interior d, pentru valorile mici ale acestuia până la 105 – 112 %, pentru cele mai mari caneluri.

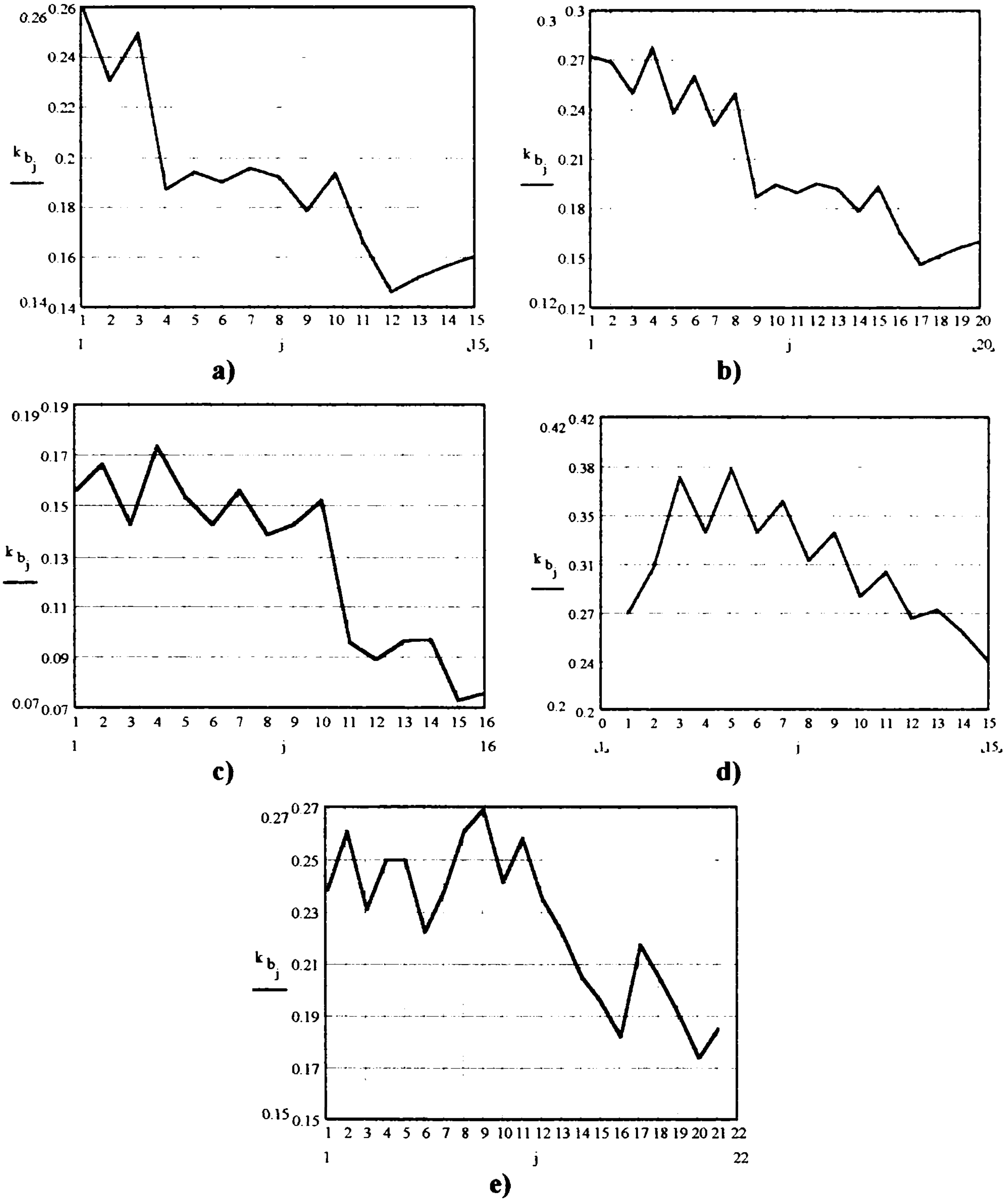


Fig. 2.8. Coeficientul lăţimii canelurii: a) seria uşoară, b) seria mijlocie, c) seria grea, d) pentru maşini unelte – cu 4 caneluri, e pentru maşini unelte – cu 6 caneluri (anexa 1).

Coeficientul de lăţime k_b:

$$k_b = \frac{b}{d} \qquad (2.2)$$

are o tendință similară. De remarcat însă este scăderea ponderii procentuale de la 25 -15% pentru seriile uşoare până la 16 - 8 % pentru seria grea. Acest fapt se explică prin necesitatea introducerii unui număr mai mare de caneluri pe periferia îmbinării.

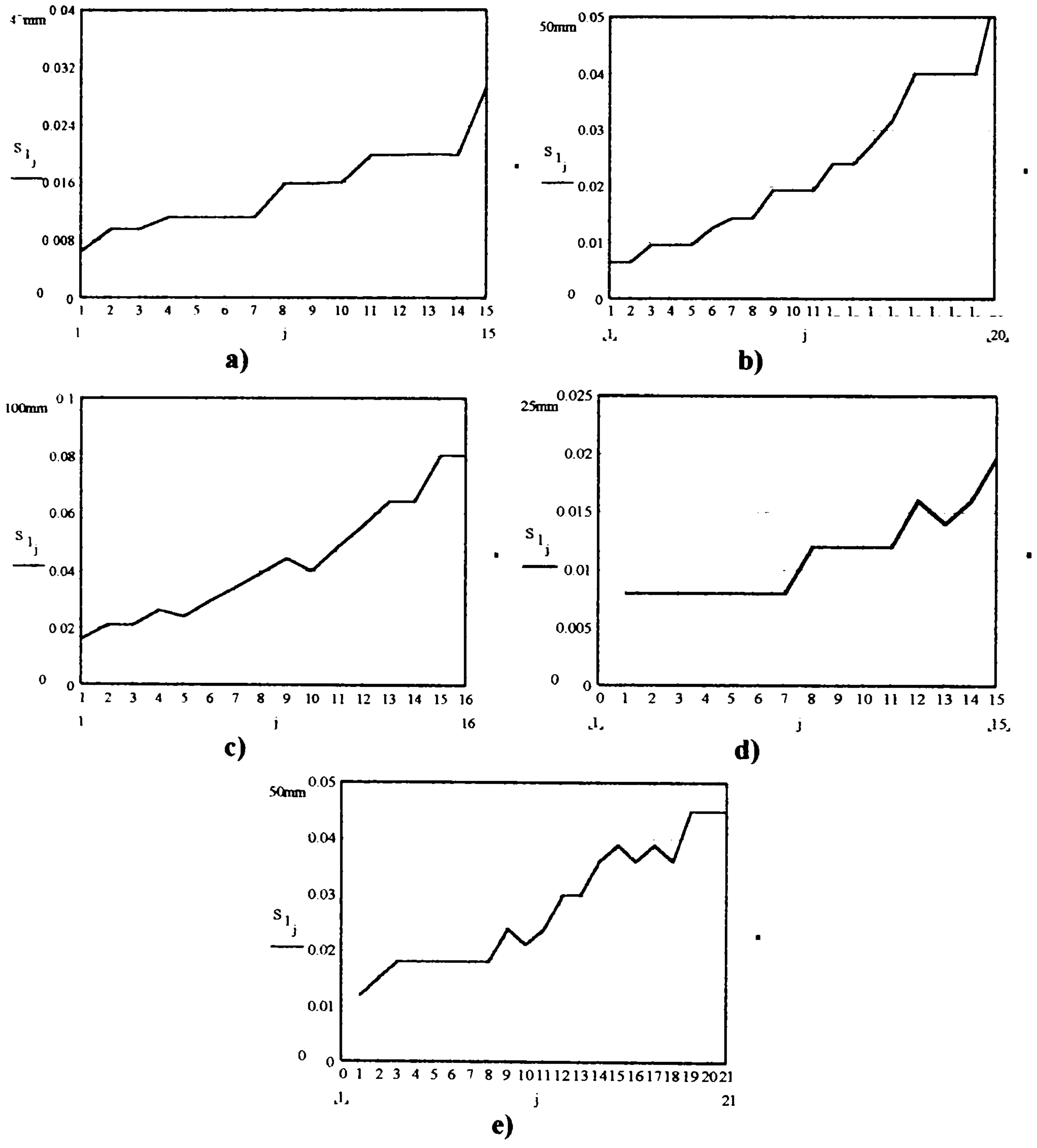
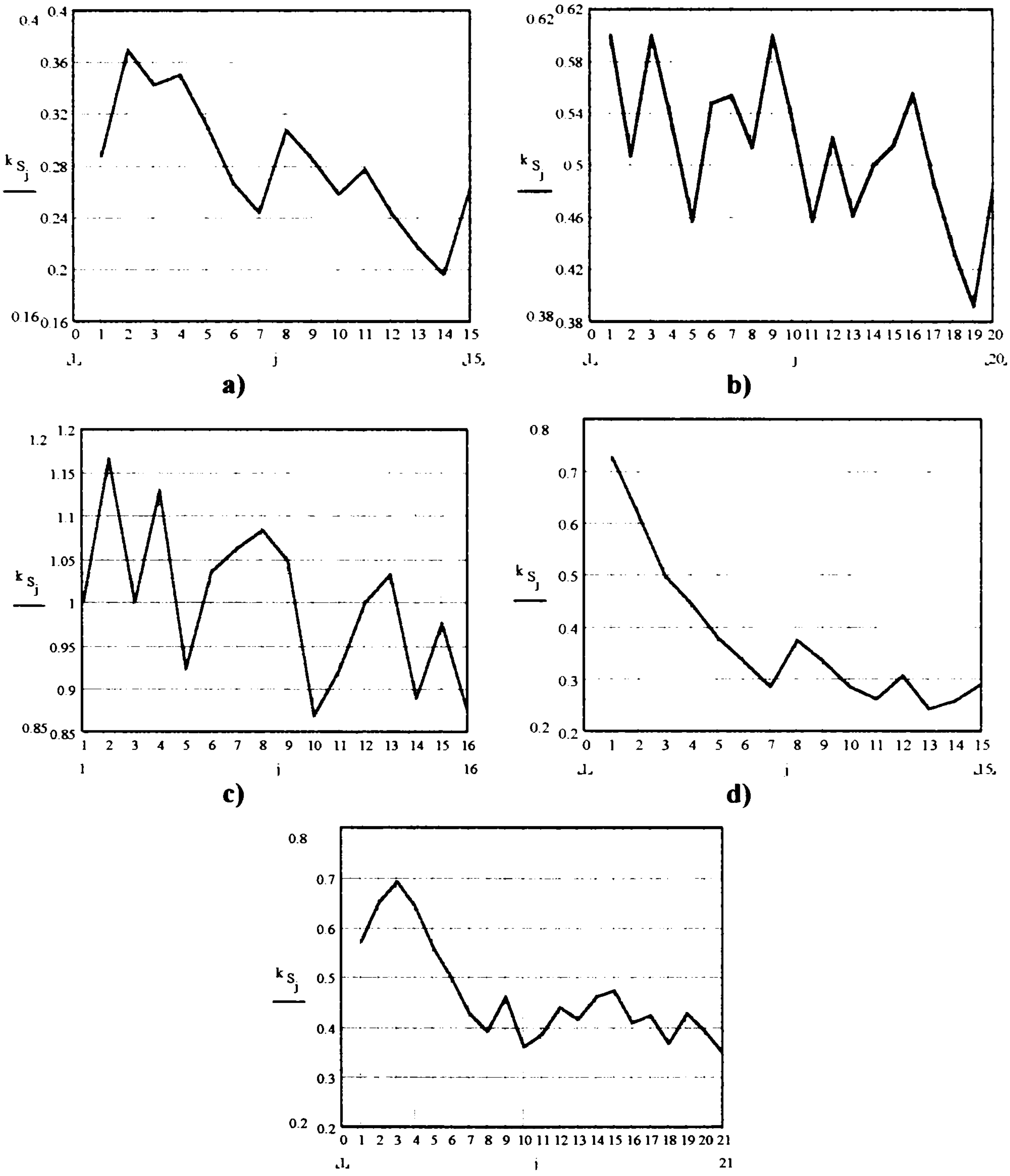


Fig. 2.9. Suprafața portanta a flancului canelurii, pe unitatea de lungime: a) seria uşoară, b) seria mijlocie, c) seria grea, d) pentru maşini unelte – cu 4 caneluri, e pentru maşini unelte – cu 6 caneluri (anexa 1).

Suprafața portantă a flancului canelurii pe unitatea de lungime S_l [mm]:

$$S_l = z \cdot \left(\frac{D-d}{2} - 2 \cdot c \right) \tag{2.3}$$

crește pentru toate tipurile de caneluri. Coeficientul suprafeței portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime k_S:



a) b) c) d) e)

Fig. 2.10. Coeficientul suprafeței portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime: a) seria ușoară, b) seria mijlocie, c) seria grea, d) pentru mașini unelte – cu 4 caneluri, e pentru mașini unelte – cu 6 caneluri (anexa 1).

$$k_S = \frac{S_l}{D} \tag{2.4}$$

scade însă pentru toate tipurile de caneluri. Astfel pentru seria ușoară acest coeficient variază de la 0,37 până la 0,20; pentru seria mijlocie de la 0,60 până la 0,40 și pentru seria grea de la 1,20 la

0,80. Pentru canelurile maşinilor unelte acest coeficient are valori cuprinse între 0,70 şi 0,25 pentru cele cu 4 caneluri, respectiv 0,70 până la 0,35 la cele cu 6 caneluri.

Variațiile coeficienților studiați neagă asemănarea geometrică a canelurilor din aceleaşi serii de dimensiuni. Odată cu creşterea dimensiunilor îmbinării diametrele interior şi exterior devin mai apropiate procentual; canelurile sunt din ce în ce mai subțiri față de diametrul interior.

Gruparea canelurilor pe serii de dimensiuni se face după ponderea capacității portante a îmbinării la solicitarea de contact pe suprafețele portante față de capacitatea portantă a arborelui la solicitarea de torsiune.

Se introduce coeficientul de portanță k_e definit ca raportul dintre momentul de răsucire capabil a fi transmis de suprafețele portante solicitate la contact M_{cap_p}

$$M_{cap_p} = 0{,}75 \cdot r_m \cdot S_1 \cdot L \cdot p_a \tag{2.5}$$

unde r_m [mm] este raza medie a îmbinării:

$$r_m = \frac{D+d}{4} \tag{2.6}$$

L [mm] este lungimea îmbinării şi p_a este presiunea medie admisă pe suprafețele de contact, şi momentul de răsucire capabil a fi transmis de arbore M_{cap_t}.

$$M_{cap_t} = W_p \cdot \tau_{at}, \tag{2.7}$$

unde W_p [mm^3] este modulul de rezistență polar al secțiunii transversale prin arborele canelat şi τ_{at} tensiunea tangențială de torsiune admisă.

Pentru un arbore canelat plin expresia coeficientului k_e este:

$$k_e = \frac{6 \cdot d_m \cdot S_1 \cdot L \cdot p_a}{\pi \cdot d_m^3 \cdot \tau_{at}} \tag{2.8}$$

Relațiile de definire a momentelor de răsucire capabile şi valorile presiunii $p_a = 10$ MPa şi tensiunii tangențiale $\tau_{at} = 35$ MPa admisibile sunt cele recomandate în standardele de calcul şi îndrumătoarele de proiectare, pentru dimensionarea preliminară a îmbinărilor prin caneluri, respectiv a arborilor.

În fig. 2.11 sunt prezentate valorile acestui coeficient pentru seriile de dimensiuni standardizate, pentru lungimi relative ale butucului de 0,75; 1,0; 1,25; 1,5, 1,75 fața de diametrul interior d al îmbinării.

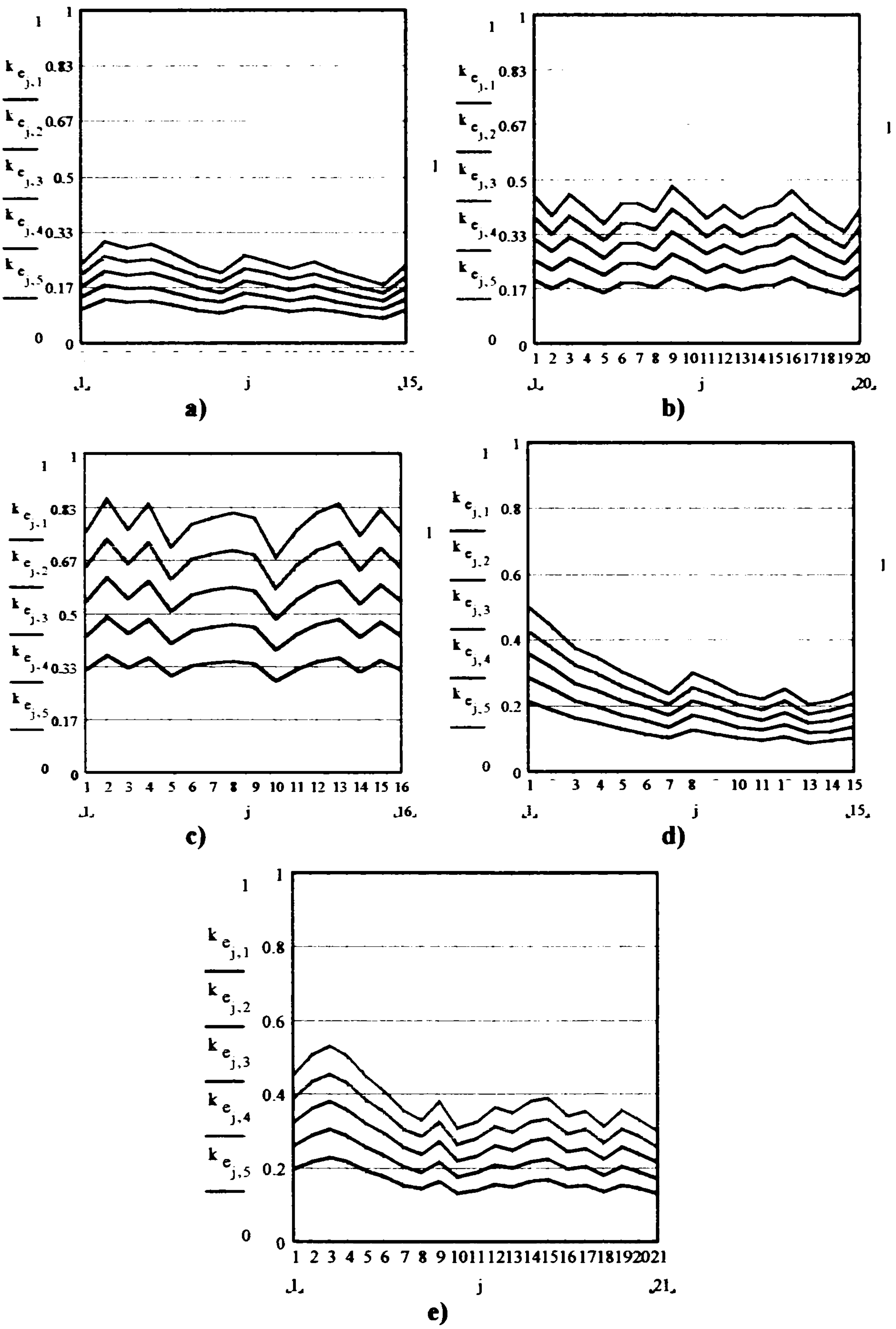


Fig. 2.11. Coeficientul echiportanță: a) seria uşoară, b) seria mijlocie, c) seria grea, d) pentru maşini unelte – cu 4 caneluri, e pentru maşini unelte – cu 6 caneluri (anexa 1).

Canelurile dreptunghiulare seria uşoară utilizează 15 % (pentru lungimi de contact egale cu diametrul îmbinării) până la 33 % (pentru lungimi egale cu dublul diametrului îmbinării) din capacitatea portantă a arborelui în timp ce seria mijlocie utilizează 20 % până la 50 % din capacitatea portantă a arborelui. Aceste tipuri de îmbinări se vor folosi cu precădere la arborii supradimensionați la rezistență la oboseală.

Condiția de echiportanță se poate realiza la canelurile din seria grea, atunci când lungimea îmbinării este egală cu dublul diametrului interior. Totuşi, şi îmbinările din această serie utilizează mai puțin de jumătate din capacitatea portantă a arborelui atunci când lungimea de contact nu depăşeşte valoarea diametrului interior.

Canelurile pentru maşini unelte, cu valori ale coeficientului de portanță cuprinse între 0,1 şi 0,4 pentru îmbinările cu 4 caneluri, respectiv 0,2 până la 0,5 pentru îmbinările cu 6 caneluri pot fi considerate serii de dimensiuni uşoare spre medii.

Valorile relative ale capacității portante a contactului pe caneluri față de capacitatea portantă la a arborelui sunt informative. Rapoartele reale ale capacităților portante se pot determina numai în cazuri concrete da proiectare, în care se iau în considerare toți factorii geometrici, de precizie, funcționali, etc.

§2.2. Studiul geometric al canelurilor evolventice

Ca urmare a dezvoltării tehnologiilor, maşinilor unelte şi sculelor de prelucrare a profilelor periodice prin rostogolire sau rulare, utilizarea îmbinărilor prin caneluri evolventice s-a extins. Prin acest procedeu de generare se pot obține arbori şi butuci canelați mai ieftini şi cu precizie ridicată.

Geometria canelurilor evolventice este definită, ca şi cea a angrenajelor evolventice cu ajutorului profilelor de referință (fig. 2.12). Stabilite prin standardul STAS 12154 pentru cele trei tipuri de centrare: - pe flancuri CEF (fig. 2.12 a)), pe exterior CEE (fig. 2.12 b)) şi pe interior CEI (fig. 2.12 c)), profilele de referință sunt profilele în secțiune normală ale cremalierelor de referință pentru canelurile evolventice de uz general utilizate în construcția de maşini, cu modulul cuprins între 1 mm şi 10 mm. Pentru canelurile ce funcționează în condiții speciale se admite folosirea profilului de referință al danturilor evolventice sau profile de referință speciale.

Parametrii profilelor de referință sunt centralizați în tabelul 2.1.

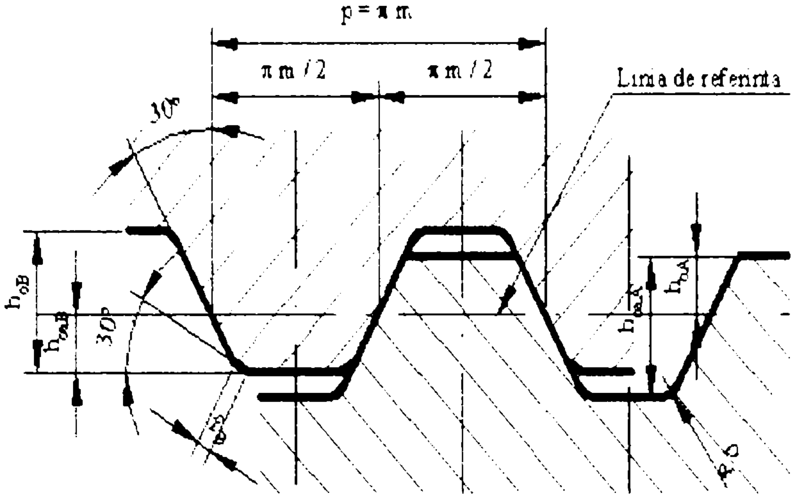
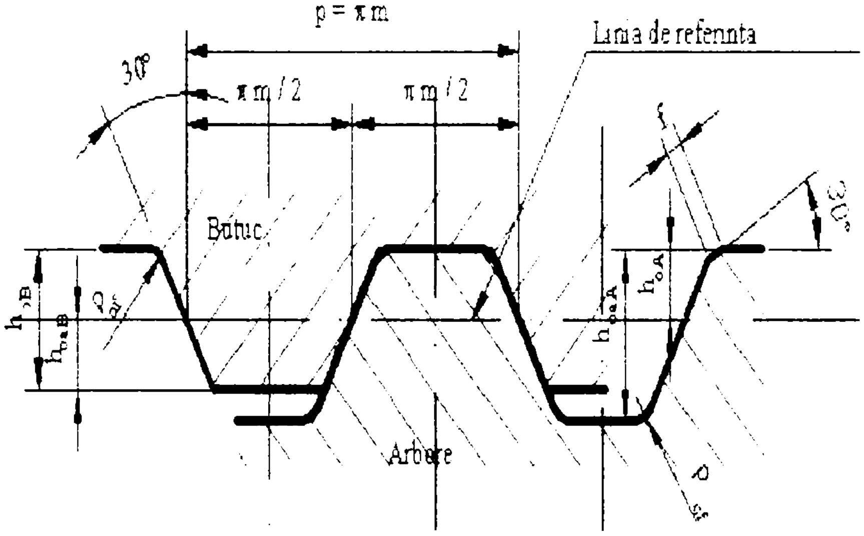
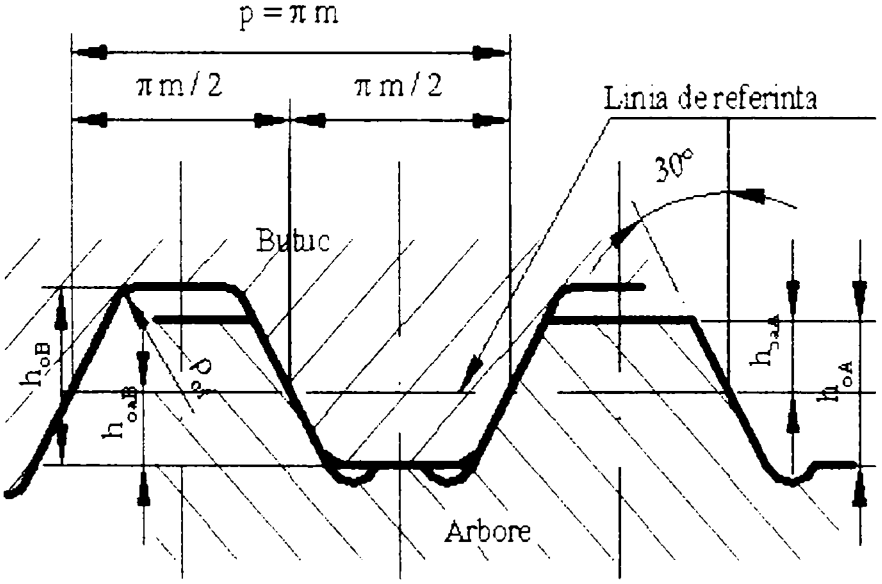


Fig. 2.12. a) Profile de referința ale danturilor arborilor și butucilor canelați tip CEF (centrare pe flancuri)



b). Profile de referință ale danturilor arborilor și butucilor canelați tip CEE (centrare pe diametrul exterior)



c) Profile de referință ale danturilor arborilor și butucilor canelați tip CEI (centrare pe diametrul interior)

Tabelul 2.1. Parametrii profilului de referință pentru canelurile în evolventă

Denumirea parametrului	Simbol	Tipul de centrare		
		CEF	CEE	CEI
Unghiul de presiune de referință	α_0	30°		
Pasul	p	π m		
Raza de racordare de referință la picior	ρ_{0f}	0.16 m		
a) Pentru profilul de referință al arborelui				
Înălțimea capului de referință	h_{0aA}	0,45 m		
Înălțimea dintelui de referință	h_{0A}	1,1 m	1,1 m	0,9 m
Lățimea teşiturii (flancării) capului	f_A	0	0,15 m	0
b) Pentru profilul de referință al butucului				
Înălțimea capului de referință		0,45 m		
Înălțimea dintelui de referință		1,1 m	0,9 m	1,1 m
Lățimea teşiturii (flancării) capului		0,15 m	0	0

Canelurile evolventice sunt mai scurte decât dinții angrenajelor evolventice cu acelaşi modul, înălțimea dintelui de referință fiind de numai $h_{0A} = (0,9 \ldots 1,1)$ m. Unghiul de presiune de referință α_0 este de 30°, mai mare decât la angrenajele evolventice (α_{0n} = 20 °). Cu ajutorul profilelor de referință se generează canelurile drepte şi cele înclinate.

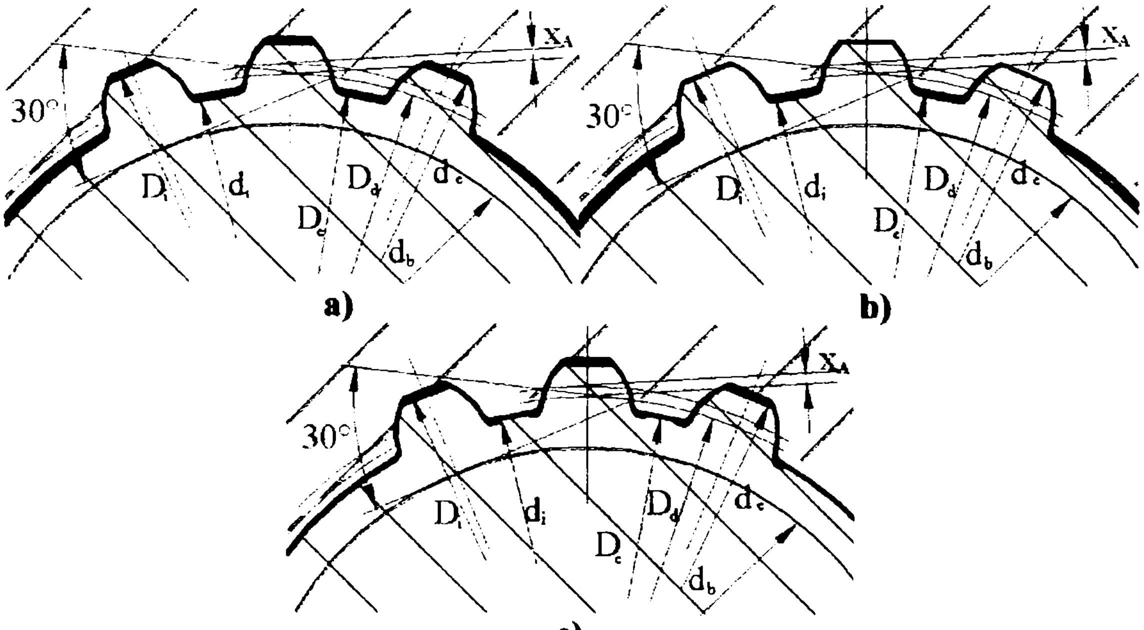


Fig. 2.13. Dimensiunile principale ale arborilor şi butucilor canelați cu profil evolventic: a) cu centrare pe flancuri, b) cu centrare exterioară, c) cu centrare interioară

Forma profilelor frontale ale canelurilor este prezentată în fig. 2.13. Dimensiunile canelurilor evolventice cu dinți drepți se determină cu relațiile prezentate în tabelul 2.2.

Tabelul 2.2 Relaţiile de calcul pentru dimensiunile arborilor şi butucilor canelaţi cu profil evolventic.

Denumirea parametrului	Simbol	Tipul de centrare		
		CEF	CEE	CEI
Elemente comune				
Diametrul nominal	D	Elemente caracteristice îmbinării		
Modulul	m			
Numărul de dinţi	z			
Diametrul de divizare	d	m z		
Diametrul de bază	d_b	d $\cos\alpha_0$		
Pasul de divizare	p	π m		
Arcul de divizare al dintelui arborelui şi Arcul de divizare al golului butucului	e s	$e = s = \frac{\pi \cdot m}{2} + 2 \cdot x_A \cdot tg\alpha_0$		
Elementele arborelui				
Diametrul de cap	d_a	D-0,2 m	D	D-0,2 m
Diametrul de picior	d_f	D-2 h_{0A}	D-2 h_{0A}	D-2 h_{0A}
Deplasarea nominală a profilului arborelui	x_A	$\frac{D - 2 \cdot h_{0aA}}{2}$		
Diametrul începutului profilului	d_l	$d_l \le D_a$		
Elementele butucului				
Diametrul de cap	D_a	D-2 h_{0B}	D-2 h_{0B}	D-2 h_{0B}
Diametrul de picior	D_f	D		
Diametrul începutului profilului	D_l	$D_l \ge d_a$		

Gama modulelor pentru canelurile în evolventă este standardizată similar cu cea pentru angrenaje. Şirul I de valori $m \in \{1,25; 2; 3; 5; 8\}$ este de preferat, şirul II $m \in \{1; 1,5; 2,5; 4; 6; 10\}$ se utilizează numai în situaţiile în care valorile din şirul I nu corespund.

Notarea unui arbore, respectiv butuc canelat cu caneluri în evolventă cuprinde: denumirea (arbore sau butuc); simbolul tipului de centrare; diametrul nominal [mm]; modul [mm]; simbolul toleranţei şi numărul standardului pentru dimensiunile canelurilor.

De exemplu un arbore canelat în evolventă cu centrare pe flancuri, având diametrul nominal D = 60 [mm], modulul m = 2 [mm] şi câmpul de toleranţă a grosimii dintelui 9g se notează:

Arbore CEF 60 x 2-9g STAS 6858,

iar un butuc canelat în evolventă cu centrare pe diametrul exterior având diametrul nominal D = 200 [mm], modulul m = 8 [mm] şi câmpul de toleranţă al diametrului de centrare H7, iar câmpul de toleranţă al lărgimii golului 9H se notează:

Butuc CEE 200 H7 x 8-9H STAS 6858.

Îmbinarea prin caneluri se notează:

CEE 120 H8/h7 x 4 – 9H/9g,

unde 120 reprezintă diametrul nominal al îmbinării, în mm şi 4 este modulul.

Pentru controlul îmbinărilor prin caneluri evolventice se utilizează, similar cu controlul angrenajelor cota peste / între role şi cota peste n dinţi / goluri. Dimensiunile de control se calculează în funcţie de elementele caracteristice ale îmbinării şi parametrii profilului de referinţă.

Cota peste dinţi se calculează cu relaţia:

$$W_n = \left[\pi \cdot (N - 0,5) + 2 \cdot \frac{x_A}{m} \cdot tg\alpha_0 + z \cdot inv\alpha_0\right] \cdot m \cdot \cos\alpha_0 \tag{2.9}$$

unde N este numărul de dinţi / goluri peste care se măsoară cota W_n.

Numărul teoretic de dinţi pentru măsurarea cote W_n se calculează cu relaţia:

$$N = \frac{z}{\pi} \cdot \left(tg\alpha_{wn} - \frac{2 \cdot x_A}{d} \cdot tg\alpha_0 - inv\alpha_0 \right) \tag{2.10}$$

unde unghiul de presiune de referinţă α_{wn} este:

$$\alpha_{wn} = \arccos \frac{\cos\alpha_0}{1 + \frac{2 \cdot x_A}{d}} \tag{2.11}$$

Pentru măsurare se adoptă numărul de dinţi obţinut prin rotunjirea la întregul cel mai apropiat al numărului teoretic calculat cu relaţia (2.10).

Pentru măsurarea cotei peste bile M_A (la verificarea arborilor canelaţi) se utilizează bile cu diametrul D_M = 2 m, iar pentru măsurarea cotei între bile M_B (pentru controlul butucilor canelaţi) diametrul bilelor de control se alege D_M = 1,75 m. Cotele peste bile se calculează cu relaţia:

$$M_A = 2 \cdot r_b + D_M \tag{2.12}$$

pentru număr par de caneluri, respectiv:

$$M_A = 2 \cdot r_b \cdot \cos\frac{\pi}{2 \cdot z} + D_M \tag{2.13}$$

pentru număr impar de caneluri.

Pentru verificarea butucilor canelați, cota între bile de calculează, pentru caneluri cu număr par, cu formula:

$$M_B = 2 \cdot r_b - D_M, \tag{2.14}$$

iar pentru număr impar de caneluri cu formula:

$$M_B = 2 \cdot r_b \cdot \cos\frac{\pi}{2 \cdot z} - D_M. \tag{2.15}$$

În relațiile (2.12; ...2.15) r_b este raza centrului bilelor, care se determină astfel:

$$r_b = \frac{d \cdot \cos\alpha_0}{2 \cdot \cos\alpha_b} \tag{2.16}$$

unde α_b este unghiul de presiune al centrelor bilelor:

$$\mathrm{inv}\alpha_b = \mathrm{inv}\alpha_0 \mp \left(\frac{\pi}{2 \cdot z} + 2 \cdot \frac{x_A}{d} \mathrm{tg}\alpha_0 + \frac{D_M}{d_b} \right), \tag{2.17}$$

semnul – corespunzând canelurii exterioare (de pe arbore), iar semnul +, celei interioare (din butuc).

Toleranțele şi ajustajele pentru arborii şi butucii cilindrici cu canelură evolventică sunt stabilite de STAS 7338, în funcție de modul de centrare. Pentru grosimea arcului unui dinte, respectiv pentru lărgimea arcului golului, se stabilesc trei abateri limită: superioară, inferioară şi complexă. Abaterea cumulează abaterile de poziție ale canelurilor, erorile profilului, etc. şi se verifică cu ajutorul unui calibru complex – Trece, sub formă de inel canelat pentru arbore, respectiv tampon canelat pentru butuc.

Pentru lărgimea golului se recomandă câmpurile de toleranță 7H, 9H sau 11H, iar pentru grosimea dintelui, câmpurile: 9h şi 9g. Diametrele de cap şi de picior ale arborilor şi butucilor cu canelură în evolventă se aleg din sistemul de toleranțe şi ajustaje ISO pentru suprafețe lise. Ajustajele recomandate pentru diametrele îmbinării sunt:

- pentru centrare pe flanc, diametrul de vârf al arborelui d_a: d9; h12, diametrul de vârf al butucului D: H11;
- pentru centrarea pe diametrul exterior D (diametrul de cap al arborelui şi diametrul de picior al butucului), se aleg ajustajele: h7 / js6, H7 / h6 şi H7 / g6, diametrul de vârf al butucului D_a: H11;

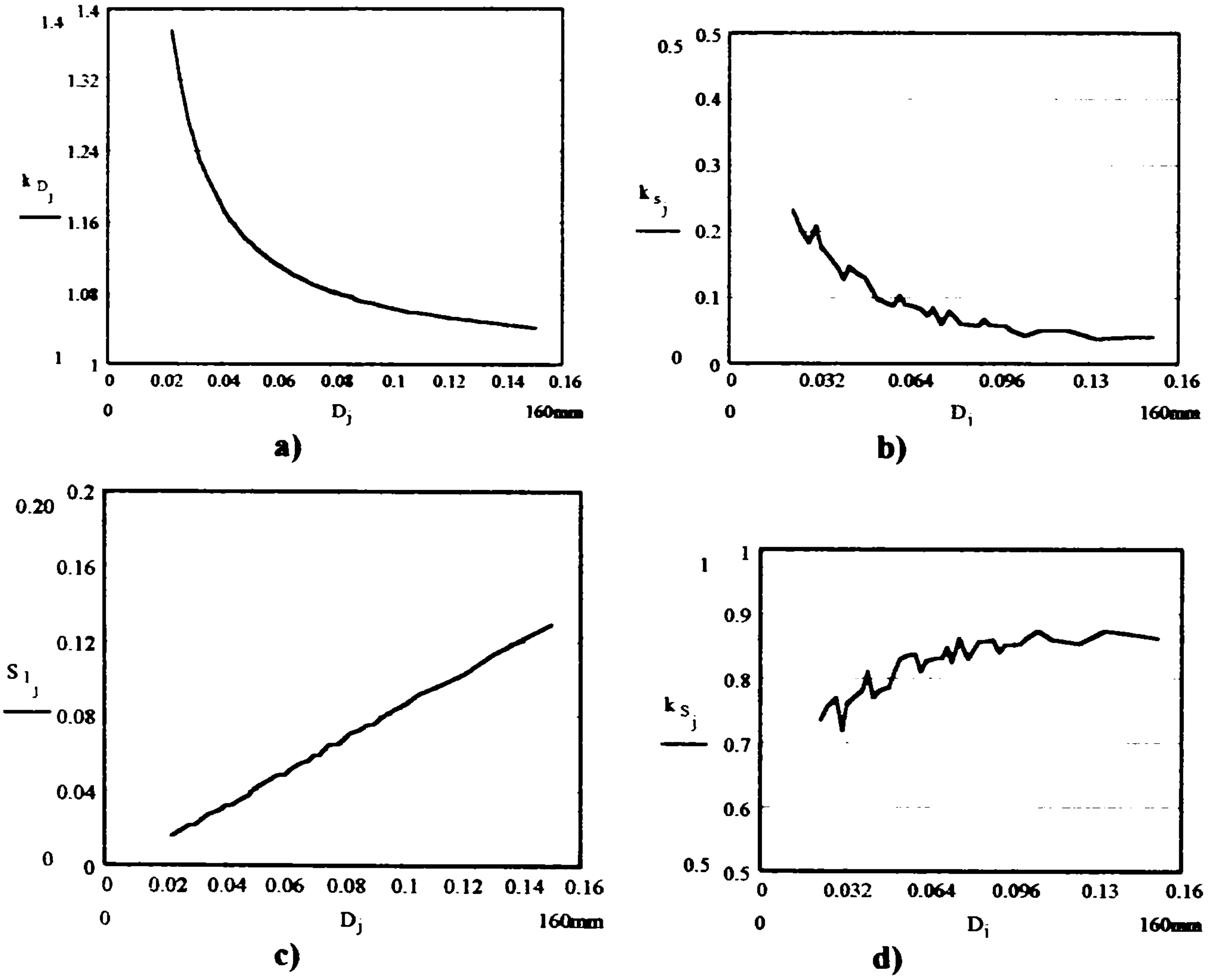
Toleranța complexă şi bătaia radială sunt prescrise în clasele de precizie 7 ... 11.

Similitudinea canelurilor evolventice se studiază utilizând coeficienți similari cu cei folosiți la studiul canelurilor dreptunghiulare.

Coeficientul de diametru k_D se defineşte ca raportul dintre diametrul nominal D şi diametrul de cap al canelurii butucului.

$$k_D = \frac{D}{D_a} = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot h_{0B}}{D}} = \frac{1}{1 - \frac{2 \cdot \frac{h_{0B}}{m}}{z + 2 \cdot \left(\frac{h_{0aB}}{m} + \frac{x_A}{m} \right)}} \tag{2.18}$$

Parametrii h_{0aB} şi h_{0B} sunt definiţi (tab. 2.1), în funcţie de tipul de centrare, proporţional cu modulul m al îmbinării. Coeficientul k_D scade hiperbolic odată cu creşterea numărului de caneluri z, respectiv a diametrului nominal D (v. fig. 2.14.a)).



a) b) c) d)

Fig. 2.14. Coeficienţii de asemănare pentru îmbinările canelate cu profil evolventic cu modulul m = 3: a) coeficientul de diametru, b) coeficientul grosimii dintelui, c) suprafaţa portantă a flancului canelurii pe unitatea de lungime, d) coeficientul suprafeţei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime (anexa 2).

Pentru a studia variaţia relativă a grosimii canelurilor se utilizează coeficientul de grosime a canelurii k_S:

$$k_s = \frac{s}{D} = \frac{\frac{\pi}{2} + 2 \cdot \frac{x_A}{m} \cdot \mathrm{tg}\alpha_0}{z + 2 \cdot \left(\frac{h_{0aB}}{m} + \frac{x_A}{m} \right)} \tag{2.19}$$

care scade, de asemenea, hiperbolic cu creşterea dimensiunii îmbinării (v. fig. 2.14. b)).

Suprafaţa portantă a flancului canelurilor pe unitatea de lungime S_l:

$$S_l = z \cdot \frac{d_a - D_a}{2} = z \cdot (h_{0aA} + h_{0aB}) \tag{2.20}$$

creşte proporţional cu dimensiunea (v. fig. 2. 14.c))iar coeficientul suprafeţei portante k_S:

$$k_S = \frac{S_l}{D} = \frac{\frac{h_{0aA}}{m} + \frac{h_{0aB}}{m}}{1 + \frac{2}{z} \cdot \left(\frac{h_{0aB}}{m} + \frac{x_A}{m} \right)} \tag{2.21}$$

creşte asimptotic spre valoarea limită k_{slim} (v fig. 2.14.d)):

$$k_{S_{lim}} = \frac{h_{0aA}}{m} + \frac{h_{0aB}}{m} = 0{,}9. \tag{2.22}$$

Coeficientul de portanţă k_e se defineşte ca:

$$k_e = \frac{M_{cap_p}}{M_{cap_t}} = \frac{6}{\pi} \cdot \left(\frac{h_{0aA}}{m} + \frac{h_{0aB}}{m} \right) \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{p_a}{\tau_{at}}, \tag{2.23}$$

si are variaţia prezentată în figura 2.15, pentru canelurile evolventice cu modulele din şirul I, pentru valori ale raportului L / d cuprinse între 0,75 (curba inferioară) şi 1,75 (curba superioară).

Coeficientul de portanţă este practic independent de modulul îmbinării şi indică apropierea de condiţia de echiportanţă atunci când lungimea de contact L se apropie de dublul diametrului nominal D, similar cu canelurile dreptunghiulare din seria grea. Discutabilă este însă ipoteza că tot 75% din caneluri preiau sarcina, având în vedere numărul lor mult mai mare decât la canelurile dreptunghiulare. Abaterile de pas ale canelurilor de pe arbore şi din butuc pot reduce semnificativ aria suprafeţei de contact sub sarcină şi astfel să afecteze portanţa îmbinării la solicitarea de contact. Coeficientul de portanţă are, în aceste condiţii, valori mai scăzute.

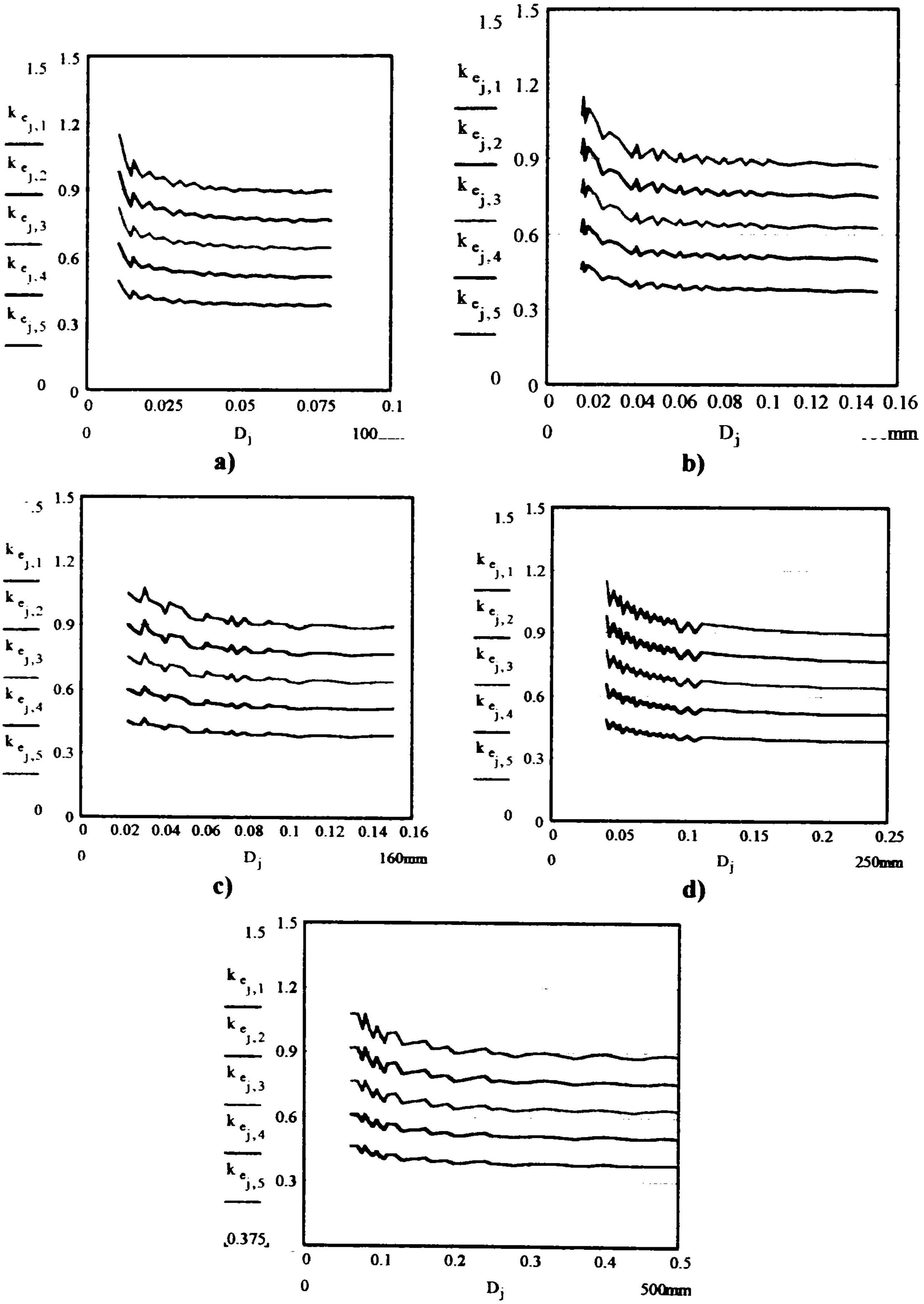


Fig. 2.15. Coeficientul echiportanţă: a) m = 1,25 mm, b) m = 2 mm, c) m = 3 mm, d) m = 5 mm, e) m = 8 mm (anexa 2).

§2.3. Studiul geometric al canelurilor triunghiulare

Pentru îmbinări fixe, la care este necesară poziționarea unghiulară la montaj cu unghiuri discrete dar relativ mici (pârghii, roti sau brațe de manevră, manivele, etc.), se utilizează îmbinările cu caneluri triunghiulare.

Aceste caneluri sunt standardizate în două variante de profile(STAS 7346) cu suprafața flancurilor canelurilor plană, atât la arbore cât şi la butuc, pentru diametrele nominale cuprinse între 8 mm şi 60 mm (fig. 2.16), şi cu flancuri evolventice la arbore şi plane la butuc, pentru diametre de la 65 mm la 120 mm.

Diametrul nominal D al îmbinării este egal cu diametrul de cap al arborelui. Diametrul de divizare d este diametrul cercului pe care arcul canelurii de pe arbore este egal cu cel al canelurii din butuc:

$$e = s = \frac{p}{2} = \frac{\pi \cdot d}{2 \cdot z}, \tag{2.24}$$

unde z este numărul de caneluri.

Unghiul dintre flancurile golului dintre canelurile arborelui (β = 60° la canelurile cu flancuri plane) este egal cu unghiul canelurii din butuc şi cu unghiul sculei de canelat arborele. Unghiul canelurii de pe arbore γ, egal cu unghiul golului din butuc şi cu unghiul sculei de canelat interior (pentru prelucrarea butucului) şi se calculează cu relația:

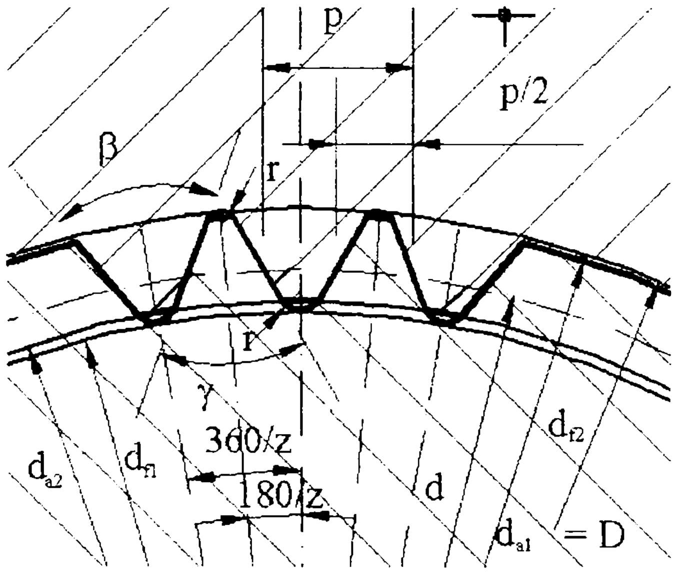


Fig. 2. 16. Geometria canelurilor triunghiulare

$$\gamma = \beta - \frac{360^\circ}{z}. \tag{2.25}$$

Canelurile arborelui cu flancuri evolventice sunt similare cu cele ale î b ări [illegible] d [illegible] = 1.5 mm. Unghiul canelurii din butuc este dublul unghiului de presiune pe diametrul de contact, şi este indicat în standard.

Canelurile cu profil triunghiular se execută în două clase de precizie: normală (N) şi ridicată (R).

Arborii şi butucii canelați cu profil triunghiular se notează prin indicarea diametrului nominal, a clasei de precizie şi a standardului de dimensiuni:

Arbore canelat 20 (R) STAS 7346-83.

Toleranțele prevăzute în STAS 8489 asigură un ajustaj cu joc, pentru îmbinările de uz general. Pentru îmbinări speciale, cu strângere sau cu ajustaj intermediar, în documentația de execuție trebuie precizate valorile toleranțelor şi ajustajelor specifice.

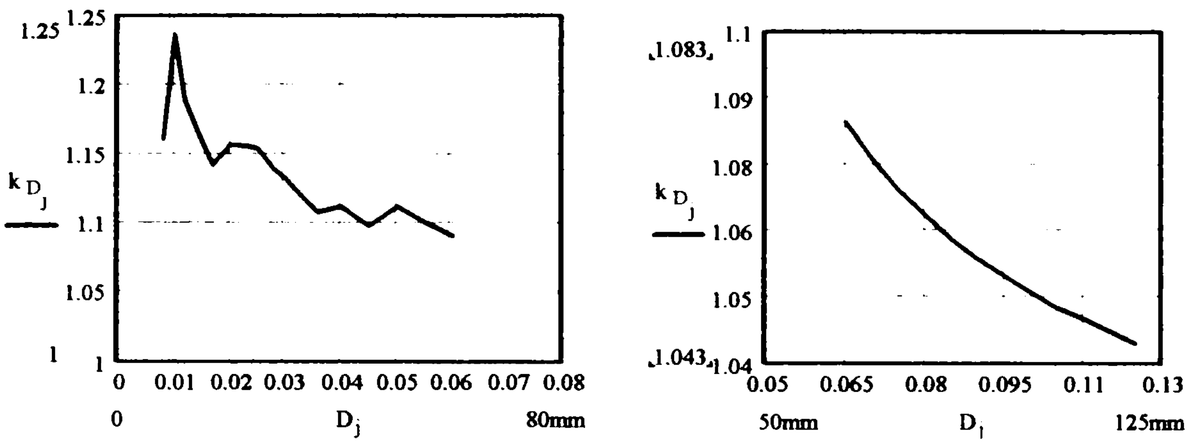
Canelurile triunghiulare ale îmbinărilor solicitate cu moment de răsucire reversibil se execută numai în clasa de precizie ridicată.

Precizia de execuție a îmbinărilor prin caneluri triunghiulare se verifică cu calibre limitative TRECE – NU TRECE. Abaterile de formă şi poziție ale canelurilor arborelui şi butucului sunt incluse în câmpul de toleranțe. Centrarea făcându-se numai pe flancuri diametrele necentrante (de cap şi de picior) se execută în câmpurile de toleranță a11, respectiv A11.

Îmbinările cu caneluri triunghiulare se verifică şi prin măsurarea cotei peste / între role. Determinarea cotelor M_a şi M_b pentru măsurarea arborelui şi butucului se face cu relațiile (2.12-2.15) similar cu îmbinările prin caneluri evolventice.

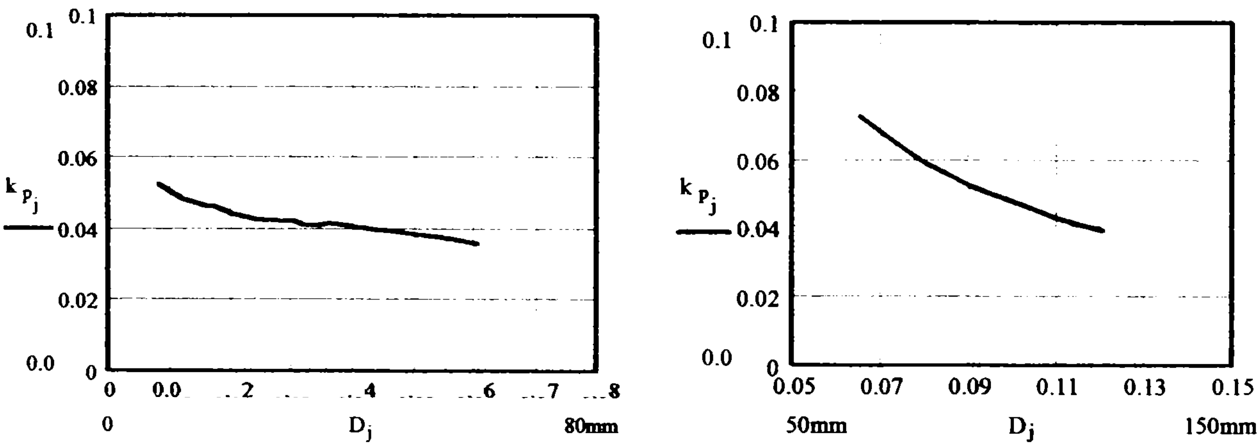
De remarcat sunt însă, valorile mari (de ordinul zecimilor sau sutimilor de milimetru) atât pentru arbore, cât şi pentru butuc, chiar la îmbinările din clasa de precizie ridicată. Aşa cum se va demonstra în capitolul 5, îmbinările prin caneluri triunghiulare nu pot compensa aceste erori (pentru asigurarea contactului a cel puțin 75 % din canelurile conjugate) decât prin deformare plastică. Acesta este motivul pentru care caneluri triunghiulare sunt utilizate numai la realizarea îmbinărilor fixe.

Studiul asemănării canelurilor triunghiulare se face cu relații similare ca şi cel al canelurilor dreptunghiulare. Coeficientul de diametru k_D, cu valori mai mici decât la canelurile evolventice, este similar ca valori canelurilor dreptunghiulare din seriile uşoară şi medie. Coeficientul de lățime k_p are valori foarte reduse (lățimea medie a canelurii în jur de 5 % din diametrul nominal) mult mai mici decât chiar la seria uşoară a canelurilor dreptunghiulare şi comparabil doar cu cel de la canelurile evolventice cu module până la 1,5 mm. Suprafața portantă pe unitatea de lungime S_l are însă, valori mai mari decât oricare dintre seriile de caneluri dreptunghiulare. Numai canelurile evolventice cu modul mai mare sau egal cu 1,5 realizează suprafețe portante comparabile sau mai mari. Din acest motiv, aparent, îmbinările prin caneluri triunghiulare au capacități portante foarte mari. Coeficientul de portanță k_e indică valori supraunitare (capacitate portantă la solicitarea de contact a flancului mai mare decât capacitatea portantă la torsiune a arborelui) chiar la rapoarte L/D subunitare. În realitate, capacitatea portantă la contact este mai redusă datorită numărului mai mic de 75 % din caneluri aflate în contact şi a repartiției nefavorabile a încărcării pe lungimea îmbinării.



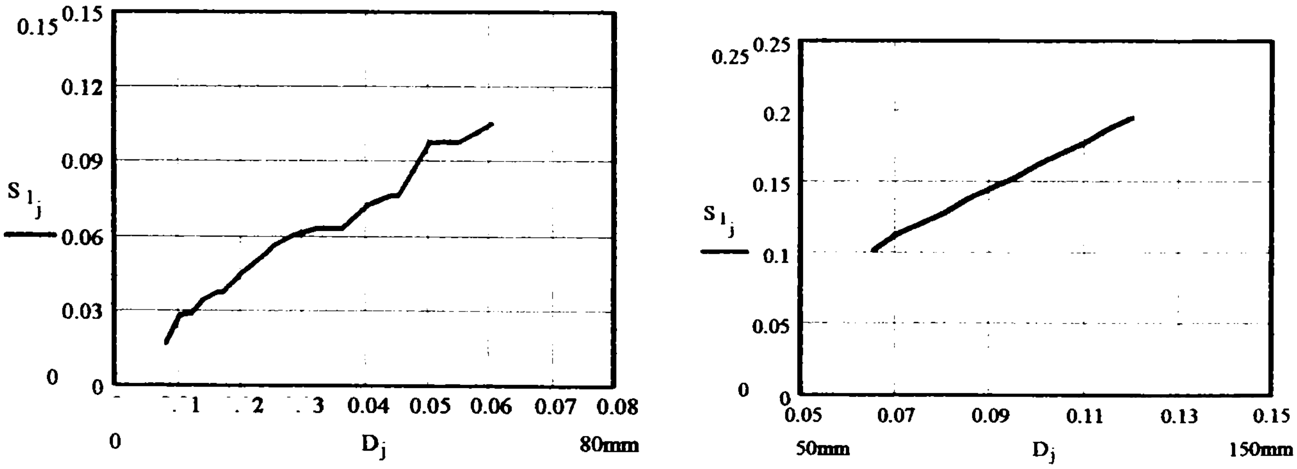
a) b)

Fig. 2.16. Coeficientul diametrului exterior: a) pentru diametre cuprinse între 8 mm şi 60 mm, b) pentru diametre cuprinse între 65 mm şi 120 mm (anexa 3)..



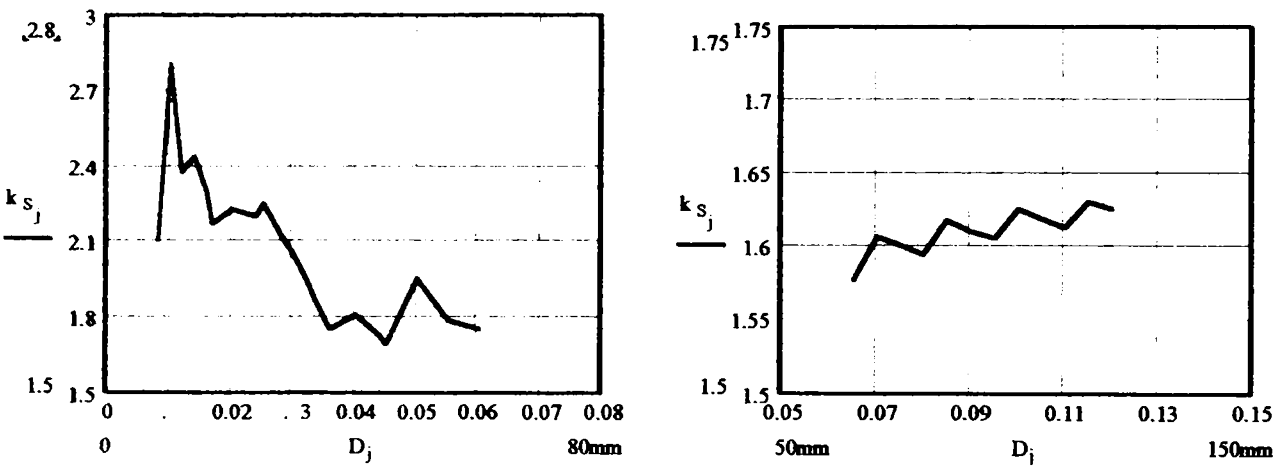
a) b)

Fig. 2.17. Coeficientul grosimii dintelui: a) pentru diametre cuprinse între 8 mm şi 60 mm, b) pentru diametre cuprinse între 65 mm şi 120 mm (anexa 3).



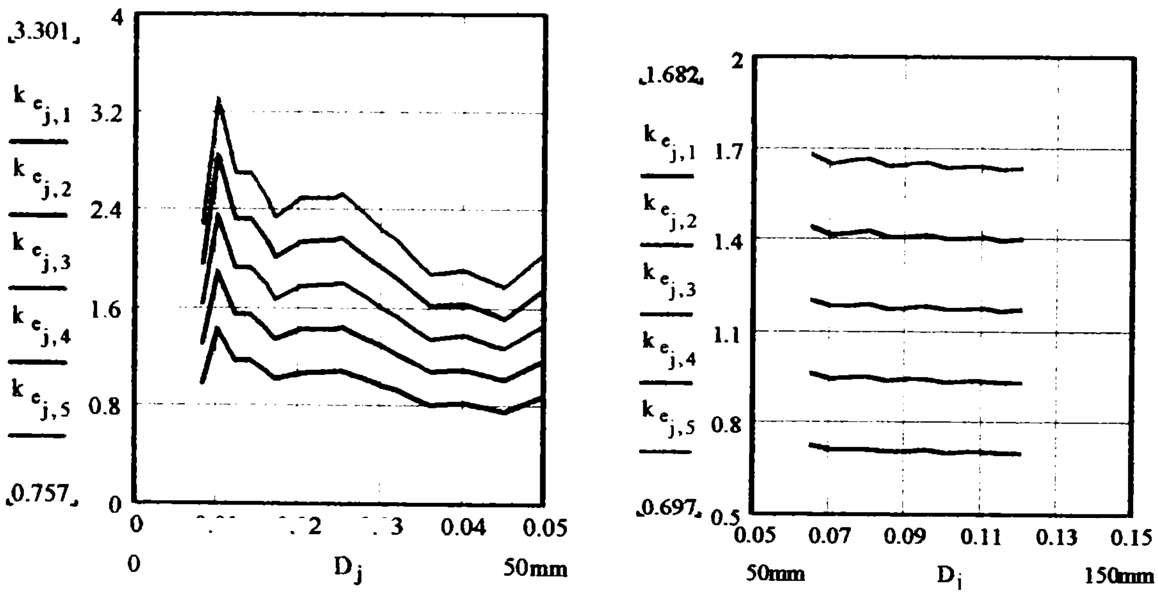
a) b)

Fig. 2.18. Suprafaţa portantă a flancului pe unitatea de lungime: a) pentru diametre cuprinse între 8 mm şi 60 mm, b) pentru diametre cuprinse între 65 mm şi 120 mm (anexa 3).



a) b)

Fig. 2.19. Coeficientul suprafeţei portante: a) pentru diametre cuprinse între 8 mm şi 60 mm, b) pentru diametre cuprinse între 65 mm şi 120 mm (anexa 3).



a) b)

Fig. 2.20. Coeficientul de portanţă: a) pentru diametre cuprinse între 8 mm şi 60 mm, b) pentru diametre cuprinse între 65 mm şi 120 mm (anexa 3).

Coeficienţii de asemănare geometrică şi cei de portanţă vor fi folosiţi în capitolele 5 şi 6 pentru determinarea unor relaţii simplificate de calcul a capacităţii portante a îmbinărilor prin caneluri la contact, dar care să ţină seama de fenomenele de transfer de sarcină pe suprafeţe extinse şi de influenţa abaterilor geometrice asupra repartiţiei sarcinii.

Capitolul 3.

Repartiția sarcinii pe suprafețele portante multiple ale îmbinării

§3.1. Cauzele neuniformității încărcării suprafețelor portante multiple

În calculul de rezistență a îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri, pentru toate cele trei tipuri, se determină încărcarea medie $\mathbf{F_m}$ pe una din suprafețele portante multiple ale îmbinării:

$$F_m = \frac{2 \cdot T}{d_m \cdot z} \quad , \tag{3.1}$$

unde : T [mNm] este momentul de torsiune la care este solicitată îmbinarea,

$$T = k_a \cdot T_n \, , \tag{3.2}$$

unde k_a [-] - coeficientul dinamicii exterioare , dependent de natura mașinii motoare și a mașinii de lucru;

T_n [mNm] - momentul de torsiune nominal ;

z [-] - numărul de suprafețe portante ale îmbinării;

d_m [mm] - diametrul mediu de contact între suprafețele portante.

Încărcarea reală F_i a suprafeței i diferă în general de cea medie datorită:

a) abaterilor geometrice (de pas) ale profilului arborelui și butucului, datorate erorilor de prelucrare. Nedeterminarea statică a sistemului (v. §1.1.), corelată cu aceste abateri impune ca, la începutul încărcării (T→ 0), din perechile de suprafețe portante să se afle în contact:

- doar una, în cazul îmbinărilor cu centrare interioară, cinci grade de mobilitate sunt preluate de ajustajul cilindric cu diametrul d;
- trei, în cazul îmbinărilor scurte cu centrare pe flancuri;
- cinci, în cazul îmbinărilor lungi cu centrare pe flancuri.

Ipoteza enunțată mai sus este impusă de necesitatea identității dintre numărul de grade de mobilitate preluate și numărul de puncte de contact între corpurile ce formează îmbinarea.

b) solicitării îmbinării cu o sarcină radială $\mathbf{F_r}$; suprafețele portante contribuie la preluarea acesteia , producându-se modificarea încărcării $\mathbf{F_i}$:

$$\sum_{i=1}^{z} \vec{F}_i = \vec{F}_r \tag{3.3}$$

Pentru determinarea influenței fiecăreia dintre aceste cauze asupra fenomenului de repartiție a sarcinii, se va lucra în ipoteza cumulării efectelor, adică se vor studia separat cele două cazuri, luând în calcul numai una dintre ele și considerând celelalte neglijabile. Se vor determina astfel coeficienții parțiali de concentrare a sarcinii, după cum urmează:

- coeficientul de concentrare a sarcinii datorită erorilor de prelucrare $\mathbf{k_p}$, se va determina pentru cazul unei îmbinări nesolicitate cu sarcina radială $\mathbf{F_r}$, ținând seama doar de influența abaterii de pas $\mathbf{\Delta p_i}$;

- coeficientul de concentrare a sarcinii datorită solicitării îmbinării cu o încărcare radială $\mathbf{k_{Fr}}$, se va determina pentru cazul unei îmbinări cu erori de pas $\mathbf{\Delta p_i}$ neglijabile, ținând seama doar de influența încărcării radiale $\mathbf{F_r}$.

Pentru compunerea efectelor se consideră că solicitarea maximă pe o pereche de suprafețe portante se poate estima amplificând încărcarea medie $\mathbf{F_m}$ cu cei doi coeficienți de corecție:

$$F_{1.max} = k_p \cdot k_{Fr} \cdot F_m \tag{3.4}$$

§3.2. Repartiția sarcinii datorită abaterilor de divizare (de pas) ale suprafețelor portante ale arborelui și butucului

În repartizarea neuniformă a sarcinii pe suprafețele portante ale îmbinării, erorile de pas produse de erorile de divizare la prelucrarea profilului activ al arborelui și butucului este decisivă (Fig. 3.1).

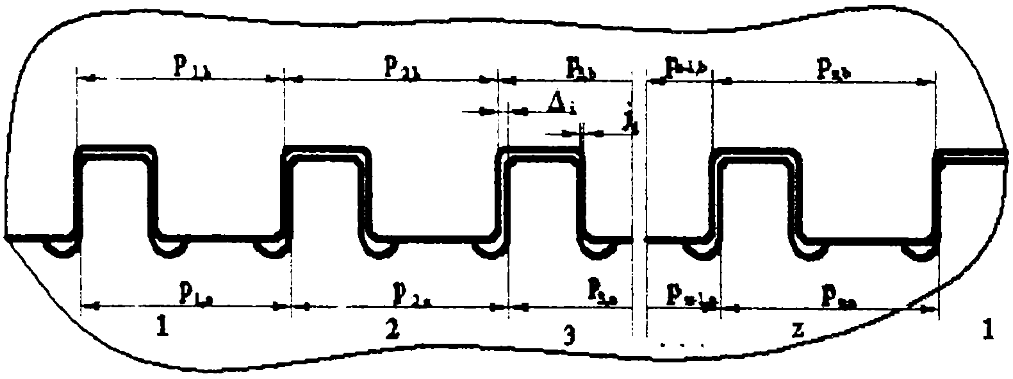


Fig. 3.1 Erorile de divizare la prelucrarea profilului activ al arborelui și butucului

Pentru studiu se vor nota cu indicele **i**$\in$**[1; z]** suprafețele portante în ordinea în care acestea sunt dispuse pe periferia îmbinării, în sensul momentului de răsucire aplicat asupra butucului. Indicele **i = 1** corespunde perechii aflate în contact în stare descărcată (**T**→ 0).

Pentru a fi posibil montajul este necesar să fie respectate următoarele condiții:

a) $b_{a_i} < b_{b_i}, \forall i \in [1, z]$ (3.5)

şi deci pe fiecare pereche de caneluri **i**, există jocul j_i

$$j_i = b_{b_i} - b_{a_i} > 0, \forall i \in [1, z], \qquad (3.6)$$

unde $\mathbf{b_{a,b\,i}}$ [mm] este lățimea efectivă a canelurii **i** de pe arbore, respectiv din butuc.

În stare descărcată (**T**→ 0), numai perechea j = 1 de suprafețe portante este în contact; şi deci suprafețele portante se vor afla la distanța Δ_{i0}

$$\Delta_{i0} = \sum_{j=2}^{i} p_{aj} - \sum_{j=2}^{i} p_{bj} \geq 0; i = 2; z, \ \Delta_{1_0} = 0 \qquad (3.7)$$

unde: $\mathbf{p_{a,bj}}$ **[mm]** – pasul pe cercul de diametru mediu pentru arbore, respectiv butuc, între suprafețele portante **j** şi **j+1.**

$$p_{a,bj} = p + \Delta p_{a,bj}, \qquad (3.8)$$

unde: p [mm] – pasul nominal pe cercul de diametrul mediu d_m;

$\Delta p_{a,bj}$ [mm] – abaterea de pas pentru arcul j, cuprins între suprafețele portante j şi j+1 ale arborelui respectiv butucului, care poate fi pozitivă sau negativă.

b), jocul de reversare Δ_{ri}, în sensul opus tendinței de mişcare trebuie să existe:

$$\Delta_{ri_0} = b_{b_i} - (b_{a_i} + \Delta_{i_0}) = j_i - \Delta_{i_0} > 0 \qquad (3.9)$$

La îmbinările cu centrare pe alte suprafețe decât pe flancuri, fie că acestea sunt suprafețele cilindrice interioare sau exterioare ale arborelui şi butucului, fie că rotorul antrenat de arbore aste lăgăruit separat, încărcarea începe imediat cu creşterea momentului de răsucire T. Prima pereche de caneluri în contact este cea care îndeplineşte condiția (3.7) relativ la toate celelalte z – 1.

Încărcarea îmbinărilor cu centrare pe flancuri începe numai după ce au intrat în contact trei perechi de suprafețe portante. Pentru aceasta au loc următoarele mişcări:

a. Rotire în jurul punctului de contact de pe suprafața 1 (fig. 3.2. b). Pentru compensarea distanței Δ_0 între suprafețele k, este necesară o rotire cu unghiul θ_k:

$$\theta_{1k} = \frac{2 \cdot \Delta_{0_{k+1}}}{d_m \cdot (1 - \cos(\phi_k))} \qquad (3.10)$$

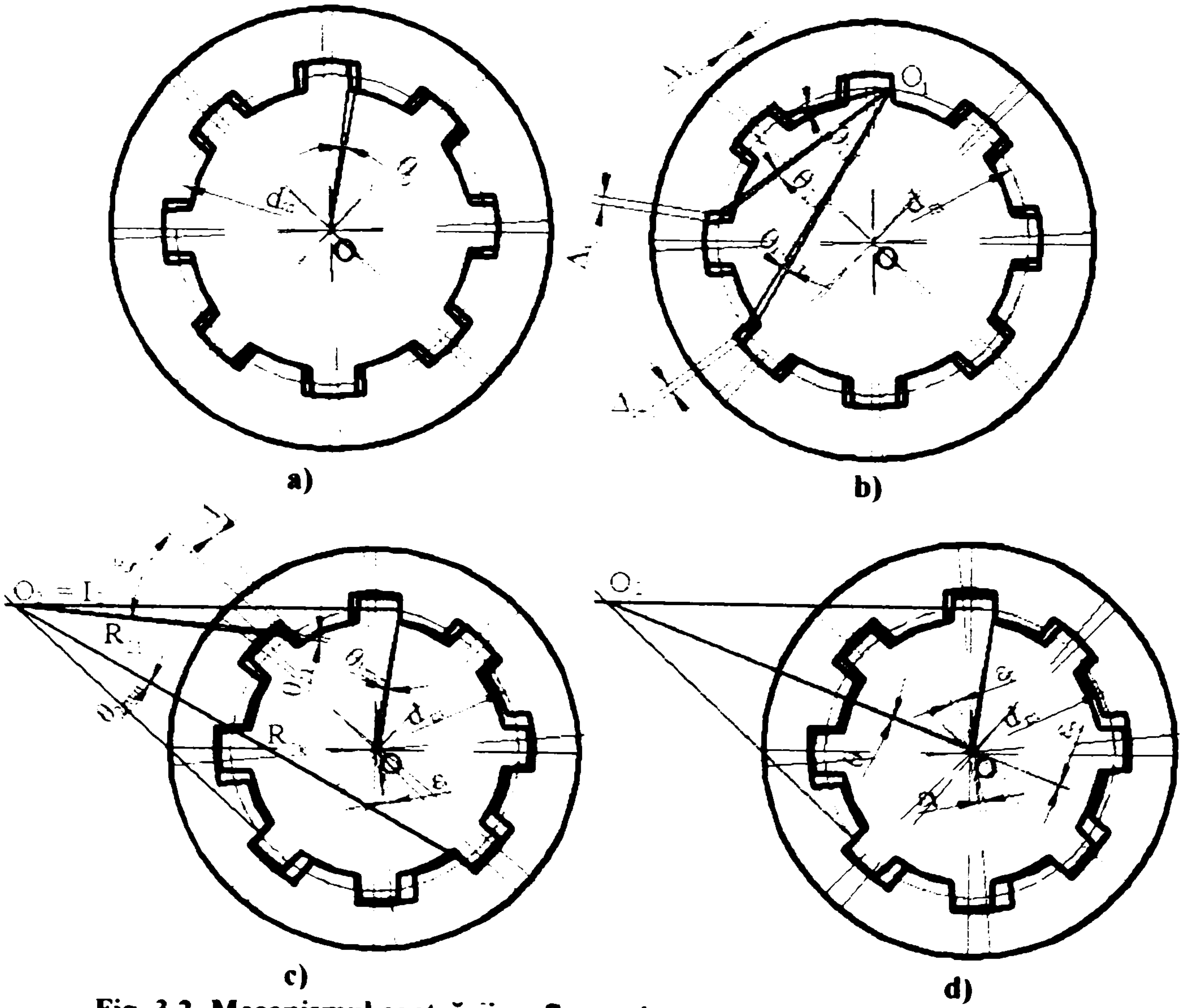
unde: $\phi_k = \phi_1 \cdot (k+1)$ este unghiul dintre prima canelură în contact și cea curentă. Rotirea în jurul acestui punct se oprește atunci când unghiul $\theta = \theta_{1_{min}}$ și a doua pereche de caneluri intră în contact. Notăm cu z_2 indicele celei d-a doua perechi de caneluri în contact. Distanța între suprafețele portante se micșorează cu:

$$\lambda_{r_k} = \frac{\theta_{1_{min}} \cdot d_m \cdot (1-\cos(\phi_k))}{2} \qquad (3.11)$$

și devine : $\Delta_{r1_k} = \Delta_{0_{k-1}} - \lambda_{r_k}$.

Această micromișcare produce deplasarea relativă a centrului butucului față de centrul arborelui (fig. 3.2. c) producând eroarea de centrare ε_1 :

$$\varepsilon_1 = \frac{d_m}{2} \cdot \theta_{1_{min}} \; . \qquad (3.12)$$



a)

b)

c)

d)

Fig. 3.2. Mecanismul centrării pe flancuri

b. Rotire în jurul centrului instantaneu de rotație I₂, aflat la intersecția normalelor la primele două suprafețe în contact (fig. 3.2. c), şi situat la distanța:

$$R_{I_2} = \frac{d_m}{2 \cdot \cos \frac{\varphi_1 \cdot z_2}{2}} \tag{3.13}$$

față de centrul îmbinării, pe o direcție care face unghiul:

$$\psi = \frac{\varphi_1 \cdot z_2}{2} \tag{3.14}$$

cu direcția radială a primei caneluri în contact.

Unghiurile de rotație necesare pentru aducerea în contact a perechii de suprafețe k sunt:

$$\theta_{2_k} = \frac{\Delta_{r1_k}}{R_{2_k} \cdot \cos(\zeta_{2_k})} \tag{3.15}$$

unde:

$$R_{2_k} = \frac{d_m}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos\left(\frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)} + 1 - 2 \cdot \cos\left(\phi_k - \frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)} \tag{3.16}$$

este distanța de la centrul instantaneu de rotație la punctul de intersecție dintre suprafața portantă k şi cercul de diametru mediu d_m şi

$$\zeta_{2_k} = \arcsin\left(\frac{\sin\left(\frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)}{\sqrt{1 + \cos\left(\frac{\phi_1 \cdot a_2}{2}\right)^2 - 2 \cdot \cos\left(\frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\phi_k - \frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)}} \right) \tag{3.17}$$

este unghiul între raza de rotație şi tangenta la suprafața portantă k.

Distanța între suprafețele portante se va micşora din nou cu:

$$\lambda_{2_k} = \theta_2 \cdot R_{2_k} \cdot \cos(\zeta_{2_k}) \tag{3.18}$$

devenind: $\Delta_{r2_{k+1}} = \Delta_{r1} - \lambda_{2_k}$. (3.19)

Centrul butucului se deplasează relativ fața centrul arborelui perpendicular pe direcția radială ce trece prin centrul instantaneu de rotație I_2 cu:

$$\varepsilon_2 = R_{I_2} \cdot \theta_{2_{min}} \tag{3.20}$$

Eroarea totală de centrare produsă de mecanismul de centrare pe flancuri are valoarea:

$$\varepsilon = \frac{d_m}{2} \cdot \sqrt{\theta_{1_{min}}^2 + \frac{\theta_{2_{min}}^2}{\cos^2 \psi} + \frac{2 \cdot \theta_{1_{min}} \cdot \theta_{2_{min}}}{\cos \psi}} \tag{3.21}$$

Eroarea de centrare depinde de abaterile de pas ale suprafețelor portante dar şi de ordinea lor de intrare în contact, respectiv de poziția unghiulară a primelor trei caneluri purtătoare.

Dacă primele două suprafețe în contact sunt diametral opuse, existența unei încărcări radiale induce o mişcare de translație pe direcția tangentei la suprafețe, într-un sens sau în celălalt, care poate fi asimilată unei rotații cu centrul la infinit. Dacă valoarea sarcinii radiale este însă mai mică decât suma forțelor de frecare produse de componentele normale ale reacțiunilor, rotorul rămâne în echilibru instabil în contact cu numai două suprafețe portante. În timpul funcționării, la apariția incidentală a unor forțe radiale perturbatoare temporare, rotorul se poate deplasa. Dacă forțele perturbatoare sunt variabile în timp sau sunt rotitoare față de arbore, deplasarea poate avea loc şi în timpul funcționării, în special în perioadele de funcționare în gol sau la sarcini reduse.

Se recomandă, deci, utilizarea îmbinărilor prin caneluri cu număr impar de dinți, la care fenomenul descris mai sus nu poate avea loc. Această condiție nu poate fi respectată decât atunci când se utilizează caneluri evolventice sau triunghiulare. Canelurile dreptunghiulare standardizate au, din motive tehnologice, numere pare de caneluri. Pentru o centrare optimă pe flancuri este necesară standardizarea sau normalizarea unor serii de dimensiuni cu numere impare de caneluri.

În timpul funcționării la sarcina **T** , se produce o rotire relativă θ între arbore şi butuc şi deci o deplasare:

$$\Delta = \frac{d_m}{2} \cdot \theta \tag{3.22}$$

pe direcția tangentei în fiecare punct al cercului mediu (Fig. 3.3) . Distanța Δ_i între suprafețele portante este în acest caz:

$$\Delta_i = \Delta_{i_0} - \Delta \tag{3.23}$$

Dacă $\Delta_i > 0$, suprafețele portante nu sunt în contact şi $F_i = 0$.

Dacă $\Delta_i < 0$, numim $|\Delta_i|$ interferența suprafețelor portante şi

$$F_i = c_F \cdot |\Delta_i| \tag{3.24}$$

unde c_F este rigiditatea perechii de elemente portante (considerată în primă analiză a fi constantă).

Notăm cu i_c numărul de perechi de suprafețe aflate în contact:

$1 \leq i_c \leq z$, pentru centrare interioară sau exterioară;

$3 \leq i_c \leq z$, pentru centrarea pe flancuri.

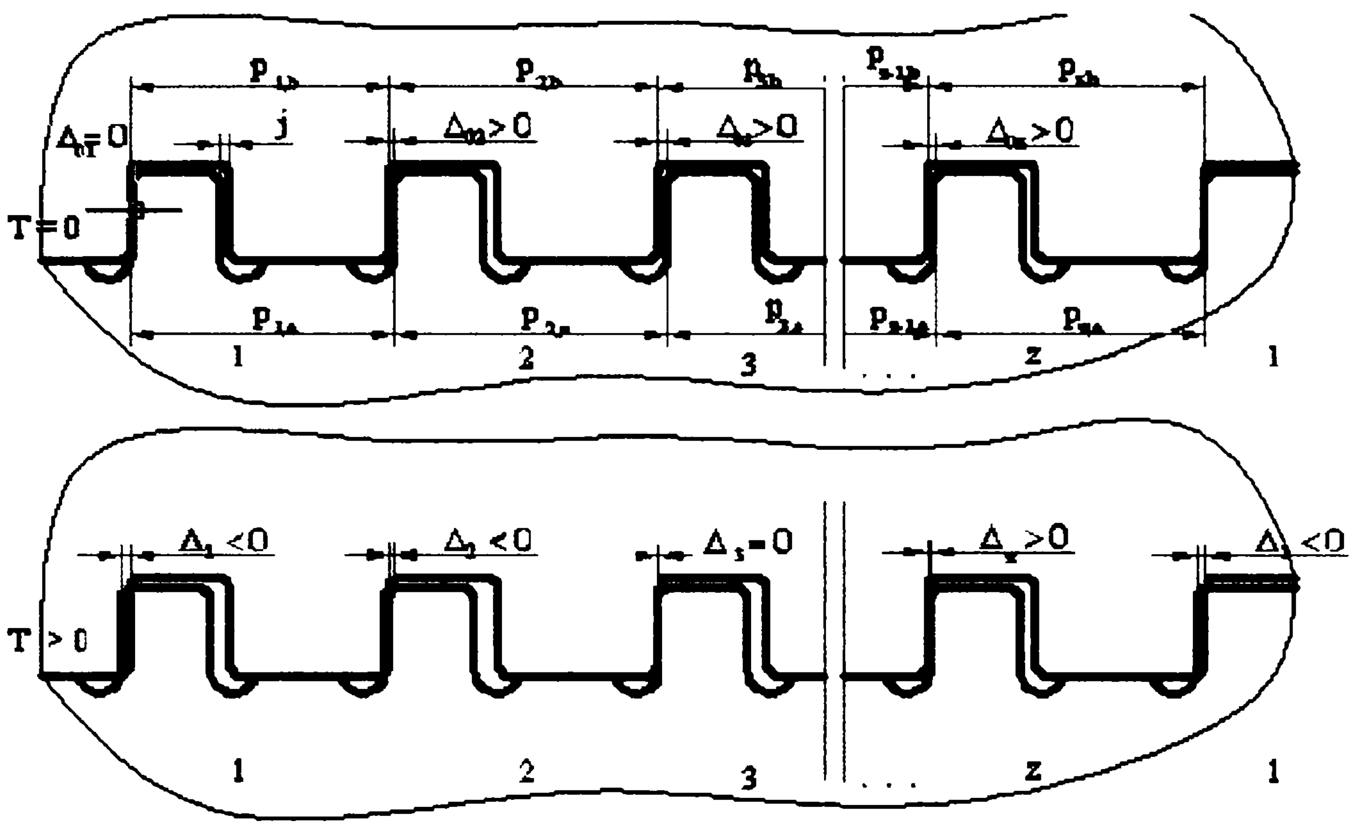


Fig. 3.3. Interferența dintre suprafețele portante conjugate ale unei îmbinări arbore-butuc încărcată cu momentul de răsucire T

Momentul de răsucire total **T** va fi preluat de cele $\mathbf{i_c}$ suprafețe în contact:

$$T = \sum_{i=i_{min}}^{i_c} T_i = \frac{d_m}{2}\cdot \sum_{i=i_{min}}^{i_c} F_i = \frac{d_m}{2}\cdot C_F \cdot \sum_{i=1}^{i_c}|\Delta_i| \tag{3.25}$$

sau

$$\frac{2\cdot T}{d_m} = z\cdot F_{1m} = C_F\cdot\sum_{i=1}^{i_c}|\Delta_i| = C_F\cdot\sum_{i=1}^{i_c}(\Delta-\Delta_{i0}) \tag{3.26}$$

sau:

$$F_{1m} = \frac{i_c}{z}\cdot C_F\cdot\Delta - \frac{1}{z}\cdot C_F\cdot\sum_{i=1}^{i_c}\Delta_{i0} \tag{3.27}$$

Pentru calculul de rezistență al îmbinării este importantă evident sarcina pe perechea cea mai solicitată ,

$$F_{i,max} = F_1 = C_F\cdot\Delta \tag{3.28}$$

Din ecuația (3.21.) :

$$i_c\cdot F_1 = z\cdot F_{1m} + C_F\cdot\sum_{i=1}^{i_c}\Delta_{i0} \tag{3.29}$$

sau

$$k_p = \frac{F_{1,max}}{F_{1m}} = \frac{z}{i_c} + \frac{C_F}{i_c \cdot F_{1m}} \cdot \sum_{i=1}^{i_c} \Delta_{i0} \tag{3.30}$$

unde cu **k_p** am notat coeficientul de concentrare a sarcinii datorită erorilor de prelucrare. Ținând seama că încărcarea medie pe o suprafață portantă se poate exprima în funcție de momentul de răsucire transmis **T**, acest coeficient se mai poate scrie :

$$k_p = \frac{z}{i_c} \cdot \left(1 + \frac{d_m \cdot C_F}{2 \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^{i_c} \Delta_{i0}\right) \tag{3.31}$$

Suma distanțelor inițiale dintre suprafețele portante se determină astfel:

$$\sum_{i=1}^{i_c} \Delta_{i0} = \sum_{i=2}^{i_c} \sum_{j=2}^{i} (p_{aj} - p_{bj}) \tag{3.32}$$

și, înlocuind $p_{a,bj}$ din formula (3.8),

$$\sum_{i=1}^{i_c} \Delta_{i0} = \sum_{i=2}^{i_c} \sum_{j=2}^{i} (\Delta p_{aj} - \Delta p_{bj}) \tag{3.33}$$

Se poate observa ușor că, odată cu creșterea momentului **T** aplicat îmbinării crește și numărul **i_c** de perechi de suprafețe portante în contact.

Condiția ca toate suprafețele să fie portante este :

$$T \geq \frac{d_m}{2} \cdot c_F \cdot \sum_{i=1}^{z} |\Delta_{i0}| \tag{3.34}$$

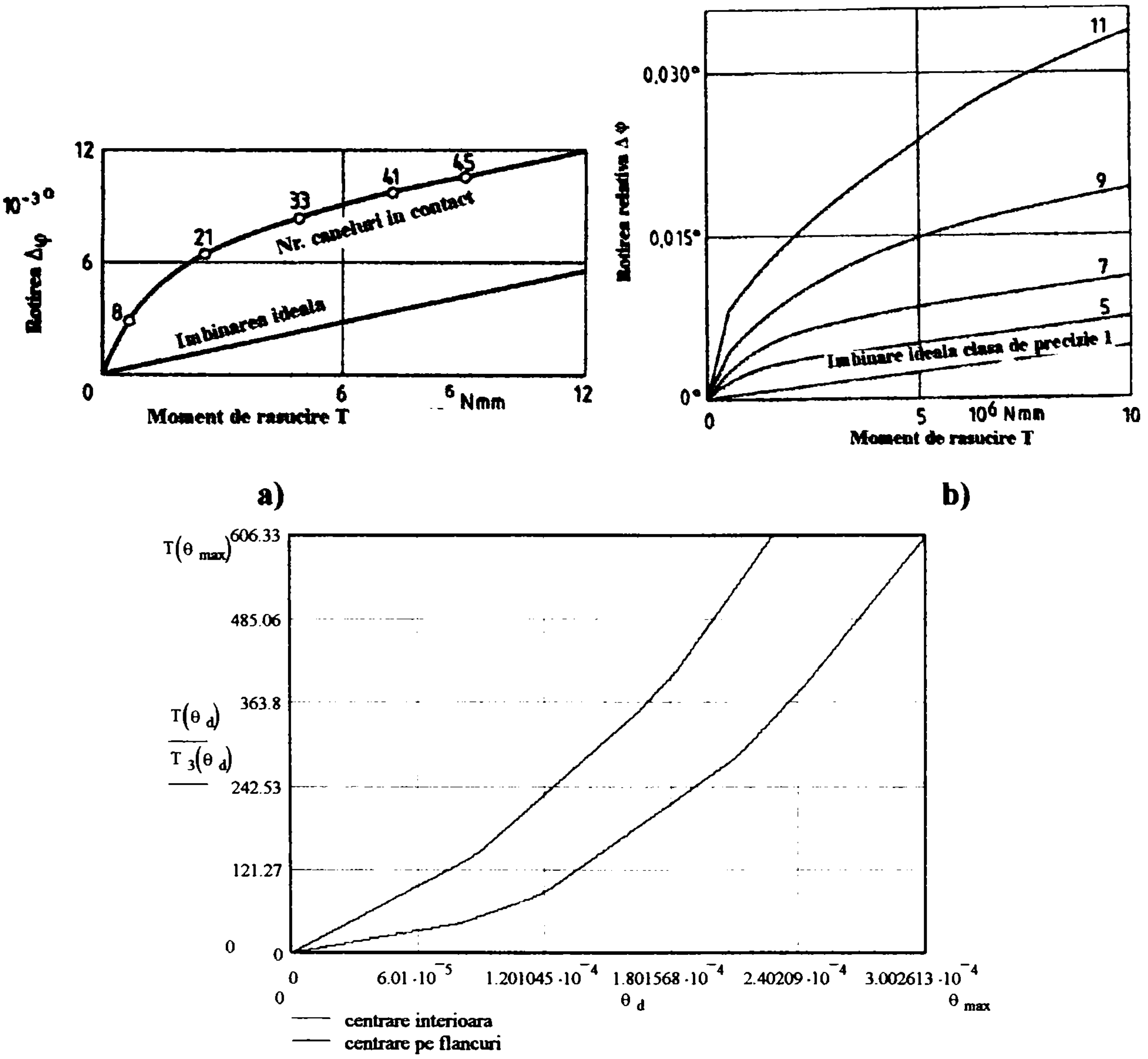
Dacă această condiție este îndeplinită, valoarea coeficientului **k_p**:

$$k_p = 1 + \frac{d_m \cdot c_F}{2 \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^{z} |\Delta_{i0}| \tag{3.35}$$

este $1 < k_p \leq 2$. Condiția de intrare în contact a tuturor suprafețelor portante nu poate fi întotdeauna îndeplinită. Îmbinările cu precizie inferioară, cu număr mare de caneluri și cu rigiditate ridicată a elementelor portante nu o pot obține. În aceste cazuri, coeficientul de repartiție a sarcinii pe caneluri are valori mai mari decât 2.

Diagrama de rigiditate a unei astfel de îmbinări este prezentată în figura (3.4), unde cu **T_i** și θ_i au fost notate valorile efortului de torsiune și a deplasării de rotație până la care au fost în contact **i** perechi de suprafețe portante. În figura (3.4 a [K1]) se evidențiază diferența dintre rigiditatea îmbinării ideale (cu abateri de pas nule, deci cu toate canelurile în contact) și o îmbinare cu erori cu $z = 45$. Se evidențiază valorile momentului de răsucire pentru care un anumit număr de caneluri se află în contact. Diferențele între caracteristicile de rigiditate ale unor îmbinări cu diferite clase de precizie sunt arătate în fig. 3.4. b [K1]. O comparație între diagramele de rigiditate ale unei îmbinări cu centrare interioară, respectiv cu centrare pe flancuri este prezentată în figura 3.4.c. [M8].

Datorită intrării succesive în contact a perechilor de suprafețe portante, rigiditatea îmbinării, egală la începerea încărcării cu rigiditatea c_f a unei singure perechi, crește progresiv odată cu creșterea momentului de răsucire la care este supusă îmbinarea, ajungând la valoarea maximă atunci când toate perechile au intrat în contact. Caracteristica de rigiditate cu pantă variabilă produce imprecizia cinematică a transmisiei din care îmbinarea face parte, atunci când mărimea, dar mai ales sensul momentului de răsucire, se modifică.



a)

b)

c)

Fig. 3.4 Diagrama de rigiditate a unei îmbinări arbore-butuc prin formă cu erori de divizare ale suprafețelor portante

Datorită faptului că suprafețele portante sunt încărcate cu sarcini **F**$_i$ diferite, în îmbinare apare o recțiune radială **F**$_{rp}$ [N] (figura 3.4) :

$$\vec{F}_{rp} = \sum_{i=1}^{i_c} \vec{F}_i \tag{3.36}$$

Valoarea acestei reacțiuni interne :

$$F_{rp} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{i_c} F_i \cdot \cos\varphi_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{i_c} F_i \cdot \sin\varphi_i\right)^2} \tag{3.37}$$

depinde de erorile de divizare, dar și de ordinea de intrare în contact a perechilor de suprafețe portante conjugate, iar direcția ei este definită de unghiul φ_{rp}:

$$tg\varphi_{rp} = \frac{\sum_{i=1}^{i_c} F_i \cdot \sin\varphi_i}{\sum_{i=1}^{i_c} F_i \cdot \cos\varphi_i} \tag{3.38}$$

Această reacțiune internă îmbinării produce o eroare de centrare a butucului față de arbore, în limita jocului existent între suprafețele de centrare și a deformațiilor acestora, dependentă de eroarea de divizare, și care poate influența eroarea cinematică a transmisiei din care îmbinarea face parte.

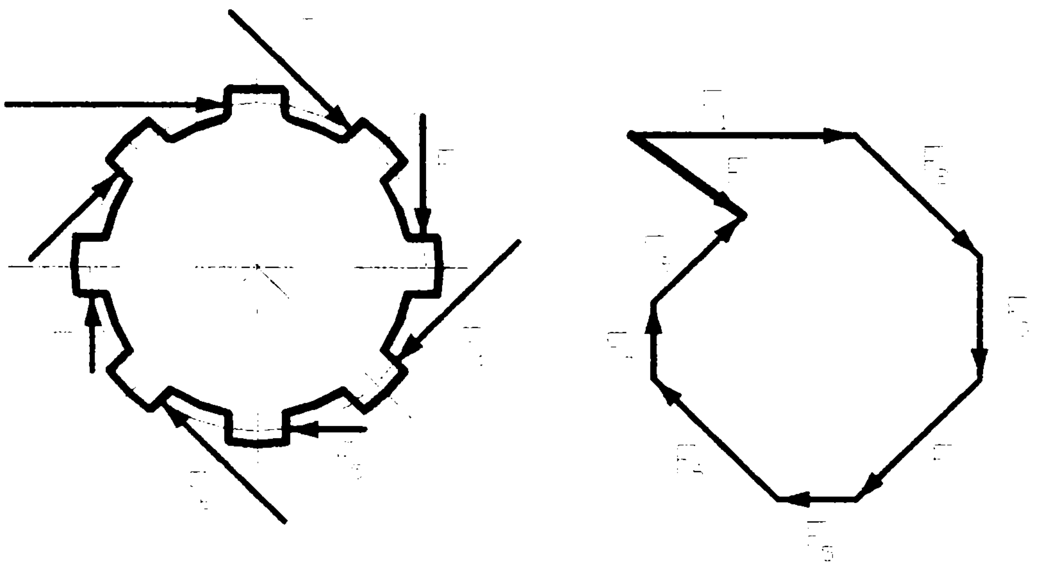
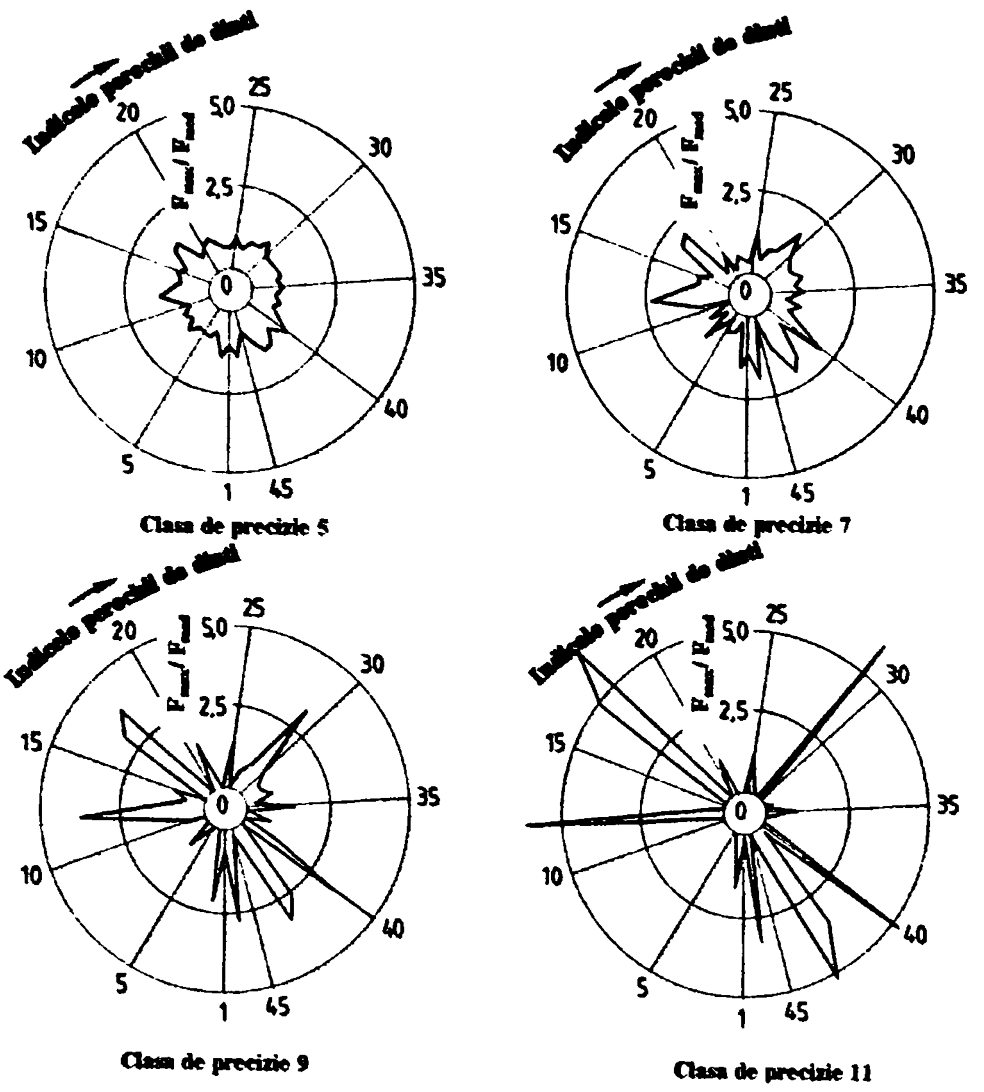


Fig. 3.5. Reacțiunea internă datorată variației sarcinii pe suprafețele portante multiple

Dependența dintre parametrii geometrici, de precizie, cinematici și cinetostatici ai îmbinării și amplitudinea acestei micromișcări și influența acestora asupra uzurii îmbinării nu este tratată în literatura de specialitate consultată.



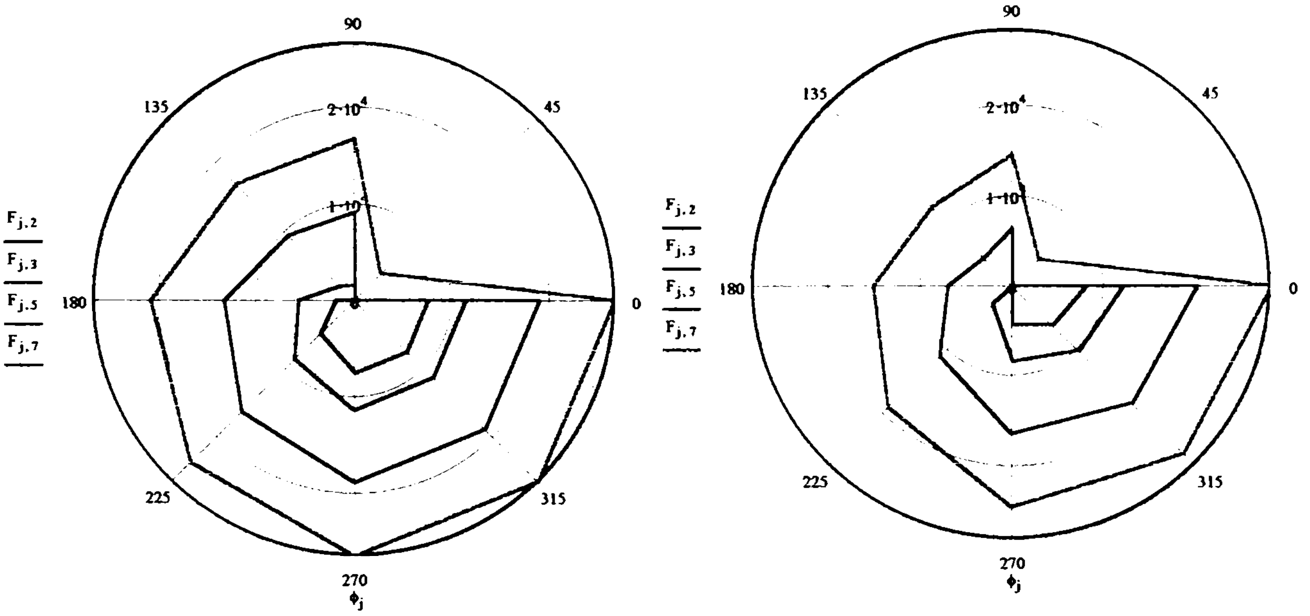
Clasa de precizie 5

Clasa de precizie 7

Clasa de precizie 9

Clasa de precizie 11

a)



b)

3.6. Repartiția încărcării pe caneluri

În figura 3.6 se prezintă variația încărcării pe caneluri. Influența clasei de precizie asupra repartiției sarcinii pe suprafețele portante ale unei îmbinări prin caneluri evolventice cu z = 45 este prezentată în figura 3.6. a [K1]. Îmbinările mai precise, în clasele de precizie 5 și 7 au repartiții uniforme și încărcarea este distribuită pe toate canelurile, în timp ce îmbinările cu precizie scăzută din clasele de precizie 9 și 11 au repartiții foarte defavorabile ale sarcinii, nu toate canelurile intrând în contact la valoarea maximă a momentului transmis.

Pentru o îmbinare prin caneluri dreptunghiulare cu z = 8 se prezintă, pentru cazul centrării pe flancuri și a centrării pe interior (Fig. 3.6 b) variația încărcării pe caneluri. Se remarcă repartiția mai favorabilă a sarcinii pe canelurile îmbinării cu centrare pe flancuri.

În figura 3.7 se prezintă variația coeficienților de concentrare k_p a sarcinii cu creșterea încărcării medii F_m, pentru îmbinarea prin opt caneluri dreptunghiulare, din clasa de precizie 9.

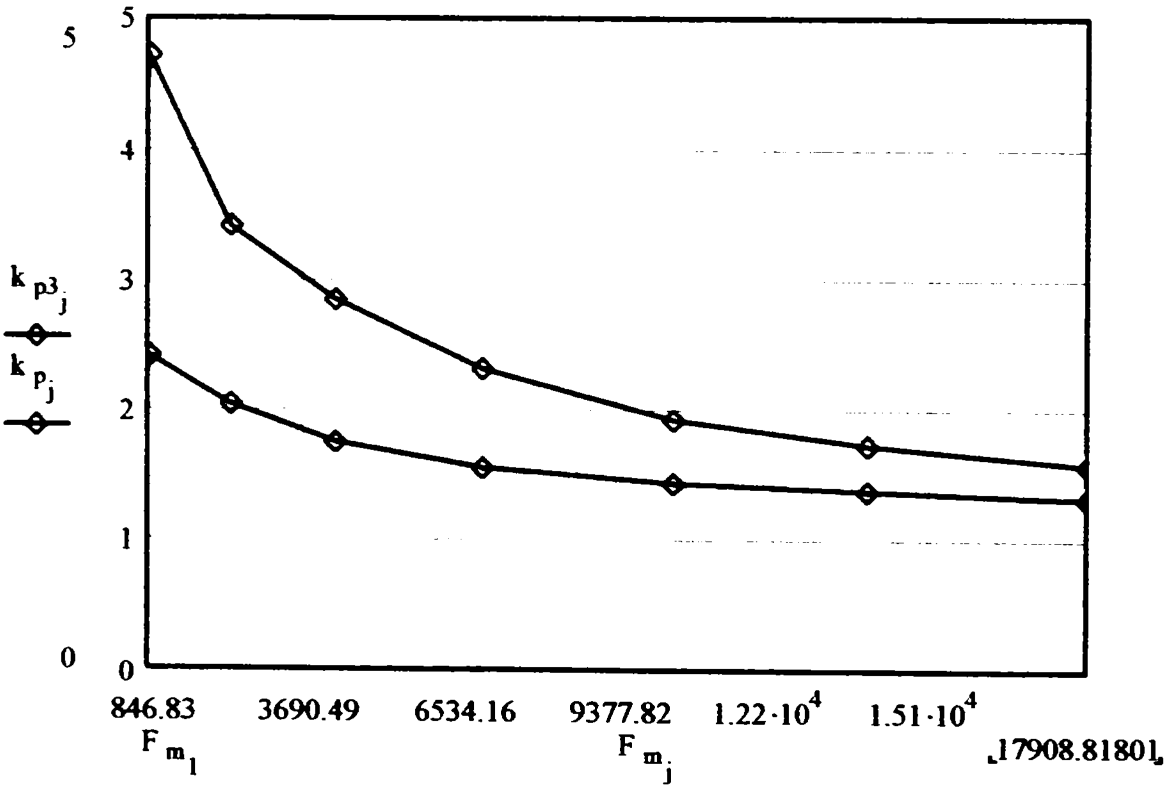


Fig. **3.7. Coeficientul de repartiție a sarcinii din cauza erorilor de pas**

Se remarcă, din nou, comportarea mai bună a îmbinărilor cu centrare pe flancuri, coeficienții de repartiție a sarcinii având valori cuprinse între 2,5 și 1,5 pentru întreg domeniul de utilizare.

Îmbinarea cu centrare pe interior poate avea încărcarea maximă de până la cinci ori mai mare decât cea medie.

§3.3. Repartiția sarcinii datorită încărcării îmbinării cu o sarcină radială

În cazul în care torsorul de reducere al acțiunilor exterioare are în componența sa şi o forță radială **F$_r$** pe lângă momentul **T**, aceasta va fi preluată de suprafețele portante ca în figura 3.8., dacă centrarea relativă între arbore şi butuc se face pe aceste suprafețe (cazul îmbinărilor cu caneluri dreptunghiulare cu centrare pe flancuri, a celor cu caneluri evolventice sau triunghiulare, a îmbinărilor poligonale). Ecuațiile de echilibru ale arborelui se scriu în acest caz astfel:

$$\sum_{i=1}^{z} F_i \cdot \cos\varphi_i = F_r \qquad (3.39.a)$$

$$\sum_{i=1}^{z} F_i \cdot \sin\varphi_i = 0 \qquad (3.39.b)$$

$$\sum_{i=1}^{z} F_i = \frac{2 \cdot T}{d_m} \qquad (3.39.c)$$

unde φ_i este unghiul dintre direcția normalei pe suprafața de contact şi direcția încărcării radiale F$_r$.

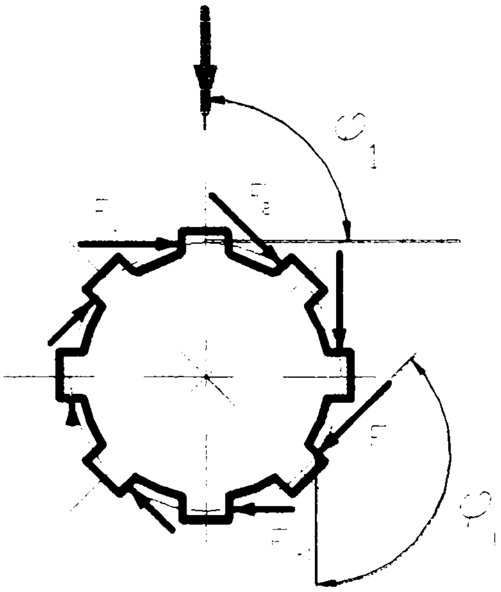


Fig. 3.8. Forțele ce acționează asupra arborelui unei îmbinări solicitate cu sarcină radială

Dacă centrarea se face pe alte suprafețe decât cele portante, (cazul îmbinărilor cu caneluri dreptunghiulare cu centrare interioară) în ecuațiile de echilibru mai apare termenul F$_{sc}$, reacțiunea suprafeței portante. Acest caz nu este însă studiat în bibliografia de specialitate consultată.

Sistemul descris de ecuațiile de echilibru este de z - 3 ori static nedeterminat; pentru ridicarea nedeterminării se utilizează ecuațiile de deformații:

$$\Delta_{ri} = \Delta \cdot \cos\varphi_i \tag{3.40}$$

unde Δ este deplasarea relativă între arbore și butuc pe direcția încărcării radiale F_r, iar Δ_{ri}- deplasarea suprafeței portante i a arborelui, în direcție tangețială, ca urmare a deformațiilor produse de acțiunea încărcării radiale F_r (Fig. 3.9)

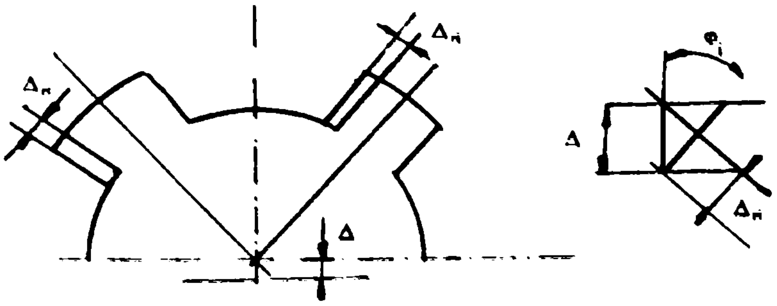


Fig. 3.9 Deformațiile suprafețelor portante și deplasarea radială relativă

Sarcina F_i pe fiecare pereche portantă i este:

$$F_i = (\Delta_t + \Delta_{ri}) \cdot c_F = F_{1m} + \Delta_{ri} \cdot c_F = F_{1m} + \Delta \cdot c_F \cdot \cos\varphi_i \tag{3.41}$$

unde Δ_t este deplasarea suprafeței portante **i** a arborelui, în direcție tangențială, ca urmare a deformațiilor produse de acțiunea încărcării cu momentul de torsiune T, iar unghiul φ_i se poate exprima în funcție de unghiul φ_1 pentru una din suprafețele portante și de pasul unghiular al suprafeței periodice $\frac{2\cdot\pi}{z}$:

$$\varphi_i = \varphi_1 + (i-1) \cdot \frac{2\cdot\pi}{z}. \tag{3.42}$$

Înlocuind în ecuația (3.39. a) expresiile sarcinilor F_i din ecuațiile (3.41), obținem:

$$F_{1m} \cdot \sum_{i=1}^{z} \cos\varphi_i + \Delta \cdot c_F \cdot \sum_{i=1}^{z} \cos^2\varphi_i = F_r. \tag{3.43}$$

Ținând seama că:

$$\cos\varphi_i = -\cos(\varphi_i + \pi) \tag{3.44}$$

și

$$\sum_{i=1}^{z} \cos\varphi_i = 0, \tag{3.45}$$

valoarea deplasării relative **Δ** se poate exprima în funcție de încărcarea radială F_r:

$$\Delta = \frac{F_r}{c_F \cdot \sum_{i=1}^{z} \cos^2 \varphi_i} \tag{3.46}$$

dar

$$\sum_{i=1}^{z} \cos^2 \varphi_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{z} (1 - \cos 2\varphi_i) = \frac{z}{2} \tag{3.47}$$

Revenind cu expresia deplasării totale Δ determinată în relația (3.46) în expresia sarcinii $\mathbf{F_i}$ pe o suprafață portantă oarecare **i** (3.41), se obține:

$$F_i = F_{1m} + F_r \cdot \frac{2 \cdot \cos\varphi_i}{z} \tag{3.48}$$

iar pentru sarcina maximă:

$$F_{i,max} = F_{i}\big|_{\varphi=0} = F_{1m} + \frac{2}{z} \cdot F_r \tag{3.49}$$

Coeficientul de concentrare a sarcinii datorită încărcării radiale $\mathbf{k_{Fr}}$ are expresia:

$$k_{Fr} = \frac{F_{i,max}}{F_{1m}} = 1 + \frac{2 \cdot F_r}{z \cdot F_{1m}} = 1 + \frac{F_r \cdot d_m}{T} \tag{3.50}$$

Expresia coeficientului de concentrare a sarcinii datorită încărcării radiale $\mathbf{k_{Fr}}$ din expresia (3.50) este valabilă atunci când suprafețele portante nu pierd contactul datorită deplasării Δ ($F_{i,min} \geq 0$). Această condiție se poate scrie din ecuația (3.42):

$$F_{1m} \geq \frac{F_r}{z} \text{ sau } F_r \leq \frac{T}{d_m} \tag{3.51.}$$

Variația sarcinii pe una din perechile de suprafețe portante pentru o rotație completă, în funcție de încărcarea radială este prezentată în figura 3.10. În figura 3.10. a) [K1] este evidențiată influența jocului de flanc asupra variației încărcării pe caneluri, pentru o îmbinarea solicitată numai cu încărcare radială. Repartiția sarcinii pe suprafețele portante ale unei îmbinări cu încărcare radială semnificativă față de momentul de torsiune este prezentată în 3.10. b) [K1]. Cazul unei îmbinări solicitate cu moment de torsiune predominant este evidențiat în fig. 3.10. c) [M8]. Pentru valori mai mari ale raportului F_r / F_{1m} , perechea de suprafețe portante pierde contactul în anumite faze ale mișcării. În ecuațiile (3.37. a), (3.37. b) și (3.37. c) vor lipsi, în acest caz 1...(z-2) termeni.

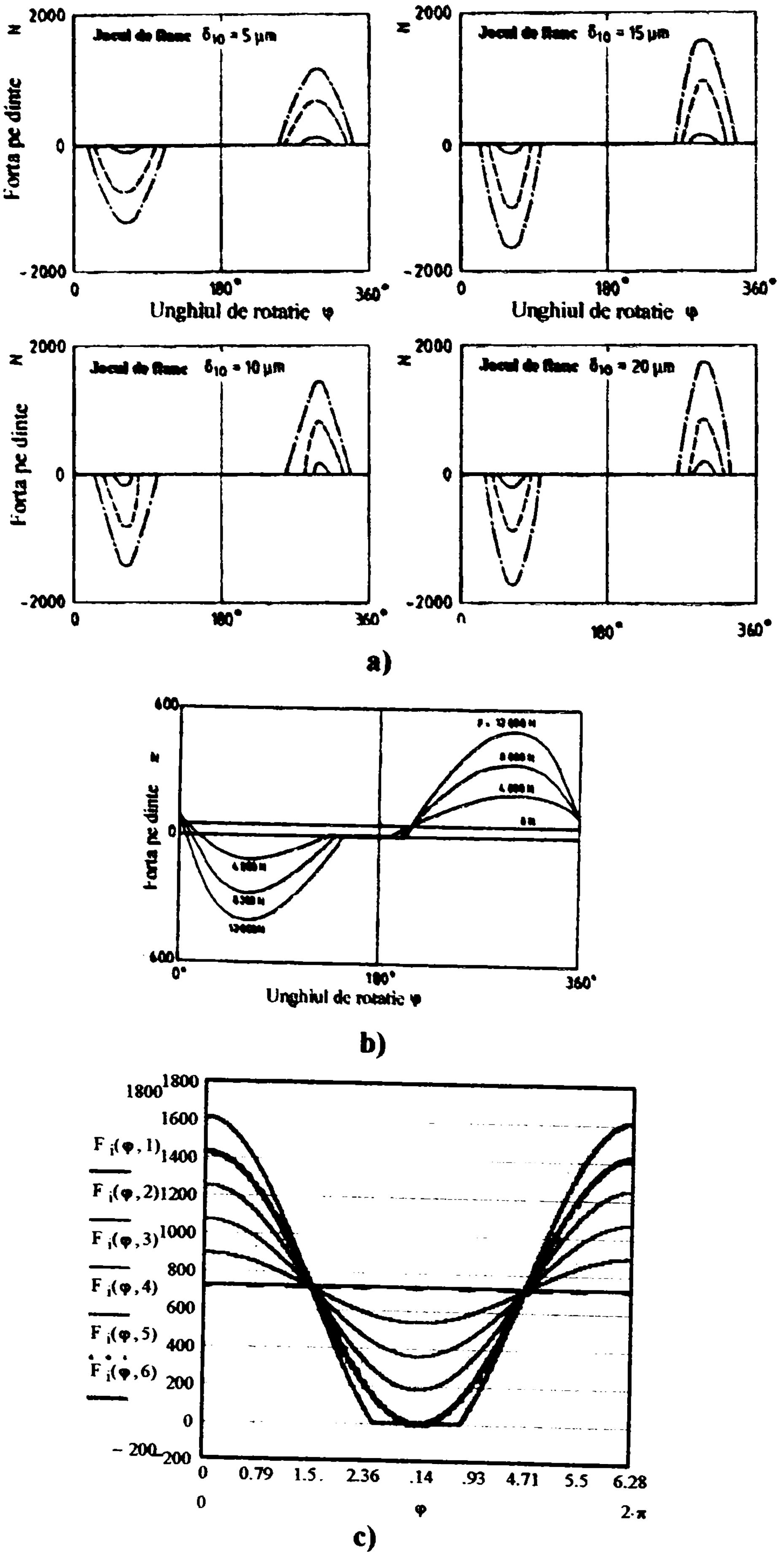


Fig. 3.10. Variația sarcinii pe o pereche de suprafețe portante în timpul unei rotații complete a arborelui

În cazul în care centrarea butucului pe arbore se face pe flancurile îmbinării, existența unei sarcini radiale peste limita dată de formula (3.41. a) produce deplasarea relativă radială a elementelor îmbinării până la consumarea jocului de flanc. (v. şi fig. 3.11). Contactul dintre suprafețele conjugate are loc pe flancul din sensul momentului de răsucire numai pe arcul situat de o parte a direcției sarcinii radiale.

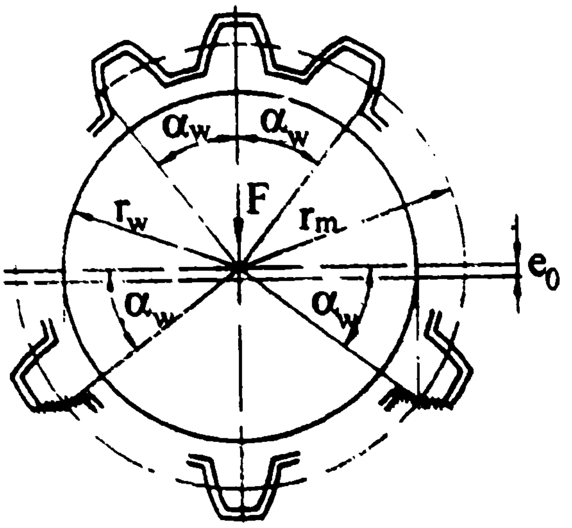


Fig. 3.11. Contactul dintre flancurile îmbinării încărcate numai cu sarcini radiale [K1]

În această situație, în sistemul de ecuații (3.39) încărcările F_i ale suprafețelor portante se consideră pozitive dacă impun contactul pe flancul din sensul momentului de răsucire şi negative dacă contactul se face pe flancul opus. Contactul inițial se face însă numai pe două suprafețe portante, câte una în fiecare sens. Îmbinarea cu joc preia deci numai patru grade de libertate relativă, corespunzătoare celor patru contacte echivalente (câte două pe fiecare suprafață în contact, v. şi capitolul 1). Gradul de libertate introdus de aplicarea unei încărcări radiale asupra unei îmbinări canelate cu joc se manifestă printr-o micromişcare pe direcția forței radiale.

Pentru îmbinarea fără erori de pas şi cu joc de flanc egal la toate canelurile, suprafețele în contact vor fi diametral opuse, unghiul de rotație necesar pentru consumarea jocului fiind:

$$\theta_{F_r} = \frac{j_f}{d_m} \tag{3.52}$$

Contactul se menține pe cele două caneluri atâta timp cât planul lor de simetrie face cu perpendiculara pe direcția sarcinii radiale unghiul:

$$\varphi_c \in \left[-\frac{\pi}{z}; +\frac{\pi}{z} \right] \tag{3.53}$$

La limitele acestui interval $\varphi_c = \pm\frac{\pi}{z}$ se produce schimbarea perechii de caneluri în contact, sub acțiunea sarcinii radiale F_r, printr-o alunecare pe înălțimea canelurilor (fig. 3.12) până când fac contact patru perechi de suprafețe portante.

Eroarea de centrare produsă de deplasarea butucului în limita jocului de flanc j sub acțiunea încărcării radiale F_r are două componente, una pe direcția lui F_r, ε_{cr} și una perpendiculară pe aceasta, ε_{ct}:

$$\begin{cases} \varepsilon_{cr} = \dfrac{j_f \cdot \cos\varphi_c}{2} \\ \varepsilon_{ct} = \dfrac{j_f \cdot \sin\varphi_c}{2} \end{cases} \tag{3.54}$$

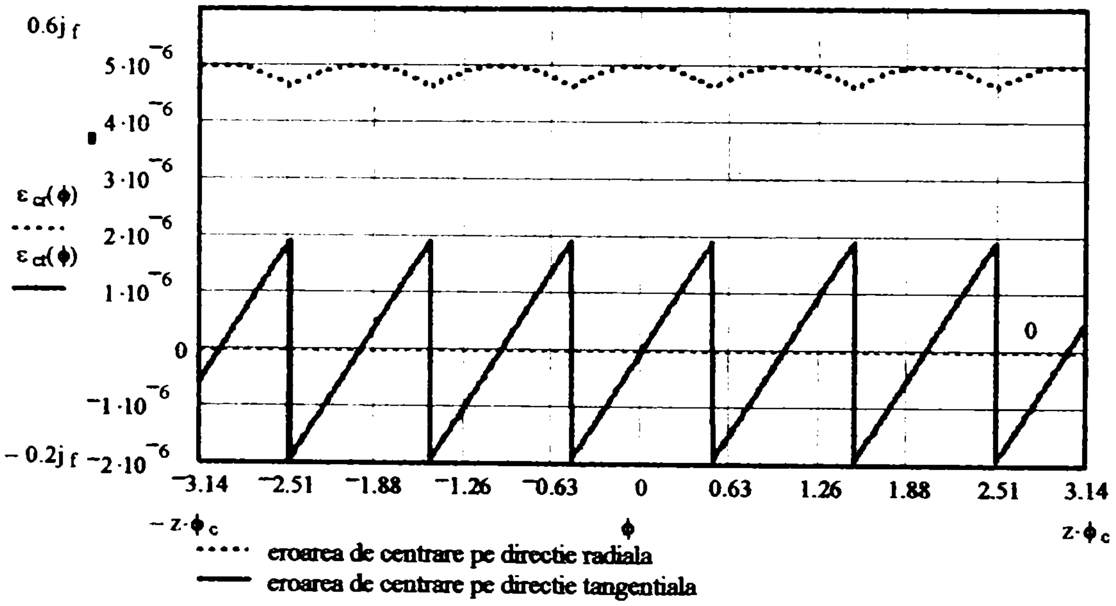


Fig. 3.12. Eroarea de centrare pentru o îmbinare canelată cu joc de flanc solicitată radial

În figura 3.12. este prezentată variația erorilor de centrare pentru o îmbinare cu 8 caneluri cu joc de flanc j_f = 0,01 mm solicitată radial rotativ, la o rotație relativă completă a sarcinii. Componenta maximă a erorii este cea radială, dar variația maximă o are componenta transversală, observație importantă pentru dinamica sistemului.

Variația excentricității butucului față de arbore în timpul unei rotații evidențiază existența unei micromișcări relative între arbore și butuc și deci a unei deplasări relative a suprafețelor portante ale arborelui și butucului pe direcția tangentei comune. Această micromișcare poate avea influență asupra capacității portante a îmbinării, provocând uzarea abrazivă și /sau adezivă (griparea), chiar în cazul îmbinărilor fără deplasare axială relativă.

Pentru îmbinările cu erori de pas solicitate radial, micromișcările necesare contactului multiplu sunt similare cu cele descrise în §3.2 prin relațiile (3.10) ...(3.12) și figura 3.2, înlocuind distanţele iniţiale Δ_i dintre suprafeţele portante cu jocurile de reversare Δ_{ri} pe flancurile opuse ale canelurilor, conform ecuaţiei (3.9). Odată cu creşterea forţei radiale, deformaţiile primelor caneluri în contact permit închiderea jocului de reversare rămas şi preluarea încărcării pe mai multe suprafeţe portante. Diagrama de rigiditate a unei astfel de îmbinări este similară cu cele prezentate în figura 3.4.

Condiţia (3.51) de contact pe flancurile din sensul momentului de răsucire aplicat îmbinării poate fi interpretată geometric. În cazul în care rotorul montat prin caneluri pe arbore este o roata de transmisie, momentul de răsucire este produs de rezultanta F_t a componentelor tangenţiale a interacţiunilor cu elementul de transmitere a puterii:

$$F_t = \frac{2 \cdot T}{d_w}, \tag{3.55}$$

unde d_w este diametrul activ al rotii (de rostogolire la angrenaje, de referinţă sau primitive la roţile de curea). Încărcarea radială a îmbinării este produsă de rezultanta F_r a componentelor radiale a interacţiunilor cu elementul de transmitere a puterii. Rezultanta F_{rez} a interacţiunilor trece printr-un punct situat pe cercul activ şi face cu tangenta la acesta (direcţia deplasării instantanee şi a vitezei tangenţiale) unghiul α_w, numit unghiul de presiune:

$$\alpha_w = \operatorname{arctg}\frac{F_r}{F_t}. \tag{3.56}$$

Condiţia (3.51) se poate astfel scrie:

$$F_r \le \frac{T}{d_w} \cdot \frac{d_w}{d_m} = \frac{F_t}{2} \cdot \frac{d_w}{d_m}, \tag{3.57}$$

sau geometric:

$$\operatorname{tg}\alpha_w = \frac{F_r}{F_t} \le \frac{d_w}{2 \cdot d_m} \text{ sau } d_m \le \frac{d_w}{2} \cdot \operatorname{ctg}\alpha_w = \frac{d_b}{2 \cdot \sin\alpha_w}. \tag{3.58}$$

unde d_b este diametrul de bază, al cercului tangent direcţiei rezultantei F_{rez}:

$$d_b = \frac{2 \cdot T}{F_{rez}}$$

La limită, atunci când încărcarea minimă este nulă într-un singur punct pe contur, condiţia (3.58) devine o egalitate. Se defineşte diametrul limită al îmbinării ca diametrul mediu al îmbinării pentru care sarcina minimă pe o canelură este nulă.

$$d_{lim} = \frac{d_b}{2 \cdot \sin\alpha_w} \tag{3.59}$$

Dacă diametrul mediu al îmbinării este inferior celui limită, canelurile fac contact pe flancurile din acelaşi sens pe toată durata mişcării. Acesta este cazul roților dințate, al roților de lanț sau de curea sincronă. La transmisiile prin frecare (curele sau roți cu fricțiune), la care rezultanta eforturilor din cele două ramuri face un unghi relativ mic cu linia centrelor, condiția (3.58) trebuie verificată pentru fiecare roată în parte. La transmisiile din compunerea maşinilor de precizie sau de mare viteză (maşini unelte cu comandă numerică, prese rapide, etc.), fenomenele dinamice produse de deplasarea relativă a butucului pe arbore pe direcție radială şi transversală sub acțiunea sarcinilor radiale mari pot dăuna funcționării. Dacă nu este îndeplinită, deci, în acaste cazuri condiția (3.58), se recomandă lăgăruirea separată a roții pentru preluarea încărcării radiale, îmbinarea prin caneluri fiind solicitată numai cu momentul de răsucire T.

§3.4. Compunerea efectelor abaterilor de pas şi a încărcării îmbinării cu o sarcină radială

Coeficienții $\mathbf{k_p}$ şi $\mathbf{k_{Fr}}$ permit determinarea încărcării maxime pe caneluri în cazul în care numai una dintre cauze este predominantă. Dacă ambele cauze de variație a sarcinii pe caneluri sunt semnificative, literatura de specialitate [K1, K3] recomandă multiplicarea valorii medii a sarcinii (ec. (3.1)), cu valorile acestor coeficienți.

Relațiile de determinare analitică a încărcării maxime a canelurilor (ecuațiile (3.29) şi, respectiv (3.48)) arată însă că la valoarea încărcării medii se adaugă o supraîncărcare produsă de fiecare din cele două cauze de variație. Din acest motiv, pentru calculul corect este necesară **însumarea efectelor** prin determinarea unui coeficient global prin adițiune:

$$k_{glob} = 1 + k'_p + k'_{F_r}, \tag{3.60}$$

unde:

$$k'_p = k_p - 1 = \frac{d_m \cdot c_F}{2 \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^{z} |\Delta_{i0}| \tag{3.61}$$

şi

$$k'_{Fr} = k_{F_r} - 1 = \frac{2 \cdot F_r}{z \cdot F_{1m}} = \frac{F_r \cdot d_m}{T} \tag{3.62}$$

sunt coeficienții parțiali ai supraîncărcărilor ce produc neuniformitatea sarcinii pe caneluri. Pentru valori ale coeficienților de corecție apropiați de 1 (coeficienți parțiali de supraîncărcare apropiați de 0), cele două relații dau rezultate apropiate. Dar, așa cum s-a arătat în §3.2 și §3.3, valorile coeficienților sunt apreciabile și deci, pentru un calcul corect, trebuie utilizată relația (3.60).

Cu ajutorul coeficienților $\mathbf{k_p}$ și $\mathbf{k_{Fr}}$ de concentrare a sarcinii, determinați conform ecuațiilor (3.31) și, respectiv (3.50) se poate determina încărcarea perechii de suprafețe portante maxim solicitate, în vederea verificării sau dimensionării corecte a îmbinării. Din aceste ecuații se poate observa că valoarea coeficienților crește cu sporirea numărului de suprafețe ale îmbinării, ceea ce impune concluzia că nu este întotdeauna rațională mărirea numărului acestora pentru creșterea capacității portante.

De asemenea ,din ecuația (3.31) se poate trage concluzia că reducerea efectului concentrator al erorii de pas se poate face prin:

a) reducerea acestora pe cale tehnologică (prin precizia de execuție sau prin rodare);

b) reducerea rigidității c_F a elementelor portante, ceea ce explică mai buna comportare sub sarcină a îmbinărilor canelate în comparație cu cele cu ajustaje poligonale, în contradicție cu unele recomandări și rezultate teoretice.

Capitolul 4.

Repartiția sarcinii pe lungimea îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

§4.1 Cauzele variației sarcinii pe lungimea suprafețelor portante

Presiunea medie pe suprafețele portante se determină, pentru toate tipurile de îmbinări prin caneluri, în ipoteza solicitării numai cu moment de răsucire T:

$$p_m = \frac{2 \cdot T}{d_m \cdot z \cdot S_1 \cdot L} \tag{4.1}$$

unde:

p_m [MPa] – presiunea medie pe suprafețele portante;

T [mNm] – momentul de torsiune la care este solicitată îmbinarea;

z [-] – numărul perechilor de suprafețe portante;

d_m [mm] – diametrul mediu de contact între elementele îmbinării;

S_1 [mm^2/mm] – aria suprafeței de contact pe unitatea de lungime;

L [mm] – lungimea îmbinării.

Pentru fiecare caz în parte se determină apoi presiunea maximă:

$$P_{max} = k_L \cdot P_m \tag{4.2}$$

unde k_L este coeficientul global de repartiție a presiunii pe lungimea îmbinării:

$$k_L = k_{Mr} \otimes k_d \oplus k_e \tag{4.3}$$

iar coeficienții parțiali datorați fenomenelor care produc variația presiunii cuantifică:

k_{Mr} – efectul solicitării îmbinării cu moment de răsturnare;

k_d – diferența între deformațiile de torsiune ale arborelui și cele ale butucului;

k_e – abaterile geometrice pe lungimea îmbinării.

Descrierea fenomenelor care produc variația presiunii și determinarea legilor de repartiție ⊗ și ⊕ și a expresiilor coeficienților parțiali se va face în paragrafele ce urmează.

§4.2. Repartiția sarcinii datorită solicitărilor îmbinării cu un moment de răsturnare M_r

Dacă asupra îmbinării cu centrare pe flancuri acționează, în afara momentului de răsucire T, și momentul de răsturnare M_r, presiunea efectivă p_{xi} pe suprafața portantă i la distanța x de capătul îmbinării va fi variabilă atât pe lungime cât și de la o suprafață portantă la alta. Ecuațiile de echilibru ale butucului, scrise scalar prin componentele momentelor față de sistemul de axe atașat, având axa x identică cu axa îmbinării și cu axa z pe direcția momentului de răsturnare M_r sunt prezentate în sistemul (4.4.)

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{z} \int_o^L \frac{d_m}{2} \cdot dF_{ti} = T \\ \sum_{i=1}^{z} \int_o^L x \cdot dF_{ti} \cdot \sin\phi_i = M_r \\ \sum_{i=1}^{z} \int_o^L x \cdot dF_{ti} \cdot \cos\phi_i = 0 \end{cases} \tag{4.4}$$

unde:

$$dF_{ti} = p_{xi} \cdot dA = p_{xi} \cdot S_1 \cdot dx \tag{4. 5}$$

φ_i unghiul dintre normala la suprafața sa **i** și direcția momentului de răsturnare

Pe suprafețele multiple de contact dintre piesele conjugate ale îmbinării momentul de răsucire T produce presiunea medie p_m conform ecuației (4.1). Existența, între componentele torsorului de reducere a acțiunilor exterioare la axa îmbinării, și a momentului de răsturnare M_r produce neuniformitatea presiunii efective p_x pe lungimea îmbinării pe fiecare din suprafețele de contact i. Presiunea efectivă p_{xi} la distanța x de unul din capetele îmbinării are valoarea:

$$p_{xi} = p_m + \left(\frac{2 \cdot x}{L} - 1\right) \cdot \Delta p_{i,max} \tag{4.6}$$

unde $\Delta p_{i,max}$ este valoarea maximă a creșterii presiunii pe suprafața portantă i datorită momentului de răsturnare M_r și depinde de unghiul φ_i dintre normala la suprafața sa i și direcția momentului de răsturnare:

$$\Delta p_{i,max} = \Delta p_{max} \cdot \sin\varphi_i \tag{4.7}$$

Momentul M_r este preluat de toate cele z suprafețe portante:

$$M_r = \sum_{i=1}^{z}\int_{0}^{L} p_{xi}\cdot S_1\cdot x\cdot \sin\varphi_i\cdot dx \qquad (4.8)$$

Înlocuind în ecuaţia (4.5) valoarea p_{xi} din ecuaţiile (4.3) şi (4.4) şi ţinând seama că:

$$\sum_{i=1}^{z}\sin\varphi_i = 0; \qquad \varphi_i = \varphi_1 + 2\cdot\pi(i-1)/z$$

se obţine:

$$M_r = \frac{1}{12}\cdot S_1\cdot L^2\cdot \Delta p_{max}\cdot\sum_{i=1}^{z}\left(1-\cos 2\varphi_i\right) \qquad (4.9)$$

şi, ţinând seama că:

$$\sum_{i=1}^{z}\cos 2\varphi_i = 0; \qquad \varphi_i = \varphi_1 + 2\cdot\pi\cdot(i-1)/z$$

se determină:

$$\Delta p_{max} = \frac{12\cdot M_r}{z\cdot S_1\cdot L^2} \qquad (4.10)$$

iar valoarea coeficientului de concentrare a sarcinii k_{M_r} datorat încărcării îmbinării cu un moment de răsturnare M_r este:

$$k_{M_r} = \frac{p_{max}}{p_m} = 1 + \frac{\Delta p_{max}}{p_m} = 1 + \frac{6\cdot M_r\cdot d_m}{T\cdot L} \qquad (4.11)$$

Valoarea k_{M_r} dată de ecuaţia (4.11) este valabilă numai pentru momente de răsturnare relativ mici, pentru care $\Delta p_{max} < p_m$, deci:

$$M_r \le T\cdot\frac{L}{6\cdot d_m} \qquad (4.12)$$

În aceste condiţii, $k_{M_r} \in [1;2]$.

Dacă nu este îndeplinită condiţia (4.12), în anumite zone ale îmbinării suprafeţele conjugate pierd contactul relativ, preluarea sarcinii făcându-se pe suprafeţe restrânse. În aceste cazuri, coeficientul k_{M_r} are valori mai mari decât 2.

In Anexa 7 este cuprins studiul analitic al variaţiei presiunii pe suprafeţele portante ale îmbinării canelate 32 x 38 x 5 x 10 de referinţă, solicitate cu moment de răsturnare.

În figura 4.1 este prezentată variaţia presiunii pe canelurile îmbinării solicitate cu momentul de răsucire T = 100 Nm şi cu momentul de răsturnare M_r = 0,25 T = 25 Nm. Presiunea maximă se află la capete opuse ale îmbinării pentru canelurile separate de planul axial perpendicular pe direcția momentului de răsturnare. La mijlocul îmbinării, presiunea este egală cu cea medie, pe toate canelurile îmbinării.

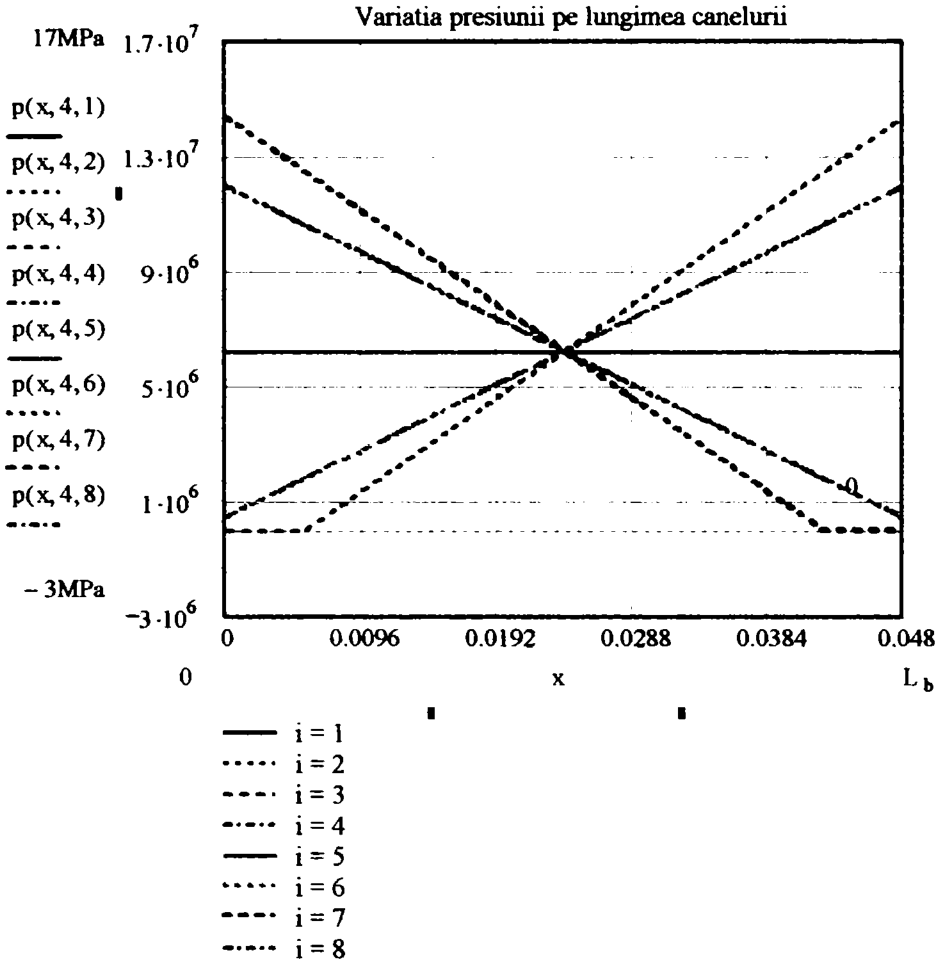


Fig. 4.1. Variația presiunii pe lungimea canelurilor îmbinării solicitate cu moment de răsturnare $M_r = 0{,}25$ T.

În figura 4.2 este prezentată variația presiunii pe canelura cea mai solicitată a îmbinării de referință (din planul axial al momentului de răsturnare), pentru momente de răsturnare până la 50% din momentul de răsucire. Odată cu sporirea ponderii momentului de răsturnare în torsorul de reducere al acțiunilor exterioare, presiunea maximă crește proporțional, pe când cea minimă se apropie de 0. Dacă momentul de răsturnare depășește valoarea limită:

$$M_{r\,lim} = T \cdot \frac{L}{6 \cdot d_m}, \qquad (4.13)$$

la capătul descărcat al îmbinării se pierde contactul dintre caneluri. Lungimea portantă (de contact) a canelurilor este mai mică decât lungimea butucului. Distribuția de presiuni nu mai este trapezoidală ci triunghiulară, presiunea maximă crescând foarte mult. Momentele de răsturnare depășesc însă rareori valoarea limită. În cazul roților de transmisie montate pe arbori canelați, tendința de răsturnare produsă de asimetria coroanei față de butuc și / sau de componenta axială a rezultantei acțiunilor exterioare (roți dințate cilindrice cu dinți înclinați, roți dințate conice sau roți melcate) nu depășește în cazurile uzuale limita recomandată de relația (4.13).

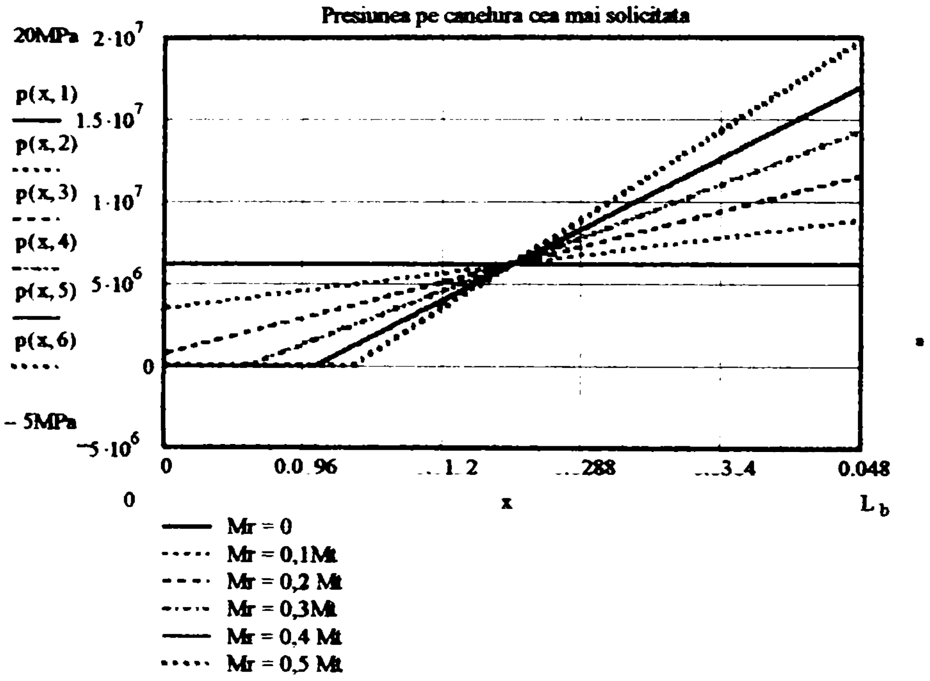


Fig. 4.2. Variația presiunii pe lungimea îmbinărilor canelate solicitate cu moment de răsturnare.

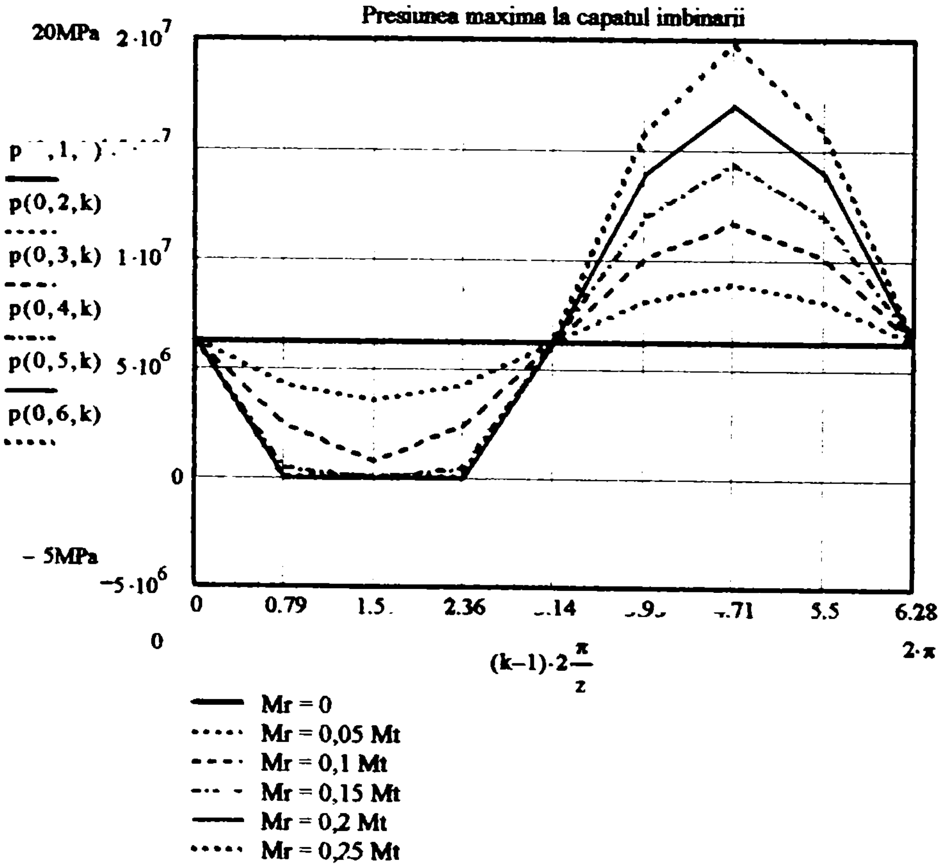


Fig. 4.3. Variația presiunii maxime în îmbinările canelate solicitate cu moment de răsturnare.

Presiunea de la un capăt al îmbinării variază pe parcursul unei rotații, ca în figura 4.3. Dacă momentul de răsturnare depăşeşte valoarea limită, pe o secvență a mişcării presiunea se anulează, solicitarea variabilă de contact având caracter pulsant. Îmbinările încărcate cu moment de răsturnare mai mare decât valoarea limită suferă deformații plastice la capete, în special canelurile din butuc. Sunt afectate astfel precizia de centrare asigurată de îmbinare şi performanțele întregului sistem mecanic.

Pentru evitarea deformațiilor remanente produse de presiunile variabile pe suprafețele portante, este recomandată preluarea momentelor de răsturnare mari pe alte suprafețe decât cele portante ale canelurilor, prin lăgăruirea separată a rotorului, prin utilizarea centrării interioare sau prin rezemarea axială fermă a butucului pe arbore. Dacă nu este posibilă nici una din soluțiile recomandate (de ex. la roțile baladoare ale cutiilor de viteze) este necesară mărirea lungimii îmbinării (a butucului).

Influența lungimii butucului asupra coeficientului de repartiție a sarcinii şi a variației presiunii din îmbinare este prezentată în figurile 4.4 şi 4.5. Diagrama din figura 4.4 evidențiază creşterea liniară a coeficientului k_M cu creşterea momentului de răsturnare şi scăderea hiperbolică a acestuia în funcție de lungimea îmbinării, aşa cum arată şi relația (4.11). Pentru momente de răsturnare egale cu jumătate din momentul de răsucire, pentru a evita pierderea contactului dintre caneluri în anumite faze ale mişcării este necesară o lungime a îmbinării de cel puțin de două ori mai mare decât diametrul acesteia.

$$k_M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1.6 & 1.4 & 1.3 & 1.24 & 1.2 & 1.171 \\ 2.2 & 1.8 & 1.6 & 1.48 & 1.4 & 1.343 \\ 2.8 & 2.2 & 1.9 & 1.72 & 1.6 & 1.514 \\ 3.4 & 2.6 & 2.2 & 1.96 & 1.8 & 1.686 \\ 4 & 3 & 2.5 & 2.2 & 2 & 1.857 \end{pmatrix}.$$

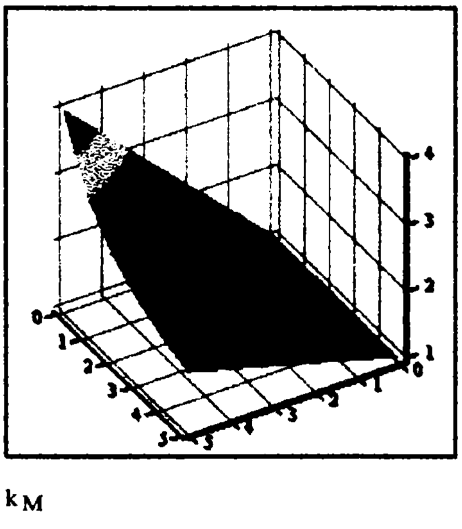


Fig. 4. 4. Coeficientului k_M de repartiție a presiunii în îmbinările canelate solicitate cu moment de răsturnare.

Creșterea lungimii butucului produce scăderea asimptotică a presiunii maxime din îmbinare dar și a celei medii (v. și figura 4.5), și de aceea nu este rațional să se utilizeze butuci mai lungi decât 2,5 ori diametrul nominal al îmbinării.

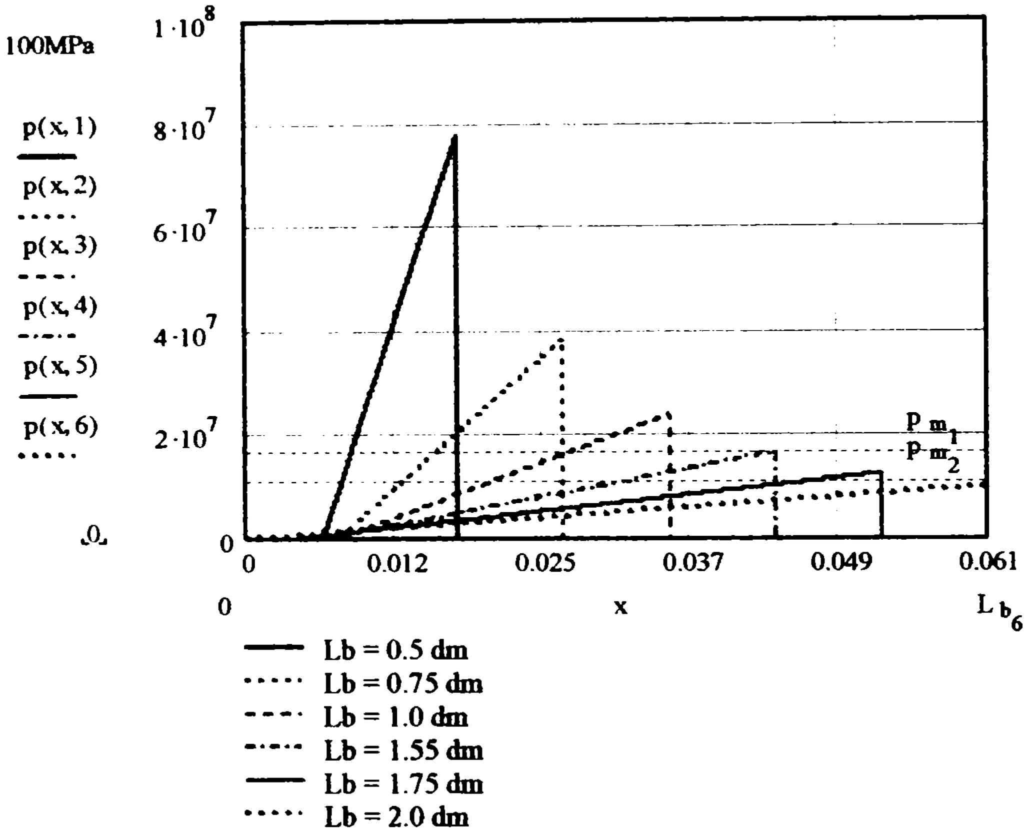


Fig. 4. 5. Variația presiunii maxime pe lungimea îmbinărilor canelate solicitate cu moment de răsturnare, pentru diferite valori ale raportului L/d.

§4.3. Repartiția sarcinii datorită deformațiilor de torsiune ale arborelui și butucului

Valoarea presiunii medii p_m a fost determinată în ipoteza rigidității infinite ale elementelor îmbinării (arbore și butuc) și a perechilor de suprafețe portante. În realitate, distribuția presiunii lungimea îmbinării este în mare măsură determinată de rigiditatea finită a acestora, adică de deformațiile elastice ale arborelui, butucului și canelurilor acestora apărute în urma încărcării cu moment de răsucire.

Pentru studiul repartiției sarcinii pe lungimea îmbinării se pornește de la ecuația de echilibru a momentelor pe direcția axei x ce acționează asupra unui tronson de arbore de lungime infinit mică dx, situat la distanța x de unul din capetele îmbinării (v. fig. 4.1):

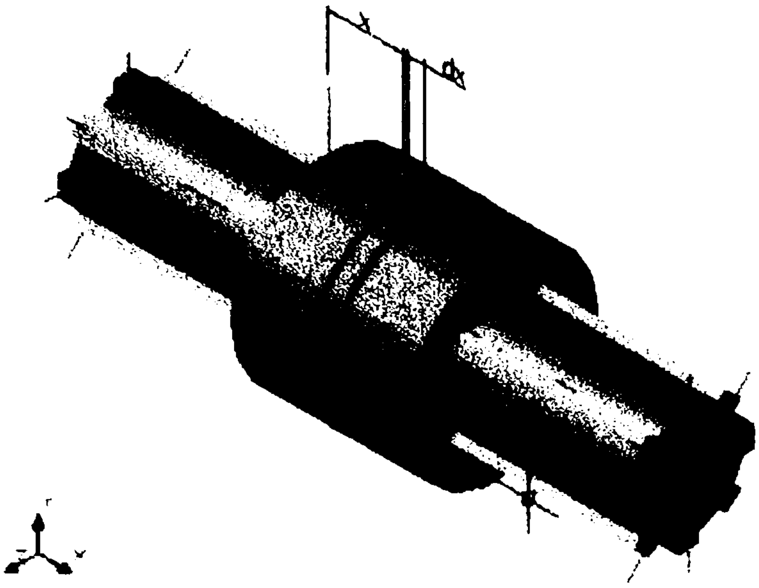


Fig. 4.6. Echilibrul tronsonului de arbore de lungime infinit mică dx

$$T_x + dT_x = T_x + 0{,}5 \cdot z \cdot p_x \cdot d_m \cdot h \cdot dx \tag{4.14}$$

unde:

T_x [mNm] – momentul de torsiune din arbore în secţiunea x.

Considerând, ca şi până acum, că presiunea p_x pe suprafeţele portante ale elementelor îmbinării este direct proporţională cu interferenţa lor, adică cu deplasarea relativă unui punct din zona nedeformată a butucului faţă de omologul său de pe arbore ca urmare a deformaţiei însumate a zonei de contact, şi notând cu $\varphi_{x1,2}$ deformaţia unghiulară de torsiune a secţiunii arborelui, respectiv butucului, în secţiunea studiată, ecuaţia (4.10) devine:

$$\frac{dT_x}{dx} = c_T \cdot (\varphi_{x1} - \varphi_{x2}) \tag{4.15}$$

unde:

c_T - rigiditatea la torsiune a elementelor îmbinării;

$$c_T = \frac{1}{2} \cdot z \cdot c_F \cdot d_m$$

ecuaţia (4.15) se poate rezolva în funcţie de modul de aplicare a momentelor T asupra arborelui şi butucului, utilizând ecuaţiile de deformaţii:

- pentru arbore:

$$d\varphi_{x1} = \frac{T_x \cdot dx}{G_1 \cdot I_{p1}} \tag{4.16}$$

- pentru butuc:

$$\text{a) } d\varphi_{x2} = \frac{T_x \cdot dx}{G_2 \cdot I_{p2}} \tag{4.17.a}$$

în afara zonei cuprinse între secțiunile de aplicare a momentului de răsucire și:

$$\text{b) } d\varphi_{x2} = \frac{(T - T_x) \cdot dx}{G_2 \cdot I_{p2}} \tag{4.17.b}$$

între secțiunile de aplicare a momentelor (fig. 4.2).

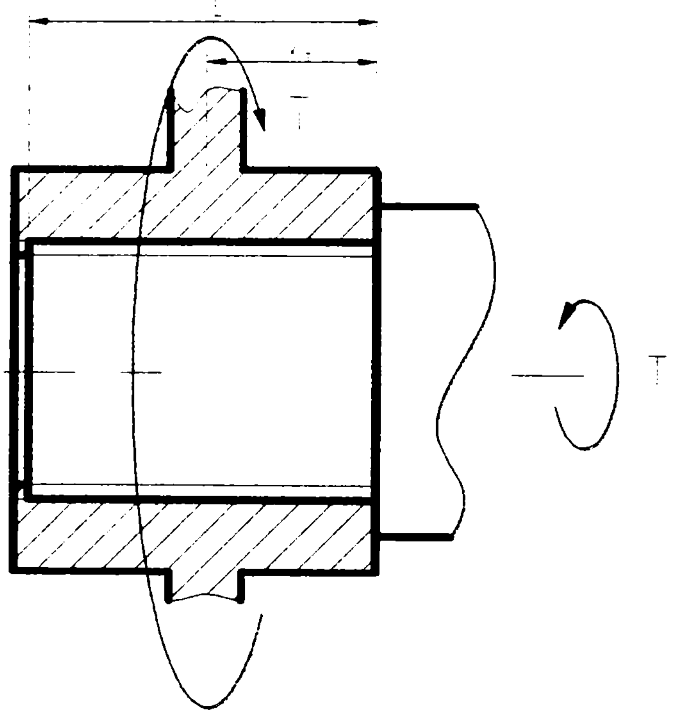


Fig. 4.7. Aplicarea momentului de torsiune asupra arborelui și butucului unei îmbinări prin caneluri

Derivând ecuația (4.14) în raport cu x și înlocuind mărimile $d\varphi_{x1,2}$ din ecuațiile (4.16), respectiv (4.17. a și b) se obține ecuația diferențială a transferului de sarcină de la arbore la butuc:

$$\frac{d^2T_x}{dx^2} - \mu^2 \cdot T_x = 0 \tag{4.18.a}$$

pentru cazul a, respectiv:

$$\frac{d^2T_x}{dx^2} - \mu^2 \cdot T_x = -\mu^2 \cdot \lambda \cdot T \tag{4.18.b}$$

pentru cazul b, unde:

T_x [mNm] – momentul de torsiune din arbore în secțiunea x,

$G_{1,2}$ [MPa] – modulele de elasticitate transversale ale materialului arborelui, respectiv butucului;

$I_{p1,2}$ [mm^4] – momentele de inerție polare ale secțiunii arborelui, respectiv butucului.

În ecuațiile (4.17) s-au folosit notațiile:

$$\mu^2 = c_T\left(\frac{I}{G_1 \cdot I_{p1}} + \frac{I}{G_2 \cdot I_{p2}}\right) \qquad [\text{mm}^{-2}]$$

şi

$$\lambda = \frac{G_1 \cdot I_{p1}}{G_1 \cdot I_{p1} + G_2 \cdot I_{p2}} \qquad [\text{-}]$$

Rezolvând ecuațiile diferențiale liniare (4.18.a) şi (4.18.b) şi adăugând condițiile de limită(4.19):

$$\begin{aligned} T_x &= 0 \quad \text{pentru} \quad x = 0 \\ T_x &= T \quad \text{pentru} \quad x = L \end{aligned} \tag{4.19 a}$$

şi condițiile de continuitate:

$$T_{x1} = T_{x2} \quad \text{si} \quad \frac{dT_{x1}}{dx} = \frac{dT_{x2}}{dx} \text{pentru} \quad x = x_T \tag{4.19 b}$$

Se obțin soluțiile:

$$T_x = T \cdot \frac{[1 - \lambda + \lambda \cdot \text{ch}(\mu \cdot L - \mu \cdot x_T)] \cdot \text{sh}(\mu x)}{\text{sh}(\mu L)} \tag{4.20.a}$$

respectiv:

$$T_x = T \cdot \left[\frac{(1-\lambda) \cdot \text{sh}(\mu x) - \lambda \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot x_T) \cdot \text{sh}(\mu L - \mu x)}{\text{sh}(\mu L)} + \lambda\right] \tag{4.20.b}$$

Presiunea locală p_x pe suprafețele portante ale elementelor îmbinării este:

$$p_x = \frac{d\,T_x}{d\,x} \cdot \frac{2}{d_m \cdot z \cdot S_1} \tag{4.21}$$

Pentru cele două zone analizate se poate determina valoarea presiunii p_x introducând în ecuația (4.17) expresiile eforturilor de torsiune T_x din ecuațiile (4.16.a), respectiv (4.16.b):

$$p_x = p_m \cdot \frac{\mu \cdot L \cdot [1 - \lambda + \lambda \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot L - \mu \cdot x_T)] \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot x)}{\text{sh}(\mu \cdot L)} \tag{4.22.a}$$

respectiv

$$p_x = p_m \cdot \frac{\mu \cdot L \cdot [(1-\lambda) \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot x) + \lambda \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot x_T) \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot L - \mu \cdot x)]}{\text{sh}\,(\mu \cdot L)} \tag{4.22.b}$$

Valorile maxime ale presiunii p_x se întâlnesc în secțiunea x = L

$$p_{max} = p_m \cdot \frac{\mu \cdot L \cdot [1 - \lambda + \lambda \cdot \text{ch}(\mu \cdot L - \mu \cdot x_T)] \cdot \text{ch}\,(\mu \cdot L)}{\text{sh}(\mu \cdot L)} \tag{4.23. a}$$

$$p_{max} = p_m \cdot \frac{\mu \cdot L \cdot [(1-\lambda)\cdot ch\,(\mu \cdot L) + \lambda \cdot ch\,(\mu \cdot x_T)]}{sh\,(\mu \cdot L)} \tag{4.23. b}$$

Deoarece presiunea medie p_m are expresia:

$$p_m = \frac{2 \cdot T}{d_m \cdot z \cdot S_1 \cdot L} \tag{4.1}$$

valorile coeficienţilor de concentrare a sarcinii k_d pentru cele două cazuri sunt:

$$k_d = \frac{p_x}{p_m} = \frac{\mu \cdot L \cdot [1 - \lambda + \lambda \cdot ch(\mu \cdot L - \mu \cdot x_T)] \cdot ch(\mu \cdot L)}{sh(\mu \cdot L)} \tag{4.24. a}$$

$$k_d = \frac{\mu \cdot L \cdot [(1-\lambda)\cdot ch\,(\mu \cdot L) + \lambda \cdot ch\,(\mu \cdot x_T)]}{sh\,(\mu \cdot L)} \tag{4.24. b}$$

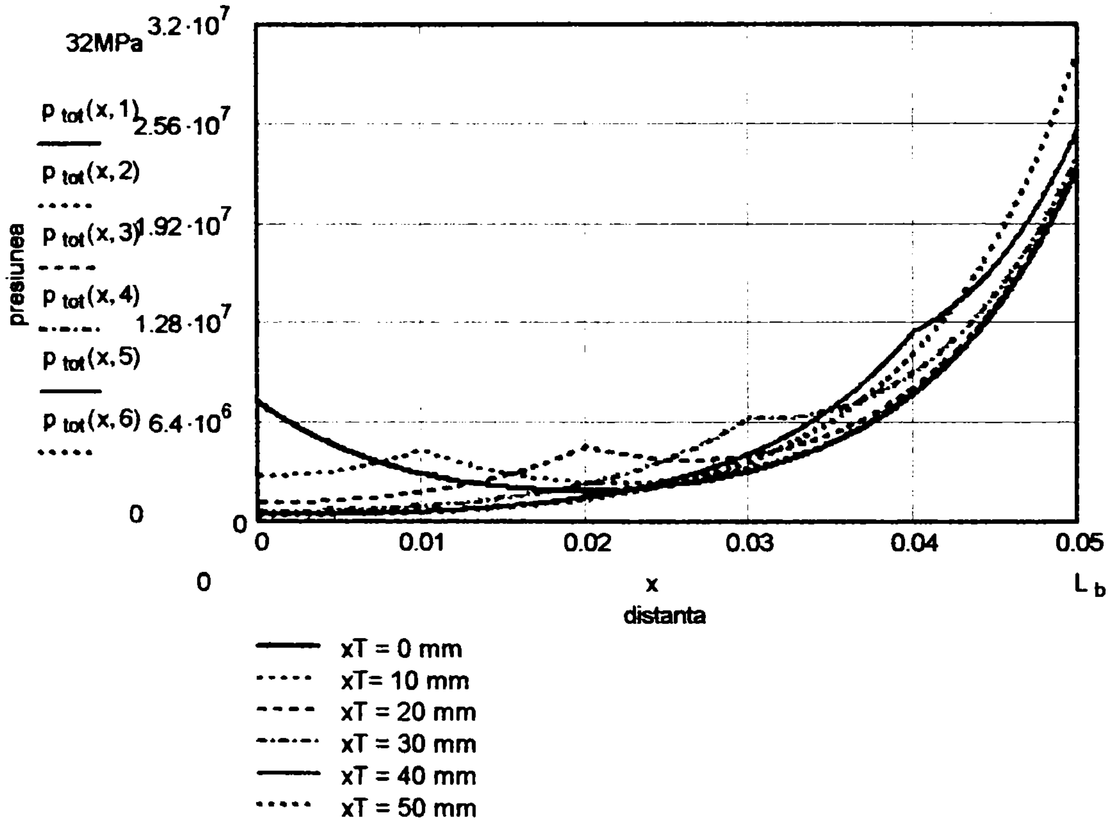


Fig. 4.8. Variaţia presiunii pe lungimea îmbinării pentru diferite secţiuni de aplicare a momentului de răsucire.

Variaţia presiunii pe lungimea îmbinării este prezentată în fig. 4.8, în care se evidenţiază existenţa unui maxim la ambele capete ale îmbinării. Este de asemenea evident că valoarea presiunii maxime şi deci a coeficientului de concentrare a sarcinii (v. şi fig. 4.9 şi Anexa 8) este mai mare dacă momentul de răsucire se aplică mai aproape de zona solicitată a arborelui. Explicaţia acestui fenomen constă în faptul că momentele de torsiune din arbore şi butuc au sensuri opuse, şi deci, deformaţiile unghiulare ale acestora au, de asemenea, sensuri opuse. Din acest motiv, interferenţa dintre suprafeţele portante conjugate este maximă la capătul încărcat cu momentul maxim de torsiune al arborelui şi minimă la celălalt. În acest caz, transferul de sarcină este mai "energic" la capătul îmbinării la care este aplicat momentul de răsucire.

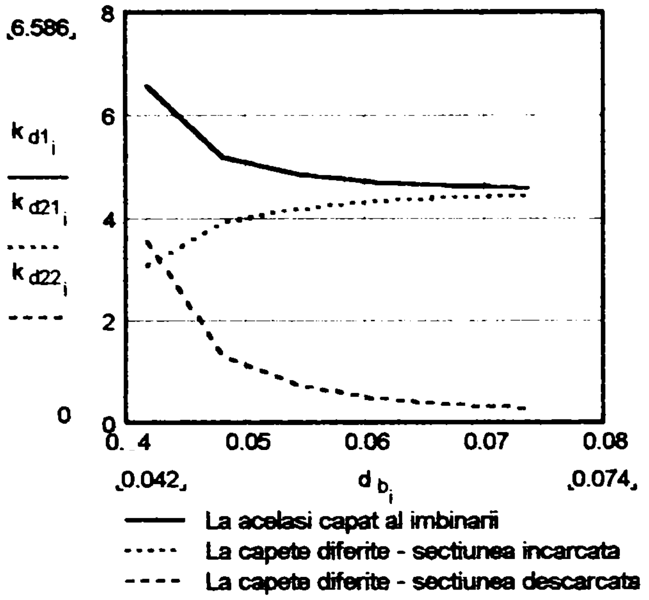


Fig. 4.9. Coeficientul de repartiție a sarcinii pentru diferite diametre ale butucului.

În cazul în care momentele de răsucire sunt aplicate arborelui şi butucului la capete opuse ale îmbinării ($x_T = 0$, cazul arborilor cardanici şi telescopici), momentul de torsiune din arbore şi din butuc şi deformațiile unghiulare ale acestora au acelaşi sens. Din acest motiv, interferența dintre suprafețe portante conjugate este semnificativă pe toată lungimea îmbinării, transferul de sarcină fiind mai uniform distribuit. Transmiterea optimă a încărcării între arbore şi butuc are loc atunci când maximele de presiune din secțiunile x = 0 şi x = L sunt egale. Condiția de optimă portanță este deci:

$$\lambda = \frac{1}{2}, \tag{4.25}$$

adică, conform notațiilor din formula (4.17):

$$G_1 \cdot I_{p1} = G_2 \cdot I_{p2} \tag{4.26}$$

Pentru o îmbinare cu arbore plin, condiția (4.26) devine:

$$d_{b_{opt}} = D \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{G_1}{G_2} \cdot \left(\frac{d}{D}\right)^4} \tag{4.27}$$

În figura 4.10 sunt trasate diagramele de variație a presiunii pentru îmbinări prin caneluri 32 x 38 x 6 x 8 cu lungimea de 50 mm şi cu diametre exterioare ale butucului cuprinse între 42 mm şi 58 mm, utilizând foaia de calcul MATHCAD din Anexa 8. Numai la îmbinarea cu diametrul butucului minim (grosime de 2 mm) presiunile de la capetele îmbinării sunt apropiate.

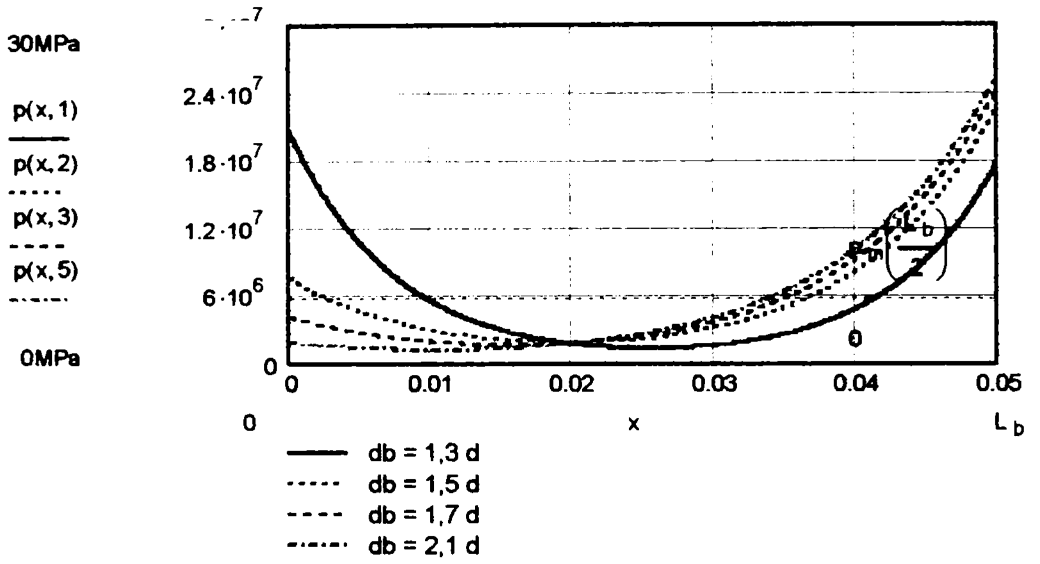


Fig. 4.10. Variația presiunii pe lungimea îmbinării pentru diferite diametre ale butucului.

Pentru seriile de dimensiuni standardizate, condiția de echiportanță se obține, la îmbinările cu butuc de oțel, pentru diametre exterioare ale butucului de (1,13 ... 1,16) D la seria ușoară, (1,08 ... 1,12) D la seria mijlocie și (1,09 ...1,14) D la seria grea. Diametrele optime ale butucului au valori relativ mici și contravin recomandărilor tehnologice pentru elaborarea semifabricatului (grosimea peretelui la turnare sau forjare în matriță) și prelucrare finală (rezistența la tracțiune a butucului la broșarea canelurilor). Din acest motiv, condiția de optimă portanță nu poate fi obținută dar recomandăm proiectarea îmbinărilor cu butuci cu perete cât mai subțire, pentru minimizarea efectului de repartiție neuniformă a sarcinii pe caneluri.

Este evident că, pentru funcționarea optimă a îmbinării (adică pentru încărcarea suprafețelor portante cât mai aproape de condiția de echiportanță), se recomandă să se proiecteze rotorul în așa fel încât transmiterea momentului de răsucire de la disc sau spițe la butuc să se facă la capătul opus celui în care arborele este supus momentului maxim de torsiune. Această condiție nu poate fi îndeplinită întotdeauna, în special din considerente constructive (de exemplu la roțile mici ale transmisiilor mecanice, la care coroana este legată direct de butuc, fără ca roata să mai aibă disc sau spițe). În aceste cazuri, momentul de răsucire se aplică distribuit asupra butucului, pe lățimea coroanei. În ipoteza că transferul de sarcină de la transmisie către rotor este progresiv, se poate considera că momentul de răsucire aplicat butucului este uniform distribuit t:

$$t = \frac{T}{L_c}, \qquad (4.28)$$

unde L_c este lățimea coroanei. Funcția de moment de torsiune din butuc:

$$T_{xb} = t \cdot x - T_x \tag{4.29}$$

impune o formă nouă pentru expresia (4.17 b) a diferențialei rotirii butucului în secțiunea x:

$$d\varphi_{x2} = \frac{\left(t \cdot x - T_x\right) \cdot dx}{G_2 \cdot I_{p2}} \tag{4.30}$$

Ecuația diferențială a transferului de sarcină are în acest caz forma:

$$\frac{d^2 T_x}{dx^2} - \mu^2 \cdot T_x = -\mu^2 \cdot \lambda \cdot t \cdot x \tag{4.31}$$

La rotoarele de tip disc lungimea butucului este egală cu lățimea coroanei. Soluția ecuației diferențiale (4.28) cu condițiile de limită (4.19) este:

$$T_x = T \cdot \left[(1 - \lambda) \frac{sh(\mu x)}{sh(\mu L)} + \lambda \cdot \frac{x}{L} \right], \tag{4.32}$$

o însumare între o lege hiperbolică și una liniară, iar presiunea pe lungimea îmbinării, (v. figura 4.11 și Anexa 8) determinată conform relației(4.21):

$$p_x = p_m \cdot \left[\frac{\mu \cdot L \cdot (1 - \lambda) \cdot ch\,(\mu \cdot x)}{sh\,(\mu \cdot L)} + \lambda \right] \tag{4.33}$$

este crescătoare pe toată lungimea butucului. Coeficientul de concentrare a sarcinii are valoarea:

$$k_d = \frac{\mu \cdot L \cdot (1 - \lambda) \cdot ch\,(\mu \cdot L)}{sh\,(\mu \cdot L)} + \lambda \tag{4.34}$$

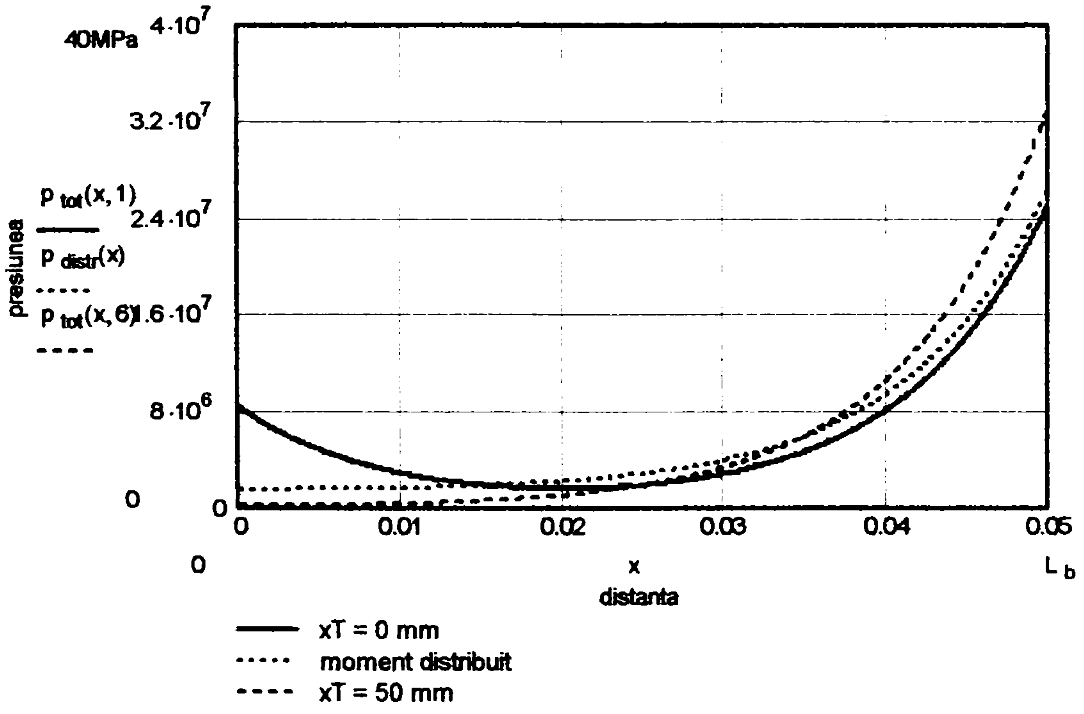


Fig. 4.11. Variația presiunii pe lungimea îmbinării pentru aplicarea distribuită a momentului asupra butucului.

Alura curbei este apropiată de cea pentru aplicarea concentrată a momentului la capătul încărcat al îmbinării, dar valoarea presiunii maxime şi a coeficientului de repartiţie a sarcinii sunt similari aplicării momentului la capătul opus.

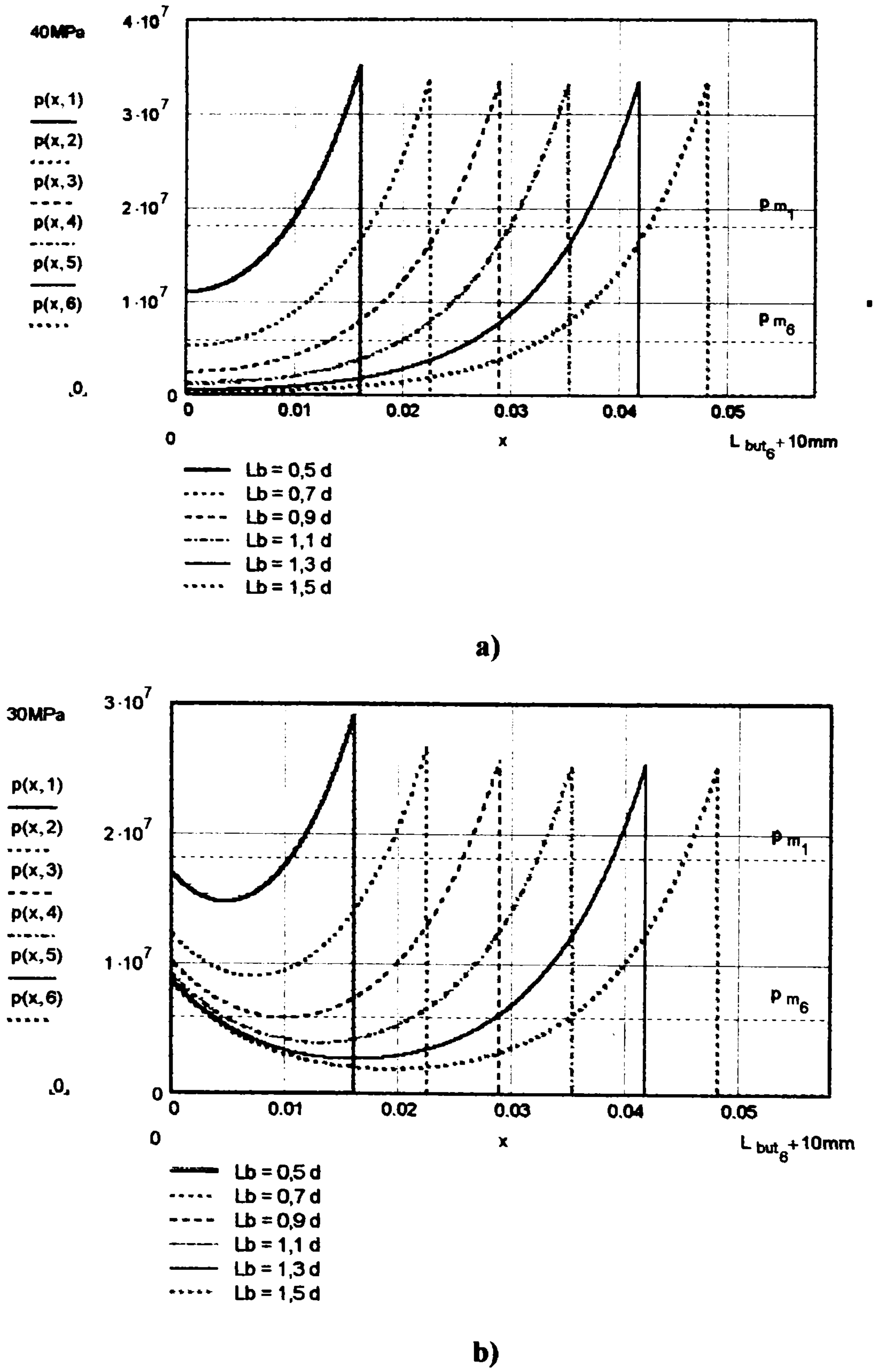


Fig. 4.12. Influența lungimii butucului asupra presiunii din îmbinare, pentru aplicarea momentelor de răsucire asupra arborelui şi butucului: a) la acelaşi capăt al îmbinării; b) la capetele opuse ale îmbinării.

Relația 4.1 și percepția comună consideră că presiunea pe caneluri este invers proporțională cu lungimea îmbinării. Diagramele din figura 4.12 (v și Anexa 8), și relațiile (4.23) contrazic această ipoteză. Valoarea maximă a presiunii din îmbinare este aproape aceiași pentru orice lungime a butucului îmbinării cuprinsă între 0,5 d și 1,5 d, indiferent de secțiunea de aplicare a momentului de răsucire. Se poate estima că doar o fracțiune din lungimea butucului de (0,5 ... 1) d participă eficient la preluarea momentului de răsucire. Nu este rațional deci să se proiecteze îmbinări cu butuci prea lungi, pe lângă dezavantajul gabaritic și al consumului mai ridicat de material adăugându-se și sporirea gradului de nedeterminare statică al îmbinării prin creșterea ariei nominale de contact, ceea ce impune ridicarea preciziei geometrice a elementelor îmbinării sau mărirea jocurilor pentru a respecta pe toată lungimea condițiile de montaj (v. §3.1).

Pentru calculul coeficientului k_d de repartiție a sarcinii se raportează presiunea maximă la cea medie, care este invers proporțională cu lungimea îmbinării. Valorile acestui coeficient (v. fig. 4.13 și Anexa 8), cresc pentru lungimi ale butucului mai mari. Pentru îmbinarea de referință, studiată în anexa 8, coeficienții variază între 2 și 6 pentru aplicarea (defavorabilă, fig. 4.12 a) a momentului de răsucire asupra butucului în secțiunea încărcată a îmbinării și între 2 și 4 pentru aplicarea momentelor de răsucire asupra arborelui și butucului la capetele opuse ale îmbinării. Se remarcă utilizarea eficientă a lungimii nominale a îmbinării și valorile minime egale pentru ambele cazuri de încărcare dacă lungimea îmbinării este egală cu jumătate din diametrul său interior. La îmbinările scurte, modalitatea de aplicare a răsucirii asupra butucului este mai puțin importantă, observație utilizată la alegerea îmbinării de încercat pe standul descris în capitolul 6.

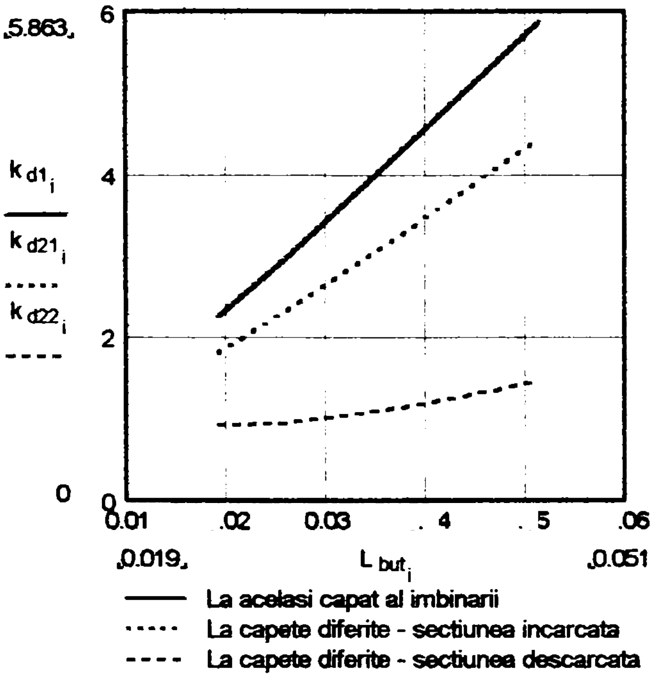


Fig. 4.13. Coeficientul de repartiție a sarcinii în funcție de lungimea butucului

Studiul făcut în acest capitol utilizează, pentru determinarea rigidităților canelurilor metoda prezentată în capitolul 5, care consideră neglijabilă apropierea dintre corpurile aflate în contact produsă de deformațiile microneregularităților suprafețelor portante. Deformațiile canelurilor produse de distribuțiile de presiuni astfel determinate (v. fig. 4.14 și Anexele 8 și 9) sunt însă mai mici decât înălțimea microneregularităților, ceea ce impune luarea în calcul a rigidității de contact a microgeometriei canelurilor.

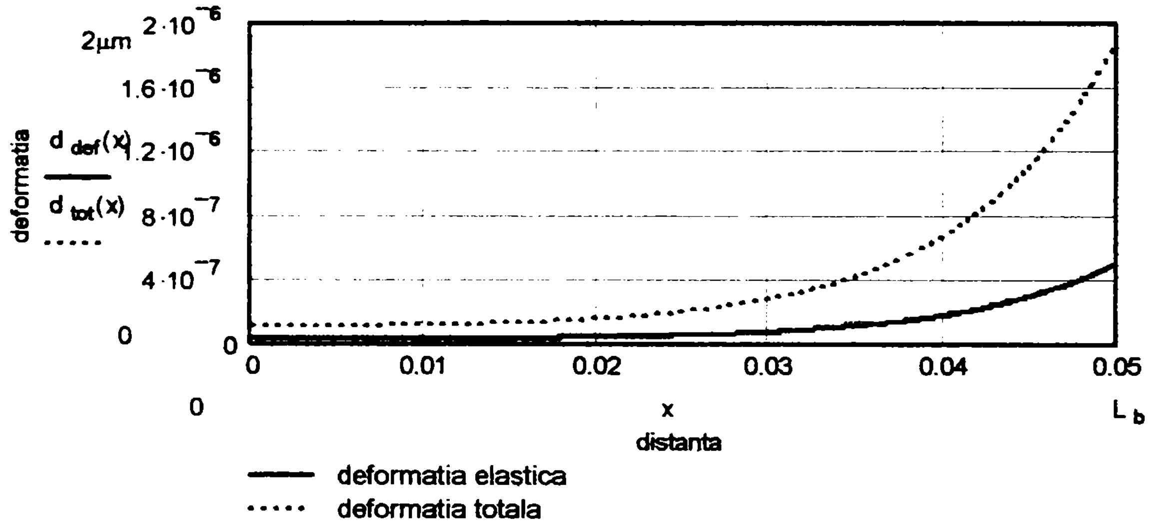


Fig. 4.14. Deformația însumată a canelurilor

Funcția rigidității de contact [B1; K7] are forma generală:

$$a(p_c) = R_p \cdot \left(\frac{p_c}{\alpha \cdot t_m \cdot p_r} \right)^{1/v}, \tag{4.35}$$

unde: - $a(p_c)$ este apropierea relativă între corpuri în funcție de presiunea efectivă;

- R_p – adâncimea de nivelare;
- p_c – presiunea efectivă de contact;
- p_r – presiunea reală de contact.

Pentru suprafețe portante rugoase ($R_a > 0{,}16$ μm) fără ondulații (valuri) se poate utiliza relația aproximativă:

$$a(p_c) = 3{,}4 \cdot R_a \cdot \left(\frac{p_c}{p_r} \right)^{1/3}, \tag{4.36}$$

unde R_a este abaterea medie aritmetică a profilului.

Deoarece dependența sarcină / deformație nu este liniară, prin derivarea ecuației (4.15) nu se mai obține o ecuație diferențială liniară. Pentru a putea rezolva ecuația, se înlocuiește dependența (4.36) cu una liniară aproximativă (v. figura 4.15 și anexa 8), pe intervalul de presiuni estimat $[0; p_{max}]$:

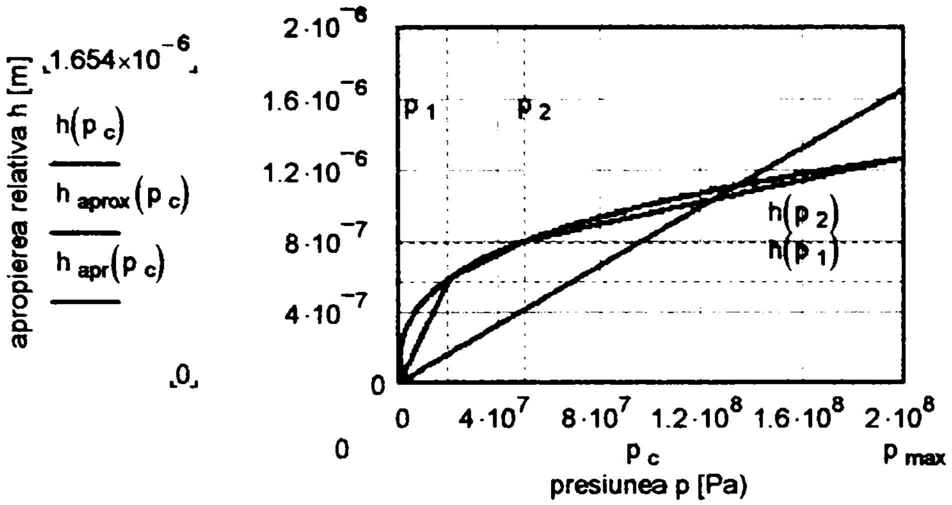


Fig. 4.15. Diagrama rigidității de contact.

$$a_{aprox}(p) = a\left(\frac{2}{3}\cdot p_{max}\right)\cdot\frac{p}{\frac{2}{3}p_{max}} \tag{4.37}$$

care intersectează curba teoretică în punctul $A\left(\frac{2}{3}p_{max};a\left(\frac{2}{3}p_{max}\right)\right)$, cu elasticitatea aproximată:

$$e_{aprox} = a\left(\frac{2}{3}\cdot p_{max}\right)\cdot\frac{E}{\frac{2}{3}p_{max}} \tag{4.38}$$

Erorile introduse prin această aproximație sunt relativ mari. Pentru calcule mai precise se aproximează dependența dinte apropierea relativă și presiunea efectivă prin tronsoane liniare (v. fig. 4.16 și Anexa 9) care intersectează curba teoretică în punctele $A_i(p_i;a(p_i))$, (unde p_i sunt valori intermediare convenabil alese ale presiunii în intervalul [0; p_{max}]), și care au expresiile:

$$a_{apr_i}(p) = a(p_i) + \frac{a(p_{i+1}) - a(p_i)}{p_{i+1} - p_i}\cdot(p - p_i) \tag{4.39}$$

Elasticitățile de contact pe tronsoanele considerate sunt:

$$e_{c_i} = \frac{a(p_{i+1}) - a(p_i)}{p_{i+1} - p_i}\cdot E \tag{4.40}$$

și elasticitatea totală (de deformație și de contact):

$$e_{tot_i} = e_{def} + e_{c_i} \tag{4.41}$$

Pentru obținerea soluției aproximative cu precizie satisfăcătoare am realizat o foaie de calcul MATHCAD (Anexa 9) folosind o metodă iterativă. Pentru valori ale presiunii maxime și intervale de presiuni se determină succesiv elasticitatea de deformație, elasticitatea aproximativă

(4.38) şi repartiţia presiunilor pentru aceste aproximaţii (figura 4.16 şi Anexa 9). Se aleg apoi valorile intermediare p_i ale presiunii pe caneluri şi se determină numeric (utilizând funcţia **root** a programului MATHCAD) abscisele x_i ale secţiunilor în care presiunea are valorile p_i.

Soluţiile ecuaţiilor diferenţiale liniare de transfer a sarcinii:

$$T_{x_i} = T \cdot (C_{2i-1} \cdot e^{\mu x} + C_{2i} \cdot e^{-\mu x}) \quad (4.42)$$

aproximează pe intervalele $[x_i; x_{i+1}]$ soluţia exactă, trebuie să îndeplinească condiţiile de limită (4.19 a) şi condiţiile de continuitate:

$$T_{x_i} = T_{x_{i+1}} \quad \text{si} \quad \frac{dT_{x_i}}{dx} = \frac{dT_{x_{i+1}}}{dx} \text{pentru} \quad x = x_i \quad (4.43)$$

Constantele de integrare C_i se obţin prin rezolvarea sistemului dat de ecuaţiile (4.19)şi (4.43) (v şi Anexa 9) utilizând funcţia **lsolve** a programului MATHCAD. Soluţia aproximativă obţinută pentru funcţia de moment de torsiune este prezentată în figura 4.16, pentru cele două variante de aplicare a momentului de răsucire asupra butucului.

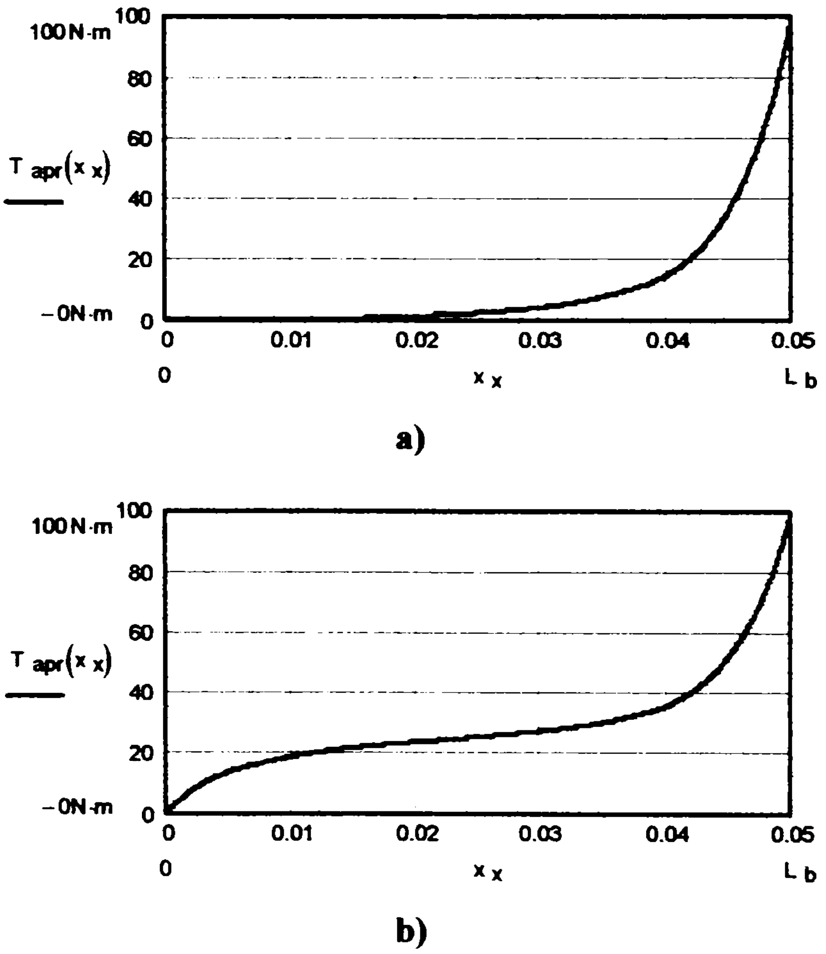
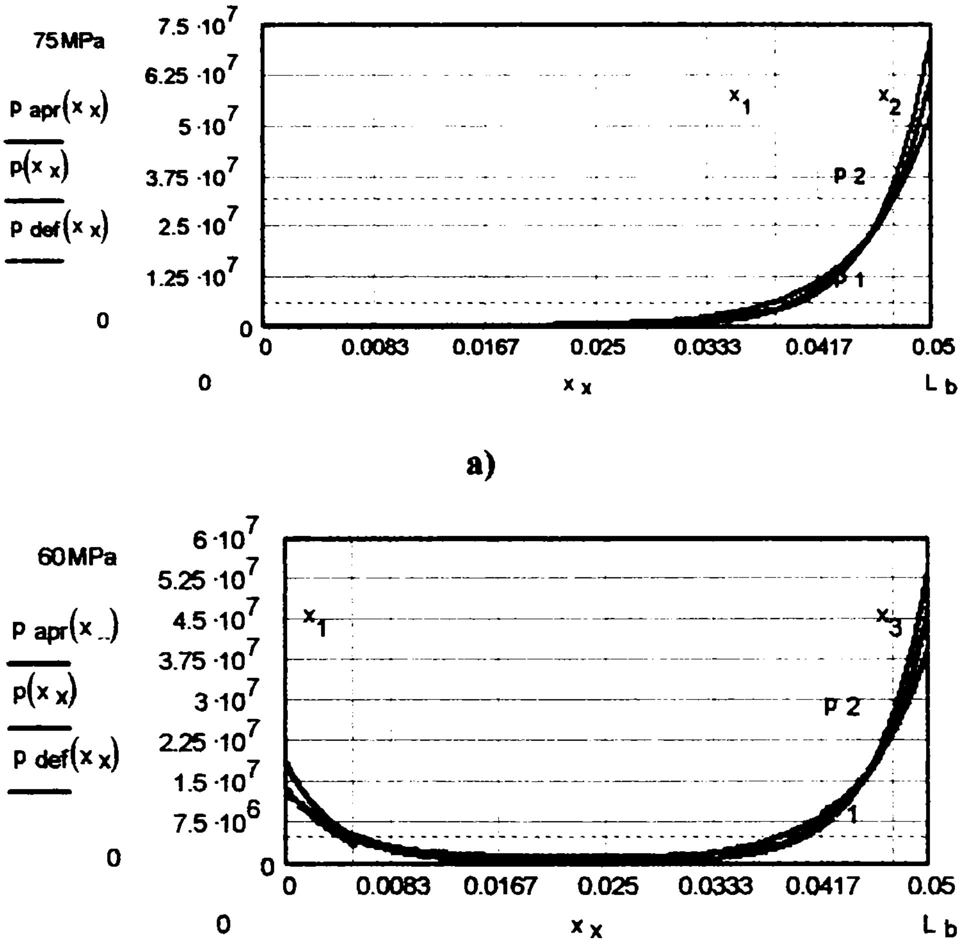


Fig. 4.16. Diagramele momentului de torsiune aproximativ din arbore pentru aplicarea momentelor de răsucire asupra arborelui şi butucului: a) la acelaşi capăt al îmbinării; b) la capetele opuse ale îmbinării.

Diagramele de variaţie a presiunii pe lungimea îmbinării (prezentate în figura 4.17), pentru cele două cazuri studiate, se obţin, conform ecuaţiei (4.21), prin derivarea funcţiilor de moment de torsiune (4.42).



a)

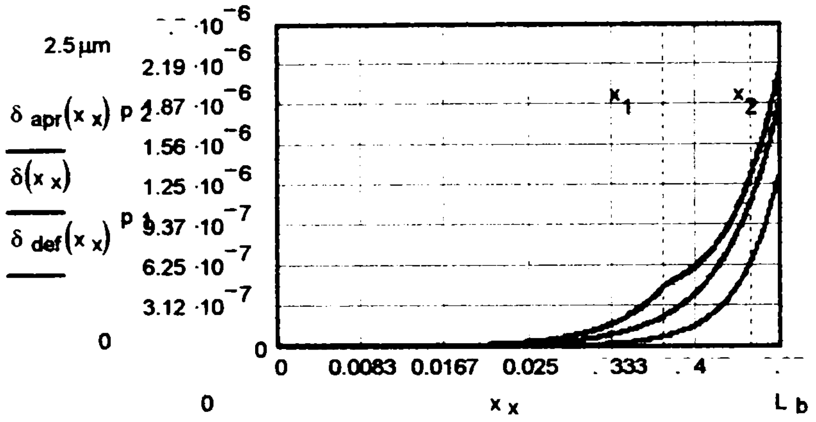
b)

Fig. 4.17. Variaţia presiunii pe caneluri pentru aplicarea momentelor de răsucire asupra arborelui şi butucului: a) la acelaşi capăt; b) la capetele opuse ale îmbinării.

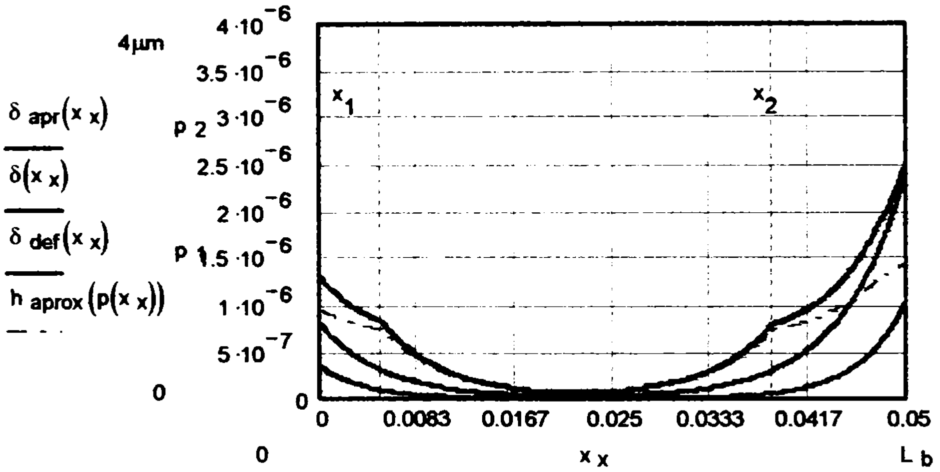
Se compară apoi presiunile din secţiunile x_i la începutul şi sfârşitul iteraţiei. Dacă diferenţele sunt peste o valoare maximă admisă de precizia de calcul necesară, calculul se reia cu noile valori ale presiunii. Dacă precizia este suficientă, soluţia aproximativă se acceptă.

Deformaţiile aproximative însumate ale canelurilor, calculate cu metoda iterativă, prezentate în figura 4.18, indică o participare mai intensă a mijlocului îmbinării la transferul de sarcină decât am presupus iniţial. Totuşi, presiunea din îmbinare prezintă maxime semnificative la capetele îmbinării, coeficienţii de repartiţie având valori în intervalele precizate.

Deformaţiile estimate au însă valori de ordinul micronilor, adică în domeniul distanţelor iniţiale dintre caneluri studiate în §3.2. Intrarea în contact a canelurilor nu se face pe toată lungimea îmbinării ci începând de la capete. De aceea, la iteraţiile iniţiale, pentru calculul coeficienţilor μ_i (ec. 4.17) se consideră în contact z_c = 3 caneluri iar la iteraţiile ulterioare numărul de caneluri în contact pe tronsoanele de la capetele îmbinării va fi determinat în funcție de erorile de pas ca în capitolul 3.



a)



b)

Fig. 4.18. Deformațiile canelurilor pentru aplicarea momentelor de răsucire asupra arborelui și butucului: a) la același capăt; b) la capetele opuse ale îmbinării.

§4.4. Repartiția sarcinii datorită abaterilor de paralelism ale suprafețelor portante ale arborelui și butucului față de axa îmbinării

Abaterile de paralelism ale suprafețelor portante față de axa îmbinării sunt urmare a erorilor de generare (prin frezare sau rectificare pentru arbore, prin broșare pentru butuc, vezi și paragraful 1.7) și se pot defini ca suma distanțelor dintre generatoarea cilindrului de diametru mediu d_m și suprafețele portante ale arborelui, respectiv butucului, pe direcția tangentei la acest cilindru perpendiculară pe axa lui.

În primă aproximație, aceste erori pot fi considerate ca fiind proporționale cu distanța **x** dintre secțiune în care ele sunt măsurate și capătul îmbinării.

$$\Delta = \xi \cdot x \tag{4.44}$$

În acest caz, în ecuația diferențială (4.10) mai apare un termen:

$$\frac{dT}{dx} = c_T \cdot \left(\varphi_{x1} - \varphi_{x2} - \frac{2 \cdot \xi \cdot x}{d_m} \right) \tag{4.45}$$

iar ecuațiile (4.14. a) și (4.14. b) devin:

$$\frac{d^2 T_x}{d x^2} - \mu^2 \cdot T_x = \Psi \tag{4.46 a}$$

pentru cazul a, respectiv:

$$\frac{d^2 T_x}{d x^2} - \mu^2 \cdot T_x = -\mu^2 \cdot \lambda \cdot T - \Psi, \tag{4.46 b}$$

unde $\Psi = \frac{2\xi}{d_m} \cdot \mu^2 \cdot \lambda \cdot G_2 \cdot I_{p2}$ [N / mm]

Ecuațiile (4.27. a) și (4.27. b) au soluții de forma

$$T_x = T_{0x} + T_{ex}, \tag{4.47}$$

unde:

T_{ex} – momentul suplimentar de torsiune în secțiunea **x** a îmbinării datorită erorii geometrice pe lungimea îmbinării.

Prin rezolvarea ecuațiilor diferențiale (4.27. a) și (4.27. b) se obține expresia acestei variații (4.28), în ipoteza că eroarea geometrică este redusă în comparație cu deformațiile elastice ale suprafețelor portante, adică această eroare nu produce diminuarea lungimii efective de contact și deci condițiile inițiale de rezolvare sunt aceleași ca și la ecuațiile (4.15. a) și (4.15. b):

$$T_{ex} = -\frac{\Psi}{\mu^2} \cdot \frac{\mathrm{sh}(\mu x) + \mathrm{sh}(\mu L - \mu x)}{\mathrm{sh}(\mu L)} \tag{4.48}$$

Legea de variație a presiunii pe lungimea îmbinării, determinată și în acest caz cu formula (4.17), are forma (4.26):

$$p_x = p_{x0} + \Delta p_{ex} \tag{4.49}$$

unde:

- p_x [N/mm^2] – presiunea în secțiunea x;
- p_{0x}[N/mm^2] – presiunea în secțiunea x a îmbinării fără erori;

- Δp_{ex} [N/mm^2] – variația presiunii în secțiunea x datorată erorii de paralelism a suprafețelor portante.

Expresia componentei p_{ex} a presiunii de contact este reprezentată în ecuația (4.31):

$$\Delta p_{ex} = -\frac{2 \cdot \Psi}{d_m \cdot z \cdot S_1 \cdot \mu} \cdot \frac{ch(\mu x) + ch(\mu L - \mu x)}{sh(\mu L)} \tag{4.50}$$

Valoarea maximă a presiunii p_{max} se regăsește în secțiunile x = 0 sau x = L, conform expresiilor (4.22.a) și (4.22.b), la care se adaugă variația maximă Δp_{ex} a presiunii datorată erorilor de paralelism a suprafețelor portante:

$$\Delta p_{e\,max} = -\frac{2 \cdot \Psi}{d_m \cdot z \cdot S_1 \cdot \mu} \cdot \frac{1 + ch(\mu L)}{sh(\mu L)} \tag{4.51}$$

și coeficientul total de concentrare a sarcinii pe lungimea îmbinării cu erori de paralelism a suprafețelor portante se poate exprima ca în (4.32):

$$k_{et} = k_D + k_e \tag{4.52}$$

unde:

k_{et} [-] – coeficientul total de repartiție a sarcinii pe lungimea îmbinării cu erori de paralelism a suprafețelor portante;

k_e [-] – coeficientul de repartiție a sarcinii pe lungimea îmbinării datorită erorilor de paralelism a suprafețelor portante.

Expresia acestuia din urmă este dată în formula:

$$k_e = -\frac{\Psi \cdot L}{T \cdot \mu} \cdot \frac{1 + ch(\mu L)}{sh(\mu L)} \tag{4.53}$$

Se observă că k_e depinde invers proporțional de valoarea T a momentului de răsucire care este transmis prin îmbinare.

Pentru valori mici ale momentului de răsucire T, deformațiile elastice ale arborelui și butucului sunt mai mici decât erorile de paralelism ale suprafețelor portante. Contactul nu se mai face pe toată lungimea îmbinării, ci numai pe o porțiune limitată de lungime L_0. Coeficienții de concentrare a sarcinii au valori mai ridicate.

Pentru îmbinările solicitate și cu moment de răsturnare, acesta produce o supraîncărcare a capetelor îmbinării. Pentru cumularea efectului răsturnării trebuie în acest caz **adăugat** coeficientul de suprasarcină:

$$k'_{M_r} = \frac{\Delta p_{max}}{p_m} = \frac{6 \cdot M_r \cdot d_m}{T \cdot L} \tag{4.54}$$

Capitolul 5.

Rigiditatea canelurilor

Rigiditatea canelurilor este, aşa cum s-a arătat în capitolele 3 şi 4, parametrul principal care influenţează repartizarea pe suprafeţele portante ale îmbinărilor. Deformaţiile produse de contactul sub sarcină dintre caneluri sunt o însumare a efectelor unei stări complexe de tensiuni şi deformaţii, dificil de determinat analitic. În cele ce urmează, se prezintă o metodă de determinare a rigidităţii canelurilor, se face un studiu al variaţiei rigidităţii pentru seriile de dimensiuni standardizate şi se propun relaţii simple pentru calcule rapide.

§5.1 Principii şi convenţii de calcul a rigidităţii canelurilor

Rigiditatea perechii de elemente portante c_F se defineşte ca raportul dintre rezultanta F_i ce acţionează asupra suprafeţei portante pe direcţia tangentei la cercul mediu, la intersecţia acestuia cu faţa portantă a canelurilor şi „interferenţa" Δ_i a acestora.

$$c_F = \frac{F_i}{\Delta_i} \quad [\text{N/mm}] \tag{5.1}$$

În cele ce urmează, se va considera că suma deformaţiilor canelurilor de pe arbore δ_a şi din butuc δ_b pe direcţie tangentă la cercul mediu, la intersecţia acestuia cu faţa portantă a canelurilor este egală cu Δ_i. Deformaţiile de contact (ale microneregularităţilor suprafeţelor portante) se consideră a fi mici în comparaţie cu Δ_i.

$$\Delta = \delta_a + \delta_b \quad [\text{mm}] \tag{5.2}$$

Calculul analitic al deformaţiilor canelurilor de pe arbore şi din butuc se face folosind metoda Mohr-Maxwell generalizată. Se vor lua deci în considerare eforturile de compresiune, forfecare şi încovoiere din caneluri, considerate ca grinzi încastrate pe arbore, respectiv butuc, deformaţia totală fiind suma deformaţiilor produse de fiecare efort în parte.

$$\delta_{a.b} = \delta_{na,b} + \delta_{fa,b} + \delta_{ia,b} \quad [\text{mm}] \tag{5.3}$$

unde:

$\delta_{na,b}$ [mm]–este deformația produsă de eforturile normale de compresiune;

$\delta_{fa,b}$ [mm]–este deformația produsă de eforturile tangențiale de forfecare;

$\delta_{ia,b}$ [mm]–este deformația produsă de eforturile de încovoiere;

$$\delta_{na,b} = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{F_{na,b}(y) \cdot f_{na,b}(y)}{E_{a,b} \cdot A_{a,b}(y)} \cdot dy \tag{5.4}$$

$$\delta_{fa,b} = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{F_{fa,b}(y) \cdot f_{fa,b}(y)}{G_{a,b} \cdot A_{a,b}(y)} \cdot dy \tag{5.5}$$

$$\delta_{ia,b} = \int_{y_{min}}^{y_{max}} \frac{F_{ia,b}(y) \cdot f_{ia,b}(y)}{E_{a,b} \cdot A_{a,b}(y)} \cdot dy \tag{5.6}$$

unde:

$F_{na,b}$ [N] – este efortul normal de compresiune;

$F_{fa,b}$ [N] – este efortul tangențial de forfecare;

$M_{ia,b}$ [mNm] – este efortul de încovoiere;

din canelura arborelui, respectiv a butucului

$f_{na,b}$ [-] – este efortul normal de compresiune;

$f_{fa,b}$ [-] – este efortul tangențial de forfecare;

$m_{ia,b}$ [mm] – este efortul de încovoiere.

din grinda conjugată canelurii arborelui, respectiv a butucului, produsă de sarcina unitară aplicată pe direcția deformației δ:

$E_{a,b}$ [MPa] – sunt modulele de elasticitate longitudinale;

$G_{a,b}$ [MPa] – sunt modulele de elasticitate transversale

ale materialelor arborelui, respectiv butucului

$A_{a,b}$ [mm^2] – este aria;

$I_{a,b}$ [mm^4] – este momentul de inerție axial

secțiunii perpendiculară pe axa canelurii din arbore, respectiv butuc.

$y_{min,max}$ [mm] – este cota de la centrul arborelui până la capetele grinzii echivalente canelurii.

Sistemul de coordonate ales pentru definirea geometriei canelurilor este cel uzual în studiul grinzilor încastrate:

- axa Ox – axa geometrică a îmbinării
- axa Oy – axa de simetrie a canelurii
- axa Oz – axa perpendiculară pe planul de simetrie a canelurii în secţiune transversală.

Sistemul de coordonate corespunzătoare canelurii de pe arbore este rotit cu o jumătate de pas unghiular (π / z) faţă de cel corespunzător canelurii din butuc.

Studiul se face pentru o îmbinare de lungime Δx . Presiunea pe toată suprafaţa de contact se consideră constantă.

În aceste condiţii,

$$A_{a,b}(y) = \Delta x \cdot s_{a,b}(y) \quad [\mathrm{mm}] \tag{5.7}$$

$$I_{a,b}(y) = \frac{1}{12} \cdot \Delta x \cdot s^3_{a,b}(y) \quad [\mathrm{mm}] \tag{5.8}$$

unde $s_{a,b}(y)$ [mm] este lăţimea canelurii la distanţa y faţă de axa îmbinării pentru arbore, respectiv pentru butuc.

Pentru toate tipurile de caneluri, contactul între canelurile conjugate are loc doar pe o zonă a flancului, şi nu pe toată înălţimea canelurii. Se notează cu N respectiv P punctele de pe flancul canelurii, în secţiune transversală, corespunzătoare diametrului minim, respectiv maxim, ale zonelor de contact.

Rezultanta presiunilor F_i are, în toate cazurile studiate expresia:

$$F_i = \frac{d_P - d_N}{2} \cdot p \cdot \Delta x \quad [\mathrm{N}] \tag{5.9}$$

unde $d_{P,N}$ [mm] sunt diametrele corespunzătoare punctelor P, respectiv N.

Pentru exprimarea mai comodă a rigidităţii c_F prin integrale Mohr-Maxwell din formulele (4.4); (4.5); (4.6) vom introduce noţiunea de „elasticitate geometrică” e, a canelurilor, înţelegând prin aceasta deformaţia canelurii relativă la diametrul mediu produsă de presiunea p ce acţionează asupra unei suprafeţe portante cu modul de elasticitate transversal E, unitar.

$$e = \delta \cdot \frac{E}{p} \quad [\mathrm{mm}] \tag{5.10}$$

Elasticitatea geometrică totală a elementelor portante ale îmbinării va fi suma elasticităţilor parţiale ale arborelui şi butucului, pentru fiecare efort în parte.

$$e_{tot} = e_a + e_b \quad [\mathrm{mm}] \tag{5.11}$$

$$e_{a,b} = e_{na,b} + e_{fa,b} + e_{ia,b} \quad [\mathrm{mm}] \tag{5.12}$$

§5.2. Rigiditatea canelurilor dreptunghiulare

Geometria îmbinării prin caneluri dreptunghiulare este definită de: diametrul interior d, diametrul exterior D, lăţimea canelurii b, numărul de caneluri z, diametrul minim al degajărilor de rectificare d_1, lăţimea degajării de rectificare f, teşitura canelurii pe arbore c şi racordarea canelurii din butuc r.

Pentru determinarea diagramelor de eforturi produse în canelura de pe arbore, respectiv din butuc şi a legii de variaţie a lăţimii canelurii în funcţie de distanţa y de la centrul îmbinării până la planul în care aceasta se măsoară se face următorul studiu geometric.

Datorită lăţimii finite b a canelurii dreptunghiulare suprafaţa portantă a canelurii nu este conţinută într-un plan radial. Normala la această suprafaţă formează cu tangenta la cercul de diametru d_y unghiul γ_y (fig. 5.1.):

$$\gamma_y = \arcsin\frac{b}{d_y} \tag{5.13}$$

Coordonatele punctului curent M_a de pe flancul canelurii de pe arbore în zona rectilinie:

$$\begin{aligned} y_{M_a} &= \frac{d_y}{2}\cdot\cos\gamma_y \\ z_{M_a} &= \frac{d_y}{2}\cdot\sin\gamma_y \end{aligned}, \tag{5.14}$$

respectiv cele ale unui punct curent M_b de pe flancul canelurii din butuc vor fi:

$$\begin{aligned} y_{M_b} &= \frac{d_y}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}-\gamma_y\right) \\ z_{M_b} &= \frac{d_y}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}-\gamma_y\right) \end{aligned} \tag{5.15}$$

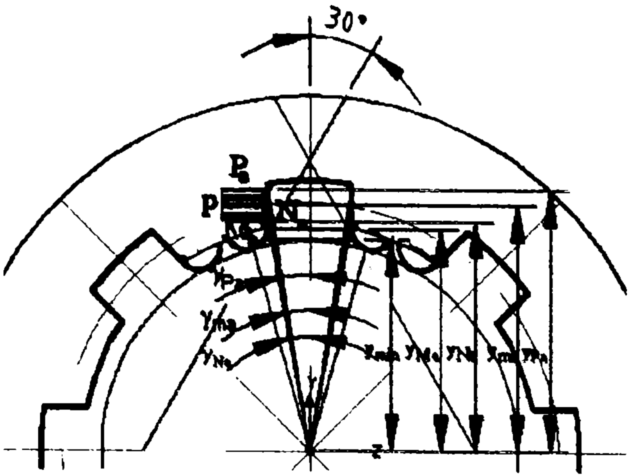


Fig. 5.1. Geometria canelurii de pe arbore

Lățimea canelurii din arbore, respectiv butuc, pe direcție perpendiculară pe axa canelurii, se definește pe două tronsoane:

- $s_{1a,b}$ în zona rectilinie, respectiv
- $s_{2a,b}$ în zona de racordare de la baza canelurii.

Pentru arbore:

$$s_{1a} = b$$
$$s_{2a}(y) = b + 2 \cdot r_d - 2 \cdot \sqrt{r_d^2 - \left(\frac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) - y\right)^2} \tag{5.16}$$

respectiv pentru butuc:

$$s_{b1}(y) = 2 \cdot y \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right) - \frac{b}{\cos\left(\frac{\pi}{z}\right)}$$
$$s_{b2}(y) = 2\left[z_{pb} + r \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z}\right) - \sqrt{r^2 - \left(y - y_{pb} + r \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right)^2}\right] \tag{5.17}$$

unde: y_{Pb} și z_{Pb} sunt coordonatele punctului P față de sistemul de referință al butucului.

Încastrarea canelurii pe arbore, respectiv în butuc se consideră a fi secțiunea cuprinsă între punctele de tangență ale racordării de la baza canelurii cu drepte înclinate cu 30° fața de axa de simetrie a canelurii.

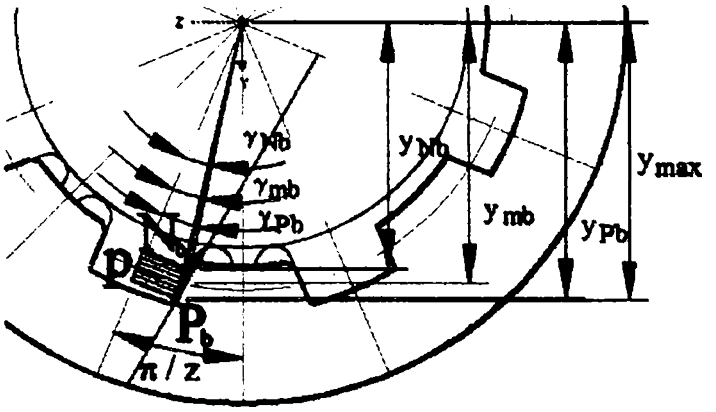


Fig. 5.2. Geometria canelurii din butuc

Funcțiile de eforturi din canelura de pe arbore, în variabila y, se scriu în ipoteza repartiției uniforme a presiunii pe înălțimea canelurii. Considerând o valoare unitară a presiunii, funcțiile de eforturi depind numai de geometria canelurii, și vor fi numite eforturi geometrice.

Pentru zona de contact, cuprinsă între punctele N_a și P_a, variația momentului încovoietor M_{ia1} și a forței tăietoare F_{ta1} este dată de relațiile:

$$M_{ia1}(y) = \frac{(y_{Pa} - y)^2}{2} \qquad (5.18)$$
$$F_{ta1}(y) = y_{Pa} - y,$$

efortul normal F_{na} fiind nul.

Pentru baza canelurii, cuprinsă între punctul N_a şi secţiunea de încastrare, funcţiile de eforturi au expresiile:

$$M_{ia2}(y) = (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2} - y \right) \qquad (5.19)$$
$$F_{ta2}(y) = y_{Pa} - y_{Na}$$

Funcţiile de eforturi astfel definite se vor utiliza în studiul elasticităţii canelurii, cu ajutorul programului Mathcad 2001. Pentru exemplificare, se prezintă diagramele de eforturi geometrice – moment încovoietor şi forţa tăietoare –, realizate în Mathcad 2001 (v. Anexa 10).

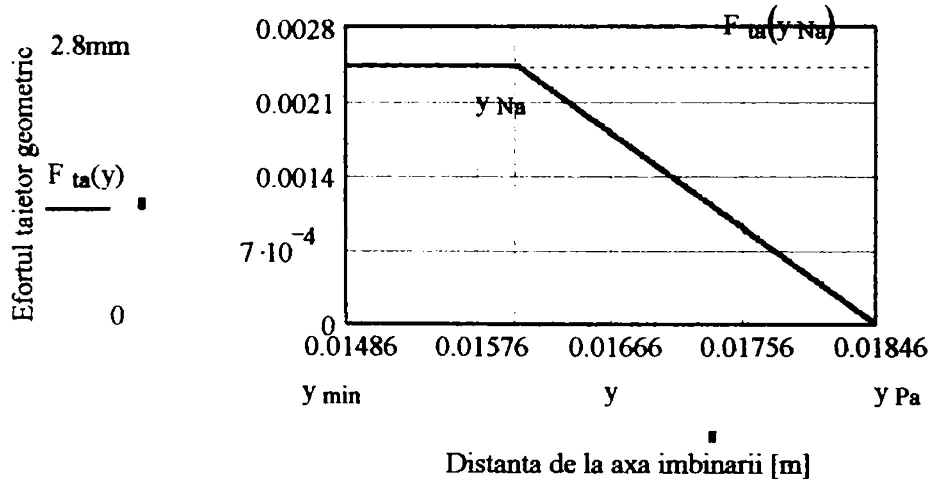


Fig. 5.3. Variaţia efortului tăietor geometric din canelura arborelui

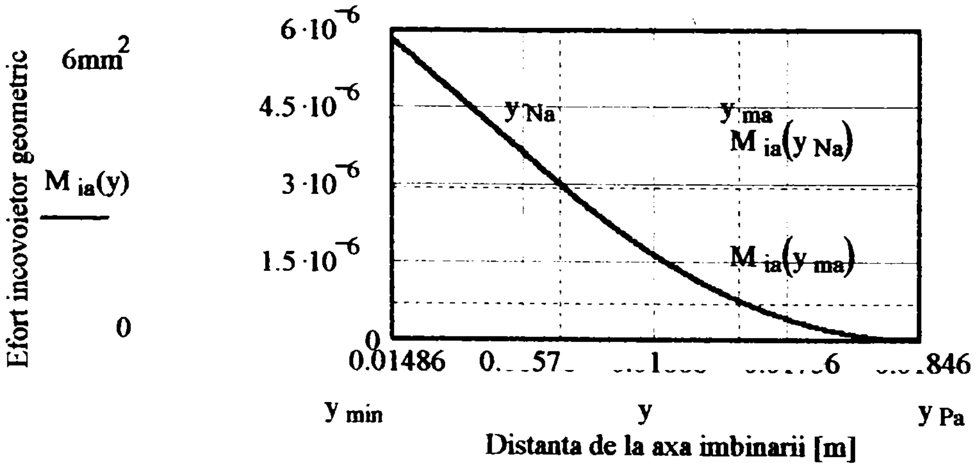


Fig. 5.4. Variaţia efortului încovoietor geometric din canelura arborelui

Funcțiile de eforturi pentru canelura din butuc, în zona de contact respectiv la baza canelurii:

$$F_{nb1}(y)=(y-y_{Nb})\cdot tg\left(\frac{\pi}{z}\right)$$

$$F_{tb1}(y)=y-y_{Nb}$$

$$M_{ib1}(y)=\frac{y-y_{Nb}}{2}\cdot\left[(y-y_{Nb})-s_{b1}\left(\frac{y+y_{Nb}}{2}\right)tg\left(\frac{\pi}{z}\right)\right] \qquad (5.19)$$

$$F_{nb2}(y)=(y_{Pb}-y_{Nb})\cdot tg\left(\frac{\pi}{z}\right)$$

$$F_{nb2}(y)=(y_{Pb}-y_{Nb})\cdot tg\left(\frac{\pi}{z}\right)$$

$$F_{tb2}(y)=y_{Pb}-y_{Nb} \qquad (5.20)$$

$$M_{ib2}(y)=(y_{Pb}-y_{Nb})\cdot\left[\left(y-\frac{y_{Pb}+y_{Nb}}{2}\right)-\frac{s_{b1}\cdot\left(\frac{y_{Pb}+y_{Nb}}{2}\right)}{2}\cdot tg\left(\frac{\pi}{z}\right)\right]$$

sunt prezentate grafic în figurile 5.5, 5.6 și 5.7 respectiv:

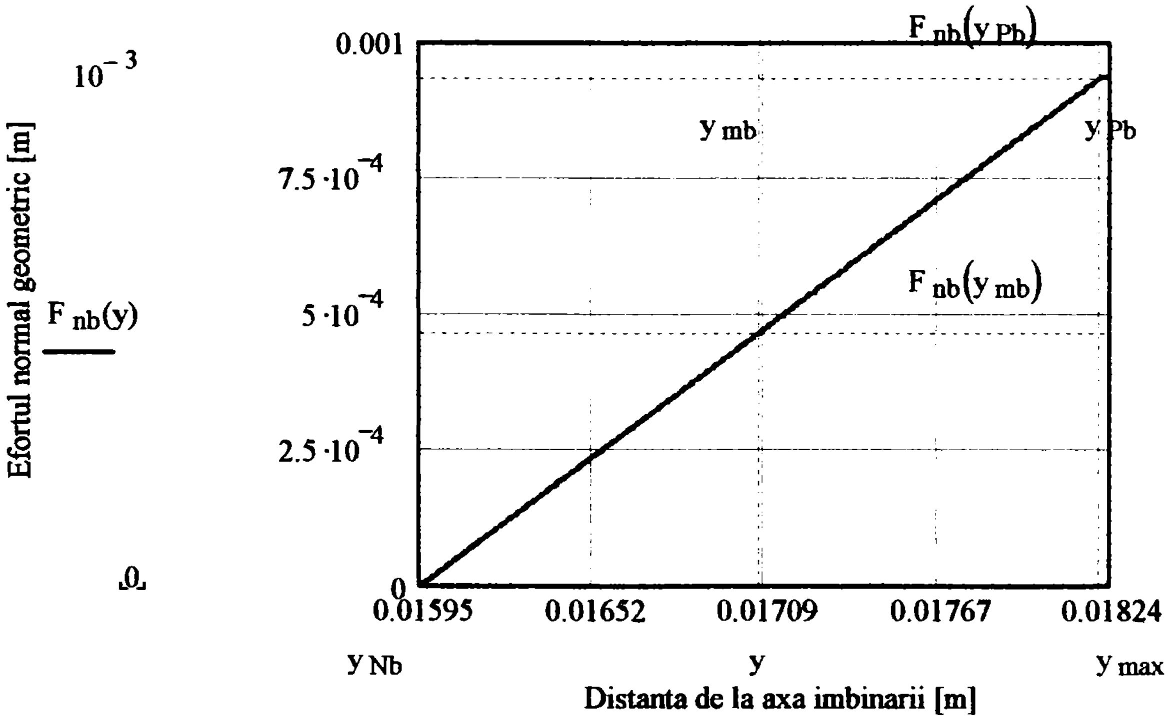


Fig. 5.5. Variația efortului normal geometric din canelura butucului

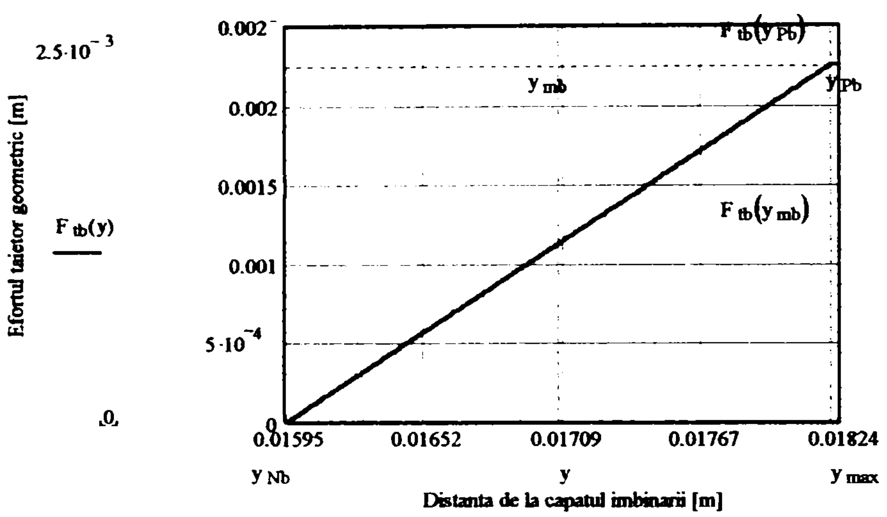


Fig. 5.6. Variaţia efortului tăietor geometric din canelura butucului

Pentru grinda conjugată, funcţiile de eforturi au expresiile

$$m_{ia}(y)=\left[\left(\frac{d_m}{2}\cdot\cos(\gamma_m)-y\right)\cdot\cos(\gamma_m)+\frac{b}{2}\cdot\sin(\gamma_m)\right]\cdot\left(y_{min}\le y\le y_{ma}\right) \tag{5.21}$$

$$f_{ta}(y)=\cos(\gamma_m)\cdot\left(y_{min}\le y\le y_{ma}\right) \tag{5.22}$$

pentru canelura de pe arbore, respectiv:

$$m_{ib}(y)=(y-y_{mb})\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}-\gamma_m\right)-\frac{s_{b1}(y_{mb})}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}-\gamma_m\right) \tag{5.23}$$

$$f_{tb}(y)=\cos\left(\frac{\pi}{z}-\gamma_m\right) \tag{5.24}$$

$$f_{nb}(y)=\sin\left(\frac{\pi}{z}-\gamma_m\right) \tag{5.25}$$

pentru canelura din butuc.

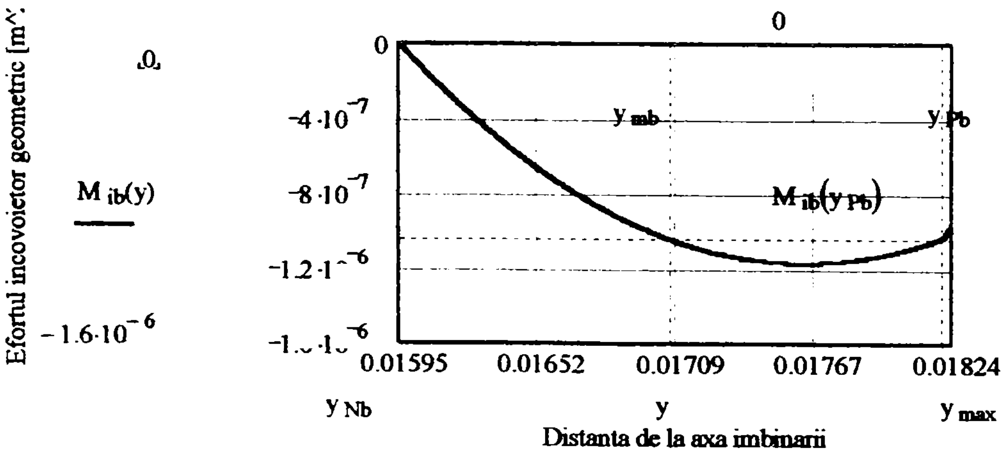


Fig. 5.7. Variaţia efortului încovoietor geometric din canelura butucului

Elasticitatea canelurii de pe arbore respectiv din butuc se determină înlocuind expresiile (5.17) ... (5.20) ale funcțiilor de eforturi geometrice în relațiile (5.5), (5.6), (5.7).

$$e_{at} = 2{,}24 \cdot (1 + \upsilon) \cdot \int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{F_{ta}(y) \cdot f_{ta}(y)}{s_a(y)} \, dy \tag{5.26}$$

$$e_{ai} = \int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{12 \cdot M_{ia}(y) \cdot m_{ia}(y)}{s_a(y)^3} \, dy \tag{5.27}$$

$$e_a = e_{ai} + e_{at} \tag{5.28}$$

$$e_{bn} = \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{F_{nb}(y) \cdot f_{nb}(y)}{s_b(y)} \tag{5.29}$$

$$e_{bt} = 2{,}24 \cdot (1 - \upsilon) \cdot \int_{y_{mb}}^{y_{Pb}} \frac{F_{tb}(y) \cdot f_{tb}(y)}{s_b(y)} \, dy \tag{5.30}$$

$$e_{bi} = \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{12 \cdot M_{ib}(y) \cdot m_{ib}(y)}{s_b(y)^3} \, dy \tag{5.31}$$

Pentru îmbinările studiate, integralele definite se vor calcula numeric, utilizând facilitățile de calcul ale programului MATHCAD (Anexa 10).

$$e_b = e_{bi} + e_{bt} + e_{bn} \tag{5.32}$$

Elasticitatea unei perechi de elemente portante este suma elasticităților canelurii de pe arbore și a celei din butuc, cele două elemente elastice fiind înseriate pe direcția transferului de sarcină între arbore și butuc.

$$e_{def} = e_a + e_b \tag{5.33}$$

În Anexa 10 sunt centralizate rezultatele calculului analitic al rigidității canelurilor pentru toate tipo-dimensiunile de caneluri dreptunghiulare standardizate, sintetizate și în fig. 5.8.

Preponderentă în determinarea valorilor elasticității totale de deformație este elasticitatea arborelui, și, dintre componentele acesteia, elasticitatea de deformare tangențială. Din acest motiv, pentru simplificarea calculelor, se poate calcula numai elasticitatea de deformație la solicitarea tangențială de forfecare e_{at}, și utiliza apoi coeficientul de corecție k_{def} (v. fig. 5.9.)

$$k_{def} = \frac{e_{def}}{e_{at}} \tag{5.34}$$

cu valorile date în tabelul 5.1.

Tabelul 5.1. Coeficienții de corecție pentru calculul elasticității canelurilor dreptunghiulare

Coeficientul de corecție	Seria		
	ușoară	mijlocie	grea
k_{def}	1,4	1,6	2.4
$k_{def\ aprox}$	2	2,25	3.7

Atunci când se dorește un calcul rapid și simplificat, se poate considera canelura de pe arbore ca o grindă încastrată, de grosime constantă b și solicitată pe toată înălțimea ei S_1 cu presiune constantă unitară. În acest caz, expresia aproximativă a elasticității tangențiale a canelurii de pe arbore $e_{at\ aprox}$ este:

$$e_{at\ aprox} = \frac{3}{4} \cdot k \cdot (1+\nu) \cdot \frac{S_1^2}{b} \tag{5.35}$$

În Anexa 4 au fost calculate valorile elasticității $e_{at\ aprox}$ pentru toate tipo-dimensiunile de caneluri dreptunghiulare. Variația coeficientului $k_{def\ aprox}$

$$k_{def\ aprox} = \frac{e_{def}}{e_{at\ aprox}} \tag{5.36}$$

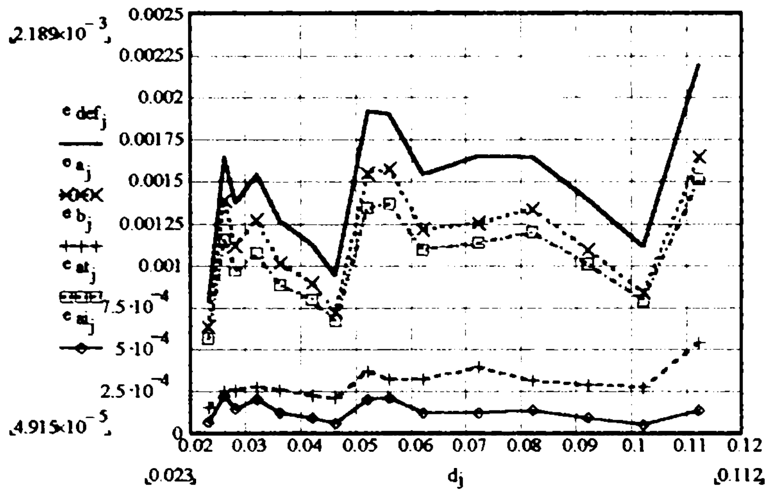
pentru cele trei serii de dimensiuni standardizate este prezentată în figura 5.9, iar valorile recomandate pentru calculul rapid al elasticității totale a îmbinărilor prin caneluri dreptunghiulare sunt centralizate în tabelul 5.1. Erorile introduse prin aceste aproximații sunt cuprinse între ±3 % și ±12,5 % pentru seria ușoară, ±3,5 % și ±15,5 % pentru seria mijlocie ±10 % și ±20 % pentru seria grea, pentru utilizarea coeficienților k_{def} respectiv $k_{def\ aprox}$.

Se observă că la seriile mai grele, ponderea tuturor elasticităților crește în dauna celei de deformare tangențială. Acest fapt se explică prin creșterea relativă a înălțimii canelurilor și prin subțierea lor odată cu creșterea numărului de caneluri pe periferia îmbinării, și prin apropierea ca formă și dimensiuni a canelurilor din butuc cu cele din arbore.

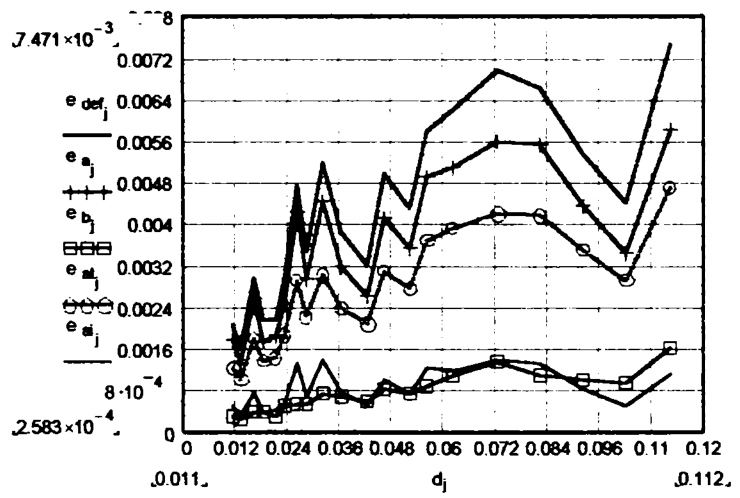
Pentru calculul deformațiilor canelurilor, valoarea elasticității se determină cu relația:

$$\delta_{a,b} = e_{a,b} \cdot \frac{p}{E_{a,b}} \tag{5.37}$$

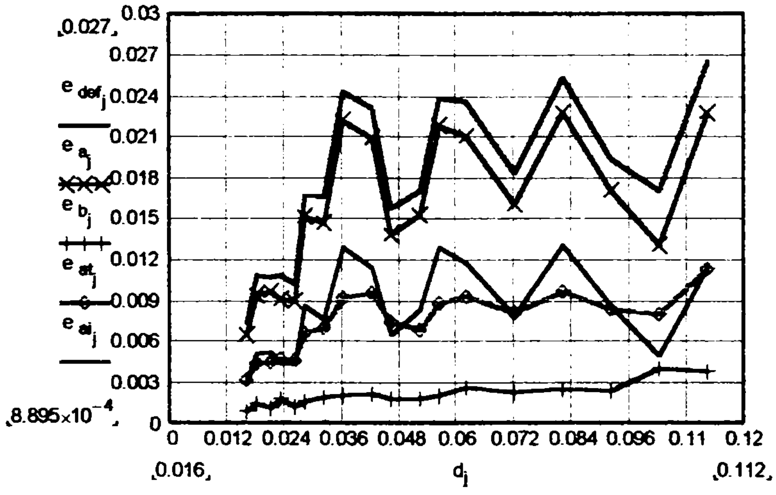
În Anexa 4 sunt calculate valorile deformațiilor însumate ale canelurilor de pe arbore și din butuc din oțel cu modulul de elasticitate E = 2,15 10^5 MPa, solicitate cu presiunea medie de 10 MPa. Valorile deformațiilor calculate sunt cuprinse între 0,04 și 0,1 μm pentru seria ușoară, 0,09 și 0,35 μm pentru seria mijlocie și 0,4 și 1,25 μm pentru seria grea.



a) seria uşoară

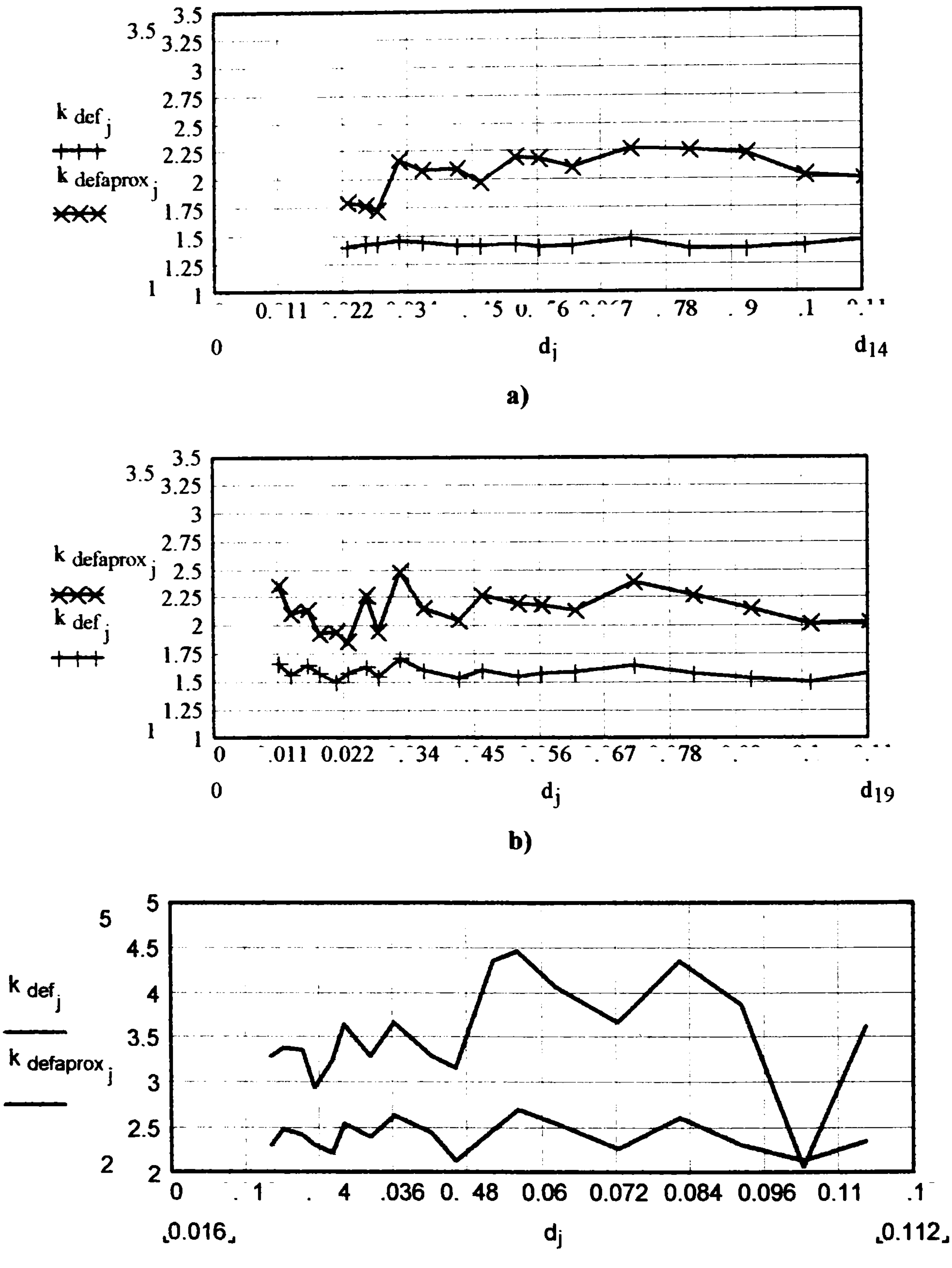


b) seria mijlocie



c) seria grea

Fig. 5.8. Elasticitatea de deformaţie e_{def} a canelurilor şi componentele sale: elasticitatea canelurii de pe arbore e_a; elasticitatea canelurii din butuc e_b; elasticitatea la deformaţii tangenţiale a canelurii de pe arbore e_{at}; elasticitatea la încovoiere a canelurii de pe arbore e_{ai};



a)

b)

c)

Fig. 5.9. Coeficientul de corecţie pentru calculul simplificat al elasticităţii totale a canelurilor dreptunghiulare. a) seria uşoară; b) seria mijlocie; c) seria grea

§5.3. Rigiditatea canelurilor triunghiulare

Canelurile triunghiulare sunt caracterizate geometric prin: diametrul de divizare d, diametrul exterior D, unghiul canelurii din butuc $\beta = 60°$, numărul de caneluri z şi de diametrele minim şi maxim ale canelurii de pe arbore $d_{a1,2}$. Studiul geometric premergător definirii funcţiilor de eforturi din caneluri constă din determinarea următorilor parametrii geometrici:

- lăţimea (coarda) canelurii pe diametrul de divizare s_d;

$$s_d = d \cdot \sin\frac{\pi}{2 \cdot z} \tag{5.38}$$

- unghiul la centru corespunzător lăţimii canelurii pe diametrul de divizare θ_d;

$$\theta_d = \frac{\pi}{z} \tag{5.39}$$

- unghiul canelurii de pe arbore γ;

$$\gamma = \beta - \frac{2 \cdot \pi}{z} \tag{5.40}$$

- ordonata punctului de pe flancul canelurii situat pe cercul de diametru mediu y_d;

$$y_d = \frac{d}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2 \cdot z}\right) \tag{5.41}$$

Lăţimea pe coardă $s_a(y)$ a canelurii de pe arbore la distanţa y de centrul îmbinării, pe zona de flanc rectilinie, se exprimă prin funcţia:

$$s_{1a}(y) = s_d + 2 \cdot (y_d - y) \cdot tg\left(\frac{\gamma}{2}\right) \tag{5.42}$$

iar unghiul la centru $\theta_a(y)$ al coardei de ordonată y, prin funcţia:

$$\theta_a(y) = 2 \cdot arctg\left(\frac{s_{1a}(y)}{2 \cdot y}\right) \tag{5.43}$$

Diametrul cercului curent $d_{ya}(y)$ care trece prin capetele coardei de ordonată y este definit de relaţia:

$$d_{ya}(y) = \frac{2 \cdot y}{\cos\left(\frac{\theta_a(y)}{2}\right)} \tag{5.44}$$

Ordonatele puntelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore sunt soluţii ale ecuaţiilor de gradul al doilea:

$$y_{P_a}^2 + (s_{1a}(y_{P_a}))^2 = \frac{d_{1a}^2}{4} \tag{5.45}$$

pentru punctul de contact de ordonată maximă, respectiv:

$$y_{N_a}^2 + (s_{1a}(y_{N_a}))^2 = \frac{d_{2a}^2}{4} \tag{5.46}$$

pentru punctul de contact de ordonată minimă. Aceste coordonate se determină prin rezolvarea numerică a ecuațiilor (5.41) respectiv (5.42), utilizând una din funcțiile *Find*, *Solve* sau *Root* ale programului MATHCAD (v. Anexa 11).

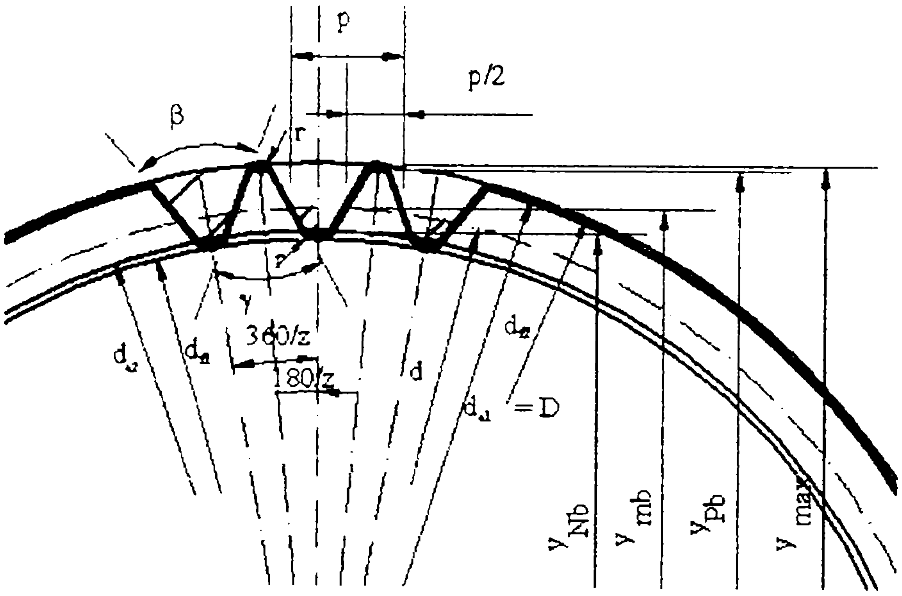


Fig. 5.10. Geometria canelurii de pe butuc

Lățimea $s_b(y)$ pe coarda de ordonată curentă y a canelurii din butuc, în zona de flanc rectilinie, se exprimă prin funcția:

$$s_{1b}(y) = s_d + 2 \cdot (y - y_d) \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right) \tag{5.47}$$

iar unghiul la centru $\theta_b(y)$ al coardei de ordonată y, prin funcția:

$$\theta_b(y) = 2 \cdot arctg\left(\frac{s_{1b}(y)}{2 \cdot y}\right) \tag{5.48}$$

Diametrul cercului curent $d_{yb}(y)$ care trece prin capetele coardei de ordonată y este definit de relația:

$$d_{yb}(y) = \frac{2 \cdot y}{\cos\left(\frac{\theta_b(y)}{2}\right)} \tag{5.49}$$

Racordarea dintre flancurile canelurii din butuc are raza r_2:

$$r_2 = \frac{s_{a\,min}}{2 \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}, \tag{5.50}$$

unde s_{amin} este lățimea minimă a canelurii de pe arbore, corespunzătoare diametrului maxim de contact, respectiv ordonatei y_{P_a} a punctului exterior de contact P_a:

$$s_{a\,min} = s_{1a}\left(y_{P_a}\right) \tag{5.51}$$

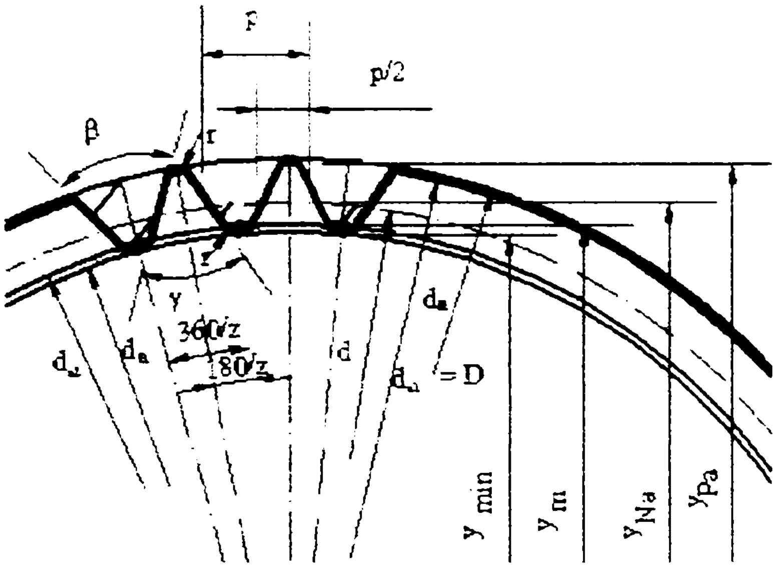


Fig. 5.11. Geometria canelurii de pe arbore

Ordonatele puntelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc sunt soluții ale ecuațiilor de gradul al doilea:

$$y_{Pb}^2 + (s_{1b}(y_{Pb}))^2 = \frac{d_{a1}^2}{4} \tag{5.52}$$

pentru punctul de contact de ordonată maximă, respectiv:

$$y_{N_b}^2 + (s_{1b}(y_{N_b}))^2 = \frac{d_{a2}^2}{4} \tag{5.53}$$

pentru punctul de contact de ordonată minimă. Aceste coordonate se determină prin rezolvarea numerică a ecuațiilor (5.48) respectiv (5.49).

Racordarea dintre flancurile canelurii de pe arbore are raza r_1 determinată din condiția de rectilinitate a flancului în zona de contact:

$$r_1 = \frac{s_{b\,min}}{2 \cdot \cos\left(\frac{\beta}{2}\right)}, \tag{5.54}$$

unde s_{bmin} este lățimea minimă a canelurii din butuc, corespunzătoare diametrului minim de contact, respectiv ordonatei y_{Nb} a punctului interior de contact N_a:

$$s_{b\min} = s_{1ba}\left(y_{N_b}\right) \tag{5.55}$$

Contribuția zonei fără contact de la baza canelurilor la elasticitatea totală nu poate fi neglijată. Se determină deci coordonatele centrelor cercurilor de racordare $O_{ra,b}$ $(y_{Ora,b}, z_{Ora,b})$:

$$\begin{cases} y_{O_{ra,b}} = \left(\dfrac{d_{f1,2}}{2} + r_{1,2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{z}\right) \\ z_{O_{ra,b}} = \left(\dfrac{d_{f1,2}}{2} + r_{1,2}\right)\cdot\sin\left(\dfrac{\pi}{z}\right) \end{cases} \tag{5.56}$$

Variația lățimii canelurii pe zona de racordare este descrisă de funcțiile:

$$s_{2a,b}(y) = 2\cdot\left[z_{O_{ra,b}} - \sqrt{r_{1,2}^2 - \left(y_{O_{ra,b}} - y\right)^2}\right] \tag{5.56}$$

iar ordonatele încastrărilor echivalente (în punctele în care tangenta la arcul de racordare este înclinată cu 30° față de axa canelurii) au expresiile:

$$y_{a\min} = y_{O_{ra}} - \frac{r_1}{2} \tag{5.57}$$

$$y_{b\max} = y_{O_{rb}} + \frac{r_2}{2} \tag{5.58}$$

Pentru zona de contact, cuprinsă între punctele N_a și P_a, variația momentului încovoietor M_{ia1} și a forței normale F_{na1} tăietoare F_{ta1} este dată de relațiile:

$$\begin{aligned} &M_{ia1}(y) = \frac{\left(y_{Pa} - y\right)^2}{2} - \left(y_{Pa} - y\right)\cdot s_{a1}\left(\frac{y_{P_a} + y}{2}\right)\cdot tg\frac{\gamma}{2} \\ &F_{na1}(y) = \left(y_{Pa} - y\right)\cdot tg\frac{\gamma}{2} \\ &F_{ta1}(y) = y_{Pa} - y, \end{aligned} \tag{5.59}$$

Pentru baza canelurii, cuprinsă între punctul N_a și secțiunea de încastrare, funcțiile de eforturi au expresiile:

$$\begin{aligned} &M_{ia2}(y) = \left(y_{Pa} - y_{Na}\right)\cdot\left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2} - y\right) - \left(y_{Pa} - y_{N_a}\right)\cdot s_{a1}\left(\frac{y_{P_a} + y_{N_a}}{2}\right)\cdot tg\gamma \\ &F_{na2}(y) = -(y_{Pa} - y_{Na})\cdot tg\gamma \\ &F_{ta2}(y) = y_{Pa} - y_{Na} \end{aligned} \tag{5.60}$$

Funcțiile de eforturi pentru canelura din butuc, în zona de contact respectiv la baza canelurii:

$$F_{nb1}(y) = (y - y_{Nb}) \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$F_{tb1}(y) = y - y_{Nb} \tag{5.61}$$

$$M_{ib1}(y) = \frac{y - y_{Nb}}{2} \cdot \left[(y - y_{Nb}) - s_{b1}\left(\frac{y + y_{Nb}}{2}\right) tg\left(\frac{\beta}{2}\right)\right]$$

$$F_{nb2}(y) = (y_{Pb} - y_{Nb}) \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$F_{tb2}(y) = y_{Pb} - y_{Nb} \tag{5.62}$$

$$M_{ib2}(y) = (y_{Pb} - y_{Nb}) \cdot \left[\left(y - \frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right) - \frac{s_{b1} \cdot \left(\frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right)}{2} \cdot tg\left(\frac{\beta}{2}\right)\right]$$

Pentru grinda conjugată, funcțiile de eforturi au expresiile

$$m_{ia}(y) = \left[(y_d - y) \cdot \cos\left(\frac{\theta_d}{2}\right) + \frac{s_d}{2} \cdot \sin\left(\frac{\theta_d}{2_m}\right)\right] \cdot (y_{min} \le y \le y_{ma})$$

$$f_{na}(y) = -\sin\left(\frac{\theta_d}{2}\right) \cdot (y_{min} \le y \le y_{ma}) \tag{5.63}$$

$$f_{ta}(y) = \cos\left(\frac{\theta_d}{2}\right) \cdot (y_{min} \le y \le y_{ma})$$

pentru canelura de pe arbore, respectiv:

$$m_{ib}(y) = (y - y_d) \cdot \cos\left(\frac{\theta_d}{2}\right) - \frac{s_b(y_d)}{2} \cdot \sin\left(\frac{\theta_d}{2}\right)$$

$$f_{tb}(y) = \cos\left(\frac{\theta_d}{2}\right) \tag{5.64}$$

$$f_{nb}(y) = -\sin\left(\frac{\theta_d}{2}\right)$$

pentru canelura din butuc.

Elasticitățile geometrice parțiale ale arborelui și butucului și elasticitatea totală se determină cu relațiile (5.26) ... (5.33), în care, pentru funcțiile de eforturi se utilizează expresiile (5.55) ... (5.60)

Analiza elasticității canelurilor triunghiulare este cuprinsă în Anexa 11.

§5.4. Rigiditatea canelurilor evolventice

Determinarea analitică a rigidității canelurilor evolventice este dificilă din două cauze:

- funcțiile de eforturi nu pot fi scrise analitic ușor, ci doar sub forma unor integrale definite cu variabila y la una din limitele de integrare, datorită variației unghiului de presiune pe înălțimea canelurii;

- lățimea canelurii, situată la numitorul fracțiilor din integralele Mohr – Maxwell și chiar la puterea a treia în cele pentru determinarea elasticității la încovoiere, are expresii depinzând de involuta unghiului de presiune.

Pentru determinarea elasticității geometrice a canelurilor evolventice (Anexa 12), acestea au fost împărțite în k intervale considerate de grosime și unghi de presiune constante. Integralele au fost aproximate cu sume finite, care au fost adunate utilizând programul MATHCAD.

§5.5. Determinarea rigidității canelurilor prin metoda elementului finit

Pentru verificarea corectitudinii studiului analitic al rigidității canelurilor, s-au studiat prin metoda elementului finit utilizând programul MECHANICAL DESKTOP, câteva tipodimensiuni de îmbinări prin caneluri.

Convențiile de delimitare a secțiunilor de încastrare sunt aceleași ca la §4.2. ... 4.4. Modelul utilizat este tridimensional, canelura având lungime egală la arbore și la butuc. Pentru studiu, presiunea medie pe suprafețele de contact s-a considerat de 10 MPa (în Fig. 5.10, N/mm^2).

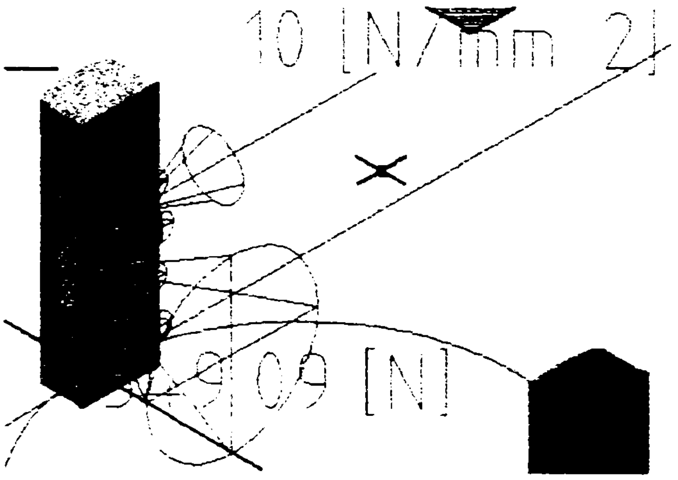


Fig. 5.12. Modelul canelurii de pe arbore

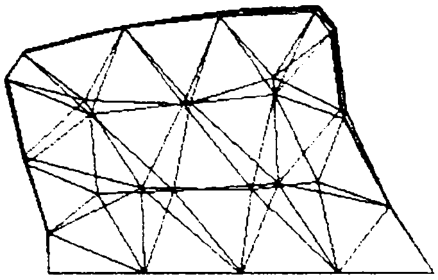
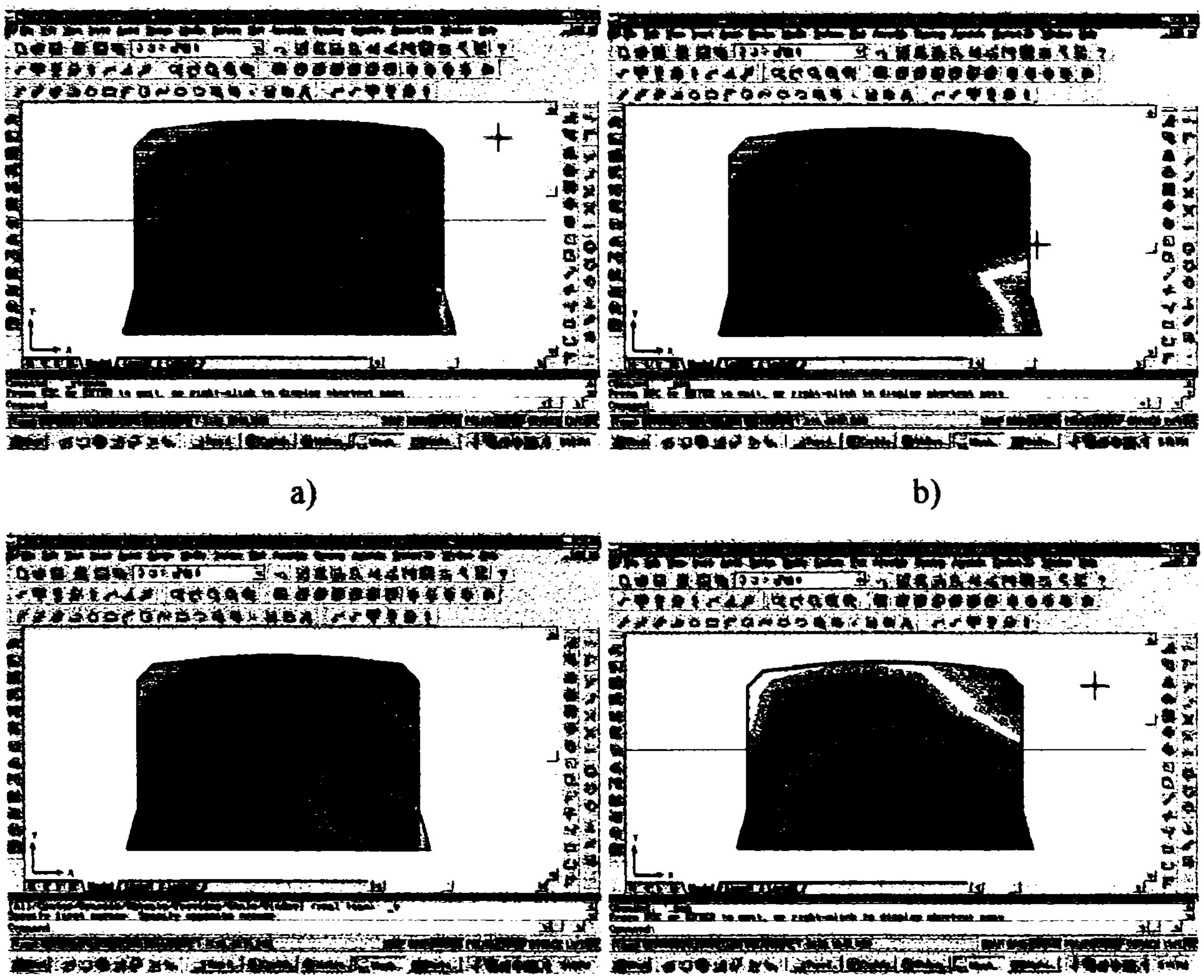


Fig. 5.13. Deformația canelurii de pe arbore a) structura inițială; b) structura după rafinare.

În figura 5.13. se prezintă structura deformată (anamorfozată) a modelului MEF al canelurii de pe arbore.



a)

b)

c)

d)

Fig. 5.14. Rezultatele analizei prin MEF pentru canelura de pe arbore:

a) Tensiunile principale conform teoriei Von Misses;

b) Tensiunile normale pe direcție orizontală;

c) Tensiunile tangențiale pe direcție orizontală;

d) Deformația însumată pe direcție orizontală.

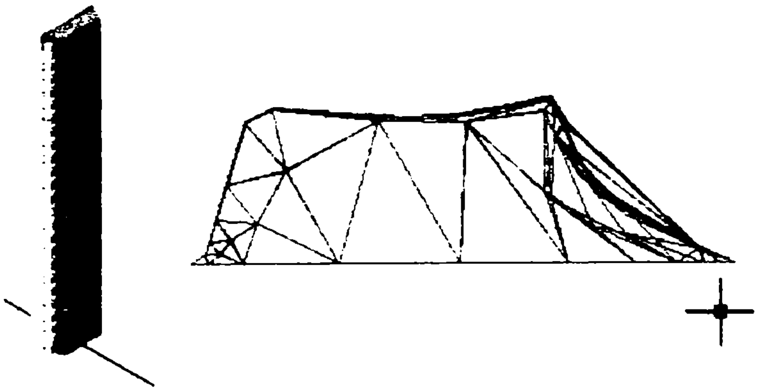
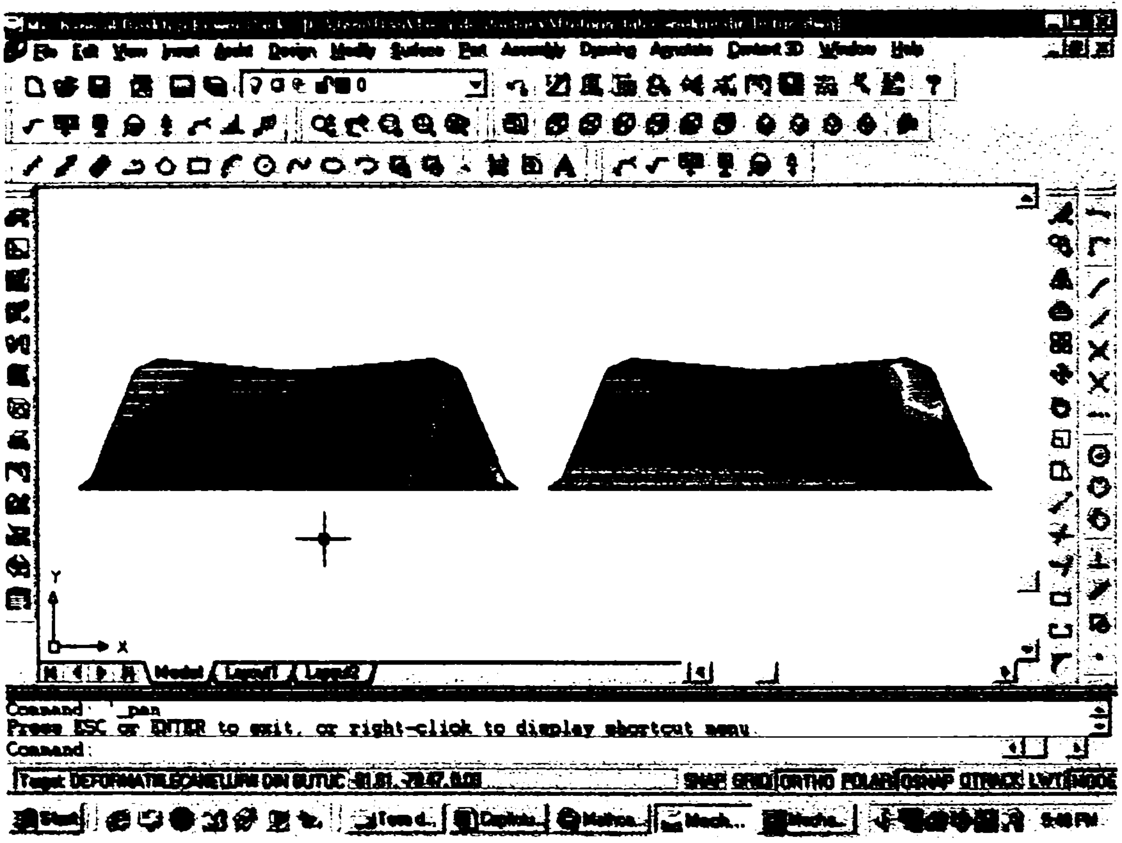


Fig. 5.15. Modelul canelurii de pe butuc. Deformația canelurii



```
Command: '_pan
Press ESC or ENTER to exit, or right-click to display shortcut menu.
Command:
```

Fig. 5.16. Rezultatele analizei prin MEF pentru canelura de pe butuc:

a) Tensiunile principale conform teoriei Von Misses;

b) Deformația însumată pe direcție orizontală.

În Anexa 13 sunt prezentate rezultatele analizei cu element finit a canelurilor de pe arbore și din butuc pentru îmbinări prin caneluri dreptunghiulare din seriile de dimensiuni standardizate cu diametrul interior d = 32 mm, din oțel cu modulul de elasticitate E= 2,1 10^5 MPa. Deformațiile totale pe cercul de diametru mediu d_m sunt 0,12 μm 0,56 μm și 0,74 μm la arbore, respectiv 0,05 μm, 0,07 μm 0,12 μm la butuc. Erorile față de valorile calculate în Anexa 10 sunt de 20% pentru seria ușoară și de numai 2% pentru seria grea. Modelul de calcul este adecvat pentru seriile de dimensiuni mai grele, la care distribuția tensiunilor și deformațiilor este apropiată de cea teoretică.

Capitolul 6.

Determinarea experimentală a rigidității îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

§6.1. Condițiile de măsurare a rigidității îmbinărilor prin caneluri

Îmbinările arbore butuc constituie sisteme mecanice elastice complexe, cu elementele legate în serie – arbore, elemente portante, butuc – dar şi în paralel – elementele portante multiple (canelurile). Deformația sistemului sub sarcină (rigiditatea sistemului) va fi obținută prin compunerea deformațiilor elementelor sale (a rigidităților) după legi complexe. Structura sistemului elastic nu poate fi descompusă, pentru un studiu corect, în elemente finite. Studiul analitic trebuie făcut utilizând elemente elastice infinit mici (pentru studiul analitic) sau elemente finite mici (pentru studiul numeric aproximativ).

Caracterul mixt al structurii sistemului elastic şi mai ales faptul ca el nu poate fi tratat ca având un număr redus de grade de libertate elastică face dificilă decelarea teoretică sau experimentală a diferitelor fenomene care însoțesc transferul de sarcină.

Forma constructivă compactă şi interstițiile şi jocurile reduse din îmbinare fac accesul cu aparate de măsură posibil doar în zonele adiacente îmbinării: suprafața cilindrică exterioară şi suprafețele inelare frontale ale butucului, suprafețele exterioare ale arborelui. Rezultatele măsurărilor vor descrie suma efectelor tuturor fenomenelor de transfer ce au loc în îmbinare.

Măsurarea directă a presiunii pe suprafețele canelurilor de pe arbore şi din butuc este foarte dificilă dacă nu chiar imposibilă, deci pentru determinarea distribuției acesteia se vor folosi metode indirecte.

Pentru separarea efectelor diferitelor cauze este necesar ca:

- să se reducă, prin proiectarea corectă a standurilor, numărul cauzelor de variație care se pot însuma;
- să se separe, prin măsurări multiple, simultane sau succesive, şi prin prelucrarea adecvată a rezultatelor, efectele fenomenelor studiate.

Standurile pentru determinarea diagramelor de rigiditate – dependenţa dintre momentul de răsucire aplicat îmbinării şi rotirea relativă a butucului faţă de arbore – pentru îmbinările prin caneluri vor îndeplini deci următoarele condiţii:

- sarcina aplicată îmbinării va avea numai componenta de moment de răsucire $M_x = T$, sarcinile radiale F_r şi momentele de răsturnare M_r trebuind să fie nule sau neglijabile;
- încărcarea trebuie făcută lent, pentru a elimina sarcinile dinamice şi a permite sistemului să se „aşeze", adică să aibă loc toate micro-mişcările ce însoţesc aplicarea sarcinii;
- precizia sistemului de încărcare trebuie să permită reluarea măsurărilor în aceleaşi condiţii, pentru aceeaşi îmbinare sau pentru alta;
- aparatura de măsurare trebuie să fie „diferenţială", adică să măsoare rotirea relativă a secţiunii butucului faţă de cea a arborelui, eliminând astfel deformaţiile suporturilor, a sistemului de încărcare sau a structurii de rezistenţă a standului.

Caracterul static al încercărilor simplifică prelevarea datelor experimentale şi construcţia standurilor, dar îndepărtează experimentul de condiţiile reale de exploatare.

În vederea determinării încărcării maxime admise şi a estimării ordinului de mărime a variabilelor măsurate, se consideră o îmbinarea arbore - butuc de referinţă cu următoarele caracteristici (figura 6.1.):

Diametrul interior		$d = 32$ mm;
Diametrul exterior		$D = 38$ mm;
Lăţimea canelurii		$b = 6$ mm;
Numărul de caneluri		$z = 8$;
Diametrul minim al degajărilor de rectificare		$d_1 = 29{,}4$ mm;
Lăţimea degajării de rectificare		$f = 1{,}48$ mm;
Teşitura canelurii din butuc		$c = 0{,}3$ mm;
Racordarea canelurii din butuc		$r = 0{,}3$ mm;
Diametrul mediu al îmbinării	$d_m = \frac{d+D}{2}$	$d_m = 35$ mm;
Diametrul exterior al butucului		$D_b = 56$ mm;
Lungimea îmbinării		$L = 48$ mm

Momentul de răsucire transmisibil, în condiții de lucru mijlocii, de îmbinarea de referință cu butucul fix pe arbore se calculează conform STAS 1747-67:

Suprafața portantă unitară $s_p = 0{,}75 \cdot z \cdot \left(\frac{D-d}{2} - 2 \cdot c \right)$ $s_p = 14{,}4$ mm;

Presiunea admisibilă la strivire $p_{as} = 80$ MPa;

Momentul de torsiune transmisibil $T = \frac{d_m}{2} \cdot s_p \cdot L \cdot p_{as}$ $T = 9{,}677 \cdot 10^5$ mNm

Se va accepta deci pentru încercările statice un moment de răsucire maxim T_{max} aplicat îmbinării de 10^6 mNm.

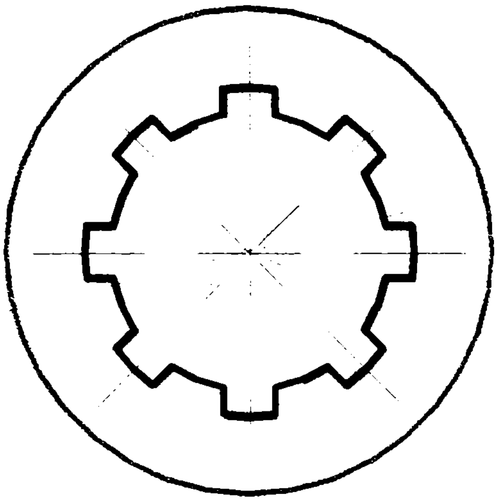


Fig. 6.1. Dimensiunile îmbinării standardizate de referință

§6.2. Determinarea rigidității unei perechi de elemente portante

Datorită caracterului static nedeterminat al îmbinărilor canelate, transferul de sarcină este influențat de rigiditatea elementelor îmbinării – arbore, butuc – dar şi de elasticitatea canelurilor față de piesa în care sunt prelucrate. Pentru a confirma exactitatea metodelor de calcul analitic sau a modelelor care folosesc metoda elementului finit, este necesară determinarea experimentală a acestor rigidități.

Deoarece rigiditatea arborelui şi a butucului, considerate ca piese cilindrice, respectiv tubulare, poate fi suficient de precis determinată prin metodele de calcul analitic, în acest paragraf se va determina rigiditatea însumată a canelurilor de pe arbore şi din butuc.

Se defineşte ca **rigiditate însumată a canelurilor de pe arbore şi din butuc** C_T raportul dintre **momentul de torsiune T** din îmbinare şi **unghiul de rotire relativă** θ al suprafeței portante a butucului raportată la diametrul mediu al îmbinării față de suprafața cilindrică exterioară a arborelui. Rotirea relativa caracterizată de unghiul θ este cauzată de deformațiile de contact, de încovoiere, tangențiale (de forfecare) și de compresiune ale materialului arborelui și butucului din zona canelurilor, cuprins între diametrele interior d și exterior D. De remarcat este faptul ca această rigiditate se referă numai la deformațiile canelurilor și nu la deformațiile de torsiune ale materialului de bază al arborelui, respectiv butucului, considerate ca piese cilindrice sau tubulare, respectiv.

$$C_T = \frac{T}{\theta} \tag{6.1}$$

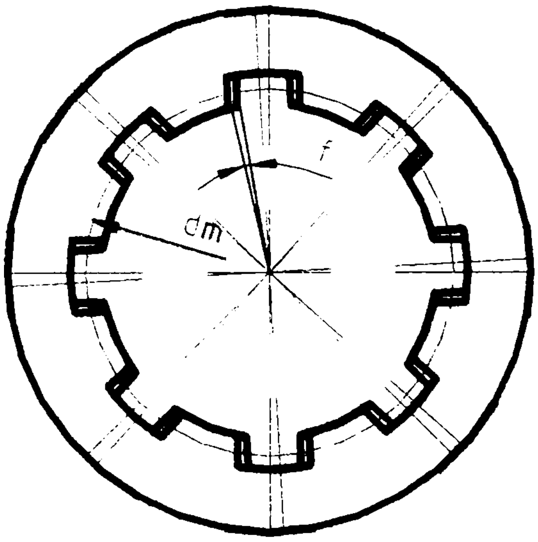


Fig. 6.2. Definirea rigidității însumate a canelurilor.

Din acest motiv, este necesar ca standul să fie astfel conceput încât măsurarea să fie minim posibil influențată de deformațiile de torsiune ale materialului de bază al arborelui, respectiv butucului.

Pentru a nu fi influențată de abaterile de pas ale elementelor îmbinării, rigiditatea trebuie măsurată pentru o singură pereche de elemente portante. Contactul dintre celelalte caneluri conjugate trebuie interzis. În acest caz însă, o singură reacțiune asupra butucului ar produce contactul forțat pe suprafețele de centrare, și deci o forță de frecare ce poate influența rezultatul măsurării. Este deci necesară lăgăruirea separată a butucului pentru a prelua această încărcare radială nedorită.

La standul prezentat schematic în figura 6.2., aceste probleme se rezolvă după cum urmează:

- sistemul de măsurare, format dintr-o pârghie cu brațul egal cu raza medie a îmbinării și un comparator cu precizie de 0,001 μm, este montat la capătul descărcat al îmbinării. Deoarece la acest capăt momentele de torsiune din arbore și din butuc sunt nule, rotirea relativă între butuc şi arbore este produsă numai de deformaţia canelurilor;

- lungimea redusă a îmbinării asigură o distribuţie mai uniformă a presiunii pe suprafeţele de contact; presiunea poate fi deci considerată constantă şi egală cu presiunea medie;
- canelurile de pe arbore, mai puţin cea care se măsoară, sunt îndepărtate prin prelucrare mecanică, astfel încât contactul să se facă numai pe o pereche de suprafeţe pe tot domeniul de încercare;
- butucul este lăgăruit pe o pereche de rulmenţi montaţi pe suport, care vor prelua încărcarea radială ne dorită; jocul radial al rulmenţilor trebuie să fie mai mic decât jocul din ajustajul de centrare al canelurilor.

Standul se încarcă progresiv cu momente de răsucire T_i, $T_i \in [0; T_{max}]$

$$T_i = F_i \cdot b \, [mNm] \tag{6.2}$$

unde - F_i [N] este forţa de încărcare produsă de greutăţi etalonate;

- b [mm] este braţul pârghiei dispozitivului de încărcare b.

Înregistrând indicaţiile Δ_i ale comparatorului , rotirea relativă θ_i va fi:

$$\theta_i = \frac{\Delta_i}{r_m}; [rad] \tag{6.3}$$

Se trasează diagrama de rigiditate $T_i = T_i\ (\theta_i)$ al cărei coeficient de regresie liniară este **rigiditatea însumată a canelurilor.**

În figură este prezentată diagrama teoretică de rigiditate a îmbinării de referinţă cu o singură pereche de caneluri în contact. Rigiditatea însumată C_F a fost calculată [M3] ţinând seama de deformaţiile de încovoiere, tangenţiale (de forfecare) şi de compresiune ale materialului arborelui şi butucului din zona canelurilor, neglijându-se deformaţiile de contact. Această aproximaţie este discutabilă având în vedere că valoarea estimată a deformaţiei Δ_{max} este de ordinul micrometrilor, adică de acelaşi ordin de mărime ca şi rugozitatea suprafeţelor de contact.

Deformaţia însumată maximă a unei perechi de elemente portante este

$$\Delta_{max} = \frac{s_{pl} \cdot p_{as}}{C_F}; \quad \Delta_{max} = 1{,}92 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

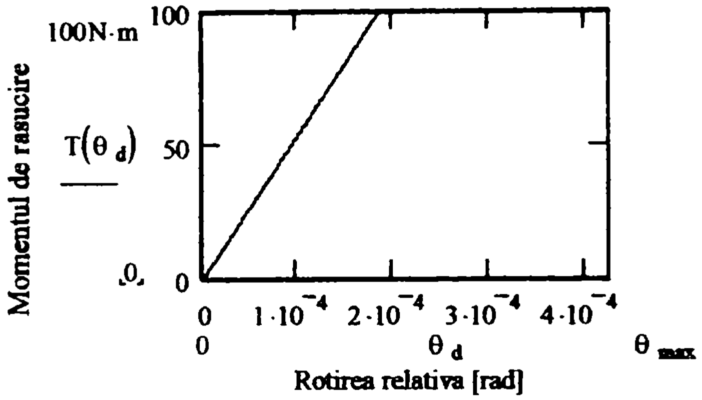


Fig. 6.3. Diagrama de rigiditate estimată a unei perechi de elemente portante a îmbinării de referință.

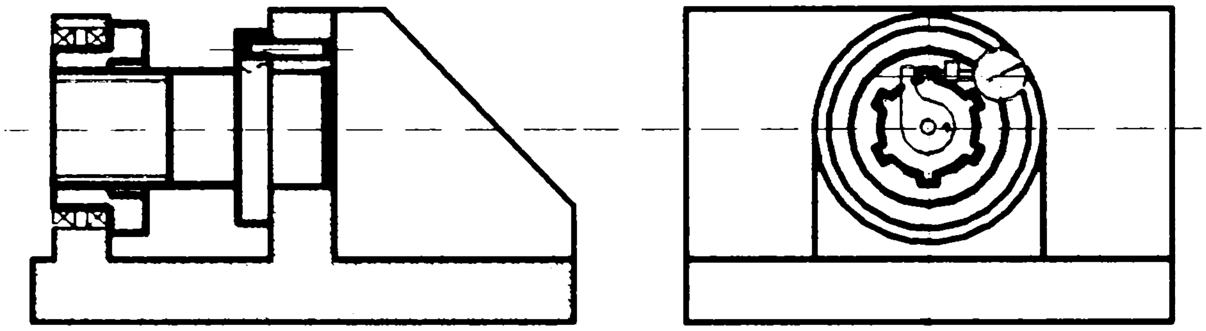


Fig. 6.4. Stand pentru determinarea rigidității însumate a unei perechi de caneluri.

Standul cu încărcare gravitațională are dezavantajul că solicită ansamblul testat cu moment de răsturnare și cu forță radială, pe lângă momentul de răsucire. Pentru preluarea acestora este necesară lăgăruirea separată a arborelui și a butucului. Momentul pierdut prin frecare în lagăre influențează rezultatele măsurării, crescând rigiditatea aparentă a ansamblului. De asemenea, erorile de coaxialitate dintre cele două lăgăruiri pot produce contactul neuniform pe lungime între caneluri și deci introducerea unui moment de răsturnare pasiv, interior îmbinării și care solicită suplimentar lagărele.

Pentru eliminarea acestor dezavantaje, s-a conceput și executat un stand (Fig. 6.5.)cu sistem de încărcare mecanic simetric, care solicită ansamblul testat numai cu moment de răsucire. Pentru eliminarea lăgăruirii suplimentare a butucului, se utilizează o epruvetă cu **două** perechi opuse de caneluri în contact (Fig. 6.6.). Acestea asigură autocentrarea butucului pe arborele canelat și reducerea reciprocă a sarcinilor radiale.

Sistemul de încărcare este format dintr-un mecanism dublu paralelogram articulat, care ramifică forța de încărcare și o distribuie, cu brațe egale și cu sensuri diferite, la capetele pârghiei de răsucire.

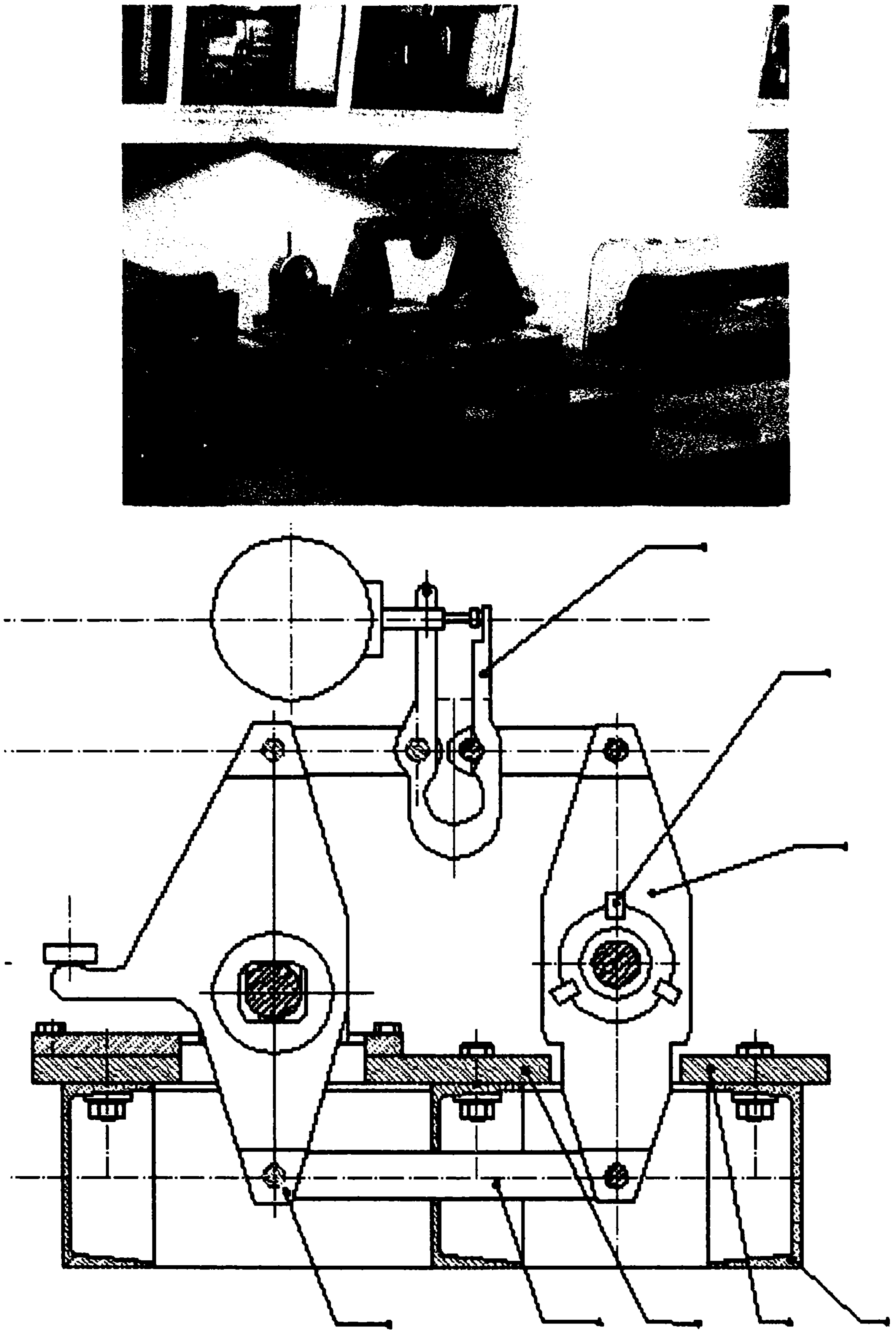


Fig. 6.5. Stand pentru determinarea rigidității canelurilor

Momentul de încărcare este realizat manual, cu o cheie fixă de 32, şi amplificat prin mecanismul cu şurub şi piuliță trapezoidale şi prin mecanismul cu pârghie cu raportul de amplificare 5/1 (Fig. 6.7. a).

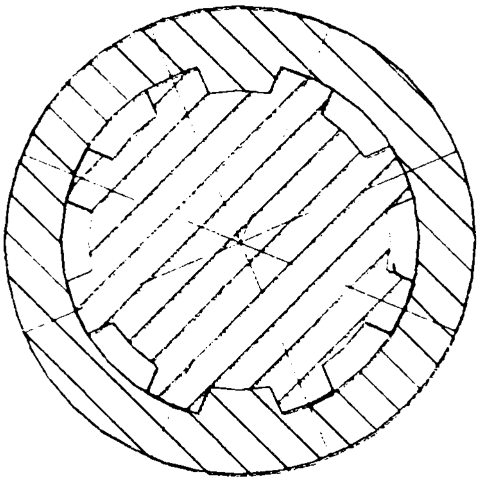
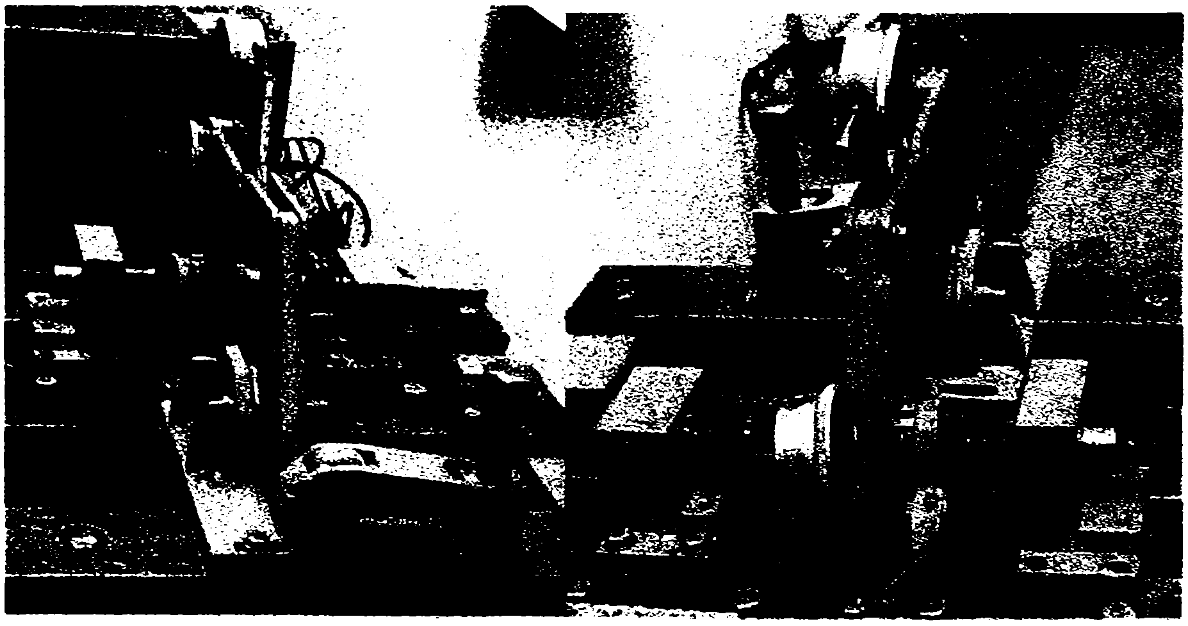


Fig. 6.6. Epruveta pentru determinarea rigidităţii canelurilor

Rezemarea pârghiei de echilibrare se face pe un lagăr cu două grade de libertate, pentru eliminarea gradului de nedeterminare statică introdus de bucla mecanică închisă.

Arborele canelat este rezemat pe două suporturi (Fig. 6.7. b), unul fix, care materializează încastrarea capătului arborelui canelat, şi unul mobil, care constituie simpla rezemare a capătului liber al arborelui.



a) b)

Fig. 6.7. Construcţia standului pentru măsurarea rigidităţii îmbinărilor canelate

Suporturile arborelui şi suportul mecanismului de încărcare pot fi deplasate de-a lungul a două ghidaje paralele, pentru a adapta standul la lungimea arborelui încercat şi la poziţia tronsonului canelat pe lungime.

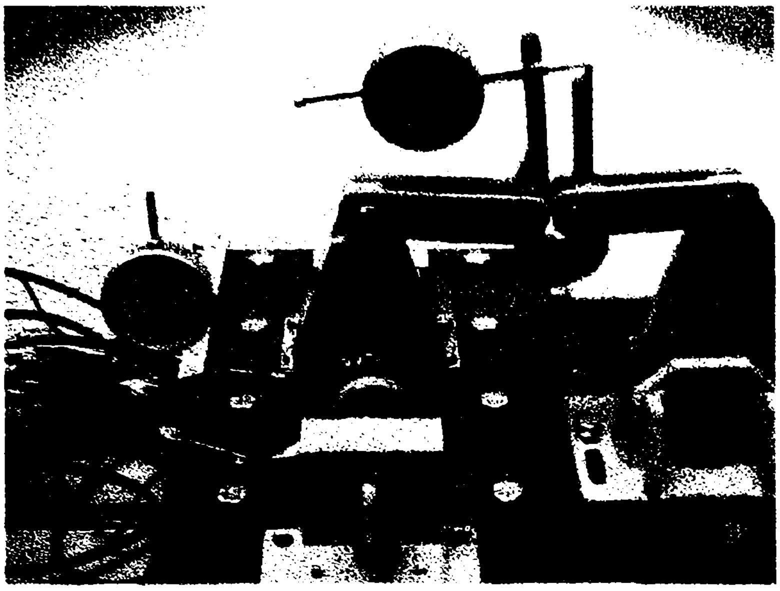


Fig. 6.8. Sistemul de măsurare a standului pentru determinarea rigidității canelurilor

Sistemul de măsurare (Fig. 6.8) este format din dinamometrul mecanic potcoavă tip Rejtö cu constanta de 50 N/div, pentru măsurarea forței din eclisele de încărcare şi determinarea momentului aplicat îmbinării şi din ansamblul de măsurare a rotirii relative, compus din două brațe: unul purtător al comparatorului de măsurare a deformației, montat fix pe arbore în imediata vecinătate a îmbinării şi unul de măsurare, montat pe suprafața cilindrică exterioară a butucului, la capătul opus al îmbinării.

Rezultatele încercărilor sunt cuprinse în Anexa 14 şi centralizate în figura 6.9.

Coeficienții de regresie liniară a curbelor de rigiditate pentru cele cinci îmbinări încercate sunt în jurul valorii 2 x 10^{-8} rad/mNm, corespunzători unor rigidități torsionale de 50 x 10^{6} mNm/rad. Pentru că se încearcă două caneluri opuse simultan, rigiditatea medie a unei caneluri este de 25 kNm/rad.

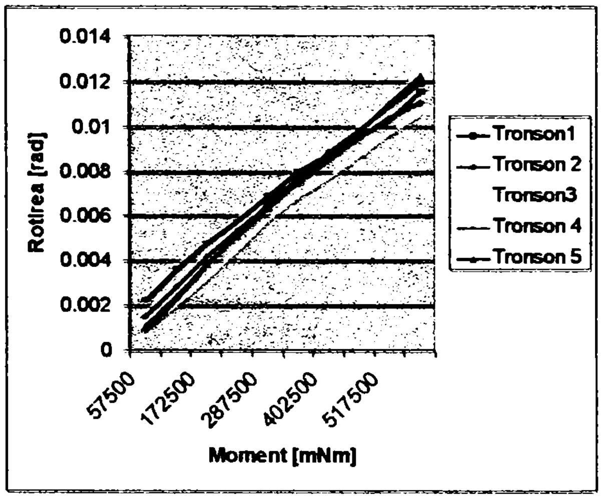


Fig. 6.9. Rigiditatea canelurilor dreptunghiulare

Comparând rezultatele măsurărilor cu estimările analitice se constată că nu se pot neglija rotirile produse de deformaţiile de torsiune ale arborelui şi butucului. Aceste rotiri, estimate prin calcul a avea valori de 0,0002 ... 0,0004 rad pentru un moment de torsiune de 100 Nm aplicat îmbinării studiate, au acelaşi ordin de mărime (Fig. 6.3) ca şi rotirile produse de deformaţia canelurilor faţă de arbore, respectiv butuc. Cu toate acestea, rigiditatea măsurată este de aproape de două ori mai mică decât cea calculată. Aceasta se explică parţial prin eroarea de măsurare produsă de distanţa faţă de capătul îmbinării (mică dar existentă) la care a fost montat suportul comparatorului pe arbore, dar şi prin contribuţia rigidităţii de contact la diminuarea rigidităţii sistemului elastic al îmbinării.

§ 6.3. Determinarea diagramei de rigiditate a unei îmbinări prin caneluri.

Abaterile de pas ale canelurilor de pe arbore şi din butuc, asociate caracterului static nedeterminat al îmbinării, impun contactul iniţial (pentru T → 0) într-un număr finit de puncte de pe suprafeţele portante, după cum urmează:

- un punct de contact la îmbinările cu centrare interioară sau exterioară;
- trei puncte de contact la îmbinările scurte cu centrare pe flancuri;
- cinci puncte de contact la îmbinările lungi cu centrare pe flancuri.

Odată cu creşterea momentului de răsucire T, contactul se extinde pe lungimea suprafeţelor portante şi pe canelurile iniţial fără contact. Are loc astfel o creştere progresivă a rigidităţii îmbinării.

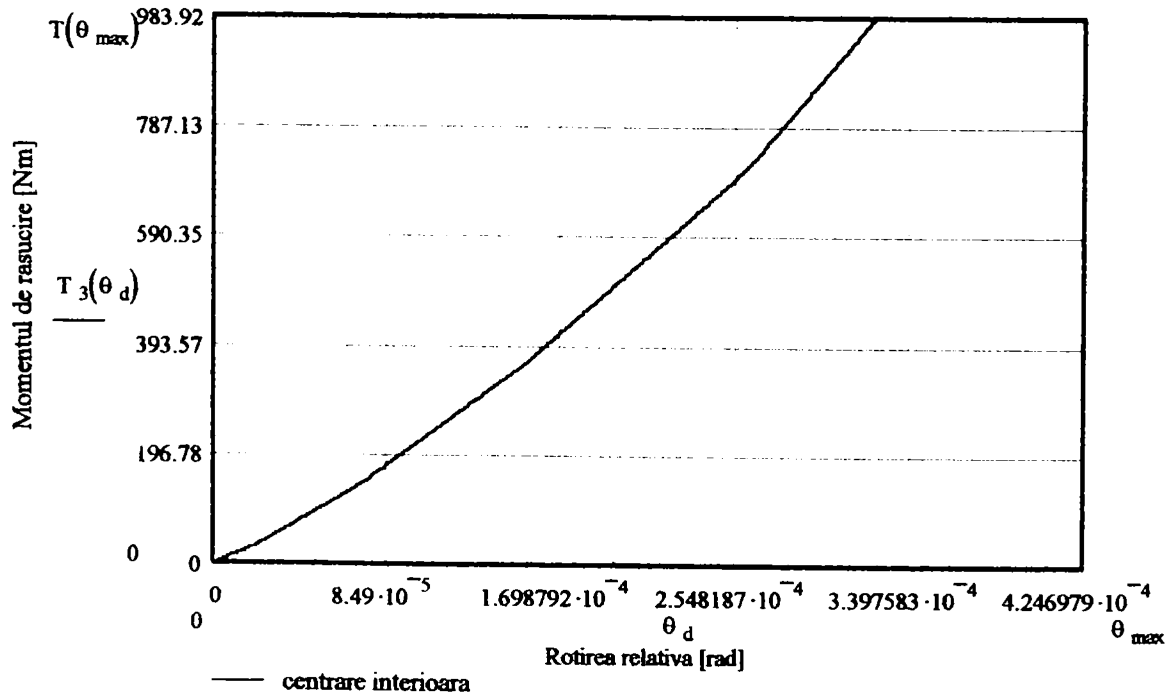


Fig. 6.10. Diagrama de rigiditate pentru o îmbinare prin caneluri cu abateri de pas distribuite normal

În figura 6.10. este prezentată diagrama de rigiditate estimată pentru îmbinarea de referință cu abateri de pas. Distribuția normală a abaterilor de pas ale canelurilor arborelui şi butucului are o abatere medie pătratică de 1 μm (ceea ce corespunde unei toleranțe de 6 μm).

Standul utilizat pentru ridicarea diagramei de rigiditate a îmbinării complete este acelaşi cu cel utilizat pentru rigiditatea unei perechi de caneluri, prezentat în §6.2.

Încercările se realizează în aceleaşi condiții ca şi la paragraful precedent, rezultatele fiind centralizate în Anexa 14 şi în figura 6.11. Rigiditatea îmbinării cu 6 perechi de caneluri este evident mai mare decât cea a îmbinării cu două caneluri în contact. Raportul rigidităților măsurate nu este însă de 3/1 ci doar de 2/1, datorită contribuției rotirii secțiunilor arborelui şi butucului, dar şi contactului incomplet al canelurilor ce formează îmbinarea.

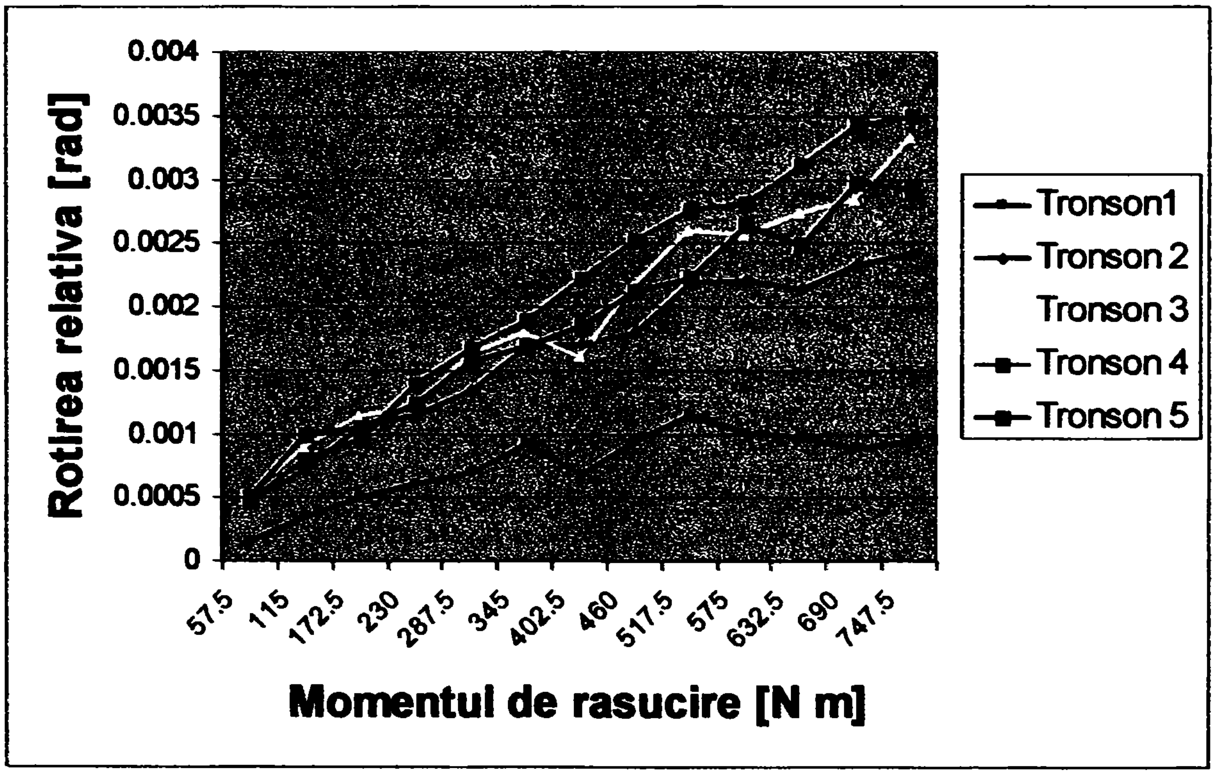


Fig. 6.11. Diagrama de rigiditate a îmbinării canelate.

Capitolul 7

Determinarea experimentală a variației presiunii pe lungimea îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

Măsurarea directă a presiunii produsă de solicitarea de contact pe suprafețe extinse este în general extrem de dificilă dacă nu chiar imposibilă. Determinarea experimentală directă a valorii presiunii locale şi a distribuției acesteia pe suprafața nominală de contact este cu atât mai dificilă dacă piesele ce compun ansamblul sunt compacte, robuste, de dimensiuni reduse şi cu forme complicate. Din acest motiv, transferul de sarcină din îmbinările canelate şi distribuția presiunii pe suprafețele portante se determină prin metode indirecte. Piesa cea mai accesibilă traductoarelor şi aparatelor de măsură este butucul îmbinării, în special suprafața sa cilindrică exterioară. Studiul variației tensiunilor şi deformațiilor din butuc este deci soluția cea mai accesibilă. Dintre metodele experimentale pentru determinarea stării de tensiuni şi deformații pe suprafața cilindrică exterioară a butucului: tensometrie electrică rezistivă, inductivă sau capacitivă, metoda lacurilor casante, metodele Moiré, etc, s-a optat pentru utilizarea traductoarelor electrice rezistive (timbre sau mărci tensometrice).

§7.1. Principiul tensometriei electrice

Tensometria electrică se bazează pe transformarea deformațiilor mecanice, prin intermediul unor traductoare, în variații ale unei mărimi electrice. După această mărime – rezistență electrică, inductanță, capacitate electrică, frecvență – traductoarele se numesc rezistive, inductive, capacitive sau cu coardă vibrantă.

Traductorul tensometric rezistiv utilizează fenomenul de modificare a rezistenței electrice a unui conductor datorită deformației mecanice a acestuia.

Rezistența electrică a unui conductor se poate exprima cu relația:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{s} \quad [\Omega] \tag{7.1}$$

unde:

ρ – rezistivitatea materialului conductorului [Ω / mm];

l – lungimea conductorului [mm];

S – aria secțiunii transversale a conductorului.

Diferențiând relația rezistenței R se obține:

$$dR = \frac{dR}{d\rho} \cdot d\rho + \frac{dR}{dl} \cdot dl + \frac{dR}{dS} \cdot dS = d\rho \cdot \frac{l}{S} + dl \cdot \frac{\rho}{S} - \rho \cdot \frac{l}{S^2} \cdot dS \qquad (7.2)$$

Variația specifică a rezistenței se obține raportând relația (7.5) la (7.4):

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l} - \frac{dS}{S} \qquad (7.3)$$

și deoarece $\frac{dl}{l} = \varepsilon$ și $\frac{dS}{S} = -2 \cdot \mu \cdot \varepsilon$

$$\frac{dR}{R} = \varepsilon \cdot \left(1 + 2 \cdot \mu + \frac{d\rho}{\rho \cdot \varepsilon} \right) \qquad (7.4)$$

unde μ este coeficientul de contracție transversală (a lui Poisson) al materialului conductorului (μ = 0,3 la oțel).

Din relația (7.7) se observă că modificarea rezistenței electrice a conductorului nu depinde numai de alungirea specifică ε ci și de modificarea rezistivității materialului în stare deformată. Din acest motiv, caracteristica traductorului sau factorul de tensosensibilitate k:

$$k = 1 + 2 \cdot \mu + \frac{d\rho}{\rho \cdot \varepsilon} \qquad (7.5)$$

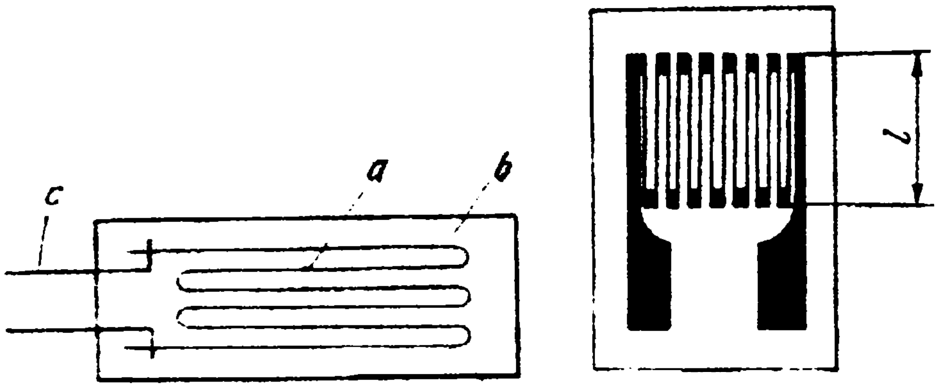
diferă de valoarea minimă k_{min} = 1,6. Pentru materialele folosite în mod obișnuit la construcția traductoarelor electrice rezistive (sau mărcilor tensometrice cum mai sunt numite), factorul de tensosensibilitate are valori cuprinse între 2,0 și 3,5. Caracteristica traductoarelor trebuie determinată experimental pentru fiecare lot în parte.

§7.2. Tipuri de traductoare tensometrice rezistive

Pentru utilizare în diferite condiții de măsurare se poate achiziționa o mare varietate de traductoare tensometrice rezistive simple sau combinate (rozete tensometrice), care diferă prin materialul conductor, materialul suportului și adezivul folosit. Dimensiunile traductoarelor sunt din ce în ce mai mici, numeroase firme producătoare oferind produse cu dimensiuni milimetrice şi chiar submilimetrice. Se poate folosi deci tensometria electrică rezistivă în domenii tot mai extinse. În figura 3. . sunt prezentate două tipuri de traductoare simple:

a) traductor pe suport de hârtie;

b) traductor imprimat.



a) **b)**

Figura 7.1. Traductoare tensometrice rezistive.

§7.3. Proprietățile traductorului tensometric rezistiv

Spre a utiliza în mod curent traductorul tensometric rezistiv, trebuie să i se cunoască proprietățile, legate de scopul urmărit.

Liniaritatea. Principala proprietate a traductorului tensometric este liniaritatea, adică păstrarea unei relații liniare între variația relativă a rezistenței ΔR / R şi alungirea ε. Cât timp există această relație liniară, constanta k rămâne neschimbată. În general traductoarele fabricate curent sunt liniare până la eforturi unitare care depăşesc limita de curgere a oțelului, deci până în zone în care legea lui Hooke, deci însăşi tensometria, nu mai este aplicabilă.

Efectul temperaturii. În general, fiind vorba de aliaje metalice, variațiile de temperatură influențează rezistența ohmica a traductorilor tensometrici. În schimb, constanta traductorilor rămâne în general neschimbată, în limitele curente de utilizare. Schimbarea rezistenței electrice a traductoarelor cu temperatura se suprapune variației de rezistență datorită deformațiilor mecanice şi poate falsifica complet măsurarea tensometrică. Se va arăta ce măsuri de compensare se iau spre a evita acest neajuns.

Efectul umidității. Umezeala dăunează traductorilor tensometrici. În primul rând, umezeala micşorează rezistența electrică, permițând scurgeri de curent între firele grilajului rezistent, scurgeri prin suportul izolant etc. În al doilea rând, umezeala micşorează rezistența mecanică a unor adezivi în special a celor pe bază de celuloid, permiţând lunecări între traductor şi piesă, ceea ce are ca efect falsificarea completă a măsurării.

Rezultă de aici că umezeala este principalul duşman al traductorului tensometric rezistiv. Măsurarea tensometrică reuşeşte în special când se face în mediu uscat, pe timp uscat. În cazul în care în mediul înconjurător există umezeală prea mare, se iau măsuri speciale de uscare, de exemplu cu raze infraroşii, precum şi măsuri de acoperire a traductorilor cu ceară, parafină sau chit izolant.

Efectul deformației transversale. Traductorul tensometric în serpentină are o serie de bucle, unde direcţia firului rezistent nu coincide cu direcţia de solicitare a traductorului. În aceste locuri, deformaţiile transversale produc erori în măsurare, care sunt de ordinul —2% la +4% pentru traductori cu suport de hârtie, respectiv de —2,3% la +6,7% pentru traductori cu suport de bachelită. În general aceste erori se neglijează. Se fac şi construcţii speciale de traductori, insensibili la deformaţiile transversale, realizaţi din o serie de fire paralele, legate transversal prin punţi, de rezistenţă mult mai mică.

§7.4. Tehnologia pregătirii măsurării tensometrice

Pentru buna reuşită a unei măsurări tensometrice, trebuie să se ia o serie de măsuri:

Traductorul tensometric trebuie să fie ales corespunzător măsurării ce se va efectua, atât în ce priveşte dimensiunile, cât şi comportarea sa la temperatură, umezeală, etc.

Locul de măsurare trebuie ales după o prealabilă apreciere a stării de eforturi unitare. Cu cât piesa este mai complexă, cu atât se vor face măsurări în mai multe puncte, deci se vor lipi mai mulţi traductori. La locul de măsurare, piesa trebuie să fie bine curăţată de rugină, vopsele, cu ajutorul unui polizor sau al unei pile. Nu este necesară realizarea unei suprafeţe prea lustruite, rizurile rămase favorizând aderenţa traductorului de piesă. De asemenea, trebuie bine studiată orientarea traductorului pe piesă.

După curăţarea prin şlefuire, suprafaţa piesei se curăţă de resturi de murdărie, grăsimi, prin spălare cu vată îmbibată în acetonă, eventual se curăţă într-o primă fază cu alcool, apoi cu acetonă. După aceasta. nu este permis a mai atinge piesa cu mâna.

După curăţare, se aplică un strat fin de clei (adeziv) atât pe piesă cât şi pe traductor şi se aplică traductorul apăsându-l uşor cu degetul spre a elimina excesul de clei şi bulele de aer.

Apoi traductoarele se lasă să se usuce, pe durata prescrisă, după tipul de adeziv folosit.

Uscarea traductorilor se poate face în aer, sau pe cale artificială., prin încălzire. Uscarea prin încălzire este obligatorie pentru cleiurile care se întăresc prin polimerizare.

După uscarea completă se face verificarea rezistenței electrice. În acest scop se verifică atât rezistența traductorului propriu-zis, conectând firele sale la bornele ohmmetrului, cât şi rezistența sa de izolație, care trebuie să aibă valoarea prescrisă.

Dacă este necesar, se iau apoi măsuri de izolare a traductorilor împotriva umezelii.

În fine, se lipesc firele de legătură., care permit conectarea traductorilor în circuitul de măsurare.

§7.5. Aparatura pentru tensometrie electrică

Puntea Wheatstone

Variațiile de rezistență ΔR suferite de traductorul tensometric sunt destul de mici. Astfel, pentru un traductor având $R = 120\ \Omega$ şi $k = 2{,}04$, supus unei deformații specifice $\varepsilon = 1\ 10^{-3}$ (căreia îi corespunde la oțel $\sigma = 210$ MPa) variația rezistenței este

$$\Delta R = k \cdot R \cdot \varepsilon = 2{,}4 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 0{,}2448\Omega \tag{7.6}$$

Astfel de variații ale rezistenței ohmice se măsoară prin variații corespunzătoare de tensiune sau curent.

Măsurarea nu se face direct la bornele rezistenței, ci introducând-o într-un circuit care să mărească sensibilitatea şi precizia măsurării.

În mod obişnuit, circuitul electric care face această măsurare este o punte **Wheatstone** numită **punte tensometrică**.

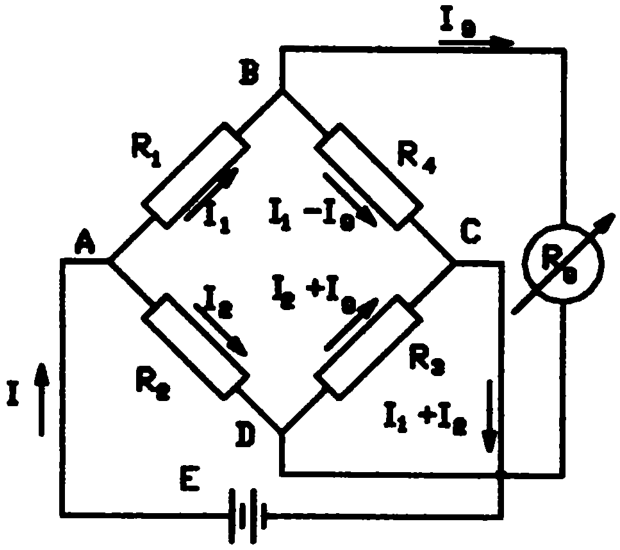


Figura 7.2. Punte Wheatstone

În figura 7.2 se arată o schemă a punții tensometrice. În această schemă, R_1 este rezistența traductorului activ, cel cu care facem măsurarea.

Metoda punții echilibrate; prin diagonala BD a punții, curentul $I_g = 0$ atunci când este îndeplinită condiția de echilibru:

$$R_1 \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \tag{7.7}$$

R_1 este rezistența traductorului activ TA lipit pe piesă în punctul de măsurare. R_2 este rezistența unui traductor identic cu TA, numit traductor compensator TC așezat în aceleași condiții de temperatură cu cel activ, lipit pe o piesă din același material, dar nesolicitată. Astfel, variațiile de temperatură acționează identic asupra rezistenței traductorilor TA și TC. Se realizează în acest fel compensarea termică.

Rezistența traductorului R_1 variază sub sarcină cu ΔR_1. Spre a menține echilibrul punții, este necesară modificarea unei rezistențe, de exemplu pe R_4, astfel încât condiția de echilibru să fie îndeplinită.

$$\frac{R_1 + \Delta R_1}{R_2} = \frac{R_4 + \Delta R_4}{R_3} \tag{7.8}$$

Acest lucru se realizează așezând un potențiometru pe brațul în care este legată rezistența R_4. Acest potențiometru are un cadran care este gradat direct în deformații specifice ε. În metoda punții echilibrate, se reglează potențiometrul, până când acul aparatului indicator stă pe zero și se citește deformația specifică.

Metoda punții dezechilibrate; acul aparatului G deviază în urma variației de rezistență a traductorului activ, iar cadranul acestui aparat se gradează în deformații specifice ε.

§7.6. Determinarea distribuției presiunii din îmbinare prin măsurarea tensiunilor tangențiale de torsiune pe suprafața exterioară a butucului.

În cazul rotorilor cu butucul de lungime sensibil mai mare decât zona de aplicare a momentului de răsucire, (la care se poate folosi ipoteza aplicării concentrate a momentului de torsiune), suprafața cilindrică exterioară a butucului este accesibilă pentru lipirea traductoarelor tensometrice.

În cadrul experimentelor s-a încercat un arbore cardanic și telescopic cu îmbinare prin caneluri cu centrare pe flancuri în afara seriilor de dimensiuni standardizate („seria supergrea") 30 x 38 x 3,5 x 16, cu dimensiunile:

- diametrul exterior $D = 38$ mm;
- diametrul interior $d = 30$ mm;
- lățimea canelurilor de pe arbore $b = 3.5$ mm;
- numărul de caneluri $z = 16$

Pentru a asigura o suprafață de lipire netedă pentru timbrele tensometrice, de pe exteriorul a butucului au fost îndepărtate mecanic nervurile de rigidizare cu furca cardanică și s-a prelucrat mecanic prin strunjire și rectificare suprafața cilindrică exterioară. Garnitura de etanșare a fost de asemenea îndepărtată, ca și zona de început a canelurii, cu rigiditate variabilă produsă de canalul de sertizare a capacului etanșării.

Pentru îmbinarea de referință, tensiunea tangențială maximă (pe suprafața butucului și în secțiunea solicitată cu momentul de răsucire $T_x = T_{max}$), tensiunile principale maxime și deformațiile principale sunt calculate mai jos:

Modulul de rezistență polar al secțiunii butucului:

$$W_{pb} = \frac{\pi\left(D_b^4 - D^4\right)}{16 \cdot D_b} \qquad W_{PB} = 2{,}717 \cdot 10^4 \, mm^3 \tag{7.9}$$

Tensiunea maximă de torsiune din butuc:

$$\sigma_1 = \tau_{b\,max} \qquad \sigma_1 = 35{,}614 \, MPa \tag{7.10}$$

$$\sigma_2 = -\tau_{b\,max} \qquad \sigma_2 = -35{,}614 \, MPa \tag{7.10'}$$

Deformațiile principale pe suprafața cilindrică exterioară a butucului:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1 \cdot (1+\mu)}{E} \qquad \varepsilon_1 = 215{,}342 \frac{\mu m}{m} \tag{7.11}$$

La răsucirea unei bare de secțiune circulară direcțiile principale ale tensiunilor principale σ_1, σ_2 de întindere și compresiune fac cu generatoarea cilindrului unghiuri de 45°și sunt egale cu eforturile tangențiale unitare τ. Acestor eforturi unitare le corespund deformațiile ε_1 și ε_2 egale și de semn contrar. În cazul general când arborele nu este numai răsucit, ci este supus și la încovoiere și întindere pentru a determina deformațiile specifice datorite răsucirii și a elimina pe cele datorite încovoierii și întinderii trebuie aplicate patru mărci; axele mărcilor trebuie să fie orientate sub un unghi de 45° față de generatoare, iar centrele geometrice ale mărcilor să coincidă cu vârfurile pătratului înscris în secțiune.

La amplasarea și conectarea prezentată în figura 7.3 se vor măsura numai deformațiile specifice ε_1 și ε_2 datorate răsucirii, iar influența încovoierii și întinderii se va elimina. Variația totală de rezistență măsurată va fi:

$$\Delta R = k \cdot R_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_m + \varepsilon_t) + k \cdot R_2(\varepsilon_2 + \varepsilon_m + \varepsilon_t) - \\ -[k \cdot R_3(-\varepsilon_1 + \varepsilon_m + \varepsilon_t) + k \cdot R_4(-\varepsilon_1 - \varepsilon_m + \varepsilon_t)] \quad (7.12)$$

Când $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ se obține:

$$\Delta R = k \cdot R(2 \cdot \varepsilon_2 + 2\varepsilon_t) - k \cdot R(-2 \cdot \varepsilon_1 + 2\varepsilon_t); \quad (7.13)$$

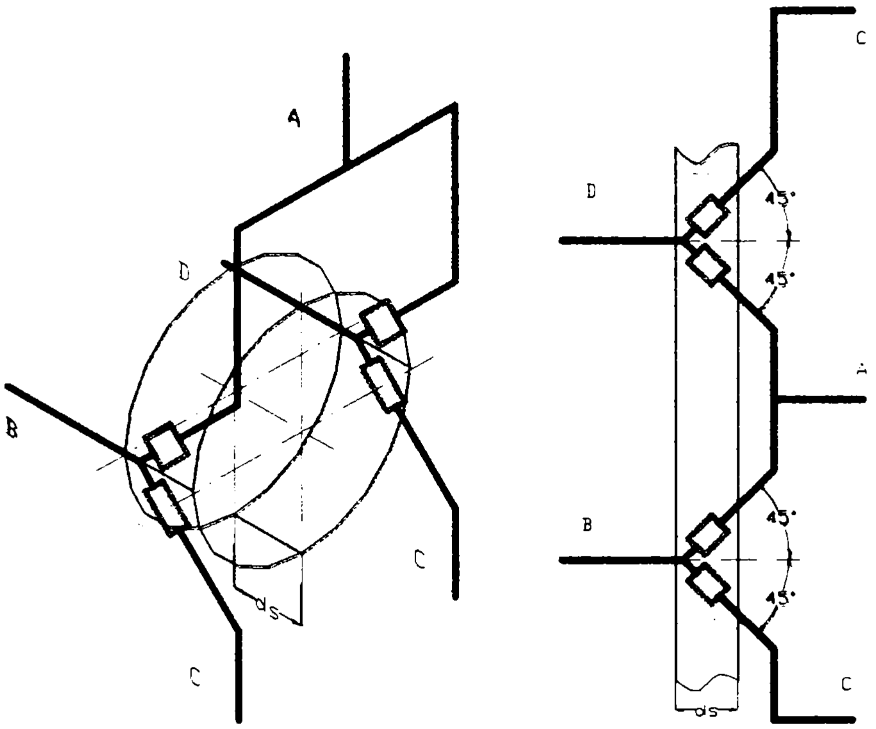
$$\Delta R = k \cdot R \cdot 4 \cdot \varepsilon_1 \quad (7.14)$$

În felul acesta influența încovoierii și întinderii se elimină din indicațiile aparatului. Cunoscând pe ε_1 se calculează σ respectiv τ, cu formula:

$$\tau = \sigma = \frac{E}{1 + \mu} \cdot \varepsilon_1 \quad (7.15)$$

Poate fi utilizată și o altă schemă de amplasare a mărcilor, în care fiecare pereche de mărci se amplasează pe aceeași generatoare. Cu toate că deformația de încovoiere poate fi diferită pentru mărcile R_2 și R_1, totuși ea nu introduce denaturări, deoarece influența ei este eliminată de fiecare pereche de mărci R_2, R_3, și R_1, R_4, în mod separat.

În calcule s-a presupus că axele tuturor traductoarelor sunt situate sub un unghi de 45° față de generatoarea butucului. Neîndeplinirea acestor condiții duce la denaturarea rezultatelor măsurătorilor. Din acest motiv este necesară etalonarea punților anterior încercărilor.



a) b)

Figura 7. 3. Principiul măsurării tensometrice a tensiunii tangențiale de torsiune maxime pe suprafața cilindrică exterioară

Traductoarele tensometrice lipite pe butuc pe două generatoare opuse sesizează deformațiile principale ε_{1i} şi ε_{2i} la distanța x_i de capătul descărcat al canelurii de pe arbore. Puntea înregistrează valoarea tensiunii tangențiale $\tau (x_i)$.

Se poate calcula deci valoarea efortului de torsiune $T(x_i)$din secțiunea i:

$$T(x_i) = \tau(x_i) \cdot W_{pb} \tag{7.16}$$

Din condiția de echilibru a tronsonului i din butuc, cuprins între cotele x_{i-1} şi x_i:

$$T(x_{i-1}) - T(x_i) = p_{mi} \cdot \tfrac{d_m}{2} \cdot \Delta x_i \cdot s_p \cdot z \tag{7.17}$$

unde

- p_{mi} [MPa] este presiunea medie pe tronsonul i şi
- Δx_i [mm] este lungimea tronsonului i;

$$\Delta x_i = x_i - x_{i-1} \tag{7.18}$$

se poate determina p_{mi}

$$p_{mi} = \tfrac{2 \cdot W_{pb}}{d_m \cdot s_p \cdot (x_i - x_{i-1}) \cdot z} \cdot [\tau(x_{i-i}) - \tau(x_i)] \tag{7.19}$$

Coeficientul de repartiție a presiunii pe suprafețele portante se poate obține raportând presiunea medie pe tronsonul i din relația (7.19) la valoarea presiunii medii.

$$k_i = \tfrac{L}{x_i - x_{i-1}} \cdot \frac{\tau(x_{i-i}) - \tau(x_i)}{\tau_0} \tag{7.20}$$

Se observă că valoarea coeficienților de distribuție pe tronsoane se poate determina în funcție de indicațiile punților tensometrice şi poziția traductoarelor rezistive.

Pentru a obține informații suficient de precise despre îmbinarea de referință cu lungimea L = 34 ... 54 mm este necesară folosirea a 4 seturi de câte 4 traductoare pe lungimea îmbinării care să măsoare tensiunile tangențiale $\tau(x_i)$ şi un traductor de etalonare pentru măsurarea momentului de răsucire M_r, montat în zona solicitată cu momentul maxim de torsiune.

Traductoarele de măsurare sunt montate cu un pas Δx_i de 13 mm. Primul set de traductoare se montează la 5 mm de capătul îmbinării. Pentru o măsurare corectă sunt necesare traductoare cu dimensiuni geometrice reduse, astfel încât deformația să poată fi considerată constantă pe lungimea traductorului.

În construcția standului s-au utilizat timbre tensometrice **3/120 LG 11**, produse de firma Hottinger Baldwin Messtechnik GMBH cu următoarele caracteristici:

- Rezistența electrică:	R = 120,0 Ω ±0,2%
- Factorul k:	k = 2,04 ±0,5%

- Coeficientul de temperatură a factorului k: 95 x 10^{-6} / °C
- Compensare pentru 11;5 x 10^{-6} / °C.

Pentru lipirea timbrelor pe suprafața epruvetei s-a folosit adezivul Z 70, rapid unicomponent cu polimerizare la rece, care necesită suprafețe de lipire netede, produs, ca şi timbrele, de Hottinger Baldwin Messtechnik GMBH, şi recomandat de producător pentru acest tip de timbre.

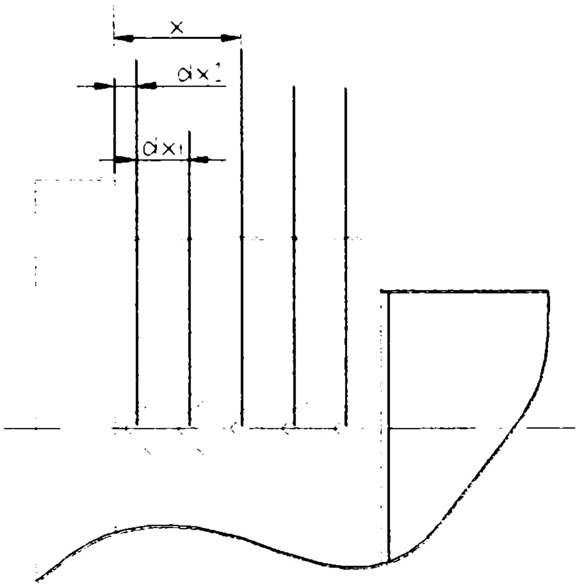


Figura 7.4. Schema de lipire a timbrelor tensometrice pe epruveta standului pentru măsurarea tensiunilor tangențiale din butuc

Standul proiectat, realizat şi executat la catedra de Organe de maşini şi mecanisme din cadrul Departamentului de Mecatronică al Facultății de mecanică a Universității „Politehnica" din Timişoara este prezentat în figurile 7.6 şi 7.7.

Standul asigură fixarea epruvetei – arbore cardanic şi telescopic pe ghidajele 2 şi 3 montate pe cadrul sudat 1 cu ajutorul unui suport fix 28 ce simulează una din crucile arborelui, asigurând astfel preluarea momentului de răsucire şi posibilitatea de auto-aşezare a butucului față de arbore. Arborele se aşează liber pe suportul său 26, care îi permite deplasarea axială pentru realizarea diferitelor lungimi de contact în îmbinare. Reglarea lungimii de contact se face manual, prin deplasarea axială a arborelui împreună cu sistemul de încărcare cu moment de răsucire. Poziționarea corectă este realizată cu ajutorul unor repere prelucrate pe suprafața de rezemare a arborelui. Ajustajul dintre arbore şi suportul său trebuie să fie suficient de larg pentru a nu introduce un moment de frecare ce ar putea influența rezultatele măsurării.

Aplicarea momentului de răsucire fără încărcare radială se realizează cu dornul 6, poziționat simetric prin bucşa 13 fixată cu ştiftul filetat 14.

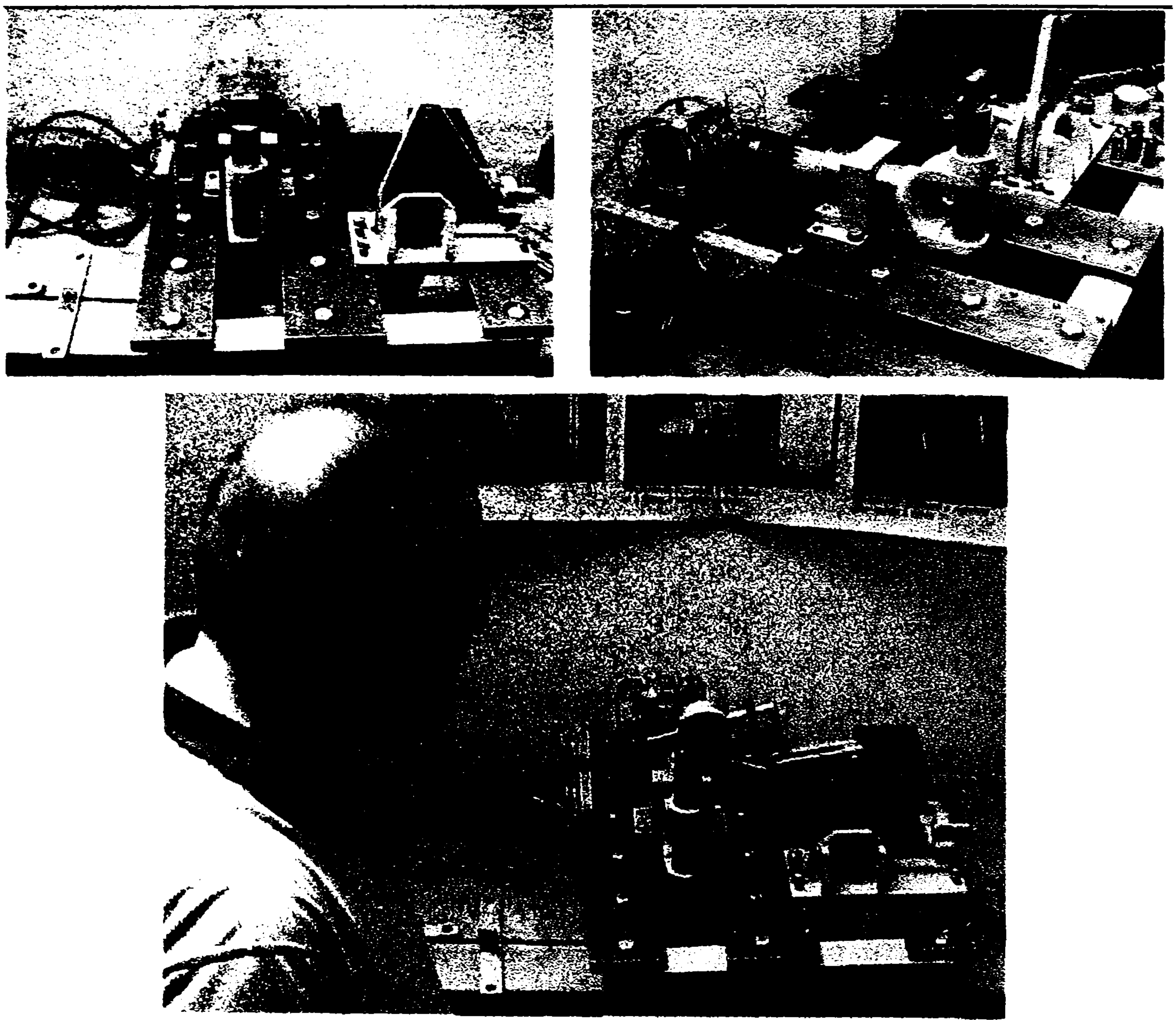
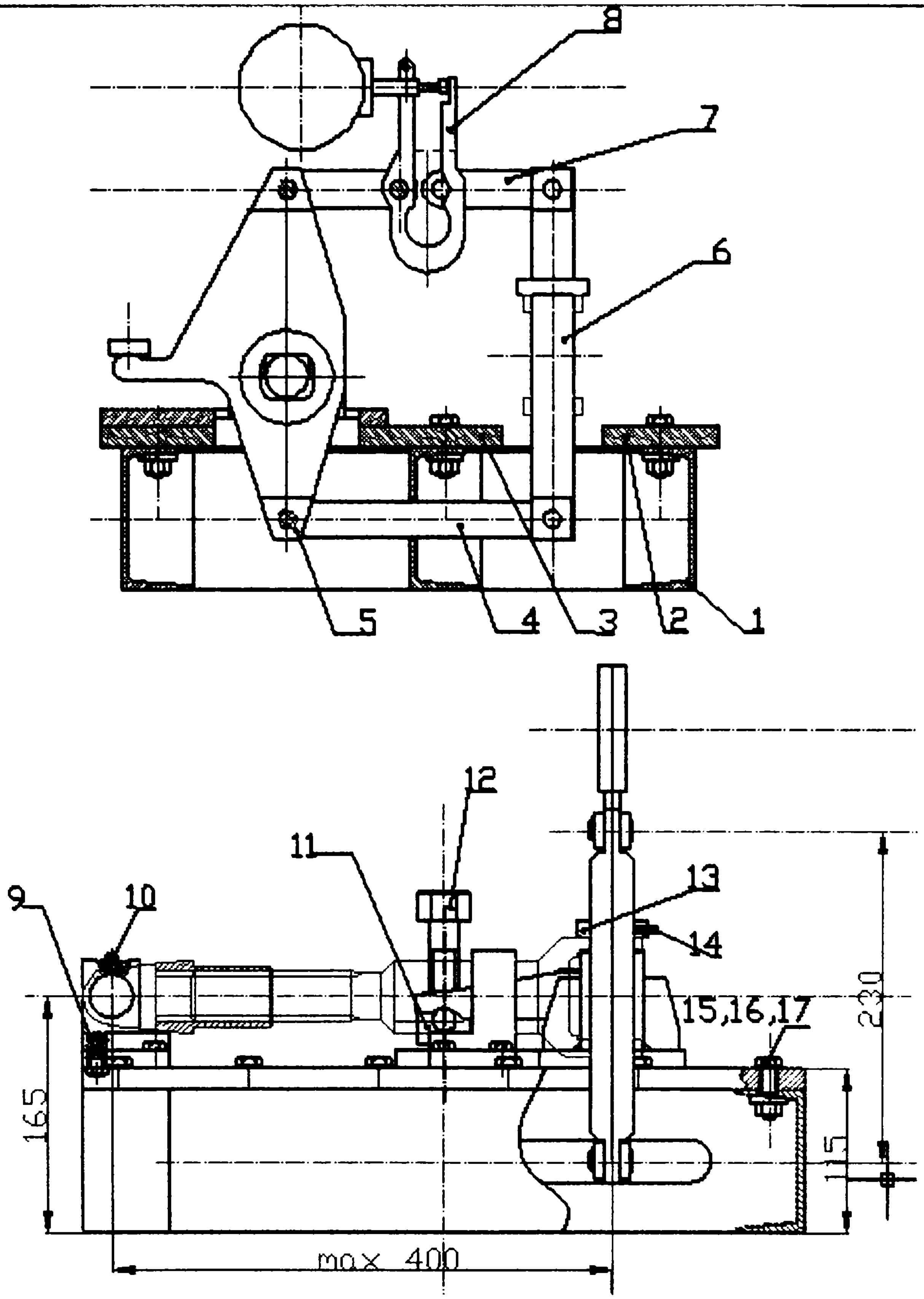


Figura 7.6. Stand pentru măsurarea tensiunilor tangenţiale din butuc

Sistemul de încărcare cu moment de răsucire şi sistemul de măsurare a acestui moment sunt aceleaşi cu cele prezentate în capitolul 6. Dealtfel standul a fost conceput ca un stand multifuncţional, putând fi adaptat şi pentru alte dimensiuni de arbori şi butuci canelaţi, dar şi pentru orice încercare ce necesită momente de răsucire cuprinse între 100 şi 1000 de Nm cu încărcare radială neglijabilă. Gabaritul pieselor încercate, în stare montată, nu trebuie să depăşească 400 de mm. Suporturile epruvetei trebuie reproiectate şi executate în funcţie de piesele încercate, ca şi pârghia de încărcare, pentru a respecta cota de 165 mm între baza standului şu axa epruvetei.

Rezultatele încercărilor şi prelucrarea lor sunt cuprinse în Anexa 15.


8
7
6
5
4
3
2
1
12
11
13
9
10
14
15,16,17
230
165
115
max 400

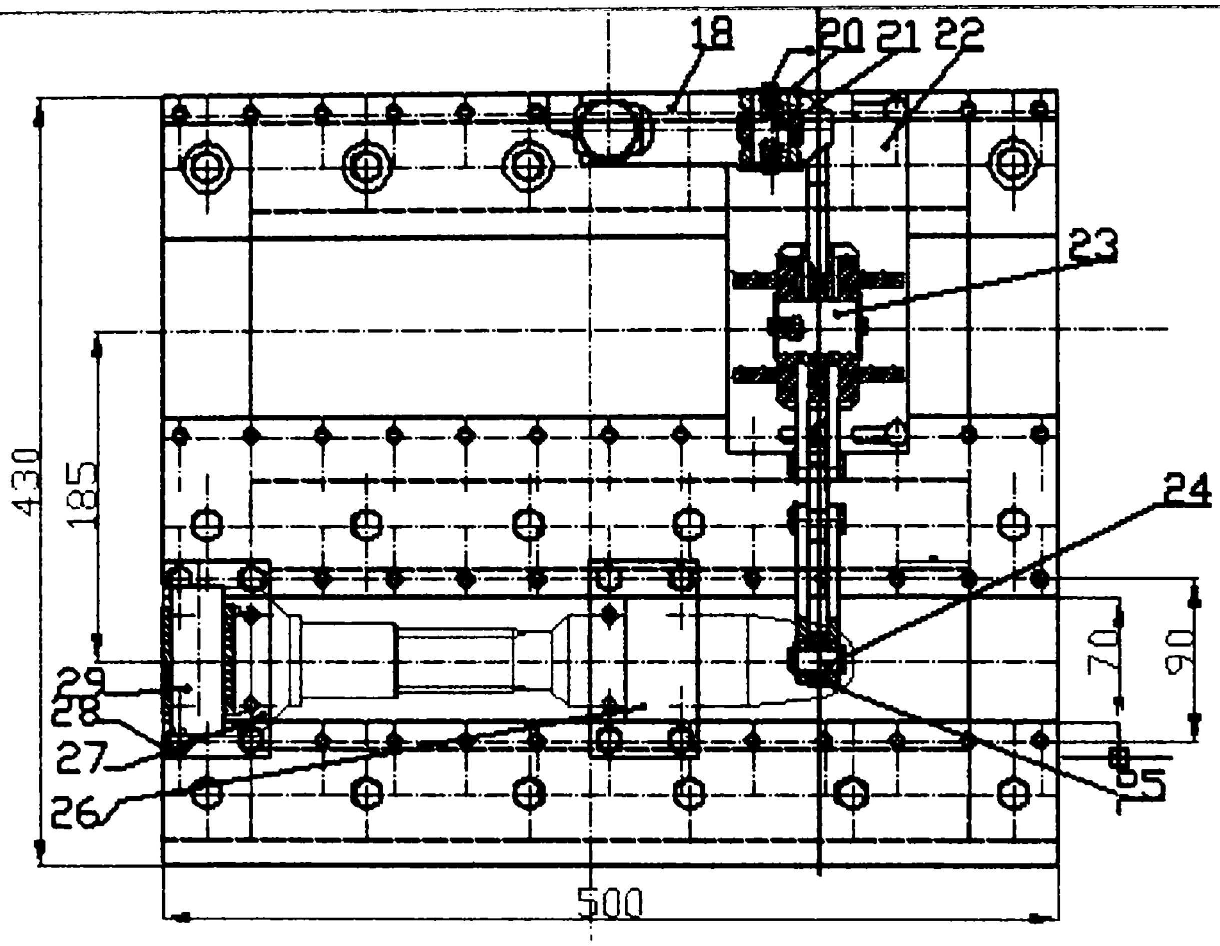


Figura 7.7. Schema standului pentru măsurarea tensiunilor tangențiale din butuc

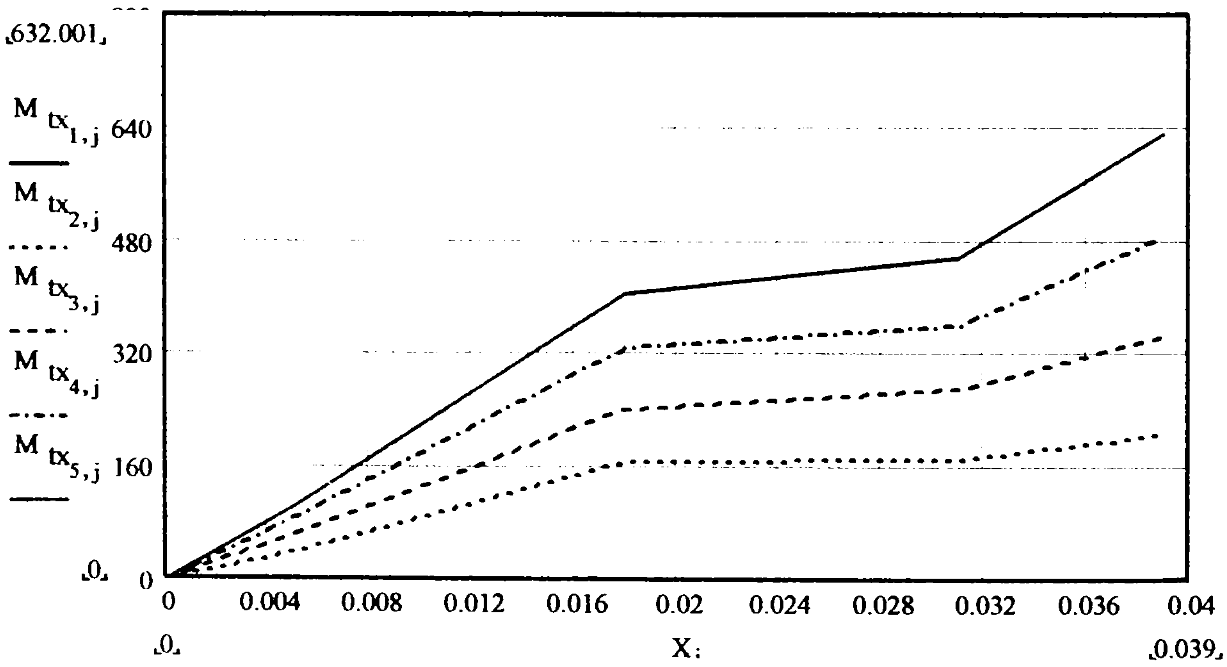


Fig. 7.8 Variația momentului de torsiune pe lungimea butucului, pentru L = 39 mm

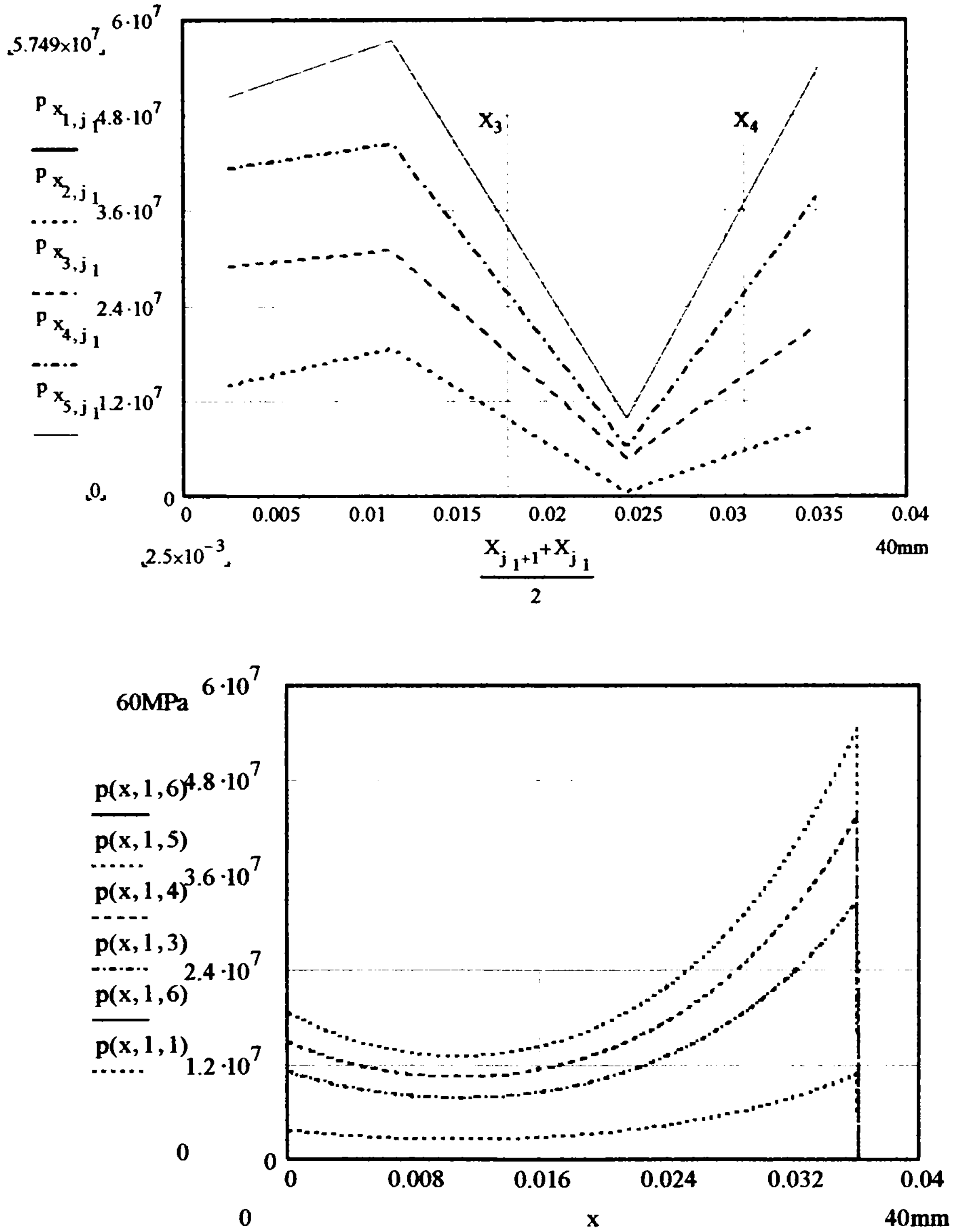


Fig. 7.9 Variația presiunii pe lungimea butucului, pentru L = 39 mm: a) valori experimentale; b) valori calculate

În figurile 7.8 și 7.9 sunt prezentate graficele funcțiilor de variație a momentului de răsucire, respectiv a presiunii pe lungimea îmbinării. Alura celor două familii de curbe evidențiază schimbul de sarcină mai intens la capetele îmbinării și o scădere puternică a presiunii în zona centrală. Coincidența valorică este de asemenea bună, valorile maxime ale presiunii apropiindu-se, la momente de răsucire de 600 Nm, de 60 de MPa, ceea ce ne permite să afirmăm că modelul teoretic poate fi validat.

§7.7. Determinarea distribuției presiunii din îmbinare prin metode numerice.

Metodele numerice se utilizează la studiul stării de tensiuni şi deformații din sistemele mecanice, pentru cazuri concrete de proiectare, dar şi pentru validarea modelelor de calcul analitic.

Pentru studiul variației presiunii pe lungimea îmbinărilor prin caneluri se utilizează modele cu simetrie axială, în cazul studiului îmbinării fără erori, sau modele spațiale tridimensionale, pentru îmbinările cu erori. În figura 7.10 se prezintă cele două tipuri de modele.

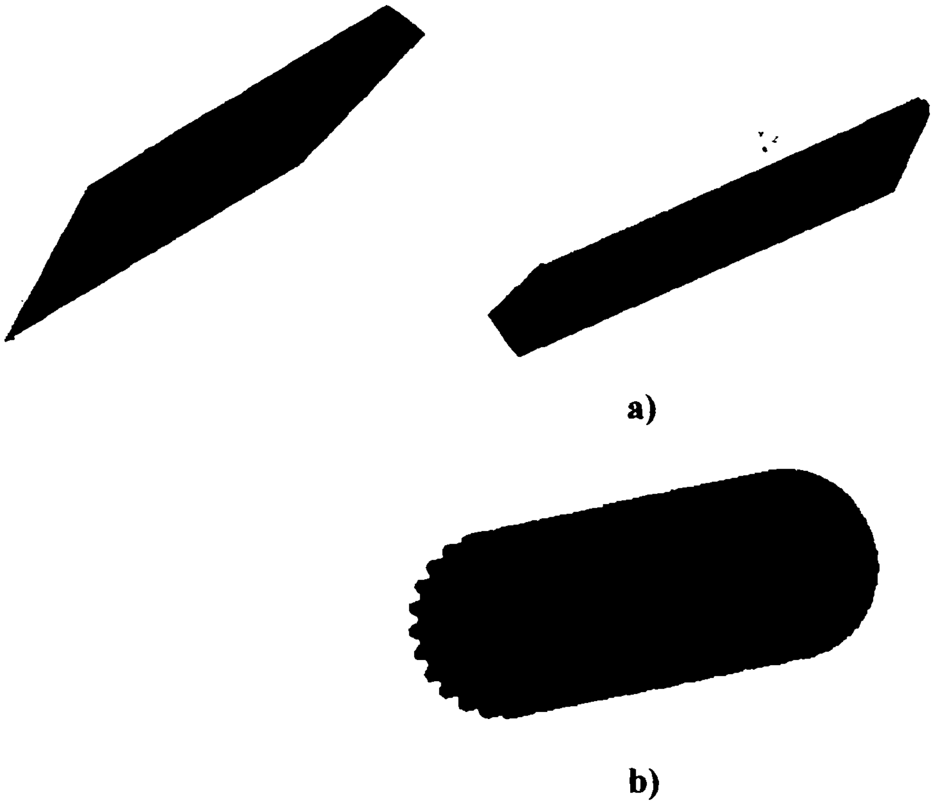


Fig. 7.10. Modelarea îmbinărilor prin caneluri: a) model cu simetrie axială; b) model tridimensional complet [A1].

Rezolvarea pin metoda elementului finit FEM şi a elementelor de frontieră BEM a problemelor de contact presupune rezolvarea unor sisteme neliniare, ceea ce, în practică, se rezolvă prin iterații. Programele moderne de analiză cu element finit au posibilitatea de a realiza acest studiu, necesitând, ca parametrii de legătură, rigiditatea de contact, coeficienții de frecare şi, eventual, jocul în stare nesolicitată sub forma unor „elemente de joc" (gap elements), care se pot închide în timpul încărcării.

Variația solicitării de contact şi a tensiunii de forfecare pe lungimea îmbinării [A1] sunt prezentate în figurile 7.11, respectiv 7.12.

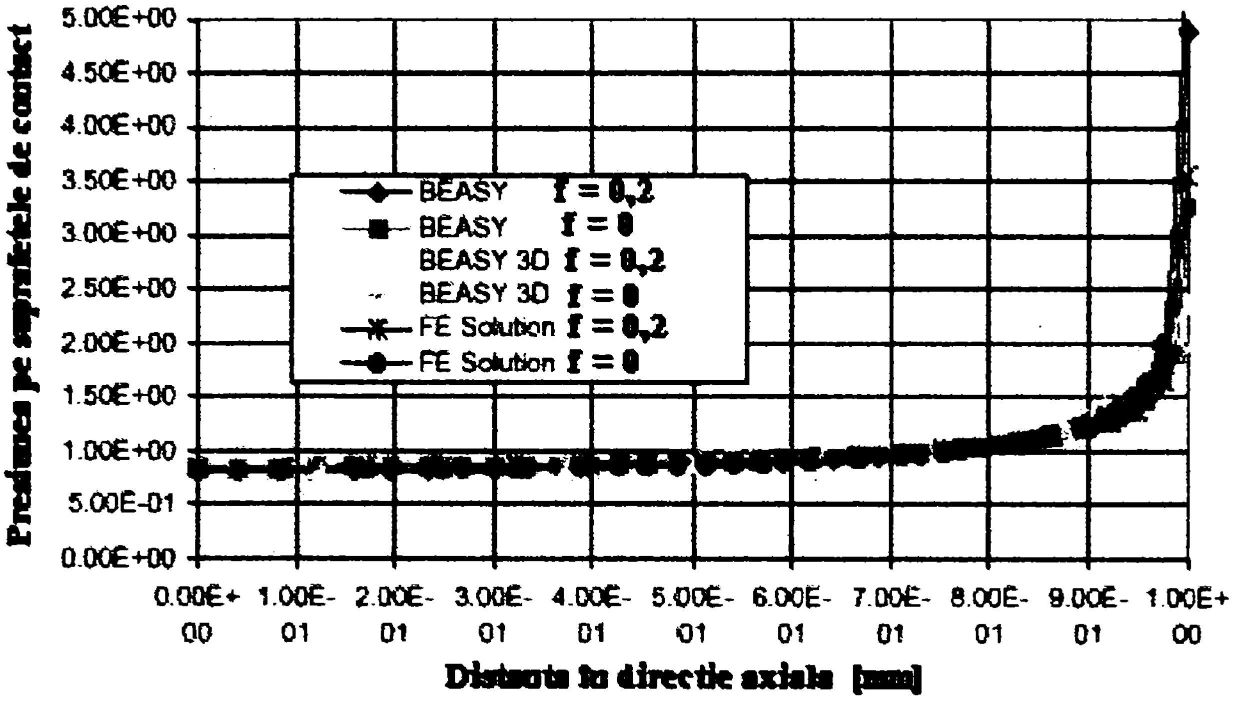


Fig. 7.11. Comparaţie între variaţia presiunii pe suprafeţele de contact obţinută cu modele 2D şi 3D, cu coeficient de frecare f = 0 respectiv f = 0,2.

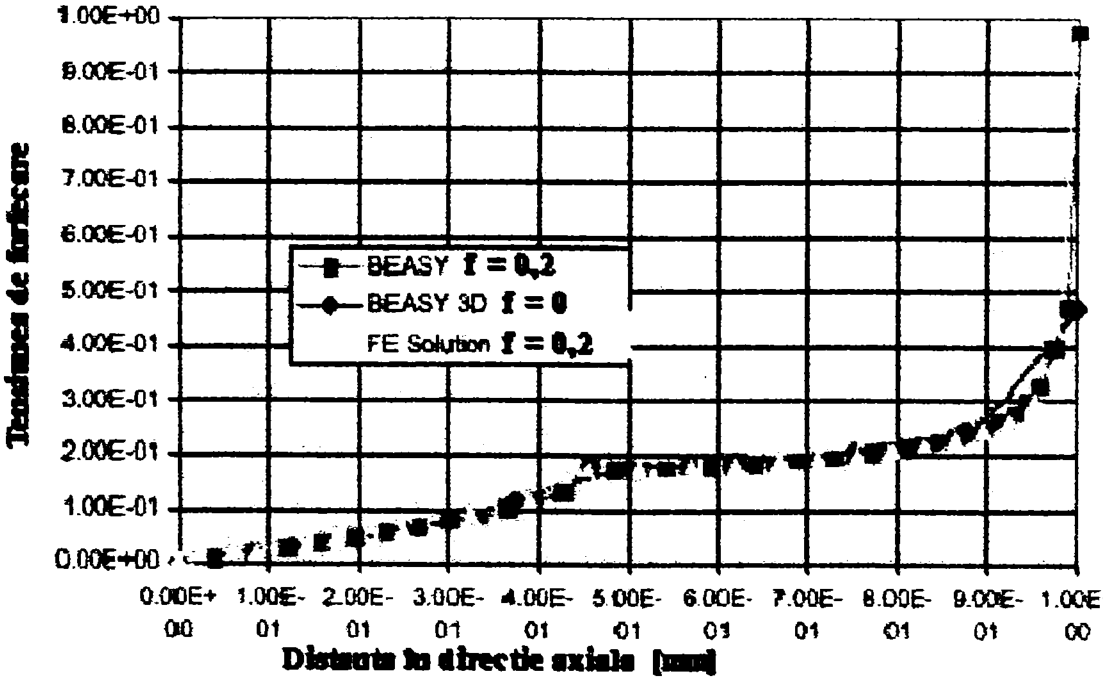


Fig. 7.12. Comparaţie între variaţia tensiunii de forfecare pe lungimea de contact obţinută cu modele 2D şi 3D, cu coeficient de frecare f = 0 respectiv f = 0,2. [A1]

Coincidenţa dintre alura curbelor obţinute prin diferite metode numerice şi similaritatea acestora cu cele analitice, în special în ceea ce priveşte puternica concentrare a transferului de sarcină la unul din capetele îmbinării validează încă o dată modelul analitic propus.

Capitolul 8.

Observații, concluzii, contribuții personale la studiul îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

§8.1. Prezentarea generală, clasificarea și domeniile de utilizare a îmbinărilor arbore-butuc

O îmbinare arbore-butuc preia șase grade de mobilitate dintre elementele îmbinate și șase componente ale torsorului de reducere al acțiunilor exterioare la axa îmbinării. În unele cazuri, acest tip de îmbinare permite deplasarea axială relativă a butucului față de arbore, materializând cupla cinematică de translație de clasa a V-a (C_5). În majoritatea aplicațiilor, pentru preluarea forței axiale $\mathbf{F_{ax}}$, a încărcării radiale $\mathbf{F_r}$ și momentului de răsturnare $\mathbf{M_r}$ se utilizează (v. fig. 1.1.): **centrare** pe cilindru lung; **centrare** pe cilindru scurt; **centrare** pe o suprafață conică lungă.

Determinarea poziției corpurilor rigide impune existența a șase puncte de contact, **patru câte patru necoplanare și trei câte trei necoliniare**. Un număr mai mare de puncte de contact și nerespectarea condițiilor de poziție relativă a acestora conduce la **nedeterminarea statică a sistemului**, care se ridică, pentru corpurile deformabile, prin adăugarea de atâtea ecuații de deformație de câte ori sistemul este static nedeterminat. Suprafețele de contact conțin, teoretic, o infinitate de puncte iar practic, un număr de pete de contact. Contactul pe suprafețe extinse este condiționat conformitatea suprafețelor conjugate, obținută prin respectarea condițiilor de precizie geometrică (de dimensiune, de formă geometrică și de poziție relativă) impuse acestora sau prin rodare, și de deformațiile elastice și plastice ale corpurilor aflate în contact.

La îmbinările cu centrare pe suprafețe cilindrice cu ajustaj cu joc, contactul este condiționat de componenta dominantă a torsorului de reducere a acțiunilor exterioare. Într-o îmbinare cu joc cu geometrie ideală și elemente perfect rigide, încărcarea radială predominantă produce (v. fig. 1.2. a) eroarea de centrare $\varepsilon_c = \frac{j_{max}}{2}$. Dacă predomină momentul de răsturnare, în îmbinare, (v. fig. 1.2. b) eroare unghiulară de centrare $\gamma = \frac{j_{max}}{L_b}$, ($L_b$ - lungimea îmbinării).

Erorile de centrare sunt inerente **ajustajului cilindric cu joc** şi deci acesta **nu asigură o centrare propriu – zisă** ci o **pseudo – centrare** a butucului faţă de arbore.

Luând în considerare deformaţiile suprafeţelor conjugate, contactul se extinde (v. fig. 1.3.). În cazul încărcării radiale predominante, zona de contact (v. fig. 1.3. a) este o suprafaţă cilindrică de lungime egală cu lungimea butucului şi cuprinsă în interiorul unghiului la centru $2 \cdot \theta = 2 \cdot \arccos \frac{1}{1 + 2 \cdot \frac{\delta_r}{j}}$, unde δ_r este deplasarea radială relativă a butucului faţă de arbore datorită deformaţiilor produse de încărcarea radială. Eroarea de centrare ε_c creşte $\varepsilon_c = \frac{j_{max}}{2} + \delta_r$.

Dacă momentul de răsturnare M_r este predominant (v. fig. 1.3. b), contactul se extinde la capetele îmbinării pe suprafeţe cilindrice de lăţime maximă L_c în planul perpendicular pe direcţia momentului M_r şi cuprinse în interiorul unghiului la centru θ_x. Eroarea de centrare unghiulară γ creşte până la valoarea $\gamma = \frac{j + 2 \cdot \delta_{r_{max}}}{L_b}$, $\delta_{r_{max}}$ - interferenţa maximă la capetele îmbinării. Dacă se ţine seama şi de rigiditatea finită a arborelui şi butucului, suprafeţele de contact se extind şi distribuţia de presiune se modifică. În cazul sarcinilor exterioare rotitoare faţă de arbore (arbori de transmisie), suprafaţa de contact se va roti pe arbore, putând provoca uzarea prin deformare plastică a ajustajului şi, implicit, creşterea jocului şi scăderea preciziei de centrare.

Însumarea efectelor forţei radiale şi a momentului de răsturnare depinde de mărimea şi direcţia relativă a acestora şi de dimensiunile îmbinării. Astfel, la valori relative mici ale momentului de răsturnare M_r şi dacă acesta este perpendicular pe direcţia forţei radiale F_r (cazul unei forţe radiale excentrice sau al unei componente axiale paralele cu axa îmbinării), contactul dintre arbore şi butuc se face de-a lungul unei generatoare, pe toată lungimea butucului. Distribuţia de presiuni va fi în acest caz asimetrică, rezultanta ei fiind pe direcţia sarcinii excentrice F_r. Dacă sarcina radială are excentricitate mai mare decât jumătate din lungimea butucului, momentul de răsturnare produce rotirea relativă a butucului faţă de arbore şi contactul asimetric pe capetele îmbinării. Rezultantele celor două distribuţii de presiuni asimetrice şi cu sensuri opuse preiau momentul de răsturnare, diferenţa lor echilibrând încărcarea radială.

În cazul îmbinărilor prin strângere, înainte de încărcarea acestora se introduce o distribuţie de presiuni iniţială între suprafeţele de centrare. Sarcinile exterioare ce acţionează asupra îmbinării în exploatare modifică această distribuție de presiuni prin suprapunerea unei distribuții „de sarcină". Dacă presiunea rămâne pozitivă după încărcare în toate punctele ajustajului, încărcările exterioare sunt preluate atât de suprafețele îndreptate în sensul solicitării cât şi de cele opuse. Din acest motiv, ajustajele cu strângere au rigiditate mai mare la sarcini radiale sau de răsturnare decât cele cu joc (sistemul tehnic elastic este obținut prin legarea „în paralel" a două sisteme cu joc echivalente).

Modul de preluare a sarcinilor radiale şi de răsturnare poate fi influențat şi de modul de transmitere a momentului de răsucire. În special la îmbinările prin formă, **asimetria îmbinării** (nominală sau produsă de erorile de execuție) poate **introduce reacțiuni interne îmbinării**, ce **afectează precizia de centrare şi distribuția de presiuni din îmbinare**. Fixarea axială contribuie prin reacțiuni normale şi forțe de frecare la preluarea sarcinilor radiale şi de răsturnare. Efectul lor, deşi nu puțin important, este cel mai adesea neglijat.

Principala deosebire între îmbinările arbore – butuc este modul de preluare a rotirii relative a butucului față de arbore în jurul axei îmbinării. În teză propun **o definiție geometric riguroasă a tipurilor de îmbinări arbore-butuc demontabile** (§1.1). Astfel, îmbinările arbore – butuc se clasifică în: îmbinări prin formă; îmbinări prin forță; îmbinări prin formă şi forță. Alegerea uneia dintre acestea se face în funcție de capacitatea sa portantă raportată la cea a arborelui, condițiile de funcționare, complexitatea şi costul variantelor acceptabile din primele două puncte de vedere. **În tabelul 1.2 am propus o cuantificare a modului în care diferitele tipuri de îmbinări**, (tabelul 1.1), **îndeplinesc principalele funcții**. În tabelul 1.3 sunt recomandate tipuri de îmbinări pentru diferite solicitări şi condiții de exploatare.

Îmbinările prin caneluri sunt indicate la **transmiterea de momente de răsucire mari**, şi sunt singurele care **pot materializa eficient cupla de translație C_5**, de aceea au un **domeniu de aplicabilitate** suficient de **extins** şi, mai ales, **rezervat**. Studiul intimității fenomenelor de transmitere a sarcinilor între elementele îmbinării determină cu precizie, încă în faza de proiectare, eforturile unitare maxime şi deci evită supradimensionările. Arborele şi butucul au profile care fac imposibilă rotirea relativă, asigurând astfel transmiterea momentului de răsucire şi posibilitatea deplasării axiale

Utilizarea îmbinărilor cu caneluri este limitată de costul ridicat al prelucrării, în special al pregătirii de fabricație (maşini-unelte, scule, dispozitive şi verificatoare speciale şi disciplină tehnologică ridicată), condiționat de precizia necesară. Canelurile dreptunghiulare sunt cel mai des utilizate, deoarece posibilitățile tehnologice permit obținerea unei precizii mai mari față de celelalte tipuri de îmbinări prin caneluri, fiind de aceea preferate pentru realizarea îmbinării mobile (arbori telescopici, roţi mobile la cutiile de viteze, etc.). Canelurile triunghiulare sunt recomandate în construcţia îmbinărilor fixe, cu solicitări variabile sau reversibile (pârghii sau manivele pe capete de arbore). Canelurile evolventice au rezistenţă bună la solicitări variabile şi se utilizează în construcţia de autovehicule.

Proiectarea îmbinării arborelui cu rotorul este o "fază" a algoritmului de proiectare a unei transmisii mecanice. După calculul diametrului minim necesar pentru secţiunea prin arbore solicitată la momentul de torsiune maxim, se aleg: tipul de îmbinare recomandat, dimensiunile secţiunii transversale ale îmbinării (standardizate sau normalizate) şi se dimensionează butucul rotorului, stabilindu-i diametrul exterior $\mathbf{d_e}$ şi lungimea **L**. Aceasta se poate face constructiv, folosind rapoarte tradiţional acceptate de proiectanţi [G1] dintre dimensiunile butucului şi diametrul nominal al îmbinării. Pentru fiecare tip de îmbinare şi caz de utilizare se recomandă valori diferite ale acestor rapoarte. Dimensionarea se poate face şi prin calcul, punând condiţia de echiportanţă a arborelui şi butucului la solicitarea de torsiune. Şi în acest caz dimensionarea este aproximativă, deoarece se ia în calcul numai una din componentele torsorului de reducere a interacţiunilor dintre arbore şi butuc, momentul de răsucire.

Se stabilesc apoi dimensiunile longitudinale ale îmbinării, ele putând fi mai mici sau egale cu lungimea **L** a butucului. Pentru îmbinările fixe se definitivează modul de fixare axială a butucului pe arbore, ţinând seama de tehnologia de prelucrare a elementelor de îmbinare pe arbore şi respectiv în butuc. După determinarea tuturor dimensiunilor elementelor îmbinării se face verificarea acestora, în general la contact între suprafeţele conjugate ale arborelui şi butucului indus de momentul de răsucire **T**, comparându-se valoarea efectivă a presiunii medii $\mathbf{p_m}$ cu o valoare admisă a presiunii $\mathbf{p_a}$ diferită de la un tip de îmbinare la altul şi întotdeauna mult inferioară limitei de rezistenţă la compresiune şi stabilită experimental în funcţie de materialele elementelor îmbinării dar şi în funcţie de tipul de îmbinare, clasa de precizie, condiţiile de funcţionare, etc., ceea ce înseamnă că în acestea s-au inclus coeficienţi de corecţie pentru a compensa diferenţa dintre presiunea maximă $\mathbf{p_{max}}$, incomod de determinat în proiectarea de tip clasic, şi cea medie $\mathbf{p_m}$, calculabilă simplu cu o formulă de tip (1.13).

Unele standarde şi surse bibliografice [D1], recomandă determinarea lungimii necesare a îmbinării prin dimensionare din condiţia de rezistenţă la contact, calculând L din formula (1.13). Practica de proiectare arată însă că, în majoritatea cazurilor şi mai ales la proiectarea prototipurilor sau a produselor de serie mică, lungimea butucului rezultată din calcul este redusă şi pare a nu asigura stabilitatea rotorului pe arbore. Pentru proiectarea produselor de serie mare este indicată reluarea dimensionării şi verificării până ce elementele îmbinării sunt încărcate cât mai aproape de capacitatea lor portantă. Dacă în urma verificării nu este îndeplinită condiția de rezistență, se reiau operațiile de proiectare. În opinia autorului, ordinea de "intervenție" asupra parametrilor aflați la dispoziția proiectantului este: lungimea îmbinării; materialul elementelor îmbinării; numărul de elemente portante; tipul îmbinării; diametrul nominal al îmbinării.

După proiectarea îmbinării se verifică rezistența arborelui la solicitări variabile (oboseală) ținând seama de modificările modulelor de rezistență axial W_z și polar W_p ale secțiunii transversale prin arbore și de concentratorii de tensiune specifici. Unele surse bibliografice mai indică necesitatea unui calcul de rezistență la încovoiere sau /și la forfecare a elementelor portante (caneluri). Studiile mai noi, standardele în vigoare și experiența proiectanților, inclusiv a autorului, afirmă însă că solicitarea critică este în totalitatea cazurilor cea de contact.

§8.2 Considerații tehnologice și de precizie pentru îmbinările arbore-butuc prin formă

Capacitatea portantă superioară a îmbinărilor canelate asigurată prin complexitatea lor constructivă necesită o precizie care să asigure ridicarea tehnologică a nedeterminării statice a sistemului mecanic și deci costuri de fabricație sporite. Pentru obținerea unei **capacități portante corespunzătoare** este necesar **un grad cât mai ridicat de conformitate a suprafețelor în contact**. Precizia de formă și poziție relativă nu este definită direct ci prin impunerea toleranțelor **calibrelor complexe** Această verificare furnizează doar informația că profilul real se înscrie într-un volum limită și nu poate preciza abaterile geometrice prin parametrii dimensionali expliciți.

Seriile standardizate de dimensiuni pentru canelurile dreptunghiulare sunt recomandate fiecare pentru domenii de utilizare specifice, așa precum sugerează și denumirile lor standardizate – ușoară, mijlocie și grea. Seriile de dimensiuni mai ușoare utilizează, la același diametru interior, decisiv pentru capacitatea portantă la torsiune a arborelui, mai puțin material, canelurile fiind mai puțin proeminente (v. fig. 1.5.). De asemenea canelurile se execută mai ușor, îndepărtând mai puțin material și având acces mai bun pentru finisarea suprafețelor de centrare.

În capitolul 2 am studiat similitudinea îmbinărilor prin caneluri standardizate, utilizând foile de calcul MATHCAD elaborate de autor și prezentate în anexele 1, 2 și 3. Pentru toate tipurile de caneluri, diametrul exterior D scade de la 115 % (seria ușoară) – 130 % (seria grea) din diametrul interior d, pentru valorile mici ale acestuia până la 105 – 112 %, pentru cele mai mari caneluri. Coeficientul de lăţime $k_b = \frac{b}{d}$ are o tendinţă similară. De remarcat însă este scăderea ponderii procentuale de la 25 -15% pentru seriile uşoare până la 16 - 8 % pentru seria grea, datorită necesităţii introducerii unui număr mai mare de caneluri pe periferia îmbinării.

Suprafaţa portantă a flancului canelurii pe unitatea de lungime $S_1 = z \cdot \left(\frac{D-d}{2} - 2 \cdot c \right)$ creşte pentru toate tipurile de caneluri, coeficientul suprafeţei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime $k_S = \frac{S_1}{D}$ însă scade. Astfel pentru seria uşoară acest coeficient variază de la 0,37 până la 0,20; pentru seria mijlocie de la 0,60 până la 0,40 şi pentru seria grea de la 1,20 la 0,80. Pentru **canelurile** maşinilor unelte acest coeficient are valori cuprinse între 0,70 şi 0,25 pentru cele cu 4 caneluri, respectiv 0,70 până la 0,35 la cele cu 6 caneluri.

Variaţiile coeficienţilor studiaţi **neagă asemănarea geometrică a canelurilor din aceleaşi serii de dimensiuni**. Odată cu creşterea dimensiunilor îmbinării diametrele interior şi exterior devin mai apropiate; canelurile sunt din ce în ce mai subţiri faţă de diametrul interior.

Gruparea canelurilor pe serii de dimensiuni se face după **ponderea capacităţii portante a îmbinării la solicitarea de contact pe suprafeţele portante faţă de capacitatea portantă a arborelui la solicitarea de torsiune**. Prezenta lucrare introduce **coeficientul de portanţă k_c** definit ca **raportul dintre momentul de răsucire capabil a fi transmis de suprafeţele portante solicitate la contact şi momentul de răsucire capabil a fi transmis de arbore**. În fig. 2.11 sunt prezentate valorile acestui coeficient pentru seriile de dimensiuni standardizate, pentru lungimi relative ale butucului de 0,75 ... 1,75 d. **Seria uşoară utilizează 15 %** (pentru lungimi de contact egale cu diametrul îmbinării) **până la 33 %** (pentru lungimi egale cu dublul diametrului îmbinării) **din capacitatea portantă a arborelui** în timp ce **seria mijlocie utilizează 20 % până la 50 %. Condiţia de echiportanţă se poate realiza la canelurile din seria grea**, atunci când **lungimea îmbinării** este egală cu **dublul diametrului interior**. Totuşi, şi îmbinările din această serie utilizează mai puţin de jumătate din capacitatea portantă a arborelui atunci când lungimea de contact nu depăşeşte valoarea diametrului interior. Canelurile pentru maşini unelte, cu valori ale coeficientului de portanţă cuprinse între 0,1 şi 0,4 pentru îmbinările cu 4 caneluri, respectiv 0,2 până la 0,5 pentru îmbinările cu 6 caneluri pot fi considerate serii de dimensiuni uşoare spre medii. Valorile relative ale capacităţii portante a contactului pe caneluri faţă de capacitatea portantă la a arborelui sunt informative. Rapoartele reale ale capacităților portante se pot determina numai în cazuri concrete de proiectare, în care se iau în considerare toți factorii geometrici, de precizie, funcționali, etc.

Am demonstrat că **la canelurile evolventice coeficientul de portanță este practic independent de modulul îmbinării** și indică apropierea de condiția de echiportanță atunci când lungimea de contact L se apropie de dublul diametrului nominal D, similar cu canelurile dreptunghiulare din seria grea. Discutabilă este însă ipoteza că tot 75% din caneluri preiau sarcina, având în vedere numărul lor mult mai mare decât la canelurile dreptunghiulare.

Studiul asemănării canelurilor triunghiulare scoate în evidență următoarele: coeficientul de diametru k_D, cu valori mai mici decât la canelurile evolventice, este similar ca valori canelurilor dreptunghiulare din seriile ușoară și medie; coeficientul de lățime k_p are valori foarte reduse (lățimea medie a canelurii în jur de 5 % din diametrul nominal) mult mai mici decât chiar la seria ușoară a canelurilor dreptunghiulare și comparabil doar cu cel de la canelurile evolventice cu module până la 1,5 mm; suprafața portantă pe unitatea de lungime S_l are valori mai mari decât oricare dintre seriile de caneluri dreptunghiulare. Numai canelurile evolventice cu modul mai mare sau egal cu 1,5 realizează suprafețe portante comparabile sau mai mari. Din acest motiv, aparent, îmbinările prin caneluri triunghiulare au capacități portante foarte mari. Coeficientul de portanță k_c indică valori supraunitare (capacitate portantă la solicitarea de contact a flancului mai mare decât capacitatea portantă la torsiune a arborelui) chiar la rapoarte L/D subunitare. În realitate, capacitatea portantă la contact este mai redusă datorită repartiției nefavorabile a încărcării pe caneluri și pe lungimea îmbinării.

§8.3 Repartiția sarcinii pe suprafețele portante multiple ale îmbinării

Pentru toate cele trei tipuri de îmbinări arbore-butuc prin caneluri se determină încărcarea medie $\mathbf{F_m}$ pe una din suprafețele portante multiple ale îmbinării. Încărcarea reală F_i a suprafeței i diferă în general de cea medie datorită:

a) abaterilor geometrice (de pas) ale profilului arborelui și butucului. Nedeterminarea statică a sistemului (v. §1.1.) impune ca, la începutul încărcării (T→ 0), din perechile de suprafețe portante să se afle în contact doar una, în cazul îmbinărilor cu centrare interioară, sau trei, în cazul îmbinărilor scurte cu centrare pe flancuri.

b) solicitării îmbinării cu o sarcină radială $\mathbf{F_r}$; suprafețele portante contribuie la preluarea acesteia , producându-se modificarea încărcării $\mathbf{F_i}$.

Pentru determinarea influenței fiecăreia dintre aceste cauze asupra fenomenului de repartiție a sarcinii, am lucrat în ipoteza cumulării efectelor, luând în calcul numai una dintre ele și considerând celelalte neglijabile, determinând astfel coeficienții parțiali de repartiție a sarcinii:

- datorită erorilor de prelucrare $\mathbf{k_p}$, pentru cazul unei îmbinări fără sarcină radială $\mathbf{F_r}$, ținând seama doar de influența abaterii de pas $\mathbf{\Delta p_i}$;

- datorită solicitării îmbinării cu o încărcare $\mathbf{F_r}$ radială $\mathbf{k_{Fr}}$, pentru cazul unei îmbinări cu erori de pas $\mathbf{\Delta p_i}$ neglijabile.

În repartizarea neuniformă a sarcinii pe suprafețele portante ale îmbinării, erorile de pas sunt decisive. Pentru a fi posibil montajul este necesar ca pe fiecare pereche de caneluri **i**, există jocul $j_i = b_{b_i} - b_{a_i} > 0, \forall i \in [1, z]$, $\mathbf{b_{a,b\,i}}$ [mm] este lățimea efectivă a canelurii **i** de pe arbore, respectiv din butuc. În stare descărcată suprafețele portante se află la distanța $\Delta_{i0} = \sum_{j=2}^{i} p_{aj} - \sum_{j=2}^{i} p_{bj} \geq 0; i = 2; z$, $\Delta_{1_0} = 0$, unde $\mathbf{p_{a,bj}}$ este pasul pe cercul de diametru mediu pentru arbore, respectiv butuc, între suprafețele portante **j** și **j+1**, $p_{a,bj} = p + \Delta p_{a,bj}$, și $\Delta p_{a,bj}$ este abaterea de pas pentru arcul j, cuprins între suprafețele portante j și j+1 ale arborelui respectiv butucului, pozitivă sau negativă. Jocul de reversare $\Delta_{ri_0} = b_{b_i} - (b_{a_i} + \Delta_{i_0}) = j_i - \Delta_{i_0} > 0$, în sensul opus tendinței de mișcare trebuie să existe. La îmbinările cu centrare pe alte suprafețe decât pe flancuri, încărcarea începe imediat cu creșterea momentului de răsucire T. **Expresia matematică condiției de determinare a primei perechi de caneluri în contact (3.7) este determinată de autorul prezentei lucrări**.

Încărcarea îmbinărilor cu centrare pe flancuri începe numai după ce au intrat în contact trei perechi de suprafețe portante. **Analiza mișcărilor relative pentru realizarea centrării pe flancuri a îmbinării canelate cu erori de pas a fost concepută de autorul prezentei teze**:

a) Rotire în jurul punctului de contact de pe suprafața 1 (fig. 3.2. b). Pentru compensarea distanței Δ_0 între suprafețele k, este necesară o rotire cu unghiul θ_k, care se oprește atunci când a doua pereche de caneluri intră în contact. Distanța între suprafețele portante se micșorează. Această micromișcare produce deplasarea relativă a centrului butucului față de centrul arborelui (fig. 3.2. c) producând eroarea de centrare $\varepsilon_1 = \frac{d_m}{2} \cdot \theta_{1_{min}}$.

b) Rotire în jurul centrului instantaneu de rotație I_2, aflat la intersecția normalelor la primele două suprafețe în contact (fig. 3.2. c). Unghiurile de rotație necesare pentru aducerea în contact a perechii de suprafețe k sunt $\theta_{2_k} = \frac{\Delta_{r1_k}}{R_{2_k} \cdot \cos(\zeta_{2_k})}$. Distanța între suprafețele portante se va micșora din nou cu $\lambda_{2_k} = \theta_2 \cdot R_{2_k} \cdot \cos(\zeta_{2_k})$, devenind: $\Delta_{r2_{k+1}} = \Delta_{r1} - \lambda_{2_k}$. Centrul butucului se deplasează relativ fața centrul arborelui perpendicular pe direcția radială ce trece prin centrul instantaneu de rotație I_2 cu $\varepsilon_2 = R_{1_2} \cdot \theta_{2_{min}}$ Eroarea totală de centrare produsă de mecanismul de centrare pe flancuri are valoarea $\varepsilon = \frac{d_m}{2} \cdot \sqrt{\theta_{1_{min}}^2 + \frac{\theta_{2_{min}}^2}{\cos^2\psi} + \frac{2 \cdot \theta_{1_{min}} \cdot \theta_{2_{min}}}{\cos\psi}}$.

Eroarea de centrare depinde de abaterile de pas ale suprafețelor portante dar și de ordinea lor de intrare în contact, respectiv de poziția unghiulară a primelor trei caneluri purtătoare.

Dacă primele două suprafețe în contact sunt diametral opuse, existența unei încărcări radiale induce o mișcare de translație pe direcția tangentei la suprafețe, într-un sens sau în celălalt, care poate fi asimilată unei rotații cu centrul la infinit. Dacă valoarea sarcinii radiale este însă mai mică decât suma forțelor de frecare produse de componentele normale ale reacțiunilor, **rotorul rămâne în echilibru instabil** în contact cu numai două suprafețe portante. În timpul funcționării, la apariția incidentală a unor forțe radiale perturbatoare temporare, rotorul se poate deplasa. Dacă forțele perturbatoare sunt variabile în timp sau sunt rotitoare față de arbore, deplasarea poate avea loc și în timpul funcționării, în special în perioadele de funcționare în gol sau la sarcini reduse. **Recomandăm**, deci, **utilizarea îmbinărilor prin caneluri cu număr impar de dinți**, la care fenomenul descris mai sus nu poate avea loc. Această condiție nu poate fi respectată decât atunci când se utilizează caneluri evolventice sau triunghiulare. Canelurile dreptunghiulare standardizate au, din motive tehnologice, numere pare de caneluri. Pentru o centrare optimă pe flancuri este necesară **standardizarea sau normalizarea unor serii de dimensiuni cu numere impare de caneluri**.

Pentru studiul analitic al îmbinărilor cu abateri de pas, am elaborat o foaie de calcul utilizând programul MATHCAD, care **generează abateri de pas cu distribuție normală** și cu toleranța impusă și calculează distanțele dintre suprafețele portante în diferita faze ale încărcării.

Condiția ca toate suprafețele să fie portante este $T \geq \frac{d_m}{2} \cdot c_F \cdot \sum_{i=1}^{z} |\Delta_{i0}|$. Dacă această condiție este îndeplinită, valoarea coeficientului $k_p = 1 + \frac{d_m \cdot c_F}{2 \cdot T} \cdot \sum_{i=1}^{z} |\Delta_{i0}|$ este $1 < k_p \leq 2$. Condiția de intrare în contact a tuturor suprafețelor portante nu poate fi întotdeauna îndeplinită.

Îmbinările cu precizie inferioară, cu număr mare de caneluri şi cu rigiditate ridicată a elementelor portante nu o pot obţine. În aceste cazuri, **coeficientul de repartiţie a sarcinii pe caneluri are valori mai mari decât 2**.

Diagrama de rigiditate a unei astfel de îmbinări este prezentată în figura (3.4). În figura 3.4 a [K1]) se evidenţiază diferenţa dintre rigiditatea îmbinării ideale (cu abateri de pas nule, deci cu toate canelurile în contact) şi o îmbinare cu erori cu z = 45. Se evidenţiază valorile momentului de răsucire pentru care un anumit număr de caneluri se află în contact. Diferenţele între caracteristicile de rigiditate ale unor îmbinări cu diferite clase de precizie sunt arătate în fig. 3.4. b [K1]. O comparaţie între diagramele de rigiditate ale unei îmbinări cu centrare interioară, respectiv cu centrare pe flancuri, pe care le-am trasat utilizând programul MATHCAD este prezentată în figura 3.4. c. [M8]. Datorită intrării succesive în contact a perechilor de suprafeţe portante, rigiditatea îmbinării creşte progresiv odată cu creşterea momentului de răsucire la care este supusă îmbinarea, ajungând la valoarea maximă atunci când toate perechile au intrat în contact. Caracteristica de rigiditate cu pantă variabilă produce imprecizia cinematică a transmisiei care conţine îmbinarea, atunci când mărimea momentului de răsucire se modifică.

În figura 3.6 se prezintă variaţia încărcării pe caneluri. Influenţa clasei de precizie asupra repartiţiei sarcinii pe suprafeţele portante ale unei îmbinări prin caneluri evolventice cu z = 45 este prezentată în figura 3.6. a [K1]. Îmbinările mai precise au repartiţii uniforme şi încărcarea este distribuită pe toate canelurile, în timp ce îmbinările cu precizie scăzută au repartiţii foarte defavorabile ale sarcinii, nu toate canelurile intră în contact la transmiterea momentului maxim.

Pentru o îmbinare prin caneluri dreptunghiulare cu z = 8 se prezintă, pentru cazul centrării pe flancuri şi a centrării pe interior (Fig. 3.6 b) variaţia încărcării pe caneluri, utilizând în continuare foaia de calcul pe care am elaborat-o. Remarcăm repartiţia mai favorabilă a sarcinii pe canelurile îmbinării cu centrare pe flancuri. În figura 3.7 se prezintă variaţia coeficienţilor de concentrare k_p a sarcinii cu creşterea încărcării medii F_m, pentru îmbinarea prin opt caneluri dreptunghiulare, din clasa de precizie 9 analizată în foaia de calcul. Remarcăm, din nou, **comportarea mai bună a îmbinărilor cu centrare pe flancuri**, coeficienţii de repartiţie a sarcinii având valori cuprinse între 2,5 şi 1,5 pentru întreg domeniul de utilizare. Îmbinarea cu centrare pe interior poate avea încărcarea maximă de până la cinci ori mai mare decât cea medie.

În cazul în care torsorul de reducere al acţiunilor exterioare are în componenţa sa şi o forţă radială $\mathbf{F_r}$ pe lângă momentul **T**, aceasta va fi preluată de suprafeţele portante, (v. fig. 3.8.), dacă centrarea relativă între arbore şi butuc se face pe aceste suprafeţe. Variaţia sarcinii pe una din perechile de suprafeţe portante pentru o rotaţie completă, în funcţie de încărcarea radială este prezentată în figura 3.10. În figura 3.10. a) [K1] este evidenţiată influenţa jocului de flanc asupra variaţiei încărcării pe caneluri, pentru o îmbinarea solicitată numai cu încărcare radială. Repartiţia sarcinii pe suprafeţele portante ale unei îmbinări cu încărcare radială semnificativă faţă de momentul de torsiune este prezentată în 3.10. b) [K1]. Cazul unei îmbinări solicitate cu moment de torsiune predominant este evidenţiat în fig. 3.10. c) [M8].

În cazul în care centrarea butucului pe arbore se face pe flancurile îmbinării, existenţa unei sarcini radiale peste limita dată de formula (3.41. a) produce deplasarea relativă radială a elementelor îmbinării până la consumarea jocului de flanc. (v. şi fig. 3.11). Contactul dintre suprafeţele conjugate are loc pe flancul din sensul momentului de răsucire numai pe arcul situat de o parte a direcţiei sarcinii radiale. Variaţia excentricităţii butucului faţă de arbore în timpul unei rotaţii, în funcţie de clasa de precizie a îmbinării, evidenţiază existenţa unei micromişcări relative între arbore şi butuc şi deci a unei deplasări relative a suprafeţelor portante ale arborelui şi butucului pe direcţia tangentei comune. Această micromişcare poate avea influenţă asupra capacităţii portante a îmbinării, provocând uzarea abrazivă şi /sau adezivă (griparea), chiar în cazul îmbinărilor fără deplasare axială relativă.

Cu ajutorul coeficienţilor $\mathbf{k_p}$ şi $\mathbf{k_{Fr}}$ de concentrare a sarcinii, determinaţi conform ecuaţiilor (3.31) şi, respectiv (3.50) se determină încărcarea perechii de suprafeţe portante maxim solicitate, în vederea verificării sau dimensionării corecte a îmbinării. Din aceste ecuaţii se poate observa că valoarea coeficienţilor creşte cu sporirea numărului de suprafeţe ale îmbinării, ceea ce impune concluzia că **nu este întotdeauna raţională mărirea numărului de caneluri pentru creşterea capacităţii portante a îmbinării**.

De asemenea ,din ecuaţia (3.31) se poate trage concluzia că **reducerea efectului concentrator al erorii de pas** se poate face prin:

a) **reducerea** acestora pe **cale tehnologică** (prin **precizia de execuţie** sau prin **rodare**);

b) **reducerea rigidităţii** $\mathbf{c_F}$ **a elementelor portante**, ceea ce explică mai buna comportare sub sarcină a îmbinărilor canelate în comparaţie cu cele cu ajustaje poligonale.

Pentru compunerea efectelor se consideră că solicitarea maximă pe o pereche de suprafeţe portante se estimează amplificând încărcarea medie $\mathbf{F_m}$ cu un coeficient global de repartiţie a sarcinii obţinut prin **însumarea** a doi coeficienţi parţiali de suprasarcină: $F_{1,max} = \left(1 + k'_p + k'_{Fr}\right) \cdot F_m$, şi **nu prin amplificare**, aşa cum se consideră în majoritatea surselor bibliografice.

§8.4 Repartiția sarcinii pe lungimea îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

În capitolul 4 am analizat cauzele variației sarcinii pe lungimea suprafețelor portante. Presiunea medie pe suprafețele portante se determină, pentru toate tipurile de îmbinări prin caneluri, în ipoteza solicitării numai cu moment de răsucire T. Pentru fiecare caz în parte se determină apoi presiunea maximă $p_{max} = k_L \cdot p_m$ unde k_L este **coeficientul global** de repartiție a presiunii pe lungimea îmbinării obținut prin **compunerea coeficienților parțiali** datorați fenomenelor care produc variația presiunii. Coeficientul k_{Mr} cuantifică efectul solicitării îmbinării cu **moment de răsturnare**;k_d – diferența între **deformațiile de torsiune** ale arborelui și cele ale butucului iar k_e – **abaterile geometrice pe lungimea îmbinării**.

Dacă asupra îmbinării cu centrare pe flancuri acționează, în afara momentului de răsucire T, și momentul de răsturnare M_r, presiunea efectivă p_{xi} pe suprafața portantă i la distanța x de capătul îmbinării variază atât pe lungime cât și de la o suprafață portantă la alta. Pe suprafețele multiple de contact momentul de răsucire T produce presiunea medie p_m conform ecuației (4.1), momentul de răsturnare M_r producând neuniformitatea presiunii efective p_x pe lungimea îmbinării pe fiecare din suprafețele de contact.

Valoarea coeficientului de concentrare a sarcinii $k_{M_r} = \frac{p_{max}}{p_m}$ este dependentă de rapoartele M_r/T și L/d_m (v. și ec. (4.11)) este valabilă dacă $\Delta p_{max} < p_m$, deci: $M_r \leq T \cdot \frac{L}{6 \cdot d_m}$ În aceste condiții, $k_{M_r} \in [1;2]$. Dacă nu este îndeplinită condiția (4.12), în anumite zone ale îmbinării suprafețele conjugate pierd contactul relativ, preluarea sarcinii făcându-se pe suprafețe restrânse. În aceste cazuri, coeficientul k_{M_r} are **valori mai mari decât 2**.

Valoarea presiunii medii p_m se determină în ipoteza rigidității infinite ale arborelui și butucului și a perechilor de suprafețe portante și a valabilității ipotezei lui de Saint Venant. În realitate, distribuția presiunii pe lungimea îmbinării este în mare măsură determinată de deformațiile elastice apărute în urma încărcării și de modalitatea aplicării momentului de răsucire. În §4.3. am determinat repartiția sarcinii datorită deformațiilor de torsiune ale arborelui și butucului cu ajutorul **ecuațiilor diferențiale ale transferului de sarcină**, pentru diferite modalități de aplicare a momentului de răsucire asupra butucului.

Variația presiunii pe lungimea îmbinării este prezentată în fig. 4.3, în care se evidențiază existența unui maxim la ambele capete ale îmbinării. Este de asemenea evident că valoarea presiunii maxime şi deci a coeficientului de concentrare a sarcinii este mai mare dacă momentul de răsucire se aplică mai aproape de zona solicitată a arborelui, deoarece momentele de torsiune din arbore şi butuc au sensuri opuse, şi deci deformaţiile unghiulare ale acestora au, de asemenea, sensuri opuse, interferenţa dintre suprafeţele portante conjugate este maximă la capătul încărcat cu momentul maxim de torsiune al arborelui şi minimă la celălalt, transferul de sarcină fiind mai "energic" un capăt al îmbinării. În cazul în care momentul de răsucire este aplicat la capătul opus al îmbinării, momentele de torsiune din arbore şi din butuc şi deformaţiile unghiulare ale acestora au acelaşi sens, interferenţa dintre suprafeţe portante conjugate este semnificativă pe toată lungimea îmbinării, transferul de sarcină fiind distribuit mai uniform.

Pentru funcţionarea optimă a îmbinării recomandăm să se proiecteze rotorul în aşa fel încât **aplicarea momentului de răsucire la butuc să se facă la capătul opus celui în care arborele este supus momentului maxim de torsiune**. Această condiţie nu poate fi îndeplinită întotdeauna, în special din considerente constructive (de exemplu la roţile mici ale transmisiilor mecanice, la care coroana este legată direct de butuc).

Condiţia de optimă portanţă a îmbinării, de egalitate a maximelor de presiune de la capetele îmbinării, se obţine numai pentru diametre exterioare ale butucului apropiate de diametrul exterior al canelurilor. La îmbinările canelate ale arborilor cardanici şi telescopici recomandăm utilizarea butucilor cu pereţi cât se poate de subţiri.

Lungimea îmbinării, contrar percepţiei comune şi relaţiei simplificate (4.1), nu are efecte asupra presiunii maxime dacă este mai mare decât diametrul nominal al îmbinării. Practic, transferul energetic are loc pe o lungime egală cu jumătate din diametrul nominal, caz în care efectul modului de aplicare a momentului de răsucire asupra butucului este mult redus.

Variaţia presiunii datorită abaterilor de paralelism ale suprafeţelor portante ale arborelui şi butucului faţă de axa îmbinării este studiată în §4.4. Abaterile de paralelism ale suprafeţelor portante faţă de axa îmbinării sunt urmare a erorilor de generare. În ecuaţiile diferenţiale ale transferului de sarcină mai apare un termen dependent de eroarea de paralelism, care adaugă o funcţie T_{ex} [mNm] – efortul de torsiune în secţiunea **x** îmbinării datorită erorii geometrice pe lungimea îmbinării – soluţiei.

Rezolvarea ecuaţiilor diferenţiale se face în ipoteza că eroarea geometrică nu produce diminuarea lungimii efective de contact. Legea de variaţie a presiunii pe lungimea îmbinării, determinată şi în acest caz prin derivarea funcţiei de variaţie a momentului de torsiune, are forma (4.28) $p_x = p_{x0} + \Delta p_{ex}$ unde p_{0x} – presiunea în secţiunea x a îmbinării fără erori iar Δp_{ex}, – variaţia presiunii datorată erorii de paralelism a suprafeţelor portante.

Valoarea maximă a presiunii p_{max} se regăsește în secțiunile x = 0 sau x = L, conform (4.22.a) și (4.22.b), la care se adaugă variația maximă a presiunii datorată erorilor de paralelism a suprafețelor portante și coeficientul total de concentrare a sarcinii pe lungimea îmbinării cu erori de paralelism a suprafețelor portante se poate exprima ca în (4.31): $k_{et} = k_D + k_e$ unde k_d este coeficientul de repartiție a sarcinii pe lungimea îmbinării datorită deformațiilor de torsiune ale arborelui și butucului și k_e cel datorat erorilor de paralelism a suprafețelor portante. Expresia acestuia din urmă este dată în formula (4.32). Se observă că k_e depinde invers proporțional de valoarea T a momentului de răsucire care este transmis prin îmbinare.

Deformațiile locale ale canelurilor produse de starea de solicitare descrisă sunt în unele cazuri mai mici decât înălțimea de nivelare a microasperităților suprafețelor de contact. În teză am conceput un **algoritm iterativ** pentru a tine seama de **influența rigidității de contact asupra fenomenelor de transfer a sarcinii**. Acesta poate fi utilizat și pentru analiza îmbinărilor cu erori de pas sau a celor cu butuc cu diametrul exterior variabil (tronconici).

Efectul momentului de răsturnare se estimează prin **adăugarea** unui coeficient de suprasarcină k'_{Mr} și nu prin înmulțirea celor doi coeficienți de repartiție.

Pentru valori mici ale momentului de răsucire T, deformațiile elastice ale arborelui și butucului sunt mai mici decât erorile de paralelism ale suprafețelor portante. Contactul nu se mai face pe toată lungimea îmbinării, ci numai pe o porțiune limitată de lungime L_0. Coeficienții de concentrare a sarcinii au valori mai ridicate.

§8.5 Calculul rigidității canelurilor

Rigiditatea canelurilor este, așa cum s-a arătat în capitolele 3 și 4, parametrul principal care influențează repartizarea pe suprafețele portante ale îmbinărilor. Deformațiile produse de contactul sub sarcină dintre caneluri sunt o însumare a efectelor unei stări complexe de tensiuni și deformații, dificil de determinat analitic. În capitolul 5 se prezintă o **metodă de determinare a rigidității canelurilor, elaborată de autorul prezentei teze**, se face un **studiu al variației rigidității pentru seriile de dimensiuni standardizate** și se propun **relații simple pentru calcule rapide.**

Definim **rigiditatea perechii de elemente portante** c_F ca raportul dintre rezultanta F_i ce acționează asupra suprafeței pe direcția tangentei la cercul mediu, la intersecția acestuia cu fața portantă a canelurilor și „interferența” Δ_i a acestora, $c_F = \frac{F_i}{\Delta_i}$. Se consideră că Δ_i este suma deformațiilor canelurilor de pe arbore δ_a și din butuc δ_b pe direcție tangentă la cercul mediu, la intersecția acestuia cu fața portantă a canelurilor. Deformațiile de contact (ale microneregularităților suprafețelor portante) se consideră a fi mici în comparație cu Δ_i.

Calculul analitic al deformațiilor canelurilor de pe arbore și din butuc se face folosind metoda Mohr-Maxwell generalizată. Se iau deci în considerare eforturile de compresiune, forfecare și încovoiere din caneluri, considerate ca grinzi încastrate pe arbore, respectiv butuc, deformația totală fiind suma deformațiilor produse de fiecare efort în parte.

Pentru exprimarea mai comodă a rigidității c_F prin integrale Mohr-Maxwell din formulele (4.4); (4.5); (4.6) **am introdus noțiunea de elasticitate geometrică** a canelurilor, deformația canelurii relativă la diametrul mediu produsă de presiunea p unitară ce acționează asupra unei suprafețe portante cu modul de elasticitate transversal E, unitar, $e = \delta \cdot \frac{E}{p}$. Elasticitatea geometrică totală a elementelor portante ale îmbinării va fi suma elasticităților parțiale ale arborelui și butucului, pentru fiecare efort în parte $e_{tot} = e_a + e_b$, $e_{a,b} = e_{na,b} + e_{fa,b} + e_{ia,b}$.

Pentru îmbinările studiate, integralele definite se calculează numeric, utilizând facilitățile de calcul ale programului MATHCAD, într-o nouă foaie de calcul elaborată de autorul tezei de față. În Anexa 10 sunt centralizate rezultatele calculului analitic al rigidității canelurilor pentru toate tipo-dimensiunile de caneluri dreptunghiulare standardizate, sintetizate și în fig. 5.8. **Preponderentă** în determinarea valorilor elasticității totale de deformație este elasticitatea arborelui, și, dintre componentele acesteia, **elasticitatea de deformare tangențială**. Din acest motiv, pentru simplificarea calculelor, se poate calcula numai elasticitatea de deformație la solicitarea tangențială de forfecare e_{at}, și utiliza apoi coeficientul de corecție k_{def} introdus de autor (v. fig. 5.9.), $k_{def} = \frac{e_{def}}{e_{at}}$, cu valorile pe care le recomandăm în tabelul 5.1.

În Anexa 10 am calculat valorile elasticității $e_{at\ aprox}$ pentru toate tipo-dimensiunile de caneluri dreptunghiulare. Variația coeficientului $k_{def\ aprox} = \frac{e_{def}}{e_{at\ aprox}}$ pentru cele trei serii de dimensiuni standardizate este prezentată în figura 5.9, iar valorile pe care le recomandăm pentru calculul rapid al elasticității totale a îmbinărilor prin caneluri dreptunghiulare sunt centralizate în tabelul 5.1. Erorile introduse prin aceste aproximații sunt cuprinse între ±3 % și ±12,5 % pentru seria ușoară, ±3,5 % și ±15,5 % pentru seria mijlocie ±10 % și ±20 % pentru seria grea, pentru utilizarea coeficienților k_{def} respectiv $k_{def\ aprox}$.

Se observă că la seriile mai grele, ponderea tuturor elasticităților crește în dauna celei de deformare tangențială. Acest fapt se explică prin creșterea relativă a înălțimii canelurilor și prin subțierea lor odată cu creșterea numărului de caneluri pe periferia îmbinării, și prin apropierea ca formă și dimensiuni a canelurilor din butuc cu cele din arbore.

Pentru calculul deformațiilor canelurilor, valoarea elasticității se determină cu relația $\delta_{a,b} = e_{a,b} \cdot \frac{p}{E_{a,b}}$. În Anexa 10 sunt calculate valorile deformațiilor însumate ale canelurilor de pe arbore și din butuc din oțel cu modulul de elasticitate E = 2,15 10^5 MPa, solicitate cu presiunea medie de 10 MPa. Valorile deformațiilor calculate sunt cuprinse între 0,04 și 0,1 µm pentru seria ușoară, 0,09 și 0,35 µm pentru seria mijlocie și 0,4 și 1,25 µm pentru seria grea.

Analiza elasticității canelurilor triunghiulare este cuprinsă în Anexa 11. Determinarea analitică a rigidității canelurilor evolventice este dificilă. Funcțiile de eforturi se scriu sub forma unor integrale definite cu variabila y la una din limitele de integrare, datorită variației unghiului de presiune pe înălțimea canelurii. Lățimea canelurii de la numitorul fracțiilor din integralele Mohr – Maxwell depinde de involuta unghiului de presiune. Pentru determinarea elasticității geometrice (Anexa 12), canelurile evolventice au fost împărțite în intervale considerate de grosime și unghi de presiune constante. **Integralele au fost aproximate cu sume finite**, care au fost adunate utilizând programul MATHCAD.

Pentru verificarea corectitudinii studiului analitic al rigidității canelurilor, am studiat prin metoda elementului finit, utilizând programul MECHANICAL DESKTOP, câteva tipo-dimensiuni de îmbinări prin caneluri. Convențiile de delimitare a secțiunilor de încastrare sunt aceleași ca la §4.2. ... 4.4. Modelul utilizat este tridimensional, canelura având lungime egală la arbore și la butuc. Pentru studiu, presiunea medie pe suprafețele de contact s-a considerat de 10 MPa (în Fig. 5.10, N/mm^2). În Anexa 13 sunt prezentate rezultatele analizei cu element finit a canelurilor de pe arbore și din butuc pentru îmbinări prin caneluri dreptunghiulare din seriile de dimensiuni standardizate cu diametrul interior d = 32 mm, din oțel cu modulul de elasticitate E= 2,1 10^5MPa. Deformațiile totale pe cercul de diametru mediu d_m sunt 0,12 µm 0,56 µm și 0,74 µm la arbore, respectiv 0,05 µm, 0,07 µm 0,12 µm la butuc. Erorile față de valorile calculate în Anexa 10 sunt de 20% pentru seria ușoară și de numai 2% pentru seria grea. **Modelul de calcul este adecvat pentru seriile de dimensiuni mai grele, la care distribuția tensiunilor și deformațiilor este apropiată de cea teoretică.**

§8.6. Determinarea experimentală a rigidității îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

Îmbinările arbore butuc constituie sisteme mecanice elastice complexe, cu elementele legate în serie – arbore, elemente portante, butuc – dar şi în paralel – elementele portante multiple (canelurile). Rigiditatea sistemului se obține prin compunerea rigidităților elementelor sale după legi complexe. Structura sistemului elastic nu poate fi descompusă, pentru un studiu corect, în elemente finite. Studiul analitic trebuie făcut utilizând elemente elastice infinit mici (pentru studiul analitic) sau elemente finite mici (pentru studiul numeric aproximativ). Caracterul mixt al structurii sistemului elastic şi mai ales faptul ca el nu poate fi tratat ca având un număr redus de grade de libertate elastică face dificilă decelarea teoretică sau experimentală a diferitelor fenomene care însoțesc transferul de sarcină.

Forma constructivă compactă şi interstițiile şi jocurile reduse din îmbinare fac accesul cu aparate de măsură posibil doar în zonele adiacente îmbinării: suprafața cilindrică exterioară şi suprafețele inelare frontale ale butucului, suprafețele exterioare ale arborelui. Rezultatele măsurărilor vor descrie suma efectelor tuturor fenomenelor de transfer ce au loc în îmbinare.

Măsurarea directă a presiunii pe suprafețele canelurilor de pe arbore şi din butuc este foarte dificilă dacă nu chiar imposibilă, deci pentru determinarea distribuției acesteia se vor folosi metode indirecte. Pentru separarea efectelor diferitelor cauze este necesar ca să se reducă, prin proiectarea corectă a standurilor, numărul cauzelor de variație care se pot însuma şi să se separe, prin măsurări multiple, simultane sau succesive, şi prin prelucrarea adecvată a rezultatelor, efectele fenomenelor studiate.

Standurile realizate pentru determinarea diagramelor de rigiditate pentru îmbinările prin caneluri îndeplinesc următoarele condiții:

- **sarcina aplicată îmbinării are numai componenta moment de răsucire** $M_x = T$, sarcinile radiale F_r şi momentele de răsturnare M_r fiid nule sau neglijabile;
- **încărcarea se face lent**, eliminând sarcinile dinamice şi permițând sistemului să se „aşeze”, adică să aibă loc toate micro-mişcările ce însoțesc aplicarea sarcinii;
- precizia sistemului de încărcare permite **reluarea măsurărilor în aceleaşi condiții,** pentru aceeaşi îmbinare sau pentru alta;
- **aparatura de măsurare este „diferențială”,** ea măsoară rotirea relativă a secțiunii butucului față de cea a arborelui, eliminând astfel deformațiile suporturilor, a sistemului de încărcare sau a structurii de rezistență a standului.

Caracterul static al încercărilor simplifică prelevarea datelor experimentale şi construcţia standurilor, dar îndepărtează experimentul de condiţiile reale de exploatare. Pentru o îmbinarea arbore - butuc de referinţă cu caracteristicile (v. fig 6.1.) se acceptă pentru încercări un moment de răsucire maxim T_{max} aplicat îmbinării de 10^6 mNm.

Datorită caracterului static nedeterminat al îmbinărilor canelate, transferul de sarcină este influenţat de rigiditatea elementelor îmbinării – arbore, butuc – dar şi de elasticitatea canelurilor faţă de piesa în care sunt prelucrate. Pentru a confirma exactitatea metodelor de calcul analitic sau a modelelor care folosesc metoda elementului finit, s-au determinat experimental aceste rigidităţi. Deoarece rigiditatea arborelui şi a butucului, considerate ca piese cilindrice, respectiv tubulare, poate fi suficient de precis determinată prin metodele de calcul analitic, s-a determinat rigiditatea însumată a canelurilor de pe arbore şi din butuc.

S-a definit ca **rigiditate însumată a canelurilor de pe arbore şi din butuc** $C_T = \frac{T}{\theta}$ raportul dintre **momentul de torsiune T** din îmbinare şi **unghiul de rotire relativă** θ al suprafeţei portante a butucului pe diametrul mediu al îmbinării faţă de poziţia nedeformată. Această rigiditate se referă numai la deformaţiile canelurilor şi nu la deformaţiile de torsiune ale materialului de bază al arborelui, respectiv butucului, considerate ca piese cilindrice sau tubulare, respectiv. Pentru a nu fi influenţată de abaterile de pas ale elementelor îmbinării, rigiditatea trebuie măsurată pentru o singură pereche de elemente portante. Autorul tezei a **conceput** şi **executat** un stand (Fig. 6.5.) cu sistem de încărcare mecanic simetric, care solicită ansamblul testat numai cu moment de răsucire. Pentru **eliminarea lăgăruirii suplimentare a butucului**, se utilizează o epruvetă cu **două** perechi opuse de caneluri în contact (Fig. 6.6.). Acestea asigură autocentrarea butucului pe arborele canelat şi reducerea reciprocă a sarcinilor radiale. Sistemul de măsurare (Fig. 6.8) este format din dinamometrul mecanic potcoavă tip Rejtö pentru determinarea momentului aplicat îmbinării şi din ansamblul de măsurare a rotirii relative.

Rezultatele încercărilor sunt cuprinse în Anexa 14 şi centralizate în figura 6.9. Coeficienţii de regresie liniară a curbelor de rigiditate pentru cele cinci îmbinări încercate sunt în jurul valorii 2 x 10^{-8} rad/mNm, corespunzători unor rigidităţi torsionale de 50 x 10^6 mNm/rad. Pentru că se încearcă două caneluri opuse simultan, rigiditatea medie a unei caneluri este de 25 kNm/rad. Comparând rezultatele măsurărilor cu estimările analitice se constată că nu se pot neglija rotirile produse de deformaţiile de torsiune ale arborelui şi butucului. Aceste rotiri, estimate prin calcul a avea valori de 0,0002 ... 0,0004 rad pentru un moment de torsiune de 100 Nm aplicat îmbinării studiate, au acelaşi ordin de mărime (Fig. 6.3) ca şi rotirile produse de deformaţia canelurilor faţă de arbore, respectiv butuc. Cu toate acestea, rigiditatea măsurată este de aproape de două ori mai mică decât cea calculată. Aceasta se explică parţial prin eroarea de măsurare produsă de distanţa faţă de capătul îmbinării (mică dar existentă) la care a fost montat suportul comparatorului pe arbore, dar şi prin contribuţia rigidităţii de contact la diminuarea rigidităţii sistemului elastic al îmbinării.

Abaterile de pas ale canelurilor de pe arbore şi din butuc, asociate caracterului static nedeterminat al îmbinării, impun contactul iniţial într-un număr finit de puncte de pe suprafeţele portante. Odată cu creşterea momentului de răsucire T, contactul se extinde pe lungimea suprafeţelor portante şi pe canelurile iniţial fără contact. Are loc astfel o creştere progresivă a rigidităţii îmbinării.

Standul utilizat pentru ridicarea diagramei de rigiditate a îmbinării complete este acelaşi cu cel utilizat pentru rigiditatea unei perechi de caneluri, prezentat în §6.2. Încercările se realizează în aceleaşi condiţii, rezultatele fiind centralizate în Anexa 15 şi în figura 6.12. Rigiditatea îmbinării cu 6 perechi de caneluri este evident mai mare decât cea a îmbinării cu două caneluri în contact. Raportul rigidităţilor măsurate nu este însă de 3/1 ci doar de 2/1, datorită contribuţiei rotirii secţiunilor arborelui şi butucului, dar şi contactului incomplet al canelurilor ce formează îmbinarea.

§8.7. Determinarea experimentală a variaţiei presiunii pe lungimea îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri

Măsurarea directă a presiunii produsă de solicitarea de contact pe suprafeţe extinse este extrem de dificilă dacă nu chiar imposibilă, şi este cu atât mai dificilă cu cât piesele ce compun ansamblul sunt compacte, robuste, de dimensiuni reduse şi cu forme complicate. Din acest motiv, transferul de sarcină din îmbinările canelate şi distribuţia presiunii pe suprafeţele portante se determină prin metode indirecte. Piesa cea mai accesibilă traductoarelor şi aparatelor de măsură este butucul îmbinării, în special suprafaţa sa cilindrică exterioară. Studiul variaţiei tensiunilor şi deformaţiilor din butuc este deci soluţia cea mai accesibilă. Dintre metodele experimentale pentru determinarea stării de tensiuni şi deformaţii pe suprafaţa cilindrică exterioară a butucului: tensometrie electrică rezistivă, inductivă sau capacitivă, metoda lacurilor casante, metodele Moiré, etc, am optat pentru utilizarea traductoarelor electrice rezistive.

În cadrul experimentelor s-a încercat un arbore cardanic şi telescopic cu îmbinare prin caneluri cu centrare pe flancuri în afara seriilor de dimensiuni standardizate („seria supergrea") Pentru a asigura o suprafaţă de lipire netedă pentru timbrele tensometrice, de pe exteriorul a butucului au fost îndepărtate mecanic nervurile de rigidizare cu furca cardanică şi s-a prelucrat mecanic prin strunjire şi rectificare suprafaţa cilindrică exterioară.

Traductoarele tensometrice lipite pe butuc pe două generatoare opuse sesizează deformaţiile principale ε_{1i} şi ε_{2i} la distanţa x_i de capătul descărcat al canelurii de pe arbore. Puntea înregistrează valoarea tensiunii tangenţiale τ (x_i). Pentru a obţine informaţii suficient de precise despre îmbinările încercate, au fost folosite 4 seturi de câte 4 traductoare pe lungimea îmbinării care măsoară tensiunile tangenţiale $\tau(x_i)$ şi un traductor de etalonare pentru măsurarea momentului de răsucire M_r, montat în zona solicitată cu momentul maxim de torsiune. Traductoarele de măsurare sunt montate cu un pas Δx_i de 13 mm. Primul set de traductoare se montează la 5 mm de capătul îmbinării. Pentru o măsurare corectă sunt necesare traductoare cu dimensiuni geometrice reduse, astfel încât deformaţia să poată fi considerată constantă pe lungimea traductorului.

S-au utilizat timbre tensometrice produse de firma Hottinger Baldwin Messtechnik GMBH, iar pentru lipirea timbrelor pe suprafaţa epruvetei s-a folosit adezivul Z 70, produs de aceeaşi firmă şi recomandat de producător pentru acest tip de timbre.

Standul **proiectat** şi **executat** de autorul tezei, şi care va fi utilizat în laboratorul de Organe de maşini din cadrul Departamentului de Mecatronică al Facultăţii de mecanică a Universităţii „Politehnica" din Timişoara este prezentat în figurile 7.6 şi 7.7. Standul a fost conceput ca un **stand multifuncţional**, putând fi adaptat pentru orice încercare ce necesită momente de răsucire cuprinse între 100 şi 1000 de Nm cu încărcare radială neglijabilă. Gabaritul pieselor încercate, în stare montată, nu trebuie să depăşească 400 de mm. Suporturile epruvetei trebuie reproiectate şi executate în funcţie de piesele încercate, ca şi pârghia de încărcare, pentru a respecta cota de 165 mm între baza standului şi axa epruvetei. Rezultatele încercărilor şi prelucrarea lor sunt cuprinse în Anexa 16.

În figurile 7.8 şi 7.9 sunt prezentate graficele variaţiei experimentale a momentului de torsiune, respectiv a presiunii pe lungimea îmbinării. Alura celor două familii de curbe evidenţiază schimbul de sarcină mai intens la capetele îmbinării şi o scădere puternică a presiunii în zona centrală. Coincidenţa valorică este de asemenea bună, valorile maxime ale presiunii apropiindu-se, la momente de răsucire de 600 Nm, de 60 de MPa, ceea ce ne permite să afirmăm că modelul teoretic poate fi validat.

§8.8. Determinarea distribuției presiunii din îmbinare prin metode numerice.

Metodele numerice se utilizează la studiul stării de tensiuni şi deformații din sistemele mecanice, pentru cazuri concrete de proiectare, dar şi pentru validarea modelelor de calcul analitic. Pentru studiul variației presiunii pe lungimea îmbinărilor prin caneluri se utilizează modele cu simetrie axială, în cazul studiului îmbinării fără erori, sau modele spațiale tridimensionale, pentru îmbinările cu erori. În figura 7.10 se prezintă cele două tipuri de modele.

Rezolvarea pin metoda elementului finit FEM şi a elementelor de frontieră BEM a problemelor de contact presupune rezolvarea unor sisteme neliniare, ceea ce, în practică, se rezolvă prin iterații. Programele moderne de analiză cu element finit au posibilitatea de a realiza acest studiu, necesitând, ca parametrii de legătură, rigiditatea de contact, coeficienții de frecare şi, eventual, jocul în stare nesolicitată sub forma unor „elemente de joc" (gap elements), care se pot închide în timpul încărcării.

Variația solicitării de contact şi a tensiunii de forfecare pe lungimea îmbinării [A1] sunt prezentate în figurile 7.11, respectiv 7.12. Coincidența dintre alura curbelor obținute prin diferite metode numerice şi similaritatea acestora cu cele analitice, în special în ceea ce priveşte puternica concentrare a transferului de sarcină la unul din capetele îmbinării validează încă o dată modelul analitic propus.

§8.9. Concluzii finale.

Studiile cuprinse în prezenta lucrare duc la următoarele concluzii:

- ajustajul cilindric cu joc nu asigură o centrare propriu – zisă ci o pseudo – centrare a butucului față de arbore;
- pentru obținerea unei capacități portante corespunzătoare este necesar un grad cât mai ridicat de conformitate a suprafețelor în contact;
- canelurile din aceleaşi serii de dimensiuni nu sunt geometric asemenea;
- gruparea canelurilor pe serii de dimensiuni se face după ponderea capacității portante a îmbinării la solicitarea de contact pe suprafețele portante față de capacitatea portantă a arborelui la solicitarea de torsiune;
- Condiția de echiportanță se poate realiza la canelurile dreptunghiulare din seria grea şi la cele evolventice, atunci când lungimea îmbinării este egală cu dublul diametrului interior;

- eroarea de centrare în îmbinările prin caneluri depinde de abaterile de pas ale suprafețelor portante dar şi de ordinea lor de intrare în contact, respectiv de poziția unghiulară a primelor trei caneluri purtătoare;
- pentru o centrare optimă pe flancuri este necesară standardizarea sau normalizarea unor serii de dimensiuni de caneluri dreptunghiulare cu numere impare de caneluri;
- la îmbinările cu precizie inferioară, cu număr mare de caneluri şi cu rigiditate ridicată a elementelor portante nu sunt în contact toate canelurile şi coeficientul de repartiție a sarcinii pe caneluri are valori mai mari decât 2;
- rigiditatea îmbinării creşte progresiv odată cu creşterea momentului de răsucire la care este supusă îmbinarea, ajungând la valoarea maximă atunci când toate perechile au intrat în contact; caracteristica de rigiditate cu pantă variabilă produce imprecizia cinematică a transmisiei care conține îmbinarea, atunci când mărimea momentului de răsucire se modifică;
- îmbinările cu centrare pe flancuri se comportă mai bine sub sarcină, coeficienții de repartiție a sarcinii având valori mai mici decât la îmbinarea cu centrare interioară;
- variația excentricității butucului față de arbore la îmbinările încărcate cu sarcină radială evidențiază existența unei micromişcări şi deci a unei deplasări relative a suprafețelor portante ale arborelui şi butucului pe direcția tangentei comune; această micromişcare poate provoca uzarea abrazivă şi /sau adezivă (griparea), chiar în cazul îmbinărilor fără deplasare axială relativă;
- nu este întotdeauna rațională mărirea numărului de caneluri pentru creşterea capacității portante a îmbinării;
- reducerea efectului concentrator al erorii de pas se poate face prin reducerea lor pe cale tehnologică (prin precizia de execuție sau prin rodare) sau reducerea rigidității c_F a elementelor portante;
- coeficientul global de repartiție a sarcinii se obține prin însumarea a doi coeficienți parțiali de suprasarcină şi nu prin amplificare;
- pentru preluarea momentelor de răsturnare nu este rațională creşterea lungimii îmbinării peste dublul diametrului său nominal;
- pentru funcționarea optimă a îmbinării, aplicarea momentului de răsucire la butuc se face în partea opusă celei în care arborele este supus momentului maxim de torsiune;
- condiția de optimă portanță a îmbinării se obține numai pentru diametre exterioare ale butucului apropiate de diametrul exterior al canelurilor;

- lungimea îmbinării nu are efecte asupra presiunii maxime dacă este mai mare decât diametrul nominal al îmbinării; practic, transferul energetic are loc pe o lungime egală cu jumătate din diametrul nominal, caz în care efectul modului de aplicare a momentului de răsucire asupra butucului este mult redus;
- modelul de calcul analitic a rigidităţii canelurilor propus în prezenta teză este validat de analiza cu element finit pentru seriile de dimensiuni mai grele; seriile mai uşoare au distribuţii de tensiuni diferite de cele teoretice;
- preponderentă în determinarea valorii elasticităţii totale de deformaţie este elasticitatea de deformare tangenţială arborelui;
- încercările pe stand validează studiile teoretice ale rigidităţii canelurilor şi îmbinărilor canelate; nu poate fi neglijată însă contribuţia deformaţiilor de torsiune ale arborelui şi butucului la deformarea totală a îmbinării;
- rezultatele măsurărilor tensometrice rezistive confirmă concentrarea transferului energetic la capetele îmbinării, ce a fost descris prin modelul teoretic.

§8.10. Direcţii de cercetare ulterioară

Studiile cuprinse în prezenta lucrare şi concluziile acestora evidenţiază următoarele direcţii în care cercetarea se poate continua:

- cercetarea abaterilor reale ale arborilor şi butucilor canelaţi, a repartiţiilor abaterii de pas şi a corelaţiilor dintre clasa de precizie şi toleranţele calibrelor de complexitate şi abaterile profilelor pe periferia şi pe lungimea îmbinării;
- studiul îmbinărilor cu sarcini radiale sau momente de răsturnare la care se pierde temporar contactul pe caneluri sau pe porţiuni ale acestora;
- studiul analitic şi experimental al variaţiei presiunii pe înălţimea canelurii;
- studiul analitic şi experimental al deformaţiilor plastice locale produse de vârfurile de presiune evidenţiate în prezenta lucrare, a modificării geometriei suprafeţelor portante şi a influenţei acesteia asupra legilor de variaţie a presiunii;
- generalizarea ecuaţiilor diferenţiale de transfer a sarcinii la alte tipuri de îmbinări şi la sisteme mecanice cu contact pe suprafeţe extinse;
- studiul uzării îmbinărilor prin caneluri, atât în urma micromişcărilor produse de sarcinile radiale sau de momentele de răsturnare cât şi a celei produse de deplasarea axială în mers şi sub sarcină (arbori cardanici şi telescopici).

§8.11. Contribuții personale

Cercetările realizate în prezenta lucrare aduc următoarele contribuții personale:

- O definiție geometric riguroasă a îmbinărilor prin formă şi prin forță.
- Sistematizarea caracteristicilor funcționale şi tehnologice ale îmbinărilor arbore-butuc şi cuantificarea după sistemul de notare din învățământul românesc a modului de realizare a acestora.
- Studiul similitudinii îmbinărilor canelate şi introducerea coeficientului de portanță.
- Descrierea analitică a mecanismului centrării pe flancuri şi a succesiunii de intrare în contact a canelurilor cu abateri de pas.
- Determinarea ecuațiilor diferențiale ale transferului de sarcină pentru cazurile generale de aplicare a momentelor de răsucire.
- Elaborarea unui algoritm iterativ de rezolvare a ecuațiilor diferențiale neliniare de transfer a sarcinii pe suprafețe cu deformații ale microneregularităților prin liniarizarea pe tronsoane a curbei de rigiditate de contact.
- Elaborarea de foi de calcul MATHCAD pentru studiul fiecărei cauze de variație a presiunii pe caneluri.
- Elaborarea unei metodologii de determinare analitică a rigidității canelurilor şi verificarea rezultatelor acesteia prin metoda elementului finit.
- Determinarea experimentală a diagramelor de rigiditate a canelurilor şi a îmbinărilor prin caneluri.
- Verificarea experimentală prin tensometrie electrică a legii de transfer a sarcinii prin măsurarea efortului de torsiune din butuc.

§8.12. Valorificarea rezultatelor

- Publicarea a 8 lucrări ştiințifice în domeniul tezei din care 6 ca unic autor şi 2 ca prim autor.
- Realizarea unui stand multifuncțional pentru încercarea statică a îmbinărilor arbore-butuc, aflat în Laboratorul de Organe de maşini al Universității „Politehnica” din Timişoara.
- Elaborarea a două lucrări de laborator.

Bibliografie

A1	Adey, R.A	Modeling and Simulation of Spline Couplings	IMechE Transmission seminar, June, 1999
B1	Balekics, M.	Tribologie. Frecarea	Editura Todesco, Cluj-Napoca, 2000
B1	Birgher, I.A.	Rasciot na procinosti detalei maşin	Maşinostroienie Moscova, 1979
B2	Batoz, J. L.	Modélisation des structures par éléments finis	Hermes, Paris, 1992
B3	Buzdugan, Gh.	Rezistenta materialelor	Ed. Tehnică Bucureşti, 1980.
C1	Chişiu, Al	Organe de maşini	Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1976
D1	Drăghici, I.	Îndrumar de proiectare în construcţia de maşini, vol II	Editura Tehnică Bucureşti, 1981
D2	Douglas Faires, J.	Numerische Methoden Näherungsverfahren und ihre praktische Anwendung	Spektrum Akademischer, Verlag, Heidelberg, Berlin Oxford, 1994.
F1	Florea, V.	Bazele proiectării în construcţia de maşini, Vol. I.	Lito Institutul de învăţământ superior Sibiu, 1988
E1	Ehrlenspiel, K.	Auswahl und Gestaltung kostengünstiger Welle-Nabe-Verbindungen	Antriebestechnik, nr. 10, 1991
G1	Gafiţanu, M.	Organe de maşini, vol I	Editura Tehnica Bucureşti, 1981
K1	Kollmann, F.G.	Welle-Nabe-Verbindungen Gestaltung, Auslegung, Auswahl	Springer-Verlag, Berlin, 1984
K2	Kudriavţev,.V. N.	Kursovâie proiectirovanie detalei maşin	Maşinostroienie Moscova, 1977
K3	Kuzmin, ş.a.	Detalei maşin	Maşinostroienie Moscova, 1977
K4	Krause, W	Konstruktionselemente der	Carl Hanser Verlag München

		Feinmechanik	Wien, 1993
K5	Koller, R.	Konstruktionslehre für den Maschinenbau Grundlagen zur Neu-und Waiterentwilchung technis der Produkte mit beispalen.	Springer Verlag, 1993, ed. A. III-a şi 1998 ed. A IV-a
K6	Kmothe, K	Finite elemente. Eine Einfühmag für luginieure	Springen Verlag, 1992
K7	Kragelsky, I., V.	Tribology Handbook	Mir Publishers Moscow, 1981
M1	Mocanu, D., R.	Analiza experimentală a tensiunilor	Editura Tehnică, Bucureşti, 1977
M2	Mocanu, D., R.	Determinarea experimentală a eforturilor unitare	Ed. Transporturilor şi Telecomunicaţiilor, 1966.
M3	Matek, W. Ş.a Roloff / Matek	Maschinenelemente, 14 Auflage	Vieweg Wiesbaden, 2000
M4	Manea, Gh.	Organe de maşini	Editura Tehnică Bucureşti, 1970
M5	Mărgineanu, D.	Repartiţia sarcinii pe lungimea îmbinarilor arbore-butuc prin formă	Simpozionul naţional MTM 1992 Vol.3, luc. 22
M6	Mărgineanu, D.	Repartiţia sarcinii pe suprafeţele portante multiple ale îmbinărilor arbore-butuc prin formă	Simpozionul naţional MTM 1992 Vol.3, luc. 23
M7	Mărgineanu, D.	Un studiu critic asupra metodelor actuale de proiectare a îmbinărilor arbore-butuc cu caneluri şi ajustaje poligonale	Analele Universităţii din Oradea, Fascicola Mecanică, 1992
M8	Mărgineanu, D.	Repartiţia sarcinii pe lungimea îmbinărilor arbore-butuc prin caneluri datorită rigidităţii finite a elementelor îmbinării	Al VII-lea Simpozion MTM Timişoara 1996
M9	Mărgineanu, D.	Repartiţia sarcinii pe lungimea	Al VII-lea Simpozion MTM,

		unei îmbinări arbore-butuc prin caneluri în cazul aplicării uniform distribuite a momentului de răsucire pe toată lungimea butucului	Timişoara 1996
M10	Mărgineanu, D.	Spline joints rigidity	MTM, 2000, Timişoara
M11	Mărgineanu, D.	Influenţa abaterilor de pas asupra repartiţiei încărcării pe canelurile utilizate în acţionările hidraulice	Hervex, 2002, Râmnicu Vâlcea
M12	Mărgineanu, D.	Load distribution on spline joints	The Eleventh World Congress in Mechanism and Machine Science, August 18~21,2003, Tianjin China
N1	Niemann, G.	Maschinenelemente	Springer-Verlag, Berlin, 1973
N2	Niemann, G.	Maschinenelemente	Springer-Verlag, Berlin, 1986
O1	Orlov, P.I	Osnovîi construirovaniia	Maşinostroienie Moscova, 1977
P1	Pahl, G.	Konstruktionslehre. Methoden und Anwendung. Ediţia a III-a	Springen – Verlag, Berlin, 1993
P2	Pokorny, J	Köhle/Rögnitz Maschinenteile Teil I.	B.G. Teubner Stuttgart, 1997
P3	Perju, D	Măsurări mecanice, Vol. I	Editura „Politehnica" Timişoara, 2001
R1	Rothbart, H., A.	Mechanical Design Handbook	Mc. Graw-Hill, 1996
S1	Shigley, J.E	Mechanical engineering design	Mc Graw Hill, New York, 1972
S2	Schmeltz, F.	Universal Joints and Driveshafts. Analysis, Design, Apllications	Springen – Verlag, Berlin, 1992
S3	Steinhilper, W.	Maschinen – und Konstrunktions-elemente Grundlagen der berechnung und Gestaltung/ Band 1	Springen – Verlag, Berlin, 1994

S4	Steinhilper, W.	Maschinen – und Konstrunktions-elemente. Grundlagen der berechnung und Gestaltung. Band 2	Springen – Verlag, Berlin, 1993
S5	Smilga, V.	Evident ? nu, încă nelămurit	Editura Ştiinţifică, Bucureşti, 1963
V1	Voinea, R.	Introducere în mecanica solidului cu aplicaţii în inginerie	Editura Academiei Republicii Socialiste România, 1989

Similitudinea imbinarilor prin caneluri dreptunghiulare

Seria usoara

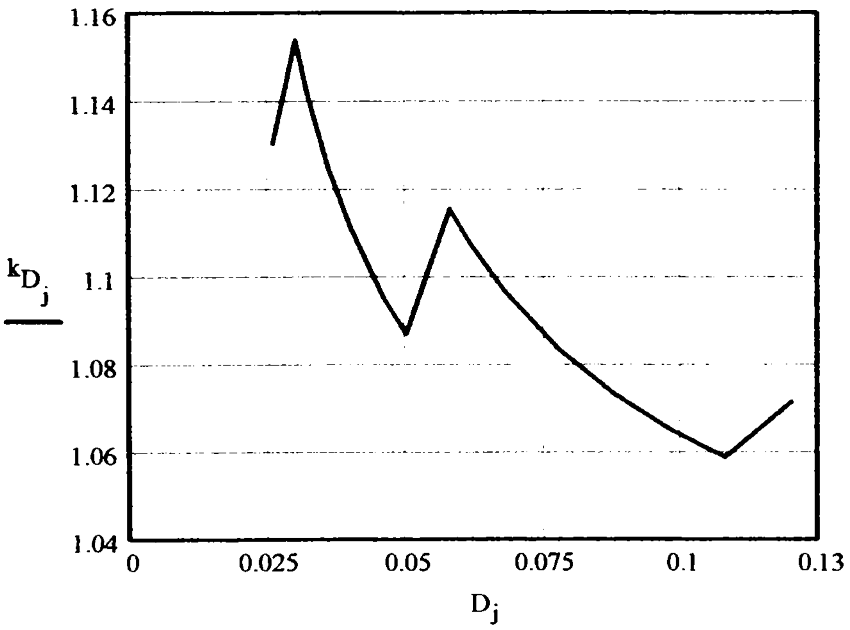
Dimensiunile canelurilor

Numarul de dimensiuni: $j := 1..15$

Diametrul interior	Diametrul exterior	Latimea canelurii	Numarul de caneluri	Tesitura canelurii

$$d := \begin{pmatrix} 23mm \\ 26mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 42mm \\ 46mm \\ 52mm \\ 56mm \\ 62mm \\ 72mm \\ 82mm \\ 92mm \\ 102mm \\ 112mm \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 26mm \\ 30mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 40mm \\ 46mm \\ 50mm \\ 58mm \\ 62mm \\ 68mm \\ 78mm \\ 88mm \\ 98mm \\ 108mm \\ 120mm \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 6mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 8mm \\ 9mm \\ 10mm \\ 10mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 14mm \\ 16mm \\ 18mm \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \end{pmatrix}$$

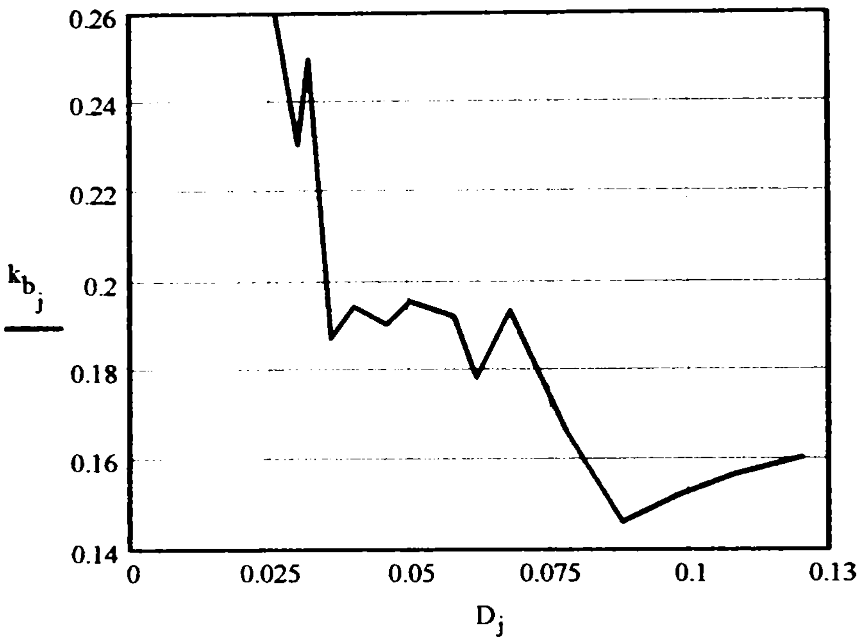
Coeficientul diametrului exterior: $k_{D_j} := \frac{D_j}{d_j}$



$k_D =$

	1
1	1.13
2	1.154
3	1.143
4	1.125
5	1.111
6	1.095
7	1.087
8	1.115
9	1.107
10	1.097
11	1.083
12	1.073
13	1.065
14	1.059
15	1.071

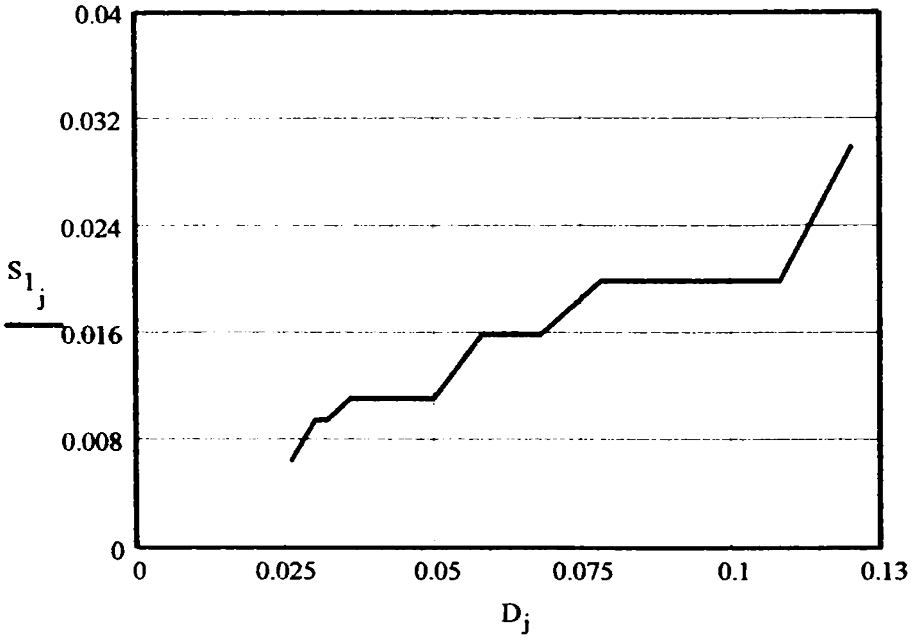
Coeficientul latimii canelurii: $k_{b_j} := \frac{b_j}{d_j}$



$k_b =$

	1
1	0.261
2	0.231
3	0.25
4	0.188
5	0.194
6	0.19
7	0.196
8	0.192
9	0.179
10	0.194
11	0.167
12	0.146
13	0.152
14	0.157
15	0.161

Suprafata portanta a flancului canelurii, pe unitatea de lungime: $S_{1_j} := z_j \cdot \left(\frac{D_j - d_j}{2} - 2 \cdot c_j \right)$

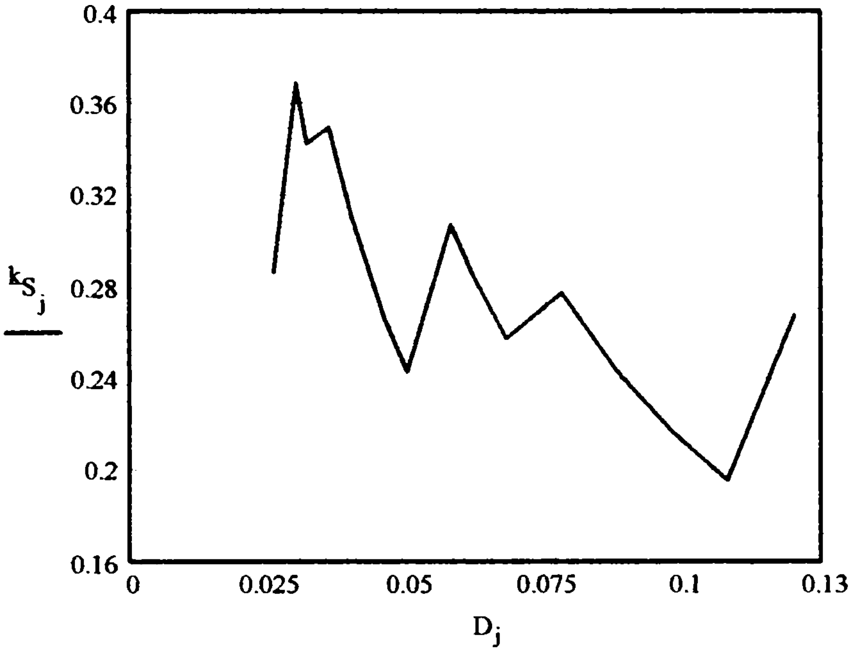


$S_1 =$

	1
1	6.6
2	9.6
3	9.6
4	11.2
5	11.2
6	11.2
7	11.2
8	16
9	16
10	16
11	20
12	20
13	20
14	20
15	30

mm

Coeficientul suprafetei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime: $k_{S_j} := \frac{S_{1_j}}{d_j}$



$k_S =$

	1
1	0.287
2	0.369
3	0.343
4	0.35
5	0.311
6	0.267
7	0.243
8	0.308
9	0.286
10	0.258
11	0. 78
12	0.244
13	0.217
14	0.196
15	0.268

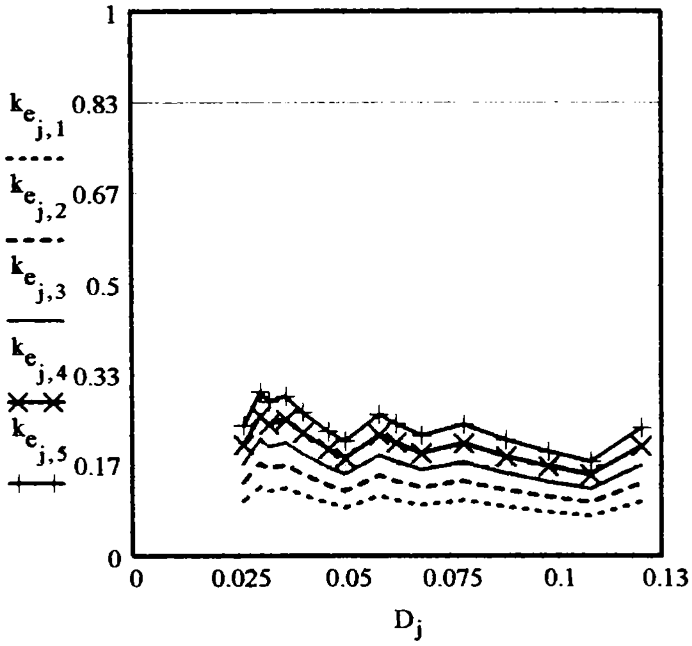
Diametrul mediu al imbinarii: $d_{m_j} := \frac{D_j + d_j}{2}$

Lungimea imbinarii: $k := 1..5$ $L_{j,k} := d_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa: $\tau_{at} := 35 \frac{N}{mm^2}$

Presiunea admisa: $p_a := 10 \frac{N}{mm^2}$

Coeficientul de echiportanta: $k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot d_{m_j} \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_{m_j}\right)^3 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

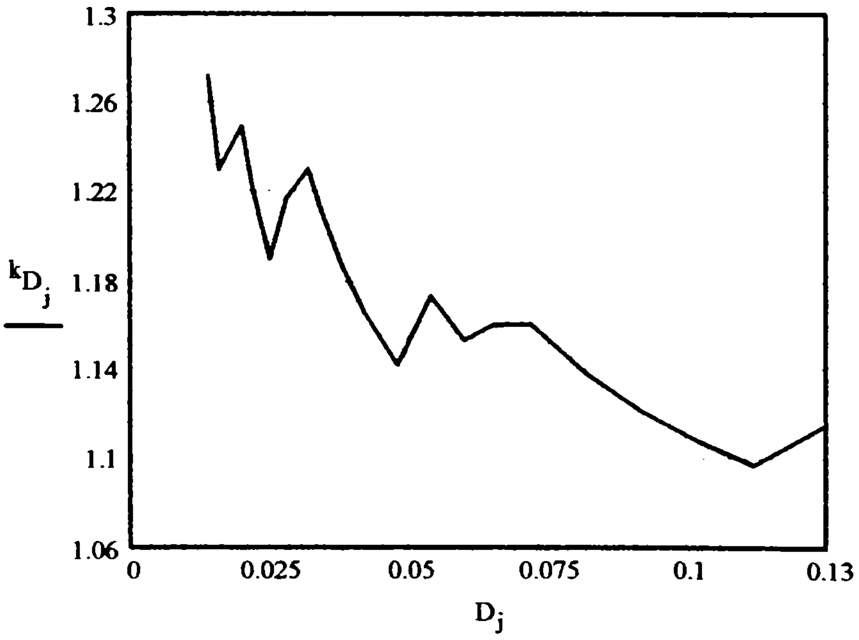
	1	2	3	4	5
1	0.103	0.138	0.172	0.207	0.241
2	0.13	0.174	0.217	0.261	0.304
3	0.122	0.163	0.204	0.244	0.285
4	0.127	0.169	0.211	0.254	0.296
5	0.114	0.152	0.19	0.229	0.267
6	0.099	0.133	0.166	0.199	0.232
7	0.092	0.122	0.153	0.183	0.214
8	0.113	0.15	0.188	0.225	0.263
9	0.105	0.14	0.176	0.211	0.246
10	0.096	0.128	0.16	0.192	0.224
11	0.105	0.14	0.175	0.21	0.244
12	0.093	0.124	0.155	0.186	0.217
[illegible]	[illegible]	.111	.1	.1 7	0.195
14	0.076	0.101	0.126	0.151	[illegible]
15	0.102	0.136	0.17	0.204	0.238

Seria mijlocie

$$d := \begin{pmatrix} 11mm \\ 13mm \\ 16mm \\ 18mm \\ 21mm \\ 23mm \\ 26mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 42mm \\ 46mm \\ 52mm \\ 56mm \\ 62mm \\ 72mm \\ 82mm \\ 92mm \\ 102mm \\ 112mm \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 14mm \\ 16mm \\ 20mm \\ 22mm \\ 25mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 34mm \\ 38mm \\ 42mm \\ 48mm \\ 54mm \\ 60mm \\ 65mm \\ 72mm \\ 82mm \\ 92mm \\ 102mm \\ 112mm \\ 125mm \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 3mm \\ 3.5mm \\ 4mm \\ 5mm \\ 5mm \\ 6mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 8mm \\ 9mm \\ 10mm \\ 10mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 14mm \\ 16mm \\ 18mm \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \end{pmatrix}$$

Numarul de dimensiuni: $j := 1..20$

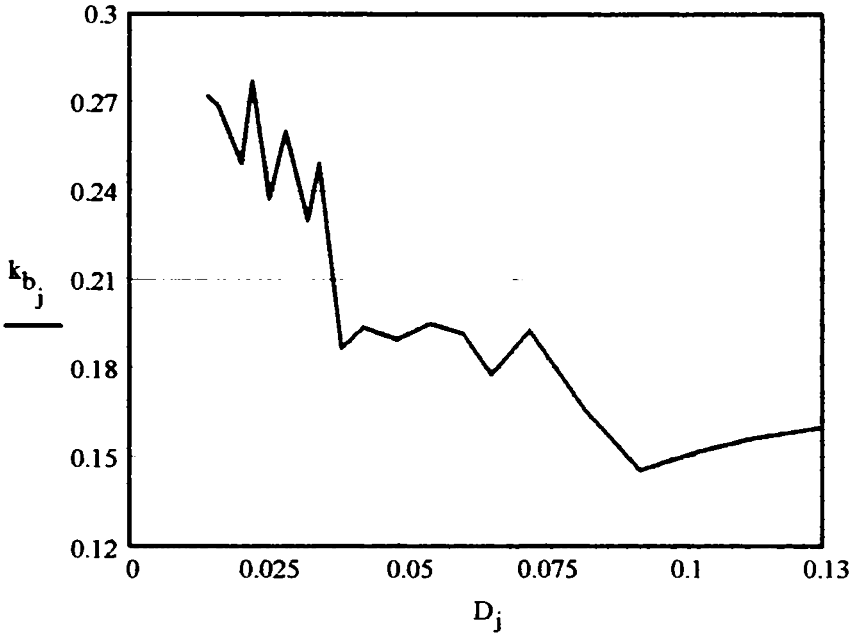
Coeficientul diametrului exterior: $k_{D_j} := \dfrac{D_j}{d_j}$



$k_D =$

	1
1	1.273
2	1.231
3	1.25
4	1.222
5	1.19
6	1.217
7	1.231
8	1.214
9	1.188
10	1.167
11	1.143
12	1.174
13	1.154
14	1.161
15	1.161
16	1.139
17	1.122
18	1.109
19	1.098
20	1.116

Coeficientul latimii canelurii: $k_{b_j} := \frac{b_j}{d_j}$

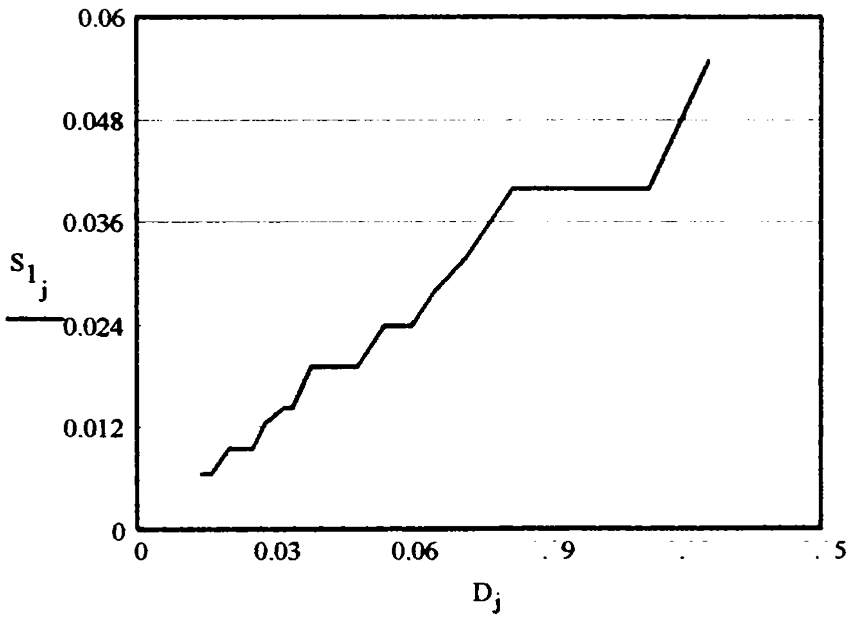


$k_b =$

	1
1	0.273
2	0.269
3	0.25
4	0.278
5	0.238
6	0.261
7	0.231
8	0.25
9	0.188
10	0.194
11	0.19
12	0.196
13	0.192
14	0.179
15	0.194
16	0.167
17	0.146
18	0.152
19	0.157
20	0.161

Suprafata portanta a flancului canelurii, pe unitatea de lungime:

$$S_{l_j} := z_j \cdot \left(\frac{D_j - d_j}{2} - 2 \cdot c_j \right)$$

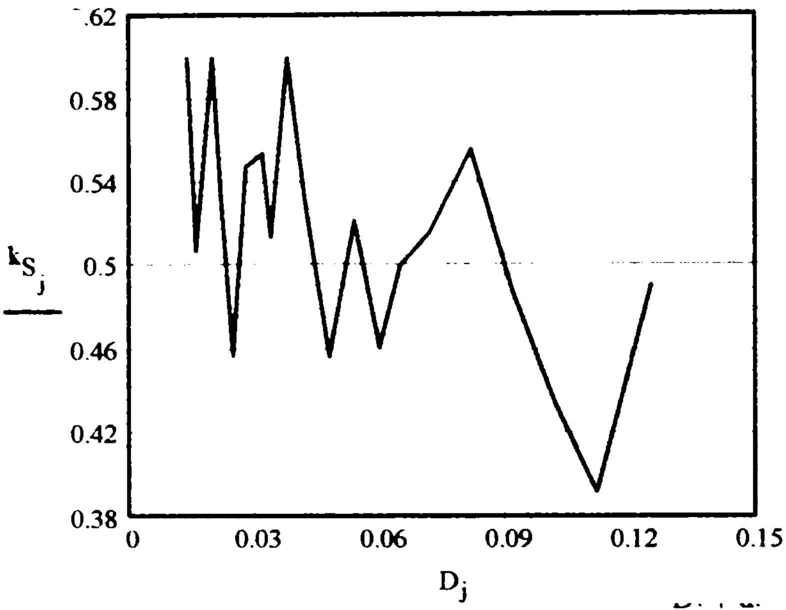


$S_l =$

	1
1	6.6
2	6.6
3	9.6
4	9.6
5	9.6
6	12.6
7	14.4
8	14.4
9	19.2
10	19.2
11	19.2
12	24
13	24
14	28
15	32
16	40
17	40
18	40
19	40
20	55

mm

Coeficientul suprafetei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime: $k_{S_j} := \frac{S_{1_j}}{d_j}$



$k_S =$

	1
1	[illegible]
2	0.508
3	0.6
4	0.533
5	0.457
6	0.548
7	0.554
8	0.514
9	0.6
10	0.533
11	0.457
12	0.522
[illegible]	[illegible]
14	0.5
15	0.516
16	0.556
17	0.488
18	0.435
19	0.392
20	0.491

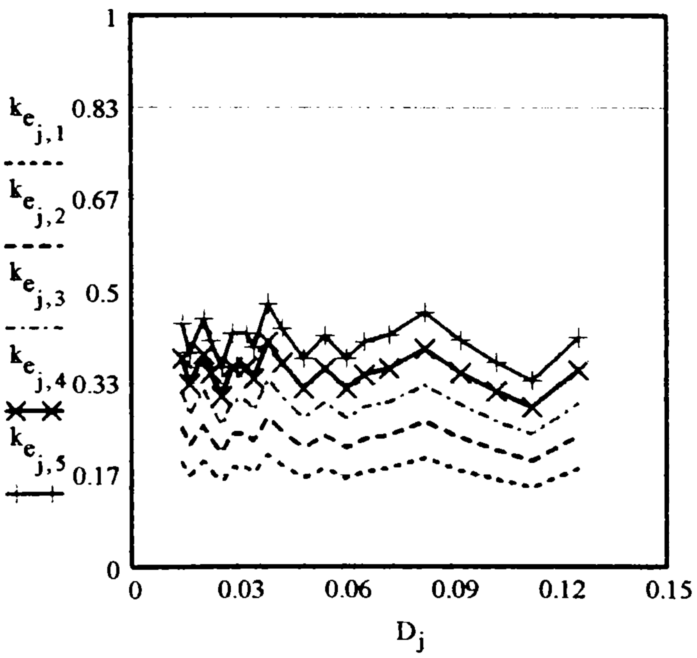
Diametrul mediu al imbinarii: $d_{m_j} := \frac{\text{[illegible]}}{2}$

Lungimea imbinarii: $k := 1..5$ $L_{j,k} := d_j \cdot (0.5 + 0.25k)$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa: $\tau_{at} := 35 \frac{N}{mm^2}$

Presiunea admisa: $p_a := 10 \frac{N}{mm^2}$

Coeficientul de echiportanta: $k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot d_{m_j} \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_{m_j}\right)^3 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

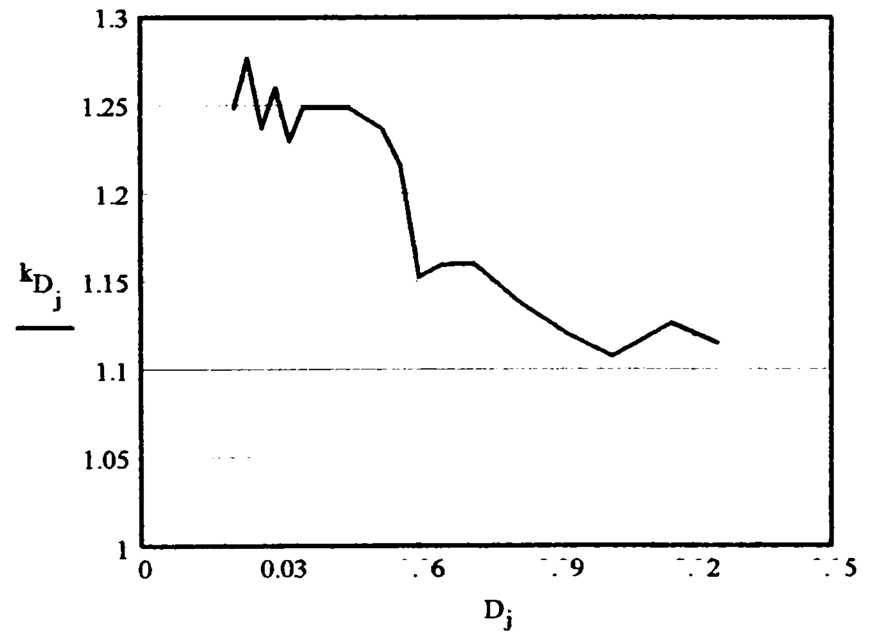
	1	2	3	4	5
1	0.19	0.254	0.317	0.38	0.444
2	0.167	0.223	0.278	0.334	0.39
3	0.194	0.259	0.323	0.388	0.453
4	0.177	0.236	0.295	0.354	0.413
5	0.156	0.208	0.26	0.312	0.364
6	0.182	0.243	0.304	0.365	0.426
7	0.182	0.243	0.304	0.364	0.425
8	0.172	0.229	0.286	0.343	0.401
9	0.205	0.274	0.342	0.411	0.479
10	0.186	0.248	0.31	0.372	0.434
11	0.163	0.217	0.272	0.326	0.38
12	0.181	0.241	0.301	0.361	0.422
13	0.163	0.217	0.271	0.326	0.38
14	0.175	0.234	0.292	0.351	0.409
15	0.181	0.241	0.301	0.362	0.422
16	0.199	0.265	0.331	0.398	0.464
17	0.177	0.236	0.296	0.355	0.414
18	0.16	0.213	0.267	0.32	0.373
19	0.146	0.194	0.243	0.292	0.34
20	0.18	0.239	0.299	0.359	0.419

Seria grea

$$d := \begin{pmatrix} 16\text{mm} \\ 18\text{mm} \\ 21\text{mm} \\ 23\text{mm} \\ 26\text{mm} \\ 28\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 36\text{mm} \\ 42\text{mm} \\ 46\text{mm} \\ 52\text{mm} \\ 56\text{mm} \\ 62\text{mm} \\ 72\text{mm} \\ 82\text{mm} \\ 92\text{mm} \\ 102\text{mm} \\ 112\text{mm} \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 20\text{mm} \\ 23\text{mm} \\ 26\text{mm} \\ 29\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 35\text{mm} \\ 40\text{mm} \\ 45\text{mm} \\ 52\text{mm} \\ 56\text{mm} \\ 60\text{mm} \\ 65\text{mm} \\ 72\text{mm} \\ 82\text{mm} \\ 92\text{mm} \\ 102\text{mm} \\ 115\text{mm} \\ 125\text{mm} \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 2.5\text{mm} \\ 3\text{mm} \\ 3\text{mm} \\ 4\text{mm} \\ 4\text{mm} \\ 4\text{mm} \\ 5\text{mm} \\ 5\text{mm} \\ 6\text{mm} \\ 7\text{mm} \\ 5\text{mm} \\ 5\text{mm} \\ 6\text{mm} \\ 7\text{mm} \\ 6\text{mm} \\ 7\text{mm} \\ 8\text{mm} \\ 9\text{mm} \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \\ 16 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \\ 20 \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 0.2\text{mm} \\ 0.2\text{mm} \\ 0.2\text{mm} \\ 0.2\text{mm} \\ 0.3\text{mm} \\ 0.3\text{mm} \\ 0.3\text{mm} \\ 0.3\text{mm} \\ 0.3\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \\ 0.5\text{mm} \end{pmatrix}$$

Numarul de dimensiuni: $j := 1..18$

Coeficientul diametrului exterior: $k_{D_j} := \dfrac{D_j}{d_j}$

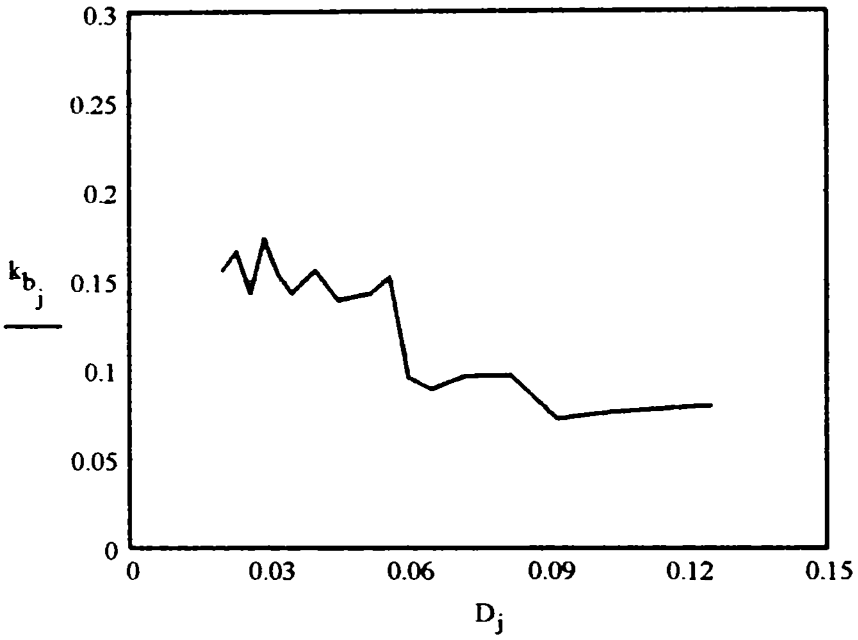


$k_D =$

	1
1	1.25
2	1.278
3	1.238
4	1.261
5	1.231
6	1.25
7	1.25
8	1.25
9	1.238
10	1.217
11	1.154
12	1.161
13	1.161
14	1.139
15	1.122
16	1.109
17	1.127
18	1.116
19	1.098
20	1.116

Coeficientul latimii canelurii

$$k_{b_j} := \frac{b_j}{d_j}$$

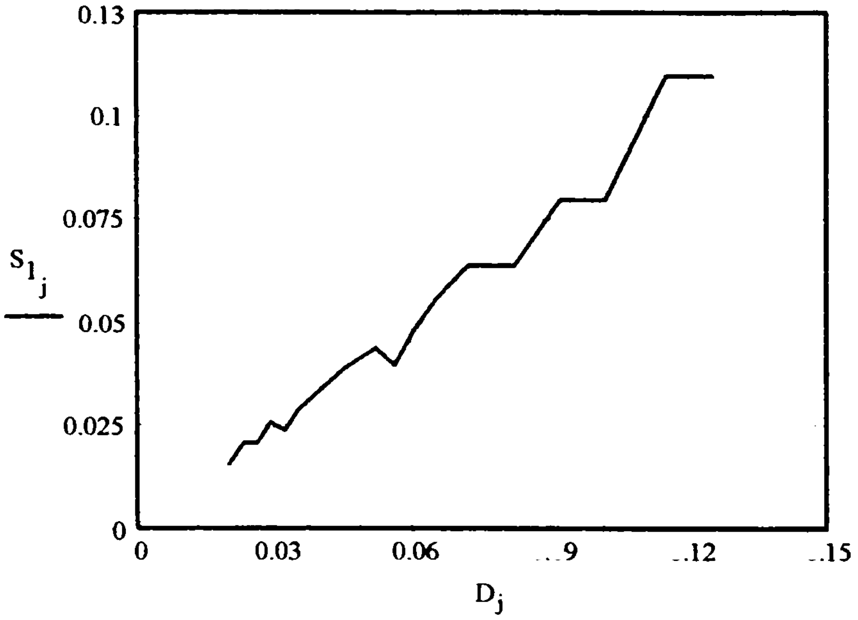


$k_b =$

	1
1	0.156
2	0.167
3	0.143
4	0.174
5	0.154
6	0.143
7	0.156
8	0.139
9	0.143
10	0.152
11	0.096
12	0.089
13	0.097
14	0.097
15	0.073
16	0.076
[illegible]7	[illegible]78
18	0.08
19	0.157
20	0.161

Suprafata portanta a flancului canelurii pe unitatea de lungime:

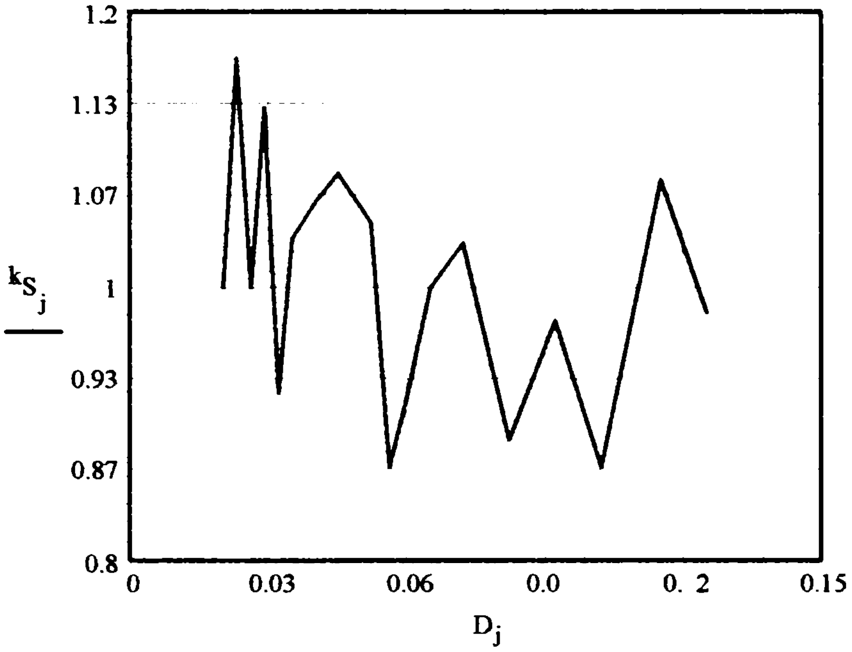
$$S_{1_j} := z_j \cdot \left(\frac{D_j - d_j}{2} - 2 \cdot c_j \right)$$



$S_1 =$ mm

	1
1	16
2	21
3	21
4	26
5	24
6	[illegible]9
7	34
8	39
9	44
10	40
11	48
12	56
13	64
14	64
15	80
16	80
17	110
18	110
19	40
20	55

Coeficientul suprafetei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime: $k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{d_j}$



$k_S =$

	1
1	1
2	1.167
3	1
4	1.13
5	0.923
6	1.036
7	1.063
8	1.083
9	1.048
10	0.87
11	0.923
12	1
13	1.032
14	0.889
15	0.976
16	0.87

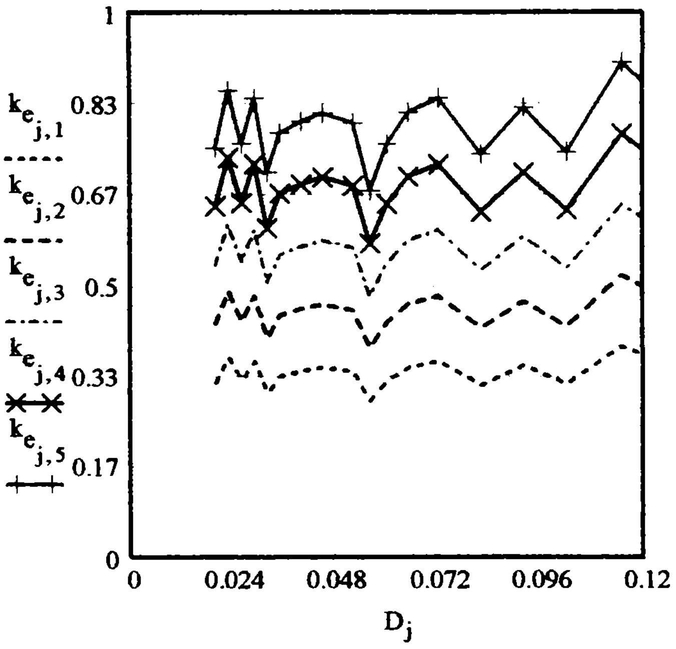
Diametrul mediu al imbinarii: $d_{m_j} := \frac{D_j + d_j}{2}$

Lungimea imbinarii: $k := 1..5$ $L_{j,k} := d_j \cdot (0.5 + 0.25k)$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa: $\tau_{at} := 35 \frac{N}{mm^2}$, **Presiunea admisa:** $p_a := 10 \frac{N}{mm^2}$

Coeficientul de echiportanta:

$$k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot d_{m_j} \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_{m_j}\right)^3 \cdot \tau_{at}}$$



$k_e =$

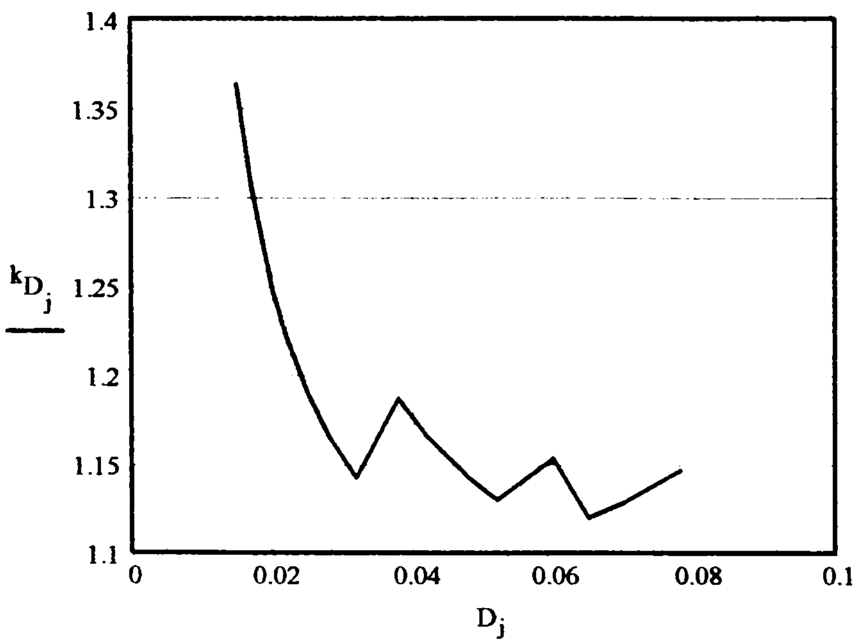
	1	2	3	4	5
1	0.323	0.431	0.539	0.647	0.755
2	0.368	0.491	0.614	0.736	0.859
3	0.327	0.436	0.545	0.654	0.763
4	0.362	0.483	0.603	0.724	0.845
5	0.304	0.405	0.506	0.607	0.709
	.3	.	.	.	.
7	0.344	0.458	0.573	0.687	0.802
8	0.35	0.467	0.584	0.701	0.817
9	0.342	0.456	0.571	0.685	0.799
10	0.29	0.386	0.483	0.579	0.676
11	0.326	0.434	0.543	0.651	0.76
12	0.351	0.468	0.584	0.701	0.818
13	0.362	0.482	0.603	0.724	0.844
14	0.318	0.424	0.53	0.636	0.742
15	0.355	0.473	0.591	0.709	0.828
16	0.32	0.427	0.534	0.64	0.747

Pentru masini unelte

$$d := \begin{pmatrix} 11mm \\ 13mm \\ 16mm \\ 18mm \\ 21mm \\ 24mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 42mm \\ 46mm \\ 52mm \\ 58mm \\ 62mm \\ 68mm \end{pmatrix} \qquad D := \begin{pmatrix} 15mm \\ 17mm \\ 20mm \\ 22mm \\ 25mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 38mm \\ 42mm \\ 48mm \\ 52mm \\ 60mm \\ 65mm \\ 70mm \\ 78mm \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 3mm \\ 4mm \\ 6mm \\ 6mm \\ 8mm \\ 8mm \\ 10mm \\ 10mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 14mm \\ 14mm \\ 16mm \\ 16mm \\ 16mm \end{pmatrix} \qquad z := 4$$

Numarul de dimensiuni $j := 1..15$

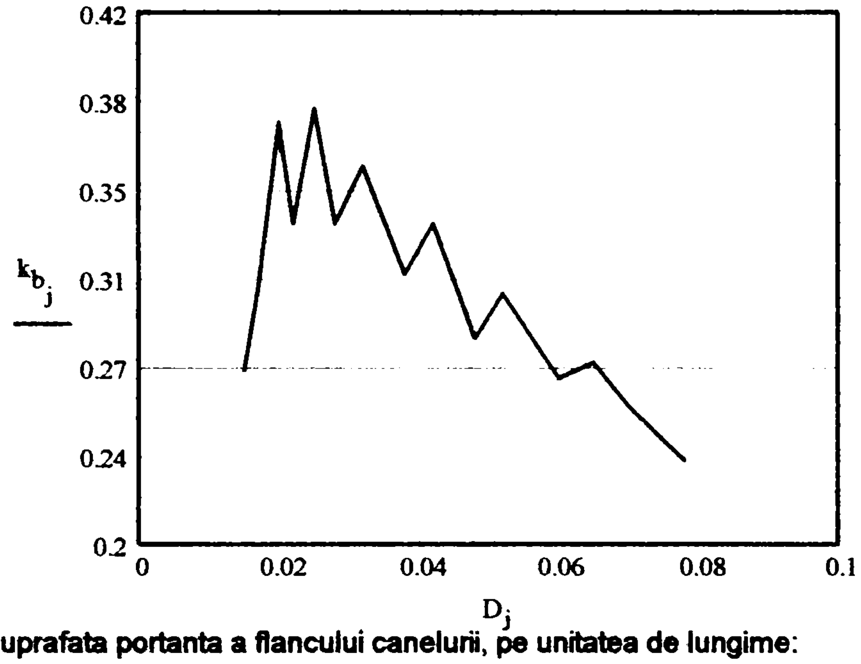
Coeficientul diametrului exterior $k_{D_j} := \frac{D_j}{d_j}$



$k_{D_j} =$

	1
1	1.364
[illegible]	[illegible]
3	1.25
4	1.222
5	1.19
6	1.167
7	1.143
8	1.188
9	1.167
10	1.143
11	1.13
12	1.154
13	1.121
14	1.129
15	1.147

Coeficientul latimii canelurii: $k_{b_j} := \frac{b_j}{d_j}$

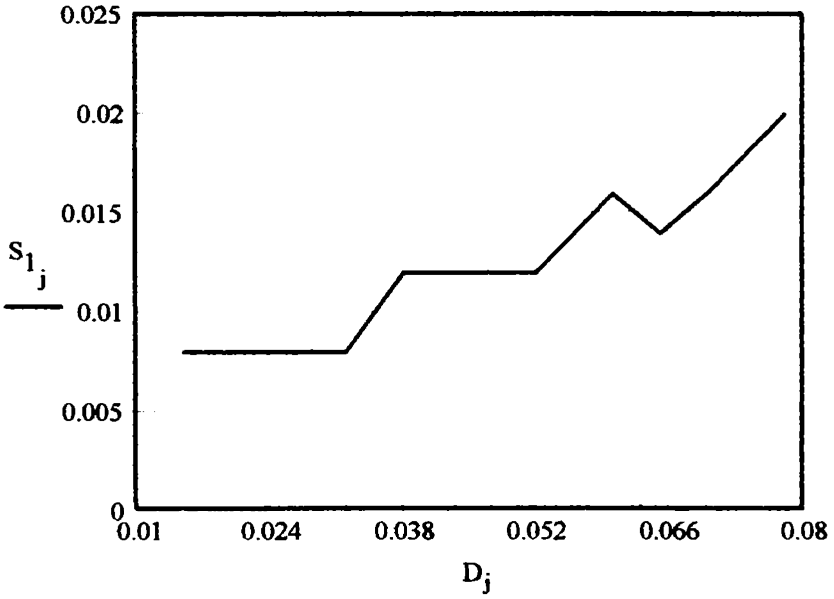


$k_b =$

	1
1	0.273
2	0.308
3	0.375
4	0.333
5	0.381
6	0.333
7	0.357
8	0.313
9	0.333
10	0.286
11	0.304
12	0.269
13	0.276
14	0.258
[illegible]	[illegible]

Suprafata portanta a flancului canelurii, pe unitatea de lungime:

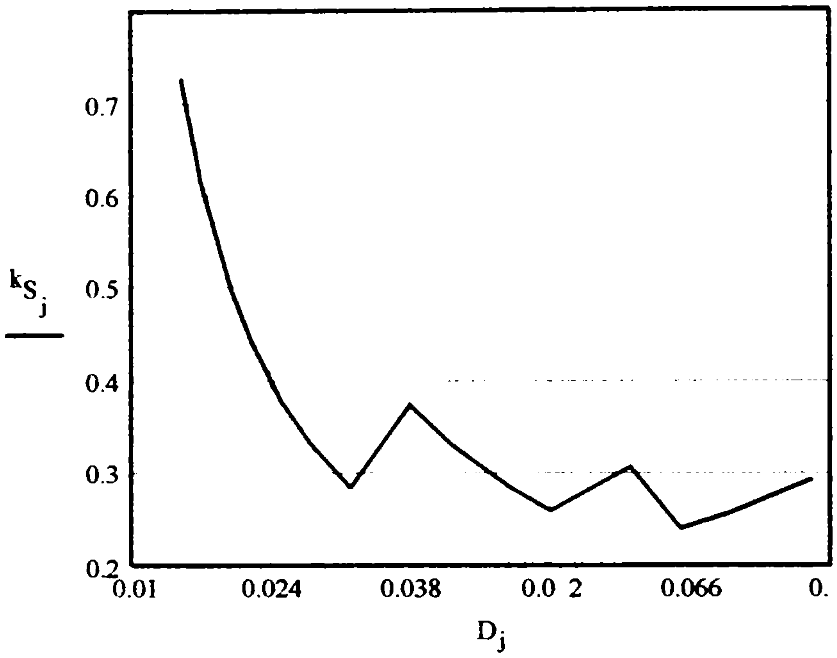
$$S_{1_j} := z \cdot \left(\frac{D_j - d_j}{2} \right)$$



$S_1 =$ mm

	1
1	8
2	8
3	8
4	8
5	8
6	8
7	8
8	12
9	12
10	12
11	12
12	16
13	14
14	16
15	20

Coeficientul suprafetei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime: $k_{S_j} := \frac{S_{1_j}}{d_j}$



$k_S =$

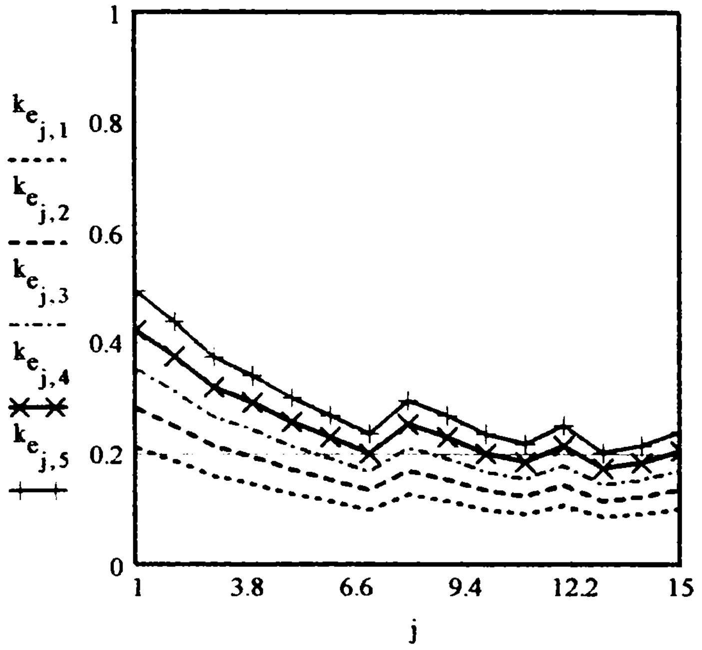
	1
1	0.727
2	0.615
3	0.5
4	0.444
5	0.381
6	0.333
7	0.286
8	0.375
9	0.333
10	0.286
11	0.261
12	0.3[illegible]8
13	0.241
14	0.258
15	0.294

Diametrul mediu al imbinarii $d_{m_j} := \frac{D_j + d_j}{2}$

Lungimea imbinarii $k := 1 .. 5$ $L_{j,k} := d_j \cdot (0.5 + 0.25k)$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa: $\tau_{at} := 35\frac{N}{mm^2}$ **, Presiunea admisa:** $p_a := 10\frac{N}{mm^2}$

Coeficientul de echiportanta $k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot d_{m_j} \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_{m_j}\right)^3 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.213	0.284	0.355	0.426	0.497
2	0.189	0.252	0.315	0.378	0.441
3	0.162	0.216	0.269	0.323	0.377
4	0.147	0.196	0.246	0.295	0.344
5	0.13	0.173	0.217	0.26	0.303
6	0.116	0.155	0.194	0.232	0.271
7	0.102	0.136	0.17	0.204	0.238
8	0.128	0.171	0.214	0.257	0.299
9	0.116	0.155	0.194	0.232	0.271
10	0.102	0.136	0.17	0.204	0.238
11	0.094	0.125	0.157	0.188	0.22
12	0.109	0.145	0.181	0.217	0.253
13	0.088	0.117	0.146	0.176	0.205
14	0.093	0.124	0.155	0.186	0.217
15	0.104	0.139	0.174	0.209	0.244
16	0.32	0.427	0.534	0.64	0.747

Pentru masini unelte

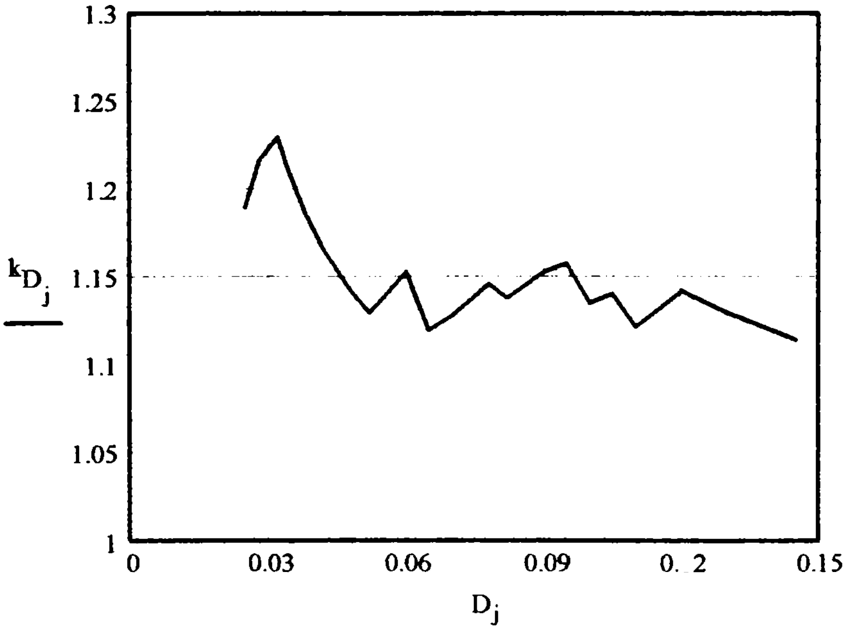
$$d := \begin{pmatrix} 21\text{mm} \\ 23\text{mm} \\ 26\text{mm} \\ 28\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 36\text{mm} \\ 42\text{mm} \\ 46\text{mm} \\ 52\text{mm} \\ 58\text{mm} \\ 62\text{mm} \\ 68\text{mm} \\ 72\text{mm} \\ 78\text{mm} \\ 82\text{mm} \\ 88\text{mm} \\ 92\text{mm} \\ 98\text{mm} \\ 105\text{mm} \\ 115\text{mm} \\ 130\text{mm} \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 25\text{mm} \\ 28\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 34\text{mm} \\ 38\text{mm} \\ 42\text{mm} \\ 48\text{mm} \\ 52\text{mm} \\ 60\text{mm} \\ 65\text{mm} \\ 70\text{mm} \\ 78\text{mm} \\ 82\text{mm} \\ 90\text{mm} \\ 95\text{mm} \\ 100\text{mm} \\ 105\text{mm} \\ 110\text{mm} \\ 120\text{mm} \\ 130\text{mm} \\ 145\text{mm} \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 5\text{mm} \\ 6\text{mm} \\ 6\text{mm} \\ 7\text{mm} \\ 8\text{mm} \\ 8\text{mm} \\ 10\text{mm} \\ 12\text{mm} \\ 14\text{mm} \\ 14\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 20\text{mm} \\ 20\text{mm} \\ 20\text{mm} \\ 20\text{mm} \\ 24\text{mm} \end{pmatrix} \quad z := 6$$

Numarul de dimensiuni $j := 1..21$

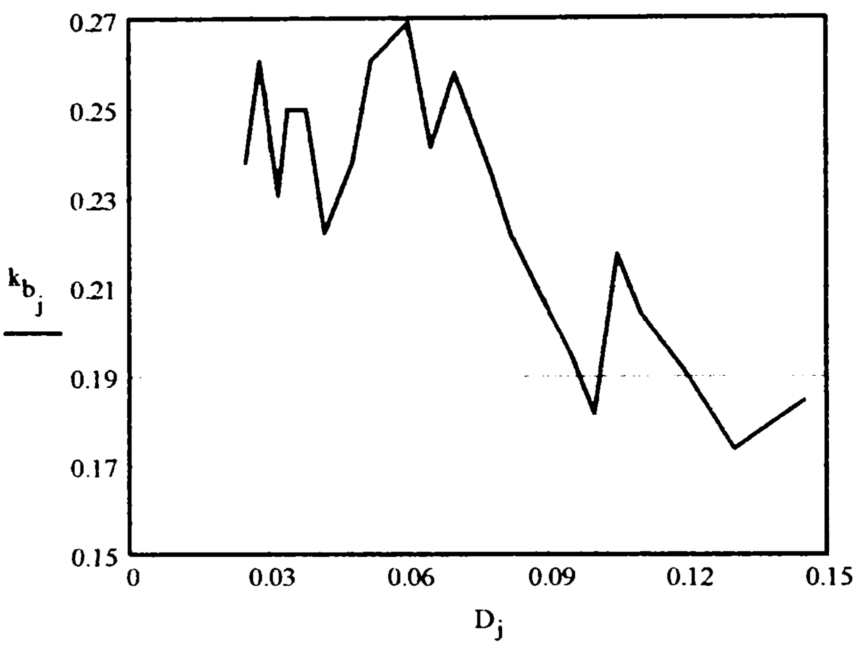
Coeficientul diametrului exterior $k_{D_j} := \frac{D_j}{d_j}$

$k_D =$

	1
1	1.19
2	1.217
3	1.231
4	1.214
5	1.188
6	1.167
7	1.143
8	1.13
9	1.154
10	1.121
11	1.129
12	1.147
13	1.139
14	1.154
15	1.159
16	1.136
17	1.141
18	1.122



Coeficientul latimii canelurii: $k_{b_j} := \frac{b_j}{d_j}$

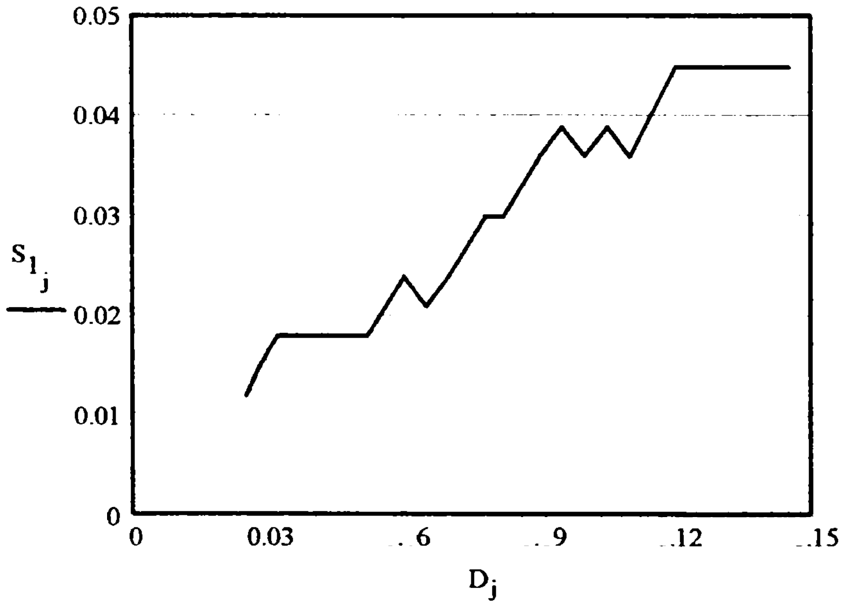


$k_b =$

	1
1	0.238
2	0.261
3	0.231
4	0.25
5	0.25
6	0.222
7	0.238
8	0.261
9	0.269
10	0.241
11	0.258
12	0.235
13	0.222
14	0.205
15	0.195
16	0.182
17	0.217
18	0.204

Suprafata portanta a flancului canelurii, pe unitatea de lungime:

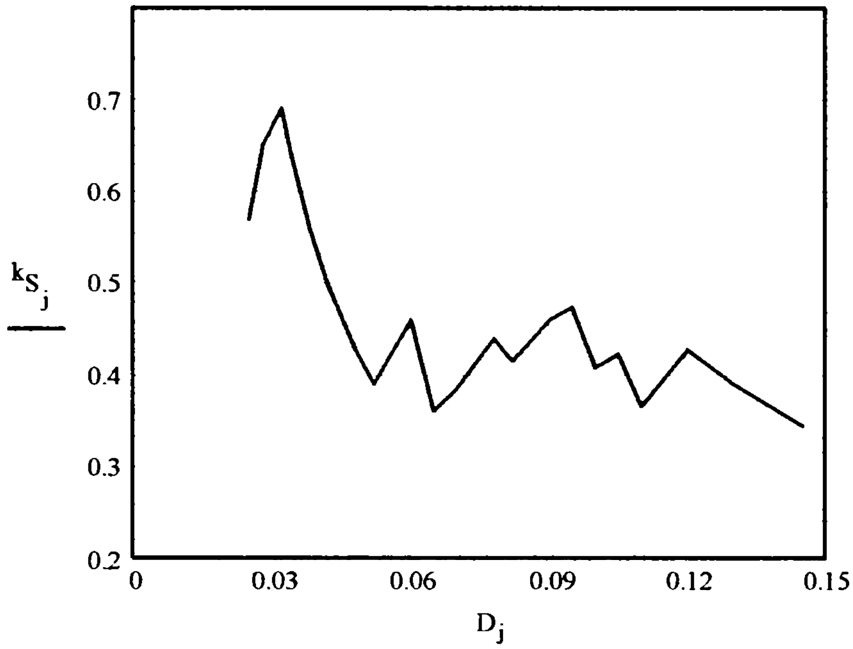
$$S_{1_j} := z\cdot\left(\frac{D_j - d_j}{2}\right)$$



$S_{1_j} =$ mm

	1
1	12
2	[illegible]
3	18
4	18
5	18
6	18
7	18
8	18
9	24
10	21
11	24
12	30
13	30
14	[illegible]
15	39
16	36
17	39
18	36

Coeficientul suprafetei portante a flancului canelurii pe unitatea de lungime $k_{S_j} := \frac{S_{1_j}}{d_j}$



$k_S =$

	1
1	0.571
2	0.652
3	0.692
4	0.643
5	0.562
6	0.5
7	0.429
8	0.391
9	0.462
10	0.362
11	0.387
12	0.441
13	0.417
14	0.462
15	0.476
16	0.409
17	0.424
18	0.367

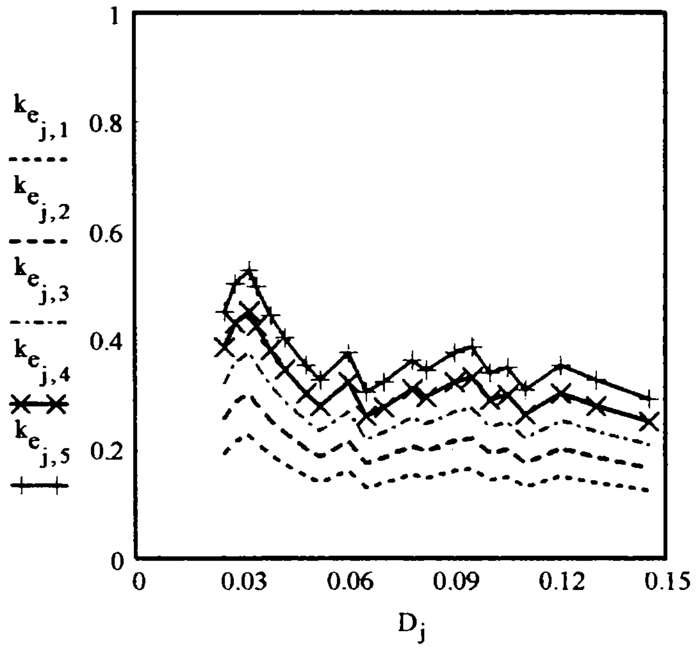
Diametrul mediu al imbinarii: $d_{m_j} := \frac{D_j + d_j}{2}$

Lungimea imbinarii: $k := 1..5$ $L_{j,k} := d_j \cdot (0.5 + 0.25k)$ $p_a := 10 \frac{N}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa: $\tau_{at} := 35 \frac{N}{mm^2}$

Coeficientul de echiportanta , Presiunea admisa:

$$k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot d_{m_j} \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_{m_j}\right)^3 \cdot \tau_{at}}$$



$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.195	0.26	0.325	0.39	0.455
2	0.217	0.29	0.362	0.434	0.507
3	0.228	0.304	0.38	0.455	0.531
4	0.215	0.286	0.358	0.429	0.501
5	0.192	0.257	0.321	0.385	0.449
6	0.174	0.232	0.291	0.349	0.407
7	0.153	0.204	0.255	0.306	0.357
8	0.141	0.188	0.235	0.282	0.329
9	0.163	0.217	0.271	0.326	0.38
10	0.132	0.176	0.22	0.264	0.308
11	0.14	0.186	0.233	0.28	0.326
12	0.157	0.209	0.261	0.313	0.366
13	0.149	0.199	0.248	0.298	0.348
14	0.163	0.217	0.271	0.326	0.38
15	0.167	0.223	0.279	0.334	0.39
16	0.147	0.196	0.245	0.293	0.342
17	0.151	0.202	0.252	0.303	0.353
18	0.133	0.178	0.222	0.267	0.311

Similitudinea canelurilor evolventice

Numarul de variante $j := 1 .. 26$

Modulul danturii $m_n := 1 \cdot mm$

Unghiul de inclinare al danturii pe cilindrul de divizare $\beta := 0deg$

Cremaliera de referinta

Pentru profilul de referinta al arborelui

Coeficientul normal al capului de referinta $h_{0anA} := 0.45$

Coeficientul normal al dintelui $h_{0nA} := 1.1$

Coeficientul normal al flancarii dintelui $f_A := 0.15$

Pentru profilul de referinta al butucului

Coeficientul normal al capului de referinta $h_{0anB} := 0.45$

Coeficientul normal al dintelui $h_{0nB} := 1.1$

Coeficientul normal al flancarii dintelui $f_b := 0.15$

Unghiul de angrenare pe linia de divizare $\alpha_n := 30 \cdot deg$

Coeficientul razei de racordare de referinta la picior $\rho_{0f} := 0.16$

Unghiul de presiune frontal de referinta $\alpha_t := atan\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right)$ $\alpha_t = 30deg$

Calculul geometric

1. Modulul frontal $m_t := \frac{m_n}{\cos(\beta)}$ $m_t = 1\,mm$

$$z := \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \\ 8 \\ 10 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 18 \\ 20 \\ 24 \\ 26 \\ 28 \\ 30 \\ 34 \\ 36 \\ 38 \\ 40 \\ 44 \\ 46 \\ 48 \\ 50 \\ 54 \\ 56 \\ 58 \end{pmatrix} \qquad D := \begin{pmatrix} 8 \\ 9 \\ 10 \\ 12 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 20 \\ 22 \\ 25 \\ 28 \\ 30 \\ 32 \\ 35 \\ 38 \\ 40 \\ 42 \\ 45 \\ 48 \\ 50 \\ 52 \\ 55 \\ 58 \\ 60 \end{pmatrix} \cdot mm$$

Numarul de dinti minim $\min(z) = 6$

maxim $\max(z) = 58$

Diametrul nominal minim $\min(D) = 8\,mm$

maxim $\max(D) = 60\,mm$

2. Diametrul de divizare $d_j := z_j \cdot m_t$

3. Coeficientul normal al deplasarii de profil $x_A := \frac{D - m_t \cdot (z + 1.1)}{2}$

4. Diametrul de varf al arborelui $d_a := D - 0.2 \cdot m_t$

al butucului $D_a := D - 2 \cdot m_t$

5. Diametrul de picior al arborelui $d_f := D - 2 \cdot h_{0nA} \cdot m_n$

al butucului $D_f := D$

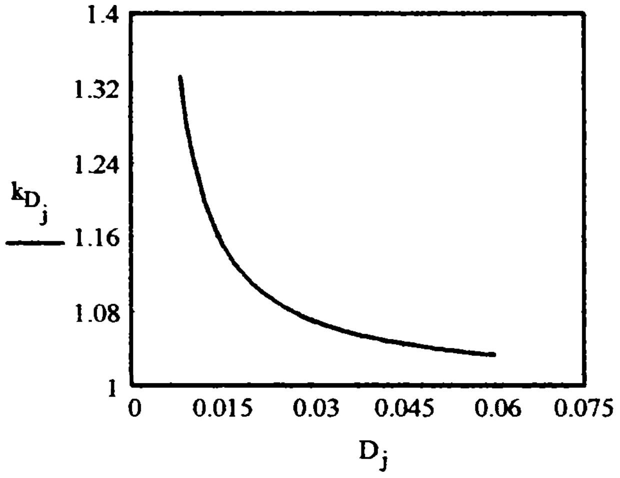
6. Diametrul de baza $d_b := d \cdot \cos(\alpha_t)$

7. Arcul de divizare frontal al dintelui $s_t := 2 \cdot x_A \cdot \tan(\alpha_t) + \frac{\pi}{2} \cdot m_t$

8. Arcul de divizare normal al dintelui $s_n := s_t \cdot \cos(\beta)$

Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

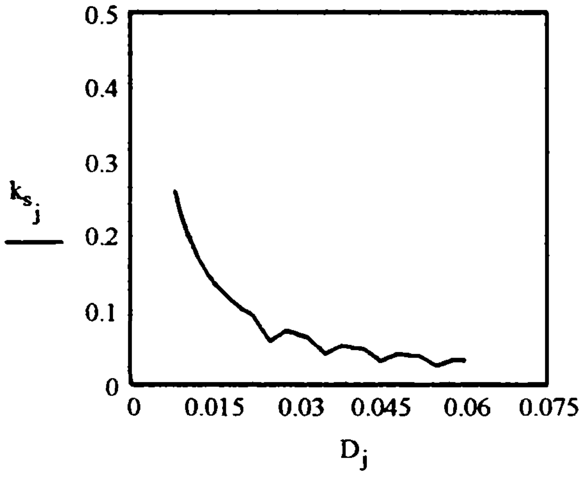


$k_D =$

	1
1	1.333
2	1.286
3	1.25
4	1.2
5	1.167
6	1.154
7	1.143
8	1.133
9	1.125
10	1.111
11	1.1
12	1.087
13	1.077
14	1.071
15	1.067
16	1.061
17	1.056
18	1.053
19	1.05
20	1.047
21	1.043
22	1.042
23	1.04
24	1.038
25	1.036
26	1.034

Coeficientul de grosime a canelurii

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$

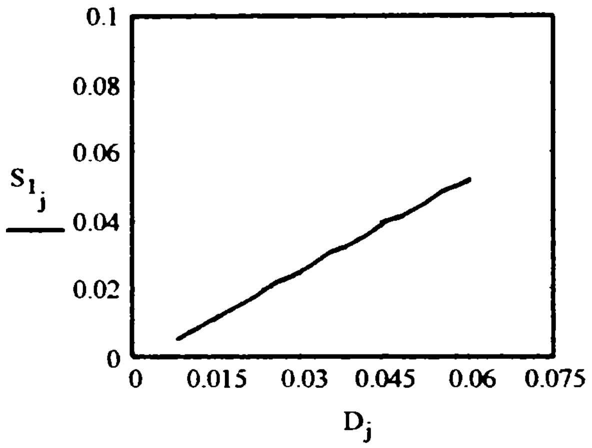


$k_s =$

	1
1	0.261
2	0.232
3	0.209
4	0.174
5	0.149
6	0.139
7	0.131
8	0.123
9	0.116
10	0.105
11	0.095
12	0.061
13	0.075
14	0.07
15	0.065
16	0.043
17	0.055
18	0.052
19	0.05
20	0.034
21	0.044
22	0.042
23	0.04
24	0.028
25	0.036
26	0.035

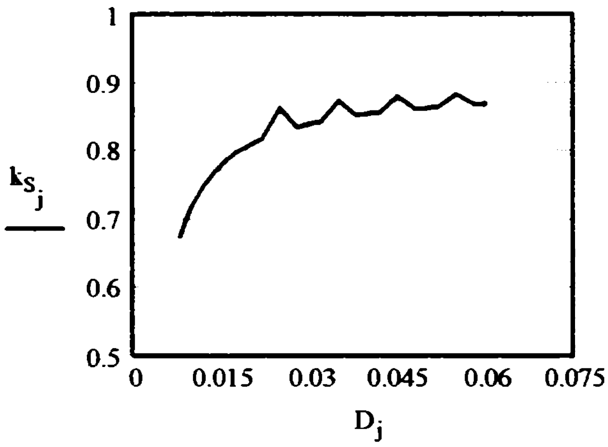
Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$



Coeficientul suprafetei portante

$$ks_j := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$



$S_l =$

	1
1	5.4
2	6.3
3	7.2
4	9
5	10.8
6	11.7
7	12.6
8	13.5
9	14.4
10	16.2
11	18
12	21.6
13	23.4
14	25.2
15	27
16	30.6
17	32.4
18	34.2
19	36
20	39.6
21	41.4
22	43.2
23	45
24	48.6
25	50.4
26	52.2

mm

$ks =$

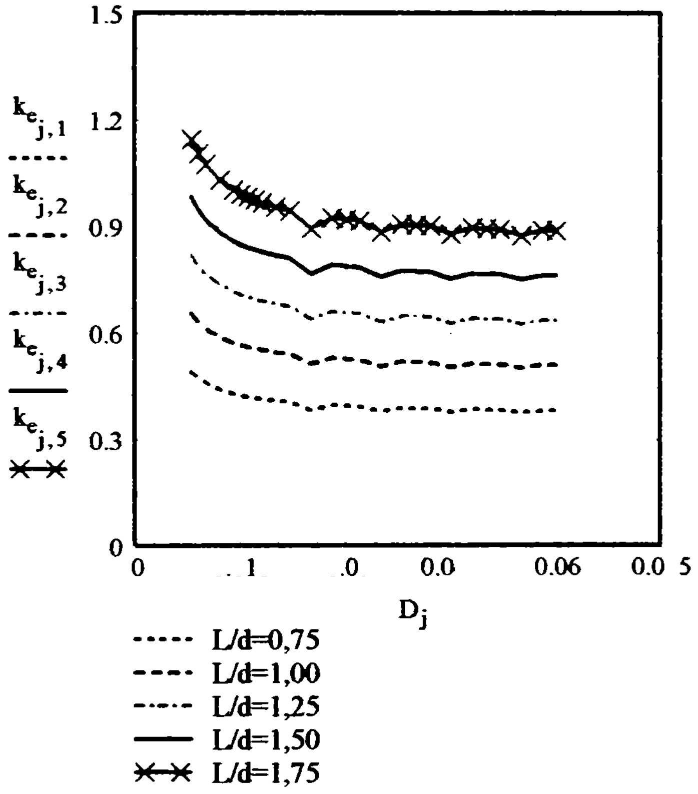
	1
1	0.675
2	0.7
3	0.72
4	0.75
5	0.771
6	0.78
7	0.788
8	0.794
9	0.8
10	0.81
11	0.818
12	0.864
13	0.836
14	0.84
15	0.844
16	0.874
17	0.853
18	0.855
19	0.857
20	0.88
21	0.863
22	0.864
23	0.865
24	0.884
25	0.869
26	0.87

Lungimea relativa a butucului $k := 1 .. 5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \frac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \frac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot (d_j)^2 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.49	0.65	0.82	0.98	1.15
2	0.47	0.63	0.79	0.95	1.1
3	0.46	0.61	0.77	0.92	1.07
4	0.44	0.59	0.74	0.88	1.03
5	0.43	0.57	0.72	0.86	1
6	0.42	0.57	0.71	0.85	0.99
7	0.42	0.56	0.7	0.84	0.98
8	0.42	0.56	0.7	0.83	0.97
9	0.41	0.55	0.69	0.83	0.97
10	0.41	0.55	0.68	0.82	0.95
11	0.41	0.54	0.68	0.81	0.95
12	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
13	0.4	0.53	0.66	0.79	0.93
14	0.39	0.53	0.66	0.79	0.92
15	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
16	0.38	0.51	0.63	0.76	0.88
17	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91
18	0.39	0.52	0.65	0.78	0.9
19	0.39	0.52	0.64	0.77	0.9
20	0.38	0.5	0.63	0.75	0.88
21	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
22	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
23	0.38	0.51	0.64	0.77	0.89
24	0.38	0.5	0.63	0.75	0.88
25	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89
26	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89

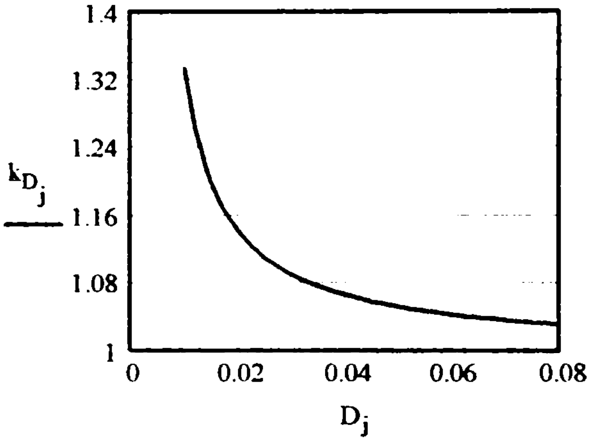
Modulul danturii $m_n := 1.25 \cdot mm$

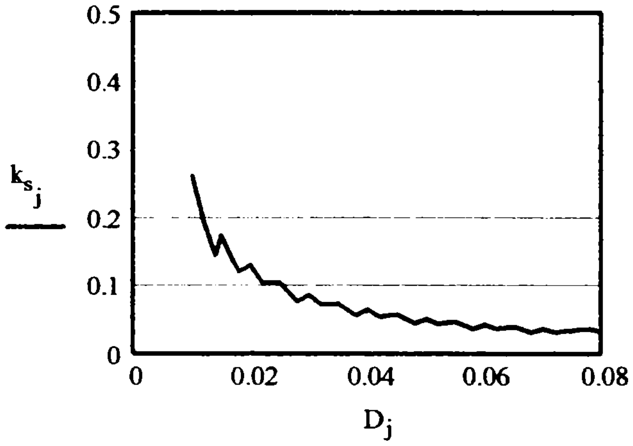
Coeficientul de diametru

$$kD_j := \frac{D_j}{Da_j}$$

Coeficientul de grosime a canelurii

$$ks_j := \frac{st_j}{D_j}$$





$kD =$

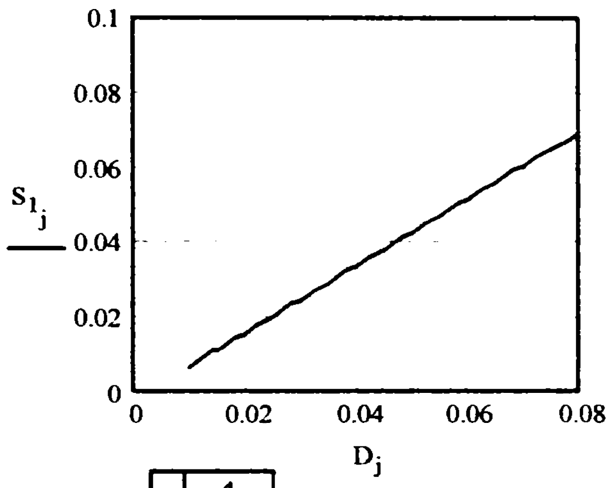
	1
1	1.33
2	1.26
3	1.22
4	1.2
5	1.19
6	1.17
7	1.16
8	1.14
9	1.13
10	1.11
11	1.1
12	1.09
13	1.08
14	1.08
15	1.07
16	1.07
17	1.06
18	1.06
19	1.05
20	1.05
21	1.05
22	1.05
23	1.05
24	1.04
25	1.04
26	1.04
27	1.04
28	1.04
29	1.04
30	1.03

$ks =$

	1
1	0.26
2	0.19
3	0.15
4	0.17
5	0.15
6	0.14
7	0.12
8	0.13
9	0.11
10	0.1
11	0.08
12	0.09
13	0.07
14	0.07
15	0.06
16	0.07
17	0.06
18	0.06
19	0.05
20	0.05
21	0.04
22	0.05
23	0.04
24	0.04
25	0.04
26	0.04
27	0.03
28	0.04
29	0.03
30	0.03

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$



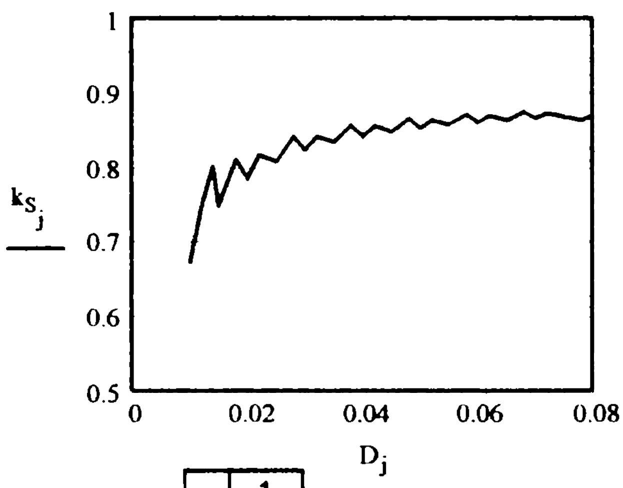
$S_l =$

	1
1	6.75
2	9
3	11.25
4	11.25
5	12.38
6	13.5
7	14.63
8	15.75
9	18
10	20.25
11	23.62
12	24.75
13	27
14	29.25
15	32.63
16	33.75
17	36
18	38.25
19	41.63
20	42.75
21	45
22	47.25
23	50.63
24	51.75
25	54
26	56.25
27	59.63
28	60.75
29	63
30	65.25

mm

Coeficientul suprafetei portante

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$



$k_S =$

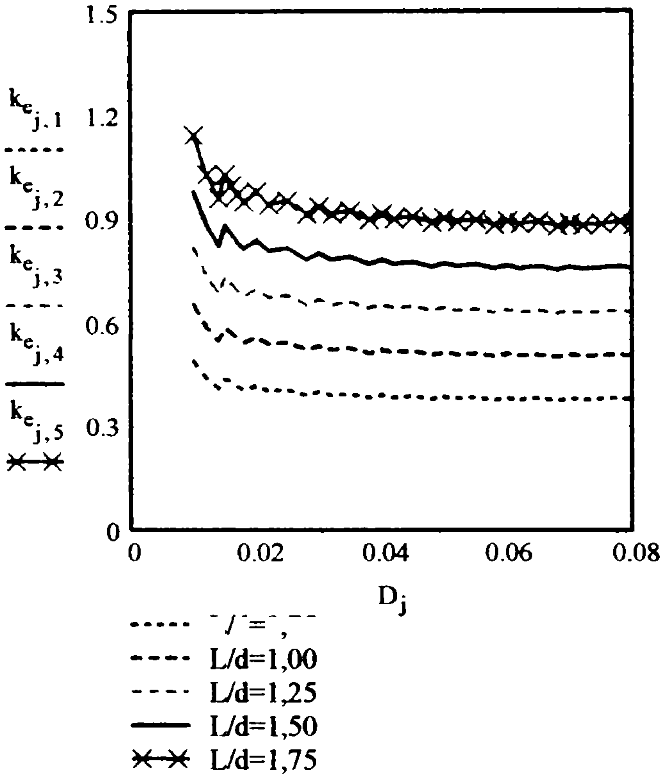
	1
1	0.68
2	0.75
3	0.8
4	0.75
5	0.77
6	0.79
7	0.81
8	0.79
9	0.82
10	0.81
11	0.84
12	0.82
13	0.84
14	0.84
15	0.86
16	0.84
17	0.86
18	0.85
19	0.87
20	0.86
21	0.87
22	0.86
23	0.87
24	0.86
25	0.87
26	0.87
27	0.88
28	0.87
29	0.88
30	0.87

Lungimea relativa a butucului $k := 1 .. 5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \dfrac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \dfrac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \dfrac{6 \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$



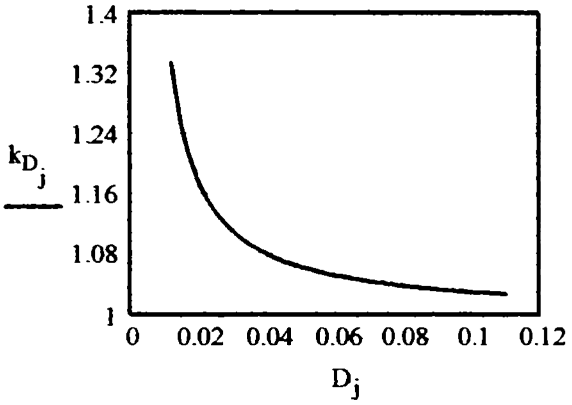
$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.4[illegible]	0.6[illegible]	0.82	0.98	1.15
2	0.44	0.59	0.74	0.88	1.03
3	0.41	0.55	0.69	0.83	0.96
4	0.44	0.59	0.74	0.88	1.03
5	0.43	0.57	0.71	0.86	1
6	0.42	0.56	0.7	0.83	0.97
7	0.41	0.54	0.68	0.82	0.95
8	0.42	0.56	0.7	0.84	0.98
9	0.41	0.54	0.68	0.81	0.95
10	0.41	0.55	0.68	0.82	0.95
11	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
12	0.4	0.54	0.67	0.8	0.94
13	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
14	0.4	0.53	0.66	0.79	0.93
15	0.39	0.51	0.64	0.77	0.9
16	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
17	0.39	0.52	0.64	0.77	0.9
18	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91
19	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89
20	0.39	0.52	0.65	0.78	0.9
21	0.38	0.51	0.64	0.77	0.89
22	0.39	0.51	0.64	0.77	0.9
23	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
24	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
25	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
26	0.38	0.51	0.64	0.77	0.89
27	0.38	0.5	0.63	0.76	0.88
28	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89
29	0.38	0.51	0.63	0.76	0.88
30	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89
31	0.38	0.51	0.64	0.77	0.89
32	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89

Modulul danturii $m_n := 1.5 \cdot mm$

Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

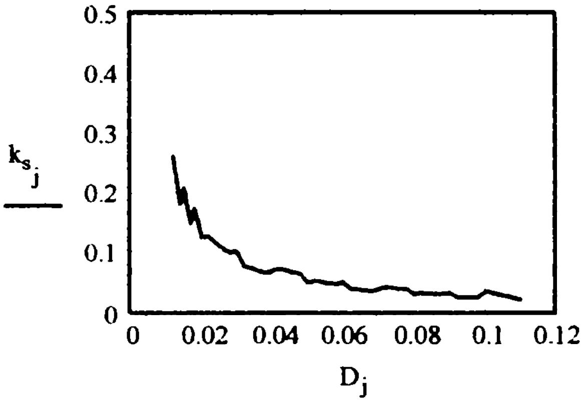


$k_D =$

	1
1	1.333
2	1.273
3	1.25
4	1.231
5	1.214
6	1.2
7	1.176
8	1.158
9	1.136
10	1.12
11	1.111
12	1.103
13	1.094
14	1.086
15	1.081
16	1.077
17	1.071
18	1.067
19	1.064
20	1.061
21	1.058
22	1.055
23	1.053
24	1.051
25	1.048
26	1.046
27	1.045
28	1.043
29	1.042
30	1.04

Coeficientul de grosime a canelurii

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$



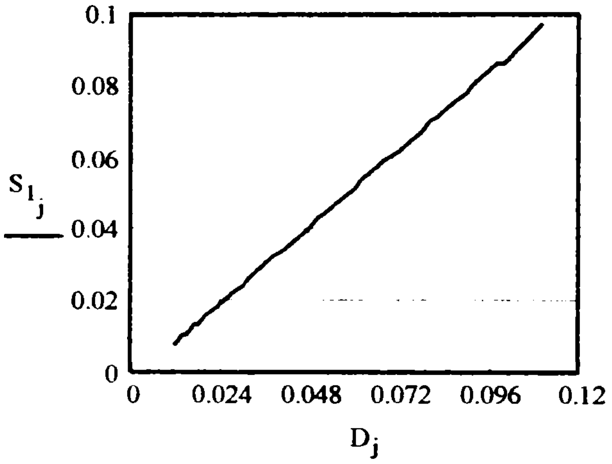
$k_s =$

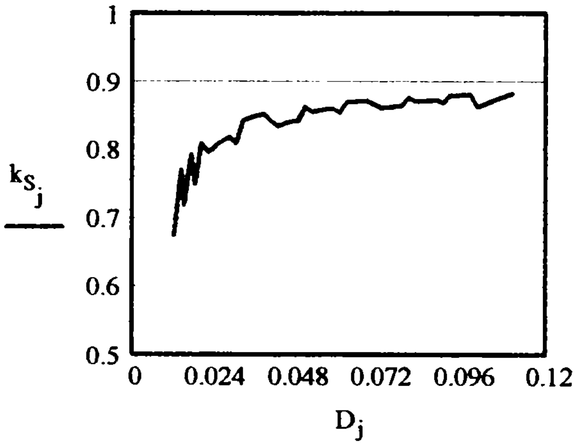
	1
1	0.261
2	0.183
3	0.209
4	0.178
5	0.15
6	0.174
7	0.128
8	0.129
9	0.114
10	0.102
11	0.105
12	0.08
13	0.073
14	0.067
15	0.071
16	0.075
17	0.07
18	0.065
19	0.051
20	0.055
21	0.052
22	0.049
23	0.052
24	0.041
25	0.039
26	0.038
27	0.041
28	0.044
29	0.042
30	0.04

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime Coeficientul suprafetei portante

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$





$S_l =$

	1
1	8.1
2	10.8
3	10.8
4	12.15
5	13.5
6	13.5
7	16.2
8	17.55
9	20.25
10	22.95
11	24.3
12	27
13	29.7
14	32.4
15	33.75
16	35.1
17	37.8
18	40.5
19	43.2
20	44.55
21	47.25
22	49.95
23	51.3
24	54
25	56.7
26	59.4
27	60.75
28	62.1
29	64.8
30	67.5

mm

$k_S =$

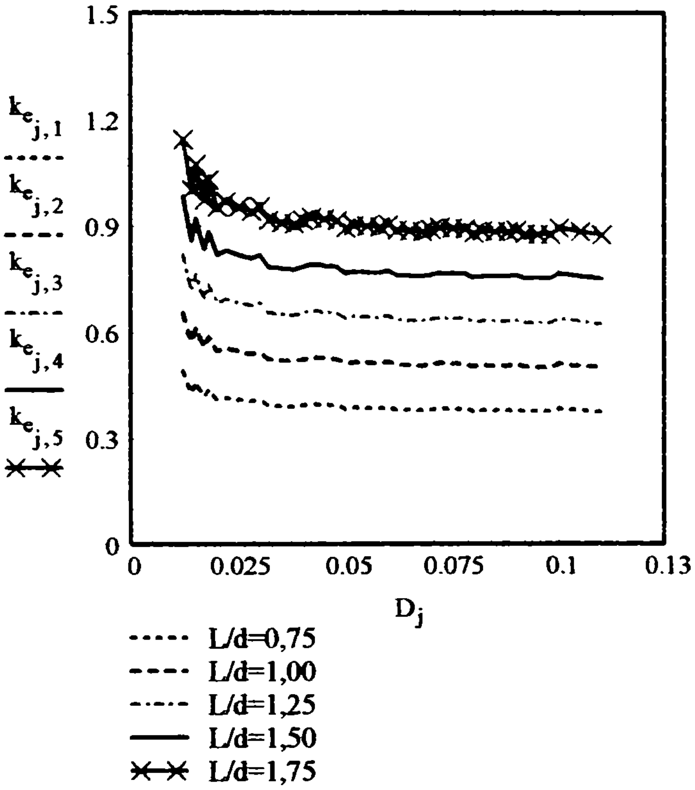
	1
1	0.675
2	0.771
3	0.72
4	0.759
5	0.794
6	0.75
7	0.81
8	0.798
9	0.81
10	0.82
11	0.81
12	0.844
13	0.849
14	0.853
15	0.844
16	0.836
17	0.84
18	0.844
19	0.864
20	0.857
21	0.859
22	0.861
23	0.855
24	0.871
25	0.872
26	0.874
27	0.868
28	0.863
29	0.864
30	0.865

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \frac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \frac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot (d_j)^2 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

	-	_	-	4	-
1	0.49	0.65	0.82	0.98	1.15
2	0.43	0.57	0.72	0.86	1
3	0.46	0.61	0.77	0.92	1.07
4	0.44	0.58	0.73	0.87	1.02
5	0.42	0.56	0.7	0.83	0.97
6	0.44	0.59	0.74	0.88	1.03
7	0.41	0.55	0.68	0.82	0.95
8	0.42	0.55	0.69	0.83	0.97
9	0.41	0.55	0.68	0.82	0.95
10	0.4	0.54	0.67	0.81	0.94
11	0.41	0.55	0.68	0.82	0.95
12	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
.3	.39	0.52	.65	.78	.9
14	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91
15	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
16	0.4	0.53	0.66	0.79	0.93
17	0.39	0.53	0.66	0.79	0.92
18	0.39	0.52	0.65	0.79	0.92
19	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
20	0.39	0.52	0.64	0.77	0.9
21	0.39	0.51	0.64	0.77	0.9
22	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
23	0.39	0.52	0.65	0.78	0.9
24	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
25	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
26	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
27	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89
28	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
29	0.38	0.51	0.64	0.77	0.9
30	0.38	0.51	0.64	0.77	0.89
31	0.38	0.5	0.63	0.76	0.88
32	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
33	0.38	0.51	0.63	0.76	0.89
34	0.38	0.51	0.63	0.76	0.88
35	0.38	0.51	0.64	0.76	0.89
36	0.38	0.5	0.63	0.75	0.88

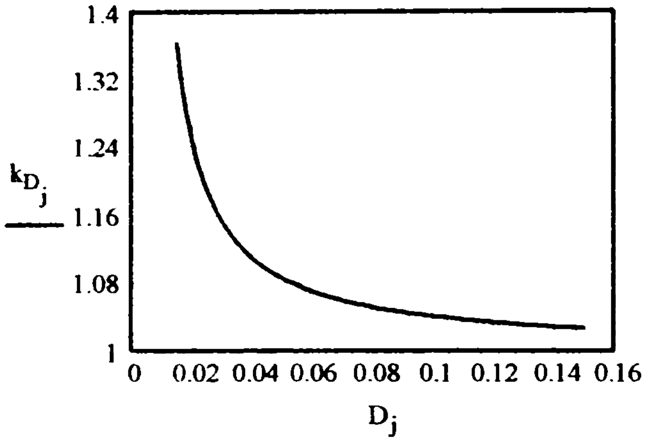
Modulul danturii $m_n := 2 \cdot mm$

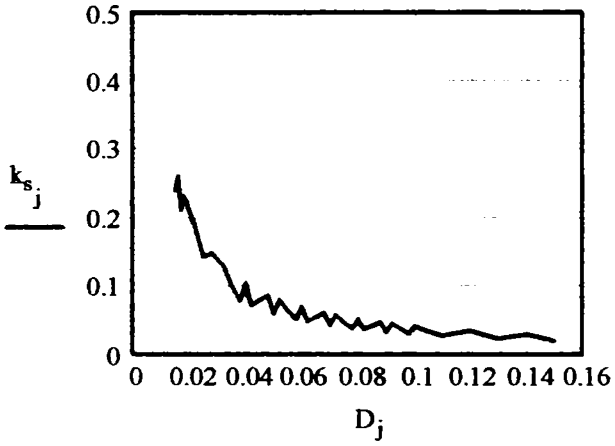
Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

Coeficientul de grosime a canelurii

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$





$k_D =$

	1
1	1.364
2	1.333
3	1.308
4	1.286
5	1.25
6	1.222
7	1.19
8	1.167
9	1.154
10	1.143
11	1.129
12	1.118
13	1.111
14	1.105
15	1.098
16	1.091
17	1.087
18	1.083
19	1.078
20	1.074
21	1.071
22	1.069
23	1.066
24	1.063
25	1.061
26	1.059
27	1.056
28	1.054
29	1.053
30	1.051

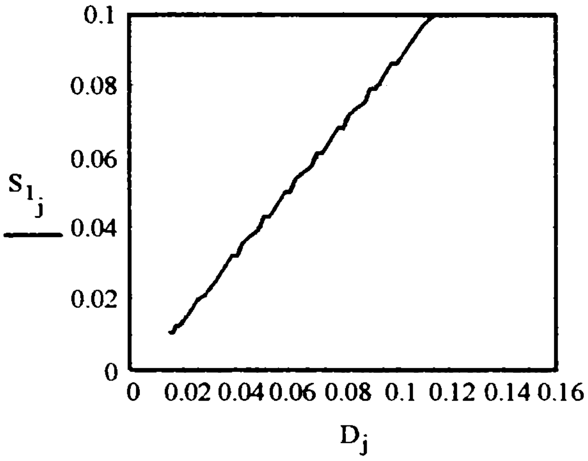
$k_s =$

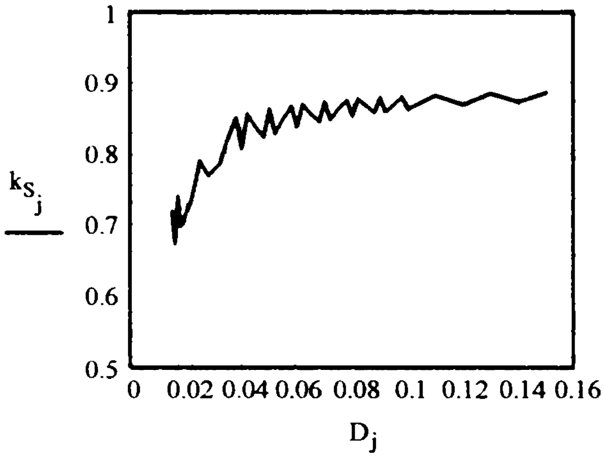
	1
1	0.24
2	0.261
3	0.212
4	0.232
5	0.209
6	0.19
7	0.144
8	0.149
9	0.139
10	0.131
11	0.103
12	0.08
13	0.105
14	0.072
15	0.08
16	0.087
17	0.061
18	0.08
19	0.066
20	0.052
21	0.07
22	0.049
23	0.055
24	0.061
25	0.043
26	0.058
27	0.048
28	0.039
29	0.052
30	0.037

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime Coeficientul suprafetei portante

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$





$S_l =$

	1
1	10.8
2	10.8
3	12.6
4	12.6
5	14.4
6	16.2
7	19.8
8	21.6
9	23.4
10	25.2
11	28.8
12	32.4
13	32.4
14	36
15	37.8
16	39.6
17	43.2
18	43.2
19	46.8
20	50.4
21	50.4
22	54
23	55.8
24	57.6
25	61.2
26	61.2
27	64.8
28	68.4
29	68.4
30	72

mm

$k_S =$

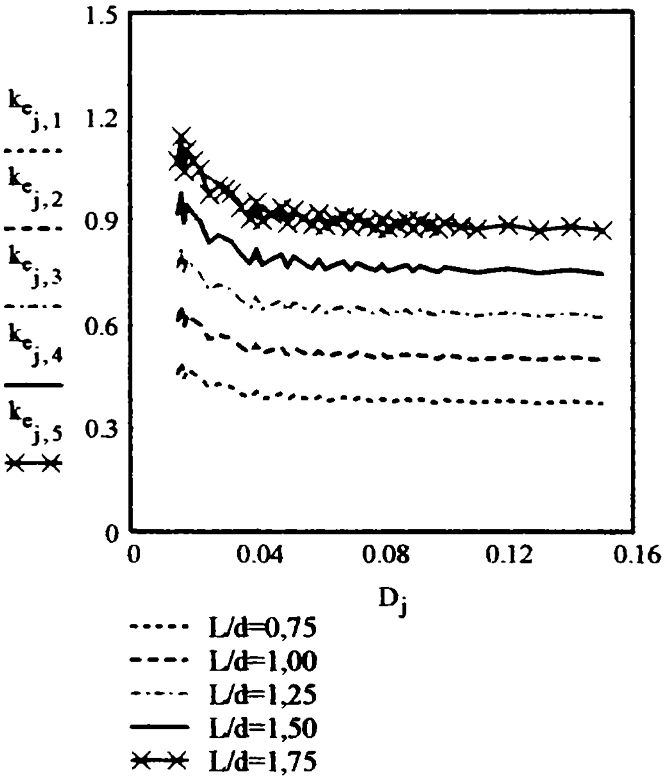
	1
1	0.72
2	0.675
3	0.741
4	0.7
5	0.72
6	0.736
7	0.792
8	0.771
9	0.78
10	0.788
11	0.823
12	0.853
13	0.81
14	0.857
15	0.84
16	0.825
17	0.864
18	0.831
19	0.851
20	0.869
21	0.84
22	0.871
23	0.858
24	0.847
25	0.874
26	0.85
27	0.864
28	0.877
29	0.855
30	0.878

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \frac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \frac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $$k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$$



$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
2	0.491	0.655	0.819	0.982	1.146
3	0.447	0.596	0.745	0.895	1.044
4	0.474	0.631	0.789	0.947	1.105
5	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
6	0.45	0.6	0.75	0.9	1.05
7	0.419	0.558	0.698	0.837	0.977
8	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
9	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
10	0.421	0.561	0.702	0.842	0.982
11	0.403	0.537	0.671	0.806	0.94
12	0.389	0.518	0.648	0.778	0.907
13	0.409	0.546	0.6[illegible]	0.[illegible]9	0.955
14	0.387	0.516	0.645	0.773	0.902
15	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
16	0.402	0.536	0.67	0.804	0.938
17	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
18	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
19	0.39	0.519	0.649	0.779	0.909
20	0.381	0.509	0.636	0.763	0.89
21	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
22	0.381	0.507	0.634	0.761	0.888
23	0.386	0.515	0.644	0.772	0.901
24	0.391	0.522	0.652	0.783	0.913
25	0.379	0.506	0.632	0.758	0.885
26	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91
27	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
28	0.378	0.504	0.63	0.756	0.882
29	0.388	0.517	0.646	0.775	0.905
30	0.378	0.503	0.629	0.755	0.881
31	0.382	0.509	0.636	0.764	0.891
32	0.386	0.514	0.643	0.772	0.9

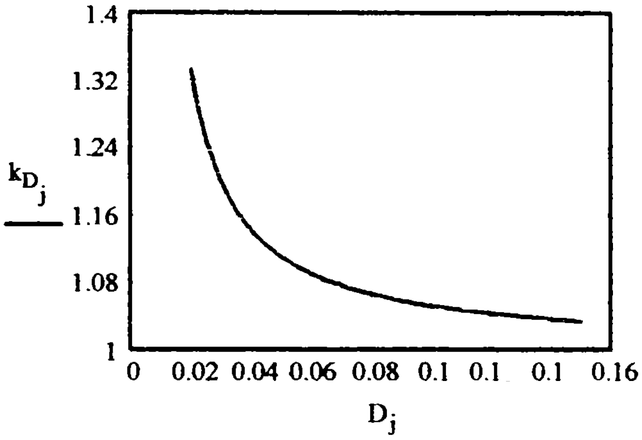
Modulul danturii $m_n := 2.5 \cdot mm$

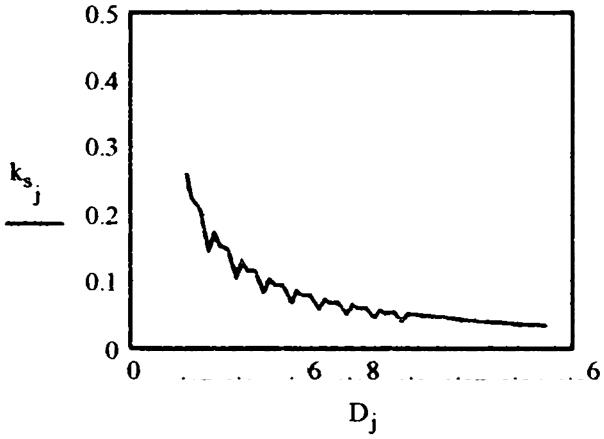
Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

Coeficientul de grosime a canelurii

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$





$k_D =$

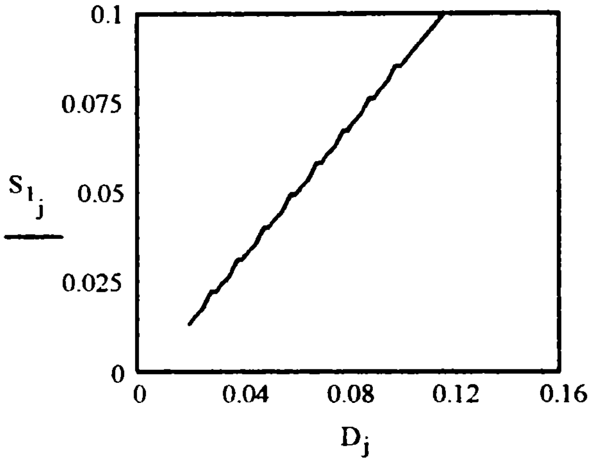
	1
1	1.333
2	1.294
3	1.25
4	1.217
5	1.2
6	1.185
7	1.167
8	1.152
9	1.143
10	1.135
11	1.125
12	1.116
13	1.111
14	1.106
15	1.1
16	1.094
17	1.091
18	1.088
19	1.083
20	1.079
21	1.077
22	1.075
23	1.071
24	1.068
25	1.067
26	1.065
27	1.063
28	1.06
29	1.059
30	1.057

$k_s =$

	1
1	0.261
2	0.224
3	0.209
4	0.145
5	0.174
6	0.154
7	0.149
8	0.107
9	0.131
10	0.118
11	0.116
12	0.085
13	0.105
14	0.095
15	0.095
16	0.07
17	0.087
18	0.08
19	0.08
20	0.06
21	0.075
22	0.069
23	0.07
24	0.052
25	0.065
26	0.06
27	0.061
28	0.046
29	0.058
30	0.054

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$



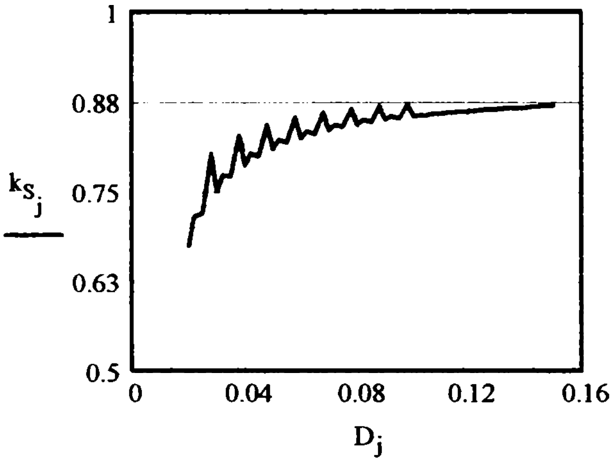
$S_l =$

	1
1	13.5
2	15.75
3	18
4	22.5
5	22.5
6	24.75
7	27
8	31.5
9	31.5
10	33.75
11	36
12	40.5
13	40.5
14	42.75
15	45
16	49.5
17	49.5
18	51.75
19	54
20	58.5
21	58.5
22	60.75
23	63
24	67.5
25	67.5
26	69.75
27	72
28	76.5
29	76.5
30	78.75

mm

Coeficientul suprafetei portante

$$ks_j := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$



$ks =$

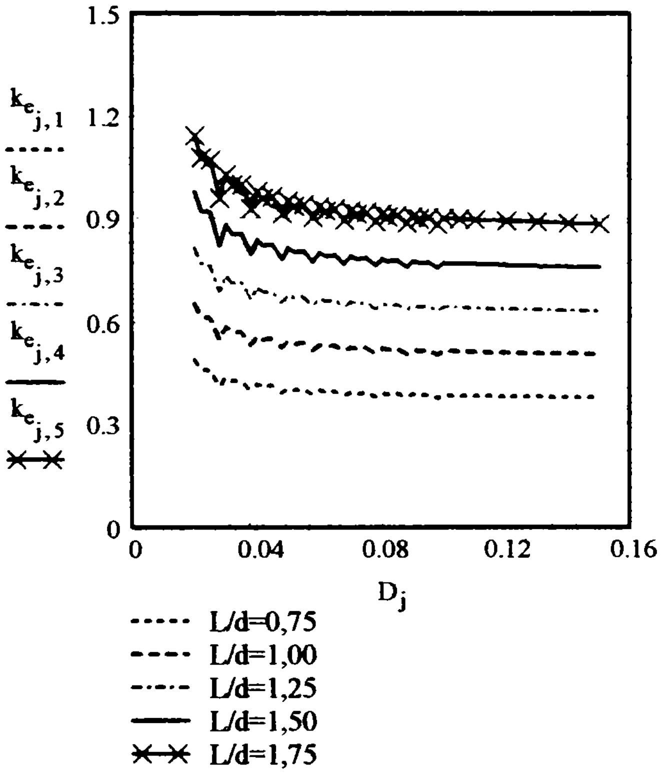
	1
1	0.675
2	0.716
3	0.72
4	0.804
5	0.75
6	0.773
7	0.771
8	0.829
9	0.787
10	0.804
11	0.8
12	0.844
13	0.81
14	0.822
15	0.818
16	0.853
17	0.825
18	0.835
19	0.831
20	0.86
21	0.836
22	0.844
23	0.84
24	0.865
25	0.844
26	0.851
27	0.847
28	0.869
29	0.85
30	0.856

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \dfrac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \dfrac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \dfrac{6 \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot (d_j)^2 \cdot \tau_{at}}$



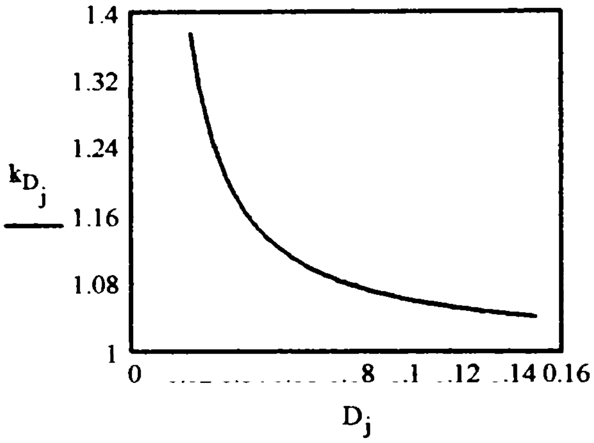
$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.491	0.655	0.819	0.982	1.146
2	0.463	0.617	0.772	0.926	1.08
3	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
4	0.413	0.55	0.688	0.825	0.963
5	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
6	0.429	0.571	0.714	0.857	1
7	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
8	0.4	0.533	0.667	0.8	0.933
9	0.421	0.561	0.702	0.842	0.982
10	0.413	0.55	0.688	0.825	0.963
11	0.414	0.552	0.691	0.829	0.967
12	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917
13	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
14	0.403	0.538	0.672	0.806	0.941
15	0.405	0.54	0.675	0.81	0.945
16	0.388	0.518	0.647	0.777	0.906
17	0.402	0.536	0.67	0.804	0.938
18	0.397	0.53	0.662	0.794	0.927
19	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
20	0.385	0.514	0.642	0.771	0.899
21	0.397	0.529	0.661	0.793	0.926
22	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917
23	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
24	0.383	0.511	0.638	0.766	0.894
25	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917
26	0.39	0.52	0.65	0.779	0.909
27	0.391	0.522	0.652	0.783	0.913
28	0.381	0.508	0.636	0.763	0.89
29	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91
30	0.387	0.516	0.645	0.775	0.904
31	0.389	0.518	0.648	0.778	0.907
32	0.38	0.507	0.633	0.76	0.887

Modulul danturii $m_n := 3 \cdot mm$

Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

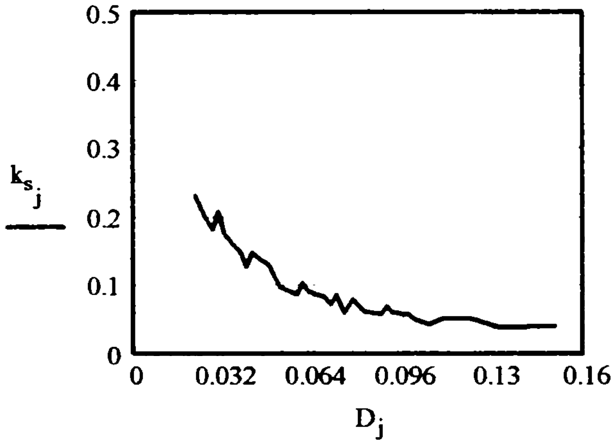


$k_D =$

	1
1	1.375
2	1.316
3	1.273
4	1.25
5	1.231
6	1.207
7	1.188
8	1.176
9	1.167
10	1.154
11	1.143
12	1.136
13	1.13
14	1.122
15	1.115
16	1.111
17	1.107
18	1.102
19	1.097
20	1.094
21	1.091
22	1.087
23	1.083
24	1.081
25	1.079
26	1.076
27	1.073
28	1.071
29	1.07
30	1.067

Coeficientul de grosime a canelurii

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$

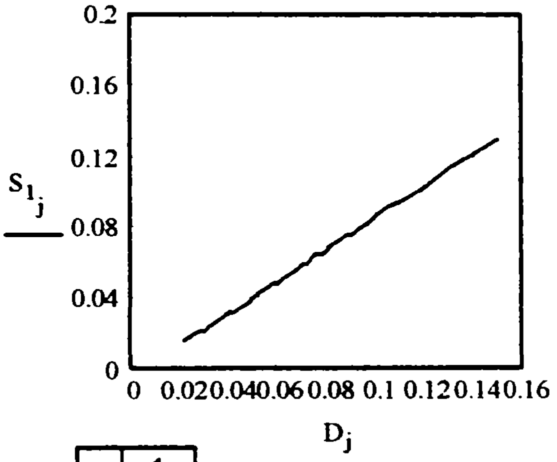


$k_s =$

	1
1	0.233
2	0.205
3	0.183
4	0.209
5	0.178
6	0.163
7	0.15
8	0.128
9	0.149
10	0.139
11	0.131
12	0.114
13	0.098
14	0.093
15	0.088
16	0.105
17	0.092
18	0.088
19	0.084
20	0.073
21	0.087
22	0.061
23	0.08
24	0.071
25	0.062
26	0.06
27	0.058
28	0.07
29	0.062
30	0.06

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{1_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$



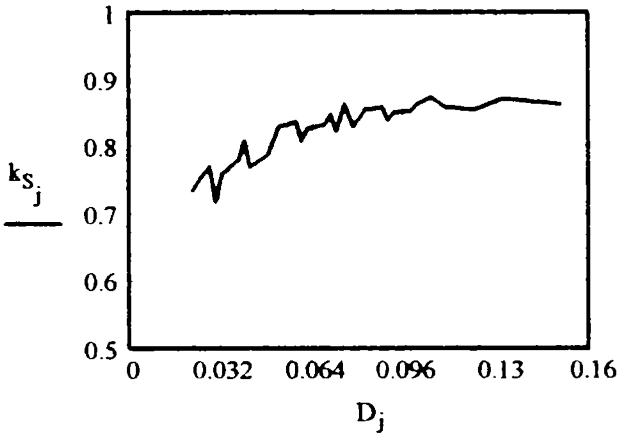
$S_1 =$

	1
1	16.2
2	18.9
3	21.6
4	21.6
5	24.3
6	27
7	29.7
8	32.4
9	32.4
10	35.1
11	37.8
12	40.5
13	43.2
14	45.9
15	48.6
16	48.6
17	51.3
18	54
19	56.7
20	59.4
21	59.4
22	64.8
23	64.8
24	67.5
25	70.2
26	72.9
27	75.6
28	75.6
29	78.3
30	81

mm

Coeficientul suprafetei portante

$$k_{S_j} := \frac{S_{1_j}}{D_j}$$



$k_S =$

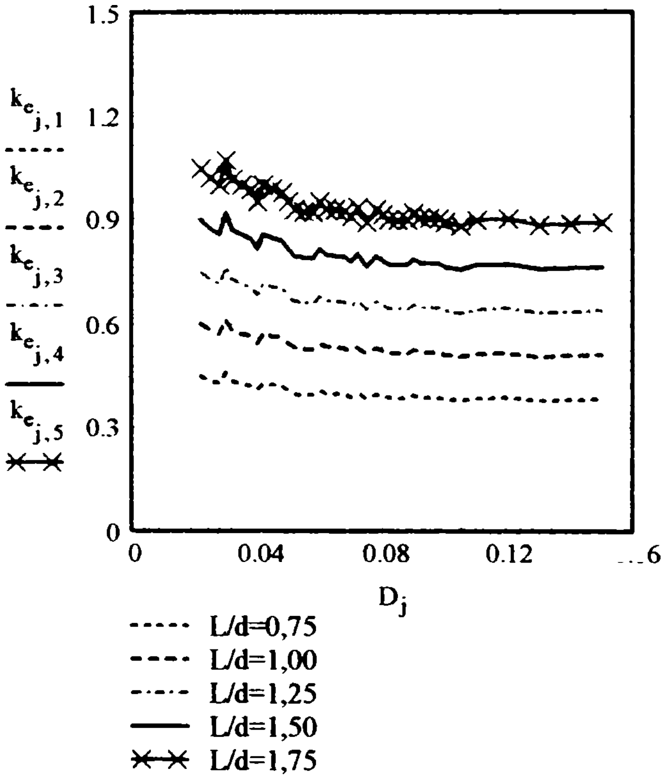
	1
1	0.736
2	0.756
3	0.771
4	0.72
5	0.759
6	0.771
7	0.782
8	0.81
9	0.771
10	0.78
11	0.787
12	0.81
13	0.831
14	0.835
15	0.838
16	0.81
17	0.827
18	0.831
19	0.834
20	0.849
21	0.825
22	0.864
23	0.831
24	0.844
25	0.856
26	0.858
27	0.859
28	0.84
29	0.851
30	0.853

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \frac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \frac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \dfrac{6 \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$



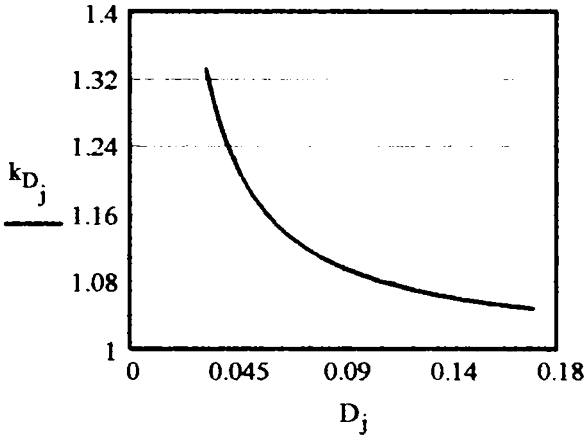
$k_e =$

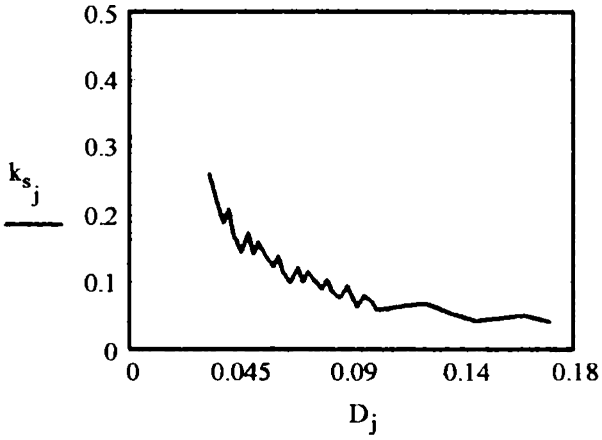
	1	2	3	4	5
1	0.45	0.6	0.75	0.9	1.05
2	0.438	0.585	0.731	0.877	1.023
3	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
4	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
5	0.437	0.582	0.728	0.873	1.019
6	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
7	0.424	0.566	0.707	0.848	0.99
8	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
9	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
10	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
11	0.421	0.561	0.702	0.842	0.982
12	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
13	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
14	0.397	0.53	0.662	0.794	0.927
15	0.396	0.527	0.659	0.791	0.923
16	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
17	0.401	0.534	0.668	0.801	0.935
18	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
19	0.398	0.53	0.663	0.795	0.928
20	0.391	0.521	0.651	0.781	0.912
21	0.402	0.536	0.67	0.804	0.938
22	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
23	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
24	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917
25	0.387	0.516	0.645	0.774	0.904
26	0.387	0.515	0.644	0.773	0.902
27	0.386	0.514	0.643	0.772	0.9
28	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
29	0.389	0.519	0.649	0.779	0.909
30	0.389	0.518	0.648	0.778	0.907
31	0.388	0.518	0.647	0.776	0.906
32	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895

Coeficientul de diametru **Modulul danturii** $m_n := 4 \cdot mm$ **Coeficientul de grosime a canelurii**

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$





$k_D =$

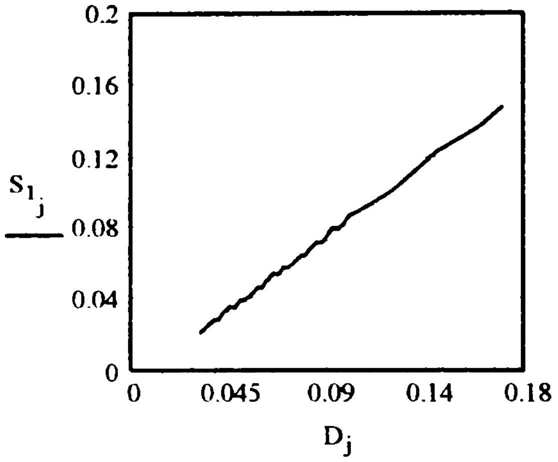
	1
1	1.333
2	1.296
3	1.267
4	1.25
5	1.235
6	1.216
7	1.2
8	1.19
9	1.182
10	1.17
11	1.16
12	1.154
13	1.148
14	1.14
15	1.133
16	1.129
17	1.125
18	1.119
19	1.114
20	1.111
21	1.108
22	1.104
23	1.1
24	1.098
25	1.095
26	1.092
27	1.089
28	1.087
29	1.082

$k_s =$

	1
1	0.261
2	0.222
3	0.19
4	0.209
5	0.172
6	0.147
7	0.174
8	0.144
9	0.161
10	0.142
11	0.124
12	0.139
13	0.116
14	0.102
15	0.123
16	0.103
17	0.116
18	0.104
19	0.092
20	0.105
21	0.088
22	0.078
23	0.095
24	0.08
25	0.066
26	0.082
27	0.074
28	0.061
29	0.063

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$



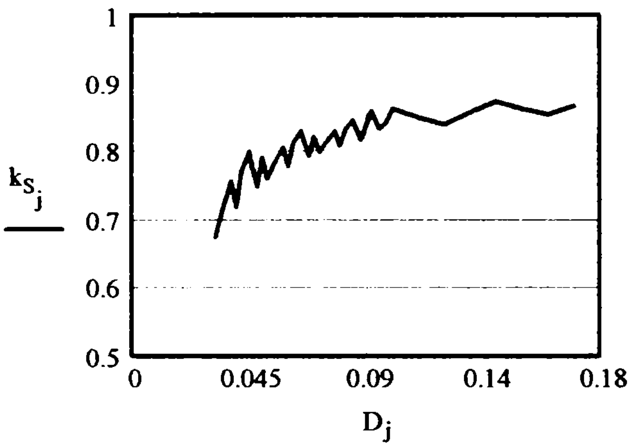
$S_l =$

	1
1	21.6
2	25.2
3	28.8
4	28.8
5	32.4
6	36
7	36
8	39.6
9	39.6
10	43.2
11	46.8
12	46.8
13	50.4
14	54
15	54
16	57.6
17	57.6
18	61.2
19	64.8
20	64.8
21	68.4
22	72
23	72
24	75.6
25	79.2
26	79.2
27	82.8
28	86.4
29	90
30	93.6

mm

Coeficientul suprafetei portante

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$



$k_S =$

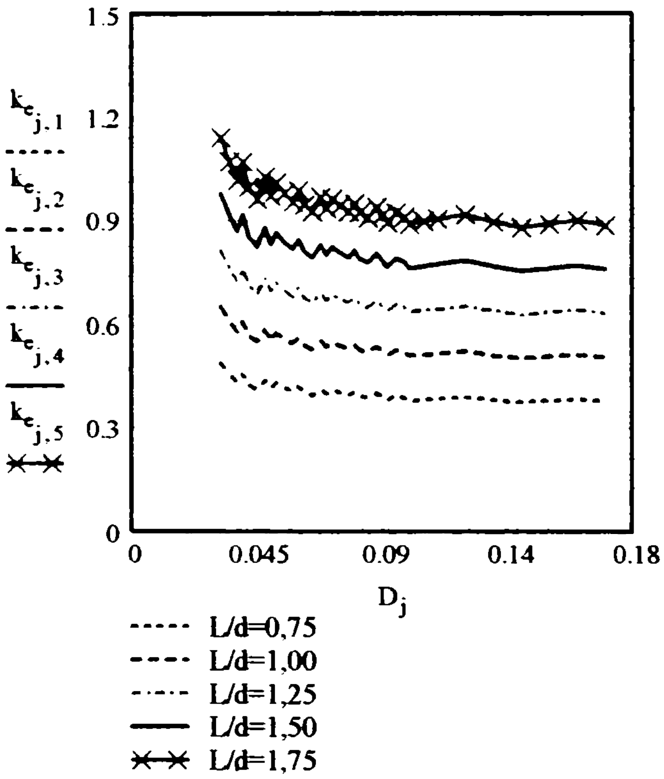
	1
1	0.675
2	0.72
3	0.758
4	0.72
5	0.771
6	0.8
7	0.75
8	0.792
9	0.762
10	0.785
11	0.807
12	0.78
13	0.813
14	0.831
15	0.794
16	0.823
17	0.8
18	0.816
19	0.831
20	0.81
21	0.834
22	0.847
23	0.818
24	0.84
25	0.861
26	0.834
27	0.845
28	0.864
29	0.857
30	0.851

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \dfrac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \dfrac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \dfrac{6 \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$



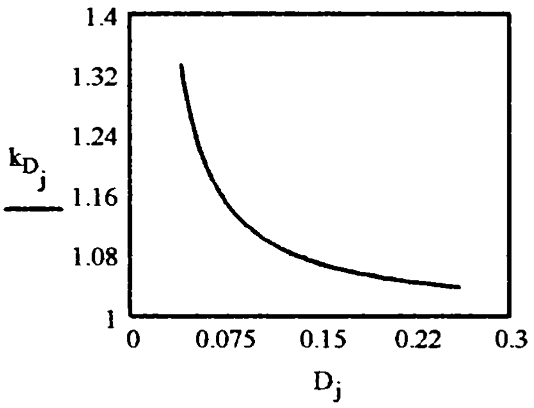
$k_e =$

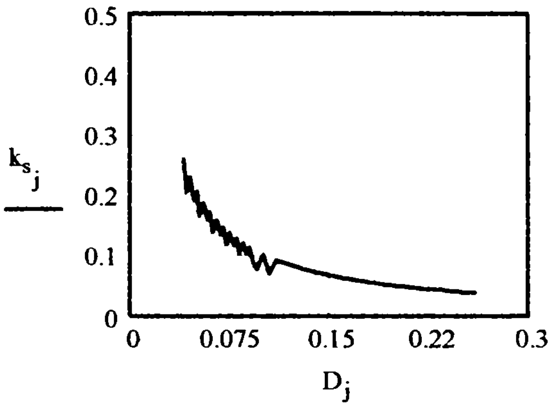
	1	2	3	4	5
1	0.491	0.655	0.819	0.982	1.146
2	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
3	0.437	0.583	0.729	0.875	1.021
4	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
5	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
6	0.414	0.552	0.691	0.829	0.967
7	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
8	0.419	0.558	0.698	0.837	0.977
9	0.435	0.58	0.725	0.871	1.016
10	0.422	0.563	0.703	0.844	0.985
11	0.411	0.548	0.685	0.822	0.959
12	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
13	0.40[illegible]	0.544	0.6[illegible]	0.[illegible]16	0.9[illegible]2
14	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
15	0.417	0.557	0.696	0.835	0.974
16	0.403	0.537	0.671	0.806	0.94
17	0.414	0.552	0.691	0.829	0.967
18	0.406	0.542	0.677	0.812	0.948
19	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
20	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
21	0.397	0.53	0.662	0.795	0.927
22	0.391	0.522	0.652	0.783	0.913
23	0.405	0.54	0.675	0.81	0.945
24	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
25	0.385	0.513	0.642	0.77	0.899
26	0.398	0.53	0.663	0.795	0.928
27	0.392	0.523	0.654	0.785	0.915
28	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
29	0.387	0.516	0.645	0.773	0.902
30	0.39	0.519	0.649	0.779	0.909
31	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
32	0.386	0.515	0.644	0.772	0.901

Coeficientul de diametru **Modulul danturii** $m_n := 5 \cdot mm$ **Coeficientul de grosime a canelurii**

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$





$k_D =$

	1
1	1.333
2	1.313
3	1.286
4	1.263
5	1.25
6	1.238
7	1.222
8	1.208
9	1.2
10	1.192
11	1.182
12	1.172
13	1.167
14	1.161
15	1.154
16	1.147
17	1.143
18	1.139
19	1.133
20	1.128
21	1.125
22	1.122
23	1.118
24	1.114
25	1.111
26	1.105
27	1.1
28	1.091
29	1.083
30	1.077

$k_s =$

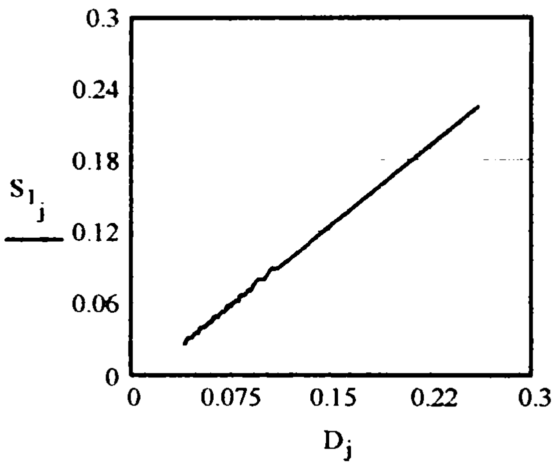
	1
1	0.261
2	0.208
3	0.232
4	0.194
5	0.209
6	0.168
7	0.19
8	0.16
9	0.174
10	0.141
11	0.161
12	0.137
13	0.149
14	0.121
15	0.139
16	0.119
17	0.131
18	0.106
19	0.123
20	0.106
21	0.116
22	0.095
23	0.08
24	0.095
25	0.105
26	0.072
27	0.095
28	0.087
29	0.08
30	0.075

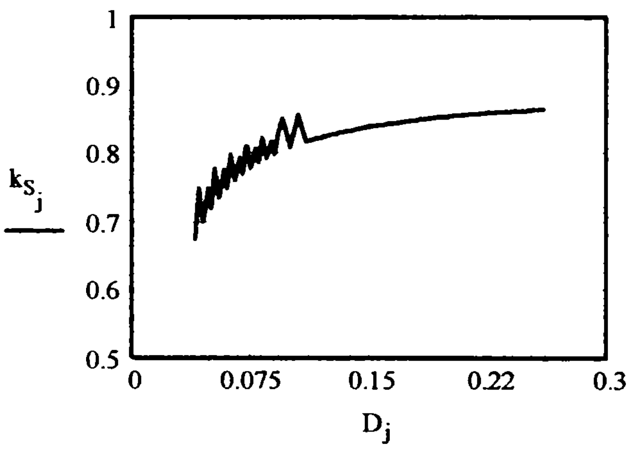
Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$

Coeficientul suprafetei portante

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$





$S_l =$

	1
1	27
2	31.5
3	31.5
4	36
5	36
6	40.5
7	40.5
8	45
9	45
10	49.5
11	49.5
12	54
13	54
14	58.5
15	58.5
16	63
17	63
18	67.5
19	67.5
20	72
21	72
22	76.5
23	81
24	81
25	81
26	90
27	90
28	99
29	108
30	117

mm

$k_S =$

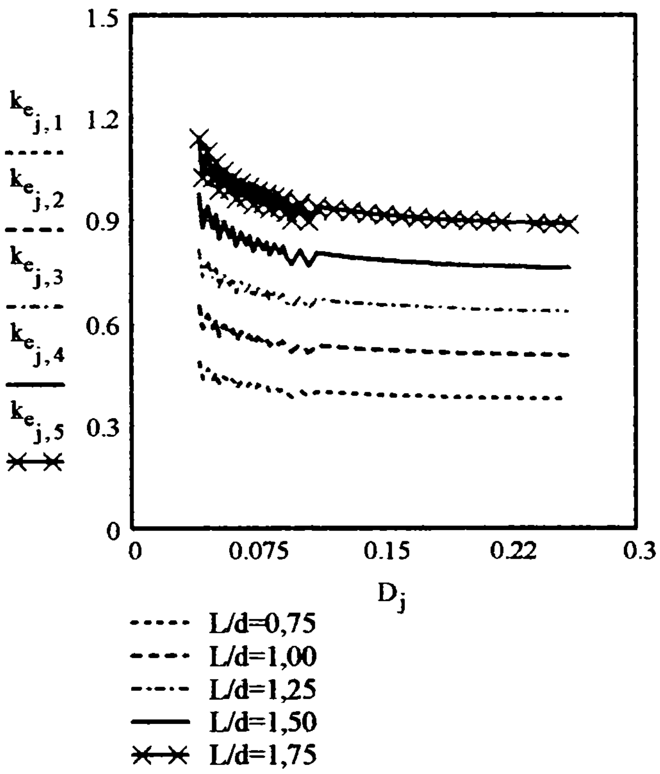
	1
1	0.675
2	0.75
3	0.7
4	0.75
5	0.72
6	0.779
7	0.736
8	0.776
9	0.75
10	0.798
11	0.762
12	0.794
13	0.771
14	0.813
15	0.78
16	0.808
17	0.787
18	0.823
19	0.794
20	0.818
21	0.8
22	0.832
23	0.853
24	0.827
25	0.81
26	0.857
27	0.818
28	0.825
29	0.831
30	0.836

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \dfrac{\text{newton}}{\text{mm}^2}$

Coeficientul de portanta $$ke_{j,k} := \frac{6 \cdot S1_j \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$$



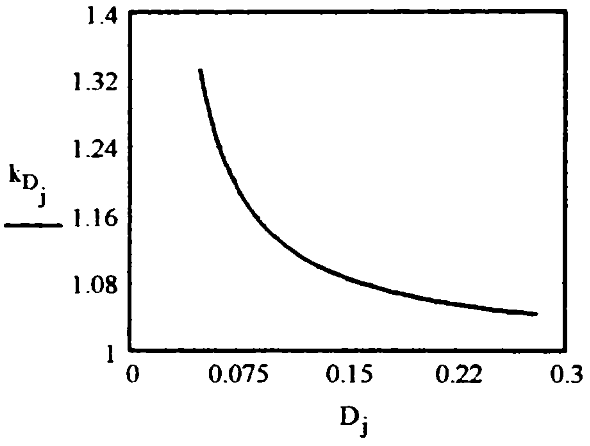
$k_e =$

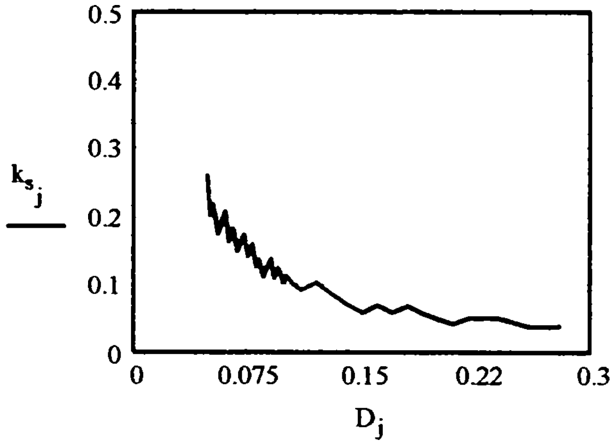
	1	2	3	4	5
1	0.491	0.655	0.819	0.982	1.146
2	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
3	0.474	0.631	0.789	0.947	1.105
4	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
5	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
6	0.426	0.568	0.709	0.851	0.993
7	0.45	0.6	0.75	0.9	1.05
8	0.427	0.57	0.712	0.855	0.997
9	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
10	0.415	0.554	0.692	0.83	0.969
11	0.435	0.58	0.725	0.871	1.016
12	0.417	0.557	0.696	0.835	0.974
13	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
14	0.408	0.544	0.68	0.816	0.952
15	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
16	0.41	0.547	0.684	0.821	0.958
17	0.421	0.561	0.702	0.842	0.982
18	0.403	0.537	0.671	0.805	0.94
19	0.417	0.557	0.696	0.835	0.974
20	0.405	0.54	0.675	0.81	0.945
21	0.414	0.552	0.691	0.829	0.967
22	0.399	0.532	0.664	0.797	0.93
23	0.389	0.518	0.648	0.778	0.907
24	0.401	0.535	0.668	0.802	0.936
25	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
26	0.387	0.516	0.645	0.773	0.902
27	0.405	0.54	0.675	0.81	0.945
28	0.402	0.536	0.67	0.804	0.938
29	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
30	0.397	0.529	0.661	0.793	0.926
31	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
32	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917

Coeficientul de diametru **Modulul danturii** $m_n := 6 \cdot mm$ **Coeficientul de grosime a canelurii**

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$





$k_D =$

	1
1	1.333
2	1.316
3	1.3
4	1.279
5	1.261
6	1.25
7	1.24
8	1.226
9	1.214
10	1.207
11	1.2
12	1.19
13	1.182
14	1.176
15	1.171
16	1.164
17	1.158
18	1.154
19	1.15
20	1.145
21	1.14
22	1.136
23	1.129
24	1.122
25	1.111
26	1.102
27	1.094
28	1.087
29	1.081
30	1.076

$k_s =$

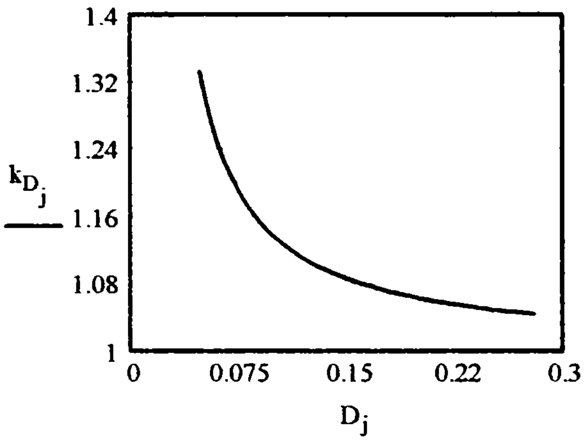
	1
1	0.261
2	0.205
3	0.219
4	0.176
5	0.196
6	0.209
7	0.165
8	0.184
9	0.15
10	0.163
11	0.174
12	0.144
13	0.161
14	0.128
15	0.139
16	0.114
17	0.129
18	0.139
19	0.111
20	0.126
21	0.104
22	0.114
23	0.103
24	0.093
25	0.105
26	0.088
27	0.073
28	0.061
29	0.071
30	0.06

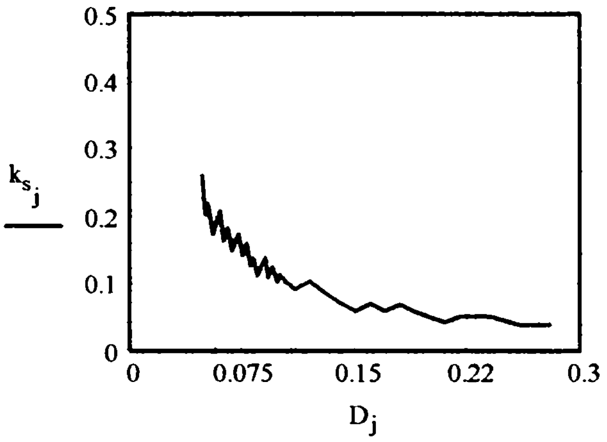
Suprafata portanta a flancului e unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$

Coeficientul suprafetei portante

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$





$S_l =$

	1
1	32.4
2	37.8
3	37.8
4	43.2
5	43.2
6	43.2
7	48.6
8	48.6
9	54
10	54
11	54
12	59.4
13	59.4
14	64.8
15	64.8
16	70.2
17	70.2
18	70.2
19	75.6
20	75.6
21	81
22	81
23	86.4
24	91.8
25	97.2
26	108
27	118.8
28	129.6
29	135
30	145.8

mm

$k_D =$

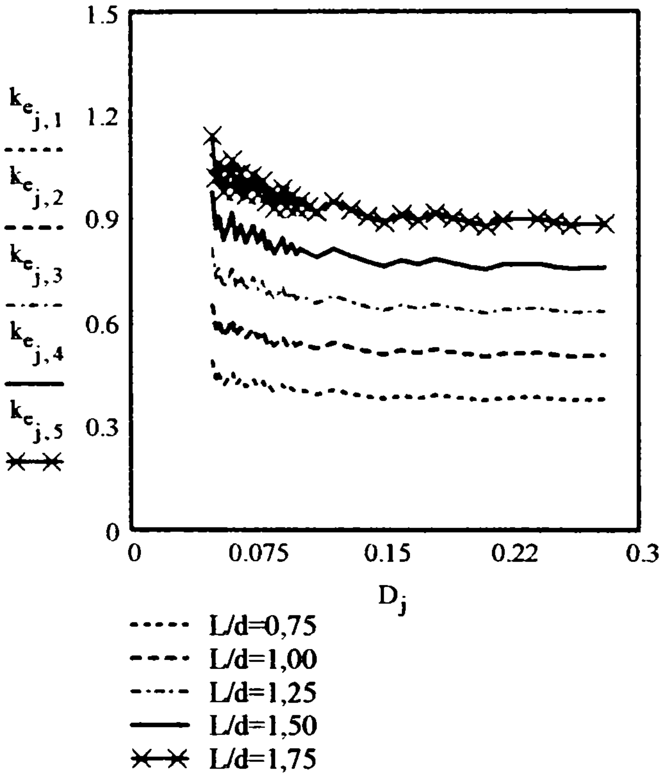
	1
1	1.333
2	1.316
3	1.3
4	1.279
5	1.261
6	1.25
7	1.24
8	1.226
9	1.214
10	1.207
11	1.2
12	1.19
13	1.182
14	1.176
15	1.171
16	1.164
17	1.158
18	1.154
19	1.15
20	1.145
21	1.14
22	1.136
23	1.129
24	1.122
25	1.111
26	1.102
27	1.094
28	1.087
29	1.081
30	1.076

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \frac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \frac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \frac{6 \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$



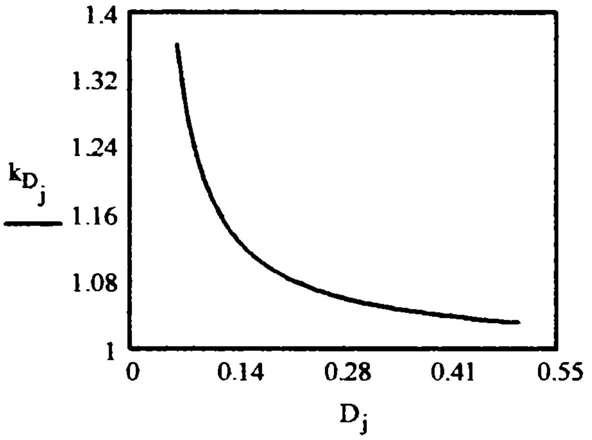
$k_e =$

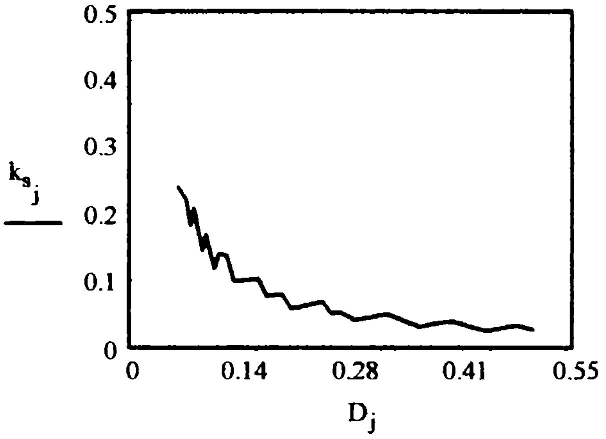
	1	2	3	4	5
1	0.491	0.655	0.819	0.982	1.146
2	0.438	0.585	0.731	0.877	1.023
3	0.456	0.608	0.76	0.912	1.064
4	0.422	0.563	0.703	0.844	0.985
5	0.445	0.593	0.742	0.89	1.038
6	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
7	0.423	0.564	0.705	0.846	0.987
8	0.443	0.591	0.739	0.887	1.035
9	0.417	0.557	0.696	0.835	0.974
10	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
11	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
12	0.419	0.558	0.698	0.837	0.977
13	0.435	0.58	0.725	0.871	1.016
14	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
15	0.419	0.559	0.699	0.839	0.979
16	0.401	0.535	0.669	0.803	0.937
17	0.416	0.554	0.693	0.831	0.97
18	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
19	0.403	0.538	0.672	0.807	0.941
20	0.417	0.555	0.694	0.833	0.972
21	0.401	0.535	0.668	0.802	0.936
22	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
23	0.403	0.537	0.671	0.806	0.94
24	0.397	0.53	0.662	0.794	0.927
25	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
26	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
27	0.391	0.521	0.651	0.781	0.912
28	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
29	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917
30	0.387	0.515	0.644	0.773	0.902
31	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
32	0.389	0.518	0.648	0.778	0.907

Coeficientul de diametru **Modulul danturii** $m_n := 8 \cdot mm$ **Coeficientul de grosime a canelurii**

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{Da_j}$$

$$k_{s_j} := \frac{st_j}{D_j}$$





$k_D =$

	1
1	1.364
2	1.296
3	1.271
4	1.25
5	1.232
6	1.216
7	1.203
8	1.19
9	1.18
10	1.17
11	1.154
12	1.14
13	1.129
14	1.119
15	1.111
16	1.104
17	1.098
18	1.092
19	1.087
20	1.082
21	1.078
22	1.071
23	1.068
24	1.066
25	1.061
26	1.056
27	1.053
28	1.049
29	1.047
30	1.044

$k_s =$

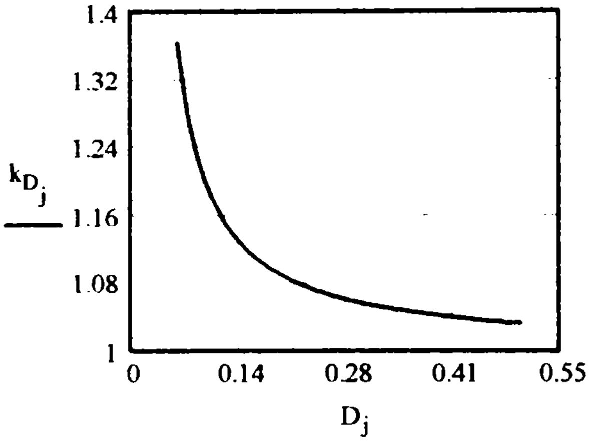
	1
1	0.24
2	0.222
3	0.184
4	0.209
5	0.176
6	0.147
7	0.17
8	0.144
9	0.121
10	0.142
11	0.139
12	0.102
13	0.103
14	0.104
15	0.105
16	0.078
17	0.08
18	0.082
19	0.061
20	0.063
21	0.066
22	0.07
23	0.053
24	0.055
25	0.043
26	0.048
27	0.052
28	0.042
29	0.034
30	0.038

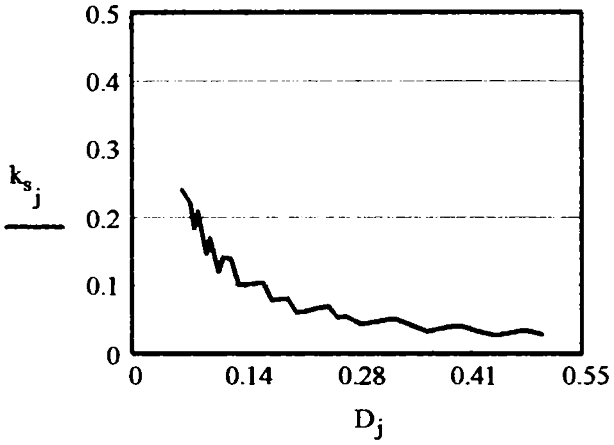
Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$

Coeficientul de grosime a canelurii

$$ks_j := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$





$S_l =$

	1
1	43.2
2	50.4
3	57.6
4	57.6
5	64.8
6	72
7	72
8	79.2
9	86.4
10	86.4
11	93.6
12	108
13	115.2
14	122.4
15	129.6
16	144
17	151.2
18	158.4
19	172.8
20	180
21	187.2
22	201.6
23	216
24	223.2
25	244.8
26	259.2
27	273.6
28	295.2
29	316.8
30	331.2

mm

$k_s =$

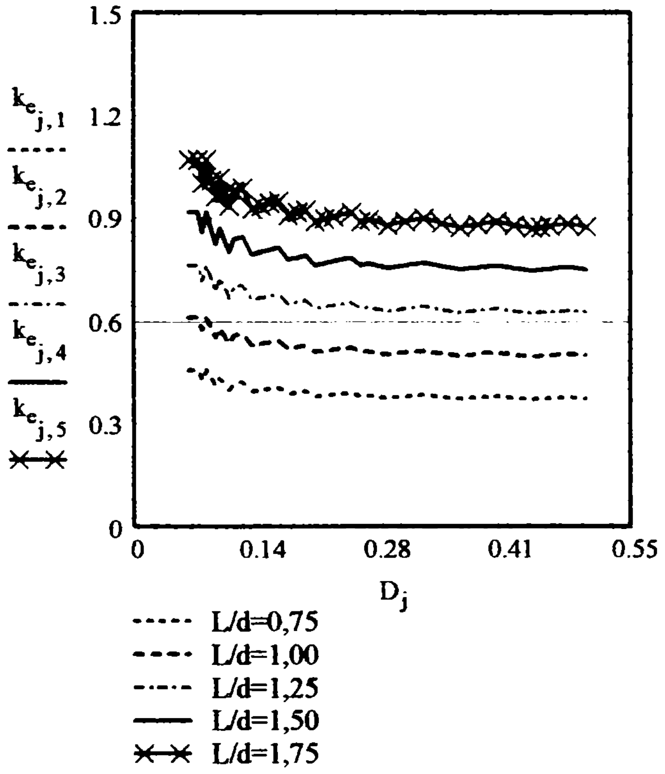
	1
1	0.24
2	0.222
3	0.184
4	0.209
5	0.176
6	0.147
7	0.17
8	0.144
9	0.121
10	0.142
11	0.139
12	0.102
13	0.103
14	0.104
15	0.105
16	0.078
17	0.08
18	0.082
19	0.061
20	0.063
21	0.066
22	0.07
23	0.053
24	0.055
25	0.043
26	0.048
27	0.052
28	0.042
29	0.034
30	0.038

Lungimea relativa a butucului $k := 1 .. 5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \dfrac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \dfrac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \dfrac{6 \cdot S_{l_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
2	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
3	0.432	0.576	0.719	0.863	1.007
4	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
5	0.435	0.58	0.725	0.87	1.015
6	0.414	0.552	0.691	0.829	0.967
7	0.437	0.583	0.729	0.875	1.021
8	0.419	0.558	0.698	0.837	0.977
9	0.403	0.537	0.671	0.806	0.94
10	0.422	0.563	0.703	0.844	0.985
11	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
12	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
13	0.403	0.537	0.671	0.806	0.94
14	0.406	0.542	0.677	0.812	0.948
15	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
16	0.391	0.522	0.652	0.783	0.913
17	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
18	0.398	0.53	0.663	0.795	0.928
19	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
20	0.387	0.516	0.645	0.773	0.902
21	0.39	0.519	0.649	0.779	0.909
22	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
23	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
24	0.386	0.515	0.644	0.772	0.901
25	0.379	0.506	0.632	0.758	0.885
26	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
27	0.388	0.517	0.646	0.775	0.905
28	0.382	0.509	0.636	0.764	0.891
29	0.377	0.502	0.628	0.753	0.879
30	0.38	0.507	0.634	0.761	0.887
31	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
32	0.379	0.506	0.632	0.758	0.885

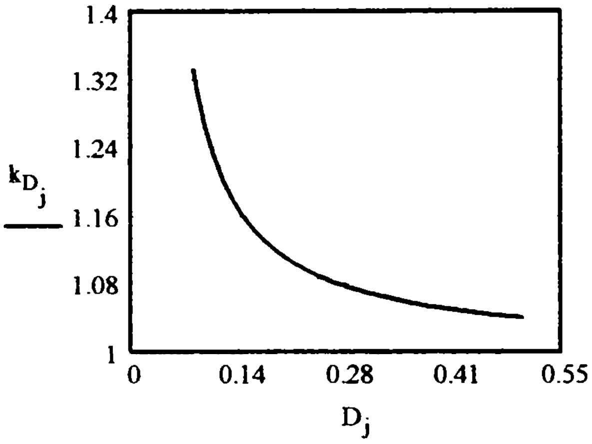
Coeficientul de diametru

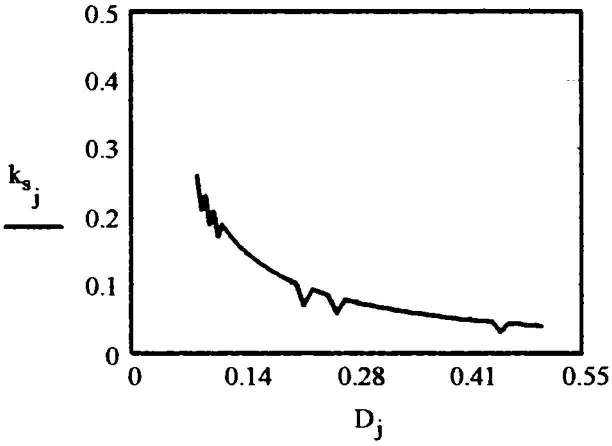
$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{a_j}}$$

Modulul danturii $m_n := 10 \cdot mm$

Coeficientul de grosime a canelurii

$$k_{s_j} := \frac{s_{t_j}}{D_j}$$





$k_D =$

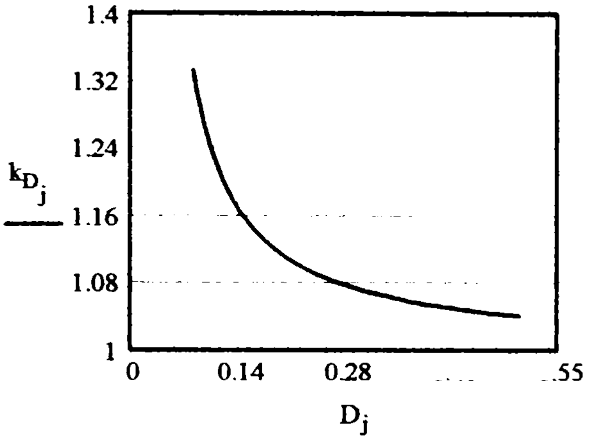
	1
1	1.333
2	1.308
3	1.286
4	1.267
5	1.25
6	1.235
7	1.222
8	1.2
9	1.182
10	1.167
11	1.154
12	1.143
13	1.133
14	1.125
15	1.118
16	1.111
17	1.105
18	1.1
19	1.091
20	1.087
21	1.083
22	1.077
23	1.071
24	1.067
25	1.063
26	1.059
27	1.056
28	1.053
29	1.05
30	1.048

$k_s =$

	1
1	0.261
2	0.212
3	0.232
4	0.19
5	0.209
6	0.172
7	0.19
8	0.174
9	0.161
10	0.149
11	0.139
12	0.131
13	0.123
14	0.116
15	0.11
16	0.105
17	0.072
18	0.095
19	0.087
20	0.061
21	0.08
22	0.075
23	0.07
24	0.065
25	0.061
26	0.058
27	0.055
28	0.052
29	0.05
30	0.048

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{a_j} - D_{a_j}}{2}$$



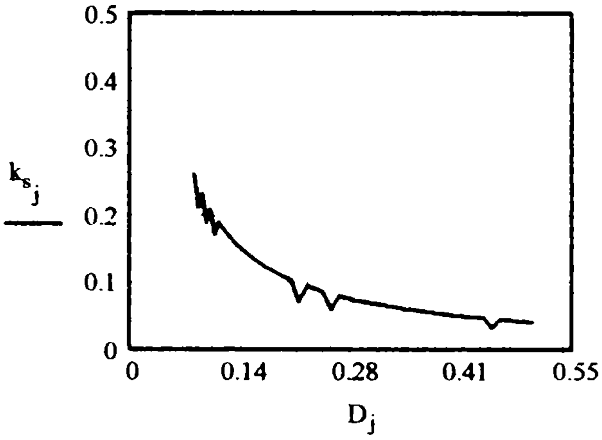
$S_l =$

	1
1	54
2	63
3	63
4	72
5	72
6	81
7	81
8	90
9	99
10	108
11	117
12	126
13	135
14	144
15	153
16	162
17	180
18	180
19	198
20	216
21	216
22	234
23	252
24	270
25	288
26	306
27	324
28	342
29	360
30	378

mm

Coeficientul suprafetei portante

$$k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$$



$k_S =$

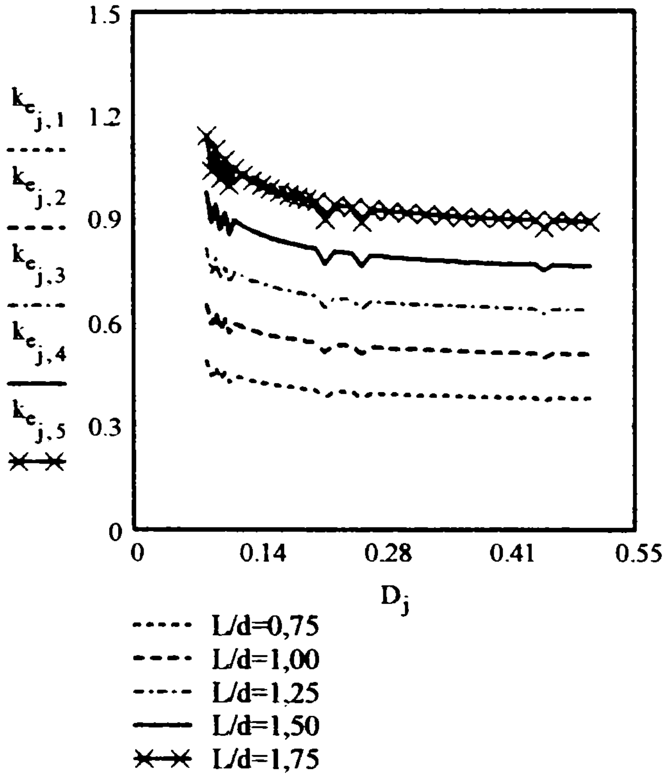
	1
1	0.675
2	0.741
3	0.7
4	0.758
5	0.72
6	0.771
7	0.736
8	0.75
9	0.762
10	0.771
11	0.78
12	0.787
13	0.794
14	0.8
15	0.805
16	0.81
17	0.857
18	0.818
19	0.825
20	0.864
21	0.831
22	0.836
23	0.84
24	0.844
25	0.847
26	0.85
27	0.853
28	0.855
29	0.857
30	0.859

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10 \dfrac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \dfrac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $k_{e_{j,k}} := \dfrac{6 \cdot S_{1_j} \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(d_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$



$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.491	0.655	0.819	0.982	1.146
2	0.447	0.596	0.745	0.895	1.044
3	0.474	0.631	0.789	0.947	1.105
4	0.437	0.583	0.729	0.875	1.021
5	0.46	0.614	0.767	0.921	1.074
6	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
7	0.45	0.6	0.75	0.9	1.05
8	0.442	0.589	0.737	0.884	1.031
9	0.435	0.58	0.725	0.871	1.016
10	0.43	0.573	0.716	0.859	1.003
11	0.425	0.567	0.708	0.85	0.992
12	0.421	0.561	0.702	0.842	0.982
13	0.417	0.557	0.696	0.835	0.974
14	0.414	0.552	0.691	0.829	0.967
15	0.412	0.549	0.686	0.823	0.961
16	0.409	0.546	0.682	0.819	0.955
17	0.387	0.516	0.645	0.773	0.902
18	0.405	0.54	0.675	0.81	0.945
19	0.402	0.536	0.67	0.804	0.938
20	0.384	0.512	0.639	0.767	0.895
21	0.399	0.532	0.665	0.798	0.931
22	0.397	0.529	0.661	0.793	0.926
23	0.395	0.526	0.658	0.789	0.921
24	0.393	0.524	0.655	0.786	0.917
25	0.391	0.522	0.652	0.783	0.913
26	0.39	0.52	0.65	0.78	0.91
27	0.389	0.518	0.648	0.778	0.907
28	0.388	0.517	0.646	0.775	0.905
29	0.387	0.516	0.645	0.773	0.902
30	0.386	0.514	0.643	0.772	0.9
31	0.377	0.502	0.628	0.753	0.879
32	0.385	0.513	0.642	0.77	0.899

Similitudinea canelurilor triunghiulare

Arbori si butuci cu diametrul nominal D de la 8 la 60 mm

Dimensiunile canelurilor

Diametrul nominal

Diametrul de divizare

Numarul de caneluri

Diametrul exterior al arborelui

$$D := \begin{pmatrix} 8\text{mm} \\ 10\text{mm} \\ 12\text{mm} \\ 14\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 17\text{mm} \\ 20\text{mm} \\ 24\text{mm} \\ 25\text{mm} \\ 28\text{mm} \\ 30\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 34\text{mm} \\ 36\text{mm} \\ 40\text{mm} \\ 44\text{mm} \\ 45\text{mm} \\ 50\text{mm} \\ 55\text{mm} \\ 60\text{mm} \end{pmatrix} \quad D_d := \begin{pmatrix} 7.5\text{mm} \\ 9\text{mm} \\ 11\text{mm} \\ 13\text{mm} \\ 15\text{mm} \\ 16\text{mm} \\ 18.5\text{mm} \\ 22\text{mm} \\ 23\text{mm} \\ 26\text{mm} \\ 28\text{mm} \\ 30\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 34\text{mm} \\ 38\text{mm} \\ 42\text{mm} \\ 43\text{mm} \\ 47.5\text{mm} \\ 52.5\text{mm} \\ 57.5\text{mm} \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 28 \\ 28 \\ 30 \\ 31 \\ 32 \\ 32 \\ 33 \\ 34 \\ 34 \\ 35 \\ 35 \\ 36 \\ 36 \\ 36 \\ 37 \\ 38 \\ 38 \\ 39 \\ 40 \\ 42 \end{pmatrix} \quad d_e := \begin{pmatrix} 8.1\text{mm} \\ 10.1\text{mm} \\ 12\text{mm} \\ 14.2\text{mm} \\ 16.2\text{mm} \\ 17.2\text{mm} \\ 20\text{mm} \\ 23.9\text{mm} \\ 25\text{mm} \\ 28\text{mm} \\ 30\text{mm} \\ 32\text{mm} \\ 34\text{mm} \\ 36\text{mm} \\ 39.9\text{mm} \\ 44\text{mm} \\ 45\text{mm} \\ 50\text{mm} \\ 54.9\text{mm} \\ 60\text{mm} \end{pmatrix}$$

Numarul de dimensiuni $j := 1..20$

Unghiul canelurii din butuc $\beta := 60\text{deg}$

Diametrul interior al arborelui

$$d_i := \begin{pmatrix} 6.91\mathrm{mm} \\ 8.26\mathrm{mm} \\ 10.20\mathrm{mm} \\ 12.06\mathrm{mm} \\ 14.01\mathrm{mm} \\ 14.91\mathrm{mm} \\ 17.37\mathrm{mm} \\ 20.76\mathrm{mm} \\ 21.70\mathrm{mm} \\ 24.55\mathrm{mm} \\ 26.40\mathrm{mm} \\ 28.41\mathrm{mm} \\ 30.38\mathrm{mm} \\ 32.20\mathrm{mm} \\ 35.95\mathrm{mm} \\ 39.72\mathrm{mm} \\ 40.68\mathrm{mm} \\ 44.97\mathrm{mm} \\ 49.72\mathrm{mm} \\ 54.76\mathrm{mm} \end{pmatrix}$$

Diametrul exterior al butucului

$$D_e := \begin{pmatrix} 6.9\mathrm{mm} \\ 8.1\mathrm{mm} \\ 10.1\mathrm{mm} \\ 12\mathrm{mm} \\ 13.9\mathrm{mm} \\ 14.9\mathrm{mm} \\ 17.3\mathrm{mm} \\ 20.8\mathrm{mm} \\ 21.7\mathrm{mm} \\ 24.6\mathrm{mm} \\ 26.5\mathrm{mm} \\ 28.5\mathrm{mm} \\ 30.5\mathrm{mm} \\ 32.5\mathrm{mm} \\ 36\mathrm{mm} \\ 40\mathrm{mm} \\ 41\mathrm{mm} \\ 45\mathrm{mm} \\ 50\mathrm{mm} \\ 55\mathrm{mm} \end{pmatrix}$$

Diametrul interior al butucului

$$D_i := \begin{pmatrix} 8.21\mathrm{mm} \\ 9.9\mathrm{mm} \\ 12\mathrm{mm} \\ 14.18\mathrm{mm} \\ 1618\mathrm{mm} \\ 17.28\mathrm{mm} \\ 20\mathrm{mm} \\ 23.76\mathrm{mm} \\ 24.87\mathrm{mm} \\ 27.94\mathrm{mm} \\ 30.06\mathrm{mm} \\ 32.01\mathrm{mm} \\ 34.17\mathrm{mm} \\ 36.19\mathrm{mm} \\ 40.16\mathrm{mm} \\ 44.42\mathrm{mm} \\ 45.39\mathrm{mm} \\ 50.2\mathrm{mm} \\ 55.25\mathrm{mm} \\ 60.39\mathrm{mm} \end{pmatrix}$$

Unghiul canelurii din arbore $\gamma_j := \beta - \dfrac{2\pi}{z_j}$

Pasul $p_j := \dfrac{\pi \cdot D_{d_j}}{z_j}$

$\gamma =$

	1
1	47.143
2	47.143
3	48
4	48.387
5	48.75
6	48.75
7	49.091
8	49.412
9	49.412
10	49.714
11	49.714
12	50
13	50
14	50
15	50.27
16	50.526
17	50.526
18	50.769
19	51
20	51.429

deg

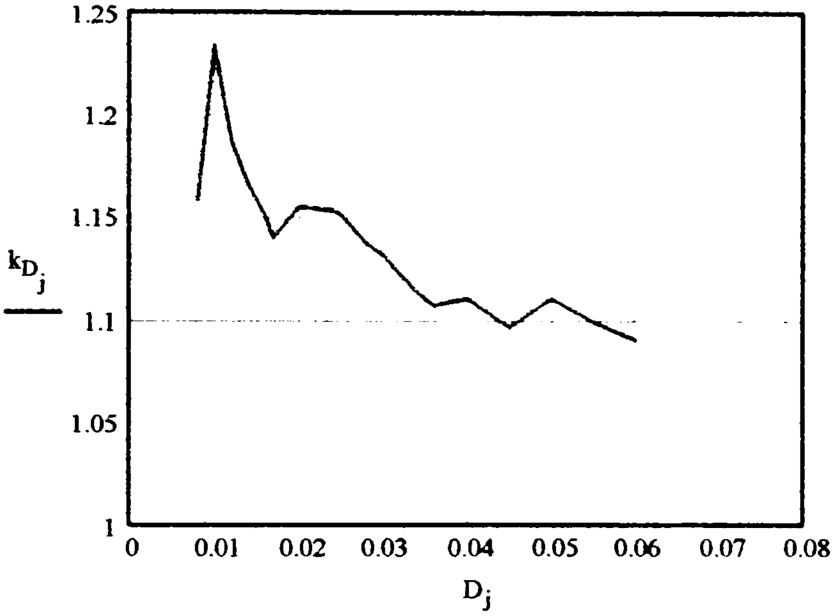
$p =$

	1
1	0.841
2	1.01
3	1.152
4	1.317
5	1.473
6	1.571
7	1.761
8	2.033
9	2.125
10	2.334
11	2.513
12	2.618
13	2.793
14	2.967
15	3.227
16	3.472
17	3.555
18	3.826
19	4.123
20	4.301

mm

Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{e_j}}$$

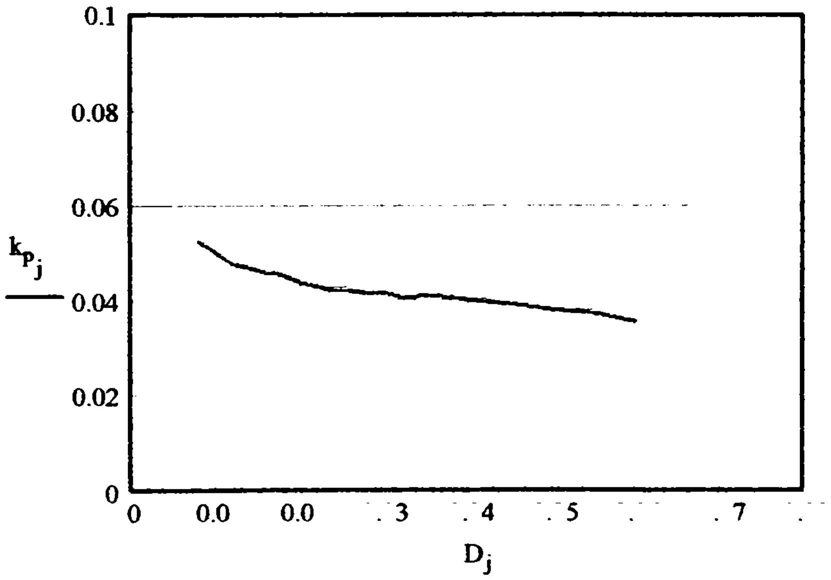


$k_D =$

	1
1	1.159
2	1.235
3	1.188
4	1.167
5	1.151
6	[illegible]
7	1.156
8	[illegible]54
9	1.152
10	1.138
11	1.132
12	1.123
13	1.115
14	1.108
15	1.111
16	1.1
17	1.098
18	1.111
19	1.1
20	1.091

Coeficientul grosimii dintelui

$$k_{p_j} := \frac{p_j}{2 D_j}$$

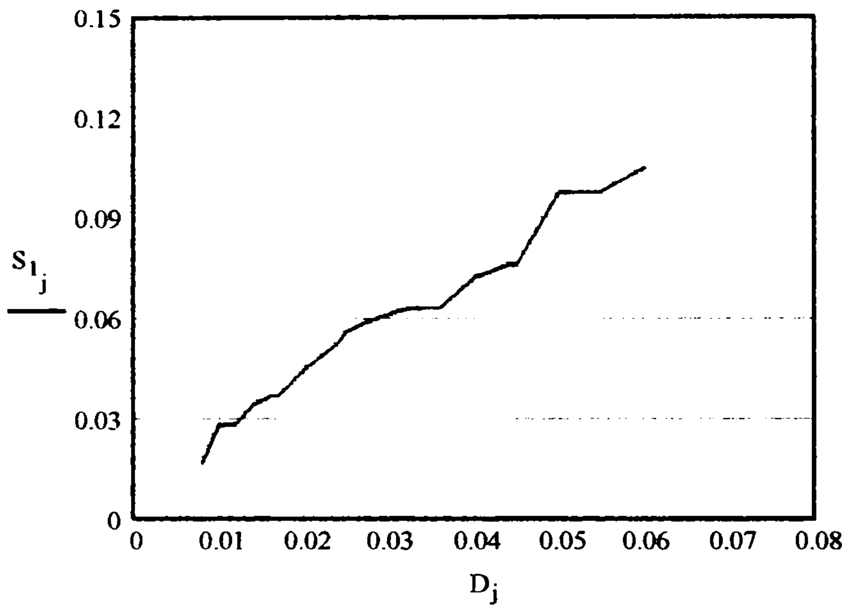


$k_p =$

	1
1	0.053
2	0.05
3	0.048
4	0.047
5	0.046
6	0.046
7	0.044
8	0.042
9	0.043
10	0.042
11	0.042
12	0.041
13	0.041
14	0.041
15	0.04
16	0.039
17	0.039
18	0.038
19	0.037
20	0.036

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{e_j} - D_{e_j}}{2}$$

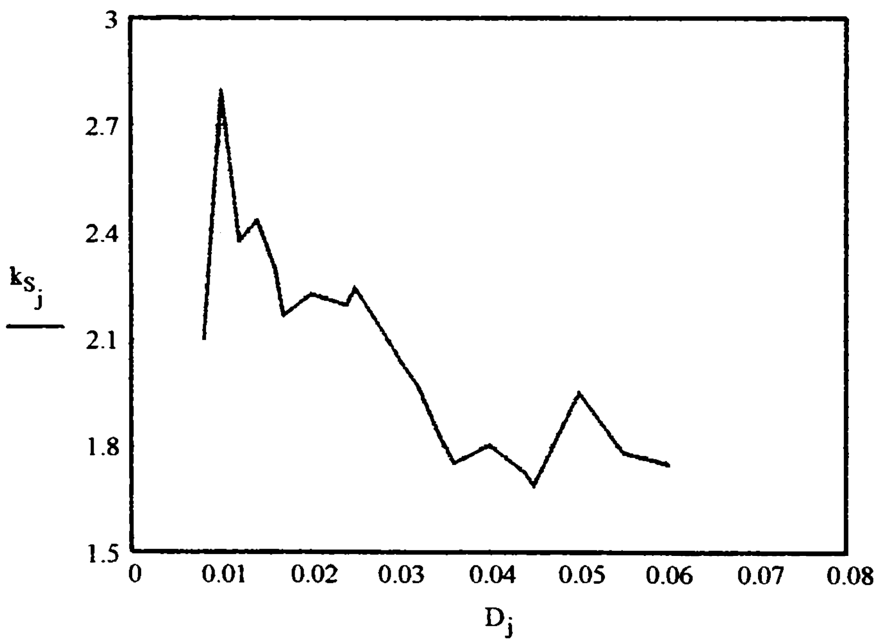


S_l =

	1
1	16.8
2	28
3	2[illegible].5
4	34.1
5	36.8
6	36.8
7	44.55
8	52.7
9	56.1
10	59.5
11	61.25
12	63
13	63
14	63
15	72.15
16	76
17	76
18	97.5
19	98
20	105

mm

Coeficientul suprafetei portante $k_{S_j} := \frac{S_{l_j}}{D_j}$



k_S =

	1
1	2.1
2	2.8
3	2.375
4	2.436
5	2.3
6	2.165
7	2.228
8	2.196
9	2.244
10	2.125
11	2.042
12	1.969
13	1.853
14	1.75
15	1.804
16	1.727
17	1.689
18	1.95
19	1.782
20	1.75

Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j\cdot(0.5 + 0.25\cdot k)$

Presiunea medie admisa $p_a := 10\dfrac{newton}{mm^2}$

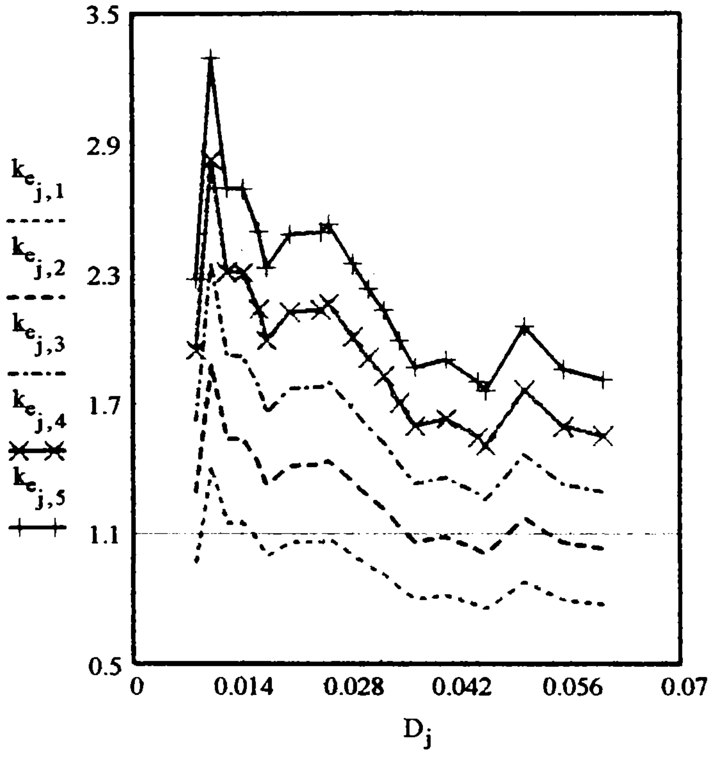
Tensiunea tangentiala de torsiune admisa $\tau_{at} := 35\dfrac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta

$$k_{e_{j,k}} := \frac{6\cdot S_{l_j}\cdot L_{j,k}\cdot p_a}{\pi\cdot\left(D_{d_j}\right)^2\cdot\tau_{at}}$$

$k_e =$

	1	2	3	4	5
1	0.978	1.304	1.63	1.956	2.282
2	1.415	1.886	2.358	2.829	3.301
3	1.157	1.542	1.928	2.313	2.699
4	1.156	1.541	1.927	2.312	2.698
5	1.071	1.428	1.785	2.142	2.499
6	1	1.333	1.667	2	2.334
7	1.065	1.421	1.776	2.131	2.486
8	1.069	1.426	1.782	2.139	2.495
9	1.085	1.447	1.808	2.17	2.532
10	1.009	1.345	1.681	2.017	2.353
11	0.959	1.279	1.599	1.918	2.238
12	0.917	1.222	1.528	1.833	2.139
13	0.856	1.141	1.427	1.712	1.998
14	0.803	1.071	1.338	1.606	1.874
15	0.818	1.091	1.363	1.636	1.909
16	0.776	1.034	1.293	1.552	1.81
17	0.757	1.009	1.262	1.514	1.766
18	0.884	1.179	1.474	1.769	2.063
19	0.8	1.067	1.334	1.601	1.867
20	0.78	1.04	1.3	1.56	1.82



A.3.5

Arbori si butuci cu diametrul nominal D de la 65 la 120 mm

Diametrul nominal

$$D := \begin{pmatrix} 65\text{mm} \\ 70\text{mm} \\ 75\text{mm} \\ 80\text{mm} \\ 85\text{mm} \\ 90\text{mm} \\ 95\text{mm} \\ 100\text{mm} \\ 105\text{mm} \\ 110\text{mm} \\ 115\text{mm} \\ 120\text{mm} \end{pmatrix}$$

Diametrul de divizare

$$D_d := \begin{pmatrix} 61.5\text{mm} \\ 67.5\text{mm} \\ 72\text{mm} \\ 76.5\text{mm} \\ 82.5\text{mm} \\ 87\text{mm} \\ 91.5\text{mm} \\ 97.5\text{mm} \\ 102\text{mm} \\ 106.5\text{mm} \\ 112.5\text{mm} \\ 117\text{mm} \end{pmatrix}$$

Numarul de caneluri

$$z := \begin{pmatrix} 41 \\ 45 \\ 48 \\ 51 \\ 55 \\ 58 \\ 61 \\ 65 \\ 68 \\ 71 \\ 75 \\ 78 \end{pmatrix}$$

Diametrul exterior al arborelui

$$d_e := D$$

$d_e =$

	1
1	65
2	70
3	75
4	80
5	85
6	90
7	95
8	100
9	105
10	110
11	115
12	120

mm

Diametrul interior al arborelui

$$d_i := \begin{pmatrix} 59.6\text{mm} \\ 64.6\text{mm} \\ 69.6\text{mm} \\ 74.6\text{mm} \\ 79.6\text{mm} \\ 84.6\text{mm} \\ 89.6\text{mm} \\ 94.6\text{mm} \\ 99.6\text{mm} \\ 104.6\text{mm} \\ 109.6\text{mm} \\ 114.6\text{mm} \end{pmatrix}$$

$$j := 1..12$$

Diametrul exterior al butucului

$$D_{e_j} := D_j - 5\text{mm}$$

$D_e =$

	1
1	60
2	65
3	70
4	75
5	80
6	85
7	90
8	95
9	100
10	105
11	110
12	115

mm

Diametrul interior al butucului

$$D_i := \begin{pmatrix} 65.421\text{mm} \\ 70.546\text{mm} \\ 75.500\text{mm} \\ 80.443\text{mm} \\ 85.529\text{mm} \\ 90.488\text{mm} \\ 95.433\text{mm} \\ 100.486\text{mm} \\ 105.445\text{mm} \\ 110.397\text{mm} \\ 115.503\text{mm} \\ 120.506\text{mm} \end{pmatrix}$$

Unghiul canelurii din arbore $\beta := 60\text{deg}$

Unghiul canelurii din arbore $\gamma_j := \beta - \dfrac{2\pi}{z_j}$

pasul $p_j := \dfrac{\pi \cdot D_{d_j}}{z_j}$

$\gamma =$

	1
1	51.22
2	52
3	52.5
4	52.941
5	53.455
6	53.793
7	54.098
8	54.462
9	54.706
10	54.93
11	55.2
12	55.385

deg

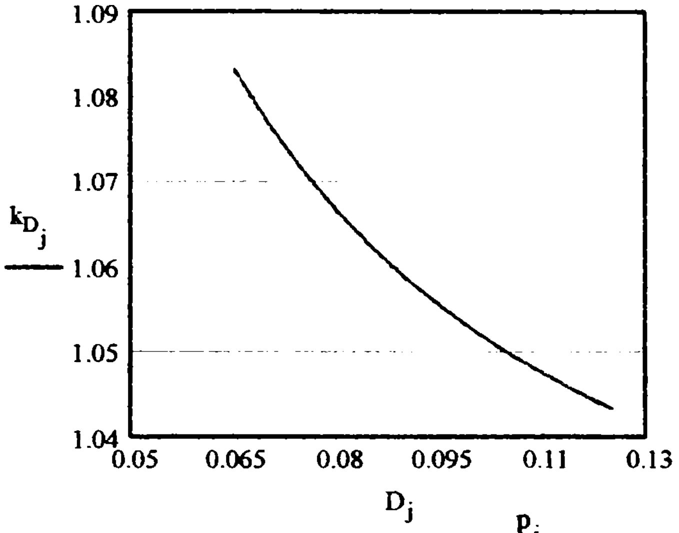
$p =$

	1
1	4.712
2	4.712
3	4.712
4	4.712
5	4.712
6	4.712
7	4.712
8	4.712
9	4.712
10	4.712
11	4.712
12	4.712

mm

Coeficientul de diametru

$$k_{D_j} := \frac{D_j}{D_{e_j}}$$

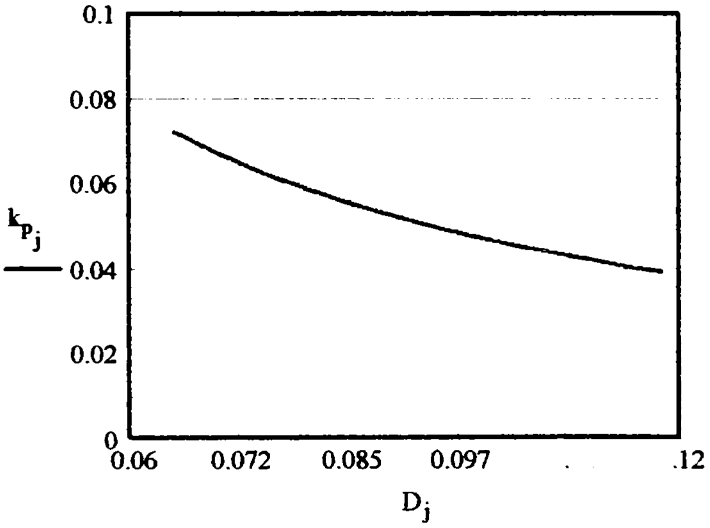


$k_D =$

	1
1	1.083
2	1.077
3	1.071
4	1.067
5	1.063
6	1.059
7	1.056
8	1.053
9	1.05
10	1.048
11	1.045
12	1.043

Coeficientul grosimii dintelui

$$k_{p_j} := \frac{p_j}{D_j}$$

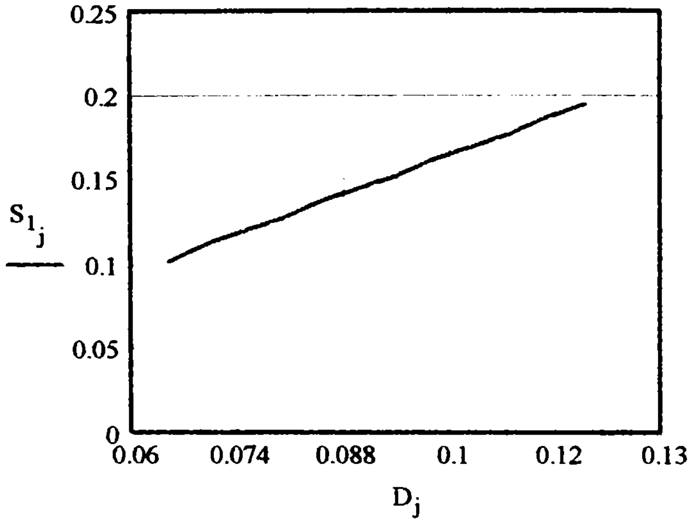


$k_p =$

	1
1	0.072
2	0.067
3	0.063
4	0.059
5	0.055
6	0.052
7	0.05
8	0.047
9	0.045
10	0.043
11	0.041
12	0.039

Suprafata portanta a flancului pe unitatea de lungime

$$S_{l_j} := z_j \cdot \frac{d_{e_j} - D_{e_j}}{2}$$



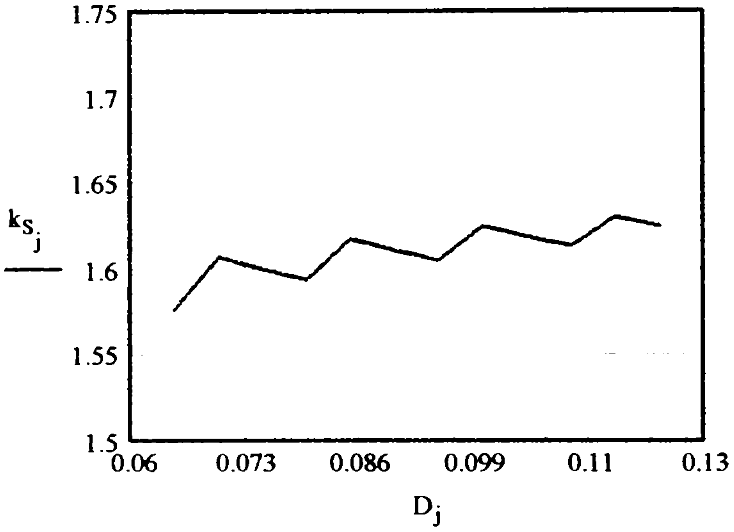
$S_l =$ mm

	1
1	102.5
2	112.5
3	120
4	127.5
5	137.5
6	145
7	152.5
8	162.5
9	170
10	177.5
11	187.5
12	195

Coeficientul suprafetei portante $ks_j := \frac{Sl_j}{D_j}$

	1
1	1.577
2	1.607
3	1.6
4	1.594
5	1.618
6	1.611
7	1.605
8	1.625
9	1.619
10	1.614
11	1.63
12	1.625

$ks =$ (table above)



Lungimea relativa a butucului $k := 1..5$ $L_{j,k} := D_j \cdot (0.5 + 0.25 \cdot k)$

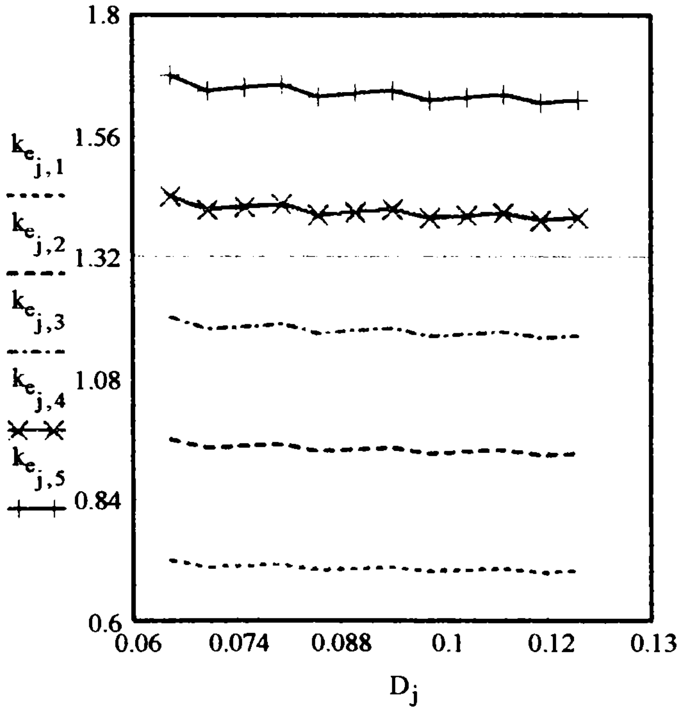
Presiunea medie admisa $p_a := 10 \frac{newton}{mm^2}$

Tensiunea tangentiala la torsiune admisa $\tau_{at} := 35 \frac{newton}{mm^2}$

Coeficientul de portanta $ke_{j,k} := \frac{6 \cdot Sl_j \cdot L_{j,k} \cdot p_a}{\pi \cdot \left(Dd_j\right)^2 \cdot \tau_{at}}$

$ke =$

	1	2	3	4	5
1	0.721	0.961	1.202	1.442	1.682
2	0.707	0.943	1.179	1.415	1.65
3	0.711	0.947	1.184	1.421	1.658
4	0.713	0.951	1.189	1.427	1.664
5	0.703	0.937	1.171	1.406	1.64
6	0.706	0.941	1.176	1.411	1.646
7	0.708	0.944	1.18	1.416	1.652
8	0.7	0.933	1.166	1.399	1.632
9	0.702	0.936	1.17	1.404	1.638
10	0.705	0.939	1.174	1.409	1.644
11	0.697	0.93	1.162	1.395	1.627
12	0.7	0.933	1.166	1.399	1.632
13	0.856	1.141	1.427	1.712	1.998
14	0.803	1.071	1.338	1.606	1.874
15	0.818	1.091	1.363	1.636	1.909
16	0.776	1.034	1.293	1.552	1.81



Calculul geometric al canelurilor evolventice inclinate

Date initiale

1. Numarul de dinti	$z := 20$	
2. Modulul danturii	$m_n := 2.5 \cdot mm$	
3. Unghiul de inclinare al danturii pe cilindrul de divizare	$\beta := 0deg$	
Cremaliera de referinta		
4. Unghiul de angrenare pe linia de divizare	$\alpha_n := 30 \cdot deg$	
5. Coeficientul razei de racordare de referinta la picior	$\rho_{0f} := 0.16$	
Pentru profilul de referinta al arborelui		
6. Coeficientul normal al capului de referinta	$h_{0anA} := 0.45$	
7. Coeficientul normal al dintelui	$h_{0nA} := 1.1$	
8. Coeficientul normal al flancarii dintelui	$f_A := 0.15$	
Pentru profilul de referinta al butucului		
9. Coeficientul normal al capului de referinta	$h_{0anB} := 0.45$	
10. Coeficientul normal al dintelui	$h_{0nB} := 1.1$	
11. Coeficientul normal al flancarii dintelui	$f_b := 0.15$	$inv(\alpha) := \tan(\alpha) - \alpha$
12. Unghiul de presiune frontal de referinta	$\alpha_t := atan\left(\frac{\tan(\alpha_n)}{\cos(\beta)}\right)$	$\alpha_t = 30deg$
13. Diametrul nominal	$D := 55mm$	

Calculul geometric

1. Modulul frontal	$m_t := \frac{m_n}{\cos(\beta)}$	$m_t = 2.5\,mm$
2. Diametrul de divizare	$d := z \cdot m_t$	$d = 50\,mm$
3. Coeficientul normal al deplasarii de profil	$x_A := 0.5 \cdot \left[D - m_t \cdot (z + 1.1)\right]$	$x_A = 1.125\,mm$
4. Diametrul de varf al arborelui	$d_a := D - 0.2 \cdot m_t$	$d_a = 54.5\,mm$
al butucului	$D_a := D - 2 \cdot m_t$	$D_a = 50\,mm$
5. Diametrul de picior al arborelui	$d_f := D - 2 \cdot h_{0nA} \cdot m_n$	$d_f = 49.5\,mm$
al butucului	$D_f := D$	$D_f = 55\,mm$
6. Diametrul de baza	$d_b := d \cdot \cos(\alpha_t)$	$d_b = 43.301\,mm$
7. Arcul de divizare frontal al dintelui	$s_t := 2 \cdot x_A \cdot \tan(\alpha_t) + 0.5\pi \cdot m_t$	$s_t = 5.226\,mm$
8. Arcul de divizare normal al dintelui	$s_n := s_t \cdot \cos(\beta)$	$s_n = 5.226\,mm$
9. Unghiul de presiune frontal la capul dintelui	$\alpha_{ta} := acos\left(\frac{d}{d_a} \cdot \cos(\alpha_t)\right)$	$\alpha_{ta} = 37.39deg$
10. Arcul de cap frontal al dintelui	$s_{at} := d_a \cdot \left(inv(\alpha_t) - inv(\alpha_{ta}) + \frac{s_t}{d}\right)$	$s_{at} = 2.538\,mm$
11. Unghiul de inclinare la capul canelurii	$\beta_a := atan\left(\tan(\beta) \cdot \frac{d_a}{d}\right)$	$\beta_a = 0$
12. Arcul de cap normal al dintelui	$s_{an} := s_{at} \cdot \cos(\beta_a)$	$s_{an} = 2.538\,mm$

13. Arcul de divizare frontal al golului peste dinti $e_t := 0.5\pi\cdot m_t - 2\cdot x_A\cdot \tan(\alpha_t)$ $e_t = 2.628\,\text{mm}$

14. Arcul d divizare al golului dintre dinti $e_n := 0.5\pi\cdot m_t - 2\cdot x_A\cdot \tan(\alpha_t)$ $e_n = 2.628\,\text{mm}$

15. Arcul de cap frontal al golului dintre dinti $e_{at} := d_a\cdot\left(\dfrac{e_t}{d} + \text{inv}(\alpha_{ta}) - \text{inv}(\alpha_t)\right)$ $e_{at} = 6.023\,\text{mm}$

16. Arcul de cap normal al golului dintre dinti $e_{an} := e_{at}\cdot\cos(\beta_a)$ $e_{an} = 6.023\,\text{mm}$

17. Pasul normal (de divizare) $p_n := \pi\cdot m_n$ $p_n = 7.854\,\text{mm}$

18. Pasul frontal (de divizare) $p_t := \pi\cdot m_t$ $p_t = 7.854\,\text{mm}$

19. Pasul de baza frontal $p_{bt} := p_t\cdot\cos(\alpha_t)$ $p_{bt} = 6.802\,\text{mm}$

Elemente de control

1. Coarda constanta normala a dintelui $s_{cn} := \left[0.5\pi\cdot(\cos(\alpha_n))^2\cdot m_n + x_A\cdot\sin(2\cdot\alpha_n)\right]$ $s_{cn} = 3.92\,\text{mm}$

2. Inaltimea la coarda constanta a dintelui $h_{cn} := 0.5\cdot(d_a - d - s_{cn}\cdot\tan(\alpha_n))$ $h_{cn} = 1.119\,\text{mm}$

3. Calculul lungimii (cotei) normale peste dinti

3.1. Numarul teoretic de dinti pentru masurarea lungimii (cotei) peste dinti

Unghiul de presiune normal pe cilindru $\alpha_{twn} := \text{acos}\left(\dfrac{z\cdot\cos(\alpha_t)}{z + 2\cdot\dfrac{x_A}{m_n}}\right)$ $\alpha_{twn} = 34.031\,\text{deg}$

$$N := \frac{z}{\pi}\cdot\left[\frac{\tan(\alpha_{twn})}{(\cos(\beta_a))^2} - \left(\frac{2}{z}\cdot\frac{x_A}{m_n}\cdot\tan(\alpha_n)\right) - \text{inv}(\alpha_t)\right] \qquad N = 3.792$$

3.2 Numarul real de dinti pentru masurarea lungimii peste N dinti $N := \text{floor}(N + 0.5)$ $N = 4$

3.3 Lungimea frontala peste N dinti $W_{tn} := \left[\pi\cdot(N - 0.5) + 2\cdot\dfrac{x_A}{m_t}\cdot\tan(\alpha_t) + z\cdot\text{inv}(\alpha_t)\right]\cdot m_t\cdot\cos(\alpha_t)$ $W_{tn} = 27.259\,\text{mm}$

3.4 Lungimea normala peste N dinti $W_{nn} := \left[\pi\cdot(N - 0.5) + 2\cdot\dfrac{x_A}{m_n}\cdot\tan(\alpha_n) + z\cdot\text{inv}(\alpha_n)\right]\cdot m_n\cdot\cos(\alpha_n)$ $W_{nn} = 27.259\,\text{mm}$

4. Lungimea (cota) peste bile (in plan frontal) $d_{bila} := m_n\cdot 2$ $d_{bila} = 5\,\text{mm}$

4.1. Unghiul de presiune frontal al centrelor bilelor

$$ko := \text{inv}(\alpha_t) - \frac{\pi}{2\cdot z} + \frac{2\cdot\dfrac{x_A}{m_n}\cdot\tan(\alpha_n)}{z} + \frac{d_{bila}}{z\cdot m_n\cdot\cos(\alpha_n)} \qquad \alpha := 20\text{deg}$$

$$\alpha_{tb} := \text{root}(\tan(\alpha) - \alpha\cdot\text{rad} - ko, \alpha) \qquad \alpha_{tb} = 37.868\,\text{deg}$$

4.2. Raza cercului pe care sunt situate centrele bilelor $r_b := \dfrac{z\cdot m_n\cdot\cos(\alpha_t)}{2\cdot\cos(\beta)\cdot\cos(\alpha_{tb})}$ $r_b = 27.426\,\text{mm}$

Pe arbore

pentru z numar par $M_a := 2\cdot r_b\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2\cdot z}\right) + d_{bila}$ $M_a = 59.683\,\text{mm}$

penrtu z numar impar $M_a := 2\cdot r_b\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2\cdot z}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2\cdot z}\right) + d_{bila}$ $M_a = 59.514\,\text{mm}$

In butuc $d_{bila} := 4.4\text{mm}$ pentru z numar par $M_b := 2\cdot r_b\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2\cdot z}\right) - d_{bila}$ $M_b = 50.283\,\text{mm}$

penrtu z numar impar $M_b := 2\cdot r_b\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2\cdot z}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{\pi}{2\cdot z}\right) - d_{bila}$ $M_b = 50.114\,\text{mm}$

Repartitia incarcarii pe caneluri cauzata de abaterile de pas

Dimensiunile imbinarii

Diametrul mediu	$d_m := 35$	
Numarul de caneluri	$z := 8$	
Lungimea imbinarii	$L := 48\text{mm}$	
Pasul pe diametrul mediu	$p := \pi \cdot \dfrac{d_m}{z}$	$p = 13.744$
Abaterea de pas standard	$\sigma_p := 0.001$	$\mu\text{m} := 10^{-6}\text{m}$
Suprafata portanta unitara	$S_l := 2.445\text{mm}$	
Elasticitatea geometrica a canelurilor	$e_{tot} := 14.258\text{mm}$	$\text{MPa} := 10^{6}\text{Pa}$
Modulul de elasticitate al pieselor imbinate	$E := 2.15 \cdot 10^{5}\text{MPa}$	

$i := 1 .. z - 1$

Distantele dintre suprafetele portante ale canelurilor cu erori

pe arbore

$p_a := \text{rnorm}\left(z - 1, p, \sigma_p\right) \cdot \text{mm}$

$p_{a_{z-1}} := \pi \cdot d_m \cdot \text{mm} - \sum p_a \quad p_{a_{z-1}} = 13.749\,\text{mm}$

$$p_a = \begin{pmatrix} 13.744 \\ 13.744 \\ 13.744 \\ 13.744 \\ 13.743 \\ 13.745 \\ 13.744 \\ 13.749 \end{pmatrix} \text{mm}$$

in butuc

$p_b := \text{rnorm}\left(z - 1, p, \sigma_p\right) \cdot \text{mm}$

$p_{b_{z-1}} := \pi \cdot d_m \cdot \text{mm} - \sum p_b \quad p_{b_{z-1}} = 13.737\,\text{mm}$

$$p_b = \begin{pmatrix} 13.745 \\ 13.747 \\ 13.745 \\ 13.745 \\ 13.745 \\ 13.745 \\ 13.745 \\ 13.737 \end{pmatrix} \text{mm}$$

$p_{ab} := \mathrm{stack}(p_a, p_b)$

Toleranta abaterii de pas $T_p := \max(p_{ab}) - \min(p_{ab})$ $T_p = 11.299\,\mu m$

Diferentele de pas $\delta_p := (p_a - p_b)$

$$\delta_p = \begin{pmatrix} -0.995 \\ -2.871 \\ -1.282 \\ -1.937 \\ -2.548 \\ -0.872 \\ -0.794 \\ 11.299 \end{pmatrix} \mu m$$

$\delta_{pmax} := \max(\delta_p)$ $\delta_{pmax} = 11.299\,\mu m$

$\delta_{pmin} := \min(\delta_p)$ $\delta_{pmin} = -2.871\,\mu m$

$j := 0..z - 1$

Distantele intre suprafetele portante

in pozitia nominala

$$\Delta_j := \sum_{i=1}^{j} \delta_{p_i} \qquad \Delta = \begin{pmatrix} -3.867 \\ -2.871 \\ -4.153 \\ -6.09 \\ -8.638 \\ -9.51 \\ -10.303 \\ 0.995 \end{pmatrix} \mu m$$

rotite pentru montaj

$$\Delta_j := \Delta_j - \min(\Delta) \qquad \Delta = \begin{pmatrix} 6.437 \\ 7.432 \\ 6.15 \\ 4.214 \\ 1.666 \\ 0.794 \\ 0 \\ 0.995 \end{pmatrix} \mu m$$

$\mathrm{hexmin} := \frac{1}{60} \cdot \mathrm{deg}$

$\mathrm{hexsec} := \frac{1}{60} \mathrm{hexmin}$

$\mathrm{TOL} := 10^{-8}$

renumerotate de la prima pereche in contact

$$\Delta_{rot} := \mathrm{stack}\left(\mathrm{submatrix}\left(\Delta, \mathrm{match}(0,\Delta)_0, z - 1, 0, 0\right), \mathrm{submatrix}\left(\Delta, 0, \mathrm{match}(0,\Delta)_0 - 1, 0, 0\right)\right)$$

$$\Delta_{rot} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.995 \\ 6.437 \\ 7.432 \\ 6.15 \\ 4.214 \\ 1.666 \\ 0.794 \end{pmatrix} \mu m$$

$k := 0..z - 2$

Unghiul de pozitie pentru canelura k

$$\phi_1 := \frac{2\cdot\pi}{z} \qquad \phi_k := \phi_1\cdot(k+1)$$

Rotirea necesara pentru contact pe canelura k

$$\theta_k := \frac{2\cdot\Delta_{rot_{k+1}}}{d_m\cdot mm\cdot\left(1-\cos\left(\phi_k\right)\right)} \qquad \theta = \begin{pmatrix}40.057\\75.868\\51.315\\36.245\\29.092\\19.633\\31.937\end{pmatrix} hexsec$$

Rotirea pentru contact pe doua caneluri

$$\theta_1 := \min(\theta) \qquad \theta_1 = 19.633\,hexsec$$

Eroarea de centrare

$$e_1 := \frac{d_m\cdot mm}{2}\cdot\theta_1 \qquad e_1 = 1.666\,\mu m$$

Deplasarea produsa de rotirea initiala

$$\lambda_{r_k} := \frac{\theta_1\cdot d_m\cdot mm\cdot\left(1-\cos\left(\phi_k\right)\right)}{2} \qquad \lambda_r = \begin{pmatrix}0.488\\1.666\\2.843\\3.331\\2.843\\1.666\\0.488\end{pmatrix}\mu m$$

Distanta ramasa dupa rotirea initiala

$$\Delta_{r1_k} := \Delta_{rot_{k+1}} - \lambda_{r_k} \qquad \Delta_{r1} = \begin{pmatrix}0.508\\4.771\\4.589\\2.819\\1.37\\0\\0.306\end{pmatrix}\mu m$$

Indicele celei de-a doua perechi de caneluri in contact

$$z_2 := \mathrm{match}\left(0,\Delta_{r1}\right)_0 + 1 \qquad z_2 = 6$$

Raza centrului instantaneu de rotatie

$$R_{12} := \frac{d_m\cdot mm}{2\cdot\cos\left(\frac{\phi_1\cdot z_2}{2}\right)} \qquad R_{12} = -24.749\,mm$$

Raza de rotatie pentru suprafata k

$$R_{2_k} := \frac{d_m\cdot mm}{2}\cdot\sqrt{\frac{1}{\cos\left(\frac{\phi_1\cdot z_2}{2}\right)^2} + 1 - 2\cdot\cos\left(\phi_k - \frac{\phi_1\cdot z_2}{2}\right)} \qquad R_2 = \begin{pmatrix}30.311\\22.037\\17.5\\22.037\\30.311\\36.768\\39.131\end{pmatrix} mm$$

Unghiul de pozitie a suprafetei k fata de centrul instantaneu de rotatie

$$\zeta_{2_k} := \operatorname{asin}\left(\frac{\sin\left(\phi_k - \frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)}{\sqrt{1 + \cos\left(\frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)^2 - 2\cdot\cos\left(\frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)\cdot\cos\left(\phi_k - \frac{\phi_1 \cdot z_2}{2}\right)}}\right) \qquad \zeta_2 = \begin{pmatrix} -54.736 \\ -26.565 \\ 0 \\ 26.565 \\ 54.736 \\ 90 \\ 2.396 \times 10^{-14} \end{pmatrix} \mathrm{deg}$$

Rotatia in jurul centrului I necesara pentru contactul suprafetei k

$$\theta_{2_k} := \frac{\Delta_{r1_k}}{R_{2_k}\cdot\cos\left(\zeta_{2_k}\right)}\cdot\left(k \neq z_2 - 1\right) + \pi\cdot\left(k = z_2 - 1\right)_2 = \begin{pmatrix} 5.982 \\ 49.928 \\ 54.085 \\ 29.498 \\ 16.149 \\ 6.48 \times 10^{5} \\ 1.612 \end{pmatrix} \mathrm{hexsec}$$

Rotatia necesara pentru contact pe trei caneluri $\theta_2 := \min\left(\theta_2\right)$ $\theta_2 = 1.612\,\mathrm{hexsec}$

Deplasarea produsa de rotirea finala $\lambda_{2_k} := \theta_2 \cdot R_{2_k}\cdot\cos\left(\zeta_{2_k}\right)\cdot\left(k \neq z_2 - 1\right)$ $\lambda_2 = \begin{pmatrix} 0.137 \\ 0.154 \\ 0.137 \\ 0.154 \\ 0.137 \\ 0 \\ 0.306 \end{pmatrix} \mu\mathrm{m}$

Distanta ramasa dupa rotirea finala $\Delta_{r2_{k+1}} := \Delta_{r1_k} - \lambda_{2_k}$ $\Delta_{r2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.371 \\ 4.617 \\ 4.452 \\ 2.665 \\ 1.233 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \mu\mathrm{m}$

Eroarea de centrare finala $e_2 := \frac{R_{2_6}}{2}\cdot\theta_2$ $e_2 = 0.153\,\mu\mathrm{m}$

Eroarea de centrare totala $e_{ctot} := \sqrt{e_1^{\,2} + e_2^{\,2}}$ $e_{ctot} = 1.673\,\mu\mathrm{m}$

Anexa 5 Repartitia incarcarii pe caneluri cauzata de abateri de pas

$i := 0 .. z-1$

Rigiditatea canelurilor

$$c_F := \frac{E \cdot L \cdot S_1}{e_{tot}} \qquad c_F = 1.77 \times 10^6 \frac{N}{mm}$$

$k := 1 .. 7$

Treptele de deformatie estimate

$$\Delta_{def_k} := \frac{k}{6} \cdot \max(\Delta) \qquad \Delta_{def} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.239 \\ 2.477 \\ 3.716 \\ 4.955 \\ 6.194 \\ 7.432 \\ 8.671 \end{pmatrix} \mu m$$

Cantitatea de contact pe canelura i pentru treapta k de deplasare

$$\lambda_{i,k} := \left(\Delta_{def_k} - \Delta_{r2_i}\right) \cdot \left(\Delta_{def_k} \geq \Delta_{r2_i}\right)$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} 0 & 1.24 & 2.48 & 3.72 & 4.95 & 6.19 & 7.43 & 8.67 \\ 0 & 0.87 & 2.11 & 3.35 & 4.58 & 5.82 & 7.06 & 8.3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.34 & 1.58 & 2.82 & 4.05 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 1.74 & 2.98 & 4.22 \\ 0 & 0 & 0 & 1.05 & 2.29 & 3.53 & 4.77 & 6.01 \\ 0 & 5.34 \times 10^{-3} & 1.24 & 2.48 & 3.72 & 4.96 & 6.2 & 7.44 \\ 0 & 1.24 & 2.48 & 3.72 & 4.95 & 6.19 & 7.43 & 8.67 \\ 0 & 1.24 & 2.48 & 3.72 & 4.95 & 6.19 & 7.43 & 8.67 \end{pmatrix} \mu m$$

Rotirea maxima pentru centrarea interioara

$$\theta_{max} := \frac{2 \cdot \max(\Delta)}{d_m \cdot mm} \qquad \theta_{max} = 87.6\,hexsec$$

Dependenta deplasare/rotire

$$\Delta(\theta) := \frac{d_m \cdot mm \cdot \theta}{2}$$

Functia de rigiditatepentru centrarea interioara

$$T(\theta) := c_F \cdot \frac{d_m \cdot mm}{2} \cdot \sum_{j=0}^{z-1} \left(\Delta(\theta) > \Delta_{rot_j}\right) \cdot \left(\Delta(\theta) - \Delta_{rot_j}\right)$$

Momentul necesar pentru contactul complet pentru centrarea interioara

$$T(\theta_{max}) = 983.916\,N \cdot m$$

Rotirea maxima pentru centrarea interioara

$$\theta_{3max} := \frac{2 \cdot \max(\Delta_{r2})}{d_m \cdot mm} \qquad \theta_{3max} = 54.42\,hexsec$$

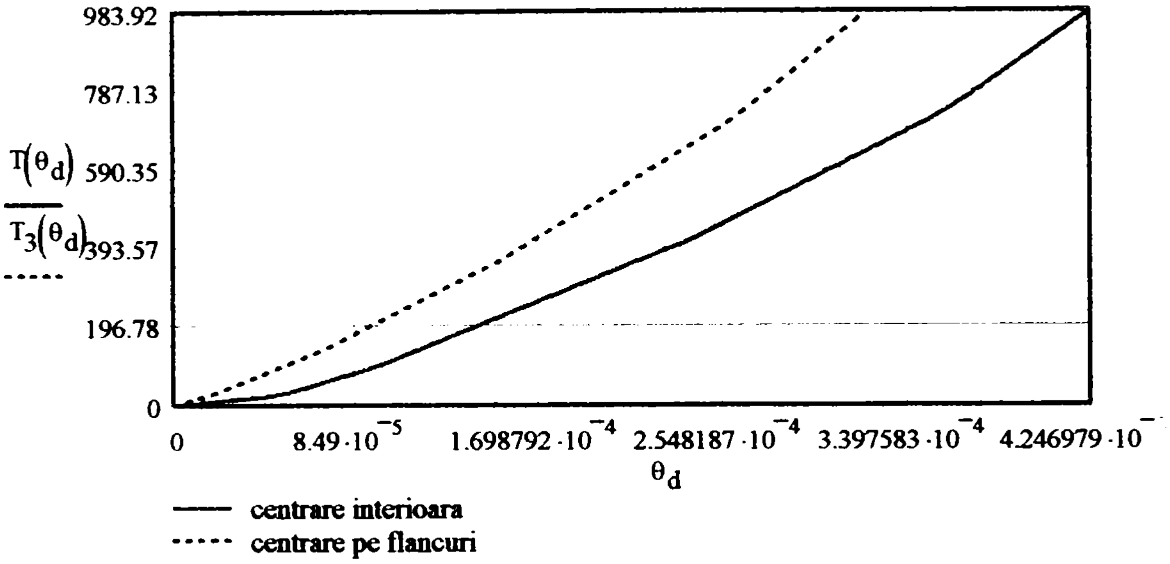
Functia de rigiditate pentru centrarea pe flancuri

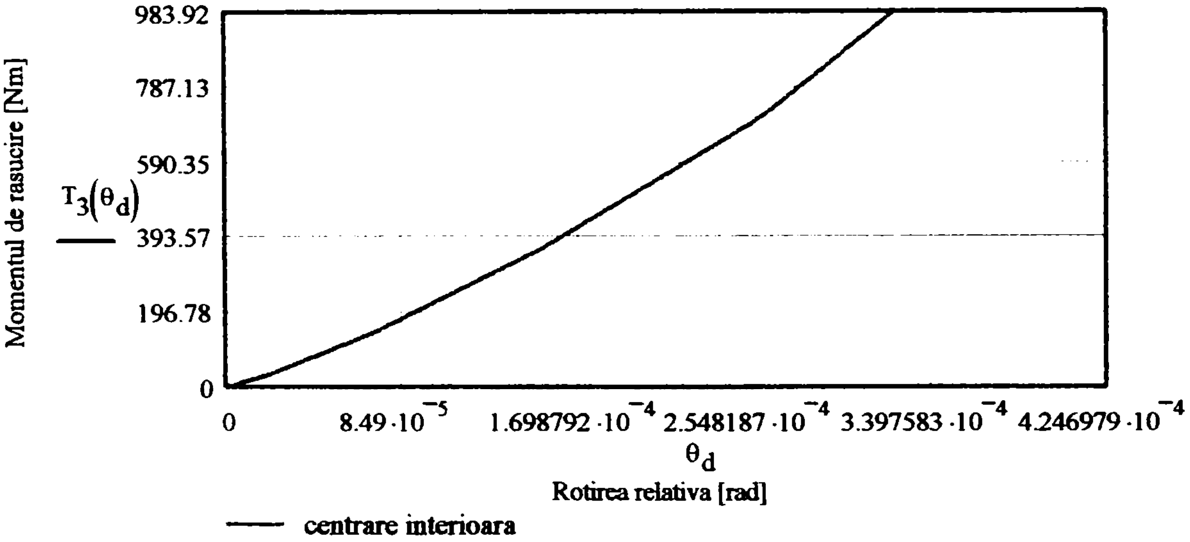
$$T_3(\theta) := c_F \cdot \frac{d_m \cdot mm}{2} \cdot \sum_{j=0}^{z-1} \left(\Delta(\theta) > \Delta_{r2_j}\right) \cdot \left(\Delta(\theta) - \Delta_{r2_j}\right)$$

Momentul necesar pentru contactul complet pentru centrarea pe flancuri

$$T_3(\theta_{3max}) = 730.852\,N \cdot m$$

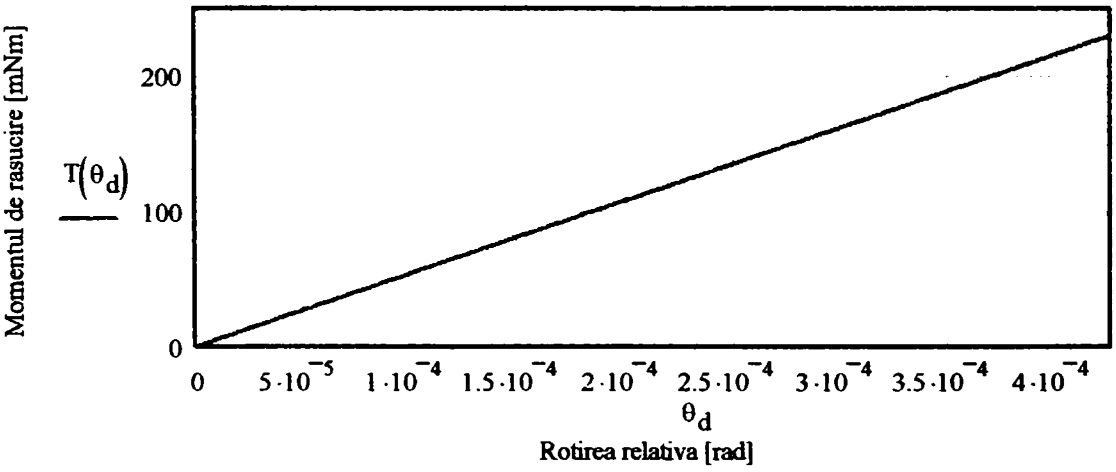
Diagramele de rigiditate pentru imbinari cu centrari diferite





$j := 0..8$

Functia de rigiditate a unei perechi de caneluri $T(\theta) := c_F \cdot \frac{d_m \cdot mm}{2} \cdot \Delta(\theta)$



Anexa 5 Repartitia incarcarii pe caneluri cauzata de abateri de pas

Deformatiile (rotirile) de torsiune ale arborelui si butucului

Diametrul (interior al) arborelui $d := 30mm$

Diametrul butucului $D_b := 40mm$

Lungimea imbinarii (butucului) $L_b := 28mm$

Momentul maxim pe imbinare $T_{max} := 1000N \cdot m$

Modulul de elasticitate transversal $G_a := 83000 \frac{N}{mm^2}$

Momentul de inertie polar al sectiunii trancversale prin arbore $I_{pa} := \frac{\pi \cdot d^4}{32}$

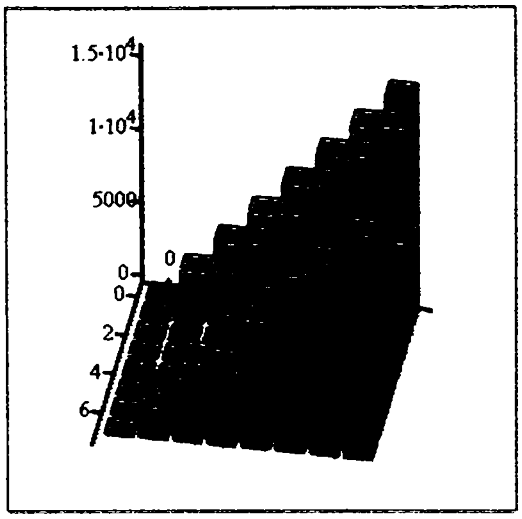
Momentul de inertie polar al sectiunii trancversale prin butuc $I_{pb} := \frac{\pi \cdot \left(D_b{}^4 - d^4\right)}{32}$

Rotirea relativa a sectiunilor transversale prin arbore situate la capetele imbinarii $\phi_a := \frac{T_{max} \cdot L_b}{G_a \cdot I_{pa}}$ $\phi_a = 14.584 hexmin$

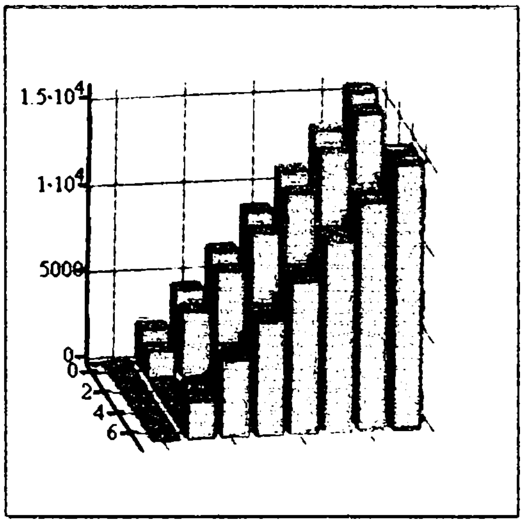
Rotirea relativa a sectiunilor transversale prin arbore situate la capetele imbinarii $\phi_b := \frac{T_{max} \cdot L_b}{G_a \cdot I_{pb}}$ $\phi_b = 6.75 hexmin$

Sarcina pe canelura $F_{i,k} := \lambda_{i,k} \cdot c_F$

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 2192 & 4384 & 6576 & 8769 & 10961 & 13153 & 15345 \\ 0 & 1536 & 3728 & 5920 & 8112 & 10304 & 12497 & 14689 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 598 & 2790 & 4982 & 7174 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 890 & 3082 & 5274 & 7466 \\ 0 & 0 & 0 & 1860 & 4053 & 6245 & 8437 & 10629 \\ 0 & 9 & 2202 & 4394 & 6586 & 8778 & 10970 & 13162 \\ 0 & 2192 & 4384 & 6576 & 8769 & 10961 & 13153 & 15345 \\ 0 & 2192 & 4384 & 6576 & 8769 & 10961 & 13153 & 15345 \end{pmatrix} N$$



F



F

Coeficientul de repartitie a sarcinii pe caneluri $j := 0..7$

$F0_j := F_{j,0}$ $F_{m0} := \text{mean}(F0)$ $F_{m0} = 0\,N$

$F1_j := F_{j,1}$ $F_{m1} := \text{mean}(F1)$ $F_{m1} = 1.015 \times 10^3\,N$ $k_{p_1} := \frac{\max(F1)}{F_{m1}}$ $k_{p_1} = 2.159$

$F2_j := F_{j,2}$ $F_{m2} := \text{mean}(F2)$ $F_{m2} = 2.385 \times 10^3\,N$ $k_{p_2} := \frac{\max(F2)}{F_{m2}}$ $k_{p_2} = 1.838$

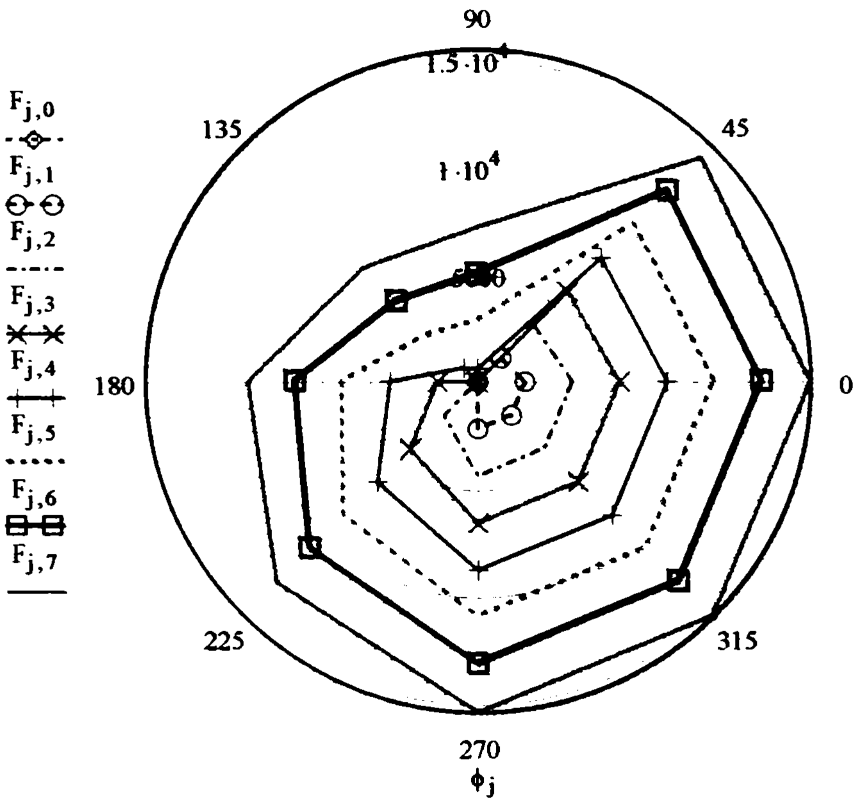
$F3_j := F_{j,3}$ $F_{m3} := \text{mean}(F3)$ $F_{m3} = 3.988 \times 10^3\,N$ $k_{p_3} := \frac{\max(F3)}{F_{m3}}$ $k_{p_3} = 1.649$

$F4_j := F_{j,4}$ $F_{m4} := \text{mean}(F4)$ $F_{m4} = 5.818 \times 10^3\,N$ $k_{p_4} := \frac{\max(F4)}{F_{m4}}$ $k_{p_4} = 1.507$

$F5_j := F_{j,5}$ $F_{m5} := \text{mean}(F5)$ $F_{m5} = 8.01 \times 10^3\,N$ $k_{p_5} := \frac{\max(F5)}{F_{m5}}$ $k_{p_5} = 1.368$

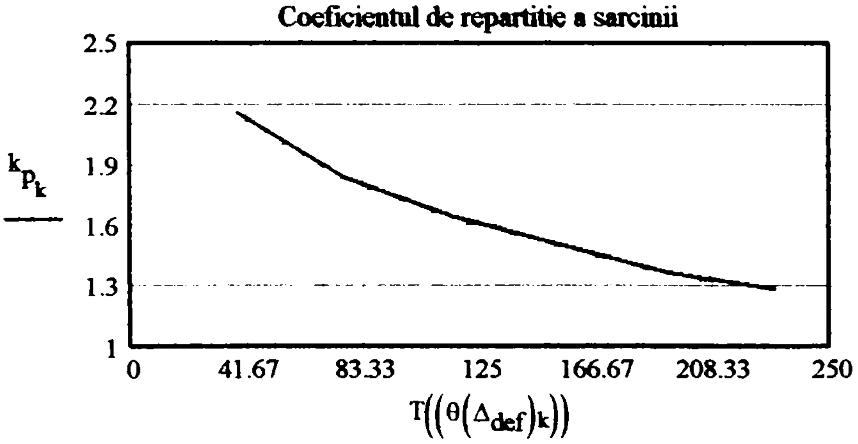
$F6_j := F_{j,6}$ $F_{m6} := \text{mean}(F6)$ $F_{m6} = 1.02 \times 10^4\,N$ $k_{p_6} := \frac{\max(F6)}{F_{m6}}$ $k_{p_6} = 1.289$

$F_{8,k} := F_{0,k}$ $j := 0..8$ $\phi_j := \phi_1 \cdot j$ $\phi_8 := 0$



Repartitia sarcinii pe caneluri

$$\theta(\Delta) := \frac{2\Delta}{d_m \cdot mm}$$



Coeficientul de repartitie a sarcinii

Variatia sarcinii pe caneluri produsa de incarcarea radiala a imbinarii

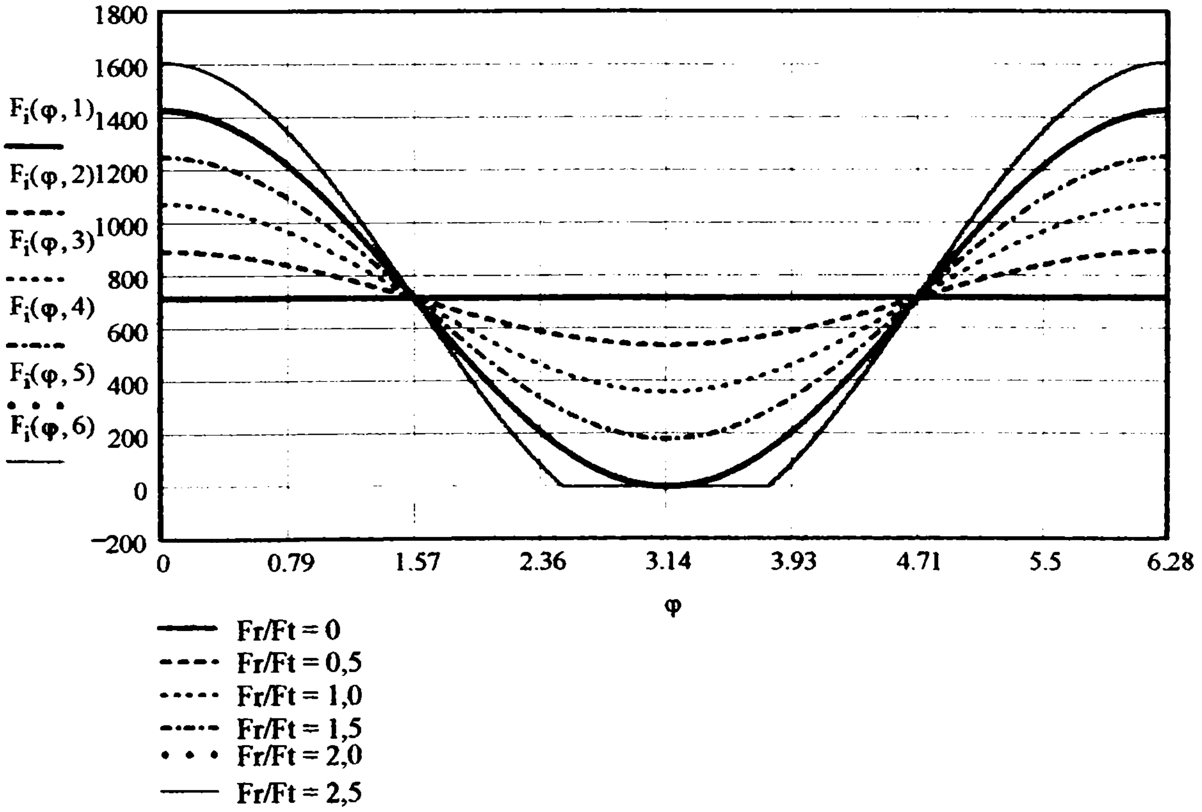
Date initiale

Momentul nominal		$T_n := 100N \cdot m$
Diametrul interior		$d := 32mm$
Diametrul exterior		$D := 38mm$
Latimea canelurii		$b := 6mm$
Numarul de caneluri		$z := 8$
Diametrul minim al degajarilor de rectificare		$d_l := 29.4mm$
Latimea minima a degajarii de rectificare		$f_{min} := 0.15mm$
Tesitura canelurii de pe arbore		$c := 0.3mm$
Racordarea canelurii din butuc		$r := 0.3mm$
Diametrul mediu al imbinarii	$d_m := 0.5(d + D)$	$d_m = 35mm$
Jocul de flanc		$j_f := 0.01mm$
Sarcina medie pe canelura	$F_m := \dfrac{2 \cdot T_n}{z \cdot d_m}$	$F_m = 714.286N$

$i := 1..6$

Sarcina radiala pe imbinare $\quad F_{r_i} := (i-1) \cdot F_m \quad F_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 714.286 \\ 1428.571 \\ 2142.857 \\ 2857.143 \\ 3571.429 \end{pmatrix} N$

Sarcina pe canelura $\quad F_j(\varphi, i) := \left(F_m + F_{r_i} \cdot 2 \cdot \dfrac{\cos(\varphi)}{z}\right) \quad F_i(\varphi, i) := F_j(\varphi, i) \cdot (F_j(\varphi, i) \geq 0)$



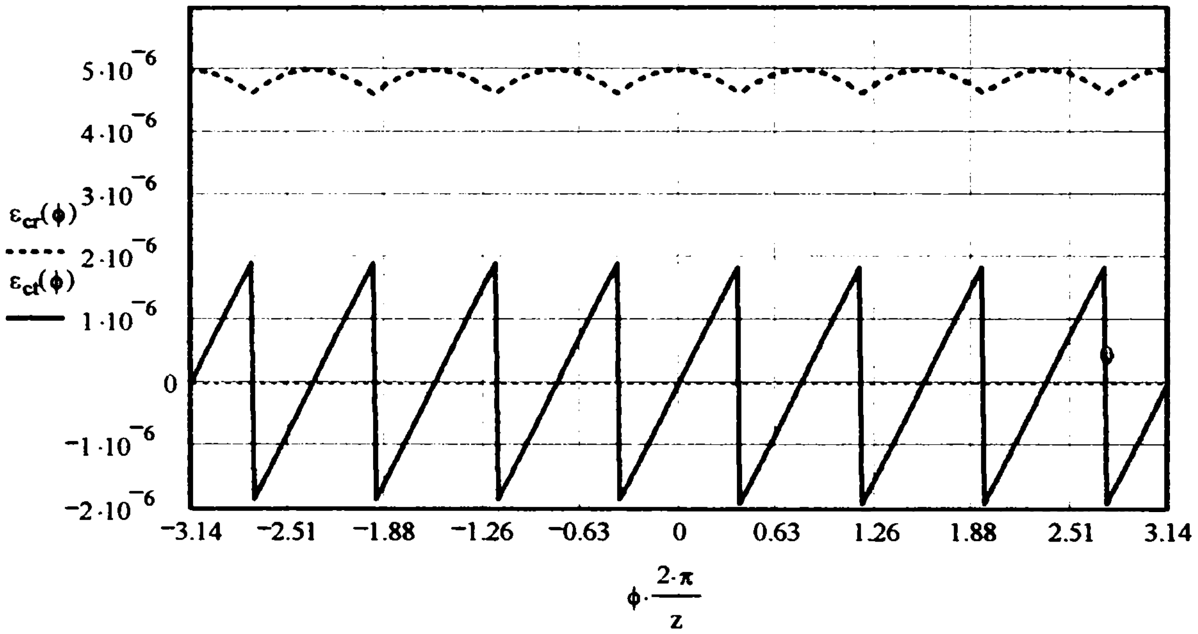
Eroarea de pas produsa de o sarcina pur radiala

Semiunghiul de pas $\phi_c := \frac{\pi}{z}$ $\phi_c = 22.5\,\mathrm{deg}$

$\phi_1(\phi) := 2\phi_c\cdot(\phi - \mathrm{round}(\phi))$

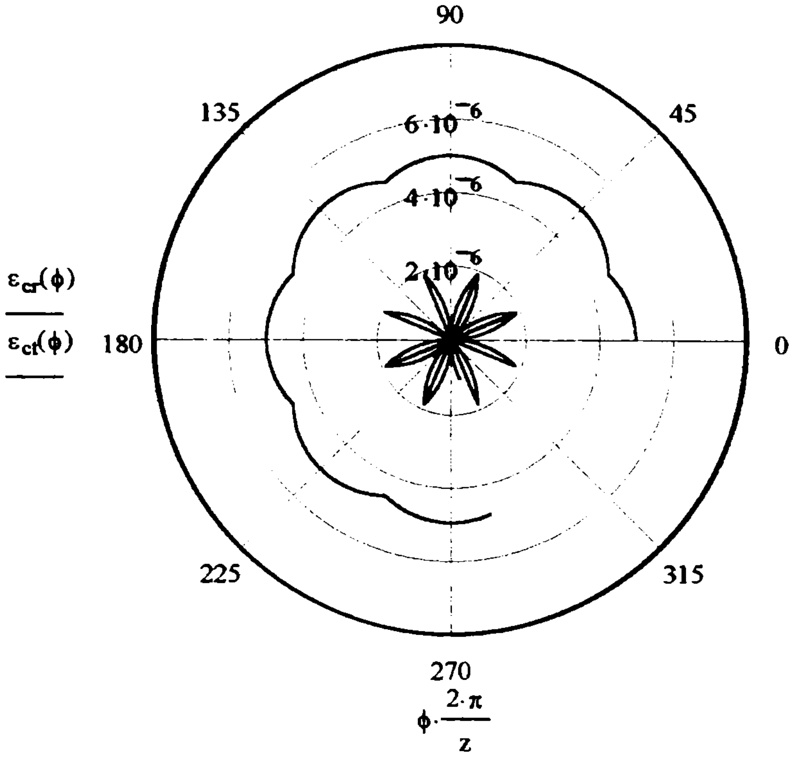
Eroarea de centrare radiala $\varepsilon_{cr}(\phi) := \frac{jf}{2}\cdot\cos(\phi_1(\phi))$

Eroarea de centrare transversala $\varepsilon_{ct}(\phi) := \frac{jf}{2}\cdot\sin(\phi_1(\phi))$



- - - - - eroarea de centrare pe directie radiala

——— eroarea de centrare pe directie tangentiala



Variatia presiunii pe caneluri produsa de solicitarea imbinarii cu moment de rasturnare

Date initiale

Diametrul interior $d := 32\text{mm}$

Diametrul exterior $D := 38\text{mm}$ $\qquad \text{MPa} := 10^6\text{Pa}$

Latimea canelurii $b := 6\text{mm}$

Numarul de caneluri $z := 8$

Diametrul minim al degajarilor de rectificare $d_l := 28.4\text{mm}$

Latimea degajarii de rectificare $f := 1.48\text{mm}$

Tesitura canelurii de pe arbore $c := 0.3\text{mm}$

Racordarea canelurii din butuc $r := 0.3\text{mm}$

Diametrul mediu al imbinarii $d_m := \dfrac{d + D}{2}$ $\qquad d_m = 35\,\text{mm}$

Lungimea butucului $L_b := 1.5 \cdot d$ $\qquad L_b = 48\,\text{mm}$

Momentul de torsiune $T_t := 100\text{N} \cdot \text{m}$

$S_l := \dfrac{D - d}{2} - 2 \cdot c$ $\qquad S_l = 2.4\,\text{mm}$

$i := 1..6$

Momentul de rasturnare $M_{r_i} := 0.1 \cdot (i - 1) \cdot T_t$ $\qquad M_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix} \text{N} \cdot \text{m}$

Presiunea medie produsa de rasucire $p_m := \dfrac{2T_t}{d_m \cdot z \cdot S_l \cdot L_b}$ $\qquad p_m = 6.2\,\text{MPa}$

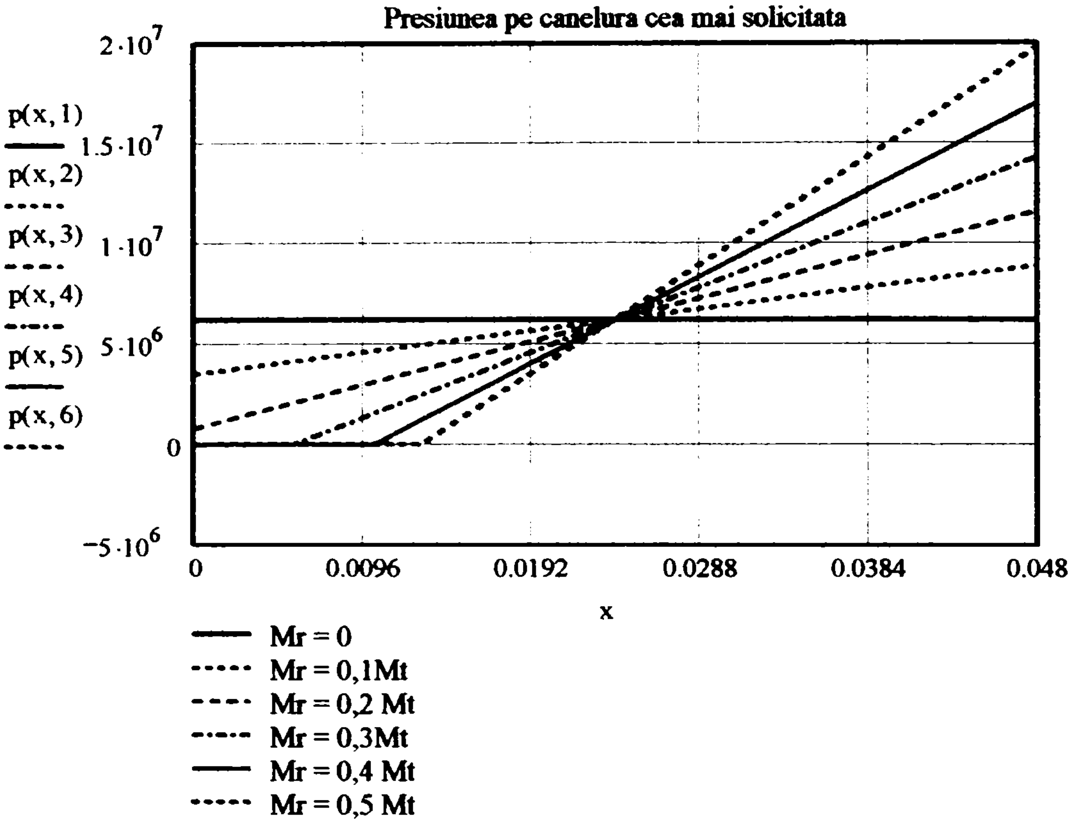
Presiunea maxima produsa de rasturnare $\Delta p_{max_i} := \dfrac{12 \cdot M_{r_i}}{z \cdot S_l \cdot L_b^{\,2}}$

Variaita presiunii pe lungimea imbinarii, pe canelura cea mai solicitata, pentru diferite momente de rasturnare

$$p(x, i) := \frac{\left[p_m + \left(\frac{2 \cdot x}{L_b} - 1\right) \cdot \Delta p_{max_i}\right] + \left|p_m + \left(\frac{2 \cdot x}{L_b} - 1\right) \cdot \Delta p_{max_i}\right|}{2}$$

Anexa 7

Variatia presiunii pe caneluri produsa de solicitarea imbinarii cu moment de rasturnare



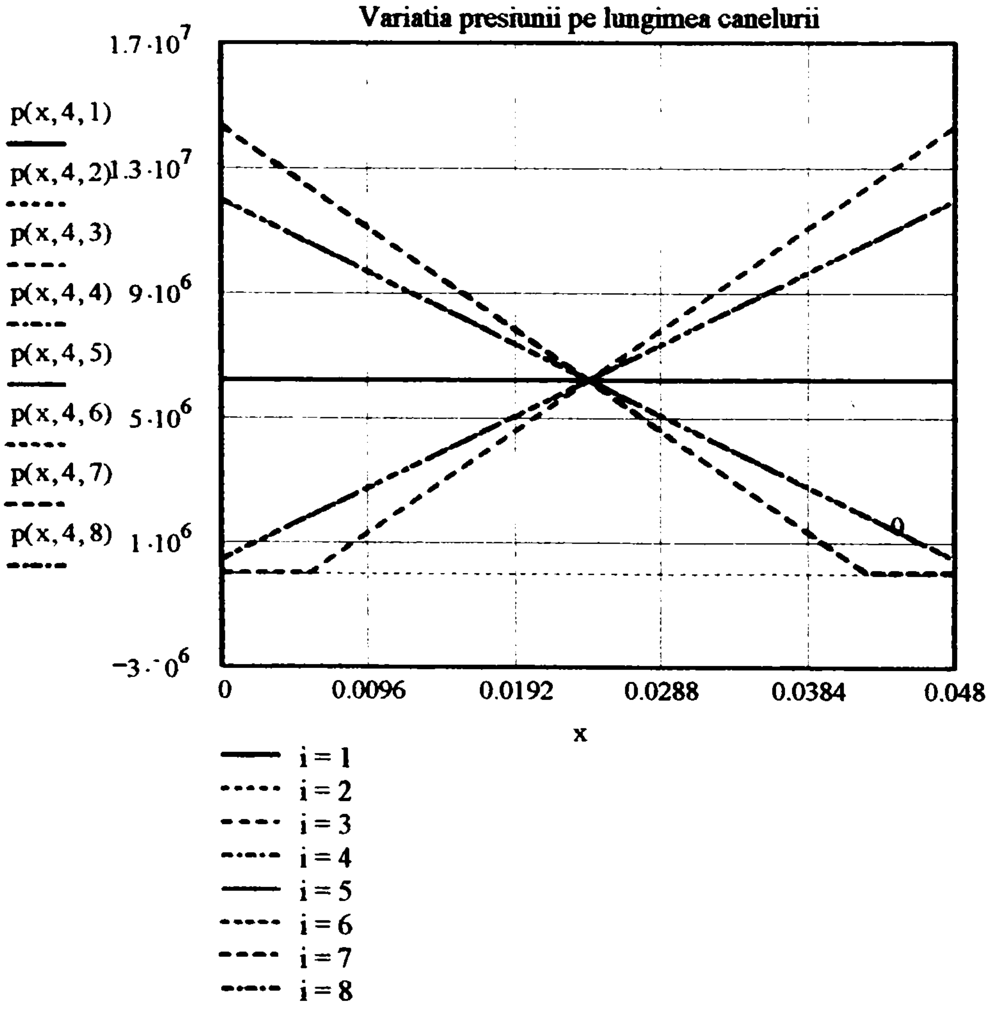
Indicele canelurii

$$k := 1..z + 1$$

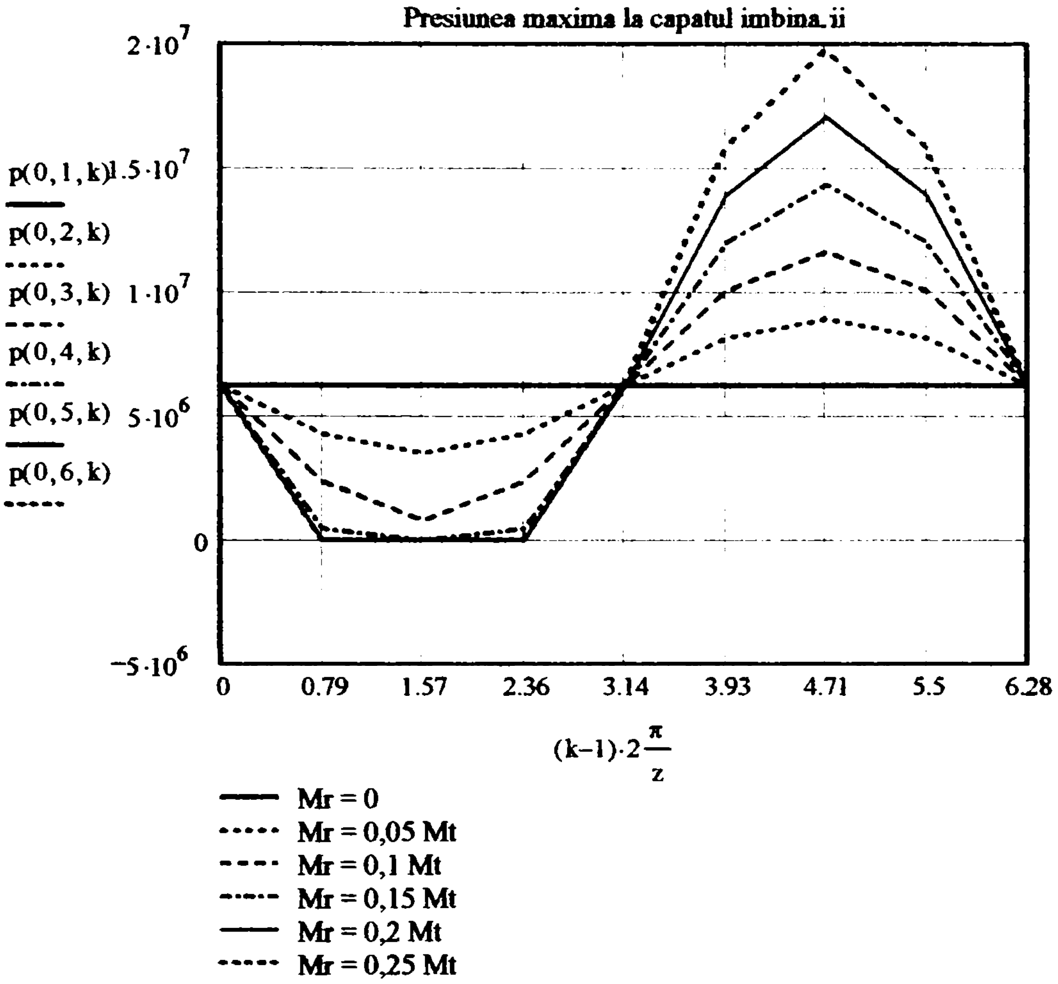
Variaita presiunii pe lungimea imbinarii, pe caneluri, pentru Mr = 0,3 T

$$p(x,i,k) := p_m + \left(\frac{2\cdot x}{L_b} - 1\right)\cdot\Delta p_{max_i}\cdot\sin\left[(k-1)\cdot\frac{2\cdot\pi}{z}\right]$$

$$p(x,i,k) := p(x,i,k)\cdot(p(x,i,k) \geq 0)$$

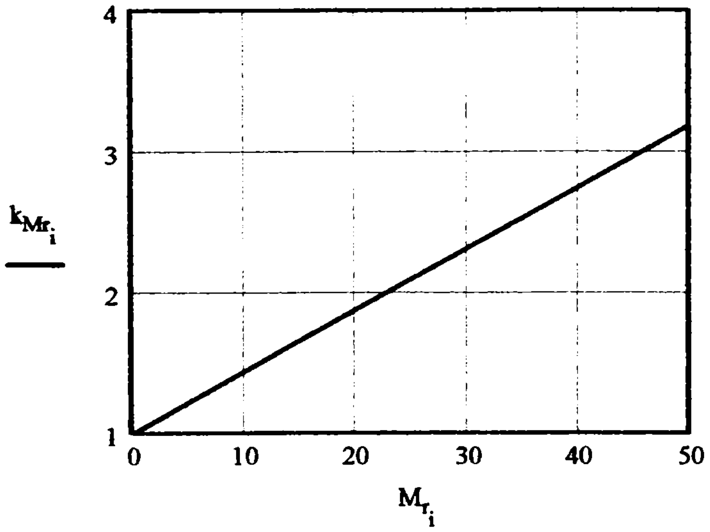


Anexa 7
Variatia presiunii pe caneluri produsa de solicitarea imbinarii cu moment de rasturnare



Presiunea maxima (la capatul imbinarii) $p_{max_i} := p_m + \Delta p_{max_i}$

Coeficientul de repartitie a sarcinii produsa de momentul de rasturnare $k_{Mr_i} := \frac{p_{max_i}}{p_m}$



$$k_{Mr} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.438 \\ 1.875 \\ 2.313 \\ 2.75 \\ 3.187 \end{pmatrix}$$

Anexa 7

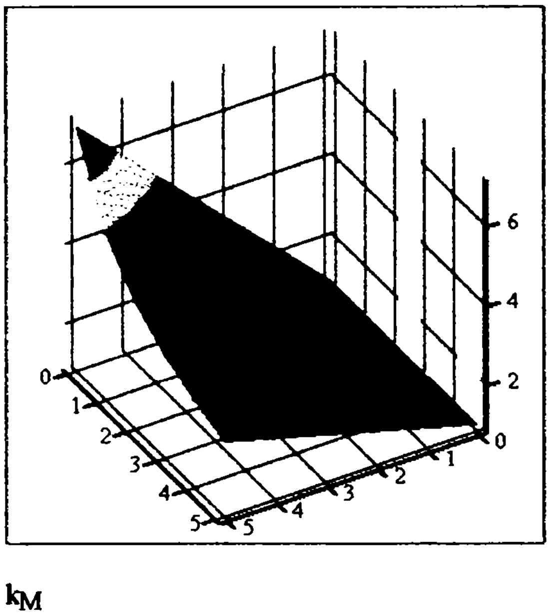
Variatia presiunii pe caneluri produsa de solicitarea imbinarii cu moment de rasturnare

Coeficientul de repartitie pentru diferite lungimi ale imbinarii

Lungimea (butucului) imbinarii $j := 1..6$ $Lb_j := (0.25 + 0.25\cdot j)\cdot d_m$ $Lb = \begin{pmatrix} 17.5 \\ 26.25 \\ 35 \\ 43.75 \\ 52.5 \\ 61.25 \end{pmatrix}$ mm

Coeficientul de repartitie $kM_{i,j} := 1 + \frac{6\cdot M_{r_i}\cdot d_m}{T_t\cdot Lb_j}$

$$kM = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2.2 & 1.8 & 1.6 & 1.48 & 1.4 & 1.343 \\ 3.4 & 2.6 & 2.2 & 1.96 & 1.8 & 1.686 \\ 4.6 & 3.4 & 2.8 & 2.44 & 2.2 & 2.029 \\ 5.8 & 4.2 & 3.4 & 2.92 & 2.6 & 2.371 \\ 7 & 5 & 4 & 3.4 & 3 & 2.714 \end{pmatrix}$$



Presiunea medie in functie de lungimea imbinarii

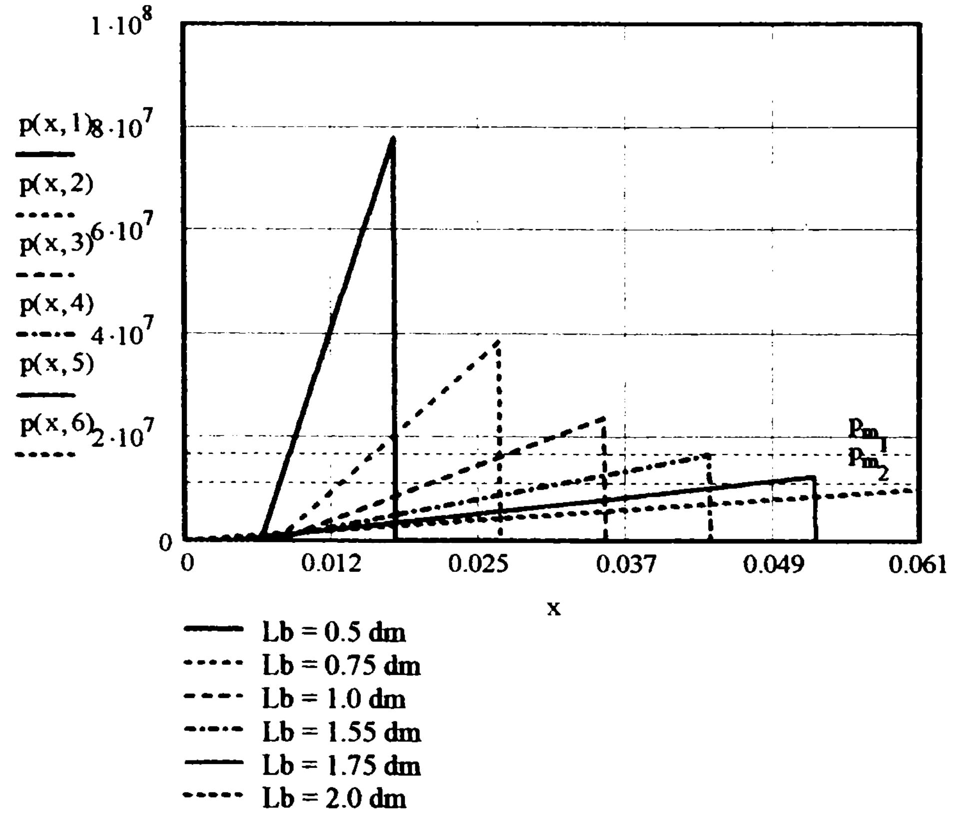
$$pm_j := \frac{2T_t}{d_m\cdot z\cdot S_l\cdot Lb_j}$$

Variatia presiunii produsa de momentul de rasturnare

$$\Delta p_{max_{i,j}} := \frac{12\cdot M_{r_i}}{z\cdot S_l\cdot\left(Lb_j\right)^2}$$

Legea de variatie a presiunii pe lungimea imbinarii

$$p(x,j) := \frac{\left[pm_j + \left(\frac{2\cdot x}{Lb_j} - 1\right)\cdot\Delta p_{max_{4,j}}\right] + \left|pm_j + \left(\frac{2\cdot x}{Lb_j} - 1\right)\cdot\Delta p_{max_{4,j}}\right|}{2}\cdot\left(0 \le x \le Lb_j\right)$$



Variatia presiunii pe lungimea imbinarilor prin caneluri dreptunghiulare

In exemplul de calcul ce urmeaza s-a folosit imbinarea standardizata cu urmatoarele dimensiuni

Diametrul interior	$d := 32mm$	
Diametrul exterior	$D := 38mm$	
Latimea canelurii	$b := 6mm$	
Numarul de caneluri	$z := 8$	
Diametrul minim al degajarilor de rectificare	$d_1 := 29.4mm$	
Latimea degajarii de rectificare	$f_{min} := 0.15mm$	
Tesitura canelurii de pe arbore	$c := 0.3mm$	
Racordarea canelurii din butuc	$r := 0.3mm$	
Diametrul mediu al imbinarii	$d_m := \frac{d+D}{2}$	$d_m = 35\,mm$
Lungimea (butucului) imbinarii	$L_b := 50mm$	
Inaltimea zonei de contact	$S_1 := 0.5\cdot(D-d) - 2\cdot c$	$S_1 = 2.4\,mm$

$MPa := 10^6 Pa$ $\mu m := 10^{-3} mm$

Rugozitatea flancurilor canelurilor:

- arborelui;	$R_{aa} := 1.6\mu m$
- butucului	$R_{ab} := 1.6\mu m$

Materialele pieselor componente ale imbinarii

Arborele: Otel aliat de imbunatatire

Modulul de elasticitate	$E_a := 2.15\cdot 10^5 MPa$
Microduritatea suprafetei	$HV_a := 2000MPa$
Coeficientul contractiei transversale (Poisson)	$\nu_a := 0.3$

Butucul: Otel aliat de imbunatatire

Modulul de elasticitate	$E_b := 2.15\cdot 10^5 MPa$	
Microduritatea suprafetei	$HV_b := 2000MPa$	
Coeficientul contractiei transversale (Poisson)	$\nu_b := 0.3$	
Momentul de rasucire aplicat imbinarii	$T_r := 100N\cdot m$	
Presiunea medie in imbinare	$p_{med} := \frac{2\cdot T_r}{z\cdot d_m\cdot S_1\cdot L_b}$	$p_{med} = 5.952\,MPa$

Geometria imbinarii

In functie de dimensiunile standardizate ale imbinarii se calculeaza:

racordarea degajarii de rectificare $r_d := \frac{d^2 - d_1^2}{4 \cdot (d_1 - b)}$ $r_d = 1.706\,\mathrm{mm}$

semiunghiurile la centru corespunzatoare latimii canelurii :

pe diametrul interior $\gamma_d := \mathrm{asin}\left(\frac{b}{d}\right)$ $\gamma_d = 10.807\,\mathrm{deg}$

pe diametrul mediu $\gamma_m := \mathrm{asin}\left(\frac{b}{d_m}\right)$ $\gamma_m = 9.871\,\mathrm{deg}$

pe diametrul exterior $\gamma_D := \mathrm{asin}\left(\frac{b}{D}\right)$ $\gamma_D = 9.085\,\mathrm{deg}$

semiunghiul la centru corespunzator fatetei de centrare:

pe diametrul interior $\gamma_Q := \mathrm{asin}\left(\frac{f_{min}}{d}\right)$ $\gamma_Q = 0.269\,\mathrm{deg}$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

Punctul de contact de ordonata maxima $y_{Pa} := \frac{D}{2} \cdot \cos(\gamma_D) - c$ $y_{Pa} = 18.462\,\mathrm{mm}$

Punctul de contact de ordonata minima $y_{Na} := \frac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) + c$ $y_{Na} = 16.016\,\mathrm{mm}$

Punctul limita al flancului rectiliniu $y_{Ma} := \frac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d)$ $y_{Ma} = 15.716\,\mathrm{mm}$

Punctul de contact pe cercul de diametru mediu $y_{ma} := \frac{d_m}{2} \cdot \cos(\gamma_m)$ $y_{ma} = 17.241\,\mathrm{mm}$

Punctul de ordonata minima $y_{min} := \frac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) - \frac{r_d}{2}$ $y_{min} = 14.863\,\mathrm{mm}$

Latimea canelurii $s_1 := b$ $s_1 = 6\,\mathrm{mm}$ $s_{2a}(y) := b + 2 \cdot r_d - 2 \cdot \sqrt{r_d^2 - \left(\frac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) - y\right)^2}$

$$s_a(y) := s_1 \cdot (y \ge y_{Na}) + s_{2a}(y) \cdot (y < y_{Na})$$

Functiile de eforturi

pentru grinda reala

pentru zona in care exista contact pentru zona fara contact

Momentul incovoietor geometric $M_{ia1}(y) := \frac{(y_{Pa} - y)^2}{2}$ $M_{ia2}(y) := (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2} - y\right)$

Forta taietoare geometrica $F_{ta1}(y) := y_{Pa} - y$ $F_{ta2}(y) := y_{Pa} - y_{Na}$

$$M_{ia}(y) := M_{ia1}(y) \cdot (y > y_{Na}) + M_{ia2}(y) \cdot (y < y_{Na})$$

$$F_{ta}(y) := F_{ta1}(y) \cdot (y > y_{Na}) + F_{ta2}(y) \cdot (y < y_{Na})$$

-pentru grinda conjugata

$m_{ia}(y) := (y < y_{ma}) \cdot \left[\left(\frac{d_m}{2} \cdot \cos(\gamma_m) - y\right) \cdot \cos(\gamma_m) + \frac{b}{2} \cdot \sin(\gamma_m)\right]$ $f_{ta}(y) := \cos(\gamma_m) \cdot (y < y_{ma})$

Elasticitatea la incovoiere
$$e_{ai} := \int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{12 \cdot M_{ia}(y) \cdot m_{ia}(y)}{s_a(y)^3}\, dy \qquad e_{ai} = 0.764\,mm$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale
$$e_{at} := 2.4 \cdot (1 + \nu_a) \cdot \int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{F_{ta}(y) \cdot f_{ta}(y)}{s_a(y)}\, dy \qquad e_{at} = 2.568\,mm$$

Elasticitatea canelurii de pe arbore
$$e_a := e_{ai} + e_{at} \qquad e_a = 3.332\,mm$$

Deformatia medie a canelurii de pe arbore
$$\delta_a := e_a \cdot \frac{p_{med}}{E_a} \qquad \delta_a = 0.092253\,\mu m$$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc

Utilizam un sistem de axe similar cu cel de la arbore, dar rotit cu π/z

$$y_{Nb} := \frac{d}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_d\right) + c \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Nb} = 15.945\,mm$$

$$y_{Pb} := \frac{D}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_D\right) - c \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Pb} = 18.204\,mm$$

$$y_{max} := y_{Pb} + r \cdot \left(\frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right) \qquad y_{max} = 18.24\,mm$$

$$z_{Pb} := \frac{D}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_D\right) + c \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad z_{Pb} = 4.523\,mm$$

$$y_{mb} := \frac{d_m}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) \qquad y_{mb} = 17.077\,mm$$

latimea canelurii din butuc in zona - 1 rectilinie - 2 de racordare

$$s_{b1}(y) := 2 \cdot y \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right) - \frac{b}{\cos\left(\frac{\pi}{z}\right)} \qquad s_{b2}(y) := 2 \cdot \left[z_{Pb} + r \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z}\right) - \sqrt{r^2 - \left(y - y_{Pb} + r \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right)^2}\right]$$

$$s_b(y) := s_{b1}(y) \cdot (y > y_{Na}) + s_{b2}(y) \cdot (y < y_{Na})$$

Functiile de eforturi pentru grinda reala

Momentul incovoietor geometric
$$M_{ib1}(y) := \frac{y - y_{Nb}}{2} \cdot \left[(y - y_{Nb}) - s_{b1}\left(\frac{y + y_{Nb}}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right)\right]$$

$$M_{ib2}(y) := (y_{Pb} - y_{Nb}) \cdot \left[\left(y - \frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right) - \frac{s_{b1}\left(\frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right)}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right)\right]$$

Forta normala geometrica
$$F_{nb1}(y) := (y - y_{Nb}) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad F_{nb2}(y) := (y_{Pb} - y_{Nb}) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right)$$

Forta taietoare geometrica
$$F_{tb1}(y) := y - y_{Nb} \qquad F_{tb2}(y) := y_{Pb} - y_{Nb}$$

$$M_{ib}(y) := M_{ib1}(y) \cdot (y_{Nb} \le y < y_{Pb}) + M_{ib2}(y) \cdot (y_{Pb} \le y \le y_{max})$$

$$F_{nb}(y) := F_{nb1}(y) \cdot (y < y_{Pb}) + F_{nb2}(y) \cdot (y > y_{Pb})$$

$$F_{tb}(y) := F_{tb1}(y) \cdot (y < y_{Pb}) + F_{tb2}(y) \cdot (y > y_{Pb})$$

pentru grinda conjugata

$$m_{ib}(y) := (y - y_{mb}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) - \frac{s_{b1}(y_{mb})}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) \qquad f_{tb}(y) := \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

$$f_{nb}(y) := \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

Elasticitatea la incovoiere $e_{bi} := \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{12\cdot M_{ib}(y)\cdot m_{ib}(y)}{s_b(y)^3}\,dy$ $e_{bi} = 0.009\,mm$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $e_{bt} := 2.4\cdot(1+\nu_b)\cdot\int_{y_{mb}}^{y_{Pb}} \frac{F_{tb1}(y)\cdot f_{tb}(y)}{s_b(y)}\,dy$ $e_{bt} = 0.713\,mm$

Elasticitatea la deformatii de compresiune $e_{bn} := \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{F_{nb1}(y)\cdot f_{nb}(y)}{s_b(y)}\,dy$ $e_{bn} = 0.022\,mm$

Elasticitatea totala a canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bt} + e_{bn}$ $e_b = 0.744\,mm$

Deformatia medie a canelurii din butuc $\delta_{but} := e_b\cdot\frac{p_{med}}{E_b}$ $\delta_{but} = 0.020602\,\mu m$

Elasticitatea insumata a elementelor imbinarii $e_{def} := e_a + e_b$ $e_{def} = 4.076\,mm$

Deformatia medie insumata $\delta_{def} := e_{def}\cdot\frac{p_{med}}{E_b}$ $\delta_{def} = 0.112854\,\mu m$

Rigiditatea de contact

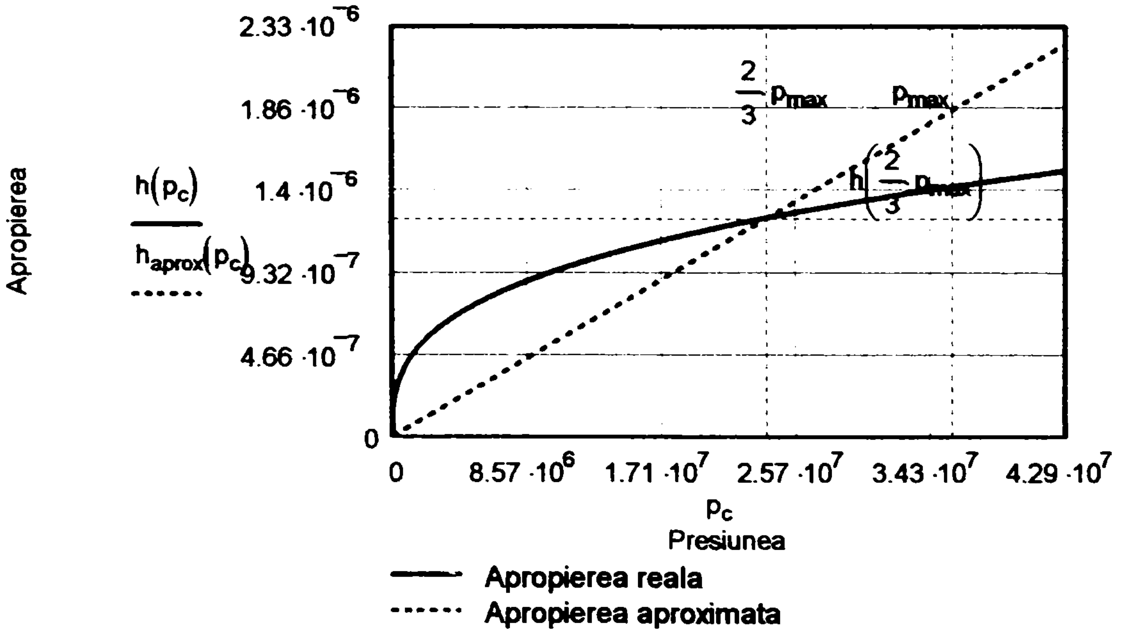
Presiunea maxima estimata $p_{max} := 6\cdot p_{med}$ $p_{max} = 35.714\,MPa$

Apropierea suprafetelor de contact
datorita deformatiei rugozitatilor $h(p) := 3.4\cdot R_a\cdot\left(\frac{p}{HV}\right)^{\frac{1}{3}}$ $h(p_{max}) = 1.422\,\mu m$

Elasticitatea geometrica de contact $e_c := h\left(\frac{2\cdot p_{max}}{3}\right)\cdot\frac{3\cdot E_a}{2\cdot p_{max}}$ $e_c = 11.217\,mm$

Elasticitatea geometrica de contact $e_{tot} := e_{def} + e_c$ $e_{tot} = 15.293\,mm$

Apropierea aproximativa (liniara)
a suprafetelor de contact
datorita deformatiei rugozitatilor $h_{aprox}(p) := h\left(\frac{2\cdot p_{max}}{3}\right)\cdot\frac{3\cdot p}{2\cdot p_{max}}$



Anexa 8 Variatia presiunii pe lungimea canelurilor dreptunghiulare

Numarul de caneluri in contact $z_c := z$

Influenta diametrului exterior al butucului asupra repartitiei presiunii

Gama de diametre ale butucului $i := 1 .. 6 \quad d_{b_i} := (1.2 + 0.1 \cdot i) \cdot d$

$$d_b = \begin{pmatrix} 41.6 \\ 44.8 \\ 48 \\ 51.2 \\ 54.4 \\ 57.6 \end{pmatrix} \text{mm}$$

Rigiditatea relativa a canelurilor fata de arbore si butuc

$$\mu_i := \sqrt{16 \cdot z_c \cdot \frac{d_m^{\ 2} \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}{\pi \cdot e_{tot}} \cdot (1 + \nu_a) \cdot \left[\frac{1}{d^4} + \frac{1}{\left(d_{b_i}\right)^4 - D^4} \right]} \qquad \mu = \begin{pmatrix} 0.146 \\ 0.123 \\ 0.115 \\ 0.11 \\ 0.107 \\ 0.105 \end{pmatrix} \text{mm}^{-1}$$

Ponderea rigiditatii arborelui in rigiditatea totala a imbinarii

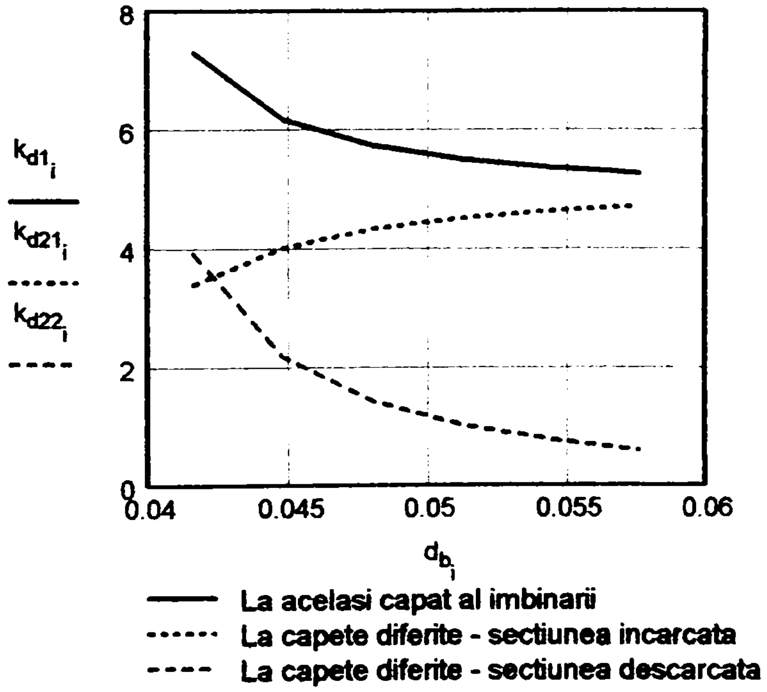
$$\lambda_i := \frac{d^4}{d^4 + \left(d_{b_i}\right)^4 - D^4} \qquad \lambda = \begin{pmatrix} 0.535 \\ 0.351 \\ 0.245 \\ 0.18 \\ 0.136 \\ 0.105 \end{pmatrix}$$

Coeficientul de distributie a presiunii

pentru aplicarea momentelor de rasucire la arbore si butuc la acelasi capat al imbinarii

pentru aplicarea momentelor de rasucire la arbore si butuc la capetele diferite ale imbinarii

$$k_{d1_i} := \mu_i \cdot L_b \cdot \frac{\cosh(\mu_i \cdot L_b)}{\sinh(\mu_i \cdot L_b)} \quad k_{d21_i} := \mu_i \cdot L_b \cdot \frac{(1 - \lambda_i) \cdot \cosh(\mu_i \cdot L_b) + \lambda_i}{\sinh(\mu_i \cdot L_b)} \quad k_{d22_i} := \mu_i \cdot L_b \cdot \frac{1 - \lambda_i + \lambda_i \cdot \cosh(\mu_i \cdot L_b)}{\sinh(\mu_i \cdot L_b)}$$



$$k_{d1} = \begin{pmatrix} 7.297 \\ 6.171 \\ 5.726 \\ 5.492 \\ 5.35 \\ .2 \end{pmatrix}$$

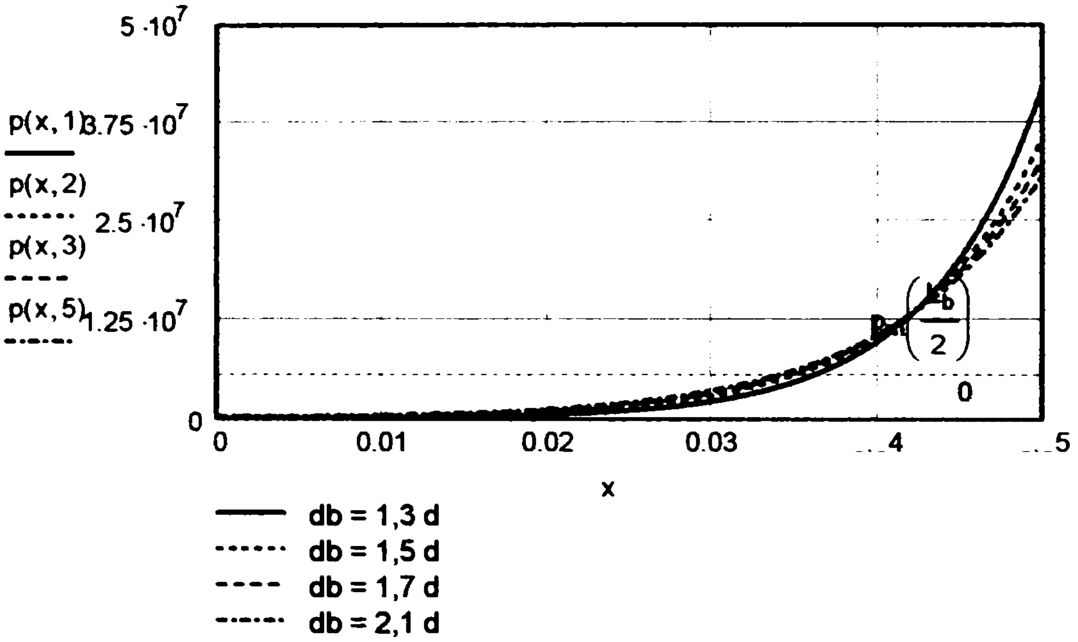
$$k_{d21} = \begin{pmatrix} 3.395 \\ 4.017 \\ .33 \\ 4.513 \\ 4.631 \\ 4.711 \end{pmatrix} \qquad k_{d22} = \begin{pmatrix} 3.912 \\ 2.18 \\ 1.434 \\ 1.024 \\ 0.771 \\ 0.602 \end{pmatrix}$$

Variatia presiunii pe lungimea butucului, (parametru, diametrul exterior al butucului), pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj minim

$$p(x,i) := \frac{2\cdot T_r\cdot \mu_i\cdot \cosh(\mu_i\cdot x)}{d_m\cdot z\cdot (y_{Pa}-y_{Na})\cdot \sinh(\mu_i\cdot L_b)} \qquad p(L_b,1) = 42.629\,\text{MPa}$$

Presiunea medie

$$p_m(x) := \frac{2\cdot T_r}{d_m\cdot z\cdot (y_{Pa}-y_{Na})\cdot L_b} \qquad p_m(0) = 5.842\,\text{MPa}$$



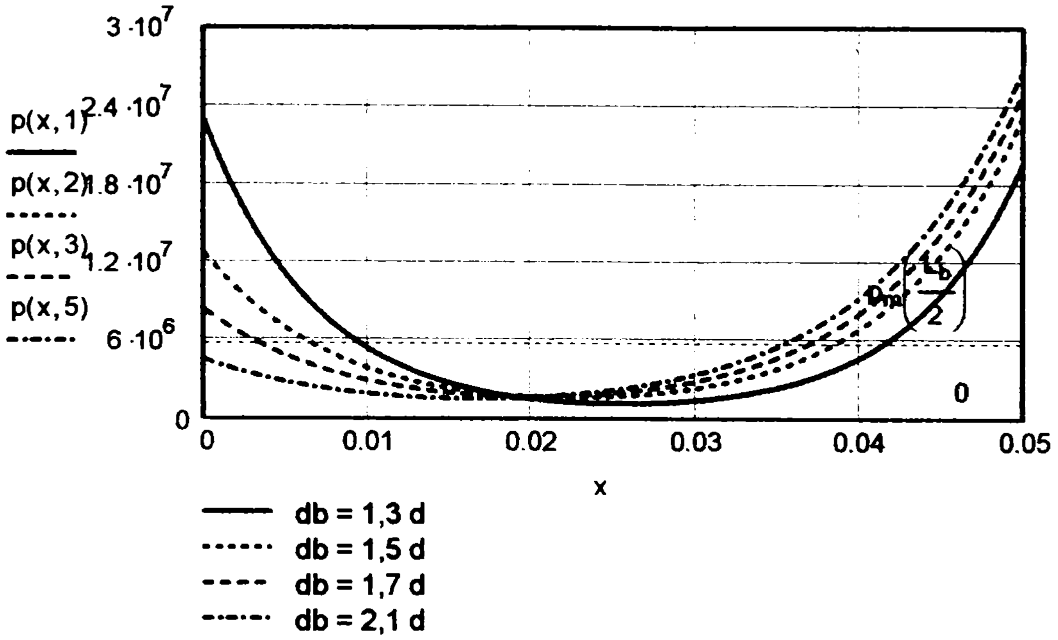
Variatia presiunii de contact pe lungimea butucului, (parametru, diametrul exterior al butucului), pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj maxim

$$p(x,i) := \frac{2\cdot T_r\cdot \mu_i\cdot\left[(1-\lambda_i)\cdot \cosh(\mu_i\cdot x) + \lambda_i\cdot \cosh(\mu_i\cdot L_b - \mu_i\cdot x)\right]}{d_m\cdot z\cdot (y_{Pa}-y_{Na})\cdot \sinh(\mu_i\cdot L_b)}$$

$$p_m(x) := \frac{2\cdot T_r}{d_m\cdot z\cdot (y_{Pa}-y_{Na})\cdot L_b} \qquad p_m\left(\frac{L_b}{2}\right) = 5.842\,\text{MPa}$$

$p(L_b,i) =$

42.629	MPa
36.052	
33.449	
32.081	
31.256	
30.716	



Variatia presiunii in functie de lungimea butucului

Lungimea butucului $j := 1..6$ $L_{but_j} := (0.3 + 0.2 \cdot j) \cdot d$ $L_{but} = \begin{pmatrix} 16 \\ 22.4 \\ 28.8 \\ 35.2 \\ 41.6 \\ 48 \end{pmatrix} mm$

Diametrul butucului $d_{but} := 1.5 \cdot d$ $d_{but} = 48\,mm$

Rigiditatea relativa a canelurilor fata de arbore si butuc

$$\mu_1 := \sqrt{16 \cdot z \cdot \frac{d_m^{\,2} \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}{\pi \cdot e_{tot}} \cdot (1 + \nu_b) \cdot \left(\frac{1}{d^4} + \frac{1}{d_{but}^{\,4} - D^4}\right)} \qquad \mu_1 = 0.115\,mm^{-1}$$

Ponderea rigiditatii arborelui in rigiditatea totala a imbinarii

$$\lambda_1 := \frac{d^4}{d^4 + d_{but}^{\,4} - D^4} \qquad \lambda_1 = 0.245$$

Coeficientul de distributie a presiunii

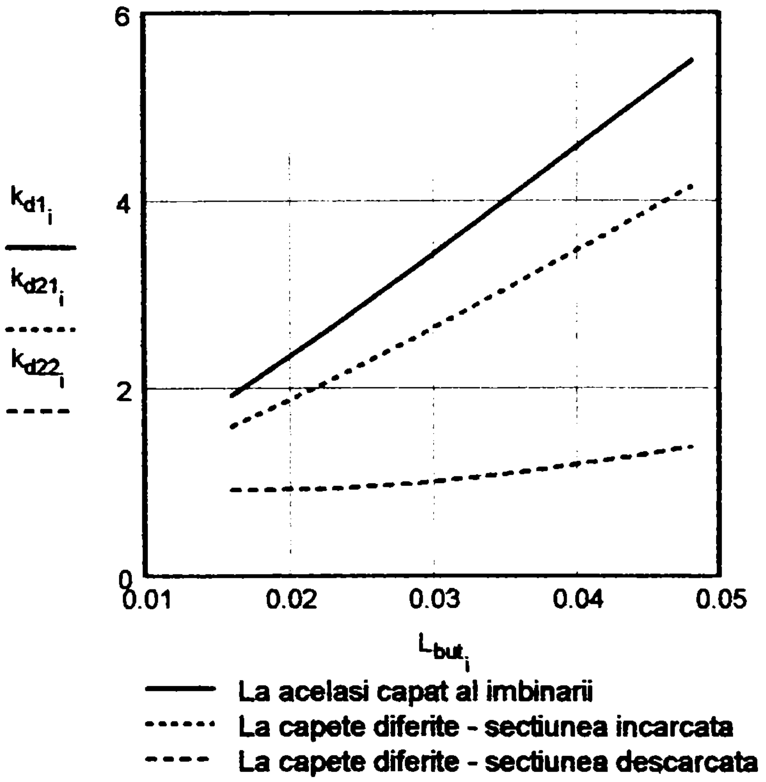
pentru aplicarea momentelor de rasucire la arbore si butuc la acelasi capat al imbinarii

$$k_{d1_j} := \mu_1 \cdot L_{but_j} \cdot \frac{\cosh\left(\mu_1 \cdot L_{but_j}\right)}{\sinh\left(\mu_1 \cdot L_{but_j}\right)}$$

pentru aplicarea momentelor de rasucire la arbore si butuc la capetele diferite ale imbinarii

$$k_{d21_i} := \mu_1 \cdot L_{but_i} \cdot \frac{(1 - \lambda_1) \cdot \cosh\left(\mu_1 \cdot L_{but_i}\right) + \lambda_1}{\sinh\left(\mu_1 \cdot L_{but_i}\right)}$$

$$k_{d22_i} := \mu_1 \cdot L_{but_i} \cdot \frac{(1 - \lambda_1) + \lambda_1 \cdot \cosh\left(\mu_1 \cdot L_{but_i}\right)}{\sinh\left(\mu_1 \cdot L_{but_i}\right)}$$



$$k_{d1} = \begin{pmatrix} 1.9\_9 \\ 2.596 \\ 3.307 \\ 4.033 \\ 4.765 \\ 5.497 \end{pmatrix}$$

$$k_{d21} = \begin{pmatrix} 1.603 \\ 2.056 \\ 2.555 \\ 3.079 \\ 3.615 \\ 4.159 \end{pmatrix} \qquad k_{d22} = \begin{pmatrix} 0.928 \\ 0.937 \\ 0.996 \\ 1.098 \\ 1.231 \\ 1.383 \end{pmatrix}$$

Variatia presiunii in functie de lungimea butucului, pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj minim

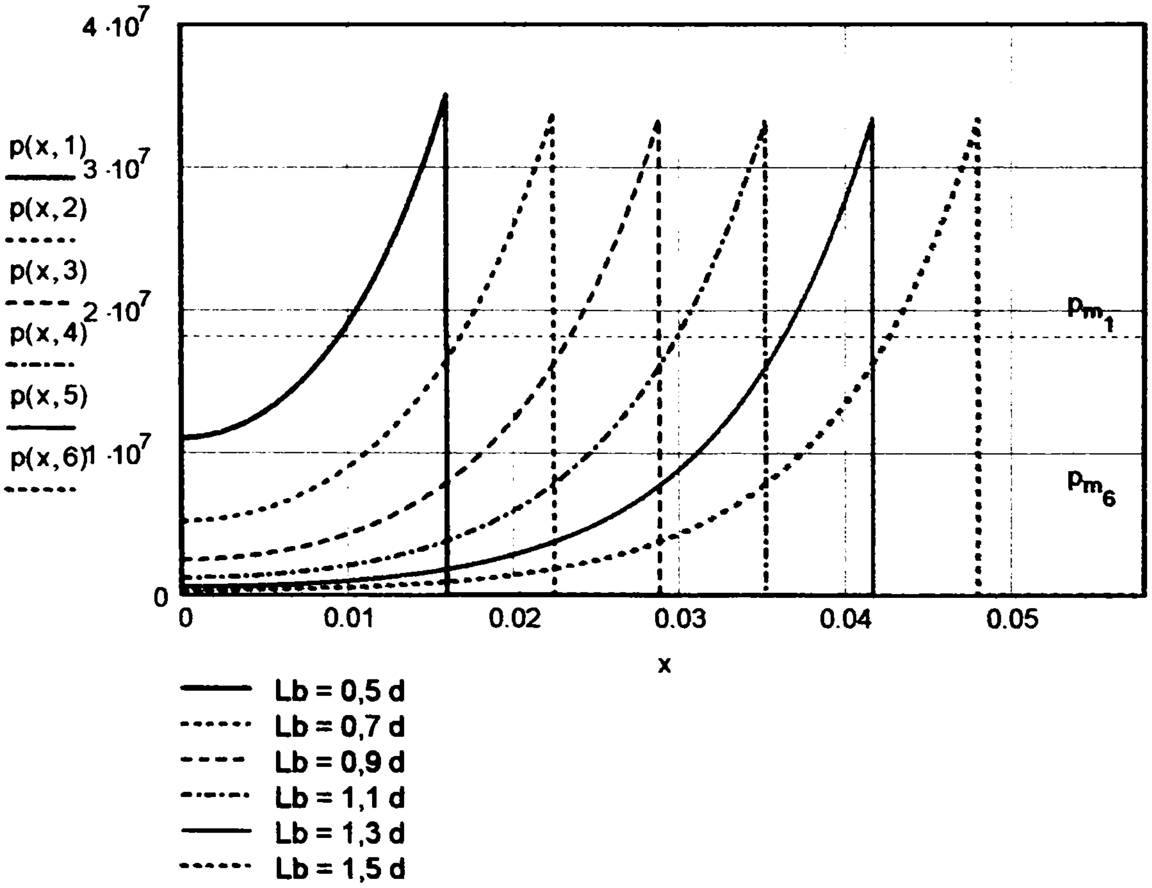
$$p(x,j) := \frac{2\cdot T_r\cdot \mu_1\cdot \cosh(\mu_1\cdot x)}{d_m\cdot z\cdot (y_{Pa} - y_{Na})\cdot \sinh\left(\mu_1\cdot L_{but_j}\right)}\cdot\left(0 \le x \le L_{but_j}\right)$$

Presiunea medie

$$p_{m_i} := \frac{2\cdot T_r}{d_m\cdot z\cdot (y_{Pa} - y_{Na})\cdot L_{but_i}} \qquad p_m = \begin{pmatrix} 18.256 \\ 13.04 \\ 10.142 \\ 8.298 \\ 7.021 \\ 6.085 \end{pmatrix} \text{MPa}$$

Presiunea maxima

$$p_{max_j} := p\left(L_{but_j}, j\right) \qquad p_{max} = \begin{pmatrix} 35.207 \\ 33.847 \\ 33.54 \\ 33.47 \\ 33.454 \\ 33.45 \end{pmatrix} \text{MPa}$$

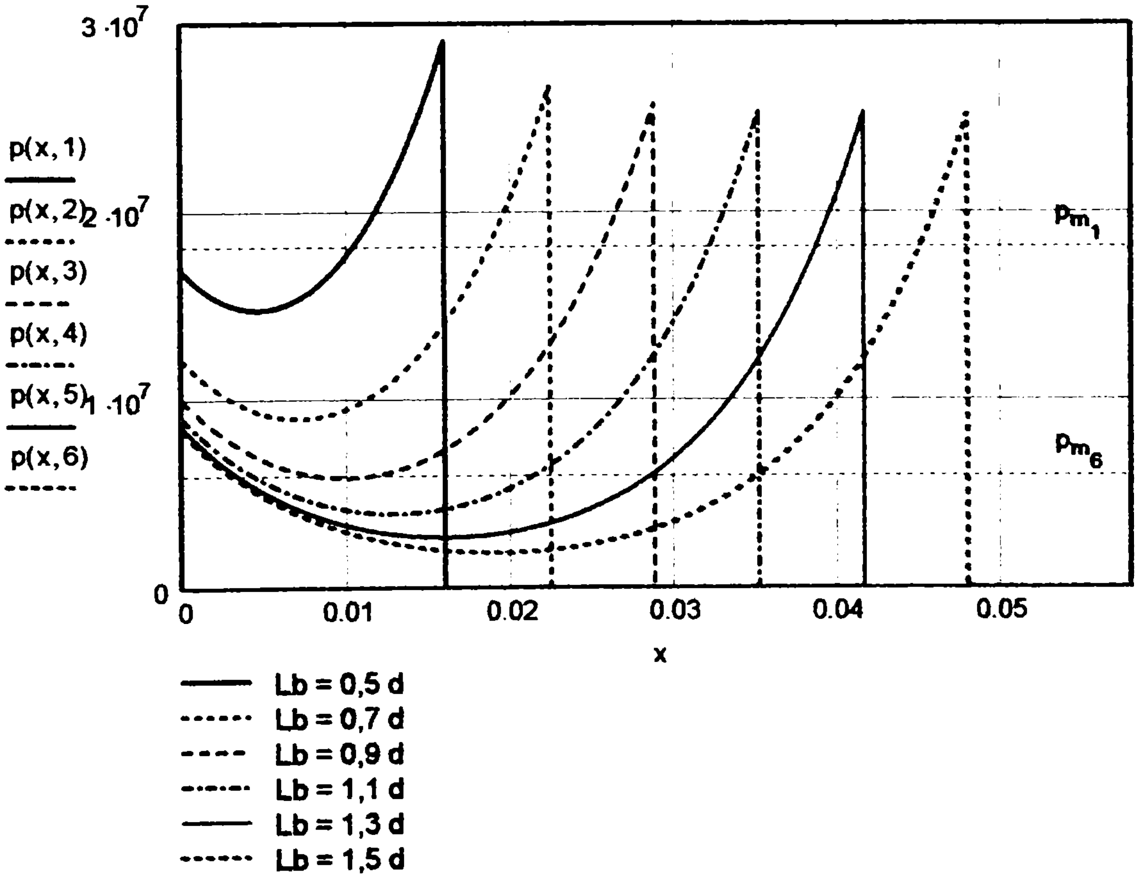


Variatia presiunii in functie de lungimea butucului, pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj maxim

$$p(x,i) := \frac{2\cdot T_r\cdot \mu_1\cdot\left[\left(1-\lambda_1\right)\cdot\cosh\left(\mu_1\cdot x\right)+\lambda_1\cdot\cosh\left(\mu_1\cdot L_{but_i}-\mu_1\cdot x\right)\right]}{d_m\cdot z\cdot\left(y_{Pa}-y_{Na}\right)\cdot\sinh\left(\mu_1\cdot L_{but_i}\right)}\cdot\left(0\le x\le L_{but_i}\right)$$

Presiunea medie $$p_{m_i} := \frac{2\cdot T_r}{d_m\cdot z\cdot\left(y_{Pa}-y_{Na}\right)\cdot L_{but_i}}$$ $$p_m = \begin{pmatrix}18.256\\13.04\\10.142\\8.298\\7.021\\6.085\end{pmatrix}\mathrm{MPa}$$

Presiunea maxima $$p_{1max_i} := p\left(L_{but_i}, i\right)$$ $$p_{1max} = \begin{pmatrix}29.263\\26.809\\25.915\\25.546\\25.382\\25.306\end{pmatrix}\mathrm{MPa}$$



Variatia presiunii in functie de sectiunea de aplicare a momentului

Lungimea butucului $L_b := 50mm$

Distanta de la capatul imbinarii la sectiunea de aplicare a momentului

$$n := 1..6 \qquad xT_n := \frac{n-1}{5} \cdot L_b \qquad xT = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \\ 50 \end{pmatrix} mm$$

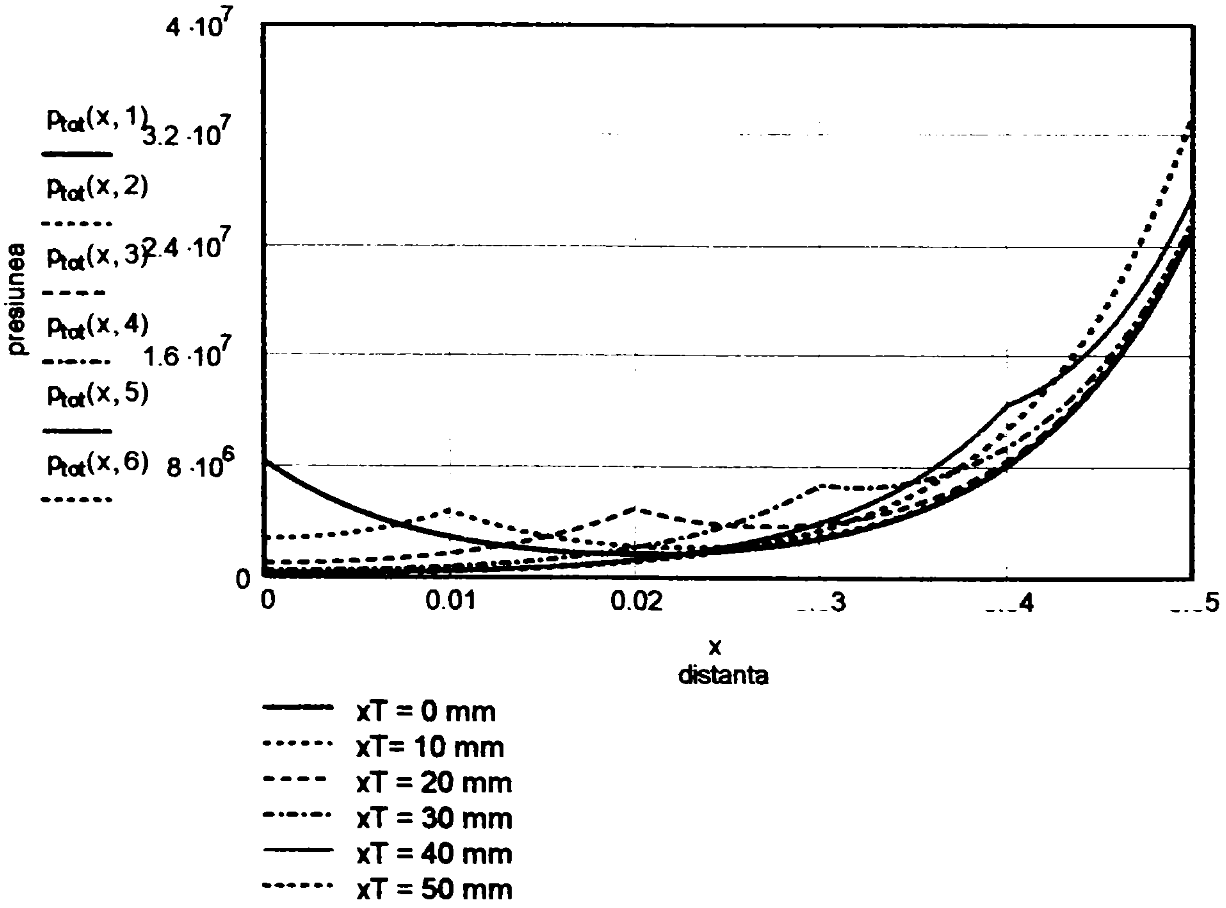
$$p_1(x,n) := \frac{2 \cdot T_r \cdot \mu_1 \cdot \left[(1 - \lambda_1) + \lambda_1 \cdot \cosh\left(\mu_1 \cdot L_b - \mu_1 \cdot xT_n\right) \right] \cdot \cosh(\mu_1 \cdot x)}{d_m \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu_1 \cdot L_b)}$$

$$p_2(x,n) := \frac{2 \cdot T_r \cdot \mu_1 \cdot \left[(1 - \lambda_1) \cdot \cosh(\mu_1 \cdot x) + \lambda_1 \cdot \cosh(\mu_1 \cdot L_b - \mu_1 \cdot x) \cdot \cosh\left(\mu_1 \cdot xT_n\right) \right]}{d_m \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu_1 \cdot L_b)}$$

$$p_{tot}(x,n) := \left(x < xT_n\right) \cdot p_1(x,n) + \left(x \geq xT_n\right) \cdot p_2(x,n) \qquad p_{tot}(L_b, 6) = 33.449MPa$$

Verificare: Momentul produs de distributia de presiuni determinata

$$\int_0^{L_b} p_{tot}(x,1) \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot z \cdot \frac{d_m}{2} \, dx = 100N \cdot m$$



Variatia presiunii la aplicarea distribuita a momentului

Momentul distribuit $t := \frac{T_r}{L_b}$ $t = 2\frac{N \cdot m}{mm}$

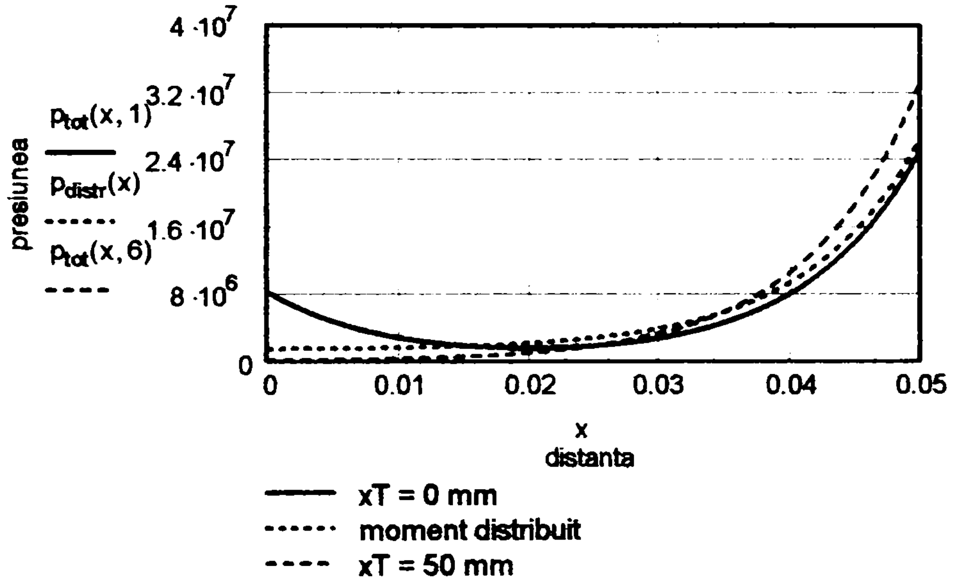
$$p_{distr}(x) := \frac{2 \cdot T_r \cdot \left[\mu_1 \cdot L_b \cdot (1 - \lambda_1) \cdot \frac{\cosh(\mu_1 \cdot x)}{\sinh(\mu_1 \cdot L_b)} + \lambda_1\right]}{d_m \cdot z \cdot L_b \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}$$

$p_{distr}(0 \cdot mm) = 1.599\,MPa$

$p_{distr}(L_b) = 26.673\,MPa$

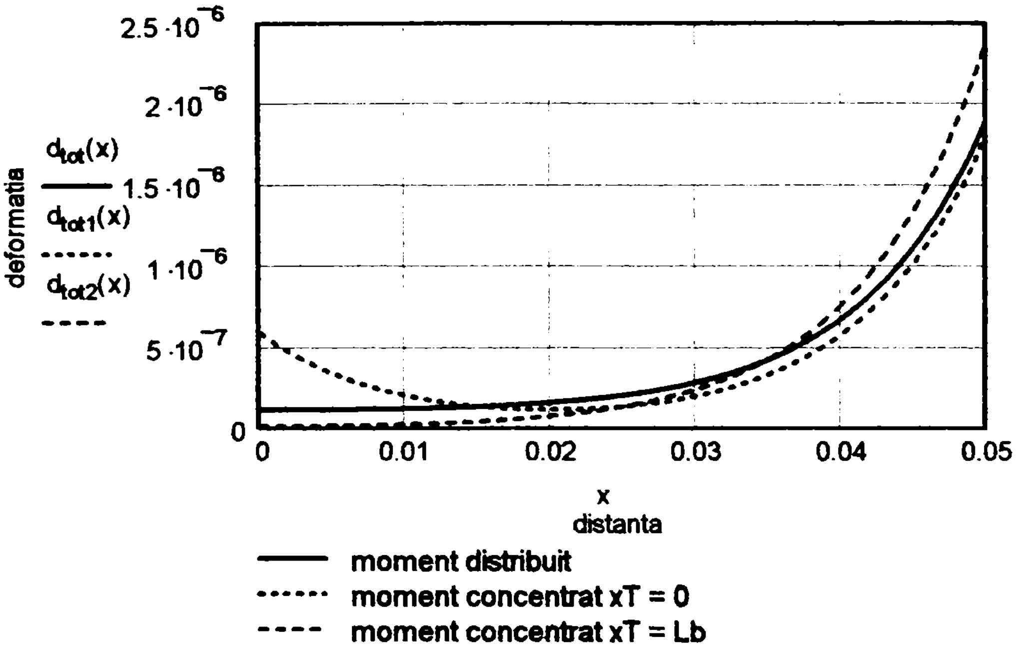
Verificare: Momentul produs de distributia de presiuni determinata

$$\int_0^{L_b} p_{distr}(x) \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot z \cdot \frac{d_m}{2}\, dx = 100\,N \cdot m$$



$d_{def}(x) := p_{distr}(x) \cdot \frac{e_{def}}{E_a}$ $d_{d1}(x) := p_{tot}(x, 1) \cdot \frac{e_{def}}{E_a}$ $d_{d2}(x) := p_{tot}(x, 6) \cdot \frac{e_{def}}{E_a}$

$d_{tot}(x) := p_{distr}(x) \cdot \frac{e_{tot}}{E_a}$ $d_{tot1}(x) := p_{tot}(x, 1) \cdot \frac{e_{tot}}{E_a}$ $d_{tot2}(x) := p_{tot}(x, 6) \cdot \frac{e_{tot}}{E_a}$



Rigiditatea canelurilor dreptunghiulare prin iteraratii

In exemplul de calcul ce urmeaza s-a folosit imbinarea standardizata cu urmatoarele dimensiuni:

Diametrul interior $d := 32\text{mm}$ Latimea canelurii $b := 6\text{mm}$

Diametrul exterior $D := 38\text{mm}$ Numarul de caneluri $z := 8$

Diametrul minim al degajarilor de rectificare $d_1 := 29.4\text{mm}$

Latimea minima a degajarii de rectificare $f_{min} := 0.15\text{mm}$

Tesitura canelurii de pe arbore $c := 0.3\text{mm}$

Racordarea canelurii din butuc $r := 0.3\text{mm}$

Diametrul mediu al imbinarii $d_m := \dfrac{d + D}{2}$ $d_m = 35\,\text{mm}$

$\text{MPa} := 10^6\text{Pa}$ $\mu\text{m} := 10^{-3}\text{mm}$

Modulul de elasticitate $E := 2.15 \cdot 10^5\text{MPa}$

Microduritatea suprafetei $HV := 2000\text{MPa}$

Geometria imbinarii

racordarea degajarii de rectificare $r_d := \dfrac{d^2 - d_1^{\ 2}}{4 \cdot (d_1 - b)}$ $r_d = 1.706\,\text{mm}$

semiunghiurile la centru corespunzatoare latimii canelurii :

pe diametrul interior $\gamma_d := \text{asin}\left(\dfrac{b}{d}\right)$ $\gamma_d = 10.807\,\text{deg}$

pe diametrul mediu $\gamma_m := \text{asin}\left(\dfrac{b}{d_m}\right)$ $\gamma_m = 9.871\,\text{deg}$

pe diametrul exterior $\gamma_D := \text{asin}\left(\dfrac{b}{D}\right)$ $\gamma_D = 9.085\,\text{deg}$

semiunghiul la centru corespunzator fatetei de centrare:

pe diametrul interior $\gamma_Q := \text{asin}\left(\dfrac{f_{min}}{d}\right)$ $\gamma_Q = 0.269\,\text{deg}$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

$y_{Pa} := \dfrac{D}{2} \cdot \cos(\gamma_D) - c$ $y_{Pa} = 18.462\,\text{mm}$

$y_{Na} := \dfrac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) + c$ $y_{Na} = 16.016\,\text{mm}$ $S_1 := y_{Pa} - y_{Na}$ $S_1 = 2.445\,\text{mm}$

$y_{Ma} := \dfrac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d)$ $y_{Ma} = 15.716\,\text{mm}$

$y_{ma} := \dfrac{d_m}{2} \cdot \cos(\gamma_m)$ $y_{ma} = 17.241\,\text{mm}$

$y_{min} := \dfrac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) - \dfrac{r_d}{2}$ $y_{min} = 14.863\,\text{mm}$

Latimea canelurii

$s_1 := b$ $s_1 = 6\,\text{mm}$ $s_{2a}(y) := b + 2 \cdot r_d - 2 \cdot \sqrt{r_d^{\ 2} - (0.5d \cdot \cos(\gamma_d) - y)^2}$

$s_a(y) := s_1 \cdot (y \geq y_{Na}) + s_{2a}(y) \cdot (y < y_{Na})$

Functiile de eforturi

pentru grinda reala; (functiile de eforturi sunt determinate pentru incarcarea grinzii cu o forta distribuita unitara)

pentru zona in care exista contact **pentru zona fara contact**

$$M_{ia1}(y) := \frac{(y_{Pa} - y)^2}{2} \qquad M_{ia2}(y) := (y_{Pa} - y_{Na})\cdot\left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2} - y\right)$$

$$F_{ta1}(y) := y_{Pa} - y \qquad F_{ta2}(y) := y_{Pa} - y_{Na}$$

$$M_{ia}(y) := M_{ia1}(y)\cdot(y > y_{Na}) + M_{ia2}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

$$F_{ta}(y) := F_{ta1}(y)\cdot(y > y_{Na}) + F_{ta2}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

-pentru grinda conjugata

$$m_{ia}(y) := (y < y_{ma})\cdot\left[\left(\frac{d_m}{2}\cdot\cos(\gamma_m) - y\right)\cdot\cos(\gamma_m) + \frac{b}{2}\cdot\sin(\gamma_m)\right]$$

$$f_{ta}(y) := \cos(\gamma_m)\cdot(y < y_{ma})$$

Elasticitatea la incovoiere $e_{ai} := \int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{12\cdot M_{ia}(y)\cdot m_{ia}(y)}{s_a(y)^3}\,dy$ $e_{ai} = 0.764\,\text{mm}$

$\nu := 0.3$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $e_{at} := 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{F_{ta}(y)\cdot f_{ta}(y)}{s_a(y)}\,dy$ $e_{at} = 2.568\,\text{mm}$

Elasticitatea canelurii de pe arbore $e_a := e_{ai} + e_{at}$ $e_a = 3.332\,\text{mm}$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc

Utilizam un sistem de axe similar cu cel de la arbore, dar rotit cu π/z

$$y_{Nb} := \frac{d}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_d\right) + c\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Nb} = 15.945\,\text{mm}$$

$$y_{Pb} := \frac{D}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_D\right) - c\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Pb} = 18.204\,\text{mm}$$

$$y_{max} := y_{Pb} + r\cdot\left(\frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right) \qquad y_{max} = 18.24\,\text{mm}$$

$$z_{Pb} := \frac{D}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_D\right) + c\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad z_{Pb} = 4.523\,\text{mm}$$

$$y_{mb} := \frac{d_m}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) \qquad y_{mb} = 17.077\,\text{mm}$$

latimea canelurii din butuc in zona
- **1 rectilinie**
- **2 de racordare**

3

$$s_{b1}(y) := 2\cdot y\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z}\right) - \frac{b}{\cos\left(\frac{\pi}{z}\right)} \qquad s_{b2}(y) := 2\cdot\left[z_{Pb} + r\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) - \sqrt{r^2 - \left(y - y_{Pb} + r\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right)^2}\right]$$

$$s_b(y) := s_{b1}(y)\cdot(y > y_{Na}) + s_{b2}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$$M_{ib1}(y) := \frac{y - y_{Nb}}{2} \cdot \left[\left(y - y_{Nb}\right) - s_{b1}\left(\frac{y + y_{Nb}}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right) \right]$$

$$M_{ib2}(y) := \left(y_{Pb} - y_{Nb}\right) \cdot \left[\left(y - \frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right) - \frac{s_{b1}\left(\frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right)}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right) \right]$$

$$F_{nb1}(y) := \left(y - y_{Nb}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad F_{nb2}(y) := \left(y_{Pb} - y_{Nb}\right) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{z}\right)$$

$$F_{tb1}(y) := y - y_{Nb} \qquad F_{tb2}(y) := y_{Pb} - y_{Nb}$$

$$M_{ib}(y) := M_{ib1}(y) \cdot \left(y_{Nb} \le y < y_{Pb}\right) + M_{ib2}(y) \cdot \left(y_{Pb} \le y \le y_{max}\right)$$

$$F_{nb}(y) := F_{nb1}(y) \cdot \left(y < y_{Pb}\right) + F_{nb2}(y) \cdot \left(y > y_{Pb}\right)$$

$$F_{tb}(y) := F_{tb1}(y) \cdot \left(y < y_{Pb}\right) + F_{tb2}(y) \cdot \left(y > y_{Pb}\right)$$

pentru grinda conjugata

$$m_{ib}(y) := \left(y - y_{mb}\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) - \frac{s_{b1}\left(y_{mb}\right)}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

$$f_{tb}(y) := \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

$$f_{nb}(y) := \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{bi} := \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{12 \cdot M_{ib}(y) \cdot m_{ib}(y)}{s_b(y)^3} \, dy \qquad e_{bi} = 0.009\,\text{mm}$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{bt} := 2.4 \cdot (1 + \nu) \cdot \int_{y_{mb}}^{y_{Pb}} \frac{F_{tb1}(y) \cdot f_{tb}(y)}{s_b(y)} \, dy \qquad e_{bt} = 0.713\,\text{mm}$$

Elasticitatea la deformatii de compresiune

$$e_{bn} := \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{F_{nb1}(y) \cdot f_{nb}(y)}{s_b(y)} \, dy \qquad e_{bn} = 0.022\,\text{mm}$$

Elasticitatea canelurii din butuc

$$e_b := e_{bi} + e_{bt} + e_{bn} \qquad e_b = 0.744\,\text{mm}$$

Elasticitatea insumata a elementelor imbinarii

$$e_{def} := e_a + e_b \qquad e_{def} = 4.076\,\text{mm}$$

Rigiditatea de contact

h - apropierea suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

$$R_a := 0.8\mu\text{m}$$

$$p_{max} := 65\text{MPa}$$

$$h(p) := 3.4 \cdot R_a \cdot \left(\frac{p}{HV}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad h\left(p_{max}\right) = 0.868\,\mu\text{m}$$

$$e_{contact} := h\left(\frac{2 \cdot p_{max}}{3}\right) \cdot \frac{3 \cdot E}{2 \cdot p_{max}} \qquad e_{contact} = 3.762\,\text{mm}$$

$$e_{total} := e_{def} + e_{contact} \qquad e_{total} = 7.839\,\text{mm}$$

$$h_{apr}(p) := e_{contact} \cdot \frac{p}{E}$$

$$p_1 := \frac{p_{max}}{10} \qquad p_1 = 6.5\,\mathrm{MPa} \qquad p_2 := \frac{p_{max}}{2} \qquad p_2 = 32.5\,\mathrm{MPa}$$

$$k := 1..3$$

$$h_{aprox1}(p) := h(p_1) \cdot \frac{p}{p_1} \qquad e_{c_1} := \frac{h(p_1)}{p_1} \cdot E \qquad e_{c_1} = 13.327\,\mathrm{mm}$$

$$\delta_{h1}(p) := \frac{h(p) - h_{aprox1}(p)}{h(p)} \cdot (0 \le p \le p_1)$$

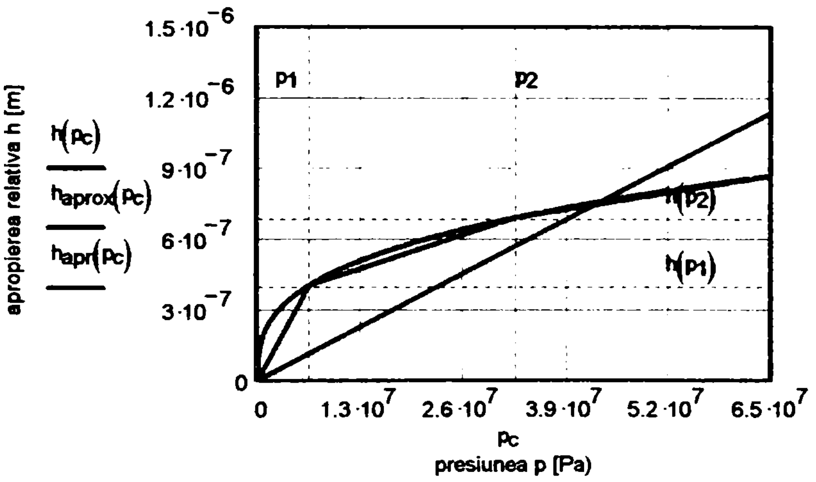
$$p_{h1max} := \mathrm{Maximize}(\delta_{h1}, p_1) \qquad p_{h1max} = 6.916 \times 10^{-5}\,\mathrm{MPa}$$

$$\delta_{h1max} := \delta_{h1}(p_{h1max}) \qquad \delta_{h1max} = 99.952\,\%$$

$$h_{aprox2}(p) := h(p_1) + \frac{h(p_2) - h(p_1)}{p_2 - p_1} \cdot (p - p_1) \qquad e_{c_2} := \frac{h(p_2) - h(p_1)}{p_2 - p_1} \cdot E \qquad e_{c_2} = 2.365\,\mathrm{mm}$$

$$h_{aprox3}(p) := h(p_2) + \frac{h(p_{max}) - h(p_2)}{p_{max} - p_2} \cdot (p - p_2) \qquad e_{c_3} := \frac{h(p_{max}) - h(p_2)}{p_{max} - p_2} \cdot E \qquad e_{c_3} = 1.185\,\mathrm{mm}$$

$$h_{aprox}(p) := h_{aprox1}(p) \cdot (0 \le p \le p_1) + h_{aprox2}(p) \cdot (p_1 < p \le p_2) + h_{aprox3}(p) \cdot (p_2 < p \le p_{max})$$



$$z_c := z$$

$$d_{b0} := 48\mathrm{mm} \qquad L_b := 50\mathrm{mm}$$

$$\mu_0 := \sqrt{16 \cdot z_c \cdot \frac{d_m^{\,2} \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}{\pi \cdot e_{total}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left(\frac{1}{d_1^{\,4}} + \frac{1}{d_{b0}^{\,4} - D^4}\right)} \qquad \mu_0 = 0.183\,\mathrm{mm}^{-1}$$

$$T_0 := 100000\mathrm{N} \cdot \mathrm{mm}$$

$$\mu_{def} := \sqrt{16 \cdot z_c \cdot \frac{d_m^{\,2} \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}{\pi \cdot e_{def}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left(\frac{1}{d_1^{\,4}} + \frac{1}{d_{b0}^{\,4} - D^4}\right)} \qquad \mu_{def} = 0.253\,\mathrm{mm}^{-1}$$

$$\lambda := \frac{d^4}{d^4 + d_{b0}^{\,4} - D^4} \qquad \lambda = 0.245$$

$T_t := 100N \cdot m$

$$p(x) := \frac{2 \cdot T_t \cdot \mu_\sigma \cosh(\mu_\sigma x)}{d_m \cdot z_c \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu_\sigma L_b)} \qquad p(L_b) = 53.36\,MPa$$

$$p(0 \cdot L_b) = 0.012\,MPa$$

$$p_{def}(x) := \frac{2 \cdot T_t \cdot \mu_{def} \cosh(\mu_{def} x)}{d_m \cdot z_c \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu_{def} L_b)} \qquad p_{def}(L_b) = 73.995\,MPa$$

$$p_m := \frac{2 \cdot T_t}{d_m \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot L_b} \qquad p_m = 5.842\,MPa$$

Variatia presiunii pe lungimea butucului pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj minim

$k := 1 \,..\, 3$

$$e_{tot_k} := e_{def} + e_{c_k} \qquad e_{tot} = \begin{pmatrix} 0 \\ 17.403 \\ 6.442 \\ 5.261 \end{pmatrix} mm$$

$$\mu_k := \sqrt{16 \cdot z_c \cdot \frac{d_m{}^2 \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}{\pi \cdot e_{tot_k}} \cdot (1 + v) \cdot \left(\frac{1}{d_1{}^4} + \frac{1}{d_{b0}{}^4 - D^4} \right)} \qquad \mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.123 \\ 0.202 \\ 0.223 \end{pmatrix} mm^{-1}$$

$$x_1 := \frac{3 \cdot L_b}{4} \qquad x_1 := root(p(x_1) - p_1, x_1) \qquad x_1 = 38.476\,mm$$

$$x_2 := \frac{9 \cdot L_b}{10} \qquad x_2 := root(p(x_2) - p_2, x_2) \qquad x_2 = 47.286\,mm$$

$x_3 := L_b$

$$M_3 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{\mu_1 \cdot x_1} & e^{-\mu_1 \cdot x_1} & -e^{\mu_2 \cdot x_1} & -e^{-\mu_2 \cdot x_1} & 0 & 0 \\ e^{\mu_1 \cdot x_1} & -e^{-\mu_1 \cdot x_1} & \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot e^{\mu_2 \cdot x_1} & \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot e^{-\mu_2 \cdot x_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\mu_2 \cdot x_2} & e^{-\mu_2 \cdot x_2} & -e^{\mu_3 \cdot x_2} & -e^{-\mu_3 \cdot x_2} \\ 0 & 0 & e^{\mu_2 \cdot x_2} & -e^{-\mu_2 \cdot x_2} & \frac{\mu_3}{\mu_2} \cdot e^{\mu_3 \cdot x_2} & \frac{\mu_3}{\mu_2} \cdot e^{-\mu_3 \cdot x_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\mu_3 \cdot x_3} & e^{-\mu_3 \cdot x_3} \end{pmatrix}$$

$$B_T := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad C_3 := lsolve(M_3, B_T) \qquad C_3 = \begin{pmatrix} 1.062 \times 10^{-3} \\ -1.062 \times 10^{-3} \\ 4.098 \times 10^{-5} \\ 54.164 \\ 1.414 \times 10^{-5} \\ 1.173 \times 10^{3} \end{pmatrix}$$

$$T_{aprox1}(x) := T_t\cdot\left(C_{3_0}\cdot e^{\mu_1\cdot x} + C_{3_1}\cdot e^{-\mu_1\cdot x}\right) \qquad T_{aprox2}(x) := T_t\cdot\left(C_{3_2}\cdot e^{\mu_2\cdot x} + C_{3_3}\cdot e^{-\mu_2\cdot x}\right)$$

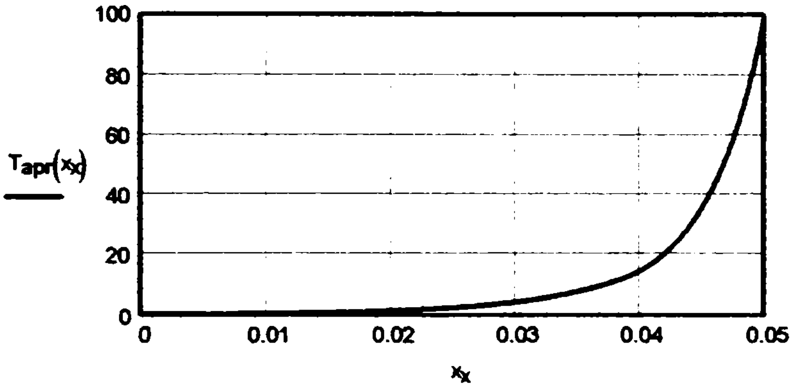
$$T_{aprox3}(x) := T_t\cdot\left(C_{3_4}\cdot e^{\mu_3\cdot x} + C_{3_5}\cdot e^{-\mu_3\cdot x}\right) \qquad T_{aprox3}(x_3) = 100\,N\cdot m$$

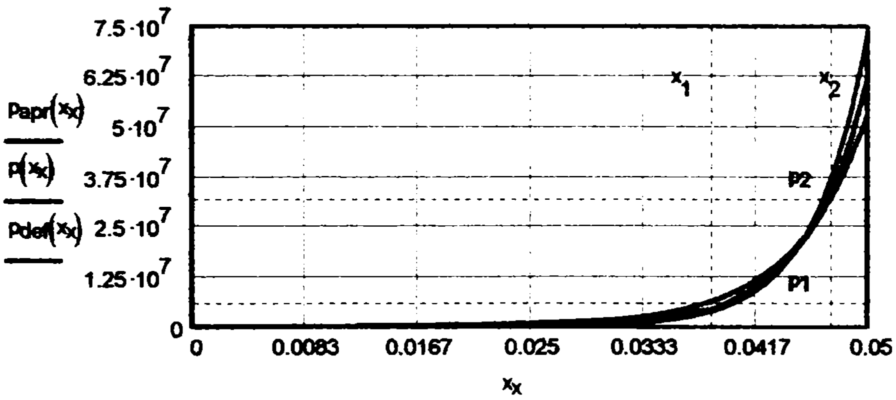
$$T_{apr}(x_x) := T_{aprox1}(x_x)\cdot(0 \le x_x \le x_1) + T_{aprox2}(x_x)\cdot(x_1 < x_x \le x_2) + T_{aprox3}(x_x)\cdot(x_2 < x_x \le x_3)$$

$$p_{aprox1}(x) := \frac{2\cdot\mu_1\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{3_0}\cdot e^{\mu_1\cdot x} - C_{3_1}\cdot e^{-\mu_1\cdot x}\right) \qquad p_{aprox2}(x) := \frac{2\cdot\mu_2\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{3_2}\cdot e^{\mu_2\cdot x} - C_{3_3}\cdot e^{-\mu_2\cdot x}\right)$$

$$p_{aprox3}(x) := \frac{2\cdot\mu_3\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{3_4}\cdot e^{\mu_3\cdot x} - C_{3_5}\cdot e^{-\mu_3\cdot x}\right)$$

$$p_{apr}(x_x) := p_{aprox1}(x_x)\cdot(0 \le x_x \le x_1) + p_{aprox2}(x_x)\cdot(x_1 < x_x \le x_2) + p_{aprox3}(x_x)\cdot(x_2 < x_x \le x_3)$$



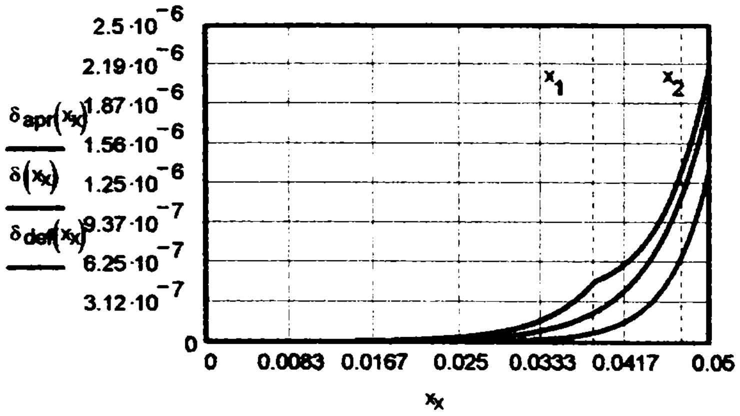


Deformatia canelurilor $\delta(x) := e_{total}\cdot\frac{p(x)}{E}$ $\delta(L_b) = 1.945\,\mu m$

$$\delta_{def}(x) := e_{def}\cdot\frac{p_{def}(x)}{E} \qquad \delta_{def}(L_b) = 1.403\,\mu m$$

$$e_{apr}(x_x) := e_{tot_1}\cdot(0 \le x_x \le x_1) + e_{tot_2}\cdot(x_1 < x_x \le x_2) + e_{tot_3}\cdot(x_2 < x_x \le x_3) \qquad e_{apr}(L_b) = 5.261\,mm$$

$$\delta_{apr}(x) := h_{aprox}(p(x)) + \delta_{def}(x) \qquad \delta_{apr}(L_b) = 2.207\,\mu m$$



Variatia presiunii pe lungimea butucului pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj maxim
Rigiditatea de contact

h - apropierea suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

$R_a := 1.6\mu m$ $\quad\quad$ $p_{max} := 50MPa$

$$h(p) := 3.4 \cdot R_a \cdot \left(\frac{p}{HV}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad h(p_{max}) = 1.591\,\mu m$$

$$e_{contact} := h\left(\frac{2 \cdot p_{max}}{3}\right) \cdot \frac{3 \cdot E}{2 \cdot p_{max}} \qquad e_{contact} = 8.963\,mm \qquad e_{total} := e_{def} + e_{contact}$$

$$h_{apr}(p) := e_{contact} \cdot \frac{p}{E}$$

$$p_1 := \frac{p_{max}}{10} \qquad p_1 = 5\,MPa \qquad p_2 := \frac{p_{max}}{2} \qquad p_2 = 25\,MPa$$

$k := 1 .. 3$

$$h_{aprox1}(p) := h(p_1) \cdot \frac{p}{p_1} \qquad e_{c_1} := \frac{h(p_1)}{p_1} \cdot E \qquad e_{c_1} = 31.748\,mm$$

$$\delta_{h1}(p) := \frac{h(p) - h_{aprox1}(p)}{h(p)} \cdot (0 \le p \le p_1)$$

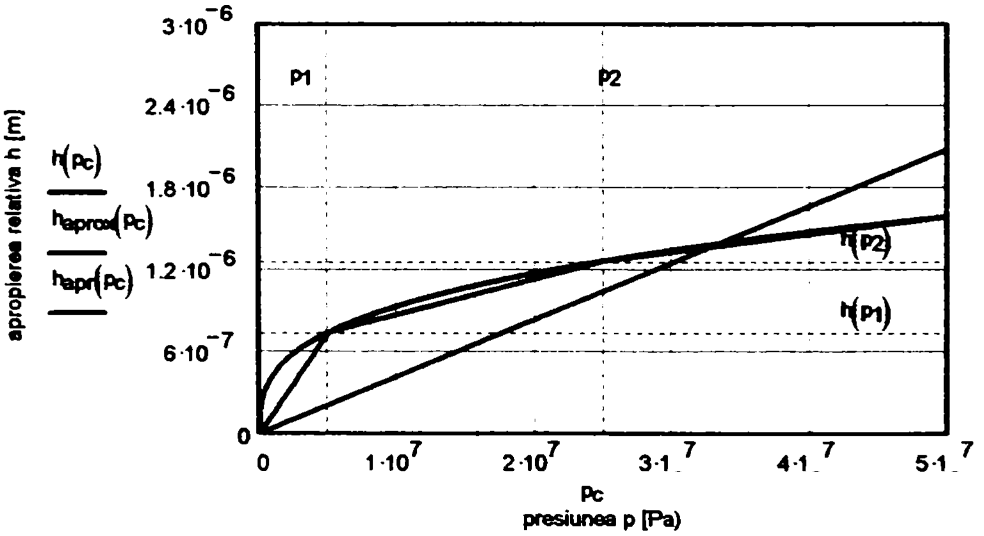
$$p_{h1max} := \mathrm{Maximize}(\delta_{h1}, p_1) \qquad p_{h1max} = 5.32 \times 10^{-5}\,MPa$$

$$\delta_{h1max} := \delta_{h1}(p_{h1max}) \qquad \delta_{h1max} = 99.952\,\%$$

$$h_{aprox2}(p) := h(p_1) + \frac{h(p_2) - h(p_1)}{p_2 - p_1} \cdot (p - p_1) \qquad e_{c_2} := \frac{h(p_2) - h(p_1)}{p_2 - p_1} \cdot E \qquad e_{c_2} = 5.635\,mm$$

$$h_{aprox3}(p) := h(p_2) + \frac{h(p_{max}) - h(p_2)}{p_{max} - p_2} \cdot (p - p_2) \qquad e_{c_3} := \frac{h(p_{max}) - h(p_2)}{p_{max} - p_2} \cdot E \qquad e_{c_3} = 2.822\,mm$$

$$h_{aprox}(p) := h_{aprox1}(p) \cdot (0 \le p \le p_1) + h_{aprox2}(p) \cdot (p_1 < p \le p_2) + h_{aprox3}(p) \cdot (p_2 < p \le p_{max})$$



$$p_{def}(x) := \frac{2 \cdot T_t \cdot \mu_{def} \left[(1 - \lambda) \cdot \cosh(\mu_{def} \cdot x) + \lambda \cdot \cosh(\mu_{def} \cdot L_b - \mu_{def} \cdot x)\right]}{d_m \cdot z_c \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu_{def} \cdot L_b)} \qquad p_{def}(L_b) = 55.832\,MPa$$

$$p(x) := \frac{2 \cdot T_t \cdot \mu_\sigma \left[(1 - \lambda) \cdot \cosh(\mu_\sigma \cdot x) + \lambda \cdot \cosh(\mu_\sigma \cdot L_b - \mu_\sigma \cdot x)\right]}{d_m \cdot z_c \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu_\sigma \cdot L_b)}$$

$$p(L_b) = 40.265\,MPa$$

$$p(0 \cdot L_b) = 13.107\,MPa$$

$k := 1..4$

$x_1 := \frac{L_b}{10}$ $\quad x_1 := \mathrm{root}\left(p(x_1) - p_1, x_1\right)$ $\quad x_1 = 5.286\,\mathrm{mm}$

$x_2 := \frac{3\cdot L_b}{4}$ $\quad x_2 := \mathrm{root}\left(p(x_2) - p_1, x_2\right)$ $\quad x_2 = 38.569\,\mathrm{mm}$

$x_3 := \frac{5\cdot L_b}{6}$ $\quad x_3 := \mathrm{root}\left(p(x_3) - p_2, x_3\right)$ $\quad x_3 = 47.391\,\mathrm{mm}$

$x_4 := L_b$ $\quad x_4 = 50\,\mathrm{mm}$

$$M_4 := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{\mu_2\cdot x_1} & e^{-\mu_2\cdot x_1} & -e^{\mu_1\cdot x_1} & -e^{-\mu_1\cdot x_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e^{\mu_2\cdot x_1} & -e^{-\mu_2\cdot x_1} & -\frac{\mu_1}{\mu_2}\cdot e^{\mu_1\cdot x_2} & \frac{\mu_1}{\mu_2}\cdot e^{-\mu_1\cdot x_2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\mu_1\cdot x_2} & e^{-\mu_1\cdot x_2} & -e^{\mu_2\cdot x_2} & -e^{-\mu_2\cdot x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\mu_1\cdot x_2} & -e^{-\mu_1\cdot x_2} & -\frac{\mu_2}{\mu_1}\cdot e^{\mu_2\cdot x_2} & \frac{\mu_2}{\mu_1}\cdot e^{-\mu_2\cdot x_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\mu_2\cdot x_3} & e^{-\mu_2\cdot x_3} & -e^{\mu_3\cdot x_3} & -e^{-\mu_3\cdot x_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\mu_2\cdot x_3} & -e^{-\mu_2\cdot x_3} & -\frac{\mu_3}{\mu_2}\cdot e^{\mu_3\cdot x_3} & \frac{\mu_3}{\mu_2}\cdot e^{-\mu_3\cdot x_3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{\mu_3\cdot x_4} & e^{-\mu_3\cdot x_4} \end{pmatrix}$$

$$B_{T4} := \begin{pmatrix} -\lambda \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1-\lambda \end{pmatrix} \qquad C_4 := \mathrm{lsolve}\left(M_4, B_{T4}\right) \qquad C_4 = \begin{pmatrix} -0.008498 \\ -0.236963 \\ 0.000812 \\ -0.206252 \\ 0.000031 \\ 39.236729 \\ 0.000011 \\ 917.403357 \end{pmatrix}$$

$$T_{aprox1}(x_x) := T_t\cdot\left(C_{4_0}\cdot e^{\mu_2\cdot x_x} + C_{4_1}\cdot e^{-\mu_2\cdot x_x} + \lambda\right)\cdot(0 \le x_x \le x_1)$$

$$T_{aprox2}(x_x) := T_t\cdot\left(C_{4_2}\cdot e^{\mu_1\cdot x_x} + C_{4_3}\cdot e^{-\mu_1\cdot x_x} + \lambda\right)\cdot(x_1 \le x_x \le x_2)$$

$$T_{aprox3}(x_x) := T_t\cdot\left(C_{4_4}\cdot e^{\mu_2\cdot x_x} + C_{4_5}\cdot e^{-\mu_2\cdot x_x} + \lambda\right)\cdot(x_2 < x_x \le x_3)$$

$T_{aprox3}(x_3) = 68.338\,\mathrm{N\cdot m}$

$$T_{aprox4}(x_x) := T_t\cdot\left(C_{4_6}\cdot e^{\mu_3\cdot x_x} + C_{4_7}\cdot e^{-\mu_3\cdot x_x} + \lambda\right)\cdot(x_3 < x_x \le x_4)$$

$T_{aprox4}(x_4) = 100\,\mathrm{N\cdot m}$

$$T_{apr}(x_x) := T_{aprox1}(x_x) + T_{aprox2}(x_x) + T_{aprox3}(x_x) + T_{aprox4}(x_x)$$

$$p_{aprox1}(x_x) := \frac{2\cdot\mu_2\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{4_0}\cdot e^{\mu_2\cdot x_x} - C_{4_1}\cdot e^{-\mu_2\cdot x_x}\right)\cdot(0 \le x_x \le x_1)$$

$p_{aprox1}(x_1) = 3.356\,\mathrm{MPa}$

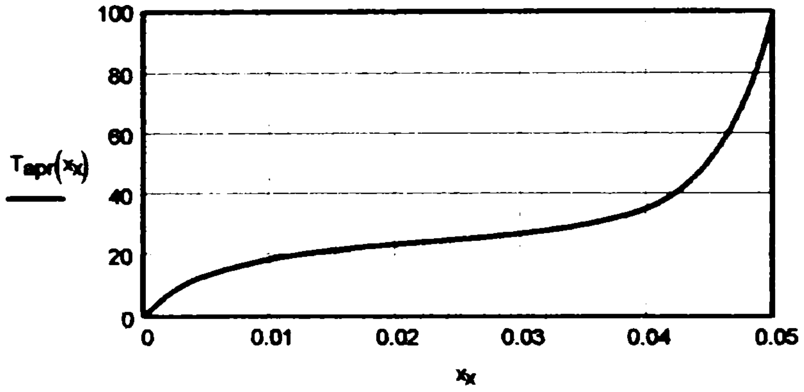
$$p_{aprox2}(x_x) := \frac{2\cdot\mu_1\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{4_2}\cdot e^{\mu_1\cdot x_x} - C_{4_3}\cdot e^{-\mu_1\cdot x_x}\right)\cdot(x_1 < x_x \le x_2)$$

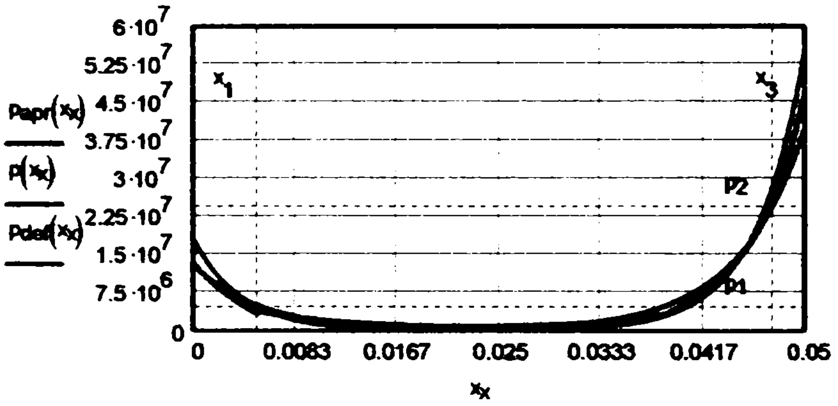
$p_{aprox2}(x_1) = 0\,\mathrm{MPa}$

$$p_{aprox3}(x_x) := \frac{2\cdot\mu_2\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{4_4}\cdot e^{\mu_2\cdot x_x} - C_{4_5}\cdot e^{-\mu_2\cdot x_x}\right)\cdot(x_2 < x_x \le x_3)$$ $p_{aprox3}(x_3) = 25.448\,\mathrm{MPa}$

$$p_{aprox4}(x_x) := \frac{2\cdot\mu_3\cdot T_t}{d_m\cdot z_c\cdot S_1}\cdot\left(C_{4_6}\cdot e^{\mu_3\cdot x_x} - C_{4_7}\cdot e^{-\mu_3\cdot x_x}\right)\cdot(x_3 < x_x \le x_4)$$ $p_{aprox4}(x_4) = 47.427\,\mathrm{MPa}$

$$p_{apr}(x_x) := p_{aprox1}(x_x) + p_{aprox2}(x_x) + p_{aprox3}(x_x) + p_{aprox4}(x_x)$$





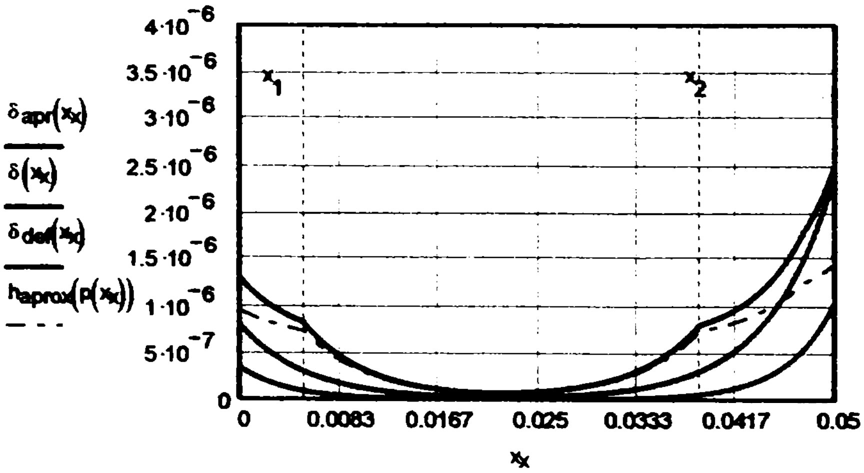
Variatia presiunii pe lungimea butucului pentru aplicarea momentului in sectiunea de consolaj maxim

Deformatia canelurilor

$$\delta(x) := e_{total}\cdot\frac{p(x)}{E}$$ $\delta(L_b) = 2.442\,\mu m$

$$\delta_{def}(x) := e_{def}\cdot\frac{p_{def}(x)}{F}$$ $\delta_{def}(L_b) = 1.059\,\mu m$

$$\delta_{apr}(x) := h_{aprox}(p(x)) + \delta_{def}(x)$$ $\delta_{apr}(L_b) = 2.521\,\mu m$



Rigiditatea canelurilor dreptunghiulare

In exemplul de calcul ce urmeaza s-a folosit imbinarea standardizata cu urmatoarele dimensiuni

Diametrul interior	$d := 32mm$	$\mu m := 10^{-3}mm$
Diametrul exterior	$D := 40mm$	
Latimea canelurii	$b := 5mm$	
Numarul de caneluri	$z := 10$	$MPa := 10^6 Pa$
Diametrul minim al degajarilor de rectificare	$d_1 := 28mm$	
Latimea degajarii de rectificare	$f_{min} := 0.15mm$	
Tesitura canelurii de pe arbore	$c := 0.3mm$	
Racordarea canelurii din butuc	$r := 0.3mm$	
Diametrul mediu al imbinarii	$d_m := 0.5(d + D$ $d_m = 36\,mm$	
Modulul de elasticitate	$E := 2.15 \cdot 10^5 MPa$	
Coeficientul de contracie transversala	$\nu := 0.3$	
Microduritatea suprafetei	$HV := 2000MPa$	
Presiunea medie estimata	$p_{med} := 10MPa$	
Presiunea maxima estimata	$p_{max} := 40MPa$	

Geometria imbinarii

racordarea degajarii de rectificare $r_d := \dfrac{d^2 - d_1^{\,2}}{4 \cdot (d_1 - b)}$ $r_d = 2.609\,mm$

semiunghiurile la centru corespunzatoare latimii canelurii :

pe diametrul interior $\gamma_d := asin\left(\dfrac{b}{d}\right)$ $\gamma_d = 8.989\,deg$

pe diametrul mediu $\gamma_m := asin\left(\dfrac{b}{d_m}\right)$ $\gamma_m = 7.984\,deg$

pe diametrul exterior $\gamma_D := asin\left(\dfrac{b}{D}\right)$ $\gamma_D = 7.181\,deg$

semiunghiul la centru corespunzator fatetei de centrare:

pe diametrul interior $\gamma_Q := asin\left(\dfrac{f_{min}}{d}\right)$ $\gamma_Q = 0.269\,deg$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

Notam cu P_a si N_a punctele de pe profilul canelurii arborelui corespunzatoare diametrului de contact maxim, respectiv minim.

$y_{Pa} := \dfrac{D}{2} \cdot \cos(\gamma_D) - c$ $y_{Pa} = 19.543\,mm$

$y_{Na} := \dfrac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d) + c$ $y_{Na} = 16.103\,mm$

$y_{Ma} := \dfrac{d}{2} \cdot \cos(\gamma_d)$ $y_{Ma} = 15.803\,mm$

$$y_{ma} := \frac{d_m}{2}\cdot\cos(\gamma_m) \qquad y_{ma} = 17.826\,\mathrm{mm}$$

$$y_{min} := \frac{d}{2}\cdot\cos(\gamma_d) - \frac{r_d}{2} \qquad y_{min} = 14.499\,\mathrm{mm}$$

Latimea canelurii $s_1 := b \qquad s_{2a}(y) := b + 2\cdot r_d - 2\cdot\sqrt{{r_d}^2 - \left(\frac{d}{2}\cdot\cos(\gamma_d) - y\right)^2}$

$$s_a(y) := s_1\cdot(y \ge y_{Na}) + s_{2a}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

Functiile de eforturi pentru grinda reala;

pentru zona in care exista contact pentru zona fara contact

$$M_{ia1}(y) := \frac{(y_{Pa} - y)^2}{2} \qquad M_{ia2}(y) := (y_{Pa} - y_{Na})\cdot\left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2} - y\right)$$

$$F_{ta1}(y) := y_{Pa} - y \qquad F_{ta2}(y) := y_{Pa} - y_{Na}$$

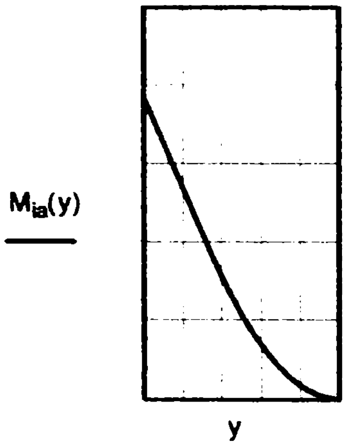
$$M_{ia}(y) := M_{ia1}(y)\cdot(y > y_{Na}) + M_{ia2}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

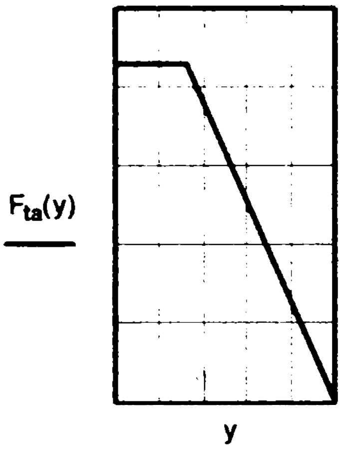
$$F_{ta}(y) := F_{ta1}(y)\cdot(y > y_{Na}) + F_{ta2}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

–pentru grinda conjugata

$$m_{ia}(y) := (y < y_{ma})\cdot\left[\left(\frac{d_m}{2}\cdot\cos(\gamma_m) - y\right)\cdot\cos(\gamma_m) + \frac{b}{2}\cdot\sin(\gamma_m)\right]$$

$$f_{ta}(y) := \cos(\gamma_m)\cdot(y < y_{ma})$$





Elasticitatea la incovoiere $e_{ai} := \int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{12\cdot M_{ia}(y)\cdot m_{ia}(y)}{s_a(y)^3}\,dy \qquad e_{ai} = 4.205\,\mathrm{mm}$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $e_{at} := 2.24\cdot(1 + \nu)\cdot\int_{y_{min}}^{y_{ma}} \frac{F_{ta}(y)\cdot f_{ta}(y)}{s_a(y)}\,dy \qquad e_{at} = 5.635\,\mathrm{mm}$

Elasticitatea canelurii de pe arbore $e_a := e_{ai} + e_{at} \qquad e_a = 9.839\,\mathrm{mm}$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc

$$y_{Nb} := \frac{d}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_d\right) + c\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Nb} = 16.088\,mm$$

$$y_{Pb} := \frac{D}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_D\right) - c\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \quad y_{Pb} = 19.36\,mm \quad z_{Pb} := \frac{D}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_D\right) + c\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}\right) \quad z_{Pb} = 3.85\,mm$$

$$y_{max} := y_{Pb} + r\cdot\left(\frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right) \qquad y_{max} = 19.416\,mm$$

$$y_{mb} := \frac{d_m}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) \qquad y_{mb} = 17.726\,mm$$

latimea canelurii din butuc in zona
- 1 rectilinie
- 2 de racordare

$$s_{b1}(y) := 2\cdot y\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z}\right) - \frac{b}{\cos\left(\frac{\pi}{z}\right)} \qquad s_{b2}(y) := 2\cdot\left[z_{Pb} + r\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) - \sqrt{r^2 - \left(y - y_{Pb} + r\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}\right)\right)^2}\right]$$

$$s_b(y) := s_{b1}(y)\cdot(y > y_{Na}) + s_{b2}(y)\cdot(y < y_{Na})$$

Functiile de eforturi pentru grinda reala

$$M_{ib1}(y) := \frac{y - y_{Nb}}{2}\cdot\left[(y - y_{Nb}) - s_{b1}\left(\frac{y + y_{Nb}}{2}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z}\right)\right]$$

$$M_{ib2}(y) := (y_{Pb} - y_{Nb})\cdot\left[\left(y - \frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right) - \frac{s_{b1}\left(\frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right)}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z}\right)\right]$$

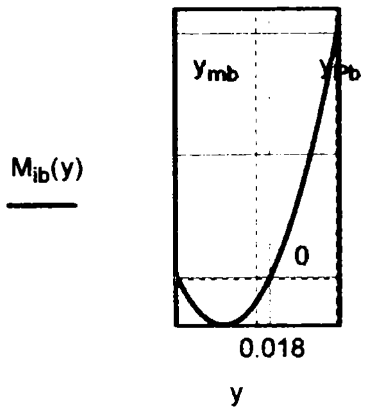
$$M_{ib}(y) := M_{ib1}(y)\cdot(y_{Nb} \le y < y_{Pb}) + M_{ib2}(y)\cdot(y_{Pb} \le y \le y_{max})$$

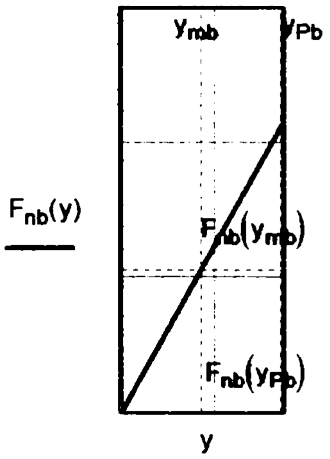
$$F_{nb1}(y) := (y - y_{Nb})\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad F_{nb2}(y) := (y_{Pb} - y_{Nb})\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z}\right)$$

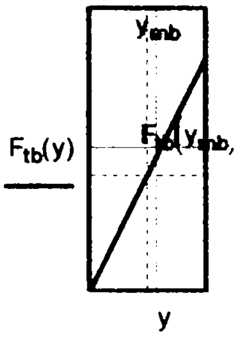
$$F_{tb1}(y) := y - y_{Nb} \qquad F_{tb2}(y) := y_{Pb} - y_{Nb}$$

$$F_{nb}(y) := F_{nb1}(y)\cdot(y < y_{Pb}) + F_{nb2}(y)\cdot(y > y_{Pb})$$

$$F_{tb}(y) := F_{tb1}(y)\cdot(y < y_{Pb}) + F_{tb2}(y)\cdot(y > y_{Pb})$$





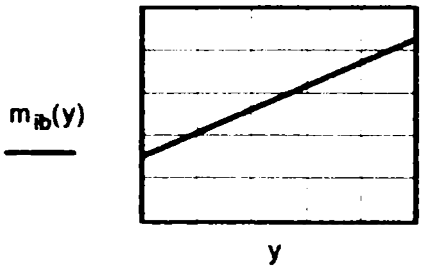


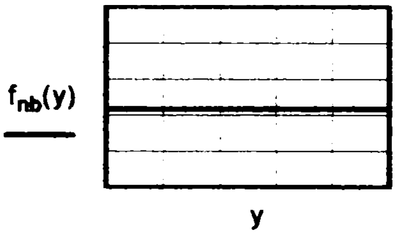
pentru grinda conjugata

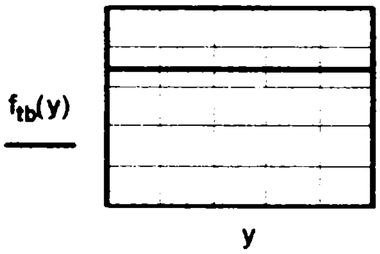
$$m_{ib}(y) := (y - y_{mb}) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right) - \frac{s_{b1}(y_{mb})}{2} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

$$f_{tb}(y) := \cos\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$

$$f_{nb}(y) := \sin\left(\frac{\pi}{z} - \gamma_m\right)$$







Elasticitatea la incovoiere $$e_{bi} := \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{12 \cdot M_{ib}(y) \cdot m_{ib}(y)}{s_b(y)^3}\, dy$$ $e_{bi} = 0.03\,mm$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $$e_{bt} := 2.4 \cdot (1 + \nu) \cdot \int_{y_{mb}}^{y_{Pb}} \frac{F_{tb1}(y) \cdot f_{tb}(y)}{s_b(y)}\, dy$$ $e_{bt} = 1.802\,mm$

Elasticitatea la deformatii de compresiune $$e_{bn} := \int_{y_{mb}}^{y_{max}} \frac{F_{nb1}(y) \cdot f_{nb}(y)}{s_b(y)}\, dy$$ $e_{bn} = 0.035\,mm$

Elasticitatea totala a canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bt} + e_{bn}$ $e_b = 1.866\,mm$

$$\delta_{but} := e_b \cdot \frac{p_{med}}{E}$$ $\delta_{but} = 0.09\,\mu m$

Elasticitatea insumata a elementelor imbinarii

$e_{def} := e_a + e_b$ $e_{def} = 11.706\,mm$

Seria usoara

$j := 0 .. 14$

Diametrul interior **Diametrul exterior** **Latimea canelurii** Numarul de caneluri **Diametrul minim** al degajarilor de rectificare **Tesitura canelurii** de pe arbore

$$d := \begin{pmatrix} 23mm \\ 26mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 42mm \\ 46mm \\ 52mm \\ 56mm \\ 62mm \\ 72mm \\ 82mm \\ 92mm \\ 102mm \\ 112mm \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 26mm \\ 30mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 40mm \\ 46mm \\ 50mm \\ 58mm \\ 62mm \\ 68mm \\ 78mm \\ 88mm \\ 98mm \\ 108mm \\ 120mm \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 6mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 8mm \\ 9mm \\ 10mm \\ 10mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 14mm \\ 16mm \\ 18mm \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} \quad d_1 := \begin{pmatrix} 22.1mm \\ 24.6mm \\ 26.7mm \\ 30.4mm \\ 34.5mm \\ 40.4mm \\ 44.6mm \\ 49.7mm \\ 53.6mm \\ 59.8mm \\ 69.6mm \\ 79.3mm \\ 89.4mm \\ 99.9mm \\ 108.8mm \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \end{pmatrix}$$

Racordarea canelurii din butuc $r := c$ $\mu m := 10^{-3} mm$ $MPa := 10^{6} Pa$

Diametrul mediu al imbinarii $d_m := 0.5(d + D)$

Modulul de elasticitate $E := 2.15 \cdot 10^{5} MPa$

Microduritatea suprafetei $HV := 2000MPa$

Rugozitatea suprafetelor portante $R_a := 1.6\mu m$

Geometria imbinarii semiunghiurile la centru corespunzatoare latimii canelurii :

$$\gamma_{d_j} := \text{asin}\left(\frac{b_j}{d_j}\right) \qquad \gamma_{m_j} := \text{asin}\left(\frac{b_j}{d_{m_j}}\right) \qquad \gamma_{D_j} := \text{asin}\left(\frac{b_j}{D_j}\right) \qquad \gamma_{Ora_j} := \text{asin}\left(\frac{b_j + 2 \cdot r_j}{d_{1_j} + 2 \cdot r_j}\right)$$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

$$y_{Pa_j} := 0.5 \cdot D_j \cdot \cos\left(\gamma_{D_j}\right) - c_j \qquad y_{Na_i} := 0.5 \cdot d_j \cdot \cos\left(\gamma_{d_j}\right) - c_j \qquad y_{Ma_j} := 0.5\left(d_{1_i} + 2 \cdot r_j\right) \cdot \cos\left(\gamma_{Ora_j}\right)$$

$$y_{ma_j} := 0.5 \cdot d_{m_j} \cdot \cos\left(\gamma_{m_j}\right) \qquad y_{min_j} := y_{Ma_j} - 0.5 \cdot r_j$$

Latimea caneluri $s_{2a}(y, j) := b_j + 2 \cdot r_j - 2 \cdot \sqrt{\left(r_j\right)^2 - \left(y_{Ma_j} - y\right)^2}$

Functiile de eforturi

- pentru grinda reala

$$s_a(y, j) := b_j \cdot \left(y_{Ma_j} \le y \le y_{Pa_j}\right) + s_{2a}(y, j) \cdot \left(y_{min_j} \le y < y_{Ma_j}\right)$$

$$M_{ia1}(y, j) := \left[0.5\left(y_{Pa_i} - y\right)\right]^2 \qquad M_{ia2}(y, j) := \left(y_{Pa_i} - y_{Na_i}\right) \cdot \left[0.5\left(y_{Pa_j} + y_{Na_j}\right) - y\right]$$

$$M_{ia}(y, j) := M_{ia1}(y, j) \cdot \left(y_{Na_j} \le y \le y_{Pa_j}\right) + M_{ia2}(y, j) \cdot \left(y_{min_i} \le y < y_{Na_j}\right)$$

$$F_{ta1}(y, j) := y_{Pa_i} - y \qquad F_{ta}(y, j) := y_{Pa_i} - y_{Na_i} \qquad \nu := 0.3$$

$$F_{ta}(y, j) := F_{ta1}(y, j) \cdot \left(y_{Na_j} \le y \le y_{Pa_j}\right) + F_{ta}(y, j) \cdot \left(y_{min_j} \le y < y_{Na_j}\right)$$

–pentru grinda conjugata $m_{ia}(y,j) := \left[\left(\frac{d_{m_j}}{2}\cdot\cos\left(\gamma_{m_j}\right) - y\right)\cdot\cos\left(\gamma_{m_j}\right) + \frac{b_j}{2}\cdot\sin\left(\gamma_{m_j}\right)\right]\cdot\left(y_{min_j} \le y \le y_{ma_j}\right)$

$$f_{ta}(y,j) := \cos\left(\gamma_{m_j}\right)\cdot\left(y_{min_j} \le y \le y_{ma_j}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{ai_j} := \int_{y_{min_j}}^{y_{ma_j}} \frac{12\cdot M_{ia}(y,j)\cdot m_{ia}(y,j)}{s_a(y,j)^3}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{at_j} := 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\int_{y_{min_j}}^{y_{ma_j}} \frac{F_{ta}(y,j)\cdot f_{ta}(y,j)}{s_a(y,j)}\,dy$$

Elasticitatea canelurii de pe arbore $e_a := e_{ai} + e_{at}$

$e_{ai} =$

	0
0	0.05
1	0.19
2	0.12
3	0.17
4	0.1
5	0.08
6	0.05
7	0.17
8	0.18
9	0.1
10	0.1
11	0.12
12	0.07
13	0.04
14	0.12

mm

$e_{at} =$

	0
0	0.69
1	1.38
2	1.14
3	1.36
4	1.13
5	1.02
6	0.84
7	1.75
8	1.79
9	1.42
10	1.48
11	1.59
12	1.33
13	1.02
14	1.86

mm

$e_a =$

	0
0	0.74
1	1.57
2	1.27
3	1.53
4	1.23
5	1.1
6	0.89
7	1.92
8	1.96
9	1.52
10	1.59
11	1.71
12	1.4
13	1.05
14	1.98

mm

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc

$$y_{Nb_j} := \frac{d_j}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{d_j}\right) + c_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right) \qquad y_{Pb_j} := \frac{D_j}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{D_j}\right) - c_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

$$y_{max_j} := y_{Pb_j} + r_j\cdot\left(\frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right) \qquad y_{mb_j} := \frac{d_{m_j}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right) \qquad z_{Pb_j} := \frac{D_j}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{D_j}\right) - c_j\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

latimea canelurii din butuc

$$s_{b1}(y,j) := 2\cdot y\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right) - \frac{b_j}{\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)} \qquad s_{b2}(y,j) := 2\cdot\left[z_{Pb_j} + r_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right) - \sqrt{\left(r_j\right)^2 - \left(y - y_{Pb_j} + r_j\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right)^2}\right]$$

$$s_b(y,j) := s_{b1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y \le y_{Pb_j}\right) + s_{b2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} < y \le y_{max_j}\right)$$

Functiile de eforturi pentru grinda reala

$$M_{ib1}(y,j) := 0.5\cdot\left(y - y_{Nb_j}\right)\cdot\left[\left(y - y_{Nb_j}\right) - 0.5\,s_{b1}\left[0.5\left(y + y_{Nb_j}\right), j\right]\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right]$$

$$M_{ib2}(y,j) := \left(y_{Pb_j} - y_{Nb_j}\right)\cdot\left[\left[y - 0.5\cdot\left(y_{Pb_j} + y_{Nb_j}\right)\right] - 0.5\,s_{b1}\left[0.5\cdot\left(y_{Pb_j} + y_{Nb_j}\right), j\right]\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right]$$

$$M_{ib}(y,j) := M_{ib1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_i} \le y < y_{Pb_j}\right) + M_{ib2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} \le y \le y_{max_i}\right)$$

$$F_{nb1}(y,j) := \left(y - y_{Nb_j}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right) \qquad F_{nb2}(y,j) := \left(y_{Pb_j} - y_{Nb_j}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

$$F_{nb}(y,j) := F_{nb1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y < y_{Pb_j}\right) + F_{nb2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} \le y \le y_{max_j}\right)$$

$$F_{tb1}(y,j) := y - y_{Nb_i} \qquad F_{tb2}(y,j) := y_{Pb_i} - y_{Nb_j}$$

$$F_{tb}(y,j) := F_{tb1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y < y_{Pb_j}\right) + F_{tb2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} \le y \le y_{max_j}\right)$$

pentru grinda conjugata

$$m_{ib}(y,j) := \left(y - y_{mb_j}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right) - \frac{s_{b1}\left(y_{mb_j}, j\right)}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right)$$

$$f_{tb}(y,j) := \cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right) \qquad f_{nb}(y,j) := \sin\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{bi_j} := \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{12\cdot M_{ib}(y,j)\cdot m_{ib}(y,j)}{s_b(y,j)^3}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{bt_j} := 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{F_{tb}(y,j)\cdot f_{tb}(y,j)}{s_b(y,j)}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii de compresiune $e_{bn_j} := \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{F_{nb}(y,j)\cdot f_{nb}(y,j)}{s_b(y,j)}\,dy$

Elasticitatea totala a canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bt} + e_{bn}$

Elasticitatea insumata a elementelor imbinarii $e_{def} := e_a + e_b$

Presiunea medie estimata $p_{med} := 10\mathrm{MPa}$ **Presiunea maxima estimata** $p_{max} := 30\mathrm{MPa}$

Deformatia medie a arborelui $\delta_a := e_a\cdot\frac{p_{med}}{E}$ **Deformatia medie a butucului** $\delta_{but} := e_b\cdot\frac{p_{med}}{E}$

Deformatia medie a arborelui $\delta_{def} := e_{def}\cdot\frac{p_{med}}{E}$

$e_{bi} =$

	0
0	0.005
1	0.008
2	0.007
3	0.002
4	0.002
5	0.003
6	0.003
7	0.004
8	0.004
9	0.004
10	$8.551\cdot10^{-4}$
11	0.002
12	0.002
13	0.002
14	0.002

t $e_{bn} =$

	0
0	$8.318\cdot10^{-3}$
1	0.015
2	0.014
3	$8.198\cdot10^{-3}$
4	$7.385\cdot10^{-3}$
5	$6.407\cdot10^{-3}$
6	$5.902\cdot10^{-3}$
7	0.011
8	$9.815\cdot10^{-3}$
9	$8.986\cdot10^{-3}$
10	$6.686\cdot10^{-3}$
11	$5.893\cdot10^{-3}$
12	$5.296\cdot10^{-3}$
13	$4.809\cdot10^{-3}$
14	$9.322\cdot10^{-3}$

$e_{bt} =$ mm

	0
0	0.16
1	0.25
2	0.26
3	0.28
4	0.26
5	0.23
6	0.21
7	0.37
8	0.33
9	0.32
10	0.42
11	0.32
12	0.3
13	0.28
14	0.56

$e_b =$ mm

	0
0	0.172
1	0.277
2	0.278
3	0.293
4	0.274
5	0.236
6	0.223
7	0.387
8	0.341
9	0.335
10	0.423
11	0.333
12	0.31
13	0.291
14	0.572

$e_{def} =$ mm

	0
0	0.91
1	1.84
2	1.54
3	1.82
4	1.5
5	1.34
6	1.11
7	2.3
8	2.3
9	1.85
10	2.01
11	2.04
12	1.71
13	1.34
14	2.55

$\delta_a =$ µm

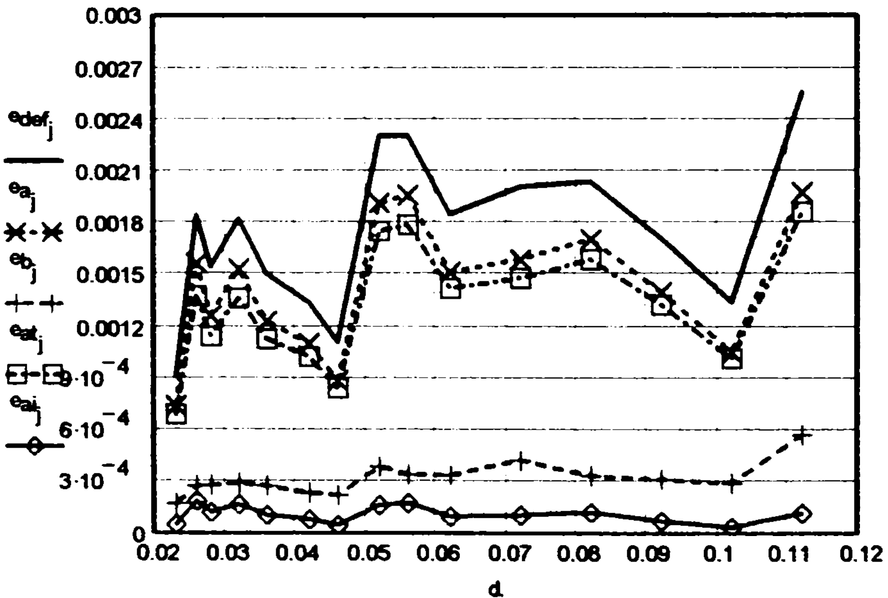
	0
0	0.034
1	0.073
2	0.059
3	0.071
4	0.057
5	0.051
6	0.041
7	0.089
8	0.091
9	0.071
10	0.074
11	0.079
12	0.065
13	0.049
14	0.092

$\delta_{but} =$ µn

	0
0	$7.991 \cdot 10^{-3}$
1	0.013
2	0.013
3	0.014
4	0.013
5	0.011
6	0.01
7	0.018
8	0.016
9	0.016
10	0.02
11	0.015
12	0.014
13	0.014
14	0.027

$\delta_{def} =$ µm

	0
0	0.042
1	0.086
2	0.072
3	0.085
4	0.07
5	0.062
6	0.052
7	0.107
8	0.107
9	0.086
10	0.093
11	0.095
12	0.08
13	0.062
14	0.119



Rigiditatea de contact

Apropierea suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

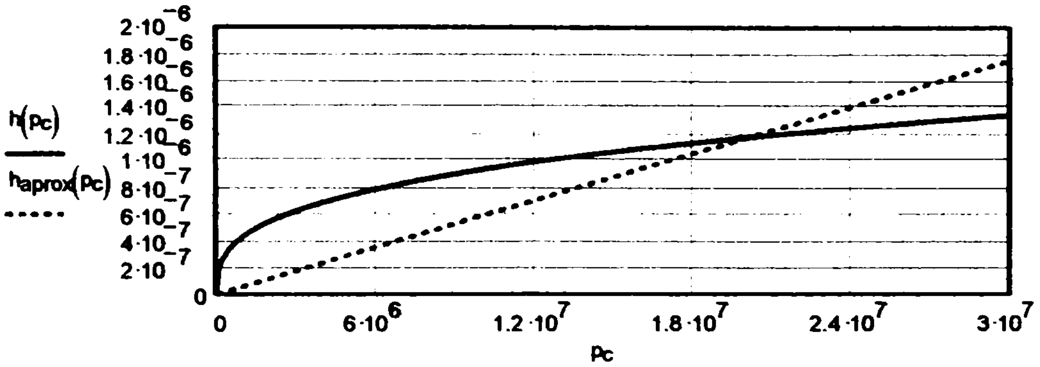
$$h(p) := 3.4 \cdot R_a \cdot \left(\frac{p}{HV}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad h(p_{max}) = 1.342\,\mu m$$

Elasticitatea de contact

$$e_c := h\left(\frac{2 \cdot p_{max}}{3}\right) \cdot \frac{3 \cdot E}{2 \cdot p_{max}} \qquad e_c = 12.599\,mm$$

Apropierea aproximativa a suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

$$h_{aprox}(p) := e_c \cdot \frac{p}{E}$$



Elasticitatea totala $e_{tot} := e_{def} + e_c$

Diametrul exterior al butucului $d_{b0_j} := 1.5\cdot D_j$

Lungimea butucului $L_{b_j} := d_j$

$$\mu_{def_j} := \sqrt{16\cdot z_j\cdot\frac{\left(d_{m_j}\right)^2\cdot\left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)}{\pi\cdot e_{def_j}}\cdot(1+\nu)\cdot\left[\frac{1}{\left(d_j\right)^4} + \frac{1}{\left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}\right]}$$

$$\mu_{tot_j} := \sqrt{16\cdot z_j\cdot\frac{\left(d_{m_j}\right)^2\cdot\left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)}{\pi\cdot e_{tot_j}}\cdot(1+\nu)\cdot\left[\frac{1}{\left(d_j\right)^4} + \frac{1}{\left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}\right]}$$

$e_{tot} =$

	0
0	13.512
1	14.443
2	14.143
3	14.423
4	14.104
5	13.937
6	13.711
7	14.903
8	14.904
9	14.451
10	14.607
11	14.638
12	14.312
13	13.943
14	15.153

mm

$\mu_{def} =$

	0
0	0.408
1	0.294
2	0.298
3	0.274
4	0.267
5	0.242
6	0.242
7	0.183
8	0.17
9	0.171
10	0.157
11	0.137
12	0.133
13	0.135
14	0.103

mm^{-1}

$\mu_{def_j}\cdot L_{b_j} =$

9.374
7.634
8.338
8.767
9.628
10.174
11.148
9.538
9.506
10.597
11.321
11.197
12.204
13.768
11.561

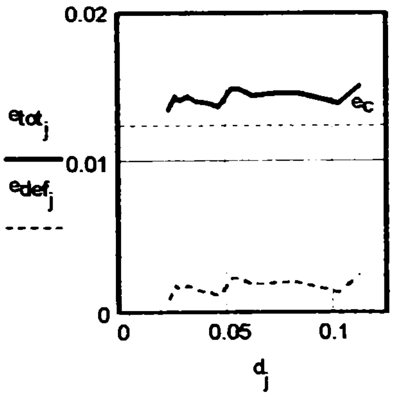
$\mu_{tot} =$

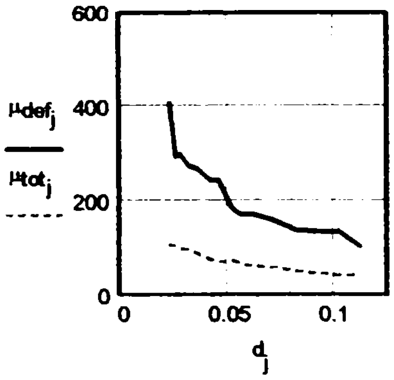
	0
0	0.106
1	0.105
2	0.098
3	0.097
4	0.087
5	0.075
6	0.069
7	0.072
8	0.067
9	0.061
10	0.058
11	0.051
12	0.046
13	0.042
14	0.042

mm^{-1}

$\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j} =$

2.437
2.728
2.755
3.118
3.145
3.152
3.174
3.75
3.738
3.793
4.197
4.179
4.222
4.274
4.746





$$\lambda_j := \frac{\left(d_j\right)^4}{\left(d_j\right)^4 + \left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}$$

$$k_{d_j} := \mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\cosh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)}{\sinh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)} \qquad k_{d1_j} := \mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\left(1-\lambda_j\right)\cdot\cosh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right) + \lambda_j}{\sinh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)}$$

$$k_{dtot_j} := \mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\cosh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)}{\sinh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)} \qquad k_{dtot1_j} := \mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\left(1-\lambda_j\right)\cdot\cosh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right) + \lambda_j}{\sinh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)}$$

k_d =

	0
0	9.374
1	7.634
2	8.338
3	8.767
4	9.628
5	10.174
6	11.148
7	9.538
8	9.506
9	10.597
10	11.321
11	11.197
12	12.204
13	13.768

k_{dtot} =

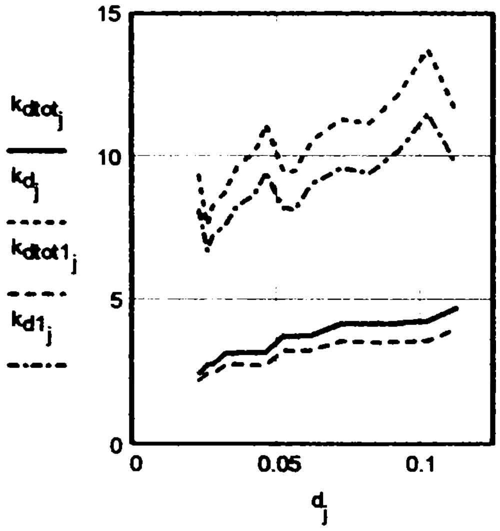
	0
0	2.475
1	2.751
2	2.777
3	3.13
4	3.157
5	3.164
6	3.185
7	3.754
8	3.743
9	3.797
10	4.199
11	4.181
12	4.223
13	4.276

k_{d1} =

	0
0	8.146
1	6.704
2	7.287
3	7.6
4	8.29
5	8.688
6	9.477
7	8.229
8	8.168
9	9.057
10	9.605
11	9.444
12	10.245
13	11.513

k_{dtot1} =

	0
0	2.207
1	2.459
2	2.471
3	2.75
4	2.755
5	2.741
6	2.748
7	3.263
8	3.241
9	3.27
10	3.582
11	3.546
12	3.565
13	3.595



$$S_{1_j} := \frac{D_j - d_j}{2} - 2\cdot c_j$$

$$k_{def_j} := \frac{e_{def_j}}{e_{at_j}} \qquad \varepsilon_{def} := \frac{k_{def}}{1.6} - 1 \qquad e_{ataprox_j} := 0.75\cdot 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\frac{\left(S_{1_j}\right)^2}{b_j} \qquad k_{defaprox_j} := \frac{e_{def_j}}{e_{ataprox_j}}$$

k_{def} =

	0
0	1.32
1	1.34
2	1.35
3	1.34
4	1.34
5	1.31
6	1.32
7	1.32
8	1.29
9	1.3
10	1.36
11	1.29
12	1.29
13	1.32

ε_{def} = %

	0
0	-17.2
1	-16.4
2	-15.6
3	-16.4
4	-16.5
5	-18.3
6	-17.3
7	-17.8
8	-19.4
9	-18.5
10	-15.3
11	-19.6
12	-19.4
13	-17.4

$e_{ataprox}$ = mm

	0
0	0.47
1	1
2	0.86
3	0.76
4	0.66
5	0.57
6	0.51
7	0.94
8	0.94
9	0.78
10	0.78
11	0.78
12	0.67
13	0.58

$k_{defaprox}$ =

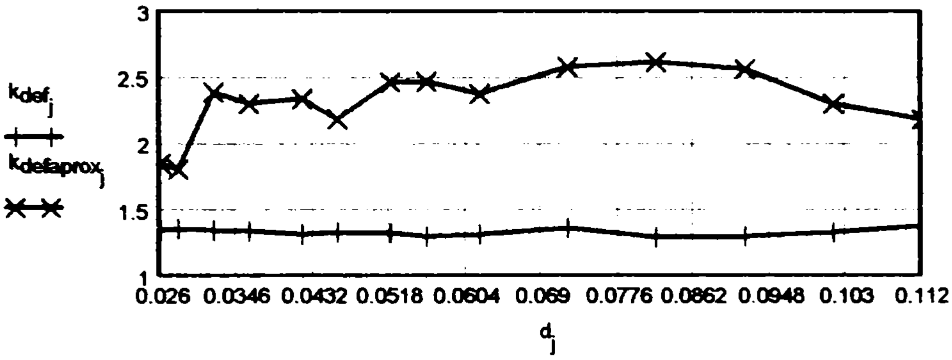
	0
0	1.94
1	1.85
2	1.8
3	2.39
4	2.3
5	2.33
6	2.18
7	2.46
8	2.46
9	2.37
10	2.57
11	2.61
12	2.56
13	2.3

$$\varepsilon_{aprox} := \frac{k_{defaprox}}{2.25} - 1$$

$\varepsilon_{aprox} =$

	0
0	-13.978
1	-17.931
2	-19.808
3	6.04
4	2.069
5	3.706
6	-3.051
7	9.377
8	9.449
9	5.506
10	14.414
11	16.17
12	13.849
13	2.073
14	-2.995

%



$j := 0 .. 19$

Seria mijlocie

Diametrul interior — **Diametrul exterior** — **Latimea canelurii** — **Numarul de caneluri** — Diametrul minim al degajarilor de rectificare — Tesitura canelurii de pe arbore

$$d := \begin{pmatrix} 11mm \\ 13mm \\ 16mm \\ 18mm \\ 21mm \\ 23mm \\ 26mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 36mm \\ 42mm \\ 46mm \\ 52mm \\ 56mm \\ 62mm \\ 72mm \\ 82mm \\ 92mm \\ 102mm \\ 112mm \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} 14mm \\ 16mm \\ 20mm \\ 22mm \\ 25mm \\ 28mm \\ 32mm \\ 34mm \\ 38mm \\ 42mm \\ 48mm \\ 54mm \\ 60mm \\ 65mm \\ 72mm \\ 82mm \\ 92mm \\ 102mm \\ 112mm \\ 125mm \end{pmatrix} \quad b := \begin{pmatrix} 3mm \\ 3.5mm \\ 4mm \\ 5mm \\ 5mm \\ 6mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 6mm \\ 7mm \\ 8mm \\ 9mm \\ 10mm \\ 10mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 12mm \\ 14mm \\ 16mm \\ 18mm \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 6 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix} \quad d_1 := \begin{pmatrix} 9.9mm \\ 12.0mm \\ 14.5mm \\ 16.7mm \\ 19.5mm \\ 21.3mm \\ 23.4mm \\ 25.9mm \\ 29.1mm \\ 33.5mm \\ 39.5mm \\ 42.7mm \\ 48.7mm \\ 52.2mm \\ 57.8mm \\ 67.1mm \\ 77.1mm \\ 87.3mm \\ 97.7mm \\ 106.3mm \end{pmatrix} \quad c := \begin{pmatrix} 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.2mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.3mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \\ 0.5mm \end{pmatrix}$$

Racordarea canelurii din butuc $r := c$ $\mu m := 10^{-3} mm$ $MPa := 10^{6} Pa$

Diametrul mediu al imbinarii $d_m := \dfrac{d + D}{2}$

Modulul de elasticitate $E := 2.15 \cdot 10^{5} MPa$

Microduritatea suprafetei $HV := 2000MPa$

Rugozitatea suprafetelor portante $R_a := 1.6 \mu m$

Geometria imbinarii semiunghiurile la centru corespunzatoare latimii canelurii :

$$\gamma_{d_j} := \operatorname{asin}\left(\frac{b_j}{d_j}\right) \qquad \gamma_{m_j} := \operatorname{asin}\left(\frac{b_j}{d_{m_j}}\right) \qquad \gamma_{D_j} := \operatorname{asin}\left(\frac{b_j}{D_j}\right) \qquad \gamma_{Ora_j} := \operatorname{asin}\left(\frac{b_j + 2 \cdot r_j}{d_{1_j} + 2 \cdot r_j}\right)$$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

$$y_{Pa_j} := 0.5 \cdot D_j \cdot \cos\left(\gamma_{D_j}\right) - c_j \qquad y_{Na_j} := 0.5 \cdot d_j \cdot \cos\left(\gamma_{d_j}\right) - c_j \qquad y_{Ma_j} := 0.5\left(d_{1_j} + 2 \cdot r_j\right) \cdot \cos\left(\gamma_{Ora_j}\right)$$

$$y_{ma_j} := 0.5 \cdot d_{m_j} \cdot \cos\left(\gamma_{m_j}\right) \qquad y_{min_j} := y_{Ma_j} - 0.5 \cdot r_j$$

Latimea canelurii

$$s_{2a}(y, j) := b_j + 2 \cdot r_j - 2 \cdot \sqrt{\left(r_j\right)^2 - \left(y_{Ma_j} - y\right)^2}$$

$$s_a(y, j) := b_j \cdot \left(y_{Ma_j} \le y \le y_{Pa_j}\right) + s_{2a}(y, j) \cdot \left(y_{min_j} \le y < y_{Ma_j}\right)$$

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$$M_{ia1}(y,j) := \frac{\left(y_{Pa_j} - y\right)^2}{2} \qquad M_{ia2}(y,j) := \left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)\cdot\left(\frac{y_{Pa_j} + y_{Na_j}}{2} - y\right)$$

$$M_{ia}(y,j) := M_{ia1}(y,j)\cdot\left(y_{Na_j} \le y \le y_{Pa_j}\right) + M_{ia2}(y,j)\cdot\left(y_{min_j} \le y < y_{Na_j}\right)$$

$$F_{ta1}(y,j) := y_{Pa_j} - y \qquad F_{ta}(y,j) := y_{Pa_j} - y_{Na_j} \qquad \nu := 0.3$$

$$F_{ta}(y,j) := F_{ta1}(y,j)\cdot\left(y_{Na_j} \le y \le y_{Pa_j}\right) + F_{ta}(y,j)\cdot\left(y_{min_j} \le y < y_{Na_j}\right)$$

–pentru grinda conjugata

$$m_{ia}(y,j) := \left[\left(\frac{d_{m_j}}{2}\cdot\cos\left(\gamma_{m_j}\right) - y\right)\cdot\cos\left(\gamma_{m_j}\right) + \frac{b_j}{2}\cdot\sin\left(\gamma_{m_j}\right)\right]\cdot\left(y_{min_j} \le y \le y_{ma_j}\right)$$

$$f_{ta}(y,j) := \cos\left(\gamma_{m_j}\right)\cdot\left(y_{min_j} \le y \le y_{ma_j}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{ai_j} := \int_{y_{min_j}}^{y_{ma_j}} \frac{12\cdot M_{ia}(y,j)\cdot m_{ia}(y,j)}{s_a(y,j)^3}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{at_j} := 2.24\cdot(1+\nu)\cdot\int_{y_{min_j}}^{y_{ma_j}} \frac{F_{ta}(y,j)\cdot f_{ta}(y,j)}{s_a(y,j)}\,dy$$

Elasticitatea canelurii de pe arbore

$$e_a := e_{ai} + e_{at}$$

$e_{ai} =$

	0
0	0.56
1	0.33
2	0.81
3	0.4
4	0.43
5	0.6
6	1.4
7	0.74
8	1.5
9	0.81
10	0.56
11	1.1
12	0.82
13	1.32
14	1.26
15	1.48
16	1.42
17	0.88
18	0.55
19	1.17

mm

$e_{at} =$

	0
0	1.45
1	1.18
2	2.02
3	1.51
4	1.61
5	2.05
6	3.27
7	2.5
8	3.44
9	2.7
10	2.36
11	3.6
12	3.23
13	4.2
14	4.4
15	4.79
16	4.76
17	3.98
18	3.3
19	5.17

mm

$e_a =$

	0
0	2.02
1	1.51
2	2.83
3	1.92
4	2.04
5	2.65
6	4.68
7	3.24
8	4.95
9	3.51
10	2.92
11	4.7
12	4.05
13	5.53
14	5.66
15	6.27
16	6.17
17	4.86
18	3.85
19	6.34

mm

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc

Utilizam un sistem de axe similar cu cel de la arbore, dar rotit cu π/z

$$y_{Nb_j} := \frac{d_j}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{d_j}\right)+c_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right) \qquad y_{Pb_j} := \frac{D_j}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{D_j}\right)-c_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

$$y_{max_j} := y_{Pb_j}+r_j\cdot\left(\frac{1}{2}-\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right) \qquad y_{mb_j} := \frac{d_{m_j}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{m_j}\right)$$

$$z_{Pb_j} := \frac{D_j}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{D_j}\right)-c_j\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

latimea canelurii din butuc

$$s_{b1}(y,j) := 2\cdot y\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)-\frac{b_j}{\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)}$$

$$s_{b2}(y,j) := 2\cdot\left[z_{Pb_j}+r_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)-\sqrt{\left(r_j\right)^2-\left(y-y_{Pb_j}+r_j\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right)^2}\right]$$

$$s_b(y,j) := s_{b1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j}\le y\le y_{Pb_j}\right)+s_{b2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j}<y\le y_{max_j}\right)$$

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$$M_{ib1}(y,j) := \frac{y-y_{Nb_j}}{2}\cdot\left[\left(y-y_{Nb_j}\right)-s_{b1}\left(\frac{y+y_{Nb_j}}{2},j\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right]$$

$$M_{ib2}(y,j) := \left(y_{Pb_j}-y_{Nb_j}\right)\cdot\left[\left(y-\frac{y_{Pb_j}+y_{Nb_j}}{2}\right)-\frac{s_{b1}\left(\frac{y_{Pb_j}+y_{Nb_j}}{2},j\right)}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right]$$

$$M_{ib}(y,j) := M_{ib1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j}\le y<y_{Pb_j}\right)+M_{ib2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j}\le y\le y_{max_j}\right)$$

$$F_{nb1}(y,j) := \left(y-y_{Nb_j}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right) \qquad F_{nb2}(y,j) := \left(y_{Pb_j}-y_{Nb_j}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

$$F_{nb}(y,j) := F_{nb1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j}\le y<y_{Pb_j}\right)+F_{nb2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j}\le y\le y_{max_j}\right)$$

$$F_{tb1}(y,j) := y-y_{Nb_j} \qquad F_{tb2}(y,j) := y_{Pb_j}-y_{Nb_j}$$

$$F_{tb}(y,j) := F_{tb1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j}\le y<y_{Pb_j}\right)+F_{tb2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j}\le y\le y_{max_j}\right)$$

pentru grinda conjugata

$$m_{ib}(y,j) := \left(y-y_{mb_j}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{m_j}\right)-\frac{s_{b1}\left(y_{mb_j},j\right)}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{m_j}\right)$$

$$f_{tb}(y,j) := \cos\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{m_j}\right)$$

$$f_{nb}(y,j) := \sin\left(\frac{\pi}{z_j}-\gamma_{m_j}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere $$e_{bi_j} := \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{12\cdot M_{ib}(y,j)\cdot m_{ib}(y,j)}{s_b(y,j)^3}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $$e_{bt_j} := 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{F_{tb}(y,j)\cdot f_{tb}(y,j)}{s_b(y,j)}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii de compresiune $$e_{bn_j} := \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{F_{nb}(y,j)\cdot f_{nb}(y,j)}{s_b(y,j)}\,dy$$

Elasticitatea totala a canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bt} + e_{bn}$

Elasticitatea insumata a elementelor imbinarii $e_{def} := e_a + e_b$

Presiunea medie estimata $p_{med} := 10MPa$

Presiunea maxima estimata $p_{max} := 30MPa$

Deformatia medie a arborelui $\delta_a := e_a\cdot\frac{p_{med}}{E}$

Deformatia medie a butucului $\delta_{but} := e_b\cdot\frac{p_{med}}{E}$

Deformatia medie a arborelui $\delta_{def} := e_{def}\cdot\frac{p_{med}}{E}$

$e_{bi} =$

	0
0	0.012
1	0.013
2	0.02
3	0.017
4	0.022
5	0.025
6	0.034
7	0.031
8	0.009
9	0.009
10	0.011
11	0.011
12	0.014
13	0.018
14	0.016
15	0.003
16	0.007
17	0.007
18	0.007
19	0.006

mm

$e_{bn} =$

	0
0	0.016
1	0.014
2	0.023
3	0.021
4	0.018
5	0.028
6	0.032
7	0.03
8	0.022
9	0.02
10	0.017
11	0.025
12	0.022
13	0.028
14	0.032
15	0.024
16	0.021
17	0.019
18	0.017
19	0.029

mm

$e_{bt} =$

	0
0	0.29
1	0.26
2	0.4
3	0.4
4	0.31
5	0.51
6	0.52
7	0.53
8	0.74
9	0.7
10	0.6
11	0.87
12	0.77
13	0.9
14	1.13
15	1.43
16	1.14
17	1.07
18	1.01
19	1.7

mm

$e_b =$

	0
0	0.319
1	0.282
2	0.439
3	0.441
4	0.35
5	0.562
6	0.59
7	0.591
8	0.772
9	0.726
10	0.632
11	0.902
12	0.808
13	0.945
14	1.175
15	1.461
16	1.17
17	1.096
18	1.03
19	1.731

mm

$e_{def} =$

	0
0	2.34
1	1.79
2	3.27
3	2.36
4	2.39
5	3.21
6	5.27
7	3.83
8	5.72
9	4.24
10	3.55
11	5.6
12	4.86
13	6.47
14	6.83
15	7.73
16	7.34
17	5.96
18	4.88
19	8.07

mm

$\delta_a =$

	0
0	0.094
1	0.07
2	0.132
3	0.089
4	0.095
5	0.123
6	0.218
7	0.151
8	0.23
9	0.163
10	0.136
11	0.218
12	0.188
13	0.257
14	0.263
15	0.291
16	0.287
17	0.226
18	0.179
19	0.295

µm

$\delta_{but} =$

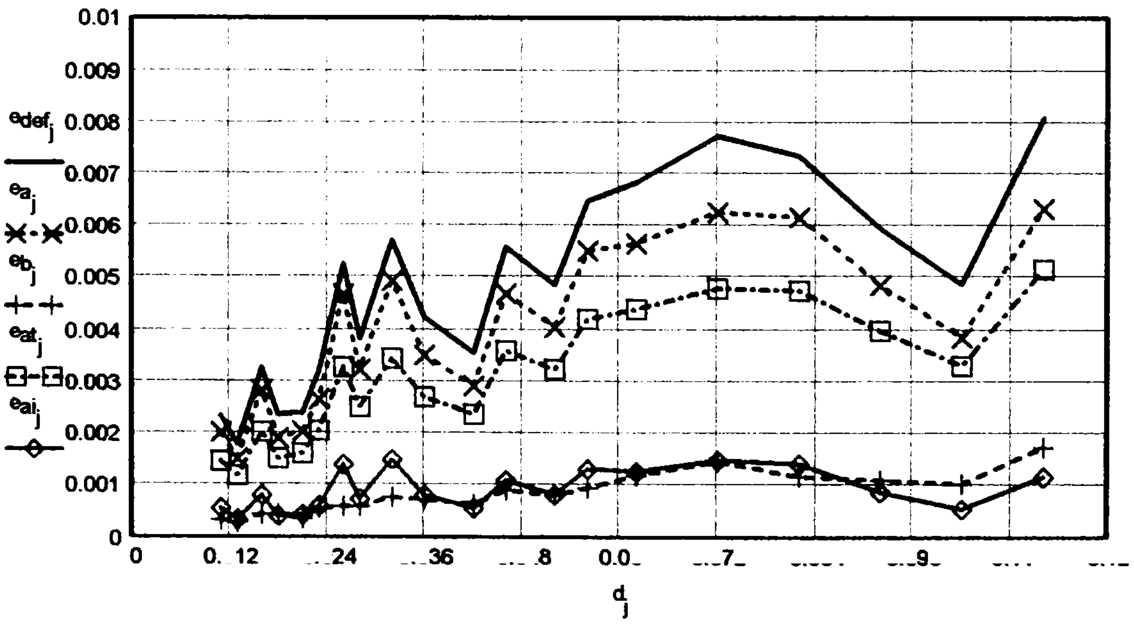
	0
0	0.015
1	0.013
2	0.02
3	0.021
4	0.016
5	0.026
6	0.027
7	0.028
8	0.036
9	0.034
10	0.029
11	0.042
12	0.038
13	0.044
14	0.055
15	0.068
16	0.054
17	0.051
18	0.048
19	0.081

µm

$\delta_{def} =$

	0
0	0.109
1	0.083
2	0.152
3	0.11
4	0.111
5	0.149
6	0.245
7	0.178
8	0.266
9	0.197
10	0.165
11	0.26
12	0.226
13	0.301
14	0.318
15	0.359
16	0.342
17	0.277
18	0.227
19	0.375

µm



Rigiditatea de contact

Apropierea suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

$$h(p) := 3.4 \cdot R_a \cdot \left(\frac{p}{HV}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$h(p_{max}) = 1.342\,\mu m$

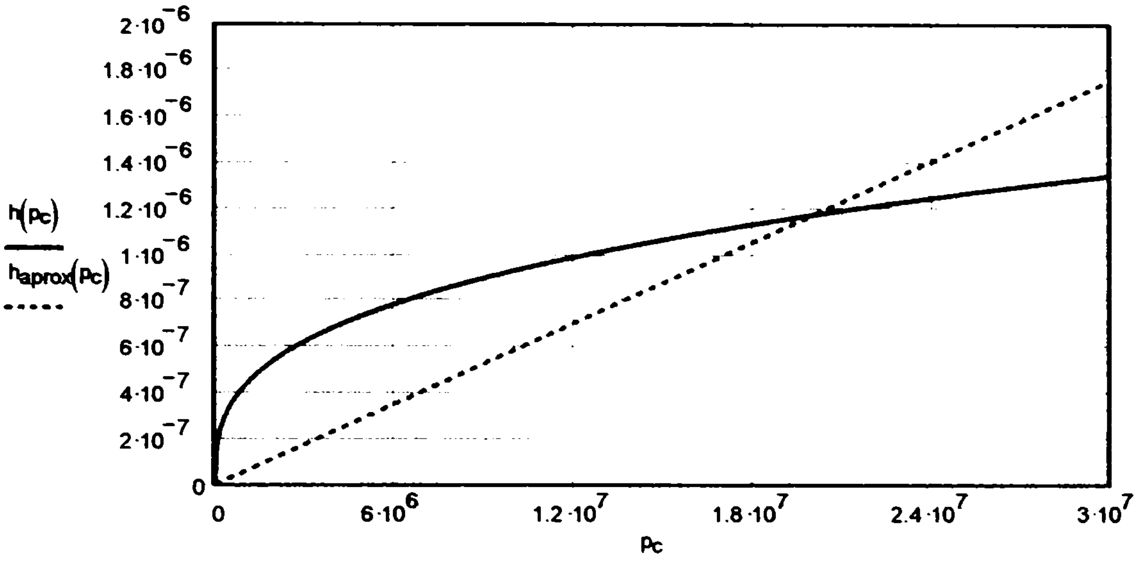
Elasticitatea de contact

$$e_c := h\left(\frac{2 \cdot p_{max}}{3}\right) \cdot \frac{3 \cdot E}{2 \cdot p_{max}}$$

$e_c = 12.599\,mm$

Apropierea aproximativa a suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

$$h_{aprox}(p) := e_c \cdot \frac{p}{E}$$



Elasticitatea totala $e_{tot} := e_{def} + e_c$

Diametrul exterior al butucului $d_{b0_j} := 1.5 \cdot D_j$

Lungimea butucului $L_{b_j} := d_j$

$$\mu_{def_j} := \sqrt{16 \cdot z_j \cdot \frac{\left(d_{m_j}\right)^2 \cdot \left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)}{\pi \cdot e_{def_j}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left[\frac{1}{\left(d_j\right)^4} + \frac{1}{\left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}\right]}$$

$$\mu_{tot_j} := \sqrt{16 \cdot z_j \cdot \frac{\left(d_{m_j}\right)^2 \cdot \left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)}{\pi \cdot e_{tot_j}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left[\frac{1}{\left(d_j\right)^4} + \frac{1}{\left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}\right]}$$

$e_{tot} =$

	0
0	14.936
1	14.389
2	15.866
3	14.956
4	14.99
5	15.812
6	17.867
7	16.429
8	18.317
9	16.836
10	16.15
11	18.198
12	17.459
13	19.071
14	19.432
15	20.327
16	19.943
17	18.556
18	17.478
19	20.668

mm

$\mu_{def} =$

	0
0	0.554
1	0.529
2	0.368
3	0.384
4	0.322
5	0.287
6	0.217
7	0.236
8	0.192
9	0.198
10	0.184
11	0.156
12	0.147
13	0.126
14	0.117
15	0.105
16	0.094
17	0.093
18	0.092
19	0.075

mm^{-1}

$\mu_{def_j} \cdot L_{b_j} =$

6.093
6.875
5.896
6.91
6.772
6.595
5.645
6.603
6.158
7.12
7.729
7.166
7.65
7.035
7.228
7.541
7.694
8.521
9.397
8.366

$\mu_{tot} =$

	0
0	0.219
1	0.187
2	0.167
3	0.152
4	0.129
5	0.129
6	0.118
7	0.114
8	0.108
9	0.099
10	0.086
11	0.086
12	0.078
13	0.073
14	0.069
15	0.065
16	0.057
17	0.052
18	0.049
19	0.047

mm^{-1}

$\mu_{tot_j} \cdot L_{b_j} =$

2.41
2.425
2.675
2.743
2.704
2.973
3.065
3.188
3.441
3.572
3.624
3.975
4.036
4.099
4.286
4.649
4.669
4.828
4.965
5.227

$$\lambda_j := \frac{(d_j)^4}{(d_j)^4 + \left(d_{b0_j}\right)^4 - (D_j)^4}$$

$$k_{d_j} := \mu_{def_j} \cdot L_{b_j} \cdot \frac{\cosh\left(\mu_{def_j} \cdot L_{b_j}\right)}{\sinh\left(\mu_{def_j} \cdot L_{b_j}\right)} \qquad k_{d1_j} := \mu_{def_j} \cdot L_{b_j} \cdot \frac{(1 - \lambda_j) \cdot \cosh\left(\mu_{def_j} \cdot L_{b_j}\right) + \lambda_j}{\sinh\left(\mu_{def_j} \cdot L_{b_j}\right)}$$

$$k_{dtot_j} := \mu_{tot_j} \cdot L_{b_j} \cdot \frac{\cosh\left(\mu_{tot_j} \cdot L_{b_j}\right)}{\sinh\left(\mu_{tot_j} \cdot L_{b_j}\right)} \qquad k_{dtot1_j} := \mu_{tot_j} \cdot L_{b_j} \cdot \frac{(1 - \lambda_j) \cdot \cosh\left(\mu_{tot_j} \cdot L_{b_j}\right) + \lambda_j}{\sinh\left(\mu_{tot_j} \cdot L_{b_j}\right)}$$

$k_d =$

	0
0	6.093
1	6.875
2	5.896
3	6.91
4	6.772
5	6.595
6	5.645
7	6.603
8	6.158
9	7.12
10	7.729
11	7.166
12	7.65
13	7.035
14	7.228
15	7.541
16	7.694
17	8.521
18	9.397
19	8.366

$k_{dtot} =$

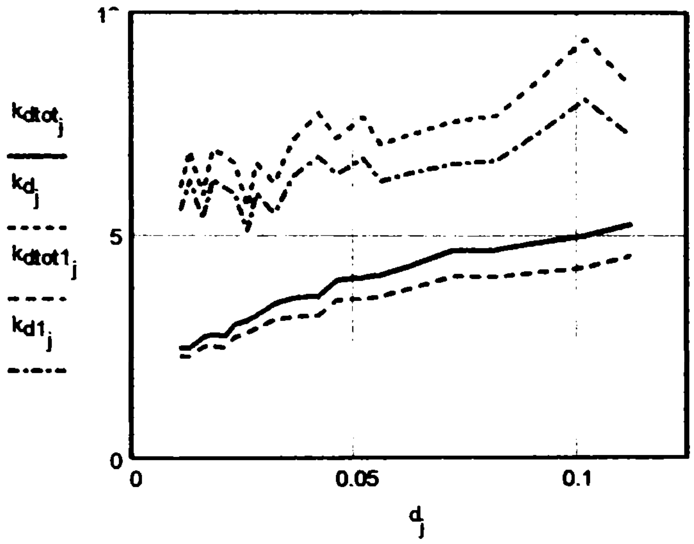
	0
0	2.449
1	2.463
2	2.701
3	2.766
4	2.729
5	2.988
6	3.078
7	3.199
8	3.448
9	3.577
10	3.629
11	3.977
12	4.039
13	4.101
14	4.287
15	4.65
16	4.67
17	4.828
18	4.965
19	5.228

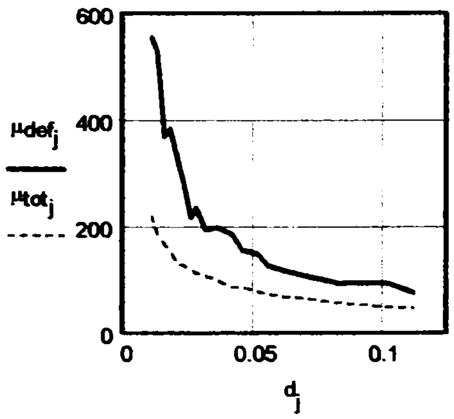
$k_{d1} =$

	0
0	5.573
1	6.211
2	5.359
3	6.225
4	6.034
5	5.932
6	5.102
7	5.933
8	5.483
9	6.286
10	6.755
11	6.345
12	6.718
13	6.197
14	6.367
15	6.579
16	6.66
17	7.328
18	8.036
19	7.221

$k_{dtot1} =$

	0
0	2.276
1	2.267
2	2.487
3	2.526
4	2.47
5	2.718
6	2.808
7	2.9
8	3.092
9	3.181
10	3.196
11	3.538
12	3.564
13	3.627
14	3.79
15	4.068
16	4.053
17	4.163
18	4.256
19	4.52





$$S_{1_j} := \frac{D_j - d_j}{2} - 2 \cdot c_j$$

Rigiditatea canelurilor dreptunghiulare

$$k_{def_j} := \frac{e_{def_j}}{e_{at_j}} \qquad \varepsilon_{def} := \frac{k_{def}}{1.6} - 1 \qquad e_{ataprox_j} := 0.75\cdot 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\frac{\left(S_{1_j}\right)^2}{b_j} \qquad k_{defaprox_j} := \frac{e_{def_j}}{e_{ataprox_j}}$$

$k_{def} =$

	0
0	1.61
1	1.52
2	1.62
3	1.56
4	1.49
5	1.56
6	1.61
7	1.53
8	1.66
9	1.57
10	1.51
11	1.56
12	1.5
13	1.54
14	1.55
15	1.61
16	1.54
17	1.5
18	1.48
19	1.56

$\varepsilon_{def} =$

	0
0	0.5
1	-4.9
2	1
3	-2.7
4	-7.1
5	-2.3
6	0.6
7	-4.3
8	3.8
9	-2
10	-5.9
11	-2.7
12	-6
13	-3.8
14	-2.9
15	0.9
16	-3.5
17	-6.4
18	-7.6
19	-2.5

%

$e_{ataprox} =$

	0
0	0.94
1	0.81
2	1.5
3	1.2
4	1.2
5	1.72
6	2.25
7	1.93
8	2.25
9	1.93
10	1.68
11	2.34
12	2.11
13	2.87
14	3.12
15	3.12
16	3.12
17	2.67
18	2.34
19	3.93

mm

$k_{defaprox} =$

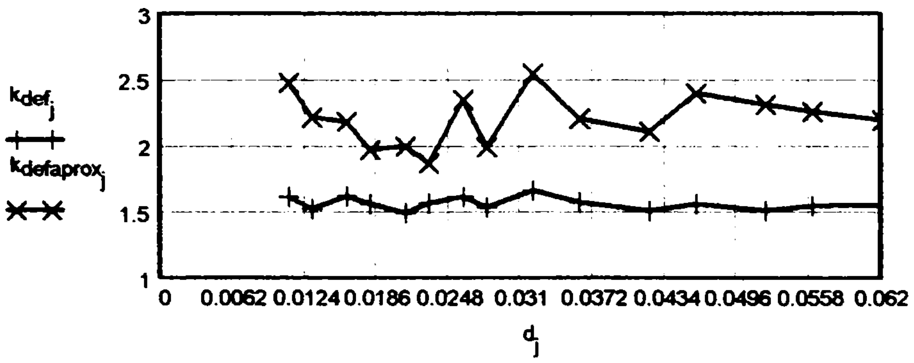
	0
0	2.48
1	2.21
2	2.18
3	1.97
4	2
5	1.87
6	2.34
7	1.99
8	2.55
9	2.2
10	2.11
11	2.39
12	2.31
13	2.26
14	2.19
15	2.48
16	2.35
17	2.23
18	2.09
19	2.05

$\varepsilon_{aprox} =$

	0
0	10.025
1	-1.657
2	-3.045
3	-12.577
4	-11.316
5	-16.981
6	4.217
7	-11.604
8	13.136
9	-2.196
10	-6.326
11	6.345
12	2.569
13	0.349
14	-2.67
15	10.079
16	4.617
17	-1
18	-7.326
19	-8.804

%

$$\varepsilon_{aprox} := \frac{k_{defaprox}}{2.25} - 1$$



Seria grea

$j := 0 .. 17$

Diametrul interior $d :=$	Diametrul exterior $D :=$	Latimea canelurii $b :=$	Numarul de caneluri $z :=$	Diametrul minim al degajarilor de rectificare $d_1 :=$	Tesitura canelurii de pe arbore $c :=$
16mm	20mm	2.5mm	10	14.1mm	0.2mm
18mm	23mm	3mm	10	15.6mm	0.2mm
21mm	26mm	3mm	10	18.5mm	0.2mm
23mm	29mm	4mm	10	20.3mm	0.2mm
26mm	32mm	4mm	10	23.0mm	0.3mm
28mm	35mm	4mm	10	24.4mm	0.3mm
32mm	40mm	5mm	10	28.0mm	0.3mm
36mm	45mm	5mm	10	31.3mm	0.3mm
42mm	52mm	6mm	10	36.9mm	0.3mm
46mm	56mm	7mm	10	40.9mm	0.5mm
52mm	60mm	5mm	16	47.0mm	0.5mm
56mm	65mm	5mm	16	50.6mm	0.5mm
62mm	72mm	6mm	16	56.1mm	0.5mm
72mm	82mm	7mm	16	65.9mm	0.5mm
82mm	92mm	6mm	20	75.6mm	0.5mm
92mm	102mm	7mm	20	85.5mm	0.5mm
102mm	115mm	8mm	20	98.7mm	0.5mm
112mm	125mm	9mm	20	104.0mm	0.5mm

Racordarea canelurii din butuc $r := c$ $\mu m := 10^{-3} mm$ $MPa := 10^{6} Pa$

Diametrul mediu al imbinarii $d_m := \frac{d + D}{2}$ Modulul de elasticitate $E := 2.15 \cdot 10^{5} MPa$

Microduritatea suprafetei $HV := 2000MPa$ Rugozitatea suprafetelor portante $R_a := 1.6\mu m$

Geometria imbinarii semiunghiurile la centru corespunzatoare latimii canelurii :

$$\gamma d_j := \mathrm{asin}\left(\frac{b_j}{d_j}\right) \quad \gamma m_j := \mathrm{asin}\left(\frac{b_j}{d_{m_j}}\right) \quad \gamma D_j := \mathrm{asin}\left(\frac{b_j}{D_j}\right) \quad \gamma Ora_j := \mathrm{asin}\left(\frac{b_j + 2 \cdot r_j}{d_{1_j} + 2 \cdot r_j}\right)$$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

$$yPa_j := 0.5 \cdot D_j \cdot \cos\left(\gamma D_j\right) - c_j \quad yNa_i := 0.5 \cdot d_j \cdot \cos\left(\gamma d_i\right) - c_j \quad yMa_j := 0.5\left(d_{1_i} + 2 \cdot r_j\right) \cdot \cos\left(\gamma Ora_j\right)$$

$$yma_j := 0.5 \cdot d_{m_j} \cdot \cos\left(\gamma m_j\right) \quad ymin_j := yMa_j - 0.5 \cdot r_j$$

Latimea canelurii

$$s_{2a}(y, j) := b_j + 2 \cdot r_j - 2 \cdot \sqrt{\left(r_j\right)^2 - \left(yMa_j - y\right)^2}$$

$$s_a(y, j) := b_j \cdot \left(yMa_j \le y \le yPa_j\right) + s_{2a}(y, j) \cdot \left(ymin_j \le y < yMa_j\right)$$

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$$M_{ia1}(y,j) := \frac{\left(yPa_j - y\right)^2}{2} \qquad M_{ia2}(y,j) := \left(yPa_j - yNa_j\right)\cdot\left(\frac{yPa_j + yNa_j}{2} - y\right)$$

$$M_{ia}(y,j) := M_{ia1}(y,j)\cdot\left(yNa_j \le y \le yPa_j\right) + M_{ia2}(y,j)\cdot\left(y_{min_j} \le y < yNa_j\right)$$

$$F_{ta1}(y,j) := yPa_j - y \qquad F_{ta}(y,j) := yPa_j - yNa_j \qquad \nu := 0.3$$

$$F_{ta}(y,j) := F_{ta1}(y,j)\cdot\left(yNa_j \le y \le yPa_j\right) + F_{ta}(y,j)\cdot\left(y_{min_j} \le y < yNa_j\right)$$

–pentru grinda conjugata

$$m_{ia}(y,j) := \left[\left(\frac{d_{m_j}}{2}\cdot\cos\left(\gamma_{m_j}\right) - y\right)\cdot\cos\left(\gamma_{m_j}\right) + \frac{b_j}{2}\cdot\sin\left(\gamma_{m_j}\right)\right]\cdot\left(y_{min_j} \le y \le y_{ma_j}\right)$$

$$f_{ta}(y,j) := \cos\left(\gamma_{m_j}\right)\cdot\left(y_{min_j} \le y \le y_{ma_j}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{ai_j} := \int_{y_{min_j}}^{y_{ma_j}} \frac{12\cdot M_{ia}(y,j)\cdot m_{ia}(y,j)}{s_a(y,j)^3}\,dy$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{at_j} := 2.24\cdot(1+\nu)\cdot\int_{y_{min_j}}^{y_{ma_j}} \frac{F_{ta}(y,j)\cdot f_{ta}(y,j)}{s_a(y,j)}\,dy$$

Elasticitatea canelurii de pe arbore

$$e_a := e_{ai} + e_{at}$$

$e_{ai} =$

	0
0	3.48
1	5.34
2	5.49
3	4.52
4	4.68
5	9.1
6	8.06
7	13.59
8	11.92
9	6.98
10	9.36
11	14.23
12	12.76
13	8.62
14	14.27
15	9.36
16	5.08
17	12.21

mm

$e_{at} =$

	0
0	3.6
1	4.85
2	4.94
3	5.12
4	5.22
5	7.34
6	7.65
7	10
8	10.22
9	8.39
10	8.25
11	10.29
12	10.62
13	9.31
14	11.17
15	9.68
16	8.57
17	12.58

mm

$e_a =$

	0
0	7.09
1	10.18
2	10.42
3	9.63
4	9.91
5	16.44
6	15.71
7	23.59
8	22.13
9	15.37
10	17.61
11	24.52
12	23.38
13	17.93
14	25.44
15	19.04
16	13.65
17	24.79

mm

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii din butuc

Utilizam un sistem de axe similar cu cel de la arbore, dar rotit cu π/z

$$y_{Nb_j} := \frac{d_j}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{d_j}\right) + c_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right) \qquad y_{Pb_j} := \frac{D_j}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{D_j}\right) - c_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

$$y_{max_j} := y_{Pb_j} + r_j\cdot\left(\frac{1}{2} - \sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right) \qquad y_{mb_j} := \frac{d_{m_j}}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right)$$

$$z_{Pb_j} := \frac{D_j}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{D_j}\right) - c_j\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

latimea canelurii din butuc

$$s_{b1}(y,j) := 2\cdot y\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right) - \frac{b_j}{\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right)}$$

$$s_{b2}(y,j) := 2\cdot\left[z_{Pb_j} + r_j\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j}\right) - \sqrt{(r_j)^2 - \left(y - y_{Pb_j} + r_j\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right)^2}\right]$$

$$s_b(y,j) := s_{b1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y \le y_{Pb_j}\right) + s_{b2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} < y \le y_{max_j}\right)$$

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$$M_{ib1}(y,j) := \frac{y - y_{Nb_j}}{2}\cdot\left[\left(y - y_{Nb_j}\right) - s_{b1}\left(\frac{y + y_{Nb_j}}{2}, j\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right]$$

$$M_{ib2}(y,j) := \left(y_{Pb_j} - y_{Nb_j}\right)\cdot\left[\left(y - \frac{y_{Pb_j} + y_{Nb_j}}{2}\right) - \frac{s_{b1}\left(\frac{y_{Pb_j} + y_{Nb_j}}{2}, j\right)}{2}\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)\right]$$

$$M_{ib}(y,j) := M_{ib1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y < y_{Pb_j}\right) + M_{ib2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} \le y \le y_{max_j}\right)$$

$$F_{nb1}(y,j) := \left(y - y_{Nb_j}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right) \qquad F_{nb2}(y,j) := \left(y_{Pb_j} - y_{Nb_j}\right)\cdot\tan\left(\frac{\pi}{z_j}\right)$$

$$F_{nb}(y,j) := F_{nb1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y < y_{Pb_j}\right) + F_{nb2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} \le y \le y_{max_j}\right)$$

$$F_{tb1}(y,j) := y - y_{Nb_j} \qquad F_{tb2}(y,j) := y_{Pb_j} - y_{Nb_j}$$

$$F_{tb}(y,j) := F_{tb1}(y,j)\cdot\left(y_{Nb_j} \le y < y_{Pb_j}\right) + F_{tb2}(y,j)\cdot\left(y_{Pb_j} \le y \le y_{max_j}\right)$$

pentru grinda conjugata

$$m_{ib}(y,j) := \left(y - y_{mb_j}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right) - \frac{s_{b1}\left(y_{mb_j}, j\right)}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right)$$

$$f_{tb}(y,j) := \cos\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right) \qquad f_{nb}(y,j) := \sin\left(\frac{\pi}{z_j} - \gamma_{m_j}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{bi_j} := \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{12 \cdot M_{ib}(y, j) \cdot m_{ib}(y, j)}{s_b(y, j)^3} \, dy$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{bt_j} := 2.4 \cdot (1 + \nu) \cdot \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{F_{tb}(y, j) \cdot f_{tb}(y, j)}{s_b(y, j)} \, dy$$

Elasticitatea la deformatii de compresiune

$$e_{bn_j} := \int_{y_{mb_j}}^{y_{max_j}} \frac{F_{nb}(y, j) \cdot f_{nb}(y, j)}{s_b(y, j)} \, dy$$

Elasticitatea totala a canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bt} + e_{bn}$

Elasticitatea insumata a elementelor imbinarii $e_{def} := e_a + e_b$

Presiunea medie estimata $p_{med} := 10MPa$

Presiunea maxima estimata $p_{max} := 30MPa$

Deformatia medie a arborelui $\delta_a := e_a \cdot \frac{p_{med}}{E}$

Deformatia medie a butucului $\delta_{but} := e_b \cdot \frac{p_{med}}{E}$

Deformatia medie a arborelui $\delta_{def} := e_{def} \cdot \frac{p_{med}}{E}$

$e_{bi} =$

	0
0	0.011
1	0.036
2	0.01
3	0.05
4	0.011
5	0.015
6	0.03
7	0.022
8	0.024
9	0.013
10	0.076
11	0.087
12	0.144
13	0.088
14	0.15
15	0.117
16	0.337
17	0.275

mm $e_{bn} =$

	0
0	0.016
1	0.023
2	0.02
3	0.028
4	0.022
5	0.029
6	0.035
7	0.04
8	0.044
9	0.035
10	0.013
11	0.015
12	0.018
13	0.016
14	0.011
15	0.01
16	0.017
17	0.015

mm $e_{bt} =$

	0
0	0.85
1	1.31
2	1.04
3	1.65
4	1.19
5	1.48
6	1.88
7	2.01
8	2.24
9	1.88
10	1.83
11	2.12
12	2.63
13	2.33
14	2.54
15	2.38
16	3.94
17	3.72

mm $e_b =$

	0
0	0.879
1	1.369
2	1.071
3	1.723
4	1.224
5	1.522
6	1.945
7	2.068
8	2.313
9	1.929
10	1.915
11	2.227
12	2.787
13	2.435
14	2.704
15	2.503
16	4.292
17	4.008

mm

e_{def} =

	0
0	7.97
1	11.55
2	11.49
3	11.36
4	11.13
5	17.96
6	17.66
7	25.66
8	24.45
9	17.3
10	19.52
11	26.75
12	26.17
13	20.37
14	28.14
15	21.55
16	17.94
17	28.79

mm

δ_a =

	0
0	0.33
1	0.474
2	0.485
3	0.448
4	0.461
5	0.765
6	0.731
7	1.097
8	1.03
9	0.715
10	0.819
11	1.141
12	1.088
13	0.834
14	1.183
15	0.886
16	0.635
17	1.153

μm

δ_{but} =

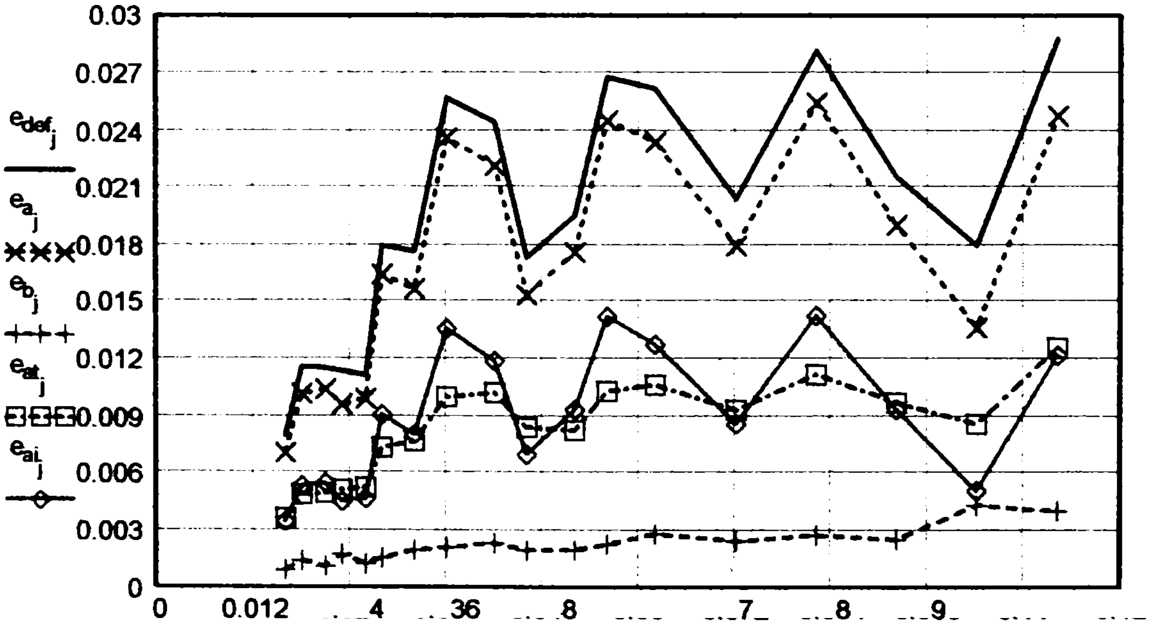
	0
0	0.041
1	0.064
2	0.05
3	0.08
4	0.057
5	0.071
6	0.09
7	0.096
8	0.108
9	0.09
10	0.089
11	0.104
12	0.13
13	0.113
14	0.126
15	0.116
16	0.2
17	0.186

μm

δ_{def} =

	0
0	0.37
1	0.537
2	0.534
3	0.528
4	0.518
5	0.835
6	0.821
7	1.193
8	1.137
9	0.805
10	0.908
11	1.244
12	1.217
13	0.947
14	1.309
15	1.002
16	0.834
17	1.339

μm



Rigiditatea de contact

Apropierea suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

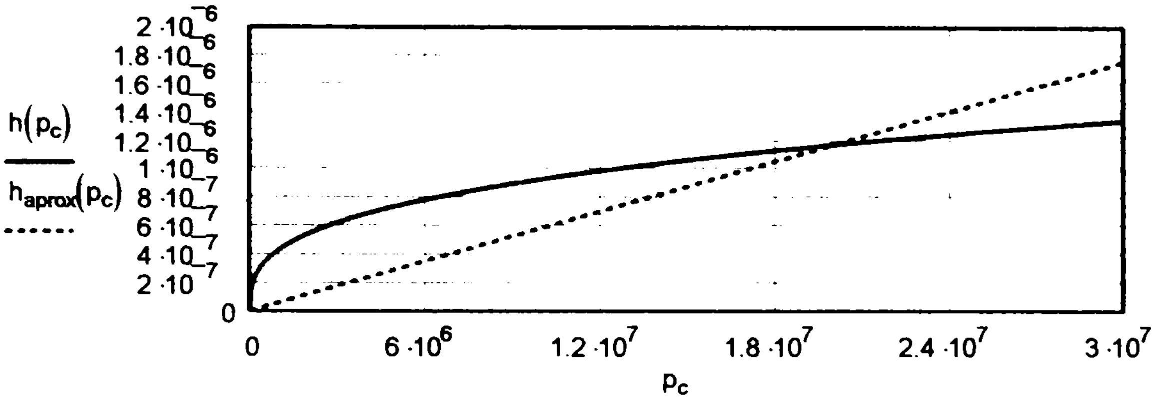
$$h(p) := 3.4 \cdot R_a \cdot \left(\frac{p}{HV}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad h(p_{max}) = 1.342\,\mu m$$

Elasticitatea de contact

$$e_c := h\left(\frac{2 \cdot p_{max}}{3}\right) \cdot \frac{3 \cdot E}{2 \cdot p_{max}} \qquad e_c = 12.599\,mm$$

Apropierea aproximativa a suprafetelor de contact datorita deformatiei rugozitatilor

$$h_{aprox}(p) := e_c \cdot \frac{p}{E}$$



Elasticitatea totala $e_{tot} := e_{def} + e_c$

Diametrul exterior al butucului $d_{b0_j} := 1.5 \cdot D_j$

Lungimea butucului $L_{b_j} := d_j$

$$\mu_{def_j} := \sqrt{16 \cdot z_j \cdot \frac{\left(d_{m_j}\right)^2 \cdot \left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)}{\pi \cdot e_{def_j}} \cdot (1+\nu) \cdot \left[\frac{1}{\left(d_j\right)^4} + \frac{1}{\left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}\right]}$$

$$\mu_{tot_j} := \sqrt{16 \cdot z_j \cdot \frac{\left(d_{m_j}\right)^2 \cdot \left(y_{Pa_j} - y_{Na_j}\right)}{\pi \cdot e_{tot_j}} \cdot (1+\nu) \cdot \left[\frac{1}{\left(d_j\right)^4} + \frac{1}{\left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}\right]}$$

$e_{tot} =$ mm

	0
0	20.564
1	24.15
2	24.09
3	23.956
4	23.729
5	30.558
6	30.255
7	38.257
8	37.047
9	29.9
10	32.123
11	39.35
12	38.767
13	32.968
14	40.739
15	34.144
16	30.54
17	41.393

$\mu_{def} =$ mm^{-1}

	0
0	0.302
1	0.252
2	0.213
3	0.217
4	0.192
5	0.152
6	0.144
7	0.112
8	0.103
9	0.112
10	0.103
11	0.087
12	0.084
13	0.081
14	0.068
15	0.069
16	0.078
17	0.056

$\mu_{def_j} \cdot L_{b_j} =$

4.836
4.531
4.483
4.982
4.982
4.257
4.594
4.038
4.346
5.139
5.365
4.868
5.191
5.851
5.538
6.311
7.92
6.236

$\mu_{tot} =$ mm^{-1}

	0
0	0.188
1	0.174
2	0.147
3	0.149
4	0.131
5	0.117
6	0.11
7	0.092
8	0.084
9	0.085
10	0.08
11	0.072
12	0.069
13	0.064
14	0.056
15	0.054
16	0.06
17	0.046

$\mu_{tot_j} \cdot L_{b_j} =$

3.01
3.133
3.096
3.431
3.412
3.264
3.509
3.307
3.531
3.909
4.183
4.014
4.265
4.599
4.603
5.013
6.07
5.201

$$\lambda_j := \frac{\left(d_j\right)^4}{\left(d_j\right)^4 + \left(d_{b0_j}\right)^4 - \left(D_j\right)^4}$$

$$k_{d_j} := \mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\cosh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)}{\sinh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)} \qquad k_{d1_j} := \mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\left(1-\lambda_j\right)\cdot\cosh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)+\lambda_j}{\sinh\left(\mu_{def_j}\cdot L_{b_j}\right)}$$

$$k_{dtot_j} := \mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\cosh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)}{\sinh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)} \qquad k_{dtot1_j} := \mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\cdot\frac{\left(1-\lambda_j\right)\cdot\cosh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)+\lambda_j}{\sinh\left(\mu_{tot_j}\cdot L_{b_j}\right)}$$

$k_d =$

	0
0	4.837
1	4.532
2	4.484
3	4.983
4	4.983
5	4.259
6	4.595
7	4.04
8	4.348
9	5.139
10	5.365
11	4.869
12	5.191
13	5.851
14	5.538
15	6.311
16	7.92
17	6.236

$k_{dtot} =$

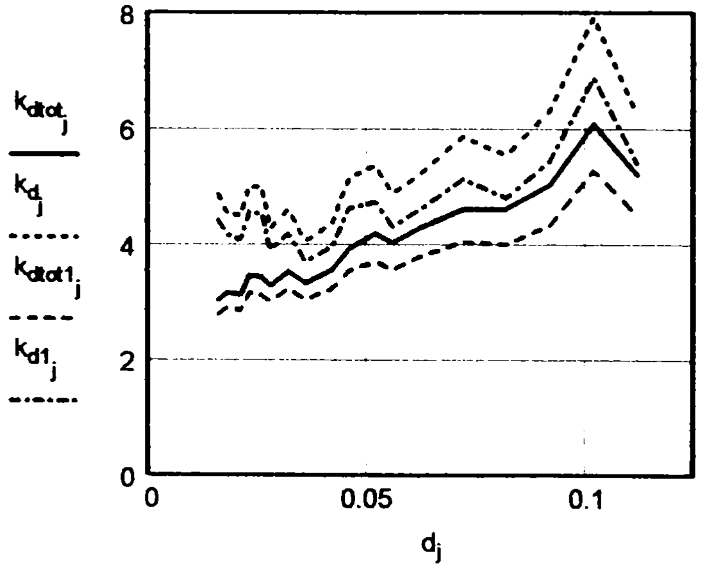
	0
0	3.025
1	3.145
2	3.109
3	3.438
4	3.42
5	3.273
6	3.516
7	3.316
8	3.537
9	3.912
10	4.184
11	4.017
12	4.266
13	4.6
14	4.604
15	5.014
16	6.07
17	5.201

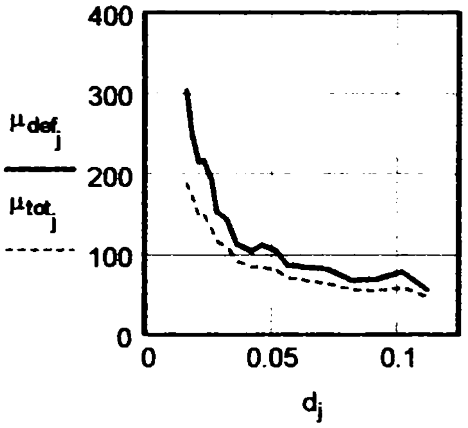
$k_{d1} =$

	0
0	4.401
1	4.157
2	4.068
3	4.547
4	4.507
5	3.88
6	4.183
7	3.683
8	3.946
9	4.627
10	4.717
11	4.296
12	4.579
13	5.109
14	4.8
15	5.43
16	6.874
17	5.385

$k_{dtot1} =$

	0
0	2.775
1	2.903
2	2.84
3	3.152
4	3.11
5	2.996
6	3.213
7	3.034
8	3.221
9	3.534
10	3.69
11	3.554
12	3.772
13	4.025
14	3.997
15	4.321
16	5.272
17	4.497





$$S_{1_j} := \frac{D_j - d_j}{2} - 2\cdot c$$

$$k_{def_j} := \frac{e_{def_j}}{e_{at_j}} \quad \varepsilon_{def} := \frac{k_{def}}{1.6} - 1 \quad e_{ataprox_j} := 0.75\cdot 2.4\cdot(1+\nu)\cdot\frac{\left(S_{1_j}\right)^2}{b_j} \quad k_{defaprox_j} := \frac{e_{def_j}}{e_{ataprox_j}}$$

k_{def} =

	0
0	2.21
1	2.38
2	2.33
3	2.22
4	2.13
5	2.45
6	2.31
7	2.57
8	2.39
9	2.06
10	2.37
11	2.6
12	2.46
13	2.19
14	2.52
15	2.23
16	2.09
17	2.29

ε_{def} =

	0
0	38.2
1	49
2	45.5
3	38.7
4	33.2
5	52.9
6	44.2
7	60.4
8	49.6
9	28.8
10	47.9
11	62.4
12	54
13	36.7
14	57.5
15	39.1
16	30.9
17	43.1

%

$e_{ataprox}$ =

	0
0	2.4
1	3.44
2	3.44
3	3.95
4	3.37
5	4.92
6	5.41
7	7.12
8	7.55
9	5.35
10	4.21
11	5.73
12	6.24
13	5.35
14	6.24
15	5.35
16	8.85
17	7.86

mm

$k_{defaprox}$ =

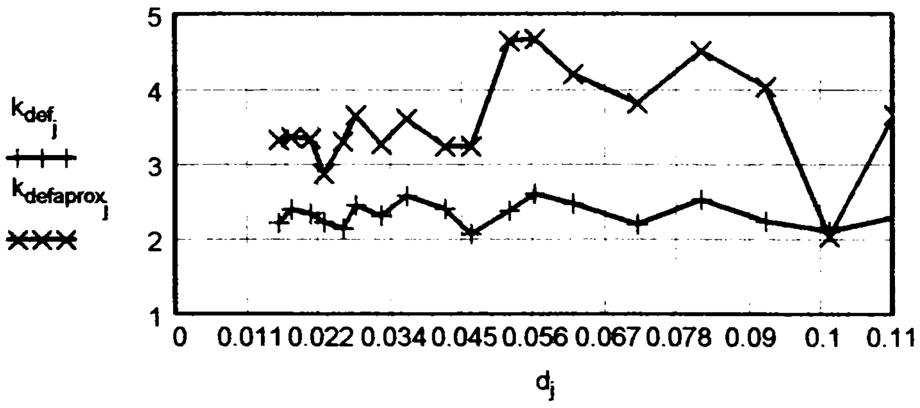
	0
0	3.32
1	3.36
2	3.34
3	2.87
4	3.3
5	3.65
6	3.26
7	3.6
8	3.24
9	3.23
10	4.64
11	4.67
12	4.19
13	3.81
14	4.51
15	4.03
16	2.03
17	3.66

$$\varepsilon_{aprox} := \frac{k_{defaprox}}{2.25} - 1$$

ε_{aprox} =

	0
0	47.74
1	49.243
2	48.469
3	27.64
4	46.802
5	62.238
6	45.045
7	60.203
8	43.909
9	43.763
10	106.009
11	107.382
12	86.382
13	69.254
14	100.43
15	79.031
16	-9.882
17	62.709

%



Rigiditatea canelurilor triunghiulare

Diametrul de divizare $d := 30\mathrm{mm}$

Diametrul exterior $D := 32\mathrm{mm}$

Unghiul canelurii din butuc $\beta := \frac{\pi}{3}$ $\beta = 60\,\mathrm{deg}$

Numarul de caneluri $z := 36$

Diametrul minim al canelurii din arbore $d_{a2} := 28.5\mathrm{mm}$

Diametrul maxim al canelurii din arbore $d_{a1} := 32\mathrm{mm}$

Geometria imbinarii

In functie de dimensiunile standardizate ale imbinarii se calculeaza:

Latimea canelurii pe diametrul de divizare $s_d := d\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2\cdot z}\right)$ $s_d = 1.309\,\mathrm{mm}$

Unghiul la centru corespunzator latimii canelurii pe diametrul de divizare

Unghiul canelurii de pe arbore $\gamma := \beta - \frac{2\cdot\pi}{z}$ $\gamma = 50\,\mathrm{deg}$ $\theta_d := \frac{\pi}{z}$ $\theta_d = 5\,\mathrm{deg}$

Ordonata punctului de pe flancul canelurii situat pe cercul de diametru mediu $y_d := \frac{d}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2\cdot z}\right)$ $y_d = 14.986\,\mathrm{mm}$

Latimea canelurii de pe arbore $s_{1a}(y) := s_d + 2\cdot(y_d - y)\cdot\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$

Unghiul canelurii pe cercul curent $\theta_a(y) := 2\cdot\mathrm{atan}\left(\frac{s_{1a}(y)}{2\cdot y}\right)$

$$d_{ya}(y) := \frac{2\cdot y}{\cos\left(\frac{\theta_a(y)}{2}\right)}$$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului canelurii de pe arbore

$y_{Pa} := \frac{d_{a1}}{2}$ $y_{Pa} = 16\,\mathrm{mm}$ $y_{Pa} := \mathrm{root}\left(y_{Pa}^2 + s_{1a}(y_{Pa})^2 - \frac{d_{a1}^2}{4}, y_{Pa}\right)$ $y_{Pa} = 15.996\,\mathrm{mn}$

$\theta_{Pa} := \theta_a(y_{Pa})$ $\theta_{Pa} = 1.313\,\mathrm{deg}$

$y_{Na} := \frac{d_{a2}}{2}$ $y_{Na} := \mathrm{root}\left(y_{Na}^2 + s_{1a}(y_{Na})^2 - \frac{d_{a2}^2}{4}, y_{Na}\right)$ $y_{Na} = 14.09\,\mathrm{mm}$

$\theta_{Na} := \theta_a(y_{Na})$ $\theta_{Na} = 8.703\,\mathrm{deg}$

$s_{amin} := s_{1a}(y_{Pa})$ $s_{amin} = 0.367\,\mathrm{mr}$

$r_2 := \frac{s_{amin}}{2\cdot\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)}$ $r_2 = 0.202\,\mathrm{mm}$

Latimea canelurii din butuc $s_{1b}(y) := s_d + 2\cdot(y - y_d)\cdot\tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$$\theta_b(y) := 2\cdot\mathrm{atan}\left(\frac{s_{1b}(y)}{2\cdot y}\right)$$

$$d_{yb}(y) := \frac{2\cdot y}{\cos\left(\frac{\theta_b(y)}{2}\right)}$$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului

$$y_{Pb} := \frac{d_{a1}}{2} \quad y_{Pb} := \mathrm{root}\left(y_{Pb}^{2} + s_{1b}(y_{Pb})^{2} - \frac{d_{a1}^{2}}{4}, y_{Pb}\right) \qquad y_{Pb} = 15.837\,\mathrm{mm}$$

$$\theta_{Pb} := \theta_{b}(y_{Pb}) \qquad \theta_{Pb} = 8.277\,\mathrm{deg}$$

$$y_{Nb} := \frac{d_{a2}}{2} \quad y_{Nb} := \mathrm{root}\left(y_{Nb}^{2} + s_{1b}(y_{Nb})^{2} - \frac{d_{a2}^{2}}{4}, y_{Nb}\right) \qquad y_{Nb} = 14.243\,\mathrm{mm}$$

$$\theta_{Nb} := \theta_{b}(y_{Nb}) \qquad \theta_{Nb} = 1.813\,\mathrm{deg}$$

Latimea capului canelurii din butuc

$$s_{bmin} := s_{1b}(y_{Nb}) \qquad s_{bmin} = 0.451\,\mathrm{mm}$$

Racordarea canelurii dinarbore

$$r_{1} := \frac{s_{bmin}}{2\cdot\cos\left(\frac{\beta}{2}\right)} \qquad r_{1} = 0.26\,\mathrm{mm}$$

Diametrul de picior al arborelui

$$d_{f1} := d_{a2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \theta_{Na}\right) - r_{1} \qquad d_{f1} = 28.18\,\mathrm{mm}$$

Coordonatele centrului racordarii canelurii de pe arbore

$$y_{Ora} := \left(\frac{d_{f1}}{2} + r_{1}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Ora} = 14.296\,\mathrm{mm}$$

$$z_{Ora} := \left(\frac{d_{f1}}{2} + r_{1}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad z_{Ora} = 1.251\,\mathrm{mm}$$

Ordonata incastrarii echivalente pe arbore

$$y_{amin} := y_{Ora} - \frac{r_{1}}{2} \qquad y_{amin} = 14.166\,\mathrm{mm}$$

Latimea canelurii in zona de racordare

$$s_{2a}(y) := 2\cdot\left[z_{Ora} - \sqrt{r_{1}^{2} - (y_{Ora} - y)^{2}}\right]$$

Diametrul de picior al butucului

$$d_{f2} := d_{a1}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \frac{\theta_{Pb}}{2}\right) + 2\cdot r_{2}\cdot\left(1 - \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right) \qquad d_{f2} = 32.23\,\mathrm{mm}$$

Coordonatele centrului racordarii canelurii din butuc

$$y_{Orb} := \left(\frac{d_{f2}}{2} - r_{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad y_{Orb} = 15.852\,\mathrm{mm}$$

$$z_{Orb} := \left(\frac{d_{f2}}{2} - r_{2}\right)\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z}\right) \qquad z_{Orb} = 1.387\,\mathrm{mm}$$

Ordonata incastrarii echivalente in butuc

$$y_{bmax} := y_{Orb} + \frac{r_{2}}{2} \qquad y_{bmax} = 15.953\,\mathrm{mm}$$

Latimea canelurii in zona de racord

$$s_{2b}(y) := 2\cdot\left[z_{Orb} - \sqrt{r_{2}^{2} - (y_{Orb} - y)^{2}}\right] \qquad s_{2b}(y_{Pb}) = 2.37\,\mathrm{mm}$$

$$s_{2b}(y_{bmax}) = 2.423\,\mathrm{mm}$$

Rigiditatea canelurii de pe arbore

Functiile de eforturi pentru grinda reala

$$M_{ia1}(y) := \frac{(y_{Pa} - y)^{2}}{2} - (y_{Pa} - y)\cdot s_{1a}\left(\frac{y_{Pa} + y}{2}\right)\cdot\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$M_{ia2}(y) := (y_{Pa} - y_{Na})\cdot\left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2} - y\right) - (y_{Pa} - y_{Na})\cdot s_{1a}\left(\frac{y_{Pa} + y_{Na}}{2}\right)\cdot\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$F_{na1}(y) := -(y_{Pa} - y)\cdot\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right) \qquad F_{na2}(y) := -(y_{Pa} - y_{Na})\cdot\tan\left(\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$F_{ta1}(y) := y_{Pa} - y \qquad F_{ta2}(y) := y_{Pa} - y_{Na}$$

pentru grinda conjugata

$$m_{ia}(y) := (y_{d} - y)\cdot\cos\left(\frac{\theta_{d}}{2}\right) + \frac{s_{d}}{2}\cdot\sin\left(\frac{\theta_{d}}{2}\right)$$

$$f_{na}(y) := -\sin\left(\frac{\theta_{d}}{2}\right) \qquad f_{ta}(y) := \cos\left(\frac{\theta_{d}}{2}\right)$$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{ai} := \int_{y_{Na}}^{y_d} \frac{12 \cdot M_{ia1}(y) \cdot m_{ia}(y)}{s_{1a}(y)^3}\, dy + \int_{y_{amin}}^{y_{Na}} \frac{12 \cdot M_{ia2}(y) \cdot m_{ia}(y)}{s_{2a}(y)^3}\, dy \qquad e_{ai} = 0.298\,\mathrm{mm}$$

Elasticitatea la compresiune

$$e_{an} := \int_{y_{Na}}^{y_d} \frac{F_{na1}(y) \cdot f_{na}(y)}{s_{1a}(y)}\, dy + \int_{y_{amin}}^{y_{Na}} \frac{F_{na2}(y) \cdot f_{na}(y)}{s_{2a}(y)}\, dy \qquad e_{an} = 0.014\,\mathrm{mm}$$

$\nu := 0.3$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{at} := 2 \cdot (1 + \nu) \cdot \left(\int_{y_{Na}}^{y_d} \frac{F_{ta1}(y) \cdot f_{ta}(y)}{s_{1a}(y)}\, dy + \int_{y_{amin}}^{y_{Na}} \frac{F_{ta2}(y) \cdot f_{ta}(y)}{s_{2a}(y)}\, dy \right) \qquad e_{at} = 1.777\,\mathrm{mm}$$

Elasticitatea canelurii de pe arbore $e_a := e_{ai} + e_{an} + e_{at}$ $e_a = 2.089\,\mathrm{mm}$

Rigiditatea canelurii din butuc

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$$M_{ib1}(y) := \frac{(y - y_{Nb})^2}{2} - \frac{y - y_{Nb}}{2} \cdot s_{1b}\left(\frac{y_{Nb} + y}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$M_{ib2}(y) := (y_{Pb} - y_{Nb}) \cdot \left(\frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2} - y\right) - \frac{y_{Pb} - y_{Nb}}{2} \cdot s_{1b}\left(\frac{y_{Pb} + y_{Nb}}{2}\right) \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$F_{nb1}(y) := -(y - y_{Nb}) \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$ $F_{nb2}(y) := -(y_{Pb} - y_{Nb}) \cdot \tan\left(\frac{\beta}{2}\right)$

$F_{tb1}(y) := y - y_{Nb}$ $F_{tb2}(y) := y_{Pb} - y_{Nb}$

pentru grinda conjugata $m_{ib}(y) := (y - y_d) \cdot \cos\left(\frac{\theta_d}{2}\right) - \frac{s_d}{2} \cdot \sin\left(\frac{\theta_d}{2}\right)$

$f_{nb}(y) := -\sin\left(\frac{\theta_d}{2}\right)$ $f_{tb}(y) := \cos\left(\frac{\theta_d}{2}\right)$

Elasticitatea la incovoiere

$$e_{bi} := \int_{y_d}^{y_{Pb}} \frac{12 \cdot M_{ib1}(y) \cdot m_{ib}(y)}{s_{1b}(y)^3}\, dy + \int_{y_{Pb}}^{y_{bmax}} \frac{12 \cdot M_{ib2}(y) \cdot m_{ib}(y)}{s_{2b}(y)^3}\, dy \qquad e_{bi} = 0.032\,\mathrm{mm}$$

Elasticitatea la compresiune

$$e_{bn} := \int_{y_d}^{y_{Pb}} \frac{F_{nb1}(y) \cdot f_{nb}(y)}{s_{1b}(y)}\, dy + \int_{y_{Pb}}^{y_{bmax}} \frac{F_{nb2}(y) \cdot f_{nb}(y)}{s_{2b}(y)}\, dy \qquad e_{bn} = 0.016\,\mathrm{mm}$$

Elasticitatea la deformatii tangentiale

$$e_{bt} := 2.4 \cdot (1 + \nu) \cdot \left(\int_{y_d}^{y_{Pb}} \frac{F_{tb1}(y) \cdot f_{tb}(y)}{s_{1b}(y)}\, dy + \int_{y_{Pb}}^{y_{bmax}} \frac{F_{tb2}(y) \cdot f_{tb}(y)}{s_{2b}(y)}\, dy \right) \qquad e_{bt} = 1.95\,\mathrm{mm}$$

Elasticitatea canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bn} + e_{bt}$ $e_b = 1.997\,\mathrm{mm}$

Elasticitatea totala $e_{def} := e_a + e_b$ $e_{def} = 4.086\,\mathrm{mm}$

$z_c := 3$ $\qquad\qquad$ $\mathrm{MPa} := \frac{N}{mm^2}$

$d_b := 1.6 \cdot D$ $\qquad$ $d_b = 51.2\,mm$ $\qquad$ $L_b := 1.5 \cdot D$ $\qquad$ $L_b = 48\,mm$

$$\mu := \sqrt{16 \cdot z \cdot \frac{d^2 \cdot (y_{Pa} - y_{Na})}{\pi \cdot e_{def}} \cdot (1 + \nu) \cdot \left(\frac{1}{d_{al}{}^4} + \frac{1}{d_b{}^4 - D^4} \right)} \qquad \mu = 0.336\,mm^{-1}$$

$$k_d := \mu \cdot L_b \cdot \frac{\cosh(\mu \cdot L_b)}{\sinh(\mu \cdot L_b)} \qquad k_d = 16.109$$

$$\lambda := \frac{d^4}{d^4 + d_b{}^4 - D^4} \qquad \lambda = 0.122$$

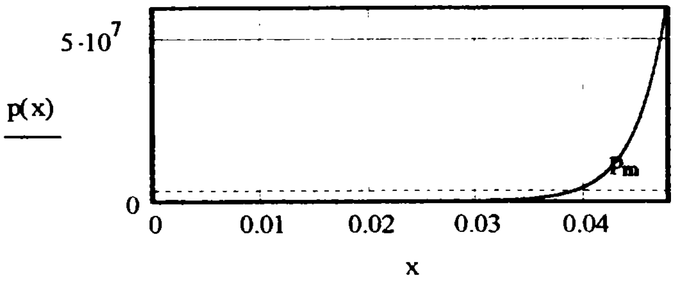
$$k_d := \mu \cdot L_b \cdot \frac{(1 - \lambda) \cdot \cosh(\mu \cdot L_b) + \lambda}{\sinh(\mu \cdot L_b)} \qquad k_d = 14.142$$

$$k_d := \mu \cdot L_b \cdot \frac{(1 - \lambda) + \lambda \cdot \cosh(\mu \cdot L_b)}{\sinh(\mu \cdot L_b)} \qquad k_d = 1.967$$

$T_t := 200 N \cdot m$

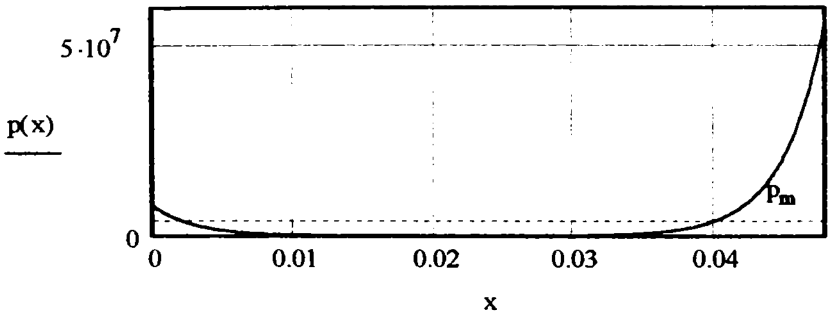
$$p(x) := \frac{2 \cdot T_t \cdot \mu \cdot \cosh(\mu \cdot x)}{d \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu \cdot L_b)}$$

$$p_m := \frac{2 \cdot T_t}{d \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot L_b} \qquad p_m = 4.048\,\mathrm{MPa}$$



$$p(x) := \frac{2 \cdot T_t \cdot \mu \cdot \left[(1 - \lambda) \cdot \cosh(\mu \cdot x) + \lambda \cdot \cosh(\mu \cdot L_b - \mu \cdot x)\right]}{d \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot \sinh(\mu \cdot L_b)}$$

$$p_m := \frac{2 \cdot T_t}{d \cdot z \cdot (y_{Pa} - y_{Na}) \cdot L_b} \qquad p_m = 4.048\,\mathrm{MPa}$$



A.11.4

Rigiditatea canelurilor evolventice

Date initiale

Modulul canelurilor $m_n := 1mm$

Diametrul nominal $D := 32mm$

Numarul de caneluri $z := 30$

Unghiul de presiune de referinta $\alpha_0 := \frac{\pi}{6}$

Geometria canelurii

Diametrul de divizare $d := m_n \cdot z$ $d = 30mm$

Diametrul de baza $d_b := d \cdot \cos(\alpha_0)$ $d_b = 25.981mm$

Deplasarea profilului $x_A := \frac{D-d}{2} - 0.55 \cdot m_n$ $x_A = 0.45mm$

Raza de racordare $\rho_{0f} := 0.16 \cdot m_n$ $\rho_{0f} = 0.16mm$

Diametrul de cap al arborelui $d_a := d + 2 \cdot (0.45 \cdot m_n + x_A)$ $d_a = 31.8mm$

Diametrul de cap al butucului $D_a := d - 2 \cdot (0.45 \cdot m_n - x_A)$ $D_a = 30mm$

Diametrul mediu de contact $d_m := \frac{d_a + D_a}{2}$ $d_m = 30.9mm$

Diametrul de picior al arborelui $d_f := d - 2 \cdot (0.55 \cdot m_n - x_A)$ $d_f = 29.8mm$

Pasul de divizare $p_t := \pi \cdot m_n$ $p_t = 3.142mm$

Unghiul de presiune pe cercul curent $\alpha(d_y) := acos\left(\frac{d_b}{d_y}\right)$

$inv(\alpha_y) := tan(\alpha_y) - \alpha_y$

Arcul pe cercul curent $as(d_y) := d_y \left(\frac{\pi}{2 \cdot z} + 2 \cdot \frac{x_A}{z \cdot m_n} \cdot tan(\alpha_0) + inv(\alpha_0) - tan(\alpha(d_y)) + \alpha(d_y)\right)$

Semiunghiul la centru al arcului curent $\psi(d_y) := \frac{as(d_y)}{d_y}$

$\psi_{dm} := \psi(d_m)$ $\psi_d := \psi(d)$ $\psi_{Da} := \psi(D_a)$

$\psi_{dm} = 2.958deg$ $\psi_d = 3.992deg$ $\psi_{Da} = 3.992deg$

Ordonata punctului curent de pe profilul canelurii $y(d_y) := \frac{d_y}{2} \cdot \cos(\psi(d_y))$

$y_d := y(d)$ $y_{Na} := y(D_a)$ $y_{Pa} := y(d_a)$

$y_d = 14.964mm$ $y_{Na} = 14.964mm$ $y_{Pa} = 15.892mm$

Abscisele punctelor caracteristice $z_{Na} := \frac{D_a}{2} \cdot \sin(\psi(D_a))$ $z_{Pa} := \frac{d_a}{2} \cdot \sin(\psi(d_a))$

$z_{Na} = 1.044mm$ $z_{Pa} = 0.513mm$

Latimea canelurii de pe arbore $s_{1a}(d_y) := d_y \cdot \sin(\psi(d_y))$

Coordonatele centrului cercului racordarii profilului arborelui

$y_{Ora} := y_{Na} + \rho_{0f} \cdot \sin(\alpha(D_a) - \psi(D_a))$ $y_{Ora} = 15.034mm$

$z_{Ora} := z_{Na} + \rho_{0f} \cdot \cos(\alpha(D_a) - \psi(D_a))$ $z_{Ora} = 1.188mm$

$d_{Ora} := 2 \cdot \sqrt{{y_{Ora}}^2 + {z_{Ora}}^2}$ $d_{Ora} = 30.161mm$

Latimea canelurii de pe arbore in zona de racordare $s_{2a}(y) := 2\cdot\left[z_{Ora} - \sqrt{\rho_{0f}^{2} - (y_{Ora} - y)^{2}}\right]$

Ordonata incastrarii echivalente $y_{amin} := y_{Ora} - \frac{\rho_{0f}}{2}$ $y_{amin} = 14.954\,mm$

$\delta_a := \frac{d_{Ora} - 2\cdot\rho_{0f} - d_f}{2}$ $\delta_a = 0.021\,mm$

Latimea canelurii din butuc $s_{1b}(d_y) := d_y\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z} - \psi(d_y)\right)$

$y_b(d_y) := \frac{d_y}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \psi(d_y)\right)$

Coordonatele punctelor caracteristice ale flancului

$y_{Pb} := \frac{d_a}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \psi(d_a)\right)$ $y_{Pb} = 15.858\,mm$ $z_{Pb} := \frac{d_a}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z} - \psi(d_a)\right)$ $z_{Pb} = 1.151\,mm$

$y_{Nb} := \frac{D_a}{2}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \psi(D_a)\right)$ $y_{Nb} = 14.991\,mm$ $z_{Nb} := \frac{D_a}{2}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z} - \psi(D_a)\right)$ $z_{Nb} = 0.525\,mm$

Coordonatele centrului cercului racordarii profilului butucului

$y_{Orb} := y_{Pb} - \rho_{0f}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{z} - \psi(d_a) + \alpha(d_a)\right)$ $y_{Orb} = 15.757\,mm$

$z_{Orb} := z_{Pb} + \rho_{0f}\cdot\cos\left(\frac{\pi}{z} - \psi(d_a) + \alpha(d_a)\right)$ $z_{Orb} = 1.275\,mm$

$d_{Orb} := 2\cdot\sqrt{y_{Orb}^{2} + z_{Orb}^{2}}$

Ordonata incastrarii echivalente $y_{bmax} := y_{Orb} + \frac{\rho_{0f}}{2}$ $y_{bmax} = 15.837\,mm$

Latimea canelurii de pe arbore in zona de racordare $s_{2b}(y) := 2\cdot\left[z_{Orb} - \sqrt{\rho_{0f}^{2} - (y_{Orb} - y)^{2}}\right]$

Rigiditatea canelurii de pe arbore

Functiile de eforturi **pentru grinda reala**

$k := 500$ $\delta_d := \frac{d_a - D_a}{2\cdot k}$ $\delta_d = 1.8 \times 10^{-3}\,mm$ $k_1 := 100$ $\delta_y := \frac{y_{Na} - y_{amin}}{k_1}$ $\delta_y = 9.842 \times 10^{-5}\,mm$

$j := 1..k$ $j_{dm} := \mathrm{ceil}\left(\frac{d_a - d_m}{2\cdot\delta_d}\right)$ $j_{dm} = 250$ $j_1 := 1..k_1$

$d(j) := d_a - 2\cdot j\cdot\delta_d$ $\psi_a(j) := \psi(d(j))$ $\alpha_a(j) := \alpha(d(j))$

$y_a(j) := y(d(j))$ $s_{1aa}(j) := s_{1a}(d(j))$ $y_{a1}(j_1) := y_{Na} - j_1\cdot\delta_y$ $s_{2aa}(j_1) := s_{2a}(y_{a1}(j_1))$

$$M_{ia1}(j) := \sum_{i=1}^{j} (y_a(i) - y_a(j))\cdot\delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))} - \sum_{i=1}^{j} \frac{s_{1aa}(i)}{2}\cdot\delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$$

$$M_{ia2}(j_1) := \sum_{i=1}^{k} (y_a(i) - y_{a1}(j_1))\cdot\delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))} - \sum_{i=1}^{k} \frac{s_{1aa}(i)}{2}\cdot\delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$$

$$F_{na1}(j) := 0 - \sum_{i=1}^{j} \delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))} \qquad F_{na2}(j_1) := 0 - \sum_{i=1}^{k} \delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$$

$$F_{ta1}(j) := \sum_{i=1}^{j} \delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))} \qquad F_{ta2}(j_1) := \sum_{i=1}^{k} \delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i) - \psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$$

–pentru grinda conjugata

$$m_{ia1}(j) := (y_d - y_a(j))\cdot\cos(\psi_d) + \frac{s_{1aa}(j_{dm})}{2}\cdot\sin(\psi_d) \qquad m_{ia2}(j_1) := (y_d - y_{a1}(j_1))\cdot\cos(\psi_d) + \frac{s_{1aa}(j_{dm})}{2}\cdot\sin(\psi_d)$$

$f_{na}(j) := -\sin(\psi_d)$ $f_{ta}(j) := \cos(\psi_d)$

Elasticitatea la incovoiere $e_{ai} := \sum_{j=j_{dm}}^{k} \frac{12\cdot M_{ia1}(j)\cdot m_{ia1}(j)\cdot \delta_d}{s_{1aa}(j)^3} + \sum_{j_1=1}^{k_1} \frac{12\cdot M_{ia2}(j_1)\cdot m_{ia2}(j_1)\cdot \delta_y}{s_{2aa}(j_1)^3}$ $e_{ai} = 0.013\,\text{mm}$

Elasticitatea la deformatii de compresiune $e_{an} := \sum_{j=j_{dm}}^{k} \frac{F_{na1}(j)\cdot f_{na}(j)\cdot \delta_d}{s_{1aa}(j)} + \sum_{j_1=1}^{k_1} \frac{F_{na2}(j_1)\cdot f_{na}(j_1)\cdot \delta_y}{s_{2aa}(j_1)}$ $e_{an} = 0.007\,\text{mm}$

$\nu := 0.3$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $e_{at} := 2\cdot(1+\nu)\cdot\left(\sum_{j=j_{dm}}^{k} \frac{F_{ta1}(j)\cdot f_{ta}(j)\cdot \delta_d}{s_{1aa}(j)} + \sum_{j_1=1}^{k_1} \frac{F_{ta2}(j_1)\cdot f_{ta}(j_1)\cdot \delta_y}{s_{2aa}(j_1)}\right)$ $e_{at} = 0.448\,\text{mm}$

Elasticitatea canelurii de pe arbore $e_a := e_{ai} + e_{an} + e_{at}$ $e_a = 0.468\,\text{mm}$

Rigiditatea canelurii din butuc

$y_{but}(j) := y_b(d(j))$ $s_{1but}(j) := s_{1b}(d(j))$ $\delta_y := \frac{y_{bmax} - y_{Pb}}{k_1}$ $\delta_y = -2.148\times 10^{-4}\,\text{mm}$

$y_{but1}(j_1) := y_{Pb} + j_1\cdot\delta_y$ $s_{2but}(j_1) := s_{2b}(y_{but1}(j_1))$

$$M_{ib1}(j) := \sum_{i=1}^{j} (y_{but}(i) - y_{but}(j))\cdot\delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))} - \sum_{i=1}^{j} \frac{s_{1but}(i)}{2}\cdot\delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$$

$$M_{ib2}(j_1) := \sum_{i=1}^{k} (y_{but}(i) - y_{but}(j_1))\cdot\delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))} - \sum_{i=1}^{k} \frac{s_{1but}(i)}{2}\cdot\delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$$

$F_{nb1}(j) := -\sum_{i=1}^{j} \delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$ $F_{nb2}(j_1) := -\sum_{i=1}^{k} \delta_d\cdot\frac{\sin(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$

$F_{tb1}(j) := \sum_{i=1}^{j} \delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$ $F_{tb2}(j_1) := \sum_{i=1}^{k} \delta_d\cdot\frac{\cos(\alpha_a(i)+\psi_a(i))}{\cos(\alpha_a(i))}$

pentru grinda conjugata $m_{ib1}(j) := (y_{but}(j) - y_b(d_m))\cdot\cos(\psi_{dm}) - \frac{s_{1but}(j_{dm})}{2}\cdot\sin(\psi_{dm})$

$m_{ib2}(j_1) := (y_{but1}(j_1) - y_b(d_m))\cdot\cos(\psi_{dm}) + \frac{s_{1but}(j_{dm})}{2}\cdot\sin(\psi_{dm})$

$f_{nb}(j) := 0 - \sin(\psi_{dm})$ $f_{tb}(j) := \cos(\psi_{dm})$

Elasticitatea la incovoiere $e_{bi} := \sum_{j=j_{dm}}^{k} \frac{12\cdot M_{ib1}(j)\cdot m_{ib1}(j)\cdot \delta_d}{s_{1but}(j)^3} + \sum_{j_1=1}^{k_1} \frac{12\cdot M_{ib2}(j_1)\cdot m_{ib2}(j_1)\cdot \delta_y}{s_{2but}(j_1)^3}$ $e_{bi} = 0.151\,\text{mm}$

Elasticitatea la compresiune $e_{bn} := \sum_{j=j_{dm}}^{k} \frac{F_{nb1}(j)\cdot f_{nb}(j)\cdot \delta_d}{s_{1but}(j)} + \sum_{j_1=1}^{k_1} \frac{F_{nb2}(j_1)\cdot f_{nb}(j_1)\cdot \delta_y}{s_{2but}(j_1)}$ $e_{bn} = 0.008\,\text{mm}$

Elasticitatea la deformatii tangentiale $e_{bt} := 2\cdot(1+\nu)\left(\sum_{j=j_{dm}}^{k} \frac{F_{tb1}(j)\cdot f_{tb}(j)\cdot \delta_d}{s_{1but}(j)} + \sum_{j_1=1}^{k_1} \frac{F_{tb2}(j_1)\cdot f_{tb}(j_1)\cdot \delta_y}{s_{2but}(j_1)}\right)$ $e_{bt} = 0.575\,\text{mm}$

Elasticitatea canelurii din butuc $e_b := e_{bi} + e_{bn} + e_{bt}$ $e_b = 0.734\,\text{mm}$

Elasticitatea totala $e_{tot} := e_a + e_b$ $e_{tot} = 1.202\,\text{mm}$

DEFORMAȚIA CANELURII DIN ARBORE

SERIA UȘOARĂ

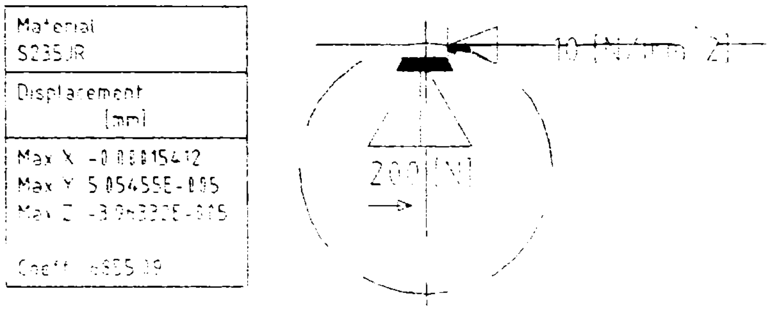


Fig. 1

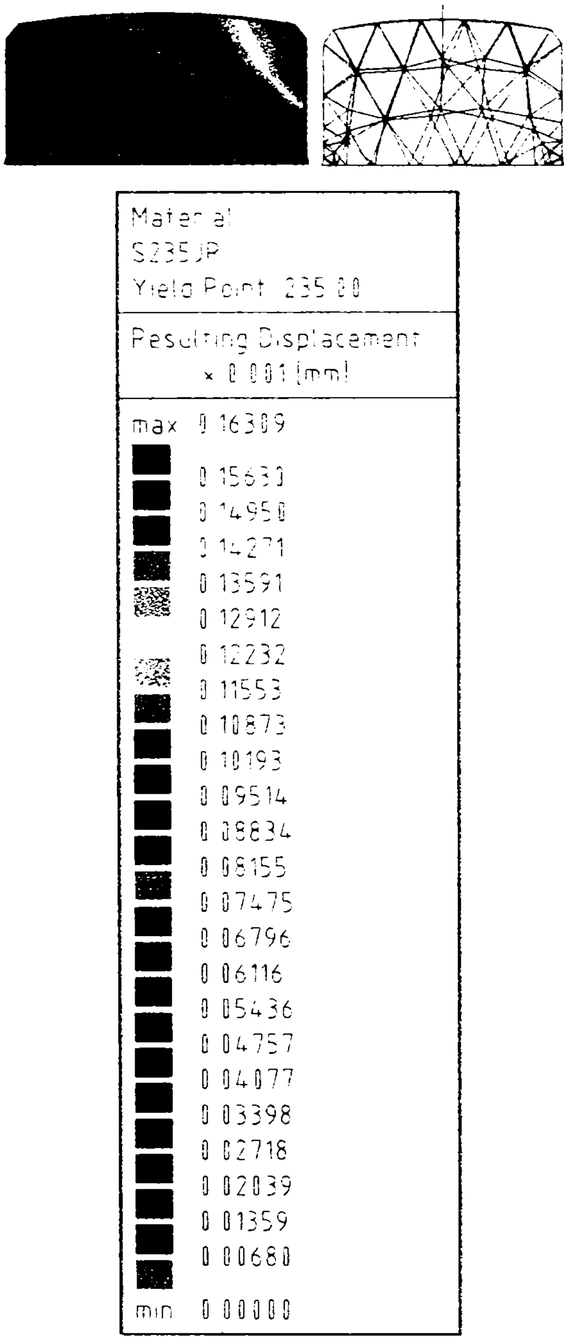


Fig. 2.

A.13.1

Deformația canelurii

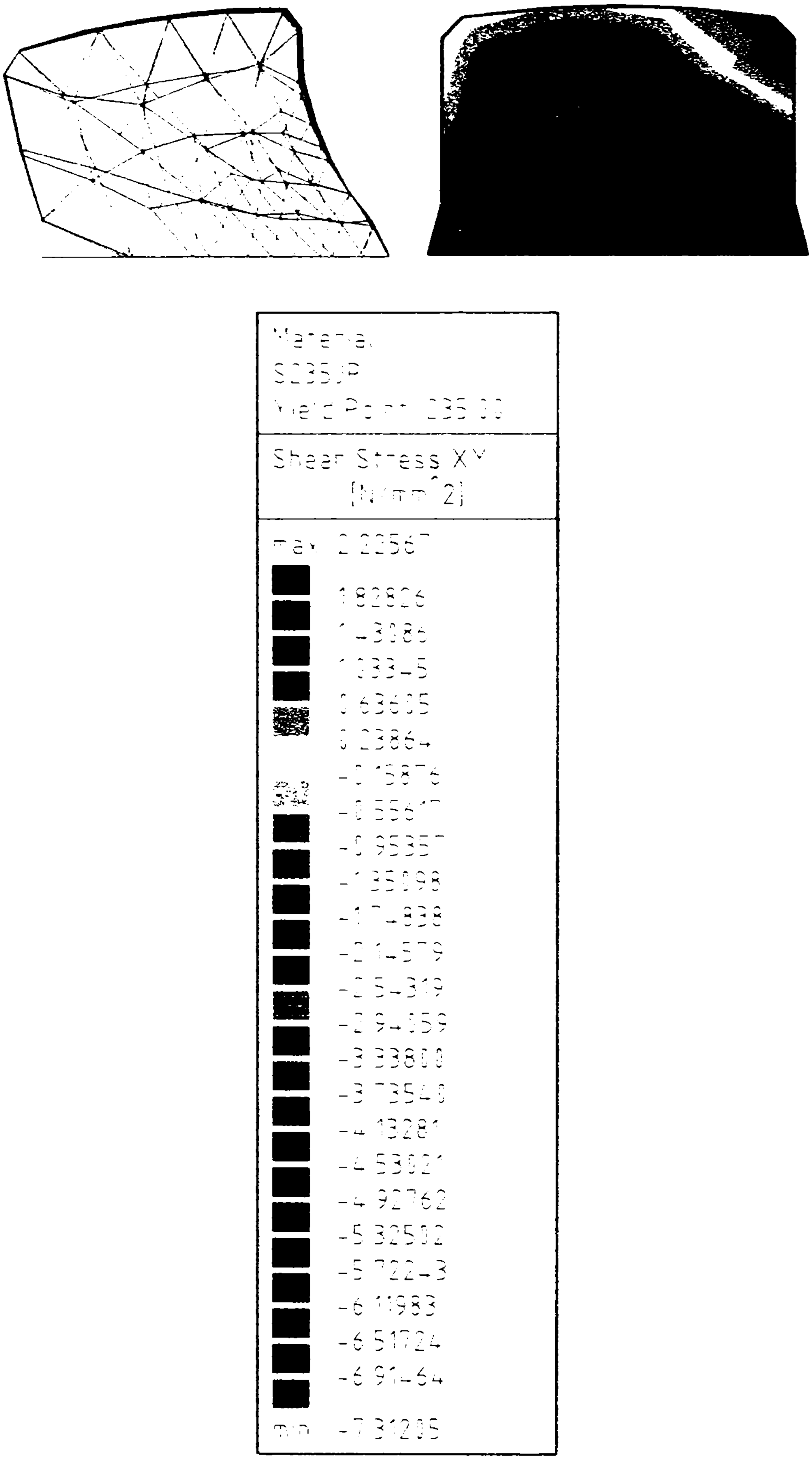


Fig. 3.

SERIA MIJLOCIE

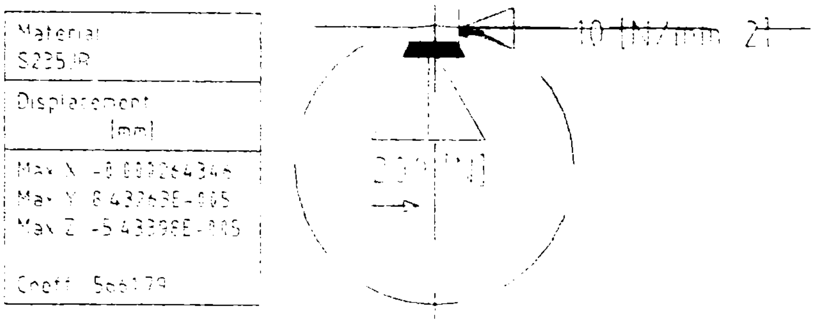


Fig. 1

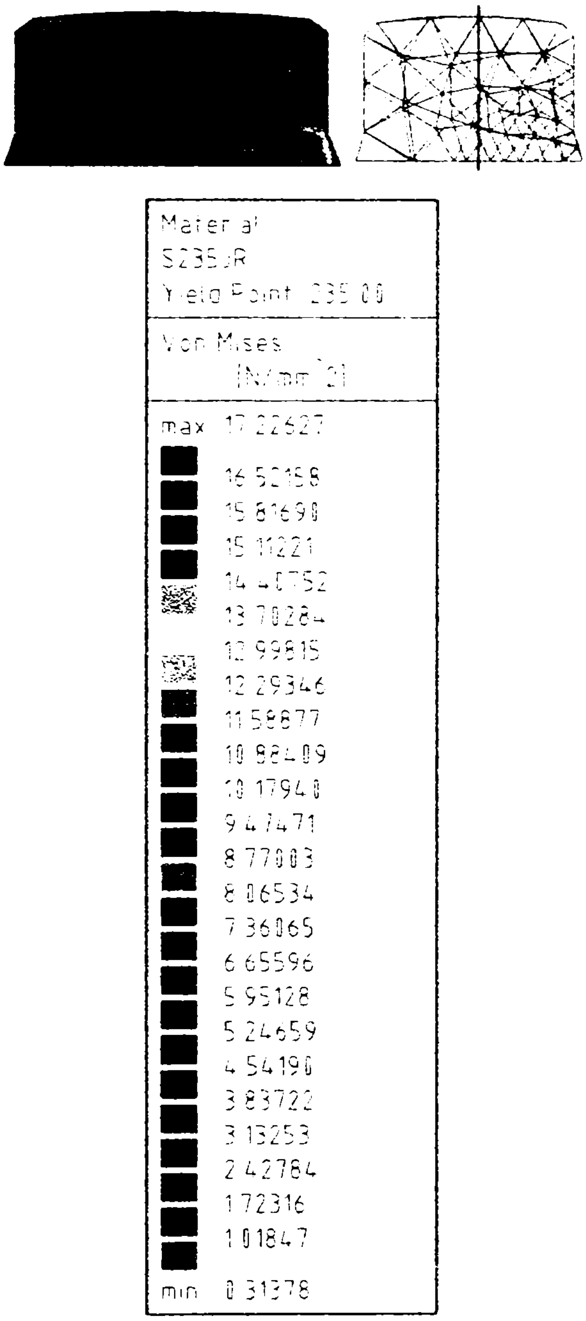


Fig. 2.

Deformația canelurii

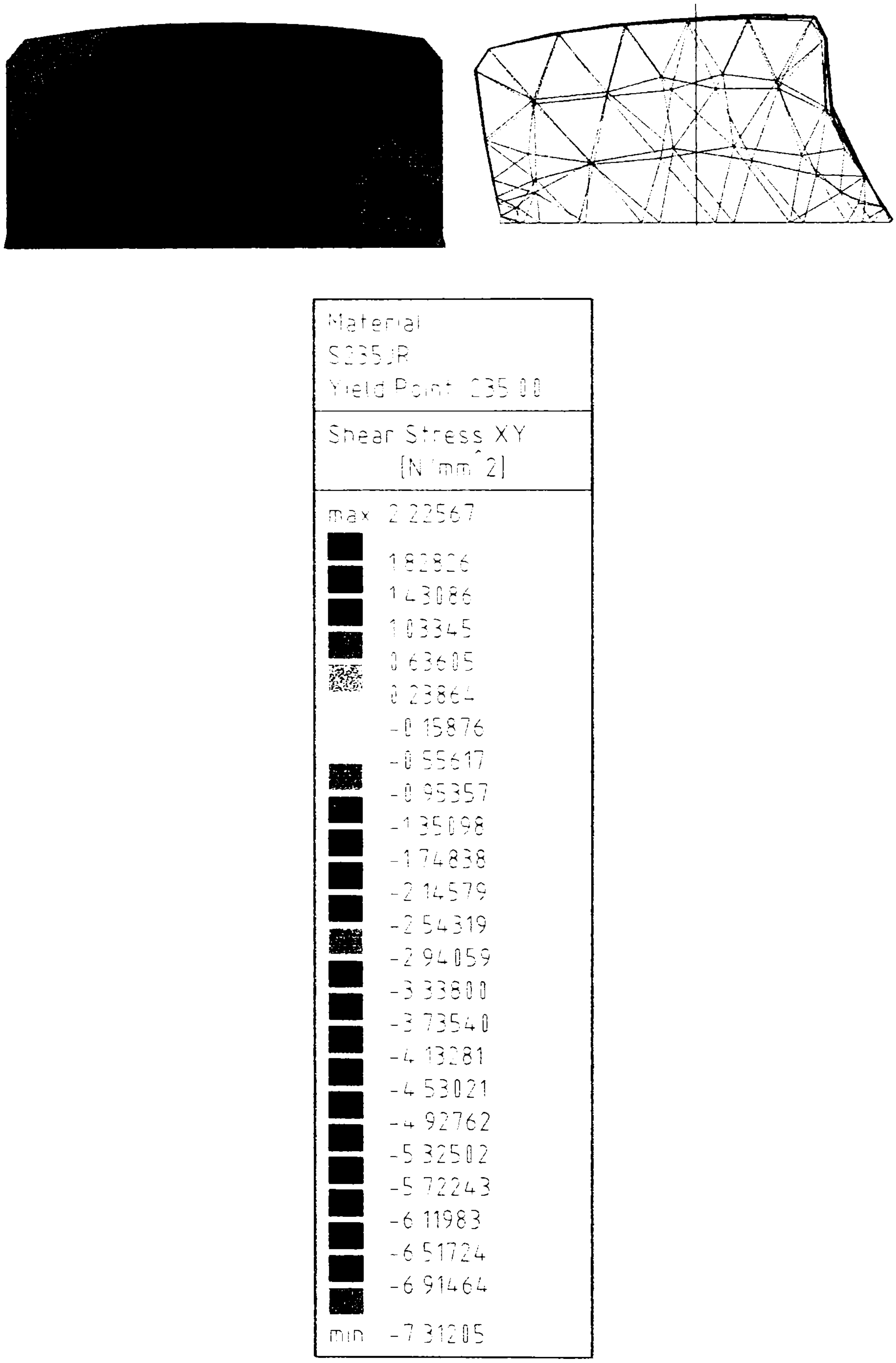


Fig. 3.

SERIA GREA ÎNCLINAT

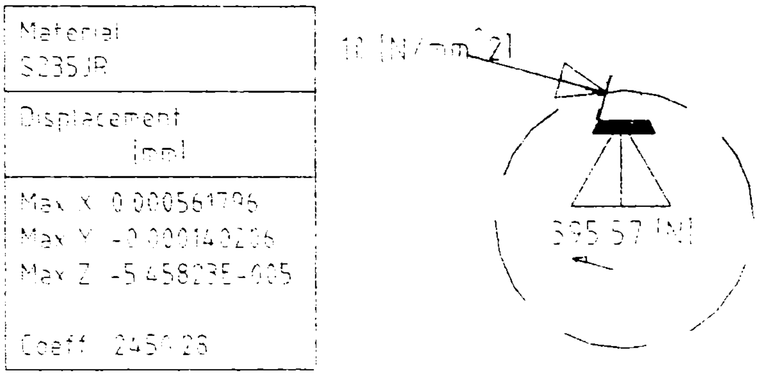


Fig. 1

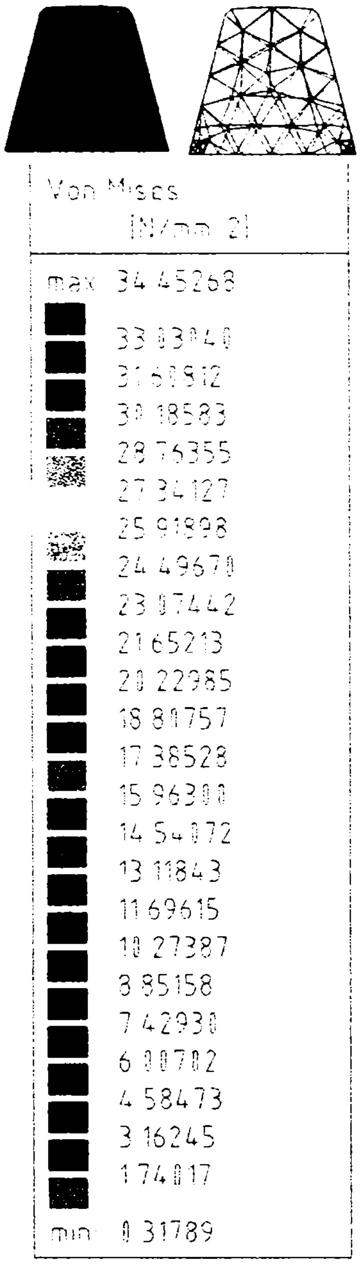


Fig. 2.

Deformația canelurii

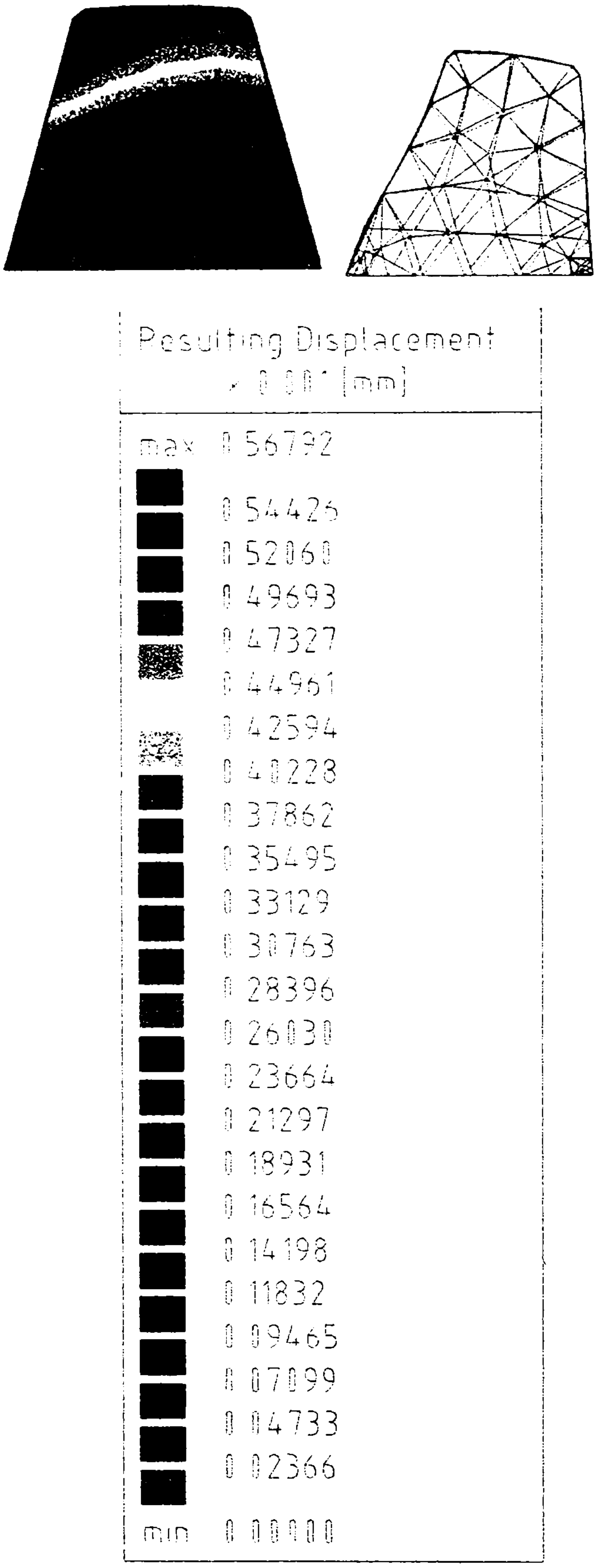
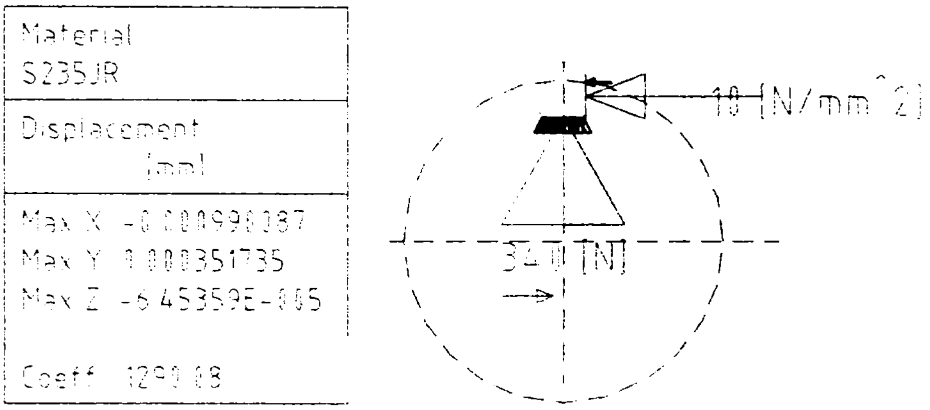


Fig.3

SERIA GREA



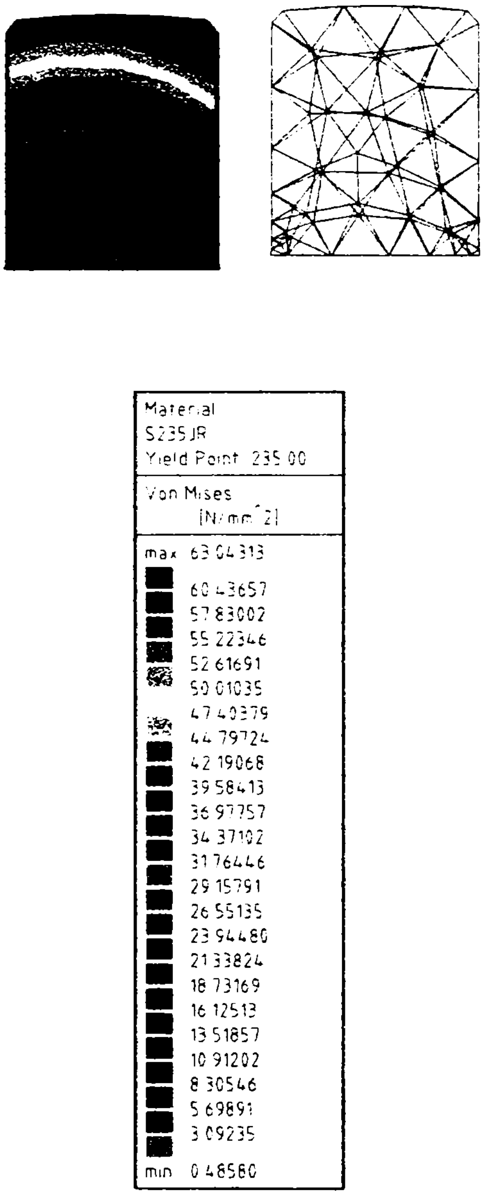
Material
S235JR

Displacement
[mm]

Max X -0 000990087
Max Y 0 000351735
Max Z -6 45359E-005

Coeff 1290 08

Fig.1



Material
S235JR
Yield Point 235 00

Von Mises
[N/mm^2]

max 63 04313
60 43657
57 83002
55 22346
52 61691
50 01035
47 40379
44 79724
42 19068
39 58413
36 97757
34 37102
31 76446
29 15791
26 55135
23 94480
21 33824
18 73169
16 12513
13 51857
10 91202
8 30546
5 69891
3 09235
min 0 48560

Fig. 2

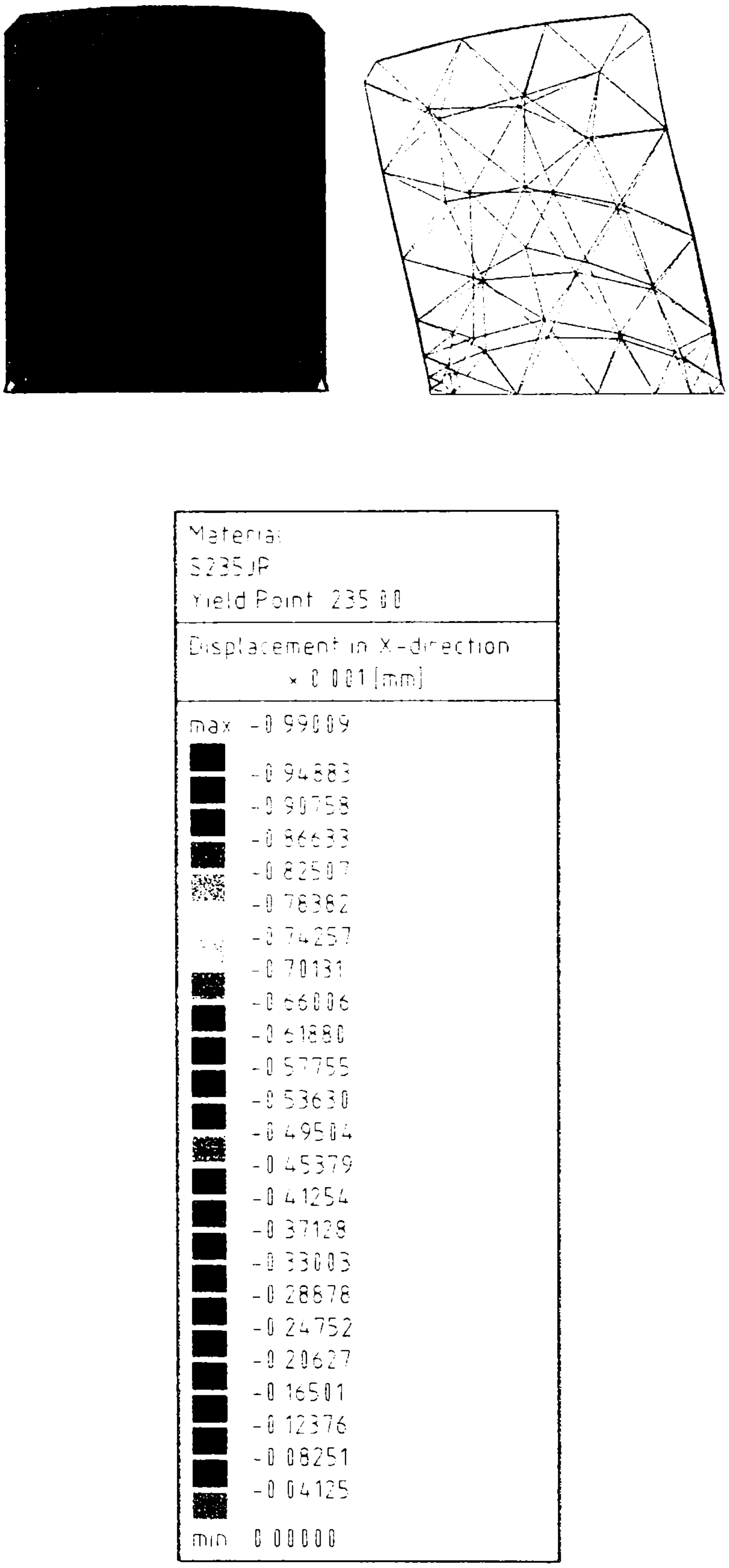

Material
S235JR
Yield Point 235.00
Displacement in X-direction
x 0.001 [mm]
max -0.99089
-0.94883
-0.90758
-0.86633
-0.82507
-0.78382
-0.74257
-0.70131
-0.66006
-0.61880
-0.57755
-0.53630
-0.49504
-0.45379
-0.41254
-0.37128
-0.33003
-0.28878
-0.24752
-0.20627
-0.16501
-0.12376
-0.08251
-0.04125
min 0.00000

Fig. 3

SERIA SUPERGREA

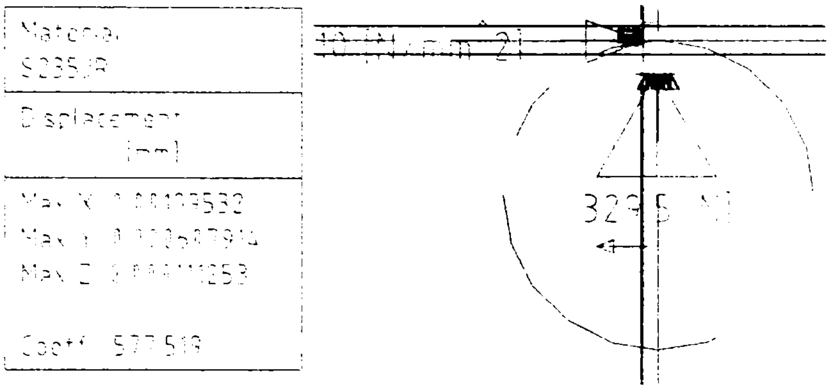


Fig 1

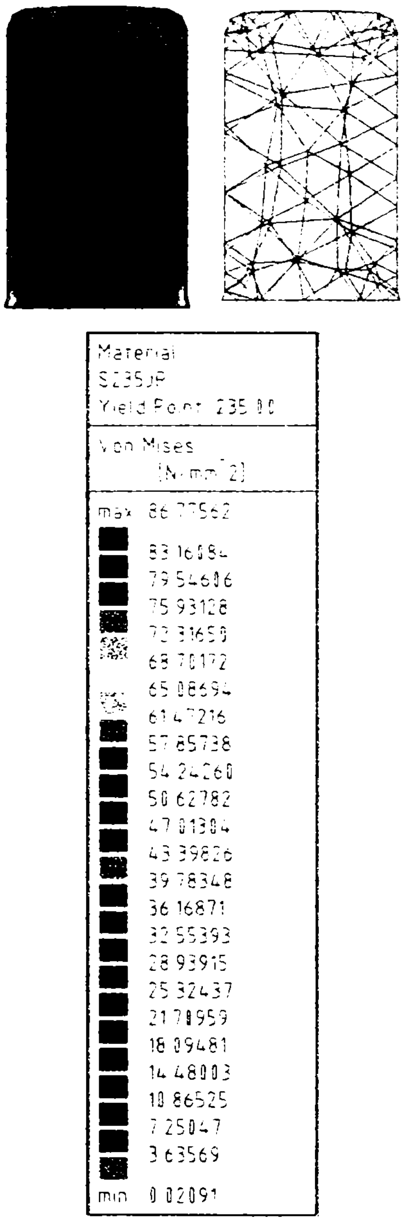


Fig.2

A.13.9

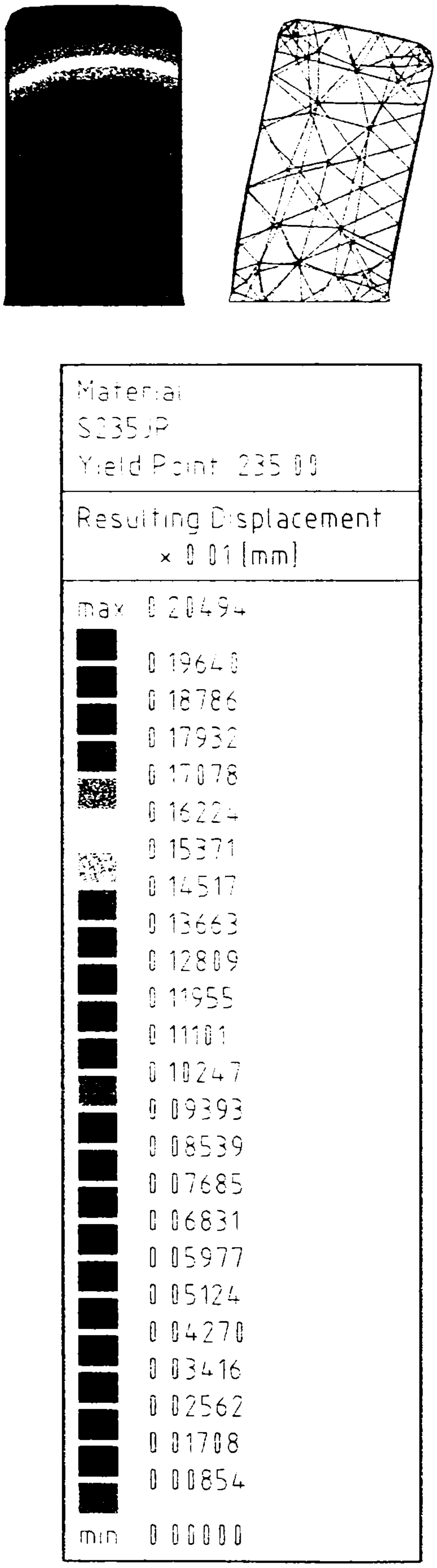

Material
S235JR
Yield Point 235 00
Resulting Displacement
x 0 01 [mm]
max 0 20494
0 19640
0 18786
0 17932
0 17078
0 16224
0 15371
0 14517
0 13663
0 12809
0 11955
0 11101
0 10247
0 09393
0 08539
0 07685
0 06831
0 05977
0 05124
0 04270
0 03416
0 02562
0 01708
0 00854
min 0 00000

Fig.3

DEFORMAŢIA CANELURII DIN BUTUC
SERIA UŞOARĂ

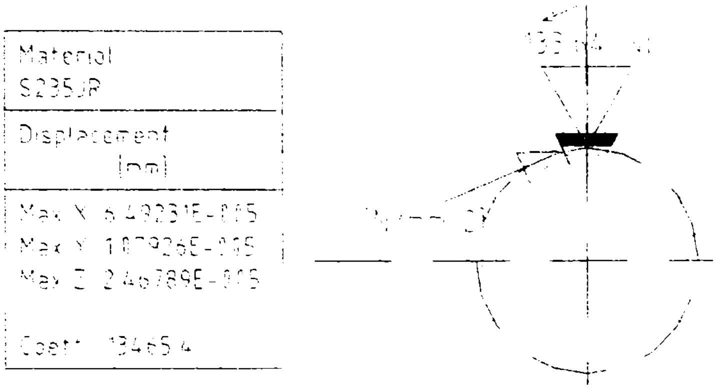


Fig.1

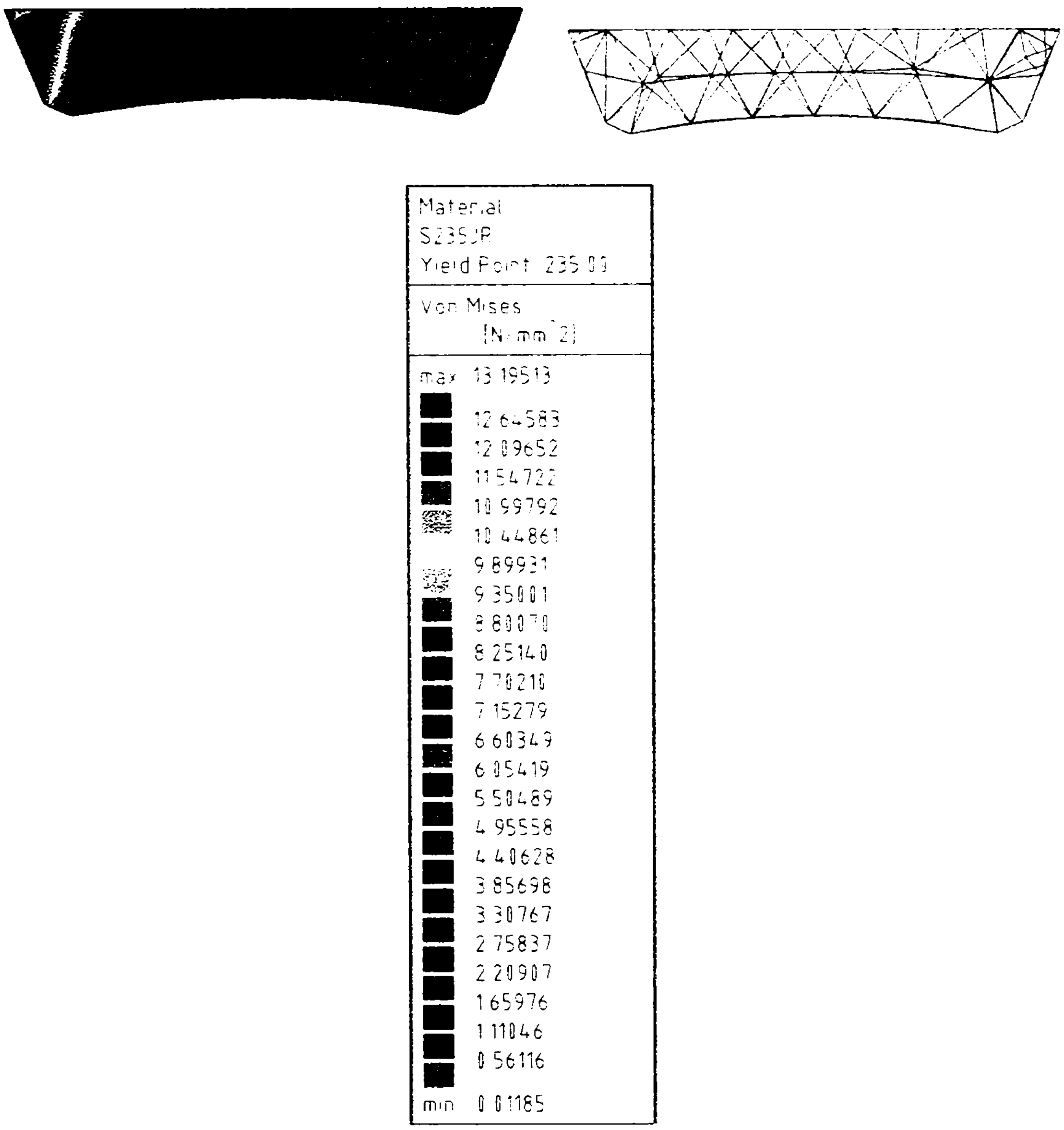


Fig. 2

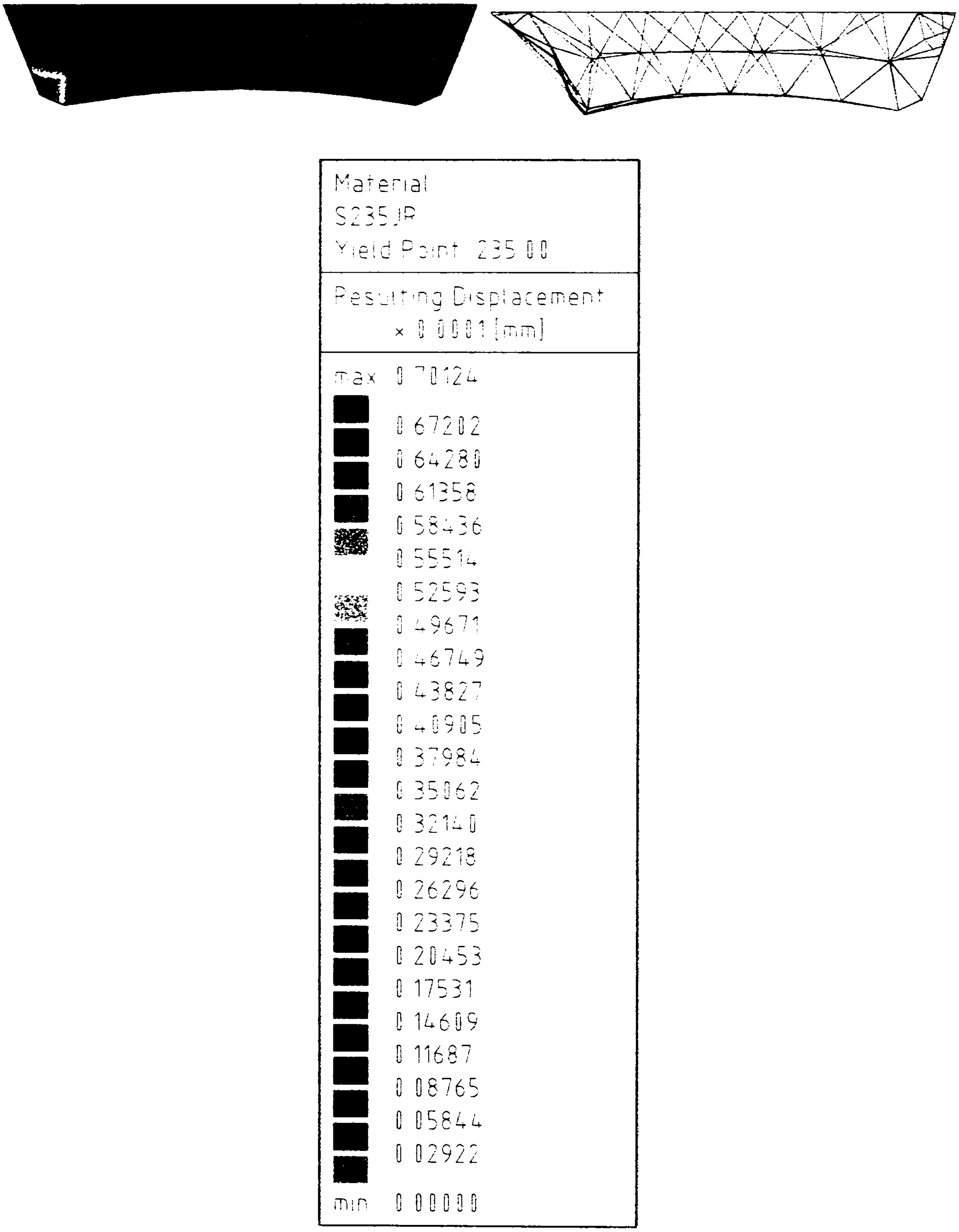

Material
S235JR
Yield Point 235 00
Resulting Displacement
x 0 0001 [mm]
max 0 70124
0 67202
0 64280
0 61358
0 58436
0 55514
0 52593
0 49671
0 46749
0 43827
0 40905
0 37984
0 35062
0 32140
0 29218
0 26296
0 23375
0 20453
0 17531
0 14609
0 11687
0 08765
0 05844
0 02922
min 0 00000

Fig.3

SERIA MIJLOCIE

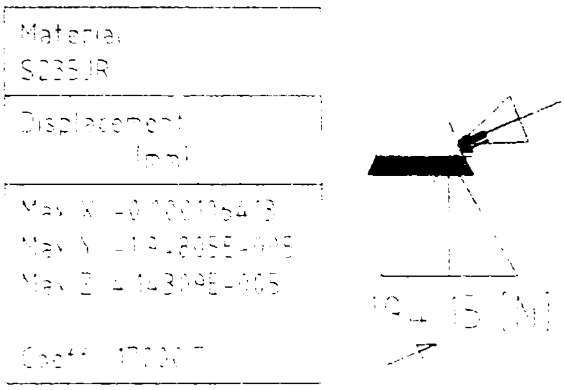


Fig.1

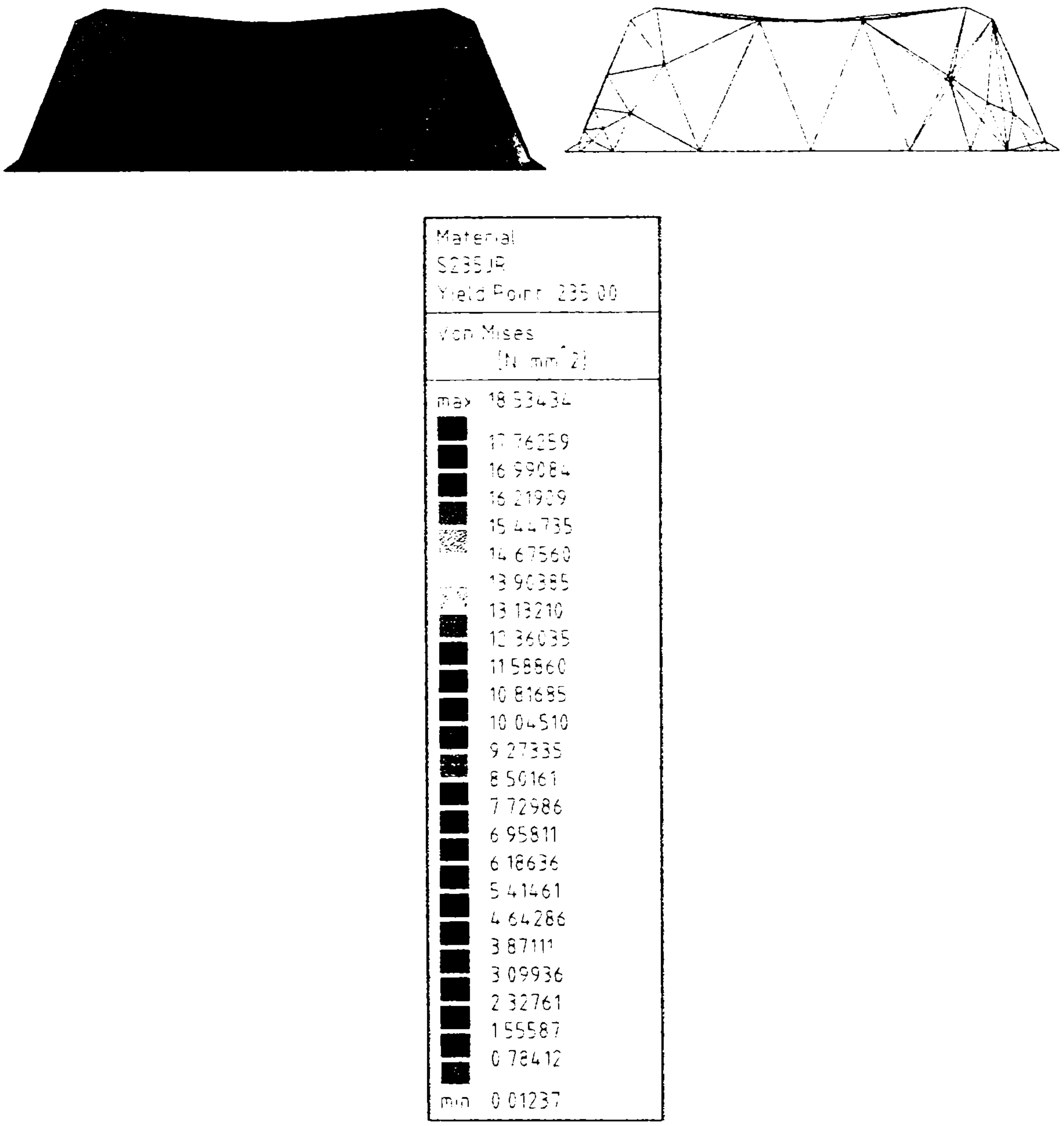


Fig. 2

A.13.13

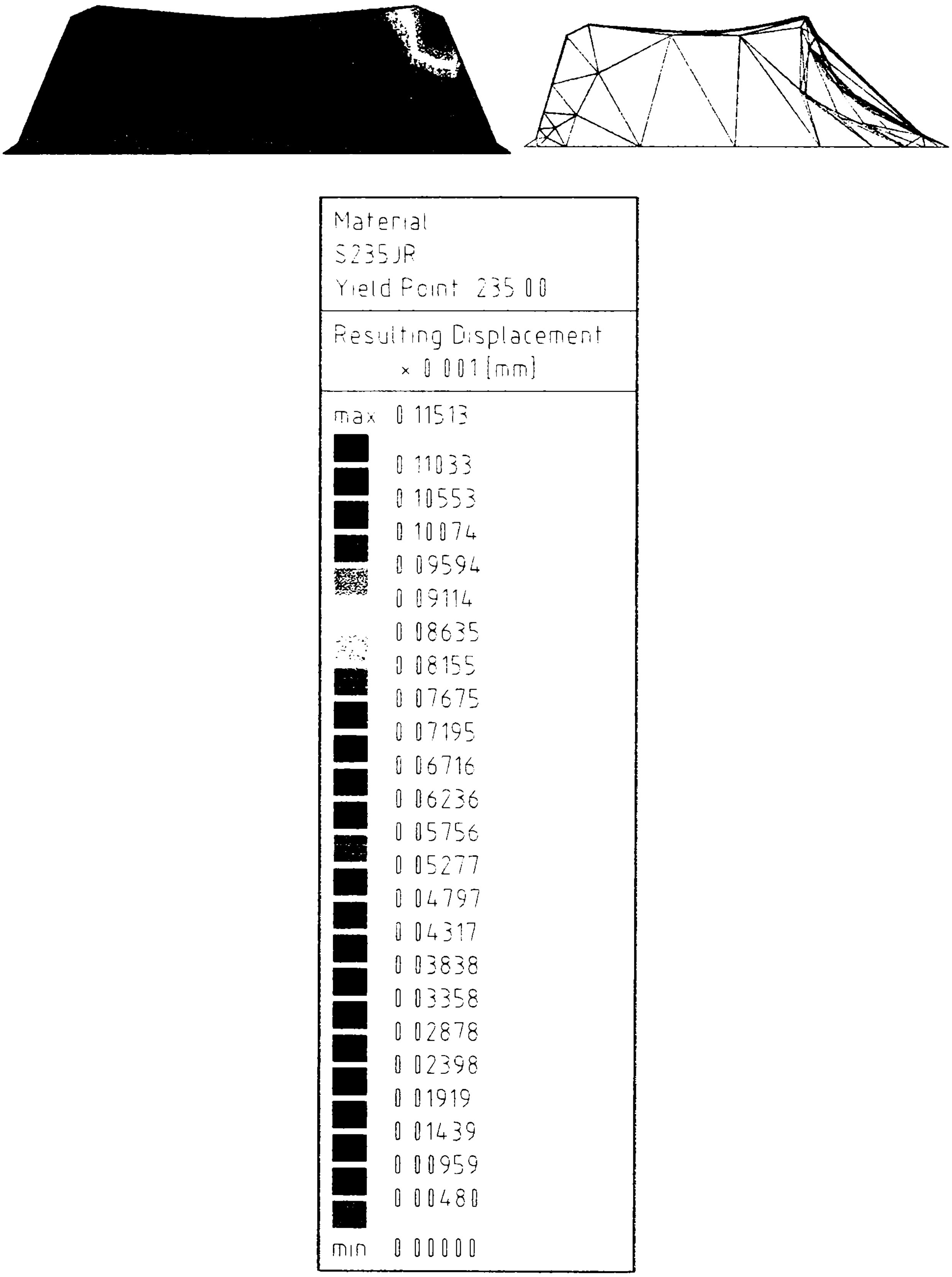

Material
S235JR
Yield Point 235 00
Resulting Displacement
× 0 001 [mm]
max 0 11513
0 11033
0 10553
0 10074
0 09594
0 09114
0 08635
0 08155
0 07675
0 07195
0 06716
0 06236
0 05756
0 05277
0 04797
0 04317
0 03838
0 03358
0 02878
0 02398
0 01919
0 01439
0 00959
0 00480
min 0 00000

Fig.3

SERIA GREA ÎNCLINAT

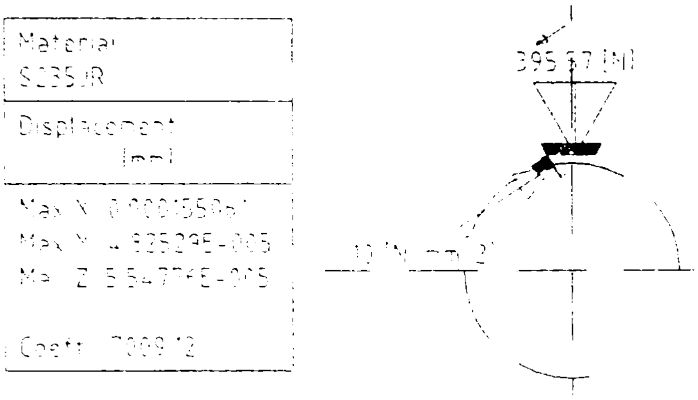


Fig.1

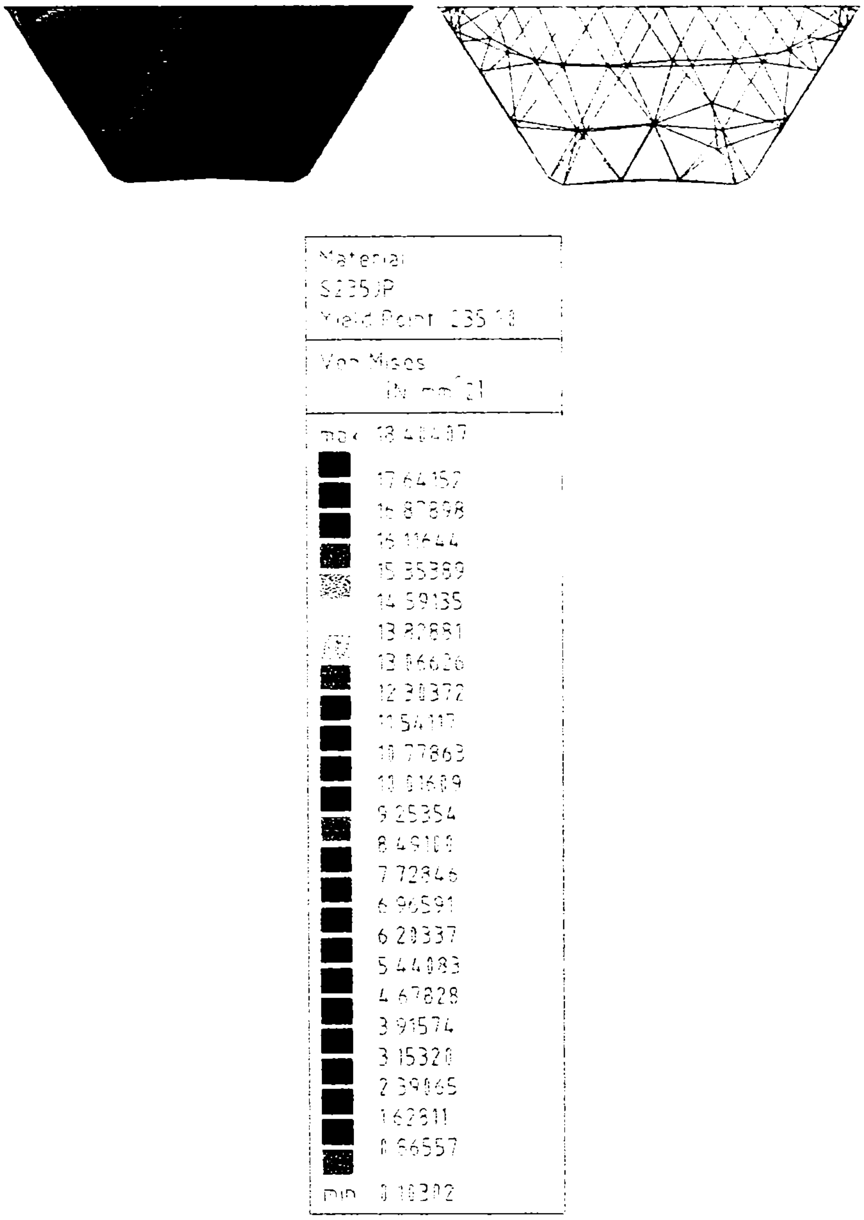


Fig. 2

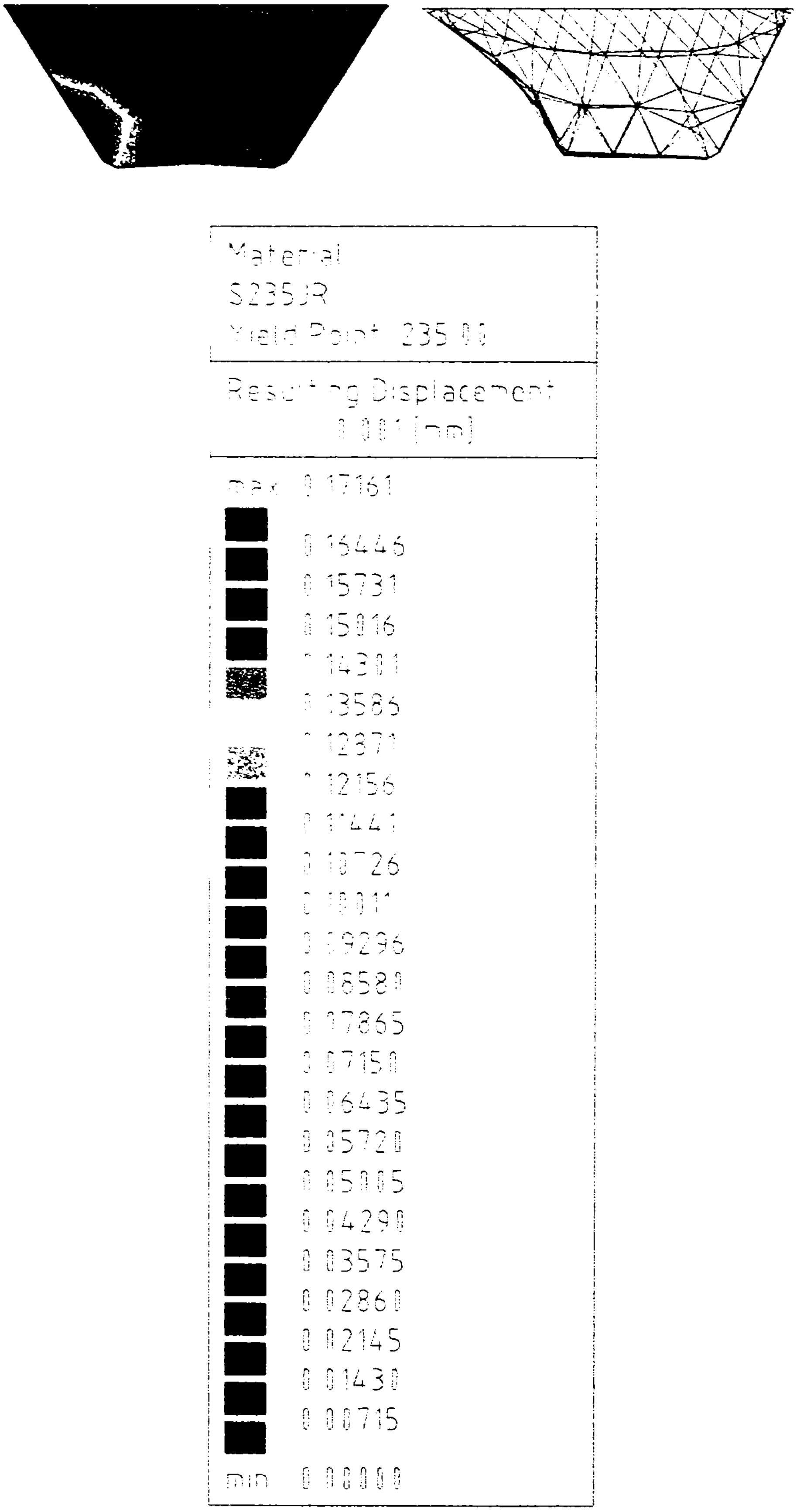

Material
S235JR
Yield Point: 235.00
Resulting Displacement
0.001 [mm]
max 0.17161
0.16446
0.15731
0.15016
0.14301
0.13586
0.12871
0.12156
0.11441
0.10726
0.10011
0.09296
0.08580
0.07865
0.07150
0.06435
0.05720
0.05005
0.04290
0.03575
0.02860
0.02145
0.01430
0.00715
min 0.00000

Fig.3

SERIA SUPERGREA

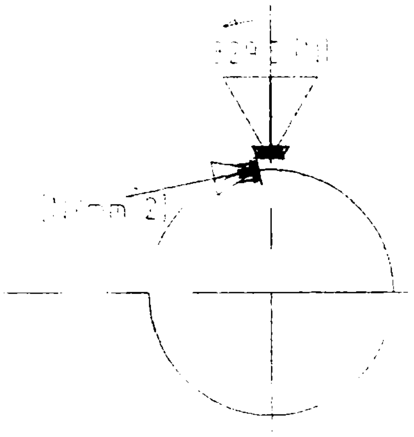


Fig.1

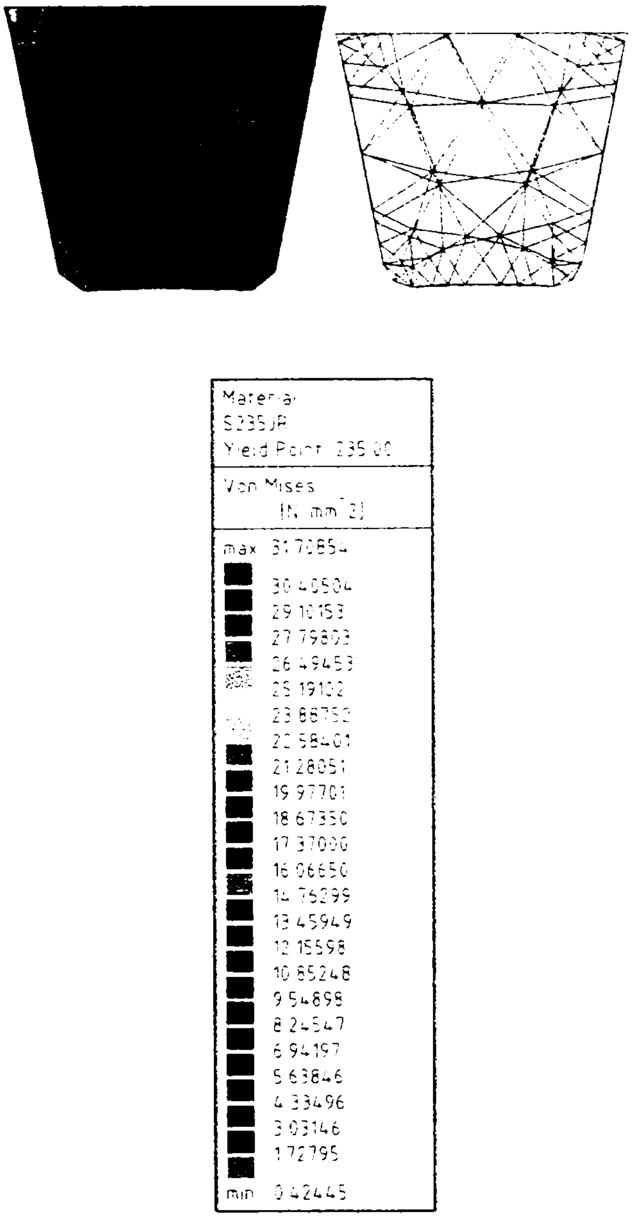


Fig. 2

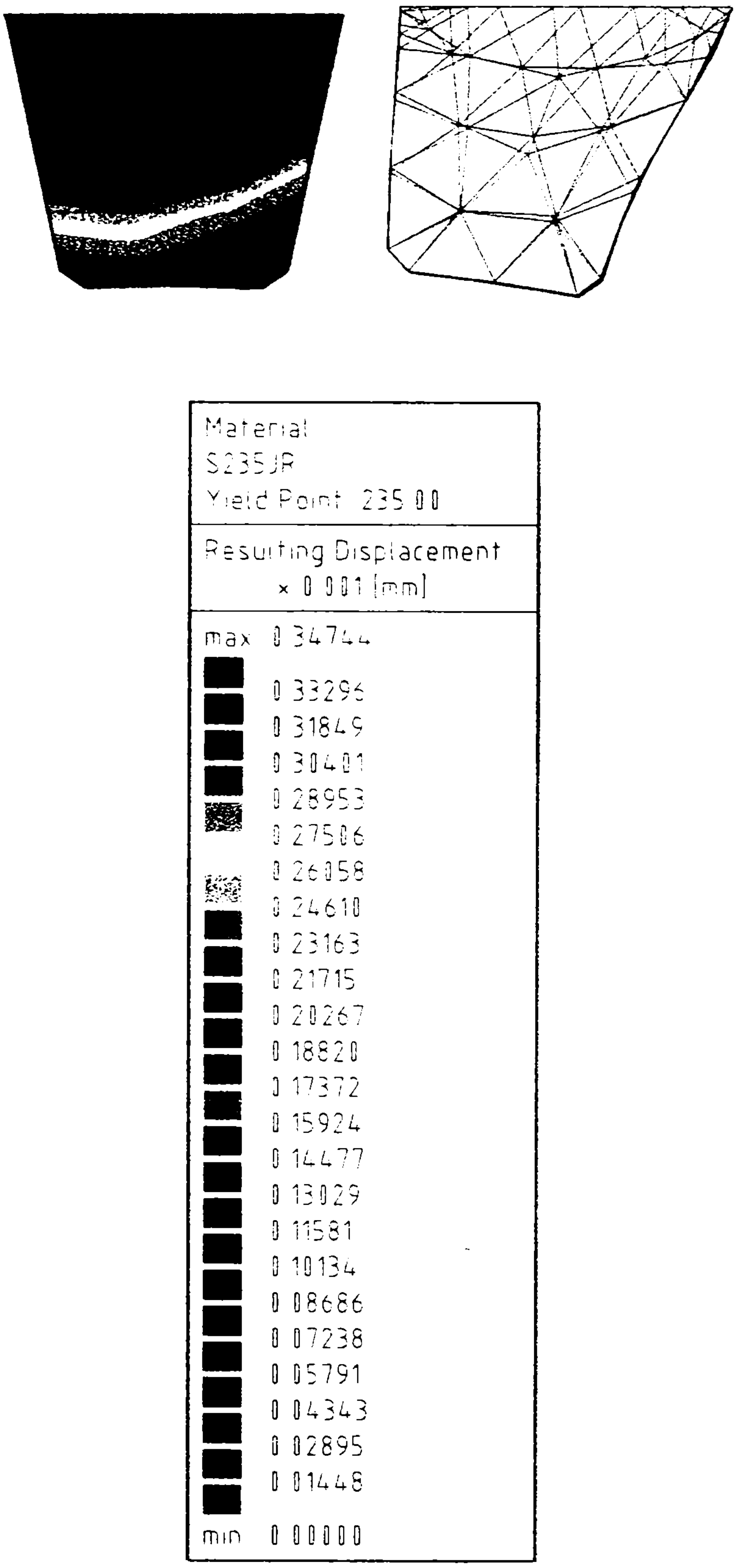

Material
S235JR
Yield Point 235.00
Resulting Displacement
× 0.001 [mm]
max 0.34744
0.33296
0.31849
0.30401
0.28953
0.27506
0.26058
0.24610
0.23163
0.21715
0.20267
0.18820
0.17372
0.15924
0.14477
0.13029
0.11581
0.10134
0.08686
0.07238
0.05791
0.04343
0.02895
0.01448
min 0.00000

Fig. 3

SERIA GREA

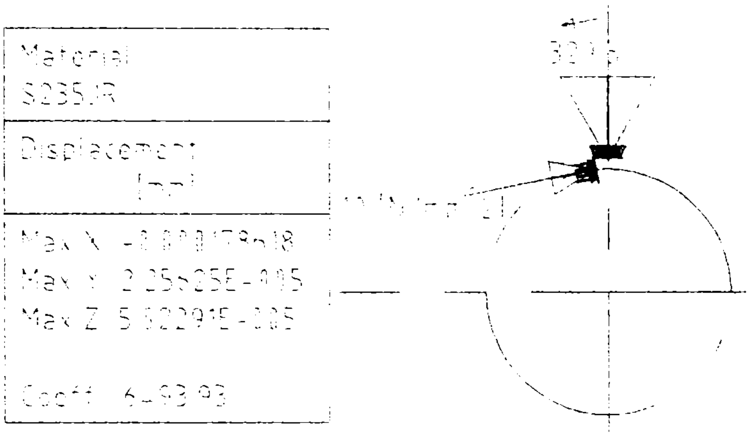


Fig.1

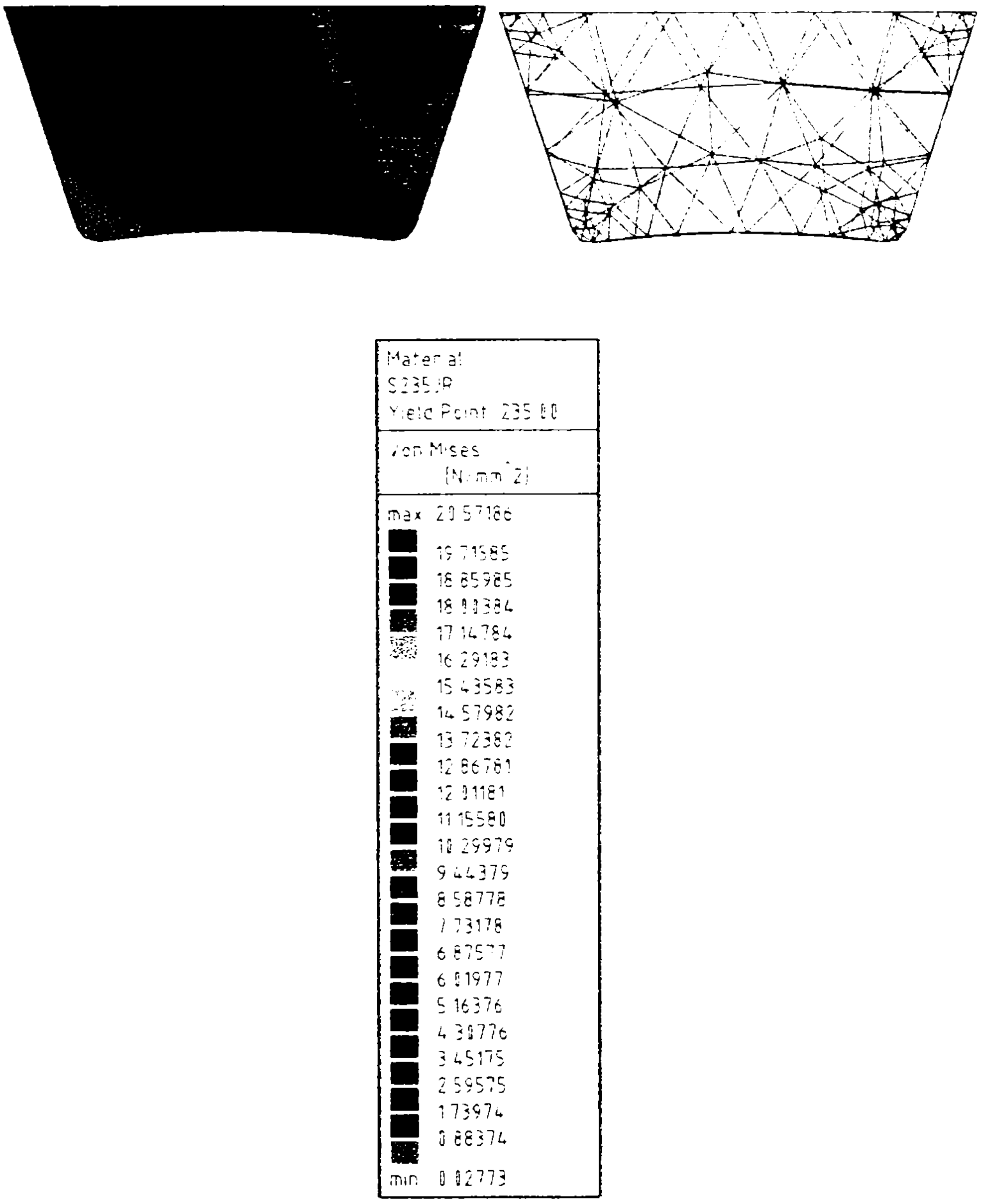


Fig. 2

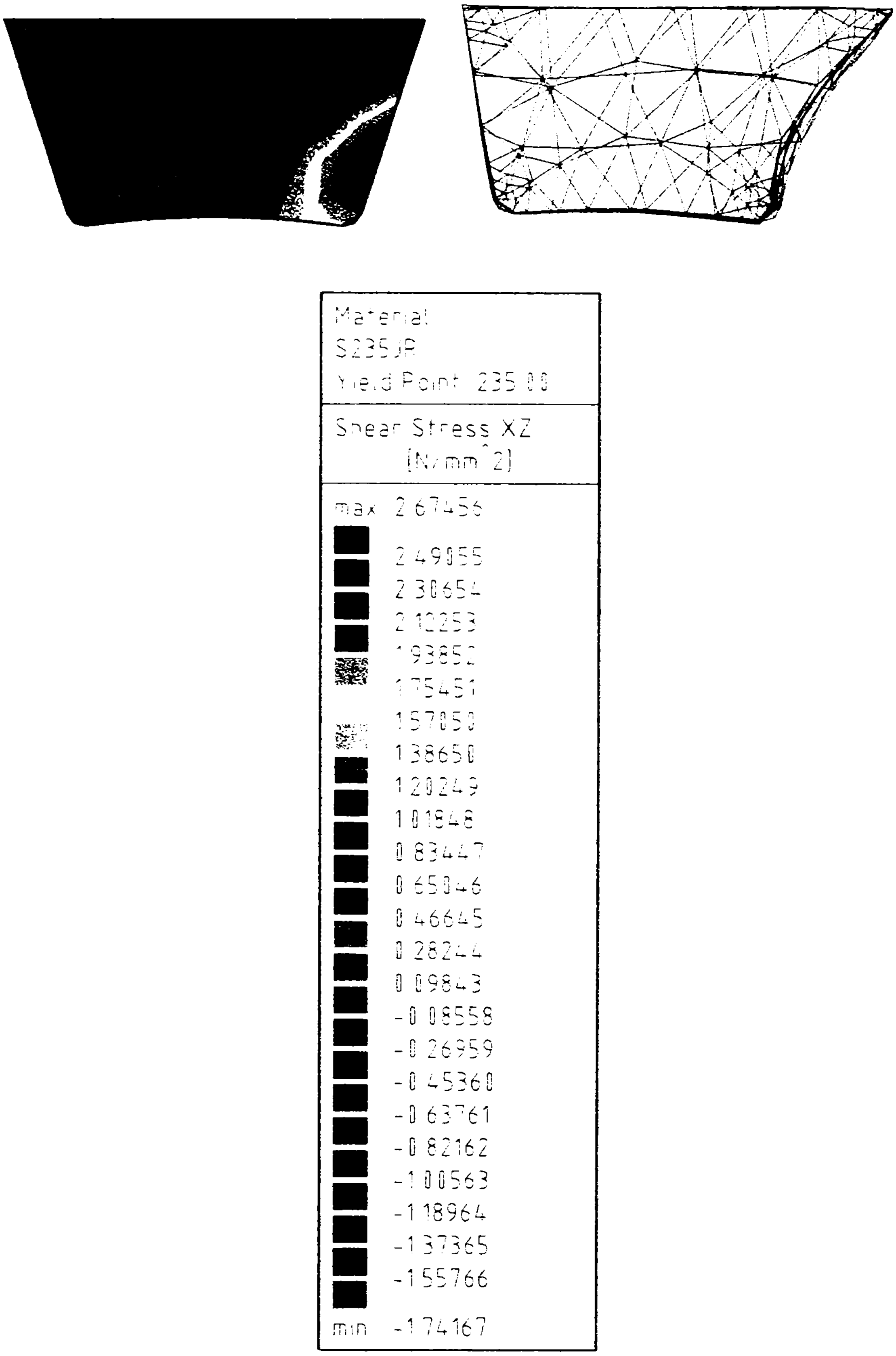

Material
S235JR
Yield Point 235 00
Shear Stress XZ
[N/mm^2]
max 2 67456
2 49055
2 30654
2 12253
1 93852
1 75451
1 57050
1 38650
1 20249
1 01848
0 83447
0 65046
0 46645
0 28244
0 09843
-0 08558
-0 26959
-0 45360
-0 63761
-0 82162
-1 00563
-1 18964
-1 37365
-1 55766
min -1 74167

Fig. 3

Anexa 14

Rigiditatea canelurilor

TRONSON 1						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	23	24	22	23	0.0023
10	115000	36	37	36.5	36.5	0.00365
15	172500	47	51	46.5	48.1666667	0.00481667
20	230000	57	59.5	56.5	57.6666667	0.00576667
25	287500	71	69.5	68	69.5	0.00695
30	345000	81	81	79	80.3333333	0.00803333
35	402500	90.5	88.5	86.5	88.5	0.00885
40	460000	98	97	93.5	96.1666667	0.00961667
45	517500	107	105.5	98	103.5	0.01035
50	575000	119	113	115.5	115.833333	0.01158333

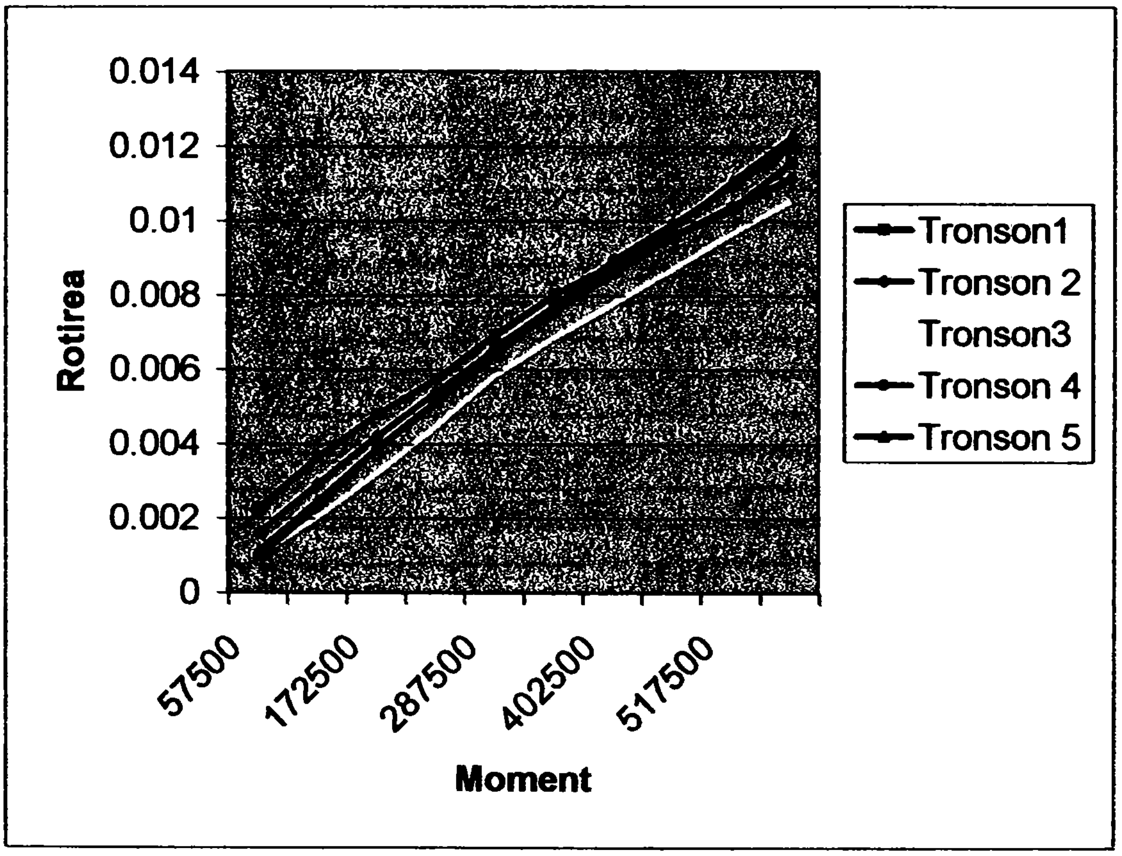
TRONSON 2						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	15.5	17	16	16.1666667	0.00161667
10	115000	28.5	30	30	29.5	0.00295
15	172500	41	43.5	42.5	42.3333333	0.00423333
20	230000	53	55	54.5	54.1666667	0.00541667
25	287500	65.5	65	66	65.5	0.00655
30	345000	75.5	75	76.5	75.6666667	0.00756667
35	402500	87.5	85	86.5	86.3333333	0.00863333
40	460000	96	95.9	96	95.9666667	0.00959667
45	517500	105	104	103.5	104.166667	0.01041667
50	575000	112.5	111.5	110.5	111.5	0.01115

TRONSON 3						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	12.5	8	8	9.5	0.00095
10	115000	23.5	18	18	19.8333333	0.00198333
15	172500	34.5	30	30	31.5	0.00315
20	230000	45	44.5	43	44.1666667	0.00441667
25	287500	58	60	56	58	0.0058
30	345000	67.5	69.5	67.5	68.1666667	0.00681667
35	402500	76	78.5	77	77.1666667	0.00771667
40	460000	84.5	88.5	86.5	86.5	0.00865
45	517500	95	99	94.5	96.1666667	0.00961667
50	575000	103.5	105	106.5	105	0.0105

TRONSON 4						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	11	9	10	10	0.001
10	115000	27.5	19.5	23	23.3333333	0.00233333
15	172500	40	37	40	39	0.0039
20	230000	54.5	50.5	50.5	51.8333333	0.00518333
25	287500	69	66.5	64	66.5	0.00665
30	345000	79	76.5	76.5	77.3333333	0.00773333
35	402500	88.5	90	90.5	89.6666667	0.00896667
40	460000	99	99.5	99.5	99.3333333	0.00993333
45	517500	108.5	109	111.5	109.666667	0.01096667
50	575000	120	120	120.5	120.166667	0.01201667

Rigiditatea canelurilor

TRONSON 5						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	12.5	12	9.5	11.3333333	0.00113333
10	115000	26	26	22.5	24.8333333	0.00248333
15	172500	40	41	36	39	0.0039
20	230000	51	53.5	50	51.5	0.00515
25	287500	63.5	66.5	62.5	64.1666667	0.00641667
30	345000	78.5	78.5	73.5	76.8333333	0.00768333
35	402500	91.5	88	84	87.8333333	0.00878333
40	460000	102.5	98	94	98.1666667	0.00981667
45	517500	114	110.5	107.5	110.666667	0.01106667
50	575000	125	123	120	122.666667	0.01226667



ANEXA 14 Rigiditatea imbinarilor

TRONSON 1

Indicatia	Momentul	Deformatii				Rotirea
		1	2	3	Media	
5	57500	4.5	6	5	5.166666667	0.000516667
10	115000	12	10.5	9.5	10.66666667	0.001066667
15	172500	15.5	17	14.5	15.66666667	0.001566667
20	230000	21.5	19.5	20	20.33333333	0.002033333
25	287500	27	24	23.5	24.83333333	0.002483333
30	345000	29.5	31	31.5	30.66666667	0.003066667
35	402500	36.5	24.5	34	31.66666667	0.003166667
40	460000	40	37	36.5	37.83333333	0.003783333
45	517500	41.5	45	44	43.5	0.00435
50	575000	44.5	47	45.5	45.66666667	0.004566667
55	632500	48.5	51	47.5	49	0.0049
60	690000	52.5	52.5	50	51.66666667	0.005166667
65	747500	59.5	54	53.5	55.66666667	0.005566667

TRONSON 2

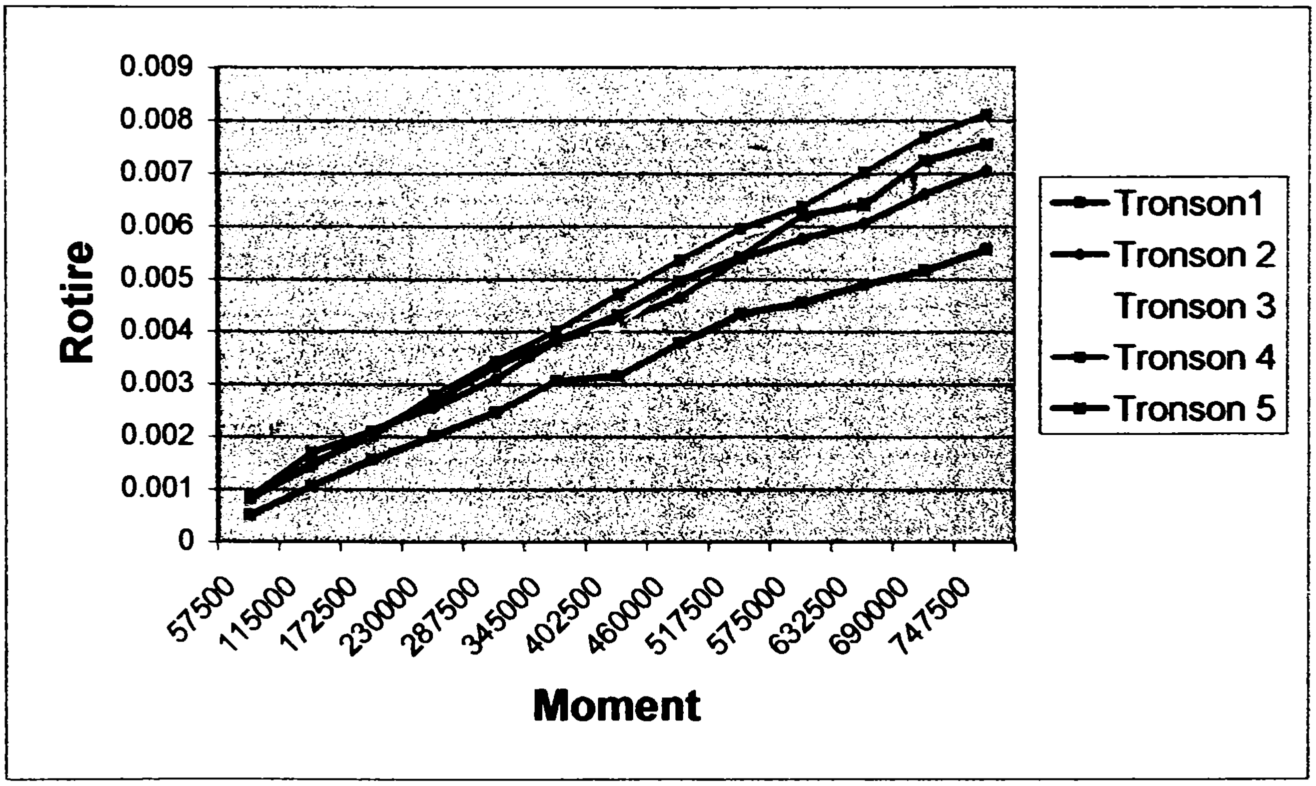
Indicatia	Momentul	Deformatii				Rotirea
		1	2	3	Media	
5	57500	9.5	7.5	8	8.333333333	0.000833333
10	115000	16	12.5	14.5	14.33333333	0.001433333
15	172500	25	18	21	21.33333333	0.002133333
20	230000	29.5	22	25.5	25.66666667	0.002566667
25	287500	35	28	30.5	31.16666667	0.003116667
30	345000	41	36	38	38.33333333	0.003833333
35	402500	46.5	38.5	41	42	0.0042
40	460000	51	43.5	45	46.5	0.00465
45	517500	58.5	51	52.5	54	0.0054
50	575000	65	55.5	52.5	57.66666667	0.005766667
55	632500	66.5	57.45	58	60.65	0.006065
60	690000	69	63.5	66	66.16666667	0.006616667
65	747500	71.5	70.5	69.5	70.5	0.00705

TRONSON 3

Indicatia	Momentul	Deformatii				Rotirea
		1	2	3	Media	
5	57500	8.5	8.5	9	8.666666667	0.000866667
10	115000	16	16	16	16	0.0016
15	172500	22	22	22	22	0.0022
20	230000	27	27	25	26.33333333	0.002633333
25	287500	35.5	32.5	34	34	0.0034
30	345000	40	39.5	38.5	39.33333333	0.003933333
35	402500	45	39.5	38.5	41	0.0041
40	460000	53.5	49	47.5	50	0.005
45	517500	60.5	58	55.5	58	0.0058
50	575000	61.5	60	62	61.16666667	0.006116667
55	632500	66.5	69	64	66.5	0.00665
60	690000	76.5	68.5	68.5	71.16666667	0.007116667
65	747500	79	82	77.5	79.5	0.00795

TRONSON 4						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	10	9.5	5.5	8.333333333	0.000833333
10	115000	17	16.5	12	15.16666667	0.001516667
15	172500	22	22	17	20.33333333	0.002033333
20	230000	31.5	28	25	28.16666667	0.002816667
25	287500	38	35	30.5	34.5	0.00345
30	345000	44	41.5	35.5	40.33333333	0.004033333
35	402500	50.5	48.5	42.5	47.16666667	0.004716667
40	460000	58.5	52	50.5	53.66666667	0.005366667
45	517500	63.5	60	55.5	59.66666667	0.005966667
50	575000	66.5	66.5	58.5	63.83333333	0.006383333
55	632500	75.5	71.5	64	70.33333333	0.007033333
60	690000	81.5	75.5	74	77	0.0077
65	747500	86.5	80	77.5	81.33333333	0.008133333

TRONSON 5						
Indicatia	Momentul	Deformatii			Media	Rotirea
		1	2	3		
5	57500	11.5	9	5.5	8.666666667	0.000866667
10	115000	22	17	12	17	0.0017
15	172500	26	20	17.5	21.16666667	0.002116667
20	230000	30.5	25.5	24	26.66666667	0.002666667
25	287500	38	33.5	29	33.5	0.00335
30	345000	44	37.5	33.5	38.33333333	0.003833333
35	402500	47	42	41	43.33333333	0.004333333
40	460000	54	49.5	45.5	49.66666667	0.004966667
45	517500	59	54.5	49.5	54.33333333	0.005433333
50	575000	63.5	61.5	61.5	62.16666667	0.006216667
55	632500	69.5	61.5	61.5	64.16666667	0.006416667
60	690000	79.5	69.5	68.5	72.5	0.00725
65	747500	82.5	71.5	72.5	75.5	0.00755



Anexa 15 Variatia momentului de torsiune pelungimea butucului

Lungimea de contact $L_b := 34mm$

$div := 0.01mm$

Constanta dinamometrului $k_D := 50\frac{N}{div}$

Bratul parghiei de incarcare $B_P := 230mm$

Momentul de rasucire

$$M_r := k_D \cdot B_P \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 25 \\ 35 \\ 45 \end{pmatrix} \cdot div M_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 172.5 \\ 287.5 \\ 402.5 \\ 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Distanta de la capatul imbinarii

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 18 \\ 31 \\ 34 \end{pmatrix} \cdot mm$$

Indicatia puntilor tensometrice

$$I_{tx} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75 & 500 & 675 & 583 \\ 0 & 142 & 767 & 1017 & 950 \\ 0 & 208 & 1017 & 1300 & 1392 \\ 0 & 275 & 1258 & 1575 & 1800 \end{pmatrix}$$

Constantele de etalonare ele puntilor

$$A_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 326 \\ 327 \\ 323.5 \\ 326 \end{pmatrix} \cdot N \cdot mm \qquad B_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 12600 \\ 12605 \\ -28332.5 \\ 12601 \end{pmatrix} \cdot N \cdot mm$$

$j := 1..5 \qquad i := 1..5$

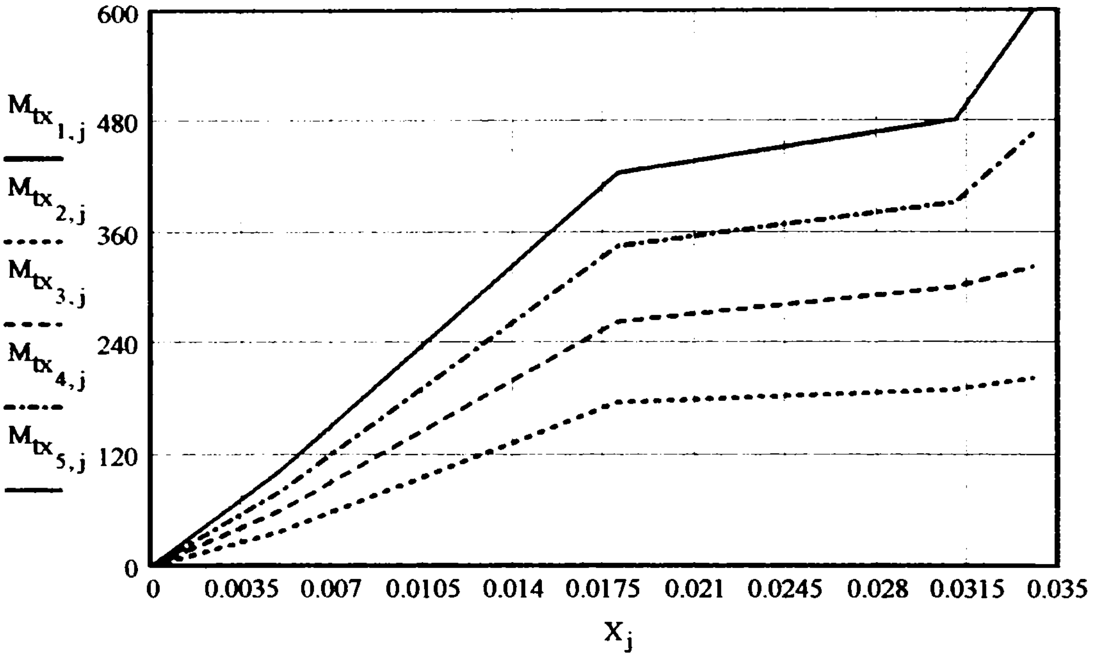
Momentul de torsiune in sectiunea x

$$M_{tx_{i,j}} := I_{tx_{i,j}} \cdot A_{e_j} + B_{e_j}$$

$$M_{tx_{1,j}} := 0$$

$$M_{tx} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 37.05 & 176.105 & 190.03 & 202.659 \\ 0 & 58.892 & 263.414 & 300.667 & 322.301 \\ 0 & 80.408 & 345.164 & 392.218 & 466.393 \\ 0 & 102.25 & 423.971 & 481.18 & 599.401 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Anexa 15 Variatia momentului de torsiune pelungimea butucului



$j_1 := 1..4$

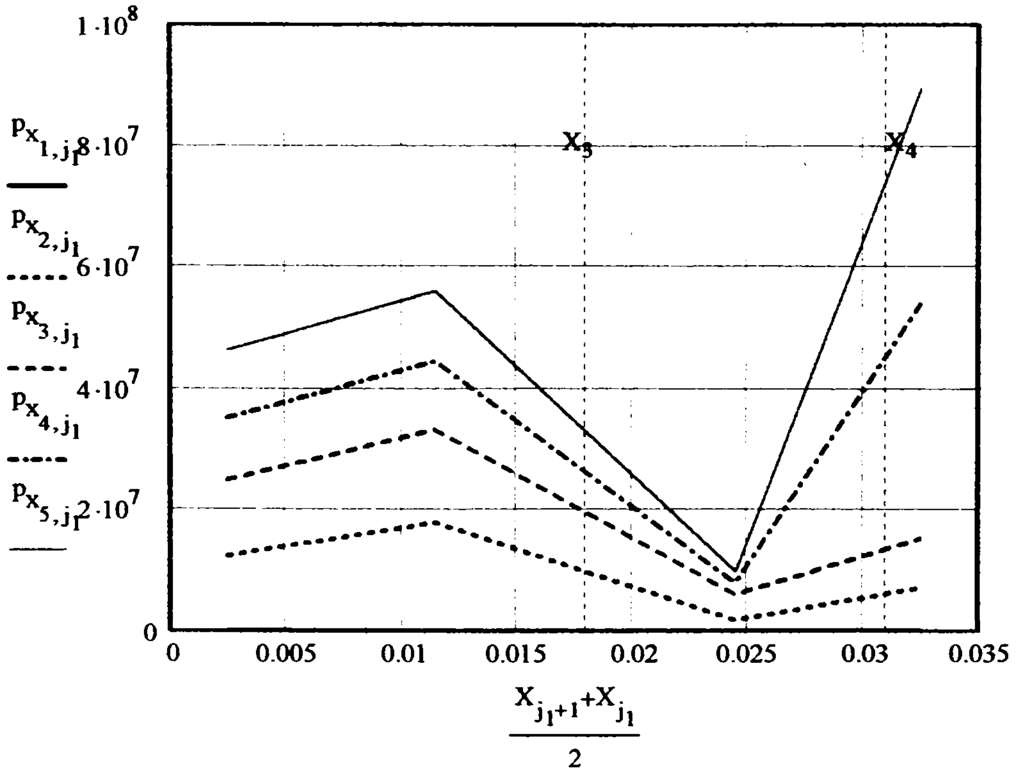
$$k_{\tau_{i,j_1}} := \frac{L_b}{X_{j_1+1} - X_{j_1}} \cdot \frac{M_{tx_{i,j_1+1}} - M_{tx_{i,j_1}}}{M_{tx_{i,5}}}$$

$$k_\tau = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.243 & 1.795 & 0.18 & 0.706 \\ 1.243 & 1.66 & 0.302 & 0.761 \\ 1.172 & 1.485 & 0.264 & 1.802 \\ 1.16 & 1.404 & 0.25 & 2.235 \end{pmatrix}$$

$$p_{med} := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

$$p_{x_{i,j_1}} := p_{med_i} \cdot k_{\tau_{i,j_1}}$$

$$p_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12.432 & 17.946 & 1.797 & 7.063 \\ 24.85 & 33.193 & 6.046 & 15.215 \\ 35.17 & 44.54 & 7.916 & 54.074 \\ 46.4 & 56.151 & 9.985 & 89.412 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$



A.15. 2

Lungimea de contact $L_b := 39mm$

$div := 0.01mm$

Constanta dinamometrului $k_D := 50\dfrac{N}{div}$

Bratul parghiei de incarcare $B_P := 230mm$

Momentul de rasucire

$$M_r := k_D \cdot B_P \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 25 \\ 35 \\ 45 \end{pmatrix} \cdot div \qquad M_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 172.5 \\ 287.5 \\ 402.5 \\ 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Distanta de la capatul imbinarii

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 18 \\ 31 \\ 39 \end{pmatrix} \cdot mm$$

Indicatia puntilor tensometrice

$$L_{tx} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75 & 467 & 608 & 592 \\ 0 & 158 & 700 & 917 & 1017 \\ 0 & 225 & 958 & 1200 & 1450 \\ 0 & 275 & 1200 & 1500 & 1900 \end{pmatrix}$$

Constantele de etalonare ele puntilor

$$A_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 326 \\ 327 \\ 323.5 \\ 326 \end{pmatrix} \cdot N \cdot mm \qquad B_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 12600 \\ 12605 \\ -28332.5 \\ 12601 \end{pmatrix} \cdot N \cdot mm$$

$j := 1..5 \qquad i := 1..5$

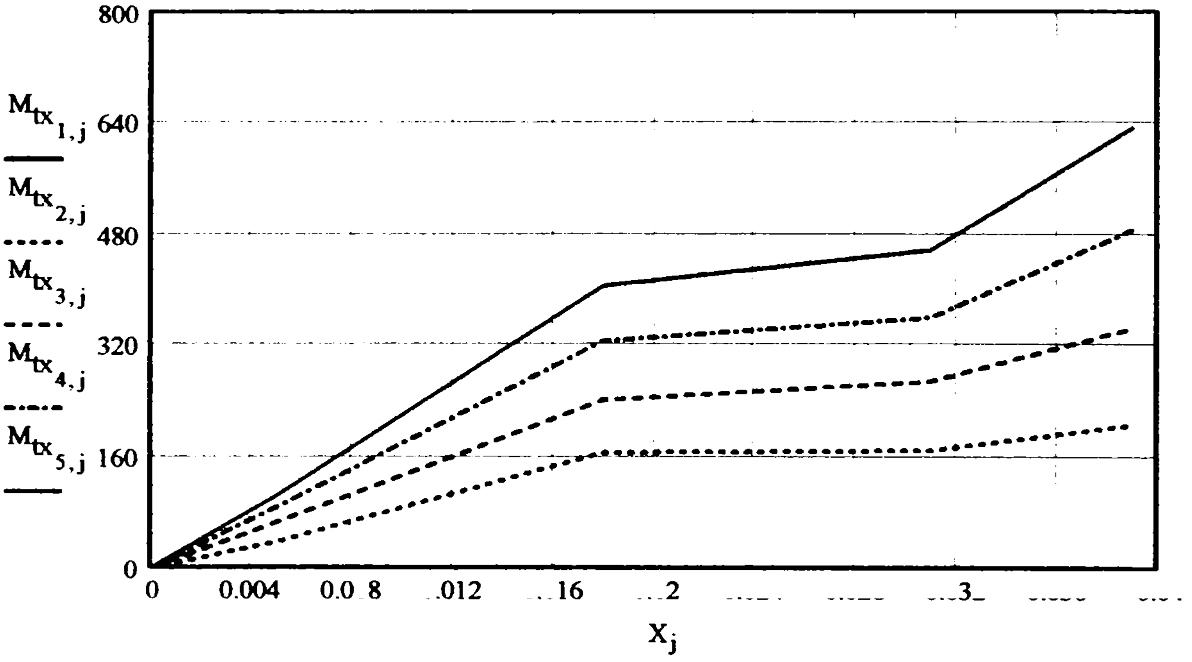
Momentul de torsiune in sectiunea x

$$M_{tx_{i,j}} := L_{tx_{i,j}} \cdot A_{e_j} + B_{e_j}$$

$$M_{tx_{1,j}} := 0$$

$$M_{tx} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 37.05 & 165.314 & 168.356 & 205.593 \\ 0 & 64.108 & 241.505 & 268.317 & 344.143 \\ 0 & 85.95 & 325.871 & 359.868 & 485.301 \\ 0 & 102.25 & 405.005 & 456.918 & 632.001 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Anexa 15 Variatia momentului de torsiune pe lungimea butucului



$j_1 := 1..4$

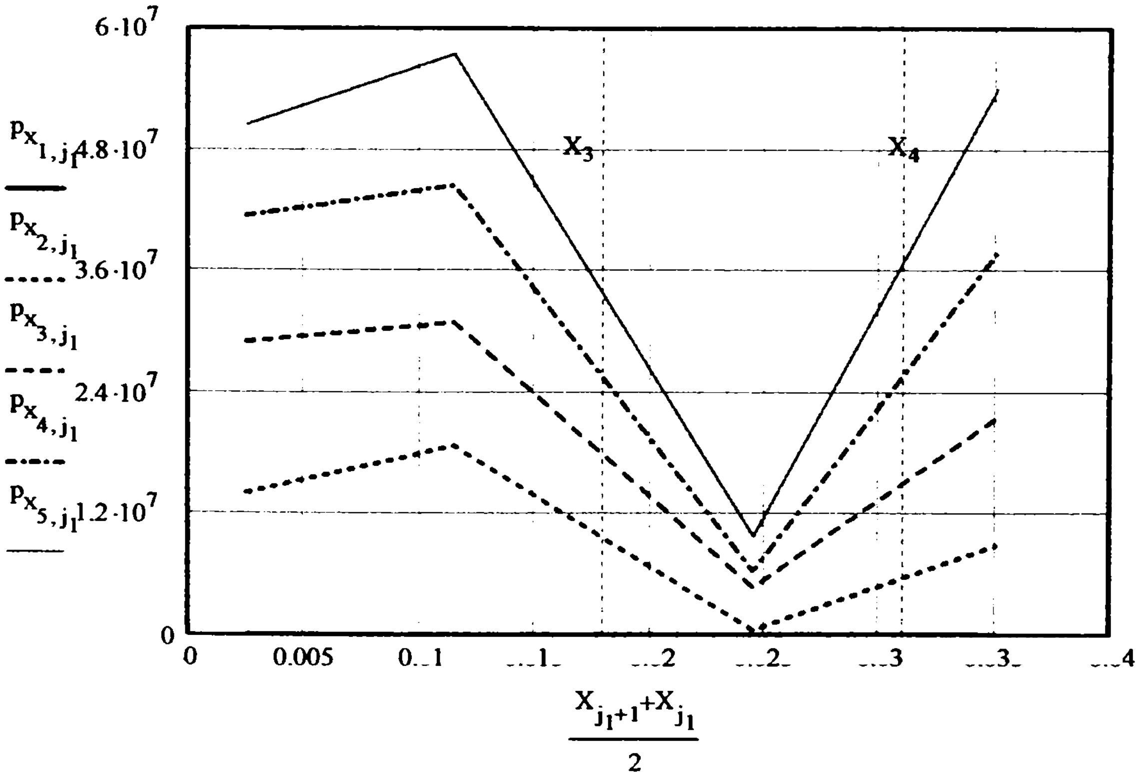
$$k_{\tau_{i,j_1}} := \frac{L_b}{X_{j_1+1} - X_{j_1}} \cdot \frac{M_{tx_{i,j_1+1}} - M_{tx_{i,j_1}}}{M_{tx_{i,5}}}$$

$$k_\tau = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.406 & 1.872 & 0.044 & 0.883 \\ 1.453 & 1.546 & 0.234 & 1.074 \\ 1.381 & 1.483 & 0.21 & 1.26 \\ 1.262 & 1.437 & 0.246 & 1.351 \end{pmatrix}$$

$$p_{med} := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

$$p_{x_{i,j_1}} := p_{med_i} \cdot k_{\tau_{i,j_1}}$$

$$p_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 14.056 & 18.716 & 0.444 & 8.83 \\ 29.06 & 30.928 & 4.675 & 21.482 \\ 41.443 & 44.494 & 6.305 & 37.801 \\ 50.478 & 57.485 & 9.857 & 54.021 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$



A.15. 4

Lungimea de contact $L_b := 44\text{mm}$

$\text{div} := 0.01\text{mm}$

Constanta dinamometrului $k_D := 50 \dfrac{N}{\text{div}}$

Bratul parghiei de incarcare $B_P := 230\text{mm}$

Momentul de rasucire $M_r := k_D \cdot B_P \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 25 \\ 35 \\ 45 \end{pmatrix} \cdot \text{div}$ $\quad M_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 172.5 \\ 287.5 \\ 402.5 \\ 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$

Distanta de la capatul imbinarii $X := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 18 \\ 31 \\ 44 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$

Indicatia puntilor tensometrice $I_{tx} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 475 & 600 & 608 \\ 0 & 167 & 725 & 891 & 1050 \\ 0 & 233 & 933 & 1125 & 1442 \\ 0 & 300 & 1167 & 1391 & 1867 \end{pmatrix}$

Constantele de etalonare ele puntilor $A_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 426 \\ 290 \\ 308 \\ 290.6 \end{pmatrix} \cdot N \cdot \text{mm}$

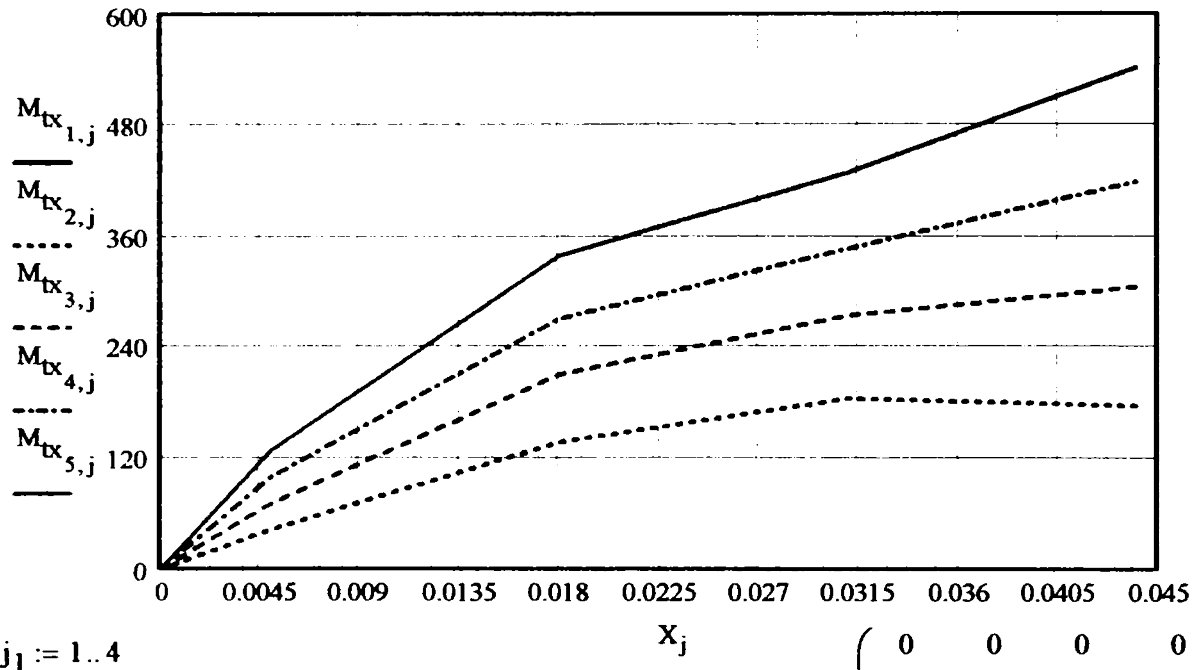
$j := 1..5 \qquad i := 1..5$

Momentul de torsiune in sectiunea x $M_{tx_{i,j}} := I_{tx_{i,j}} \cdot A_{e_j}$

$M_{tx_{1,j}} := 0$

$$M_{tx} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 42.6 & 137.75 & 184.8 & 176.685 \\ 0 & 71.142 & 210.25 & 274.428 & 305.13 \\ 0 & 99.258 & 270.57 & 346.5 & 419.045 \\ 0 & 127.8 & 338.43 & 428.428 & 542.55 \end{pmatrix} N \cdot m$$

ANEXA 15 Variatia momentului de torsiune pe lungimea butucului



$j_1 := 1..4$

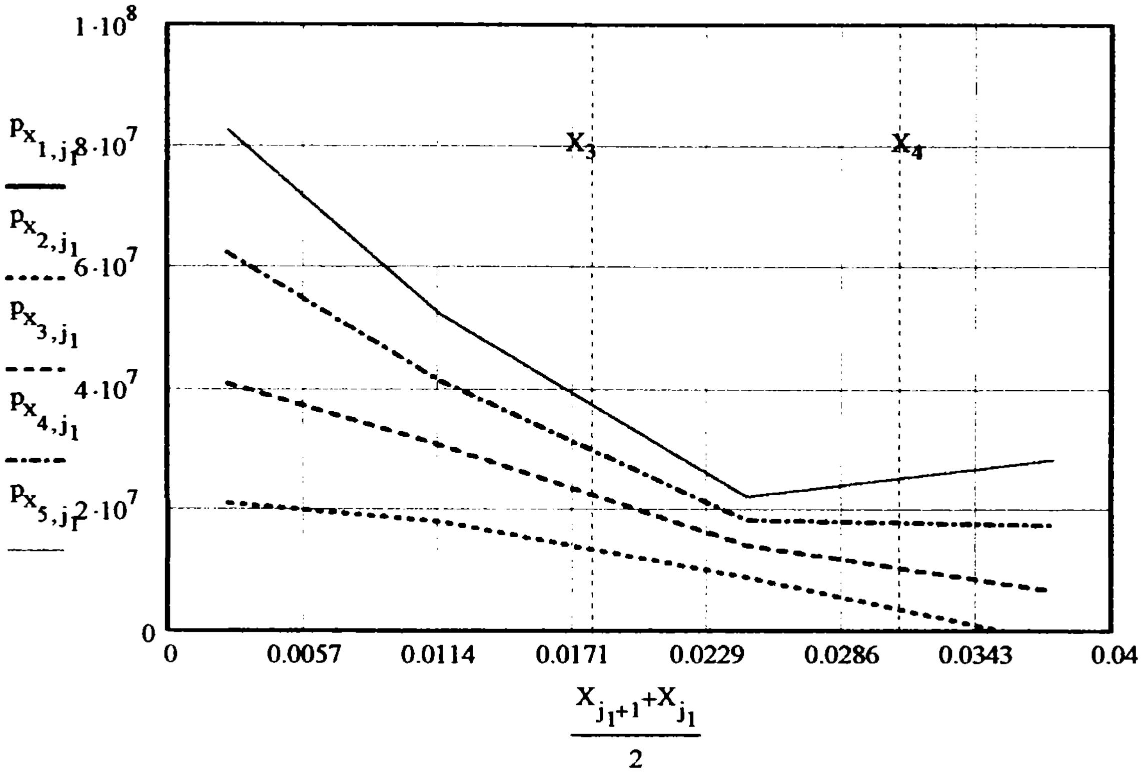
$$k_{\tau_{i,j_1}} := \frac{L_b}{X_{j_1+1} - X_{j_1}} \cdot \frac{M_{tx_{i,j_1+1}} - M_{tx_{i,j_1}}}{M_{tx_{i,5}}}$$

$$k_\tau = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.122 & 1.823 & 0.901 & -0.155 \\ 2.052 & 1.543 & 0.712 & 0.341 \\ 2.084 & 1.384 & 0.613 & 0.586 \\ 2.073 & 1.314 & 0.561 & 0.712 \end{pmatrix}$$

$$p_{med} := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

$$p_{x_{i,j_1}} := p_{med_i} \cdot k_{\tau_{i,j_1}}$$

$$p_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21.217 & 18.227 & 9.013 & -1.555 \\ 41.035 & 30.861 & 14.238 & 6.811 \\ 62.533 & 41.51 & 18.399 & 17.578 \\ 82.915 & 52.559 & 22.458 & 28.477 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$



Anexa 15 Variatia momentului de torsiune pe lungimea butucului

Lungimea de contact $L_b := 49\text{mm}$

$\text{div} := 0.01\text{mm}$

Constanta dinamometrului $k_D := 50\dfrac{N}{\text{div}}$

Bratul parghiei de incarcare $B_P := 230\text{mm}$

Momentul de rasucire

$$M_r := k_D \cdot B_P \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 25 \\ 35 \\ 45 \end{pmatrix} \cdot \text{div} \quad M_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 172.5 \\ 287.5 \\ 402.5 \\ 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Distanta de la capatul imbinarii

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 18 \\ 31 \\ 44 \\ 49 \end{pmatrix} \cdot \text{mm}$$

Indicatia puntilor tensometrice

$$I_{tx} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75 & 450 & 575 & 583 \\ 0 & 150 & 717 & 858 & 1017 \\ 0 & 200 & 908 & 1083 & 1358 \\ 0 & 258 & 1117 & 1300 & 1750 \end{pmatrix}$$

Constantele de etalonare ele puntilor

$$A_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 426 \\ 290.6 \\ 308 \\ 290.6 \end{pmatrix} \cdot N \cdot \text{mm}$$

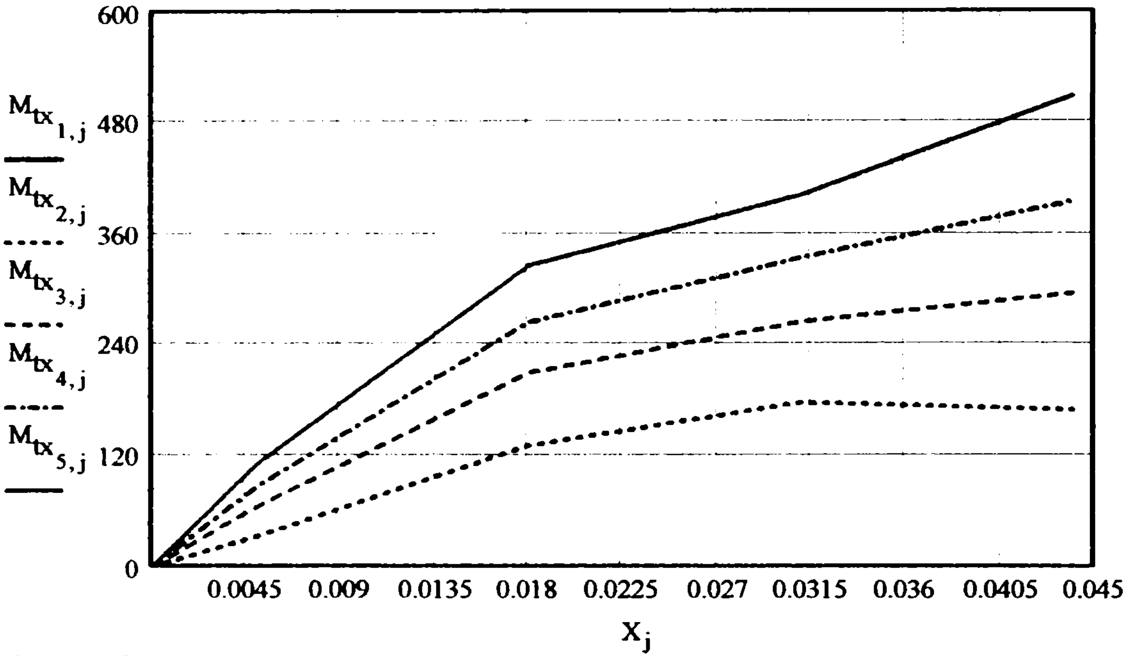
$j := 1..5 \qquad i := 1..5$

Momentul de torsiune in sectiunea x $M_{tx_{i,j}} := I_{tx_{i,j}} \cdot A_{e_j}$

$M_{tx_{i,6}} := M_{r_i}$

$$M_{tx} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 31.95 & 130.77 & 177.1 & 169.42 & 172.5 \\ 0 & 63.9 & 208.36 & 264.264 & 295.54 & 287.5 \\ 0 & 85.2 & 263.865 & 333.564 & 394.635 & 402.5 \\ 0 & 109.908 & 324.6 & 400.4 & 508.55 & 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Anexa 15 Variatia momentului de torsiune pe lungimea butucului



$j_1 := 1..5$

$$k_{\tau i,j_1} := \frac{L_b}{X_{j_1+1} - X_{j_1}} \cdot \frac{M_{txi,j_1+1} - M_{txi,j_1}}{M_{tx_{i,5}}}$$

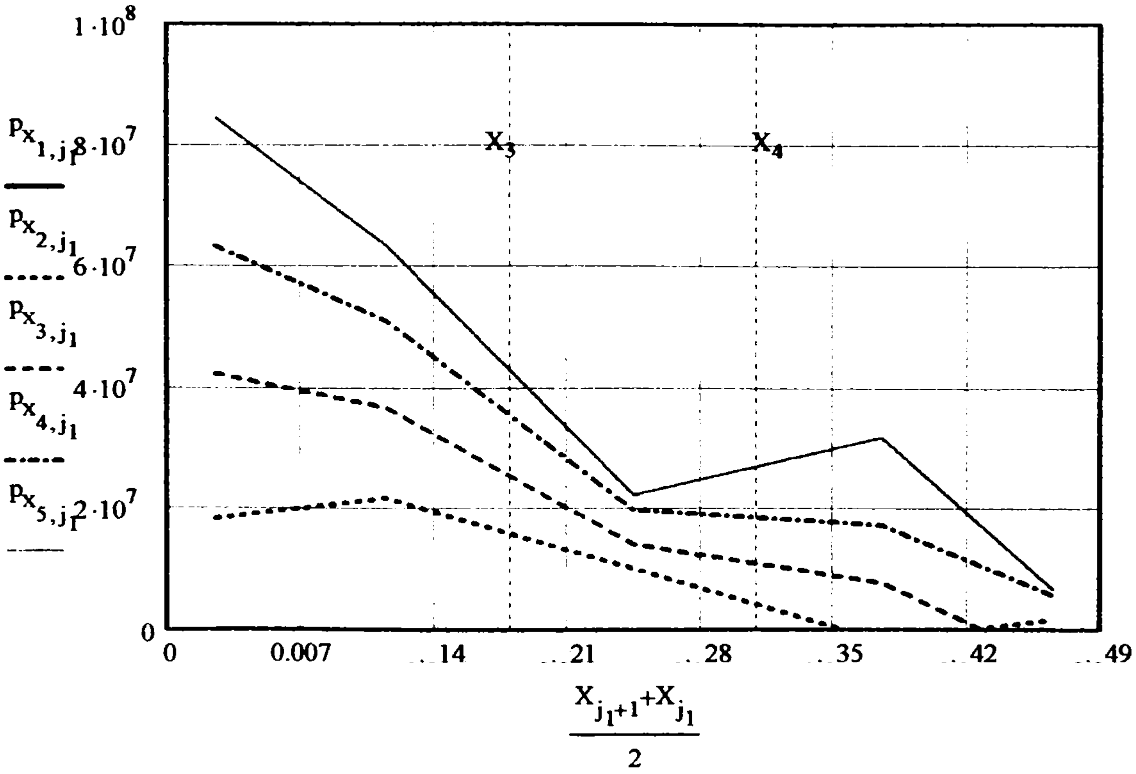
$$k_\tau = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.848 & 2.199 & 1.031 & -0.171 & 0.178 \\ 2.119 & 1.842 & 0.713 & 0.399 & -0.267 \\ 2.116 & 1.706 & 0.666 & 0.583 & 0.195 \\ 2.118 & 1.591 & 0.562 & 0.802 & 0.172 \end{pmatrix}$$

$$p_{med} := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

$$p_{xi,j_1} := p_{med_i} \cdot k_{\tau i,j_1}$$

$$p_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 18.481 & 21.985 & 10.307 & -1.709 & 1.782 \\ 42.378 & 36.848 & 14.26 & 7.978 & -5.332 \\ 63.473 & 51.194 & 19.971 & 17.499 & 5.86 \\ 84.719 & 63.65 & 22.472 & 32.063 & 6.899 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

$$p_{x_{5,4}} = 3.206 \times 10^7 \, Pa$$



A.15. 8

Lungimea de contact $L_b := 54\mathrm{mm}$

$\mathrm{div} := 0.01\mathrm{mm}$

Constanta dinamometrului $k_D := 50\frac{N}{\mathrm{div}}$

Bratul parghiei de incarcare $B_P := 230\mathrm{mm}$

Momentul de rasucire

$$M_r := k_D \cdot B_P \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 15 \\ 25 \\ 35 \\ 45 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{div}M_r = \begin{pmatrix} 0 \\ 172.5 \\ 287.5 \\ 402.5 \\ 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$$

Distanta de la capatul imbinarii

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 18 \\ 31 \\ 44 \\ 54 \end{pmatrix} \cdot \mathrm{mm}$$

Indicatia puntilor tensometrice

$$I_{tx} := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 75 & 475 & 592 & 550 \\ 0 & 142 & 733 & 875 & 950 \\ 0 & 200 & 950 & 1108 & 1300 \\ 0 & 250 & 1150 & 1317 & 1650 \end{pmatrix}$$

Constantele de etalonare ele puntilor

$$A_e := \begin{pmatrix} 0 \\ 426 \\ 290.6 \\ 308 \\ 290.6 \end{pmatrix} \cdot N \cdot \mathrm{mm}$$

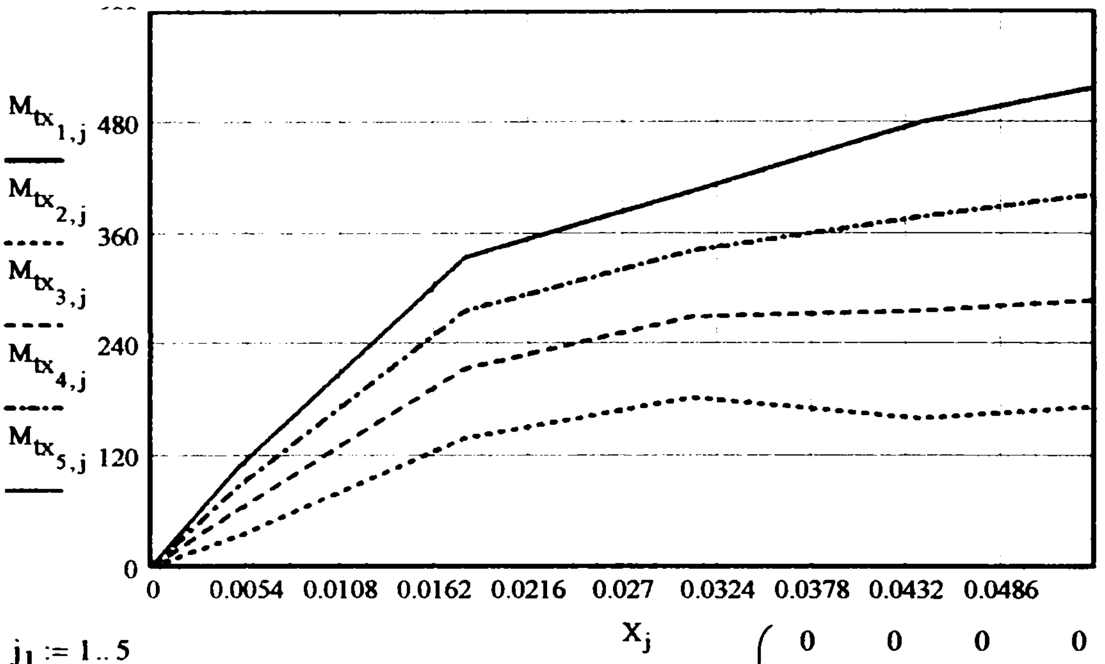
$j := 1..5$ $i := 1..5$

Momentul de torsiune in sectiunea x $M_{tx_{i,j}} := I_{tx_{i,j}} \cdot A_{e_j}$

$M_{tx_{i,6}} := M_{r_i}$

$j := 1..6$

$$M_{tx} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 31.95 & 138.035 & 182.336 & 159.83 & 172.5 \\ 0 & 60.492 & 213.01 & 269.5 & 276.07 & 287.5 \\ 0 & 85.2 & 276.07 & 341.264 & 377.78 & 402.5 \\ 0 & 106.5 & 334.19 & 405.636 & 479.49 & 517.5 \end{pmatrix} N \cdot m$$



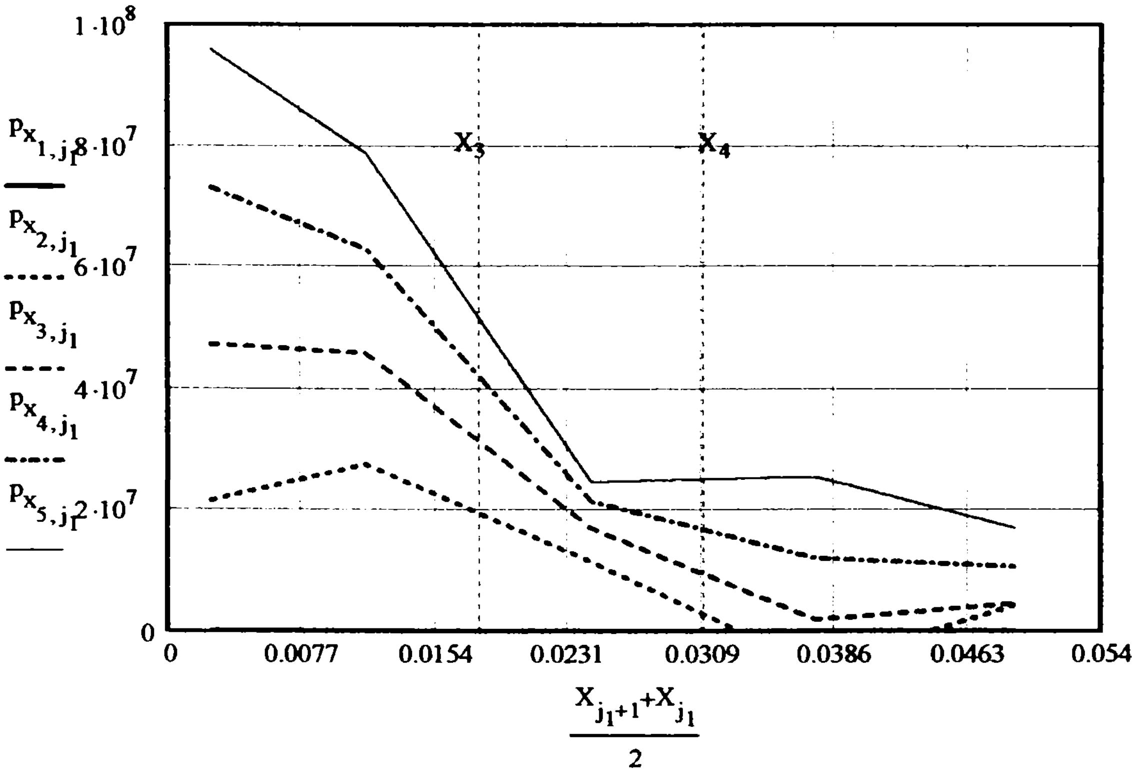
$j_1 := 1..5$

$$k_{\tau_{i,j_1}} := \frac{L_b}{X_{j_1+1} - X_{j_1}} \cdot \frac{M_{tx_{i,j_1+1}} - M_{tx_{i,j_1}}}{M_{tx_{i,5}}} \quad k_\tau = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.159 & 2.757 & 1.151 & -0.585 & 0.428 \\ 2.366 & 2.295 & 0.85 & 0.099 & 0.224 \\ 2.436 & 2.099 & 0.717 & 0.402 & 0.353 \\ 2.399 & 1.972 & 0.619 & 0.64 & 0.428 \end{pmatrix}$$

$$p_{med} := \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 20 \\ 30 \\ 40 \end{pmatrix} \frac{N}{mm^2}$$

$$p_{x_{i,j_1}} := p_{med_i} \cdot k_{\tau_{i,j_1}} \qquad p_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 21.589 & 27.571 & 11.513 & -5.849 & 4.281 \\ 47.33 & 45.897 & 16.999 & 1.977 & 4.471 \\ 73.071 & 62.961 & 21.505 & 12.045 & 10.6 \\ 95.952 & 78.9 & 24.758 & 25.592 & 17.123 \end{pmatrix} \frac{N}{mm}$$

$p_{x_{5,4}} = 2.559 \times 10^7\,Pa$



Cuprins