

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ

ing. VÎLCEANU LUCIA

CONTRIBUȚII LA STUDIUL EFECTULUI DE
COMPRESIUNE LOCALĂ ASUPRA
DURABILITĂȚII SÂRMELOR DIN
CABLURILE DE OȚEL

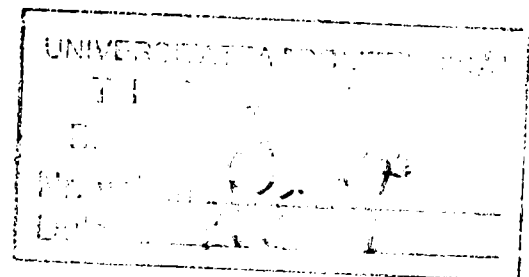
Teză de doctorat

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

Conducător științific:
Prof. Dr. Ing. Eur.Ing. TIBERIU BABEU
Membru titular al
Academiei de Științe Tehnice din România

Prof.dr.ing. Lazăr Boleanțu

2001



CUPRINS

	Pagina
Principalele simboluri utilizate în lucrare.....	3
INTRODUCERE	6
CAP.I ASPECTE GENERALE PRIVIND SÂRMELE ȘI CABLURILE DE TRACȚIUNE	
1.1. Cabluri din oțel.....	11
1.1.1. Construcția și clasificarea cablurilor.....	11
1.1.2. Caracteristicile geometrice ale cablurilor.....	15
1.1.3. Factorii de durabilitate și criterii pentru alegerea cablurilor.....	20
1.1.4. Solicitarea și calculul uzual al cablurilor.....	21
1.2. Sârme utilizate la fabricarea cablurilor de tracțiune.....	24
1.2.1. Caracteristicile mecanice și tehnologice ale sârmelor.....	24
1.2.2. Principalele faze în fabricația sârmelor trefilate.....	25
1.2.3. Încercările tehnologice ale sârmelor.....	26
1.3. Stadiul actual al cercetărilor privind calculul de rezistență al sârmelor din cablurile de oțel.....	27
1.3.1. Analiza unui cablu drept.....	28
1.3.2. Analiza unui cablu solicitat la încovoiere peste un scripete.....	36
CAP.II STUDIUL STĂRII DE TENSIUNE DIN SÂRMELE CABLURILOR DE TRACȚIUNE	
2.1. Solicitări statice de tip Saint –Venant.....	38
2.1.1. Întinderea sârmei.....	38
2.1.2. Încovoierea sârmei.....	40
2.1.3. Încovoierea secundară a sârmei.....	42
2.2. Solicitări statice de contact de tip Hertz și Steuermann (tensiuni locale de compresiune).....	43
2.2.1. Analiza stării de tensiune în semispațiile elastice încărcate cu forțe concentrate.....	43
2.2.2. Contactul normal între două corpuri elastice. Teoria lui Hertz.....	48
2.2.3. Contactul suprafețelor conforme după teoria lui Steuermann. Comparație între teoria lui Steuermann, teoria lui Hertz și teoria lui Panton.....	54
2.2.4. Influența forțelor tangențiale asupra stării de tensiune.....	58
2.2.5. Determinarea analitică a stării de tensiune în cazul contactului a două sârme, respectiv contactul dintre sârmă și rola de cablu.....	62
CAP.III STUDIUL STĂRII DE TENSIUNE LA ÎNCERCAREA LA OBOSEALĂ A SÂRMEI DIN CABLURILE DE TRACȚIUNE	
3.1. Solicitări variabile în sârmele cablurilor de tracțiune.....	70
3.2. Mecanismul producerii oboselei de contact.....	74
3.3. Încercarea sârmelor la oboseală cu compresiune de contact pe mașina NB.....	75
3.3.1. Descrierea mașinii.....	75
3.3.2. Principiul de funcționare a mașinii.....	76
3.3.3. Încercarea sârmelor pe mașina [NB].....	79
3.4. Interpretarea statistică a rezultatelor încercării la oboseală a sârmelor.....	79

3.4.1. Prelucrarea statistică a rezultatelor încercărilor după legea log-normală.....	80
CAP.IV ANALIZA EXPERIMENTALĂ A STĂRII DE TENSIUNE DIN SÂRMELE UNUI CABLU PRIN FOTOELASTICIMETRIE	
4.1. Factorii care influențează starea de tensiune a sârmelor din cablu.....	86
4.2. Starea de tensiune la deformații locale mari în cazul cilindrilor coaxiali.....	87
4.3. Prezentarea datelor experimentale.....	88
4.4. Prelucrarea datelor experimentale.....	89
CAP.V ANALIZA NUMERICĂ CU METODA ELEMENTELOR FINITE A EFECTULUI DE COMPRESIUNE LOCALĂ UTILIZÂND PACHETUL DE PROGRAME COSMOS/M.2.5.	
5.1. Tehnici de analiză numerică în rezolvarea problemelor de contact dintre două corpuri.....	94
5.2. Definirea elementelor de contact tip GAP.....	95
5.3. Definirea contactului.....	96
5.4. Clasificarea elementelor de contact tip GAP.....	98
5.5. Modelarea numerică cu elemente finite a solicitării de contact dintre două sârme de același diametru.....	100
5.6. Modelarea numerică cu elemente finite a solicitării de contact dintre două sârme având diametre diferite.....	113
5.7. Modelarea numerică cu elemente finite a solicitării de contact dintre o suprafață cilindrică și una concavă.....	123
5.8 Modelarea numerică cu elemente finite a contactului dintre toroanele unui cablu.....	132
CAP.VI STUDIUL DURABILITĂȚII SÂRMELOR DIN CABLURILE DE OȚEL PRIN ANALIZA NUMERICĂ CU METODA ELEMENTELOR FINITE	
6.1. Posibilitățile de utilizare a modulului FSTAR.....	138
6.2. Definirea noțiunii fenomenologice de degradare.....	138
6.3. Criteriul fenomenologic de degradare PLM.....	140
6.4. Calculul durabilității sârmelor prin analiza numerică cu metoda elementelor finite.....	142
6.5. Rezultate și concluzii.....	143
CAP.VII CONCLUZII. CONTRIBUȚIILE ORIGINALE ALE AUTOAREI.....	149
BIBLIOGRAFIE.....	153

Principalele simboluri conținute în lucrare

- a** - semiaxa mare a elipsei de contact, [mm];
A - aria cercului circumscris secțiunii transversale a cablului, [mm²];
A_{ef} - aria secțiunii metalice efective a cablului, [mm²];
A_i - aria secțiunii sârmei din stratul *i* de înfășurare, [mm²];
A_{sc} - aria secțiunii sârmei centrale a unui toron, [mm²];
A_{ax} - aria secțiunii sârmei centrale a unui cablu monotoron, [mm²];
α - parametrul unghiular pentru calculul razelor de curbură, [rad];
α_s - unghiul de înclinare a înfășurării elicoidale a toronului în cablu, [rad];
α_{si} - unghiul de înclinare a înfășurării elicoidale a sârmei în cablu, [rad];
b - semilățimea fâșiei de contact dintre doi cilindri cu axele paralele, [mm];
β - coeficient pentru dimensionarea cablului cu formula Releaux-Bach;
c - coeficient de siguranță pentru dimensionarea cablului;
d - diametrul cablului, [mm];
d₁ - diametrul toronului, [mm];
D - diametrul rolei de înfășurare a cablului, [mm];
D_i - diametrul canalului de cablu, [mm];
δ - diametrul sârmei din cablu, [mm];
e - pasul elicei de înfășurare a toronului în cablu (în stare deformată), [mm];
e_s - pasul elicei de înfășurare a sârmei în cablu (în stare deformată), [mm];
E - modulul de elasticitate longitudinal, [MPa];
E* - modulul de elasticitate echivalent al două corpuri în contact, [MPa];
ε - alungirea (lungirea specifică) a sârmei;
f - săgeata dinamometrului mașinii de încercat la oboseală, [mm];
F - forța de tracțiune din cablu, [N];
F_f - forța de frecare egală cu forța tangențială de contact, [N];
φ - parametrul unghiular al contactului dintre un cilindru și o cavitate cilindrică;
φ₀ - unghiul de contact dintre un cilindru și o cavitate cilindrică, [rad];
G - modulul de elasticitate transversal, [MPa];
HBS - duritatea suprafeței după metoda Brinell;
k - curbura normală a sârmei din cablu (în stare deformată), [mm⁻¹];
k' - curbura tangențială a sârmei din cablu (în stare deformată), [mm⁻¹];
Δk'_{si} - variația curburii tangențiale a sârmei din stratul *i* de înfășurare;
k₁ - coeficient de umplere a cablului;
k₂ - coeficient pentru dimensionarea cablurilor;
k₃ - coeficient de calcul a presiunii de contact dintre cablu și rolă;

- K** - momentul exterior distribuit uniform pe unitatea de lungime, [Nm/m];
- l** - semilungimea epruvetei de sârmă încercate pe mașina NB, [mm];
- L** - pasul cablării unui toron în cablu, [mm];
- L** - pasul cablării unei sârme în toron, [mm];
- M_i** - momentul încovoietor în direcție normală, [Nmm];
- M_i** - momentul încovoietor în direcție tangențială, [Nmm];
- M_t** - momentul de torsiune (răsucire), [Nmm];
- μ** - coeficient de frecare de alunecare;
- n_i** - numărul de sârme din stratul *i* de înfășurare în cablu;
- n_t** - numărul toroanelor dintr-un cablu;
- N** - forța axială din cablu, [N];
- N_i** - durabilitatea sârmelor, [cicluri];
- N₀** - cea mai mică valoare a durabilității, [cicluri];
- N₁₀** - durabilitatea a 90 % din elemente, [cicluri];
- N₅₀** - durabilitatea a 10 % din elemente, [cicluri];
- η, χ** - funcții de integrale eliptice;
- ν** - coeficientul de contracție transversală al lui Poisson;
- ω** - unghiul dintre sârmă și rola de înfășurare a cablului, [rad];
- ω₁** - unghiul de cablare a sârmei în toron, [rad];
- ω₂** - unghiul de cablare a toronului în cablu, [rad];
- ω** - unghiul de intersecție a două sârme, [rad];
- p** - presiunea într-un punct al suprafeței de contact, [MPa];
- p_i** - probabilitatea mediană de rupere, [%];
- p_m** - presiunea medie de contact dintre cablu și rolă, [MPa];
- p₀** - presiunea maximă în centrul elipsei de contact, [MPa];
- P** - forța transversală aplicată sârmei pe mașina NB, [N];
- P₀** - forța de interacțiune dintre două sârme, [N];
- q** - intensitatea forțelor tangențiale într-un punct al suprafeței de contact, [N/mm];
- q₀** - intensitatea maximă a forțelor tangențiale de contact, [N/mm];
- Q** - forța normală care comprimă corpurile în contact, [N];
- r₁** - raza toronului, [mm];
- r_{si}** - raza înfășurării elicoidale a sârmei din stratul *i*, [mm];
- R** - raza rolei de înfășurare a cablului, [mm];
- ρ** - raza de curbură a sârmei în toronul drept, [mm];
- ρ_t** - raza de curbură a sârmei în toronul înfășurat pe un tambur, [mm];
- ρ_s** - raza de curbură a sârmei dintr-un toron al unui cablu drept, [mm];
- ρ_s** - raza de curbură a sârmei într-un cablu înfășurat pe un tambur, [mm];
- S** - efortul din ramura cea mai încărcată a cablului, [daN];
- σ₀** - constanta fotoelastică a materialului, [MPa];

- σ_r - rezistența la tracțiune (rupere) a materialului sârmei, [MPa];
- σ_c - limita de curgere a materialului sârmei, [MPa];
- σ_t - tensiunea de întindere a sârmei, [MPa];
- σ_i - tensiunea de încovoiere a sârmei, [MPa];
- σ_{i2} - tensiunea de încovoiere secundară a sârmei, [MPa];
- $\sigma_x; \sigma_y; \sigma_z$ - tensiunile normale de-a lungul axelor x, y și z , [MPa];
- $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ - tensiunile normale principale în zona de contact, [MPa];
- σ_{-1} - rezistența la oboseală la încovoiere alternant-simetrică, [MPa];
- σ_{-1t} - rezistența la oboseală la tracțiune alternant-simetrică, [MPa];
- σ_{ot} - rezistența la oboseală la tracțiune pulsator pozitivă, [MPa];
- σ_{max} - tensiunea maximă a ciclului de solicitare la oboseală, [MPa];
- σ_{min} - tensiunea minimă a ciclului de solicitare la oboseală, [MPa];
- σ_{med} - tensiunea medie a ciclului de solicitare la oboseală, [MPa];
- σ_{am} - amplitudinea ciclului de solicitare la oboseală, [MPa];
- T - forța tăietoare din cablu, [N];
- θ - unghiul ajutor pentru definirea funcțiilor η, χ [rad];
- $\tau_{xy}; \tau_{yz}$ - tensiunile tangențiale, [MPa];
- $u; v; w$ - deplasările elastice ale corpurilor în contact pe direcțiile x, y, z , [mm];
- V - forța de interacțiune dintre toroanele cablului, [N];
- X - forța exterioară uniform distribuită pe unitatea de lungime, [N/mm].

INTRODUCERE

Cablurile din oțel constituie un element important în funcționarea instalațiilor de ridicat și transportat: instalațiile de extracție minieră, instalațiile de foraj, macaralele, ascensoarele, excavatoarele, funicularele, etc. Cablurile din oțel sunt confecționate prin împletirea unor sârme trefilate din oțel carbon în jurul unei inimi vegetale, minerale, metalice sau sintetice. Noțiunile constructive, clasificarea cablurilor, condițiile tehnice de calitate, încercarea la tracțiune și sârma din oțel trefilată pentru cabluri sunt reglementate în normative [125], [138], [133], [136].

Durabilitatea cablurilor, considerată ca fiind durata de serviciu a cablului, este determinată într-o mare măsură de alegerea și exploatarea lor rațională. Utilizarea celor mai potrivite tipuri de cabluri, în diferite domenii industriale, găsirea căilor de îmbunătățire a calității cablurilor din oțel și a condițiilor lor de exploatare, conduce la creșterea durabilității acestora, a siguranței în exploatare și la realizarea de importante economii pentru industrie. Aceste economii rezultă atât din reducerea consumului specific de cabluri, deci micșorarea consumului de oțel de calitate, cât și din micșorarea timpilor de pauză din producție necesari înlocuirii cablurilor uzate.

În exploatare se organizează o supraveghere a comportării cablurilor prin respectarea unor termene prestabilite de înlocuire a acestora și prin controlul periodic al calității sârmelor componente. Scoaterea cablului din exploatare se face dacă una sau mai multe dintre următoarele condiții sunt îndeplinite:

a) atingerea duratei de serviciu, evaluată în tone-kilometri sau tone-kilometri raportat la greutatea pe metru liniar de cablu;

b) atingerea unui anumit număr de sârme rupte pe pasul de cablu;

c) scăderea coeficientului de siguranță al cablului la o anumită valoare, prin scăderea forței reale de rupere a cablului și prin scăderea numărului de îndoiri până la rupere a sârmelor, stabilite la încercările periodice de control. Dacă la una din încercările curente se constată că 25% din sârmele componente nu se mai încadrează în standardele de sârme, cablul este casat.

d) dacă la o examinare macroscopică se constată deteriorarea unui toron, ruperea sârmelor pe o anumită porțiune se accelerează sau se constată o uzură pronunțată într-o anumită zonă a sa, datorită ruginirii sau coroziunii.

Numeroase cercetări științifice actuale [7], [68], [80], [82], [103] ilustrează preocupările privind creșterea durabilității cablurilor din oțel. Întreaga problemă face apel la domenii de vârf ale științei și tehnicii actuale, cum ar fi: teoria elasticității și contactului corpurilor de revoluție, metodologii pentru elaborarea unor programe de calcul, modalități statistice specifice de prelucrare a datelor, etc.

La examinarea sârmelor care au compus un cablu scos din exploatare s-a constatat că solicitarea de compresiune locală dintre sârme a avut valori atât de ridicate încât s-a produs o amprentă pe sârmă în zona de contact. Solicitări de contact apar la sârmele aceluiași toron, între sârmele a două toroane învecinate și între sârme și rola de înfășurare a cablului. Parametri care intervin în evaluarea stării de tensiune și uzură dintre sârmele aflate în contact se referă la: geometria elementelor în contact, statistica și tribologia contactului, caracteristicile mecanice ale materialelor, factorii

de exploatare, etc. Acești parametri au o influență simultană în timpul contactului, condiționându-se și influențându-se reciproc, ceea ce conduce și la o interconținere a rezultatului acțiunii lor.

Toate aceste aspecte, preocupări și concluzii justifică importanța elaborării tezei de doctorat cu titlul **Contribuții la studiul efectului de compresiune locală asupra durabilității sârmelor din cablurile de oțel** în cuprinsul căreia s-a urmărit prezentarea sistematică, comparativă și critică a diverselor teorii dezvoltate de-a lungul timpului de numeroși autori, precum și abordarea modernă a problemelor de contact cu ajutorul tehnicilor actuale de calcul. Teza cuprinde șapte capitole și un număr de 140 referiri bibliografice.

Capitolul I al tezei, intitulat **Aspecte generale privind sârmele și cablurile de tracțiune**, cuprinde o prezentare generală a cablurilor care include construcția, clasificarea și caracteristicile geometrice ale acestora. Pentru determinarea tensiunilor din sârmele componente ale cablurilor este calculată în prealabil raza de curbura a sârmei din toronul drept și din toronul înfășurat pe un tambur, precum și raza de curbura a sârmei într-un cablu drept și într-un cablu înfășurat pe un scripete.

Sunt menționați în același timp factorii care influențează durabilitatea cablurilor, arătând modul de realizare a dimensionării uzuale a cablurilor, așa cum este prezentat de normele europene în vigoare [1]. În cadrul acestui capitol sunt prezentate și caracteristicile mecanice, respectiv tehnologice ale sârmelor care intră în componența cablurilor de tracțiune, fazele principale ale procesului de trefilare și încercările tehnologice uzuale ale sârmelor, evidențiindu-se faptul că durabilitatea cablurilor depinde în mare măsură de calitatea sârmelor componente.

Stadiul actual al cercetărilor privind calculele de rezistență ale sârmelor din cablurile de tracțiune este prezentat prin analiza tensiunilor din sârmele unui cablu drept și ale unui cablu solicitat la încovoiere peste un scripete. Este prezentat de asemenea și un scurt istoric al cercetărilor în domeniu, cu evidențierea ultimelor soluții de rezolvare a ecuațiilor de echilibru al sârmelor componente din cablurile de tracțiune.

Capitolul II al tezei, intitulat **Studiul stărilor de tensiune din sârmele cablurilor de tracțiune**, pune în evidență dificultatea determinării tensiunilor reale care apar în secțiunea transversală a cablului datorită faptului că sârmele sunt așezate sub unghiuri diferite față de axa cablului, în afară de solicitarea de întindere fiind supuse solicitărilor de încovoiere și răsucire. Starea de tensiune în sârmele cablului este complicată și mai mult datorită tensiunilor ce apar în sârme în timpul cablării.

După ipotezele care stau la baza calculelor de rezistență, solicitările care apar în sârmele cablurilor de tracțiune sunt clasificate în solicitări statice de tip Saint-Venant: întindere, încovoiere și încovoiere secundară datorită rezemării unei sârme pe două sârme din stratul următor, respectiv solicitări statice de contact de tip Hertz și Steuermann. Teoria clasică a contactului corpurilor de revoluție propusă de către Hertz, care nu ține seama însă de aspectul neliniarității oricărei probleme de contact, este prezentată prin comparație cu teoria lui Steuermann și Panton, pentru cazul contactului liniar pe generatoarea comună dintre un cilindru circular și o cavitate cilindrică. Compararea rezultatelor obținute de Steuermann cu cele obținute de Hertz conduce la concluzia că problema contactului analizat nu poate fi rezolvată decât cu

relația matematică dedusă de către Steuermann. O concordanță a rezultatelor obținute cu cele două teorii există doar pentru unghiuri de contact între cele două corpuri mai mici decât 20° .

Deoarece sârmele cablurilor de oțel prezintă o alunecare relativă la îndoirea lor pe tamburi, deci sunt încărcate și cu forțe tangențiale, este studiată influența forțelor tangențiale asupra stării de tensiune în cazul contactului liniar. Această problemă complexă are o soluționare aproximativă dacă se presupune că pentru forțele normale se păstrează legea elipsoidală de distribuție pe suprafața de contact, iar forțele tangențiale sunt proporționale cu cele normale. În continuare s-a realizat un calcul la solicitarea de contact al sârmelor din cabluri, determinându-se în prealabil forțele de interacțiune dintre sârme, respectiv dintre sârme și rola de înfășurare a cablului, precum și presiunea de contact în cazul contactului dintre două sârme și dintre sârme și rola de cablu. După stabilirea valorilor tensiunilor din sârme se calculează tensiunea echivalentă Von Mises.

Capitolul III intitulat **Studiul stărilor de tensiune la încercarea la oboseală a sârmelor din cablurile de tracțiune**, prezintă starea de tensiune la solicitarea la oboseală a sârmelor, deoarece este unanim recunoscut [7], [19], [21], [68], [71] că principala cauză a distrugerii cablurilor este solicitarea variabilă a sârmelor cu efectul ei inevitabil - oboseala metalului.

Ruperea cablului se produce datorită încovoierii prin înfășurarea cablului pe rolă, solicitare care produce cele mai mari tensiuni în sârmele din stratul exterior unde apare și compresiunea de contact, aceasta având totuși un rol secundar. În continuare s-au calculat caracteristicile ciclului de solicitare a sârmelor la încercarea la oboseală și s-a prezentat ciclul de solicitare în exploatare al cablului de la o instalație de ridicare. Încercarea sârmelor la oboseală cu compresiune de contact a fost realizată [21] de către regretatul prof. dr. ing. **Boleanțu Lazăr**, pe mașina Nădășan-Boleanțu, existentă în dotarea Laboratorului de Rezistența materialelor de la Facultatea de Mecanică din Timișoara, care a permis studierea influenței factorilor geometrici și tehnologici de execuție și exploatare a sârmelor asupra durabilității lor. Solicitățile care se produc în sârmă sunt: tracțiune pulsantă, încovoiere alternant-simetrică și compresiune locală, fiind determinate formulele de calcul a tensiunii produse de fiecare solicitare.

Rezultatele încercărilor sunt prezentate într-o diagramă care indică variația durabilității sârmei cu diametrul de 1 mm în funcție de tensiunea de compresiune de contact și au fost prelucrate statistic după legea log-normală, deoarece s-a stabilit [61] că distribuția statistică a durabilităților este de tip Gauss-Laplace. Valoarea durabilității sârmei din cablurile de tracțiune obținută în urma liniarizării dreptei de distribuție se încadrează în domeniul de valori indicat în literatura de specialitate, considerând cablul ca un element de rezistență cu durabilitate limitată datorită specificului său de exploatare.

Capitolul IV intitulat **Analiza experimentală prin fotoelasticimetrie a stării de tensiune din sârmele unui cablu**, prezintă studiul stării de tensiune la deformații locale mari în cazul cilindrilor coaxiali. Starea de tensiune dintre sârme, respectiv dintre sârme și rola de cablu după apariția amprentelor se încadrează în teoria elaborată de Steuermann, care a fost aplicată pentru rezolvarea problemei de contact

dintre un cilindru și o cavitate cilindrică din material elastic, omogen și izotrop. Scopul cercetării experimentale constă în determinarea abaterilor procentuale ale tensiunii de contact determinate prin calcul după relațiile lui Hertz, Panton și Steuermann față de valoarea reală a acestei mărimi.

Pentru determinarea cu precizie a spectrului tensiunilor în imediata vecinătate a zonei de contact s-a analizat câmpul de franje izocromate, determinându-se ordinul maxim al izocromatelor produse de solicitarea de contact, prin urmărirea evoluției acestora odată cu creșterea unghiului de contact φ_0 . Pentru contactele care satisfac relațiile lui Hertz se demonstrează într-o diagramă echivalența dintre tensiunile de comparație calculate după ipoteza efortului tangențial maxim pe baza presiunii după relația lui Hertz și pe baza cercetărilor fotoelastice. Într-o altă diagramă, pentru contactele care nu satisfac relațiile lui Hertz, se observă diferențe între rezultatele experimentale și cele calculate după Hertz, odată cu creșterea unghiului de contact φ_0 .

Reprezentând grafic variația tensiunii de comparație pe baza teoriei tensiunii tangențiale maxime, apoi variația abaterii procentuale a rezultatelor calculate față de cele experimentale în funcție de unghiul de contact φ_0 , rezultă că valorile tensiunii de comparație calculate după Panton, respectiv Steuermann, se grupează într-o zonă a abaterilor de (+10%...-5%), în timp ce utilizarea relațiilor lui Hertz conduce la abateri de (+15%...+40%).

Capitolul V intitulat **Analiza numerică cu metoda elementelor finite a efectului de compresiune locală utilizând pachetul de programe COSMOS/M 2.5**, prezintă rezolvarea problemei de contact dintre două sârme având același diametru, două sârme de diametre diferite, o suprafață cilindrică și una concavă și contactul dintre toroanele unui cablu, utilizând tehnica hibridă și considerând contactul fără frecare în toate cazurile prezentate.

Pentru descrierea succintă a acestei tehnici, se definesc elementele de contact de tip GAP și problema contactului, acuratețea acestei probleme depinzând de soluția de simulare aleasă. Apoi este realizată modelarea numerică a contactului dintre două sârme de același diametru prezentându-se modelul de calcul utilizat, iar prin rularea programului s-au obținut toate componentele tensorului tensiune și deformație, pentru fiecare componentă utilizându-se 9 trepte egale de reprezentare în funcție de limitele maxime și minime de variație a acestor mărimi. Rezultatele obținute sunt prezentate tabelar și grafic sub forma unor spectre de tensiuni și deformații, din examinarea prelucrării grafice observându-se că starea de tensiune și deformație este aceeași pentru oricare dintre cele două sârme aflate în contact.

Această procedură se repetă și pentru modelarea numerică a contactului dintre două sârme având diametre diferite, a solicitării de contact dintre o suprafață cilindrică și una concavă, precum și a contactului dintre toroanele unui cablu.

Capitolul VI al tezei este intitulat **Studiul durabilității sârmelor din cablurile de oțel prin analiza numerică cu metoda elementelor finite** și prezintă posibilitățile de utilizare a modulului *FSTAR* din cadrul pachetului de programe *COSMOS/M 2.5*, pentru analiza comportării la solicitări variabile a sârmelor din cablu și determinarea durabilității acestora.

Pentru calculele de rezistență la solicitări variabile este valabil *criteriul PLM* de cumulare a degradărilor, deci s-a definit în continuare noțiunea fenomenologică de

stare de degradare și expresia analitică a criteriului de degradare PLM care are un caracter liniar în raport cu numărul ciclurilor de solicitare [46].

În limitele *concepțiilor constructive clasice* interacțiunea solicitare-material este abordată pe baza conceptului de *coeficient de siguranță* care este dat de raportul dintre rezistența nominală maximă și solicitarea estimată maximă. Deci, siguranța unui produs este reflectată de rezultatul unui raport între două mărimi constante și independente. Singura posibilitate rațională [37] de a evalua siguranța unui produs supus la solicitări variabile constă în introducerea *metodelor probabiliste*: metoda durabilității garantate D.G. (safe-life) și metoda degradării controlabile D.C. (fail-safe).

Cablurile formate din toroane și sârme sunt un exemplu clasic de organ de mașină în concepție D.C., deoarece prin ruperea unei sârme contribuția portantă a acesteia este preluată de celelalte, iar sârmele marginale rupte constituie un indiciu al extinderii degradării.

Pentru analiza numerică cu metoda elementelor finite a degradărilor care apar în sârmele cablurilor de tracțiune datorită solicitărilor variabile s-a studiat contactul a două sârme cu diametre egale de 1,25 mm. S-au utilizat 9 cazuri de încărcare, presupuse cazuri de solicitare în funcționarea unui cablu. S-a studiat fenomenul de oboseală produs de tensiunile maxime σ_y , care sunt tensiunile normale în zona de contact și tot aleator s-a impus blocul de solicitare la oboseală ($\sigma_{y_{max}}$ – număr de cicluri).

În urma rulării programului s-au obținut coeficienții de cumulare a degradărilor pentru fiecare din treptele de încărcare la care au fost supuse sârmele și factorul total de cumulare a degradărilor, care pentru cazul considerat este 6,75.

Capitolul VII al tezei intitulat **Concluzii. Contribuțiile originale ale autoarei** prezintă un studiu comparativ al rezultatelor analitice și experimentale, enunțând concluzii și perspective de perfecționare a cercetărilor în domeniu.

De asemenea sunt enumerate succint contribuțiile originale ale autoarei privind studiul efectului de compresiune locală asupra durabilității sârmelor din cablurile de oțel.

CAPITOLUL I

ASPECTE GENERALE PRIVIND SÂRMELE ȘI CABLURILE DE TRACȚIUNE

1.1. CABLURI DIN OȚEL

1.1.1. Construcția și clasificarea cablurilor

Cablurile sunt organe flexibile alcătuite din mai multe sârme sau din mai multe toroane, înfășurate elicoidal în jurul unei inimi centrale, într-unul sau mai multe straturi suprapuse. *Toroanele* sunt mănunchiuri de sârme înfășurate elicoidal în jurul unei inimi proprii, într-unul sau mai multe straturi suprapuse, iar *inima* este partea centrală metalică sau nemetalică a cablului în jurul căreia se înfășoară sârmele sau toroanele lui. Clasificarea cablurilor și terminologia specifică este reglementată în STAS 1710-75. În conformitate cu acesta, cablurile se clasifică astfel:

a) După *forma secțiunii transversale* cablurile se pot grupa în:

- cabluri rotunde → secțiunea transversală se poate înscrie într-un cerc
- cabluri plate → secțiunea transversală se poate înscrie într-un dreptunghi

b) După *forma secțiunii transversale a toroanelor* (Fig.1.1) cablurile pot fi cu:

- toroane rotunde
- toroane profilate - secțiune triunghiulară;
- secțiune ovală.

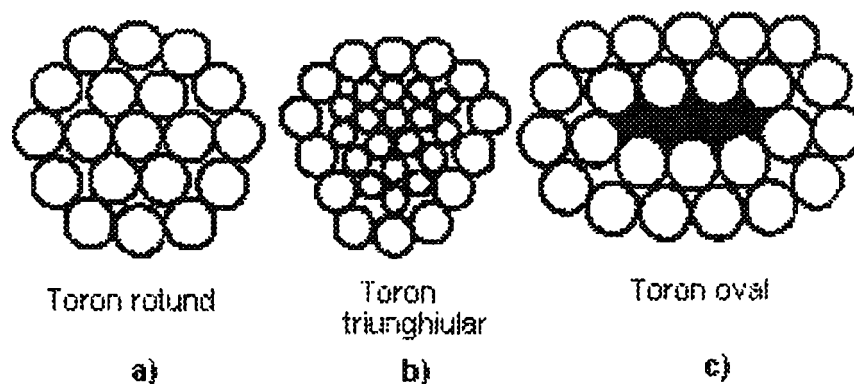


Fig. 1.1. Clasificarea cablurilor după forma secțiunii transversale a toroanelor

Cablurile cu toroane rotunde sunt cele uzuale. Toroanele cu secțiune triunghiulară umplu mai bine secțiunea cablului, conferindu-i acestuia o capacitate

portantă mai mare, dar și o rigiditate mai mare. Toroanele ovale se utilizează în construcția cablurilor flexibile.

c) După *forma secțiunii sârmelor* cablurile pot fi:

- cabluri deschise (Fig.1.2.a, 1.4, 1.5, 1.6) → secțiunea sârmelor cablului este circulară
- cabluri semiînchise (Fig.1.2.b) → stratul exterior este alcătuit din sârme profilate dispuse alternativ cu sârme rotunde, astfel încât se asigură o închidere relativă a straturilor interioare alcătuite numai din sârme rotunde.
- cabluri închise (Fig.1.2.c) → unul sau mai multe straturi (de la exterior spre interior) sunt alcătuite din sârme profilate care asigură o bună închidere a straturilor interioare alcătuite numai din sârme rotunde.

Cablurile semiînchise și cele închise sunt mult mai rigide și nu pot fi înfășurate pe role sau pe tamburi.

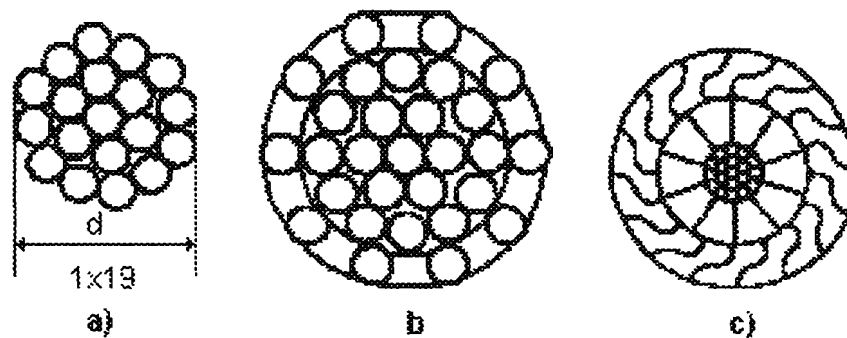


Fig. 1.2. Clasificarea cablurilor după forma secțiunii sârmelor.

d) După *sensul de cablare* cablurile pot fi (Fig.1.3.):

- cabluri dreapta → toroanele au sensul de înfășurare spre dreapta, marcat prin simbolul Z.
- cabluri stânga → toroanele au sensul de înfășurare spre stânga, marcat cu simbolul S.

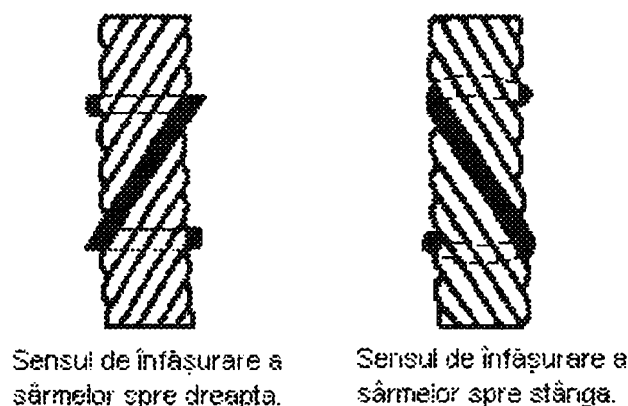


Fig. 1.3. Clasificarea cablurilor după sensul de cablare

e) După *caracteristicile constructive de bază* cablurile rotunde pot fi: simple, duble și triple.

Cablurile simple [128] sunt cabluri monotoron alcătuite dintr-unul sau mai multe straturi răsucite în jurul unei inimi centrale metalice sau vegetale. Sensul de

înfășurare al straturilor succesive este alternant astfel încât ultimul strat să aibă sensul dorit. Denumirea de *cablu simplu* derivă din faptul că fiecare fir component urmărește traiectoria unei linii elicoidale cilindrice, deci are o curbura simplă.

Cablurile duble sunt cabluri compuse realizate prin înfășurarea mai multor toroane în jurul unei inimi centrale. Firele constitutive au o dublă curbură determinată de înfășurarea inițială în cadrul toronului și de înfășurarea toronului în cadrul cablului. Astfel, cablurile duble pot avea cablare paralelă (**Z/Z** sau **S/S**), cablare în cruce (**Z/S** sau **S/Z**) sau cablare mixtă (**SZ/Z** sau **SZ/S**). Cablurile împletite în paralel sunt denumite *tip Albert* sau *Lange*. Cablurile duble sunt cabluri deschise realizate într-una din următoarele variante constructive:

Cabluri duble, construcție normală [134] sunt cabluri alcătuite din sârme având același diametru (Fig.1.4.a). O particularitate a acestor cabluri este aceea că înclinarea axei firelor din diferitele straturi ale toroanelor, față de axa acestora, este egală. Deci, lungimea firelor, indiferent de stratul în care sunt dispuse, este aceeași, dar pasul de înfășurare variază de la strat la strat, întrucât diametrul de înfășurare depinde de poziția stratului (straturilor exterioare le corespund pași de înfășurare mai mari). De aici rezultă că firele diferitelor straturi nu sunt paralele, se încrucișează, iar contactul între firele diferitelor straturi este punctiform. Dar înclinarea egală a firelor toroanelor determină, în mod teoretic, o distribuție mai uniformă a efortului total din cablu între firele constitutive.

Cabluri duble, construcție flexibilă [129] sunt cabluri având sârme de același diametru, inimă centrală nemetalică și toroane alcătuite dintr-unul sau maximum două straturi de sârme înfășurate în jurul inimii nemetalice a toronului (Fig.1.4.b). Se utilizează în special în marină.

Cabluri duble, construcție concentrică [131] sunt cabluri alcătuite din sârme de același diametru, inimă centrală nemetalică sau metalică și toroane cablate în două sau mai multe straturi concentrice (Fig.1.4.c). Sensul cablării toroanelor din straturile succesive este alternant, iar sensul înfășurării ultimului strat de sârme la toroanele vecine (situate pe același strat) este diferit. Astfel rezultă un cablu cu proprietatea de a fi antigiratoriu, adică nu prezintă tendința de răsucire când este tensionat.

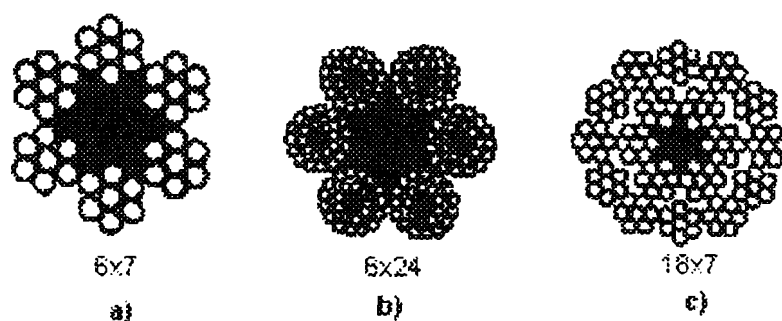


Fig. 1.4. Cabluri duble construcție normală, flexibilă și concentrică

Cablurile duble, construcție combinată [130] sunt cabluri duble alcătuite din sârme de diametre diferite.

La *cablurile Seale* (Fig.1.5.a) sârmele cu diametrul mai mic sunt plasate în straturile din interiorul toroanelor, stratul exterior fiind alcătuit din sârme de diametru mai mare.

La *cablurile Warrington* (Fig.1.5.b) între sârmele ultimului strat al fiecărui toron sunt intercalate sârme de diametru mai mic.

La *cablurile Filler* (Fig.1.5.c) sârmele de diametru mai mic sunt intercalate între sârmele cu diametrul mai mare ale straturilor interioare ale toroanelor.

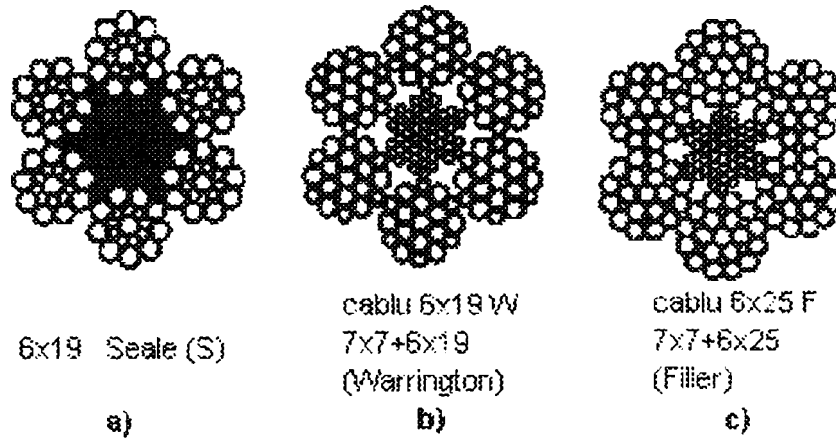


Fig. 1.5. Cabluri duble construcție combinată

Prin utilizarea sârmelor de diametre diferite se obțin următoarele avantaje: asigurarea unui coeficient mai mare de umplere a secțiunii, ceea ce înseamnă că la același diametru exterior capacitatea portantă a cablurilor de construcție combinată este mai mare, respectiv realizarea unui contact liniar între sârmele straturilor succesive ale toroanelor. Sub acest aspect cablurile construcție combinată având pasul constant, sunt superioare în exploatare cablurilor construcție normală care au constantă înclinarea sârmelor. Înfășurarea cu pas constant se numește *înfășurare paralelă*, iar cea cu unghi constant se numește *înfășurare normală*.

Cablurile compuse construcție triplă [132] sunt cabluri alcătuite prin cablarea mai multor cabluri duble în jurul unei inimi nemetalice sau metalice (Fig.1.6). Curbura unei sârme luate independent este triplă.

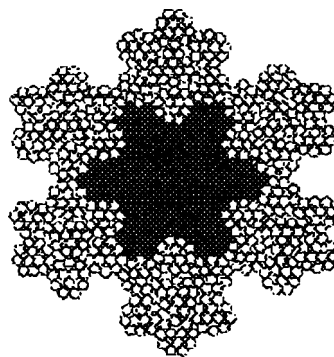


Fig.1.6. Cabluri compuse construcție triplă

1.1.2. Caracteristicile geometrice ale cablurilor [21]

La efectuarea unor calcule de rezistență a sârmelor din cabluri apar o serie de caracteristici geometrice ale secțiunii transversale prin cablu. Diametrul d al cablului este egal cu diametrul cercului circumscris secțiunii transversale a cablului. În cazul cablurilor cu inima vegetală este indicat ca diametrul acestora să se măsoare după o întindere prealabilă.

Dacă aria secțiunii cercului circumscris este: $A = \frac{\pi d^2}{4}$, aria secțiunii metalice efective a cablului este:

$$A_{ef} = n \cdot \frac{\pi \delta^2}{4} = k_1 \cdot A \quad - \text{în cazul unui cablu format din } n \text{ sârme de diametru } \delta;$$

$A_{ef} = n_1 \cdot \frac{\pi \delta_1^2}{4} + n_2 \cdot \frac{\pi \delta_2^2}{4} + \dots = k'_1 \cdot A$ - în cazul unui cablu format din sârme de diametre diferite (n_1 este numărul sârmelor de diametru δ_1 ; n_2 este numărul sârmelor de diametru δ_2 , etc).

Se numește *coeficient de umplere* raportul dintre suprafața efectivă a sârmelor din cablu și suprafața cercului circumscris cablului:

$$k_1 = \frac{\delta^2}{d^2} \cdot n \quad - \text{în cazul unui cablu format din } n \text{ sârme de diametru } \delta;$$

$$k'_1 = \frac{\delta_1^2 \cdot n_1 + \delta_2^2 \cdot n_2 + \dots}{d^2} \quad - \text{în cazul unui cablu format din sârme de diametre diferite.}$$

Valoarea numerică a coeficientului de umplere se găsește în [71], funcție de tipul cablului.

1.1.2.1. Relații geometrice la împletirea cablurilor

a) **Pasul cablării L** , al unui toron în cablu este lungimea de cablu pe care are loc o răsucire de 2π radiani a toronului în jurul axului cablului, iar **pasul cablării L'** , al unei sârme în toron este lungimea de cablu pe care are loc o răsucire de 2π radiani a sârmei în jurul axului toronului (Fig.1.7).

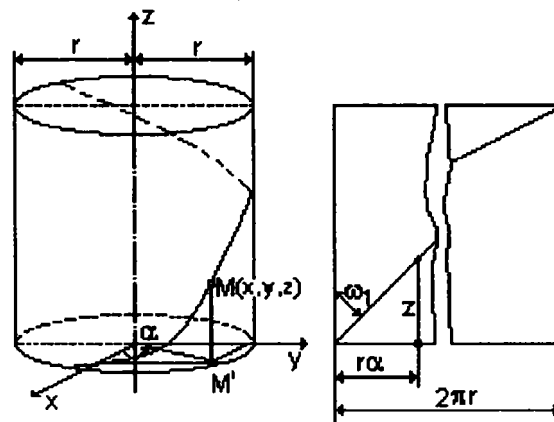


Fig.1.7. Definierea pasului cablării

b) **Unghiul de cablare** ω_1 al sârmei în toron, este unghiul format de tangenta la axa sârmei cu axa toronului neîmpletit, iar ω_2 este **unghiul de cablare** al toronului în cablu. În cazul cablurilor confecționate din mai multe toroane se pot realiza *împletiri în paralel și împletiri în cruce*.

Împletirile în paralel se caracterizează prin răsucirea în același sens a sârmei în toron și a toronului în cablu, iar împletirea în cruce se caracterizează prin răsucirea în sens contrar a sârmei din toron și a toronului în cablu (Fig.1.8).

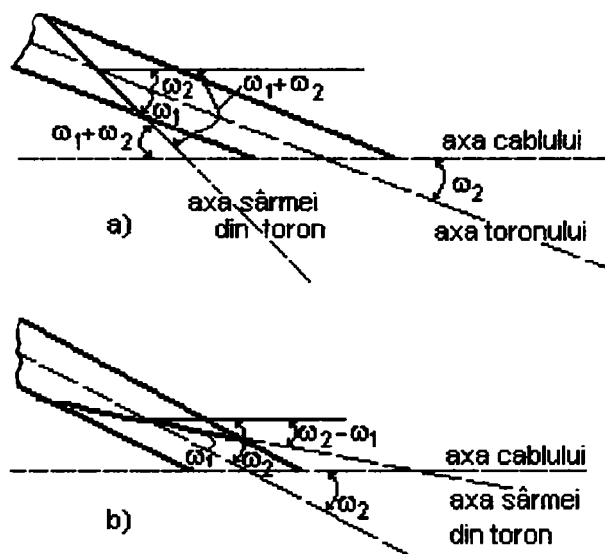


Fig.1.8. Definierea unghiurilor de împletire
a) – împletire în paralel; b) – împletire în cruce

La împletirea în paralel, sârmele exterioare din toroane sunt înclinate față de axa cablului cu unghiul $(\omega_1 + \omega_2)$, iar la împletirea în cruce sârmele formează un unghi $(\omega_2 - \omega_1)$ cu axa cablului. Diferența $(\omega_2 - \omega_1)$ fiind foarte mică, sârmele componente ale cablului S/Z sau Z/S sunt aproape paralele cu axa cablului. Deoarece $\omega_2 > \omega_1$, diferența $(\omega_2 - \omega_1)$ este întotdeauna pozitivă.

Pasul cablării toroanelor, în cazul cablurilor formate din 6 toroane, corespunde relațiilor: $L \cong 7 \cdot d$ - împletire în cruce, respectiv $L \cong 8 \cdot d$ - împletire în paralel.

Pasul cablării sârmelor în toron este: $L' \cong (8 \dots 10) \cdot d_1$, iar pentru cablurile simple alcătuite din 6 toroane se poate demonstra că: $L \cong 2 \cdot L'$.

Deci, la o rotație a sârmei în jurul axei toronului corespunde o jumătate de rotație a toronului în jurul axului cablului, prin urmare la cablurile cu împletire paralelă o sârmă oarecare din toron apare o dată la suprafața cablului, iar la cablurile cu împletire în cruce o sârmă apare de 3 ori la suprafața cablului. Această observație este foarte importantă deoarece procesele de distrugere superficială a sârmelor se manifestă cu precădere la suprafața cablului, datorită contactului cu rola.

Se poate astfel considera că în cazul cablurilor cu împletire în paralel sârmele a două toroane învecinate se încrucișează sub un unghi de 10° , iar la cablurile cu împletire în cruce sub un unghi de 30° . Deci, așezarea sârmelor pe suprafața cilindrică a cablului este mai bună la cablurile cu împletire în paralel, la cele cu împletire în

cruce sârma fiind mai des și mai brusc îndoită, cu o rază de curbură mai mică și cu efecte defavorabile asupra solicitării.

1.1.2.2. Raze de curbură

Pentru determinarea tensiunilor din sârmele componente ale cablului, considerând sârma ca o *bară strâmbă*, sunt necesare valorile razelor de curbură, în primul rând fiind necesară *ecuația curbei strâmbe* a sârmei împletită în cablu.

Dacă se cunosc ecuațiile parametrice ale unei curbe: $x = f_1(\lambda)$; $y = f_2(\lambda)$; $z = f_3(\lambda)$, valoarea razei de curbură este:

$$\rho = \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{\sqrt{(d^2x)^2 + (d^2y)^2 + (d^2z)^2}} \quad (1.1)$$

Aplicând relația (1.1) se obține raza de curbură a sârmei în toron, respectiv a sârmei în cablu.

a) Raza de curbură a sârmei din toronul drept

Se notează raza cilindrului generator cu r , unghiul de cablare a sârmei în toron cu ω_1 , iar parametrul unghiular este α (Fig.1.9). Ecuațiile parametrice ale elicei sunt:

$$x = r \cos \alpha;$$

$$y = r \sin \alpha;$$

$$z = r \alpha \operatorname{ctg} \omega_1.$$

Aplicând relația (1.1) se obține expresia cunoscută a razei de curbură:

$$\rho = \frac{r}{\sin^2 \omega_1} \quad (1.2)$$

Valoarea lui r depinde de poziția stratului din care face parte sârma, valoarea maximă fiind:

$$\rho_{\max} = \frac{d_1 - \delta}{2 \sin^2 \omega_1} \quad (1.3)$$

b) Raza de curbură a sârmei într-un toron înfășurat pe un tambur

În acest caz cilindrul de rază r_1 pe care se află sârma, se transformă într-un tor de rază R , corespunzând îndoirii toronului după un cilindru de rază R . Forma sârmei din toronul îndoit se asimilează cu o elice torică. Ecuația acestei curbe se scrie ținând seama de notațiile din Fig.1.9:

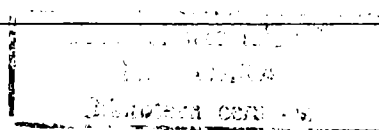
$$x = (R + r_1 \cos \alpha) \cos \beta$$

$$y = r_1 \sin \alpha$$

$$z = (R + r_1 \cos \alpha) \sin \beta,$$

unde: $R = D/2$; D – diametrul organului de înfășurare.

Pentru a determina parametrii α și β se egalează valoarea lungimii unui pas, exprimat cu ajutorul unghiului la centru β_0 corespunzător unui pas de sârmă înfășurată pe tor și unghiul ω_1 de împletire a sârmei în toron:



633.078 17
309 B

$$\beta_0 \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot \operatorname{ctg} \omega_1$$

De asemenea, se scrie proporționalitatea parametrilor unghiulari corespunzători unei anumite valori și valorilor corespunzătoare unui pas:

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2\pi}{\beta_0}$$

Notându-se: $i_0 = \frac{r_1}{R_0}$ și $\frac{2\pi}{\beta_0} = p = \frac{\operatorname{tg} \omega_1}{i_0}$, rezultă: $\alpha = p\beta$.

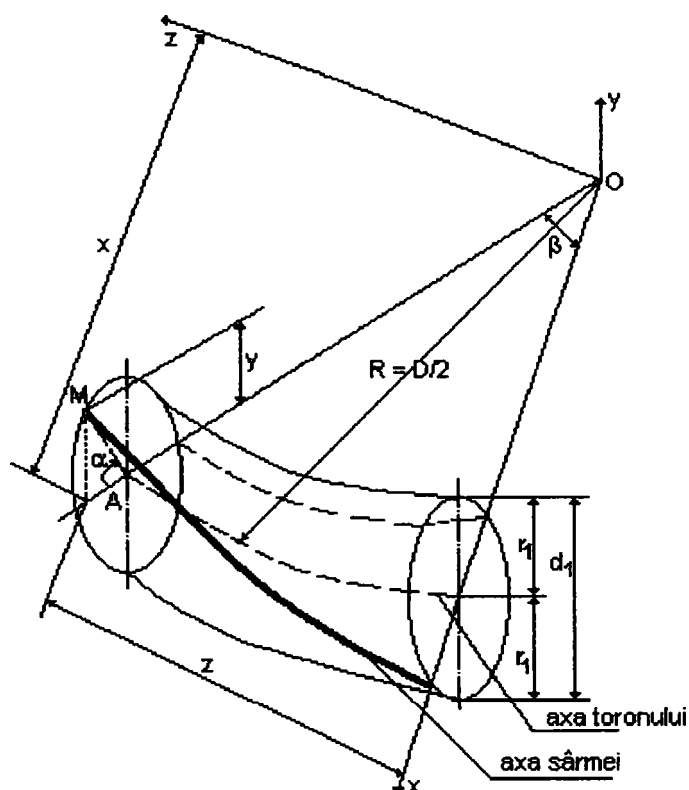


Fig.1.9. Poziția sârmei la suprafața unui cablu înfășurat pe un tambur

Ecuțiile parametrice ale elicei toroidale devin:

$$x = R(1 + i_0 \cos p\beta) \cos \beta$$

$$y = R i_0 \sin p\beta$$

$$z = R i_0 (1 + i_0 \cos p\beta) \sin \beta.$$

Utilizând relația (1.1) se obține raza de curbură a sârmei din toronul înfășurat pe tambur:

$$\rho_t = R \frac{(1 + i_0 \cos \alpha)^2 + i_0^2 \cdot p^2}{\sqrt{[1 + i_0(1 + p^2) \cos^2 \alpha + i_0^2 \cdot p^2(4 + p^2) \sin^2 \alpha]}} \quad (1.4).$$

Valoarea maximă a razei de curbură se obține pentru $\alpha = 0$ (cazul sârmei situate în partea convexă a torului):

$$\rho_{t \max} = R \frac{(1 + i_0)^2 + i_0^2 \cdot p^2}{\sqrt{1 + i_0(1 + p^2)}}, \quad (1.5)$$

iar valoarea minimă pentru $\alpha = \pi$ (cazul sârmei situate în partea concavă a torului):

$$\rho_{t \min} = R \frac{(1 - i_0)^2 + i_0^2 \cdot p^2}{\sqrt{1 - i_0(1 + p^2)}}. \quad (1.6)$$

c) Raza de curbură a sârmei într-un cablu compus din mai multe toroane

Calculul aproximativ al razei de curbură se poate efectua dacă se consideră toronul deformat după un cerc de rază $R' = \frac{R}{\sin^2 \omega_2}$,

unde: R' – raza de curbură a toronului într-o secțiune oarecare;

R – raza cilindrului generator (raza cablului pentru sârmele exterioare);

ω_2 – unghiul de cablare a toronului în cablu.

În relația (1.4) se înlocuiește $R = R'$; $i_0 = i = \frac{r}{R'}$ și $p' = \frac{\text{tg} \omega_2}{i}$, obținându-se astfel raza de curbură a sârmei dintr-un toron al unui cablu drept (neînfășurat):

$$\rho_s = R' \frac{(1 + i \cos \alpha')^2 + i^2 \cdot p'^2}{\sqrt{[1 + i(1 + p'^2) \cos \alpha']^2 + i^2 \cdot p'^2(4 + p'^2) \sin^2 \alpha'}} \quad (1.7)$$

d) Raza de curbură a sârmei din toron dintr-un cablu înfășurat

Etape de calcul:

- se determină raza de curbură a axei toronului:

$$\rho_{\text{tor}} = R \frac{(1 + i_1 \cos \alpha')^2 + i_1^2 \cdot p_1^2}{\sqrt{[1 + i_1(1 + p_1^2) \cos \alpha']^2 + i_1^2 \cdot p_1^2(4 + p_1^2) \sin^2 \alpha'}} \quad (1.8)$$

unde: $p_1 = \frac{\text{tg} \omega_2}{i_1}$ și $i_1 = \frac{R}{R'}$.

- cu această valoare se va calcula valoarea aproximativă a razei de curbură pentru axa sârmei, utilizând relația (1.4) unde se înlocuiește: $R = \rho_{\text{tor}}$ și $i_1 = \frac{r}{\rho_{\text{tor}}} = i'$:

$$\rho_s' = \rho_{\text{tor}} \frac{(1 + i' \cos \alpha)^2 + i'^2 \cdot p^2}{\sqrt{[1 + i(1 + p^2) \cos \alpha]^2 + i^2 \cdot p^2(4 + p^2) \sin^2 \alpha}} \quad (1.9)$$

1.1.3. Factorii de durabilitate și criteriile pentru alegerea cablurilor

Durabilitatea cablului depinde atât de factori de exploatare (externi), cât și de factori constructivi (interni). Este evident că, la un nivel al efortului de exploatare în cablu mai mare, un regim de lucru mai intensiv, un număr mare de îndoiri pe care le face cablul în cadrul transmisiei și cu cât diametrul organelor de înfășurare și dirijare este mai mic, cu atât durabilitatea cablului este mai redusă. Pe lângă acești factori externi defavorizanți, durabilitatea cablului mai este influențată și de următorii factori constructivi, conform [1]:

a) Categoria de rezistență a materialului sârmelor

Cercetările experimentale au arătat că prin creșterea categoriei de rezistență a materialului sârmei nu se obține o creștere proporțională a durabilității. La același diametru și nivel de efort se constată o anumită creștere a durabilității la cablurile confecționate din sârme din categoria 1570 MPa față de cele de categorii inferioare. Creșterea durabilității în cazul utilizării unor sârme din categoria 1760 MPa este mai mică, iar prin trecerea la categoria 1960 MPa se înregistrează chiar o diminuare a acesteia.

b) Starea suprafeței sârmelor

Prin zincare rezistența la îndoiri alternante și răsucire a sârmelor scade, scăderea fiind mai pronunțată la sârmele cu strat gros de zinc sau stanate. Cu toate acestea, prin protecția oferită împotriva coroziunii, aceste acoperiri conferă cablului, pe ansamblu, o durabilitate sporită.

c) Diametrul sârmelor

La același diametru, cablurile cu mai multe fire, deci cu sârme de diametru mai mic, sunt mai flexibile. Dacă ținem cont că, la trecerea peste role, sârmele cu cât au diametrul mai mic, cu atât sunt mai expuse solicitării de strivire și că această tendință se accentuează cu creșterea dimensiunii canalului rolei de cablu, este preferabil să se utilizeze cabluri cu sârme cu diametrul moderat.

d) Tipul înfășurării

La cablurile cu înfășurare normală STAS 1353-86, straturile succesive de sârme din cadrul toroanelor se înfășoară în același sens și au același unghi de înclinare față de axa toronului. Rezultă o lungime egală a firelor și o repartizare mai uniformă a efortului total. Cu toate acestea durabilitatea lor este mai mică decât a cablurilor cu înfășurare paralelă STAS 1689-80, deoarece contactul între sârmele diferitelor straturi este punctiform, ceea ce determină solicitări de contact importante, precum și uzură prin frecare de alunecare.

e) Preformarea.

Preformarea este operația tehnologică executată anterior cablării, prin care se dă firelor și toroanelor o formă potrivită prin care să se anihileze tendința acestora de a se desface sub acțiunea tensiunilor remanente, provocate de operația de cablare. Preformarea are multiple avantaje care conduc în final la o creștere a durabilității.

De aceea, prin **STAS 1352-91** se prevede confecționarea prin preformare a cablurilor, deși aceasta crește prețul de cost al cablului. Cablurile simple, **STAS 1513-80** se fabrică fără preformare. Calitățile oferite cablului prin preformare sunt: distribuția mai uniformă a sarcinii între fire, flexibilitate mai mare, reducerea uzurii la trecerea cablului peste role sau tamburi, întrucât nu se manifestă în timpul îndoirii tendința sârmelor sau a toroanelor de a ieși în relief, deci sârmele exterioare se uzează uniform. Totodată, eventualele sârme rupte rămân în poziția lor inițială și nu ies proeminent la suprafața cablului.

f) Sensul cablării

Cablurile cu cablare paralelă (**Z/Z** sau **S/S**) sunt mai flexibile decât cele cu cablare în cruce sau mixtă, deoarece în cazul cablării paralele sârmele au curbările în același sens.

g) Natura inimii

Inima moale, vegetală sau sintetică, este impregnată cu lubrefiant anterior cablării și asigură ungerea normală a cablului. Aceasta, ca și inima de azbest, constituie un suport plastic pentru toroanele cablului astfel încât la interior nu se produc tensiuni de contact între fire și toroane. Pe de altă parte, tocmai această lipsă de rezistență a inimii împiedică utilizarea ei la cabluri care trebuie să se înfășoare pe tamburi în mai multe straturi, în acest caz utilizându-se inima metalică.

h) Forma toroanelor

În fabricație curentă, pentru mașinile de ridicat, se află cablurile cu toroane rotunde. La utilizări intensive, în cazul în care numărul roților de deviere pentru cablu este mare, poate fi avantajoasă utilizarea cablurilor cu toroane ovale deoarece acestea asigură contactul simultan al mai multor sârme cu canalul roților sau tamburilor. Prin aceasta uzura și strivirea se reduc, iar durabilitatea crește.

1.1.4. Solicitarea și calculul uzual al cablurilor [1]

În timpul exploatării cablurile sunt supuse solicitării de întindere, încovoiere și strivire, ultimele două datorită trecerii peste role sau înfășurării pe tamburi. Solicitarea firelor constituente este însă mult mai complexă datorită formei pe care o iau ca urmare a cablării și datorită contactului reciproc de vecinătate. Astfel, chiar în porțiunile rectilinii ale cablului efortul de întindere determină în fir, în afara solicitării de întindere și solicitare de încovoiere, deoarece raza de curbura a firului înfășurat elicoidal sau dublu elicoidal prin tracțiune tinde să se modifice. De

asemenea, apare solicitarea de răsucire întrucât curbura firului nu este plană și solicitarea de contact între firele vecine.

Studiul solicitării firelor în vederea stabilirii unor expresii analitice pentru calculul tensiunilor induse au făcut obiectul a numeroase cercetări. M.Scheffler [94] citând pe cercetătorii Jemlich și Steinbach [59], furnizează relații de calcul pentru evaluarea tensiunilor de întindere, încovoiere și contact care apar în materialul firelor, precum și a tensiunii echivalente cu care, în baza ipotezei de degradare a lui Corten și Dolan [45] se face verificarea la oboseală. În acest scop indică valori pentru exponentul curbei de oboseală Wöhler.

Toate studiile au făcut să se înțeleagă mai bine intimitatea proceselor și factorilor care influențează durabilitatea cablurilor, dar nu au dus la impunerea unor formule analitice care să servească la dimensionare.

În prezent, dimensionarea cablurilor se realizează cu o relație de forma:

$$d \geq k_2 \sqrt{S} \quad (1.10)$$

unde: d [mm] - diametrul cablului

S [daN] - efortul în ramura cea mai încărcată a cablului

k_2 - coeficient care depinde de grupa de funcționare a mecanismului în care este integrat cablul, de destinație și de construcția cablului.

Această formulă este recomandată și de **STAS 7526 -90** în care se mai face următoarea precizare: efortul S se determină ținând cont de efectul static al sarcinii, greutatei proprii a muflei și cablului, de randamentul transmisiei prin cablu și de solicitarea suplimentară dată de forțele de inerție, dacă acestea depășesc 10% din efortul de tracțiune static. Valorile coeficientului k_2 sunt prezentate în Tabelul 1.1.

Valorile coeficientului k_2

Tabelul 1.1.

Grupa de funcționare	Transporturi uzuale		Transporturi periculoase
	Cabluri normale	Cabluri antigiratorii	Cabluri normale
M1 și M2	(0,25)	-	-
M3	0,265 (0,250)	0,280 (0,265)	-
M4	0,280	0,300	0,300
M5	0,300	0,335	0,335
M6	0,335	0,375	0,375
M7	0,375	0,425	0,425
M8	0,425	0,475	0,475

Observații:

- Prin transporturi periculoase se înțeleg transporturile de materiale incandescente, toxice, explozive, etc.
- Valorile înscrise în paranteze se admit numai în cazurile când rezistența la tracțiune (rupere) a sârmelor este de cel puțin 1760 MPa.

Rezultă că, în calculul de dimensionare nu se reflectă nici tipul constructiv al cablului, nici categoria de rezistență a materialului sârmei. Aceasta este o consecință

a faptului că durabilitatea cablului depinde, pentru un regim de exploatare dat, mai ales de nivelul de solicitare.

Alegând pentru diametrul care rezultă din formulă, corespunzător criteriilor de asigurare a unei durabilități adecvate, un tip constructiv sau altul, având un material cu rezistență mai ridicată sau mai coborâtă, singura consecință este realizarea unui coeficient de siguranță diferit. Dar nu atât valoarea coeficientului de siguranță este determinantă, cât criteriul de durabilitate. Acest fapt este pus în legătură și cu alegerea diametrului rolelor de cablu, care reprezintă un alt factor de durabilitate deosebit de important.

Astfel, chiar dacă coeficientul de siguranță este ales în mod convenabil, diametrul de înfășurare determinat pornind de la acest coeficient nu conduce, în general, la soluția optimă. În realitate se urmărește utilizarea unui cablu cu diametrul cât mai mic, care să conducă la diametre minime pentru role și tamburi. Fiind dat coeficientul de siguranță, se ajunge la acest rezultat utilizând sârme având o rezistență cât mai ridicată și un cablu cu un coeficient de umplere cât mai mare. Durabilitatea unui cablu ales în acest fel, în general, nu este cea optimă.

De exemplu, utilizând un cablu cu sârme având o rezistență inferioară (1570 MPa în loc de 1960 MPa) și cu un coeficient de umplere inferior (cablu cu opt toroane în loc de un cablu cu șase toroane), se asigură o durabilitate mai mare, deși coeficientul de siguranță este mai redus.

Valoarea coeficientului de siguranță în raport cu sarcina teoretică minimă de rupere a cablului S_r , se poate calcula pornind de la relația de definiție:

$$c = \frac{S_r}{S} \quad (1.11)$$

$$\text{sau} \quad c = \frac{k_1 \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma_r}{\frac{d^2}{k_2^2}} = \frac{\pi}{4} \cdot k_1 \cdot k_2^2 \cdot \sigma_r \quad (1.12)$$

unde : k_1 - coeficient de umplere a cablului;

σ_r [MPa] - rezistența la tracțiune (rupere) a sârmelor din cablu, [MPa].

Relația (1.12) indică dependența în care se găsesc coeficientul de siguranță c și coeficientul de calcul k_2 . Recomandările asupra canalului de cablu sunt diversificate după tipul de mecanism de ridicare.

Recomandarea principală este ca raza canalului r , să fie mai mare decât raza cablului: $r = 0,54d$. Experiența arată că la o duritate scăzută a canalului rolei, după un număr scăzut de cicluri se formează amprente pe suprafața canalului de rolă. Durabilitatea unei role este practic infinită dacă duritatea canalului rolei atinge (320...340) HBS. O duritate prea mare a suprafeței canalului duce la o distrugere mai rapidă a cablului.

Comportarea cablurilor în exploatare, din punct de vedere a durabilității, este condiționată de aplicarea corectă a unor măsuri de protecție a cablului, imediat după terminarea procesului de fabricație, în timpul depozitării, transportului și pregătirii cablului pentru punerea în exploatare.

1.2. SÂRME UTILIZATE LA FABRICAREA CABLURILOR DE TRACȚIUNE

1.2.1. Caracteristicile mecanice și tehnologice ale sârmelor [72]

Durabilitatea cablurilor de tracțiune depinde în mare măsură de calitatea sârmelor componente. Rezistența la tracțiune (rupere) a sârmei trase din oțel depinde de: conținutul de carbon, condițiile de patentare și reducerea de secțiune.

La acestea se adaugă factorii secundari condiționați de modul de elaborare a oțelului: puritatea, mărimea grăuntelui austenitic, etc. În anumite condiții de exploatare a cablurilor de tracțiune sârmele se încălzesc peste temperatura lui AC1 (diagrama Fe-C). Dacă se produce o răcire bruscă, la suprafața lor se formează o structură martensitică, iar materialul sârmei devine fragil. Acest pericol este cu atât mai mare cu cât conținutul de carbon al sârmelor este mai înalt.

Curba de variație a rezistenței la tracțiune (rupere) în funcție de conținutul de carbon (Fig.1.10) poate fi dată de ecuația:

$$\sigma_r = aC[\%] + b \quad (1.13)$$

unde: a și b sunt coeficienți, iar b ia valori între (42...48).

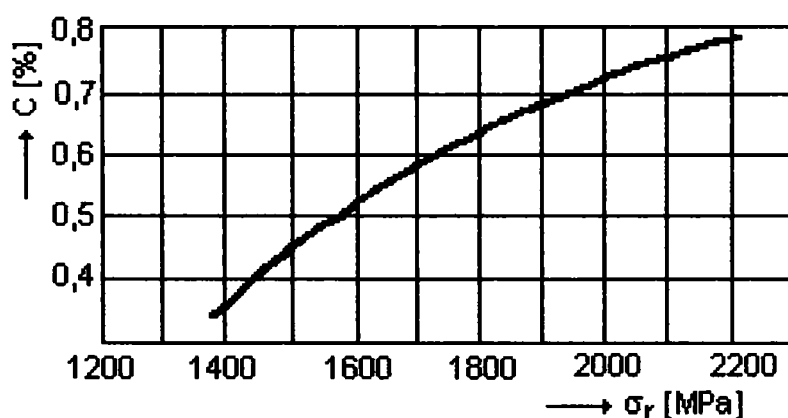


Fig.1.10. Variația rezistenței la tracțiune a sârmei în funcție de conținutul de carbon

Analizând variația rezistenței la tracțiune (rupere) funcție de reducerea de secțiune, se observă că σ_r crește odată cu reducerea de secțiune a sârmei trefilate. Calitatea sârmei trefilate se apreciază și după numărul de îndoiri și răsuciri la care se rupe sârma. Aceste încercări tehnologice indică posibilitatea de deformare a sârmei la solicitările la care este supusă sârma în timpul procesului de fabricație a cablului și apoi în exploatare. Variația numărului de îndoiri până la rupere ale sârmei din oțel cu conținut mic de carbon (0,3...0,4%) nu este influențată de reducerea de secțiune, acest număr fiind mai ridicat față de celelalte sortimente de oțeluri.

Concluzia este că pentru fabricarea sârmelor componente ale cablurilor de tracțiune, reducerea optimă de secțiune în procesul de trefilare este de 80%, la care se obține o rezistență la tracțiune (rupere) mare și un număr ridicat de îndoiri alternante și răsuciri până la rupere.

1.2.2 Principalele faze în fabricația sârmelor trefilate [1]

Sârmele utilizate la cablurile din oțel multifilare sunt realizate prin trefilare din oțel carbon de calitate mărcile **OLC 35; OLC 45; OLC 55; OLC 60** în trei clase de calitate (Tabelul 1.2) și cinci categorii de rezistență (Tabelul 1.3) conform reglementărilor prevăzute în **STAS 1298-89**. Pentru categoriile IV și V se folosesc oțeluri cu conținut maxim de carbon de 0,85%.

Clasele de calitate ale sârmelor din cabluri

Tabelul 1.2

Clasa de calitate	Destinație
A	Cabluri pentru transport persoane
B	Cabluri pentru tracțiune și transport materiale
C	Cabluri pentru ancorare și ghidare

Categoriile de rezistență ale sârmelor din cabluri

Tabelul 1.3

Categoria de rezistență	Rezistența minimă la tracțiune [MPa]	Clasa de calitate	
		A	B și C
		Rezistența maximă la tracțiune [MPa]	
I	1180	1320	1470
II	1370	1520	1670
III	1570	1720	1860
IV	1760	1910	2060
V	1960	2110	2250

Sârma pentru cabluri se execută fie cu suprafața în stare neacoperită, mată, fie într-una din următoarele variante de acoperire (în scopul protecției contra coroziunii):

- zincată înainte de trefilare sau zincată trasă (**zt**);
- zincată final electrolitic (**g**);
- zincată cu strat gros de zinc (**G**);
- stanată (**S**) - numai în cazul sârmelor de categoria IV și V.

Fazele principale ale procesului de trefilare sunt expuse pentru a evidenția multiplii factori ce pot surveni în modificarea caracteristicilor de rezistență și tehnologice ale sârmelor de oțel, prefabricatul cablului de tracțiune.

- *Pregătirea suprafețelor* - constă în îndepărtarea oxidului de pe suprafața sârmei prin decapare. Alte procedee sunt: curățirea pe cale mecanică prin îndoirea

sârmei peste o perie de role, urmată de o curățire fină prin ștergere sau vibrație electromagnetică și prin lovirea suprafeței sârmei cu alicie din sârmă dură.

- *Trefilarea* - se face cu viteze mari de lucru și se iau măsuri pentru răcirea tobelor de tragere.

- *Tratamentele termice* principale sunt:

- recoacerea - pentru sârme din oțel moale
- patentarea (călirea izotermă)
- îmbătrânirea.

În cazul sârmelor din oțel tare, zincate, acoperirea cu zinc ca operație finală, se execută electrolitic. Sârma patentat-zincată se supune trefilării și astfel pierderea proprietăților de rezistență, provocată de zincarea la cald, se recâștigă prin ecruisare, îmbunătățindu-se în același timp și rezistența la coroziune a stratului de zinc.

Îmbătrânirea se aplică la sârmele pentru beton precomprimat care, pe lângă calități de rezistență și alungire mare, trebuie să aibă și calități reologice superioare (limită de curgere, fluaj și relaxare). Îmbătrânirea artificială constă în îndreptarea și încălzirea de scurtă durată a sârmei la circa 250...350⁰C într-o baie de plumb.

1.2.3. Încercările tehnologice ale sârmelor

Încercarea la îndoire alternantă a sârmelor evidențiază capacitatea de îndoire și dezdoire a materialului sârmei. Ca rezultat al încercării se indică numărul de îndoiri până la care sârma s-a rupt. Această încercare este reglementată prin standarde [139] în care se prescriu: lungimea epruvetei, pretensionarea sârmei, diametrul dornului după care se face îndoirea. Dispozitivele moderne de încercare a sârmelor la îndoire alternantă sunt prevăzute cu antrenare electrică și contor pentru numărarea îndoierilor până la rupere.

Încercarea la răsucire a sârmelor [140] arată modul de comportare a metalului la deformația produsă de răsucire, efectuată în același sens sau în sensuri alternante, evidențind totodată neomogenitatea materialului și a diferitelor defecte interioare sau exterioare.

La o sârmă de bună calitate suprafața de rupere este netedă, iar în timpul răsucirii sârmei materialul se deformează uniform pe toată lungimea sârmei. Încercarea la îndoire se consideră mai puțin concludentă întrucât se solicită o singură secțiune, în opoziție cu încercarea la răsucire, care se manifestă pe o zonă mare a sârmei, depistând prin ruperea sârmei defectele structurale sau de fabricație.

Alte încercări tehnologice ale sârmelor sunt: încercarea la tracțiune a sârmelor cu nod, încercarea aderenței stratului de acoperire.

1.3. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRILOR PRIVIND CALCULUL DE REZISTENȚĂ AL SÂRMELOR DIN CABLURILE DE OȚEL

De-a lungul timpului au fost proiectate și încercate multe tipuri de cabluri supuse diverselor solicitări în cadrul cărora sarcina de întindere se transmite prin intermediul unui organ flexibil. Majoritatea rezultatelor obținute înainte de 1950 sunt rezultatele unor programe de încercări care implicau atât solicitări statice, cât și variabile (la oboseală).

În 1945, **Drucker și Tachau** [82] au relevat existența rezistenței la oboseală și au prezentat un prim criteriu de proiectare a cablurilor de tracțiune. În 1950, **Hall și Hruska** [82] au dezvoltat primele modele teoretice pentru determinarea tensiunilor din sârmele unui toron, examinând apoi comportarea toroanelor având construcții geometrice diferite.

Studiul efectului de compresiune locală asupra durabilității sârmelor din cablurile de oțel a fost inițiat în Italia de către profesorul **Giorgio Paolini** [79] de la Politehnica din Milano. Concluzia la care s-a ajuns în urma unor încercări experimentale efectuate în anul 1965, a fost aceea că compresiunea de contact fără deplasarea relativă a sârmelor între ele conduce la creșterea durabilității sârmelor necablate datorită tensiunilor interne și ecruisării oțelului. S-a apreciat o creștere a rezistenței la oboseală a sârmelor solicitate la compresiune transversală locală de (3,6...15,7)%.

Prof. dr. ing. **Lazăr Boleanțu** [21] a continuat această preocupare, construind în anul 1969 o mașină care permite încercarea sârmelor la oboseală cu compresiune de contact, mașina Nădășan-Boleanțu [NB], existentă în prezent în dotarea Laboratorului de Rezistența materialelor de la Facultatea de Mecanică din Timișoara. Concluzia la care s-a ajuns în urma încercărilor experimentale a fost aceea că compresiunea locală mărește tensiunea maximă la care se produce ruperea pentru un anumit număr de cicluri de solicitare. Această concluzie nu este însă confirmată de experiența din exploatare, deoarece compresiunea transversală accelerează distrugerea cablului [111] datorită coroziunii de fretaj, care depinde de următorii factori: amplitudinea deplasării relative a corpurilor în contact, mărimea presiunii sau a forței de apăsare, frecvența deplasărilor relative dintre corpurile în contact, influența corozivă a mediului, starea de tensiune și temperatura suprafețelor în contact. Deplasarea relativă a suprafețelor în contact condiționează existența coroziunii de fretaj și lipsește în cazul încercării sârmelor pe mașina [NB].

Cu ajutorul acestei mașini s-au efectuat studii [21] despre efectul răsucirii sârmei asupra durabilității acesteia, iar rezultatele experimentale au confirmat ipotezele conform cărora pretorsionarea epruvetelor influențează foarte puțin durabilitatea sârmelor. De asemenea, s-a constatat creșterea rezistenței sârmei la solicitări variabile odată cu creșterea raportului dintre diametrul sârmei și diametrul rolei de înfășurare a cablului.

Starea de tensiune în cazul contactului dintre sârmele componente ale unui toron a fost studiată analitic în 1973 de către profesorii **James Phillips și George Costello** de la Universitatea din Illinois, S.U.A., care au rezolvat 6 ecuații neliniare de echilibru pentru sârma considerată inițial sub formă de serpentină [43].

Velinsky [103], a adus o contribuție majoră în 1981, când a liniarizat teoria dezvoltată de Costello și a furnizat o metodă rațională de abordare a toroanelor din cablu într-o manieră ca și cea de tratare a sârmelor din toron. În particular, Velinsky a considerat un cablu cu inimă internă de construcție Seale. Aspectele mai importante ale studiului lui Velinsky au fost analizate mai târziu într-o lucrare de către Velinsky, Anderson și Costello [104].

Mai târziu, **Phillips și Fotsch** [83] au prezentat rezultate similare pentru un cablu cu inimă centrală de construcție particulară, utilizat în mod obișnuit în instalațiile de ridicare.

În 1985, **Phillips și Costello** [82] au generalizat cercetările lui Velinsky pentru orice tip de cablu cu inimă centrală. Expresiile de calcul pentru eforturile axiale, de încovoiere, torsiune și contact liniar pentru sârme individuale și toroane au fost determinate pentru o situație de încărcare obișnuită, când un cablu este solicitat la întindere axială și în același timp la încovoiere pe un scripete sau tambur. Forțele de frecare au fost neglijate, deci rezultatele se aplică doar pentru un cablu bine uns, sau pentru un cablu solicitat doar la întindere (nu și la răsucire sau încovoiere).

În martie 2000, profesorii **A. J. Paris și G. A. Costello** [80] prezintă o metodă analitică de determinare a stării de tensiune și deformație a unui cablu solicitat axial și la răsucire, rezolvând ecuațiile diferențiale ale eforturilor și deplasărilor printr-o metodă matricială, considerând materialul cablului omogen, izotrop și cu o comportare liniar-elastică a tuturor proprietăților.

1.3.1. Analiza unui cablu drept [82];[80]

Analiza tensiunilor din sârmele unui cablu începe cu studiul deformării unei sârme elicoidale într-un toron drept. Prin *compunerea părților*, deformațiile tuturor sârmelor din toronul considerat determină ca una singură, solicitarea axială și la răsucire a toronului. Se consideră apoi că fiecare toron din cablu este solicitat la încovoiere sub formă de serpentină și iarăși prin *compunerea părților* deformațiile tuturor toroanelor din cablu determină ca una singură solicitarea axială și la răsucire a cablului drept.

1.3.1.1. Relații generale pentru o sârmă sau un toron

Ecuațiile de echilibru pentru o sârmă elicoidală dintr-un toron drept sunt aceleași cu cele pentru un toron elicoidal dintr-un cablu drept. În fiecare caz ecuațiile caracteristice pot fi deduse din ecuațiile generale de echilibru ale lui Love [66], pentru o bară subțire arbitrar deformată, supusă unui efort redus de întindere.

Pentru stabilirea eforturilor într-o secțiune transversală a sârmei se asociază fiecărei secțiuni un sistem de axe intrinsec (triedrul Frenet). La trecerea de la o secțiune oarecare la una infinit vecină sistemul de coordonate își schimbă orientarea, rotindu-se în jurul unei axe de direcție și sens date de: $\bar{\omega} = k\bar{t} + \chi\bar{b}$, unde k este panta curbei și $\chi = 1/\rho$ este curbura curbei.

Dacă ecuațiile parametrice ale *curbei strâmbe* sunt date prin: $x(s)$; $y(s)$ și $z(s)$, s fiind elementul de arc, se definește:

- curbura curbei: $\chi = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{ds^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{ds^2}\right)^2}$;
- panta curbei: $k = \frac{\rho^2}{ds^6} \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ d^2x & d^2y & d^2z \\ d^3x & d^3y & d^3z \end{vmatrix}$.

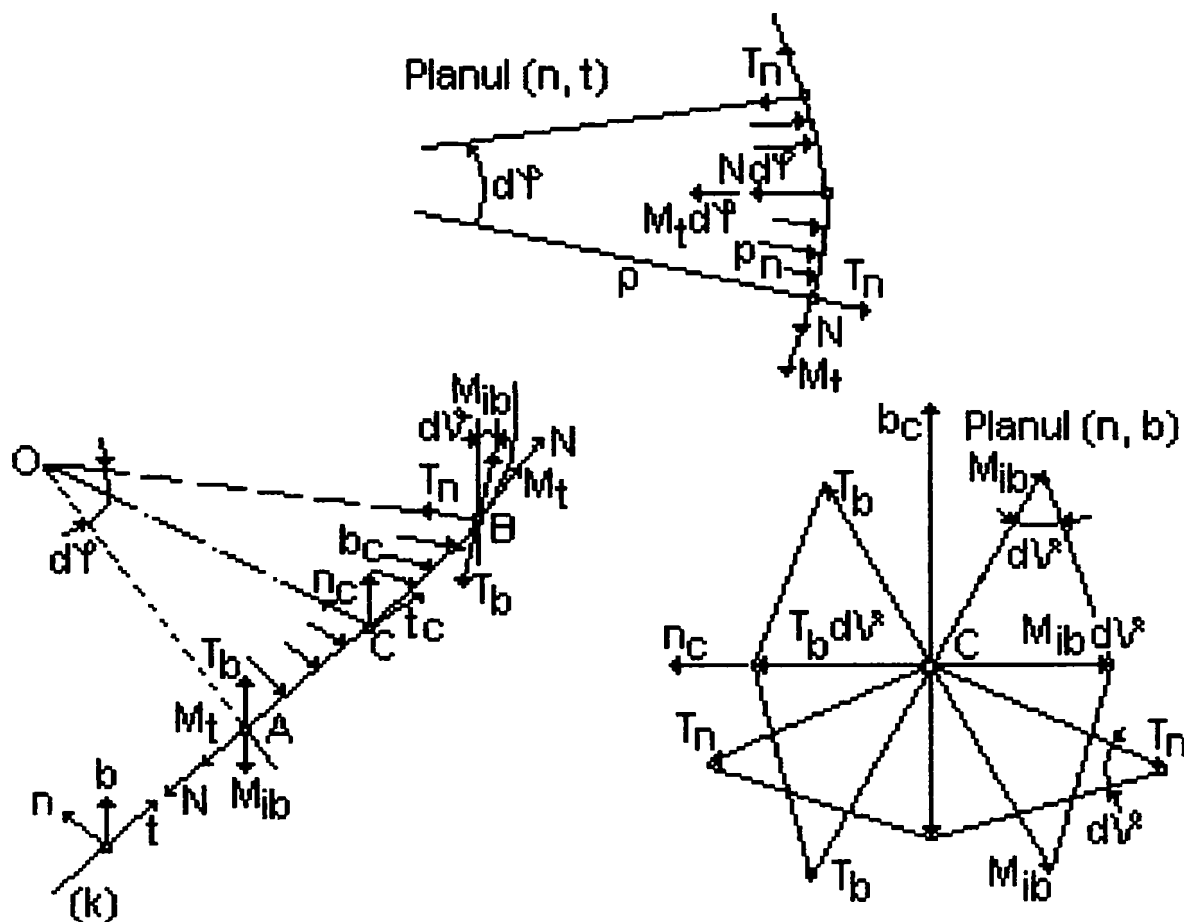


Fig.1.11. Schema eforturilor în sârma considerată bară curbă strâmbă

Ecuțiile de echilibru ale unui element de sârma în funcție de eforturile din secțiune (Fig.1.11) și forțele exterioare se scriu astfel:

$$\frac{dN}{d\xi} - T_e + Fk' + X = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{dM_i}{d\xi} - M_i'e + M_t k' - F + K = 0 \quad (1.15)$$

unde: ξ - distanța de la axa centrală a sârmei sau a toronului [mm];

N, T - forța axială și forța tăietoare [N];

F - forța de întindere din cablu [N];

M_i, M_i' - momentul încovoietor în direcție normală și tangențială [Nmm];

M_t - momentul de torsiune (răsucire) [Nmm];

$k'; e$ - curbura tangențială și pasul elicei de înfășurare (în stare deformată);

X – forța exterioară aplicată, distribuită uniform pe unitatea de lungime în direcție normală, [N];

K – momentul exterior distribuit uniform pe unitatea de lungime în direcție normală, [Nmm].

Dacă se consideră că forțele generalizate nu depind de ξ , iar $K = 0$, atunci:

$$X = Te - Fk' \quad (1.16)$$

$$T = M_t k' - M_i e \quad (1.17)$$

Aceste ecuații pentru X și T sunt neliniare dacă e și k' se referă la poziția deformată a sârmei sau a toronului. Oricum, modificările lui e și k' în timpul solicitării sunt foarte mici, deci valorile e și k' în ecuațiile de echilibru (1.16) și (1.17) pot fi luate la valoarea inițială cu o precizie suficientă.

1.3.1.2. Analiza unei sârme

Se consideră mai întâi deformarea unei sârme elicoidale într-un toron drept solicitat la tracțiune și răsucire (Fig.1.12). Toronul considerat poate fi oricare dintre cele m_s toroane din stratul s de înfășurare în cablu. În interiorul toronului sunt l_s straturi de sârme împletite elicoidal; stratul i de înfășurare conține m_{si} sârme identice, fiecare având:

R_{si} – raza sârmei [mm];

α_{si} – unghiul de înclinare a înfășurării elicoidale (măsurat în sens antiorar) față de un plan normal pe axa centrală a toronului;

r_{si} – raza înfășurării elicoidale [mm].

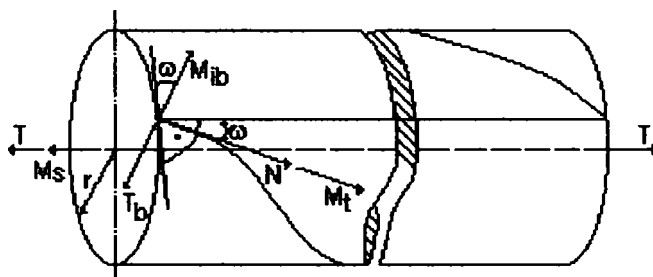


Fig.1.12. Starea de eforturi în sârma unui cablu spiral

În configurația inițială curburile normală, tangențială și elicea pentru fiecare sârmă sunt:

$$k_{si} = 0; \quad k'_{si} = \frac{\cos^2 \alpha_{si}}{r_{si}}; \quad e_{si} = \frac{\sin \alpha_{si} \cos \alpha_{si}}{r_{si}} \quad (1.18)$$

Când toronul este solicitat la tracțiune și răsucire în fiecare sârmă apare o alungire ϵ_{si} , împreună cu modificarea $\Delta k'_{si}$ și Δe_{si} a curburii tangențiale și a elicei, curbura normală rămânând neschimbată. Deci, momentul încovoietor în direcție normală este egal cu zero: $M_{isi} = 0$.

Deformațiile generale remanente ϵ_{si} , $\Delta k'_{si}$ și Δe_{si} conduc la eforturile totale în sârme:

$$F_{si} = \pi R_{si}^2 \varepsilon_{si} \quad (1.19)$$

$$M'_{isi} = \frac{\pi E R_{si}^4}{4} \Delta k'_{si} \quad (1.20)$$

$$M_{tsi} = \frac{\pi E R_{si}^4}{4(1+\nu)} \Delta e_{si} \quad (1.21)$$

unde: E – modulul de elasticitate longitudinal și ν - coeficientul lui Poisson pentru materialul sârmei.

Variațiile r_{si} și α_{si} conduc direct la modificări ale curburii și elicei și invers. Prin derivarea parțială a relațiilor (1.18) se obține:

$$\frac{\Delta r_{si}}{r_{si}} = -2 \operatorname{tg} \alpha_{si} (r_{si} e_{si}) + (\operatorname{tg}^2 \alpha_{si} - 1) (r_{si} \Delta k'_{si}) \quad (1.22a)$$

$$\Delta \alpha_{si} = (r_{si} \Delta e_{si}) - \operatorname{tg} \alpha_{si} (r_{si} \Delta k'_{si}) \quad (1.22b)$$

1.3.1.3. Condiții de compatibilitate pentru sârmele dintr-un toron

Într-un toron drept solicitat la tracțiune și răsucire ia naștere o deformare ε_s și o modificare a elicei Δe_s (unghiul de răsucire pe unitatea de lungime). Straturile de sârme care alcătuiesc toronul trebuie să se deformeze într-o manieră compatibilă cu aceste eforturi din toron, în plus, straturile de sârme adiacente trebuie să rămână în contact cu fiecare din celelalte. În total, trei *condiții de compatibilitate* iau naștere pentru fiecare strat de înfășurare a sârmelor. Primele două sunt determinate luând în considerare întinderea și modificarea răsucirii sârmelor, respectiv a toronului.

Se poate demonstra că atunci când într-o sârmă dată ia naștere o deformare ε_{si} și o modificare a unghiului de înclinare a înfășurării elicoidale $\Delta \alpha_{si}$, în toron apare o deformare ε_s , dată de:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{si} + \operatorname{ctg} \alpha_{si} \Delta \alpha_{si} \quad (1.23)$$

Analog, se poate demonstra că modificarea elicei toronului Δe_s , este dată de relația:

$$\Delta e_s = \frac{1}{r_{si}} \left[\operatorname{ctg} \alpha_{si} \left(-\frac{\Delta r_{si}}{r_{si}} + \varepsilon_{si} \right) - \Delta \alpha_{si} \right] \quad (1.24)$$

A treia condiție necesară pentru sârmele din stratul i de înfășurare al toronului considerat este aceea că ele rămân în contact cu sârmele dintr-un alt strat de înfășurare, de obicei stratul $(i-1)$ din același toron. Dacă deformările cauzate de sarcinile de contact se neglijează, această condiție redă efectiv valoarea razei înfășurării elicoidale r_{si} , în funcție de raza sârmei R_{sj} astfel:

$$r_{si} = \sum_{j=1}^i \eta_{sij} R_{sj} \quad (1.25)$$

η_{sij} sunt factori adimensionali de pondere ai sistemului, care pot fi constante sau funcții de cea mai slabă caracteristică de-a lungul elicei de înfășurare, în care caz acești factori pot fi aproximați cu o constantă dacă secțiunea transversală a sârmelor este circulară.

Modificarea razei înfășurării elicoidale Δr_{si} , se va datora contracției transversale a sârmelor din toron, deci:

$$\Delta r_{si} = \Delta r_{si}^p - v \eta_{sii} R_{si} \epsilon_{si} \quad (1.26a)$$

unde

$$\Delta r_{si}^p = -v \sum_{j=1}^{i-1} \eta_{sij} R_{sj} \epsilon_{sj} \quad (1.26b)$$

este partea din Δr_{si} datorată contracției transversale a sârmelor din straturile de dedesubtul stratului i .

Dacă ϵ_{sj} pentru $j = 1, \dots, i-1$ a fost deja calculat, atunci Δr_{si}^p este o valoare cunoscută.

Ecuatiile (1.23), (1.24) și (1.26a) definesc cele trei condiții necesare pentru determinarea deformațiilor generalizate din sârme ϵ_{si} , $\Delta k'_{si}$ și Δe_{si} în corespondență unică cu deformațiile generalizate din toron ϵ_s , Δe_s și *contractia de substrat* Δr_{si}^p .

Relațiile pot fi scrise sub forma:

$$\begin{bmatrix} 1 & \operatorname{ctg} \alpha_{si} & -1 \\ \operatorname{ctg} \alpha_{si} & 1 & \operatorname{ctg} \alpha_{si} \\ v \eta_{sii} \left(\frac{R_{si}}{r_{si}} \right) \operatorname{ctg}^2 \alpha_{si} & -2 \operatorname{ctg} \alpha_{si} & (1 - \operatorname{ctg}^2 \alpha_{si}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{si} \\ r_{si} \Delta e_{si} \\ r_{si} \Delta k'_{si} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ r_{si} \Delta e_s \\ \left(\frac{\operatorname{ctg}^2 \alpha_{si}}{r_{si}} \right) \Delta r_{si}^p \end{Bmatrix} \quad (1.27)$$

și rezolvate cu regula lui Cramer, în cazul general când $\operatorname{ctg} \alpha_{si} \neq 0$. În cazul des întâlnit când o sârmă este paralelă cu axa toronului, adică $\operatorname{ctg} \alpha_{si} = 0$, ecuațiile (1.27) devin:

$$\epsilon_{si} = \epsilon_s; \quad \Delta e_{si} = \Delta e_s; \quad \Delta k'_{si} = 0.$$

1.3.1.4. Forțele totale rezultante pentru un toron

Forța de tracțiune rezultantă pentru un toron este dată de:

$$F_s = \sum_{i=1}^{l_s} m_{si} (F_{si} \sin \alpha_{si} + T_{si} \cos \alpha_{si}) \quad (1.28)$$

iar momentul de torsiune resultant este:

$$M_{ts} = \sum_{i=1}^{l_s} m_{si} \left[(M_{tsi} \sin \alpha_{si} + M'_{isi} \cos \alpha_{si}) + r_{si} (F_{si} \cos \alpha_{si} - T_{si} \sin \alpha_{si}) \right] \quad (1.29)$$

F_{si} , M'_{isi} , M_{tsi} și T_{si} sunt date de ecuațiile (1.19), (1.20), (1.21) și (1.17), după ce valorile ϵ_{si} , $\Delta k'_{si}$ și Δe_{si} pentru toate sârmele din toron au fost determinate prin rezolvarea ecuațiilor (1.27) pentru $i = 1, \dots, l_s$.

Pentru calculele următoare este necesară valoarea momentului rezultat de încovoiere în direcție tangențială al toronului, M'_{is} . Determinarea rigidității la încovoiere a toroanelor este complicată de prezența frecării, iar formulele elementare sunt valabile doar pentru condițiile la limită uzuale.

McConnell și Zemke [70] au realizat încercări la îndoire alternantă asupra toroanelor încărcate axial și au dedus că toroanele prezintă o rigiditate flexională având o comportare foarte apropiată cu un pachet compact de fire pentru care marginile plane ale secțiunii (prin pachet) rămân plane și după deformare, chiar dacă au fost supuse la tracțiune. Între cele două extreme, cazul fără frecare este cel mai relevant în studiile recente, dacă în particular aplicația se referă la un cablu bine uns.

Soluția generalizată a lui Costello pentru un cablu elicoidal supus la încovoiere devine aplicabilă; rezultă că momentul încovoiitor M'_{is} , necesar modificării liniei de curbura a toronului $\Delta k'_s$, este dat de:

$$M'_{is} = \left(\sum_{i=1}^{l_s} m_{si} \frac{\sin \alpha_{si}}{1 + \frac{1}{2} \nu \cos^2 \alpha_{si}} \frac{\pi E R^4}{4} \right) \Delta k'_s \quad (1.30)$$

1.3.1.5. Geometria toronului

De obicei cablurile cu inimă internă sunt compuse din trei straturi de toroane: două straturi care conțin inima și al treilea strat format din tipuri diferite de toroane cum ar fi: Seale, Warrington sau toroane lățite.

Notăm cu R_s raza toronului din stratul s de înfășurare. Dacă cele l_s straturi de sârme din acest toron au fost dispuse astfel încât stratul l_s este cel mai din exterior, atunci:

$$R_s = r_{si} + R_{si} \quad (i = l_s) \quad (1.31)$$

Raza înfășurării elicoidale a toronului din stratul s va avea forma:

$$r_s = \sum_{t=1}^s \eta_{0st} R_t \quad (1.32)$$

unde de obicei constantele η_{0st} sunt numere întregi.

Raza cablului este dată de:

$$R = r_s + R_s \quad (s = l) \quad (1.33)$$

unde l este numărul straturilor de toroane din cablu.

Fiecare toron înfășurat în cablu are propria sa elice e_s și curbura k'_s , date de relațiile:

$$e_s = \frac{\sin \alpha_s \cos \alpha_s}{r_s} \quad \text{și} \quad k'_s = \frac{\cos^2 \alpha_s}{r_s} \quad (1.34a,b)$$

unde α_s este unghiul de înclinare a înfășurării elicoidale pentru toronul conținut în cablu.

Dacă cablul este solicitat la întindere de o forță axială F și la răsucire de un moment de torsiune M_t , în fiecare toron apare o alungire ε_s și o modificare a elicei și a curburii dată de Δe_s , respectiv $\Delta k'_s$.

1.3.1.6. Condiții de compatibilitate pentru toroanele conținute în cablu

Ca și în cazul sârmelor conținute în toron, apar trei condiții care descriu comportarea toroanelor conținute în cablu care conduc la un set de trei ecuații pentru deformațiile generalizate din toron: ε_s , Δe_s , respectiv $\Delta k'_s$.

Primele două condiții sunt similare celor întâlnite anterior pentru sârmele înfășurate în toron și conduc la expresii conforme cu ecuațiile (1.23) și (1.24). A treia condiție se referă la modificarea razei toronului, care trebuie realizată astfel încât toroanele din stratul s de înfășurare să rămână în contact cu cele din stratul $(s-1)$. Din ecuațiile (1.25) și (1.31) rezultă că modificarea razei toronului ΔR_s , datorată coeficientului de contracție a lui Poisson pentru sârmele conținute în toron, satisface relația:

$$R_s + \Delta R_s = \sum_{j=1}^{l_s} \eta_{soj} (1 - \nu \varepsilon_{sj}) R_{sj} \quad (1.35)$$

unde ε_{sj} sunt alungirile sârmelor, adică:

$$\Delta R_s = -\nu \sum_{j=1}^{l_s} \eta_{soj} \varepsilon_{sj} R_{sj} \quad (1.36)$$

iar η_{soj} sunt factorii adimensionali de pondere ai sistemului definiți anterior.

Este important de menționat faptul că atât întinderea cât și răsucirea toronului, conduc la apariția deformațiilor ε_{sj} în sârmele componente ale toronului, deci ambele tipuri de solicitări trebuie luate în considerare când definim modificarea razei toronului.

Faptul că răsucirea toronului afectează valoarea razei toronului este unul din aspectele care deosebesc comportarea unui toron de cea a unei sârme. Deoarece ε_{sj} variază liniar în funcție de ε_s și Δe_s , respectiv se anulează când ε_s și Δe_s sunt egali cu zero, rezultă că;

$$\varepsilon_{sj} = \frac{\partial \varepsilon_{sj}}{\partial \varepsilon_s} \varepsilon_s + \frac{\partial \varepsilon_{sj}}{\partial \Delta e_s} \Delta e_s \quad (1.37)$$

unde derivatele parțiale $\frac{\partial \varepsilon_{sj}}{\partial \varepsilon_s}$ și $\frac{\partial \varepsilon_{sj}}{\partial \Delta e_s}$ pot fi rezolvate (dacă este necesară o rezolvare numerică) din soluția obținută anterior pentru sârmele dintr-un toron solicitat.

Utilizând ecuațiile (1.32), (1.36) și (1.37) se poate demonstra că modificarea razei înfășurării elicoidale a toronului este dată de:

$$\Delta r_s = \Delta r_s^p + \eta_{0ss} \frac{\partial R_s}{\partial \varepsilon_s} \varepsilon_s + \eta_{0ss} \frac{\partial R_s}{\partial \Delta e_s} \Delta e_s \quad (1.38)$$

unde Δr_s^p reprezintă partea din Δr_s datorată doar modificărilor cunoscute ale razelor toroanelor de dedesubtul celor din stratul s de înfășurare:

$$\Delta r_s^p = \sum_{t=1}^{s-1} \eta_{0st} \left(\frac{\partial R_t}{\partial \varepsilon_t} \varepsilon_t + \frac{\partial R_t}{\partial \Delta e_t} \Delta e_t \right) \quad (1.39)$$

Relația (1.38) va fi acum transformată prin utilizarea unei relații fundamentale, similară cu ecuația (1.22a), care redă modificarea razei înfășurării elicoidale a toronului Δr_s în funcție de Δe_s și $\Delta k'_s$. Realizând această substituție, amplificând ambii membri ai ecuației obținute cu $\left(\frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} \right)$ și introducând relațiile:

$$C_s^\varepsilon \equiv \eta_{0ss} \frac{\partial R_s}{\partial \varepsilon_s}, \quad C_s^{\Delta e} \equiv \eta_{0ss} \frac{\partial R_s}{\partial \Delta e_s} \quad (1.40 \text{ a,b})$$

se obține:

$$\begin{aligned} & -\frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} C_s^\varepsilon \varepsilon_s + \left[-2\text{ctg} \alpha_s - \frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} C_s^{\Delta e} \right] (r_s \Delta e_s) + \\ & + (1 - \text{ctg}^2 \alpha_s) (r_s \Delta k'_s) = \frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} \Delta r_s^p \end{aligned} \quad (1.41)$$

S-au obținut astfel 3 ecuații pentru eforturile totale din toroanele din stratul s de înfășurare în cablu: 2 ecuații sunt similare ecuațiilor (1.23) și (1.24) care ne asigură că toronul se va deforma într-o manieră compatibilă cu cea a cablului și ecuația (1.41) care ne asigură că în starea deformată a cablului toate toroanele din straturile de înfășurare în cablu rămân în contact cu cele din straturile învecinate.

Cele 3 ecuații pot fi scrise într-o formă similară cu ecuația (1.27):

$$\begin{bmatrix} 1 & \text{ctg} \alpha_s & -1 \\ \text{ctg} \alpha_s & 1 & \text{ctg} \alpha_s \\ -\left(\frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} \right) C_s^\varepsilon & -2\text{ctg} \alpha_s - \left(\frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} \right) C_s^{\Delta e} & (1 - \text{ctg}^2 \alpha_s) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_s \\ r_s \Delta e_s \\ r_s \Delta k'_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ r_s \Delta e \\ \left(\frac{\text{ctg}^2 \alpha_s}{r_s} \right) \Delta r_s^p \end{Bmatrix} \quad (1.42)$$

Rezolvând ecuațiile (1.42) pentru fiecare toron din cablu, se pot utiliza ecuațiile (1.28), (1.29), (1.30) pentru determinarea forței de tracțiune F_s , a momentului de răsucire M_{ts} și

a momentului încovoietor M'_{is} care acționează în fiecare toron. Ecuțiile de echilibru (1.16) și (1.17) pot fi utilizate apoi pentru determinarea forței tăietoare T_s și a sarcinii normale distribuite X_s care acționează pe fiecare toron.

Forța de tracțiune rezultantă F și momentul de răsucire rezultant M_t care acționează asupra cablului pot fi obținute prin însumarea în direcție axială a forțelor și momentelor care acționează în fiecare toron. Procedura este analoagă celei utilizate pentru fiecare toron referindu-ne la sârmele conținute în acesta, iar rezultatele obținute sunt:

$$F = \sum_{s=1}^l m_s (F_s \sin \alpha_s + T_s \cos \alpha_s) \quad (1.43)$$

$$M_t = \sum_{s=1}^l m_s \left[(M_{ts} \sin \alpha_s + M'_{is} \cos \alpha_s) + r_s (F_s \cos \alpha_s - T_s \sin \alpha_s) \right] \quad (1.44)$$

unde m_s reprezintă numărul toroanelor din stratul s de înfășurare în cablu, iar l este numărul straturilor de toroane din cablu.

1.3.2. Analiza unui cablu solicitat la încovoiere peste un scripete [82]

Cablurile de tracțiune cu inimă internă sunt de obicei supuse unor încărcări axiale peste care se suprapun tensiunile de încovoiere care apar la înfășurarea cablului pe un tambur sau un scripete (Fig.1.13).

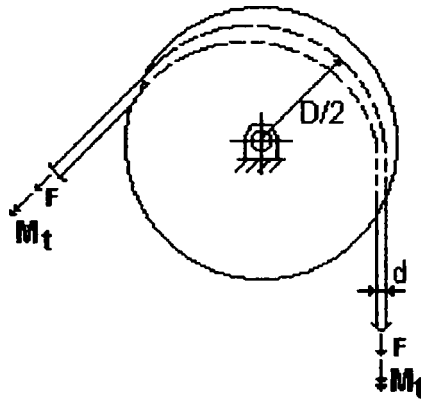


Fig.1.13. Cablu de tracțiune solicitat axial și înfășurat peste un scripete

În general, se consideră că tensiunile din sârmele unui cablu solicitat axial și înfășurat peste un scripete se compun din tensiunile existente în sârmele unui cablu drept solicitat axial, plus tensiunile de încovoiere care apar în sârmele deformată în forma unci clice duble, supuse încovoierii de-a lungul liniei de curbură a cablului impusă de scripete. Ipoteza este valabilă doar pentru un cablu bine uns, când sârmele învecinate au posibilitatea alunecării relative între clice.

Se poate arăta că modificarea maximă a curburii normale Δk_s a unei sârme clicoidale într-un toron drept, care conduce la modificarea curburii toronului Δk_s , are o valoare ceva mai mică decât Δk_s , anume:

$$\Delta k_{si} = \frac{\sin \alpha_{si}}{1 + \frac{1}{2} \nu \cos^2 \alpha_{si}} \Delta k_s, \quad (1.45)$$

unde α_{si} este unghiul de înclinare a înfășurării elicoidale a sârmei în toron.

Prin analogie, modificarea maximă a curburii toronului Δk_s , care apare atunci când axa toronului drept este supusă încovoierii sub forma unui arc de cerc de rază $D/2$, este:

$$\Delta k_s = \frac{\sin \alpha_s}{1 + \frac{1}{2} \nu \cos^2 \alpha_s} \cdot \frac{2}{D}, \quad (1.46)$$

unde α_s este unghiul de înclinare a înfășurării elicoidale a toronului în cablu, iar ν este coeficientul lui Poisson pentru materialul sârmei.

Ecuatiile (1.33), (1.45) și (1.46) pot fi acum utilizate pentru determinarea tensiunii maxime de încovoierie σ_{si} , datorită înfășurării cablului peste scripete în funcție de raportul (D/d) , unde $d = 2R$ este diametrul cablului, astfel:

$$\sigma_{si} = ER_{si} \Delta k_{si} = E \frac{R_{si}}{R} \frac{\sin \alpha_s}{1 + \frac{1}{2} \nu \cos^2 \alpha_s} \frac{\sin \alpha_{si}}{1 + \frac{1}{2} \nu \cos^2 \alpha_{si}} \left(\frac{D}{d} \right)^{-1} \quad (1.47)$$

Valorile corespunzătoare pentru $\sin \alpha_s$, respectiv $\sin \alpha_{si}$, sunt cuprinse în intervalul $(0,9...1,0)$ în funcție de construcția cablului.

Existența termenului (R_{si}/R) în ecuația (1.47) arată că, pentru o valoare dată (D/d) , tensiunile datorate încovoierii peste un scripete sau un tambur pot fi micșorate prin utilizarea unui cablu cu un număr mare de sârme foarte subțiri.

CAPITOLUL II

STUDIUL STĂRILOR DE TENSIUNE DIN SÂRMELE UNUI CABLU DE TRACȚIUNE

2.1. SOLICITĂRI STATICE DE TIP SAINT-VÉNANT [21]

Modul de construcție și utilizare a cablului de tracțiune face ca solicitarea sârmelor componente să fie complexă. Clasificând aceste solicitări după ipotezele care stau la baza calculelor de rezistență se disting două grupe:

- solicitări statice de tip Saint-Venant (întindere, încovoiere, răsucire, forfecare);
- solicitări statice de contact de tip Hertz și Steuermann (tensiuni locale de compresiune).

La calculul acestor tensiuni se ivesc dificultăți în determinarea eforturilor care caracterizează fiecare solicitare în parte și în stabilirea teoriei de rezistență conform căreia se calculează tensiunea echivalentă între cele două grupe de solicitări diferite, deoarece în cazul solicitărilor de tip Saint-Venant este valabilă ipoteza dependenței liniare între tensiune și deformație, iar în cazul solicitărilor de tip Hertz această relație este neliniară.

La aceste dificultăți de natură teoretică se mai adaugă faptul că sârma în procesul de împletire se deformează permanent, luând forma unei elice duble (sârmă-toron, toron-cablu). Solicitarea sârmei peste limita de curgere în procesul de împletire are ca efect imediat modificarea caracteristicilor mecanice inițiale determinate pe sârma neîmpletită [21].

2.1.1. Întinderea sârmei

Tensiunea de întindere într-o sârmă a unui cablu solicitat la tracțiune cu forța F , este:

a) *Cabluri monotoron sau spirale* (Fig.2.1):

$$\sigma_{ti} = \sigma_{tax} \cos^2 \omega_i \quad (2.1)$$

unde

$$\sigma_{tax} = \frac{F}{A_{ax} + \sum n_i A_i \cos \omega_i} \quad (2.2)$$

Deformațiile sunt: $\Delta l_i = \Delta l_{ax} \cos \omega_i$ și $l_{ax} = l_i \cos \omega_i$ (2.3)

unde: A_{ax} – aria secțiunii sârmei centrale, [mm²];

A_i - aria secțiunii sârmei din stratul i , [mm²];

n_i - numărul de sârme din stratul i ;

ω_i – unghiul de cablare în stratul i .

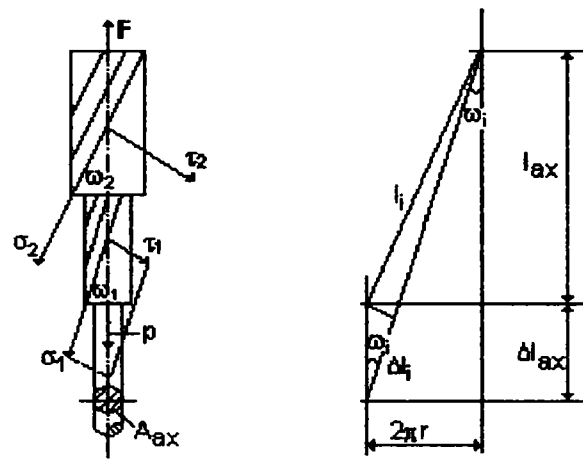


Fig.2.1. Sârmele dintr-un cablu monotoron.

b) Cabluri compuse din toroane (Fig.2.2):

În cazul cablurilor împletite în paralel:

$$\sigma_{ts} = \sigma_t \cos^2(\omega_1 + \omega_2), \text{ unde } \sigma_t = \frac{F}{n_t \cdot A_{sc} \cos \omega_2 + n_t \sum n_i A_i \cos(\omega_{i1} + \omega_2)} \quad (2.4)$$

$$\text{Deformațiile: } l_s = \frac{l}{\cos(\omega_{i1} + \omega_2)}; \quad l_t = \frac{l}{\cos \omega_2}; \quad \Delta l_s = \Delta l \cos(\omega_{i1} + \omega_2) \quad (2.5)$$

În cazul cablurilor împletite în cruce:

$$\sigma_{ts} = \sigma_t \cos^2(\omega_2 - \omega_{i1}), \text{ unde } \sigma_t = \frac{F}{n_t A_{sc} \cos \omega_2 + n_t \sum n_i A_i \cos(\omega_2 - \omega_{i1})} \quad (2.6)$$

ω_{i1} – unghiul de cablare a sârmei din stratul i în toron;

ω_2 – unghiul de cablare a toronului în cablu;

n_t – numărul de toroane;

A_{sc} – aria secțiunii sârmei centrale, [mm²]

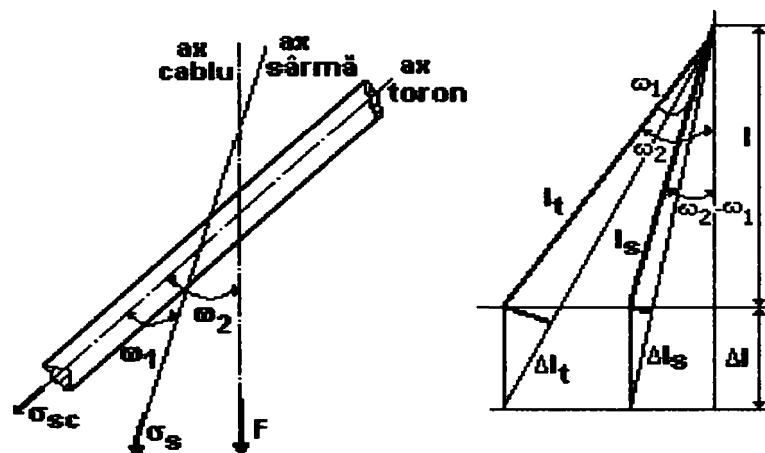


Fig.2.2. Sârmele într-un cablu compus din toroane

2.1.2. Încovoierea sârmei

Sârma din cablu este solicitată la încovoiere încă din procesul de fabricație a cablului. În unele cazuri sârmele intră direct în procesul de împletire, iar în alte situații sârma este predeformată pentru a elimina tendința de desrăsucire a cablului.

În primul caz, sârma va suferi o deformație permanentă (Fig.2.3.a), deci o parte din secțiunea sârmei este solicitată la limita de curgere a materialului sârmei (Fig.2.3.b). Deoarece limita de curgere a oțelului carbon este $\sigma_c = 980 \dots 1200$ MPa, se poate deduce repartiția tensiunii într-o asemenea secțiune. Raza de curbură a sârmei se calculează cu relația (1.1), conform Fig.1.9.

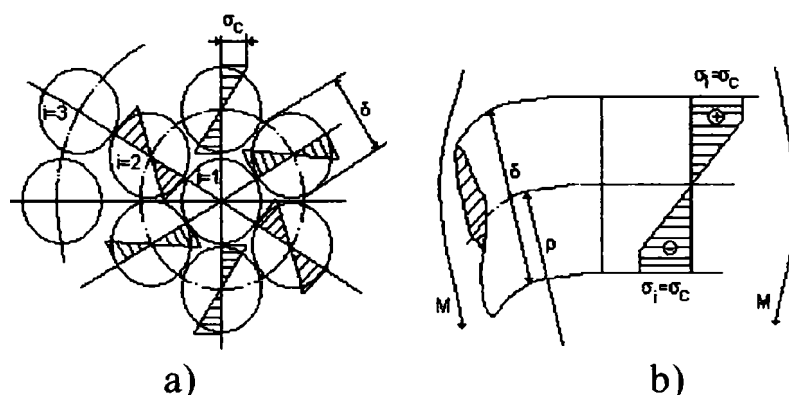


Fig.2.3. Starea de tensiune într-o sârmă împletită

În al doilea caz, sârma predeformată (Fig.2.4) se solicită la limita de curgere a materialului, apoi, lăsată liberă, sârma tinde să se îndrepte rămânând într-o poziție intermediară, dar starea de tensiune este mai favorabil repartizată decât în cazul sârmei nedeformate inițial. Tensiunile remanente din sârma predeformată se calculează ținând seama că descărcarea ei se face elastic sub acțiunea unui moment încovoiător egal cu cel care a predeformat sârma. În reprezentarea stărilor de tensiune pe aceeași diagramă, se va ține seama de faptul că gradientul de tensiune din zona solicitată elastic este mai mare decât la descărcare [34].

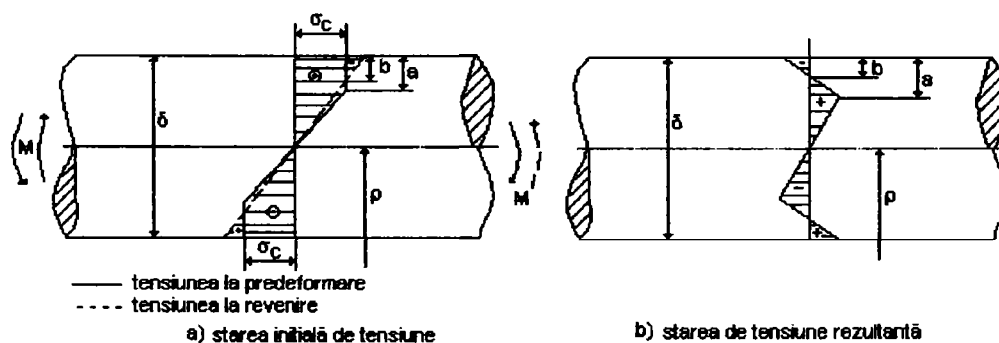


Fig.2.4. Starea de tensiune într-o sârmă împletită, predeformată

În cazul îndoirii cablului pe o rolă de diametru D , sârmele cablului vor fi solicitate la încovoiere. Deoarece rigiditatea cablului variază în limite relativ largi, tensiunile produse în sârmele cablului au un domeniu larg de variație, datorită frecării

dintre sârme, care depinde de natura lubrifiantului și de presiunea de contact dintre sârme.

Se disting două cazuri:

- dacă frecarea dintre sârme este nulă, fiecare sârmă lucrează individual, distribuția tensiunii fiind redată în Fig.2.5. Rigiditatea la încovoiere a unui pachet de sârme, înfășurate pe o rolă de diametru D , este $E I_{tot}$, unde E este modulul de elasticitate al materialului sârmei, iar $I_{tot} = \sum \pi \delta^4 / 64$ este momentul de inerție axial al sârmei de diametru δ .

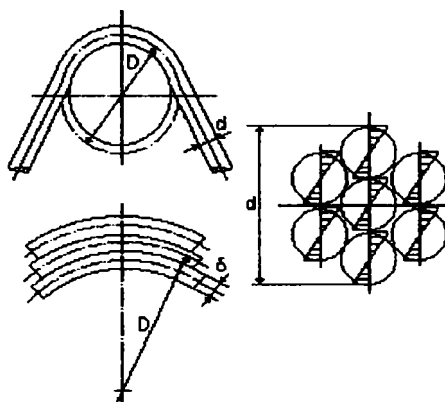


Fig.2.5. Starea de tensiune din sârmele unui cablu îndoit, fără frecare între sârme

- dacă frecarea dintre sârme este infinit de mare (Fig.2.6), sârmele cablului lucrează solidar, formând o bară rigidă. În asemenea cazuri rigiditatea cablului la încovoiere este

$E \frac{\pi d^4}{64}$, unde d este diametrul cablului și E modulul de elasticitate al materialului sârmelor din cablu..

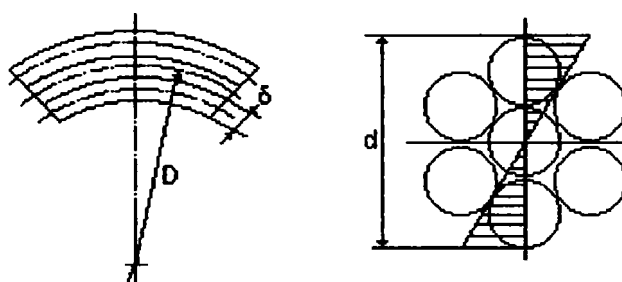


Fig.2.6. Starea de tensiune din sârmele unui cablu îndoit, cu frecare mare între sârme

Efectuând un calcul pentru un cablu cu diametrul $d = 12$ mm, $E = 2 \cdot 10^5$ MPa și raportând valorile rigidităților la încovoiere calculate în cele două cazuri se obține valoarea de 153,5, ceea ce reflectă existența unei game largi de valori intermediare, în realitate frecarea sârmelor situându-se ca valoare între cele două extreme.

Se constată că solicitarea de încovoiere a cablului prin înfășurarea sa pe rolă, conduce la apariția unor forțe de legătură între sârme determinate de presiunile locale de contact și de faptul că sârmele sunt înfășurate în elice. Presiunile locale și forța de frecare depind de forța de tracțiune din cablu, deci la calculul tensiunii de încovoiere din sârme la înfășurarea cablului pe rolă trebuie să se țină seama și de solicitarea de întindere.

Această observație explică contradicția dintre diferiți autori cu privire la valoarea coeficientului β din formula Releaux-Bach:

$$\sigma_i = \beta E \frac{\delta}{D} \quad (2.7)$$

unde: E – modulul de elasticitate al materialului sârmei, [MPa];

δ - diametrul sârmei, [mm];

D – diametrul rolei pe care se înfășoară cablul, [mm]

Coeficientul β poate lua valoarea $3/8$ sau se poate situa în intervalul $(0,042...0,09)$, conform [95].

2.1.3. Încovoierea secundară a sârmei

Această solicitare este produsă de forța de interacțiune P_0 dintre două sârme, una dintre ele rezemându-se pe două sârme din stratul următor (Fig.2.7).

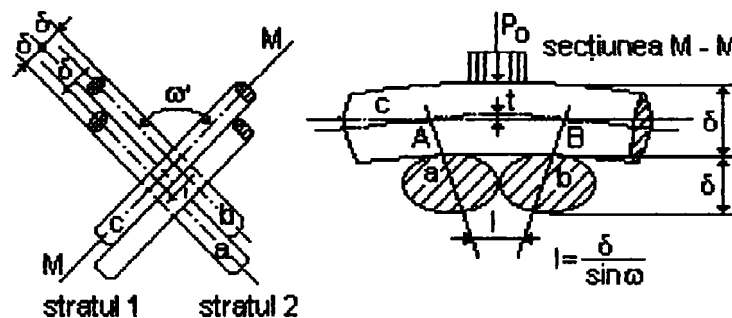


Fig.2.7. Încovoierea secundară a sârmei

În cazul cablurilor de tracțiune compuse din mai multe toroane, se produce încovoierea secundară datorită presiunii dintre toroane și rola de cablu și se obține:

$$P_0 = \frac{4L\delta}{n_t D d} F = \frac{2L\delta}{n_t} p_m \quad (2.8)$$

unde: P_0 – forța de presare pe o sârmă, [N]; L – pasul toronului, [mm]; δ - diametrul sârmei, [mm]; n_t – numărul toroanelor; D – diametrul rolei de cablu, [mm]; F – forța de tracțiune din cablu, [N]; $p_m = \frac{2F}{Dd}$ - presiunea medie între cablu și rola de cablu, [MPa].

Considerând sârma examinată ca fiind încastrată la ambele capete, se calculează momentul încovoitor maxim cu relația:

$$M_{\max} \cong \frac{P_0 \cdot l}{16} = \frac{P_0 \delta}{16 \sin \omega'} \quad (2.9)$$

unde ω' este unghiul de intersecție a două sârme.

Tensiunea maximă produsă de încovoierea secundară în sârmele cablurilor de tracțiune uzuale, pentru care $L = 7,5d$; $n_t = 6$; și $\omega' = 30^\circ$ este:

- dacă $n = 6 \times 19 = 114$ sârme, avem $\sigma_{i2} = 570 \frac{\delta}{D} \sigma_1$,

- dacă $n = 6 \times 37 = 222$ sârme, avem $\sigma_{i2} = 1110 \frac{\delta}{D} \sigma_1$.

2.2. SOLICITĂRI STATICE DE CONTACT DE TIP HERTZ ȘI STEUERMANN (TENSIUNI LOCALE DE COMPRESIUNE)

2.2.1. Analiza stării de tensiune în semispațiile elastice încărcate cu forțe concentrate [53]

Problemele de contact se caracterizează prin existența unui sistem spațial de forțe de interacțiune care acționează adesea pe suprafețe de dimensiuni reduse, conducând la presiuni de contact de valori ridicate. Cunoașterea presiunii maxime este insuficientă pentru estimarea stării de tensiune. Caracterizarea completă a stării de tensiune este dată de valorile și direcțiile tensiunilor principale în punctele cele mai solicitate, cu ajutorul cărora se vor defini tensiunile echivalente.

Starea de tensiune și deformație elastică în vecinătatea zonei de contact dintre două corpuri poate fi pusă în evidență prin ecuațiile stării de tensiune și componentele deformațiilor elastice care se obțin la încărcarea unui semispațiu elastic cu forțe concentrate sau distribuite pe frontieră.

Conform lui S.D.Ponomariov: “*Cercetarea deformațiilor și eforturilor unitare în punctele de contact ale pieselor reprezintă unul din capitolele cele mai importante ale teoriei moderne a elasticității. În fond acesta este un capitol de tranziție de la problemele clasice ale teoriei elasticității, caracterizate prin relația liniară dintre eforturi unitare și deplasări, la problemele teoriei neliniare*”.

Problema stării de tensiune din corpuri, privite ca semispații elastice, sub acțiunea unor forțe perpendiculare pe frontieră sau conținute în planul acesteia este tratată în cadrul teoriei elasticității de numeroși cercetători [30], [85], [86], [91], [100], [120].

2.2.1.1. Încărcarea semiplanului elastic cu forță concentrată normală

În analiza unei stări de tensiune, la încărcarea cu o forță normală Q pe unitatea de grosime a unei pene (Fig.2.8.a), respectiv pe frontiera netedă a unui semiplan elastic (Fig.2.8.b) se folosesc funcții de tensiune (Airy) de forma:

$$F = Ar\theta \sin\theta \quad (2.10)$$

Teoria clasică a elasticității a condus la expresiile tensiunilor în coordonate polare, dependente de funcția de tensiune (Airy):

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \\ \tau_{r\theta} &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial F}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 F}{\partial r \partial \theta} \end{aligned} \quad (2.11)$$

Relațiile de echilibru dintre forța normală Q și tensiuni, ca și condițiile la limită conduc la expresiile tensiunilor în coordonate polare:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= -\frac{2Q \cos \theta}{\pi r} \\ \sigma_\theta &= \tau_{r\theta} = 0\end{aligned}\quad (2.12)$$

Variația tensiunii σ_r este prezentată în Fig.2.9.

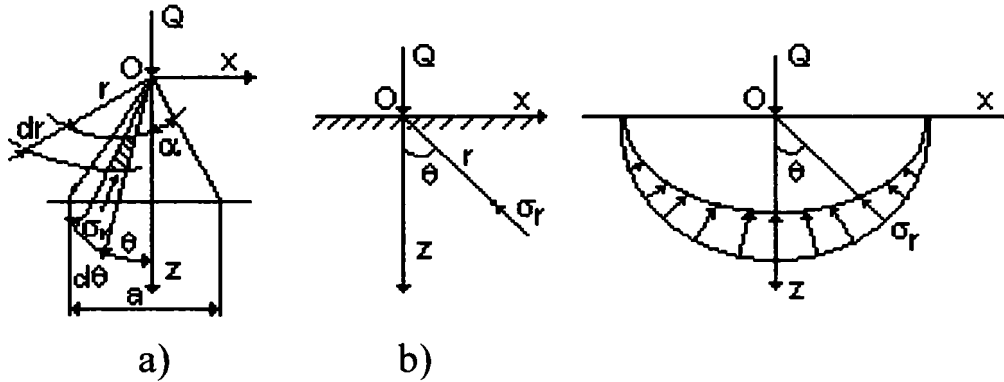


Fig.2.8.

Încărcarea semiplanului elastic cu forța normală Q

Fig.2.9.

Variația tensiunii σ_r

De asemenea, teoria clasică a elasticității pune la dispoziție relațiile de legătură între tensiuni în coordonate polare și cele în coordonate carteziene:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= \sigma_r \cos^2 \theta + \sigma_\theta \sin^2 \theta - \tau_{r\theta} \sin 2\theta \\ \sigma_x &= \sigma_r \sin^2 \theta + \sigma_\theta \cos^2 \theta + \tau_{r\theta} \sin 2\theta \\ \tau_{xz} &= (\sigma_r + \sigma_\theta) \frac{\sin 2\theta}{2} + \tau_{r\theta} \cos 2\theta\end{aligned}\quad (2.13)$$

Astfel, tensiunile în planul xOz raportate la sistemul cartezian de coordonate, vor avea expresiile:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= -\frac{2Q}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^2} \\ \sigma_x &= -\frac{2Q}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2} \\ \tau_{xz} &= -\frac{2Q}{2\alpha + \sin 2\alpha} \cdot \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2}\end{aligned}\quad (2.14)$$

Pentru $\alpha = \pi / 2$, relațiile (2.14) conduc la relațiile (2.15) corespunzătoare încărcării semiplanului elastic cu forță concentrată normală:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= -\frac{2Q \cos^3 \theta}{\pi r} \\ \sigma_x &= -\frac{2Q \cos \theta \sin^2 \theta}{\pi r} \\ \tau_{xz} &= -\frac{2Q \sin \theta \cos^2 \theta}{\pi r}\end{aligned}\quad (2.15)$$

Dacă se admite că, datorită simetriei, punctele aflate înainte de deformație într-un plan care conține axa Oz rămân în același plan și după deformație, adică $v = 0$, din punctul de vedere al deplasărilor este suficientă analiza problemei în plan. Soluțiile particulare ale unui sistem de ecuații diferențiale cu derivate parțiale în \mathbf{u} și \mathbf{w} sunt date de Boussinesq [30]:

$$\begin{aligned}u &= \frac{Q}{4\pi G} \left[\frac{z\sqrt{r^2 - z^2}}{r^3} - (1 - 2\nu) \frac{\sqrt{r^2 - z^2}}{r(r+z)} \right] \\ w &= \frac{Q}{4\pi G} \left[\frac{2(1 - 2\nu)}{r} + \frac{z^2}{r^3} \right]\end{aligned}\quad (2.16)$$

unde G este modulul de elasticitate transversal, [MPa].

2.2.1.2. Încărcarea semiplanului elastic cu forță concentrată tangențială

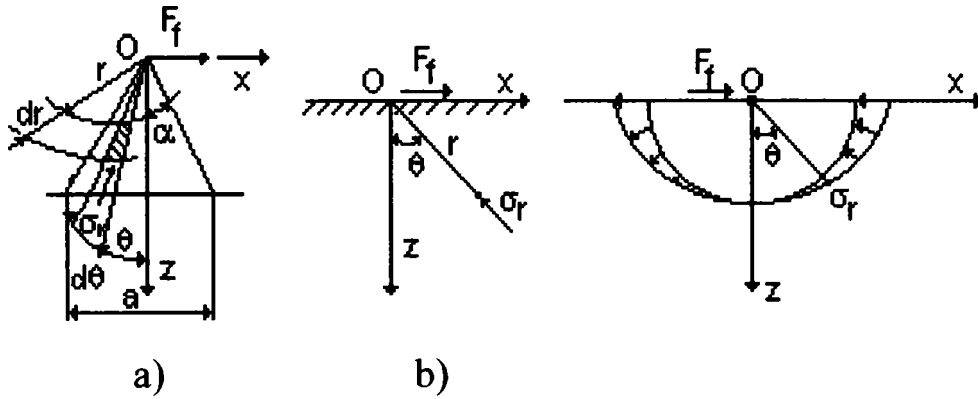
Printr-un raționament similar, la o încărcare în plan orizontal cu forța tangențială F_f pe unitatea de lățime a unei pene (Fig.2.10.a), respectiv pe frontiera netedă a unui semiplan elastic (Fig.2.10.b), se consideră funcția de tensiune (Airy) de forma:

$$F = Ar\theta \sin\theta \quad (2.17)$$

Relațiile de echilibru dintre forța tangențială F_f și tensiuni, ca și condițiile la limită, conduc la expresiile tensiunilor în coordonate polare:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= -\frac{2F_f \sin \theta}{\pi r} \\ \sigma_\theta &= \tau_{r\theta} = 0\end{aligned}\quad (2.18)$$

Variația tensiunii σ_r pentru încărcarea tangențială este prezentată în Fig.2.11.


Fig.2.10.

 Încărcarea semiplanului elastic cu forța tangențială F_f
Fig.2.11.

 Variația tensiunii σ_r

Tensiunile în planul xOz , raportate la sistemul cartezian de coordonate, vor avea expresiile:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= -\frac{2F_f}{2\alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{xz^2}{(x^2 + z^2)^2} \\ \sigma_x &= -\frac{2F_f}{2\alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^3}{(x^2 + z^2)^2} \\ \tau_{xz} &= -\frac{2F_f}{2\alpha - \sin 2\alpha} \cdot \frac{x^2 z}{(x^2 + z^2)^2}\end{aligned}\quad (2.19)$$

Pentru $\alpha = \pi / 2$, relațiile (2.19) conduc la relațiile (2.20) corespunzătoare încărcării semiplanului elastic cu forță concentrată tangențială:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= -\frac{2F_f \sin \theta \cos^2 \theta}{\pi r} \\ \sigma_x &= -\frac{2F_f \sin^3 \theta}{\pi r} \\ \tau_{xz} &= -\frac{2F_f \sin^2 \theta \cos \theta}{\pi r}\end{aligned}\quad (2.20)$$

Tensiunile principale, pentru starea plană de tensiune, au expresiile:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (2.21)$$

Tensiunile echivalente, Tresca-Saint Venant, respectiv Von Mises, sunt următoarele:

$$\sigma_{TSV} = 2\tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_2 \quad (2.22)$$

$$\sigma_{VM} = (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2)^{1/2} \quad (2.23)$$

2.2.1.3. Încărcarea semispațiului elastic cu forțe concentrate

Se consideră cazul general al încărcării unui semispațiu elastic cu o forță concentrată normală Q (Fig.2.12). Coordonatele x și y se aleg astfel încât planul xOz să treacă prin punctul considerat M (r, z), fiind un plan radial în coordonate cilindrice. Starea de tensiune în jurul punctului considerat este prezentată în Fig.2.13.

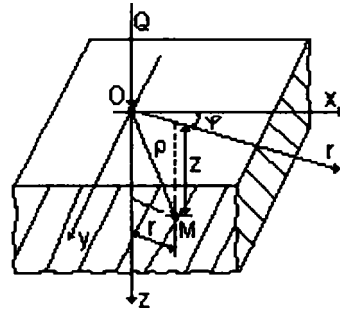


Fig.2.12.

Încărcarea semispațiului elastic cu forța normală Q

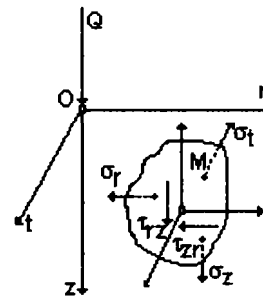


Fig.2.13.

Starea de tensiune în jurul punctului M

Ecuțiile de echilibru ale elementului de volum, aspectele fizice și geometrice ale problemei în cadrul teoriei elasticității, relațiile de echivalență între încărcările exterioare și tensiuni și condițiile la limită au condus la următoarele expresii ale componentelor tensorului tensiune în punctul M (r, z):

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{Q}{2\pi} \left[\frac{1-2\nu}{\rho(\rho+z)} - \frac{3zr^2}{\rho^5} \right] \\ \sigma_t &= \frac{Q}{2\pi} (1-2\nu) \left[\frac{z}{\rho^3} - \frac{1}{\rho(\rho+z)} \right] \\ \sigma_z &= -\frac{Q}{2\pi} \cdot \frac{3z^3}{\rho^5} \\ \tau_{rz} = \tau_{rz} = \tau &= -\frac{Q}{2\pi} \cdot \frac{3rz^2}{\rho^5}\end{aligned}\quad (2.24)$$

Tensiunile echivalente Tresca –Saint Vénant, respectiv Von Mises sunt următoarele:

$$\sigma_{TSV} = 2\tau_{\max} = \text{Sup}\{\sigma_r - \sigma_t, \sigma_t - \sigma_z, \sigma_z - \sigma_r\} \quad (2.25)$$

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_r - \sigma_t)^2 + (\sigma_t - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right]^{1/2} \quad (2.26)$$

2.2.2. Contactul normal între două corpuri elastice. Teoria lui Hertz [44]; [53]

Conform acestei teorii contactul inițial are loc într-un singur punct sau de-a lungul unei drepte. Teoria impune următoarele ipoteze simplificatoare:

- Cele două suprafețe se consideră ca fiind netede la *micro* și *macro* scară. La *micro* scară aceasta implică absența unor iregularități locale care ar crea un contact discontinuu sau o variație locală apreciabilă a presiunii de contact. La *macro* scară suprafețele trebuie să aibă și derivatele de ordinul doi continue în regiunea de contact.
- Corpurile se consideră omogene, izotrope și sunt echivalate cu semispații elastice;
- Deformațiile corpurilor în contact sunt elastice și se poate aplica legea lui Hooke;
- Forțele sunt dirijate normal pe suprafața de contact, iar frecările sau orice încărcare tangențială se neglijează.

Rezolvarea problemei contactului semispațiilor elastice permite aflarea:

- formei și dimensiunilor ariei de contact după deformația corpurilor;
- valorii și distribuției presiunii de contact;
- valorii apropierea corpurilor, condiționată de deformația lor.

Se consideră contactul dintre două suprafețe într-un punct care nu este un punct singular al acestora și care va reprezenta originea sistemelor de coordonate (Fig.2.14).

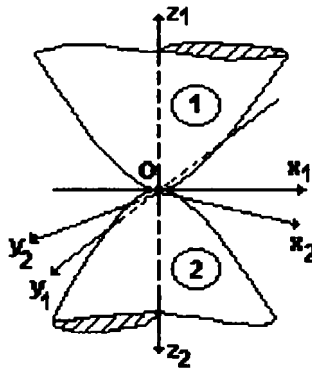


Fig.2.14. Contactul inițial punctiform a două suprafețe

Profilul fiecărei suprafețe se exprimă, într-o regiune apropiată originii, printr-o expresie aproximativă de forma:

$$z_1 = A_1 x^2 + B_1 y^2 + C_1 xy + \dots, \quad (2.27)$$

unde termenii de ordin superior în x și y se neglijează, deoarece interesează numai zona din vecinătatea contactului, nu întreaga suprafață.

Alegând sistemul de coordonate xyz , cu orientarea $x_1 y_1 z_1$ astfel încât termenii de forma xy să se anuleze se poate scrie:

$$z_1 = -\left(\frac{1}{2R_1'} x_1^2 + \frac{1}{2R_1''} y_1^2\right), \quad (2.28)$$

unde R_1' și R_1'' sunt razele principale de curbură ale suprafeței 1 în origine.

O expresie similară se poate scrie și pentru a doua suprafață:

$$z_2 = -\left(\frac{1}{2R_2'}x_2^2 + \frac{1}{2R_2''}y_2^2\right), \quad (2.29)$$

unde R_2' și R_2'' sunt razele principale de curbură ale suprafeței **2** în origine.

Dacă se notează $h = z_1 + z_2$ (Fig.2.15) și transpunând ecuațiile suprafețelor z_1 și z_2 la un sistem comun de axe x - y se obține:

$$h = Ax^2 + By^2 + Cxy. \quad (2.30)$$

Printr-o alegere potrivită a sistemului de axe rezultă $C=0$, deci:

$$h = Ax^2 + By^2 = \frac{1}{2R_1'}x^2 + \frac{1}{2R_1''}y^2, \quad (2.31)$$

unde: A, B - constante pozitive

R_1', R_1'' - raze principale de curbură, [mm].

$$\frac{1}{2R_1'} - \frac{1}{2R_2'} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1'} - \frac{1}{R_2'}\right) = \frac{1}{2R_1'}$$

Locul geometric al punctelor pentru care $h = \text{const.}$ reprezintă elipse cu raportul axelor $\left(\frac{B}{A}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{R_1'}{R_1''}\right)^{\frac{1}{2}}$. Acest lucru a fost confirmat de experiențele pe materiale optice active aduse în contact [55], în care franjele de interferență erau eliptice.

În cazuri particulare de contact, literatura de specialitate [44] propune valori concrete pentru A și B , respectiv forme distincte ale suprafeței de contact, după cum urmează:

- pentru contactul a două sfere de raze R_1 și R_2 :

$$A = B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

iar suprafața de contact este circulară.

- pentru contactul a doi cilindri de raze R_1 și R_2 având axele perpendiculare:

$$A = \frac{1}{2R_1} \quad \text{și} \quad B = \frac{1}{2R_2},$$

iar suprafața de contact este eliptică (pentru cazul particular $R_1 = R_2$ elipsele devin cercuri).

- pentru contactul a doi cilindri de raze R_1 și R_2 având axele paralele:

$$A = 0 \quad \text{și} \quad B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

iar suprafața de contact este o fâșie dreptunghiulară.

- pentru contactul sferei de rază R_1 cu un cilindru de rază R_2 :

$$A = \frac{1}{2R_1} \quad \text{și} \quad B = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right),$$

iar suprafața de contact este o elipsă. În particular, la contactul sferei cu un plan ($R_1 \rightarrow \infty$) elipsa de contact devine cerc, iar la contactul cilindrului cu un plan ($R_2 \rightarrow \infty$) elipsa de contact devine o fâșie dreptunghiulară.

Hertz introduce ipoteza echivalării corpurilor cu niște semispații elastice, în vederea calculului unor mici deplasări locale, ceea ce implică faptul că dimensiunile suprafeței de contact trebuie să fie mici atât în raport cu dimensiunile fiecărui corp, cât și cu razele relative de curbură.

Considerând două corpuri oarecare, de preferință cu profil convex, comprimate cu forța normală Q (Fig.2.15), în condițiile în care corpurile nu se deformează, Hertz a pus în evidență condițiile ca punctele S_1 și S_2 de pe aceeași verticală să aparțină sau nu suprafeței de contact.

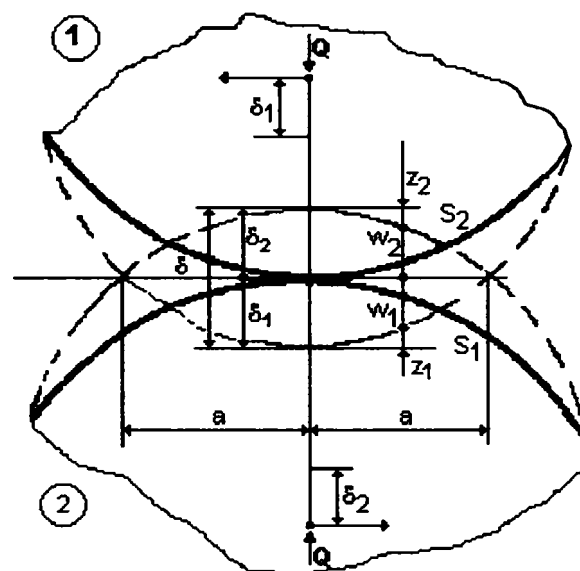


Fig.2.15. Două corpuri de profil convex comprimate cu forța normală Q

Înainte de deformație există relația:
$$h = \frac{1}{2R'}x^2 + \frac{1}{2R''}y^2 \quad (2.32)$$

Datorită forței normale suprafețele fiecărui corp se deplasează cu cantitățile w_1 și w_2 , măsurate în sensurile pozitive, după o direcție paralelă cu OZ , adică spre interiorul fiecărui corp.

Dacă după deformare S_1 și S_2 coincid, rezultă că:

$$w_1 + w_2 + h = \delta_1 + \delta_2 = \delta. \quad (2.33)$$

Înlocuind expresia pentru h se obțin deplasările elastice:

$$w_1 + w_2 = \delta - Ax^2 - By^2, \quad (2.34)$$

unde x și y sunt coordonatele comune ale lui S_1 și S_2 proiectate în planul $x-y$.

Dacă S_1 și S_2 se află în afara ariei de contact, deci nu se ating, condiția va fi:

$$w_1 + w_2 < \delta - Ax^2 - By^2. \quad (2.35)$$

Hertz propune ca cele două corpuri să fie înlocuite prin semispații elastice încărcate cu presiune distribuită pe aria eliptică de contact, obținându-se:

$$w_1 = \frac{1 - \nu_1}{2\pi G_1} \int_A \frac{pdA}{r} \quad (2.36)$$

$$w_2 = \frac{1 - \nu_2}{2\pi G_2} \int_A \frac{pdA}{r}. \quad (2.37)$$

Pentru cazul profilelor continue și neconforme ($a \ll R$) în contact, Hertz a considerat, pe baza unei analogii cu teoria potențialului electric, că suprafața de contact este o elipsă de semiaxe a și b . Valoarea sarcinii electrice pe o suprafață eliptică variază cu ordonata semielipsoidului, obținându-se o variație parabolică a potențialului acelei suprafețe în fiecare punct (Fig.2.16).

Deci, admitând suprafața elipsoidului:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{\xi^2}{c^2} = 1, \quad (2.38)$$

unde: $p = p_0 \frac{\xi}{c}$; $p_0 = \frac{3}{2} \frac{Q}{\pi ab}$ - presiunea maximă în centrul elipsei, rezultă distribuția presiunii:

$$p = p_0 \left[1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 - \left(\frac{y}{b} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.39)$$

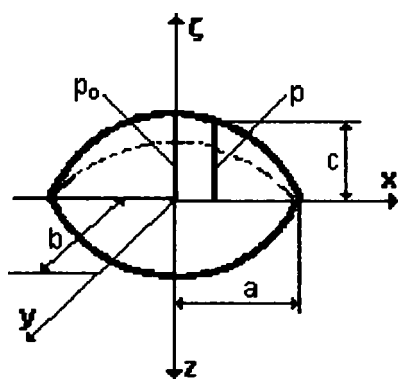


Fig.2.16. Elipsa de contact cu semiaxele a și b

Pentru calculul deplasărilor elastice, al semiaxelor elipsei de contact și a apropierii corpurilor în contact se face apel la integrale eliptice complete de argument

$e = \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}$, $b < a$ și anume $L(e)$ și $K(e)$ ale căror expresii au o formă complicată.

Totodată, se introduce mărimea E^* , care este modulul de elasticitate echivalent al celor două corpuri în contact. Inversa acestei mărimi este:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}. \quad (2.40)$$

În final s-au calculat următoarele expresii:

$$A = \frac{p_0}{E^*} \frac{b}{e^2 a^2} [K(e) - L(e)], \quad (2.41)$$

$$B = \frac{p_0}{E^*} \frac{b}{e^2 a^2} \left[\frac{a^2}{b^2} L(e) - K(e) \right], \quad (2.42)$$

$$\delta = \frac{p_0}{E^*} b K(e). \quad (2.43)$$

Pentru a găsi forma și dimensiunile elipsei de contact se calculează raportul:

$$\frac{B}{A} = \frac{R'}{R''} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^2 L(e) - K(e)}{K(e) - L(e)} \quad \text{și} \quad (AB)^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R'R''} \right)^{1/2} = \frac{1}{2} R_e,$$

unde: R_e - este raza de curbură echivalentă a celor două corpuri.

Introducând și raza echivalentă de contact $c = (ab)^{1/2}$, se obține:

$$c^3 = (ab)^{3/2} = \left(\frac{3pR_e}{4E^*} \right) \frac{4}{\pi e^2} \left(\frac{b}{a} \right)^{3/2} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 L(e) - K(e) \right] [K(e) - L(e)]^{1/2} \quad (2.44)$$

sau:

$$c = (ab)^{1/2} = \left(\frac{3pR_e}{4E^*} \right)^{1/3} \cdot F_1(e) \quad (2.44a)$$

Prin analogie se calculează:

$$\delta = \left(\frac{9p^2}{16E^{*2}R_e} \right)^{1/3} \frac{2}{\pi} \left(\frac{b}{a} \right)^{1/2} \cdot [F_1(e)]^{1/3} \cdot K(e) = \left(\frac{9p^2}{16E^{*2}R_e} \right)^{1/3} \cdot F_2(e) \quad (2.45)$$

iar presiunea maximă în centrul elipsei este:

$$p_0 = \left(\frac{6pE^{*2}}{\pi^3 R_e^2} \right)^{1/3} \cdot [F_1(e)]^{-2/3} \quad (2.46)$$

Revenind la ecuația (2.32), se observă că, înainte de deformație dacă $h = \text{const.}$

avem $\frac{a}{b} = \left(\frac{A}{B} \right)^{1/2} = \left(\frac{R''}{R'} \right)^{1/2}$, deci locurile geometrice ale punctelor care vin în contact reprezintă elipse. Dacă suprafața finală de contact este tot o elipsă ca și la începutul contactului, când suprafețele abia se ating, rezultă că $\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{B}{A} \right)^{1/2} = 1$.

Din Fig.2.17 se observă că $\left[\frac{b}{a} \cdot \left(\frac{B}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$ descrește față de unitate pe măsură ce raportul $\left(\frac{R'}{R''} \right)$ crește. Astfel, elipsa finală de contact va fi întotdeauna ceva mai zveltă decât cea inițială, deoarece s-a ținut seama și de deformații în expresiile generale ale lui A , B și δ .

Deci, $F_1(e)$, $F_2(e)$ și $F_3(e) = F_1(e)^{-2/3}$ trebuie priviți ca niște factori de corecție pentru excentricitatea elipsei.

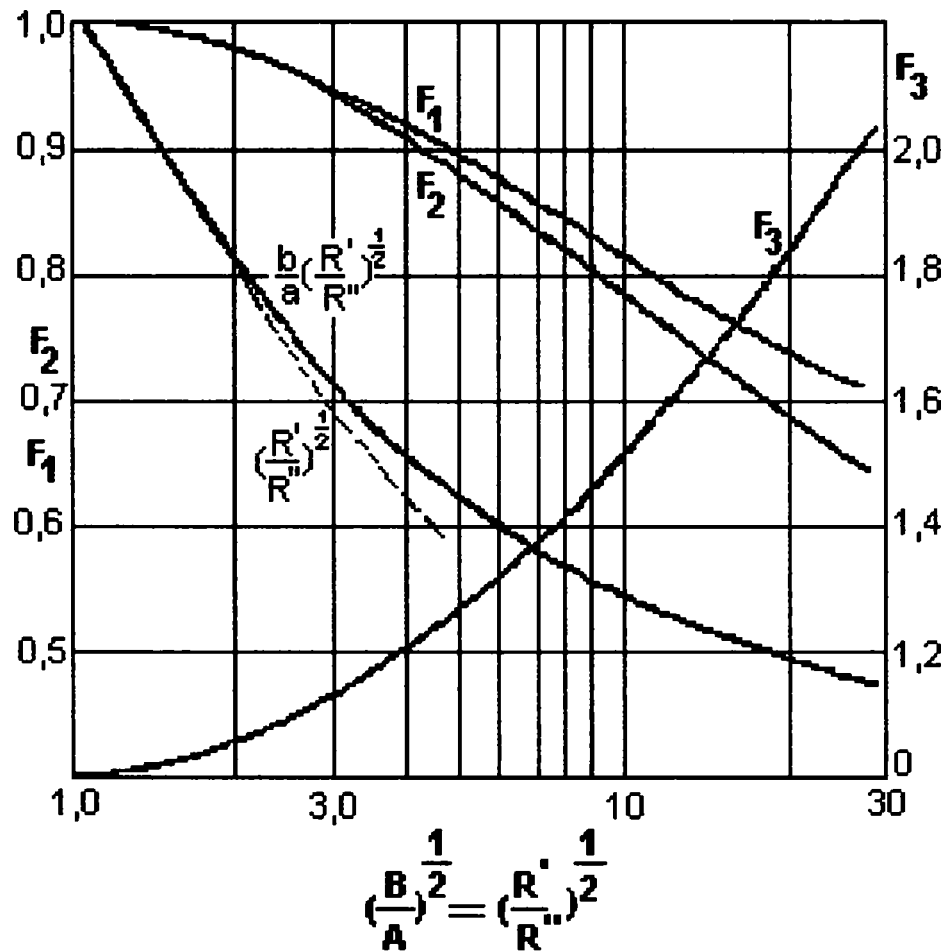


Fig.2.17. Forma elipsei de contact (raportul b/a) și factorii de corecție $F_1(e)$, $F_2(e)$ și $F_3(e)$ în funcție de raportul $\left(\frac{R'}{R''} \right)$

Pentru a realiza o rezolvare numerică a problemei, diferiți autori ca **Dyson** (1965), **Cooper** (1969), **Brewe și Hamrock** (1977), au folosit în locul integralelor eliptice niște expresii algebrice funcție de raportul $\left(\frac{A}{B} \right)$.

2.2.3. Contactul suprafețelor conforme după Steuermann. Comparație între teoria lui Steuermann, teoria lui Hertz și teoria lui Panton [53]

Clasica teorie a contactului corpurilor de revoluție propusă de Hertz și Beleaev, cu aproximarea admisă că dimensiunile suprafeței de contact sunt mult mai mici decât dimensiunile semnificative ale corpurilor, nu ține seama de un aspect important care face dificilă această problemă. Acesta este aspectul neliniarității oricărei probleme de contact, ceea ce impune o rezolvare iterativă.

Faptul că Hertz consideră contactul punctiform, duce la un caz ideal pe care nu îl întâlnim în practică. Contactul dintre suprafețe conforme nu mai permite aproximarea ecuațiilor suprafețelor prin funcții polinomiale de gradul doi, așa cum a procedat Hertz pentru suprafețele neconforme prin renunțarea la termenii de ordin superior.

Încercând să elimine aceste neajunsuri s-au dezvoltat ulterior noi teorii (Panton, Steuermann, ș.a.). Acestea consideră contactul suprafețelor conforme care pot fi privite încă ca niște semispații elastice, în scopul calculării stării de tensiuni și deformații.

Astfel, distanța inițială h dintre punctele care vor intra în contact va fi:

$$h = z_1 + z_2 = A_1 x^2 + A_2 x^4 + \dots + A_n x^{2n} + \dots \quad (2.47)$$

pentru un contact bidimensional cu condiția să existe simetrie față de punctul inițial de contact, sau:

$$h = A_1 r^2 + A_2 r^4 + \dots + A_n r^{2n} + \dots \quad (2.48)$$

pentru o simetrie axială a contactului.

Suprafețele z_1 și z_2 ale căror ecuații au fost approximate de Hertz în teoria contactului corespund cazului $n = 1$.

Pentru cazul contactului axisimetric, Steuermann găsește niște expresii complicate pentru presiune și deplasare (compresiune):

$$p_n(r) = \frac{nA_n E^* a^{2n-2}}{\pi} \left[\frac{2 \cdot 4 \dots 2n}{1 \cdot 3 \dots (2n-1)} \right]^2 \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{2n-2} + \frac{1}{2} \left(\frac{r}{a} \right)^{2n-4} + \dots + \frac{1 \cdot 3 \dots (2n-3)}{2 \cdot 4 \dots (2n-2)} \right] (a^2 - r^2)^{\frac{1}{2}}$$

respectiv:

$$\delta = \frac{2 \cdot 4 \dots 2n}{1 \cdot 3 \dots (2n-1)} A_n a^{2n} \quad (2.49)$$

O problemă studiată de mai mulți autori [20], [21], [34], [40] este cea a contactului dintre o rolă cilindrică și o cavitate cilindrică (Fig.2.18). Se consideră că cele două corpuri nu pot fi echivalate cu semispații elastice, iar diferența razelor $\Delta R = R_2 - R_1$ este mică în comparație atât cu R_1 , cât și cu R_2 .

Starea deformată în regiunea de contact este prezentată în Fig.2.19. Punctele S_1 și S_2 de pe cele două suprafețe care vin în contact pe suprafața comună S , suferă atât deplasări radiale u_r , cât și tangențiale u_θ .

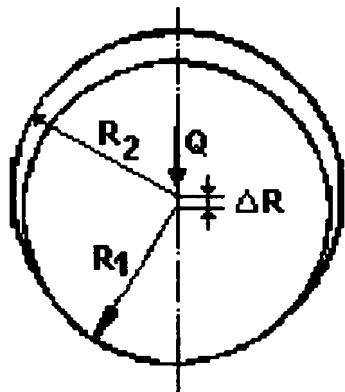


Fig.2.18.

Contactul dintre o rolă și o cavitate cilindrică

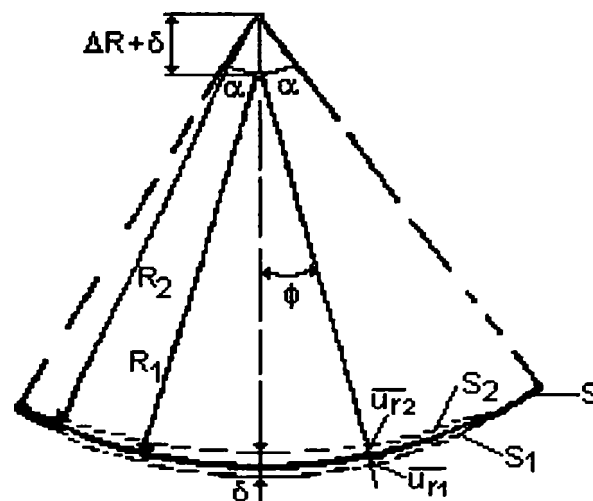


Fig.2.19.

Starea deformată în regiunea de contact

Dacă și $\delta \ll R_1, R_2$, se poate scrie următoarea relație geometrică:

$$\left(R_2 + \bar{u}_{r2}\right) - \left(R_1 + \bar{u}_{r1}\right) = (\Delta R + \delta) \cos \Phi, \quad (2.50)$$

de unde se obține: $\bar{u}_{r2} - \bar{u}_{r1} = \delta \cos \Phi - \Delta R(1 - \cos \Phi)$.

Deoarece, $-\alpha < \Phi < \alpha$, iar α nu este mic, relația de mai sus diferă semnificativ de relația lui Hertz pentru contactul a două corpuri cilindrice cu axe paralele:

$$w_1 + w_2 = \delta - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) x^2 \quad (2.51)$$

când contactul avea loc pe o fâșie dreptunghiulară de lățime $2b$.

Problema găsirii stării de presiune care să dea o deplasare $(\bar{u}_{r2} - \bar{u}_{r1})$ de forma celei găsite mai sus, a fost rezolvată de Persson în anul 1964, care a folosit funcții de presiune speciale. Distribuția presiunii la care a ajuns Persson este reprezentată în Fig.2.20. Se observă că presiunea de contact crește pe măsură ce unghiul Φ scade, deci pe măsură ce aria de contact scade.

Variația arcului de contact α (atât pentru $\Delta R > 0$ cât și pentru $\Delta R < 0$) în funcție de încărcarea Q este reprezentată în Fig.2.21. Comparativ, pe același grafic s-au reprezentat variațiile după Hertz și Steuermann.

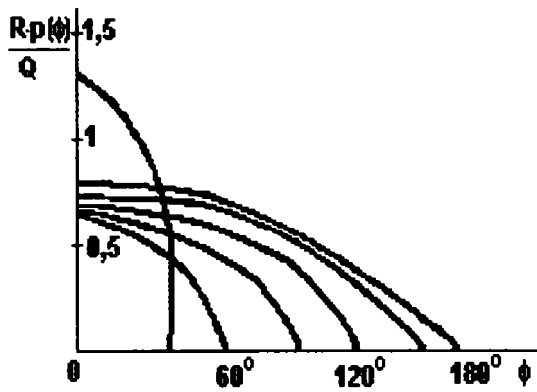


Fig.2.20.

Distribuția presiunii de contact după Persson

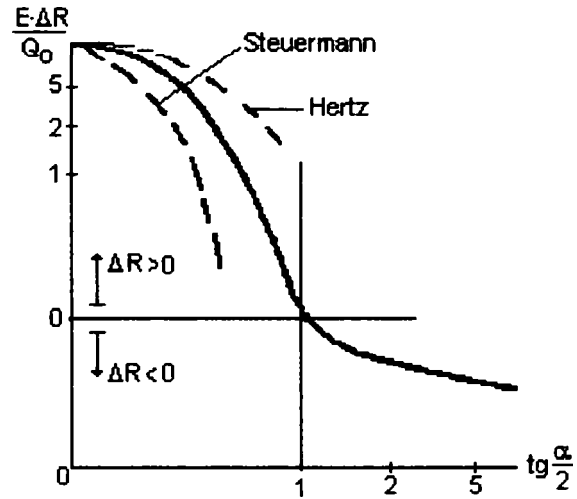


Fig.2.21.

Variația arcului de contact α funcție de Q

Se observă că rezultatele sunt apropiate numai pentru încărcări Q mici sau diferențe de raze de curbură ΔR mari. Pentru Q mari și ΔR mici rezultatele diferă și față de ale lui Steuermann care consideră corpurile ca semispații elastice.

O problemă asemănătoare, anume contactul fără frecare sferă-cavitate sferică, a fost studiată de **Goodman** și **Keer** [57] în anul 1965. Ei au ajuns la concluzia că deplasarea centrelor corpurilor în contact δ , este cu 25% mai mare decât cea prezisă de teoria lui Hertz.

În cazul contactului liniar pe generatoarea comună între un cilindru și o cavitate cilindrică, având axele paralele (Fig.2.22) se notează cu $q = Q/l$ presiunea uniform distribuită pe generatoarea comună a contactului.

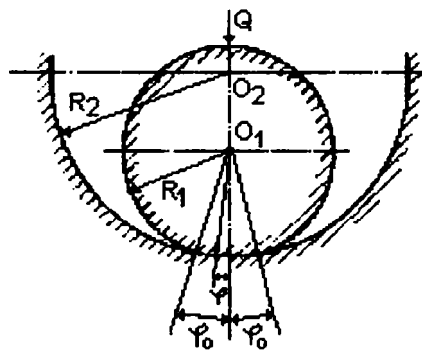


Fig.2.22. *Contactul dintre un cilindru și o cavitate cilindrică*

Făcând o comparație a rezultatelor obținute de J. Steuerman cu cele obținute de Hertz se constată (Fig.2.23) că pe măsură ce raportul $\frac{q}{E(R_2 - R_1)}$ crește, valorile calculate de Hertz se îndepărtează mult de valorile calculate cu formula lui Steuerman.

Există totuși o bună concordanță a rezultatelor pentru unghiuri de contact mai mici decât 20° .

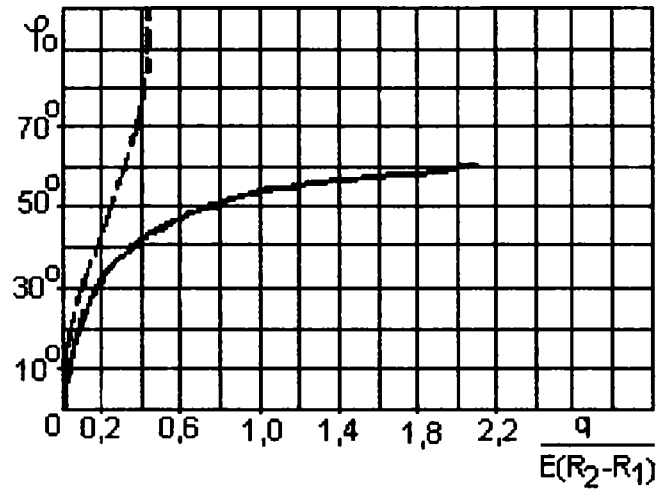


Fig.2.23. Compararea rezultatelor obținute de Steuermann cu cele obținute de Hertz

Concluzia care se impune este aceea că, problema contactului dintre un cilindru și o cavitate cilindrică, având o suprafață mare de contact, nu poate fi rezolvată decât cu relația lui Steuermann, cu toate complicațiile sale matematice.

Forța normală de contact Q în funcție de unghiul de contact φ se calculează conform teoriei lui Steuermann cu formula:

$$Q(\varphi) = -\sec^2 \varphi F(\operatorname{tg} \varphi) - \frac{k}{\pi} R(\operatorname{tg} \varphi) - \frac{k}{\pi^2} \int_0^{\operatorname{tg} \varphi} \left[\pi^2 F(t) + \frac{\pi k R(t)}{1+t^2} \right] \operatorname{sink}(\varphi - \operatorname{arctg} t) dt + \frac{k}{\pi} \int_0^{\operatorname{tg} \varphi} \left[F(t) - \frac{qt}{a^2 - t^2} \right] \operatorname{cosk}(\varphi - \operatorname{arctg} t) dt + k \operatorname{cosk} \varphi \quad (2.52)$$

Semnificațiile diferitelor notații se găsesc în [20], pagina 154.

Considerând cazul particular când cei doi cilindri sunt din același material, E. Panton propune o formulă aproximativă de forma:

$$Q(\varphi) = \frac{Q}{R_1 (\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \varphi_0)} \cos \varphi \quad (2.53)$$

În Fig.2.24 este prezentată distribuția $Q(\varphi)$ pentru trei valori ale unghiului de contact: $\varphi_0 = 30^\circ$, 50° și 60° după Panton (linie întreruptă) și după Steuermann (linie continuă).

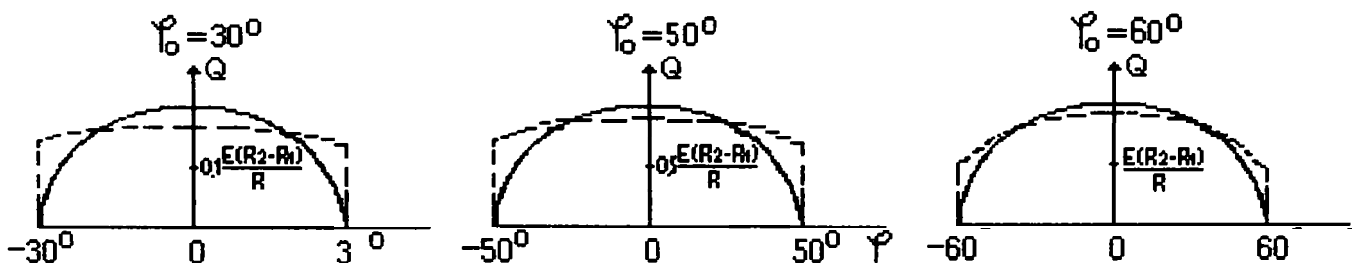


Fig.2.24. Distribuția $Q(\varphi)$ după Panton și Steuermann

Din Fig.2.24 se observă că rezultatele după Panton se apropie de cele după Steuermann odată cu creșterea unghiului de contact φ_0 .

2.2.4. Influența forțelor tangențiale asupra stării de tensiune [53]

Un principiu de bază al teoriei deformațiilor corpurilor în contact este acela că forțele de presiune care se transmit de la un corp la altul și sunt distribuite pe suprafața de contact sunt normale la această suprafață.

În multe cazuri practice se întâlnesc nu numai sarcini normale, ci și sarcini tangențiale, de care este necesar să se țină seama la studiul stării de tensiune a corpurilor în contact. Astfel, sârmele cablurilor de oțel capătă o alunecare relativă la îndoirea lor pe tamburi, deci sunt încărcate și cu forțe tangențiale.

În cazurile când avem o alunecare relativă vizibilă valoarea forței tangențiale se limitează la forța de frecare:

$$F_f = \mu \cdot Q \quad (2.54)$$

unde: μ - coeficient de frecare de alunecare;

Q - forța normală care comprimă corpurile, [N].

Problema contactului în prezența acțiunii simultane a forțelor normale și tangențiale este foarte complexă și are o soluționare aproximativă. Ipoteza principală a soluționării aproximative constă în presupunerea că pentru forțele normale se păstrează legea elipsoidală de distribuție pe suprafața de contact iar forțele tangențiale sunt proporționale cu cele normale (Fig.2.25), adică:

$$\frac{q}{p} = \frac{q_0}{p_0} = \frac{F_f}{Q} = \mu = \text{const.} \quad (2.55)$$

q - intensitatea forțelor tangențiale într-un punct oarecare al suprafeței de contact;

q_0 - intensitatea maximă a forțelor tangențiale, [N/mm].

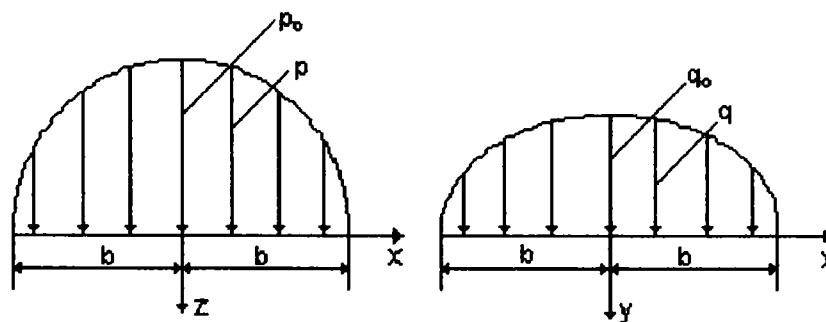


Fig.2.25. Solicitarea de contact în cazul acțiunii simultane a forțelor normale și tangențiale

În cazul contactului inițial pe o linie (cazul cilindrilor cu axe paralele în contact pe generatoarea comună), când forțele tangențiale acționează perpendicular pe linia de contact și sunt distribuite uniform de-a lungul acestei linii (Fig.2.26), folosind sistemul eliptic de coordonate, se obțin componentele stării de tensiune:

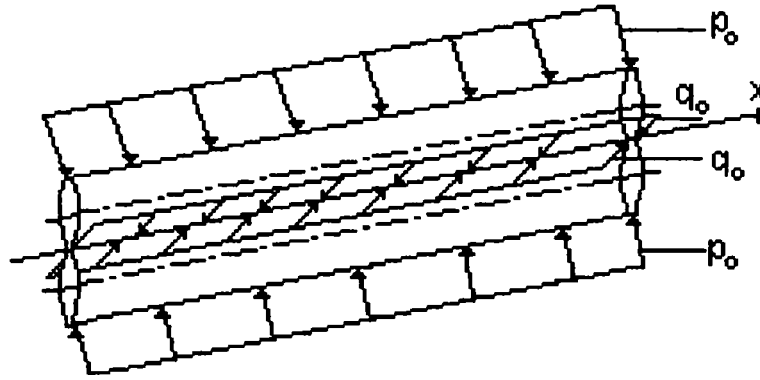


Fig.2.26. Cazul cilindrilor cu axe paralele în contact pe generatoarea comună

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= 2 \cdot \nu q_0 \cdot e^{-\alpha} \cos \beta, \\
 \sigma_y &= q_0 \left[2e^{-\alpha} \cos \beta - \operatorname{sh} \alpha \cdot \sin \beta \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta} \right], \\
 \sigma_z &= q_0 \cdot \operatorname{sh} \alpha \sin \beta \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta}, \\
 \tau_{yz} = \tau_{zy} &= q_0 \left[e^{-\alpha} \sin \beta - \operatorname{sh} \alpha \cdot \sin \beta \left(1 - \frac{\operatorname{sh} 2\alpha}{\operatorname{ch} 2\alpha - \cos 2\beta} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

unde:
$$\begin{cases} y = b \cdot \operatorname{ch} \alpha \cos \beta \\ z = b \cdot \operatorname{sh} \alpha \cdot \sin \beta \end{cases} \tag{2.57}$$

ν - coeficientul lui Poisson pentru materialul cilindrilor;

b - semilățimea fâșiei de contact, [mm].

Coordonatele eliptice α și β sunt date de relațiile:

$$\operatorname{sh} \alpha = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{2}; \quad \operatorname{ch} \alpha = \frac{e^\alpha + e^{-\alpha}}{2} \tag{2.58}$$

Astfel, locurile geometrice ale punctelor pentru care $\alpha = \text{const.}$ reprezintă o familie de elipse omofocale, cu distanța focală egală cu $2b$, iar axa mare coincide cu axa y . Locurile geometrice ale punctelor pentru care $\beta = \text{const.}$ reprezintă o familie de hiperbole ortogonale cu elipsele.

Pentru punctele din planul xOz , care este un plan perpendicular pe suprafața fâșiei de contact și trece prin linia ei mijlocie, avem $y = 0$, $\cos \beta = 0$, iar $\beta = \frac{\pi}{2}$. Rezultă

că tensiunile normale sunt nule $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$, iar tensiunile tangențiale vor avea expresiile:

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = q_0 \left[2 \frac{\sqrt{b^2 + z^2}}{b} - 2 \frac{z}{b} - \frac{b}{\sqrt{b^2 + z^2}} \right] \tag{2.59}$$

Pentru punctele aflate pe linia de contact inițial avem:

$$z = 0 \quad \text{și} \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = q_0. \quad (2.60)$$

Starea de tensiune pentru punctele care aparțin suprafeței de contact se determină particularizând expresiile (2.56) pentru $z = 0$, $\text{sh } \alpha = 0$, $\text{ch } \alpha = 1$, $y < b$, $\cos \beta = y/b$, obținându-se componentele stării de tensiune pentru punctele aflate pe suprafața de contact:

$$\begin{cases} \sigma_x = 2 \cdot \nu q_0 \cos \beta = 2 \cdot \nu q_0 \frac{y}{b} \\ \sigma_y = 2 \cdot q_0 \cos \beta = 2q_0 \frac{y}{b} \\ \sigma_z = 0 \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} = q_0 \sin \beta = q_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \end{cases} \quad (2.61)$$

Pentru $\sin \beta = 0$, $\cos \beta = 1$ și din relațiile (2.61) pentru $y > b$ (punctele din afara fâșiei de contact) se obține:

$$\begin{cases} \sigma_x = 2 \cdot \nu q_0 e^{-\alpha} = 2 \cdot \nu q_0 \frac{1}{b} \left[y - \sqrt{y^2 - b^2} \right] \\ \sigma_y = 2 \cdot q_0 \frac{1}{b} \left[y - \sqrt{y^2 - b^2} \right] \\ \sigma_z = 0 \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0 \end{cases} \quad (2.62)$$

Conform relațiilor (2.61) și (2.62) se trasează diagramele tensiunilor în lungul axei y . În general, pentru $z \neq 0$, tensiunile σ_x , σ_y scad în adâncime după curbele (2) pentru $\frac{z}{b} = 0,5$, respectiv după curbele (3) pentru $\frac{z}{b} = 1$ (Fig.2.27).

Se remarcă faptul că tensiunile σ_x și σ_y ating valorile maxime pe conturul suprafeței de contact ($y = \pm b$). Pe suprafața de contact, $z = 0$, variația tensiunilor se produce după curba (1).

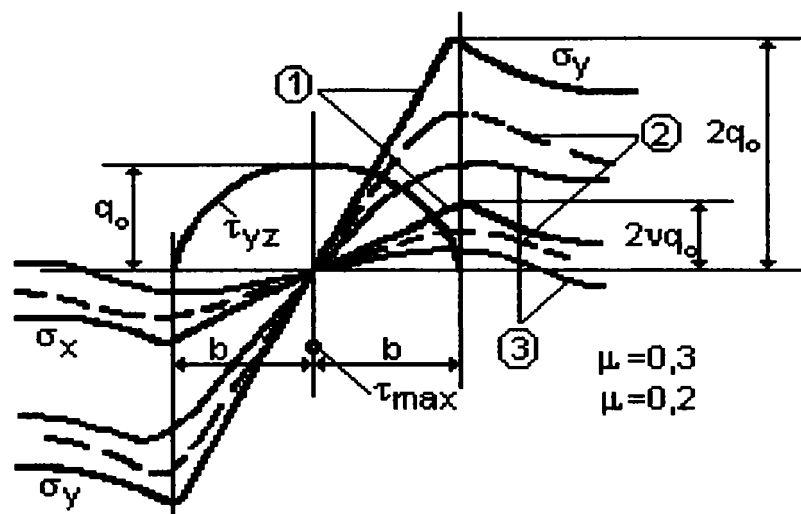


Fig.2.27. Diagrammele tensiunilor în lungul axei y

Influența forțelor tangențiale apare odată cu apropierea de punctul cu tensiunea tangențială maximă, odată cu creșterea valorii acestei tensiuni datorită creșterii valorii coeficientului de frecare. Poziția punctelor de tensiuni tangențiale maxime depinde de coeficientul de frecare. Cercetările lui **Saverin** [81] indică faptul că pentru $\mu < 0,25$ cele mai periculoase devin tensiunile tangențiale maxime de sub suprafața de contact; pentru $\mu = 0,25$ cele de pe suprafața de contact; pentru $\mu < 0,15$ tensiunile se modifică neesențial sub suprafața de contact, dar prezintă modificări pe suprafața de contact. Pentru diferite valori ale coeficientului de frecare, este reprezentată în Fig.2.28 variația tensiunilor normale în cazul acțiunii simultane a forțelor normale și tangențiale. Maximul tensiunilor de compresiune atinge $1,2p_0$ pentru $\mu = 0,33$.

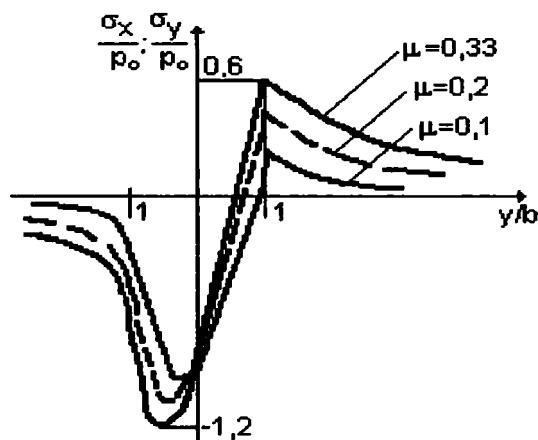


Fig.2.28. Variația tensiunilor normale pentru diferite valori ale coeficientului de frecare

În general, experimentele practice și calculele teoretice [44] au dovedit că:

- aria de contact crește datorită forțelor tangențiale;
- prezența forțelor tangențiale determină microdeplasări ale zonelor hertziene;
- prezența forțelor de frecare duce la distorsionarea presiunii normale;
- la contactul hertzian lubrifiat, tensiunea tangențială de suprafață duce la coborârea tensiunilor tangențiale maxime în adâncime;
- la contactul hertzian nelubrifiat, tensiunea tangențială de suprafață duce la ridicarea tensiunilor tangențiale maxime spre suprafața de contact, rezultând fenomenul de "pitting".

2.2.5. Determinarea analitică a stării de tensiune în cazul contactului a două sârme, respectiv contactul dintre sârmă și rola de cablu

La examinarea sârmelor care au compus un cablu scos din exploatare s-a constatat că solicitarea de compresiune locală dintre sârme a avut valori așa de ridicate, încât s-a produs o amprentă pe sârmă în zona de contact [21]. Solicitări de contact apar la sârmele aceluiași toron, între sârmele a două toroane învecinate și între sârme și rola de înfășurare a cablului.

Valoarea tensiunilor care se produc este funcție de mărimea forței de apăsare a suprafețelor în contact, geometria suprafețelor în contact și modulul de elasticitate al materialelor. Aceste observații directe sunt confirmate de calculele analitice efectuate pe baza teoriei lui Hertz.

2.2.5.1. Forțele de interacțiune dintre sârmele unui cablu [21]

Pentru a face un calcul la solicitări de contact al sârmelor din cablu sunt necesare razele principale de curbură în zona de contact, acestea fiind determinate în capitolul I, subcapitolul 1.1.2.2. și forțele de interacțiune dintre sârme, respectiv sârme și rola de înfășurare a cablului. Repartiția forțelor pe sârmele unui cablu îndoit pe o rolă este prezentată în Fig.2.29, unde s-a notat cu r raza de curbură a axului toronului.

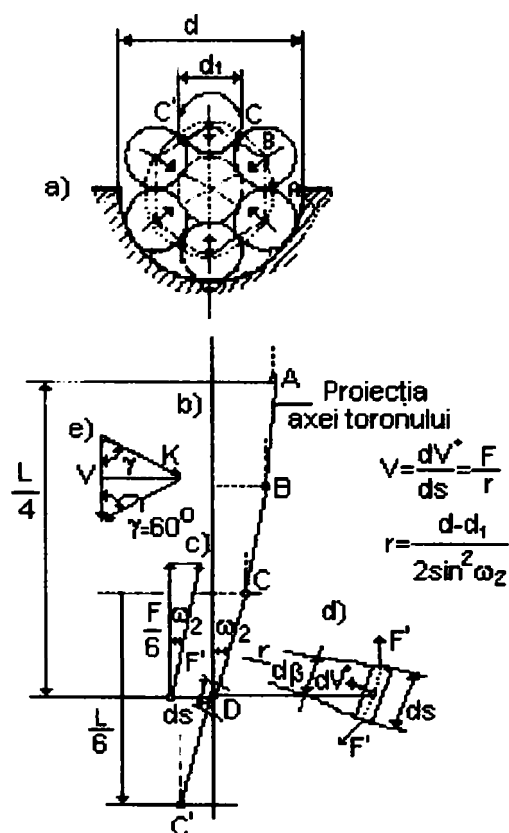


Fig.2.29.
Repartiția forțelor pe sârmele unui cablu îndoit pe o rolă

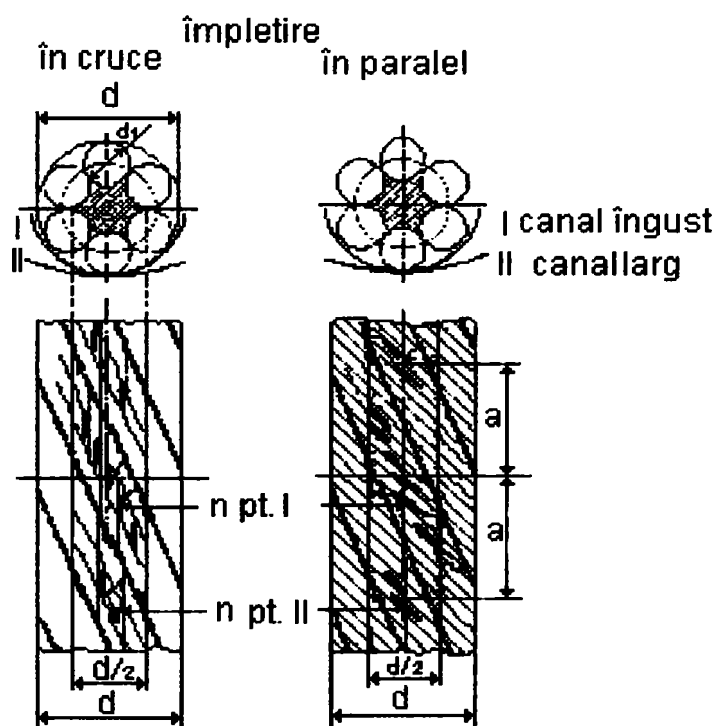


Fig.2.30.
Contactul dintre cablu și rola de cablu în funcție de felul cablajului

În Fig.2.30 se disting două cazuri: cazul **I** corespunde unui canal îngust de rolă, așa cum se folosește în mod corect, iar cazul **II** corespunde unui canal larg.

Numărul n de puncte de contact între cablu și rolă este funcție de felul cablajului (în cruce sau în paralel).

În cazul cablului format din n_t toroane se calculează *forța medie de apăsare pe o sârmă*:

$$\text{- pentru canalul îngust: } P_0 = \frac{4L\delta}{n_t D d} F, \quad (2.63)$$

$$\text{- pentru canalul larg: } P_0 = \frac{L\delta}{n_t D d} F \quad (2.64)$$

Dacă un cablu înfășurat pe o rolă este solicitat la tracțiune cu forța F , atunci între toroanele cablurilor apar *forțele de interacțiune* V și K care se manifestă în adâncime, pe unitatea de lungime:

$$V = \frac{2\pi^2 (d - d_1)}{n_t L \sqrt{L^2 + \pi^2 (d - d_1)^2}} F \quad (2.65)$$

$$K = \frac{V}{2 \cos \gamma}. \quad (2.66)$$

Forța de apăsare pe sârmele din două toroane într-un cablu solicitat la întindere este:

$$P_{0s} = \frac{\sin \omega_1 \cdot \operatorname{tg} \omega_1}{2n_t \sin \omega_2 \cos \gamma} \cdot \frac{\delta}{d - d_1} F \quad (2.67)$$

Dacă unghiurile de cablaj din toron, respectiv cablu, sunt egale ($\omega_1 = \omega_2$) se obține:

$$P_{0s} = \frac{\pi}{2n_t \cos \gamma} \cdot \frac{\delta}{L} F \quad (2.68)$$

Aceste relații se particularizează pentru un cablu cu:

$n_t = 6$ toroane;

$L = 7,5d$; $L' = 10d_1$;

$\omega_1 = 15^\circ 40'$; $\omega_2 = 17^\circ 28'$; $\gamma = 60^\circ$

$d - d_1 = 2d/3$

și se obține:

$$V = K = \frac{1}{26,5d} F \quad \text{și} \quad P_{0s} = \frac{1}{15,9} \cdot \frac{\delta}{d} F \quad (2.68a)$$

Elementele geometrice ale toroanelor și sârmelor în zona de contact, precum și elementele de calcul sunt prezentate în Fig.2.31.

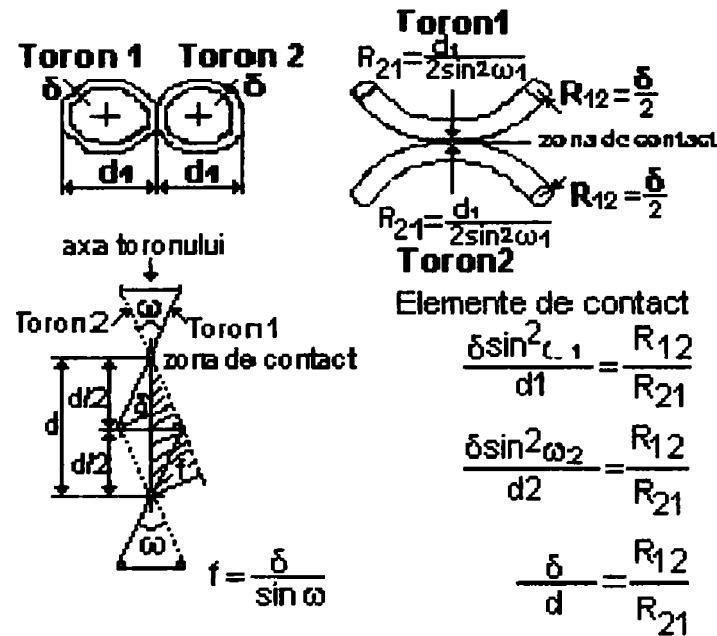


Fig.2.31. Elementele geometrice ale toroanelor și sârmelor în zona de contact

Forța de interacțiune dintre sârme în punctul de contact, în cazul unui cablu înfășurat pe o rolă cu diametrul D se calculează cu relația:

$$P_0 = \frac{F \cdot \delta}{2n_t \sin \omega_1 \cdot \cos \gamma} \left[\frac{n_t - 1}{D} + \frac{\sin \omega_2 \cdot \operatorname{tg} \omega_2}{d - d_1} \right] \quad (2.69)$$

Pentru valorile uzuale: $n_t = 6$; $L = 7,5d$; $L' = 10d_1$; $\omega_1 = 15^\circ 40'$; $\omega_2 = 17^\circ 28'$; $d - d_1 = 2d/3$; $\gamma = 60^\circ$ se obține:

$$\text{- pentru rola cu canal îngust} \quad P_0 = F \cdot \delta \left[\frac{2,8}{D} + \frac{1}{15,9d} \right] \quad (2.69a)$$

$$\text{- pentru rola cu canal larg} \quad P_0 = F \cdot \delta \left[\frac{10,4}{D} + \frac{1}{15,9d} \right]. \quad (2.69b)$$

Forța de interacțiune dintre sârme în cazul unui cablu înfășurat pe o rolă cu canal larg este de 3,7 ori mai mare decât în cazul unui cablu înfășurat pe o rolă cu canal îngust, așa cum se utilizează corect în exploatare. Presiunea maximă de contact dintre sârmele cablului este în acest caz de 1,55 ori mai mare.

2.2.5.2. Calculul presiunii de contact [21]

În domeniul solicitării elastice presiunea maximă de contact este dată de ecuația lui Hertz:

$$p_0 = \frac{3 \cdot \sqrt[3]{P_0 (E \cdot \Sigma \rho)^2}}{4\pi(\eta\chi)} = \frac{3P_0}{2\pi ab}, \quad (2.70)$$

iar presiunea medie este:

$$p_m = -\frac{\sqrt[3]{P_0 (E \cdot \Sigma \rho)^2}}{2\pi(\eta\chi)} \quad (2.71)$$

În aceste relații avem:

P_0 - forța de apăsare a celor două corpuri în contact, [N];

\mathbf{a}, \mathbf{b} - semiaxele suprafeței eliptice de contact, [mm];

E^* - modulul de elasticitate echivalent, $\frac{1}{E^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$ [MPa];

E_1, E_2 - modulele de elasticitate ale celor două corpuri în contact, [MPa];

$\Sigma \rho$ - suma curburilor principale a suprafețelor limitrofe în zona punctului de contact, [mm⁻¹].

$$\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{22} + \rho_{21} = \Sigma \frac{1}{R_i} \quad (2.72)$$

Adaptând aceste notații la cazul sârmei din cablu (Fig.2.32), notațiile de mai sus devin:

$$\rho_{11} = -\frac{1}{R_{11}}; \quad \rho_{12} = \frac{1}{R_{12}}; \quad \rho_{21} = \frac{1}{R_{21}}; \quad \rho_{22} = -\frac{1}{R_{22}},$$

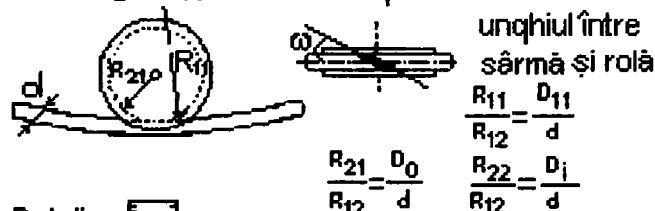
unde: R_{11} - raza curbei deformată a cablului, [mm];

R_{12} - raza cablului închis sau a sârmei, [mm];

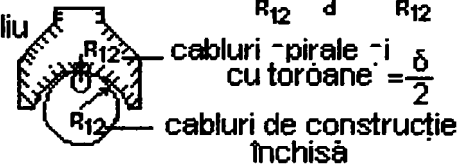
R_{21} - raza rolei, [mm];

R_{22} - raza canalului de rolă, [mm].

1. Rolă de ghidaj pentru cablul purtător:



2. Detaliu



3. Sârmă singulară la cabluri spirale și din toroane



4. Două sârme singulare în punctul de contact a două toroane.

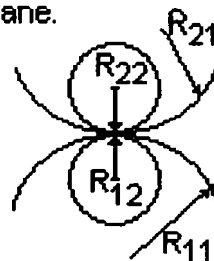


Fig.2.32. Razele principale de curbură în zonele de contact sârmă-sârmă, respectiv sârmă-rolă

Dacă se notează cu: d – diametrul cablului, [mm]; δ - diametrul sârmei din cablu, [mm]; D_{11} – diametrul curbei deformatei cablului, [mm]; D_i – diametrul canalului de cablu, [mm]; D – diametrul rolei de cablu, [mm], se obține următoarea relație:

$$\Sigma\rho = 2 \left[\frac{1}{D_{11}} + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{D} + \frac{1}{D_i} \right] = \frac{2}{\delta} \left[1 + \frac{\delta}{D_{11}} + \frac{\delta}{D} + \frac{\delta}{D_i} \right] \quad (2.73)$$

Mărimea ($\eta\chi$) se deduce din Fig.2.33, în funcție de unghiul ajutător θ , definit de relația:

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(\rho_{11} - \rho_{12})^2 + 2(\rho_{11} - \rho_{12})(\rho_{21} - \rho_{22})\cos 2\omega + (\rho_{21} - \rho_{22})^2}}{\Sigma\rho} \quad (2.74)$$

unde ω este unghiul pe care îl face cablul (închis) sau sârma componentă din cablu (în cazul cablului deschis) cu planul de simetrie al rolei (Fig.2.32).

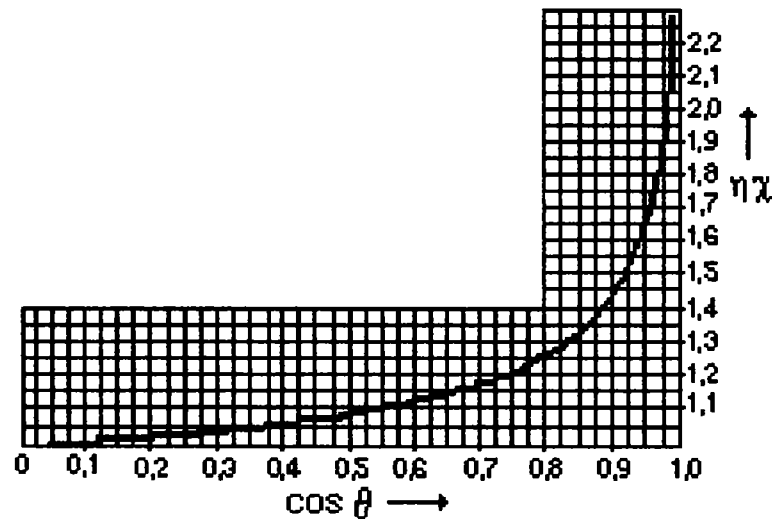


Fig.2.33. Mărimea ($\eta\chi$) în funcție de unghiul ajutător θ

În cazul general, se obține:

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\left(\frac{1}{D_{11}} - \frac{1}{\delta}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{D_{11}} - \frac{1}{\delta}\right)\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D_i}\right)\cos 2\omega + \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D_i}\right)^2}}{\frac{1}{D_{11}} + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{D} + \frac{1}{D_i}} \quad (2.75)$$

Făcând prescurtarea:

$$M = 1 + \frac{\delta}{D_{11}} + \frac{\delta}{D} + \frac{\delta}{D_i}, \quad (2.76)$$

pentru cazul $\omega = 0$, presiunea maximă devine:

$$p_0 = -\frac{0,38}{\eta\chi} \cdot \sqrt[3]{E^2} \cdot \sqrt[3]{M^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_0}{\delta^2}}, \quad (2.77)$$

În final, se obține relația:

$$p_0 = -k_3 \cdot \frac{\sqrt[3]{M^2}}{\eta\chi} \cdot \sqrt[3]{P_0} \quad (2.78)$$

Pentru sârmele din stratul exterior care vin în contact cu canalul de rolă, mărimea k_3 depinde de natura materialului din canalul de rolă [21], conform Tabelului 2.1.

Valorile coeficientului k_3 .

Tabelul 2.1.

Materialul rolei	oțel	fontă	cauciuc tare	căptușeală	
				piele	lemn
k_3	280	230	13	2,8	7

2.2.5.3. Relații pentru calculul presiunii de contact pentru cabluri de tracțiune formate din mai multe toroane

Utilizând relațiile (2.70), (2.72), (2.74) adaptate la specificul fiecărui tip de cablu, se obțin valorile presiunii de contact în următoarele cazuri:

a) Contactul dintre sârme și rola de cablu

a.1) - cabluri cu cablaj în cruce ($\omega = 0$):

$$p_0 = -\frac{280}{\eta\chi} \cdot \sqrt[3]{\left(1 + \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1} + \frac{\delta}{D} - \frac{\delta}{D_i}\right)^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_0}{\delta^2}}, \quad (2.79)$$

iar

$$\cos \theta = \frac{1}{M} \left| 1 - \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1} - \frac{\delta}{D} - \frac{\delta}{D_i} \right| \quad (2.80)$$

Valorile uzuale ale mărimilor din paranteze se dau în Tabelul 2.2.

Valori uzuale pentru cabluri.

Tabelul 2.2.

Cabluri din șase toroane	d_1/δ	$d_1/\sin^2 \omega_1 \delta$		D/δ	D/δ	
		$L'=10d_1$	$L'=8d_1$		role	molette
7 sârme/toron	3	33	22	10...12	80...200 (100)*	500...1000
19 sârme/toron	5	55	37	18...22		500...1000
37 sârme/toron	7	78	52	23...25		500...1000

* - pentru cablaj în paralel

a.2) - cabluri cu cablaj în paralel ($\omega = 27^\circ \dots 30^\circ$).

Expresia lui p_0 este aceeași, dar:

$$\cos \theta = \frac{1}{M} \sqrt{\left(1 - \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1}\right)^2 - 1,2 \left(1 - \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1}\right) \left(\frac{\delta}{D} + \frac{\delta}{D_i}\right) + \left(\frac{\delta}{D} + \frac{\delta}{D_i}\right)^2} \quad (2.81)$$

Valorile uzuale din paranteze se regăsesc în Tabelul 2.2, iar valorile lui P_0 sunt date de relațiile (2.63) sau (2.64).

b) Contactul dintre sârmele componente ale cablului

Pentru ambele cablaje (paralel, în cruce) se obține următoarea valoare a presiunii:

$$p_0 = -\frac{444}{\eta\chi} \cdot \sqrt[3]{\left(1 + \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1}\right)^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_0}{\delta^2}}, \quad (2.82)$$

iar

$$\cos\theta = \left[\frac{1 - \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1}}{1 + \frac{\delta \sin^2 \omega_1}{d_1}} \right] \cos\omega \quad (2.83)$$

Forța P_0 de interacțiune dintre sârme este dată de relația (2.69).

2.2.5.4. Tensiunea normală echivalentă

După stabilirea valorilor tensiunilor normale din sârmă se calculează, după una din teoriile de rezistență, valoarea tensiunii normale echivalente. Tensiunile principale în zona de contact a două corpuri presate sunt [34]:

$$\sigma_1 = \frac{2 + \nu \frac{b}{a}}{\nu \left(1 + \frac{b}{a}\right)} p_0 \quad - \text{tensiunea longitudinală de -a lungul axei mari a elipsei de contact,}$$

$$\sigma_2 = \frac{2 \frac{b}{a} + \nu}{\nu \left(1 + \frac{b}{a}\right)} p_0 \quad - \text{tensiunea transversală de -a lungul axei mici a elipsei de contact,}$$

$$\sigma_3 = -\frac{3P_0}{2\pi ab} = -p_0 \quad - \text{tensiunea verticală de-a lungul normalei la suprafața de contact.}$$

Pentru cabluri compuse din toroane s-au determinat experimental [21] valorile:

$$\frac{a}{b} = 10 \quad - \text{pentru cabluri S/Z și Z/S;}$$

$$\frac{a}{b} = 15 \quad - \text{pentru cabluri S/S și Z/Z în cazul contactului cablu/rolă;}$$

$$\frac{a}{b} \cong 3 \quad - \text{pentru cabluri S/S și Z/Z în cazul contactului sârmă/sârmă.}$$

După teoria de rezistență a energiei modificatoare de formă, expresia tensiunii echivalente este [34]:

$$\sigma_{echV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} \quad (2.84)$$

În cazul cablurilor, respectiv al sârmelor componente, în zona de contact apare pe lângă p_0 și tensiunea σ_t datorită întinderii cablului, respectiv tensiunea σ_i datorită încovoierii cablului. Tensiunea σ_i apare cu semnul minus, deoarece în zona de contact a cablului cu rola încovoierea produce compresiune.

Deci tensiunea principală în lungul sârmei este:

$$\sigma_1 = \frac{2 + \frac{b}{a} \nu}{\nu \left(1 + \frac{b}{a}\right)} p_0 + (\sigma_t - \sigma_i) \quad (2.85)$$

După cercetările lui **A. Dumas** [21], presiunea medie admisibilă este: $p_{0\max} = \frac{HBS}{2}$, unde **HBS** este duritatea suprafeței determinată după metoda Brinell, sau: $p_{0\max} \cong 2\sigma_r$, unde σ_r este rezistența la tracțiune (rupere) a materialului sârmei.

CAPITOLUL III

STUDIUL STĂRII DE TENSIUNE LA ÎNCERCAREA LA OBOSEALĂ A SÂRMELOR DIN CABLURILE DE TRACȚIUNE

3.1. SOLICITĂRI VARIABILE ÎN SÂRMELE CABLURILOR DE TRACȚIUNE [21]

Principala cauză a distrugerii cablurilor de tracțiune este în unanimitate recunoscută [7], [19], [21], [68], [71] ca fiind solicitarea variabilă a sârmelor din cablu, cu efectul ei inevitabil, *oboseala metalului*, accelerată de unele fenomene specifice modului de lucru al cablului.

Trebuie subliniată de la început *diferența dintre rezistența la oboseală a oțelurilor cu conținut ridicat de carbon utilizate în construcția de mașini și a sârmelor din cabluri confecționate din aceste oțeluri, prin trefilare la rece.*

a) În cazul tracțiunii, epruvetele standard din oțel cu conținut ridicat de carbon prezintă în diagrama rezistențelor la oboseală (în sistemul Smith) o lățime constantă în zona în care σ_{\max} și σ_{\min} sunt de sensuri contrarii ($\sigma_{\max} > 0$; $\sigma_{\min} < 0$), iar în domeniul unde ambele sunt pozitive amplitudinea scade rapid odată cu creșterea tensiunii medii σ_{med} . În cazul sârmelor amplitudinea rămâne constantă, până la tensiuni de cca 60% din rezistența la rupere a sârmei. De remarcat că încercarea sârmei la oboseală prin tracțiune nu permite decât realizarea ciclurilor oscilante pozitive $\sigma_{\max} > 0$ și $\sigma_{\min} > 0$ (Fig.3.1).

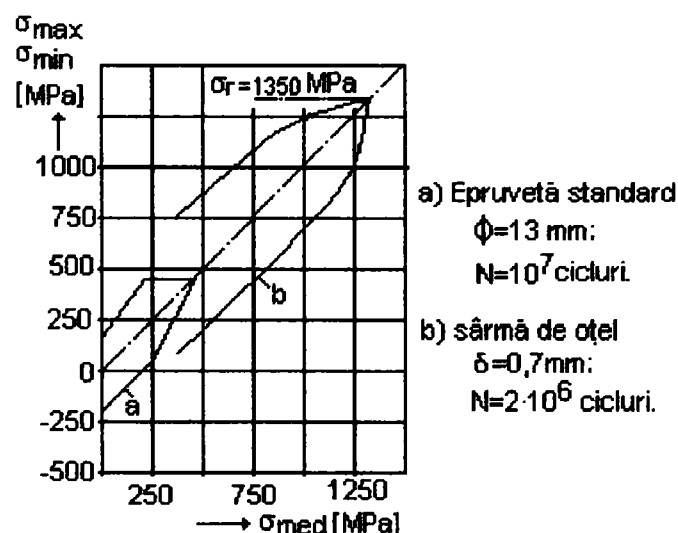


Fig.3.1. Diagrama Smith a rezistențelor la oboseală pentru sârmă și epruveta standard

b) Raportând încercarea la oboseală a sârmelor la tracțiune și încovoiere se regăsesc relațiile cunoscute pentru rezistența la oboseală determinată în cazul celor două solicitări în condițiile epruvetelor standard: $\sigma_{-1t} = (0,7...0,8)\sigma_{-1}$.

Deoarece rezistența la oboseală σ_{-1} crește față de σ_{-1t} odată cu creșterea gradientului de tensiune $\left(\frac{M_{iz}}{I_z}\right)$, adică cu descreșterea diametrului epruvetei, se poate prevedea că rezistența la oboseală σ_{-1} ar trebui să fie de aproximativ 1,7 ori mai mare decât σ_{-1t} .

c) În timp ce rezistența la tracțiune (rupere) a sârmei σ_r crește cu conținutul de carbon și cu coroaiajul de trefilare, rezistența la oboseală σ_{ot} la solicitarea de tracțiune pulsator pozitivă este mai mare la sârma cu 0,43% carbon, față de sârma cu 0,62% carbon până la o reducere a secțiunii de 80%, pentru ca în continuare să se inverseze sensul inegalității, astfel că la o reducere a secțiunii de 82% valoarea σ_{ot} pentru sârma cu 0,43% carbon să scadă vertiginos (Fig.3.2).

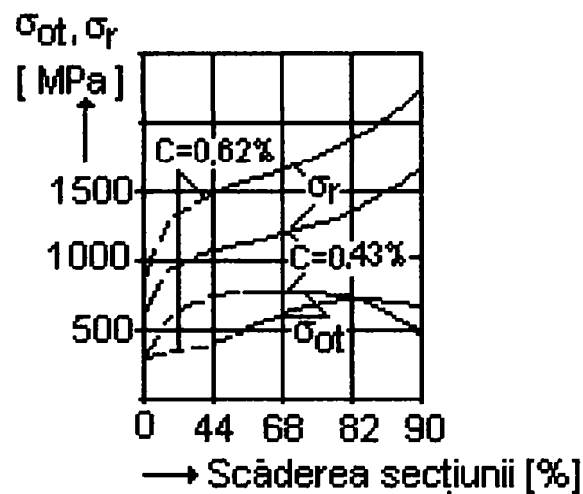


Fig.3.2. Variația σ_r și σ_{ot} la sârme cu conținut diferit de carbon

d) În cazul cablurilor de tracțiune durata de funcționare a cablului, exprimată în număr de cicluri de solicitare, este întotdeauna sub limita la care se produce ruperea prin oboseală a sârmelor necablate. Deci, încercarea la oboseală a sârmelor se va realiza la un număr limitat de cicluri (de exemplu 10^6 cicluri de solicitare). Pentru un număr de cicluri mai mic sau mai mare, încercarea se execută doar pentru trasarea diagramei Wöhler.

Pentru un calcul la oboseală al cablurilor din oțel se poate accepta [33] o valoare $\sigma_{-1t} = 300 \text{ MPa}$, cifra fiind valabilă dacă rezistența la tracțiune a sârmelor din cablu se găsește în intervalul $\sigma_r = (1400...1800) \text{ MPa}$.

Din observarea fenomenului de distrugere a sârmelor din cablu la încercarea de durabilitate și în exploatare s-au constatat următoarele [71]:

- sârmele prezintă în secțiunea de rupere o structură tipică de rupere prin oboseală, ruperea apărând la sârmele din stratul exterior. Structura tipică de rupere prin oboseală prezintă o zonă cu aspect lucios care corespunde ruperii în timp și o zonă cu aspect grăunțos care corespunde ruperii finale.

- degradarea cablului prin ruperea sârmelor are loc în zona care trece peste rola de cablu;
- dacă cablului nu i se dă posibilitatea să se rotească în timpul încercării de durabilitate, capetele sârmelor rupte apar în zona generatoarei cablului care vine în contact cu canalul de rolă.

Astfel, se poate concluziona că ruperea cablului se produce datorită încovoierii cablului prin înfășurarea sa pe rolă, care produce cele mai mari tensiuni în sârmele din stratul exterior, acolo unde apare și presiunea de contact.

Rolul principal al încovoierii și cel secundar al compresiunii de contact în ruperea sârmelor prin solicitarea variabilă, poate fi evidențiat prin încercarea unui cablu pe două role (Fig.3.3).

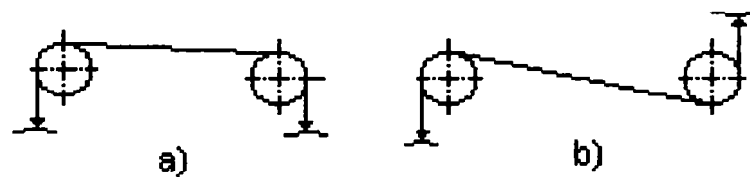


Fig.3.3. Schema de încercare a cablului pe două role
a) – încovoiere alternantă; b) – încovoiere alternant-simetrică

În cazul (a) încovoierea sârmelor este alternantă iar urmărind o secțiune oarecare a cablului se observă că, la o cursă completă, sârmele secțiunii vin în contact de patru ori cu cele două role. În cazul (b) încovoierea sârmelor este alternant-simetrică, iar o secțiune oarecare a cablului va avea sârmele dintr-o parte a cablului de două ori în contact cu rola. Dacă cele două încercări se fac cu același cablu, cu role de aceleași dimensiuni și cu aceeași forță de tracțiune, ruperea sârmelor se va produce de 3-4 ori mai repede în cazul (b) față de cazul (a), cu toate că efectul presiunii de contact este de două ori mai mare în cazul (a).

Caracteristicile ciclului de solicitare a sârmelor din cablurile de tracțiune sunt:

σ_{\max} ; σ_{\min} - tensiunea maximă, respectiv minimă a ciclului;

σ_{am} - amplitudinea ciclului;

σ_{med} - tensiunea normală medie;

$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ - coeficientul de asimetrie al ciclului.

Ținând seama de solicitările de bază (tracțiune σ_t și încovoiere σ_i) care apar în cablurile de tracțiune, starea de tensiune dintr-o sârmă situată în cele două poziții extreme (Fig.3.4) poate fi definită astfel:

$$\begin{cases} \sigma' = \sigma_t + \sigma_i \\ \sigma'' = \sigma_t - \sigma_i \end{cases} \quad (3.1)$$

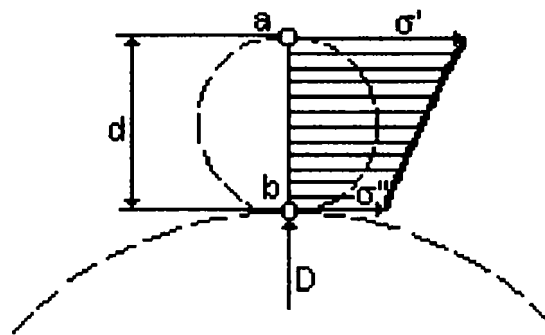


Fig.3.4. Starea de tensiune în sârmele extreme ale unui cablu

Utilizând relațiile (3.1) care definesc starea de tensiune în sârmele situate în cele două poziții extreme notate (a), respectiv (b), se pot calcula caracteristicile ciclului de solicitare a sârmelor. Rezultatele sunt prezentate în Tabelul 3.1.

Caracteristicile ciclului de solicitare a sârmelor

Tabelul 3.1.

Caracteristica ciclului	zona (a)	zona (b)
tensiunea maximă	$\sigma'_{max} = \sigma_t + \sigma_i$	$\sigma''_{max} = \sigma_t$
tensiunea minimă	$\sigma'_{min} = \sigma_t$	$\sigma''_{min} = \sigma_t - \sigma_i$
coeficientul de asimetrie	$R' = \frac{\sigma'_{min}}{\sigma'_{max}} = \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_i}$	$R'' = \frac{\sigma''_{min}}{\sigma''_{max}} = \frac{\sigma_t - \sigma_i}{\sigma_t}$
tensiunea medie a ciclului	$\sigma'_{med} = \frac{\sigma'_{max} + \sigma'_{min}}{2} = \sigma_t + \frac{\sigma_i}{2}$	$\sigma''_{med} = \frac{\sigma''_{max} + \sigma''_{min}}{2} = \sigma_t - \frac{\sigma_i}{2}$
amplitudinea tensiunii	$\sigma'_{am} = \frac{\sigma'_{max} - \sigma'_{min}}{2} = \frac{\sigma_i}{2}$	$\sigma''_{am} = \frac{\sigma''_{max} - \sigma''_{min}}{2} = \frac{\sigma_i}{2}$

Ciclul de solicitare al cablului de la o instalație de ridicat este reprezentat în Fig.3.5.

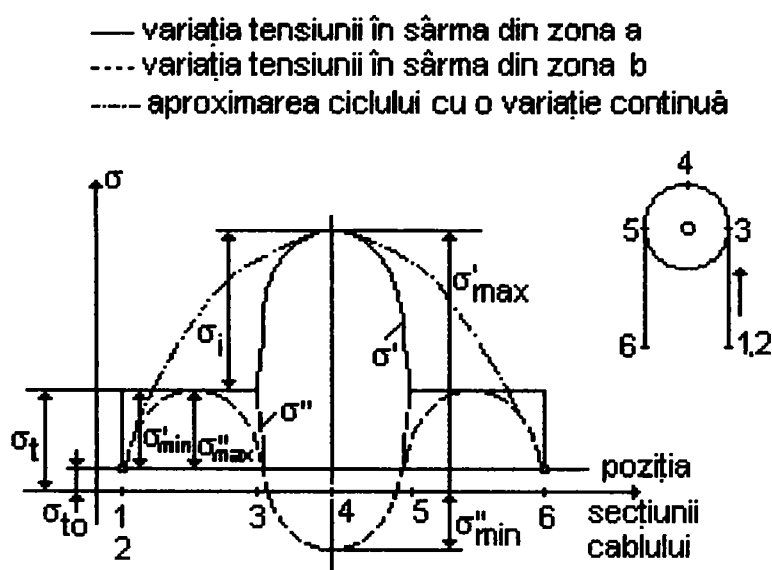


Fig.3.5. Ciclul de solicitare al cablului în exploatare

Faza I - secțiunea examinată se găsește într-o zonă rectilinie (1-2) și cablul este descărcat:

$$\sigma_t = \sigma_{t0}; \quad \sigma_i = 0.$$

Faza a II-a - echipamentul de ridicare se încarcă, zona (2-3) și (5-6): $\sigma_t = \sigma_t$; $\sigma_i = 0$.

Faza a III-a - cablul fiind încărcat, secțiunea examinată trece peste o rolă, zona (3-5):

$$\sigma_t = \sigma_t; \quad \sigma_i = E\delta/D.$$

Deci, în cazul cablului utilizat la o macara, mărimile caracteristice ale ciclului de solicitare sunt:

$$\text{- pentru zona (a) - } \sigma'_{\max} = \sigma_t + \sigma_i; \quad \sigma'_{\min} = \sigma_{t0}; \quad R' = \frac{\sigma_{t0}}{\sigma_t + \sigma_i}.$$

$$\text{- pentru zona (b) - } \sigma''_{\max} = \sigma_t; \quad \sigma''_{\min} = \sigma_t - \sigma_i; \quad R'' = \frac{\sigma''_{\min}}{\sigma''_{\max}} = \frac{\sigma_t - \sigma_i}{\sigma_t}.$$

3.2. MECANISMUL PRODUCERII OBOSELII DE CONTACT [53]

În cazul solicitărilor provocate de presiuni de contact constante, încercările la compresiune locală au condus la determinarea unor caracteristici cu caracter general valabil, independent de specificul exploatării piesei respective. Dacă presiunea de contact este variabilă cu caracter oscilant, tentativele teoretice pentru explicarea stării de tensiune și a fenomenelor superficiale numai în funcție de materialul pieselor și de geometria contactului, nu au reușit să se impună. Astfel, datorită complexității procesului de degradare superficială a diferitelor piese aflate în contact local se tinde spre efectuarea unor încercări experimentale care să reproducă cât mai fidel condițiile din exploatare.

Caracterul specific al comportării materialelor la solicitări de contact inițial rectiliniu sau punctiform sub acțiunea unor presiuni de contact oscilante necesită teste experimentale specifice, deoarece adesea rezultatele teoretice, îngrădite de ipoteze simplificatoare și condiții ideale, au fost infirmate de rezultatele din exploatare. Teoria lui Hertz impune ipoteze ideale (corpuri perfect elastice, omogene și izotrope, suprafețe perfect netede) care nu se repetă în practică. De cele mai multe ori, chiar în cazul unei încărcări constante, tensiunile de contact sunt variabile. Astfel, analiza problemelor de oboseală de contact necesită mașini speciale de încercare, condiții de lucru și norme specifice de verificare a calității, metode statistice pentru interpretarea rezultatelor.

Fisurile generate în oboseala de contact sunt rezultatul unui mecanism care poate fi divizat în două părți: un mecanism al amorsării fisurilor și un mecanism al propagării acestora. Complexitatea acestora, comparativ cu mecanismele oboselei fără contact, se datorează următoarelor cauze:

- Starea de tensiune care permite amorsarea și propagarea fisurilor este cea datorată contactului static cu sau fără frecare, contactului elasto-hidrodinamic sau contactului de tip elasto-plastic.

- Fisurile sunt curbilinii de tip *scurt*, mecanismul propagării acestora fiind mai puțin cunoscut în comparație cu cel al propagării fisurilor de tip *lung*.

- Lubrifiantul dintre suprafețele în contact joacă un rol complex în producerea oboselii de contact. În funcție de natura chimică a acestuia, amorsarea și propagarea fisurilor poate fi favorizată sau împiedicată. Aceasta se explică prin rolul de coroziune al lubrifiantului precum și rolul mecanic al acestuia în modificarea coeficientului de frecare al suprafețelor în contact, cu influență directă și asupra stărilor de tensiune.

Ansamblul acestor aspecte face ca oboseala de contact să reprezinte o problemă dificilă, mecanismul producerii fiind foarte controversat. Astfel, poziția amorsării fisurii se presupune a fi localizată în adâncime în punctul cu tensiune tangențială ortogonală maximă. Prezența defectelor de suprafață și existența unor tensiuni importante de tracțiune pot infirma amorsarea unor tensiuni la suprafață. Pe de altă parte, calitatea materialului în zona de contact, cu referire directă la prezența incluziunilor și a tensiunilor reziduale, poate modifica de o manieră semnificativă mecanismul producerii oboselii de contact, mai sus prezentat.

3.3. ÎNCERCAREA SÂRMELOR LA OBOSEALĂ CU COMPRESIUNE DE CONTACT PE MAȘINA NĂDĂȘAN-BOLEANȚU [21]

3.3.1. Descrierea mașinii

Această mașină (Fig.3.6) permite studierea influenței factorilor geometrici și tehnologici de execuție și de exploatare a sârmelor asupra durabilității lor. Solicitățile care se produc în sârmă sunt: încovoiere alternant-simetrică, tracțiune pulsantă și compresiune locală. Cu ajutorul acestei mașini s-au efectuat studii [21] despre efectul răsucirii sârmei asupra durabilității acesteia, iar rezultatele au confirmat ipotezele conform cărora pretorsionarea epruvetelor influențează foarte puțin durabilitatea sârmelor.

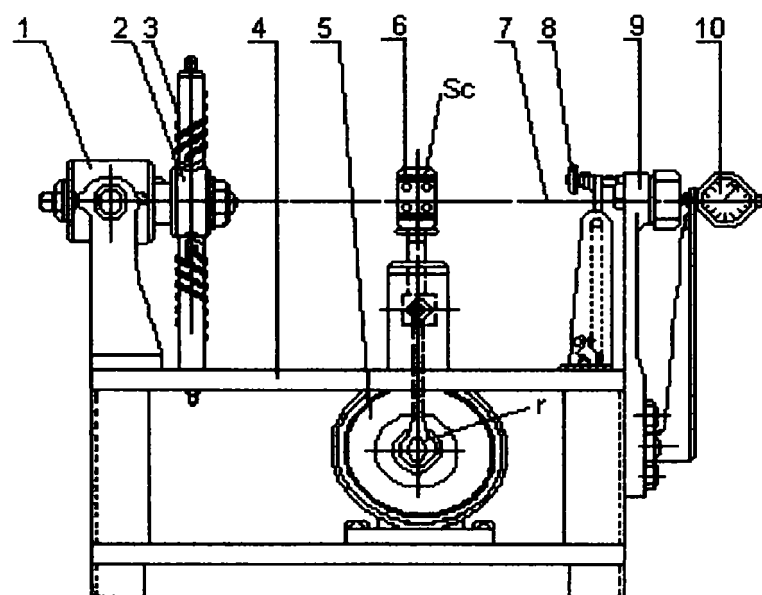


Fig.3.6. Mașina [NB] pentru încercarea sârmelor la oboseală cu compresiune de contact

Mașina constă dintr-un batiu pe care sunt montate bacurile de fixare și întindere a sârmei **2** și **9**. Bacul **2** este montat pe un sistem oscilant realizat cu arcurile **3**, dând astfel posibilitatea reglării pulsației proprii a corpului oscilant **1**, astfel încât bacul să oscileze sinfazic cu sârma. Segmentii de cilindru (**Sc**), confecționați din diferite materiale și la diferite raze de curbură, se fixează în dispozitivul **6** antrenat în mișcare de translație de un motor electric prevăzut cu un volant **5**. Volantul s-a dimensionat ținând seama de supraîncărcarea motorului în faza activă.

Ghidajul piesei **6** este prevăzut cu o baie de ulei în formă de pahar, permițând ungerea bușei conducătoare. Cursa piesei **6** și deci a segmentilor, poate fi reglată în funcție de mărimea excentricului **4** de la volant. Întinderea inițială a firului se face cu o manivelă de la capul pătrat de pe piesa **1**. Măsurarea tensiunii din fir se face cu dinamometrul **9** și ceasul comparator **10**. Numărarea ciclurilor este asigurată de un contor, montat pe arborele motor. Întreruperea curentului la motorul electric de antrenare se face, în momentul ruperii sârmei, prin intermediul dispozitivului **8**. Întreruperea încercării se produce și în cazul când forța **T** din epruvetă scade prin alunecarea din bacuri. Epruveta **7** este o sârmă de **285 mm** lungime și diametrul maxim de **2 mm**.

3.3.2. Principiul de funcționare a mașinii

Dacă se fixează rigid extremitățile unei sârme (Fig.3.7) întinsă cu o forță transversală **P**, atunci alungirea sârmei este:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{x^2 + l^2} - l}{l} = \sqrt{1 + \left(\frac{x}{l}\right)^2} - 1 \cong \frac{x^2}{2l^2} \quad (3.2)$$

Forța de tracțiune din sârmă corespunzătoare acestei alungiri este:

$$T = T_0 + A \cdot E \cdot \frac{x^2}{2l^2} \quad [\text{N}] \quad (3.3)$$

unde: **A** - aria secțiunii sârmei, [mm²];

E - modulul de elasticitate al materialului sârmei, [MPa];

x - deplasarea sârmei la mijloc, [mm];

l - jumătate din lungimea sârmei, [mm].

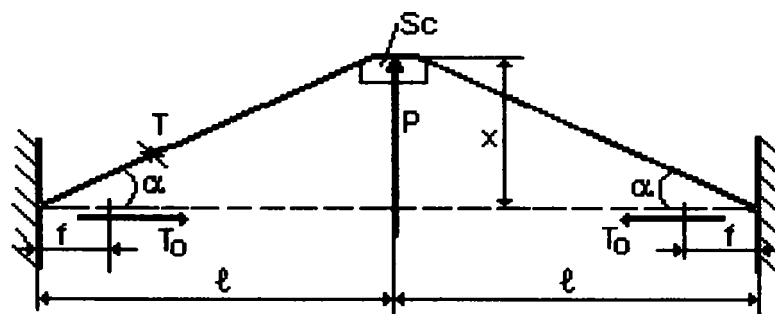


Fig.3.7. Etalonarea mașinii [NB]

Se obține astfel *tensiunea de întindere din sârmă*:

$$\sigma_t = \sigma_o + E \cdot \frac{x^2}{2l^2} \quad (3.4)$$

Dacă bacurile de fixare nu sunt rigide, respectiv săgeata dinamometrului în dreptul bacului **9** este **f**, expresia lui ε este:

$$\varepsilon = \frac{x^2}{2l(1-f)} - \frac{f}{l} \quad (3.5)$$

care, particularizată pentru **f = 0** ne dă cazul precedent.

Forța transversală **P** este în acest caz:

$$P = \left[T_o + A \cdot E \cdot \frac{x^2}{2l^2} \right] \frac{2x}{\sqrt{l^2 + x^2}} \cong \frac{2T_o}{l} \cdot x + A \cdot E \cdot \frac{x^3}{l^3} \quad [\text{N}] \quad (3.6)$$

Această forță transversală **P** se aplică asupra epruvetei prin intermediul unui segment de cerc, materializând organul de înfășurare cu diametrul **D**. În fir va apare astfel o tensiune de încovoiere:

$$\sigma_i = \pm \beta \cdot E \cdot \frac{\delta}{D} \quad (3.7)$$

Relația (3.7) nu poate fi aplicată în cazul unor unghiuri mici de înfășurare.

Tensiunea de încovoiere produsă în sârma sollicitată concomitent la întinderea **T** și transversal de forța **P** mai poate fi dată de relația:

$$\sigma_i = \frac{\delta}{4} \cdot \alpha \cdot \sqrt{\frac{E \cdot T}{I}} \quad (3.8)$$

unde: $\alpha \approx P/T$ - unghiul dintre sârma sollicitată și poziția inițială,

$I = \frac{\pi \cdot \delta^4}{64}$ - momentul de inerție axial al secțiunii sârmei, [mm⁴].

Solicitarea de compresiune de contact din sârmă produce o *tensiune de contact* după Hertz:

$$\sigma_{c \max} = -\frac{3P}{2\pi ab} \quad (3.9)$$

$$\text{unde :} \quad a = 1,4 \cdot \eta^3 \sqrt{\frac{P}{E \cdot \Sigma \rho}} \quad \text{și} \quad b = 1,4 \cdot \chi^3 \sqrt{\frac{P}{E \cdot \Sigma \rho}} \quad (3.10)$$

$$\text{iar} \quad \frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right] \quad (3.11)$$

E_1, E_2 - modulele de elasticitate ale materialelor care vin în contact, [MPa];

$\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}$ - suma curburilor suprafețelor principale (Fig.3.8)

η, χ - funcții de integrale eliptice.

Produsul $\eta \cdot \chi$ este dat tabelar în funcție de unghiul ajutător θ , anume:

$$\cos \theta = \frac{\left| \begin{array}{ccc} 1 - \frac{D_{12}}{D_{11}} - \frac{D_{12}}{D_{21}} - \frac{D_{12}}{D_{22}} \\ \frac{D_{12}}{D_{11}} + \frac{D_{12}}{D_{21}} + \frac{D_{12}}{D_{22}} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{ccc} 1 - \frac{D_{12}}{D_{11}} - \frac{D_{12}}{D_{21}} - \frac{D_{12}}{D_{22}} \\ \frac{D_{12}}{D_{11}} + \frac{D_{12}}{D_{21}} + \frac{D_{12}}{D_{22}} \end{array} \right|} \quad (3.12)$$

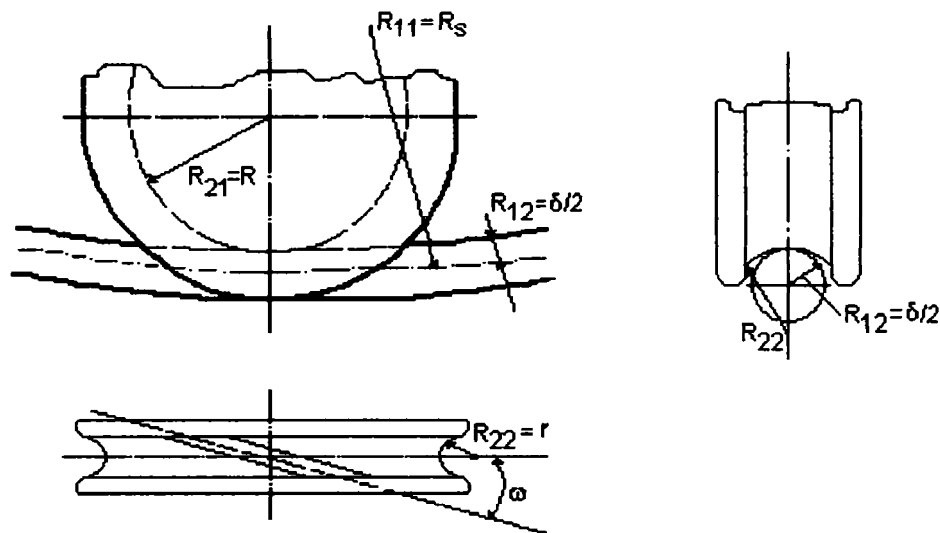


Fig.3.8. Factorii geometrici care influențează starea locală de tensiune

Se observă că tensiunea de compresiune locală depinde de foarte mulți factori.

Factorii geometrici sunt:

$R_{11} = R_s$ - raza sârmei deformată, [mm];

$R_{12} = \delta/2$ - raza sârmei, [mm];

$R_{22} = r$ - raza canalului de rolă, [mm];

$R_{21} = R$ - raza rolei, [mm];

ω - unghiul de așezare al sârmei pe rolă, care depinde de parametri de execuție ai cablului.

Mărimea lui σ_{cmax} poate fi hotărâtă și de natura materialului prin E^* , modulul de elasticitate echivalent, care poate fi modificat prin schimbarea segmentului. Natura lubrificării suprafețelor în contact ce poate fi modificată prin introducerea lubrifiantului prin piesa 6 într-o suprafață de contact a segmentului și a epruvetei, tratamente termice diferite aplicate suprafeței de contact de pe segment, izolarea electrică a segmentului față de sârmă, constituie numai o parte din factorii care influențează distrugerea sârmei din cablu prin fenomenul de ciupire. Adaptând bacurile de prindere în mod corespunzător se pot încerca benzi de oțel în contact cu diferite profile fixate în piesa 6. Dacă segmentul de cerc care imprimă presarea firului este antrenat de un mecanism bielă-manivelă, el va avea o mișcare cvasi-armonică după legea:

$$x \cong r (1 - \cos \omega t) \quad (3.13)$$

unde : r - raza excentricului de antrenare, [mm].

ω - viteza unghiulară a motorului, [rad/s].

Introducând relația (3.13) în fiecare relație care exprimă tensiunile ce apar în sârmă (3.4), (3.8), (3.9) se constată că în secțiunea sârmei din dreptul segmentului se produc eforturi specifice variabile în timp.

3.3.3. Încercarea sârmelor pe mașina [NB]

În Fig.3.9 se prezintă variația durabilității sârmei cu diametrul $\delta = 1 \text{ mm}$ îndoită pe un segment fără canal cu $D = 40 \text{ mm}$ și $D = 90 \text{ mm}$, nerăsucită (curbele 1 și 3) și răsucită (curbele 2 și 4), în funcție de tensiunea de compresiune de contact $\sigma_{\text{cm}ax}$.

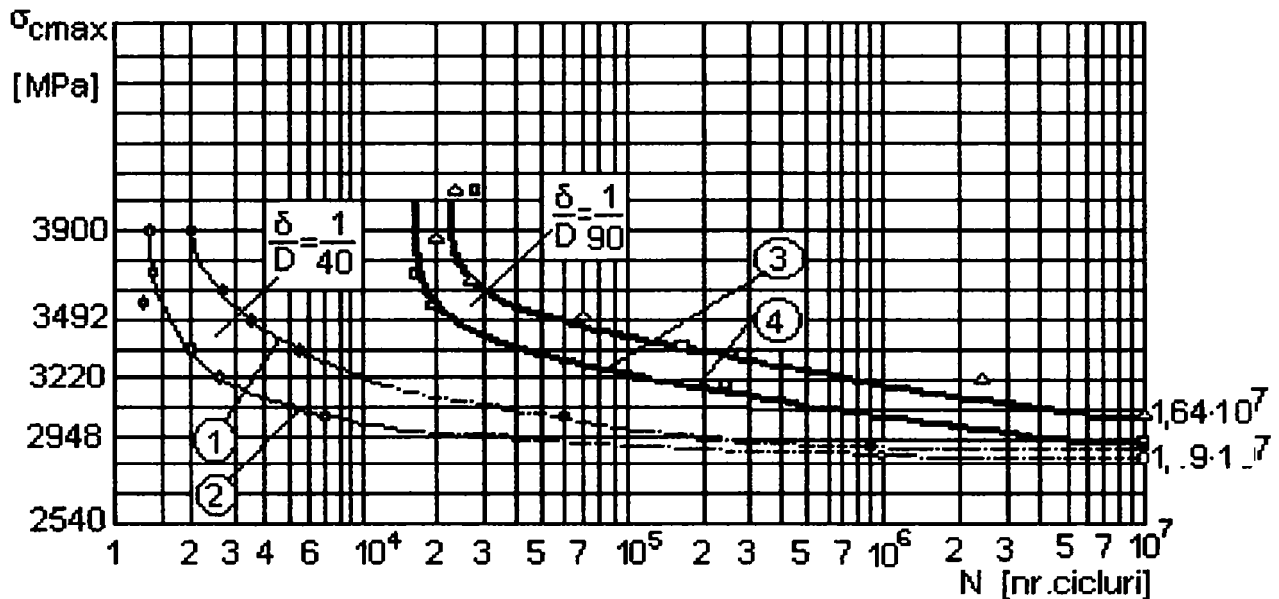


Fig.3.9. Variația durabilității sârmei cu diametrul $\delta = 1 \text{ mm}$ încercată pe mașina [NB]

Comparând valorile durabilităților pentru sârme răsucite și nerăsucite se constată că torsiunea sârmei influențează foarte puțin rezistența la oboseală. Rezultă de asemenea, creșterea rezistenței sârmei la solicitări variabile odată cu creșterea raportului δ/D .

3.4. INTERPRETAREA STATISTICĂ A REZULTATELOR ÎNCERCĂRII LA OBOSEALĂ A SÂRMELOR

Cunoașterea rezistenței la oboseală a sârmelor prezintă interes atât pentru cablurile de tracțiune, cât și pentru tehnica betonului precomprimat. Pentru sârmele utilizate la construcția cablurilor de tracțiune este suficientă cunoașterea rezistenței la oboseală pentru un număr de cicluri de bază de 10^6 , considerând cablul ca un element de rezistență cu durabilitate limitată datorită specificului său de exploatare.

Încercările la oboseală a sârmelor conduc la rezultate caracterizate printr-o mare dispersie. În vederea analizei statistice a rezultatelor încercărilor se pot aplica rezultatele obținute în studiul general al fenomenului de oboseală pe epruvete standard [127]. Un specific al acestor prelucrări statistice îl constituie deosebirea netă între domeniul solicitărilor superioare și al celor inferioare apropiate de valoarea rezistenței la oboseală. În domeniul solicitărilor mari s-a stabilit [61] că distribuția statistică a durabilităților logaritmice este de tip Gauss-Laplace.

Încercările experimentale au fost realizate [21] de către regretatul prof.dr.ing. **Boleanțu Lazăr** pe mașina Nădășan–Boleanțu de încercare la oboseală a sârmelor cu compresiune de contact, existentă în dotarea Laboratorului de Rezistența materialelor, de la Facultatea de Mecanică din Timișoara.

Dacă se consideră o *populație* de elemente supuse solicitării de contact, identice din punct de vedere al materialului, tehnologiei de fabricație și regimului de exploatare, durabilitățile individuale ale acestor elemente nu vor fi egale, ci vor avea o distribuție aleatoare. Acesta este rezultatul repartiției aleatoare a concentratorilor de tensiune, care nu pot fi identici pentru toate elementele. *Selectiile* sunt loturi de epruvete care caracterizează statistic un anumit tip de piese supuse încercării la oboseală. La alcătuirea selecțiilor se vor lua în considerare două precauții:

- pregătirea epruvetelor (tratament termic, prelucrare prin așchiere) să fie unitară, pentru a nu apărea influențe care să mărească dispersia rezultatelor;
- prin gruparea corespunzătoare a epruvetelor pe selecții se va elimina influența unor factori necontrolabili (poziția epruvetelor în cuptor, uzura sculelor așchietoare).

Determinarea parametrilor selecției prin metode statistice, la presiune de contact constantă, presupune găsirea unei distribuții teoretice care să urmeze cel mai bine rezultatele experimentale. În literatura de specialitate se disting două cazuri ale căror etape de calcul au fost reglementate prin normative de L.G. Johnson [61]: cazul durabilităților distribuite după legea log-normală și cel al durabilităților distribuite după legea Weibull.

3.4.1. Prelucrarea statistică a rezultatelor încercărilor după legea log-normală

Rezultatele încercărilor experimentale sunt prezentate în Fig.3.9. Pe baza acestor rezultate s-au realizat două selecții cu repartiția datelor după legea log-normală: prima selecție cuprinde 14 epruvete de sârmă corespunzătoare raportului $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{40}$ (curbele 1 și 2 din Fig.3.9), iar cea de-a doua selecție cuprinde 9 epruvete de sârmă corespunzătoare raportului $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{90}$ (curbele 3 și 4 din Fig.3.9).

Pentru prima selecție s-a reprezentat în Fig.3.10 și Fig.3.11 variația durabilității în funcție de tensiunea normală de contact în sistemul de axe dublu logaritmic. Reprezentarea grafică s-a realizat *prin puncte*, iar pentru liniarizarea soluției *prin puncte* este necesară eliminarea unei durabilități extreme, de obicei cea mai mică valoare a durabilității obținute experimental.

În mod similar s-a procedat și pentru cea de-a doua selecție, reprezentând *prin puncte* în Fig.3.12 și Fig.3.13 variația durabilității în funcție de tensiunea normală de contact în sistemul de axe dublu logaritmic.

Pentru liniarizarea soluției *prin puncte* reprezentată în Fig.3.12 a fost necesară eliminarea celei mai mari valori a durabilității obținută experimental.

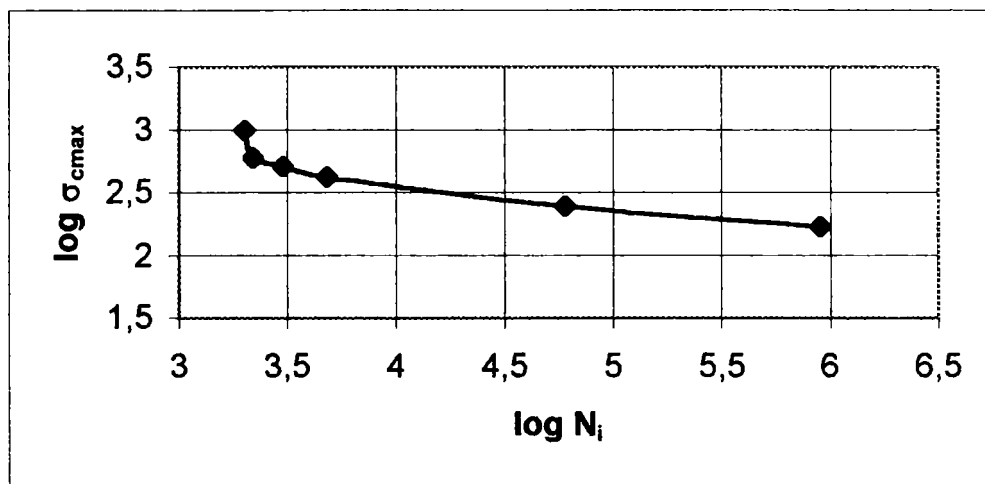


Fig.3.10. Variația durabilității în funcție de tensiunea normală de contact pentru 6 epruvete de sârmă din prima selecție

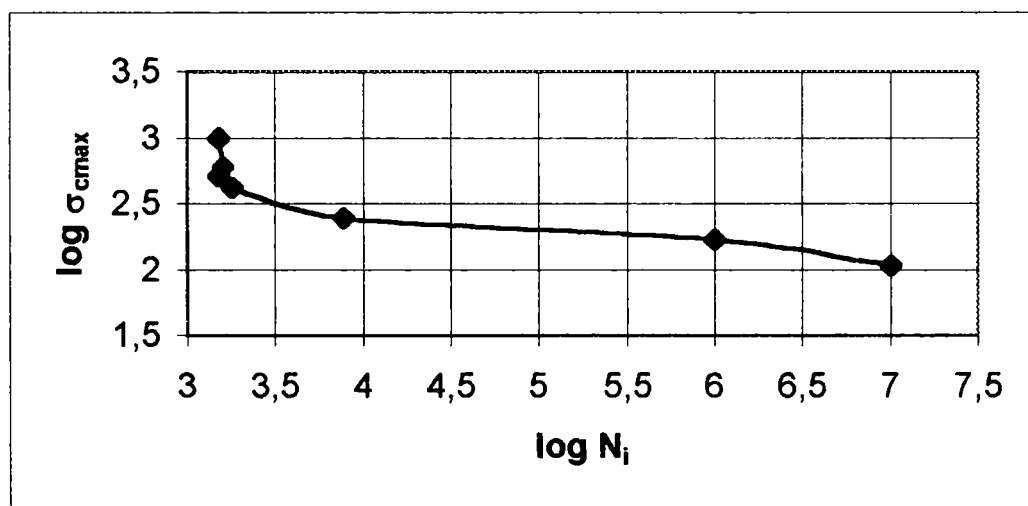


Fig.3.11. Variația durabilității în funcție de tensiunea normală de contact pentru 7 epruvete de sârmă din prima selecție

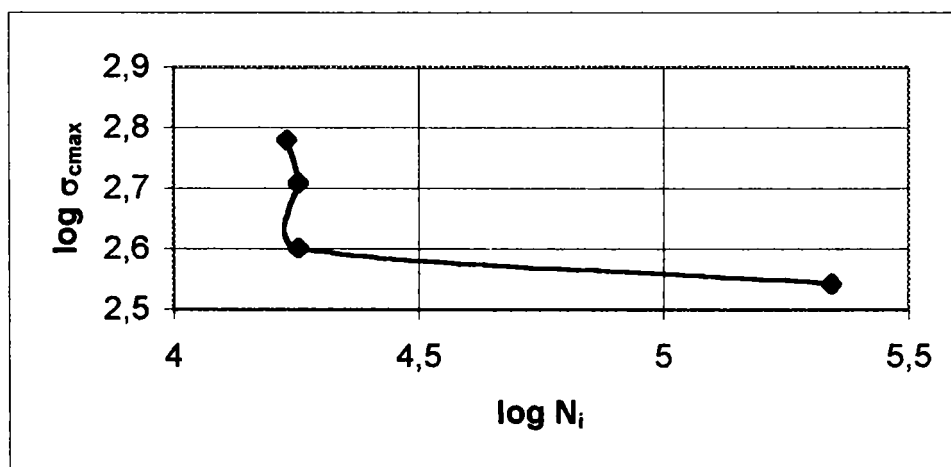


Fig.3.12. Variația durabilității în funcție de tensiunea normală de contact pentru 4 epruvete de sârmă din a doua selecție

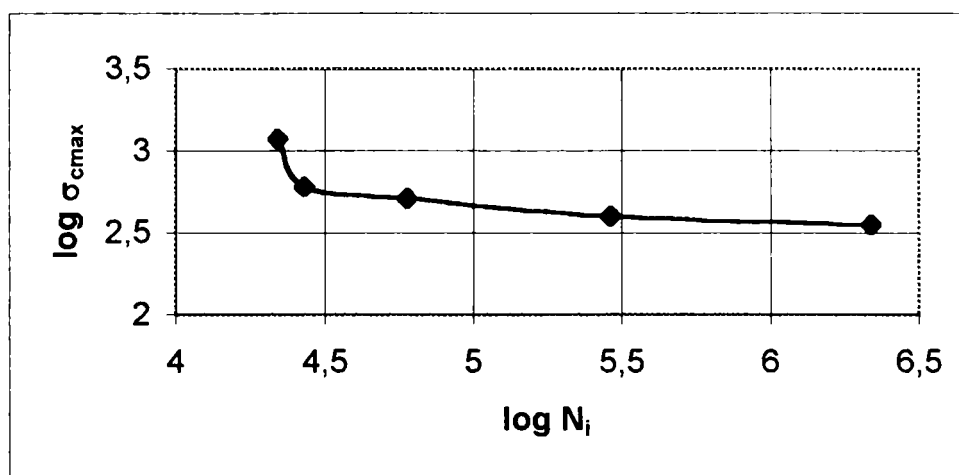


Fig.3.13. Variația durabilității în funcție de tensiunea normală de contact pentru 5 epruvete de sârmă din a doua selecție

Parametrii selecției se determină grafic sau analitic prin construirea curbei empirice a distribuției. Ordinea de determinare a lor este următoarea:

1) Durabilitatea selecției extrase din fișele de încercare se ordonează crescător și în funcție de numărul de ordine asociat fiecărei durabilități se calculează probabilitatea mediană de distrugere cu relația recomandată de Blom [53]:

$$p_i = \frac{i - 0,3}{n + 4}, \quad (3.14)$$

unde: **i** – numărul de ordine;

n – numărul epruvetelor încercate pentru o selecție.

2) Se estimează valoarea funcției de distribuție log-normală a durabilităților și se reprezintă punctele determinate de valorile **p_i – log N_i** pentru o rețea de distribuție log-normală. Distribuția normală este o lege limită spre care tind celelalte legi de distribuție și care respectă o distribuție gaussiană în jurul unui centru de distribuție.

3) Se evaluează valoarea **N₀** pentru a liniariza punctele experimentale în coordonate **p_i – log [N_i - N₀]**. De obicei, se alege **N₀** cea mai mică valoare obținută experimental.

4) Parametrii drepte de distribuție se calculează cu relațiile:

$$\alpha = \frac{\sum_i \log[N_i - N_0]}{n} \quad \text{și} \quad \beta = \frac{\sum_i Z_i \log[N_i - N_0]}{\sum_i Z_i^2} \quad (3.15)$$

unde **Z_i** – valoarea variabilei normate a funcției de distribuție normală pentru probabilitatea **p_i** obținută din tabele statistice.

5) Durabilitățile N_{10} și N_{50} rezultă analitic din relația:

$$\log [N_i - N_0] = \alpha + \beta z_p \quad (3.16)$$

sau grafic din Fig.3.14.

N_{10} este durabilitatea pe care o ating sau o depășesc 90 % din elemente, iar N_{50} este durabilitatea pe care o depășesc sau o ating 50 % din elemente.

În Tabelul 3.2 sunt prezentate în ordine crescătoare rezultatele experimentale ale încercărilor pentru prima selecție (14 epruvete de sârmă) cu repartiția datelor după legea log-normală corespunzătoare raportului $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{40}$. În urma liniarizării dreptei de distribuție (Fig.3.14) se obține valoarea: $N_0 = 1500$ cicluri.

Pentru $p_i = 50\%$ avem: $N_i - N_0 = 2,45 \cdot 10^9$ cicluri de solicitare, iar $\log (N_i - N_0) = 9,39$.

Se obține astfel: $N_{50} = 2,454 \cdot 10^9$ cicluri.

Pentru $p_i = 10\%$ avem: $N_i - N_0 = 156,675$ cicluri, iar $\log (N_i - N_0) = 2,19$. Se obține astfel: $N_{10} = 1650$ cicluri de solicitare.

Rezultatele experimentale corespunzătoare raportului $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{40}$ Tabelul 3.2.

i	p_i [%]	N_i [cicluri]	$N_i - N_0$ [cicluri]	$\log(N_i - N_0)$
1	3,8	$1,5 \cdot 10^3$	0	-
2	9,4	$1,5 \cdot 10^3$	0	-
3	15	$1,6 \cdot 10^3$	$0,1 \cdot 10^3$	2
4	20,5	$1,8 \cdot 10^3$	$0,3 \cdot 10^3$	2,477
5	26,1	$2 \cdot 10^3$	$0,5 \cdot 10^3$	2,698
6	31,6	$2,2 \cdot 10^3$	$0,7 \cdot 10^3$	2,845
7	37,2	$2,8 \cdot 10^3$	$1,3 \cdot 10^3$	3,113
8	42,7	$3 \cdot 10^3$	$1,5 \cdot 10^3$	3,176
9	48,3	$4,8 \cdot 10^3$	$3,3 \cdot 10^3$	3,518
10	53,8	$7,8 \cdot 10^3$	$6,3 \cdot 10^3$	3,799
11	59,4	$6 \cdot 10^4$	$58,5 \cdot 10^3$	4,767
12	65	$9 \cdot 10^5$	$898,5 \cdot 10^3$	5,953
13	70,5	10^6	$998,5 \cdot 10^3$	5,999
14	76,1	10^7	$9998,5 \cdot 10^3$	6,999

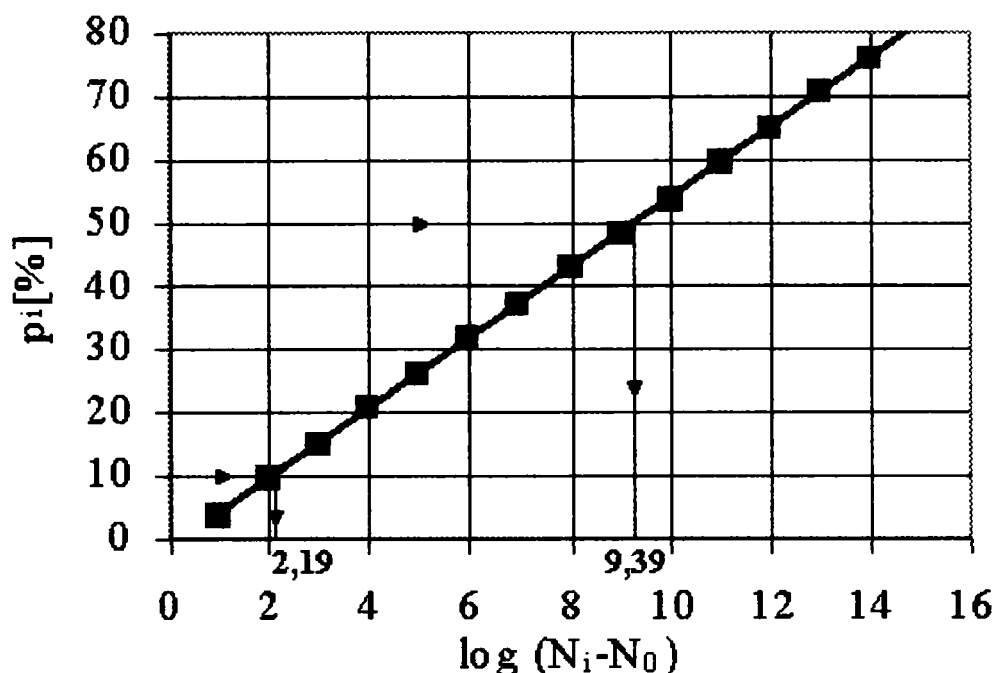


Fig.3.14. Liniarizarea dreptei de distribuție a rezultatelor experimentale pentru $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{40}$

În Tabelul 3.3 sunt prezentate în ordine crescătoare rezultatele experimentale ale încercărilor pentru a doua selecție (9 epruvete de sârmă) cu repartiția datelor după legea log-normală corespunzătoare raportului $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{90}$. În urma liniarizării dreptei de distribuție (Fig.3.15) se obține valoarea: $N_0 = 17000$ cicluri. Pentru $p_i = 50\%$ avem $N_i - N_0 = 7,58 \cdot 10^6$ cicluri de solicitare, iar $\log(N_i - N_0) = 6,88$. Se obține astfel: $N_{50} = 7,6 \cdot 10^6$ cicluri. Pentru $p_i = 10\%$ avem $N_i - N_0 = 39,81$ cicluri, iar $\log(N_i - N_0) = 1,66$. Se obține astfel: $N_{10} = 17300$ cicluri de solicitare.

Rezultatele experimentale corespunzătoare raportului $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{90}$ Tabelul 3.3

i	p_i [%]	N_i [cicluri]	$N_i - N_0$ [cicluri]	$\log(N_i - N_0)$
1	5,3	$1,7 \cdot 10^4$	0	-
2	13	$1,8 \cdot 10^4$	10^3	3
3	20,7	$2,2 \cdot 10^4$	$5 \cdot 10^3$	3,698
4	28,4	$2,7 \cdot 10^4$	10^4	4
5	36,1	$6 \cdot 10^4$	$4,3 \cdot 10^4$	4,633
6	43,8	$1,8 \cdot 10^5$	$16,3 \cdot 10^4$	5,212
7	51,5	$2,2 \cdot 10^5$	$20,3 \cdot 10^4$	5,307
8	59,2	$2,9 \cdot 10^5$	$27,3 \cdot 10^4$	5,436
9	66,9	$2,2 \cdot 10^6$	$218,3 \cdot 10^4$	6,339

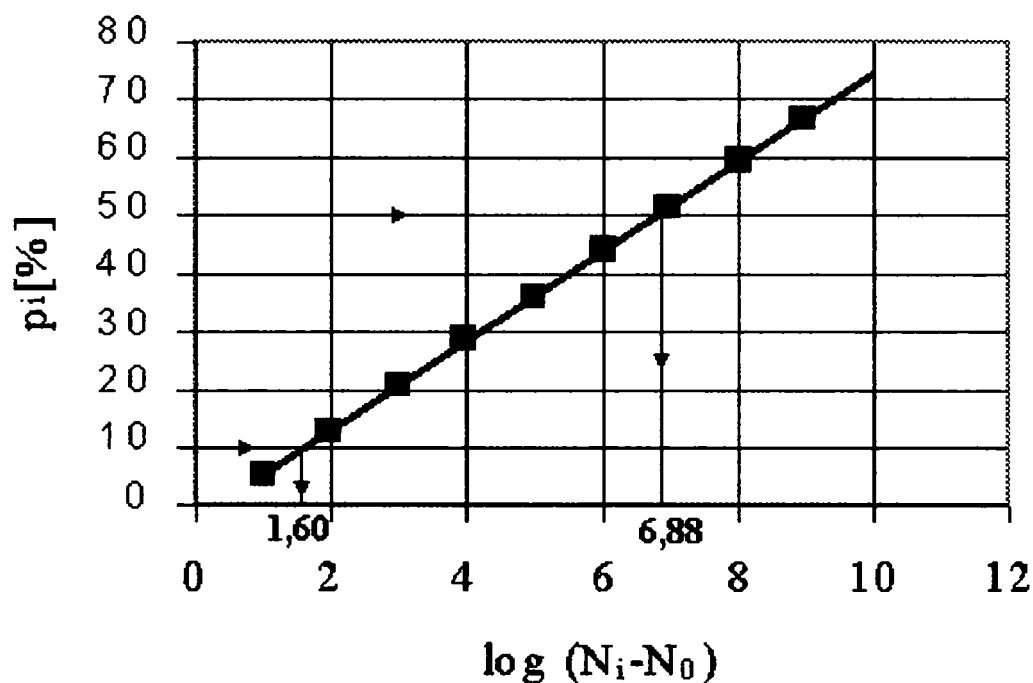


Fig.3.15. Liniarizarea dreptei de distribuție a rezultatelor experimentale pentru $\frac{\delta}{D} = \frac{1}{90}$

Valorile durabilităților sârmei din cablurile de tracțiune obținute în urma liniarizării dreptei de distribuție se încadrează în domeniul de valori indicat de literatura de specialitate [72], considerând cablul ca un element de rezistență cu durabilitate limitată datorită specificului său de exploatare.

CAPITOLUL IV

ANALIZA EXPERIMENTALĂ A STĂRII DE TENSIUNE DIN SÂRMELE UNUI CABLU PRIN FOTOELASTICIMETRIE

4.1. FACTORII CARE INFLUENȚEAZĂ STAREA DE TENSIUNE A SÂRMELOR DIN CABLU

Tehnica fotoelasticității se poate utiliza în vederea determinării stării de tensiune în probleme de contact deoarece aceasta oferă o imagine globală într-o zonă dificil de investigat prin alte metode. Fotoelasticitatea face legătura dintre fenomenul elastic și cel optic, bazându-se pe fenomenul de birefrință accidentală al unor materiale optice active atunci când acestea sunt supuse unor încărcări exterioare.

Dacă se examinează critic calculul tensiunilor din sârmele unui cablu solicitat, în lumina constatărilor experimentale, se pot face următoarele observații [21]:

a) - datorită întinderii neuniforme a sârmelor în timpul cablării sârmei și a toroanelor, starea de tensiune efectivă din sârme diferă esențial de starea de tensiune calculată, această constatare fiind confirmată de ruperea unor sârme din cablu imediat după introducerea sa în exploatare.

b) - relațiile lui Hertz sunt valabile în condițiile unui contact punctiform sau liniar, dar experiența a arătat că se produc amprente pe canalul de rolă și pe sârme, în zona contactului dintre sârme. La aceeași forță de interacțiune dintre sârmă și elementul de contact, rolă sau sârmă, presiunea scade esențial odată cu modificarea suprafeței de contact, deci trebuie reconsiderată valoarea presiunii maxime în lumina acestei constatări.

c) - odată cu apariția unei deformații plastice în zona de contact, materialul elementului deformat va avea un alt modul de elasticitate, mai corect spus de plasticitate. După procesul de împletire a sârmelor se constată în general, o scădere a modulului de elasticitate, iar în zona contactului la o deformație permanentă va corespunde un modul de plasticitate. Deci, la preluarea formulelor lui Hertz în calculul sârmelor din cablurile de tracțiune ar trebui să se reconsidere valoarea coeficientului lui Poisson ν , care în cazul oțelului adus în starea de deformație plastică este 0,5 și nu 0,3 [73].

d) - nu se ține seama de efectul forței de frecare din zona contactului.

Pentru a aduce corecții la calculul solicitării de contact dintre rolă/sârmă sau sârmă/sârmă și pentru a stabili nivelul de suprasolicitare a sârmelor datorită procesului de cablare s-a determinat presiunea de contact în condițiile unor corpuri de profil concav-convex, când cele două raze sunt apropiate ca valoare, examinându-se starea de tensiune la deformații locale mari în cazul unor cilindri coaxiali.

4.2. STAREA DE TENSIUNE LA DEFORMAȚII LOCALE MARI ÎN CAZUL CILINDRILOR COAXIALI [21]

Teoria deformațiilor și tensiunilor, elaborată de Hertz în ipoteza unei suprafețe de contact neglijabilă față de suprafața fiecăruia dintre corpurile care vin în contact, se aplică într-un domeniu relativ restrâns, datorită acestei restricții. Starea de tensiune dintre sârme, respectiv dintre sârme și rola de cablu, după apariția amprentelor, se încadrează în teoria elaborată de J. Steuermann, fără a mai face uz de ipoteza lui Hertz. Această teorie se aplică la rezolvarea problemei de contact dintre un cilindru circular și o concavitate circulară cilindrică, din material elastic, omogen și izotrop.

Practic, interesează care sunt abaterile procentuale ale tensiunii de contact, determinate prin calcul după relațiile lui Hertz, Panton și Steuermann față de valoarea reală a acestei mărimi. O astfel de cercetare experimentală ar ușura alegerea celei mai bune relații în funcție de mărimea unghiului de contact φ_0 .

Se examinează abaterea valorilor tensiunilor echivalente calculate după diferiți autori față de valorile reale, determinate experimental prin fotoelasticimetrie. În probleme de contact, localizarea tensiunilor tangențiale maxime este asociată cu punctele de inițiere și propagare a unor fisuri, ceea ce impune determinarea cu precizie a spectrului tensiunilor în imediata vecinătate a zonei de contact. Aceasta se realizează prin analiza câmpului de franje izocromate care reprezintă locul geometric al punctelor pentru care este valabilă relația:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2 \cdot \tau_{\max} = n \cdot \sigma_0 \quad (4.1)$$

unde: n – ordinul de bandă (franjele se numerotează în ordinea apariției acestora);
 σ_0 – constanta fotoelastică a materialului, [MPa].

În vederea analizei fotoelastice s-au confecționat două discuri cu diametre de: **15** și **20** mm și suprafețe concave cu raze de: **26**; **20,1** și **15,15** mm din materiale optice active și transparente. Pentru realizarea fotografiilor izocromatelor s-a folosit o instalație cu doi polarizi ϕ 150 mm în lumină monocromatică, produsă de un bec cu descărcări în vapori de sodiu, existentă în dotarea Laboratorului de Rezistența materialelor de la Facultatea de Mecanică a Universității "Politehnica" Timișoara.

Pentru etalonarea materialului fotoelastic s-a confecționat o epruvetă care a fost solicitată la încovoiere pură, determinându-se constanta fotoelastică a materialului $\sigma_0 = 2,65$ MPa, pentru grosimea 6 mm.

Pe parcursul determinărilor s-a urmărit să nu se introducă solicitări de contact care să provoace deformații plastice, respectiv s-a asigurat o reproductivitate a rezultatelor, verificată prin lipsa tensiunilor remanente în piese după descărcare, lucru ușor de constatat în lumină polarizată.

4.3. PREZENTAREA DATELOR EXPERIMENTALE [21]



Fig.4.1.

Izocromatele solicitării de contact dintre un cilindru $R_1 = 15 \text{ mm}$ și o suprafață cilindrică concavă cu $R_2 = 26 \text{ mm}$ la sarcina $q = 74,21 \text{ N/mm}$, ordinul maxim al izocromatei $n = 8$

Din Fig.4.1 se observă că aprecierea ordinului maxim al izocromatei prezintă dificultăți deoarece ordinul maxim datorită solicitării de contact este mare în raport cu izocromatele existente în interiorul cilindrului, pentru un unghi φ_0 mic.

În cazul solicitărilor de contact unde unghiul de contact φ_0 este mare (Fig.2.22), apare o creștere continuă a ordinului izocromatei de la suprafața de contact spre punctul de aplicare al forței (Fig.4.2. și 4.3). Astfel, apare problema determinării ordinului maxim al izocromatelor produse doar de solicitarea de contact, problemă care poate fi rezolvată urmărind evoluția acestora cu creșterea unghiului φ_0 .

În Fig.4.1 se observă că izocromata de ordinul n cuprinde izocromata de ordinul $n+1$, astfel că izocromata de ordinul n_{\max} cuprinde punctul cu ordinul maxim determinat în lumină albă $n_{\max} < n < (n_{\max} + 1)$.

În Fig.4.2 și Fig.4.3 izocromatele care se datoresc solicitării de contact intersectează conturul de contact, însă se închid în punctul de aplicare al forței. Astfel, determinarea ordinului maxim se face urmărind izocromatele care intersectează conturul de contact până se citește izocromata de ordin maxim.

Aprecierea subunităților la ordinul maxim al izocromatei s-a făcut cu ajutorul luminii albe, respectiv ținând cont de gradientul de variație a tensiunii principale tangențiale între două franje în lumină polarizată. Dar, chiar și fără determinarea în lumină albă a ordinului maxim al izocromatei, se poate obține o eroare de maximum 0,5 ordin de izocromată la interpretarea rezultatelor, eroare care este mult mai mică decât abaterea dată de formula lui Hertz în această situație, așa cum rezultă din Fig.4.8.



Fig.4.2.

Izocromatele solicitării de contact dintre un cilindru $R_1 = 20 \text{ mm}$ și o suprafață cilindrică concavă $R_2 = 20,1 \text{ mm}$, la sarcina $q = 136,36 \text{ N/mm}$, ordinul maxim al izocromatei $n = 1$ ($R_1/R_2 = 0,995$)



Fig.4.3.

Izocromatele solicitării de contact dintre un cilindru $R_1 = 15 \text{ mm}$ și o suprafață cilindrică concavă $R_2 = 15,15 \text{ mm}$, la sarcina $q = 299,69 \text{ N/mm}$, ordinul maxim al izocromatei $n = 3$ ($R_1/R_2 = 0,99$)

4.4. PRELUCRAREA DATELOR EXPERIMENTALE [21]

Este necesară examinarea comparativă a valorilor tensiunilor echivalente în secțiunea de contact, calculate prin diferite teorii de rezistență și valoarea determinată experimental.

Din fotografiile izocromatelor prezentate parțial în Fig.4.1, Fig.4.2 și Fig.4.3 s-a citit [21] ordinul maxim al izocromatei n și s-a determinat mărimea $n \cdot \sigma_0$. Conform teoriei tensiunii tangențiale maxime se poate scrie relația:

$$\sigma_{echIII} = 2 \cdot \tau_{max} = \sigma_1 - \sigma_2 = n \cdot \sigma_0 \quad (4.2)$$

unde σ_1, σ_2 sunt tensiunile normale principale, [MPa].

După Beleaev [16], tensiunea echivalentă cea mai mare în ipoteza tensiunii tangențiale maxime în zona contactului a doi cilindri comprimați cu forța normală Q , este:

$$\sigma_{echIII} = 0,6p_0 \quad (4.3)$$

unde p_0 este presiunea maximă pe suprafața de contact, [MPa].

După Huber [34], tensiunea echivalentă maximă în ipoteza teoriei energiei modificatoare de formă, pentru aceeași situație, are valoarea:

$$\sigma_{echV} = 0,567p_0 \quad (4.4)$$

Valoarea presiunii p_0 după Hertz, în cazul a doi cilindri cu axele paralele având același modul de elasticitate și coeficientul lui Poisson $\nu = 0,3$, este dată de relația:

$$p_0 = 0,418 \cdot \sqrt{qE \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}} \quad (4.5)$$

unde: R_1, R_2 - razele cilindrilor, [mm];

$q = \frac{Q}{L}$ - intensitatea liniară a distribuției sarcinii pe lungimea cilindrului, [N/mm];

Q - forța care comprimă cilindrii, [N];

$L = 6 \text{ mm}$ - lungimea cilindrului, adică grosimea plăcii fotoelastice;

$E = 260 \text{ MPa}$ - modulul de elasticitate al materialului fotoelastic.

Presiunea maximă p_0 mai poate fi calculată și după formula lui Panton, pentru cazul $\varphi = 0^\circ$, când se obține:

$$p_0(0^\circ) = \frac{q}{R_1 (\sin \varphi_0 \cos \varphi_0 + \varphi_0)}. \quad (4.6)$$

Diagrama din Fig.4.4 [21] demonstrează o corespondență bună între tensiunile de comparație calculate după ipoteza tensiunii tangențiale maxime pe baza presiunii după relația lui Hertz (4.5) și pe baza cercetărilor fotoelastice, în cazul contactelor unde este valabilă ipoteza lui Hertz.

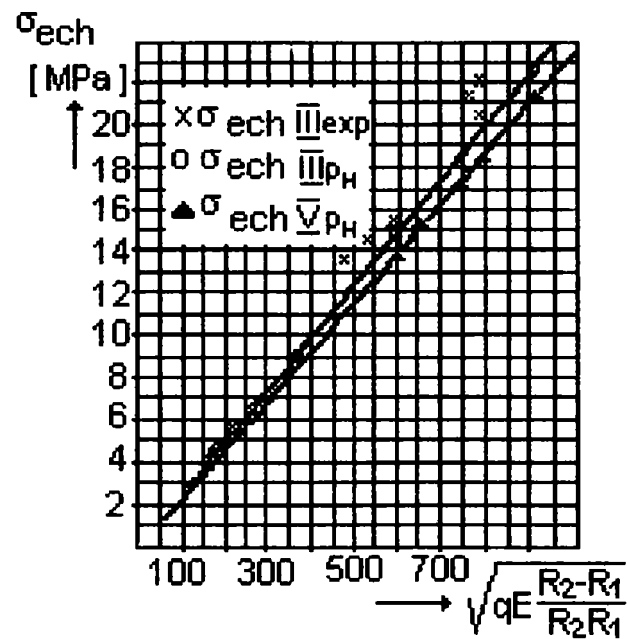


Fig.4.4. Variația σ_{ech} pentru contactele care satisfac relațiile lui Hertz

În diagrama din Fig.4.5 [21] s-au reprezentat tensiunile echivalente calculate în cele două ipoteze de rezistență amintite, pe baza presiunilor maxime date de relațiile (4.5) și (4.6), respectiv tensiunea echivalentă calculată cu datele determinate experimental. Se observă îndepărtarea rezultatelor experimentale de cele calculate după Hertz, odată cu creșterea unghiului de contact φ_0 . La diagramele din Fig.4.4 și Fig.4.5 s-a luat ca abscisă $\sqrt{\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}} qE$ pentru a obține o variație liniară a tensiunii echivalente calculată după Hertz.

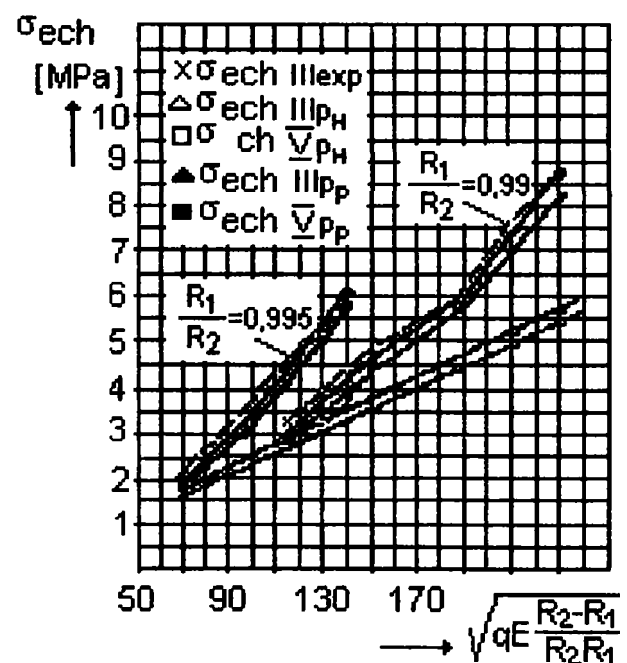


Fig.4.5. Variația σ_{ech} pentru contactele care nu satisfac relațiile lui Hertz

În diagramele din Fig.4.6 și Fig.4.7 s-a trasat variația tensiunilor de comparație pe baza teoriei tensiunii tangențiale maxime. Datorită dificultăților mari de calcul întâmpinate în aplicarea formulei (2.52) a lui Steuermann, în aceste figuri s-au reprezentat un punct (Fig.4.6), respectiv două puncte (Fig.4.7) calculate cu această formulă.

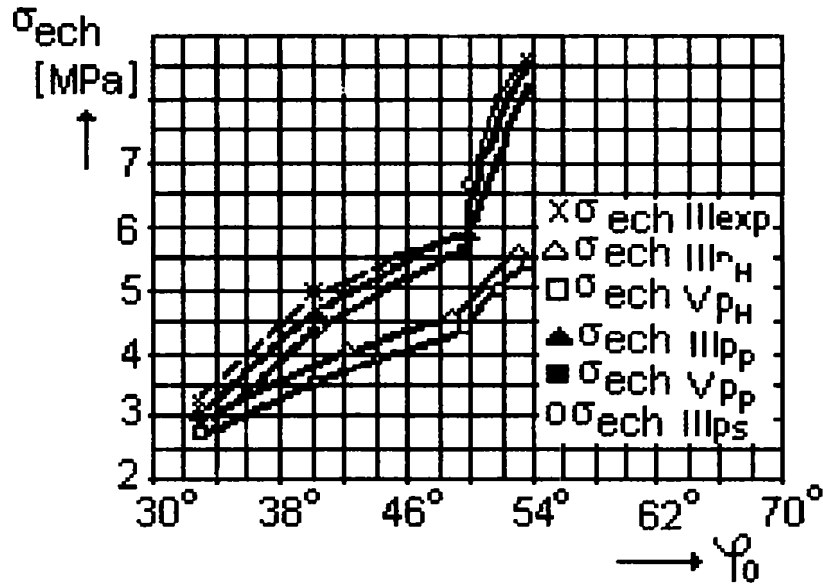


Fig.4.6.

Variația σ_{ech} în funcție de unghiul de contact φ_0 pentru cilindrul $R_1 = 15 \text{ mm}$ și suprafața concavă $R_2 = 15,15 \text{ mm}$ ($R_1/R_2 = 0,99$)

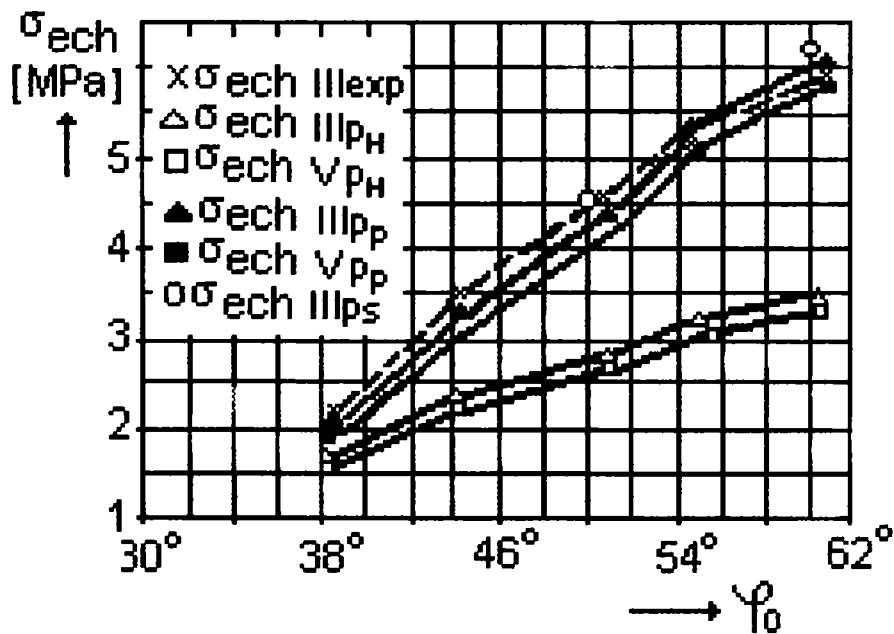


Fig.4.7.

Variația σ_{ech} în funcție de unghiul de contact φ_0 pentru cilindrul $R_1 = 20 \text{ mm}$ și suprafața concavă $R_2 = 20,1 \text{ mm}$ ($R_1/R_2 = 0,995$)

Diagrama din Fig.4.8 reprezintă variația abaterii rezultatelor calculate față de cele experimentale în funcție de unghiul de contact φ_0 , pentru cele două contacte $R_1/R_2 = 0,99$ și $R_1/R_2 = 0,995$ unde ipoteza lui Hertz nu este valabilă.

Din această reprezentare rezultă că valorile σ_{ech} calculate după Panton, respectiv Steuermann, se grupează într-o zonă a abaterilor de (+10 %... -5 %), în timp ce utilizarea relațiilor lui Hertz conduce la abateri de aproximativ (+15 %) la $\varphi_0 = 33^\circ$ până la aproximativ (+40 %) la $\varphi_0 = 60,5^\circ$.

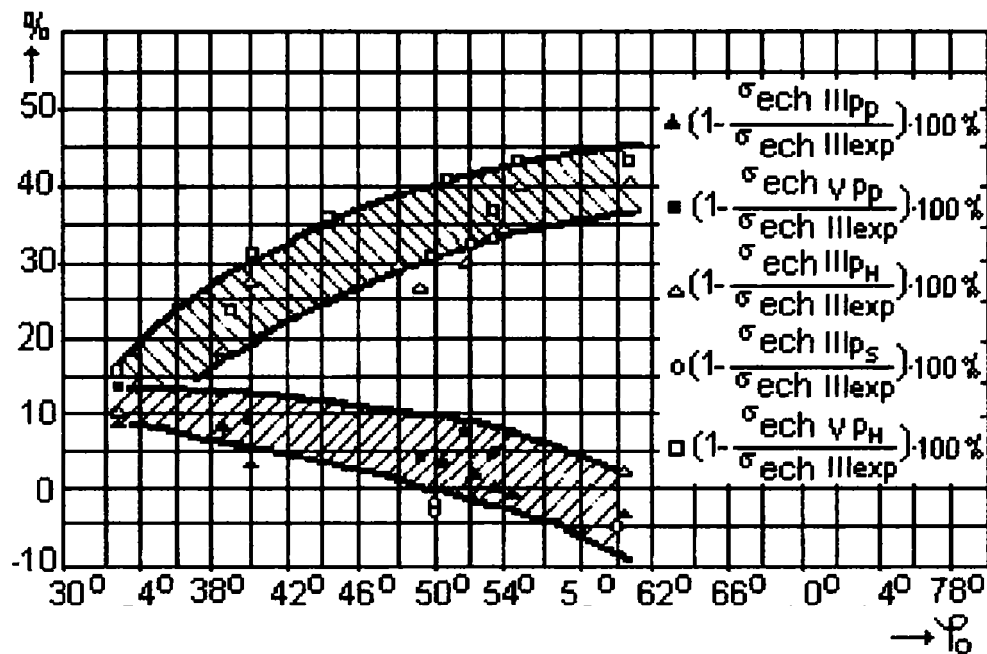


Fig.4.8.

Diagrama abaterilor rezultatelor teoretice față de cele experimentale pentru contactele dintre cilindri și suprafețele concave cu $R_1/R_2 = 0,99$ și $R_1/R_2 = 0,995$

Eroarea procentuală a rezultatelor scade cu creșterea solicitării, respectiv cu creșterea ordinului maxim al izocromatelor, până la o valoare a tensiunii de aproximativ 10MPa, ca apoi să crească datorită variației valorii modulului de elasticitate atingându-se o eroare de 10 % la 20 MPa.

Eroarea introdusă de asimetria solicitării care nu a putut fi înlăturată complet, este compensată datorită mediei dintre citirile ordinului izocromatei de la cele două capete ale zonei de contact.

Din analiza comparativă a valorilor teoretice și experimentale se deduce că teoria lui Steuermann este confirmată atât în ceea ce privește unghiul de contact φ_0 , cât și prin abaterile neînsemnate ale tensiunilor echivalente față de cele calculate din determinările experimentale.

Din diagramele din Fig.4.4,..., 4.8 rezultă că, la o creștere a unghiului de contact φ_0 se poate utiliza cu bună aproximație relația (2.53) a lui Panton, mult simplificată față de relația (2.52) a lui Steuermann, care dă valori apropiate de cele experimentale.

Prezintă un mare interes practic examinarea experimentală a problemei contactului liniar a doi cilindri și pentru unghiuri de contact mai mari de $\varphi_0 = 60^\circ$.

CAPITOLUL V

ANALIZA NUMERICĂ CU METODA ELEMENTELOR FINITE A EFECTULUI DE COMPRESIUNE LOCALĂ UTILIZÂND PACHETUL DE PROGRAME COSMOS/M 2.5.

5.1. TEHNICI DE ANALIZĂ NUMERICĂ ÎN REZOLVAREA PROBLEMELOR DE CONTACT DINTRE DOUĂ CORPURI [124]

Rezolvarea problemelor privind contactul a două corpuri reprezintă unul dintre domeniile importante de analiză neliniară utilizând metoda elementelor finite. Una dintre tehnicile des utilizate în rezolvarea acestor probleme este *metoda penalizării*. În cadrul acestei metode se introduce în matricea de rigiditate a sistemului o gamă largă de valori numerice care simulează rigiditatea dintre două noduri, astfel că acestea au aproximativ aceleași deplasări, chiar dacă condițiile pe contur nu sunt riguros satisfăcute.

Metoda penalizării este aplicabilă în situațiile în care nu se modifică dimensiunile matricii de rigiditate. Cu toate acestea, în selectarea valorilor proprii acestei metode apare o dificultate majoră, asociată acestei aproximări. Valorile numerice foarte mari conduc la dificultăți de calcul, în timp ce valorile numerice mici conduc la apariția unor inexactități. De aceea, adesea se realizează un compromis între performanțele numerice de calcul și acuratețea rezultatelor obținute. Unii cercetători încearcă să rezolve această problemă prin implementarea unor algoritmi care reactualizează valorile numerice datorate modificării rigidității structurii în soluția de calcul adoptată.

O altă tehnică utilizată de către cercetători în problemele de contact include *metoda multiplicatorilor Lagrange*. Caracteristica acestei metode este introducerea în problemă a unor noi variabile (multiplicatori Lagrange) care conduc la creșterea dimensiunilor matricii de rigiditate. În plus, trebuie acordată o atenție deosebită pentru evitarea formării de linii sau coloane care să conțină valoarea zero, situație care ar conduce la anularea determinantului matricii de rigiditate.

A treia metodă utilizată în analiza nonliniară a problemelor de contact folosește *tehnica hibridă*, care nu necesită fixarea valorilor proprii *metodei penalizării* și păstrează neschimbate dimensiunile matricii de rigiditate.

Pentru simplificarea prezentării se va considera contactul fără frecare, deși *tehnica hibridă* este aplicabilă și în rezolvarea problemelor de contact cu luarea în considerare a frecării dintre cele două corpuri. Metodele matriciale de analiză structurală sunt: *metoda deplasărilor* și *metoda forțelor*.

5.1.1. Metoda deplasărilor

Ecuția matricială care trebuie rezolvată poate fi scrisă astfel:

$$[K]\{U\} = \{R\} \quad (5.1)$$

unde: $[K]$ – matricea de rigiditate a structurii;

$\{U\}$ - vectorul deplasărilor nodale;

$\{R\}$ - vectorul forțelor nodale.

Necunoscutele în această ecuație matricială sunt deplasările nodale, forțele exterioare aplicate în noduri având valori cunoscute.

5.1.2. Metoda forțelor

Ecuția matricială care trebuie rezolvată în acest caz poate fi scrisă astfel:

$$[F]\{R\} = \{U\} \quad (5.2)$$

unde: $[F]$ – matricea de flexibilitate a structurii;

$\{R\}$ - vectorul forțelor nodale (necunoscutele ecuației);

$\{U\}$ - vectorul deplasărilor nodale.

Tehnica hibridă combină aceste două metode pentru rezolvarea ecuației matriciale. Metoda deplasărilor este utilizată dacă se cunosc forțele exterioare aplicate, iar metoda forțelor este utilizată când se cunosc deplasările.

5.2. DEFINIREA ELEMENTELOR DE CONTACT TIP GAP [124]

Un *element de contact tip GAP* este definit de două noduri i și j (Fig.5.1). *Direcția* elementului GAP este dată de dreapta care unește cele două noduri. *Distanța* GAP este definită de deplasarea relativă maximă permisă dintre cele două noduri pe direcția GAP.

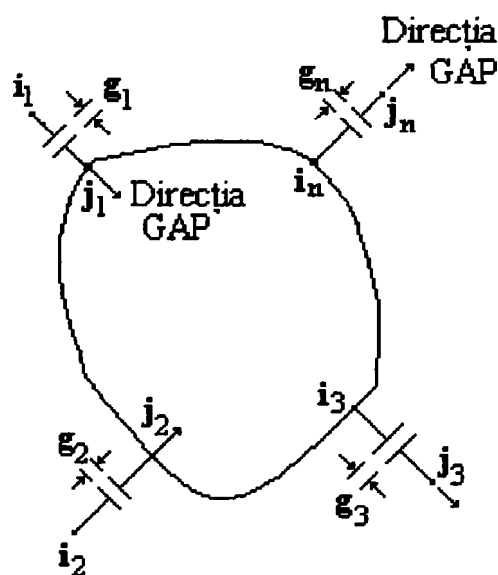


Fig.5.1. Direcția elementului de contact tip GAP

Un GAP deschis nu influențează comportarea structurii analizate, în timp ce un GAP închis, dacă este rigid, limitează deplasările relative ale celor două noduri de-a lungul direcției GAP, fără a depăși distanța GAP. Pentru analiza elementelor GAP se poate utiliza metoda forțelor. Astfel, fiecare GAP este înlocuit cu două forțe, egale ca mărime dar de direcții opuse, aplicate în cele două noduri ce definesc elementul de contact tip GAP.

Ecuția (5.2) scrisă pentru elementele GAP este:

$$[F_g]\{R_g\} = \{X_g\} \quad (5.3)$$

unde: $\{R_g\}$ - vectorii forțelor în GAP-uri;

$\{X_g\}$ - vectorii deplasărilor relative ale GAP-urilor.

De regulă, pentru definirea $[F_g]$, se aplică o forță unitară pe direcția GAP și se calculează deplasările relative produse în toate GAP-urile. Procesul se repetă pentru toate celelalte GAP-uri, pentru determinarea în final a $[F_g]$.

Se consideră o configurație în care efectul GAP-urilor este neglijat. Următoarea inecuație implică faptul că este închis GAP-ul I:

$$U_g^I = U_2^I - U_1^I > g_I \quad (\text{GAP închis}) \quad (5.4)$$

unde: g_I – distanța GAP;

U_1^I – deplasarea produsă de vectorul forțelor exterioare $\{R\}$.

Se definește: $x_g^I = - (U_g^I - g_I)$ (5.5)

Prin rezolvarea ecuației (5.4) se obține vectorul forțelor în GAP-uri, notat $\{R_g\}$. Aplicând aceste forțe structurii analizate, deplasarea relativă a GAP-ului I va fi egală cu x_g^I . Întrucât, vectorul forțelor exterioare $\{R\}$ generează vectorul deplasărilor $\{U_g\}$ și forțele în GAP-uri $\{R_g\}$ generează $(\{U_g\} - g_I)$, atunci $(\{R\} + \{R_g\})$ va genera $\{g\}$. De aceea, poziția deformată a structurii corespunde situației în care deplasarea relativă a fiecărui GAP închis rămâne egală cu distanța prescrisă permisă.

Trebuie menționat faptul că această metodă nu utilizează nici o aproximație și nu necesită un calcul iterativ. Totuși, iterațiile sunt utilizate pentru determinarea GAP-urilor care sunt închise la un moment dat, ecuația (5.3) fiind valabilă doar pentru GAP-urile respective.

5.3. DEFINIREA CONTACTULUI [124]

Problema contactului poate fi considerată ca un caz general al problemei GAP, din următoarele considerente:

- direcția forței normale aplicată elementului de contact tip GAP nu este aceeași în timpul deformării structurii analizate;
- punctul inițial de contact se poate modifica, de exemplu dacă GAP-ul este inițial definit de nodurile i și j , structura se poate deplasa astfel încât punctul i vine în contact cu un alt punct (Fig.5.2).

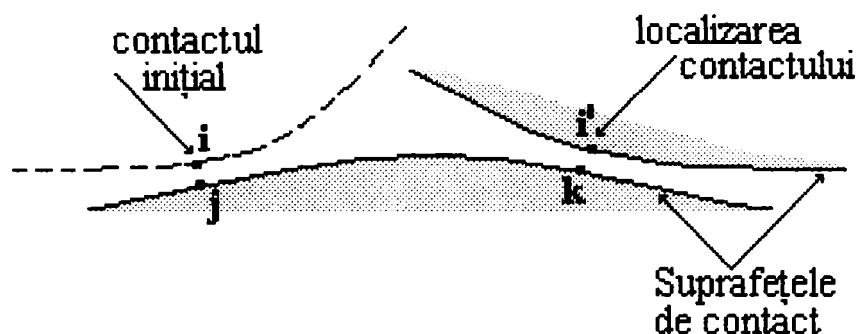


Fig.5.2. Problema contactului

Datorită acestor factori, spre deosebire de definirea simplă a GAP-urilor, convergența și acuratețea problemei contactului depinde de soluția simulată unde forțele se aplică uniform distribuite pentru a permite nodului să se deplaseze încet pe suprafața de contact.

De regulă, în problema contactului dintre două corpuri, unul dintre ele este arbitrar declarat *Contactator* (sursă de contact), iar celălalt este desemnat drept *Țintă*. Programul permite să se țină cont de toate efectele neliniare care intervin în soluționarea unei probleme de contact local, inclusiv deplasări nelimitate sau materiale elasto-plastice.

Procedura semiautomată pentru rezolvarea problemelor de contact local încorporată în modulul neliniar **NSTAR** al programului **COSMOS/M** permite *determinarea ariei de contact dintre corpuri* parcurgând următoarele etape:

- pe corpul *Contactator* se estimează o pre-regiune inițială de contact printr-o serie de puncte nodale cărora li se asociază elemente GAP de tipul un nod;

- pe corpul *Țintă* se repetă operația asociindu-se suprafeței inițiale de contact o orientare pozitivă (Fig.5.3);

- în ipoteza unor deplasări restricționate, se elimină din pre-regiunea inițială de contact acele noduri corespunzătoare elementelor de contact tip GAP pentru care deplasările sunt sub limita impusă;

- aria de contact rezultată în urma procedurii iterativ de eliminare este apoi încărcată cu distribuția de presiune, conducând la starea de tensiune, respectiv deplasare, atât în corpul *Contactator* cât și în corpul *Țintă*.

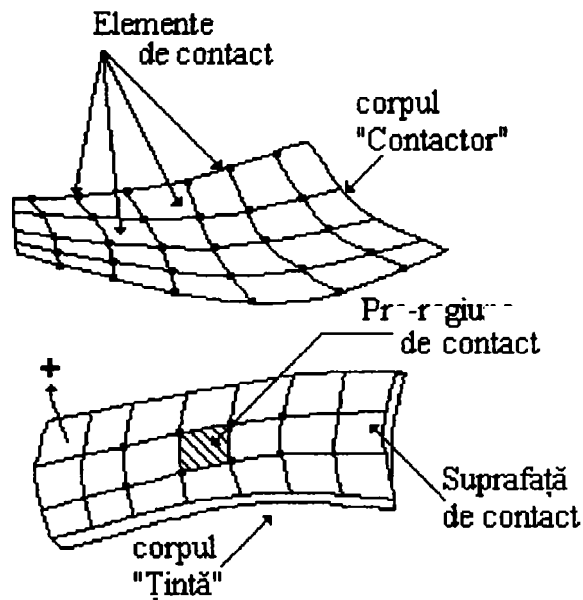


Fig.5.3. Definirea contactului

5.4. CLASIFICAREA ELEMENTELOR DE CONTACT TIP GAP [124]

5.4.1. Element GAP de tip 2 noduri (Node-to-Node GAP)

Aceste elemente sunt utilizate în rezolvarea problemelor de contact bi și tri – dimensionale, când corpurile vin în contact datorită aplicării unor forțe exterioare. Principala ipoteză în utilizarea acestui tip de element, este aceea că direcția forței normale de contact și punctele de contact sunt inițial cunoscute și rămân neschimbate în cursul analizei.

Elementele GAP de acest tip sunt plasate între două noduri ale corpurilor în contact (un nod pe fiecare corp), astfel că direcția elementului GAP, reprezentată de linia dreaptă care unește pozițiile celor două noduri înainte de deformație (Fig.5.4.a), coincide cu direcția forței normale de contact care este perpendiculară pe tangenta sau pe planul tangent în punctul de contact al celor două corpuri.

În funcție de tipul problemelor de contact, elementul GAP poate fi de compresiune (pentru limitarea contracției dintre două noduri) sau de tracțiune (pentru limitarea întinderii relative dintre două noduri), ambele cazuri fiind reprezentate în Fig.5.4.b.

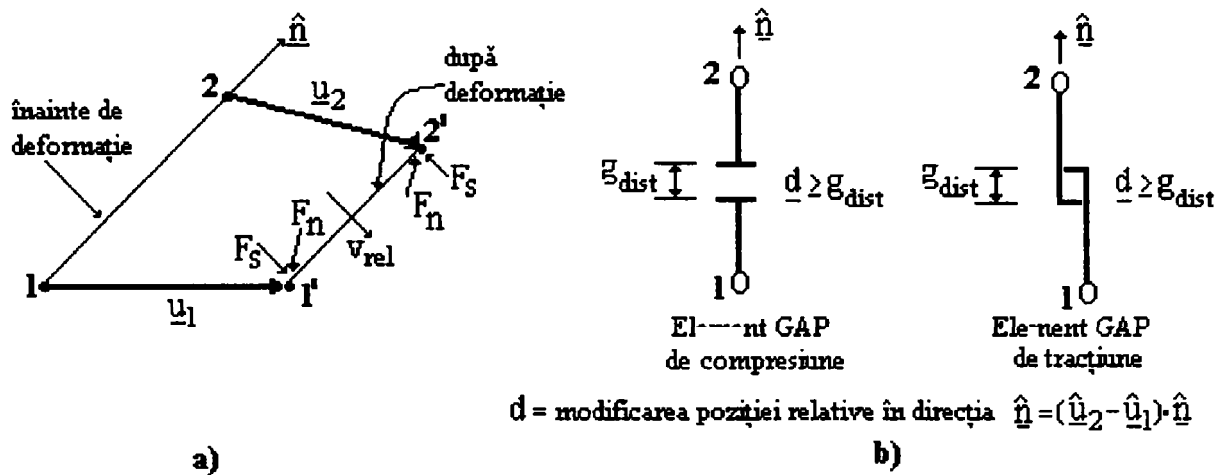


Fig.5.4. Element GAP de tip 2 noduri

Frecarea poate fi luată în considerare (numai pentru GAP-urile de compresiune) atât în cazul analizei statice, cât și a celei dinamice. Forța de frecare asociată unui element GAP se va găsi în planul tangent în punctul de contact al celor două corpuri.

5.4.2. Element GAP de tip un nod (One-Node GAP)

Aceste elemente sunt utilizate pentru precizarea deplasării unui nod bine definit pe corpul *Contact* (linie sau suprafață de contact definită de aceste noduri), care vine în contact cu corpul *Țintă*. Avantajele utilizării acestor elemente GAP tip un nod comparativ cu cele tip două noduri sunt:

- nu este necesară cunoașterea *a priori* a punctului inițial de contact, programul de calcul localizând acest punct și aplicând apoi forțele de apăsare exterioare;
- direcția forțelor de apăsare este determinată de programul de calcul pe baza poziției deformată a corpurilor în contact;
- punctele nodale definite pe suprafețele corpurilor care vin în contact nu trebuie să corespundă între ele.

Comanda care definește în cadrul programului tipul de element de contact utilizat este aceeași pentru cele două tipuri de element GAP cu excepția schimbării a două opțiuni: una este cea pentru definirea dimensiunii problemei contactului (**2D** sau **3D**), iar cealaltă este necesară pentru precizarea numărului de noduri utilizate la definirea corpului *Țintă* (2 sau 3 noduri în cazul contactului liniar, respectiv 4 sau 9 noduri pentru contactul pe o suprafață). Situația descrisă este prezentată în Fig.5.5.

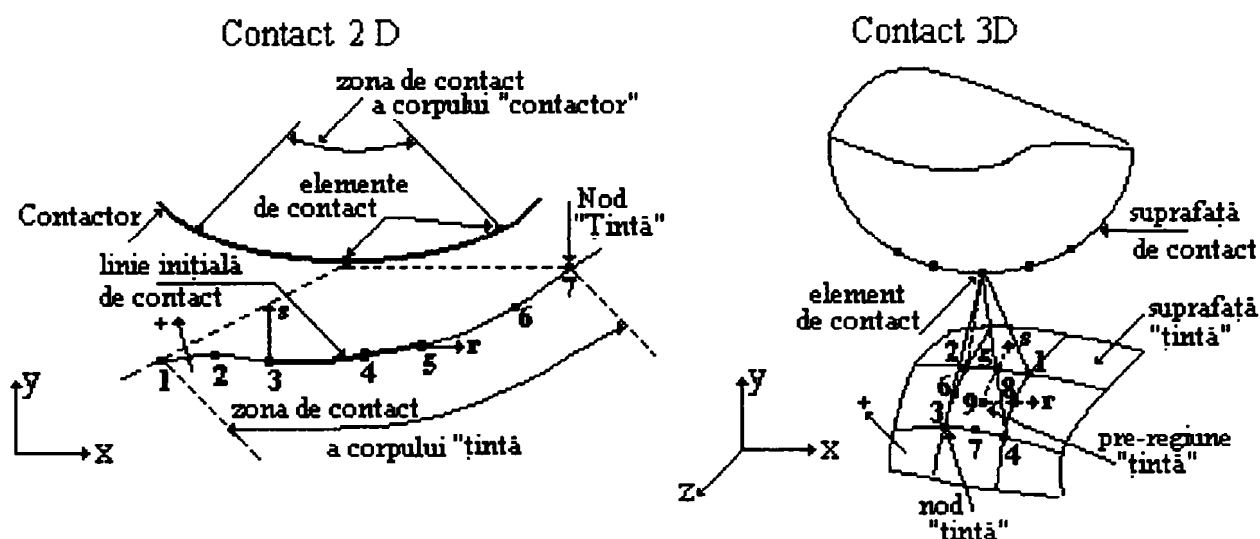


Fig.5.5. Element de contact GAP de tip un nod

5.5. MODELAREA NUMERICĂ CU ELEMENTE FINITE A SOLICITĂRII DE CONTACT DINTRE DOUĂ SÂRME DE ACELAȘI DIAMETRU

Contactul dintre două sârme cu axele paralele a fost analizat în cadrul teoriei lui Hertz aplicată în cazul contactului a doi cilindri cu axele paralele. În acest caz contactul inițial este liniar, de-a lungul generatoarei comune a celor doi cilindri, iar după aplicarea forțelor de compresiune suprafața de contact este o fâșie dreptunghiulară de lățime $2b$ (capitolul II, paragraful 2.2.5.3).

Datorită simetriei geometrice și a încărcării, precum și datorită absenței unei forțe axiale de încărcare, problema contactului a fost analizată într-un plan transversal, perpendicular pe axele sârmelor.

Modelul de calcul utilizat pentru modelarea numerică a contactului dintre două sârme identice este prezentat în Fig.5.6.

Cele două sârme de secțiune circulară au fost discretizate în elemente finite de tip patrulater pentru starea plană de deformație, îndepărtându-se zona centrală a sârmei unde starea de tensiune și deformație este neglijabilă.

Condițiile pe contur constau în împiedicarea deplasării pe orizontală a elementelor din zona opusă contactului, care sunt apoi încărcate cu sarcină uniform distribuită pentru simularea apăsării dintre sârme. Modelul de calcul cuprinde două elemente finite TRUSS 2D, de tip bară cu articulații la capete, pentru împiedicarea deplasării pe verticală și orizontală, de rigiditate mică.

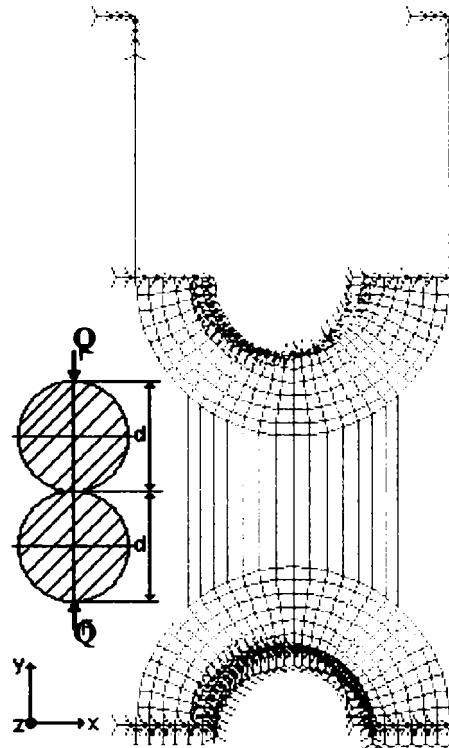


Fig.5.6. Modelul de calcul utilizat în cazul contactului a două sârme cu diametrul $d = 1,25 \text{ mm}$

Pentru identificarea elementelor finite din zona de interes în Fig.5.7 este prezentată numerotarea elementelor finite pentru sârmă și elementele de contact tip GAP (Fig.5.8). În Fig.5.9 este prezentată numerotarea nodurilor corespunzătoare elementelor finite pentru cele două sârme în contact.

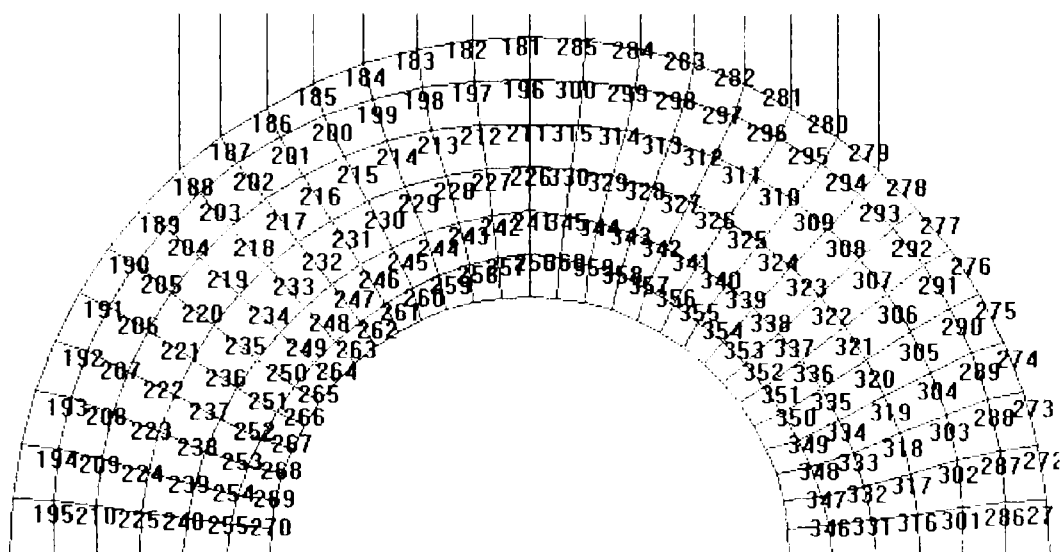


Fig.5.7. Numerotarea elementelor finite pentru sârmă

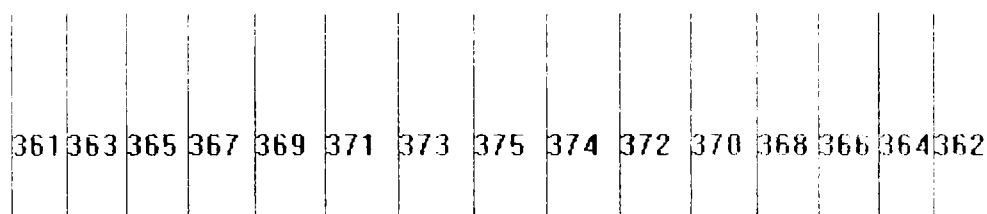


Fig.5.8. Numerotarea elementelor de contact tip GAP

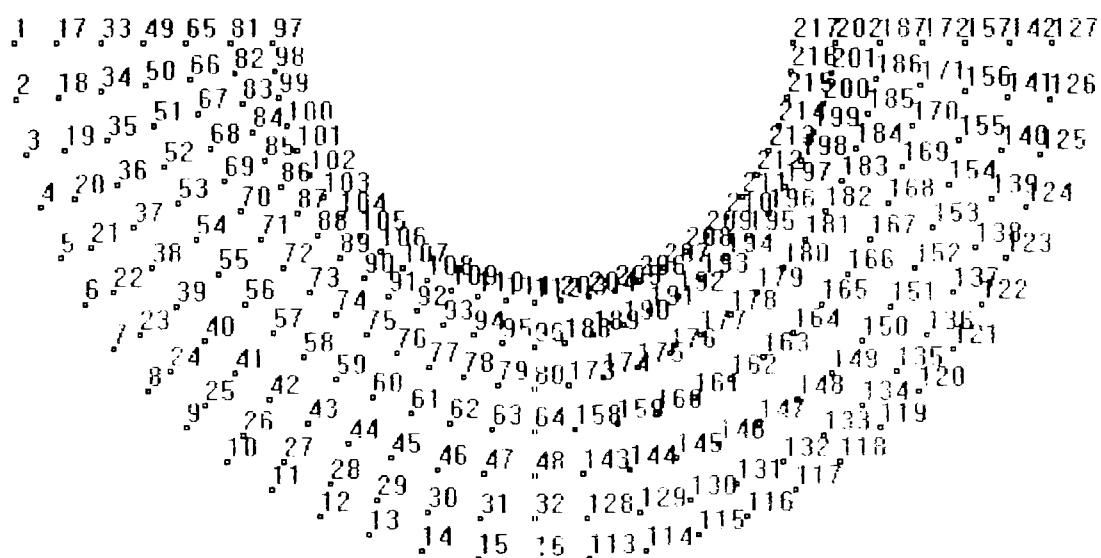


Fig.5.9. Numerotarea nodurilor corespunzătoare elementelor finite pentru sârmă

Pe baza analizei cu elemente finite s-au obținut toate componentele tensorului tensiune și deformație pentru contactul analizat. Tensiunile normale și tangențiale σ_x , σ_y , σ_z și τ_{xy} sunt determinate conform relațiilor (2.14), iar deplasarea pe verticală este dată de relația (2.16). Tensiunile normale principale sunt determinate conform relațiilor (2.21), iar tensiunea echivalentă von Mises este dată de relația (2.23).

Pentru fiecare din componentele tensorului tensiune și deformație, ținând cont de limitele lor maxime și minime de variație, s-au utilizat 9 trepte egale de reprezentare a acestor mărimi.

Rezultatele obținute sunt post-procesate în benzi de egală tensiune, respectiv deplasare în Fig.5.10, Fig.5.11 și Fig.5.12.

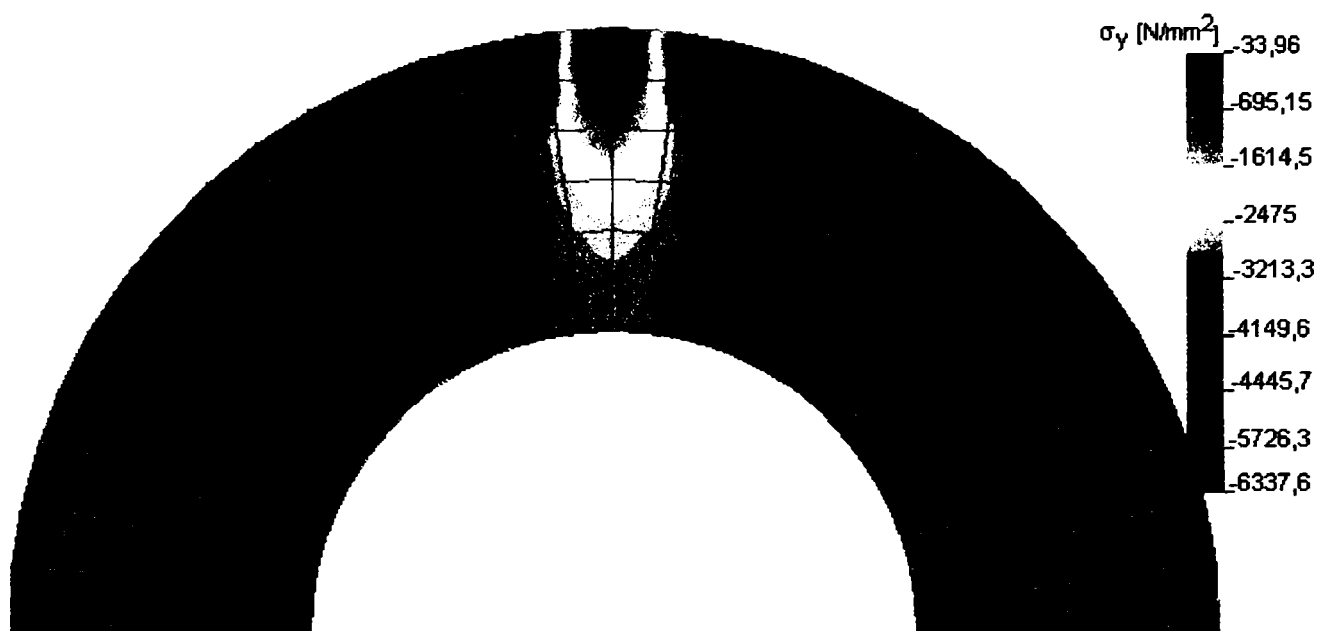


Fig.5.10. Tensiunea normală σ_y [MPa] pentru cazul de încărcare $Q = 73,7 N$

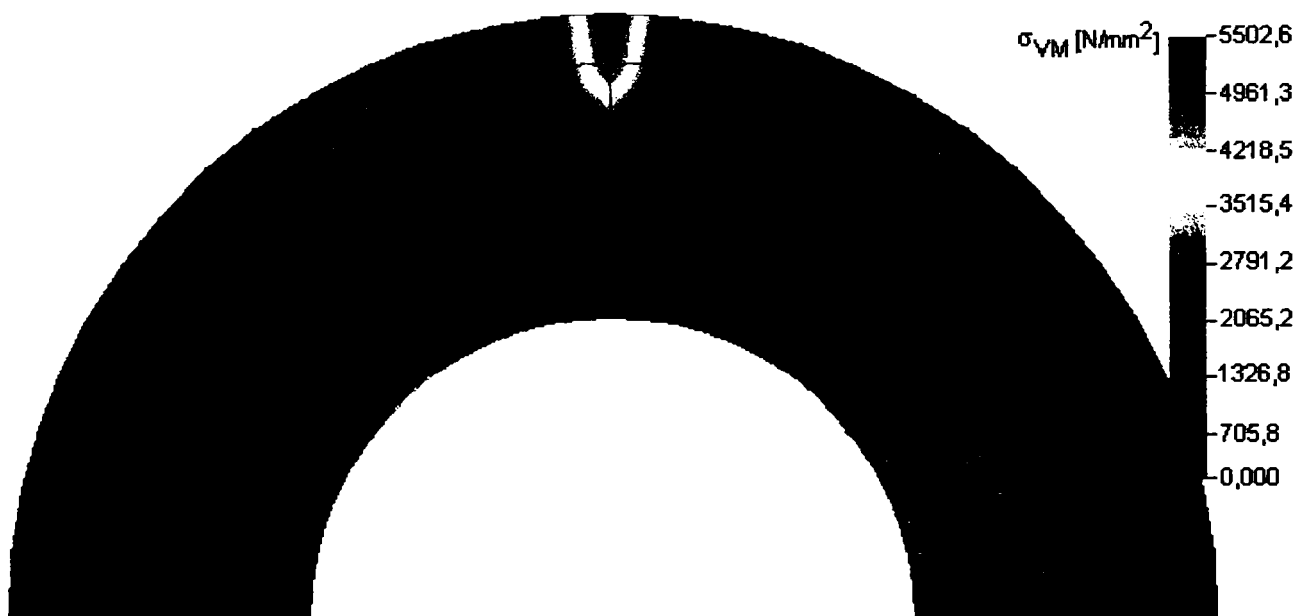


Fig.5.11. Tensiunea rezultantă σ_{VM} [MPa] pentru cazul de încărcare $Q = 73,7 N$

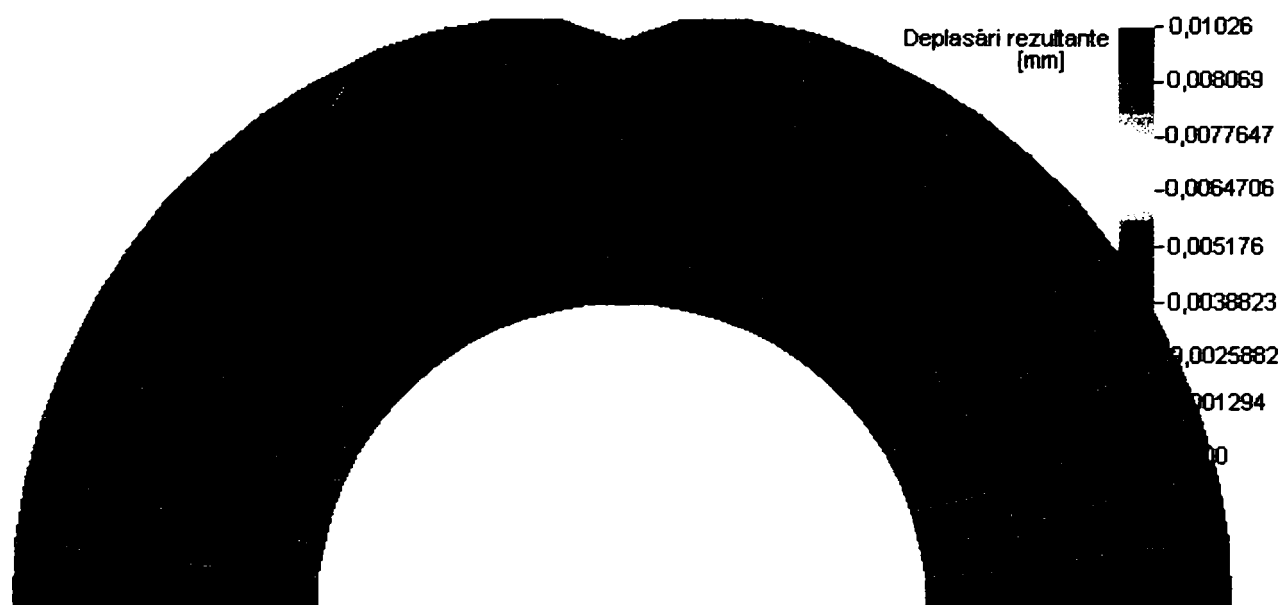


Fig.5.12. Deplasările rezultante [mm] pentru cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

Rezultatele obținute s-au reprezentat în Tabelul 5.1 și grafic sub forma unor spectre de tensiuni și deformații în Fig.5.13,..., Fig.5.25, pentru fiecare valoare a forței de apăsare dintre sârme.

Rezultatele analizei cu elemente finite pentru contactul studiat.

Tabelul 5.1

Forța de apăsare Q [N]	Tensiunea echivalentă Von Mises σ_{VM} [MPa]	Semilățimea fâșiei de contact b [mm]	Tensiunea tangentială τ_{xy} [MPa]	Deplasarea pe verticală $u_y \cdot 10^4$ [mm]
1	2	3	4	5
	576,6	0	0	-3,72
	251,1	0,062717	87,34	-6,4
3,6	21,81	0,124747	-1,2	-6,986
	25,75	0,1854102	10,14	-7,45
	17,68	0,2440419	7,5	-7,78
	961	0	0	-6,21
	418,6	0,062717	145	-10,6
6,0	36,35	0,124747	-2,077	-11,6
	42,92	0,1854102	16,9	-12,4
	29,47	0,2440419	12,51	-12,9
	1153	0	0	-7,45
	502,3	0,062717	174,7	-12,8
6,75	43,62	0,124747	-2,49	-13,97
	51,5	0,1854102	20,28	-14,9
	35,36	0,2440419	15,01	-15,5

Tabelul 5.1 (continuare)

1	2	3	4	5
	1442	0	0	-0,426
	627,9	0,062717	218,3	-0,771
11,0	54,52	0,124747	-3,11	-1,54
	64,38	0,1854102	25,35	-2,73
	44,2	0,2440419	18,76	-9,32
	1730	0	0	-0,511
	753	0,062717	262	-0,926
13,15	65,43	0,124747	-3,73	-1,857
	77,75	0,1854102	30,4	-3,286
	53,04	0,2440419	22,51	-11,0
	2691	0	0	-0,795
	1172	0,062717	407,6	-1,44
20,4	1018	0,124747	-5,81	-2,88
	1202	0,1854102	47,31	-5,11
	82,51	0,2440419	35,02	-17,4
	3844	0	0	-1,13
	1674	0,062717	582	-2,05
29,2	145,4	0,124747	-8,31	-4,12
	171,7	0,1854102	67,59	-7,301
	117,9	0,2440419	50,03	-24,08
	5502	0	0	-2,425
	2391	0,062717	870,3	-4,31
73,7	446,2	0,124747	200,7	-8,85
	281,5	0,1854102	112,3	-18,2
	253,4	0,2440419	109,8	-40,85
	6333	0	0	-3,77
	3232	0,062717	1038	-6,93
124,4	1150	0,124747	498	-13,1
	371,5	0,1854102	147,6	-30,7
	396,4	0,2440419	173,9	-53,2
	7222	0	0	-5,128
	4359	0,062717	1205	-9,43
175,3	1869	0,124747	796,9	-17,68
	464,5	0,1854102	182,9	-43,4
	539,6	0,2440419	237,5	-65,57
	8151	0	0	-6,479
	5601	0,062717	1372	-11,94
226,0	2590	0,124747	1095	-22,23
	559	0,1854102	218,2	-55,72
	682,8	0,2440419	301,3	-77,93
	9105	0	0	-7,83
	6896	0,062717	1540	-14,44
276,8	3312	0,124747	1393	-26,79
	654,3	0,1854102	253,5	-68,2
	826	0,2440419	365,1	-90,29
	10080	0	0	-9,18
	8820	0,062717	1707	-16,9
327,5	4034	0,124747	1691	-31,3
	750,2	0,1854102	288,9	-80,69
	969,2	0,2440419	428,9	-102,6

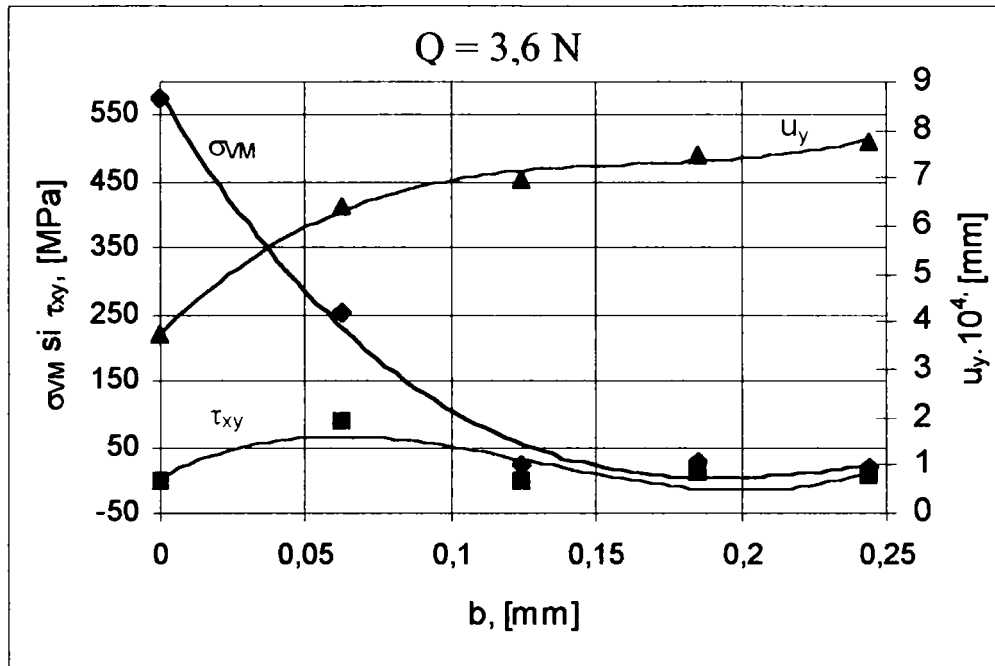


Fig.5.13. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 3,6$ N

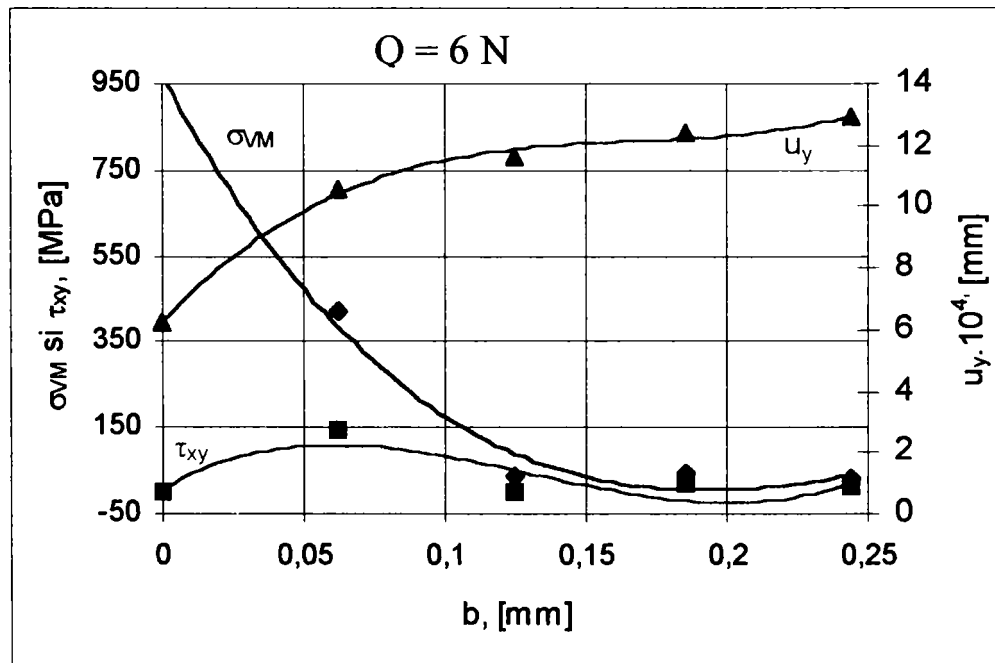


Fig.5.14. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 6$ N

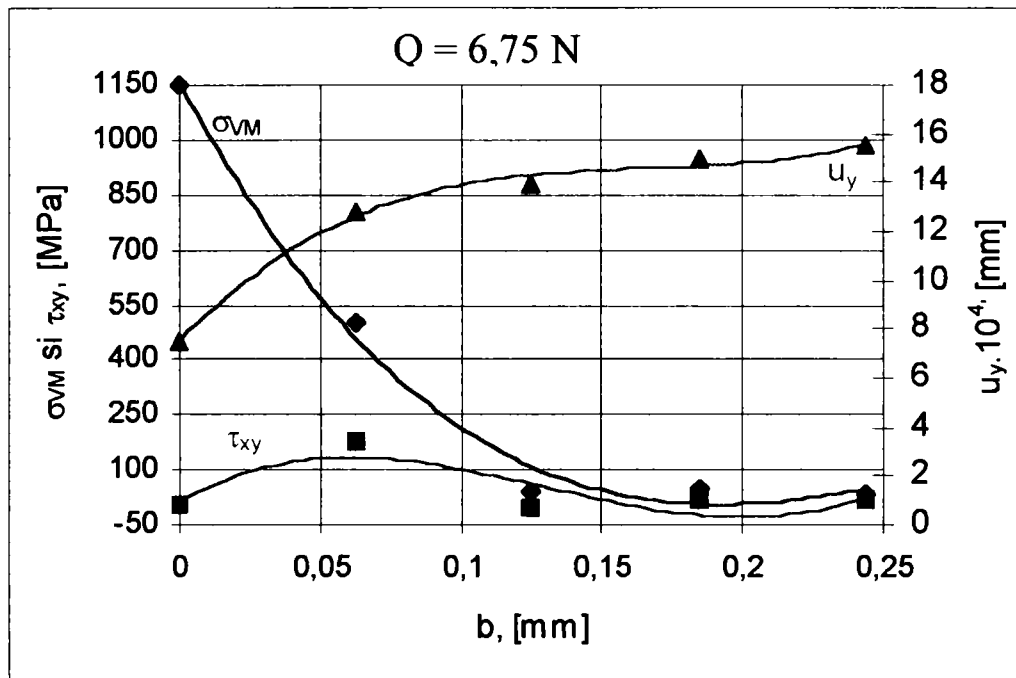


Fig.5.15. Variația tensiunilor σ_M ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 6,75$ N

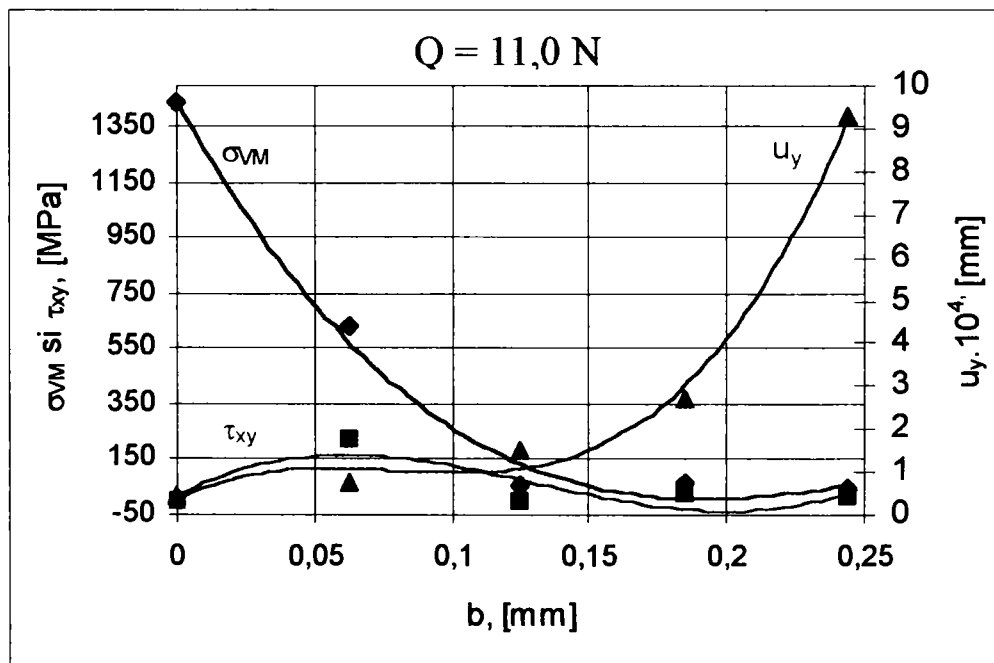


Fig.5.16. Variația tensiunilor σ_M ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 11$ N

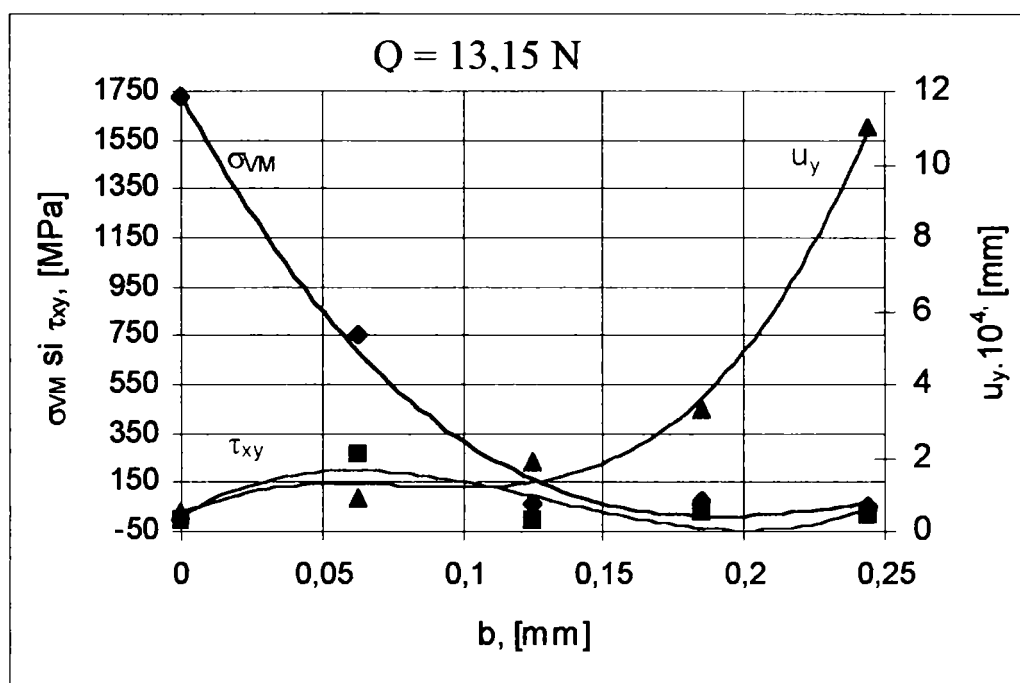


Fig.5.17. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 13,15 \text{ N}$

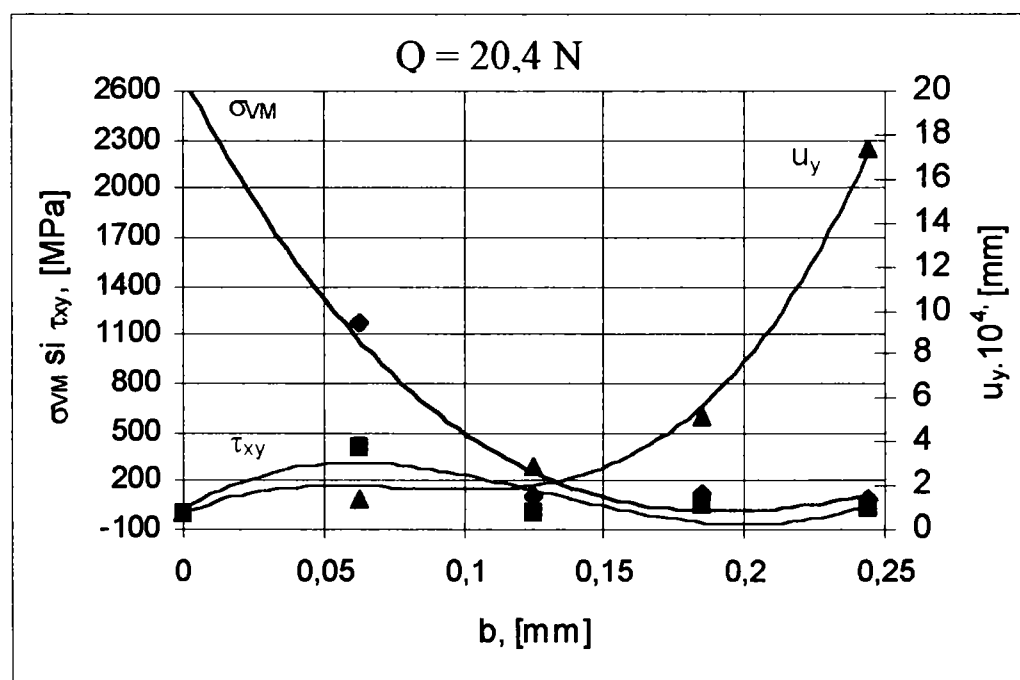


Fig.5.18. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 20,4 \text{ N}$

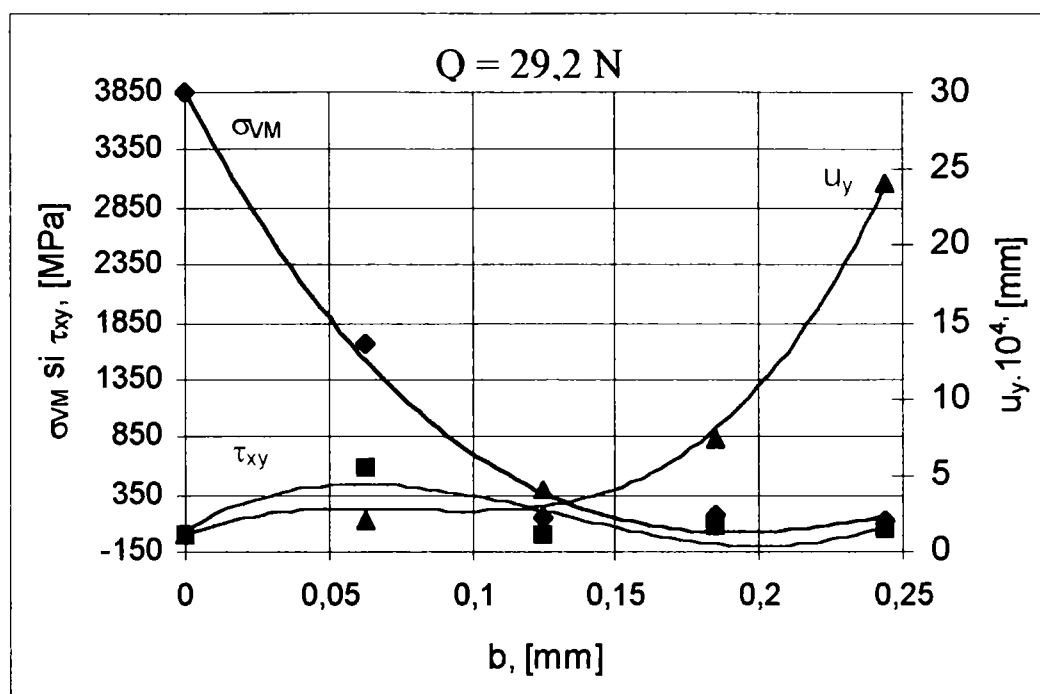


Fig.5.19. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 29,2$ N

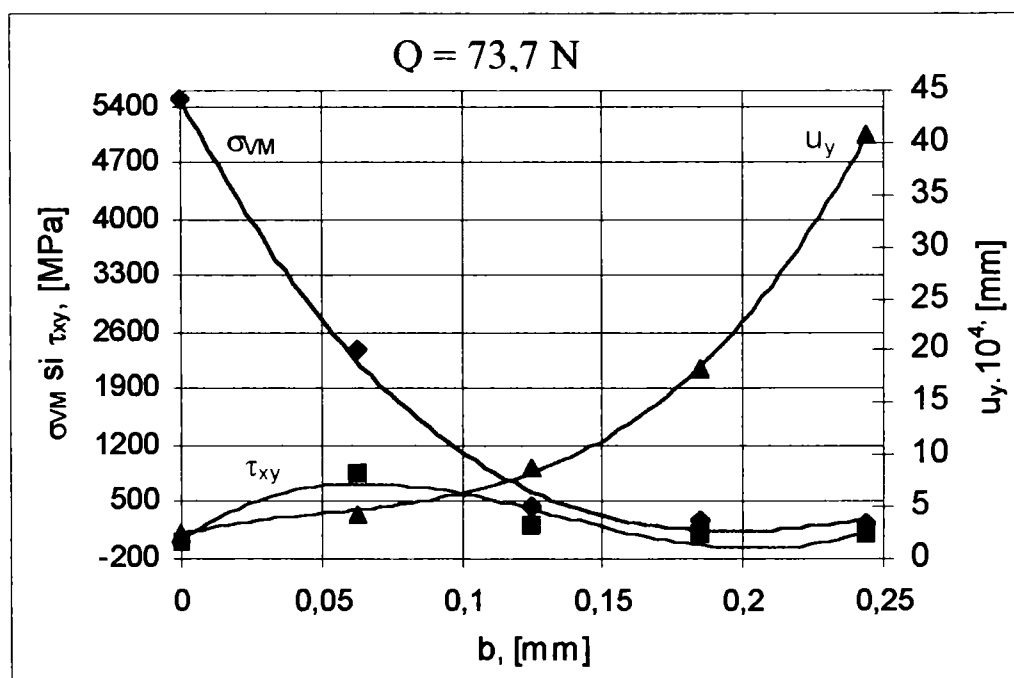


Fig.5.20. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

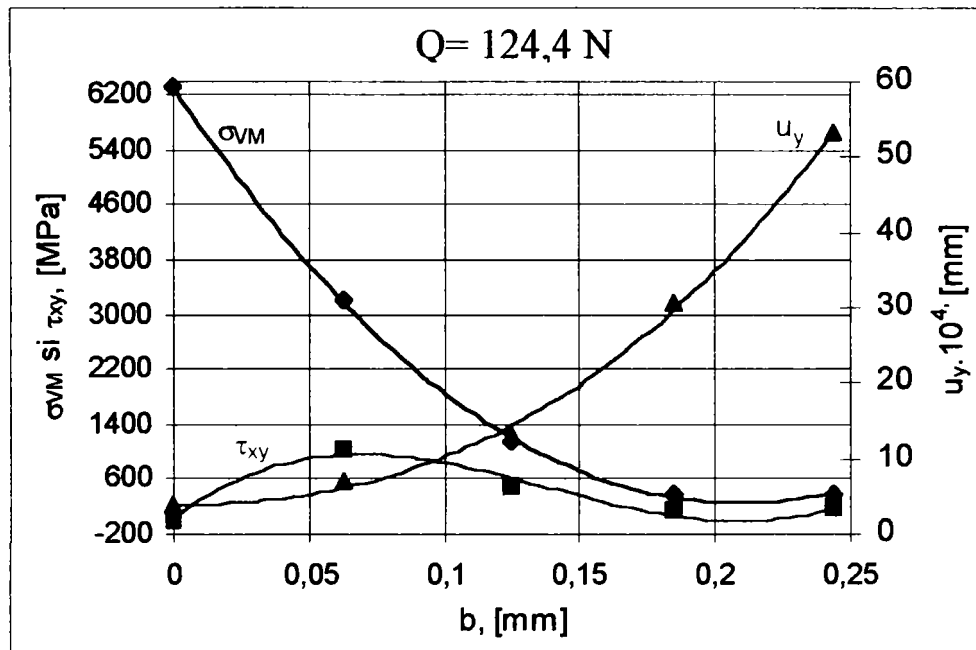


Fig.5.21. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 124,4 \text{ N}$

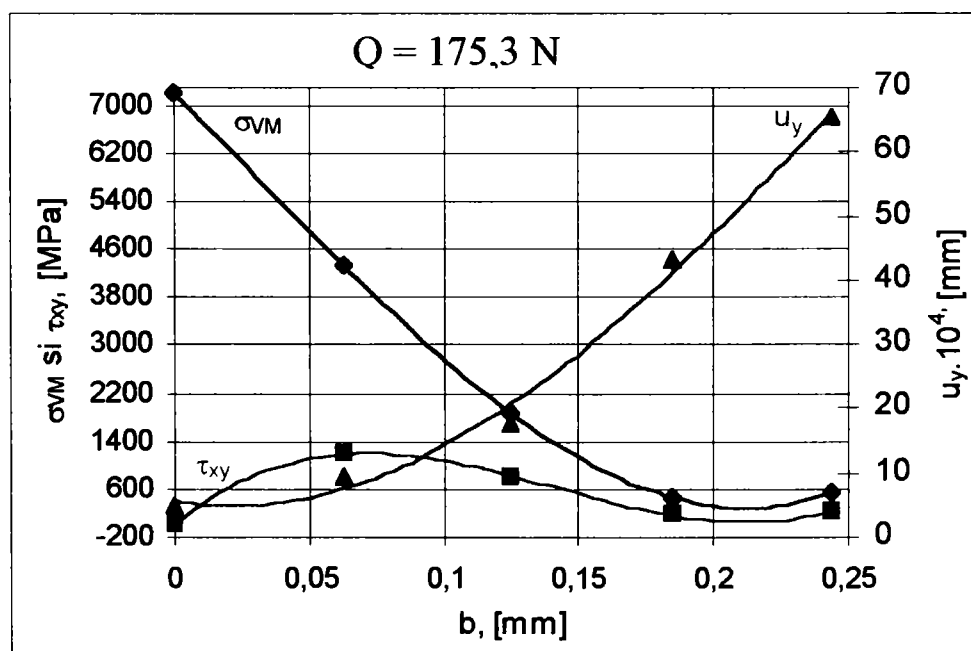


Fig.5.22. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 175,3 \text{ N}$

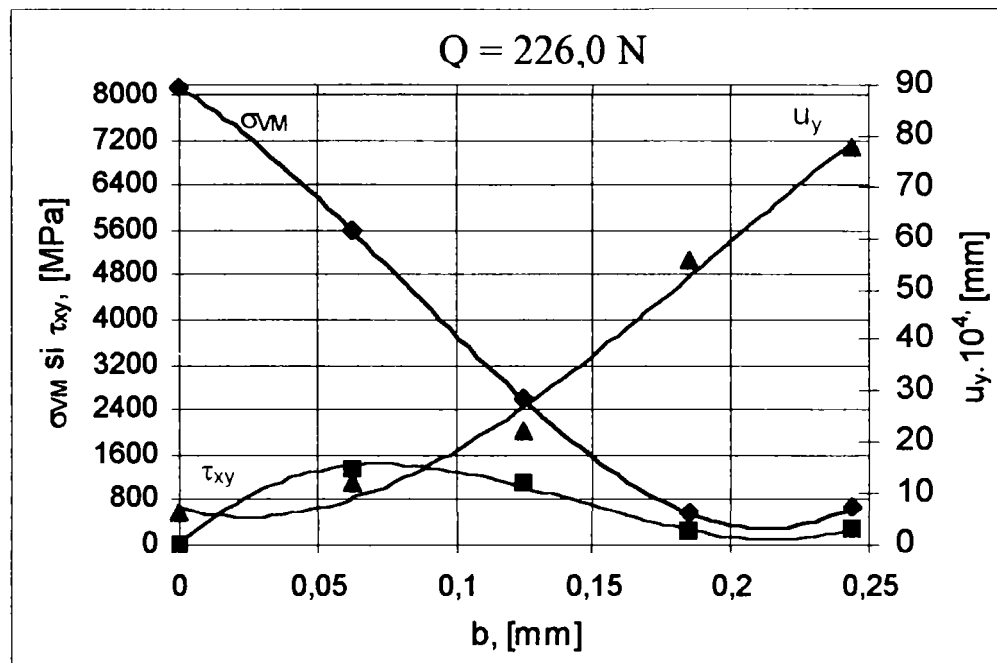


Fig.5.23. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 226$ N

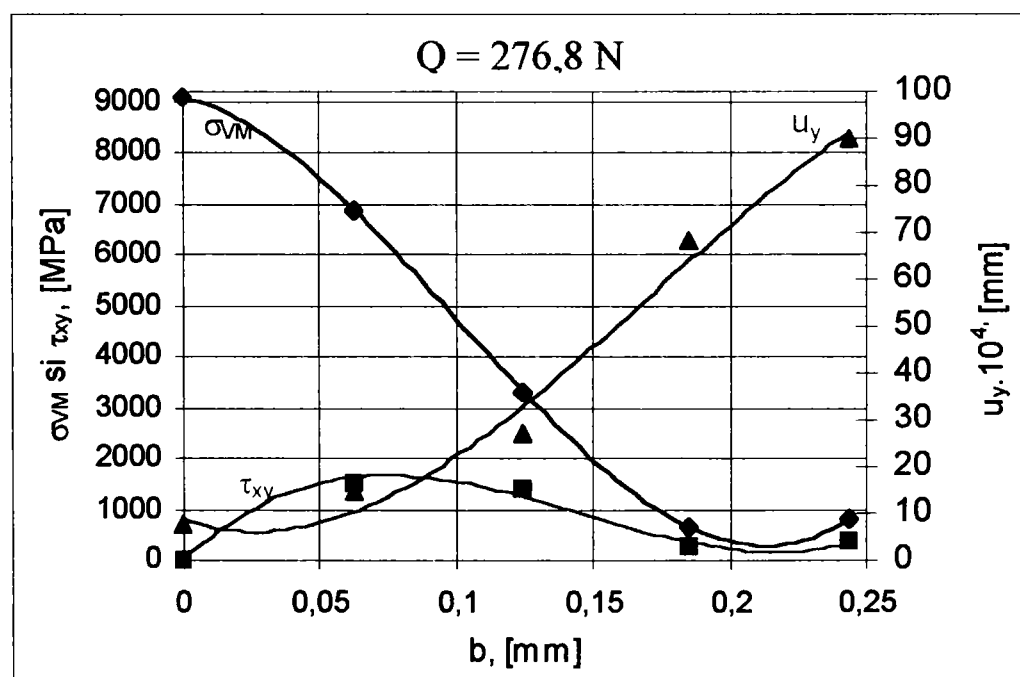


Fig.5.24. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 276,8$ N

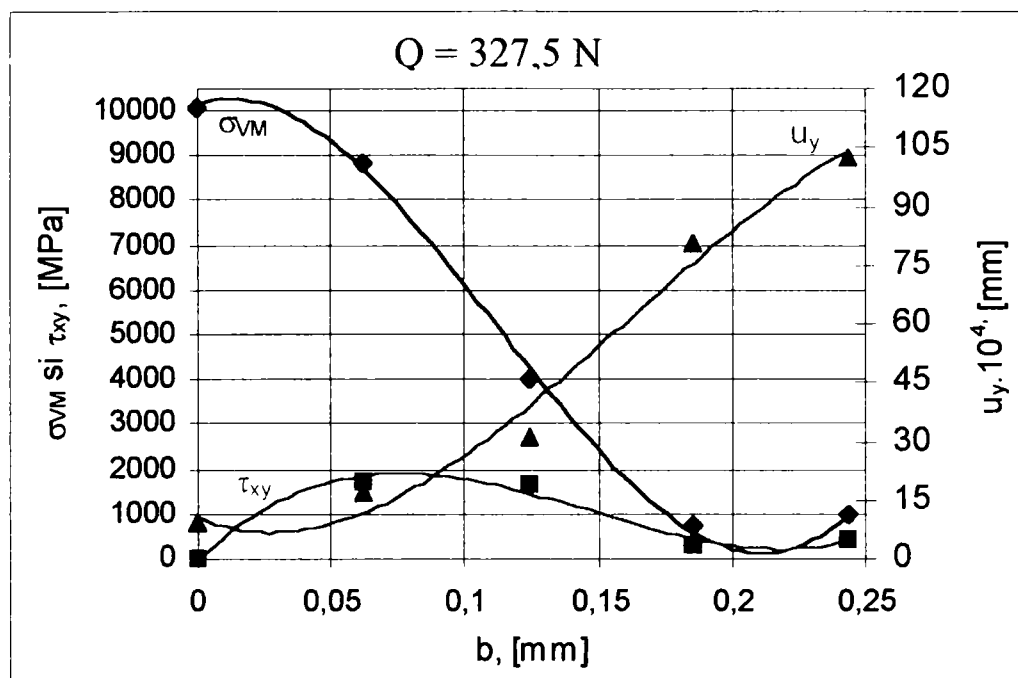


Fig.5.25. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 327,5$ N

Din examinarea prelucrării grafice a rezultatelor obținute se observă că starea de tensiune și deformație este aceeași pentru oricare dintre cele două sârme aflate în contact.

Tensiunea echivalentă σ_{VM} [MPa] are valoarea maximă la mijlocul fâșiei de contact și scade către extremitățile acesteia până la o valoare de 10 ori mai mică.

Tensiunea tangențială τ_{xy} [MPa] este zero în centrul fâșiei de contact, în conformitate cu teoria pentru starea de compresiune triaxială [34]. Valoarea maximă a tensiunii tangențiale corespunde valorii semilățimii fâșiei de contact $b = 0,063$ mm, după care scade lent până la o valoare de aproximativ 5 ori mai mică la extremitățile fâșiei de contact.

Deplasarea pe verticală este maximă de-a lungul liniei inițiale de contact, scăzând către extremitățile fâșiei de contact de lățime $2b = 0,4880838$ mm. Poziția deformată a sârmei este reprezentată în Fig.5.12.

5.6. MODELAREA NUMERICĂ CU ELEMENTE FINITE A SOLICITĂRII DE CONTACT A DOUĂ SÂRME AVÂND DIAMETRE DIFERITE

Modelul de calcul utilizat pentru modelarea numerică a contactului dintre două sârme de diametre diferite $d_1 = 1,25 \text{ mm}$ și $d_2 = 1,35 \text{ mm}$ este prezentat în Fig.5.26.

Descrierea tipurilor de elemente finite utilizate, a condițiilor pe contur și a condițiilor de încărcare este aceeași cu cea prezentată în subcapitolul (5.5) pentru cazul contactului dintre două sârme identice.

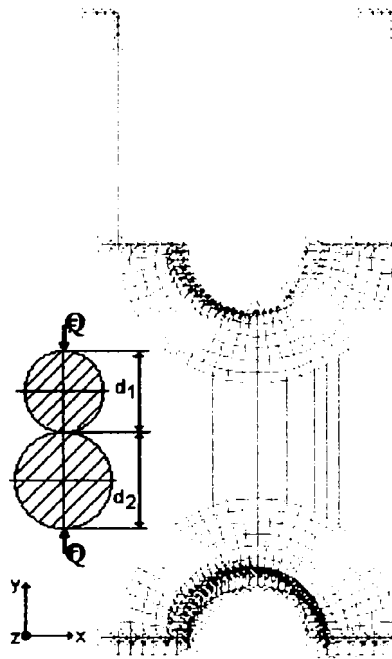


Fig.5.26. Modelarea cu elemente finite a celor 2 sârme în contact

Pentru identificarea elementelor finite din zona de interes în Fig.5.27 este prezentată numerotarea elementelor finite pentru sârma cu diametrul $d_2 = 1,35 \text{ mm}$ și numerotarea elementelor de contact tip GAP (Fig.5.28). În Fig.5.29 este prezentată numerotarea nodurilor corespunzătoare elementelor finite pentru sârma de diametru $d_1 = 1,25 \text{ mm}$, respectiv pentru sârma de diametru $d_2 = 1,35 \text{ mm}$ (Fig.5.30).

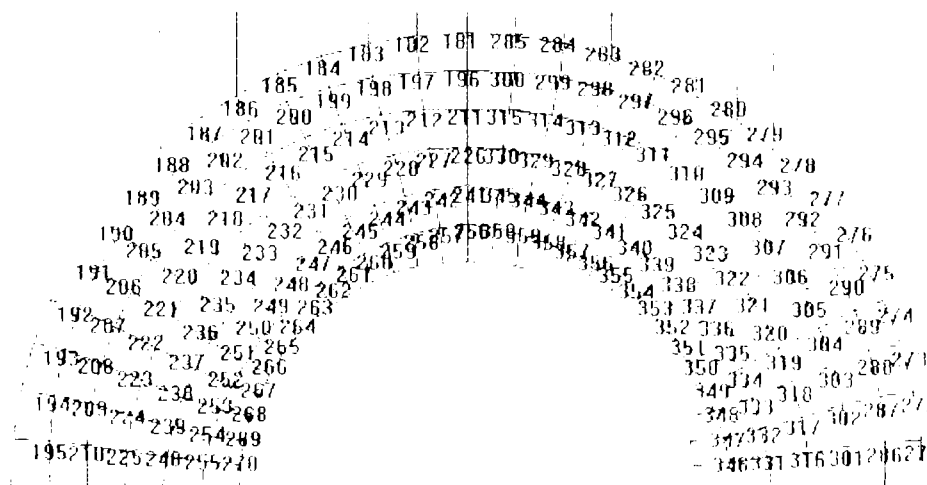


Fig.5.27. Numerotarea elementelor pentru sârma cu diametrul $d_2 = 1,35 \text{ mm}$

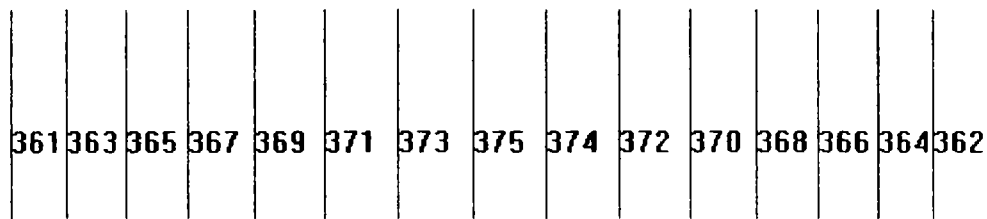


Fig.5.28 Numerotarea elementelor de contact tip GAP

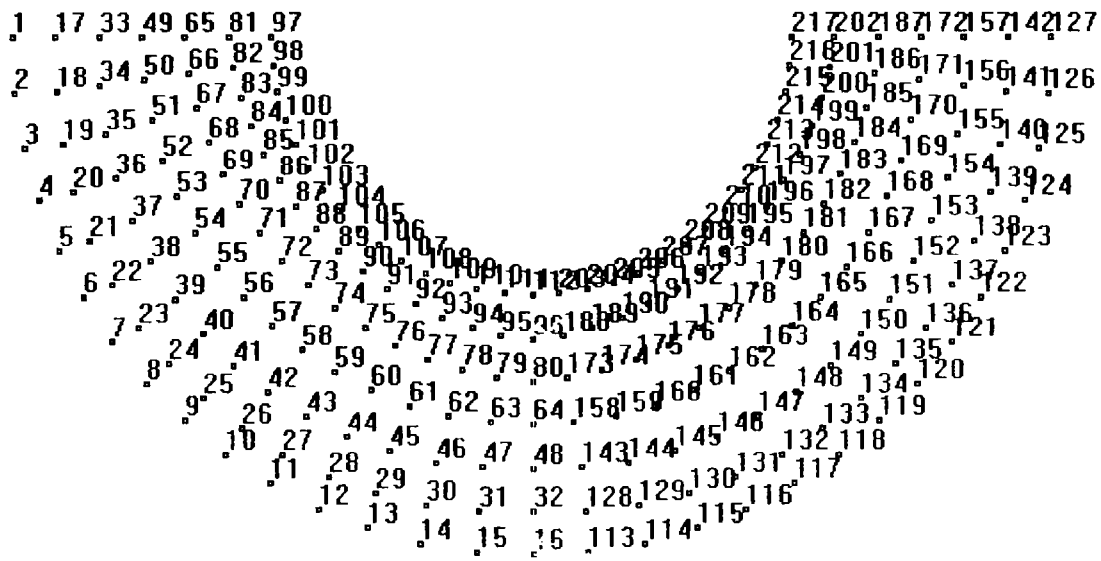


Fig.5.29. Numerotarea nodurilor pentru sârma de diametru $d_1 = 1,25 \text{ mm}$

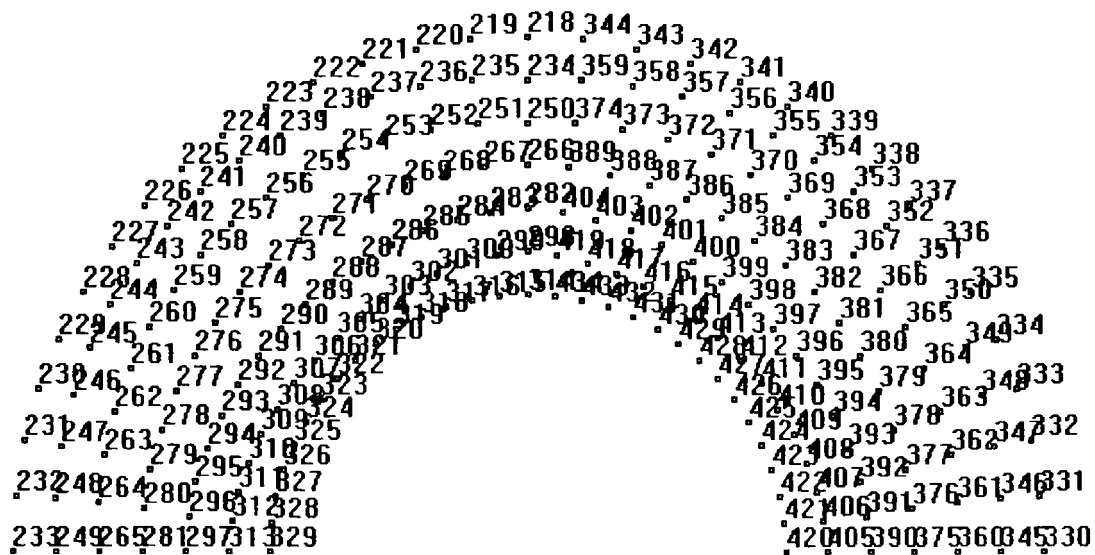


Fig.5.30. Numerotarea nodurilor pentru sârma de diametru $d_2 = 1,35 \text{ mm}$

Pe baza analizei cu elemente finite s-au obținut toate componentele tensorului tensiune și deformație pentru contactul analizat. Pentru fiecare din componentele tensorului tensiune și deformație, ținând cont de limitele lor maxime și minime de variație, s-au utilizat 9 trepte egale de reprezentare a acestor mărimi.

Rezultatele obținute sunt post-procesate în benzi de egală tensiune, respectiv deplasare în Fig.5.31, ..., Fig.5.37.

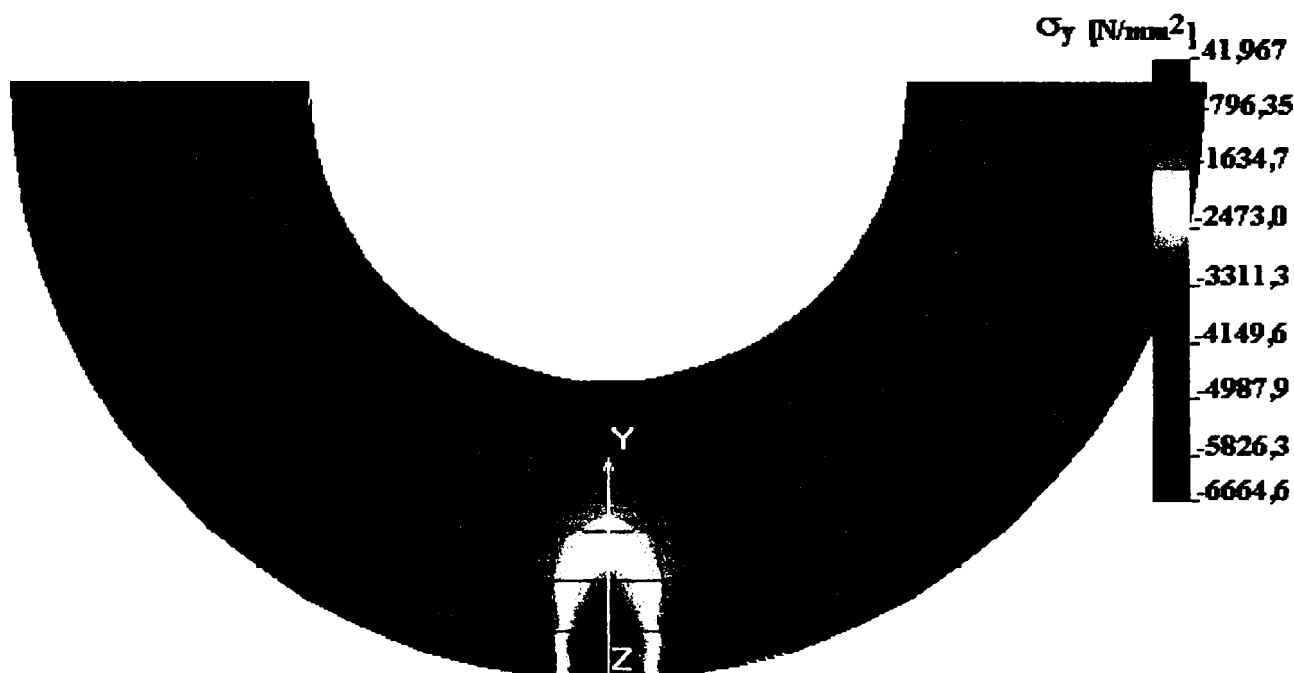


Fig.5.31. Tensiunea normală σ_y [MPa] pentru sârma de diametru $d_1 = 1,25 \text{ mm}$, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

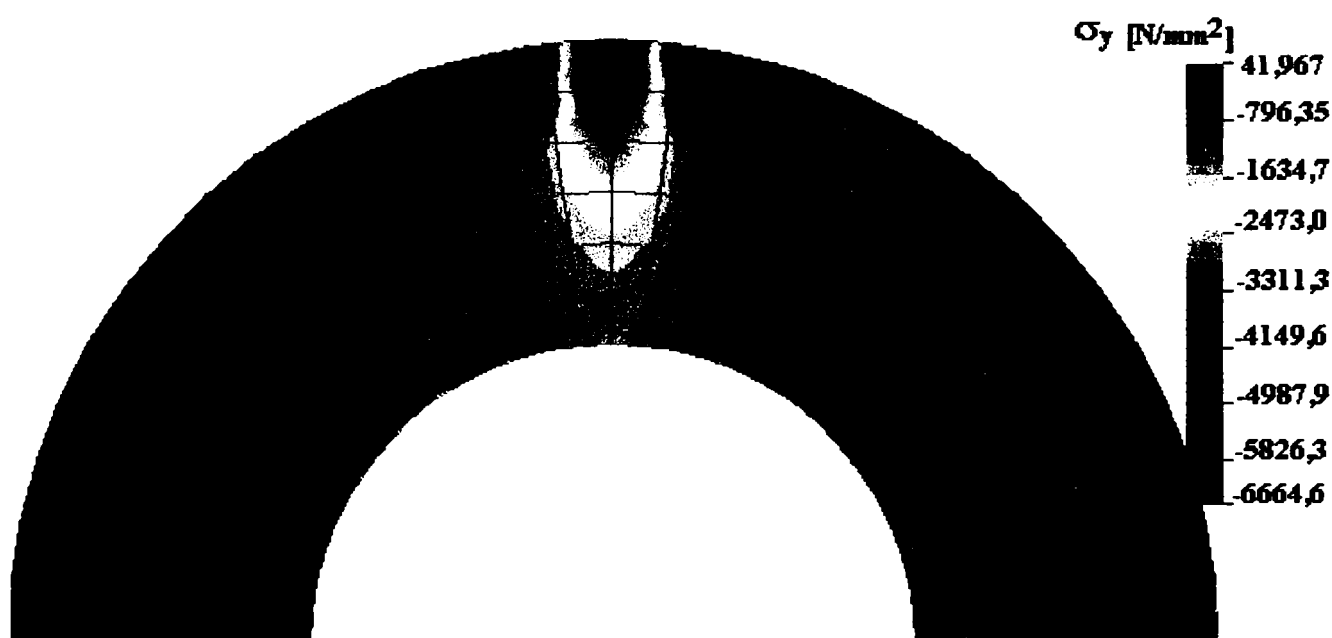


Fig.5.32. Tensiunea normală σ_y [MPa] pentru sârma de diametru $d_2 = 1,35 \text{ mm}$, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

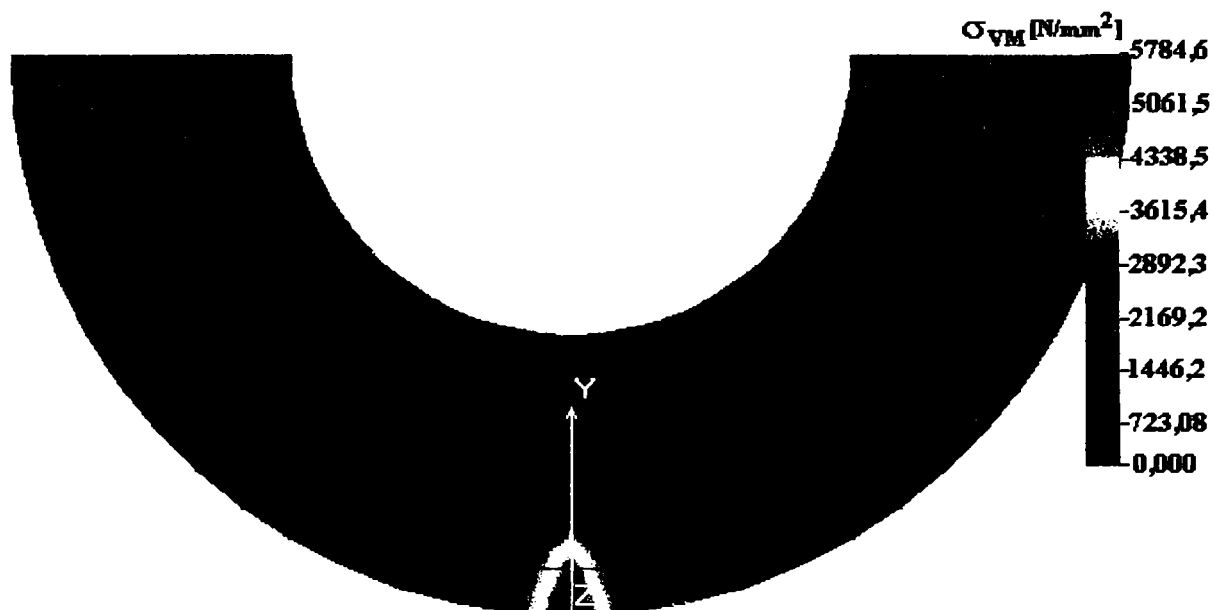


Fig.5.33. Tensiunea echivalentă σ_{VM} [MPa] pentru sârma de diametru $d_1 = 1,25$ mm, cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

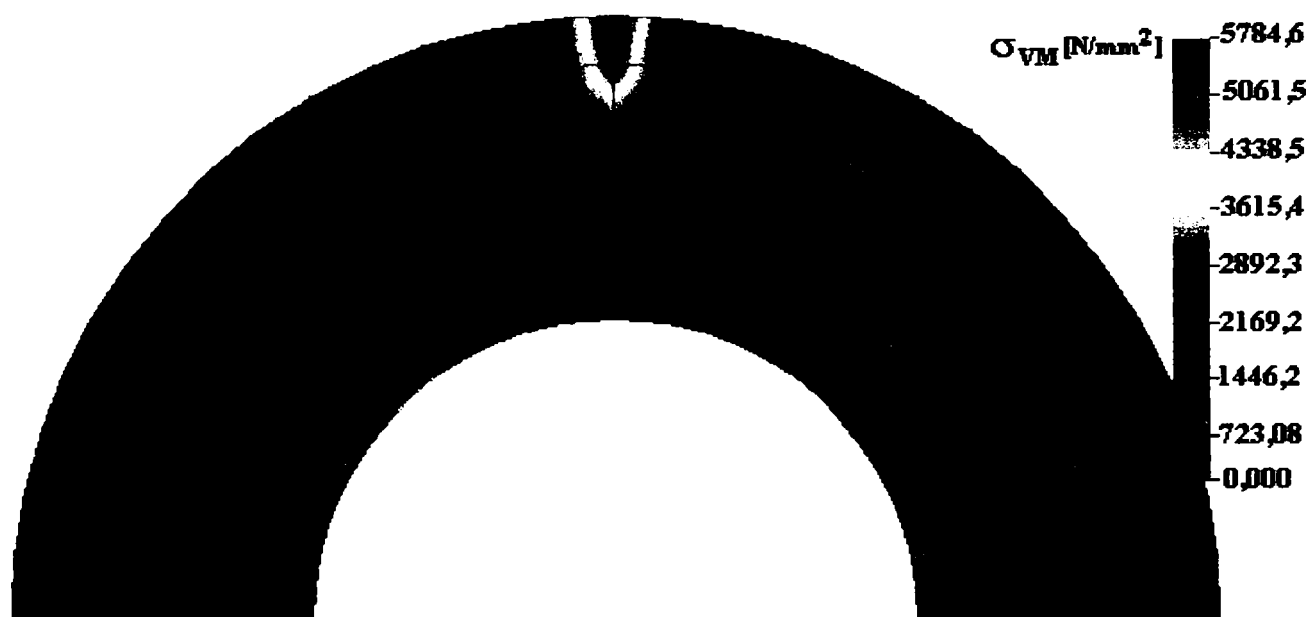


Fig.5.34. Tensiunea echivalentă σ_{VM} [MPa] pentru sârma de diametru $d_2 = 1,35$ mm, cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

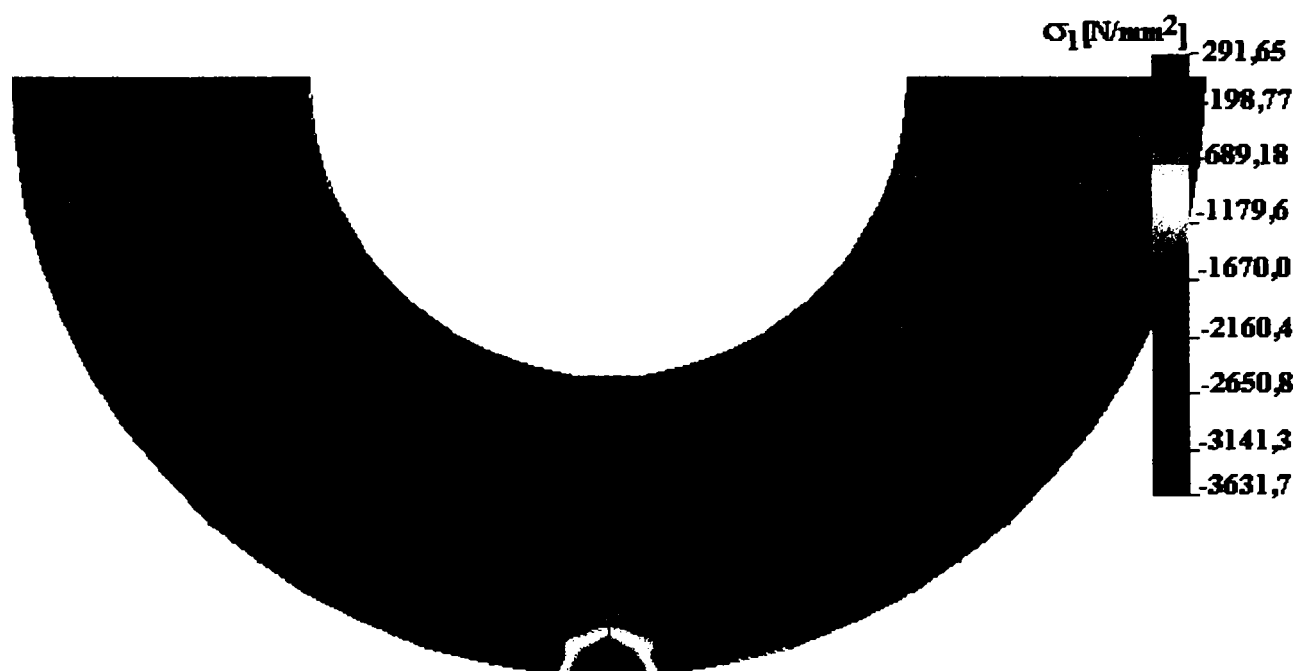


Fig.5.35. Tensiunea normală principală σ_1 [MPa] pentru sârma de diametru $d_1 = 1,25 \text{ mm}$, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

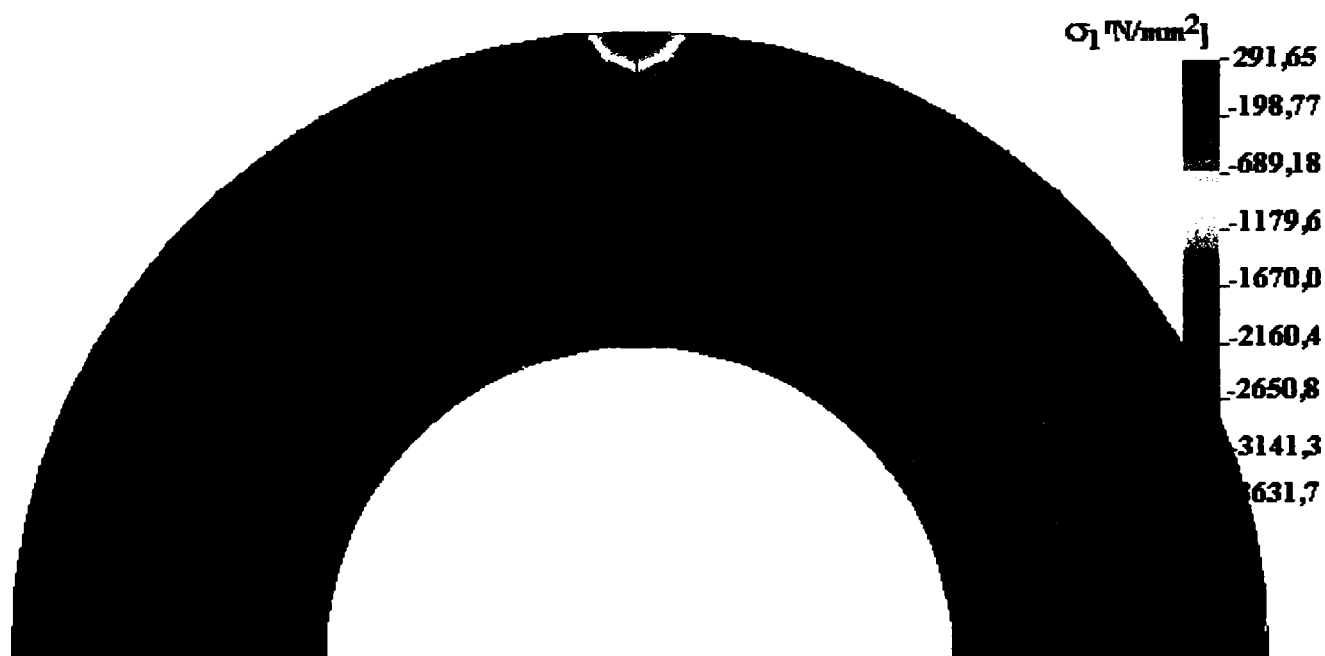


Fig.5.36. Tensiunea normală principală σ_1 [MPa] pentru sârma de diametru $d_2 = 1,35 \text{ mm}$, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

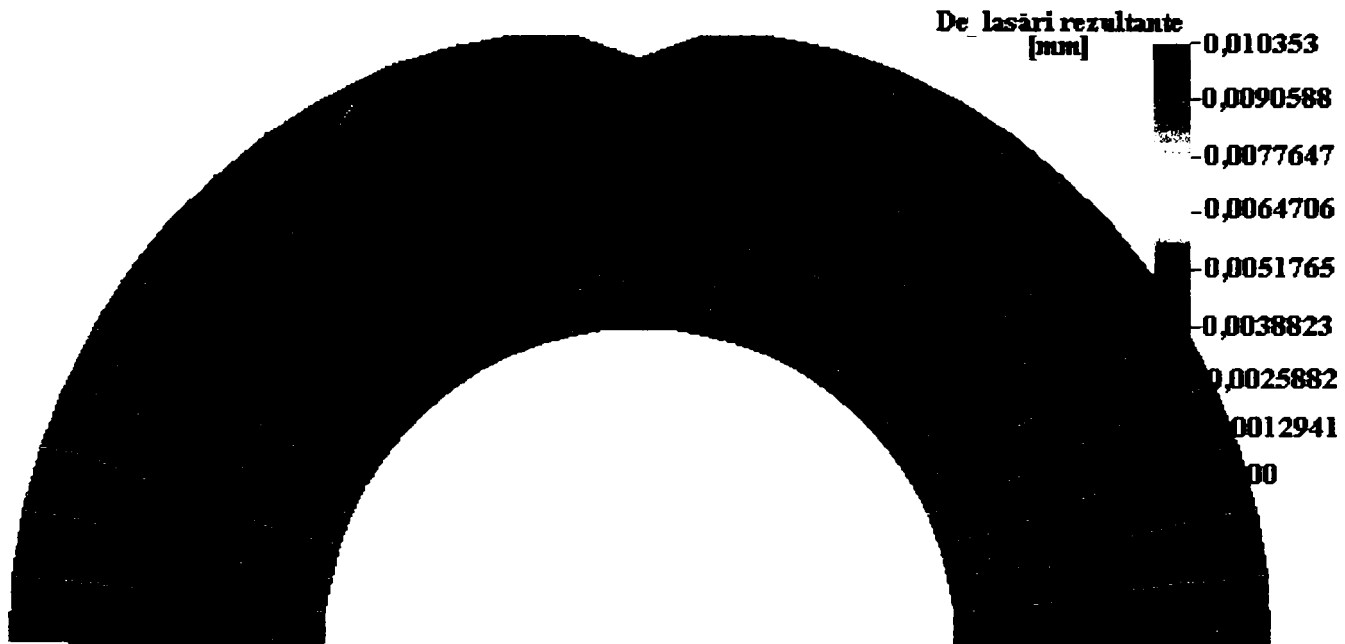


Fig.5.37. Deplasările rezultante [mm] pentru sârma de diametru $d_2 = 1,35 \text{ mm}$, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

Rezultatele obținute s-au reprezentat în Tabelul 5.2 și grafic sub forma unor spectre de tensiuni și deformații în Fig.5.38, ..., Fig.5.42.

Rezultatele analizei cu elemente finite pentru contactul studiat.

Tabelul 5.2.

Forța de apăsare $Q[\text{N}]$	Tensiunea echivalentă $\sigma_{VM} [\text{MPa}]$	Semilățimea fâșiei de contact $b [\text{mm}]$	Tensiunea tangentială $\tau_{xy} [\text{MPa}]$	Deplasarea pe verticală $u_y \cdot 10^4 [\text{mm}]$
1	2	3	4	5
	576,6	0	0	-0,17
	251,1	0,062717	87,34	-0,3
3,6	21,81	0,124747	-1,24	-0,61
	25,75	0,1854102	10,1	-1,09
	17,68	0,2440419	7,504	-3,72
	961	0	0	-0,284
	418,6	0,062717	145,6	-0,5145
6,0	36,35	0,124747	-2,077	-1,032
	42,92	0,1854102	16,9	-1,825
	29,47	0,2440419	12,51	-6,215
	1153	0	0	-0,3408
	502,3	0,062717	174,7	-0,6174
6,75	43,62	0,124747	-2,493	-1,238
	51,5	0,1854102	20,28	-2,19
	35,36	0,2440419	15,01	-7,458

Tabelul 5.2 (continuare)

1	2	3	4	5
	1442	0	0	-0,426
	627,9	0,062717	218,3	-0,7718
11,0	54,52	0,124747	-3,116	-1,548
	64,38	0,1854102	25,35	-2,738
	44,2	0,2440419	18,76	-9,322
	1730	0	0	-0,5112
	753,4	0,062717	262	-0,9262
13,15	65,43	0,124747	-3,739	-1,857
	77,25	0,1854102	30,41	-3,286
	53,04	0,2440419	22,51	-11,19
	2691	0	0	-0,795
	1172	0,062717	407,6	-1,44
20,4	101,8	0,124747	-5,81	-2,88
	120,2	0,1854102	47,31	-5,11
	82,51	0,2440419	35,02	-17,4
	3844	0	0	-1,13
	1674	0,062717	582	-2,05
29,2	145,4	0,124747	-8,31	-4,12
	171,7	0,1854102	67,59	-7,301
	117,9	0,2440419	50,03	-24,08
	5747	0	0	-2,405
	2491	0,062717	903,8	-4,39
73,7	391,2	0,124747	175,9	-8,55
	288,2	0,1854102	114,9	-17,0
	251,3	0,2440419	108,7	-41,0
	6568	0	0	-3,7
	3246	0,062717	1071	-6,9
124,4	1088	0,124747	474,1	-13,0
	377,5	0,1854102	150,2	-30,3
	394	0,2440419	172,5	-54,0
	7448	0	0	-5,1
	4335	0,062717	1238	-9,4
175,3	1806	0,124747	772	-17,0
	470	0,1854102	185,5	-42,0
	537	0,2440419	236,3	-66,0
	8367	0	0	-6,46
	5555	0,062717	1406	-11,9
226,0	2526	0,124747	1070	-22,22
	564,3	0,1854102	220,8	-55,3
	680,7	0,2440419	300,2	-78,94
	9314	0	0	-7,8
	6837	0,062717	1573	-14,4
276,8	3248	0,124747	1368	-26,7
	659,4	0,1854102	256	-67,7
	823,9	0,2440419	364	-91,0
	10280	0	0	-9,16
	8152	0,062717	1740	-16,9
327,5	3970	0,124747	1667	-31,3
	755,1	0,1854102	291,4	-80,2
	967,1	0,2440419	427,8	-103,0

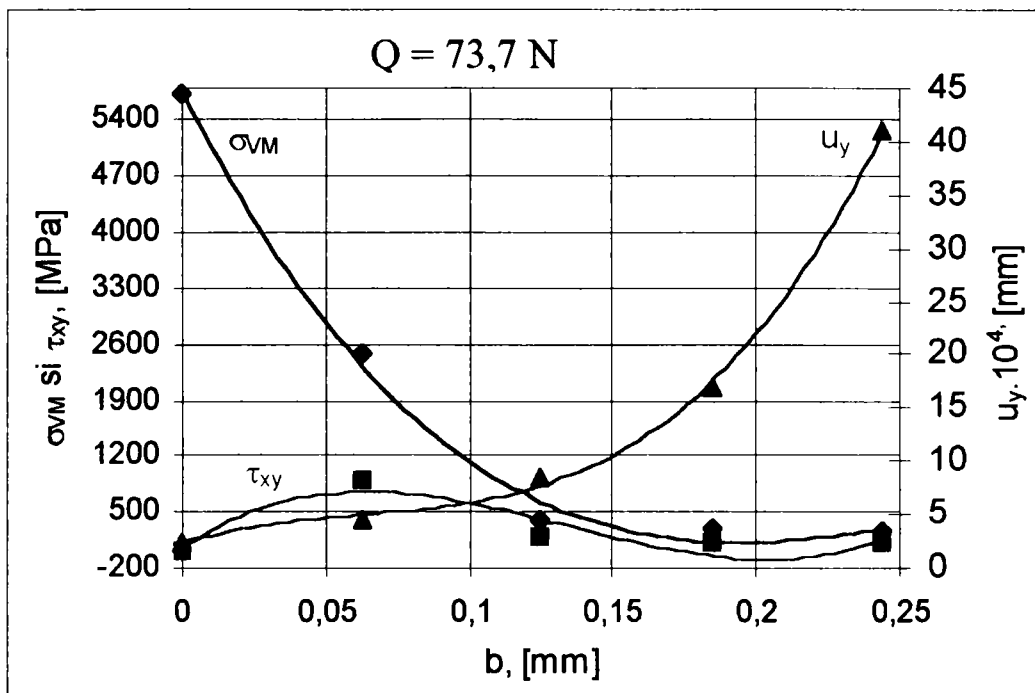


Fig.5.38. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 73,7 N$

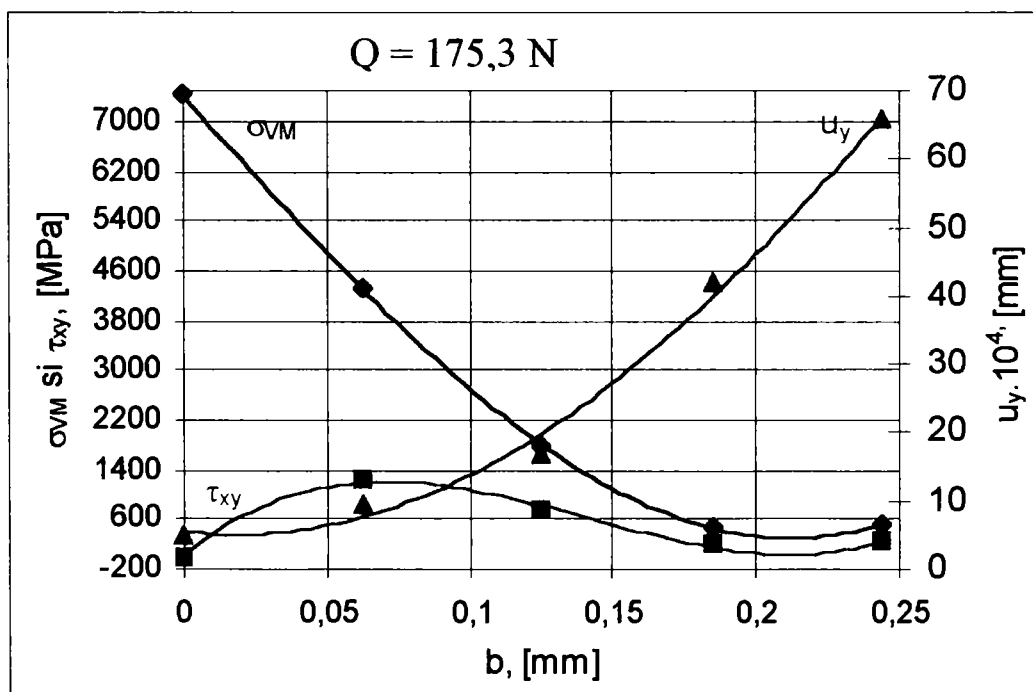


Fig.5.39. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 175,3 N$

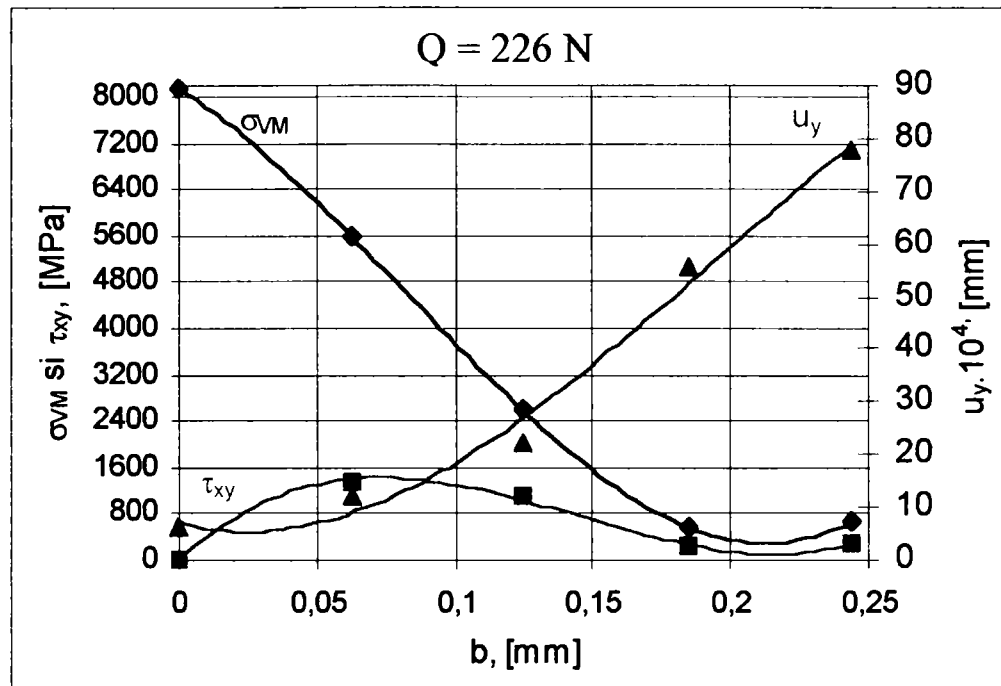


Fig.5.40. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 226 \text{ N}$

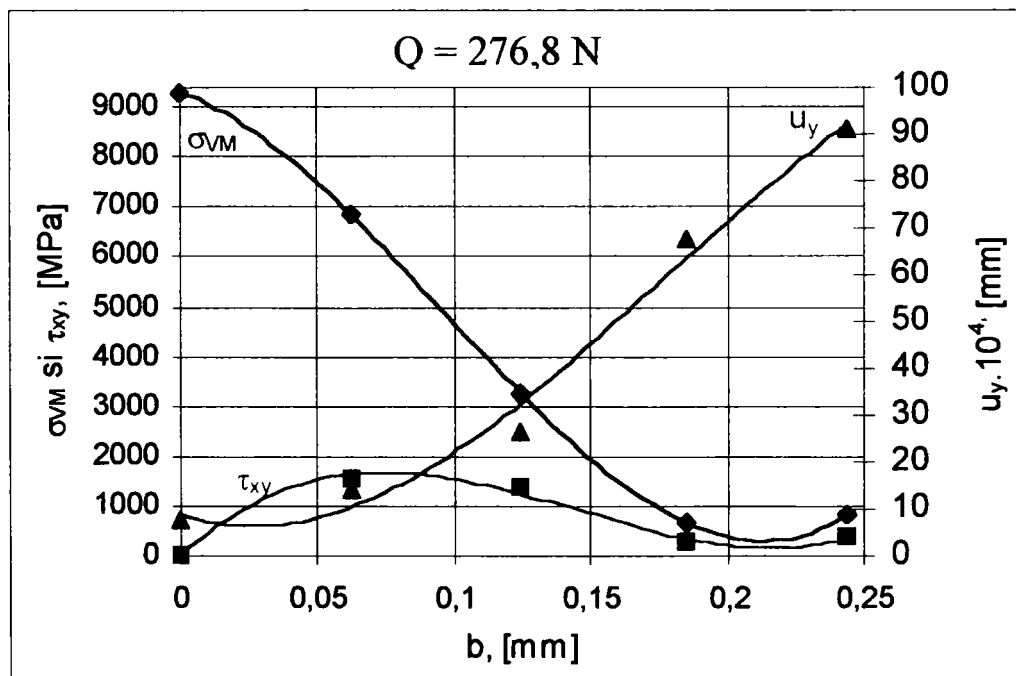


Fig.5.41. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 276,8 \text{ N}$

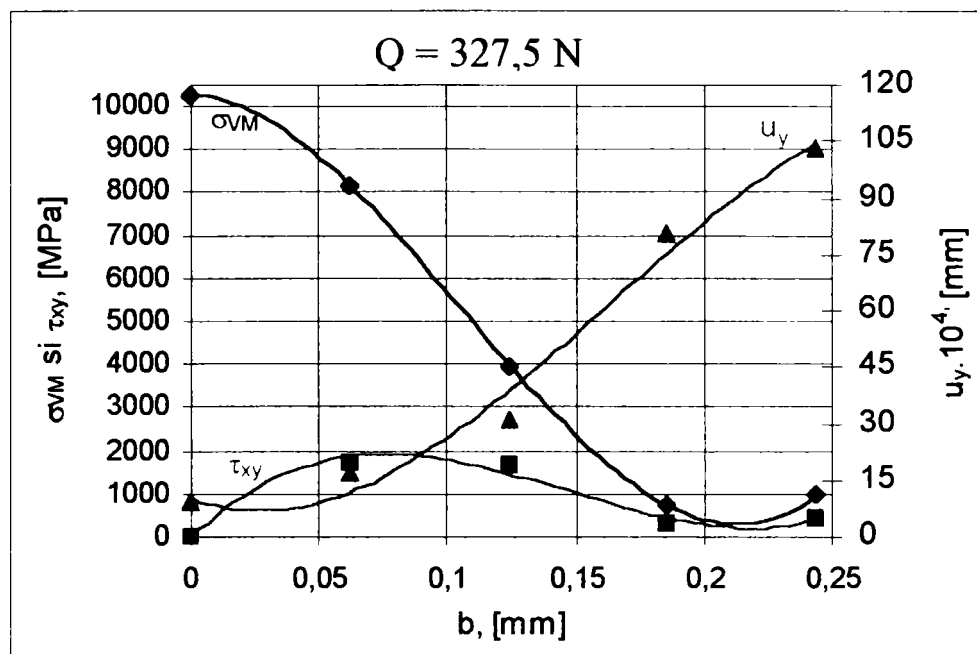


Fig.5.42. Variația tensiunilor σ_{VM} , τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 327,5$ N

Rezultatele obținute în cazul contactului a două sârme având diametre diferite nu diferă semnificativ de cele obținute în cazul contactului a două sârme identice, starea de tensiune și deformație fiind aceeași pentru cele două sârme.

Tensiunea echivalentă σ_{VM} [MPa] are valoarea maximă la mijlocul fâșiei de contact, scăzând către extremitățile acesteia până la o valoare de 10 ori mai mică. Totuși maximul valorilor tensiunilor echivalente Von Mises este cu aproximativ 200 [MPa] superior celui corespunzător contactului a două sârme identice, pentru fiecare caz de încărcare.

Tensiunea tangențială τ_{xy} [MPa] este zero în centrul fâșiei de contact, unde se realizează starea de compresiune triaxială. Valoarea maximă a tensiunii tangențiale corespunde valorii semilățimii fâșiei de contact $b = 0,063$ mm, scăzând apoi către extremitățile acesteia. În același timp, maximul tensiunilor tangențiale τ_{xy} este cu aproximativ 50 [MPa] mai mare decât valoarea corespunzătoare în cazul contactului a două sârme de diametre egale.

Aceste diferențe observate apar doar pentru valorile forței de apăsare a celor două sârme mai mari decât $Q = 73,7$ N.

Valorile deplasărilor rezultante pentru cele două sârme aflate în contact nu diferă semnificativ față de cele obținute în cazul contactului a două sârme de diametre egale.

5.7. MODELAREA NUMERICĂ CU ELEMENTE FINITE A SOLICITĂRII DE CONTACT DINTRE O SUPRAFAȚĂ CILINDRICĂ ȘI UNA CONCAVĂ

S-a simulat contactul dintre un cilindru cu raza $R_1 = 0,625 \text{ mm}$ și o cavitate cilindrică cu raza $R_2 = 0,6313 \text{ mm}$ ($R_1/R_2 = 0,99$). Din punct de vedere fizic diferențele de diametru dintre suprafețele aflate în contact sunt mici.

Deoarece tensiunile maxime se dezvoltă în jurul zonei de contact, modelul de calcul utilizat (Fig.5.43) prezintă o modificare a geometriei suprafeței de contact.

Acest lucru este posibil ca urmare a asocierii pentru elementele finite de contact, ca și constante reale, a distanțelor reale calculate ținând seama de geometria reală (Fig.5.44).

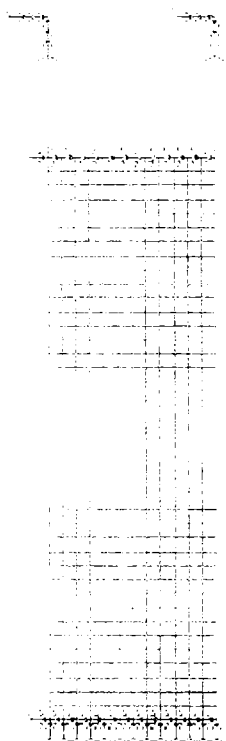
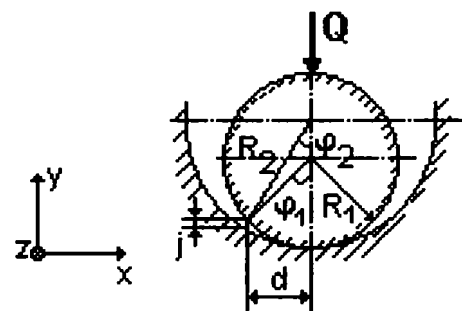


Fig.5.43.

Modelarea cu elemente finite a solicitării de contact



$$\text{jocul } j = (R_2 \cos \varphi_2 - R_1 \cos \varphi_1)$$

$$\text{distanța } d = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 \text{ [mm]}$$

Fig.5.44.

Geometria reală a contactului analizat

Modelul de calcul conține 651 elemente finite de tip patrulater pentru starea plană de deformare și 416 noduri. Condițiile pe contur constau în împiedicarea deplasării pe orizontală a elementelor din zona opusă contactului, care sunt apoi încărcate cu sarcină normală uniform distribuită pe unitatea de lungime pentru simularea contactului dintre cele două corpuri. Modelul de calcul cuprinde și cele două elemente finite TRUSS 2D de rigiditate mică, elemente tip bară cu articulații la capete pentru împiedicarea deplasării pe verticală și orizontală.

Identificarea elementelor finite PLANE 2D, a elementelor de contact tip GAP și a nodurilor pentru cilindru și cavitatea cilindrică aflate în contact se poate realiza din Fig.5.45, ..., Fig.5.49.

15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
14	29	44	59	74	89	104	119	134	149	164	179
13	28	43	58	73	88	103	118	133	148	163	178
12	27	42	57	72	87	102	117	132	147	162	177
11	26	41	56	71	86	101	116	131	146	161	176
10	25	40	55	70	85	100	115	130	145	160	175
9	24	39	54	69	84	99	114	129	144	159	174
8	23	38	53	68	83	98	113	128	143	158	173
7	22	37	52	67	82	97	112	127	142	157	172
6	21	36	51	66	81	96	111	126	141	156	171
5	20	35	50	65	80	95	110	125	140	155	170
4	19	34	49	64	79	94	109	124	139	154	169
3	18	33	48	63	78	93	108	123	138	153	168
2	17	32	47	62	77	92	107	122	137	152	167
1	16	31	46	61	76	91	106	121	136	151	166

Fig.5.45. Numerotarea elementelor cilindrului de rază $R_1 = 0,625 \text{ mm}$

361	363	365	367	369	371	373	372	370	368	366	364	362
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Fig.5.46. Numerotarea elementelor de contact tip GAP

195	210	225	240	255	270	285	300	315	330	345	360
194	209	224	239	254	269	284	299	314	329	344	359
193	208	223	238	253	268	283	298	313	328	343	358
192	207	222	237	252	267	282	297	312	327	342	357
191	206	221	236	251	266	281	296	311	326	341	356
190	205	220	235	250	265	280	295	310	325	340	355
189	204	219	234	249	264	279	294	309	324	339	354
188	203	218	233	248	263	278	293	308	323	338	353
187	202	217	232	247	262	277	292	307	322	337	352
186	201	216	231	246	261	276	291	306	321	336	351
185	200	215	230	245	260	275	290	305	320	335	350
184	199	214	229	244	259	274	289	304	319	334	349
183	198	213	228	243	258	273	288	303	318	333	348
182	197	212	227	242	257	272	287	302	317	332	347
181	196	211	226	241	256	271	286	301	316	331	346

Fig.5.47. Numerotarea elementelor cavității cilindrice de rază $R_2 = 0,6313 \text{ mm}$

224 240 256 272 288 304 320 336 352 368 384 400 416
 223 239 255 271 287 303 319 335 351 367 383 399 415
 222 238 254 270 286 302 318 334 350 366 382 398 414
 221 237 253 269 285 301 317 333 349 365 381 397 413
 220 236 252 268 284 300 316 332 348 364 380 396 412
 219 235 251 267 283 299 315 331 347 363 379 395 411
 218 234 250 266 282 298 314 330 346 362 378 394 410
 217 233 249 265 281 297 313 329 345 361 377 393 409
 216 232 248 264 280 296 312 328 344 360 376 392 408
 215 231 247 263 279 295 311 327 343 359 375 391 407
 214 230 246 262 278 294 310 326 342 358 374 390 406
 213 229 245 261 277 293 309 325 341 357 373 389 405
 212 228 244 260 276 292 308 324 340 356 372 388 404
 211 227 243 259 275 291 307 323 339 355 371 387 403
 210 226 242 258 274 290 306 322 338 354 370 386 402

Fig.5.48. Numerotarea nodurilor cilindrului de rază $R_1 = 0,625 \text{ mm}$

16 32 48 64 80 96 112 128 144 160 176 192 208
 15 31 47 63 79 95 111 127 143 159 175 191 207
 14 30 46 62 78 94 110 126 142 158 174 190 206
 13 29 45 61 77 93 109 125 141 157 173 189 205
 12 28 44 60 76 92 108 124 140 156 172 188 204
 11 27 43 59 75 91 107 123 139 155 171 187 203
 10 26 42 58 74 90 106 122 138 154 170 186 202
 9 25 41 57 73 89 105 121 137 153 169 185 201
 8 24 40 56 72 88 104 120 136 152 168 184 200
 7 23 39 55 71 87 103 119 135 151 167 183 199
 6 22 38 54 70 86 102 118 134 150 166 182 198
 5 21 37 53 69 85 101 117 133 149 165 181 197
 4 20 36 52 68 84 100 116 132 148 164 180 196
 3 19 35 51 67 83 99 115 131 147 163 179 195
 2 18 34 50 66 82 98 114 130 146 162 178 194
 1 17 33 49 65 81 97 113 129 145 161 177 193

Fig.5.49. Numerotarea nodurilor cavității cilindrice de rază $R_2 = 0,6313 \text{ mm}$

Rezultatele obținute în urma rulării programului sunt post-procesate atât în benzi de egală tensiune în Fig.5.50, Fig.5.51 și Fig.5.52, respectiv în benzi de egală deplasare în Fig.5.53, dar și tabelar (Tabelul 5.3), respectiv grafic în Fig.5.54, ..., Fig.5.59.

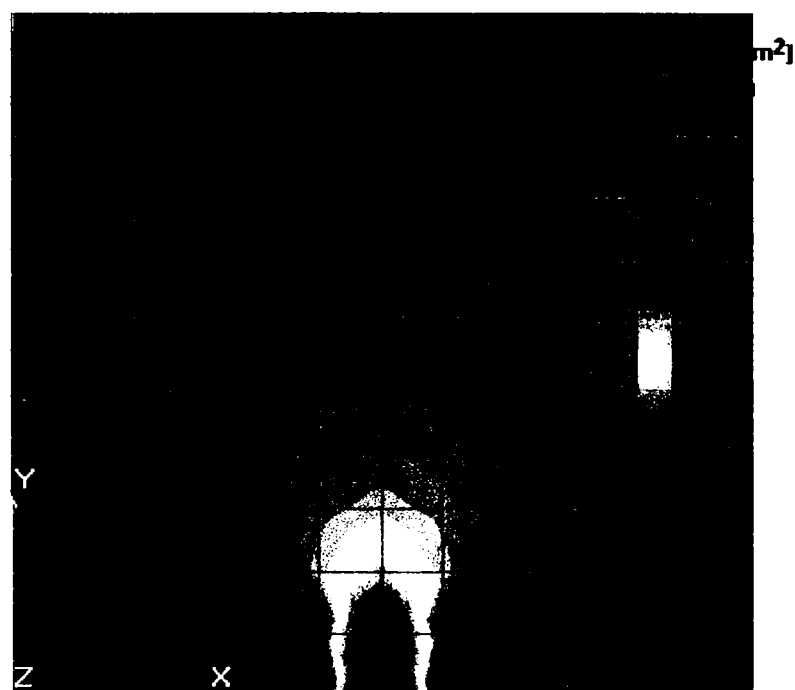


Fig.5.50. Tensiunea normală σ_y [MPa] pentru cilindrul de rază $R_1 = 0,625$ mm, cazul de încărcare $Q = 21$ N

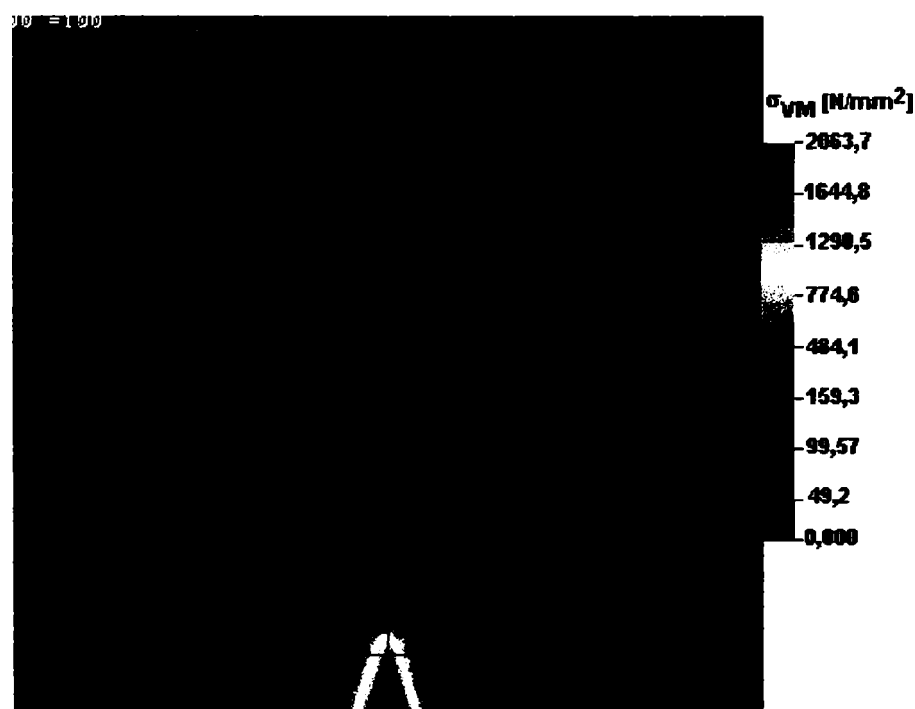


Fig.5.51. Tensiunea echivalentă Von Mises σ_{VM} [MPa] pentru cilindrul de rază $R_1 = 0,625$ mm, cazul de încărcare $Q = 21$ N

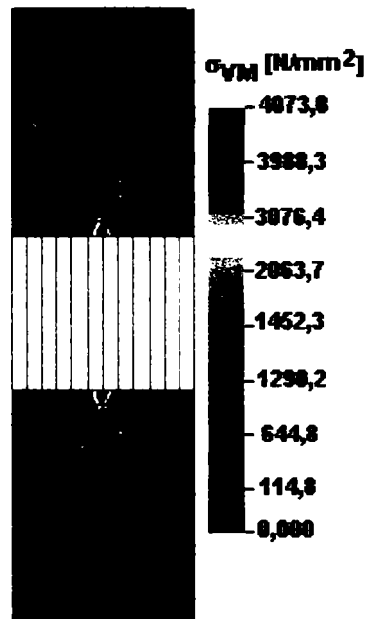


Fig.5. 52. Tensiunea echivalentă Von Mises σ_{VM} [MPa] pentru modelul de solicitare considerat, cazul de încărcare $Q = 45 N$

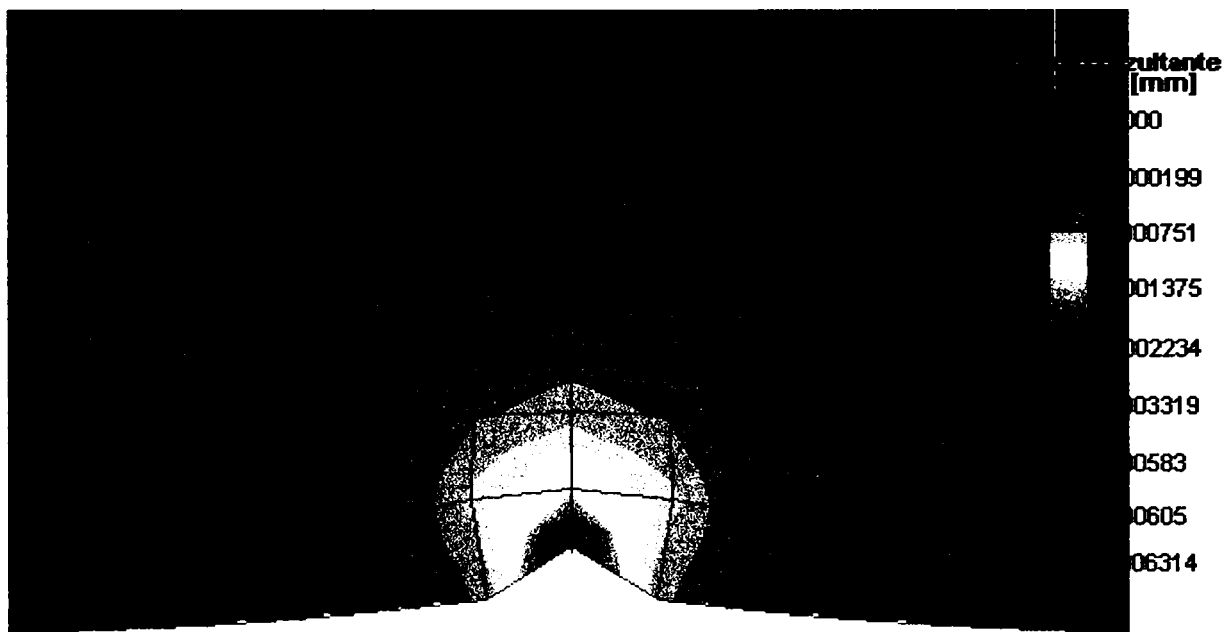


Fig.5.53. Deplasările rezultante [mm] pentru cilindrul de rază $R_1 = 0,625 mm$, cazul de încărcare $Q = 21 N$

Tensiunea echivalentă σ_{VM} [MPa] are valoarea maximă în centrul fâșiei de contact, scăzând către extremitățile acesteia.

Tensiunea tangențială τ_{xy} [MPa] este zero în centrul fâșiei de contact, unde se realizează starea de compresiune triaxială. Valoarea maximă a tensiunii tangențiale corespunde valorii semilățimii fâșiei de contact $b = 0,0545 mm$, scăzând apoi către extremitățile acesteia.

Deplasarea pe verticală este maximă la mijlocul fâșiei de contact, situație vizualizată prin reprezentarea stării de deformație în benzi de egală deplasare pe poziția deformată a cilindrului (Fig.5.53).

Rezultatele analizei cu elemente finite pentru contactul studiat.

Tabelul 5.3

Forța de apăsare, Q [N]	Tensiunea echivalentă, σ_{VM} [N/mm ²]	Semilățimea fâșiei de contact, b [mm]	Tensiunea tangențială, τ_{xy} [N/mm ²]	Deplasarea pe verticală, $u_y \cdot 10^4$ [mm]
1	2	3	4	5
	644,8	0	0	9,71
	242,1	0,05447234	9,5	4,95
	49,79	0,10894467	7,92	4,0
6,58	19,58	0,16341702	1,35	3,2
	15,39	0,21788935	-1,73	2,73
	6,72	0,2723617	-2,04	2,35
	3,75	0,32683404	-1,6	1,99
	1290	0	0	19,4
	484,1	0,05447234	190,1	9,9
	99,57	0,10894467	1,58	8,0
13,16	39,1	0,16341702	2,71	6,41
	30,7	0,21788935	-3,46	5,47
	13,4	0,2723617	-4,08	4,69
	7,4	0,32683404	-3,2	3,97
	2063	0	0	31
	774,6	0,05447234	3,04	15,8
	159,3	0,10894467	2,53	12,8
21,07	62,6	0,16341702	4,35	10,2
	49,2	0,21788935	-5,54	8,76
	21,5	0,2723617	-6,54	7,51
	11,86	0,32683404	-5,1	6,36
	3869	0	0	58,3
	1452	0,05447234	570,2	29,7
	298,7	0,10894467	47,5	24
39,5	117,5	0,16341702	8,15	19,2
	92,33	0,21788935	-10,39	16,4
	40,33	0,2723617	-12,27	14,1
	22,23	0,32683404	-9,62	11,9
	3988	0	0	60,5
	1495	0,05447234	581,6	31,1
	334	0,10894467	48,87	25,5
41,5	114,8	0,16341702	13,9	20,2
	98,36	0,21788935	-10,57	17
	42,52	0,2723617	-12,85	14,8
	23,49	0,32683404	-10,17	12,5
	4073	0	0	63,14
	1519	0,05447234	579,5	33,19
	399	0,10894467	44,22	28,09
44,87	109,7	0,16341702	26,27	22,34
	98,47	0,21788935	-5,746	18,9
	47,47	0,2723617	-13,64	16,21
	26,16	0,32683404	-11,19	13,75

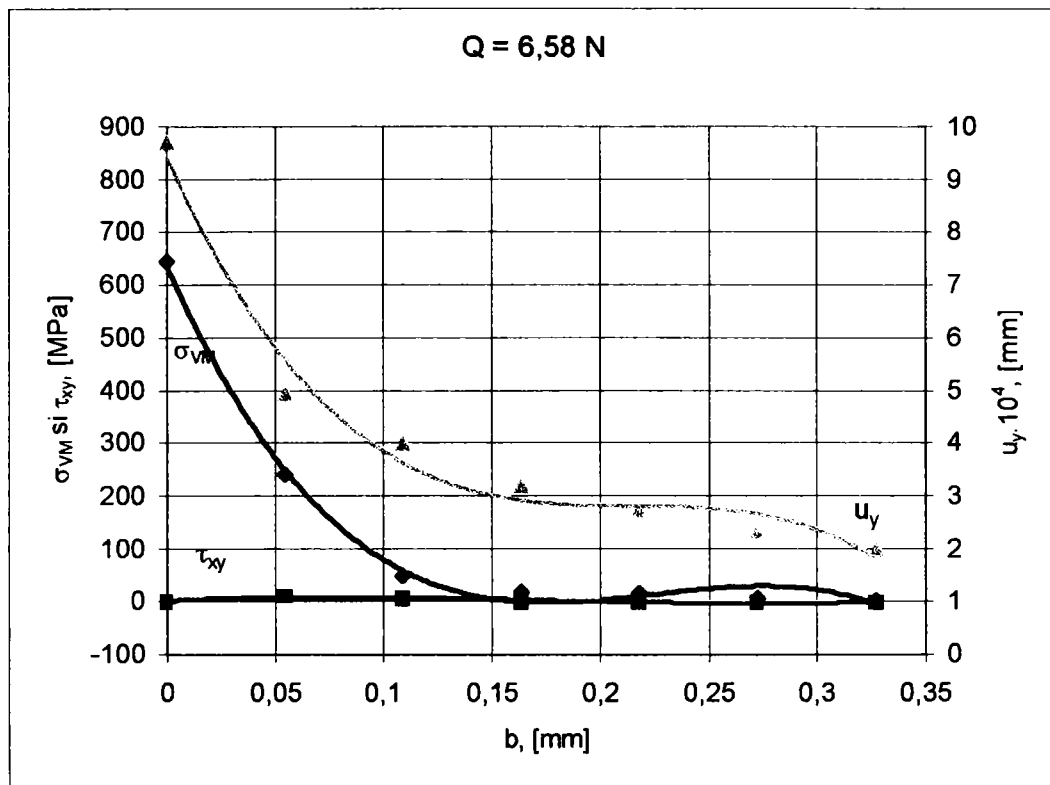


Fig.5.54. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 6,58 N$

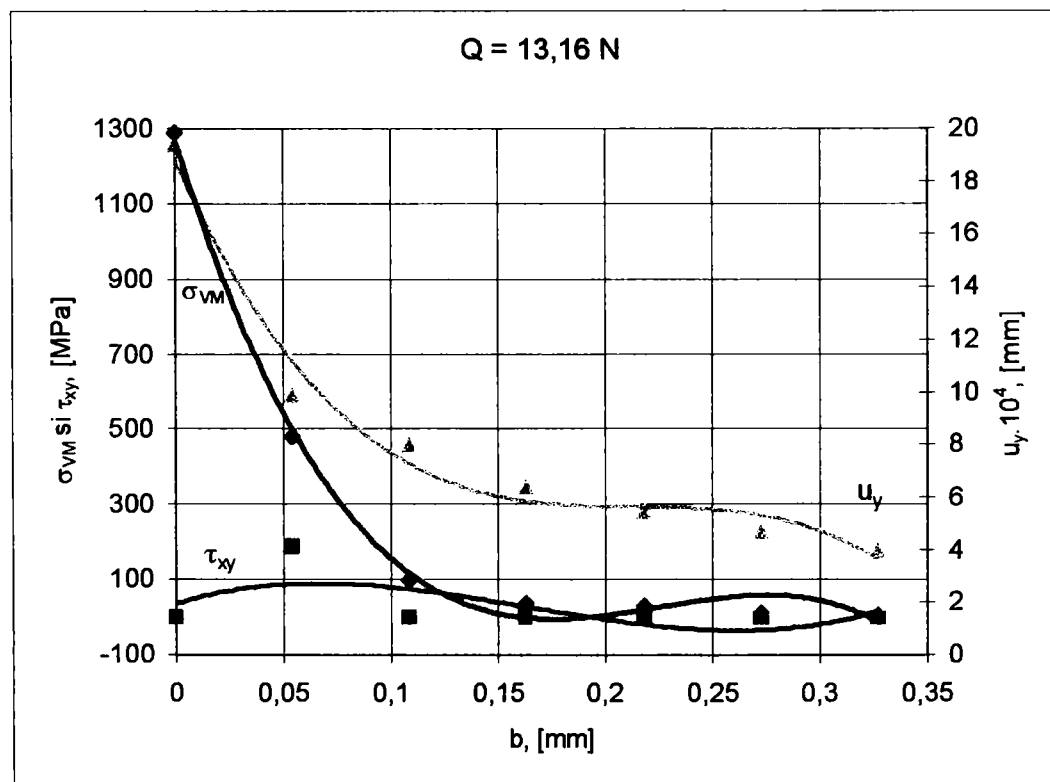


Fig.5.55. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 13,16 N$

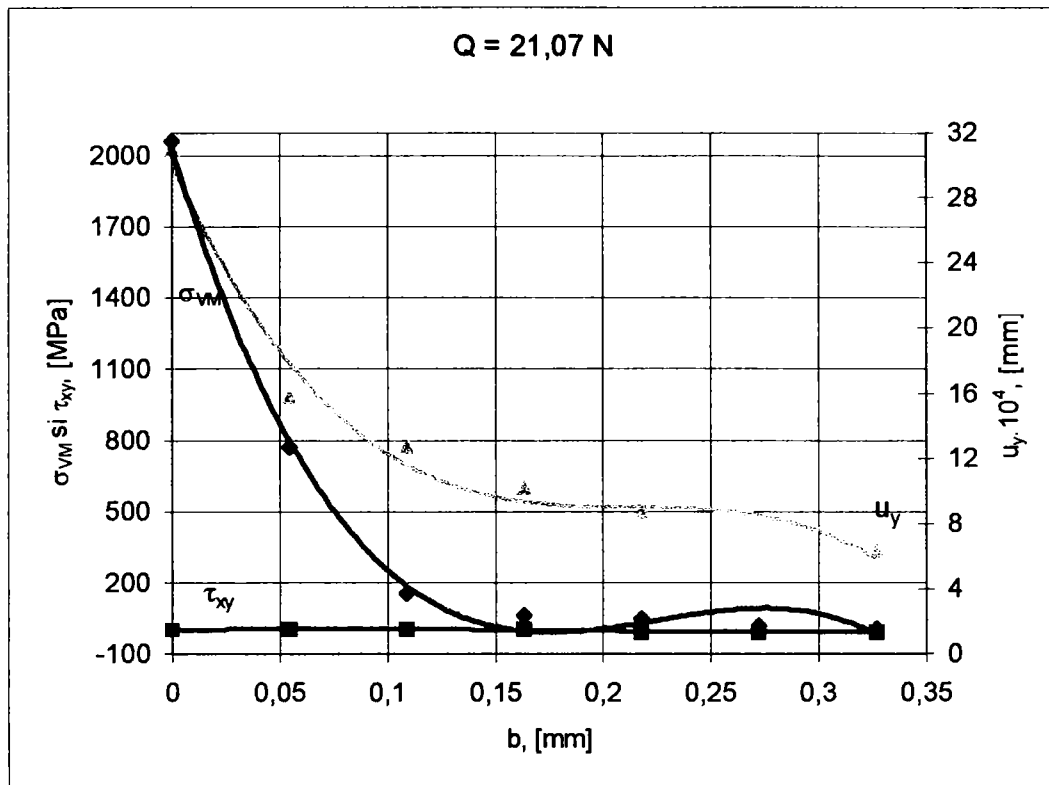


Fig.5.56. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 21,07 N$

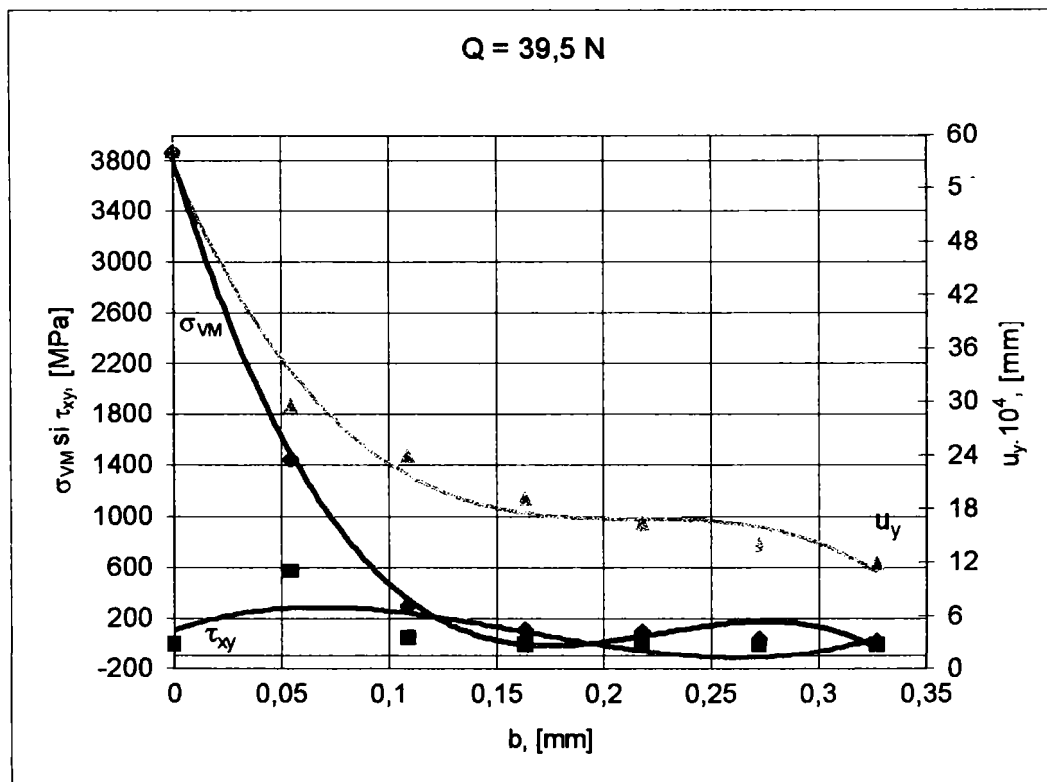


Fig.5.57. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 39,5 N$

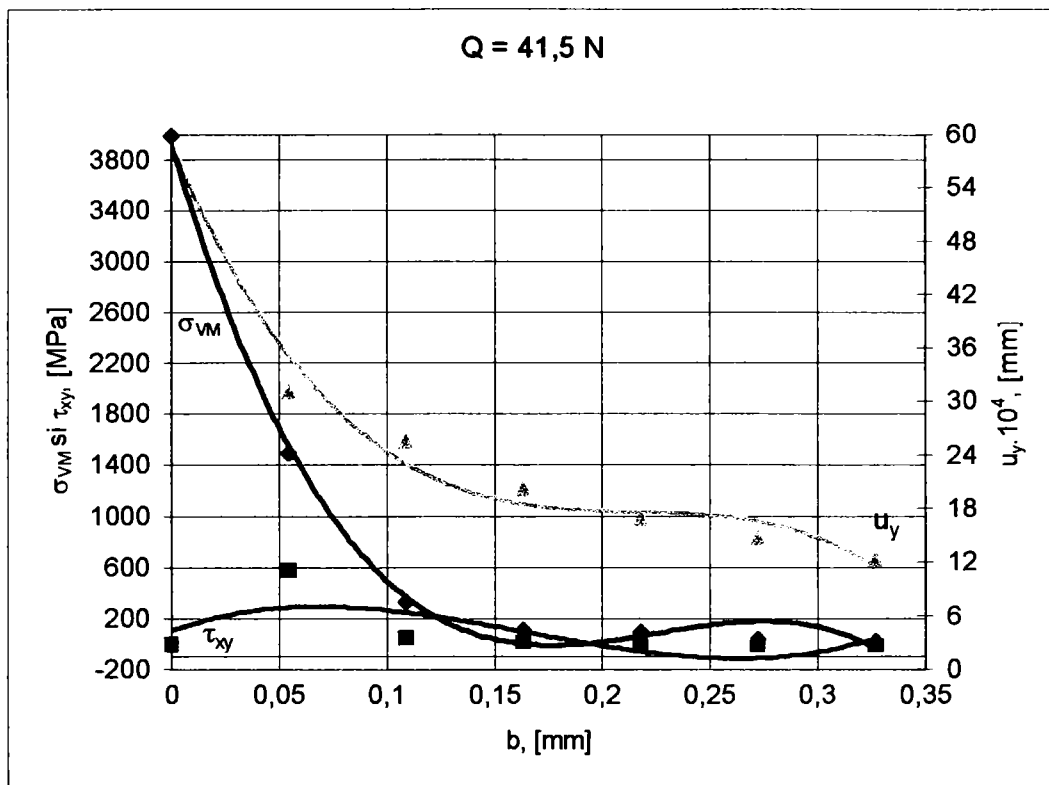


Fig.5.58. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 41,5 \text{ N}$

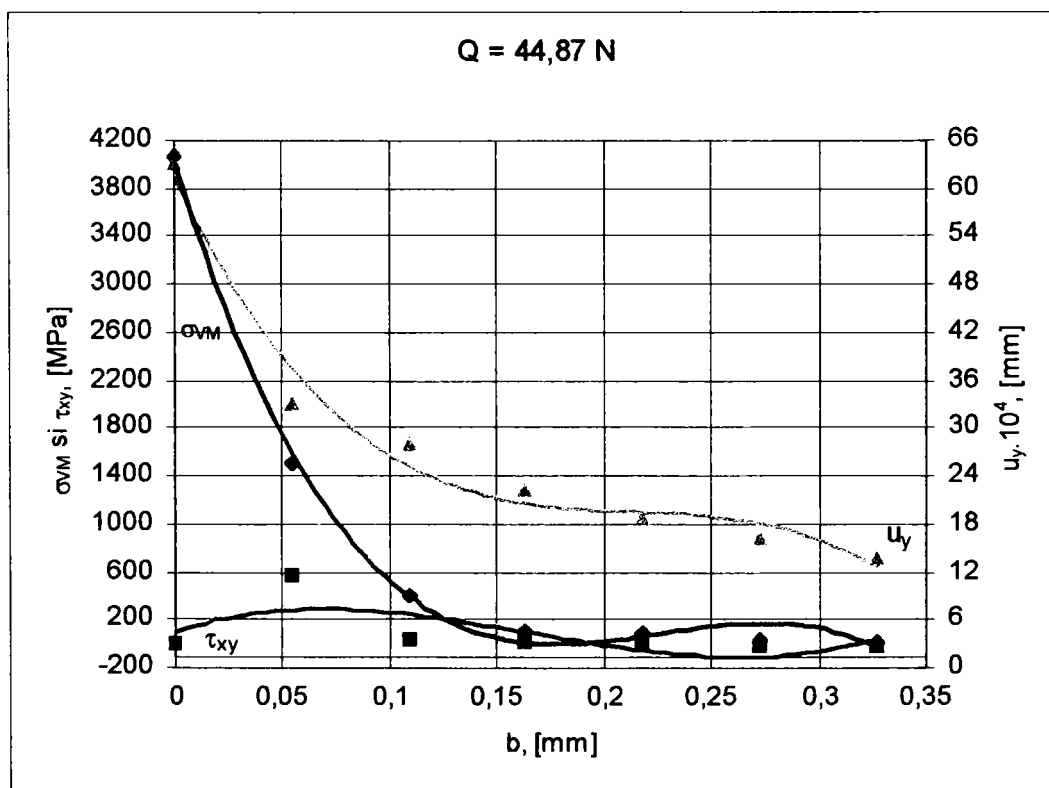


Fig.5.59. Variația tensiunilor σ_{VM} ; τ_{xy} [MPa] și a deplasării verticale pe semilățimea fâșiei de contact b [mm], pentru cazul de încărcare $Q = 44,87 \text{ N}$

5.8. MODELAREA NUMERICĂ CU ELEMENTE FINITE A CONTACTULUI DINTRE TOROANELE UNUI CABLU

Contactul dintre inima centrală și toroanele unui cablu a fost echivalat cu contactul unor cilindri cu axe paralele, problemă analizată în subcapitolele (5.5), respectiv (5.6). Datorită simetriei geometrice și a încărcării s-a analizat cazul inimii centrale în contact cu 3 toroane învecinate, dispuse ca în Fig.5.60.

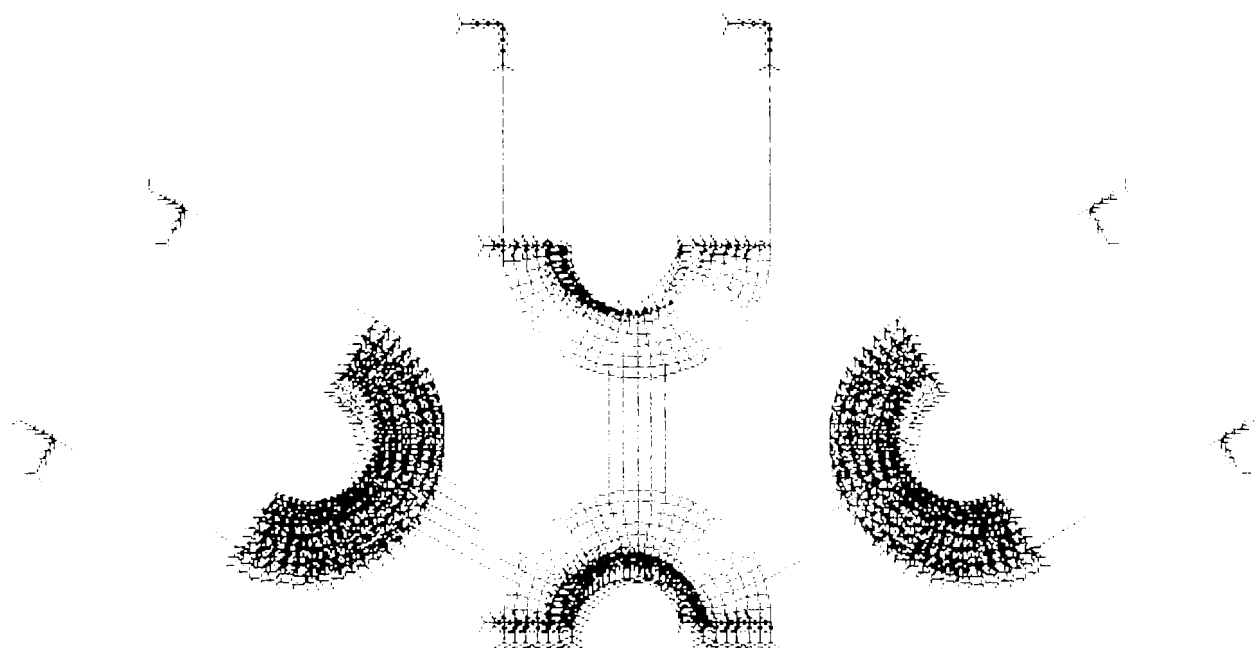
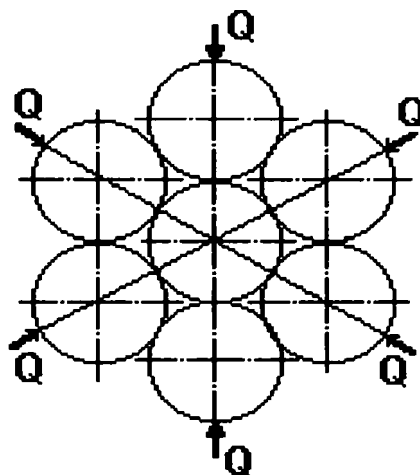


Fig.5.60. Modelarea cu elemente finite a solicitării de contact dintre sârmele unui cablu, fără frecare între ele (751 elemente; 874 noduri)

Rezultatele analizei cu elemente finite sunt post-procesate în benzi de egală tensiune în Fig.5.61,..., Fig.5.68, respectiv în benzi de egală deplasare în Fig.5.69 și Fig.5.70. Din Fig.5.64 se observă că starea de tensiune dintr-o sârmă nu influențează starea de tensiune din sârmele vecine aflate în contact, deci există o simetrie a stării de tensiune și deformație în sârmele împletite în cablu, în conformitate cu teoria [9].

Comparativ cu contactul sârmelor având același diametru când tensiunile σ_{VM} maxime ating 5502,8 MPa, în cazul cablului există un *efect de compensare* care reduce de aproximativ 3 ori nivelul tensiunilor σ_{VM} maxime care ating 2166,7 MPa. Acest fenomen este specific unei stări triaxiale de tensiune.

Un fapt similar se petrece și cu tensiunile σ_y maxime. Ele scad tot de aproximativ 3 ori: de la 6337,6 MPa pentru cazul contactului dintre două sârme de

același diametru la 2226,1 MPa la contactul simetric dintre inima centrală și cele 3 toroane.

Din Fig.5.69 și Fig.5.70 se observă că și valorile deplasărilor rezultante se reduc de aproximativ 3 ori în cazul contactului simetric dintre inima centrală și cele 3 toroane, comparativ cu contactul dintre două sârme de același diametru.

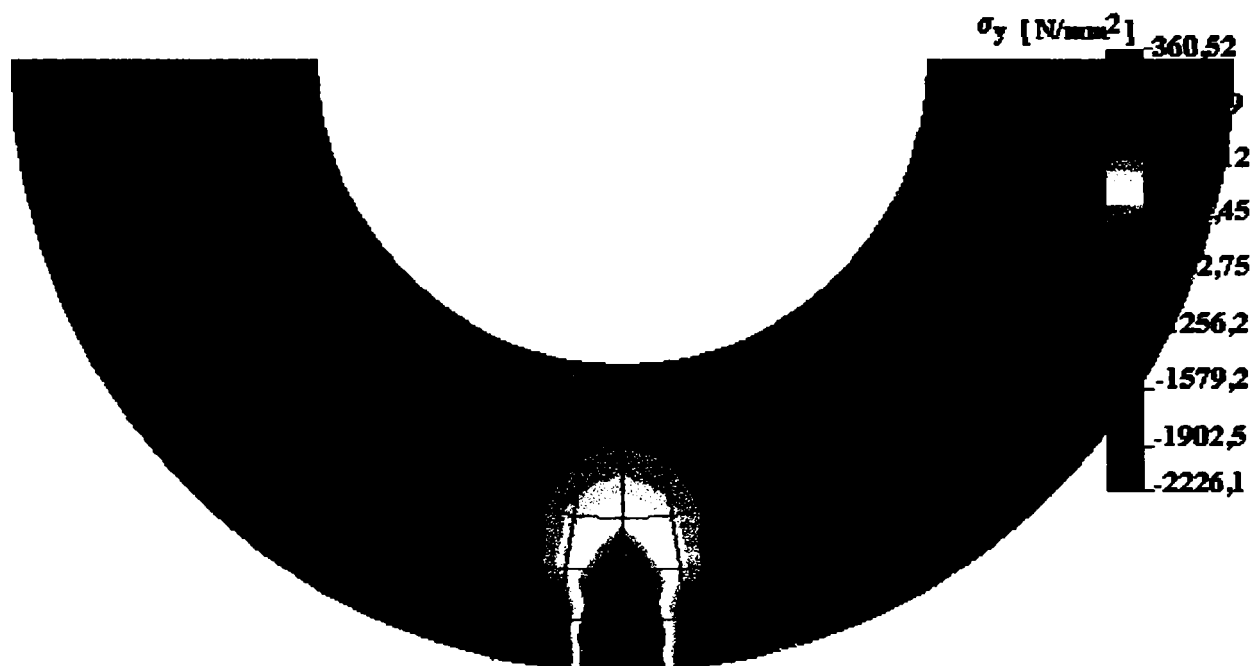


Fig.5.61. Tensiunea normală σ_y [MPa] pentru sârma din stratul exterior, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

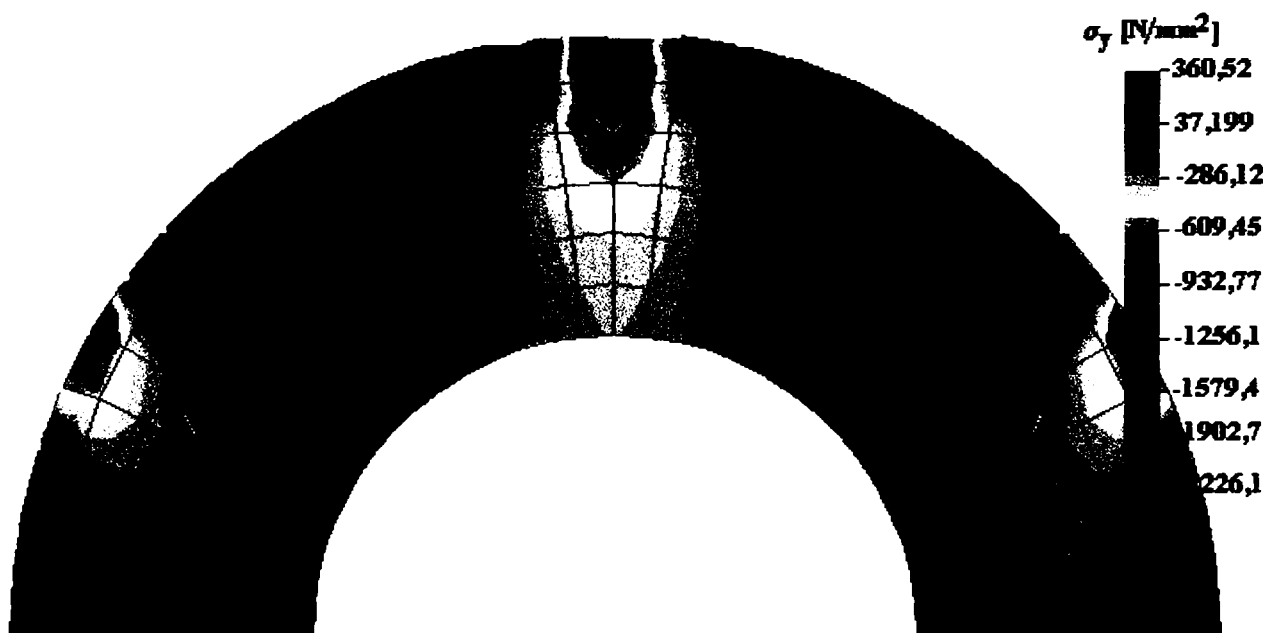


Fig.5.62. Tensiunea normală σ_y [MPa] pentru sârma centrală, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

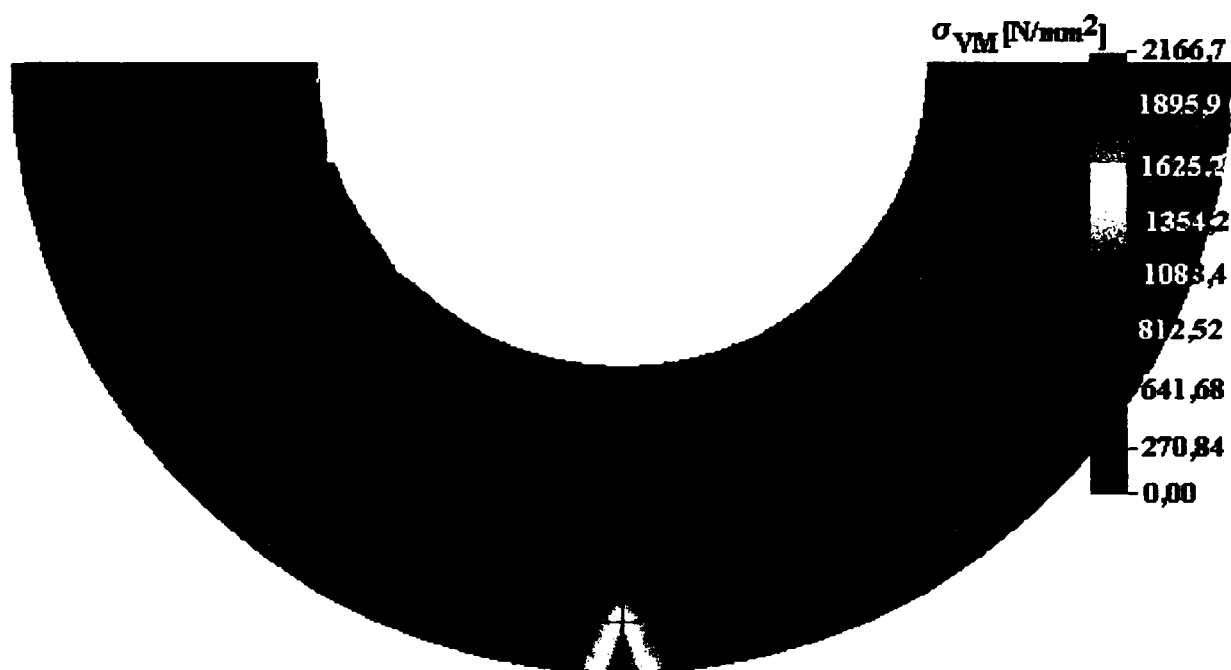


Fig.5.63. Tensiunea echivalentă σ_{VM} [MPa] pentru sârma din stratul exterior, cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

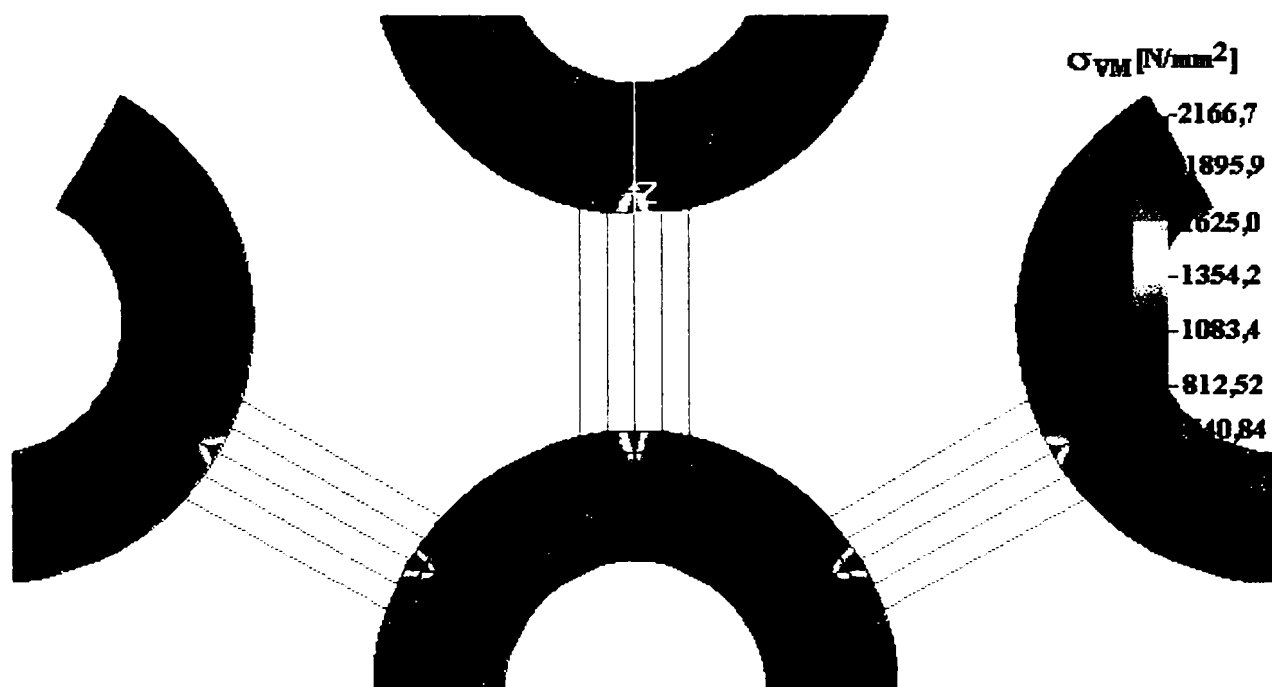


Fig.5.64. Tensiunea echivalentă Von Mises σ_{VM} [MPa] pentru modelul de solicitare considerat, cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

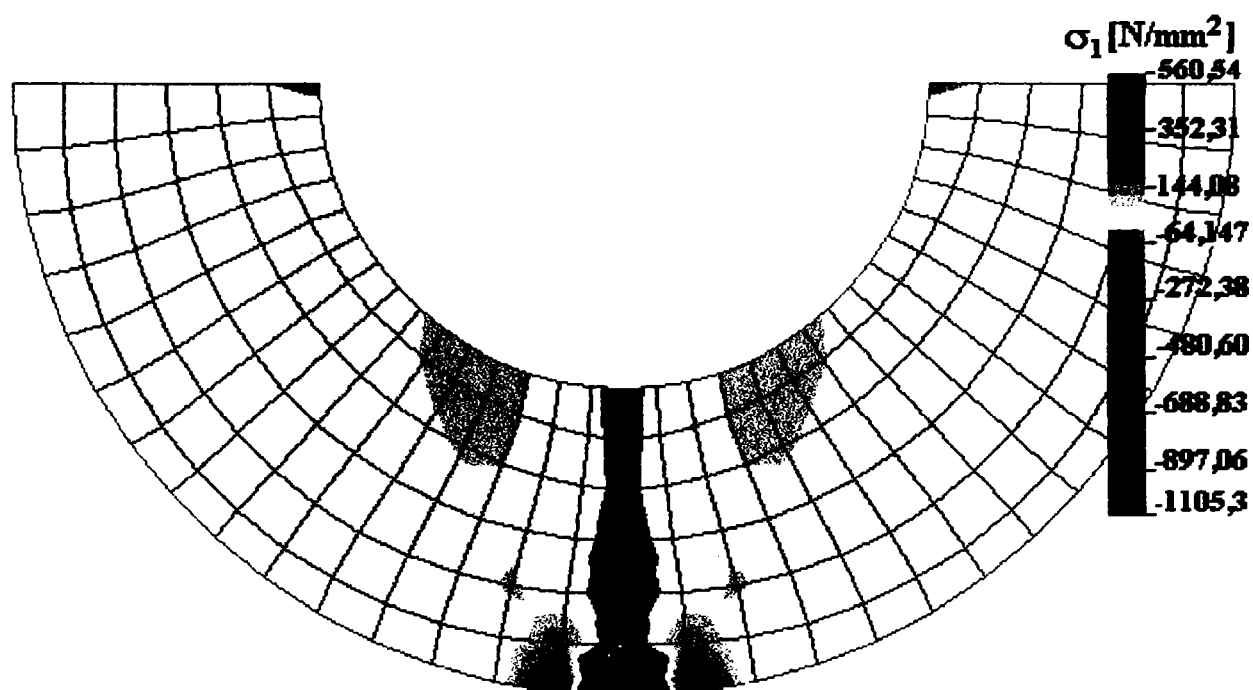


Fig.5.65. Tensiunea normală principală σ_1 [MPa] pentru sârma din stratul exterior, cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

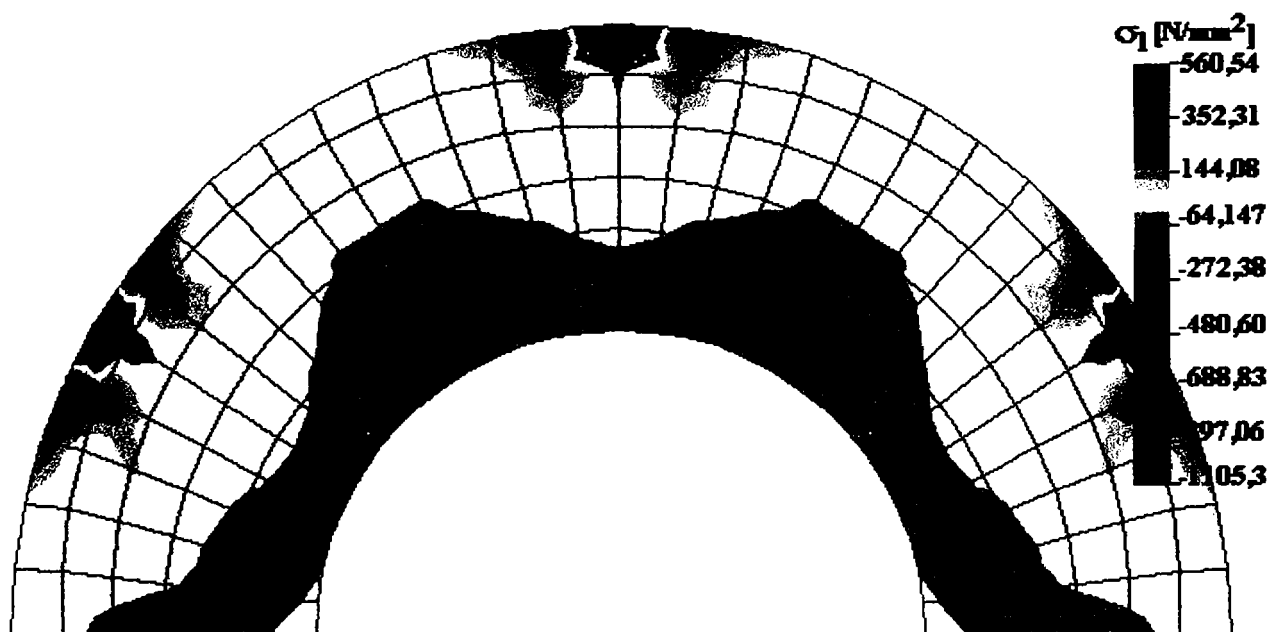


Fig.5.66. Tensiunea normală principală σ_1 [MPa] pentru sârma centrală, cazul de încărcare $Q = 73,7$ N

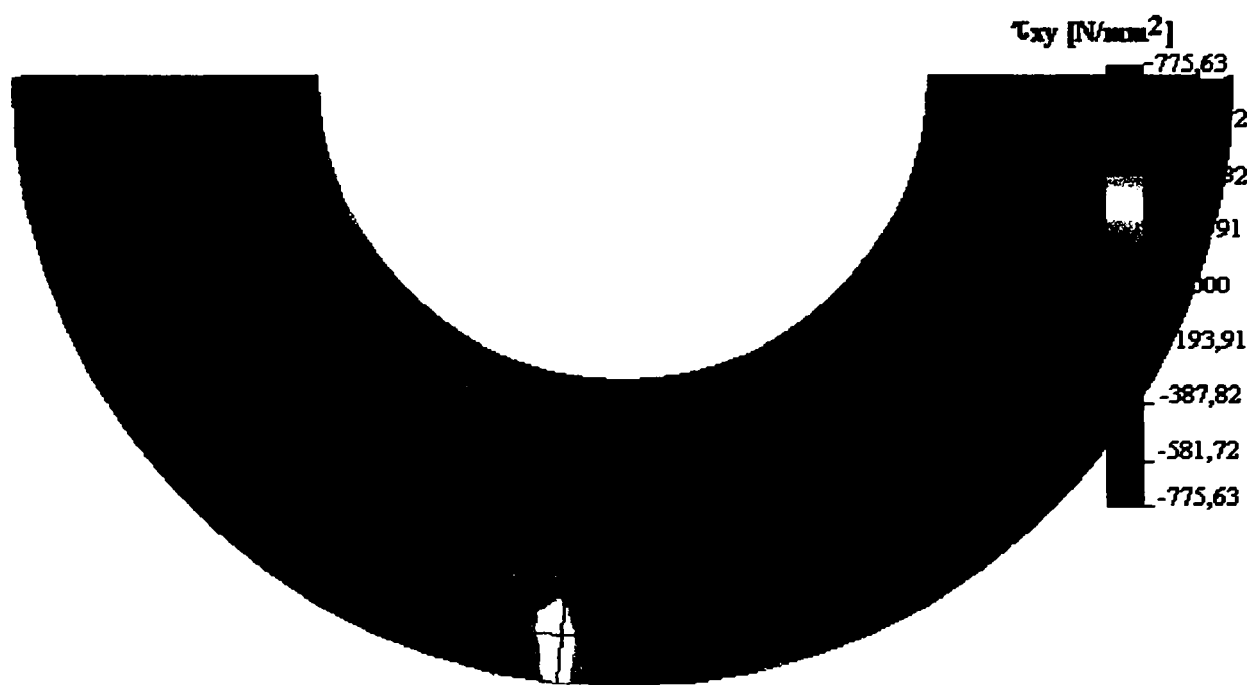


Fig.5.67. Tensiunea tangențială τ_{xy} [MPa] pentru sârma din stratul exterior, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

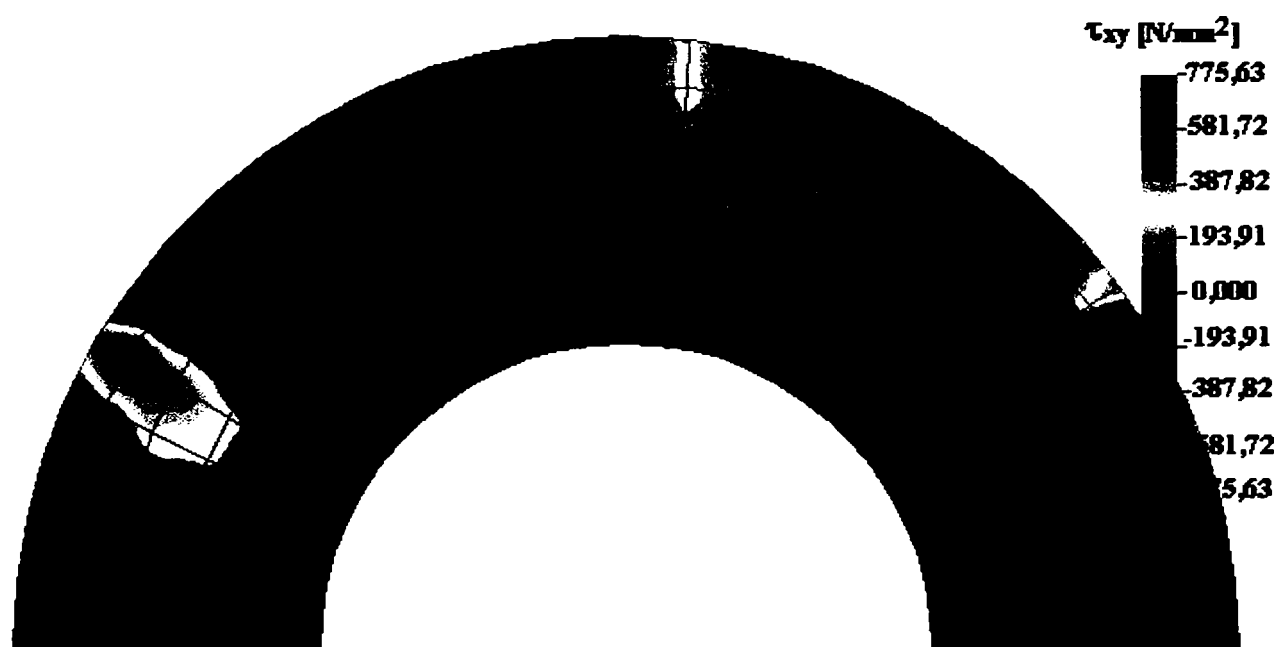


Fig.5.68. Tensiunea tangențială τ_{xy} [MPa] pentru sârma centrală, cazul de încărcare $Q = 73,7 \text{ N}$

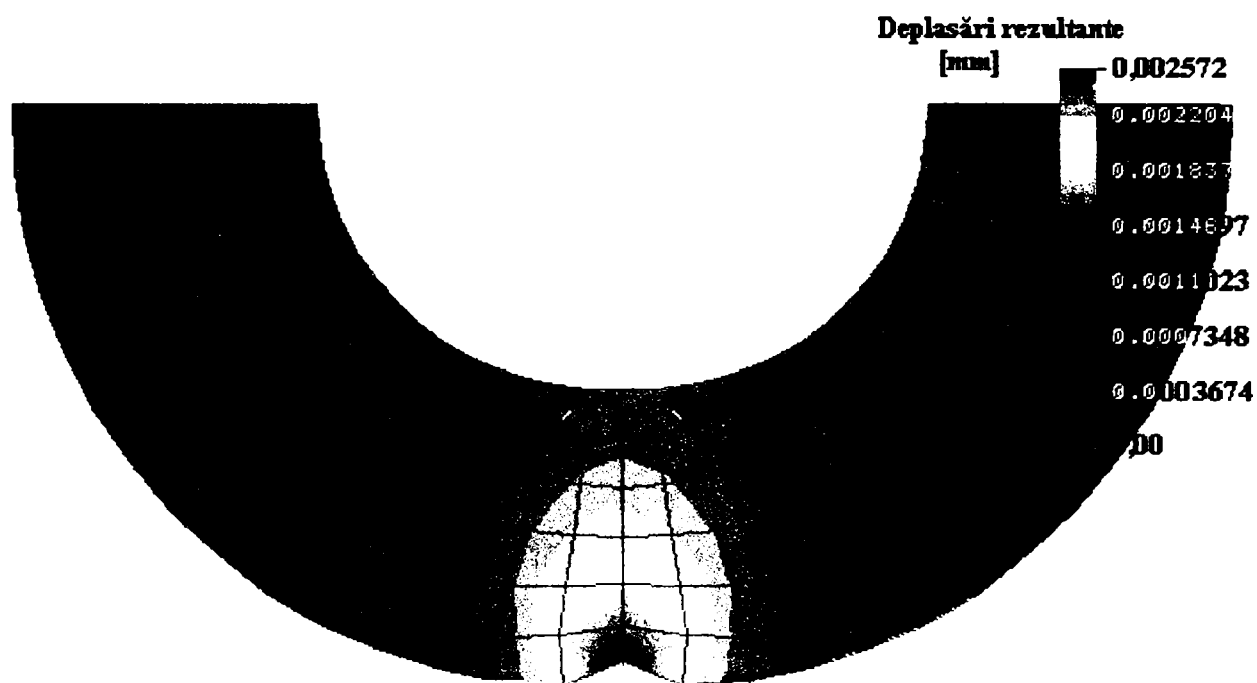


Fig.5.69. Deplasările rezultante [mm] pentru sârma din stratul exterior, cazul de încărcare $Q = 73,7 N$

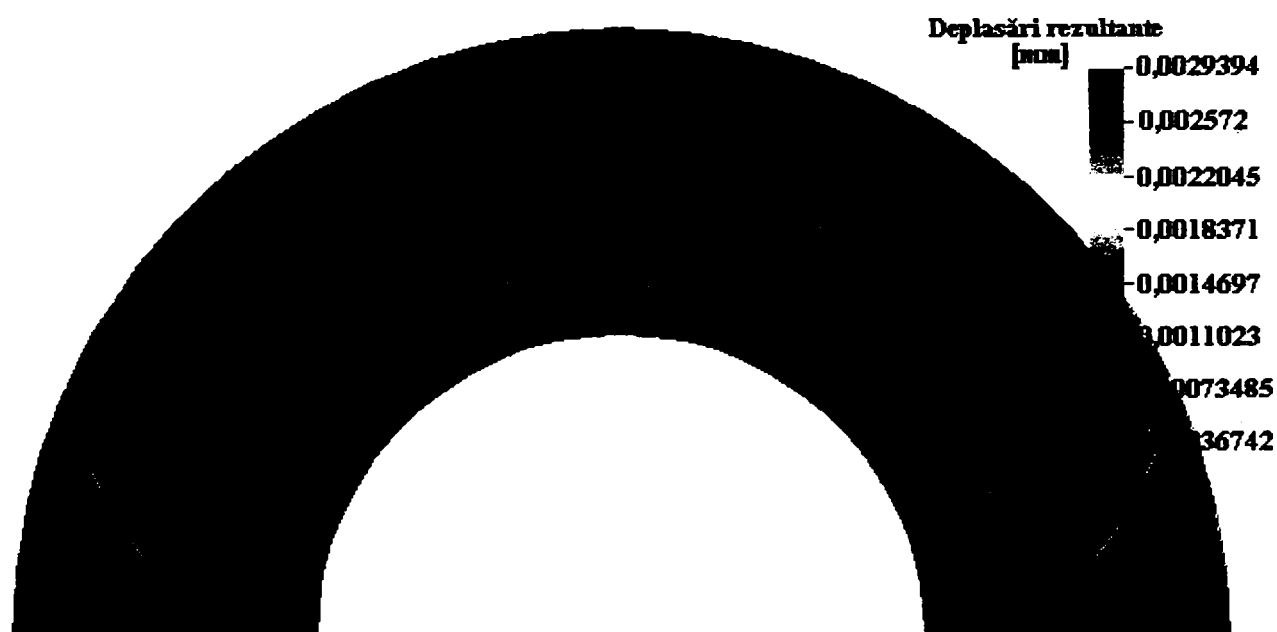


Fig.5.70. Deplasările rezultante [mm] pentru sârma centrală, cazul de încărcare $Q = 73,7 N$

CAPITOLUL VI

STUDIUL DURABILITĂȚII SÂRMELOR DIN CABLURILE DE OȚEL PRIN ANALIZA NUMERICĂ CU METODA ELEMENTELOR FINITE

6.1. POSIBILITĂȚILE DE UTILIZARE A MODULULUI FSTAR [124]

Utilizând modulul FSTAR din cadrul pachetului de programe COSMOS/M 2.5 se poate studia comportarea și adaptabilitatea unor componente mecanice ale instalațiilor specifice supuse unor solicitări ciclice și încărcărilor termice. Pentru calculele de rezistență la solicitări variabile este valabil criteriul PLM de cumulare a degradărilor.

Modulul de oboseală FSTAR le asigură inginerilor posibilitatea de a realiza un calcul la solicitări variabile al structurilor de rezistență prin utilizarea bazei de date create de modulul *tensiuni* din pachetul de programe COSMOS/M 2.5. Analiza la oboseală se poate efectua ușor și rapid pentru a determina durabilitatea unei structuri și a preciza zona critică de rupere la oboseală.

6.2. DEFINIREA NOȚIUNII FENOMENOLOGICE DE DEGRADARE [37]

Funcționarea în serviciu sub acțiunea oricărei tensiuni ciclice conduce la degradarea prin oboseală exprimată prin numărul total de cicluri la care se produce ruperea la tensiunea aplicată.

Metoda fenomenologică abordează studiul evoluției proceselor al căror mecanism esențial se desfășoară la nivelul structurii fundamentale (atomi, molecule), prin urmărirea efectelor globale măsurabile la nivel macroscopic. Prima încercare de definire a *conceptului fenomenologic de degradare* a fost realizată de către **Newmark**, iar **Bastenaire** a introdus *conceptul stărilor de solicitare echivalente* din punct de vedere al degradării prin solicitări variabile.

Degradarea cumulativă se realizează sub acțiunea solicitărilor repetate, când se produc în materiale transformări de natura unei degradări evolutive. Unei solicitări cu amplitudinea σ_i pe o durată de n_{ij} cicluri, îi corespunde o stare de degradare S_{ij} .

Se notează:

$$(\sigma_i ; n_{ij}) \rightarrow S_{ij} \quad (6.1)$$

Semnificația indicilor: i - indicele nivelului tensiunii;

j - indicele secvenței de solicitare la nivelul i .

Spațiul stărilor de degradare este definit de mulțimea $\{S_{ij}\}$ a tuturor stărilor de degradare posibile.

Descrierea cantitativă a stării de degradare se realizează prin asocierea unui parametru de degradare și stabilirea unei relații care să descrie variația acestui parametru în funcție de parametri externi σ_i și n_{ij} , care caracterizează solicitarea. Descrierea cantitativă este *univocă* dacă la parametri de degradare egali corespund stări de degradare echivalente.

Două stări de degradare S_{ij} și S_{oj}^e produse de solicitări repetate cu amplitudini constante $(\sigma_{ij}; n_{ij})$, respectiv $(\sigma_o; n_{oj}^e)$ sunt echivalente, dacă la solicitarea subsecventă la nivelul de referință σ_o se înregistrează aceeași durabilitate remanentă până la rupere.

Echivalența dintre două stări de degradare (Fig.6.1) se notează:

$$S_{ij} \sim S_{oj}^e \quad (6.2)$$

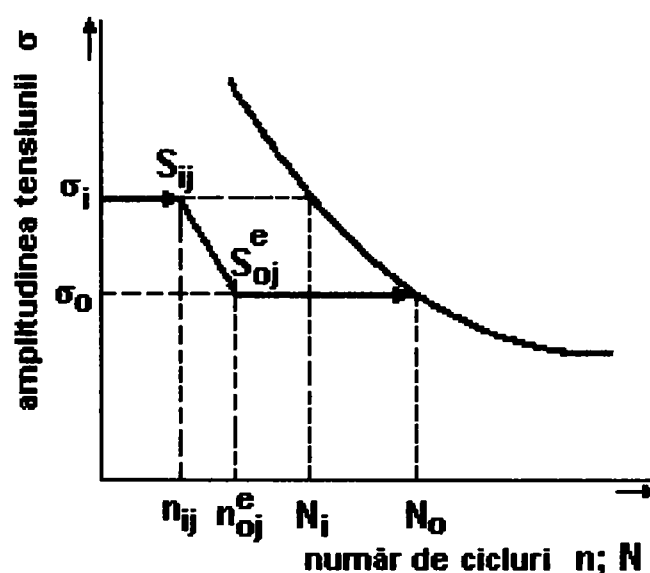


Fig.6.1. Echivalența dintre două stări de degradare

Definirea în sens fenomenologic a degradării prin solicitări variabile se poate formula astfel: prin *stare de degradare* se înțelege starea globală a materialului în care durabilitatea inițială este modificată.

Reperarea cantitativă a degradării se face prin partiția spațiului stărilor de degradare în clase de echivalență care sunt în corespondență biunivocă cu mulțimea durabilităților remanente la un nivel de referință.

6.3. CRITERIUL FENOMENOLOGIC DE DEGRADARE PLM [37]

Cel mai cunoscut criteriu fenomenologic de degradare propus de PALMGREN, LANGER și MINER postulează că stările S_{ij} și S_{0j} induse de solicitările $(\sigma_i; n_{ij})$ și $(\sigma_0; n_{0j})$ sunt echivalente în sensul relației (6.2), dacă se îndeplinește egalitatea:

$$\frac{n_{ij}}{N_i} = \frac{n_{0j}^e}{N_0} \quad (6.3)$$

unde N_i și N_0 sunt durabilitățile la solicitările cu amplitudine constantă σ_i și σ_0 .

Dar $\frac{n_{0j}^e}{N_0}$ este un *parametru de degradare*, deci relația (6.3) exprimă faptul că pentru n_{ij} cicluri la nivelul σ_i , *măsura degradării* este:

$$C_{ij} = \frac{n_{ij}}{N_i} \quad (6.4)$$

ceea ce implică că degradarea C_i aferentă unui ciclu de solicitare la nivelul σ_i este o constantă:

$$C_i = \frac{1}{N_i} \quad (6.5)$$

Dacă la solicitarea repetată până la rupere amplitudinile variază discontinuu între nivelele $i = 1, \dots, q$, atunci:

$$\sum_{i=1}^q \frac{n_i}{N_i} = 1 \quad (6.6)$$

Dacă amplitudinile au o variație continuă, atunci la rupere se îndeplinește condiția:

$$\int_0^{N_i} \frac{dn}{N} = 1 \quad (6.7)$$

unde $dn = N_r \cdot p(\sigma) \cdot d\sigma$,

$p(\sigma)$ - funcția densității de probabilitate a intensității solicitării.

Relațiile (6.6) și (6.7) exprimă analitic criteriul de degradare PLM. Acesta are un caracter liniar în raport cu numărul ciclurilor de solicitare.

Pentru estimarea durabilităților este necesară numai cunoașterea funcției $p(\sigma)$ care caracterizează solicitarea cu amplitudini variabile și parametrii curbei de durabilitate a materialului, care determină durabilitățile N .

Din studiile experimentale efectuate [37] pentru verificarea criteriului PLM se pot detașa următoarele concluzii:

a) - la un nivel constant al amplitudinilor de solicitare degradarea pe ciclu C_i nu este constantă;

b) - există un efect al ordinei de aplicare a solicitărilor, clar evidențiat de încercările cu amplitudini cu o singură discontinuitate între σ_1 și σ_2 .

În acest caz criteriul PLM ia forma:

$$\frac{n_{11}}{N_1} + \frac{n_{22}}{N_2} = 1 \quad (6.8)$$

Dacă se aplică mai întâi amplitudinea mare de solicitare ($\sigma_1 > \sigma_2$), suma este mai mică decât 1, respectiv mai mare dacă se inversează ordinea de aplicare a solicitării.

c) - într-un spectru de solicitare la care amplitudinile la nivele mari alternează cu cele la nivele mici, primele produc o degradare mai accentuată (suma este mai mică decât 1).

d) - în domeniul solicitărilor plastice repetate (domeniul oligociclic), rezultatele experimentale indică în general o concordanță cu criteriul PLM, totuși rezultate recente indică un efect al ordinei de aplicare a solicitărilor.

Criteriul PLM nu poate cuprinde amplitudinile de tensiune din spectrul de solicitare mai mici decât limita inițială de oboseală, deci apare ca neacoperitor în calculele de dimensionare.

În limitele *concepțiilor constructive clasice* interacțiunea solicitare-material este abordată pe baza conceptului de *coeficient de siguranță* care este dat de raportul dintre rezistența nominală maximă și solicitarea estimată maximă. Deci, siguranța unui produs este reflectată de rezultatul unui raport între două mărimi constante și independente.

Interacțiunea complexă, aleatoare, dintre solicitare și rezistența materialului este inadecvat descrisă cantitativ de conceptul determinist al coeficientului de siguranță. O descriere cantitativă obiectivă apare posibilă în aceste cazuri asociind conceptul de probabilitate mărimilor cantitative care definesc atât solicitarea cât și rezistența și durabilitatea elementelor solicitate.

Singura posibilitate rațională de a evalua siguranța unui produs supus la solicitări variabile constă în introducerea *metodelor probabiliste*:

- metoda durabilității garantate D.G. (safe-life);
- metoda degradării controlabile D.C. (fail-safe);

După metoda **D.G.** o structură metalică supusă la solicitări repetate, se concepe a avea o probabilitate foarte redusă de cedare totală sau parțială pe durata prevăzută de funcționare (durata garantată de serviciu). Rezultă că la atingerea duratei garantate de serviciu, elementul metalic considerat sau structura în ansamblu se înlocuiește obligatoriu, chiar dacă nu prezintă degradări vizibile.

Conform metodei **D.C.** se admite ca într-o structură să apară cu o probabilitate suficient de scăzută o degradare parțială, ușor detectabilă, care are o viteză de

extindere suficient de mică astfel încât între două inspecții curente să nu afecteze capacitatea portantă a structurii la solicitări statice și variabile.

Un exemplu clasic de organ de mașină în concepție **D.C.** sunt cablurile formate din toroane și sârme, deoarece prin ruperea unei sârme contribuția portantă a acesteia este preluată de celelalte, iar sârmele marginale rupte constituie un indiciu al extinderii degradării.

O construcție analoagă în concepție **D.G.** este lanțul cu zale a cărui durabilitate de ansamblu este impusă de durabilitatea zalei cu rezistența cea mai scăzută.

6.4. CALCULUL DURABILITĂȚII SÂRMELOR PRIN ANALIZA NUMERICĂ CU METODA ELEMENTELOR FINITE

Pentru analiza numerică cu metoda elementelor finite a degradărilor care apar în sârmele cablurilor de tracțiune datorită solicitărilor variabile s-a studiat contactul a două sârme cu diametre egale de **1,25 mm**. S-au utilizat **9** cazuri de încărcare, presupuse cazuri de solicitare în funcționarea unui cablu. Aceste cazuri de încărcare au fost alese aleator, atât ca număr cât și ca valori de solicitare. După același model de calcul se pot stabili orice număr de cazuri de încărcare, cu orice valoare a tensiunilor maxime în funcție de cazul concret care urmează a fi analizat.

S-a studiat fenomenul de oboseală produs de tensiunile maxime $\sigma_{y\max}$, care sunt tensiunile normale în zona de contact, prezentate în Tabelul 6.1. De asemenea, tot aleator s-a impus blocul de solicitare la oboseală ($\sigma_{y\max}$ – număr de cicluri), conform Fig.6.2.

Valorile tensiunilor maxime $\sigma_{y\max}$

Tabelul 6.1

cazul de încărcare	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma_{y\max}$ [MPa]	-161,74	-163,98	-165,1	-166,78	-168,47	-169,59	-174,07	-180,8	-203,22

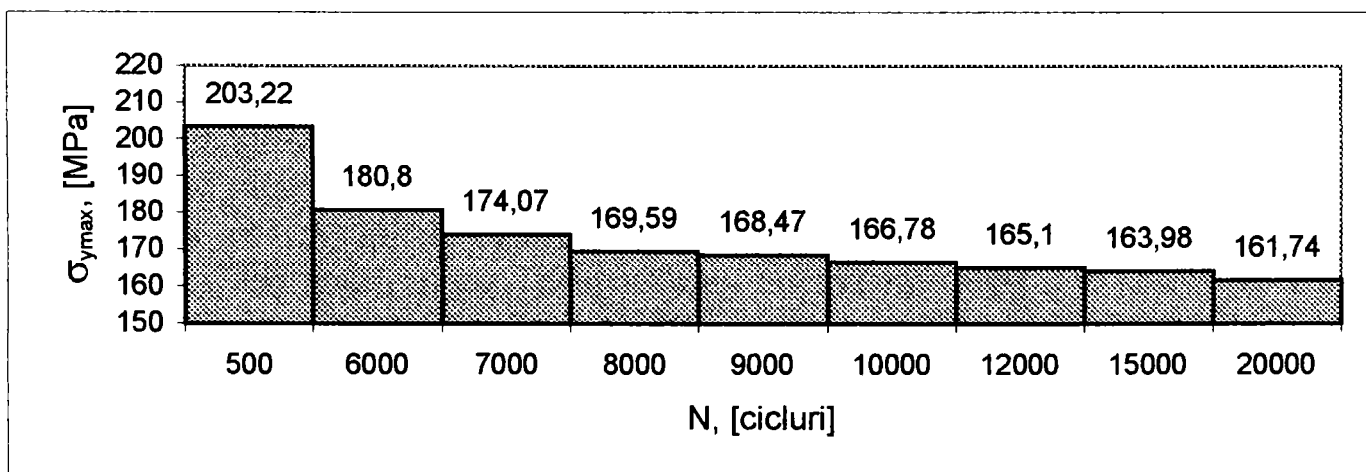


Fig.6.2. Bloc de solicitare la oboseală $\sigma_{y\max} - N$

În program s-a utilizat curba limită la oboseală (1) (Fig.3.9) corespunzătoare sârmei nerăsucite, îndoită pe un segment fără canal cu diametrul $D = 40$ mm. S-a considerat că tensiunea maximă $\sigma_{y\max}$ apare în centrul suprafeței de contact a celor două sârme.

Etapele de introducere a datelor în program sunt:

- 1) - rularea programului de analiză cu elemente finite în conformitate cu modelul de calcul prezentat în capitolul V, subcapitolul 5.5, pentru cele 9 cazuri de încărcare;
- 2) - se declară cele 9 trepte de încărcare și numărul ciclurilor de solicitare asociate acestora;
- 3) - se precizează nodul corespunzător centrului suprafeței de contact în care apare tensiunea $\sigma_{y\max}$;
- 4) - se declară curba limită la oboseală prin introducerea a 7 puncte de pe curba 1, (Fig.3.9), conform Tabelului 6.2. Această curbă de oboseală a fost determinată pentru un ciclu de solicitare alternant-simetric, cu coeficientul de asimetrie $R = -1$;
- 5) - se precizează instrucțiunile cu privire la datele de ieșire ce urmează a fi calculate;
- 6) - se rulează programul urmărind comenzile *Analysis > Fatigue > Run Fatigue Analysis*.

Valorile caracteristice curbei limită la oboseală.

Tabelul 6.2.

N [cicluri]	2000	3000	6000	20000	60000	200000	7000000
$\sigma_{c\max}$ [MPa]	3900	3550	3350	3100	3050	2948	2900

6.5. REZULTATE ȘI CONCLUZII.

Acest capitol face legătura între tensiunile din sârme produse de solicitarea de compresiune de contact și durabilitatea sârmelor din cablurile de tracțiune supuse solicitărilor variabile specifice funcționării cablurilor în exploatare.

În urma rulării programului s-au obținut coeficienții de cumulare a degradărilor pentru fiecare din treptele de încărcare la care au fost supuse sârmele și factorul total de cumulare a degradărilor, care pentru cazul considerat este 6,75. Utilizând aceeași procedură se poate determina factorul de cumulare a degradărilor pentru orice caz real de solicitare.


```

*****
*****
**
**
** CCCC 0000 SSSS M M 0000 SSSS / M M **
** C O O S MM MM O O S / MM MM **
** C O O SSSS M M M M O O SSSS / M M M M **
** C O O S M M M O O S / M M M **
** CCCC 0000 SSSS M M 0000 SSSS / M M **
**
**
** FATIGUE VERSION: 2.0 **
** DISTRIBUTED BY: **
** STRUCTURAL RESEARCH AND ANALYSIS CORPORATION **
** 12121 WILSHIRE BLVD. # 700 **
** LOS ANGELES, CALIFORNIA 90025 **
** TEL. NO. (310) 207-2800 **
** COPYRIGHT 1988 S. R. A. C. **
**
*****
*****

```

Licensed to:

```

-----
-----
COSMOS/M-386 FATIGUE MODULE 7/30/2001 1
3:48: 6
-----
-----

```

Title :

A C T I V A T E D L O C A T I O N :

location 1 (node 16)

E V E N T P A R A M E T E R S :

Event	No. of Cycles	Associated Loading(s)	Load Case(s) / Time Step(s)	Scale factor
-----	-----	-----	-----	-----

1	20000	1	0	...
2	15000	2	1	1.00
3	12000	3	2	1.00
4	10000	4	3	1.00
5	9000	5	4	1.00
6	8000	6	5	1.00
7	7000	7	6	1.00
8	6000	8	7	1.00
9	500	9	8	1.00
		10	9	1.00
		11	0	...

LOCATION PARAMETERS:

Locat. SCFZ	Node	X	Y	Z	CS	SCFX	SCFY
1 1.00	16	.00	.00	.00	0	1.00	1.00

STRESS CONDITIONS STORED
BY COMMAND FTSTR [EAD]:

No stress conditions are defined by command FTSTR

S - N CURVE # 1

(Stress Ratio R = -1.00)

POINT No.	No. of Cycles	Alt. Stress
1	1300	.390E+04
2	2000	.332E+04
3	3000	.318E+04
4	6000	.300E+04

FATIGUE CALCULATION RESULTS:

CYCLES ALTER. PART

IAL OR	LOADING (EVN)	LOADING (EVN)	USED/ALLOWED	STRESS	FACT
33E-01	1	10	500 6000.	101.16	.833
00	1	9	6000 6000.	90.005	1.00
67	1	8	7000 6000.	86.657	1.16
33	1	7	6500 6000.	84.425	1.08
00	3	7	1500 6000.	2.7898	.250
00	3	6	9000 6000.	2.2319	1.50
00	3	5	4500 6000.	1.3949	.750
67	4	5	5500 6000.	.83695	.916

Cumulative Fatigue
Usage Factor = 6.75000

TOTAL SOLUTION TIME = 1 Seconds

 COSMOS/M-386 FATIGUE MODULE 7/30/2001 1
 4:18: 4

Title :

ACTIVATED LOCATION:

location 1 (node 16)

EVENT PARAMETERS:

Event	No. of Cycles	Associated Loading(s)	Load Case(s) / Time Step(s)	Scale factor
1	20000	1	0	...
		2	1	1.00
2	15000	3	2	1.00
3	12000	4	3	1.00
4	10000	5	4	1.00
5	9000	6	5	1.00
6	8000	7	6	1.00
7	7000	8	7	1.00
8	6000	9	8	1.00
9	500	10	9	1.00
		11	0	...

LOCATION PARAMETERS:

Locat. SCFZ	Node	X	Y	Z	CS	SCFX	SCFY
1 1.00	16	.00	.00	.00	0	1.00	1.00

STRESS CONDITIONS STORED BY COMMAND FTSTR [EAD]:

No stress conditions are defined by command FTSTR

S - N CURVE # 1

(Stress Ratio R = -1.00)

POINT No.	No. of Cycles	Alt. Stress
1	1300	.390E+04
2	2000	.332E+04
3	3000	.318E+04
4	6000	.300E+04

S - N CURVE # 2

(Stress Ratio R = -1.00)

POINT No.	No. of Cycles	Alt. Stress
1	2000	.390E+04
2	3000	.355E+04
3	6000	.335E+04
4	20000	.310E+04
5	60000	.305E+04
6	200000	.295E+04
7	7000000	.290E+04

F A T I G U E C A L C U L A T I O N R E S U L T S :

IAL	LOADING (EVN)	LOADING (EVN)	CYCLES	ALTER.	PART
OR			USED/ALLOWED	STRESS	FACT

1	1	10	9	500 6000.	101.16 .833
33E-01					
1	1	9	8	6000 6000.	90.005 1.00
00					
1	1	8	7	7000 6000.	86.657 1.16
67					
1	1	7	6	6500 6000.	84.425 1.08
33					
3	2	7	6	1500 6000.	2.7898 .250
00					
3	2	6	5	9000 6000.	2.2319 1.50
00					
3	2	5	4	4500 6000.	1.3949 .750
00					
4	3	5	4	5500 6000.	.83695 .916
67					

Cumulative Fatigue Usage Factor = 6.75000

T O T A L S O L U T I O N T I M E = 1 Seconds

CAPITOLUL VII

CONCLUZII. CONTRIBUȚIILE ORIGINALE ALE AUTOAREI

Modul de construcție și utilizare a cablului de tracțiune face ca solicitarea sârmelor componente să fie complexă. Clasificând aceste solicitări după ipotezele care stau la baza calculelor de rezistență se disting două grupe:

- *solicitări statice de tip Saint-Venant* (întindere, încovoiere, răsucire, forfecare);
- *solicitări statice de contact de tip Hertz și Steuermann*.

La examinarea sârmelor care au compus un cablu scos din exploatare s-a constatat că *solicitarea de compresiune locală dintre sârme a avut valori atât de ridicate, încât s-a produs o amprentă pe sârmă în zona de contact* [21]. Solicitări de contact apar la sârmele aceluiași toron, între sârmele a două toroane învecinate și între sârme și rola de înfășurare a cablului.

Valoarea tensiunilor care se produc este funcție de mărimea forței de apăsare a suprafețelor în contact, geometria suprafețelor în contact și modulul de elasticitate al materialelor. Aceste observații directe sunt confirmate de calculele analitice efectuate pe baza teoriei lui Hertz în cadrul capitolului II al lucrării.

Problemele de contact se caracterizează prin existența unui sistem spațial de forțe de interacțiune care acționează adesea pe suprafețe de dimensiuni reduse, conducând la presiuni de contact de valori ridicate. Cunoașterea presiunii maxime este insuficientă pentru estimarea stării de tensiune. Caracterizarea completă a stării de tensiune este dată de valorile și direcțiile tensiunilor principale în punctele cele mai solicitate, cu ajutorul cărora se vor defini tensiunile echivalente.

Starea de tensiune și deformație elastică în vecinătatea zonei de contact dintre două corpuri poate fi pusă în evidență prin ecuațiile stării de tensiune și componentele deformațiilor elastice care se obțin la încărcarea unui semispațiu elastic cu forțe concentrate sau distribuite pe frontieră.

Clasica teorie a contactului corpurilor de revoluție propusă de Hertz și Beleaev, cu aproximarea admisă că dimensiunile suprafeței de contact sunt mult mai mici decât dimensiunile semnificative ale corpurilor, nu ține seama de un aspect important care face dificilă această problemă. Acesta este *aspectul neliniarității oricărei probleme de contact, ceea ce impune o rezolvare iterativă.*

Faptul că Hertz consideră contactul punctiform, duce la un caz ideal pe care nu îl întâlnim în practică. *Contactul dintre suprafețe conforme nu mai permite aproximarea ecuațiilor suprafețelor prin funcții polinomiale de gradul doi, așa cum a procedat Hertz pentru suprafețele neconforme prin renunțarea la termenii de ordin superior.*

Încercând să elimine aceste neajunsuri s-au dezvoltat ulterior noi teorii (Persson, Panton, Steuermann). Acestea consideră contactul suprafețelor conforme care pot fi privite încă ca niște semispații elastice, în scopul calculării stării de tensiuni și deformații.

Principala cauză a distrugerii cablurilor de tracțiune este în unanimitate recunoscută [7], [19], [21], [68], [71] ca fiind solicitarea variabilă a sârmelor din cablu, cu efectul ei inevitabil, *oboseala metalului*, accelerată de unele fenomene specifice modului de lucru al cablului.

În cazul cablurilor de tracțiune *durata de funcționare a cablului*, exprimată în număr de cicluri de solicitare, *este întotdeauna sub limita la care se produce ruperea prin oboseală a sârmelor necablate* [71]. Deci, *încercarea la oboseală a sârmelor se va realiza la un număr limitat de cicluri*, de exemplu 10^6 cicluri de solicitare, pentru un număr de cicluri mai mic sau mai mare, încercarea realizându-se doar pentru trasarea diagramei Wöhler.

Încercările la oboseală a sârmelor conduc la rezultate caracterizate printr-o mare dispersie. În vederea analizei statistice a rezultatelor încercărilor se pot aplica rezultatele obținute în studiul general al fenomenului de oboseală pe epruvete standard [127].

Autoarea realizează prelucrarea statistică a rezultatelor încercării la oboseală cu compresiune de contact a sârmelor pe mașina [NB], *iar valorile durabilităților sârmei din cablurile de tracțiune obținute în urma liniarizării drepte de distribuție se încadrează în domeniul de valori indicat de literatura de specialitate* [72], considerând cablul ca un element de rezistență cu durabilitate limitată datorită specificului său de exploatare.

Teoria deformațiilor și tensiunilor, elaborată de Hertz în ipoteza unei suprafețe de contact neglijabilă față de suprafața fiecăruia dintre corpurile care vin în contact, se aplică într-un domeniu relativ restrâns, datorită acestei restricții.

Starea de tensiune dintre sârme, respectiv dintre sârme și rola de cablu, după apariția amprentelor, se încadrează în teoria elaborată de J. Steuermann, fără a mai face uz de ipoteza lui Hertz. Această teorie se aplică la rezolvarea problemei de contact dintre un cilindru circular și o concavitate circulară cilindrică, din material elastic, omogen și izotrop.

Practic, interesează care sunt abaterile procentuale ale tensiunii de contact, determinate prin calcul după relațiile lui Hertz, Panton și Steuermann față de valoarea reală a acestei mărimi. O astfel de cercetare experimentală indică cea mai completă și recomandabilă relație de calcul a presiunii de contact în funcție de mărimea unghiului de contact φ_0 .

Așa cum s-a arătat în capitolul II *pentru unghiuri de contact $\varphi_0 < 20^\circ$ există o concordanță între teoria lui Hertz și cea a lui Steuermann.* Dar, odată cu creșterea unghiului de contact φ_0 *teoria lui Steuermann este cea mai completă, această concluzie fiind susținută și de analizele fotoelastice prezentate în capitolul IV.*

Fotoelasticitatea face legătura dintre fenomenul elastic și cel optic, bazându-se pe fenomenul de birefrință accidentală al unor materiale optice active atunci când acestea sunt supuse unor încărcări exterioare.

Reprezentând grafic variația tensiunii echivalente calculate pe baza teoriei tensiunii tangențiale maxime, apoi variația abaterii procentuale a rezultatelor calculate față de cele experimentale în funcție de unghiul de contact φ_0 , rezultă că *valorile tensiunii echivalente calculate după Panton, respectiv Steuermann, se grupează într-o zonă a abaterilor de (+10%...-5%), în timp ce utilizarea relațiilor lui Hertz conduce la abateri de (+15%...+40%)*.

Rezolvarea problemei de contact dintre două sârme având același diametru, două sârme de diametre diferite, o suprafață cilindrică și una concavă și contactul dintre toroanele unui cablu este prezentată în capitolul V al lucrării prin analiza numerică cu metoda elementelor finite utilizând modulul NSTAR din cadrul pachetului de programe COSMOS/M 2.5.

Rezultatele obținute în urma rulării programului au fost post-procesate în benzi de egală tensiune și deplasare și indică *o simetrie a stării de tensiune în cazul contactului dintre toroanele unui cablu, în concordanță cu teoria [34]*.

Comparativ cu contactul sârmelor având același diametru când tensiunile maxime ating 5502,8 MPa, în cazul cablului există un *efect de compensare* care reduce de aproximativ 3 ori nivelul tensiunilor σ_{VM} maxime care ating 2166,7 MPa.

Un fapt similar se petrece și cu tensiunile σ_y maxime. Ele scad tot de aproximativ 3 ori: de la 6337,6 MPa pentru cazul contactului dintre două sârme de același diametru la 2226,1 MPa la contactul simetric dintre inima centrală și cele 3 toroane.

Acest *efect de compensare* reduce tot de aproximativ 3 ori și nivelul deplasărilor rezultante: de la 0,01026 mm pentru cazul contactului dintre două sârme de același diametru la 0,0029394 mm la contactul simetric dintre inima centrală și cele 3 toroane.

Din observarea fenomenului de distrugere a sârmelor din cablu la încercarea de durabilitate și în exploatare s-au constatat următoarele [71]:

- sârmele prezintă în secțiunea de rupere o structură tipică de rupere prin oboseală, ruperea apărând la sârmele din stratul exterior. Structura tipică de rupere prin oboseală prezintă o zonă cu aspect lucios care corespunde ruperii în timp și o zonă cu aspect grăunțos care corespunde ruperii finale.

- degradarea cablului prin ruperea sârmelor are loc în zona care trece peste rola de cablu;

- dacă cablului nu i se dă posibilitatea să se rotească în timpul încercării de durabilitate, capetele sârmelor rupte apar în zona generatoarei cablului care vine în contact cu canalul de rolă.

Astfel, se poate concluziona că *ruperea cablului se produce datorită încovoierii cablului prin înfășurarea sa pe rolă, care produce cele mai mari tensiuni în sârmele din stratul exterior, acolo unde apare și presiunea de contact*.

Legătura dintre starea de tensiune datorată solicitării de contact și durabilitatea sârmelor din cablurile de tracțiune este realizată în cadrul capitolului VI al lucrării, unde se realizează calculul durabilităților sârmelor prin analiza numerică cu elemente finite utilizând modulul FSTAR din cadrul pachetului de programe COSMOS/M 2.5.

În urma rulării programului *s-au obținut coeficienții de cumulare a degradărilor pentru fiecare din treptele de încărcare la care au fost supuse sârmele și factorul total de cumulare a degradărilor, care pentru cazul considerat este 6,75.*

Utilizând aceeași procedură se poate determina factorul de cumulare a degradărilor pentru orice caz real de solicitare.

Contribuțiile originale ale autoarei sunt:

a) realizarea unui scurt istoric al cercetărilor în domeniu din țara noastră și pe plan mondial, cu evidențierea stadiului actual al cercetărilor privind calculul de rezistență al sârmelor și prezentarea celor mai noi relații de calcul a tensiunilor și deformațiilor din sârmele cablurilor de tracțiune;

b) studiul analitic al stărilor de tensiune din sârmele cablurilor de tracțiune, clasificând solicitările sârmelor după teoriile care stau la baza calculelor de rezistență în două grupe: solicitări statice de tip Saint-Venant și solicitări statice de contact de tip Hertz și Steuermann;

c) stabilirea relațiilor de calcul a presiunii de contact pe baza teoriei lui Hertz, în cazul contactului dintre sârme și rola de cablu pentru cablurile cu cablaj în cruce și în paralel (2.79), (2.80), (2.81), respectiv în cazul contactului dintre sârmele componente ale cablului indiferent de tipul cablajului (2.82);

d) prelucrarea statistică a rezultatelor încercării la oboseală cu compresiune de contact a sârmelor pe mașina [NB], acceptând o distribuție normală a durabilităților, valorile durabilităților sârmei din cablurile de tracțiune obținute în urma liniarizării drepte de distribuție încadrându-se în domeniul de valori indicat de literatura de specialitate;

e) rezolvarea problemei contactului dintre două sârme de diametre egale, două sârme de diametre diferite și a contactului dintre inima centrală și toroanele unui cablu, utilizând tehnica modernă de calcul, prin simularea contactului fără frecare în toate cazurile prezentate cu ajutorul modulului NSTAR din pachetul de programe COSMOS/M 2.5; contactul dintre inima centrală și toroanele unui cablu a fost echivalat cu contactul unor cilindri cu axe paralele, iar rezultatele obținute în urma rulării programului, post-procesate în benzi de egală tensiune și deplasare, indică o simetrie a stării de tensiune în concordanță cu teoria;

f) modelarea numerică cu elemente finite a solicitării de contact dintre o suprafață cilindrică și una concavă pentru vizualizarea stării de tensiune și deformație, problema fiind rezolvată în capitolul IV prin fotoelasticimetrie, ca și o aplicație la teoria elaborată de Steuermann în care se încadrează starea de tensiune dintre sârme și rola de înfășurare a cablului după apariția amprentelor;

g) analiza numerică cu metoda elementelor finite a degradărilor care apar în sârmele cablurilor de tracțiune supuse solicitărilor variabile, utilizând modulul FSTAR din pachetul de programe COSMOS/M 2.5, obținând coeficienții de cumulare a degradărilor pentru fiecare din treptele de încărcare la care au fost supuse sârmele și factorul total de cumulare a degradărilor care este 6,75.

BIBLIOGRAFIE

- [1]. Alămoreanu, M. ș.a. – *Mașini de ridicat*, vol.I, Editura Tehnică, București, 1996.
- [2]. Aliabadi, M.H., Brebbia, C.A. - *Contact Mechanics*, Computational Mechanics Publications, Southampton, Great Britain, 1993.
- [3]. Asudi, A. - *Phase shifting in photoelasticity*, Experimental Techniques 17, 1993.
- [4]. Babeu, T. – *Contribuții la studiul solicitărilor din zalele de lanț din oțel rotund*, Teză doctorat, IPTVT, 1972.
- [5]. Babeu, T. – *Rezistența materialelor*, curs, lito IPT, 1980.
- [6]. Babeu, T. – *Instalații de transport uzinal*, Îndrumar de laborator, lito IPT, 1988.
- [7]. Babeu, T. – *Considerations about Wire Ropes Fatigue Testing*, OIPEEC, Round Table Conference , Delft, 1993.
- [8]. Babeu, T., Vilceanu, L. – *Metode prescurtate utilizate în determinarea durabilității*, Analele Universității Petroșani, 1997.
- [9]. Babeu, T. – *Teoria elementară a rezistenței materialelor*, Editura Mirton, Timișoara, 1998.
- [10]. Barone, S., Burriesci, G., Petrucci, G. – *Automated photoelastic analysis by phase stepping technique*, Proc. of XIV-th IMEKO World Congress, vol. IX A, Tampere, Finland, 1997.
- [11]. Barsoum, J.M., Rolfe, S.T. – *Fracture and Fatigue Control in Structures*, 2-nd Edition, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1987.
- [12]. Bathe, K.J. Wilson, E.L. – *Numerical Methods Finite Element Analysis*, Prentice- Hall Inc., New Jersey, 1976.
- [13]. Bathe, K.J. – *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1982.
- [14]. Bejan, M., Abrudan, I. – *Managementul și ingineria prezentului*, Buletin AGIR, oct.-dec. 1996.
- [15]. Bejan, M., Matieș, V.- *Inginerul în societatea avansat informatizată*, Al III-lea Simpozion științific al inginerilor de pretutindeni, București, septembrie, 1998.
- [16]. Beliaev, N.M. - *Trudy po teorii uprugosti i plasti_nosti*, Gostehizdat, Moscova, 1957.
- [17]. Belytschko, T., Hughes, T. – *Computational Methods for Transient Analysis*, North-Holland, Amsterdam, 1983.
- [18]. Bernath, T., Safta, V. – *O nouă metodă de determinare a rezistenței la oboseală utilizând metoda de încărcare cu sarcină progresivă*, Cercetări metalurgice, ICEM, nr.6, București, 1964.
- [19]. Bertolini, I. - *Endurance of wire ropes in the general problem of fatigue*, Torino, 1961.
- [20]. Boicu N., - *Contactul elastic liniar*, Ed. Academiei, București, 1977.
- [21]. Boleanțu, L. – *Studii asupra rezistenței cablurilor de tracțiune și sârmelor de oțel*, Teză doctorat, lito IPT, 1968.
- [22]. Boleanțu, L. – *Rezistența materialelor*, curs, vol.IV, lito IPT, 1976.

- [23]. **Boleanțu, L.** – *Analiza statistică a rezultatelor experimentale* (cap.14 din *Încercări și analize de metale*, coordonare științifică acad. Șt. Nădășan), EDP, București, 1965.
- [24]. **Boleanțu, L.** – *Încercarea sârmelor și cablurilor de oțel* (cap.11.1 din *Încercări și analize de metale*, coordonare științifică acad. Șt. Nădășan), EDP, București, 1965.
- [25]. **Boleanțu, L., Kastell, O.** – *Comparative Analysis of the Stress Concentration with a Plane and a Space Model*, Symposium on Experimental Techniques in Applied Mechanics, București, 1972.
- [26]. **Boleanțu, L., Dobre, I.** - *Aplicații ale mecanicii solidului deformabil în construcția de mașini*, Ed. Facla, Timișoara, 1978.
- [27]. **Boleanțu, L., Babeu, T., Dobre, I.** – *Cercetări privind creșterea durabilității și fiabilității cablurilor produse de Uzina Cablul Românesc Ploiești*, Protocol IPTVT, 1976.
- [28]. **Boleanțu, L., Pocioianu, F.** - *Beitrag zur frage des spannungszustandes zweier sich beruhenden achsenparallelen zylinder*, Vorgetragen an der Spannungsoptischen Tagung, Budapest, oct., 1966.
- [29]. **Boresi, A.P., Seidebottom, O.M.** – *Advanced Mechanics of Materials*, 3rd Edition, J.Wiley & Sons, 1985.
- [30]. **Boussinesq, J.V.** - *Applications des potentiels a l'etude de l'equilibre et du mouvements des corps elastiques avec de notes etendues, sur divers points de physique mathematique et d'analyse*, Gautier, Paris, 1885.
- [31]. **Brock, L.M., Georgiadis, H.G., Charalambakis, N.** - *Unsymmetrical indentation of an elastic half-plane in the presence of friction reversal*, In Contact Mechanics: Computational Techniques, Computational Mechanics Publications, Southampton, Boston, 1993.
- [32]. **Buga, M., Iliescu, N.** - *Considerații privind evaluarea stării de tensiune în unele probleme de contact cu ajutorul fotoelasticității*, Simpozion științific, Suceava, 1985.
- [33]. **Buzdugan, Gh.** – *Calculul de rezistență la solicitări variabile*, Ed. Tehnică, București, 1963.
- [34]. **Buzdugan, Gh.** - *Rezistența materialelor*, Ed. Academiei, București, 1986.
- [35]. **Buzdugan, Gh., Blumenfeld, M.** - *Calculul de rezistență al pieselor de mașini*, Ed. Tehnică, București, 1979.
- [36]. **Chiu, Y.P., Tallian, T.E., McCool, J.L.** - *An engineering model of spalling fatigue failure in rolling contact. The subsurface model*, Wear, 17, 1971.
- [37]. **Cioclov, D.** – *Rezistență și fiabilitate la solicitări variabile*, Editura Facla, Timișoara, 1975.
- [38]. **Cioclov, D.** – *Degradarea cumulativă a oțelurilor prin solicitări repetate cu amplitudini variabile*, Teză doctorat, lito IPT, 1970.
- [39]. **Constantin, N.** - *Asupra unei probleme de contact*, Buletin I.P. București, Seria Mecanica, tom L, 1988.
- [40]. **Constantin, N.** - *Numerical and Experimental Study of the Contact between Elastic Bodies*, Proc. of the 9th Int. Conf. on Exp. Mech., Copenhaga, 1990.
- [41]. **Constantin, N.** – *Analiza stărilor locale de tensiuni în structuri cu o axă de simetrie și elicoidale*, Teză de doctorat, I.P. București, 1991.

- [42]. Cook, D.R., Malkus, D.S., Plesha, M.E. – *Concepts and Applications of Finite Element Analysis*, Wiley, 1989.
- [43]. Costello, G.A., Phillips, J.W. – *Contact Stresses in Thin Twisted Rods*, ASME Journal of Applied Mechanics, vol.40, 1973.
- [44]. Diaconescu, E.N., Glovnea, M.L. - *Starea de tensiuni la contactul elastic circular de suprafață, optimizat. Partea I: Domeniul contactului punctual. Partea a II-a Domeniul contactului de suprafață*, Tensometrie 7, Simpozion National Tensometrie, Suceava, 1996.
- [45]. Dumitru, I., Faur, N. – *Elemente de calcul și aplicații în Rezistența materialelor*, Editura Politehnica, Timișoara, 1999.
- [46]. Faur, N., Dumitru, I. – *Diferențe finite și elemente finite în rezistența materialelor*, Editura Mirton, Timișoara, 1997.
- [47]. Faur, N., Neguț, N., Vîlceanu, L. – *Considerations Regarding the Contact Stresses in the Steel Wire Ropes by Means of a Finite Elements Analysis*, XXVII Jupiter Conference, Beograd, iunie 2001.
- [48]. Foulon, M., Rey, A. - *Sur les contacts ponctuels*, Revue Francaise de Mecanique, nr.4, 1985.
- [49]. Foulon, M., Rey, A., Blanc, M. - *Sur les etats contraints dans les contacts ponctuels*, Mecanique-Materiaux-Electricite, nr.440, 1991.
- [50]. Frunză, Gh., Diaconescu, E.N. - *Calculul numeric al componentelor tensorului tensiune produs de o forță oarecare în cazul unui contact de tip eliptic*, Constanța, 1994.
- [51]. Gafițanu, M., ș.a. – *Elemente finite și de frontieră cu aplicații la calculul organelor de mașini*, Editura Tehnică, București, 1987.
- [52]. Gârbea, D. - *Analiza cu elemente finite*, Editura Tehnică, București, 1990.
- [53]. Ghita, E. – *Rezistență și durabilitate la contactul corpurilor*, Editura Mirton, Timișoara, 2000.
- [54]. Ghita, E., Babeu, T. - *O analiză numerică asupra stării de tensiune în cazul contactului punctual*, Sesiune de comunicări științifice, Univ. "Eftimie Murgu", Reșița, 1993.
- [55]. Ghita, E., Babeu, T., Popa, M. - *Considerații asupra studiului stării de tensiune în cazul contactelor punctuale*, Analele Univ. Oradea, Sesiune de comunicări științifice, 1993.
- [56]. Ghita, E., Vîlceanu, L. – *O analiză dinamică asupra stării de tensiune într-un disc în mișcare de rostogolire*, Analele Universității Oradea, 1998.
- [57]. Gladwell, G.M. - *Contact problems in the classical theory of elasticity*, Alphen-Rijn-Sijthoff, 1980.
- [58]. Heymann, J. – *Experimentelle festkörpermechanik*, VEB Fachbuchverlag, Leipzig, Germany, 1986.
- [59]. Jehmlich, G., ș.a. – *Einsatz und Überwachung von Drahtseilen in der Fördertechnik sowie beanspruchungsgerechte Dimensionierung von Drahtseilen und Seiltrieben*, Hebezeuge und Fördermittel, Berlin 20, 1980.
- [60]. Johnson, K. L. - *Contact Mechanics*, Cambridge University Press, 1958.
- [61]. Johnson L.G. - *Probabilistic Aspects of Fatigue*, ASTM, STP 511, 1972.

- [62]. **Klarbring, A.** - *Mathematical Programming in Contact Problems*, in: *Computational Methods for Contact Problems*, eds. M.H.Aliabadi and C.A.Brebbia, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1993.
- [63]. **Kulak, R.F.** - *Adaptive Contact Elements for Three-Dimensional Explicit Transient Analysis*, Computational Mechanics Publications, Southampton, 1989.
- [64]. **Landau, L., Lifchitz, E.** - *Theorie de l'élasticité*, Editura Mir, Moscova, 1967.
- [65]. **Liu, C.K.** - *Stresses and deformations due to tangential and normal loads on an elastic solid with applications to contact stresses* -Ph.D.Thesis, University of Illinois, U.S.A., 1950.
- [66]. **Love, A.E.H.** - *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, New York, 1944.
- [67]. **Lundberg, G., Palmgren, A.** - *Dynamic Capacity of Rolling Bearings*, Acta Polyt. 7, Mech.Eng., vol.1, nr.3, 1974.
- [68]. **Marșavina, L., Babeu, D.S.** - *Asupra durabilității cablurilor pe baza conceptelor de mecanica ruperii*, Metode experimentale și numerice în rezistența materialelor, Editura Mirton, Timișoara, 1998.
- [69]. **Mănescu, T.Ș.** - *Contribuții la calculul de rezistență al unei vane fluture biplane*, Editura Mirton, Timișoara, 1999.
- [70]. **McConnell, K.G., Zemke, W.P.** - *The Measurement of Flexural Stiffness of Multistranded Electrical Conductors while Under Tension*, Experimental Mechanics, vol.20, 1980.
- [71]. **Meret, N., Novac, Șt.** - *Utilizarea rațională a cablurilor din oțel în industrie*, Editura Tehnică, București, 1967.
- [72]. **Mocanu, D.R.** - *Încercarea materialelor*, vol. I,II,III, Editura Tehnică, București, 1982.
- [73]. **Mocanu, D.R. ș.a.** - *Analiza experimentală a tensiunilor*, vol.I și II, Editura Tehnică, București, 1976.
- [74]. **Moraru, G.A., Bilichulk, S.M.** - *Application of singular finite element method for plane contact problems of two elastic bodies*, Lucrările celei de-a treia Conferințe Internaționale de Elemente Finite și de Frontieră, secțiunea 2.2, Constanța, 1995.
- [75]. **Nădășan, Șt., Boleanțu, L.** - *O mașină pentru studiul rezistenței la oboseală sârmelor de oțel, ținând seama de presiunea de contact*, Cercetări metalurgice, ICEM, București, 1964.
- [76]. **Neguț, N.** - *Mașini de ridicat*, curs, litografia UPT, 1995.
- [77]. **Ohte, S.** - *Finite element analysis of elastic contact problems*, Bulletin ASME, 16(95), pag.797-804, 1973.
- [78]. **Ollerton, E.** - *Stresses in Contact Zone*, Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Paper 10, New Jersey, 1963.
- [79]. **Paolini, M.** - *Investigation of the fatigue bending strength of a laterally loaded steel rope wire*, Proceedings of the 2nd Conference on dimensioning and strength calculations, Akademiai Kiadó, Budapest, 1965.
- [80]. **Paris, J.A., Costello, G.A.** - *Bending of Cord Composite Cylindrical Shells*, Journal of Applied Mechanics, vol.67, March 2000.
- [81]. **Pătraș, C.S.** - *Relative Kinematics on Hertzian Contact Surface*, Acta Tribologica vol.3, nr.1-2, 1995.

- [82]. Phillips, J.W., Costello, G.A. – *Analysis of Wire Ropes with Internal-Wire-Rope Cores*, Journal of Applied Mechanics, vol 52, September 1985.
- [83]. Phillips, J.W., Fotsch, P.D. – *Preliminary Analysis of Filler-Wire Hoisting Rope*, Developments in Mechanics, vol 12, 1983.
- [84]. Pineghin, C.B. - *Kontaktnaia procinosti i soprotivlenie kacenia*, Izdatelstvo, Maşinostroen, Moscova, 1969.
- [85]. Ponomariov, S.D. ş.a. - *Calculul de rezistență în construcția de maşini*, vol.II, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1963.
- [86]. Popinceanu, N. – *Probleme fundamentale ale contactului de rostogolire*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1985.
- [87]. Raţiu, M. – *Despre degradarea suprafețelor sub acțiunea unei presiuni de contact alternative*, A V-a Conferință de Sudură și Încercări de Materiale, Timișoara, 1965.
- [88]. Raţiu, M. – *Considerații asupra tensiunilor de contact la imprimări sferă-plan*, Studii și cercetări de metalurgie, Tom 13 (1), 1968.
- [89]. Raţiu, M., Prexl, R. - *Considerații asupra rezistenței la strivire a oțelurilor*, Cercetări metalurgice, 6, 1964.
- [90]. Rusu, O., Teodorescu, M. – *Oboseala metalelor. Aplicații ingineresti 2*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1992.
- [91]. Rusu, O., Teodorescu, M., Lascu-Simion, N. – *Oboseala metalelor. Baze de calcul I*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1992.
- [92]. Sachdeva, T.D., Ramakrishnan, C.V. – *A Finite Element Solution for the Two Dimensional Elastic Contact Problems with Friction*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol.17, 1981.
- [93]. Scheiber, E., Lixăndroiu, D. – *MathCad. Prezentare și probleme rezolvate*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1994.
- [94]. Scheffer, M. – *Grundlagen der Fördertechnik*, VEB Verlag Technik, Berlin, 1982.
- [95]. Segal, H., ş.a. – *Maşini de ridicat și transportat*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1960.
- [96]. Shukla, A., Nigam, H. – *A Numerical-Experimental Analysis of the Contact Stress Problem*, Inst. Mech. Eng. Strain Analysis, vol.30, 1985.
- [97]. Tallian, T.E. -*The Theory of Partial Elastohydrodynamic Contact*, Wear, 21, 1972.
- [98]. Teodorescu , P.P. - *Probleme plane în teoria elasticității*, vol. I și II, Editura Academiei Bucureşti, 1960.
- [99]. Teodorescu, P.P. - *Probleme spațiale în teoria elasticității*, Editura Academiei Bucureşti, 1970.
- [100]. Timoshenko, S., Goodier, J. – *Theory of Elasticity*, 3rd Edition, McGraw - Hill, 1970.
- [101]. Tudor, A. - *Contactul real al suprafețelor de frecare*, Editura Academiei Române, Bucureşti, 1990.
- [102]. Tu Yih-O – *A Numerical Solution for an Axially Symetric Contact Problem*, ASME, Journal of Applied Mechanics, vol.34, 1967.

- [103]. **Velinsky, S.A.** – *Analysis of Wire Ropes with Complex Cross Section*, Ph.D.Thesis, University of Illinois, 1981.
- [104]. **Velinsky, S.A., Anderson, G.L., Costello, G.A.** – *Wire Rope with Complex Cross Sections*, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, vol.110, 1984.
- [105]. **Vîlceanu, L.** – *Analiza statistică a încercărilor la solicitări variabile*, Buletinul sesiunii de comunicări științifice, Hunedoara, 1997.
- [106]. **Vîlceanu, L.** – *Solicitarea de contact în cazul cablurilor din oțel*, Analele Universității Oradea, 1998.
- [107]. **Vîlceanu, L.** – *Calculul de durabilitate după ipoteza liniară de degradare în formularea Serensen-Freudenthal*, Analele Universității Oradea, 1998.
- [108]. **Vîlceanu, L., Babeu, T.** – *Încercarea sârmelor din oțel la oboseală cu compresiune de contact*, Metode experimentale și numerice în rezistența materialelor, Editura Mirton, Timișoara, 1998.
- [109]. **Vîlceanu, L., Ghita, E.** - *The fatigue bending strength of a laterally loaded steel wire rope*, Buletinul Științific al Universității "POLITEHNICA" Timișoara, Tom 43(57), 1998.
- [110]. **Vîlceanu, L., Ghita, E.** - *A photoelastic analysis about state of stresses in contact problems between cylinder machine parts*, Buletinul Științific al Universității "POLITEHNICA" Timișoara, Tom 43(57), 1998.
- [111]. **Vîlceanu, L., Ghita, E.** - *The shallow destruction of wires belonging to a wire rope subjected at a tension test*, Buletinul Științific al Universității "POLITEHNICA" Timișoara, Tom 44(58), 1999.
- [112]. **Vîlceanu, L., Maksay, Șt.** – *The statistic analysis of results obtained by wire by wire testing of two $\varnothing 40$ S-Z wire ropes*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tomul I, Fascicola 3, 1999.
- [113]. **Vîlceanu, L., Rațiu, S.** – *Determinarea conductivității termice a metalelor cu ajutorul punții termice*, Conferința Națională de Termotehnică, Sibiu, 2000.
- [114]. **Vîlceanu, L.** - *Procese de distrugere în suprafețele de contact ale sârmelor din cablurile de tracțiune*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tom II, Fascicola 4, 2000.
- [115]. **Vîlceanu, L., Babeu, T.** – *Studiu comparativ între durabilitatea cablurilor și a sârmelor componente*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tom II, Fascicola 4, 2000.
- [116]. **Vîlceanu, L.** - *Studiul contactului suprafețelor conforme după teoria lui Steuermann*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tom III, Fascicola 4, 2001.
- [117]. **Vîlceanu, L., Babeu, T.** – *Solicitări variabile în sârmele cablurilor de tracțiune*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tom III, Fascicola 4, 2001.
- [118]. **Vîlceanu, L., Faur, N.** – *About the contact stresses in steel wire ropes by means of a finite elements analysis*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tom III, Fascicola 4, 2001.
- [119]. **Vîlceanu, L., Ghita, E.** – *Interpretarea statistică a rezultatelor încercărilor la oboseală a sârmelor*, Analele Facultății de Inginerie Hunedoara, Tom III, Fascicola 4, 2001.
- [120]. **Voinea, R.** - *Elasticity and Plasticity*, Note curs, București, 1993.

- [121]. Voinea, R., Voiculescu, D., Ceaușu, V. - *Mecanica*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
- [122]. Zienkiewicz, O.C. - *The Generalized Finite Element Method- State of Art. and Future Directions*, Transaction of the ASME, 1210/vol.50, 1983.
- [123]. Zienkiewicz, O.C. - *The Finite Element Method*, 4th Ed., McGraw - Hill, New York, 1988.
- [124]. *** - *COSMOS/M 2.5., User's Guide*, S.R.A.C., Santa Monica, sept. 1999.
- [125]. STAS 1710-75 - Cabluri din oțel. Clasificare și terminologie.
- [126]. STAS 10291-75 - Mașini pentru încercat la tracțiune. Determinarea complianței elastice aparente.
- [127]. STAS 5878-77 - Încercările metalelor. Încercarea la oboseală prin încovoiere rotativă.
- [128]. STAS 1513-80 - Cabluri construcție simplă. Forme și dimensiuni.
- [129]. STAS 1553-80 - Cabluri compuse duble, construcție flexibilă. Condiții tehnice de calitate.
- [130]. STAS 1689-80 - Cabluri compuse duble, construcție combinată.
- [131]. STAS 2690-80 - Cabluri compuse duble, construcție concentrică. Forme și dimensiuni.
- [132]. STAS 2693-80 - Cabluri compuse construcție triplă. Forme și dimensiuni.
- [133]. STAS 2172-84 - Încercarea la tracțiune a cablurilor din oțel.
- [134]. STAS 1353-86 - Cabluri compuse duble, construcție normală. Forme și dimensiuni.
- [135]. STAS 7122/1-86 - Statistică matematică. Prezentarea și prelucrarea datelor experimentale și de observație.
- [136]. STAS 1298-89 - Sârmă din oțel trefilată pentru cabluri.
- [137]. STAS 1750-90 - Încercările metalelor. Încercarea la răsucirea sârmelor.
- [138]. STAS 1352-91 - Cabluri din oțel. Condiții tehnice generale de calitate.
- [139]. SR ISO 7801:1993 - Încercările metalelor. Încercarea la îndoire alternantă a sârmelor.
- [140]. SR ISO 9649:1996 - Materiale metalice. Sârmă. Încercarea la răsucire alternantă.