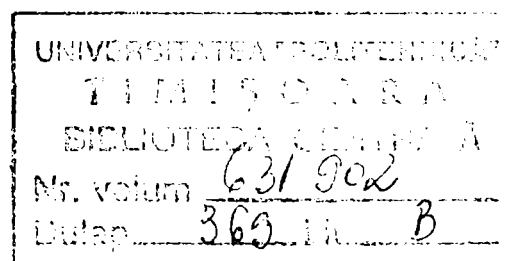


Ing. Tamara MIHU

Contribuții la studiul stabilității structurilor sandwich

TEZĂ DE DOCTORAT

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA



Conducător Științific

Prof. Dr. Ing. Marin IVAN

2001

CUPRINS

1. INTRODUCERE

2. TEORIA ÎNCOVOIERII ȘI STABILITĂȚII PANOURILOR SANDWICH ALCĂTUIE DIN TREI STRATURI

2.1. Introducere.....	2-1
2.2. Clasificarea panourilor sandwich.....	2-3
2.3. Deplasări și deformații în panourile sandwich încovoiate.....	2-5
2.4. Ecuațiile panourilor sandwich utilizând principiul lui Lagrange.....	2-11
2.4.1. Eforturile în fâșia sandwich.....	2-12
2.4.2 Relații de elasticitate.....	2-15
2.4.3 Ecuația diferențială a fâșiilor sandwich solificate la încovoiere cu tăiere.....	2-17
2.5. Ecuațiile diferențiale generale ale panourilor sandwich ortotrope cu fețele subțiri.....	2-23
2.5.1. Ecuațiile fundamentale.....	2-23
2.5.2 Ecuațiile generale.....	2-26
2.6. Rigiditățile panourilor sandwich.....	2-28
2.7. Tensiunile în panourile încovoiate.....	2-31
2.8. Ecuația de stabilitate a fâșiilor sandwich.....	2-35
2.9. Stabilitatea panourilor ortotrope simplu rezemate, încărcate pe contur și transversal.....	2-40
2.10. Flambajul local.....	2-48
2.11. Concluzii.....	2-56
Bibliografie.....	2-58

3. CARACTERISTICI FIZICO-MECANICE ALE POLIESTERILOR ARMAȚI CU FIBRE DE STICLĂ

3.1. Introducere.....	3-1
3.2. Materiile prime de bază folosite la realizarea PAFS	
3.2.1. Rășina poliesterică	
3.2.1.1. Obținerea rășinilor poliesterice nesaturate.....	3-1
3.2.1.2. Întărirea rășinilor poliesterice nesaturate.....	3-2
3.2.1.3 Tipuri de rășini poliesterice nesaturate.....	3-4
3.2.2 Materialul de armare.....	3-5
3.2.3 Acceleratorii și catalizatorii.....	3-7
3.2.4 Umpluturile.....	3-8
3.2.5 Adaosurile.....	3-8
3.2.6 Diluantul.....	3-9
3.2.7 Chitul poliesteric.....	3-9
3.2.8 Lacul de suprafață.....	3-9
3.3. Procedee de fabricare a PAFS.....	3-10
3.4 Proprietățile fizico-mecanice ale PAFS	
3.4.1 Influența materialelor componente.....	3-11
3.4.2 Relații de calcul teoretice pentru determinarea proprietăților unui material compozit.....	3-12
3.4.3 Conținutul în fibre de sticlă.....	3-13
3.4.4 Densitatea.....	3-14
3.4.5 Rezistența la tracțiune.....	3-15
3.4.6 Rezistența la compresiune.....	3-18
3.4.7 Rezistența la încovoiere.....	3-19
3.4.8 Rezistența la forfecare.....	3-20
3.4.9 Modulul de elasticitate longitudinal E	3-21
3.4.10 Coeficientul contracției transversale μ	3-23
3.4.11 Modulul de elasticitate transversal G	3-23
3.5 Concluzii.....	3-25
Bibliografie.....	3-26

4. CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND COMPORTAREA PANOURILOR SANDWICH ȘI A PANOURILOR PLANE SOLICITATE LA COMPRESIUNE UNIFORMĂ PE O DIRECȚIE

4.1. Prezentarea panourilor studiate.....	4-1
4.2. Standul de încercare	4-2
4.3. Rezultatele încercărilor experimentale	
4.3.1. Rezultatele încercărilor experimentale efectuate pe panourile sandwich.....	4-6
4.3.2. Rezultatele încercărilor experimentale efectuate pe panourile plane rigidizate.....	4-24
4.4. Concluzii.....	4-43
Bibliografie.....	4-43

5. STUDIUL NUMERIC AL COMPORTĂRII NELINIARE ALE PANOURILOR SANDWICH ȘI ALE PANOURILOR RIGIDIZATE

5.1 Bazele teoretice pentru un program de calcul geometric neliniar al plăcilor plane subțiri	
5.1.1. Specificul calculului de ordinul II, geometric neliniar.....	5-1
5.1.2. Ecuțiile de bază ale teoriei elasticității.....	5-2
5.1.3 Studiul plăcilor plane subțiri	
5.1.3.1. Ipoteze simplificatoare.....	5-3
5.1.3.2. Relații geometrice între deformații și deplasări. Ecuția de compatibilitate.....	5-4
5.1.3.3. Ecuția de echilibru pentru placa deformată. Ecuția suprafeței mediane.....	5-5
5.1.3.4. Expresiile tensiunilor.....	5-7
5.1.3.5. Ecuțiile constitutive.....	5-8
5.2. Metode de calcul utilizate în mecanica structurilor	
5.2.1. Considerații generale.....	5-9
5.2.2. Bazele metodei elementelor finite.....	5-9
5.2.2.1. Descrierea generală a metodei elementelor finite a) Discretizarea structurii.....	5-10

b) Formularea ecuațiilor de echilibru.....	5-11
c) Exprimarea principiului variațional în formularea ecuației de echilibru.....	5-12
d) Asamblarea elementelor finite.....	5-15
e) Rezolvarea sistemului de ecuații.....	5-17
5.2.3. Aplicarea metodei elementului finit în rezolvarea problemelor de stabilitate.....	5-17
5.2.3.1. Rigiditatea geometrică a elementului de placă plană.....	5-19
5.2.3.2. Analiza stării critice de echilibru și calculul sarcinii critice de flambaj.....	5-22
5.2.3.3. Analiza comportării neliniare a structurilor.....	5-23
5.3. Simularea numerică a comportării panourilor din PAFS studiate experimental.....	5-25
5.3.1. Panourile plane rigidizate.....	5-31
5.3.2. Panourile sandwich.....	5-43
5.4. Concluzii.....	5-57
Bibliografie.....	5-58

6. COMPARAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE CU REZULTATELE MODELULUI NUMERIC

6.1. Panourile de tip sandwich.....	6-1
6.2. Panourile plane rigidizate.....	6-11
6.3. Concluzii.....	6-22

7. INFLUENȚA UNOR PARAMETRI CONSTRUCTIVI ASUPRA COMPORTĂRII LA COMPRESIUNE CENTRICĂ UNIFORMĂ A PANOURILOR SANDWICH

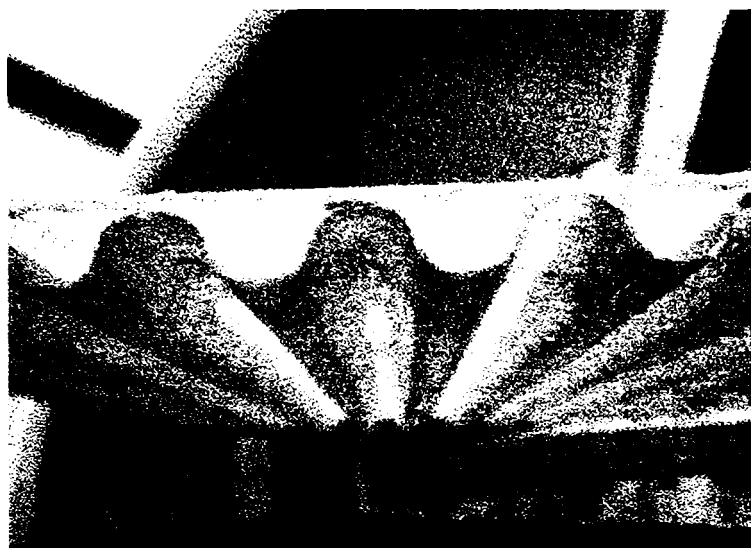
7.1. Introducere.....	7-1
7.2. Dependența mărimii forței critice corespunzătoare panoului sandwich de grosimea și alcătuirea miezului.....	7-2
7.3. Dependența mărimii forței critice corespunzătoare panoului sandwich de grosimea fețelor.....	7-7
7.4. Dependența mărimii forței critice corespunzătoare panoului	

sandwich de grosimea plăcii ondulate care alcătuiește miezul.....	7-9
7.5. Concluzii.....	7-11
Bibliografie.....	7-12

8. CONCLUZII FINALE

8.1. Considerații finale.....	8-1
8.2. Contribuții originale.....	8-6
8.3. Direcții propuse pentru cercetări viitoare.....	8-7

Capitolul 1



INTRODUCERE

În perioada actuală, din considerente funcționale și economice, există tendința de înlocuire a materialelor tradiționale cu materiale compozite care răspund unor exigențe deosebite în privința rezistenței mecanice, rigidității, greutatei specifice reduse, stabilității dimensionale, termice și chimice, proprietăților izolatoare și a esteticii. Aceste materiale sunt folosite în cele mai diverse domenii, de la obiecte de uz gospodăresc până la componente ale navelor spațiale.

Modernizarea construcțiilor impune introducerea și în acest domeniu a materialelor noi care permit realizarea unor elemente ușoare și ieftine, dar în același timp durabile și aspectuoase. În această direcție, atât în domeniul construcțiilor civile cât și în acela al construcțiilor industriale, materialele plastice armate sunt din ce în ce mai folosite. Dintre acestea, la noi în țară cel mai frecvent utilizați sunt poliesterii armați cu fibre de sticlă, (PAFS), majoritatea fabricilor de elemente de construcții prefabricate având deja amenajate linii tehnologice de confecționare a elementelor din acest material.

Din PAFS se realizează o gamă largă de elemente folosite în construcții: bare sau diverse alte profile ușoare, tipare și cofraje folosite la turnarea elementelor din beton, plăci plane cu structură simplă sau sandwich, plăci curbe, plăci ondulate, elemente de acoperiș piramidale, luminatoare și de asemenea rezervoare, conducte, coșuri de fum,

etc.

Utilizarea materialelor plastice armate în construcții se bazează pe o serie de avantaje pe care acestea le prezintă în raport cu materialele de construcții tradiționale.

- Proprietățile mecanice sunt compatibile cu acelea ale materialelor clasice, atât la acțiuni statice cât și la acțiuni dinamice, în timp ce greutatea lor specifică este redusă.
- Rezistența la agenții agresivi din mediu este bună și poate fi mărită prin aplicarea pe suprafața elementelor a unui strat de suprafață numit Gel-coat.
- Materialele plastice armate oferă posibilitatea alcătuirii elementelor de diverse forme (membrane cu dublă curbura, plăci ondulate, pânze, profile, structuri prismatice, etc.) în diferite culori, opace sau transparente. Se pot obține astfel de elemente cu o estetică excepțională, la un grad ridicat de precizie și finisare.
- Utilizarea elementelor realizate din PAFS conduce la simplificarea operațiilor de transport, manipulare și depozitare datorită greutății proprii reduse. Montajul se face de asemenea mult mai ușor și este de remarcat capacitatea lor de a fi asociate cu alte materiale.
- Întreținerea în timpul exploatării a structurilor realizate din PAFS se face mai ușor și mai ieftin decât în cazul structurilor realizate din oțel sau lemn.
- Fabricarea elementelor din mase plastice armate presupune un număr mic de faze tehnologice și poate fi adaptată producției de mare serie. Ea necesită investiții relativ mici și personal cu calificare medie.

Introducerea materialelor plastice armate în construcții trebuie să țină seama însă și de unele dezavantaje pe care acestea le prezintă. În primul rând este necesar ca metodologiile de proiectare ale structurilor alcătuite din astfel de materiale să înglobeze caracteristicile impuse de procesul de fabricare. Fiecare tip de proces de fabricație poate conduce la proprietăți distincte ale materialului rezultat.

Proprietățile mecanice ale PAFS sunt dependente de timp, de variațiile de temperatură și de viteza de încărcare. Ele variază de asemenea în funcție de mărimea și de forma elementelor. Grosimea acestora nu trebuie să scadă sub o anumită valoare, considerată optimă. La acțiuni termice, variația dimensiunilor elementelor este mai mare decât în cazul celorlalte materiale de construcții. Trebuie luată în considerare rezistența redusă la foc a elementelor din PAFS. O acțiune defavorabilă asupra acestor elemente o au unele caracteristici ale mediului înconjurător. Se poate ajunge la degradări ale materialului (fisurări, pierderea luciului și a transparenței, dezvelirea stratului superior de rășină urmată de dezvelirea fibrelor de sticlă și umflarea lor) dacă temperaturile mari și umiditatea mediului se combină cu radiațiile ultraviolete și cu atmosfera poluată.

Cele mai multe dintre caracteristicile dezavantajoase pentru folosirea materialelor plastice în construcții pot fi însă eliminate prin alegerea judicioasă a tipului de rășină și de armătură și prin adăugarea unor substanțe care să îmbunătățească proprietățile necesare unei bune exploatare a structurii.

Proprietățile poliesterilor armați cu fibre de sticlă sunt deosebit de avantajoase pentru alcătuirea structurilor de tip sandwich. Caracteristica acestor structuri este aceea că sunt alcătuite din două fețe subțiri cu rezistență mare, menținute la distanță de un miez cu rigiditate redusă, foarte ușor. Ele pot fi utilizate în construcții la realizarea acoperișurilor, a pereților exteriori și a pereților interiori, rezultând structuri ușoare, cu caracteristici superioare acelor pe care le au straturile componente luate individual.

În alcătuirea unui element sandwich ideea de bază este aceea de la grinzile cu secțiunea dublu T. Fețele exterioare îndeplinesc funcțiunile tălpilor. Ele preiau cea mai mare parte a tensiunilor normale din încovoiere, asigurând rigiditatea la încovoiere a elementului. Miezul înlocuiește inima profilului dublu T. El are rolul de a menține distanța dintre fețele exterioare, împiedicând voalarea locală a acestora. Rigiditatea lui la forfecare trebuie să fie suficient de mare astfel încât să împiedice lunecarea fețelor și să poată prelua tensiunile tangențiale. În cazul elementelor sandwich solicitate la compresiune, miezul are un rol important în împiedicarea pierderii stabilității fețelor. În timp ce fețele se execută de obicei din PAFS, miezurile elementelor sandwich pot fi confecționate din spume poliuretanică, țesături de sticlă impregnate cu rășini fenolice sau poliesterice, din plăci odulate sau cutate.

O importanță deosebită o are modul în care se face legătura dintre fețe și miez. În cazul structurilor din materiale plastice aceasta se realizează de obicei prin lipire cu adezivi speciali. Ea trebuie să asigure conlucrarea dintre straturi și transferul tensiunilor tangențiale dintre fețe și miez.

Utilizarea structurilor sandwich prezintă în primul rând avantajul unui raport rezistență /greutate foarte mare. De asemenea, astfel de structuri asigură o bună izolare termică și fonică, permit dispunerea unor circuite și instalații în interior, permit transmiterea luminii dacă sunt realizate numai din PAFS, prezintă suprafețe netede, ușor de finisat și de întreținut și nu în ultimul rând permit realizarea unor structuri cu estetică deosebită.

Capitolul 2



TEORIA ÎNCOVOIERII ȘI STABILITĂȚII PANOURILOR SANDWICH ALCĂTUIE DIN TREI STRATURI

2.1. Introducere

Ipotezele simplificatoare admise în teoria plăcilor plane supuse la încovoiere (ipotezele lui Kirchhoff), sunt următoarele:

- 1° Se neglijează tensiunile normale pe planul median al plăcii ($\sigma_z = 0$, $\varepsilon_z = 0$);
- 2° Un segment liniar normal pe planul median al plăcii înainte de deformare rămâne liniar și după deformare;
- 3° Normala pe suprafața mediană a plăcii rămâne după deformare normală la suprafața mediană deformată ($\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$).

În cazul panourilor sandwich, deplasările din încovoiere se amplifică datorită existenței lunecărilor specifice γ_{zx} și γ_{zy} precum și a lungirilor specifice ε_z în miez. Aceste deformații pot duce la apariția instabilității locale ale fețelor exterioare.

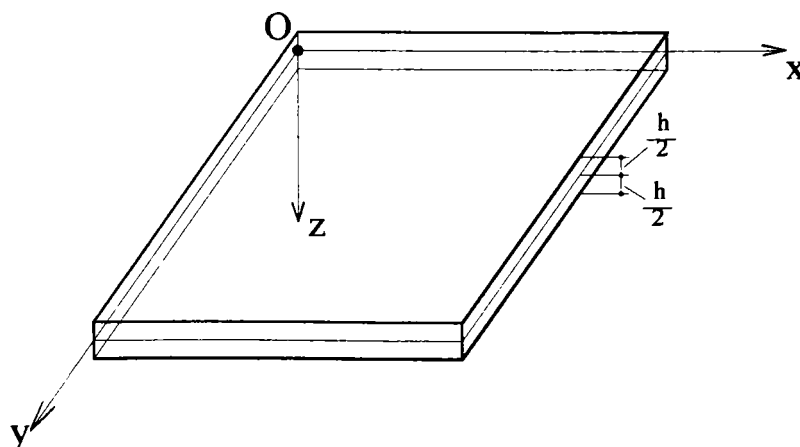


Fig. 2.1 – Placa plană omogenă

Studiul încovoierii și flambajului panourilor sandwich cu miez rigid care contribuie la rigiditatea la încovoiere a panoului dar are și deformații transversale semnificative, constituie o problemă complexă destul de rar abordată în literatura de specialitate. În general, este analizată comportarea panourilor sandwich cu miez antiplan, cu rigiditate neglijabilă în planul panoului și tensiuni tangențiale constante pe grosimea miezului. Panourile sandwich cu miezul din plăci ondulate sau cutate nu intră în această categorie, deoarece miezul are o contribuție semnificativă la rigiditatea axială pe o direcție.

Literatura de specialitate referitoare la comportarea panourilor sandwich precizează două metode de abordare a problemei:

I. În metoda generală se scriu ecuațiile de echilibru ale fețelor și miezului, luate separat și apoi se definesc ecuațiile de continuitate la interfața dintre miez și fețe: rezultă un sistem de ecuații care se poate folosi la rezolvarea cazurilor particulare. Metoda conduce la calcule matematice complexe chiar și pentru cazuri simple de încărcare și rezemare, fiind astfel dificil de utilizat. Ea a fost folosită cu succes în cazul grinzilor sandwich [2.8], dovadă sunt lucrările lui Williams, Legget și Hopkins (1941), Cocs și Riddel (1945), Gordier și Neon (1951).

II. În metoda selectivă se analizează separat problema încovoierii și problema flambajului local prin încrețirea fețelor comprimate. Analiza comportării la încovoiere a panourilor sandwich se face pe baza ipotezei că deformațiile miezului în direcția perpendiculară pe planul panoului sunt neglijabile și miezul este antiplan. În consecință, se presupune că miezul nu are nici o contribuție în ceea ce privește rigiditatea la încovoiere a panoului și că tensiunile tangențiale sunt constante pe grosimea lui. Se exclude astfel posibilitatea pierderii stabilității panoului prin voalarea locală a fețelor, dar se ia în considerare influența deformațiilor din forfecare asupra tensiunilor și deplasărilor. Rezultă că ipoteza a treia a lui Kirchhoff, care exclude influența deformațiilor din tăiere asupra comportării panoului nu mai este valabilă.

Analiza flambajului local al fețelor datorat îndesării miezului constituie o a doua etapă în metoda selectivă. Se iau în considerare proprietățile reale ale acestuia, dar pentru a exclude încovoierea generală a panoului se consideră că planele mediane ale straturilor se pot deplasa numai în direcția perpendiculară pe ele.

Analiza comportării panourilor sandwich din acest capitol se bazează pe metoda selectivă. În literatura de specialitate există mai multe moduri de abordare. În continuare se prezintă deducerea ecuațiilor panourilor sandwich pe baza principiului lui Lagrange de către Gert Hintersdorf [2.7] și studii efectuate în baza ecuațiilor lui Libove și Batdorf de către Howard G. Allen [2.8].

2.2. Clasificarea panourilor sandwich

În funcție de grosimea fețelor, Howard G. Allen [2.8] propune următoarea clasificare a panourilor sandwich:

- panouri cu fețe foarte subțiri

$$\frac{\delta}{h_m} > 100 ; \quad (2.1)$$

- panouri cu fețe subțiri

$$5.77 < \frac{\delta}{h_m} < 100 ; \quad (2.2)$$

- panouri cu fețe groase

$$\frac{\delta}{h_m} < 5.77 ; \quad (2.3)$$

în care au fost utilizate notațiile:

- δ = distanța dintre suprafețele mediane ale fețelor;

h_m = grosimea medie a fețelor.

Funcție de raportul între rigiditatea fețelor și rigiditatea miezului, Hintesdorf [2.7] împarte panourile sandwich în trei categorii:

(I) Panouri cu miez foarte rigid

Calculul acestor panouri se conduce ca și la panourile omogene, dar pentru rigiditatea la încovoiere se introduc valori speciale. Lunecările transversale și lungirile după axa z au valori neglijabile și toate cele trei ipoteze Kirchhoff se consideră valabile.

(II) Panouri cu miezul rigid

La aceste panouri ipotezele 1, 2, 3 (vezi [2.1]) sunt valabile numai pentru cele două fețe. Miezul se consideră indeformabil după direcția perpendiculară pe suprafața lui mediană ($E_z = \infty$) dar deformațiile din tăiere nu mai pot fi neglijate. Hintesdorf [2.7] propune un model de deformare denumit "modelul de deformare al normalei frânte":

O normală pe axa ce trece prin centrul de greutate al fâșiei sandwich se transformă după deformare într-o linie frântă ale cărei segmente corespunzătoare fețelor sunt perpendiculare pe axa deformată a acestora. Segmentul care corespunde miezului este înclinat cu unghiul γ față de normala la axa deformată a panoului.

Această ipoteză este pusă în evidență în Figura 2.2 pentru o consolă și a fost formulată de către van der Neut.

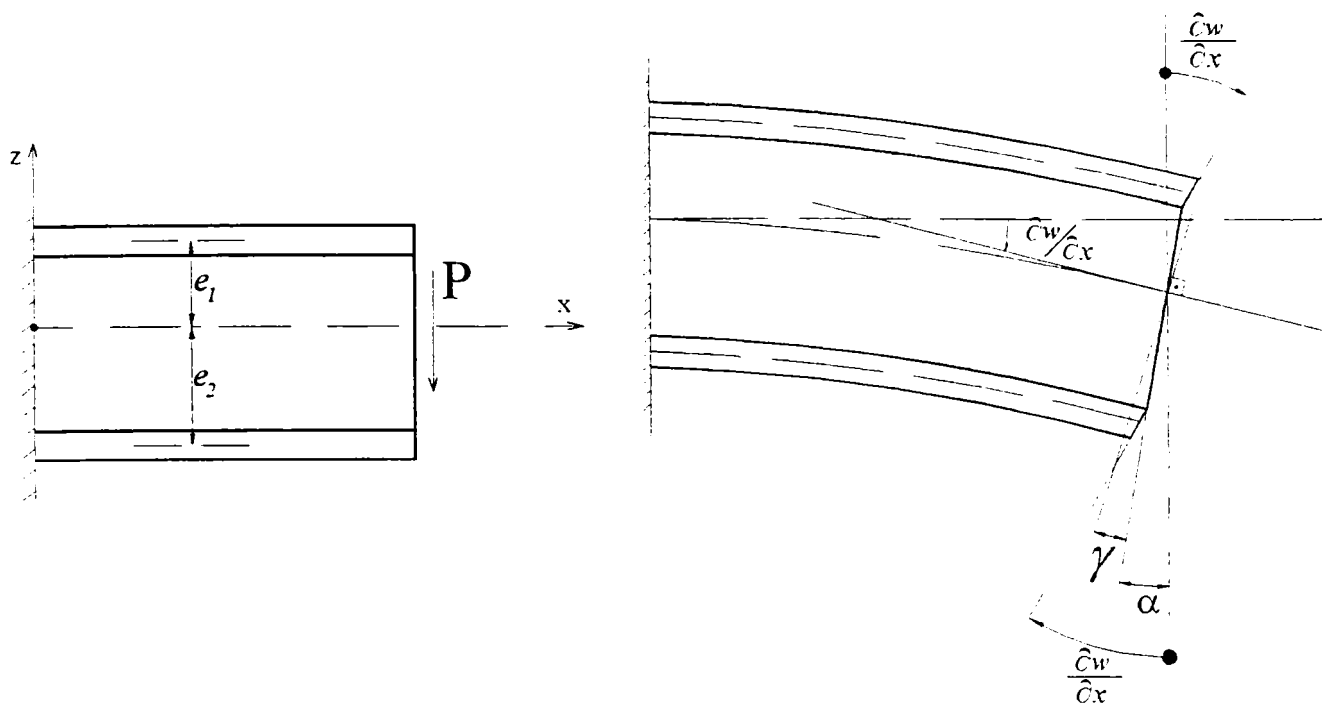


Fig. 2.2 – Modelul de deformare al "normalei frânte" pentru secțiunea transversală a unei console.
 (e_1, e_2 = distanțele de la axa consolei la suprafețele mediane ale fețelor)

Dacă fețele sunt subțiri, în locul "modelului cu normala frântă" se poate folosi un model simplificat de deformare, numit "modelul de deformare al normalei drepte" [2.7]. Conform acestuia, o secțiune perpendiculară pe axa modelului nedeformat rămâne plană și după deformare dar, ca urmare a influenței deformațiilor din tăiere a miezului, nu mai este perpendiculară pe axa deformată. Luând în considerare consola din Figura 2.2, în baza acestui model, într-o secțiune transversală toate straturile se rotesc cu același unghi α față de poziția indicată (Fig. 2. 3).

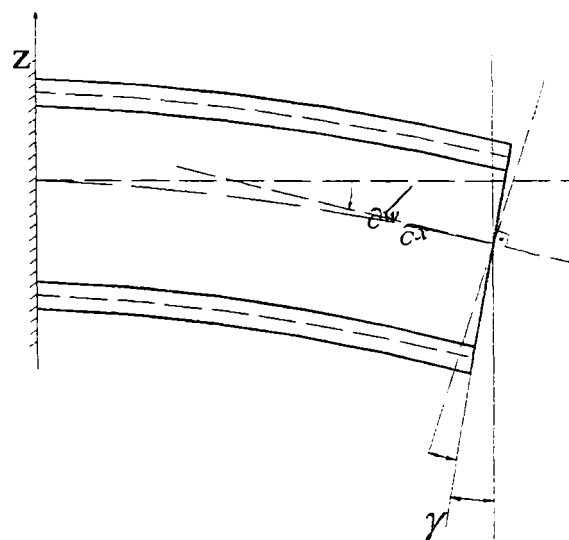


Fig. 2.3 – Modelul de deformare al "normalei drepte"

(III) Panouri cu miez moale (flexibil)

Se consideră că miezul preia numai forțele tăietoare transversale T_x și T_y . Celelalte eforturi sunt preluate de fețele panoului.

În acest caz, pe direcție transversală miezul este izotrop, ($E_x = E_y = E$;

$G_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} = G'$; $E_z \neq E$; $G_{xz} = G_{yx} \neq G'$), iar în planul xOy rigiditatea lui este neglijabilă.

$$E_x = E_y = G_{xy} = 0. \quad (2.4)$$

un astfel de miez se numește "antiplan" [2.8] și nu transmite tensiuni în plan tangențial

$$\sigma_x = \sigma_y = \tau_{xy} = 0; \quad (2.5)$$

iar săgețile celor trei straturi sunt egale. Tensiunea tangențială τ_{yz} se poate considera constantă pe grosimea miezului iar pentru σ_z rezultă o distribuție liniară. Pentru studiul acestor panouri se poate folosi modelul de deformare al normalei drepte.

Tensiunea normală σ_z din miez se consideră însă neglijabilă în cele ce urmează, deformațiile transversale ale acestuia fiind importante numai pentru studiul fenomenului de voalare locală a fețelor. În consecință se va presupune $E_z = \infty$. Deoarece $\tau_{xz} = ct$ în lungul axei z, deformațiile din tăiere din miez vor fi și ele independente de z. Din

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.6)$$

rezultă că deplasarea în lungul axei x a unui punct din miez de coordonată z se poate scrie conform relației:

$$u = u_0 - z \cdot \alpha; \quad (2.7)$$

cu:

$$- \alpha = \frac{\partial w}{\partial x} - \gamma = \text{unghiul de rotire al secțiunii transversale};$$

- u_0 și α sunt funcții independente de z.

Relația (2.7) este exactă pentru miezul flexibil și aproximativă pentru miezul rigid.

2.3. Deplasări și deformații în panourile sandwich încovoiate.

Cazul cel mai simplu este încovoierea cilindrică a panourilor. La o astfel de solicitare este supus un panou rezemat pe două laturi opuse. Pentru acest panou forma deformată din flambajul general este de placă curbă cilindrică. În calcule se va lua în considerare o fâșie de placă de lungime l și lățime egală cu unitatea (fig. 2.4)

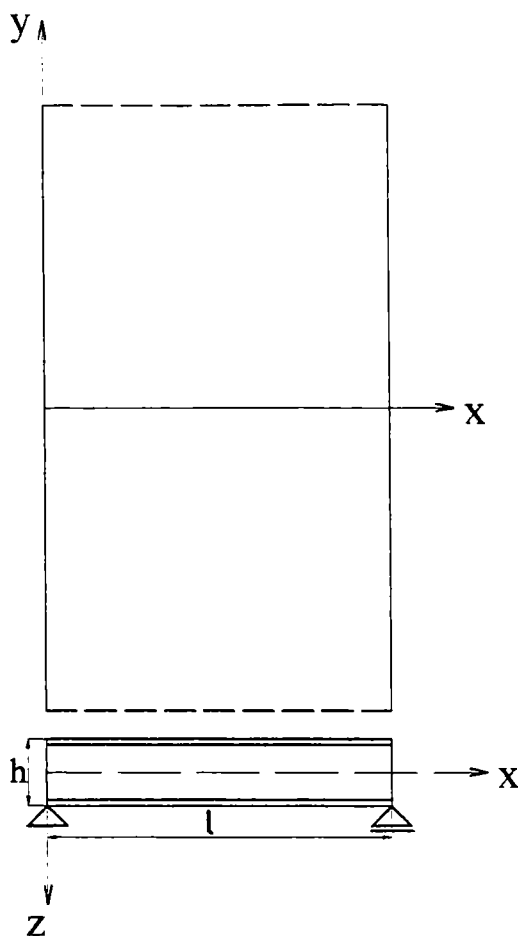


Figura 2.4 – Panou sandwich rezemat pe două laturi opuse

În Figura 2.5 sunt prezentate notațiile folosite în calculele ulterioare pentru dimensiunile din secțiunea transversală a panoului sandwich.

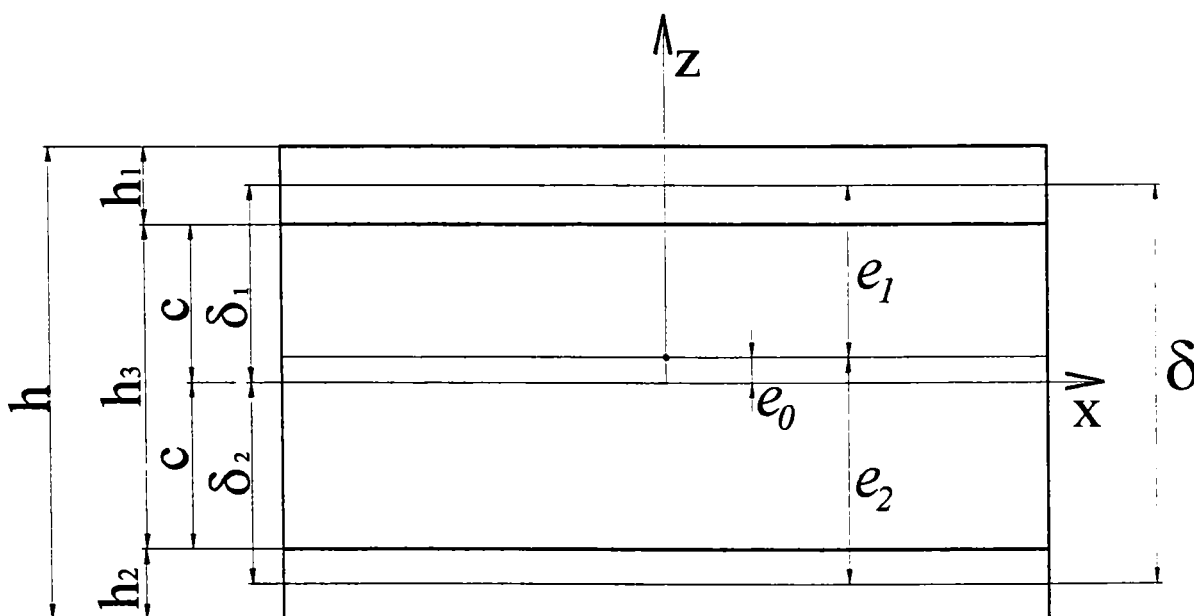


Figura 2.5 – Notații folosite pentru dimensiunile panoului sandwich

Modelul de deformare cu "normala frântă" (Fig. 2.6) are deplasarea după axa x a unui punct de coordonată z aflat în miez, în cazul încovoierii cilindrice

$$u_{(z)} = u + z \cdot \alpha \quad (2.8)$$

în care u este deplasarea punctului din suprafața mediană a miezului.

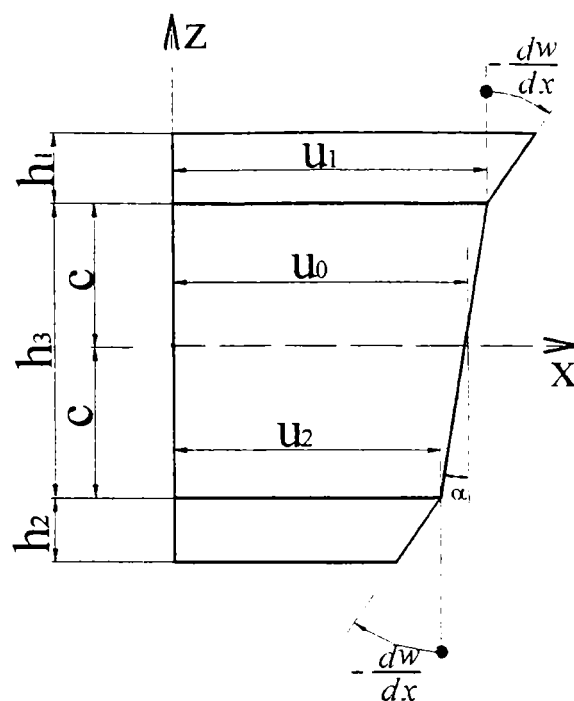


Fig. 2.6 – Variația pe grosimea panoului sandwich a deplasărilor tangențiale pentru modelul de deformare al " normalei frânte "

Notând cu u_1 și u_2 deplasările tangențiale ale punctelor aflate pe suprafața de contact dintre fețe și miez, din Figura 2.6 rezultă:

$$u_1 = u + c \cdot \alpha ; \quad u_2 = u - c \cdot \alpha . \quad (2.9 \text{ a, b})$$

Deplasările tangențiale în fețe au expresiile:

$$u_{1(z)} = u_1 - (z - c) \frac{dw}{dx} ; \quad (2.10 \text{ a})$$

$$u_{2(z)} = u_2 - (z + c) \frac{dw}{dx} . \quad (2.10 \text{ b})$$

Cu relațiile (2.10 a, b) ale deplasărilor tangențiale, rezultă deformațiile specifice în fețe (ϵ_1, ϵ_2) și în miez (ϵ_3):

$$\epsilon_{x1} = \frac{du_1}{dx} = \frac{du}{dx} + c \frac{d\alpha}{dx} - (z - c) \frac{d^2w}{dx^2} ; \quad (2.11)$$

$$\epsilon_{x2} = \frac{du_2}{dx} = \frac{du}{dx} - c \frac{d\alpha}{dx} - (z + c) \frac{d^2w}{dx^2} ; \quad (2.12)$$

$$\epsilon_{x3} = \frac{du_3}{dx} = \frac{du}{dx} + z \frac{d\alpha}{dx} . \quad (2.13)$$

Deformația din tăierea miezului se scrie:

$$\gamma_x = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{dw}{dx} = \alpha + \frac{dw}{dx} \quad (2.14)$$

Deplasarea în lungul axei x a unui punct de coordonată z din miez pentru panoul cu fețe subțiri și modelul de deformare cu "normala dreaptă" rezultă din Figura 2.7:

$$u = u_0 - z \cdot \alpha \quad (2.15)$$

unde u_0 este deplasarea punctelor aflate pe axa neutră a secțiunii, iar α este unghiul de rotire al secțiunii transversale.

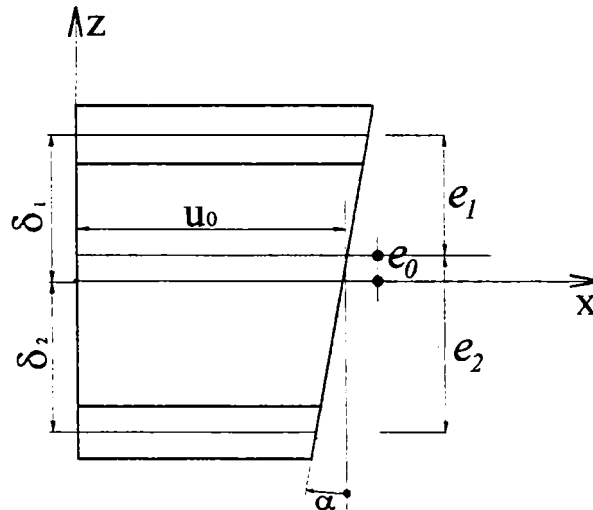


Fig. 2.7 – Variația pe grosime a deplasărilor tangențiale în panoul sandwich

Relația (2.15) este exactă pentru panouri cu miezul flexibil și aproximativă pentru panouri cu miezul rigid.

În ceea ce privește deformațiile specifice, relațiile (2.11) ÷ (2.14) rămân valabile și pentru acest model de deformare cu mențiunea că unghiurile de rotație ale fețelor sunt egale cu acela al miezului ($\alpha = \frac{dw}{dx}$).

În lucrarea lui Howard G. Allen [2.8] se analizează starea de deplasare și de deformare pentru panoul sandwich simplu rezemat pe toate laturile, supus unei încărcări transversale uniform distribuite și unor încărcări marginale paralele cu axa x . Deplasările și deformațiile pentru acest tip de solicitare și rezemare, ținând cont de geometria dată în Figura 2.8 sunt următoarele:

- deplasări în miezul panoului

$$u = -\lambda(z - g) \frac{\partial w}{\partial x} ; \quad (2.16)$$

$$v = -\mu(z - r) \frac{\partial w}{\partial y} ; \quad (2.17)$$

unde:

- $\lambda(\partial w / \partial z)$ este un parametru care poate lua valori între limitele +1 (pentru miezul panoului cu rigiditate la tăiere) și $-(t_1 + t_2)/2c$ (pentru miezul panoului în întregime flexibil la forță tăietoare); g este distanța de la suprafața de contact dintre fața de sus și miez până la axa neutră; μ și r au aceleași semnificații într-o secțiune din planul zOy ;

- deplasările în punctele fețelor au expresiile:

$$u = (\lambda q - z) \frac{\partial w}{\partial x} ; \quad (2.18)$$

$$v = (\mu r - z) \frac{\partial w}{\partial y} ; \quad (2.19)$$

$$u = -[\lambda(c - q) + z - c] \frac{\partial w}{\partial x} ; \quad (2.20)$$

$$v = -[\mu(c - r) + z - c] \frac{\partial w}{\partial y} ; \quad (2.21)$$

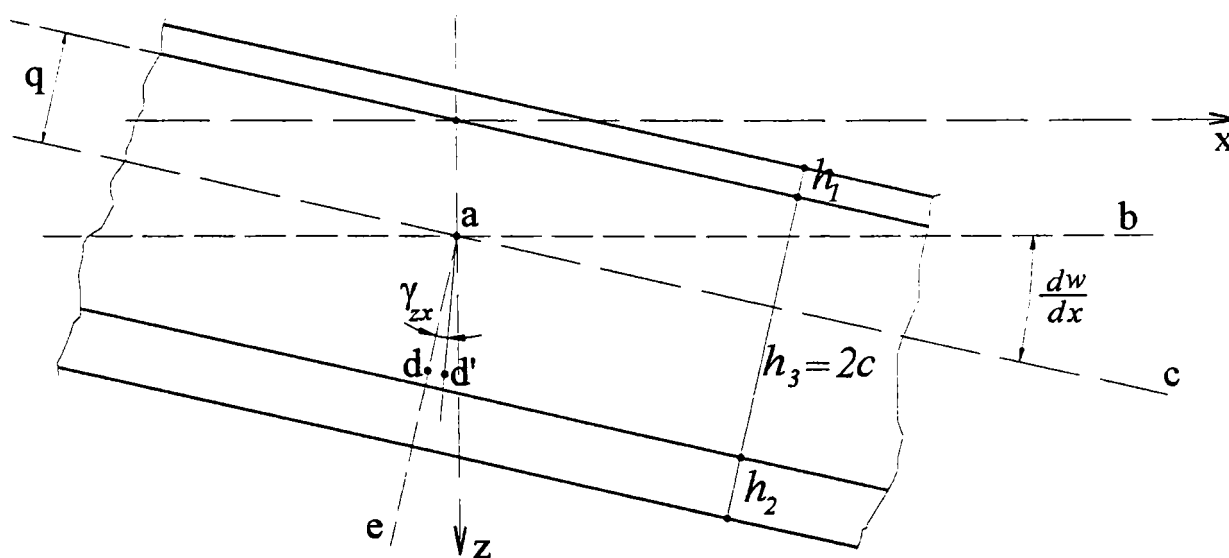


Fig. 2.8 – Secțiune în planul zOx printr-un panou sandwich deformat.

ac = poziția rotită a axei neutre; ae = poziția rotită a normalei la axa neutră;
 d' = poziția după deformare a unui punct d din miez aflat inițial pe normala la axa neutră

- deformațiile din întinderea fețelor se pot scrie astfel:

• în suprafața mediană a feței superioare:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \left(\lambda q + \frac{h_1}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ; \quad (2.22)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = \left(\mu r + \frac{h_1}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ; \quad (2.23)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = (\lambda q + \mu r + h_1) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} . \quad (2.24)$$

- în suprafața mediană a feței inferioare:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = - \left[\lambda(h_3 - q) + \frac{h_2}{2} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ; \quad (2.25)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = - \left[\mu(h_3 - r) + \frac{h_2}{2} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ; \quad (2.26)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = - \left[\lambda(h_3 - q) + \mu(h_3 - r) + h_2 \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} ; \quad (2.27)$$

$$\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = \sigma_z = 0 .$$

- deformații din încovoierea fețelor:

a) fața superioară:

$$\varepsilon_x = - \left(z + \frac{h_1}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ; \quad (2.28)$$

$$\varepsilon_y = - \left(z + \frac{h_1}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ; \quad (2.29)$$

$$\gamma_{xy} = -2 \left(z + \frac{h_1}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} ; \quad (2.30)$$

b) fața inferioară:

$$\varepsilon_x = - \left(z - h_3 - \frac{h_2}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} ; \quad (2.31)$$

$$\varepsilon_y = - \left(z - h_3 - \frac{h_2}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} ; \quad (2.32)$$

$$\gamma_{xy} = -2 \left(z - h_3 - \frac{h_2}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} ; \quad (2.33)$$

- deformații în miezul panoului:

$$\gamma_x = \frac{\hat{c}u}{\hat{c}z} + \frac{\hat{c}w}{\hat{c}x} = (1 - \lambda) \frac{\hat{c}w}{\hat{c}x} ; \quad (2.34)$$

$$\gamma_y = \frac{\hat{c}v}{\hat{c}z} + \frac{\hat{c}w}{\hat{c}y} = (1 - \mu) \frac{\hat{c}w}{\hat{c}y} . \quad (2.35)$$

2.4. Ecuațiile panourilor sandwich utilizând principiul lui Lagrange

Studii teoretice privind comportarea panourilor sandwich solificate la încovoiere cilindrică sunt prezentate în lucrarea lui Hintersdorf [2.7]. Dacă se consideră panoul din Figura 2.2 la care lungimea este mult mai mare decât lățimea l , (teoretic infinită) problema încovoierii cilindrice a panoului se reduce la aceea a încovoierii unei fâșii sandwich cu lățimea egală cu unitatea. Notațiile utilizate sunt următoarele:

- h_1, h_2 – grosimile fețelor;
- $h_3 = 2c$ – grosimea miezului;
- $\delta_1 = \frac{1}{2}(h_3 + h_1)$ - distanța între suprafața mediană a miezului și suprafața mediană a feței superioare;
- $\delta_2 = \frac{1}{2}(h_3 + h_2)$ - distanța între suprafața mediană a miezului și suprafața mediană a feței inferioare;
- E_k, ν_k ($k = 1, 2, 3$) – moduli de elasticitate longitudinali și coeficienții lui Poisson pentru fețe ($k = 1, 2$), respectiv pentru miez ($k = 3$);
- G_3 – modulul de elasticitate transversal al miezului în planul zOx ;
- $B_k = \frac{E_k \cdot h_k}{1 - \nu_k^2}$ ($k = 1, 2, 3$) – rigiditatea axială a fețelor ($k = 1, 2$), respectiv a miezului ($k = 3$);
- $D_k = \frac{1}{12} B_k \cdot h_k^2$ - rigiditatea la încovoiere a stratului k ($k = 1, 2, 3$);
- w – deplasarea normală pe suprafața panoului;
- u – deplasarea tangențială suprafeței panoului (în direcția axei x);
- α - unghiul de rotire al secțiunii transversale prin fâșia sandwich;
- $B = \sum_{k=1}^3 \frac{E_k \cdot h_k}{1 - \nu_k^2}$ - rigiditatea axială a fâșiei sandwich;
- $\gamma_k = \frac{1}{B} \frac{E_k \cdot h_k}{1 - \nu_k^2}$ - factor adimensional $\left(t_k = \frac{h_k}{h} \right)$;

$$\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 = 1; \quad t_1 + t_2 + t_3 = 1;$$

- $D = \frac{1}{12} B \cdot h^2 \cdot \theta$ - rigiditatea la încovoiere a fâșiei sandwich;

$$\theta = \gamma_1 [t_1^2 + 3(t_3 + t_1)^2] + \gamma_2 [t_2^2 + 3(t_3 + t_1)^2] + \gamma_3 t_3^2 - 3[t_3(\gamma_1 - \gamma_2) + \gamma_1 t_1 - \gamma_2 t_2]^2. \quad (2.36)$$

2.4.1. Eforturile în fâșia sandwich

Se notează cu N_1, N_2, N_3 , forțele axiale corespunzătoare fețelor și respectiv miezului panoului sandwich (Fig. 2.9)

$$N_1 = \int_c^{c+h_1} \sigma_1 dz; \quad (2.37)$$

$$N_2 = \int_{-c-h_2}^c \sigma_2 dz; \quad (2.38)$$

$$N_3 = \int_{-c}^c \sigma_3 dz; \quad (2.39)$$

în care:

- σ_1, σ_2 – tensiunile normale în fețe;
- σ_3 – tensiunea normală în miez.

M_1 și M_2 sunt momentele încovoietoare corespunzătoare fețelor calculate în raport cu suprafața de contact dintre acesta și miez, $z = \pm c$:

$$M_1 = \int_c^{c+h_1} \sigma_1 (z - c) dz; \quad (2.40)$$

$$M_2 = \int_{-c-h_2}^c \sigma_2 (z + c) dz. \quad (2.41)$$

M_3 și T_3 sunt eforturi corespunzătoare miezului, raportate la suprafața lui mediană:

$$M_3 = \int_{-c}^c \sigma_3 \cdot z \cdot dz; \quad (2.42)$$

$$T_3 = \int_{-c}^c \tau \cdot dz. \quad (2.43)$$

Dacă N și M sunt eforturile corespunzătoare grinzilor obișnuite în teoria de încovoiere, reprezentate în Figura 2.9, se pot scrie relațiile:

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad (2.44)$$

$$M = H + M_D \quad (2.45)$$

unde:

$$- H = (N_1 - N_2) \cdot c + M_3$$

$$- M_D = M_1 + M_2$$

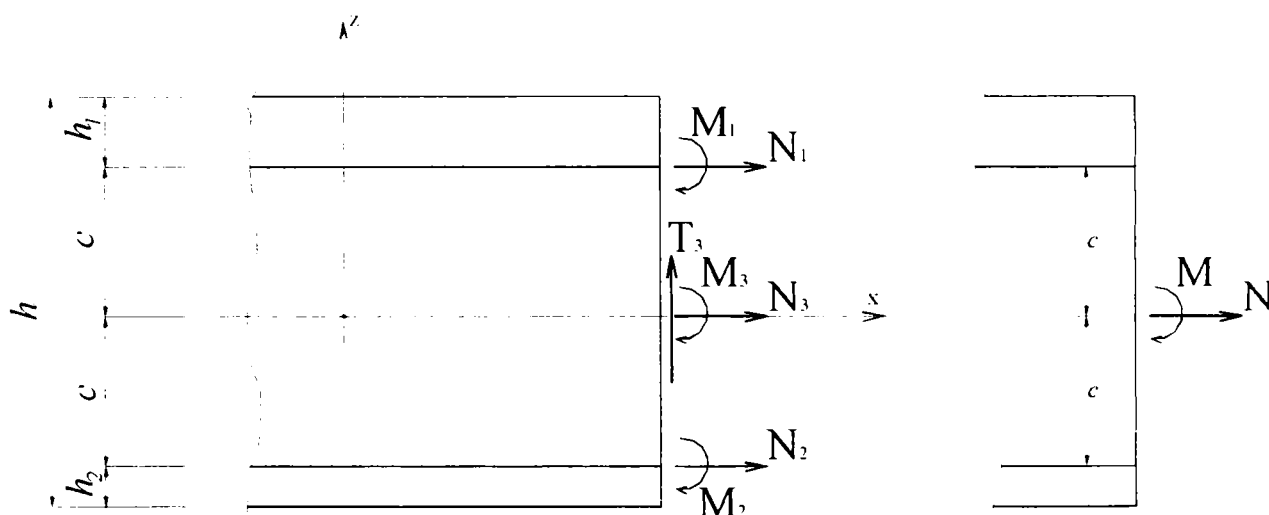


Fig. 2.9 – Eforturile într-o secțiune a panoului sandwich

Între momentele încovoietoare corespunzătoare fețelor raportate la suprafața lor mediană, m_1 și m_2 și momentele calculate în raport cu suprafața de contact dintre fețe și miez, există conform Figurii 2.10 următoarele relații de dependență:

$$M_1 = m_1 + \frac{h_1}{2} N_1 ; \quad (2.46)$$

$$M_2 = m_2 - \frac{h_2}{2} N_2 ; \quad (2.47)$$

$$M_D = m_D + \frac{h_1}{2} N_1 - \frac{h_2}{2} N_2 ; \quad (2.48)$$

$$m_D = m_1 + m_2 . \quad (2.49)$$

Momentul încovoiitor total în secțiune raportat la axa neutră este:

$$\bar{M} = M + e_o N . \quad (2.50)$$

Pentru determinarea forțelor tăietoare corespunzătoare fețelor se scrie ecuația de echilibru a momentelor pentru un element diferențial de lungime dx izolat fictiv din acestea (Figura 2.11).

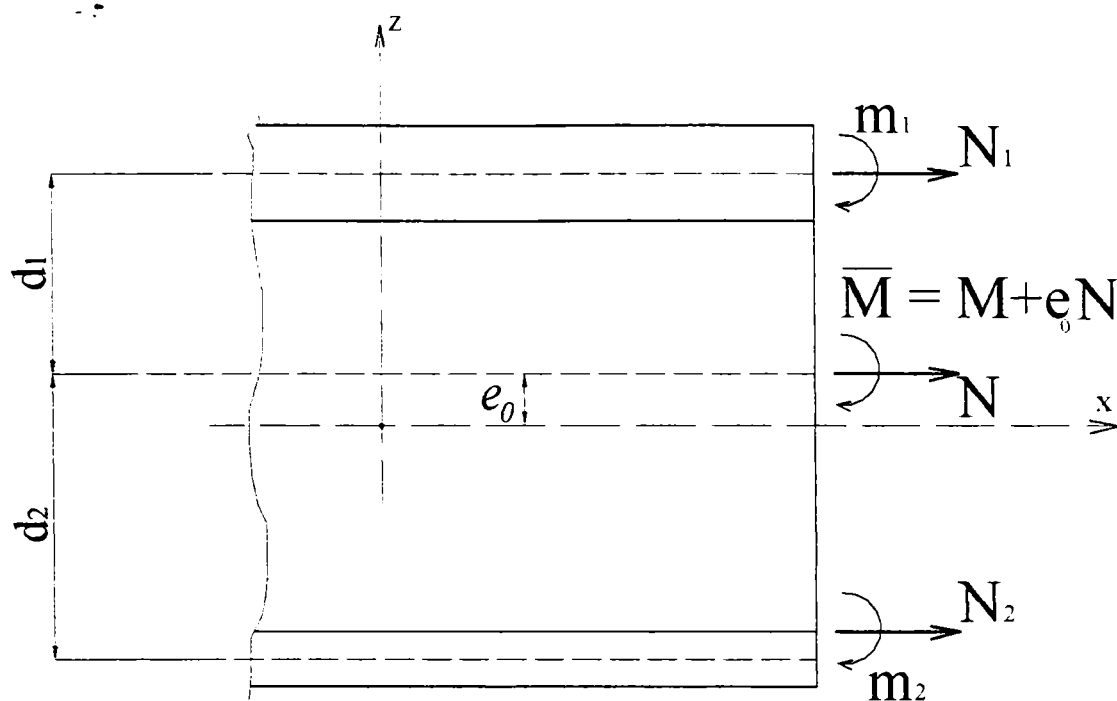


Fig. 2.10 – Eforturi raportate la suprafața mediană a fețelor și eforturile rezultante într-o secțiune printr-un panou sandwich

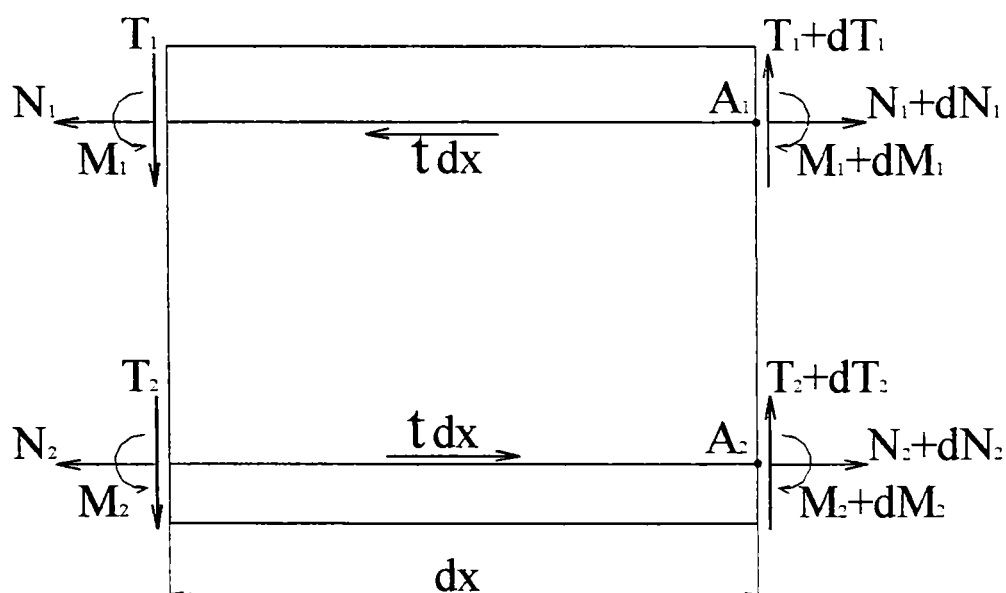


Fig. 2.11 – Eforturile pe un element diferențial izolat fictiv din fețe

Scriind ecuațiile de echilibru ale momentelor față de punctele A1 și A2 (Fig. 2.11) pentru cele două elemente diferențiale, rezultă:

$$T_1 = \frac{dM_1}{dx}; \quad (2.51)$$

$$T_2 = \frac{dM_2}{dx}. \quad (2.52)$$

Forța tăietoare totală, se obține prin însumare:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 = T_3 + \frac{dM_1}{dx} + \frac{dM_2}{dx} \quad (2.53)$$

care ținând cont de relația (2.45), devine:

$$T = T_3 + \frac{dM_D}{dx} \quad (2.54)$$

unde T_3 este forța tăietoare corespunzătoare miezului.

2.4.2 Relații de elasticitate

Înlocuind în relațiile (2.37) – (2.39) expresiile tensiunilor și a deformațiilor, după integrare se obține:

$$N_1 = \frac{E_1 \cdot h_1}{1 - \nu_1^2} \left[\frac{du}{dx} + c \frac{d\alpha}{dx} - \frac{h_1}{2} \frac{d^2 w}{dx^2} \right]; \quad (2.55)$$

$$N_2 = \frac{E_2 \cdot h_2}{1 - \nu_2^2} \left[\frac{du}{dx} - c \frac{d\alpha}{dx} + \frac{h_2}{2} \frac{d^2 w}{dx^2} \right]; \quad (2.56)$$

$$N_3 = \frac{E_3 \cdot h_3}{1 - \nu_3^2} \frac{du}{dx}. \quad (2.57)$$

Forța axială totală rezultă prin însumare astfel

$$N = \sum_{k=1}^3 N_k = B \left[\frac{du}{dx} + \frac{h}{2} \left(\lambda_1 \frac{d\alpha}{dx} - \lambda_2 \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \right] \quad (2.58)$$

în care au fost introduse notațiile:

$$- B = \sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \text{ - este rigiditatea axială a fâșiei de panou cu lățimea egală cu unitatea} \quad (2.59)$$

$$- \lambda_1 = (\gamma_1 - \gamma_2) t_3; \quad (2.60)$$

$$- \lambda_2 = \gamma_1 t_1 - \gamma_2 t_2. \quad (2.61)$$

Relația (2.58) se poate scrie în formă mai simplă astfel

$$N = B \cdot \frac{du_o}{dx}; \quad (2.62)$$

în care deplasarea tangențială are expresia

$$u = u_o - \frac{h}{2} \left(\lambda_1 \alpha - \lambda_2 \frac{dw}{dx} \right). \quad (2.63)$$

Relația (2.63) în cazul modelului de deformare cu "normala dreaptă", devine

$$u = u_o - \frac{h}{2} (\lambda_1 + \lambda_2) \alpha ; \quad (2.64)$$

și ținând cont de expresia excentricității e_o

$$e_o = \frac{h}{2} (\lambda_1 + \lambda_2) , \quad (2.65)$$

rezultă pentru deplasarea tangențială u_o din dreptul axei neutre

$$u_o = (u)_{z=e_o} = u + e_o \alpha . \quad (2.66)$$

Folosind relația (2.63) se calculează expresiile (2.55)-(2.57) și rezultă

$$N_1 = N\gamma_1 + \frac{1}{2} Bh\gamma_1 \left[(t_3 - \lambda_1) \frac{d\alpha}{dx} - (t_1 - \lambda_2) \frac{d^2w}{dx^2} \right]; \quad (2.67)$$

$$N_2 = N\gamma_2 - \frac{1}{2} Bh\gamma_2 \left[(t_3 + \lambda_1) \frac{d\alpha}{dx} - (t_2 + \lambda_2) \frac{d^2w}{dx^2} \right]; \quad (2.68)$$

$$N_3 = N\gamma_3 - \frac{1}{2} Bh\gamma_3 \left[\lambda_1 \frac{d\alpha}{dx} - \lambda_2 \frac{d^2w}{dx^2} \right]. \quad (2.69)$$

Momentele încovoietoare (2.40), (2.41) și (2.42) după efectuarea calculelor, au expresiile:

$$M_1 = \frac{1}{2} hN\gamma_1 t_1 + \frac{1}{4} Bh^2\gamma_1 t_1 \left[(t_3 - \lambda_1) \frac{d\alpha}{dx} - \left(\frac{4}{3} t_1 - \lambda_2 \right) \frac{d^2w}{dx^2} \right]; \quad (2.70)$$

$$M_2 = -\frac{1}{2} hN\gamma_2 t_2 + \frac{1}{4} Bh^2\gamma_2 t_2 \left[(t_3 + \lambda_1) \frac{d\alpha}{dx} - \left(\frac{4}{3} t_2 + \lambda_2 \right) \frac{d^2w}{dx^2} \right]; \quad (2.71)$$

$$M_3 = \frac{1}{12} Bh^2\gamma_3 t_3^2 \frac{d\alpha}{dx}. \quad (2.72)$$

Momentul total are expresia

$$M = e_o N + \frac{1}{12} B h^2 \left[(\theta_1 + \theta_2) \frac{d\alpha}{dx} - (\theta_2 + \theta_3) \frac{d^2 w}{dx^2} \right] \quad (2.73)$$

în care au fost introduse notațiile:

$$- \theta_1 = t_3^2 \left[1 + 2(\gamma_1 + \gamma_2) - 3(\gamma_1 - \gamma_2)^2 \right]; \quad (2.74)$$

$$- \theta_2 = 3t_3 \left[\gamma_3 (\gamma_1 t_1 + \gamma_2 t_2) + 2\gamma_1 \gamma_2 (t_1 + t_2) \right]; \quad (2.75)$$

$$- \theta_3 = 4(\gamma_1 t_1^2 + \gamma_2 t_2^2) - 3(\gamma_1 t_1 - \gamma_2 t_2)^2. \quad (2.76)$$

Forța tăietoare din miez se scrie:

$$T_3 = G_3 h_3 \left(\alpha + \frac{dw}{dx} \right). \quad (2.77)$$

2.4.3. Ecuația diferențială a fâșiilor sandwich sollicitate la încovoiere cu tăiere

Condiția de echilibru a unei structuri scrisă prin lucru mecanic virtual se scrie punând condiția ca variația energiei potențiale să fie nulă

$$\delta \Pi = \delta W - \delta L_1 - \delta L_2 = 0 \quad (2.78)$$

în care:

- δW = variația lucrului mecanic al forțelor interioare;
- δL_1 = lucrul mecanic virtual al încărcării exterioare (excluzând forțele de margine);
- δL_2 = lucrul mecanic virtual al forțelor de pe margini.

În cazul fâșiei sandwich rezultă

$$\delta W = \int_0^l \left[\int_c^{c+h} \sigma_1 \delta \varepsilon_1 dz + \int_{-c-h}^c \sigma_2 \delta \varepsilon_2 dz + \int_{-c}^c (\sigma_3 \delta \varepsilon_3 + \tau \delta \gamma) dz \right] dx = \quad (2.79)$$

$$= - \int_0^l \left[\left(\frac{dH}{dx} - T_3 \right) \delta \alpha + \left(\frac{d^2 M_D}{dx^2} + \frac{dT_3}{dx} \right) \delta w \right] dx + \quad (2.80)$$

$$+ \left[H \delta \alpha - M_D \delta \left(\frac{dw}{dx} \right) + \left(T_3 + \frac{dM_D}{dx} \right) \delta w \right]_{x=0}^{x=l}$$

Lucrul mecanic virtual al forței transversale $q(x)$ este

$$\delta L_1 = \int_0^l q \delta w dx \quad (2.81)$$

iar lucrul mecanic virtual al forțelor marginale, notate cu *,

$$\delta L_2 = \left[H^* \delta \alpha - M_D^* \delta \left(\frac{dw}{dx} \right) + T^* \delta w \right]_{x=0}^{x=l} \quad (2.82)$$

Rezultă ecuațiile

$$\frac{dH}{dx} - T_3 = 0; \quad (2.83)$$

$$\frac{dT}{dx} + q = 0. \quad (2.84)$$

Înlocuind T_3 din relația (2.83) în relațiile (2.54) și (2.84) se obțin expresii echivalente cu relațiile diferențiale din teoria de încovoiere a grinzilor

$$T = \frac{dM}{dx}; \quad \frac{d^2M}{dx^2} + q = 0. \quad (2.85 \text{ și } 2.86)$$

Pomind de la ecuația (2.83) se înlocuiesc eforturile H și T_3 din relațiile (2.44), (2.45), (2.65), (2.67) – (2.69) și rezultă

$$H = \frac{1}{12} B h^2 \left[\theta_1 \frac{d\alpha}{dx} - \theta_2 \frac{d^2 w}{dx^2} \right]; \quad (2.87)$$

$$T_3 = G_3 h_3 \left(\alpha + \frac{dw}{dx} \right); \quad (2.88)$$

respectiv

$$\Omega_1 \frac{d^2 w}{dx^2} - \Omega_2 \frac{d^3 w}{dx^3} = \alpha + \frac{dw}{dx}; \quad (2.89)$$

unde sunt folosite notațiile

$$\Omega_1 = h^2 \beta^{-1} \theta_1; \quad \Omega_2 = h^2 \beta^{-1} \theta_2; \quad (2.90 \text{ a și b})$$

$$\beta = \frac{12 G_3 h_3}{B}. \quad (2.90 \text{ c})$$

sunt coeficienții specifici structurilor sandwich, care caracterizează rigiditatea la tăiere a miezului.

Ecuatia (2.89) este verificată dacă w și α se exprimă cu ajutorul unei funcții $\chi(x)$, funcție care permite definirea deformațiilor și a mărimilor eforturilor

$$w = \chi - \Omega_1 \frac{d^2 \chi}{dx^2}; \quad (2.91)$$

$$\alpha = -\left(\frac{d\chi}{dx} + \Omega_2 \frac{d^3 \chi}{dx^3} \right). \quad (2.92)$$

Deformația de tăiere din miez are expresia

$$\gamma = \alpha + \frac{dw}{dx} = -\Omega \frac{d^3 \chi}{dx^3} \quad (2.93)$$

care conține notația

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_2 = h^2 \beta^{-1} (\theta_1 + \theta_2) = D \mathcal{G}_1 (G_3 h_3)^{-1} \quad (2.94)$$

unde pentru elementele componente au fost folosite următoarele notații:

$$D = \frac{1}{12} B h^2 \theta; \quad (2.95)$$

$$\theta = \theta_1 + 2\theta_2 + \theta_3; \quad (2.96)$$

$$\mathcal{G}_1 = \theta^{-1} (\theta_1 + \theta_2). \quad (2.97)$$

Ecuatia (2.84) ținând cont de relația (2.92) se poate scrie

$$-h^2 \beta^{-1} \mathcal{G} \frac{d^6 \chi}{dx^6} + \frac{d^4 \chi}{dx^4} = \frac{q}{D} \quad (2.98)$$

și reprezintă ecuația diferențială a grinzilor sandwich solificate la încovoiere cu tăiere, în cazul micilor deformații, pentru modelul de deformare cu normala frântă.

Eforturile H și M_D pot fi scrise cu ajutorul funcției $\chi(x)$ astfel:

$$H = -D \mathcal{G}_1 \frac{d^2 \chi}{dx^2}; \quad (2.99)$$

$$M_D = -D \left[(1 - \varrho_1) \frac{d^2 \chi}{dx^2} - h^2 \beta^{-1} \varrho \frac{d^4 \chi}{dx^4} \right]. \quad (2.100)$$

Condițiile de margine pot fi și ele exprimate cu ajutorul aceleiași funcții. De exemplu pentru:

- marginea articulată ($w = H = M = 0$)

$$\chi = 0; \quad \frac{d^2 \chi}{dx^2} = 0; \quad \frac{d^4 \chi}{dx^4} = 0. \quad (2.101 \text{ a, b, c})$$

- marginea încastrată ($w = \alpha = w' = 0$)

$$\chi - \Omega_1 \frac{d^2 \chi}{dx^2} = 0; \quad (2.102 \text{ a})$$

$$\frac{d\chi}{dx} + \Omega_2 \frac{d^3 \chi}{dx^3} = 0; \quad (2.102 \text{ b})$$

$$(1 - \varrho_1) \frac{d^2 \chi}{dx^2} - h^2 \beta^{-1} \varrho \frac{d^4 \chi}{dx^4} = 0. \quad (2.102 \text{ c})$$

-marginea liberă ($T = M = H = 0$)

$$\frac{d^3 \chi}{dx^3} - h^2 \beta^{-1} \varrho \frac{d^5 \chi}{dx^5} = 0; \quad (2.103 \text{ a})$$

$$\frac{d^2 \chi}{dx^2} = 0; \quad \frac{d^4 \chi}{dx^4} = 0. \quad (2.103 \text{ b})$$

Ecuția (2.98) în cazul modelului de deformare cu normala dreaptă are forma

$$\frac{d^4 \chi}{dx^4} = \frac{q}{D} \quad (2.104)$$

iar condițiile de margine vor fi:

- marginea articulată ($w = M = 0$)

$$\chi = \frac{d^2 \chi}{dx^2} = 0 \quad (2.105)$$

-marginea încastrată ($w = \alpha = 0$)

$$\chi - \Omega \frac{d^2 \chi}{dx^2} = 0; \quad \frac{d \chi}{dx} = 0. \quad (2.106 \text{ a, b})$$

- marginea liberă (T = M = 0)

$$\frac{d^3 \chi}{dx^3} = 0; \quad \frac{d^2 \chi}{dx^2} = 0; \quad (2.107 \text{ a, b})$$

Comparând ecuațiile (2.98) și (2.104) se observă că la trecerea de la modelul de deformare cu normala frântă la cel cu normala dreaptă, gradul ecuației diferențiale se micșorează la 4.

Cu notația

$$\varepsilon_o^2 = \frac{h^2}{l^2} \beta^{-1} \varrho \quad (2.108)$$

se observă că dacă $\varepsilon_o^2 < 1$, rezolvarea problemei se poate face pornind de la ecuația mai simplă, (2.104).

Influența deformației datorate tăierii miezului asupra momentelor din fețe poate fi neglijată dacă este îndeplinită condiția

$$\varepsilon_o^2 = \left(\frac{h}{l}\right)^2 \beta^{-1} \varrho \leq \varepsilon \quad (2.109)$$

în care:

- ε = eroarea admisă în raport cu unitatea

Modelul de deformare cu normala dreaptă se poate utiliza în locul modelului cu normala frântă dacă

$$\frac{\Omega}{l^2} \ll 1 \quad \text{și} \quad \varpi = \left(\frac{h}{l}\right)^2 \beta^{-1} (\theta_1 + \theta_2) \leq \varepsilon; \quad (2.110 \text{ a și b})$$

deformațiile din tăierea miezului pot fi neglijate și fâșia sandwich poate fi calculată cu teoria de încovoiere a grinzilor, presupunând valabile ipotezele lui Kirchoff, pentru secțiunea transversală considerată ca întreg.

Referitor la variația parametrilor β , θ , ν și ν_1 se evidențiază următoarele situații:

a) β poate lua valori între limitele:

$$0 < \beta \leq \infty$$

- $\beta = 0$ – în cazul panourilor sandwich cu miezul practic fără rigiditate la tăiere, pentru care cele două fețe lucrează separat;
- $\beta = \infty$ - în cazul panourilor cu miez rigid la care ipotezele Kirchoff sunt valabile pentru toate trei straturile.

b) Coeficienții θ_1 , θ_2 , θ_3 sunt exprimați prin relațiile (2.74) ÷ (2.76). Pentru miezul flexibil ($\gamma_3 = 0$, $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$),

$$\theta_1 = 3t_3^2 [1 - (\gamma_1 + \gamma_2)^2];$$

$$\theta_2 = 6t_3 \gamma_1 \gamma_2 (t_1 + t_2); \quad (2.111 \text{ a, b, c})$$

$$\theta_3 = 4(\gamma_1 t_1^2 + \gamma_2 t_2^2) - 3(\gamma_1 t_1 - \gamma_2 t_2)^2.$$

Dacă secțiunea este simetrică ($\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma, t_1 = t_2 = t$)

$$\theta_1 = t_3^2 (1 + 4\gamma); \quad \theta_2 = 6t_3 t \gamma; \quad \theta_3 = 8\gamma t^2. \quad (2.112 \text{ a, b, c})$$

c) Parametrul θ , dat de relația (2.96) atinge valoarea maximă pentru secțiunea simetrică

$$\theta = t_3^2 + 4\gamma(t_3^2 + 3tt_3 + 2t^2) \quad (2.113)$$

Considerând grosimea panoului egală cu unitatea, ($2t + t_3 = 1$), θ variază între limitele $1 \leq \theta \leq 3$

d) Parametrul ν este dat de relația

$$\mathcal{G} = \theta_1 \cdot \mathcal{G}_o; \quad (2.114)$$

cu:

$$\mathcal{G}_o = (\theta_1 \cdot \theta)^{-1} (\theta_1 \theta_3 - \theta_2^2). \quad (2.115)$$

În cazul secțiunilor simetrice și a miezului flexibil,

$$0 \leq \mathcal{G}_o \leq 0.25; \quad \mathcal{G}_o = \frac{1}{1 + 3 \left(1 + \frac{t_3}{t}\right)^2}. \quad (2.116 \text{ a, b})$$

În cazul miezului rigid, $\mathcal{G}_o < 0.1$.

e) Coeficientul \mathcal{G}_1 este dat de relația (2.97) și variază între limitele 0 și 1

2.5. Ecuațiile diferențiale generale ale panourilor sandwich ortotrope cu fețele subțiri.

2.5.1. Ecuațiile fundamentale

Teoria încovoierii panourilor sandwich prezentată în paragraful 2.4 nu poate fi generalizată pentru panourile rezemate pe tot conturul. În lucrarea lui Howard G. Allen [2.8] se face o analiză valabilă pentru panouri ortotrope cu fețe subțiri sollicitate la încovoiere cu tăiere. Miezul se presupune antiplan, iar efectul grosimii fețelor asupra geometriei deformației este eliminat.

Cercetările lui Libove și Batdorf au obținut trei ecuații diferențiale în funcție de trei necunoscute w , T_x , T_y . Proprietățile panoului sandwich sunt exprimate în funcție de rigiditatea la încovoiere, la torsiune, la tăiere.

Panoul luat în considerare pentru studiul stării de deformație și de eforturi este simplu rezemat pe contur, supus unei încărcări transversale uniform distribuite și unor încărcări paralele cu axa x . Rezultatele obținute se pot extinde și pentru alte tipuri de rezemare și încărcare.

Geometria panoului este aceea din Figura 2.8

Ecuațiile fundamentale care definesc rigiditatea panoului la solicitarea de încovoiere cu tăiere se obțin considerând deformația transversală w a unui punct din panou ca sumă a două deformații independente

$$w = w_1 + w_2 \quad (2.117)$$

Componenta w_1 este deformația din încovoiere a panoului în absența deformațiilor transversale din miez. Curburile rezultate în planul zOx , respectiv zOy , se scriu separat pentru momentele încovoietoare M_x și M_y astfel:

- curburile produse de aplicarea momentului M_x sunt:

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = -\frac{M_x}{D_x} \text{ - în planul } zOx; \quad (2.118 \text{ a})$$

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} = -\nu_x \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} \text{ - în planul } zOy; \quad (2.118 \text{ b})$$

- curburile produse de aplicarea momentului M_y sunt:

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} = -\frac{M_y}{D_y} \text{ - în planul } zOy; \quad (2.119 \text{ a})$$

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} = -\nu_y \frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} \text{ - în planul } zOx; \quad (2.119 \text{ b})$$

Viteza de răsucire este

$$\frac{\partial^2 w_1}{\partial x \partial y} = \frac{M_{xy}}{D_{xy}} \quad (2.120)$$

În relațiile (2.118 a, b), (2.119 a, b) și (2.120) s-au utilizat următoarele notații:

- D_x, D_y – rigiditățile axiale ale panoului sandwich în planul zOx , respectiv zOy ;
- ν_x, ν_y – coeficienți similari coeficienților lui Poisson.

Între aceste notații există relația

$$D_x \cdot \nu_y = D_y \cdot \nu_x \quad (2.121)$$

Componenta w_2 reprezintă deformația adițională asociată cu deformația transversală din deformația miezului (Fig. 2.13).

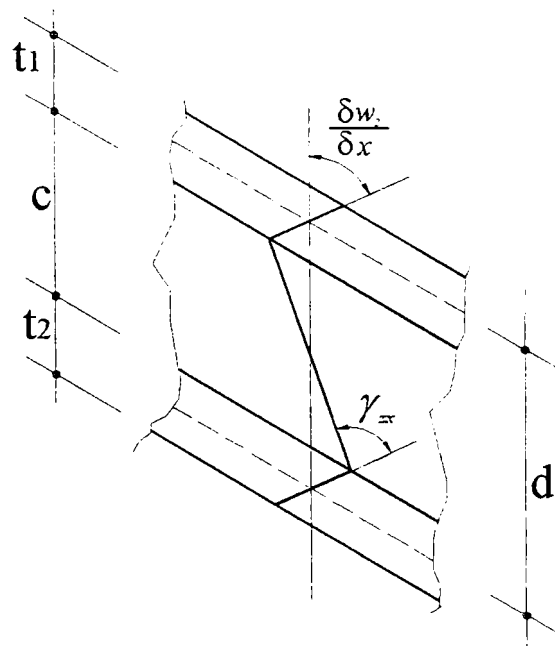


Fig. 2.12 – Deformațiile transversale în planul zx la panoul sandwich

Notând cu D_{Tx} și D_{Ty} rigiditățile transversale ale miezului și presupunând că nu există deplasări relative de corp rigid ale fețelor în planul xOy , se poate scrie:

$$T_x = D_{Tx} \frac{\partial w_2}{\partial x}; \quad T_y = D_{Ty} \frac{\partial w_2}{\partial y}; \quad (2.122, a, b)$$

și

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = \frac{1}{D_{Tx}} \frac{\partial T_x}{\partial x}; \quad (2.123 a)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial y^2} = \frac{1}{D_{Ty}} \frac{\partial T_y}{\partial y}; \quad (2.123 b)$$

$$\frac{\partial^2 w_2}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2D_{Tx}} \frac{\partial T_x}{\partial y} + \frac{1}{2D_{Ty}} \frac{\partial T_y}{\partial x} \quad (2.123 \text{ c})$$

Prin suprapunerea efectelor se obțin curburile totale și vitezele de răsucire ale plăcii

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_2}{\partial x^2} = -\frac{M_x}{D_x} + \nu_y \frac{M_y}{D_y} + \frac{1}{D_{Ty}} \frac{\partial T_x}{\partial x}; \quad (2.124 \text{ a})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -\frac{M_y}{D_y} + \nu_x \frac{M_x}{D_x} + \frac{1}{D_{Tx}} \frac{\partial T_y}{\partial y}; \quad (2.124 \text{ b})$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -\frac{M_{xy}}{D_{xy}} + \frac{1}{2D_{Tx}} \frac{\partial T_x}{\partial y} + \frac{1}{2D_{Ty}} \frac{\partial T_y}{\partial x} \quad (2.124 \text{ c})$$

Ecuțiile de echilibru pentru un element diferențial, izolat din panou, se scriu la fel ca la plăcile omogene. Cu notațiile din Figura 2.13 rezultă

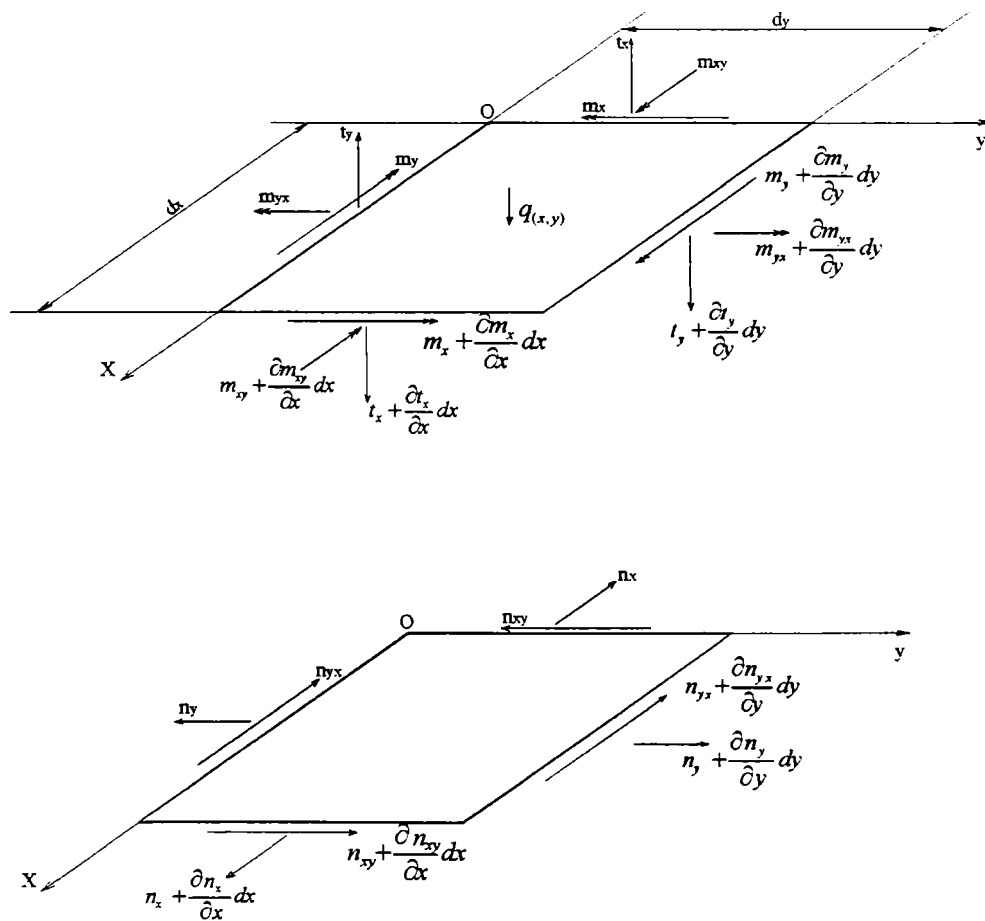


Fig. 2.13 – Element diferențial izolat din panou

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0; \quad (2.125 \text{ a})$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = 0; \quad (2.125 \text{ b})$$

$$\frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + q(x, y) + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0; \quad (2.125 \text{ c})$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - T_x = 0; \quad (2.125 \text{ d})$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial y} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} - T_y = 0; \quad (2.125 \text{ e})$$

$$N_{xy} = N_{yx}. \quad (2.125 \text{ f})$$

2.5.2 Ecuțiile generale

Considerând forțele axiale constante în lungul panoului ecuațiile (2.125 a) și (2.125 b) devin identități. Ecuțiile diferențiale generale se obțin înlocuind în ecuațiile (2.125 d) și (2.125 e) eforturile M_x , M_y și M_{xy} cu expresiile lor rezultate din ecuațiile (2.124 a...c), (s-a notat $g = 1 - \nu_x \nu_y$).

$$\left\{ -D_{xy} \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} - \frac{D_x}{g} \left(\nu_y \frac{\partial^3}{\partial x \partial y^2} + \frac{\partial^3}{\partial x^3} \right) \right\} w +$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \frac{D_{xy}}{D_{Tx}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{D_x}{g \cdot D_{Tx}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 1 \right\} T_x + \quad (2.126 \text{ a})$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \frac{D_{xy}}{D_{Ty}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{D_x \nu_y}{g D_{Ty}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\} T_y = 0;$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ -D_{xy} \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} - \frac{D_y}{g} \left(v_x \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial^3}{\partial y^3} \right) \right\} w + \\
& + \left\{ \frac{1}{2} \frac{D_{xy}}{D_{Tx}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{D_y v_x}{g D_{Tx}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right\} T_x + \\
& \left\{ \frac{1}{2} \frac{D_{xy}}{D_{Ty}} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{D_y}{g D_{Ty}} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 1 \right\} T_y = 0.
\end{aligned} \tag{2.126 b}$$

Ecuatiile (2.126 a, b) și (2.125 c) formează un sistem de 3 ecuații cu necunoscutele w , T_x și T_y . Forma în care ele apar în lucrările lui Libove și Batdorf este următoarea:

$$[D]w = -[M]q; \tag{2.127 a}$$

$$[D]T_x = -[N]q; \tag{2.127 b}$$

$$[D]T_y = -[P]q; \tag{2.127 c}$$

în care $[D]$, $[M]$, $[N]$, $[P]$ sunt operatori diferențiali.

Prin rezolvarea ecuațiilor (2.126 a), (2.126 b) sau (2.127 a...c) rezultă w , T_x , T_y în funcție de încărcarea $q(x, y)$. Momentele se obțin cu expresiile rezultate din ecuațiile (2.124 a..c).

$$M_x = -\frac{D_x}{g} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{D_{Tx}} \right) + v_y \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{D_{Ty}} \right) \right\}; \tag{2.128 a}$$

$$M_y = -\frac{D_y}{g} \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{D_{Ty}} \right) + v_x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{D_{Tx}} \right) \right\}; \tag{2.128 b}$$

$$M_{xy} = -\frac{D_{xy}}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{D_{Ty}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{D_{Tx}} \right) \right\}. \tag{2.128 c}$$

Ecuatiile (2.112 c), (2.113 a) și (2.113 b) se scriu într-o formă simplificată dacă se exprimă în funcție de parametri w , λ' și μ' astfel:

$$D_{Tx} (1 - \lambda') \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{Ty} (1 - \mu') \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + q_{(x,y)} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2N_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0; \tag{2.129 a}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda' \left(\frac{D_x}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - D_{Tx} w \right) + \mu' \left(\frac{D_x v_y}{g} + \frac{D_{xy}}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{Tx} w \right] = 0; \quad (2.129 \text{ b})$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\mu' \left(\frac{D_y}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{D_{xy}}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{Ty} w \right) + \lambda' \left(\frac{D_x v_x}{g} + \frac{D_{xy}}{2} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{Ty} w \right] = 0. \quad (2.129 \text{ c})$$

Parametri λ' și μ' diferă, în general, de la un punct la altul al plăcii și semnificația lor derivă din relațiile de legătură dintre pante și rotații:

$$\frac{\partial w_1}{\partial x} = \lambda' \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial w_2}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} - \frac{T_x}{D_{Tx}}; \quad (2.130 \text{ a})$$

$$\frac{\partial w_1}{\partial y} = \mu' \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w_2}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{T_y}{D_{Ty}}. \quad (2.130 \text{ b})$$

2.6. Rigiditățile panourilor sandwich

Expresiile rigidităților la încovoiere, răsucire și forfecare pentru panourile prezentate în paragraful 2.1 sunt date în [2.8] sub următoarea formă:

a) Panouri cu fețele și miezul din materiale izotrope (grosimi de fețe identice și materiale similare):

$$\begin{aligned} D_x &= D_y = E_f \frac{t \cdot d}{2}; \\ D_{xy} &= E_f \frac{t \cdot d^2}{2(1 + \nu_f)}; \\ D_{Tx} &= D_{Ty} = G_c \frac{d^2}{c}. \end{aligned} \quad (2.131 \text{ a...c})$$

b) Panouri cu fețele și miezul din materiale ortotrope (grosimi de fețe identice și materiale similare):

$$\begin{aligned} D_x &= E_x \frac{t \cdot d^2}{2}; & D_y &= E_y \frac{t \cdot d^2}{2}; \\ D_{xy} &= G_{xy}^f \cdot t \cdot d^2; \end{aligned} \quad (2.132 \text{ a, .., e})$$

$$D_{Tx} = G_{xz} \frac{d^2}{c}; \quad D_{Ty} = G_{yz} \frac{d^2}{c}.$$

c) Panouri cu fețele și miezul din materiale ortotrope (grosimi și materiale diferite în fețe):

$$D_x = d^2 \left(\frac{1}{E_{x1} t_1} + \frac{1}{E_{x2} t_2} \right)^{-1}; \quad (2.133 \text{ a})$$

$$D_y = d^2 \left(\frac{1}{E_{y1} t_1} + \frac{1}{E_{y2} t_2} \right)^{-1}; \quad (2.133 \text{ b})$$

$$D_{xy} = 2d^2 \left(\frac{1}{G_{xy1} \cdot t_1} + \frac{1}{G_{xy2} \cdot t_2} \right)^{-1}; \quad (2.133 \text{ c})$$

$$D_{Tx} = G_{xx} \frac{d^2}{c}; \quad D_{Ty} = G_{yz} \frac{d^2}{c}; \quad \nu_y E_x = \nu_x E_y. \quad (2.133 \text{ d.f})$$

d) Panou sandwich cu miez simetric din tablă cutată (fețe de grosimi egale izotrope)

În cazul în care undulațiile evoluează pe direcția x este necesar să se ia în considerare și efectul deformației transversale a panoului în planul zOx. Rigiditatea transversală pe direcția undulelor este foarte mare și se consideră infinită. Se va lua în considerare numai efectul deformației din tăiere în plan perpendicular pe undule. Cu dimensiunile din figura 2.14, relațiile de calcul ale rigidităților sunt:

$$D_x = E_f \frac{td^2}{2} + E_c I_c; \quad (2.134 \text{ a})$$

$$D_y = \frac{E_f t \frac{d^2}{2}}{1 - \frac{\nu_f^2}{1 + (E_f \cdot t \cdot d^2)/(2E_c I_c)}}; \quad (2.134 \text{ b})$$

$$D_y = \frac{E_f t d^2}{2} \text{ pentru } (E_c I_c) \text{ mic}; \quad (2.134 \text{ c})$$

$$D_{xy} = \frac{E_f \cdot t \cdot d^2}{2(1 + \nu_f)}; \quad (2.134 \text{ d})$$

$$D_{Tx} = \infty; \quad \nu_x = \nu_f; \quad (2.134 \text{ e, f})$$

$$D_{Ty} = \frac{S \cdot d \cdot E_c \left(\frac{t_c}{d_c} \right)^3}{1 - \nu_c^2}; \quad \nu_y = \nu_f \frac{D_y}{D_x}. \quad (2.134 \text{ g, h})$$

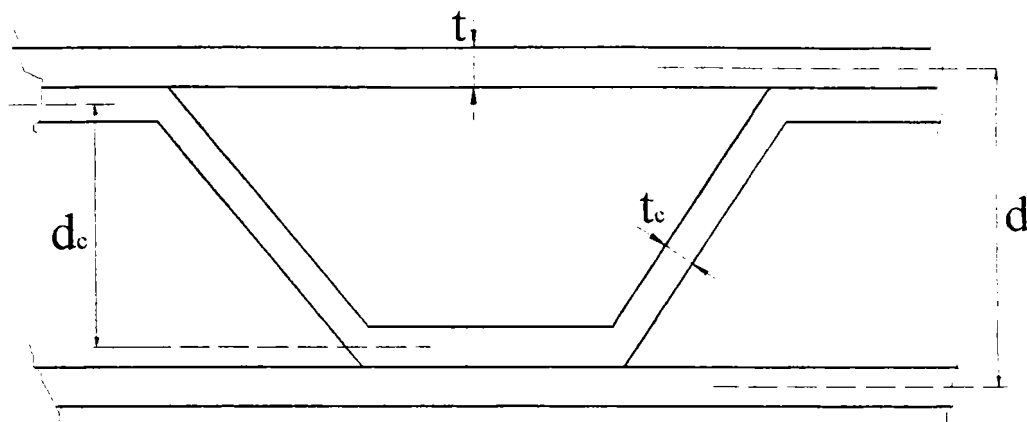


Fig. 2.14 – Dimensiunile panoului cu miezul din tablă cutată

în care:

- I_c – momentul de inerție al secțiunii transversale a miezului pe unitatea de lățime pe distanța y ;
- S – un coeficient care depinde de geometria secțiunii transversale a panoului $0.5 \leq S \leq 15$;

Relațiile de calcul prezentate în paragraful 2.4 iau în considerare pentru cazul încovoierii cilindrice a unui panou rezemat pe laturile lungi, următoarele rigidități:

- rigiditatea axială a fâșiei de panou

$$B = \sum_{k=1}^3 \frac{E_k h_k}{1 - \nu_k^2} \quad (2.135 \text{ a})$$

- rigiditatea la încovoiere a fâșiei

$$D = \frac{1}{12} B h^2 \theta \quad (2.135 \text{ b})$$

cu notațiile următoare:

- E_k = modulul de elasticitate longitudinal al fiecărui strat;
 - h_k = grosimea stratului;
 - ν_k = coeficientul lui Poisson pentru fiecare strat;
 - h = grosimea totală a fâșiei;
 - $\theta = \gamma_1 [t_1^2 + 3(t_3 + t_1)^2] + \gamma_2 [t_2^2 + 3(t_3 + t_2)^2] + \gamma_3 t_3^2 - 3[t_3(\gamma_1 - \gamma_2) + \gamma_1 t_1 - \gamma_2 t_2]^2$;
- (2.136 a)

$$- t_k = \frac{h_k}{h}; \quad (2.136 \text{ b})$$

$$- \gamma_k = \frac{1}{B} \frac{E_k h_k}{1 - \gamma_k^2}. \quad (2.136 \text{ c})$$

Relații asemănătoare sunt date de către Bern F. Woite care în lucrarea [2.19] studiază încovoierea panourilor sandwich în teoria liniară.

Tot pentru cazul încovoierii panourilor sandwich rezemate numai pe laturile lungi, N. Țăranu [2.17] presupune pentru calculul rigidității la încovoiere a fâșiei cu lățimea egală cu unitatea, o relație bazată pe teoria grinzilor compuse

$$D = \frac{E_f}{1-\nu_f^2} \frac{t^3}{6} + \frac{E_f}{1-\nu_f^2} \frac{1 \cdot t \cdot d^2}{2} + \frac{E_c}{1-\nu_c^2} \frac{1 \cdot c^3}{12} \quad (2.137)$$

în care :

- E_f = modulul de elasticitate longitudinal în fețe;
- E_c = modulul de elasticitate longitudinal în miez;
- $\nu_f \nu_c$ = coeficientul lui Poisson în fețe respectiv în miez;
- h = grosimea panoului;
- c = grosimea miezului;
- d = distanța dintre suprafețele mediane ale fețelor.

Pentru panourile sandwich studiate de N. Țăranu [2.17] cu fețele alcătuite din PAFS și miezul din spumă poliuretanică, predominant este termenul al doilea al relației (2.136) astfel încât în mod aproximativ se poate considera

$$D = \frac{E_f}{1-\nu_f^2} \frac{t \cdot d^2}{2} \quad (2.138)$$

2.7. Tensiunile în panourile încovoiate

Distribuția tensiunilor normale pe secțiunea transversală este dată în Figura 2.15. Pentru panoul studiat în paragraful 2.4 ținând cont de eforturile corespunzătoare fiecărui strat, Hintersdorf [2.7] propune ca tensiunea normală la fețe să se calculeze cu relația

$$\sigma_k = \frac{N_k}{h_k} + \frac{\zeta}{h_k/2} \frac{6m_k}{h_k^2}; \quad (2.139)$$

$$(\zeta = z \pm \delta_k), (k = 1,2).$$

iar cea din miez

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{h_3} + \frac{z}{c} \frac{6M_3}{h_3^2}; \quad (2.140)$$

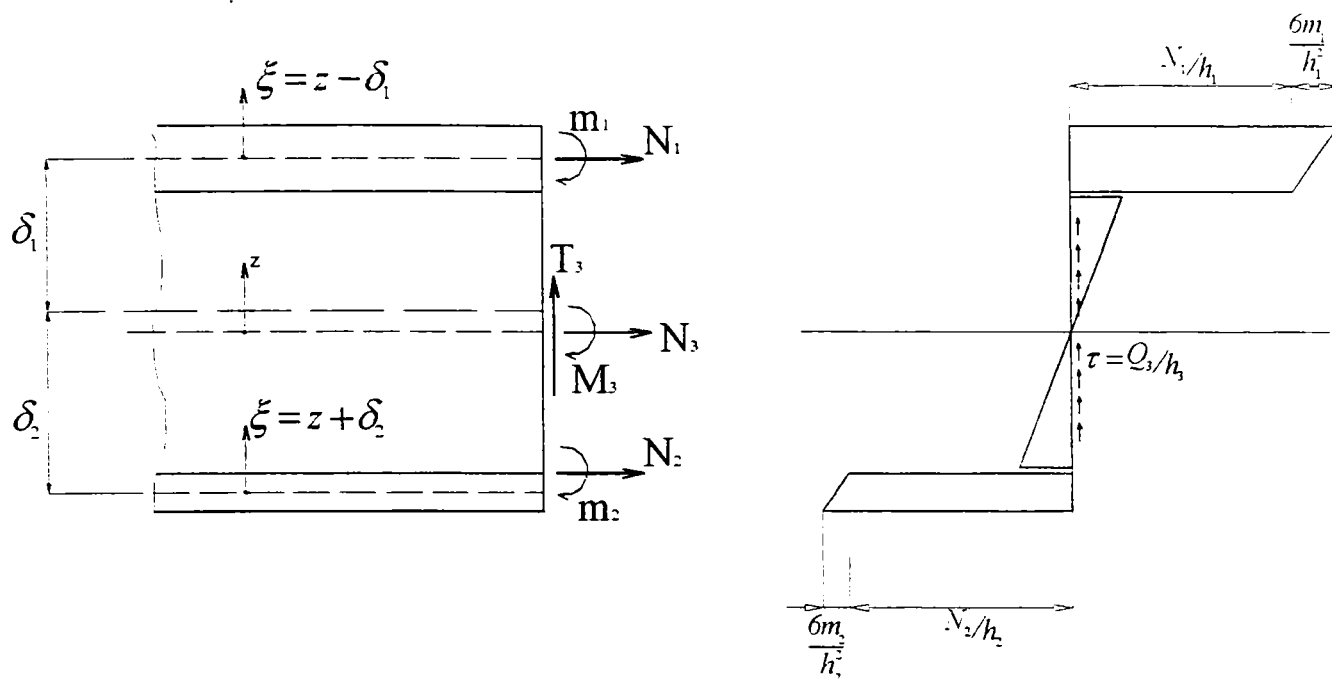


Fig. 2.15 – Distribuția tensiunilor normale în secțiunea transversală a panoului sandwich

Unde forțele axiale din cele trei straturi au expresiile

$$N_1 = N\gamma_1 + \frac{6\gamma_1}{h(\theta_1 + \theta_2)} \left\{ [t_3 + t_1 - (\lambda_1 + \lambda_2)]H - h^2\beta^{-1}[(t_1 - \lambda_2)\theta_1 - (t_3 - \lambda_1)\theta_2] \frac{d^2H}{dx^2} \right\}; \quad (2.141 \text{ a})$$

$$N_2 = N\gamma_2 - \frac{6\gamma_2}{h(\theta_1 + \theta_2)} \left\{ [t_3 + t_2 - (\lambda_1 + \lambda_2)]H - h^2\beta^{-1}[(t_2 - \lambda_2)\theta_1 - (t_3 - \lambda_1)\theta_2] \frac{d^2H}{dx^2} \right\}; \quad (2.141 \text{ b})$$

$$N_3 = N\gamma_3 - \frac{6\gamma_3}{h(\theta_1 + \theta_2)} \left\{ (\lambda_1 + \lambda_2)H - h^2\beta^{-1}[\lambda_2\theta_1 - \lambda_1\theta_2] \frac{d^2H}{dx^2} \right\}. \quad (2.141 \text{ c})$$

Momentele încovoietoare corespunzătoare celor trei straturi se calculează cu relațiile

$$m_1 = -D_1 \frac{d^2w}{dx^2}; \quad m_2 = -D_2 \frac{d^2w}{dx^2}; \quad (2.142 \text{ a, b})$$

$$M_3 = D_3 \frac{d\alpha}{dx} = \frac{\gamma_3 t_3^2}{\theta_1 + \theta_2} \left(H + \Omega_2 \frac{d^2H}{dx^2} \right). \quad (2.142 \text{ c})$$

În cazul miezului flexibil, ($\gamma_3 = 0$), $\sigma_3 = 0$

$$N_1 = N\gamma_1 + \frac{H}{2c}; \quad (2.143 \text{ a})$$

$$N_2 = N\gamma_2 - \frac{H}{2c}. \quad (2.143 \text{ b})$$

N. Țăranu [2.17] consideră că valorile maxime ale tensiunilor normale din fețe și din miez sunt

$$\sigma_{f \max} = \frac{M \cdot E_f \cdot h}{D \cdot 2}; \quad (2.144 \text{ a})$$

$$\sigma_{c \max} = \frac{M \cdot E_c \cdot c}{D \cdot 2}; \quad (2.144 \text{ b})$$

Pentru panourile sandwich rezemate pe patru laturi acționate de sarcini transversale uniform distribuite, lucrarea [2.18] propune pentru determinarea tensiunilor normale și tangențiale din fețe relațiile

$$\sigma_x = \frac{qb^2}{d \cdot t} (\beta_3 + \beta_4 \nu_f); \quad (2.145 \text{ a})$$

$$\sigma_y = \frac{qb^2}{d \cdot t} (\beta_4 + \beta_3 \nu_f); \quad (2.145 \text{ b})$$

$$\tau_{xy} = \frac{qb^2}{d \cdot t} (1 - \nu_f) \beta_5. \quad (2.145 \text{ c})$$

în care:

- b – latura mică a panoului;
- q – sarcina transversală uniform distribuită;
- d – distanța dintre suprafețele mediane ale fețelor;
- t – grosimea fețelor;
- ν_f – coeficientul lui Poisson în fețe.

Coeficienții $\beta_1.. \beta_5$ sunt precizați în tabele în funcție de raportul dintre laturile plăcii. În [2.18] sunt date grafice cu ajutorul cărora acești coeficienți pot fi determinați pentru $1 \leq a/b \leq 6$ (Fig. 2.16).

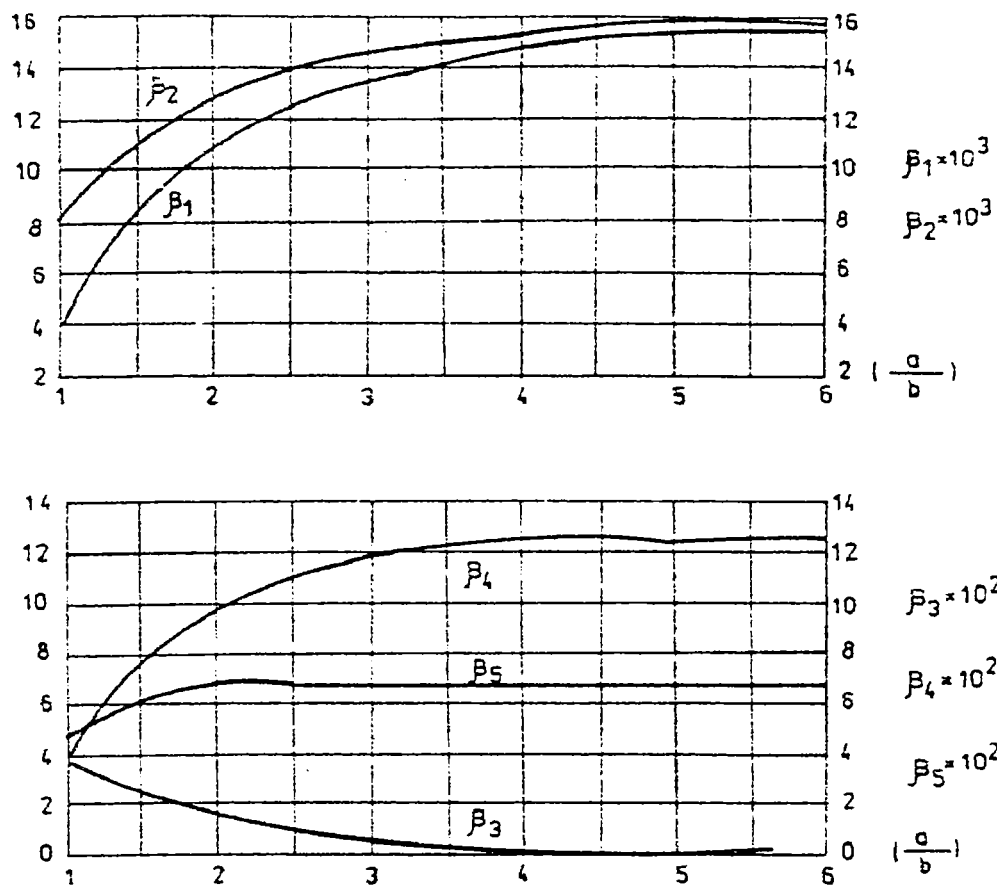


Fig. 2.16 – Valorile coeficienților $\beta_1.. \beta_5$ pentru panourile sandwich cu fețe subțiri rezemate pe patru laturi

Distribuția tensiunilor tangențiale în miez, pe grosimea fâșiei cu lățime unitară este dată de N. Țăranu [2.17] în relația

$$\tau = \frac{Q}{D_c} \left[E_f \frac{t \cdot d}{2} + \frac{E_c}{2} \left(\frac{c^2}{4} - z^2 \right) \right] \quad (2.146)$$

Dacă contribuția miezului la rigiditatea elementului este nesemnificativă, distribuția tensiunilor tangențiale se poate considera constantă pe grosimea miezului (Fig. 2.17)

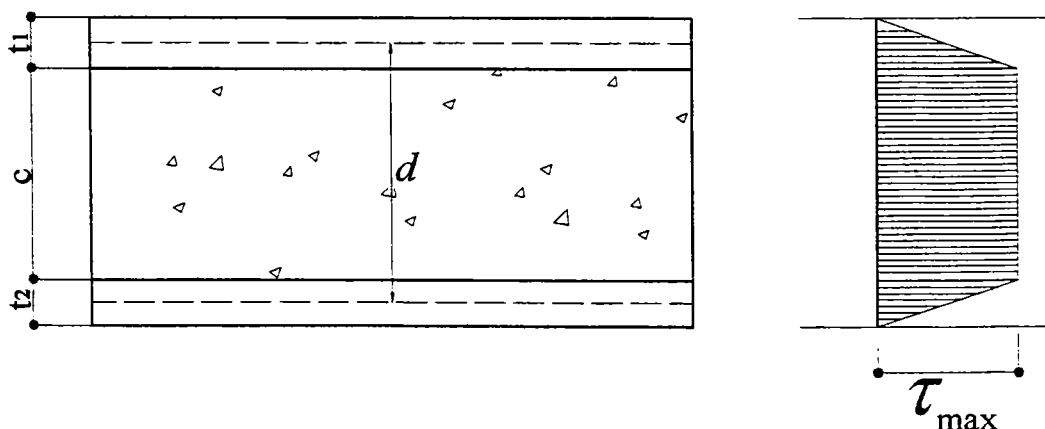


Fig. 2.17 – Distribuția tensiunilor tangențiale pe secțiunea transversală a unei fâșii unitare

În cazul panourilor cu fețe subțiri, tensiunea tangențială în miez corespunzătoare fâșiei cu lățimea unitară se poate calcula cu relația

$$\tau = \frac{Q}{d \cdot 1} \quad (2.147)$$

Pentru panourile încovoiate rezemate pe patru laturi [2.4] tensiunile tangențiale din miez se calculează cu relațiile:

$$\tau_{xz} = \frac{q \cdot b}{d} \beta_6; \quad \tau_{yz} = \frac{q \cdot b}{d} \beta_7. \quad (2.148 \text{ a, b})$$

coeficienții β_6, β_7 sunt dați în tabele sau pot fi aflați din Fig. 2.1

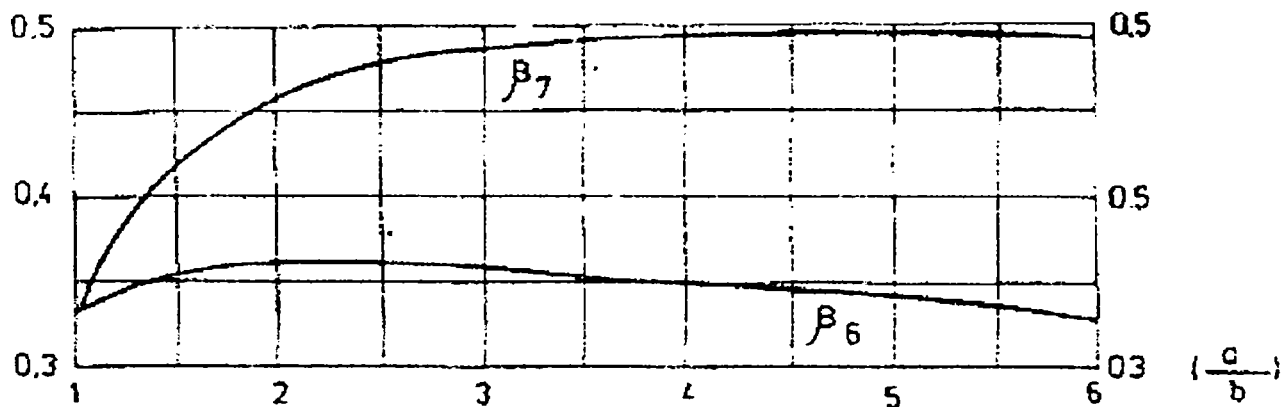


Fig. 2.18 – Valorile coeficienților β_6, β_7

2.8. Ecuația de stabilitate a fâșiilor sandwich

Pornind de la expresiile eforturilor totale M și T scrise cu ajutorul funcției $\chi(x)$ definită de relațiile (2.91), (2.92)

$$M = -D \left(\frac{d^2 \chi}{dx^2} - h^2 \beta^{-1} \vartheta \frac{d^4 \chi}{dx^4} \right); \quad (2.149)$$

$$T = \frac{dM}{dx} = -D \left(\frac{d^3 \chi}{dx^3} - h^2 \beta^{-1} \vartheta \frac{d^5 \chi}{dx^5} \right); \quad (2.150)$$

și ținând cont de relația (2.99) pentru efortul H , ecuația diferențială a grinzilor sandwich solicitate la încovoiere, conform teoriei de ordinul I rezultă de forma

$$M = -h^2 \beta^{-1} \vartheta \frac{d^4 H}{dx^4} + \frac{d^2 H}{dx^2} = -\vartheta_1 q \quad (2.151)$$

Din relațiile (2.91) și (2.148) rezultă o a doua formă a acestei ecuații

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{1}{D \cdot \mathcal{G}_1} \left(H - \Omega_1 \frac{d^2 H}{dx^2} \right) \quad (2.152)$$

Din (2.93) se obține

$$\alpha = \gamma - \frac{dw}{dx} = \frac{\Omega}{D \mathcal{G}_1} \frac{dH}{dx} - \frac{dw}{dx} \quad (2.153)$$

și

$$\frac{d\alpha}{dx} = \frac{1}{d\mathcal{G}_1} \left(H + \Omega_2 \frac{d^2 H}{dx^2} \right) \quad (2.154)$$

Dacă panoul din trei straturi este solicitat în afară de forța transversală q de o forță axială N în suprafața neutră $z = e_o$, în ecuația (2.150) se adaugă la q sarcina fictivă $N \frac{d^2 w}{dx^2}$ și rezultă

$$-h^2 \beta^{-1} \mathcal{G} \frac{d^4 H}{dx^4} + (1 + k^2 \Omega_1) \frac{d^2 H}{dx^2} - k^2 H = -\mathcal{G}_1 q; \quad (2.155)$$

unde:

$$-k^2 = \frac{N}{D}. \quad (2.156)$$

Ecuațiile (2.155) și (2.152) formează sistemul de ecuații diferențiale pentru încovoierea cu forță axială în teoria de ordinul II.

Dacă în ecuația (2.149), se înlocuiește

$$q = -N_o \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad (2.157)$$

rezultă *ecuația de stabilitate pentru flambajul general al fâșiilor sandwich din trei straturi*, solicitate de o forță de compresiune N_o , care acționează la nivelul suprafeței neutre, $z = e_o$ [2.7]

$$\boxed{-h^2 \beta^{-1} \mathcal{G} \frac{d^4 H}{dx^4} + (1 - \lambda^2 \Omega_1) \frac{d^2 H}{dx^2} + \lambda^2 H = 0} \quad (2.158)$$

cu:

$$-\lambda^2 = \frac{N_o}{D}. \quad (2.159)$$

Trecând la modelul de deformare cu normala dreaptă termenii înmulțiți cu factorul $-h^2 \beta^{-1} \mathcal{G}$ dispar din relația (2.158). În plus, $\Omega_1 = \Omega$ și $\Omega_2 = 0$. Sistemul de ecuații diferențiale în cazul solicitării de încovoiere cu tăiere, în cadrul teoriei de ordinul II rezultă

$$\frac{d^2 H}{dx^2} = -\mathcal{G}_1 q; \quad (2.160)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{1}{D \mathcal{G}_1} \left(H - \Omega \frac{d^2 H}{dx^2} \right). \quad (2.161)$$

Ecuția diferențială corespunzătoare solicitării de încovoiere cu forță axială în teoria de ordinul II este

$$(1 + k^2 \Omega) \frac{d^2 H}{dx^2} - k^2 H = -\mathcal{G}_1 q \quad (2.162)$$

Ecuția de stabilitate se scrie

$$(1 - \lambda^2 \Omega) \frac{d^2 H}{dx^2} + \lambda^2 H = 0 \quad (2.163)$$

Flambajul general al unui panou sandwich se studiază considerând că lățimea este infinită, cu distanța între reazeme l și solicitat la o forță de compresiune N_o care acționează în suprafața neutră $z = e_o$ (Fig. 2.19)

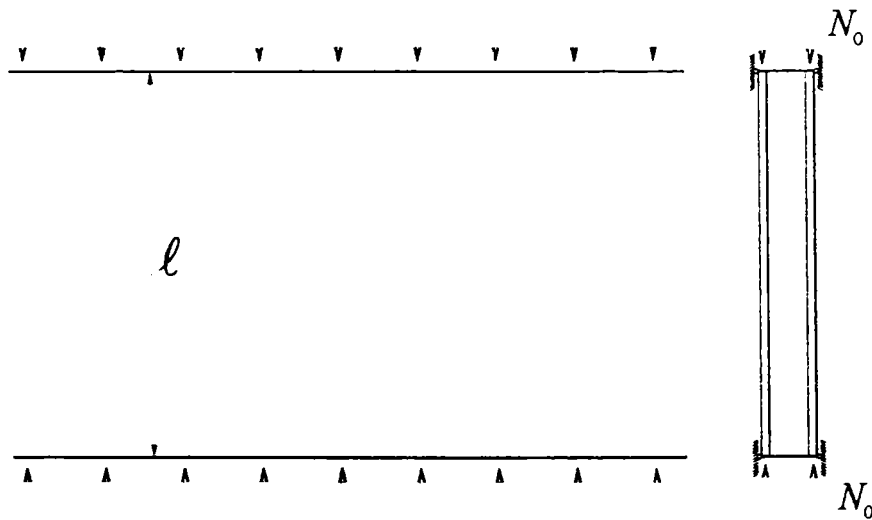


Fig. 2.19 – Panou sandwich solicitat la compresiune

Soluția ecuației omogene (2. 158) se alege de forma

$$H = C \cdot e^{\mu \bar{x}} \quad (2.164)$$

unde s-a notat \bar{x} o variabilă adimensională $\bar{x} = \frac{x}{l}$. Rezultă ecuația caracteristică

$$-\varepsilon_0^2 \mu^4 + (1 - \Omega_1 \lambda^2) \mu^2 + \lambda^2 l^2 = 0; \quad (2.165)$$

cu soluțiile:

$$\mu_{1,2} = \pm i k_1; \quad \mu_{3,4} = \pm k_2; \quad (2.166 \text{ a, b})$$

unde:

$$k_1 = \frac{1}{2\varepsilon_0^2} \left[-(1 - \Omega_1 \lambda^2) + \sqrt{(1 - \Omega_1 \lambda^2)^2 + 4\varepsilon_0^2 \lambda^2 l^2} \right]; \quad (2.167 \text{ a})$$

$$k_2 = \frac{1}{2\varepsilon_0^2} \left[(1 - \Omega_1 \lambda^2) + \sqrt{(1 - \Omega_1 \lambda^2)^2 + 4\varepsilon_0^2 \lambda^2 l^2} \right]. \quad (2.167 \text{ b})$$

Soluția generală a ecuației (2.158) este de forma

$$H_{(\bar{x})} = C_1 \sin k_1 \bar{x} + C_2 \cos k_1 \bar{x} + C_3 \operatorname{sh} k_2 \bar{x} + C_4 \operatorname{ch} k_2 \bar{x}; \quad (2.168)$$

obținându-se după integrarea ecuației (2.152)

$$w_{(\bar{x})} = \frac{l^2}{D \mathcal{G}_1} \left[\frac{1 + \varpi_1 k_1^2}{k_1^2} (C_1 \sin k_1 \bar{x} + C_2 \cos k_2 \bar{x}) - \frac{1 - \varpi_1 k_2^2}{k_2^2} (C_3 \operatorname{sh} k_1 \bar{x} + C_4 \operatorname{ch} k_2 \bar{x}) + A_1 \bar{x} + A_0 \right] \quad (2.169)$$

Parametrul încărcării critice se obține din ecuația

$$\lambda^2 l^2 = k_1^2 \frac{1 + k_1^2 \varepsilon_0^2}{1 + k_1^2 \varpi_1}; \quad \left(\lambda^2 = \frac{N_{cr}}{D} \right). \quad (2.170)$$

Valoarea critică a lui k_1 este definită ca și cea mai mică valoare proprie.

În cazul în care $k_1 \varepsilon_0^2 \ll 1$, pot fi folosite ecuațiile de stabilitate deduse pentru modelul de deformare cu normala dreaptă, cele două fețe considerându-se în stadiul de membrană.

$$(1 - \Omega \lambda^2) \frac{d^2 H}{dx^2} + \lambda^2 H = 0; \quad (2.171)$$

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{1}{d \mathcal{G}_1} \left(H - \Omega \frac{d^2 H}{dx^2} \right); \quad (2.172)$$

$$H_{(\bar{x})} = C_1 \sin k \bar{x} + C_2 \cos k \bar{x}; \quad (2.173)$$

$$w_{(\bar{x})} = \frac{l^2}{D \mathcal{G}_1} \left[\frac{1 + \varpi k^2}{k^2} (C_1 \sin k \bar{x} + C_2 \cos k \bar{x}) + A_1 \bar{x} + A_0 \right]; \quad (2.174)$$

$$k^2 = \frac{\lambda^2 l^2}{1 - \varpi \lambda^2 l^2}; \quad (2.175)$$

$$\lambda^2 l^2 = \frac{k^2}{1 + \varpi k^2}; \quad \left(\lambda^2 = \frac{N_{\sigma}}{D} \right). \quad (2.176 \text{ a, b})$$

Pentru exemplificare se ia în considerare panoul sandwich dublu articulată din Fig. 2.18. Condițiile de margine

$$H_{(\bar{x}=0)} = H''_{(\bar{x}=0)} = 0; \quad H_{(\bar{x}=1)} = H''_{(\bar{x}=1)} = 0; \quad (2.177 \text{ a, b})$$

conduc la sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} C_2 + C_4 = 0; \\ -k_1^2 C_2 + k_2^2 C_4 = 0; \\ \sin k_1 C_1 + sh k_2 C_3 + \cos k_1 C_2 + ch k_2 C_4 = 0; \\ -k_1^2 \sin k_1 + k_2^2 sh k_2 - k_1^2 \cos k_1 + k_2^2 ch k_2 = 0. \end{cases} \quad (2.178 \text{ a..d})$$

Ecuția de stabilitate rezultată din condiția de anulare a determinantului coeficienților este

$$(k_1^2 + k_2^2)^2 \sin k_1 sh k_2 = 0; \quad (2.179)$$

conducând la cea mai mică valoare proprie $k_1 = \Pi$ și încărcarea critică

$$N_{\sigma} = \frac{\pi^2 D}{l^2} \frac{1 + \pi^2 \varepsilon_0^2}{1 + \pi^2 \varpi_1}; \quad (2.180)$$

2.9. Stabilitatea panourilor ortotrope simplu rezemate, încărcate pe contur și transversal

Panoul ortotrop, simplu rezemat, încărcat pe contur cu N_x , N_y , N_{xy} și pe suprafața lui cu încărcare transversală sinusoidală

$$q_{(x,y)} = q_{mn} \sin \alpha x \sin \beta y \quad (2.181)$$

în care:

$$- \alpha = \frac{m\pi}{a}; \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.182 \text{ a})$$

$$- \beta = \frac{n\pi}{b}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2.182 \text{ b})$$

are săgeata panoului de forma [2.8]

$$w = a_{mn} \sin \alpha x \sin \beta y \quad (2.183)$$

iar parametri λ' și μ' s-au considerat constanți. Expresia satisface ecuațiile diferențiale ale problemei numai pentru $N_{xy} = 0$ și $\sin \alpha x \sin \beta y = 0$. Din ecuațiile (2.129 b) și (2.129c) rezultă parametri λ' și μ' :

$$\lambda' = \frac{\delta_1}{\psi}; \quad \mu' = \frac{\delta_2}{\psi}. \quad (2.184 \text{ a, b})$$

unde δ_1 , δ_2 , ψ sunt definite în [2.8].

Ecuția (2.129 a) devine

$$D_{Tx}(1 - \lambda')\alpha^2 + D_{Ty}(1 - \mu')\beta^2 - \frac{q_{mn}}{a_{mn}} + N_x\alpha^2 + N_y\beta^2 = 0 \quad (2.185)$$

($a_{mn} \neq 0$)

și se scrie ca o ecuație cu o singură necunoscută dacă forțele de întindere N_x , N_y se înlocuiesc cu $-P_x$ și $-P_y$, iar factorii $D_{Tx}(1 - \lambda')$ și $D_{Ty}(1 - \mu')$ se înlocuiesc cu $\delta_3/a^2\psi$ respectiv $\delta_4/b^2\psi$. δ_3 și δ_4 sunt definiți în lucrarea [2.8].

Se obține ecuația

$$D_x \Phi_0 \frac{\pi}{b^4} - \frac{q_{mn}}{a_{mn}} - P_x \frac{m^2 \pi^2}{a^2} - P_y \frac{n^2 \pi^2}{b^2} = 0 \quad (2.186)$$

rezultând pentru amplitudinea deplasărilor transversale

$$a_{mn} = \frac{q_{mn} b^4}{\pi^2 D_x \theta} \quad (2.187)$$

în care au fost folosite notațiile:

$$- \Phi_0 = \frac{\delta_5}{\psi}; \quad (2.188 \text{ a})$$

$$- \theta = \Phi_0 \pi^2 - \frac{P_x b^2}{D_x} \left(\frac{m^2 b^2}{a^2} + \frac{P_y}{P_x} n^2 \right). \quad (2.188 \text{ b})$$

Valorile λ , μ , $\delta_1 \div \delta_5$, ψ și Φ_0 depind de rigiditățile panoului, de coeficienții lui Poisson, de geometria panoului și de valorile m și n .

În general modurile pare sunt mai puțin importante decât cele impare astfel încât în practică se iau în considerare numai valorile impare ale lui m și n . Valoarea maximă a săgeții este dată de relația

$$w_{\max} = a_{mn} (-1)^{\frac{m-1}{2}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} = \frac{q_{mn}}{\pi^2 D_x \theta} (-1)^{\frac{m-1}{2}} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.189)$$

Valoarea critică a lui P_x care determină flambajul în modul m, n rezultă punând condiția ca amplitudinea să tindă către ∞ .

$$P_x = P_{x,mn} = \frac{\Phi_0 \pi^2 D_x}{b^2 \left\{ \left(\frac{m^2 b^2}{a^2} + \frac{P_y}{P_x} n^2 \right) \right\}}; \quad (2.190)$$

sau

$$P_{xmn} = \frac{\pi^2 D_x}{b^2} \frac{K_3}{g}, \text{ cu } K_3 = \frac{g \Phi_0}{\frac{m^2 b^2}{a^2} + n^2 \frac{P_y}{P_x}}. \quad (2.191 \text{ a, b})$$

Valorile m și n trebuie în așa fel alese încât să se obțină pentru $P_{x,mn}$ cea mai mică valoare posibilă.

În cazul particular al panourilor cu miezul din tablă cutată și cu fețe izotrope, când P_x acționează izolat cea mai mică valoare a lui $P_{x,mn}$ este obținută pentru $n = 1$. Aceasta înseamnă că panoul flambează în jumătate de undă de-a lungul direcției de încărcare. Relația de calcul pentru coeficientul K_3 devine

$$K_3 = \frac{(1 - \nu_x \nu_y) \Phi_0}{m^2 \frac{b^2}{a^2}} \quad (2.192)$$

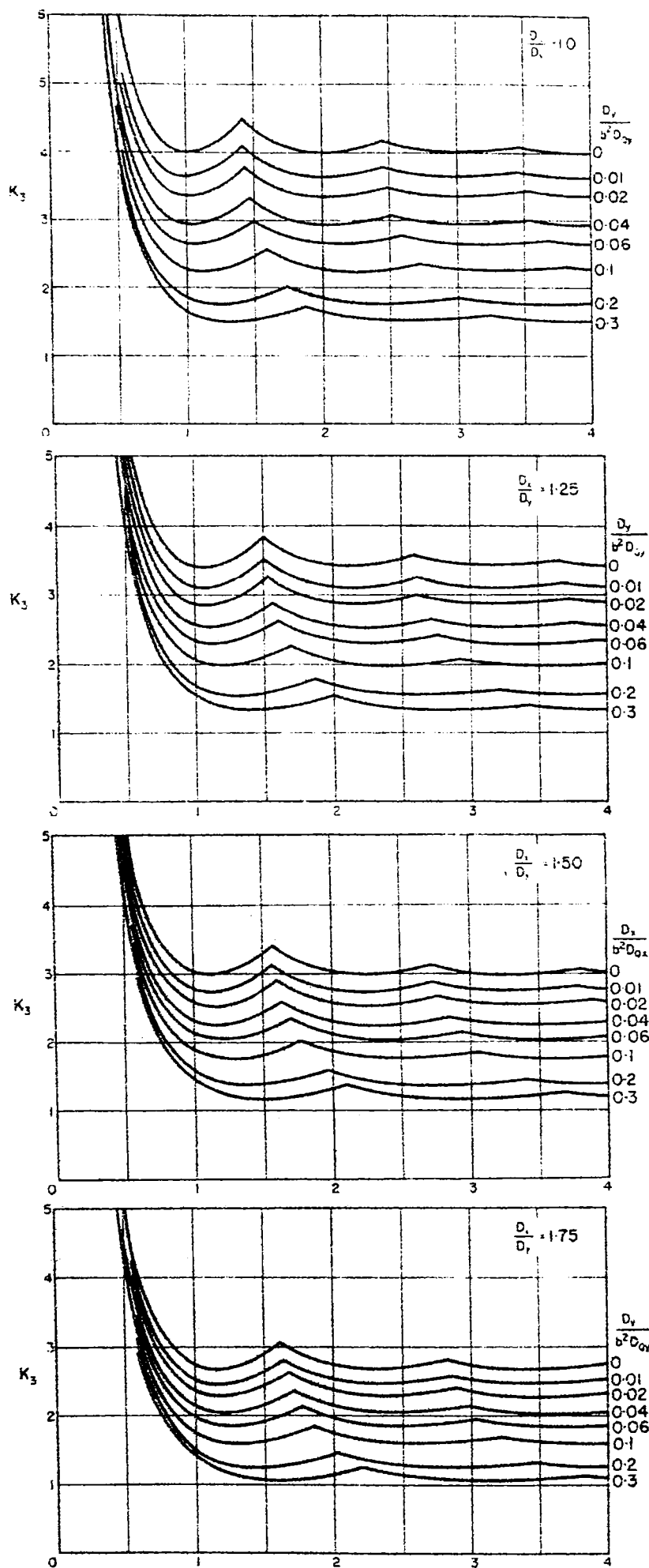


Fig. 2.20 – Coeficientul de flambaj K_3 pentru panouri sandwich cu miezul din tablă cutată simplu rezemate pe contur, încărcate cu forțe de compresiune în lungul cutelor

Valoarea K_3 poate fi obținută funcție de raportul a/b pentru $m = 1, 2, 3, \dots$. Practic, coeficientul $K_{3\min}$ se stabilește pe baza curbelor $K_3 - a/b$ date în literatura de specialitate.

În [2.8] sunt date valorile K_3 funcție de a/b și $D_y/b^2 D_{Ty}$ pentru valori ale raportului D_x/D_y cuprinse între 1 și 1.75. Curbele sunt calculate pentru panouri simplu rezemate pe contur, cu ondulațiile evoluând pe direcția x , încărcate cu o forță uniform distribuită P_x ce acționează în lungul cutelor. S-a considerat $D_{Tx} = \infty$ și $\nu_f = 0.25$.

Dacă încărcarea pe contur și cea transversală este uniform distribuită funcția $q(x, y)$ poate fi reprezentată de seria dublă trigonometrică

$$q = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} q_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}; \quad (2.193)$$

cu:

$$- q_{mn} = \frac{16q}{mn\pi^2} - m, n \text{ impare}; \quad (2.194 a)$$

$$- q_{mn} = 0 - m, n \text{ pare}. \quad (2.194 b)$$

Efortul maxim datorat presiunii uniforme este obținut prin suprapunerea efectelor maxime în fiecare mod impar. Săgeata și eforturile maxime se pot scrie funcție de coeficienții β_i cu $i = 1 \div 6$

$$W_{\max} = \frac{q \cdot b^4}{D_x} \beta_1; \quad M_{x,\max} = qb^2 \beta_2; \quad (2.195 a, b)$$

$$M_{y,\max} = qb^2 \beta_3; \quad M_{xy,\max} = qb^2 \beta_4; \quad (2.195 c, d)$$

$$T_{x,\max} = qb \beta_5; \quad T_{y,\max} = qb \beta_6. \quad (2.195 e, f)$$

Coeficienții $\beta_1 \div \beta_6$ se calculează cu relațiile date în [2.8]. Pentru câteva cazuri particulare valoarea acestor coeficienți este reprezentată grafic în Figura 2.21 pentru un panou sandwich pătrat cu fețe izotrope. În figură, valorile $\beta_1 \div \beta_6$ sunt date pentru un panou cu miezul din tablă cutată pentru anumite valori D_x/D_y .

În [2.12] sunt prezentate rezultatele studiului stabilității panourilor sandwich alcătuite din trei straturi cu modulul de elasticitate transversal al miezului variabil pe grosimea acestuia. Astfel de panouri se folosesc în cazul în care se urmărește micșorarea greutății structurii fără o scădere semnificativă a capacității ei de preluare a încărcărilor.

Studiile teoretice și experimentale s-au efectuat pentru panourile din spumă poliuretanică, în cazul cărora variația modulului G este în funcție de variația densității materialului. S-a considerat că modulul G variază neliniar, după o curbă simetrică față de suprafața mediană a miezului (Fig. 2.22).

$$G_u(z) = G_{u2} \cdot \text{ch}(kz); \quad (2.196)$$

în care:

- G_u = modulul de elasticitate transversal al miezului;
- k = constantă care depinde de valorile G_{u1} , G_{u2} , și c .

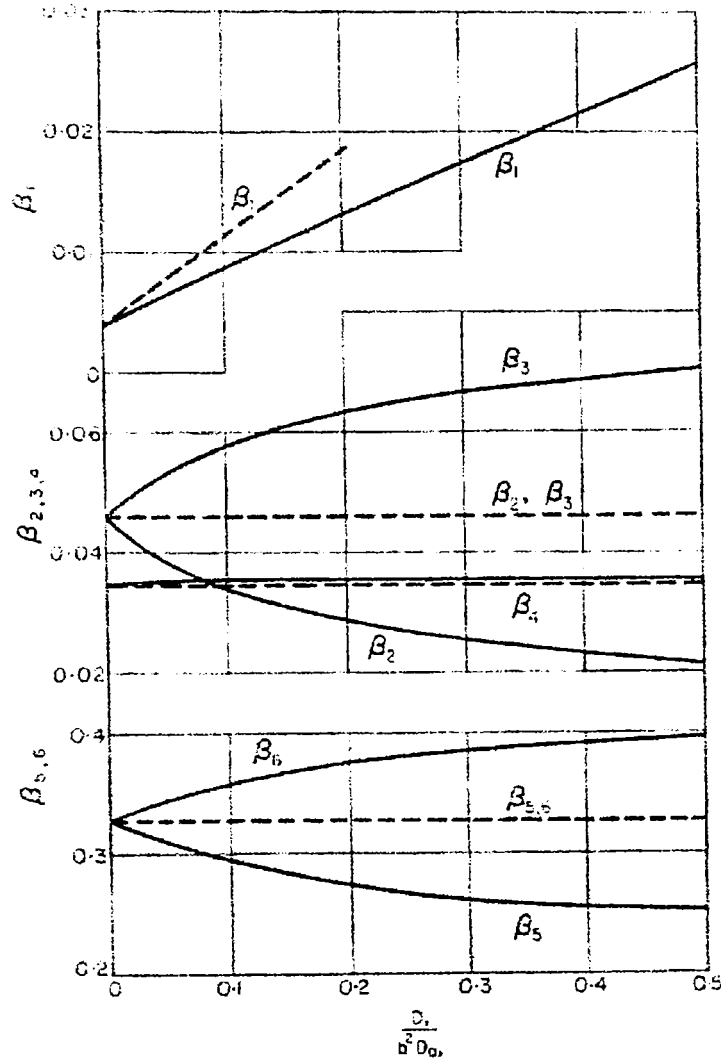


Fig. 2.21 – Coeficienții $\beta_1 \div \beta_5$ pentru un panou sandwich pătrat cu fețe izotrope. Linile punctate se referă la panourile cu miez izotrop; cele pline la panourile cu miez ortotrop. S-a considerat $\nu_f = 0.25$.

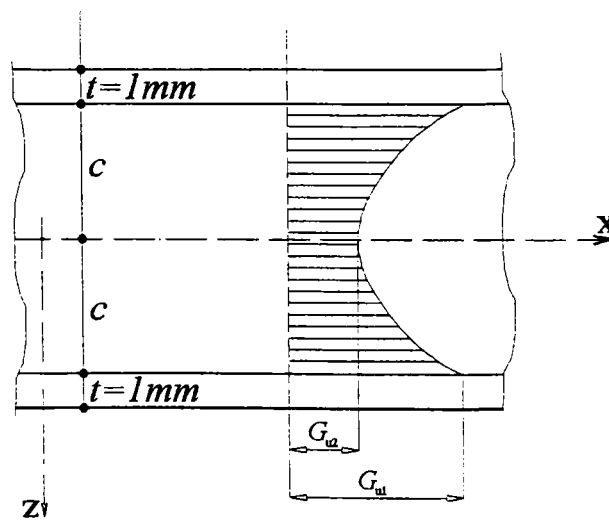


Fig. 2.22 – Variația modulului de elasticitate transversal pe grosimea miezului

Dimensiunile, modul de încărcare și de rezemare a panourilor studiate sunt prezentate în Figura 2.23.

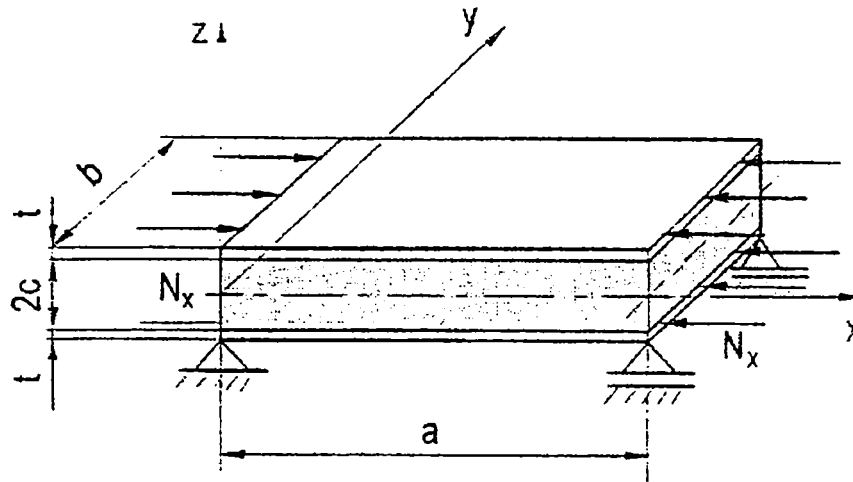


Fig. 2.23 – Dimensiunile și încărcarea aplicată pe panoul sandwich

Starea de deformare s-a considerat plană în fețele subțiri și spațială în miez. Forma generală a expresiilor componentelor deplasărilor în punctele miezului este

$$u_u = -\frac{z}{c} \left(u - \frac{t}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(H_1 ch\lambda z + H_2 \frac{sh\lambda z}{z} \right);$$

$$v_u = -\frac{z}{c} \left(v - \frac{t}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \left(H_3 ch\lambda z + H_4 \frac{sh\lambda z}{z} \right); \quad (2.197 \text{ a, ..., c})$$

$$w_u = w(H_5 ch\lambda z + H_6 zsh\lambda z).$$

în care:

- u_u, v_u, w_u – sunt componentele deplasărilor din miez;
- u, v, w – sunt componentele deplasărilor în fețe;
- $H_1 \div H_6$ – sunt constante care depind de condițiile de margine ale panoului.

În cazul panourilor analizate, cu marginile paralele cu forța liberă și cele perpendiculare pe direcția acesteia simplu rezemate, expresiile deplasărilor sunt:

$$u = u(x) = B_m \cos \beta_m x; \quad (2.198 \text{ a})$$

$$w = w(x) = A_m \sin \beta_m x; \quad (2.198 \text{ b})$$

$$v = 0. \quad (2.198 \text{ c})$$

cu:

- A_m, B_m – amplitudinile deplasărilor;

$$-\beta_m = \frac{m\pi}{a}. \quad (2.199)$$

Încărcarea critică este determinată pe baza minimizării energiei potențiale folosind metoda Ritz.

Figura 2.24 arată o creștere aproape liniară a valorii forțelor critice cu creșterea grosimii miezului în cazul panourilor cu miezul subțire și o creștere asimptotică în domeniul panourilor cu miezul gros.

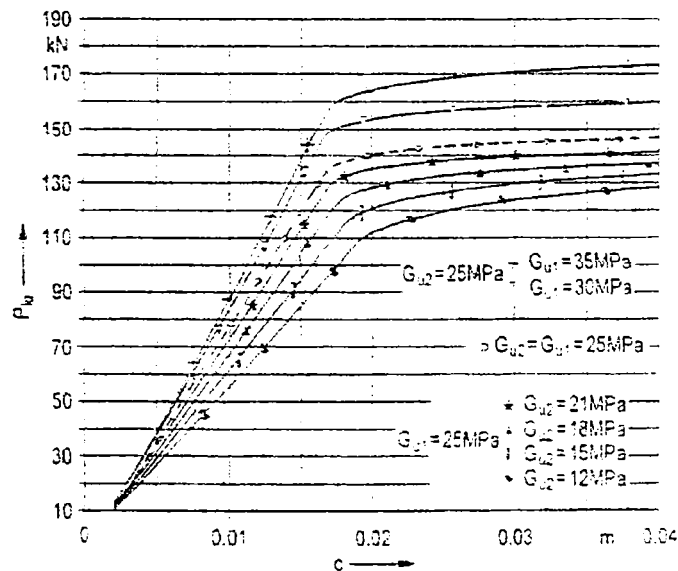


Fig. 2.24 – Variația forței critice în funcție de grosimea miezului și de valoarea modului de elasticitate transversal

Utilizarea panourilor sandwich cu modul de elasticitate variabil pe grosimea miezului aduce o importantă economie de material. Se definește un coeficient de eficacitate

$$\lambda = \frac{Q_o - Q_v}{Q_o} \cdot 100\%; \quad (2.200)$$

cu:

- Q_o = masa panoului sandwich cu modul G_u constant;
- Q_v = masa panoului sandwich cu modul G_u variabil.

Urmărind variația coeficientului λ cu creșterea grosimii miezului (Fig. 2.25) pentru diferite valori ale modului de elasticitate transversal se observă că, de exemplu, pentru o grosime a miezului $c = 0.015$ m, panoul cu modulul $G_{u2} = 12$ MPa este mai ușor cu 12.5% decât panoul cu modulul de elasticitate transversal constant.

În ceea ce privește valorile forțelor critice, acestea nu au diferențe semnificative pentru panourile cu modulul G variabil în miez față de acelea cu modulul G constant. În Figura 2.24 se observă că pentru valori mai mari ale modului G , forțele critice au valori superioare aceluia obținute pentru panourile cu modulul G constant. Tabelul 2.1 precizează comparativ valorile P_{cr} pentru panoul cu modulul de elasticitate transversal al miezului constant: $G_u = 25$ MPa și pentru panoul la care modulul de elasticitate transversal al miezului variază între valorile $25 \div 12$ MPa.

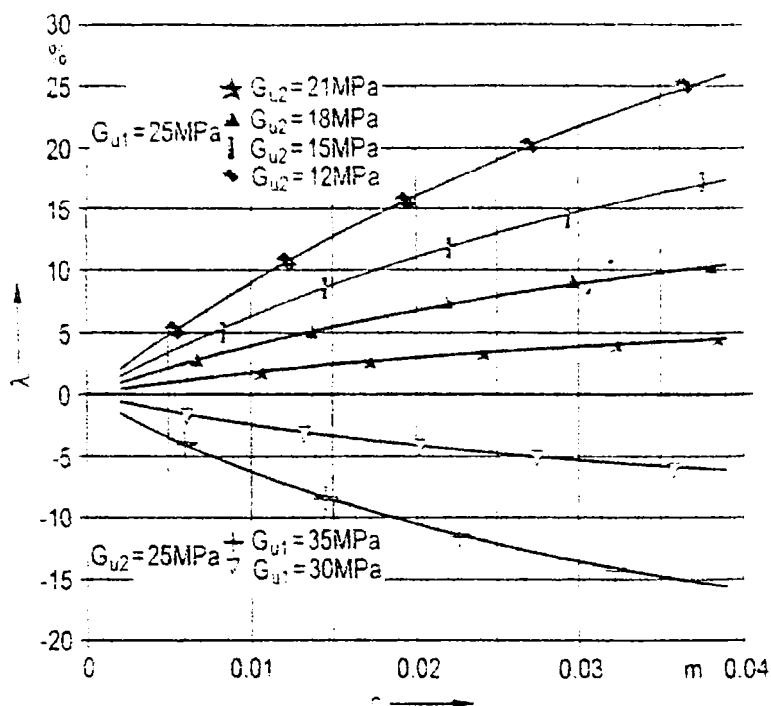


Fig. 2.25 – Variația coeficientului λ în funcție de grosimea miezului și de modulul de elasticitate transversal

Tabelul 2.1 – Valorile forței critice și a coeficientului λ calculate în funcție de grosimea miezului și de modulul de elasticitate transversal G_u a acestuia (grosimile fețelor sunt de 1 mm)

Grosimea miezului C [m]	$G_{u1} = G_{u2} = 25\text{MPa}$	$G_{u1} = 25\text{MPa}$ $G_{u2} = 12\text{MPa}$	λ [%]
	P_{cr} [kN]	P_{cr} [kN]	
0.002	12.4769	10.1415	1.99
0.016	134.9532	91.1401	13.04
0.017	140.5982	96.9984	14.08
0.018	142.0623	102.8512	14.75
0.019	142.8578	108.6981	15.41
0.02	143.7324	112.1673	16.03

În [2.3] se prezintă o problemă de proiectare a panourilor sandwich al căror miez este format din tablă ondulată și a panourilor cu miez celular. Pentru stabilirea forței critice de flambaj se propun graficele din Figura 2.26 unde aceasta este dată funcție de raportul laturilor și al rigidităților la încovoiere D_x/D_y . În aceste grafice, P_E este calculat cu relația

$$P_E = \frac{4\pi^2 D_y}{b^2(1-\mu^2)}; \quad (2.201)$$

în care:

- D_y = rigiditatea la încovoiere;
- b = dimensiunea panoului în direcția de acționare a forței de compresiune;
- μ = coeficientul lui Poisson.

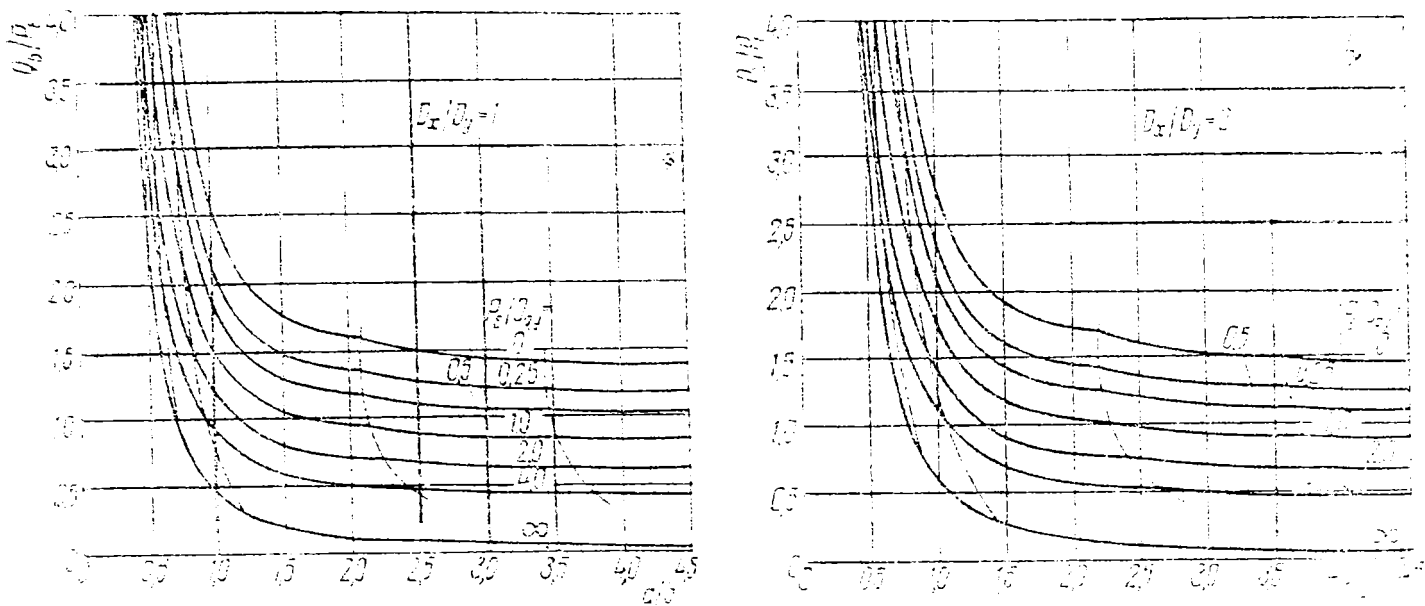


Fig. 2.26 – Calculul sarcinii critice de flambaj în funcție de raportul laturilor și al rigidităților la încovoiere pentru panou simplu rezemat pe laturi solicitat la compresiune

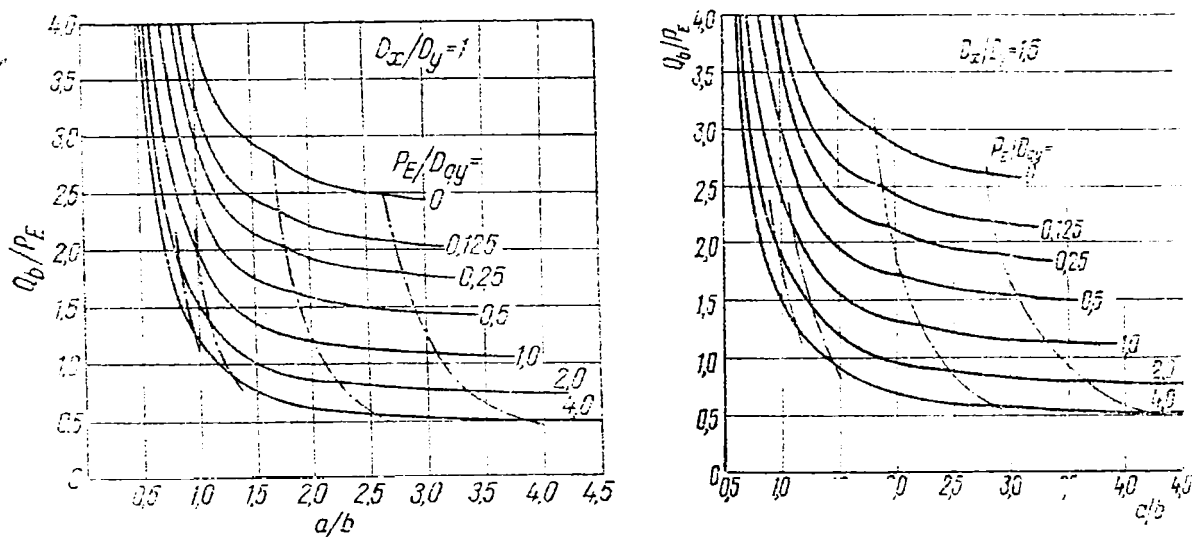


Fig. 2.27 – Calculul sarcinii critice de flambaj în funcție de raportul laturilor și al rigidităților la încovoiere pentru panou încastat pe laturi solicitat la compresiune

2.10 Flambajul Local

Teoria obișnuită a flambajului general conduce la valoarea sarcinii critice care determină limita de stabilitate a structurii în ansamblu. În anumite împrejurări însă, este posibilă în principiu o altă formă de instabilitate, la care se produce voalarea fețelor panoului pentru sarcini axiale mai mici. Este vorba despre fenomenul de flambaj local al panourilor sandwich cunoscut sub numele de cutare sau încrețire. În acest caz lungimea de undă a formei deformate este de același ordin de mărime cu grosimea miezului panoului.

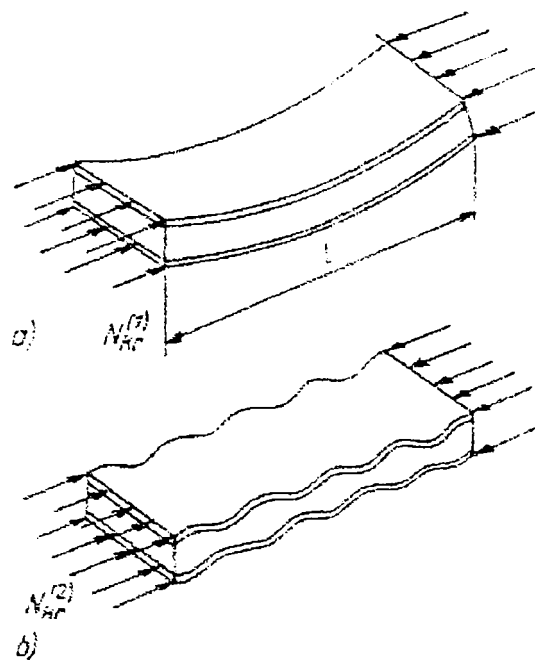


Fig. 2.28 – Pierderea stabilității în cazul unui panou sandwich cu secțiune simetrică. a) flambaj general; b) voalare locală simetrică a fețelor

Instabilitatea locală a fețelor unui panou sandwich se poate produce în mai multe forme:

- prin cedarea miezului datorită forfecării lui, fenomen numit îngenunchiere (Fig. 2.29 c);
- prin încrețirea fețelor datorită umflării sau îndesirii miezului (Fig. 2.29 d și e)
- prin voalarea locală a fețelor datorită turtirii locale a miezului ca urmare a neomogenității lui (Fig. 2.29 f);
- prin desprinderea feței de miez datorită aderenței insuficiente (Fig. 2.29 g).

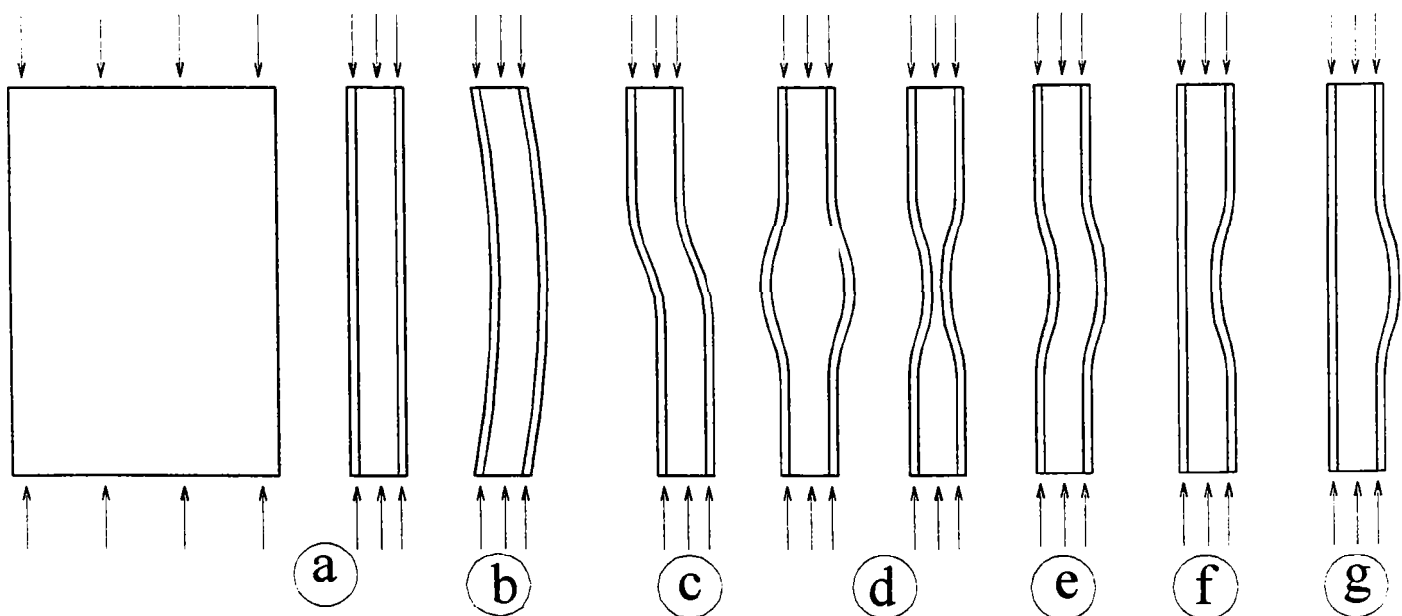


Fig. 2.29 – a) panou sandwich solicitat la compresiune; b) flambaj general; c) flambaj prin îngenunchiere, d) voalarea locală simetrică; e) voalarea locală antisimetrică; f) voalare locală prin turtirea miezului; g) desprinderea feței de miez.

Teoria fundamentală a fenomenului de pierdere a stabilității prin încrețirea fețelor are în vedere doar încovoierea locală a fețelor.

Luând în considerare un panou sandwich cu trei straturi solicitat la compresiune, dacă miezul este destul de gros se poate aprecia că fețele se comportă ca și plăci rezemate pe mediul elastic. Dacă ele nu sunt perfect plane, apar săgeți care cresc cu creșterea încărcării. Deoarece miezul caută să împiedice producerea acestor săgeți la suprafața de contact dintre miez și fețe iau naștere tensiuni normale și tangențiale.

În cazul panoului sandwich studiat de [2.7] încrețirea fețelor se poate produce într-o singură direcție, astfel că pentru descrierea ei se aplică teoria încovoierii cilindrice.

Ecuția diferențială a problemei este dedusă din condiția ca energia potențială a modului simetric de pierdere a stabilității să fie minimă.

$$\Pi = 2U_1 + U_3 - L \rightarrow \min \quad (2.202)$$

în care:

- $2U_1, U_3$ – energia de deformație corespunzătoare fețelor respectiv miezului;
- L – lucrul mecanic al forțelor exterioare.

Pentru o față energia potențială se poate scrie în funcție de săgeata calculată de la suprafața mediană nedeformată a ei, $w_1(x)$.

$$2U_1 = D_1 \int_0^l \left(\frac{d^2 w_1}{dx^2} \right)^2 dx \quad (2.203)$$

Ținând seama că fiecare față preia forța $N/2$, lucrul mecanic al forțelor exterioare este

$$L = \frac{1}{2} N \int_0^l \left(\frac{dw_1}{dx} \right)^2 dx \quad (2.204)$$

În ceea ce privește energia potențială corespunzătoare miezului, deoarece caracterul împrăștierii perturbațiilor în ele este necunoscut, acesta se consideră pentru început ca un material elastic continuu.

$$U_3 = \frac{1}{2} \left[\int_0^l \left(\int_c^c \sigma_z \varepsilon_z dz \right) dx + \int_0^l \left(\int_c^c \tau_{xz} \gamma_{xz} dz \right) dx \right] \quad (2.205)$$

Pentru perturbații mici a suprafeței de contact dintre miez și fețe se poate considera că deplasările tangențiale în interiorul miezului nu se dezvoltă în mod esențial ($u = 0$). Ecuțiile lui Lamé raportate la sistemul de axe Oxz în suprafața mediană a miezului, se reduc la una singură, care în cazul unui miez izotrop se scrie sub forma:

$$a \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + G_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (2.206)$$

unde:

$$-a = \frac{(1-\nu)}{1-\nu-2\nu^2} \frac{E}{E_z} \approx E_z. \quad (2.207)$$

Alegând legea de variație a deplasării $w_{(x,z)}$ de forma:

$$w_{(x,z)} = f(z)w_1(x) \quad (2.208)$$

ecuația (2.206) se poate scrie:

$$\frac{d^2 w_1}{dx^2} + \frac{a}{G_x} \lambda_0^2 w_1 = 0 \quad (2.209)$$

λ_0^2 este o constantă pozitivă impunând ca ecuația (2.194) să admită o soluție de forma

$$w_1 = W \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (2.210)$$

în care:

$$-\lambda_0^2 = \frac{f'''}{f} = -\frac{G_x w_1'''}{a w_1}. \quad (2.211)$$

Soluția generală a ecuației

$$f''' = \lambda_0^2 f \quad (2.212)$$

este:

$$f(z) = C_1 \operatorname{sh} \lambda_0 z + C_2 \operatorname{ch} \lambda_0 z \quad (2.213)$$

rezultând după impunerea condițiilor de margine:

$$f(z) = \frac{\operatorname{sh} \zeta}{\operatorname{sh} \zeta_0} \quad (2.214)$$

cu:

$$\begin{aligned} - \zeta &= \lambda_0 z; \\ - \zeta_0 &= \lambda_0 c. \end{aligned}$$

Starea de deformare din miez este definită de:

$$\varepsilon_z = \lambda_0 \frac{ch\zeta}{sh\zeta_0} w_1(x) \quad (2.215)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{sh\zeta}{sh\zeta_0} w_1'(x) \quad (2.216)$$

Forma simetrică a voalării locale a fețelor este definită de ecuația diferențială

$$\frac{d^4 w_1}{dx^4} = -2\beta^2 \frac{d^2 w_1}{dx^2} + \alpha^4 w_1 = -\frac{N}{2D_1} \frac{d^2 w_1}{dx^2} \quad (2.217)$$

în care:

- $\beta^2 = \frac{1}{8} \lambda^2 \varphi_2(\zeta_0)$;
- $\alpha^4 = \lambda^2 \frac{a}{K2c} \varphi_1(\zeta_0)$; (2.218 a, b, c)
- $\lambda^2 = \frac{K}{2D_1}$;
- $\varphi_2(\zeta_0)$; $\varphi_1(\zeta_0)$ - funcții date în tabele;
- $K = G_{xz} 2c$ - rigiditatea la tăiere a miezului;
- $D_1 = \frac{E_1 h_1^3}{12(1-\nu_1^2)}$ - rigiditatea la încovoiere a fețelor;
- $h_3 = 2c$; h_1 - grosimea miezului respectiv a fețelor;
- E_1, ν_1 - modulul de elasticitate respectiv coeficientul lui Poisson pentru fețe;
- $E, \nu, G_{xz}, E_z, \nu_z$ - caracteristicile materialului pentru miez.

Pentru rezemarea articulată la marginile $x = 0$ și $x = l$, calculul forței critice se face cu relația

$$N_{cr} = 2D_1 \frac{\pi^2}{l^2} + \frac{l^2}{\pi^2} \frac{a}{2c} \varphi_1(\zeta_0) + \frac{1}{4} K \varphi_2(\zeta_0) \quad (2.219)$$

în care parametrul ζ_0 este definit din condiția de minim. Dacă miezul este destul de gros pentru ca influența reciprocă a fețelor voalate să fie neglijabilă, expresia forței critice devine

$$N_{cr} = 3(2D_1 a G_{xz})^{1/3} \quad (2.220)$$

iar tensiunea critică de voalare locală este

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{2h_1} \quad (2.221)$$

Pentru un astfel de miez [2.8] determină tensiunea la care apare fenomenul de pierdere a stabilității prin încrețirea fețelor, pornind de la cazul unei bare de lungime infinită atașată unui mediu elastic de grosime infinită (Fig. 2.30).

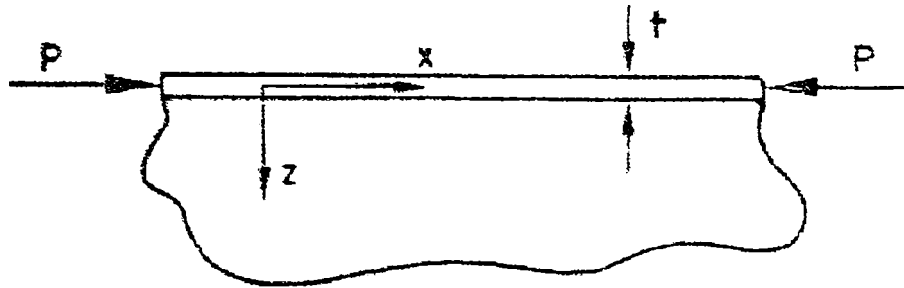


Fig. 2.30 – Bară pe mediu elastic

Considerând funcția săgeată pentru bară de formă sinusoidală,

$$w = w_m \sin \frac{\pi x}{l} \quad (2.222)$$

- l = lungimea de flambaj a barei (o semiundă)

suprafața de rezemare a mediului elastic trebuie să ia aceeași formă (t este mic – panou cu fețe subțiri). Acestei deplasări sinusoidale w se asociază tensiunea sinusoidală:

$$\sigma_z = -\frac{a}{l} w_m \sin \frac{\pi x}{l} \quad (2.223)$$

cu:

$$- a = \frac{2\pi E_c}{(3 - \nu_c)(1 + \nu_c)}; \quad (2.224)$$

- E_c , ν_c = modulul de elasticitate și coeficientul lui Poisson pentru materialul din care este alcătuit miezul.

Lățimea b fiind mică în sistemul bară-mediul elastic se poate considera o stare de tensiune plană ($\sigma_y = 0$). Ecuația diferențială a barei este dată de expresia:

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + P \frac{d^2 w}{dx^2} = b \sigma_z \quad (2.225)$$

în care:

- D = rigiditatea axială a feței;
- P = forța de compresiune;
- w = deplasarea după axa z ;

- σ_z = tensiunea normală care ia naștere în suprafața de contact bară – mediu elastic.

Prin înlocuirea relațiilor (2.223), (2.224) în (2.225) se obține o ecuație din care rezultă valoarea critică minimă a lui P, care să mențină bara flambată

$$P = \sigma b t \quad (2.225)$$

Tensiunea critică minimă și semilungimea de undă la care ea apare sunt date de relațiile

$$\sigma_{cr} = B_1 E_f^{\frac{1}{3}} E_c^{\frac{2}{3}}; \quad \left(\frac{l}{t}\right)_{cr} = C \left(\frac{E_f}{E_c}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.227 \text{ a, b})$$

cu:

$$\begin{aligned} - B_1 &= 3 \left[12(3 - \nu_c)^2 (1 + \nu_c)^2 \right]^{\frac{1}{3}}; \\ - C &= \pi \left[(3 - \nu_c)(1 + \nu_c) / 12 \right]^{\frac{1}{3}}. \end{aligned}$$

Relațiile (2.227) trebuie modificate dacă miezul nu este suficient de gros și între fețele opuse există o anumită interacțiune. În acest caz tensiunile normale se scriu sub forma:

$$\sigma_z = -\frac{w_m}{c} E_c \theta^2 f(\theta) \sin \frac{\pi x}{l} \quad (2.228)$$

cu:

$$\begin{aligned} - \theta &= \frac{\pi c}{l}; \\ - c &= \text{grosimea miezului}; \\ - f(\theta) &= \text{o funcție care se definește pentru fiecare dintre situații, stabilită în lucrările lui Gough, Elam, și De Bruyne pentru flambajul antisimetric și Hoff și Mantner pentru flambajul prin încrețire simetrică a fețelor.} \end{aligned}$$

Din ecuația (2.225) rezultă valoarea tensiunii critice în fața panoului:

$$\sigma = \frac{E_f}{12} \left(\frac{t}{c}\right)^2 \theta^2 + E_c \left(\frac{c}{t}\right) f(\theta) \quad (2.229)$$

Tensiunea critică minimă de încrețire se calculează cu expresia

$$\sigma = B_1 E_f^{\frac{1}{3}} E_c^{\frac{2}{3}} \quad (2.230)$$

cu:

$$- B_l = \frac{\rho^2 \theta^2}{12} + \frac{f(\theta)}{\rho}; \quad (2.231)$$

$$- \rho = \frac{t}{c} \left(\frac{E_f}{E_c} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.232)$$

Valoarea constantei B_l care definește tensiunea critică minimă depinde de modul de încrețire al fețelor. Astfel, dacă încrețirea apare numai la fața comprimată, B_l poate fi stabilit pe baza graficului din Figura 2.31, în funcție de raportul l/c , de valoarea ρ și de coeficientul lui Poisson ν_c .

O importanță deosebită o are problema flambajului local la panourile sandwich cu miezul din tablă ondulată sau cutată. Deoarece componentele acestor panouri nu sunt legate continuu, apar în aceste cazuri pe lângă instabilitatea prin flambaj local cu lungimea de undă de același ordin de mărime cu grosimea miezului, și alte forme de

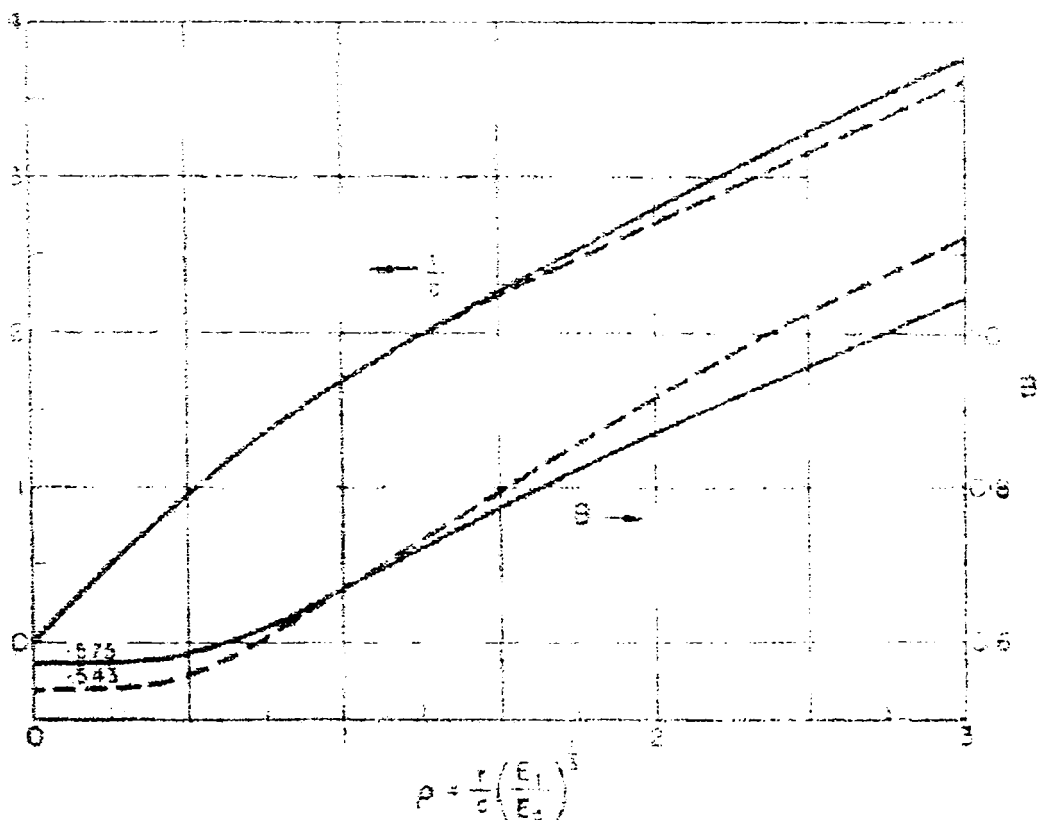


Fig. 2.31 – Flambajul prin încrețire

instabilitate locală. Astfel, trebuie luată în considerare posibilitatea fețelor de a flamba pe distanța pe care ele sunt libere, nerezemate. În principiu aceste probleme de flambaj local impun stabilirea dimensiunilor optime pentru elementele care intră în componența lor.

Petre Augustin [2.3] propune stabilirea pasului ondulelor (b_c) care formează miezul din condiția de efort unitar critic de flambaj al fețelor din condiția:

$$\sigma_{cr} = kE(h_f/b_c)^2; \quad (2.233)$$

Grosimea miezului, $2c$, urmează să fie stabilită din condiția de flambaj de ansamblu:

$$2c = \left[\frac{2Nb^2(1-\nu^2)}{\pi E_f h_f k_\sigma} \right]^{1/2} - h_f; \quad (2.234)$$

Placa ondulată sau cutată care formează miezul poate de asemenea să cedeze dacă panoul este supus compresiunii în direcția cutelor, din cauza instabilității de tip placă a elementelor ce formează ondulele (Fig. 2.14). În mod aproximativ, un astfel de element poate fi considerat ca și o placă dreptunghiulară simplu rezemată, lungă și îngustă.

Ca urmare a procesului de confecționare, la panourile sandwich, cu miezul format în plăci ondulate sau cutate este posibil să existe imperfecțiuni inițiale ale fețelor. Dacă fețele nu sunt perfect plane, apar excentricități în aplicarea încărcărilor și momente încovoietoare în fețe ceea ce duce la accentuarea neregularităților inițiale. Cedarea panoului se poate produce fie prin cedarea adezivului dintre fețe și miez, fie prin cedarea la întindere sau la compresiune a miezului, fie prin cedarea la încovoiere a fețelor.

Relațiile de calcul deduse teoretic sunt însă aproximative deoarece instabilitatea locală a panourilor sandwich depinde în mare măsură de modul în care au fost fabricate (forma colțurilor miezului, legarea miezului de fețe, etc.)

2.11 Concluzii

- La panourile sandwich deplasările din încovoiere se amplifică datorită deformațiilor specifice din miez, existând posibilitatea apariției instabilității locale ale fețelor exterioare.

- Studiile teoretice ale încovoierii și flambajului panourilor sandwich se încadrează, în funcție de modul de abordare, în două metode distincte: metoda generală, în care se scriu ecuațiile de echilibru ale fețelor și miezului luate separat și apoi se definesc ecuațiile de continuitate la interfața dintre miez și fețe și metoda selectivă în care se analizează separat problema încovoierii și problema flambajului local prin încrețirea fețelor comprimate.

- Deformațiile și eforturile într-un panou sandwich cu miezul rigid pot fi analizate prin considerarea "modelului de deformare al normalei frânte" dacă fețele exterioare sunt groase și prin considerarea "modelului de deformare al normalei drepte" dacă fețele exterioare sunt subțiri.

- Deplasările și deformațiile specifice în punctele unui panou sandwich pot fi

exprimate în funcție de grosimile straturilor și de coeficienți care țin seama de rigiditatea la tăiere a miezului.

- În cazul panourilor sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată, rigiditatea transversală pe direcția undulelor este foarte mare și se consideră infinită.

- Studiul comportării panourilor sandwich ortotrope cu fețe subțiri, se poate face în ipoteza miezului antiplan și al eliminării efectului grosimii fețelor asupra geometriei deformației.

- Proprietățile unui panou sandwich sunt exprimate în funcție de rigiditatea lui axială, de rigiditatea la încovoiere, la torsiune și la tăiere care depind la rândul lor de proprietățile materialelor din care sunt confecționate fețele și miezul, de alcătuirea miezului și de grosimile straturilor.

- Ecuațiile diferențiale generale ale panourilor sandwich formează un sistem de trei ecuații cu necunoscutele w , T_x și T_y .

- Distribuția tensiunilor normale pe grosimea panoului sandwich se poate considera liniară iar dacă contribuția miezului la rigiditatea elementului este nesemnificativă, distribuția tensiunilor tangențiale se poate considera constantă pe grosimea miezului.

- Ecuația de stabilitate pentru flambajul general al fâșiilor sandwich din trei straturi se obține pornind de la sistemul de ecuații diferențiale pentru încovoierea cu forță axială în teoria de ordinul II și de la expresiile eforturilor totale din secțiunea transversală.

- Valoarea forței critice corespunzătoare flambajului general al panourilor sandwich depinde de geometria și rezemarea panoului, de rigiditățile acestuia, de deformațiile din tăierea miezului și de caracteristicile materialelor din care sunt confecționate straturile. Parametri pe baza cărora se calculează această forță sunt prezentați pentru câteva cazuri particulare în literatura de specialitate.

- Utilizarea panourilor sandwich cu modulul de elasticitate variabil pe grosimea miezului aduce o importantă economie de material.

- Flambajul local al panourilor sandwich se poate produce prin voalarea locală a fețelor datorită umflării sau îndesirii miezului, prin cedarea miezului datorită fenomenului de forfecare sau prin desprinderea fețelor de miez datorită aderenței insuficiente la interfața dintre straturi.

- Panourile sandwich cu miezul din placă ondulată solicitate la compresiune pot fi afectate pe lângă instabilitatea prin flambaj local cu lungimea de undă de același ordin de mărime cu grosimea miezului și de alte forme de instabilitate locală.

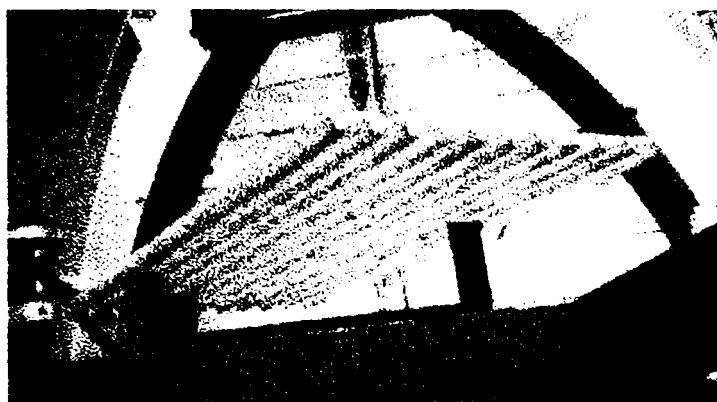
- Tensiunea critică minimă corespunzătoare voalării locale depinde de geometria și rezemarea panoului, de forma de voalare locală, de caracteristicile materialului din care sunt alcătuite fețele și miezul, de modul de confecționare al panoului, de rigiditatea la încovoiere a fețelor și de rigiditatea la tăiere a miezului. Acești parametri sunt înglobați în coeficienți ale căror valori sunt precizate pentru anumite cazuri particulare în tabele și grafice.

Bibliografie

- [2.1] – **Aicher, S.** (1989) – Berechnung und Bemessung axial gedrückter Sandwich-Wandscheiben mit Holzwerkstoffbeplankungen. Bautechnik 5 (p.159-165).
- [2.2] – **Aicher, S.** (1987) – Bemessung biegebeanspruchter Sandwichbalken mit dem modifizierten γ -Verfahren. Bautechnik 3 (p.79-86).
- [2.3] – **Augustin, P.** (1984) – Calculul structurilor de aviație, Editura Tehnică, București.
- [2.4] – **Bia, C., Ile, V., Soare, M. V.** (1983) – Rezistența materialelor și teoria elasticității. Editura Didactică și Pedagogică, București.
- [2.5] – **Girkman, K.** (1963) – Flächentragwerke. Wien, Springer-Verlag.
- [2.6] – **Hegedüs, I., Kollár, L.** (1987) – Stabilitätsuntersuchung von Rahmen und Wandscheiben mit der Sandwichtheorie. Bautechnik 12.
- [2.7] – **Hintesdorf, Gert** (1972) – Tragwerke aus plasten. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin.
- [2.8] – **Howard, G. Allen** – Analysis of Structural sandwich panels. The Commonwealth Interational Library of Science Technology Engineering and Liberal Studies.
- [2.9] – **La Tegola, A.** (1986) – Behaviour of membrane structures made of composite materials: Numerical Applications. Report N. 85/March 1986, University of Calabria, Italy.
- [2.10] – **La Tegola, A., Monaco, S., Ombres, L.** (1987) – Stability of membrane structures made of composite orthotropic materials. ECCS Colloquium on Stability of Plate and Shell Structures, Ghent, Belgium.
- [2.11] – **La Tegola, A.** (1986) – Materiali ibridi fibrorinforzati: verifica di legami costitutivi e problema di stabilita` di paneli laminati. Atti del congresso sulle tecnologie industrializzate nelle costruzioni (p. 23-35).
- [2.12] – **Malinowski, M., Romanov, F., Witt, D.** (1995) – Zur Stabilität in Längsrichtung gedrückter Sandwich-Rechteck-Platten mit in Dickenrichtung veränderlicher Kerndichte. Bauingenieur 70.
- [2.13] – **Romanov, F.** (1983) – Hyperbolischer dreiaxialer Verschiebungszustand von flachen Sandwichkonstruktionen und schwach gewölbten Sandwichschalen. Bauingenieur 58.

- [2.14] – **Schmidt, R.** (1969) – Large deflections of multisandwich shells of arbitrary shape. Journal of The Franklin Institute, vol 287, No. 5.
- [2.15] – **Takashi Hara, Tsunemi Shigematsu** (1989) – Ein Matrizenfunktionsverfahren zur nichtlinearinen Berechnung vorverformter, axialbelasteter Rechteckplatten. Bautechnik 7 (p.243-249).
- [2.16] – **Timoshenko, S. P., Woinewski-Krieger, S.** (1968) – Teoria plăcilor plane și curbe (traducere din limba engleză). Editura Tehnică, București.
- [2.17] – **Țăranu, N.** (1978) – Elemente portante din materiale plastice. Teză de doctorat, Iași.
- [2.18] – **Țăranu, N., Secu, A., Isopescu, D.** (1994) – Elemente de construcții stratificate de tip sandwich, cu performanțe superioare, din materiale compozite și asociate cu matricea polimerică. Instrucțiuni de calcul.
- [2.19] – **Woite, Bern F.** – Beitrag zur Dimensionierung der freigelagerte Sandwichplatten mit dünnen Deckschichten.

Capitolul 3



CARACTERISTICI FIZICO-MECANICE ALE POLIESTERILOR ARMAȚI CU FIBRE DE STICLĂ

3.1 Introducere

Poliesterii armați cu fibre de sticlă sunt materiale compozite, adică materiale cu proprietăți anizotrope, formate din mai multe componente, a căror organizare și elaborare permit folosirea celor mai bune caracteristici ale acestora. Proprietățile lor finale sunt în general superioare componentelor din care sunt alcătuite [3.10].

Materialele compozite pot fi împărțite în 3 categorii:

- a) produse macromoleculare modificate prin copolimerizarea în bloc, care reprezintă amestec de polimeri;
- b) produse armate cu particule monocristaline filiforme de natură ceramică sau metalică;
- c) produse metalice ranforsate cu fibre, prin placare, prin întrepătrundere de gaze, etc.

Poliesterii armați cu fibre de sticlă fac parte din prima categorie și sunt materialele compozite cu cea mai largă utilizare în construcții. Ei sunt obținuți prin asocierea a două materiale chimic distincte: rășina poliesterică nesaturată și fibrele de sticlă; rezultând un material cu caracteristici mai bune decât ale acestora. Proprietățile lor mecanice sunt remarcabile în comparație cu ale materialelor clasice. Acest lucru este ilustrat de tabelele 3.1 și 3.2 date în [3.12] și [3.4].

3.2. Materiile prime de bază folosite la realizarea PAFS

3.2.1. Rășina poliesterică

3.2.1.1. Obținerea rășinilor poliesterice nesaturate

Rășina poliesterică nesaturată îndeplinește rolul de liant. Ea este un poliester nesaturat la care reticularea transversală se realizează cu ajutorul unor monomeri vinilici sau de altă natură [3.19].

Tabelul 3.1 - Proprietăți specifice (proprietatea/densitate) pentru unele materiale de construcții.

Materialul	Proprietatea	PAFS		Oțel de constr.	Aliaj de aluminiu
		armare cu țesătură	armare cu mat		
Densitatea	[kg / m ³]	1,5 ÷ 2,1	1,5 ÷ 1,9	7,8	2,7 ÷ 2,8
Rezistența la tracțiune	$\frac{daN / cm^2}{kg / m^3}$	10 ÷ 24	5 ÷ 15	8 ÷ 11	3 ÷ 10
Rezistența la Compresiune	$\frac{daN / cm^2}{kg / m^3}$	10 ÷ 28	10 ÷ 20	3,5 ÷ 5,5	3 ÷ 10
Rezistența la Încovoiere	$\frac{daN / cm^2}{kg / m^3}$	12 ÷ 30	8 ÷ 15	10 ÷ 14	3 ÷ 16

Poliesterii nesaturați sunt produși sintetici, obținuți prin esterificarea unui poliacid cu un polioli care conține în moleculă reactanți nearomatici capabili să reticuleze prin copolimerizare cu monomeri nesaturați polimerizabili [3.19].

Poliesterii bază se formează prin policondensarea anhidridelor ftalică și maleică cu propilenglicol, eventual și dietilen glicol. Deoarece glicolii și anhidridele au fiecare capacitatea de a forma două legături esterice, reacția de esterificare continuă pas cu pas, rezultând un lanț molecular poliesteric concomitent cu filtrarea apei. Reacția de policondensare se poate desfășura fără catalizatori numai la temperatura de 200°C. În acest caz stabilizarea poliesterului obținut se face cu ajutorul fenolilor. După aceea, polimerul se dizolvă în stiren, obținându-se rășina poliesterică sub forma unui lichid vâscos.

Se pot adăuga diferite substanțe pentru îmbunătățirea calităților produsului: viniltoluen pentru reducerea timpului de gelificare și îmbunătățirea caracteristicilor dielectrice, metacrilat pentru mărirea stabilității în timp și a durabilității, acrilat de metil pentru obținerea unor produse mai clare, etc.

Dacă reacția de copolimerizare este inițiată de un sistem catalitic format din peroxizi organici activați de substanțe numite acceleratori, rășinile poliesterice reticulează la temperatura camerei, cu un radical liber. Are loc astfel o reacție în lanț rapidă care poate fi accelerată adăugând amine aromatice terțiare.

3.2.1.2. Întărirea rășinilor poliesterice nesaturate

Procesul de întărire al rășinii se desfășoară treptat.

- În faza I-a radicalii liberi reacționează cu inhibitorii producând o așa numită perioadă de inducție la întărirea rășinii. Inhibitorii sau stabilizatorii sunt substanțe adăugate rășinii poliesterice de către producător pentru a înlătura pericolul gelifierii în timpul depozitării. Se utilizează în acest scop hidrochinona, amestecurile de acid xalic și difenoli, acizii hidroxibenzoici, etc. Se asigură de obicei un timp de păstrare de 6 luni.

Tabelul 3.2 - Caracteristici mecanice ale rășinilor armate cu fibre de sticlă.

Caracteristica	U M	Nestrapol 450			Nestrapol 220			Nestrapol 92	
		30% fibre de sticlă	50% fibre de sticlă	65% fibre de sticlă	30% fibre de sticlă	50% fibre de sticlă	65% fibre de sticlă	40% fibre de sticlă	62% fibre de sticlă
Rezistența la tracțiune	daN/cm ²	1000	1900	4600	1050	2300	5500	1687	2810
Alungirea	%	1,9	2	1,7	2	2,2	1,7	-	-
Rezistența la încovoiere	daN/cm ²	1800	2500	4400	1900	2900	5200	2250	4290
Rezistența la șoc	daNcm/cm ²	65	91	135	78	105	162	-	-
Rezistența la compresiune	daN/cm ²	2250	3200	4400	2400	3050	5000	1760	2600
Modulul de elasticitate E	daN/cm ²	70000	91000	240000	80000	101000	270000	110000	210000

- În faza a II-a se produce gelifierea. În cazurile în care pentru întărirea rășinilor poliesterice nesaturate se folosesc sisteme catalizator-accelerator, se definește timpul de gelifiere T_g ca și timpul în care un amestec de rășină poliestică, catalizator și accelerator trece din stare lichidă în stare de gel.
- În faza a III-a are loc procesul de reticulare a rășinii. La sfârșitul acestei faze rășina este întărită suficient pentru a putea fi scoasă din cofraje. Se definește timpul de întărire t_E ca și timpul scurs de la prepararea amestecului de rășină, catalizator și accelerator până la întărirea acestuia.
- În faza a IV-a se continuă procesul de întărire până când caracteristicile mecanice și chimice ajung la valori optime. Această ultimă fază poate dura câteva săptămâni.

Întregul proces de întărire a rășinii poliesterice nesaturate se produce fie sub acțiunea unui catalizator la cald, fie sub acțiunea unor sisteme redox catalizator-accelerator la rece. El este un proces exoterm, temperatura atinsă, timpul de gelifiere și întărire fiind în funcție de reactivitatea rășinii, de monomer și de temperatura mediului.

3.2.1.3 Tipuri de rășini poliesterice nesaturate

Dintre tipurile de rășini folosite la producerea poliesterilor armați se pot aminti: rășini pentru aplicații generale, rășini cu rol de plastifianți, rășini tixotropice, rășini pentru plăci translucide, rășini rezistente la căldură, rășini cu rezistență chimică, rășini utilizate în electrotehnică, rășini autoextingibile, etc.

Pentru obținerea elementelor de construcții din PAFS, la noi în țară se produc rășini de tip Nestrapol. Dintre acestea mai des utilizate sunt:

- Nestrapol 140, folosită la fabricarea chiturilor;
- Nestrapol 450, un poliester nesaturat de vâscozitate medie. El se livrează sub formă de soluție de stiren, cu conținut în polimer de 66%. Această rășină are proprietăți mecanice, chimice și electrice foarte bune. Având o reactivitate ridicată se utilizează mai ales pentru tehnologii de fabricare realizate la cald, dar, se poate folosi și pentru obținerea materialelor compozite prin procedeul manual la temperaturi obișnuite. Prin polimerizare, Nestrapolul 450 se transformă într-o masă dură, relativ casantă, trecând într-un polimer insolubil și infuzibil. Cu Nestrapol 450 se confecționează elemente cu duritate mare, rezistente termic și chimic;
- Nestrapol 220 este o rășină poliestică recomandată pentru prelucrarea manuală. Are o reactivitate medie și o vâscozitate redusă. În condiții normale de exploatare este rezistentă la agenții chimici și la căldură;
- Nestrapol 220 S are caracteristici asemănătoare cu Nestrapol 220, în plus fiind stabilizată la radiațiile ultraviolete;
- Nestrapol 485 T se folosește la fabricarea conductelor și rezervoarelor având o întărire rapidă;
- Nestrapol 92 este o rășină rezistentă la ardere. Caracteristicile ei fizice și mecanice sunt bune astfel că se folosește în industria chimică și în construcții.

Câteva caracteristici mecanice ale unor astfel de rășini poliesterice nesaturate sunt date în tabelul 3.3. Rășina poliestică folosită la confecționarea panourilor

studiate este de tip Nestrapol 450.

Tabelul 3.3 - Caracteristici mecanice ale unor rășini poliesterice

Caracteristica	U M	Nestrapol 220	Nestrapol 450	Nestrapol 92
Rezistența la tracțiune	daN/cm ²	500	650	415
Alungirea la rupere	%	5	2	2,1
Rezistența la compresiune	daN/cm ²	1650	1600	1420
Rezistența la încovoiere	daN/cm ²	900	1100	-
Modulul de elasticitate E	daN/cm ²	39000	32000	30000

Constantele fizice ale Nestrapolului 450 sunt:

- Duritatea Barcol = 84
- Greutatea specifică la 20°C = 1,21 g/cm³
- Indicele de refracție $n_d^{20} = 1,557$
- Coeficientul de dilatare = $70 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

3.2.2 Materialul de armare

3.2.2.1 Proprietățile fibrelor de sticlă

Armarea materialelor plastice se face în scopul îmbunătățirii proprietăților lor fizico-mecanice. O importanță deosebită o are materialul ales ca armătură, modul de dispunere al acestuia, procentul de armare și aderența armăturii față de materialul plastic. Materialul de armare trebuie să aibă rezistențele la tracțiune, la încovoiere și la șoc mai mari decât acelea ale materialului plastic. Modulul de elasticitate trebuie de asemenea să fie mai mare decât al materialului pe care îl armează. Foarte importantă este condiția ca materialul de armare să aibă rezistență chimică față de materialul plastic.

Există o gamă largă de materiale folosite pentru armarea maselor plastice termorigide: fibre și fire de sticlă, azbest, carbon, grafit, cuarț, bor, wolfram, carbură de siliciu, oxid de aluminiu, azotură de siliciu, etc. Cele mai utilizate sunt fibrele de sticlă. Folosirea lor este avantajoasă datorită prețului de cost scăzut, a posibilității confecționării mai multor tipuri de armătură și mai ales datorită proprietăților lor fizico-mecanice.

Armarea cu fibre de sticlă asigură produsului un raport foarte bun rezistență - greutate ca urmare a densității reduse și valorilor ridicate ale rezistenței la tracțiune, rezistenței la șoc și rezistenței la compresiune. De asemenea fibrele de sticlă nu-și modifică în mod esențial dimensiunile, pot fi prelucrate ușor, sunt rezistente la coroziune, se comportă bine la temperaturi mari, (la 370°C își păstrează aproximativ 50% din caracteristicile fizico-mecanice), nu sunt higroscopice, nu putrezesc, nu

sunt combustibile, nu sunt sensibile la acțiunea radiațiilor infraroșii, au conductibilitate termică și fonică redusă și de asemenea caracteristici electrice excelente.

Caracteristicile fizico-mecanice ale fibrelor de sticlă depind de compoziția lor chimică, de tehnologia de fabricare și de diametrul lor. Deoarece prin tragerea firelor subțiri de sticlă răcirea se produce concomitent în toată masa lor, se exclude apariția tensiunilor interne și a fisurilor de suprafață. Rezistențele mecanice ale fibrelor sunt foarte mari față de cele ale sticlei turnate (rezistența la tracțiune a fibrelor este $19600 \div 39000 \text{ daN/cm}^2$ iar a sticlei turnate $400 \div 1000 \text{ daN/cm}^2$ [7]). Rezistența la tracțiune a fibrelor de sticlă este mai mare la diametre mici (fig. 3.1).

Sub acțiunea solicitărilor, sticla se comportă elastic și respectă legea lui Hooke până la o alungire specifică $\epsilon = 5\%$. [3.12]. Figura 3.2 dată în [3.9] prezintă diagrama $\sigma - \epsilon$ în cazul solicitării fibrelor la tracțiune, precizând rezistența la rupere pentru câteva diametre.

Sticla obișnuită, numită sticlă silicică, este forma amorfă a acidului silicic. Prin adăugarea în compoziția ei a unor oxizi metalici se obțin o serie de tipuri de sticlă cu anumite caracteristici.

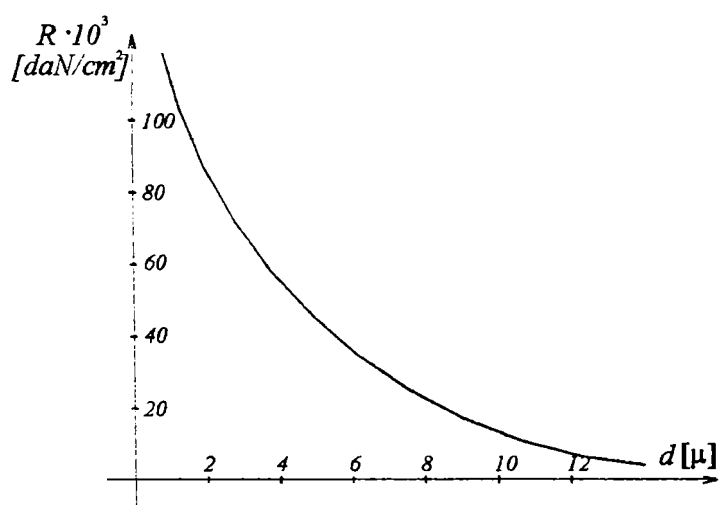


Fig. 3.1 - Variația rezistenței la tracțiune a fibrelor de sticlă în funcție de diametru ($R =$ rezistența la tracțiune; $d =$ diametrul fibrei).

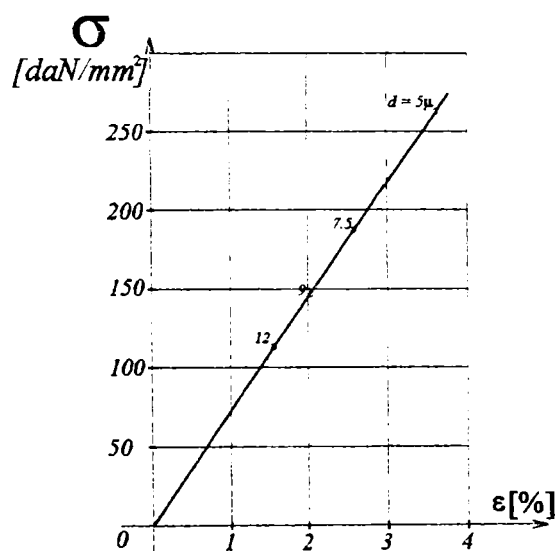


Fig. 3.2 - Diagrama $\sigma - \epsilon$ la tracțiune pentru fibrele de sticlă de tip E cu diferite diametre (Punctele simbolizează ruperea fibrei)

Cele mai frecvent utilizate tipuri de sticlă sunt:

- sticla A, cu o compoziție asemănătoare sticlei folosite la fabricarea geamurilor, este sensibilă la acțiunea umidității datorită conținutului ridicat în oxizi alcalini;
- sticla C se mai numește și sticla chimică, ea prezintă o bună rezistență la acțiunea acizilor și se folosește în cazul materialelor plastice armate la realizarea barierelor chimice;
- sticla D conține bioxid de siliciu în cantități mari, prezintă densitate mică, proprietăți electrice bune și se folosește în industria electronică;
- sticla E, este un borosilicat de calciu și aluminiu, și este cel mai folosit tip de sticlă, deoarece caracteristicile ei mecanice și electrice sunt foarte bune;
- sticla L se mai numește sticla de plumb, din ea confecționându-se elemente

de protecție împotriva razelor X;

- sticla M conține oxid de beriliu are modulul de elasticitate mare și este un bun material de armare al maselor plastice, dar are dezavantajul costului ridicat;

- sticla S conține oxizi de siliciu, aluminiu și magneziu, proprietățile ei fizico-mecanice sunt deosebite și se folosește în industria aviatică și aerospațială.

Firele de sticlă pot fi obținute prin procedeul de tragere din baghete de sticlă sau prin procedeul de tragere prin filieră a bilelor de sticlă sau a sticlei topite. Ele au diametrele cuprinse între $3 \div 18$ microni.

În vederea facilitării prelucrării fibrelor de sticlă, pe suprafața lor se depune o peliculă de ancolant care împiedică abraziunea lor și face posibilă prelucrarea lor textilă.

În momentul punerii în operă, materialele de ancolare sunt îndepărtate și înlocuite cu agenți de îmbunătățire a aderenței. Aceștia constituie stratul intermediar dintre rășină și fibră și sunt răspunzători de buna aderență dintre ele.

Un fir de bază, numit "strand", este un ansamblu de filamente paralele, produse simultan și ușor legate împreună, fără o răsucire intenționată [3.14]. Fibrele de sticlă folosite ca armături sunt formate dintr-un număr mare de filamente eventual răsucite o dată sau de mai multe ori.

Armătura confecționată din fibre de sticlă poate fi de următoarele tipuri:

- fascicule de fibre paralele, continue sau filate, cunoscute sub numele de roving și tipuri de roving speciale: roving pentru tocare, roving pentru înfășurare, roving pentru țesere, roving pentru impregnare continuă, roving buclat;

- pături din șuvițe tocate sau continue, presate mecanic sau aglomerate prin intermediul unui liant poliesteric, numite maturi;

- maturile de fibre continue sunt recomandate ca armătură la materialele compozite confecționate mecanic iar maturile de fibre tăiate sunt recomandate la confecționarea manuală a acestora;

- matul de suprafață, format dintr-o împâslitură foarte subțire de fibre de sticlă, folosit pentru realizarea straturilor netede, bogate în rășină, de la suprafața elementelor;

- țesăturile din fibră de sticlă pot fi realizate în diferite modele, rezultând grosimi de $0.03 \div 0.55$ mm, țeserea poate fi realizată tip "pânză", tip "țesere diagonală" sau tip "satin".

Funcție de cerințele de exploatare ale produsului fabricat, țesăturile pot fi echilibrate sau neechilibrate. În cazul țesăturilor echilibrate urzeala și bătătura au același număr de fire astfel că materialul compozit va avea proprietăți fizico-mecanice asemănătoare pe cele două direcții. Țesăturile neechilibrate permit obținerea de proprietăți diferențiate pe cele două direcții.

- împletiturile de roving sunt confecționate prin țeserea rovingurilor flexibile, grosimea lor fiind cuprinsă între 0.2 și 0.9 mm.

3.2.3 Acceleratorii și catalizatorii

Aceștia sunt inițiatorii reacției de polimerizare a rășinii. Ei trebuie să fie dozați în proporții bine stabilite, deoarece influențează proprietățile mecanice ale materialului compozit.

Rolul de catalizator poate fi îndeplinit de majoritatea peroxizilor organici. La alegerea catalizatorului trebuie să se țină seama de tehnologia de fabricare, temperatura de lucru, conținutul în oxigen activ, temperatura critică a peroxidului și de reactivitatea rășinii. Pentru micșorarea timpului de formare a gelului și în consecință a timpului de uzinare, este foarte important dozajul corect al cantității de catalizator. Cantitățile mari de catalizator acționează defavorabil, iar cantitățile prea mici conduc la întăriri insuficiente care nu pot fi compensate printr-o post-întărire.

În cazul de față s-au folosit drept catalizatori peroxid de metil-etil-cetonă și peroxid de benzoil. Peroxidul de benzoil se utilizează mai ales în cazul condițiilor de prelucrare la temperaturi mari. Peroxidul de metil-etil-cetonă este cel mai utilizat în cazul prelucrării la temperaturi obișnuite cu sau fără accelerator.

Acceleratorii se folosesc împreună cu peroxizii pentru constituirea sistemelor redox:

- peroxizi cetonici – săruri de cobalt;
- hidroperoxizi – săruri de cobalt;
- peroxizi de acil – amine terțiare.

Fiecare sistem redox impune un anumit timp de gelifiere și întărire.

Ca accelerator se pot folosi săruri de metale grele (Co, Mn, Pb, Zn, St, Fe) împreună cu hidroperoxizi, săruri de cobalt, amine aromatice, precum și amine terțiare care adăugate în proporții mici la sistemul redox inițial accelerează reacția de polimerizare, micșorând timpul de gelifiere fără să afecteze întărirea și caracteristicile produsului.

Sistemul catalizator accelerator folosit aici este naftenat de Co și octoat de Co [4].

3.2.4 Umpluturile

Materialele de umplere adăugate rășinii au ca scop reducerea costului produsului final și modificarea unor proprietăți fizico-mecanice ale lui. Ele trebuie să fie ieftine, să aibă o bună capacitate de umețtare cu rășină și să nu afecteze întărirea materialului compozit. Cel mai des utilizate în practică sunt:

- bioxid de siliciu coloidal, talc, făină de cuarț, cretă măcinată, oxid de magneziu, RUF (rășină ureofolmaldehidică pulverulentă) pentru mărirea vâscozității;
- pulberi minerale (carbonat de calciu, azbest, caolin) pentru îmbunătățirea stabilității dimensionale, a rigidității și a durtății și pentru reducerea absorbției de apă;
- pulberi metalice de Al, Zn, Cu, etc. pentru îmbunătățirea caracteristicilor electrice, termice și mecanice;
- oxid de magneziu pentru reducerea contracțiilor la formare;

- silicea naturală și silicea coloidală pentru mărirea vâscozității și îmbunătățirea caracteristicilor mecanice.

3.2.5 Adaosurile

Aceste substanțe sunt folosite pentru obținerea unor caracteristici deosebite ale produsului finit. Se pune condiția ca ele să fie inerte în raport cu sistemul catalitic adoptat.

În această categorie intră:

- coloranții adăugați rășinei au ca rezultat obținerea unor produse transparente de diverse nuanțe;
- pigmentii pot fi anorganici sau organici, se adaugă la rășină în proporție de 5-10% din greutatea ei. Produsele obținute sunt opace de diferite culori;
- stabilizatorii de lumină (dihidroxibenzofenonă) pentru absorbirea radiațiilor ultraviolete;
- trietil cianurat pentru creșterea rezistenței la căldură;
- substanțe ignifugante (trioxid de stibiu, fosfat de zinc, silicat de sodiu, etc.).

Cantitățile indicate de adaosuri sunt de ordinul procentelor pentru a nu afecta negativ proprietățile mecanice ale rășinii.

Ca umpluturi s-au folosit praf de cretă și coloranți.

3.2.6 Diluantul

Pentru corijarea vâscozității rășinii poliesterice s-a folosit în cazul de față stirenul monomer.

3.2.7 Chitul poliesteric

Acesta servește la corectarea unor defecte de suprafață. Ca și chit s-a folosit de asemenea stirenul monomer.

3.2.8 Lacul de suprafață.

Armătura din straturile marginale este acoperită cu un strat foarte subțire de rășină. În timpul exploatarei acesta poate fi erodat de către elementele abrazive din atmosferă, accelerate datorită vântului. Pentru evitarea unei astfel de deteriorări, produsele finite se acoperă (după finisarea prin șlefuire a suprafeței) cu învelișuri speciale de tipul gel-coatului, acesta asigurând realizarea unei suprafețe netede și lucioase. Aplicarea lui se face cu pensula sau prin pulverizare rezultând un strat cu grosimea cuprinsă între 0.3 și 0.6 mm. Pentru obținerea gel-coatului se poate folosi rășina numită polestral 120 sau lacuri bazate pe rășini acrilice, poliuretanică sau polifluorură de vinil.

Pe suprafețele finisate ale panourilor studiate s-a depus prin pulverizare palux.

În afară de materiile prime de bază care se găsesc integral în produsul finit, în cazul procesului tehnologic de fabricare PAFS au fost folosite și materii prime auxiliare. Acestea nu se regăsesc în produsul finit, dar concură la realizarea acestuia. În această categorie intră ceara de albine și folia poliesterică folosite ca agenți de separare, acetona tehnică și benzina folosite pentru degresarea suprafețelor în vederea mării aderenței rășinii, etc.

3.3 Procedee de fabricare a PAFS

Dintre procedeele tehnologice pentru obținerea PAFS se pot menționa:

- procedeul prin contact (manual);
- procedee de formare la presiune joasă;
- procedee de formare la presiune înaltă;
- procedee în care se utilizează materiale impregnate;
- procedeul de formare prin înfășurarea filamentelor.

Metoda cea mai veche și mai simplă este cea manuală. Ea se recomandă la producția mică sau la fabricarea unor elemente mari. Fazele tehnologice sunt următoarele:

- confecționarea matrițelor (din lemn, ghips, metal sau materiale plastice armate cu fibră de sticlă);
- pregătirea suprafeței matrițelor;
- aplicarea primei pelicule de impregnat (Nestrapol 450 + Naften de Co + Peroxid de metil-etilcetonă);
- în momentul intrării în gel a primei pelicule de impregnat, se întinde o nouă peliculă de rășină peste care se depune imediat primul strat de armătură din fibră de sticlă;
- stratul de armătură se tifuiește cu pensula, cu aport de impregnat până la îmbibarea lui cu rășină;
- la intrarea în gel a acestui strat, se aplică succesiv cele două straturi de armare în același mod, până la atingerea grosimii proiectate;
- are loc polimerizarea și întărirea rășinii (poate fi grăbită prin așezarea produsului într-un curent de aer cald la $35 \div 40^\circ \text{C}$);
- decofrarea produsului;
- finisarea produsului prin șlefuire și lăcuire.

Marele avantaj al procedeului manual constă în simplitatea lui, nepretinzând o calificare specială a personalului sau utilaje scumpe. Ca și dezavantaje pot fi enumerate:

- consumul ridicat de manoperă și faptul că în mare măsură calitățile produsului finit depind de priceperea și conștiinciozitatea muncitorilor;
- procentul de armare al materialului compozit nu poate fi mai mare de 40%;
- prin această tehnică nu există posibilitatea menținerii raportului rășină-fibră constant astfel că proprietățile materialului compozit diferă de la un punct la altul al produsului;
- grosimile elementelor variază în limite destul de importante.

3.4 Proprietățile fizico-mecanice ale PAFS

3.4.1 Influența materialelor componente

Determinarea caracteristicilor fizice și mecanice ale materialelor compozite presupune efectuarea unui mare număr de încercări, deoarece există o mare diversitate de factori care le influențează.

În cazul PAFS, polimerul influențează proprietățile mecanice dar mai ales acționează asupra rigidității, a comportării termice, a proprietăților electrice, stabilității chimice și rezistenței la foc. Proprietățile polimerului au o influență mai mare la materialele armate cu mat.

Armarea cu fibre de sticlă are un rol hotărâtor în ceea ce privește toate proprietățile mecanice ale PAFS.

Pe un anumit domeniu, rezistențele mecanice variază liniar cu creșterea conținutului în fibre de sticlă. Rezistențele la tracțiune, compresiune și încovoiere prezintă un optim, situat aproximativ la aceleași valori ale procentului de armare, după care scad cu creșterea acestuia.

În ceea ce privește modul de distribuție a fibrelor, acesta are o importanță deosebită în stabilirea caracteristicilor mecanice. Cel mai bine se comportă materialele armate unidirecțional, pe direcția de acțiune a solicitării.

Materialele armate cu țesături din fibre de sticlă echilibrate au avantajul de a avea rezistențe egale pe două direcții. Țesăturile neechilibrate dau posibilitatea obținerii unor rezistențe mai mari pe o direcție.

Materialele armate cu mături sau pături de fibre sunt izotrope, dar rezistențele au valori mai mici. Dacă matul este alcătuit din fibre cu diametre foarte mici, rezistența la îmbătrânire a materialului crește.

Un alt factor important est aderența rășinii la fibra de sticlă. Dacă aceasta nu este satisfăcătoare, transmiterea forțelor de la rășină la fibrele de sticlă are loc doar prin frecare, caracteristicile mecanice ale materialului compozit fiind afectate în mod defavorabil.

Condițiile de întărire a elementelor structurale realizate di PAFS sunt hotărâtoare pentru proprietățile lor. Cele mai bune valori ale caracteristicilor mecanice rezultă în urma întăririi polimerului la temperaturi relativ mici, într-un timp mai lung. Scurtarea timpului de întărire prin ridicarea temperaturii peste anumite limite, scade proprietățile mecanice ale materialului.

Conținutul în stiren influențează în mod diferit proprietățile mecanice ale PAFS. I. Manoviciu [3.12] a studiat această problemă pentru un poliester armat cu pătură de sticlă (26%). Timpul de întărire a fost de 1 minut. Temperatura de întărire : 120 °C. Rezistențele în stare umedă și absorbția de apă s-au măsurat după 2 ore de menținerea a probei în apă la fierbere. Rezultatele sunt date în fig. 3.3

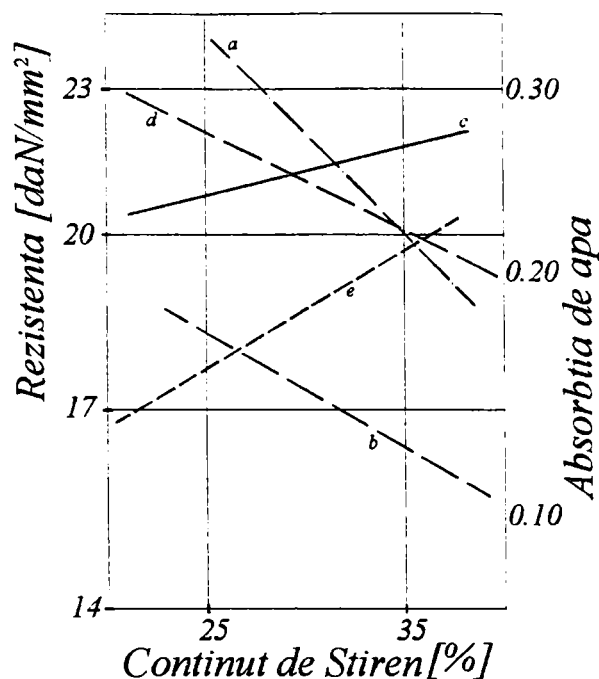


Fig. 3.3 - Influența conținutului în stiren asupra proprietăților unui laminat poliesteric
a) compresiune la probă uscată, b) compresiune la probă umedă, c) încovoiere la probă uscată, d) încovoiere la probă umedă, e) absorbția de apă

După cum se vede, stirenul în exces este defavorabil proprietăților mecanice ale materialului compozit.

Existența unor defecte care duc la concentrări de eforturi este inerentă în procesul de fabricare astfel că proprietățile PAFS depind de volumul elementelor realizate. La plăci se poate vorbi despre o grosime optimă, până la care rezistențele mecanice ale materialului cresc cu creșterea grosimii plăcii. La valori mai mari ale grosimii, rezistențele scad.

3.4.2 Relații de calcul teoretice pentru determinarea proprietăților unui material compozit

În [3.9] se propune o relație de calcul pentru determinarea teoretică a proprietăților unui material compozit funcție de proprietățile materialelor componente. Pentru aceasta, este luat în considerare un material ideal, care îndeplinește următoarele condiții:

- aderența fibră-rășină este perfectă și ambele materiale au aceeași alungire la rupere;
- materialul compozit respectă legea lui Hooke;
- fibrele sunt drepte, paralele între ele și paralele cu direcția solicitării, iar tensiunile au aceeași valoare în toate fibrele.

În aceste condiții, în general, proprietatea X_m a materialului compozit, se poate scrie

$$X_M = \sum_{i=1}^n X_i \frac{A_i}{A_M} \quad (3.1)$$

în care:

- n = numărul materialelor componente;

- X_i = proprietatea componentei i ;
- A_i = aria secțiunii transversale a componentei i ;
- A_M = aria secțiunii transversale a materialului compozit.

Dacă materialul compozit are doar două componente, liantul și fibrele, rezultă relația

$$X_M = X_S \varphi_S + X_P (1 - \varphi_S) \quad (3.2)$$

în care:

- X_S = proprietatea respectivă a fibrelor;
- $\varphi_S = \frac{A_S}{A_M}$ = conținutul volumic în fibre;
- X_P = proprietatea respectivă a rășinii (polimerului).

Relațiile precizate anterior sunt amendate cu coeficienți de corecție care țin seama de abaterile comportării materialului real față de ipotezele considerate.

Relația (3.2) poate servi la determinarea caracteristicilor mecanice ale PAFS dacă din conținutul total în fibre de sticlă se ia în considerare numai acela corespunzător fibrelor orientate în direcția solicitării. Se introduce astfel coeficientul k_{11} care precizează conținutul în fibre de sticlă orientate în direcția solicitării raportat la conținutul total în fibre.

- La armarea cu roving, fibrele fiind orientate în sensul solicitării, $k_{11} = 1$ iar pentru solicitarea perpendiculară pe fibre, $k_{11} = 0$;
- La armarea cu mat, $k_{11} = 0,5$;
- În cazul armării cu țesături echilibrate, la solicitare în direcția urzelii sau bătăturii, $k_{11} = 0,5$;
- Pentru țesături neechilibrate sau nebalansate, cu raporturi mari urzeală/bătătură $k_{11} = 0,9$.

3.4.3 Conținutul în fibre de sticlă

Materialele armate unidirecțional pot ajunge la procente de armare de 90%. În cazul armării cu țesături de fibre, se utilizează de obicei un procent de armare de 45÷60%. Procentul de armare pentru materialele armate cu mat este de 20 ÷ 50%.

Pentru determinarea conținutului volumic și conținutului masic în fibre de sticlă în [6] sunt precizate relații de calcul valabile numai pentru armarea cu mat sau cu țesătură.

$$\varphi_s = \frac{nm_s}{1000\rho_s s}; \quad \psi_s = \frac{\varphi_s \rho_s}{\rho_P + \varphi_s (\rho_s - \rho_P)}. \quad (3.3 \text{ a, b})$$

în care:

- φ_s = conținutul volumic în sticlă [%];
- n = numărul de straturi de armătură;

- m_s = masa pe unitate de suprafață a unui strat de armare [g/m^2];
- s = grosimea laminatului [mm];
- ψ_s = conținutul masic în fibre de sticlă [%] → procentul de armare în greutate;
- ρ_p = densitatea rășinii [g/cm^3].

Dacă armarea s-a făcut cu mături aglomerate prin intermediul unui liant, trebuie scăzută masa acestuia din m_s , (aproximativ 10% din m_s)

3.4.4 Densitatea

Densitatea unui material compozit depinde de densitățile și dozajele materialelor componente. I. Manovicu [3.12] propune pentru calculul densității PAFS relația

$$\rho_M = \frac{100\rho_p\rho_s}{\psi_s\rho_p + (100 - \psi_s)\rho_s} \quad (3.4)$$

Gert Hintersdorf [3.9] aplică relația (3.2) obținând pentru calculul densității expresia

$$\rho_M = \rho_s\varphi_s + \rho_p(1 - \varphi_s) \quad (3.5)$$

Relația este transpusă grafic, alcătuindu-se o nomogramă în care se poate determina ρ_M funcție de ψ_s și de densitatea rășinii.

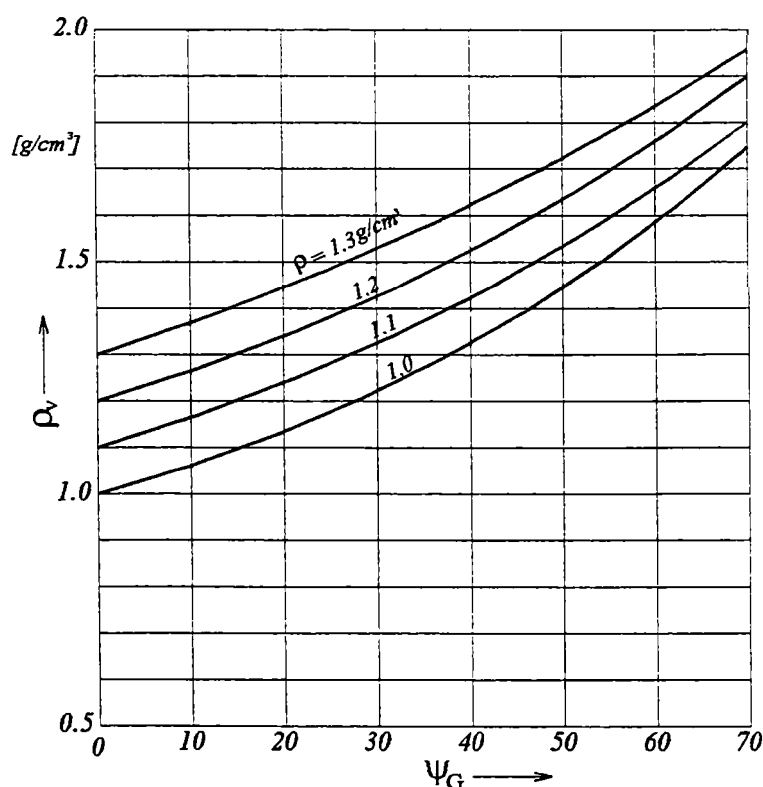


Fig. 3.4 - Nomogramă pentru determinarea densității PAFS

Relațiile sunt aproximative deoarece nu iau în considerare golurile apărute în material în urma procesului de fabricare a elementelor.

3.4.5 Rezistența la tracțiune

Curba tensiune-deformație a unui material compozit solicitat la tracțiune depinde atât de comportarea la această solicitare a materialelor componente cât și de dozarea acestora și de felul armării.

Din acest punct de vedere PAFS este un material heterogen. Fibrele de sticlă folosite în fabricarea elementelor de construcții au rezistența la tracțiune de $100 \div 200$ daN/mm² și alungirea la rupere de $2 \div 3\%$. Rășinile poliesterice întărite au rezistența la tracțiune de $4 \div 6.5$ daN/mm² și alungirea la rupere de $2 \div 5\%$

Luând în considerare un asemenea material, armat unidirecțional cu roving și solicitat la tracțiune în direcția fibrelor, în [3.9] se arată că diagrama σ - ϵ este liniară până la ruperea probei iar panta ei este dependentă de conținutul în fibră de sticlă. În ipoteza unei adeziuni perfecte între fibră și rășină, tensiunile se transmit prin intermediul rășinii, fibrelor până la ruperea acestora.

La alegerea rășinii trebuie să se țină seama că valoarea alungirii ei la rupere, ϵ_P , trebuie să fie cel puțin egală cu ϵ_F , alungirea la rupere a fibrelor, deoarece altfel, cedarea materialului compozit se va produce nu prin ruperea armăturii ci, prin fisurarea liantului. O astfel de situație este defavorabilă, deoarece capacitatea de rezistență a armăturii nu este integral folosită. Figura 3.5 pune în evidență cele două situații care pot să apară.

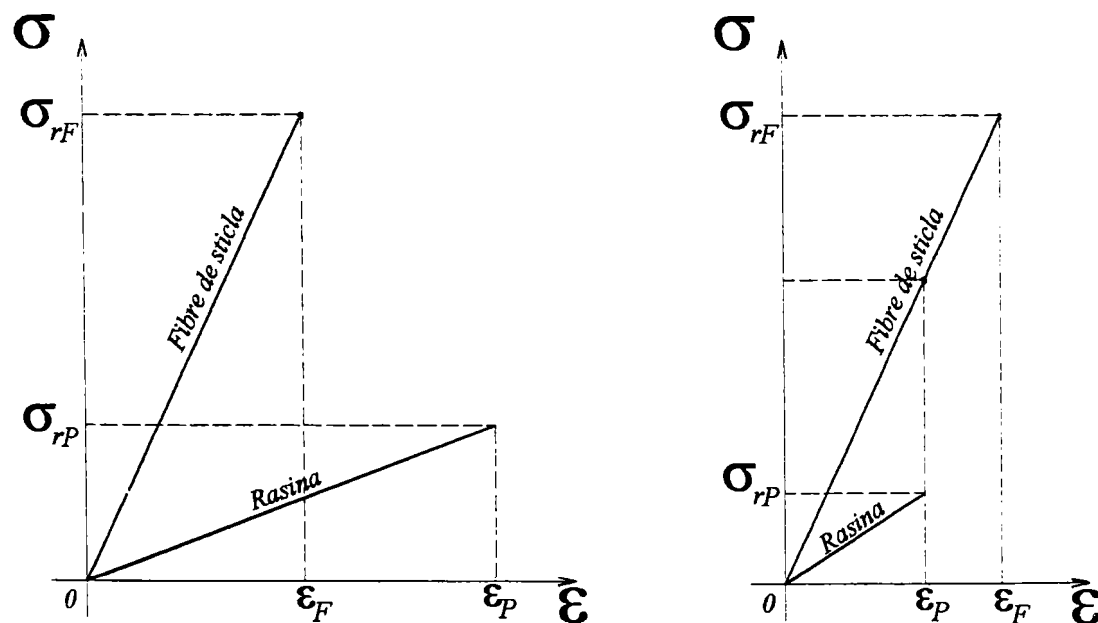


Figura 3.5 - Influența la rupere a polimerului asupra rezistenței de tracțiune a materialului compozit: a) $\epsilon_P \geq \epsilon_F$ - rezistența la tracțiune a fibrelor de sticlă este integral folosită;
b) $\epsilon_P < \epsilon_F$ - rezistența la tracțiune a fibrelor de sticlă este numai parțial folosită;
 ϵ_F, σ_F - alungirea la rupere respectiv rezistența la rupere a fibrelor de sticlă;
 ϵ_P, σ_P - alungirea la rupere respectiv rezistența la rupere a rășinii;

În cazul aceluiași material, dar solicitat la tracțiune perpendicular pe direcția fibrelor, aproape toată solicitarea este preluată de rășină. Considerând că nu există fibre orientate în sensul solicitării, se poate observa în fig. 3.6 că există zone

numai cu rășină care alternează cu porțiuni care conțin în majoritate sticlă. Modulul de elasticitate E al fibrelor de sticlă fiind mult mai mare decât acela al rășinii, aproape toată alungirea este preluată de rășină. În zonele cu puțină rășină, (în dreptul armăturilor), alungirea rășinii, $\varepsilon_P = \Delta l' / \Delta l$ este semnificativ superioară alungirii totale a materialului compozit.

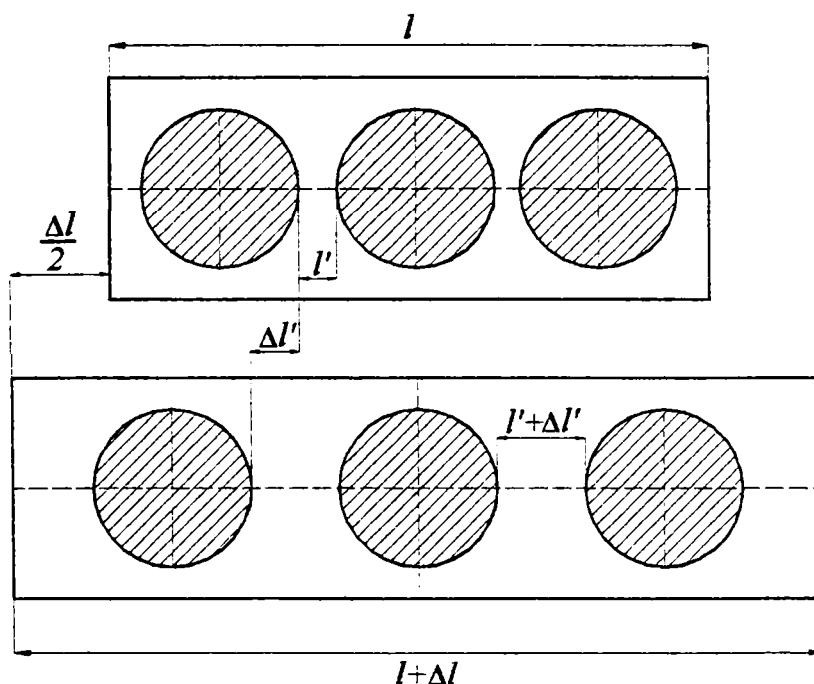


Fig. 3.6 - Reprezentarea schematizată a creșterii lungirii specifice la un element armat cu roving și solicitat la întindere pe direcție perpendiculară pe fibre.

Alungirea la rupere a rășinii este atinsă mai repede decât aceea a materialului compozit. Aceasta se întâmplă cu atât mai repede cu cât conținutul de sticlă este mai mare. În concluzie o astfel de solicitare este dezavantajoasă, deoarece rezistența la rupere a unui element din PAFS în acest caz este mai mică decât aceea a rășinii și scade cu creșterea procentului de armare.

O relație simplă pentru calculul rezistenței la tracțiune în cazul unui material armat unidirecțional cu o adeziune perfectă fibre-rășină este precizată de Ștefan C. Ispas [3.10].

$$\sigma_M = V_S \cdot \sigma_S + E_P \cdot V_P \cdot \varepsilon_S \quad (3.6)$$

în care:

- σ_M = rezistența la tracțiune a materialului compozit
- σ_S = rezistența la tracțiune a fibrei de sticlă
- V = % din volumul fibrelor
- ε = alungirea la rupere
- indicii M,S,P indică materialul compozit, fibra de sticlă și polimerul (rășina).

Relația (3.6) este aplicată unui compozit pentru care curba tensiune-deformație este de forma arătată în figura 3.7.

În [3.12] s-a stabilit o formulă de calcul a rezistenței la tracțiune în ipoteza că alungirea la rupere a materialului compozit cu armare unidirecțională, la o solicitare

în direcția fibrelor, este egală cu cea a materialelor componente.

$$\sigma_M = \sigma_P \frac{F_P}{F_P + F_S} + \sigma_S \frac{F_S}{F_P + F_S} \quad (3.7)$$

în care:

- σ_M = rezistența la tracțiune a materialului compozit
- σ_P, σ_S = rezistența la tracțiune a polimerului, respectiv al fibrei de sticlă
- F_S, F_P = fracțiile procentuale ale polimerului, respectiv fibrei de sticlă

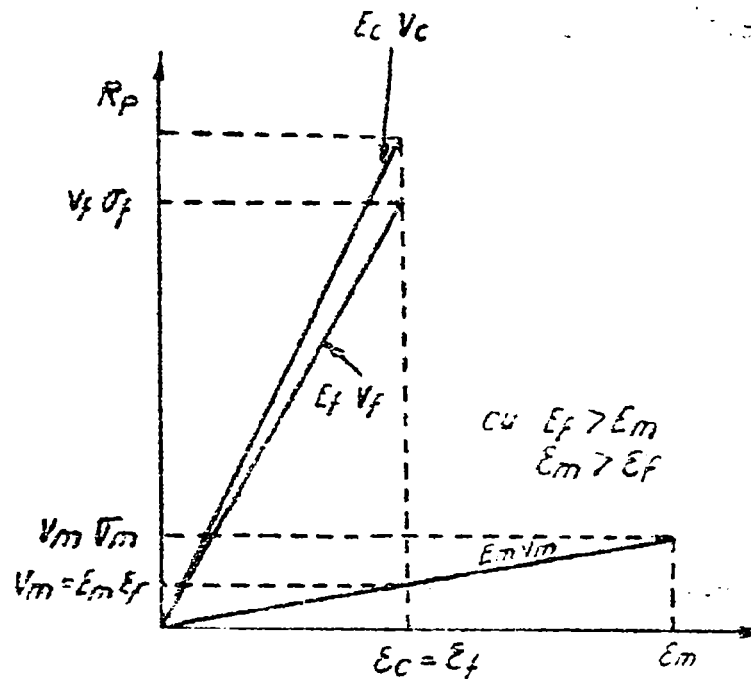


Fig. 3.7 - Curba tensiune-deformație a unui compozit unidirecțional

Dacă nu se cunosc fracțiile procentuale, ci conținutul în procente de greutate al fibrelor de sticlă, G , relația (3.7) se scrie astfel

$$\sigma_M = \frac{\sigma_P \rho_S (100 - G) + \sigma_S \rho_P G}{(100 - G) \rho_S + G \rho_P} \quad (3.8)$$

în care:

- ρ_P = densitatea polimerului
- ρ_S = densitatea sticlei

Conform relațiilor (3.7) și (3.8) rezistența la tracțiune a materialului compozit crește liniar cu conținutul în fibre de sticlă.

În cazul PAFS, rășina și fibrele de sticlă au coeficienți de dilatare și moduli de elasticitate diferiți. Aceasta conduce, după întărirea materialului, la apariția unor tensiuni interne. Pe baza unor studii pe modele, în [3.12] s-a ajuns la concluzia că valoarea maximă a rezistenței la tracțiune se atinge pentru un conținut de $\approx 50\%$ volum (= 65% greutate) fibre de sticlă. Așa cum se vede din figura 3.8, la depășirea procentului optim de armare, rezistența la tracțiune scade.

Luând în considerare relația 3.2, în [3.9] este dată o relație de calcul a

rezistenței la tracțiune în funcție de coeficienții k_{II} și α , care țin cont de tipul de armare și de proprietățile rășinii.

$$\sigma_M = \alpha [\sigma_S \phi_S k_{II} + \sigma_P (1 - \phi_S k_{II})] \quad (3.9)$$

în care:

- ϕ_S = conținutul volumic în fibre de sticlă;
- k_{II} = partea din conținutul în sticlă poziționată pe direcția de acțiune a solicitării, raportată la conținutul total;
- α = coeficientul care ține seama de, modul de armare, agentul de adeziune aplicat fibrelor, de modul de confecționare a țesăturii, alungire la rupere a fibrelor, etc. El este determinat experimental și ia valori între 0.5 și 1.

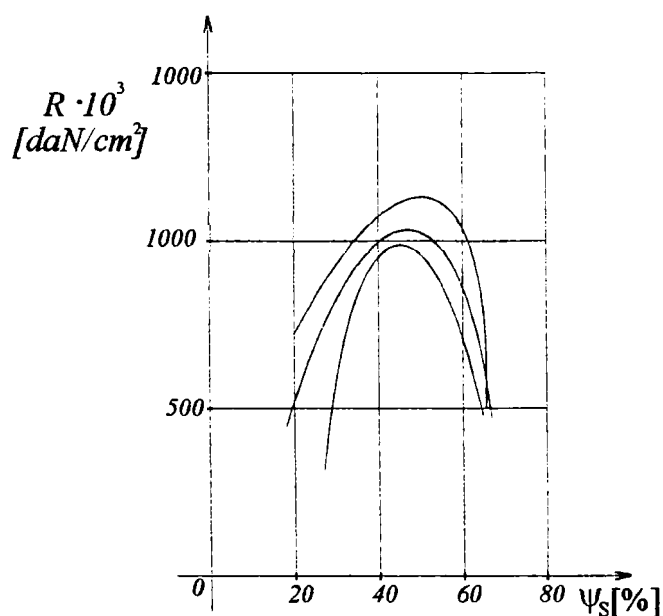


Fig. 3.8 - Rezistența la tracțiune a unor poliesteri armați cu țesături diferite din fibre de sticlă. (R = rezistența la tracțiune a materialului compozit; ψ_S = conținutul în fibre de sticlă)

3.4.6 Rezistența la compresiune

Rezistența la compresiune a PAFS este mult mai scăzută decât rezistențele la compresiune ale rășinii și sticlei. Ea depinde de proprietățile rășinii mai mult decât celelalte proprietăți mecanice ale materialului compozit și anume, crește cu cât coeficient de contracție al rășinii este mai mic.

Rezistența la tracțiune și rezistența la compresiune cresc cu creșterea procentului de armare, până la atingerea unui procent de armare optim, după care scad.

Conform STAS 5873-83, în cazul armării cu țesături sau fibre orientate, rezistența la compresiune este dependentă de direcția solicitării. Țesăturile fine sunt mai avantajoase decât cele grele.

Teoretic, rezistența la compresiune se poate calcula cu relația

$$\sigma_M^{compresiune} = \alpha \sigma_M^{tracțiune} \quad (3.10)$$

în care:

- α =coeficient care ține seama de procentul de armare, de tipul armăturii, de grosimea elementului și de tipul rășinii.

În figura 3.9 se poate afla valoarea α în funcție de procentul de armare pentru diferite tipuri de armare. Se observă că cel mai bine se comportă la compresiune elementele armate cu mat.

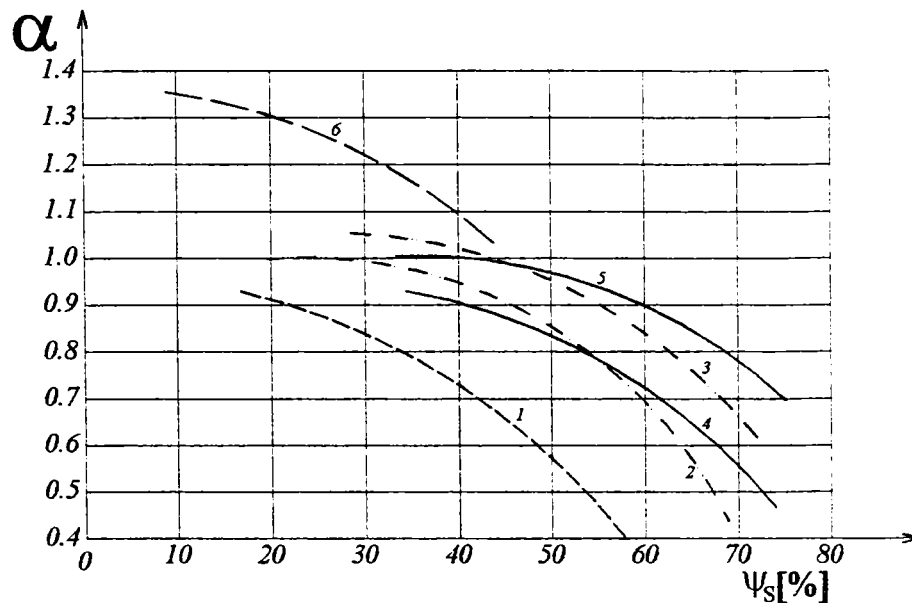


Figura 3.9 - Coeficientul α la solicitarea de compresiune. 1- țesătură din roving; 2- țesătură cu grosimea de 1 mm; 3 - țesătură cu grosimea mai mare de 3 mm.

3.4.7 Rezistența la încovoiere

Factorii care influențează rezistența la încovoiere a PAFS sunt aceiași cu cei de care sunt dependente rezistența la tracțiune și rezistența la compresiune.

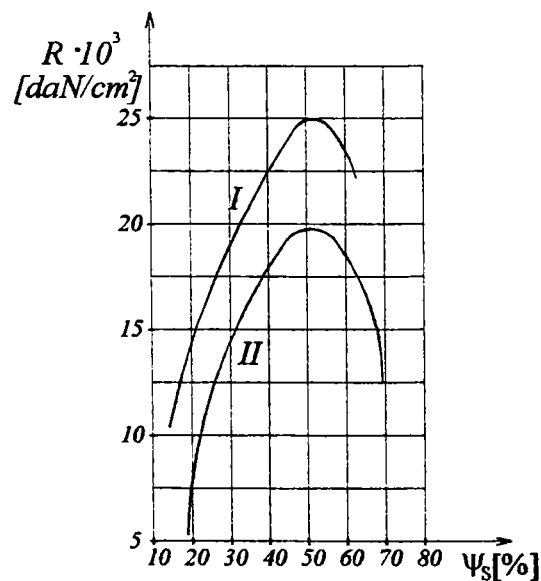


Fig 3.10 - Variația rezistenței la încovoiere în funcție de conținutul în sticlă pentru armarea cu două tipuri I și II de pătură de sticlă

În STAS 5874-83 se arată că rezistența la încovoiere are și ea un maxim pentru un anumit procent de armare, după care scade cu creșterea conținutului în fibre de sticlă (Figura 3.10).

În cazul epruvetelor armate cu țesătură solicitate la încovoiere, ruperea se produce prin separarea straturilor în partea comprimată.

La fel ca și la rezistența la compresiune, rezistența la încovoiere se calculează în [3.9] pe baza rezistenței la tracțiune:

$$\sigma_M^{incovoiere} = \alpha_i \sigma_M^{tracțiune} \quad (3.11)$$

Coeficientul α_i depinde de procentul de armare, de modul de armare și de tipul rășinii. El se poate determina din Figura 3.11.

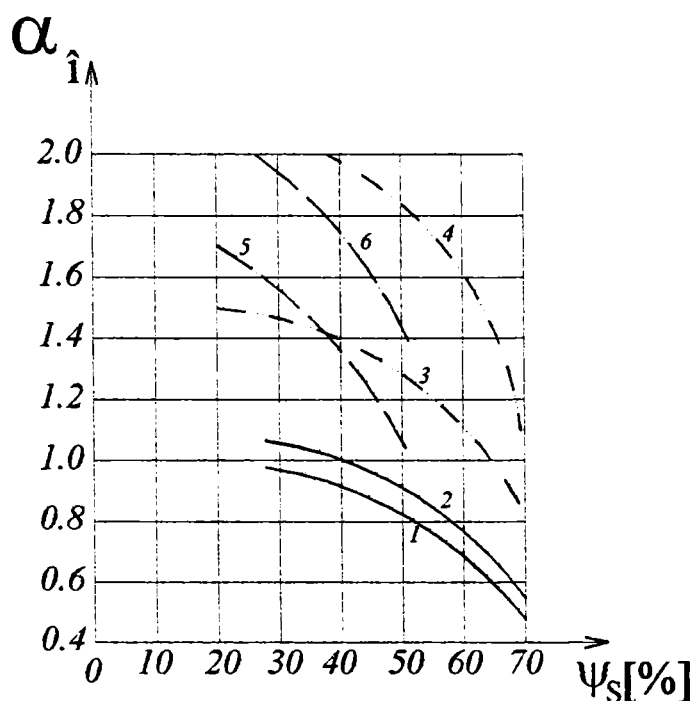


Fig. 3.11 Coeficientul α_i la solicitarea de încovoiere, 1- Roving + rășină poliestică; 2 - Roving + rășină epoxidică; 3 - Țesături + rășină poliestică; 4 - Țesătură + rășină epoxidică

Valorile astfel obținute sunt aproximative, deoarece rezistența la încovoiere depinde în mare măsură de dimensiunile elementului și de aderența fibră-rășină.

3.4.8 Rezistența la forfecare

Rezistența la forfecare este influențată mai mult decât celelalte proprietăți mecanice ale PAFS de calitățile rășinii, de tipul de armare și de procedeul de obținere.

La materialele izotrope, de exemplu cele armate cu mat, rezistența la forfecare se poate calcula cu relația

$$\tau_M \approx \frac{2}{3} \sigma_M^{tracțiune} \quad (3.12)$$

Factorul 2/3 introduce influența existenței stării plane de tensiune.

3.4.9 Modulul de elasticitate longitudinal E

În [3.12] și [3.4] s-a ajuns la concluzia că PAFS se comportă aproximativ elastic iar la solicitarea de tracțiune, curba σ - ε respectă la temperatura normală legea lui Hooke până la rupere. Valoarea modulului E depinde foarte mult de modul de dispunere a armăturii. Cele mai mari valori se obțin pentru dispunerea paralelă a fibrelor de sticlă în direcția solicitării. Cu cât fibrele sunt mai lungi în raport cu diametrul lor ("infinite"), modulul E al materialului compozit depinde numai de modulul E al fibrelor de sticlă și de procentul de armare [3.12]. Pentru materiale armate cu roving paralel cu procentul de armare de 60%, modulul E se poate calcula cu relația:

$$E_M = E_S \frac{F_s}{F_s + F_p} = E_S \frac{G\rho_p}{G\rho_p + (100 + G)\rho_s} \quad (3.13)$$

în care:

- E_M = modulul de elasticitate longitudinal al materialului compozit;
- E_S = modulul de elasticitate longitudinal al sticlei;
- F_S și F_P = fracțiile procentuale ale fibrei de sticlă respectiv ale rășinii ($F_S + F_P = 100$);
- ρ_S, ρ_P = densitatea fibrei de sticlă respectiv a rășinii;
- G = conținutul (% greutate) în fibre de sticlă.

Relația (3.13) este valabilă și pentru materialele armate cu fibre scurte până la valoarea încărcării la care este păstrată aderența fibră-rășină. Dacă aceasta este compromisă, transmiterea forțelor se face prin fenomenul de frecare dintre rășină și fibră și calculul modulului E se face cu relația

$$E_M = E_M^1 - \frac{E_S \sigma_v D}{4\mu \sigma_p s} = E_S \left(\frac{F_s}{F_s + F_p} - \frac{1}{4\mu} \frac{\sigma_v D D}{\sigma_p l s} \right) \quad (3.14)$$

în care:

- E_M = modulul de elasticitate longitudinal al rășinii armate cu fibre scurte;
- E_M^1 = modulul de elasticitate calculat cu relația anterioară;
- μ = coeficientul de frecare rășină-sticlă;
- σ_v = încărcarea specifică;
- σ_p = limita de curgere a rășinii;
- D = diametrul fibrei de sticlă;
- L = lungimea fibrei de sticlă;
- s = distanța relativă dintre fibrele de sticlă.

Pentru același tip de material: PAFS armat cu mat sau cu fibre scurte, conform relației 3.2 se poate deduce o altă relație de calcul teoretică pentru modulul E care însă conduce la rezultate apropiate de cele experimentale numai pentru $k_{II m} = 0.5$

$$E_M = E_S \phi_s k_{II} + E_P (1 - \phi_s k_{II}) \quad (3.15)$$

La materialele armate cu țesătură din fibre, modulul E are valori mai mici decât la materialele armate unidirecțional cu același conținut în sticlă. Acest lucru se întâmplă, deoarece numai o parte a fibrelor este dispusă pe direcția solicitării. O influență semnificativă o are faptul că în urma țeserii fibrele rămân ondulate. Totuși nu se poate ține seama doar de fibrele dispuse pe direcția solicitării deoarece și fibrele dispuse perpendicular pe aceasta influențează valoarea modulului E. În condițiile unui material ideal, Gert Hintesdorf [3.9] propune pentru calculul modulului E în cazul materialelor armate cu țesături de fibre, relația

$$E_M = E_S \phi_s k_{II} + E_P (1 - \phi_s) k_{II} + \frac{1 - k_{II}}{(1 - \mu_P^2)(1 - \sqrt{\phi_s})} \quad (3.16)$$

În [3.3] se prezintă determinarea modulului de elasticitate longitudinal al materialului compozit armat unidirecțional pe baza simulării numerice în programul de calcul cu elemente finite ALGOR. Modelul utilizat este un panou dreptunghiular cu dimensiunile în plan 44x8,806 mm și grosimea de 0.4 mm realizat din rășină epoxidică armată cu fibre de sticlă. Discretizarea a fost realizată în 5061 elemente finite de volum rezultând 7013 noduri. Modelul a fost solicitat la întindere uniformă după direcția armăturii. Rezultatul obținut a fost comparat cu valoarea modulului de elasticitate longitudinal dat de relația analitică propusă de Jones pentru materiale compozite

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (3.17)$$

în care V_f, V_m sunt fracțiunile volumice ale fibrelor de sticlă respectiv ale matricei. Practic valoarea obținută în urma simulării numerice este identică cu aceea calculată analitic, diferența procentuală fiind de 0.036 %.

Un model asemănător este utilizat în [3.15] de aceiași autori pentru determinarea modulului de elasticitate E_2 perpendicular pe direcția armăturii. În acest caz însă diferențele față de rezultatele obținute în urma calculelor analitice sunt mult mai mari (Tabelul 3.4). Comparația s-a făcut cu valorile date de formulele propuse de:

$$\text{Jones} \quad E_2 = \frac{E_f E_m}{V_f E_m + V_m E_f} \quad (3.18)$$

$$\text{Chamis} \quad E_2 = \frac{E_m}{1 - \left(1 - \frac{E_m}{E_f}\right) \sqrt{V_f}} \quad (3.19)$$

$$\text{Forster} \quad E_2 = \frac{E_m}{1 - \mu_m^2} \frac{1}{(1 - V_f)^{1.45}} + \frac{V_f}{E_f} \frac{E_m}{1 - \mu_m^2} \quad (3.20)$$

$$\text{Puck} \quad E_2 = \frac{E_m}{1 - \mu_m^2} \frac{1 + 0.85V_f^2}{(1 - V_f)^{1.25}} + \frac{V_f}{E_f} \frac{E_m}{1 - \mu_m^2} \quad (3.21)$$

Tablelul 3.4 - Valorile obținute pentru modulul de elasticitate longitudinal E_2 pe direcția perpendiculară pe aceea a armăturii pentru un material compozit armat unidirecțional având liantul alcătuit din rășină epoxidică și armătura din fibre de sticlă.

E_2 [N/mm ²]				
Metode analitice				Simulare numerică
Jones	Chamis	Forster	Puck	
66 244.4902	106 094.3406	104 379.6279	111 030.6151	160 238.4470

3.4.10 Coeficientul contractiei transversale μ

Relațiile teoretice obișnuite pentru calculul coeficientului μ nu se pot utiliza la elementele din PAFS, deoarece rezultatele astfel obținute diferă foarte mult de cele obținute experimental.

Pentru materialele armate cu mat sau cu fibre scurte de sticlă, $\mu \approx 0.3$. Pentru materialele armate cu țesături $\mu = 0.125 \div 0.25$ funcție de conținutul în fibre de sticlă

Rodica Boazu [3.3] a calculat coeficientul μ pentru un material compozit cu liantul alcătuit din rășină epoxidică și armătura din fibre de sticlă, prin simulare numerică cu ajutorul programului de calcul cu element finit ALGOR. Rezultatul obținut este apropiat de valoarea ν calculată analitic (eroarea este 8,68%).

3.4.11 Modulul de elasticitate transversal G

PAFS se comportă la fel cu materialele izotrope dacă armarea s-a realizat cu mat sau cu fibre scurte. Pentru astfel de materiale modulul de elasticitate transversal rezultă din relația

$$G_M = \frac{E_M}{2(1 + \mu_M)} \quad (3.22)$$

Această relație este valabilă și pentru elementele armate cu țesătură de fibră de sticlă echilibrată (conținutul de fibre în urzeală și bătătură egal, $k_{II} = 0.5$) dacă direcția solicitării face un unghi de 45 de grade cu fibrele ce alcătuiesc urzeala și bătătura.

Dacă elementul realizat din PAFS este solicitat după cele două direcții principale, G are o valoare mult mai mică [3.9].

$$G_M = \frac{G_P}{\frac{1}{\frac{G_S}{G_P} + \frac{1 - \sqrt{\phi_G}}{\sqrt{\phi_G}}} + 1 - \sqrt{\phi_G}} \quad (3.23)$$

Modulul de elasticitate transversal este determinat în [3.17] pentru un material compozit format din rășină epoxidică armată pe o singură direcție cu fibre de sticlă folosind simularea numerică. Modelul realizat de autori are dimensiunile de 17.612x17.5x0.4 mm și a fost solicitat la forfecare pură prin intermediul unor forțe tangențiale poziționate în noduri. Au rezultat în urma discretizării 3960 elemente finite de volum și 5493 noduri. Calculele au fost făcute utilizând programul ALGOR. Rezultatele simulării numerice au fost comparate cu câteva formule analitice propuse de

$$\text{Jones} \quad G_{12} = \frac{G_f G_m}{V_f G_m + V_m G_f} \quad (3.24)$$

$$\text{Chamis} \quad G_{12} = \frac{G_m}{1 - \left(1 - \frac{G_m}{G_f}\right) \sqrt{V_f}} \quad (3.25)$$

$$\text{Forster} \quad G_{12} = G_m \frac{1 + 0.4 \sqrt{V_f}}{(1 - V_f)^{1.45} + V_f \frac{G_m}{G_f}} \quad (3.26)$$

$$\text{Puck} \quad G_{12} = G_m \frac{1 + 0.6 \sqrt{V_f}}{(1 - V_f)^{1.45} + V_f \frac{G_m}{G_f}} \quad (3.27)$$

Așa cum se vede în Tabelul 3.5 valorile G_{12} calculate cu formulele (3.24)-(3.27) sunt foarte apropiate, și diferă cu aproximativ 30 % de acelea rezultate în urma simulării numerice.

Tabelul 3.5 - Valorile obținute pentru modulul de elasticitate transversal G_{12} pe pentru un material compozit armat unidirecțional având liantul alcătuit din rășină epoxidică și armătura din fibre de sticlă.

G_{12} [N/mm ²]				
Metode analitice				Simulare numerică
Jones	Chamis	Forster	Puck	
23734.96	40 329.37	40 765.30	45 243.15	62 479.99

3.5 Concluzii

- Materialele compozite stratificate armate cu fibre sunt obținute prin înglobarea în materialul de bază numit matrice, a unor fibre care pot fi dispuse în configurații diferite.

- Prin combinarea proprietăților materialelor componente se obține un material compozit superior ca rezistență, rigiditate, estetică, rezistență la coroziune și umiditate, izolare termică, acustică, etc.

- Poliesterii armați cu fibră de sticlă, (PAFS), sunt materialele plastice termorigide cel mai frecvent utilizate în domeniul construcțiilor industriale și civile, extinderea folosirii lor în acest domeniu datorându-se în primul rând asigurării unor proprietăți mecanice comparabile cu cele ale materialelor clasice, cu avantajul unor greutateți reduse.

- Caracterizarea mecanică a PAFS este dificilă datorită numărului mare de parametri care trebuie luați în considerare. Se pot enumera în acest sens:

- factorii de mediu: temperatura, agenții chimici, umiditatea, etc.
- parametri încercărilor experimentale: tipul de solicitare, direcția de solicitare, viteza de încărcare, variația în timp a sarcinii, durate ei de aplicare, etc.
- condițiile de întărire a produsului: stabilirea condițiilor optime de întărire presupune efectuarea unor determinări experimentale prealabile deoarece o întărire inițială incompletă nu poate fi compensată de o întărire ulterioară.
- temperatura de presare: dacă temperaturile de presare sunt prea ridicate, proprietățile mecanice ale produsului scad. Cele mai bune valori ale acestora se obțin la temperaturi relativ mici și timpi de presare mai lungi.
- îmbătrânirea materialelor: proprietățile materialelor compozite prezintă variații în timp. La temperaturi ridicate se pot produce în timp scăderi semnificative ale caracteristicilor mecanice.
- parametri armăturii: tipul sticlei, procentul de armare, modul de dispunere al fibrelor de sticlă, orientarea lor, tehnologia de armare, etc. Fibrele de sticlă se caracterizează prin valori ridicate ale rezistențelor la rupere la tracțiune, șoc și compresiune, asigurând materialului compozit un raport foarte bun rezistență/greutate. Cele mai bune proprietăți ale unui stratificat plan se obțin prin utilizarea țesăturilor deoarece acestea asigură un raport precis sticlă/rășină și conduce la așezarea uniformă a armăturii în strat.
- parametri rășinii care formează matricea: tipul rășinii, viteza de întărire, conținutul în stiren. Rezistențele mecanice ale rășinii sunt mai mici decât cele ale fibrelor de sticle, ea având rolul de a uni fibrele de sticlă într-un corp continuu, de a transfera tensiunile și de a le redistribui dacă unele fibre se rup.
- aderența rășinii la fibrele de sticlă: dacă aceasta este nesatisfăcătoare, tensiunile apărute ca urmare a solicitării produsului nu mai sunt preluate efectiv de fibre și proprietățile mecanice ale materialului scad.

- materialele folosite ca acceleratori, catalizatori, stabilizatori în fabricarea rășinilor poliesterice: acestea trebuie dozate în proporții bine stabilite.
- dimensiunile și forma elementelor influențează proprietățile materialului datorită existenței inerente a unor defecte de fabricație a căror probabilitate de existență crește cu volumul elementului.

- Analiza comportării PAFS reclamă stabilirea unor metodologii experimentale proprii care să țină seama de acești parametri.

- Gradul mare de împrăștiere al datelor obținute în urma cercetărilor experimentale conduce la necesitatea efectuării unui număr mare de încercări.

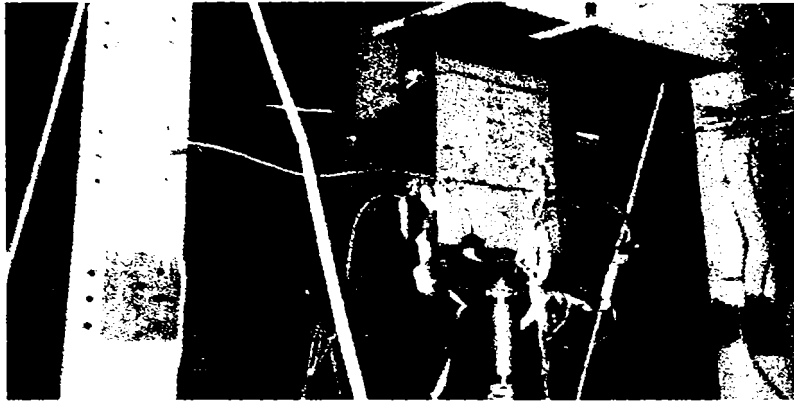
- Enunțarea unei teorii care să descrie complet comportarea materialelor plastice armate cu fibre este o problemă dificilă din cauza dependenței caracteristicilor acestora de parametri precizați anterior. Formulele de calcul pentru evaluarea caracteristicilor PAFS prezentate în acest capitol țin cont în general, de parametri principali care influențează proprietățile materialului compozit dar nu iau în considerare fenomenele aleatorii care pot interveni în cursul procesului tehnologic de fabricare și nici de variația proprietăților în timp.

Bibliografie

- [3.1] – **Alămoreanu, Elena** (1998) – Bare și plăci din materiale compozite. Editura Tehnică, București.
- [3.2] - **Boazu, Rodica, Secu, Alexandru, Ștefănescu, Dan Preda** (2000) - Determination of elastic Characteristics E_1 , E_2 , ν_{12} , ν_{21} , of texture reinforced composite materials using the numerical simulation. A 5-a Conferință Internațională de Elemente Finite și de Frontieră – Oradea.
- [3.3] - **Boazu, Rodica, Secu, Alexandru, Ștefănescu, Dan Preda** (2000) - Determination of the longitudinal modulus of elasticity, to the reinforcement direction, E_1 , and of the Poisson's major ratio, ν_{12} , for unidirectional reinforced composite laminae, by numerical simulation. A 5-a Conferință Internațională de Elemente Finite și de Frontieră - Oradea.
- [3.4] – **Caraba, I., Botici, A.** (1990) – Cercetări științifice, studii și prototipuri pentru agregate aeroelectrice echipate cu turbine cu ax orizontal. Referat în cadrul contractului nr. 4391/1990 – U. T. Timișoara.
- [3.5] – **Caraba, I., Botici, A., ș.a.** (1991) – Încercări statice pe paleta în structură mixtă oțel-PAFS. Referat în cadrul colaborării la contractul ”Agregate de vânt”, faza 4.3/3, U. T. Timișoara.
- [3.6] – **Drimer, D.** (1982) – Tehnologia și materialele neconvenționale. Institutul Politehnic București.

- [3.7] **Hagen, H.** (1961) Glasfaserverstärkte Kunststoffe. Springer-Verlag, Berlin.
- [3.8] – **Haju, I., ș.a.** (1984) – Încercări de rezistență pe epruvete din material plastic armat cu fibre de sticlă. Încercări de fluaj la temperatura normală. Referat parțial în cadrul colaborării la contractul nr. 143/CNTS privind “agregatele aeroelectrice”, U.T.Timișoara.
- [3.9] **Hintesdorf, Gert** (1972) Tragwerke aus platen. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin.
- [3.10] **Ispas, Ștefan C.** (1987) Materiale compozite. Editura Tehnică București.
- [3.11] – **Jinescu, V. V.** (1979) Proprietățile fizice și termomecanica materialelor plastice. Editura Tehnică, București.
- [3.12] – **Manoviciu, I.** (1984) – Stratificate pe bază de poliesteri nesaturați armați cu fibre de sticlă. Lucrare executată în baza subcontractului intern nr 86/29.02.1984 ca parte a contractului nr. 143 CNST.
- [3.13] – **Mihalcu, M.** (1973) Materiale plastice armate. Editura Tehnică, București.
- [3.14] – **Nistor, D., Ripszky, S., Izrael, Gh.** (1980) Materiale termorigide armate. Editura Tehnică, București.
- [3.15] – **Secu, Alexandru, Ștefănescu, Dan Preda, Boazu, Rodica** (2000)- Determination of the transversal modulus of elasticity, G_{12} , for unidirectional reinforced composite laminae, using the numerical simulation. A 5-a Conferință Internațională de Elemente Finite și de Frontieră – Oradea.
- [3.16] – **Ștefănescu, Dan Preda, Boazu, Rodica, Secu, Alexandru** (2000) - Determination of modulus of elasticity perpendicular to reinforcement, E_2 , and of the Poisson's minor ratio, ν_{21} , using the numerical simulation. A 5-a Conferință Internațională de Elemente Finite și de Frontieră -- Oradea.
- [3.17] – **Ștefănescu, Dan Preda, Boazu, Rodica, Secu, Alexandru** (2000) - Determination of the transversal modulus of elasticity, G_{12} , for texture reinforced composite, using the numerical simulation. A 5-a Conferință Internațională de Elemente Finite și de Frontieră -- Oradea.
- [3.18] – **Ștefănescu, Dan Preda, Boazu, Rodica, Secu, Alexandru** (2000) Determinarea modulului de elasticitate transversal G_{12} pentru laminate compozite armate pe o direcție, folosind simularea numerică. A 5-a Conferință Internațională de Elemente Finite și de Frontieră, Oradea.

- [3.19] – **Țăranu, N.** (1978) – Elemente portante din materiale plastice. Teză de doctorat, Iași.
- [3.20] – **S.C. "EOL" S.R.L.**, Târgu Mureș (1993) – Tehnologie de execuție a operației de învelire a paletelor cu structura poliesterică armată.
- [3.21] – **STAS 5886-68** – Determinarea densității (masei volumice) și a densității relative.
- [3.22] – **STAS 5874-83** – Determinarea caracteristicilor de încovoiere ale materialelor plastice rigide.
- [3.23] – **SR ISO 178-1/1998** – Materiale plastice – Determinarea proprietăților la încovoiere.
- [3.24] – **SR EN 93/1998** – Materiale plastice armate cu fibră de sticlă. Determinarea caracteristicilor la încovoiere
- [3.25] – **STAS 11268-79** – Materialele plastice armate cu fibre de sticlă. Determinarea caracteristicilor la tracțiune.



CERCETĂRI EXPERIMENTALE PRIVIND COMPORTAREA PANOURILOR SANDWICH ȘI A PANOURILOR PLANE RIGIDIZATE SOLICITATE LA COMPRESIUNE UNIFORMĂ PE O DIRECȚIE

4.1 Prezentarea panourilor studiate:

Încercările experimentale s-au efectuat pe două tipuri de panouri realizate din poliesteri armați cu fibre de sticlă (PAFS):

– panouri sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată și fețe din plăci plane de grosimi egale (Fig. 4.1).

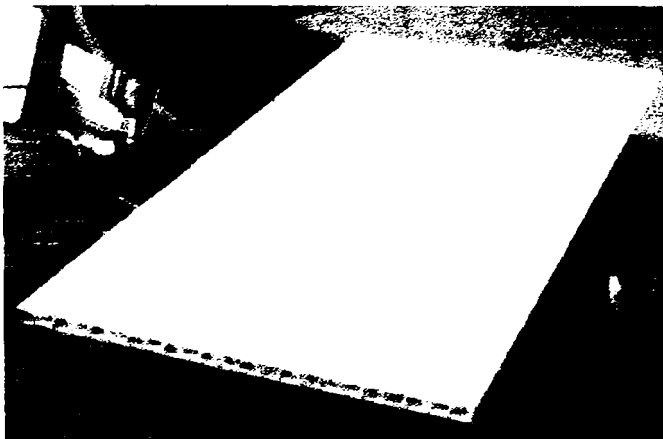


Fig. 4.1 – Panoul sandwich

– panouri plane alcătuite dintr-o placă plană și o placă ondulată rigidizate între ele

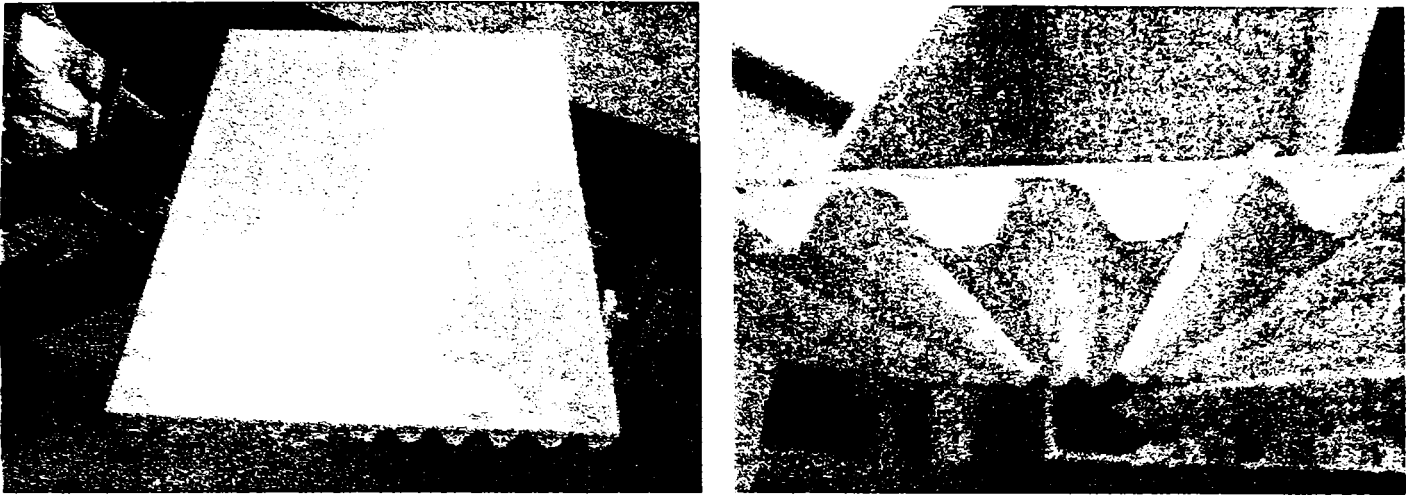


Fig 4.2 – Panoul plan rigidizat

Încercările experimentale au fost efectuate pe câte două panouri din fiecare variantă. Panourile au fost încercate la compresiune centrică în lungul ondulelor. Pentru a reproduce, pe cât posibil, cea mai defavorabilă situație din exploatare, condițiile de margine s-au considerat în felul următor :

- laturile perpendiculare pe direcția forței au fost considerate articulate respectiv simplu rezemate;
- laturile paralele cu forța, libere.

Dimensiunile în planul median ale panoului 1 (panoul sandwich) sunt 900x460mm iar grosimea de aproximativ 20 mm. Grosimea fețelor plane este de aprox. 3 mm. Placa ondulată care formează miezul, este de $0.8 \div 1$ mm grosime și are 11 ondule pe lățimea panoului.

Panoul 2 (panoul plan rigidizat), are dimensiunile 890x440 mm și grosimea de 14.25 mm. Grosimea plăcii plane este de aproximativ 3 mm iar cea a plăcii ondulate de $0.8 \div 1$ mm. Pe lățime sunt de asemenea 11 ondule.

4.2 Standul de încercare

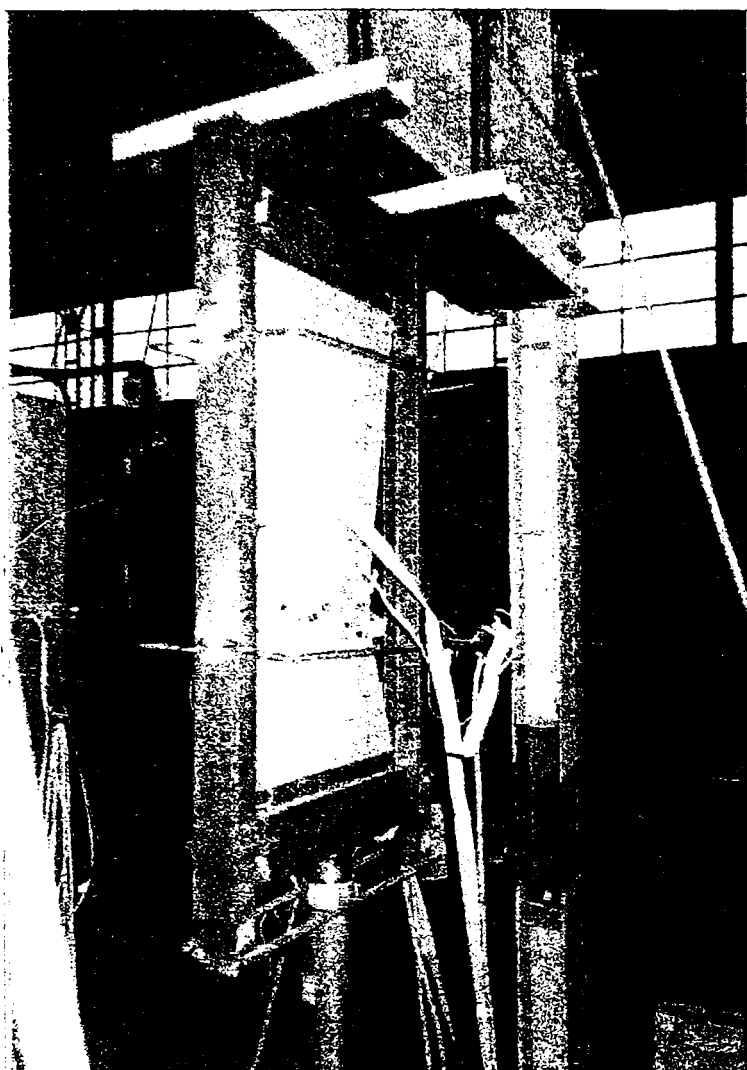
Pentru realizarea încercării experimentale s-a conceput, proiectat și executat un stand de încercări care permite încărcarea panoului la compresiune în planul său median.

În dotarea laboratorului CMMC există un cadru metalic care este o structură autonomă, cu posibilitatea deplasării riglelor la distanțe modulate. De acest cadru a fost fixat dispozitivul folosit la efectuarea încercării (Fig. 4.3) care este alcătuit dintr-o ramă metalică din profile U. Dimensiunile ramei în planul ei sunt mai mari decât cele ale panoului ce urmează a fi încercat. Rama este realizată din profile laminate U și este fixată la partea superioară de rigla cadrului metalic prin șuruburi. Grinzile rigide pe care s-a montat sistemul de rezemare a panourilor se încadrează în această ramă.

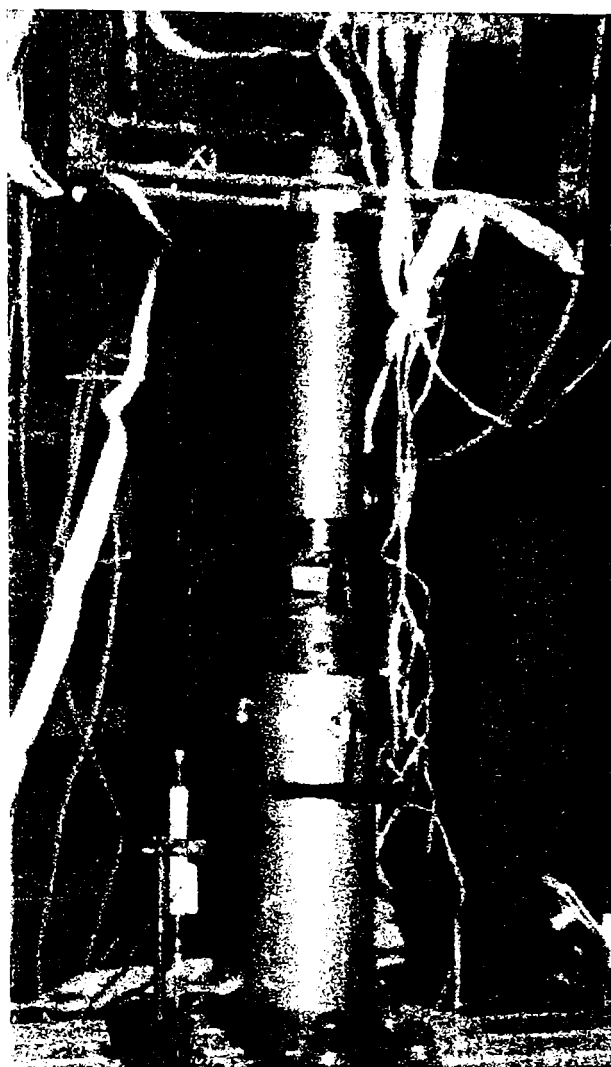
Reazemul de sus este alcătuit dintr-un profil metalic U8, sudat pe o bară de oțel rotund cu diametrul de 65 mm și este fixat de rigla orizontală a ramei. Deplasarea reazemului în direcția de aplicare a forței este împiedicată, dar rotirea este permisă. Reazemul funcționează în timpul încercării ca o articulație fixă.

Reazemul de jos este conceput ca un reazem mobil. Este alcătuit din profile U8, sudate pe două bare din oțel rotund dispuse la extremități și permite deplasarea pe direcția de acțiune a forței, datorită posibilității de culisare a capetelor barelor rotunde pe partea interioară a celor două profile U verticale care alcătuiesc rama metalică. Profilele au fost prelucrate în vederea eliminării frecării. Forța de compresiune se aplică prin intermediul unui ghidaj cu rulmenți.

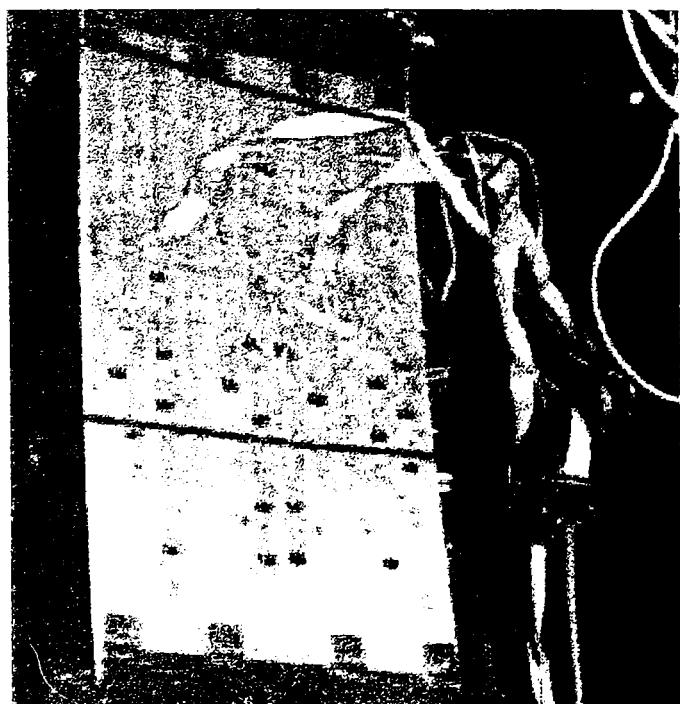
Panoul este fixat în reazem cu ajutorul unor corniere L 34x34x5 prinse cu șuruburi. Găurile pentru aceste șuruburi s-au realizat ovale pentru a da posibilitatea reglării poziției panoului față de direcția de acțiune a forței.



a)



b)



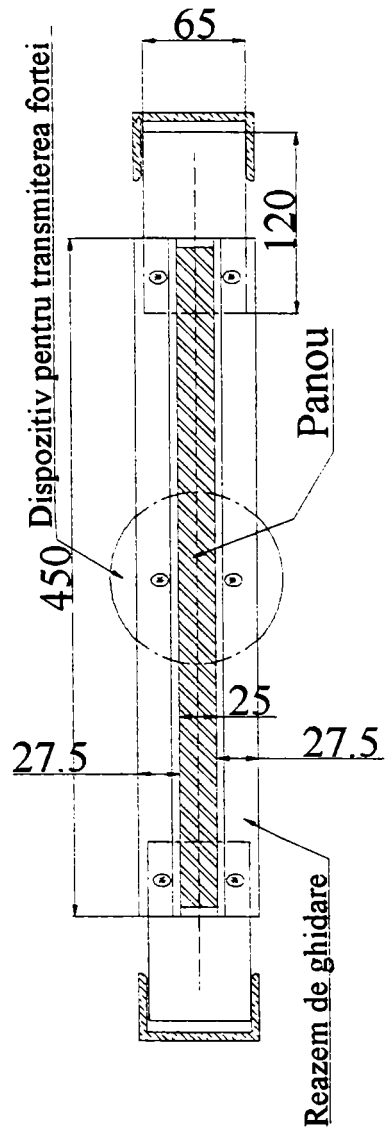
c)



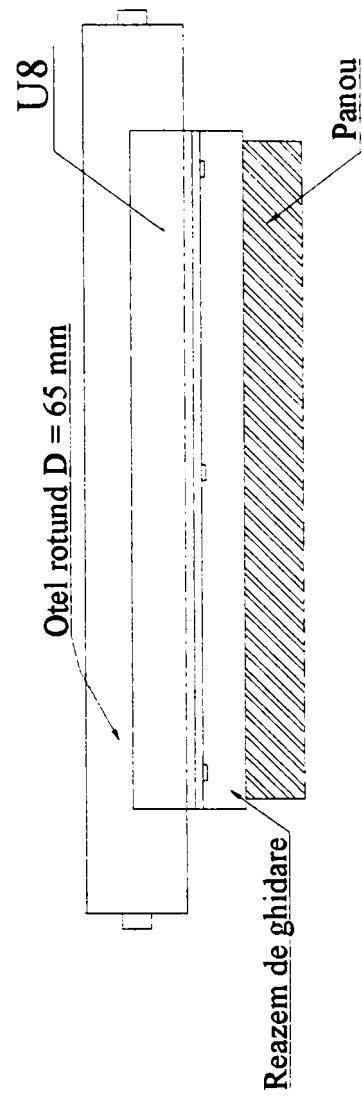
d)

Fig. 4.3 – Standul de încercare: a) montaj general; b), d) dispozitivul de încărcare; c) montarea timbrilor tensometrice

Vedere de sus a reazemului inferior



Vedere laterala reazem sus



Reazem de sus

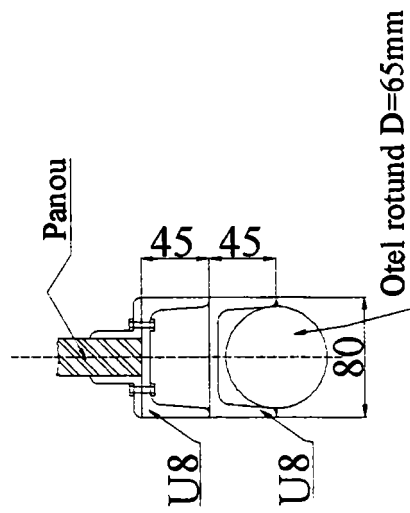
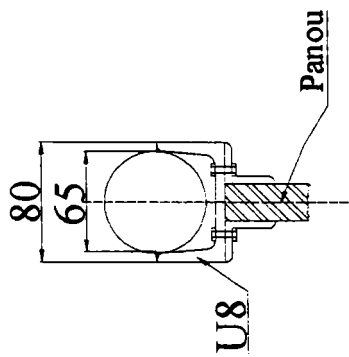


Fig. 4.4 – Detalii ale reazemelor

Încărcarea de compresiune în planul median al panoului este asigurată prin intermediul unui cilindru de forță legat la o pompă hidraulică manuală. Viteza de încărcare a fost de 1 daN/sec. Comportarea panourilor a fost urmărită în decursul creșterii forței, prin intermediul captorilor de deplasare și a timbrelor tensometrice. Pentru înregistrarea datelor, s-a folosit o stație de achiziții HP 3852 A, cu următoarele caracteristici: - 40 de canale pentru captori, din care :

- 30 de canale pentru captori potențiometrici;
- 4 canale analogice;
- 6 canale pentru captori inductivi;
- 50 de canale pentru timbre tensometrice.

Înregistrarea datelor furnizate de sistemul de achiziții de date s-a făcut automat, printr-un PC cu ajutorul programului SCANWIN, la fiecare 5 secunde.

Valoarea forței axiale transmisă panoului a fost înregistrată de către un captor de forță, fixat între capul cilindrului de forță și reazemul inferior.

4.3 Rezultatele încercărilor experimentale

4.3.1. Rezultatele încercărilor experimentale efectuate pe panourile sandwich

S-a studiat comportarea la compresiune uniformă în lungul undulelor miezului, a două panouri sandwich denumite 1a și 1b.

În cadrul încercării s-a urmărit determinarea forței critice corespunzătoare pierderii stabilității echilibrului prin bifurcare a ansamblului, măsurarea deplasărilor laterale și a alungirilor specifice ϵ pe direcția acționării forței.

Deplasările laterale, pe ambele panouri încercate au fost măsurate prin intermediul a 13 captori de deplasare în pozițiile date de Fig. 4.5. Punctele de măsurare ale acestor deplasări se află pe axa de simetrie longitudinală a panoului precum și în zona unde deplasările au valori maxime (Fig. 4.6). Captorii de deplasare C9, C6, C7 au fost dublați cu C2, C1 și C3, situați în puncte simetrice față de planul median, pe fața opusă. Captorul 13 a fost montat la partea inferioară a panoului, el măsurând deplasarea longitudinală.

Măsurarea variației lungirii specifice ϵ în lungul panoului 1a au fost efectuate cu un număr de 29 de timbre tensometrice, distribuite mai ales în zona presupusă a fi cu deformații maxime (Fig. 4.6). Timbrele au fost fixate pe ambele fețe, unele dintre ele în puncte simetrice față de suprafața mediană a panoului: T4, T14, T15, T16, T17, T22, T23 de pe fața 1, simetrice cu T13, T3, T2, T9, T10, T6, T5 de pe fața 2.

Încercările experimentale au relevat faptul că, odată cu creșterea forței de compresiune, cresc continuu și deplasările laterale, până la atingerea forței maxime, când au apărut și primele fisuri. S-a constatat că panourile au preluat încărcări și în domeniul post-voalat. Deplasările laterale au atins valori de ordinul zecilor de milimetri (Fig. 4.8 d).

Forța maximă atinsă în timpul încercării diferă la cele două panouri cu aproximativ 8.9% . În cazul panoului 1a, forța maximă a fost de 3562.6 daN iar în cazul panoului 1b, de 3910 daN.

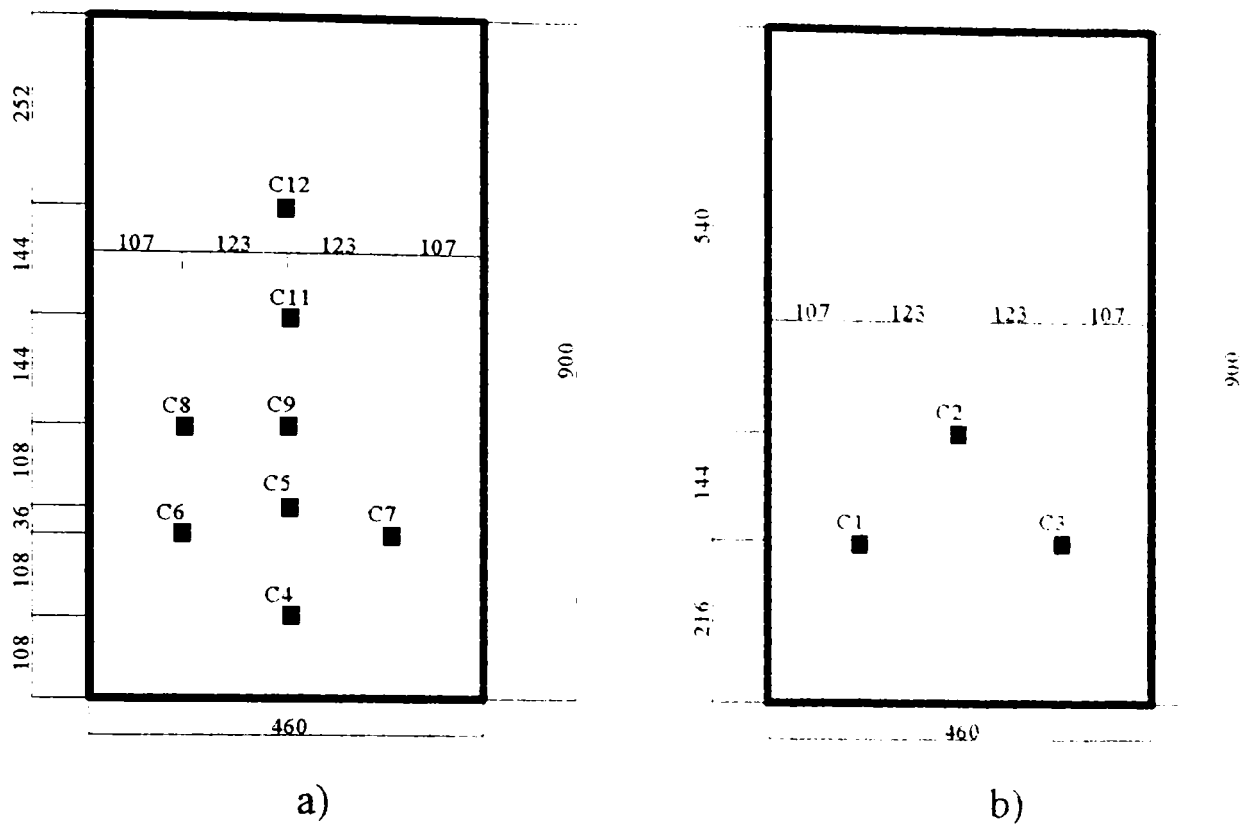


Fig. 4.5 – Poziția captorilor de deplasare pentru panoul 1
a) fața 1 ; b) fața 2

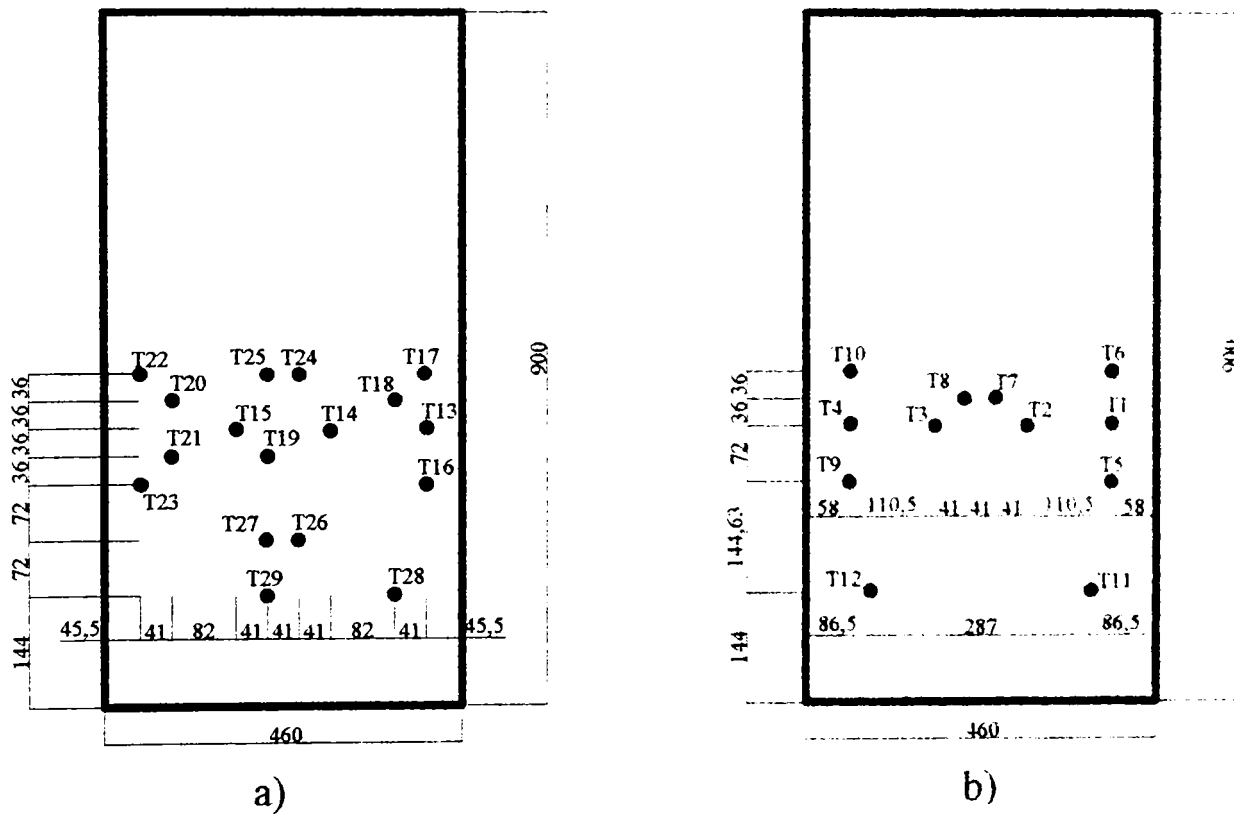


Fig. 4.6 – Poziția timbrelor tensometrice pentru panoul 1
a) fața 1; b) fața 2

Diagramele comparative ale variației deplasărilor laterale pe tot parcursul încercării, înregistrate de captorii de deplasare, sunt prezentate în Figura 4.7. La panoul 1b deplasările sunt mai mici față de cele ale panoului 1a, până la atingerea forței maxime. După atingerea forței maxime, ambele panouri se deformează la o forță aproximativ constantă (330 ÷ 340 daN). Deplasările laterale au ajuns la sfârșitul încercării până la 60 mm în zona corespunzătoare captorului C10.

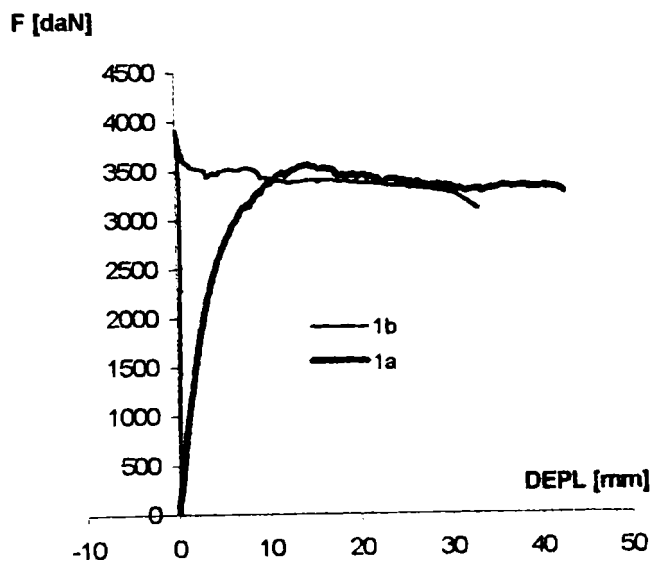


Fig. 4.7 - a) Captor deplasare 1

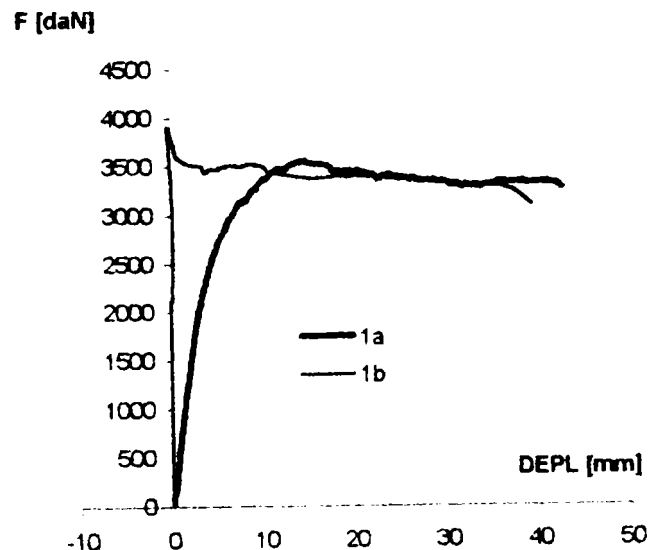


Fig. 4.7 - b) Captor deplasare 2

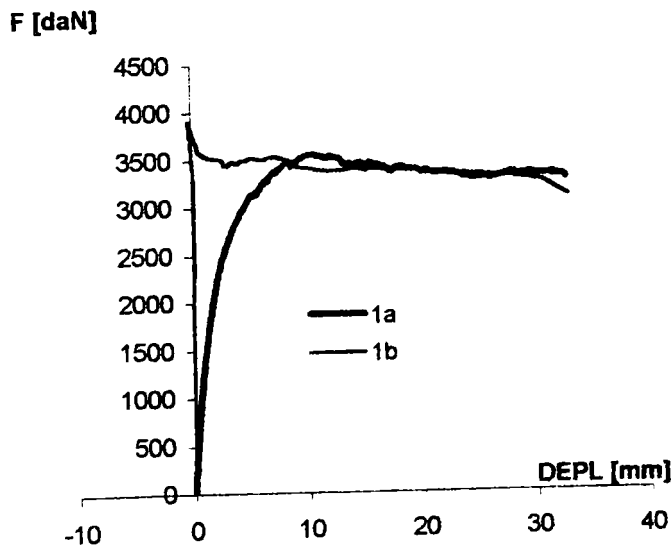


Fig. 4.7 - c) Captor deplasare 3

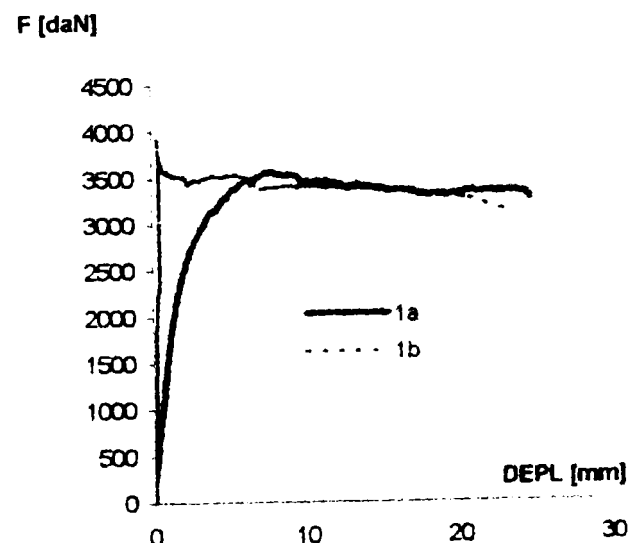


Fig. 4.7 - d) Captor deplasare 4

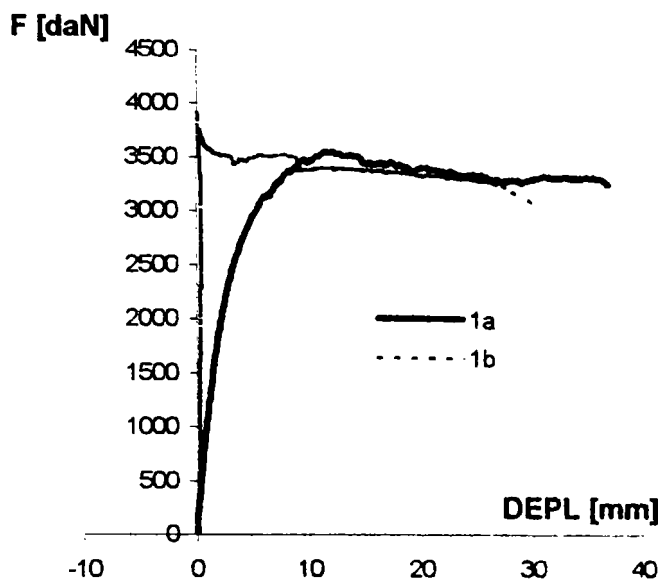


Fig. 4.7 – e) Captor deplasare 5

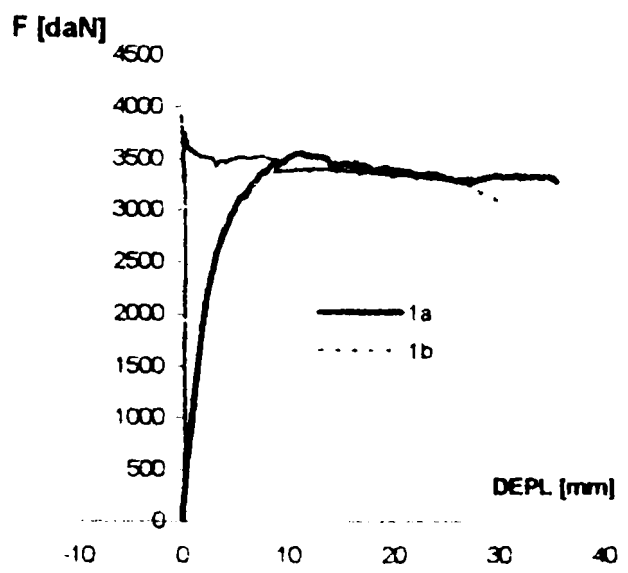


Fig. 4.7 - f) Captor deplasare 6

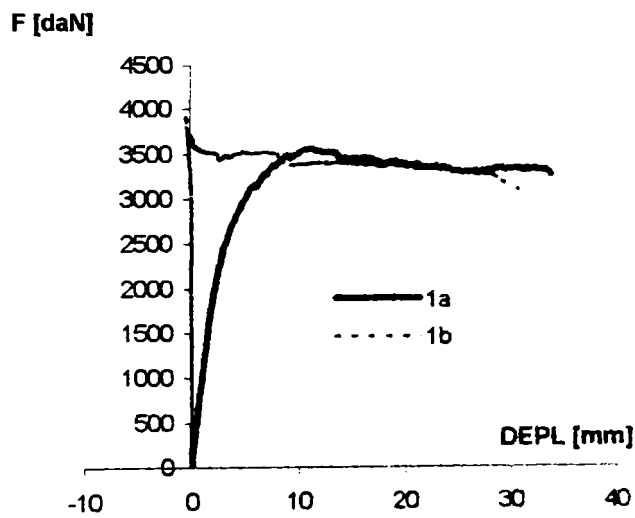


Fig. 4.7 – g) Captor deplasare 7

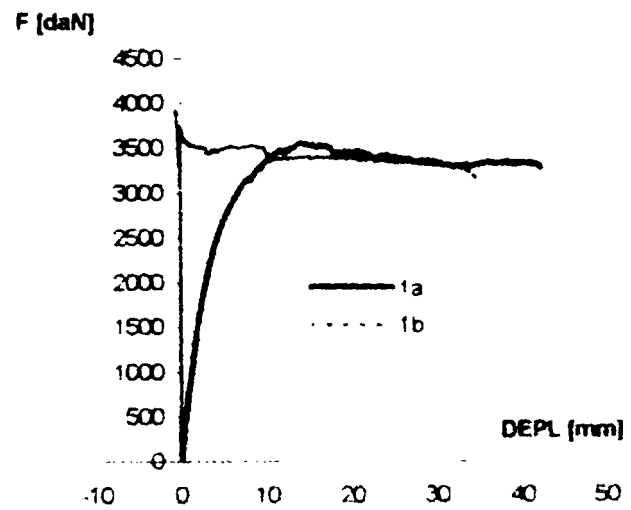


Fig. 4.7 – h) Captor deplasare 8

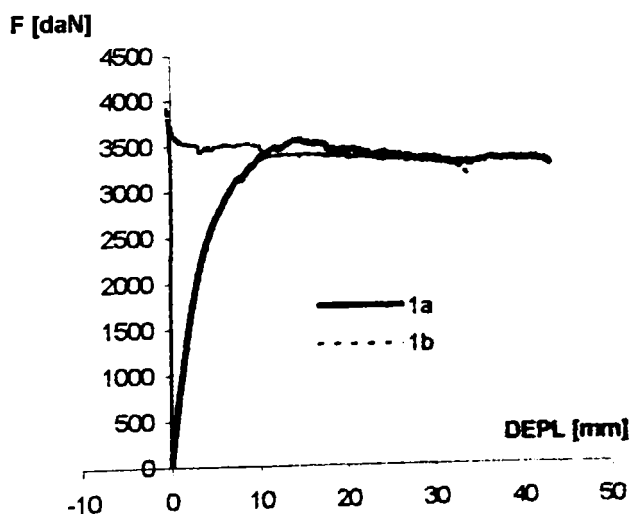


Fig. 4.7 – i) Captor deplasare 9

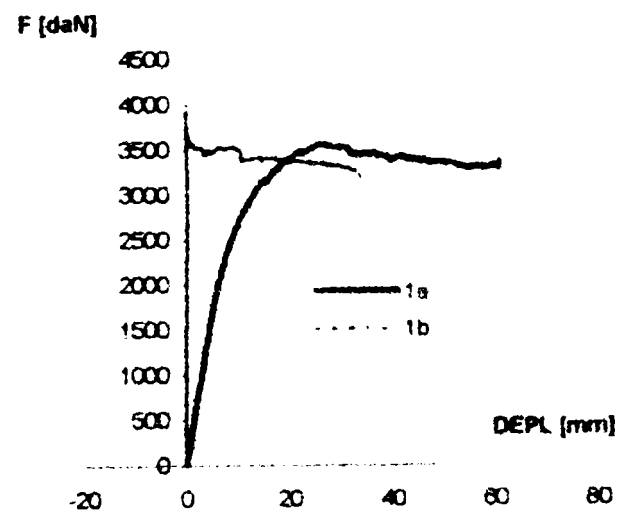
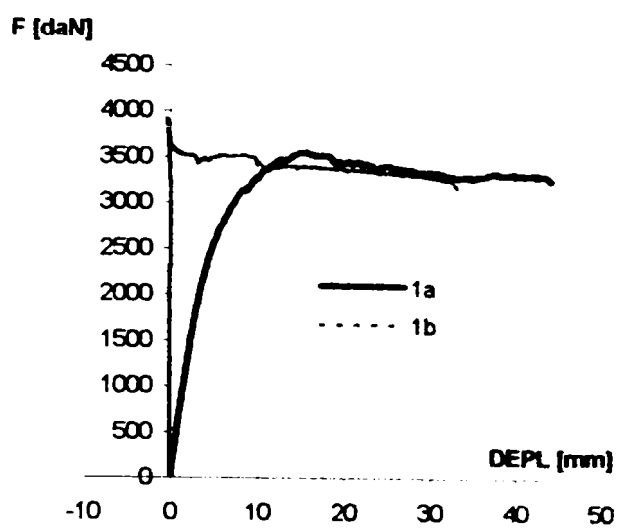
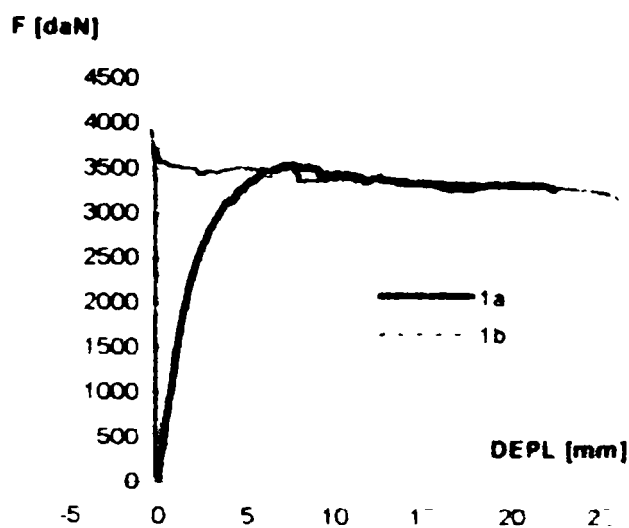


Fig. 4.7 – j) Captor deplasare 10



k) Captor deplasare 11



l) Captor deplasare 12

Fig. 4.7 – Diagrame comparative ale variației deplasărilor pentru panourile 1a și 1b

Pentru panoul 1a, în Figura 4.7 sunt reprezentate curbele trasate pe baza valorilor deplasărilor laterale măsurate de captorii de deplasare aflați pe axa de simetrie longitudinală, până la atingerea forței maxime. Punctul cu deplasare maximă este cel corespunzător captorului C11 (15.68 mm), în timp ce captorul C12 a înregistrat cele mai mici valori (7.58 mm).

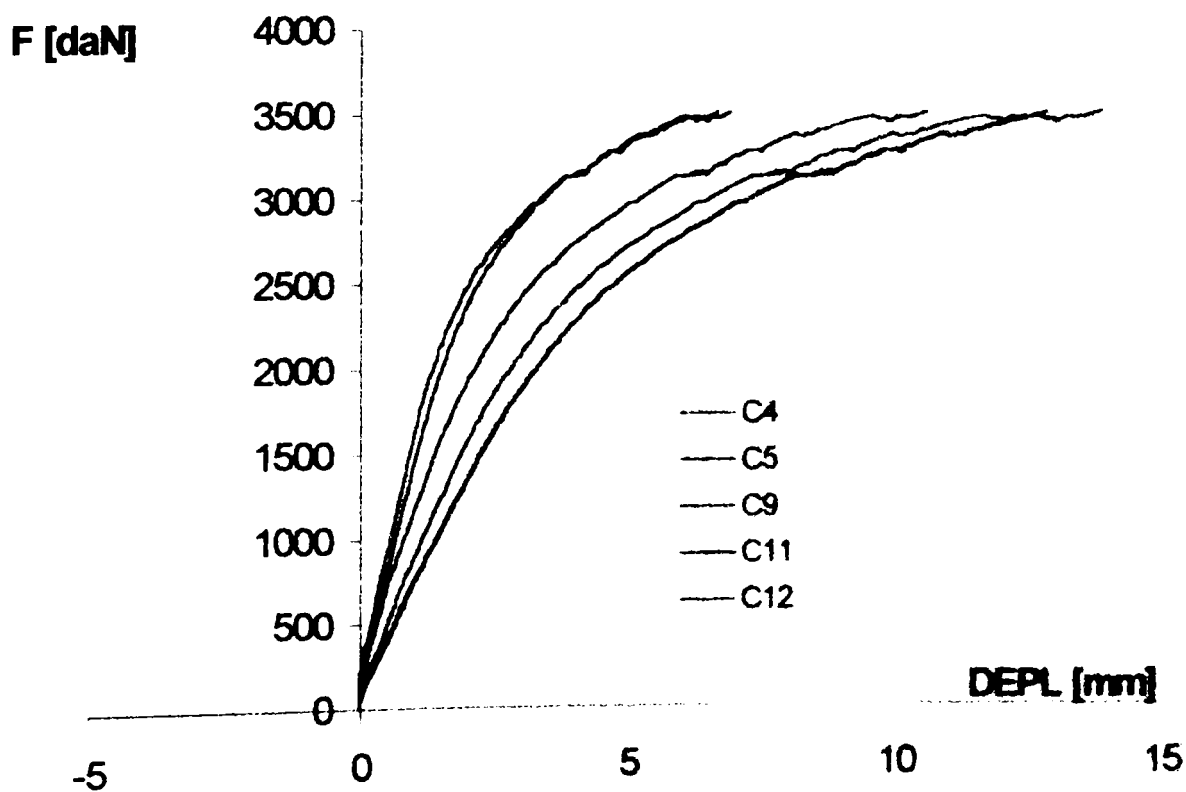


Fig. 4.8 - Panoul 1a - Variația deplasărilor laterale cu creșterea forței înregistrată de captorii de deplasare aflați pe axa de simetrie longitudinală

Modul de deformare a panoului în decursul creșterii forței până la valoarea maximă în dreptul axei de simetrie longitudinale este ilustrat de figura 9 în care s-au luat în considerare 7 trepte de încărcare de aproximativ 500 kg. Viteza de creștere a deformațiilor se mărește cu apropierea forței de valoarea maximă. Deplasările laterale sunt maxime în zona de la mijloc. În axa longitudinală, cele mai mari deplasări au fost înregistrate de captorul C11 situat la 504 mm de marginea încărcată, iar cele mai mici deplasări, au fost înregistrate de captorul C12 la 648 mm de aceasta. Diferența procentuală este de 51.2%.

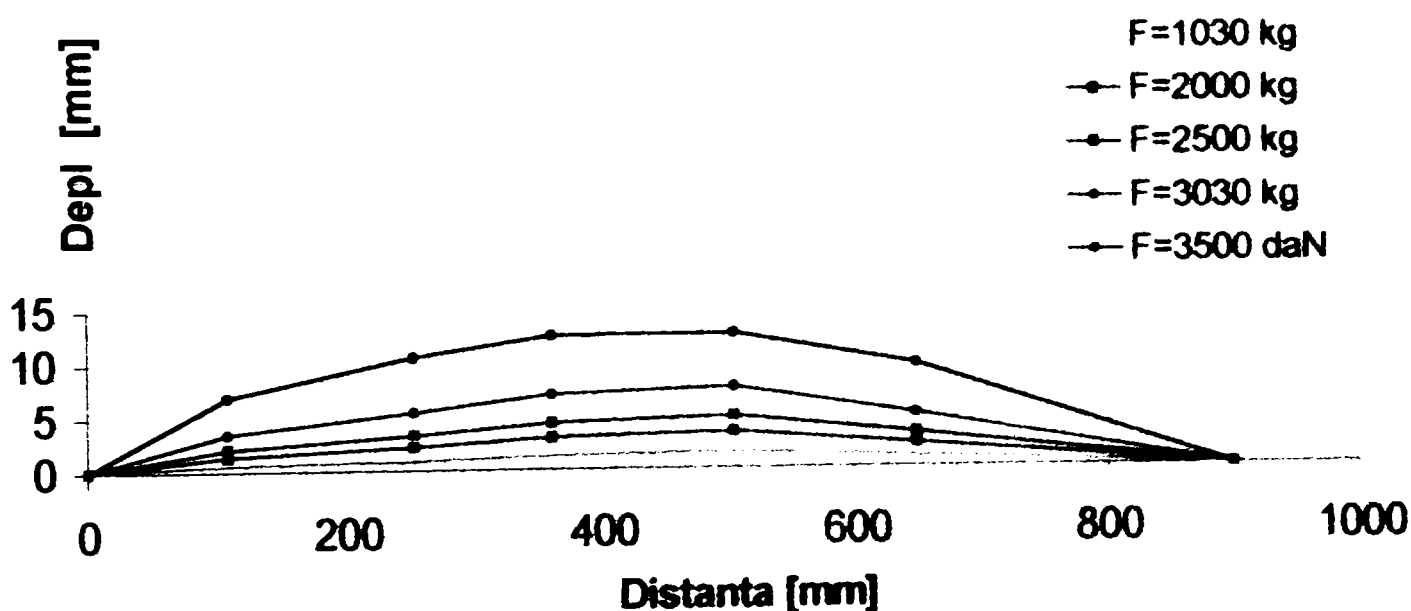


Fig. 4.9 - Deplasările laterale înregistrate de captorii de pe axa de simetrie longitudinală a panoului 1a pentru 5 trepte de încărcare

Tabelul 4.1 – Valorile deplasărilor UY înregistrate de captorii de pe axa de simetrie longitudinală a panoului 1a pentru 5 trepte de încărcare

Distanța [mm]	Captori	UY [mm]				
		F=1030 [daN]	F=2000 [daN]	F=2500 [daN]	F=3030 [daN]	F=3500 [daN]
0		0	0	0	0	0
108	C4	0.589	1.358	2.025	3.437	6.906
252	C5	0.862	2.170	3.259	5.418	10.559
360	C9	1.258	2.947	4.363	7.015	12.537
504	C11	1.499	3.365	4.883	7.621	12.659
648	C12	0.982	2.184	3.159	5.012	9.721
900		0	0	0	0	0

În cea ce privește variația deplasărilor laterale pe lățimea panoului, captorii C9 și C8, respectiv C7 și C6 au înregistrat aproximativ aceleași valori. Captorul C10 a înregistrat în momentul atingerii forței critice valori cu 45% mai mari decât C9 și C8, aflați pe aceeași linie transversală. În vecinătatea lui C9 s-a produs un fenomen de voalare locală.

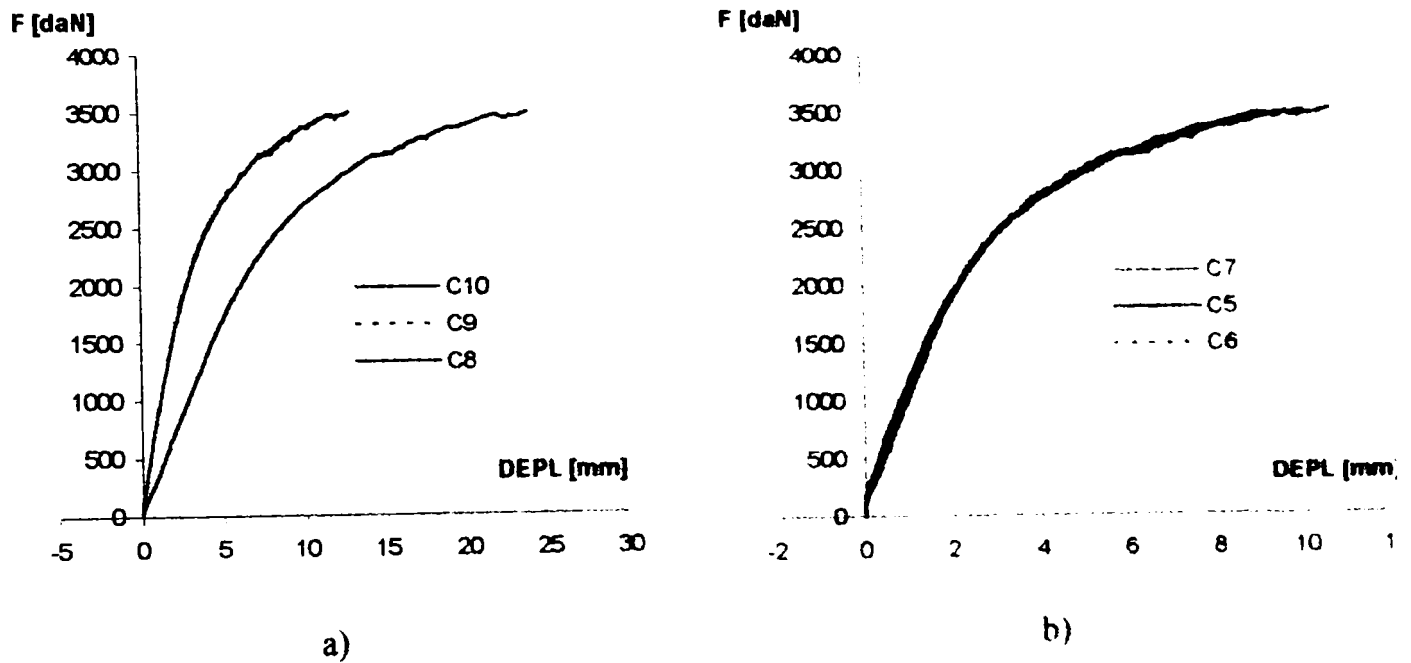


Fig.10 - Variația deplasărilor laterale înregistrate de captorii de deplasare C10-C9-C8 și C7-C5-C6

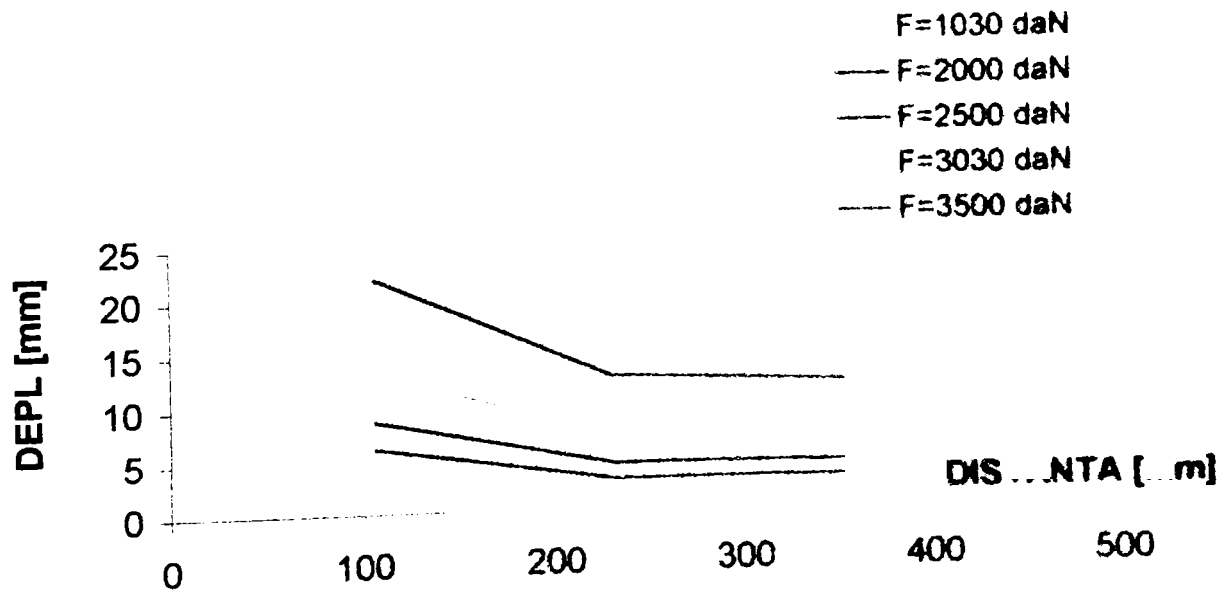


Fig. 4.11 – Variația deplasărilor laterale pe lățime

Tabelul 4.2 – Deplasările laterale înregistrate de captorii C10, C9, C8 dispuși pe lățime

Distanța [mm]	Captori	UY [mm]				
		F=1030 [daN]	F=2000 [daN]	F=2500 [daN]	F=3030 [daN]	F=3500 [daN]
0						
107	C10	2,935	6,143	8,660	13,170	21,912
230	C9	1,258	2,947	4,363	7,015	12,537
353	C8	1,197	2,819	4,187	6,727	11,714
460						

Reprezentarea variației deplasărilor pe lățime, pune în evidență observațiile menționate mai sus.

Pentru a studia fenomenele de voalare locală care apar în placa ondulată care formează miezul panoului sandwich, au fost comparate deplasările înregistrate de captorii așezați simetric față de planul median. În timp ce captorii poziționați pe axa de simetrie longitudinală au înregistrat diferențe foarte mici, captorii dispuși marginal, au înregistrat diferențe de grosimi de până la 3 mm (C1-C6).

În dreptul captorilor C1 - C6 s-a produs o umflare a panoului iar în dreptul captorilor C3 - C7, o subțiere, ambele datorate fenomenului de voalare locală a miezului.

Variația deplasării longitudinale până la atingerea forței critice este reprezentată în Figura 13. Panoul 1a a suferit o scurtare totală de 3.69 mm, cea mai mare parte a deplasării longitudinale producându-se în prima jumătate a încercării. În prima parte a curbelor de variație s-au produs lunecări de 0.5 ÷ 1 mm cauzate de rearanjarea panoului în reazem.

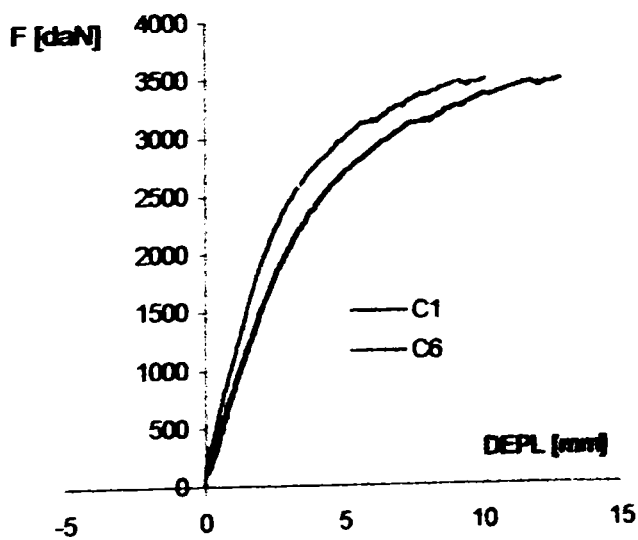


Fig. 4.12 - a)

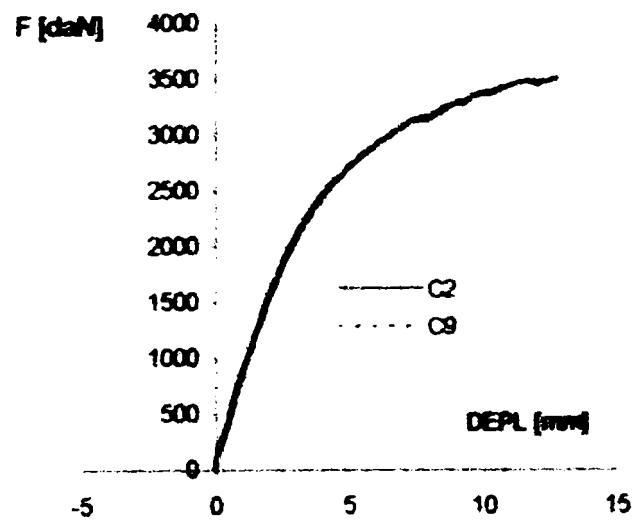


Fig. 4.12 - b)

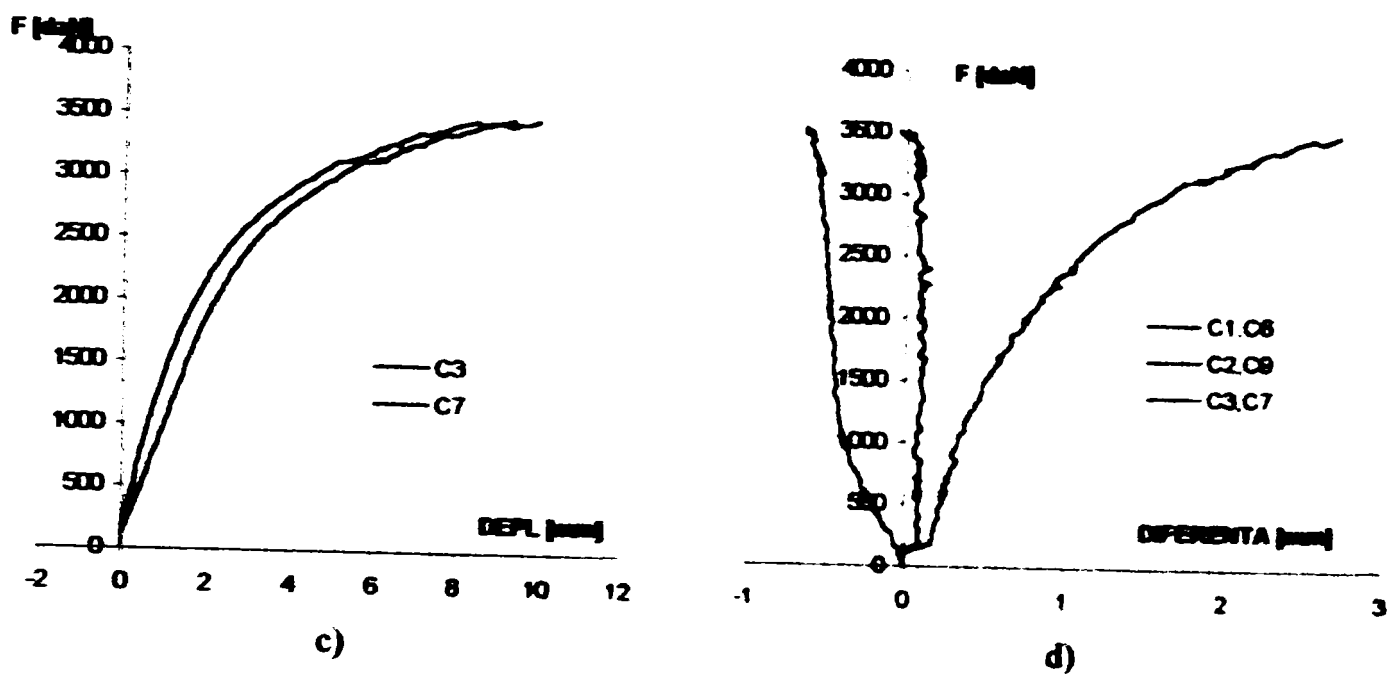


Fig. 4.12 - Diagrame comparative pentru captorii de deplasare așezați simetric: a) C1, C6, b) C2, C9 c) C3, C7, d) Variația grosimii panoului cu creșterea forței

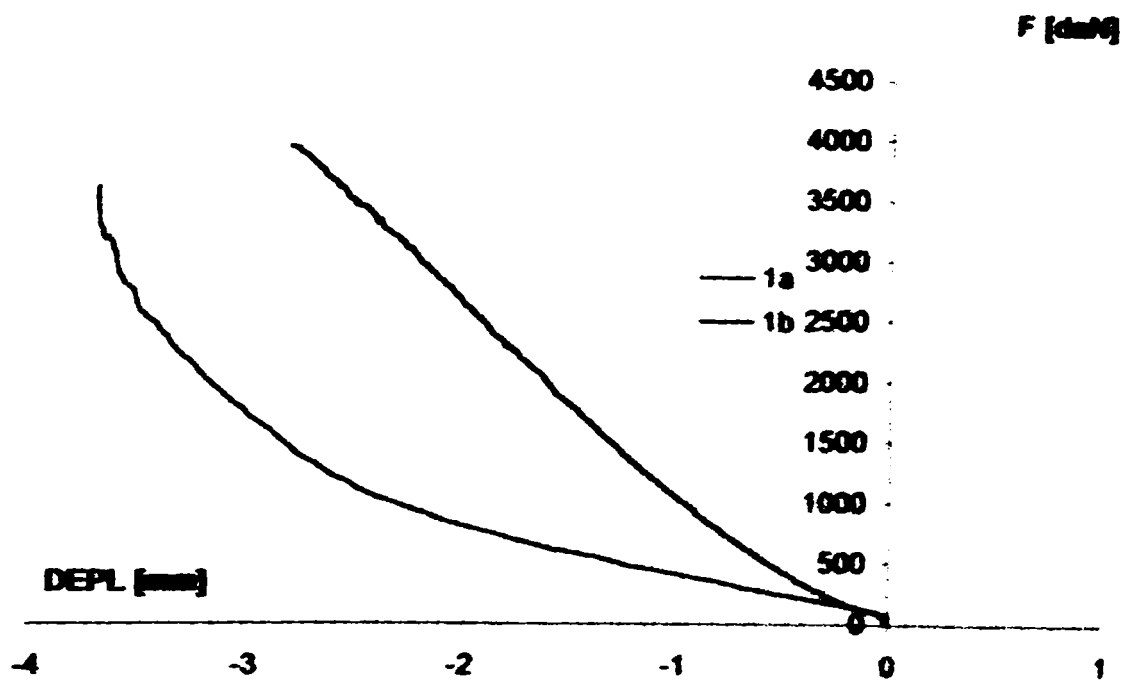


Fig. 4.13 - Variația deplasării longitudinale cu creșterea forței pentru panourile 1a și 1b

Tabloul 4.3 Valori ale deplasărilor laterale la câteva trepte de încălzire înregistrate de captori de deplasare poziționați pe peroul la

Forța [daN]	Deplasări laterale [mm]												
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
527	0,6351	0,6351	0,2697	0,2251	0,3452	0,3882	0,4804	0,5653	0,5673	1,4859	0,6912	0,4339	-1,3145
790	0,9351	0,9351	0,4196	0,3917	0,5737	0,6453	0,7378	0,8584	0,8810	2,1598	1,0722	0,6877	-1,9472
1030	1,2739	1,2739	0,6278	0,5888	0,8615	0,9423	1,0201	1,1973	1,2576	2,9347	1,4992	9825	-2,3791
1100	1,4057	1,4057	0,6958	0,6403	0,9555	1,0283	1,0982	1,3033	1,3652	3,1522	1,9246	1,0847	-2,4757
1200	1,5294	1,5294	0,7778	0,7094	1,0601	1,1343	1,1941	1,4281	1,5171	3,4200	1,77	1,1680	-2,5917
1300	1,7012	1,7012	0,8924	0,7908	1,2037	1,2632	1,3141	1,6076	1,6876	3,7668	1,97	1,3014	-2,6799
1390	1,8244	1,8232	0,9865	0,8481	1,2768	1,3472	1,4132	1,7176	1,8037	4,0001	2,11	1,31	-2,7673
1550	2,0570	2,0570	1,1201	0,9529	1,4607	1,5221	1,5699	1,9493	2,0467	4,4725	2,3844	1,515	-2,8698
1650	2,2228	2,2228	1,2355	1,0291	1,5955	1,6343	1,6790	2,1016	2,2130	4,7840	2,5656	1,6719	-2,941
1780	2,4182	2,4182	1,3704	1,1076	1,7585	1,7899	1,8143	2,3144	2,4159	5,1687	2,7828	1,8187	-3,01
1880	2,6482	2,6399	1,5483	1,2280	1,9588	1,9546	2,0135	2,5625	2,6739	5,6504	3,0776	1,9904	-3,11
2000	2,8800	2,8800	1,7242	1,3585	2,1701	2,1436	2,1947	2,8194	2,9471	6,1426	3,3647	2,1841	-3,1905
2110	3,1215	3,1215	1,8822	1,4499	2,3460	2,2820	2,3471	3,0536	3,1779	6,5365	3,5984	2,3478	-3,2417
2220	3,3699	3,3699	2,0616	1,5810	2,5584	2,4825	2,5498	3,3157	3,4422	7,0150	3,9009	2,5279	-3,3125
2330	3,6733	3,6922	2,2900	1,7533	2,8135	2,7223	2,7766	3,6229	3,7751	7,6131	4,2521	2,7516	-3,3867
2500	4,2419	4,2419	2,6886	2,0252	3,2588	3,1402	3,1920	4,1870	4,3629	8,6602	4,8828	3,1587	-3,4645
2620	4,6782	4,6782	3,0272	2,2651	3,6543	3,4980	3,5431	4,6520	4,8309	9,4548	5,3739	3,4895	-3,5101
2750	5,1790	5,1790	3,4109	2,5416	4,0734	3,8717	3,9330	5,1598	5,3667	10,3948	5,9305	3,8640	-3,5410
3030	6,7514	6,7514	4,6116	3,4369	5,4178	5,1100	5,1628	6,7265	7,0148	13,1697	7,6215	5,0120	-3,6121
3130	7,7509	7,7509	5,3898	3,9865	6,2729	5,8991	5,9309	7,7189	8,0592	14,9225	8,6972	5,7399	-3,6440
3200	8,3932	8,3932	5,8627	4,3348	6,8042	6,4046	6,4194	8,3563	8,7267	16,0281	9,3717	6,1951	-3,6705
3300	9,3439	9,3439	6,5942	4,8836	7,6459	7,1757	7,1703	9,3410	9,7678	17,7629	10,4253	6,9159	-3,6858
3400	10,6531	10,6531	7,6327	5,6209	8,7764	8,2441	8,2061	10,6378	11,1400	20,0514	11,8421	7,8952	-3,6911
3580	14,5785	14,5785	10,7211	7,9332	12,2910	11,5463	11,4014	14,6568	15,3903	26,8130	16,0760	10,8796	-3,6915

Acest mod de deformare al panoului este pus în evidență de asemenea de înregistrările realizate prin intermediul timbrelor tensometrice. Fața I a panoului a fost comprimată pe tot parcursul încercării. Diagramele de variație $F - \epsilon$ construite pe baza datelor înregistrate prin intermediul timbrelor tensometrice T13 ÷ T29 arată o creștere continuă a valorii lungirilor specifice negative până la cedarea de ansamblu a panoului (Fig. 4.14).

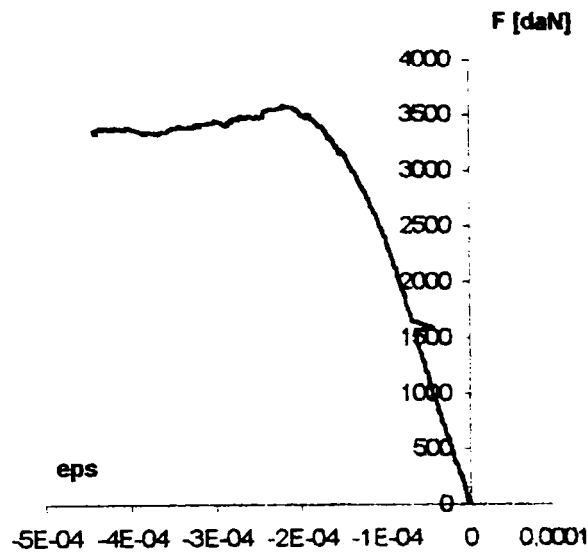


Fig. 4.14 - Timbrul T13

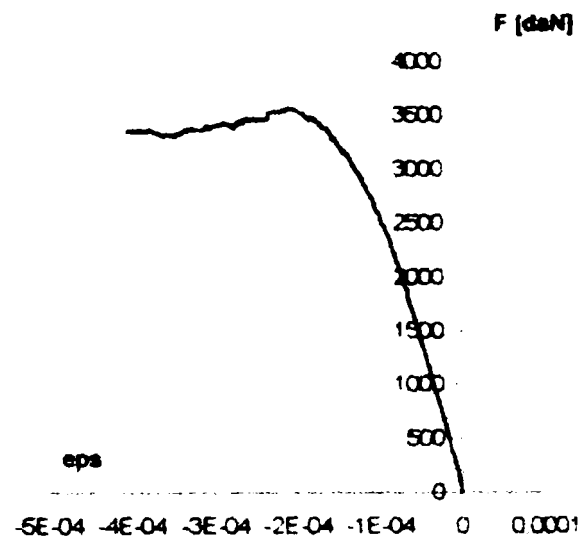
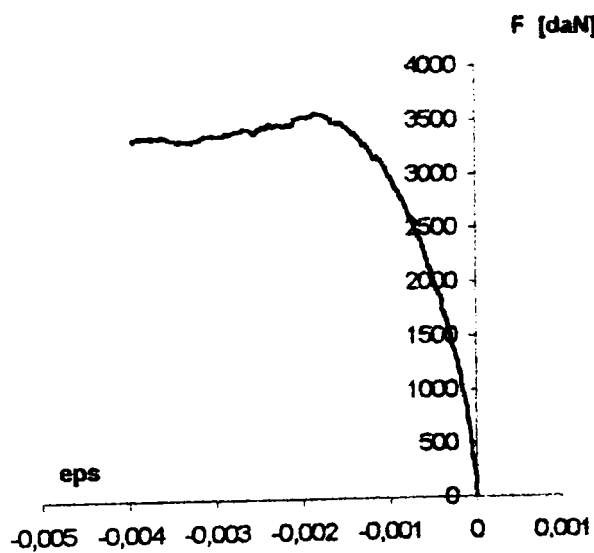
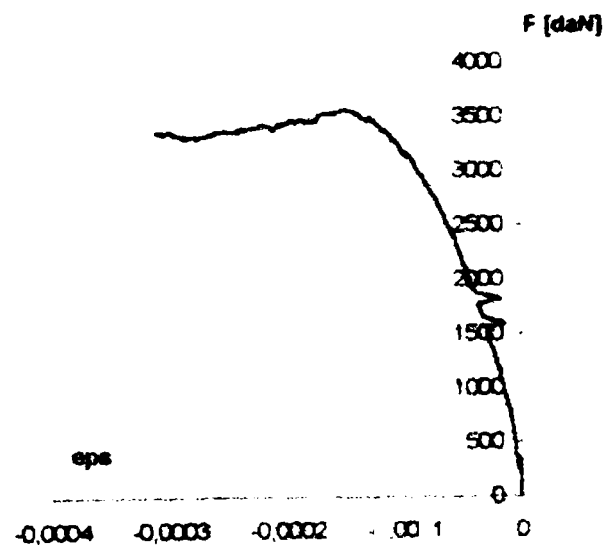


Fig. 4.14 - Timbrul T14



Timbrul T20



Timbrul T21

Fig. 4.14 - Variația lungirii specifice ϵ pe fața I cu creșterea forței în dreptul câtorva timbre tensometrice pe fața comprimată

După atingerea forței de compresiune maxime, așa cum rezultă din Figura 4.14, panoul a mai putut prelua încărcări, deformându-se în continuare. Față de valorile corespunzătoare forței maxime, deformațiile finale au crescut cu aproximativ 30 ÷ 50%.

Tabelul 4.4 – Variația deformațiilor specifice ε pentru fața 1 a panoului

	$\varepsilon \times 10^{-6}$ la F max	$\varepsilon \times 10^{-6}$ la F ultim	Diferența %
T13	- 200	- 439	54.44
T14	- 189	- 400	48.06
T15	- 187	- 445	57.90
T17	- 141	- 282	50.00
T18	- 222	- 480	53.75
T19	- 147	- 307	52.11
T20	- 167	- 394	57.61
T21	- 136	- 310	56.12
T22	- 200	- 419	52.26
T23	- 165	- 374	55.88
T24	- 283	- 602	52.90
T25	- 211	- 445	52.58
T26	- 133	- 302	55.96
T27	- 139	-309	55.01
T28	- 30	-63	52.38
T29	- 70	- 136	48.52

În tabelul 4.4 se precizează valorile lungirilor specifice ε corespunzătoare forțelor maxime din timpul încercării și forței ultime de cedare a panoului.

Figura 4.15 prezintă valorile ε în momentul cedării panoului pe baza datelor înregistrate de timbrele tensometrice T13-T29. Timbrele dispuse pe fața a 2-a a panoului, au înregistrat la început lungiri specifice negative cuprinse între $\varepsilon = -1,83 \times 10^{-6}$ în dreptul timbrului T6 la 432 mm de marginea încărcată și $\varepsilon = - 71 \times 10^{-6}$ în dreptul timbrului T12 la 180 mm de aceasta. Cele mai mari valori negative au fost înregistrate pentru forțe de compresiune cuprinse între $F = 2190$ daN (la T6) și $F=2780$ daN (la T5).

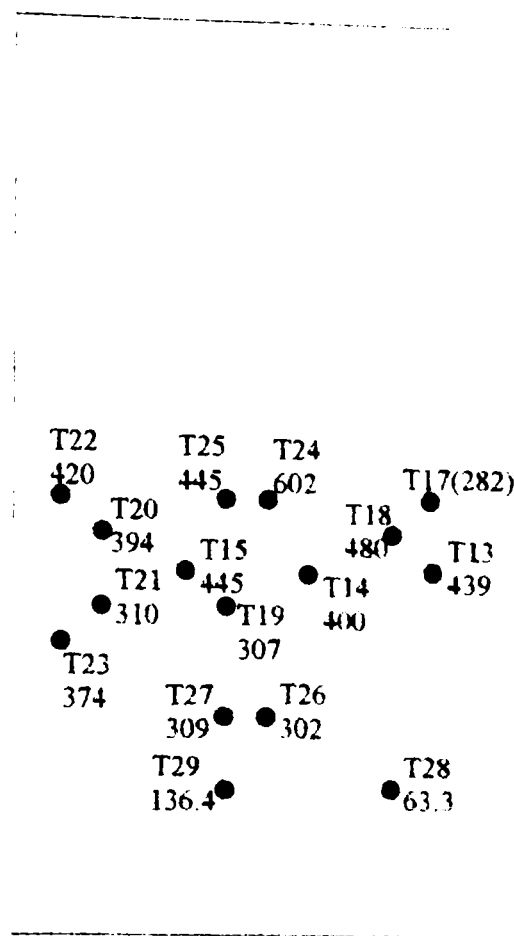


Fig. 4.15 - Valorile $\epsilon \times 10^{-6}$ în momentul cedării pentru fața 1

Procesul de deformare a panoului s-a produs continuu ducând la curbarea panoului prin solicitarea la întindere a fibrelor feței 2, fenomen care a avut loc pentru forțe de compresiune cuprinse între valorile $F = 2590$ daN (la T6) și $F = 3080$ aN (la T11 și T12)

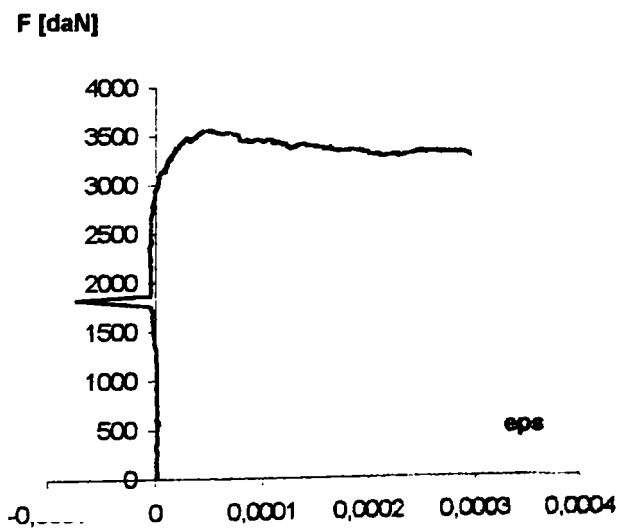


Fig. 4.16 – Timbrul T1

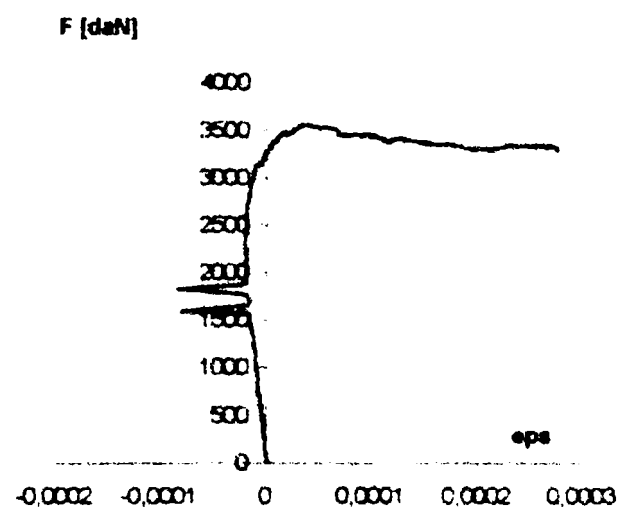


Fig. 4.16 -- Timbrul T2

F [daN]

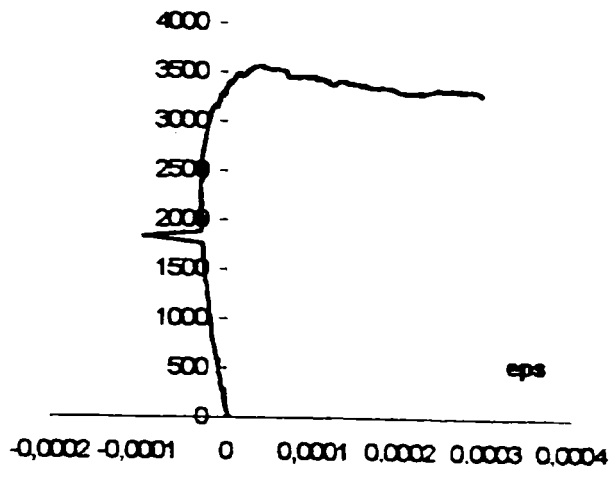


Fig. 4.16 – Timbrul T3

F [daN]

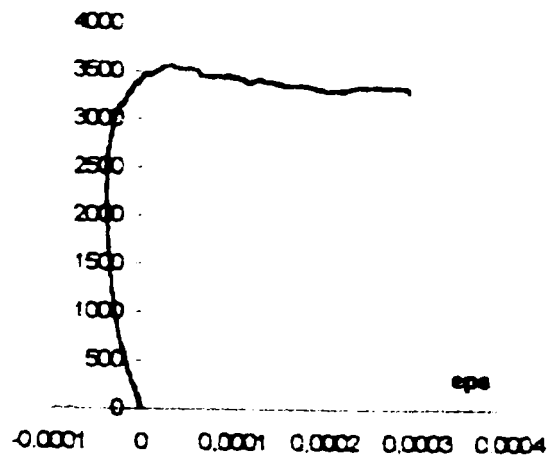


Fig. 4.16 – Timbrul T4

F [daN]

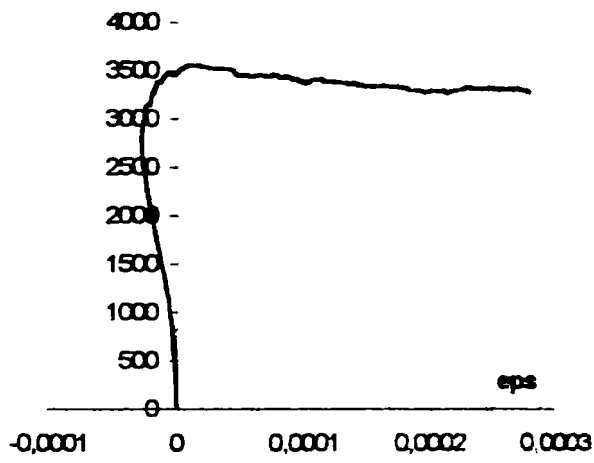


Fig. 4.16 – Timbrul T5

F [daN]

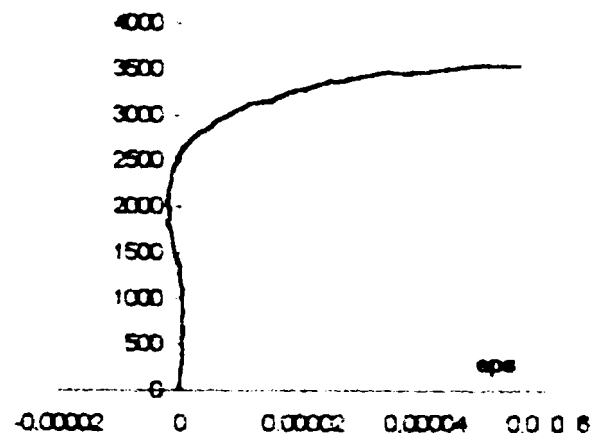


Fig. 4.16 – Timbrul T6

F [daN]

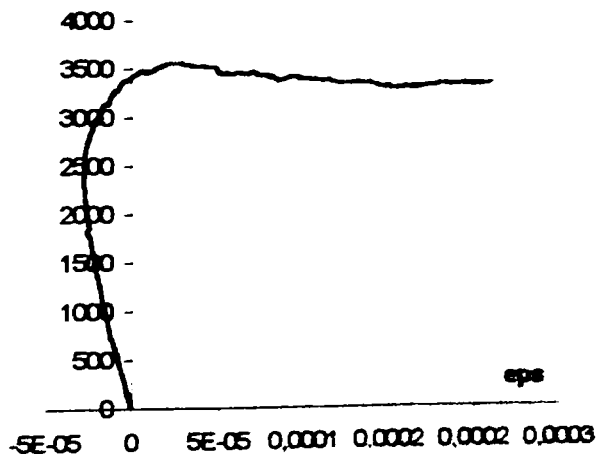


Fig. 4.16 – Timbrul T7

F [daN]

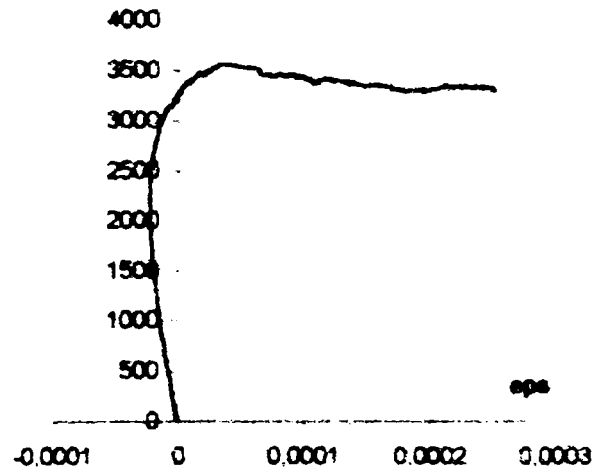


Fig. 4.16 – Timbrul T8

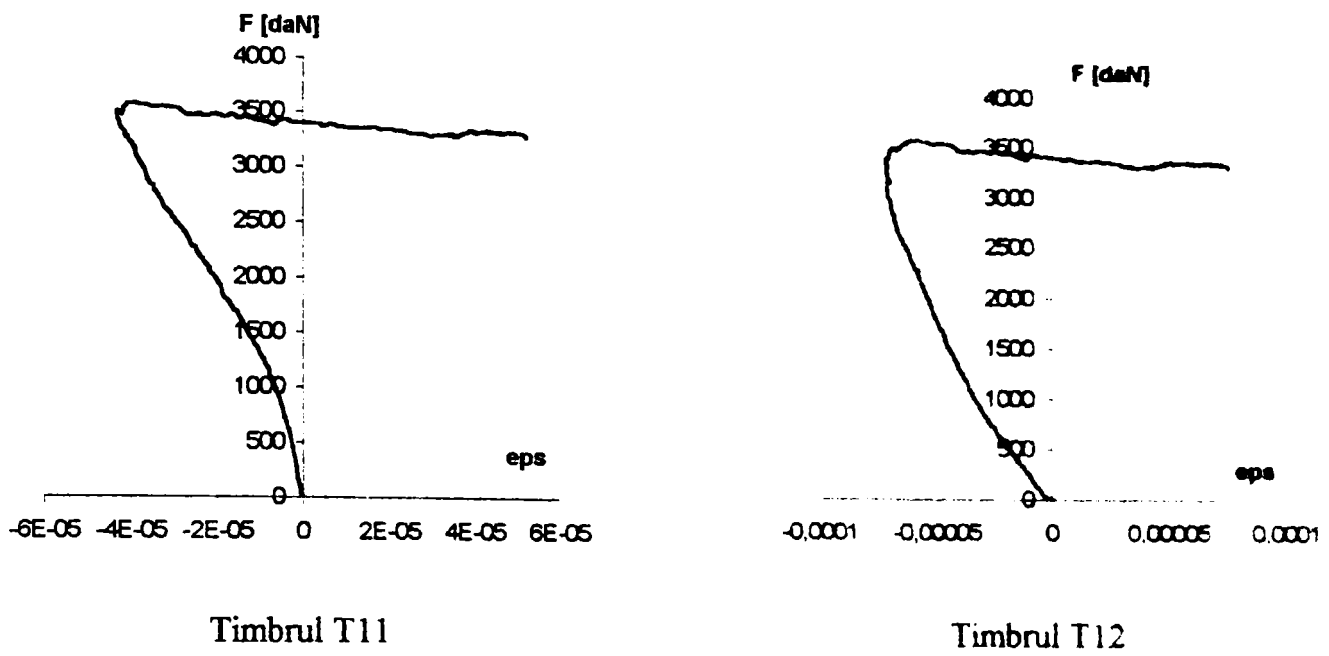


Fig. 4.16 – Variația lungirii specifice ϵ cu creșterea forței în dreptul timbrilor tensometrice de pe fața 2 a panoului .

Cele mai mari deformații de întindere au fost înregistrate în zona situată la aproximativ 432 mm de marginea încărcată și au atins la cedare valoarea $\epsilon = 293 \cdot 10^{-6}$ (T1, T3, T4).

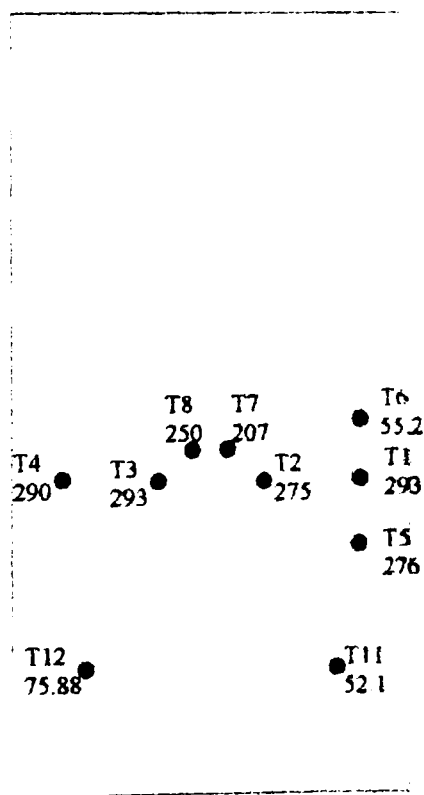


Fig. 4.17 - Panoul 1 Valorile $\epsilon \times 10^{-6}$ în momentul cedării de ansamblu pentru fața 2 a panoului 1

În Tabelul 4.5 se prezintă valorile maxime negative și valorile corespunzătoare forței ultime ale lungirilor specifice ϵ pentru fața 2 a panoului I.

Tabelul 4.5 – Valorile ϵ pentru fața 2a panoului I

Timbrul tensometric	$\epsilon \times 10^{-6}$ (valoare maximă negativă)	$\epsilon \times 10^{-6}$ (valoare la Fmax)	$\epsilon \times 10^{-6}$ (valoare ultimă)
T1	- 6.02	37 86	292 00
T2	- 20.18	25 68	275 00
T3	- 30.13	25 06	293 00
T4	- 38.00	18 86	290 00
T5	- 27.46	2 06	276 00
T6	- 1.82	42 41	55 20
T7	- 27.12	14 23	207 00
T8	- 22.38	26 80	250 00
T11	- 43.10	- 43 10	52 10
T12	- 71.06	- 71 06	75 88

Timbrele T11 și T12, cele mai apropiate ca poziție de marginea încărcată, au înregistrat până la atingerea forței maxime de compresiune numai valori negative, după care, la forță practic constantă, s-a ajuns la valori pozitive ($\epsilon = 52 \times 10^{-6}$ pentru T11 și $\epsilon = 75,88 \times 10^{-6}$ pentru T12).

O comparație între variația lungirii specifice ϵ cu creșterea forței în cazul timbrelor dispuse în zona cu deformațiile cele mai mari, este dată în Figurile 4.18 și 4.19.

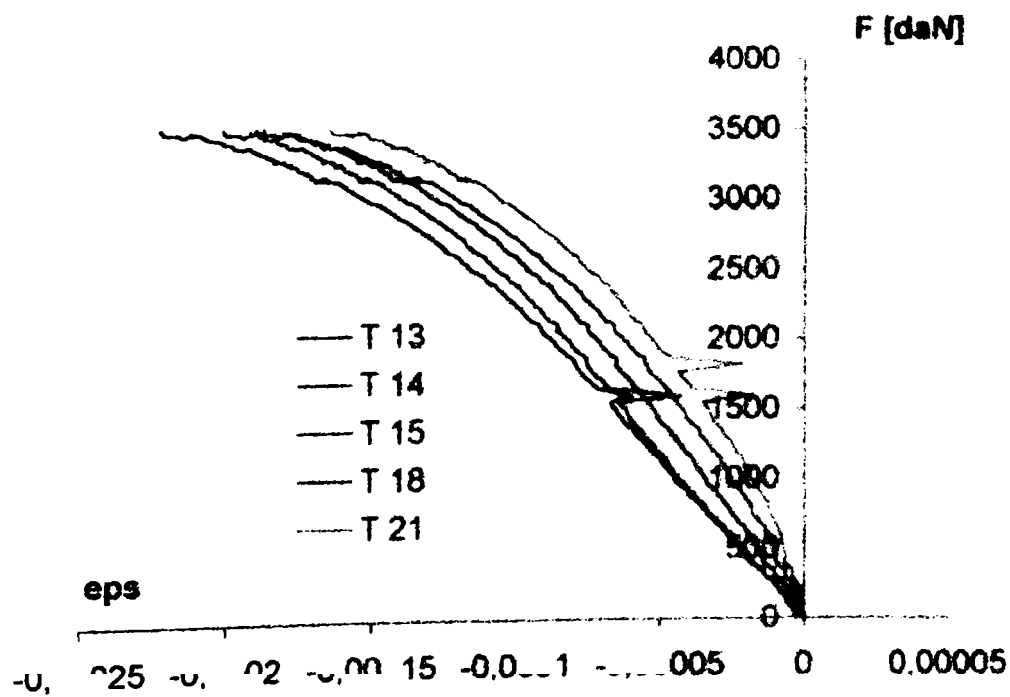


Fig. 4.18 - Variația ϵ cu creșterea forței până la atingerea valorii Fmax, înregistrată de timbrele dispuse la 360 mm de marginea încărcată

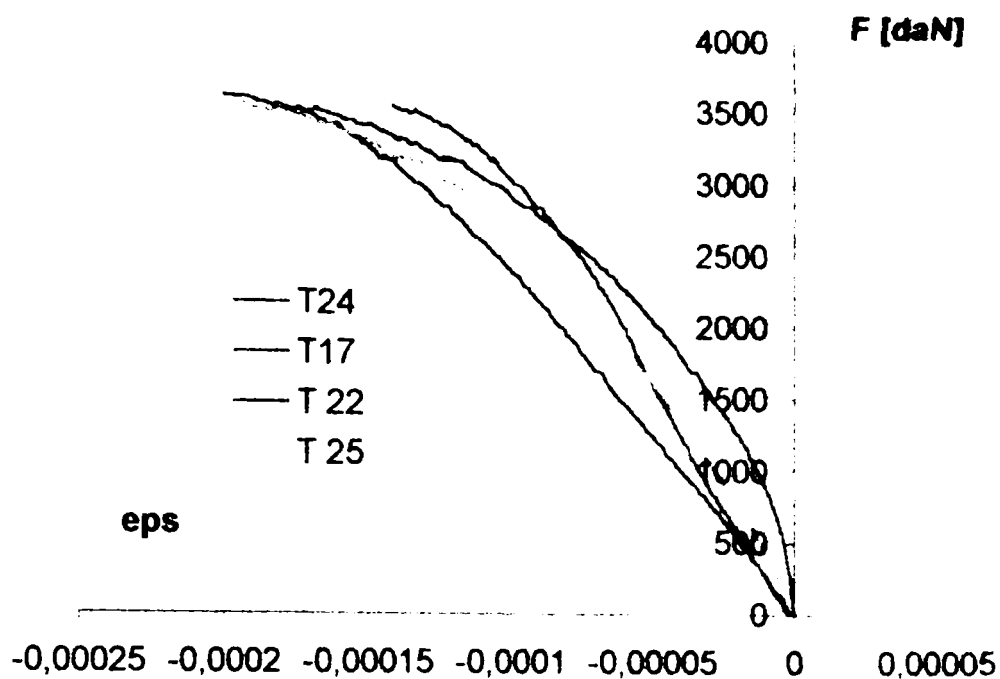


Fig. 4.19 - Variația ϵ cu creșterea forței până la atingerea valorii F_{max} , înregistrată în timbrele dispuse la 432 mm de marginea încărcată

Mărimea alungirii specifice ϵ crește cu apropierea de zona aflată la 432 mm de marginea încărcată. În Figura 4.20 se remarcă faptul că cele mai mari deformații sunt înregistrate de timbrul T25 din această zonă, urmând apoi în ordine cu deformații mai mici celelalte timbre dispuse pe linia longitudinală spre marginea încărcată.

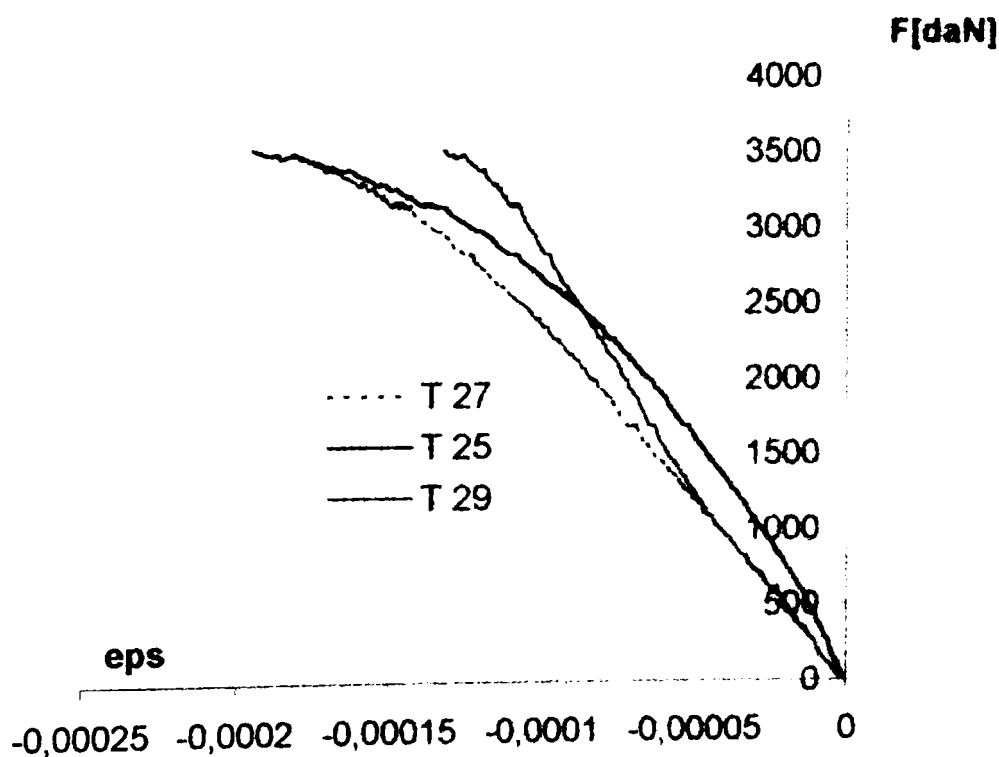


Fig. 4.20 - Variația ϵ cu creșterea forței până la atingerea valorii F_{max} , în timbrele dispuse pe o linie longitudinală

Analog cu rezultatele obținute prin prelucrarea datelor înregistrate de către captorii de deplasare, se observă și aici că deformata panoului nu este simetrică pe lățime, fapt care se datorează imperfecțiunilor geometrice existente. Comparând variația ϵ cu creșterea forței înregistrată de timbrele T1 ÷ T4 dispuse pe lățime la 360 mm de marginea încărcată, se vede că, pe partea stângă față de sensul de acțiune al forței, sunt cele mai mari compresiuni (timbrul T4) iar pe partea dreaptă cele mai mari întinderi. Compresiunile sunt mai mari în partea stângă și la nivelul timbrelor T11, T12, mai apropiate de marginea încărcată (Fig. 4.21).

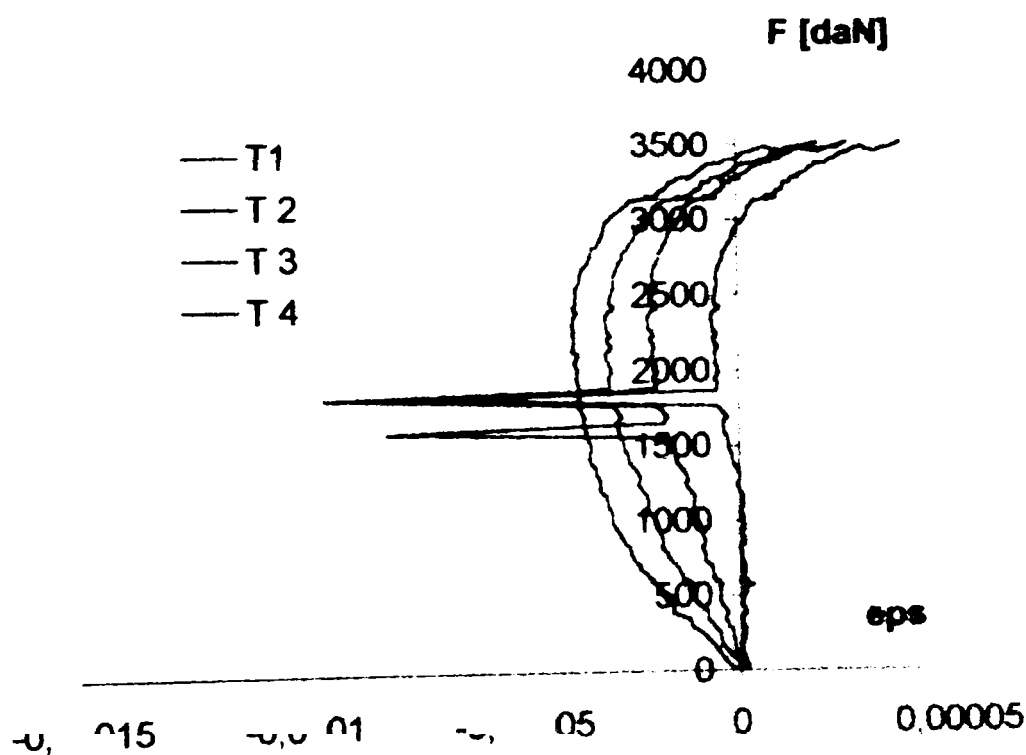


Fig.4.21 - Variația ϵ cu creșterea forței în timbre dispuse pe lățime

Cedarea panoului în ansamblu, a avut loc prin schimbarea curburii deformatei și fisurarea lui în apropierea dispozitivului de rezemare (Fig.4.22). Panoul 1a, pentru care forța maximă atinsă în timpul încercării a fost $F_{max} = 3560$ daN, a cedat la o forță cu 7.13% mai mică ($F = 3306$ daN). Pentru panoul 1b, forța de cedare a fost $F = 3270.3$ daN, cu 16.3% mai mică decât $F_{max} = 3907.3$ daN

4.3.2 Rezultatele încercărilor experimentale efectuate pe panourile plane rigidizate

Experimentarea s-a efectuat pe trei panouri rigidizate denumite 2a, 2b și 2c. Studiile au urmărit comportarea acestor panouri la compresiune uniformă în lungul undulelor.

Pe fiecare panou s-a fixat un număr de 13 captori de deplasare a căror dispunere este dată în Figura 4.22. Captorii 4 ÷ 12 au fost montați pe fața plană, iar captorii 1 ÷ 3, precizați în paranteză, pe fața ondulată a panoului. Captorul 13 a înregistrat deplasarea în direcția de acțiune a forței.

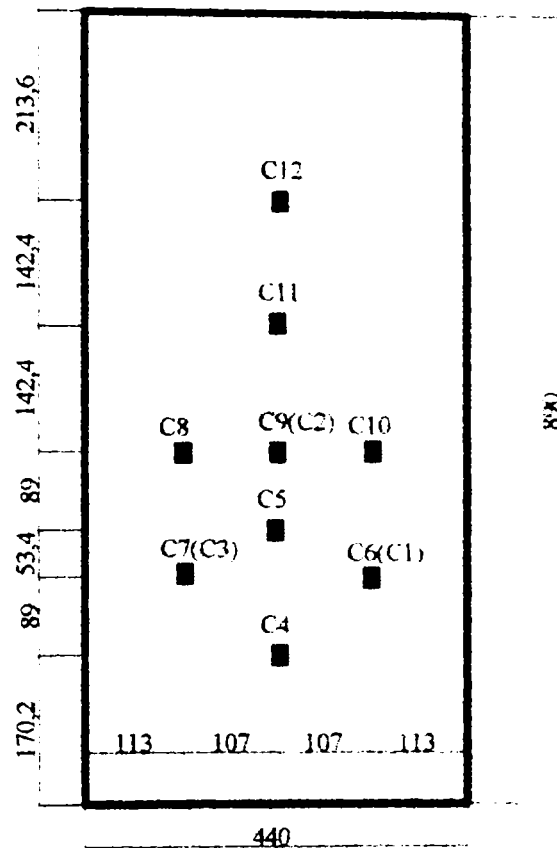


Fig. 4.22 – Poziția captorilor de deplasare pentru panoul 2

Pe panoul 2b au fost montate 16 timbre tensometrice. Modul de dispunere al acestora este prezentat în figura 4.23. Pe placa ondulată, din cauza rugozității materialului au fost lipite doar 2 timbre tensometrice, T15 și T16, în dreptul timbrelor T2 respectiv T10 de pe fața plană.

Forțele de compresiune maxime obținute în decursul încercării sunt apropiate în cazul panourilor 2a și 2b. Pentru panoul 2a, forța maximă a fost de 547 daN iar pentru panoul 2b, de 528.214 daN, diferența în procente fiind de 3.43%. Forța maximă atinsă în timpul comprimării panoului 2c, a fost cu 32% mai mică, ajungând numai la 372.12 daN.

Comparativ cu deformarea panourilor sandwich, aceste panouri plane rigidizate au deformații mult mai mari. Până la atingerea forței maxime, deplasările laterale sunt

de maximum 23.5 mm pentru panoul 2a, 27 mm pentru 2b și 11.2 mm pentru 2c. În continuare, deformarea panoului s-a produs practic la forță constantă. ($F = 540$ daN în cazul panoului 2a, $F = 520$ daN în cazul panoului 2b și $F = 360$ daN pentru panoul 2c), deplasările laterale ultime ajungând la valori semnificative: 36.71 mm (2a), 38.7 mm (2b), 45.7 mm (2c). Aceste date sunt ilustrate de diagramele din Figura 4.24.

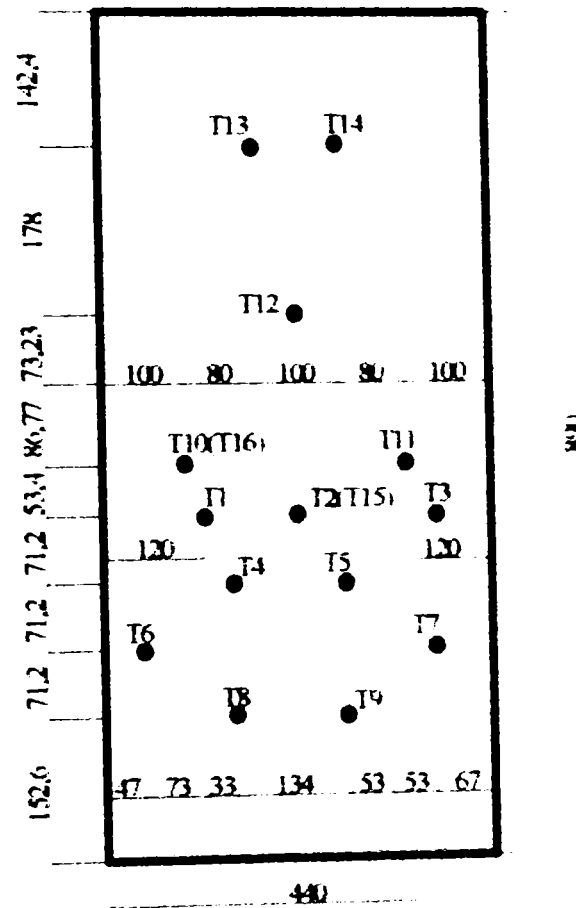


Fig. 4.23 – Poziția timbrelor tensometrice pentru panoul 2

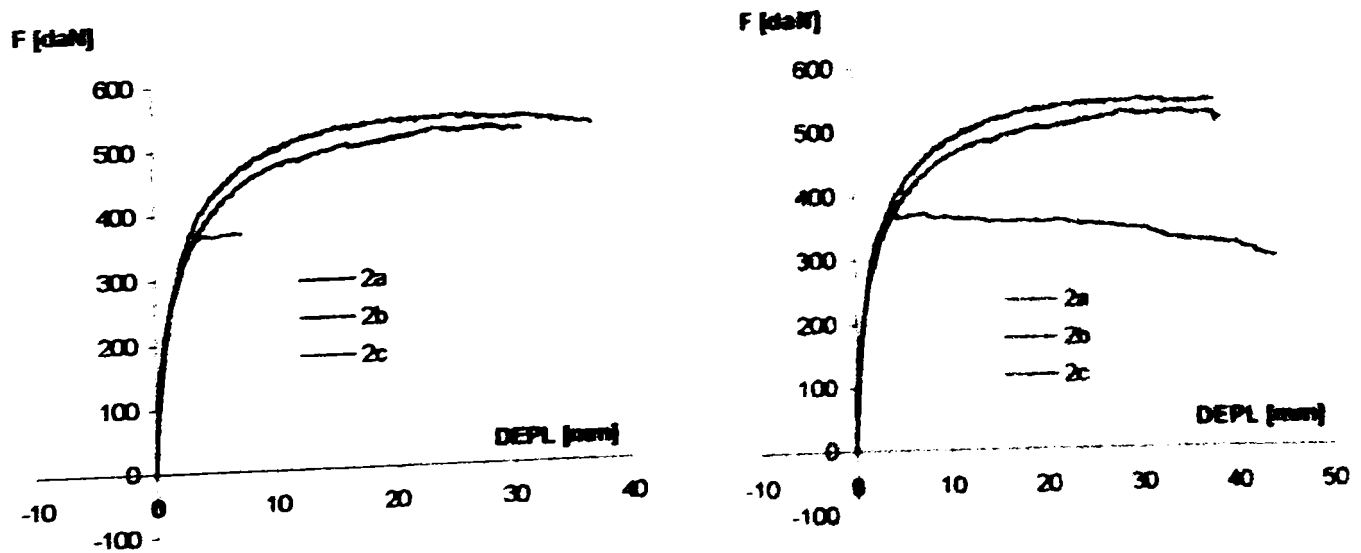


Fig.4.24 – a) Captor deplasare 1

Fig.4.24 – b) Captor deplasare 2

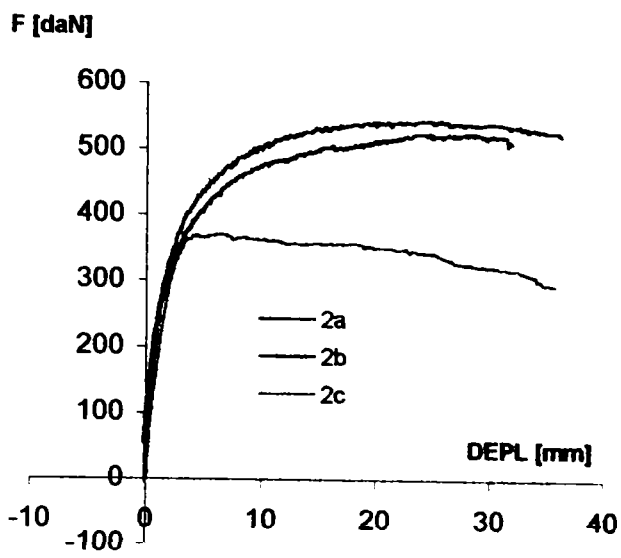


Fig.4.24 – c) Captor deplasare 3

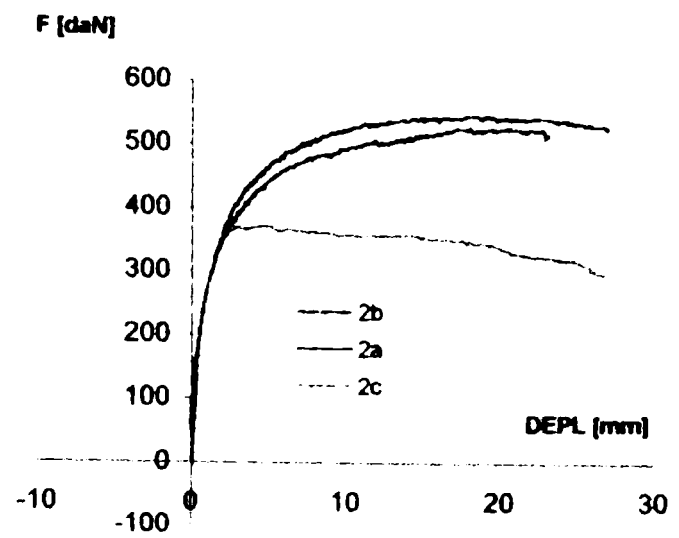


Fig.4.24 – d) Captor deplasare 4

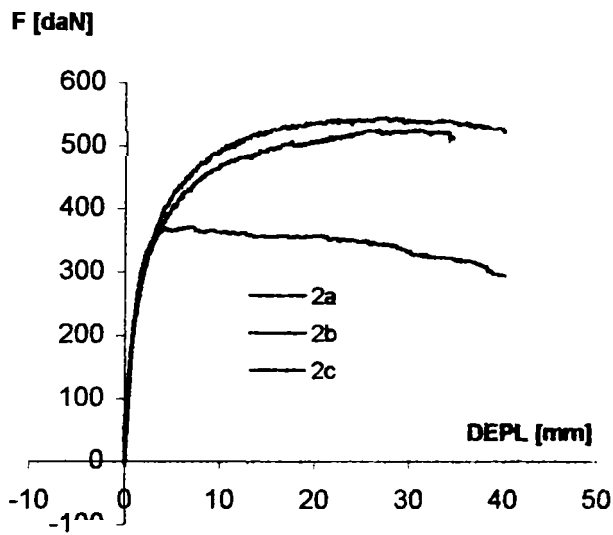


Fig.4.24 – e) Captor deplasare 5

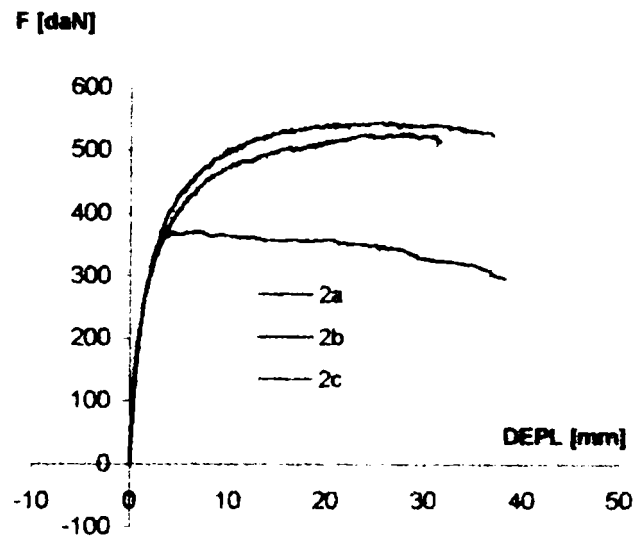


Fig.4.24 – f) Captor deplasare 6

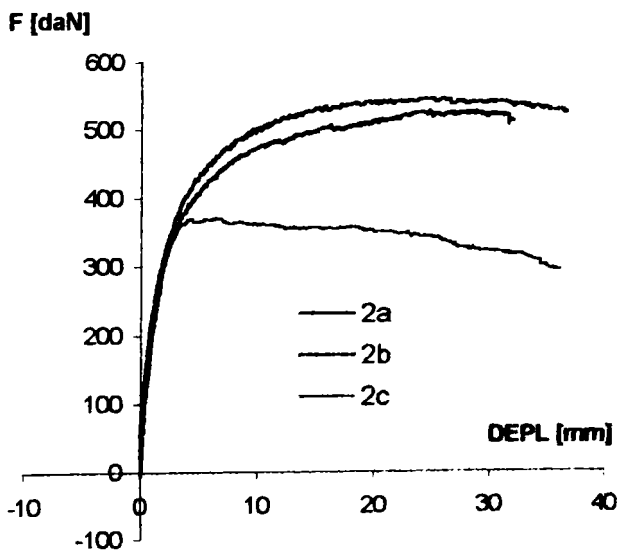


Fig.4.24 – g) Captor deplasare 7

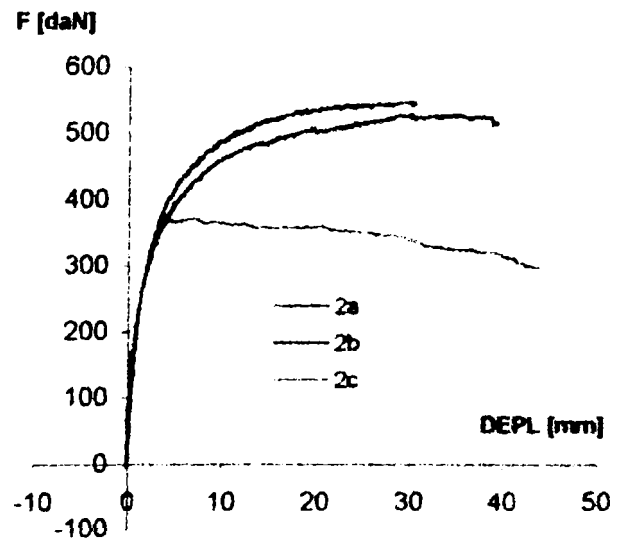
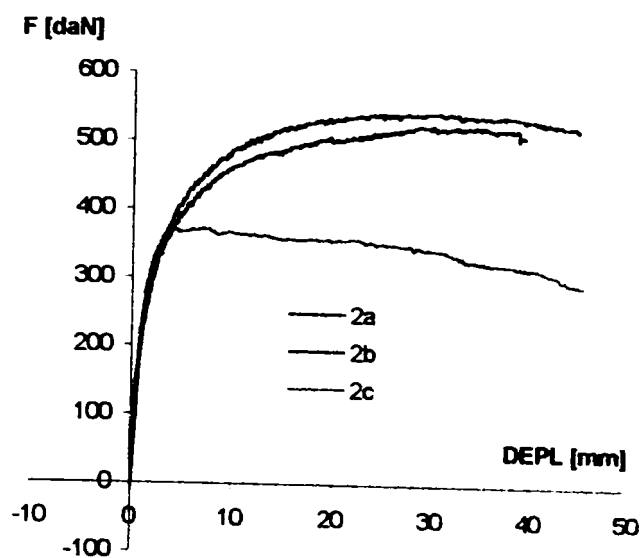
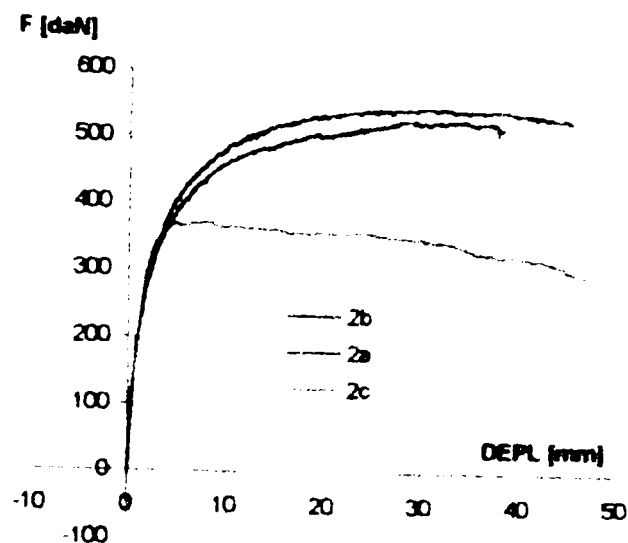


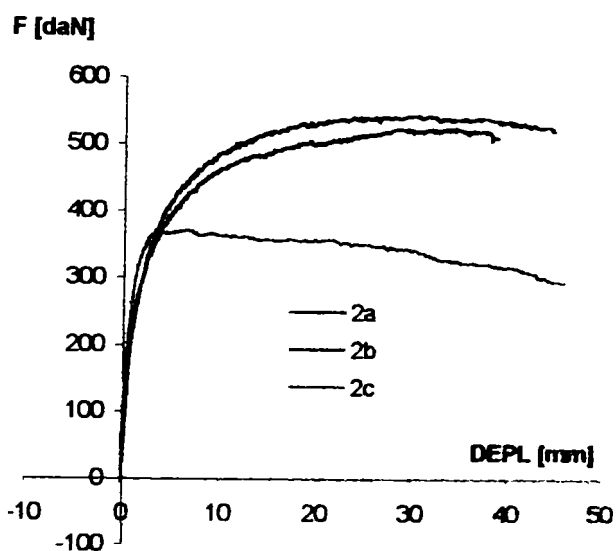
Fig.4.24 – h) Captor deplasare 8



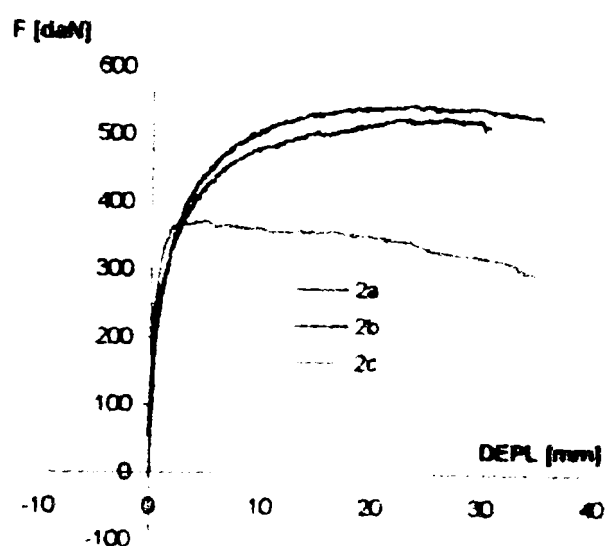
i) Captor deplasare 9



j) Captor deplasare 10



k) Captor deplasare 11



l) Captor deplasare 12

Fig. 4.24 – Variația deplasărilor laterale înregistrate de captorii de deplasare pe parcursul încercării

Comportarea sub încărcare a panourilor 2a și 2b este foarte apropiată, ca de altfel, valorile forțelor maxime atinse în timpul încercării. Panoul 2c a suportat o forță maximă mai mică, dar în ceea ce privește deplasările laterale, diferențele nu sunt semnificative

Studiind comportarea captorilor de deplasare poziționați pe axa de simetrie longitudinală până la atingerea forței maxime, se observă că pentru panourile 2a și 2b cea mai mare valoare a fost înregistrată de captorii C9 și C11 din zona centrală. Diferența procentuală dintre valorile maxime și minime ale deplasărilor punctelor de pe axa longitudinală este de 39.3% pentru panou 2a și 39.4% pentru panoul 2b.

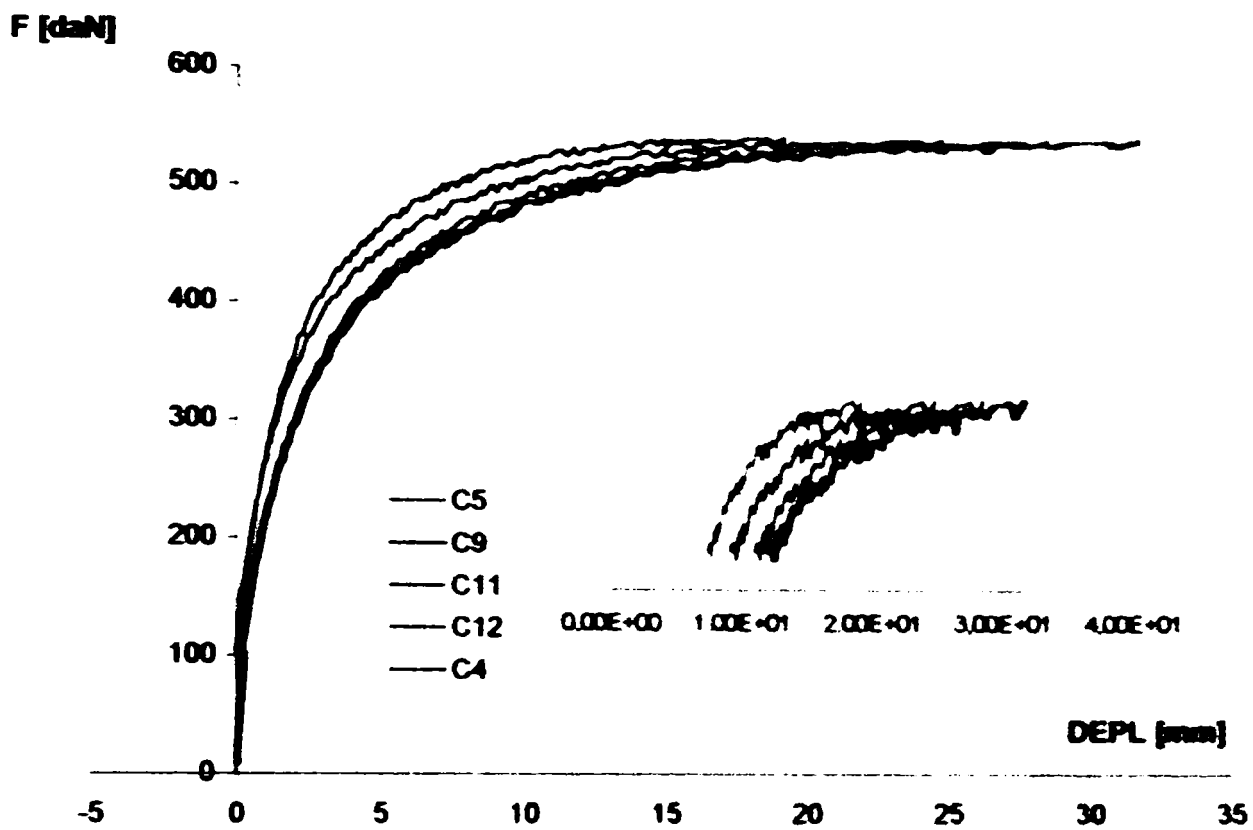


Fig. 4.25 –Panoul 2a- Variația deplasărilor laterale cu creșterea forței înregistrată de captorii de deplasare dispuși pe axa longitudinală de simetrie

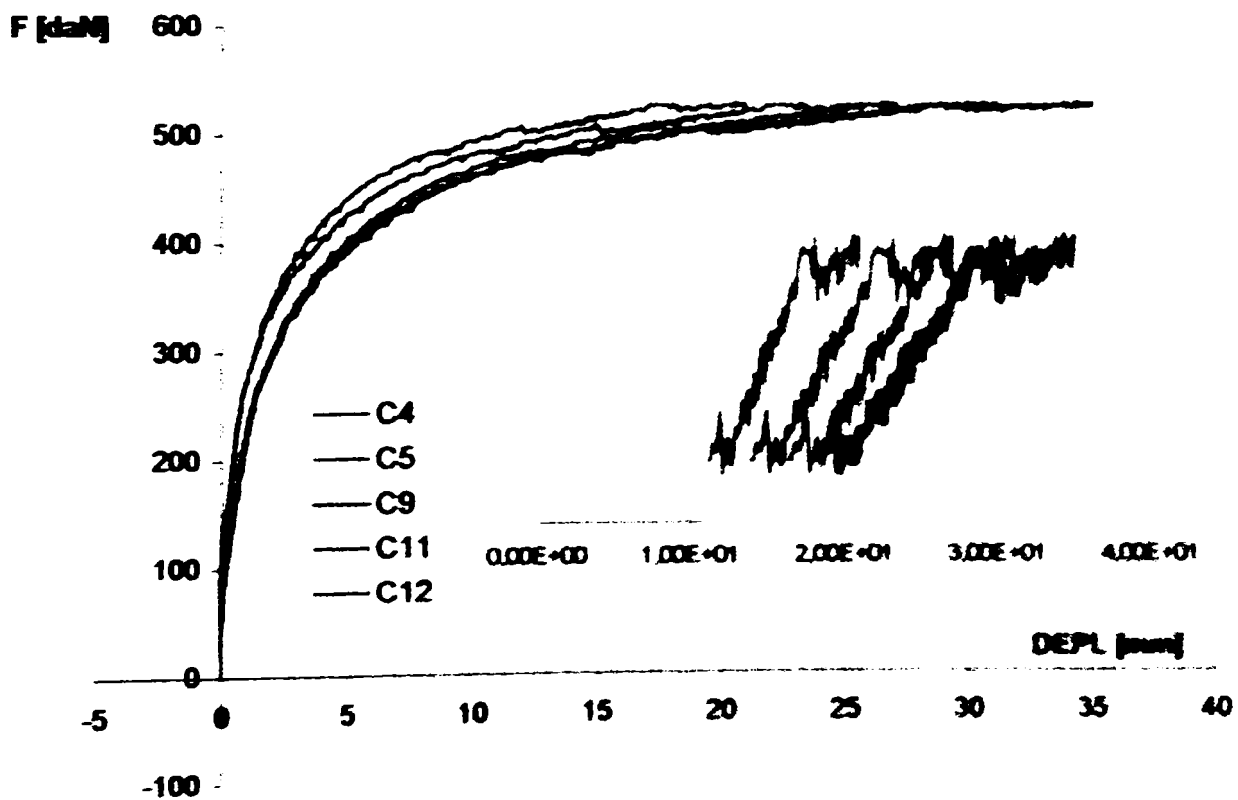


Fig. 4.26 –Panoul 2b- Variația deplasărilor laterale cu creșterea forței înregistrată de captorii de deplasare dispuși pe axa longitudinală de simetrie

O diagramă de variație a deplasărilor laterale în lungul panoului 2 a. construită cu valori înregistrate pentru 6 trepte de încărcare, prezentată în Figura 4.27, arată modul de deformare al acestuia în timpul încercării.

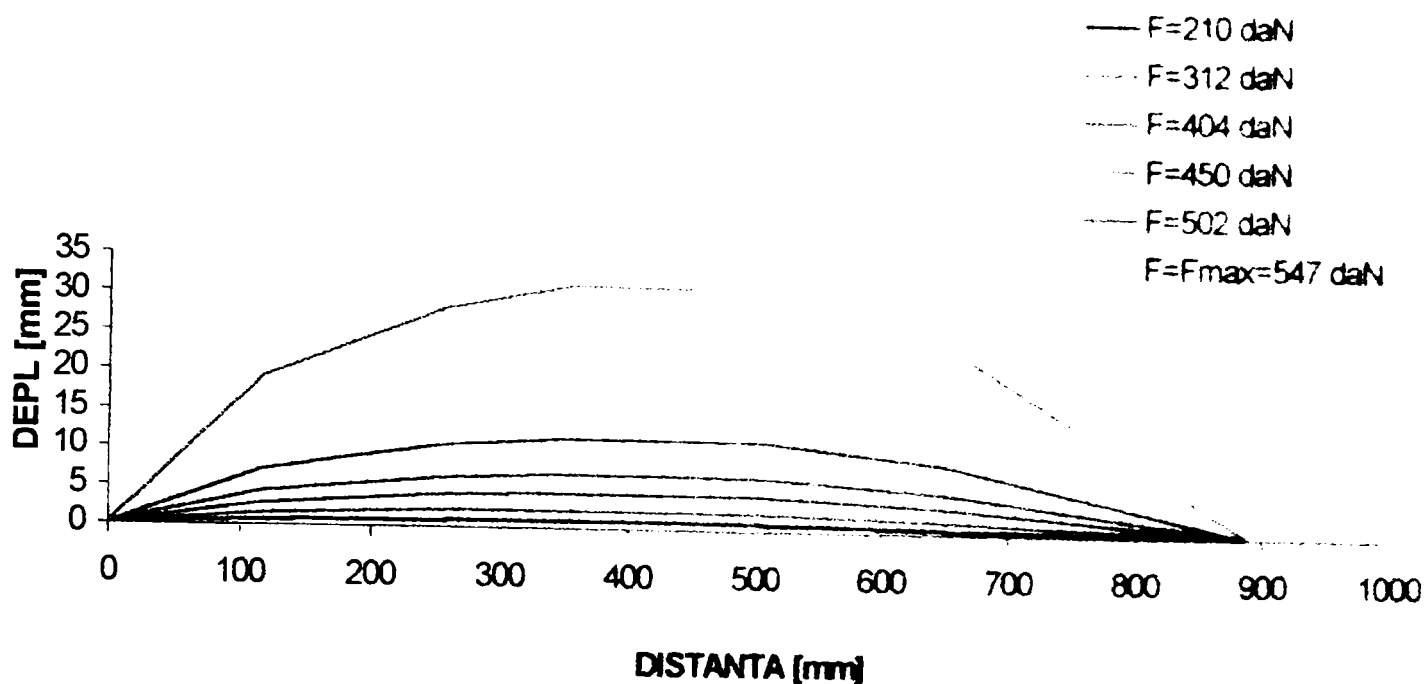


Fig. 4.27 –Panoul 2 a- Deplasările laterale înregistrate în axa longitudinală de simetrie la câteva trepte de încărcare

Tabelul 4.6 - Deplasările laterale înregistrate în axa longitudinală de simetrie la câteva trepte de încărcare

Distanța [mm]	Captori	F=312 [daN]	F=404 [daN]	F=450 [daN]	F=502 [daN]	F=547 [daN]
0		0	0	0	0	0
116	C4	1,414254	2,811482	4,30363	7,144171	19,20239
258	C5	2,188667	4,229473	6,435433	10,61789	28,50087
356	C9	2,319595	4,554507	7,015032	11,67529	31,73297
507,3	C11	2,179254	4,38813	6,822781	11,49216	31,51883
649,7	C12	1,547384	3,281241	5,197389	8,868713	24,78527
890		0	0	0	0	0

Din Tabelul 4.6 se observă faptul că după atingerea valorii $F = 502$ daN, deformațiile panoului cresc cu aproximativ 60%. Deplasările laterale maxime înregistrate se află în zona situată la distanța de $350 \div 550$ mm de marginea încărcată.

Figura 4.28 prezintă deformată panoului în axa de simetrie longitudinală corespunzătoare forțelor maxime din panourile 2a, 2b, 2c, iar figura 4.29 prezintă variația deplasărilor laterale pe lungimea panoului în lungul a trei linii longitudinale

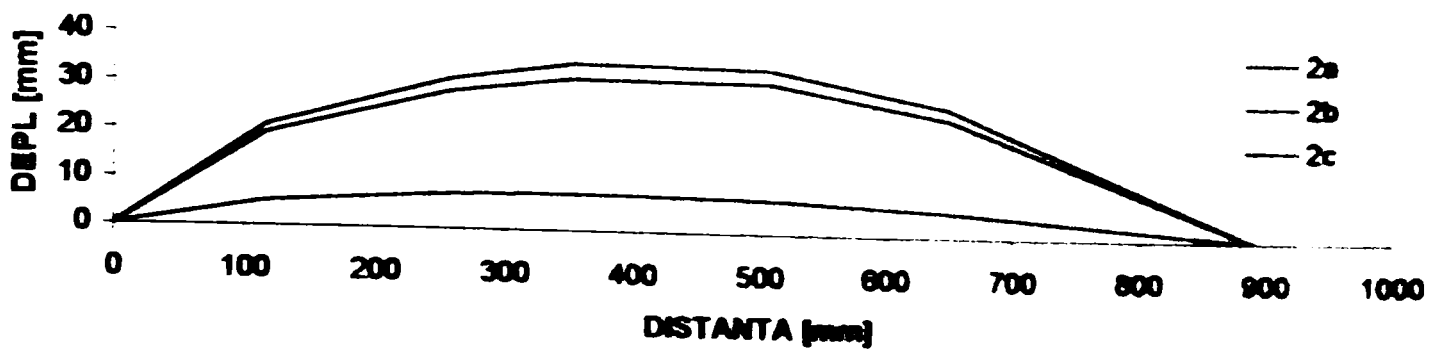


Fig. 4.28 - Variația deplasărilor pe lungime la F_{max}

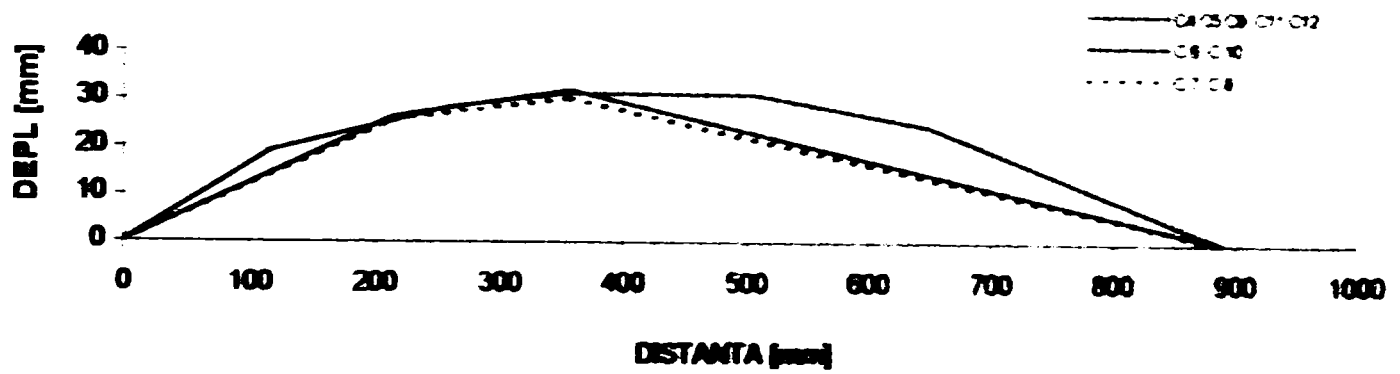
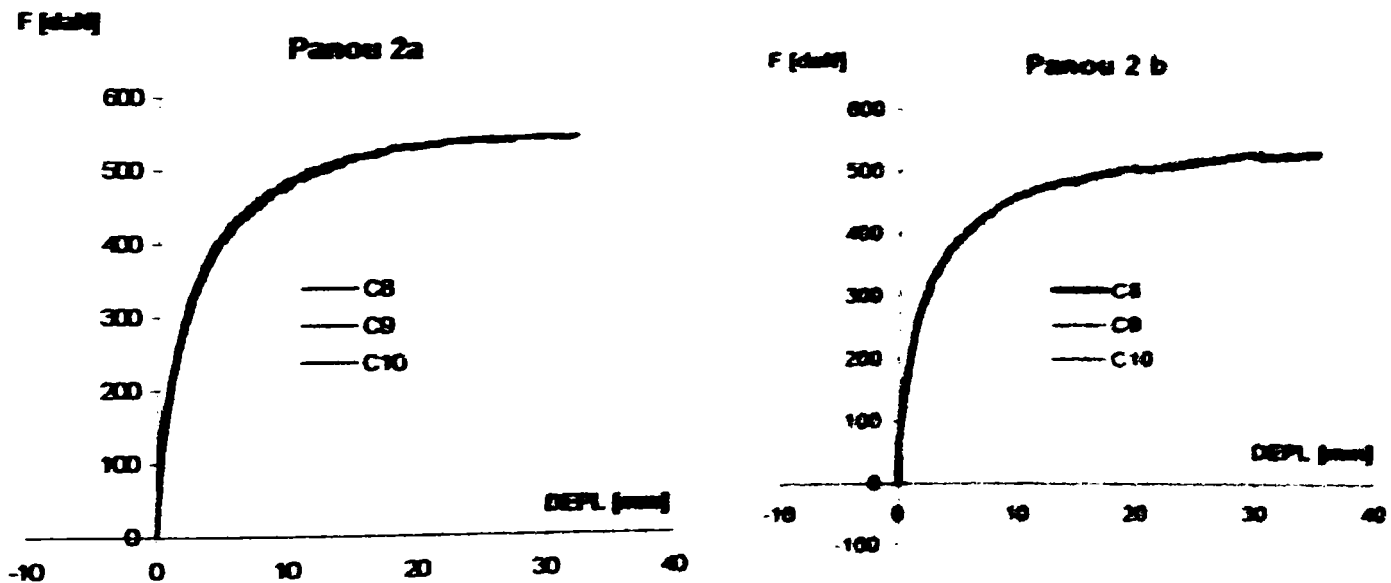


Fig. 4.29 - Variația deplasărilor pe lungime la F_{max} in trei secțiuni longitudinale

Așa cum rezultă din figura 4.29, captorii de deplasare dispuși pe lățimea panoului nu au înregistrat diferențe mari de valori. Curbele de variație forță-deplasare pentru captorii de deplasare aflați pe o linie transversală aproape se suprapun.



- Fig. 4.30 -

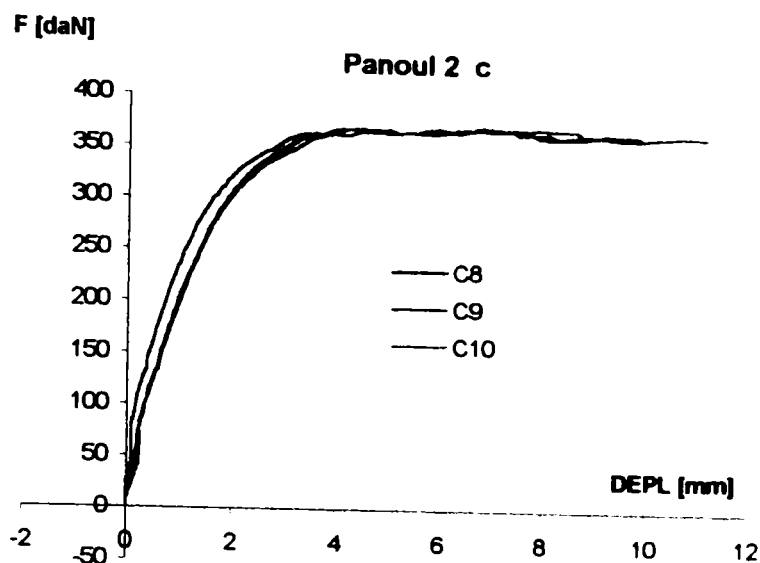


Fig. 4.30 - Variația deplasărilor laterale cu creșterea forței înregistrată de captorii de deplasare aflați pe o linie transversală

Aceeași observație este pusă în evidență de Figura 4.30. Studiind comportarea panoului 2a, se vede că diferența procentuală între deplasările înregistrate de captorii de

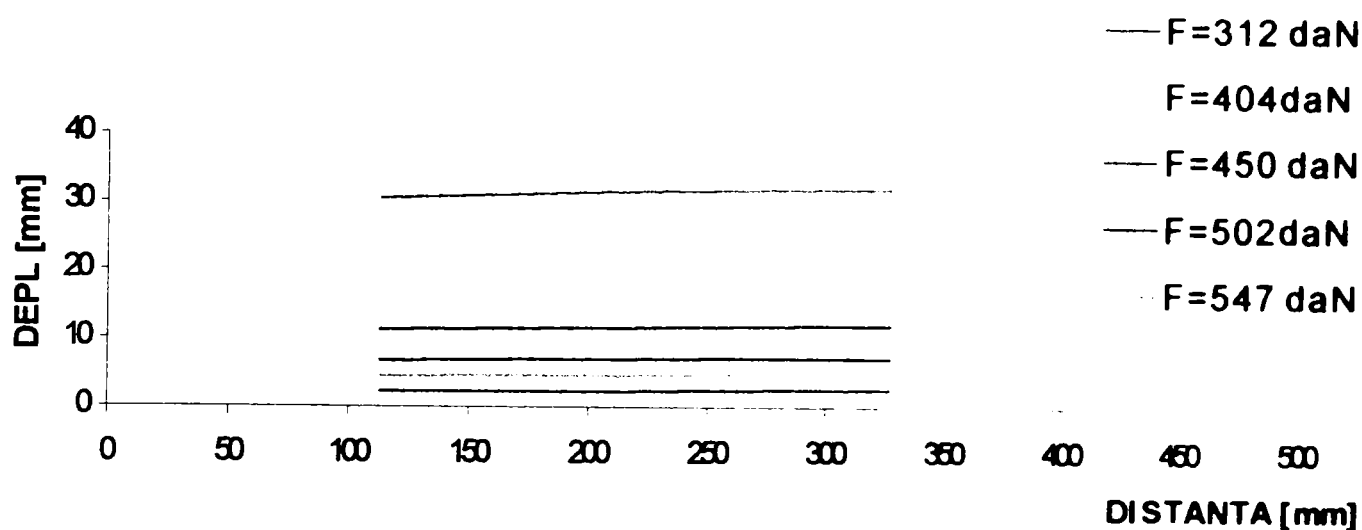


Fig. 4.31 – Variația deplasărilor înregistrate de captorii de deplasare C8, C9, C10 dispuși pe lățime, la câteva trepte de încărcare pentru panoul 2a

tabelul 4.7 –Panoul 2a- Valorile înregistrate de captorii C8, C9, C10 la câteva trepte de încărcare

Distanța [mm]		F=210 [daN]	F=312 [daN]	F=404 [daN]	F=450 [daN]	F=502 [daN]	F=547 [daN]
0							
113	C8	0,8966734	2,171263	4,358244	6,72308	11,26049	30,51227
220	C9	0,984046	2,319595	4,554507	7,015032	11,67529	31,73297
327	C10	1,155814	2,515132	4,823092	7,318763	12,08855	32,22887
440							

deplasare marginali C8 și C10 crește cu mărimea forței de la 22.67% corespunzătoare treptei de încărcare $F = 10$ daN, la 5.27% pentru $F_{\max} = 547$ daN.

Din compararea deplasărilor înregistrate de captorii așezați simetric: C1-C6, C2-C9, C3-C7 se observă că diferențele sunt foarte mici, cele două curbe practic se suprapun. Figura 4.32 a, prezintă variația diferenței de grosime cu creșterea încărcării pentru panoul 2a. În dreptul captorilor C3-C7 și C9-C2, s-a produs o umflare, rezultând o diferență maximă de 0.369 mm iar în dreptul captorilor C1-C6 o micșorare a grosimii de maximum 0.29 mm. În figura 4.32 b, referitoare la panoul 2b, se observă că în dreptul captorilor C9-C2, s-a produs o umflare, grosimea lui mărindu-se pentru $F = F_{\max}$ cu 0.71 mm, datorită fenomenului de voalare locală produs în această zonă a plăcii ondulate.

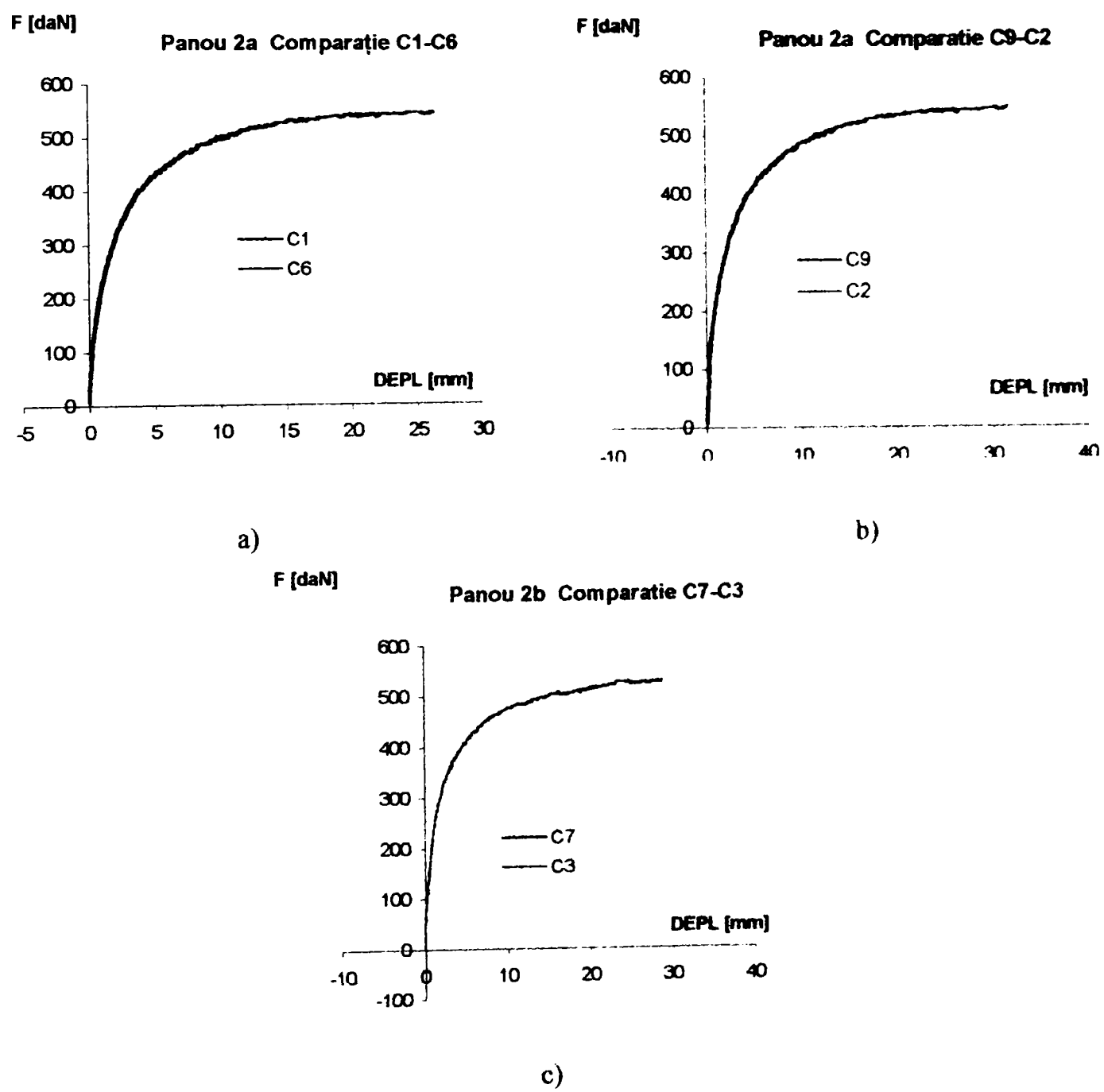


Fig. 4.32 – Comparație între Variația deplasărilor laterale în timpul încercării pentru captorii așezați simetric

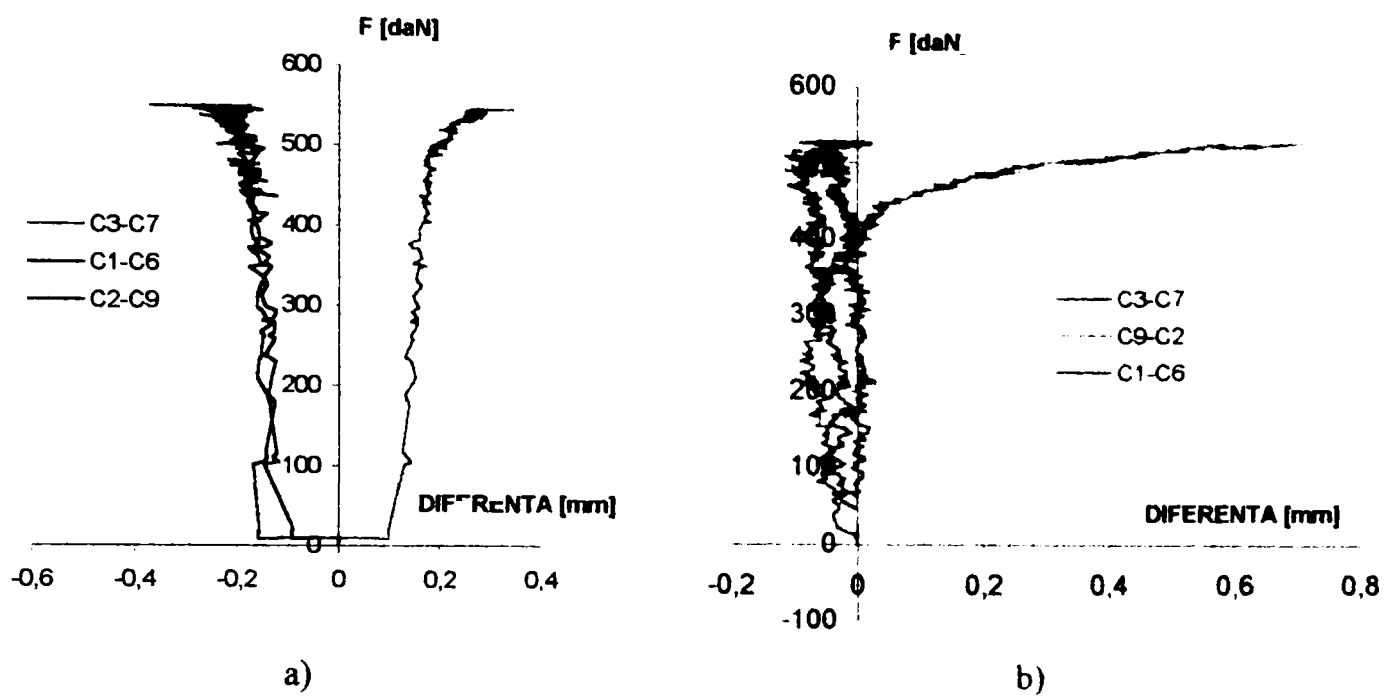


Fig. 4.33 - Variația diferenței de grosime cu creșterea forței. a) panoul 2a , b) panoul 2b

Conform înregistrării captorilor C13, deplasările în direcția longitudinală au ajuns în momentul atingerii forței maxime la valori de 1.29 mm în cazul panoului 2a, 1.41 mm în cazul panoului 2b .

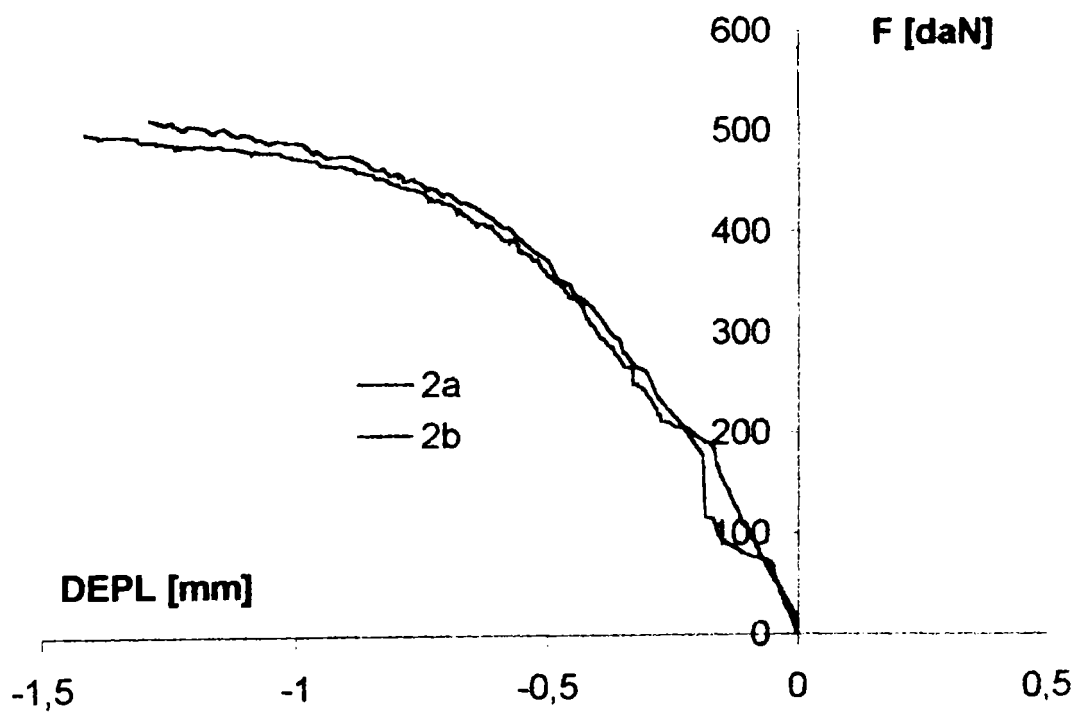


Fig. 4.34 - Diagrama de variație a deplasării longitudinale cu creșterea forței

Tabelul 4.8 – Valori ale deplasărilor laterale la câteva trepte de încărcare înregistrate de captorii de deplasare poziționați pe panoul 2b

Forța [daN]	Deplasări laterale [mm]												
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
50.50	0.0665	0.0014	0.0035	0.0001	0.0248	0.0955	0.0171	-0.0006	0.0005	0.0905	-0.0007	-0.0249	-0.163
90.84	0.2380	0.1411	0.1684	0.0074	0.1976	0.2669	0.1592	0.1737	0.0844	0.2998	0.1088	-0.0171	-0.259
110.57	0.3539	0.2734	0.2774	0.1017	0.3023	0.3882	0.2643	0.3069	0.2124	0.4207	0.2332	0.0726	-0.276
132.45	0.4800	0.3967	0.3954	0.1830	0.4330	0.5018	0.3954	0.4496	0.3399	0.5657	0.3523	0.1680	-0.281
151.42	0.5946	0.5234	0.5161	0.2746	0.5547	0.6141	0.4977	0.5767	0.4745	0.6972	0.4811	0.2409	-0.303
173.16	0.7409	0.7012	0.6353	0.3779	0.7070	0.7657	0.6477	0.7379	0.6333	0.8767	0.6096	0.3593	-0.329
191.21	0.8496	0.8094	0.7547	0.4653	0.8184	0.8770	0.7558	0.8578	0.7614	1.0025	0.7503	0.4387	-0.357
213.54	1.0372	1.0115	0.9349	0.5851	0.9929	1.0522	0.9068	1.0254	0.9307	1.2005	0.9063	0.5431	-0.379
232.63	1.1714	1.1547	1.0334	0.6851	1.1271	1.2020	1.0235	1.1730	1.0869	1.3624	1.0566	0.6458	-0.398
254.39	1.3728	1.3718	1.2197	0.8325	1.3272	1.4003	1.2206	1.3937	1.2999	1.5899	1.2604	0.7953	-0.410
275.39	1.6634	1.7136	1.5020	1.0699	1.6404	1.7119	1.4948	1.7247	1.6557	1.9528	1.6047	1.0513	-0.417
293.03	1.9387	2.0376	1.7565	1.2553	1.9251	1.9733	1.7535	2.0303	1.9655	2.2735	1.9067	1.2852	-0.446
310.23	2.2425	2.3661	2.0527	1.4831	2.2396	2.2946	2.0490	2.3744	2.3154	2.6537	2.2388	1.5618	-0.482
331.03	2.5313	2.7068	2.3460	1.7011	2.5650	2.5824	2.3264	2.7178	2.6588	3.0053	2.5879	1.8223	-0.500
350.61	3.0650	3.3510	2.8686	2.0934	3.1329	3.1328	2.8603	3.3567	3.3076	3.6394	3.2105	2.3131	-0.557
371.29	3.6526	4.0336	3.4417	2.5320	3.7631	3.7159	3.4575	4.0513	4.0174	4.3368	3.8920	2.8494	-0.617
393.02	4.4807	5.0271	4.2733	3.1651	4.6470	4.5395	4.2828	5.0537	5.0197	5.3344	4.8913	3.6283	-0.678
413.99	5.3479	6.0569	5.1560	3.8093	5.6052	5.4195	5.1658	6.1212	6.0776	6.3869	5.9240	4.4299	-0.815
436.06	6.6370	7.6161	6.4535	4.7736	7.0140	6.7047	6.4806	7.6977	7.6559	7.9193	7.4704	5.6584	-1.086
461.83	8.5093	9.8997	8.3715	6.1983	9.0982	8.5974	8.3996	10.0586	9.9888	10.1856	9.7741	7.4651	-1.223
485.97	12.4528	14.6499	12.3646	9.1418	13.4167	12.5407	12.4006	14.9370	14.8598	14.8967	14.5828	11.2674	-1.304
502.11	15.1653	17.9610	15.1485	11.1658	16.4142	15.2525	15.1839	18.3458	18.2580	18.1780	17.9581	13.9522	-1.312
517.01	21.4953	25.6912	21.6562	15.8711	23.4373	21.5402	21.7036	26.3661	26.1829	25.7853	25.8112	20.2151	-1.367
528.22	28.4075	34.2061	28.6909	20.9413	31.0590	28.3984	28.7473	35.0775	34.9166	34.2295	34.3808	27.0049	-1.415

În ceea ce privește datele înregistrate de timbrele tensometrice, acestea confirmă modul de deformare ilustrat de înregistrările captorilor de deplasare.

Placa plană a suferit la începutul încercării compresiuni, valorile negative cele mai mari fiind de: $\varepsilon = -23.27 \times 10^{-6}$ (T13) și $\varepsilon = -18.74 \times 10^{-6}$ (T14).

Valorile maxime negative ale lungirii specifice s-au produs pentru forțe de compresiune cuprinse în general între 300 și 400 daN. Excepție fac timbrele T7 pentru care valoarea maximă negativă este foarte mică ($\varepsilon = -1.74 \times 10^{-6}$) și se produce la începutul încărcării ($F = 93.76$ daN), și T3 cu $\varepsilon = 1.4 \times 10^{-6}$ la forța $F = 201.17$ daN.

Cu continuarea procesului de creștere a forței de compresiune, curba F - ε s-a îndreptat spre zona cu valori pozitive, trecând prin punctul $\varepsilon = 0$ pentru forțe variind în general în jurul valorii de 400 daN. Deformarea continuă a panoului s-a produs prin curbarea spre exterior a plăcii plane, deformațiile specifice înregistrate în continuare fiind de întindere.

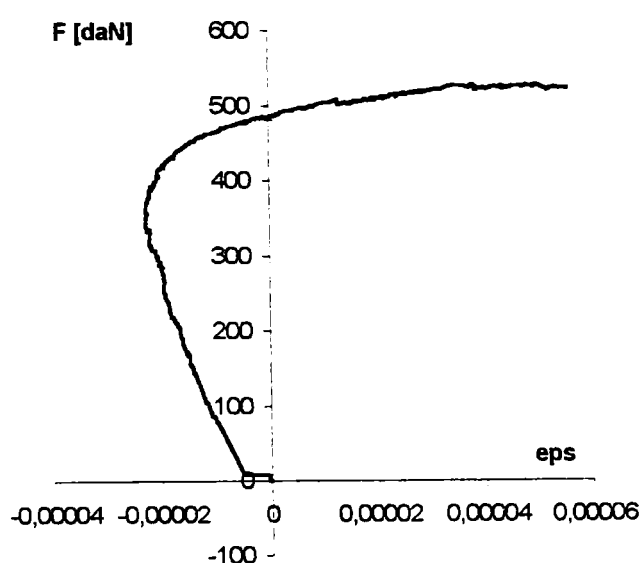


Fig. 4.35 - Timbrul T1

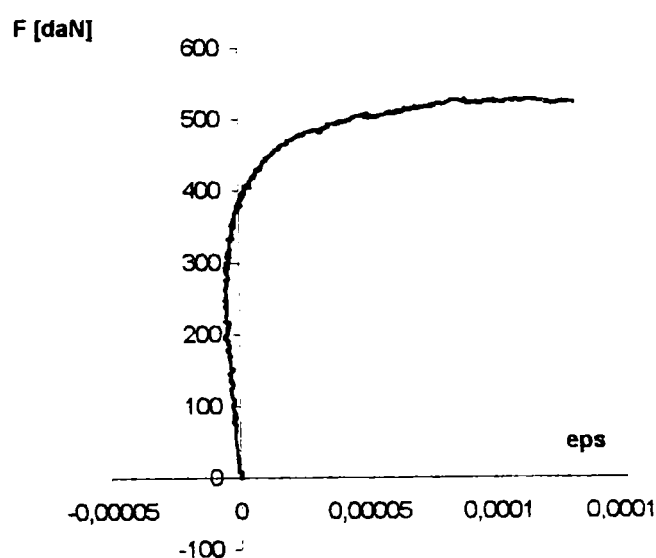


Fig. 4.35 - Timbrul T2

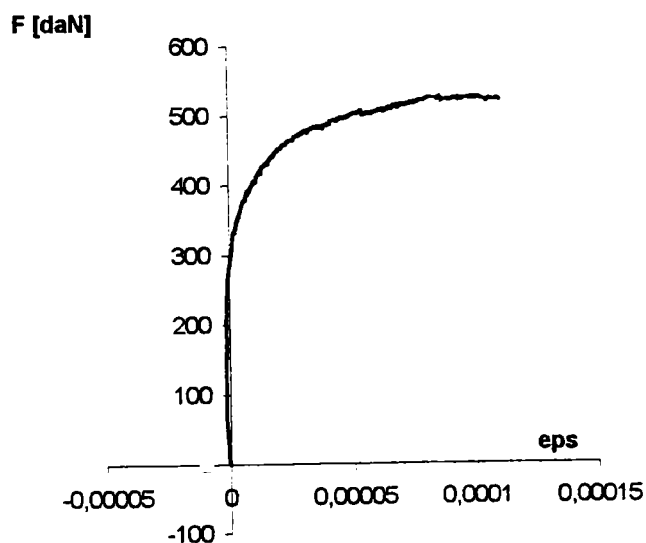


Fig. 4.35 - Timbrul T3

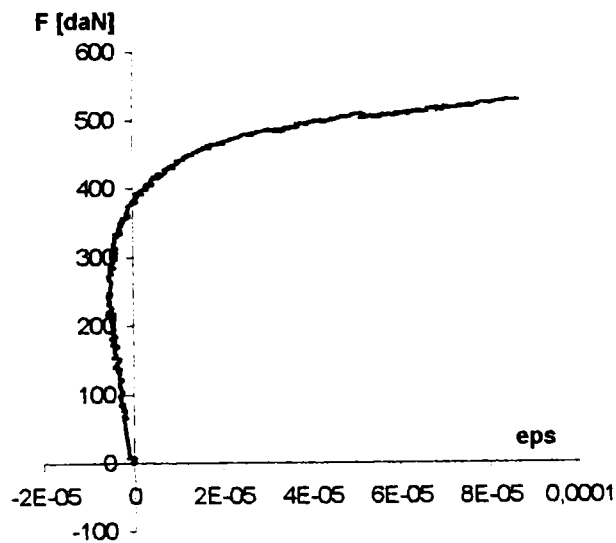
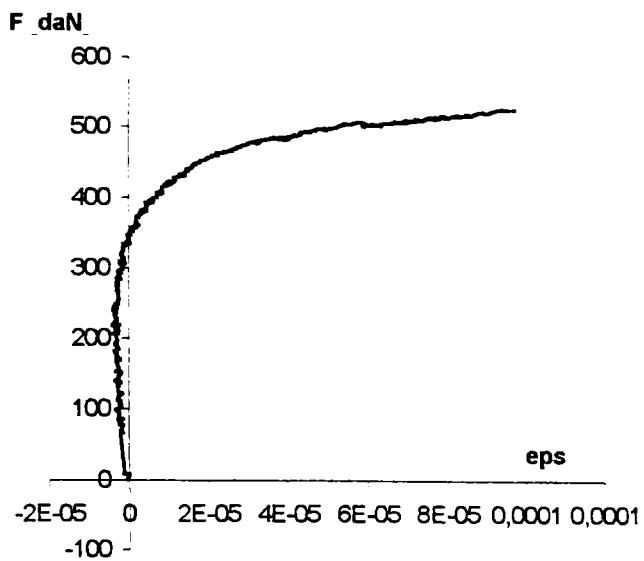
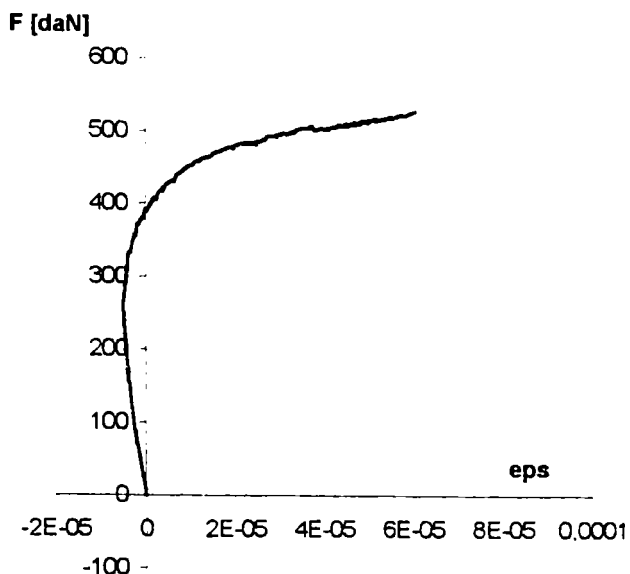


Fig. 4.35 - Timbrul T4



Timbrul T5



Timbrul T6

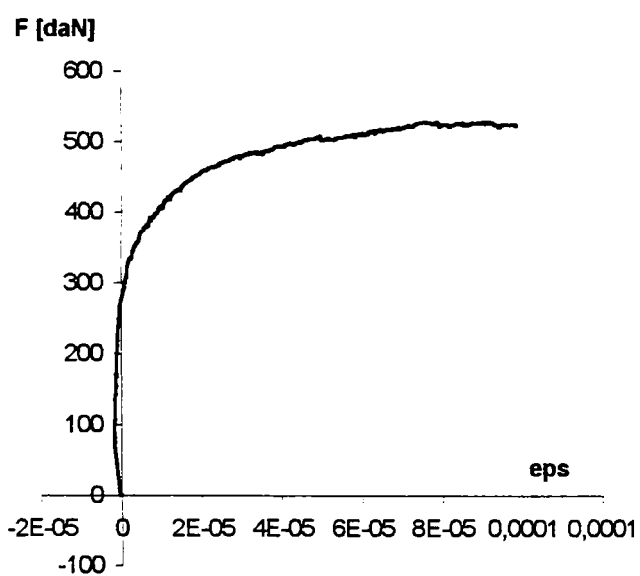


Fig. 4.35 - Timbrul T7

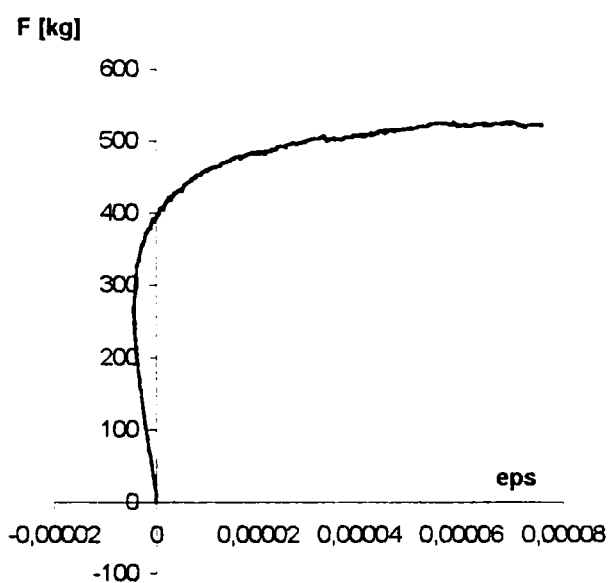


Fig. 4.35 - Timbrul T8

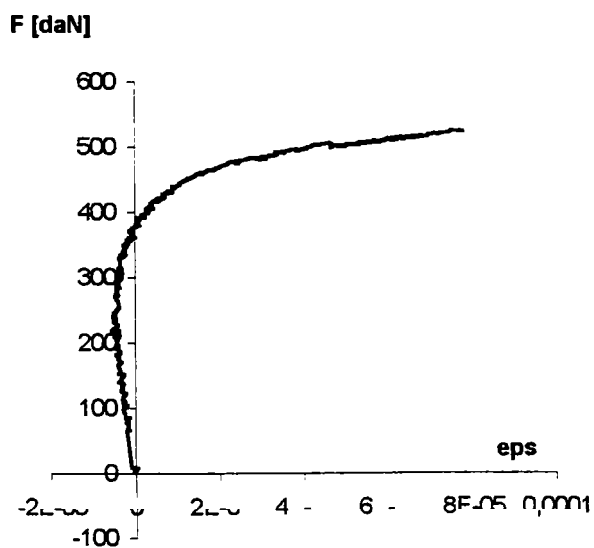


Fig. 4.35 - Timbrul T10

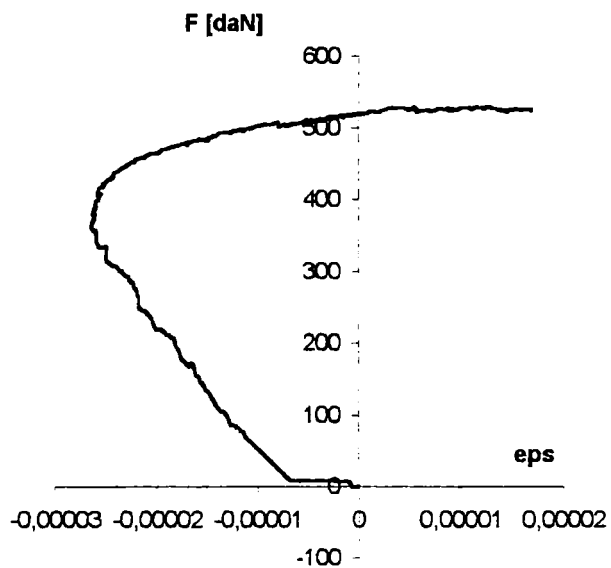
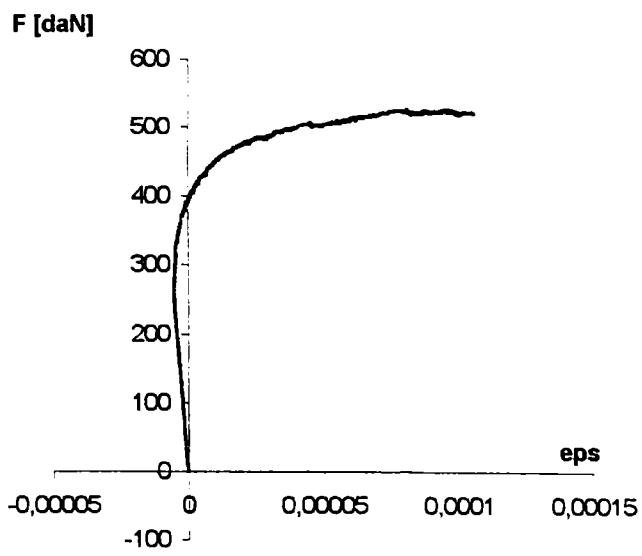
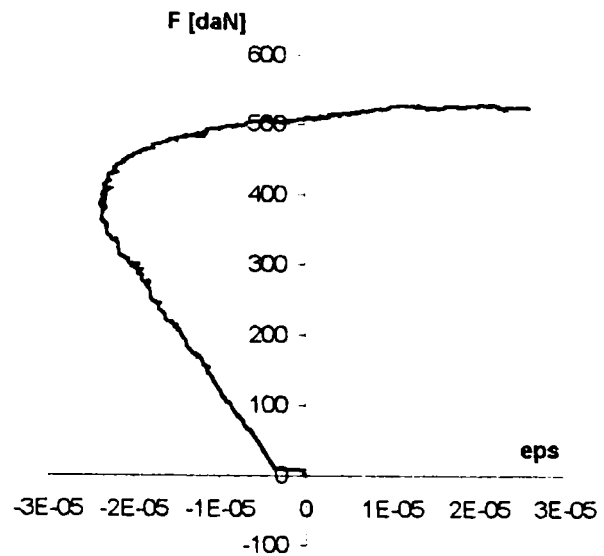


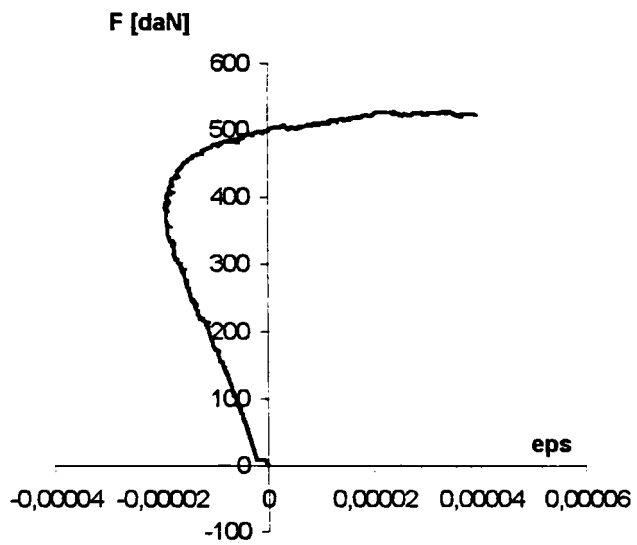
Fig. 4.35 - Timbrul T11



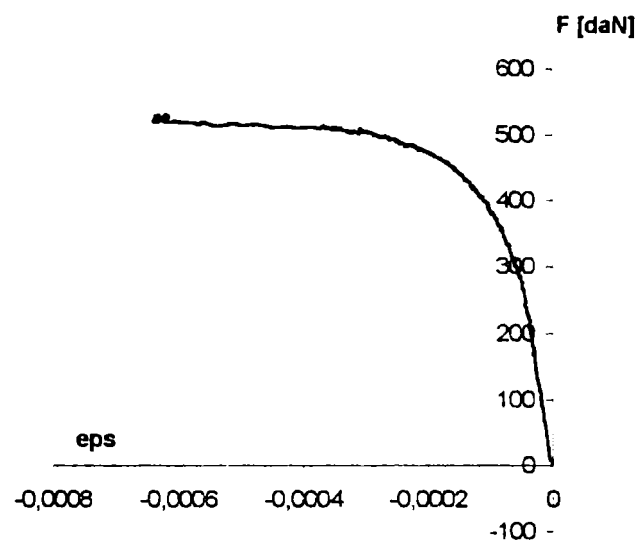
Timbrul T12



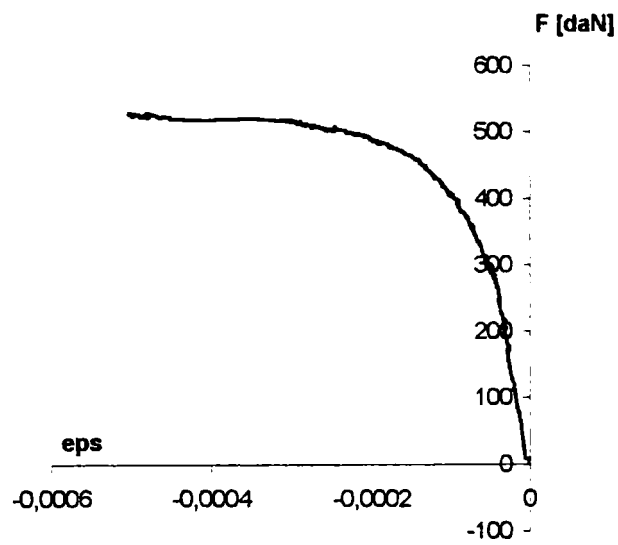
Timbrul T13



Timbrul T14



Timbrul T15



Timbrul T16

Fig. 4.35-Panoul 2 – Variația lungirii specifice cu creșterea forței

Materialul fiind puternic deformabil, lungirile specifice pozitive au ajuns la sfârșitul încercării la valori mari: $\epsilon = 80 \div 100 \times 10^{-6}$ în zona cu cele mai mari deformații, depășindu-le chiar, în cazul timbrelor T12, T2, T3 dispuse în imediata apropiere a zonei fisurate

Figura 4.36 prezintă repartizarea valorilor ϵ în momentul atingerii forței de compresiune maxime în punctele plăcii plane pe care sunt poziționate timbrele tensometrice. Zona cu cele mai mari deformații este situată la $250 \div 350$ mm de marginea încărcată. În jurul timbrului T11, valorile pozitive sunt mici ($\epsilon = 0.52 \times 10^{-6}$), fibrele respective fiind în principal comprimate datorită unor fenomene locale.

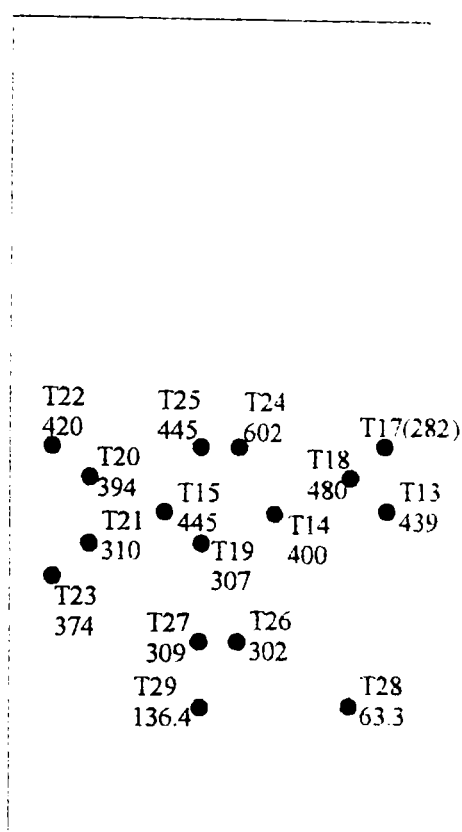


Fig. 4.36 – Repartizarea valorilor ϵ în momentul atingerii forței de compresiune maxime

Variația lungirii specifice ϵ cu creșterea forței înregistrată prin intermediul timbrelor tensometrice T1, T2, T3, dispuse pe lățime, este dată în figura 4.37. Se observă că pe lățime, ϵ nu este constant, valorile pozitive sunt mai mari spre marginea dreaptă a panoului iar cele negative spre marginea stângă.

În tabelul 4.9 se observă valorile maxime negative și valorile corespunzătoare forței maxime atinse în timpul încercării, înregistrate de cele 16 timbre tensometrice.

Tablea 4.9 – Valorile extreme ale alungirii specifice înregistrate de timbrele tensometrice pentru panoul 2

Timbre	$\epsilon \times 10^{-6}$ (valoare maximă negativă)	$\epsilon \times 10^{-6}$ (valoare la F_{max})
T1	- 22.43	29.00
T2	- 5.50	75.00
T3	- 1.40	75.80
T4	- 5.26	77.40
T5	- 3.10	86.90
T6	- 4.91	56.10
T7	- 1.74	69.84
T8	- 4.40	50.90
T9	- 4.60	49.24
T10	- 4.90	68.90
T11	- 26.27	0.52
T12	- 5.45	69.80
T13	- 23.27	7.65
T14	- 18.74	17.02
T15	-	- 63.60
T16	-	- 44.23

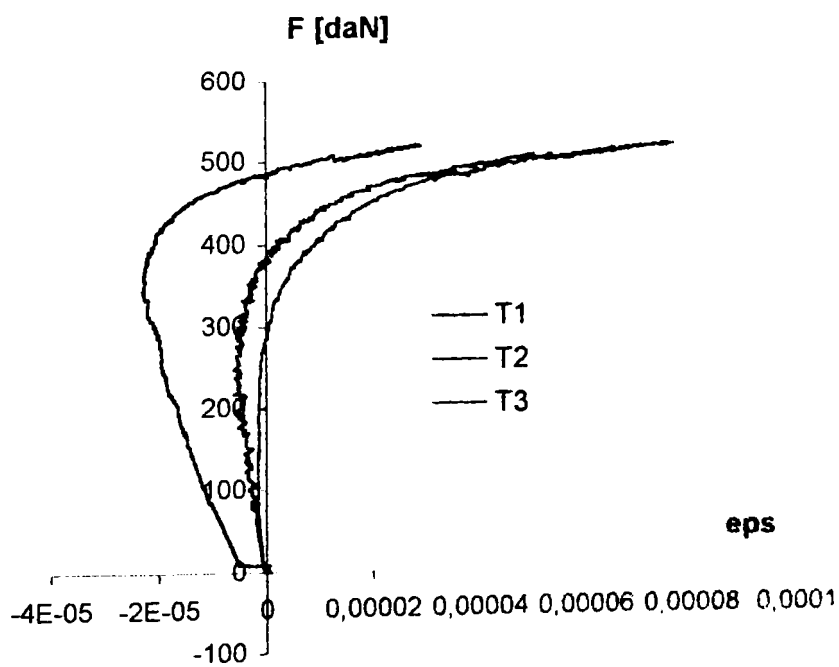


Fig. 4.37 - Curba de variație a lungirii specifice cu creșterea forței, trasată pe baza valorilor înregistrate de 3 timbre tensometrice poziționate pe lățimea panoului 2

Cele mai mari întinderi s-au înregistrat în dreptul timbrelor T4 și T5 la 284,8 mm de marginea încărcată, cele mai mici de către timbrele T13 și T14, la 747.6 mm de aceasta. Diagramele din Figura 4.38 arată că în zona cea mai îndepărtată de marginea încărcată au apărut în prima parte a încercării cele mai mari compresiuni

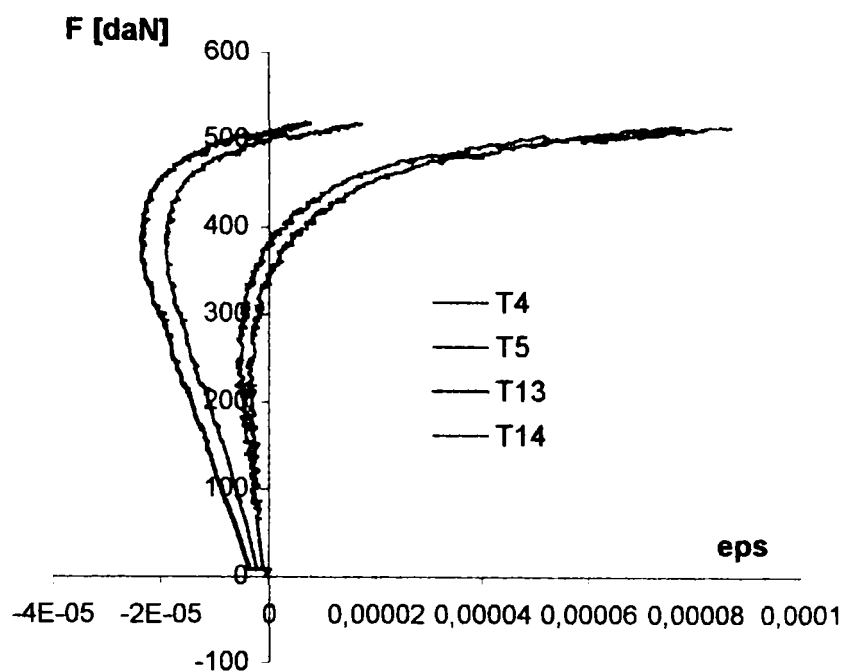


Fig. 4.38 - Variația ϵ cu creșterea forței până la atingerea forței maxime, înregistrată de timbrele dispuse în zona cea mai solicitată (T4, T5) și de timbrele dispuse spre marginea opusă acțiunii forței (T13, T14)

Figura 4.39 prezintă înregistrările obținute prin intermediul timbrei T11 și T12, ambele poziționate în zona fisurată, în momentul cedării de ansamblu a panoului. Fibrele longitudinale din dreptul timbrului T11 au fost comprimate până la atingerea forței maxime, aici având loc o voalare locală a plăcii ondulate, vizibilă în figura 46b. Timbrul T12 a înregistrat valori mari de întindere față de timbrele apropiate T13 și T14.

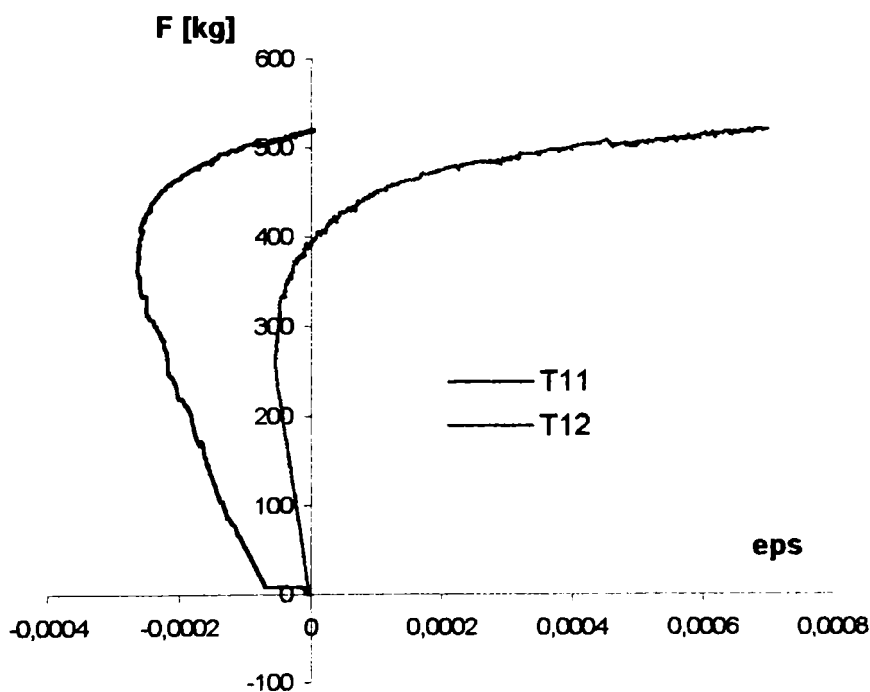


Fig. 4.39 - Variația lungirii specifice cu creșterea forței până la atingerea forței maxime, înregistrată de timbrele aflate în zona fisurată

Timbrele T15 și T16, lipite pe vârful ondulelor, în zona cu deformații mari, au înregistrat valori mult mai mari decât T2 respectiv T3 dispuse simetric, pe fața plană a panoului datorită aceluiași fenomen de voalare locală.

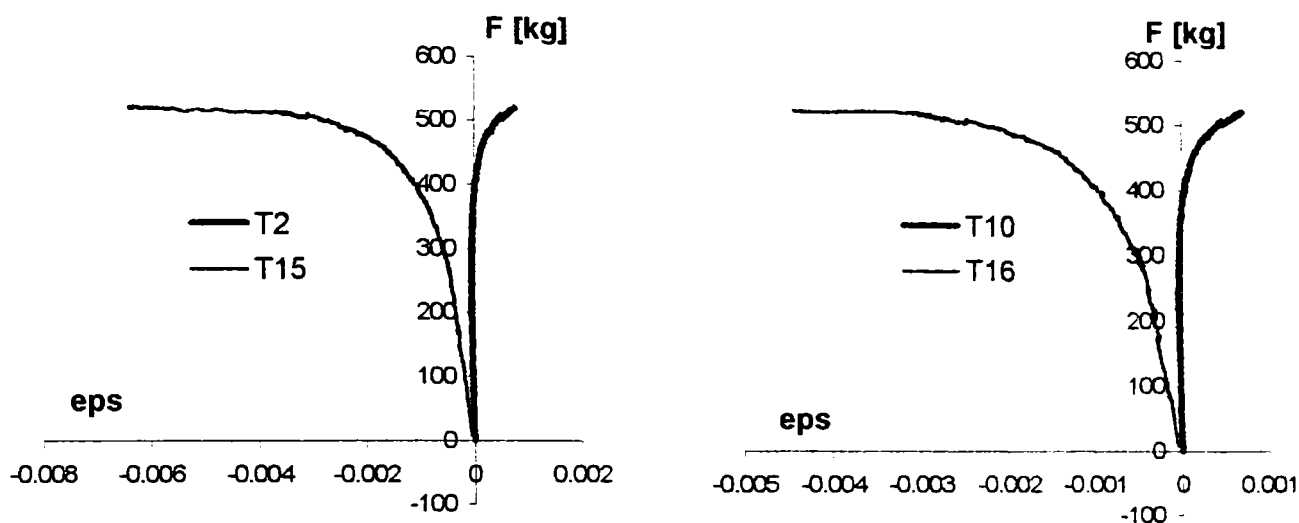
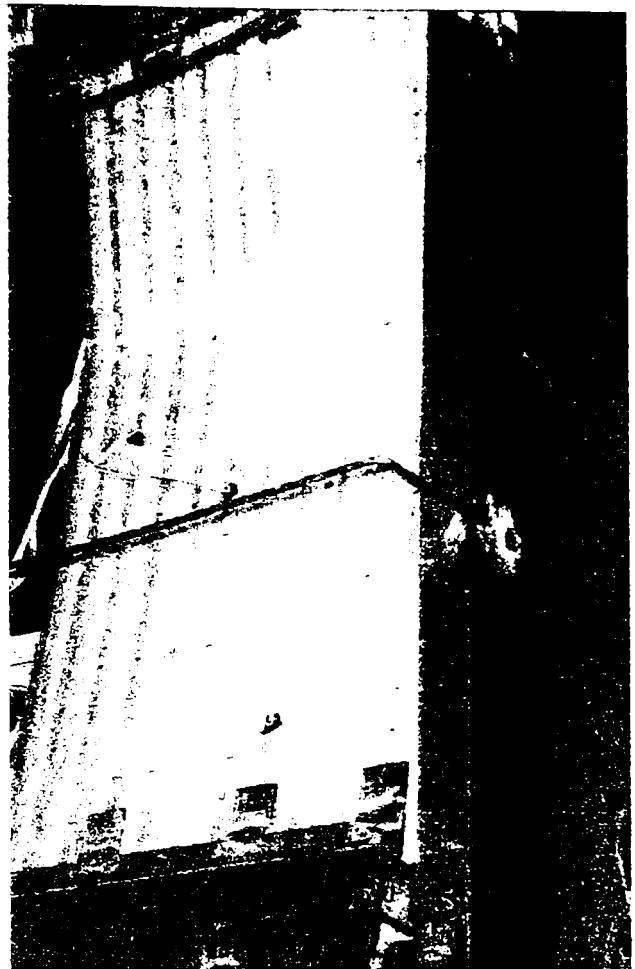


Fig. 4.40 - Diagramele F- ϵ pentru timbrele dispuse simetric față de planul median

Cedarea panourilor s-a produs prin voalarea locală și fisurarea plăcii ondulate, în treimea mijlocie a lor. Zona fisurată s-a aflat la 498.4 mm de marginea încărcată în cazul panoului 2a și 2b și la 462.8 mm în cazul panoului 2c.



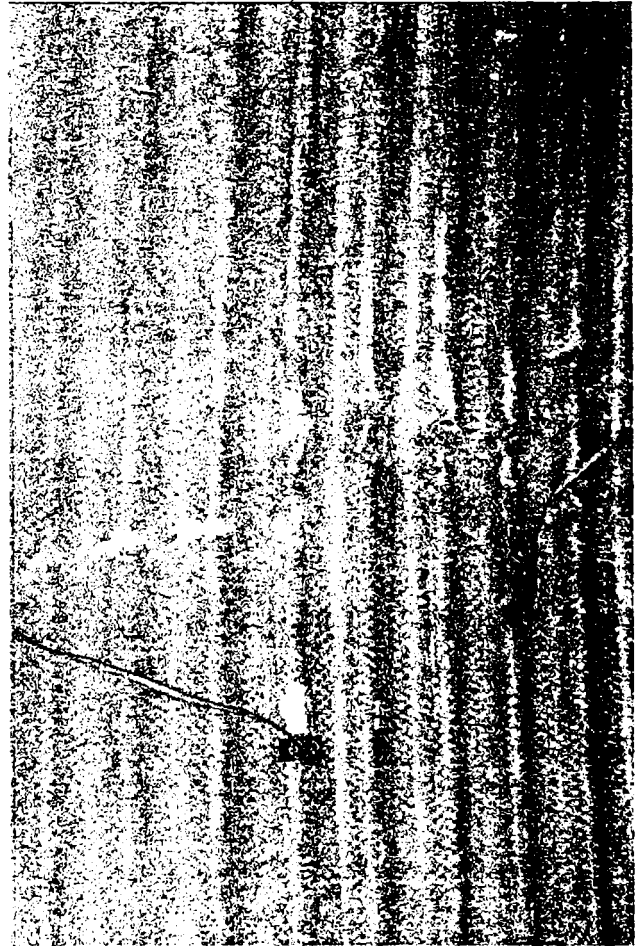
a)



b)

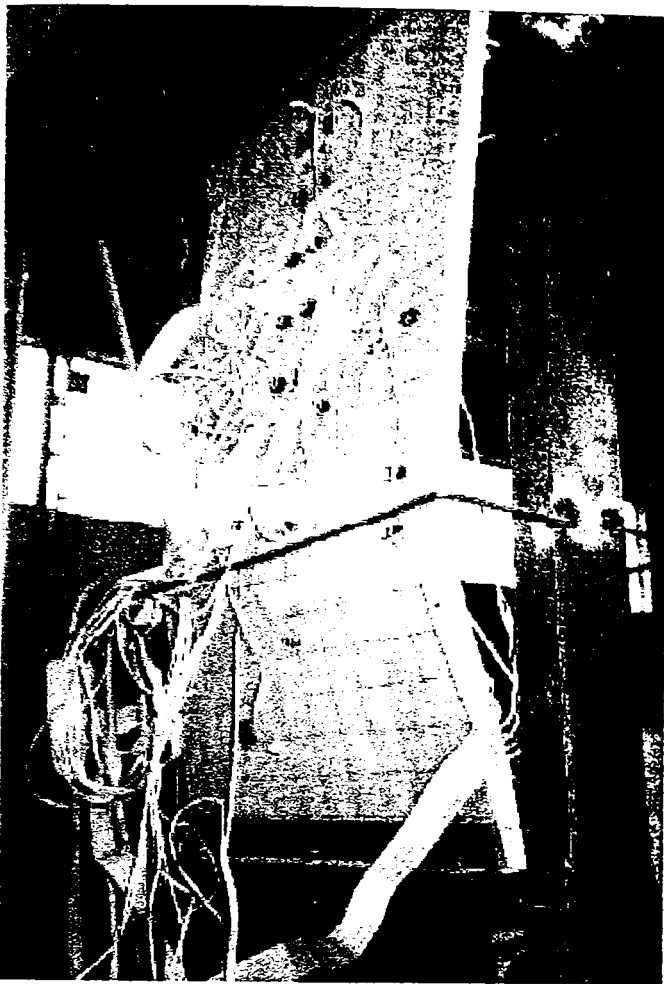


c)



d)

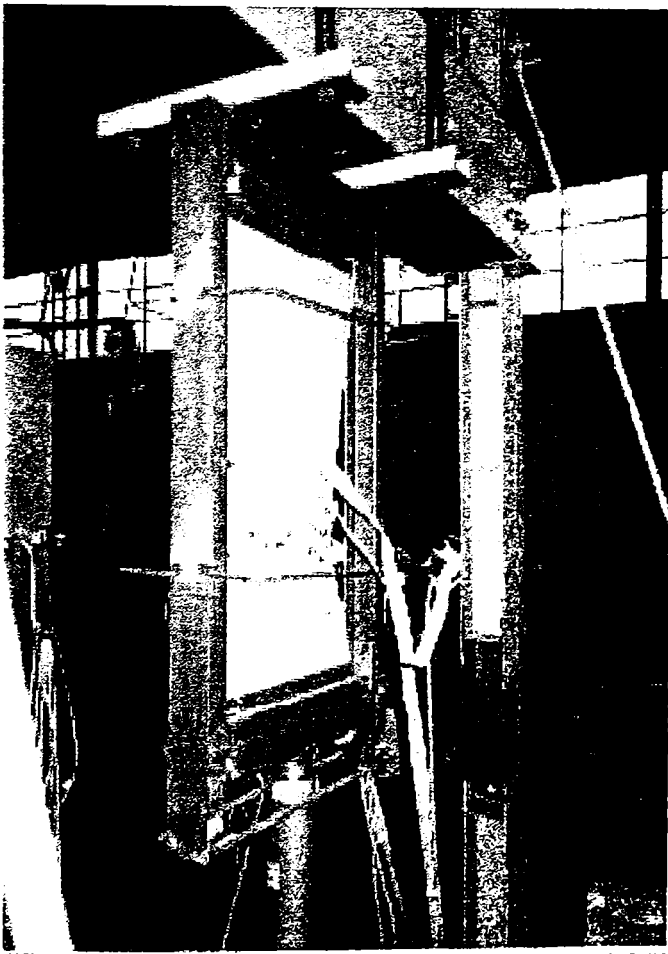
Fig. 4.41 - Prezentarea zonei fisurate a) Panoul 2a b) Panoul 2b c) Panoul 2c d) Detaliu



a)



b)



c)



d)

Fig. 4.42 -- Panoul 1

4.4 Concluzii

- Cercetările experimentale au avut ca scop stabilirea valorii forței critice și urmărirea modului de deformare a două panouri sandwich și a trei panouri rigidizate solicitate la compresiune axială uniformă.

- Procesul de deformare al panourilor s-a produs continuu, ducând la curbarea acestora până la atingerea forței maxime, când au apărut și primele fisuri.

- Viteza de creștere a deformațiilor s-a mărit cu apropierea forței de valoarea maximă, după atingerea acesteia, deformațiile producându-se la o forță aproximativ constantă.

- Panourile au preluat încărcări și în domeniul post-voalat iar deformațiile finale au crescut cu aproximativ 30 ÷ 50% față de valorile corespunzătoare forței maxime.

- Forța maximă atinsă în timpul încercării diferă la panourile sandwich cu aproximativ 8.9% și la panourile rigidizate 2a, 2b cu 3.43% . Panoul 2c a suportat o forță maximă mai mică, dar în ceea ce privește deplasările laterale, diferențele nu sunt semnificative.

- Cele mai mari deplasări au fost înregistrate în treimea mijlocie a panourilor. Flambajul s-a produs cu o semiundă, din margine în margine, în direcția de acțiune a forței de compresiune.

- Datorită imperfecțiunilor geometrice existente și unor fenomene de voalare locală, deformată panourilor prezintă zone nesimetrice.

- Datele înregistrate de timbrele tensometrice au confirmat modul de deformare ilustrat de înregistrările captorilor de deplasare.

- Încercările experimentale au pus în evidență o grupare destul de bună a rezultatelor, abaterile semnalate fiind acceptabile dacă se are în vedere natura compozită a materialului studiat și faptul că panourile au fost confecționate prin procedeul de fabricare manual.

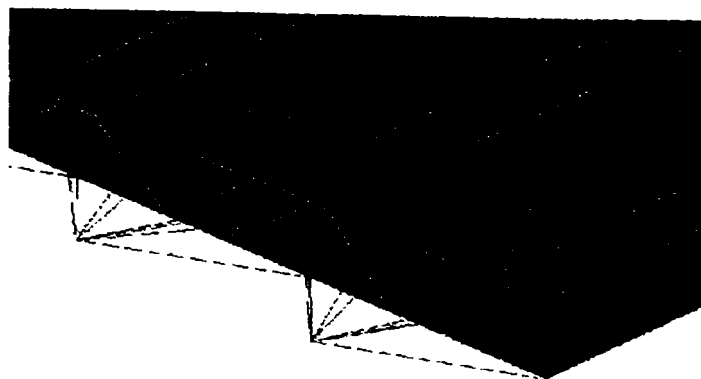
Bibliografie

[4.1] – **Botici, A.** (1987) – Contribuții la calculul și alcătuirea paletelor din metal pentru aerogeneratoare cu ax orizontal. Teza de doctorat, Timișoara.

[4.2] – **Elgaaly, M., Seshadri, A., Hamilton, R. W.** (1997) – Bending strength of steel beams with corrugated webs. *Journal of Structural Engineering*, June, (p. 772-781).

- [4.3] – **Ilea, H.** (1966) – Analiza numerică și determinări experimentale în inginerie. Transilvania Press, Cluj.
- [4.4] – **La Tegola, A.** (1986) – Materiali ibridi fibrorinforzati: verifica di legami costitutivi e problema di stabilita` di paneli laminati. Atti del congresso sulle tecnologie industrializzate nelle costruzioni (p. 23-35).
- [4.5] – **Mateescu, D., Botici, A., Caraba, I.** (1988) – Considerații privind determinarea experimentală a efortului unitar critic de stabilitate a panourilor sandwich. Conferința a V-a de Construcții Metalice, Timișoara (p. 269-272).
- [4.6] – **Mateescu, D., Botici, A., Caraba, I.** (1988) – Stabilitatea panourilor de placă plană din învelitoarea de tip sandwich cu miez portant pentru aerogeneratoare cu ax orizontal. Conferința a V-a de Construcții Metalice, Timișoara.
- [4.7] – **Mocanu, D.** (1977) – Analiza experimentală a tensiunilor. Editura Tehnică București.
- [4.8] – **Novak, R., Machacek, J.** (1999) – Undulating Webs under patch loading. SDSS`99 (p.151-158).
- [4.9] – **Tillman, S. C., Williams, A. F.**(1989) – Buckling under compression of simple and multicell plate columns. Thin-Walled Structures 8 (p. 147-161).
- [4.10] – **Tillman, S. C., Williams, A. F.**(1991) – The elastic buckling behaviour of a multi-celled panel under almost pure bending. Thin-Walled Structures 11 (p. 359-373).

Capitolul 5



STUDIUL NUMERIC AL COMPORTĂRII NELINIARE ALE PANOURILOR SANDWICH ȘI ALE PANOURILOR RIGIDIZATE

5.1 Bazele teoretice pentru un program de calcul geometric neliniar al plăcilor plane subțiri

5.1.1 Specificul calculului de ordinul II, geometric neliniar

Majoritatea soluțiilor cunoscute în calculul structurilor se bazează pe o comportare liniară. O analiză riguroasă, mai apropiată de realitate este însă aceea care ia în considerare comportarea lor neliniară.

Neliniaritatea fizică sau de material se referă la materialele care au o comportare neliniară elastică sau neliniară elastoplastică sub acțiunea încărcării și se manifestă în relațiile constitutive.

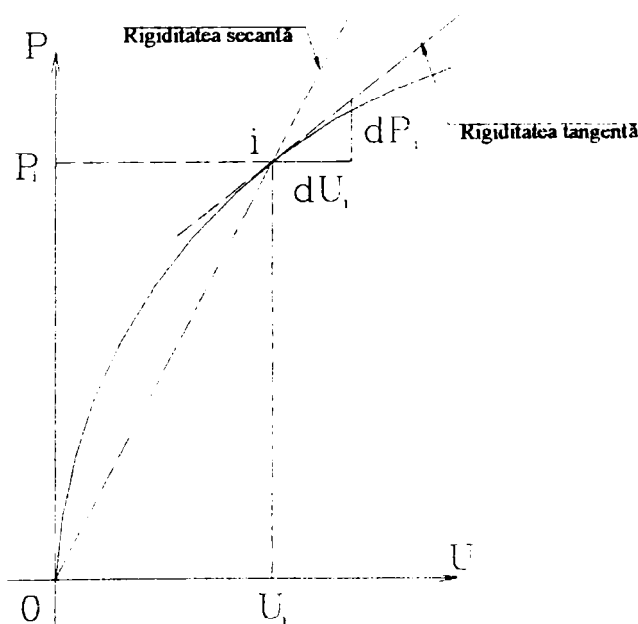


Fig. 5.1 - Defnirea rigidității tangente și a rigidității secante

Neliniaritatea geometrică apare în cazul structurilor în care deplasările sunt mari, relația dintre acțiuni și deplasări fiind neliniară. Condițiile de echilibru static se exprimă pe forma deformată a structurii și ca urmare, eforturile nu mai sunt funcții liniare de deformații. Rigiditatea structurii este funcție de valoarea forțelor exterioare. Relația forță-deplasare $P = K_S U$ se exprimă prin introducerea noțiunii de rigiditate secantă, K_S , iar relația dintre variația forței și variația deplasării $dP = K_T dU$ introduce noțiunea de rigiditate tangentă, K_T (Fig.5.1).

Ipotezele simplificatoare pe baza cărora este dezvoltat un calcul neliniar sunt următoarele [5.20]:

- materialul se consideră liniar elastic;
- relația forță-deplasare este neliniară;
- deplasările structurii pot fi mici sau mari dar rotirea de corp rigid trebuie să fie mică;
- deformațiile elementelor sunt mici;
- relația deformație specifică-deplasare este neliniară;
- se admite ipoteza lui Bernoulli;
- forțele se aplică static.

Ca urmare a acestor ipoteze simplificatoare, condițiile de echilibru static se exprimă pe forma deformată a structurii, iar eforturile nu mai sunt funcții liniare de deformații. Principiul suprapunerii efectelor nu se poate aplica decât în cazuri speciale.

5.1.2 Ecuațiile de bază ale teoriei elasticității

Teoria mecanicii solidului este guvernată de trei tipuri de ecuații fundamentale:

- Ecuații de echilibru – scrise în formulare generală, pentru solicitări statice și pentru cazul deformațiilor finite, în următoarea formă

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_{ij}} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial \sigma_{jk}}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k} \sigma_{jk} + f_i = 0; \quad (5.1)$$

unde semnificația notațiilor este următoarea:

- σ_{ij} – componentele tensorului tensiunilor;
- f_i – componentele vectorului forțelor masice $\{f\} = [x, y, z]^T$;
- $i, j, k = x, y, z$;
- $x_j, x_k = x, y, z$.

- Ecuațiile constitutive – reprezentate de relațiile dintre tensiuni și deformații specifice; pentru un material izotrop cu comportare elastică sunt de forma:

$$\sigma_{ij} = D_{i,j,k,l} \varepsilon_{kl}; \quad i, j, k, l = x, y, z. \quad (5.2)$$

- ε_{kl} = componentele tensorului deformațiilor specifice;
- $D_{i,j,k,l}$ = componentele tensorului coeficienților elastici.

- Ecuatiile de compatibilitate – reprezentate prin relațiile dintre deformațiile specifice și deplasări. În formulare matricială ele se pot scrie

$$\{F_{ii}\} = \{L_1\} \{\varepsilon\} = 0 \quad (5.3)$$

$$\{F_{ij}\} = \{L_2\} \{\varepsilon\} = 0 \quad (5.4)$$

în care:

- $i, j = x, y, z$
- F_{ii}, F_{ij} – sunt funcții de compatibilitate
- L_1, L_2 – operatori diferențiali

Ecuatiile (5.1) ÷ (5.4) trebuie să fie satisfăcute pentru fiecare element infinitezimal al structurii. Pentru determinarea variabilelor de stare, de obicei deplasări, ele sunt suplimentate cu condițiile de margine și eventual cu condițiile inițiale.

5.1.3 Studiul plăcilor plane subțiri

5.1.3.1 Ipoteze simplificatoare

În general, pentru majoritatea plăcilor întâlnite în practica inginerescă, deplasările transversale ale suprafeței mediane sunt mici în comparație cu grosimea plăcii. Luând în considerare acest fapt, suprafața mediană a plăcii se poate considera nedeformabilă, iar ecuațiile de echilibru pot fi scrise pe placa nedeformată, efectuându-se astfel un calcul de ordinul I.

Studiul stabilității plăcilor plane subțiri impune însă un calcul de ordinul II în care se iau în considerare deformațiile suprafeței mediane. În aceste condiții, determinarea stării de tensiune și de deformații într-un punct al plăcii, constituie o problemă spațială a teoriei elasticității și rezolvarea ei este dificilă din punct de vedere matematic.

Studiul plăcilor plane subțiri se poate reduce la un studiu biaxial dacă grosimea plăcii, h , se consideră mică în raport cu celelalte dimensiuni ($h/l_{\min} \leq 1/5$) [5.16]. Ipotezele simplificatoare în calculul de ordinul II al plăcilor plane subțiri, admise și în studiul stabilității, sunt:

- Tensiunile normale pe secțiunile prin placă paralele cu planul median sunt neglijabile în comparație cu cele din secțiunile perpendiculare pe acesta.
- Săgețile plăcii se consideră de același ordin de mărime cu grosimea ei. Ca urmare, în expresiile deformațiilor, se vor lua în considerare și termenii neliniari.
- Se consideră valabilă ipoteza normalelor drepte a lui Kirchoff: normalele pe planul median nedeformat rămân normale și rectilinii pe suprafața mediană deformată. Studiul deformării spațiale a plăcii se reduce astfel la studiul deformării suprafeței mediane.
- Materialul se consideră continuu, omogen, izotrop și elastic.

5.1.3.2 Relații geometrice între deformații și deplasări. Ecuația de compatibilitate

Considerând o placă elastică rezemată în așa fel încât să se elimine mișcarea de corp rigid, starea de deplasare în jurul unui punct al ei este caracterizată de vectorul de deplasare din acel punct. Întrucât deplasările punctelor diferă între ele, acesta va fi funcție de coordonatele punctului.

Componentele acestui vector după axele x, y, z , se notează cu u, v și w ($[u]^T = \{u, v, w\}$). Ele se pot exprima cu ajutorul dezvoltării în serie Taylor în care se rețin numai termenii cu derivate parțiale de ordinul I

$$\begin{aligned} du &= \frac{\partial u}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz; \\ dv &= \frac{\partial v}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz; \\ dw &= \frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz. \end{aligned} \quad (5.5a, b, c)$$

Starea de deformație din jurul aceluiași punct este caracterizată prin componentele vectorului deformației specifice. În cazul stării spațiale de deformație rezultă deformația specifică

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}\}^T \quad (5.6)$$

Relațiile de legătură dintre componentele deplasărilor și deformațiilor specifice dintr-un punct al plăcii sunt date de tensorul de deformație Lagrangian ε_{ij} ($i, j = x, y$):

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \gamma_{xy} &= \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \right] \\ \gamma_{yz} &= \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right] \\ \gamma_{zx} &= \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial w}{\partial z} \right] \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Prezența în relațiile (5.7) și (5.8) a termenilor de gradul 2, transformă deformațiile în funcții neliniare în raport cu deplasările. Aceste relații pot fi transcrise în formulare matricială

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_L\} + \{\varepsilon_N\} \quad (5.9)$$

unde:

- $\{\varepsilon_L\}$ = vectorul deformațiilor specifice infinitezimale;
- $\{\varepsilon_N\}$ = vectorul deformațiilor specifice neliniare.

În cazul plăcilor plane, componentele u și v ale vectorului deplasare sunt mici în raport cu w . Neglijând infiniții mici de ordin superior în relațiile (5.7) și (5.8) și reținând ca deformații specifice cele corespunzând suprafeței mediane a plăcii, se obține:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2; \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2; \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y}. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Din relațiile (5.10) rezultă condiția de continuitate a deformațiilor cunoscută sub numele de ecuația de compatibilitate

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x^2 \partial y^2} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}. \quad (5.11)$$

5.1.3.3 Ecuația de echilibru pentru placa deformată. Ecuația suprafeței mediane

Eforturile care acționează asupra unui element infinitezimal izolat din placă sunt precizate în Figura 5.2. Ele reprezintă rezultatul reducerii tensiunilor pe o lungime egală cu unitatea, paralelă cu x sau y , în raport cu planul median.

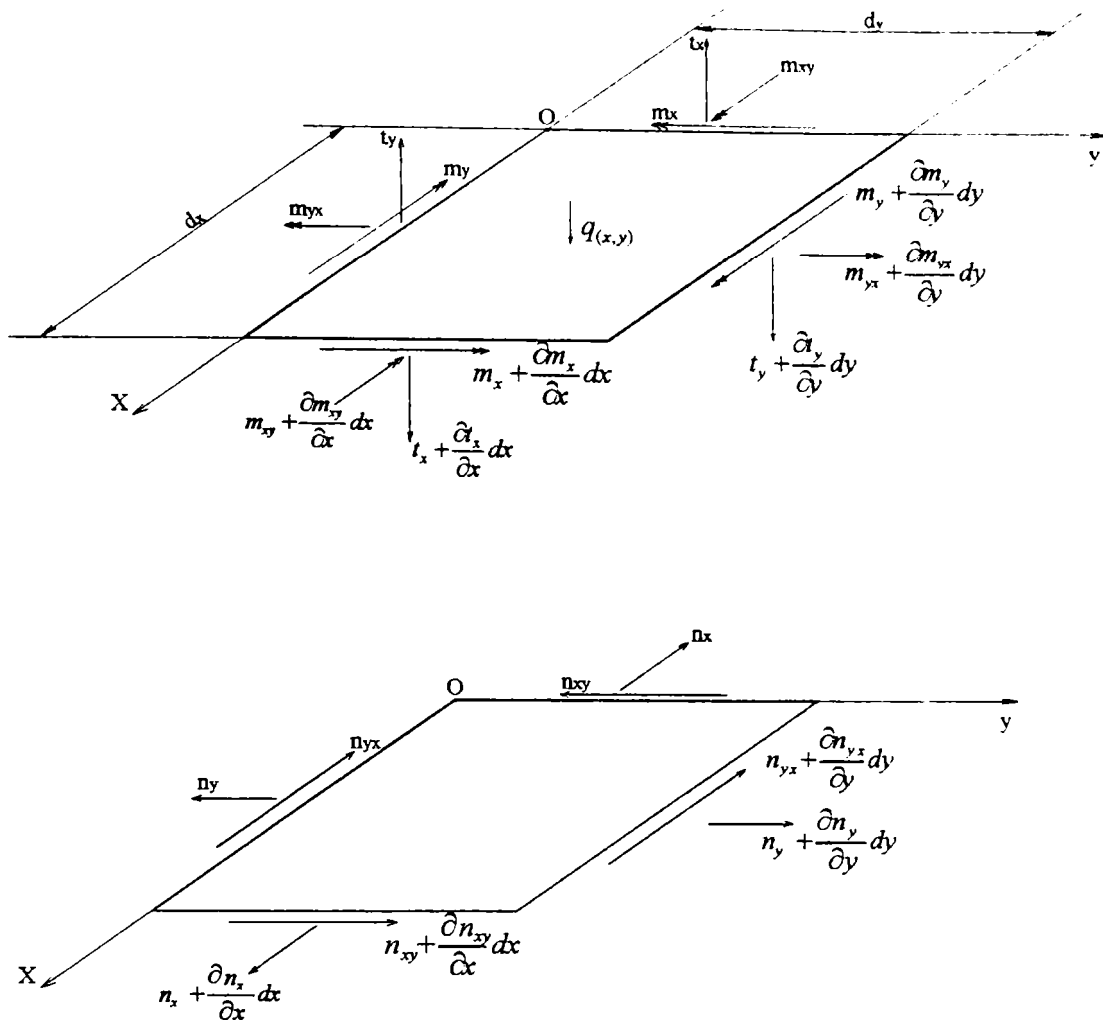


Fig 5.2 - Eforturi în teoria de la plăci și în teoria de membrană pentru un element izolat din placă

Ecuțiile de echilibru static, scrise pe structura în stare nedeformată sunt:

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial y} + X = 0; \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial n_y}{\partial y} + \frac{\partial n_{xy}}{\partial x} + Y = 0; \quad (5.13)$$

$$\frac{\partial t_x}{\partial x} + \frac{\partial t_y}{\partial y} + q_{(x,y)} = 0; \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial m_x}{\partial x} + \frac{\partial m_{yx}}{\partial y} = t_x; \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial m_y}{\partial y} + \frac{\partial m_{xy}}{\partial x} = t_y; \quad (5.16)$$

X, Y, Z = componentele forțelor masice

Pentru a scrie ecuațiile de echilibru pentru placa deformată, trebuie să se țină seama de deformațiile din încovoierea plăcii. Asupra ecuației (5.14) se aplică o corecție care ține seama de eforturile de membrană n_x , n_y și n_{xy} .

Această corecție are expresia

$$n_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + n_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}; \quad (5.17)$$

și ecuația (5.14) devine

$$\frac{\partial t_x}{\partial x} + \frac{\partial t_y}{\partial y} + n_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + n_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + q(x, y) = 0; \quad (5.18)$$

Înlocuind forțele tăietoare din relația (5.14) cu expresiile din relațiile (5.15), (5.16) și scriind eforturile în funcție de deplasări, se obține, ecuația suprafeței mediane deformată în calculul de ordinul II

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1}{D} \left[q(x, y) + n_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + n_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right]; \quad (5.19)$$

în care:

$$-D = \frac{E \cdot h^3}{12(1 - \mu^2)} \quad \text{- este rigiditatea la încovoiere sau rigiditatea cilindrică a}$$

plăcii;

- E = modului de elasticitate longitudinal;

- μ = coeficientul contracției transversale a lui Poisson.

În absența sarcinii transversale $q(x, y)$, ecuația (5.19) reprezintă o problemă de stabilitate:

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{1}{D} \left(n_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + n_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2n_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) \quad (5.20)$$

5.1.3.4 Expresiile tensiunilor

Între deformațiile specifice ale unui punct curent situat la distanța z de suprafața mediană și deformațiile suprafeței mediane, există relațiile de legătură:

$$\bar{\varepsilon}_x = \varepsilon_x - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2};$$

$$\bar{\varepsilon}_y = \varepsilon_y - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad (5.21a, \dots, c)$$

$$\bar{\gamma}_{xy} = \gamma_{xy} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y};$$

unde

- $\underline{\varepsilon}_x, \underline{\varepsilon}_y, \underline{\gamma}_{xy}$ = deformațiile din planul median

- $\underline{\varepsilon}_x, \underline{\varepsilon}_z, \underline{\gamma}_{xy}$ = deformațiile specifice dintr-un punct curent aflat la distanța z de planul median

Tensiunile într-un calcul nelinier se compun din tensiunile corespunzătoare stării de membrană, uniform distribuite pe grosimea plăcii și tensiunile din încovoierea propriu-zisă care variază linear pe grosime. Tensiunile de membrană se calculează cu relațiile:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]; \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]; \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu^2)} \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right];\end{aligned}\quad (5.22 \text{ a}, \dots, \text{c})$$

Notând $\overline{\sigma}_x, \overline{\sigma}_y, \overline{\tau}_{xy}$ tensiunile dintr-un punct al plăcii situat la distanța z de planul median, acestea vor avea expresiile:

$$\overline{\sigma}_x = \sigma_x - \frac{E}{1-\mu^2} \cdot z \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (5.23 \text{ a})$$

$$\overline{\sigma}_y = \sigma_y - \frac{E}{1-\mu^2} \cdot z \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (5.23 \text{ b})$$

5.1.3.5 Ecuațiile constitutive

Conform ipotezelor simplificatoare, $\sigma_z = 0$, astfel că într-un punct al planului median starea de tensiune se poate considera plană. În formă restrânsă, relațiile de legătură între tensiuni și deformații specifice pentru materialul izotrop și elastic se exprimă astfel:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (5.24)$$

sau

$$\{\varepsilon\} = [C] \cdot \sigma \quad (5.25)$$

cu

$$[C] = [D]^{-1} \quad (5.26)$$

Pentru starea de tensiune plană, relația (5.24) este de forma

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\mu)}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.27)$$

5.2 Metode de calcul utilizate în mecanica structurilor

5.2.1 Considerații generale

Calculul stării de solicitare din elementele unei structuri supusă acțiunilor din timpul exploatării ei, impune mari dificultăți dacă se apelează la metodele analitice din Teoria Elasticității. Din acest motiv s-au dezvoltat o serie de metode de calcul în cadrul cărora analiza structurii s-a simplificat în mod semnificativ. Se remarcă în ultimul timp o dezvoltare deosebită a metodelor numerice, mai ales datorită faptului că implicarea tehnologiei de calcul electronice în această analiză permite o modelare fizică destul de apropiată de cea reală. Conform [5.14] și [5.28] metodele de calcul utilizate în analiza structurilor se împart în două mari categorii: exacte și aproximative.

Metodele exacte sunt metode analitice care rezolvă ecuațiile diferențiale ale problemei de Teoria Elasticității prin integrare directă, separarea variabilelor, aplicarea unor transformări Fourier sau Laplace sau prin utilizarea funcțiilor generalizate. Soluțiile obținute sunt exacte dar numărul problemelor care pot fi rezolvate este redus.

Metodele aproximative pot fi împărțite la rândul lor în trei grupe:

- Metodele matriceale directe, bazate pe teoremele lucrului mecanic virtual, în cadrul cărora se remarcă metoda elementelor finite și metoda fâșiilor finite;
- Metodele variaționale, bazate pe un criteriu de staționaritate impus energiei potențiale a sistemului – pot fi enumerate: metoda diferențelor finite, metoda Ritz, metoda Kantorovici, metoda Treftz, etc.
- Metodele reziduale, bazate pe condiția de staționaritate a funcției reziduale: metoda erorilor absolute, metoda colocației, metoda subdomeniului, metoda ortogonalizării, metoda celor mai mici pătrate, metoda Galerkin.

5.2.2 Bazele metodei elementelor finite

Metoda elementelor finite este o metodă de rezolvare a ecuațiilor diferențiale din analiza structurală. Ea a cunoscut o dezvoltare spectaculoasă în ultimul deceniu datorită caracterului de largă aplicabilitate în domeniile ingineresti. Pot fi rezolvate cu ajutorul metodei elementelor finite probleme în domeniul solicitărilor elastice, elasto-plastice și plastice, pentru materiale izotrope și anizotrope, omogene sau compozite, probleme în domeniul analizei modale, frecvențe proprii, vibrații forțate, probleme din domeniul transferului termic, în regim staționar sau nestaționar, etc.

În decursul timpului complexitatea programelor de element finit a crescut semnificativ datorită dezvoltării performanțelor calculatoarelor. A luat naștere o adevărată ”industrie” care produce și comercializează pachete de programe de analiză bazate pe formulări cu elemente finite. Dintre programele cele mai des utilizate în proiectare și cercetare se pot enumera: SAP, ANSYS, MSC NASTRAN, ABAQUS, AXIS, ALGOR.

În comparație cu alte metode numerice de calcul, metoda elementelor finite oferă avantaje deosebite. Astfel, analiza fiind efectuată la nivelul elementelor componente și nu la nivelul întregii structuri, diversitatea cazurilor ce trebuie rezolvate este mult restrânsă. Modelarea structurilor cu elemente finite acoperă practic întreg domeniul de probleme ingineresti aparținând mecanicii structurilor și prin suplețea ei se pretează diverselor tipuri de geometrii. Metoda elementelor finite permite fără modificări de bază, extinderea analizei în domeniul neomogenităților fizice și a comportării neliniare. Algoritmul de calcul este formulat matriceal și permite o abordare unitară a analizelor statice și dinamice pentru orice tip de element.

Metoda elementelor finite se bazează pe formularea matriceală a metodei forțelor și a metodei deplasărilor. În cazul în care rezolvarea se bazează pe metoda forțelor, caracteristicile globale ale elementelor finite sunt reprezentate prin flexibilități. Dacă este luată în considerare metoda deplasărilor, caracteristicile globale ale elementelor finite sunt reprezentate prin rigidități ale acestora. În continuare se va prezenta numai metoda deplasărilor, aceasta permițând mai ușor automatizarea integrală a procedurii de rezolvare, fapt pentru care este mai frecvent folosită.

5.2.2.1 Descrierea generală a metodei elementelor finite

a) Discretizarea structurii

Metoda elementelor finite consideră structura continuă ca fiind alcătuită din părți componente mici, cu dimensiuni finite, continue în cuprinsul lor, numite elemente finite. Legătura dintre elementele finite se face discret, printr-un număr de puncte de conexiune numite noduri. Nodurile servesc și ca puncte de descriere a structurii globale, în ele definindu-se gradele de libertate și sarcinile exterioare care solicită structura. Analiza întregii structuri se reduce astfel la studiul acestor elemente componente, rezultate prin operația de discretizare.

Elementele finite sunt de mai multe tipuri, funcție de forma lor geometrică, numărul nodurilor, deplasările independente atașate nodurilor și funcție de caracteristicile fizice ale materialului din care sunt alcătuite. Geometria lor este de obicei simplă. În literatura de specialitate sunt prezentate mai multe tipuri de elemente finite: liniare, plane, spațiale, cu simplă sau dublă curbura. Pe lângă nodurile exterioare poziționate în colțurile elementelor sau la mijlocul laturilor, pot exista și noduri interioare necesare în situația când numărul coordonatelor generalizate depășește numărul gradelor de libertate ale elementului finit.

Trebuie subliniat faptul că gradul de precizie crește odată cu creșterea numărului de elemente finite și cu micșorarea dimensiunilor lor. În cazul structurilor plane, rezultatele sunt influențate de raportul dimensiunilor elementului finit. În [5.5] se prezintă modul în care variază gradul de precizie al calculului funcție de raportul laturilor la o placă plană supusă la încovoiere în planul ei.

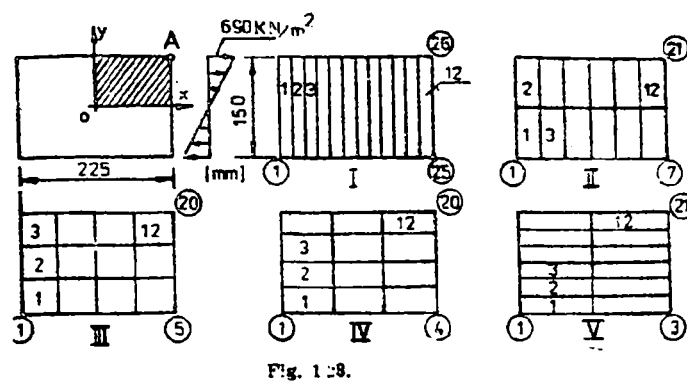


Fig. 1.28.

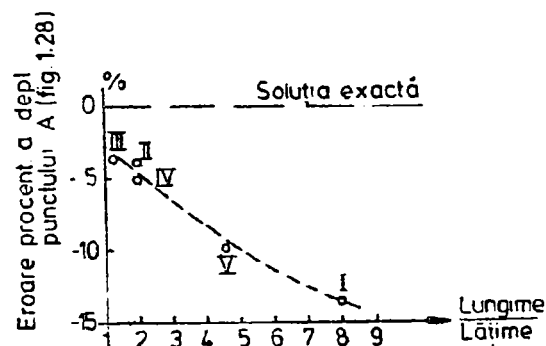


Fig 5.3 - Influența numărului de elemente finite asupra soluției obținute

Alegerea tipului de element finit trebuie făcută în așa fel încât să se asigure reconstituirea cât mai fidelă a structurii reale.

Câmpul deplasărilor din interiorul elementului finit este aproximat prin intermediul funcțiilor de aproximare sau a funcțiilor de interpolare. Acestea definesc în mod univoc deplasările din interiorul fiecărui element finit în funcție de coordonatele punctului curent, respectiv în funcție de deplasările nodale. Ele trebuie să satisfacă condiții legate de convergența soluției aproximative spre soluția reală a problemei, pe măsură ce crește finețea discretizării și să asigure continuitatea și completitudinea acestora la interfețele elementelor.

Dacă se preconizează determinarea funcției de interpolare pentru elementele finite la care se cere continuitatea deplasărilor, se utilizează polinoamele generalizate Lagrange. Dacă trebuie asigurată atât continuitatea funcției de deplasare cât și a derivatelor ei, se utilizează polinoame Hermite generalizate. Elementele finite pentru care legea de variație a deplasărilor în interiorul lor asigură continuitatea deplasărilor propriu-zise și a primelor lor derivate, atât în element cât și pe conturul lui, se numesc conforme.

b) Formularea ecuațiilor de echilibru

Ecuția fundamentală în metoda elementelor finite poate fi exprimată în următoarele procedee de formulare:

1. **Formularea directă**, bazată pe formularea matriceală a metodei deplasărilor;
2. **Formularea variațională** care constă în minimizarea energiei potențiale totale a structurii în baza principiului valorii staționare a energiei potențiale.
3. **Formularea valorilor reziduale** cunoscută sub numele de metoda Galerkin, bazată pe teoria reziduurilor ponderate;
4. **Formularea bilanțului energetic** bazată pe prima lege a termodinamicii.

În timp ce formularea directă este indicată la rezolvarea structurilor simple, procedeul variațional permite abordarea unor structuri complexe.

Formularea reziduală face posibilă rezolvarea unor probleme care nu pot fi caracterizate variațional iar formularea bilanțului energetic mărește în mod semnificativ domeniul de utilizare a metodei elementului finit.

c) Exprimarea principiului variațional în formularea ecuației de echilibru

Ecuția de echilibru în formularea variațională rezultă în urma determinării minimumului (care reprezintă o valoare staționară) pentru expresia unei funcționale a energiei la nivelul unui element finit.

Pentru un sistem elastic continuu, potențialul total Π are expresia

$$\Pi = U - W; \tag{5.28}$$

în care:

- Π = o funcțională matematică pe baze energetice;
- U = energia potențială de deformare elastică;
- W = lucrul mecanic al forțelor exterioare.

Ecuția de echilibru poate fi obținută invocând principiul lucrului mecanic virtual, metod Ritz. Conform acestuia, variația potențialului este minimă (nulă) dacă sistemului elastic i se dă o deplasare virtuală infinitezimală δu , compatibilă cu legăturile sistemului.

$$\delta \Pi = 0; \tag{5.29}$$

Valoarea staționară a potențialului total Π se obține pentru acel câmp de deplasări, care satisface condițiile de echilibru.

Considerând câmpul de deplasări aproximat printr-un număr de n deplasări nodale

$$\{u\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}; \tag{5.30}$$

în care un element poate avea mai multe componente,

$$\{u_i\}^T = \{u_i, v_i, w_i\}; \tag{5.31}$$

principiul variațional poate fi scris sub forma:

$$\frac{\delta \Pi}{\delta \{u_i\}} = 0; \tag{5.32}$$

Expresia (5.32) exprimă faptul că, pentru asigurarea echilibrului, potențialul total al sistemului elastic trebuie să fie staționar față de variabilele de stare (deplasări).

Pentru un câmp de deplasări de forma

$$u_{(x,y,z)} = [\Phi_{(x,y,z)}] \cdot \{c\}; \tag{5.33}$$

unde:

- $u_{(x,y,z)}$ = deplasările dintr-o secțiune curentă a elementului finit;
- $[\Phi_{(x,y,z)}]$ = matricea variabilelor câmpului de deplasări;
- $\{c\}$ = matricea parametrilor c_i a câmpului de deplasări;

între deplasările nodurilor elementului finit și parametrii câmpului de deplasări există relația

$$\{u\} = [A] \{c\}; \quad (5.34)$$

unde:

- $[A]$ = matricea care conține caracteristicile geometrice ale elementului finit;
- $\{u\}$ = matricea deplasărilor nodale pentru elementul finit.

Din [7] rezultă parametri c_i

$$\{c\} = [A]^{-1} \{u\}. \quad (5.35)$$

Deplasarea într-o secțiune curentă a elementului, poate fi exprimată în termeni de deplasări nodale, folosind funcțiile de interpolare

$$u_{(x,y,z)} = [\Phi_{(x,y,z)}] \cdot [A]^{-1} \{u\} = [N] \cdot \{u\} \quad (5.36)$$

unde $[N] = [\Phi_{(x,y,z)}] \cdot [A]^{-1}$ este o matrice care cuprinde funcțiile de interpolare .

Relațiile deformații specifice-deplasări pot fi definite în termeni de deplasări nodale folosind funcțiile de formă. În cazul general,

$$\{\varepsilon\} = [\delta] \{u\} \quad (5.37)$$

cu:

- $\{\varepsilon\}$ = matricea deformațiilor specifice;
- $[\delta]$ = matricea operatorilor diferențiali specifică pentru cazul de solicitare considerat.

Pentru câmpul de deplasări dat de relația (5.30)

$$\{\varepsilon\} = [\delta] \cdot [\Phi_{(x,y,z)}] \cdot \{c\} = [M] \cdot \{c\} \quad (5.38)$$

unde $[M] = [\delta] [\Phi_{(x,y,z)}]$ este o matrice care conține valorile derivatelor parțiale ale câmpului de deplasări al elementului finit.

Cu relația (5.35) și notația $[B] = [M] [A]^{-1}$ rezultă

$$\{\varepsilon\} = [B] \{u\}. \quad (5.39)$$

În mod analog în cazul comportării elastice și respectării legii lui Hooke, se pot exprima tensiunile nodale în funcție de deformațiile specifice nodale

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\}; \quad (5.40)$$

unde:

- $[D]$ = matricea de elasticitate care conține valorile nodale ale proprietăților materialului.

Pentru un element, funcționala energiei interne de deformație se poate scrie

$$U^e = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T [\sigma] dV = \frac{1}{2} \int_{V_e} \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV; \quad (5.41)$$

iar funcționala lucrului mecanic al sarcinilor exterioare:

$$W^e = \int_{V_e} \{X\}^T \{u\} dV + \int_{A_e} \{p\}^T \{u\} dA + \{F\}; \quad (5.42)$$

cu:

- $\{X\}^T = \{X, Y, Z\}$ - matricea forțelor masice definite pe unitatea de volum;
- $\{p\}^T = \{p_x, p_y, p_z\}$ - matricea forțelor distribuite ce acționează asupra elementului și asupra frontierelor acestuia, definite pe unitatea de suprafață;
- $\{F_i\} = \{F_{ix}, F_{iy}, F_{iz}\}$ - matricea sarcinilor nodale afectate explicit elementului considerat.

Cu notațiile din expresiile (5.35) ÷ (5.40) rezultă

$$U^{(e)} = \{u\}^T \left(\frac{1}{2} \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \right) \{u\}; \quad (5.43)$$

$$W^{(e)} = \{u\}^T \left(\int_{V_e} [N]^T \{X\} dV + \int_{A_e} [N]^T \{p\} dA + \{F_i\} \right); \quad (5.44)$$

Aplicând principiul variațional sub forma

$$\frac{\delta}{\delta \{u_i\}} U^{(e)} = \frac{\delta}{\delta \{u_i\}} W^{(e)}; \quad (5.45)$$

rezultă

$$\left(\frac{1}{2} \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \right) \{u\} = \{P\}; \quad (5.46)$$

unde

$$\{P^{(e)}\} = \int_{V_e} [N]^T \{X\} dV + \int_{A_e} [N]^T \{p\} dA + \{F_i\} \quad (5.47)$$

este vectorul sarcinilor nodale care solicită elementul finit, alcătuit prin însumarea sarcinilor nodale echivalente rezultate din sarcinile masice și presiunea pe element și din eventualele sarcini nodale F_i afectate explicit elementului considerat.

Se notează

$$[k] = \frac{1}{2} \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV \quad (5.48)$$

matricea de rigiditate a elementului finit. Ea este o matrice pătrată simetrică al cărei ordin este egal cu numărul de deplasări ale nodurilor elementului, definită în raport cu un sistem de axe local. Se observă că expresia (5.48) conține caracteristicile geometrice și de material ale elementului, fără efectele geometriei neliniare.

Rescriind (5.48) rezultă ecuația fundamentală a metodei elementului finit

$$[k] \{u\} = \{P^{(e)}\} \quad (5.49)$$

d) Asamblarea elementelor finite

Discretizarea structurii în elemente finite este urmată de etapa de asamblare a ecuațiilor fiecărui element finit, în vederea obținerii sistemului de ecuații de echilibru pentru întreaga structură. Procesul de asamblare a elementelor finite se bazează pe necesitatea asigurării condiției de echilibru între forțele nodale generalizate și forțele exterioare și a condiției de continuitate a deformațiilor. În acest proces are loc transformarea sistemului de coordonate local al fiecărui element și însumarea selectivă, astfel încât să se țină seama de gradele de libertate ale fiecăruia.

Considerând că energia potențială a întregii structuri se determină prin însumarea energiilor potențiale ale elementelor finite, rezultă că metoda variațională, aplicată la nivelul elementului finit poate fi aplicată întregii structuri.

Ecuația de echilibru a întregii structuri este:

$$[K] [U] = \{P\} \quad (5.50)$$

unde:

- $[K] = \sum_{e=1}^m [k^{(e)}]$ este matricea de rigiditate globală a structurii;
- $[U]$ = vectorul deplasărilor nodurilor structurii;
- $\{P\}$ = vectorul sarcinilor nodale ale structurii obținut prin însumarea forțelor exterioare și a reacțiunilor transmise de elementele finite în nodurile acesteia;
- m = numărul de elemente finite.

Se remarcă două proprietăți importante ale matricelor de rigiditate globale:

- sunt simetrice față de diagonala principală;

- au o configurație de matrice bandă.

Configurația de matrice bandă simetrică față de diagonala principală este foarte avantajoasă pentru procedurile de calcul numeric, deoarece, prin proceduri speciale de calcul, matricea de rigiditate globală poate fi stocată în memoria calculatorului pe blocuri, ocupând astfel zone de memorie mult mai mici și asigurând mari economii de timp de calcul.

Prin rezolvarea sistemului de ecuații (5.50) se obțin deplasările nodale ale structurii. Cu acestea se pot determina deformațiile specifice și tensiunile pentru fiecare element finit.

În general matricele de rigiditate ale elementelor finite se analizează într-un sistem de coordonate local, propriu fiecărui element finit. Un program de calcul automat utilizează de obicei mai multe sisteme de coordonate:

- Sistemul de coordonate de bază: un sistem cartezian față de care sunt definite sistemele de coordonate locale;
- Sistemul de coordonate global: un sistem de coordonate colectiv care cuprinde toate sistemele de coordonate locale specificate pentru exprimarea rezultatelor;
- Sistemul de coordonate al elementului: unic pentru fiecare element;
- Sistemul de coordonate al elementului deplasat: similar cu sistemul de coordonate al elementului dar definit în poziția lui deplasată;
- Sistemul de coordonate al materialului: un sistem cartezian folosit pentru a orienta proprietățile anizotropice ale materialului;
- Sistemul de coordonate modal: un sistem de coordonate generalizat definit pentru fiecare mod propriu.

În majoritatea programelor de calcul automat, sistemul de coordonate global este un sistem cartezian, chiar dacă sistemele locale sunt necarteziene. Toate deplasările și forțele, deci și matricele de sistem și cele de rigiditate sunt exprimate în coordonate globale. Majoritatea calculelor care decurg din analiză sunt procesate în coordonate carteziene.

Trecerea de la sistemul local de axe la sistemul general se face prin intermediul unei matrici de transformare $[T]$ care conține cosinuşii directori ai direcțiilor axelor locale

$$[T] = \begin{bmatrix} i_x & j_x & k_x \\ i_y & j_y & k_y \\ i_z & j_z & k_z \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Astfel notând cu $()'$ vectorul definit în sistemul de axe local, relația de transformare pentru matricea de rigiditate a unui element este:

$$[k] = [T]^T [k'] [T] \quad (5.52 a)$$

În vederea asamblării, matricea de rigiditate $[k]$ trebuie supusă operației de expansiune:

$$[k_E] = [E]^T [k] [E] \quad (5.52 \text{ b})$$

în care:

- $[E]$ = matricea de expansiune care transformă matricea $[k]$ într-o matrice cu dimensiunile impuse de structură.

e) Rezolvarea sistemului de ecuații

Datorită faptului că matricile de rigiditate sunt simetrice și cu majoritatea termenilor grupați în vecinătatea diagonalei principale, există metode specifice de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare generate prin utilizarea metodei elementelor finite. Sunt cunoscute astfel metode directe și metode iterative.

Ca metode directe sunt mai cunoscute următoarele:

◆ Metoda Gauss-Jordan, care transformă prin pași succesivi sistemul de ecuații într-un sistem în care matricea coeficienților are termeni unitari în diagonala principală și termeni nuli sub aceasta, procedeu numit triangularizare. Rezolvarea începe cu ultima variabilă.

◆ Metoda Choleski, în care procedura de rezolvare implică trei etape: matricea inițială e transformată în produsul a două matrici triunghiulare din care una e transpusa celeilalte. Apoi se aplică succesiv o substituție inversă și una directă.

◆ Metoda frontală, folosită la rezolvarea sistemelor de ecuații de mari dimensiuni în cadrul căreia eliminarea variabilelor se face simultan cu asamblarea elementelor.

În cadrul metodelor iterative soluția unui sistem de ecuații se obține ca limită a unui șir de valori. Aceste valori sunt aproximații succesive obținute pe baza unui anumit algoritm de calcul. Convergența către soluția exactă a sistemului e asigurată de acest algoritm.

Pot fi enumerate ca metode iterative metodele Gauss-Seidl, Jacobi, metoda relaxărilor succesive, etc.

5.2.3 Aplicarea metodei elementului finit în rezolvarea problemelor de stabilitate

În construcții structurile sunt afectate de imperfecțiuni geometrice și mecanice inevitabile, astfel că de obicei atingerea "exactă" a sarcinilor critice teoretice de flambaj calculate pe baza principiului metodei bifurcării nu se poate realiza. Instabilitatea cea mai des întâlnită este cea prin limitare. Astfel, încă de la sarcini mici, structura prezintă deformații nenule, care cresc pe măsură ce sarcina se apropie de valoarea critică. Studiul stabilității elastice a structurilor cu MEF impune două etape [5.34]:

1) Analiza stării critice a echilibrului și calculul sarcinii critice de flambaj ca o problemă de valori proprii;

2) Analiza comportării neliniare a structurilor cu imperfecțiuni geometrice în vecinătatea sarcinilor critice de flambaj.

Ecuatia de echilibru (5.50) care constituie formularea de maximă generalizare a metodei elementului finit

$$[K] [U] = \{P\} \quad (5.53)$$

nu cuprinde efectele neliniarității geometrice. Ea este valabilă pentru cazul liniar al ipotezei micilor deformații. În studiul stabilității elastice a structurii este necesar să se ia în considerare efectul modificării configurației geometrice sub acțiunea sarcinilor. Relația forță-deplasare fiind neliniară, stabilirea ei se face printr-un proces incremental și trebuie introdusă o rigiditate adițională datorată tensiunilor inițiale, deoarece acestea există începând cu incrementul al doilea. Ecuatia (5.50) se va scrie astfel sub forma

$$[K] \{u\} + \{K_G\} \{U\} = \{p\} \quad (5.54)$$

cu:

- $[K]$ = matricea de rigiditate a ansamblului de elemente finite;
- $\{U\}$ = vectorul total al deplasărilor (în ipoteza micilor deformații);
- $\{P\}$ = vectorul total al sarcinilor aplicate;
- $[K_G]$ = matricea de rigiditate geometrică, o matrice de corecție care ia în considerare efectul stării de tensiune în configurația deformată.

iar pentru un element:

$$[k] \{U^{(e)}\} + [k_G] \{U^{(e)}\} = \{P^{(e)}\} \quad (5.55)$$

unde:

- $[k]$ = matricea de rigiditate elastică la nivelul unui element;
- $[k_G]$ = matricea de rigiditate geometrică la nivelul unui element;
- $\{U^{(e)}\}$ = vectorul componentelor din vectorul total al deplasărilor care contribuie la definirea poziției nodurilor elementului;
- $\{P^{(e)}\}$ = vectorul sarcinilor exterioare ce se aplică asupra elementului distribuite în nodurile acestuia.

Rigiditatea geometrică a elementului este dată de relația

$$\{U^{(e)}\}^T [k_G] \{U^{(e)}\} = \int_{V^{(e)}} \{\epsilon^{(e)}\}^T \{\sigma_0^{(e)}\} dV \quad (5.56)$$

unde

- $\{\sigma_0^{(e)}\}$ este vectorul stării inițiale de tensiune.

În [5.20] se definește matricea $[k_G]$ prin relația:

$$\int_V \delta [B_L]^T \{\sigma\} dV = [k_G] \cdot \delta \cdot \{u\} \quad (5.57)$$

în care matricea $[B_L]^T$ introduce efectul deformațiilor finite iar notația δ semnifică o variație arbitrară.

Pentru toate elementele m ale structurii, matricea de rigiditate geometrică globală se obține prin însumare:

$$[K_G] = \sum_{e=1}^m [k_G^{(e)}] \quad (5.58)$$

Ecuția (5.54) se poate scrie

$$[K_I] \{U\} = \{P\} \quad (5.59)$$

dacă se notează $[K_I] = [K] + [K_G]$ matricea de rigiditate totală a structurii.

5.2.3.1 Rigiditatea geometrică a elementului de placă plană

În scopul evaluării matricii de rigiditate geometrică a elementului dreptunghiular de placă plană din Figura 5.3 trebuie stabilită interacțiunea dintre deformațiile specifice încovoierii și tensiunile inițiale datorate sarcinilor de membrană. Acestea din urmă sunt notate S_x , S_y , S_{xy} și se consideră constante pe parcursul încărcării din încovoiere.

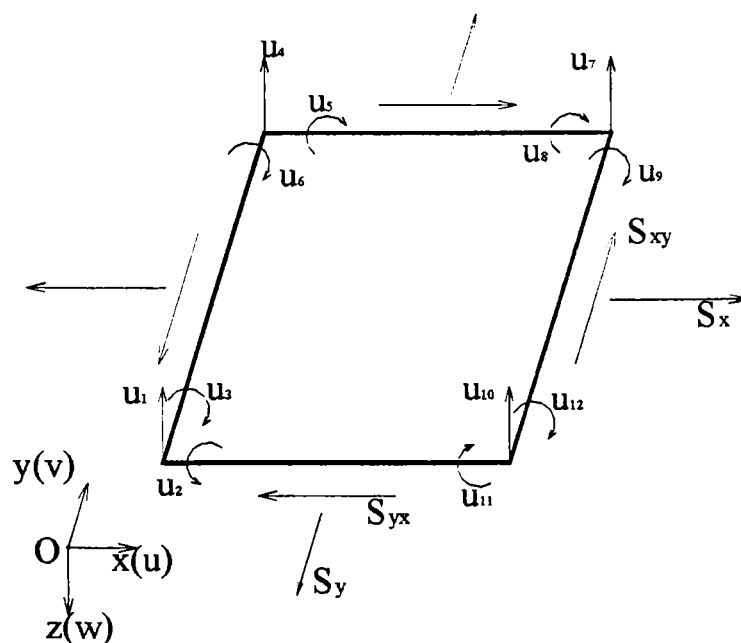


Fig. 5.4 - Element de placă cu 12 grade de libertate

Elementul din Figura 5.4 are trei deplasări nodale independente la fiecare nod. Cele 12 grade de libertate cinematică sunt cuprinse în vectorul deplasărilor nodale

$$\{u_f\}^T = \{u_1, u_2, \dots, u_{12}\} \quad (5.60)$$

Se consideră existența unei funcții de interpolare $\Phi(x,y)$ pentru care

$$w(x,y) = [\Phi(x,y)] \{u\} \quad (5.61)$$

Așa cum se constată în [5.26], pentru elementul considerat, vectorul deformațiilor are forma

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{Bmatrix} \quad (5.62)$$

iar vectorul tensiunilor inițiale este dat de expresia

$$\{\sigma_0\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{xx}^0 \\ \sigma_{yy}^0 \\ \sigma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{Bmatrix} S_x \\ S_y \\ S_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5.63)$$

unde:

- t = grosimea elementului.

Matricea relației tensiune-deformație este:

$$[D] = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(1 - \frac{\mu}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (5.64)$$

Expresiile (5.62)÷(5.64) se introduc în relațiile care dau formularea matricilor [k] și [k_G]

$$\{u\}^T [k] \{u\} = \int_V \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV; \quad (5.65)$$

$$\{u\}^T [k_G] \{u\} = \int_V \{\varepsilon\}^T [\sigma_0] dV. \quad (5.66)$$

Expresia (5.66) poate fi scrisă în următoarea formă

$$\{u\}^T [k_G] \{u\} = \iint_{\Omega} \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} \quad \frac{\partial w}{\partial y} \right\} [S] \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} dx dy \quad (5.67)$$

obținându-se rigiditatea geometrică

$$[k_G] = \iint_{\Omega} [G]^T [S] [G] dx dy \quad (5.68)$$

unde [S] este matricea eforturilor inițiale

$$[S] = \begin{bmatrix} S_x & S_{xy} \\ S_{xy} & S_y \end{bmatrix} \quad (5.69)$$

Se pot folosi următoarele exprimări intermediare

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{array} \right\} = [B_{(x,y)}] \cdot \{u\} \quad (5.70)$$

și

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{array} \right\} = [G_{(x,y)}] \{u\} \quad (5.71)$$

unde

$$[B_{(x,y)}] = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{array} \right\} [\Phi_{(x,y)}] \quad (5.72)$$

$$[G_{(x,y)}] = \left\{ \begin{array}{c} \delta \\ \frac{\delta}{\partial x} \\ \delta \\ \frac{\delta}{\partial y} \end{array} \right\} [\Phi_{(x,y)}] \quad (5.73)$$

Integrala (5.65) trebuie efectuată în trepte, mai întâi în lungul axei z și apoi pe suprafața mediană. În final se obține

$$\{u\}^T [k] \{u\} = \{u\}^T \left(\iint_{\Omega} [B_{(x,y)}]^T [D] [B_{(x,y)}] dx dy \right) \{u\} \quad (5.74)$$

unde:

- Ω = suprafața mediană

5.2.3.2 Analiza stării critice de echilibru și calculul sarcinii critice de flambaj

Situația critică este situația limită când sistemul elastic se poate menține într-o poziție perturbată fără a necesita o creștere a forțelor exterioare [5.26].

După aplicarea unei deplasări virtuale $\{\delta U\}$, ecuația (5.59) ia forma

$$([K] + [K_G]) (\{u\} + \{\delta U\}) = \{P\} \quad (5.75)$$

Prin scăderea ecuațiilor (5.59) și (5.60) rezultă că dacă

$$([K] + [K_G]) \{\delta U\} = \{0\} \quad (5.76)$$

configurația sistemului este într-o stare critică de echilibru.

Dacă se admite liniaritatea aspectului geometric până în momentul pierderii stabilității echilibrului, ecuația pentru determinarea stării critice de echilibru se exprimă sub forma unei probleme de valori proprii:

$$[K] \{\delta U\} = -\lambda [K_G] \{\delta U\} \quad (5.77)$$

Condiția ca această ecuație să aibă soluții diferite de soluția banală este:

$$\det([K] - \lambda [K_G]) = 0 \quad (5.78)$$

Cea mai mică valoare rezultată din ecuația (5.78), λ_{cr} , reprezintă parametrul forței critice de flambaj în baza modelului bifurcării echilibrului și caracterizează primul mod fundamental de flambaj.

Notând $\{\bar{\sigma}_0\}$ vectorul tensiunilor corespunzând unei stări unitare de eforturi inițiale, starea critică de tensiune este reprezentată de vectorul $\{\sigma_0^{cr}\}$

$$\{\sigma_0^{cr}\} = \lambda_{cr} \{\bar{\sigma}_0\} \quad (5.79)$$

și aplicând principiul deplasărilor virtuale unitare, sistemul sarcinilor critice de flambaj $\{P^{cr}\}$, rezultă:

$$\{\hat{P}^{cr}\} = \sum_{e=1}^E \int_{V_E} [B^{(e)}]^T \{\bar{\sigma}_0^{(e)}\} dV \quad (5.80)$$

5.2.3.3 Analiza comportării neliniare a structurilor

În cazul comportării neliniare a structurii, forțele nodale sunt funcții neliniare de deplasare. Condiția de echilibru nefiind obținută imediat, este necesară utilizarea unei metode iterative.

În general, ecuația de echilibru a unui element se poate scrie în formă incrementală

$$[k_{\Delta}^{(i-1)}] \{\Delta u^{(i)}\} = \{\Delta P^{(i)}\} \quad (5.81)$$

dacă aplicarea încărcării se face în pași ΔP . În relația (5.81) $[k_{\Delta}^{(i-1)}]$ este matricea rigidității elementului în pasul de calcul $i-1$, $\{\Delta u^{(i)}\}$ și $\{\Delta P^{(i)}\}$ vectorii deplasărilor și forțelor în pasul de calcul i . Deplasările nodurilor structurii în pasul i de calcul vor fi

$$\{U^{(i)}\} = \{U^{(i-1)}\} + \{\Delta U^{(i)}\}; \quad (5.82)$$

iar deplasările totale

$$\{U\} = \sum_{i=1}^n \{\Delta U^{(i)}\}. \quad (5.83)$$

n fiind numărul pașilor de încărcare.

Vectorul forțelor nodale la pasul i se obține prin însumare

$$\{P^{(i)}\} = \{P^{(i-1)}\} + \{\Delta P^{(i)}\}; \quad (5.84)$$

iar vectorul total va fi

$$\{P\} = \sum_{i=1}^n \{\Delta P^{(i)}\}. \quad (5.85)$$

În cadrul fiecărui pas i matricea de rigiditate tangentă a structurii se calculează cu relația:

$$[K_T^{(i-1)}] = [K(U^{(i-1)})] + [K_G(U^{(i-1)}, P^{(i-1)})] \quad (5.86)$$

în care:

- $[K_T^{(i-1)}]$ = matricea de rigiditate tangentă a structurii calculată la pasul i ;
- $[K(U^{(i-1)})]$ = matricea de rigiditate elastică pentru calculul căreia se ia în considerare configurația geometrică deformată din pasul anterior (definită de vectorul deplasărilor $\{U^{(i-1)}\}$);
- $[K_G(U^{(i-1)}, P^{(i-1)})]$ = matricea de rigiditate elastică pentru calculul căreia se iau în considerare și eforturile corespunzătoare pasului anterior.

Prin rezolvarea ecuațiilor de echilibru se obține incrementul de deplasare $\{\Delta U^{(i)}\}$ funcție de incrementul forțelor.

În domeniile precritic și postcritic metodele iterative utilizate sunt diferite.

◆ Metoda Newton – Raphson

În domeniul precritic o largă utilizare o are metoda de iterație Newton - Raphson precum și varianta ei modificată. În această metodă parametrul de încărcare se consideră constant și procesul iterativ este aplicat deplasărilor nodale.

Prin relația

$$\{R_j\} = \{P_j\} - \{F_j\} \quad (5.87)$$

forțele neechilibrate în noduri sunt definite la fiecare iterație ca un vector de eroare $\{R_j\}$.

- $\{P_j\}$ = vectorul forțelor aplicate;
- $\{F_j\}$ = vectorul forțelor nodale ale elementului.

În baza metodei Newton, sistemul liniarizat de ecuații este rezolvat pentru deplasări incrementale prin eliminarea în succesiune Gauss. Matricea Jacobiană a vectorului de eroare apare aici ca matrice de rigiditate tangentă:

$$[K_T] = - \left[\frac{\partial R}{\partial u} \right]_{u=u^i} = \left[\frac{\partial F}{\partial u} \right]_{u=u^i} \quad (5.88)$$

În iterația i trebuie rezolvată ecuația

$$[K_T] \{\Delta u^i\} = \{R^{(i-1)}\} \quad (5.89)$$

unde:

- $\{\Delta u^i\} = \{u^i\} - \{u^{i-1}\}$
- $\{R^i\} = \{P\} - \{F(u^i)\}$

Iterarea continuă până când eroarea reziduală $\{R\}$ și deplasările incrementale $\{\Delta u\}$ devin neglijabile.

Procedura Newton poate fi implementată folosind o forță de corecție. Vectorul acesteia este definit prin:

$$\{C\} = \{F\} - [k] \{u\} \quad (5.90)$$

Iterația pornește de la valorile inițiale:

- $\{u^0\}$ = ultima deplasare convergentă
- $\{R^0\} = P - F(u^0) = \{\Delta P\} + \{R_j\}$
- ΔP = vectorul încărcării incrementale

Vectorii de eroare succesivi pot fi evaluați prin:

$$R^{i+1} = R^i - k(u^{i+1} - u^i) - (c^{i+1} - c^i); \quad (5.91)$$

sau direct, din forțele interioare

$$\{R^{i+1}\} = \{P\} - \{F^i\}; \quad (5.92)$$

Criteriul de convergență folosit de metoda Newton – Raphson este

$$\|u^* - u^{i-1}\| \leq q \|u^* - u^i\|^2 \quad (5.93)$$

unde:

- u^* = valoarea reală $\{u\}$;
- q = eroarea prescrisă – o constantă;
- $\|$ = norma unui vector.

În această metodă, determinarea rigidității tangente precum și a inversei acesteia la fiecare iterație necesită o cantitate considerabilă de calcul. Este mai avantajoasă folosirea metodei Newton – Raphson modificată care evaluează rigiditatea tangente doar o dată, la poziția ultimei deplasări convergente, cu dezavantajul că necesită mai multe iterații.

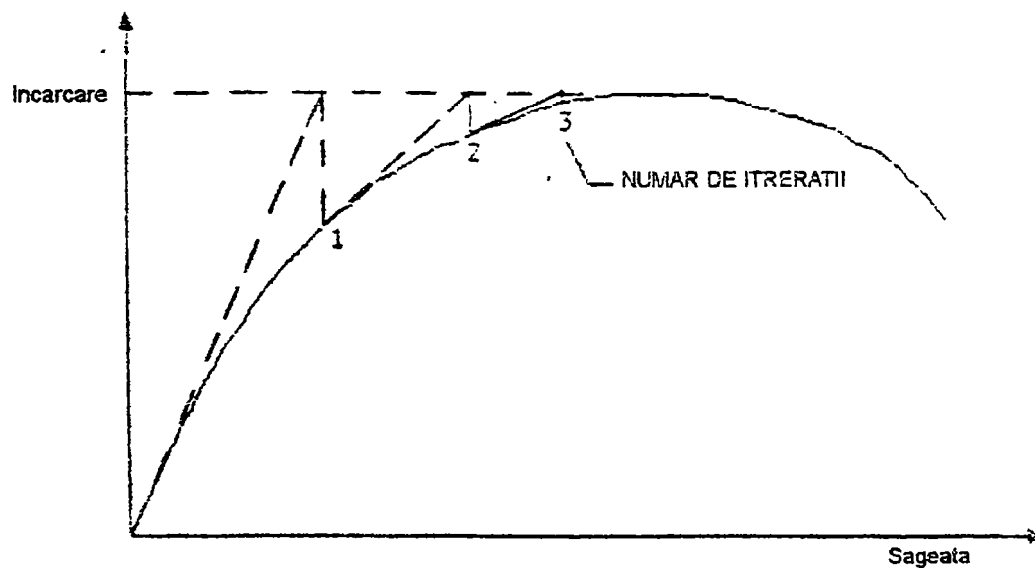


Fig 5.5 - Metoda Newton-Raphson

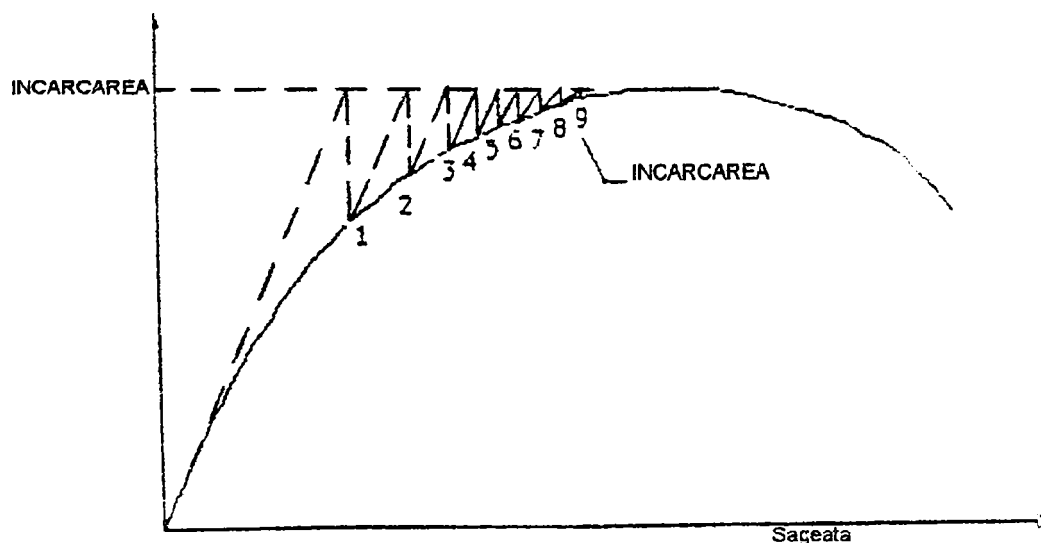


Fig 5.6 - Iterarea în metoda Newton modificată

Oricum, pentru ultima metodă sunt necesare mai multe iterații. Metoda de eliminare Gauss este mult mai potrivită pentru acest mod de abordare deoarece descompunerea se realizează o singură dată.

◆ Metoda arc-length

Răspunsul static-neliniar al unei structuri nu poate fi analizat dincolo de încărcarea limită prin metoda Newton convențională. Comportarea întregii structuri în domeniul postcritic poate fi studiată utilizând metoda arc-length cunoscută și sub numele de metoda Crisfield.

Conceptul metodei arc-length este acela de a modula încărcările aplicate în așa fel încât să se obțină soluții cu incremente de deplasări de mărime convenabilă pentru un pas de încărcare dat. În scopul modulării încărcării aplicate se introduce o variabilă adițională (factorul de încărcare) și o ecuație de constrângere.

Considerând o încărcare reziduală $\{R\}$

$$R_{(u,\mu)} = P_{(u,\mu)} - F_{(u)} \quad (5.94)$$

unde

- F = forțele interioare ;
- $P_{(u,\mu)} = P_0 + \mu \Delta P$ = încărcarea exterioară totală;
- μ = factorul de încărcare;
- P_0 = forța aplicată la sfârșitul subpasului precedent;
- ΔP = incrementul încărcării în ciclul de încărcare curent.

Condiția de echilibru la $(u + \Delta u, \mu + \Delta \mu)$ se scrie

$$\left[K - \frac{\partial P}{\partial u} \right] \Delta u = R_{(u,\mu)} + \Delta \mu \Delta P \quad (5.95)$$

unde: $K = \frac{\partial F}{\partial u}$ = matricea de rigiditate;

și $\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \mu}$ = incrementul încărcării.

Procesul iterativ se stabilește prin descompunerea ecuației (5.95) în

$$K \Delta u_R = R_{(u,\mu)}; \quad \text{și} \quad K \Delta u_P = \Delta P; \quad (5.96)$$

soluția fiind obținută prin:

$$u^i = u^{i-1} + \Delta u; \quad (5.97)$$

unde;

$$\Delta u = \Delta u_R + \Delta \mu \Delta u_P \quad (5.98)$$

Iar $\Delta\mu$ poate fi obținut din ecuația de constrângere.

Variații ale acestei metode sunt metoda Riks și metoda Crisfield.

În metoda Riks incrementul deplasării este limitat printr-o ecuație de constrângere:

$$\{\Delta u^1\}^T \{\Delta u^1\} + (w \Delta\mu^1)^2 = \Delta l^2 \quad (5.99)$$

în care Δl este definit prin

$$\Delta l^2 = (\Delta\mu^1)^2 [\{\Delta u_P^1\}^T \{\Delta u_P^1\} + w^2] \quad (5.100)$$

dacă valoarea inițială a lui $\Delta\mu$ este dată. iar w este un factor de scalare introdus pentru ca utilizatorul să scaleze μ la dimensiunea potrivită sau, cu $w = 0$, să șteargă termenul care conține $\Delta\mu$.

Iterația urmărește calea planului normal la tangenta inițială ca în figura 2.7
Iterațiile $i > 1$ trebuie să satisfacă relația

$$\{\Delta u^1\}^T \{\Delta u^i\} + w^2 \Delta\mu^1 \Delta\mu^i = 0 \quad (5.101)$$

Ecuația (5.107) se reduce la

$$\{\Delta u_P^1\}^T \{\Delta u_R^i + \Delta\mu^i \Delta u_P^i\} + w^2 \Delta\mu^i = 0 \quad (5.102)$$

din care este determinat factorul de încărcare

$$\Delta\mu^i = \frac{-\{\Delta u_P^1\}^T \cdot \{\Delta u_R^i\}}{w^2 + \{\Delta u_P^1\}^T \cdot \{\Delta u_P^i\}} \quad (5.103)$$

$$\mu^i = \mu^{i-1} + \Delta\mu^i \quad (5.104)$$

Prin metoda Riks planul normal nu se schimbă în timpul iterației.

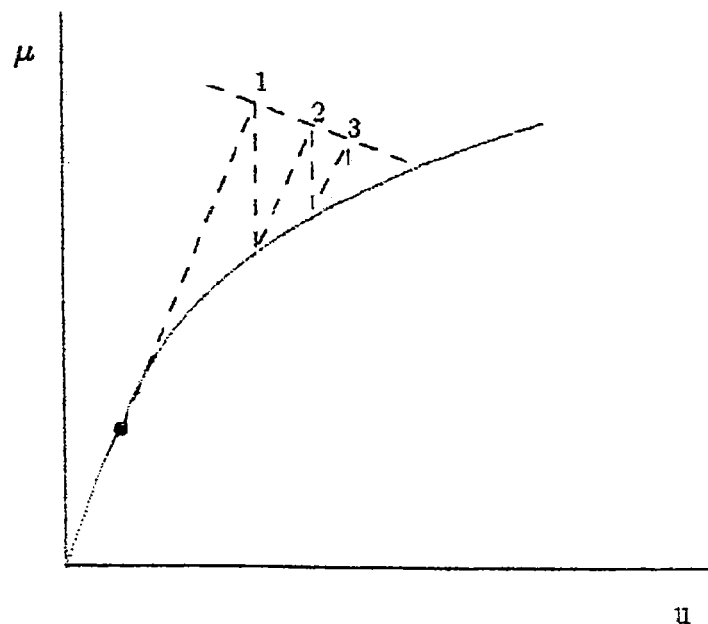


Fig 5.7 - Metoda Riks

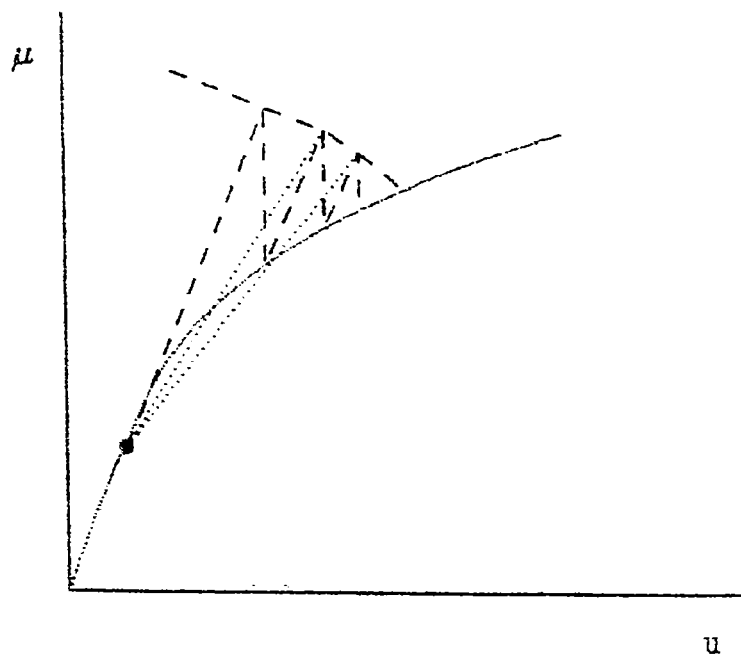


Fig 5.8 - Metoda Riks modificată

Spre deosebire de iterarea într-un plan normal efectuată în metoda Riks, în metoda Crisfield iterarea se face cu o lungime de arc Δl dată de relația:

$$\{u^i - u^0\}^T \{u^i - u^0\} + w^2 (\mu^i - \mu^0) = \Delta l^2 \quad (5.105)$$

unde $\{u^i - u^0\}$ sunt deplasările acumulate în pasul de încărcare i .

Dacă $w = 0$, această ecuație de constrângere semnifică păstrarea deplasării incrementale constante. Se ajunge la o ecuație pătratică în $\Delta\mu$ de forma:

$$a(\Delta\mu^i)^2 + b \Delta\mu^i + c = 0 \quad (5.106)$$

Se alege cea rădăcină a ecuației careia îi corespunde un unghi mai mic decât 90° între vectorii $\{u^{i-1} - u^0\}$ și $\{u^i - u^0\}$.

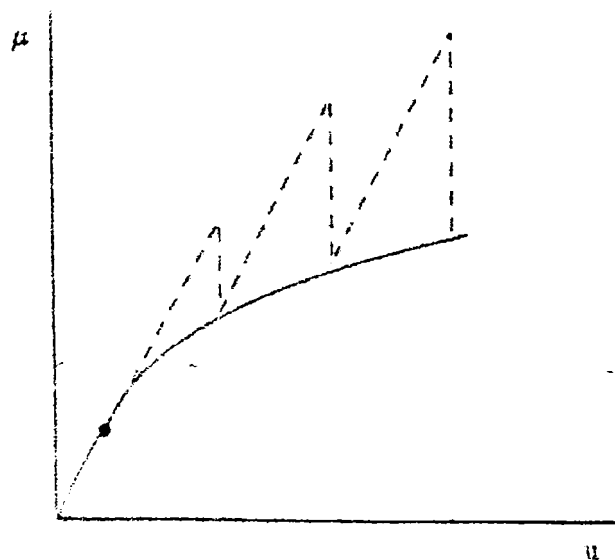


Fig 5.8 - Metoda Crisfield

5.3 Simularea numerică a comportării panourilor din PAFS studiate experimental

Comportarea panourilor pentru care s-au făcut determinările experimentale prezentate în Capitolul 4 a fost analizată prin intermediul programului de calcul cu element finit ANSYS 5.4. Au fost studiate mai multe variante de discretizare pentru fiecare tip de panou căutându-se o apropiere cât mai mare de situația reală.

Modelarea panourilor a fost realizată pe baza a două tipuri de elemente finite existente în biblioteca ANSYS:

- Pentru modelarea plăcilor plane și plăcilor ondulate s-au folosit elemente de suprafață SHELL 93. Acest tip de element este definit prin 8 noduri, 4 grosimi și prin proprietățile ale materialului. El are 6 grade de libertate pentru fiecare nod și capacitatea de a prelua deformații mari (Fig. 5.9).

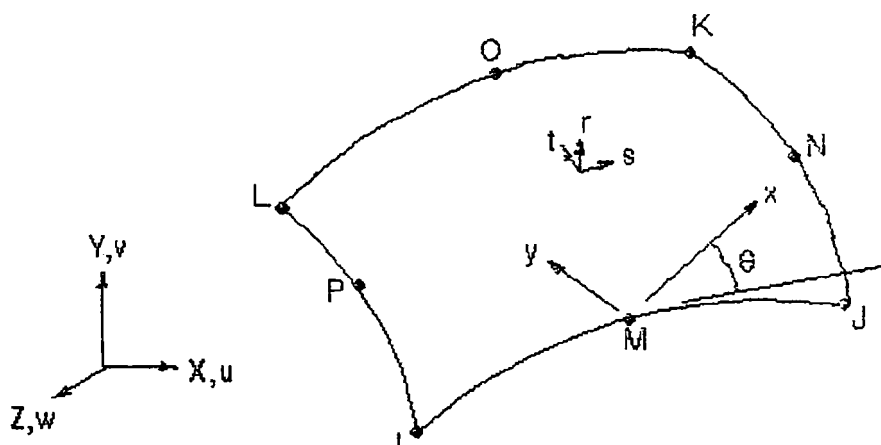


Fig. 5.9 - Elementul finit SHELL 93

- Pentru modelarea rezemării au fost folosite elemente de bară LINK . Acesta este un element de bară definit prin două noduri, aria secțiunii transversale și proprietățile materialului. Fiecare nod are trei grade de libertate, translații după cele trei axe. Elementul este dublu articulat și preia numai solicitări axiale.

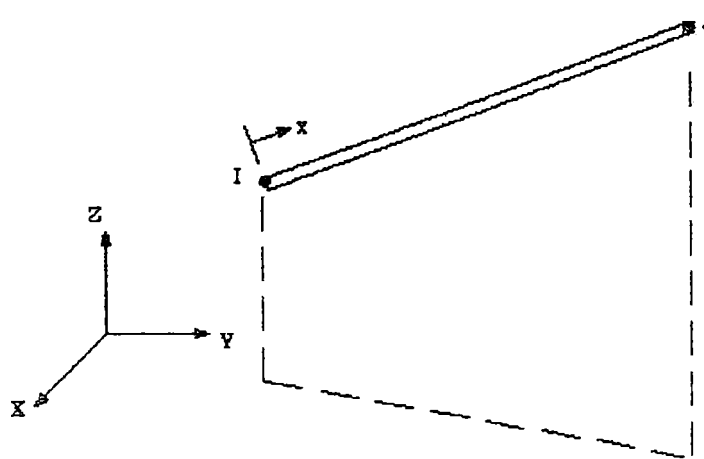


Fig. 5.10 - Elementul finit LINK

Axele rețelei de discretizare sunt paralele cu axele sistemului de coordonate global și cu laturile panourilor. Discretizarea a fost făcută în așa fel încât să respecte pe cât posibil geometria secțiunilor transversale ale acestora. Primele variante de discretizare (variantele 1 și 2) iau în considerare o geometrie simplificată a secțiunii transversale și grosimi medii ale plăcilor componente, rezultând un număr mai mic de elemente finite și noduri. Ultimele variante (variantele 3, 4 și 5) urmăresc în detaliu geometria secțiunii transversale, rezultând astfel un număr mult mai mare de elemente finite și noduri ale rețelei. Deoarece panourile studiate au fost fabricate manual, prezentând astfel un număr mare de imperfecțiuni, (grosimi variabile, pași inegali ai ondulelor, neplaneități ale plăcilor, zone ale miezului nelegate de fețe), au fost studiate variante care să țină seama de acestea (variantele 2, 4 în cazul panourilor rigidizate; variantele 4, 5 în cazul panourilor sandwich).

Pentru a reproduce cât mai exact condițiile de margine realizate prin construcția standului de încercare, modelarea rezemării a fost realizată prin crearea a câte 11 noduri pentru fiecare margine rezemată, prin intermediul unor elemente de tip bară cu rigiditate practic infinită. Aceste noduri au aceleași coduri de blocare. În nodurile marginii articulate s-au blocat deplasările după cele trei axe și rotațiile după axa z. În nodurile marginii simplu rezemate au fost blocate doar trei grade de libertate, deplasarea după axa z rămânând liberă.

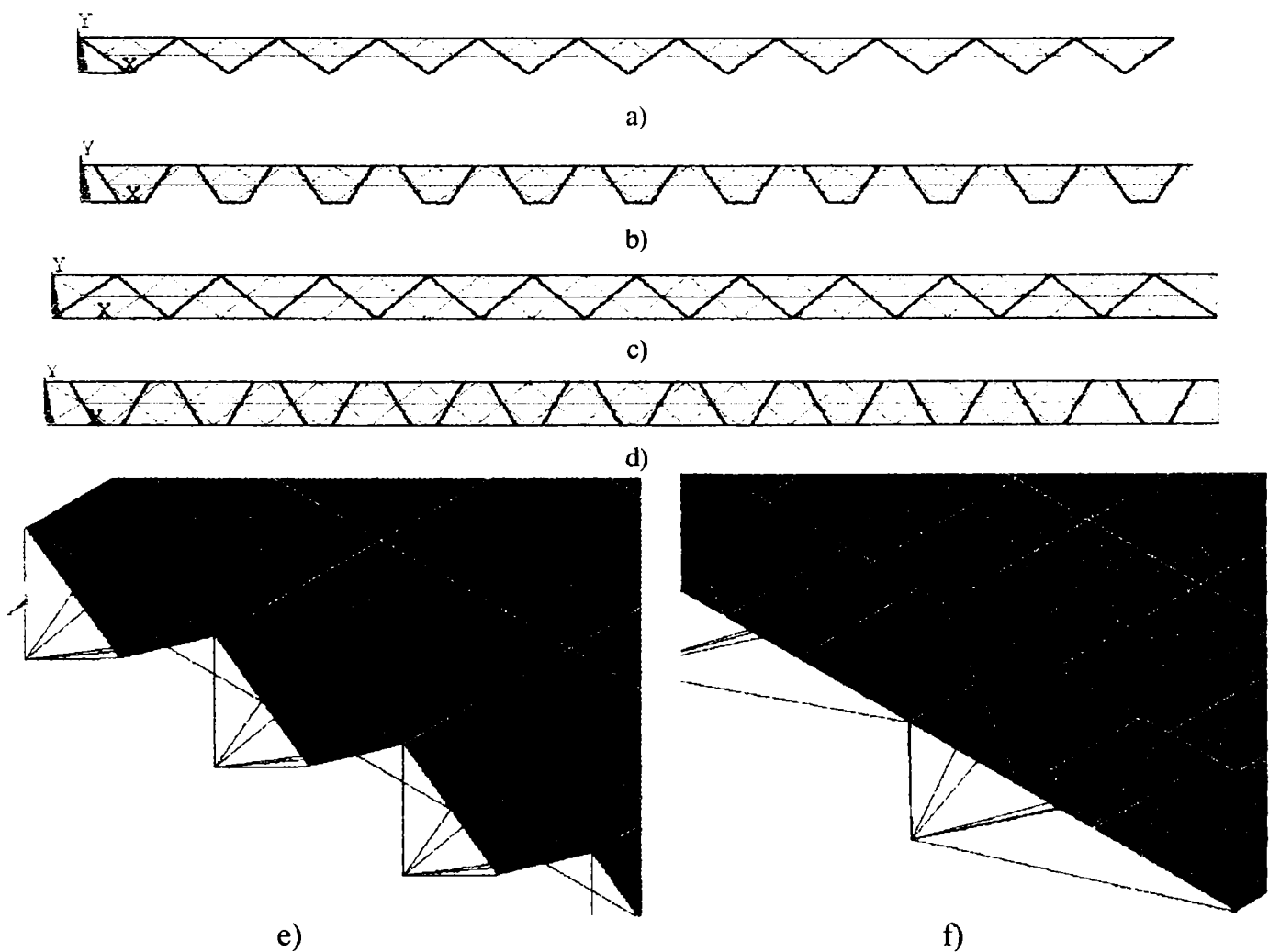


Fig. 5.11 - Detaliu de rezemare a), b), e) Panoul rigidizat; c), d), f) Panoul sandwich.

Nodurile de rezemare se află situate la 2 cm distanță de margini astfel că dimensiunile panourilor introduse în calcul sunt: 99x44 cm pentru panourile rigidizate și 100x46 cm pentru panourile sandwich. Marginile rezemate ale panourilor au fost întărite cu elemente de tip bară LINK 8 (Fig.5.11).

Forțele de compresiune s-au aplicat în cele 11 noduri ale marginii simplu rezemate.

Materialul din care sunt confecționate panourile a fost considerat izotrop și liniar elastic. Caracteristicile elastice ale lui au fost introduse cu valori unice: $E = 240000 \text{ daN/cm}^2$; $\mu = 0,18$.

Analiza stabilității panourilor s-a realizat în două etape. Inițial a fost stabilită sarcina critică de flambaj care caracterizează primul mod fundamental, ca o problemă de valori proprii, apoi s-a aplicat încărcarea în trepte, realizându-se o analiză neliniară, bazată pe metoda Newton-Raphson. Astfel a fost posibilă urmărirea deformării panourilor pe parcursul creșterii sarcinii de la 0 la valoarea critică.

5.3.1 Panourile plane rigidizate

Au fost studiate patru modele de discretizare:

- Varianta 1 constă dintr-un model simplificat, cu 924 elemente de tip SHELL 93, 350 elemente de tip LINK și 2290 noduri (Fig. 5.11).

Discretizarea a fost realizată prin divizarea panoului pe lățime în 11 module, fiecare corespunzând unei ondule. Pe lungime numărul de diviziuni este 28.

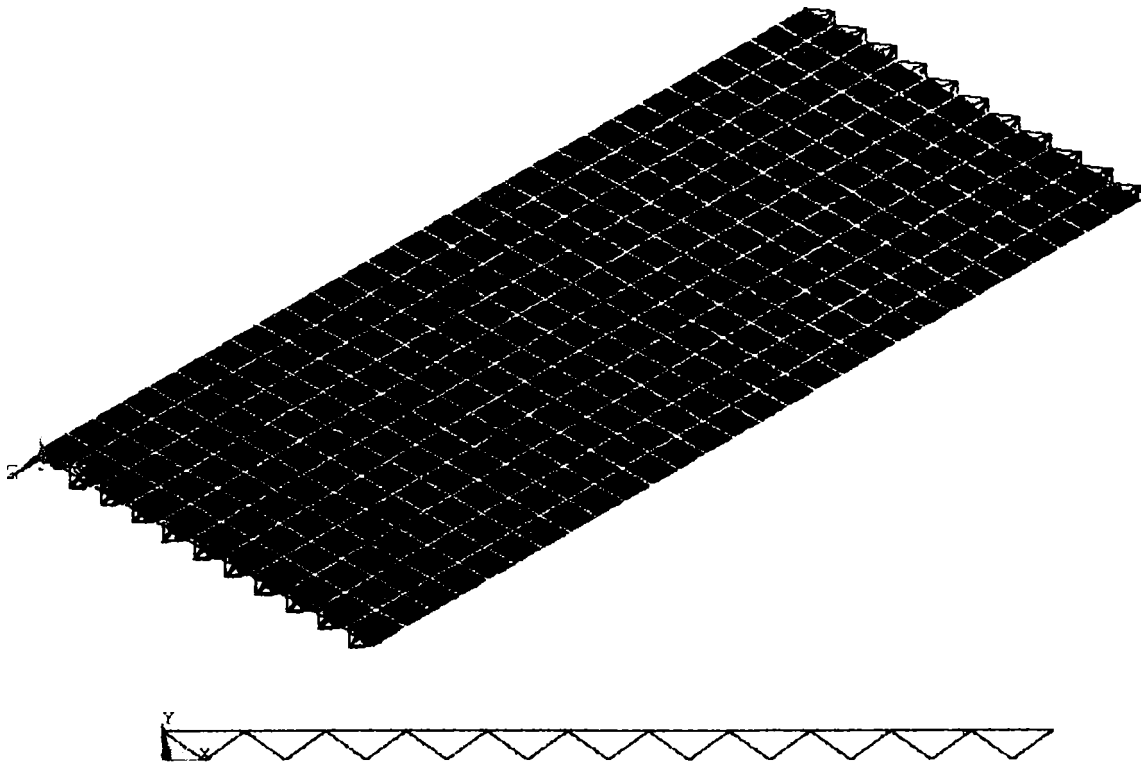


Fig. 5.12 - Discretizarea modelului în varianta 1

- Varianta 2 este un model la care s-au introdus ca defecte de structură pași inegali ai ondulelor, dar secțiunea a rămas simetrică (Fig. 5.13). Numărul de noduri este 2720,

numărul de elemente de tip SHELL 93 este 1064 iar numărul de elemente de tip LINK 8 este 350. Această variantă conține mai multe noduri și elemente de tip SHELL 93 decât varianta 1 deoarece s-au dublat diviziunile plăcii plane din dreptul pașilor mai mari ai ondulelor, rezultând 16 diviziuni pe lățimea panoului. Pe lungime rețeaua de discretizare a rămas cu 28 diviziuni.



Fig. 5.13 - Discretizarea modelului în varianta 2. Secțiune transversală

- Varianta 3 este un model care ține cont în detaliu de geometria secțiunii transversale a panourilor. Datorită acestui fapt, placa plană a fost divizată pe lățime în 34 elemente cu grosime variabilă, rezultând pe lungimea ei 56 elemente. Numărul total de elemente de tip SHELL 93 este 3 752, numărul de noduri 10282 iar numărul de elemente LINK 8 este de 340 (Fig. 5.14).

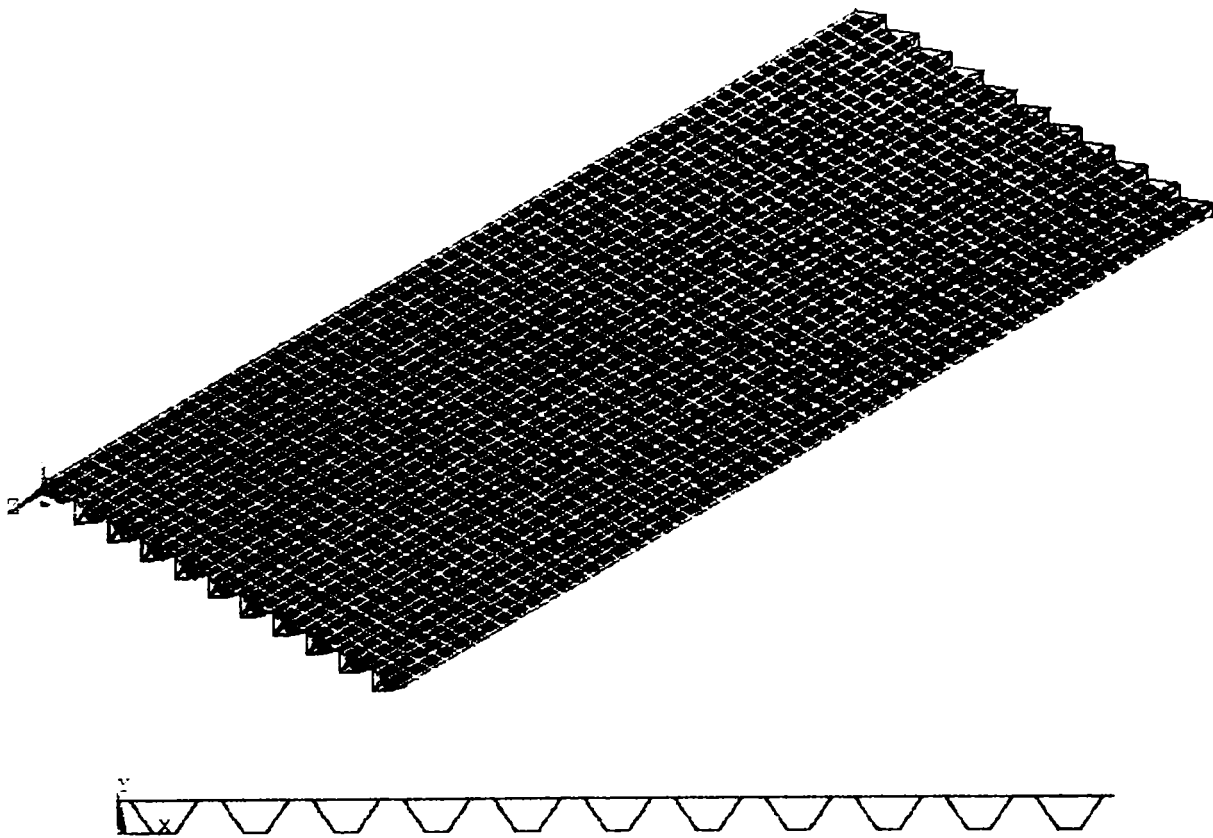


Fig. 5.14 - Discretizarea modelului în varianta 3

- Varianta 4 ține cont de geometria panoului α . Este un model care reproduce în mod aproximativ imperfecțiunile observate la acesta: pași inegali ai ondulelor, grosimi variabile ale plăcilor componente, neplaneități ale acestora. Secțiunea transversală a panoului nu mai este simetrică. Numărul de diviziuni pe lungime a rămas 56 dar pe lățime au rezultat 33 diviziuni. Modelul are 3696 elemente de tip SHELL 93, 354 elemente de tip LINK 8 și 10112 noduri (Fig. 5.14) .



Fig. 5.15 - Discretizarea modelului în varianta 4. Secțiune transversală

Din analiza rezultatelor, reiese faptul că forța critică corespunzătoare flambajului general obținută în variantele 1 și 2 este aceeași: $F = 528 \text{ daN}$. Rezultă de aici că imperfecțiunile constând numai în variațiile pașilor undulelor (în limite de 10÷18% din lungimea pasului) nu afectează valoarea forței critice. În varianta 3 în care s-au introdus grosimi variabile pentru plăci și s-a urmărit mai îndeaproape forma undulelor, forța critică obținută a fost cu 16.66% mai mare decât în variantele 1 și 2 ($F=16\text{daN}$). Varianta 4, cu numărul de elemente apropiat de acela al variantei 3, datorită imperfecțiunilor introduse în ceea ce privește mărimea pașilor undulelor și planeitatea plăcilor, a dus la o forță critică cu 17.8% mai mică decât în varianta 3 și cu 4.16 % mai mică decât în variantele 1 și 2 ($F = 506 \text{ daN}$). Se poate afirma astfel că la acest tip de panouri valoarea forței critice de flambaj este afectată în mod semnificativ de existența defectelor de structură.

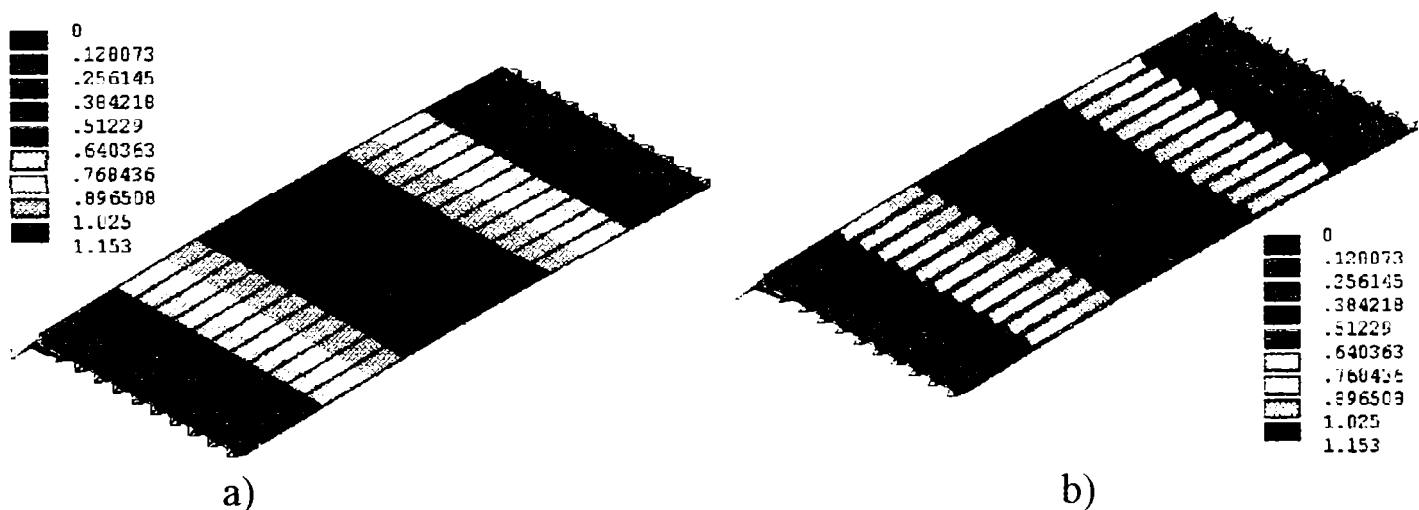


Fig. 5.16 - Deplasările laterale UY corespunzătoare forței critice în varianta 1: a) placa plană b) placa ondulată

Modul de deformare al panourilor studiate, este în concordanță cu datele teoretice și experimentale existente în literatura de specialitate în ceea ce privește voalarea plăcilor plane, solicitate la compresiune centrică uniformă, având marginile perpendiculare pe direcția forței articulate și marginile paralele cu direcția de acțiune a forței libere. Flambajul se produce cu o semiundă, din margine în margine, în direcția de acțiune a forței de compresiune. Săgețile normale pe planul panoului (deplasările UY) ating valorile maxime în treimea mijlocie a acestuia, în toate variantele studiate (Fig. 5.16).

Figura 5.17 prezintă deformată panoului în axa de simetrie longitudinală, obținută în varianta 1. Curbele de deformare au fost trasate pe baza valorilor rezultate

pentru 5 trepte de încărcare.

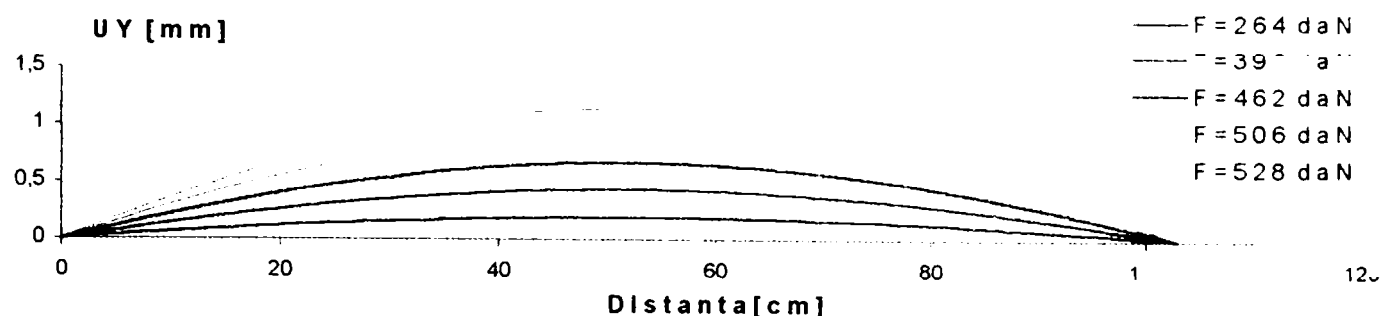


Fig. 5.17 - Variația deplasării UY în axa de simetrie longitudinală în varianta 1

Valorile deplasărilor UY rezultate în varianta 1, în noduri distanțate cu 7,07 cm (două diviziuni ale lungimii) pe axa de simetrie longitudinală a panoului, sunt date în Tabelul 5.1 pentru 5 trepte de încărcare. Valorile maxime UY pentru fiecare treaptă de încărcare corespund în acest tabel nodului aflat aproximativ la mijlocul distanței dintre marginile rezemate.

Tabelul 5.1 - Valori UY în noduri aflate pe axa de simetrie longitudinală, obținute în varianta 1

Distanța de la reazem [cm]	UY [cm]				
	F = 264 daN	F = 396 daN	F = 462 daN	F = 516 daN	F = 528 daN
2,00	0,0132	0,0285	0,0434	0,0602	0,0726
9,07	0,0576	0,1257	0,1926	0,2681	0,3241
16,14	0,0966	0,2130	0,3280	0,4582	0,5549
23,21	0,1294	0,2879	0,4452	0,6238	0,7567
30,28	0,1556	0,3484	0,3484	0,7592	0,9219
37,36	0,1747	0,3929	0,6110	0,8594	1,0445
44,42	0,1863	0,4201	0,6541	0,9210	1,1199
51,50	0,1902	0,4292	0,6687	0,9418	1,1453
58,70	0,1863	0,4201	0,6541	0,9210	1,1199
65,64	0,1747	0,3929	0,6109	0,8594	1,0445
72,71	0,1556	0,3484	0,5405	0,7592	0,9219
79,78	0,1294	0,2879	0,4452	0,6238	0,7567
86,86	0,0965	0,2129	0,3279	0,4582	0,5550
93,93	0,0575	0,1257	0,1925	0,2681	0,3241
101,00	0,0132	0,0285	0,0434	0,0602	0,0726

Cele mai mari deplasări laterale au rezultat în varianta 4. În figura 5.18 este prezentată variația deplasării UY în lungul panoului, rezultată în cele 4 variante de modelare numerică.

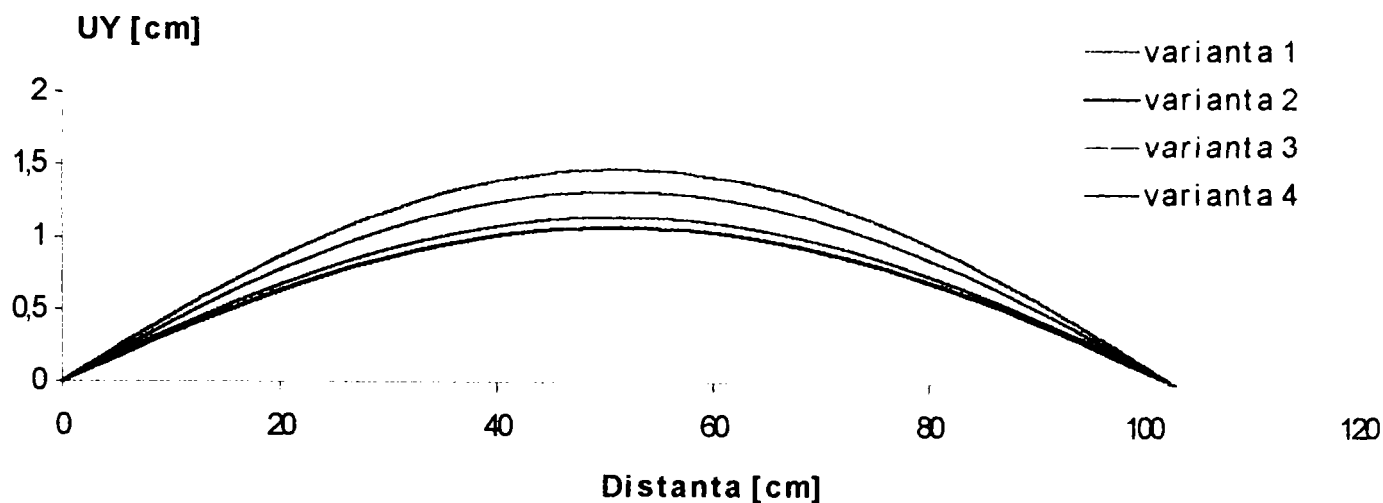


Fig 5.18 - Variația deplasărilor UY în axa de simetrie longitudinală corespunzătoare forței maxime

Tabelul 5.2 pune în evidență diferențele procentuale ale valorilor acestor deplasări față de rezultatele obținute în varianta 1. Diferențele sunt aproximativ constante în lungul panoului, formele deformate ale axelor longitudinale rezultate în variantele 1 și 2 fiind apropiate (diferența de $5.87 \div 5.93$ %). În varianta 4 s-au înregistrat deplasări cu $28.5 \div 29$ % mai mari decât în varianta 1.

Tabelul 5.2 - Valorile deplasării UY în câteva noduri de pe axa de simetrie longitudinală în momentul atingerii forței critice și diferențele procentuale față de varianta 1.

Distanța de la reazem cm	Variantă 1	Variantă 2		Variantă 3		Variantă 4	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	%
2,00	0,0726	0,0683	5,93	0,0836	15,10	0,0933	28,60
9,07	0,3241	0,3050	5,89	0,3732	15,10	0,4169	28,60
16,14	0,5549	0,5223	5,87	0,6395	15,20	0,7145	28,80
23,21	0,7567	0,7123	5,87	0,8726	15,30	0,9749	28,80
30,28	0,9219	0,8679	5,86	1,0637	15,40	1,1883	28,90
37,36	1,0445	0,9833	5,86	1,2056	15,40	1,3468	28,90
44,42	1,1199	1,0543	5,86	1,2929	15,40	1,4443	29,00
51,50	1,1453	1,0782	5,86	1,3223	15,50	1,4772	29,00
58,70	1,1199	1,0543	5,86	1,2929	15,40	1,4443	29,00
65,64	1,0445	0,9833	5,86	1,2055	1,540	1,3468	28,90
72,71	0,9219	0,8679	5,86	1,0637	15,40	1,1884	28,90
79,78	0,7567	0,7124	5,86	0,8726	15,30	0,9749	28,80
86,86	0,5550	0,5224	5,87	0,6395	15,20	0,7145	28,70
93,93	0,3241	0,3050	5,89	0,3731	15,10	0,4169	28,60
101,00	0,0726	0,0683	5,92	0,0835	15,00	0,0933	28,50

Pe lățime, deplasările UY sunt aproximativ constante. Excepție fac valorile rezultate în varianta 4 în care secțiunea transversală nu este simetrică (Fig. 5.19).

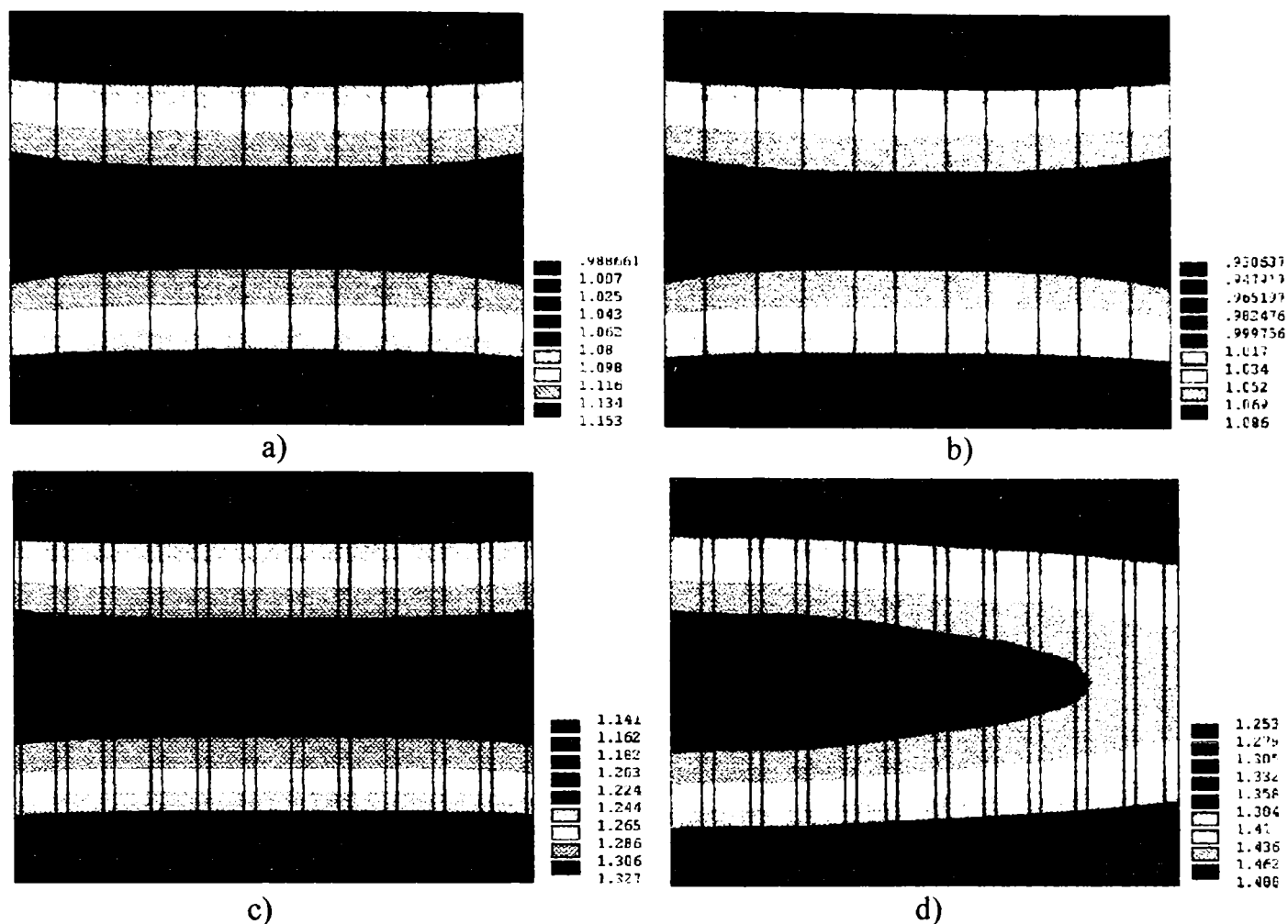


Fig. 5.19 - Deplasările UY în zona cu deformații maxime:
a)Varianta 1; b)Varianta 2; c)Varianta 3; d)Varianta 4

Valorile UY și diferența procentuală față de rezultatele obținute în varianta 1 în câteva noduri din secțiunea transversală de la mijlocul panoului sunt prezentate în Tabelul 5.3. Pe baza acestor rezultate au fost trasate diagramele de variație UY - Distanța din Fig. 5.20.

Tabelul 5.3 - Valorile deplasărilor UY calculate pentru forța maximă în secțiunea transversală de la mijlocul panoului și diferența procentuală față de rezultatele obținute în varianta 1

Distanța [cm]	Varianta 1		Varianta 2		Varianta 3		Varianta 4	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	%	
0	1,15265	1,08502	5,87	1,32712	15,13	1,48841	29,12	
12	1,14607	1,07865	5,88	1,32262	15,40	1,48503	29,57	
24	1,14542	1,07840	5,85	1,32236	15,44	1,47463	28,74	
36	1,14703	1,08048	5,80	1,32325	15,36	1,46298	27,54	
44	1,15265	1,08615	5,76	1,32712	15,14	1,45230	25,99	

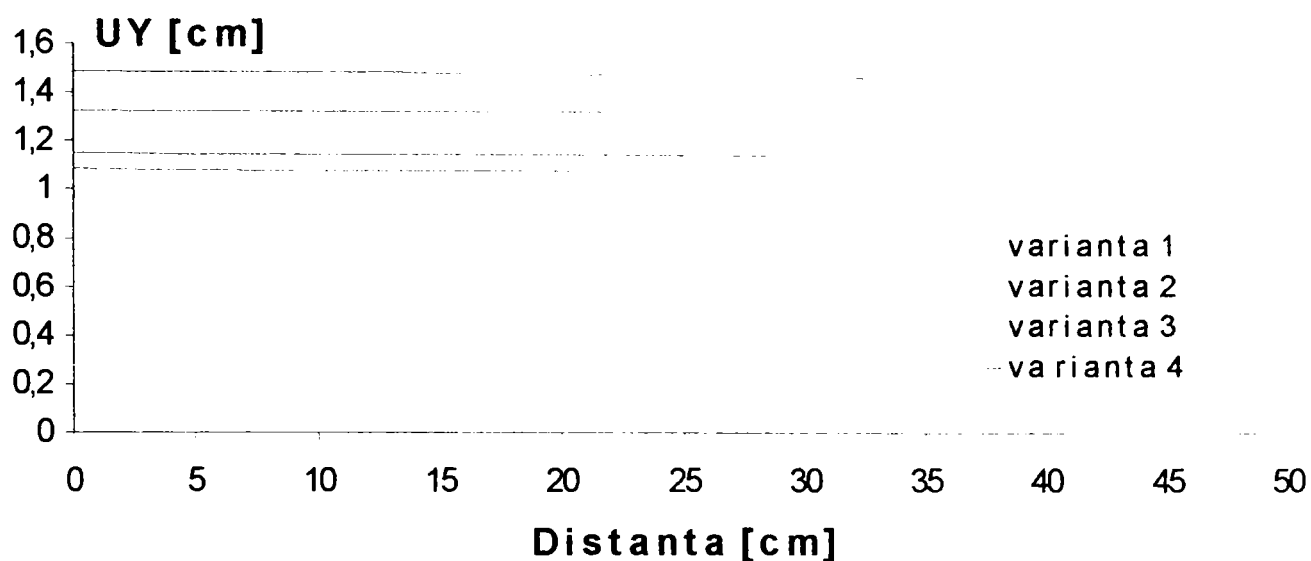


Fig. 5.20 - Variația deplasărilor UY pe lățime în secțiunea transversală de la mijlocul panoului

Așa cum rezultă din Fig. 5.18 și 5.19 deplasarea UY nu este constantă pe lățimea panoului în varianta 4, care urmărește în detaliu secțiunea transversală a panoului a . Diferența procentuală dintre valorile acestor deplasări nu depășește însă 3%. Fig. 5.21 a) și b) prezintă comparativ variația deplasării cu creșterea forței în două noduri, situate la mijlocul lungimii panoului, pe margini opuse, pe baza valorilor obținute în variantele studiate, date în tabelul 5.4.

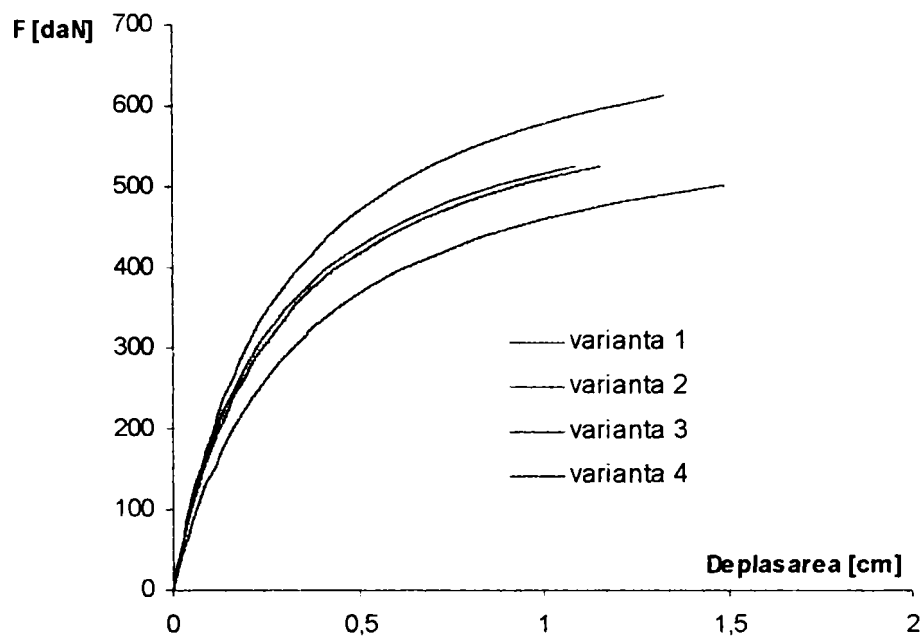
Deplasările UZ ale nodurilor rețelei pe direcția forței, au valorile cele mai mari într-o zonă de aproximativ 5 cm lungime situată la marginea dinspre reazemul mobil. S-au obținut în această zonă:

- 0.0519 ÷ 0.037 cm (varianta 1);
- 0.061 ÷ 0.047 cm (varianta 2);
- 0.06 ÷ 0.08 cm (varianta 3);
- 0.09 ÷ 0.07 cm (varianta 4).

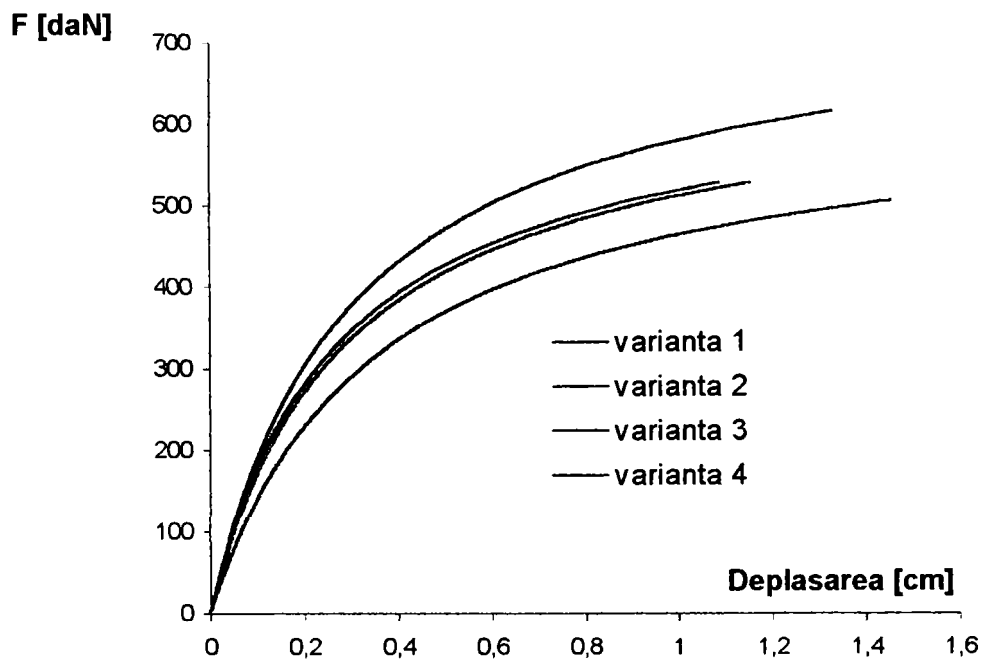
În zona centrală a panoului, valorile calculate sunt cu 30 ÷ 40 % mai mici:

- 0.0374 ÷ 0.02 cm (varianta 1);
- 0.034 ÷ 0.02 cm (varianta 2);
- 0.048 ÷ 0.031 cm (varianta 3);
- 0.056 ÷ 0.037 cm (varianta 4).

Figura 5.22 pune în evidență trei zone în care repartizarea valorilor UZ pe placa plană este uniformă.



a)



b)

Fig. 5.21 – Variația deplasărilor laterale cu creșterea forței la mijlocul lungimii panoului: a) Nodul de pe marginea stângă; b) Nodul de pe marginea dreaptă.

Tabelul 5.4 - Valorile deplasărilor UY și diferențele procentuale față de varianta 1

a) Nodul de la mijlocul marginii din stânga

Forța [daN]	Varianta 1	Varianta 2		Varianta 3		Varianta 4	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	%
22	0,0097	0,0092	5,40	0,0089	8,92	0,0124	26,70
44	0,0203	0,0192	5,41	0,0184	9,36	0,0257	27,00
66	0,0316	0,0298	5,42	0,0285	9,82	0,0402	27,40
88	0,0437	0,0414	5,43	0,0392	10,30	0,0559	27,80
110	0,0569	0,0538	5,44	0,0508	10,80	0,0730	28,20
132	0,0712	0,0673	5,45	0,0631	11,40	0,0917	28,80
154	0,0867	0,0820	5,46	0,0763	12,00	0,1122	29,40
176	0,1039	0,0982	5,47	0,0906	12,80	0,1347	29,70
198	0,1225	0,1152	5,49	0,1062	13,30	0,1596	30,30
220	0,1430	0,1351	5,50	0,1229	14,10	0,1871	30,90
242	0,1656	0,1565	5,51	0,1410	14,80	0,2184	31,90
264	0,1913	0,1807	5,53	0,1608	15,90	0,2534	32,50
286	0,2196	0,2074	5,54	0,1824	16,90	0,2928	33,40
308	0,2516	0,2376	5,56	0,2066	17,90	0,3379	34,30
330	0,2879	0,2718	5,58	0,2330	19,10	0,3897	35,40
352	0,3293	0,3108	5,60	0,2624	20,30	0,4500	36,70
374	0,3771	0,3559	5,62	0,2951	21,70	0,5200	37,90
396	0,4317	0,4074	5,64	0,3318	23,10	0,6045	40,00
418	0,4976	0,4694	5,67	0,3733	25,00	0,7068	42,00
440	0,5766	0,5437	5,70	0,4207	27,00	0,8330	43,20
462	0,6728	0,6342	5,73	0,4737	29,60	0,9935	44,50
484	0,7934	0,7477	5,77	0,5370	32,30	1,2036	47,70
506	0,9477	0,8926	5,82	0,6112	35,50	1,4884	51,70
528	1,1526	1,0850	5,87	0,6996	39,30	–	–
550	–	–	–	0,8065	–	–	–
572	–	–	–	0,9393	–	–	–
594	–	–	–	1,1073	–	–	–
616	–	–	–	1,3271	–	–	–

b) Nodul de la mijlocul marginii din dreapta.

Forța [daN]	Varianta 1	Varianta 2		Varianta 3		Varianta 4	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	%
22	0,0097	0,0092	5,48	0,0089	19,10	0,0127	29,70
44	0,0203	0,0191	5,48	0,0184	19,10	0,0263	29,90
66	0,0316	0,0298	5,49	0,0285	19,00	0,0410	30,00
88	0,0437	0,0413	5,49	0,0392	19,00	0,0570	30,20
110	0,0569	0,0538	5,49	0,0508	1,89	0,0742	30,40
132	0,0712	0,0673	5,50	0,0631	1,89	0,0931	30,80
154	0,0867	0,0819	5,50	0,0763	1,88	0,1137	31,10
176	0,1039	0,0981	5,50	0,0906	1,87	0,1362	31,10
198	0,1225	0,1157	5,51	0,1062	1,87	0,1610	31,40
220	0,1430	0,1351	5,51	0,1229	1,86	0,1884	31,80
242	0,1656	0,1565	5,52	0,1410	1,85	0,2195	32,50
264	0,1913	0,1807	5,53	0,1608	1,84	0,2540	32,80
286	0,2196	0,2074	5,53	0,1824	1,83	0,2928	33,40
308	0,2516	0,2377	5,00	0,2066	1,82	0,3370	33,90
33	0,2879	0,2719	5,54	0,2330	1,81	0,3877	34,70
352	0,3293	0,3110	5,55	0,2624	1,80	0,4466	35,60
374	0,3771	0,3561	5,56	0,2951	1,78	0,5147	36,50
396	0,4317	0,4076	5,58	0,3318	1,77	0,5967	38,20
418	0,4976	0,4697	5,59	0,3733	1,75	0,6957	39,80
440	0,5766	0,5441	5,60	0,4207	1,73	0,8179	41,80
462	0,6728	0,6348	5,63	0,4737	1,70	0,9731	44,60
484	0,7934	0,7484	5,65	0,5370	1,68	1,1763	48,20
506	0,9477	0,8935	5,68	0,6112	1,64	1,4523	53,20
528	1,1526	1,0861	5,72	0,6996	1,61	-	-
550	-	-	-	0,8065	-	-	-
572	-	-	-	0,93938	-	-	-
594	-	-	-	1,1073	-	-	-
616	-	-	-	1,3271	-	-	-

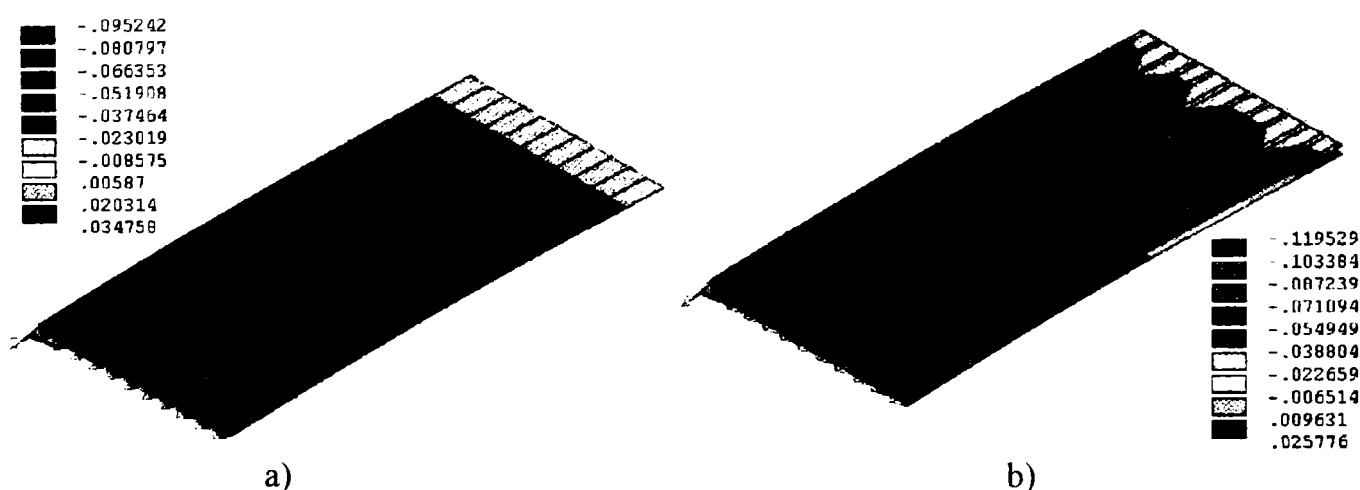


Fig. 5.22 - Modul de distribuție al deplasării longitudinale pe placa plană: a)Varianta 1; b)Varianta 4

Diagrama de variație a deplasării longitudinale în lungul panoului, construită cu rezultatele obținute în varianta 1, confirmă existența zonei centrale cu valori UZ constante (Fig. 5.23).

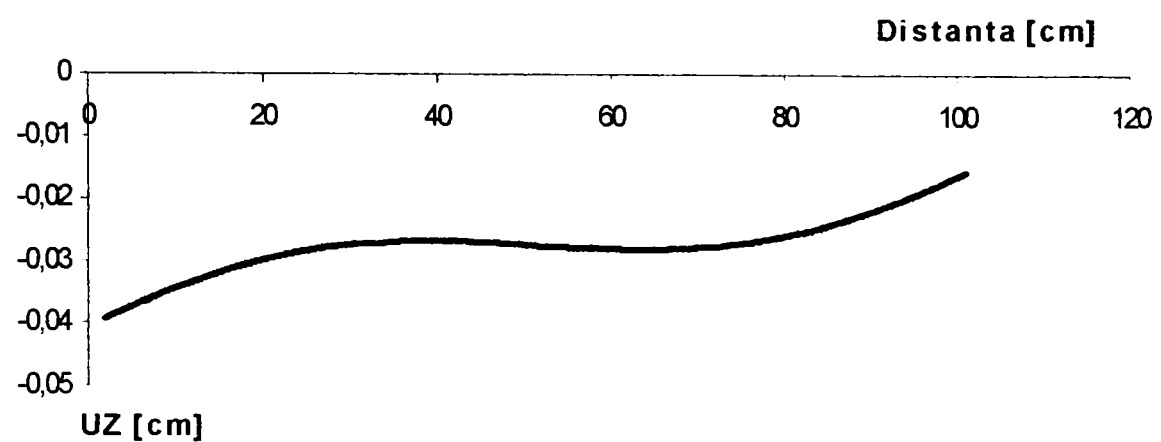


Fig. 5.23 - Variația deplasării UZ în lungul panoului.

Analizând rezultatele, se observă că în variantele 1 și 2 au fost obținute valori apropiate pentru UZ pe tot parcursul încărcării, (diferențele nu depășesc 9 %), în timp ce valorile obținute în varianta 4 diferă cu până la 30% față de acelea obținute în varianta 3 (Fig. 5.24).

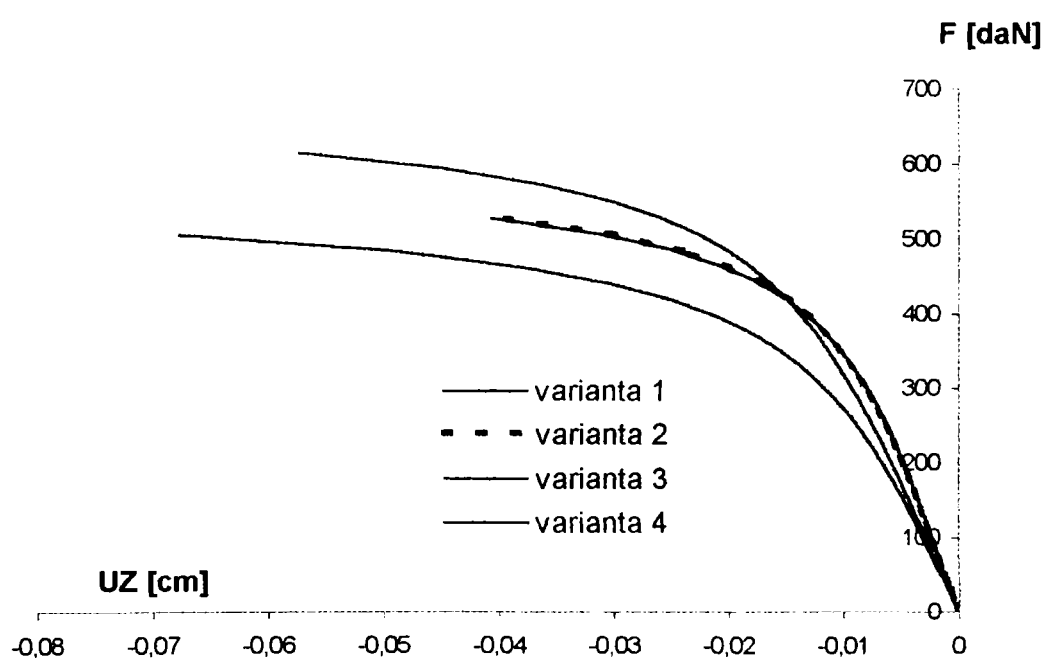
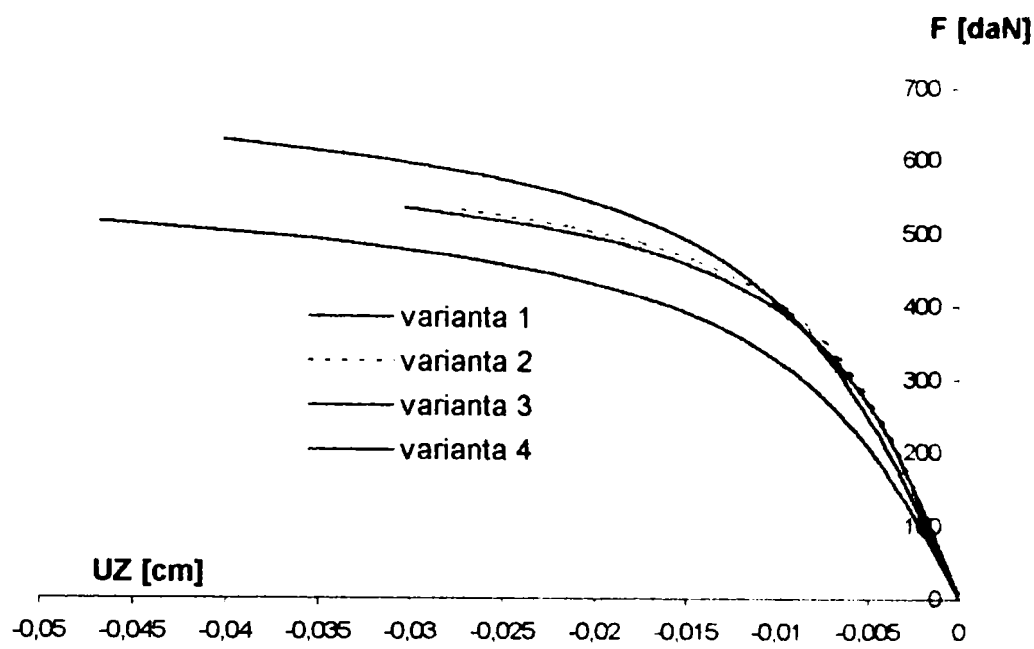


Fig. 5.24 - a)



b)

Fig. 5.24 - Variația deplasării UZ cu creșterea forței: a) Nod situat pe marginea dinspre reazemul mobil; b) Nod situat la mijlocul lungimii panoului

Datorită modului de acționare a forței de compresiune, deplasările longitudinale maxime au fost înregistrate în apropierea reazemului mobil, în zonele situate pe vârful undulelor (Fig. 5.25):

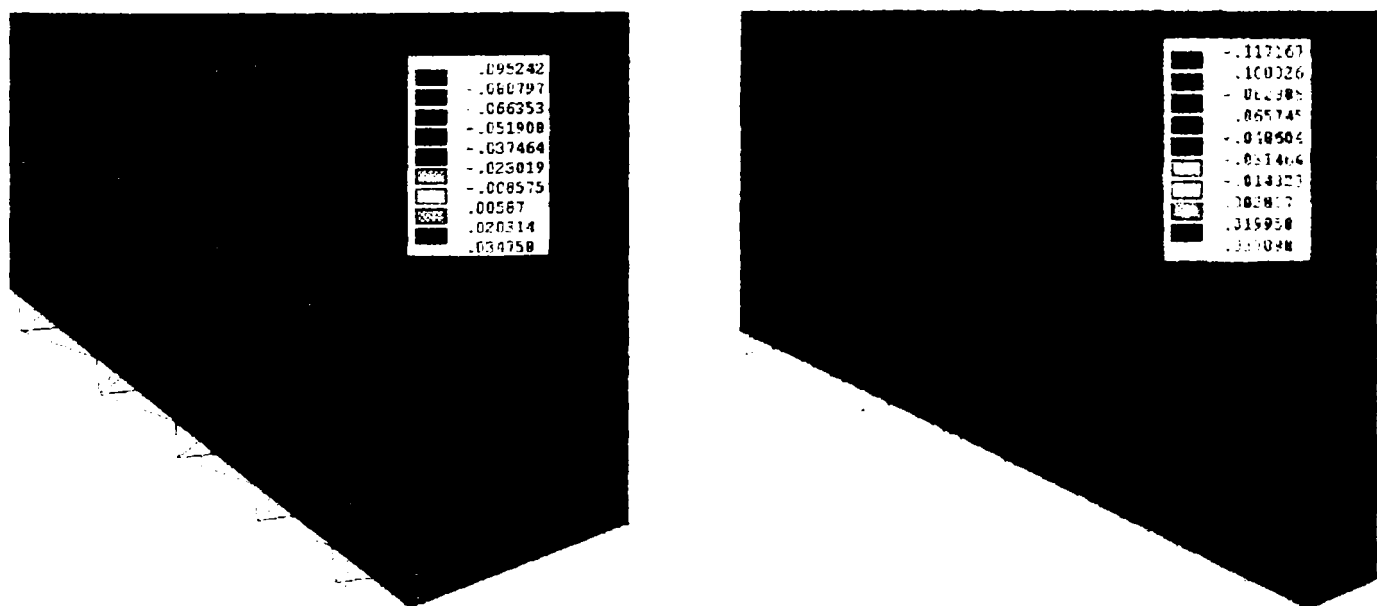


Fig. 5.25 - Deplasări longitudinale maxime în zona de aplicare a încărcării.
a) Varianta 1 b) Varianta 3

În ceea ce privește tensiunile normale σ_z , acestea nu ajung la valori semnificative în momentul atingerii forței critice. Cele mai mari tensiuni au rezultat în treimea mijlocie a panoului (Fig. 5.26). S-au obținut tensiuni maxime de întindere de $51 \div 54.8 \text{ daN/cm}^2$ în variantele 1, 2, și de $81 \div 108 \text{ daN/cm}^2$ în variantele 3, 4.

Tensiunile maxime de compresiune au rezultat cu valori de $337,9 \div 319,6 \text{ daN/cm}^2$ în variantele 1, 2 și $386 \div 408 \text{ daN/cm}^2$ în variantele 3, 4.

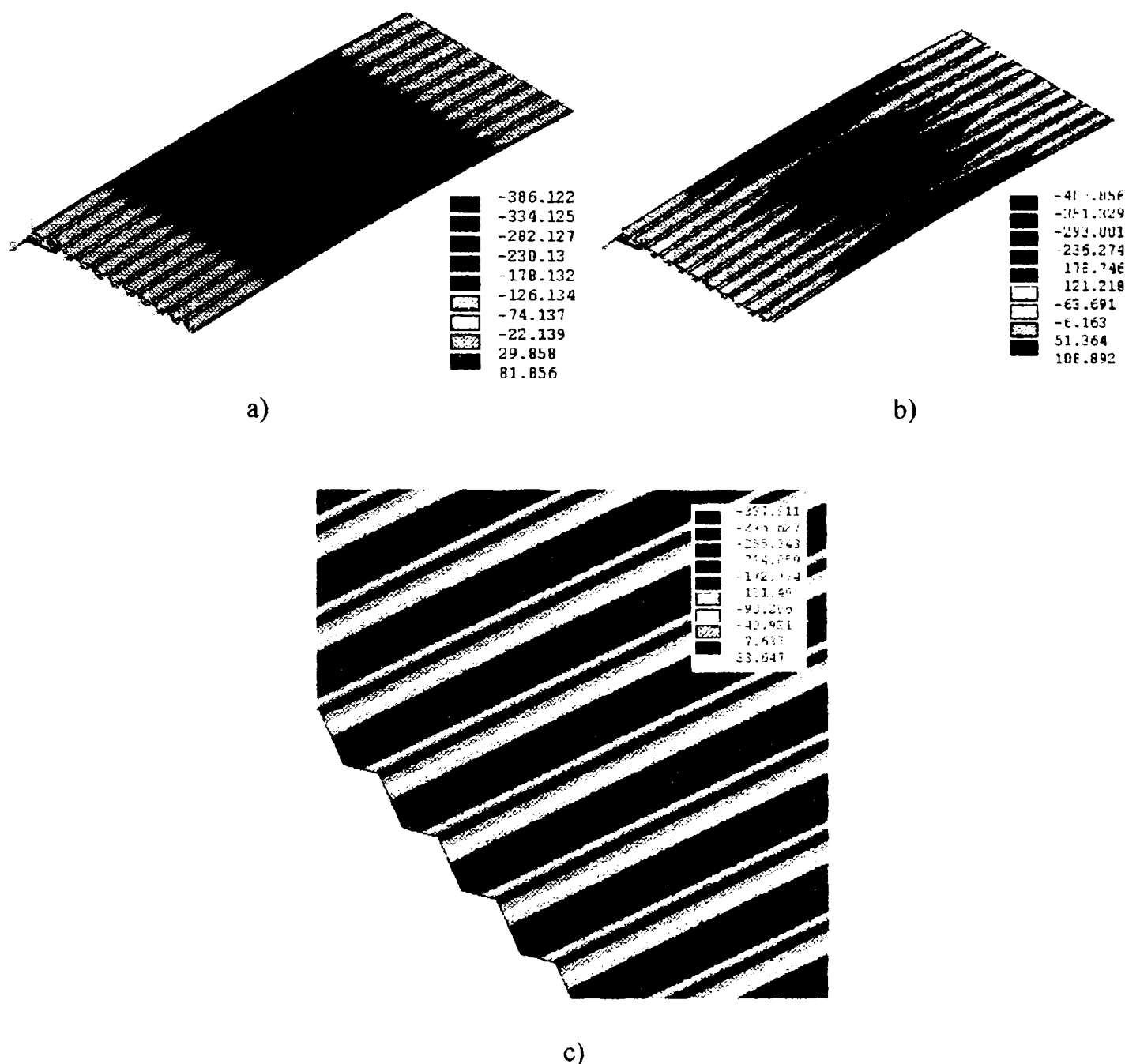


Fig. 5.26 - Distribuția tensiunilor σ_z corespunzătoare forței maxime: a) varianta 1; b) varianta 4; c) Tensiuni de compresiune maxime la mijlocul panoului;

5.3.2 Panourile sandwich

Sunt prezentate în această lucrare 5 modele de discretizare ale panourilor prezentate în capitolul 4.

- Varianta 1 este un model simplificat, realizat prin divizarea panoului pe lățime în 11 module corespunzând ondulelor. Modulele marginale au lățimea de 4,55cm iar celelalte au lățimea de 4,1cm. Au rezultat pentru o placă plană, în secțiunea transversală, 12 diviziuni. Pe lungime, plăcile au fost împărțite în 26 diviziuni (Fig. 5.27).

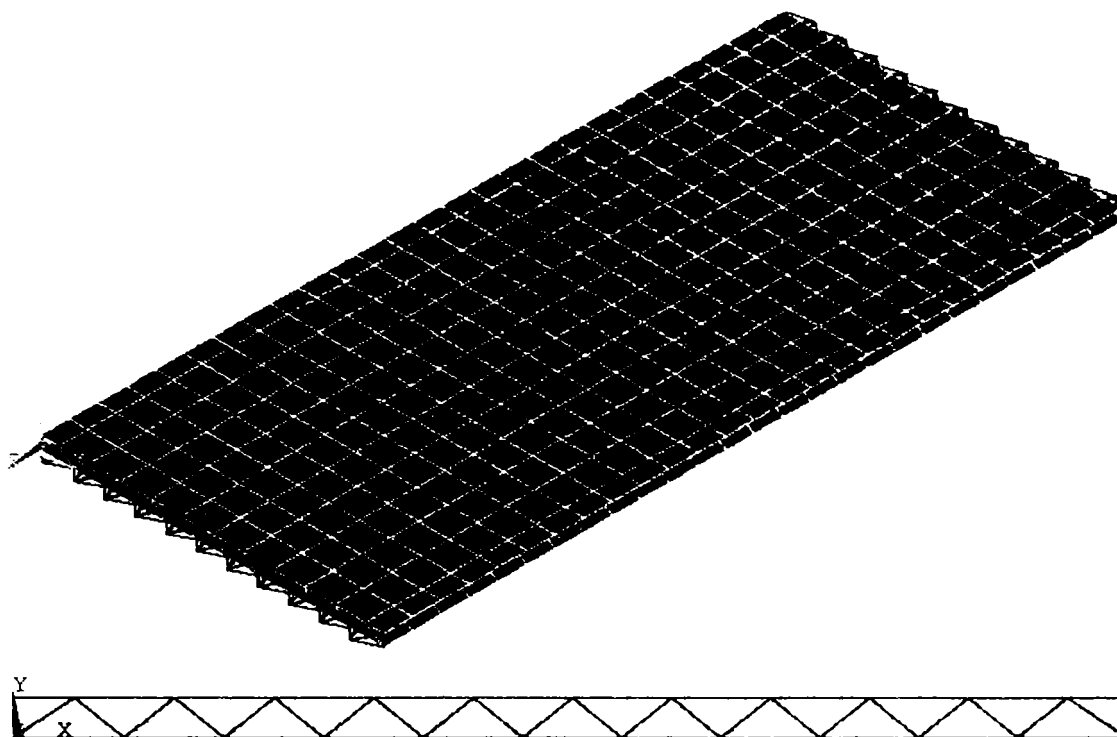


Figura 5.27 - Discretizarea modelului în varianta 1

Numărul total de elemente finite pentru acest model este 1570, dintre care 1170 elemente de tip SHELL 93 și 400 elemente de tip LINK 8. Numărul nodurilor este de 2562.

Grosimea medie a fețelor a fost considerată de 0.3 cm, placa ondulată care formează miezul considerându-se cu grosimea variabilă: $0.08 \div 0.1$ cm. Distanța dintre planurile mediane ale fețelor este în cazul tuturor variantelor de 1.68 cm. Forța de compresiune a fost aplicată în 21 trepte de încărcare cu o excentricitate de 2 mm.

- Varianta 2 are aceeași geometrie cu varianta 1, cu excepția numărului de diviziuni în lungul panoului care este 28. Numărul total de elemente finite este de 2248 dintre care 1848 elemente de tip SHELL 93 și 400 elemente de tip LINK 8. Spre deosebire de modelul prezentat în varianta 1, forțele de compresiune au fost aplicate în suprafața mediană a panoului sandwich. Imperfecțiunile panoului au fost înglobate într-o curbă inițială sinusoidală, săgeata inițială maximă fiind de 0.2 cm ($L/500$). Această curbă a fost obținută în baza deformată a panoului din primul mod de flambaj.

- Varianta 3 urmărește mai bine geometria secțiunii transversale a panourilor, realizând o discretizare mai fină. Secțiunea transversală prin panou este simetrică. Numărul modulelor și lățimea lor corespund cu cele considerate în cazul variantelor 1 și 2. Pe lățimea panoului au rezultat pentru o placă plană, 34 elemente de tip SHELL 93, dintre care 22 cu grosimea de 0.3 cm și 12 cu grosimea de 0.35 cm, ultimele elemente modelând porțiunile de placă suprapuse. În lungul panoului numărul de diviziuni este 50 (Fig. 5.28).

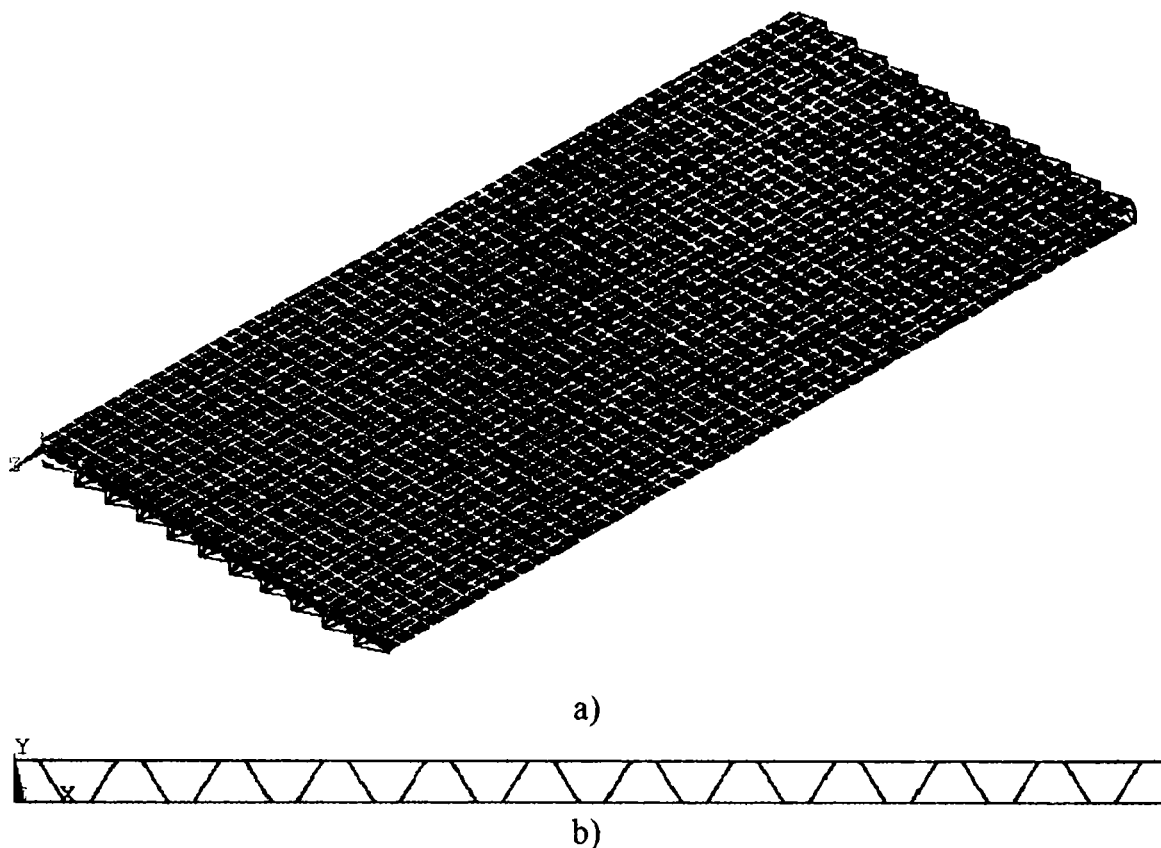


Fig.5.28 - Discretizarea modelului în varianta 3

În această variantă modelul conține 11530 noduri, 4450 elemente de tip SHELL 93, 400 elemente de tip LINK 8. Forța de compresiune a fost aplicată excentric, în 22 trepte de încărcare.

- Varianta 4 constă de asemenea dintr-un model cu 11 module pe lățime, secțiunea transversală a panoului însă, nu mai este simetrică. Acest model ia în considerare unele imperfecțiuni rezultate în urma procesului de fabricare. Astfel, pașii ondulelor s-au luat inegali și s-au luat în considerare neplaneități ale fețelor de până la 0.15cm. Încărcarea de compresiune a fost aplicată în 21 de trepte, în planul median al panoului sandwich, în ipoteza unei curburii inițiale. Modelul este definit prin 12960 noduri, 4983 elemente de tip SHELL 93 și 396 elemente de tip bară, LINK 8.



Fig. 5.29 – Discretizarea în varianta 4

- Varianta 5 urmărește în detaliu geometria panoului 1a. În acest caz, în plus față de imperfecțiunile prezentate la descrierea variantei 4, s-a luat în considerare imposibilitatea modulării întregii lățimi a panoului. În urma decupării panoului 1a, au rezultat pe lățimea lui 11 ondule lipite de cele două fețe și o parte a unei ondule rămasă

liberă lateral (Fig. 5.30). Pe lățime, o placă plană este împărțită în 23 elemente cu grosimea de 0.3 cm și 11 elemente cu grosimea de 0.35 cm.



Fig. 5.30 - Discretizare varianta 5

Modelul construit în varianta 5 are 13412 noduri, 5152 elemente de suprafață de tip SHELL 93 și 422 elemente de tip LINK 8. Încărcarea s-a aplicat excentric, în 20 de trepte.

Analizând rezultatele obținute în cele 5 variante de discretizare, se remarcă faptul că în ceea ce privește forța critică corespunzătoare flambajului general, diferența maximă între valorile rezultate în variantele 3 și 5 este de 9%. Modelele construite în aceste variante au un număr mare de elemente de suprafață, (≈ 5000), dar în timp ce varianta 3 constă dintr-un model simetric, cu fețele perfect plane, varianta 5 reproduce imperfecțiunile observate în cazul panoului 1a. O diferență mai mică, de 4.5%, există între valorile forței critice obținute în variantele 3 și 4, modelul construit în ultima variantă fiind alcătuit din 11 module ca și acela din varianta 3. Existența unei curburii inițiale presupusă în varianta 2, duce la o diferență de 4% față de ipoteza aplicării excentrice a forței de compresiune, considerată în varianta 1. Cea mai mică valoare a forței critice a fost obținută în varianta 5 de discretizare, în cazul modelării unui panou cu mai multe imperfecțiuni.

Tabelul 5.5 - Valorile forței critice corespunzătoare flambajului general, rezultate din calcul în cele 5 variante studiate .

Variante de discretizare	Forța critică [daN]
varianta 1	3696
varianta 2	3850
varianta 3	3872
varianta 4	3696
varianta 5	3520

Modul în care s-au deformat panourile sandwich solicitate la compresiune este prezentat în Fig. 5.31. Deplasările laterale maxime au rezultat în secțiunea de la mijlocul panourilor. Tabelul 5.6 conține valorile deplasărilor laterale UY calculate în câteva noduri aflate pe axa de simetrie longitudinală pentru 6 trepte de încărcare, în cazul variantei 5.

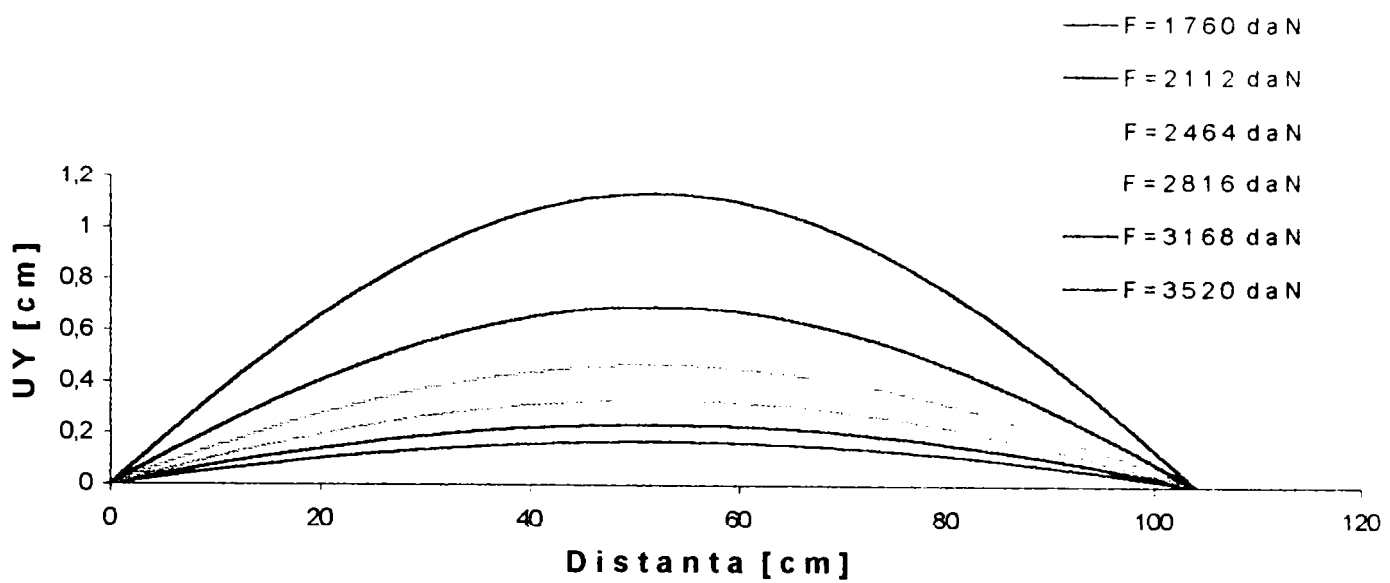


Fig.5.31 - Variația deplasării laterale UY în axa de simetrie longitudinală în varianta 5

Tabelul 5.6 - Valori UY în noduri aflate pe axa de simetrie longitudinală, obținute în varianta 5 pentru 6 trepte de încărcare.

Distanța de la reazem [cm]	UY [cm]					
	F=1760 daN	F=2112 daN	F=2464 daN	F=2816 daN	F=3168 daN	F=3520 daN
2,00	0,0115	0,0158	0,0218	0,0303	0,0441	0,0705
5,57	0,0317	0,0435	0,0602	0,0838	0,1226	0,1969
9,14	0,0507	0,0697	0,0969	0,1352	0,1984	0,3196
12,71	0,0685	0,0945	0,1317	0,1841	0,2708	0,4374
16,29	0,0851	0,1177	0,1643	0,2301	0,3392	0,5493
19,86	0,1005	0,1390	0,1945	0,2729	0,4031	0,6540
23,43	0,1144	0,1585	0,2221	0,3121	0,4619	0,7506
27,00	0,1268	0,1760	0,2470	0,3475	0,5150	0,8382
30,57	0,1377	0,1914	0,2689	0,3788	0,5620	0,9159
34,14	0,1470	0,2045	0,2876	0,4056	0,6025	0,9830
37,71	0,1547	0,2154	0,3032	0,4279	0,6361	1,0387
41,29	0,1608	0,2239	0,3154	0,4454	0,6625	1,0827
44,86	0,1651	0,2300	0,3241	0,4580	0,6816	1,1144
48,43	0,1677	0,2337	0,3294	0,4656	0,6931	1,1335
52,00	0,1686	0,2349	0,3312	0,4681	0,6969	1,1399
55,57	0,1677	0,2337	0,3294	0,4656	0,6931	1,1335
59,14	0,1651	0,2300	0,3241	0,4580	0,6816	1,1144
62,71	0,1608	0,2239	0,3154	0,4454	0,6625	1,0827
66,29	0,1547	0,2154	0,3032	0,4279	0,6361	1,0387
69,86	0,1470	0,2045	0,2876	0,4056	0,6025	0,9830
73,43	0,1377	0,1914	0,2688	0,3788	0,5620	0,9159
77,00	0,1268	0,1760	0,2470	0,3475	0,5150	0,8382
80,57	0,1144	0,1585	0,2221	0,3121	0,4619	0,7506
84,14	0,1004	0,1390	0,1945	0,2729	0,4031	0,6540
87,71	0,0851	0,1177	0,1643	0,2301	0,3392	0,5492
91,29	0,0685	0,0945	0,1317	0,1841	0,2708	0,4374
94,86	0,0507	0,0697	0,0969	0,1352	0,1984	0,3196
98,43	0,0317	0,0435	0,0603	0,0839	0,1227	0,1970
102,00	0,0116	0,0159	0,0220	0,0304	0,0443	0,0706

Distribuția valorilor UY în punctele panoului sandwich este asemănătoare în toate variantele studiate. Figura 5.32 pune în evidență acest lucru pentru variantele 1 și 5.

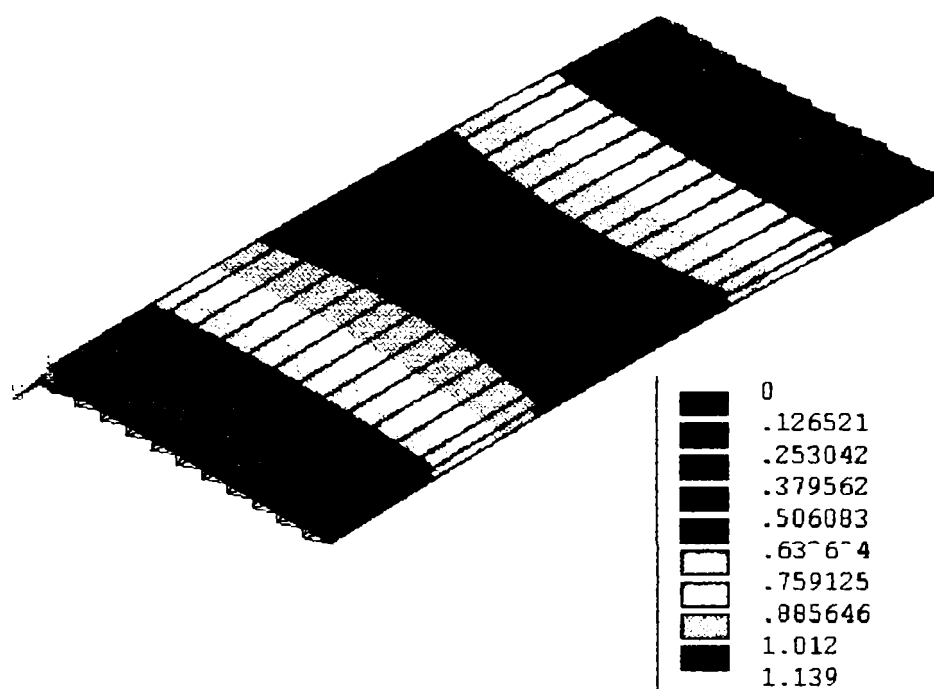


Fig.5.32 - Distribuția deplasărilor laterale UY varianta 1

În momentul atingerii forței maxime, deplasările laterale cele mai mari au fost obținute în varianta 3, rezultat motivat de faptul că forța critică în această variantă este cu 9% mai mare decât cea rezultată în varianta 5 și cu 4.5% mai mare decât cea rezultată în variantele 1 și 4. Figura 5.33 prezintă comparativ formele deformate ale panourilor în axele longitudinale de simetrie, corespunzătoare forței maxime. Au fost luate în considerare rezultatele obținute în doar 3 din cele 5 variante de discretizare deoarece curba construită cu rezultatele variantei 2 este foarte apropiată de aceea rezultată în varianta 1, iar curba construită în varianta 4 se suprapune practic peste aceea rezultată în varianta 5.

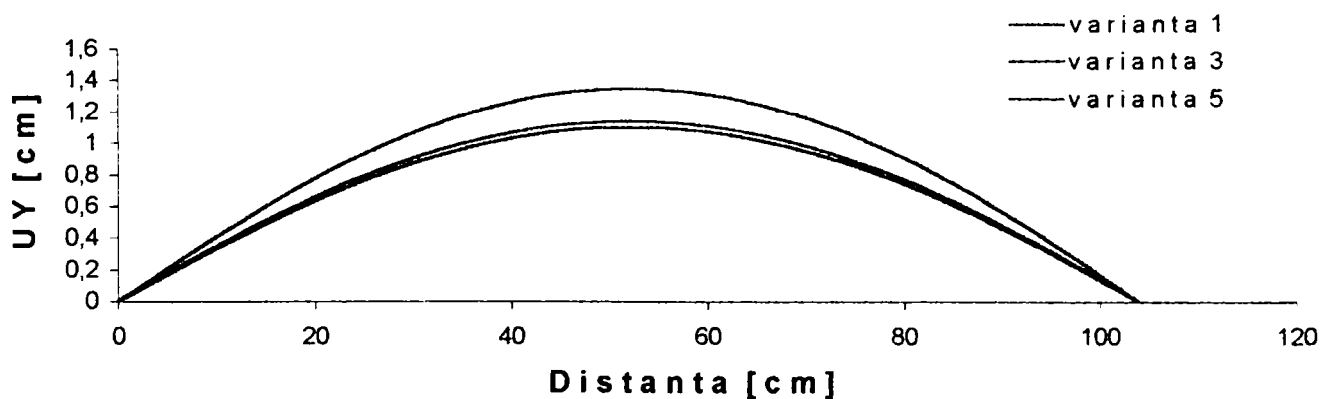
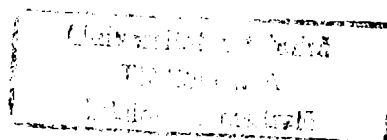


Fig.5.33 - Variația deplasării UY în axa de simetrie longitudinală corespunzătoare forței maxime



Urmărind diferențele înregistrate între valorile UY pentru câteva noduri aflate pe axa de simetrie longitudinală a modelelor studiate, se remarcă în Tabelul 5.7, cele mai mari valori, aproape constante în lungul axei, în cazul variantei 3 ($\approx 22\%$ față de varianta 1). Pentru variantele 4 și 5 cele mai mari diferențe corespund nodurilor din zona centrală, ele nu depășesc însă $5,68\%$.

Tabelul 5.7 - Valorile deplasării UY corespunzătoare forței critice în câteva noduri aflate pe axa de simetrie longitudinală și diferențele procentuale față de rezultatele obținute în varianta 1.

Distanța de la reazem [cm]	var. 1	var. 2		var. 3		var. 4		var. 5	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]
2,00	0,068	0,073	7,98	0,083	22,66	0,067	0,79	0,070	4,24
18,66	0,606	0,580	4,29	0,709	20,07	0,590	4,18	0,603	2,10
35,33	0,958	0,991	3,41	1,178	22,98	0,992	3,54	1,012	5,68
52,00	1,100	1,120	1,83	1,347	22,37	1,139	3,47	1,140	3,60
68,66	0,958	0,991	3,43	1,197	24,94	1,007	5,08	1,012	5,68
85,33	0,616	0,580	5,80	0,743	20,55	0,616	0,08	0,603	2,22
102,00	0,068	0,072	6,70	0,083	22,63	0,074	10,12	0,071	4,55

În Figura 5.34 se poate observa că pe lățime, deplasările UY sunt aproximativ constante. Diferențele între deplasările nodurilor aflate pe margini față de cele centrale sunt de maximum $0,04$ cm în cazul variantelor 1 ÷ 4 și de $0,18$ cm în cazul variantei 5 care ține seama de imperfecțiunile panoului real (Tabelul 5.8).

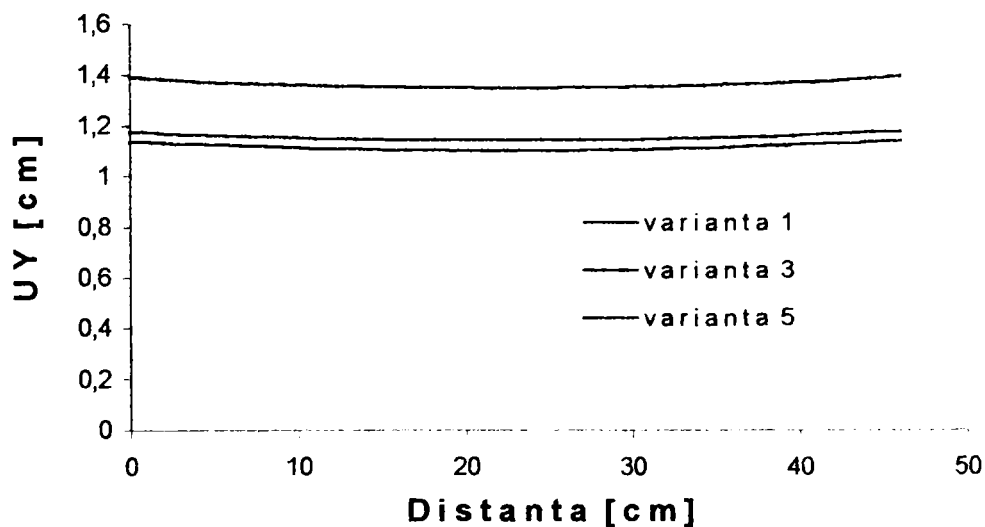
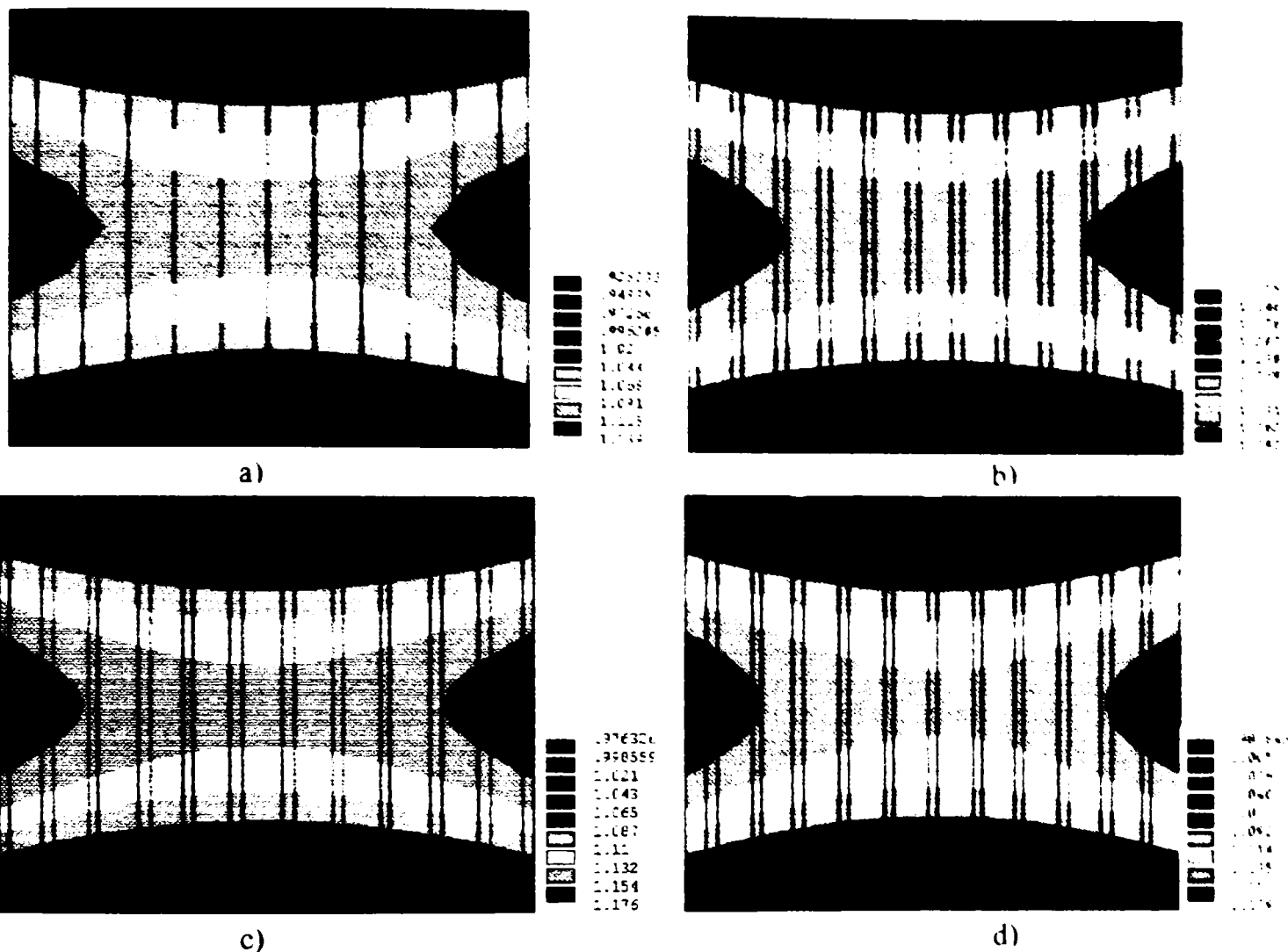


Fig. 5.34 - Variația deplasărilor UY pe lățimea panoului corespunzătoare forței critice în secțiunea transversală de la mijlocul acestuia

Observațiile făcute sunt evidențiate în Figura 5.35 care prezintă harta de valori ale acestei deplasări în zona centrală a panoului, în momentul atingerii forței critice.



a)

b)

c)

d)

Fig.5.35 - Deplasările UY în zona deformațiilor maxime

a) varianta 1- placa plană b) varianta 1- placa ondulată c) varianta 2- placa plană d) varianta 5- placa plană

Tabelul 5.8 - Valorile deplasării UY corespunzătoare forței critice în câteva noduri aflate în secțiunea transversală de la mijlocul panoului și diferențele procentuale față de rezultatele obținute în varianta 1

Distanța [cm]	var. 1		var. 2		var. 3		var. 4		var. 5	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	%	
0,00	1,138	1,160	1,88	1,392	22,28	1,175	3,27	1,178	3,47	
11,50	1,111	1,131	1,84	1,356	22,04	1,146	3,16	1,150	3,53	
23,00	1,100	1,120	1,83	1,347	22,40	1,139	3,48	1,140	3,59	
34,50	1,111	1,131	1,83	1,356	22,04	1,146	3,19	1,149	3,42	
46,00	1,138	1,159	1,86	1,392	22,27	1,176	3,35	1,177	3,40	

Analizând variația deplasării UY cu creșterea forței pentru trei noduri poziționate în secțiunea transversală de la mijlocul panoului, se observă o bună corelare a

rezultatelor obținute în variantele 1 și 3, cu excepția valorilor ultime. Cele mai mari deplasări laterale au fost obținute pe parcursul creșterii forței în varianta 5. Variantele 2 și 4 livrează pentru forțe de până la 3000 daN valori UY cu 15÷20% mai mici decât cele obținute în variantele 1, 3 și 5 (Fig. 5.36, Tabelul 5.9).

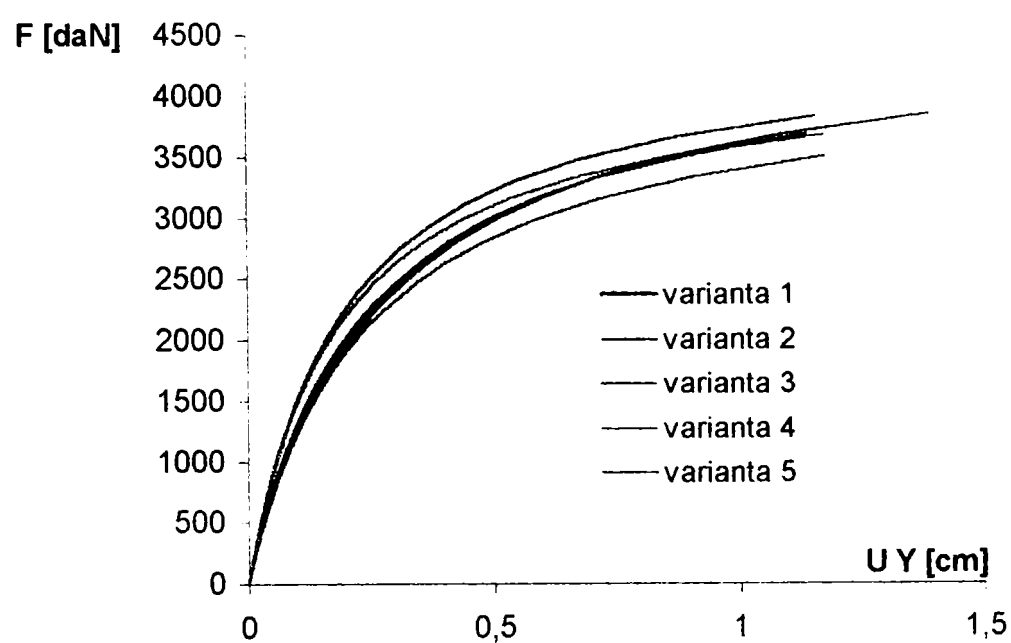


Fig.5.36 - a)

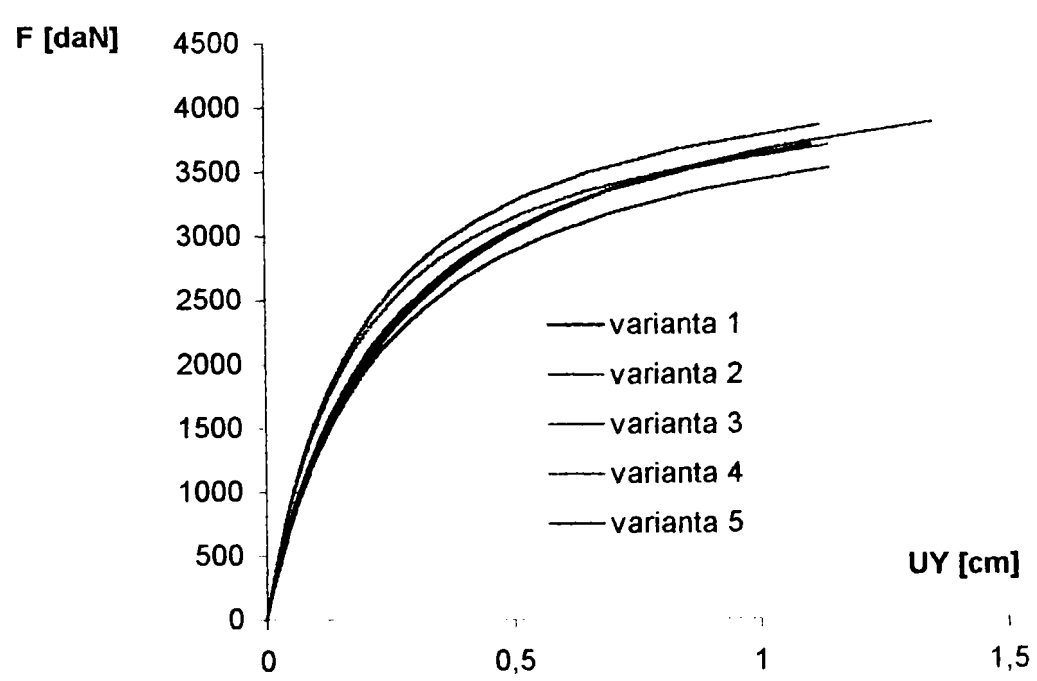


Fig.5.36 - b)

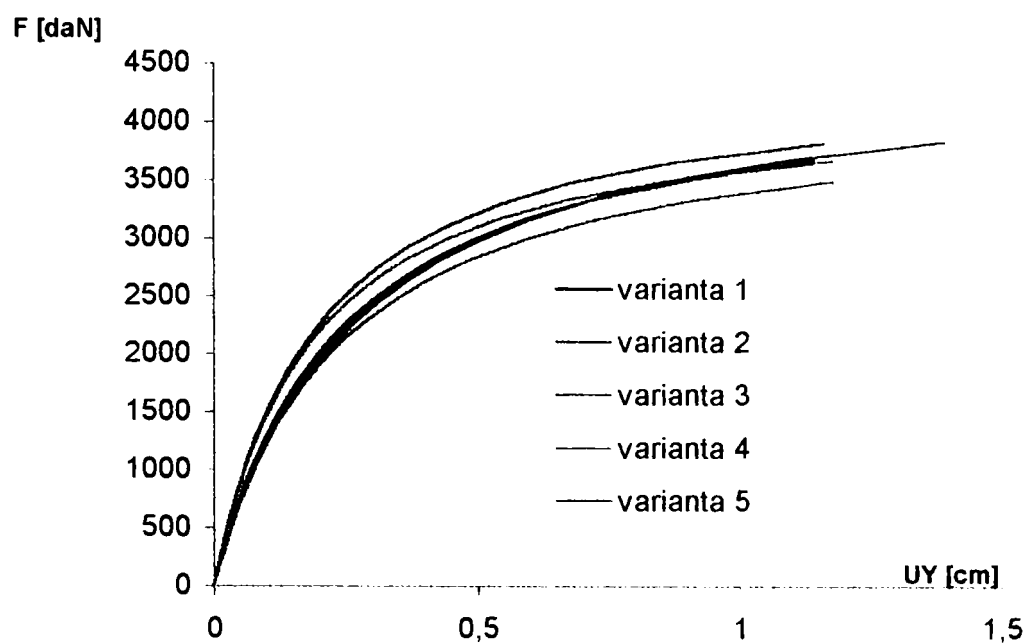


Fig.5.36 - c)

Fig.5.36 - Diagrame comparative ale variației deplasărilor UY cu creșterea forței, la mijlocul lungimii panoului; a) Nodul de pe marginea stângă; b) Nodul central; c) Nodul de pe marginea dreaptă.

Tabelul 5.9 - Valorile deplasării UY și diferențele procentuale față de rezultatele obținute în varianta 1, pentru noduri situate în secțiunea transversală de la mijlocul panoului.

a) Nodul de pe marginea stângă

Forța [daN]	varianta 1	varianta 2		varianta 3		varianta 4		varianta 5	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]
176	0,010	0,009	15,13	0,011	8,15	0,008	18,29	0,011	5,98
352	0,021	0,018	15,08	0,023	8,01	0,017	18,20	0,022	6,22
528	0,033	0,028	15,37	0,035	7,84	0,027	18,44	0,035	6,53
704	0,046	0,039	14,87	0,049	7,67	0,038	17,94	0,049	6,84
880	0,060	0,051	14,74	0,065	7,49	0,049	17,79	0,064	7,17
1056	0,076	0,065	14,74	0,081	7,29	0,062	17,62	0,082	7,53
1232	0,093	0,080	14,61	0,100	7,07	0,077	17,42	0,101	7,94
1408	0,113	0,096	14,45	0,120	6,84	0,093	17,20	0,122	8,39
1584	0,134	0,115	14,26	0,143	6,58	0,111	16,93	0,147	9,44
1760	0,159	0,136	14,49	0,169	6,24	0,132	17,07	0,175	9,58
1936	0,187	0,162	13,71	0,198	5,90	0,157	16,21	0,206	10,25
2112	0,219	0,190	13,36	0,231	5,53	0,185	15,75	0,243	11,02
2288	0,256	0,223	12,95	0,269	5,11	0,217	15,24	0,290	13,21
2464	0,302	0,263	12,93	0,316	4,44	0,257	15,06	0,343	13,41
2640	0,355	0,310	12,54	0,368	3,82	0,303	14,51	0,405	14,03
2816	0,415	0,370	10,93	0,429	3,24	0,363	12,71	0,484	16,65
2992	0,493	0,445	9,79	0,505	2,36	0,437	11,32	0,586	18,84
3168	0,591	0,541	8,35	0,598	1,30	0,536	9,19	0,721	22,03
3344	0,717	0,674	6,03	0,717	0,03	0,671	6,43	0,905	26,27
3520	0,892	0,864	3,11	0,871	2,31	0,866	2,85	1,178	32,09
3696	1,138	1,160	1,88	1,085	4,65	1,175	3,27	-	-
3872	-	-	-	1,392	-	-	-	-	-

b) Nodul central

Forța [daN]	varianta 1	varianta 2		varianta 3		varianta 4		varianta 5	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]
176	0,010	0,008	15,56	0,010	8,16	0,008	17,82	0,010	5,51
352	0,020	0,017	15,49	0,022	8,03	0,017	17,74	0,021	5,78
528	0,032	0,027	15,76	0,034	7,86	0,026	17,99	0,034	6,11
704	0,044	0,038	15,24	0,048	7,70	0,037	17,51	0,047	6,44
880	0,058	0,049	15,08	0,063	7,53	0,048	17,37	0,062	6,80
1056	0,073	0,062	15,07	0,079	7,34	0,061	17,21	0,079	7,19
1232	0,090	0,077	14,92	0,097	7,13	0,075	17,02	0,097	7,62
1408	0,109	0,093	14,74	0,116	6,90	0,091	16,80	0,118	8,10
1584	0,130	0,111	14,53	0,138	6,64	0,108	16,55	0,142	9,18
1760	0,154	0,131	14,74	0,164	6,31	0,128	16,70	0,169	9,35
1936	0,181	0,156	13,95	0,192	5,98	0,152	15,85	0,199	10,04
2112	0,212	0,183	13,58	0,224	5,62	0,179	15,41	0,235	10,84
2288	0,247	0,215	13,16	0,260	5,20	0,211	14,90	0,280	13,06
2464	0,292	0,254	13,11	0,306	4,54	0,249	14,73	0,331	13,30
2640	0,343	0,299	12,71	0,356	3,92	0,294	14,20	0,391	13,95
2816	0,401	0,357	11,08	0,415	3,34	0,352	12,41	0,468	16,60
2992	0,476	0,429	9,93	0,488	2,47	0,424	11,04	0,566	18,83
3168	0,571	0,522	8,47	0,579	1,40	0,520	8,92	0,697	22,07
3344	0,693	0,650	6,14	0,693	0,07	0,650	6,18	0,876	26,37
3520	0,862	0,834	3,19	0,843	2,22	0,839	2,62	1,140	32,27
3696	1,100	1,120	1,83	1,050	4,58	1,139	3,48	-	-
3872	-	-	-	1,347	-	-	-	-	-

c) Nodul de pe marginea dreaptă

Forța [daN]	Varianta 1	varianta 2		varianta 3		varianta 4		varianta 5	
	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]	%	UY [cm]	UY [cm]	%	UY [cm]
176	0,010	0,008	15,37	0,011	8,10	0,008	17,55	0,011	5,16
352	0,021	0,018	15,31	0,023	7,96	0,017	17,48	0,022	5,44
528	0,033	0,028	15,59	0,035	7,79	0,027	17,75	0,035	5,79
704	0,046	0,039	15,05	0,049	7,62	0,038	17,28	0,049	6,13
880	0,060	0,051	14,90	0,065	7,44	0,050	17,16	0,064	6,50
1056	0,076	0,065	14,89	0,081	7,25	0,063	17,02	0,081	6,91
1232	0,093	0,080	14,74	0,100	7,03	0,078	16,85	0,100	7,35
1408	0,113	0,096	14,57	0,120	6,80	0,094	16,65	0,121	7,85
1584	0,134	0,115	14,37	0,143	6,54	0,112	16,42	0,146	8,94
1760	0,159	0,136	14,59	0,169	6,20	0,133	16,60	0,174	9,12
1936	0,187	0,161	13,81	0,198	5,87	0,158	15,76	0,206	9,83
2112	0,219	0,190	13,44	0,231	5,50	0,186	15,34	0,243	10,64
2288	0,256	0,223	13,03	0,269	5,08	0,218	14,85	0,289	12,87
2464	0,302	0,263	13,00	0,316	4,42	0,258	14,71	0,342	13,12
2640	0,355	0,310	12,60	0,368	3,80	0,305	14,19	0,404	13,78
2816	0,415	0,370	10,98	0,429	3,22	0,364	12,43	0,484	16,44
2992	0,493	0,445	9,84	0,505	2,35	0,438	11,07	0,585	18,66
3168	0,591	0,541	8,40	0,598	1,28	0,538	8,98	0,720	21,89
3344	0,717	0,674	6,07	0,717	0,04	0,672	6,26	0,905	26,16
3520	0,892	0,864	3,14	0,871	2,32	0,867	2,73	1,177	32,00
3696	1,138	1,159	1,86	1,085	4,66	1,176	3,35	-	-
3872	-	-	-	1,392	-	-	-	-	-

În ceea ce privește deplasările longitudinale UZ, figura 5.35 arată o suprapunere a curbelor de variație în cazul forțelor mici ($F < 1500$ daN).

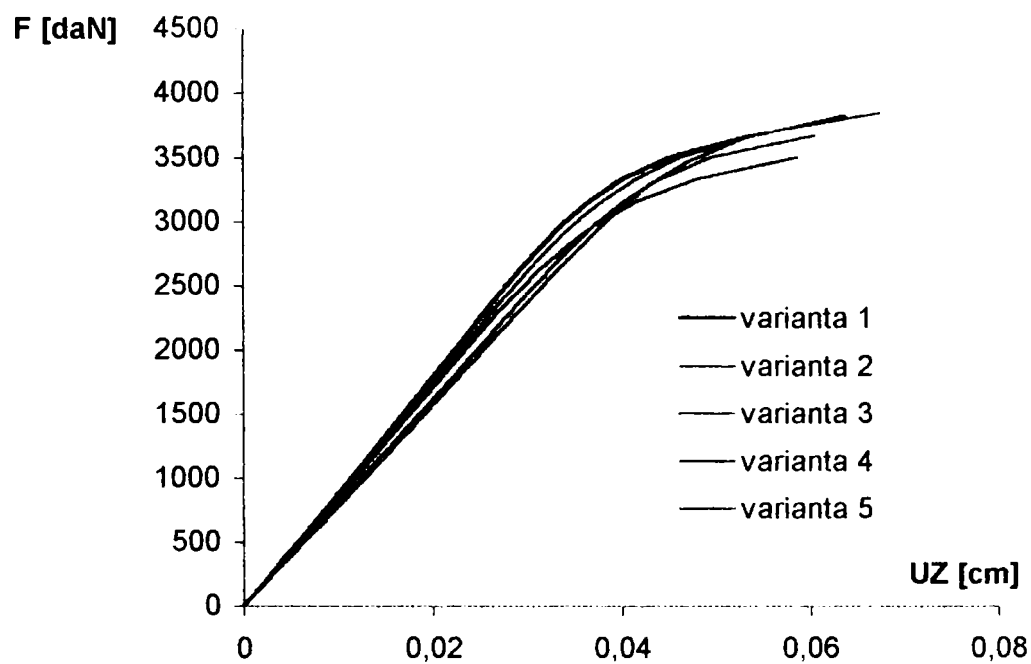
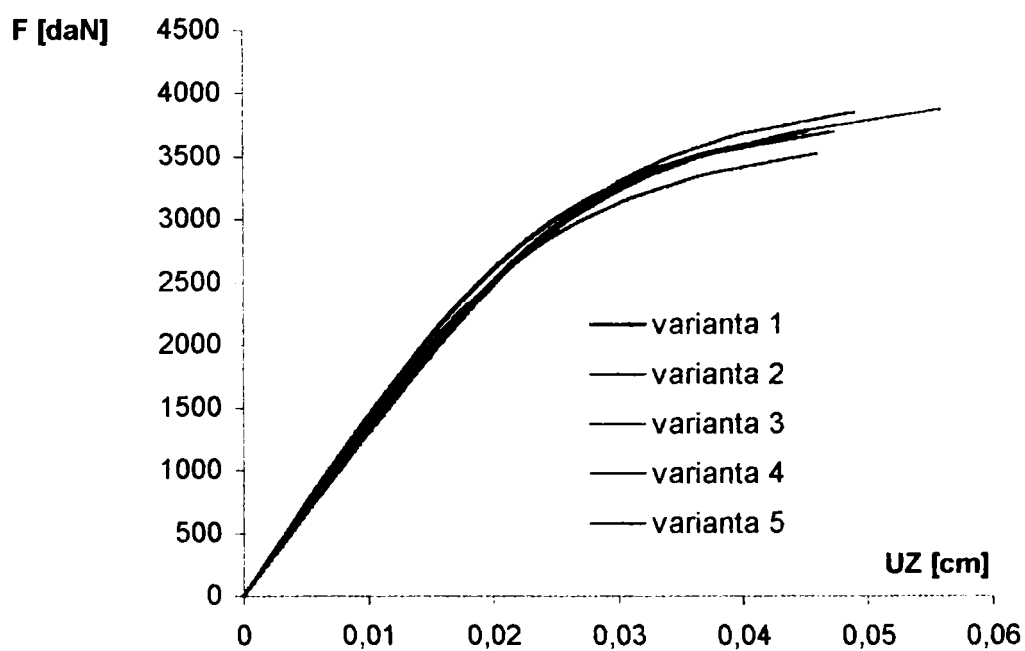


Fig. 5.37 - a)



b)

Fig. 5.37 - Diagrame de comparație ale variației deplasării UZ cu creșterea forței ; a) Nod situat pe marginea dinspre reazemul mobil; b) Nod situat la mijlocul lungimii panoului.

Distribuția acestor deplasări în nodurile aparținând fețelor întinse este aproximativ uniformă, cu excepția zonelor din apropierea marginilor rezemate. Pe fețele comprimate, UZ descrește treptat de la valori maxime în vecinătatea reazemului mobil la valori minime în dreptul reazemului articulat fix (Fig.5.38).

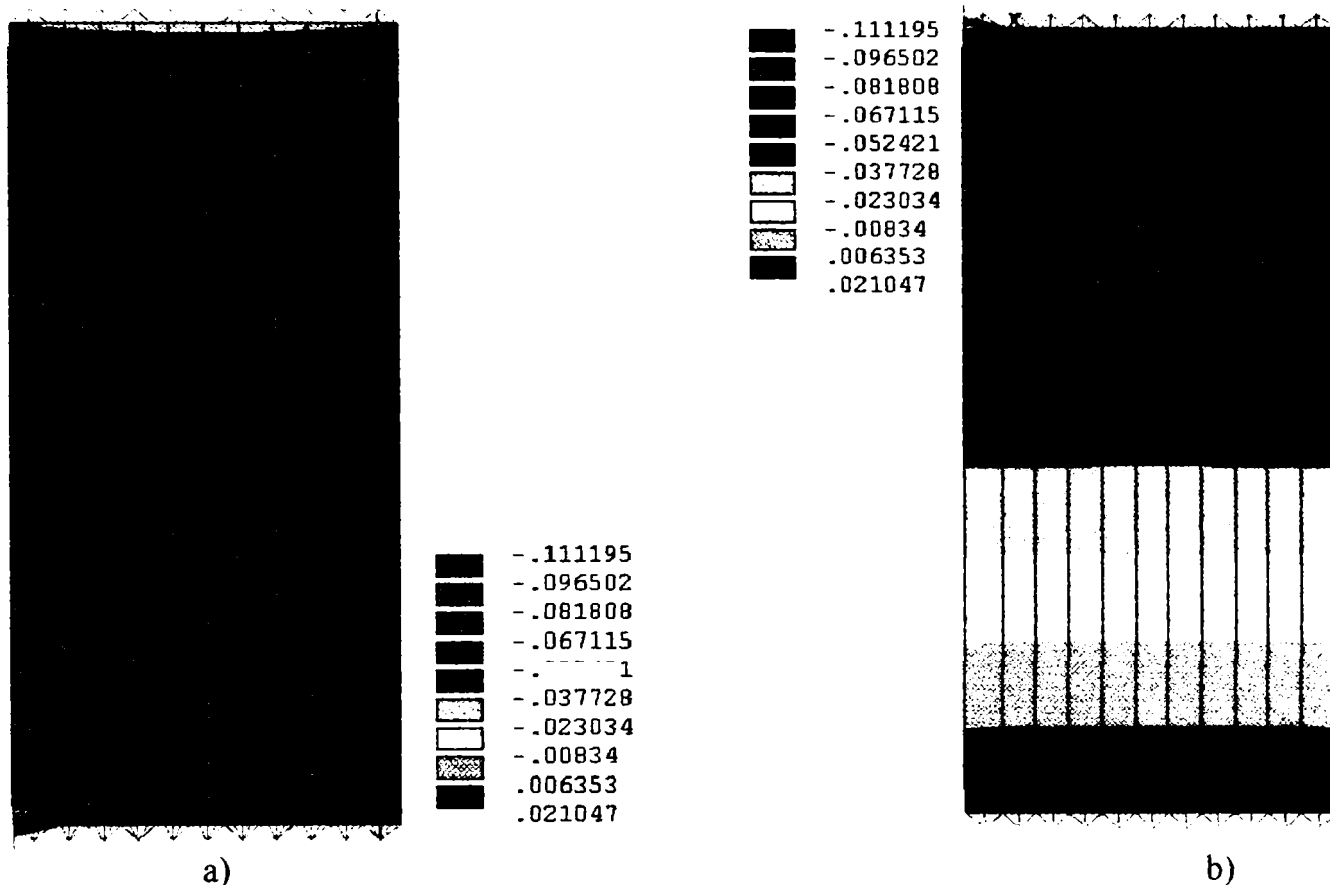


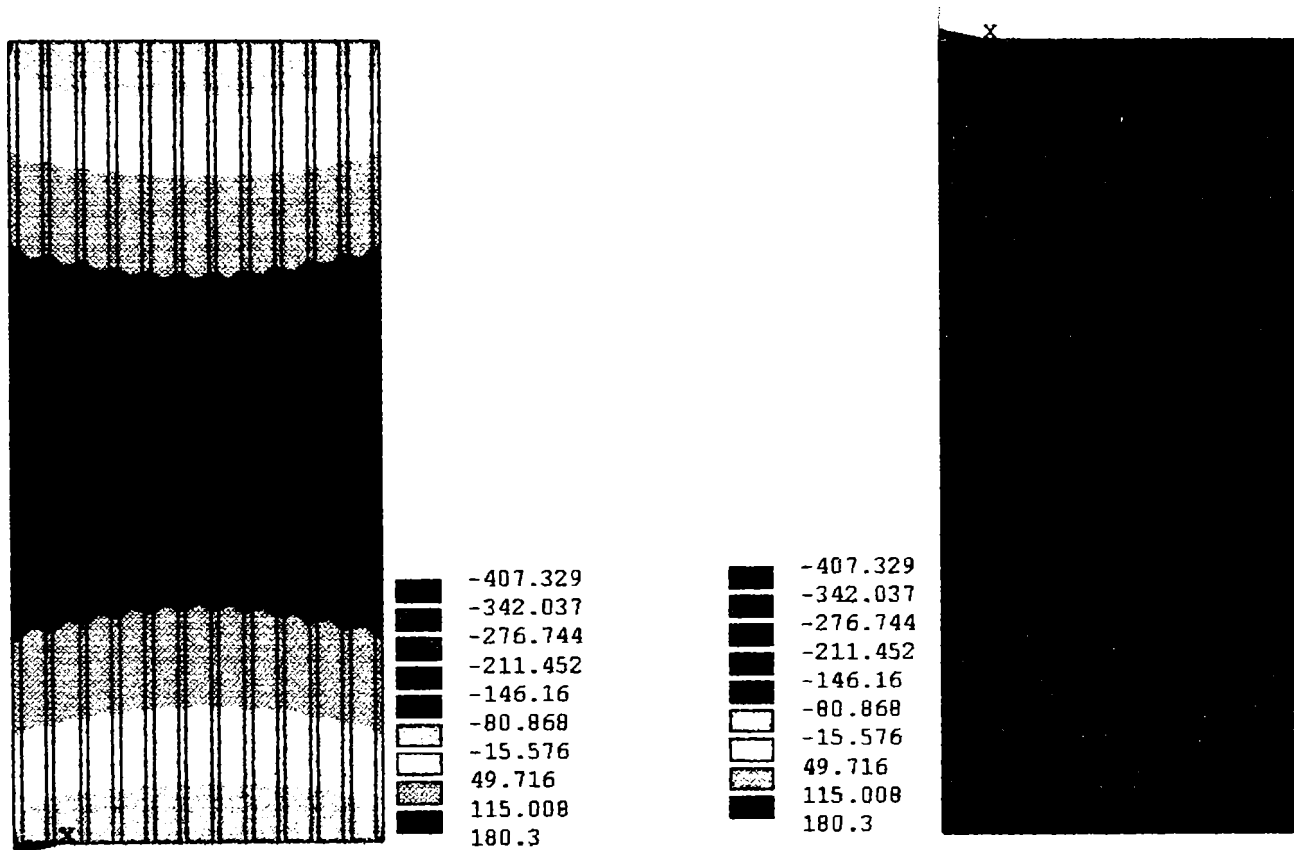
Fig. 5.38 - Distribuția deplasării longitudinale în fețele panoul sandwich în momentul atingerii forței critice, rezultată în varianta 1; a) fața comprimată; b) fața întinsă.

Limitele în care variază valorile deplasărilor longitudinale în fețele panoului sandwich sunt precizate în Tabelul 5.10.

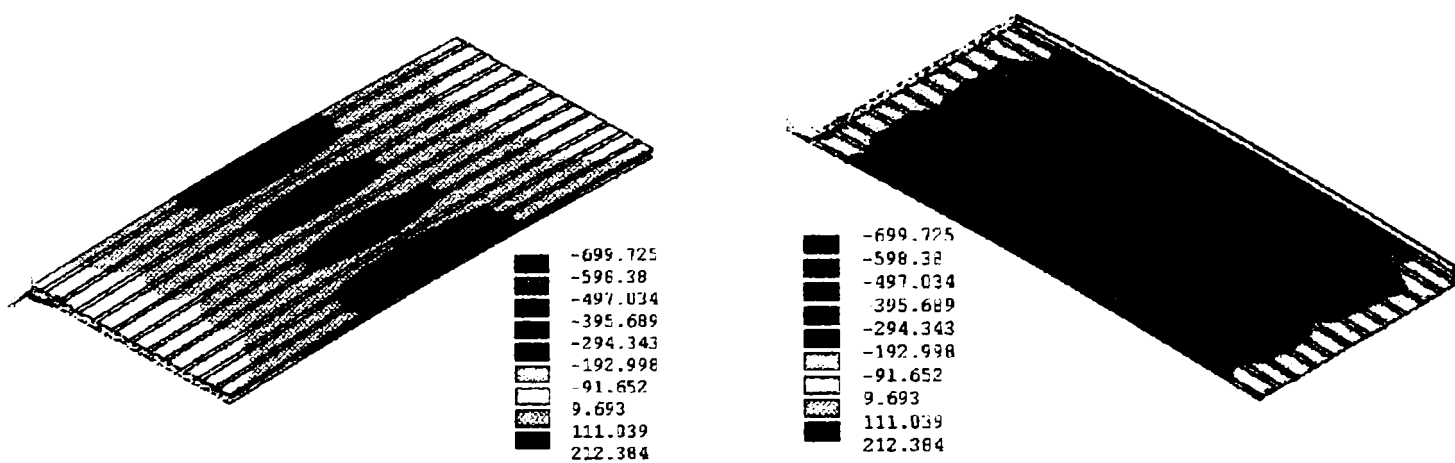
Tabelul 5.10 - Valorile deplasărilor UZ corespunzătoare atingerii forței maxime în fețele panoului sandwich.

Varianta de discretizare	UZ [cm]			
	Fața întinsă		Fața comprimată	
	Zona centrală	Zona reazemului mobil	Zona centrală	Zona reazemului mobil
varianta 1	0.0524÷0.0377	0.0671÷0.0524	0.0965÷0.00635	0.1111÷0.0965
varianta 2	0.0569÷0.0400	0.0569÷0.0732	0.0569÷0.1057	0.1220÷0.1057
varianta 3	0.0655÷0.0474	0.0836÷0.0655	0.1198÷0.1017	0.1379÷0.1198
varianta 4	0.0549÷0.0388	0.0710÷0.0549	0.1033÷0.00963	0.1195÷0.1033
varianta 5	0.0530÷0.0371	0.0837÷0.0684	0.0991÷0.00837	0.1144÷0.09911

Tensiunile σ_z de întindere și de compresiune ajung la valori maxime în treimea mijlocie a panoului. Figura 5.39 arată distribuția acestei tensiuni pe fețele panoului în cazul variantelor 3 și 5. Rezultatele obținute în variantele 1, 2 și 3 în ipoteza unor modele cu secțiunea transversală simetrică, pun în evidență distribuții simetrice ale tensiunilor σ_z . Variantele 4 și 5 la care modelele sunt concepute cu imperfecțiuni structurale, duc la distribuții neuniforme ale tensiunilor.



- Varianta 3 -



- Varianta 5 -

Fig.5.39 - Distribuția tensiunilor σ_z corespunzătoare forței maxime

Valorile corespunzătoare zonei cu tensiuni σ_z maxime, calculate pentru în cele 5
5-56

variante de discretizare în momentul atingerii forței critice sunt:

- tensiuni de compresiune:
 - 334.776 ÷ 283.975 daN/cm² (varianta 1)
 - 389.967 ÷ 311.080 daN/cm² (varianta 2)
 - 407.329 ÷ 342.037 daN/cm² (varianta 3)
 - 367.409 ÷ 309.663 daN/cm² (varianta 4)
 - 497.034 ÷ 395.689 daN/cm² (varianta 5)
- tensiuni de întindere:
 - 122.426 - 71.626 daN/cm² (varianta 1)
 - 162.044 - 83.185 daN/cm² (varianta 2)
 - 180.300 - 115.008 daN/cm² (varianta 3)
 - 152.309 - 94.563 daN/cm² (varianta 4)
 - 212.384 - 111.039 daN/cm² (varianta 5)

Așa cum rezultă din cifrele menționate, cele mai mari tensiuni apar în modelul cu imperfecțiuni structurale considerat în varianta 5 deși, în această variantă forța critică rezultată este cea mai mică.

5.4. Concluzii

- Analiza riguroasă a stabilității plăcilor plane subțiri impune un calcul de ordinul II în care se iau în considerare deformațiile suprafeței mediane.
- Ecuația suprafeței mediane deformate în calculul de ordinul II reprezintă în absența sarcinii transversale o problemă de stabilitate.
- Metoda elementelor finite permite fără modificări de bază, extinderea analizei în domeniul neomogenităților fizice și a comportării neliniare. Algoritmul de calcul este formulat matriceal și permite o abordare unitară a analizelor statice și dinamice pentru orice tip de element
- La efectuarea studiului stabilității elastice a structurilor cu MEF se impun două etape: analiza stării critice a echilibrului și calculul sarcinii critice de flambaj ca o problemă de valori proprii și analiza comportării neliniare a structurilor cu imperfecțiuni geometrice în vecinătatea sarcinilor critice de flambaj.
- Stabilirea relației neliniare forță-deplasare se face printr-un proces incremental și trebuie introdusă o rigiditate adițională datorată tensiunilor inițiale.
- Rezultatele obținute în urma calculului prin intermediul programului de calcul cu element finit ANSYS 5.4. pe baza a 4 modele numerice care simulează comportarea panourilor rigidizate și a 5 modele care simulează comportarea panourilor sandwich, au

pus în evidență faptul că imperfecțiunile constând numai în variațiile pașilor ondulelor (în limite de 10÷18% din lungimea pasului) nu afectează forța critică. Dacă pe lângă acestea există însă și imperfecțiuni în ceea ce privește planeitatea plăcilor, valoarea forței critice de flambaj este afectată în mod semnificativ. Aceste imperfecțiuni afectează de asemenea cu până la 30% și valorile deplasărilor.

- Calculele au evidențiat o diferență de aproximativ 16% pentru valoarea forței critice corespunzătoare modelelor cu un număr mai mare de elemente finite față de modelele numerice simplificate.

- Existența unei curburi inițiale duce la o diferență de 4% față de ipoteza aplicării excentrice a forței de compresiune.

- Cele mai mari deplasări laterale au fost obținute pe parcursul creșterii forței în varianta de modelare care prin imperfecțiunile pe care le simulează se apropie cel mai mult de forma panourilor reale.

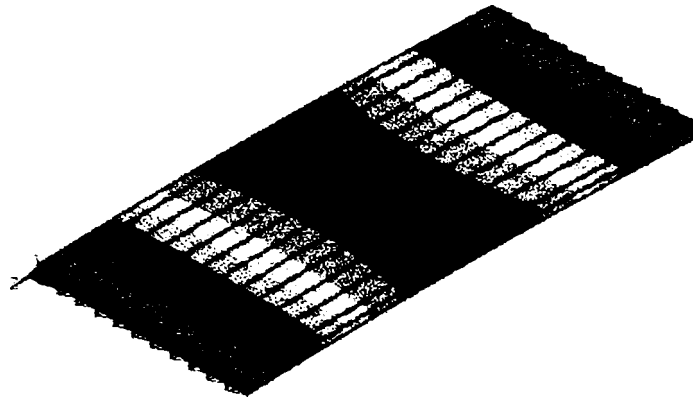
Bibliografie

- [5.1] – **Augustin, Petre** (1984) – Calculul structurilor de aviație. Editura Tehnică, București.
- [5.2] – **Avram, C., Bob, C., Friedrich, R., Stoian, V.** (1984) – Structuri din beton armat, Metoda elementelor finite și teoria echivalențelor. Editura Academiei, București.
- [5.3] – **Bănuț, V.** (1981) – Calculul neliniar al structurilor. Editura Tehnică, București.
- [5.4] – **Botici, A.** (1987) – Contribuții la calculul și alcătuirea paletelor din metal pentru aerogeneratoare cu ax orizontal. Teza de doctorat, Timișoara.
- [5.5] – **Cătărig, A., Kopenetz, L.** (1998) – Structuri ușoare alcătuite din cabluri și membrane. Editura UTPRESS, Cluj-Napoca.
- [5.6] – **Cătărig, A., Kopenetz, L., Alexa, P.** (1997) – Light-Weight Composite Facades. Proceedings of the IAHS International Housing Congress, Sinaia.
- [5.7] – **Chang, P., Hijazi, H.** (1989) – General Analysis of asymmetric Thin-Walled members. Thin-Walled Structures 8, (p.147-161).
- [5.8] – **Cuteanu, E., Marinov, R.** (1980) – Metoda elementelor finite în proiectarea structurilor. Editura Facla, Timișoara.

- [5.9] – **Elgaaly, M., Seshadri, A., Hamilton, R. W.** (1997) – Bending of steel beams with corrugated webs. *Journal of Structural Engineering*, June, (p.772-781).
- [5.10] – **Elgaaly, M., Seshadri, A.** (1997) – Girders with corrugated webs under partial compressive edge loading. *Journal of Structural Engineering*, June (p.783-789).
- [5.11] – **Gioncu, V., Ivan, M.** (1983) – Bazele calculului structurilor la stabilitate. Editura Facla, Timișoara.
- [5.12] – **Gioncu, V., Ivan, M.** (1984) – Teoria comportării critice și postcritice a structurilor elastice. Editura Academiei Române.
- [5.13] – **Ilea, H.** (1966) – Analiza numerică și determinări experimentale în inginerie. Transilvania Press, Cluj.
- [5.14] – **Ivan, M.** (1985) – Bazele calculului liniar al structurilor. Editura Facla.
- [5.15] – **Ivan, M.** (1983) – Teoria elasticității. IPTV, Timișoara.
- [5.16] – **Ivan, M.** (1980) – Stabilitatea și dinamica construcțiilor. IPTV, Timișoara.
- [5.17] – **Ivan, M., Cuteanu, E., Ivan, A., Pinte, D.** (1997) – Nonlinear analysis of structures. *Buletinul Științific al U.P.T.*, Tom 42(56) pag 8-15.
- [5.18] – **Ivan, M., Vulpe, A., Bănuț, V.** (1982) – Statica, stabilitatea și dinamica construcțiilor. E.D.P., București.
- [5.19] – **Ivan, M.** (1979) – Metoda elementului finit, soluție modernă pentru proiectarea economică a structurilor. *Lucrările Simpozionului Structuri Economice în Construcții*, Hunedoara.
- [5.20] – **Ieremia, M.** (1985) – Teoria Elasticității, Teoria plăcilor plane și curbe. Editura I.C.B., București.
- [5.21] – **Ieremia, M.** (1998) – Elasticitate Plasticitate Neliniaritate. Editura PRINTECH, București.
- [5.22] – **Kröplin, B. H.** (1977) – Beulen ausgesteifter Blechfelder mit geometrischer und stofflicher Nichtlinearität. Braunschweig.
- [5.23] – **Malsch, H.** (1977) – Stabilitäts – und Schwingungs – untersuchungen von ausgesteiften Platten nach einer Finite-Element-Methode. Braunschweig.

- [5.24] – **Mazilu, P., Țopa, N., Ieremia, M.** (1983) – Teoria și calculul plăcilor ortotrope. Editura Tehnică, București.
- [5.25] – **Monforton, G. R., Schmit, L. A.** – Finite element analysis of sandwich plates and cylindrical shells with laminated faces. AFFDL-TR.68-150 (p.573-606).
- [5.26] – **Novak, R., Machacek, J.** (1999) – Undulating webs under patch loading. SDSS'99 (p.151-158).
- [5.27] – **Osterrieder, P., Werner, F., Friedrich, M., Ortlepp, O.** (1999) – Advanced finite element buckling analysis in engineering practice. SDSS (p.167-174).
- [5.28] – **Pacoste, C., Stoian, V., Dubină, D.** (1988) – Metode moderne în mecanica structurilor. Editura Științifică și Enciclopedică, București.
- [5.29] – **Petersen, C.** (1982) – Statik und Stabilität der Baukonstruktionen-Vieweg Verlagsgesellschaft. Braunschweig/Wiesbaden.
- [5.30] – **Puthli, R. S.** (1980) – Collapse analysis of three dimensional assemblages of eccentrically stiffened hot rolled steel plates and shallow shells. HERON, No. 2/1980.
- [5.31] – **Scarlat, A.** – Stabilitatea structurilor. Probleme speciale. Editura Tehnică, București.
- [5.32] – **Schäfer, P.** (1990) – Eine indirekte Randelement methode zur Berechnung dünner platten nach der Elastizitätstheorie 2. Ordnung und auf Stabilität. Disertation, Darmstadt.
- [5.33] – **Timoshenko, S. P., Gere, J. M.** (1967) – Teoria stabilității elastice. Traducere din limba engleză, Editura Tehnică, București.
- [5.34] – **Vasiliev, G. V., Giurgiuțiu, V.** (1990) – Stabilitatea structurilor aeronautice. Editura Tehnică, București.
- [5.35] – **Voinea, R., Voiculescu, D., Ceaușu, V.** (1976) – Elasticitate și plasticitate. I.P.B., București.
- [5.36] – **Zienkiewicz, O. C.** (1967) – The finite element method in structural and continuum mechanics. Mc Graw Hill.

Capitolul 6



COMPARAREA REZULTATELOR EXPERIMENTALE CU REZULTATELE MODELULUI NUMERIC

6.1 Panourile de tip sandwich

Analiza comparativă a rezultatelor experimentale, obținute în cadrul încercării la compresiune centrică a panourilor sandwich, cu rezultatele obținute în urma calculului cu elemente finite, conduce la concluzia că variantele de simulare numerică 1,2,3,4 și 5 definesc destul de bine comportarea reală a panourilor. Figura 6.1 a)-d) prezintă câte 6 curbe de variație ale deplasărilor laterale și ale lungirilor specifice cu creșterea forței, trasate pe baza rezultatelor experimentale înregistrate de captorii C3, C12 respectiv de timbrele tensometrice T13, T25 (panoul 1a) și pe baza rezultatelor obținute în urma simulării numerice în cele 5 variante prezentate în capitolul 5. Se remarcă faptul că cele mai apropiate de curbele experimentale sunt curbele obținute în nodurile respective în variantele 1 și 5. Comparând în continuare valorile calculate în aceste două variante de modelare cu acelea obținute experimental, în Tabelul 6.1 se poate vedea că diferențele procentuale între încărcările critice de voalare obținute prin calcul nu depășesc 5.6% față de rezultatele experimentale.

Tabelul 6.1 - Panoul 1 - Încărcările critice obținute experimental și prin simulare numerică

Panoul	F_{cr} [daN]	Varianta 1		Varianta 5	
		F_{cr} [daN]	Diferența [%]	F_{cr} [daN]	Diferența [%]
1 a	3500	3696	5.6	3520	0.57
1 b	3570		3.5		1.4

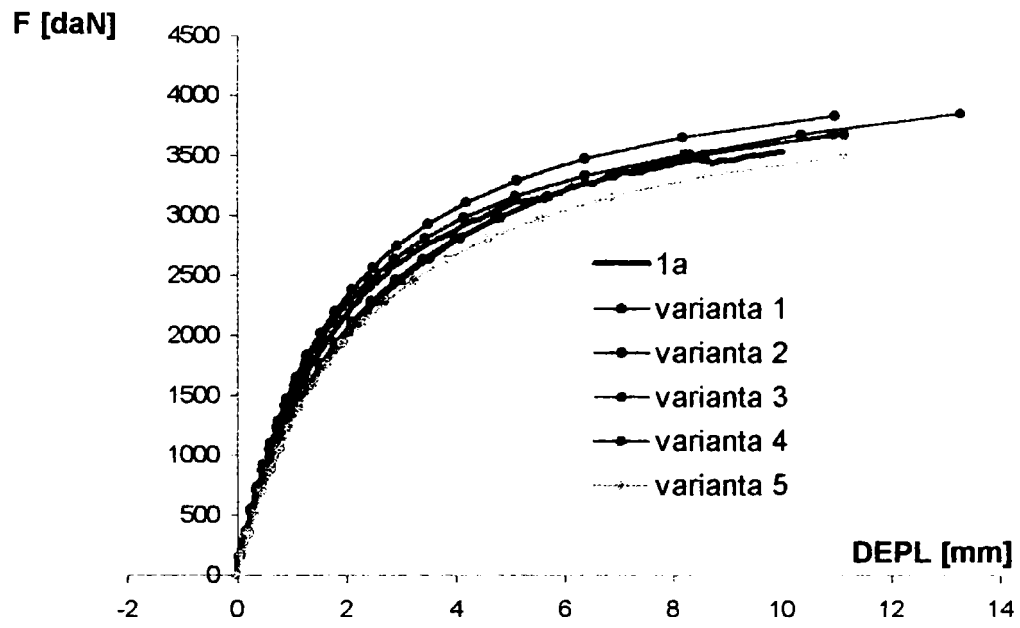


Figura 6.1 - a) Captor deplasare 3

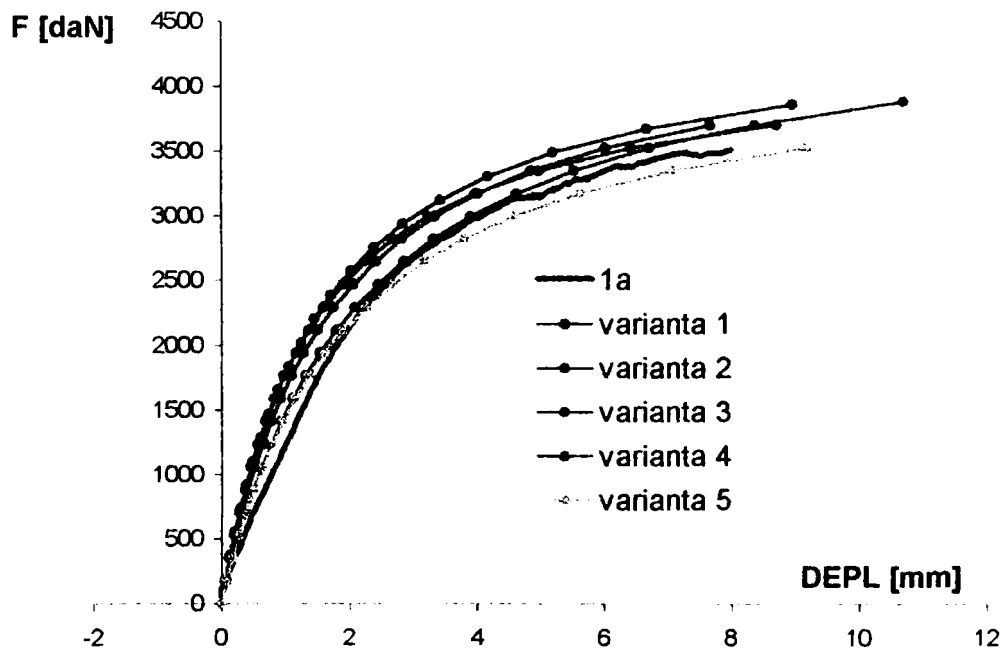
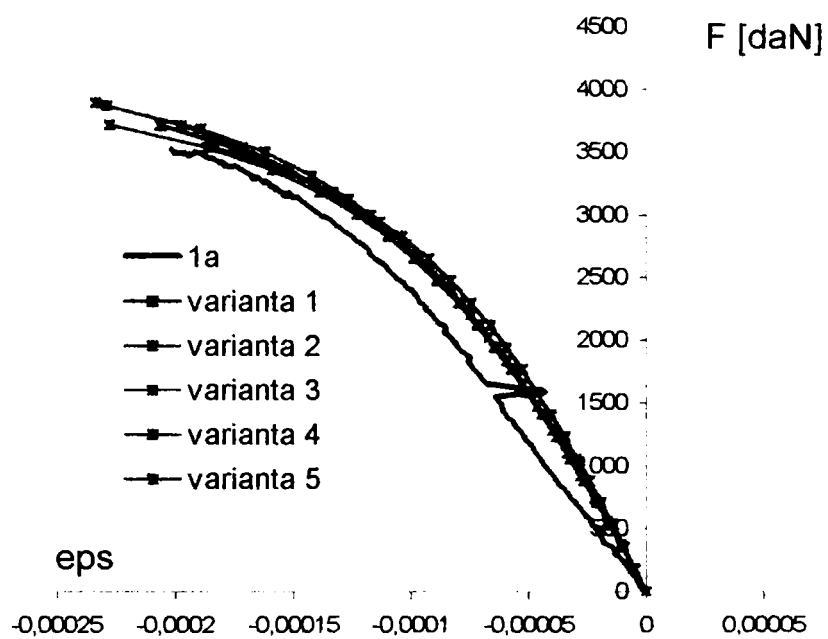
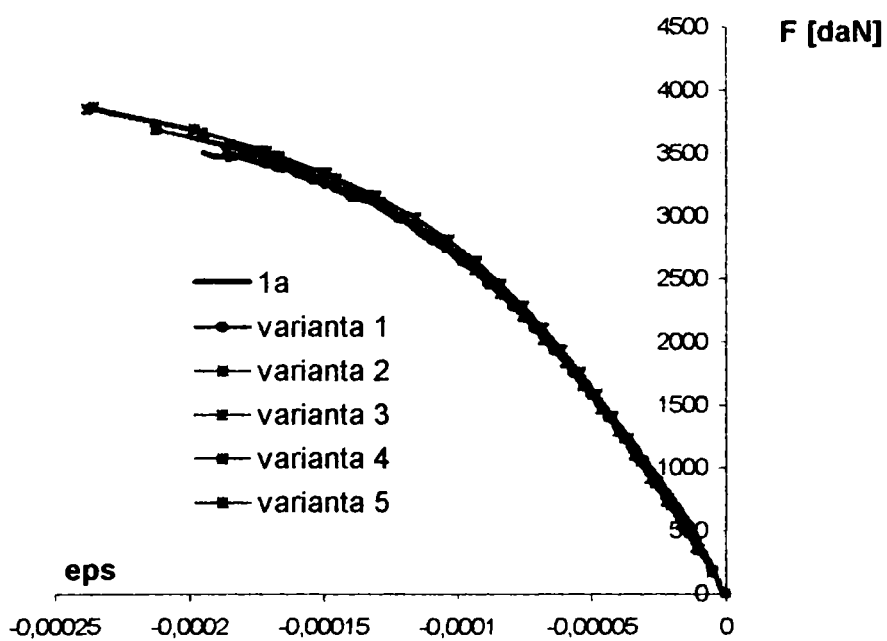


Figura 6.1 - b) Captor deplasare 12



d) Timbrul 13



e) Timbrul 25

Figura 6.1 - Panoul 1 - Diagrame de variație obținute pe baza rezultatelor experimentale și a simulărilor numerice . a), b) Captori de deplasare; c), d) Timbre tensometrice.

În Fig. 6.2 a)÷ k) se prezintă curbele de variație ale deplasărilor laterale UY cu creșterea forței, construite pe baza rezultatelor experimentale înregistrate pentru placa 1a și pe baza datelor obținute din calcul în variantele 1 și 5 pentru punctele panoului corespunzătoare poziției celor 12 captori de deplasare. Se observă că pentru captorii C4 și C5, cei mai apropiați de marginea încărcată, curba experimentală se suprapune pe toată lungimea ei peste curba rezultată în varianta 5. În dreptul captorilor C6, C7 și C12, acest lucru se realizează numai pentru valori ale încărcării mai mari de 3800 daN. Curba rezultată în varianta 1 este mai apropiată de curba experimentală în cazul captorului C3. În general, rezultatele obținute în varianta 5, care ține seama de defectele structurale ale panoului 1a sunt cele mai apropiate de rezultatele experimentale.

În Tabelul 6.2 se remarcă faptul că valorile experimentale UY corespunzătoare forței critice diferă cu maximum 23.28 % față de cele rezultate în cazul variantei 1 și cu maximum 20.9% față de cele rezultate în cazul variantei 5. Fac excepție deplasările laterale înregistrate de captorul C10 care pun în evidență o voalare locală a feței panoului (Fig. 6.2, j).

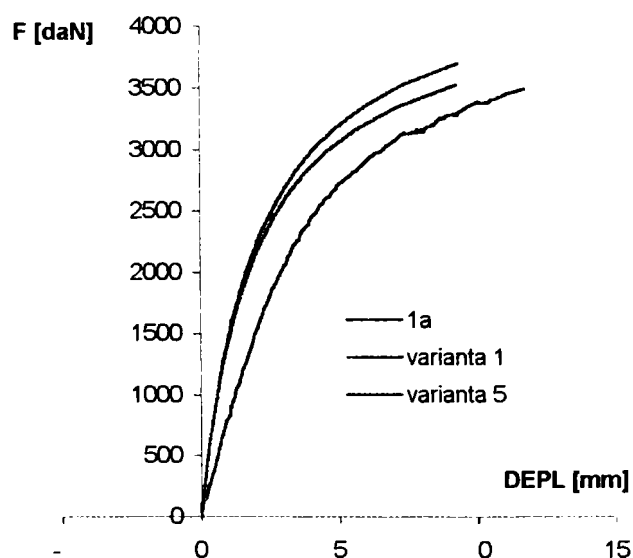


Fig. 6.2 - a) Captor deplasare 1

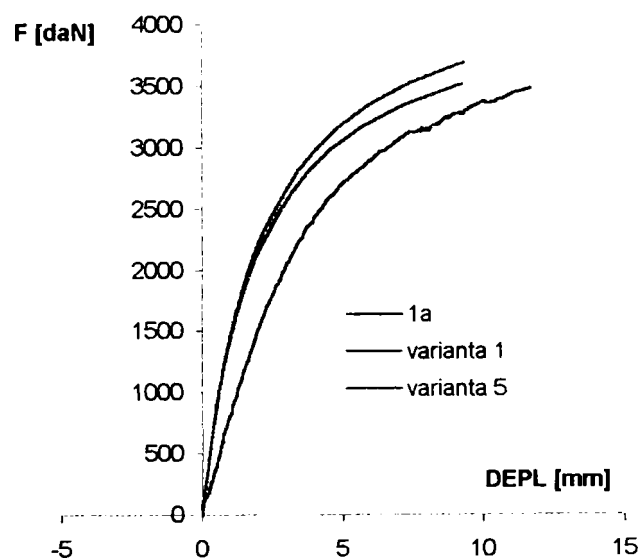


Fig. 6.2 - b) Captor deplasare 2

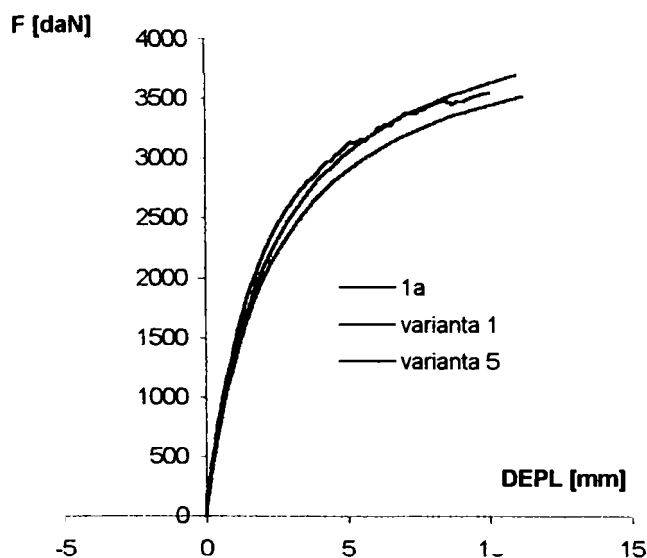


Fig. 6.2 - c) Captor deplasare 3

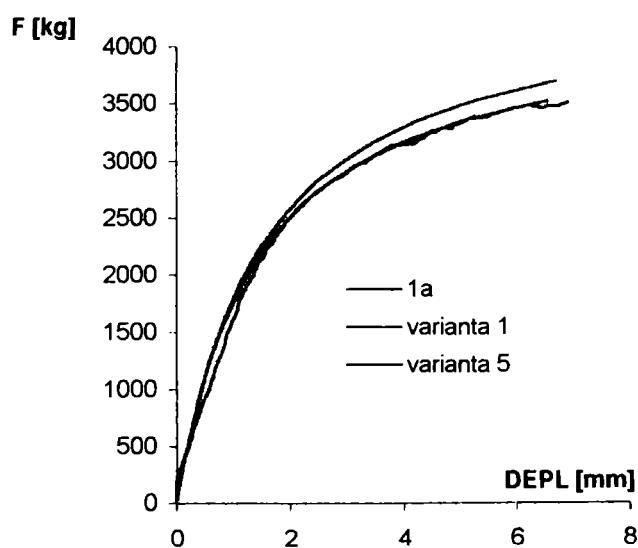


Fig. 6.2 - d) Captor deplasare 4

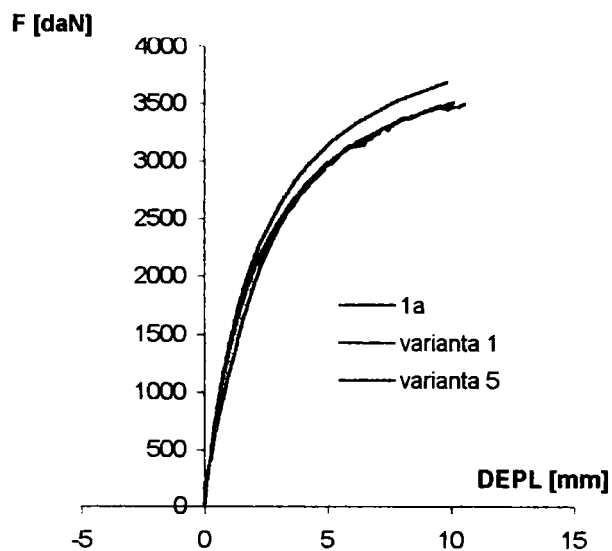


Fig. 6.2 - e) Captor deplasare 5

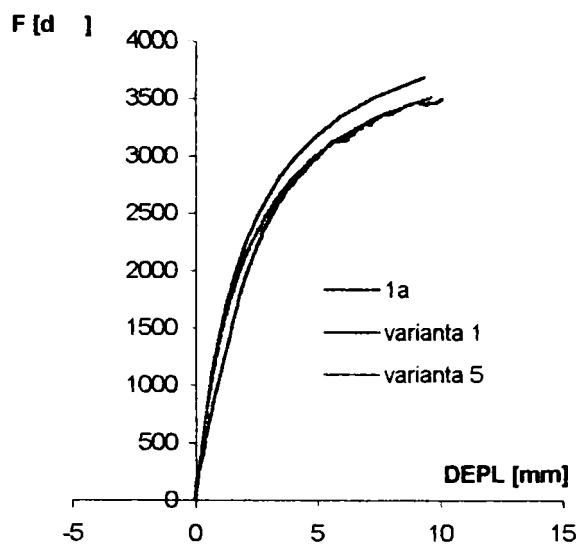
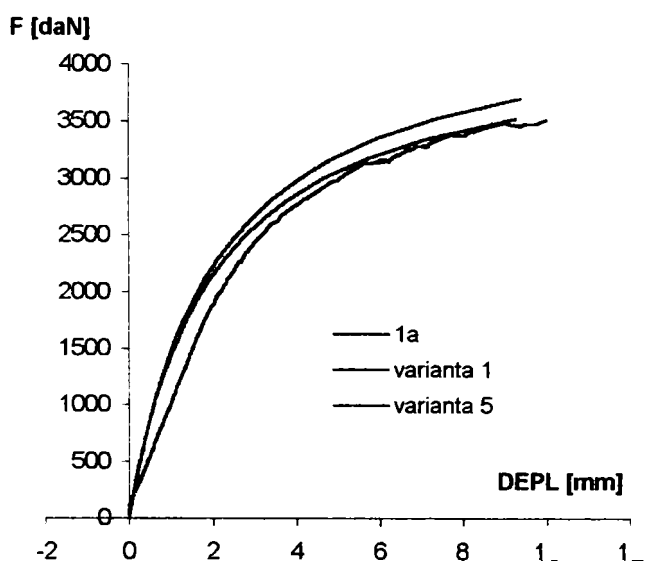
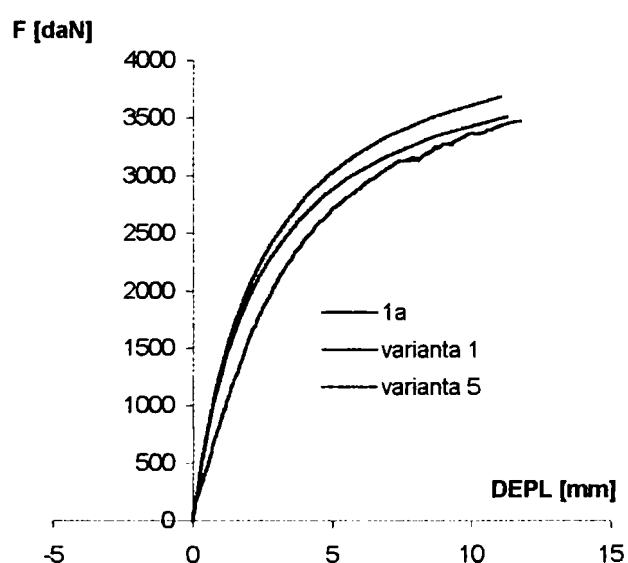


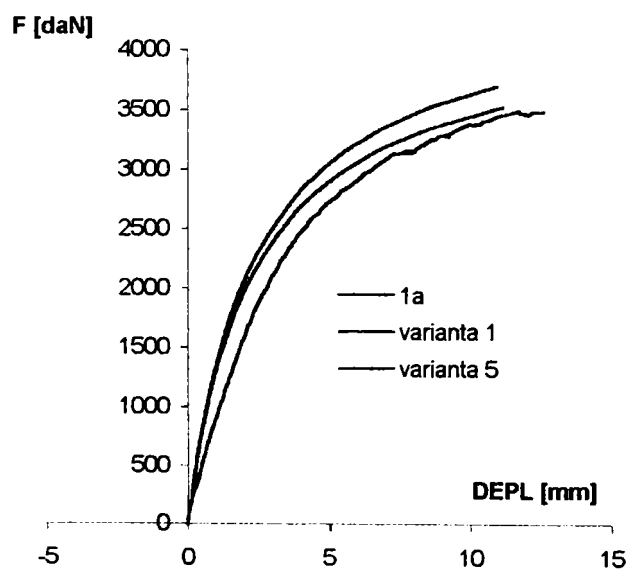
Fig. 6.2 - f) Captor deplasare 6



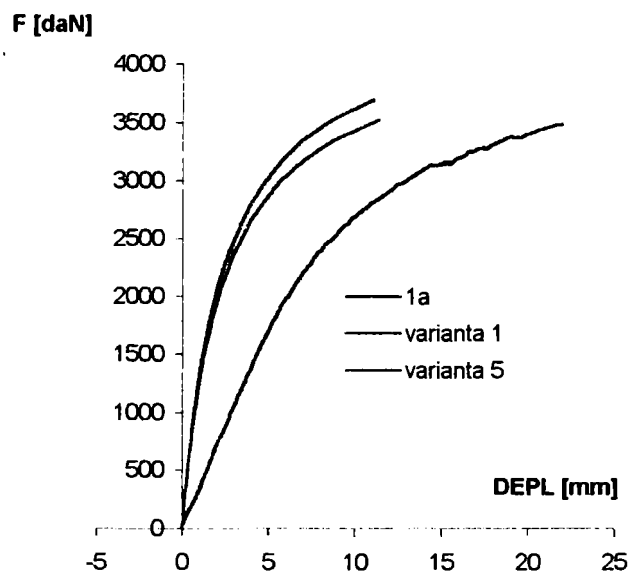
g) Captor deplasare 7



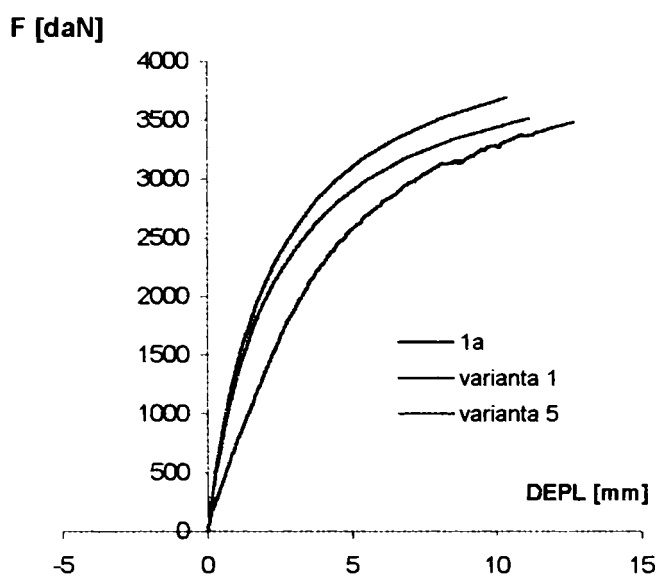
h) Captor deplasare 8



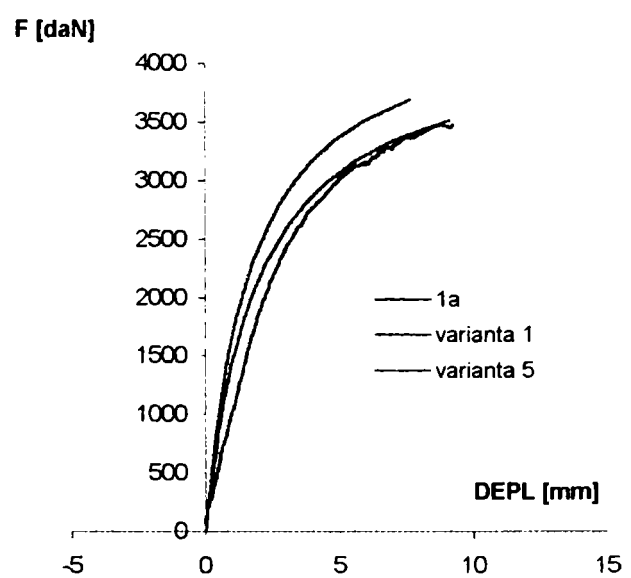
i) Captor deplasare 9



j) Captor deplasare 10



k) Captor deplasare 11



l) Captor deplasare 12

Fig. 6.2 - Panou 1 – Variația deplasărilor UY cu creșterea forței în punctele corespunzătoare poziției captorilor de deplasare

Tabelul 6.2 - Panoul 1 - Valori UY corespunzătoare forței critice în punctele corespunzătoare poziției captorilor de deplasare și diferențe procentuale față de rezultatele experimentale

Captori de deplasare	Rezultate experimentale (1a)	Varianta 1		Varianta 5	
	UY [mm]	UY [mm]	Diferența [%]	UY [mm]	Diferența [%]
C 1 ,	11,683	9,341	20,04	9,245	20,87
C 2	11,683	9,341	20,04	9,241	20,90
C 3	9,989	10,932	9,43	11,142	11,55
C 4	6,906	6,687	3,17	6,543	5,26
C 5	10,559	9,874	6,48	10,122	4,13
C 6	10,059	9,343	7,12	9,610	4,46
C 7	9,964	9,343	6,23	9,255	7,11
C 8	11,714	11,035	5,79	11,253	3,94
C 9	12,537	10,931	12,81	11,145	11,11
C 10	21,912	11,035	49,64	11,345	48,22
C 11	12,659	10,363	18,14	11,145	11,97
C 12	9,972	7,651	23,28	9,162	8,12

Deplasările laterale au valori maxime în zona de la mijlocul distanței dintre reazeme (C8, C9, C10, C11). Deformata longitudinală a panoului, prezentată în figura 6.3 pune în evidență o corelare mai bună a rezultatelor experimentale cu acelea ale variantei 5.

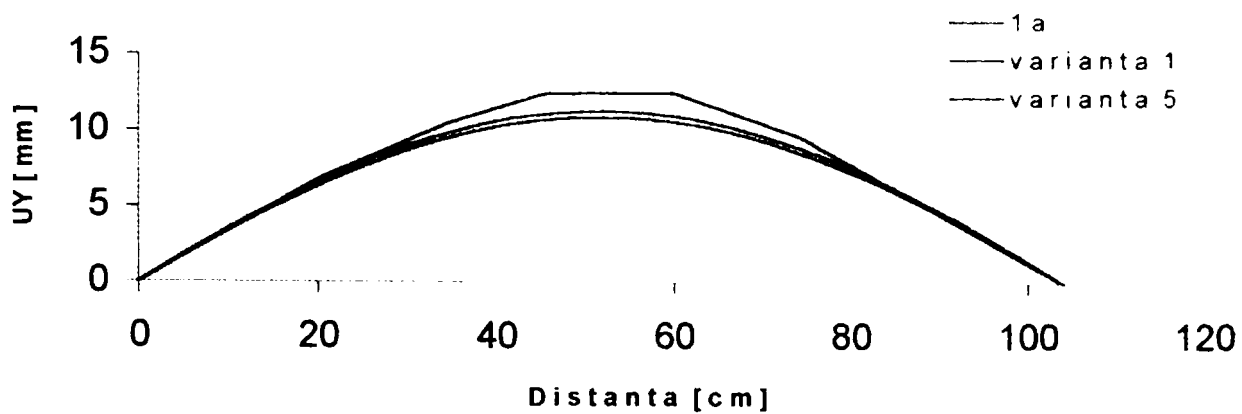


Fig.6.3 - Panoul 1 - Variația deplasării UY în lungul panoului corespunzătoare forței critice

Deplasările laterale UY sunt constante pe lățime în varianta 1 de simulare numerică. În varianta 5, ele diferă cu 1.1% de la o margine la cealaltă. Captorii de deplasare C8, C9 și C10 dispuși pe lățime, au înregistrat în cazul panoului 1a diferențe mult mai mari datorită fenomenului de voalare locală menționat anterior (Fig. 6.4).

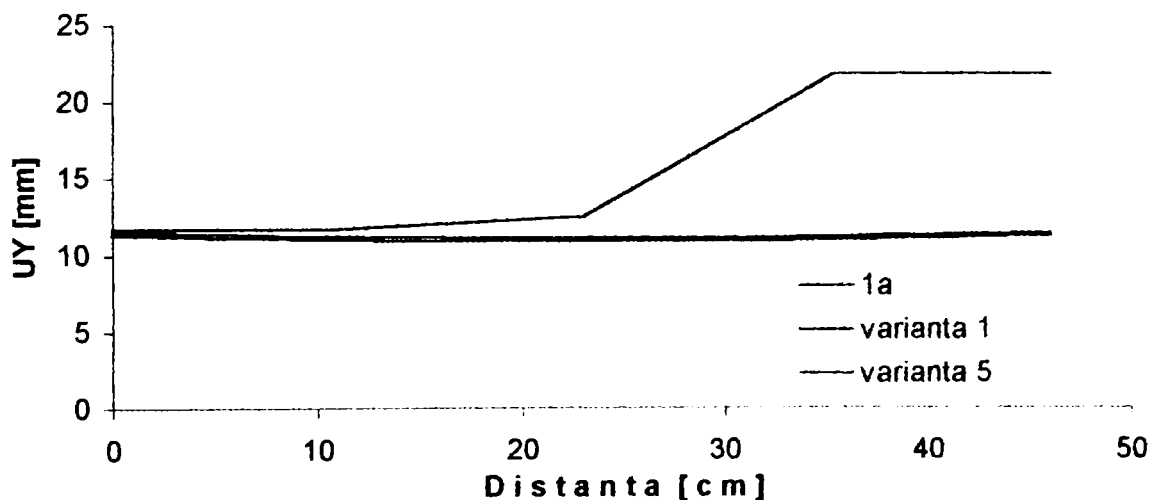


Fig. 6.4 - Panoul 1 - Variația deplasărilor UY pe lățime corespunzătoare forței critice

Variația lungirii specifice ε pe parcursul creșterii încărcării, prezentată în Figura 6.5 a) ÷ j) arată o corelare destul de bună între valorile experimentale și cele obținute din calcul, pentru timbrele aflate pe fața comprimată. Distanțe mai mari între curbe apar în cazul timbrelor T13, T17, T18 (Fig. 6.5 a), d), e)) poziționate în zona cu deformații din voalarea locală. Diferențele procentuale între valorile ε înregistrate în momentul atingerii forței critice și cele rezultate din calcul sunt mai mici de 30 %, cu excepția valorilor corespunzătoare timbrelor T17 și T29 în cazul variantei 1(Tabelul 6.3)

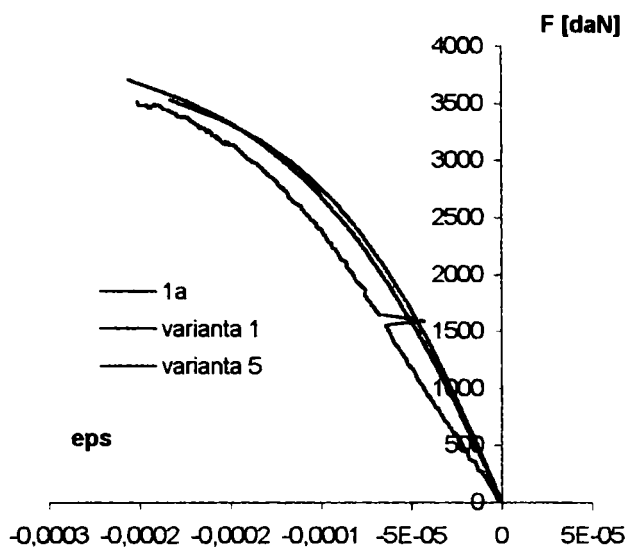


Fig. 6.5 - a) Timbrul T13

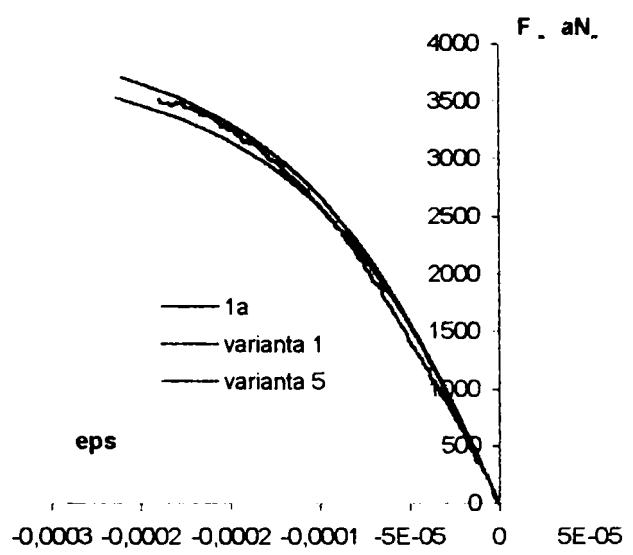


Fig. 6.5 - b) Timbrul T14

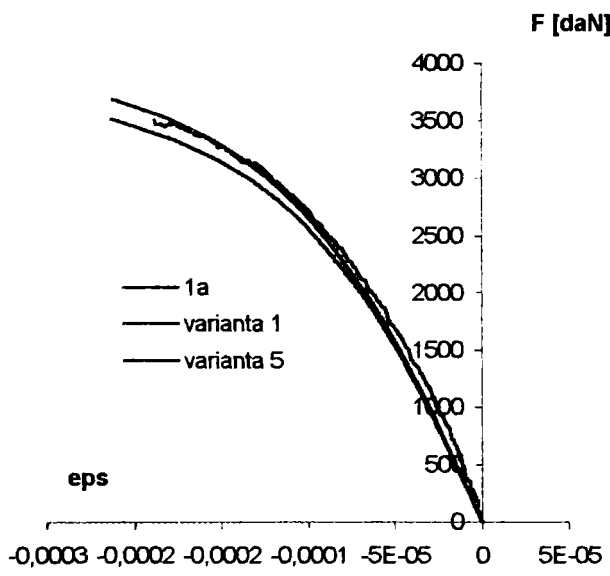


Fig. 6.5 - c) Timbrul T15

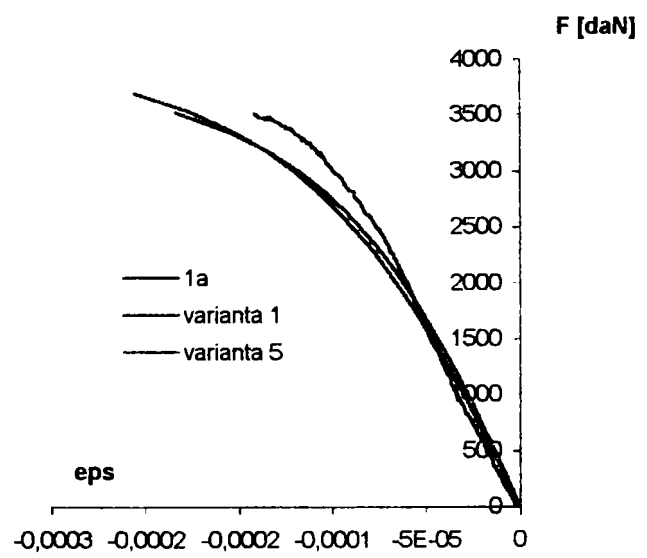


Fig. 6.5 - d) Timbrul T17

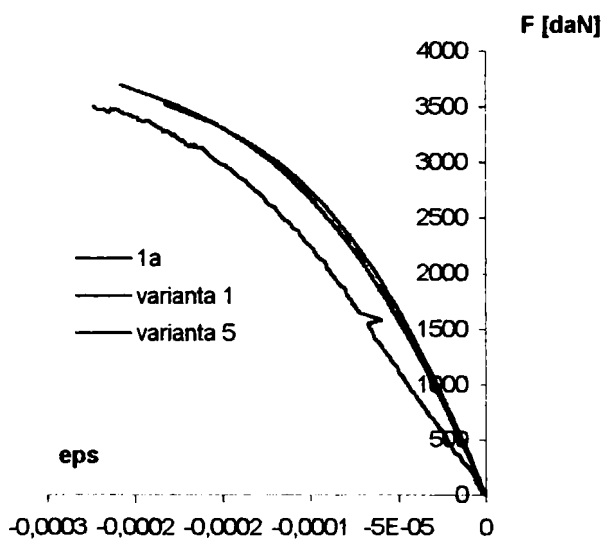


Fig. 6.5 - e) Timbrul T18

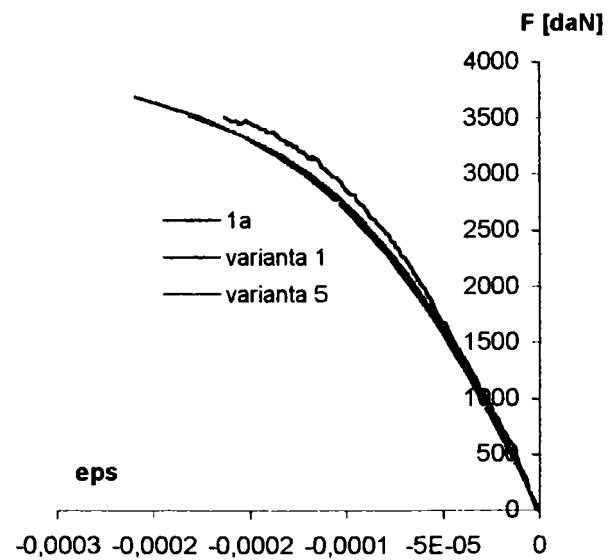


Fig. 6.5 - f) Timbrul T19

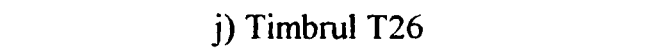
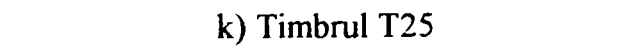
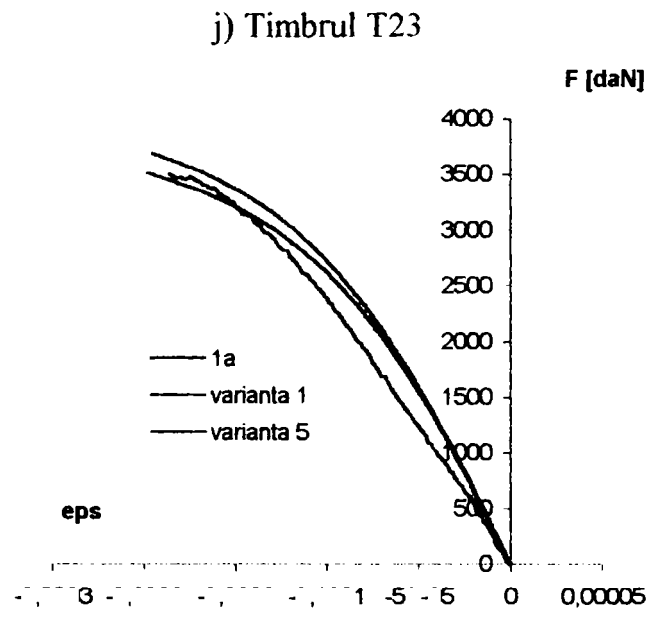
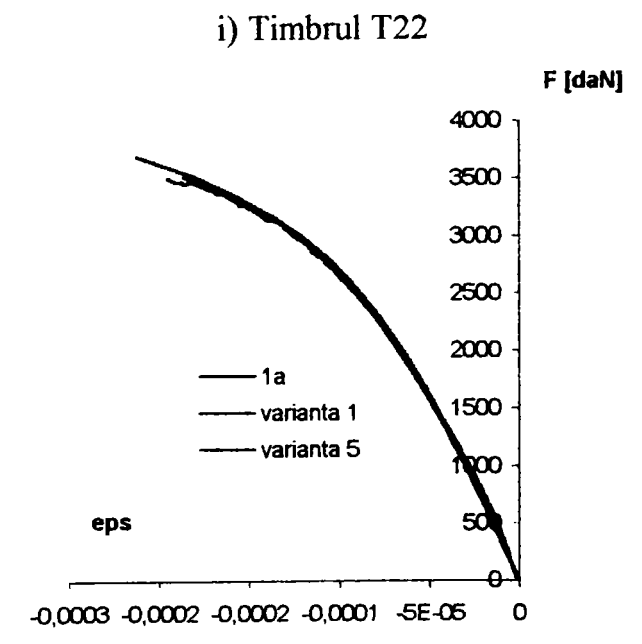
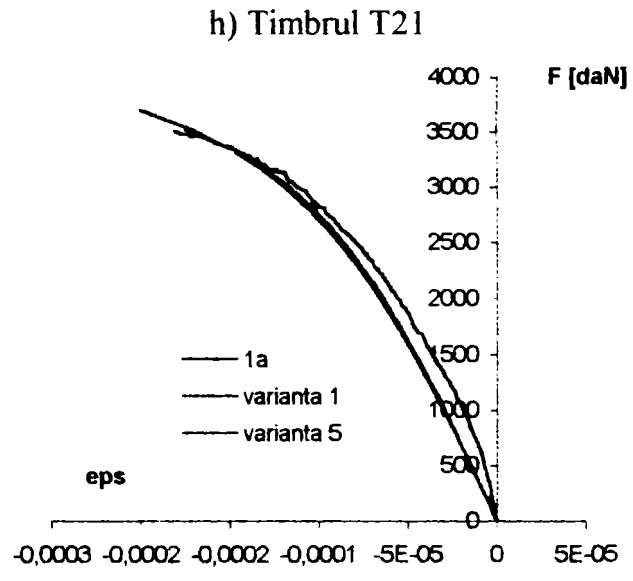
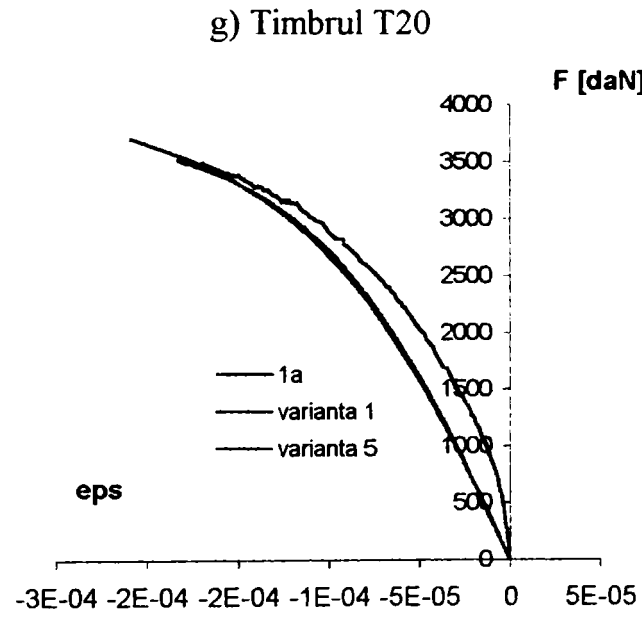
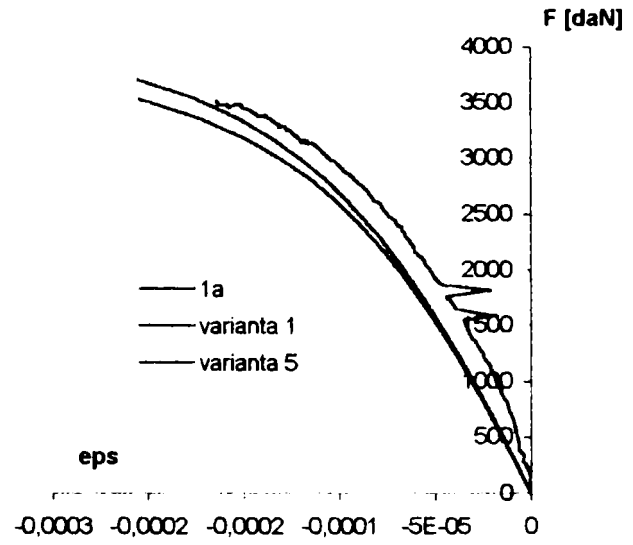
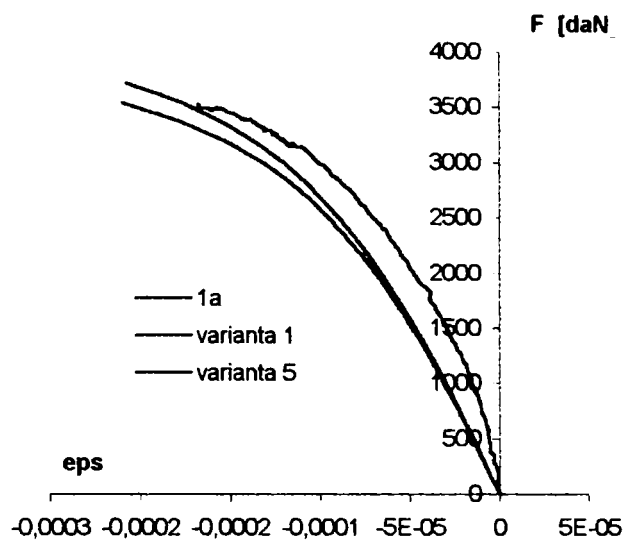


Fig. 6.5 - Panoul 1 – Variația lungirilor specifice ϵ cu creșterea forței pe baza datelor experimentale și a rezultatelor obținute prin calcul

Tabelul 6.3 - Panoul 1 - Valori ϵ și diferențe procentuale corespunzătoare forței critice

Timbre tensometrice	Rezultate experimentale $\epsilon \times 10^{-5}$	Varianta 1		Varianta 5	
		$\epsilon \times 10^{-5}$	Diferența [%]	$\epsilon \times 10^{-5}$	Diferența [%]
T13	-20,089	-20,552	2,31	-18,270	9,05
T14	-18,945	-21,031	11,01	-21,371	12,80
T15	-18,697	-21,082	12,75	-21,178	13,27
T17	-14,138	-20,553	45,37	-18,395	30,11
T18	-22,236	-20,676	7,02	-18,182	18,23
T19	-16,297	-20,930	28,43	-18,125	11,22
T20	-16,764	-20,677	23,34	-20,933	24,87
T21	-16,393	-20,505	25,08	-20,462	24,82
T22	-18,246	-20,818	14,10	-18,193	0,29
T23	-18,061	-20,004	10,75	-17,457	3,35
T25	-19,403	-21,123	8,86	-18,550	4,40
T26	-18,540	-19,544	5,42	-19,796	6,78
T27	-19,317	-19,544	1,18	-16,906	12,48
T29	-13,212	-18,134	37,25	-16,076	21,68

Așa cum se vede din figura 6.6, timbrele poziționate pe fața întinsă au înregistrat deformații de întindere mult mai mari decât cele rezultate din calcul. Valorile corespunzătoare forței critice pun în evidență însă compresiuni mai mici.

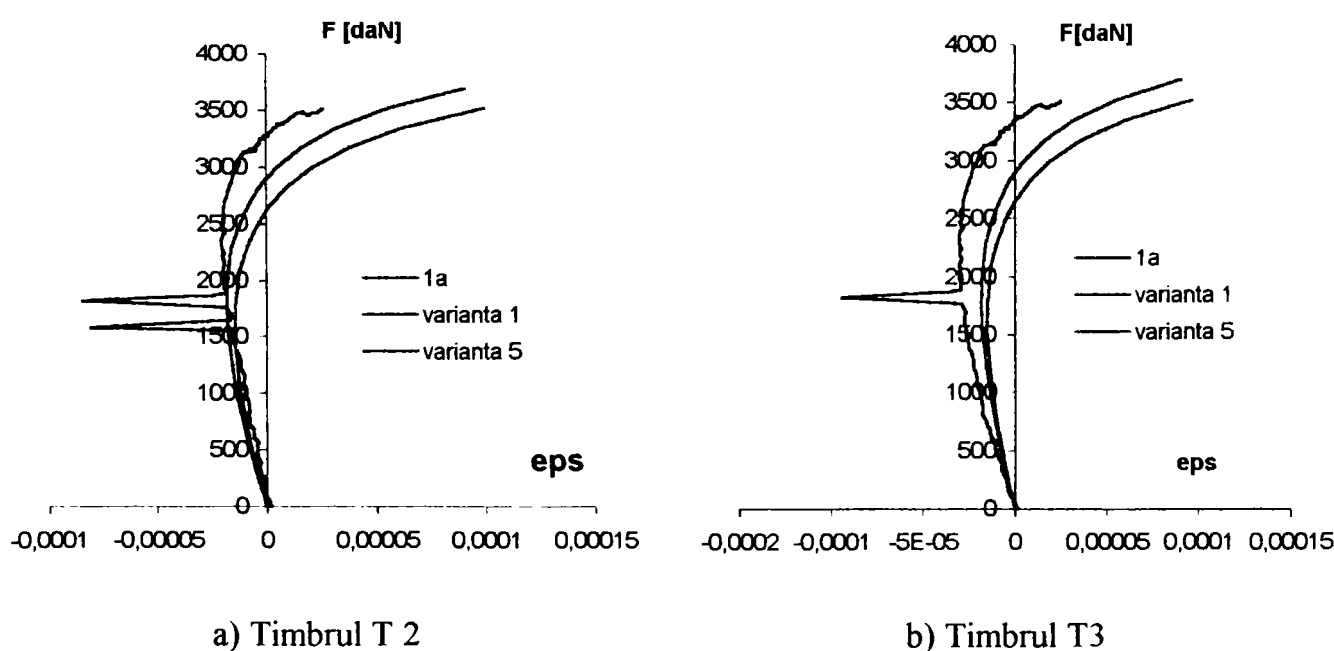


Fig. 6.6 - Panoul 1 – Variația lungirilor specifice ϵ cu creșterea forței pe baza datelor experimentale și a rezultatelor obținute prin calcul, corespunzătoare poziției a două timbre tensometrice de pe fața întinsă

6.2 Panourile plane rigidizate

Încercările experimentale ale panourilor plane rigidizate pun în evidență faptul că panourile 2a și 2b au o comportare apropiată. Analizând comparativ curbele experimentale obținute pentru aceste panouri și curbele trasate pe baza valorilor rezultate din calculul cu element finit în cele 4 variante de simulare numerică, s-a constatat o bună corelare între acestea, mai ales în cazul variantelor 1 și 4 (Fig.6.7).

Încărcarea critică de voalare diferă cu 3.5 % respectiv 5.3 % în cazul variantei 1 și cu 0.7 % respectiv 1.2 % în cazul variantei 4 (Tabelul 6.4).

Tabelul 6.4 - Valorile încărcărilor critice obținute experimental și prin simulare numerică

Panoul	F_{cr} [daN]	Varianta 1		Varianta 4	
		F_{cr} [daN]	Diferența [%]	F_{cr} [daN]	Diferența [%]
2 a	510	528	3,5	506	0,7
2 b	500		5,3		1,2

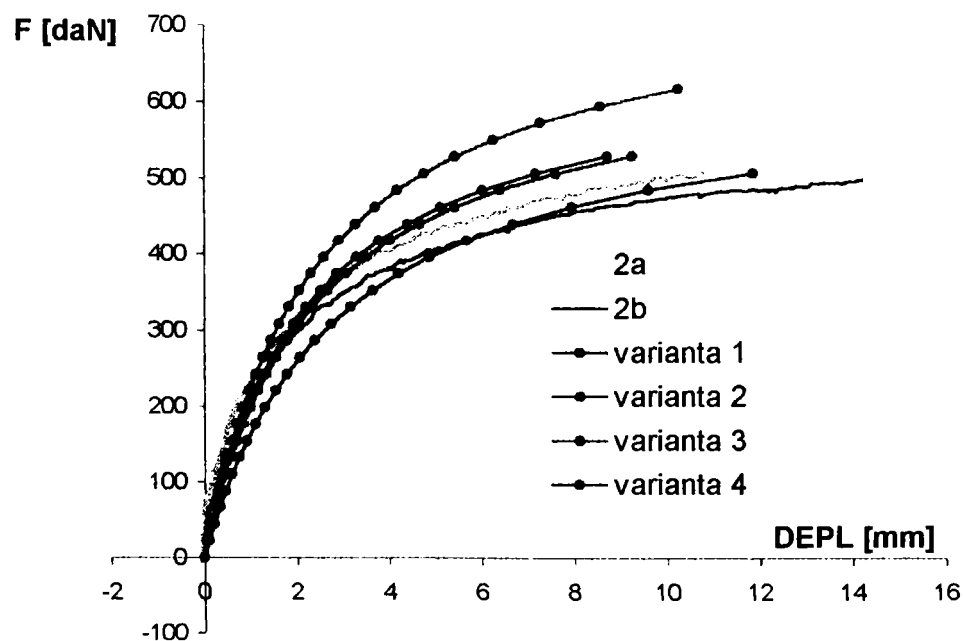


Fig. 6.7 – a) Captorul de deplasare C1

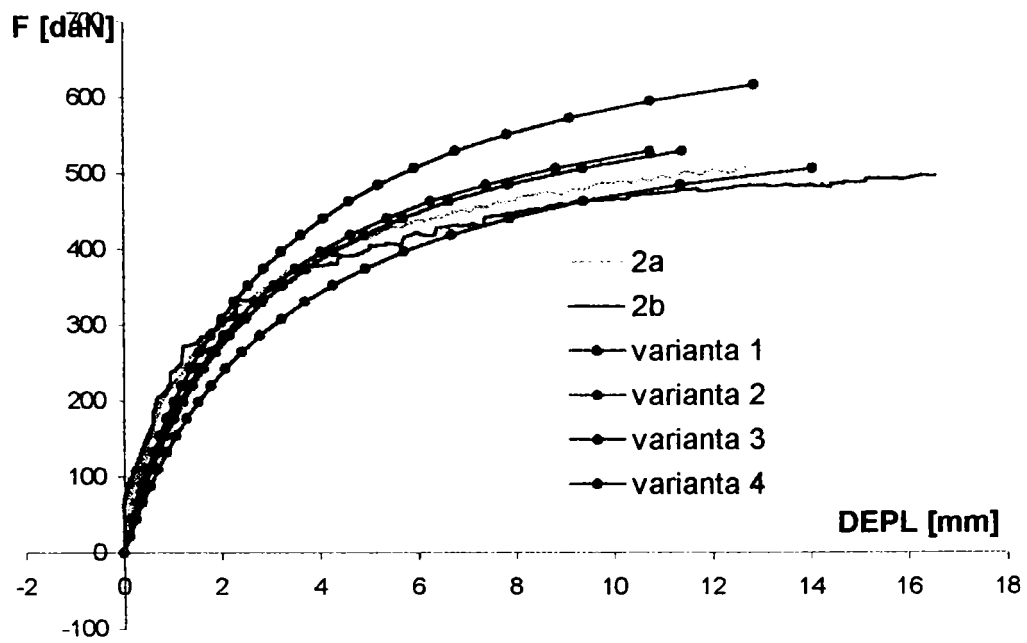


Fig. 6.7 – b) Captorul de deplasare C11

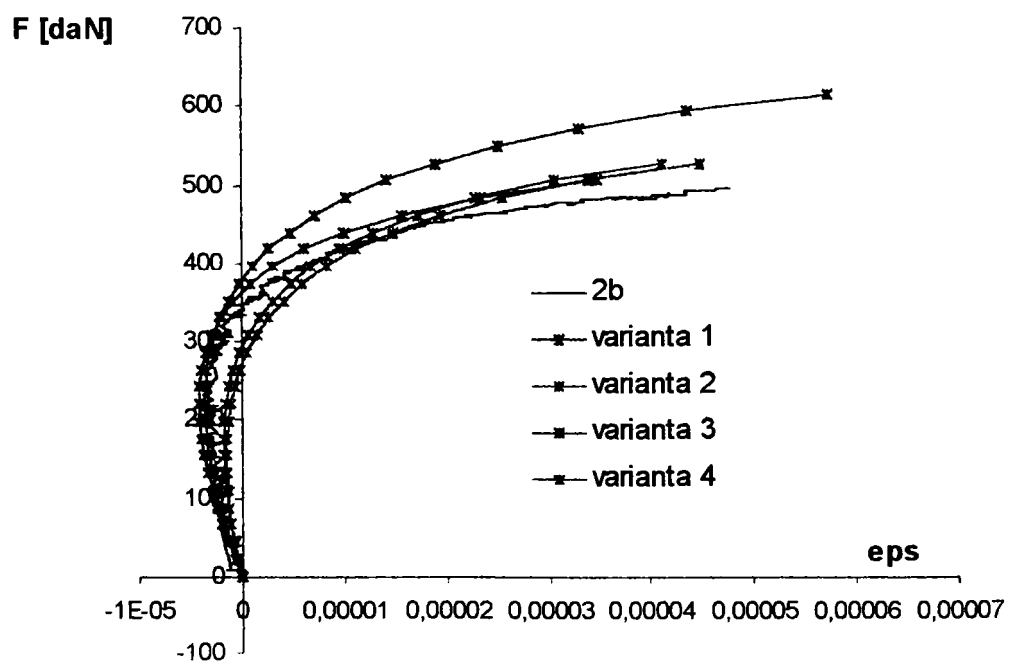
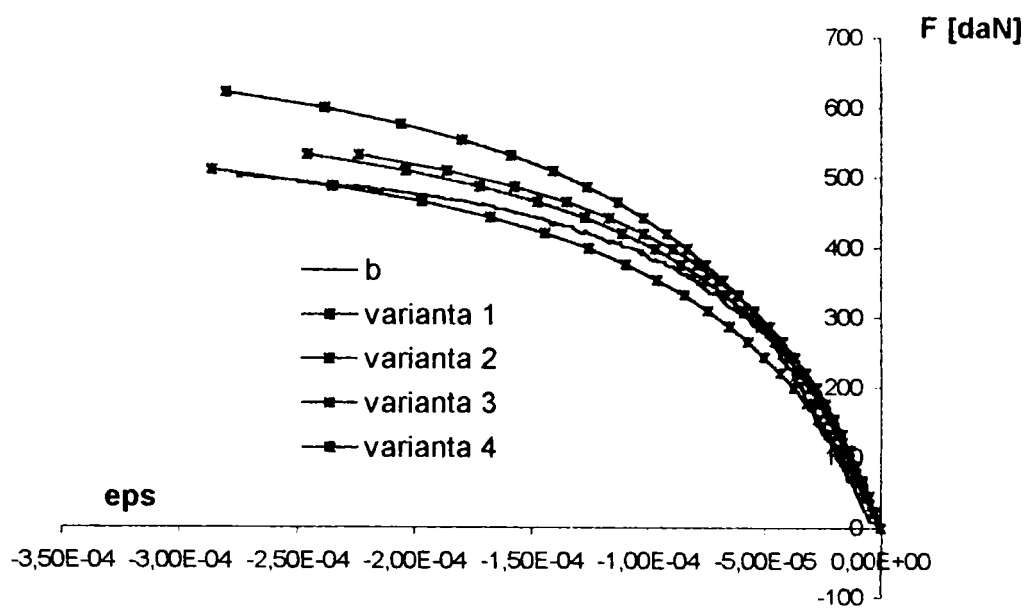


Fig. 6.7 – c) Timbrul T5



d) Timbrul T15

Fig. 6.7 – Panoul 2 - Diagramme de variație obținute pe baza rezultatelor experimentale și a simulărilor numerice. a), b) Captori de deplasare; c), d) Timbre tensometrice.

În figurile 6.8 a) ÷ l) se arată variația deplasărilor laterale UY cu creșterea forței. Se observă o bună corelare a curbelor experimentale cu cele obținute prin calcul în variantele 1 și 4. Tabelul 6.5 arată diferențe mai mari pentru forțe mici și în apropierea forței critice. Pentru forțe cu valori cuprinse între 250 daN și 450 daN, cele patru curbe de variație au poziții apropiate. Excepție fac valorile înregistrate în decursul creșterii forței de captorul C12 în cazul panoului 2b, pentru care se ajunge la diferențe de peste 100 % față de curbele trasate pe baza valorilor calculate în nodurile corespunzătoare poziției lui, în variantele de simulare numerică 1 și 4. Aceasta se explică prin faptul că C12 este aproape de zona în care s-a produs ruperea.

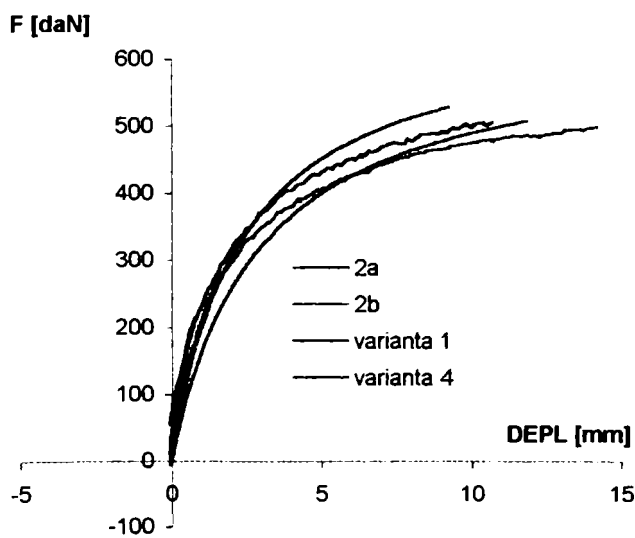


Fig. 6.8 - a) Captor deplasare 1

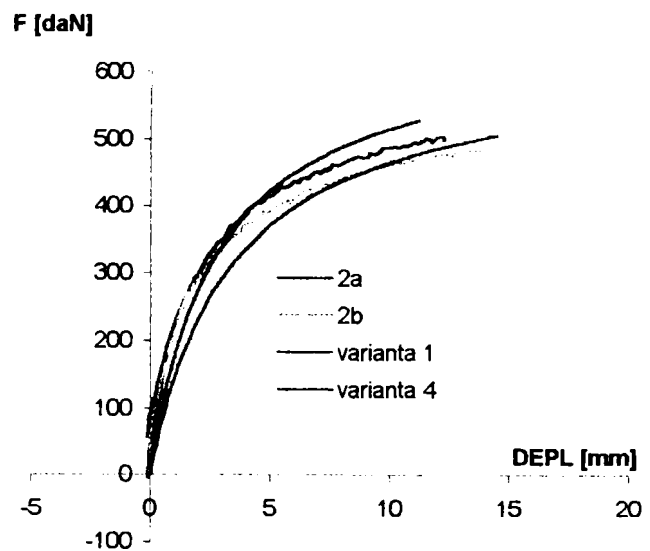


Fig. 6.8 - b) Captor deplasare 2

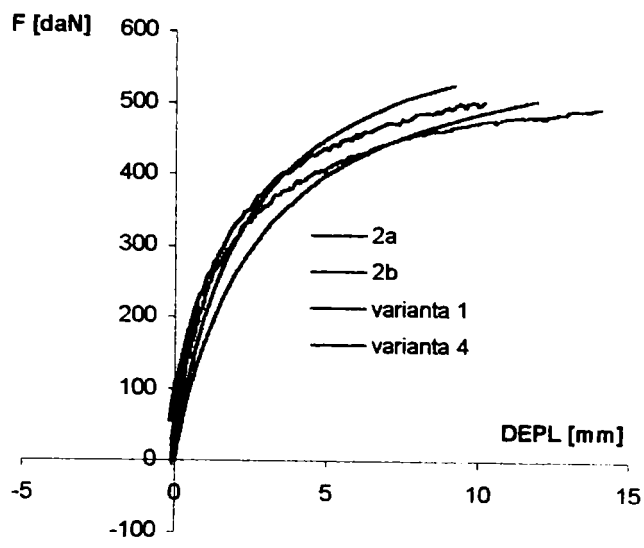


Fig. 6.8 - c) Captor deplasare 3

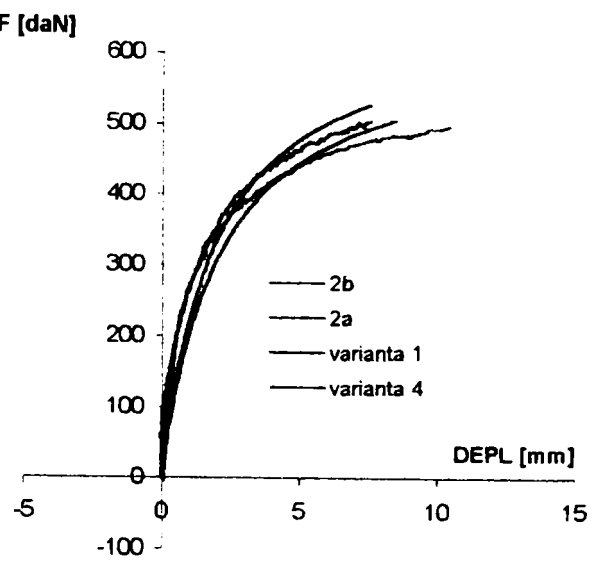


Fig. 6.8 - d) Captor deplasare 4

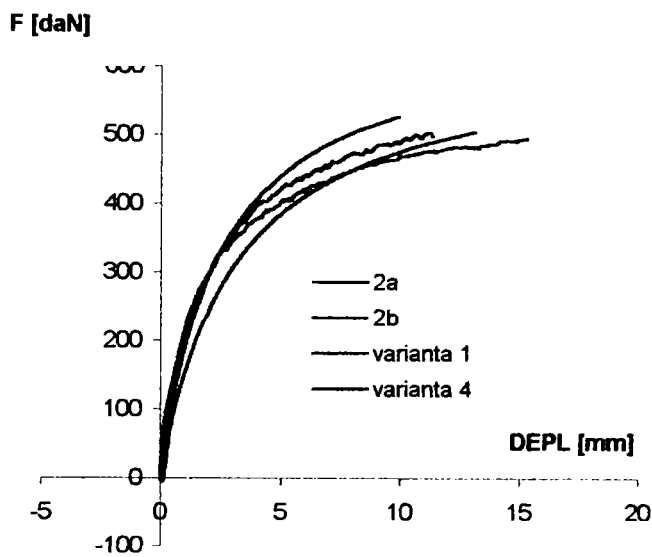


Fig. 6.8 - e) Captor deplasare 5

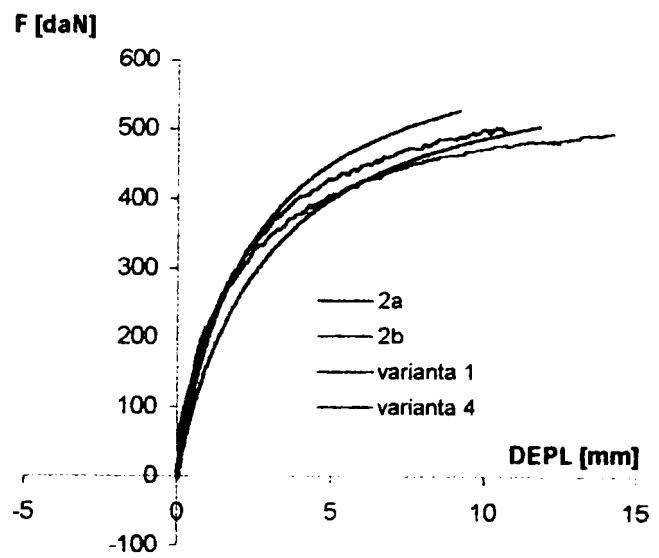


Fig. 6.8 - f) Captor deplasare 6

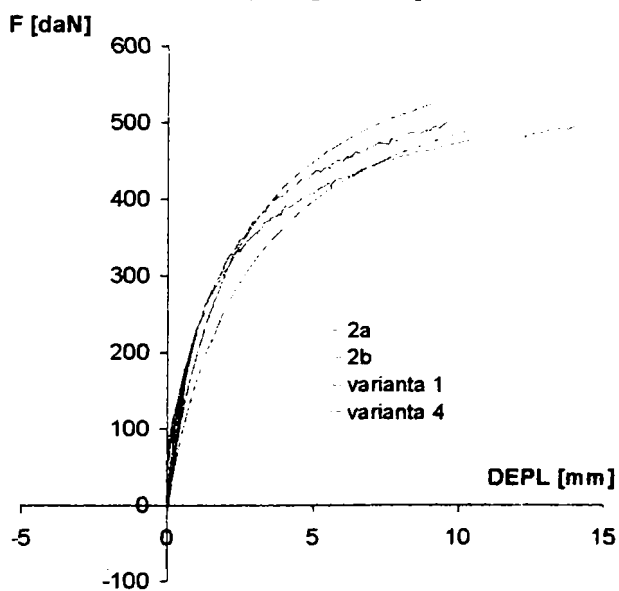


Fig. 6.8 - g) Captor deplasare 7

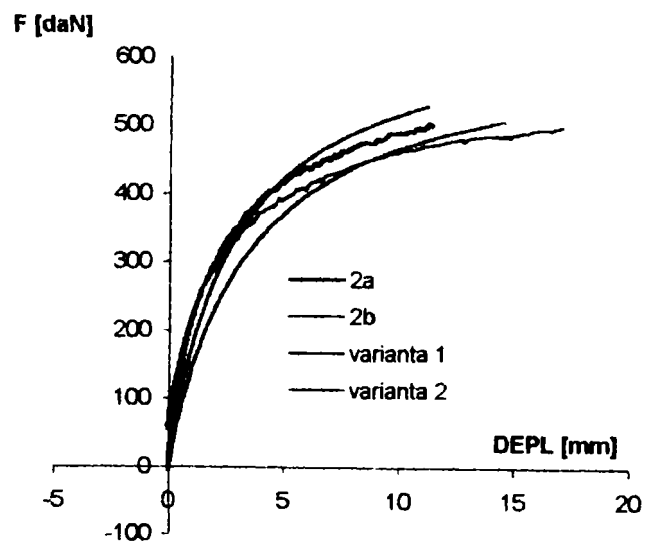
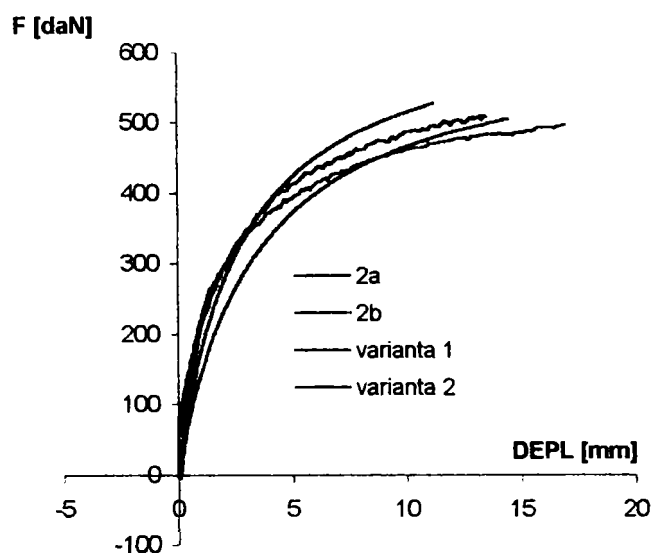
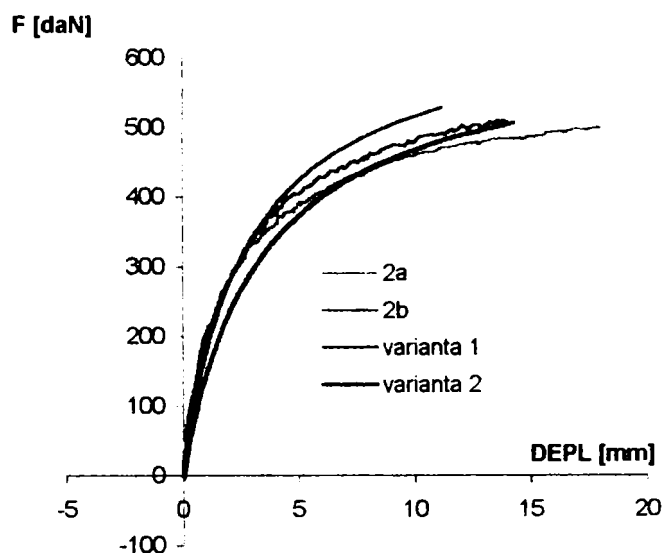


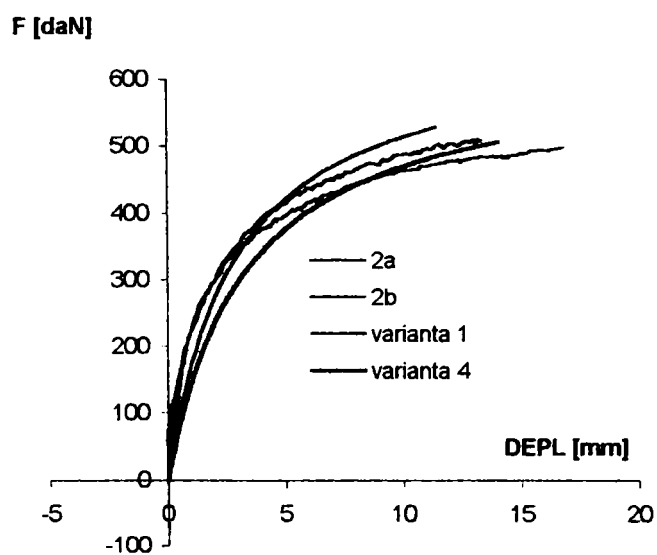
Fig. 6.8 - h) Captor deplasare 8



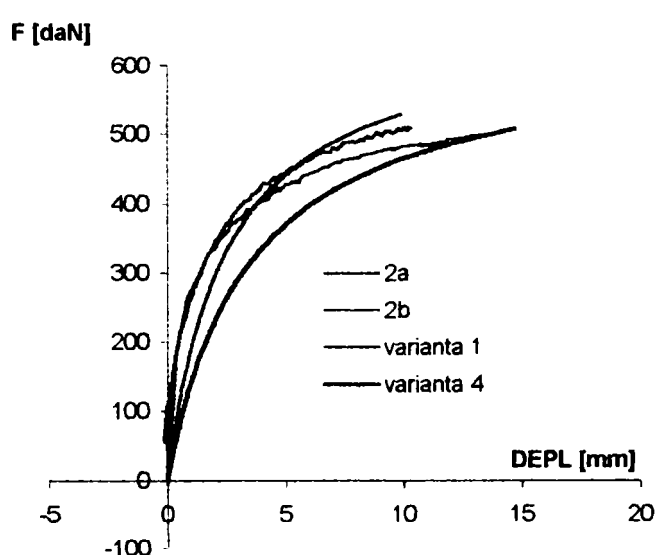
i) Captor deplasare 9



j) Captor deplasare 10



k) Captor deplasare 11



l) Captor deplasare 12

Fig. 6.8 – Panoul 2 - Variația deplasărilor UY cu creșterea forței pentru încercările experimentale și modelele numerice

Tabelul 6.5 - Panoul 2 - Valorilor deplasărilor UY și comparația rezultatelor experimentale cu cele obținute prin calcul pentru câteva trepte de încărcare

Captor	Forța [daN]	Varianta 1		Varianta 4		Captor	Forța [daN]	Varianta 1		Varianta 4	
		Diferența [%]		Diferența [%]				Diferența [%]		Diferența [%]	
		2a	2b	2a	2b			2a	2b	2a	2b
C1	220	21,55	6,92	60,28	40,99	C7	220	18,9	21,72	56,38	59,96
	330	3,64	7,84	40,37	24,81		330	4,83	0,33	42,29	36,18
	440	14,50	32,25	22,73	2,74		440	12,86	30,60	26,05	0,39
	506	29,49	-	9,84	-		506	27,90	-	13,37	-
C2	220	33,83	31,49	76,33	73,26	C8	220	28,72	28,52	69,35	69,09
	330	10,15	3,51	49,71	40,69		330	10,86	3,18	50,70	40,25
	440	10,93	28,82	28,85	2,96		440	9,60	29,61	31,00	2,00
	506	27,42	-	14,08	-		506	25,92	-	16,71	-
C3	220	39,42	19,72	83,13	57,25	C9	220	19,76	40,52	57,87	85,22
	330	12,50	0,52	52,67	34,99		330	4,28	5,42	41,61	43,17
	440	9,86	30,39	30,41	0,71		440	13,54	29,05	24,82	2,43
	506	26,43	-	15,72	-		506	28,52	-	12,08	-
C4	220	35,48	54,91	56,86	79,35	C10	220	3,24	10,43	36,25	45,74
	330	17,47	13,71	39,53	35,06		330	2,91	6,68	31,39	26,29
	440	3,85	22,40	20,88	2,44		440	17,42	31,25	18,27	1,53
	506	20,63	-	8,08	-		506	30,70	-	7,67	-
C5	220	7,49	19,36	45,46	61,53	C11	220	32,42	47,04	67,49	85,98
	330	1,35	2,79	37,59	35,57		330	12,38	10,03	46,21	43,16
	440	16,42	31,34	23,98	1,84		440	9,55	26,26	24,90	1,83
	506	30,32	-	12,30	-		506	26,13	-	10,68	-
C6	220	4,45	5,03	37,75	38,52	C12	220	76,71	111,49	164,99	217,14
	330	2,58	9,61	31,83	22,32		330	34,86	36,79	109,25	112,25
	440	17,39	32,87	18,38	3,79		440	3,98	15,21	72,29	40,48
	506	30,68	-	7,78	-		506	17,09	-	49,61	-

În ceea ce privește valorile UY corespunzătoare forței critice, diferențele maxime sunt de 15.78 % (2a) respectiv 34.88 % (2b) în cazul variantei 1 și de 16.54 % (2a) respectiv 16.24 % (2b) în cazul variantei 4. Așa cum se observă în Figura 6.9 și în Tabelul 6.6, valorile rezultate în varianta 4 sunt mai apropiate de cele înregistrate în timpul încercării efectuate pe panoul 2b.

Deformată în axa de simetrie longitudinală a panoului se prezintă în Figura 6.9. Atât în variantele de simulare numerică cât și în încercările experimentale, deplasările laterale au valori maxime la mijlocul distanței dintre reazeme, iar forma deformată este o jumătate de undă a unei sinusoide. Panoul 2b prezintă cele mai mari deplasări laterale în momentul atingerii forței critice, iar deformată trasată cu valorile rezultate din simularea numerică în varianta 4 este poziționată între deformatăle trasate pe baza valorilor experimentale.

Deplasările laterale UY sunt constante pe lățime în varianta 1 în care secțiunea panoului a fost considerată simetrică. Valorile UY calculate în nodurile dispuse pe lățimea panoului în varianta 4, diferă cu 1.3% de la o margine la cealaltă. Captorii de deplasare C8, C9 și C10 dispuși pe lățime au înregistrat în cazul panoului 2b diferențe destul de mari, (7 %) iar în cazul panoului 2a, diferențele de numai (1 %).

Tabelul 6.6 - Panoul 2 - Diferențe procentuale între valorile deplasărilor UY rezultate experimental și cele obținute prin calcul, pentru câteva trepte de încărcare

Captori de deplasare	Rezultate experimentale UY [mm]		Varianta 1			Varianta 4		
	2 a	2 b	UY [mm]	2 a [%]	2 b [%]	UY [mm]	2a [%]	2b [%]
C 1	10,769	14,159	9,22	14,38	34,88	11,8	-9,57	16,66
C 2	12,686	16,78	11,2	11,71	33,29	14,5	-14,29	13,63
C 3	10,326	14,096	9,23	10,62	34,52	12	-16,20	14,87
C 4	7,8603	10,438	7,57	3,69	27,48	8,5	-8,13	18,57
C 5	11,682	15,284	9,89	15,34	35,29	13,1	-12,13	14,29
C 6	10,957	14,088	9,22	15,85	34,55	11,8	-7,68	16,24
C 7	10,535	14,133	9,22	12,48	34,76	11,9	-12,95	15,80
C 8	12,441	17,060	11,2	9,97	34,34	14,5	-16,54	15,00
C 9	12,886	16,810	11,2	13,08	33,37	14,4	-11,74	14,33
C 10	13,298	16,78	11,2	15,78	33,27	14,3	-7,53	14,81
C 11	12,679	16,536	11,4	10,09	31,06	14	-10,41	15,34
C 12	9,8183	12,81	9,89	-0,73	22,80	14,7	-49,72	14,73

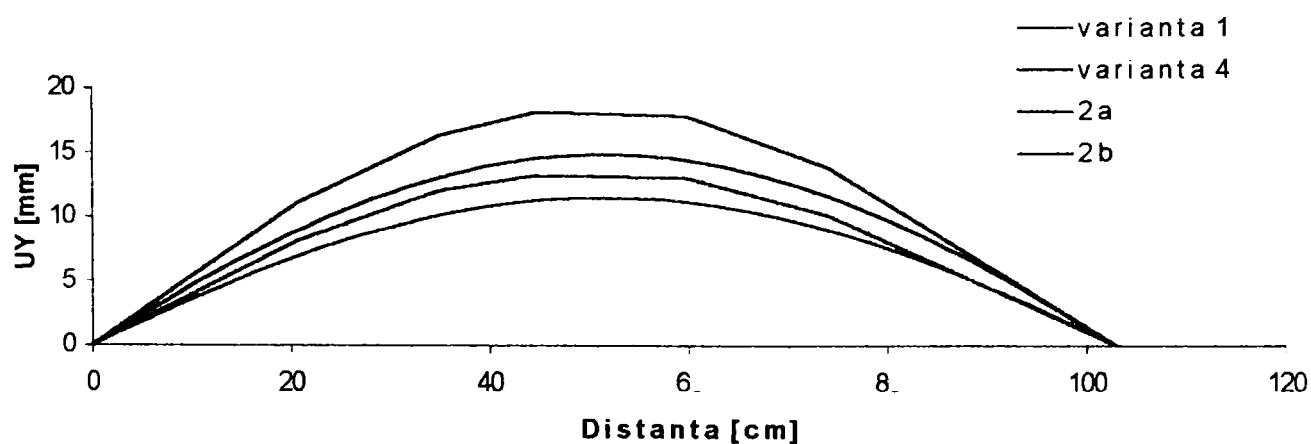


Fig. 6.9 - Panoul 2 - Variația în lungul panoului a deplasării UY corespunzătoare forței critice pentru încercările experimentale și simulări numerice

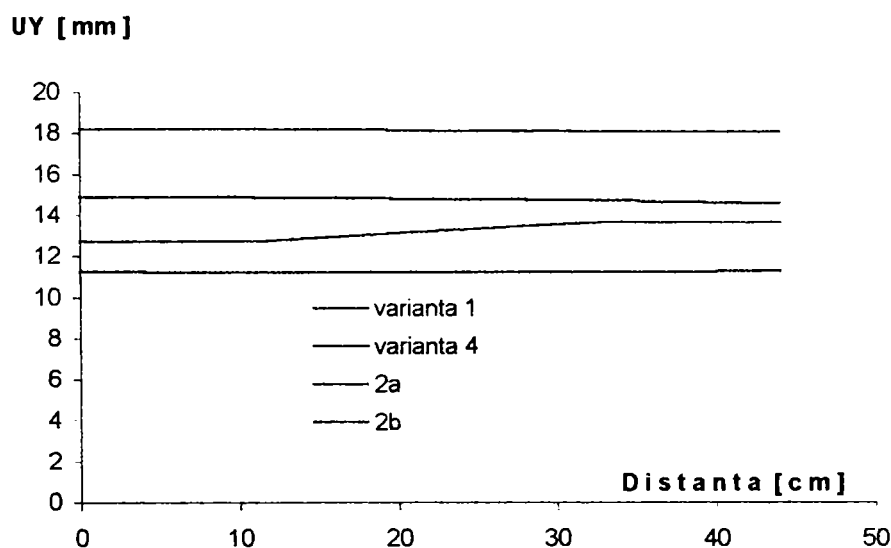


Fig. 6.10 - Panoul 2 - Variația pe lățime a deplasărilor UY corespunzătoare forței critice pentru încercările experimentale și simulări numerice

Deplasările longitudinale UZ înregistrate experimental diferă cu peste 100% față de cele calculate. Acest lucru se datorează lunecărilor produse la începutul aplicării forței până la stabilirea panourilor într-o poziție fixă. Curba de variație a deplasărilor UZ cu creșterea forței are însă aceeași alură cu aceea obținută prin calcul (Fig. 6.11).

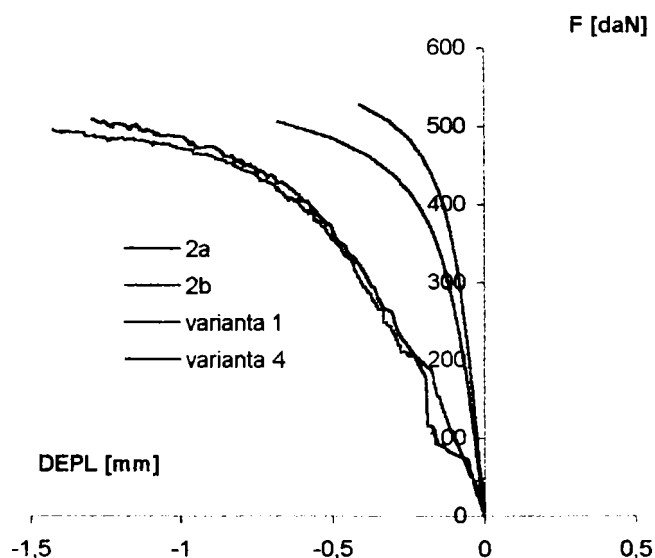


Fig. 6.11 - Panoul 2 - Variația deplasării longitudinale UZ cu creșterea forței în dreptul captorului C13 rezultată din încercările experimentale și simulările numerice

Reprezentarea grafică a variației lungirii specifice ϵ_z cu creșterea forței în punctele pe care au fost poziționate timbrele tensometrice pe panoul 2b, este prezentată în Figura 6.12. Pentru punctele corespunzătoare timbrelor tensometrice de pe placa plană, se observă poziții mai apropiate de cele experimentale, ale curbelor de variație obținute în varianta de simulare numerică 1 față de cele obținute în varianta 4. (Fig. 6.12 a) ÷ m)).

Tabelul 6.7 pune în evidență diferențe procentuale de maximum 19.85 %. Lipsesc din tabel valorile corespunzătoare timbrilor T1, T11, T13, T14 care, așa cum se vede în Figura 6.12 a), j), l), m), datorită unor fenomene de voalare locală ale plăcii plane, au înregistrat în prima parte a încercării compresiuni mari, ($1.9 \times 10^{-5} \div 2.62 \times 10^{-5}$) pentru ca apoi întinderile să nu depășească 40 % din cele obținute prin calcul. Cele două timbre tensometrice poziționate pe placa ondulată, T15 și T16 au înregistrat deformații de compresiune mari, mai apropiate ca valori de rezultatele obținute în varianta 4.

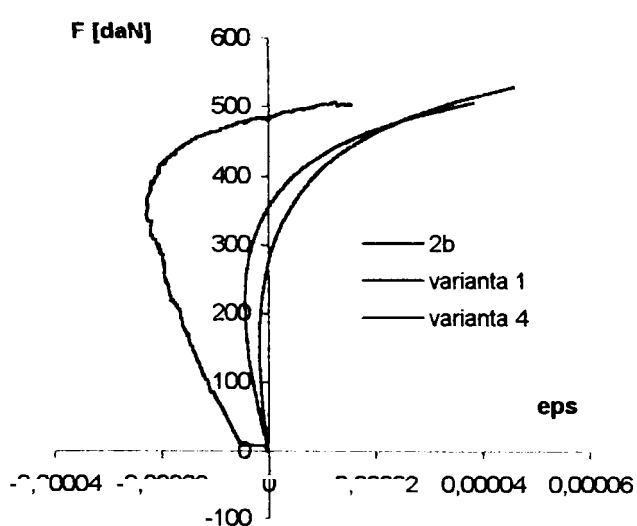


Fig. 6.12 - a) Timbrul T 1

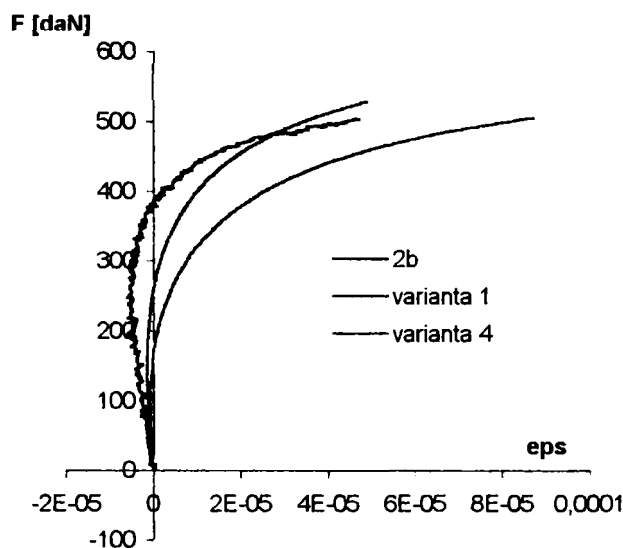


Fig. 6.12 - b) Timbrul T 2

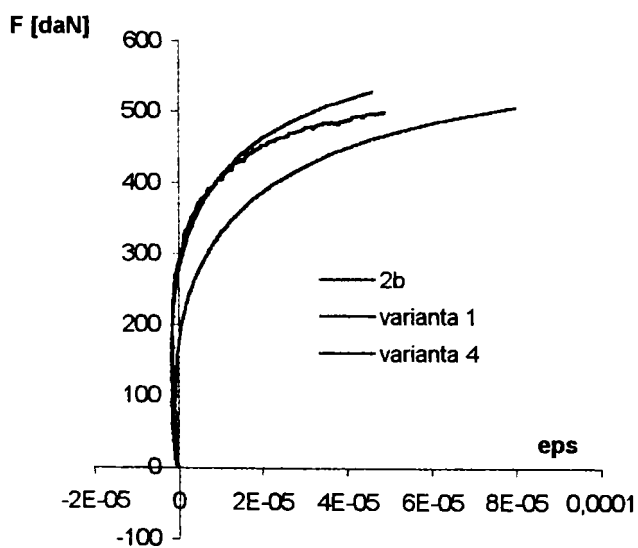


Fig. 6.12 - c) Timbrul T 3

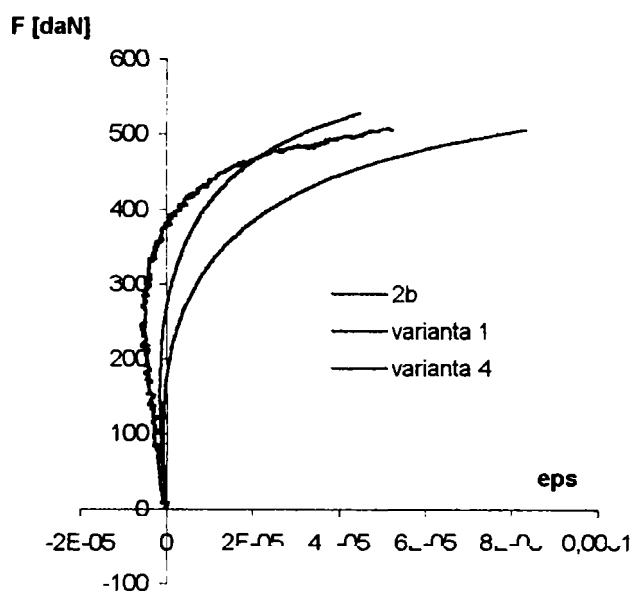


Fig. 6.12 - d) Timbrul T 4

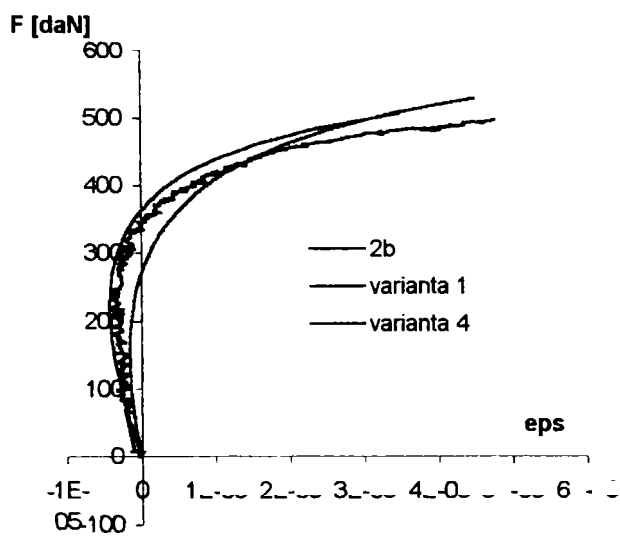


Fig. 6.12 - e) Timbrul T 5

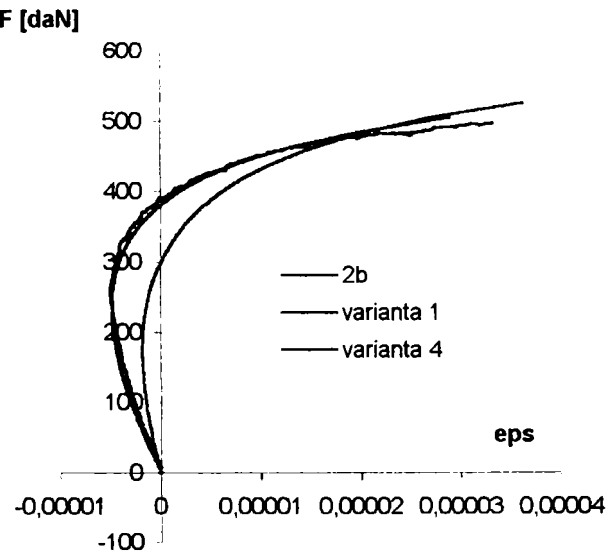


Fig. 6.12 - f) Timbrul T 6

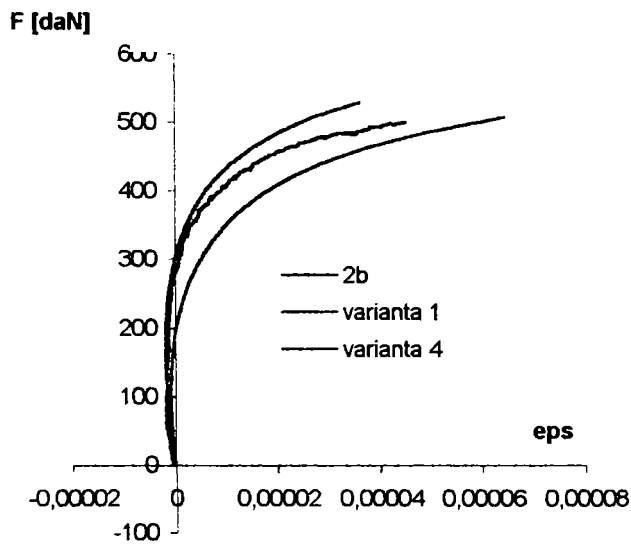


Fig. 6.12 - g) Timbrul T 7

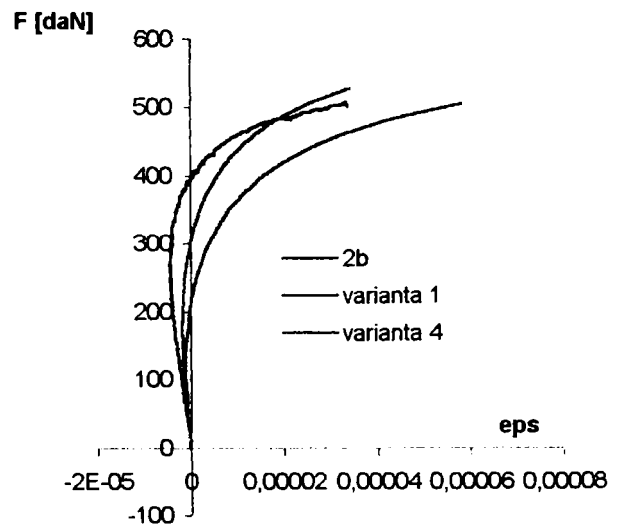


Fig. 6.12 - h) Timbrul T 8

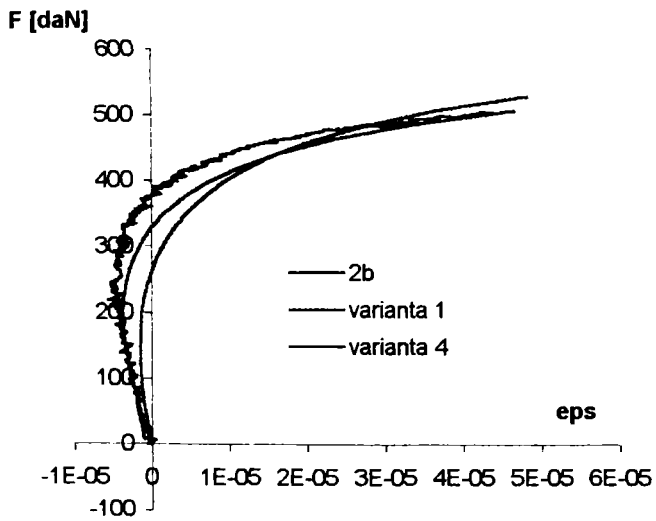


Fig. 6.12 - i) Timbrul T 10

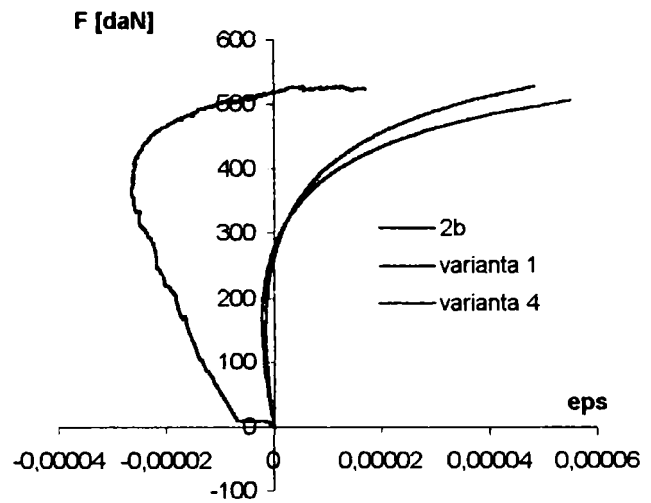
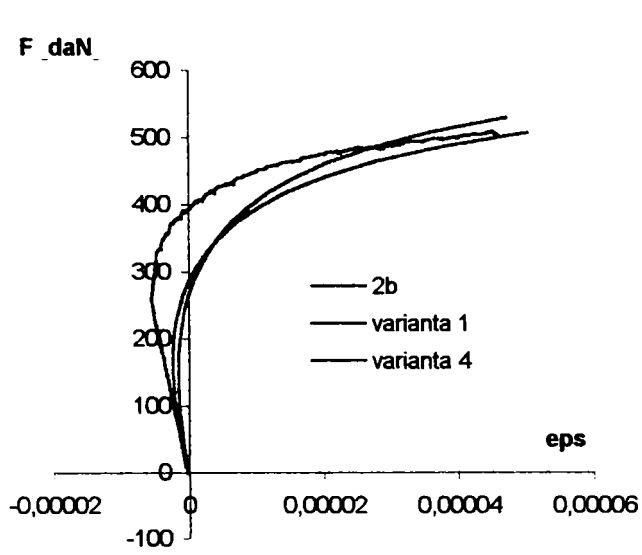
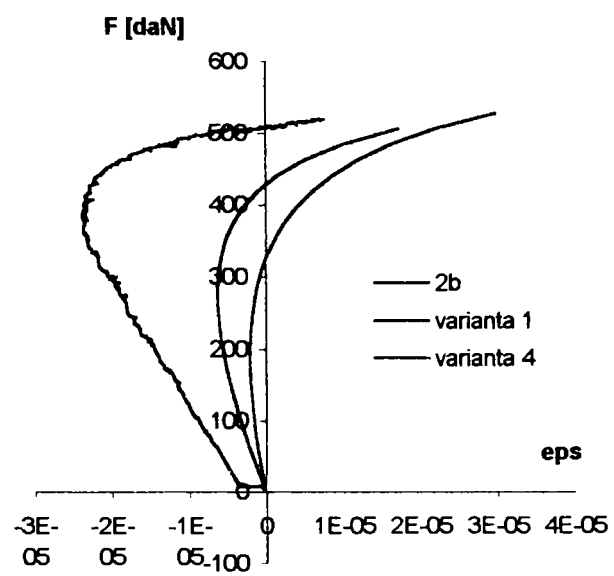


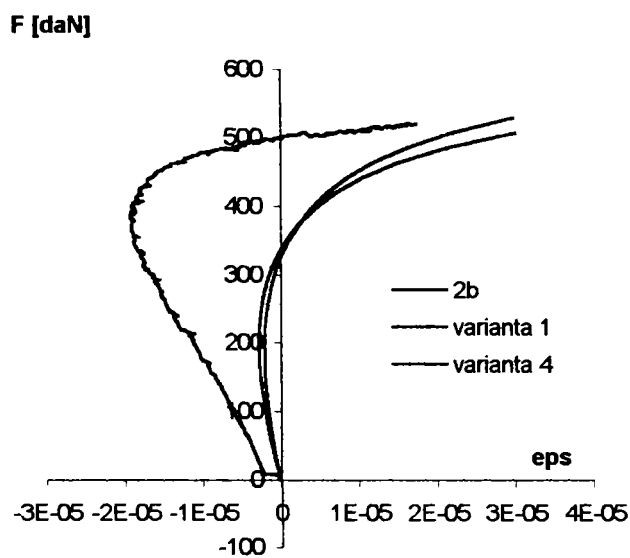
Fig. 6.12 - j) Timbrul T 11



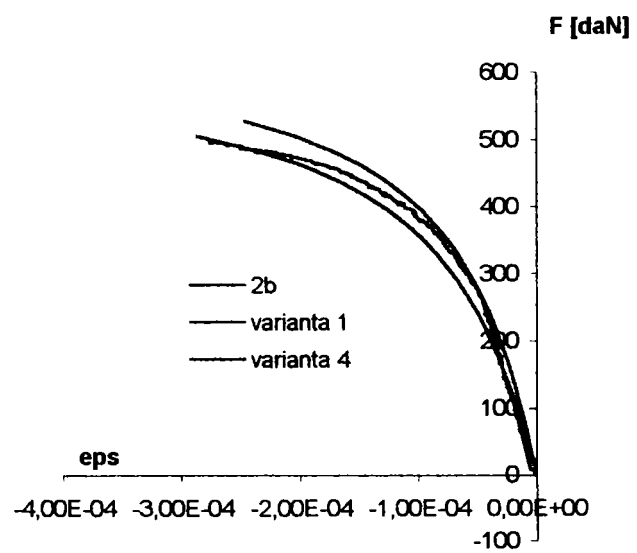
k) Timbrul T 12



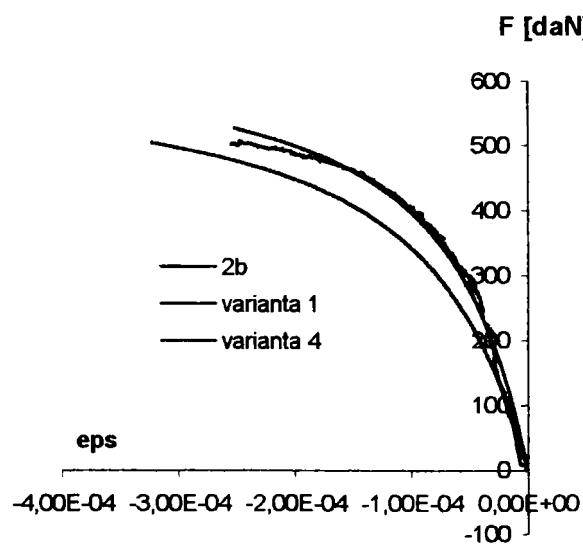
l) Timbrul T 13



m) Timbrul T 14



n) Timbrul T 15



o) Timbrul T 16

Fig. 6.12 - Panoul 2 - Variația lungirii specifice ϵ_z cu creșterea forței pentru încercările experimentale și simulările numerice

Tabelul 6.7 - Panoul 2 - Valori ε_z și diferențe procentuale față de rezultatele experimentale

Timbre tensometrice	Rezultate experimentale $\varepsilon \times 10^{-5}$	Varianta 1		Varianta 4	
		$\varepsilon \times 10^{-5}$	Diferența %	$\varepsilon \times 10^{-5}$	Diferența %
T 2	4,705	4,882	-3,761	8,700	-84,90
T 3	4,871	4,582	5,93	7,960	-63,45
T 4	5,240	4,474	14,60	8,345	-59,25
T 5	4,753	4,480	5,81	3,470	26,99
T 6	3,317	3,620	-9,11	2,889	12,91
T 7	4,517	3,620	19,85	6,440	-42,57
T 8	3,376	3,410	-0,97	5,800	-71,81
T 10	4,403	4,823	-9,53	4,65	-5,67
T 12	4,602	4,720	-2,561	5,033	-9,36
T 15	27,504	24,557	10,71	28,613	-4,03
T 16	25,381	25,073	1,21	32,171	-26,74

6.3. Concluzii

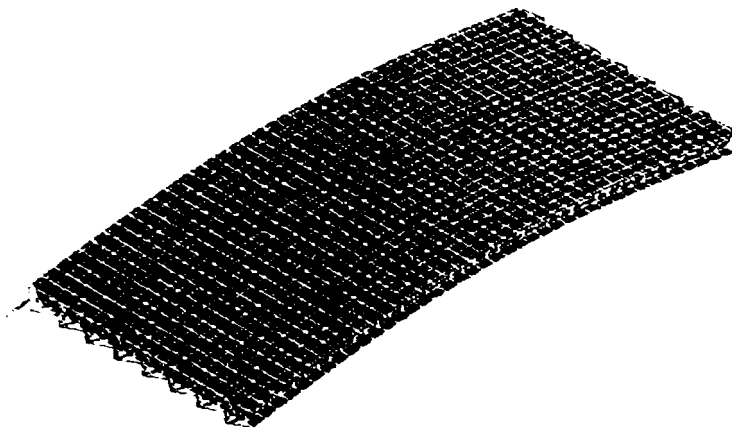
- Variantele de simulare numerică realizate definesc destul de bine comportarea reală a panourilor studiate. Dacă se iau în considerare rezultatele obținute pe modelele care simulează imperfecțiunile panourilor reale, diferențele în ceea ce privește valoarea forței critice corespunzătoare flambajului general nu depășesc 5.6%.

- Curbele experimentale prezintă o bună corelare cu cele obținute prin calcul.

- Atât în variantele de simulare numerică cât și în încercările experimentale, deplasările laterale au valori maxime la mijlocul distanței dintre reazeme, iar forma deformată este o jumătate de undă a unei sinusoide.

- În zonele panourilor în care au apărut fenomene de voalare locală ale plăcii plane și ale plăcii ondulate sau unele defecte de aderență au fost înregistrate diferențe mai mari între valorile obținute prin calcul și rezultatele experimentale.

- Neconcordanțele dintre rezultatele obținute cu metoda elementelor finite și cele experimentale provin în primul rând datorită caracteristicilor materialului compozit din care sunt alcătuite panourile. Nu este de asemenea de neglijat efectul imperfecțiunilor structurale care nu a putut fi simulat numeric în totalitate, imperfecțiuni inerente procedurii de fabricare manuală.



INFLUENȚA UNOR PARAMETRI CONSTRUCTIVI ASUPRA COMPORTĂRII LA COMPRESIUNE CENTRICĂ UNIFORMĂ A PANOURILOR SANDWICH

7.1 Introducere

În ultimul timp, conceptele și metodele de proiectare au evoluat în mod semnificativ pentru a putea încorpora utilizarea materialelor compozite, materiale care prezintă avantaje majore în domeniul construcțiilor. Ele s-au dovedit a fi foarte utile pentru confecționarea elementelor de tip sandwich. Realizarea structurilor cu folosirea elementelor sandwich duce la scăderea greutății proprii cu până la 50% în raport cu soluțiile tradiționale, atrăgând după sine economii la costurile pentru fundații, izolații termice și hidrofuge și întreținere în timpul exploatarei. Astfel de elemente au o rigiditate excepțională în raport cu greutatea datorită distribuției mai raționale a materialului în secțiune. Ele au o bună stabilitate dimensională și sunt rezistente la oboseală.

Elementele sandwich studiate în această lucrare au cele trei straturi alcătuite din același material, poliester armat cu fibre de sticlă. Miezul, realizat dintr-o placă ondulată, contribuie, spre deosebire de miezul continuu din spume poliuretanică, la rigiditatea de ansamblu a elementului sandwich, conferind structurii un puternic caracter ortotrop. Proiectarea acestor structuri se bazează în principal pe relații cu caracter experimental. Rezistența unui element de tip sandwich la o anumită sarcină poate fi îmbunătățită prin mărirea grosimilor fețelor și a miezului. Grosimea miezului se stabilește în așa fel încât să fie asigurată preluarea lunecării și conlucrarea fețelor elementului. În ceea ce privește fețele exterioare, dacă grosimea lor este mare, li se transferă o parte din forța tăietoare preluată de obicei de miez.

Problema care se pune este aceea a stabilirii grosimii fețelor și a grosimii și alcătuirii plăcii ondulate care formează miezul, în așa fel încât să se asigure caracteristici mecanice optime pe baza unei greutăți proprii minime, adică la prețuri de cost scăzute.

7.2 Dependența mărimii forței critice corespunzătoare panoului sandwich de grosimea și alcătuirea miezului

Analiza comportării la compresiune centrică a panourilor sandwich cu miezul de diferite grosimi s-a făcut prin intermediul programului de calcul cu elemente finite ANSYS 5.4. Panourile studiate au alcătuirea asemănătoare acelor analizate experimental și numeric în capitolele 4 și 5. Ele sunt realizate din PAFS cu caracteristicile elastice $E = 240000 \text{ daN/cm}^2$ și $\mu = 0.18$. Cele două fețe plane au grosimea de 0.3 cm iar miezul este format dintr-o placă ondulată de 0.1 cm grosime. Dimensiunile panourilor în planul median sunt de 32x70 cm.

Modelarea rezemării și încărcării este aceeași cu cea utilizată în capitolul 5 (Fig. 7.1). Panourile sunt rezemate pe două margini opuse, perpendiculare pe direcția de acțiune a forței de compresiune, celelalte două margini fiind considerate libere. S-a configurat pentru marginea încărcată un reazem mobil iar pentru marginea opusă o articulație. Încărcarea și reacțiunile sunt transmise nodurilor de pe marginea panoului prin intermediul unor elemente finite de tip bară, LINK 8. Fețele plane și placa ondulată care formează miezul au fost discretizate în elemente finite de suprafață, SHELL 93. Secțiunea transversală a modelelor a fost simplificată deoarece nu s-a luat în considerare modificarea grosimii fețelor ca urmare a suprapunerilor dintre placa plană și placa ondulată.

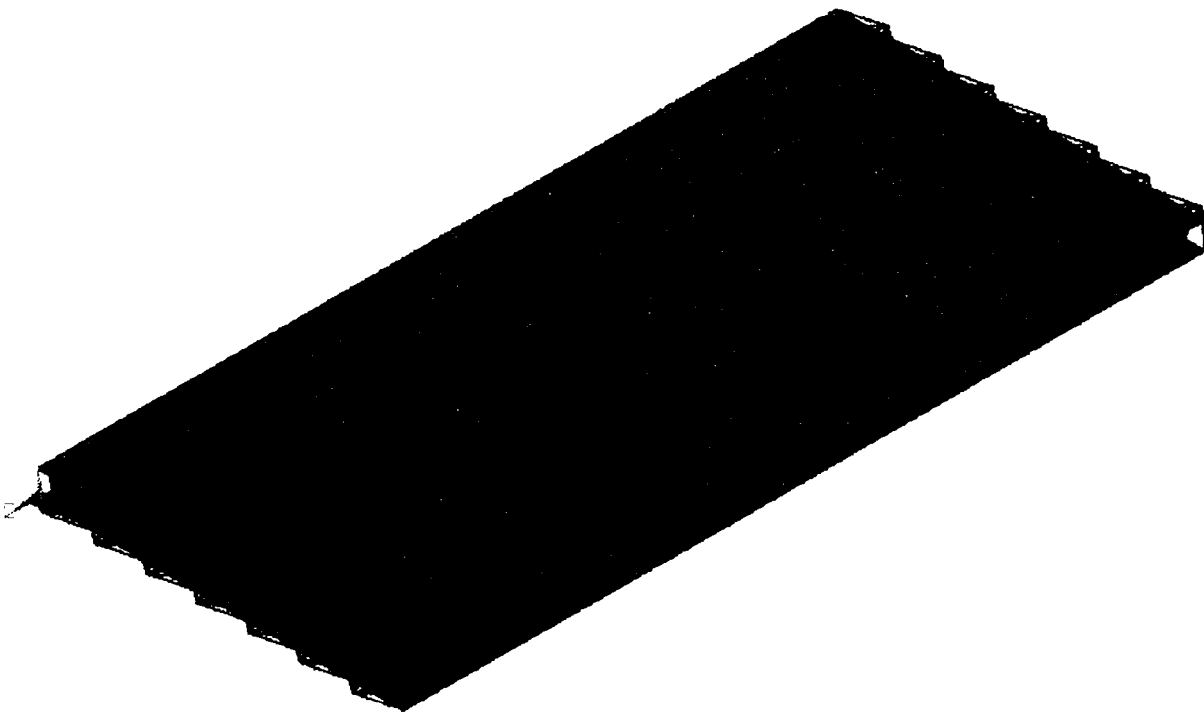


Fig. 7.1 –Discretizarea modelului M7

Forța critică corespunzătoare pierderii stabilității panoului sandwich a fost calculată ca o problemă de valori proprii pentru fiecare model numeric realizat.

Influența variației grosimii miezului asupra valorii forței critice a fost urmărită prin crearea a 11 modele pentru care grosimea miezului are valorile de 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 și 2.6 cm. Pentru a studia și influența mărimii pasului undulelor, modelele au fost construite în câte trei variante, notate M7, M8, M9, după

numărul ondulelor complete și implicit al modulelor existente pe lățimea panoului.

- Modelul notat M7 are secțiunea transversală a miezului alcătuită din 7 ondule complete. Pe lățimea de 32 cm au rezultat astfel 5 module de 4.5 cm și două module marginale de 4.75 cm (Fig. 7.2).

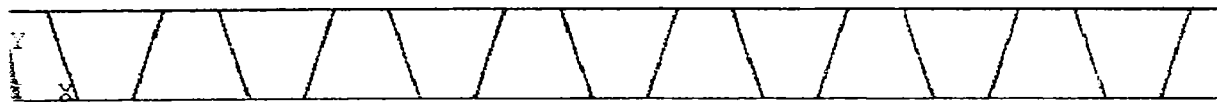


Fig. 7.2 – Secțiune transversală prin modelul M7

Acest model este format din 2280 elemente tip SHELL 93, 116 elemente de tip LINK 8 și 5996 noduri. Variind grosimea miezului între 1.6÷2.6 cm au fost realizate 11 modele de calcul numeric.

- Modelul M8 este alcătuit pe lățime din 8 module de 4 cm, corespunzând aceleiași număr de ondule (Fig. 7.3).



Fig. 7.3 - Secțiune transversală prin modelul M8

Numărul elementelor de tip SHELL 93 este 2600, al elementelor de tip LINK 8 de 132 și numărul nodurilor este 6812. Au fost realizate de asemenea 11 modele numerice de acest tip cu grosimea variind între 1.6 și 2.6 cm.

- Modelul M9 are secțiunea transversală a miezului alcătuită din 9 ondule complete rezultând 9 module pe lățime. Modulele centrale sunt de 3.5 cm iar cele două module marginale de 3.75 cm (Fig. 7.4).

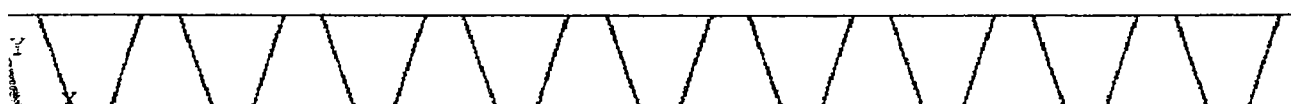


Fig. 7.4 – Secțiune transversală prin modelul M9

Modelul a fost construit de asemenea în 11 variante corespunzând grosimii miezului cuprinsă între 1.6 și 2.6 cm. El conține 2920 elemente SHELL 93, 148 elemente LINK 8 și 7628 noduri.

Analizând rezultatele obținute în urma calculului forțelor critice pentru cele 33 de modele rezultă că modificarea grosimii miezului cu 0.1 cm duce la diferențe procentuale ale forței critice de 6.2 ÷ 9.2%. Acestea sunt cu atât mai mici cu cât miezul panoului este mai gros.

Tabelul 7.1 prezintă forțele critice obținute pentru cele 3 variante, M7, M8, M9, și pentru cele 11 valori ale grosimii miezului. Se precizează în acest tabel diferențele procentuale între valorile F_{cr} rezultate în urma calculului pe modelele cu grosimea de 1.6 cm și valorile obținute pentru modelele numerice având grosimea miezului de 1.7 ÷ 2.6 cm. Diferența maximă apare în cazul variantei M7 cu pasul cel mai mare al undulelor pentru care s-a obținut $F_{cr} = 7681.782$ daN pentru grosimea miezului de 1.6 cm și $F_{cr} = 17852.119$ daN pentru grosimea miezului de 2.6 cm (119.24 %).

Tabelul 7.1 - Valorile F_{cr} obținute pentru modelele M7, M8, M9 cu grosimi ale miezului de 1.6 ÷ 2.6 cm și diferențele față de forțele critice corespunzătoare grosimii miezului de 1.6 cm.

Grosimea miezului [cm]	Forța critică [daN]			Diferența față de grosimea de 1,6 cm [%]		
	Varianta M7	Varianta M8	Varianta M9	Varianta M7	Varianta M8	Varianta M9
1,6	7681,782	7776,800	7852,972	-	-	-
1,7	8507,766	8612,880	8705,953	10,11	10,03	10,06
1,8	9376,382	9502,560	9604,302	20,64	20,60	20,54
1,9	10287,551	10431,600	10548,134	31,59	31,53	31,44
2,0	11241,228	11404,880	11537,554	42,95	42,86	42,73
2,1	12237,400	12422,320	12572,658	54,71	54,59	54,42
2,2	13275,879	13484,000	13653,533	66,86	66,71	66,50
2,3	14356,711	14589,600	14780,260	79,40	79,21	78,95
2,4	15479,765	15740,000	15952,906	92,32	92,09	91,78
2,5	16644,940	16934,400	17171,529	105,60	105,34	104,97
2,6	17852,119	18172,880	18436,181	119,24	118,94	118,51

În cazul modelelor cu pașii mai mici ai undulelor, influența grosimii miezului este mai scăzută (118.94% respectiv 118.51%).

Așa cum se vede în Figura 7.5, curbele de variație F_{cr} – grosimea miezului, cresc continuu de la valorile corespunzătoare grosimii de 1.6 cm până la valorile corespunzătoare grosimii de 2.6 cm. Ele sunt foarte apropiate în zona grosimilor mici ale miezului, (1.6 ÷ 2cm), depărtându-se unele de altele cu creșterea acesteia.

Studiind comportarea panourilor în funcție de numărul de undule din secțiunea transversală, se remarcă obținerea celei mai mari forțe critice în cazul modelului M9 căruia îi corespunde pasul cel mai mic al undulelor.

Tabelul 7.2 prezintă diferențele procentuale dintre valorile obținute în varianta cu pasul cel mai mare al undulelor, M7 și celelalte variante. Aceste diferențe sunt mici (1.24 ÷ 3.27 %), valorile lor crescând odată cu grosimea miezului.

O analiză mai eficientă poate fi realizată dacă se raportează valoarea forței critice la greutatea proprie a panoului sandwich. În acest caz, diferențele dintre valorile F_{cr} /greutate panou obținute în varianta M7 și variantele M8 și M9 scad la jumătate dar se păstrează caracterul lor crescător cu creșterea grosimii miezului (Tabelul 7.3).

Atât în Figura 7.6 cât și în Tabelul 7.3 se observă că din punctul de vedere al economiei de material rezultă o comportare mai bună în varianta M7 care modelează panouri sandwich cu pasul undulelor mai mare.

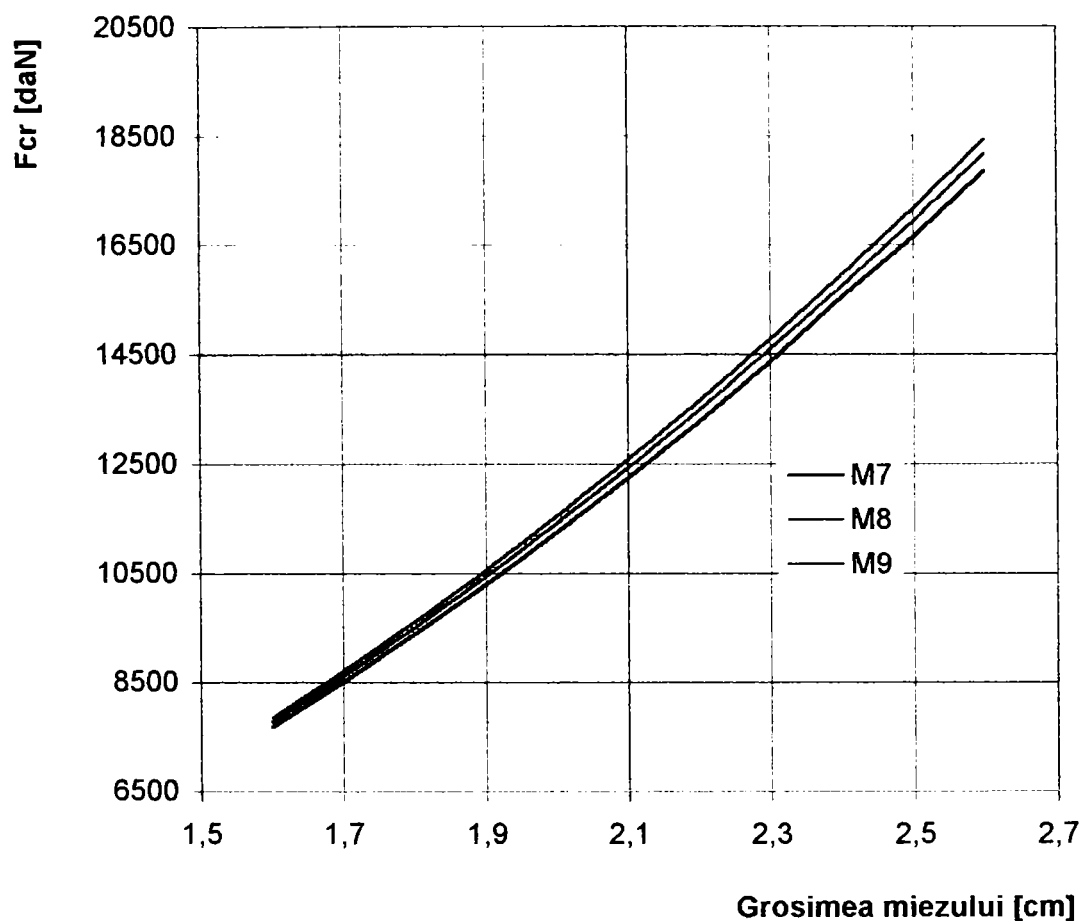


Fig. 7.5 – Variația valorii F_{cr} funcție de grosimea miezului și de pasul undulelor

Tabelul 7.2 – Diferențele procentuale între valorile forțelor critice corespunzătoare modelului M7 și cele obținute pentru modelele cu pasul undulelor mai mare, M8 și M9.

Grosimea miezului [cm]	Forța critică [daN]			Diferența față de M7 [%]	
	Varianta M7	Varianta M8	Varianta M9	Varianta M8	Varianta M9
1,6	7681,782	7776,800	7852,972	1,237	2,229
1,7	8507,766	8612,880	8705,953	1,236	2,329
1,8	9376,382	9502,560	9604,302	1,346	2,431
1,9	10287,551	10431,600	10548,134	1,400	2,533
2,0	11241,228	11404,880	11537,554	1,456	2,636
2,1	12237,400	12422,320	12572,658	1,511	2,740
2,2	13275,879	13484,000	13653,533	1,568	2,845
2,3	14356,711	14589,600	14780,260	1,622	2,950
2,4	15479,765	15740,000	15952,906	1,681	3,057
2,5	16644,940	16934,400	17171,529	1,739	3,164
2,6	17852,119	18172,880	18436,181	1,797	3,272

Tabelul 7. 3 - Valorile F_{cr} /greutate panou, obținute pentru modelele de simulare numerică M7, M8, M9 cu grosimi ale miezului de 1.6 ÷ 2.6 cm și diferențele procentuale între rezultatele corespunzătoare modelului M7 și cele obținute pentru modelele M8 și M9.

Grosimea miezului [cm]	Forța critică /greutate panou			Diferența față de M7 [%]	
	Varianta M7	Varianta M8	Varianta M9	Varianta M8	Varianta M9
1,6	2922760,426	2904686,367	2880350,373	0,618	1,451
1,7	3218161,326	3195944,234	3170172,115	0,690	1,491
1,8	3526038,098	3503032,411	3472082,666	0,652	1,530
1,9	3846109,880	3820388,897	3785821,345	0,669	1,568
2,0	4178111,820	4149549,700	4111128,861	0,684	1,603
2,1	4521878,473	4490308,009	4447848,340	0,698	1,637
2,2	4877057,428	4842380,306	4795671,179	0,711	1,669
2,3	5243499,093	5205467,988	5154427,345	0,725	1,699
2,4	5620940,733	5579648,166	5523883,866	0,735	1,727
2,5	6009135,580	5964402,929	5903810,125	0,744	1,753
2,6	6407835,335	6359534,279	6293977,826	0,754	1,777

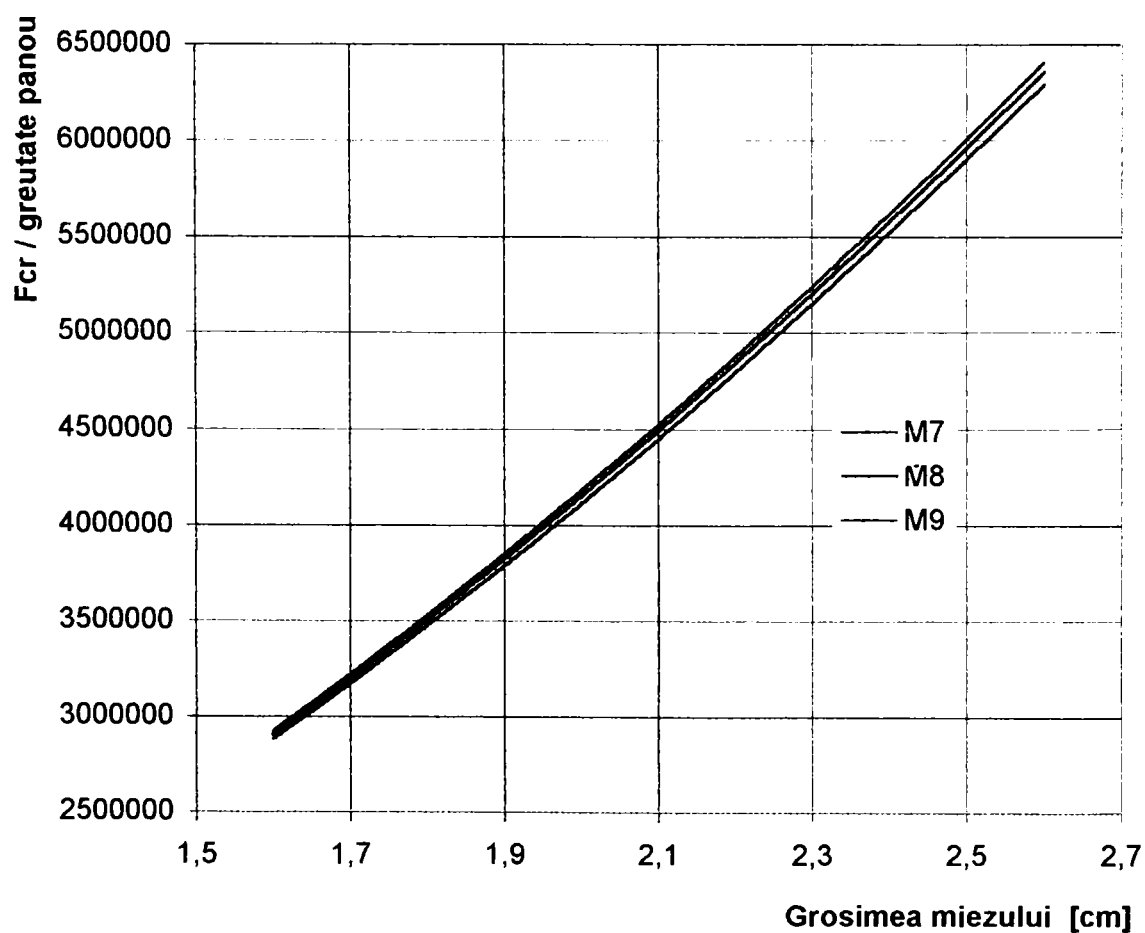


Fig. 7.6 – Variația valorii F_{cr} /greutate panou în funcție de grosimea miezului și de pasul ondulelor.

7.3 Dependența mărimii forței critice corespunzătoare panoului sandwich de grosimea fețelor

Pentru a analiza influența grosimii fețelor panourilor sandwich asupra valorii forței critice corespunzătoare flambajului general, au fost construite 22 modele numerice cu dimensiunile în planul median, rezemarea, încărcarea și materialul identice cu ale modelelor prezentate în capitolul 7.2. Aceste modele au grosimea miezului de 1.8 cm și grosimea plăcii ondulate de 0.1cm. Ele au fost grupate în două variante denumite F8 și F9 după numărul undulelor plăcii care formează miezul. Fiecare variantă conține 11 modele care au grosimea fețelor de 0.2, 0.22, 0.24, 0.26, 0.28, 0.3, 0.32, 0.34, 0.36, 0.38, respectiv 0.4 cm.

În Tabelul 7.4 se observă faptul că creșterea valorii forței critice cu grosimea fețelor depinde foarte puțin de mărimea pasului undulelor plăcii care formează miezul și este mai pronunțată în cazul fețelor subțiri. Astfel o creștere de 0.02cm a grosimii fețelor duce la o creștere a forței critice de aproximativ 10% dacă ea se produce pentru fețe de 0.2 cm grosime și la o creștere a forței critice de 6.42% dacă ea se produce pentru fețe de 0.38 cm grosime.

Tabelul 7. 4 - Valorile F_{cr} obținute pentru modelele de simulare numerică F8 și F9 cu grosimi ale fețelor de 0.2 ÷ 0.4 cm și diferențele pentru creșterea grosimii fețelor cu 0.02 cm.

Grosimea fețelor [cm]	Forța critică [daN]		Variația F_{cr} pentru creșterea grosimii fețelor cu 0.02 cm [%]	
	Varianta F8	Varianta F9	Varianta F8	Varianta F9
0,20	5924,56	6003,18	-	-
0,22	6596,08	6678,35	10,18	10,11
0,24	7289,36	7375,56	9,51	9,45
0,26	8000,00	8095,72	8,88	8,90
0,28	8742,40	8844,35	8,49	8,46
0,30	9502,56	9604,30	8,00	7,91
0,32	10285,55	10394,21	7,61	7,60
0,34	11091,58	11205,74	7,27	7,24
0,36	11920,90	12041,95	6,96	6,94
0,38	12773,74	12902,21	6,68	6,67
0,40	13650,33	13786,65	6,42	6,42

Figura 7.7 și Tabelul 7.5 pun în evidență influența mai mare a mărimii pasului undulelor în cazul fețelor subțiri. Diferența procentuală între valorile forța critică/greutate proprie obținute pentru modelele cu 8 și cu 9 module în secțiunea transversală este de 3.91% în cazul panoului cu fețele de 0.20 cm grosime și scade la 2.17% dacă grosimea fețelor ajunge de 0.4 cm (Tabelul 7.5). Modelul F8 prezintă o

comportare mai eficientă decât modelul F9 dacă se ia în considerare consumul de material (Figura 7.7).

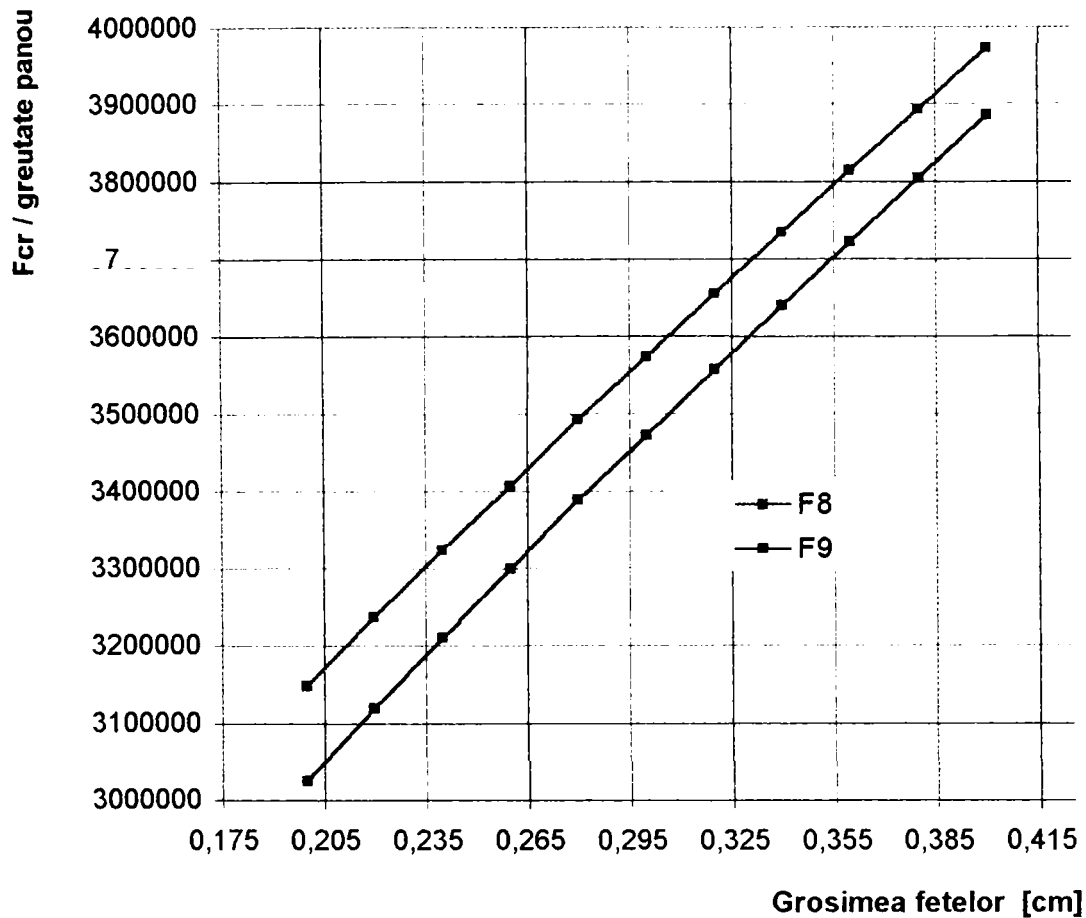


Fig. 7.7 - Variația valorii F_{cr} / greutate panou în funcție de grosimea fețelor și de mărimea pasului undulelor.

Tabelul 7. 5 - Valorile F_{cr} / greutate panou, și diferențele procentuale între rezultatele corespunzătoare modelului F8 și cele corespunzătoare modelului F9.

Grosimea fețelor [cm]	Forța critică / greutate panou [daN]		Diferența față de F8 [%]
	Varianta F8	Varianta F9	Varianta F9
0,20	3147890,550	3024869,060	3,91
0,22	3237379,346	3119423,319	3,64
0,24	3324057,108	3210652,008	3,41
0,26	3406677,191	3299634,234	3,14
0,28	3491725,066	3388868,302	2,95
0,30	3573489,655	3472082,666	2,84
0,32	3654332,547	3556644,702	2,67
0,34	3734470,099	3639644,276	2,54
0,36	3814069,633	3722224,102	2,41
0,38	3893295,914	3804283,977	2,29
0,40	3972284,505	3885949,081	2,17

7.4 Dependența mărimii forței critice corespunzătoare panoului sandwich de grosimea plăcii ondulate care alcătuiește miezul

Influența grosimii plăcii ondulate care alcătuiește miezul panourilor sandwich asupra valorii forței critice corespunzătoare flambajului general a fost studiată pe 13 modele numerice cu aceleași dimensiuni în planul median, rezemare, încărcare și material ca și ale modelelor prezentate în capitolul 7.2 și 7.3. Aceste modele au grosimea miezului de 1.8 cm și grosimea fețelor de 0.3 cm. Grosimile plăcii ondulate care formează miezul sunt de 0.06, 0.08, 0.1, 0.12, 0.14, 0.16, 0.18, 0.2, 0.22, 0.24, 0.26, 0.28, și 0.3 cm.

Variația valorii forței critice cu creșterea grosimii ondulelor este prezentată în Figura 7.8. O creștere a grosimii ondulelor cu 0.02 cm duce la creșterea forței critice cu maximum 2.22%. În Figura 7.8 și în Tabelul 7.6 se observă o creștere mai accentuată a forței critice în cazul grosimilor mici ale plăcii ondulate. Dacă la o mărire a grosimii ondulelor de la 0.06 cm la 0,08 cm forța critică crește cu 2.22%, la aceeași valoare a creșterii grosimii ondulelor, dar de la 0.28 cm la 0.3 cm, forța critică crește cu 1.12%.

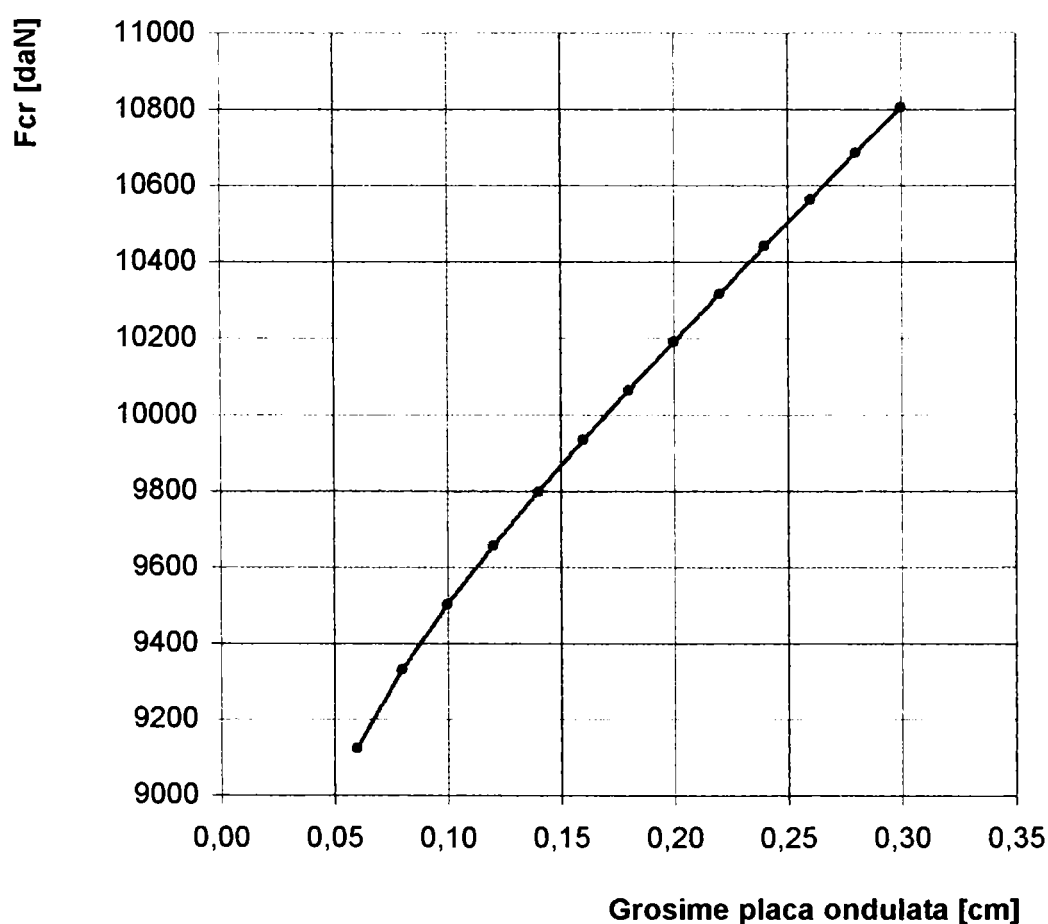


Fig. 7.8 – Variația valorii F_{cr} în funcție de grosimea plăcii care alcătuiește miezul.

Pentru creșterea grosimii plăcii ondulate care formează miezul panoului sandwich cu 0.2 cm, de la 0.1 cm la 0.3 cm, forța critică crește cu 13.7%.

Tabelul 7. 6 – Valorile F_{cr} obținute pentru grosimi ale plăcii ondulate de $0.06 \div 0.3$ cm și diferențe procentuale.

Grosimea plăcii ondulate [cm]	Forța critică [daN]	Diferența F_{cr} pentru creșterea grosimii cu 0,02 cm [%]	Diferența F_{cr} față de grosimea de 0,06 cm [%]
0,06	9123,86	-	-
0,08	9331,33	2,22	2,22
0,10	9502,56	1,80	3,99
0,12	9655,36	1,58	5,50
0,14	9797,51	1,45	6,88
0,16	9932,97	1,36	8,15
0,18	10063,95	1,30	9,34
0,20	10191,80	1,25	10,48
0,22	10317,38	1,22	11,57
0,24	10441,27	1,19	12,62
0,26	10563,88	1,16	13,63
0,28	10685,50	1,14	14,61
0,30	10806,34	1,12	15,57

Raportând valoarea forței critice la greutatea fiecărui panou, se obține în Figura 7.9 o curbă descrescătoare F_{cr} /greutate panou - grosime ondule. Rezultă de aici scăderea eficienței economice a panoului sandwich în cazul în care grosimea ondulelor se apropie de aceea a fețelor.

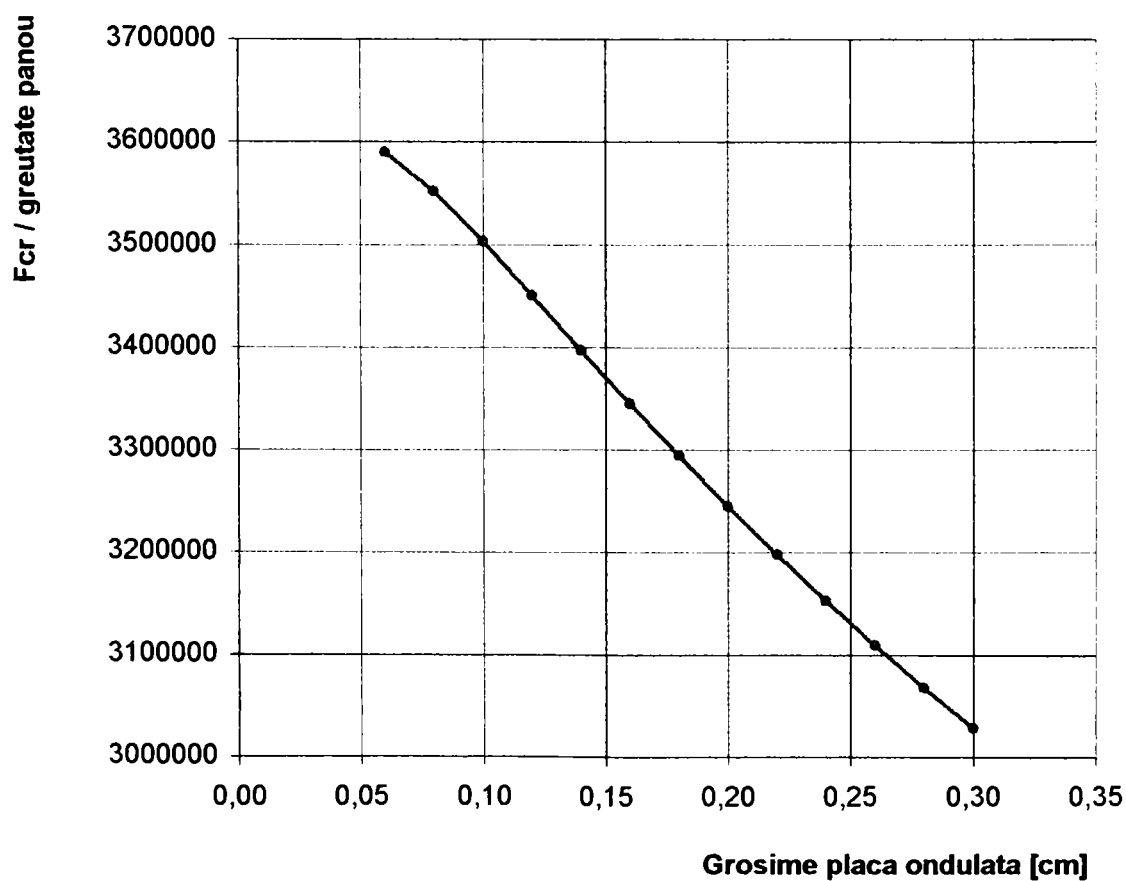


Fig. 7.9 – Variația valorii F_{cr} /greutate panou în funcție de grosimea ondulelor

Diferența procentuală a valorii F_{cr} /greutate panou pentru o creștere a grosimii ondulelor cu 0.2 cm (de la 0.1cm la 0.3 cm), este de 13.55%. Față de panoul sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată foarte subțire, (0.06 cm), panoului cu grosimea ondulelor egală cu grosimea fețelor îi corespunde o valoare F_{cr} /greutate panou cu 18.54% mai mică.

Tabelul 7. 7 – Valorile raportului F_{cr} / greutate panou obținute pentru grosimi ale plăcii ondulate de 0.06 ÷ 0.3 cm și diferențe procentuale.

Grosimea plăcii ondulate [cm]	Forța critică /greutate panou	Diferența F_{cr} /greutate panou pentru creșterea grosimii cu 0,02 cm [%]	Diferența F_{cr} /greutate panou față de grosimea de 0,06 cm [%]
0,06	3589923,33	-	-
0,08	3551958,23	-1,07	-1,07
0,10	3503034,18	-1,40	-2,48
0,12	3450511,15	-1,52	-4,04
0,14	3397414,00	-1,56	-5,67
0,16	3345123,55	-1,56	-7,32
0,18	3294297,65	-1,54	-8,97
0,20	3245244,02	-1,51	-10,62
0,22	3198088,96	-1,47	-12,25
0,24	3152860,90	-1,43	-13,86
0,26	3109533,86	-1,39	-15,45
0,28	3068052,01	-1,35	-17,01
0,30	3028344,04	-1,31	-18,54

7.5 Concluzii

- Valoarea forței critice corespunzătoare pierderii stabilității generale a unui panou sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată și fețele confecționate din același material cu grosimi egale, solicitat la compresiune uniformă pe direcția ondulelor, crește cu aproximativ 119% pentru o mărire a grosimii miezului de 1 cm.

- Influența grosimii miezului asupra valorii F_{cr} scade cu micșorarea pașilor ondulelor plăcii care îl alcătuiește.

- Creșterea numărului de ondule din secțiunea transversală a miezului duce la o creștere a valorii forței critice cu atât mai mare cu cât miezul este mai gros.

- Cele mai eficiente din punct de vedere al consumului de material sunt panourile sandwich pentru care ondulele care formează miezul au pasul mare. Diferența de maximum 0.8% pentru valoarea F_{cr} la micșorarea pașilor ondulelor cu 0.5 cm nu justifică consumul suplimentar de material.

- Grosimea fețelor panoului sandwich influențează valoarea forței critice mai ales în domeniul fețelor subțiri.

- La panourile sandwich cu miezul de aceeași grosime, în cazul măririi grosimii fețelor, creșterea forței critice depinde foarte puțin de pasul undulelor.
- Dacă se ia în considerare raportul $F_{cr} / \text{greutate panou}$, creșterea grosimii fețelor cu 0.1 cm duce la o creștere a acestui raport cu aproximativ 13.5% (fețe cu grosimea de 0.2÷0.3 cm).
- Mărimea pasului undulelor afectează cu câteva procente valoarea raportului $F_{cr} / \text{greutate panou}$ (3.91% pentru micșorarea pasului undulelor cu 0.5 cm în cazul fețelor de 0.2 cm grosime).
- Influența grosimii plăcii ondulate care formează miezul panoului sandwich este semnificativă mai ales în domeniul grosimilor mici.
- În ceea ce privește consumul de material, mărirea grosimii undulelor duce la creșterea valorii raportului $F_{cr} / \text{greutate panou}$ cu până la 18.54% în cazul trecerii de la grosimea de 0.06 cm la grosimea de 0.3 cm.

Bibliografie

- [7.1] – **Aicher, S.** (1987) – Bemessung biegebeanspruchter Sandwichbalken mit dem modifizierten γ -Verfahren. Bautechnik 3 (p.79-86).
- [7.2] – **Alămoreanu, Elena** (1998) – Bare și plăci din materiale compozite. Editura Tehnică, București
- [7.3] – **Augustin, P.** (1984) – Calculul structurilor de aviație, Editura Tehnică, București.
- [7.4] – **Caraba, I., Botici, A.** (1990) – Cercetări științifice, studii și prototipuri pentru agregate aeroelectrice echipate cu turbine cu ax orizontal. Referat în cadrul contractului nr. 4391/1990 – U. T. Timișoara.
- [7.5] – **Caraba, I., Botici, A., ș.a.** (1991) – Încercări statice pe paleta în structură mixtă oțel-PAFS. Referat în cadrul colaborării la contractul ”Agregate de vânt”, faza 4.3/3, U. T. Timișoara.
- [7.6] – **Drimer, D.** (1982) – Tehnologia și materialele neconvenționale. Institutul Politehnic București.
- [7.7] – **Malinowski, M., Romanov, F., Witt, D.** (1995) – Zur Stabilität in Längsrichtung gedrückter Sandwich-Rechteck-Platten mit in Dickenrichtung veränderlicher Kerndichte. Bauingenieur 70.
- [7.8] – **Mateescu, D., Botici, A., Caraba, I.** (1988) – Stabilitatea panourilor de placă plană din învelitoarea de tip sandwich cu miez portant pentru aerogeneratoare cu ax orizontal. Conferința a V-a de Construcții Metalice, Timișoara.

- [7.9] – **Novak, R., Machacek, J.** (1999) – Undulating Webs under patch loading. SDSS'99 (p.151-158).
- [7.10] – **Ivan, M., Cuteanu, E., Ivan, A., Pinte, D.** (1997) – Nonlinear analysis of structures. Buletinul Științific al U.P.T., Tom 42(56) pag 8-15.
- [7.11] – **Tillman, S. C., Williams, A. F.**(1989) – Buckling under compression of simple and multicell plate columns. Thin-Walled Structures 8 (p. 147-161).

CONCLUZII FINALE

8.1 Considerații finale

- Introducerea PAFS în domeniul construcțiilor oferă posibilitatea realizării unor elemente aspectuoase, ușoare și în același timp rezistente și durabile. Proprietățile acestui material permit alcătuirea structurilor de tip sandwich care prezintă avantajul unui raport rezistență /greutate foarte mare, ducând la economii ale costurilor pentru fundații, izolații termice și hidrofuge și întreținere în timpul exploatarei.

- Caracterizarea mecanică a PAFS este dificilă datorită numărului mare de parametri care trebuie luați în considerare. Se pot enumera în acest sens:

- factorii de mediu: temperatura, agenții chimici, umiditatea, etc.
- parametri încercărilor experimentale: tipul de solicitare, direcția de solicitare, viteza de încărcare, variația în timp a sarcinii, durate ei de aplicare, etc.
- condițiile de întărire a produsului: stabilirea condițiilor optime de întărire presupune efectuarea unor determinări experimentale prealabile deoarece o întărire inițială incompletă nu poate fi compensată de o întărire ulterioară.
- temperatura de presare: dacă temperaturile de presare sunt prea ridicate, proprietățile mecanice ale produsului scad. Cele mai bune valori ale acestora se obțin la temperaturi relativ mici și timpi de presare mai lungi.
- îmbătrânirea materialelor: proprietățile materialelor compozite prezintă variații în timp. La temperaturi ridicate se pot produce în timp scăderi semnificative ale caracteristicilor mecanice.
- parametri armăturii: tipul sticlei, procentul de armare, modul de dispunere al fibrelor de sticlă, orientarea lor, tehnologia de armare, etc. Fibrele de sticlă se caracterizează prin valori ridicate ale rezistențelor la rupere la tracțiune, șoc și compresiune, asigurând materialului compozit un raport foarte bun rezistență/greutate. Cele mai bune proprietăți ale unui stratificat plan se obțin prin utilizarea țesăturilor deoarece acestea asigură un raport precis sticlă/rășină și conduce la așezarea uniformă a armăturii în strat.

- parametri rășinii care formează matricea: tipul rășinii, viteza de întărire, conținutul în stiren. Rezistențele mecanice ale rășinii sunt mai mici decât cele ale fibrelor de sticle, ea având rolul de a uni fibrele de sticlă într-un corp continuu, de a transfera tensiunile și de a le redistribui dacă unele fibre se rup.
- aderența rășinii la fibrele de sticlă: dacă aceasta este nesatisfăcătoare, tensiunile apărute ca urmare a solicitării produsului nu mai sunt preluate efectiv de fibre și proprietățile mecanice ale materialului scad.
- materialele folosite ca acceleratori, catalizatori, stabilizatori în fabricarea rășinilor poliesterice: acestea trebuie dozați în proporții bine stabilite.
- dimensiunile și forma elementelor influențează proprietățile materialului datorită existenței inerente a unor defecte de fabricație a căror probabilitate de existență crește cu volumul elementului.
 - Analiza comportării PAFS reclamă stabilirea unor metodologii experimentale proprii care să țină seama de acești parametri.
 - Gradul mare de împrăștiere al datelor obținute în urma cercetărilor experimentale conduce la necesitatea efectuării unui număr mare de încercări.
 - Enunțarea unei teorii care să descrie complet comportarea materialelor plastice armate cu fibre este o problemă dificilă din cauza dependenței caracteristicilor acestora de parametri precizați anterior. Formulele de calcul pentru evaluarea caracteristicilor PAFS prezentate în acest capitol țin cont în general, de parametri principali care influențează proprietățile materialului compozit dar nu iau în considerare fenomenele aleatorii care pot interveni în cursul procesului tehnologic de fabricare și nici de variația proprietăților în timp.
 - La panourile sandwich deplasările din încovoiere se amplifică datorită deformațiilor specifice din miez, existând posibilitatea apariției instabilității locale ale fețelor exterioare.
 - Proprietățile unui panou sandwich sunt exprimate în funcție de rigiditatea lui axială, de rigiditatea la încovoiere, la torsiune și la tăiere care depind la rândul lor de proprietățile materialelor din care sunt confecționate fețele și miezul, de alcătuirea miezului și de grosimile straturilor.
 - Studiile teoretice ale încovoierii și flambajului panourilor sandwich se încadrează, în funcție de modul de abordare, în două metode distincte: metoda generală, în care se scriu ecuațiile de echilibru ale fețelor și miezului luate separat și apoi se definesc ecuațiile de continuitate la interfața dintre miez și fețe și metoda selectivă în care se analizează separat problema încovoierii și problema flambajului local prin încrețirea fețelor comprimate.
 - Deformațiile și eforturile într-un panou sandwich cu miezul rigid pot fi analizate prin considerarea "modelului de deformare al normalei frânte" dacă fețele exterioare sunt groase și prin considerarea "modelului de deformare al normalei drepte" dacă fețele exterioare sunt subțiri

- Deplasările și deformațiile specifice în punctele unui panou sandwich pot fi exprimate în funcție de grosimile straturilor și de coeficienți care țin seama de rigiditatea la tăiere a miezului.

- În cazul panourilor sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată, rigiditatea transversală pe direcția undulelor este foarte mare și se consideră infinită.

- Studiul comportării panourilor sandwich ortotrope cu fețe subțiri, se poate face în ipoteza miezului antiplan și al eliminării efectului grosimii fețelor asupra geometriei deformației.

- Distribuția tensiunilor normale pe grosimea panoului sandwich se poate considera liniară iar dacă contribuția miezului la rigiditatea elementului este ne semnificativă, distribuția tensiunilor tangențiale se poate considera constantă pe grosimea miezului.

- Valoarea forței critice corespunzătoare flambajului general al panourilor sandwich depinde de geometria și rezemarea panoului, de rigiditățile acestuia, de deformațiile din tăierea miezului și de caracteristicile materialelor din care sunt confecționate straturile. Parametri pe baza cărora se calculează această forță sunt prezentați pentru câteva cazuri particulare în literatura de specialitate.

- Utilizarea panourilor sandwich cu modulul de elasticitate variabil pe grosimea miezului aduce o importantă economie de material.

- Flambajul local al panourilor sandwich se poate produce prin voalarea locală a fețelor datorită umflării sau îndesirii miezului, prin cedarea miezului datorită fenomenului de forfecare sau prin desprinderea fețelor de miez datorită aderenței insuficiente la interfața dintre straturi.

- Panourile sandwich cu miezul din placă ondulată solícitate la compresiune pot fi afectate pe lângă instabilitatea prin flambaj local cu lungimea de undă de același ordin de mărime cu grosimea miezului și de alte forme de instabilitate locală.

- Tensiunea critică minimă corespunzătoare voalării locale depinde de geometria și rezemarea panoului, de forma de voalare locală, de caracteristicile materialului din care sunt alcătuite fețele și miezul, de modul de confecționare al panoului, de rigiditatea la încovoiere a fețelor și de rigiditatea la tăiere a miezului. Acești parametri sunt înglobați în coeficienți ale căror valori sunt precizate pentru anumite cazuri particulare în tabele și grafice.

- Metoda elementelor finite permite fără modificări de bază, extinderea analizei în domeniul neomogenităților fizice și a comportării neliniare. Algoritmii de calcul este formulat matriceal și permite o abordare unitară a analizelor statice și dinamice pentru orice tip de element

- La efectuarea studiului stabilității elastice a structurilor cu MEF se impun două etape: analiza stării critice a echilibrului și calculul sarcinii critice de flambaj ca o problemă de valori proprii și analiza comportării neliniare a structurilor cu imperfecțiuni geometrice în vecinătatea sarcinilor critice de flambaj.

- Stabilirea relației neliniare forță-deplasare se face printr-un proces incremental

și trebuie introdusă o rigiditate adițională datorată tensiunilor inițiale.

- Rezultatele obținute în urma calculului prin intermediul programului cu element finit ANSYS 5.4. pe baza a 4 modele numerice care simulează comportarea panourilor rigidizate și a 5 modele care simulează comportarea panourilor sandwich, au pus în evidență faptul că imperfecțiunile constând numai în variațiile pașilor undulelor (în limite de 10÷18% din lungimea pasului) nu afectează forța critică. Dacă pe lângă acestea există însă și imperfecțiuni în ceea ce privește planeitatea plăcilor, valoarea forței critice de flambaj este afectată în mod semnificativ. Aceste imperfecțiuni afectează de asemenea cu până la 30% și valorile deplasărilor.

- Calculele au evidențiat o diferență de aproximativ 16% pentru valoarea forței critice corespunzătoare modelelor cu un număr mai mare de elemente finite față de modelele numerice simplificate.

- Cele mai mari deplasări laterale au fost obținute pe parcursul creșterii forței în varianta de modelare care prin imperfecțiunile pe care le simulează se apropie cel mai mult de forma panourilor reale.

- Cercetările experimentale au avut ca scop stabilirea valorii forței critice și urmărirea modului de deformare a două panouri sandwich și a trei panouri rigidizate solicitate la compresiune axială uniformă.

- Procesul de deformare al panourilor s-a produs continuu, ducând la curbarea acestora până la atingerea forței maxime, când au apărut și primele fisuri.

- Viteza de creștere a deformațiilor s-a mărit cu apropierea forței de valoarea maximă, după atingerea acesteia, deformațiile producându-se la o forță aproximativ constantă.

- Panourile au preluat încărcări și în domeniul post-voalat iar deformațiile finale au crescut cu aproximativ 30 ÷ 50% față de valorile corespunzătoare forței maxime.

- Forța maximă atinsă în timpul încercării diferă la panourile sandwich cu aproximativ 8.9% și la panourile rigidizate 2a, 2b cu 3.43% . Panoul 2c a suportat o forță maximă mai mică, dar în ceea ce privește deplasările laterale, diferențele nu sunt semnificative.

- Cele mai mari deplasări au fost înregistrate în treimea mijlocie a panourilor. Flambajul s-a produs cu o semiundă, din margine în margine, în direcția de acțiune a forței de compresiune.

- Datorită imperfecțiunilor geometrice existente și unor fenomene de voalare locală, deformată panourilor prezintă zone nesimetrice.

- Datele înregistrate de timbrele tensometrice au confirmat modul de deformare ilustrat de înregistrările captorilor de deplasare.

- Încercările experimentale au pus în evidență o grupare destul de bună a rezultatelor, abaterile semnalate fiind acceptabile dacă se are în vedere natura compozită a materialului studiat și faptul că panourile au fost confecționate prin procedeul de fabricare manual.

- Variantele de simulare numerică realizate definesc bine comportarea reală a

panourilor studiate. Dacă se iau în considerare rezultatele obținute pe modelele care simulează imperfecțiunile panourilor reale, diferențele în ceea ce privește valoarea forței critice corespunzătoare flambajului general nu depășesc 5.6%.

- Curbele experimentale prezintă o bună corelare cu cele obținute prin calcul.
- În zonele panourilor în care au apărut fenomene de voalare locală ale plăcii plane și ale plăcii ondulate sau unele defecte de aderență au fost înregistrate diferențe mai mari între valorile obținute prin calcul și rezultatele experimentale.
- Neconcordanțele dintre rezultatele obținute cu metoda elementelor finite și cele experimentale provin în primul rând datorită caracteristicilor materialului compozit din care sunt alcătuite panourile. Nu este de asemenea de neglijat efectul imperfecțiunilor structurale care nu a putut fi simulat numeric în totalitate, imperfecțiuni inerente procedurii de fabricare manuală.
- Valoarea forței critice corespunzătoare pierderii stabilității generale a unui panou sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată și fețele confecționate din același material cu grosimi egale, solicitat la compresiune uniformă pe direcția undulelor, crește cu aproximativ 119% pentru o mărire a grosimii miezului de 1 cm.
- Influența grosimii miezului asupra valorii F_{cr} scade cu micșorarea pașilor undulelor plăcii care îl alcătuiește.
- Creșterea numărului de undule din secțiunea transversală a miezului duce la o creștere a valorii forței critice cu atât mai mare cu cât miezul este mai gros.
- Cele mai eficiente din punct de vedere al consumului de material sunt panourile sandwich pentru care undulele care formează miezul au pasul mare. Diferența de maximum 0.8% pentru valoarea F_{cr} la micșorarea pașilor undulelor cu 0.5 cm nu justifică consumul suplimentar de material.
- Grosimea fețelor panoului sandwich influențează valoarea forței critice mai ales în domeniul fețelor subțiri.
- La panourile sandwich cu miezul de aceeași grosime, în cazul măririi grosimii fețelor, creșterea forței critice depinde foarte puțin de pasul undulelor.
- Dacă se ia în considerare raportul F_{cr} /greutate panou, creșterea grosimii fețelor cu 0.1 cm duce la o creștere a acestui raport cu aproximativ 13.5% (fețe cu grosimea de 0.2÷0.3 cm).
- Mărimea pasului undulelor afectează cu câteva procente valoarea raportului F_{cr} /greutate panou (3.91% pentru micșorarea pasului undulelor cu 0.5 cm în cazul fețelor de 0.2 cm grosime).
- Influența grosimii plăcii ondulate care formează miezul panoului sandwich este semnificativă mai ales în domeniul grosimilor mici.

și trebuie introdusă o rigiditate adițională datorată tensiunilor inițiale.

- Rezultatele obținute în urma calculului prin intermediul programului cu element finit ANSYS 5.4. pe baza a 4 modele numerice care simulează comportarea panourilor rigidizate și a 5 modele care simulează comportarea panourilor sandwich, au pus în evidență faptul că imperfecțiunile constând numai în variațiile pașilor ondulelor (în limite de 10÷18% din lungimea pasului) nu afectează forța critică. Dacă pe lângă acestea există însă și imperfecțiuni în ceea ce privește planeitatea plăcilor, valoarea forței critice de flambaj este afectată în mod semnificativ. Aceste imperfecțiuni afectează de asemenea cu până la 30% și valorile deplasărilor.

- Calculele au evidențiat o diferență de aproximativ 16% pentru valoarea forței critice corespunzătoare modelelor cu un număr mai mare de elemente finite față de modelele numerice simplificate.

- Cele mai mari deplasări laterale au fost obținute pe parcursul creșterii forței în varianta de modelare care prin imperfecțiunile pe care le simulează se apropie cel mai mult de forma panourilor reale.

- Cercetările experimentale au avut ca scop stabilirea valorii forței critice și urmărirea modului de deformare a două panouri sandwich și a trei panouri rigidizate solicitate la compresiune axială uniformă.

- Procesul de deformare al panourilor s-a produs continuu, ducând la curbarea acestora până la atingerea forței maxime, când au apărut și primele fisuri.

- Viteza de creștere a deformațiilor s-a mărit cu apropierea forței de valoarea maximă, după atingerea acesteia, deformațiile producându-se la o forță aproximativ constantă.

- Panourile au preluat încărcări și în domeniul post-voalat iar deformațiile finale au crescut cu aproximativ 30 ÷ 50% față de valorile corespunzătoare forței maxime.

- Forța maximă atinsă în timpul încercării diferă la panourile sandwich cu aproximativ 8.9% și la panourile rigidizate 2a, 2b cu 3.43% . Panoul 2c a suportat o forță maximă mai mică, dar în ceea ce privește deplasările laterale, diferențele nu sunt semnificative.

- Cele mai mari deplasări au fost înregistrate în treimea mijlocie a panourilor. Flambajul s-a produs cu o semiundă, din margine în margine, în direcția de acțiune a forței de compresiune.

- Datorită imperfecțiunilor geometrice existente și unor fenomene de voalare locală, deformată panourilor prezintă zone nesimetrice.

- Datele înregistrate de timbrele tensometrice au confirmat modul de deformare ilustrat de înregistrările captorilor de deplasare.

- Încercările experimentale au pus în evidență o grupare destul de bună a rezultatelor, abaterile semnalate fiind acceptabile dacă se are în vedere natura compozită a materialului studiat și faptul că panourile au fost confecționate prin procedeul de fabricare manual.

- Variantele de simulare numerică realizate definesc bine comportarea reală a

panourilor studiate. Dacă se iau în considerare rezultatele obținute pe modelele care simulează imperfecțiunile panourilor reale, diferențele în ceea ce privește valoarea forței critice corespunzătoare flambajului general nu depășesc 5.6%.

- Curbele experimentale prezintă o bună corelare cu cele obținute prin calcul.
- În zonele panourilor în care au apărut fenomene de voalare locală ale plăcii plane și ale plăcii ondulate sau unele defecte de aderență au fost înregistrate diferențe mai mari între valorile obținute prin calcul și rezultatele experimentale.
- Neconcordanțele dintre rezultatele obținute cu metoda elementelor finite și cele experimentale provin în primul rând datorită caracteristicilor materialului compozit din care sunt alcătuite panourile. Nu este de asemenea de neglijat efectul imperfecțiunilor structurale care nu a putut fi simulat numeric în totalitate, imperfecțiuni inerente procedurii de fabricare manuală.
- Valoarea forței critice corespunzătoare pierderii stabilității generale a unui panou sandwich cu miezul alcătuit dintr-o placă ondulată și fețele confecționate din același material cu grosimi egale, solicitat la compresiune uniformă pe direcția undulelor, crește cu aproximativ 119% pentru o mărire a grosimii miezului de 1 cm.
- Influența grosimii miezului asupra valorii F_{cr} scade cu micșorarea pașilor undulelor plăcii care îl alcătuiește.
- Creșterea numărului de undule din secțiunea transversală a miezului duce la o creștere a valorii forței critice cu atât mai mare cu cât miezul este mai gros.
- Cele mai eficiente din punct de vedere al consumului de material sunt panourile sandwich pentru care undulele care formează miezul au pasul mare. Diferența de maximum 0.8% pentru valoarea F_{cr} la micșorarea pașilor undulelor cu 0.5 cm nu justifică consumul suplimentar de material.
- Grosimea fețelor panoului sandwich influențează valoarea forței critice mai ales în domeniul fețelor subțiri.
- La panourile sandwich cu miezul de aceeași grosime, în cazul măririi grosimii fețelor, creșterea forței critice depinde foarte puțin de pasul undulelor.
- Dacă se ia în considerare raportul F_{cr} /greutate panou, creșterea grosimii fețelor cu 0.1 cm duce la o creștere a acestui raport cu aproximativ 13.5% (fețe cu grosimea de 0.2÷0.3 cm).
- Mărimea pasului undulelor afectează cu câteva procente valoarea raportului F_{cr} /greutate panou (3.91% pentru micșorarea pasului undulelor cu 0.5 cm în cazul fețelor de 0.2 cm grosime).
- Influența grosimii plăcii ondulate care formează miezul panoului sandwich este semnificativă mai ales în domeniul grosimilor mici.

8.2 Contribuții originale

Lucrarea de doctorat constituie un material sintetic, util pentru proiectarea structurilor alcătuite din PAFS. Principalele contribuții ale autorului sunt următoarele:

- Analiza literaturii de specialitate și prezentarea sintetizată a teoriei încovoierii și stabilității panourilor sandwich alcătuite din trei straturi.
- Prezentarea PAFS ca material compozit, analiza caracteristicilor materialelor componente și a conlucrării dintre ele.
- Selectarea relațiilor de calcul pentru rigiditățile panourilor sandwich de diferite tipuri și precizarea parametrilor de care depind acestea.
- Analiza fenomenului de instabilitate locală a fețelor unui panou sandwich și a tensiunilor de voalare locală.
- Analiza caracteristicilor fizico-mecanice ale PAFS pentru a oferi o bază de cunoaștere neapărat necesară în vederea utilizării acestui material.
- Proiectarea și execuția instalației de încercare a panourilor la compresiune în planul lor median.
- Efectuarea cercetărilor experimentale pentru 2 panouri sandwich și pentru 3 panouri plane rigidizate sollicitate la compresiune uniformă pe o direcție.
- Prelucrarea rezultatelor experimentale sub formă de tabele și grafice comparative și interpretarea datelor înregistrate.
- Crearea unui număr de 4 modele de calcul cu element finit pentru simularea numerică a comportării panourilor rigidizate și 5 modele pentru simularea numerică a comportării panourilor sandwich, modele care înglobează diferite imperfecțiuni structurale.
- Sintetizarea datelor teoretice pentru un program de calcul geometric neliniar al plăcilor plane subțiri.
- Cercetarea comportării neliniare și a stabilității panourilor sandwich și a panourilor rigidizate cu ajutorul programului de calcul ANSYS.
- Studiul influenței imperfecțiunilor inițiale, prelucrarea și interpretarea rezultatelor, prezentarea lor sub formă de tabele și grafice comparative și interpretarea acestora.
- Compararea rezultatelor experimentale cu rezultatele numerice.
- Studii parametrice privind alcătuirea panourilor sandwich confecționate din PAFS sollicitate la compresiune axială uniformă, în vederea optimizării alcătuirii acestora.
- Precizarea direcțiilor viitoare de cercetare.

8.3 Direcții propuse pentru cercetări viitoare

Ca direcții de cercetare viitoare în acest domeniu, se propun următoarele:

- Formularea unei teorii de calcul mai perfecționate a panourilor sandwich cu miezul alcătuit din placă ondulată sau cutată.
- Analiza comportării neliniare a panourilor sandwich solificate la compresiune cu programe de calcul mai performante, bazate pe elemente finite de tip sandwich.
- Determinarea printr-un număr mai mare de încercări experimentale a caracteristicilor fizico-mecanice a PAFS.
- Perfecționarea metodologiei experimentale pentru încercările panourilor alcătuite din PAFS, proiectarea și executarea unor noi dispozitive de încercare pentru diferite tipuri de rezemări și sollicitări.
- Elaborarea unor instrucțiuni de proiectare.