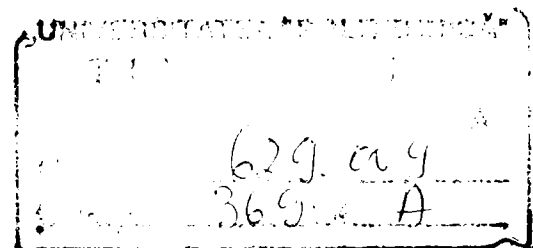


Ing. Bratu Ion

**CONTRIBUȚII PRIVIND STUDIUL  
VIBROPERCUȚIILOR DIN  
ANGRENAJELE CILINDRICE  
CU DINȚI DREPTI**

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA



**CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC:**

**PROF. UNIV. DR. ING. BRÎNDEU LIVIU  
MEMBRU CORESPONDENT AL ACADEMIEI DE ȘTIINȚE TEHNICE  
DIN ROMÂNIA**

## CUVÂNT ÎNAINTE

*Mecanica aplicată are numeroase ramuri, unele vechi de peste 200 de ani, altele apărute mai recent ca necesitate a rezolvării unor probleme practice. Cunoștințele de bază privind dinamica structurilor mecanice își găsesc largi posibilități de aplicare în diverse domenii ale tehnicii.*

*Fără a epuiza problematica extrem de vastă a domeniului vibropercuțiilor, au fost abordate în cadrul tezei unele probleme specifice interacțiunilor percutante întâlnite în cazul transmisiilor cu roți dințate cilindrice cu dinți drepți.*

*În cadrul Catedrei de Mecanică a Universității "POLITEHNICA" Timișoara există un colectiv de cadre didactice și cercetători cu o veche tradiție în studierea teoretică și experimentală a fenomenelor de vibrații și vibropercuții, având rezultate remarcabile în acest domeniu.*

*Faptul că s-a ajuns cu această lucrare în stadiu final se datorează multor persoane care, în diferite momente, mi-au fost alături cu sfaturi, încurajări și ajutor.*

*Mulțumirile mele sincere sunt adresate conducătorului științific, eminentul profesor universitar doctor inginer Liviu Brîndeu, membru corespondent al Academiei de Științe Tehnice din România. Competența deosebită a domniei sale, răbdarea cu care m-a susținut din punct de vedere tehnic și moral, precum și sugestiile făcute, toate au dus la finalizarea lucrării.*

*De asemenea aduc mulțumirile mele distinsului profesor emerit, doctor docent inginer Gheorghe Silaș, membru corespondent al Academiei Române, care prin sugestii obiective m-a ajutat în clarificarea unor probleme de mare finețe tehnică.*

*În același timp, mulțumirile mele se îndreaptă și către domnul profesor universitar doctor inginer Gavril Roșca, șeful Catedrei de Mecanică care, pe toată perioada activității de doctorat m-a ajutat cu sfaturi și îndemnuri, facilitându-mi activitatea de cercetare prin punerea la dispoziție în cadrul catedrei a tuturor mijloacelor de lucru disponibile*

*De asemenea, mi-au fost de mare ajutor la efectuarea măsurărilor sfaturile și sugestiile domnilor, șef lucrări inginer Sorin Pater și șef lucrări, inginer Tiberiu Vesselenyi.*

*În final, amintesc și mulțumesc pentru înțelegerea pe care am avut-o din partea familiei, în perioada realizării și redactării tezei de doctorat.*

*Timișoara, decembrie 2000*

# CUPRINS

INTRODUCERE	6
CAPITOLUL 1	
1. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRII VIBROACUSTICE A ANGRENAJELOR	11
1.1. GENERALITĂȚI	11
1.2. ERORI DE TRANSMITERE ÎN MECANISMELE CU ROȚI DINȚATE	14
1.3. DIAGNOSTICAREA VIBROACUSTICĂ	19
CAPITOLUL 2	
2. SURSE ALE ERORILOR DE TRANSMITERE ÎN ANGRENAJELE CILINDRICE	26
2.1. GRADUL DE ACOPERIRE	27
2.2. PERIODICITATEA ANGRENĂRII	31
2.3. ERORI GEOMETRICE	34
2.3. ERORI DE TRANSMITERE DATORATE EXCENTRICITĂȚII	44
2.5. FORMA FUNCȚIEI RIGIDITĂȚII ANGRENĂRII	47
2.6. IMPORTANȚA CERCETĂRII VIBROACUSTICE	54
2.7. MĂSURI DE PROTECȚIE ACTIVĂ	58
CAPITOLUL 3	
3. VIBRAȚII ȘI VIBROPERCUȚII ÎN ANGRENAJE	70
3.1. SISTEM DINAMIC ECHIVALENT	70
3.1.1. Generalități	70
3.1.2. Angrenajul ca legătură rigidă	71
3.1.3. Angrenajul ca legătură elastică.	75
3.2. AMORTIZAREA SISTEMULUI	80
3.3. CALCULUL ZGOMOTULUI DIN ANGRENAJE	85
3.4. VIBRAȚIILE ROȚILOR DINȚATE PRODUSE DE VARIAȚIA PERIODICĂ A RIGIDITĂȚII ANGRENAJELOR	88
3.4.1. Vibrațiile amortizate ale angrenajului “ideal”	88
3.4.2. Vibrații amortizate la angrenajele precise.	96
3.4.2.1. Coeficient de amortizare constant	96
3.4.2.2. Coeficient de amortizare diferit pentru cele două faze ale angrenării	100
3.5. VIBROPERCUȚII ÎN ANGRENAJE	104
3.5.1 Condițiile de apariție a ciocnirilor	104

3.5.2. Ciocnirea de muchie	107
3.5.2.1. Viteza de ciocnire	107
3.5.2.2. Forța percutantă	109
3.5.2.3. Ciocniri de muchie slabe	111
3.5.3. Ciocnirea mediană	113
3.5.3.1. Analiza procesului de ciocnire	113
3.5.3.2. Ciocniri mediane slabe	121
3.5.4. Vibrațiile roților precise	122
3.5.4.1. Rezolvarea ecuației diferențiale omogene cu coeficienți periodici	123
3.5.4.2. Rezolvarea ecuației diferențiale neomogene cu coeficienți periodici	128
3.6. CIOCNIREA ÎN CUPLELE DE ROTAȚIE	130
3.6.1. Erori dinamice	130
3.6.2. Poziția centrului de percuție	135
CAPITOLUL 4	
4. MONITORIZAREA VIBROPERCUȚIILOR ÎN ANGRENAJE	137
4.1. STAND PENTRU TESTARE	137
4.2. TEHNICI DE MĂSURARE	140
4.3. SISTEMUL DE ACHIZIȚIE AL DATELOR	141
4.3.1. Traductoare de vibrații	142
4.3.2. Condiționarea semnalului	144
4.3.3. Placa de achiziție	145
CAPITOLUL 5.	
5. CERCETĂRI EXPERIMENTALE	150
5.1. ACHIZIȚIONAREA DATELOR CU SISTEMUL “COMPASS”	150
5.2. CEPSTRE ZOOM	156
5.2.1. Spectre de vibrații	158
5.3. PRELUCRAREA DATELOR CU PROGRAMUL “GALILEO”	163
5.3.1. Programul de filtrare a rezultatelor experimentale	165
CAPITOLUL 6.	
6. CONTRIBUȚII ȘI CONCLUZII FINALE	170
BIBLIOGRAFIE	181
ANEXA 1	
ANEXA 2	
ANEXA 3	

**Notații:**

**a** – distanța între axe, în mm; constantă;  
**a<sub>w</sub>** – distanța între axe în funcționare, în mm;  
**a<sub>0</sub>** – distanța între axe standardizată, în mm;  
**b** – lățimea danturii, în mm; constantă;  
**c** – coeficientul de siguranță; jocul la capul dintelui, în mm; coeficientul de amortizare, în Ns/m; constantă;  
**d** – diametrul de divizare, în mm;  
**d<sub>b</sub>** – diametrul de bază, în mm;  
**f** – deformare; abatere, în mm; frecvența de rotație, în Hz;  
**f<sub>fr</sub>** – abaterea profilului dintelui, în μm;  
**f<sub>pbr</sub>** – abaterea pasului de bază, în μm;  
**f<sub>vpr</sub>** – variația pasului, în μm;  
**f<sub>z</sub>** – frecvența angrenării, în Hz;  
**i** – raza principală de inerție, în m; raportul de transmitere;  
**j** – jocul între flancuri, în μm;  
**k** – lungimea segmentului de angrenare, în mm; rigiditatea dinților, în N/(mm·μm);  
**k<sub>z</sub>** – rigiditatea angrenării, în N/(mm·μm);  
**k<sub>D</sub>** – rigiditatea angrenării bipare, în N/(mm·μm);  
**k<sub>S</sub>** – rigiditatea angrenării unipare, în N/(mm·μm);  
**m** – modulul danturii, în mm; masa, în kg;  
**m<sub>red</sub>** – masa redusă la cercul de bază raportată la unitatea de lățime, în kg/mm;  
**n** – turația, în min<sup>-1</sup>; inversul raportului de transmitere;  
**p** – pasul, în mm; presiune, în N/m<sup>2</sup>; pulsația proprie, în rad/s;  
**p<sub>b</sub>** – pasul pe cercul bază, în mm;  
**r<sub>a</sub>** – raza cercului de cap, în mm;  
**r<sub>b</sub>** – raza cercului de bază, în mm;  
**r<sub>d</sub>** – raza cercului de divizare, în mm;  
**r<sub>w</sub>** – raza cercului de rostogolire, în mm;  
**v** – viteză, în m/s;  
**w** – deformare locală, în mm;  
**x** – deplasarea liniară, în mm;  
**z** – numărul de dinți;

**A** – constantă;  
**B** – constantă;  
**B<sub>qa</sub>** – sensibilitatea traductorului, în pC/g;  
**C** – punctul de rostogolire; constantă;  
**E** – modulul de elasticitate, în MPa;  
**E<sub>c</sub>** – energia cinetică, în J;  
**E<sub>p</sub>** – energia potențială, în J;  
**E<sub>hr</sub>** – deplasarea suplimentară a profilului, în μm;  
**F** – forță, în N; abatere, în μm;  
**F<sub>f</sub>** – forța de frecare, în N;  
**F<sub>pr</sub>** – eroarea de direcție a dintelui, în μm;  
**F<sub>N</sub>** – forța normală, în N;  
**F<sub>rr</sub>** – bătaia radială, în μm;  
**F<sub>sc</sub>** – eroarea de grosime a dintelui, în μm;  
**F<sub>T</sub>** – forța tangențială, în N;  
**F<sub>βr</sub>** – abaterea direcției dintelui, în μm;  
**G<sub>1</sub>** – punctul de ieșire din angrenarea unipară;  
**G<sub>2</sub>** – punctul de intrare în angrenarea unipară;  
**J** – moment de inerție masic, în kgm<sup>2</sup>;  
**L** – presiunea acustică, în dB; constantă;  
**M<sub>t</sub>** – momentul de torsiune, în Nmm;  
**N** – număr de cicluri;  
**P** – puterea, în kW;  
**R** – coeficient de restituire;  
**R<sub>z</sub>** – rugozitatea, în μm;  
**S<sub>1</sub>** – punctul de ieșire din angrenare;  
**S<sub>2</sub>** – punctul de intrare în angrenare;  
**T** – perioada angrenării aceleiași perechi de dinți, în s;  
**T<sub>1</sub>** – durata angrenării unipare, în s;  
**T<sub>2</sub>** – durata angrenării bipare, în s;  
**T<sub>z</sub>** – perioada angrenării, în s;  
**W** – lungimea cotei peste dinți, în mm;  
**α** – unghiul de presiune;  
**α<sub>e</sub>** – unghiul punctului de intrare în angrenare;  
**α<sub>0</sub>** – unghiul de angrenare pe cremaliera de referință;  
**α<sub>w</sub>** – unghiul de angrenare;  
**β** – unghiul de înclinare al dintelui;  
**χ** – factor de deformare a dintelui;  
**δ** – deformarea statică, în mm;  
**ε** – gradul de acoperire;  
**φ** – pasul unghiular; unghiul de rotație al roții dințate; unghiul de fază;  
**γ** – unghiul de deviație al liniei de angrenare;

$\nu$  - coeficientul lui Poisson;  
 $\theta$  - amplitudinea vibrației;  
 $\rho$  - raza de curbură, în mm;  
 $\omega$  - viteza unghiulară, în rad/s;  
 $\tau$  - timpul, în s;  
 $\psi$  - unghiul de rotație al roții indexoare;  
 $\Delta$  - modificarea dintelui (flancare, bombare); abatere procentuală;  
 $\Omega$  - frecvența angrenării aceleași perechi de dinți, în Hz;

**Termeni specifici:**

**“armonice”** – frecvențe, multiplii sau submultiplii ale frecvenței fundamentale;  
**“banda laterală”** – bandă de frecvență care apare ca urmare a modulației în amplitudine și fază a frecvenței undeii putătoare. Spațierea benzilor laterale depinde de indicele de modulație;  
**“baseband”** – banda laterală de spațiere minimă;  
**“buffer”** – memoria tampon de stocare și comprimare a informațiilor;  
**“cepstrum”** - transformata inversă a logaritmului spectrului de putere;  
**“cepstre Zoom”** – reprezentarea unui domeniu selectat din transformata inversă a logaritmului spectrului de putere  
**“high quefreny”** - reprezintă variațiile rapide în spectrul de frecvență;  
**“indice de modulație”** – raportul dintre variația maximă a pulsației instantanee și pulsația semnalului modulator;  
**“low quefreny”** - reprezintă variațiile lente în spectrul de frecvență;  
**“quefreny”** - variabila independentă  $\tau$ , a cepstrumului are dimensiuni de timp. Este o terminologie utilizată pentru interpretarea semnalelor de timp în legătură cu conținutul lor de frecvență;  
**“rahmonics”** – echivalentul armonicelor de la analiza spectrală;  
**“sidebands”** – benzi laterale;  
**“spectrul de frecvență”** – este o reprezentare grafică a amplitudinii semnalului funcție de frecvență.  
**“vibrații parametrice”** – datorate modificării unui parametru al sistemului ca urmare a excitațiilor externe;  
**“zoomed”** – spectrul zoom de cea mai joasă frecvență;

# INTRODUCERE

Se cunoaște că transmisia cu roți dințate are gradul de acoperire supraunitar, ceea ce înseamnă că este un mecanism cu una sau mai multe legături pasive. Mișcarea unui asemenea mecanism este posibilă numai în cazul când el este “precis”. În realitate însă, angrenajul realizat fizic nu corespunde ipotezelor stabilite. Dacă abaterile de la valorile teoretice sunt mici, angrenajul real poate să funcționeze fără să se blocheze, datorită deformațiilor care apar în elementele transmisiei dințate. Dacă însă abaterile de la valorile teoretice depășesc anumite limite angrenarea nu mai este posibilă dacă nu se creează un grad de libertate suplimentar. Acesta se obține datorită jocului dintre flancurile dinților.

Pentru scrierea ecuațiilor de mișcare și pentru calculul constantelor întregului sistem trebuie cunoscute:

- valoarea și legea de variație în timp a rigidității sistemului;
- felul erorilor și variația lor în timp;
- valoarea jocului lateral dintre dinți;
- amortizarea sistemului.

Determinarea mișcării reale a roților dințate este necesară nu numai pentru determinarea sarcinilor dinamice, ci și pentru stabilirea preciziei cinematice. Precizia cinematică nu poate fi respectată datorită deformațiilor elastice ale elementelor mecanismului. Aceste deformații acționează ca o eroare de execuție și sunt de același ordin cu acestea, influențând defavorabil sarcinile dinamice, uzura și vibrațiile roților în timpul funcționării.

Ca generatoare de vibrații s-au stabilit, în general trei cauze:

- oscilațiile momentului motor și ale celui rezistent;
- abaterile de la precizia de prelucrare a dinților, în special eroarea pasului măsurat pe cercul de bază, care duce la apariția percuțiilor periodice dintre

dinți (creează o sarcină dinamică de scurtă durată) și eroarea de profil (creează o sarcină dinamică cu acțiune permanentă);

- variația periodică a rigidității angrenării, datorită trecerii periodice a sarcinii de pe un dinte pe doi dinți.

Acțiunea sursei exterioare poate fi atenuată sau chiar izolată prin folosirea maselor de echilibrare și a cuplajelor elastice aflate în legătură cu amortizoare de vibrații.

Sursele interioare prezintă un interes deosebit pentru durabilitatea angrenajului. Vibrațiile generate de aceste surse, și odată cu ele, forțele dinamice și zgomotul devin foarte mari, în special atunci când frecvența sursei perturbatoare, aflată tot timpul într-un raport determinat cu turația angrenajului, se suprapune cu o frecvență proprie a acestuia (apare fenomenul de rezonanță). Vibrații cu amplitudini mari pot apare și la alte frecvențe, însă acestea au caracter deosebit de rezonanță. Fenomenul respectiv apare datorită rigidității variabile a angrenării și poartă numele de *rezonanță parametrică*. În acest caz se vorbește de un sistem reonom, deoarece în ecuațiile de mișcare apar coeficienți în funcție de timp. Teoria acestor sisteme a demonstrat că la anumite fracțiuni, multipli sau combinații ale frecvențelor proprii, pot apare *domenii de instabilitate sau de rezonanță parametrică*.

Pentru cercetarea dinamicii roților dințate există două metode:

- a). forțele la intrare dinților în angrenare se determină în ipoteza că procesul vibrațiilor provocate de ciocnirea anterioară a dinților este deja amortizat și valoarea vitezelor unghiulare ale roților la începutul percuției este egală cu valoarea ei nominală, iar sarcina care acționează asupra dinților în momentul respectiv este egală cu cea statică;
- b). se consideră că vibrațiile care apar în perioada de timp dintre două ciocniri succesive ale dinților încă nu au fost amortizate. Mișcarea roților, care se compune din rotația staționară peste care se suprapun vibrațiile și



ciocnirile ulterioare apărute la intrare dinților în angrenare, se analizează ca un proces continuu.

Autorii majorității lucrărilor publicate în domeniul dinamicii transmisiei cu roți dințate utilizează cea de-a doua metodă, deoarece în acest caz pot fi luați în considerare concomitent mai mulți factori care influențează asupra vibrației transmisiei.

Gradul de schematizare utilizat în studiul vibropercuțiilor este cu mult mai mare în cazul analizării ciocnirilor singulare a dinților, însă transmiterea sarcinii de la o pereche de dinți la alta sau influența încovoierii arborilor transmisiei și a maselor legate elastic cu roțile dințate se pot studia mai simplu.

Mulți cercetători au studiat dinamica roților dințate cilindrice cu luarea în considerare a preciziei de fabricație. Erorile tehnologice ale danturii produc excitația suplimentară a transmisiei și corespunzător forțe dinamice suplimentare în special în zona turațiilor subcritice. La erorile periodice ale formei profilului, valoarea forțelor dinamice depinde de amplitudinea și de frecvența erorilor.

Problemele de proiectare a transmisiilor cu roți dințate bazate pe luarea în considerare a sarcinii dinamice, ca rezultat al vibrațiilor și vibropercuțiilor, constituie un domeniu în care nu există o unitate de păreri.

După unele metodici, sarcinile dinamice provocate de erori ale pasului de bază trebuie adăugate integral la cele statice, în cazul când dintele se calculează la ruperea prin oboseală și numai jumătate din sarcina dinamică, dacă angrenajul se calculează la ciupire și are duritatea suprafeței flancurilor  $HB \leq 350$ .

Alți cercetători propun să se calculeze un coeficient dinamic  $k_d$  luându-se jumătate din sarcina dinamică, coeficient care apoi să rămână valabil atât pentru calculul dintelui la ruperea prin oboseală, cât și la ciupire.

O altă metodă propune ca odată cu creșterea turației să se reducă tensiunile admisibile la presiune de contact, păstrând în calcule valoarea sarcinii nominale.

În sfârșit alți autori consideră că sarcinile dinamice, datorită acțiunii lor de scurtă durată, nu influențează prea mult durata de serviciu a transmisiei cu roți dințate. Acest punct de vedere nu este susținut însă, deoarece la formularea lui nu s-a ținut seama de faptul că sarcina dinamică are o acțiune permanentă atunci când este provocată de eroarea de execuție a profilului și că sarcina dinamică crește mai lent decât viteza roților dințate.

Tendința de a reduce sarcinile dinamice a dus la realizarea dinților flancați. În acest caz eroarea pasului de bază se transformă în eroare de profil, care produce o sarcină dinamică mai mică.

Pornind de la analiza factorilor de influență a comportării vibroacustice se propune următoarea grupare a măsurilor care determină îmbunătățirea comportării vibroacustice [147 ]:

- a).de protecție activă, care urmăresc obținerea unui răspuns dinamic redus al angrenajelor;
- b) de protecție pasivă, care ridică rezistența mediului la transmiterea vibrațiilor și la propagarea undelor acustice sau care reduc radiația acustică.

Se recomandă ca prioritar să fie aplicate măsurile de protecție activă, deoarece în cazul unui răspuns dinamic redus al angrenajelor:

- crește durabilitatea elementelor (se reduce uzura elementelor aflate în mișcare relativă și oboseala materialelor sau distrugerea la suprasarcini dinamice);
- crește eficacitatea măsurilor de protecție pasivă.

Stabilirea măsurilor de protecție activă sau pasivă rezultă din studiul teoretic și experimental al vibropercuțiilor sistemului. Acest studiu este posibil după realizarea transmisiei, sistemul real permițând stabilirea unor parametri ai modelului dinamic de analiză teoretică.

Metoda analizei vibroacustice permite controlul global și rapid al preciziei de execuție și montaj a angrenajelor și pune la dispoziție posibilități de

identificare a cauzelor și factorilor perturbanți și indică soluții de îmbunătățire. De asemenea, dacă se dispune de spectre vibroacustice ridicate la anumite intervale de funcționare a transmisiei, comparându-le între ele, se pot evidenția factorii care au dus la înrăutățirea stării tehnice a produsului, utilizându-se astfel metode de diagnosticare vibroacustică.

Analiza pe cale vibroacustică a calității tehnologice permite depistarea surselor vibroacustice cu comportare anormală și în plus, luarea de măsuri susceptibile să reducă nivelul de vibrații și zgomot; această analiză poate constitui un mijloc de recepție a produselor. Dacă se stabilește o dependență între calitatea tehnologică și procesele de deteriorare, pe de o parte, și comportarea vibroacustică, pe de altă parte, este posibilă evaluarea stării tehnice curente a ansamblului transmisiei, modalitate ce permite prognozarea duratei de viață ulterioare.

## 1. STADIUL ACTUAL AL CERCETĂRII VIBROACUSTICE A ANGRENAJELOR

### 1.1. GENERALITĂȚI

Roțile dințate ridică o serie de probleme legate de executarea, utilizarea și controlul lor. Problemele legate de execuția acestora, corelate cu condiția de realizare a unei calități ridicate, în condițiile unei eficiențe economice corespunzătoare, impun perfecționarea continuă a tehnologiilor de execuție și a metodelor și mijloacelor de control ale acestor organe de mașini.

Angrenajul ca element de mașină este un organ relativ simplu compus din două roți dințate, în schimb, din punct de vedere funcțional este un organ de mașină căruia i se impun multe condiții ca: rezistență, durabilitate, funcționare silențioasă, precizie în transmiterea mișcării și cost redus.

Dacă din punct de vedere al rezistenței și durabilității există suficientă experiență, pentru celelalte condiții cunoștințele sunt mai reduse. Funcționarea silențioasă și precizia în transmiterea mișcării sunt atribute legate de precizia de execuție și funcționare a angrenajului montat în mașina sau aparatul respectiv.

În cercetările actuale se tratează tot mai mult precizia angrenajului prin prisma tuturor cauzelor care contribuie la aceasta, având în vedere pe lângă standardele cele mai noi și rezultatele cercetărilor pe plan mondial.

Termenul de precizie, cu adresare directă la domeniul tehnic, reprezintă proprietatea unui produs de a avea mărimile sale caracteristice cuprinse într-un interval cât mai mic în jurul valorii dorite. Precizia unui produs este cerută de rolul funcțional, acesta impunând limitele admisibile în care calitatea produsului trebuie să se încadreze. Cu alte cuvinte, un produs considerat “precis” pentru un

anumit scop poate fi “imprecis” sau ”mult prea precis” (neeconomic) pentru alt scop. Standardele de calitate a roților dințate și angrenajelor nu definesc precizia lor, dar indică valorile admisibile între care trebuie să se afle dimensiunile unui complex de indicatori măsurabili pentru ca acestea să se încadreze într-o anumită clasă de precizie.

În cazul angrenajelor rolul funcțional impune asigurarea, depinzând de locul și rolul angrenajului în subansamblul sau în ansamblul general, a următoarelor “proprietăți” funcționale [153]:

- asigurarea unui raport de transfer constant și uniform (precizie cinematică);
- asigurarea capacității de încărcare;
- asigurarea durabilității;
- asigurarea randamentului;
- asigurarea silențiozității transmisiei.

Precizia angrenajului poate fi definită ca reprezentând indicele de calitate măsurat prin mărimea erorilor absolute ale unor elemente caracteristice ale roților dințate sau angrenajului, impus de rolul funcțional și de condițiile de exploatare ale acestuia.

Privit angrenajul ca mecanism în sine, cu rolul de a primi, transforma și transmite o mișcare, trebuie remarcat că precizia lui poate fi caracterizată în întregime prin precizia cinematică, adică prin asigurarea unui raport de transfer constant și uniform în condițiile de exploatare, deoarece capacitatea de încărcare sau durabilitatea angrenajului pot fi asigurate prin alegerea unor parametri constructivi și a unor materiale adecvate. Silențiozitatea este nemijlocit legată de precizia cinematică, zgomotul, vibrațiile și șocurile având drept cauză imprecizia cinematică. Din aceste motive calitatea cinematică a angrenajului ar trebui caracterizată printr-un singur indicator care s-ar numi *precizie cinematică în funcționare* și care ar fi componenta tuturor cauzelor ce concură la precizia unui angrenaj [120].

Se poate considera, în urma cercetărilor recente, că eroarea cinematică este influențată de excentricitatea cercurilor de bază ale roților dințate. Toate studiile întreprinse până acum sunt de acord că excentricitatea cercurilor de bază ale roților dințate este cauza principală a impreciziei cinematice a angrenajelor.

Eroarea cinematică reprezintă variația maximă a unghiului de rotire, pentru o rotație completă, la angrenarea pe un singur flanc cu roata etalon, pentru distanța dintre axe la valoarea nominală.

Referitor la precizia unui angrenaj, se pot trage următoarele concluzii:

- precizia unui angrenaj trebuie definită prin eroarea cinematică și măsurată prin variația raportului de transfer real față de valoarea sa teoretică;
- precizia cinematică depinde de calitatea roților dințate exprimată prin excentricitatea relativă și de poziția acestora în angrenaj;
- precizia cinematică trebuie evaluată luând în considerare și valoarea raportului de transfer teoretic;
- evaluarea preciziei cinematice a angrenajului trebuie făcută direct asupra lui și nu pentru fiecare roată în parte prin stabilirea clasei de precizie în funcție de angrenarea fiecărei roți cu roata etalon.

Roata etalon este o roată dințată de mare precizie, încadrată în clasele de precizie 1 și 2 sau într-o clasă specială nestandardizată. Din acest motiv se poate aprecia că erorile sale sunt neglijabile în raport cu cele ale roții dințate de controlat, considerând că roata etalon are o geometrie corespunzătoare roții teoretice. Aparatele de control cu roată etalon au în dotare câte o singură roată etalon pentru un același modul, executată cu un număr de dinți  $z$  pe considerente constructive și tehnologice.

După cum s-a arătat, precizia angrenajelor poate fi caracterizată în întregime prin precizia cinematică. Aceasta influențează buna funcționare a angrenajelor, atât din punct de vedere a caracteristicilor cinematice ale angrenării, cât și din punct de vedere al comportării dinamice a acestora.

## 1.2. ERORI DE TRANSMITERE ÎN MECANISMELE CU ROȚI DINȚATE

Teoria erorilor de transmitere își are originea în cercetarea din domeniul contactului dinților în cadrul unui angrenaj în sarcină, dar este totodată cea mai largă aplicație în descrierea cinematicii oricărui tip de angrenaj. Ea permite totodată, prin efectele de deformare a dintelui, să se determine modificările în transmiterea sarcinilor. Caracteristicile erorilor de transmitere sunt descrise atât în domeniul timp, cât și în frecvență. Metodele de măsurare pun în evidență influența vibrației asupra erorilor de transmitere [91].

Eroarea de transmitere este definită ca o deviație a poziției elementului condus pentru orice poziție a elementului conducător, relativă la poziția elementului nedeformabil și perfect geometric. În mod obișnuit se măsoară o deviație liniară de la poziția de bază, de-a lungul liniei de angrenare. Convenția general acceptată este că rămânerea în urmă a roții dințate conduse produce o eroare de transmitere negativă. O influență deosebită asupra acestui fenomen o au erorile de fabricație și deformațiile dinților sub sarcină.

Scopul multor cercetări ale angrenajelor a fost să determine sarcina dinamică pe dinte. La viteze mici fenomenul este considerat ca fiind o serie de ciocniri a aceleași perechi de dinți ce vine în contact [92]. Vibrația în acest caz constituie o eroare de transmitere statică. La viteze mari apare o vibrație continuă care este efectiv o eroare de transmitere.

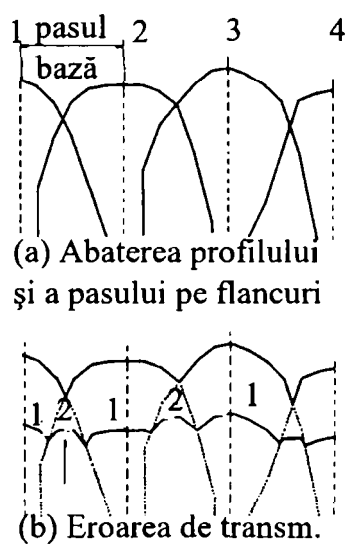
Pentru a putea determina erorile de transmitere dintele trebuie considerat inițial fără orice posibilitate de interferență cu perechea vecină și de asemenea, că în angrenare se află o singură pereche de dinți [6]. Deplasarea celor doi dinți se produce de-a lungul liniei de angrenare. În afara liniei de angrenare eroarea de transmitere se va schimba rapid și devine infinit negativă când dinții ies din contact. Curba erorilor totale de transmitere (de fabricație și de deformație), va fi considerată ca o curbă limită și se poate întocmi pentru fiecare pereche de dinți

separat. Aceste curbe se vor așeza pe o diagramă comună după următoarele reguli [125]:

- în sensul de rotație, considerând mișcarea efectuată în timp;
- pe scara verticală curbele limită se vor așeza astfel încât înălțimea lor relativă să corespundă oricărei erori de așezare a perechii de dinți vecine cu abatere pozitivă;
- la transmisia fără sarcină această curbă este locul geometric al celor mai înalte puncte de pe curbele limită;
- deformația dinților produce o abatere negativă, valoarea erorii de transmitere, pentru orice poziție unghiulară, putând fi determinată din curbele limită;
- dacă punctul care reprezintă eroarea în mișcare de rotație este mai jos de curba limită pentru această pereche, contactul este doar pentru perechea dată (angrenare unipară), iar dacă punctul este situat spre stânga sau spre dreapta, pe curba limită, atunci această pereche nu este în contact.
- cunoscând contururile de blocare a dinților, este posibil să se anticipeze curbele erorii de transmitere pentru orice valoare a sarcinii transmise.

Curba obținută pentru angrenajul neîncărcat este adesea cea mai semnificativă deoarece vibrațiile sunt mai periculoase la sarcini ușoare.

Metoda de mai sus poate fi aplicată în principiu pentru orice tip de angrenaj și pentru diferite abateri (fig. 1.1).



**Fig.1.1.** Curbele limită [125]



Caracteristicile în domeniul timp reies din analiza curbelor erorii de transmitere și ele sunt [125]:

- erorile de rotație sunt cauzate în principal de excentricitate sau de erori de rostogolire cumulate. Ele pot fi observate clar, corespunzând unei rotații. Pentru angrenajele de viteză mică efectul de bătaie este mai mic. Eroarea de rotație este sinusoidală, dar vârful de eroare local este asemănător unei erori de rostogolire și se repetă la fiecare rotație. În (fig.1.2) sunt arătate curbele erorii de transmitere pentru dinții cu flancare lungă, scurtă și normală.

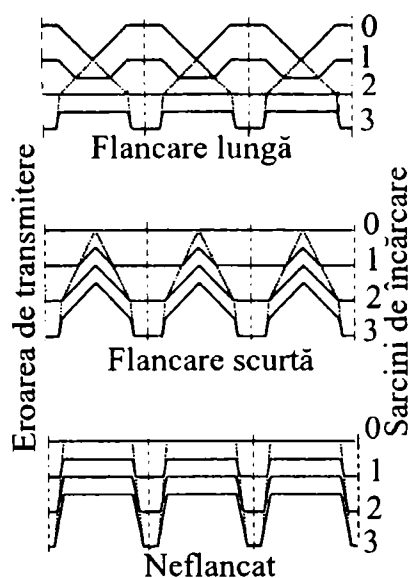


Fig.1.2.Eroarea de transmitere

- erorile dinților care sunt cauzate în principal de erorile de profil și de deformația dinților sub sarcină. Curba este rareori sinusoidală, având o formă de dinți de fierăstrău. În figura 3 sunt arătate curbele erorii de transmitere măsurate pentru dinții cu flancare lungă.

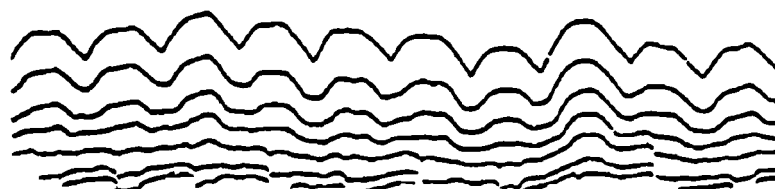


Fig.1.3.Curbele măsurate ale erorii de transmitere

Dacă eroarea de transmitere este examinată în domeniul frecvență atunci apar trăsături care nu sunt evidențiate în domeniul timp. Acestea sunt [126]:

- erorile de rostogolire care pot fi distribuite aleatoriu, producând o creștere a componentelor armonice la aproape orice frecvență (fig.1.4). O importanță deosebită o prezintă eroarea de profil.

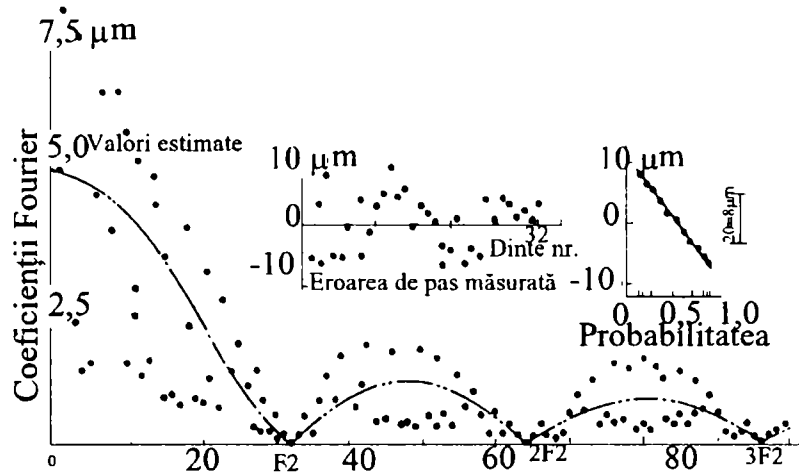


Fig.1.4. Erorile de rostogolire

- contactul dinților și frecvența erorii componentelor de rotație. În figura 5 sunt arătate curbele erorii dinamice, pentru o anumită rotație relativă, împreună cu armonicile corespunzătoare din jurul celei de-a doua armonice a frecvenței de angrenare a dinților.

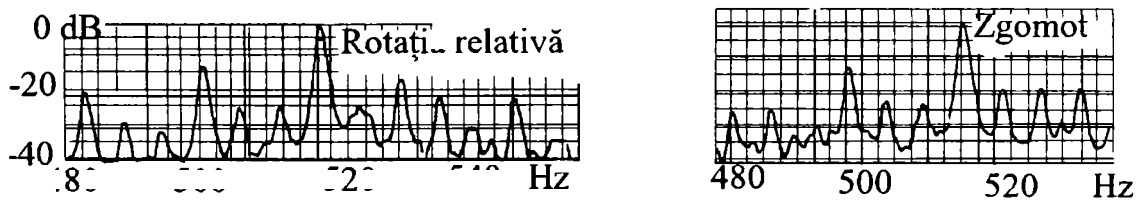
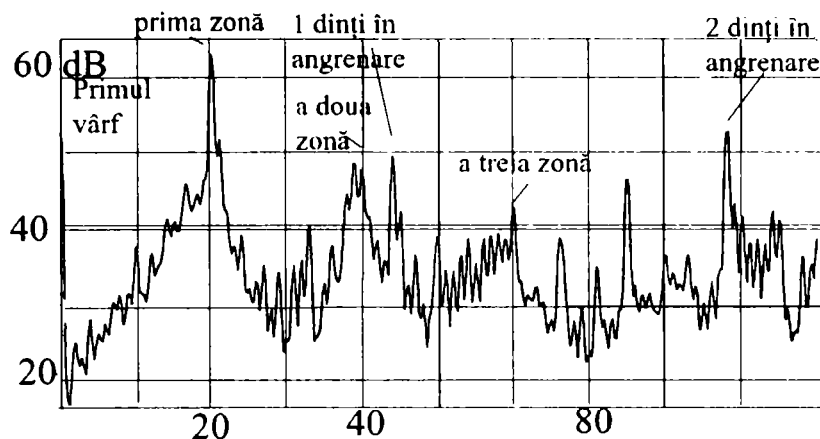


Fig.1.5. Structura benzilor laterale ale erorilor dinamice de transmitere

- erorile frecvenței nonsinusoidale ale dintelui care vor avea componente armonice în ordine crescătoare. În acest caz observarea vizuală nu este o metodă eficace pentru evaluarea armonicilor. În figura 6 sunt arătate curbele datorate erorilor grosolane.

629.009  
369 A



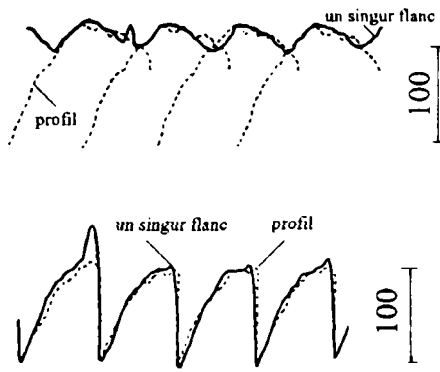
**Fig.1.6.** Armonicele la 9.05 Hz

Erorile de transmitere la viteze reduse au fost măsurate cu ajutorul discurilor rotative, accelerometrelor, traductoarelor seismice [150]. Rezultatele acestor măsurători fiind utile mai ales în cadrul laboratoarelor. Având obținute semnale în funcție de poziția unghiulară ale celor două angrenaje, acestea pot fi procesate digital și analog. În cazul metodei digitale, semnalele sunt subdivizate treptat spre o mărime egală cu rezoluția cerută. Eroarea de transmitere este determinată efectiv de diferența mărimilor.

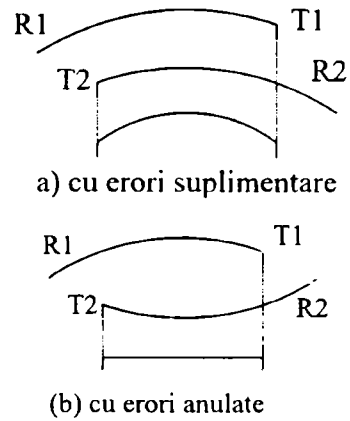
La metoda semianaloagă, semnalele importante sunt trecute direct spre un comparator de fază. Semnalele digitale au avantajul de a fi în stare să opereze de la viteza zero, dar au o limită superioară de viteză pentru frecvențe generate, foarte înalte. Metoda semianaloagă nu va opera de la viteza zero, dar poate fi făcută să aibă o limită superioară de viteză înaltă.

Pentru viteze înalte, o limită este viteza de rotație maximă a componentelor importante. Limita uzuală inferioară apare datorită dificultăților de procesare a semnalului. În mod normal semnalul de la roata conducătoare este mai întâi multiplicat cu frecvența și apoi divizat cu numărul de dinți ai roții conduse. Această metodă reduce rezoluția, dar face posibil să se lucreze cu viteze înalte, în mod normal. Sistemul trebuie să aibă suficientă rigiditate la torsiune pentru a evita rezonanța în domeniul măsurării și să fie în același timp flexibil pentru a putea transmite fidel mișcarea

Eroarea de transmitere măsurată sub sarcină a dovedit influența sarcinii asupra vibrațiilor și zgomotului din angrenaje. Măsurătorile se fac de regulă pe flancul inactiv, informațiile primite în acest caz nefiind suficiente [10]. În general curbele obținute prin măsurători pe angrenajele neîncărcate sunt mai semnificative deoarece vibrațiile și zgomotele sunt mai periculoase la sarcini ușoare.(fig.1.7.; fig.1.8)



**Fig.1.7.** Comparație între eroarea pe un flanc și eroarea de profil



**Fig.1.8.** Comparație între erorile măsurate și cele calculate

### 1.3. DIAGNOSTICAREA VIBROACUSTICĂ

În cazul transmisiilor cu roți dințate, diagnosticarea vibroacustică reprezintă o modalitate de apreciere a calității tehnologice, a celei funcționale, (evidențiază abaterile de execuție și de montaj), precum și a proceselor de deteriorare.

Analiza pe cale vibroacustică a calității tehnologice permite depistarea surselor vibroacustice cu comportare anormală și în plus, luarea de măsuri susceptibile să reducă nivelul de vibrații și zgomot. Această analiză poate constitui un mijloc de recepție a produselor. Dacă se stabilește o dependență între calitatea tehnologică și procesele de deteriorare pe de o parte, și comportarea vibroacustică pe de altă parte, este posibilă evaluarea stării tehnice curente a ansamblului transmisiei, modalitate ce permite prognozarea duratei de viață ulterioare [87].

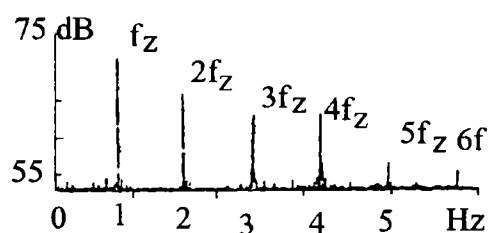
Deși are un nivel de semnificație mai scăzut decât alți parametri, semnalul vibroacustic poate fi utilizat pentru diagnosticarea în sensul arătat anterior, aceasta făcându-se indirect, rapid și fără demontarea transmisiei, ceea ce implică avantaje economice importante.

Evaluarea cantitativă a calității tehnologice și a proceselor de deteriorare se face pe baza unor parametri principali de diagnosticare, cum sunt: abaterile tehnologice (de execuție și montaj) și cele funcționale (deteriorări ale flancului și piciorului dintelui).

În cazul transmisiei cu roți dințate, elementele constructive cu rol hotărâtor în determinarea durabilității și fiabilității ansamblului sunt angrenajele, care provoacă 21÷60% (în medie 39%) din defecțiuni și lagărele, care provoacă 10÷44% (în medie 19%) din defecțiuni. Ca urmare, problema diagnosticării se pune în principal pentru aceste componente.

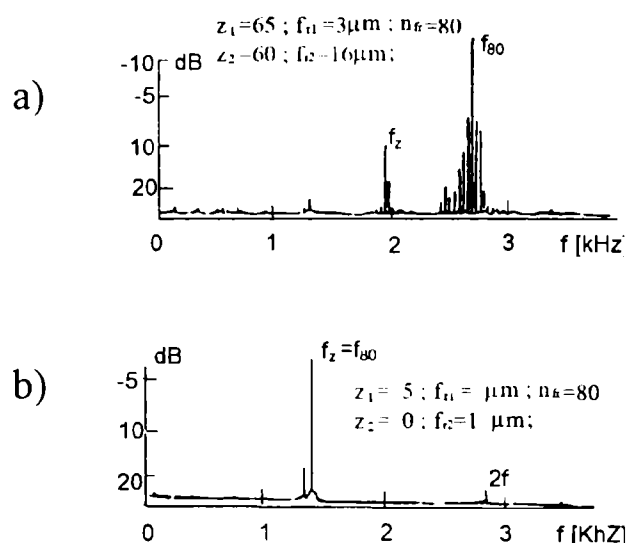
Parametrii principali de diagnosticare (menționați anterior) se regăsesc, însumați cu deformațiile relative în deplasările relative dintre roțile dințate care determină, atât excitații parametrice cu rol hotărâtor asupra vibroacusticii sistemului, cât și șocuri de angrenare. Ca urmare, frecvențele critice corespunzătoare domeniilor de rezonanță și instabilitate parametrică sunt determinate de frecvența angrenării  $f_z$ , și frecvențele proprii ale sistemului. Este evident că la analiza semnalului în scopul diagnosticării este necesar să se separe domeniile corespunzătoare parametrilor principali de diagnosticare.

În cazul unei transmisii cu o treaptă, precis executată, în spectrul de frecvențe se manifestă numai tonuri cu frecvența angrenării și armonicile ei superioare. (fig.1.9.) [153]



**Fig.1.9.** Spectrul de frecvențe al presiunii acustice emise de un angrenaj foarte precis executat și poziționat

Dacă roțile dințate prezintă abateri sau deteriorări, efectele acestora pot modifica structura spectrului, (fig. 1.10).



**Fig.1.10.** Influența abaterilor de profil asupra spectrului presiunii acustice

Frecvența abaterii de profil se regăsește în spectrul de frecvențe, fie separat (fig.1.10.a)), fie suprapusă peste frecvența de angrenare al cărei nivel vibroacustic este mult amplificat (fig.1.10.b)). Abaterea de pas se manifestă prin frecvența de angrenare  $f_z$  și multiplii ei, respectiv prin apariția de benzi laterale față de frecvența  $f_z$  și armonicile sale.

“Avariarea” unui dinte prin fisurare se manifestă, ca și excentricitatea unei roți dințate sau uzarea danturii, prin modificări ale nivelului benzilor laterale. În general prin uzare, profilul dintelui este afectat de o parte și de alta a cercului de rostogolire, ceea ce determină amplitudini mult mai mari la armonicile superioare decât la frecvența de angrenare, precum și la benzile laterale corespunzătoare acestora. Modificarea nivelului acestora în urma uzării este mică. În exemplul prezentat, datorită uzării s-a produs modificarea în spectrul de frecvențe al vibrațiilor carcusei a amplitudinii, în scara logaritmică, a unei benzi laterale a primei armonice ( $2 f_z + f_n$ ), de la 3,1 la 3,22.

În fiecare din figurile 1.9. și 1.10, a fost evidențiată influența a câte unui singur factor. În cazul general concură mai mulți factori, având ponderi diferite în spectrul vibroacustic, în care se pot evidenția:

- frecvențele de angrenare și armonicile lor;
- benzile laterale ale acestora;
- subarmonice ale frecvenței arborelui datorate unor impulsuri aditive repetate la fiecare rotație;
- vârfuri de frecvență ale unor vibrații parazite datorate influenței elementelor din afara transmisiei studiate și care pot avea uneori amplitudini mari;
- componente de intermodulație a unor frecvențe importante.

În afara analizei spectrale în banda îngustă de frecvențe, s-a utilizat pentru diagnosticarea vibroacustică și analiza spectrală. Aceasta este eficientă pentru urmărirea în timp a nivelului benzilor laterale din spectru, în scopul determinării evoluției factorilor principali de diagnosticare și implicit a stării tehnice a ansamblului. Prin această metodă de prelucrare a semnalului se accentuează structura periodică a spectrului, iar efectele sursei și căii de transmitere devin aditive.

În 1990 echipa de cercetare MUM (sistem foarte precis de monitorizare continuă a stării de sănătate), a condus un experiment pentru determinarea necesității diagnosticării [192]. În cadrul acestei examinări au fost incluse agenții guvernamentale și personalul din cadrul industriei S.U.A., aflate în contact direct sau indirect cu diagnosticarea vibroacustică a transmisiilor. Participanții au fost rugați să aprecieze necesitatea efectuării testelor de cercetare propuse. Fiecare dintre aceste domenii de cercetare propuse au fost apreciate astfel: necesitate critică, necesitate moderată și fără necesitate în efortul global de a realiza sistemul foarte precis MUM. Rezultatele experimentului au demonstrat că metodele de diagnoză ale stării de funcționare, alături de aprecierea nivelului de deteriorare au fost considerate de majoritatea participanților ca fiind cu importanță critică. Echipa de cercetare MUM a impus prioritățile de cercetare, echipamentele de testare ale transmisiilor cu roți dințate fiind realizate la NASA Lewis.

Prima direcție de cercetare a impus utilizarea unor anumite tehnici de testare și de determinare ale erorilor angrenajului datorate vibrațiilor produse în

timpul testelor de solicitare ale roților dințate cilindrice, cu scopul de a verifica și a compara diversele metode de analiză. Au fost incluse metode de detecție a erorilor cum ar fi: FM4, NA4\* și NB4\*. FM4 este o metodă distinctă în domeniul timpului de referință, folosită pentru detecția erorilor roților dințate [179]. NA4\* și NB4\* sunt metode dezvoltate la NASA Lewis pentru a prevedea din timp deteriorarea dinților roților dințate și de a reacționa la creșterea și răspândirea severă a acestor deteriorări [192].

A doua direcție de cercetare a constat în dezvoltarea și verificarea unei tehnici de detecție generală a erorilor [126]. Această nouă tehnică a fost folosită experimental în cazul instalației de testare a transmisiei la elicopterele NASA de 500 Mp, unde s-au înregistrat o serie de erori ale vitezei și rezistenței. Această metodă necesită un efort minim

A treia direcție de cercetare include o procedură analitică de prezicere a vibrației sistemelor cu roți dințate sau prezenței defectelor datorită solicitărilor [125]. Rezultatele teoretice deduse cu ajutorul modelului sunt comparate cu rezultatele experimentale ale probelor solicitate la oboseală. Datele experimentale folosite pentru verificarea diferitelor metode de determinare a erorilor de transmitere s-au obținut prin măsurători efectuate pe standuri de încercare la centrul de cercetare Lewis NASA.

Există patru standuri de încercare ale roților dințate cilindrice, operaționale încă din anul 1972. Scopul principal a acestor testări este studiul influenței materialelor, tratamentelor termice de suprafață și efectul tipurilor de ungere pe flancurile active ale dinților roților dințate. Roțile dințate testate sunt cu profil compensat, pentru a mări presiunea de contact. Vibrația provenită de la un accelerometru montat pe o placă suport este recepționată pe un PC (calculator personal) cu C.A.D. (conversie analog / digitală).

Ruperea dinților și fisurarea unui dinte al roții dințate au prezentat aspecte distincte pentru toate testele efectuate. Deteriorarea diferă, de la fisurarea sau



crăparea parțială a dintelui la unul dintre teste, la fisurarea gravă (severă), cu ruperea completă a mai multor dinți, așa cum este ilustrat în figurile 1.11. și 1.12.

Metoda FM4 a fost dezvoltată pentru a determina schimbările în modul de vibrație, prin urmărirea unui număr limitat de dinți ai roților dințate [179]. Semnalul diferență este obținut prin îndepărtarea componentelor (armonicile și frecvența arborelui, armonicile și frecvența fundamentală împreună cu benzile laterale de prim ordin), din semnalul original. Semnalul FM4 se obține prin calculul celor patru momente statice normalizate ale acestui semnal diferențial. Pentru o angrenare în bune condiții semnalul diferențial va fi la început zgomot Gaussian, rezultând în FM4 cu o valoarea de 3 (adimensional). Când se deteriorează unul sau doi dinți (prin fisurare, crăpare), apare un vârf sau o serie de vârfuri în semnalul diferențial. FM4 va reacționa crescând la o valoare mai mare decât valoarea nominală a lui 3.

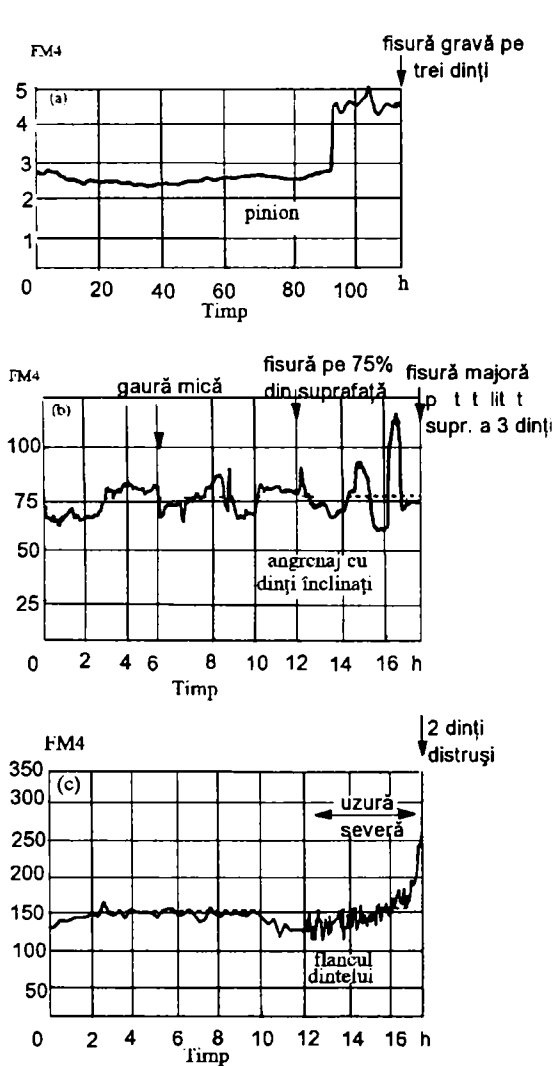


Fig.1.11.Metoda FM4 [192]

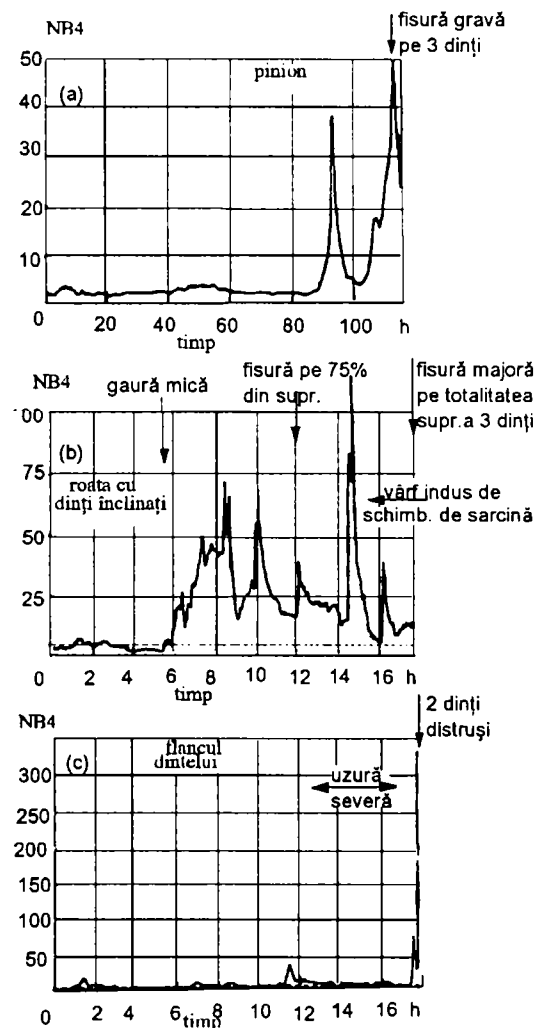


Fig.1.12.Metoda NB4\* [192]

În figura 1.11 sunt prezentate exemple de rezulte ale metodei FM4, comparativ cu cele obținute prin metoda NB4\* (fig.1.12).

Așa cum se poate observa în figura 1.11, FM4 reacționează la fisura apărută în timpul testului numărului 2 al roții dințate cilindrice (fig. 1.11.a)) și la deteriorarea produsă de ruptura multiplă a dintelui în timpul testului numărul 5 al roții dințate (fig. 1.11.c)) dar nu reacționează la ruptura parțială a dintelui, în timpul testului pinionului. De asemenea FM4 nu reacționează la debutul și la progresia fisurării, în timpul primului test de încercare la uzură a roții dințate, așa cum se poate observa în figura 1.11.b). FM4 va reacționa la deteriorarea produsă de fisurare, în timpul celui de-al doilea test a roții dințate.

Metoda NA4\* și NB4\* (fig.1.12), recent dezvoltată de NASA Lewis reacționează la deteriorări, pe măsura dezvoltării acestora [191].

Metoda analizei vibroacustice permite controlul global și rapid al preciziei de execuție și montaj a angrenajelor și pune la dispoziție posibilități de identificare a cauzelor și factorilor perturbanți și indică soluții de îmbunătățire. De asemenea, dacă se dispune de spectre vibroacustice ridicate la anumite intervale de funcționare a transmisiei, comparându-le între ele, se pot evidenția factorii care au dus la înrăutățirea stării tehnice a produsului, utilizându-se astfel metode de diagnosticare vibroacustică.

Toate formele de excitație parametrică (cum ar fi angrenarea roților dințate, neechilibrarea, alinierea greșită) pot duce la apariția condițiilor de rezonanță. Un mecanism neechilibrat prezintă un semnal care va crește proporțional cu pătratul vitezei, indicând faptul că echilibrarea mecanismului poate produce o ameliorare. Într-un asemenea caz echilibrul se poate restabili accelerând mecanismul.

Prezența uzurii roților dințate este pusă în evidență de armonicile prezente la vitezele nerezonante.

### 2. SURSE ALE ERORILOR DE TRANSMITERE ÎN ANGRENAJELE CILINDRICE

În condiții reale de funcționare, procesul de angrenare are anumite abateri față de condițiile ideale. Aceste abateri sunt provocate atât de erorile de fabricație ale roților dințate și celorlalte elemente ale transmisiei, cât și de erorile de montaj. Sarcinile dinamice care apar în aceste condiții pot fi considerabile în raport cu forțele statice și luarea lor în considerare la proiectarea angrenajelor este obligatorie.

Dinamica transmisiilor cu roți dințate este influențată de următorii factori:

- variația rigidității angrenajului din cauza deformațiilor variabile ale dinților în procesul angrenării (sarcina este transmisă de un număr diferit de dinți);
- erorile tehnologice ale angrenării;
- viteza de rotație, în special în acele zone care corespund fenomenelor de rezonanță.

Sursele interioare sunt reprezentate de abaterile de la precizia de prelucrare a dinților, în special eroarea pasului măsurat pe cercul de bază, care duce la apariția percuțiilor periodice dintre dinți și creează o sarcina dinamică de scurtă durată și eroarea de profil, care creează o sarcina dinamică cu acțiune permanentă, precum și variația periodică a rigidității angrenării, datorită trecerii periodice a sarcinii de pe un dinte pe doi dinți. Aceste surse prezintă un interes deosebit pentru durabilitatea angrenajului. Vibrațiile generate de aceste surse și odată cu ele forțele dinamice și zgomotul devin foarte mari, în special atunci

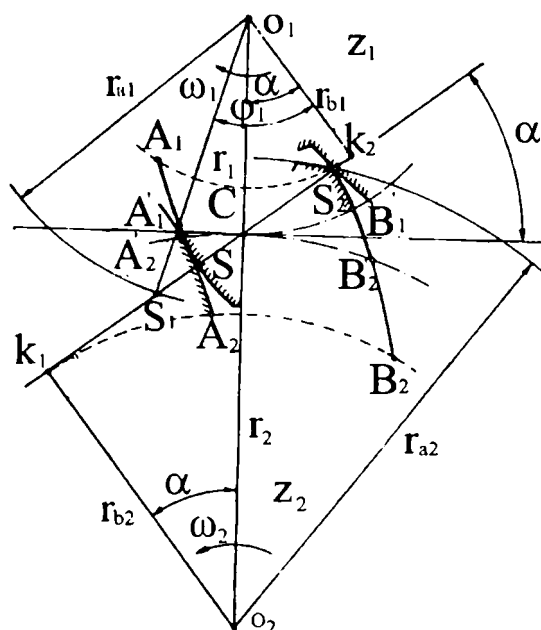
când frecvența sursei perturbatoare, aflată tot timpul într-un raport determinat cu turația angrenajului, se suprapune cu o frecvență proprie a acestuia (apare fenomenul de rezonanță).

## 2.1. GRADUL DE ACOPERIRE

Transmiterea mișcării de rotație în mod continuu și cu un raport de transmitere constant, se realizează cu ajutorul unui mecanism care conține (pentru mecanismele plane), câte o cuplă de rotație  $C_5$ , între elementul conducător și bază, respectiv elementul condus și bază și o cuplă superioară  $C_4$ , între elementul conducător și cel condus. În cazul transmiterii mișcării de rotație între axe paralele, axoidele mișcării relative a celor două elemente sunt cilindri, iar angrenajul corespunzător se numește angrenaj cilindric. Procesul de contact continuu între dinții roților conjugate ale unui angrenaj, în vederea asigurării mișcării neîntrerupte a celor două roți dințate, se numește angrenare. În decursul angrenării, contactul se realizează pe suprafețele laterale ale dinților, numite flancuri. O anumită suprafață secantă intersectează flancurile după profilele lor.

Dantura evolventică prezintă avantajul unor exigențe mai reduse față de alegerea toleranțelor distanței dintre axe, a unor valori constante a forței de angrenare la un moment rezistent constant și a unei tehnologii de execuție mai simple și mai productive. Aceste avantaje au determinat folosirea cu preponderență în industria constructoare de mașini a angrenajelor cu dantură evolventică.

Traectoria pozițiilor succesive ale punctului de contact dintre cele două profile în timpul angrenării este o linie (I), numită linie de angrenare. În cazul angrenajelor cu profil în evolventă linia de angrenare este o dreaptă care trece prin polul angrenării (C) și este tangentă la cercurile de bază de rază  $r_{b1}$ , respectiv  $r_{b2}$  (fig.2.1).



**Fig.2.1.** Traiectoria pozițiilor succesive ale punctului de contact

Intrarea în angrenare are loc în punctul ( $S_2$ ), iar ieșirea în punctul ( $S_1$ ). Segmentul  $\overline{S_1S_2}$ , se numește lungimea efectivă a liniei de angrenare. Polul angrenării împarte acest segment în două părți egale: segmentul de intrare în angrenare  $\overline{S_2C}$ , și segmentul de ieșire din angrenare  $\overline{CS_1}$ . Fiecare roată dințată posedă o anumită mărime de segment de angrenare, indiferent cu ce roată angrenează, iar mărimea segmentului de angrenare a angrenajului este determinată de raportul fiecărei roți.

Transmiterea continuă a mișcării de la roata conducătoare la roata condusă implică existența în contact continuu a cel puțin unei perechi de dinți. Aceasta înseamnă că în momentul în care o pereche de dinți a ajuns în punctul de ieșire din contact ( $S_1$ ), perechea următoare de dinți trebuie să se afle în contact într-un punct ( $S'_1$ ), de pe linia de angrenare (fig.2.1), sau în cel mai rău caz să înceapă angrenarea în ( $S_2$ ). Având în vedere această condiție este necesar ca lungimea segmentului de angrenare,  $\overline{S_1S_2} = k$ , să fie mai mare decât pasul pe cercul de bază  $p_b$ . Raportul acestor mărimi, numit grad de acoperire  $\epsilon$ , trebuie să fie supraunitar:

$$\varepsilon = \frac{k}{p_b} = \frac{k}{p \cos \alpha} > 1 ; \quad (2.1)$$

unde  $p$  este pasul măsurat pe cercul de rostogolire, în m;

$\alpha$  este unghiul de angrenare, în grd.

Îndeplinirea condiției (2.1) arată că după un interval de timp determinat, în angrenare se vor afla două perechi de dinți. Rezultă că la funcționarea angrenajului sub sarcină, la un moment dat, sarcina trece de pe o pereche de dinți pe două perechi de dinți, ceea ce duce la apariția unor forțe dinamice suplimentare chiar și în cazul angrenajelor "precise".

Transmisia cu roți dințate având gradul de acoperire supraunitar, reprezintă un mecanism cu una sau mai multe legături pasive. Mișcarea unui asemenea mecanism este posibilă numai în cazul când este "precis". În realitate, roțile dințate prezintă erori ale corpului roții, erori ale elementelor coroanei dințate și erori ale angrenajului. Nerespectarea ipotezelor angrenajului teoretic face ca legăturile pasive să devină active, iar angrenajul să se blocheze. Dacă abaterile față de angrenajul teoretic sunt mici, angrenajul real poate funcționa datorită deformațiilor elastice care apar în elementele transmisiei dințate. Dimpotrivă, în cazul în care abaterile depășesc anumite limite, angrenarea nu mai este posibilă dacă nu se creează un grad de libertate suplimentar transmisiei dințate. Acest grad de libertate se obține prin realizarea unui joc între flancurile dinților, utilizând deplasarea suplimentară negativă a profilelor ambelor roți.

În prezent se consideră ca angrenaje optime angrenajele deplasate și atenția cea mai mare este acordată alegerii corespunzătoare a coeficienților de deplasare care să asigure anumiți indici de calitate cum ar fi: gradul de acoperire, evitarea interferenței, evitarea ascuțirii dinților, egalizarea alunecărilor specifice, rezistența maximă la solicitarea de contact, rezistența maximă la solicitarea de încovoire, etc.

Pentru fiecare din acești indici sunt stabilite relații de dependență în raport cu coeficientul de deplasare. Proiectantul trebuie să găsească o variantă de

compromis pe care să o aprecieze ca optimă, pe baza valorilor diversilor indici de calitate și ținând seama de condițiile concrete în care va lucra angrenajul.

Pentru un angrenaj dat viteza de alunecare relativă este dată de relația [74]:

$$v = A \cdot x ; \quad (2.2)$$

unde  $A$  este constantă.

Presiunea maximă de contact este dată de relația (2.3),

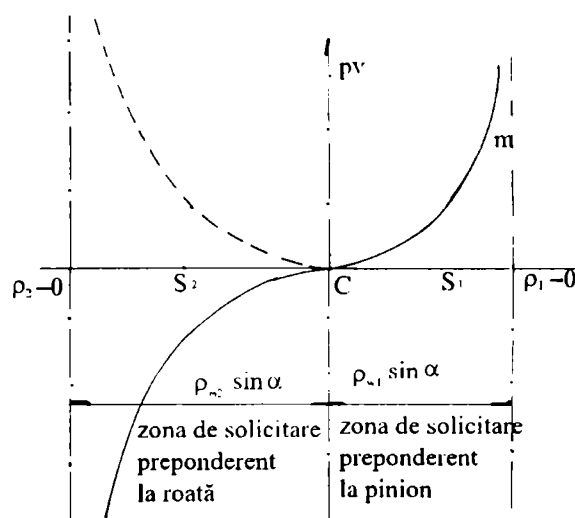
$$p = \frac{B}{\sqrt{x^2 + C \cdot x + D}} ; \quad (2.3)$$

unde  $B, C, D$  sunt constante.

Funcția produs ( $pv$ ) va fi:

$$pv = \frac{ABx}{\sqrt{x^2 + C \cdot x + D}} \quad (2.4)$$

Graficul acestei funcții este dat în figura 2.2.



**Fig. 2.2.** Graficul funcției ( $pv$ )

Din analiza acestui grafic se constată următoarele [74]:

a). creșterea mult mai rapidă a produsului ( $p \cdot v$ ) în zona de intrare în angrenare (în jurul punctului  $S_2$ ), și mai lentă în zona de ieșire din angrenare (în jurul punctului  $S_1$ ), ceea ce confirmă constatarea cunoscută că pinionul se uzează mai repede decât roata.

b). la angrenajele subtăiate produsul ( $p_v$ ) capătă valori foarte mari, ceea ce înseamnă că aceste angrenaje nu se recomandă pentru transmiterea puterii.

c). dacă se acceptă ipoteza că uzura și încălzirea angrenajului sunt proporționale cu produsul ( $p_v$ ), atunci recomandabil este angrenajul la care segmentul de angrenare (zona  $\overline{S_1S_2}$ ), este cât mai mic, ceea ce înseamnă că în conformitate cu acest criteriu angrenajele cu gradul de acoperire cât mai mic sunt cele mai recomandate.

d). pentru ca uzarea pinionului să se producă în același ritm cu cea a roții, este necesar ca segmentul de intrare în angrenare (zona  $\overline{S_2C}$ ), să fie mai mic decât segmentul de ieșire din angrenare (zona  $\overline{CS_1}$ ). Într-o primă aproximare, la proiectare, aceste segmente se pot lua proporționale cu razele cercurilor de rulare (respectiv de divizare).

e). angrenajul optim pe baza criteriului ( $p_v$ ), se poate considera angrenajul la care produsul ( $p_v$ ), este același în punctele de intrare, respectiv de ieșire din angrenare. Dacă însă se ține seama și de raportul de transmitere  $i_{12}$  atunci ar trebui ca segmentul de angrenare la intrare să fie mai mic decât segmentul de ieșire din angrenare de  $i_{12}$  ori.

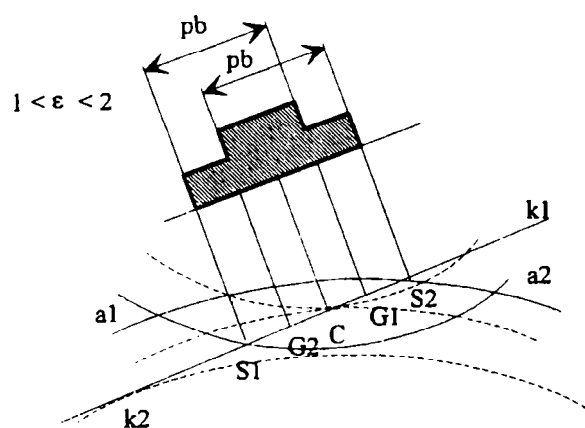
## 2.2. PERIODICITATEA ANGRENĂRII

După cum s-a arătat anterior, o sursă "internă" importantă de excitație, în cazul transmisiilor cu roți dințate, o reprezintă variația în salturi a rigidității dinților în angrenare, ceea ce face ca la parcurgerea liniei de angrenare să se producă accelerații și decelerații ale roților, care au efect generarea de solicitări dinamice, vibrații și zgomot. Pentru dantura dreaptă, gradul de acoperire  $\epsilon$  variază între 1 și 2. Astfel, la începutul și sfârșitul angrenării, sarcina transmisă este repartizată pe două perechi de dinți, iar în restul intervalului forța transmisă este repartizată pe o singură pereche de dinți. În momentul când doi dinți intră în



angrenare în punctul ( $S_2$ ), definit prin intersecția cercului de cap ( $a_2$ ) cu linia de angrenare (fig. 2.3), perechea de dinți anterioară se găsește încă în angrenare în punctul ( $G_1$ ). La ieșirea din angrenare a perechii anterioare de dinți, în punctul ( $S_1$ ) definit prin intersecția cercului de cap ( $a_1$ ) cu linia de angrenare, perechea următoare de dinți se află în ( $G_2$ ). Segmentele:  $\overline{S_1G_1} = \overline{S_2G_2} = p_b$ .

Intervalele  $\overline{S_2G_2}$  și  $\overline{S_1G_1}$ , se numesc intervale ale angrenării duble (bipare), iar  $\overline{G_1G_2}$ , intervalul angrenării singulare (unipare). Rezultă că rigiditatea totală  $k_{z(t)}$ , la angrenajul cilindric cu dinți drepecți, prezintă o variație în salturi între o valoare maximă, la angrenare dublă și o valoare minimă, la angrenare singulară. (fig.2.3.)



**Fig.2.3.** Gradul de acoperire

Perioada la care au loc aceste salturi se determină din durata angrenării duble și singulare.

Durata angrenării bipare și a angrenării unipare este:

$$T_2 = \frac{\overline{S_2G_1}}{r_{b1}\omega_1} = \frac{\overline{G_2S_1}}{r_{b1}\omega_1} = (\varepsilon - 1) \cdot \frac{p_b}{r_{b1} \cdot \omega_1} \quad (2.5)$$

$$T_1 = \frac{\overline{G_1G_2}}{r_{b1}\omega_1} = (2 - \varepsilon) \cdot \frac{p_b}{r_{b1}\omega_1} \quad (2.6)$$

Ca urmare perioada angrenării va fi:

$$T_z = T_1 + T_2 = \frac{p_b}{r_{b1} \omega_1} \quad (2.7)$$

Înlocuind relația (2.7) în (2.5) și (2.6) rezultă durata angrenării:

$$T_2 = (\varepsilon - 1) \cdot T_z \quad (\text{bipare}) \quad (2.5')$$

$$T_1 = (2 - \varepsilon) \cdot T_z \quad (\text{unipare}) \quad (2.6')$$

În decursul acestor perioade, roata motoare se rotește cu unghiul  $\varphi$ , care se numește pas unghiular și corespunde rotației roții cu un dinte.

$$\varphi = \omega_1 \cdot T_z = \frac{p_b}{r_{b1}} = \frac{2\pi}{z_1} = c \cdot t \quad (2.8)$$

Din relația (2.8) rezultă că perioada angrenării se mai poate scrie și sub forma:

$$T_z = \frac{2\pi}{\omega_1 \cdot z_1} = \frac{2\pi}{\omega_2} \quad (2.7')$$

unde  $\omega_2 = \omega_1 \cdot z_1 = \omega_2 \cdot z_2$ .

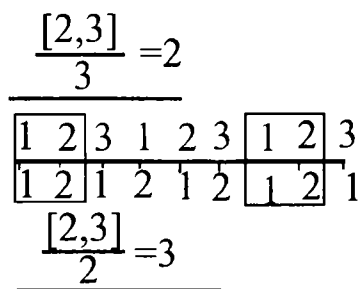
Durata angrenării unei perechi de dinți corespunde cu timpul necesar pentru parcurgerea segmentului de angrenare,  $\overline{S_1S_2}$  adică:

$$T_k = \frac{\overline{S_1S_2}}{r_{b1}\omega_1} = \varepsilon \cdot T_z \quad (2.9)$$

Timpul după care aceeași pereche de dinți se găsește din nou în angrenare, numit perioada angrenării aceleiași perechi de dinți, va fi:

$$T = \frac{2\pi \cdot N_1}{\omega_1} = \frac{2\pi \cdot N_2}{\omega_2} \quad (2.10)$$

unde:  $N_{1,2}$  este numărul de rotații întregi efectuate în perioada respectivă. În figura 2.4. s-a reprezentat desfășurat procesul de rostogolire, în noduri fiind atașați dinții suprapuși ai celor două roți. [24]. Se observă că numărul de rotații al unei roți, după care revine în angrenare aceeași pereche de dinți, este dat de raportul dintre cel mai mic multiplu comun  $q$ , al numerelor de dinți și numărul de dinți ai roții respective.



**Fig.2.4.** Algoritmul lui Euclid [24]

Cel mai mic multiplu comun se determină cu ajutorul relației:

$$q = \frac{z_1 \cdot z_2}{z} \quad (2.11)$$

unde:  $z$  este cel mai mare divizor comun și se calculează cu ajutorul algoritmului lui *Euclid*.

Înlocuind în relația (2.10) expresia numărului de rotații:

$$N_{1,2} = \frac{q}{z_{1,2}} \quad (2.11')$$

și ținând cont de (2.7'), rezultă:

$$T = q \cdot T_z \quad (2.12)$$

Cu ajutorul relației (2.12) se poate stabili frecvența angrenării aceleiași perechi de dinți:

$$\Omega = \frac{1}{q} \cdot \omega_z \quad (2.12')$$

care reprezintă un submultiplu întreg al frecvenței de angrenare a dinților.

Se recomandă ca numerele de dinți  $z_1$  și  $z_2$  să fie numere prime sau să nu aibă factori comuni pentru a evita, pe cât posibil, venirea în contact a aceleiași perechi de dinți.

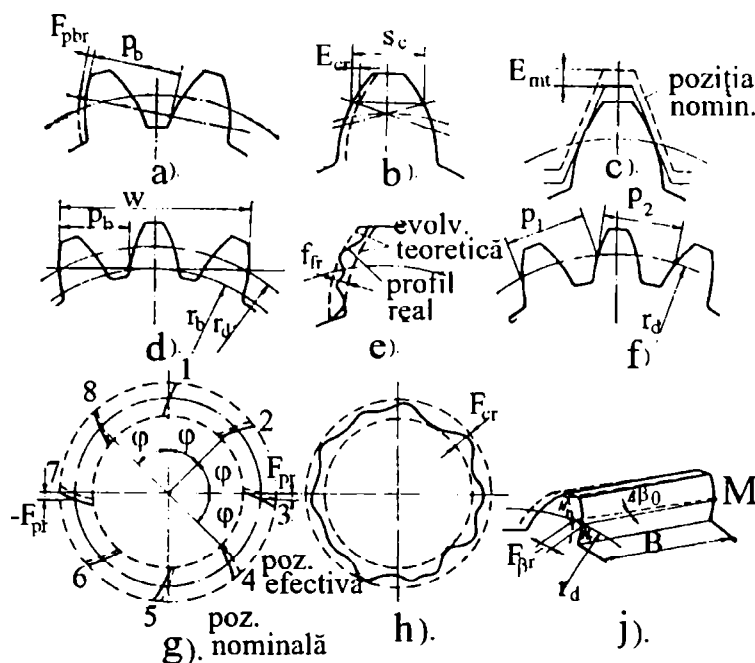
Aceste rezultate se pot utiliza în cadrul cercetărilor experimentale care urmăresc măsurarea deformației dinților la roțile dințate cu abateri ale pasului de bază sau cu erori de profil. Fixându-ne asupra unui dinte al roții etalon, se pot stabili roți conjugate cu care acesta va intra în contact în decursul unei perioade  $T$ , după care contactul se va repeta. Din deformația măsurată a dinților se poate determina rigiditatea variabilă a angrenării.

### 2.3. ERORI GEOMETRICE

Variația rigidității angrenării este însoțită de o altă sursă de excitație a lanțului cinematic elastic al angrenajului, determinată de erorile ce apar în forma

și dimensiunile geometrice ale roților dințate. Erorile corpului roții cuprind: erorile cercului exterior, bățile suprafețelor laterale și bățile axei de rotație.

Erorile elementelor coroanei dințate sunt prezentate în figura 2.5 [120].



**Fig. 2.5.** Erorile geometrice ale coroanei dințate [120]

Aceste erori cuprind:

- erori ale poziției relative și simetriei flancurilor. Un prim indicator aparținând acestei categorii îl constituie abaterea pasului de bază  $f_{pbr}$  (fig. 2.5 a)). Alte elemente măsurabile sunt, deplasarea suplimentară a profilului  $E_{hr}$  (fig.2.5b)), lungimea cotei peste dinți (fig.2.5 d)), erori de formă ale dinților  $f_{fr}$ (fig. 2.5 c));

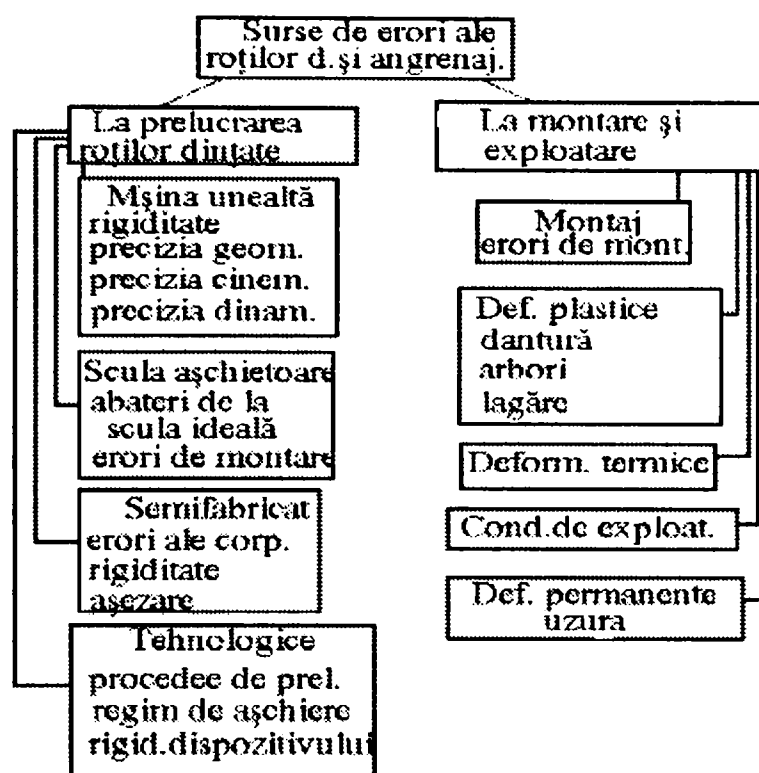
- erori de poziție relativă a coroanei dințate în raport cu axa de rotație. Se determină prin măsurarea variației pasului,  $f_{v\ ptr}$ , (fig.2.5.h));

- erori de direcție a dinților  $F_{pr}$  (fig. 2.5.i));

Privind angrenajul ca mecanism în sine, cu rolul de a primi, transforma și transmite o mișcare, precizia lui poate fi caracterizată prin precizia cinematică, adică asigurarea unui raport de transfer constant și uniform în condițiile de exploatare. Eroarea cinematică este influențată de excentricitățile cercurilor de bază ale roților dințate. Un tablou reprezentativ al cauzelor și surselor de erori

ale roților dințate și angrenajelor este dat în tabelul 2.1, ne rezultând însă și interdependența dintre ele.

Tab. 2.1.



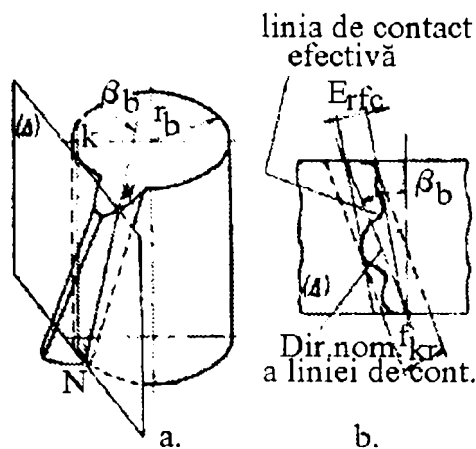
Cu toate că grosimea dintelui nu face parte dintre elementele controlabile ale danturii unei roți dințate, măsurarea acestei dimensiuni folosește la stabilirea jocului dintre flancurile dinților roților în angrenare, pentru o anumită distanță între axe.

Valoarea lungimii (cotei) peste dinți este influențată de erorile grosimii dintelui, de variația pașilor și de erorile de profil. Variația acesteia dă indicații asupra erorii cinematice.

Deplasarea suplimentară a profilului este necesară asigurării jocului a cărui valoare este:

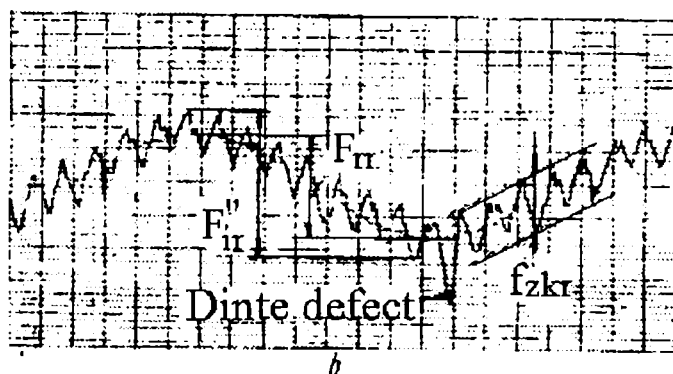
$$J_n/2 = E_{Hr} \sin \alpha_0 \quad (2.13)$$

Eroarea de direcție a dinților influențează calitativ angrenarea (chiar dacă celelalte elemente ale danturii sunt corecte). Aceste abateri prezentate în figura 2.6, au influență, în primul rând, asupra uniformității contactului pe întreaga lungime a dintelui, care atrage după sine reducerea portanței dintelui, deformații suplimentare ale lui, precum și o angrenare nesilențioasă.



**Fig.2.6.** Eroarea de direcție

Bătaia radială este influențată de excentricitate (a cercurilor de bază, de rulare, de divizare), erorile unghiulare de angrenare, eroarea de pas de divizare. Bătaia radială, în ultimă instanță, reprezintă variația razei cercului de rulare, ceea ce face ca angrenarea să fie neuniformă și nesilentioasă. (fig.2.7)



**Fig. 2.7.** Eroarea ciclică pe dinte

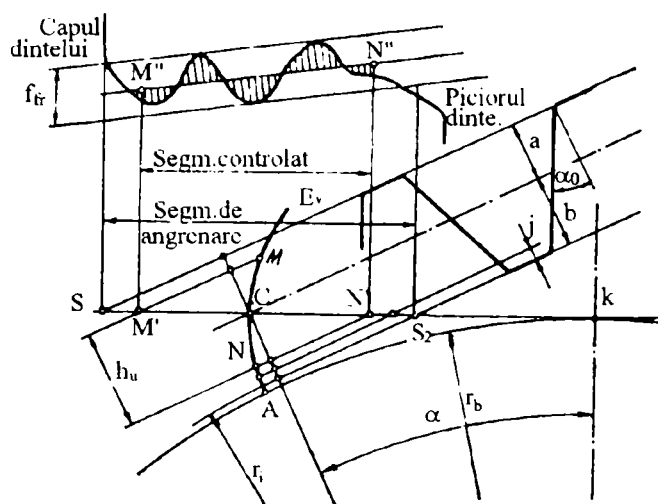
Din acest motiv unul din modurile de stabilire a excentricităților, ca prim factor de influență a bătaii, este și controlul pe ambele flancuri cu roata etalon. În diagrama obținută,  $f_{ir}$  reprezintă variația distanței de măsurare dintre axe;  $f_{kr}$  este eroarea ciclică și  $f_{rc}$  bătaia radială.

Se remarcă că bătaia radială are o variație sinusoidală peste care se suprapune eroarea ciclică a fiecărui dinte, componenta cea mai mare a bătaii radiale este excentricitatea, astfel încât se poate scrie că:

$$2e \approx F''_{ir} - f_{zkr} \tag{2.13'}$$

Dacă sistemul de torsiune este relativ rigid, (cum sunt de obicei transmisiile cu roți dințate), excitația vibrațiilor se produce cu frecvența rotațiilor, care este cu mult mai joasă decât frecvența proprie a sistemului. De aceea, la analiza erorilor, bătaia radială poate fi neglijată.

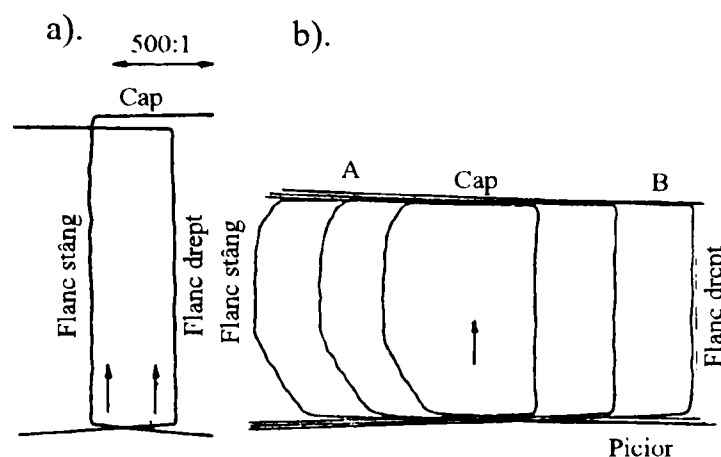
Eroarea de profil  $f_{ir}$ , (fig.2 8.), reprezintă distanța dintre două profile



**Fig. 2.8.** Eroarea de profil

teoretice de evolventă a dintelui, care conturează profilul efectiv în limitele înălțimii utilizabile a dintelui. Eroarea de profil face parte din indicii de precizie care caracterizează criteriul de precizie cinematică. Eroarea de profil este efectul mai multor cauze, legate de scula așchietoare (erori de profil proprii determinate de execuție, ascuțire sau montaj), de mașina de danturat (erori cinematice, sau dinamice ale lanțului cinematic de rulare), de tehnologia de execuție (avansuri mari, regim de așchiere generator de vibrații), de modul de generare prin rulare a evolventei (aparitia rugozităților de înălțime variabilă, crescătoare către vârful dintelui.)

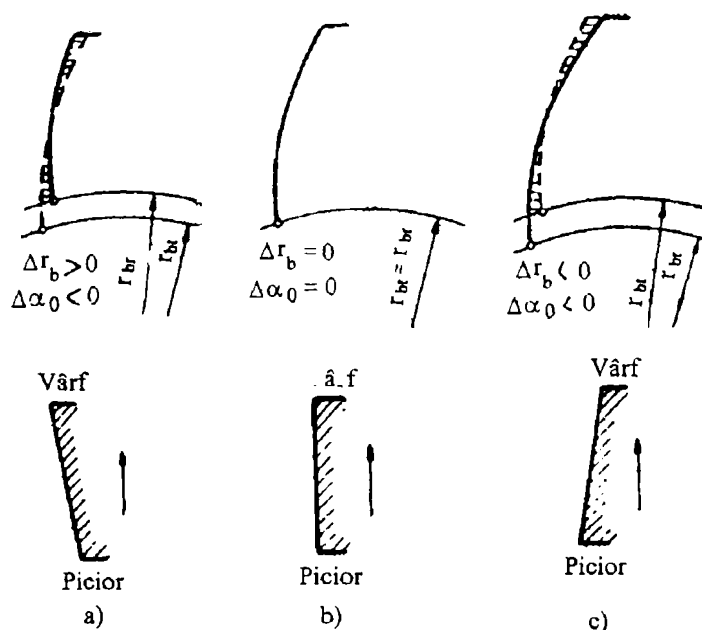
Diagrama din figura 2.9 a) arată că ambele flancuri în întregime sunt evolventice, fără a se remarca erori de profil (linia înregistrată fiind paralelă și fără abateri față de înregistrare).



**Fig.2.9.** Erorile dinților flanțați

În figura 2.9 b) este prezentată diagrama pentru flancul stâng al unui dinte, care este flancat atât la picior cât și la cap, în timp ce flancul drept este neflancat.

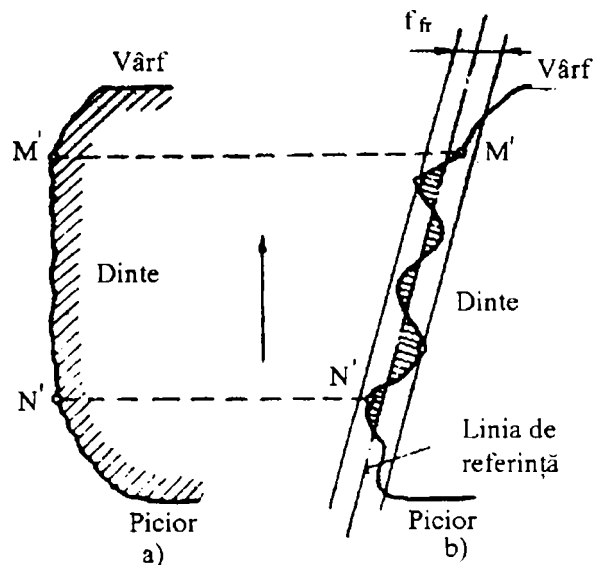
Față de linia considerată ideală (fig. 2.10 a)), în general apar și erori de profil  $f_{fr}$  și erori la cercul de bază și unghiul de angrenare (fig. 2.10 b)).



**Fig.2.10.** Abaterea razei cercului de bază

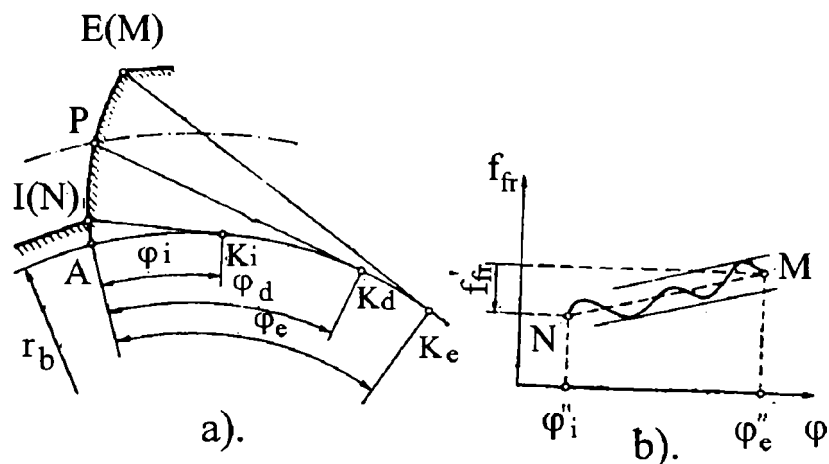
Sensul abaterilor razei cercului de bază și a unghiului de angrenare (evidențiate prin înclinarea liniei de referință a înregistrării erorii de profil) este arătat în figura 2.11.





**Fig.2.11.** Abaterea față de linia de referință

Eroarea de profil apare datorită abaterii razei de curbură instantanee  $\rho$  a profilului pe unghiul de desfășurare ( $\varphi_e - \varphi_i$ ), corespunzător punctelor de început și sfârșit a liniei utile a flancului IE (fig. 2.12.)



**Fig.2.12.** Abaterea razei de curbură

Eroarea de profil se poate calcula cu relația:

$$f_{fr} = \Delta\rho_e - \Delta\rho_i = \Delta r_b (\varphi_e - \varphi_i) \tag{2.14}$$

Eroarea razei cercului de bază  $\Delta r_b$ , pentru care apare eroarea de profil  $f_{fr}$  este:

$$\Delta r_b = f_{fr} / (\varphi_e - \varphi_i) \tag{2.14'}$$

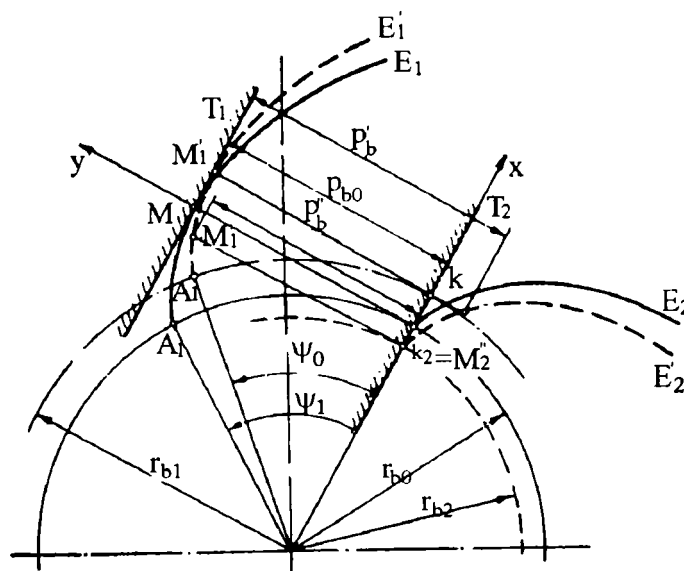
Eroarea  $\Delta\alpha_0$  a unghiului de angrenare rezultă:

$$\Delta\alpha_0 = -\Delta r_b / r_b \operatorname{tg} \alpha_0 = f_{fr} / [r_w (\varphi_e - \varphi_i) \sin \alpha_0] \quad (2.15)$$

La stabilirea erorii de profil, care se face cu ajutorul microscopului sau evolventmetrului, trebuie să se elimine influența altor cauze asupra ei (cea mai importantă fiind excentricitatea cercului de bază). Perioada funcțiilor erorilor de profil nu întrece acel timp minim în care roțile au efectuat rotații întregi sau după care în angrenare intră dinții precedenți, fiind aceeași cu perioada angrenării  $T_z$ , definită prin formula (2.7'). Pasul de bază reprezintă distanța dintre două flancuri de același sens, măsurată pe linie de angrenare.

$$p_{b0} = r_{b0} \Psi_0 = 2\pi r_{b0} / 2 \quad (2.16)$$

În cazul apariției alunecării, raza cercului de bază și unghiul de angrenare variază în timp (fig. 2.13.)



**Fig. 2.13.** Variația unghiului de angrenare

Timpul după care profilul generator se repetă este:

$$t_0 = p_{b0} / v_r = p_{b0} / (v_{or} + A_v \sin pt) \quad (2.17)$$

În acest timpul cercul de bază, rotindu-se cu unghiul:

$$\Psi_1 = \omega_b \cdot t_0 = \frac{\omega_{0b} + A\omega \cdot \sin(pt + \varphi)}{v_{0r} + A_v \cdot \sin pt} \quad (2.18)$$

va avea raza :

$$r_{b1} = r_{b0} \frac{\omega_{0b} + \frac{A_v}{r_{b0}} \sin pt}{\omega_{0b} + A \cdot \omega \cdot \sin(pt + \varphi)} \quad (2.19)$$

Noul pas de bază va fi:  $p_{b1} = p_{b0}$ .

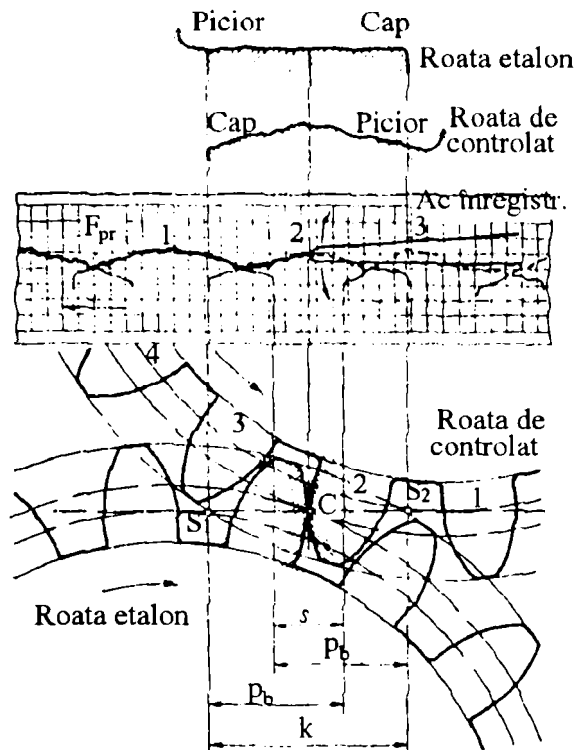
Acest lucru se întâmplă în cazul în care cele două flancuri de același nume sunt prelucrate simultan, în caz contrar ne mai fiind valabilă concluzia de mai sus.

Eroarea pasului de bază, măsurată prin abaterea  $f_{pbr}$  între mărimea nominală și efectivă a acestuia, este influențată de erorile de formă, variația razei cercului de bază și de neuniformitatea pasului de divizare. Această eroare influențează asupra variației unghiului de antrenare:

$$\Delta\alpha_0 = - f_{pbr} / \pi m \sin \alpha_0 \quad (2.15')$$

Din cauza abaterilor pasului de bază se produc accelerări și încetiniri suplimentare ale roților, iar în punctele de trecere de la angrenarea bipară la cea unipară la sarcină statică, apar variații în salt ale deplasării de-a lungul liniei de angrenare. În cazul abaterii pozitive a pasului de bază, în momentul intrării în angrenare a dintelui 2, roata condusă va fi accelerată corespunzător cu valoarea abaterii, în timp ce roata conducătoare va fi decelerată proporțional cu raportul maselor roților. În lungul segmentului de angrenare  $\overline{S_1S_2}$ , mișcarea de rotație se va transmite uniform. În momentul ieșirii din angrenare, se produce o decelerare bruscă a roții conduse, iar la intrare în angrenare, are loc o accelerare bruscă a roții conduse. Variația transmiterii mișcării în salturi este valabilă numai pentru starea cvasistatică. La viteze mari de rotație această variație este mai lină datorită forțelor de inerție. O condiție de bază pentru o funcționare silențioasă a angrenajului rezultă din coincidența pașilor de bază ai celor două roți.

În figura 2.14. se observă aceste variații în funcție de abaterea pasului de bază (care poate fi pozitivă, sau negativă), în cazul angrenării cu roata etalon.



**Fig. 2.14.** Variația deplasării în lungul liniei de angrenare

Abaterile pasului de bază pot produce două feluri de solicitări dinamice:

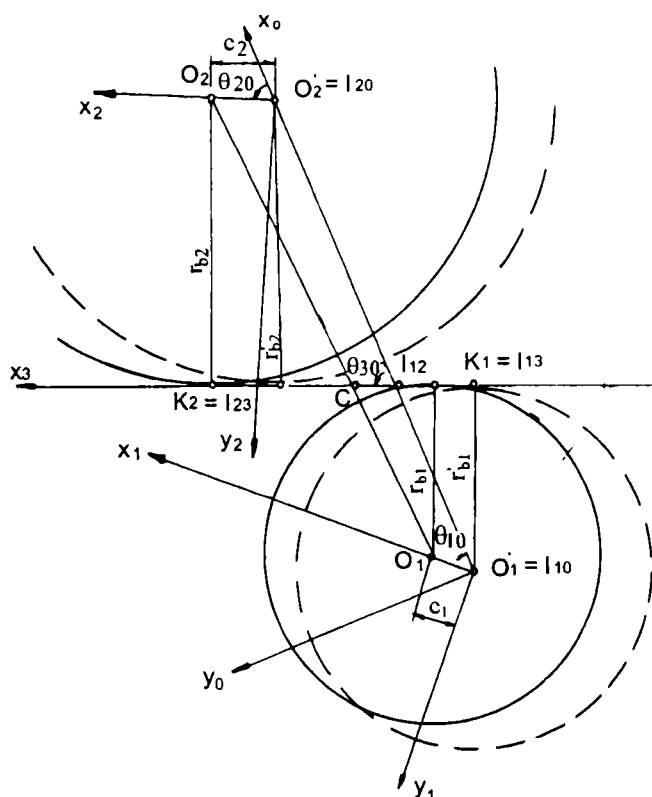
- în cazul în care pasul de bază al roții conduse este mai mare decât cel al roții conducătoare ( $\Delta p_b = p_{b2} - p_{b1} > 0$ ), se produce o ciocnire de muchie. În acest caz intrarea și ieșirea din angrenare se face în afara liniei de angrenare, întreaga sarcină fiind preluată de către perechea din spate a dinților, deoarece perechea din față își pierde contactul înainte de a ajunge în  $G_2$ . Deci în zona angrenării bipare, se află de fapt în contact o singură pereche de dinți (fig.3.17.b)).

- în cazul în care pasul de bază al roții conduse este mai mic decât al roții conducătoare, ( $\Delta p_b = p_{b2} - p_{b1} < 0$ ), perechea de dinți aflată în spate intră pe linia de angrenare cu un joc care se menține și în momentul ieșirii din angrenare a perechii anterioare de dinți. Consumarea jocului se face cu accelerarea roții motoare și întârzierea roții conduse, ceea ce duce la ciocnirea mediană în punctul  $G_1$ . Și în acest caz, în zona angrenării bipare se află în contact o singură pereche de dinți, cea din față (fig.3.17.c)).

Cele de mai sus sunt valabile numai în cazul când deformațiile elastice ale dinților sunt neglijabile sau mici în comparație cu abaterea pasului de bază.

## 2.4. ERORI DE TRANSMITERE DATORATE EXCENTRICITĂȚII

Excentricitatea este un defect elementar care afectează mecanismele cu roți dințate. Pentru a caracteriza impactul acestui defect asupra legii intrare-ieșire a unui astfel de mecanism, am introdus un model simplificat. Eroarea de transmitere asociată unui angrenaj rigid excentric este modelată în figura 2.15.



**Fig.2.15.** Modelarea angrenajului cu excentricitate

Prezentarea sa este limitată aici la cuplul roată-pinion. Această modelare presupune că solidele sunt nedeformabile și definește angrenajul cu ajutorul cercurilor sale de bază.

Într-un angrenaj, excentricitatea unei roți sau a unui pinion, este distanța care separă axele de rotație, presupuse fixe, de axa lor geometrică de revoluție. (în practică această distanță variază din cauza deformațiilor elastice).

Acest tip de modelare conduce la o lege intrare-ieșire neliniară reprezentată prin ecuația următoare:

$$\Delta\dot{\theta}_{20} = \dot{\theta}_{10} \left[ \frac{e_1 \sin(\theta_{30} - \theta_{10}) + r_{b1}}{e_2 \sin(\theta_{30} - \theta_{20}) - r_{b2}} + \frac{r_{b1}}{r_{b2}} \right] \quad (2.20)$$

unde indicele 0 caracterizează baza, indicele 1 arborele de intrare, indicele 2 arborele de ieșire și indicele 3 ruleta drepte de presiune.

Rezolvarea numerică a ecuației neliniare permite apoi să se caracterizeze eroarea de transmitere produsă de acest defect.

Această ecuație s-a rezolvat numeric cu ajutorul programului de modelare a excentricității "MODEX". Programul de modelare și rezultatele obținute sunt reprezentate în [Anexa 2].

Din analiza rezultatelor obținute se pot trage următoarele concluzii:

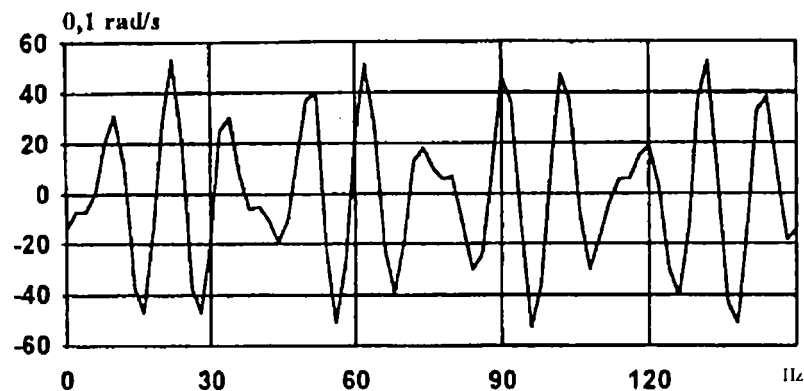
- eroarea de transmitere este periodică, perioada T fiind:

$$T = \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2}{f_2} \quad (2.21)$$

unde  $n_1$  și  $n_2$  sunt numere prime între ele, definite prin relația:  $n_1 z_1 = n_2 z_2$ , iar  $f_1$  și  $f_2$  sunt frecvențele de rotație asociate fiecăreia dintre cele două roți ale angrenajului;

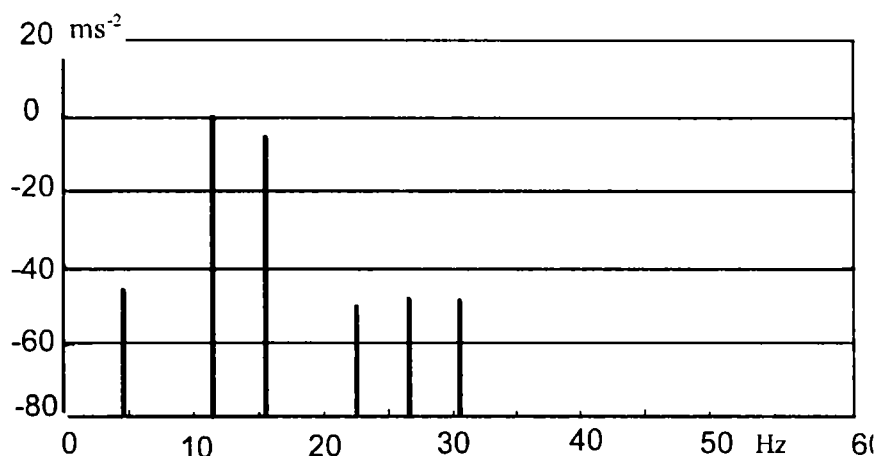
- eroarea de transmitere are un conținut frecvențial caracteristic.

Evoluția temporală a variației vitezei unghiulare a arborelui de ieșire se vede în figura 2.16.



**Fig.2.16.** Variația vitezei unghiulare

Eroarea de transmitere este modulată de frecvențele  $f_1$  și  $f_2$  și de alte frecvențe așa cum se vede în figura 2.17.



**Fig. 2.17.** Eroarea de transmitere frecvențială

Conținutul frecvențial al erorii de transmitere s-a dedus printr-o transformată Fourier pe o perioadă  $T$ . Acest conținut, prezentat în figura 2.17, pune în evidență următoarele frecvențe:

- o linie fundamentală a cărei frecvență  $f_0$  este un submultiplu al frecvenței de rotație a pinionului de intrare  $f_1$  și al roții de ieșire  $f_2$
- două linii, asociate celor două roți ale angrenajului, de frecvențele  $f_1 = n_1 f_0$  și  $f_2 = n_2 f_0$

unde  $n_1$  și  $n_2$  au fost definite anterior;

- linii armonice a celor două frecvențe  $f_1, f_2$
- linii modulate prin frecvențele  $f_1, f_2$  și ale căror frecvențe sunt caracterizate prin valorile  $\pm j f_1; \pm k f_2$ , cu  $(j, k) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ ;
- dintre toate aceste linii, cea a cărei amplitudine este maximă va avea frecvența:  $f_e = |n_2 - n_1| f_0$ . Amplitudinea acestei linii este cea mai mare după cele de frecvență  $f_1$  și  $f_2$

Cele trei linii de frecvențe  $f_e, f_1$  și  $f_2$  sunt caracteristice fenomenului de excentricitate într-un angrenaj cilindric.

## 2.5. FORMA FUNCȚIEI RIGIDITĂȚII ANGRENĂRII

Determinarea rigidității angrenării  $k_z$ , a făcut obiectul mai multor cercetări și determinări experimentale. S-a stabilit că rigiditatea angrenării este independentă de modul, dar depinde de gradul de acoperire, deformația elastică totală a dinților, de unghiul de rotație al roții motoare (de poziția punctului de contact de-a lungul liniei de angrenare).

Dependența rigidității angrenării  $k_z$ , de unghiul de rotație  $\varphi_1$  al roții motoare și de deformația elastică totală  $x$  a dinților determină funcția rigidității angrenării, care se poate scrie:

$$k_z = k_z(\varphi_1, x) \quad (2.22)$$

unde unghiul de rotație este:  $\varphi_1 = \omega_1 t + \Delta\varphi_1$ .

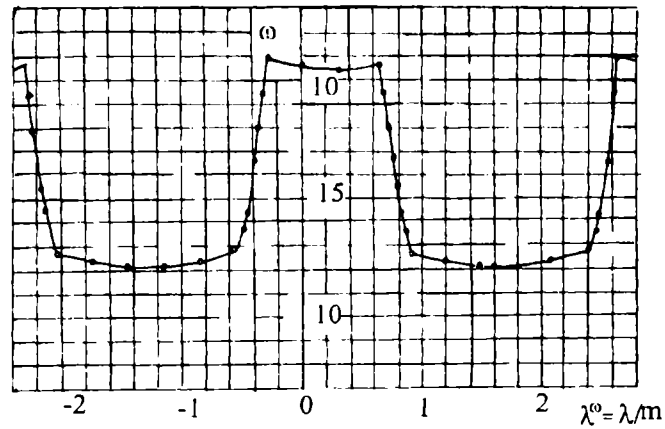
Deformația elastică a dinților, cumulată cu eroarea pasului de bază și de profil, produce șocuri la intrare și ieșire din angrenare. În momentul ciocnirii dintre dinți apar accelerații și decelerații ale roților, însă durata lor de acțiune fiind foarte scurtă, variația vitezei unghiulare a roților este foarte mică. Pe de altă parte deformația elastică totală  $x$ , a dinților este foarte mare în comparație cu pasul de bază a roților angrenate și de care depinde perioada angrenării (2.7). De aceea se poate considera că în procesul vibrației durata angrenării bipare și unipare rămâne aceeași ca în cazul mișcării uniforme, ipoteză care permite să se considere că rigiditatea angrenării este o funcție periodică cunoscută în timp [87]:

$$k_z = k_{z(t)} = k_m + (2/\pi)(k_D - k_S) \sum [(-1)^n/n] \sin[n\pi(\varepsilon - 1)] \cos(n\omega t) \quad (2.23)$$

cu perioada  $T_z$  dată de relația (2.8'), ceea ce simplifică cercetările ulterioare, deoarece admite descrierea vibrațiilor din angrenaj prin ecuații diferențiale cu coeficienții periodici [6].

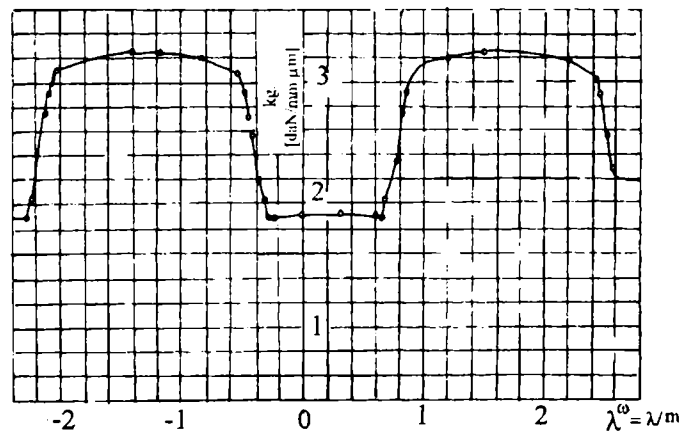
În figura 2.18 se arată variația rigidității și a deformației elastice totale a dinților pentru încărcarea statică a unui angrenaj cilindric cu dinții drepți.





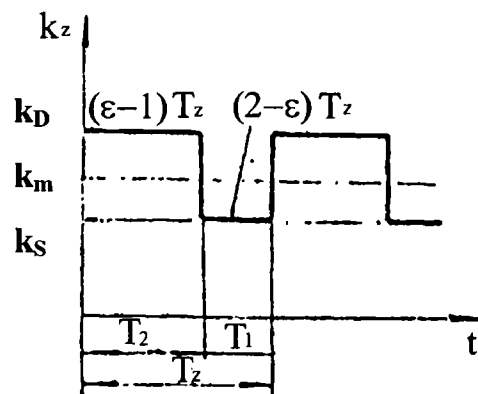
**Fig.2.18.** Variația rigidității

Se observă variația relativ neînsemnată a deformației (fig.2.19) de-a lungul segmentelor corespunzătoare celor două angrenări și saltul acestora la momentul trecerii de la o angrenare la alta.



**Fig 2.19.** Variația deformației dintelui

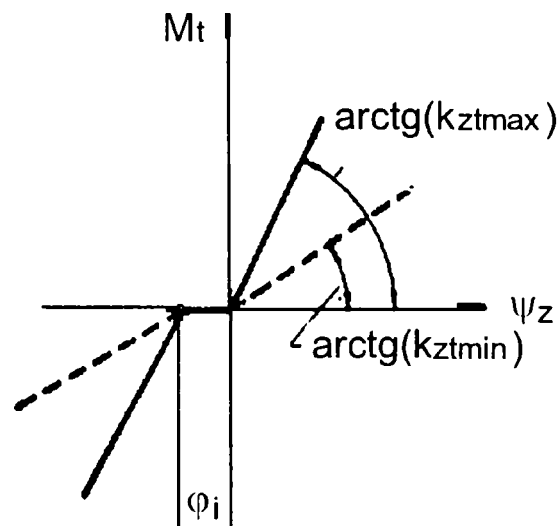
Forma funcției periodice  $k_z(t)$  depinde de felul danturii și poate fi aleasă cu o bună aproximației de formă dreptunghiulară (fig. 2.20.)



**Fig. 2.20.** Aproximarea funcției periodice a rigidității

Între sarcină și deformație există o proporționalitate deplină pe toată durata angrenării unipare și bipare.

Considerând jocul dintre flancuri (fig. 2.21), caracteristica elastică este neliniară unde valorile negative corespund cazului în care contactul este pe flancuri pasive [153].



**Fig. 2.21.** Caracteristica elastică

Valoarea medie a rigidității se poate calcula cu ajutorul relației:

$$k_m = (k_D + k_S) / 2 = (\varepsilon - 1) k_D + (2 - \varepsilon) k_S \quad (2.24)$$

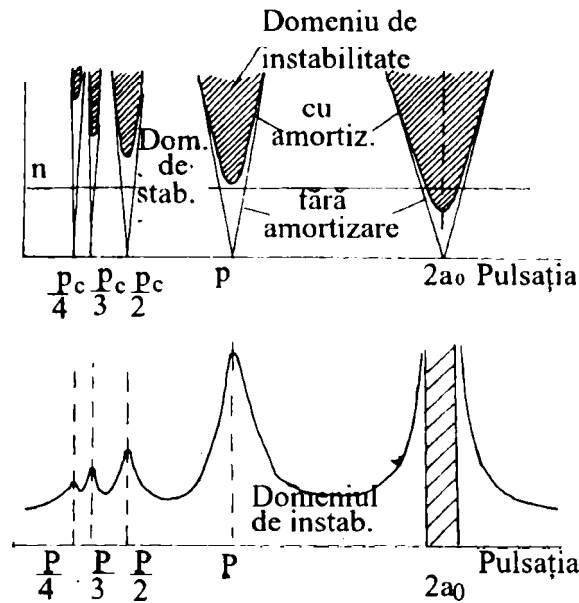
Probabilitatea apariției domeniilor de instabilitate parametrică la frecvențe egale cu fracțiuni raționale multipli sau submultipli, ale frecvențelor proprii ale sistemului, este cu atât mai mare cu cât raportul dintre saltul din variația rigidității:

$$\Delta k_z = k_D - k_S \quad (2.25)$$

și rigiditatea medie:

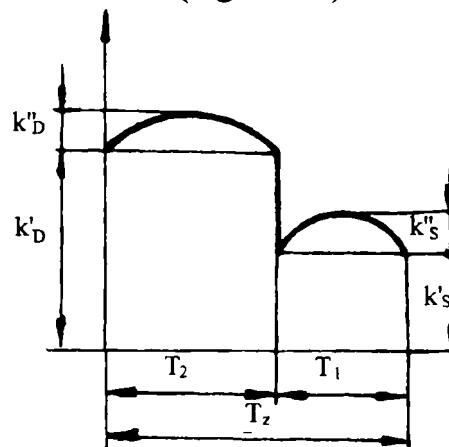
$$k_m = (k_D + k_S) / 2 \quad (2.26)$$

este mai mare cu și cu cât amortizarea efectivă introdusă de angrenaj este mai mică (fig. 2.22).



**Fig.2.22.** Domeniile de instabilitate

Alți cercetători consideră că rigiditatea angrenării nu rămâne constantă la angrenarea unipară și bipară. Harris [93] analizează și cazul când rigiditatea angrenării are o variație sinusoidală (fig. 2.23):



**Fig. 2.23.** Aproximarea funcției periodice a rigidității

Pentru calculul rigidității angrenării, autorii propun următoarea lege:

$$k_D = k'_D + k''_D \sin \pi t / T; \quad (\text{angrenarea bipară}) \quad (2.27)$$

$$k_S = k'_S + k''_S \sin \pi t / T; \quad (\text{angrenarea unipară}) \quad (2.27')$$

unde:  $k'_D$ ;  $k''_D$ ;  $k'_S$ ;  $k''_S$  sunt constante ale rigidității.

M. Bosch [21], ajunge la rezultatele care arată că rigiditatea angrenării depinde într-o măsură foarte mică de numărul de dinți și că saltul acestuia nu există în realitate. Funcția de variație a lui  $k_{Z(t)}$  are forma trapezoidală, trecerea de la o rigiditate la alta făcându-se în intervale de timp egale cu  $0,06 T_Z$ .

Autorul justifică inexistența saltului de rigiditate datorită acțiunii suplimentare de amortizare a peliculei de lubrifianț, precum și caracterului lipsit de o strictă liniaritate a raportului dintre sarcină și deformare. În ceea ce privește excitația parametrică, există practic două modalități de nivelare a variației rigidității danturii: prin corecții ale dintelui și prin alegerea elementelor de geometrie în mod corespunzător. Pentru determinarea rigidității angrenajului am folosit metoda indicată în lucrarea [119]. S-a determinat astfel prin calcul rigiditatea angrenajului în diferite faze ale procesului de angrenare (punctele  $S_1$ ,  $G_2$ ,  $C$ ,  $G_1$  și  $S_2$  din figura 2.3).

Pozițiile punctelor respective, în raport cu centrele celor două roți se pot determina cu relațiile:

(2.28)

$$\left\{ \begin{array}{l} O_1 S_2 = \frac{m}{2} \sqrt{(z_1 \cos \alpha_0)^2 + \left( \sqrt{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 + 4z_1 + 4} - 2\pi \varepsilon \cos \alpha_0 \right)^2} \\ O_1 G_1 = \frac{m}{2} \sqrt{(z_1 \cos \alpha_0)^2 + \left( \sqrt{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 + 4z_1 + 4} - 2\pi \cos \alpha_0 \right)^2} \\ O_1 C = \frac{m}{2} z_1 \\ O_1 G_2 = \frac{m}{2} \sqrt{(z_1 \cos \alpha_0)^2 + \left( \sqrt{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 + 4z_1 + 4} - 2\pi(\varepsilon - 1) \cos \alpha_0 \right)^2} \\ O_1 S_1 = \frac{m}{2} (z_1 + 2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} O_2 S_2 = \frac{m}{2} (z_2 + 2) \\ O_2 G_1 = \frac{m}{2} \sqrt{(z_2 \cos \alpha_0)^2 + \left( (z_1 + z_2) \sin \alpha_0 - \sqrt{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 + 4z_1 + 4} - 2\pi \cos \alpha_0 \right)^2} \\ O_2 C = \frac{m}{2} z_2 \\ O_2 G_2 = \frac{m}{2} \sqrt{(z_2 \cos \alpha_0)^2 + \left( (z_1 + z_2) \sin \alpha_0 - \sqrt{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 + 4z_1 + 4} - 2\pi(\varepsilon - 1) \cos \alpha_0 \right)^2} \\ O_2 S_1 = \frac{m}{2} \sqrt{(z_1 \cos \alpha_0)^2 + \left( (z_1 + z_2) \sin \alpha_0 \sqrt{z_1^2 \sin^2 \alpha_0 + 4z_1 + 4} \right)^2} \end{array} \right.$$

Gradul de acoperire pentru angrenajul considerat se calculează cu relația:

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \left[ \sqrt{\left(\frac{z_1 + 2}{\cos\alpha_0}\right)^2 - z_1^2} + \sqrt{\left(\frac{z_2 + 2}{\cos\alpha_0}\right)^2 - z_2^2} - (z_1 + z_2)\text{tg}\alpha_0 \right] \quad (2.29)$$

și este:  $\varepsilon=1,7299696$ .

Cu relațiile (2.28) s-au determinat distanțele:

$$\begin{aligned} \overline{O_1S_2} &= 40,724 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, & \overline{O_2S_2} &= 75,000 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, \\ \overline{O_1G_1} &= 42,111 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, & \overline{O_2G_1} &= 72,911 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, \\ \overline{O_1C} &= 42,500 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, & \overline{O_2C} &= 72,500 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, \\ \overline{O_1G_2} &= 42,785 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, & \overline{O_2G_2} &= 72,225 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, \\ \overline{O_1S_1} &= 45,000 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, & \overline{O_2S_1} &= 70,619 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}, \end{aligned}$$

Deformațiile a doi dinți în contact constau din deformațiile de încovoiere ale celor doi dinți, respectiv,  $f_{v1}$  și  $f_{v2}$  și deformația locală datorită presiunii herțiene  $f_h$ . Deci, deformația totală a unei perechi de dinți este:

$$f = f_{v1} + f_{v2} + f_h, \quad (2.30)$$

Rigiditatea dinților este dată de relația:

$$k = \frac{F_n}{\chi \cdot f} = \frac{E \cdot b}{\chi} \quad (2.31)$$

unde  $\chi$  este factorul adimensional de deformație a dintelui,  $f$  este deformația dinților în direcția de angrenare,  $E$  modulul de elasticitate.

Factorul adimensional de deformație a dintelui pentru o pereche de dinți rezultă:

$$\chi = \chi_{v1} + \chi_{v2} + \chi_h, \quad (2.32)$$

unde  $\chi_{v1}$  și  $\chi_{v2}$  sunt factorii adimensionali de deformație a dintelui datorită încovoierii, respectiv, pentru dintele roții conducătoare și pentru dintele roții conduse și  $\chi_h$  este factorul adimensional de deformație a dintelui datorită presiunii locale herțiene.

În tabelul 2.2 se dau valorile factorilor adimensionali de deformare a dintelui

**Tab.2.2**

Poziția punct. de contact	$\chi_{v1}$	$\chi_{v2}$	$\chi_h$	$\chi$
S <sub>2</sub>	2,187	11,800	9,746	23,733
G <sub>1</sub>	bipar	3,562	4,625	9,982
	unipar	3,562	4,625	10,276
C	4,100	3,950	10,276	18,326
G <sub>2</sub>	bipar	4,412	3,500	10,276
	unipar	4,412	3,500	9,982
S <sub>1</sub>	12,000	1,875	9,246	23,121

Cu ajutorul relației (2.31), considerându-se  $E=2,1 \cdot 10^6$  (kg/cm<sup>2</sup>), și lățimea roții  $b=30$  mm, se obține rigiditatea perechii de dinți în punctele caracteristice. Valorile sunt date în tabelul 2.3.

Pentru a determina rigiditatea angrenajului pe parcursul procesului de angrenare a unei perechi de dinți, se consideră că pe timpul angrenării bipare, rigiditatea totală angrenajului este dată de suma rigidităților celor două perechi de dinți în contact.

**Tab.2.3**

Poziția punctului de contact	Rigiditatea dinților în contact $k$ (N/m)	
S <sub>2</sub>	$2,86 \cdot 10^8$	
G <sub>1</sub>	bipar	$3,74 \cdot 10^8$
	unipar	$3,68 \cdot 10^8$
C	$3,71 \cdot 10^8$	
G <sub>2</sub>	bipar	$3,73 \cdot 10^8$
	unipar	$3,80 \cdot 10^8$
S <sub>1</sub>	$2,94 \cdot 10^8$	

În tabelul 2.4 se dau valorile rigidității  $k$ , a angrenajului în cele cinci poziții ale punctului de contact.

**Tab.2.4**

Poziția punctului de contact	Rigiditatea angrenajului $k$ (N/m)
$S_2$ și $G_2$	$k_2=6.66 \cdot 10^8$
$G_1$ și $S_1$	$k_2=6.68 \cdot 10^8$
$G_1$	$k_2=3.68 \cdot 10^8$
C	$k_2=3.71 \cdot 10^8$
$G_2$	$k_2=3.73 \cdot 10^8$

S-au efectuat calcule pentru mai multe valori ale forței  $F_n$ . [ $F_n=373$  (N),  $F_n=7650$  (N),  $F_n=12700$  (N)]. Cu creșterea forței se constată o ușoară scădere a rigidității angrenajului.

Pentru aceste valori ale forței normale pe dinte  $F_n$ , rigiditatea angrenajului rezultă:  $k_2=6,266 \cdot 10^8$  (N/m),  $K_1=3,457 \cdot 10^8$  (N/m).

Eroarea care se face, considerându-se rigiditatea constantă în raport cu sarcina (pentru cele trei valori ale sarcinii indicate mai sus), cât și cu poziția punctului de contact ( $S_2$ ,  $G_1$ ,  $G_2$ ,  $S_1$ , -angrenare bipolară și  $G_1$ , C,  $G_2$  – angrenare unipolară), se menține sub 1,7%.

## 2.6. IMPORTANȚA CERCETĂRII VIBROACUSTICE

Angrenajele determină în mod hotărâtor performanțele transmisiilor din care fac parte, în raport cu alte elemente constitutive (în special arborii și lagărele), ele influențând printre altele caracteristicile tehnice, durabilitatea și gabaritul sistemului. Ca urmare, calitatea angrenajelor componente se răsfrânge asupra calității transmisiei în ansamblu.

Calitatea angrenajului este caracterizată, în principal, de următoarele particularități:

- a)- rezistența danturii la diferite moduri de deteriorare (ruperea dintelui și uzarea flancurilor), determinate la rândul lor de numeroși factori;

b)- factorii tribologici (tipul lubrifianului, felul ungerii, etc.);

c)- comportarea vibroacustică.

În ultimul timp, în contextul utilizării pe scară tot mai largă în construcția de mașini a angrenajelor de puteri și turații ridicate, tendința impusă de cerința creșterii capacității de lucru și productivității muncii și a reducerii gabaritului, se impune considerarea comportării vibroacustice a angrenajelor și a transmisiei din care fac parte, ca un factor determinant al calității funcționale și ca un mijloc de diagnosticare tehnică și de recepție a produselor.

Într-adevăr, comportarea vibroacustică determină calitatea funcțională prin următoarele:

a)- regimurile periculoase de vibrații cauzează solicitări variabile și, ca urmare, reducerea durabilității sistemului;

b) nivelul ridicat de zgomot afectează productivitatea muncii și poate produce afecțiuni de natură psiho-fiziologică asupra organismului uman.

Pe de altă parte, pe baza tehnicilor experimentele de cercetare a vibroacusticii transmisiei, se poate realiza diagnosticarea tehnică, ceea ce permite cunoașterea fără demontare, a stării sistemului (calitatea tehnologică, de funcționare, de uzură), prognozarea duratei de funcționare ulterioară și recepția pe baza caracteristicilor vibroacustice.

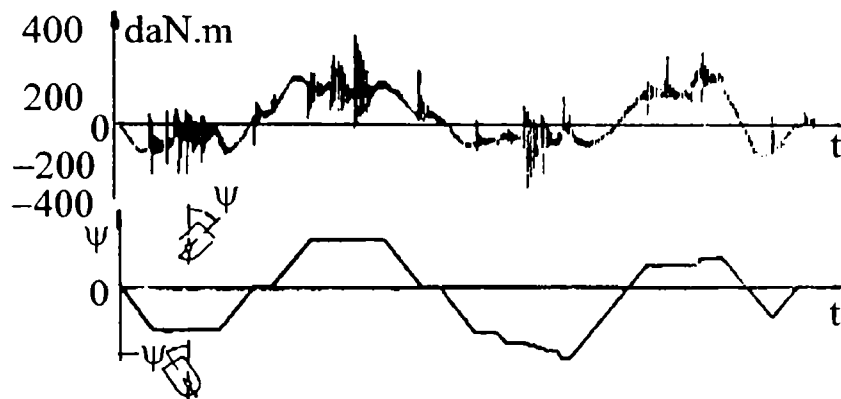
Un prim aspect al studiului dinamic al unei transmisii îl constituie stabilirea excitațiilor sistemului. Excitațiile pot fi categorisite în “externe” și “interne” transmisiei.

În prima categorie se consideră momentele de rotație variabile aplicate de partea de acționare și (sau) de cea acționată.

În a doua grupă se includ deplasările relative cauzate de rigiditatea variabilă a danturii, deplasările relative variabile sau șocurile cauzate de erorile de angrenare, forțele de frecare variabile ca sens și mărime și forțele axiale (la angrenajele cu dinți înclinați), variabile ca poziție:



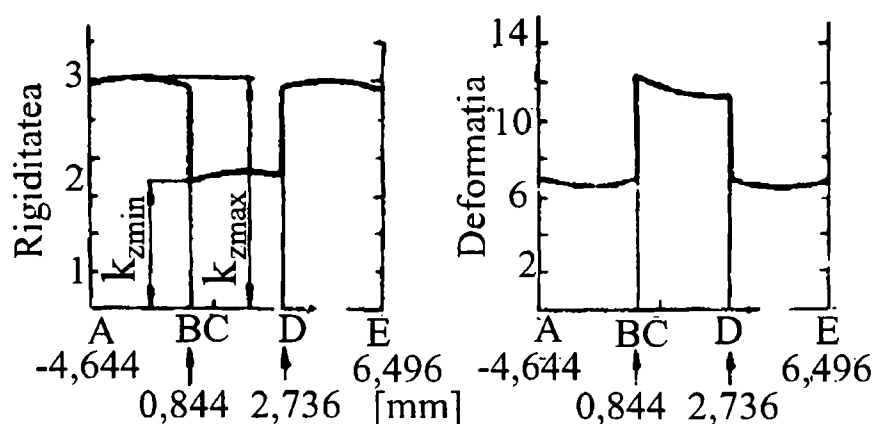
Variația în timp a momentului de rotație aplicat este specifică fiecărui agregat (fig. 2.24) și este aleatoare [76].



**Fig. 2.24.** Variația momentului de rotație

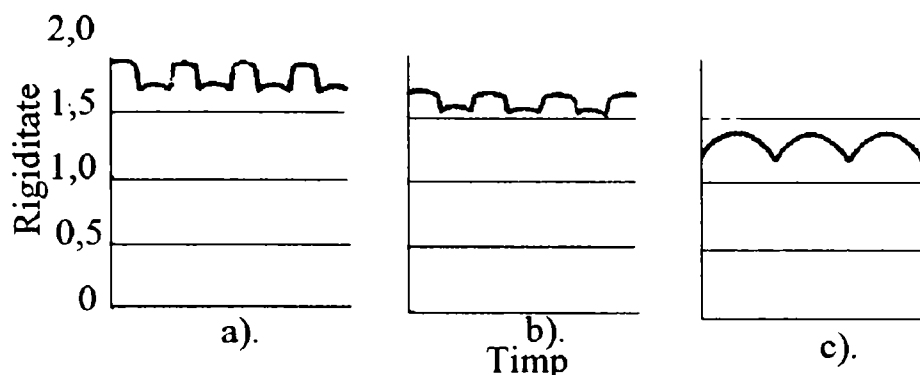
Chiar dacă se admite probabilistic o variație periodică, frecvența acesteia este redusă în raport cu frecvențele înalte ale unor excitații “interne”; ca urmare, cel puțin la transmisiile la care frecvențele proprii sunt ridicate, influența variației sarcinii exterioare asupra dinamicii sistemului devine neglijabilă.

Dacă se admite probabilistic o variație variabilă în timp, rigiditatea danturii se determină pornind de la bazele teoretice și experimentale. Această variație prezintă salturi mai accentuate la angrenajele cilindrice cu dinți drepecți, (fig.2.25),



**Fig.2.25.** Variația rigidității la dantura cu dinți drepecți

și mai puțin bruște dacă dantura este înclinată. (fig. 2.26).



**Fig.2.26.** Variația rigidității la dantura cu dinți înclinați

Excitația parametrică determinată de variația în timp a rigidității are rol hotărâtor asupra dinamicii sistemului deoarece determină un număr mare de frecvențe critice de lucru.

Pentru studiul dinamic este utilă următoarea grupare a erorilor de angrenare:

- erori de execuție și de montaj, care pot fi individuale și cumulate;
- erori funcționale, cauzat în plus de încărcarea angrenajului.

Erorile de execuție și montaj determină deplasări relative suplimentare ale roților care se suprapun peste cele determinate de rigiditatea variabilă a danturii. Influența cea mai importantă o au erorile individuale cu frecvența ridicată (în special eroarea formei profilului), deoarece de regulă sistemul celor două roți este relativ rigid, având frecvențe proprii ridicate. Indicația cea mai completă asupra variației raportului de transmitere o dau însă erorile de rostogolire care rezultă din controlul angrenării pe un flanc și în special eroarea de rostogolire parțială. Calitatea suprafeței are o influență categorică asupra vibrațiilor asperitățile de formă neregulată determină impulsuri care nu pot fi descrise de o frecvență unică, rugozitatea fiind deci un parametru aleator.

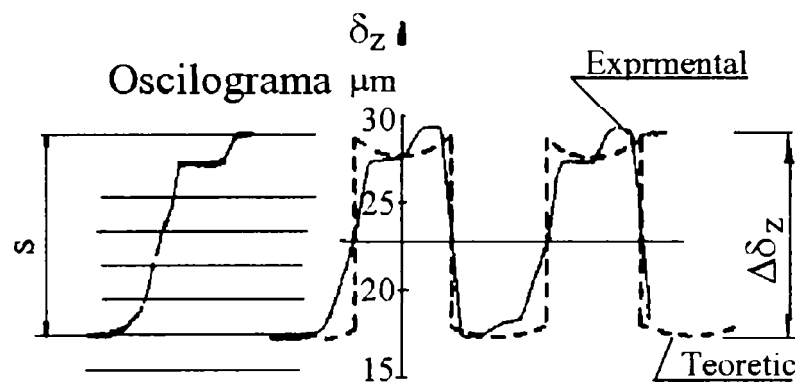
Dintre erorile funcționale (care nu sunt standardizate) sunt de semnalat eroarea funcțională a pasului de bază și eroarea de rotație.

Eroarea funcțională a pasului de bază se definește cu relația:

$$f_{pbr} = \delta_z + p_{b2} - p_{b1} \quad (2.33)$$

în care  $p_{b1}$  și  $p_{b2}$  reprezintă valorile efective ale pasului de bază. La angrenajele de putere precise, la care de regulă  $f_{pbr} > 0$ , angrenarea începe și se termină în afara liniei teoretice de angrenare.

Eroarea de rotație cumulează efectul deformațiilor și erorilor danturii, fiind eroarea de rostogolire parțială înregistrată sub sarcină; din acest motiv diagramele erorii de rotație dau indicația cea mai completă asupra excitației. Dacă roțile sunt etalon, diagrama erorii de rotație, indică variația deformației danturii (fig. 2.27) [154].



**Fig.2.27.** Eroarea de rotație

Excitațiile produse de forțele de frecare și de forțele axiale (la danturile înclinate) au fost puțin abordate în cercetări, deoarece definirea lor este dificilă și pe de altă parte, au influență redusă în raport cu alte excitații.

## 2.7. MĂSURI DE PROTECȚIE ACTIVĂ

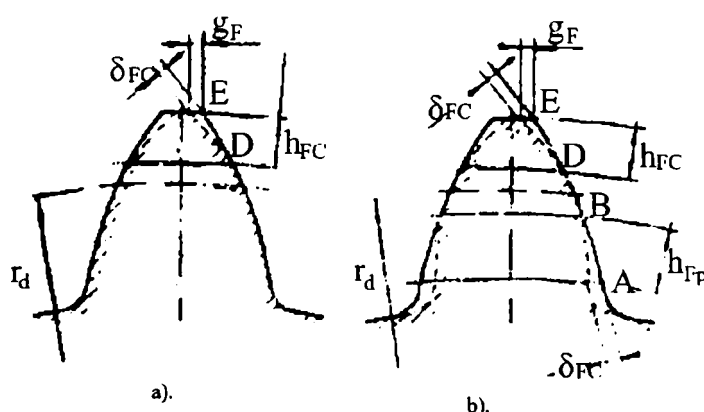
Pentru reducerea răspunsului dinamic se folosesc următoarele căi:

- micșorarea excitațiilor;
- modificarea frecvențelor de angrenare sau a frecvențelor proprii;
- echiparea roților dințate cu sisteme de mase auxiliare (absorbitori dinamici sau cu amortizare).

În ceea ce privește excitația parametrică există, două modalități de nivelare a variației rigidității danturii: prin corecții ale dintelui și prin alegerea corespunzătoare a elementelor de geometrie.

Corecțiile dintelui care influențează variația rigidității sunt corecția flancului (flancarea) și corecția suprafeței de vârf. Asupra acestei ultime corecții nu se fac considerații, deoarece existând dificultăți în soluționarea teoretică și realizarea tehnologică, nu este practic utilizată. Un al treilea tip de corecție, bombarea, are efecte reduse asupra variației rigidității. Efectele acestui tip de corecție sunt sesizabile numai la erori mari ale direcției dintelui, situație care nu apare în condiții normale de proiectare și execuție.

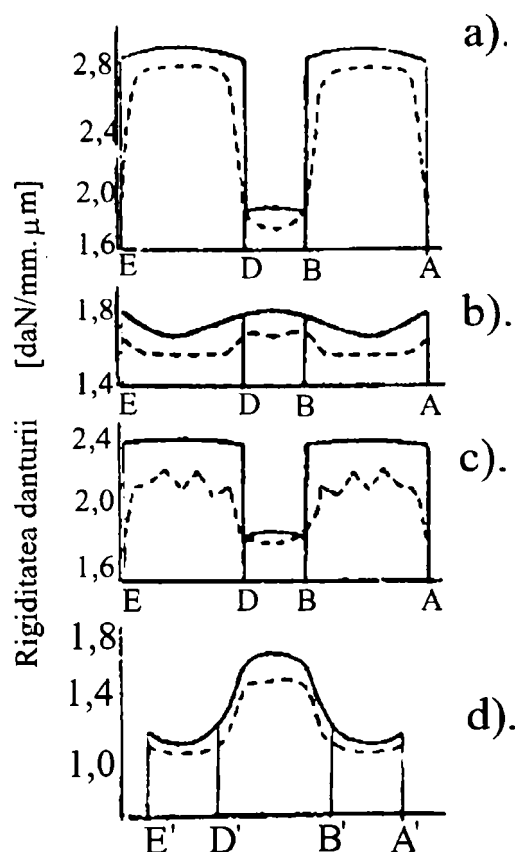
Flancarea, care se recomandă la angrenajele de putere, nivelează în mod hotărâtor variația rigidității, reducând, în afara excitației parametrice și intensitatea interferenței de sarcină, dacă forma și dimensiunile flancării sunt corect adoptate. Cea mai utilizată rămâne flancarea capului dintelui la ambele roți, deoarece se evită micșorarea rezistenței bazei dintelui și flancarea în evolventă care este simplu de realizat tehnologic. (fig. 2.28)



**Fig. 2.28.** Dinte flancat

Calculul elementelor de geometrie ale flancării a fost larg tratat în literatură pentru angrenajele cilindrice cu dinți drepți [52]. La astfel de angrenaje, la care gradul de acoperire este cuprins între 1 și 2, dacă dantura este definită de profilul de referință standardizat, se preferă flancarea lungă (pe

domeniile de angrenare dublă), care asigură o rigiditate aproape constantă a danturii (fig. 3.29 b)).



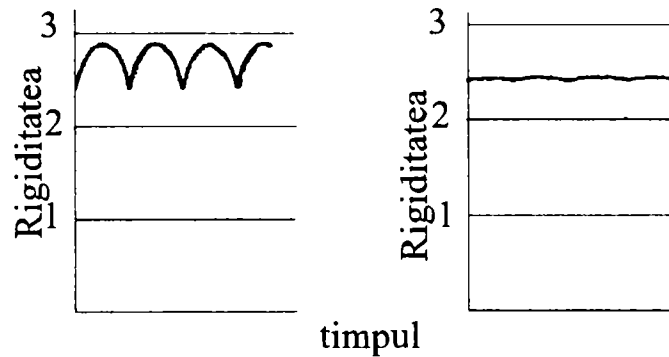
**Fig. 2.29.** Modificarea excitației parametrice în funcție de flancare, la angrenajele cu dinți dreapți [52]

De asemenea, se acceptă în cazul unei bune precizii tehnologice ca adâncimea de flancare pe direcția liniei de angrenare să fie egală cu deformația perechii de dinți în punctul de angrenare singulară, deformațiile danturii fiind calculate cu sarcina care acționează timp îndelungat. La încărcări mai mici decât cea pentru care s-a calculat flancarea se reduce gradul de acoperire, însă excitația parametrică este diminuată (fig. 2.29 d)). La încărcări mai mari, intensitatea excitației parametrice este mai redusă decât în lipsa flancării (fig. 2.29 c)).

La angrenajele cu dinți înclinați nu se recomandă flancarea la grade de acoperire mai mari decât 2, dacă salturile din variația rigidității sunt mai lente.

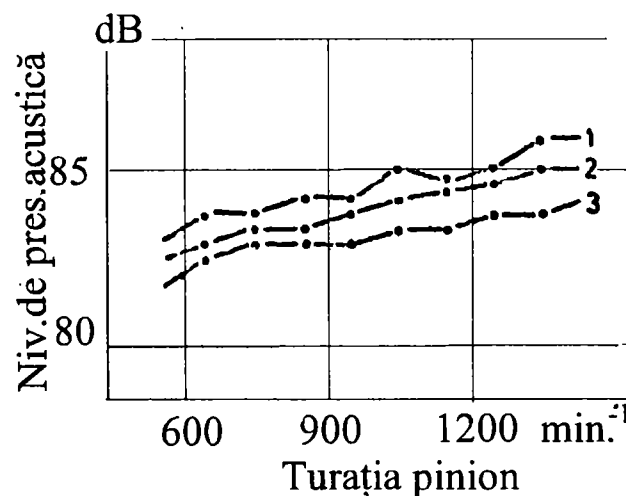
În ceea ce privește alegerea elementelor de geometrie, o dificultate o constituie asigurarea simultană a cerințelor de rezistență și a celor vibroacustice.

Asupra variației rigidității, influența predominantă o are gradul de acoperire. La angrenajele cu dinți dreți o rigiditate aproape constantă o asigură gradul de acoperire real număr întreg, care se obține prin deplasări adecvate de profil. La angrenajele cu dinți înclinați, cu grade de acoperire frontale sau suplimentare, numere întregi, rigiditatea danturii devine practic constantă, iar la grade de acoperire reale numere întregi mai mari decât 2, se obține o formă îmbunătățită a variației rigidității (fig. 2.30).



**Fig. 2.30.** Modificarea excitației parametrice în funcție de flancare, la angrenajele cu dinți înclinați

Modificarea gradului de acoperire suplimentar se face prin alegerea convenabilă a lățimii danturii sau a unghiului de înclinare al dintelui (în general comportarea vibroacustică este influențată pozitiv la creșterea unghiului de înclinare (fig. 2.31).



**Fig. 2.31.** Influența unghiului de înclinare asupra comportării vibroacustice

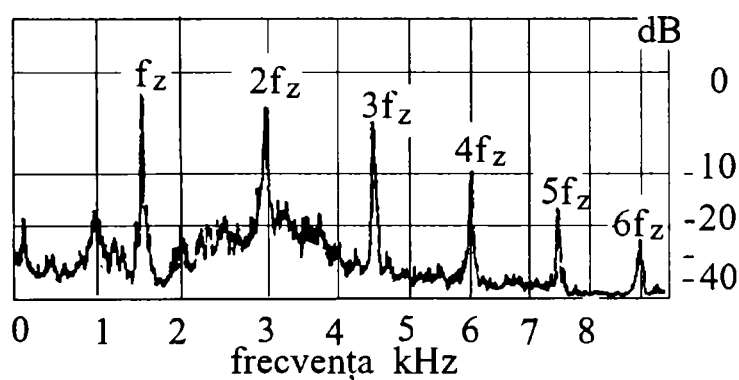
Deplasările de profil modifică gradul de acoperire și în același timp schimbă duratele de angrenare singulară și dublă, adică forma excitației parametric.

Se recomandă ca deplasările parțiale să nu fie de semne contrare și foarte diferite ca mărimi, în care caz se obține un salt mai mare în variația rigidității danturii și șocuri mai puternice datorită interferenței de sarcină .

Un alt grup de măsuri influențează excitațiile forțate sunt:

- erorile de execuție, care pot fi menținute în limite strânse fără să afecteze exagerat prețul de execuție, dacă se respectă cerințele, ( utilizarea unor scule de danturat fără erori, respectarea regimurilor de prelucrare impuse prin documentația de execuție, asigurarea unei rigidități corespunzătoare sistemului tehnologic mașină unealtă-sculă-piesă, fixarea corectă a piesei, reglarea corespunzătoare a mașinii-unelte).

- calitatea suprafețelor de lucru (flancurilor), cu efecte pozitive asupra nivelului de vibrații și zgomot. Spectrele de frecvențe obținute la transmisiile cu roți dințate ai căror dinți sunt corect rectificati nu evidențiază decât tonuri cu frecvența angrenării și armonicele acesteia (fig. 2.32.)



**Fig.2.32.** Influența rectificării suprafețelor asupra comportării vibroacustice

În figura 2.33 se prezintă reducerea nivelului presiunii acustice [85] funcție de turația pinionului datorită modificării unor parametri:

1.  $m_n=3\text{mm}$  (față de  $m_n=1,5\text{mm}$ );  $\beta_0=25^\circ$
2. cl. de precizie 3 (față de 6);  $\beta_0=40^\circ$
3.  $b=22$  (față de  $b=10\text{mm}$ );  $\beta_0=10$
4.  $b=44\text{mm}$  (față de  $b=10\text{mm}$ );  $\beta_0=40^\circ$
5.  $b=44\text{mm}$  (față de  $b=10\text{mm}$ );  $\beta_0=10^\circ$
6.  $b=44\text{mm}$  (față de  $b=10\text{mm}$ );  $\beta_0=0^\circ$
7.  $b=22\text{mm}$  (față de  $b=10\text{mm}$ );  $\beta_0=40^\circ$
8.  $\beta_0=40^\circ$  (față de  $\beta_0=0^\circ$ ); dinți frezați
9.  $\beta_0=25^\circ$  (față de  $\beta_0=0^\circ$ ); dinți frezați
10.  $\beta_0=40^\circ$  (față de  $\beta_0=0^\circ$ ); dinți rectificați
- 11  $\beta_0=25^\circ$  (față de  $\beta_0=0^\circ$ ); dinți rectificați
12. flancarea dinților cu  $15\mu\text{m}$ ;  $\beta_0=25^\circ$
13.  $E_{fp}=12\mu\text{m}$  (față de  $E_{fp}=25\mu\text{m}$ );  $\beta_0=25^\circ$
14.  $E_{fp}=18\mu\text{m}$  (față de  $E_{fp}=25\mu\text{m}$ );  $\beta_0=25^\circ$
15.  $E_{fp}=18\mu\text{m}$  (față de  $E_{fp}=25\mu\text{m}$ );  $\beta_0=0^\circ$
16.  $R_z=0,1\mu\text{m}$  (față de  $R_z=1\mu\text{m}$ )
17. cl. de precizie 3 (față de cl 6);  $\beta_0=25^\circ$
18. roți din fontă GG35( oțel CK45N)
19. abaterii de pas la  $A_{pb}=23\mu\text{m}$
20. roți din OLC45N (oțel CK45N)

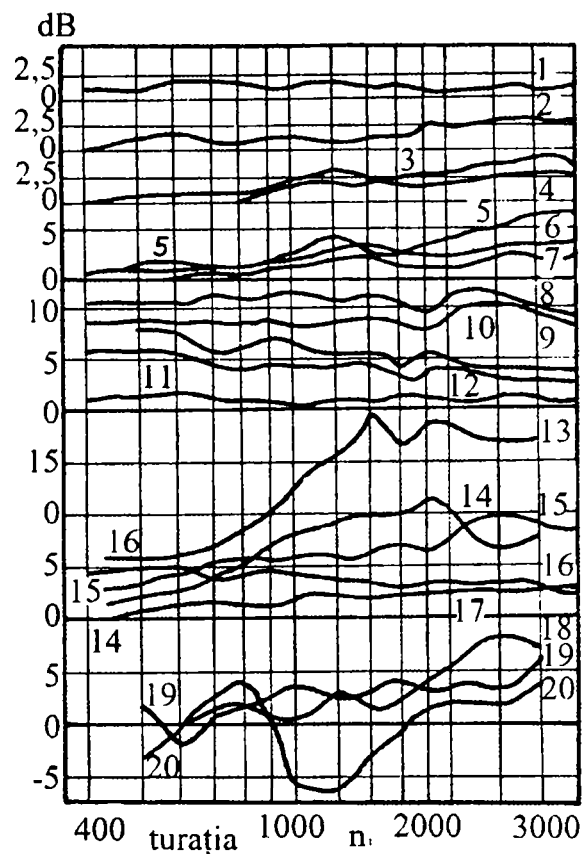


Fig. 2.33. Reducerea nivelului presiunii acustice [85]

O altă măsură care influențează excitațiile forțate este reprezentată de alegerea corectă a jocului dintre flancuri.

În situațiile în care apare desprinderea flancurilor (la transmisiile rapide sau cu turație variabilă) alegerea se face din standard, după ce se determină amplitudinea vibrației [94].

Odată cu dezvoltarea mașinilor unelte automate, a reductoarelor de turație de mare putere, a manipuloarelor și roboților industriali, transmisiile cu roți dințate cilindrice având curse moarte limitate au început să aibă o importanță din ce în ce mai mare, căci în aceste cazuri, decalajul între momentele de comandă și execuție, cât și șocurile datorate inversării sensului de rotație trebuie să fie cât mai mici posibile.

Există în general două cazuri:

- în care se impune numai limitarea curselor moarte sub o valoare admisibilă. Acesta este cazul mașinilor automate de tăiat termic a căror elemente de execuție reclamă o precizie relativ scăzută sau a reductoarelor



de turație care transmit cupluri mari în ambele sensuri de rotație (reductoare navale).

- în care este necesară eliminarea completă a curselor moarte prin anularea jocului de flanc de rotație. În această situație găsindu-se transmisiile manipuletoarelor, a roboților industriali, a diferitelor mecanisme cinematice din mașinile-unelte automate.

Pentru primul caz se poate determina jocul maxim admisibil dintre flancuri, prescriindu-se condițiile tehnologice de execuție a danturii și a carcasei.

Jocul de flanc de rotație  $j_f$ , este în cea mai mare măsură influențat de abaterile de profil, de grosime a dintelui, abaterile de pas și de distanță dintre axe.

Deoarece în acest caz se aleg roți executate în clase de mare precizie (4÷6) și cu module normale relativ mici, erorile de pas și formă a dintelui sunt neglijabile.

Mărimea cursei moarte la schimbarea sensului de rotație sau la scoaterea din momentul de repaus a roții dințate conduse este dată de relația [88]:

$$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot j_f}{d \cdot \cos\alpha} \quad (2.34)$$

unde:

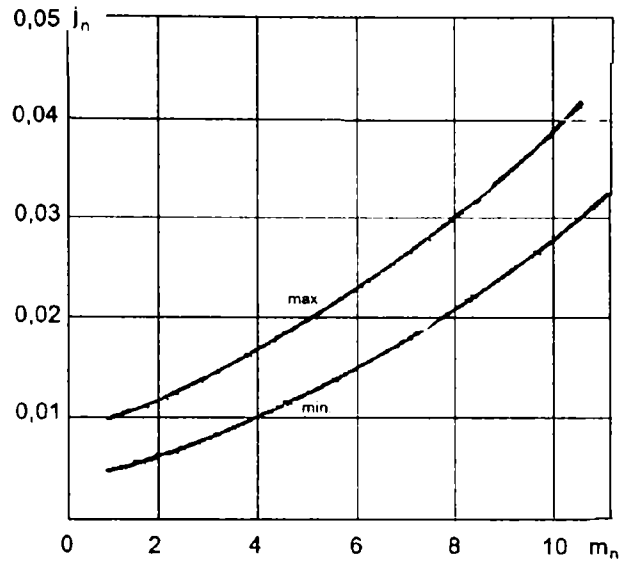
$d$  este diametrul de divizare a roții, în m;

$j_f$  este jocul de flanc de rotație, care se exprimă cu relația:

$$j_{fmin} = - (E_{CS1} + E_{CS2}) + 2f_a \cdot \cos\alpha \quad (2.35)$$

Abaterile grosimii dintelui  $E_{CS}$  și abaterea distanței dintre axe  $f_a$  se vor lua cu semnul (-).

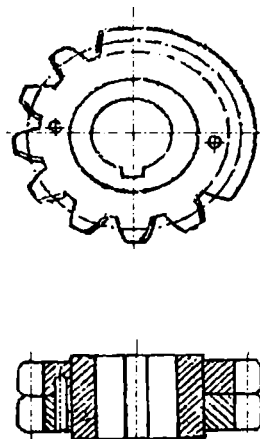
Deoarece reducerea jocului de flanc duce la micșorarea randamentului și la înrăutățirea condițiilor de funcționare, se va alege clasa de precizie a distanței dintre axe și ajustajul danturii astfel încât valorile maxime și minime ale jocului de flanc de rotație să se încadreze în cele recomandate în figura 2.34 [94].



**Fig.2.34.** Nomogramă pentru alegerea jocului dintre flancuri [94]

Această soluție reprezintă avantajul unei simplități constructive și poate fi aplicată și în cazul transmiterii cuplurilor mari, reclamă însă condiții de execuții foarte precise și datorită influențelor exterioare cum ar fi dilatarea neuniformă a carcasei și roților și uzura flancurilor dintelui, poate să nu dea întotdeauna rezultate satisfăcătoare în exploatare.

Atunci când din motive constructive sau tehnologice această soluție nu poate fi abordată se folosește o construcție formară din două roți care înlocuiesc roata condusă. Una dintre roți este montată fix pe arbore, iar a doua roată este liberă pe arbore. După montarea și angrenarea cu roata conjugată, una dintre roțile pachetului se decalează cu un unghi de rotire  $\Delta\varphi_1 < \Delta\varphi_2$ , față de cealaltă roată a pachetului și se fixează prin știftuire. (fig. 2.35).

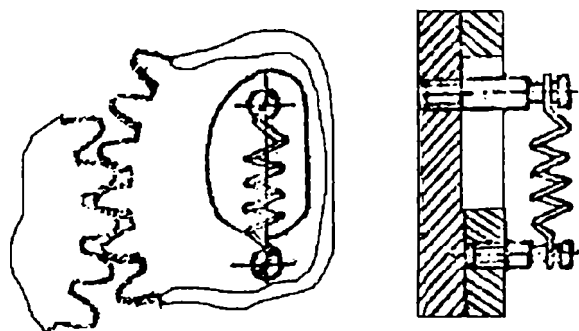


**Fig.2.35.** Metode de eliminare a jocului dintre flancuri

Este indicat ca dantura celor două roți care compun roata dințată condusă să se facă din aceeași prindere, iar la montaj o roată să se rotească față de cealaltă cu  $180^{\circ}$  pentru a diminua abaterea de pas și bătaia radială.

Această soluție prezintă avantajul că la o mișcare în ambele sensuri și la o anumită lățime  $b$ , a roții conduse, capacitatea portantă a acesteia se înjumătățește. Odată cu uzura flancurilor, pentru a menține același joc de flanc, este nevoie de o reajustare a decalajului dintre roți.

Pentru cazul când se urmărește eliminarea curselor moarte, la schimbarea sensului de rotație, se poate utiliza o soluție asemănătoare cu cea descrisă anterior în figura 2.35, unde cele două roți nu mai sunt știftuite, ci prinse elastic cu un arc care are un capăt solidarizat cu roata fixă și celălalt capăt cu roata liberă. (fig. 2.36.)



**Fig.2.36.** Metode de eliminare a jocului dintre flancuri

Aceasta face ca dinții celei de a doua roți din pachetul ce formează roata condusă să fie apăsați pe flancul conjugat al pinionului. În vederea transmiterii unor cupluri foarte mici se poate folosi, în locul arcurilor elicoidale de tracțiune, un arc spiral plasat între roata fixă și cea liberă pe ax

Pentru a putea anula cursele moarte este nevoie ca momentul de tensiune creat de arc  $M_a$ , să fie mai mare decât momentul transmis de roată  $M_t$ :

$$M_a = c \cdot M_t \quad (2.36)$$

unde:  $c=2 \div 3$  și reprezintă un coeficient de siguranță [94].

În cazul transmiterii unor cupluri mari dimensiunile elementelor elastice cresc mult.

Există și alte influențe asupra generării sau transmiterii vibrațiilor angrenajelor.

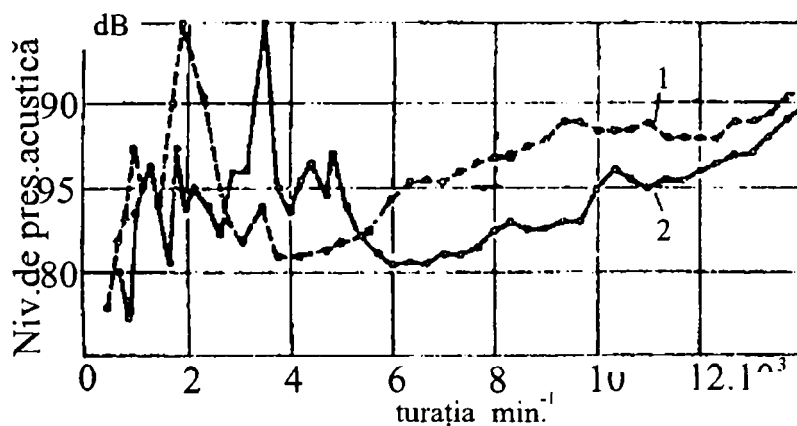
Materialele roților dințate (oțelul, fonta cenușie sau fonta cu grafit nodular) influențează nivelul de zgomot. În cazul fontei efectul favorabil al amortizării interne este diminuat de deformațiile mai mari.

Deformațiile datorate tratamentului termic influențează în particular nivelul vibrațiilor. Cauzele care produc aceste deformații sunt datorate:

- formei piesei;
- materialului și tratamentului aplicat;
- uzinării pieselor.

Modificarea frecvențelor de angrenare sau a frecvențelor proprii este necesară dacă domeniile de frecvență din jurul frecvențelor excitatoare coincid cu cele ale frecvențelor critice (proprii sau de instabilitate). Modificarea frecvenței de angrenare se face prin alegerea corespunzătoare a modulului și a numerelor de dinți.

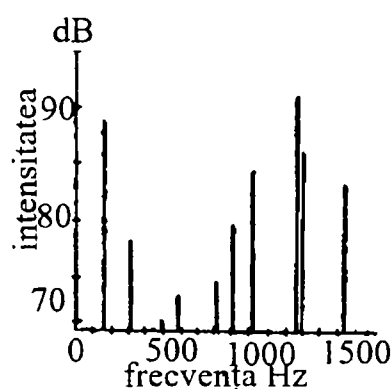
Exemplul din figura 2.37 arată că, dacă angrenajul cu modulul de 2,5 mm nu poate funcționa liniștit într-o zonă relativ largă în jurul turației de 1900 rot/min., la aceeași distanță dintre axe, se poate prefera din punct de vedere vibroacustic modulul de 5 mm [196].



**Fig.2.37.** Influența tratamentului termic asupra comportării vibroacustice [196]

Se repetă observația anterioară, că alegerea acestor date geometrice trebuie să satisfacă simultan, în mod optim, atât cerințele de rezistență cât și cele vibroacustice.

Modificarea frecvențelor proprii ale elementelor se face prin modificarea masei sau a formei. Prin modificări ale secțiunilor roților se poate împiedica transmiterea vibrațiilor. Măsură conduce la efecte reduse dacă dimensiunile roților sunt mai mici decât lungimea de undă a vibrației. Exemplul din figura 2.38 arată că unele frecvențe proprii ale corpului unei roți dințate sunt “preferate” și nu trebuie excitate în domeniul turațiilor de lucru, fie prin schimbarea frecvenței de angrenare (cazul anterior), fie prin modificarea formei și deci a masei roții.



**Fig. 2.38.** Modificarea frecvenței proprii

Se consideră că un strat de material plastic interpus între coroana dințată și butuc, nu asigură o izolare vibratorie și acustică datorită rigidității sale reduse. Pe de altă parte, încercări ale angrenajelor cu roți având un izolator de cauciuc între coroană și butuc au arătat că la o încărcare de circa 80% din capacitatea portantă se obține o atenuare între 13÷21dB și chiar de 35 dB, la frecvențe înalte. Folosirea absorbitorilor în construcția angrenajelor determină o reducere a amplitudinii de vibrație într-un câmp larg de turație, din care motiv aceștia își găsesc utilizarea în transmisiile rapide sau cu turație variabilă. Dacă absorbitorii dinamici au ca efect apariția de noi zone critice, cei cu amortizare determină nivele de zgomot sensibil scăzute într-un domeniu larg de turații.

Frecvențele multiple și submultiple specifice vibrațiilor parametrice pot deveni periculoase în măsura în care dau rezonanțe cu una din frecvențele proprii ale structurii. Spectrele de frecvențe la temperaturi mai ridicate atestă o îndesire a tonurilor de rugozitate, ceea ce semnifică numărul contactelor metalice. Se confirmă, astfel concluziile teoretice privind existența regimului de frecare-ungere limită-mixt la asemenea temperaturi.

## 3. VIBRAȚII ȘI VIBROPERCUȚII ÎN ANGRENAJE

### 3.1. SISTEM DINAMIC ECHIVALENT.

#### 3.1.1. Generalități

Transmisiile mecanice, în particular angrenajele, sunt părți componente ale sistemelor mecanice, ce realizează adaptarea caracteristicii mecanice a mașinii motoare cu aceea a mașinii de lucru, fapt ce implică o transformare cinematică și un transfer de energie. Măsura acestei transformări este dată de raportul de transmitere:

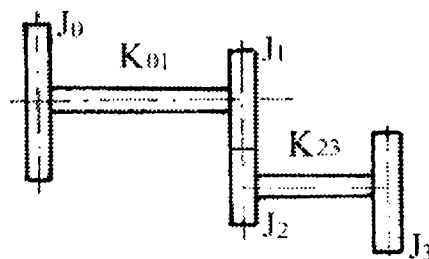
$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{r_{w2}}{r_{w1}} = \frac{M_{t2}}{M_{t1}} \quad (3.1)$$

unde:  $\varphi_1, \varphi_2$  sunt unghiurile de rotație, în rad;

$\omega_1, \omega_2$  sunt vitezele unghiulare, în rad/s;

$r_{w1}, r_{w2}$  sunt razele cercurilor de rostogolire, în m;

$M_{t1}, M_{t2}$  sunt momentele de torsiune, în Nm.



**Fig. 3.1.** Transmisie cu roată dințată cilindrică cu o treaptă

Sistemul dinamic echivalent din figura.3.1., conține două roți dințate cu momentele de inerție  $J_1$ , respectiv  $J_2$ , montate pe doi arbori având rigiditățile la torsiune  $k_{01}$ , respectiv  $k_{23}$ . Mașina motoare și cea de lucru sunt reprezentate prin discurile cu momente de inerție  $J_0$ , respectiv  $J_3$ . [48].

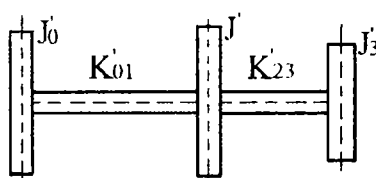
Prin definiție rigiditatea la torsiune  $k$  a unui arbore reprezintă momentul de torsiune care produce o deformare de răsucire egală cu unitatea:

$$k = \frac{M_t}{\varphi} \quad (3.2)$$

Sistemul dinamic echivalent transmisiei cu roți dințate depinde de raportul dintre rigiditatea angrenajului și rigiditatea arborilor.

### 3.1.2. Angrenajul ca legătură rigidă

Într-o primă aproximare se poate considera angrenajul ca o legătură rigidă, deoarece rigiditatea sa depășește cu mult rigiditatea legăturilor elastice dintre roțile dințate și celelalte organe ale transmisiei. În această ipoteză se obține un sistem dinamic echivalent (fig.3.2), la care arborii de legătură se consideră ca având mase neglijabile, iar roțile dințate având momentul de inerție  $J'$  [ $\text{kgm}^2$ ], în raport cu arborele conducător.



**Fig. 3.2.** Sistem dinamic echivalent, cu-legătură rigidă

Sistemul dinamic echivalent, înlocuitor trebuie să aibă energia cinetică și potențială egală cu cel inițial.

Având în vedere această condiție, pentru sistemul inițial, energia cinetică se poate scrie:



$$E_c = \frac{1}{2} (J_0 \dot{\varphi}_0^2 + J_1 \dot{\varphi}_1^2 + J_2 \dot{\varphi}_2^2 + J_3 \dot{\varphi}_3^2) \quad (3.3)$$

Ținând cont de relația (3.1), relația (3.3) devine:

$$E_c = \frac{1}{2} \left[ J_0 \dot{\varphi}_0^2 + \left( J_1 + \frac{1}{i^2} J_2 \right) \dot{\varphi}_1^2 + J_3 \dot{\varphi}_3^2 \right], \quad (3.3')$$

iar pentru sistemul dinamic înlocuitor se poate scrie:

$$E'_c = \frac{1}{2} (J'_0 \dot{\varphi}_0^2 + J' \dot{\varphi}_1^2 + i^2 J'_3 \dot{\varphi}_3^2). \quad (3.4)$$

Prin egalarea relațiilor (3.3) și (3.4) și identificarea coeficienților se obține:

$$J'_0 = J_0; J' = J = J_1 + n^2 J_2; J'_3 = n^2 J_3 \quad (3.5)$$

unde:

- $J'_0$  este momentul de inerție al motorului de antrenare și a celorlalte piese montate pe arborele conducător în raport cu acesta, exceptând roata motoare, în  $\text{kgm}^2$ ;
- $J'$  este moment de inerție al angrenajului în raport cu arborele conducător, în  $\text{kgm}^2$ ;
- $J'_3$  este moment de inerție al mașinii de lucru și a celorlalte piese montate pe arborele condus, în raport cu aceștia, exceptând roata condusă, în  $\text{kgm}^2$ ;
- $n^2 = \frac{1}{i^2}$  este factorul de reducere.

Energia potențială, pentru sistemul inițial, este:

$$E_p = \frac{1}{2} \left[ k_{01} (\varphi_0 - \varphi_1)^2 + k_{23} (\varphi_2 - \varphi_3) \right] \quad (3.6)$$

Având în vedere relația (3.1), ecuația (3.6) se poate scrie sub forma :

$$E_p = \frac{1}{2} \left[ k_{01} (\varphi_0 - \varphi_1)^2 + k_{23} (\varphi_2 - i\varphi_3)^2 \frac{1}{i^2} \right] \quad (3.6')$$

Pentru sistemul dinamic înlocuitor, având în vedere notațiile anterioare, energia potențială se poate scrie:

$$E_p' = \frac{1}{2} \left[ k_{01}' (\varphi_0 - \varphi_1)^2 + k_{23}' (\varphi_2 - i\varphi_3)^2 \right] \quad (3.7)$$

Egalând relațiile (3.6') și (3.7) și identificând termenii se obțin rigiditățile:

$$k_{01}' = k_{01} ; k_{23}' = n^2 \cdot k_{23} \quad (3.8)$$

Rezultă că atunci când angrenajul se consideră ca legătură rigidă, transmisia cu roți dințate din figura 3.1. se transformă într-un sistem vibrant cu trei volanți (fig.3.2.), ce poate fi folosit la determinarea pulsațiilor proprii ale transmisiei.

Ecuatiile diferențiale ale mișcării se obțin utilizând ecuația lui Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_c}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial E_p}{\partial \varphi_i} = 0 ; \quad i = 0, 1, 3 \quad (3.9)$$

în care energia cinetică și cea potențială au expresiile date de relațiile (3.3') și (3.6'). Rezultă:

$$\begin{cases} J_0 \ddot{\varphi}_0 + k_{01} (\varphi_0 - \varphi_1) = 0 \\ (J_1 + n^2 J_2) \ddot{\varphi}_1 + n^2 k_{23} (\varphi_1 - i\varphi_3) - k_{01} (\varphi_0 - \varphi_1) = 0 \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 - n k_{23} (\varphi_1 - i\varphi_3) = 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

Soluțiile acestor ecuații sunt de forma:

$$\varphi_i = \theta_i \cos(pt + \alpha) \quad ; \quad i = 0, 1, 3 \quad (3.11)$$

Introduse în sistemul (3.10) acesta devine:

$$\begin{cases} p^2 J_0 \theta_0 - k_{01} (\theta_0 - \theta_1) = 0 \\ p^2 (J_1 + n^2 J_2) \theta_1 - n^2 k_{23} (\theta_1 - i\theta_3) + k_{01} (\theta_0 - \theta_1) = 0 \\ p^2 J_3 \theta_3 + n k_{23} (\theta_1 - i\theta_3) = 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Ecuatia pulsațiilor proprii rezultă din determinantul sistemului (3.12), prin eliminarea amplitudinilor  $\theta_0, \theta_1, \theta_3$ :

$$\Delta(p^2) = 0, \quad (3.13)$$

care reprezintă ecuația caracteristică a sistemului.

Ecuatia caracteristică (3.13) are trei rădăcini reale distincte. Una dintre pulsații este egală cu zero, cea ce înseamnă că vibrațiile sistemului au două

grade de libertate. Această soluție corespunde cazului în care arborii transmisiei se rotesc ca niște rigide, adică deformațiile la torsiune sunt nule, respectiv rigiditățile lor sunt în infinit mari. Cele două pulsații proprii se obțin din ecuația:

$$p^4 - \left( k_{01} \frac{J_0 + J}{J_0 J} + k_{23} \frac{n^2 J_3 + J}{J_3 J} \right) p^2 - k_{01} k_{23} \frac{J_0 + J + n^2 J_3}{J_0 J_3 J} = 0 \quad (3.14)$$

ele fiind:

$$p_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{k_{01}}{J_{01}} + \frac{n^2 k_{23}}{J_{23}} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{k_{01}}{J_{01}} - \frac{n^2 k_{23}}{J_{23}} \right)^2 + 4n^2 k_{01} k_{23} \frac{1}{J^2}} \quad (3.15)$$

unde:

$$J_{01} = \frac{J_0 J}{J_0 + J}; J_{23} = \frac{n^2 J_3 J}{J + n^2 J_3}. \quad (3.15')$$

Fiecărei pulsații proprii  $p_j$  îi corespunde un vector modal:

$$\theta^{(j)} = \{\theta_0^{(j)} \theta_1^{(j)} \theta_3^{(j)}\}^T; \quad j=1,2 \quad (3.16)$$

Fiecare vector modal este unic pentru un sistem dat, în sensul că raportul dintre două amplitudini oarecare este o constantă unică, în timp ce valoarea amplitudinilor este arbitrară. Notând cu  $\mu_j^{(j)}$  acest raport, se poate scrie, ținând cont de relația (3.12):

$$\begin{cases} \mu_1^{(j)} = \frac{\theta_1}{\theta_0} = \frac{k_{01} - p_j^2 J_0}{k_{01}} \\ \mu_2^{(j)} = \frac{\theta_3}{\theta_1} = \frac{n \cdot k_{23}}{k_{23} - p_j^2 J_3} \end{cases} \quad (3.17)$$

Rezultă sistemul de ecuații (3.17), din care se determină forma modului propriu de vibrație de ordinul  $j$ . Deoarece în vibrație liberă cantitatea de mișcare a sistemului se conservă, este necesar ca în orice moment sensurile de rotație ale maselor să nu coincidă. De aceea pentru pulsația proprie cea mai mică,  $p_1$ , unul din rapoartele (3.17) este pozitiv, iar celălalt negativ. Pentru pulsația proprie cea mai mare,  $p_2$ , ambele rapoarte sunt negative, adică volantul central se rotește în sens invers față de volanții laterali. (fig.3.3)

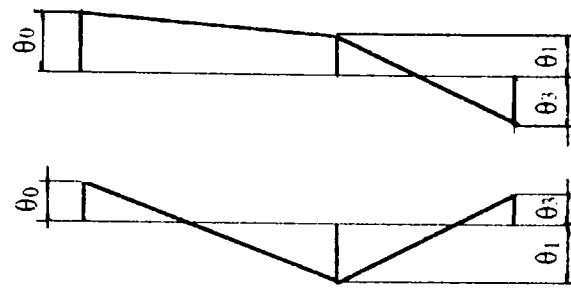


Fig. 3.3. Amplitudinea pulsațiilor proprii

### 3.1.3. Angrenajul ca legătură elastică.

Dacă se ia în considerare elasticitatea dinților, sistemul dinamic echivalent se stabilește pe baza schemei din figura.3.2. În cazul angrenării unipare, elasticitatea dinților este simbolizată prin două arcuri, având rigiditățile  $k_1$ , respectiv  $k_2$ , legate în serie și așezate pe direcția liniei de angrenare. (fig. 3.4.).

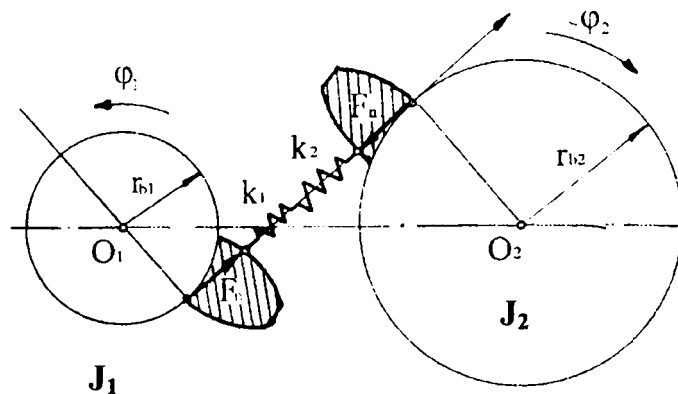


Fig. 3.4. Sistem dinamic echivalent, cu-legătură elastică

La angrenarea bipară rigiditatea este mai mare, ea corespunzând cu rigiditatea a două perechi de arcuri legate în serie, iar apoi cuplate în paralel.

Considerând roțile ca fiind precis executate, deformația locală datorită încovoierii și compresiunii locale a dinților sub acțiunea forței  $F_n$ , măsurată pe direcția liniei de angrenare, este  $x$ .

În această ipoteză, la o rotație cu unghiul  $\varphi_1$  a roții conducătoare, roata condusă se va roti cu unghiul  $-\varphi_2$ :

$$-\varphi_2 = 1/i \cdot \varphi_1 - x/r_{b2}, \quad (3.18)$$

Din relația (3.18) rezultă:

$$x = (1/i \cdot \varphi_1 + \varphi_2) \cdot r_{b2} = (\varphi_1 + i\varphi_2) \cdot r_{b1}. \quad (3.19)$$

Rigiditatea celor doi dinți aflați în angrenare este

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} = \frac{F_n}{x} \quad (3.20)$$

Energia cinetică și potențială ale angrenajului sunt date respectiv de relațiile:

$$E_c = (J_1 \dot{\varphi}_1^2 + J_2 \dot{\varphi}_2^2) / 2 \quad (3.21)$$

$$E_p = kx^2 / 2 = \frac{1}{2} k (\varphi_1 + i\varphi_2)^2 r_{b1} \quad (3.22)$$

Ecuatiile diferențiale ale mișcării, având în vedere relația (3.9) în care se înlocuiesc expresiile energiei cinetice și potențiale din (3.21), respectiv (3.22) sunt de forma:

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + k(\varphi_1 + i\varphi_2) \cdot r_{b1}^2 = 0 \quad (3.23)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + ik(\varphi_1 + i\varphi_2) r_{b1}^2 = 0 \quad (3.24)$$

unde, s-a presupus că rigiditatea dinților rămâne constantă, adică:

$$\partial K / \partial \varphi_{1,2} = 0 \quad (3.25)$$

Ținând seama de relația (3.19), sistemul (3.23) și (3.24) devine:

$$\ddot{x} + kr_{b1}^2 \left( \frac{1}{J_1} + \frac{1}{n^2 J_2} \right) x = 0 \quad (3.26)$$

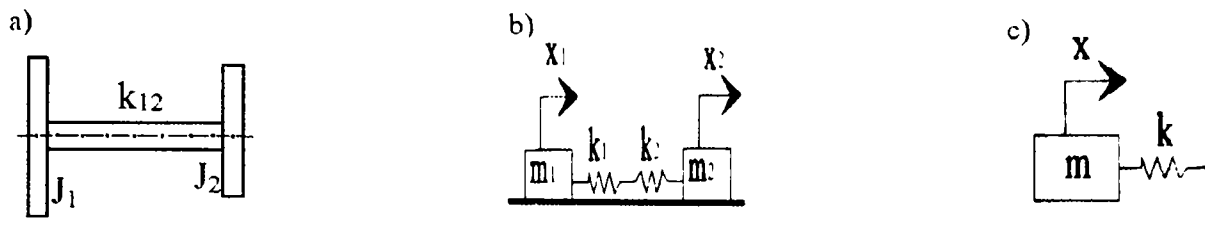
Pulsația proprie a vibrațiilor poate fi scrisă sub forma:

$$p^2 = \frac{kr_{b1}^2}{\frac{n^2 J_2 J_1}{J_1 + n^2 J_2}} = \frac{k_{12}}{\frac{n^2 J_2 J_1}{J_1 + n^2 J_2}} \quad (3.27)$$

Rezultă că cele două roți aflate în angrenare unipară și care nu prezintă fenomenul de desprindere, adică  $[-(j+f_{tr}) < x < (j+f_{tr})]$ , din punctul de vedere al vibrațiilor, pot fi reprezentate printr-un sistem semidefinit, cu un singur grad de libertate. Rigiditatea la torsiune a arborelui echivalent ce leagă cei doi volanți est

$$k_{12} = k r_{b1}^2 = n^2 k r_{b2}^2 \tag{3.28}$$

Reducând masele roților dințate la cercurile lor de bază, mișcarea de rotație se poate studia ca o mișcare de translație (fig. 3.5 a)),



**Fig. 3.5.** Sistem dinamic echivalent

În acest caz sistemul de ecuații (3.26) devine:

$$\ddot{x} + \frac{k}{\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}} x = 0 \tag{3.29}$$

unde:

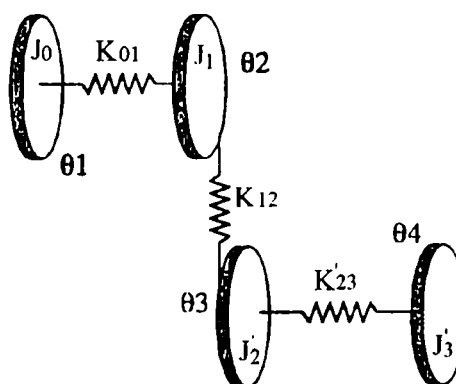
$$m_1 = J_1 / r_{b1}^2 ; \quad m_2 = J_2 / r_{b2}^2 ; \tag{3.29'}$$

Rezultă pulsația proprie:

$$p^2 = k / [m_1 m_2 / (m_1 + m_2)] = k / m_{red}. \tag{3.30}$$

În acest caz vibrațiile angrenajului pot fi studiate printr-un sistem de translație cu două mase, (fig. 3.5 b)), legate prin arcurile având rigiditățile  $k_1$  respectiv  $k_2$ . Sistemul are un singur grad de libertate și poate fi studiat pe un model dinamic echivalent (fig. 3.5 c)).

Deci considerând angrenajul ca o legătură elastică, transmisia dințată este echivalentă cu un sistem de torsiune cu patru volanți (fig. 3.6).



**Fig. 3.6.** Sistem dinamic echivalent cu patru volanți

Ecuția pulsațiilor proprii are patru rădăcini, dintre care trei sunt diferite de zero și sunt date de ecuația:

$$\begin{aligned}
 & p^6 - p^4 \left( \frac{J_0 + J_1}{J_0 J_1} k_{01} + \frac{J_1 + J_2'}{J_1 J_2'} k_{12} + \frac{J_2' + J_3'}{J_2' J_3'} k_{23}' \right) + \\
 & + p^2 \left( \frac{J_0 + J_1 + J_2'}{J_0 J_1 J_2'} k_{01} k_{12} + \frac{J_0 + J_1}{J_0 J_1} \cdot \frac{J_2' + J_3'}{J_2' J_3'} k_{01} k_{23}' + \frac{J_1 + J_2' + J_3'}{J_1 J_2' J_3'} k_{12} k_{23}' \right) + \\
 & - \frac{J_0 + J_1 + J_2' + J_3'}{J_0 J_1 J_2' J_3'} k_{01} k_{12} k_{23}' = 0
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Deoarece rigiditatea de torsiune a arborilor care leagă roțile dințate cu celelalte organe de mașină este neînsemnată, [ $k_T = (0,5 \div 2) \cdot 10^4$  daN/cm<sup>2</sup>], influența acestora asupra forțelor din angrenare este mică [142]. Aceasta permite a considera, din punct de vedere al vibrațiilor, că nu există legătura angrenajului cu exteriorul, astfel încât angrenajul se poate studia separat [25]. Bosch, pe baza unui model de vibrații torsionale pure, a arătat că la legea în serie a două trepte de transmisie, influența reciprocă asupra comportării la vibrații este mică [21].

Rigiditățile sistemului, care urmau a fi comparate, au fost definite în raport cu lungimea unitară de contact dintre dinți, reprezentând forța  $F_n$  care trebuie aplicată pe unitatea din lungimea de contact  $b$ , a dinților pentru a produce arborelui o deformare de răsucire  $\varphi$  egală cu 1 m din lungimea cercului de bază, de rază  $r_b$ .

$$k_T = \frac{F_n}{\varphi \cdot b \cdot r_b} = \frac{M_t}{\varphi \cdot b \cdot r_b^2} \tag{3.32}$$

Rigiditatea angrenării unipare este definită ca fiind forța  $F_n$  ce trebuie aplicată pe unitatea din lungimea liniei de contact a dinților  $b$ , pentru a produce perechii respective de dinți o deformare,  $x$ , de 1 m măsurată pe direcția liniei de angrenare:

$$k_z = k_s = \frac{F_n}{x \cdot b} = \frac{k_1 k_2}{b(k_1 + k_2)} \tag{3.33}$$

unde:

$$k_1 = F_n / x_1, \quad k_2 = F_n / x_2, \quad (3.33')$$

Dacă se ține cont și de influența peliculei de lubrifiant, rigiditatea perechii de dinți se determină cu relația:

$$k = \frac{k_1 k_2 k_3}{(k_1 + k_2) k_3 + k_1 k_2} \quad (3.34)$$

unde:  $k_3$  - este rigiditate peliculei de lubrifiant

Deformația elastică totală a dinților conjugați, măsurată pe direcția liniei de angrenare, este:

$$x = x_1 + x_2 = (f_1 + w_1) + (f_2 + w_2) \quad (3.35)$$

unde:

-  $f_{1,2}$  este deformația de încovoiere a dintelui în punctul de contact (include și deformația coroanei dințate sub acțiunea momentului încovoiator).

-  $w_{1,2}$  este deformația locală (apropierea dinților) cauzată de presiunea hertziană.

În timp ce deformația de încovoiere a dintelui se poate măsura pe cale experimentală, deformația de contact cauzată de presiunea hertziană se calculează cu ajutorul formulei lui Hertz transformate [21, 142, 154]

$$w_H = w_1 + w_2 = \frac{2 \cdot F_n}{b \cdot E} \frac{1 - \nu^2}{\pi} \left( \ln \frac{4 \cdot h_1 \cdot h_2}{a^2} - \frac{\nu}{1 - \nu} \right) \quad (3.36)$$

unde

-  $\nu$  este coeficientul lui Poisson,

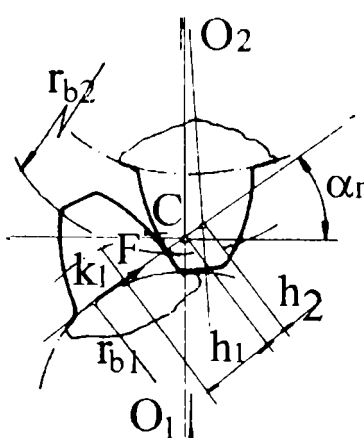
-  $h$  este distanța măsurată pe linia de angrenare, de la punctul de aplicație al forței la linia de mijloc a dintelui, în m. (fig. 3.7).

$\rho = \rho_1 \rho_2 / (\rho_1 + \rho_2)$  este raza de curbura redusă ;

$\rho_{1,2} = r_{b1,2} \operatorname{tg} \alpha_{1,2}$  sunt razele de curbura a profilului, în m;

$\alpha_{1,2}$  - unghi de presiune în grad;





**Fig. 3.7.** Deformația la încovoiere a dinților

La angrenarea bipară rigiditatea crește, însă nu se dublează:

$$k_z = k_D = k_s + \Delta k \quad (3.37)$$

unde:  $\Delta K$  reprezintă creșterea rigidității angrenării bipare față de rigiditatea angrenării unipare.

Rigiditatea la angrenarea bipară, pentru roțile dințate din oțel cu profil nedeplasat este  $k_z = 29,2 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ .

În cazul angrenării unipare rigiditatea variază în funcție de tipul ciocnirii. Astfel la ciocnirea de muchie,  $k_s = 12,5 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ , iar la ciocnirea mediană,  $k_s = 17,8 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$  [3].

### 3.2. AMORTIZAREA SISTEMULUI

Amortizarea din sistemele vibrante ale angrenajelor are o importanță deosebită pentru mărimea vibrațiilor de rezonanță și apariția domeniilor de instabilitate.

La funcționarea transmisiilor dințate apar următoarele feluri de frecări [1]:

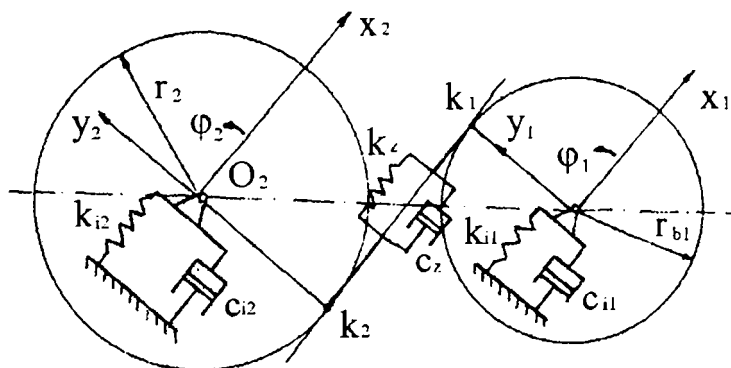
- în reazeme;
- între flancurile în contact ale dinților;
- frecarea interioară în arbori și dinți (frecarea de histerezis);

- frecarea în îmbinări (frecarea de histerezis constructiv).

Îndată ce angrenajul începe să vibreze, fiecare din aceste tipuri de frecări, la fiecare ciclu de vibrație, disipă o parte din energia sistemului sub formă de căldură.

În prezent se consideră că alături de vibrațiile torsionale ale roților dințate pot să apară și vibrații de translație provocate de forțele transmise prin dantură asupra arborelui și lagărelor după direcția liniei de angrenare. Astfel, transmisia dințată cu o singură treaptă devine un sistem cu mai multe grade de libertate [22]. Într-un asemenea sistem există mai multe frecvențe de rezonanță ce au o poziție fundamental diferită față de frecvența proprie a sistemului cu un singur grad de libertate. Caracteristic sistemelor cu mai multe grade de libertate este și apariția domeniilor de instabilitate în vecinătatea anumitor combinații a frecvențelor proprii.

În figura 3.8 este prezentat un model dinamic echivalent unei transmisii dințate cu o singură treaptă care ține seama și de vibrațiile de translație.



**Fig. 3.8.** Sistem dinamic echivalent, cu amortizare

Odată cu mișcarea vibratorie (mișcarea relativă), compusă dintr-o vibrație de torsiune în jurul axei de rotație și o vibrație de translație după linia de angrenare, roata dințată mai participă și la o rotație nominală cu viteza unghiulară constantă (mișcarea de transport). Pentru simplificare se admite că forțele de amortizare sunt proporționale cu viteza, adică:

$$F_f = cv \quad (3.38)$$

unde:  $c$  este coeficientul de amortizare, în  $Ns/m$

$v$  este viteza în mișcarea vibratorie, în m/s

Forțele de frecare amortizează vibrațiile numai în cazul când sensul lor este contrar cu viteza relativă. Analizând în ce măsură forțele de frecare din transmisia dințată satisfac această condiție, B.H. Abramov [6], ajunge la următoarele concluzii:

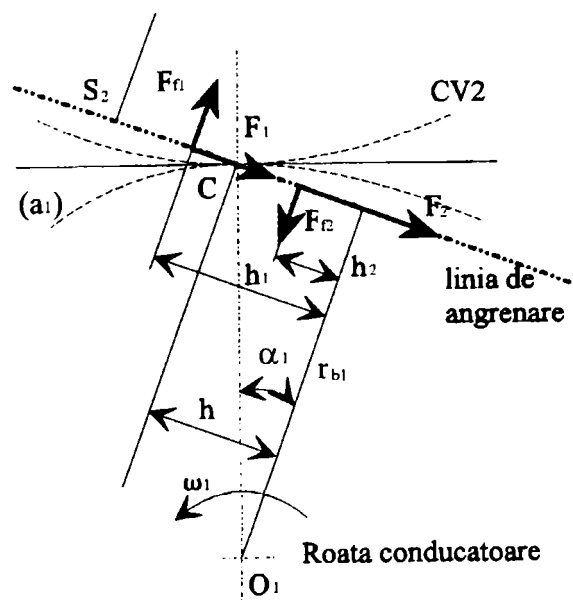
- forța de frecare din lagăr, care este tot timpul de sens contrar vitezei absolute și rotației relative, nu contribuie la amortizarea vibrațiilor (mărește puterea consumată de motor);

- sensul forțelor de frecare dintre flancurile dinților nu depinde de sensul vibrației roților (în condiții reale de funcționare, când amplitudinile vibrațiilor sunt mici).

Analizând forțele de frecare din angrenare, J. Brauer [25] arată că forțele de frecare normale reprezintă forțe de frecare interioară, care apar datorită deformațiilor elastice ale dinților și cele datorate variației grosimii peliculei de lubrifianț sub acțiunea sarcinii pulsante. De această frecare se ține seama prin intermediul coeficientului de  $c_z$ , care se presupune constant.

Având în vedere notațiile din figura 3.9, ecuația de echilibru a momentelor va fi:

$$M_m - (F_1 + F_2) \cdot r_{b1} - F_{f1} \cdot h_1 + F_{f2} \cdot h_2 = 0 \quad (3.39)$$



**Fig. 3.9.** Forțele de frecare din angrenaj

Datorită caracterului variabil al forțelor de frecare tangențiale, rezultă că aceste forțe pot accelera sau frâna mișcarea de rotație a roților conjugate, dând naștere unor vibrații de torsiune și vibrații transversale (perpendiculare pe linia de angrenare), deci acționează ca generator de vibrații.

Rezultă că, în general, rolul activ în amortizarea vibrațiilor transmisiilor cu roți dințate îl are frecarea de histerezis și histerezis constructiv.

Efectul amortizării interne și constructive, asupra vibrațiilor din angrenaje, se ia în considerare prin introducerea în ecuația diferențială a mișcării vibratorii a termenului  $2\xi$ , definit prin relația:

$$\xi = \frac{c}{2.m} = \frac{c}{\sqrt{k.m}} \sqrt{\frac{k}{m}} = D \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.40)$$

unde

$c_{cr}$  este coeficientul de amortizare critică, în Ns/m

$D$  este coeficientul adimensional de amortizare.

Evaluarea amortizării se poate face calculând coeficientul  $\xi$  din relația (3.40), considerând decrementul logaritmic ca fiind constant:

$$D = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{x_n}{x_{n-1}} \quad (3.41)$$

unde:  $x_n, x_{n-1}$  sunt două amplitudini consecutive oarecare de același semn, în m

Unii autori [181], au determinat pe cale experimentală valoarea acestui coeficient ( $\xi=0,12$ ).

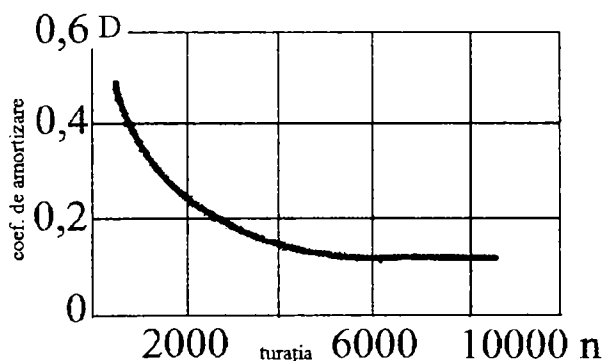
Vibrațiile libere amortizate, observate după ciocnirea la intrarea în angrenare bipară, apar numai la frecvența cea mai înaltă dintre cele două frecvențe proprii ale angrenajului. Amortizarea vibrațiilor torsionale  $D_t$  calculată cu relația (3.41) este foarte mică, în timp ce amortizarea vibrațiilor de încovoiere  $D_i$  este relativ mare, aceste valori fiind influențate de tipul lagărului și într-o oarecare măsură de distanța dintre lagăre. După M. Bosch [22], amortizarea în transmisiile dințate este urmarea frecării dintre dinții în contact, a rezistenței

hidraulice și frecării din lagăre. Rezultatele obținute prin simulare pe calculator sunt trecute în tabelul 3.1.

**Tab. 3.1.**

Felul lagărului	Dist. între axe	$\frac{k_i}{k_m}$	Amortiz. totală	Amortiz. parțiale la frecv. proprie cea mai mare		
				$D_r$	$D_z$	$D_i$
rulm. cu ace fără inel interior	121	1,43	0,018	0	0,0075	0,017
rulm. cu ace fără inel interior	72	2,25	0,022	0	0,010	0,023
rulm. cu ace inel interior	75	2,30	0,034	0	0,015	0,035

Pe baza considerentelor teoretice s-a obținut dependența coeficientului de amortizare  $D$ , de viteza unghiulară, prezentată în figura 3.10.



**Fig. 3.10.** Dependența coeficientului de amortizare de viteza unghiulară [21]

Se observă că  $D$ , scade odată cu viteza unghiulară. În domeniul vitezelor mari el este aproximativ constant. B.H. Abramov [4] consideră coeficientul  $D_z$  același pentru angrenarea bipară și unipară, însă coeficientul  $\xi$  se determină cu relațiile:

$$\xi = \xi_D = D_z \sqrt{\frac{k_D}{m_{red}}}, \quad \text{pentru } 0 < t < T_2 \quad (3.40')$$

$$\xi = \xi_S = D_z \sqrt{\frac{k_S}{m_{red}}}, \quad \text{pentru } T_2 < t < T_z \quad (3.40'')$$

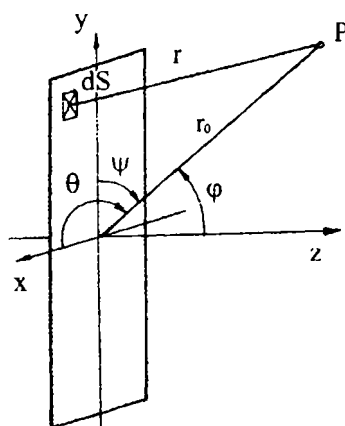
Cu aceste valori se studiază vibrațiile parametrice ale angrenajului, determinându-se zonele de rezonanță parametrică cu amortizare.

### 3.3. CALCULUL ZGOMOTULUI DIN ANGRENAJE

Din cercetările experimentale efectuate până în prezent s-a dedus că influențe importante prezintă viteza și sarcina (din categoria parametrilor de exploatare), eroarea de formă a profilului dintelui (din categoria parametrilor constructivi).

Angrenajul se poate asimila cu o placă [119], ale cărei puncte, de pe ambele fețe, vibrează în fază, în direcția liniei de angrenare (fig.3.11). Fiecare punct de pe suprafața plăcii se consideră o sferă pulsantă de rază 0. Distanța de la un punct P din spațiu la un punct aflat pe suprafața plăcii,  $r$ , va fi:

$$r = \sqrt{(r_0 - x \cos \theta - y \cos \Psi)^2 + y^2 \sin^2 \Psi + x^2 \sin^2 \theta - 2xy \cos \theta \cos \Psi} \quad (3.42)$$



**Fig. 3.11.** Sistem dinamic echivalent pentru calculul presiunii acustice [111]

Se pot distinge trei cazuri particulare:

1. punctul P situat în planul  $xOz$  :  

$$r = r_0 - x \cos \theta$$
2. punctul P este situat în planul  $yOz$  :  

$$r = r_0 - y \cos \Psi$$
3. punctul P este situat pe axa  $Oz$  :  

$$r = r_0$$

Ecuția diferențială a mișcării este de forma:

$$\ddot{x} + 2\xi \dot{x} + p^2 x = a_0 + a_1 \cos \psi \cdot t + a_2 \sin \psi \cdot t \quad (3.43)$$

unde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi = \frac{c}{2.m_{red}} \\ p = \sqrt{\frac{k_z}{m_{red}}} \\ a_0 = \frac{F_n - k_z}{m_{red}} \\ a_1 = \pm \frac{k_z E_{fp_0} \sin \alpha}{m_{red}} \\ a_2 = \pm \frac{k_z E_{fp_0} \cos \alpha}{m_{red}} \end{array} \right. \quad (3.43')$$

Soluția ecuației diferențiale (3.43) este de forma:

$$x(t) = L + M \sin(\omega t + \varphi) + e^{-\xi t} C \sin\left(\sqrt{k_z^2 - \xi^2} t + \gamma\right) \quad (3.44)$$

unde coeficienții L, M, C,  $\varphi$  și  $\gamma$  se pot calcula cu ajutorul relațiilor:

$$\left\{ \begin{array}{l} L = \frac{a_0}{k_z}; \quad M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}; \quad C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{M_1}{M_2}; \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{C_1}{C_2} \end{array} \right. \quad (3.44')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{k_z E_{fp_0} \left[ (k_z - \omega^2 m_{red}) \sin \alpha - \omega.c.\cos \alpha \right]}{\left[ (k_z - \omega^2 m_{red})^2 + \omega^2 c^2 \right]} \\ M_2 = \frac{k_z E_{fp_0} \left[ (k_z - \omega^2 m_{red}) \cos \alpha - \omega.c.\sin \alpha \right]}{\left[ (k_z - \omega^2 m_{red})^2 + \omega^2 c^2 \right]} \\ C_1 = \frac{\omega.E_{fp_0} \left[ k_z \cos \alpha - \omega(k_z m_{red} - \omega^2 m_{red} - c^2) \sin \alpha \right]}{\left[ (k_z - \omega^2 m_{red})^2 + \omega^2 c^2 \right] - \frac{F_n}{k_z}} \\ C_2 = \frac{1}{\sqrt{4.k_z m_{red} - c^2 \frac{c.F_n}{k_z}}} + \frac{\omega E_{fp_0} \left[ \omega.c(3.k_z m_{red} - \omega^2 c^2 m_{red}^2) \sin \alpha + k_z(2.k_z m_{red} - 2.\omega^2 m_{red}^2 - c^2) \cos \alpha \right]}{\left( k_z - \omega^2 m_{red} \right)^2 + \omega^2 c^2} \end{array} \right. \quad (3.44'')$$

Pentru punctul P aflat în semispațiul mărginit de una din fețele plăcii înlocuitoare a mecanismului cu roți dințate, cu excepția planului xOz și yOz, presiunea acustică va fi:

$$L_1 = 20 \log \left[ 3,08 \cdot 10^9 \frac{M_2 \sin \left( \frac{\omega B}{2kc} \cos \theta \right) \sin \left[ (0,969A + m) \frac{\omega}{kc} \cos \psi \right]}{r_0 \cos \theta \cos \psi} \right] \quad (3.45)$$

$$L_2 = 20 \log \left[ \begin{array}{l} 3,08 \cdot 10^9 \frac{C \sin \left( B \frac{\sqrt{4kM - h^2}}{4kcM} \cos \theta \right)}{r_0 \cos \theta \cos \psi} \\ \sin \left[ (0,969A + m) \frac{\sqrt{4kM - h^2}}{2kcM} \cos \psi \right] \end{array} \right] \quad (3.45')$$

Pentru punctele aflate pe axa Oz presiunea acustică se determină cu relațiile:

$$L_1 = 20 \log \left[ 6,65 \cdot 10^3 \left( \frac{\omega}{k} \right)^2 \frac{M_2 B}{r_0} (1,939A + 2m) \right] \quad (3.46)$$

$$L_2 = 20 \log \left[ 6,65 \cdot 10^3 \left( \frac{\sqrt{4Mk - h^2}}{2Mk} \right)^2 \frac{CB}{r_0} (1,939A + 2m) \right] \quad (3.46')$$

În figura.3.12 se poate urmări evoluția valorii eficace a presiunii acustice în funcție de frecvența de angrenare și ale armonicelor acesteia [165]:

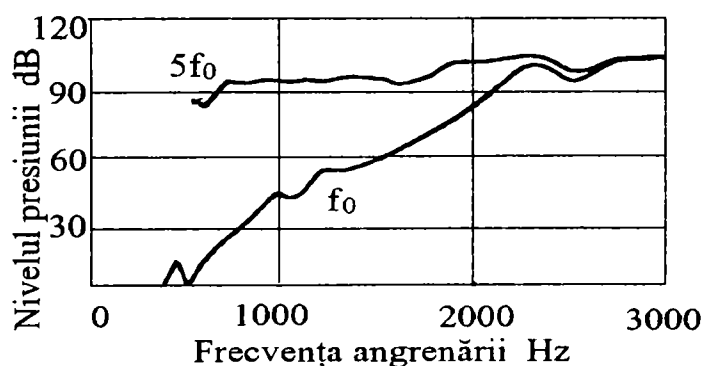


Fig. 3.12. Nivelul presiunii acustice [165]



Figura 3.13, prezintă distribuția spațială a zgomotului la un angrenaj având turația la arborele de intrare de 1700 rot/min, și cuplul de 600 Nm.[165]

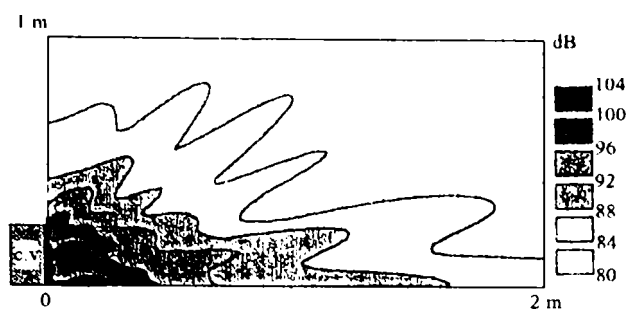


Fig. 3.13. Izopresiunea acustică [165]

### 3.4. VIBRAȚIILE ROȚILOR DINȚATE PRODUSE DE VARIAȚIA PERIODICĂ A RIGIDITĂȚII ANGRENAJELOR

#### 3.4.1. Vibrațiile amortizate ale angrenajului “ideal”

Într-o primă aproximare Abramov [1], consideră angrenarea unipară “fictivă” cu rigiditate variabilă, dar care nu consideră abaterile de pas (ce influențează procesul de ciocnire al dinților) și nici erorile de profil (ce influențează vibrațiile roților).

Angrenajul este încărcat inițial cu sarcina  $F_n$ , sub acțiunea căreia dinții se deformează elastic. Poziția de echilibru va fi considerată poziția în care forțele elastice echilibrează sarcina statică. (fig.3.14)

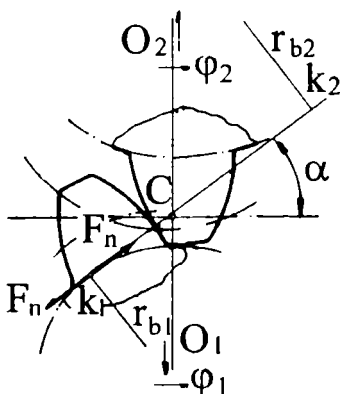


Fig. 3.14. Deformația dinților pe direcția liniei de angrenare

Deformațiile dinților, măsurate pe direcția liniei de angrenare vor fi:

$$x = r_{b1}\varphi_1 - r_{b2}\varphi_2 \quad (3.47)$$

Aceste deformații sunt produse de forța elastică:

$$F_e = k_z x \quad (3.48)$$

Neglijând amortizarea, energia cinetică și energia potențială se pot calcula cu ajutorul relațiilor:

$$E_c = \frac{1}{2} (J_1 \dot{\varphi}_1^2 + J_2 \dot{\varphi}_2^2) \quad (3.49)$$

$$E_p = k_z \frac{x^2}{2} \quad (3.50)$$

Ținând cont de ecuațiile lui Lagrange, se vor obține ecuațiile diferențiale ale mișcării

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + k_z r_{b1} x = 0 \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 - k_z r_{b2} x = 0 \end{cases} \quad (3.51)$$

Acest sistem conduce la o ecuație diferențială de tipul:

$$\ddot{x} + \frac{k_z}{m_{red}} x = 0 \quad (3.52)$$

În funcție de tipul angrenării (bipară, unipară) ecuația diferențială va avea una din formele:

$$\ddot{x}_D + \frac{k_D}{m_{red}} x_D = 0 \quad 0 < t < T_2 \quad (\text{angrenarea bipară}) \quad (3.52')$$

iar pentru rigiditate angrenării unipare va avea forma

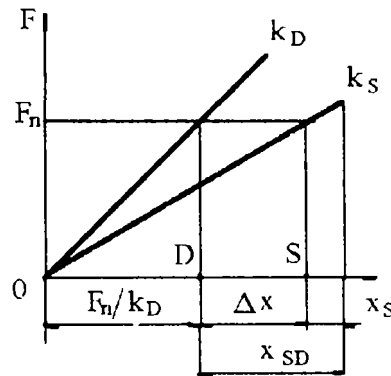
$$\ddot{x}_S + \frac{k_S}{m_{red}} x_S = 0 \quad T_2 < t < T_z \quad (\text{angrenarea unipară}) \quad (3.52'')$$

în care

$$x_D = r_{b1}\varphi_{1D} - r_{b2}\varphi_{2D} \quad (3.47')$$

$$x_S = r_{b1}\varphi_{1S} - r_{b2}\varphi_{2S} \quad (3.47'')$$

Se consideră  $k_D$  și  $k_S$  constante în timpul angrenării bipare, respectiv unipare. Poziția de echilibru a sistemului este considerată pentru angrenarea bipară, fiind notată cu  $D$ , și corespunde deformației statice  $F_n/k_D$ . (fig. 3.15)



**Fig. 3.15.** Poziția de echilibru în funcție de rigiditate [1]

Pozițiile de echilibru față de care s-au scris ecuațiile (3.52') și (3.52'') diferă între ele, din cauză că rigiditățile celor două angrenări nu sunt aceleași.

Distanța dintre poziția de echilibru la angrenarea bipară și unipară este

$$\Delta x = F_n \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right) \tag{3.53}$$

Pentru ambele tipuri de angrenări deplasările  $x_D$  și  $x_{SD} = x_S + \Delta x$  se măsoară față de aceeași origine și deci se poate scrie

$$\ddot{x} + \frac{k_z}{m_{red}} x = F(t) \tag{3.54}$$

unde

$$k_z(t) = k_D \quad F(t) = 0 \quad \text{pentru } 0 < t < T_2 \tag{3.55}$$

$$k_z(t) = k_S \quad F(t) = \frac{F_n}{m_{red}} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \quad \text{pentru } T_2 < t < T_z \tag{3.56}$$

Atunci când se consideră și amortizarea (proporțională cu viteza de deformare), ecuația vibrațiilor roților dințate devine:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + \frac{k_z(t)}{m_{red}} x = F(t) \tag{3.57}$$

unde  $\xi$  este definit de relația (3.40), în care  $k = k_m = 0,5(k_D + k_S)$ .

Soluția ecuației este de forma

$$x(t) = y(t) + z(t) \quad (3.58)$$

Înlocuind (3.58) în (3.57) se obține:

$$\ddot{y} + \frac{k_z(t)}{m_{red}} y + \ddot{z} + \frac{k_z(t)}{m_{red}} z + 2\xi\dot{y} + 2\xi\dot{z} = F(t) \quad (3.57')$$

Impunem ca:

$$\ddot{z} + 2\xi\dot{z} + \frac{k_z(t)}{m_{red}} z = F(t) \quad (3.59)$$

să fie satisfăcută de o funcție periodică, cu perioada angrenării  $T_z$ , care împreună cu derivata sa de ordinul întâi, trebuie să fie continue în intervalul  $0 < t < \infty$

Pentru cele două tipuri de angrenare (3.59) se scrie

$$\ddot{z}_1 + 2\xi\dot{z}_1 + \frac{k_D}{m_{red}} z_1 = 0 \quad \text{pentru } 0 < t < T_2 \quad (3.59')$$

$$\ddot{z}_2 + 2\xi\dot{z}_2 + \frac{k_z(t)}{m_{red}} z_2 = \frac{F_n}{m_{red}} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \text{ pentru } T_2 < t < T_z \quad (3.59'')$$

Soluțiile acestor ecuații diferențiale sunt:

$$z_1 = e^{-\xi t} (A_1 \sin p_1 t + B_1 \cos p_1 t) \quad (3.60)$$

$$z_2 = e^{-\xi t} (A_2 \sin p_2 t + B_2 \cos p_2 t) + \frac{F_n}{k_S} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \quad (3.61)$$

unde pulsațiile sunt definite cu ajutorul relațiilor:

$$p_1 = \left( \frac{k_D}{m_{red}} - \xi^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.60')$$

$$p_2 = \left( \frac{k_S}{m_{red}} - \xi^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.61')$$

Constantele  $A_{1,2}$  și  $B_{1,2}$  se determină din condițiile de periodicitate și continuitate ale mișcării și vitezei:

$$\begin{cases} z_1(0) = z_2(T_1) & \dot{z}_1(0) = \dot{z}_2(T_1) \\ z_1(T_2) = z_2(0) & \dot{z}_1(T_2) = \dot{z}_2(0) \end{cases} \quad (3.62)$$

Scrise explicit, condițiile (3.62) sunt:

$$\begin{cases} B_1 = e^{-\xi T_1} (A_2 \sin p_2 T_1 + B_2 \cos p_2 T_1) + \frac{F_n}{k_S} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \\ p_1 A_1 - \xi B_1 = e^{-\xi T_1} \left[ p_2 (A_2 \cos p_2 T_1 - B_2 \sin p_2 T_1) + \right. \\ \left. - \xi (A_2 \sin p_2 T_1 + B_2 \cos p_2 T_1) \right] \\ e^{-\xi T_2} (A_1 \sin p_1 T_2 + B_1 \cos p_1 T_2) = B_2 + \frac{F_n}{k_S} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \\ p_2 A_2 - \xi B_2 = e^{-\xi T_2} \left[ p_1 (A_1 \cos p_1 T_2 - B_1 \sin p_1 T_2) + \right. \\ \left. - \xi (A_1 \sin p_1 T_2 + B_1 \cos p_1 T_2) \right] \end{cases} \quad (3.62')$$

Ecuțiile (3.62') au soluții în toate cazurile, în afară de acelea când determinantul sistemului este nul, adică atunci când:

$$\frac{1}{2} \left[ \left[ \left( 2 + \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \right. \right. \\ \left. \left. - \left( \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} - 2 \right) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \right] \right] = e^{\xi T_z} + e^{-\xi T_z} \quad (3.62'')$$

Pentru că funcțiile  $z(t)$ ,  $\dot{z}(t)$ ,  $x(t)$ ,  $\dot{x}(t)$ , sunt continue, din (3.58) rezultă că funcția  $y(t)$ , care satisface condiția

$$\ddot{y} + 2\xi\dot{y} + \frac{k_z(t)}{m_{\text{red}}} y = 0 \quad (3.58')$$

este continuă, împreună cu derivata sa de ordinul întâi.

Deoarece  $z(t)$  este periodică și mărginită (conține factorul  $e^{-\xi t}$ ), atunci stabilitatea soluției  $x(t)$  are loc în cazul stabilității funcției  $y(t)$  și invers. De aceea, pentru a studia stabilitatea transmisiilor cu roți dințate se poate porni de la ecuația (3.58'), care diferă de (3.59) prin lipsa membrului drept, ceea ce înseamnă că prezența acestuia nu influențează stabilitatea vibrațiilor. [3]

Făcând substituția

$$y(t) = u(t)e^{-\xi t} \quad (3.63)$$

ecuația (3.58') devine:

$$\ddot{u} + \theta(t)u = 0 \quad (3.64)$$

unde

$$\theta(t) = \frac{k_z(t)}{m_{red}} - \xi^2 \quad (3.65)$$

Deoarece (3.65) este periodică, ecuația (3.64) este de tip Hill, având soluția generală de forma

$$u(t) = A_1 u_1(t) + A_2 u_2(t) \quad (3.66)$$

Soluțiile fundamentale se pot exprima prin relațiile

$$u_1(t+T_z) = \alpha_1 u_1(t) + \alpha_2 u_2(t) \quad (3.66')$$

$$u_2(t+T_z) = \beta_1 u_1(t) + \beta_2 u_2(t) \quad (3.66'')$$

Dacă admitem că

$$u(t+T_z) = s \cdot u(t) \quad (3.67)$$

atunci

$$(A_1 \alpha_1 + A_2 \beta_1 - s A_1) u_1(t) + (A_1 \alpha_2 + A_2 \beta_2 - s A_2) u_2(t) = 0 \quad (3.68)$$

Soluțiile fundamentale fiind liniar independente, coeficienții lor din (3.68)

trebuie să se anuleze, adică

$$\begin{cases} (\alpha_1 - s)A_1 + \beta_1 A_2 = 0 \\ \alpha_2 A_1 + (\beta_2 - s)A_2 = 0 \end{cases} \quad (3.68')$$

Sistemul va avea soluții nenule dacă

$$\begin{vmatrix} (\alpha_1 - s) & \beta_1 \\ \alpha_2 & (\beta_2 - s) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.69)$$

adică:

$$s^2 - (\alpha_1 + \beta_2)s + \alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1 = 0 \quad (3.69')$$

Admitem că cele două soluții  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$ , alcătuiesc un sistem fundamental normal, adică satisfac următoarele condiții pentru  $t=0$ :

$$\begin{cases} u_1(0) = 1 & \dot{u}_1(0) = 0 \\ u_2(0) = 0 & \dot{u}_2(0) = 1 \end{cases} \quad (3.70)$$

Parametrii  $\alpha_{1,2}$  și  $\beta_{1,2}$  se determină cu ajutorul ecuațiilor (3.66'), (3.66'') și al condițiilor (3.70). Rezultă:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= u_1(T_z) & \alpha_2 &= \dot{u}_1(T_z) \\ \beta_1 &= u_2(T_z) & \beta_2 &= \dot{u}_2(T_z)\end{aligned}\quad (3.69'')$$

Wronskianul unui sistem fundamental normal de soluții ale ecuației (3.64) este constant. Cum pentru  $t=0$ :

$$\begin{aligned}W(0) &= \begin{vmatrix} u_1(0) & u_2(0) \\ \dot{u}_1(0) & \dot{u}_2(0) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \\ W(T_z) &= \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u_1(T_z) & u_2(T_z) \\ \dot{u}_1(T_z) & \dot{u}_2(T_z) \end{vmatrix} = 1\end{aligned}\quad (3.70')$$

Ecuația (3.69') devine:

$$s^2 - \lambda s + 1 = 0 \quad (3.71)$$

în care:

$$\lambda = u_1(T_z) + \dot{u}_2(T_z) \quad (3.71')$$

Stabilitatea sau instabilitatea mișcării vibratorii a transmisiei dințate depinde de valorile lui  $s$ , deduse din (3.71):

$$s_{1,2} = \frac{\lambda}{2} \pm \sqrt{\frac{\lambda^2}{4} - 1} \quad (3.72)$$

Dacă discriminantul:

$$\frac{\lambda^2}{4} - 1 < 0, \text{ adică: } -2 < \lambda < 2 \quad (3.72')$$

atunci cele două rădăcini sunt complex conjugate:

$$s_{1,2} = \frac{\lambda}{2} \pm i \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{4}} \quad (3.73)$$

având modulul:  $|s_1| = |s_2| = 1$

În acest caz soluția ecuației va fi stabilă, oricare ar fi condițiile inițiale, iar funcția  $y(t)$ , definită prin relația (3.63) satisface condiția:

$$y(t + T_z) = u(t + T_z) e^{-\xi(t)} = s \cdot y(t) e^{-\xi T_z} \quad (3.74)$$

Dacă în (3.74),  $s$  este rădăcina cea mai mare și îndeplinește condiția:

$$|s|_{\max} < e^{\xi T_z} \quad (3.75)$$

atunci soluția va fi asimptotic stabilă, adică pentru  $t \rightarrow \infty$  vom avea  $y(t) \rightarrow 0$ .

În cazul când:

$$|s|_{\max} = e^{\xi T_z} \quad (3.75')$$

funcția  $y(t)$  va fi stabilă, fără a fi asimptotic stabilă.

Din condiția (3.73), dacă discriminantul :

$$\frac{\lambda^2}{4} - 1 > 0, \text{ adică: } |\lambda| > 2 \quad (3.72'')$$

atunci rădăcinile ecuației (3.71), sunt reale și distincte. Se poate determina valoarea lui  $\lambda$  pentru păstrarea condiției (3.75). Rezultă:

$$|\lambda| = |u_1(T_z) + \dot{u}_2(T_z)| < e^{\xi T_z} + e^{-\xi T_z} \quad (3.76)$$

care este chiar condiția de stabilitate asimetrică a ecuației (3.58'). Dacă această condiție este îndeplinită, după un anumit timp, valoarea funcției  $y(t)$  devine neglijabilă, astfel că:

$$x(t) = r_{b1}\varphi_1 - r_{b2}\varphi_2 = z(t) \quad (3.77)$$

Rezultă că și mișcarea roților va fi periodică, adică după timpul  $T_z$  variația vitezei unghiulare va fi nulă.

Pentru angrenarea bipară,  $0 < t < T_z$ , soluțiile fundamentale devin:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= c \cos p_1 t ; \\ u_2(t) &= \frac{1}{p_1} \sin p_1 t \end{aligned} \quad (3.78')$$

Pentru angrenarea unipară,  $T_2 < t < T_z$ , soluțiile fundamentale sunt:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= a_1 \cos p_2 t + b_1 \sin p_2 t ; \\ u_2(t) &= a_2 \cos p_2 t + b_2 \sin p_2 t \end{aligned} \quad (3.78'')$$

Înlocuind constantele  $a_{1,2}$  și  $b_{1,2}$ , deduse din condițiile de continuitate în (3.78''), se obțin relațiile:



$$\begin{cases} u_1(T_z) = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \frac{p_1}{p_2} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2; \\ u_2(T_z) = \frac{1}{p_1} \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 + \frac{1}{p_2} \cos \alpha_1 \sin \alpha_2; \\ \dot{u}_1(T_z) = -p_2 \cos \alpha_1 \sin \alpha_2 - p_1 \sin \alpha_1 \cos \alpha_2; \\ \dot{u}_2(T_z) = -\frac{p_2}{p_1} \sin \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{cases} \quad (3.78''')$$

Substituind  $u_1(T_z)$  și  $\dot{u}_2(T_z)$  din (3.78''') în (3.71'), obținem:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \left(2 + \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1}\right) \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \\ -\left(\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} - 2\right) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Condiția de stabilitate asimptotică (3.76) devine:

$$\frac{1}{2} \left[ \begin{array}{l} \left(2 + \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1}\right) \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \\ -\left(\frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} - 2\right) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{array} \right] \cdot (e^{\xi T_z} + e^{-\xi T_z}) \quad (3.76')$$

Comparând condițiile (3.62'') cu (3.76') rezultă că acele cazuri speciale, pentru care nu există mișcări periodice, se vor afla la limita zonei de stabilitate [3].

În cazul în care condiția (3.76') este îndeplinită va exista o mișcare periodică, spre care tinde asimptotic mișcarea roților. Când condiția (3.76') nu este îndeplinită, atunci transmisia cu roți dințate se va afla în stare de rezonanță parametrică. Inegalitatea (3.76') permite găsirea acelor zone ale rotației roților dințate care corespund rezonanței.

### 3.4.2. Vibrații amortizate la angrenajele precise.

#### 3.4.2.1. Coeficient de amortizare constant

Mișcarea periodică a roților dințate cuprinde două faze:

- angrenarea bipară, de durată:

$$T_2 = \frac{(\varepsilon - 1)p_b}{r_{b1}P_1} \quad (3.80)$$

- angrenarea unipară, de durată:

$$T_1 = \frac{(2 - \varepsilon)p_b}{r_{b1}P_1} \quad (3.80')$$

Într-o primă aproximare se consideră o singură sursă a vibrațiilor roților dințate, rigiditatea variabilă a angrenării [2].

a) Angrenarea bipolară

Ecuția diferențială a mișcării, în această fază, este de forma (3.57):

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + \frac{k_D}{m_{red}}x = 0 \quad (3.81)$$

Soluția ecuației (3.81) este de forma

$$x = e^{-\xi t} (A_1 \cos p_1 t + B_1 \sin p_1 t) \quad (3.82)$$

unde:

$$p_1^2 = \frac{k_D}{m_{red}} - \xi^2 \quad (3.82')$$

Dacă se consideră condițiile inițiale, la  $t=0$ ,  $x=x_0$ ,  $\dot{x}=v_0$ , atunci constantele de integrare vor fi:

$$A_1 = \frac{\xi \cdot x_0 + v_0}{p_1}; \quad B_1 = x_0 \quad (3.82'')$$

În acest caz, soluția ecuației (3.82) devine:

$$x = e^{-\xi t} \{x_0 \cos p_1 t + [(v_0 + \xi x_0)/p_1] \sin p_1 t\} \quad (3.83)$$

b) Angrenarea unipară

La momentul  $t=T_2$ , perechea anterioară de dinți iese din angrenare și începe angrenarea unipară. În acest caz ecuația diferențială a mișcării este:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + \frac{k_s}{m_{red}} = \left(1 - \frac{k_S}{k_D}\right) \frac{F_n}{m_{red}} \quad (3.84)$$

a cărei soluție este de forma:

$$x = e^{-\xi t} (B_2 \cos p_2 t + A_2 \sin p_2 t) + F_n (1/K_S - 1/K_D) \quad (3.85)$$

unde:

$$p_2^2 = K_S/m_{\text{red}} - \xi^2 \quad (3.85')$$

Constantele de integrare  $A_2$  și  $B_2$  se determină cu condiția de continuitate a mișcării și vitezei în momentul trecerii de la angrenarea bipară la cea unipară.

Dacă în ecuația (3.85), considerăm originea timpului la începutul angrenării unipare, valorile lui  $x$  și  $\dot{x}$  din relațiile (3.83), la  $t=T_2$ , sunt egale cu valorile lui  $x$  și  $\dot{x}$  din relația (3.85), la  $t=0$  [2].

Rezultă :

$$\begin{cases} A_2 = e^{-\xi T_2} (A_1 \cos p_1 T_2 - B_1 \sin p_1 T_2) - \frac{\xi F_n}{p_2} \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right) \\ B_2 = e^{-\xi T_2} (A_1 \sin p_1 T_2 + B_1 \cos p_1 T_2) - F_n \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right) \end{cases} \quad (3.85'')$$

Aceste relații, prin înlocuirea lui  $A_1$  și  $B_1$  din (3.82''), devin:

$$A_2 = x_0 a_1 + v_0 a_2 - a_3 \quad B_2 = x_0 a_4 + v_0 a_5 - a_6 \quad (3.86)$$

unde:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{p_2} e^{\xi T_2} (\xi \cos p_2 T_2 - p_1 \sin p_1 T_2), \\ a_2 = \frac{1}{p_2} e^{\xi T_2} \cos p_1 T_2; \quad a_3 = \frac{1}{p_2} e^{\xi T_2} \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right); \\ a_4 = \frac{1}{p_1} e^{\xi T_2} (\xi \sin p_1 T_2 + p_1 \cos p_1 T_2), \\ a_5 = \frac{1}{p_1} e^{\xi T_2} \sin p_1 T_2; \quad a_6 = F_n \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right) \end{cases} \quad (3.86')$$

La sfârșitul angrenării unipare, adică după perioada  $T_Z$ , când  $t=T_1$ ,  $x=x_1$ ,  $\dot{x}=v_1$ , vom avea :

$$x_1 = e^{-\xi T_1} (A_2 \sin p_2 T_1 + B_2 \cos p_2 T_1) + F_n (1/K_S - 1/K_D); \quad (3.87)$$

$$\dot{x}_1 = e^{-\xi T_1} [(A_2 p_2 - B_2 \xi) \cos p_2 T_1 - (A_2 \xi + B_2 p_2) \sin p_2 T_1] \quad (3.88)$$

Substituind valorile lui  $A_2$  și  $B_2$  din (3.86) se obține :

$$x_1 = x_0 b_1 + v_0 b_2 + b_3 = f_1(x_0, v_0) \quad (3.89)$$

$$\dot{x}_1 = x_0 b_4 + v_0 b_5 + b_6 = f_2(x_0, v_0) \quad (3.90)$$

unde:

$$\begin{aligned} b_1 &= e^{-\xi T_1} (a_4 \cosh p_2 T_1 + a_1 \sinh p_2 T_1); \\ b_2 &= e^{-\xi T_1} (a_5 \cosh p_2 T_1 + a_2 \sinh p_2 T_1); \\ b_3 &= a_6 - e^{-\xi T_1} (a_6 \cosh p_2 T_1 + a_3 \sinh p_2 T_1); \end{aligned} \quad (3.89')$$

și

$$\begin{aligned} b_4 &= e^{-\xi T_1} [(a_1 p_2 - a_4 \xi) \cosh p_2 T_1 - (a_1 \xi + a_4 \omega_d^*) \sinh p_2 T_1]; \\ b_5 &= e^{-\xi T_1} [(a_2 p_2 - a_5 \xi) \cosh p_2 T_1 - (a_2 \xi + a_5 p_2) \sinh p_2 T_1]; \\ b_6 &= e^{-\xi T_1} [(a_6 p_2 + a_3 \xi) \cosh p_2 T_1 + (a_6 \xi - a_3 p_2) \sinh p_2 T_1]; \end{aligned} \quad (3.90')$$

Mișcarea va fi periodică, cu perioada  $T_z$ , numai în cazul în care condițiile inițiale satisfac egalitățile:

$$x_0 = x_1 \text{ și } \dot{x}_0 = \dot{x}_1 \quad (3.91)$$

Substituind valorile lui  $x_1$  și  $\dot{x}_1$  din (3.89) și (3.90) în (3.91) se obține:

$$x_0 = (b_3 - b_3 b_5 + b_2 b_6) / (1 + b_1 b_5 - b_1 - b_5 - b_2 b_4) \quad (3.92)$$

$$\dot{x}_0 = (b_6 - b_1 b_6 + b_3 b_4) / (1 + b_1 b_5 - b_1 - b_5 - b_2 b_4) \quad (3.93)$$

Prin urmare în cazul dat există o singură mișcare periodică. Pentru stabilitatea acestei mișcări este necesar ca determinantul [1]:

$$\Delta = \begin{vmatrix} b_{11} - s & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} - s \end{vmatrix} = 0 \quad (3.94)$$

unde:

$$\begin{cases} b_{11} = \frac{f_1}{x_0} = b_1; & b_{12} = \frac{f_2}{x_0} = b_4; \\ b_{21} = \frac{f_1}{\dot{x}_0} = b_2; & b_{22} = \frac{f_2}{\dot{x}_0} = b_5 \end{cases} \quad (3.94')$$

Se obține o ecuație de gradul doi în  $s$ :

$$s^2 - (b_1 + b_5)s + (b_1 b_5 - b_2 b_4) = 0 \quad (3.95)$$

Mișcările periodice ale sistemului sunt stabile dacă toate rădăcinile

ecuației caracteristice sunt în modul subunitare:

$$|s_i| < 1 \quad \text{cu } i=1,2 \quad (3.96)$$

Aceste condiții devin, în cazul unei angrenări perfecte și având  $c=ct.$ :

$$\begin{cases} |b_1 b_5 - b_2 b_4| < 1.; \\ |b_1 + b_5| < 1 + (b_1 b_5 - b_2 b_4) \end{cases} \quad (3.97)$$

Înlocuind valorile lui  $b_1, b_2, b_3, b_4$  și  $b_5$  din (3.89') și (3.90'), se obține în final:

$$\frac{1}{2} \left[ \begin{array}{l} \left( 2 + \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} \right) \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + \\ - \left( \frac{p_1}{p_2} + \frac{p_2}{p_1} - 2 \right) \cos(\alpha_1 - \alpha_2) \end{array} \right] < e^{\xi T_z} + e^{-\xi T_z} \quad (3.98)$$

care reprezintă condiția stabilității determinată prin relațiile (3.62'') și (3.76')

### 3.4.2.2. Coeficient de amortizare diferit pentru cele două faze ale angrenării

Introducând rigiditățile angrenării bipare și unipare [1] ecuația diferențială a vibrațiilor roților dințate (3.57) va fi:

$$\ddot{x} + 2\xi_{(t)}\dot{x} + \frac{k_z(t)}{m_{red}}x = F(t) \quad (3.99)$$

$$\begin{cases} k_z(t) = k_D.; \\ \xi(t) = \xi_D = D_z \sqrt{\frac{k_D}{m_{red}}} ; \text{ pentru } 0 < t < T_z \\ F(t) = 0 \end{cases} \quad (3.99')$$

$$\begin{cases} k_z(t) = k_S.; \\ \xi(t) = \xi_S = D_z \sqrt{\frac{k_S}{m_{red}}} .; \text{ pentru } T_2 < t < T_z \\ F(t) = \frac{F_n}{m_{red}} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \end{cases} \quad (3.99'')$$

Ecuația (3.99) se poate scrie, pentru cazul angrenării bipare și unipare:

$$\ddot{x} + 2D_z p_1 \dot{x} + p_1^2 x = 0 \quad (3.100)$$

$$\ddot{x} + 2D_z p_2 \dot{x} + p_2^2 x = \frac{F_n}{m_{\text{red}}} \left( 1 - \frac{k_S}{k_D} \right) \quad (3.100')$$

Soluția ecuației (3.100) este de forma:

$$x(t) = A_0 x_1(t) + B_0 x_2(t) \quad (3.101)$$

unde:  $A_0, B_0$  sunt constante de integrare, care se determină din condițiile inițiale, iar  $x_1(t), x_2(t)$  sunt soluții fundamentale, liniar independente.

Se admite că cele două soluții  $x_1(t)$  și  $x_2(t)$  alcătuiesc un sistem fundamental normal, adică la  $t=0$ .

$$\begin{aligned} x_1(0) &= 1 & \dot{x}_1(0) &= 0 \\ x_2(0) &= 0 & \dot{x}_2(0) &= 1 \end{aligned} \quad (3.102)$$

Dacă se notează  $x(0) = x_0$ , și  $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ , atunci constantele de integrare vor fi:

$$A_0 = x_0; \quad B_0 = \dot{x}_0; \quad (3.103)$$

Soluțiile fundamentale sunt de forma: (3.104)

$$\begin{cases} x_1(t) = e^{-\xi_D t} (A_1 \cos \alpha_1 t + B_1 \sin \alpha_1 t); \\ x_2(t) = e^{-\xi_S t} (A_2 \cos \alpha_1 t + B_2 \sin \alpha_1 t) \end{cases} \quad (3.105)$$

unde:  $\alpha_1 = \rho_1 D_1 \quad D_1 = \sqrt{1 - D_z^2} \quad (3.105')$

Constantele de integrare  $A_{1,2}, B_{1,2}$  se determină în condițiile inițiale:

$$A_1 = 1; \quad A_2 = 0; \quad B_1 = \xi_D / \alpha_1; \quad B_2 = 1 / \alpha_1 \quad (3.105'')$$

În cazul angrenării bipare soluția ecuației (3.96') devine:

$$x(t) = e^{-\xi_D t} \left( x_0 \cos \alpha_1 t + \frac{x_0 \rho_1 D_z + \dot{x}_0}{\alpha_1} \sin \alpha_1 t \right) \quad (3.106)$$

Prin derivarea acestei expresii se obține:

$$\dot{x}(t) = e^{-\xi_D t} \left( \dot{x}_0 \cos \alpha_1 t - \frac{x_0 \rho_1 (D_z^2 + D_1^2) + D_z \dot{x}_0}{D_1} \sin \alpha_1 t \right) \quad (3.106')$$

Soluția generală a ecuației (3.96''), pentru cazul angrenării unipare este de forma:

$$x(t) = e^{-\xi_s t} (A_2 \sin \alpha_2 t + B_2 \cos \alpha_2 t) + F_n \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right) \quad (3.107)$$

unde:  $\alpha_2 = p_2 D_1$

Constantele de integrare  $A_2$  și  $B_2$  se determină din condiția de continuitate a mișcării și vitezei în momentul trecerii de la angrenarea bipară la angrenarea unipară și ele sunt de forma:

$$\begin{cases} A_2 = x_0 a_1 + \dot{x}_0 a_2 - a_3; \\ B_2 = \dot{x}_0 a_4 + \ddot{x}_0 a_5 - a_6 \end{cases} \quad (3.108)$$

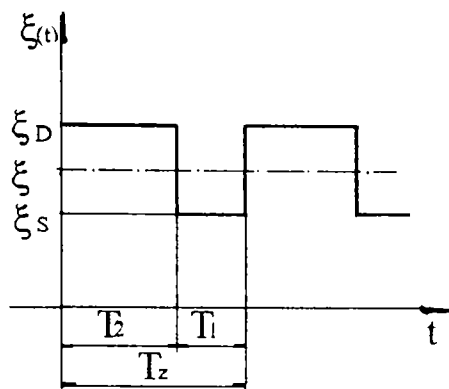
unde:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1}{D_1} e^{-\xi_D T_2} \left\{ D_z \cos \alpha_1 T_2 \left[ \frac{p_1}{p_2} \left( 1 + \frac{D_z^2}{D_1^2} \right) \frac{D_z^2}{D_1^2} \right] \sin \alpha_1 T_2 \right\}; \\ a_2 = \frac{1}{D_1} e^{-\xi_D T_2} \left[ \frac{1}{p_2} \cos \alpha_1 T_2 + \frac{D_z}{D_1} \left( 1 - \frac{p_1}{p_2} \right) \sin \alpha_1 T_2 \right]; \\ a_3 = \frac{D_z}{D_1} F_n \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right); \\ a_4 = \frac{1}{D_1} e^{-\xi_D T_2} (D_1 \cos \alpha_1 T_2 + D_z \sin \alpha_1 T_2); \\ a_5 = \frac{1}{D_1} e^{-\xi_D T_2} \sin \alpha_1 T_2; \quad a_6 = F_n \left( \frac{1}{k_S} - \frac{1}{k_D} \right) \end{cases} \quad (3.108')$$

Dacă se notează, la  $t=T_z$ ,  $x(t)=x_1$ , și  $\dot{x}(t)=\dot{x}_1$ , se vor obține soluții de forma (3.89) și (3.90) în care coeficienții  $b_j$  sunt:

$$\begin{cases} b_1 = e^{-\xi_s T_1} (a_1 \sin \alpha_2 T_1 + a_4 \cos \alpha_2 T_1); \\ b_2 = e^{-\xi_s T_1} (a_2 \sin \alpha_2 T_1 + a_5 \cos \alpha_2 T_1); \\ b_3 = a_6 - e^{-\xi_s T_1} (a_3 \sin \alpha_2 T_1 + a_6 \cos \alpha_2 T_1); \\ b_4 = e^{-\xi_s T_1} [(a_1 \alpha_2 - a_4 \xi_S) \cos \alpha_2 T_1 - (a_1 \xi_S + a_4 \alpha_2) \sin \alpha_2 T_1]; \\ b_5 = e^{-\xi_s T_1} [(a_2 \alpha_2 - a_5 \xi_S) \cos \alpha_2 T_1 - (a_2 \xi_S + a_5 \alpha_2) \sin \alpha_2 T_1]; \\ b_6 = e^{-\xi_s T_1} [(a_3 \xi_S + a_6 \alpha_2) \sin \alpha_2 T_1 - (a_3 \alpha_2 + a_6 \xi_S) \cos \alpha_2 T_1] \end{cases} \quad (3.109)$$

Coeficientul amortizării  $\xi$ , variază ca și rigiditatea  $k(z)$ , conform fig. 3.16.



**Fig. 3.16.** Variația coeficientului de amortizare funcție de fazele angrenării [1]

Așadar, și în cazul când coeficientul amortizării diferă de la o fază la alta a angrenării, rămânând însă constant în interiorul acestor faze, există o singură mișcare periodică. Stabilitatea acestei mișcări este realizată numai dacă sunt îndeplinite condițiile (3.97).

În acest caz condițiile de stabilitate vor fi:

$$|b_1 b_5 - b_2 b_4| = e^{-2(\xi_D T_2 + \xi_S T_1)} < 1. \tag{3.110}$$

Deoarece,  $\xi T_z = \xi_D T_2 + \xi_S T_1$ , în final condiția de stabilitate este:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{\alpha + 1}{2\sqrt{\alpha}} \left( 1 + \frac{D_z^2}{D_i^2} \right) + 1 \right] \cos \beta_1 - \\ \left[ \frac{\alpha + 1}{2\sqrt{\alpha}} \left( 1 + \frac{D_z^2}{D_i^2} - 1 \right) \cos \beta_2 \right] \end{array} \right\} \left( e^{\frac{D_z \beta_1}{D_i}} + e^{-\frac{D_z \beta_2}{D_i}} \right) \tag{3.111}$$

unde:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{k_D}{k_S} .; \\ \beta_1 = p_2 D_1 T_z [(\varepsilon - 1)\sqrt{\alpha} + (2 - \varepsilon)]; \\ \beta_2 = p_2 D_1 T_z [(\varepsilon - 1)\sqrt{\alpha} - (2 - \varepsilon)] \end{array} \right. \tag{3.111'}$$

Dacă se neglijează amortizarea, atunci  $D_z=0$  și  $D_i=1$ , iar ecuațiile (3.111) și (3.76') devin identice.



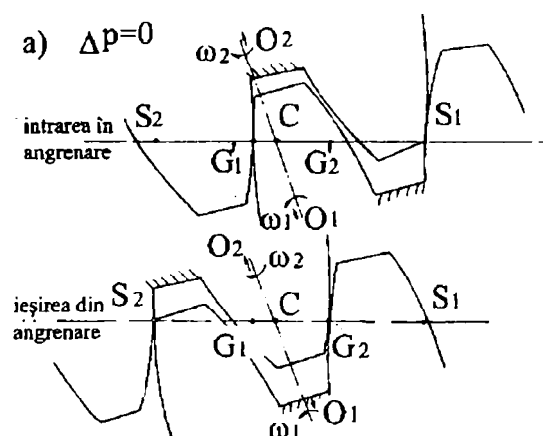
### 3.5. VIBROPERCUȚII ÎN ANGRENAJE

#### 3.5.1 Condițiile de apariție a ciocnirilor

După cum s-a arătat anterior, abaterea pasului de bază, în cazul în care deformațiile elastice ale dinților sunt neglijabile, conduce la ciocnirea de muchie sau mediană.

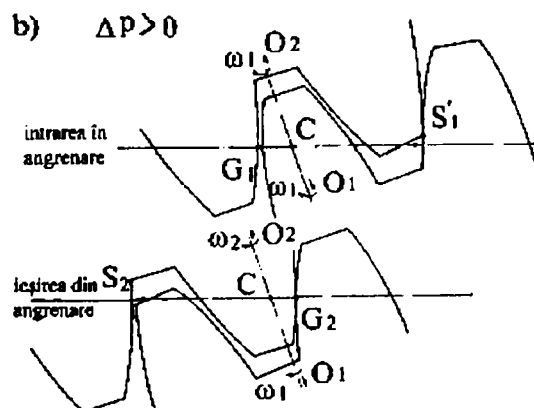
În raport cu abaterea pașilor de bază și deformația elastică a perechii de dinți care nu participă la ciocnire, contactul între perechea de dinți care intră în angrenare se poate produce, fie în afara liniei de angrenare, fie pe linia de angrenare.

Teoretic abaterea pașilor de bază este nulă și în acest caz intrarea și ieșirea din angrenare se face pe linia de angrenare (fig.3.17a))



**Fig. 3.17.a).** Abaterea pașilor măsurată pe cercul de bază ( $\Delta p=0$ )

În cazul în care contactul se realizează în afara liniei de angrenare (fig.3.17.b)),



**Fig. 3.17.b).** Abaterea pașilor măsurată pe cercul de bază ( $\Delta p>0$ )

ciocnirea se numește ciocnire de muchie și se produce când:

$$\delta = \delta_0 + \Delta p_b > 0 \tag{3.112}$$

unde:

$\delta_0$  este deformația statică de compresiune și încovoiere, a perechii de dinți anterioare, în momentul ciocnirii perechii de dinți din spate, în m.

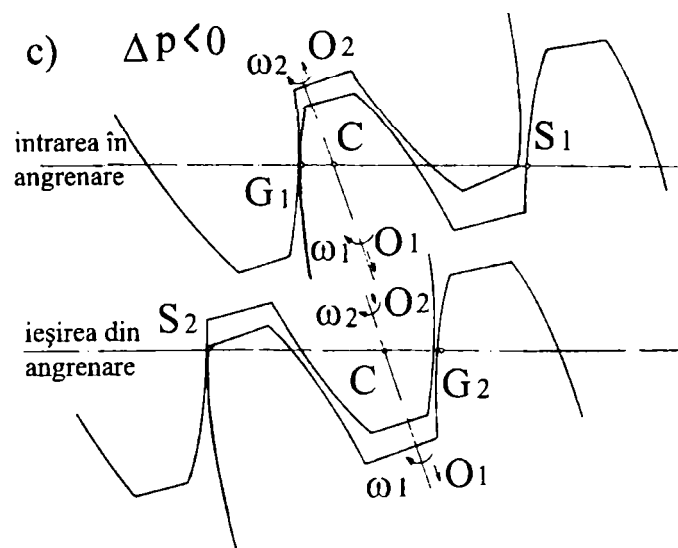
$\Delta p_b$  este abaterea pașilor de bază, în m

$$\Delta p_b = p_{b2} - p_{b1} \tag{3.113}$$

Ciocnirea de muchie se produce chiar dacă  $p_{b2} < p_{b1}$ , cu condiția ca:

$$p_{b1} < \delta_0 + p_{b2} \tag{3.112'}$$

În cazul în care contactul se realizează pe linia de angrenare (fig.3.17.c)



**Fig. 3.17.c).** Abaterea pașilor măsurați pe cercul de bază ( $\Delta p < 0$ )

ciocnirea se numește ciocnire mediană și se produce când:

$$\delta = \delta_0 + \Delta p_b > 0 \tag{3.114}$$

adică, atunci când este îndeplinită condiția ca:

$$p_{b1} < \delta_0 + p_{b2} \tag{3.115}$$

Rezultă că la ciocnirea mediană perechea de dinți aflată în spate intră pe linia de angrenare cu jocul:

$$\delta_1 = -\delta \tag{3.116}$$

Acest joc se menține până când perechea anterioară de dinți iese din angrenare

Dacă abaterea pașilor de bază este relativ mică în comparație cu deformația elastică a perechii de dinți anterioare, adică:

$$|\Delta p_b| < \delta_0 \tag{3.117}$$

În această inegalitate, dacă se consideră,  $\delta_0 > 0$  și  $\Delta p_b = p_{b1} - p_{b2}$ , roțile se presupun "precise".

Inegalitatea (3.117) este echivalentă cu inegalitățile:

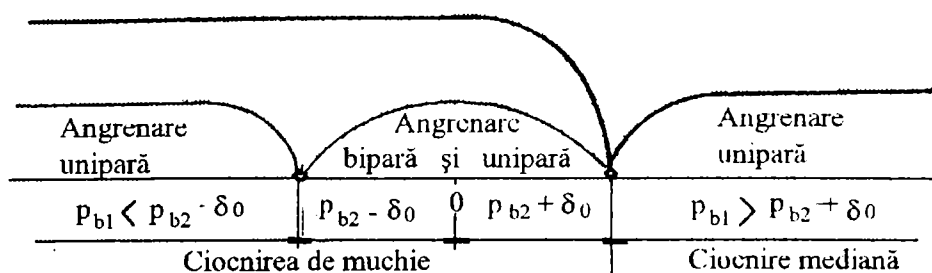
$$p_{b2} - \delta_0 < p_{b1} < p_{b2} + \delta_0 \tag{3.117'}$$

care, comparată cu (3.112'), arată că și în acest caz va avea loc ciocnirea de muchie a dinților care urmează să intre în angrenare. De astă dată intensitatea ciocnirii nu este atât de mare încât perechea de dinți anterioară să iasă din angrenare. Prin urmare, dacă sunt îndeplinite condițiile (3.117'), angrenarea bipară este urmată periodic de angrenarea unipară și invers. Se realizează, în acest fel, legea de variație cunoscută a rigidității  $K_{z(t)}$ . Dacă nu sunt îndeplinite aceste condiții, adică:

$$p_{b2} + \delta_0 < p_{b1} < p_{b2} - \delta_0 \tag{3.118}$$

atunci se va produce ciocnirea mediană sau ciocnirea de muchie. Intensitatea ciocnirii de muchie este însă mai mare, astfel încât perechea din față iese din angrenare. În ambele cazuri, de-a lungul întregului segment de angrenare, în contact se află o singură pereche de dinți.

Rezultă că în cazul ciocnirii mediane angrenarea va fi totdeauna unipară, deoarece în zona angrenării bipare se află în contact numai perechea de dinți din față, pe când ciocnirea de muchie poate păstra ambele faze ale angrenării sau poate elimina și ea angrenarea bipară, prin scoaterea din angrenare a perechii anterioare de dinți. (fig.3.18)



**Fig. 3.18.** Domeniile de existență a ciocnirilor

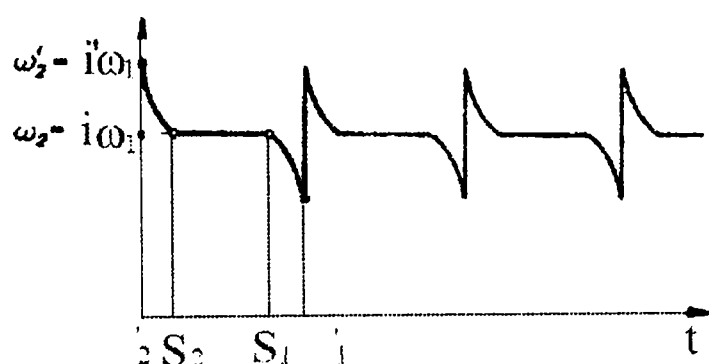
În momentul ciocnirii de muchie roata motoare își decelerează mișcarea, în timp ce roata condusă își accelerează mișcarea. La ciocnirea mediană fenomenul este invers, ceea ce duce la intensificarea efectului de șoc la intrarea în contact a dinților.

Ciocnirea de muchie are loc la intrarea în angrenare a perechii de dinți următoare, în timp ce ciocnirea mediană se produce la ieșirea din angrenare a perechii anterioare de dinți.

Raportul real de transmitere, conform legii angrenării (notațiile sunt cele din figura 3.20), va fi:

$$i_r = \frac{O_1C'}{O_2C'} = \frac{O_1C + CC'}{O_2C - CC'} i_T \quad (3.119)$$

având o variație sinusoidală. (fig.3.19.)



**Fig. 3.19.** Variația raportului de transmitere real

### 3.5.2. Ciocnirea de muchie

#### 3.5.2.1. Viteza de ciocnire

La ciocnirea de muchie punctul de contact dintre dinți se află în afara liniei teoretice de angrenare.

Poziția punctului de ciocnire  $S_2'$ , se poate determina în funcție de razele de curbură și unghiurile de rotire ale roților, (fig.3.20), cu următoarele relații [4]:

$$\rho_1 \gamma_1 = \rho_2 \gamma_2 \quad (3.120)$$

$$\gamma_2 = \sqrt{\frac{2\delta}{a}} \quad (3.121)$$

unde:

$$a = \frac{\rho_2}{\rho_1} (\rho_1 + \rho_2) \quad (3.121')$$

Rezultă:

$$\gamma_1 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{\frac{2\delta}{a}} = \sqrt{\frac{2\delta\rho_2}{\rho_1(\rho_1 + \rho_2)}} \quad (3.122)$$

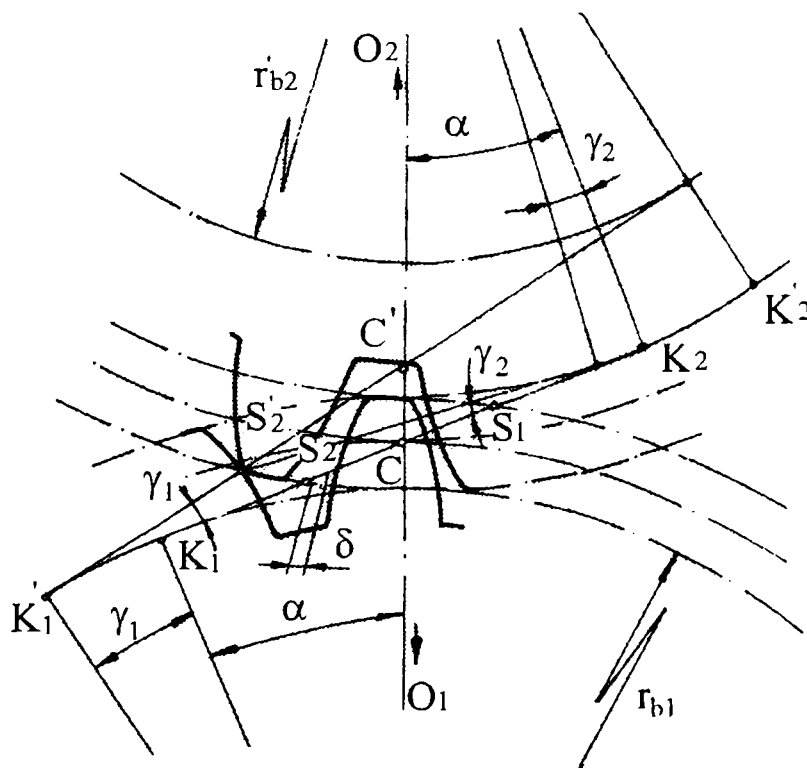


Fig. 3.20. Ciocnirea de muchie

Viteza de ciocnire a celor doi dinți,  $v_k$ , este diferența dintre proiecțiile vitezelor punctelor de contact, situate pe cele două profile, pe dreapta  $K'_1C$  :

$$V_k = \omega_1 r_{b1} - \omega_2 r'_{b2} = \omega_2 \rho_2 (\gamma_1 + \gamma_2) \quad (3.123)$$

unde:

$$\begin{cases} \omega_1 r_{b1} = \omega_2 r_{b2} ; \\ r'_{b2} = r_{b2} [1 - (\gamma_1 + \gamma_2) \operatorname{tg} \alpha_{e2}] \end{cases} \quad (3.123')$$

Înlocuind (3.121) și (3.122) în (3.123) rezultă:

$$v_k = \omega_2 \sqrt{2\delta a} \quad (3.123'')$$

Considerând că roțile aflate în angrenare se rotesc uniform, timpul  $\tau$  în care roata condusă se rotește cu unghiul  $\gamma_2$ , adică atunci când punctul  $S'_2$  va ajunge pe linia teoretică de angrenare, se poate determina cu relația:

$$\tau = \frac{\gamma_2}{\omega_2} = \frac{1}{\omega_2} \sqrt{\frac{2\delta}{a}} \quad (3.124)$$

Din relațiile (3.121) și (3.123'), rezultă că:

$$v_k = a \cdot \omega_2 \gamma_2 \quad (3.125)$$

Deoarece  $v_k$  este proporțională cu  $\gamma_2$ , atunci din ipoteza mișcării uniforme a roții conduse, rezultă că la apropierea punctului de contact al dinților de linia teoretică de angrenare, diferența dintre proiecțiile vitezelor pe normala la profil scade uniform în timpul  $\tau$  cu valoarea  $v_k$ .

### 3.5.2.2. Forța percutantă

Același efect se poate produce dacă, în procesul șocului, independent de interacțiunea de forță a dinților, masa  $m_1$  a roții conducătoare este încetinită sau masa  $m_2$  este accelerată, prin aplicarea unei forțe [22]:

$$F_1 = m_1 v_k / \tau \quad (\text{orientată în sens opus mișcării acesteia}) \quad (3.126)$$

$$F_2 = m_2 v_k / \tau \quad (\text{orientată în sensul mișcării acesteia}) \quad (3.127)$$

Ecuția diferențială a mișcării este de forma:

$$m_{\text{red}} \ddot{x} + kx = F(t) \quad (3.128)$$

unde:

$$\begin{cases} m_{\text{red}} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \\ F(t) = m_{\text{red}} \frac{v_k}{\tau} \end{cases} \quad (3.128')$$

Soluția va fi de forma:

$$x = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt + x_f \quad (3.129)$$

Soluția particulară se determină din considerentul că amplitudinea deplasării relative este proporțională cu amplitudinea accelerației:

$$\ddot{x} = -p^2 x_0 \quad (3.130)$$

Ținând cont de (3.128), sau (3.129) rezultă:

$$x_1 = -\ddot{x}/p^2 = -v_k/p^2 \tau \quad (3.131)$$

Constantele de integrare se determină din condițiile inițiale, adică la  $t=0$ ,  $x=0$  și  $\dot{x}=v_k$ , rezultând:

$$C_1 = v_k/p^2 \tau; \quad C_2 = v_k/p \quad (3.129')$$

Soluția ecuației diferențiale (3.128) va fi:

$$x = \frac{v_k}{\tau p^2} (\cos pt - 1) + \frac{v_k}{\omega_d} \sin pt \quad (3.132)$$

În ipoteza deformațiilor elastice, forța percutantă, se calculează cu relația:

$$F_p = k_1 \cdot x = v_k \sqrt{k_1 m_{red}} \sin pt - \frac{v_k m_{red}}{\tau k_1} (1 - \cos pt) \quad (3.133)$$

Valoarea maximă a forței percutante va fi pentru  $\dot{x}=0$ , adică pentru valorile lui  $t$  determinate din ecuația:

$$\begin{aligned} \text{tg. } pt &= p\tau; \\ \text{respectiv } t &= \frac{1}{p} (\text{arctg. } p\tau + j\pi), \quad j = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (3.134)$$

Forța percutantă maximă va fi:

$$F_{p \max} = v_k \sqrt{k_1 m_{red}} \frac{\sqrt{1 + p^2 \tau^2} - 1}{p\tau} \quad (3.135)$$

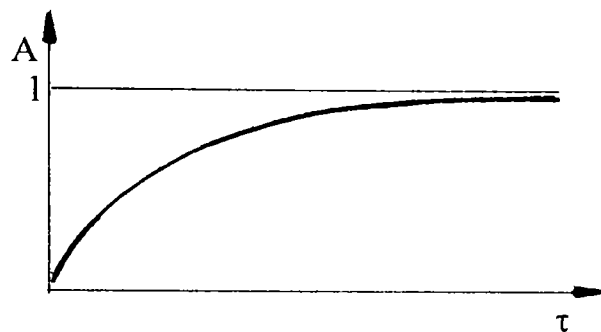
Având în vedere relațiile (3.123') și (3.124), rezultă:

$$F_{p \max} = \frac{v_k^2 m_{red}}{2\delta} \left( \sqrt{1 + \frac{4\delta^2 k}{v_k^2 m_{red}}} - 1 \right) \quad (3.136)$$

Comparând relațiile (3.135) cu (3.136), rezultă că ele diferă prin factorul:

$$A = \frac{\sqrt{1 + p^2 \tau^2} - 1}{p\tau} \quad (3.136')$$

Se vede din reprezentarea grafică a acestei funcții, că pentru valori mici ale lui  $\tau$ , adică viteze de ciocniri mari, factorul  $A$  tinde spre 0, iar la valori mai mari ale lui  $\tau$ , adică viteze de ciocniri mici factorul  $A$  tinde spre 1. (fig. 3.21)



**Fig. 3.21.** Variația factorului adimensional  $A$  [4]

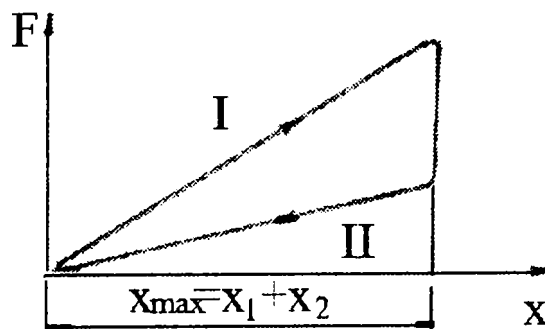
### 3.5.2.3. Ciocniri de muchie slabe

În cazul în care forța percutantă are valori comparabile cu cele ale celorlalte forțe care apar în procesul angrenării, acestea din urmă nu mai pot fi neglijate. Procesul de ciocnire care are loc cuprinde două faze:

a) faza de deformare, caz în care viteza finală va avea aceeași valoare pentru ambele roți dințate.

b) faza de revenire, caracterizată prin faptul că flancurile dinților aflați în contact se destind și își modifică vitezele.

Forma curbei de histerezis în cazul ciocnirii a două corpuri se poate aproxima prin două drepte înclinate sub unghiuri diferite față de abscisă (fig.3.22), unde  $k_I$  este rigiditatea perechii de dinți percutanți în prima fază, iar  $k_{II}$  rigiditatea în a doua fază. [2]



**Fig. 3.22.** Curba de histerezis [2]



Ecuția diferențială a mișcării în faza de deformare este:

$$\ddot{x} + \frac{k_I}{m_{red}} x = \frac{F_n}{m_{red}} \quad (3.137)$$

Ținând seama de condițiile inițiale, adică la  $t=0$ ,  $x=0$ ,  $\dot{x}=v_k$ , soluția ecuației diferențiale este:

$$x = v_k \sqrt{\frac{m_{red}}{k_I}} \sin \sqrt{\frac{k_I}{m_{red}}} t + \frac{F_n}{k_I} \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{k_I}{m_{red}}} t \right) \quad (3.138)$$

Această soluție este valabilă numai pentru  $\dot{x} > 0$ , având un maxim la  $\dot{x} = 0$ :

$$x_{max} = \frac{1}{k_I} \left( F_n + \sqrt{F_n^2 + k_I m_{red} v_k^2} \right) \quad (3.139)$$

Pentru faza de revenire ecuația diferențială a mișcării este:

$$\ddot{x} + \frac{k_I R^2}{m_{red}} x = \frac{F_n}{m_{red}} \quad (3.137')$$

Soluția, în acest caz având de forma:

$$x = \left( x_{max} - \frac{F_n}{k_I R^2} \right) \cos R \sqrt{\frac{k_I}{m_{red}}} t + \frac{F_n}{k_I R^2} \quad (3.138')$$

unde

$x_{max}$  - corespunde valorii anterior determinată, admițând că originea timpului pentru cea de-a doua fază corespunde cu începutul său,

$$R = \sqrt{\frac{k_{II}}{k_I}} - \text{coeficient de restituire.} \quad (3.140)$$

Deformația totală a flancurilor, la sfârșitul fazei a doua, când  $\dot{x} = 0$ , va fi:

$$x = x_1 = \frac{2F_n}{k_I R^2} - x_{max} \quad (3.141)$$

Pentru ca să nu se producă saltul înapoi este necesar ca  $x_1 > 0$ , adică:

$$\frac{2F_n}{R^2} > F_n + \sqrt{F_n^2 + k_I m_{red} v_k^2} \quad (3.142)$$

În cazul corpurilor perfect elastice ( $R=1$ ) inegalitatea (3.142) nu mai este valabilă, astfel că întotdeauna va exista saltul înapoi la ciocnirea lor. Din relația anterioară rezultă viteza de ciocnire  $v_k$ , la care nu există saltul înapoi:

$$v_k < \frac{2F_n \sqrt{1-R^2}}{R^2 \sqrt{k_I \cdot m_{red}}} \quad (3.143)$$

Aceasta, împreună cu relația (3.123'), permite să determinăm pe  $\delta$ , iar apoi, abaterea pașilor de bază.

### 3.5.3. Ciocnirea mediană

#### 3.5.3.1. Analiza procesului de ciocnire

Ciocnirea mediană se produce dacă este îndeplinită condiția (3.112) sau:

$$\delta_1 = -\delta = -(\delta_0 + \Delta p_b) > 0 \quad (3.144)$$

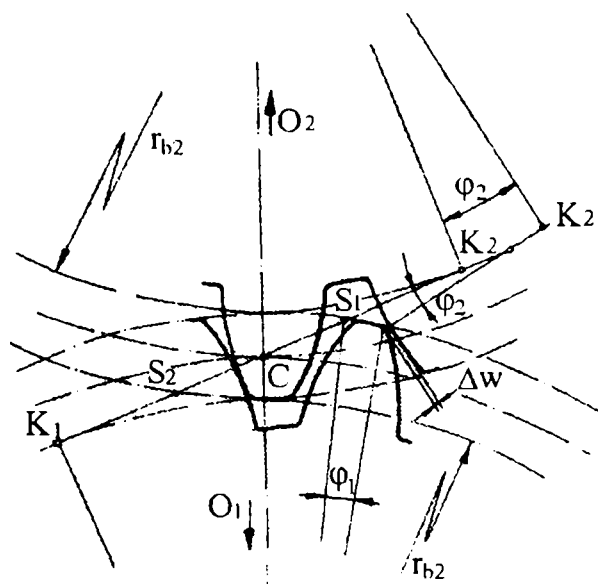
Contactul dintre perechea de dinți care intră în angrenare se produce pe linia de angrenare în momentul ieșirii din angrenare sau după ieșirea din angrenare a perechii anterioare de dinți.

În timp ce viteza la ciocnirea de muchie depinde de:

- viteza unghiulară a roții conduse  $\omega_2$ ;
- de eroarea redusă  $\delta$ ;
- de raza de curbură a profilelor în punctul inițial al ciocnirii,

viteza la ciocnirea mediană se poate determina numai în urma studiului mișcării roților în procesul de ieșire din angrenare, ceea ce înseamnă că ea depinde de masa roților dințate și alți factori dinamici.

Datorită deformației statice  $\delta_0$  a perechii anterioare de dinți și jocului  $\delta_1$ , dintre profilele perechii următoare de dinți, din momentul începerii contactului de muchie al perechii anterioare de dinți în punctul  $S_2$  și până la intrarea în angrenare a perechii de dinți următoare, deformația perechii anterioare de dinți scade continuu (fig.3.23).



**Fig. 3.23.** Ciocnirea mediană

Poziția roților, în momentul începerii contactului de muchie a perechii anterioare de dinți (punctul  $S_2$ ) se consideră drept poziție inițială. Neglijând termenii infinit mici de ordinul unu și doi față de unghiurile de rotație  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$ , Abramov [4] stabilește următoarea relație pentru a putea determina modificarea deformației dinților:

$$\Delta W = (r_{b2}\varphi_2 - r_{b1}\varphi_1) + \frac{a'}{2} \varphi_1^2 \quad (3.145)$$

unde:

$$a' = \frac{\rho_1}{\rho_2} (\rho_1 + \rho_2) \quad (3.146)$$

Ecuatiile diferențiale ale mișcării în perioada ieșirii din angrenare (înaintea percuției perechii următoare de dinți) sunt:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = M_1 - k_1 r_{b1} (\delta_0 - \Delta w); \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = k_1 r_{b2} (\delta_0 - \Delta w) - M_2 \end{cases} \quad (3.147)$$

unde:

$k_1$  este rigiditatea dinților la contactul de muchie;

$M_{1,2}$  sunt momentele statice aplicate roților

Deoarece:

$$M_1/r_{b1}=M_{b2}/r_{b2}=F_n=k_1\delta_0 \quad (3.148)$$

prin integrarea ecuațiilor (3.147) și având în vedere că, la  $t=0$ ,  $\varphi_1=\varphi_2=0$ ,  $\dot{\varphi}_1=\omega_1$ ,  $\dot{\varphi}_2=\omega_2$ , se obține:

$$\begin{cases} \frac{J_1}{r_{b1}}\dot{\varphi}_1 + \frac{J_2}{r_{b2}}\dot{\varphi}_2 = \frac{J_1}{r_{b1}}\omega_1 + \frac{J_2}{r_{b2}}\omega_2 \\ \frac{J_1}{r_{b1}}\varphi_1 + \frac{J_2}{r_{b2}}\varphi_2 = \left( \frac{J_1}{r_{b1}}\omega_1 + \frac{J_2}{r_{b2}}\omega_2 \right) t \end{cases} \quad (3.149)$$

Introducând notațiile:

$$\varphi_1=\omega_1 t+y_1; \varphi_2=\omega_2 t+y_2 \quad (3.150)$$

din (3.149) se obține:

$$y_1 = -\frac{J_2 r_{b1}}{J_1 r_{b2}} y_2 = -\frac{m_2 r_{b2}}{m_1 r_{b1}} y_2 \quad (3.151)$$

Cu aceste relații și ținând cont de (3.150), a doua ecuație din sistemul (3.149) devine:

$$J_2 \ddot{y}_2 = -k_1 r_{b2} \Delta w \quad (3.152)$$

Având în vedere că  $y_1 < \omega_1 t$ , se poate aproxima  $\varphi_1^2 \approx \omega_1^2 t^2$ .

Din raportul de transmitere,  $\omega_1 r_{b1} = \omega_2 r_{b2}$ , și ținând seama de (3.150), se poate scrie:

$$r_{b2}\varphi_2 - r_{b1}\varphi_1 = [(m_1+m_2)/m_1] r_{b2} y_2 \quad (3.153)$$

Relația (3.152) se scrie:

$$\ddot{y}_2 + \frac{k_1}{m_{red}} y_2 = -\frac{k_1 a'}{2m_2 r_{b2}} \omega_1^2 t^2 \quad (3.154)$$

Soluția acestei ecuații, cunoscând condițiile inițiale, la  $t=0$ ,  $y_2=\dot{y}_2=0$  este:

$$y_2 = \frac{a' \omega_1^2 m_{red}}{\beta^2 m_2 r_{b2}} \left( 1 - \cos \beta \cdot t - \frac{\beta^2 t^2}{2} \right) \quad (3.155)$$

unde:

$$\beta^2 = \frac{k_1}{m_{red}} \quad (3.156)$$

Din relațiile (3.145) și (3.153) și egalând cu (3.15) se obține:

$$\Delta w = \frac{a' \omega_1^2}{\beta^2} (1 - \cos \beta t) \quad (3.157)$$

Valoarea lui  $t=t_0$ , care corespunde cu ieșirea din angrenare a primei perechi de dinți, considerând că perechea următoare de dinți încă nu a intrat în angrenare, se determină din (3.157), pentru  $\Delta w = \delta_0$ . Obținem:

$$t_0 = \frac{1}{\beta} \arccos \left( 1 - \frac{\delta_0 \beta^2}{a' \omega_1^2} \right) \quad (3.158)$$

Valoarea lui  $t=t_x$ , la care intră în angrenare perechea următoare de dinți, considerând că prima pereche de dinți încă nu a ieșit din angrenare se determină din (3.157) pentru:

$$r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2 = \delta_1 \quad (3.159)$$

Având în vedere relațiile (3.154) și (3.157), rezultă:

$$\Delta w = (a' \omega_1^2 t^2 / 2) - \delta_1 \quad (3.160)$$

Prin egalarea acestei relații cu (3.157), în care  $t=t_x$ , se obține:

$$\frac{a' \omega_1^2}{\beta^2} \left( \frac{\beta^2 t_x^2}{2} + \cos \beta t_x - 1 \right) = \delta_1 \quad (3.161)$$

Din această relație rezultă valoarea lui  $t_x$ .

Pot exista două cazuri [4]:

$$a) t_0 < t_x$$

În acest caz sunt trei faze:

- angrenarea unipară a perechii de dinți anterioară;
- mișcarea roților care nu sunt în angrenare;
- ciocnirea perechii de dinți următoare.

În prima fază mișcarea roților este descrisă de ecuațiile (3.147) soluția (3.155) fiind valabilă pentru:  $0 \leq t \leq t_0$ .

În faza a doua roata condusă se mișcă cu decelerația  $\varepsilon_2$ , iar cea conducătoare cu accelerația unghiulară  $\varepsilon_1$ . Valorile acestor accelerații se pot determina cu relațiile:

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \frac{M_2}{J_2} = \frac{F_n}{m_2 r_{b2}} = -\ddot{y}_{20} \\ \varepsilon_1 &= \frac{F_n}{m_1 r_{b1}} = \ddot{y}_{10}\end{aligned}\quad (3.162)$$

La începutul fazei a doua, la  $t=t_0$ , distanța dintre profilele perechii de dinți următoare va fi:

$$\Delta s = \delta_1 - (r_{b1}\varphi_1 - r_{b2}\varphi_2) = \delta_1 + r_{b2}y_{20} \frac{m_1 + m_2}{m_1} \quad (3.163)$$

Durata fazei a doua se determină din condiția:

$$(\dot{y}_{10} r_{b1} - \dot{y}_{20} r_{b2})t_2 + 1/2(\varepsilon_1 r_{b1} + \varepsilon_2 r_{b2})t_2^2 = \Delta s \quad (3.164)$$

Având în vedere (3.152) și (3.162) ecuația (3.164) devine:

$$\frac{F_n}{2m_{red}} t_2^2 - r_{b2} \dot{y}_{20} \frac{m_1 + m_2}{m_1} t_2 = \delta_1 + r_{b2} y_{20} \frac{m_1 + m_2}{m_1} \quad (3.165)$$

La sfârșitul fazei a doua, adică  $t=t_2$ , se produce ciocnirea mediană a dinților, a cărei viteză este:

$$v_c = \frac{F_n}{m_{red}} t_2 - \frac{m_1 + m_2}{m_1} r_{b2} \dot{y}_{20} \quad (3.166)$$

Ecuatiile mișcării în faza a treia sunt:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = M_1 - k_2 r_{b1} (r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2); \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = M_2 + k_2 r_{b2} (r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2) \end{cases} \quad (3.167)$$

unde:

$\varphi_{1,2}$  sunt unghiurile de rotație ale roților, calculate la începutul fazei a treia,  $t=t_2$

$k_2$  este rigiditatea perechii de dinți la contactul median.

Deoarece forța pe dinți este dată de relația:

$$F = k_2 (r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2) \quad (3.168)$$

ecuațiile (3.167) se pot scrie:

$$\ddot{F} + \frac{k_2}{m_{red}} F = \frac{k_2}{m_{red}} F_n \quad (3.169)$$

Soluția acestei ecuații, pentru condițiile inițiale, la  $t=0$ ,  $\varphi_1=\varphi_2=0$ ,  $(r_{b1}\dot{\varphi}_1 - r_{b2}\dot{\varphi}_2)=v_c$ , respectiv,  $F=0$ ,  $\dot{F}=k_2 v_c$ , este:

$$F = v_c \sqrt{k_2 m_{red}} \sin \sqrt{\frac{k_2}{m_{red}}} t + F_n \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{k_2}{m_{red}}} t \right) \quad (3.170)$$

Forța va fi maximă este pentru valoarea argumentului dată de expresia:

$$\operatorname{tg} \sqrt{\frac{k_2}{m_{red}}} t = - \frac{v_c \sqrt{k_2 m_{red}}}{F_n} \quad (3.171)$$

Valoarea maximă a forței este:

$$F_{max} = F_n + \sqrt{F_n^2 + v_c^2 k_2 m_{red}} \quad (3.172)$$

b)  $t_x < t_0$

În acest caz se disting următoarele faze:

- angrenarea unipară a perechii de dinți anterioară, înaintea ciocnirii perechii următoare de dinți;
- angrenarea bipară, înaintea ieșirii din angrenarea a perechii de dinți anterioară;
- angrenarea unipară a perechii de dinți următoare (după ieșirea din angrenare a perechii de dinți anterioară).

Mișcarea roților este descrisă de ecuațiile (3.147), a căror soluție (3.155), este valabilă pentru  $0 \leq t \leq t_x$ . La momentul  $t=t_x$  se produce ciocnirea mediană a perechii de dinți următoare, când perechea de dinți anterioară se află încă în angrenarea de muchie, iar accelerațiile  $\varepsilon_1$  și  $\varepsilon_2$  sunt nule. Viteza de ciocnire va fi:

$$v_c = (\omega_1 + \dot{\gamma}_{10}) r_{b1} - (\omega_2 + \dot{\gamma}_{20}) r_{b2} = - \frac{m_1 + m_2}{m_1} r_{b2} \dot{\gamma}_{20} \quad (3.173)$$

În faza a doua, în angrenare se află două perechi de dinți. Deformația perechii de dinți anterioară va fi:

$$w_1 = \delta_0 - \left[ r_{b2}(\omega_2 t_x + y_{20} + \varphi_2) - r_{b1}(\omega_1 t_x + y_{10} + \varphi_1) + \frac{a'}{2}(\omega_1 t_x + y_{10} + \varphi_1)^2 \right] \quad (3.174)$$

Deoarece:

$$\Delta\omega = \delta_0 - w_1; \quad \varphi_{1x} = \omega_1 t_x + y_{10}; \quad \varphi_2 = \omega_2 t_x + y_{20} \quad (3.174')$$

rezultă deformația perechii următoare de dinți:

$$w_2 = r_{b1}\varphi_1 - r_{b2}\varphi_2 \quad (3.175)$$

Pentru momentul ciocnirii există relația:

$$\delta_1 = r_{b1}\varphi_{1x} - r_{b2}\varphi_{2x} \quad (3.175')$$

astfel în cât formula (3.174), devine:

$$w_1 = \delta_0 + \delta_1 - (r_{b2}\varphi_2 - r_{b1}\varphi_1) - (a'/2)(\omega_1 t_x + y_{10} + \varphi_1)^2 \quad (3.176)$$

Ecuatiile diferențiale ale mișcării sunt:

$$\begin{cases} J_1 \varepsilon_1 = M_1 - k_1 r_{b1} w_1 - k_2 r_{b1} w_2; \\ J_2 \varepsilon_2 = -M_2 + k_1 r_{b2} w_1 + k_2 r_{b2} w_2 \end{cases} \quad (3.177)$$

unde:

$$M_1 = K_1 r_{b1} \delta_0 \quad M_2 = k_1 r_{b1} \delta_0 \quad (3.177')$$

Dacă se introduc notațiile:

$$\varphi_1 = \omega_1 t + z_1 \quad \varphi_2 = \omega_2 t + z_2 \quad (3.178)$$

Din (3.176) și (3.178) rezultă

$$\begin{aligned} \ddot{z}_2 = & \frac{k_1 \delta_1}{m_2 r_{b2}} + \frac{k_1 + k_2}{m_2 r_{b2}} (r_{b1} z_1 - r_{b2} z_2) + \\ & - \frac{k_1 a'}{2 m_2 r_{b2}} (\omega_1 t_x + y_{10} + \omega_1 t_1 + z_1)^2 \end{aligned} \quad (3.179)$$

Soluția acestei ecuații diferențiale este de forma:

$$z_2 = A(1 - \cos \alpha t) + \frac{\dot{y}_{20} - B}{\alpha} \sin \alpha t + Bt + Ct^2 \quad (3.180)$$

$$\text{unde } \alpha^2 = (k_1 + k_2) / m_{\text{red.}} \quad (3.180')$$



Constantele de integrare se determină din condițiile inițiale, la  $t=0$ ,  $z_1=0$ ,  $\dot{z}_2=\dot{y}_{20}$ , și au expresiile:

$$\begin{cases} C = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \frac{a' m_{\text{red}}}{2m_2 r_{b2}} \omega_1^2; & B = 2Ct_x; \\ A = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \frac{m_{\text{red}}}{m_2 r_{b2}} \left( \delta_1 \quad \frac{a'}{2} \omega_1^2 t_x \right) \frac{2m_{\text{red}}}{k_1 + k_2} C \end{cases} \quad (3.180'')$$

Forța pe dinte este:

$$F = k_2 (r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2) = -k_2 r_{b2} z_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1} \quad (3.181)$$

Durata celei de-a doua faze,  $t_2$ , se determină din (3.176), punând condiția că, la  $t=t_2$ ,  $w_1=0$ , adică:

$$w_1 = \delta_0 + \delta_1 - r_{b2} z_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1} - \frac{a'}{2} \omega_1^2 (t_x + t_1)^2, \quad (3.176')$$

unde  $z_2$  are valoare dată de relația (3.180), pentru  $t=t_2$ .

Uniformitatea rotației roților dințate, în procesul angrenării de muchie a primei perechi de dinți, este puțin conturbată în cazul maselor mari, adică ne situăm în primul caz. Viteza de ciocnire se obține din relația (3.166), în care se neglijează  $\dot{y}_{20}$  și se substituie valoarea lui  $t_2$ , având în vedere (3.158).

Faza a treia este descrisă de ecuațiile:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = M_1 - F_0 r_{b1} - k_2 r_{b1} (r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2); \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = -M_2 + F_0 r_{b2} - k_2 r_{b2} (r_{b1} \varphi_1 - r_{b2} \varphi_2) \end{cases} \quad (3.182)$$

unde  $F_0$  este forța pe dinți la sfârșitul fazei a doua și se determină pentru  $z_2=z_{20}$ , din relația (3.181).

Se introduc notațiile:

$$\varphi_1 = \omega_1 t + u_1; \quad \varphi_2 = \omega_2 t + u_2 \quad (3.183)$$

care la  $t=0$  îndeplinește următoarele condiții inițiale:

$$u_1 = u_2 = 0, \quad \dot{u}_1 = \dot{z}_{10}, \quad \dot{u}_2 = \dot{z}_{20} \quad (3.183')$$

În acest caz ecuațiile (3.182) devin:

$$\ddot{u}_2 + \frac{k_2}{m_{\text{red}}} u_2 = \frac{F_0 - F_n}{m_2 r_{b2}} \quad (3.184)$$

Soluția acestei ecuații este

$$u_2 = \frac{F_0 - F_n}{m_2 r_{b2}} \frac{m_{\text{red}}}{k_2} \left( 1 - \cos \sqrt{\frac{k_2}{m_{\text{red}}}} t \right) + \dot{z}_{20} \sqrt{\frac{m_{\text{red}}}{k_2}} \sin \sqrt{\frac{k_2}{m_{\text{red}}}} t \quad (3.185)$$

Forța în angrenare va fi:

$$F = F_0 + k_2(r_{b1}\varphi_1 - r_{b2}\varphi_2) = (F_0 - k_2 r_{b2} u_2)(m_1 + m_2)/m_1 \quad (3.186)$$

având valoarea maximă:

$$F_{\text{max}} = F_n + \sqrt{(F_0 - F_n)^2 + \frac{(m_1 + m_2)m_2}{m_1} r_{b2}^2 k_2 z_{20}^2} \quad (3.187)$$

### 3.5.3.2. Ciocniri mediane slabe

Pentru simplificare, în cazul ciocnirii mediane slabe, se consideră că perechea din față iese din angrenare instantaneu și deci în momentul decuplării distanța între profilele active ale perechii din spate este egală cu jocul  $\delta_1$ . Profilele dinților se deplasează de-a lungul liniei de angrenare cu vitezele:

$$v_1 = v + (M_1/J_1)r_{b1}t; \quad v_2 = v - (M_2/J_2)r_{b2}t \quad (3.188)$$

unde

$$\begin{cases} v = r_{b1}\omega_1 = r_{b2}\omega_2; \\ M_1 = F_n r_{b1}; \\ M_2 = F_n r_{b2} \end{cases} \quad (3.188')$$

Viteza relativă, adică viteza de eliminare a jocului, va fi:

$$v_0 = \frac{F_n}{m_1} t + \frac{F_n}{m_2} t = \frac{F_n}{m_{\text{red}}} t \quad (3.189)$$

Jocul  $\delta_1$  se elimină în timpul:

$$t_0 = \sqrt{\frac{2\delta_1 m_{\text{red}}}{F_n}} \quad (3.190)$$

Viteza de ciocnire în acest caz este:

$$v_C = \frac{F_n}{m_{red}} t_0 = \sqrt{\frac{2\delta_1 F_n}{m_{red}}} \quad (3.191)$$

Ecuțiile de mișcare a roților după ciocnire, în faza de deformare, sunt:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\phi}_1 = M_1 - k_I w_2 r_{b1} \\ J_2 \ddot{\phi}_2 = M_2 + k_I w_2 r_{b2} \end{cases} \quad (3.192)$$

unde  $w_2$  este deformația dinților, definită prin relația (3.175).

Ecuțiile (3.192) se pot scrie:

$$\ddot{w}_2 + \frac{k_I}{m_{red}} w_2 = \frac{F_n}{m_{red}} \quad (3.193)$$

care la momentul inițial,  $t=0$ , satisface condițiile inițiale,  $w_2=0$ ,  $\dot{w}_2=v_C$ .

Se constată că ecuațiile (3.193) și (3.137) sunt identice.

Viteza de ciocnire, la care nu există saltul înapoi, trebuie să îndeplinească condiția (3.143). Din relația (3.191) se poate determina valoarea jocului  $\delta_1$ , la care nu se produce saltul înapoi, după ciocnirea mediană:

$$\delta_1 < \frac{2.F_n(1-R^2)}{R^4 k_I} \quad (3.194)$$

### 3.5.4. Vibrațiile roților precise

Dacă este îndeplinită condiția (3.117.), roțile se numesc precise. În acest caz se produce ciocnirea de muchie, cu păstrarea angrenării bipare și unipare, deoarece intensitatea ciocnirii este mică și nu duce la scoaterea din angrenare a perechii din față.

Ecuția diferențială a mișcării, stabilită în cazul vibrației roților dințate provocate de rigiditatea variabilă a angrenării, rămâne valabilă și în acest caz.

La momentul  $t=T_z, 2T_z, \dots$ , au loc ciocniri de muchie, astfel încât viteza unghiulară a roții conduse crește, iar a roții conducătoare scade. Dacă nu se ține

cont de elasticitate arborilor, atunci reducerea vitezei de deformare este egală cu viteza ciocnirii de muchie:

$$\Delta \dot{x} = -v_k \quad (3.195)$$

Influența elasticității arborilor și participarea la angrenare a perechii de dinți din față, se iau în considerare prin introducerea unui coeficient de atenuare a șocului  $\psi$ , [1] astfel încât relația (3.195) se poate scrie:

$$\Delta \dot{x} = -\psi v_k \quad (2.195')$$

în care viteza de ciocnire  $v_k$  este dat de expresia:

$$v_k = \omega_2 \sqrt{2\delta a} + \dot{x}_k \quad (2.196)$$

Primul termen este viteza la ciocnirea de muchie, determinată din condiția că în momentul ciocnirii nu există vibrații ale roților dințate, iar deformarea primei perechi de dinți este  $\delta_0$ .

Al doilea termen reprezintă valoarea lui  $\dot{x}$  în momentul premergător ciocnirii. Datorită rigidității mari a dinților, timpul în care  $\dot{x}$  se modifică cu valoarea

$$\Delta \dot{x} = -\psi \omega_2 \sqrt{2\delta a} - \psi \dot{x}_k \quad (3.197)$$

este mic în comparație cu intervalul de timp dintre ciocniri  $T_z$ , și de aceea se poate considera că ciocnirea de muchie se produce instantaneu, adică schimbarea vitezei de deformare se face prin salt. Această ipoteză permite rezolvarea problemei vibrațiilor roților dințate prin rezolvarea ecuației diferențiale de ordinul doi cu coeficienți periodici.

#### 3.5.4.1. Rezolvarea ecuației diferențiale omogene cu coeficienți periodici

Se consideră ecuația diferențială [5]:

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + q(t)x = 0 \quad (3.198)$$

Se caută o soluție, astfel ca derivata sa în punctele  $t=T, 2T, \dots, sT, \dots$  să aibă salturi de forma:

$$x = v_s + \beta \quad dx/dt \quad (t=sT-0) \quad (3.199)$$

unde  $v_s$  - constante arbitrare

$s$  - numere întregi

Fie  $x_1(t)$  și  $x_2(t)$  două soluții independente ale ecuației diferențiale (3.198) în interval  $0 < t < T$ , care satisfac condițiile:

$$\begin{cases} x_1(0) = 1; & \dot{x}_1(0) = 0; \\ x_2(0) = 0; & \dot{x}_2(0) = 1 \end{cases} \quad (3.200)$$

În acest fel se poate considera:

$$x(t) = a_0 x_1(t) + b_0 x_2(t) \quad (3.199')$$

unde  $a_0, b_0$ , sunt valorile lui  $x$  și  $\dot{x}$  la  $t = 0$ .

La începutul următorului interval de timp, ținând cont de continuitatea lui  $x(t)$  și formula (3.198) trebuie îndeplinite condițiile:

$$\begin{cases} x(T) = a_0 x_1(T) + b_0 x_2(T) = a_1; \\ \dot{x}(T) = a_0(1 + \beta)\dot{x}_1(T) + b_0(1 + \beta)\dot{x}_2(T) + v_1 = b_1 \end{cases} \quad (3.201)$$

Soluția pentru următorul interval de timp este:

$$x(t) = a_1 x_1(t) + b_1 x_2(t) \quad (3.199'')$$

Deci pentru al  $(k+1)$ -lea intervalul se poate scrie:

$$\begin{cases} a_k = x_k = a_{k-1} x_1(T) + b_{k-1} x_2(T); \\ b_k = \dot{x}_k = a_{k-1}(1 + \beta)\dot{x}_1(T) + b_{k-1}(1 + \beta)\dot{x}_2(T) + v_k \end{cases} \quad (3.202)$$

Se formează binoamele  $R_k$  de forma:

$$R_k = r_1 a_k + r_2 b_k \quad k=0,1,2,\dots \quad (3.203)$$

unde  $r_1, r_2$  sunt numere oarecare.

Se aleg aceste numere și un număr oarecare,  $A$ , astfel încât să fie satisfăcută egalitatea:

$$R_k = A R_{k-1} + r_2 v_k \quad (3.204)$$

Având în vedere (3.203) și (3.202) se poate scrie:

$$\begin{aligned} & r_1 [a_{k-1} x_1(T) + b_{k-1} x_2(T)] + \\ & r_2 [a_{k-1} \dot{x}_1(T) + b_{k-1} \dot{x}_2(T)](1 + \beta) = A(r_1 a_{k-1} + r_2 b_{k-1}) \end{aligned} \quad (3.205)$$

Din egalitatea coeficienților lui  $a_{k-1}$ , și  $b_{k-1}$ , rezultă:

$$\begin{cases} r_1 x_1(T) + r_2(1 + \beta) \dot{x}_1(T) = Ar_1; \\ r_1 x_2(T) + r_2(1 + \beta) \dot{x}_2(T) = Ar_2 \end{cases} \quad (3.206)$$

Acest sistem de ecuații omogene în raport cu  $r_1$  și  $r_2$ , admite soluții diferite de zero, dacă determinantul sistemului:

$$\begin{vmatrix} x_1(T) - A & \dot{x}_1(T)(1 + \beta) \\ x_2(T) & \dot{x}_2(T)(1 + \beta) - A \end{vmatrix} = 0 \quad (3.207)$$

După dezvoltarea determinantului se obține:

$$\begin{aligned} & [x_1(T)\dot{x}_2(T) - x_2(T)\dot{x}_1(T)](1 + \beta) + \\ & - [x_1(T) + (1 + \beta)\dot{x}_2(T)]A + A^2 = 0 \end{aligned} \quad (3.208)$$

Această formulă se poate scrie, ținând cont de proprietățile wronschianului soluțiilor liniar independente  $x_1$  și  $x_2$ :

$$A^2 - \lambda A + (1 + \beta)e^{-2\xi T} = 0 \quad (3.209)$$

unde:

$$\lambda = x_1(T) + (1 + \beta) \dot{x}_2(T) \quad (3.210)$$

Există deci două valori ale lui  $A$  care satisfac condiția (3.207). Acestea sunt:

$$[A_1 - x_1(T)][A_2 - x_1(T)] = (1 + \beta)x_2(T)\dot{x}_1(T) \quad (3.211)$$

unde:

$$\begin{cases} a_k = \frac{a_0}{A_1 - A_2} [A_1 A_2 (A_2^{k-1} - A_1^{k-1}) + x_1(T)(A_1^k - A_2^k)] + \\ \frac{b_0}{A_1 - A_2} (A_1^k - A_2^k) x_2(T) + C; \\ b_k = \frac{a_0}{A_1 - A_2} [(A_1^k - A_2^k)(1 + \beta)\dot{x}_1(T)] + \\ \frac{b_0}{A_1 - A_2} [(A_1^{k+1} - A_2^{k+1}) - (A_1^k - A_2^k)x_1(T)] + D; \end{cases} \quad (3.212)$$

Constantele  $C, D$ , au expresiile:

$$\begin{cases} C = \frac{x_2(T)}{A_1 - A_2} \left[ v_1(A_1^{k-1} - A_2^{k-1}) + v_2(A_1^{k-2} - A_2^{k-2}) + \dots \right], \\ D = \frac{1}{A_1 - A_2} \left[ v_1(A_1^k - A_2^k) + v_2(A_1^{k-1} - A_2^{k-1}) + \dots \right] - C \frac{x_1(T)}{x_2(T)} v \end{cases} \quad (3.212')$$

Având în vedere relațiile anterioare se poate face o analiză a rezultatelor.

a) Dacă termenul liber al ecuației (3.209) îndeplinește condiția:

$$0 < (1 + \beta) e^{-2\xi T} < 1 \quad (3.213)$$

adică produsul rădăcinilor este pozitiv, însă subunitar.

Pentru:

$$|\lambda| = 2\sqrt{1 + \beta} e^{-2\xi T}, \quad (3.214)$$

ambele rădăcini sunt complex conjugate, având modulul mai mic decât unu.

Deci:

$$A_1 = \rho e^{i\alpha}; \quad A_2 = \rho e^{-i\alpha}; \quad \rho = \sqrt{1 + \beta} e^{-\xi T} < 1 \quad (3.215)$$

$$\cos\alpha = \lambda/2\rho$$

În lipsa salturilor ( $v=0$ ) mișcarea va fi asimptotic stabilă, în timp ce în cazul existenței salturilor mișcarea va fi stabilă ( $a_k$  și  $b_k$  nu tind spre zero, însă rămân limitate).

Pentru:

$$|\lambda| = 2\sqrt{1 + \beta} e^{-\xi T} \quad (3.216)$$

rădăcinile ecuației (3.209) sunt egale în valoare absolută, însă mai mici decât unu.

Dacă:

$$2\sqrt{1 + \beta} e^{-\xi T} < |\lambda| < 1 + (1 + \beta) e^{-2\xi T}, \quad (3.217)$$

atunci rădăcinile ecuației (3.209) sunt reale, având modulul mai mic decât unu.

Rezultă aceleași concluzii cu privire la stabilitatea mișcării, ca și în cazul anterior.

Dacă:

$$|\lambda| = 1 + (1 + \beta) e^{-2\xi T}, \quad (3.218)$$

una din rădăcini are modulul egal cu unu și cealaltă mai mică decât unu.

Stabilirea mișcării depinde de valorile lui  $v_s$ .

Pentru  $v_s = ct.$  și  $\lambda > 0$ , valorile lui  $a_k$  și  $b_k$  cresc nelimitat, adică mișcarea este instabilă.

La  $v_s = (-1)^s ct.$  și  $\lambda > 0$ , mișcarea este stabilă.

Pentru  $v_s = (-1)^s ct.$  și  $\lambda < 0$ , mișcarea va fi instabilă.

Pentru  $v_s = 0$  și  $\lambda < 0$ , sau  $\lambda > 0$  mișcarea este stabilă.

Dacă:

$$|\lambda| > 1 + (1 + \beta) e^{-2\xi T}, \quad (3.219)$$

atunci ambele rădăcini sunt reale, una fiind mai mare și cealaltă mai mică decât unu. Mișcarea este instabilă în acest caz.

b) Dacă termenul liber al ecuației (3.209) îndeplinește condiția:

$$(1 + \beta) e^{-2\xi T} = 1 \quad (3.220)$$

atunci produsul rădăcinilor este egal cu unu.

Pentru:

$$|\lambda| < 2 \quad (3.221)$$

ambele rădăcini sunt complex conjugate și au modulul egal cu unitatea.

Dacă  $v_s = 0$  atunci soluția este stabilă. Ea va fi stabilă și atunci când  $v_s = ct.$

Dacă valorile lui  $v_s$  sunt arbitrare, atunci soluția poate fi atât stabilă cât și instabilă.

Pentru:

$$\lambda = 2 \quad (3.222)$$

mișcarea este instabilă atât pentru  $v_s = 0$ , cât și pentru  $v_s \neq 0$ . Numai când  $x_1(T) = 1$ , și  $\dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = 0$ , mișcarea va fi stabilă.

Pentru:

$$\lambda = -2 \quad (3.223)$$

mișcarea este instabilă la  $v_s = 0$  și  $v_s \neq 0$ . Numai pentru  $v_s = 0$ ,  $x_1(T) = -1$ , și  $\dot{x}_1(T) = \dot{x}_2(T) = 0$ , mișcarea va fi stabilă.



Pentru:

$$|\lambda| > 2 \quad (3.224)$$

rădăcinile sunt reale și distincte. Mișcarea în acest caz va fi instabilă.

c) Dacă termenul liber al ecuației (3.209) îndeplinește condiția:

$$(1+\beta) e^{-2\xi T} > 1 \quad (3.225)$$

la orice valoare a lui  $\lambda$ , soluția este instabilă.

d) Dacă termenul liber al ecuației (3.209) îndeplinește condiția:

$$(1+\beta) e^{-2\xi T} < 0 \quad (3.226)$$

soluția este stabilă dacă:

$$|\lambda| < (1+\beta) e^{-2\xi T} + 1 \quad (3.227)$$

Salturile proporționale cu valorile lui  $\dot{x}$  (în momentul ce precede saltul), deplasează zonele de stabilitate.

Dacă lipsesc salturile, adică  $\beta=0$ , soluția va fi stabilă la:

$$|x_1(T) + \dot{x}_2(T)| < 1 + e^{-2\xi T} \quad (3.228)$$

În cazul existenței salturilor, pentru stabilitate este necesar ca:

$$|x_1(T) + (1+\beta)\dot{x}_2(T)| < 1 + (1+\beta) e^{-2\xi T} \quad (3.228')$$

### 3.5.4.2. Rezolvarea ecuației diferențiale neomogene cu coeficienți periodici.

Se consideră ecuația diferențială:

$$\ddot{x} + 2\xi \dot{x} + q(t)x = F(t) \quad (3.229)$$

unde  $F(t)$  este o funcție cu aceeași perioadă  $T_1$  ca și  $q(t)$ .

Funcția căutată trebuie să satisfacă condiția saltului (3.199).

Soluția ecuației (3.229), pentru intervalul  $0 < t < T$ , va fi de forma:

$$x(t) = a_0 x_1(t) + b_0 x_2(t) + X(t) \quad (3.230)$$

unde  $x_1(t)$  și  $x_2(t)$  sunt soluțiile ecuației omogene care satisfac condițiile (3.200), iar  $X(t)$ , soluția periodică particulară a ecuației neomogene.

Admitem că [5]:

$$X(t) = \Phi(t) + C_1 x_1(t) + C_2 x_2(t) \quad (3.231)$$

unde  $\Phi(t)$  este soluția ecuației (3.229), care este continuă împreună cu prima derivată a sa.

Constantele  $C_1$  și  $C_2$  se determină din condițiile:

$$x(0)=x(T); \quad \dot{x}(0)=\dot{x}(T) \quad (3.232)$$

rezultând:

$$\begin{cases} C_1 = \frac{[\Phi(0) - \Phi(T)][\dot{x}_2(T) - 1] - [\dot{\Phi}(0) - \dot{\Phi}(T)]x_2(T)}{1 - x_1(T) - \dot{x}_2(T) + e^{-2\xi T}}, \\ C_2 = \frac{[\dot{\Phi}(0) - \dot{\Phi}(T)][x_1(T) - 1] - [\Phi(0) - \Phi(T)]\dot{x}_1(T)}{1 - x_1(T) - \dot{x}_2(T) + e^{-2\xi T}} \end{cases} \quad (3.233)$$

Se vede că numai pentru:

$$x_1(T) + \dot{x}_2(T) = 1 + e^{-2\xi T} \quad (3.234)$$

nu se poate alege funcția  $X(t)$ , care să satisfacă condițiile de periodicitate. Rezultă că parametrii sistemului se găsesc la limita dintre stabilitate și instabilitate.

Constantele  $a_0$  și  $b_0$  din (3.230) se determină din condițiile inițiale, la  $t=0$ ,  $x=x_0$ ,  $\dot{x}=\dot{x}_0$ , rezultând:

$$a_0 = x_0 - F(0); \quad b_0 = \dot{x}_0 - \dot{F}(0) \quad (3.235)$$

Soluția pentru cel de al doilea interval este:

$$x = a_1 x_1(t) + b_1 x_2(t) + F(t) \quad (3.236)$$

Dacă se ține seama de periodicitatea funcției  $F(t)$ , atunci:

$$\begin{cases} a_1 = a_0 x_1(T) + b_0 x_2(T); \\ b_1 = a_0(1 + \beta)\dot{x}_1(T) + b_0(1 + \beta)\dot{x}_2(T) + v_1 + \beta F(T) \end{cases} \quad (3.237)$$

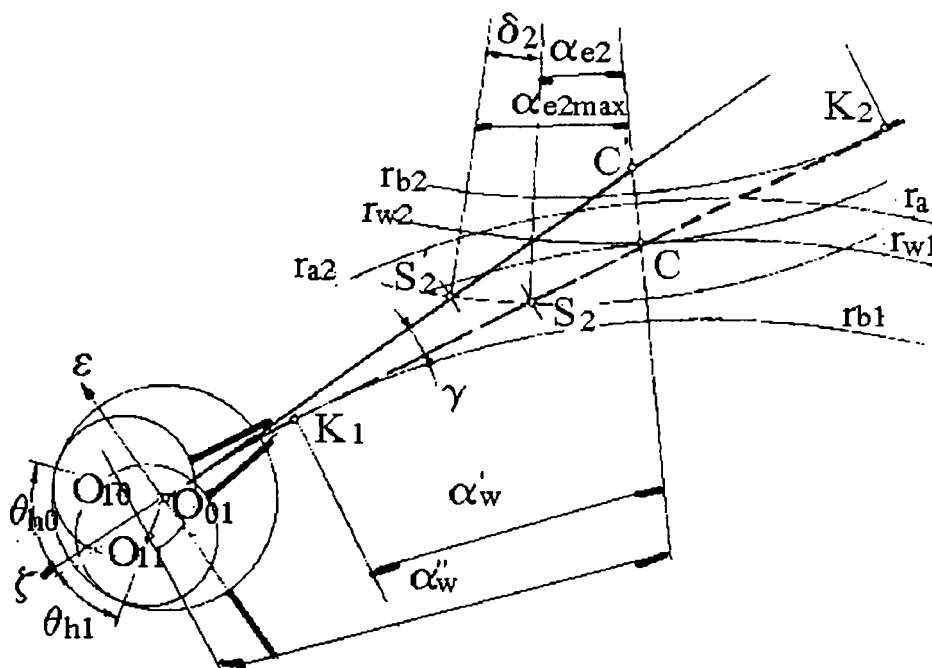
Dacă se înlocuiește termenul  $v_1 + \beta \dot{F}(T)$  din relația (3.237) cu  $v_1$ , se obține o relație identică cu (3.201). De aceea concluziile stabilite pentru ecuația (3.198) rămân valabile și pentru ecuația (3.230).

### 3.6. CIOCNIREA ÎN CUPLELE DE ROTAȚIE

#### 3.6.1. Erori dinamice

În cazul studierii fenomenelor de ciocnire, un interes deosebit îl prezintă studierea comportării elementelor din cupla cinematică în cazul modificării “instantanee” a forțelor

Am presupus că într-o poziție oarecare a mecanismului, determinată prin unghiul  $\alpha_{e2}$ , valoarea vectorului forței exterioare se modifică “instantaneu” atunci când forța respectivă efectuează o mișcare relativă suplimentară, admisă de jocul din cuplă. În această poziție a mecanismului, până la modificarea instantanee a forței exterioare, poziția relativă a elementelor cuplei cinematice este dată prin unghiul,  $\theta_{h1} = \arctg \mu$ ,  $\mu$  fiind coeficientul de frecare din cuplă. Modelul propus este prezentat în figura 3.24.



**Fig. 3.24.** Ciocnirea din cupla de rotație (cazul ciocnirii de muchie)

Totodată pentru simplificare, acceptăm că în această poziție  $\Delta h = \frac{j}{2}$ ,  $j$  reprezentând jocul diametral, iar forța radială redusă,  $F_N$ , se echilibrează cu reacțiunea elementului 1 asupra elementului 2:

$$F_N = F_N^0 \sqrt{1 + \mu^2} \quad (3.238)$$

unde

$$F_N^0 = \frac{M_{t1}}{r_{b1} - \mu \left( r_{b1} \operatorname{tg} \alpha'_w - r_{a2} \frac{\sin \alpha_{e2}}{\cos \alpha'_w} \right)} \quad (3.239)$$

Forța tangențială redusă:

$$F_T = F_N \cdot \cos \alpha'_w. \quad (3.240)$$

impune mișcarea relativă a elementului 1 în raport cu elementul 2.

Presupunem, că datorită modificării instantanee a vectorului forței, forța radială redusă și-a schimbat direcția și este dirijată spre centrul  $O_0$ .

Această forță radială din cupla cinematică se determină cu relația:

$$F_{N1} = F_{N1}^0 \sqrt{1 - \mu^2} \quad (3.238')$$

unde:

$$F_{N1}^{0'} = \frac{M_{t1}}{r_{b1} - \mu \left( r_{b1} \operatorname{tg} \alpha''_w - r_{a2} \frac{\sin \alpha_{e2\max}}{\cos \alpha''_w} \right)} \quad (3.239')$$

provoacă o accelerație normală mai mare a punctului  $O_1$  în raport cu  $O_0$ . Raza curburii traiectoriei punctului  $O_{11}$  în raport cu  $O_0$  se micșorează instantaneu și practic devine egală cu zero. Punctul  $O_1$  începe mișcarea pe dreapta LL, care coincide cu direcția rezultantei forțelor,  $F_{N1}$  și  $F_T$ , respectiv în direcția forței:

$$P_1 = \sqrt{F_{N1}^2 + F_T^2}. \quad (3.241)$$

Astfel elementul 2 se va mișca liber în raport cu elementul 1 și vine din nou în contact cu el în punctul  $O_{10}$  caracterizat prin coordonatele  $(\Delta h, \theta_{h0})$ .

Direcția de deplasare a punctului  $O_1$  în raport cu  $O_0$  formează cu axa  $\varepsilon_k \varepsilon_k$  unghiul  $\gamma$ , având valoarea:

$$\gamma = \theta_{h1} + \beta - \pi/2 \quad (3.242)$$

unde,

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F_{N1}}{F_T} \quad (3.242')$$

Totodată, între coordonatele  $\zeta_h$  și  $\varepsilon_h$  există următoarea relație:

$$\zeta_h = \varepsilon_h \operatorname{tg} \gamma \quad (3.243)$$

Stabilim poziția curentă a punctului  $O_1$  pe dreapta LL în raport cu poziția lui inițială prin segmentul  $l_h$ .

Masa redusă a sistemului va fi:

$$m^{\text{red}} = \frac{m_1^{\text{red}} m_2^{\text{red}}}{m_1^{\text{red}} + m_2^{\text{red}}}; \quad (3.244)$$

unde:

$$m_1^{\text{red}} = \frac{J_1}{r_{b1}^2}; \quad m_2^{\text{red}} = \frac{J_2}{r_{b2}^2} \quad (3.244')$$

reprezintă masele roților dințate, reduse la cercurile de bază.

Datorită mărimii segmentului  $l_h$ , se poate considera că masa redusă nu depinde de  $l_h$ . Având în vedere această condiție, viteza deplasării punctului  $O_1$  pe dreapta LL se determină din [105]:

$$d/d\alpha[m^{\text{red}} \cdot v_1] = 1/\omega P_1 \quad (3.245)$$

Rezultă :

$$v_1 = 1 / m^{\text{red}} \cdot \int P_1 d\alpha / \omega - (m_1^{\text{red}} / m^{\text{red}}) v_{11} \quad (3.246)$$

unde,  $m_1^{\text{red}}$  și  $v_{11}$  sunt, masa redusă și viteza punctului  $O_1$ , pe direcția LL, în acea poziție a manivelei la care sistemul forțelor exterioare s-a modificat “instantaneu”.

Această viteză se poate calcula ușor cunoscând vitezele coordonatelor suplimentare, cunoscute pentru această poziție:

$$v_{11} = \frac{\omega_1 \cdot r_{b1} \omega}{\cos \gamma} \quad (3.247)$$

Poziția punctului  $O_1$  pe linia LL, la diferite valori ale unghiului  $\alpha$  se determină din:

$$l_h = \int v_1 d\alpha / \omega \quad (3.248)$$

Elementele cuplei cinematice revin din nou în contact în acel moment când punctul  $O_1$  ajunge în poziția  $O_{1o}$ , determinată de :

$$\theta_{ho} = \pi/2 - (\gamma + \beta) \quad (3.249)$$

Deplasarea totală a punctului  $O_1$  pe linia LL este egală cu:

$$L_h = 2\Delta h \sin[(\theta_{h1} + \theta_{ho})/2] = 2\Delta h \cos\beta \quad (3.250)$$

Din ecuația (3.248) se determină valoarea  $\alpha_{e2max}$  a coordonatei de bază  $\alpha$ , în acel moment când elementele 1 și 2 vin în contact:

$$2\Delta h \cos\beta = \int v_1 d\alpha / \omega \quad (3.251)$$

Din (3.246) se determină viteza  $v_{1o}$  a punctului  $O_1$ , în acest moment:

$$v_{1o} = 1/ m_0^{red} \int P_1 d\alpha / \omega - (m_1^{red} / m_0^{red}) v_{11} \quad (3.252)$$

Datorită mărimii reduse a jocului, unghiurile  $\alpha_{e2}$  și  $\alpha_{e2max}$  diferă puțin unul față de altul, iar modificarea masei reduse și a forței reduse, între aceste două poziții ale manivelei, este atât de mică, încât pot fi considerate ca fiind constante. Se poate accepta ca mărime de calcul valoarea lor la  $\alpha = \alpha_{e2}$ . Dacă luăm în considerare și faptul că în intervalul,  $\alpha_{e2} < \alpha < \alpha_{e2max}$ , viteza unghiulară a manivelei se poate considera ca fiind constantă, atunci valoarea vitezei  $v_{1o}$ , în momentul intrării în contact a elementelor 1 și 2 se stabilește prin:

$$v_{1o} = \sqrt{\frac{4P_1}{m^{red}} \Delta h \cos^2 \beta + v_{11}^2} \quad (3.253)$$

Vitezele coordonatelor suplimentare în momentul intrării în contact al elementelor se calculează cu:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_{1o} = v_{1o} \cos \gamma; \\ \dot{\zeta}_{1o} = v_{1o} \sin \gamma \end{cases} \quad (3.254)$$

Calculul accelerațiilor coordonatelor suplimentare în această poziție a mecanismului nu comportă greutăți deosebite.

Eroarea unghiulară de poziție, ( $\alpha_{e2max}$ ), se poate determina cu ajutorul relației:

$$\alpha_{e2 \max} = \frac{S_2' S_2 + r_{a2} \cdot \alpha_{e2}}{r_{a2}} \quad (3.255)$$

Mărimea arcului de angrenare ( $S_2' S_2$ ) se stabilește în raport cu erorile pasului de bază ( $\Delta p$ ) și deformației ( $\delta$ )

$$S_2' S_2 = \delta r_{a2} \quad (3.256)$$

unde:

$$\begin{cases} \delta = \sqrt{\frac{2\Delta}{a \cdot \sin \alpha_w'}} \sqrt{\frac{a \cdot \sin \alpha_w' - (r_{a1}^2 - r_{b1}^2)^{\frac{1}{2}}}{(r_{a1}^2 - r_{b1}^2)^{\frac{1}{2}}}}; \\ \Delta = f_0 + \Delta p \end{cases} \quad (3.256')$$

Deformația dinților,  $f_0 = f_{i1} + f_{i2} + f_h$ , constă din deformația la încovoiere ( $f_{i1,2}$ ) și din deformația hertziană ( $f_h$ )

Parametrul  $\alpha_{e2}$  se calculează cu ajutorul relației:

$$\cos(\alpha_w' + \alpha_{e2}) = \left[ 1 - \frac{r_{a2} - \left( a - \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_w'} \right)}{r_{a2}} \right] \cos \alpha_w' \quad (3.257)$$

Raportul de transmitere instantaneu va fi :

$$i_w = \frac{z_{1+z_2}}{z_1} \cdot \frac{\cos \alpha_w''}{\cos \alpha_0} \left( \left( 1 + \frac{\Delta a}{m z_{1+z_2}} \right) - 1 \right) \quad (3.258)$$

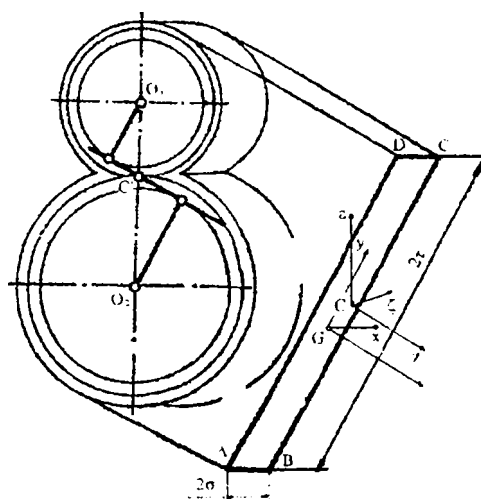
în care :

$$\begin{cases} \Delta a = a_0 \left( \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha_w'} - 1 \right); \\ \sin(\alpha_w'' + \gamma) = \frac{r_{b1}}{r_{a2}} \cdot \frac{\cos \gamma}{\sin \alpha_{e2 \max}}; \\ \operatorname{ctg} \gamma = \frac{\sin \alpha_{e2 \max}}{\frac{a}{r_{a2}} - \cos \alpha_{e2 \max}} \end{cases} \quad (3.258')$$

Raportul instantaneu de transmitere se modifică odată cu apropierea punctului de contact de linia de angrenare, când devine egal cu cel nominal.(fig.3.19)

### 3.6.2. Poziția centrului de percuție

Angrenajul format din cele două roți dințate am propus să fie asimilat cu o placă ale cărei puncte de pe ambele fețe vibrează toate în fază în direcția liniei de angrenare. Stabilirea dimensiunilor plăcii pentru modelul propus s-a realizat prin proiectarea angrenajului pe un plan perpendicular pe linia de an\_renare. fi\_3.25.



**Fig. 3.25.** Centrul de percuție

Placa dreptunghiulară ABCD, are dimensiunile:

$$AB = 2\sigma = b ; \quad CD = 2\tau = 1,93969a + 2m \quad (3.259)$$

Ecuția elipsei de inerție în raport cu axele principale va fi:

$$\frac{x^2}{i_1^2} + \frac{y^2}{i_2^2} = 1 \quad (3.260)$$

Dreapta centrelor de percuție relativă la punctul C (X, Y) este [175]:

$$3 \frac{x \cdot X}{\sigma^2} + 3 \frac{y \cdot Y}{\tau^2} + 1 = 0 \quad (3.261)$$



Variabilele  $x, y$  reprezintă coordonatele centrului de percuție în raport cu centrul de masă  $G$ .

Dacă se alege punctul  $C$  astfel ca:

$$-1 \leq \frac{\sigma^2}{\tau} \cdot \frac{3Y \pm \tau}{3X} \leq 1, \quad (3.262)$$

atunci dreapta centrelor de percuție intersectează laturile  $AB$  și  $CD$ , și deci se poate considera ecuația conturului plăcii ca fiind:

$$F(x, y) = y^2 - \tau^2 = 0 \quad (3.263)$$

Rezolvând sistemul de ecuații (3.261) și (3.263), coordonatele centrelor de percuție extreme,  $A_1$  și  $A_2$  sunt:

$$x_{1,2} = \pm \frac{\sigma^2}{\tau} \cdot \frac{3Y \pm \tau}{3X} \quad y_{1,2} = \pm \tau, \quad (3.264)$$

Valorile corespunzătoare ale lui  $K$ , ( $K = \text{ctg } \gamma$ ) care satisfac inegalitățile

$$-\frac{\tau}{\sigma} \leq \frac{1}{K_{1,2}} \leq \frac{\tau}{\sigma} \quad (3.265)$$

sunt:

$$K_{1,2} = \frac{3X}{3Y \pm \tau}, \quad (3.266)$$

Având în vedere că:

$$F(0,0) \quad F\left(0, \frac{b^2}{Y}\right) = \frac{\tau^2}{Y^2} \left(Y^2 - \frac{\tau^2}{9}\right) \quad (3.267)$$

rezultă pentru  $K$  valorile:

$$K_1 \leq K \leq K_2 \quad \text{dacă} \quad -\frac{\tau}{3} \leq Y \leq \frac{\tau}{3} \quad (3.268)$$

și

$$\left\{ \begin{array}{l} K \leq K_1 \\ K \geq K_2 \end{array} \right\} \quad \text{dacă:} \quad Y \leq -\frac{\tau}{3} \quad \text{sau:} \quad Y \geq \frac{\tau}{3} \quad (3.269)$$

## CAPITOLUL 4

### 4. MONITORIZAREA VIBROPERCUȚIILOR ÎN ANGRENAJE

#### 4.1. STAND PENTRU TESTARE

Pentru studiul vibropercuțiilor la nivel de sursă sau efect direct, angrenajul de cercetat se plasează pe un stand cu caracteristici ridicate de silențiozitate, care permite analiza sistematică și unitară a erorilor cinematice și dinamice în condiții quasistatice și dinamice de funcționare, conservându-se baza de măsurare.

Vibrațiile datorate unor defecte în angrenaje pot fi detectate, practic, pe orice direcție de măsurare (orizontală, verticală, sau axială).

Studiul experimental al vibropercuțiilor din angrenajele cilindrice s-a efectuat pe standul proiectat și realizat de autor, prezentat în figura 4.1.

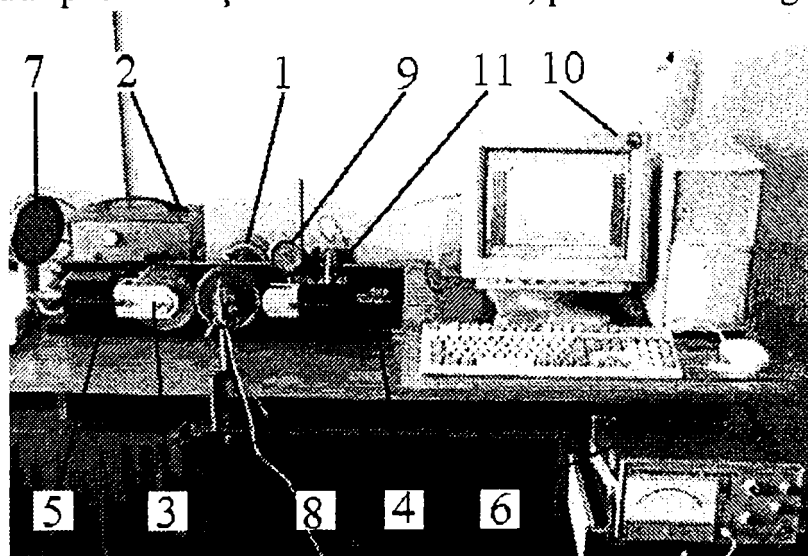
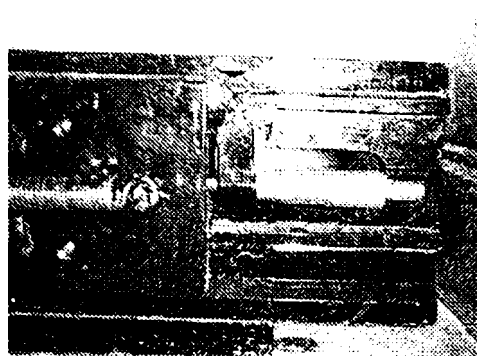


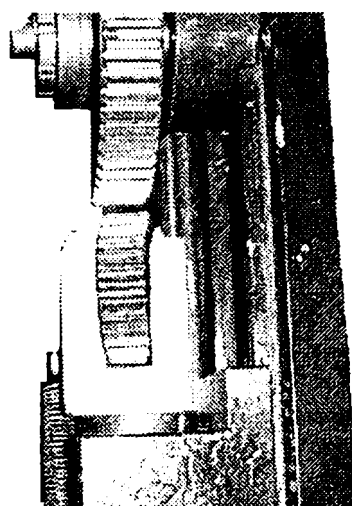
Fig.4.1. Stand experimental

Pe acest stand se pot testa angrenaje a căror distanță dintre axe este cuprinsă între 70mm și 135mm. Distanța dintre axe poate fi reglată, în limitele câmpului de toleranță, cu o precizie de 0,01mm, cu ajutorul șuruburilor micrometrice (4). (detaliul din figura 4.2.).



**Fig.4.2.** Șurub micrometric

Prin folosirea unor săni mobile (3), este posibilă mărirea gamei de distanțe dintre axe peste cota de 135 mm, până la 250 mm, prin deplasarea acestora pe ghidajul batiului. Montarea roților dințate pe săniile mobile s-a realizat printr-o cuplă cinematică de clasa a-IV-a care permite, atât o deplasare axială, cât și o înclinare a axei roții dințate în plan vertical. Dispozitivul permite posibilitatea de a modifica jocul la fund dintre dinții aflați în angrenare, cât și o anumită abatere controlată de la paralelism în plan vertical a axelor roților dințate (fig. 4.3.).



**Fig.4.3.** Cupla cinematică C<sub>4</sub>

Menținerea în contact a dinților roților dințate și implicit a distanței dorite dintre axe, se realizează printr-un arc de tracțiune (5), iar păstrarea unghiului de înclinare a axei se obține prin blocarea cuplei cinematice. Reglarea și controlul acestor mărimi se face cu ajutorul șuruburilor micrometrice (4), respectiv cu al comparatorului (9).

Testele se fac pentru o gamă de turație cuprinsă între 0 și 1500 rot/min. Motorul de antrenare este un motor de curent cotinuu (1), reglarea turației putându-se realiza prin intermediul unui variator de turații (2). Măsurarea turației se face utilizând un stroboscop cu două căi (6), fie cu ajutorul lămpii stroboscopice (7), fie cu un traductor inductiv (8).

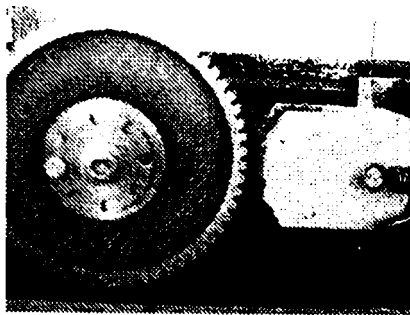
Prin deplasarea celor două sănii mobile pe ghidaj, pinionul montat pe axul motor printr-un cuplaj elastic (care atenuează șocurile și vibrațiile mecanismului de antrenare), poate angrena, pe rând, cu fiecare dintre roțile dințate montate pe cele două sănii mobile sau simultan. Roțile dințate conduse pot avea același număr de dinți cu al pinionului, realizându-se astfel un raport de transmitere  $i=1$ , sau diferit realizându-se un raport de transmitere  $i \neq 1$ .

Standul permite testarea în regim dinamic a unor roți dințate cu modificări de profil (de tip flancare de cap și de picior), cu abateri sistematice ale pasului de bază, sau cu anumite defecte impuse. (fig.4.4.)



**Fig.4.4.**Roți cu defecte

Studiul influenței excentricității asupra vibrațiilor din angrenaj se realizează prin impunerea unor anumite valori ale excentricității cu ajutorul unei bucse excentrice cu opt poziții distincte (fig.4.5.).



**Fig.4.5.** Bucșa excentrică

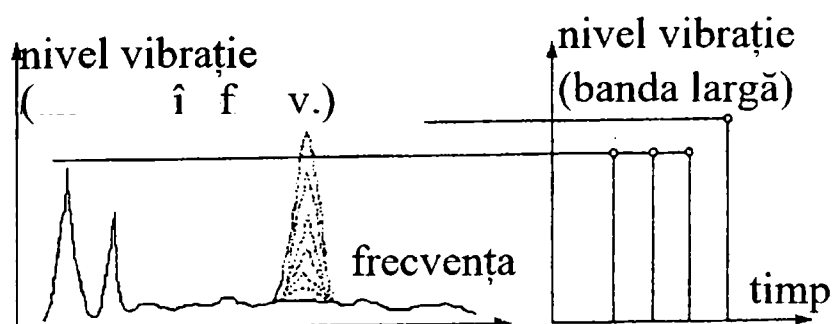
Standul permite testarea unei game largi de roți dințate cu defecte impuse precum și analiza unor soluții de atenuare a vibrațiilor.

Semnalul de vibrație conține multe informații referitoare la starea de funcționare a angrenajelor cu roți dințate.

## 4.2. TEHNICI DE MĂSURARE

Analizând global sistemele de instrumente pentru măsurarea vibrațiilor se observă că acestea pot fi grupate în trei clase mari :

*Clasa 3:* integrator de vibrații ce indică nivelul “bandă largă” al vibrației într-o singură bandă de frecvență. Metoda care utilizează aceste sisteme de instrumente pentru măsurarea vibrațiilor este larg răspândită deoarece, cele mai multe standarde, se referă la acest tip de vibrație (bandă largă). Este însă limitată deoarece nu permite efectuarea unei diagnoze a vibrațiilor (fig. 4.6.)



**Fig.4.6.** Nivelul vibrației

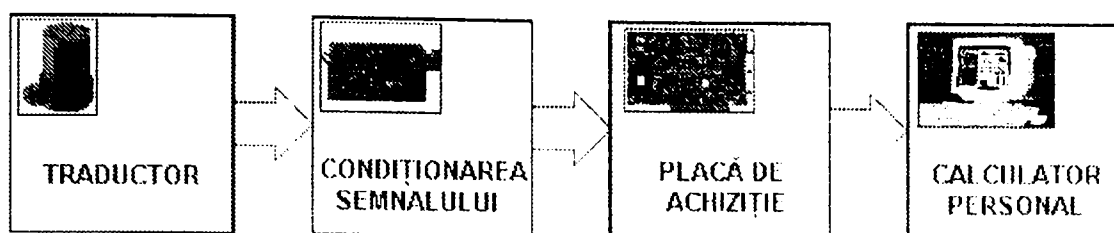
*Clasa 2:* folosește două nivele de instrumentație. În prima fază, aparatele din clasa 3 sunt folosite până când indică o depășire a nivelelor maxime standardizate, sau o modificare drastică a nivelelor anterior măsurate. În acest moment, intră în acțiune un analizor de vibrație cu care se analizează spectrul de vibrație măsurat. Acest spectru este comparat cu cel de referință, măsurat când mașina era în stare bună. Se observă însă că această procedură oferă numai două curbe, pe curba de evoluție, ceea ce este prea puțin pentru a putea realiza o predicție corectă și precisă.

*Clasa 1:* cuprinde aparatura pentru efectuarea unei analize complete de fiecare dată. Astfel, se pot obține toate informațiile despre starea mașinii, împreună cu cea mai precisă predicție. Această clasă include și sisteme fixe de urmărire continuă a nivelului de vibrație.

Toate aceste aparate sunt folosite la măsurarea periodică a nivelului de vibrație. Pe lângă acestea, mai există sisteme fixe de urmărire continuă a nivelului de vibrație. Aceste sisteme folosesc traductoare fixe montate pe utilaj, monitoare de panou și de obicei, sunt controlate de un computer central, care realizează gestionarea datelor, diagnoza, predicția și alarmarea.

### **4.3. SISTEMUL DE ACHIZIȚIE AL DATELOR**

O modalitate din ce în ce mai răspândită astăzi pentru măsurare, testare și control industrial constă în utilizarea unui calculator personal cu extensii de magistrală corespunzătoare. Obținerea unor rezultate corecte cu ajutorul unui sistem de achiziție a datelor dotat cu calculator personal depinde de fiecare element al sistemului. Un astfel de sistem, prezentat în figura 4.7., este compus din: calculator personal, traductoare, circuite de condiționare a semnalelor, hardware de achiziție a datelor și software specializat.



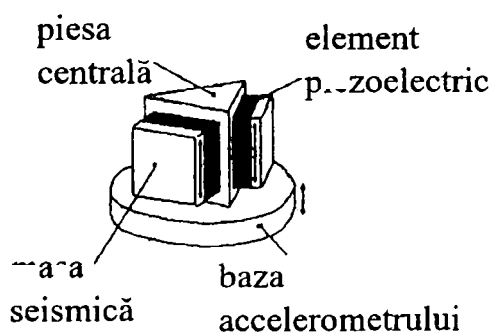
**Fig.4.7.** Sistem de achiziție al datelor

### 4.3.1. Traductoare de vibrații

În principiu, determinarea vibrațiilor presupune măsurarea unuia dintre cei trei parametri caracteristici: amplitudinea, viteza sau accelerația mișcării corpului care vibrează. Cunoscând unul dintre acești parametri se pot deduce ceilalți doi prin operații de derivare sau integrare. Deoarece din punct de vedere al procesării semnalului, integrarea este mai avantajoasă decât derivarea, în tehnică se preferă măsurarea accelerației. Un alt avantaj îl constituie faptul că traductoarele de accelerație sau accelerometrele nu necesită un sistem de referință.

Una dintre cele mai răspândite soluții constructive pentru accelerometre are la bază fenomenul piezoelectric, care constă în proprietatea unor cristale fără centru de simetrie de a genera sarcini electrice pe fețele acestora, când sunt supuse la solicitări de întindere sau compresiune. Cantitatea de sarcină electrică  $Q$  este proporțională cu mărimea forței  $F$  ce produce deformația.

În cadrul experimentărilor se folosesc traductoare piezoelectrice de compresie. Un astfel de traductor este arătat în figura 4.8.

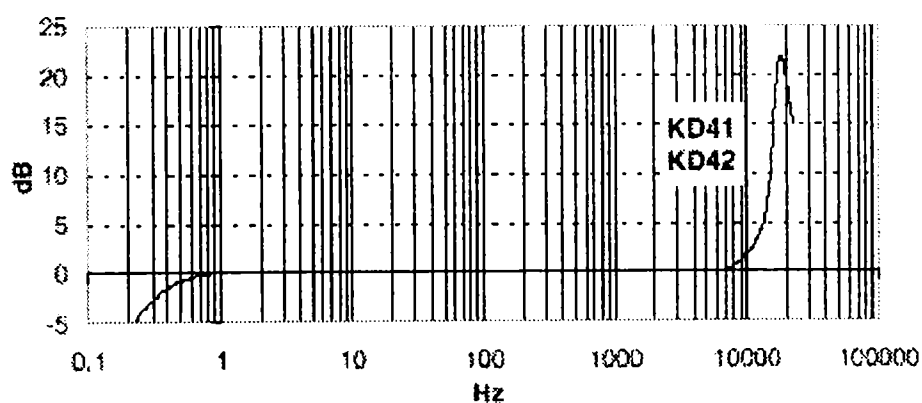


**Fig.4.8.** Traductor piezoelectric

Elementele active ale accelerometrului sunt cristale piezoelectrice. Acestea acționează ca niște arcuri ce fac legătura între baza accelerometrului și masele seismice, prin intermediul piesei centrale prismatice. Când accelerometrul vibrează, asupra fiecărui elemente piezoelectric acționează o forță egală cu produsul dintre accelerația masei seismice și masa ei. Masele seismice fiind constante, rezultă că sarcina electrică produsă este proporțională cu accelerația maselor seismice. Cum acestea au aceeași accelerație (amplitudine și fază) ca și baza accelerometrului, într-un domeniu foarte larg de frecvențe, semnalul de ieșire al accelerometrului este proporțional cu accelerația bazei și deci cu accelerația suprafeței pe care este montat accelerometrul.

Traductorul KD42 utilizat are o sensibilitate  $B_{qa} = 140$  [pC/g] care exprimă legătura dintre accelerația măsurată și semnalul electric generat.

O altă caracteristică importantă a traductorului este răspunsul în amplitudine, prezentat în figura 4.9. Se observă că domeniul de liniaritate este cuprins între 1Hz și 10 kHz, interval în care trebuie să se găsească și frecvențele vibrațiilor mecanice măsurate.



**Fig.4.9.**Diagrama reprezentând domeniul de liniaritate a traductorului KD42, folosit pentru măsurarea accelerațiilor

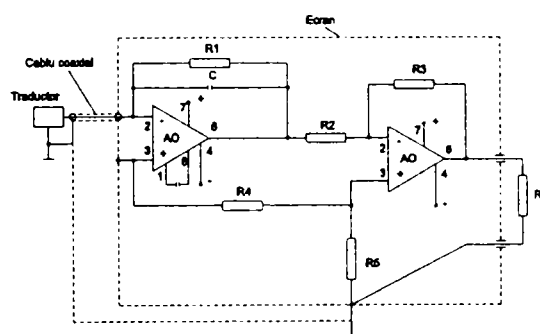
Ultima realizare în domeniul accelerometrelor o constituie tipul **DeltaTron.**, acestea având încorporate preamplificatoare ce elimină necesitatea folosirii unor amplificatoare de sarcină separate.



### 4.3.2. Condiționarea semnalului

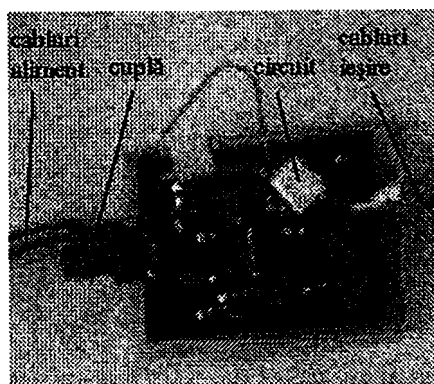
Circuitele de măsurare pentru traductoarele piezoelectrice ridică o serie de probleme începând cu cablul de conectare, care introduce o rezistență de izolație și o capacitate parazită. Un alt factor perturbator este fenomenul triboelectric, prin care se produc sarcini electrice ca urmare a frecărilor dintre izolator și metal, din cauza îndoirilor, șocurilor și vibrațiilor. Filtrarea acestor zgomote printr-un amplificator de tensiune este o soluție rigidă, deoarece etalonarea schemei se face numai pentru un cablu dat, iar modificarea unor parametri externi pot introduce erori importante.

Eliminarea acestor neajunsuri se face cu ajutorul unor amplificatoare de sarcină, mai exact convertoare de sarcină-tensiune, cu schema prezentată în figura 4.10.



**Fig.4.10.** Schemă amplificator de sarcină

Cele două amplificatoare operaționale au fost ecranate pentru a reduce nivelul tensiunilor perturbatoare. Tensiunea măsurată utilizând acest circuit va fi proporțională cu accelerația.



**Fig.4.11.** Circuit de interfață al traductorului

La realizarea practică a circuitului de condiționare a semnalului din figura 4.11, trebuie avut în vedere că acesta se comportă ca și un filtru de semnal. Componentele electronice trebuie alese în așa fel încât să nu se elimine frecvențele utile, în special cele joase, corespunzătoare modurilor proprii de vibrație ale structurii mecanice testate. Relația de legătură între accelerație și tensiunea măsurată la ieșirea din circuitul de condiționare se deduce pornind de la formula schemei scrisă în domeniul operațional

$$U(s) = L[U(t)] = \frac{Q}{C} \frac{sR_1 C}{1 + sR_1 C} \frac{R_3}{R_2}, \quad (4.1)$$

unde  $U(s)$  este tensiunea în domeniul operațional,  $U(t)$  tensiunea în domeniul de timp, iar  $L$  este operatorul de transformare Laplace. Trecând în domeniul frecvență se obține

$$U(j\omega) = \frac{Q}{C} \frac{j\omega R_1 C}{1 + j\omega R_1 C} \frac{R_3}{R_2}, \quad (4.2)$$

formulă în care se impune ca:  $|j\omega R_1 C| = \omega R_1 C > 2,3$ , pentru a satisface condiția de liniaritate a răspunsului în amplitudine al amplificării. Rezultă în final:

$$U = \frac{Q}{C} \frac{R_3}{R_2} = \frac{B_{qa} a}{C} \frac{R_3}{R_2}. \quad (4.3)$$

Înlocuind valorile numerice în relația (4.3) se obține formula de legătură dintre amplitudinea tensiunii măsurate și amplitudinea accelerației care o determină  $a = 256U$ .

### 4.3.3. Placa de achiziție

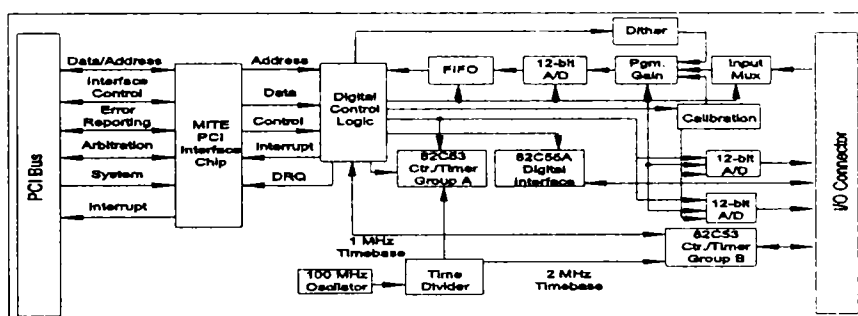
Înregistrarea sau memorarea semnalelor continue provenite de la traductoare se poate realiza numai în mod discret, la anumiți pași de timp și într-un interval de observație stabilit. Valorile discrete obținute, aproximează semnalul continuu cu o acuratețe care se exprimă prin rata de eșantionare. Transformarea semnalului continuu într-o serie de valori discrete se realizează

cu ajutorul unor circuite electronice specializate numite și plăci de achiziție, care sunt de fapt convertoare analog-digitale ce se interpun între traductor și calculator.

Sistemul de achiziție al datelor realizat, se bazează pe placa de achiziție PCI-1200, produsă de firma National Instruments (fig. 4.12).



Schema bloc de funcționare a acesteia este prezentată în figura 4.13.:

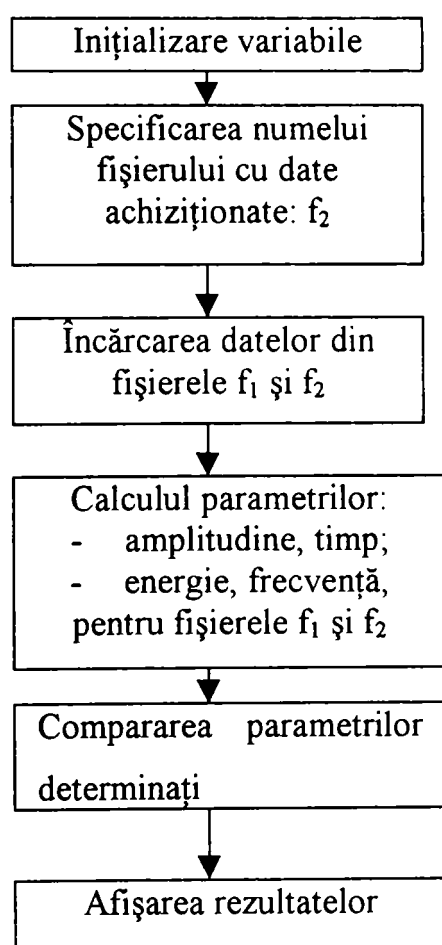


**Fig.4.13.** Schema plăcii de achiziție

Principalele caracteristici ale acestei plăci sunt: 8 canale analoge de intrare, 24 de canale de intrare digitale, convertire analog-digitală și digital-analogă cu o precizie de 12 biți, rata de eșantionare maximă 100 kS/s, domeniul semnalelor de intrare  $\pm 5$  V. Precizia de digitizare a semnalelor exprimă legătura dintre valoarea numerică naturală înregistrată de sistem și valoarea reală corespunzătoare semnalului analog. În cazul plăcii PCI-1200, precizia de aproximare este de 12 biți, ceea ce înseamnă că domeniul semnalelor  $-5V \div +5V$  este divizat în  $2^{12}=4096$  intervale cărora li se asociază o unitate digitală întreagă. Cu alte cuvinte, o unitate digitală înregistrată corespunde unei tensiuni de  $10/4096=0,00241$  [V].

Scopul măsurării accelerațiilor este acela de a compara semnalele achiziționate, în vederea stabilirii defectelor roților dințate. Din această cauză nu este necesară etalonarea traductoarelor, fiind suficient să cunoaștem că semnalele achiziționate sunt dependente liniar de amplitudinea și frecvența vibrațiilor mecanice.

Programul pentru prelucrarea datelor și analiza vibrațiilor în domeniul frecvențial a fost elaborat în limbajul mediului MATLAB și este integrat în “Programul pentru analiza și monitorizarea vibrațiilor”. Schema logică a acestui program este prezentată în figura 4.14.:



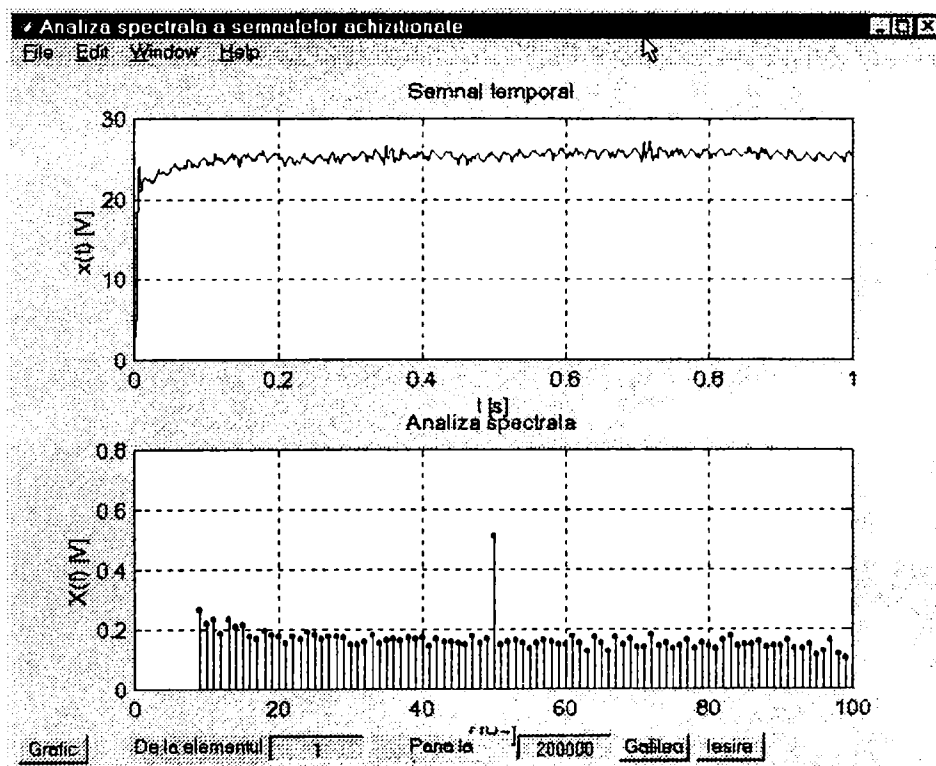
**Fig.4.14.** Schema logică

în care s-au folosit notațiile:

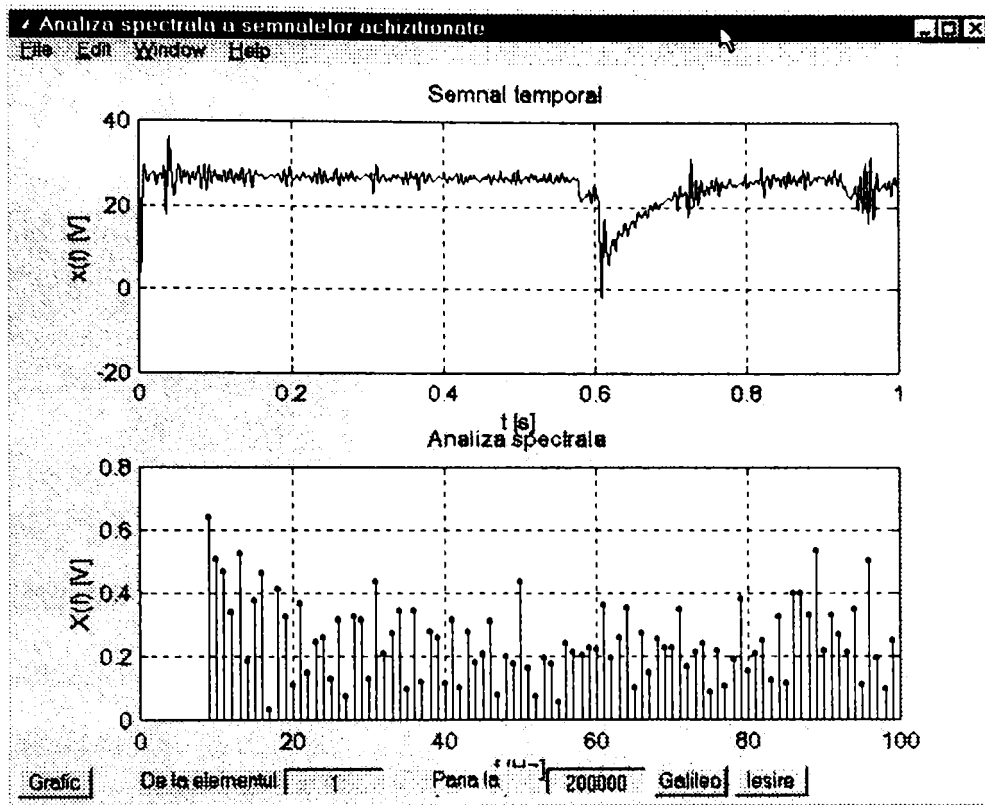
- $f_1$  reprezintă fișierul de date achiziționate pentru roata etalon;
- $f_2$  reprezintă fișierul de date achiziționate la un anumit moment din timpul desfășurării procesului.

Calculul parametrilor energie, frecvență, permite stabilirea frecvențelor cu pondere hotărâtoare din timpul desfășurării procesului, fiind făcut prin transformarea Fourier rapidă (FFT)

Graficele de variație în timp a intensității semnalelor achiziționate de la traductoarele de accelerații au forma prezentată în figura 4.14., respectiv în figura 4.15. Prin analiza amplitudinii și a frecvenței semnalului achiziționat la un anumit moment în timpul funcționării și compararea acestuia cu un semnal generat la începutul procesului de roata etalon, se pot trage concluzii cu privire la starea acestora în momentul achiziționării semnalului. Astfel în figura 4.14. se arată semnalul achiziționat pentru roata etalon, iar în figura 4.15., semnalul achiziționat pentru o roată dințată cu un anumit grad de uzură.



**Fig.4.14** Diagramele variației intensităților semnalelor în funcție de timp (sus) respectiv frecvență (jos), în cazul roții etalon



**Fig.4.15.** Diagramele variației intensităților semnalelor în funcție de timp (sus) respectiv frecvență (jos), în cazul roții dințate uzate

### 5. CERCETĂRI EXPERIMENTALE

#### 5.1. ACHIZIȚIONAREA DATELOR “SISTEMUL COMPASS”

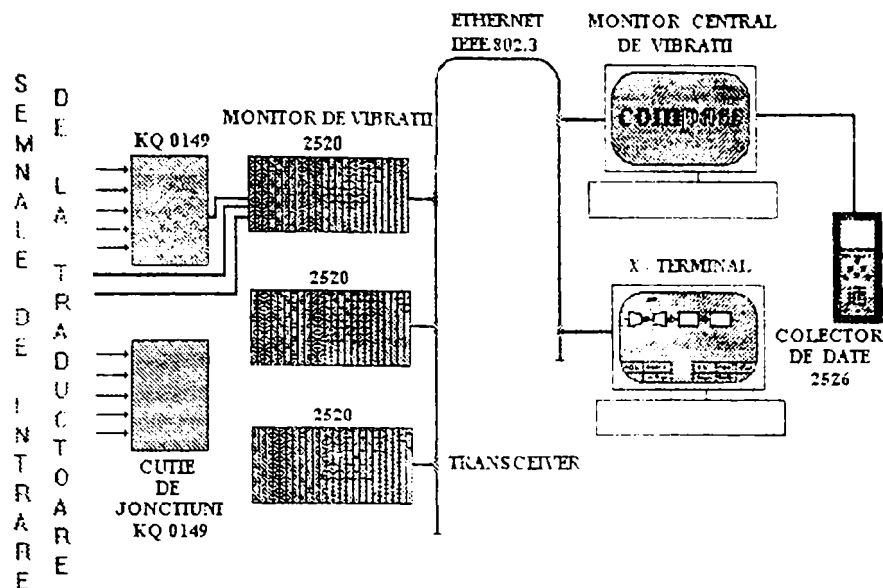
Sistemul “COMPASS” încorporează cele mai noi strategii pentru a asigura monitorizarea automată a utilajelor dinamice și în cazul detectării unor modificări semnificative în starea mașinii, pentru a realiza alertarea personalului și activarea releelor de protecție. Acest sistem oferă de asemenea posibilitatea efectuării unei diagnoze complete a parametrilor urmăriți, în vederea detectării timpurii a defectelor și a luării deciziilor corespunzătoare pentru remedierea lor.

Monitorizarea protectivă implică măsurări și comparări efectuate continuu. O cerință esențială pentru orice sistem de urmărire continuă a funcționării utilajelor dinamice este aceea de a asigura un timp de reacție cât mai mic, necesar pentru protecția eficientă a personalului și mașinii urmărite. Sistemul “COMPASS” are capacitatea de a răspunde la schimbările detectate într-un interval de maxim 100 ms. și are flexibilitatea de a putea utiliza o gamă foarte largă de traductoare, în vederea culegerii de informații din teren despre utilajele urmărite.

Lanțul de măsurare pentru achiziționarea și memorarea datelor experimentale este schematizat în figura 5.1.

Introducerea semnalelor în monitorul de vibrații 2520 poate fi făcută prin intermediul unor cutii de joncțiuni KQ 0149.

Monitorul de vibrații constituie singur un sistem în sine. El asigură funcțiile de monitorizare automată și de memorare de date, chiar și în eventualitatea căderii computerului central.



**Fig.5.1.** Schema lanțului de măsurare

Setul de programe utilizate în cadrul sistemului “COMPASS” cuprinde programul de monitorizare de uz general (*General Purpose Monitoring Software*) tip 7108, ce realizează măsurarea spectrelor și prezentarea lor grafică, pentru analiza și diagnoza vibrațiilor.

Sistemul are memorii tampon (“buffer”), în care trece datele vechi pe măsură ce primește noi informații referitoare la starea angrenajului. Pe măsură ce se învechesc, datele sunt comprimate din ce în ce mai mult. Acest mod de lucru permite atât accesul la comportarea trecută a mecanismului cât și la datele recente memorate referitoare la starea prezentă a acestuia.

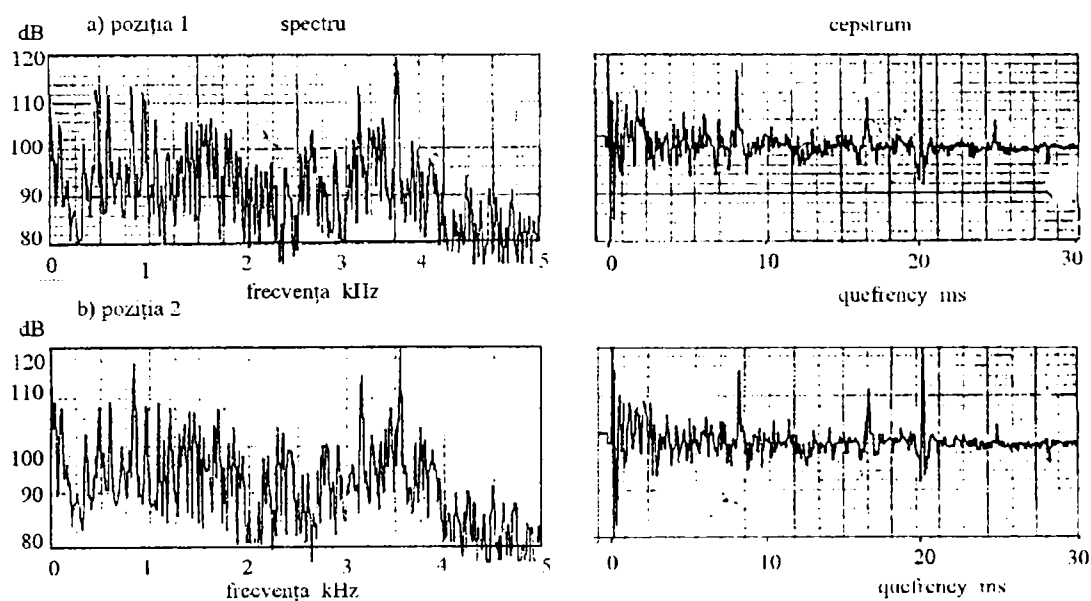
În spectrele de vibrație produse de angrenaje apar:

- vibrații la frecvența de angrenare și armonicile ei, reprezentând acele deviații de la profilul ideal al danturii care sunt aceleași pentru fiecare dinte în parte;
- componente “fantomă”, care apar în spectru ca și componentele frecvenței de angrenare, dar corespund unui număr diferit de dinți decât cel real. Originea acestor componente se poate găsi în numărul de dinți al roții indexoare din mașina de danturat. Erorile acestei danturi (și ale danturii roții conjugate) duc la apariția componentelor “fantomă”;



- benzi laterale (“sidebands”), care se datorează modulației semnalului, altfel uniform, de la frecvența de angrenare. Pot reprezenta fie variații lente ale semnalului (ex. excentricitate), fie variații bruște datorate unor defecte locale;
- armonici mărite ale frecvenței arborelui, datorate unor impulsuri suplimentare la frecvența fundamentalei;
- componente de intermodulație, reprezentând suma și diferența altor componente.

Cepstrum-ul poate fi considerat ca un ajutor în interpretarea spectrului, în particular în ceea ce privește familiile de benzi laterale, deoarece prezintă informația într-o manieră mai eficientă. Un avantaj este lipsa de sensibilitate la efectele căii de transmisie. Mici schimbări în poziționarea unui accelerometru, pot modifica total forma spectrului și deci influența nivelul benzilor laterale individuale. (fig. 5.2.).



**Fig.5.2.**Lipsa de sensibilitate a cepstrum-ului la efectele căii de transmisie

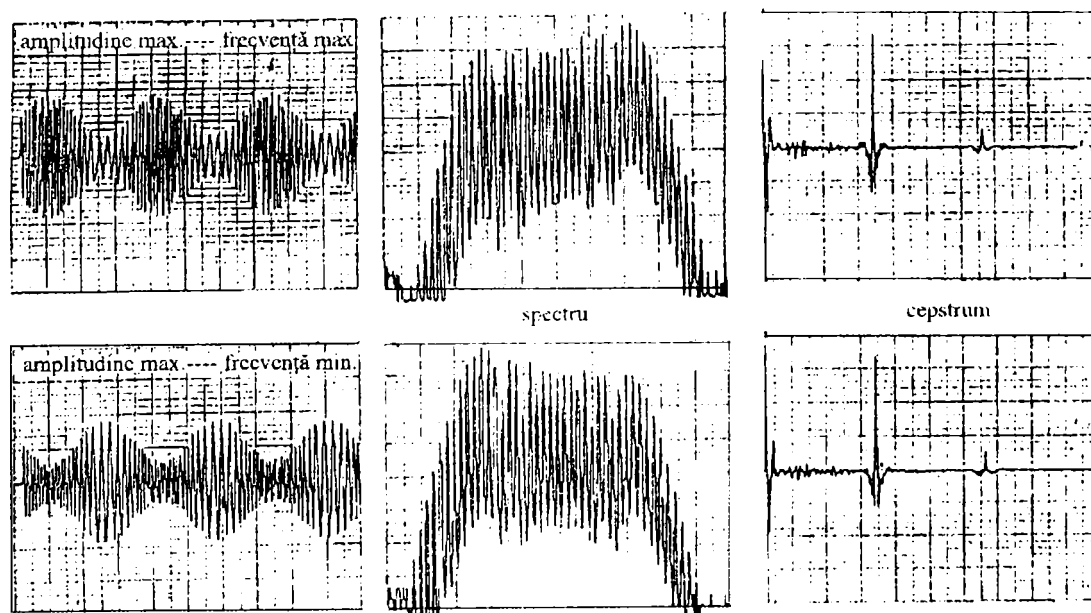
Componenta cepstrum corespunzătoare pentru o spațiere de bandă laterală este așadar o înălțime medie de bandă laterală peste întreg spectrul și este mult mai puțin probabil să fie afectată. Figura 5.2.ilustrează un caz tipic cu spectre luate din două puncte separate de măsură pe sania mobilă, dar reprezentând aceeași condiție internă. Spectrele sunt foarte diferite ca formă (de

exemplu la 2,6 KHz este un maxim într-un spectru și un minim în celălalt), dar componentele semnificative din cepstrum sunt aproape identice. Primele trei “rahmonics” ale componentei de 8,28 ms sunt prezente, în timp ce numai prima “rahmonic” a componentei de 20,1 ms este în interiorul domeniului afișat.

Așadar se poate aprecia că prima sau “rahmonic” fundamentală, conține informația semnificativă despre mărimea medie a benzii laterale, în timp ce celelalte reprezintă o distorsiune și sunt deci influențate de alte efecte, cum ar fi caracteristica filtrului și interacțiunea sa cu spațierea de bandă laterală. Deci recunoscând o serie de “rahmonics” este în general suficient să o luăm în considerare pe prima și să le neglijăm pe cele de ordin superior.

Un alt efect care poate modifica forma spectrum-ului, chiar cu același grad de defecțiune în același angrenaj, sunt relațiile de fază ale modulației în frecvență și amplitudine la aceeași frecvență.

Deși sunt cuplate la sursă, modulația în frecvență este în directă legătură cu proprietățile torsionale ale sistemului, în timp ce modulația în amplitudine este afectată mai mult de proprietățile de răspuns lateral și aceasta poate explica schimbările de fază. Figura 5.3 arată lipsa de sensibilitate a cepstrum-ului la relațiile de fază ale modulației în amplitudine și în fază. O modificare de fază de  $180^\circ$  dă o diferență la benzile laterale individuale de până la 8 dB.

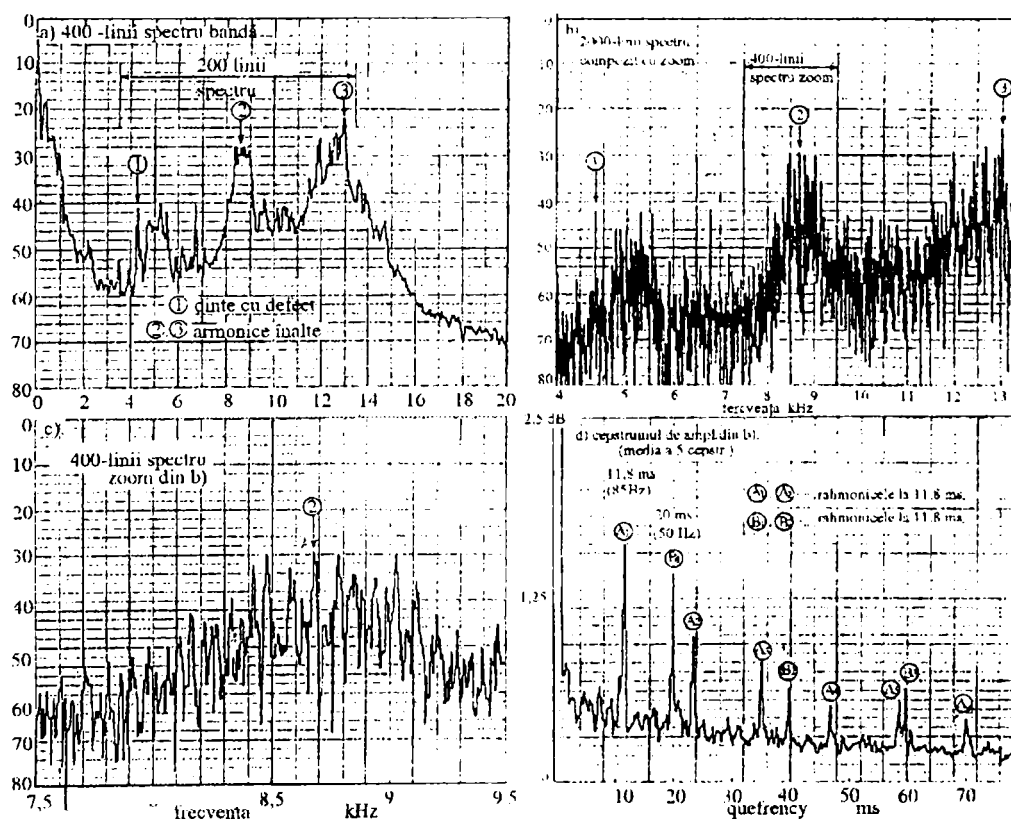


**Fig. 5.3.** Lipsa de sensibilitate a cepstrum-ului la relațiile de fază ale modulației în amplitudine și frecvență

Avantajele menționate anterior sunt în legătură cu detectarea schimbărilor semnificativ în starea mașinii și arată că cepstrum-ul este mai puțin sensibil la efectele secundare decât nivelul benzilor laterale individuale, deoarece el dă o măsură a “activității” medii de banda laterală peste întreg spectrul. Un avantaj rezultă de asemenea din faptul că întreaga familie de benzi laterale este redusă în mod esențial la o linie în cepstrum ceea ce este mult mai simplu de monitorizat.

Figura 5.4 a) reprezintă un spectru cu 400 linii de la 0 la 20 kHz, a unui semnal de vibrații de la un angrenaj conținând cel puțin primele 3 armonice ale frecvenței de angrenare (4,3 kHz). În această analiză benzile laterale nu sunt rezolvate.

Figura 5.4 b) reprezintă un spectru compozit cu 2000 linii acoperind domeniul 3,5÷13,5 kHz și deci incluzând primele 3 armonici de angrenare, dar excluzând armonicele joase ale ambelor viteze ale arborelui. Acest domeniu a fost selectat din 4000 linii posibile (dintr-o singură înregistrare de timp de 10Kb) utilizând analizorul tip 2033.



a) 400-linii spectru de bandă      b) 2000-linii spectru compozit cu zoom  
c) 400-linii spectru zoom din b)      d) Cepstrumul spectrului de 2000-linii  
(media a 5)

Fig. 5.4.

Pentru a face mai clară rezoluția obținută cu această analiză zoom, figura 5.4 c) arată secțiunea de 400 de linii extinsă de la 7500 Hz la 9500 Hz (deci incluzând a doua armonică de angrenare), desfășurată în direcția x. Exact aceleași date sunt reproduse ca în secțiunea echivalentă din figura 5.4 b).

Spectrul de 2000 linii din figura 5.4 b) a fost citit digital, iar în analizor ca semnal de timp (utilizând un calculator HP 9825). Apoi a fost realizată o analiză "scan" pentru a obține cepstrum-ul corespunzător întregului spectru (dacă ar fi conținut informații semnificative, întreg spectrul de 400 de linii ar fi putut fi citit înapoi în memoria de 10 Kb a analizorului tip 2033). Aceasta reprezintă deci "cepstrum-ul" de amplitudine a spectrului unilateral (fig. 5.4.d)). De fapt figura 5.4 d) este media a 5 astfel de cepstrum-uri.

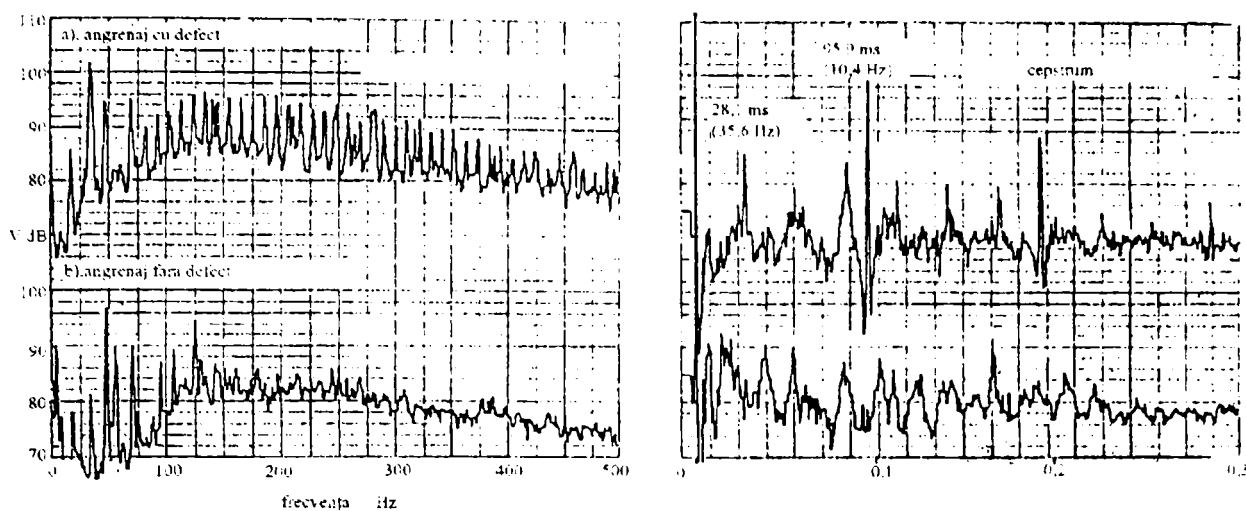
Un prim avantaj al cepstrum-ului în diagnosticare este în legătură cu abilitatea cepstrum-ului de a detecta periodicitatea în spectru, care nu este imediat vizibilă și precizia cu care aceasta poate fi măsurată.

Cepstrum-ul arată că numai două componente, corespunzătoare celor două viteze ale arborelui, de 85 Hz și 50 Hz, sunt importante în domeniul analizat al spectrumului. Toate componentele semnificative ale spectrului sunt "rahmonics" a uneia din cele două viteze ale arborelui.

Această periodicitate nu este vizibilă în spectrul zoom deoarece mixtura celor două periodicități dă o structură "quasi-periodică".

Al doilea avantaj în diagnosticare este ilustrat de figura 5.5. Aceasta arată spectre și cepstrumuri pentru două angrenaje, în condiții bune și respectiv cu defect, funcționând pe un stand de test cu primul angrenaj angajat.

Angrenajul precis nu arată nici o periodicitate marcată în spectru, dar spectrul celei cu defect conține un număr mare de benzi laterale, cu o spațiere de aproximativ 10 Hz. Este dificil să se determine spațierea mult mai precis în spectru.



**Fig. 5.5.** Spectre și cepstrum-uri de la cutii de viteză în stare bună și proastă.

În cepstrum, quefrequency corespunzătoare a fost 95,9 ms (10,4 Hz) în timp ce mai există de asemenea o serie de “rahmonics” corespunzătoare vitezei arborelui de intrare (28,1 ms.; 35,6 Hz). Cu această viteză de intrare, viteza arborelui de ieșire ar fi trebuit să fie 5,6 Hz și a fost prima suspectată că frecvența modulatorie a fost a-2-a armonică a ei. Totuși aceasta ar fi trebuit să fie 10,8 Hz și nu 10,4 Hz și în final s-a găsit că ultima corespunde exact vitezei celui de al doilea angrenaj, indicând că acesta a fost sursa modulației, deși primul angrenaj era încărcat și al doilea angrenaj nu era încărcat.

În anexa 1 sunt prezentate rezultatele măsurărilor efectuate pe standul prezentat în capitolul 4, cu ajutorul colectorului de date tip 2526 produs de firma B&K.

## 5.2. CEPSTRE ZOOM

Cu analizorul tip 2033 este posibil să se genereze cepstre de amplitudine ale spectrelor de până la 4000 linii (fig. 5.4.) deși soft-ul realizat pentru aceasta este relativ simplu. Un listing al programului este reprodus mai jos și o succintă descriere a utilizării sale.

```

0: "4000 LINE CEPSTRUM":
1: dim A$(8000+1+16)
2: buf "IN",A$,3
3: 20+C
4: ent "CENTRE LINE OF FIRST SPECTRUM?",C
5: if C<20 or C>380;dsp "WRONG ANSWER";wait 500;jmp -1
6: 10+N
7: ent "NUMBER OF SPECTRA?",N
8: if (N-1)*40+C>380;dsp "WRONG ANSWER";wait 500;jmp -1
9: N*400+L
10: wtb 725,"#1,K0,L0,R1,00;"
11: for I=1 to N
12: fxd 0;wtb 725,"#1,H," ,str(40(I-1)+C-1)," ;"
13: wait 2000
14: wtb 725,"#5;"
15: tfr 725,"IN",800
16: jmp rds("IN")#-1
17: cmd 7,"_"
18: next I
19: dsp "SCALING OF SPECTRUM"
20: 0+S
21: for I=1 to L
22: S+itf(A$(2I-1,2I))+S
23: next I
24: S/L+S
25: for I=1 to L
26: fti ((itf(A$(2I-1,2I))-S)*32)+A$(2I-1,2I)
27: next I
28: 1+C
29: wtb 725,"#1,K0,L2,10;"
30: 1025+C
31: wtb 725,"#9,"
32: for I=1 to N
33: fxd 0;wtb 725,"#1,E," ,str(400(I-1)+C+511)," ;"
34: wtb 725,"#2,16,1," ,A$(800(I-1)+1,800I);cmd 7,"?"
35: next I
36: fxd 0;wtb 725,"#1,E," ,str(C+511)," ;"
37: wtb 725,"#1,H19;"
38: dsp
39: end
*18872

```

Programul presupune că memoria de 10Kb a unui analizor 2033 a fost ocupată de un semnal de timp corespunzător (adică selecția corectă a capului de scală de frecvență, astfel încât spațierea minimă de bandă laterală ce trebuie detectată să fie în jur de 8 linii). El începe prin solicitarea "liniei centrale a primului spectru" care poate fi numărul de linii (în spectru baseband), în jurul căreia spectrul zoom de cea mai joasă frecvență trebuie să fie "zoomed". Programul cere apoi "Nr. de spectre" și acesta este numărul de spectre zoom (conține 400 linii ce trebuie

analizate în total). Pentru spectrul cu max. 4000 linii răspunsurile vor fi "20" și respectiv "10". După ce au fost realizate analizele solicitate și stocate în calculator, se scurge un anumit timp până ce formatul valorilor spectrului logaritmice este modificat astfel încât ele să poată fi citite înapoi în buffer-ul "timp" al analizorului cu scalare corespunzătoare pentru a permite vizualizarea. O mare parte din acest timp poate fi salvată dacă operația de scalare se elimină. Rezultatul final va fi la fel de bun, dar spectrul în buffer-ul timp va fi atât de mic în amplitudine, încât o inspecție vizuală nu va fi posibilă. Operatorul poate face această modificare dacă dorește. În final, poate fi făcută o analiză cu scanare imediată în spectrul din buffer-ul timp utilizând o pondere Hanning cu 75% suprapunere (37 spectre). Acesta va fi cepstrum-ul solicitat. Va fi o pondere perfect uniformă pe toate părțile spectrului deoarece primele eșantioane 1Kb sunt left blank (liber stânga) pentru a evita efectele de final. Zoom (cu pondere "Plat") poate fi utilizat pentru a măsura nr. de linii al vârfurilor din cepstrum mai precis. Programul nu a fost conceput să actualizeze linia de text cu frequency corespunzătoare frecvenței indicate, dar poate fi citită din același număr de linii din buffer-ul de timp ca acel obținut în analiza de zoom. De asemenea aici poate fi folosită amplitudinea cap de scală pentru comparație la spectrele care au fost generate cu același număr de linii.

### 5.2.1. Spectre de vibrații

Așa cum s-a arătat anterior spectrele de vibrații produse de angrenaje pot fi de obicei privite ca rezultat al următoarelor defecte :

a). *Armonicile frecvenței de angrenare* - reprezentând acele deviații de la profilul ideal al dintelui care sunt aceleași pentru fiecare angrenare.

b). *Componente fantomă* - care apar precum componentele de angrenare, dar corespund unui număr diferit de dinți față de aceia care acționează de fapt.

Ele pot avea originea în numărul egal de dinți ai roții index ai angrenajului și se datorează erorilor la acești dinți (și ai angrenajului complementar).

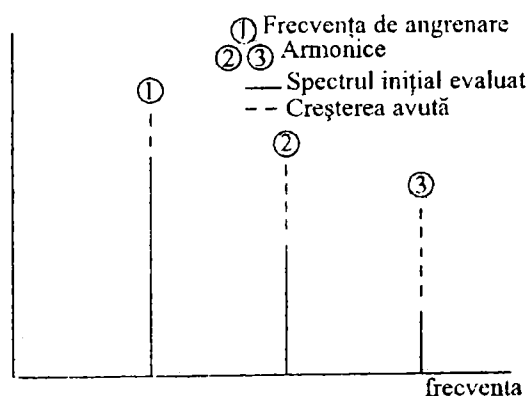
c). *Benzi laterale* - datorate modulației semnalului uniform de angrenare și reprezentând schimbări lente (excentricitate) sau variații rapide datorate defectelor locale.

d). *Armonici joase ale vitezei arborelui* - datorate impulsurilor aditive repetate odată per revoluție.

e). *Componente de intermodulație* - reprezentând suma și diferența frecvențelor altor componente, în particular când acestea sunt apropiate una față de alta.

### Armonicile frecvenței de angrenare

Deviațiile de la profilul ideal, care sunt aceleași pentru fiecare angrenare, pot fi atribuite la două surse principale. Pe de o parte este încovoierea dintelui sub sarcina care variază, după cum sarcina este distribuită pe o pereche sau două de dinți în timpul fiecărui ciclu de antrenare și pe de altă parte există deviații care rezultă din uzura uniformă. Deoarece componenta de deformare a dintelui este dependentă de sarcină pentru a obține spectre repetitive este esențial să se facă măsurători întotdeauna cu aceeași încărcare. Sarcina trebuie să fie de asemenea suficientă pentru a asigura ca dinții să fie permanent în contact, altfel nu numai că va fi introdusă o sursă de aleatoriu dar angrenajele se vor defecta mult mai rapid (fig. 5.6).



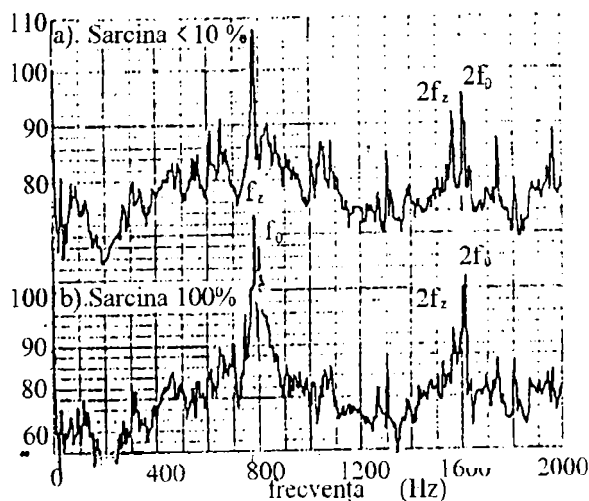
**Fig. 5.6.** Modificări tipice ale spectrului de vibrație datorată uzurii.



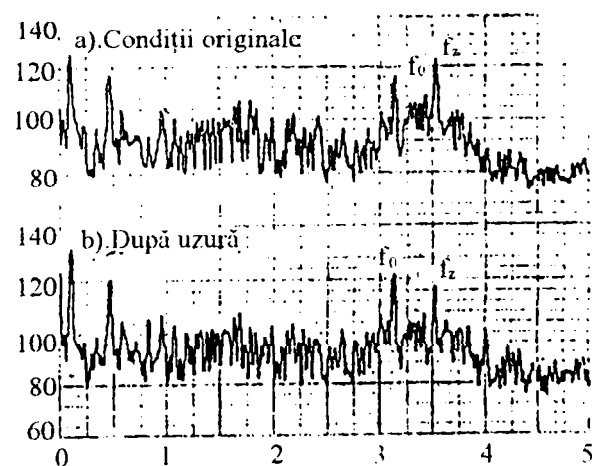
La sarcină constantă orice schimbare în spectrul frecvenței de angrenare va fi cel mai probabil datorată uzurii sau cel puțin mărimii uzurii care este aceeași pentru toți dinții. Eroarea de profil tinde să producă o distorsiune considerabilă frecvenței angrenare.

### Componente fantomă

Apar de la erorile dinților roții indexoare care conduc placa pe care sunt montate piesele atunci când este fabricat angrenajul. Frecvența generată mai târziu de angrenajul în funcționare corespunde acestui număr de dinți și deci trebuie să fie o armonică de ordin număr întreg a vitezei de rotație a angrenajului. O altă indicație poate fi obținută din dependența sa de sarcină; deoarece efectul fantomă reprezintă o eroare geometrică fixă, el nu trebuie să fie influențat foarte mult de sarcina. Figura 5.7. ilustrează un caz tipic unde plecând de la o sarcină  $< 10\%$  până la  $100\%$ , o componentă de angrenare a crescut cu  $21\text{dB}$  în timp ce o componenta fantomă s-a modificat cu numai  $6\text{dB}$ . Schimbările corespunzătoare în armonicile de ordinul 2 au fost  $7\text{dB}$  respectiv  $0\text{dB}$ . Figura 5.8. prezintă un angrenaj de mare viteză solicitat de o sarcină dinamică. O componentă fantomă a scăzut cu aproximativ  $5\text{dB}$  în timp ce componenta de angrenare reală a crescut cu aceeași cantitate.



**Fig. 5.7.** Efectul sarcinii asupra componentei fantomă și armonicilor de angrenare



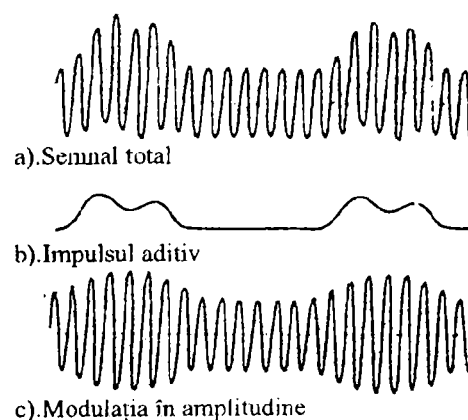
**Fig. 5.8.** Efectul uzurii asupra componentei fantomă și armonicilor de angrenare

### Benzi laterale

Componentele la alte frecvențe, în particular benzi laterale în jurul armonicilor de angrenare, pot fi de regulă explicate prin modulația vibrației de angrenare. De exemplu, datorită dependenței de sarcină a efectului de încovoiere a dintelui, orice fluctuație în încărcarea dintelui (cauzată de nealiniere) vor tinde să provoace variația amplitudinii vibrației dând astfel o modulație în amplitudine. În același timp aceste fluctuații în încărcarea dintelui trebuie să dea fluctuații în viteza unghiulară care au ca rezultat modulația în frecvență. Atât modulația în frecvență, cât și în amplitudine la o anumită frecvență, dau naștere la benzi laterale spațiate în jurul frecvenței de bază (și a armonicilor ei dacă este distorsionată) cu o spațiere egală cu frecvență modulatorie și aceste benzi laterale conțin informații de diagnostic foarte valoroase despre sursa efectului de modulație conducând adesea la o anumită roată într-un angrenaj complex.

### Impulsuri aditive

Atât modulația în frecvență cât și cea în amplitudine tind să dea semnale care sunt simetrice în jurul liniei de zero. Orice asimetrie poate fi interpretată ca un impuls aditiv care este repetat la fiecare rotație a roții din angrenajul în discuție și care astfel dau un număr de armonici ale acestei frecvențe. (fig. 5.9).

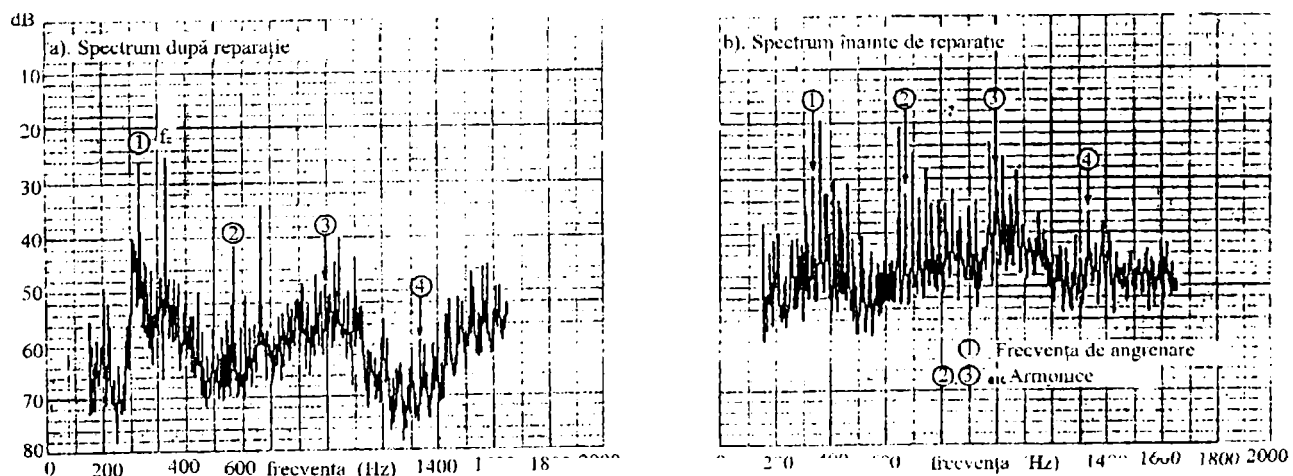


**Fig. 5.9.** Diviziunea semnalului unui angrenaj în componente aditive și componente modulate în amplitudine

Mărimea cu care acestea se extind în frecvență depinde de lungimea impulsului ca semnal în timp și de exemplu, o lungime corespunzând spațierii unui dinte, va da un spectru cazând spre zero lângă frecvența de angrenare.

Așadar armonicile sub jumătatea frecvenței de angrenare sunt mult mai probabil datorate efectelor adiționale, în timp ce acelea din jurul și deasupra frecvenței de angrenare sunt generate ca benzi laterale mai degrabă decât ca o distorsiune a frecvenței fundamentale. Oricare alte componente în spectrele de vibrații ale angrenajelor pot fi de regulă explicate ca suma și diferența frecvențelor generate prin intermodulația celorlalte componente de bază. Odată recunoscute, astfel de componente nu dau în mod normal motive de îngrijorare, deoarece ele în mod normal se vor schimba ca rezultat al modificărilor în componentele fundamentale care pot fi puse în legătură cu condițiile fizice. Luând întâi spectrul după reparație (fig. 5.10.a)), acesta poate fi considerat ca reprezentând starea nouă.

S-a găsit că spectrul este dominat în întregime de frecvența de angrenare (333Hz) și o componentă fantomă de 96Hz, mai înaltă. Pot fi localizate cele până la a patra armonică de angrenare, primele două fiind mai proeminente. Cealaltă componentă semnificativă din spectru este o bandă laterală de intermodulație o aceeași spațiere de 96Hz, de la a doua armonică de angrenare, ca aceea a frecvenței fantomă față de frecvența de angrenare fundamentală. Sunt prezente și câteva benzi laterale dar la un nivel relativ scăzut. Considerând apoi spectrul înainte de reparație (fig.5.10.b)), se poate vedea că nivelele din întreg spectrul sunt mari, în special spre armonicile mai mari ale frecvenței de angrenare, indicând uzura. O altă indicație a uzurii este aceea că nu mai poate fi văzută componenta fantomă, deși este probabil prezentă la un nivel mai mic.



**Fig.5.10.** Spectre de la un semnal de vibrație

În sfârșit, numărul mare de benzi laterale cu spațieri de 8,3Hz și 25Hz, indică o modulație considerabilă cu aceste două frecvențe. Proporția mare a acestor benzi laterale, plus faptul că multe din armonicile din angrenare sunt apreciabil mai mici decât benzile laterale, indică o influență considerabilă a modulației în frecvență în generarea benzilor laterale.

### 5.3. PRELUCRAREA DATELOR CU PROGRAMUL “GALILEO”

Programul de analiză spectrală Galileo a semnalelor achiziționate realizează prelucrarea semnalelor folosind transformata Fourier rapidă (FFT), filtrarea semnalelor folosind un filtru soft Butherworth, și trasarea graficelor în domeniul timp respectiv în domeniul frecvență.

Programul de achiziție cuprinde funcțiile plăcii necesare pentru a achiziționa date ce sunt apoi stocate pe discul magnetic fix al calculatorului. Rata de achiziție este de 10 kHz, achiziția realizându-se pe canalul analogic 1 (AI1). Cu litere îngroșate s-au scris comentariile programului.

**/\*Program de achizitie**

**\* Biblioteci folosite:**

**\*/**

**#include "nidaqex.h"**

**#include "stdio.h"**

**#include "conio.h"**

**#include "io.h"**

**#include <stdlib.h>**

**void main(void)**

**/\***

**\* Programul principal:**

\*/

{  
/\***\* Declararea variabilelor locale:**

\*/

i16 iStatus = 0;

i16 iRetVal = 0;

i16 iDevice = 1;

i32 lTimeout = 600;

i16 iChan = 1;

i16 iGain = 1;

f64 dSampRate = 10000.0; f64 dScanRate = 0;

u32 ulCount = 150000;

char\* strFilename = "vibratii1.dat";

i16 iIgnoreWarning = 0;

iStatus = Timeout\_Config(iDevice, lTimeout);

iRetVal = NIDAQErrorHandler(iStatus, "Timeout\_Config",

iIgnoreWarning);

**/\* Achiziție de date pe un singur canal, și stocarea datelor pe disc. Datele sunt stocate în formatul întreg pe 16 bit.\*/**

printf("start!");

iStatus = Lab\_ISCAN\_to\_Disk (iDevice, iChan, iGain, strFilename, ulCount, dSampRate, dScanRate, 0);

iRetVal = NIDAQErrorHandler(iStatus, "Lab\_ISCAN\_to\_Disk", iIgnoreWarning);

if (iStatus == 0) {printf(" S-a terminat achizitia."); }

iStatus = Timeout\_Config(iDevice, -1);

}

**/\* Sfârșit program\*/**

### 5.3.1. Programul de filtrare a rezultatelor experimentale.

Programul realizează filtrarea numerică a datelor achiziționate și afișează grafic rezultatele obținute, folosind un filtru digital de tip BUTTERWORTH. Programul are ca date de intrare numele fișierului. Pentru definirea filtrului, programul folosește funcția Matlab, “butter” (filtru de tip Butterworth), care se apelează astfel :  $[B,A] = BUTTER(N,Wn)$

Funcția “butter” definește un filtru ‘trece jos’ de ordinul N și returnează coeficienții filtrului de lungime N+1, astfel încât vectorul B conține coeficienții numărătorului, iar A conține coeficienții numitorului. Frecvența de tăiere trebuie să fie  $0.0 < Wn < 1.0$ , cu valoarea 1.0 corespunzând la  $\frac{1}{2}$  din rata de achiziție.

După ce s-a definit filtrul, semnalele achiziționate se vor filtra cu ajutorul funcției ‘filter’ ce se apelează prin linia :

$$Y = FILTER(B,A,X)$$

în care vectorii B și A sunt cei definiți anterior cu ajutorul funcției “butter”; vectorul X conține datele achiziționate iar vectorul Y datele filtrate. Filtrarea se realizează de fapt cu ajutorul transpusei numerice a ecuației diferențiale standard

$$\begin{aligned} a(1)*y(n) = & b(1)*x(n) + b(2)*x(n-1) + \dots + b(nb+1)*x(n-nb) \\ & - a(2)*y(n-1) - \dots - a(na+1)*y(n-na) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Programul conține o interfață grafică utilizator care permite selectarea fișierului cu date achiziționate și selectarea domeniului de interes specificând limitele intervalului studiat.

Filtrarea semnalelor se realizează specificând rata de achiziție (în acest caz 20000 Hz) și frecvența de tăiere ce poate avea o valoare de până la  $\frac{1}{2}$  din rata de achiziție. Deoarece semnalele provenite din vibrații au o frecvență până la 10kHz, frecvențele superioare vor fi tăiate de către acest filtru.

Transformata FFT folosită în cadrul programului, transformă semnale din domeniul frecvență permițând în acest fel un studiu mai aprofundat al fenomenelor ce apar în cazul angrenajelor afectate de anumite erori.

Programul a fost realizat în limbajul specific mediului de programare Matlab, și este structurat pe mai multe module.

Modulele de interfață grafică permit realizarea controlului acțiunilor prin:

- ferestre de dialog (specificarea numelui fișierului cu date achiziționate)
- butoane de comandă (trasare grafice, execuție calcule)
- edit box (specificarea limitelor intervalului de interes)

Datele sunt achiziționate de către un sistem de măsurare conceput și realizat de autor la Universitatea din Oradea, a cărui schemă de principiu este arătată în figura 4.7.

Sistemul de măsurare se compune din:

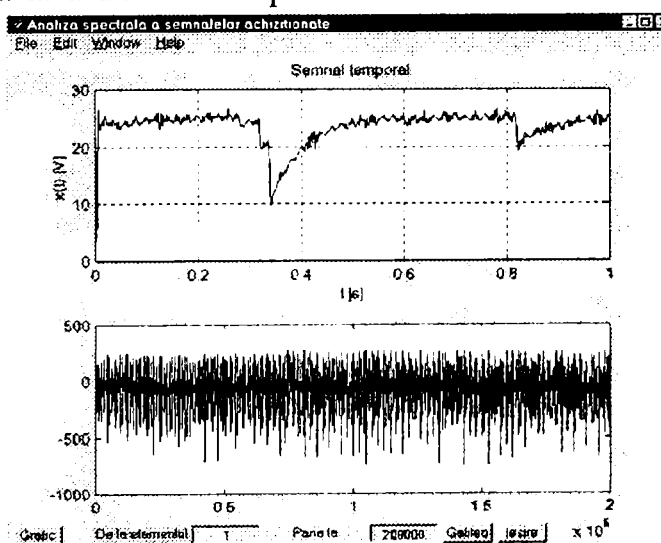
- Accelerometru – fabricație MetraMess tip KD42.
- Interfață de amplificare: realizată în cadrul Universității din Oradea.
- Placa de achiziție: Național Instruments, PCI 1200 echipată cu un convertor A/D pe 12 biți, Domeniu de măsurare  $D = 10 \text{ V}$

Precizia plăcii de achiziție:  $1 \text{ unitate} = \frac{10}{2^{12}} = \frac{10}{4096} [\text{V}]$

- sistemele de calcul

PC, procesor Intel Pentium la 166MHz.

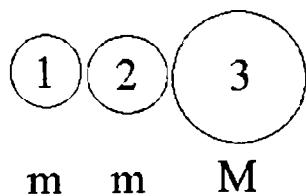
Rezultatele obținute prin derularea acestui program sunt prezentate în anexa 3, iar în figura 5.6 se prezintă exemplul de angrenare dintre o roată etalon (precisă) și o roată cu axa deviată în plan vertical cu  $30''$ .



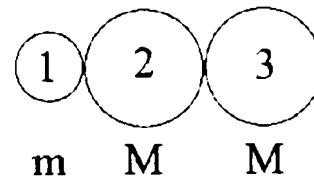
**Fig.5.6.**Diagrama roată etalon-roată cu deviație în plan vertical

Măsurătorile s-au efectuat pe standul de încercare, utilizând într-o primă variantă programul "COMPASS", al firmei Brüel &Kjaer, ce realizează măsurarea spectrelor și prezentarea lor grafică pentru analiza și diagnoza vibrațiilor. Lanțul de măsurare pentru achiziționarea și memorarea datelor experimentale este schematizat în figura 5.1.

Setul de roți dințate utilizat în primul caz (fig.5.7.), a avut următoarele caracteristici:  $z_1=25$  dinți,  $z_2=32$  dinți,  $z_3=60$  dinți, iar în cel de-al doilea caz (fig.5.8.), :  $z_1=32$  dinți,  $z_2=60$  dinți,  $z_3=60$  dinți. Roata centrală "2" poate angrena separat cu fiecare dintre celelalte două roți ("12", "23") sau simultan ("123").



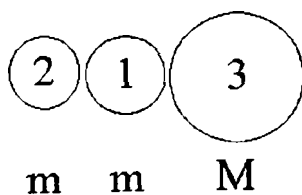
**Fig.5.7.** Set roți dințate **rm**



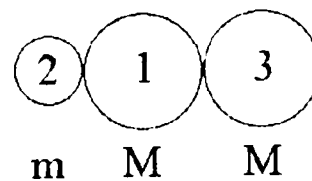
**Fig.5.8.** Set roți dințate **rM**

Notățiile folosite în [Anexa 1] pentru diagramele obținute sunt "rm", respectiv "rM", urmate de indicii roților care angrenează. Este notat apoi indicele roții dințate pe care s-a plasat traductorul și direcția după care s-a efectuat măsurarea vibrațiilor, orizontală (o), verticală (v).

În cea de-a doua variantă s-a utilizat programul de achiziție și prelucrare a datelor "GALILEO". Setul de roți dințate, în primul caz (fig.5.9.), au avut următoarele caracteristici:  $z_1=25$  dinți,  $z_2=32$  dinți,  $z_3=60$  dinți (notația fiind "rm"), respectiv  $z_1=32$  dinți,  $z_2=32$  dinți,  $z_3=60$  dinți (notația fiind "rmm"), iar în cel de-al doilea caz (fig.5.10.):  $z_1=25$  dinți,  $z_2=60$  dinți,  $z_3=60$  dinți (notația fiind "rrm"), respectiv  $z_1=32$  dinți,  $z_2=60$  dinți,  $z_3=60$  dinți (notația fiind "rrmm").



**Fig.5.9.** Set roți dințate **rm; rmm**



**Fig.5.10.** Set roți dințate **rrm; rrrmm**



Pentru cele două variante, modificarea distanței dintre axe s-a făcut cu  $\pm 0,25\text{mm}$ , iar înclinarea axei în plan vertical cu max.  $3^0$ .

În cazul angrenării, simulate pe calculator, între o roată conducătoare etalon ( $\varepsilon_1=0$ ) și o roată dințată cu excentricitate, dar având același număr de dinți ( $i=1$ ), abaterea vitezei unghiulare este nulă [Anexa 2-p.1]. Influența turației asupra abaterii vitezei unghiulare constă în modificarea valorii amplitudinii acesteia. Angrenarea dintre două roți dințate având o anumită excentricitate relativă va produce oscilații sinusoidale a căror amplitudine va fi cu atât mai mare cu cât va crește raportul de transmitere, [Anexa 2-p.4], sau cu cât vor crește excentricitățile, dar menținând raportul de transmitere constant, [Anexa 2-p.5]. În cazul unor excentricități mari abaterea vitezei unghiulare prezintă variații bruște, [Anexa 2-p.5].

Excentricitatea roților dințate, utilizate în cadrul testărilor, a fost obținută cu ajutorul bucsei excentrice. Măsurătorile s-au efectuat pentru excentricități  $e \leq 0,40\text{mm}$ , când angrenajul s-a blocat.

Erorile de profil, au produs vibrații la frecvența de angrenare și la armonicele ei. Vibrațiile pot fi atribuite pe de o parte încovoierii dintelui sub sarcina care variază pe parcursul angrenării bipare și unipare și pe de altă parte deformației care rezultă din uzura uniformă.

Atât modulația în frecvență, cât și în amplitudine la o anumită frecvență, dau naștere la benzi laterale care sunt distribuite în jurul frecvenței de bază și a armonicelor acesteia. [Anexa 1-p.6].

[Anexa 3-p.11] reprezintă efectul unui defect local într-un angrenaj unde semnalul de angrenare este modulat de un impuls scurt de lungime corespunzătoare mărimii golului dintre dinți.

[Anexa 3-p.7] ilustrează efectul unei extinderi a defectului în domeniul timp. Cu cât este mai largă anvelopa defectului în domeniul timp, cu atât mai îngustă și mai înaltă va fi anvelopa benzilor laterale în domeniul frecvență, astfel ca ele vor apare mai evident ca benzi laterale în jurul armonicelor de angrenare.

Modulația în frecvență și cea în amplitudine tind să dea semnale care sunt simetrice în jurul liniei de zero. Orice asimetrie poate fi interpretată ca un impuls aditiv, care este repetat la fiecare rotație a roții din angrenajul în discuție și care dau un număr de armonici ale acestei frecvențe [Anexa 3-p.4].

Celelalte componente în spectrele de vibrații ale angrenajelor pot fi de regulă explicate ca suma și diferența frecvențelor generate prin intermodulația componentelor de bază. Componentele de intermodulație nu dau în mod normal motive de îngrijorare deoarece ele se vor schimba ca rezultat al schimbărilor în componentele fundamentale care pot fi puse în legătură cu condițiile fizice.

## 6..CONTRIBUȚII ȘI CONCLUZII FINALE

Analiza materialului bibliografic consultat apărut în ultimele decenii și prezentat la Bibliografie, precum și rezultatele teoretice și experimentale prezentate în teză, evidențiază o serie de concluzii care au principala menire de a reliefa importanța studiului vibropercuțiilor din angrenajele cilindrice cu dinți dreți, precum și a proiectării, realizării și testării angrenajelor cu roți dințate.

Angrenajele determină în mod hotărâtor performanțele transmisiilor din care fac parte, în raport cu alte elemente constitutive, în special arborii și lagărele, ele influențând caracteristicile tehnice, durabilitatea și gabaritul sistemului. Ca urmare, calitatea angrenajelor componente se răsfrânge asupra calității transmisiei în ansamblu. Dacă se stabilește o dependență între calitatea tehnologică și procesele de deteriorare, pe de o parte și comportarea vibroacustică pe de altă parte, este posibilă evaluarea stării tehnice curente a ansamblului transmisiei, modalitate ce permite prognozarea duratei de viață ulterioare a acestuia.

În cazul transmisiilor de puteri și turații ridicate (având viteze periferice peste 1 m/s), excitația parametrică și impulsurile de angrenare determină circa 80 ÷ 90% din zgomotul total [116] și ca urmare, reducerea acestor excitații este importantă.

Erorile de transmitere în angrenaje, asociate procesului de angrenare, se traduc printr-o variație a forțelor de contact la nivelul dinților. Faptul că aceste supraîncărcări dinamice se transferă diferitelor componente ale transmisiei, iar solicitarea rezultantă crește peste limitele admisibile, este unanim acceptat. În

schimb, despre influența sarcinii dinamice asupra angrenajelor nu există o unitate de păreri.

Concluzia care se poate desprinde din analiza materialelor avute la dispoziție este că, metoda analizei vibroacustice permite controlul global și rapid al preciziei de execuție și montaj a angrenajelor, pune la dispoziție posibilități de identificare a cauzelor și factorilor perturbanți și indică soluții de îmbunătățire.

Din acest punct de vedere, în cadrul tezei s-a încercat o evidențiere a diverselor tendințe existente la ora actuală și privire critică asupra lor.

Calitatea cinematică a angrenajului ar trebui caracterizată printr-un singur indicator, precizia cinematică în funcționare, care să reprezinte componenta tuturor acestor cauze.

Sursele interioare ale erorilor de transmitere în angrenaje sunt reprezentate de abaterile de la precizia de prelucrare a dinților, de erorile de montare și exploatare, precum și variația periodică a rigidității angrenării, datorată trecerii periodice a sarcinii de pe un dinte pe doi dinți.

Analizând literatura de specialitate și din cercetările efectuate în cadrul temei, se constată că dintre erorile geometrice, influența mai mare o are eroarea pasului măsurat pe cercul de bază, care duce la apariția ciocnirilor periodice dintre dinți și creează o sarcină dinamică de scurtă durată și eroarea de profil, care produce o sarcină dinamică cu acțiune permanentă. Toate formele de excitație parametrică, cum ar fi procesul de angrenare a roților dințate, neechilibrarea, alinierea greșită, pot duce la apariția condițiilor de rezonanță.

În ceea ce privește alegerea elementelor geometrice, dificultatea o constituie asigurarea simultană a cerințelor de rezistență și a celor vibratorii.

Majoritatea studiilor întreprinse până acum sunt de acord că excentricitatea cercurilor de bază ale roților dințate este cauza principală a impreciziei cinematice a angrenajelor. Pentru erorile de transmitere datorate excentricității, în lucrare se propune un model cinematic a cărui originalitate derivă din faptul că solidele sunt considerate nedeformabile, iar angrenajul se

definește cu ajutorul cercurilor sale de bază. Modelul cinematic asociat unui angrenaj rigid excentric este prezentat în figura 2.15. Acest tip de modelare conduce la o lege intrare-ieșire neliniară reprezentată prin ecuația (2.20.). Rezolvarea numerică a ecuației neliniare permite determinarea cu rapiditate a variației vitezei unghiulare, pentru diferite valori ale excentricității relative,  $\varepsilon$  și pentru rapoarte de transmitere impuse. Programul de modelare a excentricității, "MODEX" și unele dintre rezultatele obținute sunt prezentate în [Anexa 2].

Din analiza rezultatelor obținute se poate concluziona că eroarea de transmitere este periodică și are un conținut frecvențial caracteristic fenomenului de excentricitate într-un angrenaj cilindric.

Rezultatele obținute cu ajutorul programului de simulare pe calculator sunt confirmate de măsurătorile efectuate pe standul de probă.

O sursă "internă" importantă de excitație, în cazul transmisiilor cu roți dințate, o reprezintă variația în salturi a rigidității dinților în angrenare, ceea ce face ca la parcurgerea liniei de angrenare să se producă accelerații și decelerații ale roților, care au ca efect generarea de solicitări dinamice, vibrații și zgomot.

Pentru a determina rigiditatea angrenajului pe parcursul procesului de angrenare a unei perechi de dinți, s-a considerat că pe timpul angrenării bipare rigiditatea totală angrenajului este dată de suma rigidităților celor două perechi de dinți în contact. Din calculele efectuate se observă variația relativ neînsemnată a rigidității de-a lungul segmentelor corespunzătoare angrenării bipare și unipare și saltul acesteia la momentul trecerii de la un tip de angrenare la altul, fapt ce provoacă o excitație parametrică. S-au efectuat calcule pentru mai multe valori ale forței normale, constatându-se o ușoară scădere a rigidității angrenajului cu creșterea forței. Eroarea care se face considerându-se rigiditatea constantă în raport cu sarcina, cât și cu poziția punctului de contact se menține sub 1,7%. În ipoteza că, în procesul vibrației durată angrenării bipare și unipare rămâne aceeași ca în cazul mișcării uniforme, se poate considera că rigiditatea angrenării este o funcție periodică cunoscută în timp, ceea ce simplifică

cercetările ulterioare, deoarece admite descrierea vibrațiilor din angrenaj prin ecuații diferențiale cu coeficienții periodici.

Modelul, rezultat prin idealizarea transmisiei, consideră variația periodică a rigidității angrenării și amortizarea sistemului, astfel încât comportarea lui dinamică să fie cât mai apropiată de cea a mecanismului real.

Considerând angrenajul ca o legătură rigidă, se obține un sistem dinamic echivalent cu trei volanți. Ecuațiile diferențiale ale mișcării de ordinul doi omogene, s-au obținut în baza ecuațiilor lui Lagrange. Ecuația caracteristică are trei rădăcini, dintre care una este zero. Dacă se ia în considerare elasticitatea dinților, transmisia dințată este echivalentă cu un sistem de torsiune cu patru volanți. În acest caz ecuația caracteristică are patru rădăcini, trei dintre acestea fiind diferite de zero. Având în vedere și amortizarea, alături de vibrațiile torsionale ale roților dințate pot să apară și vibrații de translație provocate de forțele transmise prin dantură asupra arborelui și lagărelor după direcția liniei de angrenare și astfel, transmisia dințată cu o singură treaptă devine un sistem cu mai multe grade de libertate. Caracteristic sistemelor cu mai multe grade de libertate este și apariția domeniilor de instabilitate în vecinătatea anumitor combinații a frecvențelor proprii.

În cazul angrenajelor cu rigiditatea variind periodic, dar care ignoră abaterile de pas și erorile de profil, vibrațiile roților dințate sunt descrise cu ajutorul ecuațiilor diferențiale cu coeficienții periodici. Prin rezolvarea acestor ecuații s-au găsit condițiile de stabilitate, care permit determinarea zonelor de rezonanță. În cazul în care condiția (3.76') este îndeplinită, va exista o mișcare periodică spre care tinde asimptotic mișcarea roților. Când condiția respectivă nu este îndeplinită, transmisia dințată se va afla în stare de rezonanță parametrică. Dacă se consideră coeficientul de amortizare diferit pentru cele două faze ale angrenării, condiția de stabilitate este dată de (3.111). Neglijând amortizarea relația (3.111). devine identică cu relația (3.76').

Ciocnirile în cazul angrenajelor cilindrice apar datorită abaterii pasului de bază. În raport cu abaterea pasului de bază și deformația elastică a perechii de dinți care nu participă la ciocnire, contactul între perechea de dinți care intră în angrenare se produce fie în afara liniei de angrenare, fie pe linia de angrenare.

În momentul ciocnirii de muchie, roata motoare își decelerează mișcarea, în timp ce roata condusă își accelerează mișcarea. La ciocnirea mediană fenomenul este invers, ceea ce duce la intensificarea efectului de șoc la intrarea în contact a dinților. Ciocnirea de muchie are loc la intrarea în angrenare a perechii de dinți următoare și poate păstra ambele faze ale angrenării sau poate elimina angrenarea bipară, prin scoaterea din angrenare a perechii anterioare de dinți, în timp ce ciocnirea mediană se produce la ieșirea din angrenare a perechii anterioare de dinți. În cazul ciocnirii mediane angrenarea va fi totdeauna unipară, deoarece în zona angrenării bipare se află în contact numai perechea de dinți din față. Dacă forța percutantă are valori comparabile cu cele ale celorlalte forțe care apar în procesul angrenării, acestea din urmă nu mai pot fi neglijate.

În timp ce viteza la ciocnirea de muchie depinde de viteza unghiulară a roții conduse  $\omega_2$ , de eroarea redusă  $\delta$  și de raza de curbură a profilelor în punctul inițial al ciocnirii, viteza la ciocnirea mediană se poate determina numai în urma studiului mișcării roților în procesul de ieșire din angrenare, ceea ce înseamnă că ea depinde de masa roților dințate și alți factori dinamici. Relația (3.143), împreună cu relația (3.123'), permite determinarea erorii reduse  $\delta$ , iar apoi abaterea pasului de bază, astfel încât să nu se producă saltul înapoi.

În cazul studierii fenomenelor de ciocnire un interes aparte îl prezintă analiza comportării elementelor din cupla cinematică, atunci când are loc modificarea “instantanee” a forțelor. Cauza principală de apariție a ciocnirilor o constituie prezența unor jocuri în cuplele cinematice. Mișcarea mecanismului este însoțită de întreruperi ale lanțului cinematic și de ciocniri între elementele cuplei cinematice.

Modelul propus pentru studierea comportării dinamice a elementelor din cupla cinematică are avantajul că permite stabilirea poziției curente a fusului în raport cu poziția lui inițială. Viteza de ciocnire se determină în funcție de coordonatele suplimentare ale poziției respective.

Pentru determinarea centrului de percuție a angrenajului s-a asimilat sistemul format din cele două roți dințate cu o placă ale cărei puncte, de pe ambele fețe, vibrează toate în fază, în direcția liniei de angrenare.

Pentru studiul vibropercuțiilor, la nivel de sursă sau efect direct, angrenajul de cercetat se plasează pe un stand original cu caracteristici ridicate de silențiozitate, care permite analiza sistematică și unitară a erorilor cinematice și dinamice, în condiții cvasistatice și dinamice de funcționare, conservându-se baza de măsurare. Vibrațiile datorate unor defecte în angrenaje pot fi măsurate după oricare din direcțiile unui sistem de referință tridimensional.

Standul permite testarea în regim dinamic a unor angrenaje având gama de reglare a distanței dintre axe până la 250 mm. Montarea roților dințate pe săniile mobile s-a realizat printr-o cuplă cinematică de clasa a-IV-a care permite atât o mișcare de translație, pentru modificarea jocului la fund dintre dinții aflați în angrenare, cât și o mișcare de rotație, prin care se realizează o abatere controlată de la paralelism în plan vertical a axei roții dințate.

Studiul influenței excentricității asupra vibrațiilor din angrenaj se realizează prin impunerea unor anumite valori ale excentricității cu ajutorul unei bucșe excentrice cu opt poziții distincte.

Pentru a se asigura o modalitate flexibilă de măsurare, s-a realizat un sistem de achiziție a datelor compus din calculator personal, traductoare, circuite de condiționare a semnalelor, hardware de achiziție a datelor și software specializat. Datele experimentale obținute, accelerația în funcție de timp, se transformă utilizând analiza frecvențială în serii funcție de frecvență și apoi în valori echivalente pentru deplasare.



Programul “GALILEO” pentru prelucrarea datelor și analiza vibrațiilor în domeniul frecvențial a fost elaborat în limbajul mediului MATLAB, schema logică a acestui program fiind prezentată în figura 4.14.

În funcție de caracteristicile roților dințate care angrenează, se poate observa că armonicile de frecvențe înalte tind să scadă în amplitudine. Prin introducerea în angrenare a unei roți dințate suplimentare și/sau prin modificarea numărului de dinți se produce o desfacere a benzilor laterale [Anexa 1].

În cazul existenței unor excentricități, se constată apariția benzilor laterale datorate modulației de amplitudine a vibrației de bază generată la frecvența de angrenare a dinților. În general se constată o concordanță între rezultatele teoretice și cele experimentale [ex. Anexa 2, Anexa 3-p.19].

Orice modificare a frecvenței de angrenare și a armonicilor ei va fi datorată uzurii sau cel puțin acelei părți a ei care este aceeași pentru toți dinții. Această eroare de profil tinde să dea o distorsiune considerabilă frecvenței de angrenare [Anexa 3 p.16]

Datorită dependenței de sarcină a efectului de încovoiere a dintelui, orice variație în încărcarea dintelui (de ex. cauzată de nealinie, excentricitate) va tinde să provoace variația amplitudinii vibrației, dând astfel o modulație în amplitudine [Anexa 3-p.5]. În același timp încărcarea variabilă a dintelui produce variații ale vitezei unghiulare, care au ca rezultat modulația în frecvență.

## CONCLUZII

- Mecanismele cu roți dințate, ca și organe ale transmiterii mișcării de rotație, determină în mod hotărâtor performanțele transmisiilor din care fac parte, ele influențând caracteristicile tehnice, durabilitatea și gabaritul sistemului. Calitatea angrenajelor se răsfrânge asupra calității transmisiei în ansamblu.

- Precizia cinematică în funcționare, ca și criteriu global de apreciere a calității angrenajelor, este influențată de excentricitatea cercurilor de bază ale roților dințate.
- Erorile de execuție, abaterile de la forma geometrică, fac ca angrenarea să nu mai fie posibilă dacă nu se creează un grad de libertate suplimentar, prin realizarea unui joc între flancurile dinților.
- În condiții reale de funcționare procesul de angrenare prezintă anumite abateri față de condițiile ideale, fapt ce dă naștere la dezvoltarea unor sarcini dinamice, de care este necesar să se țină seama la proiectarea transmisiilor cu roți dințate.
- Sursele interioare ale erorilor de transmitere în angrenaje prezintă un interes deosebit pentru durabilitatea angrenajului. Dintre acestea fac parte: abaterile de la precizia de prelucrare a dinților, erorile de montare și exploatare, și variația periodică a rigidității angrenării.
- Efectul defectelor de suprafață produse prin oboseala de contact sau a particulelor de contaminare, se explică prin condițiile de microșoc în care se realizează contactul.
- Asupra variației de rigiditate o influență predominantă o are gradul de acoperire. O rigiditate aproape constantă, la angrenajele cu dinți drepecți, o asigură gradul de acoperire,  $\varepsilon=2$ . Se elimină astfel zona angrenării unipare și se reduce excitația parametrică.
- Metoda analizei vibroacustice permite controlul global și rapid al preciziei de execuție și montaj a angrenajelor, pune la dispoziție posibilități de identificare a cauzelor și factorilor perturbanți și indică soluții de îmbunătățire.

Concluzia care se poate desprinde din analiza materialelor avute la dispoziție și din cercetările efectuate este că cercetarea vibropercuțiilor din angrenajele cilindrice cu dinți drepecți este de mare actualitate și prezintă o importanță deosebită

- În studiul mișcării vibropercutante este important să se precizeze modelul dinamic al sistemului. Pentru model numărul gradelor de libertate este o caracteristică esențială.
  - Considerând angrenajul ca o legătură rigidă sau elastică, transmisia cu roți dințate se transformă într-un sistem cu trei sau patru volanți, care este folosit la studiul vibrațiilor libere de torsiune, respectiv la determinarea pulsațiilor proprii ale transmisiei.
  - Considerând și amortizarea, alături de vibrațiile torsionale ale roților dințate pot să apară și vibrații de translație și astfel transmisia dințată cu o singură treaptă devine un sistem cu mai multe grade de libertate. În conformitate cu studiile existente, mișcarea roților, care se compune dintr-o rotație staționară peste care se suprapun vibropercuțiile care apar ulterior la intrarea dinților în angrenare, se analizează ca un proces continuu.
  - Condițiile în care se produc ciocnirea de muchie și cea mediană sun în raport cu abaterea pasului de bază și deformația elastică a perechii de dinți care nu participă la ciocnire.
  - Ciocnirea de muchie are loc la intrarea în angrenare a perechii de dinți următoare și poate păstra sau nu, ambele faze ale angrenării, în timp ce ciocnirea mediană se produce la ieșirea din angrenare a perechii anterioare de dinți și în cazul acesta angrenarea va fi totdeauna unipară.
  - Determinarea poziției punctului de contact și a vitezei la ciocnirea de muchie se poate face, conform literaturii de specialitate, în funcție de eroarea redusă  $\delta$  a dinților, de raza de curbură a profilelor, în timp ce la ciocnirea mediană, aceasta depinde de masa roților dințate și de alți factori dinamici.
  - În cuplele cinematice, datorită jocurilor existente, legile mișcării au discontinuități, care influențează mișcarea mecanismului. Interacțiunile percutante au efect mai pronunțat la mecanismele cu cuple inferioare.
- Din studiul vibropercuțiilor din angrenajele cilindrice cu dinți drepți rezultă că mișcările sistemelor vibropercutante între ciocniri sunt descrise de

ecuații diferențiale obișnuite ale dinamicii. Proprietăți de neliniaritate apar și la sistemele vibropercutante liniare.

- Standul realizat permite analiza sistematică și unitară a erorilor cinematice și dinamice și măsurarea vibrațiilor după oricare din direcțiile unui sistem de referință tridimensional.
- Programul “GALILEO” pentru prelucrarea datelor și analiza vibrațiilor în domeniul frecvențial a fost elaborat în limbajul mediului MATLAB, schema logică a acestui program fiind prezentată în figura 4.14.
- În funcție de lungimea segmentului de angrenare aspectul spectrului de frecvențe se va modifica. Benzile laterale, centrate pe frecvența de angrenare și armonicile ei la o distanță egală cu frecvența de modulație, vor fi deplasate lateral.
- Excentricitatea unei roți dințate va tinde să dea o modulație de amplitudine a vibrației de bază, generată la frecvența de angrenare a dinților și armonicilor ei, cu o perioadă a anvelopei corespunzând rotației arborelui.
- Încărcarea variabilă a dinților și variația periodică a golului dintre dinți dă naștere la variații ale vitezei de rotație care provoacă modulația de frecvență la frecvența de angrenare a dinților. În acest caz variațiile sunt bruște.
- În legătură cu detecția defectelor, cepstrum-ul are avantajele (în comparație cu analiza spectrală normală) de a fi capabil să extragă periodicitățile din spectru ce nu sunt imediat evidente și de a fi insensibil la efectele secundare.
- Cepstrum-ul este mai sensibil decât analiza spectrală normală la anumite defecte, rezultând din alegerea parametrilor de spectre metode de calcul.
- Unele din beneficiile majore ale analizei cepstrale provin din abilitatea sa de a analiza spectre cu o foarte bună rezoluție.

Rezultă că cercetarea experimentală a erorilor cinematice ale angrenajelor sub acțiunea sarcinilor și vitezelor efective constituie o problemă complexă, de mare actualitate, a cărei rezolvare implică imaginarea unor tehnici experimentale

prin intermediul cărora să se poată aprecia calitățile funcționale ale unui angrenaj.

Dintre contribuțiile originale pot fi amintite:

- Sintetizarea tuturor cauzelor care concură la precizia unui angrenaj într-un singur indicator, numit precizia cinematică în funcționare.

- Excentricitatea fiind unul dintre parametrii cei mai influenți ai preciziei cinematice, s-a propus un model cinematic simplificat care permite studiul variației vitezei unghiulare în funcție de modificarea turației, a raportului de transmitere și a excentricității relative.

- Rezultatele obținute cu ajutorul programului de simulare pe calculator "MODEX" sunt confirmate de măsurătorile efectuate pe standul de probă. În [Anexa 2].sunt prezentate aceste rezultate.

- Interacțiunile percutante au efect mai pronunțat la mecanismele cu cuple inferioare. Modelul propus pentru studierea comportării dinamice a elementelor din cupla cinematică are avantajul că permite stabilirea poziției curente a fusului în raport cu poziția lui inițială.

- Pentru determinarea centrului de percuție s-a propus un model prin care angrenajul este asimilat cu o placă ale cărei puncte vibrează în fază.

- Standul proiectat și realizat practic permite detectarea vibrațiilor în raport cu un reper tridimensional. În cazul când angrenajul este considerat cu mai multe grade de libertate, fapt ce determină apariția zonelor de instabilitate, se pretează reperul în coordonate generalizate.

- Programul "GALILEO" conceput pentru prelucrarea datelor și analiza vibrațiilor în domeniul frecvențial a fost elaborat în limbajul mediului MATLAB.

- Interpretarea rezultatelor obținute prin măsurătorile efectuate au dus la formularea unor concluzii cu privire la identificarea surselor de vibrații.

## BIBLIOGRAFIE

1. Abramov, B., M., Kolebania priamozubih zubciatîh koles, Izd. Harkoskogo Univ., Harkov, 1968.
2. Abramov, B., M., Abramov, A., B., Issledovanie slabîh ne absolutno uprugih soudarenii, Teoriia mehanizmov i mašin, nr.4, 1967, p.(62–67).
3. Abramov, B., M., Issledovanie kolebanii zubciatîh koles, vîzîvaemîh soudereniami zubev, Izv. A.M. S.S.S.R., O.T.N. Mehanika I mašinostroenie, nr.2, 1960, p.(102-109).
4. Abramov, B., M., Opredelenie kolebanii i usilii pri udare o balku na uprigom osnovanii, Izv. vuzov. Stroitelstvo i arhitektura, nr. 12, 1973, p.(37-42); Kobaniia balok pod.deistviem periodiceskii povtroiaiušciihsia impulsov.-V, kn., Soprotivlenie materialov i teoriia soorujenii, Vîp.22, Kiev, 1974, p.(127-135).
5. Abramov, B., M., Abramov, A., B., Dinamiceski poglotitel kolebanii, vîzîvaemîh periodiceskimi udarami, Mehanica mašin, Vîp. 19-20. M., 1969; p.(103-117); Opredelenie usilii pri prodolîno-poperecinom udre.-Izv.vuzov. Stroitelstvo i arhitectura, nr.9, 1975, p.(58-69).
6. Abramov, B., M., Dinamiceska şarnirnîx mehaniznov s ucetom trenia, Hakov, Izdvo pri Hark. un-te, 1960, p.(182); Podbor jestkosti uprugih sviazei v mehanismah s dvumia stepeniami svobodî po zadannîm ceastotam svobodnîh kolebanii – V kn., Teoriia mehanizmov i mašinî, Vîp.16, Harkov, 1974, p.(117-120).
7. Ackerson, N., Finition par rodage apres trempe des engrenages de transmission. La Machine Moderne, Paris, nr. 617, 1960.
8. Alban, L., E., Systematic Analysis Of Gear Failures, ASM Inst Metals Park, 1985
9. Alămoreanu, E., Buzdugan, Gh., Iliescu, N., Mincă, I., Sandu, M., Îndrumar de calcul în ingineria mecanică, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1996.

10. Andrews, S., A., Noise and Vibrations of Engines and Transmissions, MIMechE. University of Waster Australia, Conference Publications, 1979, p (47-57).
11. Andelic, B., Otklanjanje ostatnih napetosti vibracionim postupkom, Zavarivanje XIX 1976, p (6-7).
12. Arns, U., Unterholzer, F., Ursachen von Getrie begeraschen und ihre Vermessung, V.D.I.Z., nr.6, 1960.
13. Anzulovic, B., Usporedba toplinske i vibracione obrade za popustanje zaostalih napetosti na utrosak energije, Zavarivanje XXII, 1980, p.(247-253).
14. Attia, A.,Y., Noise or involute helical gear, Paper Amer Soc. Mech. Engrs., 1968, nr. Mech.61, E.I.D.M., 1969, p (40)
15. Bansevicius, R., Iu., Ragulskene, V., L., Vibroudarnie iavlenia v malonegrujnnih zubciatih peredaciah, I, II, III, Ustanovivšiesia rejimî dvijenja v dvuhstupenciatih peredaciah, Vvibrotehnika, 1969; 1(3), p.(5-15), 1968; 2(4), p.(51-82).
16. Bauer, F., Kunstliche Alterung von Maschinenteilen, insbesondere Betten von Werkzeugmaschinen, Das Industrieblatt, nr.5, 1957, p.(200-201).
17. Beer, G., Watson, J., O., Introduction to Finite and Boundary Element Methods for Engineers, Jonh Wiley & Soons Limited, Chichester, 1992.
18. Beranek, L., Noise and Vibration Control, New-York, Mc. Graw Hill Book Co., 1972
19. Birgher, I., A., Rasceti na procinosti detalei mašinî, Moscova, Izd. Mašinostroenie, 1979.
20. Boloş, I., Considerații asupra controlului danturii evolventice, Sesiunea de Lucrări Ştiinţifice, Craiova 15-16 mai, 1986, p.(302-307)
21. Bosch, M., Feltkamp K., Rademacher J., Breidenbach G., Lebensdauer und Geauschuntersuchungen an Zanhnratern aus Gusswerkstoffen, industrie Auzeiger, 1967, 89, nr.86, p (1885-1888), nr. 95, p (2135-2156), 1968.
22. Bosch, M. Uber das Dymische Verhalten von Stirnradgetrieben unter besonderer Berucksichtigung der Verzahnungsgenauigkeit. Dissertation, T.A. Achen, 1965.

23. Boyes, J. D. .Analysis Technique for Gearbox-Diagnosis Using the High Resolution FFT Analyses, Bruel & Kjaer, Application Notes, nr.106, 1981.
24. Botez, E., Angrenaje, Ed. Tehnică, București, 1962.
25. Brauer, J., Rheonome Schwingungserscheinungen in evolventenverzahnten Stirnradgetrieben Einfluss der Biegeelastizitat von Zahnen und Wellen. Dissertation, T.U., Berlin, 1969
26. Braumgart, A., Entspannen von Graugussteilen, Der Maschinenbau, nr.6, 1957, p.(215-216).
27. Bratu, I., Amortizarea sistemului oscilant al angrenajelor; Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1994, p.(78-83).
28. Bratu, I., Determinarea experimentală a rigidității, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1994, p.(89-93).
29. Bratu, I., Rus, Al., Pater, S., Determinarea sarcinii dinamice la angrenajele cilindrice, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1998, p.(233-238).
30. Bratu, I., Rus, A., Pater S., Studiul mișcării relative a elementelor din cupla cinematică, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 2000, p.(291-297).
31. Breurer, K., Construzione di grossi riduttori, Rivista di Ingegneria, Italia, nr. 6, 1963.
32. Brîndeu, L., Stability of the Vibroimpact Systems Chaos, Fractals and Solitons, Elsevier Science, 2000
33. Brîndeu, L., Buzilă, T., Herișanu, N., Dinamica structurilor mecanice Ed., Politehnica, Timișoara, 2000.
34. Brîndeu, L., Modeling of the Pumping Phenomenon The Proc. of the Fifth International Conference on Hydraulic Machinery and Hydrodynamics, Vol. II, Timișoara, 2000
35. Brîndeu, L., Orgovici, I., Chioreanu, M., Teoremele generale ale dinamicii. Probleme, Ed. Păunescu, Timișoara, 1991.
36. Brîndeu, L., Tămășdan, C., Anghelescu, V., Tămășdan, M., Metode și tehnici de calcul în teoria vibrațiilor, Editura M&H srl, Timișoara, 1992.



37. Brîndeu, L., Tămășdan, C., Tămășdan, M., Mecanica și vibrații. Culegere de probleme (programe) pentru calculator, Ed. Univ. Tehnică, Timișoara, 1992
38. Brîndeu, L., Mecanică. Dinamică, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1975.
39. Brîndeu, L., Contribuții privind studiul mișcărilor periodice ale sistemelor vibropercutante, Teză de doctorat, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1970.
40. Brîndeu, L., Vibrații. Mecanica analitică. Vibrații mecanice, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1978.
41. Brîndeu, L., Groșanu, I. Vibrații mecanice, Inst. Polit. "T. Vuia", Timișoara, 1986.
42. Brîndeu, L., Drăgulescu, D., Influența vibrațiilor asupra tensiunilor din materiale, A XI-a Sesiune de Comunicări Științifice și referate. Inst. de Marină "Mircea cel Bătrân", Constanța, 1988, p.(75-80).
43. Brîndeu, L., Bereteu, L., Rheologische Modelle des Festkörpers gestört durch Schwingungen, Proc. of the VI-th Conf. on Vibration in Mechanical Engineering. Vol.III, Timișoara 1-3 dec. 1988, p.(61-66).
44. Brîndeu, L., Drăgulescu, D., Bereteu, L., Studiul vibrodetensionării corpurilor cu proprietăți plastice și revenire elastică, Simpozionul de Tehnologii și Echipamente Moderne de Utilizare a Vibrațiilor în Tehnică Vibrotehnică. Cluj-Napoca, 26-27 oct., 1989.
45. Brîndeu, L., Roșca, G., Bratu I., Influența ciocnirilor asupra vibrațiilor la transmisiile cu roți dințate; Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1992, p.(232-240).
46. Brîndeu, L., Bratu, I, Oscilațiile roților exacte, Anale. Mecanică, Univ. Oradea, 1993, p.(293-295).
47. Brîndeu, L., Popa, S., Study Regarding the Impact of Deformable Bodies, Rev.Roum., Sci. Tech. – Mec. Appl., Tom. 43, nr.1, 1998.
48. Brîndeu, L., Toader, M., Hegeduș, A., Dynamics of the Vehicle under the action of the Road Discontinuity, Conference on Vehicle under System Dynamics Identifications and Anomalies, VSIDIA'98, Budapest, Hungary, 1998

49. Briere, Ph., Sabot, J., Engrenages á danture droite. Erreur cinématique de transmission induit par un défaut d'excentricité, C.R. Acad. Sc. Paris, t.308, Série II, 1989, p.(1307–13 11).
50. Brown, D. N. și Jorgensen, J. C. Machine Condition Monitoring Using Vibration Analysis. Bruel & Kjaer, Application Note, 1987.
51. Bruce, B., Precise control of vibratory stress relief, Poolinght & Production, nov. 1983, p.(64-66).
52. Buciu, Gh., Bunda, A., Generarea danturilor flancate și bombate cilindrice cu dinți dreți și înclinați, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova 15–16 mai, 1989, p.(177–182).
53. Buculei, M., Rindeu, P., Modelarea computațională a sistemelor mecanice mobile, Ed. Universitaria, Craiova, 1995.
54. Buzdugan, Gh., Fetcu, L., Radeș, M., Vibrațiile sistemelor mecanice, Ed. Acad. Române, București, 1975.
55. Buzdugan, Gh., Fetcu, L., Radeș, M., Vibrații mecanice, Ed. Did. și Ped., București, 1979.
56. Buzdugan, Gh., Mihăilescu, E., Radeș, M., Măsurarea vibrațiilor, Ed. Acad. Române, București, 1979.
57. Buzdugan, Gh., Fetcu L., Radeș, M., Vibrații mecanice, Ed. Did. și Ped., Bucuresti.1970.
58. Buzdugan, Gh., Rezistența materialelor, Ed. Tehnică., București, 1980.
59. Buzdugan, G., Izolarea antivibratorie a mașinilor, Ed. Acad. Române, București, 1980.
60. Ciasovnikov, L.D., Peredaci zažpleniem, Izd. "Mașinostroenie", Moskva, 1969
61. Cicala, E., F., Metode de prelucrare statistică a datelor experimentale, Ed. Univ. Tehnică ,Timisoara,1999.
62. Cioclov, D., Mecanica ruperii materialelor, Ed. Acad. Române, București, 1977.
63. Cocaină A., Bratu I., Gavrilescu, O., Considerații privind profilele conjugate la angrenajele cu axe încrucișate; Lucrări științifice, Seria A/1991, p.(48-57).

64. Constantinescu, I., Danet, G., Metode noi pentru calcule de rezistență, Ed. Tehnică, București, 1989.
65. Cotet, F., Les basses de la programmation avec Lab. View, P.Renard-N.I.F., Paris, 1992.
66. Cristescu, N., Suliciu, I., Viscoplasticitate, Mecanică teoretică și aplicată, Ed. Tehnică, București, 1976.
67. Dally, J., W., Riley, W., F., McConnell, K.,G., Instrumentation for Engineering Measurements, Jonh Wiley & Sons Inc., New York, 1990.
68. Darabonț, Al., Șocuri și vibrații. Aplicații în tehnică, Ed. Tehnică, București, 1988.
69. Darie, S., Vibratoare electrice, Ed. Tehnică București, 1987.
70. Davis, J., L., Finite Difference Methods in Dynamics of Continuous Media, MacMillian Publishing Company, London, 1986.
71. Deacu, L., Vibrații la mașini-unelte. Cluj-Napoca, Ed. Dacia, 1977.
72. Deutsch, I., Rezistența materialelor, Ed. Did. și Ped., București, 1979.
73. Dincă, G., Metode variaționale și aplicații, Ed. Tehnică, București, 1980.
74. Dobre, G., Contribuții privind influența factorilor constructivi și tribologici asupra producerii zgomotului angrenajelor cilindrice, Teza de doctorat, Inst. Pol., București, 1987.
75. Dobre, G., Cercetări experimentale privind influența factorilor tribologici asupra nivelului de zgomot emis de angrenajele cilindrice, Construcția de mașini, nr. 7, 1988, p. (365–369).
76. Dobre, G., Criterii vibroacustice în proiectarea și execuția transmisiilor cu roți dințate, Construcția de mașini, nr. 2, 1981, p. (101–109).
77. Dodescu, Gh., Metode numerice în algebră, Ed. Tehnică, București, 1979.
78. Donovan, P., R., Interpretation of Acoustic Intensity Contours for Identification of Truck Tire Noise Sources, p. (253-256), New York, 1981
79. Drăgulescu, D., Dinamica roboților, Ed. Did. și Ped., București, 1997.

80. Dudlze D. W. Gear wear, ASM Wear Control Handbook. M. B. Perterson and Winer, W. O. (eds.), 1980, p. (755-830).
81. Fhay, K., Perez, E., Fast Fourier Transforms and Power Spectra in Lab. VIEW, National Instruments Corporation, Application Note 040.
82. Felea I., Bratu I., Zolonyi Z., Considerații asupra utilizării motorului electric liniar unilateral în sistemele de acționare la mașini-unelte, Lucrări științifice, Seria A, Oradea, 1980, p. (8121-129),.
83. Frederiksen, B. W. .Sound intensity Measurements of Machinery Noise, Bruel & Kjaer, 1980.
84. Gade, S., Thrane, N.K.B. Sound Power Determination Using Sound Intensity Measurement Bruel & Kjaer, Application Note, B 0054.
85. Gafițanu, M., Focșă, V., Merticaru, V., Biborosoh, L., Vibrații și zgomote, Ed. Junimea, Iași, 1980.
86. Gafițanu, M., Drăgan, R., Calculul vibrațiilor forțate amortizate la sisteme de acționare în trepte ale mașinilor unelte folosind matricile de transfer, Construcția de mașini, nr.1, 1986, p.(5-9).
87. Gafițanu, M. Diagnosticarea vibroacustică a mașinilor și utilajelor, Ed. Tehnică, București, 1989.
88. Gafițanu, M., Mihalache, N., Poterasu, V. F., Elemente finite și de frontieră cu aplicații la calculul organelor de mașini, Ed. Tehnică, București, 1987.
89. Handra-Luca, V., Stoica, I., A., Introducere în teoria mecanismelor, Cluj – Napoca, vol. 1 și 2, Ed. Dacia, 1982.
90. Hanna, A., J., Predictive Maintenance via Vibration Analysis. In: TAPPI, The Journal of the Technical Association of the Pulp and Paper Industry. Spectral Dynamics Corp., San Diego, California.
91. Harris, C., M., Shock and vibration, Handbook, Third Edition, McGraw-Hill Book Company, 1988.
92. Harris, C., M., Crede, C., E., Șocuri și vibrații, Vol. 1,2,3,Ed., Tehnică, București, 1986.

93. Harrison, J., C., An Experimental Methods for Appraisal and Comparision of Vibration in High-rise Elevator cars, Elevator Word, June, 1998.
94. Horovitz, Al., Metode de limitare a jocului dintre flancuri la angrenaje cilindrice, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova 15–16 mai, 1984, p.(177–182).
95. Horovitz, B., Gheorghiu, N., Messung der Vorspannung bei Reimentrieben, In: Maschinenmarkt, 75, nr.11, 1969, p. (177–182).
96. Ignea, A., Măsurarea electrică a mărimilor neelectrice, Ed. de Vest, 1996.
97. Ilea, H., Analiza numerică și determinări experimentale în inginerie, Transilvania Press, Cluj-Napoca, 1996.
98. Ispas, C., Simion, F., P., Vibrațiile mașinilor-unelte. Teorie și aplicații, Ed. Acad. Române, București, 1986.
99. Irudzuma, I., Sum zubciatîh peredaci. Journal Soc. Automat. Engrs. Japan, Inc., nr.8, 1970, p.(758–767).
100. Jaeckel, K., Geraus und Schwingungsmessungen an grossen Zahnradgetrieben, V.D.I.Z., nr.6., 1964.
101. Jobst, H., Uber die Einfluss des Geauses auf die Schallabstrahlung von Zahnradgetrieben und Konstructive Massnahmen zur Gerausminderung. Ind. Anz., nr.89, 1964.
102. Kasmi,A., Calcul du bruit rayonne par le carter simplifie d'une boite de vitesses, Mecanique, Materiaux, Electricité, nr. 434, 1990, p.(13 – 14).
103. Kecs, W., Elasticitate și vâscoelasticitate. Mecanică teoretică și aplicată, Ed. Tehnică, București, 1986.
104. Koroma, A., M., Monitoring scuffing and abrasive wear in spur gears using simple vibration-based techniques, ImechE. Int. Conf. Gear Noise and Vibration, Churchill College, Cambridge, 1990, p.(47-53).
105. Kovalev, N., Despre sarcina dinamică la angrenaje dințate, Izvstia Academia Nauk SSSR, nr. 2/1960, p.(95-103)

106. Kultin, L., L., Snijenie ŝuma zubciatîh predaci. Stanki i instrument, nr. 2, 1969, p.(21-22).
107. Lalor, N., The experimental determination of vibration energy balance in complex structures, SIRA Conference on Stress and Vibration, Ind. Meas. and Analysis, London, 1989.
108. Lemaitre, J., Influence de l'endommangement de fatigue sur les caracteristues de rezistences des materiaux, Rech.Aerosp.no.5, sept.-oct., 1970.
109. Mangeron, D., Irimiciuc, N., Mecanica rigidelor cu aplicații în inginerie, vol.3., Mecanica vibrațiilor sistemelor rigide, Ed. Tehnică, București, 1981.
110. Maersk-Moller, H., Bearing Monitoring Equipment for Gear Driven Paper Machines, Bruel & Kjaer, Application Notes 219/80.
111. Marinescu, Gh., Rizzoli, Popescu, I., Ștefan, C., Probleme de analiză numerică rezolvate cu calculatorul, Ed. Acad. Române, București, 1987.
112. Mateiu, H., Rezistența materialelor la solicitări termo-mecanice, Buletin de Informare Documentare, ISIM Timișoara, 1993.
113. Max, J. Methodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesurea physiques. Paris, Ed. Masson, 1981.
114. McKerrow, P., J., Introduction to Robotics, Addison-Wesley Publishing Company, Sydney, 1991.
115. McLean, R.,F., Lim, K., P., Fleming, J., S., A diagnostic for gearbox monitoring, IMechE., Part C., Vol. 199, 1985, p.(287-292).
116. Merticaru, V., Comment doit etre apresiee l'influence des differents parametres sur le bruit des engrenages. La Revue Politechnique, Geneve, nr.1276(4), p. (387-389), 1970.
117. Merticaru, V., Atanasiu, V., Influența deformațiilor elastice ale arborelui pinion asupra factorului de repartiție a sarcinii pe lățimea danturii, Sesiunea de comunicări Științifice, Craiova, 15-16 mai, 1986, p. (34-39).
118. Merticaru, V., Dinamica mecanismelor, Ed. Junimea, Iași, 1990.

119. Merticaru, V. Contribuții privind dependența zgomotului angrenajelor cu roți dințate cilindrice cu dinți drepți de condițiile de execuție și exploatare, Teza de doctorat, Inst. Pol. Iași, 1971
120. Minciu, C., Precizia și controlul angrenajelor, Ed. Tehnică, București, 1984.
121. Misun, V., Prikryl, K., Mechanical gearbox noise analysis of ZETOR, type, Res. Rep. TU Brno, num. ZET 101/93, 1993.
122. Molerus, O., Laufunruhige Drehzahlbereiche mehrstufiger Stirnradgetriebe, Dissertation T.N., Karlsruhe, 1963
123. Moraru, V., Vibrațiile și stabilirea mașinilor-unelte, Ed. Tehnică, București, 1982.
124. Moszynski, K., Metode numerice de rezolvare a ecuațiilor ordinare, Ed. Tehnică, București, 1973.
125. Munro, R., G., A review of theory and measurement of gear transmission error, Proc. 1-st IMechE Int. Conf. Gearbox Noise and Vib., Cambridge, 1991, p.(3-10).
126. Munro, R., G., The DC component of gear transmission error, 5-th ASME International Power Transmission and Gearing Conference, Chicago, 1989, p.(467-470)
127. Myrka, J., Doc. IIW-IIS-387-66
128. Myrka, J., Doc. IIW-IIS-857-77
129. Nakamura, K., Experimental studies about the effects of dynamic loads upon gear noise, Buletin of J.S.M.E., 10, nr.37, 1967, p.(180 – 188).
130. Nakamura, K., Generating mechanism and radiation field of gear noise “J.S.M.E. Semi International Sympos Papers Tokyo, 1967, Gearing”. Tokyo, Japan, Soc. Mech. Engrs., 1967, p. (171–180).
131. Natke, H., G., Identification of Vibration Structures, Wien-New-York, Springer Verlag, 1982.
132. Neerfeld, H., Moller H., Zur Farge des Sspannungsabbaues du Schwingungsbeanspruchung, Arch. f. d. Eisenhüttenwesen, 20, 1959, p.(205-206).

133. Nicks, J., E., Krishnappa, G., Gear fault detection using modulation analysis techniques, Twelfth Machinery Dynamics Seminar, Edmonton, Alberta, 1992, p.(57-67).
134. Niemann, G., Hosel, Th., Gerauschnersuchungen an schragverzahnten Stirnraden, Einfluss von Drehzade und Belastun, Verzahnugsdaten und Zahnfehlern, Konstruktio im Maschinen Apparate und Geratebau, nr.4., 1966.
135. Ohol, R., D., Nagendra Kumar, B., V., Noras, R., A., Measurement Vibration -Induced Stress Relief in the Heavy Fabrication Industry, ASTM STP 993, L., Mordfin, Ed., American Societz for Testing and Materials, Philadelphia, 1988, p.(45-57).
136. Opitz, H., Serienuntersuchungen des Gerauschnershaltens moderner Hochlasgetreibe, Ind. Anz., 87, nr.96, 1965, p.(2351-2360).
137. Pacoste, C., Stoian, V., Dubina, D., Metode moderne in mecanica structurilor, Ed. Did. si Ped., Bucuresti, 1998.
138. Pater, S., Bratu I., Variatia erorilor geometrice la masurarea alezajelor utilizand doi palpatori; Anale. Mecanica, Univ. Oradea, 1996, p.(219-222).
139. Pater, S., Bratu I., Ghilea L., Analizarea vibratiilor torsionale in angrenajul cilindric, Anale. Mecanica, Univ. Oradea, 1998, p.(245-249).
140. Pater, S., Bratu I., Metode de cercetare a rotilor dintate, Anale. Mecanica, Univ. Oradea, 2000, p.(287-291).
141. Pater, S., Bratu, I., Rus, Al., Erorile cinematice in cuplele cu joc, Anale. Mecanica, Univ. Oradea, 1998, p.(245-249).
142. Petrusевич, A., I., Genkin, M., D., Grinkevici, V.K., Dinamiceskie nagruzchi v zubciatih peredaciah s priamozubimi kolesami. Izdatelstvo Akademii Nauk USSR, Moskova, 1956.
143. Pircalabu, P., Aplicarea metodei elementului finit la verificarea dintilor rotilor dintate cilindrice, Sesiunea de Comunicari Stiintifice, Craiova, 15-16 mai, 1984, p.(157-163).



144. Ponomariov, S., D., Biderman, V., L., Liharev, K., K., Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol.II-III, Ed. Tehnică, București, 1963.
145. Popescu, H., Chiroiu, V., Calculul structurilor optimale, Ed. Acad. Române, București, 1984.
146. Popescu, I., Aplicarea metodei elementului finit la verificarea dinților roților dințate cilindrice, Sesiunea de Comunicări Științifice, Craiova, 15-16 mai, 1986, p.(17-23).
147. Posea, N., Florian, V., Talle, V., Tocaci, E., Mecanică aplicată pentru ingineri, Ed. Tehnică, București, 1984.
148. Poterasu, V., F., Mihalache, N., Mangeron, D., Metode numerice in elasticitate si plasticitate, Vol.1,Ed. Acad. Române, București, 1993.
149. Poterasu, V., F., Mihalache, N., Elemente de contur, Ed. Militară, București, 1992.
150. Randall, R., B., Frequency Analysis, Bruel & Kjaer, Measuring system, 1987.
151. Randall, R., B., Cepstrum Analysis and Gearbox Fault Diagnosis. Bruel & Kjaer, Application Note, 1990, p.(13-15).
152. Rădulescu, Gh., Măsurarea deformației dinților roților dințate cilindrice cu dinți drepți, Constr. de Mașini nr.2, 1969, p.(98-106).
153. Rădulescu, Gh., Comportarea vibroacustică factor de bază a calității transmisiei cu roți dințate, Construcția de mașini, 40, nr.8, 1988, p.(407-416).
154. Rădulescu, Gh., Diagnosticarea vibroacustică a transmisiilor cu roți dințate. Construcția de mașini 40, nr.8, 1988, p.(430-434).
155. Retting, H., Zahnkrafte und Schwingungen in Stirnradgetriebe, In Konstruktion 17, p.(41-53), 1965
156. Ripianu, A., Popescu, P., Bălan, B., Mecanica tehnică, Ed. Did. și Ped., București, 1982.
157. Roosmalen, A.N.J., Noise generation mechanism of gear transmissions, PhD. thesis, TU Eindhoven, The Netherlands, 1995.

158. Roșca, G., Bratu, I., Cocaină, A., Vibrații datorate rigidității variabile; *Anale. Mecanică, Univ. Oradea*, 1992, p.(240-245).
159. Roșca, G., Bratu, I., Angrenaje cilindrice model dinamic, *Anale. Mecanică, Univ. Oradea*, 1993, p.(30-33).
160. Rus, Al., Bratu, I., Optimizarea structurală a mecanismelor; *Anale. Mecanică, Univ. Oradea*, 1995, p.(27-32).
161. Rus, Al., Bratu, I. Aspecte ale rigidității și stabilității mecanismelor de prehensiune, *Anale. Mecanică, Univ. Oradea*, 1996, p.(123-127).
162. Rust, A., Brandl, F., K., Thien, G., E., Investigations into gear rattle phenomena key parameters and their influence on gearbox noise, *Int. Conference, Newport Beach, 1995*, p.(113-121).
163. Ryu, J., Kim, S., S., An Efficient Computational Method for Dynamic Stress Analysis of Flexible Multibody Systems, *Computers & Structures*, Vol.42, No.6, 1992, p.(969-977).
164. Sabot, J, Erreurs dynamiques de transmission induites par les réducteurs utilisés en robotique industrielle, *Mecanique, Materiaux, Electricité*, nr.416, 1986, p.(68-72).
165. Sabot, J., Bouchareb, A., Mechanical Sources of the noise radiated by gears, *Proceedings of the 1988 International Conference on Noise Control Engineering, Inter Noise*, 1988.
166. Sandi, H., *Elemente de dinamica structurilor*, Ed. Tehnică, București, 1983.
167. Sauer, L., Horovitz, B., Basu, T., Miloiu, Gh., Thomie, V., Saanen, E. Van, Erlicz, I., Chiriacescu, S., *Angrenaje. Proiectare. Materiale*, vol.1,2,3, Ed. Tehnică, București, 1970.
168. Schlegel, R., G., King, R., J., Mull, H., R., How two reduce gear noise. *Machine design*, 36, nr.5, 1964.
169. Schlagel, A., Measurement of Modules of Elasticity and Factor for solid Materials, *B&K, Technical Review*, oct., 1987.

170. Sestopalov, L. M., Deformirovanie metalovi volnî plasticinosi v nih, Izd. Akad. Nauk, SSSR, Moskva-Leningrad, 1958.
171. Silaș, Gh., Mecanică. Vibrații mecanice, Ed. Did. și Ped., București, 1968.
172. Silaș, Gh., Groșanu, I., Mecanica, Ed. Did. și Ped., București, 1980.
173. Silaș, Gh., Mecanica. Vibrații mecanice, Ed. Did. și Ped., București, 1967.
174. Silaș, Gh., Rădoi, Gh., Brîndeu, L., Hegedus, A., Culegere de probleme de vibrații mecanice, Vol.I,II, Ed. Tehnică, București, 1967-1973.
175. Silaș, Gh., Brîndeu, L., Sisteme vibropercutante, Ed. Tehnica, București, 1986.
176. Sima, P., D., Vibrațiile roților dințate, Construcția de mașini, 20(1968), nr.8, p.(461-475).
177. Simionescu, L., Metode numerice în tehnică. Aplicații în Fortran, Ed. Tehnica, București, 1995.
178. Smith, S.,W., The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing, California Technical Publishing, San Diego, 1999.
179. Steward, R., M., Through-life Monitoring of Transmission Systems, First Int. Conf. on Noise and Vibration, Proc. of the Inst. of Mechanical Engineers , 1990, p.(135-140).
180. Taylor, J., I., Fault Diagnosis of Gears Using Spectrum Analysis. Vibr. Rotating Mach, 2nd, Int. Conf. Cambridge, London, 1980.
181. Tănăsescu, T., F., Stanciu, V., Niti, S., Nitu, C., Agenda Tehnică, București, 1990.
182. Teodorescu, P., Ille, V., Teoria elasticității și introducere în mecanica solidelor deformabile, Vol. I, II, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1979.
183. Thomson, R., A., Mcculough, J., R., The Detection of Wear in Gears, ASME 72-PTG-24, 1972.
184. Thompson, L., Method and apparatus for stress ester living a workplace by vibration, Brevet U.S.A., nr.3622.40/ 09.febr., 1969.
185. Toppe, A., Untersuchungen uber die Gerauschanregung an Zahnradgetrieben, Ind. Anz., 87, nr.25, 1965, p. (439-444).

186. Tse, F., S., Morse, I., E., Hinkle, R., T., *Mechaniceskie kolebania*, Izd. Maşinostraiehie, Moskva, 1966.
187. Toshinari, I., *Development of transmission error apparatus for final drive unit improvement of torsion vibration characteristic*, Instn. Mech. Engrs., 1995.
188. Voinea, R., Voiculescu, D., Simion, F., P., *Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie*, Ed. Acad. Române, Bucureşti, 1989, p.(11-51).
189. Voinea, R., Voiculescu, D., Ceaşu, V., *Mecanica*, Ed. Did. şi Ped., Bucureşti, 1983.
190. Wilson, E., L., *Articles on Numerical Techniques used in SAP2000, ETABS and SAFE*, Computers and Structures, 1998.
191. Zakrajsek, J., J., Oswald, F., B., Townsend, D., P., Coy, J., J., *Gear noise vibration and diagnostic studies at NASA Lewis Research Center, Ohio*, IMechE., 1990.
192. Zakrajsek, J., J., Townsend, D., P., *Transmission diagnostic research at NASA Lewis Research Centre, Ohio*, IMechE., 1995.
193. Zaveri, K. *Modal Analysis. of Large Structures Multiple Exciter Systems*. Bruel & Kjaer, 1985
194. Zienewicz, O., C., Taylor, R., L., *La methode des elements finits*, ANFOR, Paris, 1991.
195. Zienkiewicz, K., *Influența jocului dintre dinți asupra funcționării silențioase a angrenajelor*, *Construcția de Maşini*, nr.10, 1964.
196. \*\*\**Data Acquisition (DAQ) Fundaments*, National Instruments Corporation, Application Note 007.
197. \*\*\**Design-Expert 5.0. Reference Manual*, Stat-ease, Inc., Minneapolis, 1998.
198. \*\*\**Frequency Analysis*, Bruel & Kjaer, Naerum, 1985.
199. \*\*\* *Instalația de stabilizare prin vibrații cu afișaj numeric*, prospect, ICSITMTAE Craiova, (prospect) 1988.
200. \*\*\* *ISO/D 3790 Determination , of Sound power Levels of Noise .Sources-Guidelines for the Use of Basic Standards*.

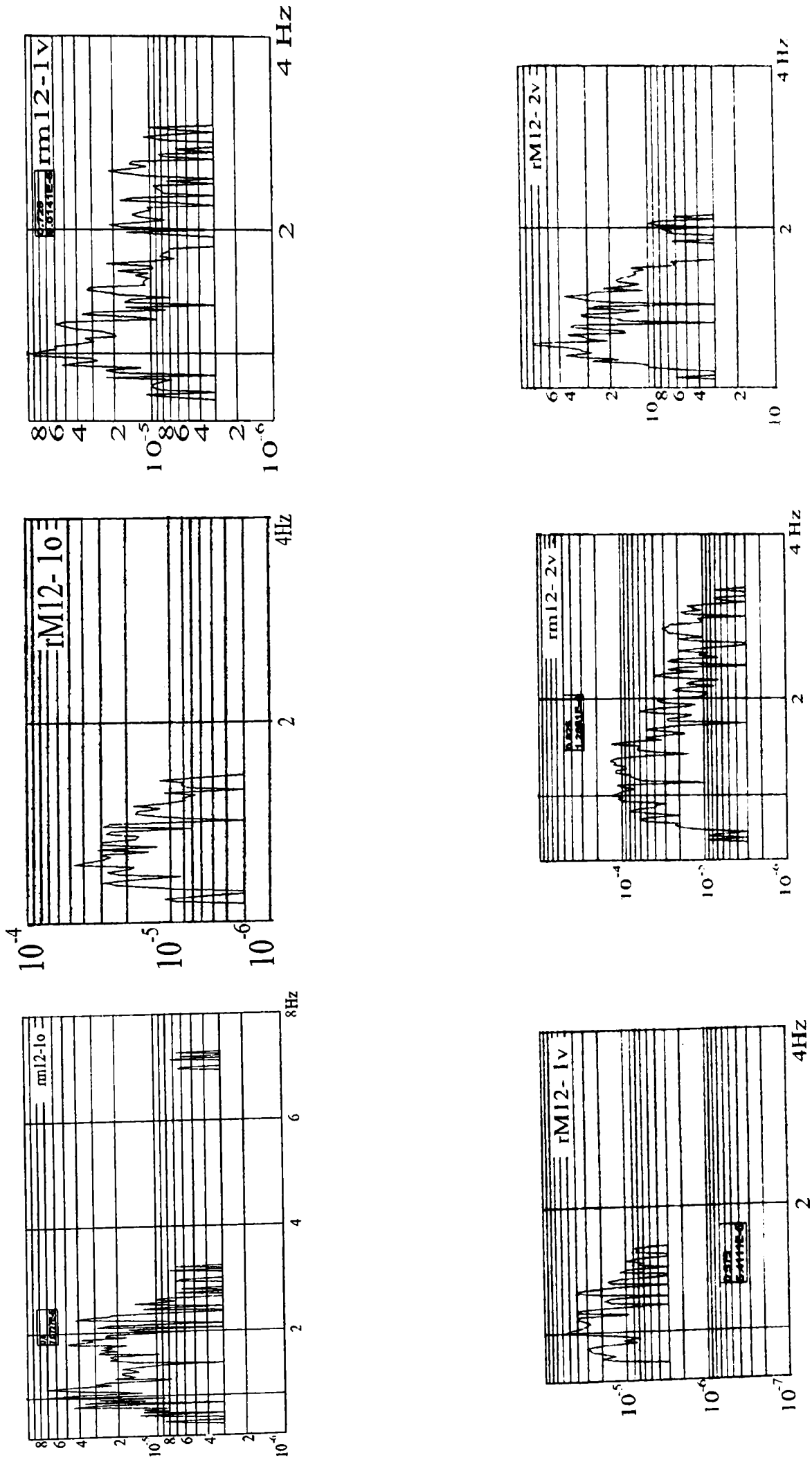
201. \*\*\*MATLAB Reference Guide The Math Works, Inc., 1992.
202. \*\*\*MATLAB Signal Processing Toolbox User's Guide The Math Works Inc., 1998.
203. \*\*\* Measurement of the Complex Modulus of Elasticity, A Brief Survey, Bruel & Kjaer Application Note, 13-099.
204. \*\*\* Monitoring with the Vibration Analyzer Type 2515, Bruel & Kjaer.
205. \*\*\*NEWPORT CATALOG. Research, Industry, Education, 1990.
206. \*\*\* Notes on the Use of Vibration Measurements for Machinery Condition Monitoring. Bruel & Kjaer Application Note 14-227.
207. \*\*\*PCI-1200 User Manual .Multifunctional O/O Board for PCI Bus Computers, National Instruments Corporations, 1998.
208. \*\*\* Spectrum Analysis in .Machinery Health Monitoring, Scientific Atlanta, Spectral Dynamics, Corp. DSP-030 12/1978.
209. \*\*\* Stres relief Engineering Co., "Formula 62" for stress relieving metals, (prospect).
210. \*\*\* VSR Martin Engineering, Application news, (prospect), 1982.

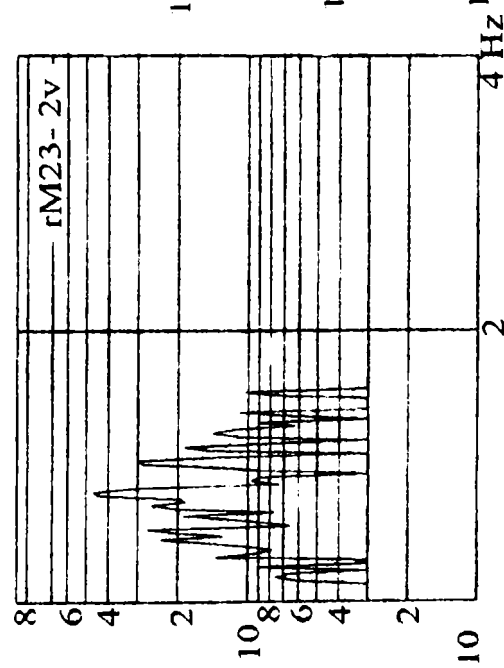
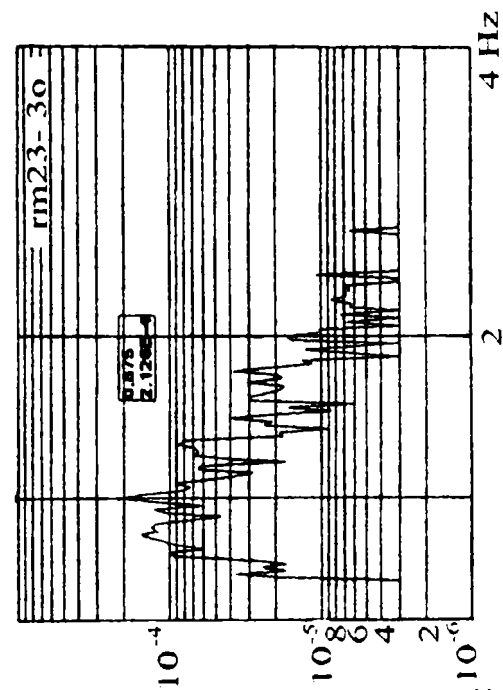
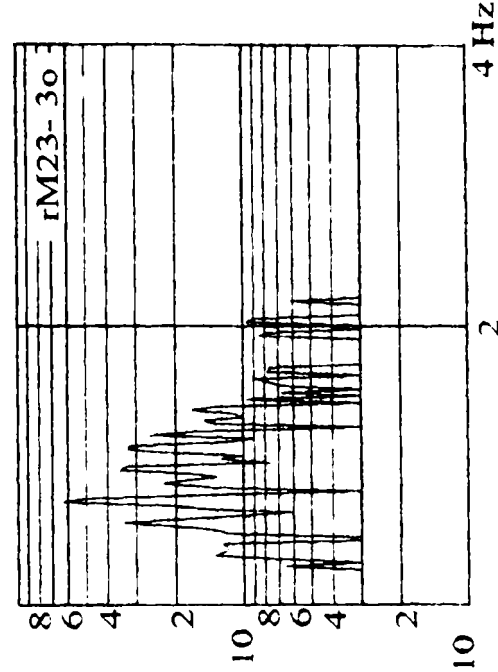
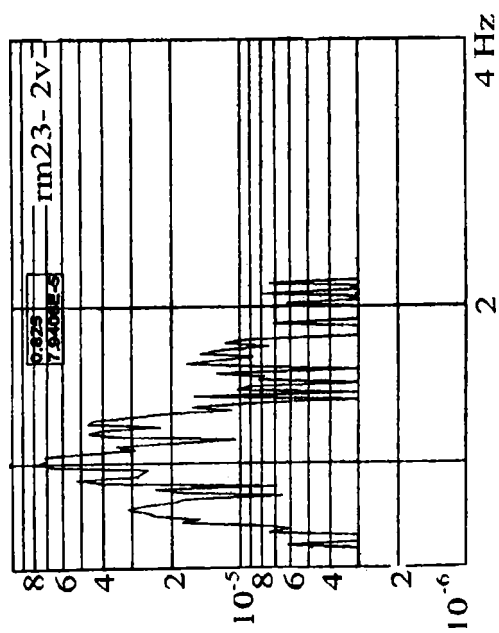
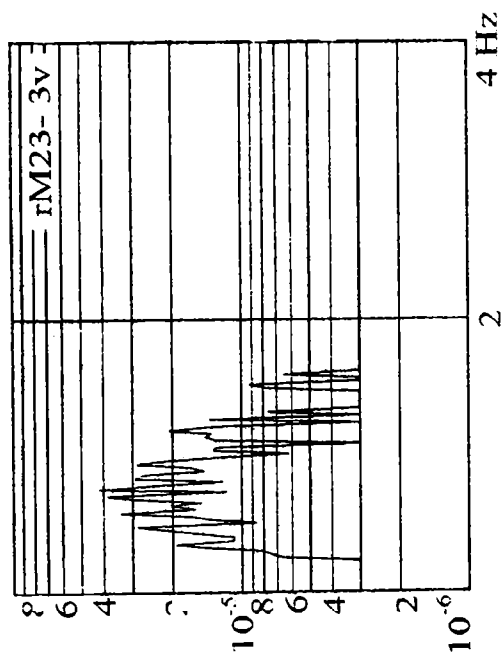
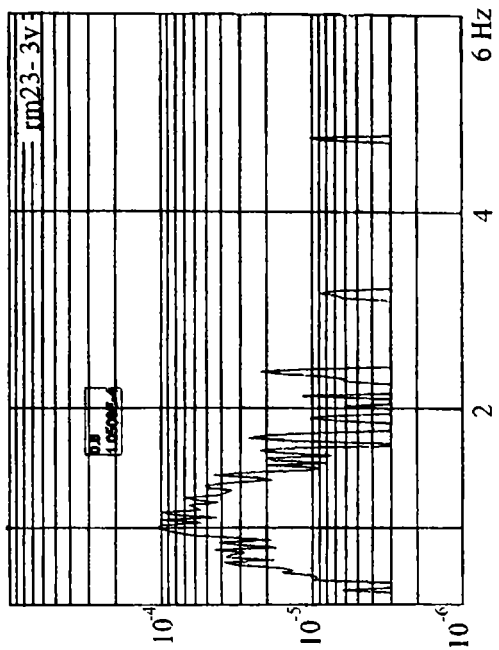


## ANEXA 1

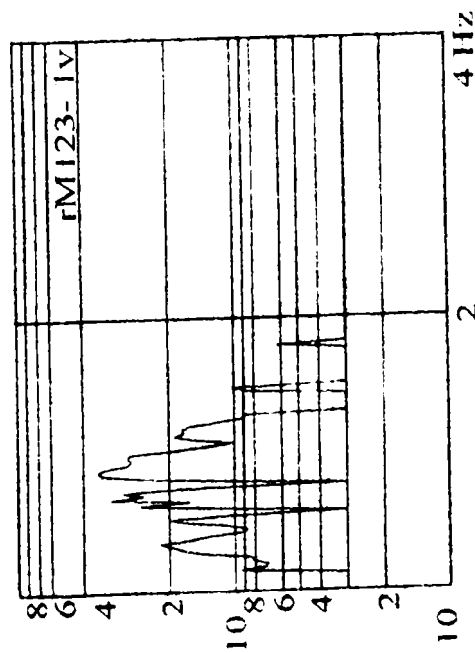
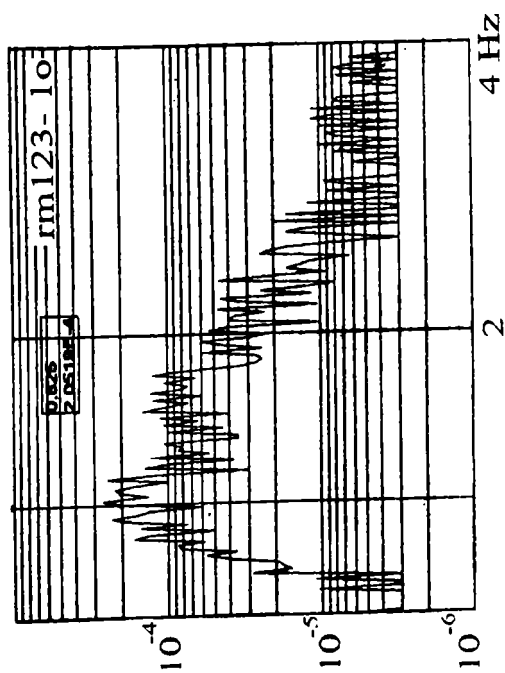
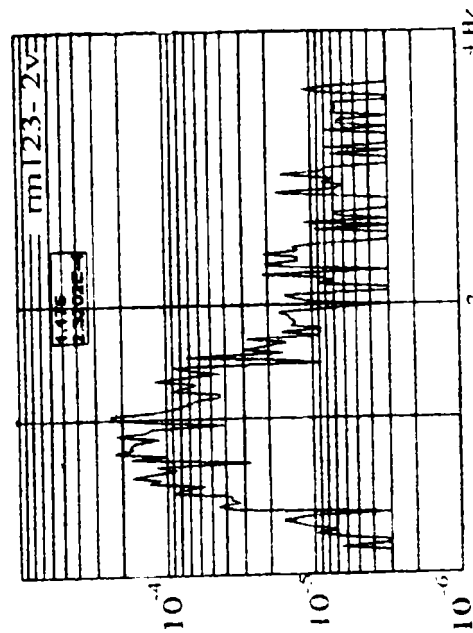
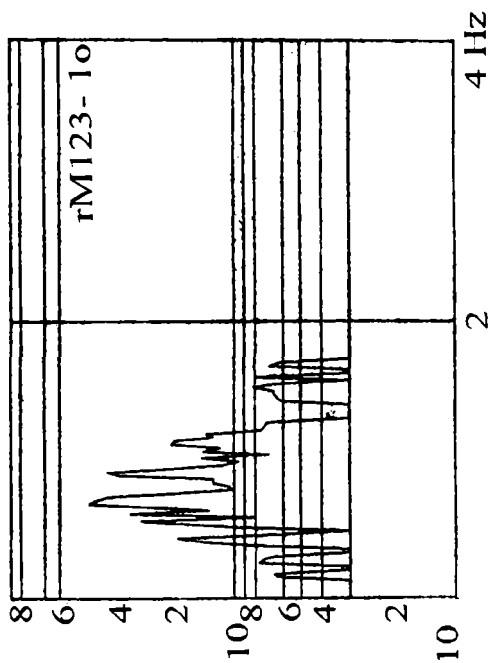
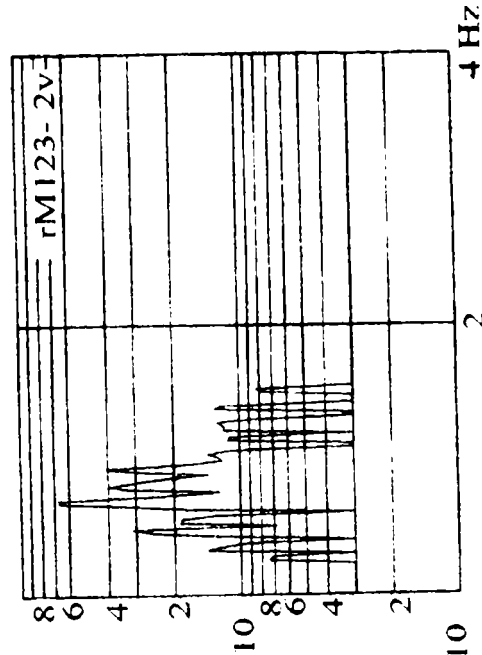
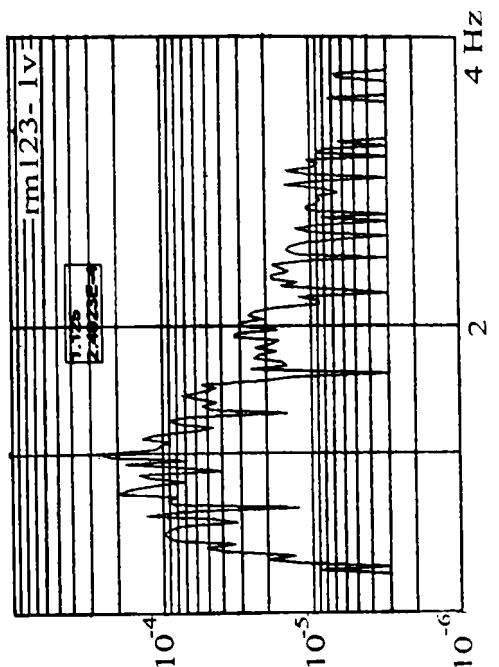
REZULTATE EXPERIMENTALE PRIN METODA

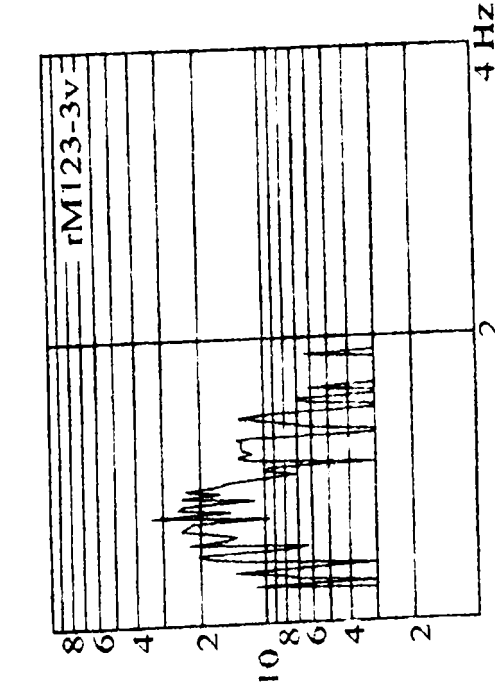
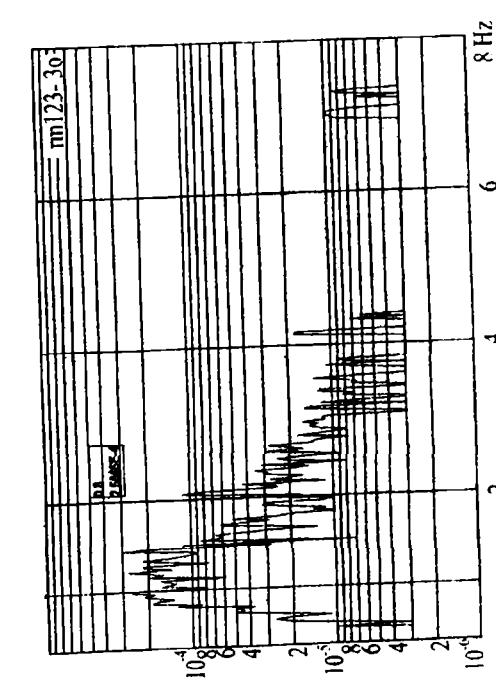
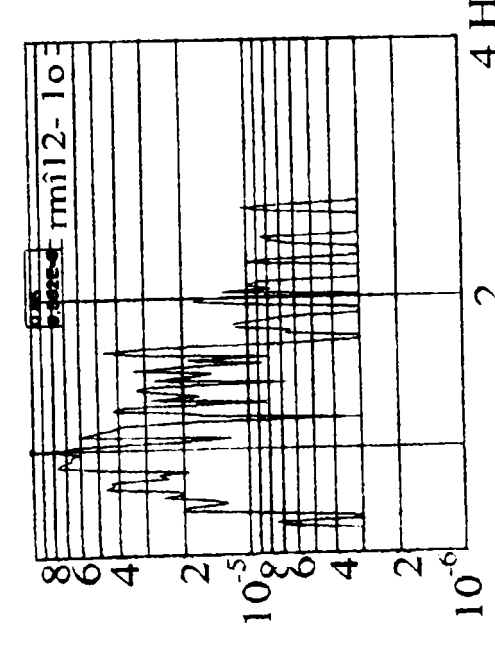
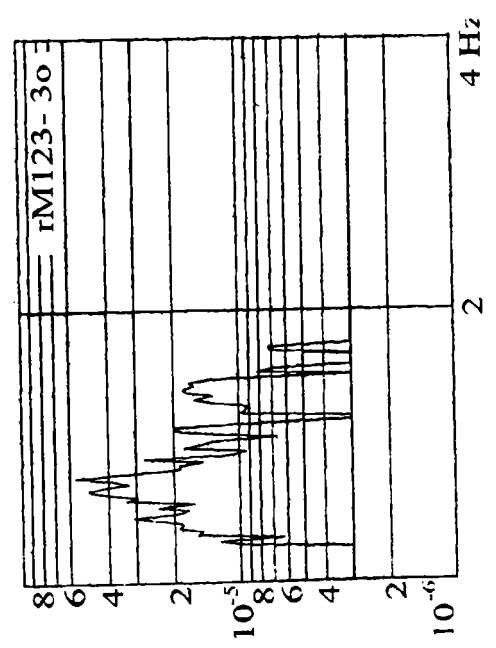
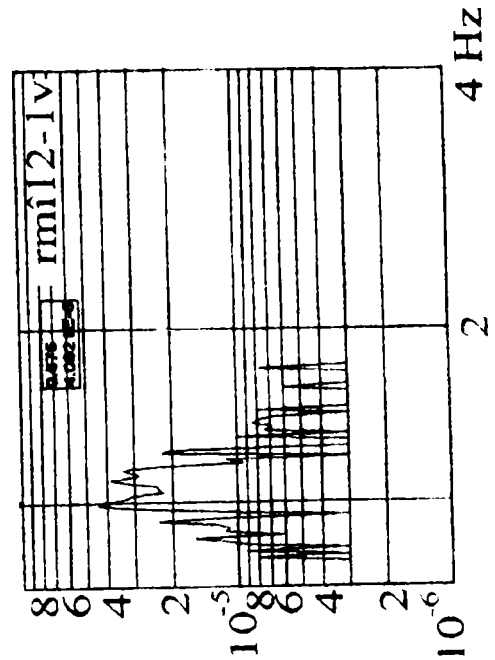
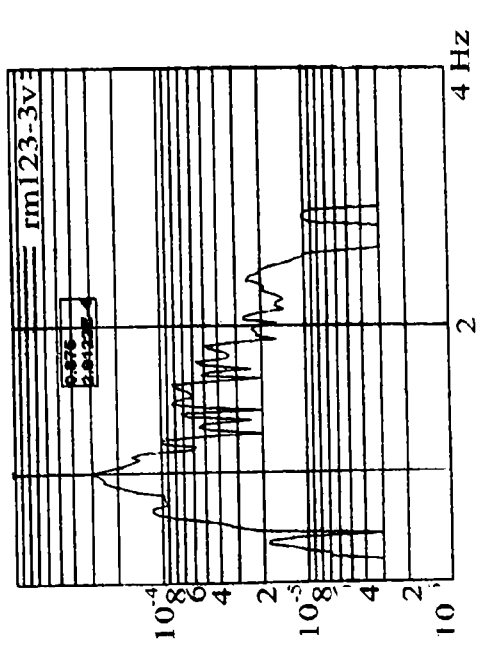
“COMPASS”

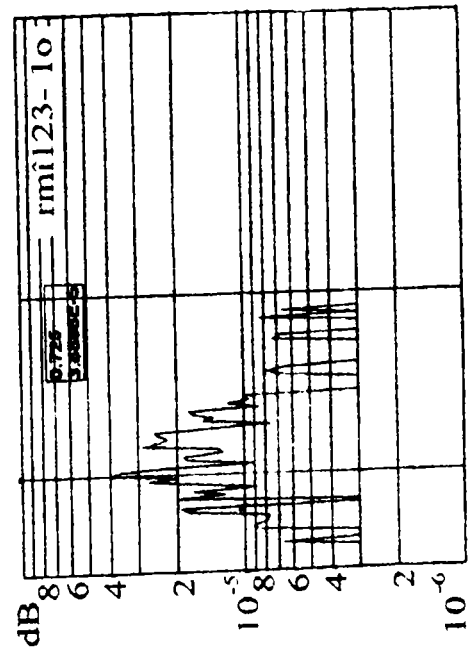
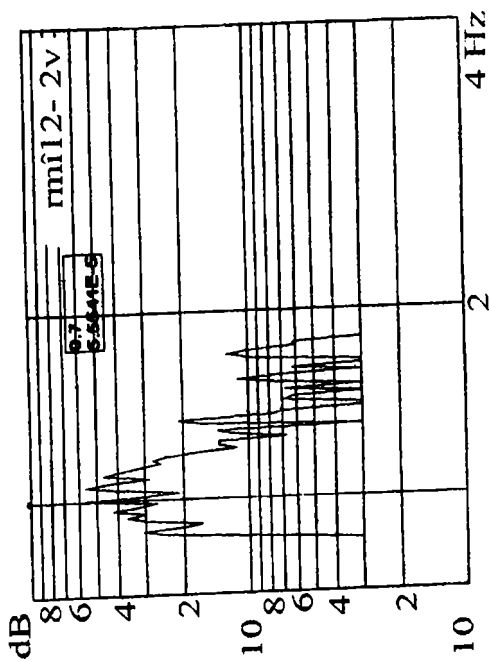
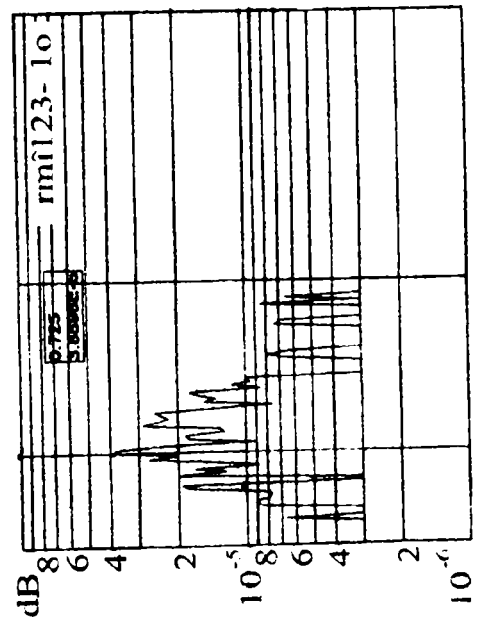
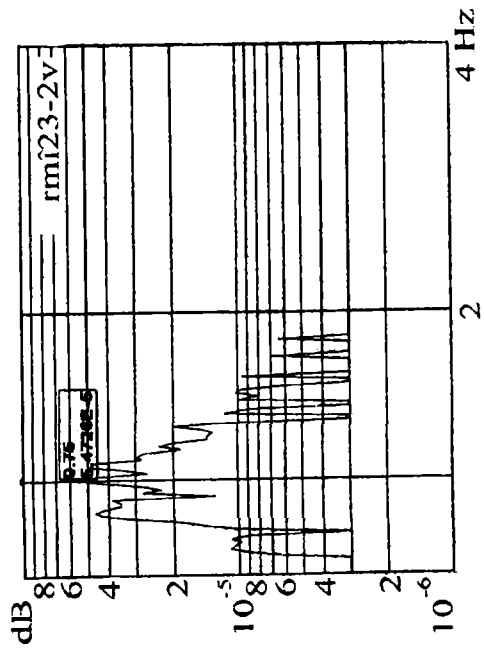
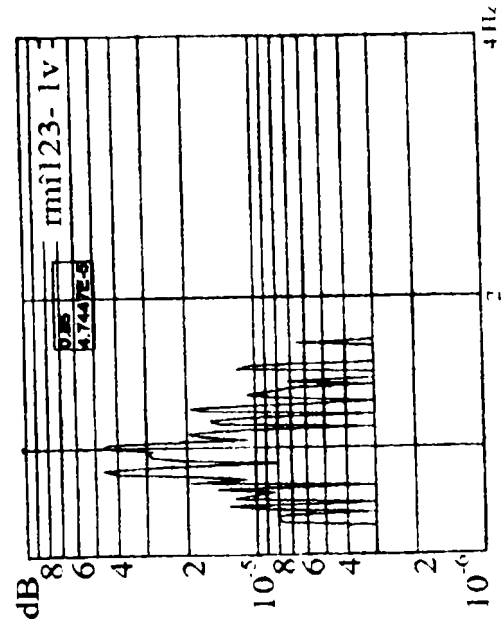
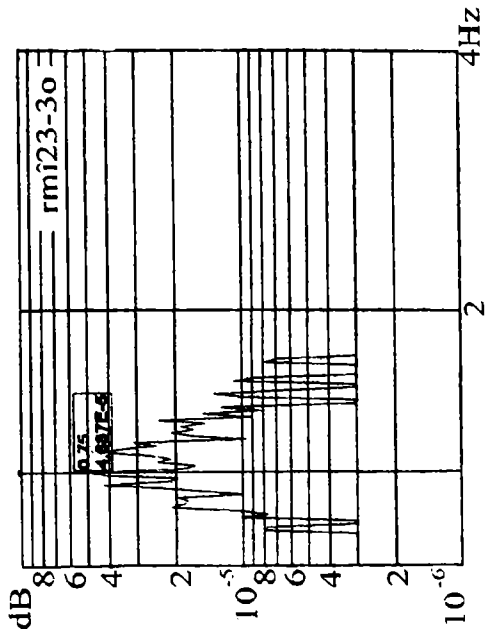


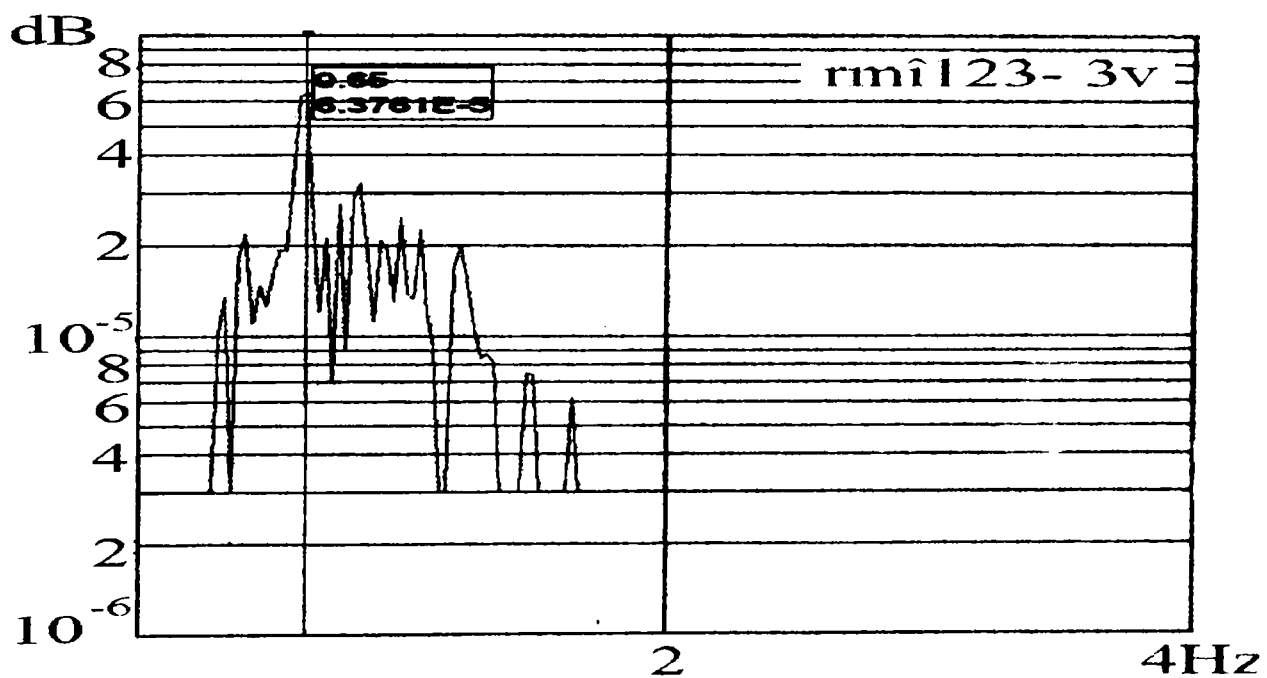
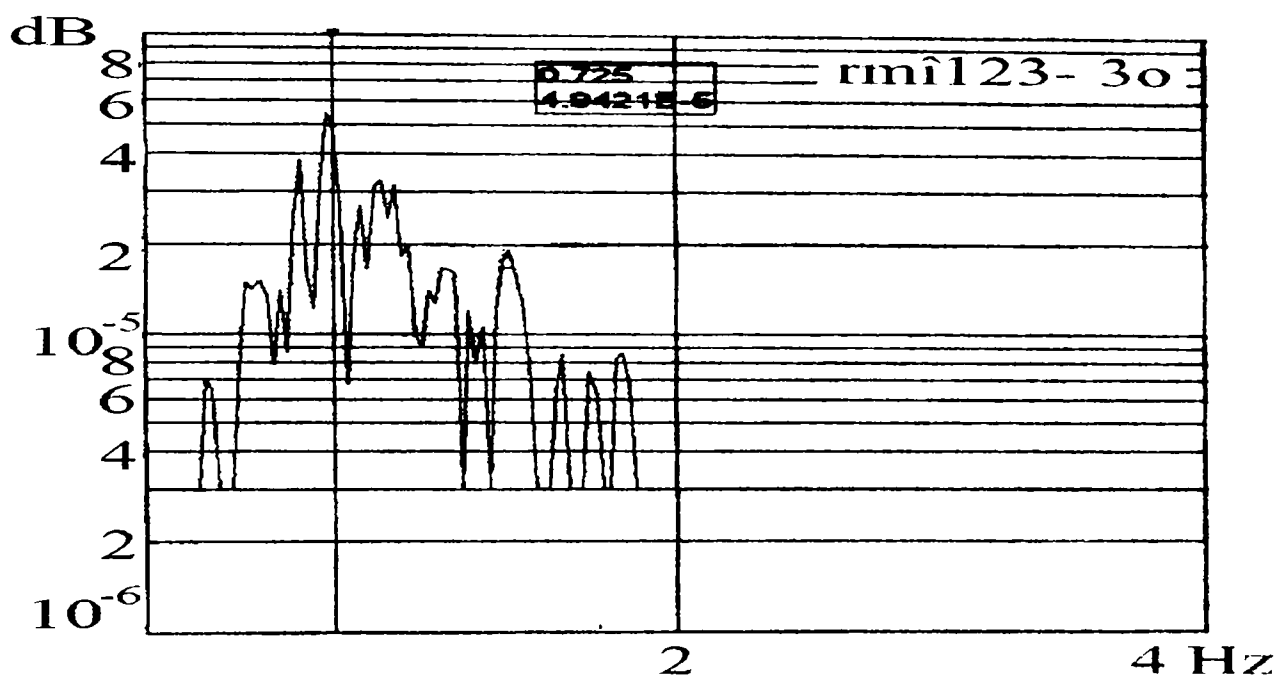
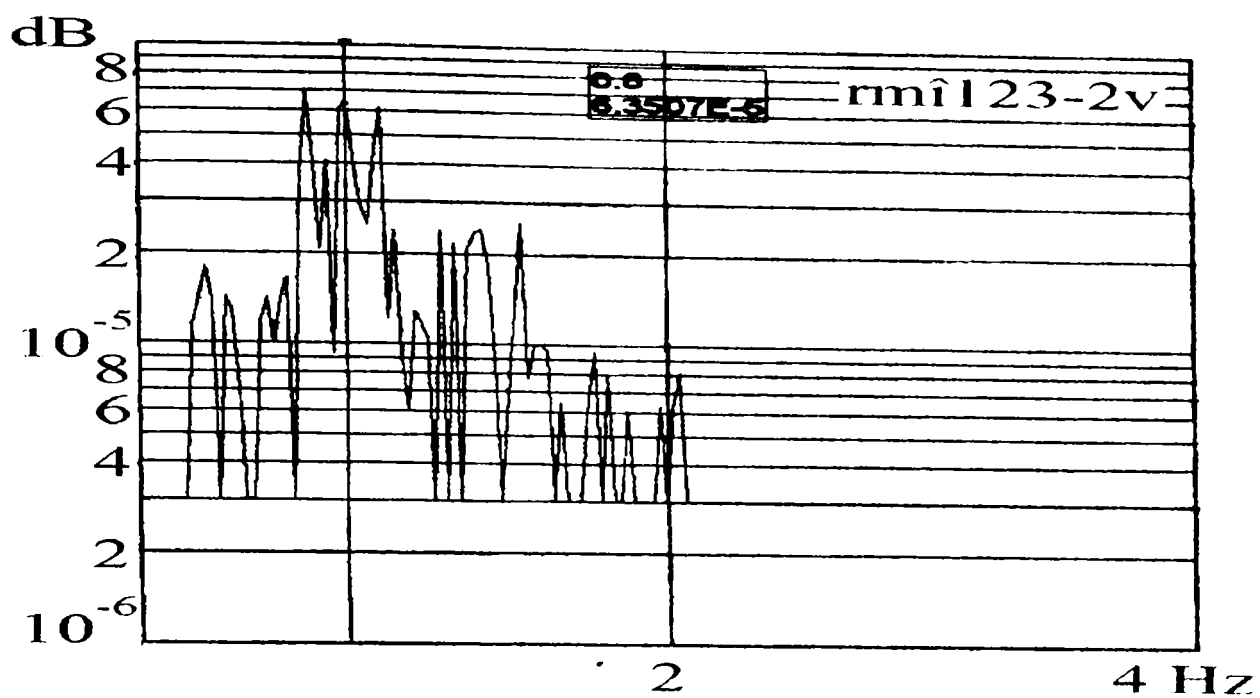


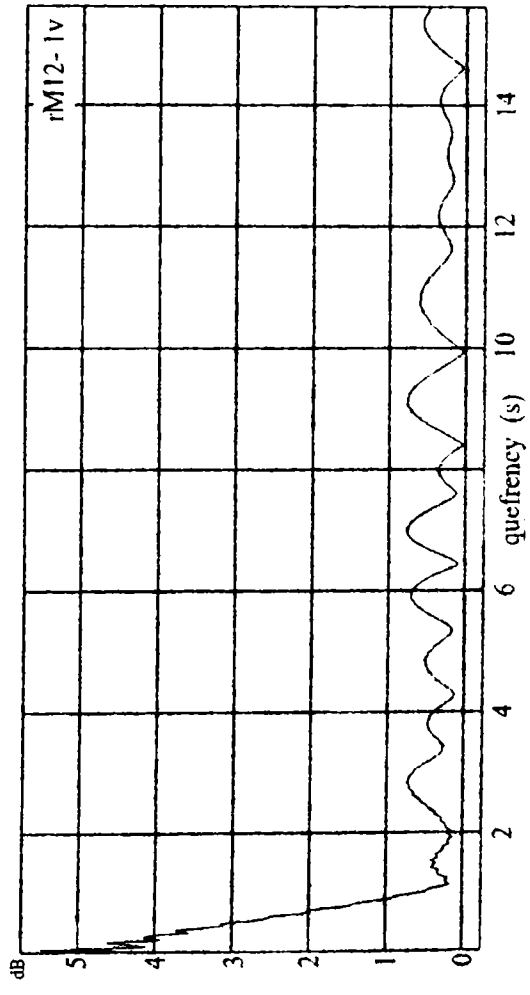
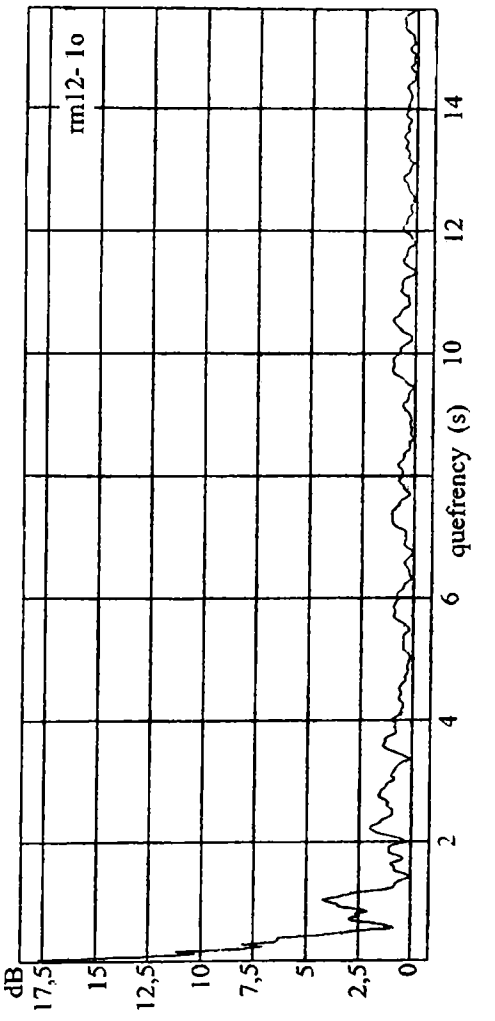
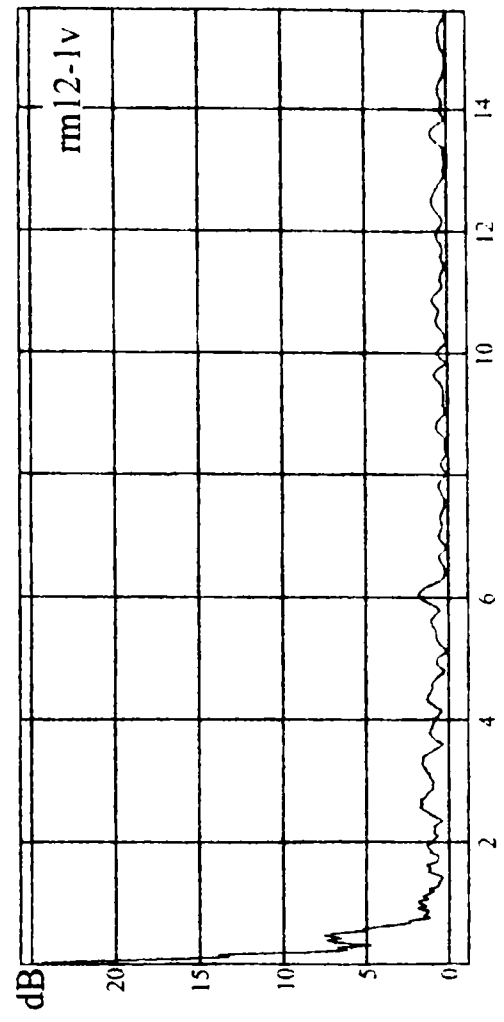
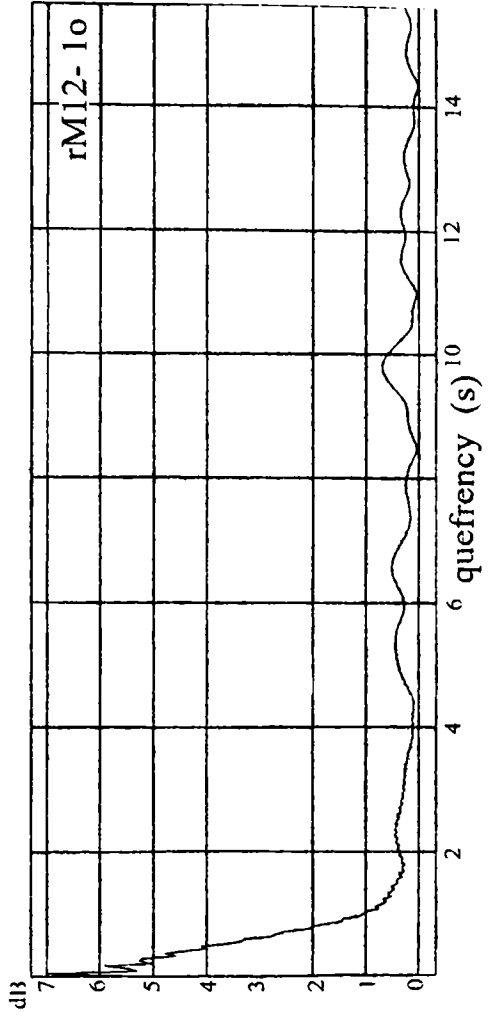


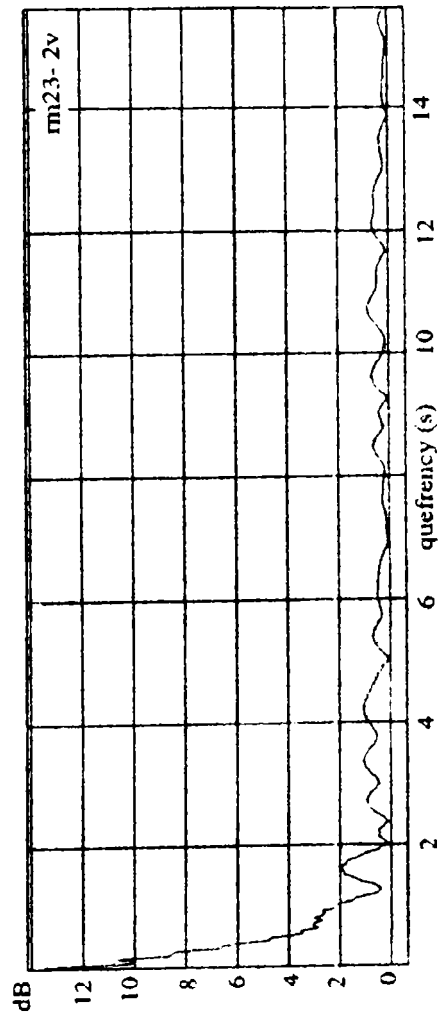
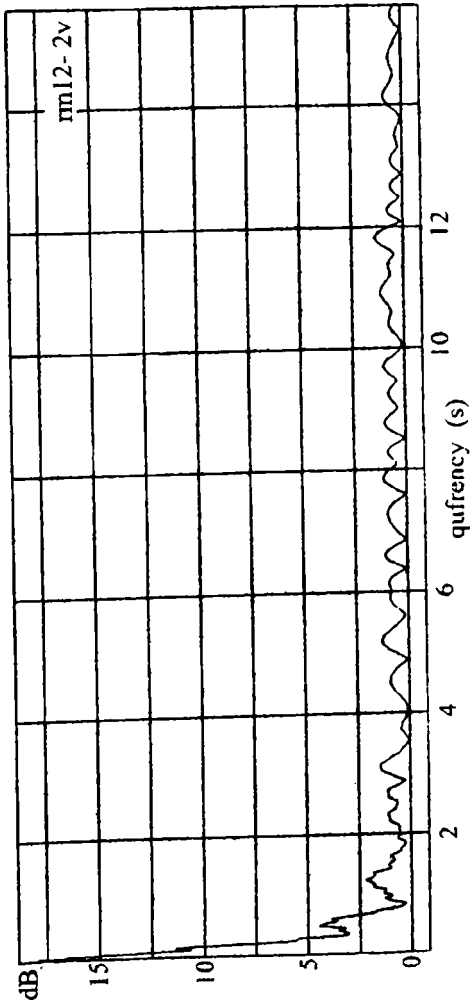
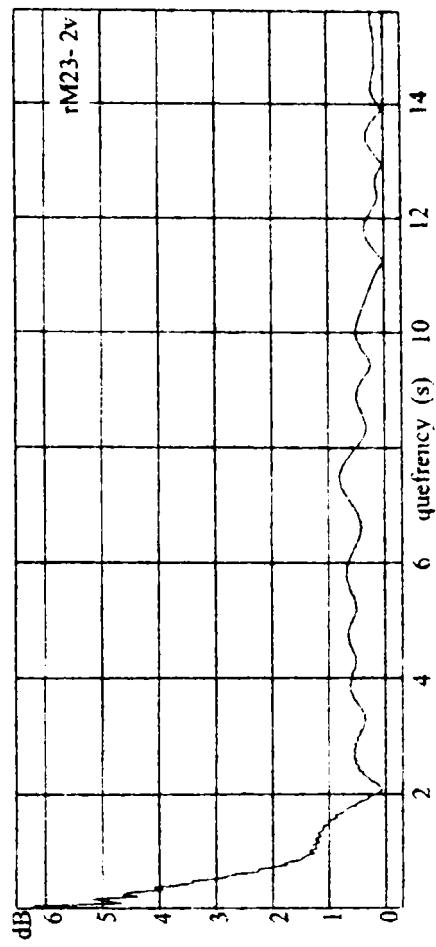
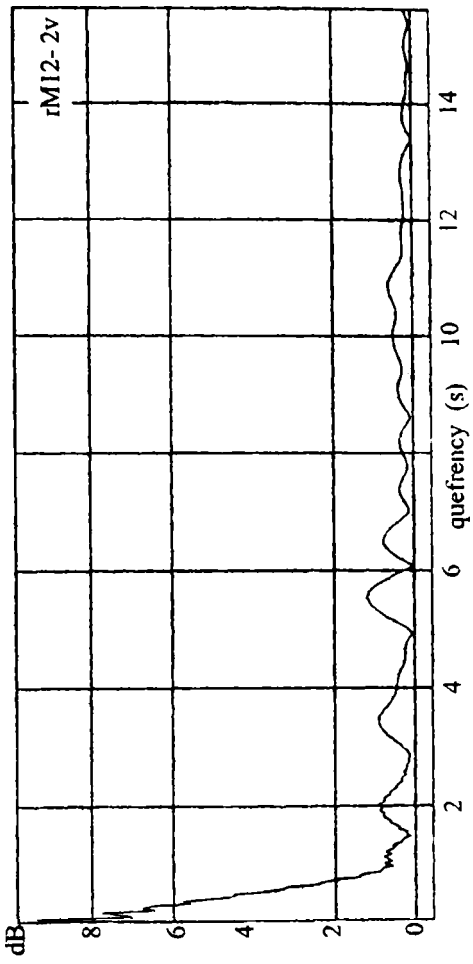


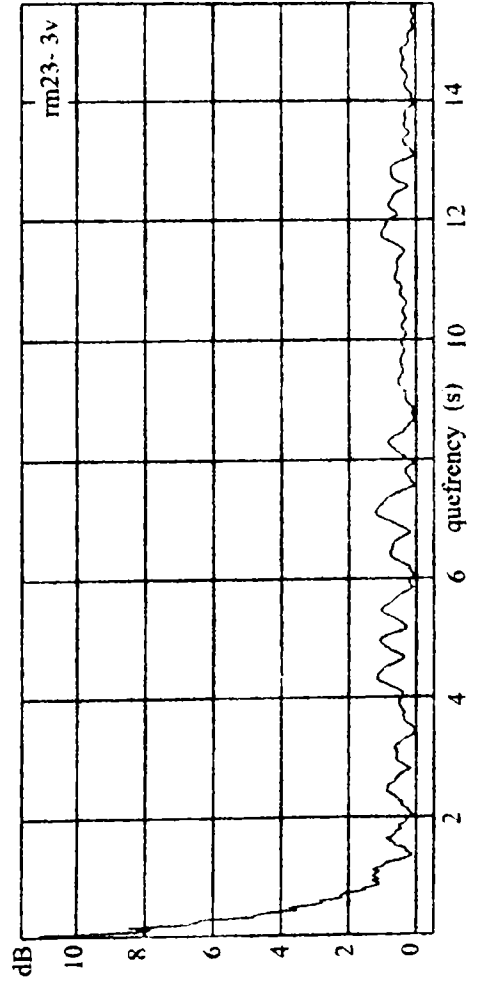
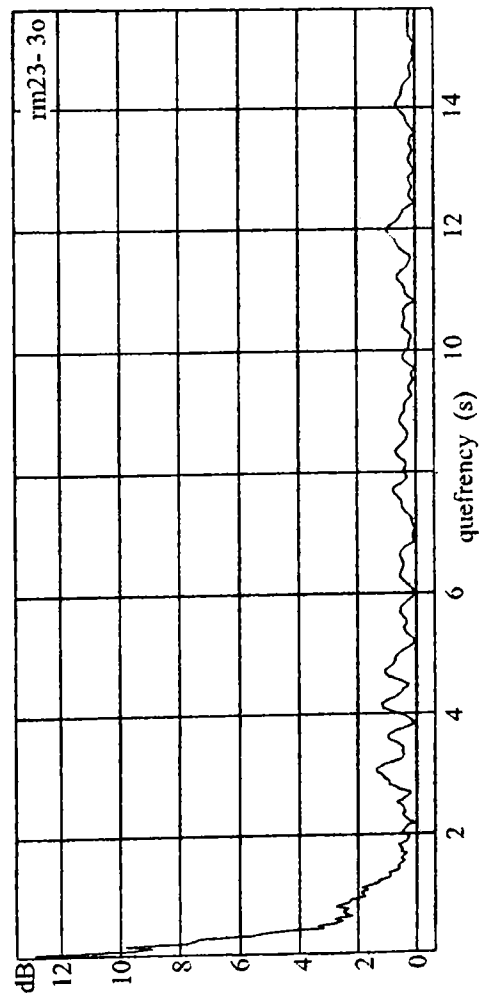
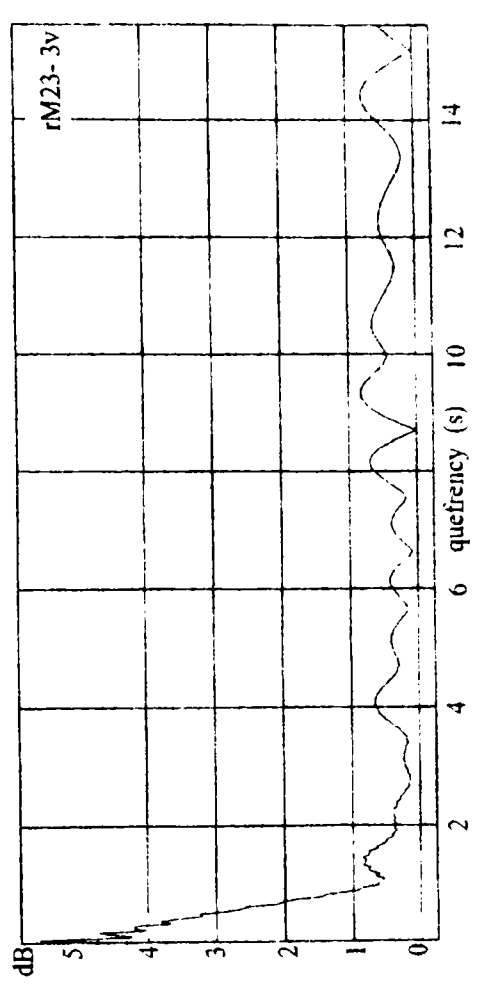
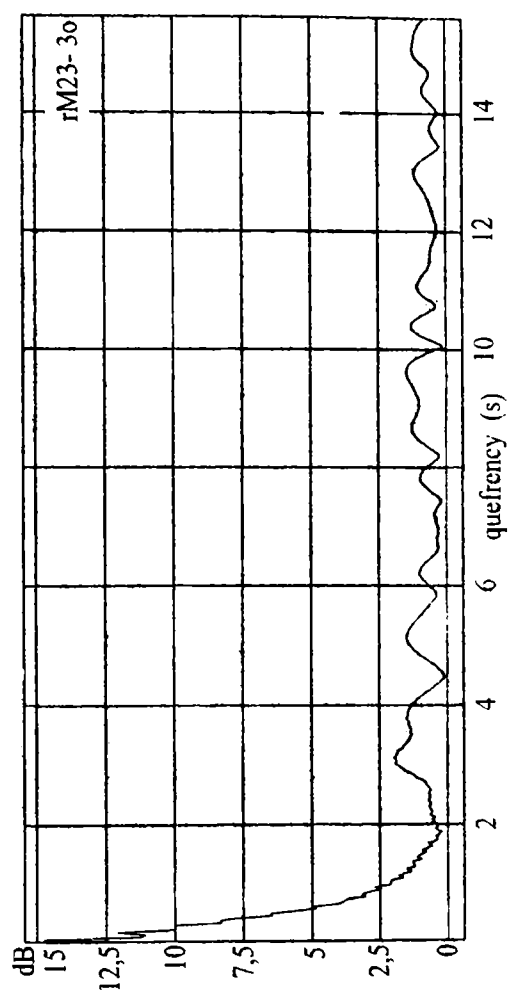


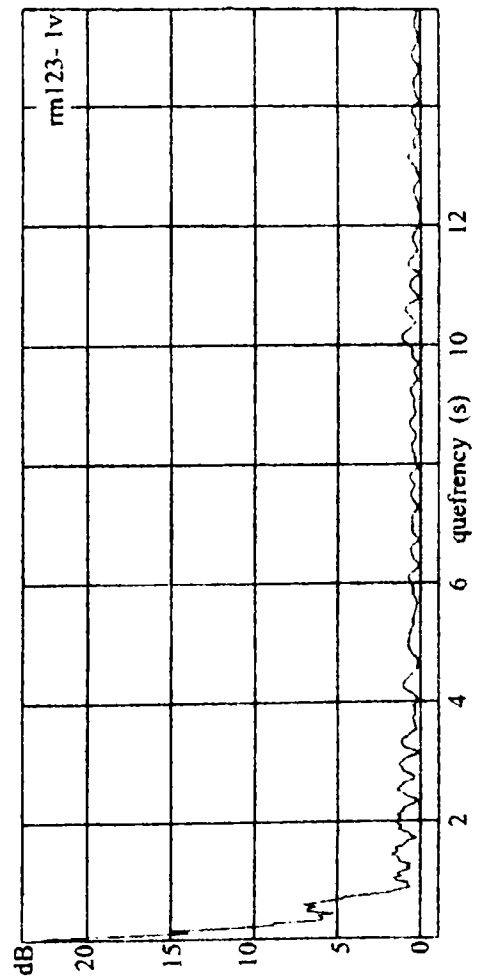
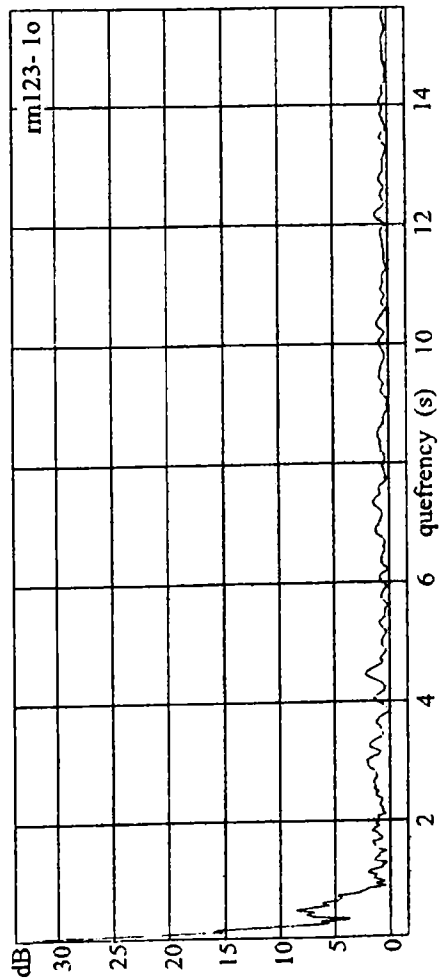
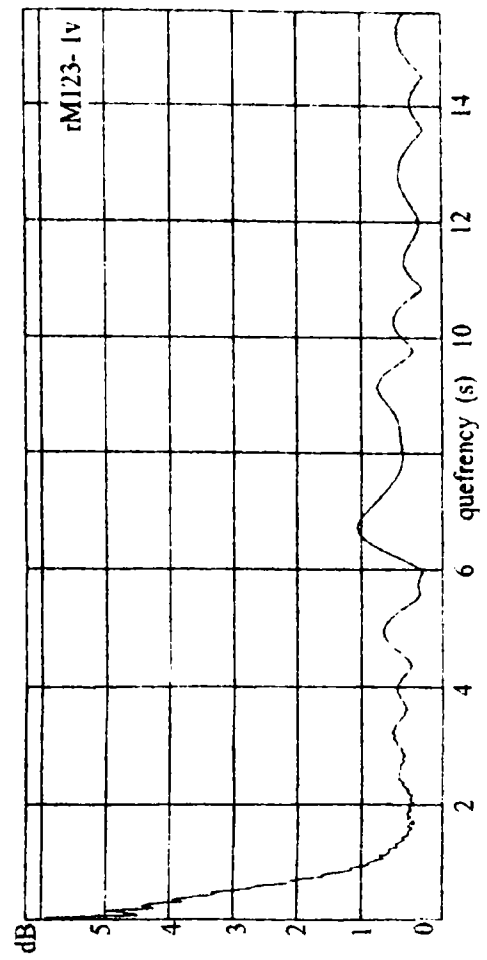
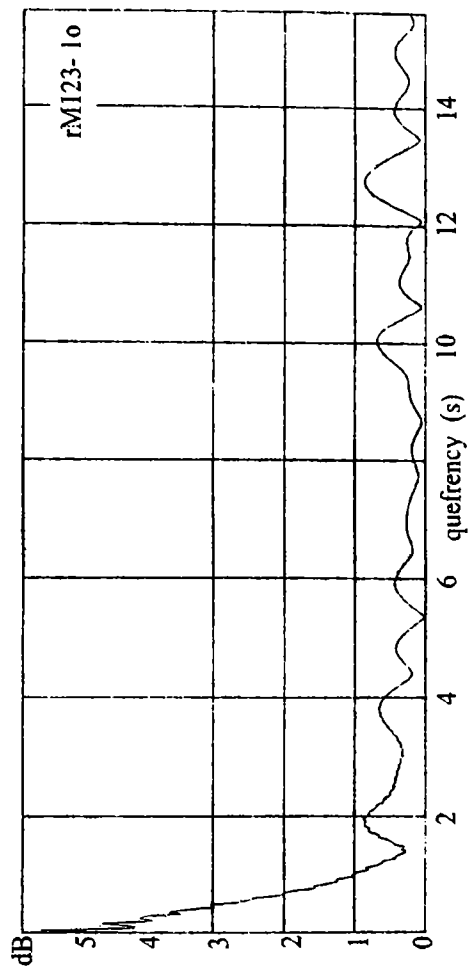




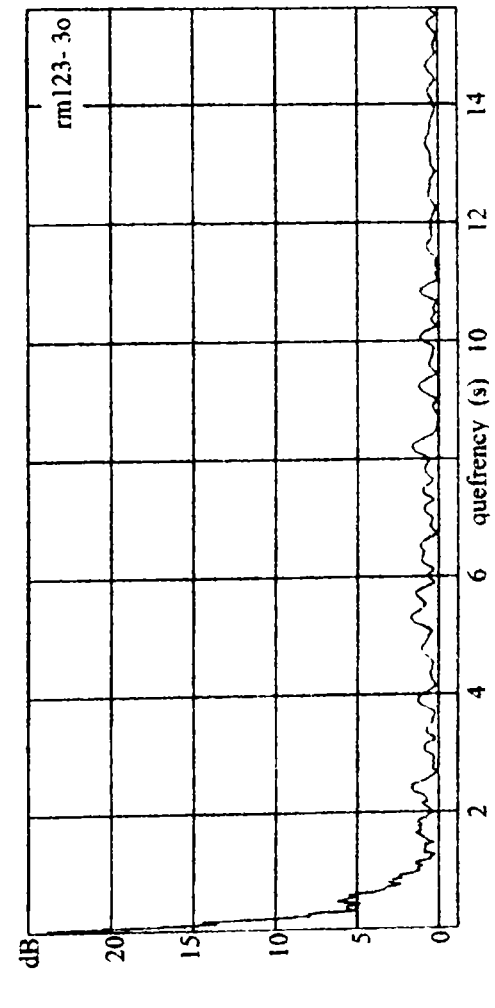
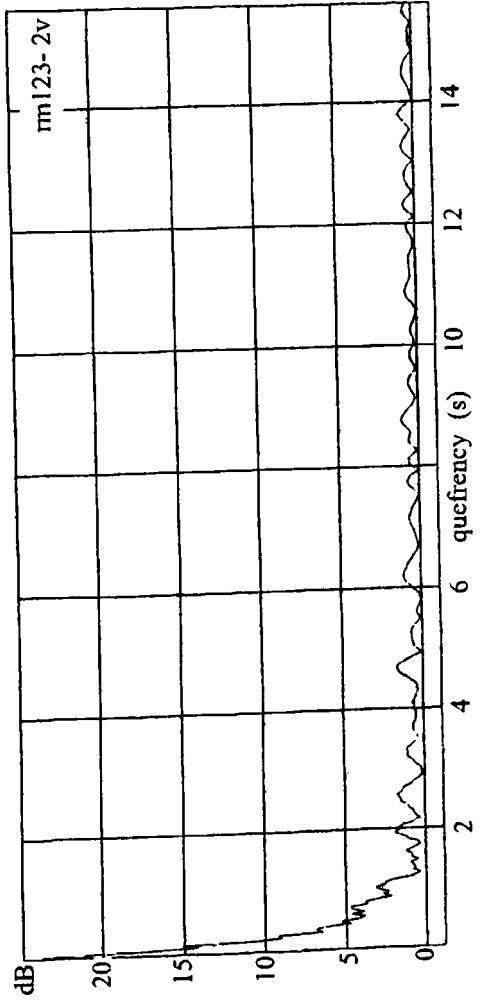
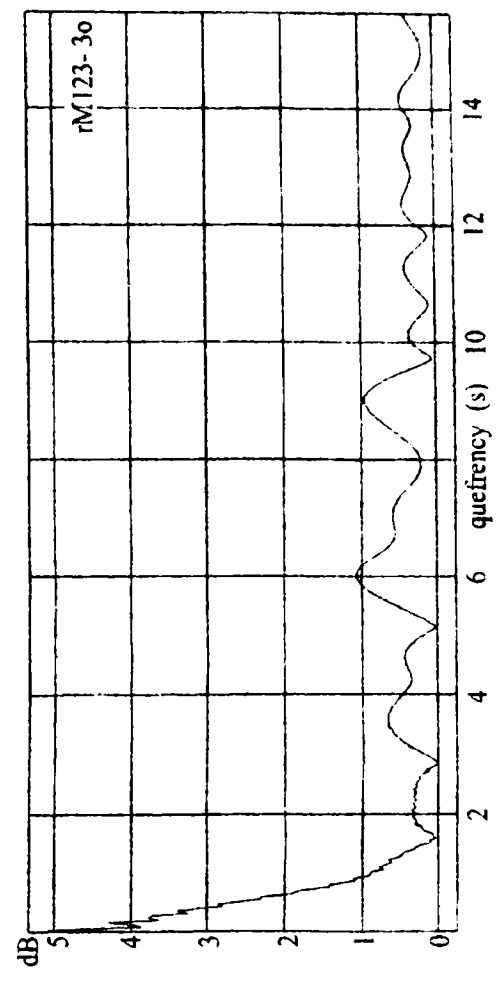
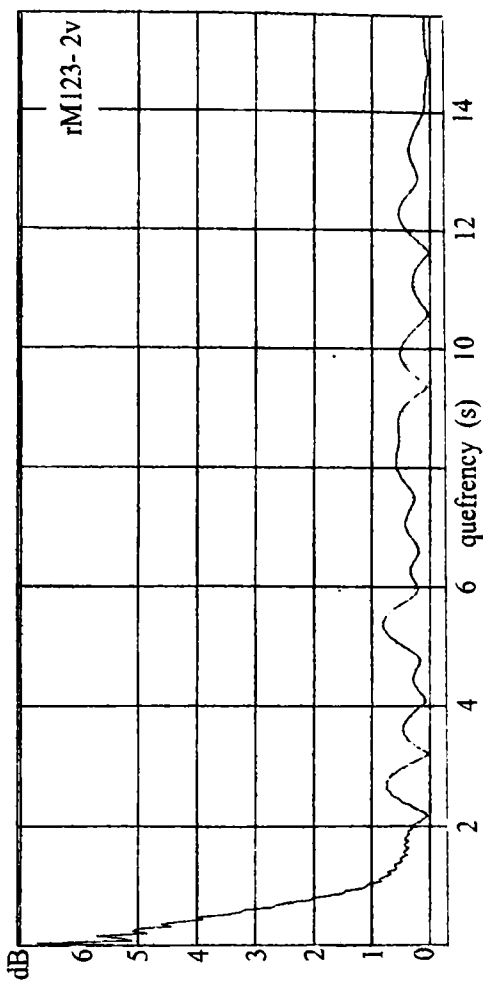


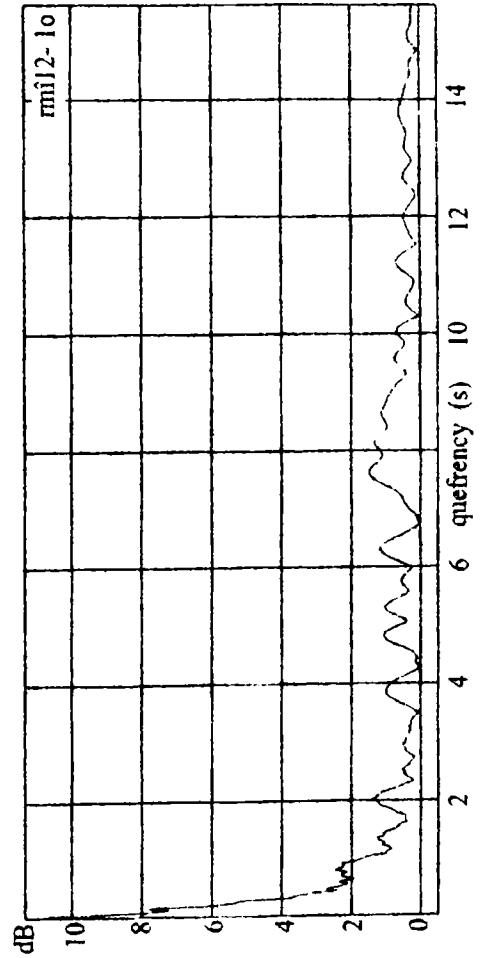
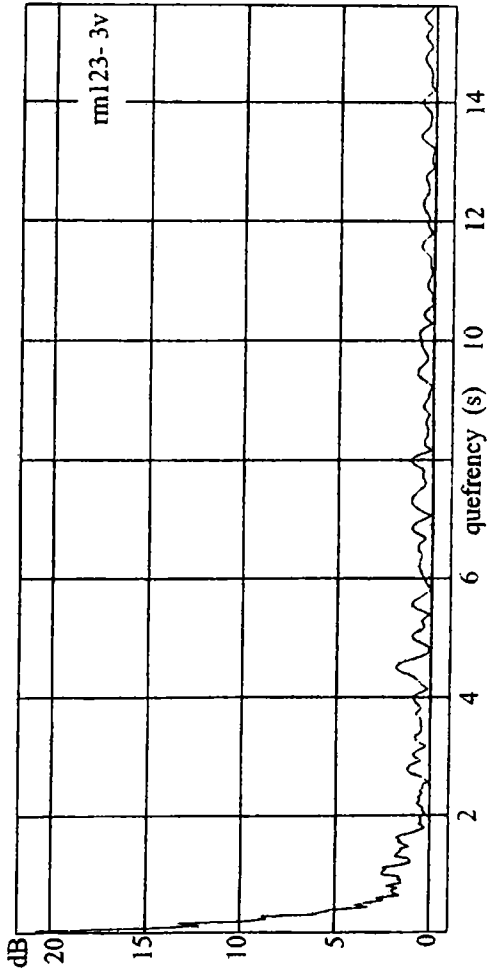
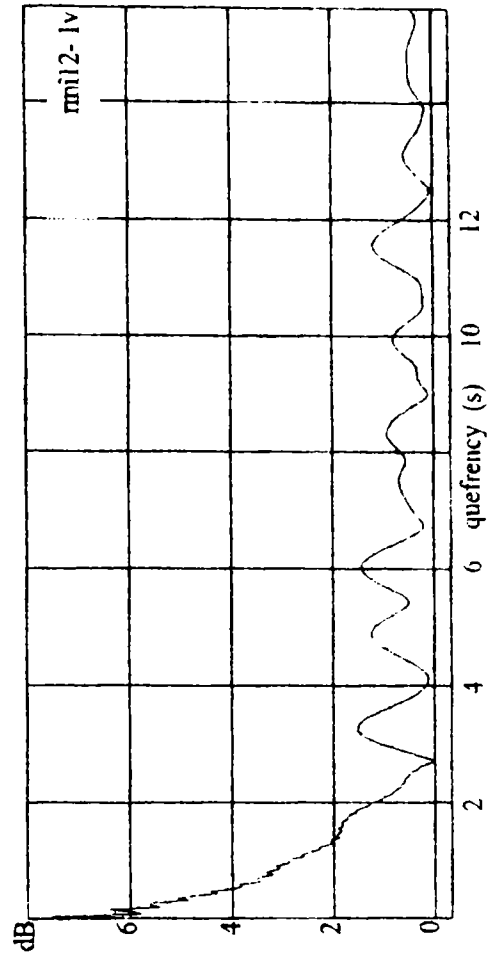
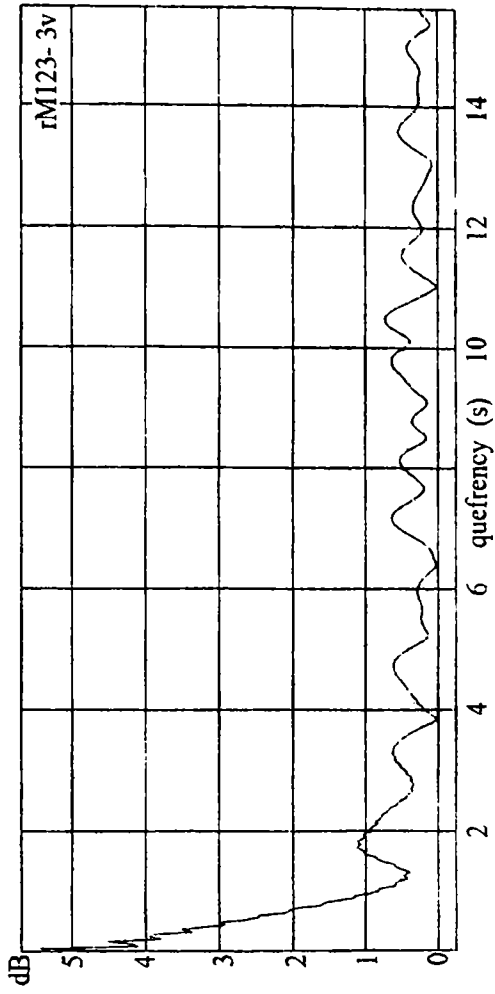


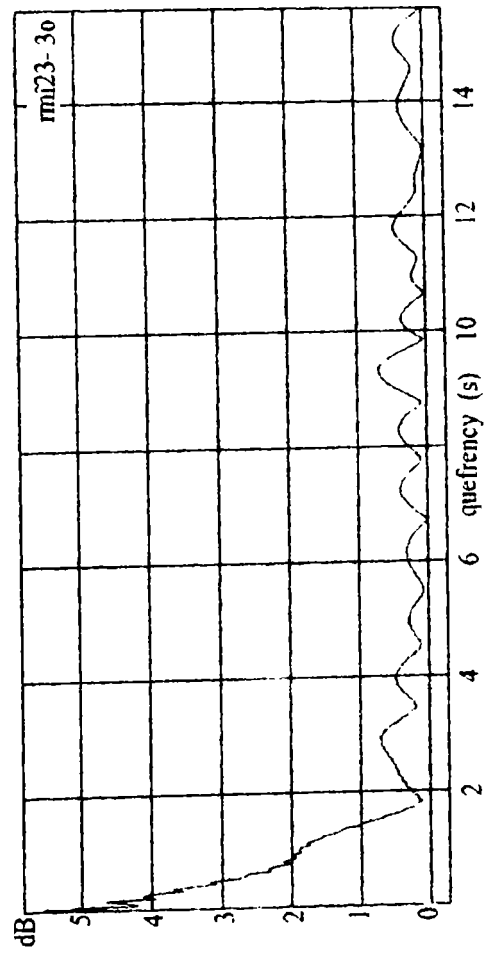
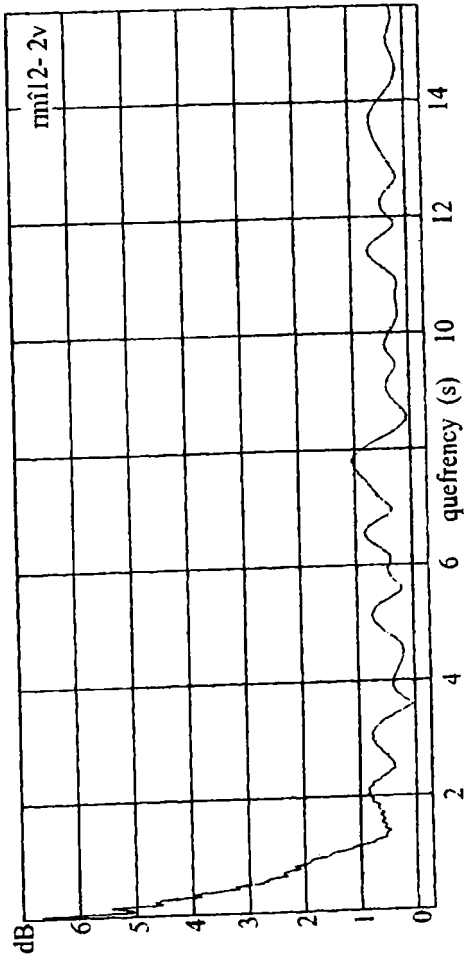
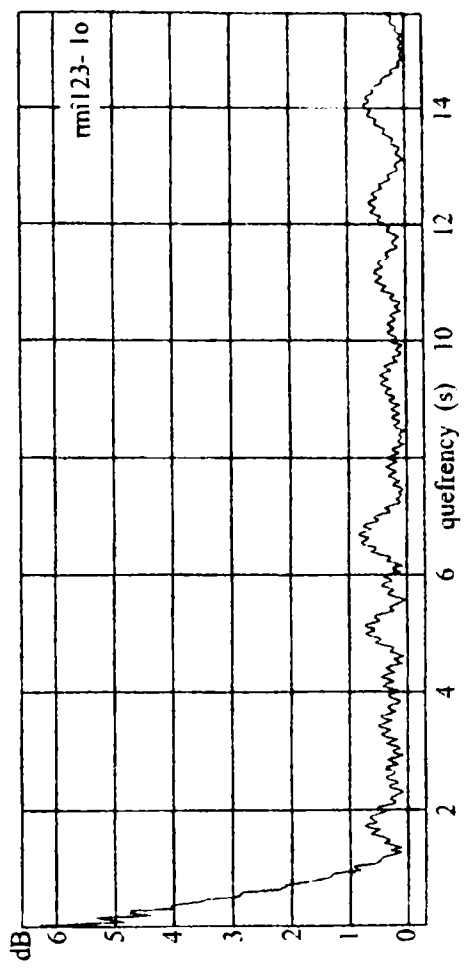
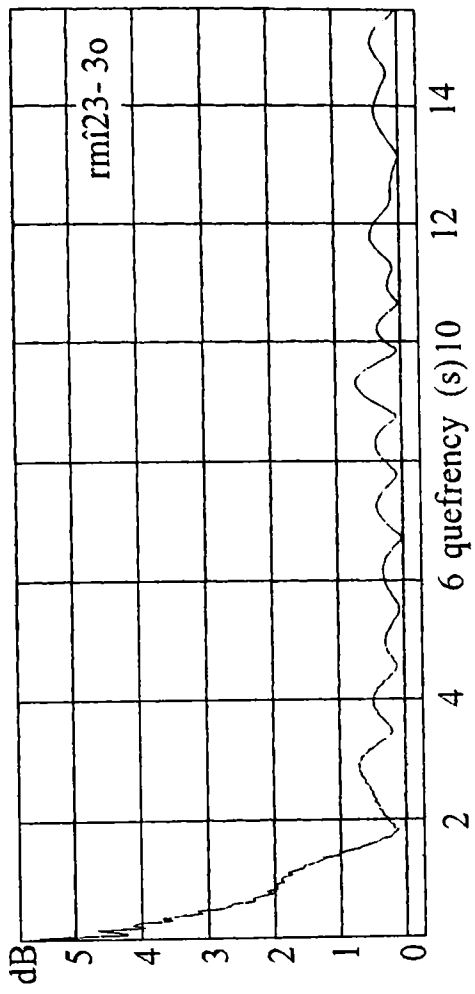


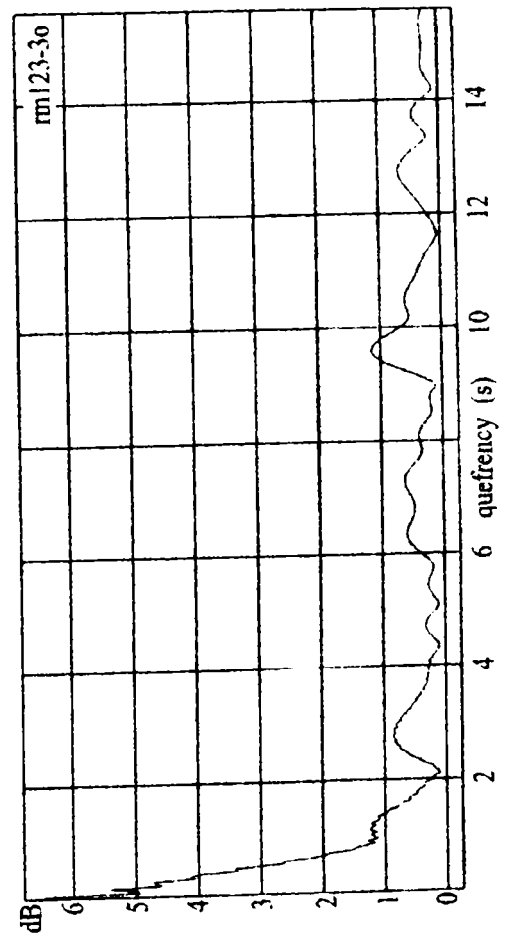
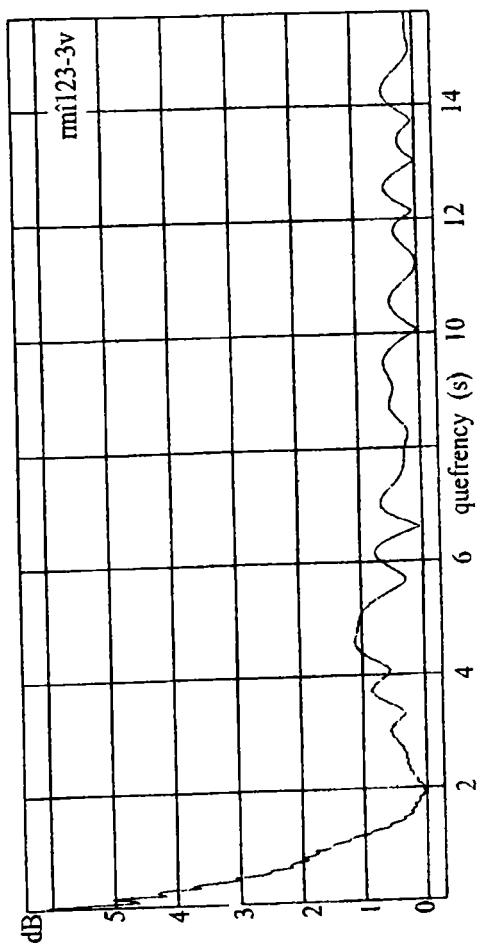
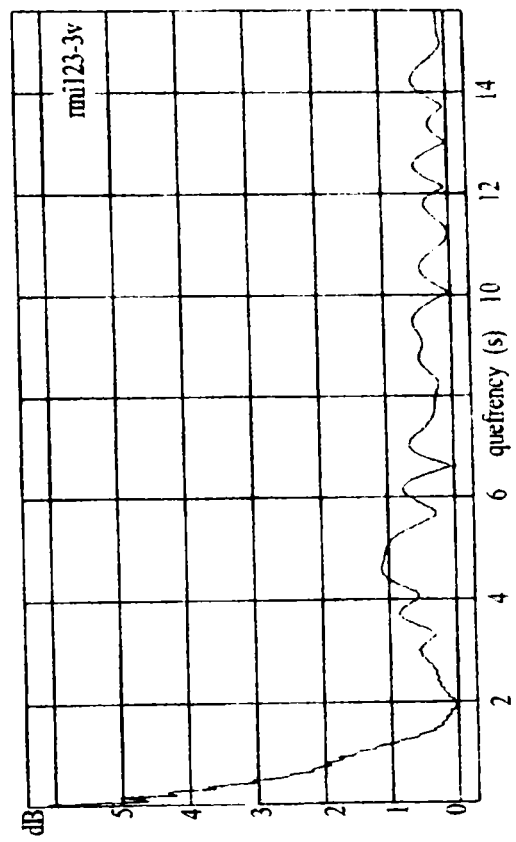
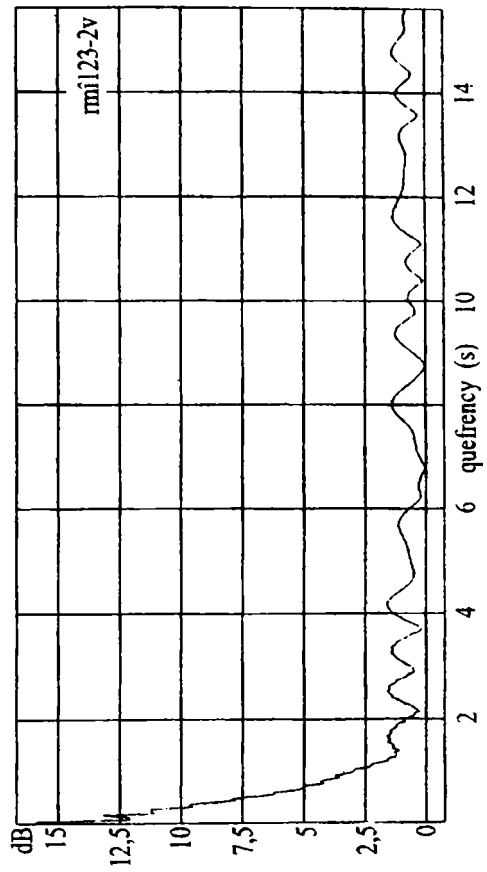












## ANEXA 2

### PROGRAM DE MODELARE

A

### EXCENTRICITĂȚII

## REPREZENTARE GRAFICĂ

```

%Reprezentare grafica
global v_i v_n v_e1 v_e2 pi;
f50_1_1 = figure('Name','Modelarea excentricitatii angrenajelor
cilindrice',...
    'NumberTitle','off');
d_omega2 = zeros(3500,2);
%alfa_0 = 20*pi/180;
omegal = pi*v_n/30;
k = 0;
for j = 0:0.1:350
    k = k+1;
%   delta_alfa = 0.01*j;
%   teta30 = alfa_0+delta_alfa;
    teta10 = 2*pi*j;
    teta20 = 2*pi*j/v_i;
    d_omega2(k,1) = k;
%   d_omega2(k,2) = omegal*(1/v_i)*((v_e1*sin(teta30-
teta10)+1)/(v_e2*sin(teta30-teta20)-1)+1);
    d_omega2(k,2) = omegal*v_i*((1+v_e1*sin(teta10))/(1-v_e2*sin(teta20-
teta10))-1);
end
%k = 1;
%j = 0;
%while d_omega2(k,1) ~= 0
%   j = j+1;
%end

    subplot(111);
    plot(d_omega2(:,1),d_omega2(:,2),'k')
%   plot(d_omega2(1:j,1),d_omega2(1:j,2),'k')
    grid
    xlabel('t [s]');
    ylabel('Delta omega(t) [rad/s]');
    title('Semnal temporal');
    title('Simulare');
f40_1_6 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Iesire',...
    'Position',[495 5 50 20],'Callback','delete(f50_1_1)');

```

## MODELARE EXCENTRICITATE 7

```

%valoare "de la"
□
global v_e1_s v_e1 ;

v_e1_s = get(f40_4_2,'string');
v_e1 = str2num(v_e1_s);

```

## MODELARE EXCENTRICITATE 6

```

%valoare "de la"
□
global v_e2_s v_e2 ;
□

□
v_e2_s = get(f40_5_2,'string');
□
v_e2 = str2num(v_e2_s);

```

## MODELARE EXCENTRICITATE 5

```
%valoare "de la"  
□  
global v_e1_s v_e1 ;  
□  
  
□  
v_e1_s = get(f40_4_2, 'string');  
□  
v_e1 = str2num(v_e1_s);
```

## MODELARE EXCENTRICITATE 4

```
%valoare "de la"  
□  
global v_e2_s v_e2 ;  
□  
  
□  
v_e2_s = get(f40_5_2, 'string');  
□  
v_e2 = str2num(v_e2_s);
```

## MODELARE EXCENTRICITATE 3

```
%valoare "de la"  
□  
global v_i_s v_i ;  
□  
  
□  
v_i_s = get(f40_2_2, 'string');  
□  
v_i = str2num(v_i_s);
```

## MODELARE EXCENTRICITATE 2

```
%valoare "pana la"  
□  
global v_n v_n_s;  
□  
  
□  
v_n_s = get(f40_3_2, 'string');  
v_n = str2num(v_n_s);
```

## MODELARE EXCENTRICITATE 1

```
% Initializare variabile  
□  
% Definire suprafata grafica utilizator : "mod_ex"  
□  
  
□
```

```

global v_e1 v_e2 v_n v_i v_e1_s v_e2_s v_n_s v_i_s pi;
□
pi = 3.14159265;
□
v_i_s = num2str(1);
□
v_n_s = num2str(500);
□
v_e1_s = num2str(0);
v_e2_s = num2str(0);
v_i = 1;
v_n = 500;
v_e1 = 0;
v_e2 = 0;

f40_1_1 = figure('Name','Modelarea excentricitatii angrenajelor
cilindrice',...
    'NumberTitle','off');

%MenuBar,'none',

f40_2_1 = uicontrol('Style','text','string','Rap. trans.',...
    'Position',[85 30 100 20]);

f40_2_2 = uicontrol('Style','edit','string',v_i_s,...
    'Position',[185 30 70 20], 'Callback','intr_i');

f40_3_1 = uicontrol('Style','text','string','Turatia',...
    'Position',[85 5 100 20]);

f40_3_2 = uicontrol('Style','Edit','string',v_n_s,...
    'Position',[185 5 70 20], 'Callback','intr_n');

f40_4_1 = uicontrol('Style','text','string','Epsilon 1',...
    'Position',[260 30 100 20]);

f40_4_2 = uicontrol('Style','Edit','string',v_e1_s,...
    'Position',[365 30 70 20], 'Callback','i_e1');

f40_5_1 = uicontrol('Style','text','string','Epsilon 2',...
    'Position',[260 5 100 20]);

f40_5_2 = uicontrol('Style','Edit','string',v_e2_s,...
    'Position',[365 5 70 20], 'Callback','i_e2');

% Grafic

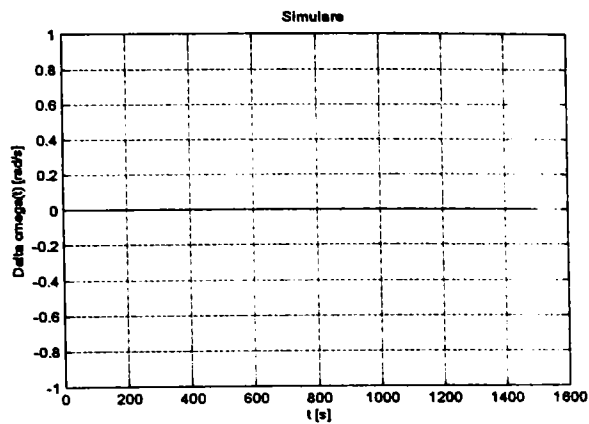
f40_1_4 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Grafic',...
    'Position',[5 5 50 20], 'Callback','grafic');

% Iesire

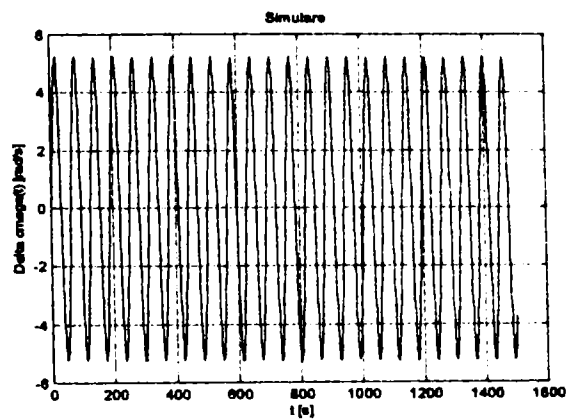
f40_1_6 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Iesire',...
    'Position',[495 5 50 20], 'Callback','delete(f40_1_1)');

```

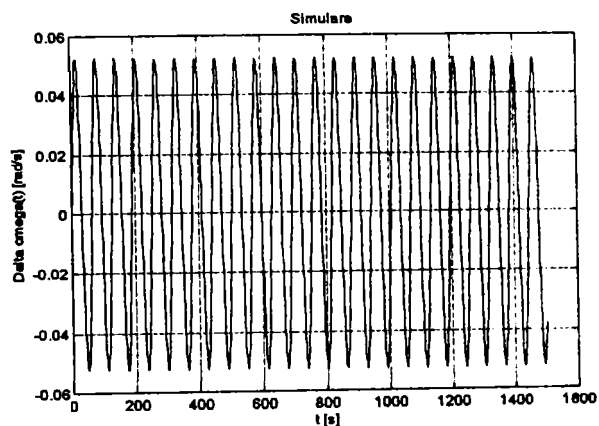




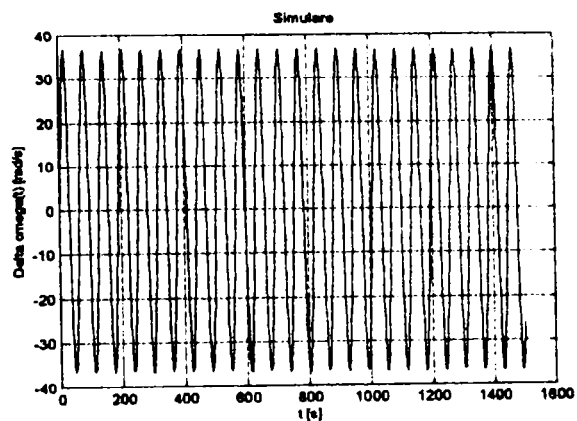
$$i=1; \varepsilon_1=0; \varepsilon_2=0, l$$



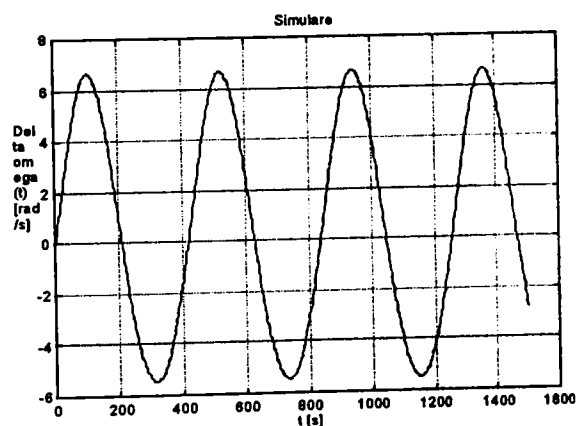
$$i=1; \varepsilon_1=0, l; \varepsilon_2=0$$



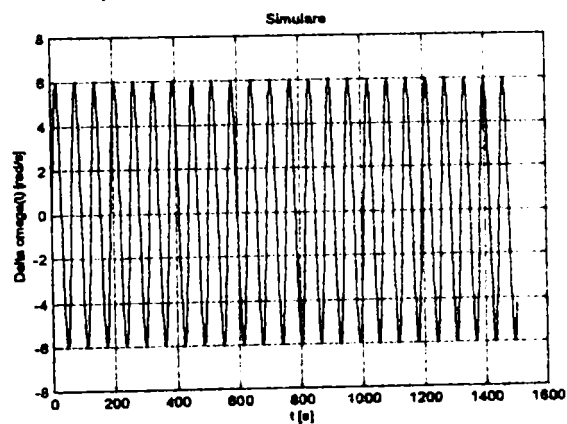
$$i=1; \varepsilon_1=0,01; \varepsilon_2=0,01$$



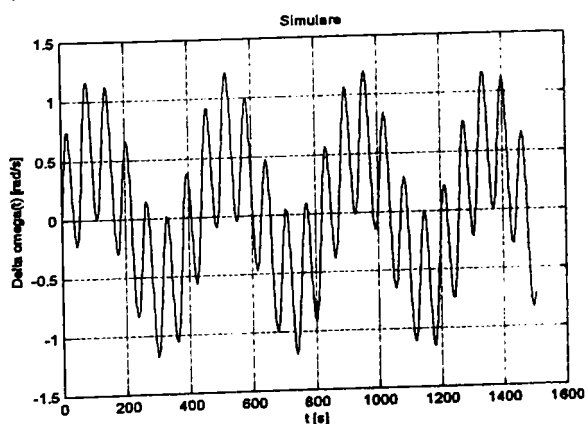
$$i=1; \varepsilon_1=0,7; \varepsilon_2=0,7$$



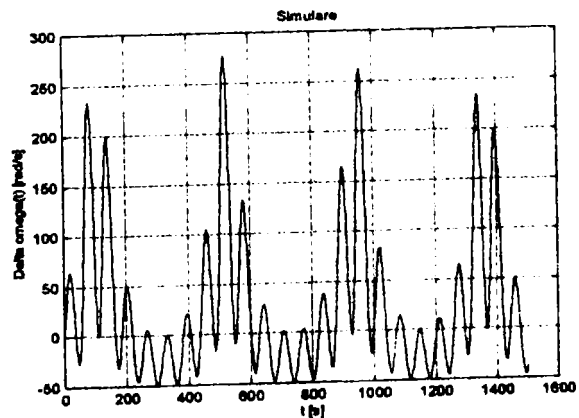
$$i=1,15; \varepsilon_1=0; \varepsilon_2=0,1$$



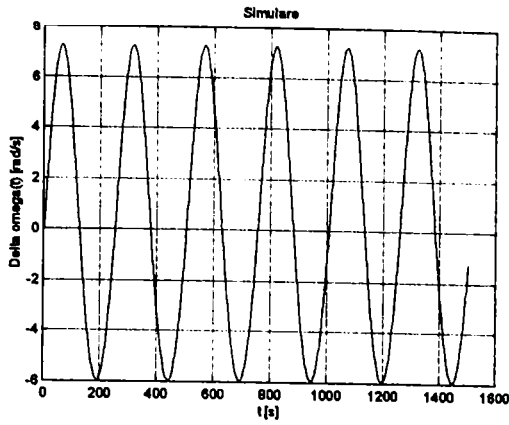
$$i=1,15; \varepsilon_1=0,1; \varepsilon_2=0$$



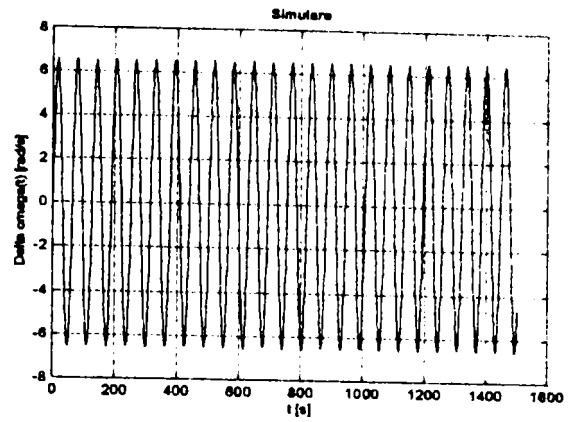
$$i=1,15; \varepsilon_1=0,01; \varepsilon_2=0,01$$



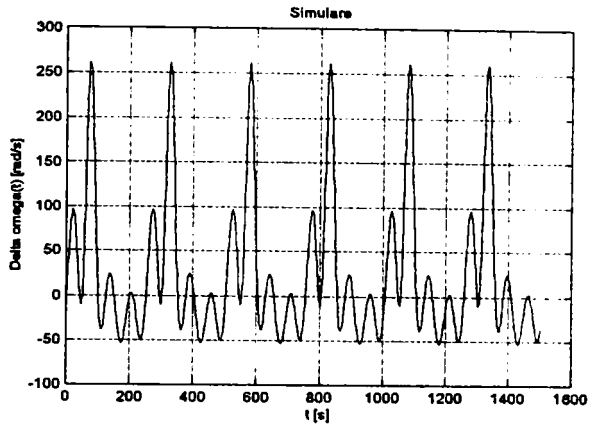
$$i=1,15; \varepsilon_1=0,7; \varepsilon_2=0,7$$



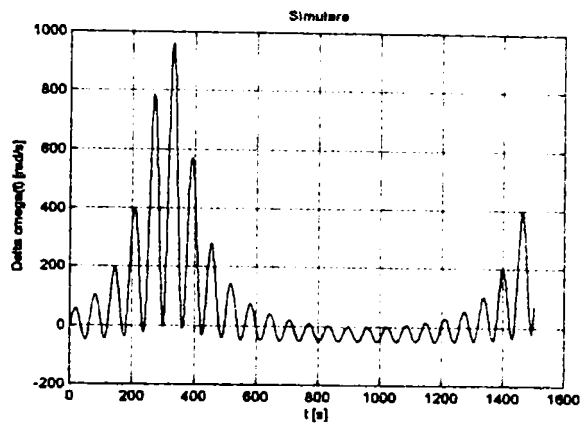
$i=1,25; \epsilon_1=0; \epsilon_2=0,1$



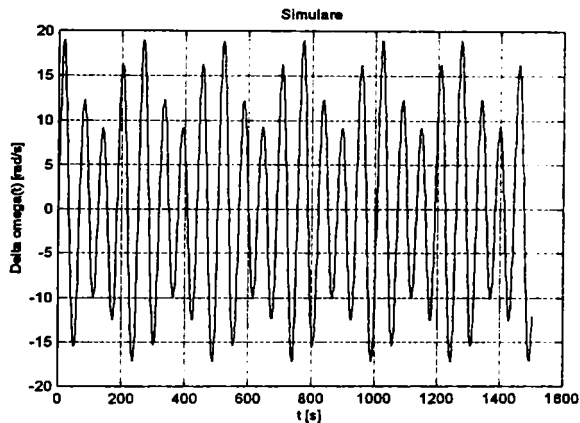
$i=1,25; \epsilon_1=0,1; \epsilon_2=0$



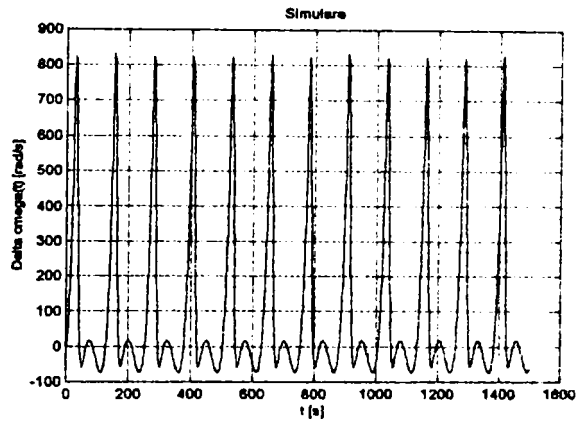
$i=1,25; \epsilon_1=0,01; \epsilon_2=0,01$



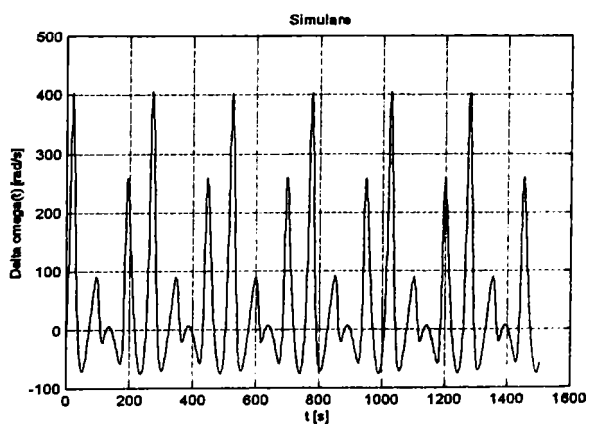
$i=1,05; \epsilon_1=\epsilon_2=0,9$



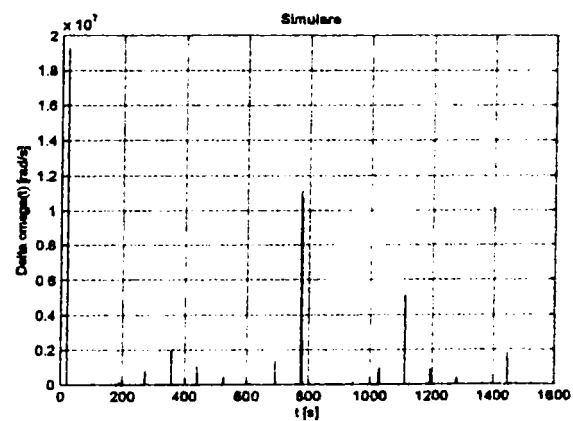
$i=1,75; \epsilon_1=0,15; \epsilon_2=0,05$



$i=1,5; \epsilon_1=\epsilon_2=0,9$



$i=1,75; \epsilon_1=0,7; \epsilon_2=0,7$



$i=1,75; \epsilon_1=1; \epsilon_2=1$

## ANEXA 3

PROGRAM DE ACHIZIȚIE ȘI PRELUCRARE DATE

“GALILEO”

## Program Galileo

```

%numefis=input('Nume fisier:');
%fid = fopen(numefis,'r');
%[f,count] = fread ( fid,inf,'int16');
global v_de_la v_de_la_s v_pana_la v_pana_la_s;
v_de_la = str2num(v_de_la_s);
v_pana_la = str2num(v_pana_la_s);

hold off;
f = x1;
count = count1;
%k=input('de la elementul')
%n=input('la elementul')
k = v_de_la;
n = v_pana_la;
t=1:1:count;
a=f;
m=n-k;
tkn=1:1:m+1;
tkn=tkn*1e-4;
akn=a(k:n);
aknreal=akn-mean(akn);
plot(akn,'k')
fclose('all');

```

## Analiză spectrală 1

```

% Initializare variabile
% Definire suprafata grafica utilizator : "an_sp"

global v_de_la v_de_la_s v_pana_la v_pana_la_s;

v_de_la_s = num2str(1);
v_pana_la_s = num2str(20000);

f40_1_1 = figure('Name','Analiza spectrala a semnalelor achizitionate',...
    'NumberTitle','off');

%'MenuBar','none',

f40_2_1 = uicontrol('Style','text','string','De la elementul',...
    'Position',[85 5 100 20]);

f40_2_2 = uicontrol('Style','edit','string',v_de_la_s,...
    'Position',[185 5 70 20], 'Callback','an_spec10');

f40_3_1 = uicontrol('Style','text','string','Pana la elementul',...
    'Position',[260 5 100 20]);

f40_3_2 = uicontrol('Style','Edit','string',v_pana_la_s,...
    'Position',[365 5 70 20], 'Callback','an_spec11');

% Grafic

f40_1_4 = uicontrol('Style','pushbutton','String','Grafic',...
    'Position',[5 5 50 20], 'Callback','an_spec3');

```

```

% Grafic
f40_1_5 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'Galileo',...
    'Position', [440 5 50 20], 'Callback', 'an_spec6');

% Iesire

f40_1_6 = uicontrol('Style', 'pushbutton', 'String', 'Iesire',...
    'Position', [495 5 50 20], 'Callback', 'delete(f40_1_1)');

```

## Analiză spectrală 2

```

% analiza spectrala a unui semnal
% Traductor 2
[filename,pathname] = uigetfile('*.wav','Selectati fisierul de
date',300,100);
if filename ~=0
    fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
    [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
    fclose('all');
    an_spec5;
elseif filename == 0
    disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end

```

## Analiză spectrală 3

```

% analiza spectrala a unui semnal
% Traductor 2
[filename,pathname] = uigetfile('*.wav','Selectati fisierul de
date',300,100);
if filename ~=0
    fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
    [xdummy,countdummy] = fread(fid,2,'int16');
    [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16',4);
    fclose('all');
    an_spec5;
elseif filename == 0
    disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end

```

## Analiză spectrală 4

```

ratach = 20000;
limmin = 30000;
limmax = 49999;
limfmin = 10;
limfmax = 300;
x1 = x1';
x2 = x1(limmin:limmax);
lim_filt = 500; %frecventele peste aceasta
                %valoare vor fi taiate ( daca se face filtrare)
[B,A] = butter(5,lim_filt/20000);
x = filter(B,A,x2);
%x = x2; % Aceasta instructiune anuleaza filtrarea - daca dorim
filtrare o anulam
count = 50000;
fe = ratach; %frecventa de esantionare
t = 0:1/fe:1/fe*count; %momentele de esantionare

```

```

Xt = fft(x); % transformata Fourier
N = length(x); % lungimea secventei
Xm = abs(Xt); % modulul semnalului
X = Xm(1,1:N/2+1)/(N/2);
f = (0:N/2)*fe/N; %frecventele pozitive
f_rep = f(limfmin:limfmax);
X_rep = X(limfmin:limfmax);
t_rep = t(50:20000);
x_rep = x(50:20000);
subplot(211);
plot(t_rep,x_rep,'k')
grid
xlabel('t [s]');
ylabel('x(t) [V]');
title('Semnal temporal');
subplot(212);
stem(f_rep,X_rep,'k. '); %reprezentare valori discrete
xlabel('f [Hz]');
ylabel('X(f) [V]');
grid
title('Analiza spectrala');

```

### Analiză spectrală 5

```

% analiza spectrala a unui semnal
% Traductor 2
[filename,pathname] = uigetfile('*.','Selectati fisierul de
date',300,100);
if filename ~=0
    fid = fopen(strcat(pathname,filename),'r');
    [x1,count1] = fread(fid,inf,'int16');
    fclose('all');
    galileo;
elseif filename == 0
    disp('Nu s-a selectat nici un fisier');
end

```

### Analiză spectrală 6

```

%valoare "de la"
global v_de_la v_de_la_s v_pana_la v_pana_la_s;
v_de_la_s = get(f40_2_2,'string');

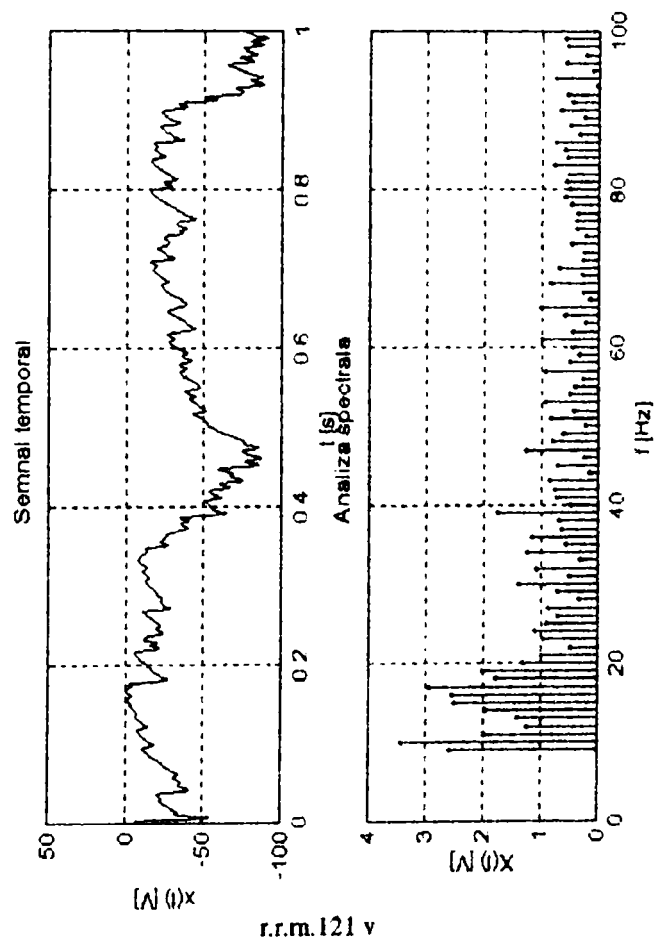
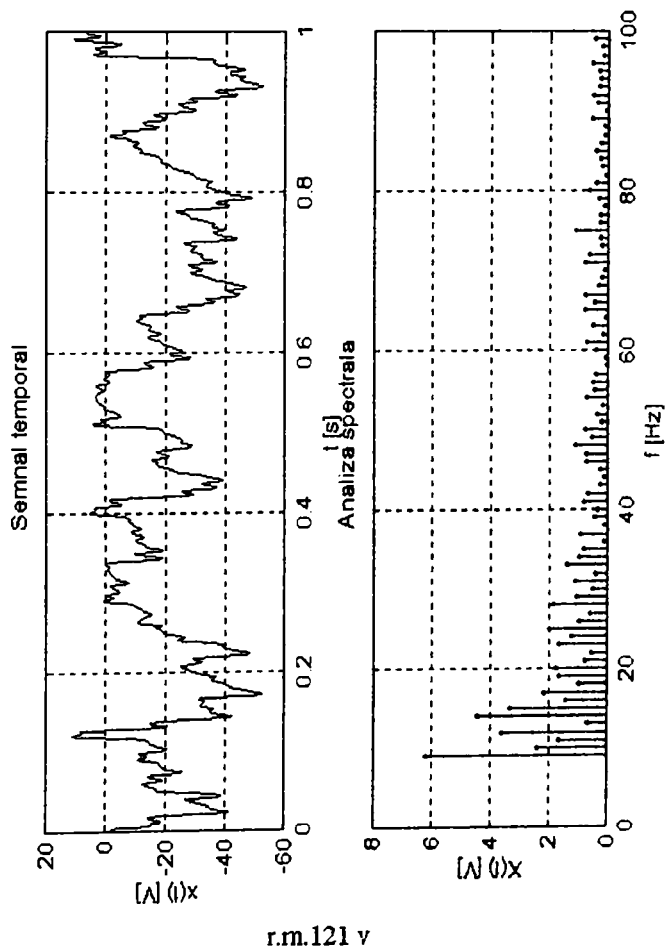
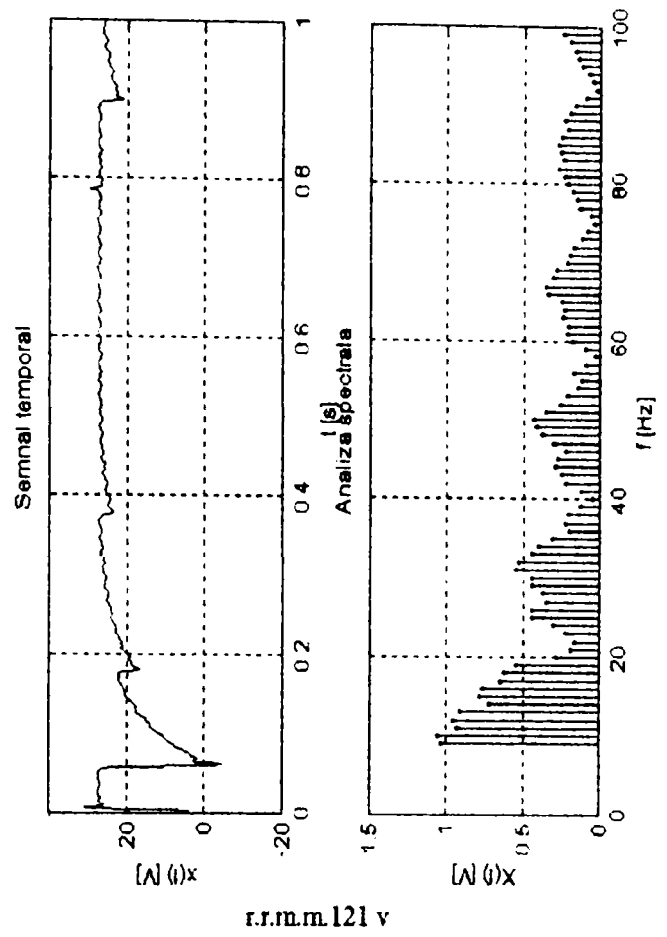
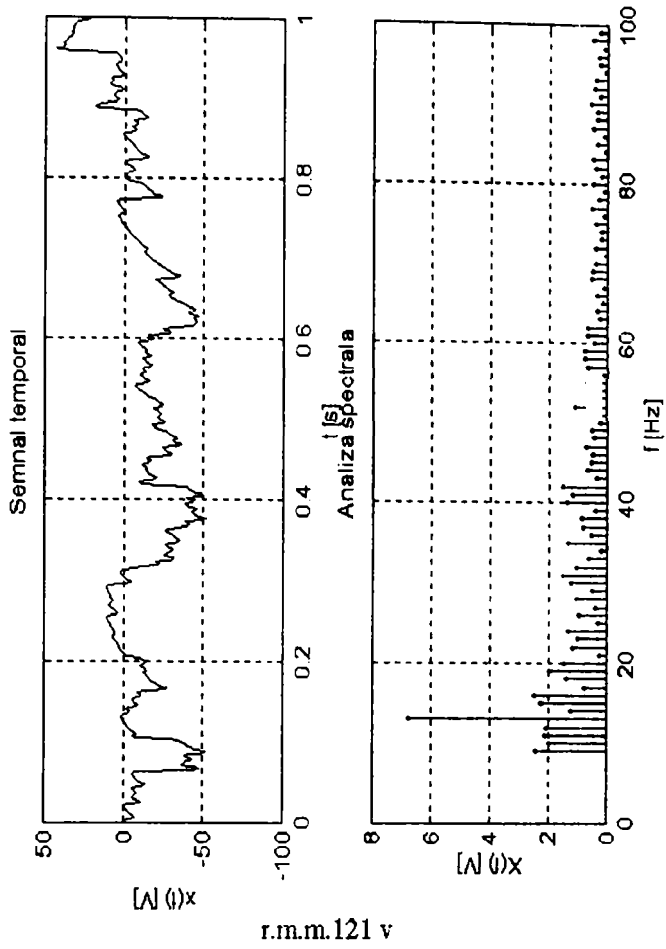
```

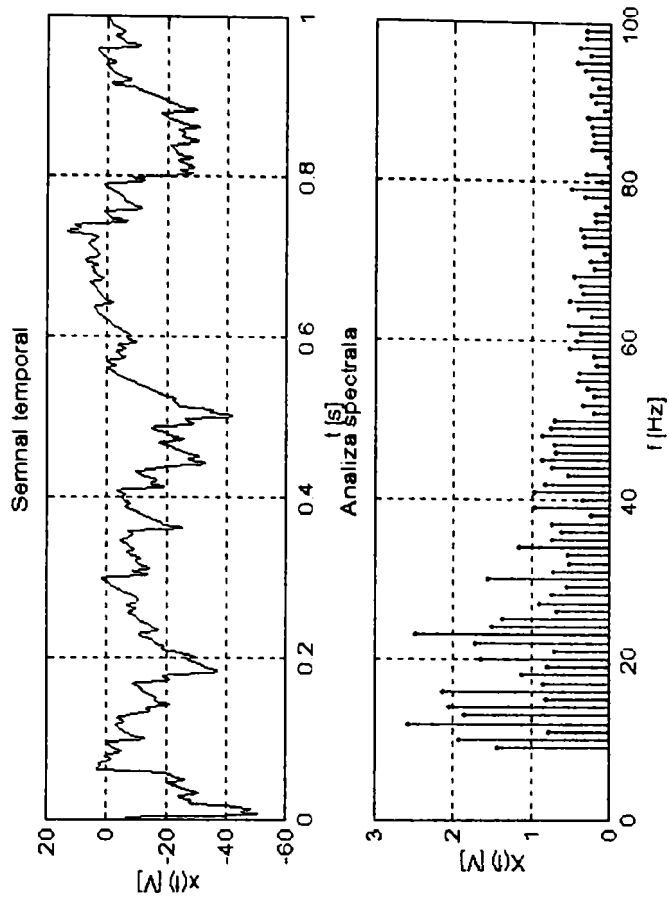
### Analiză spectrală 7

```

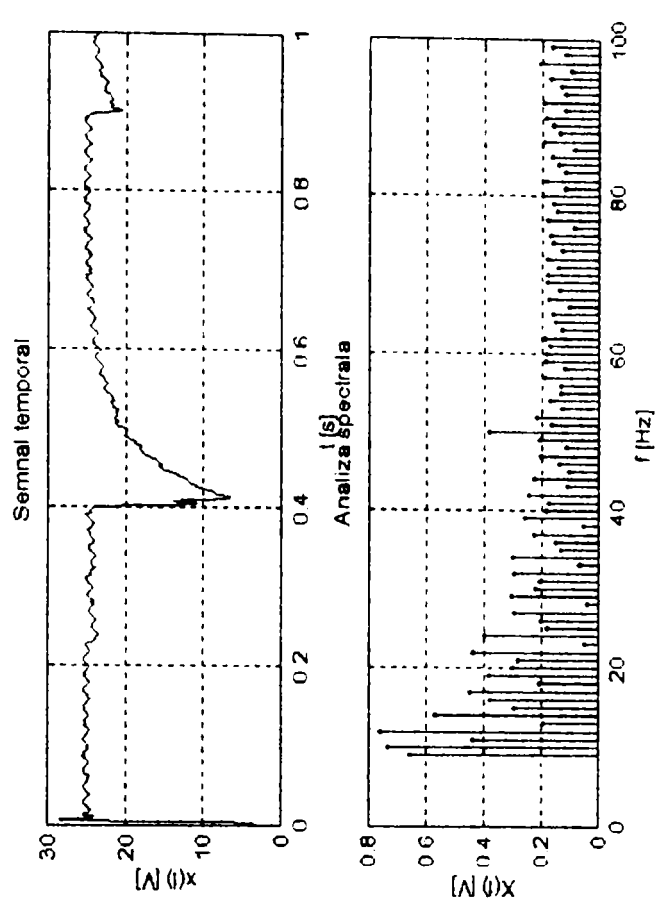
%valoare "pana la"
global v_de_la v_de_la_s v_pana_la v_pana_la_s;
v_pana_la_s = get(f40_3_2,'string');

```

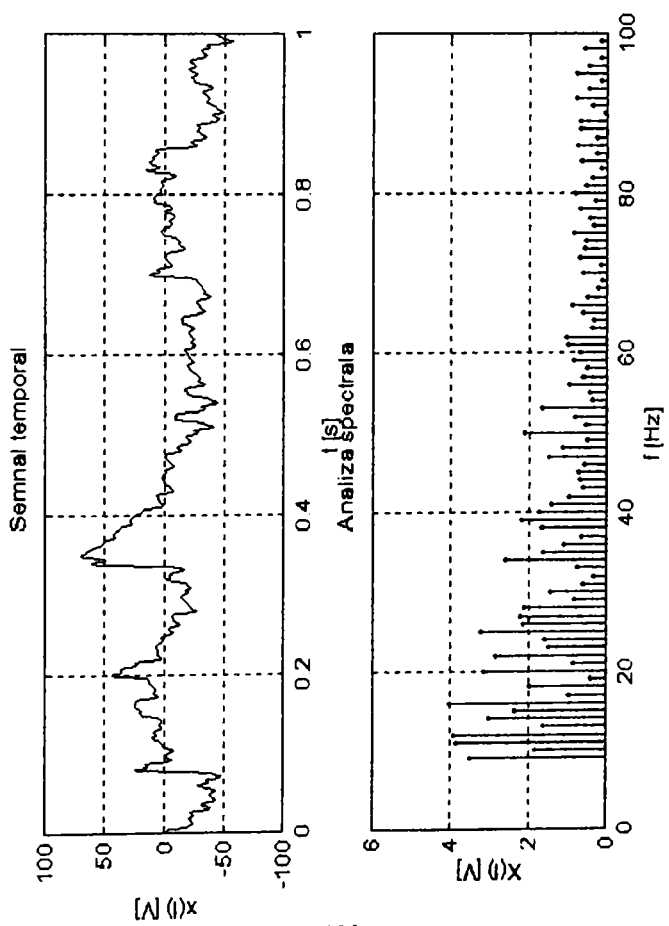




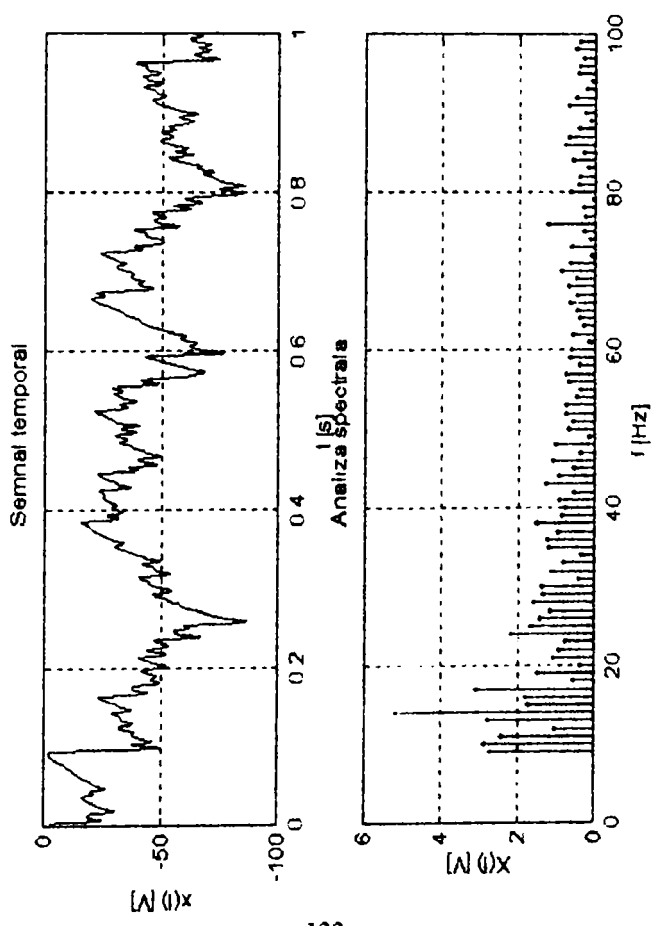
r.m.m.122 o



r.r.m.m.122 o

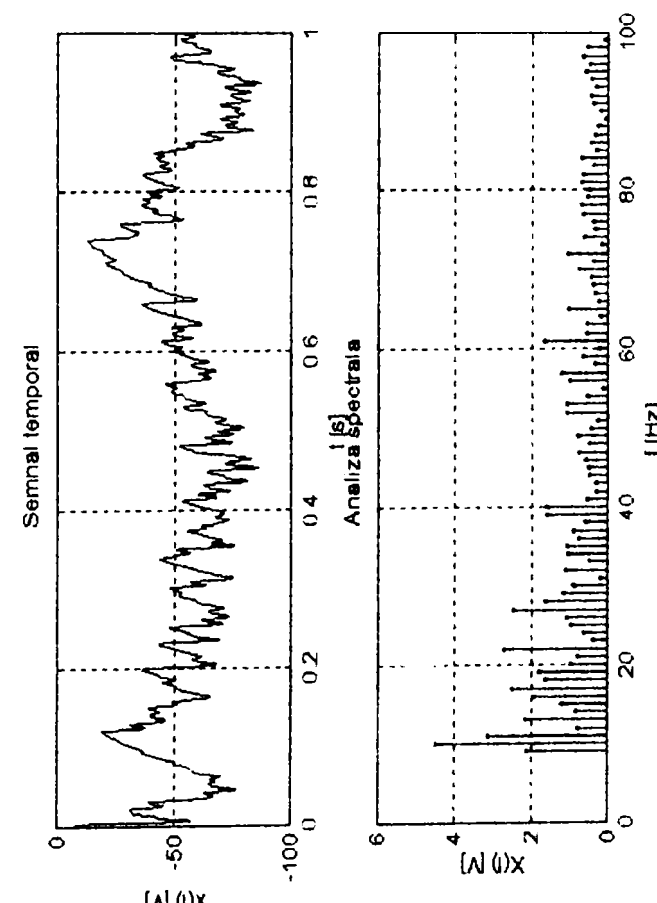
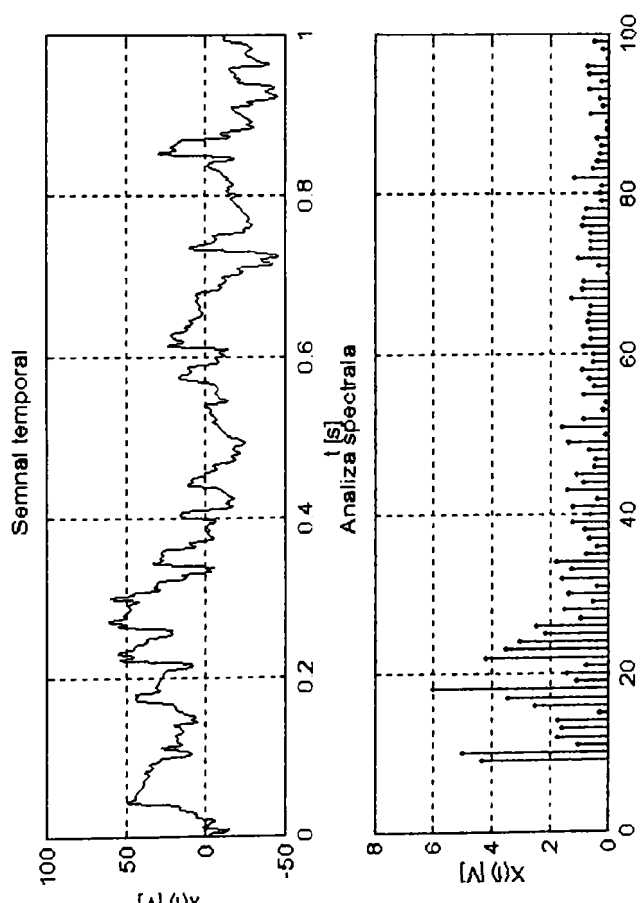
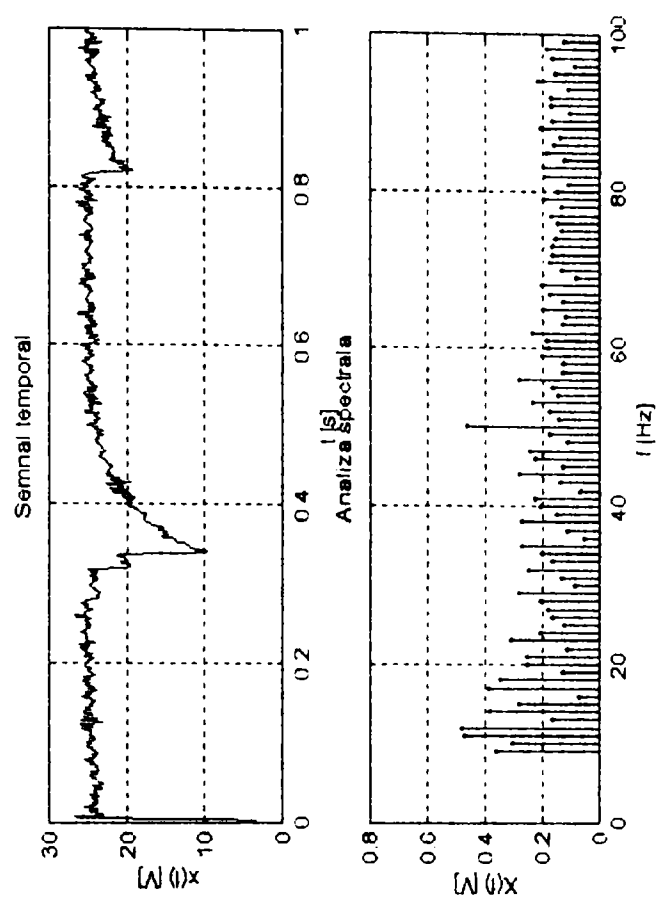
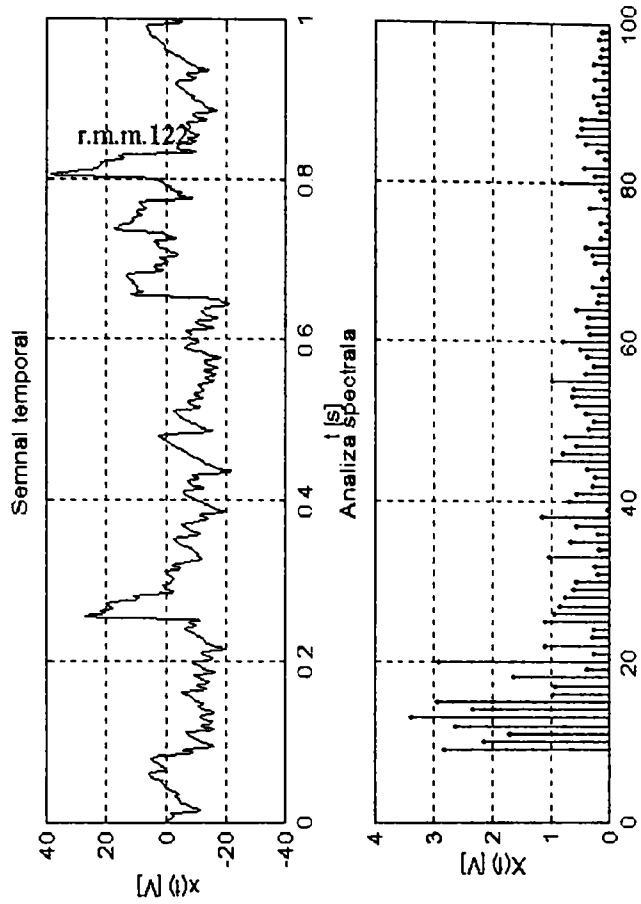


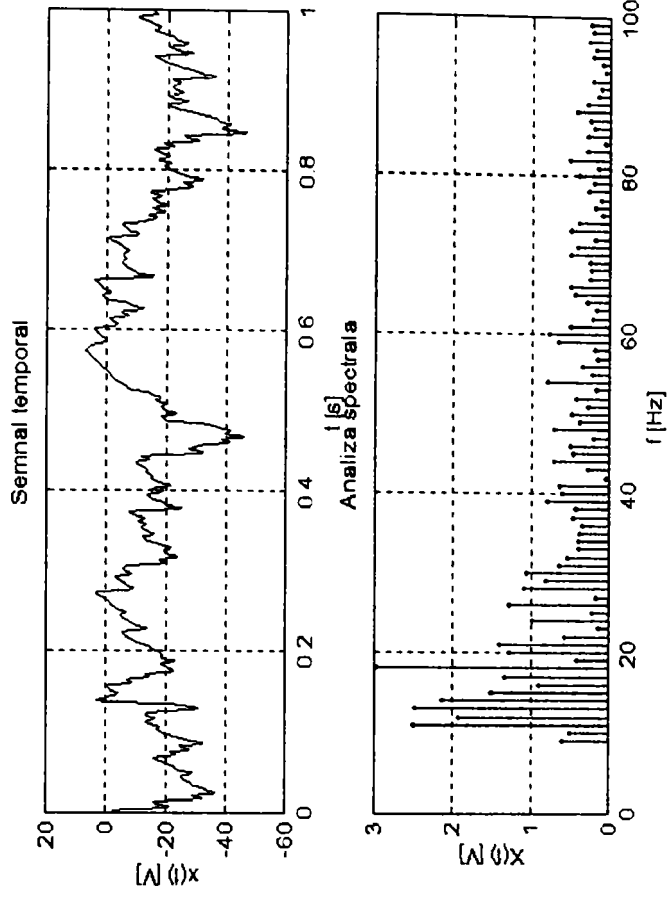
r.m.122 o



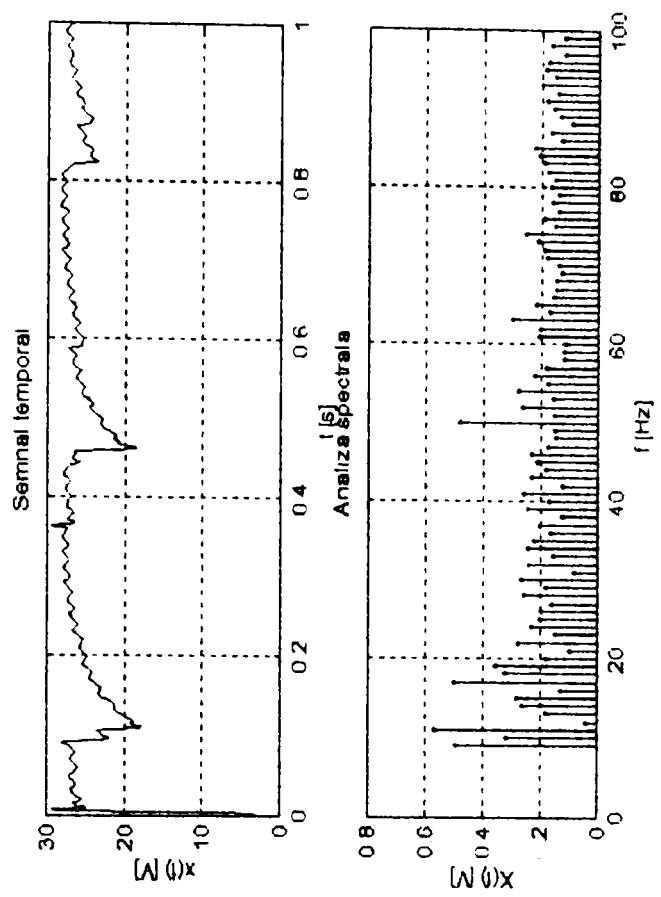
r.r.m.122 o



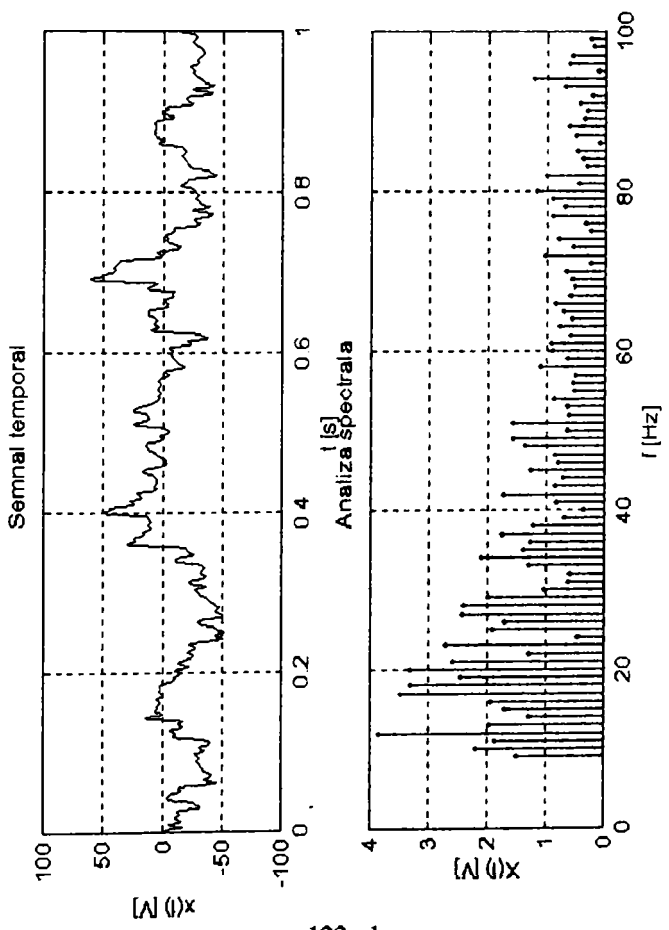




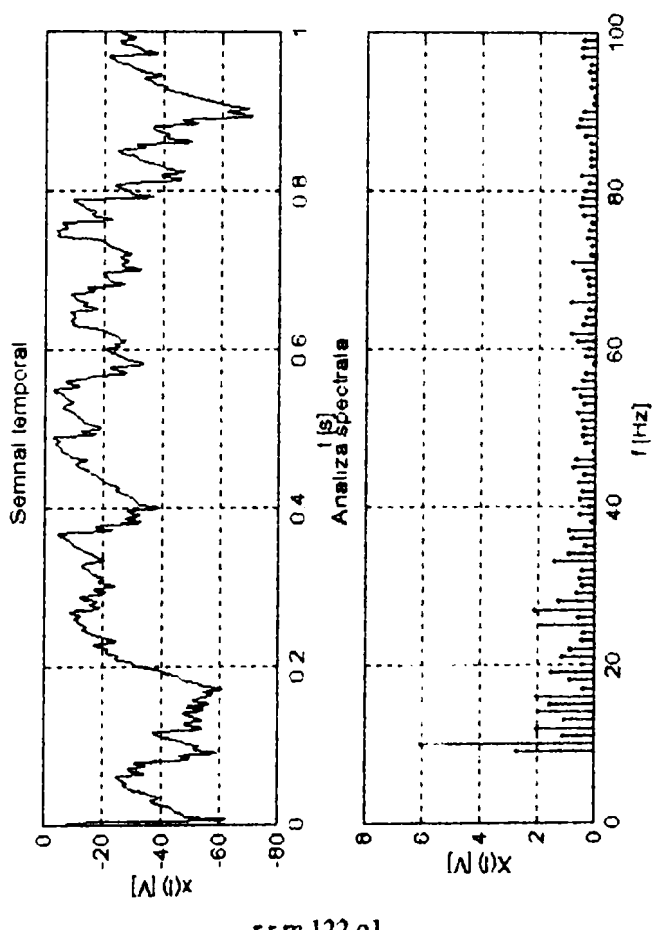
r.m.m.122 01



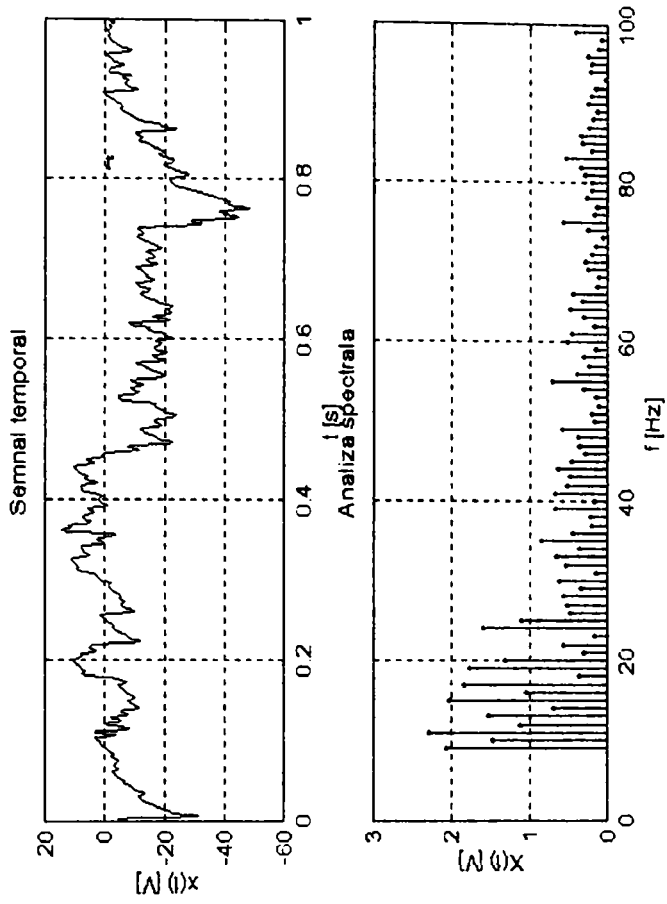
r.r.m.122 01



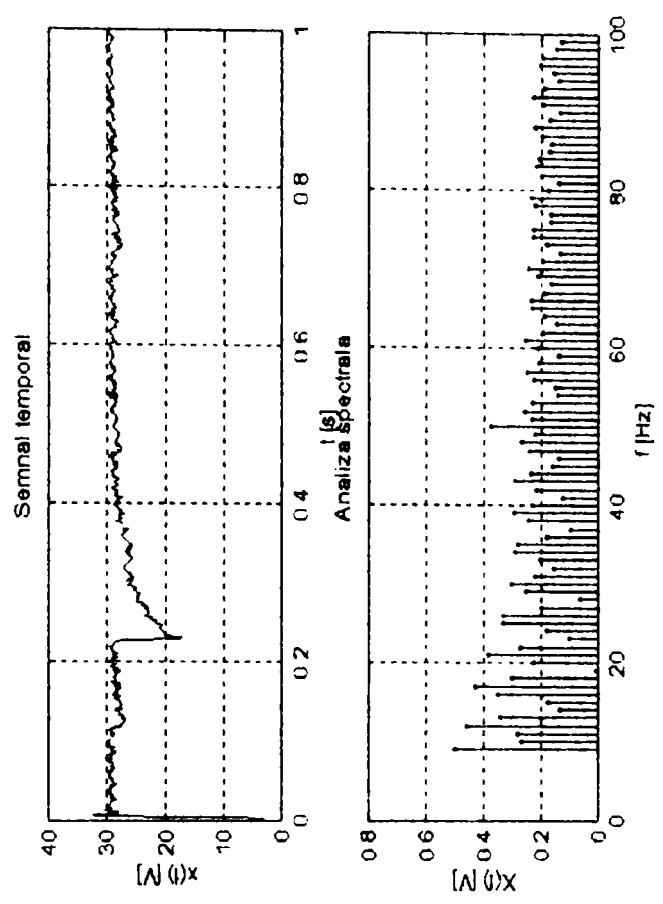
r.m.122 01



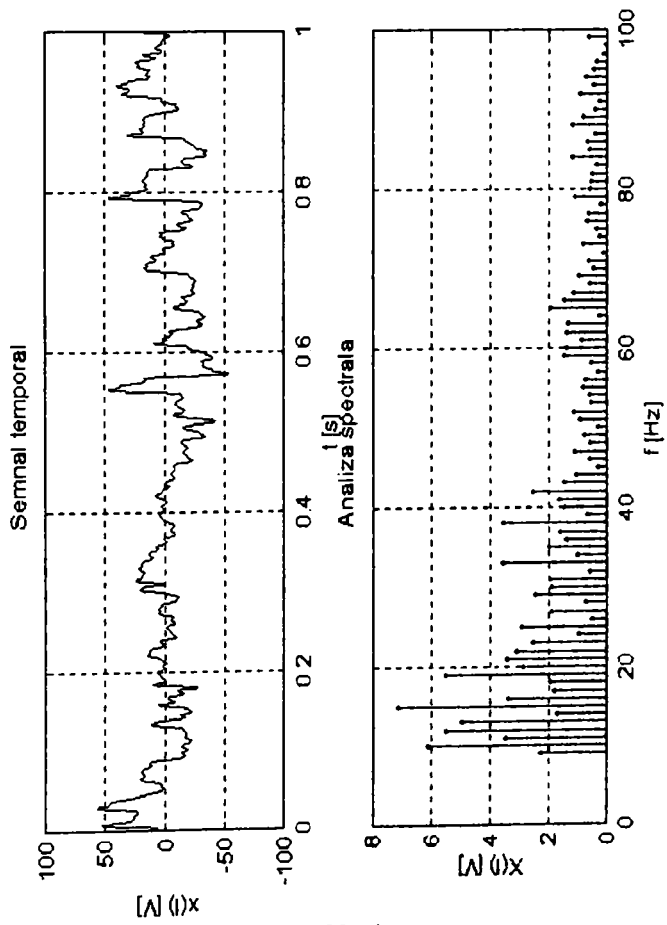
r.r.m.122 01



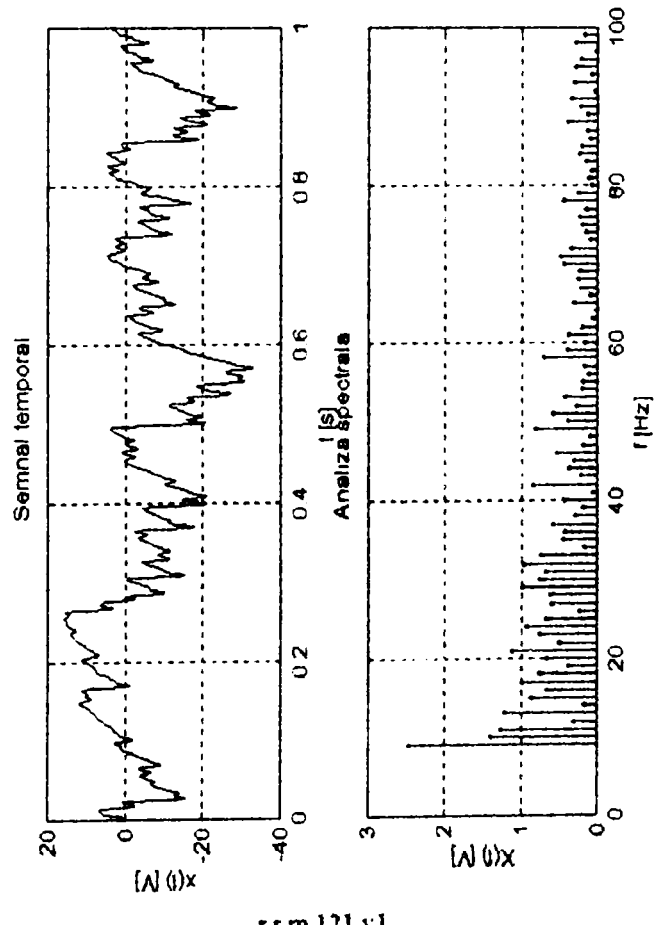
r.m.m.122 v1



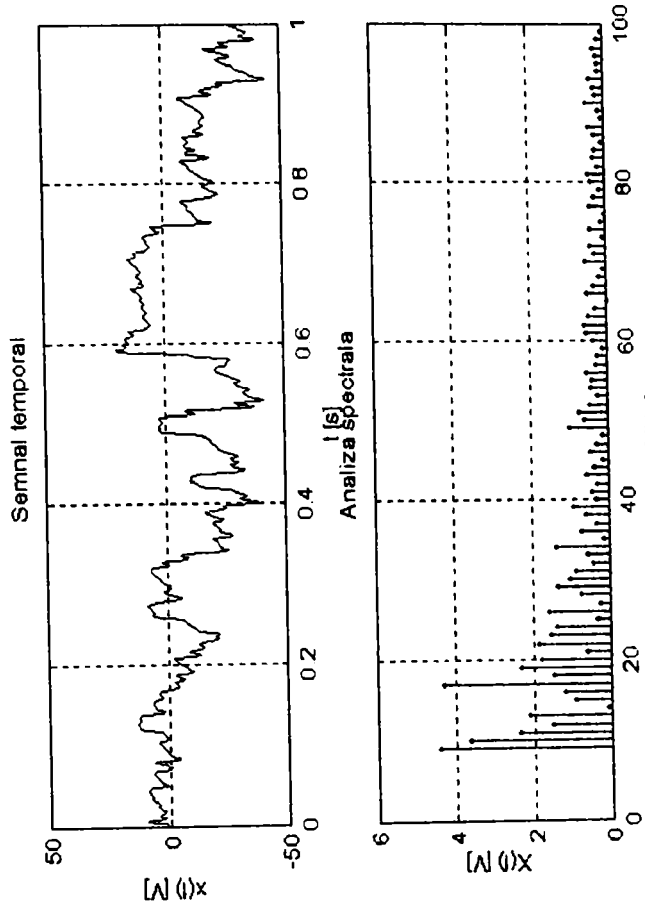
r.r.m.122 v1



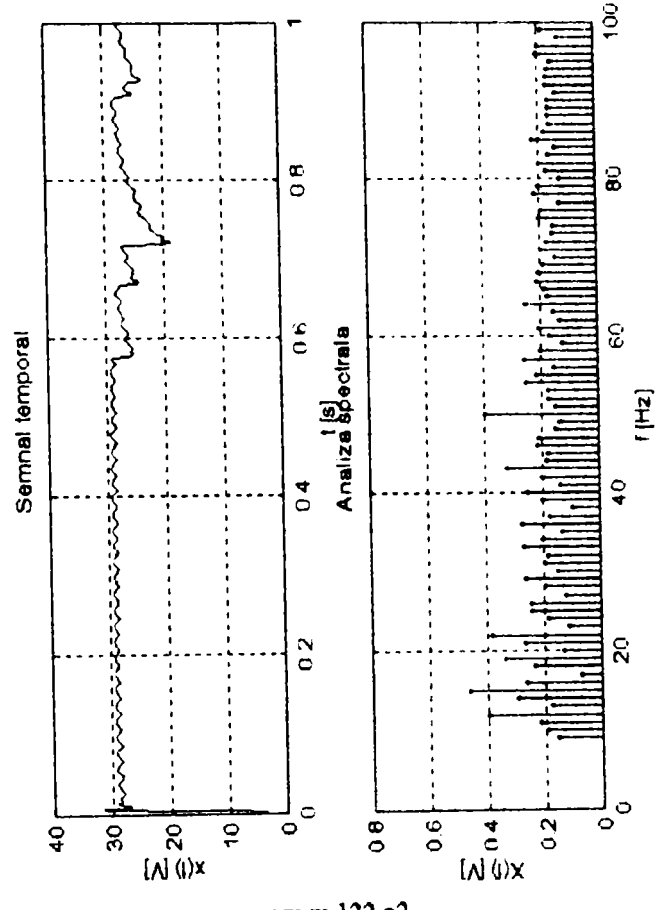
r.m.122 v1



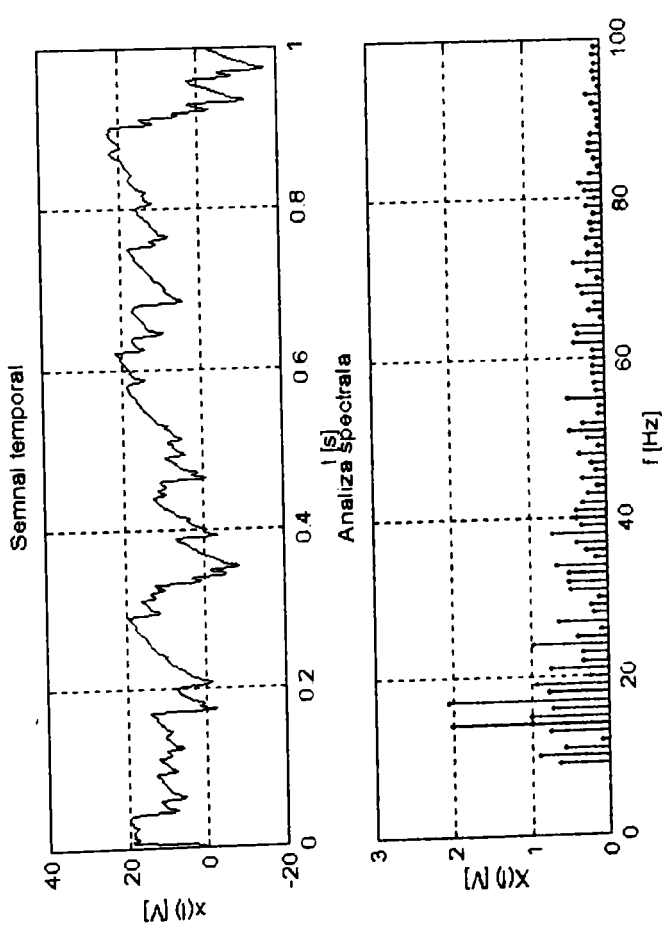
r.r.m.121 v1



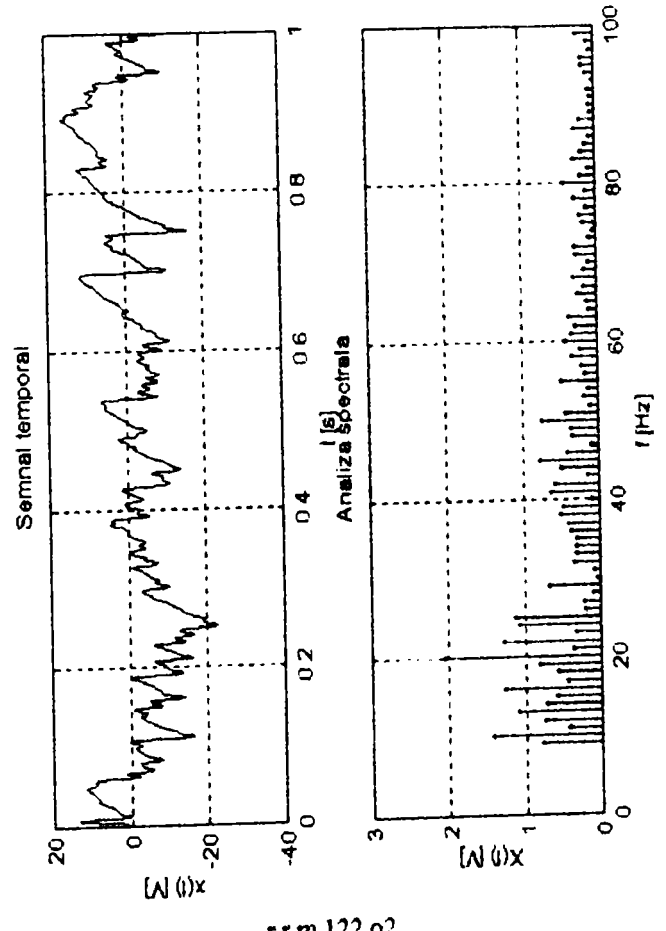
r.m.m.122 o2



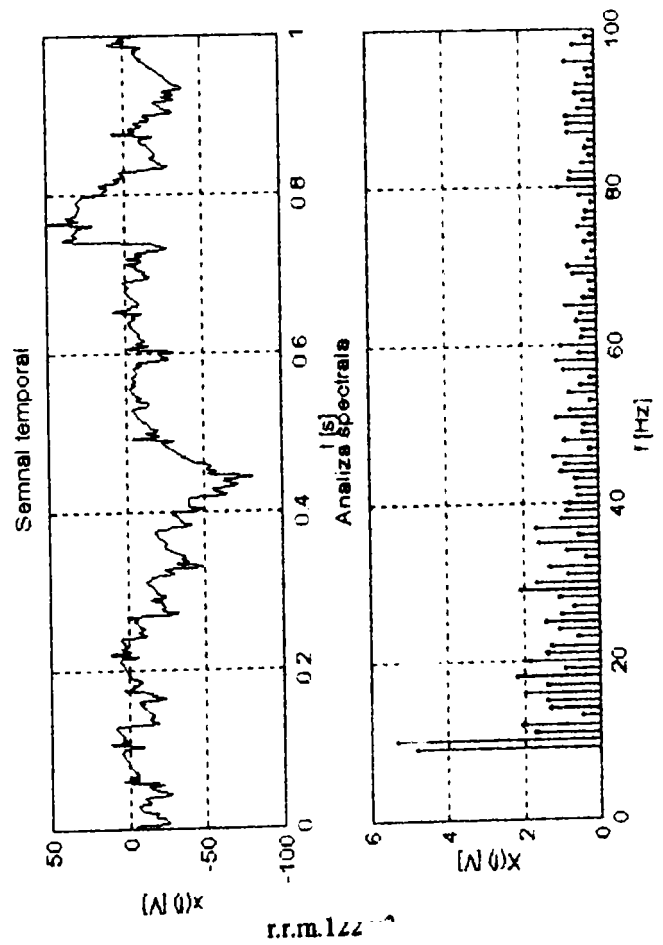
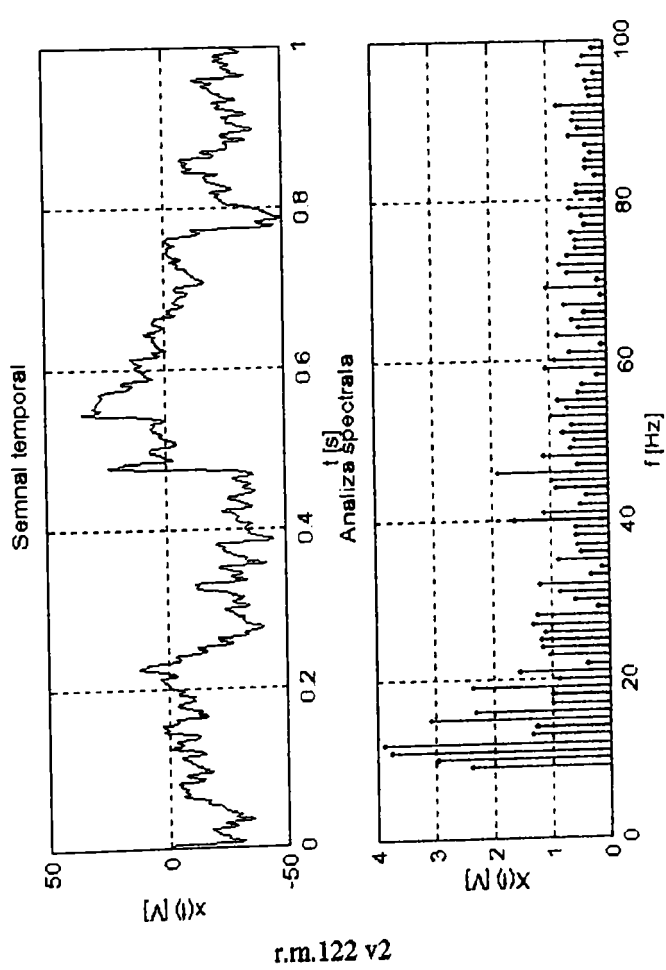
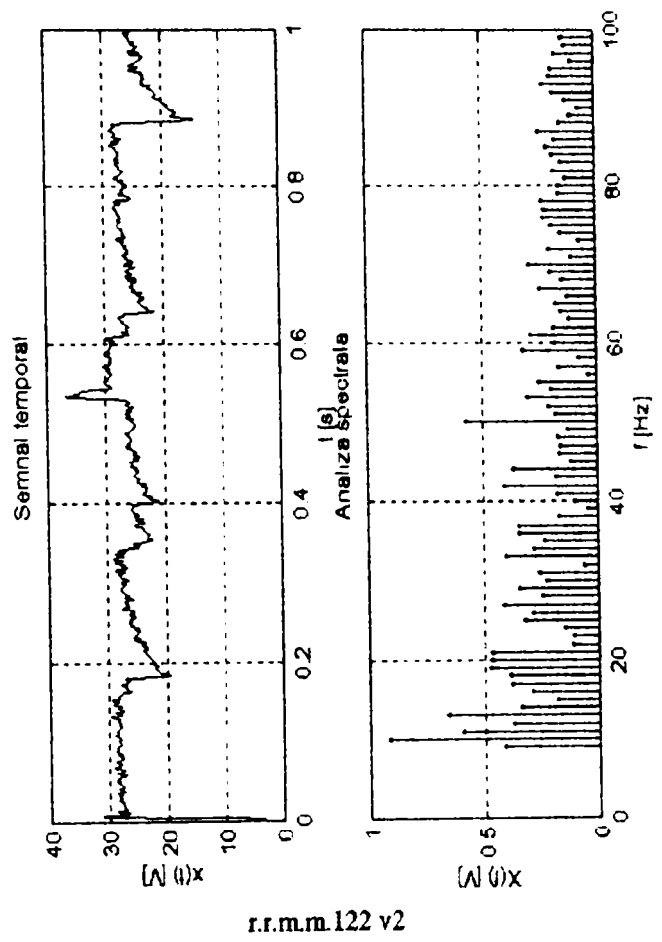
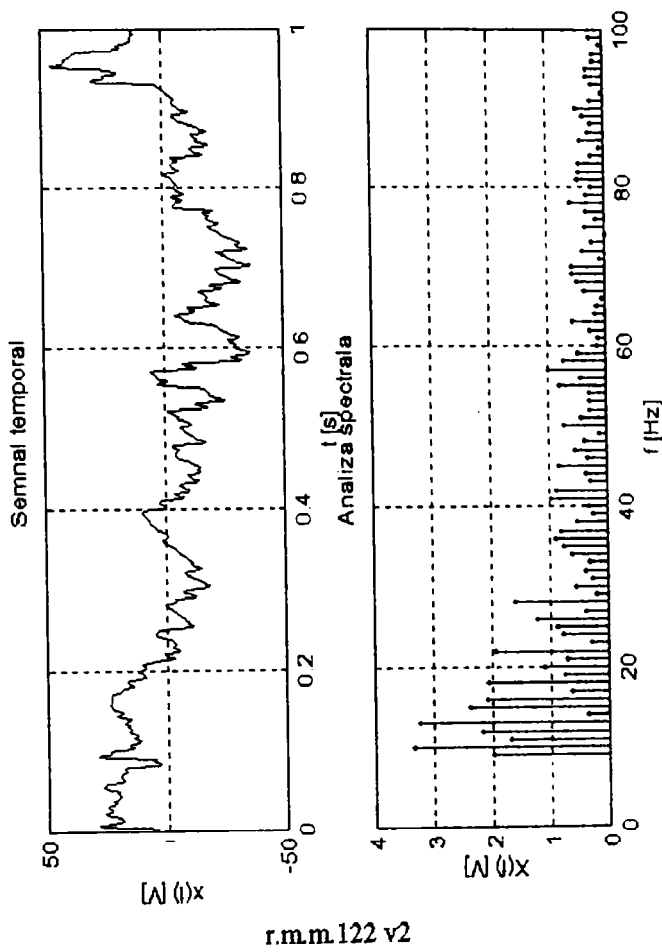
r.r.m.m.122 o2

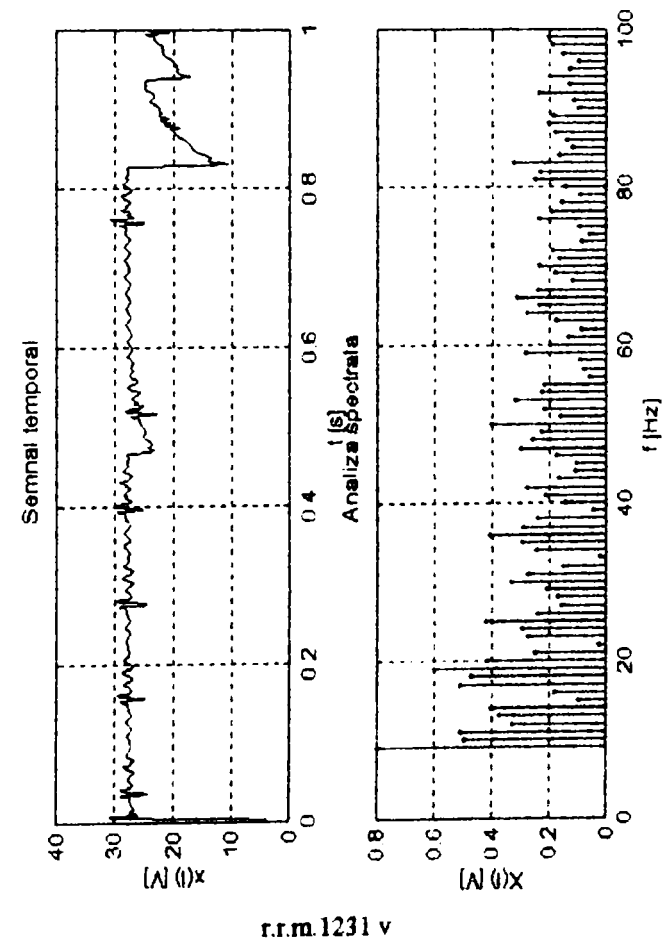
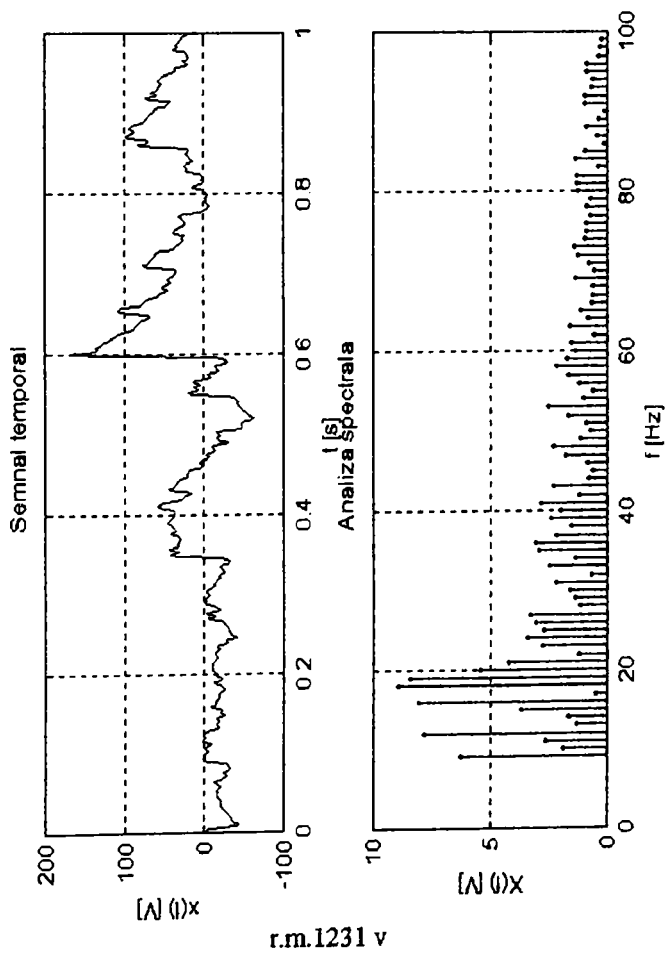
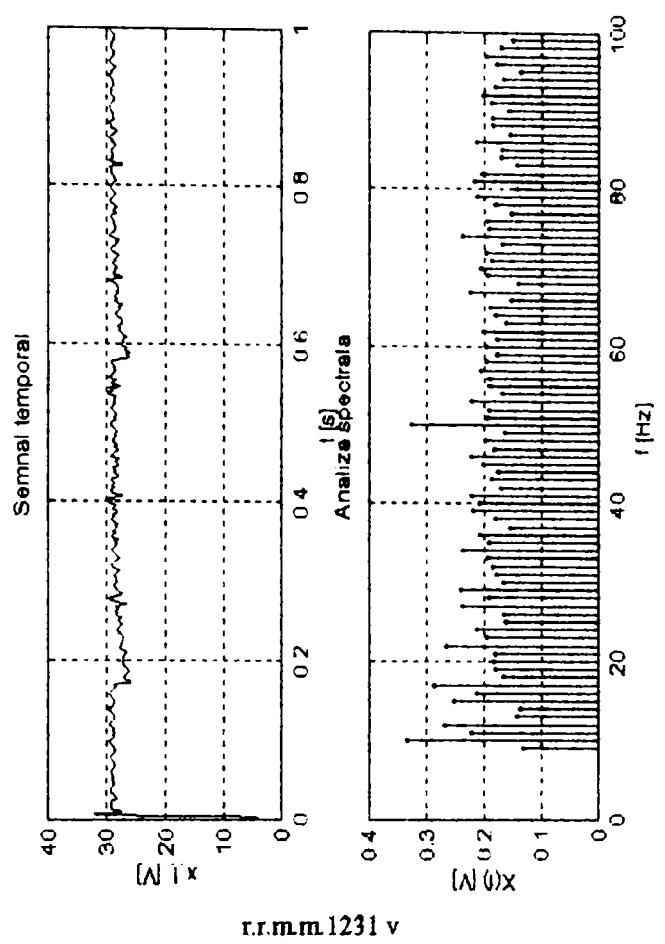
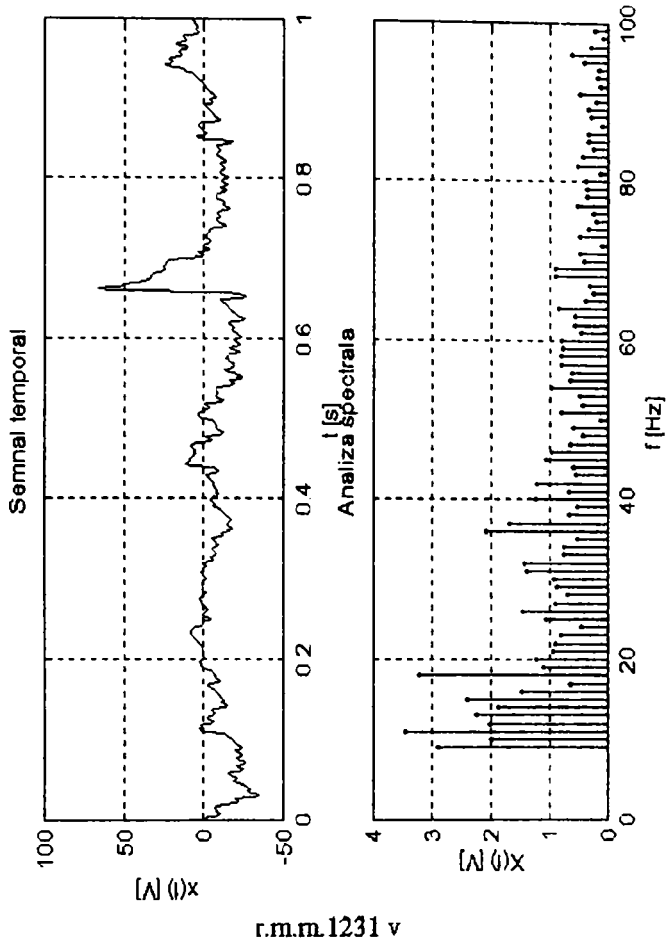


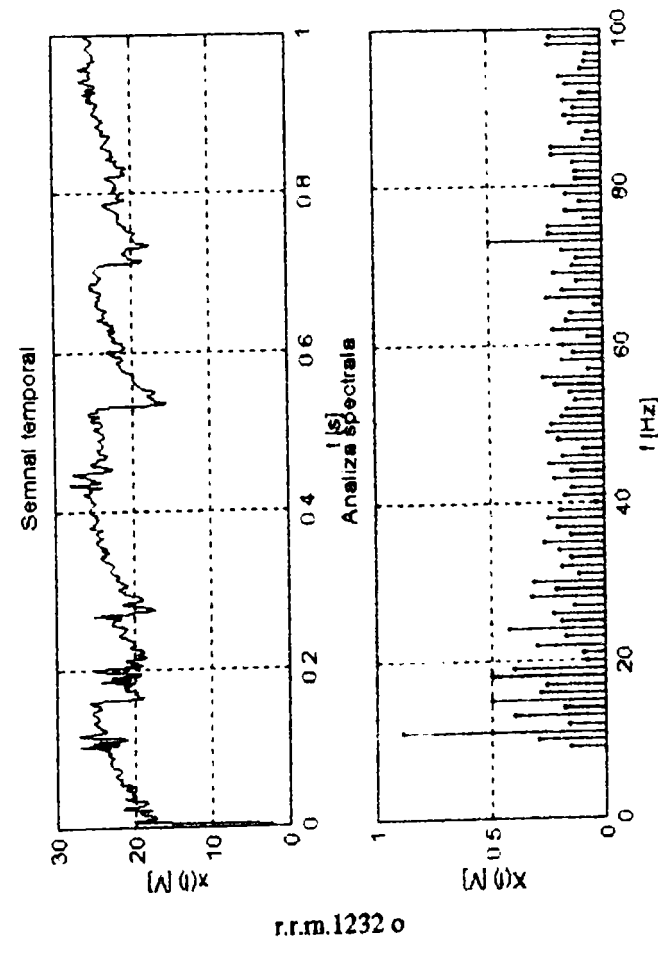
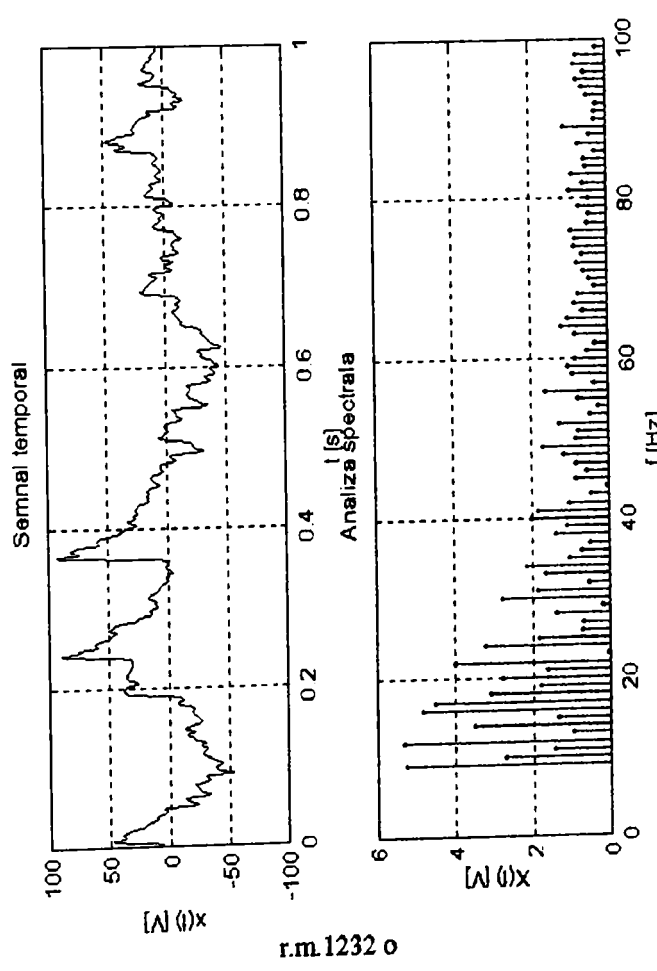
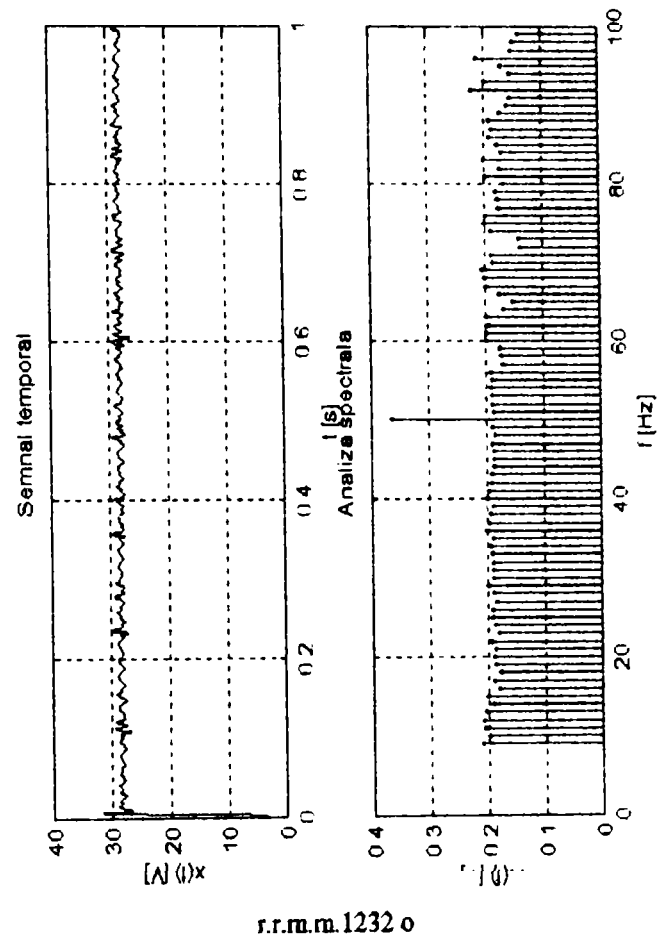
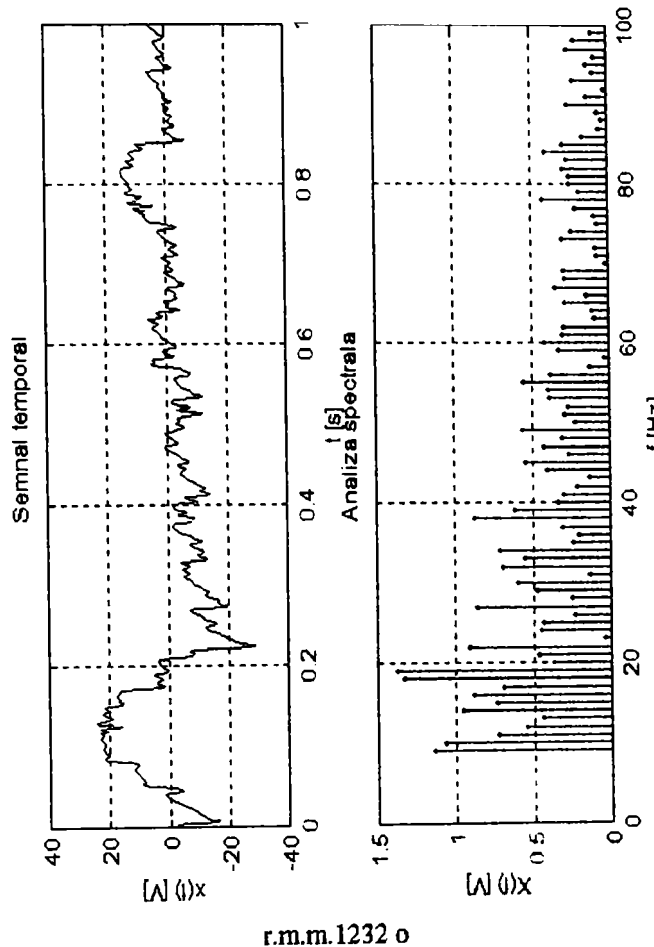
r.m.122 o2

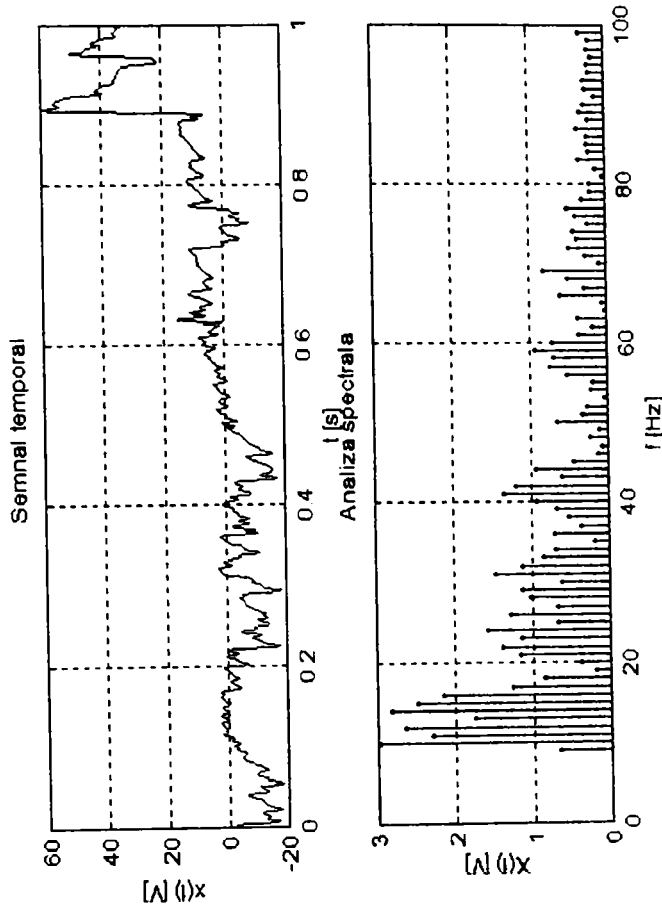


r.r.m.122 o2

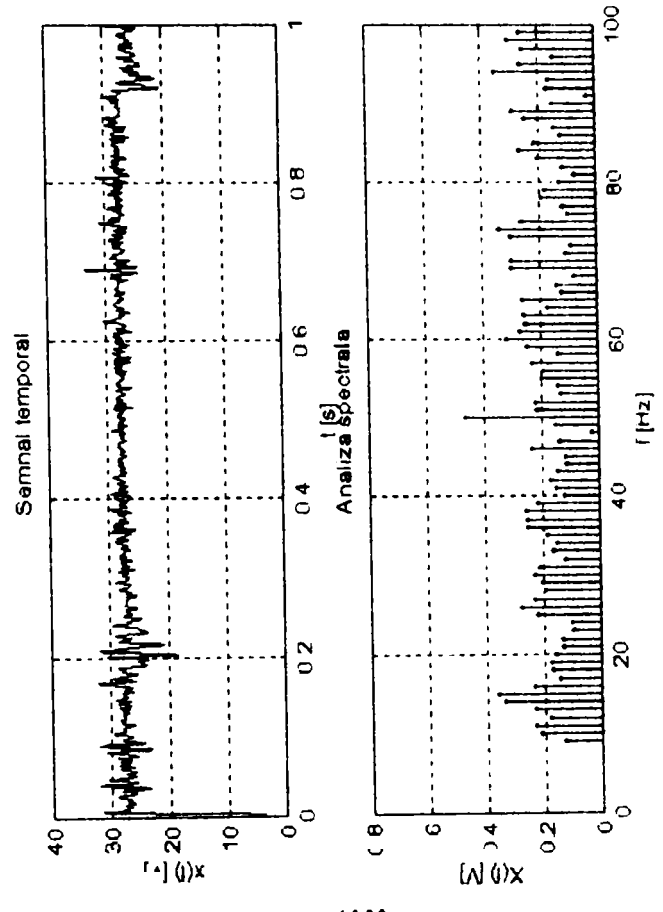




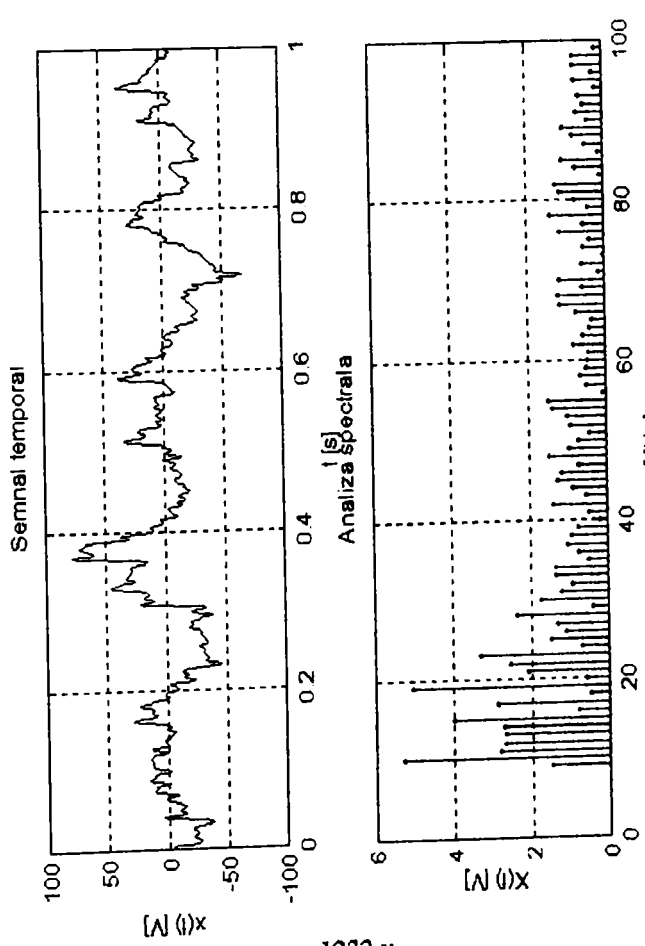




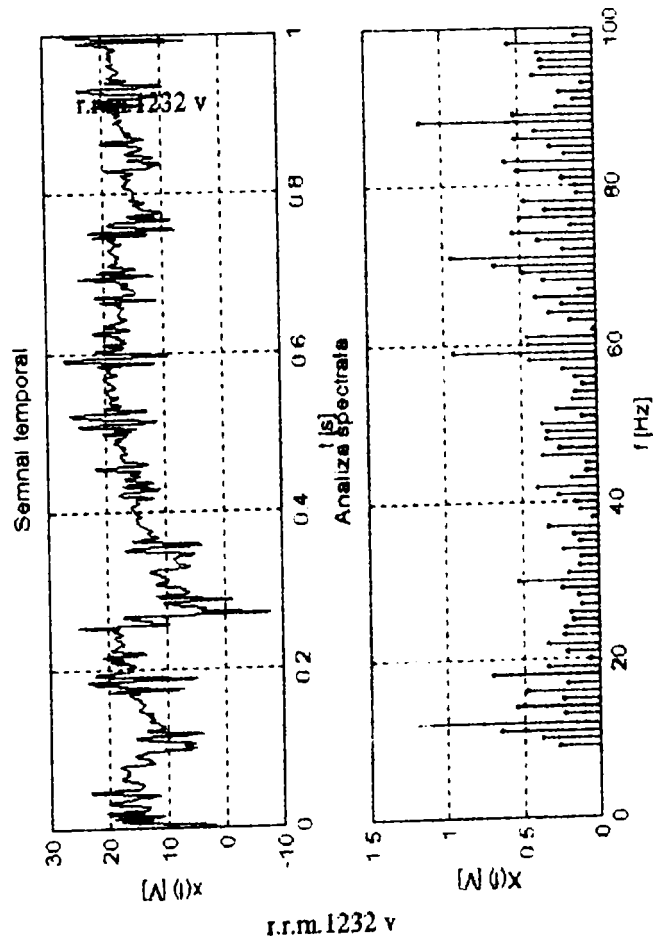
r.m.m.1232 v



r.r.m.m.1232 v

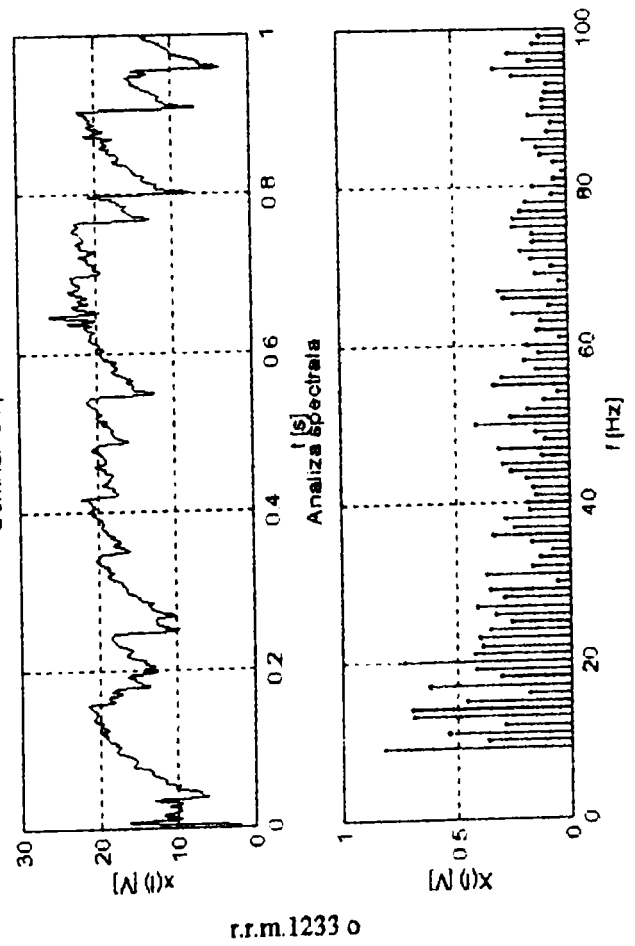
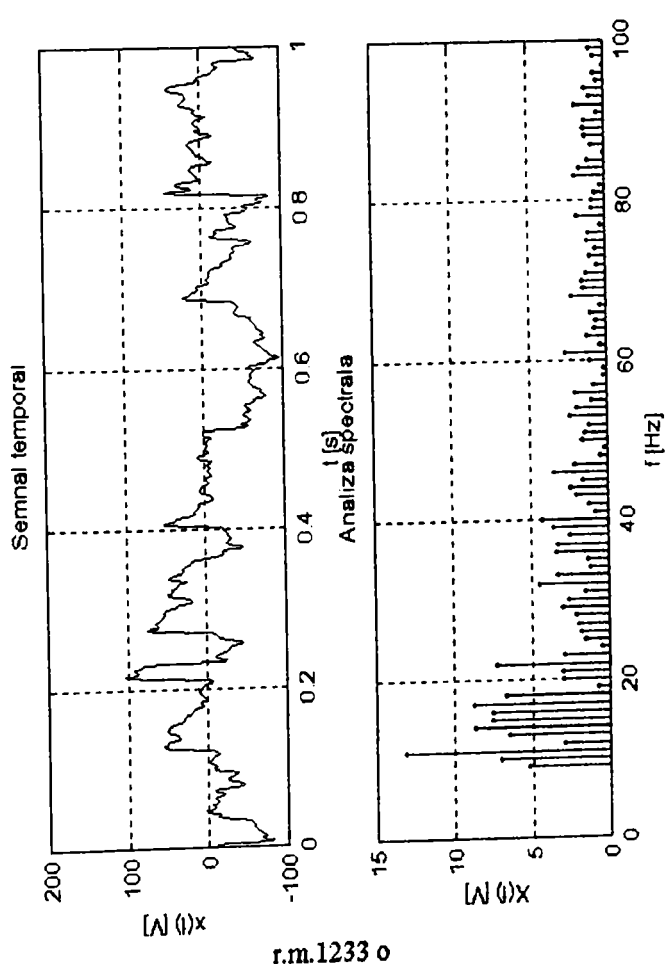
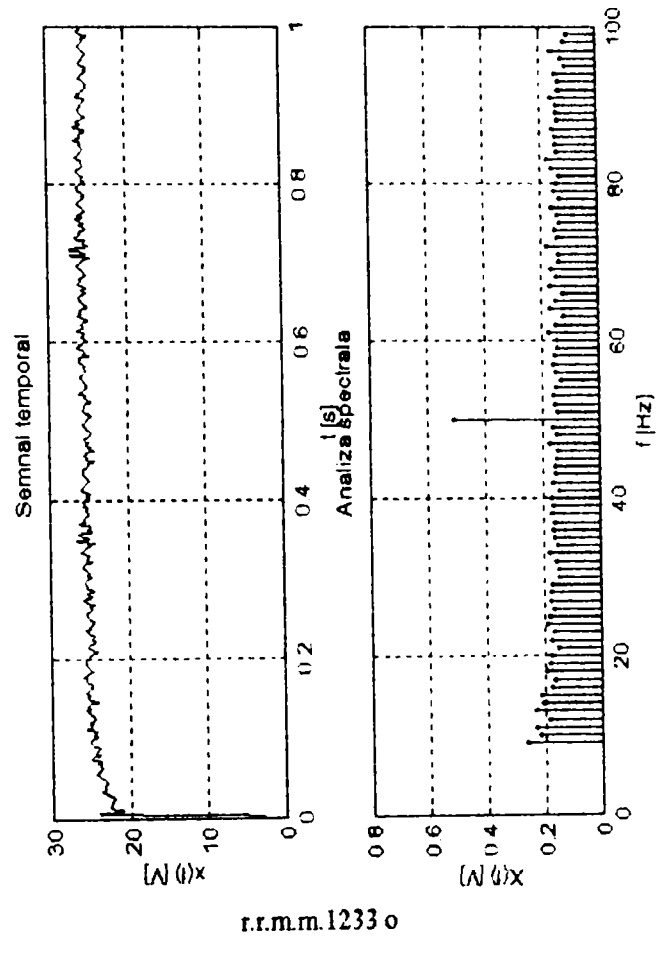
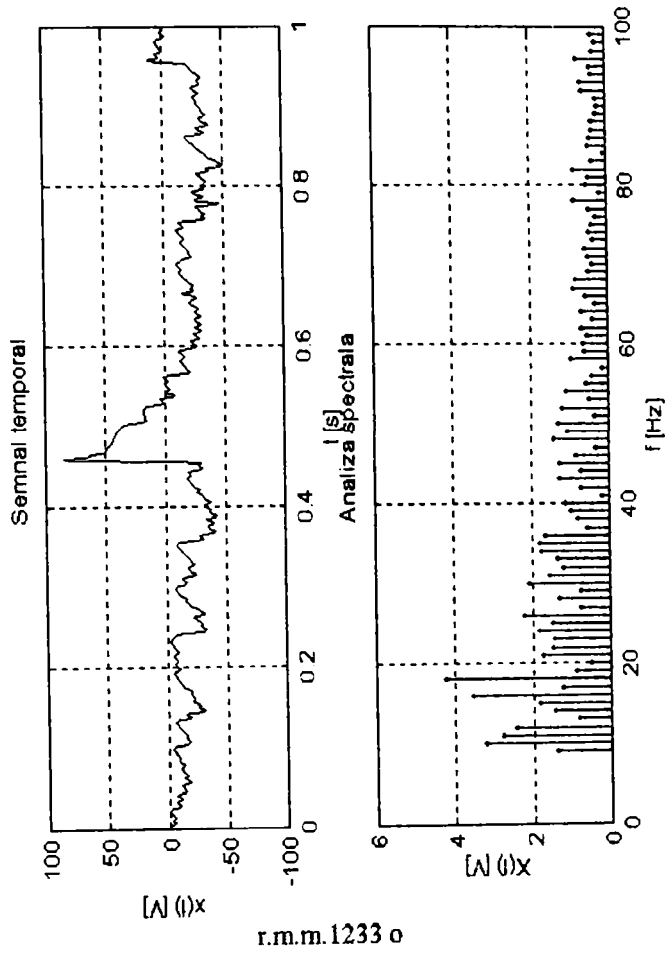


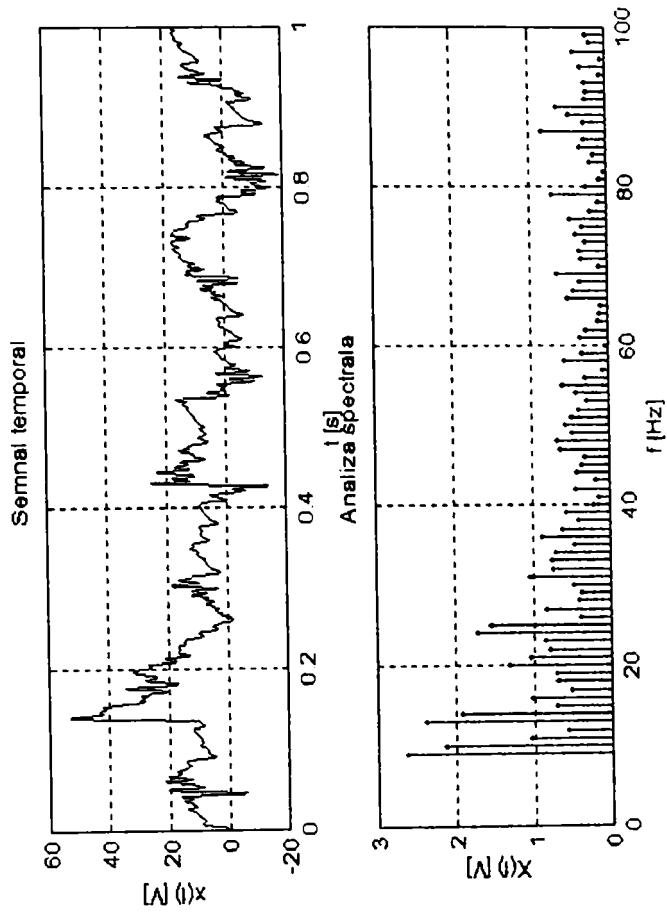
r.m.1232 v



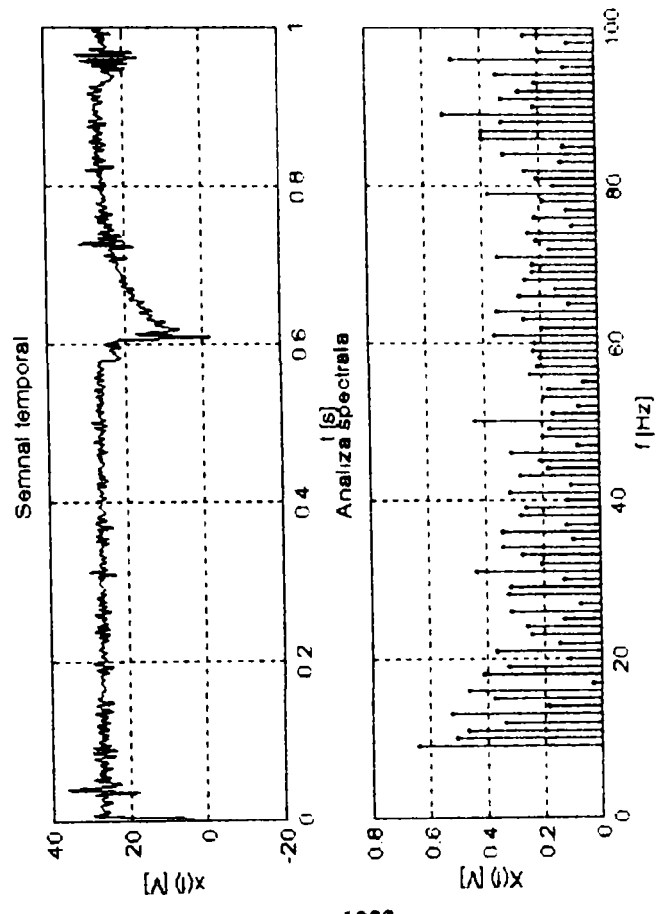
r.r.m.1232 v



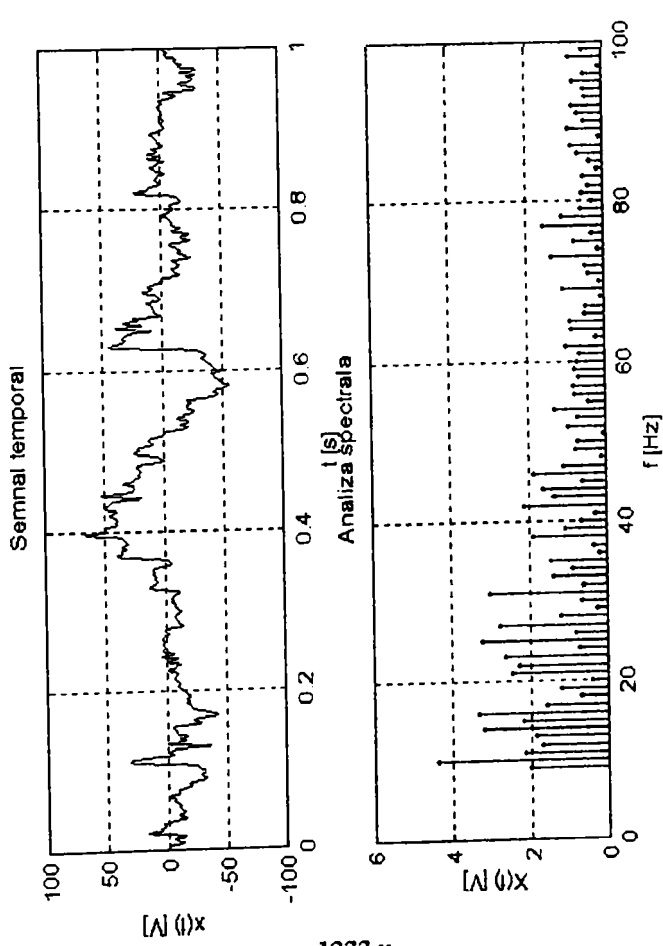




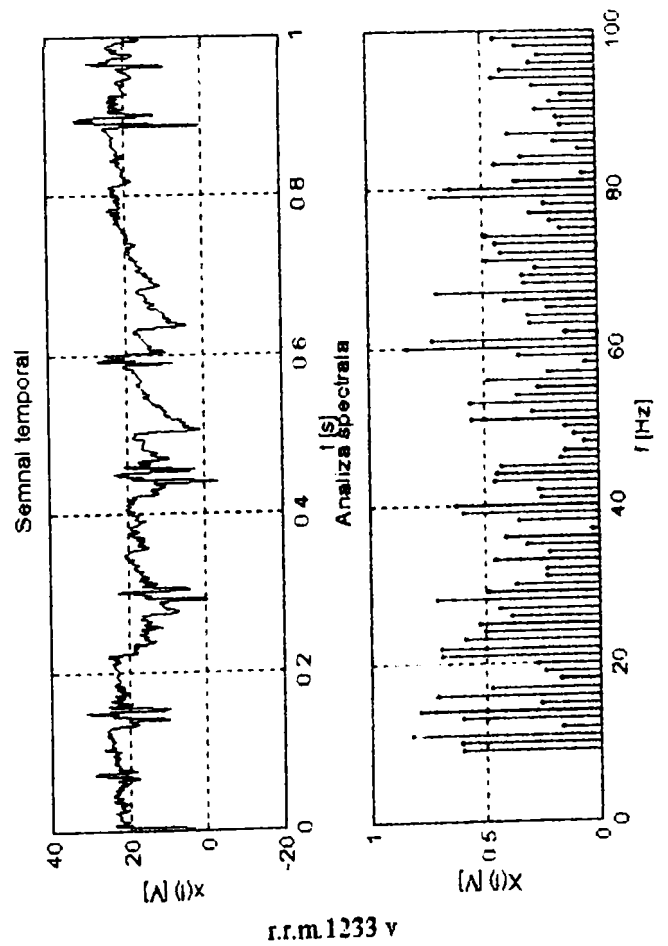
r.m.m.1233 v



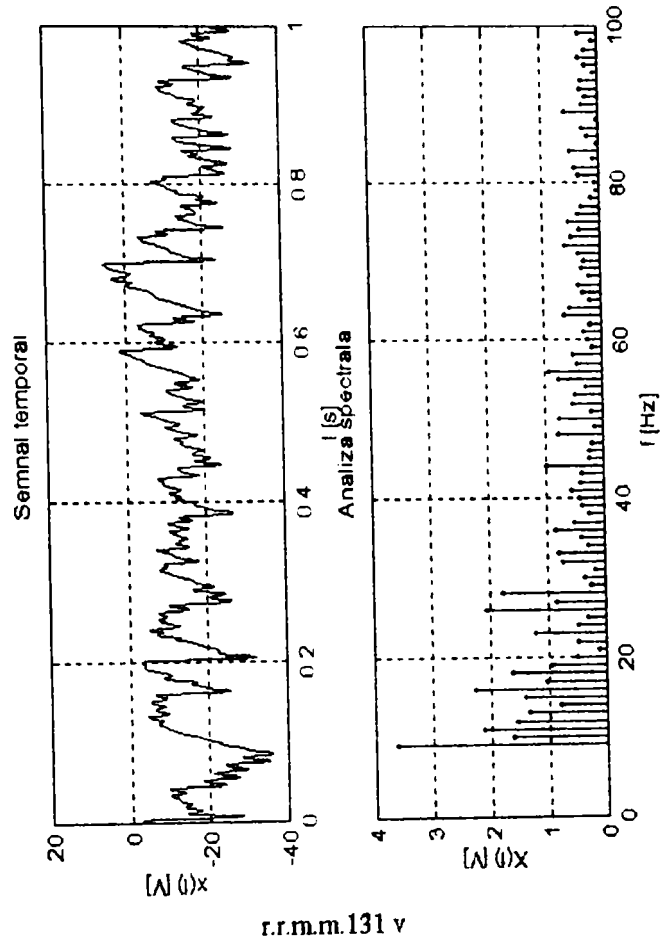
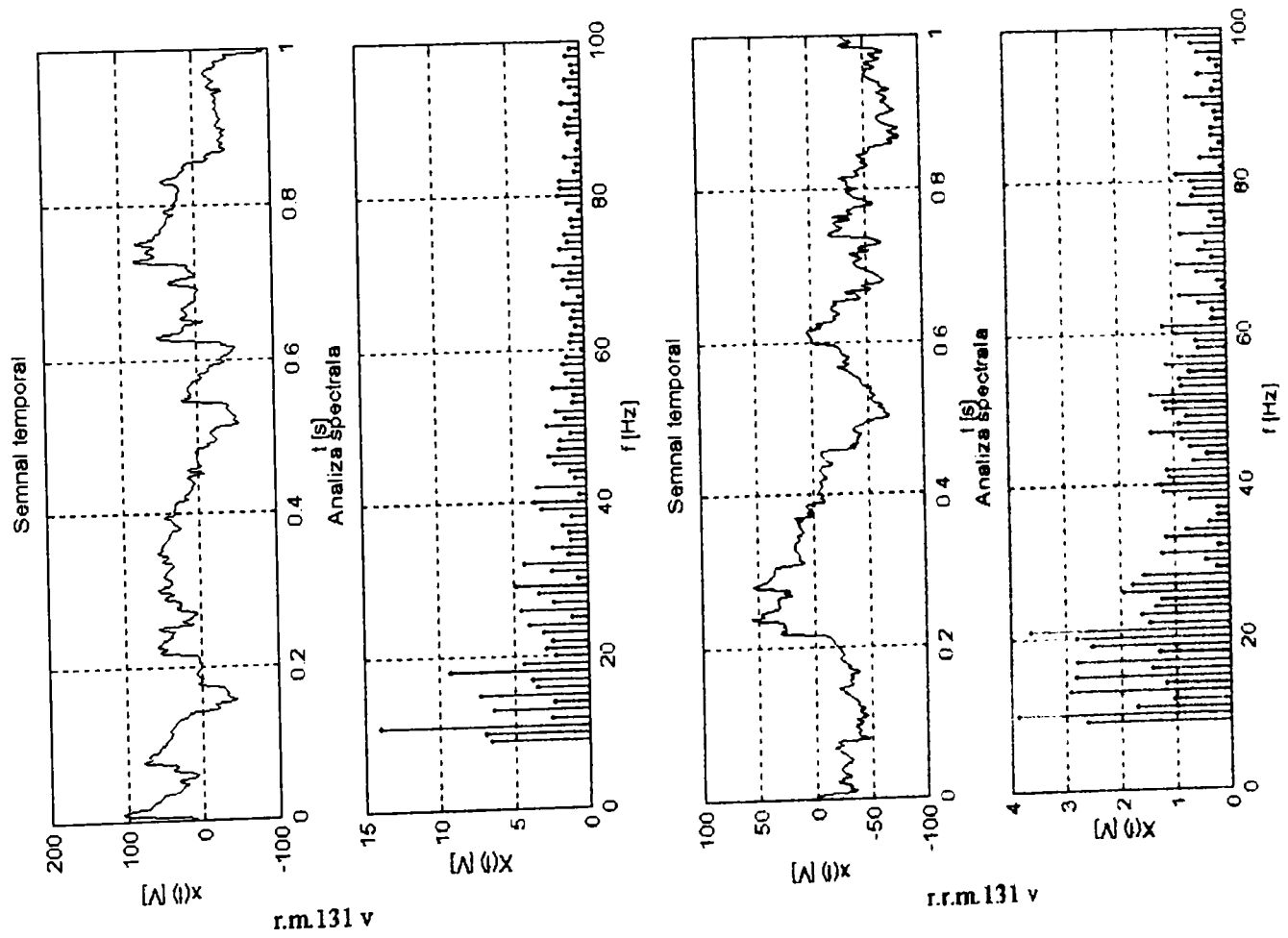
r.r.m.m.1233 v

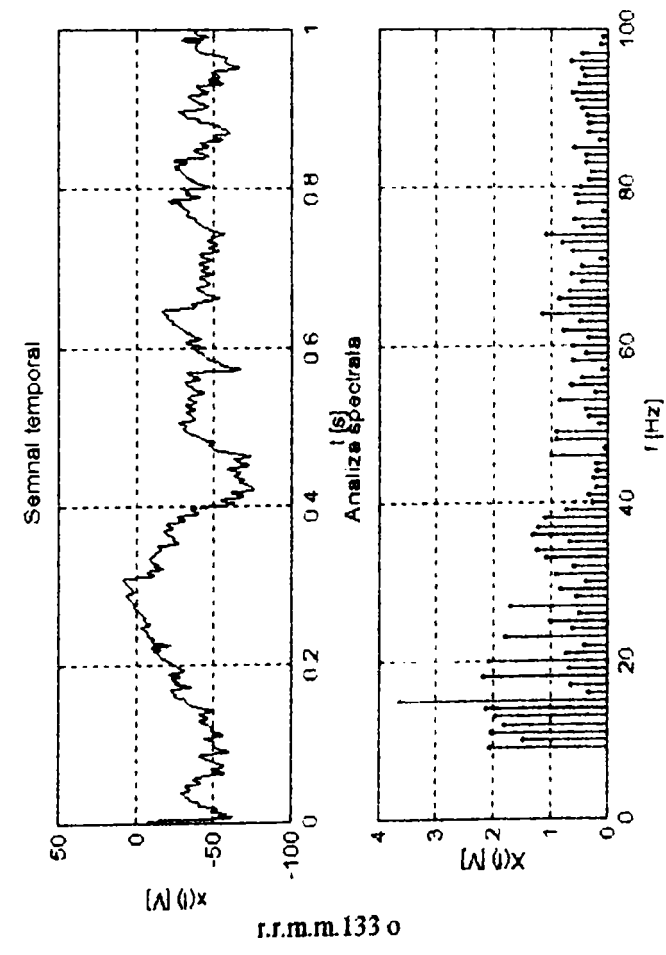
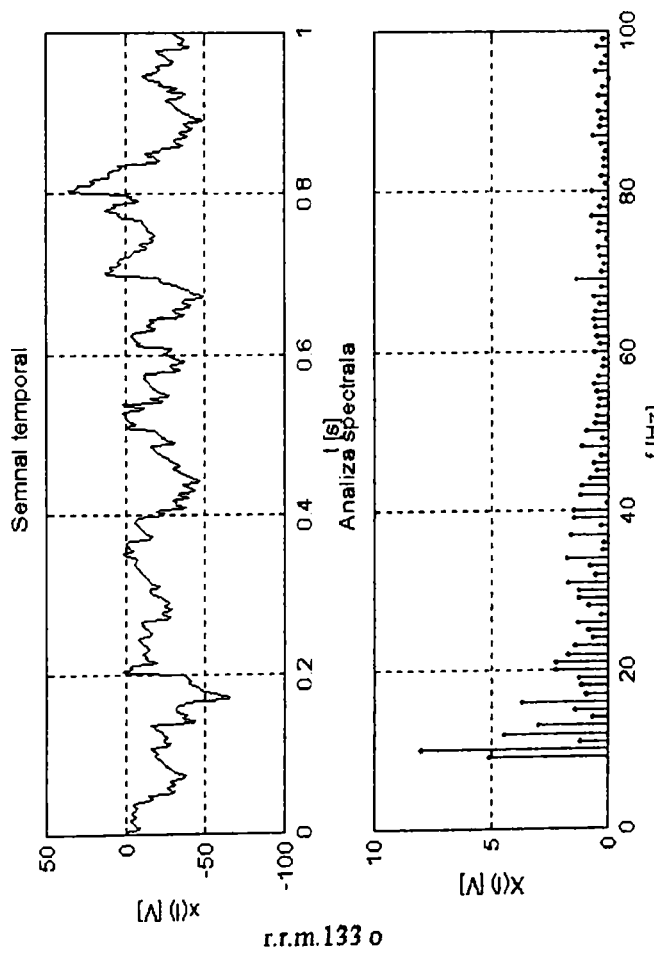
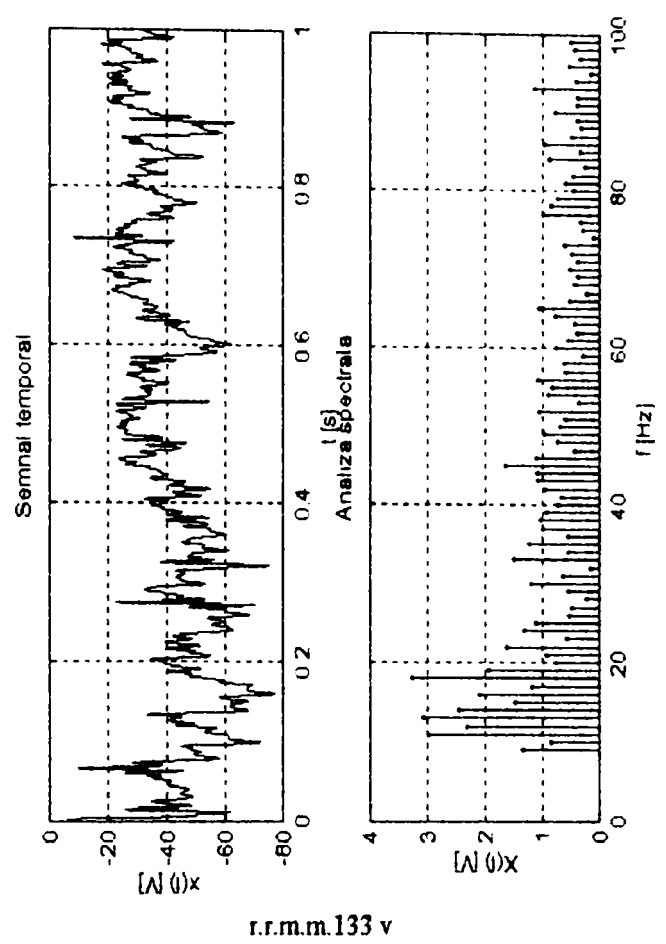
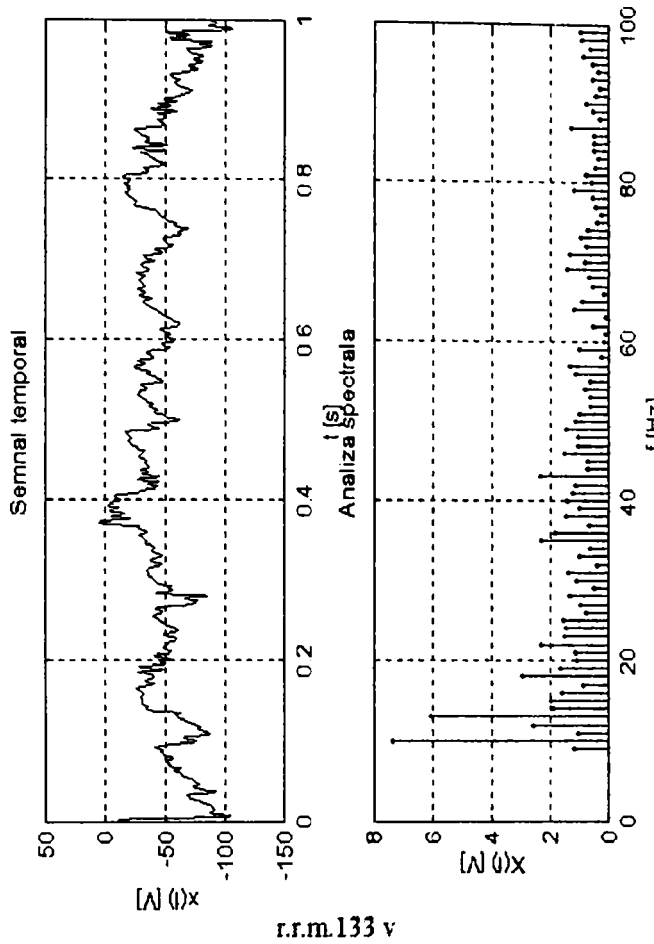


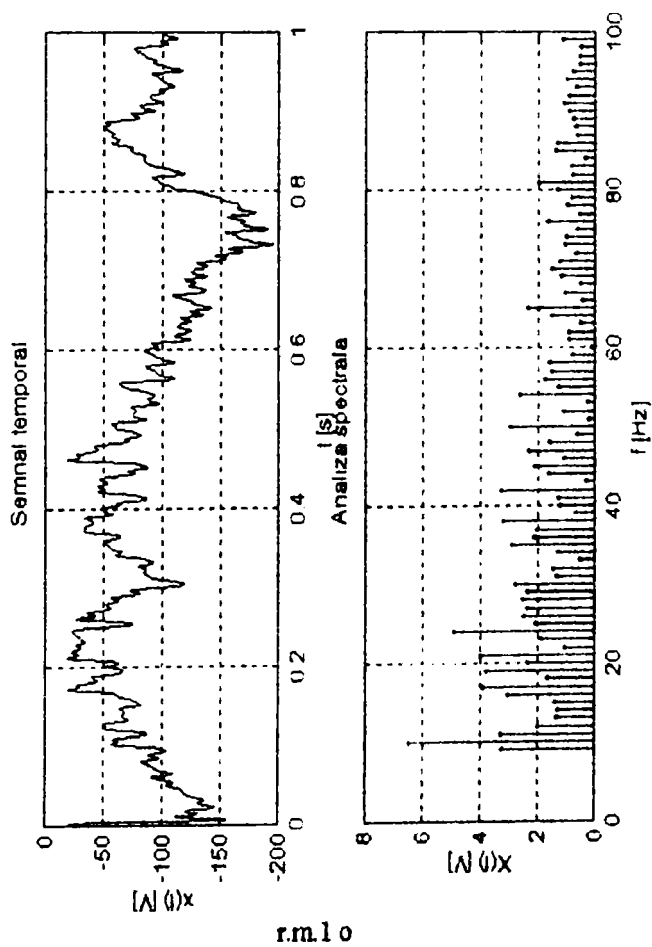
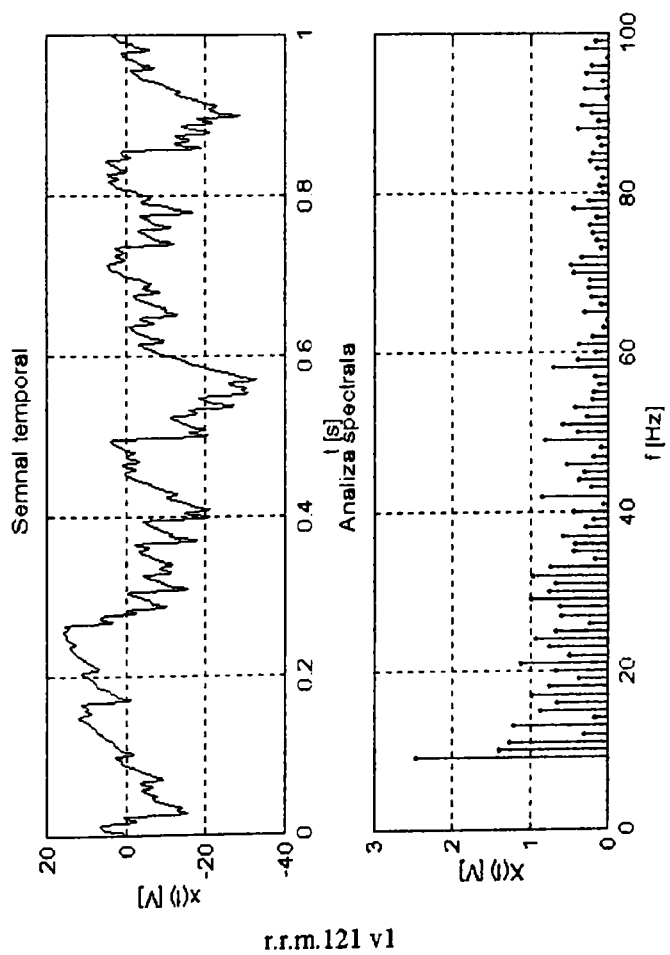
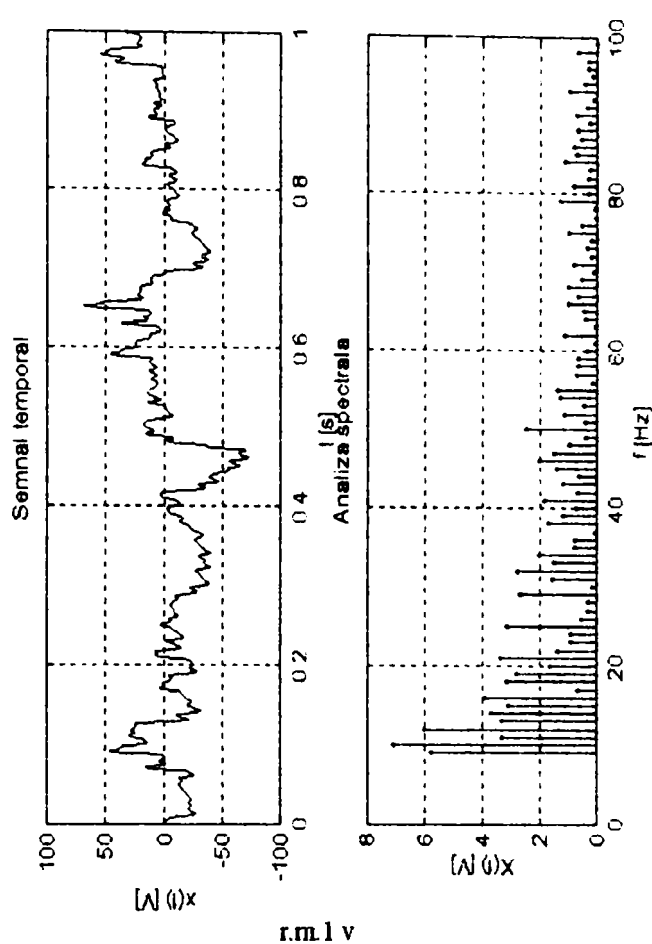
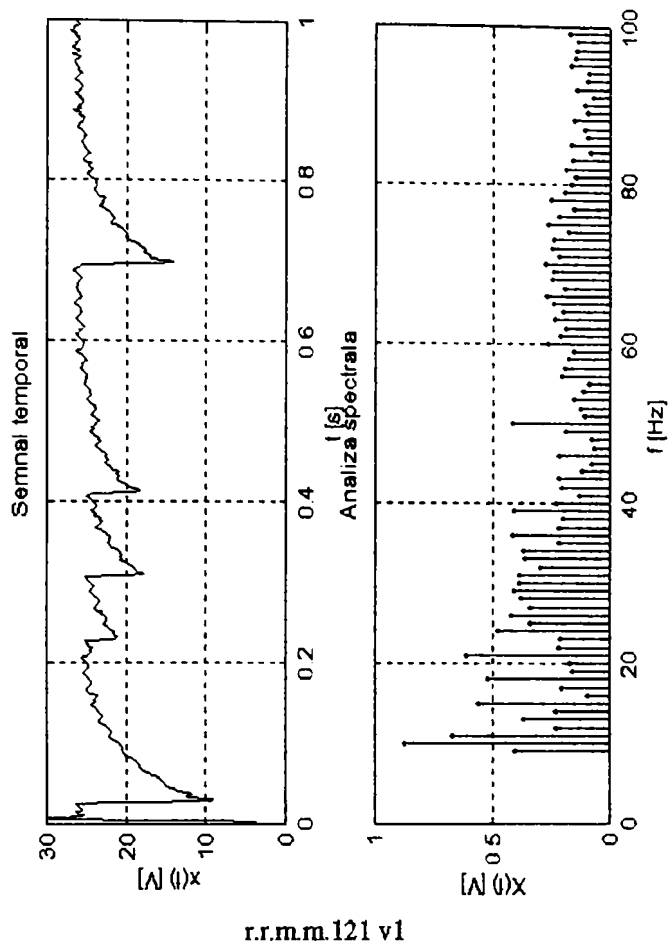
r.m.1233 v

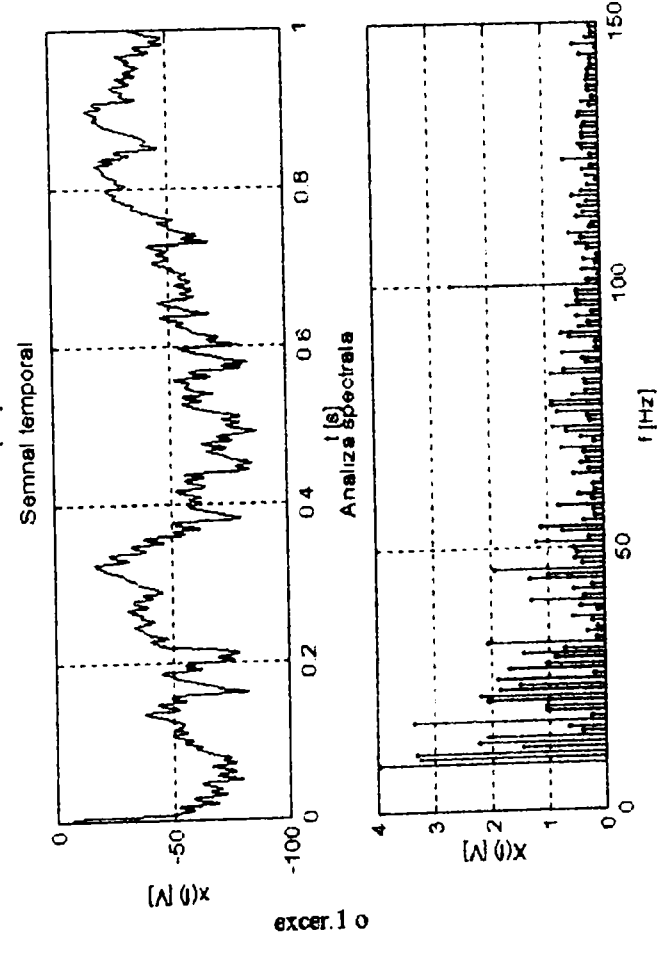
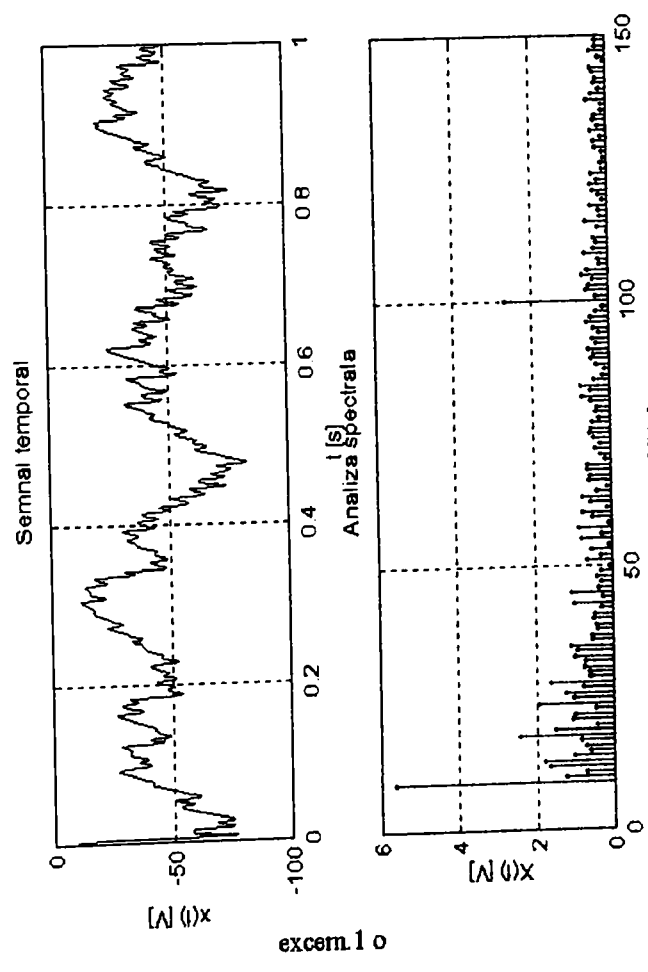
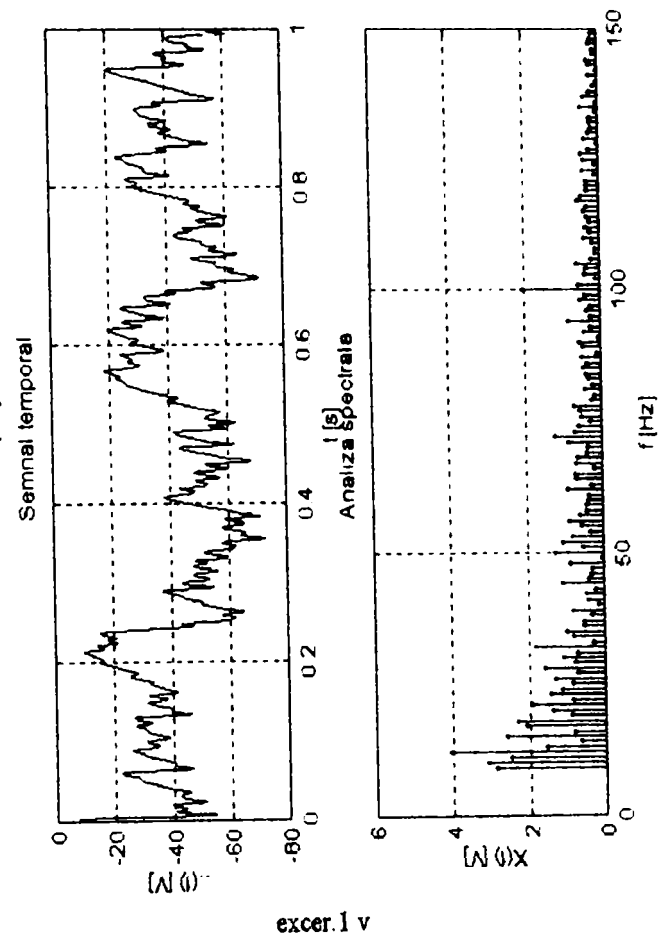
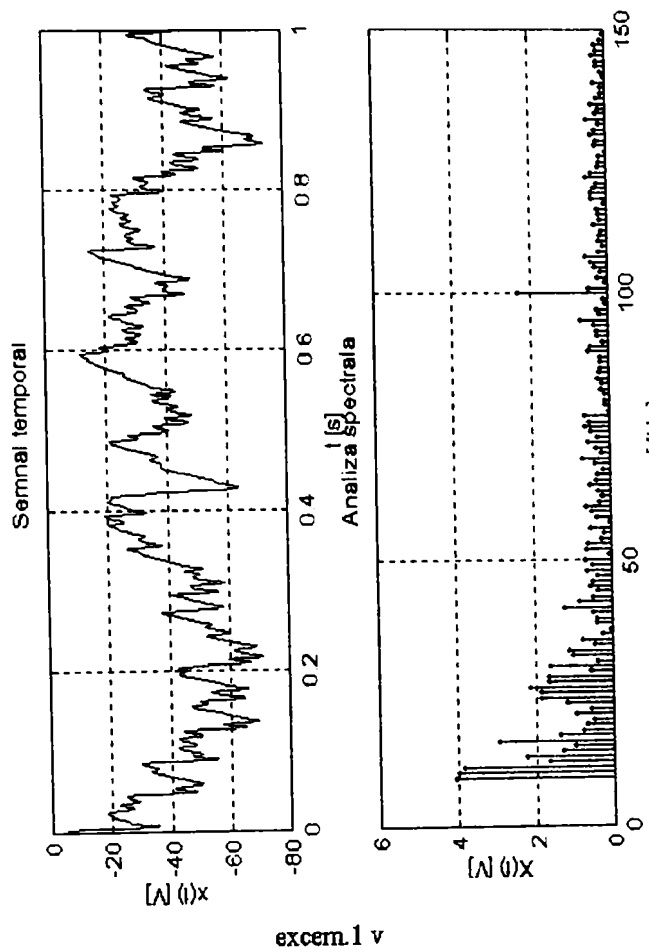


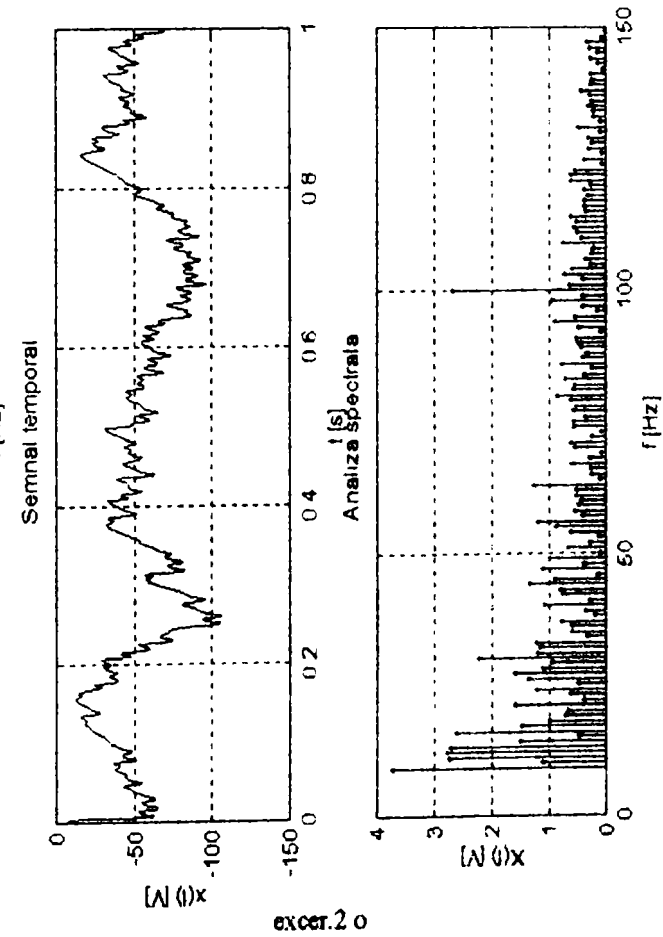
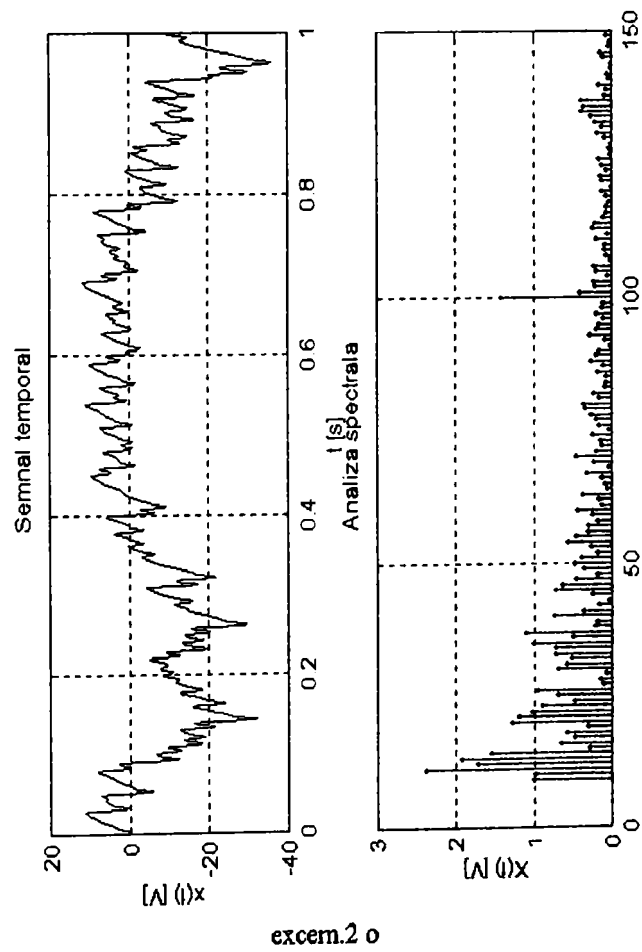
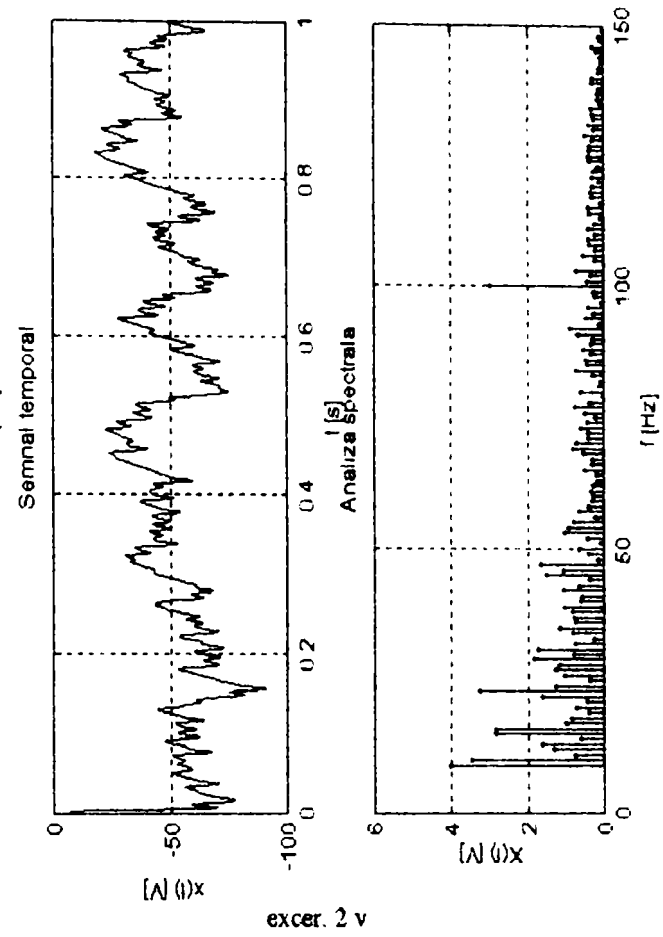
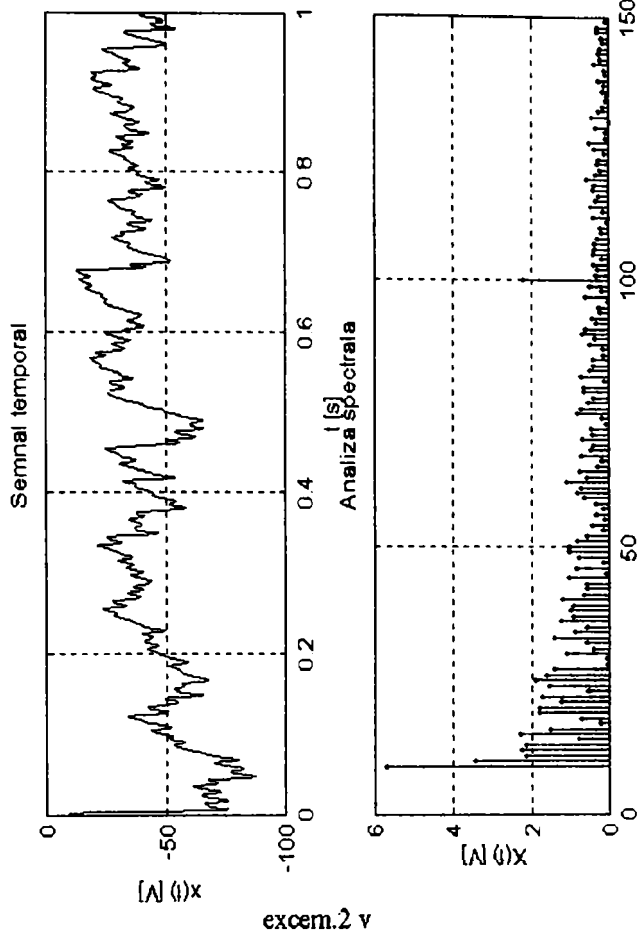
r.r.m.1233 v

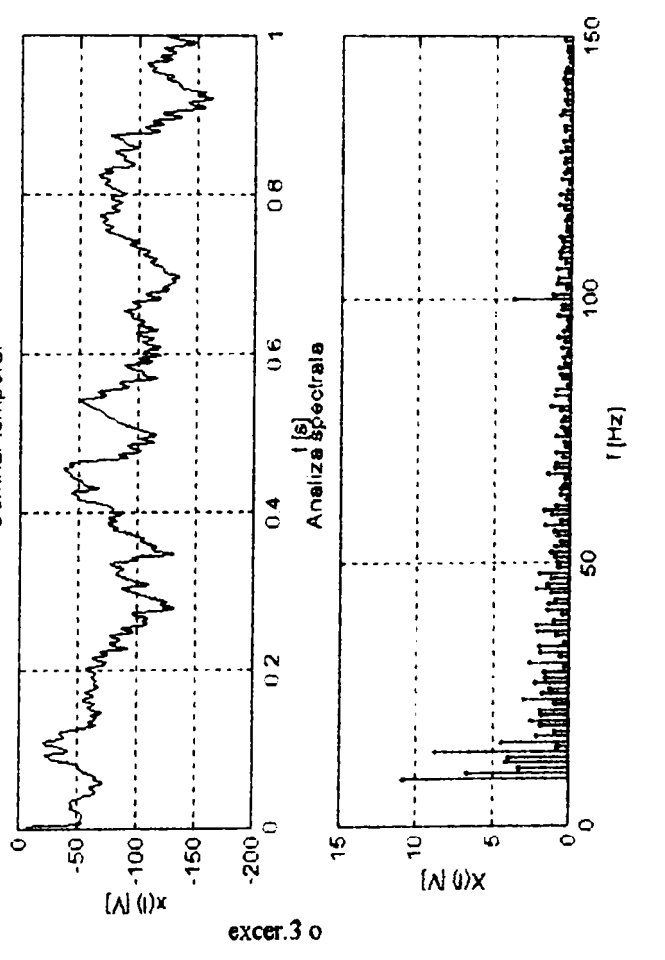
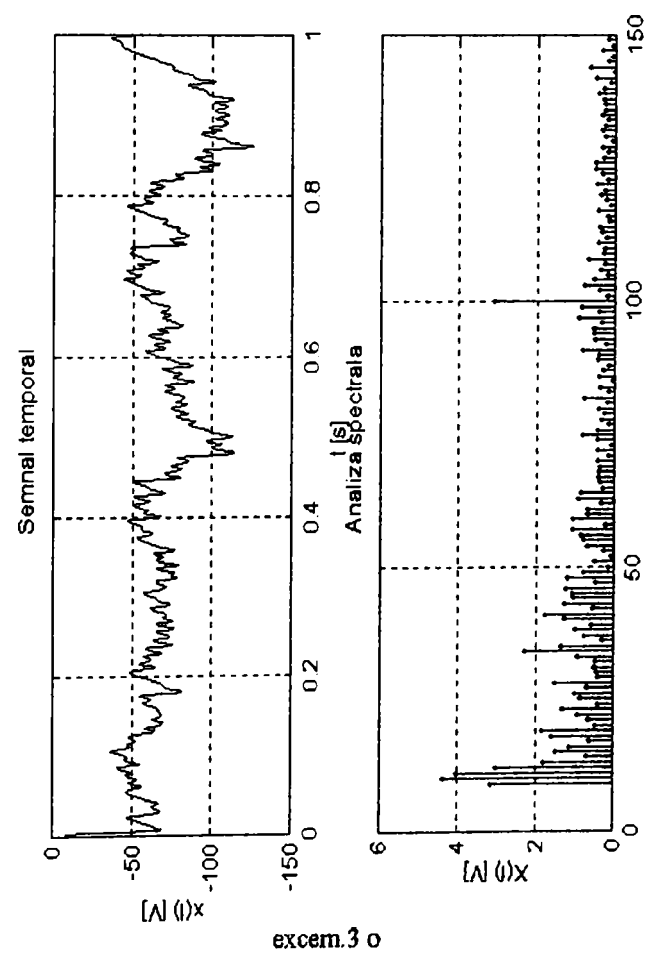
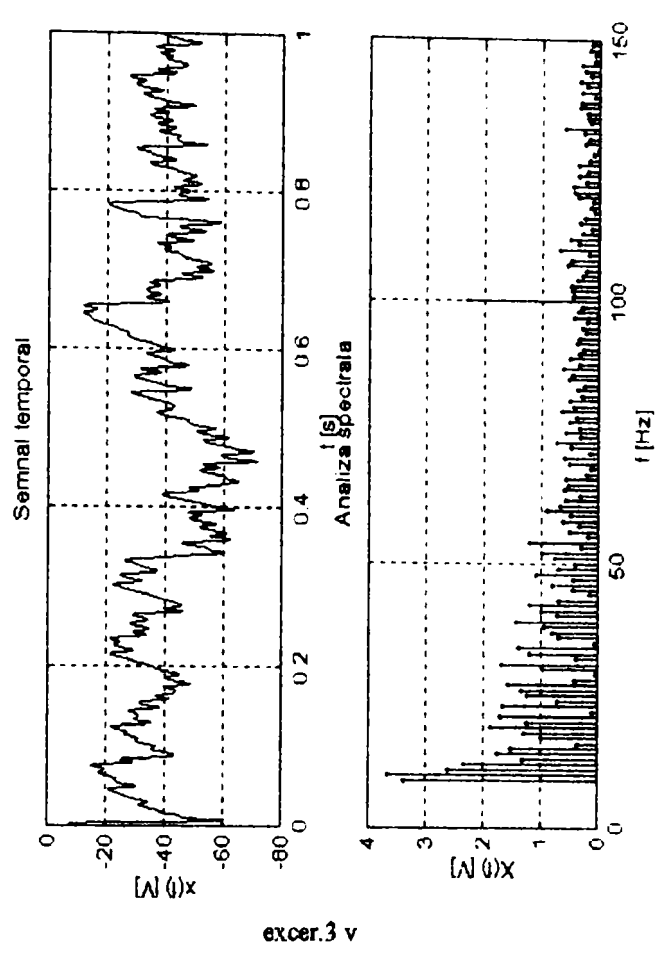
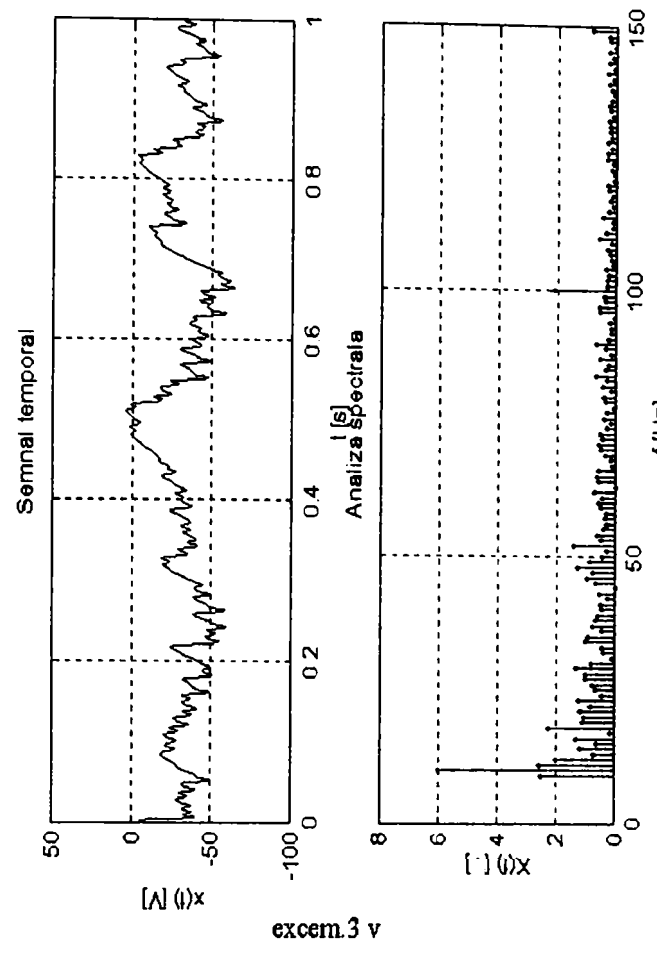




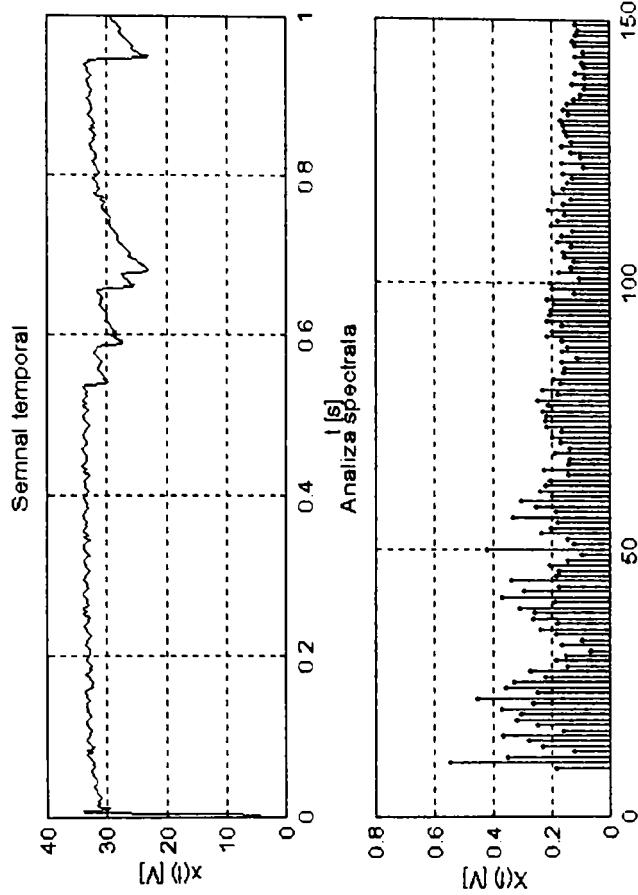




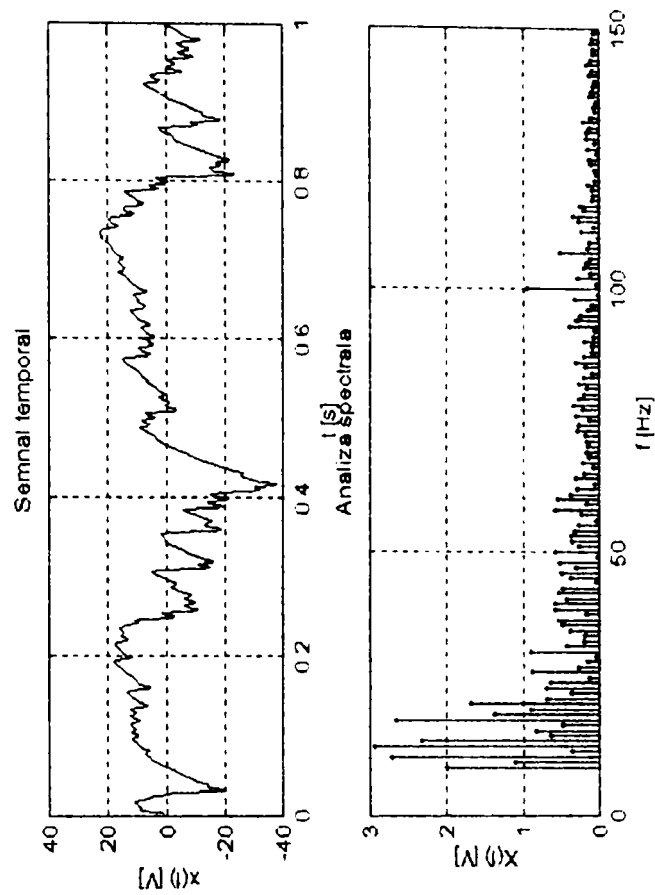




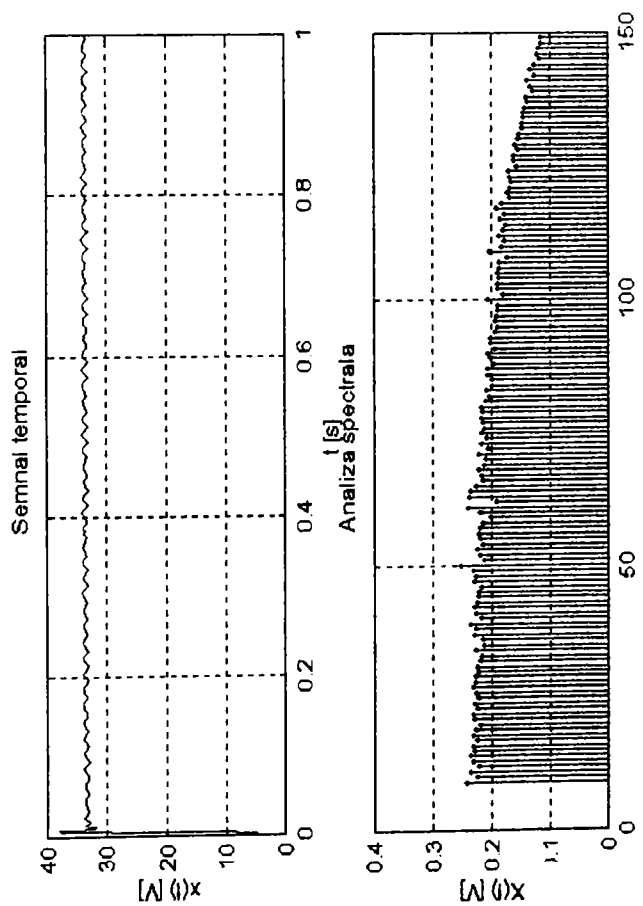




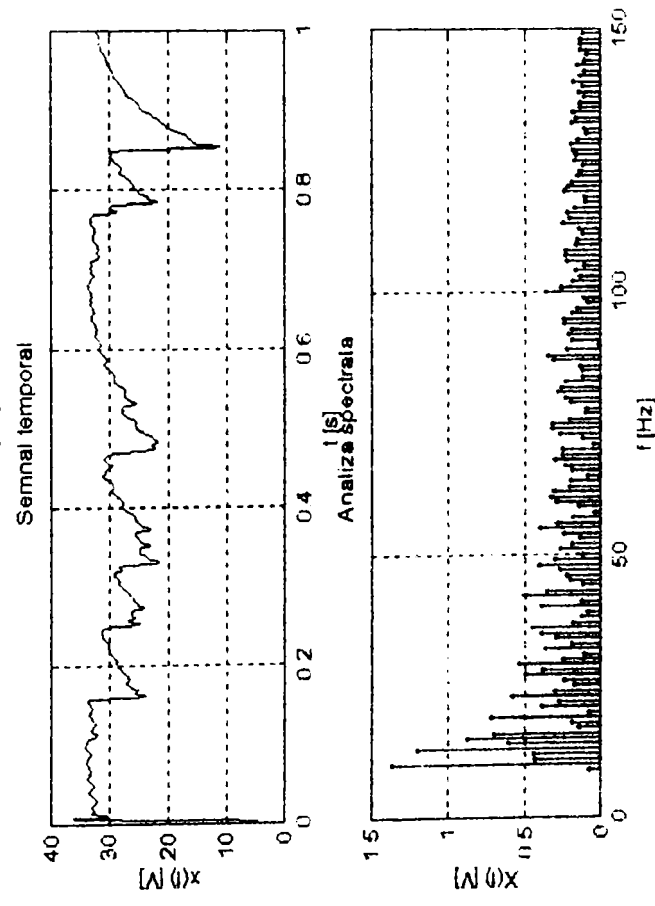
excer.4 v



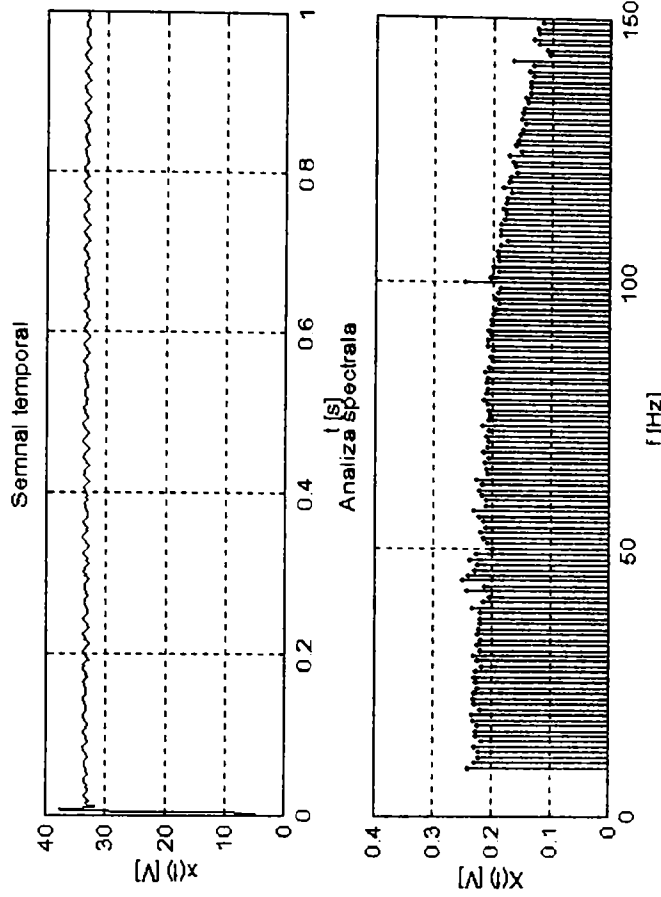
excer.4 v



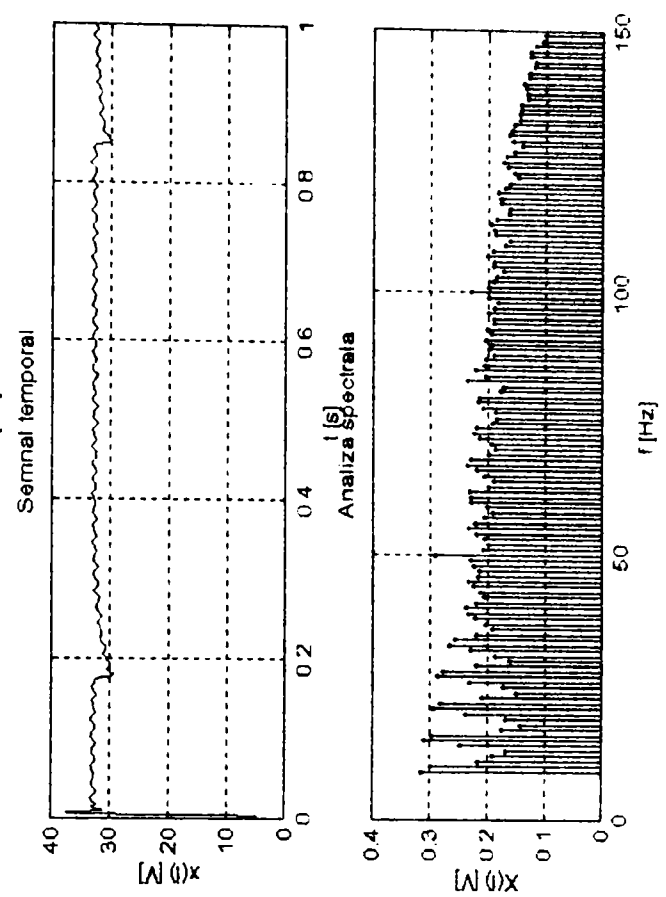
excer.4 o



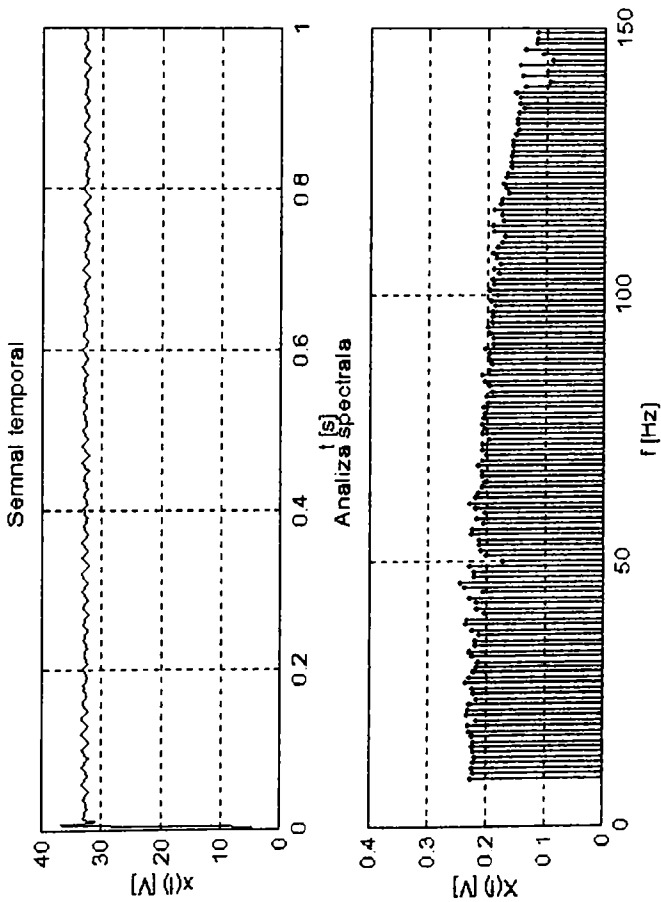
excer.4 o



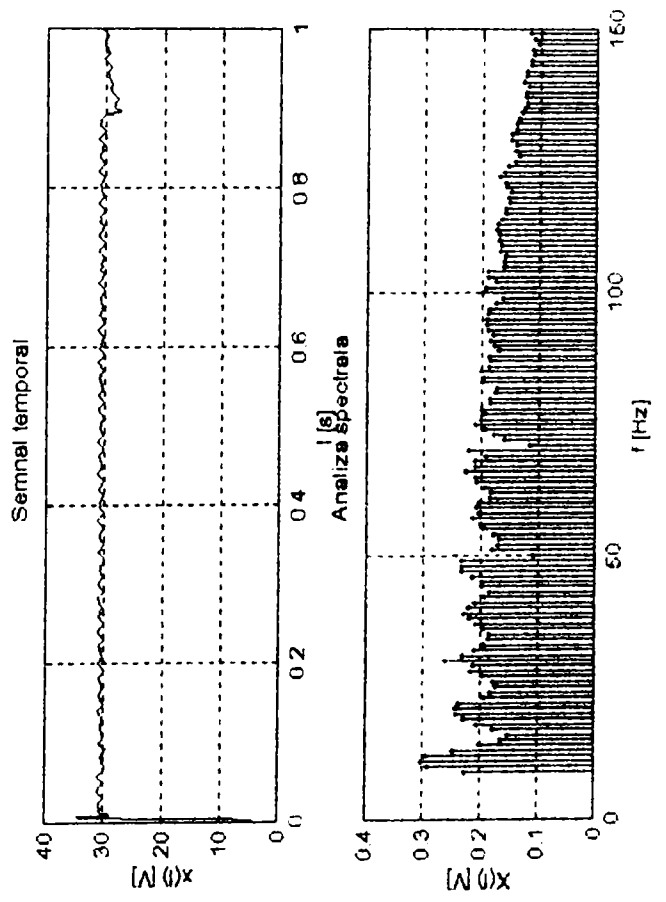
exerc.5 v



exerc.5 v



exerc.5 o



exerc.5 o