

ing. Vladimir Goreaev

Contribuții la alcătuirea și calculul podurilor din dale continue.

TEZĂ DE DOCTORAT

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

629.802
363. A

PROF. DR. ING. VALENTIN BOTA

CONDUCĂTORI ȘTIINȚIFICI:

PROF. DR. ING. VALERIU STOIAN

Cuprins:

INTRODUCERE**I. SUPRASTRUCTURI DE PODURI PE DALE CONTINUE -
TEHNOLOGII DE EXECUȚIE**

Cap.1. Tipuri de poduri pe dale continue.....	7
1.1. Aspecte generale.....	7
1.2. Dale continue din beton armat turnate in situ.....	11
1.2.1. Tipuri de secțiuni transversale.....	11
1.2.1.1. Armarea dalelor din beton armat.....	13
1.2.2. Tipuri de secțiuni longitudinale.....	17
1.2.3. Elemente generale de calcul static.....	19
Cap.2. Dale continue cu structură compusă beton precomprimat - beton armat turnat in situ (BP-BS).....	24
2.1. Domenii de aplicare - deschideri.....	24
2.2. Tipuri de secțiuni transversale și longitudinale.....	24
2.3. Realizarea plăcii inferioare.....	28
2.4. Armarea plăcii superioare	30
2.5. Asigurarea continuității dalei deasupra reazemelor, pentru momente negative.....	34
2.6. Asigurarea continuității dalei în zona reazemelor, pentru momente pozitive.....	35
2.7. Tehnologia de realizare a unei structuri compuse beton prefabricat precomprimat - beton armat turnat in situ și structura obținută conform procedului.....	36
Cap. 3. Dale continue realizate din elemente prefabricate - precomprimate....	42
3.1. Considerații generale - deschideri eficiente.....	42
3.2. Elemente obținute prin secționarea longitudinală; tipuri de secțiuni.....	42
3.3. Elemente obținute prin secționare transversală; tipuri de secțiuni.....	43
3.4. Tehnologii de execuție a elementelor prefabricate.....	44
3.4.1. Obținerea elementelor prefabricate uzinate.....	48
3.4.2. Montarea pe șantier a elementelor prefabricate uzinate.....	50
3.4.3. Instalație automatizată de șantier pentru cofrarea și decofrarea bolțarilor prefabricați cu secțiune cheson monocelulară.....	53
3.5. Montajul bolțarilor prefabricați pentru un pod cu trei deschideri.....	57
3.5.1. Schema de montaj cu utilizarea eșafodajelor provizorii.....	57
3.5.2. Matară rosturilor.....	60

3.5.2.1. Matarea uscată a rosturilor.....	60
3.5.2.2. Matarea umedă a rosturilor.....	64
3.6. Execuția unei structuri continue precomprimate din elemente prefabricate.....	67
3.6.1. Execuția tablierului în condiții de șantier.....	68
3.6.2. Lansarea tablierului pe deschiderile podului prin metoda împingerii.....	73
3.6.3. Construcție pe mal și lansare prin împingere.....	79
3.7. Concluzii privind tehnologiile de execuție.....	93

II. CONTRIBUȚII LA CALCULUL SUPRASTRUCTURILOR DE PODURI DIN DALE CONTINUE.

Cap.4. Evoluția metodelor de calcul a structurilor de poduri.....	97
4.1. Considerații generale.....	97
4.2. Metoda rezistențelor admisibile.....	99
4.2.1.Principii ale metodei de calcul.....	100
4.3. Metoda de calcul la rupere.....	102
4.3.1. Principii fundamentale de calcul.....	102
4.4. Metoda de calcul la stări limită.....	104
4.4.1. Principii fundamentale.....	105
4.4.1.1. Stări limită ultime.....	106
4.4.1.2. Stări limită ale exploatarei normale.....	106
4.4.1.3. Stări limită ale factorilor aleatori.....	107
4.4.1.4. Variabilitatea calității materialelor.....	108
4.4.1.5. Variabilitatea încărcărilor.....	110
4.4.2. Verificarea la stări limită.....	110
4.4.3. Concluzii privind aplicarea metodei de calcul la stări limită pentru poduri.....	128
4.5. Metode numerice de calcul pentru podurile dalate.....	128
4.5.1. Considerații generale.....	128
4.5.2. Metoda elementelor finite.....	129
4.5.2.1. Principiul metodei.....	129
4.5.2.2. Metoda elementelor finite aplicată mediilor continue elastice.....	132
4.5.2.3. Tipuri de elemente finite.....	136
4.5.3. Metoda fâșiilor finite.....	138
4.5.3.1.Principiile metodei.....	138
4.5.3.2. Funcții de deplasări.....	139
4.5.3.3. Caracteristicile de calcul ale fâșiilor finite.....	141
4.5.3.4. Starea de încovoiere.....	143
4.5.3.5. Matricea de rigiditate.....	145
4.5.3.5.1. Tipuri de rezemări.....	150
4.5.3.6. Matricele de rigiditate a fâșiilor.....	152
4.5.3.7. Vectorii încărcărilor.....	165

4.5.3.8. Matricea de transformare.....	168
4.5.3.9. Matricea de rigiditate a structurii (asamblare).....	169
4.5.3.10. Introducerea condițiilor de margine.....	170
4.5.3.11. Rezolvarea sistemului de ecuații.....	172
4.5.3.12. Determinarea eforturilor și deformațiilor.....	175
4.5.3.13. Program de calcul.....	175
4.5.3.14. Date de intrare.....	176
4.5.3.15. Rezultate.....	179
4.5.3.16. Performanțe.....	179
4.5.3.17. Notații.....	179
4.5.3.18. Schema bloc de funcționare a programului de calcul.....	182
4.5.3.19. Exemplu de calcul pentru testarea programului de calcul.....	183
4.6. Metoda simplificată de calcul pentru dalele continue din beton.....	184
4.6.1. Considerente teoretice.....	184
4.6.2. Metodă de calcul a dalelor ortotrope.....	186
4.6.3. Concluzia la calculul dalelor ortotrope.....	190
4.6.4. Ipoteze simplificatoare.....	190
4.6.5. Expresia analitică a momentelor de încovoiere longitudinală.....	193
4.6.6. Expresia analitică a momentelor de încovoiere transversală.....	196
4.6.7. Determinarea forțelor tăietoare.....	200
4.6.8. Determinarea constantelor statice.....	201
4.6.8.1. Determinarea lățimii dalei echivalente.....	201
4.6.8.2. Determinarea coeficientului β	203
4.6.8.3. Determinarea coeficientului de torsiune α	204
4.6.9. Exemplu de calcul.....	206
4.6.9.1. L.I. ale coeficientului de repartiție transversală K	210
4.6.9.2. Determinarea coeficienților de repartiție transversală.....	213
4.6.9.2.1. Determinarea coeficienților de repartiție transversală pentru grinzile principale.....	213
4.6.9.3. Determinarea momentelor încovoietoare longitudinale maxime în grinzile principale - deschideri centrale și marginale.....	214
4.6.9.4. Calculul momentului de încovoiere transversal.....	215
4.6.9.4.1. Determinarea coeficientului de încovoiere transversală μ_{α_m}	216
4.6.9.4.1.1. L.I. ale coeficientului de încovoiere transversală μ_{α_m} pentru secțiunea O	217
4.6.9.4.1.2. Determinarea coeficientului de încovoiere transversală $\sum \mu^s_{\alpha_m}$	217
4.6.9.4.2. Calculul M_y maxim pentru deschideri centrale și marginale.....	218
4.6.9.5. Calculul forțelor tăietoare.....	220
4.6.9.5.1. L.I. ale coeficientului $K\alpha_m$, $\mu\alpha_m$, $\xi\alpha_m$ și $\tau\alpha_m$ pentru secțiunea $+ b / 2$; $b = 0,2$; $\sqrt{\alpha} = 0,14$	221
4.6.9.5.2. L.I. de influență ale coeficientului $\mu\alpha_m$ pentru secțiunea $b/2$	222
4.6.9.5.3. L.I. de influență ale coeficientului $K\alpha_m$ pentru secțiunea $b/2$	222
4.6.9.5.4. Amplasarea convoiului V80 pentru calculul forțelor tăietoare.....	223

4.6.9.5.5. Calculul lui T_x și T_y	225
4.6.9.5.6. Calculul lui $T_{y_{\min}}$ și $T_{y_{\max}}$ (forțe tăietoare din antretoaze).....	230
4.6.9.5.7. L.I. de influență ale coeficientului ξ_{xm} pentru secțiunea $b/2$	231
4.6.9.5.8.L.I. de influență ale coeficientului $\tau\alpha_m$ pentru secțiunea $b/2$	232
4.6.9.6. Determinarea încărcărilor permanente.....	234
4.6.9.7. Determinarea poziției axei neutre.....	235
4.6.9.8. Verificarea secțiunilor.....	235
4.6.9.8.1.Verificarea la starea limită de fisurare în antretoaze.....	238
Cap. 5. Contribuții originale.....	242
5.1.Contribuții la alcătuirea tablierelor formate din dale continue.....	242
5.2.Contribuții la calculul tablierelor de poduri din dale continue.....	244
Bibliografie.	246
Anexe I – XXXIV	253

INTRODUCERE

Podurile sunt lucrări de artă, care asigură continuitatea unei căi de comunicație terestră peste obstacolele naturale sau artificiale, cu domenii de utilizare extrem de variate pe plan mondial, ajungându-se la deschideri maxime de 400 m la podurile rutiere și de 200 m la podurile de cale ferată.

Condițiile geografice cât și cele specifice fiecărei țări, impun construcții de poduri cu deschideri a căror valoare se stabilește și prin evaluarea criteriilor economice.

Pentru asigurarea unui confort sporit în circulație și pentru realizarea unui cost de întreținere scăzut, se impune realizarea de suprastructuri continue, indiferent de numărul de reazeme intermediare.

Condiția conform căreia săgeata maximă admisă la mijlocul unei deschideri să nu depășească valoarea $f = 1/800$, condiție impusă de actualele norme, poate fi reconsiderată admitând valori mai mari, cum ar fi $f < 1/260$, în condițiile în care, poziția încărcărilor, din sarcini utile și permanente, este cea mai defavorabilă pentru secțiunea respectivă. [70]

Se pot obține în urma unui calcul dinamic și în condițiile în care deformația nu periclitează siguranța structurii, secțiuni mai suple și mai economice.

Aceasta presupune parcurgerea următoarelor etape: alegerea tipului de structură potrivită scopului propus, determinarea acțiunilor directe și indirecte, calculul eforturilor și al deplasărilor în secțiunile caracteristice, dimensionarea și alcătuirea elementelor suprastructurii cu utilizarea tehnologiilor specifice de montaj: poduri pe dale din fâșii independente, realizate prin împingere, rotire etc.

Putem conchide că:

- pentru deschideri mici (10 - 35 m) și mijlocii (40 - 60 m), se impun soluții pentru construcția podurilor din elemente prefabricate de tip dală continuă, cu eliminarea rosturilor intermediare;
- pentru deschideri mari (peste 80 m), tehnica modernă utilizează construcția în consolă, cu suprastructuri pe două grinzi, sau cu secțiune cheson, acestea executate pe cintre autopășitoare, prin împingere, sau în consolă pas cu pas.

Podurile, având suprastructurile alcătuite din dale, sunt utilizate mai ales pentru rezolvarea situațiilor în care înălțimea de construcție disponibilă este redusă.

Prin suprastructurile dalate, în general, se înțeleg suprastructurile formate dintr-o placă de beton (executată monolit, prefabricat, secțiune compusă etc.) la care una din dimensiuni, de regulă grosimea, este mult mai mică în comparație cu celelalte două și la care lățimea este suficient de mare, pentru ca sub acțiunea încărcărilor să se dezvolte pe lângă eforturile longitudinale și eforturi transversale; acestea din urmă afectează fie o lățime a elementului, fie o zonă a acestuia, de unde și denumirea solicitării "efect de placă", care presupune dezvoltarea solicitărilor în plan.

Podurile dalate se pot clasifica în funcție de mai multe criterii: [17]

- a) modul de execuție: dală din beton monolit, dală din elemente prefabricate și dală cu execuție mixtă (prefabricat-monolit);
- b) natura betonului: beton armat sau beton precomprimat;
- c) tipul de suprastructură: simplu rezemată sau continuă;
- d) tipul de secțiune transversală: plină, cu goluri, cu nervuri sau casetată.

Fiecare tip de dală prezintă unele avantaje și dezavantaje, astfel:

- dalele monolite din beton armat, necesită manoperă de calificare redusă, precum și clase de beton și armătură inferioare (Bc 10 și OL 37); prezintă dezavantajul unui consum mare de material lemnos pentru cofraje și eșafodaje și un volum mare de muncă necalificată;

- dalele monolite din beton precomprimat, prezintă avantajul realizării unor suprastructuri continue, cu înălțimi minime de construcție, care pot ajunge la $1/30$ din deschidere; secțiunile transversale cu goluri sau casetate asigură reducerea greutății permanente;

- dalele prefabricate, precomprimate, asigură folosirea unor materiale de calitate superioară (beton, armături și corzi aderente), care conduc la reducerea atât a înălțimii de construcție cât și a greutății permanente; de asemenea se pretează la un grad mare de industrializare a lucrărilor, și la realizarea continuității peste reazeme;

- dalele compuse, realizate din elemente prefabricate de beton precomprimat (BP) și beton armat (BA) turnat in situ, au avantajul realizării în condiții bune a continuității peste reazemele infrastructurii, precum și a unei mai bune rigidizări transversale.

Desigur, alcătuirea structurală a podurilor și materialele utilizate trebuie alese de asemenea manieră, încât să conducă la eficiența maximă a investiției respective. Din acest punct de vedere, cerințele de industrializare a elementelor constitutive ale suprastructurii, de mărire a vitezei de execuție și de economisire a materialelor energo-intensive sau deficitare, recomandă în final folosirea elementelor prefabricate asemenea, care să se supună modulării și tipizării. În acest sens, alegerea tipului de secțiune transversală capătă o importanță deosebită.

Tehnicile avansate recomandă ca economice, pentru deschideri mici, suprastructurile de poduri pe dale, iar pentru deschideri medii (20 - 60 m) suprastructurile continue, fie pe două sau mai multe grinzi, fie cu secțiune cheson monocelulară. Acestea din urmă prezintă o comportare mai bună în exploatare, preluând în condiții mai avantajoase solicitările din torsiune și putând fi supuse tipizării, așa cum se va vedea în Cap. 3, unde se prezintă o instalație automatizată de cofrare și decofrare a bolțarilor prefabricați pe

șantier, protejată prin Brevet de invenție înregistrat la OSIM cu nr. 112125/ 1994.

O importanță deosebită în alcătuirea și construcția podurilor din dale continue o constituie numărul infrastructurilor și mărimea deschiderilor, elemente determinante și pentru stabilirea tehnicii de construire.

Astfel, pentru deschideri mijlocii (20 - 60 m), se utilizează următoarele tehnici de construire: [17]

- a) construcție pe mal și lansare în deschidere prin împingere;
- b) construcție pe mal și lansare în deschidere prin rotire;
- c) construcție asimetrică în consolă prin avansare continuă, pornind de la un mal.

În lucrare se va prezenta pe larg, tehnologia de construcție pe mal și lansare în deschidere prin împingere apreciind ca o tehnologie care poate fi aplicată în țara noastră fără costuri materiale prea mari, adaptabilă posibilităților economiei noastre. Desigur și soluția de alcătuirea a secțiunilor transversale compuse BP - BA turnat in situ, constituie o tehnologie intermediară demnă de semnalat - ea se va prezenta pe larg în lucrare la Cap. 2 constituind de asemenea Brevet de invenție înregistrat la OSIM cu nr. 111699/ 1994

Am numit-o "intermediară" între tehnologiile curent utilizate azi și cele descrise în lucrare; cele curente constau în montarea unor elemente prefabricate (grinzi, fâșii cu goluri, etc) în soluție simplu rezemată pe infrastructurile executate, turnarea in situ a unei plăci de suprabetonare și execuția restului de lucrări conexe: parapete, cale de rulare, trotuare, rosturi de dilatație etc.

Soluțiile propuse elimină aceste inconveniente, îndeosebi cele legate de realizarea construcțiilor și instalațiilor provizorii (cintre, eșafodaje etc), prin utilizarea elementelor prefabricate asamblate prin precomprimare pe mal și lansate în deschidere prin metoda împingerii, cu ajutorul preselor hidraulice -

soluție care de asemenea, constituie Brevet de invenție cu nr. 114013/1997 emis de OSIM.

În cadrul Capitolului 4 – metode numerice de calcul rezolvate cu ajutorul calculatorului se tratează metodele de dimensionare a structurilor de poduri, cuprinse în STAS 10111/2 - 87, prezentându-se și o metodă simplificată de calcul, pentru o structură nervurată-dalată cu patru deschideri: două centrale de 40 m și două marginale de 30 m. Structura este compusă din elemente prefabricate (bolțari uzinați), asamblați prin precomprimare pe un mal și lansați în deschidere prin metoda împingerii. Se calculează solicitările date de momentele încovoietoare longitudinale și transversale, forțele tăietoare corespunzătoare încărcărilor permanente și utile pentru clasa E de încărcare (convoaie A 30 și V 80); urmează calculul de verificare a celei mai solicitate secțiuni transversale; verificarea astfel efectuată, confirmă corectitudinea soluției de alcătuire a tablierului prefabricat.

Conținutul Tezei de doctorat este structurat în două mari părți.

Partea I-a se referă la tehnologiile de execuție și alcătuirea tablierelor dalate concepute în soluție fie monolită, fie compusă BP - BA turnat in situ, cu toate avantajele și dezavantajele generate de fiecare soluție; sunt descrise pe larg aceste tehnologii, inclusiv cele trei cuprinse în brevetele de invenție emise de OSIM, care certifică originalitatea soluțiilor propuse.

Partea a II-a cuprinde elemente de calcul specifice dalelor, utilizate în decursul timpului în mod curent în literatura de specialitate și agreate de standardele românești: [70,71]

- metoda rezistențelor admisibile;
- metoda la rupere;
- metoda la stări limită;
- metode numerice de calcul inclusiv programul de calcul pentru metoda fâșiilor finite; [58,59]

- metodă simplificată de calcul a dalelor de beton, care utilizează coeficienți de repartiție transversală a încărcărilor și alți coeficienți.

Această ultimă metodă este o contribuție modestă la metodele de calcul utilizate astăzi.

Erorile față de metoda numerică de calcul cu ajutorul calculatorului, nu depășesc 2 %; apreciez că această ultimă metodă se poate utiliza pentru calculul curent, existând și tabele de calcul a liniilor de influență pentru coeficienții care caracterizează elementele geometrice și de rigidizare ale dalei.

Teza de doctorat extinsă pe 253 de pagini, cuprinde 5 capitole, 250 relații matematice, 171 figuri, 11 tabele, 34 diagrame, 4 contribuții originale și o bibliografie cu 73 de lucrări tehnice studiate, editate în țară și străinătate.

*

*

*

Doresc cu acest prilej, să aduc un pios omagiu, celui care a fost Prof. dr. ing. Valentin Bota pentru grija și profesionalismul cu care m-a îndrumat în anii de doctorantură și apoi de pregătire a Tezei de doctorat, pentru timpul pe care l-am petrecut împreună.

Mulțumesc, de asemenea, domnului Prof. dr. ing. Valeriu Stoian, pentru grațitudinea, înțelegerea manifestată, profesionalismul și discreția cu care m-a sprijinit pentru realizarea lucrării.

Timișoara, octombrie 2000

I. SUPRASTRUCTURI DE PODURI PE DALE CONTINUE - TEHNOLOGII DE EXECUȚIE

Cap.1 Tipuri de poduri pe dale continue

1.1. Aspecte generale.

Podurile, având suprastructurile din dale sunt utilizate mai ales pentru rezolvarea situațiilor în care înălțimea de construcție disponibilă este redusă.

Suprastructurile din dale se folosesc și la alcătuirea podețelor și podurilor cu deschideri 1 - 10 m, dar studiile tehnico-economice au demonstrat că eficiența acestora este maximă pentru deschideri mici și mijlocii (20 - 60 m), începând cu cele executate monolit, cu consum mare de materiale și manoperă și continuând cu cele moderne de azi, realizate ca dale prefabricate din beton, precomprimate, având secțiunea transversală cu goluri sau casetată.

Voi prezenta în cele ce urmează o serie de tipuri de dale utilizate la construcția suprastructurilor, grupate în trei categorii:

- dale continue turnate in situ, care necesită consum mare de materiale, îndeosebi material lemnos pentru eșafodaje și cofraje, manopera la nivel de calificare redusă, clase mici de beton și armătură de calitate inferioară (Bc 25, OL 37), aspecte care le fac practic neeconomice și mai puțin utilizabile (fig. 1);

- dale continue cu structură compusă BP - BA (fig. 2), care prezintă o înălțime de construcție ce poate fi redusă până la 1/30 din deschidere, cu secțiuni transversale cu goluri sau casetate, favorabile reducerii greutății proprii; ele se realizează cu armătură continuă peste reazeme pentru preluarea momentelor încovoietoare și eliminarea rosturilor intermediare;

- dale continue din elemente prefabricate, realizate din beton precomprimat cu armătură postîntinsă; se folosesc betoane de clasă superioară (Bc 40 - Bc 60) care conduc la reducerea greutății permanente, înălțimi mici de construcție, asigură o industrializare ridicată în execuția elementelor prefabricate, cu montaj pe șantier, utilizând instalații moderne; se asigură de asemenea continuitatea pe mai multe deschideri (fig. 3).

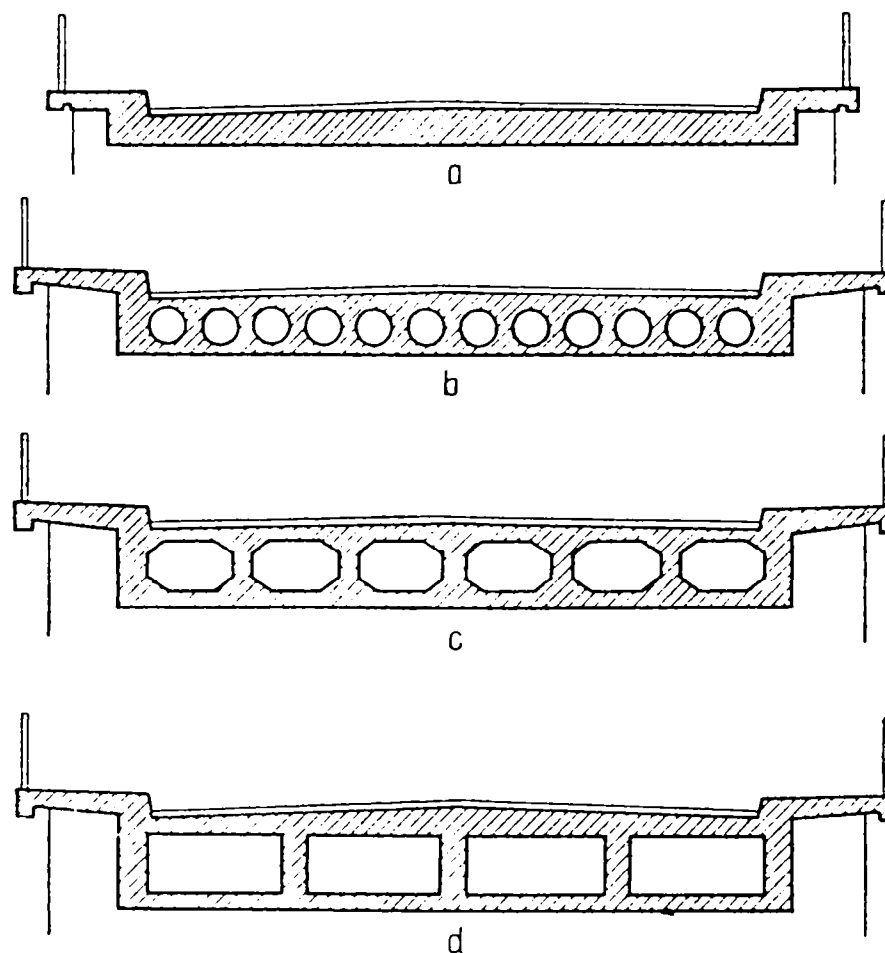


Fig. 1

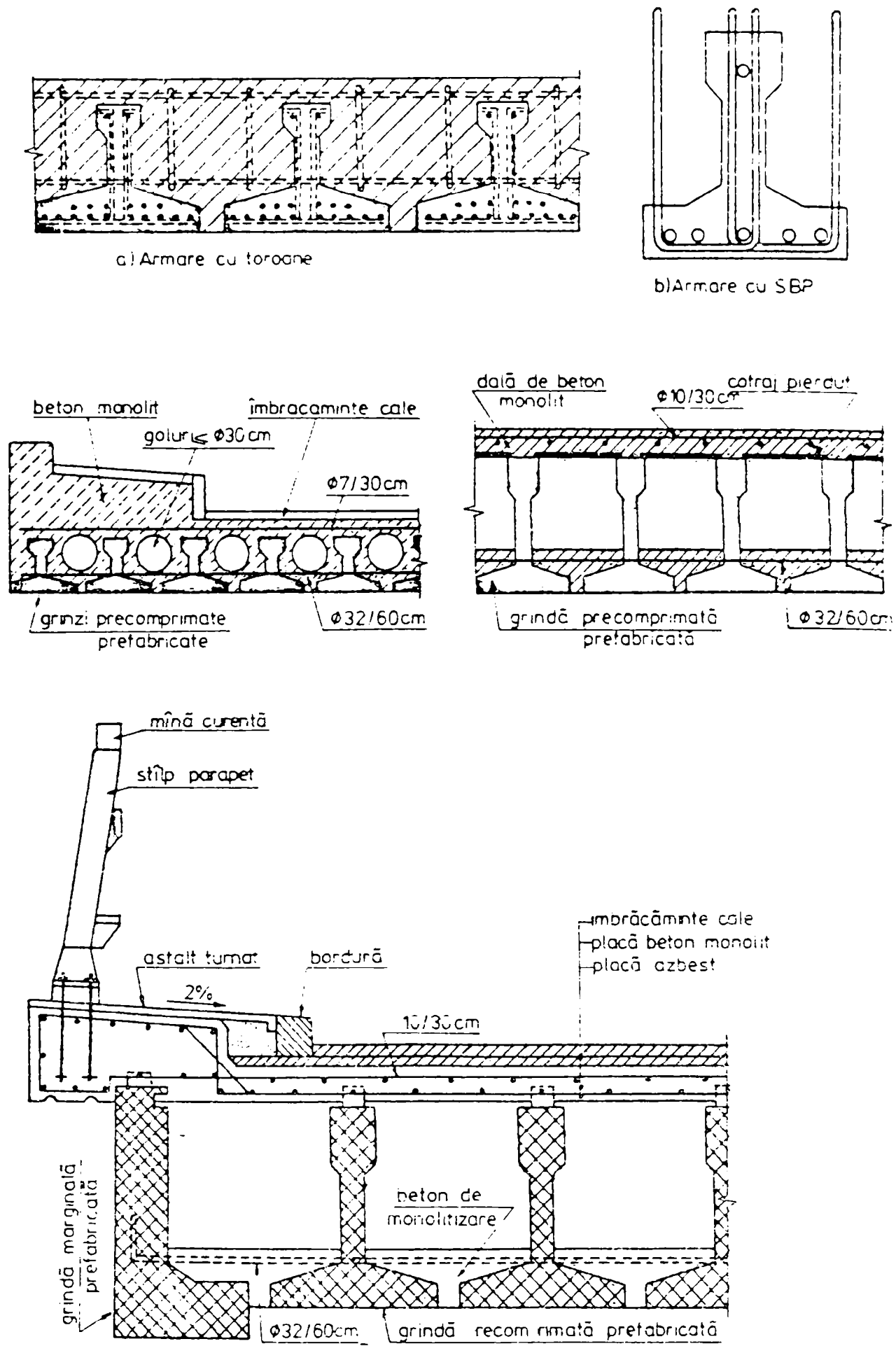


Fig. 2

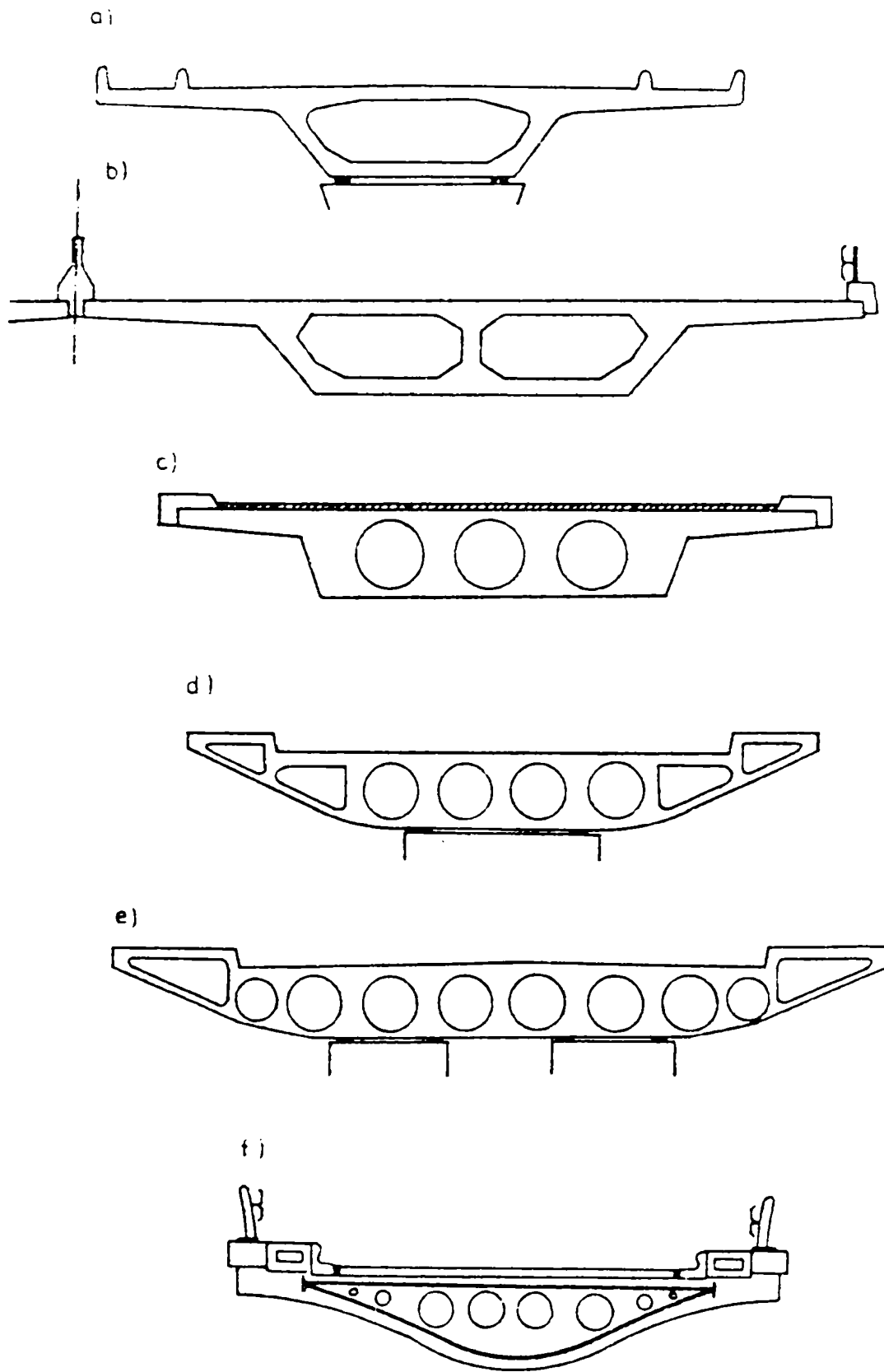


Fig.3

Adaptarea fiecărui tip din suprastructurile menționate pentru proiectare și execuție efectivă, se face funcție de posibilitățile de realizare, adică funcție de nivelul de dezvoltare tehnică din țara respectivă în anumite perioade: mijloacele tehnice și materiale, nivelul de calificare a forței de muncă.

1.2. Dale continue din beton armat turnate in situ

1.2.1. Tipuri de secțiuni transversale

Dalele turnate in situ, în cazul podurilor până la 10 m deschidere, nu prezintă particularități deosebite de execuție și proiectare. Când deschiderile depășesc 10 - 12 m, grosimea dalelor începe să devină un element important care trebuie luat în considerare, cu toate consecințele care decurg de aici (sporirea greutatei permanente, complexitatea armării etc.). În fig. 4 sunt prezentate câteva secțiuni uzuale pline pentru podurile de șosea. Pentru reducerea greutatei permanente, în funcție de grosimea dalelor, se proiectează secțiuni cu goluri circulare, goluri poligonale, dreptunghiulare etc.

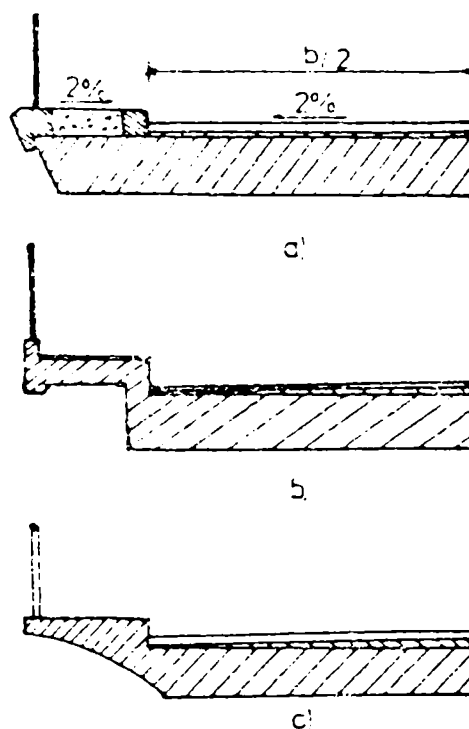


Fig. 4

De regulă, până la grosimea de 40 cm, dala este cu secțiunea transversală plină; pentru grosimi cuprinse între 40 și 75 cm, se recomandă dale cu secțiunea transversală cu goluri circulare, iar dacă grosimea ajunge la 1,00 m se recomandă proiectarea secțiunilor cu goluri poligonale; la cele cu grosime de cca. 1,20 m, golurile sunt dreptunghiulare etc. [17]

Dalele mai pot fi alcătuite în secțiune transversală și cu nervuri marginale (fig. 5), cu condiția ca acestea să aibe o lățime de cel puțin 50 cm:

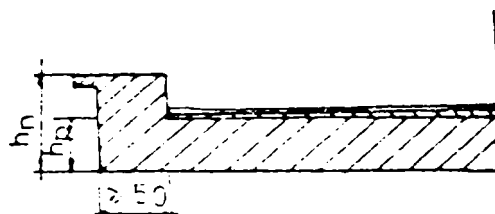


Fig. 5

Rigiditatea relativă a dalei trebuie să satisfacă condiția:

$$\gamma = \frac{l \cdot d^3}{12 \cdot I_n} > 0,25 \quad (1.1)$$

unde:

l = deschiderea de calcul a dalei

d = grosimea dalei

I_n = momentul de inerție al elementului (nervură marginală + o lățime de dală egală cu de trei ori grosimea ei).

În ceea ce privește asigurarea scurgerii apelor, aceasta se realizează în sens transversal prin asigurarea unei pante de cca. 2%, fie din șapa de egalizare, fie din grosimea dalei (fig. 6),

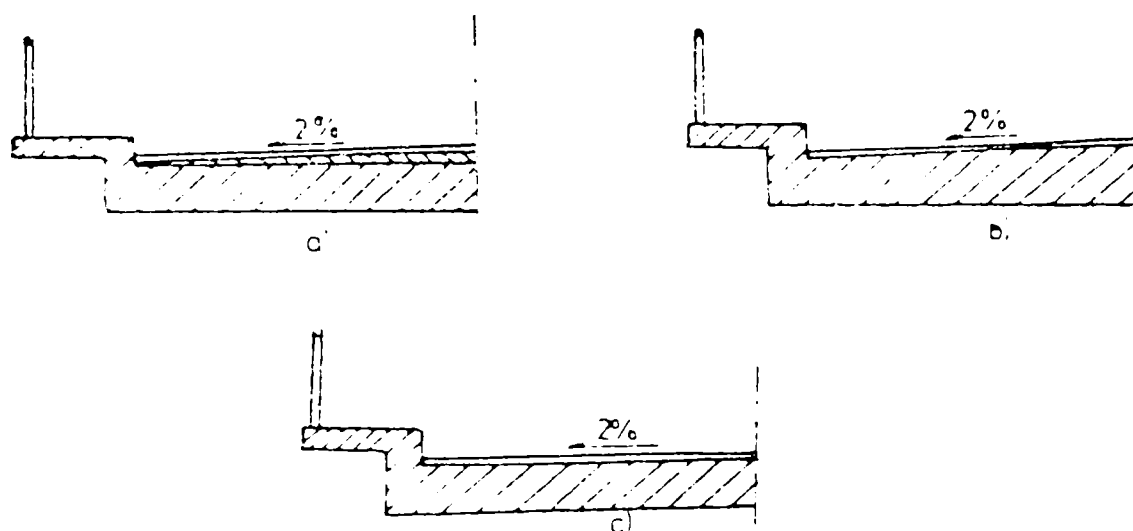


Fig.6

iar în sens longitudinal, prin reducerea grosimii dalei spre reazeme. Se prevăd dispozitive de evacuare a apelor în golurile lăsate special în dală.

1.2.1.1. Armarea dalelor din beton armat.

Pentru diferite tipuri de dale drepte, acestea fiind caracteristice suprastructurilor la poduri dalate, se vor prezenta în continuare câteva soluții de armare constructive sau rezultate din calcul. Dalele oblice sau curbe sunt considerate cazuri particulare pentru poduri dalate. Prin urmare, armarea dalelor pline, se realizează pe două direcții, longitudinală și transversală. Armătura pe direcția longitudinală se distribuie uniform pe lățimea acesteia, în funcție de valorile momentelor de încovoiere și grosimea dalei; cantitatea de armătură crește spre marginile libere ale dalei. În acest sens lățimea dalei se împarte în trei zone: una centrală, egală cu $1/2$ din lățimea dalei, și două marginale egale cu $1/4$ din lățimea dalei, cu păstrarea distanței egale dintre armături pe toate cele trei zone (fig.7).

Armătura longitudinală se ridică în proporție de 50% - în zonele de reazem - pentru preluarea momentelor de încovoiere care schimbă de semn.

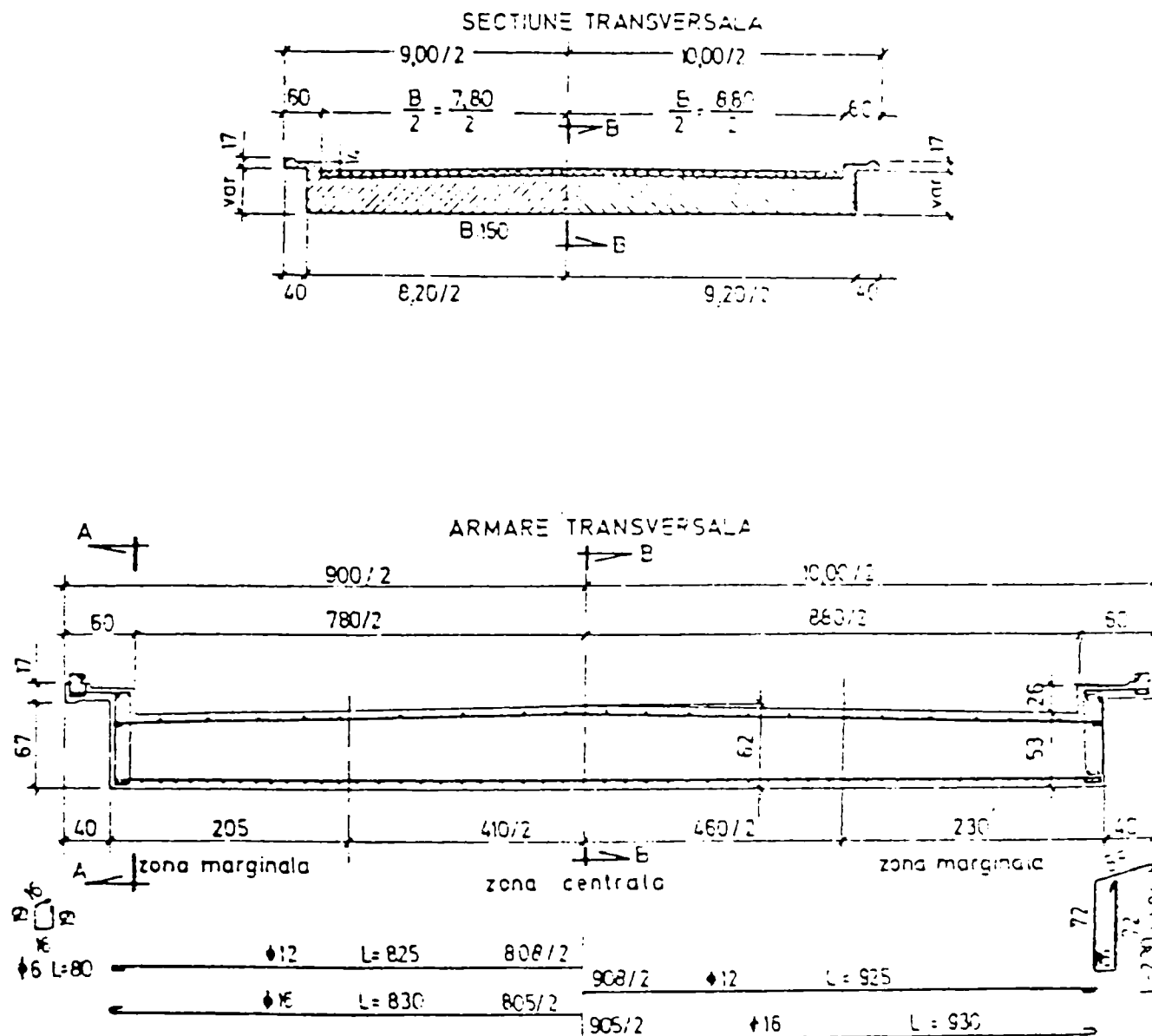


Fig. 7

În condițiile în care barele se ridică și pentru preluarea forței tăietoare, în apropierea reazemelor, înclinarea armăturii va atinge 30° pentru ca efectul să fie realizat pe o zonă cât mai mare. Se recomandă ca plasele sudate de pe fețele inferioare și superioare ale dalei sau barele independente să aibe diametrele între 12...30 mm, iar distanțele între armături de 7...20 cm, cu respectarea procentului minim de armare. Pentru reazemele finale, armăturile se ancorează, în zonele comprimate ale dalei (fig.8). [17]

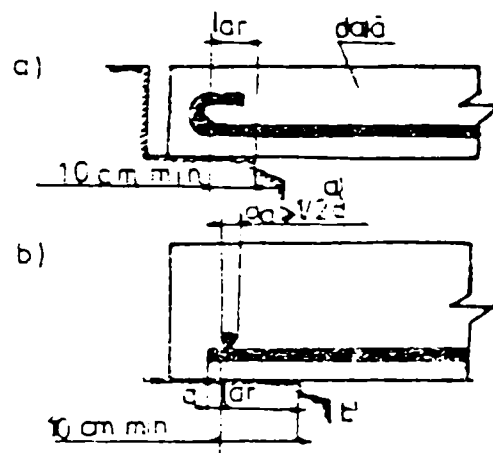
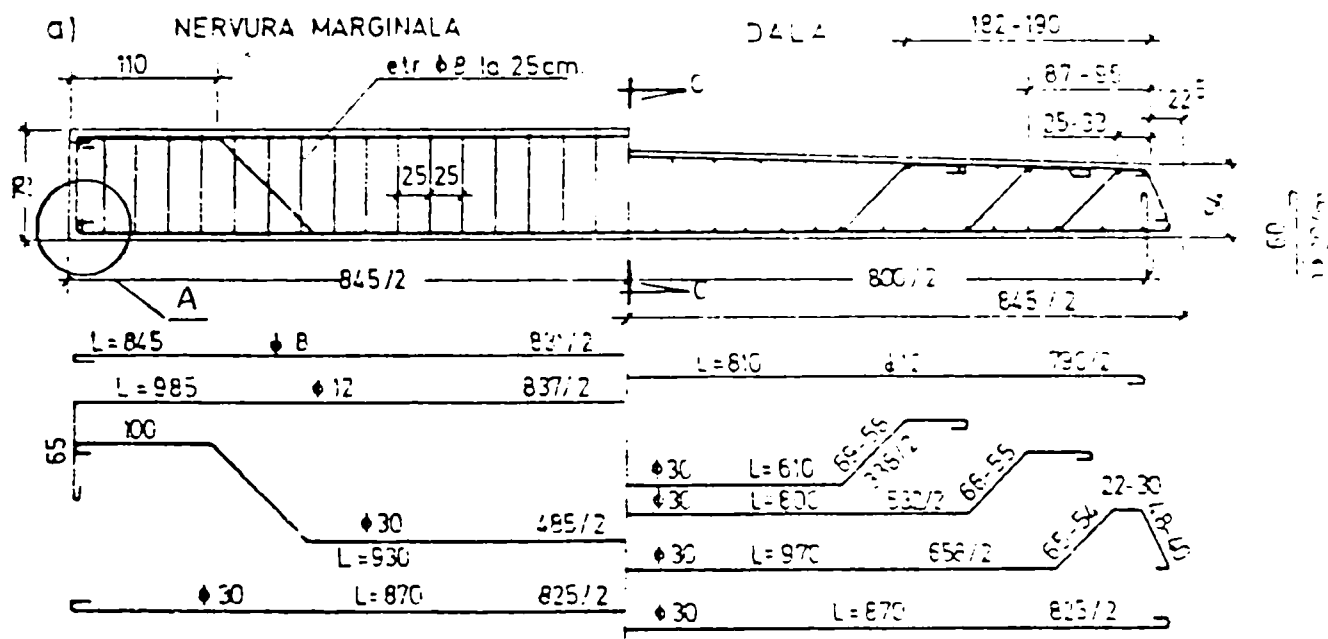


Fig. 8

Armătura transversală de pe fața superioară a dalei, se recomandă să fie minim 3 bare/m. Cele două plase se fixează cu agrafe de $\phi 8$ mm la distanța de 60.....80 cm pe ambele direcții.

Dacă grosimea dalelor este mai mare, se recomandă utilizarea unor etrieri în zig - zag (fig. 9), care au rolul de a prelua eforturile din forța tăietoare și momentul de torsiune; cu ajutorul acestora se montează plasele superioare.

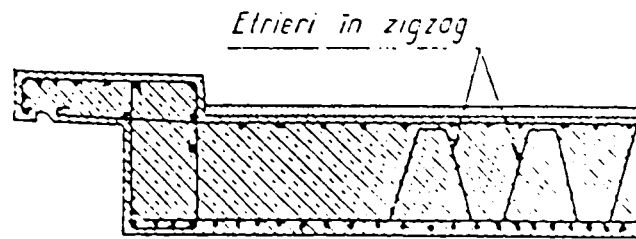


Fig. 9

În ceea ce privește armarea dalelor continue turnate în situ cu goluri circulare, dispunerea etrierilor este obligatorie; aceștia sunt de forme speciale, pentru contracararea efectelor locale generate de forțele concentrate (fig 10).

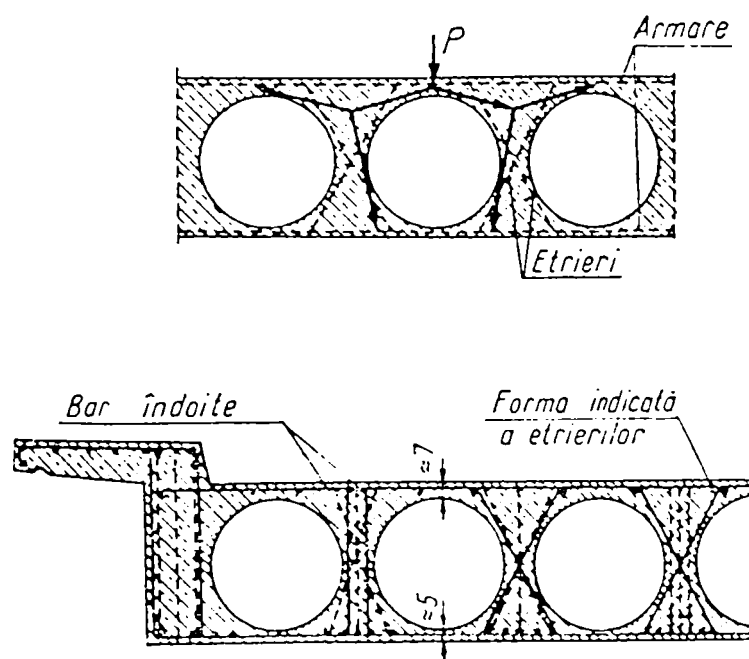


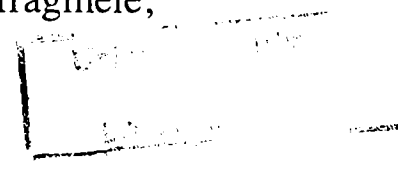
Fig. 10

Se poate observa forma aproximativă a curbei de presiune în element (sus) și modul de distribuire a etrierilor (jos).

Dalele cu goluri mari - patrute sau dreptunghiulare - se execută prin turnare în etape succesive: etapa I - placa inferioară,

etapa II - pereții verticali - diafragmele,

etapa III - placa superioară



1.2.2. Tipuri de secțiuni longitudinale.

În sens longitudinal, suprastructurile se alcătuiesc la fel ca și secțiunile transversale cu secțiune plină (fig. 11).

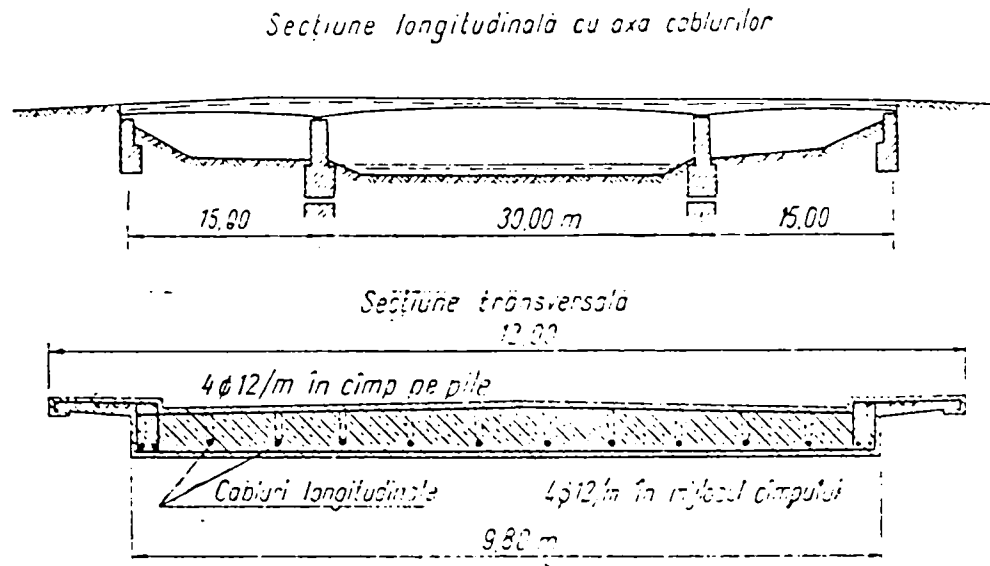


Fig. 11

sau cu goluri – fig. 12.

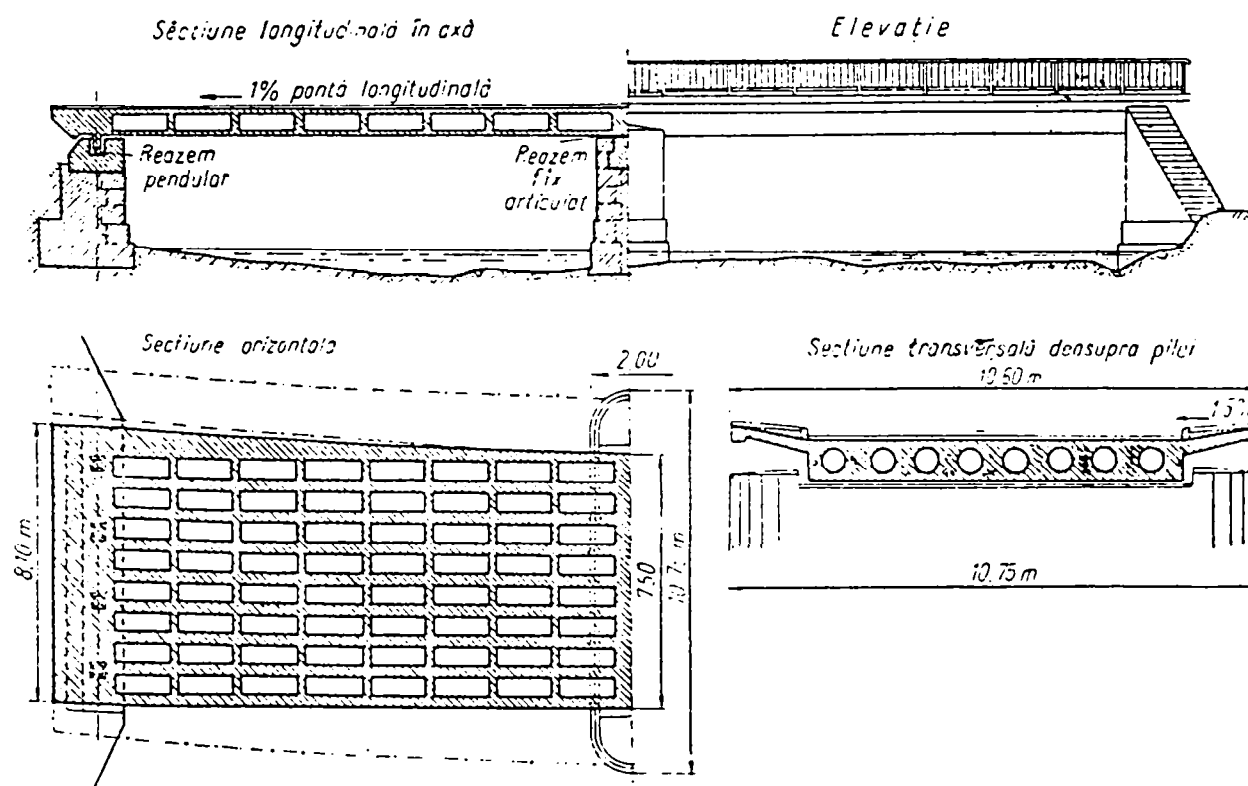


Fig. 12

629. 802
369A

De asemenea, alcătuirea secțiunilor longitudinale poate fi și oblică, [20] dacă situațiile o cer - fig.13.

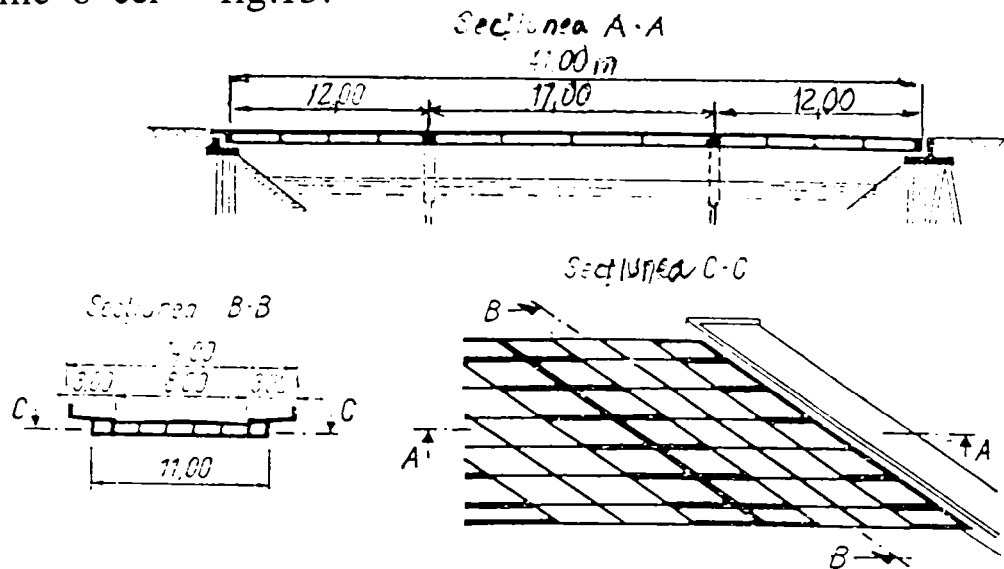


Fig. 13

Dalele continue se pot realiza în condiții avantajoase cu deschideri până la 30 de metri, cu grosime constantă sau variind grosimea acestora în lungul structurii, cu ajutorul unor vute drepte sau parabolice - fig. 14, fig. 15.

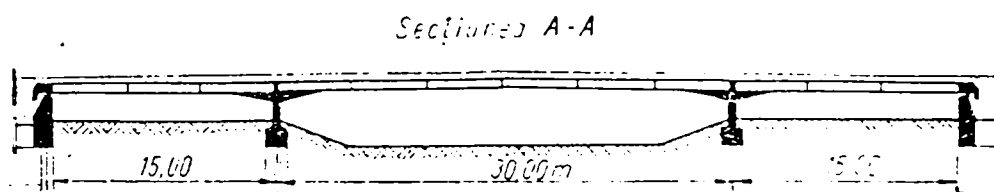


Fig. 14

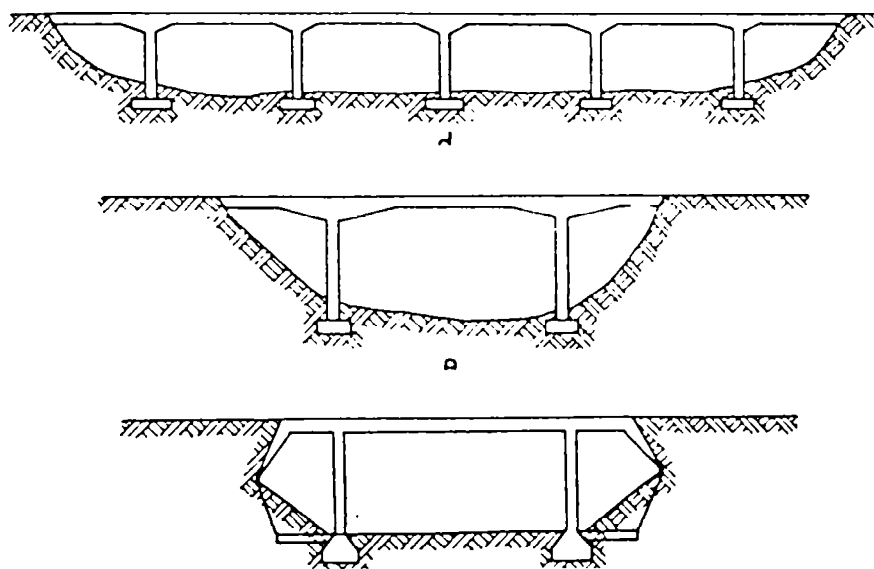


Fig.15

Dacă se realizează o legătură rigidă cu infrastructura, respectiv elevațiile pilelor, atunci dala formează un cadru caz în care grosimea dalei se poate lua suficient de mică, adică $1/18 - 1/22$ din deschidere. [17]

Efectul de continuitate poate fi avantajos și pentru realizarea de dale curbe.

Pentru realizarea momentelor încovoietoare maxime egale pe toate deschiderile, cele marginale se prevăd mai mici decât deschiderile centrale, realizându-se în acest fel un raport optim între deschideri. Se utilizează în acest scop și secțiuni variabile pe lungime, cu vute drepte sau parabolice, așa cum s-a menționat anterior.

Deși momentele de încovoiere în lungul dalei sunt maxime în fâșiile marginale, se consideră că secțiunea transversală cea mai rațională este cea cu grosime constantă, cu valoare egală cu $1/18 - 1/22$ din deschiderea de calcul. Consumul de armătură este de cca. 75 - 95 kg oțel la m^3 beton, pentru execuția in situ folosindu-se beton Bc25 și armătură OB37.

Soluțiile de dale continue executate in situ nu sunt economice, datorită consumului mare de materiale pentru cofraje și eșafodaje, de beton și armătură, precum și a volumului mare de manoperă necesară.

1.2.3. Elemente generale de calcul static.

Pentru a utiliza pe măsură capacitatea de rezistență a plăcilor și în consecință pentru a adopta soluții eficiente din punct de vedere economic și tehnic, dalele suprastructurilor de poduri trebuie calculate după teoria plăcilor plane. Încărcările exterioare se repartizează bidimensional funcție de rigiditățile plăcilor, iar determinarea eforturilor se face în domeniul elastic.

Se admite ipoteza plăcilor izotrope pentru calculul dalelor de rezistență a suprastructurilor podurilor dalate. [17]

Se consideră de asemenea efectul de placă în calcule, o caracteristică importantă fiind aceea că acestea sunt rezemate numai pe două laturi, în

timp ce celelalte două sunt de regulă libere. Problemele de calcul sunt raportate la ecuațiile fundamentale ale dalelor. Se consideră că dala este acționată de încărcarea exterioară, care pentru un element de placă are ca efect deplasările u , v și w în sensurile x , y și z după axele de coordonate; se exprimă și deformațiile specifice funcție de eforturile unitare și modulii de elasticitate (ipoteza deformațiilor elastice și deci legea lui Hooke este valabilă), iar distribuția eforturilor unitare normale este liniară pe grosimea dalei. Integrându-se eforturile unitare pe secțiunea transversală și funcție de condițiile de margine, se obțin momentele încovoietoare M_x și M_y precum și momentul de torsiune M_{xy} și forțele tăietoare T_x , T_y . [5]

Pentru obținerea ecuației fundamentale a dalelor se scriu ecuațiile de proiecție pe verticală unde se înlocuiesc M_x , M_y , T_x , T_y și M_{xy} obținându-se:

$$\left[-\rho_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 4\rho_{14} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} - 2(\rho_{12} + 2\rho_{44}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} - 4\rho_{24} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} - \rho_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + p(x, y) = 0. \quad (2)$$

$$\rho_{ik} = \frac{D^3}{12} \cdot E_{ik} \quad (3)$$

$$w = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{H_n \sin \alpha_n x}{\alpha_n^4 \rho_x \cdot 2b} \cdot k_n. \quad (4)$$

unde:

ρ_{ik} = rigiditatea dalei,

w = săgeata pe direcția z ,

$p(x,y)$ = încărcarea uniform distribuită; s-au calculat valorile:

E_{ik} = modulul de elasticitate

$H_n \sin \alpha_n \cdot x$ = încărcarea sinusoidală, cu $\alpha_n = \frac{n \cdot \pi}{l}$ (5)

$2 b \cdot \rho_n$ = rigiditatea unei grinzi echivalente cu lățimea $2b$,

k_n = coeficientul de repartiție transversală a încărcărilor.

Pentru determinarea solicitărilor din încărcări mobile, se utilizează suprafețele de influență. În fig. 16 se prezintă o suprafață de influență în perspectivă pentru un moment încovoiător, în cazul unei dale dreptunghiulare ortotropă cu punct singular - discontinuitate, cu ordonată infinită.

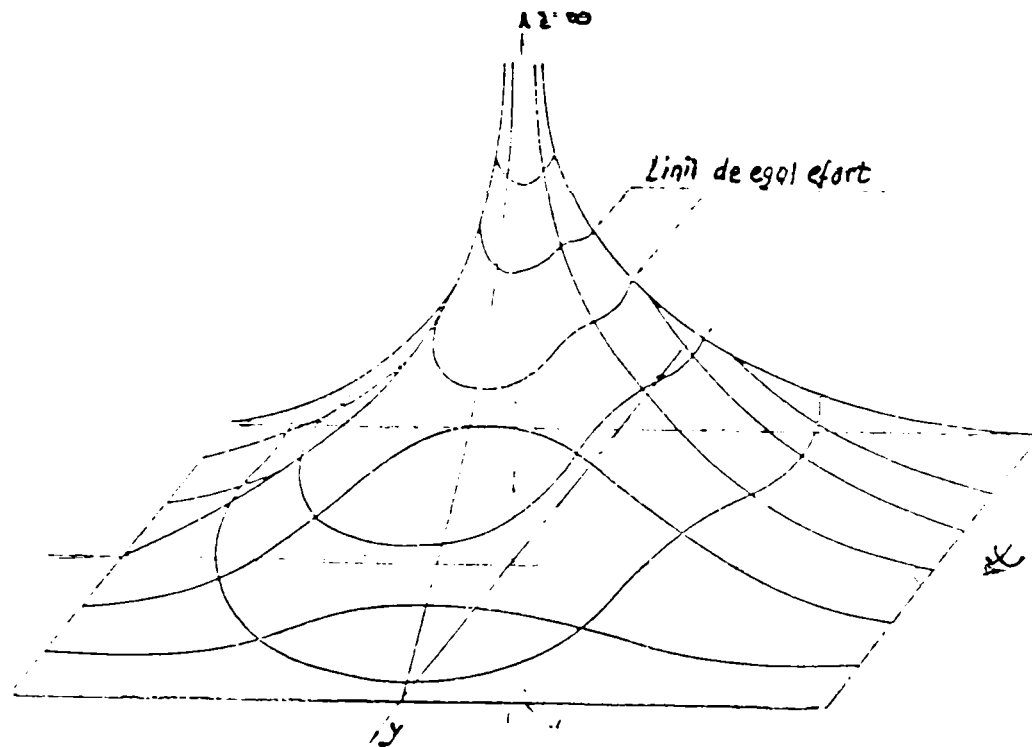


Fig. 16

În fig. 17 sunt prezentate unele suprafețe de influență astfel: [14, 17]

- suprafețe de influență pentru momentul încovoiător M_x în centrul dalei;
- suprafețe de influență pentru momentul de torsiune M_{xy} în centrul dalei;
- suprafețe de influență ale momentului încovoiător M_y dintr-un punct al unei margini libere a dalei.

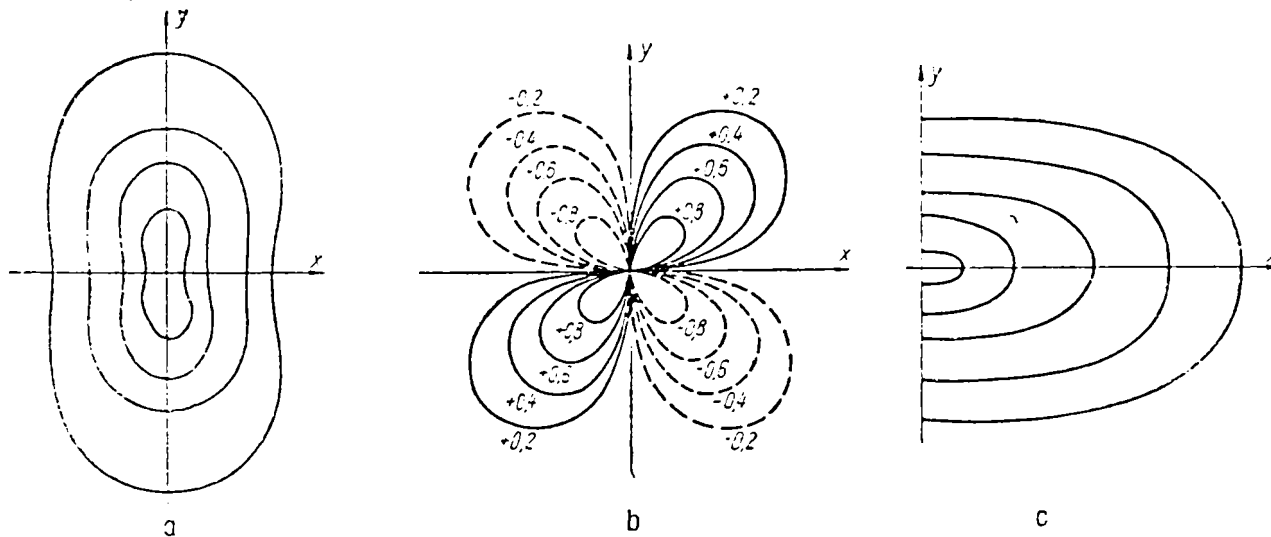


Fig.17

În fig. 18 sunt prezentate câteva din suprafețele de influență pentru forța tăietoare: [14, 17]

- suprafața de influență pentru T_y la o dală dreptunghiulară, în centrul acesteia;
- suprafața de influență pentru forța tăietoare T_x , la marginea încastrată a dalei;
- suprafața de influență pentru forța tăietoare într-un punct al unei margini libere a dalei.

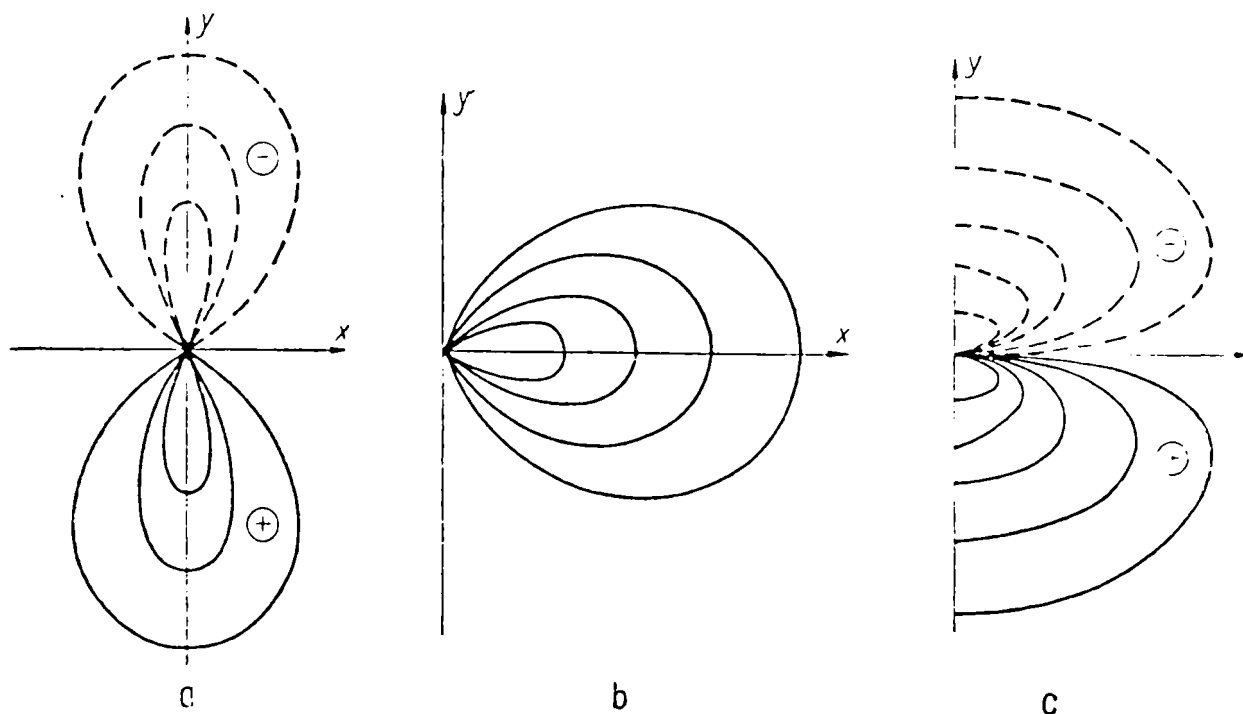


Fig. 18

Pentru determinarea efectivă a momentului încovoietor din sarcini utile, cu ajutorul suprafețelor de influență ce au ordonatele $X(u,v,x,y)$ se folosesc relațiile:

- pentru încărcarea uniform distribuită $p(x,y)$:

$$M(u,v) = \int p(x,y) \cdot X(u,v,x,y) dx \cdot dy \quad (6)$$

- pentru încărcarea liniară $p(s)$: $M(u,v) = \int p(s) \cdot X(u,v,s) \cdot ds \quad (7)$

c) pentru forțele concentrate $P_i (x_i \cdot y_i)$

$$M(u,v) = \sum P_i(x_i \cdot y_i) \cdot X(u,v,x_i \cdot y_i) \quad (8)$$

La fel se procedează și pentru obținerea forței tăietoare.

Calculul de dimensionare și cel de verificare al secțiunilor se efectuează prin metoda la stări limită.

Cap. 2 Dale continue cu structură compusă: beton precomprimat - beton armat turnat in situ (BP - BS)

2.1. Domenii de aplicare - deschideri.

Podurile având suprastructurile din dale continue compuse BP - BS, au apărut ca și concepție și tehnologie de execuție frecventă, după anul 1970, fiind larg utilizate la construcția de pasaje superioare, unde înălțimea de construcție disponibilă este redusă.

Dalele cu secțiuni compusă rezultă prin secționarea longitudinală a dalei pe o deschidere a tablierului, din care rezultă elemente prefabricabile (de regulă grinzi T întors sau alte forme), care apoi se monolitizează prin intermediul unui beton turnat in situ.

Elementele prefabricate care se execută uzinat sau pe șantier, sunt elemente precomprimate cu armătură preîntinsă. Aceste tipuri de structuri compuse, au avantajul economic și tehnic de a elimina consumul mare de material lemnos din cofraje, eșafodaje, iar prin utilizarea unor procedee tehnice simple se realizează dale continue pe mai multe reazeme, eliminând în acest fel rosturile intermediare.

Dalele astfel obținute se utilizează pentru alcătuirea suprastructurilor de podețe și poduri de șosea cu deschiderea de până la 30 m - deschideri mici și mijlocii - atât ca tabliere simplu rezemate cât și continue.

2.2. Tipuri de secțiuni transversale și longitudinale.

Ca și elemente longitudinale se utilizează grinzile prefabricate, precomprimate, cu armătură preîntinsă, care au lungimea unei deschideri și care pot fi realizate uzinat sau pe șantier. După montarea acestora pe reazemele elevațiilor cu ajutorul macaralelor, se monolitizează cu un beton armat turnat in situ, de clasa Bc 35 - Bc 50.

In fig.19 și fig.20 se exemplifică câteva tipuri de grinzi prefabricate, precomprimate, utilizate la alcătuirea secțiunilor transversale și longitudinale: [71]

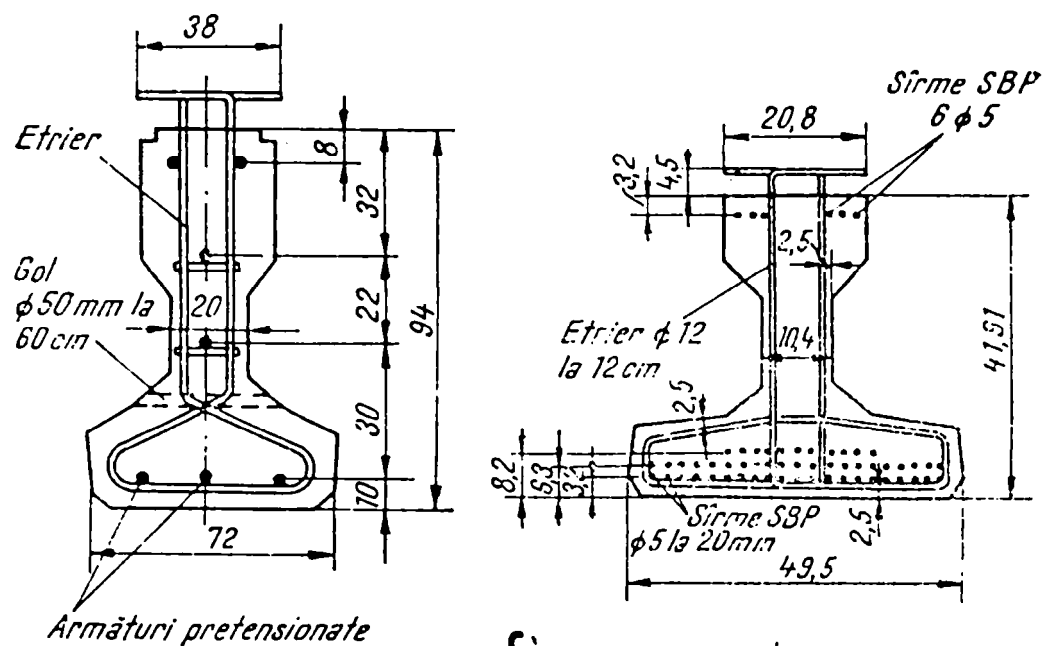


Fig. 19

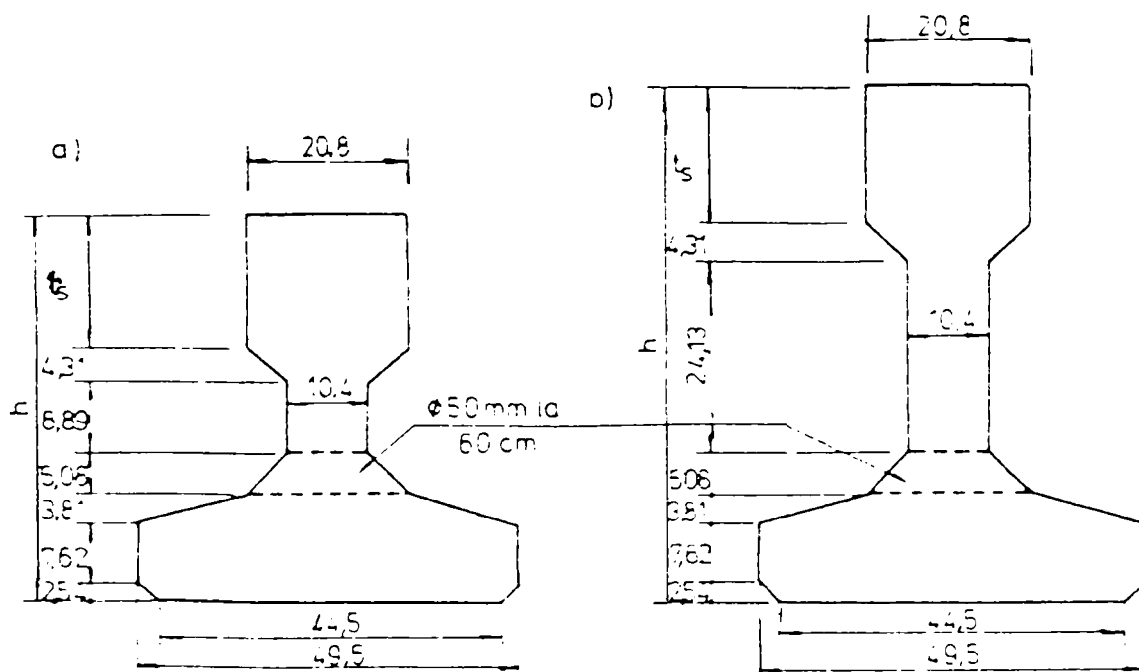


Fig. 20

Secțiunile transversale se pot realiza pline, în cazul unor deschideri mai mici 10 - 20 m, fig.21 și 22, [7,71]

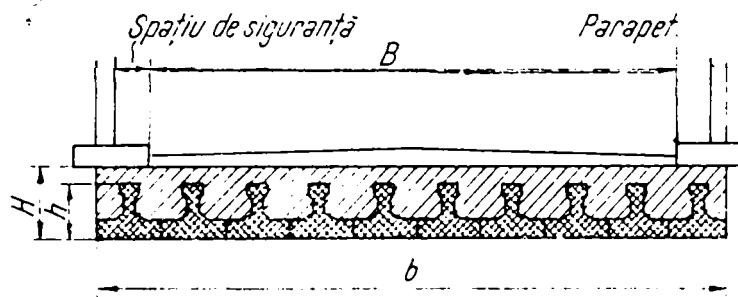


Fig.21

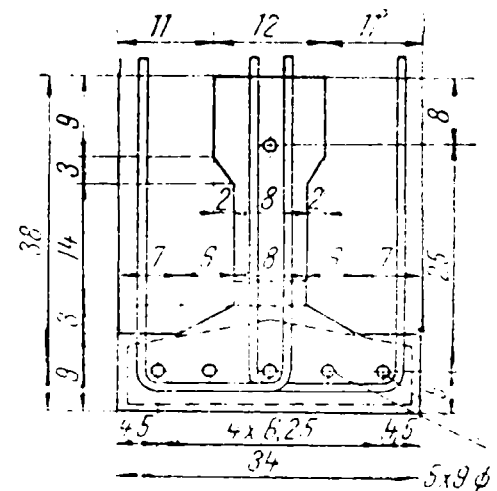
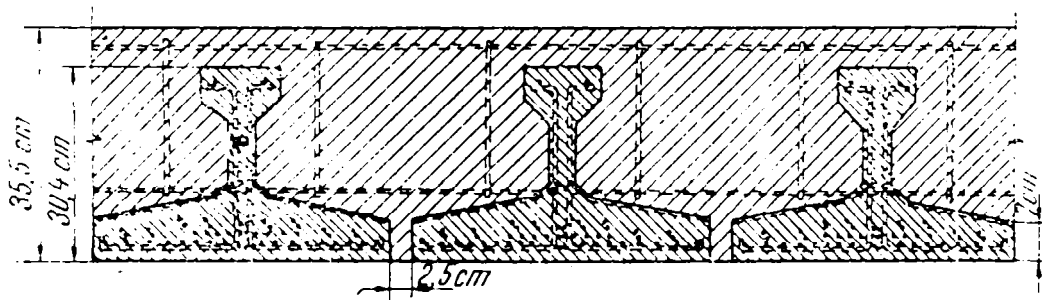


Fig. 22

sau cu goluri pentru deschideri mai mari și pentru micșorarea greutateii proprii fig.23 și fig.24.

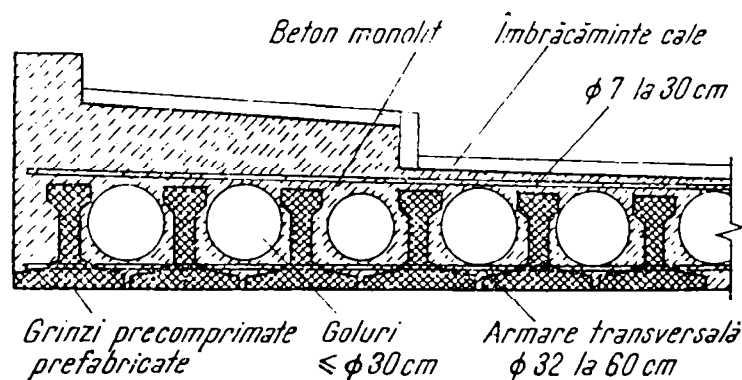


Fig. 23

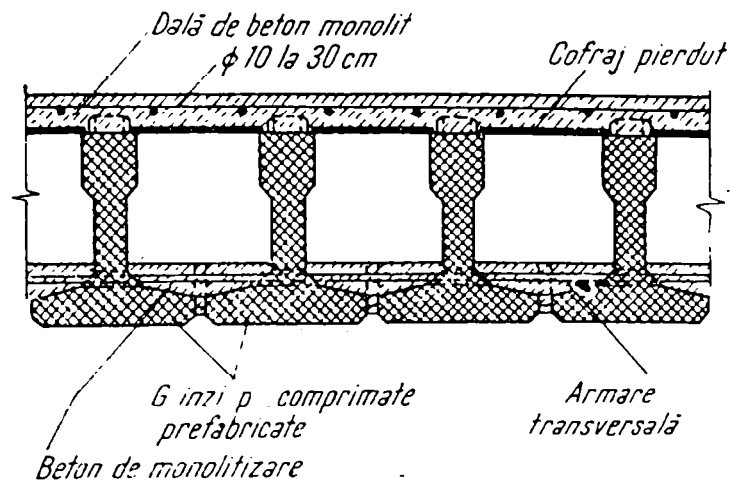


Fig. 24

Conlucrarea dintre elementele prefabricate și dala turnată in situ se realizează fie prin conectorii din grinzile prefabricate - fig.25.

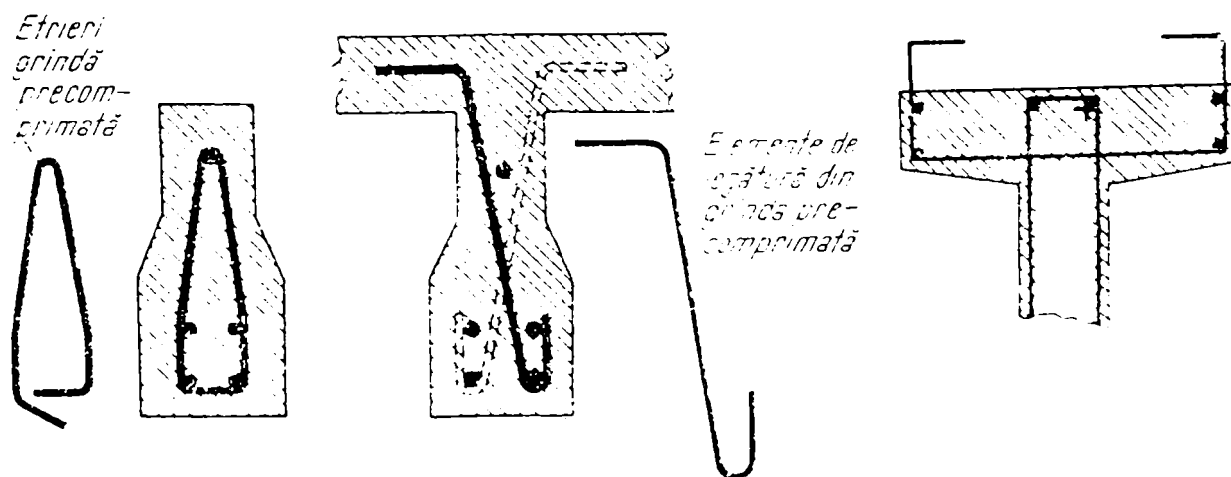


Fig. 25

fie prin mărirea aderenței în mod voit, la interfața celor două plane, prin realizarea unor suprafețe crenelate pe orizontală și verticală fig.26.

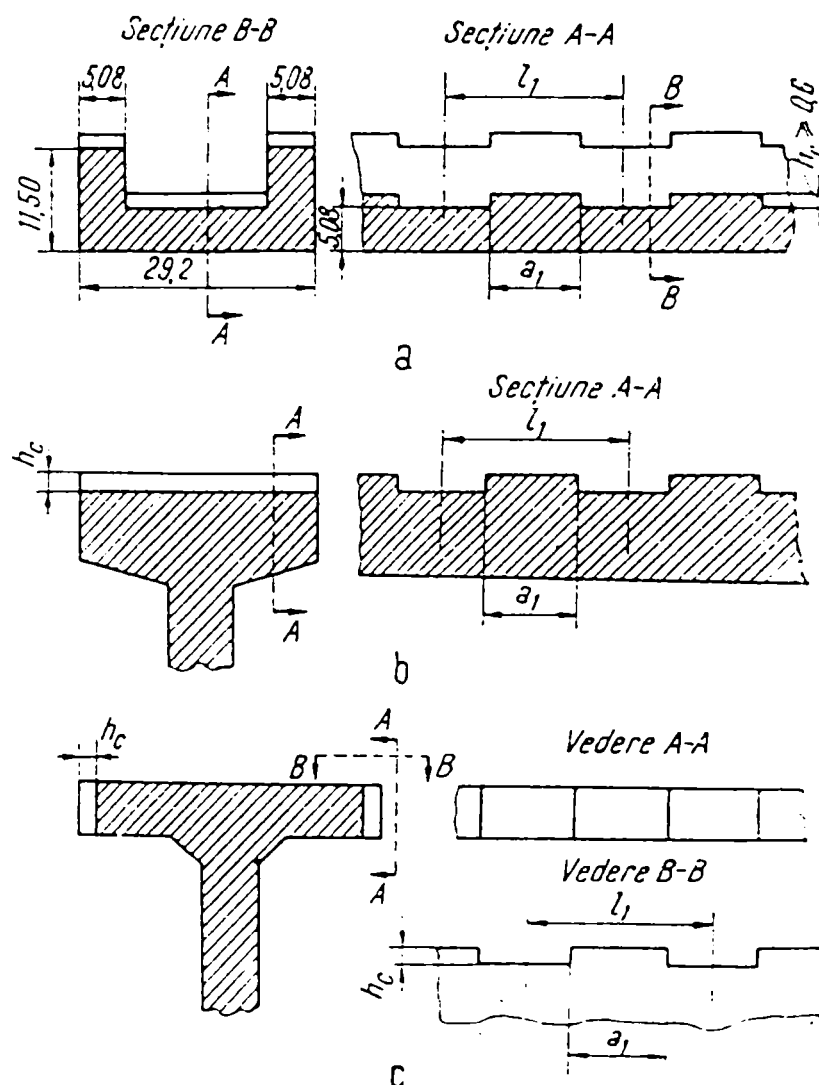


Fig. 26

2.3. Realizarea plăcii inferioare .

La secțiunile transversale realizate din grinzi prefabricate T întors, cu deschideri mai mari de 20 m, se realizează o armare suplimentară, perpendiculară pe grinzile prefabricate, cu bare de $\varnothing 25 - \varnothing 32$ la distanța de 50 - 60 cm, pentru care sunt lăsate goluri de $\varnothing 50$, în grinzile prefabricate. Peste armătura suplimentară se toarnă in situ un beton pentru monolitizare Bc 35, fig 27 și 28. [7, 71]

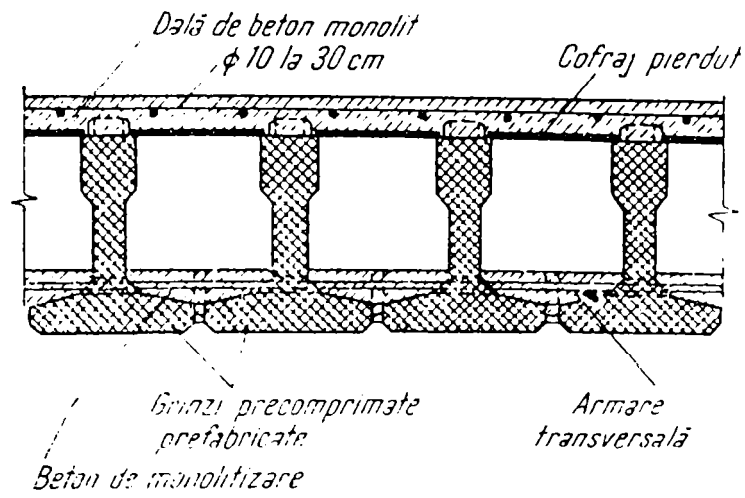


Fig. 27

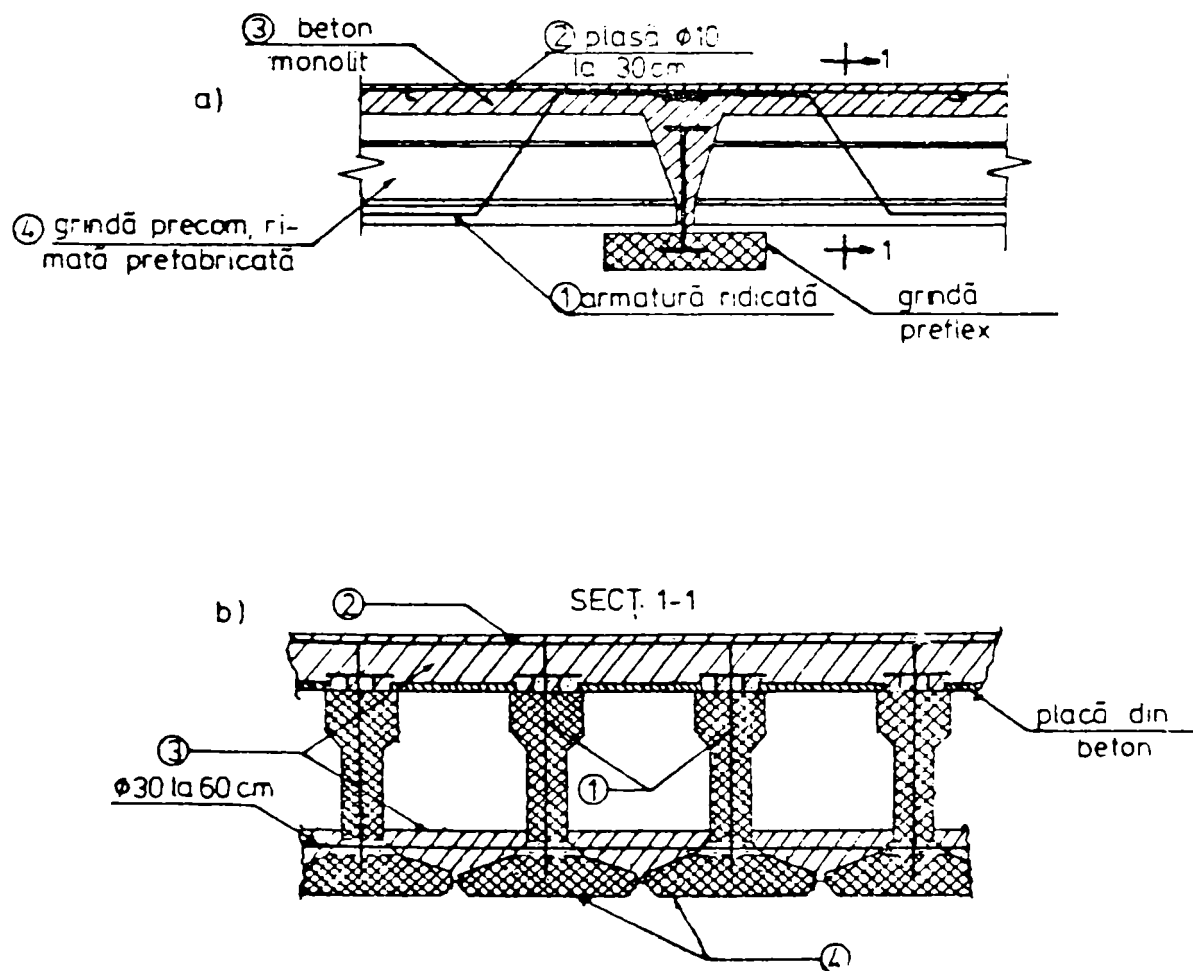


Fig. 28

2.4. Armarea plăcii superioare

Pentru realizarea suprastructurii alcătuită din dale cu secțiune transversală compusă BP - BS, grinzile prefabricate precomprimate, sunt transportate pe șantier și depozitate - fig.29; după terminarea elevațiilor infrastructurii și montarea pe cuzineți a aparatelor de reazem (neopren, teflon etc.), se procedează la pozarea cu ajutorul unor macarale cu brațul lung, a grinzilor prefabricate pe reazeme - fig.30 și fig.31.

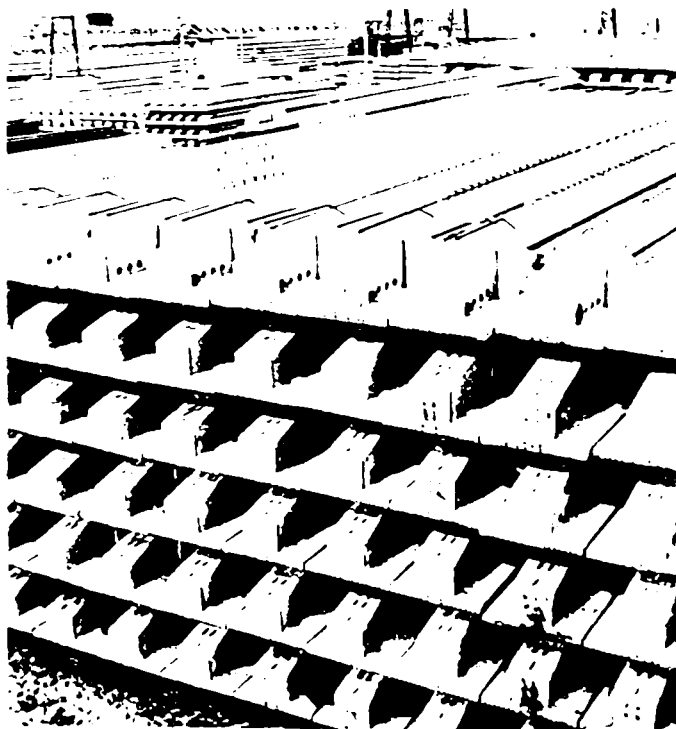


Fig. 29

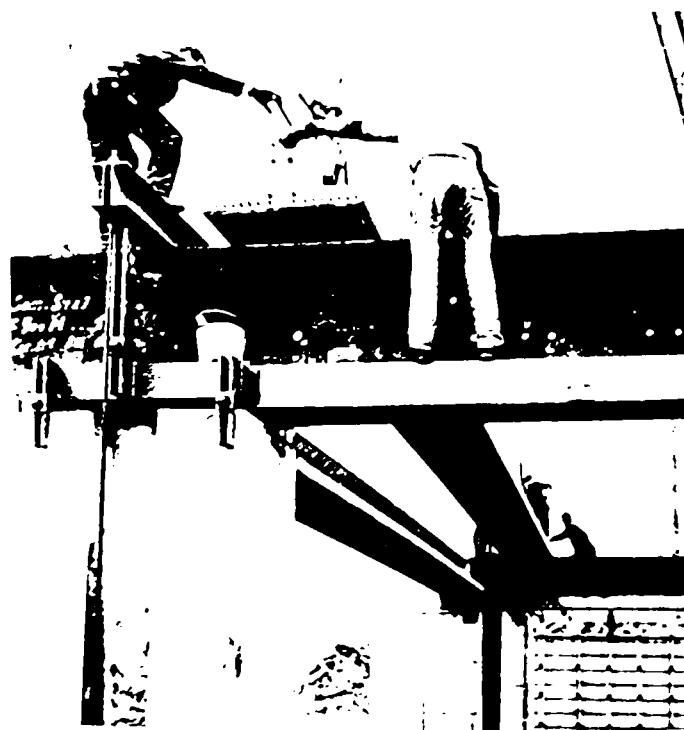


Fig. 30

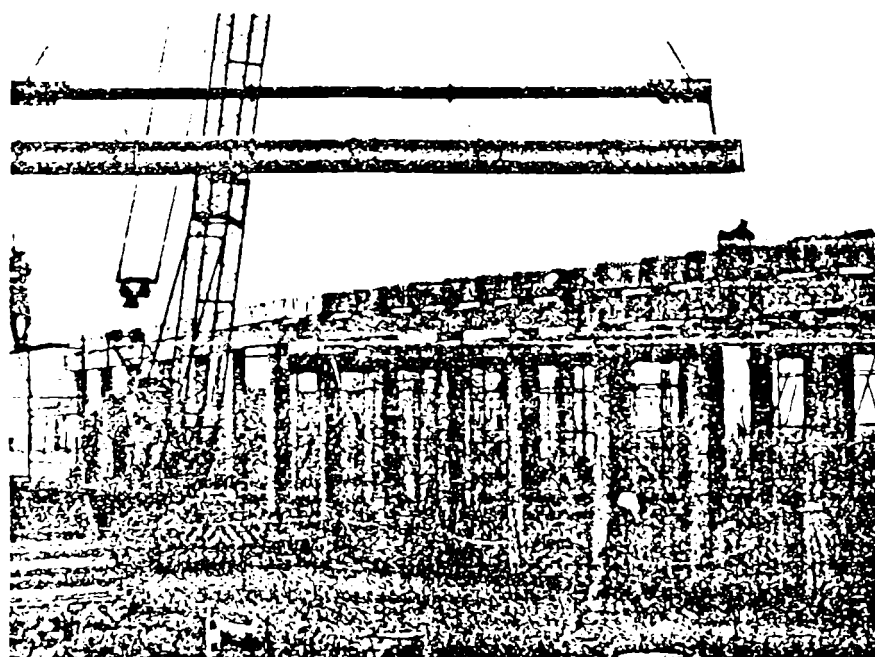


Fig. 31

După monolitizarea grinzilor cu ajutorul plăcii inferioare armate, se montează armătura de capăt-fig.32, care se betonează pe reazeme, fig.33, cu un beton de clasa Bc 35; urmează ca spațiul între grinzi să fie acoperit cu cofraje plane prefabricate-cofraje pierdute, cu grosimi de 2 - 4 cm fig.34.



Fig. 32



Fig. 33

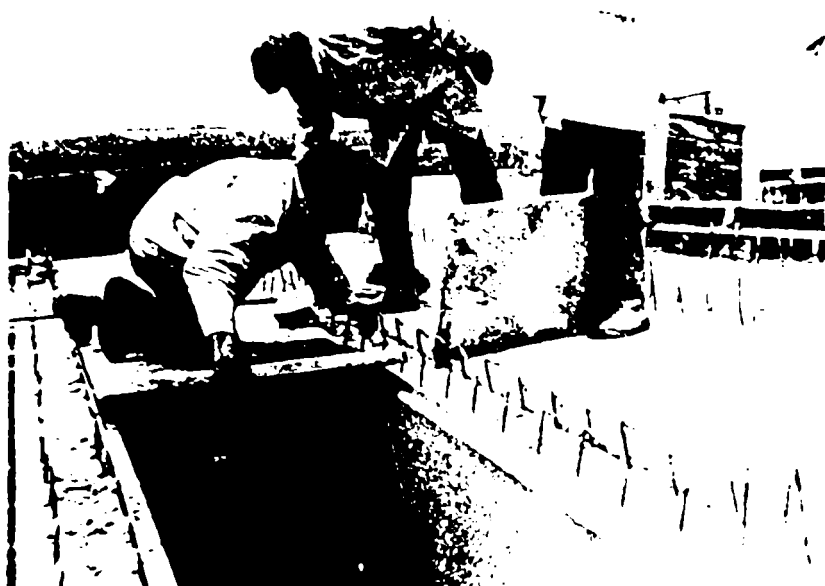


Fig. 34

Se montează apoi armătura de placă superioară pe două direcții. Realizarea conlucrării dintre placa turnată in situ și elementele prefabricate, se efectuează prin intermediul conectorilor din elementele prefabricate - fig.35.

Conlucrarea între dala turnată in situ și grinzile prefabricate, reduce înălțimea secțiunii transversale a dalei până la $1/30$ din deschidere.

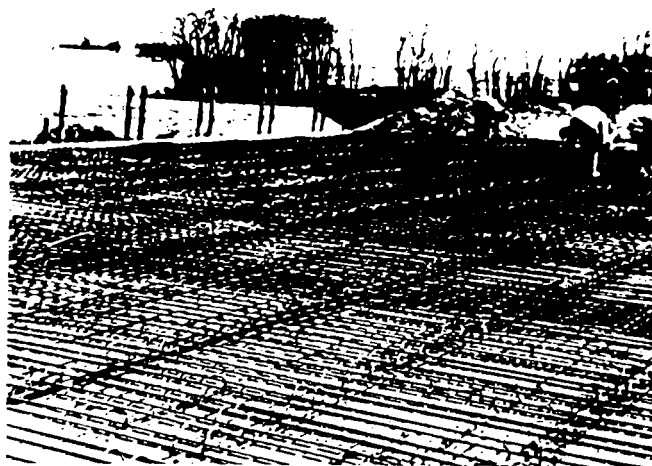


Fig. 35

Are loc turnarea in situ a betonului de marca Bc35 - Bc50, rezultând o secțiune compusă - fig.36.

2.5. Asigurarea continuității dalei deasupra reazemelor pentru momente negative.

Asigurarea continuității dalelor deasupra reazemelor, se realizează prin armătura înglobată în betonul turnat in situ și prin armătura ridicată prevăzută în acest scop în grinda prefabricată, fig.38. [17,71]

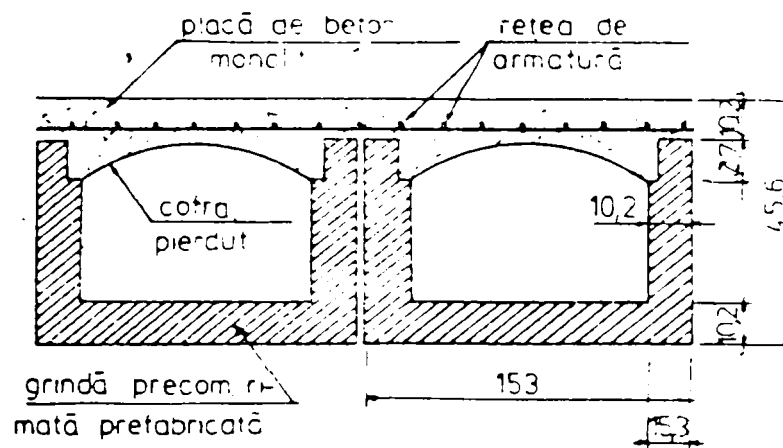


Fig. 38

Aceste armături preiau momentele negative maxime deasupra reazemelor.

Grinzile prefabricate longitudinale pot rezema fie direct pe elevațiile suprastructurii, fie pe grinzi preflex, sau pe grinzi prefabricate T întors, așezate la partea superioară a elevațiilor realizate din stâlpi - fig.39.

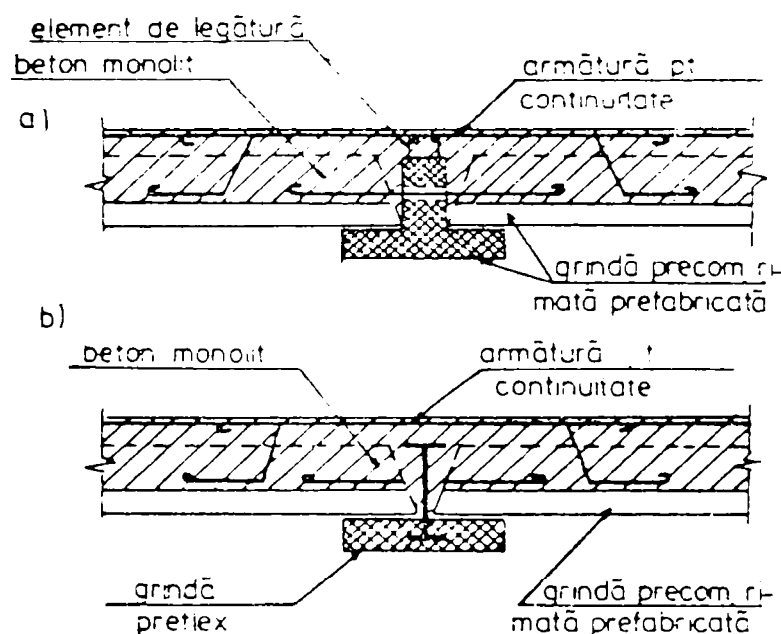


Fig. 39

2.6. Asigurarea continuității dalei în zona reazemelor pentru momente pozitive.

La suprastructurile având mai mult de două deschideri, pot rezulta momente pozitive pe unul din reazemele intermediare ale suprastructurii, urmare fie a încărcărilor utile, fie a deschiderilor mari dintre reazemele intermediare. În această situație continuitatea dalei în zona reazemelor este asigurată de barele drepte care ies din elementul prefabricat, îndoite în formă de L pe o lungime de $40 \cdot \varnothing$ care se monolitizează cu un beton cu caracteristici similare celui utilizat la dală; această lungime ($40 \cdot \varnothing$) poate fi redusă prin aderența mecanică realizată de patru bare $\varnothing 25$ montate transversal, fig.40. [7]

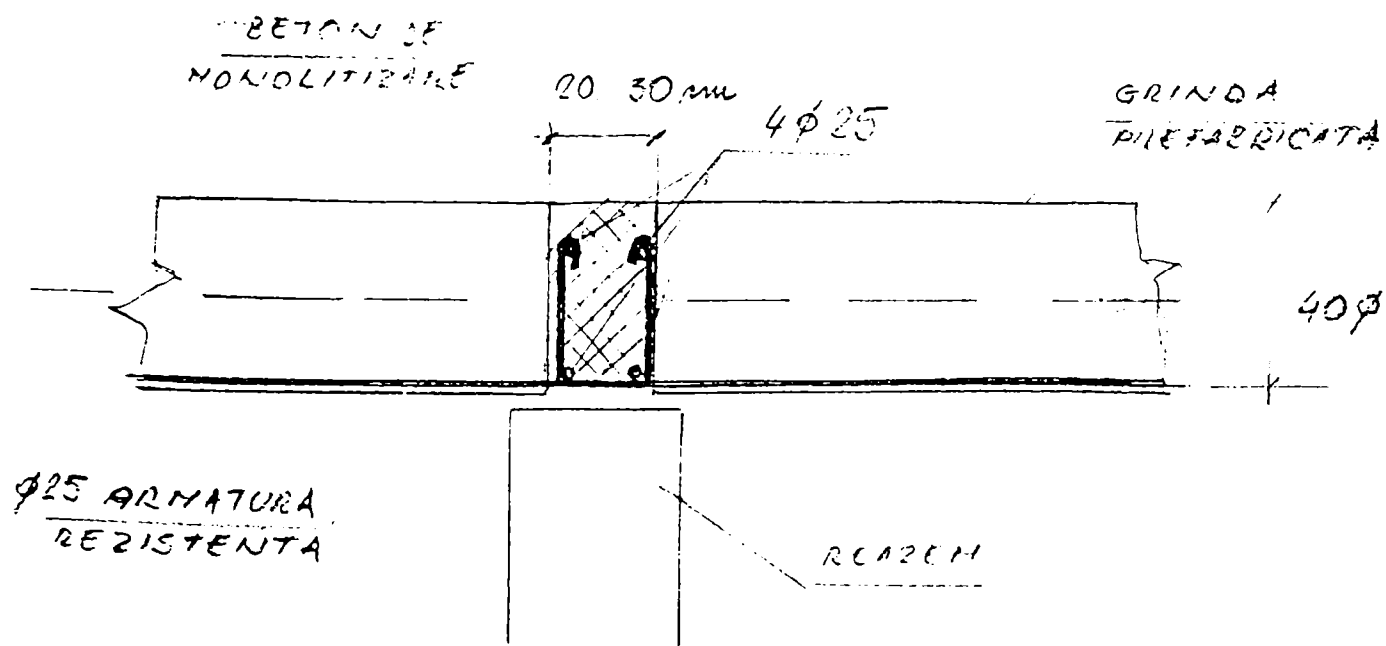


Fig. 40

2.7. Tehnologia de realizare a unei structuri compuse beton prefabricat precomprimat - beton armat turnat in situ și structura obținută conform procedului.

Tehnologia se referă la un procedeu de realizare a unei structuri continue compuse beton precomprimat prefabricat - beton armat, turnat in situ, care se utilizează pentru realizarea suprastructurilor de poduri, pasaje superioare sau viaducte, asigurând continuitatea unei căi de comunicație rutiere. Suprastructurile de poduri, conform procedului, se realizează cu o înălțime de execuție mică, reprezentând circa $1/20 \dots 1/30$ din deschiderea de calcul, mult mai mică decât cea similară realizată pe grinzi; obținându-se în acest fel o dală ortotropă continuă cu goluri, în scopul reducerii încărcării permanente și se folosesc pentru deschideri între 10 și 25 m, cu posibilități de extindere a acestora. [17]

Realizarea unei dale pentru suprastructurile de poduri se poate face prin mai multe procedee, și anume: prin execuția monolită a dalei cu încorporare de tuburi din cofraj pierdut pentru realizarea de goluri, din elemente prefabricate cu goluri obținute prin secționarea transversală a suprastructurii și din elemente prefabricate cu goluri obținute prin secționarea longitudinală a suprastructurii care este și o soluție tipizată.

Procedeul de realizare a unei structuri continue compuse, beton precomprimat prefabricat - beton armat, turnat in situ pentru poduri dalate, asigură o distribuție mai rațională a eforturilor în sens longitudinal. Procedeul constă dintr-o primă fază în care se montează pe reazemele infrastructurii un număr de grinzi prefabricate precomprimate centrale și grinzi prefabricate precomprimate marginale. Se introduc apoi armături transversale prin golurile din tălpi, după ce au fost plasate în locașuri pe direcția golurilor, niște piese din cauciuc, armăturile transversale fiind tensionate dinamometric pentru solidarizarea tablierului. Urmează apoi să se monteze tuburile pentru evacuarea apelor și apoi plăcile prefabricate de

cofraj pierdut în locașurile superioare ale grinzilor prefabricate. Pe o dală turnată in situ din beton armat, peste armăturile transversale și longitudinale deja montate și după întărirea betonului, se realizează ultima fază de amenajare a căii de rulare și a trotuarelor, cu plăci prefabricate și parapetul aferent.

Structura continuă include grinzi precomprimate prefabricate centrale, cu secțiunea T întors, cu o talpă inferioară mult dezvoltată în raport cu partea superioară, în care sunt lăsate din turnare niște locașuri pentru rezemarea unor plăci prefabricate de cofraj pierdut pentru dala prevăzută cu o armătură longitudinală de continuitate și transversală, a cărei conlucrare cu grinzile centrale este asigurată de etrieri cu rol de conectori. Grinzile precomprimate prefabricate marginale, au o talpă inferioară dezvoltată înspre interiorul secțiunii transversale a tablierului, iar pe inimă la partea superioară, locașuri pentru plăcile de cofraj pierdut, grindă marginală de parapet și grindă longeron pentru susținerea plăcilor prefabricate de trotuar.

Tehnologia prezintă următoarele avantaje:

- utilizează grinzi precomprimate prefabricate centrale, cu secțiunea T întors, de înălțime redusă și grinzi precomprimate prefabricate marginale cu secțiune adecvată;
- permite realizarea unor structuri continue, eliminând rosturile intermediare, în consecință dispozitivele de acoperire a acestora;
- structura continuă astfel obținută, asigură o distribuție mai rațională a eforturilor în sens longitudinal;
- prin folosirea cofrajului pierdut prefabricat la realizarea plăcii superioare turnate in situ, se reduc substanțial, consumul de materiale și manoperă pentru realizarea cofrajului pierdut al golurilor;
- prin introducerea armăturii transversale tensionate din tăpile elementelor prefabricate, precum și a armăturii transversale din placa

superioară turnată in situ, se asigură o foarte bună comportare spațială a dalei ortotrope obținute;

- prin asigurarea continuității armăturilor inferioare ale elementelor precomprimate prefabricate liniare, se asigură preluarea eventualelor momente încovoietoare pozitive din încărcări utile;

- prin dispunerea în betonul din placa superioară, în zona reazemelor, a unor armături longitudinale cu lungimi adecvate, se asigură preluarea momentelor încovoietoare negative de pe reazemele intermediare;

- se reduce la jumătate numărul de aparate de reazem, prin înlocuirea reazemelor provizorii de montaj (de grindă simplu rezemată) cu un singur șir de aparate de reazem din neopren (de grinda continuă) pe fiecare infrastructură;

- prin folosirea aparatelor de reazem tip grindă continuă, se realizează încărcarea centrică a infrastructurilor intermediare, permițând reducerea secțiunii acestora;

- reduce greutatea proprie și a înălțimii structurii, prin realizarea unei dale ortotrope cu goluri, utilizând elemente longitudinale prefabricate din beton precomprimat;

- se pot realiza înălțimi de structură de $L/32$, pentru deschideri mai mici de 30 m, față de dalele pline din beton armat, unde se realizează înălțimi de $1/12 \times L$ pentru $L < 10$ m la structuri simplu rezemate și de $(1/18 \dots 1/22) \times L$ pentru $L \leq 20$ m la dale continue.

Relievez cele descrise mai sus în figurile 41 și 45, care reprezintă:

- fig.41 secțiune transversală completă a unei suprastructuri continue compuse beton precomprimat prefabricat - beton armat turnat in situ, pentru podurile dalate cu sau fără trotuar;

- fig.42 secțiune transversală parțială prin structura compusă beton precomprimat prefabricat - beton armat, turnat in situ, a unei deschideri curente;

- fig.43 secțiune transversală de detaliu a rostului dintre două grinzi precomprimate prefabricate;

- fig.44 secțiune transversală marginală prin podul dalat, în zona trotuarului;

- fig.45 secțiune transversală de detaliu pentru evacuarea apei de pe partea carosabilă și trotuar.

Procedeul descris este brevetat cu Nr. 111699 B1 de către OSIM în anul 1998.

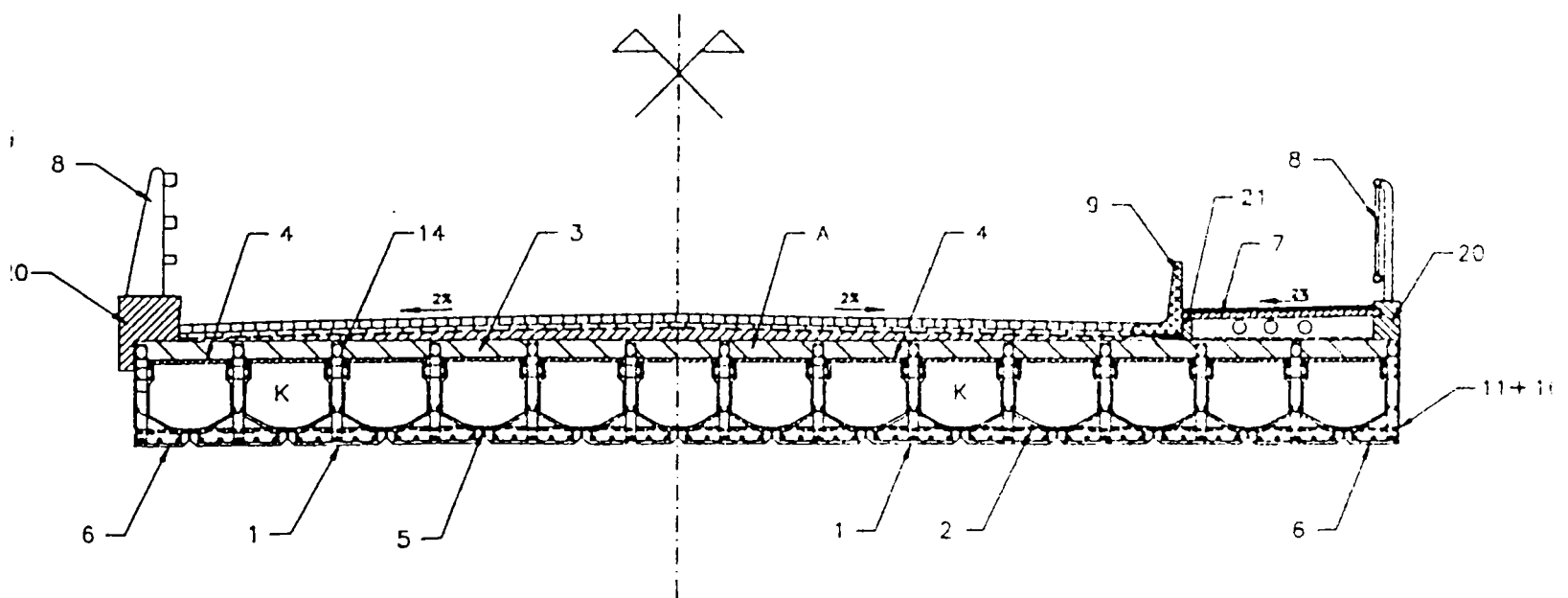


Fig. 41

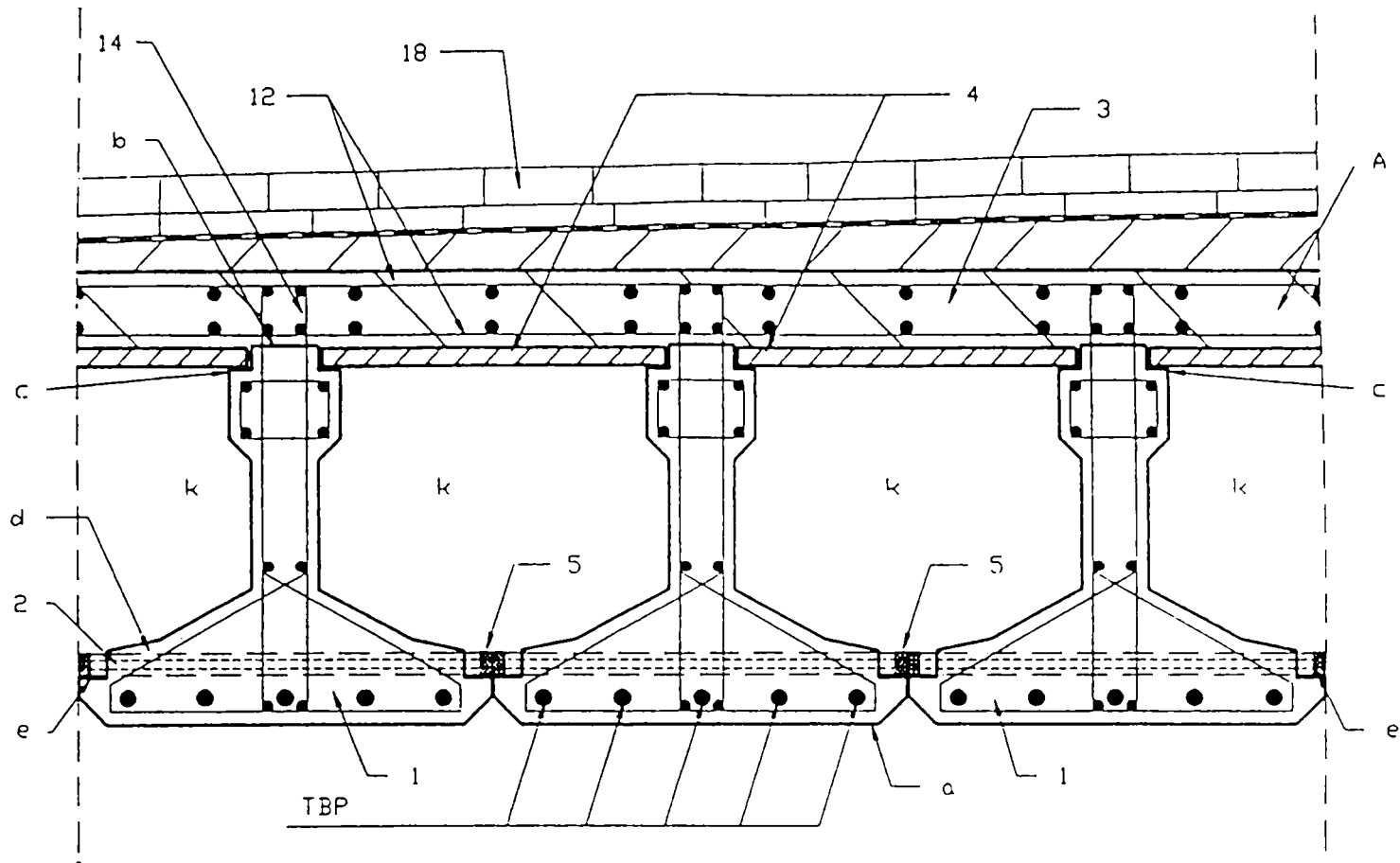


Fig.42

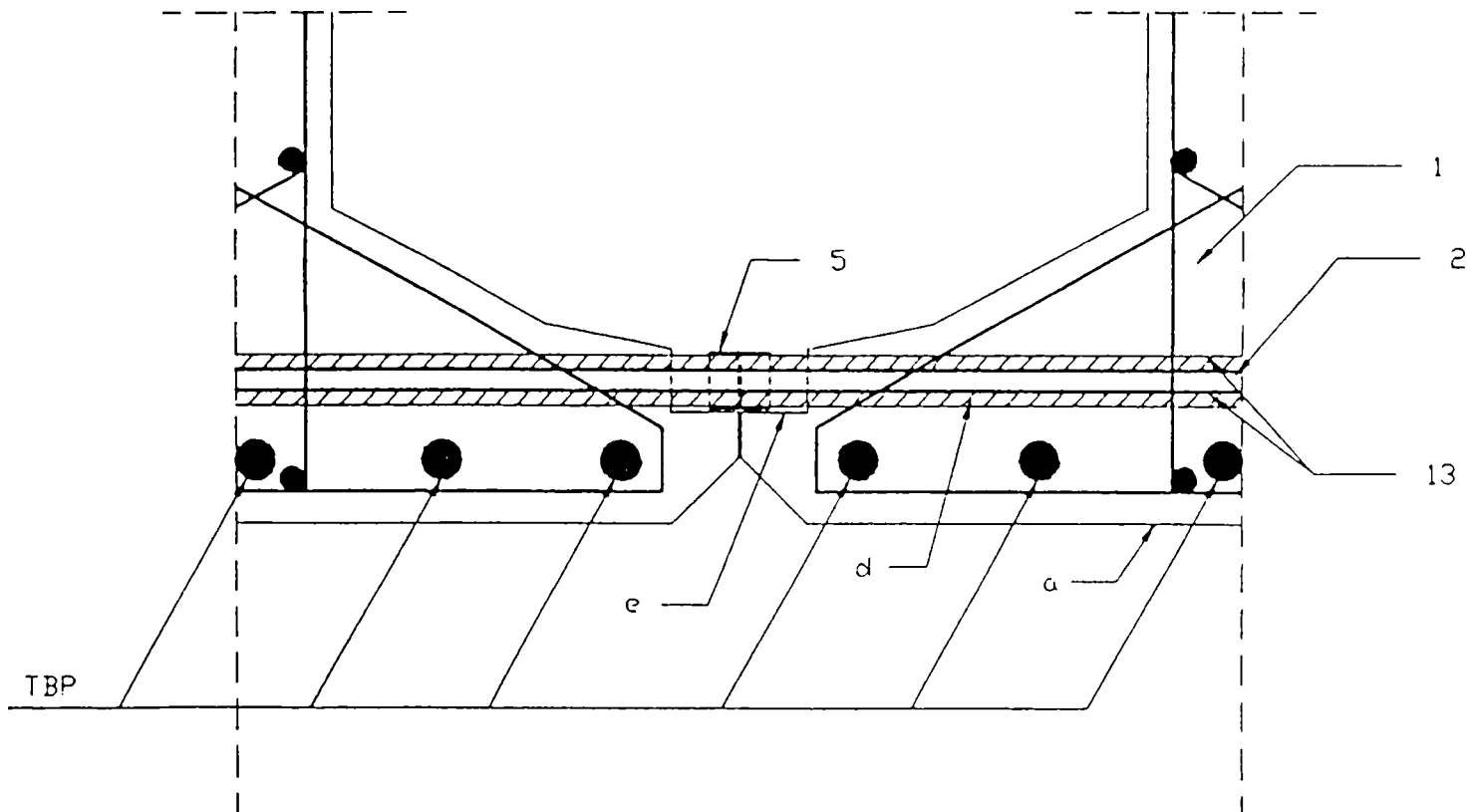


Fig. 43

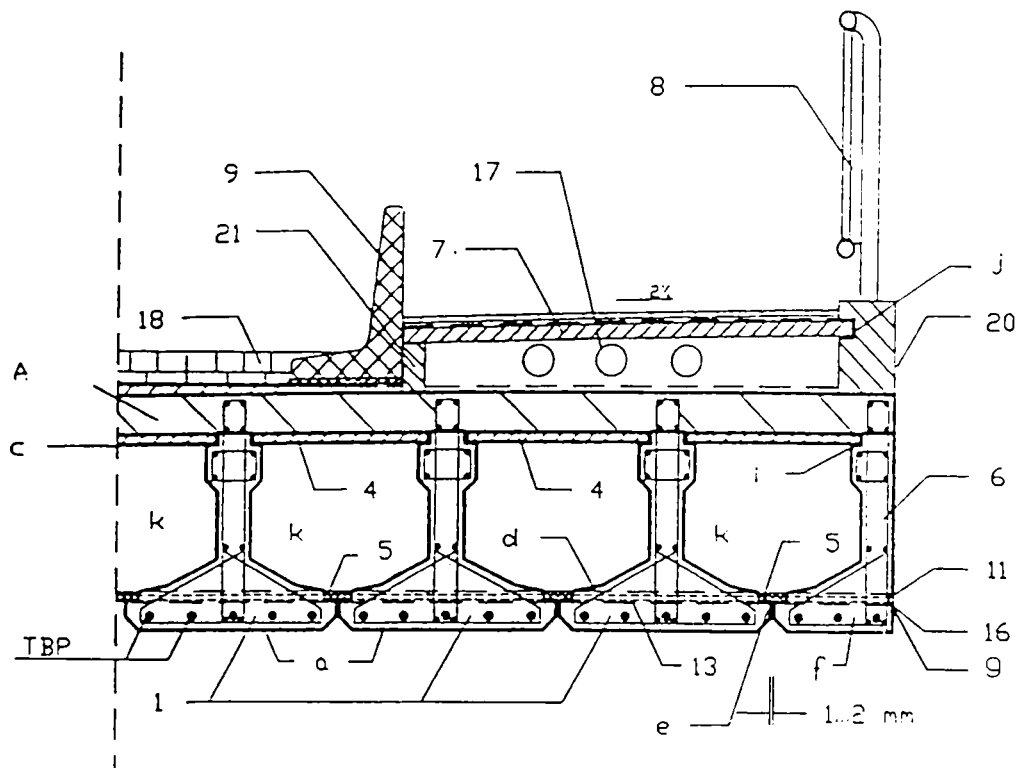


Fig. 44

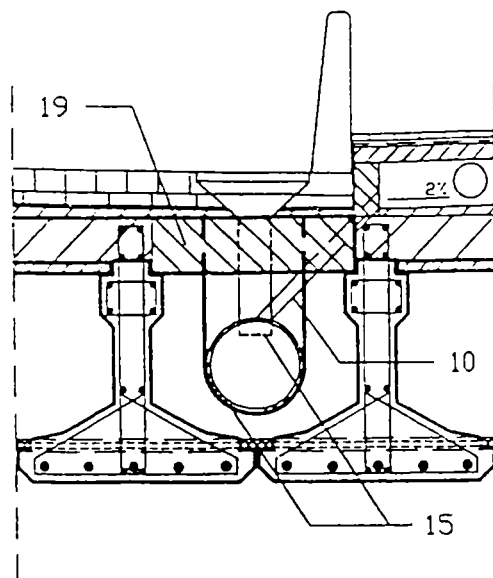


Fig. 45

Cap.3 Dale continue realizate din elemente prefabricate - precomprimate.

3.1. Considerații generale - deschideri eficiente.

Podurile dalate continue care se realizează pentru pasaje superioare, au deschiderile eficiente cuprinse între 20 - 30 m, iar pentru poduri mici dalate deschiderile eficiente sunt între 10 - 12 m.

Pentru podurile dalate continue cu mai multe deschideri, se recomandă ca deschiderile marginale să fie mai mici decât cele centrale realizându-se un raport de $1/2 - 2/3$; se obțin în acest fel momente încovoietoare maxime aproximativ egale pe toate deschiderile podului. Se realizează după dimensionare o grosime constantă a dalei cu un raport de $1/18 - 1/22$ din deschiderea de calcul. [72]

3.2. Elemente obținute prin secționare longitudinală; tipuri de secțiuni.

Așa cum s-a văzut în capitolul precedent, o serie de elemente prefabricate se obțin printr-o secționare longitudinală a tablierului, altele prin secționare transversală - boltarii.

Astfel, folosindu-se fâșii cu goluri în lungime de 12 - 18 m se realizează suprastructuri cu 3 - 4 deschideri: cele marginale cuprinse între 9 - 15 m iar cele centrale între 18 - 24 m. Imbinarea fâșiilor se execută în zonele de momente încovoietoare nule a structurii. [72]

Soluția are avantajul că obține prin secționare longitudinală elemente prefabricate, care apoi se montează pe infrastructurile executate; tablierele astfel montate nu mai necesită eșafodaje și cintre de montaj.

În schimb marea longitudinală sau monolitizarea rosturilor cere un volum mare de manoperă, care face practic soluția mai puțin utilizabilă, fig. 46.

Se obțin prin secționare longitudinală și fâșii cu goluri armate corespunzător solicitărilor date de structura continuă.

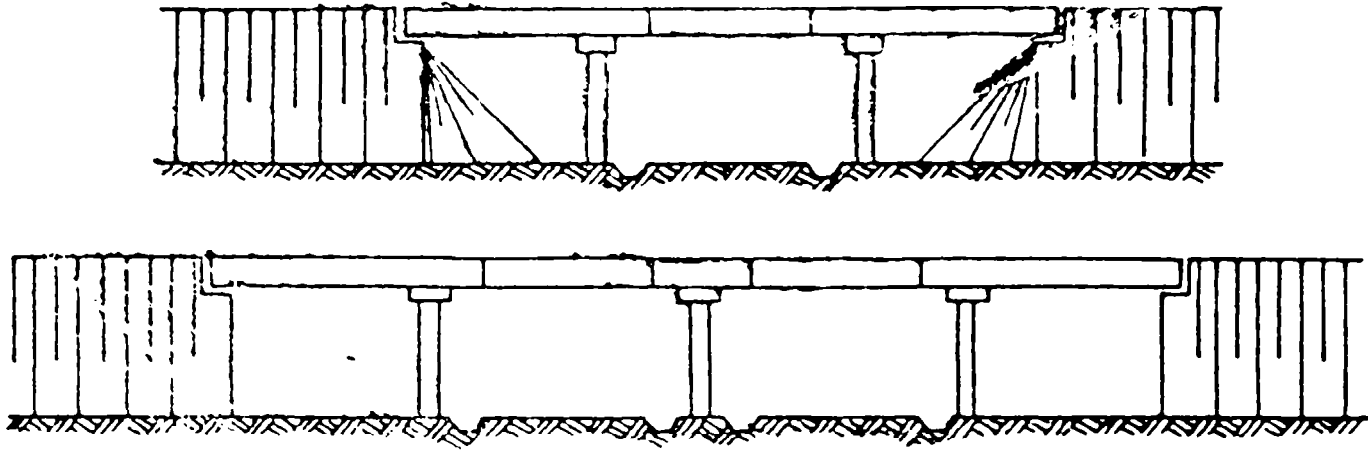


Fig. 46

3.3. Elemente obținute prin secționare transversală; tipuri de secțiuni.

Secțiunile transversale uzuale sunt prezentate în fig.47. [17,71]

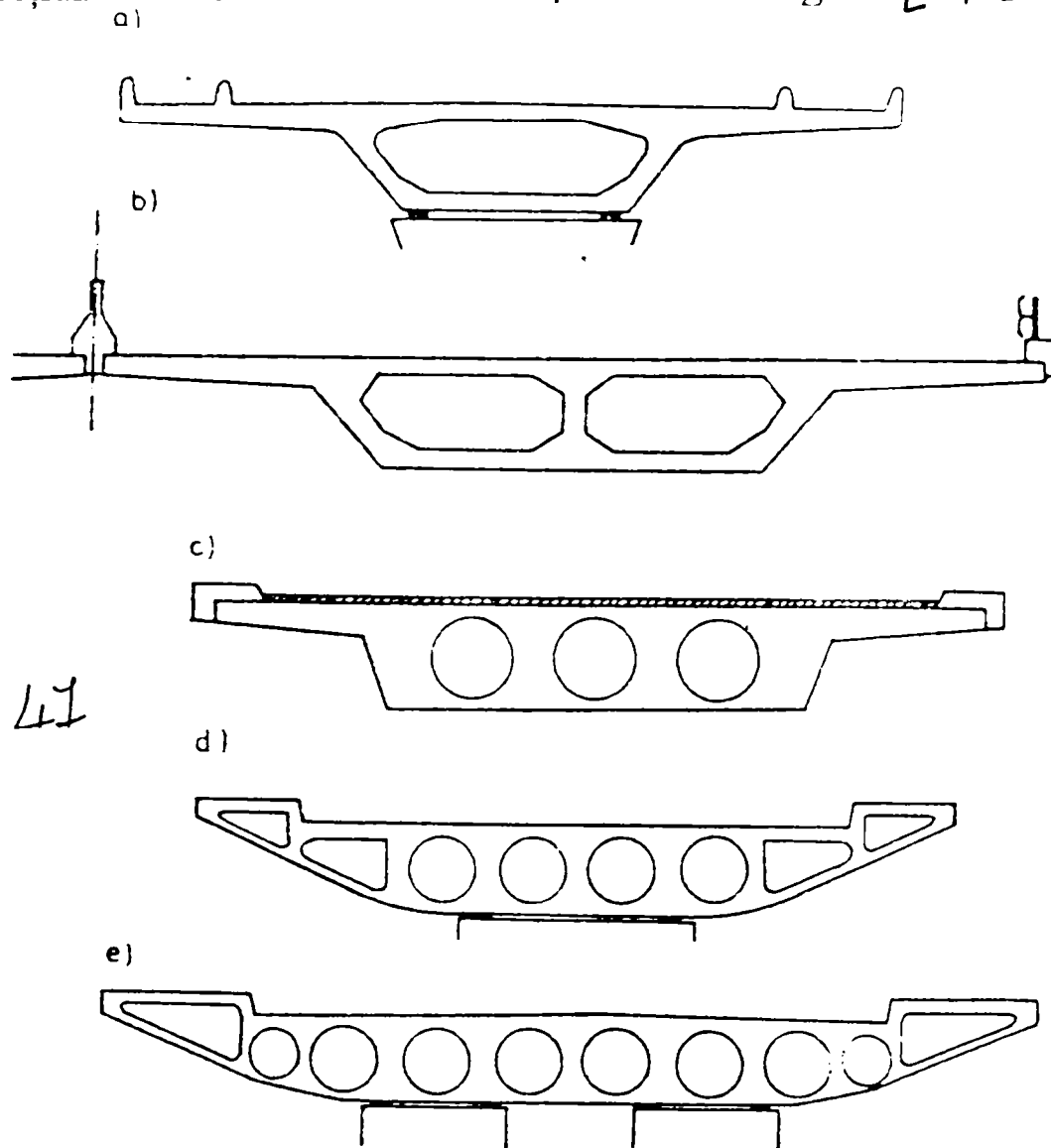


Fig. 47

Suprastructurile alcătuite din dale prefabricate prezintă particularități de concepție, execuție, armare și precomprimare, care au soluții avantajoase pentru deschideri cuprinse între 10-20 m, grosimea dalei fiind între 40-65 cm.

Se obțin în acest fel un număr de bolțari prefabricați, de lungimi variind între 2-3,5 m, de secțiune egală cu lățimea tablierului, care după montaj se precomprimă longitudinal cu armătura posttînsă. Datorită formei și a elementelor geometrice exacte, aceștia se pretează foarte bine la execuție uzinată în fabrici specializate; ulterior sunt transportați pe șantier, depozitați, urmând a fi montați pe elevațiile infrastructurilor executate în prealabil. Valorile medii ale consumurilor de materiale se situează: la beton $0,47 \text{ m}^3/\text{m}^2$ suprafață utilă de tablier, la armătura pretensionată $35 \text{ kg}/\text{m}^3$ de beton, la armătura nepretensionată $41 \text{ kg}/\text{m}^3$ de beton.

3.4. Tehnologiile de execuție a elementelor prefabricate

Precomprimarea se realizează cu fascicule de sârmă SBP - cablurile fiind așezate pe direcția principală de rezistență, pe un rând, maximum două, fig.48,

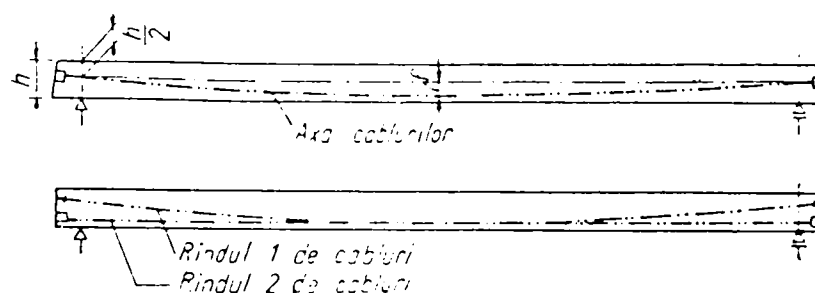


Fig. 48

în așa fel încât să se poată realiza o corectă turnare și vibrare a betonului pe șantier. În fig.49 se poate vedea modul de realizare și dispunere a cablurilor în secțiunea transversală:

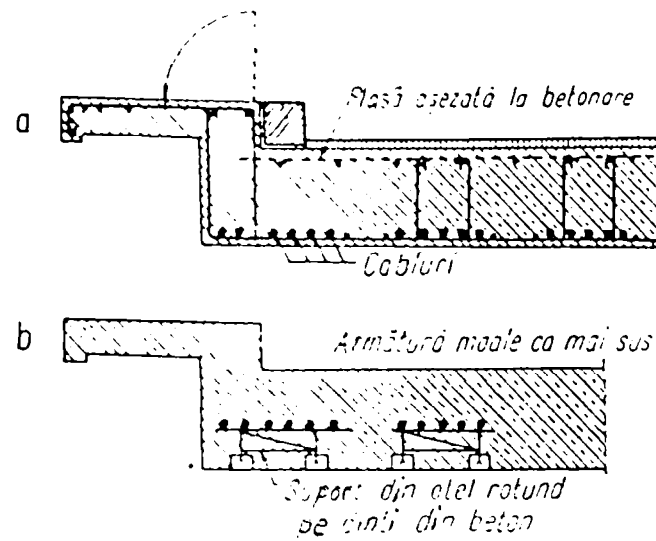


Fig. 49

Pentru realizarea dalelor cu solicitări mari, se realizează atât precomprimarea longitudinală cât și precomprimarea transversală, fig.50

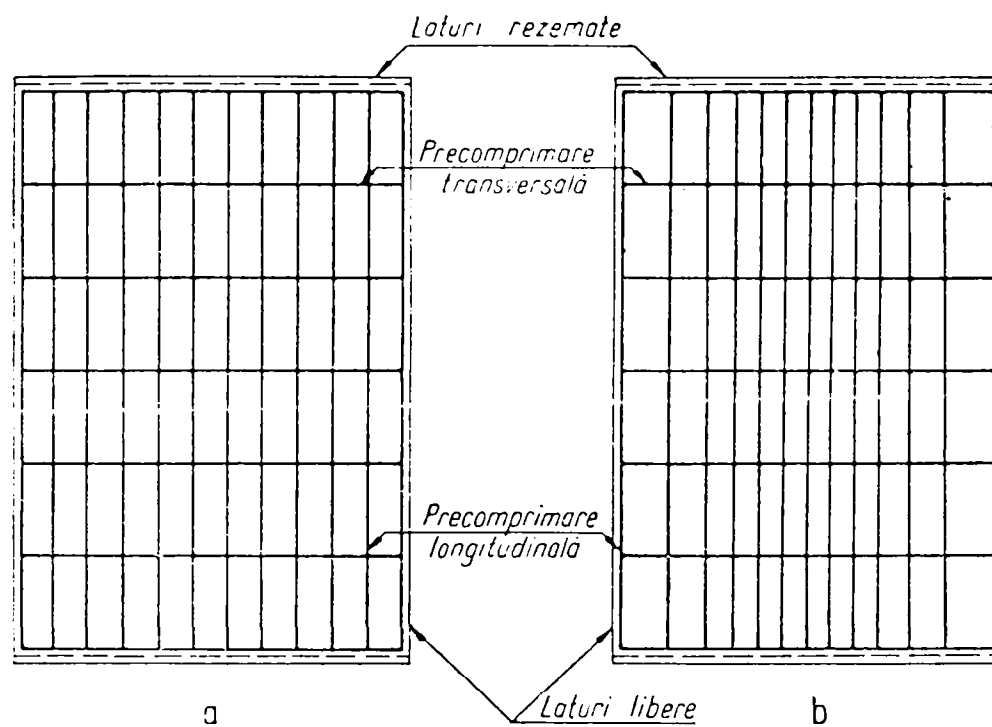


Fig. 50

Dacă precomprimarea transversală este centrică, atunci cablurile drepte sunt dispuse în planul median al dalei fig. 51, sau la distanțe egale față de planul median fig. 52

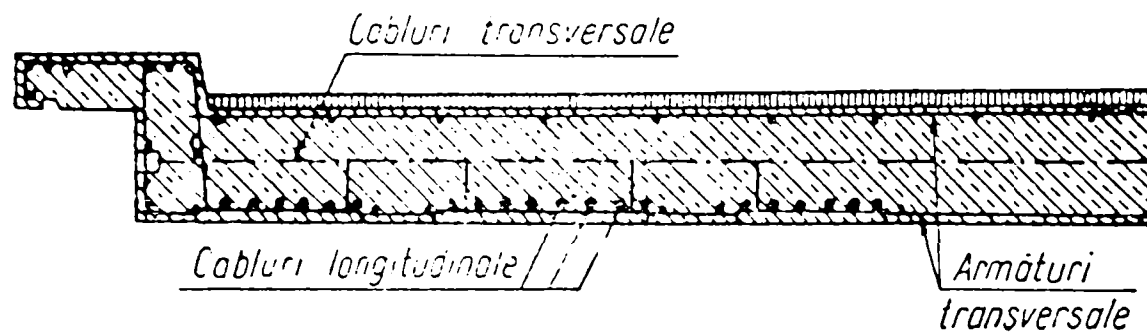


Fig. 51

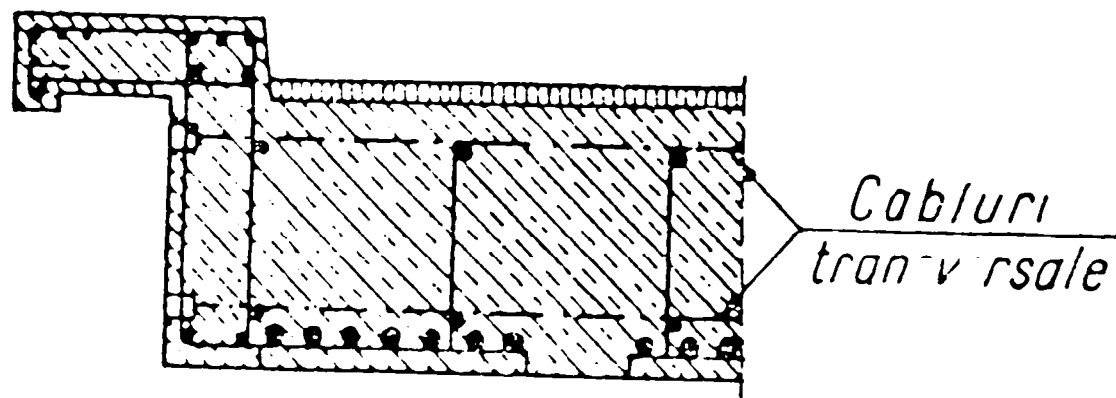


Fig. 52

Consumul de armătură este de 35-45 kg/ m³ de beton pentru armătura pretensionată și de 40-50 kg la m³ beton pentru armătura nepretensionată (pasivă). Materialele utilizate: beton minim Bc 40 și SBP pentru armătura pretensionată și PC 52 pentru cea pasivă, OB 37 pentru etrieri - fig.53

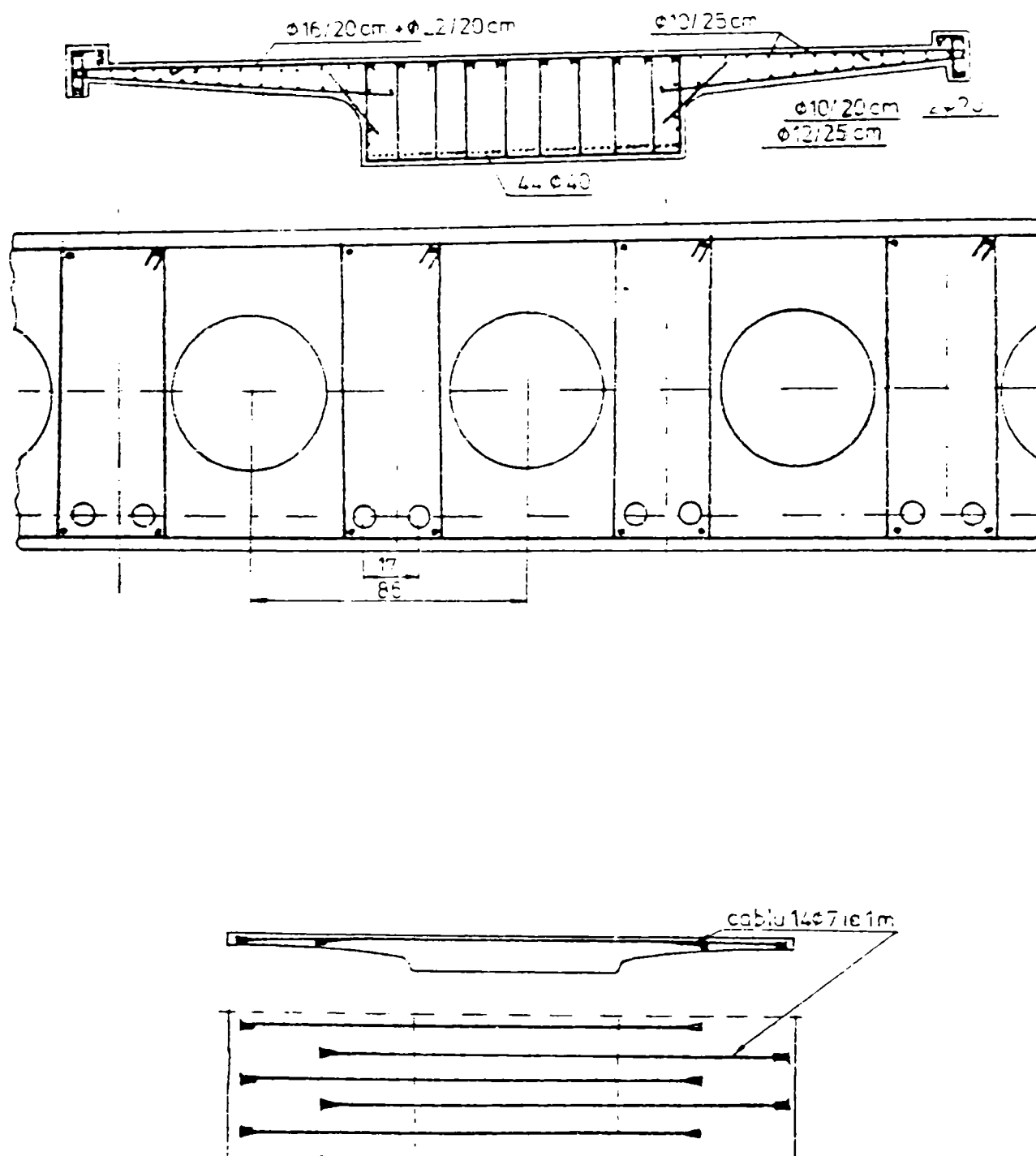


Fig. 53

3.4.1. Obținerea elementelor prefabricate uzinate.

Elementele prefabricate - bolțarii, executați în fabricile specializate, comportă o tehnologie de execuție extrem de rapidă. [17,71]

Bolțarii prefabricați în lungime de 2,20-2,50 m, fig.54, au lățimea egală cu cea a tablierului.

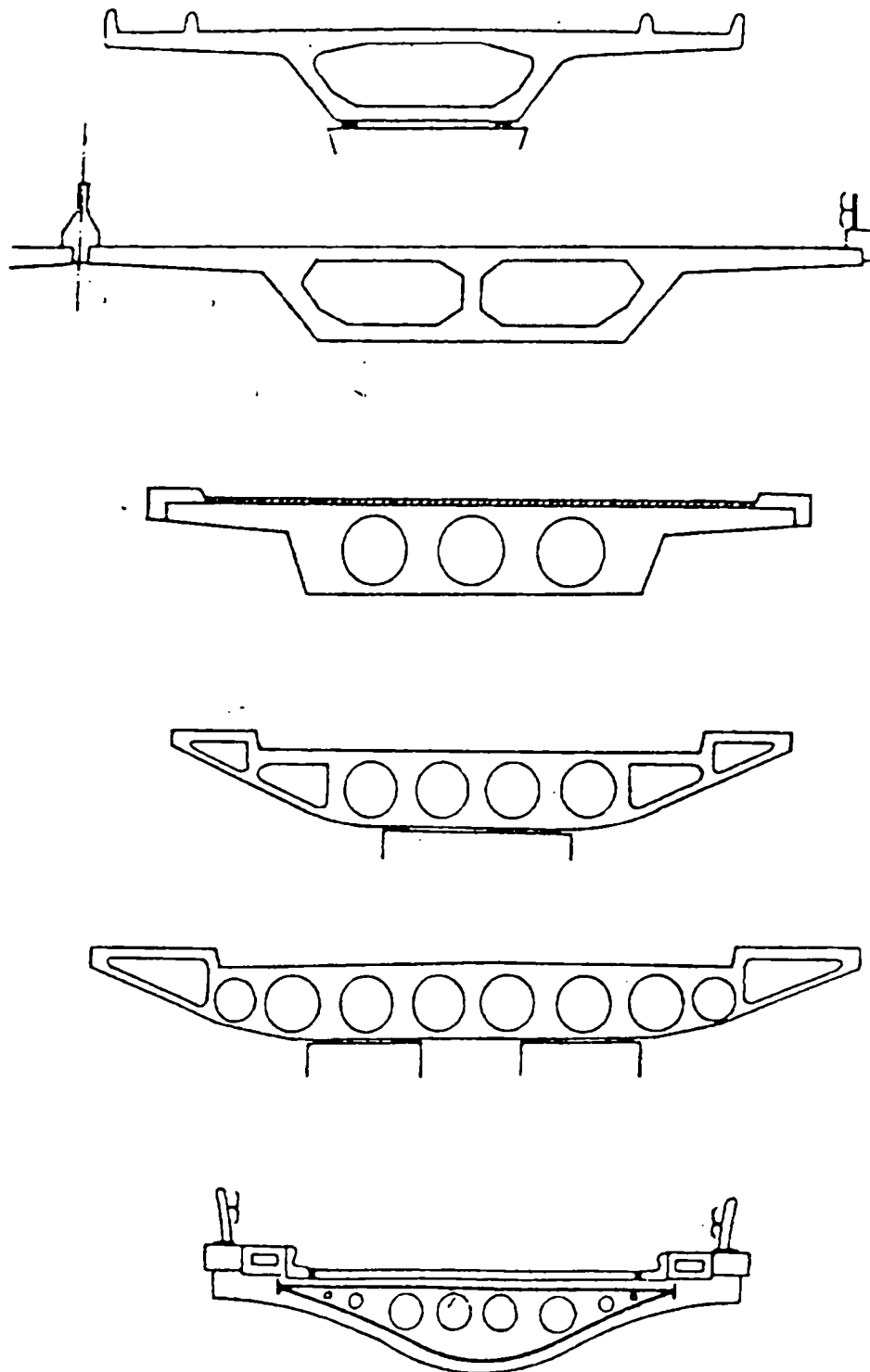


Fig. 54

Pentru execuția acestor bolțari în poziție verticală, se utilizează cofraje metalice, inclusiv celule pentru goluri, care închid în interior forma bolțarului, având dimensiunile geometrice exacte.

Fazele de execuție sunt următoarele:

- fixarea cofrajului metalic pregătit pentru turnarea betonului - fig.55

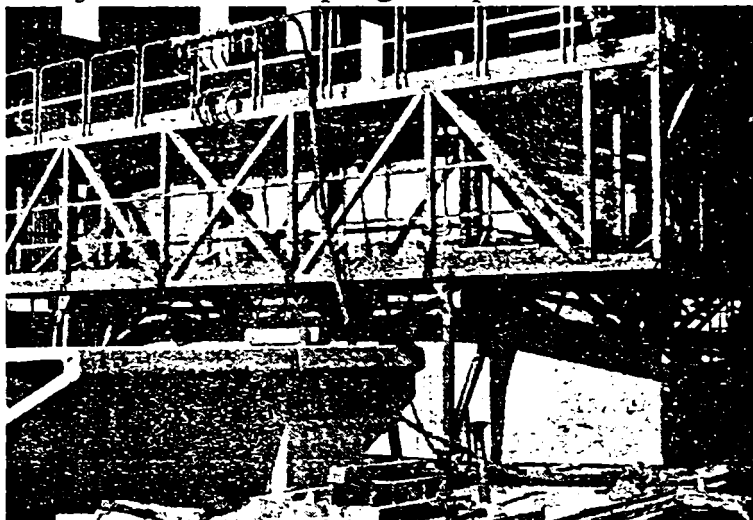


Fig. 55

- montarea armăturii,
- turnarea betonului în poziție verticală a cofrajului,
- decofrarea rapidă după 12 ore - fig.56

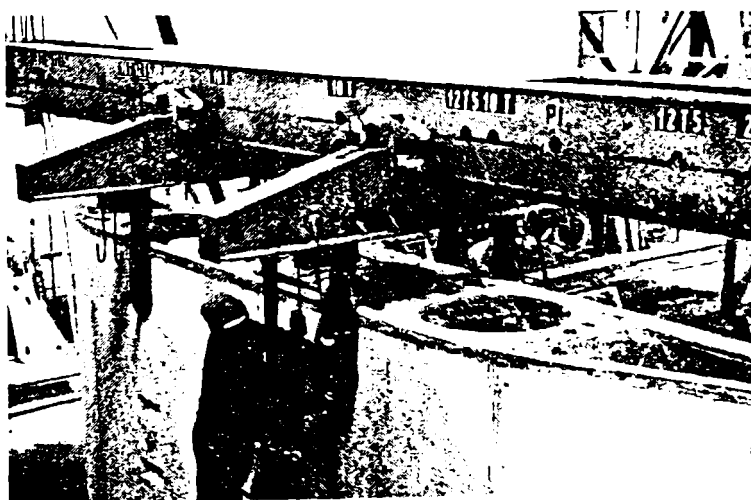


Fig. 56

- transport și depozitare - fig.57

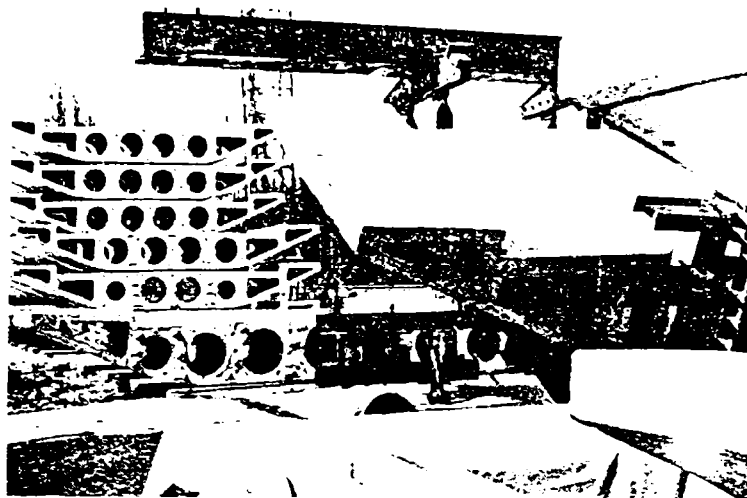


Fig. 57

3.4.2. Montarea pe șantier a elementelor prefabricate uzinate.

Montajul bolțarilor prefabricați are în vedere o serie de utilaje specifice: macarale de mare capacitate cu braț lung, o serie de eșafodaje provizorii demontabile, prese hidraulice de 100 tone, mijloace de transport de mare capacitate, prese pentru armătura pretensionată, alte scule și utilaje specifice.

Bolțarii executați uzinat se transportă pe șantier și se depozitează.

Schema de montaj preconizată este redată în fig.58 pentru un pasaj cu două deschideri.

Se utilizează eșafodaje provizorii din lemn sau metalice, iar schema de montaj are următoarea tehnologie: [40]

- se montează eșafodaje în zona centrală a deschiderilor;
- se execută separat fiecare semistructură prin montarea a câte 2 bolțari pe eșafodaje;
- se montează rosturile prin metoda uscată, utilizând rășini epoxidice,
- se execută o precomprimare exterioară provizorie utilizând câte două perechi de bare din oțel de $\varnothing 32$ (bare tip SIGMA) pentru câte doi bolțari succesivi;

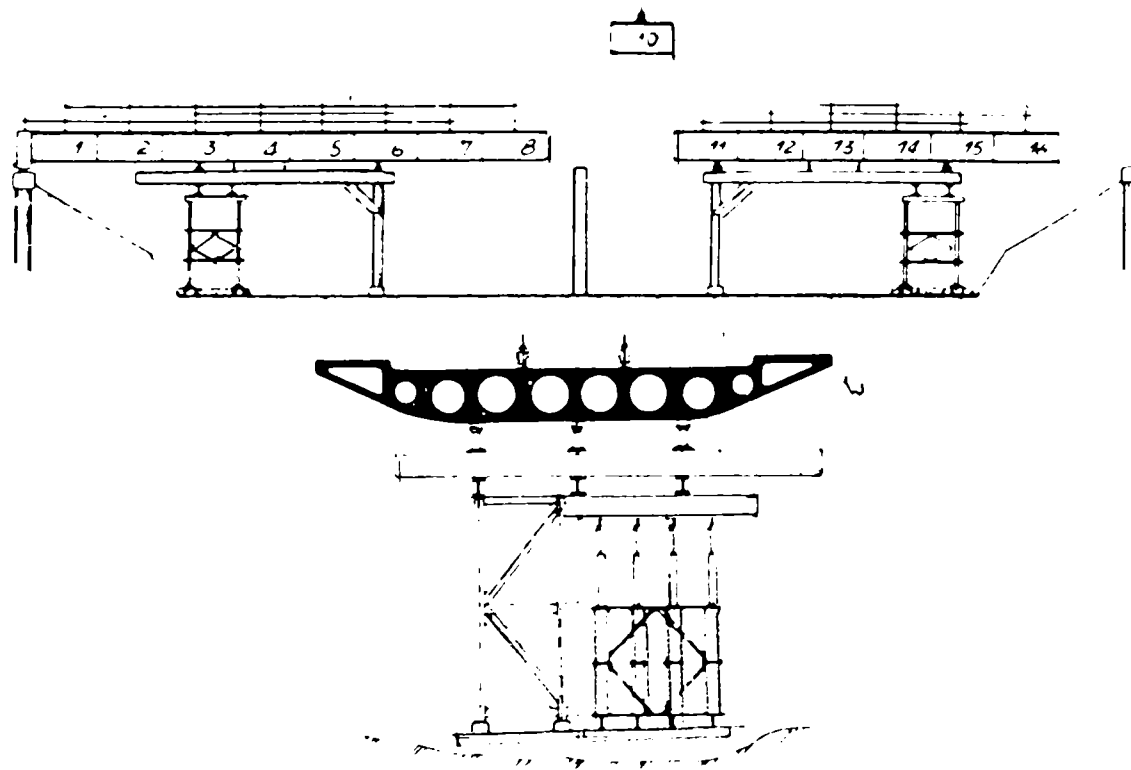


Fig. 58

- se continuă montarea de o parte și de cealaltă a unui număr de 5-9 bolțari în consolă, repetând aceleași operațiuni;
- se deplasează semistructurile până la închiderea tablierului - fără marea rostului central;
- se continuă montarea bolțarilor marginali;
- se efectuează precomprimarea definitivă longitudinală.

Fazele descrise se pot vedea în fig.59-63 cu detaliul pentru dispozitivul de precomprimare provizorie în fig. 64

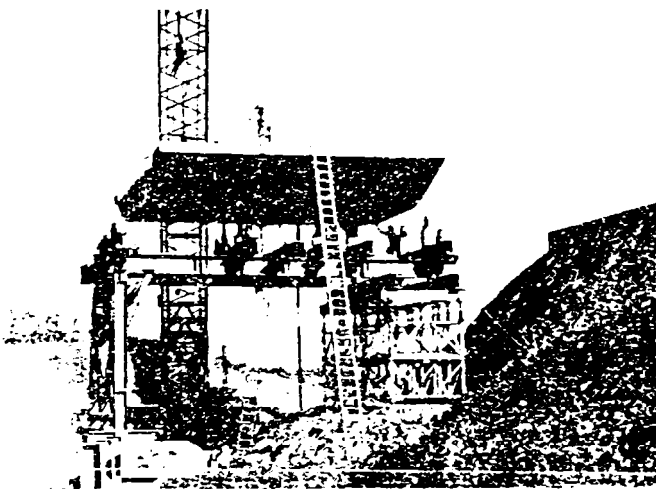


Fig. 59

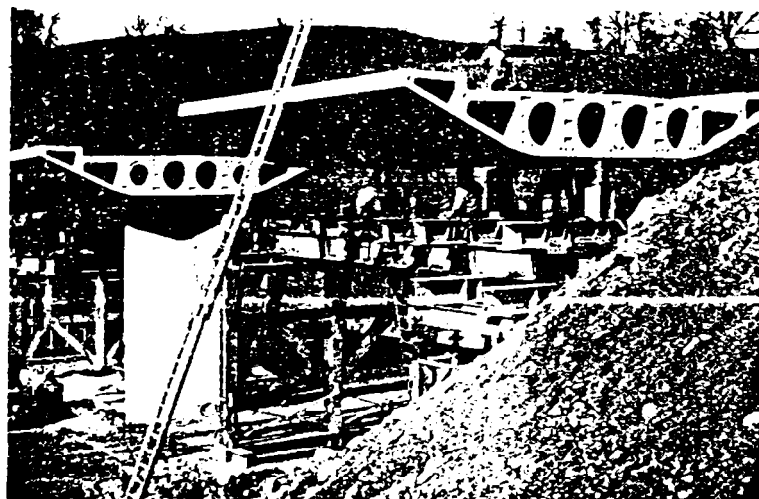


Fig. 60

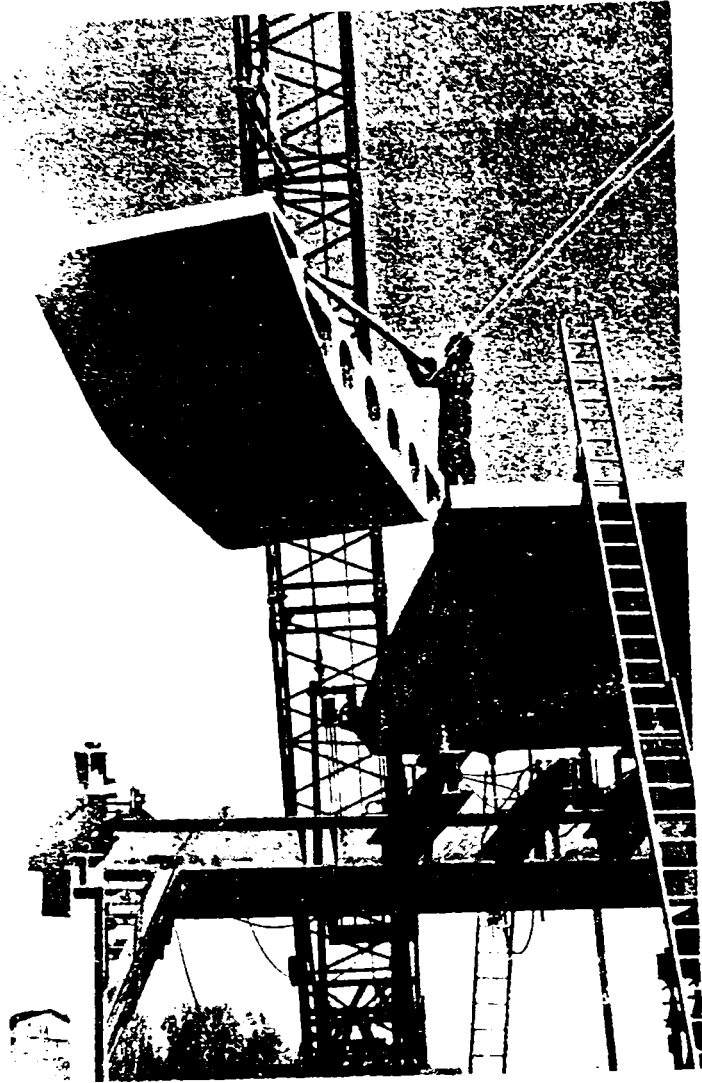


Fig. 61

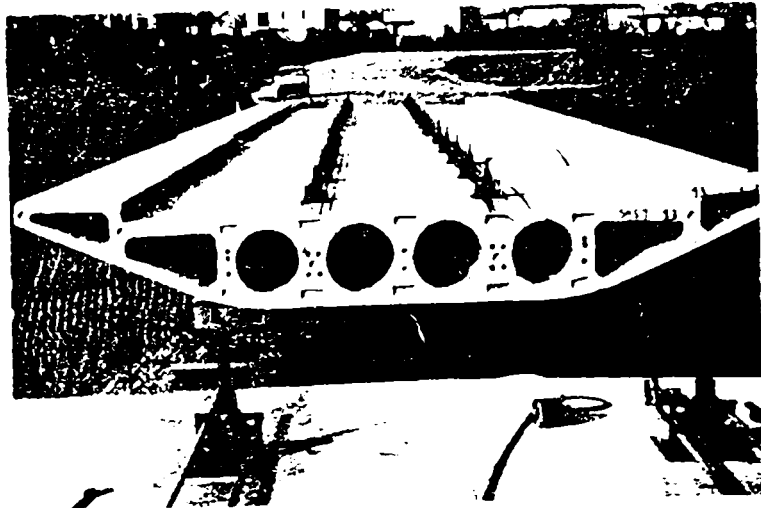


Fig. 62

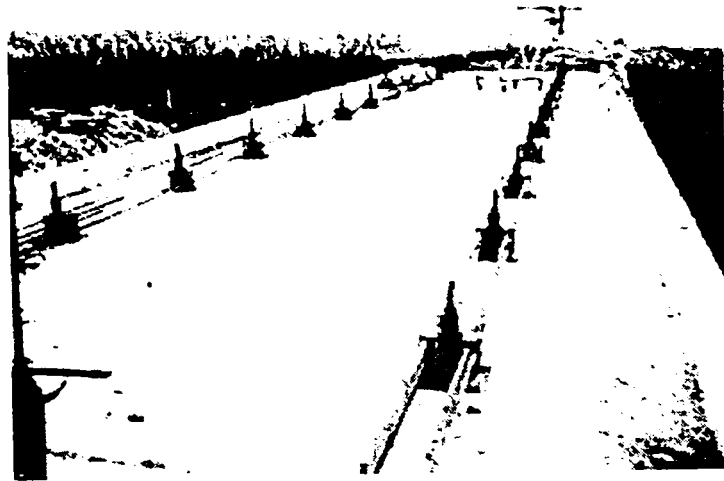


Fig. 63

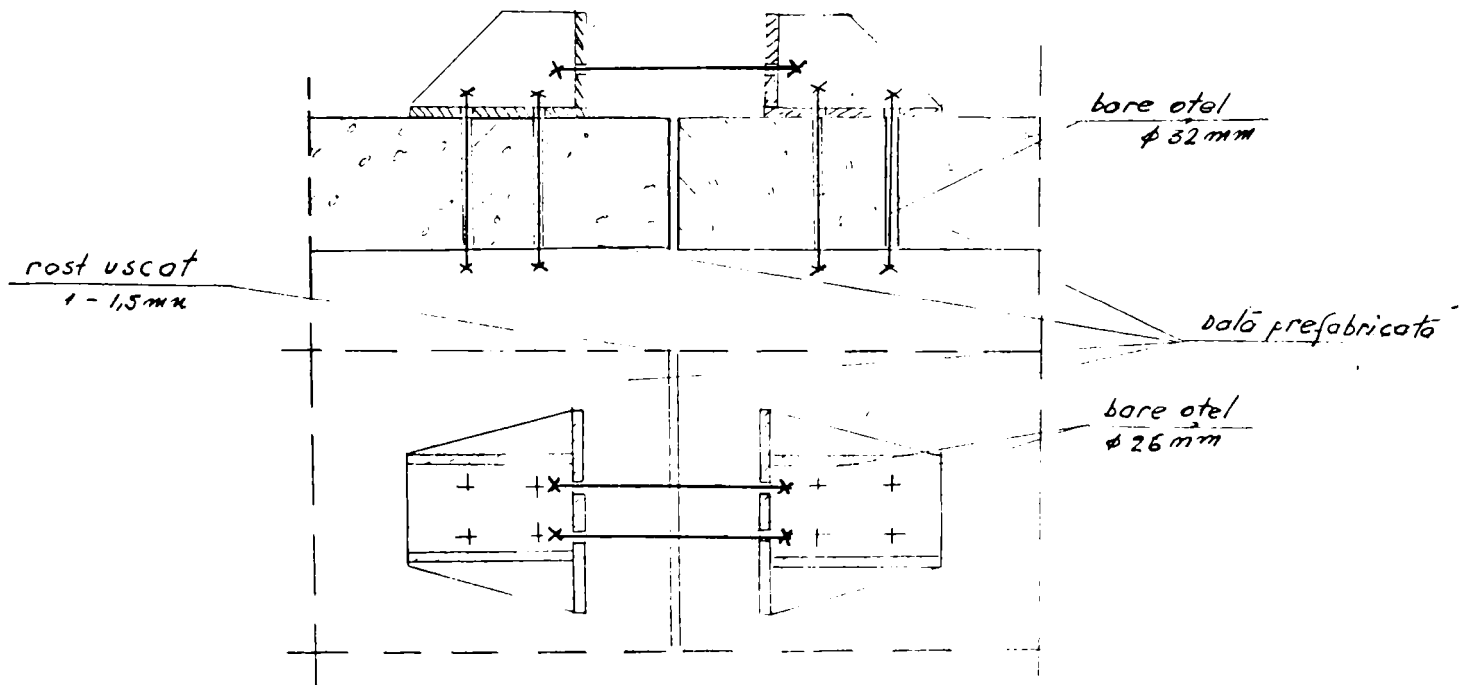


Fig. 64

În fig.65 este redat dispozitivul de precomprimare exterioră



Fig. 65

3.4.3. Instalație automatizată de șantier pentru cofrarea și decofrarea bolțarilor prefabricați cu secțiune cheson monocelulară.

Tehnologia se referă la o instalație automatizată, utilizată pentru cofrarea și decofrarea bolțarilor prefabricați pentru poduri, cu secțiune cheson monocelulară, folosiți la executarea tablierelor de poduri, din beton precomprimat.

Pentru realizarea bolțarilor prefabricați sunt cunoscute soluții care constau în turnarea acestora în cofraje din lemn sau metalice, prevăzute cu elemente de sprijin sau eșafodaje, turnarea betonului făcându-se după metode clasice, iar cofrarea și decofrarea bolțarilor făcându-se manual, mecanic sau automatizat, în funcție de tehnologia utilizată.

Dezavantajele acestor soluții constau în faptul că, pentru realizarea lor, sunt necesare cantități mari de material lemnos sau metalic, cu posibilități reduse de recuperare a acestora, timp de execuție mare și o productivitate relativ redusă.

Problema tehnică pe care o rezolvă procedeul constă în conceperea unei instalații prevăzută cu un echipament automatizat cu acționare hidraulică, care să permită turnarea repetată a bolțarilor prefabricați cu secțiune cheson monocelulară, cu reducere substanțială a timpului de execuție și simplificare a manoperei necesare.

Instalația rezolvă problema tehnică, prin faptul că este alcătuită dintr-o grindă de beton cu longrine metalice, dintr-un cofraj metalic exterior fix, un echipament hidraulic automatizat, compus din două perechi de cilindri hidraulici legați de cofrajul interior prin niște articulații, o tijă centrală care susține echipamentul prin care trec conductele de alimentare cu ulei hidraulic și un cărucior mobil pentru decofrare prevăzut cu niște cricuri hidraulice.

Prin aplicarea tehnologiei se obțin următoarele avantaje:

- automatizare în proporție de 90%;
- reducerea manoperei necesare execuției bolțarilor numai la fixarea cofrajului exterior pe longrina metalică, eventual la fixarea carcasi de armătură a bolțarului și la deplasarea căruciorului;
- asigurarea un flux continuu pentru obținerea bolțarilor necesari construirii unui pod;
- sporirea exactității execuției elementului prefabricat;
- reutilizarea cofrajelor exterioare și interioare, indiferent de forma și mărimea casetei.

Se descrie în continuare, cu ajutorul figurilor 66–69, realizarea instalației astfel:

- fig.66 vedere generală a instalației în poziție de lucru;
- fig.67 vederea laterală a ansamblului din fig. 66;
- fig.68 vedere în plan orizontal a căruciorului pentru decofrare;
- fig.69 vederea laterală a căruciorului;

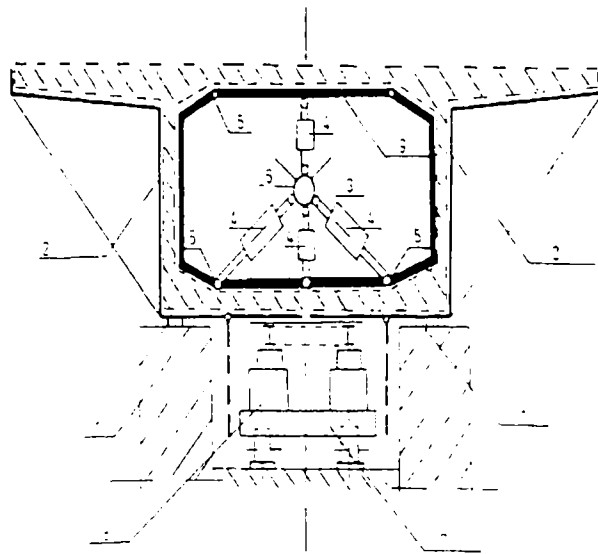


Fig. 66

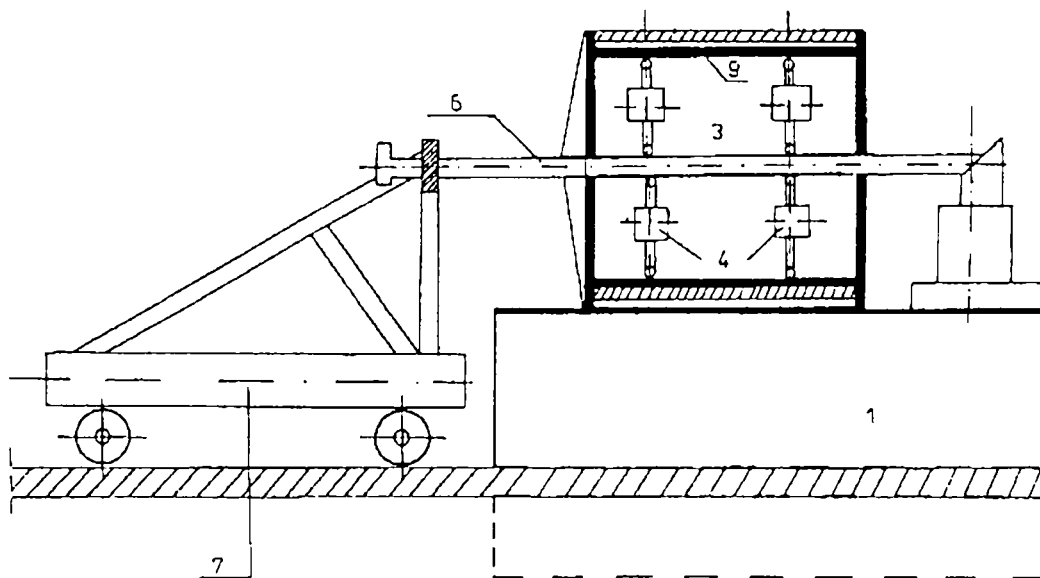


Fig. 67

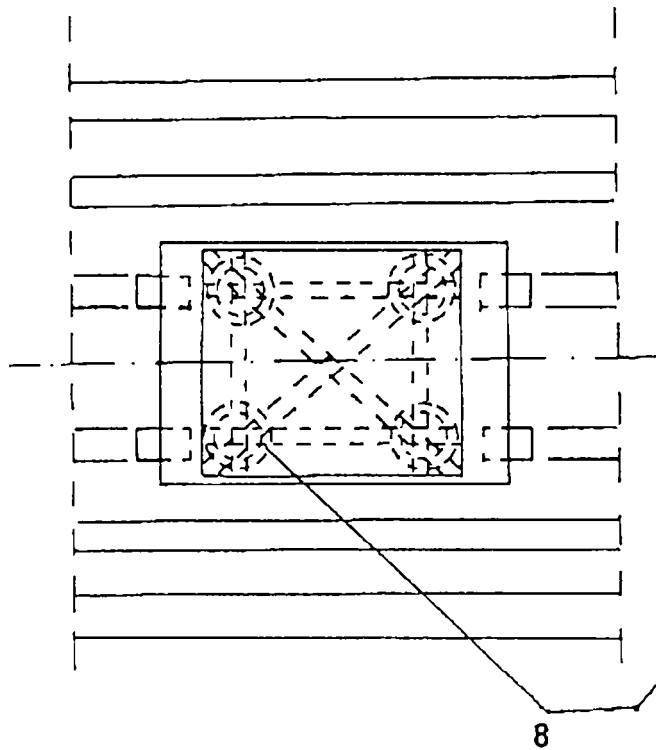


Fig. 68

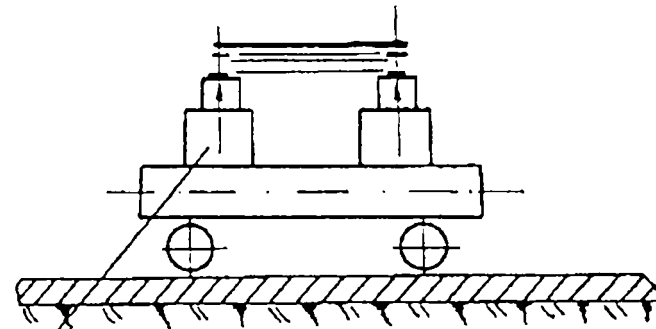


Fig. 69

Modul de lucru al instalației este următorul: se fixează cu eclise și buloane cofrajul exterior 2 de longrinele metalice 1. Se montează armătura necesară bolțarului în interiorul cofrajului 2, după ce în prealabil a fost aplicată o rășină epoxidică în peretele cofrajului, în cantitate necesară, astfel încât să fie acoperită placa inferioară bolțarului. Se introduce echipamentul hidraulic 3 fixat pe cadrul mobil 7 prin intermediul tijei 6, după care se introduce ulei în instalația hidraulică, iar prin intermediul cilindrilor hidraulici 4 se poziționează cofrajul interior 9.

Se toarnă în continuare beton până la umplerea completă a cofrajului.

După întărirea betonului, se evacuează uleiul din echipamentul hidraulic și ca urmare întregul echipament se strânge în jurul tijei.

Se deplasează întreg echipamentul, cu ajutorul căruciorului 7, în afara formei turnate. După desfacerea părții mobile inferioare a cofrajului exterior se reintroduce căruciorul 7 echipat cu cricurile hidraulice 8, sub bolțarul turnat, se ridică acesta cu 2-3 mm pentru a elimina frecarea dintre bolțar și cofraj și se deplasează bolțarul turnat prin împingerea lui lângă ceilalți, turnați anterior, și ciclul se repetă menținând cofrajul exterior fix.

Prezenta tehnologie constituie soluție originală pentru care OSIM a emis Brevetul de Invenție Nr. 112125/ 1997.

3.5. Montajul bolțarilor prefabricați pentru un pod cu trei deschideri.

Bolțarii prefabricați rezultați din instalația descrisă se depozitează în ordinea montajului, cu respectarea poziției acestora, în vederea precomprimării (bolțari de câmp și bolțari de rezeme intermediare și finale), ținându-se cont de traseul cablurilor de precomprimare.

3.5.1. Schema de montaj cu utilizarea eșafodajelor provizorii.

Pentru un pasaj superior cu trei deschideri, tehnologia de montaj este următoarea: [40]

- structura se execută prin două semistructuri independente, montând în deschiderea centrală alături de pile, eșafodaje din lemn sau metalice; se execută

apoi cele două semistructuri după procedeul descris pe larg pentru pasajul cu două deschideri

- se deplasează cele două semistructuri până la închiderea completă a tablierului, de asemenea fără marea rostului central, urmată apoi de precomprimarea longitudinală definitivă a acestuia.

Tehnologia de montaj se poate vedea în fig.70, iar fazele finale în figurile 71 – 72.

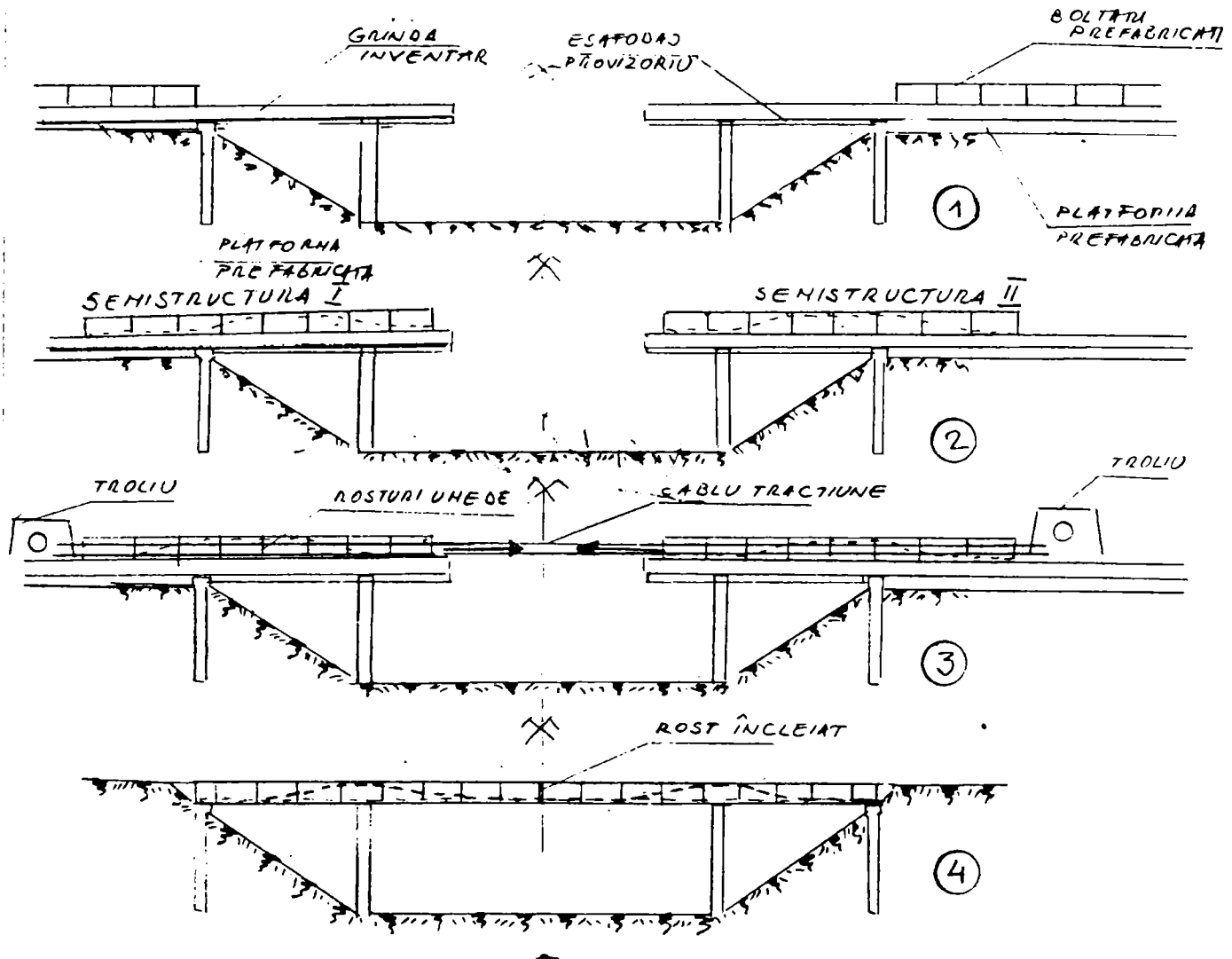


Fig. 70



Fig. 71

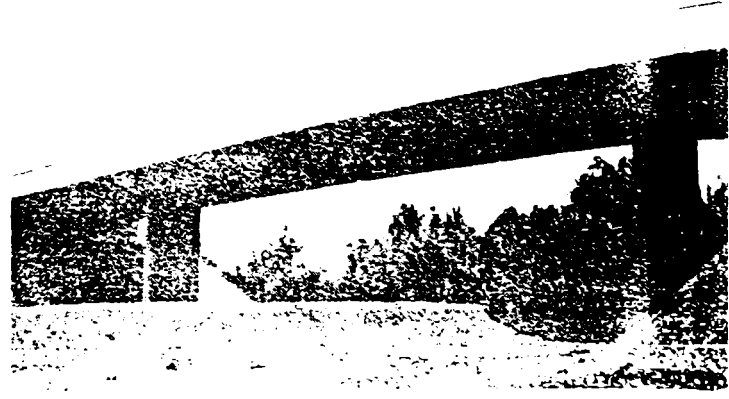


Fig. 72

Pentru a facilita deplasarea semistructurilor, pe eșafodajele montate în deschiderea centrală sunt prevăzute patru prese hidraulice de 100 tf care susțin primul bolțar, iar deasupra stâlpului se montează suplimentar încă două prese hidraulice pe reazeme de teflon, care permit deplasarea pe orizontală, fig. 73 – 74. [40]

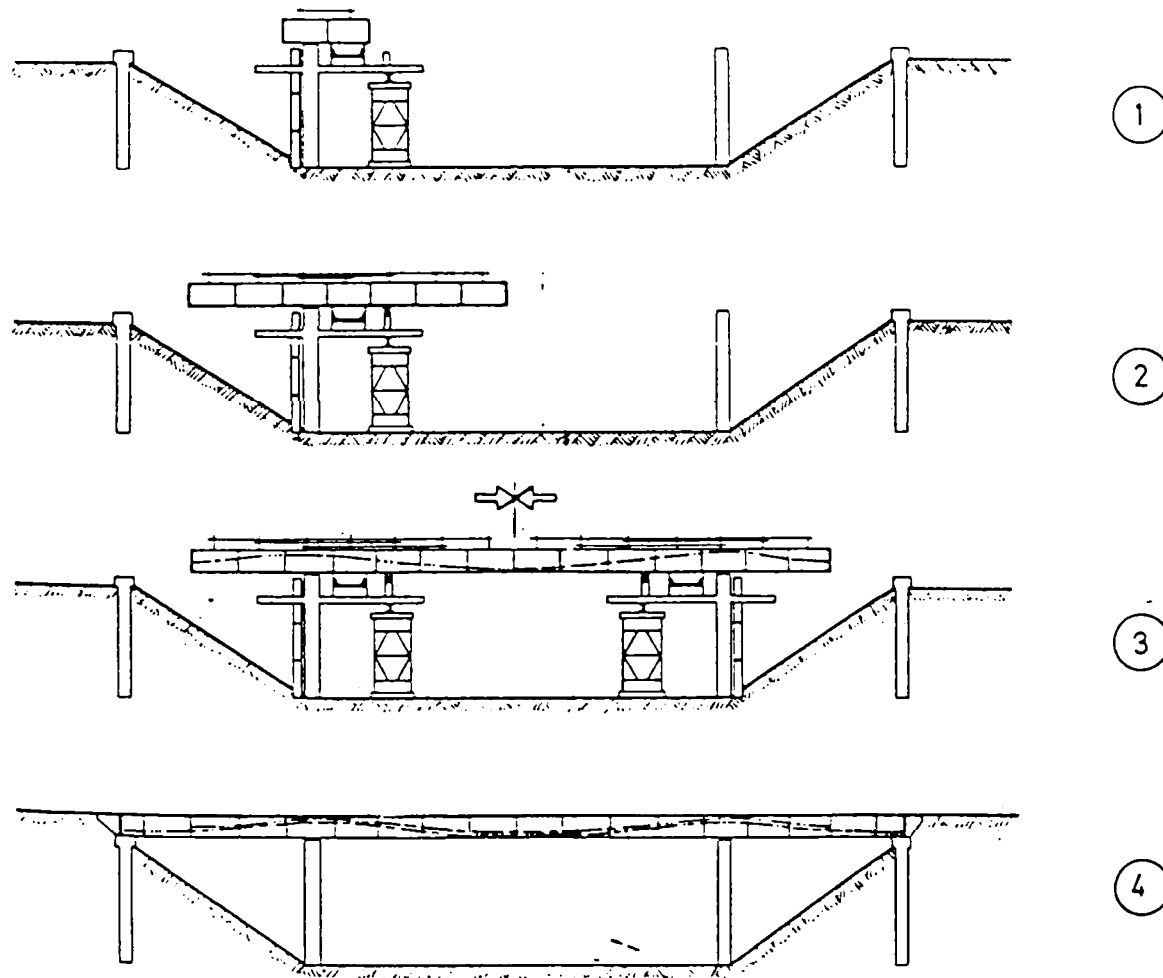


Fig. 73

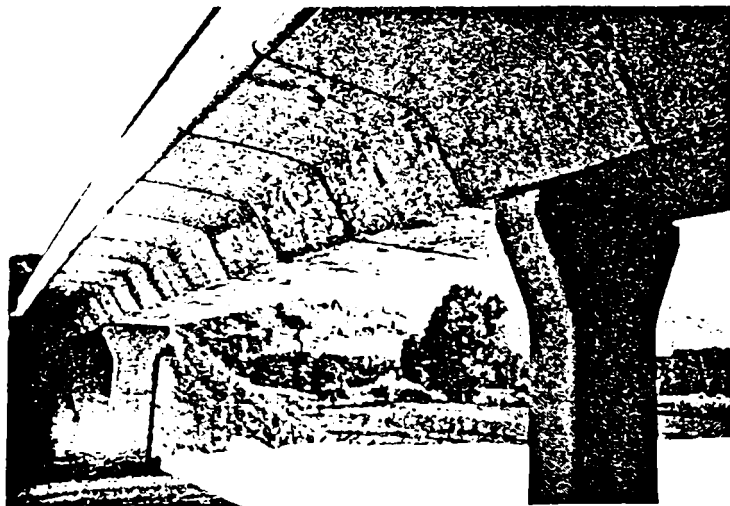


Fig. 74

3.5.2. Matarea rosturilor.

Pentru asigurarea geometriei și continuității tablierului alcătuit din bolțari prefabricați precomprimați, este imperios necesară matarea rosturilor; prin aceasta se realizează o etanșizare a rosturilor transversale, se asigură continuitatea traseelor cablurilor pentru pretensionarea definitivă.

Atât pentru realizarea precomprimării exterioare provizorii în faza I-a, cât și a celei definitive - faza a-II-a a întregului tablier, se utilizează matarea uscată a rosturilor. Pentru aceasta este necesară obținerea unor suprafețe plane de contact integral a celor doi bolțari, grosimea rostului uscat nedepășind 1-1,5 mm. Acest lucru impune ca: fie turnarea bolțarului nou să se efectueze pe secțiunea celui turnat anterior, în prealabil aceasta fiind tratată corespunzător pentru ca betonul proaspăt turnat să nu adere la cel turnat anterior, fie ca prin decofrarea bolțarului executat să rezulte o suprafață netedă și deci îngrijit turnată, astfel ca matarea rostului să se execute prin procedeul uscat, iar suprafețele să se juxtapună.

Prelucrarea suprafețelor de contact în cele două situații se realizează folosind rășini epoxidice; fenomenul se mai numește încleierea rosturilor.

3.5.2.1. Matarea uscată a rosturilor.

Pentru explicitarea execuției, s-a luat în considerare o pereche de bolțari pozați consecutiv dintr-o secțiune curentă casetată. Cele două secțiuni care vin în contact se curăță, apoi se aplică un strat de rășină epoxidică, ce are rolul de a etanșiza rostul. Prin montaj se apropie cele două secțiuni și se assemblează provizoriu cu ajutorul unor dispozitive fixe exterioare – fig. 75 – 78. [50]

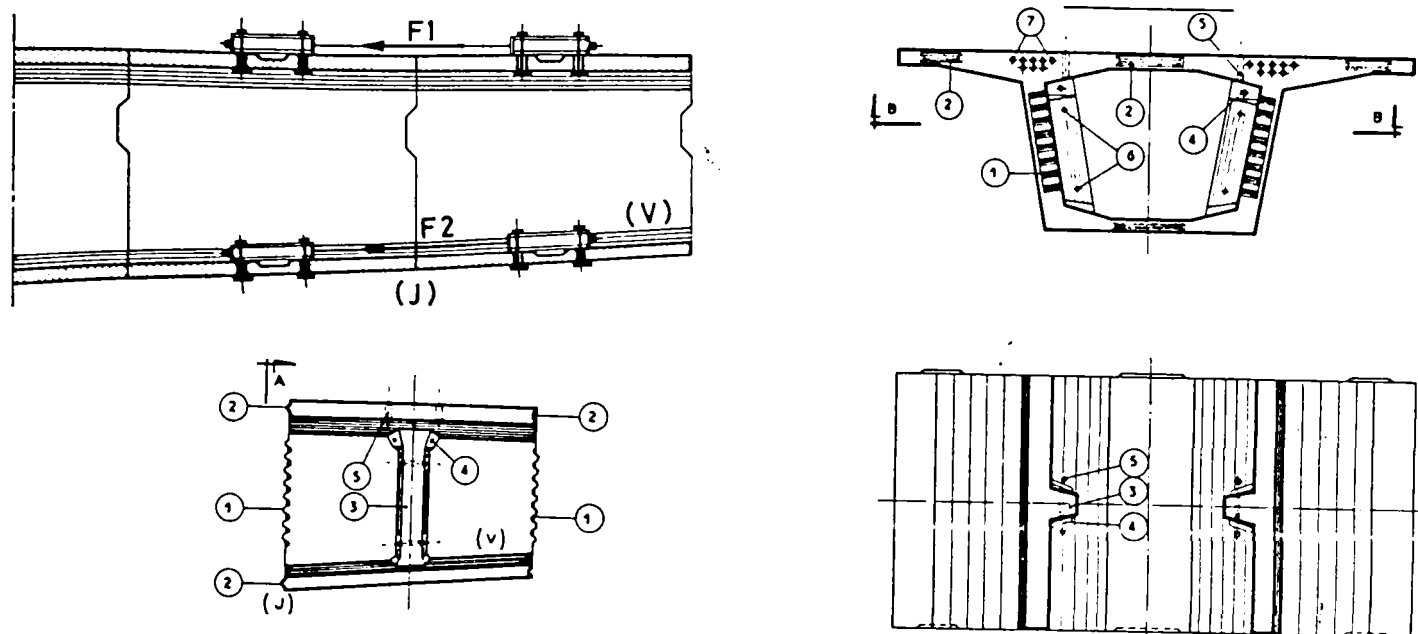


Fig.75

Armătura provizorie care este pretensionată, poate fi atât sub formă de cabluri scurte de cca. 1 m lungime ca în fig. 76, cât și sub formă de bare ca în fig. 77, sau tije metalice speciale, ca în fig. 78. Oricum, această armătură este refolosibilă, ea demontându-se după realizarea precomprimării definitive.

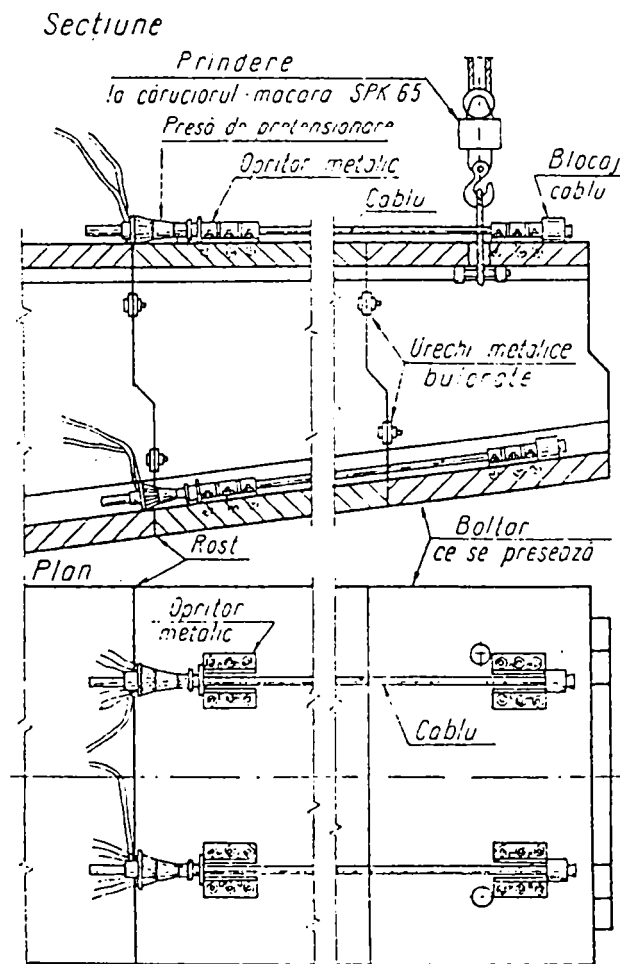


Fig. 76

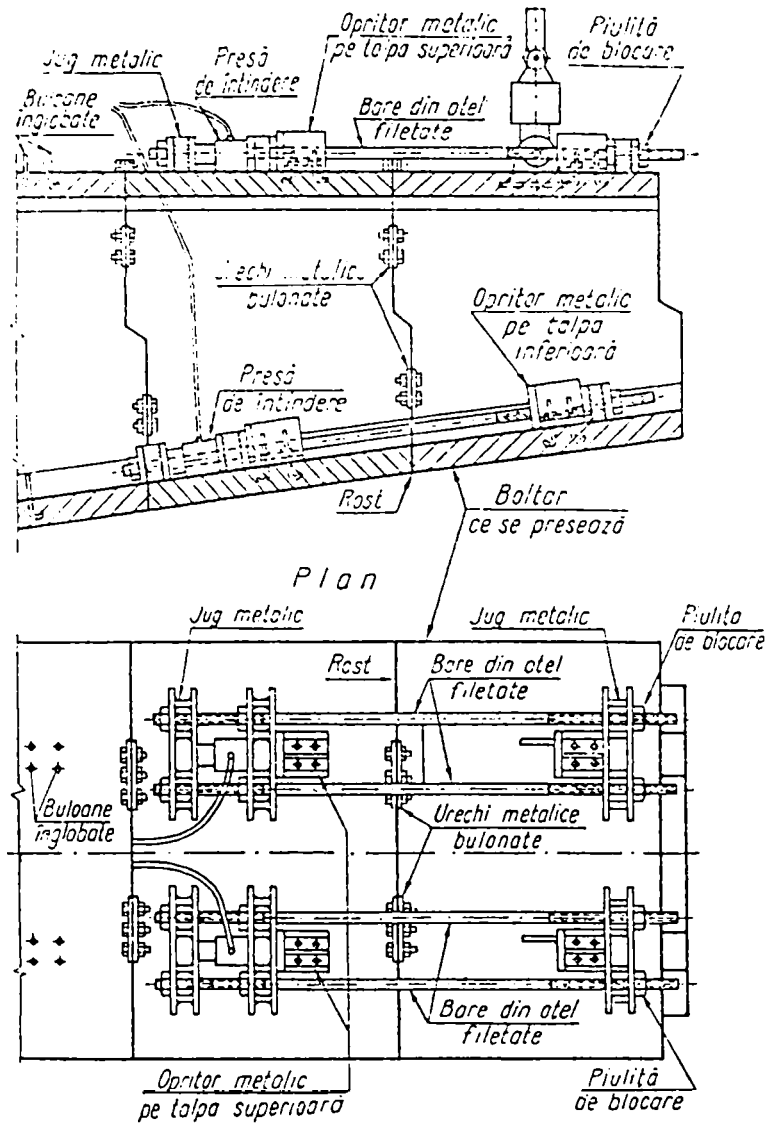


Fig. 77

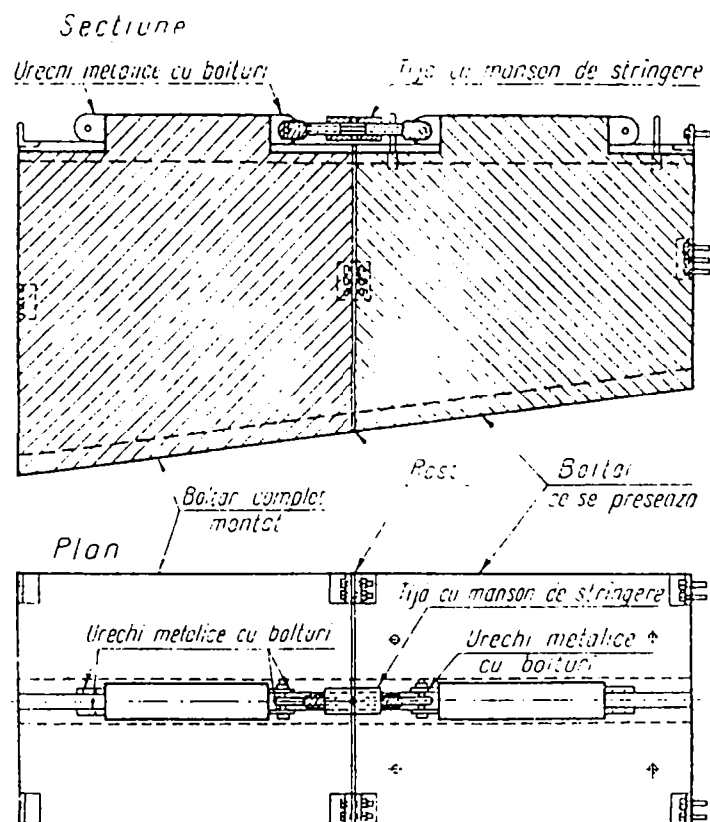


Fig. 78

Forțele care se manifestă la suprafața de contact dintre 2 bolțari, sunt prezentate în fig. 79

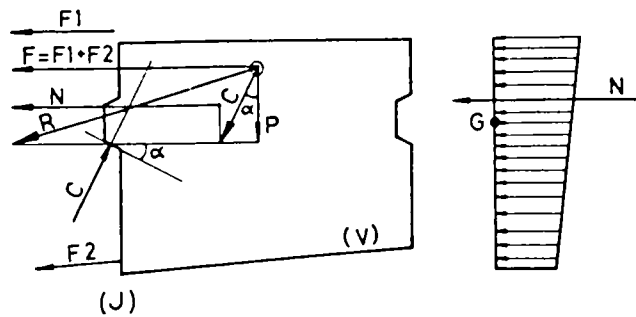


Fig. 79

Se poate observa că rezultanta R se descompune după două direcții - o reacțiune C care trebuie preluată de diblul dințat și o reacțiune orizontală N care contribuie la etanșizarea rostului.

Intrucât reacțiunea C face un unghi α , se poate scrie o relație de echilibru: $F - N = P \operatorname{tg} \alpha$; unde $F = F_1 + F_2$ - forța de precomprimare; $\operatorname{tg} \alpha = 1/2$ deci, forța de precomprimare F la limită trebuie să fie egală cu $P/2$.

Efortul de precomprimare provizoriu $F = F_1 + F_2$ trebuie astfel evaluat încât să se obțină față de reacțiunea orizontală N o distribuție cât mai apropiată de cea uniformă a eforturilor de compresiune pe întreaga înălțime a secțiunii transversale.

Concomitent cu marea perechilor de bolțari se introduc și cablurile de precomprimare longitudinală, având trasee specifice pentru fiecare cablu. Bolțarii se ancorează în prealabil, introducându-se tensiunile definitive îndeosebi pe sectoarele cu trasee înclinate - fig.80

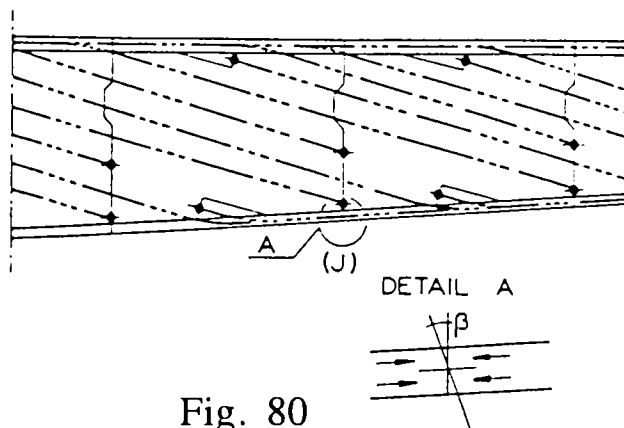


Fig. 80

După terminarea precomprimării unei perechi de bolțari, se atașează alt bolțar în ordinea montajului și operațiunea se repetă. Nu se montează alt bolțar sau altă pereche de bolțari, stg. - dr., fără matarea rosturilor și precomprimarea definitivă a celor montați anterior; are loc apoi precomprimarea longitudinală cu cablurile cu trasee drepte. Faza finală de exploatare este redată în fig.81



Fig. 81

Eforturile unitare care se dezvoltă în rosturile transversale sunt cuprinse între 10-25 daN/cm² pentru precomprimarea provizorie și 40 daN/cm² pentru precomprimarea definitivă. În final are loc precomprimarea întregului tablier și darea lui în folosință după terminarea operațiunilor de echipare.

3.5.2.2. Matarea umedă a rosturilor.

În situațiile în care rosturile dintre bolțarii care urmează să se asambleze nu sunt amenajate în mod special - dibluri dințate, creneluri, dinți "de asamblare", etc., pentru realizarea mătării se utilizează procedeul umed - matarea se execută cu un beton de clasă Bc50 - Bc65 de consistență vârtoasă care realizează etanșeizarea rostului.

Mentținând exemplul anterior de secțiuni casetate, pentru explicitare se prezintă un pod realizat în Franța, care utilizează boltari casetați, asamblați prin precomprimare longitudinală fig.82 [40]

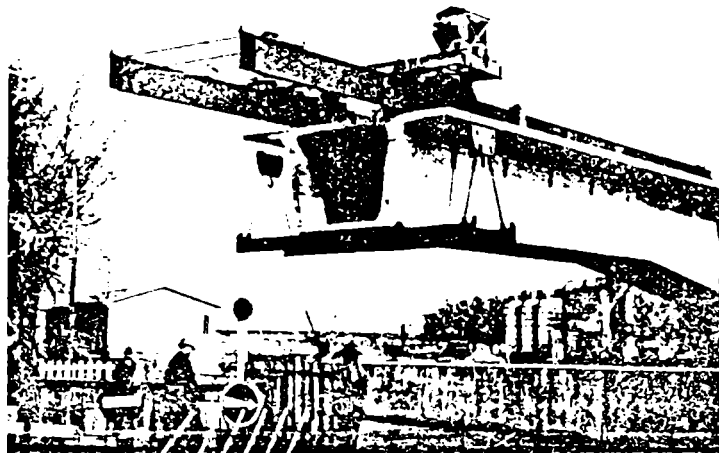


Fig. 82

Se poate observa cum se assemblează perechile de bolțari și se matează rosturile cu beton utilizând sistemul de grinzi auto lansatoare și macarale glisante în consolă fig.83

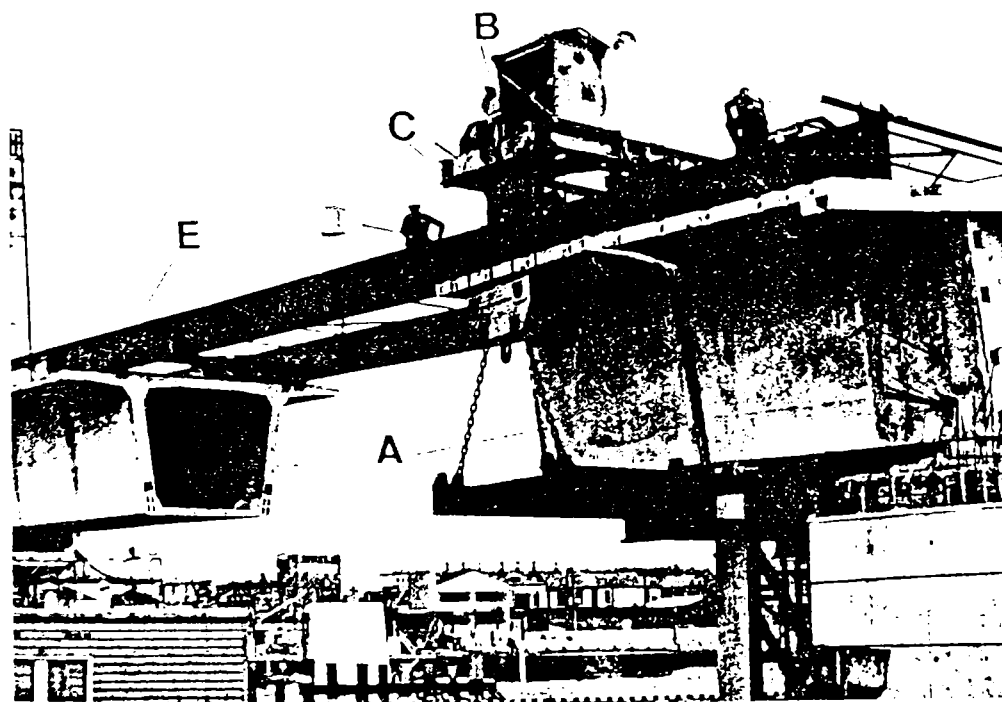


Fig. 83

În fig.84 se poate vedea un tronson de tablier precomprimat definitiv, cu rosturi matate umed, format din patru bolțari asamblați pe un eșafodaj provizoriu.

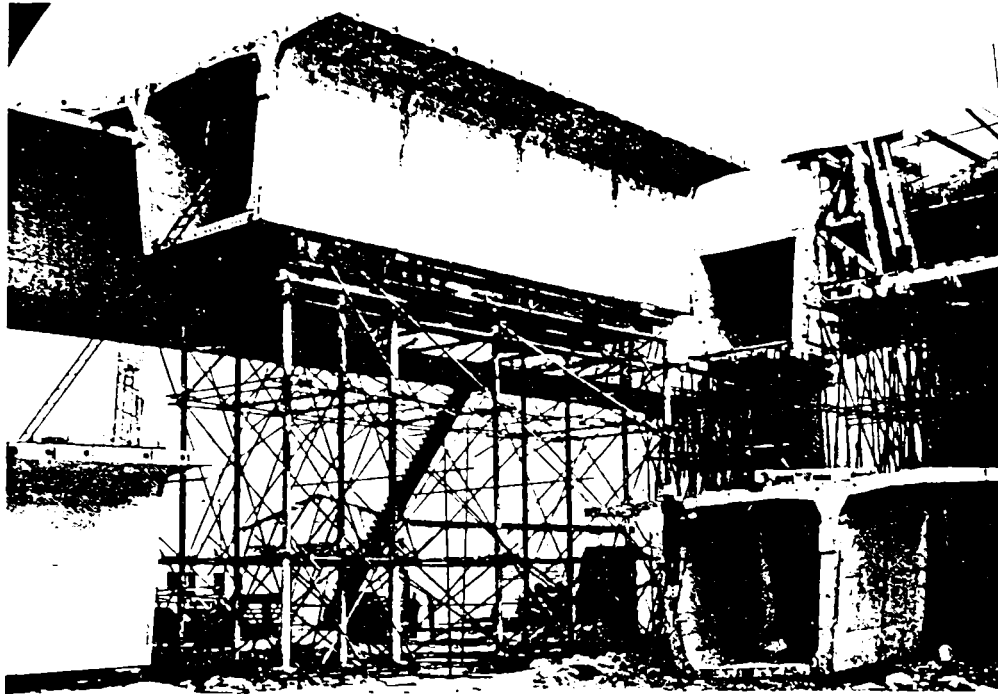


Fig. 84

În fig.85 este prezentată operațiunea de atașare a unui bolțar la cei realizați anterior.

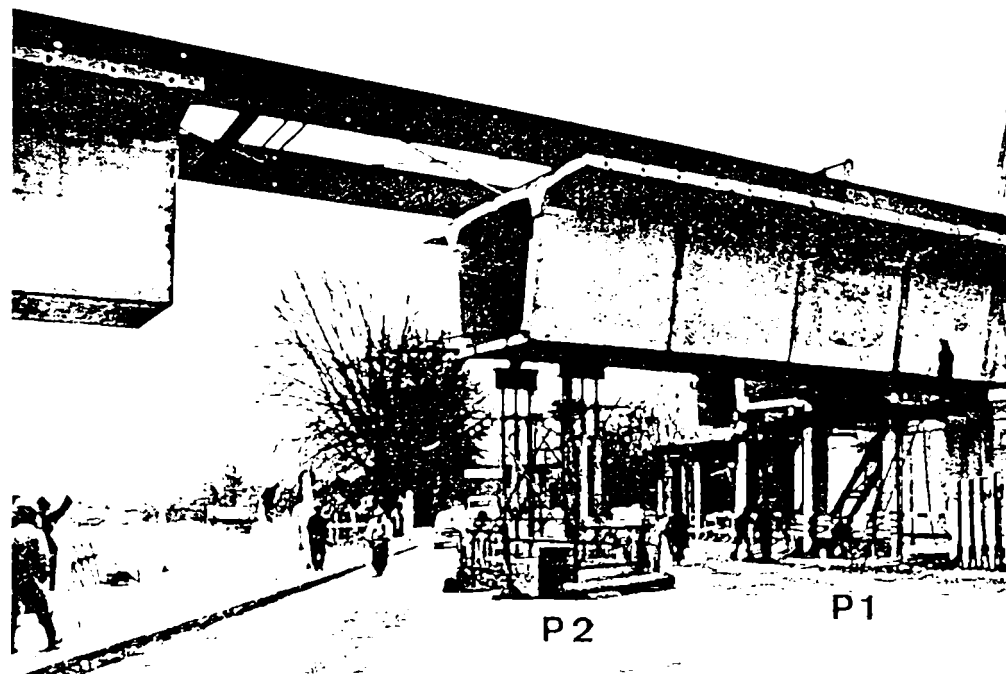


Fig. 85

3.6. Execuția unei structuri continue precomprimate din elemente prefabricate.

Tehnologia de execuție se referă la un procedeu de realizare a unei structuri continue precomprimate din elemente prefabricate nervurate pentru poduri și structura obținută conform procedului, care se utilizează pentru executarea suprastructurilor de poduri, pasaje superioare sau viaducte, asigurând continuitatea unei căi de comunicație rutieră. [19]

Aceste suprastructuri de poduri se încadrează în categoria podurilor cu dală ortotropă cu nervuri dese, dispuse pe două direcții perpendiculare, în scopul reducerii încărcării permanente și se execută cu o înălțime de circa $1/20 \dots 1/40$ din deschiderea de calcul, mult mai mică decât cea a unei structuri similare realizată pe grinzi. Aceste suprastructuri se folosesc pentru deschideri cuprinse între 20...40 m, cu posibilități de extindere [71, 72]

Așa cum s-a relatat până acum, realizarea unei dale pentru suprastructurile de poduri se poate face prin mai multe procedee cunoscute, din care o parte se utilizează în mod curent, cum sunt: a) execuția monolită a dalei cu încorporare de tuburi de cofraj pierdut pentru realizarea de goluri; b) din elemente prefabricate nervurate cu goluri obținute prin secționarea transversală a suprastructurii; c) din elemente prefabricate nervurate cu goluri obținute prin secționarea longitudinală a suprastructurii care este și o soluție tipizată.

Dezavantajele acestor trei soluții constau din următoarele:

- pentru prima soluție este necesar un consum sporit de materiale pentru cofrajele exterioare și elementele de susținere a acestora (eșafodaje, sprijiniri), confecționarea unor cantități importante de armătură pe șantier, montarea acesteia, cantități sporite de cofraj pierdut pentru realizarea golurilor (tuburi din PVC, tablă subțire, carton presat sau azbest); toate acestea însumează un volum de manoperă sporit și o productivitate a muncii mică cu cheltuieli materiale mari;

- pentru a doua soluție, care nu este suficient răspândită, este necesar transportul, montarea și susținerea unor prefabricate grele;

- pentru a treia soluție, prin specificul elementelor precomprimate liniare, nu se poate asigura o continuitate pe mai multe deschideri, astfel încât suprastructura are rosturi amplasate deasupra reazemelor, cu toate inconvenientele pe care le produc (neplaneitate a căii, necesită dispozitive de acoperire a rosturilor foarte costisitoare, iar dacă se execută rosturi clasice, în lungul rostului se distruge planeitatea căii prin deformația plastică a masticului din rosturi); pe de altă parte eliminarea apelor care pătrund accidental în golurile dalei nu se poate efectua în condiții tehnice normale.

3.6.1. Execuția tablierului în condiții de șantier.

Așa cum am menționat la paragraful 3.6. se va prezenta în continuare o structură continuă nervurată pe cele două direcții, cu nervuri perpendiculare între ele care se execută pe standul de prefabricate, se assemblează cu ajutorul unor antretoaze monolite - beton turnat in situ și care apoi se precomprimă cu ajutorul corzilor aderente longitudinal pe tronsoane de tablier.

Prin procedeul de realizare a structurii menționate se elimină dezavantajele enumerate prin aceea că se asigură o distribuție mai rațională a eforturilor în sens longitudinal și transversal, procedeul constând într-o primă fază în care se execută un număr de elemente prefabricate, cu nervuri dispuse pe două direcții perpendiculare între ele și o placă superioară, după care aceste elemente prefabricate se assemblează prin monolitizare transversală și precomprimare longitudinală, urmată de o lansare în deschidere a podului, de pe unul din maluri, prin procedeul de împingere cu ajutorul unor prese hidraulice, continuitatea pe reazemele intermediare este asigurată prin precomprimare longitudinală a suprastructurii, iar după lansare și așezare definitivă pe reazeme, urmează să se monteze dispozitive de evacuare a

apelor și în ultima fază să se amenajeze calea de rulare și trotuarele cu plăci prefabricate și parapetul aferent.

Structura continuă include elemente prefabricate nervurate obținute prin secționarea transversală a tablierului, care la rândul lor sunt formate din nervuri longitudinale și transversale cu rol de grinzi longitudinale, de înălțime redusă respectiv antretoaze și placă superioară, se assemblează pe o platformă amenajată pe una din rampele podului, prin monolitizarea plăcii, a nervurilor longitudinale și prin precomprimare longitudinală. Pentru a realiza această continuitate se lasă niște armături longitudinale de continuitate atât în nervurile longitudinale cât și în placa superioară, de asemenea se lasă niște goluri în nervurile longitudinale pentru introducerea armăturii pretensionate.

Aplicarea procedurii prezintă următoarele avantaje:

- utilizează elemente prefabricate precomprimate nervurate de înălțime redusă, cu placă superioară, nervuri longitudinale și transversale de secțiune adecvată;
- permite realizarea unor structuri continue, eliminând rosturile intermediare, în consecință dispozitivele de acoperire a acestora;
- structura obținută asigură o distribuție mai rațională a eforturilor în sens longitudinal și transversal;
- prin folosirea elementelor prefabricate se reduc substanțial consumul de energie și manoperă pentru realizarea cofrajelor și a golurilor;
- prin introducerea precomprimării longitudinale și datorită stabilității deosebite a elementelor prefabricate, se asigură o foarte bună comportare spațială a dalei ortotrope obținute conform procedurii;
- pentru preluarea momentelor încovoietoare negative care apar în faza de lansare prin împingere în diferite secțiuni ale tablierului monolitizat precomprimat, se montează niște dispozitive provizorii recuperabile, alcătuite

din profile metalice și tiranți, care după lansarea tablierului pe infrastructura podului, se demontează, realizându-se în acest fel economie de materiale.

- prin folosirea sistemului de rezemare tip grindă continuă, se realizează încărcarea centrică a infrastructurilor intermediare, permițând reducerea dimensiunilor geometrice ale acestora;

- se reduce greutatea proprie a suprastructurii, prin realizarea unei dale ortotrope cu nervuri și prin utilizarea unor materiale de calitate superioară;

- se pot realiza înălțimi de structură de $L/32$, pentru deschideri mai mici de 30 m și $L/40$ pentru deschideri de până la 40 m.

Transformând pentru calcul structura continuă într-o succesiune de structuri simplu rezemate cu caracteristici diferite dar cu aceleași deformații ca și ale structurii continue, s-a determinat starea de solicitare în dala continuă; folosind solicitările determinate s-a verificat starea de eforturi unitare în beton și armătură, luând în considerare dimensiunile reale ale dalei continue pe fiecare deschidere.

Aceste verificări au arătat că procedeul propus pentru realizarea structurii ca dală continuă este corect.

În continuare relievez prin figurile 86-94 modul de realizare a procedeului:

- fig.86, secțiune transversală a unei suprastructuri continue precomprimate, alcătuită din elemente prefabricate nervurate pentru poduri, cu sau fără trotuar;

- fig.87, secțiune parțială longitudinală printr-un tablier de pod, alcătuit din elemente prefabricate nervurate monolitizate;

- fig.88, secțiune parțială în plan printr-un tablier de pod, alcătuit din elemente prefabricate nervurate monolitizate;

- fig.89, secțiune longitudinală a unei deschideri curente la un tablier de pod continuu, precomprimat, alcătuit din elemente prefabricate nervurate, în faza de lansare prin împingere;

- fig.90, vedere laterală de detaliu cu prezentarea dispozitivului recuperabil necesar pentru preluarea momentelor încovoietoare negative din secțiunea de câmp a unei deschideri curente, la traversarea reazemului, în faza de lansare prin împingere;

- fig.91, secțiune transversală de detaliu cu prezentarea dispozitivului recuperabil necesar pentru preluarea momentelor încovoietoare negative din secțiunea de câmp a unei deschideri curente, la traversarea reazemului, în faza de lansare prin împingere;

- fig.92, secțiune longitudinală cu prezentarea sistemului principal de precomprimare a unui tablier de pod continuu alcătuit din elemente prefabricate nervurate;

- fig.93, secțiune de detaliu în lungul rostului de monolitizare dintre două elemente prefabricate nervurate, pregătit pentru betonare cu cofraj și armătură;

- fig.94, secțiune de detaliu transversală rostului de monolitizare dintre două elemente prefabricate nervurate, pregătit pentru betonare cu cofraj și armătură pasivă respectiv pretensionată, continuizate.

Conform procedului sunt utilizate elementele prefabricate **1** care rezultă dintr-o secționare transversală a tablierului pentru câmp și reazeme, cu o placă **A**, cu nervuri **B** și nervuri transversale **C**. În nervurile longitudinale **B**, sunt plasate armăturile **2** și armăturile pretensionate **3** cu ajutorul cărora se realizează precomprimarea longitudinală a elementelor prefabricate.

Solidarizarea tablierului se face prin monolitizări transversale **D** pe lățimea tablierului, monolitizarea nervurilor longitudinale **B** ale elementului prefabricat **1** în care se prind armăturile **2** cu etrierii **4**, un manșon **5** pentru protejarea armăturii longitudinale pretensionate **3**, alte armături **29** în placa a care asigură monolitizarea acesteia în scopul realizării unei dale ortotrope prefabricate precomprimare.

Tablierul de pod format prin monolitizarea transversală **D** și precomprimare longitudinală se lansează prin tehnica împingerii în deschiderile podului peste reazemele **16** ale infrastructurii, cu ajutorul dispozitivelor provizorii **10** și a tiranților **14** fixați cu ajutorul șuruburilor **12**, care trec prin golurile **11** prevăzute în placa superioară **A** a elementului prefabricat, fixate cu niște piulițe **13**, care după montarea definitivă pe reazemele **16** se recuperează integral ca materiale de inventar.

Elementele prefabricate **1** alcătuite din placa superioară **A**, nervurile longitudinale **B**, care au prevăzute goluri pentru introducerea armăturii de pretensionare **3**, se solidarizează cu monolitizările transversale **D**. Toate elementele tablierului și anume: placa **A**, nervuri longitudinale **B**, nervuri transversale **C** cu monolitizările armăturii pasive și pretensionate, rezultă dintr-un calcul de dimensionare și verificare a suprastructurii din beton precomprimat.

Monolitizarea transversală **D** se realizează, prin turnarea betonului in situ, din armături longitudinale **2**, etrierii **4** și armături **29**, betonul fiind turnat în cofraje **7** și **25** fixate cu tijele șurub **8** ce trec prin niște goluri **9** și fixate cu piulițe **6**, respectiv cu ajutorul unor șuruburi **26** din goluri **27** aflate în plăcile **A** și piulițe **28** și manșoanele din cauciuc **5** care protejează armătura pretensionată **3** ce străbate elementul prefabricat nervurat **1**.

După întărirea betonului din monolitizarea de beton armat **D**, cofrajele **7** și **25** se recuperează integral, betonul de monolitizare având aceeași clasă cu cea a betonului din elementul prefabricat **1**.

Tablierul de pod din elemente prefabricate nervurate și precomprimate impune utilizarea unor grinzi lonjeron **22**, grinzi parapet **23**, borduri apă ră roată **19**, elementele de trotuar plăci prefabricate **20**, parapetul **21** și dispozitivele din fontă **24** pentru evacuarea apelor, turnarea unei șape de egalizare **17**, hidroizolație **33** și îmbrăcămintea căii de rulare **18**.

Procedeul de realizare a structurii continue precomprimate din elemente prefabricate nervurate pentru poduri dalate, constă dintr-o primă fază în care se assemblează prin monolitizare și precomprimare longitudinală, elementele prefabricate nervurate **1**, corespunzător lungimii a două deschideri de tablier, pe o platformă amenajată. Elementele prefabricate **1** compuse dintr-o placă **A**, nervurile longitudinale **B** și nervurile transversale **C** ale căror dimensiuni rezultă dintr-un calcul de dimensionare a tablierului, se solidarizează cu ajutorul monolitizărilor de beton armat **D** turnat in situ, prevăzute cu armăturile **29** și etrierii **4**.

3.6.2. Lansarea tablierului pe deschiderile podului prin metoda împingerii.

Se procedează la lansarea prin tehnica împingerii pe reazemele infrastructurii **16**, a unei lungimi de tablier egale cu prima deschidere, utilizându-se suplimentar dispozitivele provizorii **10** și tiranții **14**; după lansarea primei deschideri se procedează la monolitizarea și asamblarea în continuare a celei de a treia deschideri, în condiții similare, urmată de împingere pentru acoperirea celei de a doua deschideri și procesul continuă până la acoperirea tuturor deschiderilor și realizarea completă a tablierului.

Înainte de lansarea fiecărei deschideri, se recuperează cofrajele **7** și **25**, cu piesele de fixare care au folosit la monolitizarea elementelor prefabricate nervurate, iar după lansarea integrală a tablierului se recuperează și dispozitivele provizorii **10** și **14**.

Urmează faza finală de amenajare a căii, turnându-se șapa de egalizare **17**, peste care se aplică stratul de hidroizolație **33**, se montează bordura apără - roată **19** și execută îmbrăcămintea căii de rulare **18**, se montează grinda lonjeron **22**, grinzile parapet **23**, plăcile de trotuar **20**, sub care se pot plasa niște tuburi **34** pentru cabluri de telecomunicații **15**, dispozitive de

SECTIUNE TRANSVERSALA
FARA TROTUAR CU TROTUAR

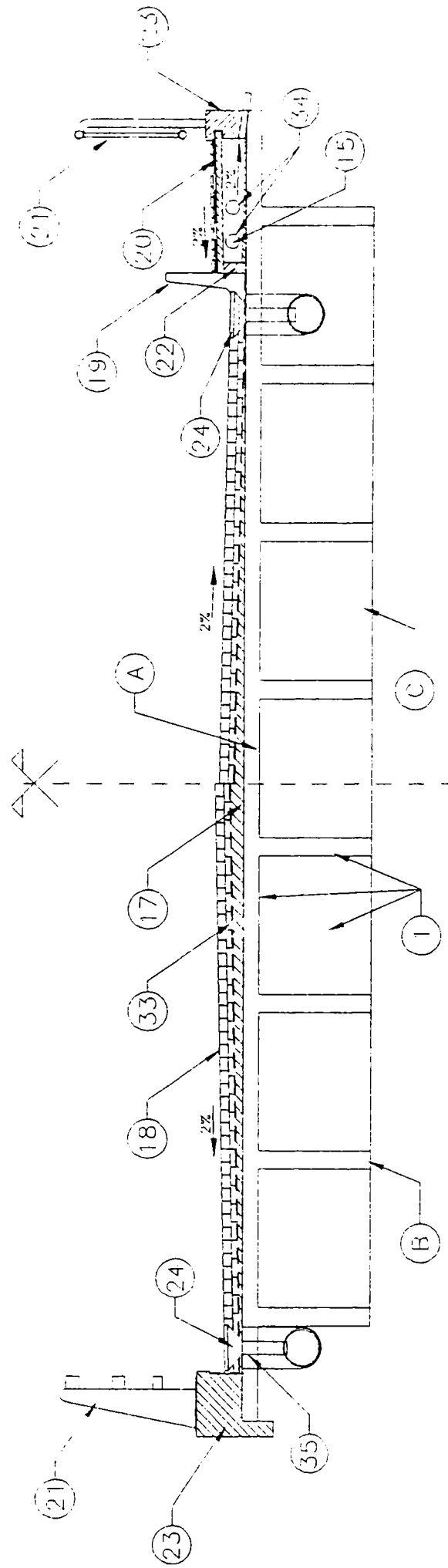


Fig. 86

SECTIUNE PLANA I-I

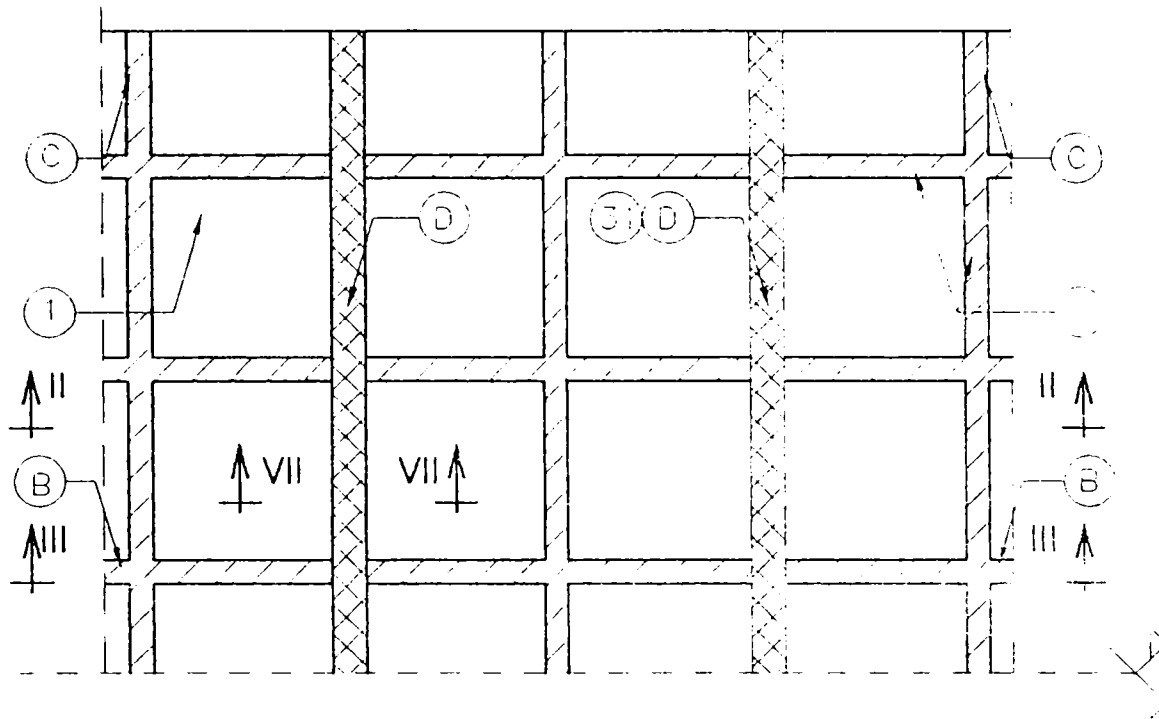


Fig. 87

SECTIUNE LONGITUDINALA II-II

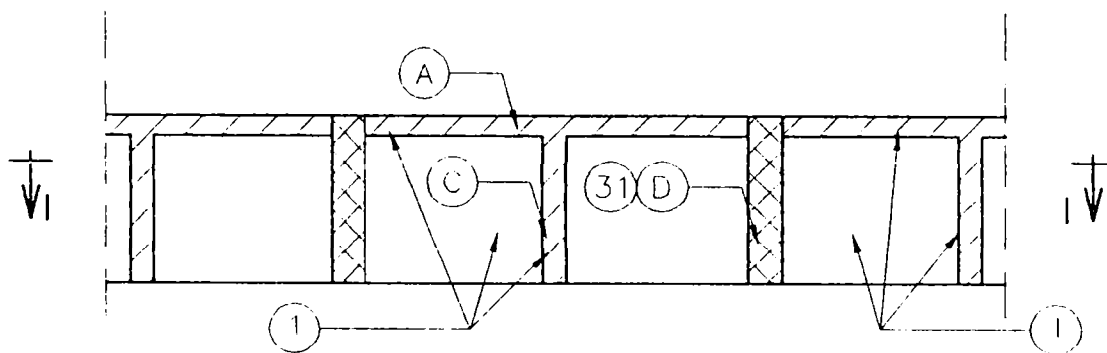


Fig. 88

SECTIUNE III-III

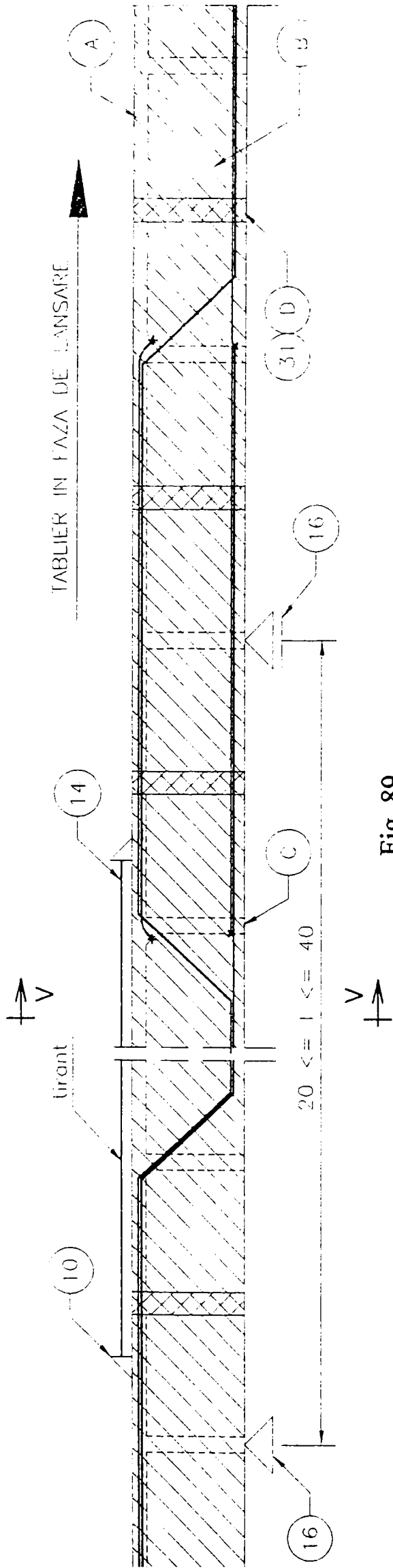


Fig. 89

VEDERE LATERALA IV-IV

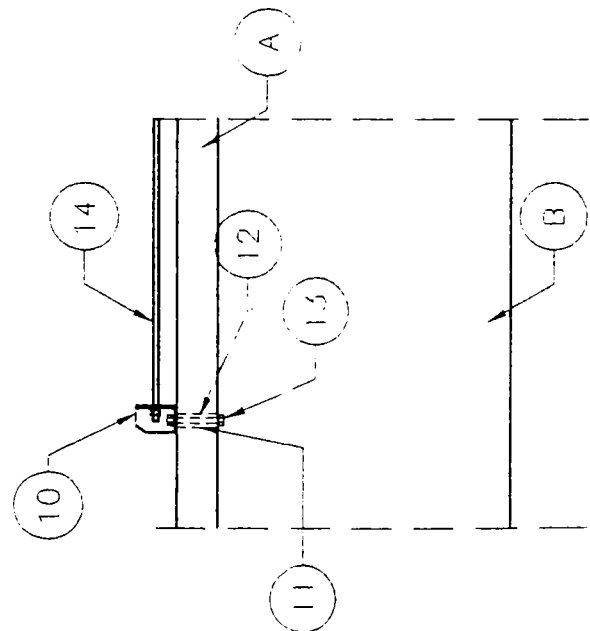


Fig. 90

SECTIUNE TRANSVERSALA V-V

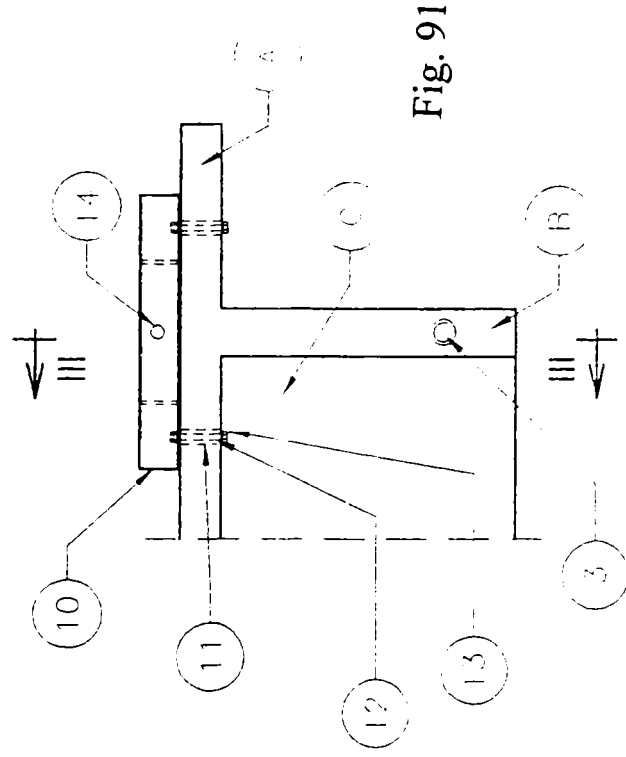


Fig. 91

SECTIUNE III-III

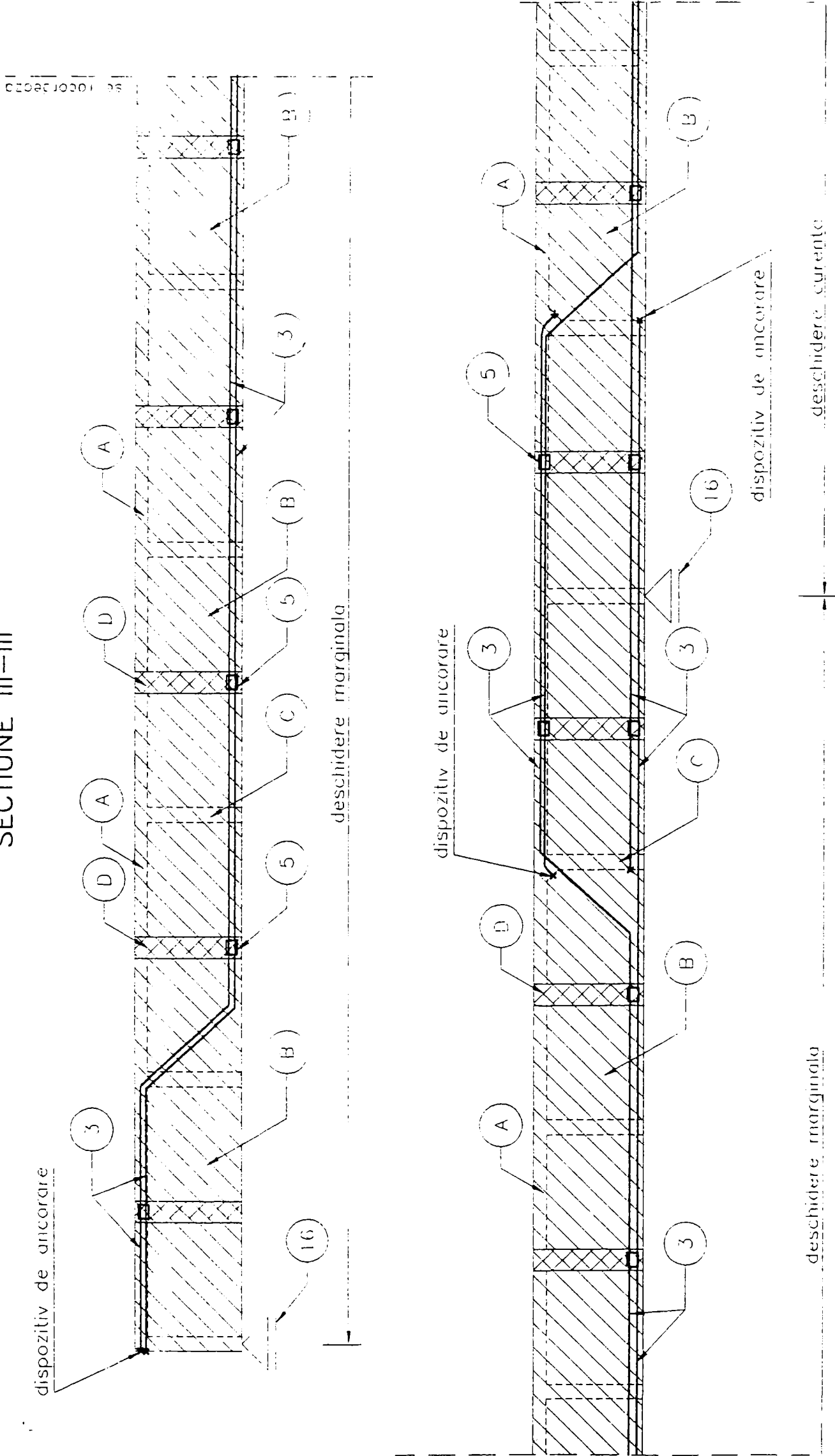


Fig.92

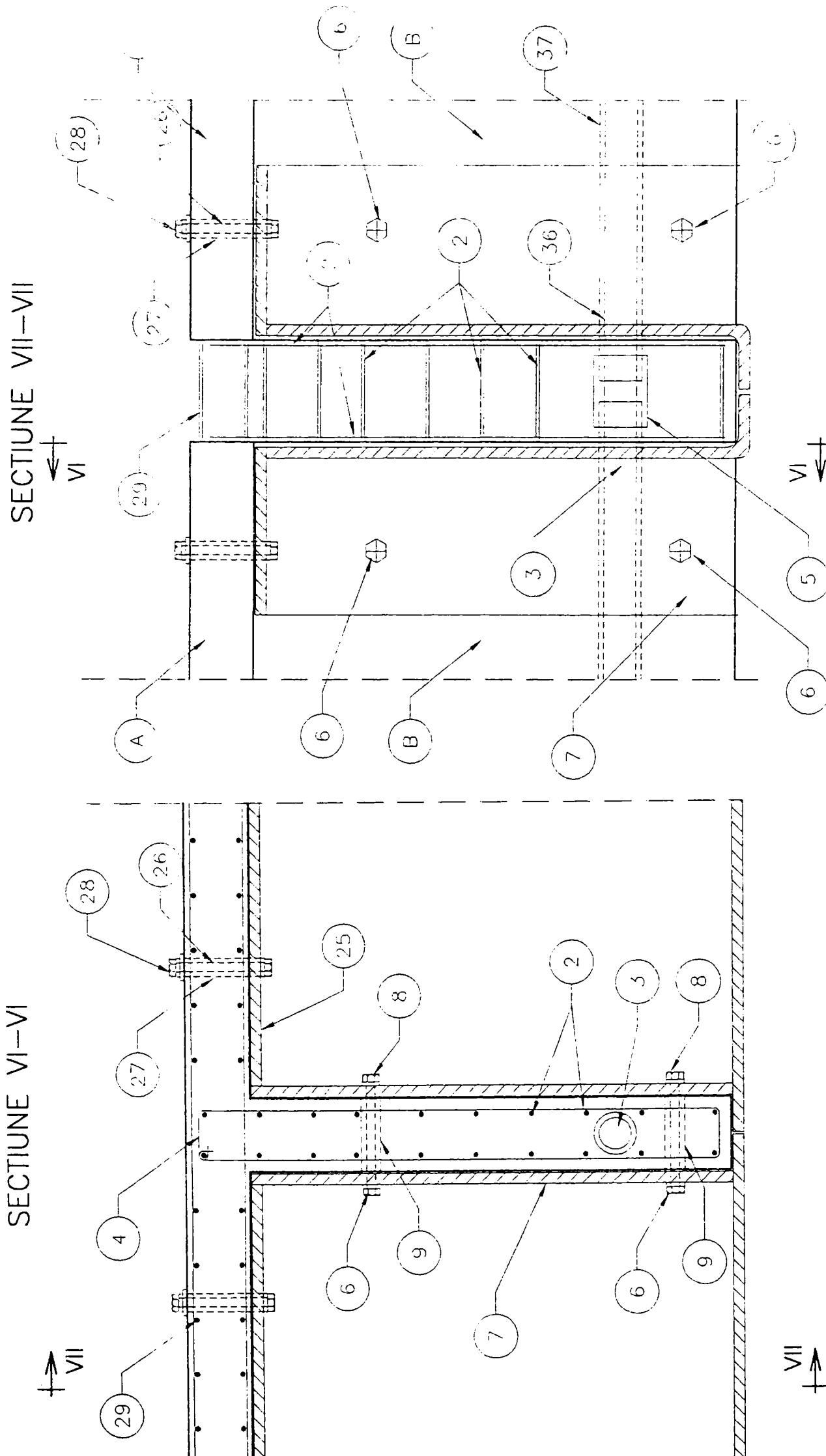


Fig.94

Fig.93



Fig. 95

3.6.3. Construcție pe mal și lansare prin împingere.

Sunt cunoscute mai multe metode de deplasare a suprastructurii podurilor de la locul de execuție în deschidere, deci de punere în situația de exploatare. Deplasarea poate fi: [17]

- a) o deplasare longitudinală a suprastructurii;
- b) o deplasare transversală (o ripare);
- c) o rotație a suprastructurii.

Metoda a) de construcție a suprastructurii podului pe mal, în lungul axului podului, și lansarea în poziție definitivă prin împingere reprezintă o tehnică cu aplicabilitate foarte largă.

Metoda b) de construcție alături de un pod existent (vechi sau nou) și punere în poziție definitivă prin ripare, deci prin deplasare transversală este specifică numai unor cazuri particulare.

Metoda c) de construcție a suprastructurii pe mal și punere în poziție definitivă prin rotație este specifică podurilor cu numai două sau trei deschideri și constă în construcția pe unul din maluri sau pe ambele maluri

a suprastructurii întregi sau a câte jumătate de suprastructură și apoi, deplasarea în poziție definitivă prin rotire în raport cu axul vertical al pilei sau axele verticale a celor două pile.

Prin construcția unei suprastructuri prefabricate de pod în poziția definitivă se înțelege asamblarea ei din tronsoane: [71, 72]

- a) prefabricate pe șantier, cu lungimi de la 3,00 m la 30,00 m;
- b) prefabricate în uzine, cu lungimi de cca. 3,00 m;
- c) prefabricate în uzine prin secționarea transversală în două elemente cu lungimea de cca. 6,00 m având o zonă monolită care se toarnă in situ pentru asamblarea tablierului.

Podurile lansate prin împingere se realizează cu două tipuri de secțiuni transversale:

- suprastructuri pe două grinzi principale cu placă superioară cu sau fără antretoaze;
- suprastructuri cu secțiune tip cheson cu sau fără diafragme de rigidizare.

Tehnica de construcție a podurilor pe mal și lansare în deschidere prin împingere este veche și s-a folosit la podurile metalice. [16] Nu a putut fi aplicată la podurile din beton din motivul că secțiunea de beton armat nu este capabilă ca în timpul împingerii să preia alternativ momente de încovoiere pozitive și momente de încovoiere negative și datorită faptului că necesită o forță de împingere foarte mare, din cauza greutatei mari a suprastructurii de beton și a frecărilor foarte mari pe reazemele din oțel. Tehnica a devenit posibilă, pe de o parte datorită apariției betonului precomprimat, care cu precomprimare definitivă, sau definitivă și provizorie, poate prelua în aceeași secțiune, atât momente de încovoiere negative cât și pozitive, și pe de altă parte datorită realizării aparatelor de reazem cu teflon, care au un coeficient de frecare cel puțin de 10 ori mai mic comparativ cu acelea din oțel.

Prima lucrare remarcabilă realizată pe mal și lansată prin împingere este podul peste râul Caroni, în Venezuela, proiectat de profesorul Dr. ing. F. Leonhard, dat în exploatare în anul 1964. De atunci, când prin această lucrare s-a marcat începutul, această metodă de construcție a podurilor pe mal și lansarea lor în poziție definitivă prin împingere a cunoscut o largă dezvoltare. Se apreciază că în prezent sunt realizate după această metodă peste 200 de poduri remarcabile, reprezentând împreună cu lucrările mai puțin importante o suprafață totală de tabliere lansate prin împingere de peste 2 milioane de mp, realizate în cca. 15 țări (în care este utilizată această tehnică de construcție a podurilor). Cu ocazia Congresului FIP - Praga, 1970, francezii prezintă un apeduct lansat prin împingere, această tehnică având astfel o vechime de cel mult 30 ani. În Germania această metodă este utilizată pentru construcția a 80% dintre podurile la care este adecvată, realizând deschideri până la 84 m.

Tehnica de construcție a podurilor pe mal și lansarea în deschidere prin împingere, se aplică atât pentru podurile de șosea cât și pentru acelea de cale ferată, acestea din urmă fiind mai avantajoase, deoarece necesită o precomprimare mai puternică, necesită de convoaiele de cale ferată mai grele. Tehnica lansării prin împingere poate fi aplicată numai suprastructurilor cu înălțime constantă. Cea mai mare deschidere realizată cu înălțime constantă o are podul peste râul Caroni în Venezuela de $47 + 4 \times 94 + 47$ m, înălțimea constantă fiind cerută de posibilitatea de realizare a unui sens de circulație în interiorul secțiunii cheson fig.....Ulterior deschiderile sunt limitate la 84 m, respectiv 72,5 m. Pentru deschideri mai mari de 60 m sunt necesare pentru lansare prin împingere pile provizorii în scopul reducerii momentului de încovoiere de consolă.

Se realizează poduri în palier sau în pantă longitudinală de cca. 1%, reducându-se astfel forța de împingere, dacă aceasta se efectuează în sensul pantei. S-au realizat, însă, poduri cu pantă longitudinală de aproape 6,0%,

cazuri în care forța de împingere a devenit forță de reținere, pantă 5,355% - 6,0%.

În continuare se fac câteva precizări privind evoluția secțiunii transversale a podurilor împinse și tendințele actuale de dezvoltare. Până în prezent au fost lansate prin împingere: poduri având secțiunea transversală de dală plină, tabliere pe două grinzi principale și mai ales tabliere cu secțiune cheson cu doi pereți și lățimea plăcii superioare de 10 - 12 m, fig.96.

În prezent se observă o primă tendință de abandonare, pe măsura posibilităților, a tablierelor pe două grinzi, în ciuda economicității pe care le-o conferă simplitatea de execuție și, orientarea din ce în ce mai mult spre secțiunile cheson care, prin mai buna lor rezistență la torsiune și mai bunul randament geometric al secțiunii, preiau mult mai bine solicitări rezultate în faza de împingere, mai ales în cazul împingerii de pe un singur mal; secțiunea cheson prezintă avantaje și în exploatare asigurând mai ușor vizitarea pentru întreținere și trecerea diferitelor rețele de cabluri și conducte.

Pentru poduri cu lățime mare, peste 14 m, care au o frecvență din ce în ce mai mare, a fost un scurt timp tendința de a adopta secțiuni cu cheson dublu sau cu cheson unic cu mai multe celule (casete). [17, 71]

Gradul mare de nedeterminare statică transversală face ca să nu poată fi stăpânită starea de eforturi pe durata împingerii. În aceste situații tendința actuală este de a abandona structurile multicelulare și a se realiza structuri monocelulare cu lățimi de până la aproape 19 m - fig.97 iar la lățimi de 20 - 30 m a se realiza două poduri alăturate, nelegate transversal între ele sau monocelulare cu placă superioară nervurată sau susținută interior sau exterior cu contrafișe.

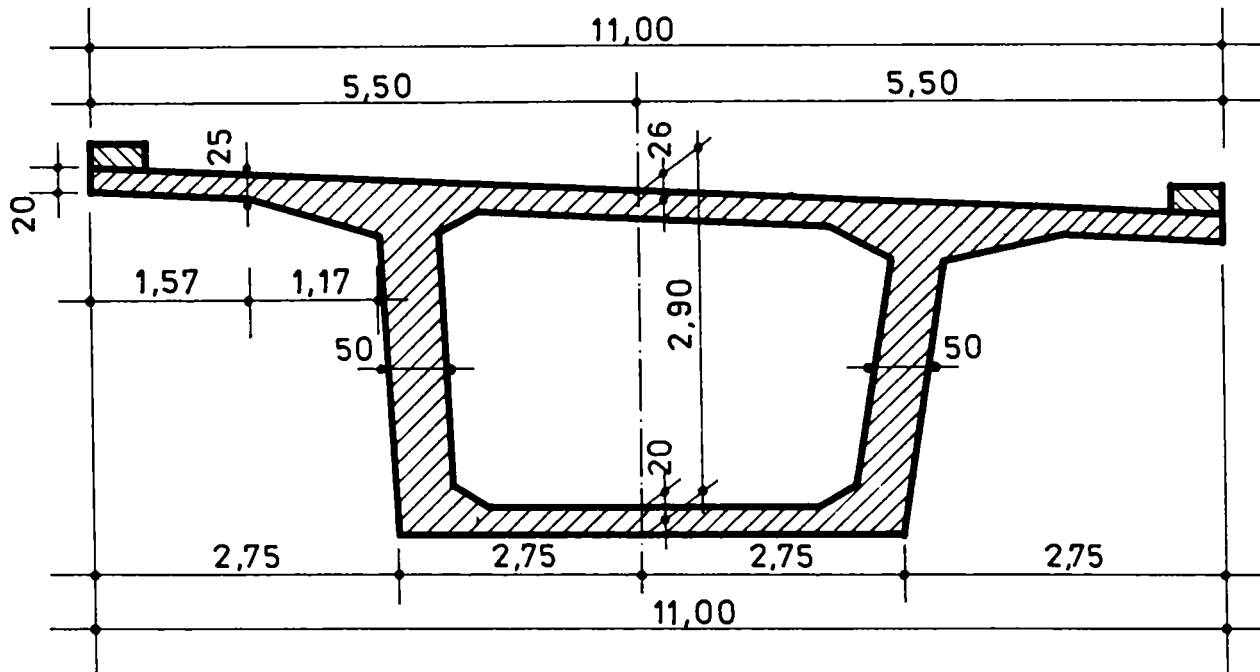


Fig. 96

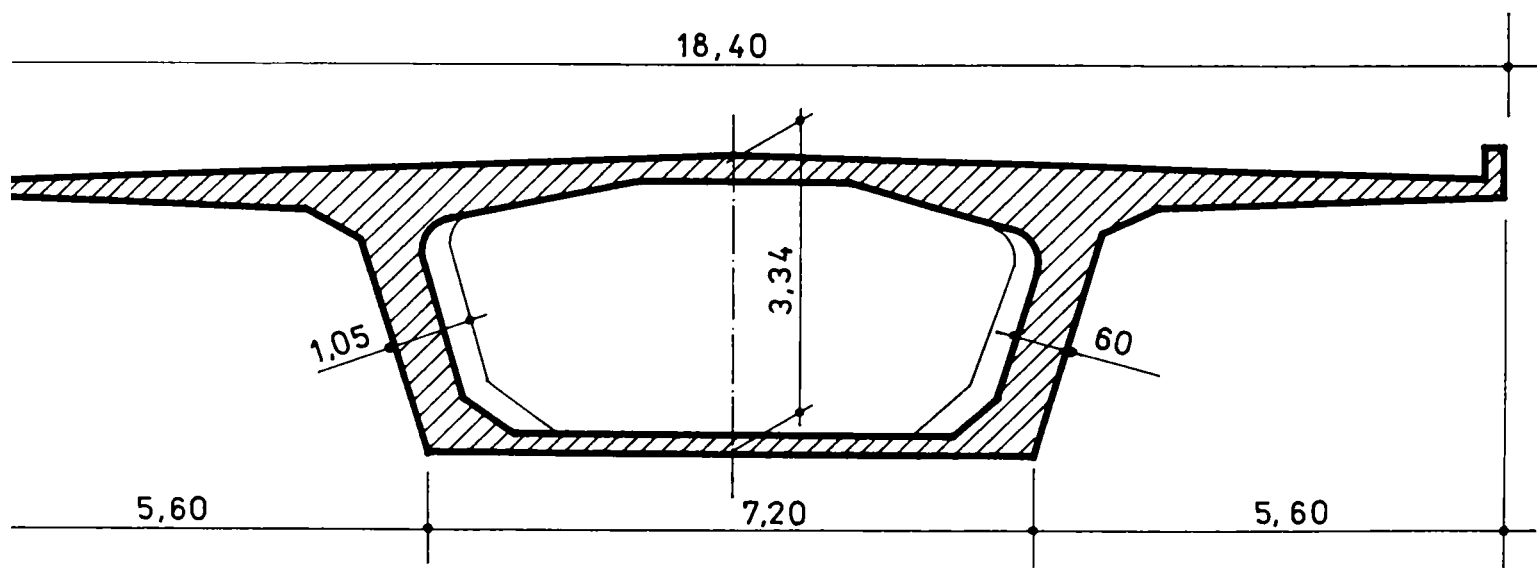


Fig. 97

Se deosebesc două categorii de poduri din beton precomprimat lansate prin împingere:

a) poduri simetrice cu trei deschideri, construite câte jumătate pe fiecare mal și împinse de pe ambele maluri, poduri la care deschiderea centrală poate fi egală sau dublă față de deschiderile marginale: fiecare jumătate este construită la nivelul terenului, după schema grindă cu consolă și apoi cele două semi-tabliere sunt împinse unul spre altul și apoi sunt monolitizate la mijlocul deschiderii centrale, fig.98

b) poduri cu mai multe deschideri lansate prin împingere de pe un singur mal, fig.99.

Cea de a doua categorie conține cele mai multe poduri lansate prin împingere. Sunt, în general, poduri de tip grindă continuă cu înălțime constantă, cu deschideri curente de 40 la 60 m, care pot crește până la 90 m cu condiția introducerii unor pile provizorii pe durata realizării împingerii.

Fazele de de construcție a unei suprastructuri de pod lansată prin împingere, reprezentate în fig.100 constau în: [71]

- Faza 1: a) amenajarea platformei de betonare cu o lungime de cca. două ori cât mărimea deschiderii sau a lungimii tronsonului de turnare;

b) montarea în poziție a avanbecului;

c) montarea cofrajului;

d) confecționarea și montarea armăturii netensionate;

e) betonarea tronsonului 1;

f) precomprimarea tronsonului 1.

- Faza 2: a) împingerea tronsonului 1 împreună cu avanbecul;

b) armarea, betonarea și precomprimarea tronsonului 2;

c) montarea pilonului provizoriu și a cablurilor înclinate, dacă sunt prevăzute la avanbec.

- Faza 3: a) împingerea tronsonului 2;

a) armarea, betonarea și precomprimarea tronsonului 3.

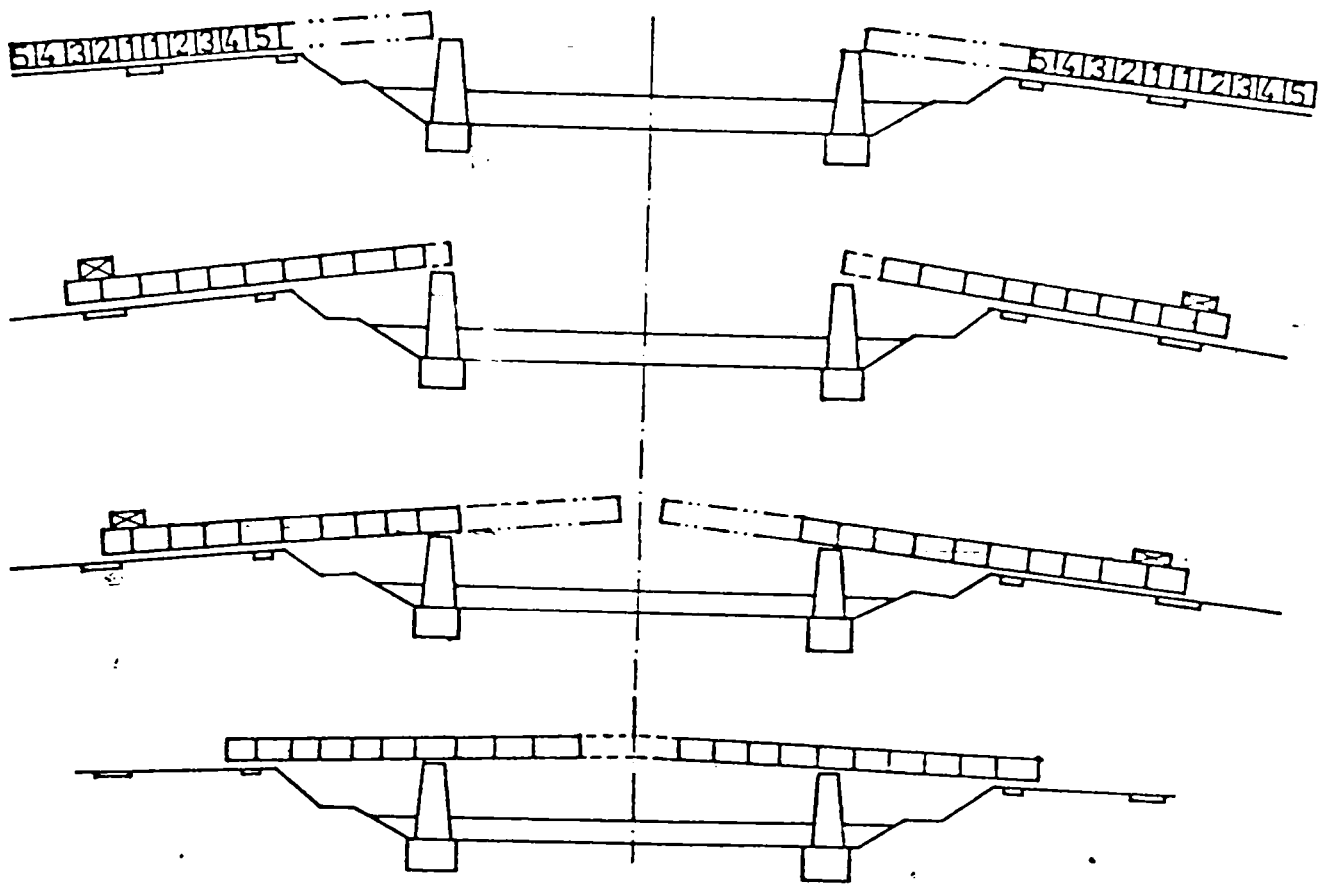


Fig. 98

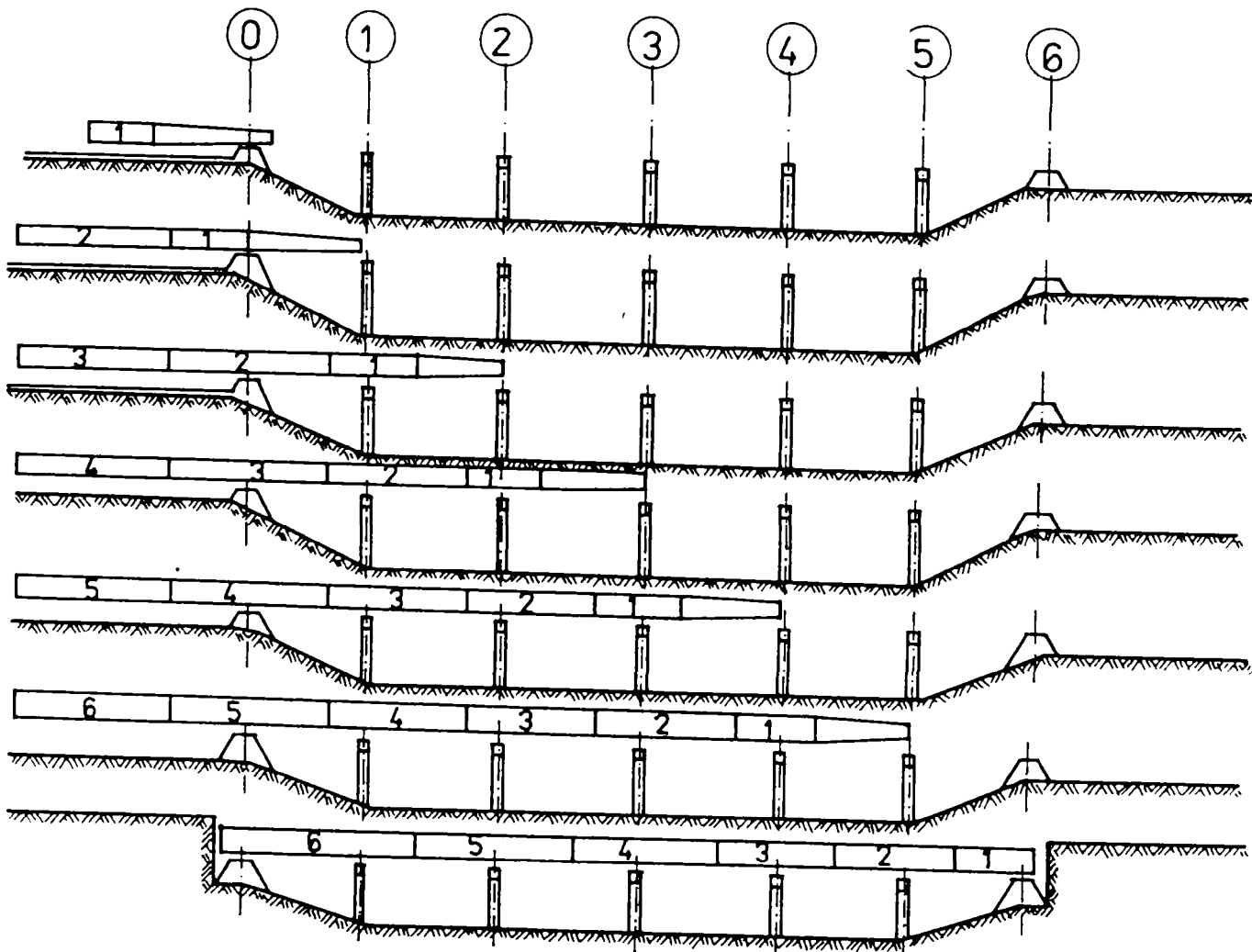


Fig. 99

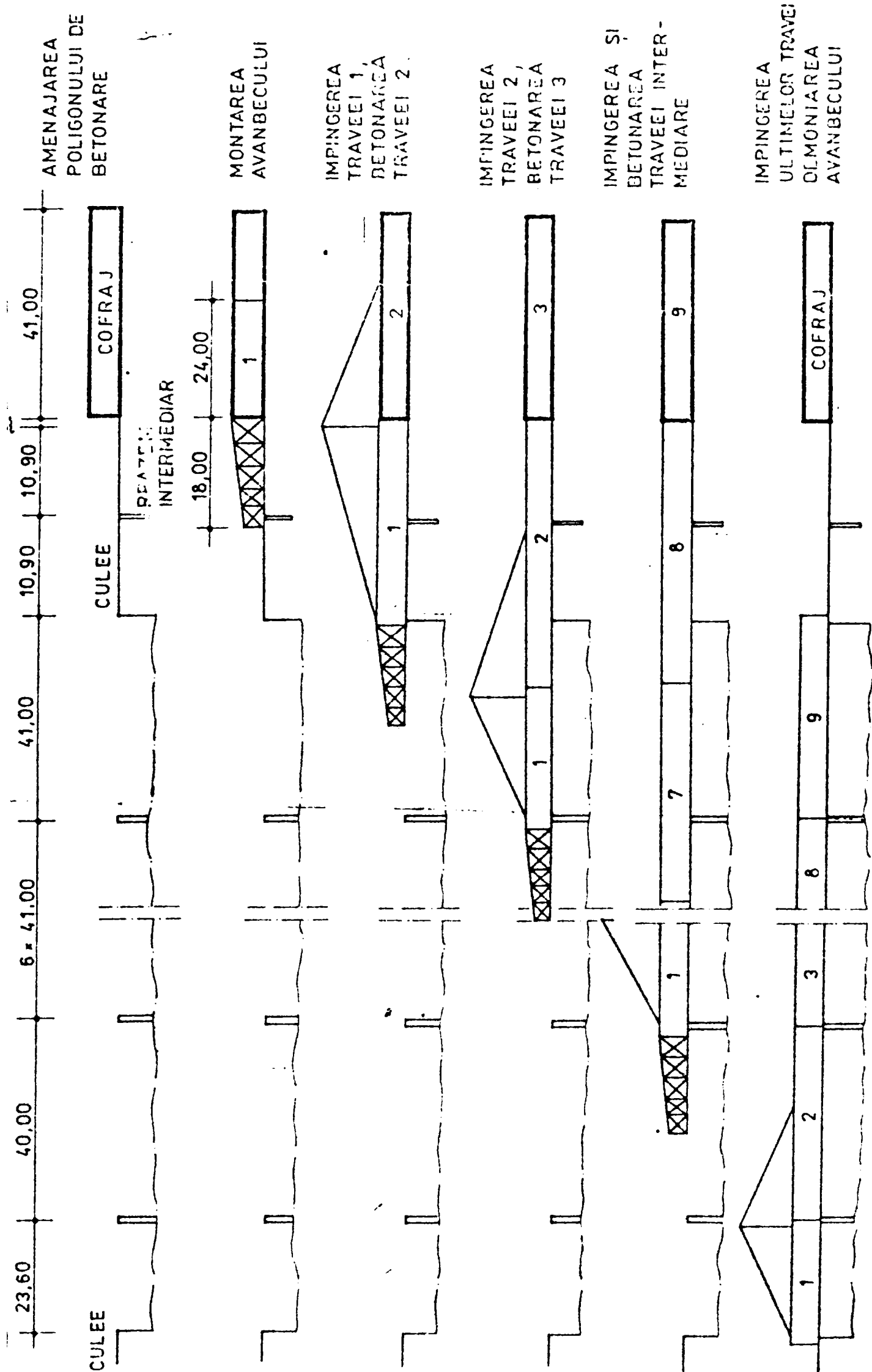


Fig.100

- Faza 4 la faza n - 1:

a) împingerea tronsonului i - 1;

b) armarea, betonarea și precomprimarea tronsonului i.

- Faza n: a) împingerea tronsonului n până la așezarea podului în poziție definitivă;

b) demontarea avanbecului și a pilonului cu cablurile înclinate (dacă au fost montate) ;

c) demontarea cablurilor provizorii ale tablierului (dacă au fost prevăzute).

Podurile realizate prin împingere, până în prezent ne indică posibilitatea de traversare a unor văi adânci, realizând înălțimi de pile cu mărimi până la 50 - 60 m, deci pile cu elasticitate mare, care, din condiții de eficiență economică necesită măsuri speciale pe durata efectuării împingerii.

Tehnologiile noi au fost dezvoltate din dorința de a mări eficiența tehnicii de construcție pe mal și lansare în deschidere a panourilor prin împingere și sunt bazate pe utilizarea unor cofraje scurte, cu lungimea de 3 la 7 sau 8 m, chiar 10 m cel mult.

Instalația de producere a bolțarilor prefabricați a fost pe larg descrisă la Capitolul 3, pct. 3.4.2.1.

Principiul general constă în betonarea succesivă a unor tronsoane lungi prevăzute în tehnologiile devenite clasice. S-au dezvoltat trei tehnologii noi distincte:

1. prefabricare de tronsoane scurte în cofraje fixe, cu împingere după fiecare tronson;
2. prefabricare de tronsoane scurte în cofraje mobile, cu împingere după betonarea a "n" tronsoane;
3. prefabricare de tronsoane scurte în cofraje fixe și apoi împingere în două etape.

B.1. Prefabricarea de tronsoane scurte în cofraje fixe.

În această tehnologie, cofrajul elementelor de tablîer este un tip comparabil cu acel utilizat pentru prefabricarea tronsoanelor cu rosturi încleiate utilizate la podurile construite în consolă. Acest cofraj se plasează în punct fix la o anumită distanță în spatele culeii.

Fiecare ciclu de construcție constă în betonarea unui nou tronson alături de partea de tablîer turnată, care are rol de mulare a fețelor. Spre deosebire de tronsoane scurte prefabricate, rostul este în acest caz o simplă întrerupere de betonare, tratat ca atare, cu buciardare și continuitate a armăturii pasive (netensionate). După betonare, tronsonul prefabricat este decofrat la interior și lateral, apoi ansamblul lucrării este împins cu o lungime egală cu aceea a tronsonului prefabricat, în scopul degajării locului cofrajului în scopul realizării unui tronson nou. Operațiile succesive sunt: curățarea cofrajului, montarea armăturii netensionate a tronsonului, betonarea tronsonului, decofrarea și împingerea, apoi reîncepe ciclul indicat în fig.101.

Dintre avantajele acestei tehnologii amintim:

- a) cofraj foarte scurt, care poate fi automatizat, deci foarte puțin costisitor;
- b) platformă de prefabricare foarte mică cu instalații de construcții civile limitate;
- c) garantarea unei bune calități și productivitate a muncii sporită, datorate numărului mare de tronsoane care se execută.

Inconvenientele metodei constau în :

- a) precizia foarte mare care trebuie să o asigurăm, pentru a respecta linia roșie, având în vedere numărul mare de rosturi;
- b) numărul mare de împingeri care se fac pe lungimi mici, dar care mobilizează tot personalul;
- c) risc de producere de fisuri la elemente din beton armat, necomprimate.

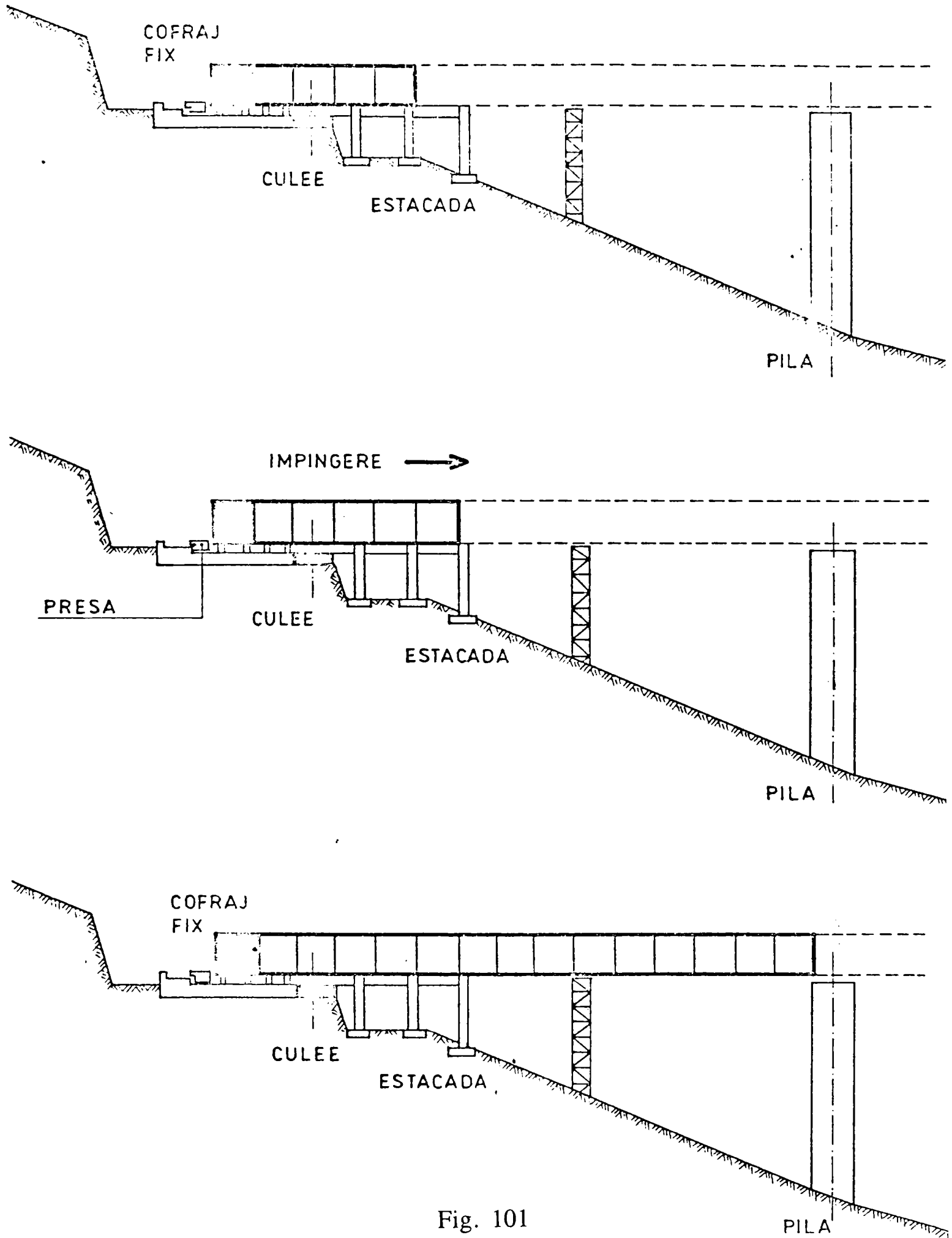


Fig. 101

B.2. Prefabricare de tronsoane scurte în cofraje mobile. [71]

În acest caz platforma de prefabricare este mult mai lungă pentru a se putea monta longrine pentru betonarea unei deschideri întregi, pe când cofrajul propriu-zis de betonare a tronsoanelor este un cofraj scurt, de ordinul a 5 la 8 m, care se deplasează în lungul longrinelor, pentru a permite betonarea succesivă a tronsoanelor care alcătuiesc chiar o deschidere. După ce se termină prefabricarea unei lungimi care se împinge sau chiar o deschidere, se trece la operația de împingere - fig.102.

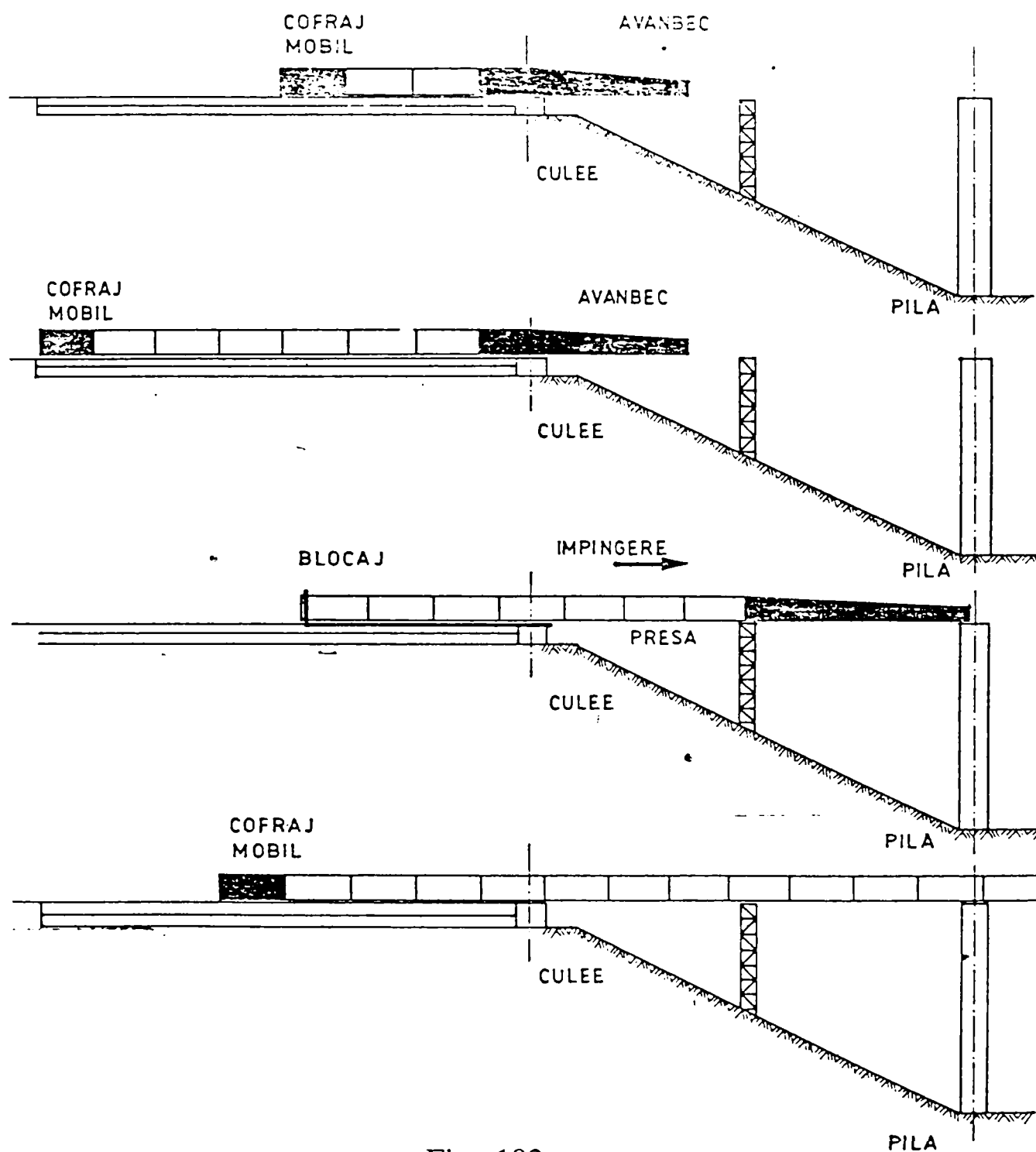


Fig. 102

Avantaje: a) cofraj scurt, puțin costisitor; b) operații de împingere pe distanțe mari, deci puțină pierdere de timp a muncitorilor; c) precomprimarea se face înainte de împingere, deci reduce sau elimină riscul de producere a fisurilor.

Inconveniente: a) cofrajul cu toate că este scurt este mai costisitor și mai complex, deoarece trebuie să asigure, în plus, și deplasarea lui în lungul podului; b) necesită o platformă mult mai lungă prevăzută cu longrine, de asemenea cu lungime mare și cu dispozitiv de deplasare a cofrajului.

B.3. Prefabricare în cofraj fix și împingere în două etape. [71]

Cea de a treia tehnologie asociază avantajele de la cele două precedente, evitând inconvenientele lor. Așa cum rezultă din fig 103, cofrajul fix, în care se prefabrică tronsoane scurte, se amplasează la capătul din spate al longrinelor, cât mai departe de culee. Se execută în acest cofraj tronson după tronson urmărind procedeul a. deplasându-le pe longrinele suport. Odată terminată prima deschidere completă și după ce se face precomprimarea acesteia se procedează la împingerea ei, lăsând în urmă, pe longrine, o lungime necesară executării celei de a doua deschideri. Se procedează în continuare ca și pentru prima deschidere, acest al doilea tronson, după ce se împinge dacă este cazul, se monolitizează față de prima deschidere, apoi după precomprimarea celei de a doua deschideri, se procedează la efectuarea împingerii ansamblului executat pe lungime egală cu deschiderea care urmează a fi prefabricată. Concomitent se poate începe prefabricarea pentru deschiderea următoare.

Avantaje: a) cofraj scurt fix, deci simplu, care poate fi, dacă e cazul, automatizat;

b) arie de prefabricare mare dar simplă, cu longrine lungi, dar fără dispozitiv de deplasare a cofrajului;

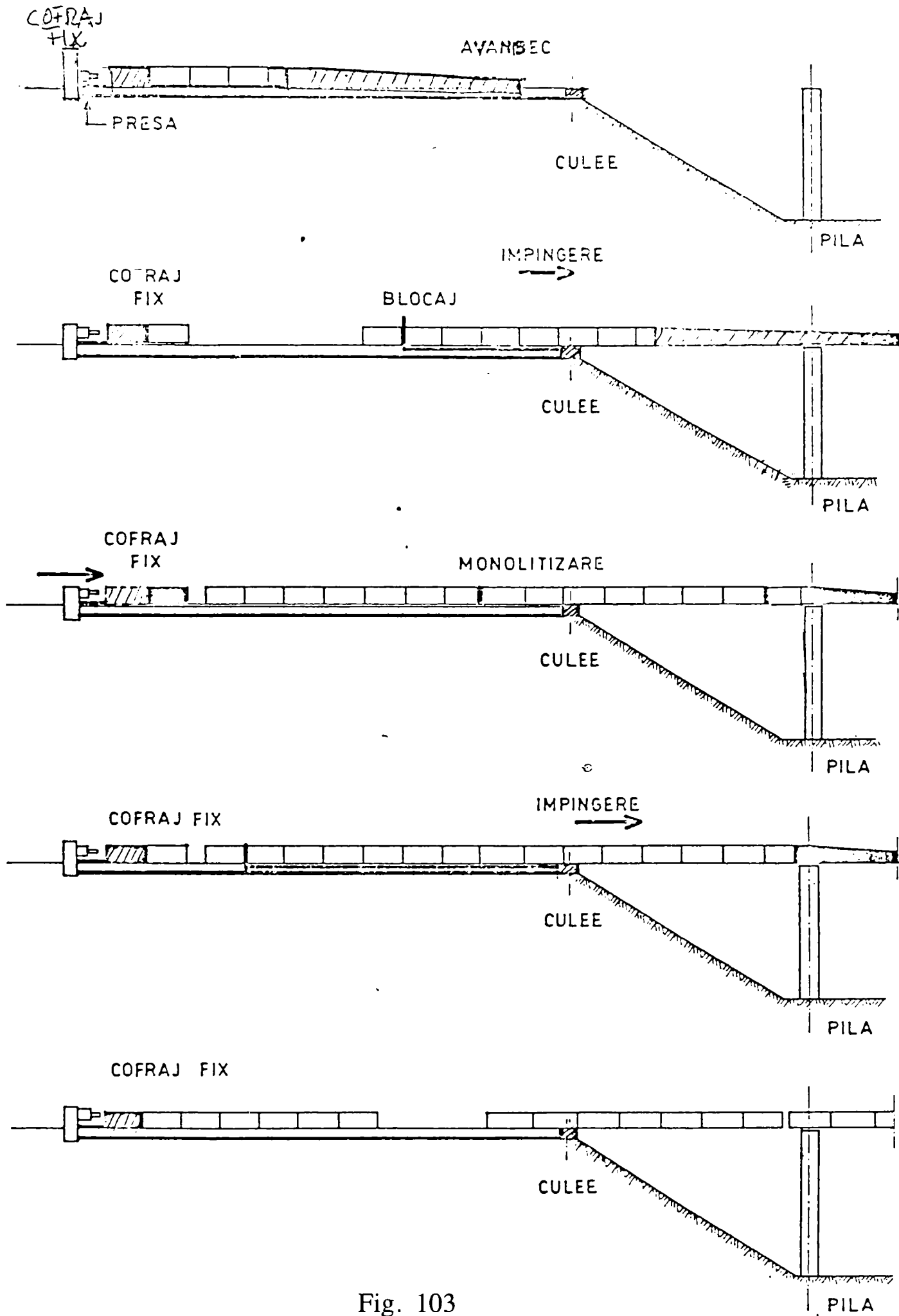


Fig. 103

c) operațiile de împingere ale ansamblului de tablier sunt reduse la minim (egale eventual cu numărul deschiderilor podului). Împingerile elementare după fiecare tronson sunt simple, pe lungimi mici, cu rezemare continuă pe longrine și cu un număr mic de muncitori;

d) permite precomprimarea unei deschideri întregi și este de asemenea realizarea unei precomprimări exterioare pentru împingere;

e) monolitizarea deschiderilor între ele, evită riscul de a cumula erori de geometrie și facilitează efectuarea corecturilor necesare.

Inconveniente:

a) necesitatea unei platforme mari pentru prefabricare.

Aceste tehnologii noi asigură același ritm al producției ca și soluțiile devenite clasice, însă cu un cost mai mic, datorită cofrajului scurt.

3.7. Concluzii privind tehnologiile de execuție.

Tehnica de construcție a podurilor pe mal și lansarea în deschidere prin împingere se utilizează atât pentru podurile de șosea din beton precomprimat, cât și pentru podurile de cale ferată.

Din metodele prezentate rezultă că totuși, în cazurile în care se utilizează elemente de beton precomprimat la execuția tablierelor de cale ferată, acestea sunt mai avantajoase, fiind mai puternic solicitate și necesitând o armătură precomprimată definitivă mai puternică; în acest fel armătura pretensionată provizorie necesară fazei de împingere este mai mică.

În Franța, betonul precomprimat se utilizează atât la construcția podurilor de cale ferată curentă pentru care se ia în considerare convoiul UIC (convoi definit de Uniunea Internațională a Căilor Ferate) constând din 4 osii de 25 tf echivalente la 1,60 m prevăzute la ambele capete cu încărcare utilă uniform repartizată de 8 tf/ml, viteza convoiului fiind de 120 km/ oră, cât și la construcția podurilor de cale ferată pentru trenurile de

mare viteză (TGU). Convoiul UIC satisface și liniile TGU, deoarece acestea sunt mai ușoare, dar prezintă o majorare dinamică a încărcărilor mai mare.

De asemenea, se arată că în Franța, recurgerea la utilizarea betonului precomprimat pentru marile lucrări de poduri permite, comparativ cu folosirea

podurilor metalice, realizarea unor economii considerabile. Dar contrar metalului, betonul precomprimat nu are în urma sa decât o scurtă experiență și durabilitatea lui pe termen lung este mai puțin cunoscută.

La lucrările la care este căutată durabilitatea, tehnologiile descrise ne obligă să consumăm o parte din economiile obținute, prin folosirea betonului precomprimat, pentru a da lucrărilor garanții suplimentare de fiabilitate și de longevitate.

Dintre măsurile care se impun în scopul creșterii durabilității, amintim: măsuri care să elimine incertitudinea privind comportarea structurilor, evitarea punctelor slabe ale structurilor, evitarea coroziunii ulterioare a armăturii prin limitarea eforturilor unitare în exploatare a armăturii pretensionate, asigurarea posibilității de a efectua ulterior o precomprimare complementară, asigurarea posibilității de înlocuire a aparatelor de reazem din neopren îmbătrânite etc.

În concluzie, în multe țări, recente realizări de construcție a podurilor pe mal, cu lansarea lor în deschidere prin împingere, au arătat că această tehnică prezintă avantaje reale pentru construcția:

a) a podurilor cu înălțime constantă, deci deschideri economice până la 70-80 m;

b) a podurilor cu o geometrie constantă în lungul axei (drepte, în palier sau în pantă, curbe în plan vertical sau în plan orizontal, curbe după arc de cerc etc.);

c) a podurilor cu lungime corespunzătoare cel puțin 3 deschideri (90 m), lungimea maximă fiind nelimitată, realizările actuale sunt de peste 2000 m ; lungimea este limitată numai de posibilitățile de împingere;

d) a podurilor în pantă, reducând astfel forța de împingere; s-au realizat poduri în pantă de până la 6%;

e) utilizarea betonului precomprimat este luată în considerație pentru construcția podurilor de cale ferată și se impune din considerente economice pentru deschideri mai mari de 30 m.

În ceea ce privește productivitatea muncii realizată la acest tip de structuri de poduri, aceasta este în strânsă legătură cu viteza de construcție a podurilor, despre care literatura de specialitate amintește:

- la construcția viaductului de cale ferată Olifant's River cu 23 deschideri de 45 m ($11 \times 45 + 45 + 11 \times 45$) s-a obținut o viteză de lucru de o deschidere la 10 zile, deci în medie 4,5 ml de pod pe zi.

- la viaductul Paillon, cu deschideri de 41 m și lungime de 351 m s-a obținut o viteză de construcție de 41 m în 8 zile, ceea ce revine la 5,1 m pe zi.

- la viaductul Var, cu deschideri de 42 m și lungime totală de 310 m, s-a obținut viteza de construcție de 42 m în 11 zile, ceea ce revine la 3,8 m pe zi.

Din puținele date prezentate, rezultă o viteză de construcție de 4 la 5 m pe zi, astfel că pentru construcția unui tablier cu lungimea de 200 m și lansarea lui în deschidere este nevoie de numai 40-50 zile, adică 7 la 9 săptămâni, la care se adaugă timpul necesar pentru lucrările de organizare a șantierului și cele necesare închiderii lucrărilor.

Desigur, pe plan mondial au apărut și vor apare noi tipuri și soluții de suprastructuri de poduri dalate, continue, în mod deosebit de forma celor descrise în ultimul capitol, alcătuite din elemente prefabricate, precomprimate (bolțari). Acestea au un mare avantaj în ceea ce privește rapiditatea

execuției, tehnologia ridicată de montaj, exactitatea geometrică a secțiunilor, în consecință productivitate deosebit de mare, ceea ce conferă un grad înalt de tehnicitate, un număr redus de personal de execuție, dar deosebit de calificat. În ceea ce privește consumurile de materiale deficitare, acestea se reduc substanțial: lemn, fier, elementele constitutive ale eșafodajelor provizorii sunt demontabile, se pot refolosi practic de un număr nelimitat de ori.

Aceste metode moderne de execuție a bolțarilor industriali și de montaj rapid pe șantier, sunt asimilabile de personalul nostru tehnic și poate constitui în viitorul apropiat un puternic suport pentru realizarea unor lucrări de artă necesare căilor de comunicații, cu o estetică deosebită, fig.104.

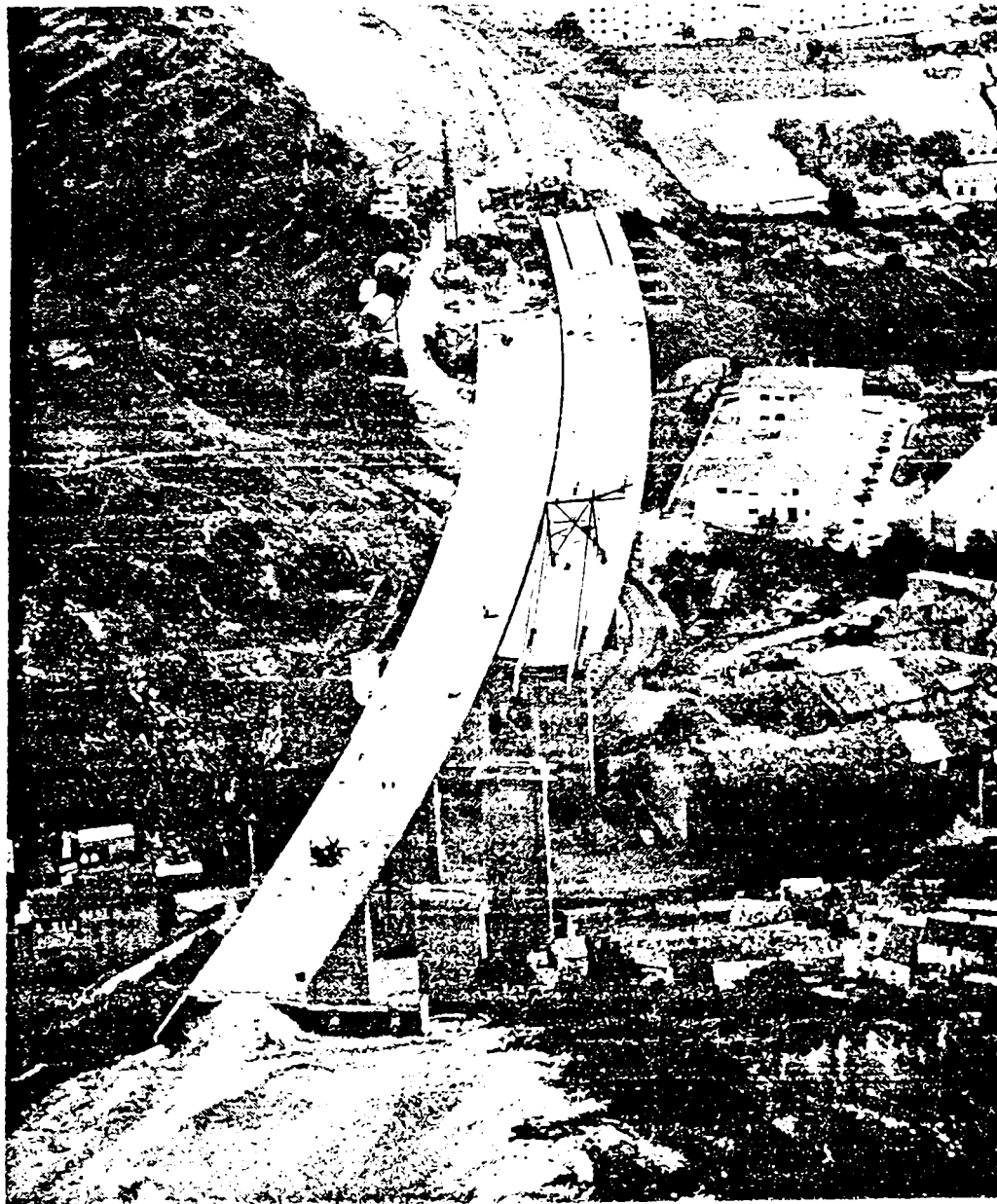


Fig. 104

II. CONTRIBUȚII LA CALCULUL SUPRASTRUCTURILOR DE PODURI DIN DALE CONTINUE.

Cap. 4. Evoluția metodelor de calcul a structurilor de poduri.

4.1. Considerații generale.

Așa cum este cunoscut, betonul în general, este un material de construcție neomogen, cu proprietăți elastico-vâscos-plastice, care preia foarte bine eforturile unitare de compresiune dar este deficitar la preluarea eforturilor unitare de întindere. Rezistența betonului la eforturile unitare de întindere reprezintă cca.1/10...1/20 din rezistența la eforturi unitare de compresiune, iar deformația specifică limită la întindere este 0,1...0,15 mm/m, în timp ce deformația specifică limită la compresiune este 1...3 mm/m. [67,68,70]

Pentru preluarea eforturilor unitare de întindere din secțiuni, se prevăd niște bare denumite armături, rezultând în acest fel un material nou - betonul armat; betonul și armătura conlucrează datorită aderenței.

Secțiunea activă transversală este formată din zona comprimată de beton și armătura întinsă; secțiunea transversală de beton nu este folosită în întregime, deoarece betonul din zona întinsă fiind fisurat, nu se consideră în calcule.

Pentru a elimina acest inconvenient, se utilizează precomprimarea. Prin precomprimare se introduce o stare inițială de eforturi unitare de compresiune, cu caracter permanent, pe întreaga lungime a elementelor de beton armat; în acest fel, secțiunea transversală a elementului de beton precomprimat va fi în întregime comprimată. Crearea stării de eforturi unitare de compresiune se obține prin utilizarea armăturii pretensionate, care conlucrează cu secțiunea de beton prin intermediul aderenței și a unor piese metalice care se numesc ancoraje.

Având în vedere calitățile betonului menționate deja, apar o serie de avantaje și dezavantaje în exploatarea elementelor de beton armat și beton precomprimat, din care menționez:

a) avantaje:

- durabilitate corespunzătoare în condiții normale de exploatare;
- rezistența la foc - 3...4 ore la 1000⁰C;
- folosește materiale locale în compoziția sa: pietrișuri, nisipuri, apă;
- caracterul monolit al structurilor asigură o comportare bună la acțiunea sarcinilor exterioare (statice și dinamice);
- se pot proiecta elemente de formă oarecare, funcție de cofrajul utilizat;
- costurile de execuție sunt sensibil mai mici decât a celor metalice.

b) dezavantaje:

- rezistență mică la întindere; care duce la situația ca elementele de beton armat să lucreze cu zona întinsă fisurată în exploatare;
- greutate proprie mare; pentru realizarea podurilor cu deschideri mijlocii și mari se utilizează betonul precomprimat;
- permeabilitatea betonului - permite circulația apei;
- conductibilitatea termică și fonică ridicată (datorită armăturii), motiv pentru care este necesară protecția acestuia cu izolații termice și fonice.
- costul relativ ridicat al cofrajelor și eșafodajelor care se diminuează în practică, prin utilizarea prefabricatelor din beton;
- modificarea ulterioară a construcțiilor executate sau a elementelor din beton armat și beton precomprimat este dificil de executat; lucrările ulterioare de consolidare necesită cheltuieli suplimentare mari;
- demolarea construcțiilor din beton armat sau beton precomprimat este costisitoare; fenomenul de reciclare a materialelor rezultate fiind în stadiu incipient;

- calitatea execuției și îndeosebi a lucrărilor ascunse, depinde hotărâtor de calitatea personalului tehnic și conștiințiozitatea personalului muncitor.

Descrierea modului în care au evoluat metodele de calcul și alcătuire a secțiunilor transversale din beton armat și beton precomprimat, se va face în strânsă legătură cu proprietățile betonului, pe măsura cunoștințelor acumulate în decursul timpului.

4.2. Metoda rezistențelor admisibile.

Odată cu apariția betonului în ultimul sfert al secolului trecut, construcția podurilor a căpătat o dezvoltare din ce în ce mai mare, ca urmare a invenției lui Monier (1867) care a descoperit betonul armat. La început, podurile din beton armat se executau sub formă de bolți cu umplutură, fără a prezenta avantaje economice.

În primii ani ai secolului nostru a fost elaborată metoda de calcul a elementelor de beton armat pe baza rezistențelor admisibile, ceea ce a condus la construcția podurilor pe bolți fără umplutură, apoi la construcția podurilor pe grinzi și apoi pe cadre.

✓ Normele practicate în Elveția (1903), Germania (1904), Franța (1906) au fost primele care prevăd calculul elementelor de beton prin metoda rezistențelor admisibile.

✍ În țara noastră s-au folosit metode de calcul străine până în anul 1942, când au apărut "Prescripțiile tehnice pentru proiectarea și executarea construcțiilor din beton armat" elaborate de Ministerul Lucrărilor Publice și Construcțiilor.

Utilizarea acestor metode pentru calculul elementelor din beton, înseamnă aplicarea principiilor la un material care este neomogen, anizotrop și care prezintă deformații elasto-vâscos plastice sub acțiunea sarcinilor

exterioare, în mod deosebit în cazul secțiunilor de beton armat unde se asociază două materiale cu proprietăți total diferite: betonul și armătura.

4.2.1. Principii ale metodei de calcul.

Calculul elementelor de beton armat cu ajutorul metodei rezistențelor admisibile, se face în cazul ^{stabil} doi de exploatare - cu zona întinsă fisurată. Pentru aplicarea metodei este necesară respectarea următoarelor ipoteze: [67,70]

- ipoteza secțiunilor plane a lui Bernoulli;
- legea lui Hooke este valabilă atât pentru armătură cât și pentru beton;
- betonul din zona întinsă - pentru elemente încovoiate - este fisurat și nu lucrează.

Din ipoteza secțiunilor plane rezultă că între beton și armătură există o compatibilitate a deformațiilor specifice la nivelul armăturii, adică $\varepsilon_a = \varepsilon_b$.

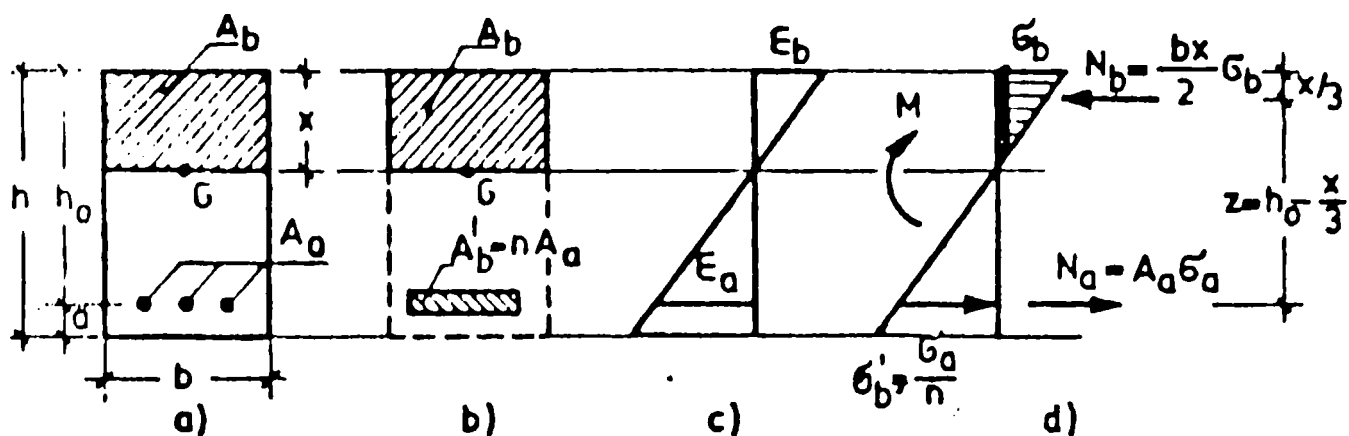


Fig. 105

Ținând cont de legea lui Hooke rezultă:

$$\frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_b}{E_b} \quad (4.1) \quad \text{sau} \quad \sigma_a = n \cdot \sigma_b \quad (4.2)$$

unde $n = \frac{E_a}{E_b}$ - coeficient de echivalență al armăturii

Același n permite transformarea ariei de armătură A_a într-o arie echivalentă de beton: $A'b = n A_a$ (4.3), arie teoretic capabilă de a prelua același efort.

Tot teoretic echivalarea permite transformarea secțiunii neomogene de beton armat într-o secțiune omogenă de beton - secțiunea reală de beton.

Caracteristicile geometrice ale secțiunii omogene (ideale) sunt:

- aria : $A_{bi} = A_b + n A_a$

- moment static: $S_{bi} = S_b + n S_a$ (4.4)

- moment de inerție: $I_{bi} = I_b + n I_a$ (4.5)

Pentru aflarea rezistențelor admisibile de calcul ale betonului și armăturii, se împart rezistențele limită ale materialelor la un coeficient de siguranță care este:

- pentru beton: $C_b = 2,5 \dots 3,5$

- pentru armătură: $C_a = 2,0$

Rezultă în acest fel:

$$\sigma_{bad} = \frac{R_{pr}}{C_b} \text{ pentru elemente comprimate.} \quad (4.6)$$

$$\sigma_{bad} = \frac{R_i}{C_b} \text{ pentru elemente încovoiate și cele solificate excentric, cu mare excentricitate.} \quad (4.7)$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_c}{C_a} \text{ pentru armătură.} \quad (4.8)$$

Verificarea se face cu secțiunea ideală de beton pentru material omogen.

Dimensionarea se face considerând starea de eforturi unitare produsă de solicitarea exterioară; se ajunge la relații care se folosesc în mod curent astăzi.

Metoda rezistențelor admisibile are o serie de inconveniente, din care se menționează:

- nu se ține cont de proprietățile reale ale celor două materiale: beton și armătură;
- nu se ține cont de influența deformațiilor de durată ale secțiunii (contractia și curgerea lentă);
- metoda nu stabilește un coeficient de siguranță real al elementului;
- metoda este neeconomică, ducând la consumuri sporite de oțel și beton, comparativ cu alte metode.

4.3. Metoda de calcul la rupere.

Metoda a fost oficializată în anul 1938 în fosta U.R.S.S. În România metoda a fost oficializată în anul 1950 (STAS 1546-50), dar a început să fie folosită din anul 1949 pentru calculul construcțiilor civile și industriale și nu s-a aplicat la secțiunile de beton utilizate în cazul podurilor și construcțiilor hidrotehnice.

4.3.1. Principii fundamentale de calcul.

Calculul de rezistență se face în stadiul III de rupere - în acest stadiu, elementul își epuizează rezistența sau stabilitatea; epuizarea capacității portante se produce prin curgerea armăturii din zona întinsă, concomitent cu zdrobirea betonului din zona comprimată.

Ipoteze:

- ipoteza secțiunilor plane - Bernoulli;
- betonul din zona întinsă este fisurat și nu lucrează;
- pentru simplificare, diagrama reală curbilinie a eforturilor unitare din zona comprimată de beton se înlocuiește cu o diagramă dreptunghiulară - fig.106.

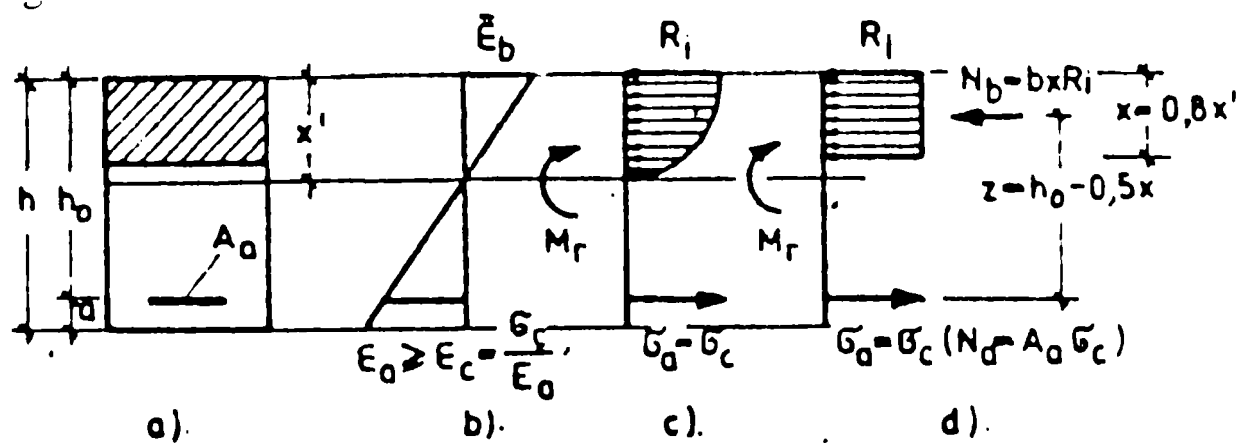


Fig. 106

- solicitarea admisă în stadiul de exploatare rezultă din solicitarea de rupere, ceea ce înseamnă epuizarea capacității portante prin împărțire cu un coeficient unic de siguranță:

$$- N_{ad} = \frac{N_r}{c} \quad (4.9)$$

$$- M_{ad} = \frac{M_r}{c} \quad (4.10)$$

- coeficientul "c" este considerat cel mai defavorabil, din următoarele situații:

- gruparea încărcărilor la care se face calculul;
- raportul dintre încărcarea utilă și cea permanentă;
- caracterul ruperii.

Rezistențele de calcul ale materialelor, sunt rezistențele medii și anume: R_{pr} , R_i , σ_c .

Verificarea elementelor din beton armat și beton precomprimat se face punând condiția ca solicitarea rezultată din calculul (N, M) să fie mai mică decât solicitarea admisă (N_{ad} , M_{ad}):

$$N \leq N_{ad} = \frac{N_r}{c}; \quad M \leq M_{ad} = \frac{M_r}{c} \quad (4.11)$$

Dimensionarea elementelor se face la solicitarea rezultată din calcul amplificată cu coeficientul de siguranță:

$$N_r = c N ; M_r = c M \quad (4.12)$$

Față de metoda rezistențelor admisibile, metoda de calcul la rupere prezintă următoarele particularități:

a) Avantaje:

- calculul este parțial corect, luându-se în considerare proprietățile reale ale materialelor;
- rezultatele calculelor pot fi verificate în laborator;
- mecanismul de calcul este mai simplu decât cel utilizat în metoda rezistențelor admisibile;
- coeficientul de siguranță nu este influențat de fenomenele de durată (contractia și curgerea lentă a betonului);
- economic - soluții mai avantajoase.

b) Dezavantaje:

- nu s-a aplicat la calculul podurilor;
- coeficientul de siguranță este apreciativ;
- în calcul se consideră comportarea materialelor în stadiul de rupere, în timp ce în exploatare, elementele de poduri lucrează în domeniul elastic;
- nu permite indicarea exploatării normale a structurii.

4.4. Metoda de calcul la stări limită. [70]

Metoda de calcul la stări limită face o sinteză a celorlalte două metode; se asigură cunoașterea stării de eforturi unitare în exploatare și în același timp permite cunoașterea coeficientului de siguranță real al structurii.

Metoda a fost introdusă în țara noastră în anul 1962 prin normativul P8 - 62, apoi prin STAS 8000 - 67.

Standardele au fost grupate în patru categorii, și anume :

- standarde de gradul I, referitoare la principiile generale de verificare a siguranței construcțiilor prin metoda la stări limită;

- standarde de gradul II, referitoare la proiectarea elementelor din beton, beton armat și beton precomprimat - STAS 10102 - 75;

- standarde de gradul III, care detaliază standardele de gradul II pentru anumite categorii de construcții - pentru poduri - STAS 10111/2 - 87.

- standarde de gradul de gradul IV referitoare la calcul anumitor structuri executate din beton armat sau beton precomprimat, ex. STAS 10107/1...4 - 77 referitor la calculul planșelor din beton armat și beton precomprimat pentru construcții civile și industriale.

4.4.1. Principii fundamentale.

Se poate defini ca stare limită a unui element sau a unei construcții, situația în care elementul sau construcția respectivă încetează să mai satisfacă cerințele pentru care a fost proiectată.

Starea limită poate fi atinsă în stadiul de exploatare (stări limită ale exploatării normale) la poduri, sau de rupere (stări limită ultime).

Metoda de calcul la stări limită se bazează pe două principii fundamentale:

- a) se iau în considerare comportarea elementelor de construcții în stadiul de exploatare (elastic) și stadiul de rupere (plastic), pe baza proprietăților reale ale materialelor și a definirii unor stări limită.

- b) se înlocuiesc coeficienții de siguranță ai metodei la rupere - coeficient unic, printr-un sistem de coeficienți de calcul – rezultați din prelucrări statice a datelor privind variabilitatea proprietăților materialelor și aceea a încărcărilor.

Pentru calculul elementelor de beton armat și beton precomprimat se iau în considerare următoarele stări limită:

A. Stări limită ultime și anume:

- starea limită de rezistență;
- starea limită a echilibrului sau a formei;
- starea limită de oboseală.

B. Stări limită ale exploatarei normale:

- starea limită de fisurare;
- starea limită de deformație.

4.4.1.1. Stări limită ultime.

Pentru cunoașterea capacității portante a elementului de beton armat la starea limită de rezistență, deci la starea limită ultimă, se acceptă comportarea elasto-vâscos plastică a materialului.

Stările limită ultime pot fi atinse în stadiul de rupere al elementului, luându-se în considerare următoarele:

a) starea limită de rezistență, care poate fi atinsă prin pierderea rezistenței materialului sau prin consumarea deformațiilor plastice mari;

b) starea limită de stabilitate sau a echilibrului care se verifică prin prescripții speciale: influența flexibilității elementelor comprimate se face simplificat reunind cele două stări limită într-una: starea limită de rezistență și stabilitate.

c) starea limită de oboseală care intervine în cazul încărcărilor repetate iar ruperea se produce prin oboseală, la solicitări mai mici decât cele produse de încărcări statice.

4.4.1.2. Stări limită ale exploatarei normale.

Sub efectul încărcărilor de exploatare, elementul de structură trebuie să prezinte o stare de eforturi unitare și deformații, specifice și totale, care să se anuleze după eliminarea încărcărilor care le-a produs. Aceasta înseamnă

că în tot timpul exploatării structurii, aceasta trebuie să prezinte o comportare elastică.

Verificarea acestor situații constă în verificarea a două stări limită:

a) starea limită de fisurare; se verifică apariția fisurilor - verificare obligatorie pentru toate elementele de beton armat; închiderea fisurilor pentru elementele de beton precomprimat; deschiderea fisurilor pentru toate elementele de beton armat și beton precomprimat.

Toate aceste verificări sunt obligatorii.

b) starea limită de deformație: se verifică mărimea deformațiilor (săgeții) produse de încărcări; deformațiile prea mari împiedică utilizarea normală a elementului - ex. deformațiile mari ale suprastructurii podurilor.

4.4.1.3. Stările limită ale factorilor aleatori.

Stările limită mai pot fi atinse și urmare a acțiunii mai multor factori aleatori de nesiguranță, care se combină între ei, în mod nefericit acești factori provin din variabilitatea încărcărilor, variabilitatea rezistențelor și a celorlalte proprietăți ale materialelor mai pot proveni și din variabilitatea caracteristicilor geometrice ale elementelor. Toți parametrii enumerați sunt mărimi aleatorii, probabilistice.

Aprecierea rațională la o stare limită se bazează pe teoria probabilităților.

Aprecierea siguranței se bazează pe un calcul analitic al coeficienților determinați pe baza prelucrării datelor statistice.

Concluzii: Metoda de calcul la stări limită este definită ca o metodă semiprobabilistică, întrucât coeficienții enumerați mai sus sunt determinați printr-o apreciere semiprobabilistică (ex. condițiile de punere în operă a betonului nu pot fi cuprinse într-o prelucrare statistică).

Deosebirea între primele două metode (rezistențe admisibile și la rupere) și metoda la stări limită constă în aceea că primele două folosesc

valorile medii ale parametrilor de bază, în timp ce ultima metodă folosește valorile extreme în sens defavorabil care se pot defini cu o anumită probabilitate.

Pentru calculul secțiunilor de beton armat sau beton precomprimat pentru poduri nu s-a folosit decât metoda rezistențelor admisibile, după care s-a trecut direct la metoda de calcul la stări limită; metoda la rupere nu a fost folosită în țara noastră.

4.4.1.4. Variabilitatea calității materialelor.

Caracteristicile de rezistență și de deformație a elementelor de construcție depind de proprietățile fizico-mecanice ale materialelor, care la rândul lor, se caracterizează printr-o anumită variabilitate, nefiind constante în condiții egale. Variabilitatea aceasta este funcție de natura materialului, de modul fabricării (producerii) acestuia și de modul de încercare. Variabilitatea este mai mare în cazul betonului care este un material neomogen și mai mică în cazul oțelului.

Betonul preparat pe șantier are o variabilitate a proprietăților mult mai mare decât cel preparat în fabricile de betoane.

În metoda de calcul la stările limită, rezistențele la rupere ale betonului trebuie cunoscute cu o anumită probabilitate, ele stabilindu-se în urma unui calcul statistic. Pentru oțel și beton se admite o distribuție

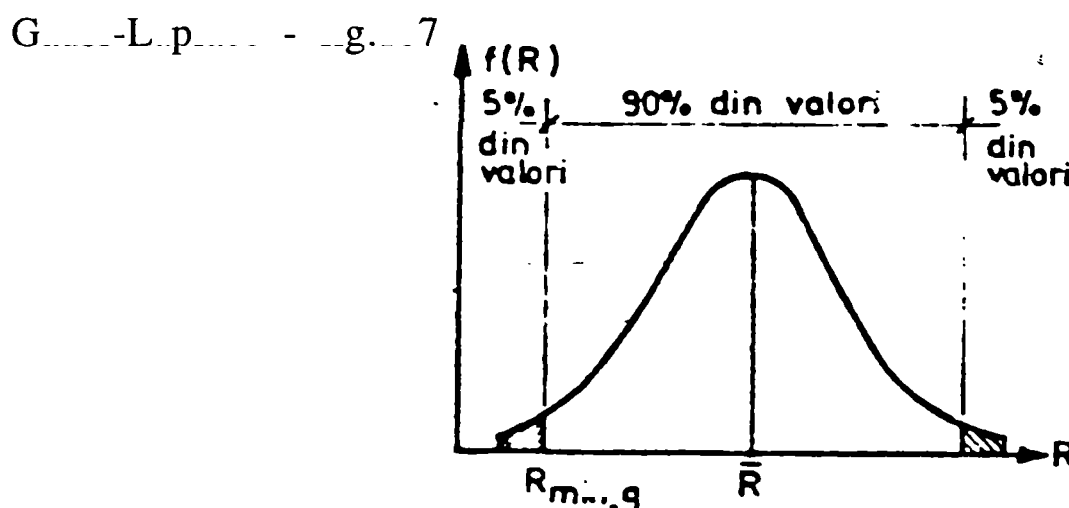


Fig. 107

Curba de densitate a frecvenței rezistențelor este:

$$f(R) = \frac{1}{S \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp \left[-\frac{(R - \bar{R})^2}{2 \cdot S^2} \right] \quad (4.13)$$

unde:

R - rezistența la rupere a materialului (variabila)

$\bar{R} = \frac{\sum R}{n}$ media aritmetică a șirului de valori "n"

$S = \frac{\sqrt{\sum (R - \bar{R})^2}}{n - 1}$ abaterea medie pătratică

n - numărul de valori din șirul R

Din teoria probabilităților se deduce că o valoare oarecare - în cazul nostru \bar{R} - se poate calcula cu o relație (4.14) dacă se acceptă o probabilitate q de a fi depășită în sens defavorabil

$$\bar{R}_q = \bar{R} - t \cdot S = \left(1 - t \cdot C_v \right) \bar{R} \quad (4.14)$$

unde:

$$C_v = \frac{S}{\bar{R}} \quad \text{coeficient de variație} \quad (4.15)$$

t - coeficient care depinde de numărul de rezultate "n" și de probabilitatea

q ($\approx 5\%$)

In mod curent:

$$n \geq 120 \text{ termeni și relația devine: } R_{\min, q} = (1 - 1,64C_v) \cdot \bar{R} \quad (4.16)$$

este valoarea minimă a rezistenței; sub această valoare pot fi mai puțin de 5% din numărul total de valori. Cu ajutorul relației (4.14) se pot determina valorile rezistenței materialelor, rezistența de calcul fiind cea mai mică rezistență a materialului.

4.4.1.5. Variabilitatea încărcărilor.

Încărcările se caracterizează printr-o variabilitate a intensității lor; pentru calculul prin metoda stărilor limită este necesar să se cunoască încărcările maxime, și aceasta cu o anumită probabilitate. O prelucrare statistică nu poate fi realizată întrucât nu sunt suficiente date; în norme se precizează valoarea normată a încărcărilor din care se obține valoarea de calcul; aceasta este cea mai defavorabilă încărcare

4.4.2. Verificarea la stări limită.

Elemente complete de verificare a secțiunilor.

În conformitate cu STAS 10111/2-87, calculul elementelor din beton armat cuprinde:

- a) verificarea la starea limită de rezistență;
- b) verificarea la starea limită de oboseală;
- c) verificarea la starea limită de fisurare;
- d) verificarea la starea limită de deformație.

Pentru cazuri speciale (elemente de formă deosebită a secțiunii transversale, elemente cu solicitări complexe, elemente masive), verificarea la starea limită de rezistență se poate face punând condiția ca eforturile unitare din beton și armătură, produse de încărcările limită, determinate în stadiul II de lucru, să nu depășească rezistențele de calcul.

A) Verificarea la starea limită de rezistență, în secțiuni normale.

Calculul solicitărilor (eforturi secționale) se efectuează luându-se în considerație valorile limită ale încărcărilor cu caracter dinamic, în gruparea cea mai defavorabilă.

Stabilirea distribuției eforturilor unitare în calculul la starea limită de rezistență în secțiuni normale se face având în vedere următoarele ipoteze:

- secțiunile plane normale rămân plane și după deformarea elementului (ipoteza secțiunilor plane);

- se neglijează rezistența la întindere a betonului;
- curbele betonului și armăturii sunt cele din fig.108 și fig.109;
- deformația specifică limită la compresiune a betonului, se ia 3,5 pentru cazul în care axa neutră se află în interiorul secțiunii (vezi fig. 110) și de 2 în cazul convențional al compresiunii centrice; între cele două limite, valorile se obțin cu relația:

$$\varepsilon_{b,lim}\% = 2 + 3\bar{e}_o \leq 3,5\% \quad (4.17)$$

în care:

$$\bar{e}_o = \frac{M}{Nh} \quad (4.18)$$

- alungirea specifică ε_{alim} a armăturii se ia 10%

Calculul în secțiuni normale ale elementelor din beton armat, solicitate la încovoiere, compresiune excentrică și întindere excentrică cu excentricitate mare se face considerând că:

- eforturile unitare în betonul din zona comprimată au mărimea constantă R_c ;

- efortul σ'_a în armătura A_a' se ia în calcul cu valoarea ($-R_a$), dacă $x > 2a'$; în caz contrar se admite un calcul simplificat cu considerarea rezultantei tuturor compresiunilor la nivelul centrului de greutate al armăturilor A_a' ;

- efortul σ_a în armătura A_a , concentrată la marginea întinsă sau mai puțin comprimată se ia în calcul cu valorile:

$$\text{dacă: } \frac{x}{h_o} \leq \xi_{lim}, \quad \sigma_a = R_a \quad (4.19)$$

$$\text{dacă } \xi_{lim} < \frac{x}{h_o} \leq 0,8, \quad \sigma_a = R_a \frac{\xi_{lim} \left(1 - 1,25 \frac{x}{h_o}\right)}{\frac{x}{h_o} (1 - 1,25 \xi_{lim})} \quad (4.20)$$

$$\text{dacă } \frac{x}{h_0} > 0,8, \quad \sigma_a = -R_a \left(5 \frac{x}{h_0} - 4 \right) \quad (4.21)$$

În calculul secțiunilor elementelor din beton armat cu luarea în considerare a corelării dintre eforturile unitare și deformații, specifice se adoptă curba efort unitar-deformație fig.108.

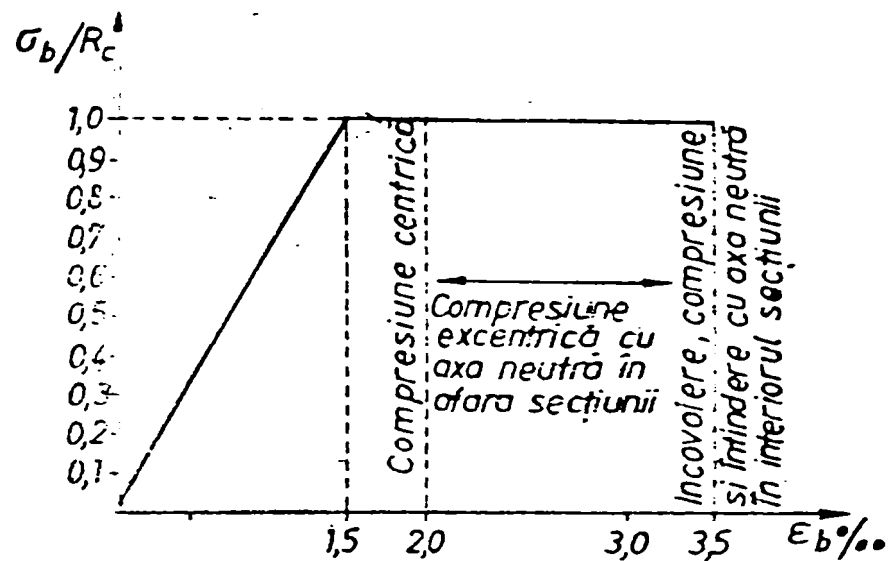


Fig. 108

Pentru oțelurile laminate la cald (PC60, PC52, OB37) se utilizează curba caracteristică ($\sigma - \epsilon$), conform fig.109.

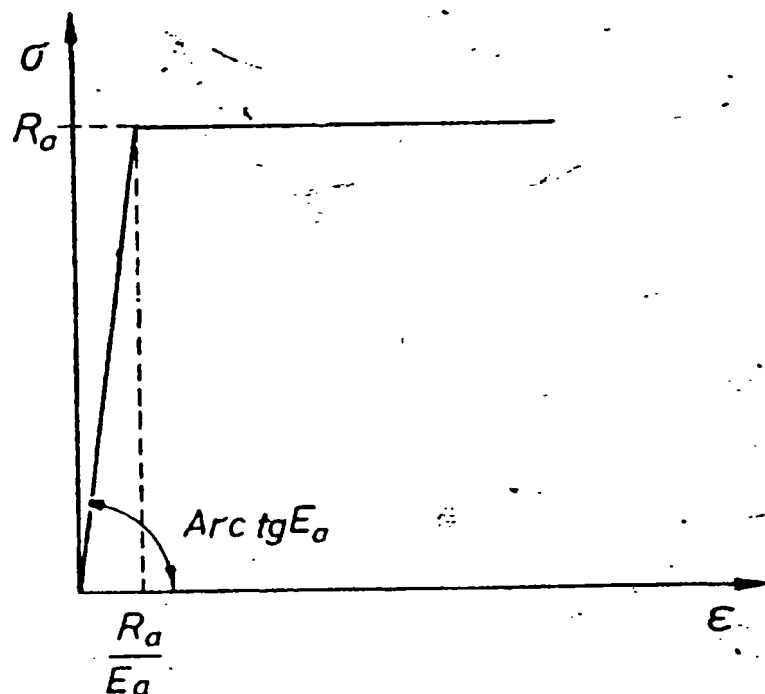


Fig. 109

în care:

x = înălțimea zonei comprimate convenționale, pe care se admite repartiția constantă a eforturilor unitare R_c ;

$$\xi_{lim} = 0,55$$

Valoarea absolută σ_a nu va depăși R_a .

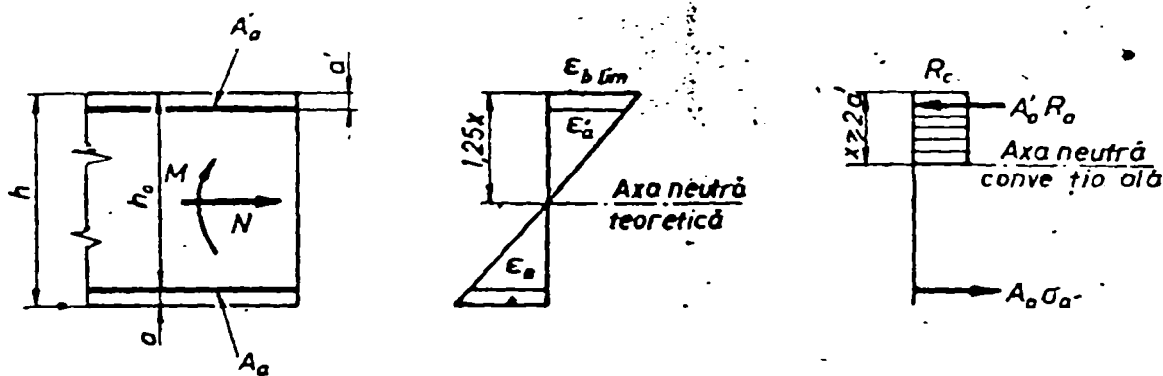


Fig. 110

Calculul elementelor solicitate la încovoiere se face cu relațiile:

a) secțiune oarecare simplu armată cu o axă de simetrie în planul în care se produce încovoierea:

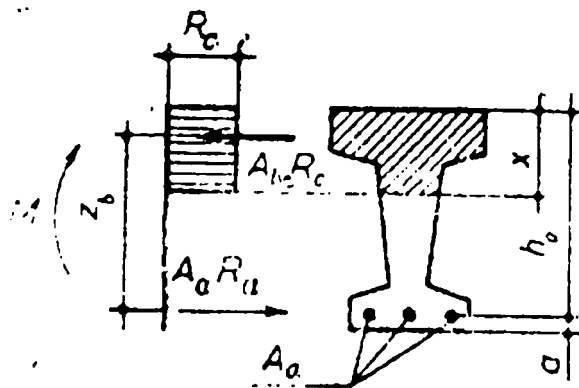


Fig. 111

Criterii și condiții de aplicabilitate:

$$\frac{x}{h_0} \leq \xi_{lim} \quad (4.22)$$

Relații de calcul:

$$M \leq A_{bc} z_b R_c \quad (4.23)$$

Poziția axei neutre se stabilește cu relația:

$$A_{bc} R_c = (A_a - A'_a) R_a \quad (4.24)$$

b) secțiune oarecare dublu armată cu o axă de simetrie în planul în care se produce încovoierea:

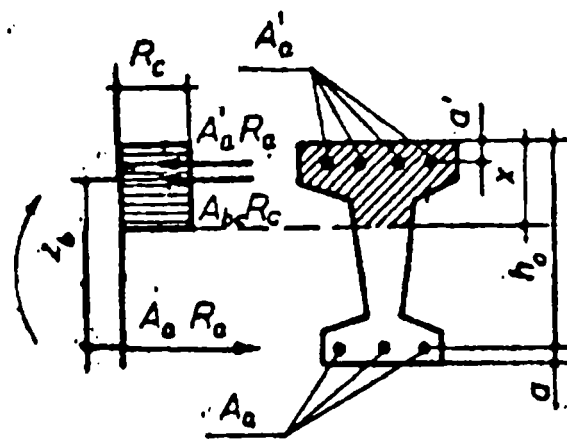


Fig. 112

Criterii de aplicabilitate:

$$\frac{x}{h_0} \leq \xi_{lim} \quad (4.25)$$

Se recomandă:

$$M \leq S_0 R_c \quad (4.26)$$

Relații de calcul:

$$M \leq A_{bc} z_b R_c + A_a R_a (h_0 - a') \quad (4.27)$$

Poziția axei neutre se stabilește cu relația:

$$A_{bc} R_c = (A_a - A'_a) R_a \quad (4.28)$$

Dacă:

$$z_b > h_0 - a' \quad (4.29)$$

Relații de calcul:

$$M \leq A_a R_a (h_o - a') \quad (4.30)$$

dar cel puțin capacitatea portantă a secțiunii considerată simplu armată.

c) secțiune dublu armată cu armătură pe mai multe rânduri sau cu armătură intermediară:

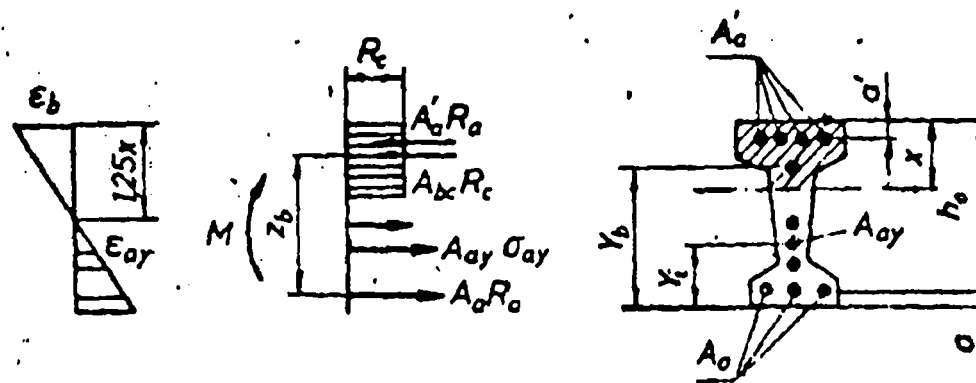


Fig. 113

Criterii și condiții de aplicabilitate:

$$\frac{x}{h_o} \leq \xi_{lim} \quad (4.31)$$

Relații de calcul:

$$A_{bc} R_c = \Sigma A_{ay} \sigma_{ay} \quad (4.32)$$

$$\sigma_{ay} = \varepsilon_{ay} E_a \quad \text{pentru} \quad \varepsilon_{ay} \leq \frac{R_a}{E_a} \quad (4.33)$$

$$\sigma_{ay} = R_a \quad \text{pentru} \quad \sigma_{ay} > \frac{R_a}{E_a} \quad (4.34)$$

$$\varepsilon_{ay} = 2.5 \cdot 10^{-3} \frac{h - 1.25x - y_i}{1.25x} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \quad (4.35)$$

$$M \leq \Sigma A_{ay} \sigma_{ay} y_i + A_{bc} R_c y_b \quad (4.36)$$

d) secțiune dreptunghiulară simplu armată:

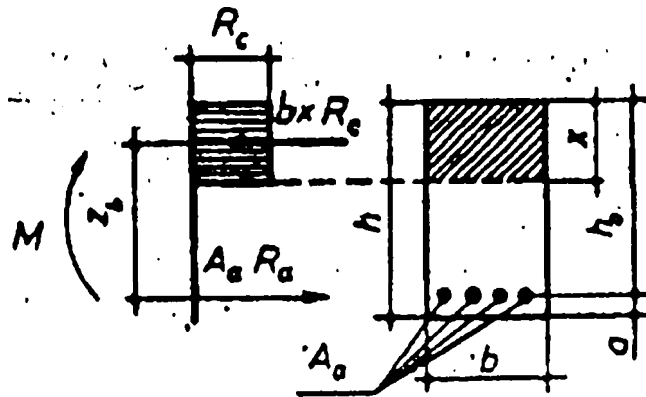


Fig. 114

Criterii și condiții de aplicabilitate:

$$\frac{x}{h_0} \leq \xi_{lim} \quad (4.37)$$

Relații de calcul:

$$M \leq b x R_c \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) \quad (4.38)$$

$$x = \frac{A_a R_a}{b R_c} \quad (4.39)$$

e) secțiune dreptunghiulară dublu armată:

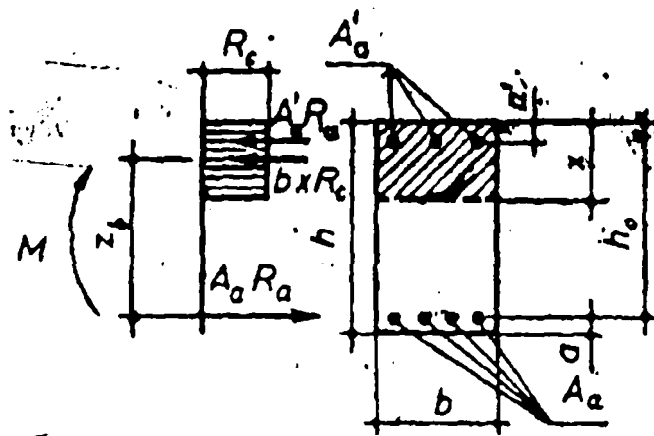


Fig. 115

Criterii și condiții de aplicabilitate:

$$\frac{x}{h_0} \leq \xi_{lim} \quad (4.40)$$

$$z_b \leq h_0 - a' \quad (4.41)$$

Se recomandă:

$$M \leq 0.5_b h_o^2 R_c \quad (4.42)$$

Relații de calcul:

$$M \leq b x R_c \left(h_o - \frac{x}{2} \right) + A'_a R_a (h_o - a) \quad (4.43)$$

$$x = \frac{(A_a - A'_a) R_a}{b R_c} \quad (4.44)$$

Dacă:

$$x \leq 2a' \quad (4.45)$$

Relații de calcul:

$$M \leq A_a R_a (h_o - a') \quad (4.46)$$

f) secțiuni T, I sau asimilabile cu aceste forme, cu axa neutră în placă:

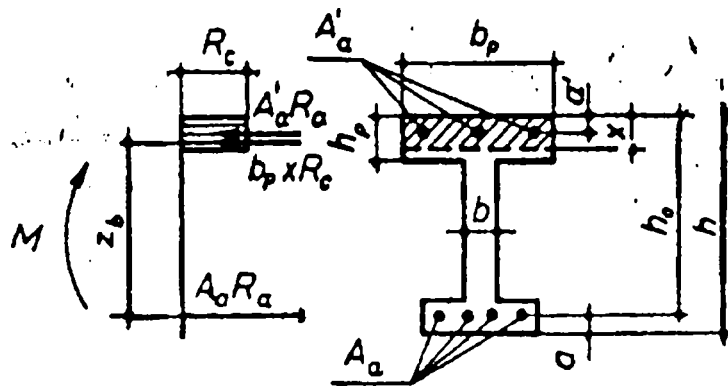


Fig. 116

Criterii și condiții de aplicabilitate:

$$b_p h_p R_c \geq (A_a - A'_a) R_a \quad (4.47)$$

Relații de calcul:

Se asimilează secțiunile T, I cu o secțiune dreptunghiulară de lățime b_p , calculându-se în consecință.

g) secțiuni T, I sau asimilabile cu aceste forme, cu axa neutră în inimă:

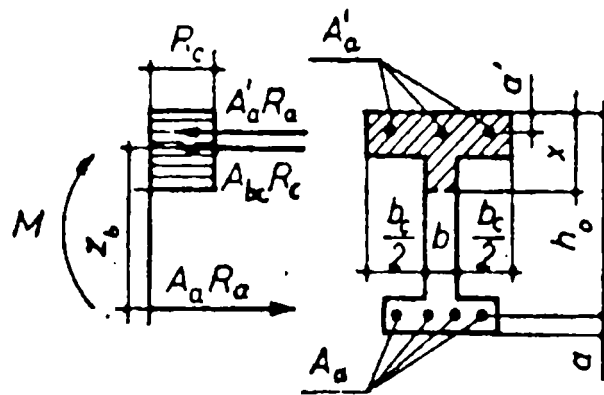


Fig. 117

Criterii și condiții de aplicabilitate:

$$b_p h_p R_c < (A_a - A'_a) R_a \quad (4.48)$$

Relații de calcul:

$$M \leq \left[b x \left(h_o - \frac{x}{2} \right) + b_c h_p \left(h_o - \frac{h_p}{2} \right) \right] R_c + A'_a R_a (h_o - a')$$

$$x = \frac{(A_a - A'_a) R_a - b_c h_p R_c}{b R_c} \quad (4.49)$$

Semnificația simbolurilor utilizate, este:

S_o : momentul static al întregii secțiuni utile de beton (de înălțime h_o) față de rezultanta eforturilor din armătura întinsă;

$\xi = \frac{x}{h_o}$ înălțimea relativă a zonei comprimate convenționale de beton;

b_p : lățimea activă a plăcii din zona comprimată; la elementele cu placa în zona întinsă sau mai puțin comprimată, lățimea maximă de placă activă considerată în calcul se limitează prin condiția:

$$S_o \leq 0.6 \cdot b \cdot h_o^2 \quad (4.50)$$

A_b, A_a : aria întregii secțiuni de beton, respectiv a întregii secțiuni de armătură longitudinală la secțiunea circulară, inelară.

Pentru elementele cu secțiuni în T, solicitate la forțe tăietoare, având talpa în zona comprimată, în afară de verificarea la forțe tăietoare, în secțiunile înclinate din inimă, se fac verificări în placă, la sfârșitul vutei, în secțiunea III - III cu relația:

$$Q \leq 3R_t h_o h_p \left(1 + \frac{S\omega_1}{S\omega_2} \right) \quad (4.51)$$

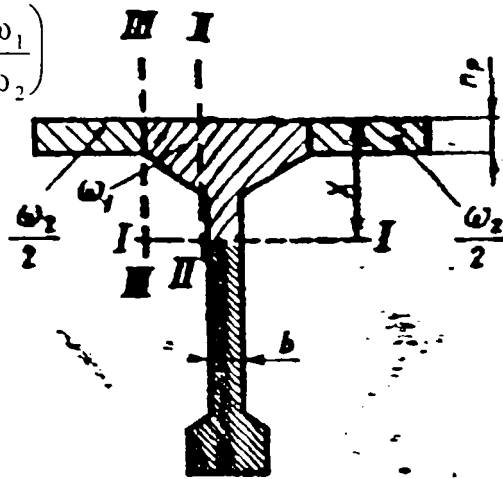


Fig. 118

în care:

Q - forța tăietoare

h_o - înălțimea utilă a grinzii

h_p - grosimea plăcii

S\omega₁ - momentul static în raport cu axa neutră I-I a ariei zonei comprimate a betonului (\omega₁) limitată de secțiunea III-III și de axa neutră;

S\omega₂ - momentul static față de axa neutră a restului secțiunii de beton comprimat (\omega₂);

R_t - rezistența de calcul la întindere.

În secțiunea II-II se folosește aceeași relație, introducându-se S\omega₁ și S\omega₂, corespunzător secțiunii II-II în care se face verificarea.

B. Verificarea la starea limită de oboseală.

La starea limită de oboseală se verifică eforturile unitare normale în beton și armătură, eforturile unitare principale de întindere în beton și eforturile de întindere din armătura înclinată și etrieri. În calcule se consideră solicitările maxime stabilite cu valorile de exploatare ale

încărcărilor, în gruparea I fundamentală, încărcările mobile luându-se cu coeficient dinamic.

Valorile eforturilor unitare normale de compresiune în beton și de întindere în armătură, calculate în stadiul II, considerând coeficientul de echivalență (n°_a) trebuie să se limiteze la valorile rezistențelor de calcul la oboseală stabilite pentru beton și pentru armătură. pag 108

Eforturile unitare principale de întindere în beton (σ_1) trebuie să îndeplinească condițiile din tabel, armătura înclinată și etrierii prevăzându-se în funcție de mărimea eforturilor unitare respective.

Tabelul 1

Nr crt.	Elementele de construcție	Condițiile pentru eforturile unitare de întindere (σ_1)	Armăturile înclinate și etrierii se prevăd:	
			constructiv	pe bază de calcul
1	Toate elementele de construcție, în afară de plăci și dale	$\sigma_{1\max} \leq 0.5 R_t$	x	
2		$2.5 R_t \geq \sigma_{1\max} > 0.5 R_t$		x
3	Plăci și dale	$\sigma_{1\max} < 0.6 R_t$	x	
4		$2.5 R_t \geq \sigma_{1\max} > 0.6 R_t$		x

Unde R_t reprezintă rezistența de calcul la întindere la betonul simplu.

La elementele la care $\sigma_{1\max} > 0.6 R_t$ eforturile unitare principale de întindere se preiau de către beton pe porțiunile pe care $\sigma_1 \leq 0.5 R_t$ și de către armături înclinate pe restul lungimii elementului; se armează cu etrieri, numai în situații speciale.

Eforturile unitare de întindere din etrieri și armăturile înclinate stabilite prin calcul nu trebuie să depășească rezistențele de calcul la oboseală.

Coeficientul de asimetrie pentru verificarea la oboseală în secțiuni înclinate se stabilește cu raportul:

$$\rho = \frac{Q_{\min}}{Q_{\max}} \quad (4.52)$$

Eforturile unitare principale de întindere, stabilite pe baza diagramei înfășurătoare de forțe tăietoare maxime se preiau de etrieri (suprafața hașurată dublu) și armătură înclinată (suprafața hașurată simplu).

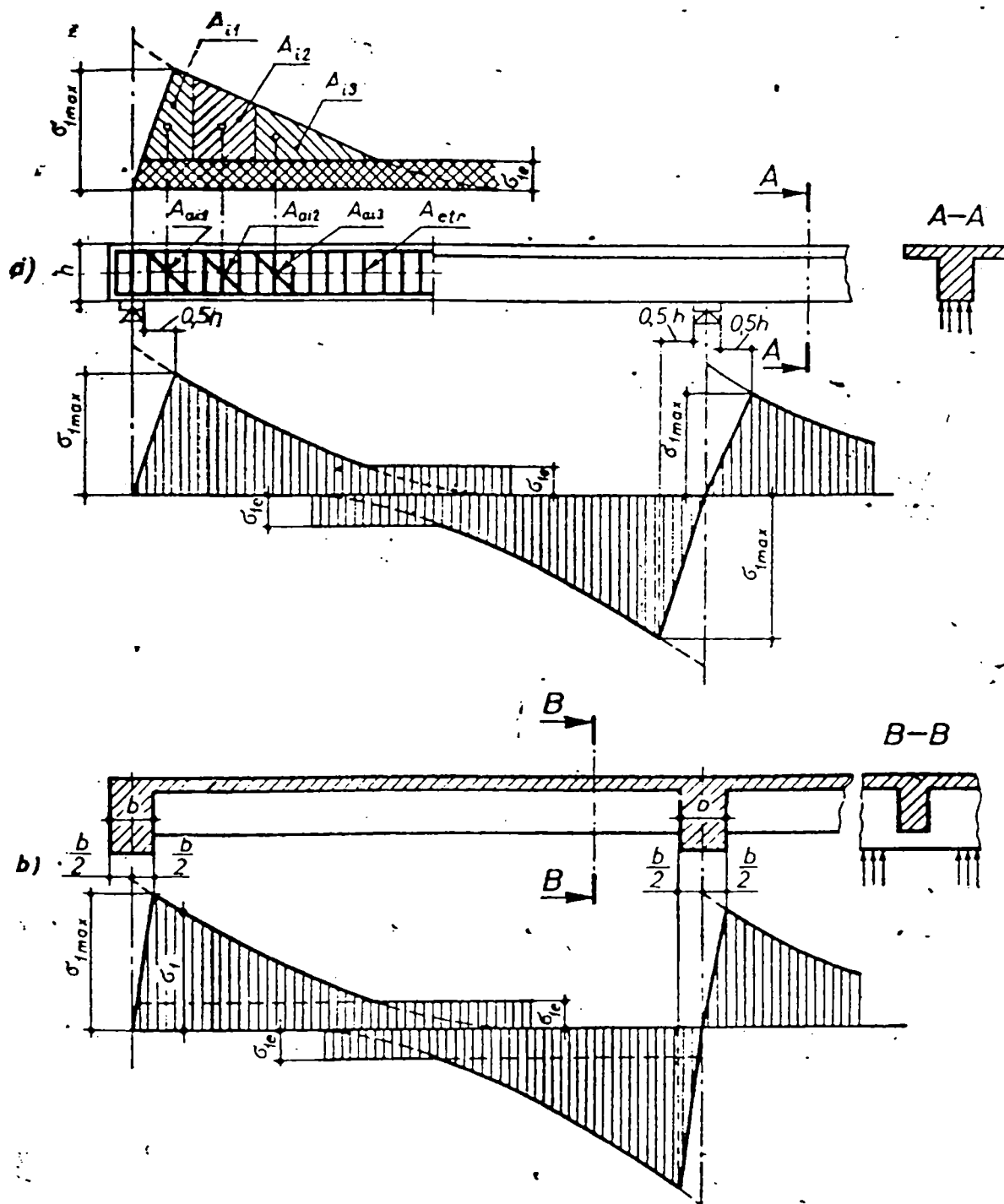


Fig. 119

Efortul unitar principal de întindere preluat de etrieri (σ_{1e}) se determină cu relația:

$$\sigma_{1e} = \frac{A_{et} R_a^o}{a_{et} b} \quad (4.53)$$

în care:

A_{et} - aria tuturor ramurilor de etrieri din secțiunea transversală

a_{et} - distanța dintre etrieri

b - lățimea grinzii, sau a inimii, la nivelul la care s-a calculat efortul principal (σ_1)

R_a^o - rezistența de calcul, la oboseală, a armăturii.

Aria tuturor armăturilor înclinate (A_{ai}) pentru preluarea eforturilor principale de întindere (σ_{1i}) - fig. 119 se stabilește cu relația:

$$A_{ai} = \frac{A_i b}{R_a^o \sqrt{2}} \quad (4.54)$$

în care A_i este aria suprafeței de eforturi principale σ_{1i} care se preiau de către armătura înclinată.

Distribuția barelor înclinate de-a lungul elementului se face respectându-se condiția:

$$\frac{A_{i1} b_1}{A_{ai1}} = \frac{A_{i2} b_2}{A_{ai2}} = \frac{A_{i3} b_3}{A_{ai3}} \quad (4.55)$$

în care: A_{ai1} , A_{ai2} , A_{ai3} sunt ariile armăturilor înclinate, din cele trei secțiuni - fig.119

Eforturile unitare de întindere produse de solicitările de torsiune stabilite conform anexei E din STAS 10111/2-87 se preiau prin armături suplimentare longitudinale și etrieri.

Reducerea diagramei de eforturi unitare principale, de la $\sigma_{1 \max}$ în dreptul secțiunii situată la distanța 0.5 h de marginea reazemului, la valoarea zero în axul de rezemare - fig.119 a nu este permisă la grinzile la care transmiterea forțelor tăietoare se face la alte grinzi (cazul grinzilor secundare intersectate de grinzile principale); în aceste cazuri - fig.119 b,

diagrama eforturilor unitare principale se reduce de la $\sigma_{1 \max}$ în dreptul secțiunii de la marginea reazemului, la zero în axul de rezemare.

C. Verificarea la starea limită de fisurare.

La starea limită de fisurare se limitează mărimea deschiderii fisurilor în secțiuni normale și înclinate, sub acțiunea solicitărilor maxime, considerând încărcările cu valori de exploatare și influența coeficientului dinamic.

Mărimea deschiderii fisurilor maxime (Δ), în medii neagresive sau cu agresivitate foarte slabă, trebuie să fie limitată la 0,2 mm pentru gruparea I de încărcări și la 0,25 mm pentru gruparea II de încărcări.

Calculul mărimii deschiderii fisurilor (α_f) în secțiuni normale, se face:

La elementele din beton armat solicitate la încovoiere, compresiune excentrică și întindere centrică

$$\alpha_f = \lambda_f \frac{\psi \sigma_a}{E_a} \leq \Delta \quad (4.56)$$

în care:

σ_a - efortul unitar din armătura longitudinală întinsă, stabilit în stadiul II de lucru al betonului armat, considerând coeficientul de echivalență n_a în funcție de clasa betonului și raportul - solicitare de lungă durată/ solicitare totală.

Pentru celelalte solicitări se calculează cu relația:

$$\sigma_a = \frac{R_a A_{a \text{ necesar}}}{1,25 A_{a \text{ efectiv}}} \quad (4.57)$$

E_a - modul de elasticitate al armăturii;

λ_f - distanța dintre fisurile normale, în milimetri;

$$\lambda_f = A + B \frac{d}{\mu_i} \quad (4.58)$$

$$A = 2 \left(c + \frac{s}{10} \right) \quad (4.59)$$

B - coeficient conform tipului de oțel

d - diametrul armăturii longitudinale, în milimetri

$$\mu_i = \frac{A_a}{A_{bi}} - \text{coeficient de armare} \quad (4.60)$$

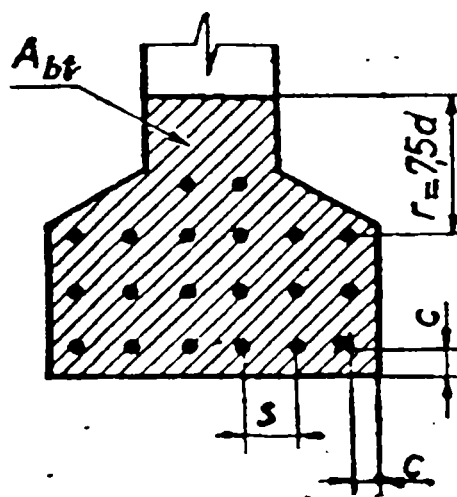


Fig. 120

A_{bi} = aria de înglobare, determinată conform fig.120 și anume: se obține de la adăugarea de la ultimul rând de armături a unei înălțimi de 7,5 d; dacă aria armăturilor care se află în ultimul rând este mai mică decât jumătate din aria armăturii uneia din celelalte rânduri, 7,5 d se măsoară de la penultimul rând de armături.

c - strat de acoperire, în mm.

s - distanța dintre axele armăturilor, în mm, dar nu mai mult ca 15d (d, în mm)

Ψ - coeficient calculat cu relația:

$$\Psi = 1 - \beta(1 - 0,5\nu) \frac{A_{bt} R_{ik}}{A_a \sigma_a} \quad (4.61)$$

Pentru oboseală $\Psi = 1,0$

$\bar{\beta}$ - coeficient funcție de tipul oțelului din armături

ν - raportul dintre solicitarea din încărcări permanente și temporare de lungă durată sau repetate (care pot provoca oboseala elementelor) și solicitarea totală.

R_{tk} - rezistența caracteristică de întindere

Δ - mărimea maximă a deschiderii fisurilor

Mărimea deschiderii fisurilor în secțiuni înclinate se determină cu relația:

$$\alpha_{fi} = \lambda_f K_\alpha \frac{\alpha_{am}}{E_a} \leq \Delta \quad (4.62)$$

în care: λ_f - distanța dintre fisurile normale, în milimetri, determinată cu relația 4.58:

$$K_\alpha = 1,25$$

α_{am} - efortul unitar convențional din armătură, care se determină cu relația:

$$\sigma_{am} = \beta_i R_a \frac{Q^E}{Q_{cap}} \quad (4.63)$$

$\beta_i = 0,6(1+0,4\nu)$, pentru etrieri din oțel PC;

$\beta_i = 0,7(1+0,2\nu)$, pentru etrieri din oțel OB37;

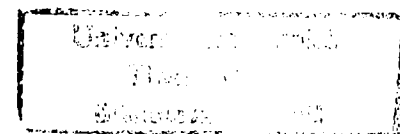
$\beta_i = 0,8(1+0,1\nu)$, pentru armături transversale din STNB (în carcasa sudate)

Q^E - forța tăietoare maximă în secțiunea care se verifică;

Q_{cap} - forța tăietoare capabilă.

D. Verificarea la starea limită de deformație.

La starea limită de deformație, mărimea săgeților calculate ale suprastructurilor se limitează la $L/800$, în care L este deschiderea de calcul a elementului de rezistență.



La console, săgețile se limitează la $L/400$.

Săgețile se calculează considerându-se numai încărcarea mobilă cu valori de exploatare, fără coeficient dinamic.

Pentru stabilirea contrasăgeților căii se calculează și deformațiile care apar sub încărcările permanente.

Calculul deformațiilor se face cu relațiile din mecanica construcțiilor, considerând materialul elastic și omogen și adoptând pentru factorul de rigiditate, valorile:

$0,6 E_b I_b$, la încovoiere.

$0,6 E_b A_b$, la solicitări longitudinale,

în care:

E_b - modul de elasticitate al betonului,

I_b , A_b - momentul de inerție, respectiv aria secțiunii de beton.

Momentul de inerție și aria , necesare pentru stabilirea factorului de rigiditate se calculează considerând numai secțiunea de beton.

La construcțiile cu deschideri mai mari de 20 m, sau când solicitarea din încărcarea permanentă depășește 70% din solicitarea totală, la calculul deformațiilor se recomandă să se țină seama de comportarea reală a materialelor și conlucrarea dintre beton și armătură cu factorii de rigiditate K stabiliți astfel:

- pentru elementele solicate la încovoiere, compresiune excentrică cu excentricitate mare și întindere excentrică cu excentricitate mare, cu relația:

$$K = \frac{E_a A_a \beta h_0^2}{1 \pm \frac{\zeta - x_A}{e_0}} \quad (4.64)$$

In expresia de la numitor, semnul minus se ia pentru compresiune, unde:

β - coeficient care se determină cu relația:

$$\beta = \frac{\zeta(1-\xi)}{\Psi} \quad (4.65)$$

$\zeta = \frac{z}{h_0}$; $\xi = \frac{x}{h_0}$ - coeficienți care se determină în stadiul II

considerând coeficientul de echivalență n_a ;

Ψ - coeficient, acărui valoare, pentru armături de tip OB și PC, la elemente care nu sunt supuse la oboseală sunt prevăzute în tabele.

Pentru elementele calculate la oboseală, $\Psi = 1$

h_0 - înălțimea utilă a secțiunii

\bar{x}_A = coeficient având valoarea:

$$\bar{x}_A = \frac{x_A}{h_0} \quad (4.66)$$

x_A = distanța dintre centrul de greutate al secțiunii și centrul de greutate al armăturii (A_a)

\bar{e}_0 - coeficient având valoarea:

$$\bar{e}_0 = \frac{e_0}{h_0} \quad (4.67)$$

în care e_0 este excentricitatea dată de relația M/N

Pentru fiecare porțiune de element cu moment încovoietor de același sens, factorul de rigiditate se poate considera constant și egal cu valoarea din secțiunea cu moment încovoietor maxim de pe porțiunea respectivă.

Pentru elemente cu înălțime constantă, calculul se poate efectua considerând factorul de rigiditate constant pe întreaga deschidere, egal cu valoarea factorului de rigiditate din câmp.

4.4.3. Concluzii privind aplicarea metodei de calcul la stări limită pentru poduri.

- Metoda corespunde stadiului actual de cunoaștere a proprietății materialelor, are un caracter științific, utilizează relații de calcul bazate pe comportarea reală a materialelor.

- Metoda definește suficient de exact stările limită pe care poate să le atingă o structură în exploatare.

În proiectarea podurilor se vor verifica secțiunile caracteristice, în câmp și în vecinătatea reazemelor la toate stările limită

Așa cum am menționat la punctul 4.4.1.4. metoda are un caracter semiprobabilist.

Se desprinde însă concluzia că metoda de calcul la stări limită conține încă rezerve suficiente care pot fi fructificate, pe măsura acumulărilor necesare.

4.5. Metode numerice de calcul pentru podurile dalate.

4.5.1. Considerații generale.

Proiectarea podurilor dalate având suprastructura alcătuită din dale continue pe două sau mai multe deschideri - soluție care elimină rosturile intermediare - impune o serie de condiții cum ar fi: alegerea tipului de structură potrivită scopului propus, determinarea acțiunilor directe și indirecte (eventuale deformații impuse), combinații între acestea, calculul eforturilor și al deplasărilor în secțiunile caracteristice ale structurii, dimensionarea și alcătuirea elementelor suprastructurii.

Toate condițiile enumerate se materializează într-un model matematic: ecuații cu derivate parțiale sau ecuații integrale, care trebuie rezolvate. Deoarece rezolvarea acestor ecuații este deosebit de dificilă, oferind soluții

aproximative, sau sunt nerezolvabile pe cale analitică, s-a recurs la metode de aproximare a funcțiilor și la tehnica calculului numeric, cu ajutorul programelor de calcul automat.

Tehnica modernă de calcul permite folosirea unui model fizic care să se apropie cât mai mult de structura reală, numărul necunoscutelor sistemului de ecuații fiind "n" și depinzând de capacitatea calculatorului. Pentru structurile bidimensionale (plăci plane, curbe, etc.), calculul dinamic și de stabilitate poate fi realizat fie utilizând procedee de discretizare matematică (metoda diferențelor finite), sau discretizare fizică (metoda elementelor finite, metoda fâșiilor finite).

Metoda elementelor finite presupune discretizarea tuturor celor "n" variabile independente rezultând sisteme de ecuații algebrice care se rezolvă prin utilizarea programelor de calcul. [10]

În lucrare se prezintă principalele variante ale metodelor elementelor finite.

Metoda fâșiilor finite presupune o precizie a rezultatelor mai mare, printr-o discretizare mai fină a primelor "n - 1" variabile, aproximând ecuațiile cu derivate parțiale prin sisteme de ecuații diferențiale, care se rezolvă utilizând de asemenea programe pe calculator. [12, 33, 59, 61]

De fapt metoda fâșiilor finite este o metodă semianalitică, care dă rezultatele cele mai apropiate de comportarea reală a elementelor dalate, caracterizate prin proprietăți geometrice constante în lungul unei direcții.

4.5.2. Metoda elementelor finite. [10, 27, 32, 34, 41, 53]

4.5.2.1. Principiul metodei.

Metoda elementelor finite se bazează pe discretizarea structurilor de rezistență în corpuri deformabile, cu o formă geometrică cât mai simplă, legate între ele printr-un număr finit de noduri. Pentru abordarea calculului

este imperios necesară definirea completă a fiecărui element rezultat din discretizarea structurii.

După rezolvarea ecuațiilor se obțin eforturile într-o anumită secțiune - anumite secțiuni caracteristice de calcul, (M, T, N, Mt sau unitare τ, σ), cu deformațiile corespunzătoare și deplasările nodurilor. Astfel în cazul general al structurii care se studiază prin discretizare, în fiecare nod rezultat trebuie să existe un echilibru între forțele exterioare care acționează asupra elementului și cele care concură în nodul "i", dat de relația:

$$F_i^{inc.} = F_i^{el} \quad (4.68)$$

Dacă se aplică rezultatele elementelor finite componente și ale nodurilor aferente rezultă ecuații de asamblare de tipul:

$$K \cdot \delta = F^{inc} - F_p - F_{\epsilon 0} \quad (4.69)$$

$$\text{unde } F^{inc} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ \vdots \\ F_n \end{Bmatrix}^{inc}; \quad \text{forțele exterioare.} \quad (4.70)$$

$$- F_p = \begin{Bmatrix} \sum (F_{1i})_p \\ \vdots \\ \sum (F_{ni})_p \end{Bmatrix}; \quad = \text{greutatea proprie} \quad (4.71)$$

$$- F_{\epsilon 0} = \begin{Bmatrix} (\sum F_{1i})_{\epsilon_0} \\ \vdots \\ \sum (F_{ni})_{\epsilon_0} \end{Bmatrix}; \quad = \text{forțele nodale} \quad (4.72)$$

$$- \delta = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_n \end{Bmatrix} \quad = \text{deplasările nodurilor} \quad (4.73)$$

și indicii de la 1...n = nodurile structurii

i = însumarea reacțiunii dinr-un nod

K = matricea de rigiditate a structurii raportată la axele generale de coordonate - rezultă prin asamblarea matricelor de rigiditate locale ale elementelor finite în care este discretizată structura.

Pentru a fi asamblate în matricea K, matricele k locale ale elementelor componente suferă două transformări:

a) o transformare se efectuează raportând matricea K la sistemul general de coordonate al întregii structuri prin utilizarea unei matrici ajutătoare;

b) a doua transformare este o expansiune a aceleiași matrici locale k în sistemul general de coordonate al întregii structuri, care se efectuează prin intermediul matricii de expansiune "e".

Pentru a exprima "k" din sistemul local de axe în sistemul general de axe, se pornește de la relația generală forțe - deplasări din cele două sisteme de axe:

$\bar{F} = \bar{K} \cdot \bar{\delta}$ - în relația (4.74) unde făcând înlocuirile menționate la punctul a.) rezultă:

$$F = \lambda^T k \lambda \bar{\delta}, \quad (4.75)$$

F = sistem de forțe în matricea de rigiditate a sistemului general de axe.

λ^T = matricea ajutătoare rezultată din rotirea sistemului local de axe ortogonale în jurul originii cu .

k = matricea de rigiditate a unui element finit

λ = matricea ajutătoare pentru axele ortogonale xoy nerotite

$\bar{\delta}$ = deplasarea nodurilor în sistemul general de axe al întregii structuri.

Intre λ^T și λ există relația: $\lambda^{-1} = \lambda^T$ (4.76)

iar:

$$\lambda = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (4.77)$$

Relația (4.75) reprezintă matricea de rigiditate a unui element finit din axele generale de coordonate stabilite în funcție de matricea de rigiditate din axele locale de coordonate. În cazul în care intervin deplasări, trecerea de la un sistem de forțe și deplasări la celălalt sistem, se face scriind:

$$F = e \cdot \bar{F}_e \quad \text{și} \quad \delta_e = e \cdot \bar{\delta} \quad (4.78)$$

iar matricea de rigiditate devine :

$$k_e = e \cdot k \cdot e^T \quad (4.79)$$

e^T = matricea de expansiune în raport cu axele rotite.

Deci pentru realizarea asamblării matricelor de rigiditate locale a fiecărui element finit discretizat din structura inițială sunt necesare două condiții:

- compatibilitatea deplasărilor;
- echilibrul structurii.

Sistemul de ecuații (4.69) se rezolvă cu ajutorul calculatorului, rezultând deplasările δ ale nodurilor structurii, iar odată cunoscute acestea, se pot determina eforturile unitare în diverse secțiuni cu ajutorul matricei ajutătoare (4.77).

4.5.2.2. Metoda elementelor finite aplicată mediilor continue elastice.

Principiul metodei elementelor finite aplicat în cazul mediilor continue elastice, constă în separarea structurilor prin linii sau suprafețe - în cazul structurilor masive - rezultând un număr de elemente finite. Aceste elemente se interconectează într-un număr discret de puncte nodale - noduri de pe conturul lor a căror deplasare constituie necunoscute ce trebuie determinate. Deplasarea punctelor din interiorul fiecărui element finit este exprimată funcție de deplasările nodurilor, cu ajutorul unor funcții de deplasări sau funcții de eforturi. Aceste funcții odată definite servesc la aflarea stării de eforturi unitare din interiorul fiecărui element finit. Echilibrul acestor elemente și în consecință a întregii structuri se realizează prin scrierea relațiilor menționate.

Pentru prezentarea metodelor elementelor finite aplicate mediilor continue elastice, se consideră cazul particular al stării de tensiune plană a

unei dale împărțită imaginar în elemente finite triunghiulare. Triunghiurile obținute sunt oarecare pentru a evita cazurile particulare.

În figura 121 se poate vedea împărțirea în triunghiuri a dalei, iar în fig.122 elementul finit decupat:

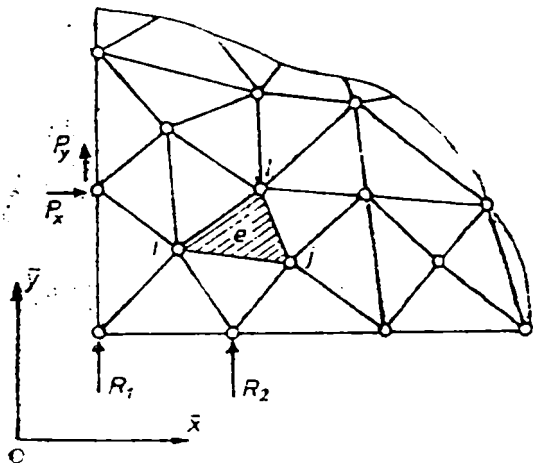


Fig. 121

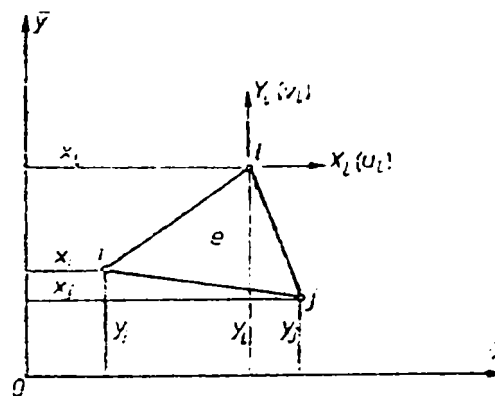


Fig. 122

poziționat în cadrul sistemului general de axe de coordonate și în cel local; deplasările locale sunt u_e și v_e necesare definirii funcției de deplasări $\phi(x,y)$ din interiorul elementului finit "e". Se poate scrie vectorul deplasărilor necunoscute:

$$\delta^e = \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_l \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_l \\ v_l \end{Bmatrix}. \quad (4.80)$$

În acest caz funcția de deplasări este liniară, iar forma matriceală este:

$$\Phi^e(x, y) = \mathbf{P}^T \alpha, \quad \text{unde:} \quad (4.81)$$

\mathbf{P}^T = forțele distribuite din interiorul elementului.

α = coeficientul funcției liniare

Funcția aleasă asigură o repartiție corespunzătoare a eforturilor unitare în interiorul elementului triunghiular.

$$\text{Deci: } \phi = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix}. \quad (4.82)$$

$$\begin{aligned} \text{unde: } u(x, y) &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v(x, y) &= \alpha_4 + \alpha_5 x + \alpha_6 y, \end{aligned} \quad (4.83)$$

de unde pentru fiecare nod rezultă expresia componentelor deplasării u și v .

Atunci funcția de deplasări se obține după rezolvarea sistemelor de ecuații care rezultă în u și v .

$$\phi = N \cdot \delta^e = [N_i, N_j, N_l] \begin{Bmatrix} \delta_i \\ \delta_j \\ \delta_l \end{Bmatrix} \quad (4.84)$$

unde:

- δ^e = are semnificația din relația (4.80)

- N = funcția de formă, sau de interpolare și are forma:

$$N = [N_i, N_j, N_l] = [IN'_i, IN'_j, IN'_l], \quad (4.85)$$

- I = matricea unitate - de identificare a componentei după direcțiile x și y , a deplasărilor δ^e .

Elementul finit triunghiular se alege de asemenea manieră ca deformațiile specifice din interiorul acestuia (ϵ) să fie constante, fapt care rezultă de altfel și dintr-un calcul matriceal.

Legătura dintre eforturile unitare și deformațiile specifice se face cu ajutorul legii generalizate a lui Hooke, scrisă sub formă matriceală, de unde prin explicitarea eforturilor unitare și introducându-se deformațiile specifice inițiale (ϵ_0), rezultă:

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_0), \quad (4.86)$$

D = matricea de elasticitate a materialului; pentru un material elastic și izotrop:

$$D = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1 - \nu}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.87)$$

unde: E = modul de elasticitate

ν = coeficientul deformației transversale (Poisson)

În continuare se definesc forțele exterioare care acționează asupra elementului finit. Pentru nodul e :

$$\mathbf{F}_e = \begin{Bmatrix} X_e \\ Y_e \end{Bmatrix}, \quad (4.88)$$

iar matricea forțelor elementului finit este:

$$\mathbf{F}^e = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_j \\ \mathbf{F}_l \end{Bmatrix}. \quad (4.89)$$

Forțele nodale astfel definite sunt echivalente cu încărcările distribuite de pe elementul finit și cu cele care provin din deplasările nodurilor și deformațiilor inițiale.

Din relația (), \mathbf{P}^T se definește ca forțe distribuite în direcțiile x și Y (P_x și P_y); (forțe masice) și matricea devine:

$$\mathbf{P}^T = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \end{Bmatrix} \quad (4.90)$$

Pentru a defini ecuația de echilibru a forțelor care acționează în nodurile elementului finit triunghiular, se aplică principiul lucrului mecanic virtual: se egalează lucrul mecanic exterior dat de forțele din noduri () cu lucrul mecanic interior dat de eforturile unitare și forțele masice:

$$(\delta \mathbf{e})^T \mathbf{F}^e = (\delta \mathbf{e})^T \left(\int \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int \mathbf{N}^T \mathbf{p} dV \right). \quad (4.91)$$

unde:

$d \cdot \delta \mathbf{e}$ - deplasarea virtuală exprimată prin notație matriceală de această formă.

B^T = matricea deplasării corespunzătoare deformațiilor specifice și rezultă din relația:

$$\varepsilon = B^T \cdot \delta^e \quad (4.92)$$

N^T = funcția de formă - interpolară

P^T = semnificația din relația (4.90)

Deplasările virtuale au expresia:

$$d\Phi = N d\delta^e; d\varepsilon = B d\delta^e. \quad (4.93)$$

După înlocuirea tuturor elementelor cunoscute și rezolvarea ecuației lucrului mecanic virtual, rezultă:

$$F^e = \bar{k}^e \delta^e - F_0^e - F_1^e, \quad (4.94)$$

Se poate observa că relația (4.93) este sinonimă cu relația (4.69), unde s-a procedat la explicitarea și schimbarea semnului; deci elementul face parte dintr-o structură elastică continuă.

Eforturile unitare au forma:

$$\sigma = DB\delta^e - D\varepsilon_0. \quad (4.95)$$

Matricea de rigiditate a întregii structuri K se obține prin asamblarea matricelor de rigiditate ale elementelor finite componente, conform celor arătate.

4.5.2.3. Tipuri de elemente finite.

Utilizarea metodei elementelor finite la rezolvarea problemei de calcul a podurilor, presupune alegerea diferitelor forme de elemente finite cărora le sunt caracteristice diverse funcții de deformații (interpolare). Prin urmare sunt de rezolvat două aspecte:

- a. definirea caracteristicilor geometrice;
- b. definirea caracteristicilor cinematice.

Aceste două aspecte definesc legea de deformare a elementului finit.

Definirea caracteristicilor geometrice presupune:

- un sistem local de coordonate din interiorul elementului finit;

- un sistem general de coordonate;
- definirea formei elementului finit prin cele două matrici ale sistemelor de coordonate local și general.

Definirea caracteristicilor cinematice presupune idem ca la pct. a. definirea celor două sisteme de coordonate și în concordanță cu acestea, vectorul deplasării δ .

Se prezintă în continuare familii de elemente finite cu muchii drepte: ele pot fi unidimensionale, bidimensionale și tridimensionale – fig. 123. [56]

Pentru caracteristici se pot folosi atât punctele de pe conturul elementului finit, cât și cele din interior.

Funcții Elemente	liniare	pătrățice	cubice
unidimensionale			
bidimensionale			
tridimensionale			

Fig. 123

4.5.3. Metoda fâșiilor finite. [11, 12, 23, 25, 57, 58, 59, 60, 61]

4.5.3.1. Principiile metodei.

Metoda elementelor finite descrisă în capitolul precedent, conduce la un calcul laborios și în multe situații la soluții greu de rezolvat. O metodă mai avantajoasă elaborată de Y.K. Cheung este metoda fâșiilor finite; această metodă a fost utilizată cu succes la calculul suprastructurilor de poduri, pânze prismatice, etc.

Metoda are următoarele caracteristici:

- se poate utiliza la orice fel de structuri, cu geometrii, condiții de rezemare sau tipuri de materiale diferite;
- se aplică elementelor simplu-rezemate sau celor cu rezeme elastice intermediare (structuri de poduri), utilizând calcul static și dinamic;
- numărul de noduri (linii nodale) este mai mic, rezultând ecuații puține, timpul de calcul se reduce mult;
- numărul datelor de intrare - ieșire este redus comparativ cu metoda elementelor finite;

Etapele de calcul în această metodă sunt următoarele:

- a. structura continuă este discretizată în fâșii prin intermediul unor linii fictive; capetele fâșiilor (muchiile) reprezintă părți ale conturului structurii;
- b. legătura dintre fâșiile finite este asigurată de liniile nodale care sunt contururile longitudinale ale fâșiilor;
- c. gradele de libertate ale fiecărei linii nodale - parametrii ai deplasărilor nodale - sunt: rotații, deplasări, deformații (din T sau curburi din M , M_T);
- d. se aleg funcțiile de deplasări care să caracterizeze eforturile unitare și deformațiile specifice în funcție de deplasările nodale;
- e. funcție de principiile lucrului mecanic virtual, se stabilesc matricele de rigiditate și matricele forțelor pentru fiecare fâșie finită;

f. se assemblează matricele de rigiditate ale forțelor pentru toate fâșiile finite și rezultă forma sistemului de ecuații matriciale;

g. se rezolvă sistemul de ecuații cu ajutorul calculatorului

În fig. 124 se prezintă câteva structuri discretizate în fâșii finite.

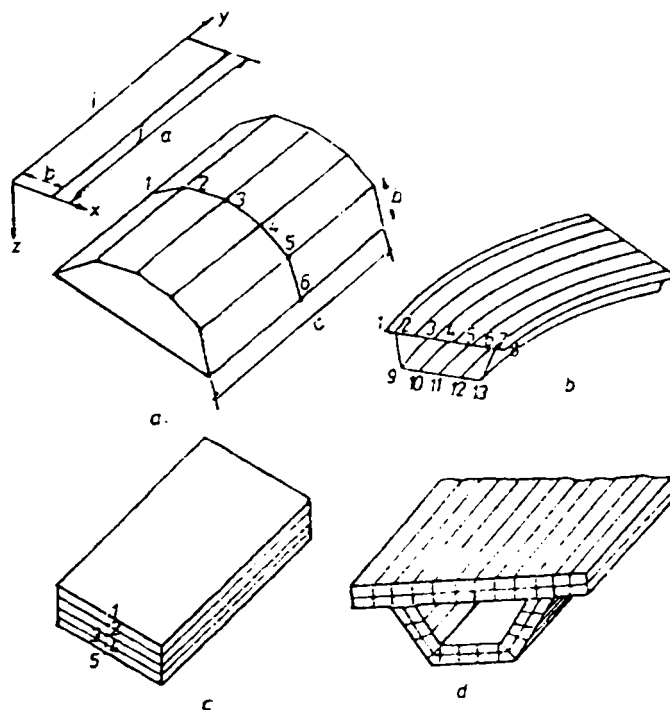


Fig. 124

4.5.3.2. Funcții de deplasări.

Metoda fâșiilor finite se deosebește de metoda elementelor finite și prin forma funcției de deplasări. În metoda fâșiilor finite funcțiile polinomiale și seriile care se dezvoltă, trebuie să satisfacă condițiile de margine la capetele fâșiei; pentru fâșiile finite forma generală a funcției de deplasări este:

$$\Phi = \sum_{m=1}^r P_m(x) \cdot Y_m \quad (4.96)$$

unde: $P_m(x)$ = polinom pentru termenii "m" ai seriei.

Y_m = serie considerată care satisface condițiile de margine pe direcția y.

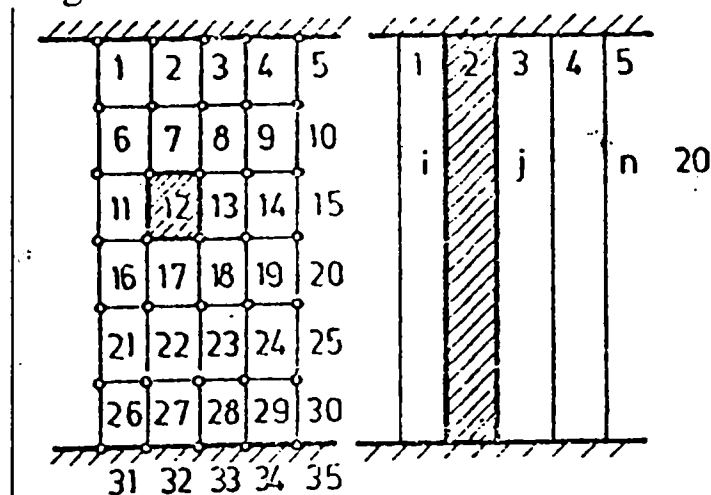
m = 1...r = limitele până la care se merge cu termenii seriei.

Polinomul $P_m(x)$ se alege de asemenea manieră, încât să satisfacă condiția de deformație specifică constantă pe direcția "x".

De asemenea, pentru o fâșie supusă la încovoiere:

$$P_m(x) = \alpha_4 x^4 + \alpha_3 x^3 + \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha \quad (4.97)$$

Metoda fâșiilor finite este de fapt o metodă semianalitică - între analitic și numeric - și se bazează pe discretizare completă. Utilizând această metodă se pot specifica ușor puncte în care se pot determina deplasările și eforturile fig.125



Discretizarea în metoda elementelor finite Discretizarea în metoda fâșiilor finite

Fig. 125

Se poate observa că fâșia face parte din tablierul dat având lungimea "a" și lățimea "b" așa cum rezultă din fig.126

ELEMENT FINIT ÎN STĂRILE DE TENSIUNE PLANĂ ȘI ÎNCOVOIERE.

Pentru un nod $n=5$

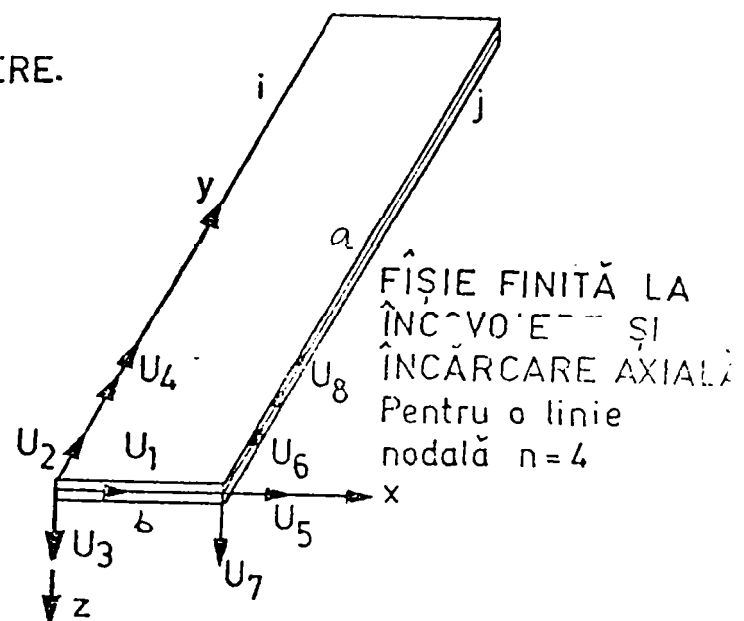
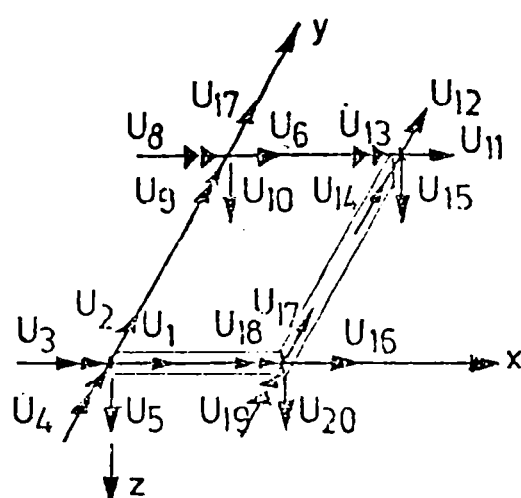


Fig. 126

În acest caz funcția de deplasare ϕ se referă la săgeata "w" a fâșiei a cărei variație în sens transversal se alege de forma:

$$\Phi = W = \sum_{n=1} (\alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 x^2 + \alpha_4 x^3) \cdot Y_m \quad (4.98)$$

Parametrii $\alpha_1, \dots, \alpha_4$ sunt funcție de deplasările nodale - necunoscutele fiecărei fâșii finite. Comportarea fâșiei finite se poate scrie printr-o ecuație de echilibru

$$\text{în "w":} \quad D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2H \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (4.99)$$

care are o soluție Navier:

$$W(x, y) = \sum_n \sum_m W_{nm} \sin \frac{n\pi x}{b} \sin \frac{m\pi y}{a} \quad (4.100)$$

o dublă serie trigonometrică a deplasării normale, având în vedere efectul de placă. În cazul podurilor dalate discretizarea se efectuează în fâșii longitudinale (pe direcția cea mai mare), săgețile fiecărei fâșii se exprimă printr-o relație de forma:

$$Wf(x, y) = \sum_m [f(x)]_s \sin \frac{m\pi y}{a} = \sum_m f(x) \cdot Y_m(y) \quad (4.101)$$

și care satisface condițiile de margine pentru $y = \text{constant}$, celelalte două margini fiind libere. Pentru folosirea calculatorului se utilizează formularea matriceală.

4.5.3.3. Caracteristicile de calcul ale fâșiilor finite.

Stabilirea caracteristicilor de calcul ale fâșiilor finite se face utilizând principiul energiei potențiale totale minime. În acest sens se vor scrie funcția de deplasări, deformațiile specifice, eforturile unitare și încărcările exterioare. Astfel pentru fâșia finită supusă la încovoiere și având două linii nodale cu deplasări în planul acesteia (din frânări de autovehicole, vânt, etc.) și perpendicular pe planul fâșiei, funcția de deplasări are forma:

$$\Phi = \sum_{m=1}^r Y_m \sum_{o=1}^s C_o \{\delta_o\}_m. \quad (4.102)$$

sau:

$$\Phi = \sum_{m=1}^r \sum_{o=1}^s [N_o]_m \{\delta_o\}_m = \mathbf{N} \delta. \quad (4.103)$$

Vectorul deformațiilor specifice $\boldsymbol{\varepsilon}$ se obține prin derivarea parțială a funcției de deplasări; în cazul general păstrând aceleași notații ca până acum, se poate scrie:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \delta = \sum_{m=1}^r \sum_{o=1}^s [B_o]_m \{\delta_o\}_m. \quad (4.104)$$

iar pentru vectorul eforturilor unitare:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) = \mathbf{D}(\mathbf{B} \delta - \boldsymbol{\varepsilon}_0) = \mathbf{D} \left(\sum_{m=1}^r \sum_{o=1}^s [B_o]_m \{\delta_o\}_m \right) - \boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (4.105)$$

unde:

$\boldsymbol{\varepsilon}_0$ = deformațiile specifice inițiale

\mathbf{D} = matricea de elasticitate

Aplicând principiul energiei potențiale minime și punând condițiile de echilibru pentru care energia totală are o valoare staționară, scriem:

$$T = U + W \quad (4.106)$$

Condiția de energie potențială staționară se scrie:

$$\frac{\partial \pi}{\partial \delta} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \pi}{\partial \delta_1} \\ \frac{\partial \pi}{\partial \delta_2} \\ \vdots \end{array} \right\} = 0, \quad (4.107)$$

unde $\boldsymbol{\delta}$ = vectorul deplasărilor nodurilor.

Energia de deformație are forma:

$$U = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV, \quad (4.108)$$

iar pentru fâșia finită luată în studiu

$$U = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \boldsymbol{\delta} dV - \int \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{B}^T \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}_0 dV. \quad (4.109)$$

Energia potențială dată de forțele exterioare:

$$W = - \int \Phi^T p \, dA \quad (4.110)$$

sau înlocuind vectorul de deplasări:

$$W = - \int \delta^T N^T p \, dA. \quad (4.111)$$

unde : p = forțele exterioare

ϕ = câmp de deplasări.

Făcând înlocuirile convenite în relația (4.106) se obține:

$$\pi = \frac{1}{2} \int \delta^T B^T D B \delta \, dV - \int \delta^T B^T D \varepsilon_0 \, dV - \int \delta^T N^T p \, dA. \quad (4.112)$$

Aplicând principiul de minim al energiei potențiale totale $\frac{\partial \pi}{\partial \delta} = 0$.

se obțin: $K \delta - F_{\varepsilon_0} - F_p = 0$, (4.113)

unde: $K = \int B^T D B \, dV$ = matricea de rigiditate a fâșiei finite

$F_{\varepsilon_0} = \int B^T D \varepsilon_0 \, dV$ = matricea forțelor datorită deformațiilor specifice inițiale;

$F_p = \int N^T p \, dA$ matricea forțelor din încărcările

distribuite.

Procesul de asamblare pentru obținerea matricei de rigiditate a întregii structuri este identică cu cea din metoda elementelor finite.

4.5.3.4. Starea de încovoiere.

Plăcile plane care se calculează prin această metodă sunt supuse unor încărcări statice, dinamice, perpendiculare sau în planul plăcilor - dalelor de poduri. Se prezintă în continuare studiul dalelor prin metoda fâșiilor finite în domeniul elastic.

În fig.127 a, dala plană dreptunghiulară este împărțită în fâșii finite de lungime "a", lățime "b" și grosime "t"; în fig.127 b, este fâșia finită având aceleași dimensiuni, iar în fig.127 c, fâșia finită apare cu o linie nodală

suplimentară la jumătatea lăţimii b . Liniile i și j se numesc linii nodale - prin acestea fâşia este legată de restul plăcii; de fapt sunt suprafețe nodale cu grosimea t , care este foarte mică comparativ cu dimensiunile " a " și " b "; se acceptă astfel că acestea sunt linii nodale.

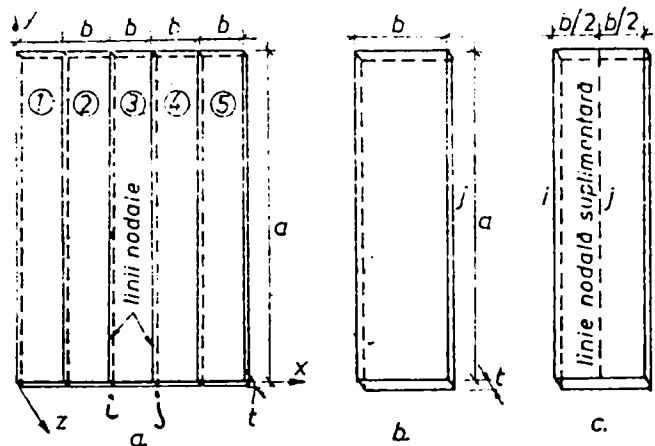


Fig. 127

In cazul fâşiiilor oblice fig.128 caracteristicile geometrice sunt: a , b , t și unghiul β .

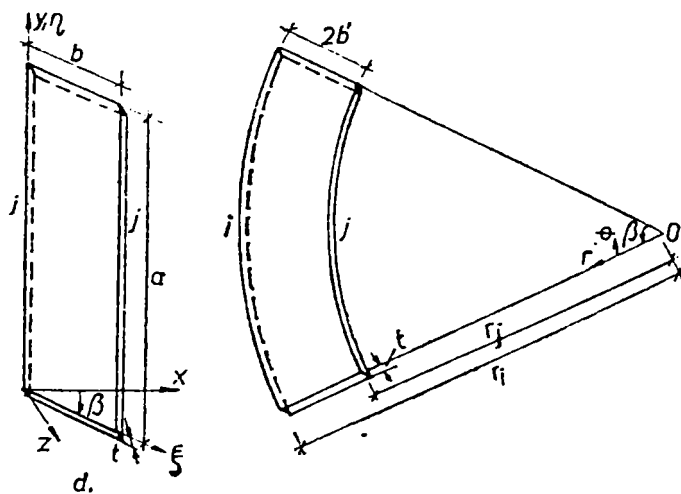


Fig. 128

Proprietățile ortotrope ale fâşiei se manifestă pe direcțiile x și y - carteziene, iar studiul se efectuează pe un sistem de coordonate oblic legătura dintre ele:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \mathbf{I} \begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix}, \quad (4.114)$$

unde:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 \\ -\sin \beta & 1 \end{bmatrix} \quad (4.115)$$

Liniile nodale se caracterizează prin deplasări nodale (rotiri, săgeți, curburi etc.)

4.5.3.5. Matricea de rigiditate.

Relațiile de calcul utilizate au fost prezentate în paragrafele anterioare la studiul prin metoda fâșiilor finite. În continuare, acestea se vor particulariza pentru solicitarea de încovoiere în domeniul elastic.

Forma generală a matricei de rigiditate a unei fâșii finite drepte este:

$$\mathbf{K} = \int \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} \, dV. \text{ vezi relația (4.113)}$$

Intrucât funcția de deplasări se dezvoltă în serii cu Fourier, \mathbf{K} se scrie:

$$\mathbf{K} = \int [\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \dots \mathbf{B}_r]^T \mathbf{D} [\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_2 \dots \mathbf{B}_r] \, dV \quad \text{sau} \quad (4.116)$$

$$\mathbf{K} = \int \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1^T \mathbf{D} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_1^T \mathbf{D} \mathbf{B}_2 \dots & \mathbf{B}_1^T \mathbf{D} \mathbf{B}_r \\ \mathbf{B}_2^T \mathbf{D} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2^T \mathbf{D} \mathbf{B}_2 \dots & \mathbf{B}_2^T \mathbf{D} \mathbf{B}_r \\ \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{B}_r^T \mathbf{D} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_r^T \mathbf{D} \mathbf{B}_2 \dots & \mathbf{B}_r^T \mathbf{D} \mathbf{B}_r \end{bmatrix} \, dV, \quad (4.117)$$

r = numărul termenilor seriei Fourier

Matricea \mathbf{K} devine:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1r} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{r1} & k_{r2} & \dots & k_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.118)$$

Un termen "n" curent are valoarea:

$$K_{mn} = \int B_m^T D B_n dV. \quad (4.119)$$

Matricea de elasticitate este:

$$D = \begin{bmatrix} D_x & D_1 & 0 \\ D_1 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.120)$$

Matricea de tipul B_m se obține prin efectuarea diferențialelor asupra funcției w (de deplasări), atunci câmpul de deformații devine:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} -\varepsilon_x \\ -\varepsilon_y \\ 2\varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r B_m \delta_m, \quad (4.121)$$

unde: $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ = curburile.

Efectuând derivarea parțială asupra expresiei săgeții rezultă:

$$[B]_m = \begin{bmatrix} \frac{6}{b}(1-2\bar{x})Y_m & \frac{2}{b}(2-3\bar{x})Y_m & \frac{6}{b^2}(-1+2\bar{x})Y_m & \frac{2}{b}(-3\bar{x}+1)Y_m \\ (1-3\bar{x}^2+2\bar{x}^3)Y_m'' & -x(1-2\bar{x}+\bar{x}^2)Y_m'' & -(2\bar{x}^2-2\bar{x}^3)Y_m & -x(\bar{x}^2-\bar{x})Y_m'' \\ \frac{2}{b}(-6\bar{x}+6\bar{x}^2)Y_m' & 2(1-4\bar{x}+3\bar{x}^2)Y_m' & \frac{2}{b}(6\bar{x}-6\bar{x}^2)Y_m' & 2(3\bar{x}^2-2\bar{x}^2)Y_m' \end{bmatrix} \quad (4.122)$$

unde $\bar{x} = x/b$; Y_m, Y_m', Y_m'' = seria Fourier care caracterizează deplasarea în direcția y și derivatele de ordinul 1 și 2 al acesteia.

Matricea $[B]$ leagă deformațiile specifice de deplasările nodale. Pentru starea plană de solicitare câmpul de deplasări se alege de forma:

$$u(x, y) = \sum_{m=1}^r f_u(x) Y_{1, n}(y) = \sum_{m=1}^r [L_u]_m \{\delta_p\}_m \quad (4.123)$$

$$v(x, y) = \sum_{m=1}^r f_v(x) Y_{1, n}(y) = \sum_{m=1}^r [L_v]_m \{\delta_p\}_m$$

reprezentând numărul termenilor dezvoltării în serie pe direcția y .

Alegând:

$$f_u(x) = f_v(x) = \begin{bmatrix} 1 & x \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} = c_1 + c_2 x \quad (4.124)$$

sau matriceal:

$$f_u(x) = f_v(x) = \begin{bmatrix} N_p \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} c \end{Bmatrix} \quad (4.125)$$

și ținând seama de condițiile de margine:

$$\text{pentru: } \begin{cases} y = 0 \\ y = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = 0 \\ \nabla = E_y \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \nabla_x \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (4.126)$$

și transversal:

$$\text{pentru: } \begin{cases} x = 0 \\ x = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u = u_i \\ v = v_i \\ u = u_j \\ v = v_j \end{cases} \quad (4.127)$$

$$u_i = f_u(0) = c_1$$

$$u_j = f_u(b) = c_1 + c_2 b \quad (4.128)$$

sau matriceal:

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{Bmatrix} \quad (4.129)$$

sau:

$$\{\delta_p\} = [R_p] \cdot \{c\} \quad (4.130)$$

de unde:

$$c = [\Omega_p]^{-1} \cdot \{\delta_p\} \quad (4.131)$$

rezultând:

$$f_u(x) = [N_p] [\Omega_p]^{-1} \{\delta_p\} = [Lu] \{\delta_p\} \quad (4.132)$$

și analog:

$$f_v(x) = [Lv] \{\delta_p\} \quad (4.133)$$

unde:

$$[Lu] = \left[1 - \frac{x}{b}, \frac{x}{b} \right], \{\delta_p\} = [u_i, u_j]^T \quad (4.134)$$

$$[Lv] = \left[1 - \frac{x}{b}, \frac{x}{b} \right], \{\delta_p\} = [v_i, v_j]^T \quad (4.135)$$

și deci:

$$f_u(x) = \left(1 - \frac{x}{b} \right) u_i + \frac{x}{b} u_j \quad (4.136)$$

$$f_v(x) = \left(1 - \frac{x}{b} \right) v_i + \frac{x}{b} v_j \quad (4.137)$$

În lungul marginilor paralele cu axa Oy , alegerea funcțiilor de bază se bazează pe relațiile folosite în mod obișnuit în teoria deformațiilor mici a grinzilor în care deformația transversală este legată de deplasarea longitudinală prin relația:

$$v = A \frac{du}{dy} \quad (4.138)$$

și astfel:

$$Yv = \frac{a}{\sqrt{1}} y_u^1 = \cos \frac{\pi \cdot \eta}{a} y \quad (4.139)$$

o serie de sinus fiind folosită pentru deplasarea u și o serie de cosinus pentru deplasarea v :

$$Y_{um} = \sin K_m \cdot Y \quad (m = 1, 2, \dots, \infty) \quad (4.140)$$

$$Y_{vm} = \cos K_m \cdot Y$$

cu: $K_m = m \cdot \pi / a$

Ținând seama de relațiile (4.132) și (4.133) câmpul de deplasări dat de relația (4.123) poate fi reprezentat matriceal sub forma:

$$\begin{Bmatrix} \delta_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^r [L_p]_m \begin{Bmatrix} \delta_p \end{Bmatrix}_m, \quad (4.141)$$

cu:

$$[L_p]_m = \begin{bmatrix} (1-x) Y_m & 0 \\ 0 & (1-x) Y'_m / K_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & x Y_m \\ x Y'_m / K_m & 0 \end{bmatrix} \quad (4.142)$$

și: $\begin{Bmatrix} \delta_p \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} u_i & v_i & u_j & v_j \end{Bmatrix}$ S-a notat $Y_u(Y) = Y_m$ (4.143)

Deformațiile specifice rezultă efectuând operațiile:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_p \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x(x,y) \\ \epsilon_y(x,y) \\ \gamma_{xy}(x,y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \end{bmatrix} = [D_p] \begin{Bmatrix} d_p \end{Bmatrix} \quad (4.144)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_p \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^r [D] [L_p]_m \begin{Bmatrix} d_p \end{Bmatrix}_m = \sum_{m=1}^r [B_p]_m \begin{Bmatrix} d_p \end{Bmatrix}_m$$

cu matricea $[B_p]$ în formă explicită: (4.145)

$$B_p]_m = \begin{bmatrix} -\frac{1}{b} y_m & 0 & \frac{1}{b} y_m & 0 \\ 0 & (1-x) y_m'' / k_m & 0 & x \cdot y_m'' / k_m \\ (1-x) y_m' & -\frac{1}{b} y_m' / k_m & x \cdot y_m' & \frac{1}{b} y_m' / k_m \end{bmatrix} \quad (4.146)$$

4.5.3.5.1. Tipuri de rezemări.

Funcțiile de bază $Y_m(y)$ au forma generală:

$$Y_m(y) = C_1 \sin \frac{m \cdot \pi \cdot y}{b} + C_2 \cos \frac{m \cdot \pi \cdot y}{a} + C_3 \operatorname{sh} \frac{m \cdot \pi \cdot y}{a} + C_4 \operatorname{ch} \frac{m \cdot \pi \cdot y}{a} \quad (4.147)$$

Coeficienții C_i depinzând de rezemarea fâșiei la capete

$$y = 0 \text{ și } y = a \quad (4.148)$$

După Wlassov situațiile întâlnite sunt:

a) dublă încastrare:

$$Y_m(y) = \sin \frac{m \bar{\eta} y}{a} - \operatorname{sh} \frac{m \bar{\eta} y}{a} - \alpha_m \left(\cos \frac{m \bar{\eta} y}{a} - \operatorname{ch} \frac{m \bar{\eta} y}{a} \right) \quad (4.149)$$

$$(m = 1, 2, \dots, \infty)$$

$$\text{în care: } \alpha_m = \frac{\sin \frac{m \bar{\eta}}{a} - \operatorname{sh} \frac{m \bar{\eta}}{a}}{\cos \frac{m \bar{\eta}}{a} - \operatorname{ch} \frac{m \bar{\eta}}{a}} \quad (4.150)$$

b) rezemare liberă:

$$Y_m(y) = \sin \frac{m \bar{\eta} y}{a} + \operatorname{sh} \frac{m \bar{\eta} y}{a} - \alpha_m \left(\cos \frac{m \bar{\eta} y}{a} + \operatorname{ch} \frac{m \bar{\eta} y}{a} \right) \quad (4.151)$$

$$(m = 1, 2, \dots, \infty)$$

$$\text{unde: } \alpha_m = \frac{\sin \frac{m\bar{l}}{a} - \text{sh} \frac{m\bar{l}}{a}}{\cos \frac{m\bar{l}}{a} - \text{ch} \frac{m\bar{l}}{a}} \quad (4.152)$$

c) simplă rezemare - încastrare:

$$Y_m(y) = \sin \frac{m\bar{l}y}{a} - \alpha_m \text{sh} \frac{m\bar{l}y}{a} \quad (4.153)$$

$$(m = 1, 2, \dots, \infty)$$

$$\text{în care: } \alpha_m = \frac{\sin \frac{m\bar{l}}{a}}{\text{sh} \frac{m\bar{l}}{a}} \quad (4.154)$$

d) simplă rezemare - margine liberă:

$$Y_m(y) = \sin \frac{m\bar{l}y}{a} + \alpha_m \text{sh} \frac{m\bar{l}y}{a} \quad (4.155)$$

$$(m = 1, 2, \dots, \infty)$$

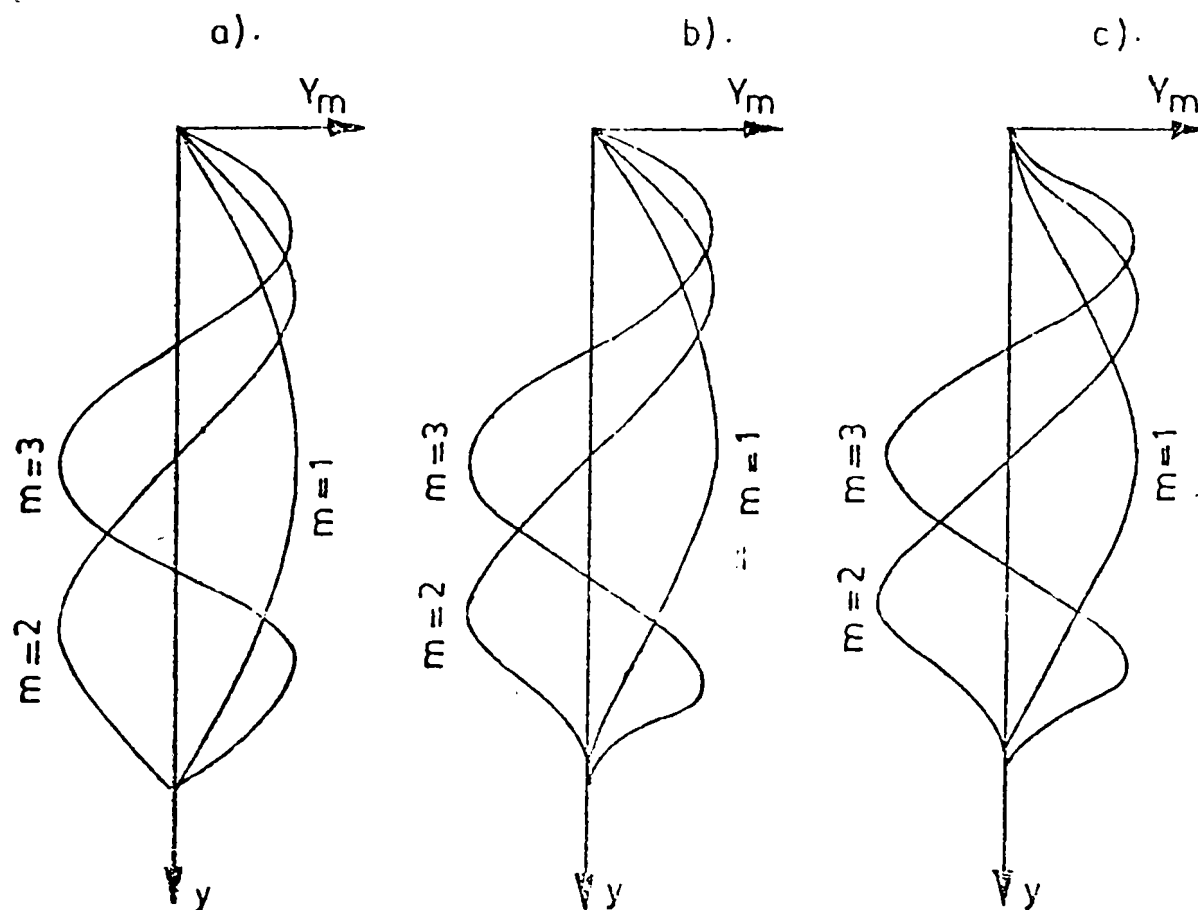
$$\text{unde: } \alpha_m = \frac{\sin \frac{m\bar{l}}{a}}{\text{sh} \frac{m\bar{l}}{a}} \quad (4.156)$$

e) încastrare - margine liberă:

$$Y_m(y) = \sin \frac{m\bar{l}y}{a} - \text{sh} \frac{m\bar{l}y}{a} - \alpha_m \left(\cos \frac{m\bar{l}y}{a} - \text{ch} \frac{m\bar{l}y}{a} \right)$$

$$\text{unde: } \alpha_m = \frac{\text{sh} \frac{m\bar{l}}{a} - \sin \frac{m\bar{l}}{a}}{\text{ch} \frac{m\bar{l}}{a} + \cos \frac{m\bar{l}}{a}} \quad (4.158)$$

Diagramele termenilor corespunde lui $m = 1$, $m = 2$ și $m = 3$ pentru situații mai des întâlnite, sunt redată în fig. 129.



Primii 3 termeni ai funcțiilor de bază Y_m pentru:

- a - simplă rezemare la ambele capete; b - simplă rezemare-încastrare;
c - încastrare la ambele capete.

Fig. 129

4.5.3.6. Matricele de rigiditate a fâșiilor.

a. Formularea principiului de minim al energiei potențiale totale.

Principiul minimului energiei potențiale totale are forma matematică:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \{s\}} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \phi}{\partial \{s\}_1} \\ \frac{\partial \phi}{\partial \{s\}_2} \\ \vdots \end{array} \right\} = \{0\} \quad (4.159)$$

în care energia potențială totală ϕ se definește ca fiind suma dintre energia potențială W a forțelor exterioare și energia U a eforturilor interioare înmagazinată în corp.

$\{\delta_m\}$ = este vectorul parametrilor deplasărilor nodale ale tuturor liniilor nodale pentru termenul de ordinul m al seriei.

Notând cu K numărul liniei nodale și cu S totalul liniilor nodale, funcția de deplasare se poate transcrie pentru ansamblul structurii sub forma:

$$W = \sum_{m=1}^r \sum_{k=1}^s [L_k]_m \{\delta_k\}_m = \sum_{m=1}^r [L]_m \{\delta\}_m = [L] \{\delta\} \quad (4.160)$$

Similar pentru formații specifice și eforturi;

$$\{\epsilon\} = \sum_{m=1}^r \sum_{k=1}^s [B_k]_m \{\delta_k\}_m = \sum_{m=1}^r [B]_m \{\delta\}_m = [B] \{\delta\} \quad (4.161)$$

$$\{\sigma\} = [D] \sum_{m=1}^r \sum_{k=1}^s [B_k]_m \{\delta_k\}_m = [D] \sum_{m=1}^r [B]_m \{\delta\}_m = [D][B] \{\delta\} \quad (4.162)$$

- Energia U a eforturilor interioare înmagazinate în corpul elastic, se exprimă prin relația:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma\} \cdot dV \quad (4.163)$$

în care, substituind relațiile (4.161) și (4.162), devine:

$$U = \frac{1}{2} \int_V \{\delta\}^T [B]^T [D] [B] \{\delta\} dV \quad (4.164)$$

- Energia potențială W a forțelor exterioare q uniform distribuite pe suprafață, se exprimă:

$$W = - \int_V \{ \psi \}^T \{ q \} \cdot dA \quad (4.165)$$

care devine, substituind relația (4.160):

$$W = - \int_V \{ \delta \}^T [L]^T \{ q \} \cdot dA \quad (4.166)$$

Pentru o încărcare concentrată, energia potențială se obține simplu prin multiplicarea ei cu deplasarea nodală corespunzătoare.

Energia potențială totală este:

$$\phi = U + W = \frac{1}{2} \int_V \{ \delta \}^T \cdot [B]^T \cdot [D] [B] \{ \delta \} dV - \int_V \{ \delta \}^T [L]^T \{ q \} \cdot dA \quad (4.167)$$

Aplicând principiul minimului acesteia:

$$\left\{ \frac{\partial \phi}{\partial \{ \delta \}} \right\} = [B]^T [D] [B] \{ \delta \} dV - \int [L]^T \{ q \} dA = 0 \quad (4.167)$$

sau:

$$[S] = \{ \delta \} - \{ F \} = 0 \quad (4.169)$$

ecuație de condiție în metoda deplasărilor, în care:

$$\begin{aligned} [S] &= \int [B]^T [D] [B] dV = \\ &= \int \left[[B]_1 \ [B]_2 \ \dots \ [B]_r \right]^T [D] \left[[B]_1 \ [B]_2 \ \dots \ [B]_r \right] dV = \\ &= \int \begin{bmatrix} [B]_1^T [D] [B]_1 & [B]_1^T [D] [B]_2 & \dots & [B]_1^T [D] [B]_r \\ [B]_2^T [D] [B]_1 & [B]_2^T [D] [B]_2 & \dots & [B]_2^T [D] [B]_r \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [B]_r^T [D] [B]_1 & [B]_r^T [D] [B]_2 & \dots & [B]_r^T [D] [B]_r \end{bmatrix} \cdot dV \end{aligned} \quad (4.170)$$

$$\text{sau: } [S]_{mn} = [B]_m^T [D] [B]_n \cdot dV \quad (4.171)$$

Ecuția (4.170) poate fi mai departe definită în concordanță cu numărul total de linii nodale S, sub forma:

$$S_{mn} = \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] & \cdots & [S_{1S}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] & \cdots & [S_{2S}] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ [S_{S1}] & [S_{S2}] & \cdots & [S_{SS}] \end{bmatrix}_{mn} \quad (4.172)$$

unde indicii i, j se referă la liniile nodale i și j.

În final, se obține relația:

$$[S_{ij}]_{mn} = \int [B_i]_m^T [D] [B_j]_n \cdot dV \quad (4.173)$$

expresie a matricei de rigiditate a unei fâșii, care asamblată conduce la matricea de rigiditate de ansamblu a structurii.

b. Matricea de rigiditate pentru solicitarea de încovoiere.

Variante - Matricea de rigiditate în orice condiții de rezemare poate fi obținută din relația (4.173).

$$S_{mn} = \int_0^b \int_0^a [B]_m^T [D] [B]_n \cdot dx dy \quad (4.174)$$

Explicit, matricea de rigiditate, în formă generală, este dată în fig.130

Pentru cazul simplei rezemări, funcția de bază are forma dată de relația:

$$Y_m = \sin \frac{m \pi y}{a} = \sin K_m y \quad (4.175)$$

cu derivatele:

$$Y'_m = K_m \cdot \cos K_m y, \quad Y''_m = -K_m^2 \sin K_m y \quad (4.176)$$

$5040 D_x I_1 -$ $-504 b^2 D_1 I_2 -$ $-504 b^2 D_1 I_3 +$ $+156 b^4 D_y I_4 +$ $+2016 b^2 D_{xy} I_5$	$2520 b D_x I_1 -$ $-462 b^3 D_1 I_2 -$ $-42 b^3 D_1 I_3 +$ $+22 b^5 D_y I_4 +$ $+168 b^3 D_{xy} I_5$	$-5040 D_x I_1 -$ $-504 b^2 D_1 I_2 -$ $-504 b^2 D_1 I_3 -$ $-54 b^4 D_y I_4 -$ $-2016 b^2 D_{xy} I_5$	$2520 b^2 D_x I_1 -$ $-42 b^3 D_1 I_2 -$ $-42 b^3 D_1 I_3 -$ $-13 b^5 D_y I_4 -$ $-168 b^3 D_{xy} I_5$
$2520 b D_x I_1 -$ $-462 b^3 D_1 I_2 -$ $-42 b^3 D_1 I_3 +$ $+22 b^5 D_y I_4 +$ $+168 b^3 D_{xy} I_5$	$1680 b^2 D_x I_1 -$ $-56 b^4 D_1 I_2 -$ $-56 b^4 D_1 I_3 +$ $+4 b^6 D_y I_4 +$ $+224 b^4 D_{xy} I_5$	$-2520 b D_x I_1 +$ $+42 b^3 D_1 I_2 +$ $+42 b^3 D_1 I_3 +$ $+13 b^5 D_y I_4 -$ $-168 b^3 D_{xy} I_5$	$840 b^2 D_x I_1 +$ $+14 b^4 D_1 I_2 +$ $+14 b^4 D_1 I_3 +$ $-3 b^6 D_y I_4 -$ $-56 b^4 D_{xy} I_5$
$-5040 D_x I_1 +$ $+504 b^2 D_1 I_3 +$ $+504 b^2 D_1 I_2 +$ $+54 b^4 D_y I_4 -$ $-2016 b^2 D_{xy} I_5$	$-2520 b D_x I_1 +$ $+42 b^3 D_1 I_3 +$ $+42 b^3 D_1 I_2 +$ $+13 b^5 D_y I_4 -$ $-168 b^3 D_{xy} I_5$	$5040 D_x I_1 -$ $-504 b^2 D_1 I_2 -$ $-504 b^2 D_1 I_3 +$ $+156 b^4 D_y I_4 +$ $+2016 b^2 D_{xy} I_5$	$-2520 b D_x I_1 +$ $+462 b^3 D_1 I_2 +$ $+42 b^3 D_1 I_3 -$ $-22 b^5 D_y I_4 -$ $-168 b^3 D_{xy} I_5$
$2520 b D_x I_1 -$ $-42 b^3 D_1 I_3 -$ $-42 b^3 D_1 I_2 -$ $-13 b^5 D_y I_4 +$ $+168 b^3 D_{xy} I_5$	$840 b^2 D_x I_1 +$ $+14 b^4 D_1 I_3 +$ $+14 b^4 D_1 I_2 -$ $-3 b^6 D_y I_4 -$ $-56 b^4 D_{xy} I_5$	$-2520 b D_x I_1 +$ $+462 b^3 D_1 I_3 +$ $+42 b^3 D_1 I_2 -$ $-22 b^5 D_y I_4 -$ $-168 b^3 D_{xy} I_5$	$1680 b^2 D_x I_1 -$ $-56 b^4 D_1 I_2 -$ $-56 b^4 D_1 I_3 +$ $+4 b^6 D_y I_4 +$ $+224 b^4 D_{xy} I_5$

$$]_{mn} = \frac{1}{420b^3}$$

Fig. 130 Matricea de rigiditate a unei fișii în orice condiții de rezemare

În rezolvare apar cinci tipuri de integrale de forma:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^a Y_m Y_n \, dy \\
 I_2 &= \int_0^a Y_m'' Y_n \, dy = -K_m^2 \int_0^a Y_m Y_n \, dy, \\
 I_3 &= \int_0^a Y_m Y_n'' \, dy = -K_n^2 \int_0^a Y_m Y_n \, dy, \quad (4.177) \\
 I_4 &= \int_0^a Y_m'' Y_n'' \, dy, \\
 I_5 &= \int_0^a Y_m' Y_n' \, dy,
 \end{aligned}$$

care $K_m = m\pi/a$ și $K_n = n\pi/a$.

Din proprietățile de ortogonalitate a funcției de bază (4.175) rezultă pentru $m \neq n$ valori nule pentru integrale, iar pentru $m = n$ rezultă valorile:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= a/2, & I_2 &= I_3 = -m^2 \pi^2 / 2a, \\
 I_4 &= \pi^4 / 2a^3, & I_5 &= m^2 \pi^2 / 2a.
 \end{aligned} \quad (4.178)$$

În acest caz, termenii din relația (4.168) corespunzător lui $m \neq n$ devenind nuli, pentru fiecare termen m al dezvoltării în serie

$$[S]_{mn} = \int_c^a \int_0^b [B]_m^T [D] [B]_m \, dx \, dy, \quad (4.179)$$

Ținând seama de cei r termeni luați în considerare, obținem:

SIMETRIC

$$K_m = \frac{m\pi}{a}$$

$\frac{13ab}{70} K_m^4 D_y + \frac{12a}{5b} K_m^2 D_{xy}$ $+ \frac{6a}{5b} K_m^2 D_1 + \frac{6a}{b^3} D_x$	$\frac{ab^3}{210} K_m^4 D_y + \frac{4ab}{15} K_m^2 D_{xy}$ $+ \frac{2ab}{15} K_m^2 D_1 + \frac{2a}{b} D_x$	$\frac{13ab}{70} K_m^4 D_y + \frac{12a}{5b} K_m^2 D_{xy}$
$\frac{3a}{5} K_m^2 D_1 + \frac{a}{5} K_m^2 D_{xy}$ $+ \frac{3a}{b^2} D_x + \frac{11ab^2}{420} K_m^4 D_y$	$\frac{13ab}{840} K_m^4 D_y - \frac{a}{5} K_m^2 D_{xy}$ $- \frac{a}{10} K_m^2 D_1 - \frac{3a}{b^2} D_x$	$\frac{13ab}{70} K_m^4 D_y + \frac{12a}{5b} K_m^2 D_{xy}$ $+ \frac{6a}{5b} K_m^2 D_1 + \frac{6a}{b^3} D_x$
$\frac{9ab}{140} K_m^4 D_y - \frac{12a}{5b} K_m^2 D_{xy}$ $- \frac{6a}{5b} K_m^2 D_1 - \frac{6a}{b^3} D_x$	$- \frac{3ab^3}{840} K_m^4 D_y - \frac{ab}{15} K_m^2 D_{xy}$ $- \frac{a}{30} K_m^2 D_1 + \frac{a}{b} D_x$	$- \frac{11ab^2}{420} K_m^4 D_y - \frac{a}{5} K_m^2 D_{xy}$ $- \frac{3a}{5} K_m^2 D_1 - \frac{3a}{b^2} D_x$
$- \frac{13ab^2}{840} K_m^4 D_y + \frac{a}{5} K_m^2 D_{xy}$ $+ \frac{a}{10} K_m^2 D_1 + \frac{3a}{b^2} D_x$	$\frac{ab^3}{210} K_m^4 D_y + \frac{4ab}{15} K_m^2 D_{xy}$ $+ \frac{2ab}{15} K_m^2 D_1 + \frac{2a}{b} D_x$	$- \frac{11ab^2}{420} K_m^4 D_y - \frac{a}{5} K_m^2 D_{xy}$ $- \frac{3a}{5} K_m^2 D_1 - \frac{3a}{b^2} D_x$

Fig.131 Matricea de rigiditate la încovoiere pentru cazul ortotrop

SIMETRIC		$\text{multiplicator} \quad \frac{E_t^3}{12(1-\nu^2)} \quad K_m = \frac{m\pi}{a}$	
$\frac{13b}{70} K_m^4 a + \frac{6}{5b} K_m^2 a + \frac{6a}{b^3}$	$\frac{b^3}{210} K_m^4 a + \frac{2b}{15} K_m^2 a + 2\frac{a}{b}$	$\frac{13b}{70} K_m^4 a + \frac{6}{5b} K_m^2 a + \frac{6a}{b^3}$	$\frac{b^3}{210} K_m^4 a + \frac{2b}{15} K_m^2 a + \frac{2a}{b}$
$\frac{11b^2}{420} K_m^4 a + \frac{1}{10}(1+5\nu) K_m^2 a + \frac{3a}{b^2}$	$\frac{13b^2}{840} K_m^4 a - \frac{1}{10} K_m^2 a - \frac{3a}{b^2}$	$\frac{9b}{140} K_m^4 a + \frac{6}{5b} K_m^2 a - \frac{6a}{b^3}$	$\frac{11b^2}{420} K_m^4 a - \frac{1}{10}(1+5\nu) K_m^2 a - \frac{3a}{b^2}$
$-\frac{13b^2}{840} K_m^4 a + \frac{1}{10} K_m^2 a + \frac{3a}{b^2}$	$-\frac{3b^3}{840} K_m^4 a - \frac{b}{30} K_m^2 a + \frac{a}{b}$	$-\frac{13b^2}{840} K_m^4 a + \frac{1}{10} K_m^2 a - \frac{6a}{b^3}$	$-\frac{11b^2}{420} K_m^4 a - \frac{1}{10}(1+5\nu) K_m^2 a - \frac{3a}{b^2}$

$[s_i]_{mm}$

Fig.132 Matricea de rigiditate la încovoiere pentru cazul izotrop

$$[S] = \begin{bmatrix} [S]_{11} & & & \\ & [S]_{22} & \dots & \\ & & \dots & \\ & & & \dots & [S]_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.180)$$

ecuațiile corespunzătoare fiecărui termen m fiind independente între ele. Prin urmare eforturile se vor obține prin suprapunerea valorilor corespunzătoare fiecărui termen al dezvoltării.

Matricea $[S]$ pentru solicitarea de încovoiere este redată în figura 130 pentru cazul ortotrop și în figura 131 pentru cazul particular al izotropiei.

Pentru simpla rezemare o variantă de deducere a matricei de rigiditate pentru solicitarea de încovoiere, ar fi următoarea:

- energia de deformație are expresia:

$$U = \frac{1}{2} \{S\}^T [S] \{S\} \quad (4.181)$$

Scriind câmpul de deplasări sub forma:

$$W_m = f(x) Y_m \quad (4.182)$$

$$\text{unde: } f(x) = C_1 + C_2 x + C_3 x^2 + C_4 x^3 \quad (4.183)$$

$$\text{și: } Y_m = \sin \frac{m \cdot \pi}{a} \cdot y \quad (4.184)$$

- câmpul deformațiilor specifice rezultă:

$$\begin{aligned} \varepsilon \} &= \begin{Bmatrix} -\partial^2/\partial x^2 \\ -\partial^2/\partial y^2 \\ 2\partial^2/\partial x \partial y \end{Bmatrix} w_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2c_3 Y_m & -6c_4 x Y_m \\ -c_1 Y_m'' & -c_2 x Y_m'' & -c_3 x^2 Y_m'' & -c_4 x^3 Y_m'' \\ 0 & 2c_2 Y_m' & 4c_3 x Y_m' & 6c_4 x^2 Y_m' \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2Y_m & -6x Y_m \\ -Y_m'' & -x Y_m'' & -x^2 Y_m'' & -x^3 Y_m'' \\ 0 & 2Y_m' & 4x Y_m' & 6x^2 Y_m' \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix} = [S] \{c\} \end{aligned} \quad (4.185)$$

multiplier $\frac{1}{a}$

SIMETRIC

$\frac{b}{2} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$			
$\frac{b^2}{4} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$\frac{b^3}{6} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 2b m^2 \pi^2 D_{xy}$	$2a^2 b D_x - \frac{2b^3}{3} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^5}{10} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + \frac{8b^3}{3} m^2 \pi^2 D_{xy}$	$\epsilon a^2 b^3 D_x - \frac{6b^5}{5} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^7}{14} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + \frac{18b^5}{5} m^2 \pi^2 D_{xy}$
$-b m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^3}{6} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$-\frac{b^2}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^4}{8} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 2b^2 m^2 \pi^2 D_{xy}$	$3a^2 b^2 D_x - b^4 m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^6}{12} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 3b^4 m^2 \pi^2 D_{xy}$	$-\frac{b^2}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^4}{8} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 2b^2 m^2 \pi^2 D_{xy}$
$-\frac{3b^2}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^4}{8} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$-b^3 m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^5}{10} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 2b^3 m^2 \pi^2 D_{xy}$	$3a^2 b^2 D_x - b^4 m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^6}{12} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 3b^4 m^2 \pi^2 D_{xy}$	$-\frac{b^2}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^4}{8} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 2b^2 m^2 \pi^2 D_{xy}$

Fig. 133

		Multiplier $\frac{1}{a}$	
$\frac{b}{4} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$\frac{1}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^2}{24} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$\frac{b}{4} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$-\frac{1}{2} m^2 \pi^2 D_1 - \frac{b^2}{24} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$
$-\frac{1}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{3b^2}{40} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$ $-2m^2 \pi^2 D_{xy}$	$\frac{b^3}{60} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$	$\frac{1}{2} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{7b^2}{40} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy +$ $+2m^2 \pi^2 D_{xy}$	$-\frac{b}{2} m^2 \pi^2 D_1 - \frac{b^3}{40} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$
$= b m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^3}{30} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy -$ $-2b m^2 \pi^2 D_{xy}$	$-a^2 D_x - \frac{b^2}{6} m^2 \pi^2 D_1 +$ $+\frac{b^4}{120} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy - \frac{b^2}{3} m^2 \pi^2 D_{xy}$	$\frac{2b^3}{15} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + 2b m^2 \pi^2 D_{xy}$	$a^2 D_x - \frac{b^2}{3} m^2 \pi^2 D_1 -$ $-\frac{b^4}{60} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + \frac{b^2}{3} m^2 \pi^2 D_{xy}$
$3a^2 D_x - \frac{9b^2}{10} m^2 \pi^2 D_1 +$ $+\frac{b^4}{56} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy - \frac{9b^2}{5} m^2 \pi^2 D_{xy}$	$-\frac{b^3}{5} m^2 \pi^2 D_1 + \frac{b^5}{210} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy$ $-\frac{2b^3}{5} m^2 \pi^2 D_{xy}$	$-3a^2 D_x - \frac{3b^2}{5} m^2 \pi^2 D_1 +$ $+\frac{3b^4}{28} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + \frac{9b^2}{5} m^2 \pi^2 D_{xy}$	$3a^2 D_x - \frac{b^3}{5} m^2 \pi^2 D_1 -$ $-\frac{b^5}{60} \frac{m^4 \pi^4}{a^2} Dy + \frac{3b^3}{5} m^2 \pi^2 D_{xy}$

[c] =

Fig.134

Aplicând legea lui Hooke pentru determinarea efortului, se obține notând cu $[D]$ matricea de elasticitate:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\epsilon\} = [D] [S] \cdot \{c\} \quad (4.186)$$

Energia de deformație, ținând seama de relațiile (4.181) și (4.182) și că $D = [D]^T$ rezultă:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_V \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dV = \\ &= \frac{1}{2} \int_V \{c\}^T \{s\}^T [D] [S] \{c\} dV = \frac{1}{2} [c]^T \int_V \{s\}^T [D] \{s\} dV \{c\} = \\ &= \frac{1}{2} \{c\}^T [D] \{c\} \end{aligned}$$

$$\text{în care : } [D] = \int_V \{s\}^T [D] \{s\} dV \quad (4.187)$$

și are expresia din fig.131

Substituind în (4.181) se obține:

$$U = \frac{1}{2} \{s\}^T [E]^T [D] [E] \{s\} \quad (4.188)$$

Produsul matriceal $[C] = [D] [E]$ este redat în fig.134

Prin comparație cu relația (4.181) rezultă matricea de rigiditate:

$$[S] = [E]^T [D] [E] \quad (4.189)$$

cu expresia din fig.131

Cu sublinierea că notațiile folosite în cel de al doilea mod de deducere a matricei de rigiditate sunt cele folosite la întocmirea programului de calcul.

c. Matricea de rigiditate pentru solicitarea plană:

$$Sp_{mn} = t \int_0^a \int_0^b [B]_m^T [D] [B]_n dx dy \quad (4.190)$$

ecuație folosită pentru calculul formei explicite a matricei de rigiditate a unei fâșii, în orice condiții de rezemare și prezentată în fig. 135. Cu funcțiile de bază din relațiile (4.177) au fost rezolvate integralele:

$$I_1 = \int_0^a Y_m Y_n dy ; \quad I_2 = \int_0^a Y_m' Y_n' dy ; \quad I_3 = \int_0^a Y_m Y_n'' dy ;$$

$$I_4 = \int_0^a Y_m'' Y_n'' dy ; \quad I_5 = \int_0^a Y_m'' Y_n dy \cdot (Y_{um} \equiv Y_m) \quad (4.191)$$

MULTIPLICATOR : t. $k_m = \frac{m\pi}{a}$
 $k_n = \frac{n\pi}{a}$

$p]_{mn} =$	$D_{xp}(\frac{1}{b}) I_1$ $+ D_{xyp}(\frac{b}{3}) I_2$	$D_{1p}(\frac{1}{2k_n}) I_3$ $+ D_{xyp}(-\frac{1}{2k_n}) I_2$	$D_{xp}(-\frac{1}{b}) I_1$ $+ D_{xyp}(\frac{b}{6}) I_2$	$D_{1p}(-\frac{1}{2k_n}) I_3$ $+ D_{xyp}(\frac{1}{2k_n}) I_2$
	$D_{1p}(-\frac{1}{2k_m}) I_5$ $+ D_{xyp}(-\frac{1}{2k_m}) I_2$	$D_{yp}(\frac{b}{3k_mk_n}) I_4$ $+ D_{xyp}(\frac{1}{bk_mk_n}) I_2$	$D_{1p}(\frac{1}{2k_m}) I_5$ $+ D_{xyp}(-\frac{1}{2k_m}) I_2$	$D_{yp}(\frac{b}{6k_mk_n}) I_4$ $+ D_{xyp}(-\frac{1}{bk_mk_n}) I_2$
	$D_{xp}(-\frac{1}{b}) I_1$ $+ D_{xyp}(\frac{b}{6}) I_2$	$D_{1p}(\frac{1}{2k_n}) I_3$ $+ D_{xyp}(-\frac{1}{2k_n}) I_2$	$D_{xp}(\frac{1}{b}) I_1$ $+ D_{xyp}(\frac{b}{3}) I_2$	$D_{1p}(\frac{1}{2k_n}) I_3$ $+ D_{xyp}(\frac{1}{2k_n}) I_2$
	$D_{1p}(-\frac{1}{2k_m}) I_5$ $+ D_{xyp}(\frac{1}{2k_m}) I_2$	$D_{yp}(\frac{b}{6k_mk_n}) I_4$ $+ D_{xyp}(-\frac{1}{bk_mk_n}) I_2$	$D_{1p}(\frac{1}{2k_m}) I_5$ $+ D_{xyp}(\frac{1}{2k_m}) I_2$	$D_{yp}(\frac{1}{3k_mk_n}) I_4$ $+ D_{xyp}(\frac{1}{bk_mk_n}) I_2$

Fig. 135

care pentru $m = n$ pentru simpla rezemare, au valorile:

$$\begin{aligned} I_1 &= a/2 ; \quad I_2 = m^2 \bar{\pi}^2 / 2a ; \quad I_3 = - m^2 \bar{\pi}^2 / 2a ; \\ I_4 &= m^4 \bar{\pi}^4 / 2a^3 ; \quad I_5 = - m^2 \bar{\pi}^2 / 2a. \end{aligned} \quad (4.192)$$

Termenii din relația (4.151) pentru $m \neq n$ devenind nuli, pentru fiecare termen m al dezvoltării în serie :

$$Sp_{mm} = t \int_a^b \int_0^y [\bar{B}]_m^T [\bar{D}] [\bar{B}]_m dx dy \quad (4.193)$$

și ținând seama de cei termeni luați în considerare se obține:

$$[Sp] = t \begin{bmatrix} [Sp]_{11} & & & & \\ & [Sp]_{22} & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \cdot \\ & & & & & [Sp]_{rr} \end{bmatrix} \quad (4.194)$$

Matricea $[Sp]_{mm}$ pentru starea de solicitare plană pentru cazul ortotrop și izotrop este prezentată în fig.136 și fig.137.

4.5.3.7. Vectorii încărcărilor.

Toate încărcările, concentrate s-au distribuite, trebuie exprimate prin serii de funcții de bază în direcția "y", similar funcției de deplasare.

Matricea încărcării conform expresiilor din (4.168) și (4.169):

$$\{F\} = \int [L]^T \{q\} dA = \int \begin{bmatrix} [L]_1 \\ [L]_2 \\ \vdots \\ [L]_r \end{bmatrix} \{q\} dA \quad (4.195)$$

Multiplicator: t
 $k_m = \frac{m\pi}{a}$

$$[S_p]_{mm} = \begin{bmatrix} \frac{aD_{xp}}{2b} + \frac{abk_m^2 D_{xyp}}{6} & \frac{abk_m^2 D_{yp}}{6} + \frac{aD_{xyp}}{2b} & \text{SIMETRIC} & \text{Multiplicator: } t \\ \frac{ak_m D_{1p}}{4} - \frac{ak_m D_{xyp}}{4} & \frac{ak_m D_{1p}}{4} - \frac{ak_m D_{xyp}}{4} & \frac{aD_{xp}}{2b} + \frac{abk_m^2 D_{xyp}}{6} & \\ \frac{aD_{xp}}{2b} + \frac{abk_m^2 D_{xyp}}{12} & \frac{ak_m D_{1p}}{4} - \frac{ak_m D_{xyp}}{4} & \frac{ak_m D_{1p}}{4} + \frac{ak_m D_{xyp}}{4} & \\ \frac{ak_m D_{1p}}{4} + \frac{ak_m D_{xyp}}{4} & \frac{abk_m^2 D_{yp}}{12} - \frac{aD_{xyp}}{2b} & \frac{ak_m D_{1p}}{4} + \frac{ak_m D_{xyp}}{4} & \frac{abk_m^2 D_{yp}}{6} + \frac{aD_{xyp}}{2b} \end{bmatrix}$$

Fig. 136

$$[S_p]_{mm} = \begin{bmatrix} \frac{a}{2b} + (1-\nu) \frac{ab}{12} k_m^2 & \frac{ab}{6} k_m^2 + (1-\nu) \frac{a}{4b} & \text{SIMETRIC} & \text{Multiplicator } \frac{Et}{1-\nu^2} \\ -\frac{a}{8} k_m + \frac{3a}{8} \nu k_m & -\frac{a}{8} k_m + (1+\nu) k_m & \frac{a}{2b} + (1-\nu) \frac{a}{12} k_m^2 & k_m \frac{m\pi}{a} \\ -\frac{a}{2b} + (1-\nu) \frac{ab}{24} k_m^2 & \frac{a}{12} k_m^2 - (1-\nu) \frac{a}{4b} & \frac{a}{8} k_m - \frac{3a}{8} \nu k_m & \\ \frac{a}{8} (1+\nu) k_m & \frac{a}{12} k_m^2 - (1-\nu) \frac{a}{4b} & \frac{a}{8} k_m - \frac{3a}{8} \nu k_m & \frac{a}{6} k_m^2 + (1-\nu) \frac{a}{4b} \end{bmatrix}$$

Fig.137

care pentru termenul de ordinul m al seriei:

$$\{F\}_m = [L]_m^T \{q\} dA \quad (4.196)$$

Pentru cazul încovoierii (direcția de încărcare z), încărcarea distribuită pe suprafață, ținând seamă de (4.196) are expresia:

$$\{F\}_m = q \left[b/2, b^2/12, b/2, -b^2/12 \right]^T \int_0^a Y_m dy \quad (4.197)$$

iar pentru starea plană de solicitare (direcția de încărcare x):

$$\{F_p\}_m = q \left[b/2, 0, b/2, 0 \right]^T \int_0^a Y_{um} dy \quad (4.198)$$

integralele având valorile:

- pentru distribuție uniformă:

$$\int_0^a Y_m dy = \int_0^a Y_{um} dy = \frac{\lambda}{m \cdot \pi} \cdot (1 - \cos m) \quad (4.199)$$

- pentru distribuție de forma $q = q \cdot \frac{y}{a}$

$$\int_0^a Y_m dy = \int_0^a Y_{um} dy = \frac{\lambda}{m \cdot \pi} \cdot \cos m \pi \quad (4.200)$$

- pentru distribuția de forma : $q = q \left(1 - \frac{y}{a}\right)$

$$\int_0^a Y_m dy = \int_0^a Y_{um} dy = \frac{\lambda}{m \cdot \pi} \quad (4.201)$$

Pentru o forță concentrată P aplicată în punctul $y = y_c$ pe o linie nodală i , expresia (4.196) devine:

- pentru încovoiere (direcția de încărcare z):

$$\{F\}_m = F \left[1, 0, 0, 0 \right]^T Y_m (y_c) \quad (4.202)$$

- pentru starea plană de solicitare (direcția de încărcare x):

$$\{F_p\}_m = P \left[1, 0, 0, 0 \right]^T Y_{um} (y_c) \quad (4.203)$$

$$\text{unde: } Y_{mm} (y_c) = Y_{um} (y_c) = \sin \frac{m \cdot \pi \cdot y_c}{a} \quad (4.204)$$

Pentru încărcări distribuite pe linie, expresia (4.196) are forma:

$$\text{- pentru încovoiere:} \quad \{F\}_m = q \left[1, 0, 0, 0 \right]^T \int_0^a Y_m dy \quad (4.205)$$

- pentru starea plană de solicitare:

$$\{F_p\}_m = q \begin{bmatrix} 1, 0, 0, 0 \end{bmatrix}^T \quad Yum \, dy \quad (4.206)$$

unde integralele, pentru cele trei moduri de distribuție au expresiile (4.199); (4.200); (4.201).

4.5.3.8. Matricea de transformare.

Matricea de rigiditate pentru diferite tipuri de fâșii a fost determinată într-un sistem local de axe de coordonate xyz , care coincidea cu suprafața mediană a fâșiei. Asemenea matrici de rigiditate pot fi folosite direct la calcul plăcilor plane la care toate fâșiile sunt coplanare.

În cazul plăcilor cutate în care două fâșii alăturate se întâlnesc în general sub un unghi oarecare, pentru stabilirea echilibrului forțelor nodale în liniile nodale comune la fâșii necoplanare este necesar un sistem de coordonate compuse, x, y, z (fig. 138).

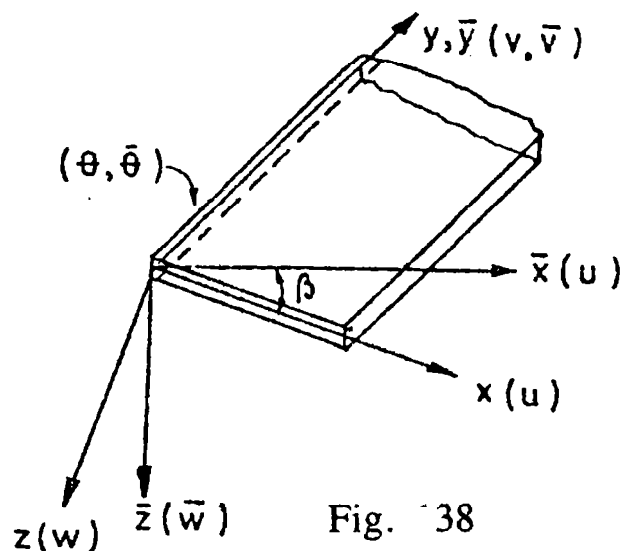


Fig. 138

În fig.138 coordonatele locale sunt notate cu x, y și z , iar cele generale cu \bar{x}, \bar{y} și \bar{z} ; y și \bar{y} corespund una cu cealaltă și de asemenea cu linia nodală comună a două fâșii adiacente.

Transpunerea forțelor și deplasărilor este dată de relațiile:

$$\{\bar{F}\}_m = [R] [F]_m \quad (4.207)$$

$$\{\delta\}_m = [R]^T [\delta]_m \quad (4.208)$$

în care $[R]$ este matricea de transformare:

$$\text{și } [R] = \begin{bmatrix} [r] & [0] \\ [0] & [r] \end{bmatrix}$$

$$[r] = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & -\sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig. 139

$[O]$ - este matricea nulă și β - unghiul între axele \bar{x} și x considerat pozitiv în sensul acelor de ceasornic.

Rezultatul final al transformării:

$$\begin{aligned} \{\bar{F}\}_m &= [R] \{F\}_m = [R] [S]_{mm} \{S\} = \\ &= [R] [S]_{mm} [R]^T \{S\}_m = [S]_{mm} \{\bar{S}\}_m \end{aligned} \quad (4.209)$$

4.5.3.9. Matricea de rigiditate a structurii: (asamblare).

Direcția de acțiune a forțelor și orientarea diferită a fâșiilor într-o structură cutată, conduce la o stare de solicitare complexă, solicitare de încovoiere simultană cu solicitarea plană. În acest context matricea de rigiditate globală:

$$\left([S]_{mm} \right)_{ij} = \begin{bmatrix} \left([S_p]_{mm} \right)_{ij} & 0 \\ 0 & \left([S_i]_{mm} \right)_{ij} \end{bmatrix} \quad (4.210)$$

în care $[Sp]$ mm și $[Si]$ mm sunt matricele corespunzătoare stării plane și încovoierii:

- vectorul deplasărilor:

$$\{\delta_m\} = \{U_{im}, V_{im}, U_{jm}, V_{jm}, \chi_{im}, \theta_{im}, \chi_{jm}, \theta_{jm}\}^T \quad (4.211)$$

- vectorul încărcării:

$$\{\bar{F}\}_m = \{U_{im}, V_{im}, U_{jm}, V_{jm}, \chi_{im}, M_{im}, \chi_{jm}, M_{jm}\} \quad (4.212)$$

După determinarea matricii de rigiditate locale, transformarea ei și obținerea matricelor globale ale tuturor fâșiilor, acestea urmează să fie asamblate pentru a forma matricea de rigiditate a structurii. Datorită existenței seriilor funcțiilor de deplasări și a legăturii între termenii seriilor în matricea de rigiditate a unei fâșii finite există două situații diferite de asamblare, funcție de modul de rezemare pe direcția longitudinală.

4.5.3.10. Introducerea condițiilor de margine.

Sistemul de ecuații obținut după asamblare în metoda fâșiilor finite poate fi rezolvat fără introducerea niciunei condiții de margine. În cazul în care condițiile de margine există în lungul liniilor nodale, de exemplu datorită situației sau condițiilor de rezemare, matricea de rigiditate și rezultatul încovoierilor poate fi modificată în modul următor:

Se presupune sistemul:

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2n} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{n3} & \dots & K_{nn} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ p_n \end{Bmatrix} \quad (4.213)$$

în care una din variabile de exemplu d_3 are o valoare prescrisă. Procedura de modificare implică două operații. În primul rând termenul diagonal corespunzător lui d_3 este înmulțit cu un număr foarte mare cuprins de obicei între $10^6 - 10^{10}$. În al doilea rând membrul drept, p_3 este înlocuit cu produsul noului coeficient diagonal și valoarea prescrisă. Matricea își păstrează dimensiunea originală și aranjamentul ecuațiilor ceea ce exclude introducerea erorilor.

Ecuția a treia va fi de forma:

$$K_{31} d_1 + K_{32} d_2 + K_{33} 10^{10} d_3 + \dots + K_{nn} d_n = K_{33} 10^{10} \quad (4.214)$$

Impărțind prin $K_{33} 10^{10}$, se obține:

$$\frac{K_{31}}{K_{33} \cdot 10^{10}} d_1 + \frac{K_{32}}{K_{33} \cdot 10^{10}} d_2 + d_3 + \dots + \frac{K_{nn}}{K_{33} \cdot 10^{10}} d_n = \alpha \quad (4.215)$$

Deoarece coeficienții K_{ij} de obicei nu diferă foarte mult ca ordin de mărime, se poate trage concluzia că în (4.215), toți termenii care nu aparțin diagonalei principale sunt apropiați de zero și ecuația poate fi scrisă ca:

$$d_3 = \alpha \quad (4.216)$$

În general, condițiile de margine se introduc funcție de modul de rezemare în lungul unei linii nodale prin anularea unei deplasări nodale u , v , w sau rotirii θ , ceea ce înseamnă că $\alpha = 0$. Deoarece condițiile de margine apar în matricea de ansamblu și în vectorul încărcărilor a structurii, înseamnă că ele se introduc pentru sistemul global de axe \bar{x} \bar{y} \bar{z} .

4.5.3.11. Rezolvarea sistemului de ecuații.

În cazul simplei rezemări, se poate folosi pentru rezolvarea sistemului de ecuații metoda de eliminare Gaussiană nod cu nod. Ecuațiile de rigiditate ale unui nod sunt rezolvate și eliminate imediat ce se formează pentru a nu fi necesară memoria intermediară pentru memorarea matricelor individuale. Această metodă se aplică simplu când întotdeauna numărul cel mai mic al unei linii nodale se alege ca primă linie $j > i$ și în continuare ordonând fâșiile astfel încât primul număr să apară în ordine crescătoare. În acest nod, asamblarea matricelor de rigiditate a oricărei fâșii se va termina automat atunci când primul număr nodal al unei fâșii este mai mare decât numărul nodal eliminat, la momentul respectiv. Din examinarea matricei de rigiditate tipice, dată de rel. 4.213 rezultă că toți coeficienții matricei sunt grupați în jurul diagonalei și că dincolo de o anumită distanță de diagonală nu există decât termeni nuli. O astfel de matrice se numește matrice bandă și este foarte important să se utilizeze această proprietate pentru a reduce timpul de calcul și necesarul de memorie. O altă foarte importantă proprietate a matricei de rigiditate de ansamblu este simetria și anume:

$$[K_{ij}] = [K_{ji}] \quad (4.217)$$

În matricea de rigiditate din fig.140 fiecare treaptă de arie reprezintă ecuații asociate cu un nod.

Primul set de ecuații nodale poate fi împărțit într-o matrice diagonală $[K_{11}]$ și o submatrice nediagonală $[K_{11}] = \begin{bmatrix} [K_{12}] & [K_{13}] & \dots & [K_{1n}] \end{bmatrix}$. Dacă parametrii deplasărilor nodale $\{ \delta \}$ trebuie să fie eliminat, atunci aria ABCD din matricea de rigiditate va fi afectată și vom avea matricea modificată:

$$[K_{TT}]^* = [K_{TT}] - [K_{1T}]^T \cdot [K_{11}]^{-1} \cdot [K_{1T}] \quad (4.218)$$

$$\{ P_T \}^* = \{ P_T \} - [K_{1T}]^T [K_{11}]^{-1} \{ P_1 \} \quad (4.219)$$

unde:

$$[K_{TT}] = \begin{bmatrix} [k_{22}] & \dots & [k_{2n}] \\ \vdots & & \vdots \\ [k_{n2}] & \dots & [k_{nn}] \end{bmatrix} \quad (4.220)$$

și:

$$[P_T] = \begin{Bmatrix} P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{Bmatrix} \quad (4.221)$$

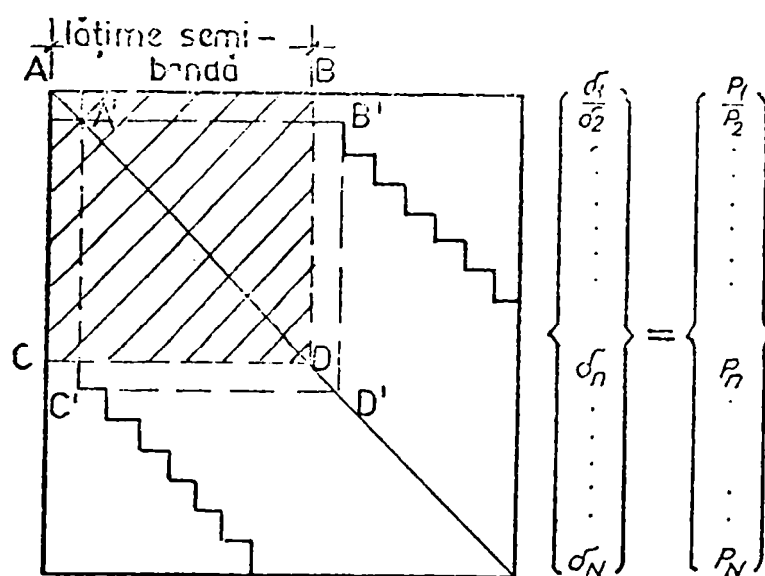


Fig. 140

După ce primul set de ecuații nodale a fost eliminat, al doilea set de ecuații este completat prin asamblare și se poate lucra în continuare. De data aceasta A'B'C'D', este afectat și operațiile date de (4.218) și (4.219) vor fi repetate. După repetarea acestei proceduri de un număr de ori, vom ajunge la ultimul set de ecuații nodale care este de forma:

$$[K_{NN}]^* \{ \delta_N \} = \{ P_N \}^* \quad (4.222)$$

Toate ecuațiile nodale modificate sunt numărate pentru retransubstituire (141).

În operațiunile pe calculator, zona de lucru necesară pentru procesul de eliminare este o matrice cu aceeași dimensiune cu ABCD din fig.140. După eliminarea lui K_{11} , K_{TT} este translatat astfel încât K_{22}^* să ocupe colțul din stânga sus al matricei. După ce procesul de asamblare pentru linia nodală 2 a avut loc, pentru completarea matricei se va putea face următoarea eliminare, ultimul act de parametrii ai deplasărilor nodale poate fi calculat din relația:

$$\{\delta_N\} = [K_{NN}]^{-1} \cdot \{P_N\} \quad (4.223)$$

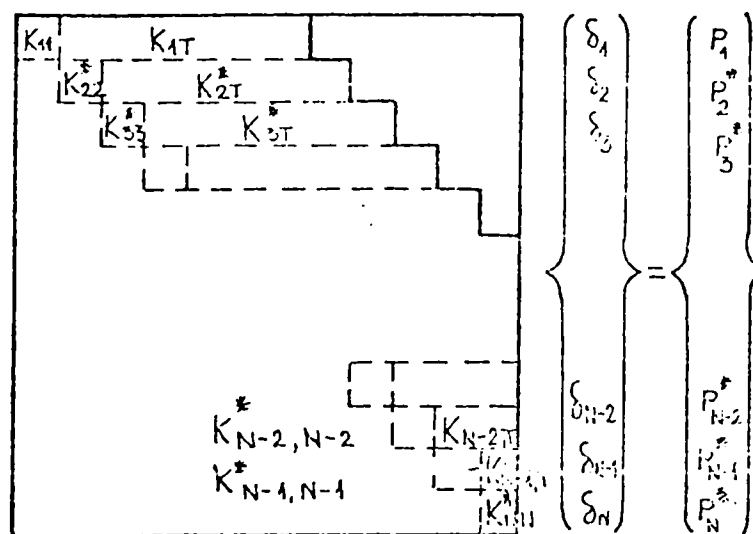


Fig. 141

Cu $\{\delta_N\}$ calculat, devine posibil calculul ecuațiilor modificate arătate în fig.141 una câte una în ordine crescătoare în cadrul procesului de retrosubstituire. Deoarece diferența între numerele liniilor nodale asociate unei fâșii determină lățimea semibenzii matricei de ansamblu a structurii, trebuie pe cât posibil să fie cât mai mică în schema numerică. Lățimea semibenzii = $(\gamma - i + 1)$ fig.140.

Pentru a obține parametrii deplasărilor nodale în orice punct în lungul liniei nodale, va trebui să se înmulțească parametrii respectivi cu valoarea funcției x în acel punct (Y_m).

4.5.3.12. Determinarea eforturilor și deformațiilor.

Solicitările și eforturile rezultă din relațiile (4.161) și (4.162) pentru încovoire.

În practică, eforturile nu sunt necesare în sistemul de coordonate local. În consecință, parametrii de deplasare semnificativi pe cele două margini ale unei fâșii trebuie mai întâi transformat în sistemul de coordonate local.

4.5.3.13. Program de calcul.

Pentru aplicarea metodei fâșiilor finite la calculul structurilor de construcție a fost adoptat și completat un program de calcul FIS FIN, în 4 variante. Primele trei variante au apărut prin completarea pe parcurs a programului inițial cu coeficienții dezvoltării în serie a altor tipuri de încărcări (4.196); ultima variantă rezolvă în dublă precizie sistemul de ecuații.

Programul de calcul se aplică cu bune rezultate la calculul structurilor formate din plăci plane (respectiv a structurilor ce pot fi approximate prin plăci plane) de tipul celor prezentate în fig.142 și oferă ca rezultate starea de eforturi provenită din încărcări permanente și dinamice (exterioare).

Principalele etape parcurse în programul de calcul:

- pregătirea datelor de intrare;
- calculul matricelor individuale, transformarea lor și alcătuirea matricei globale;

- asamblarea matricelor de rigiditate într-o matrice a structurii;
- introducerea condițiilor de margine;
- rezolvarea sistemului de ecuații;
- calculul solicitărilor și a eforturilor unitare.

4.5.3.14. Date de intrare.

Caracteristicile geometrice:

- lungimea fâșiilor;
- coordonatele liniilor nodale;
- grosimea fâșiilor;

Caracteristicile fizico- mecanice ale materialelor:

- moduli de elasticitate;
- coeficienții Poisson;

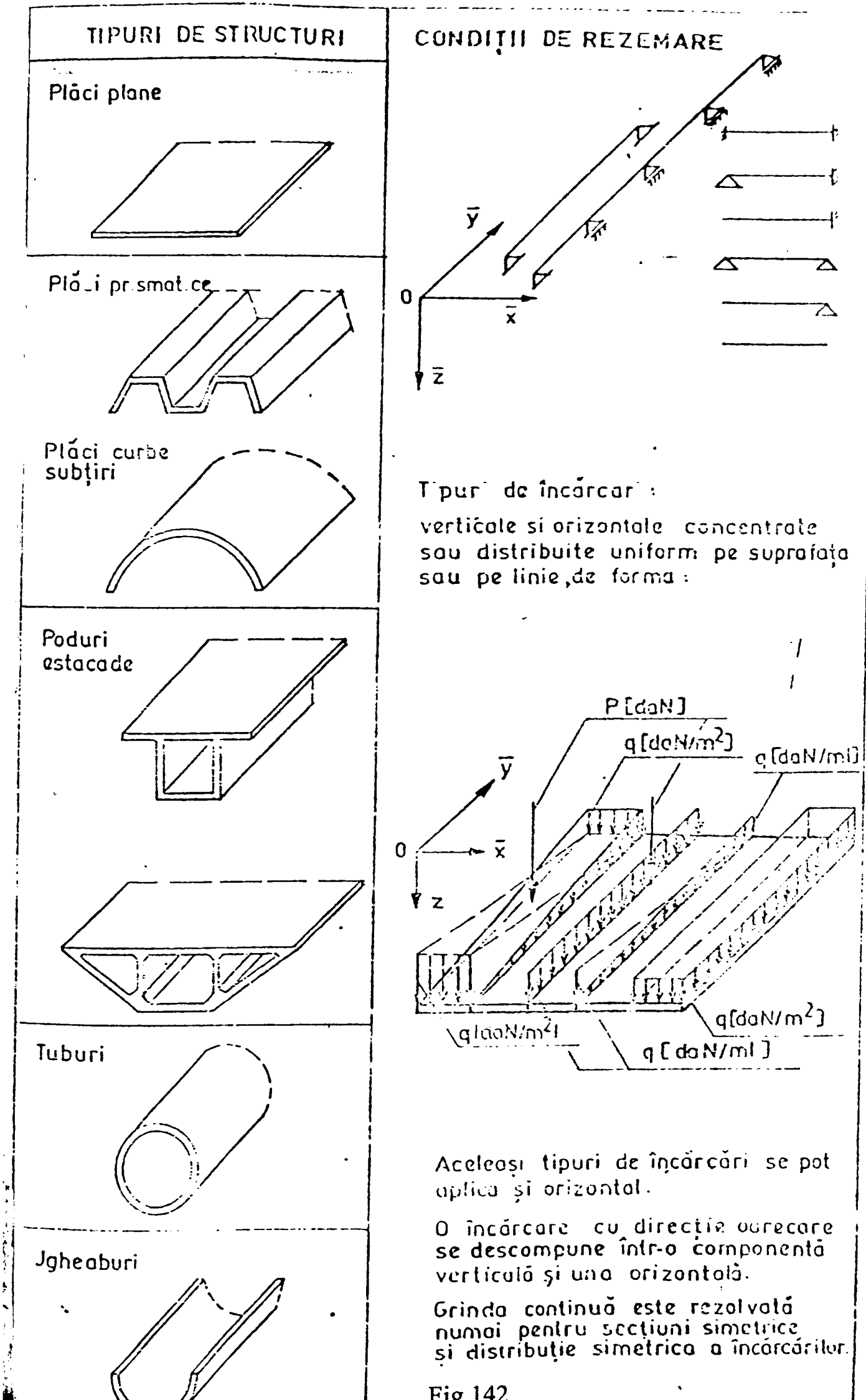
Caracteristicile încărcărilor:

- mărimea și tipul încărcării;
- direcția încărcării.

La discretizarea structurii și încărcărilor, se impun câteva precizări:

- se prezintă secțiunea transversală a structurii în sistemul global de axe \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} , astfel încât coordonatele liniilor nodale să fie strict pozitive.
 - se numerotează liniile nodale astfel, încât numerele liniilor nodale din stânga tuturor fâșiilor să fie în ordine crescătoare și întotdeauna $J > i$.
- De notat, că diferența dintre numerele liniilor nodale asociate unei fâșii determină lățimea semibenzii matricei globale și de aceea trebuie pe cât posibil să fie cât mai mică în schema numerică.

$$\text{Lățimea semibenzii} = (j-i+1) \times 4$$



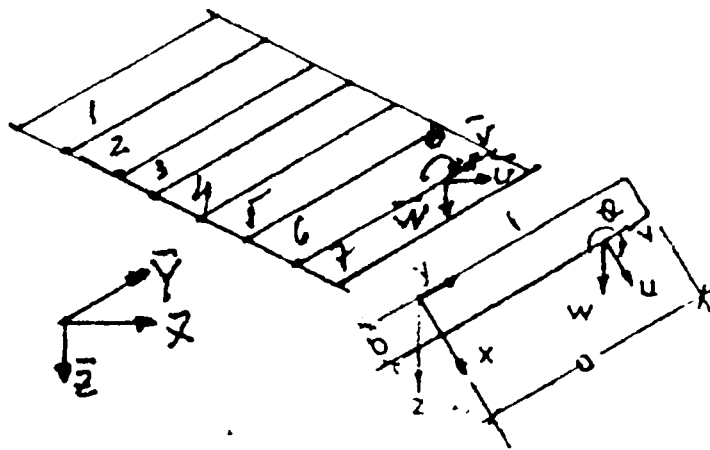


Fig. 143

- discretizarea structurii trebuie făcută astfel încât forțele concentrate să acționeze pe o linie nodală.

- condițiile de margine se introduc pentru sistemul global de axe \bar{x} , \bar{y} , \bar{z} ,

- convenții de sisteme:

a) o încărcare pe o direcție oarecare se descompune după direcțiile x și z . Se consideră pozitive, cele care acționează după sensul pozitiv al axelor de coordonate și negative celor care acționează în sens contrar.

b) solicitările și eforturile finale rezultă din sistemul local de axe al fiecărei fâșii. Eforturile de întindere rezultă pozitive, cele de compresiune, negative. Convenția de semne în reprezentarea solicitărilor este dată în fig.144

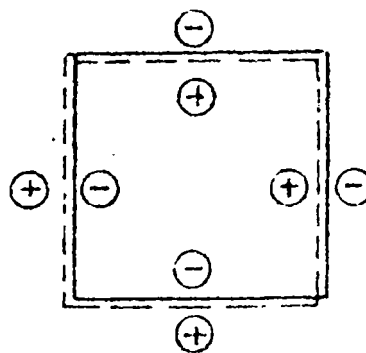


Fig.144

Este de remarcat faptul că programul listează absolut toate datele de intrare într-o formă care face foarte ușoară verificarea lor. Verificarea datelor este o etapă obligatorie.

4.5.3.15 Rezultate

Programul de calcul FIS-FIN oferă ca rezultate starea de eforturi provenite din încărcări verticale și orizontale, distribuite sau concentrate.

4.5.3.16 Performanțe

- numărul termenilor dezvoltării în serie - nelimitat
- numărul fâșiilor - max 50
- numărul liniilor cu condiții de margine max 8
- numărul secțiunilor în care se determină eforturile = 23
- lățimea semibenzii matricei rigidităților = 40 elemente
- numărul liniilor nodale cu forță concentrată max 80
- caracteristicile geometrice și fizice pot fi diferite de la fâșie la fâșie.

4.5.3.17 Notății

- NELEM - numărul elementelor (fâșiilor)
- NLN - numărul liniilor nodale
- A - lungimea fâșiilor (m)
- X și Z - coordonatele liniilor nodale (m)
- NUM - numerele fâșiilor
- NOD - numerele liniilor nodale asociate fâșiilor
- T - grosimea fâșiilor
- NGL - numărul gradelor de libertate
- TE1șiTE2 - moduli de elasticitate longitudinali pentru direcțiile x și y (daN/mp)
- TPXșiTPY - coeficienții Poisson pentru direcțiile x și y.

- TG - modulul de elasticitate transversal (daN/mp)
- NLIM - numărul liniilor nodale cu condiții de margine
- NLM - numerele liniilor nodale la care se specifică condiții de margine
- NM - codul condiției de margine pentru u, v, w și 0 (0 - blocat, 1 - liber)
- NBAND - lățimea semibenzii matricei rigidităților structurii
- NI - tipul încărcării
- FORTAV - mărimile încărcărilor verticale distribuite pe suprafață (daN/mp)
- FORTAO - idem pentru încărcări orizontale
- KONV - tipul distribuției încărcării verticale (1 - distribuție uniformă, 2 - distribuție liniară)
- KQNO - idem pentru încărcarea orizontală
- NFLIN - numărul liniilor cu încărcări distribuite
- NLINF - numărul liniei cu încărcare distribuită
- NTID - direcția încărcării distribuite (1 - direcția x, 2 - direcția y, 3 - direcția z)
- FLIN - mărimea încărcării distribuite pentru $y = 0$ (daN/m)
- KFLIN - tipul distribuției încărcării (1 - distribuție uniformă, 2 - distribuție liniară)
- NCON - numărul forțelor concentrate
- NLC - numerele liniilor nodale cu forță concentrată
- NTI - direcțiile forțelor (1 - direcția x, 2 - direcția y, 3 - direcția z)
- NY - pozițiile forțelor concentrate pe axa y (0 - pe reazem, 1 - în câmp)
- FP - mărimile forțelor concentrate (daN)
- YFP - coordonatele y ale forțelor concentrate (m)

MTERM - numărul termenilor dezvoltării în serie

DEP - deplasări și rotații ale liniilor nodale (u, v, w, θ)

RMOM - eforturi pentru cele două linii nodale ale fiecărei fâșii
daN ($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, M_x, M_y, M_{xy}$) (daN/mp, daN m/m)

NMOM - numărul secțiunilor $y = \text{const.}$ în care se determină eforturile

DN - coordonata y a secțiunii în care se determină eforturile (m).

**4.5.3.18 SCHEMA BLOC DE FUNCȚIONARE A
PROGRAMULUI DE CALCUL**

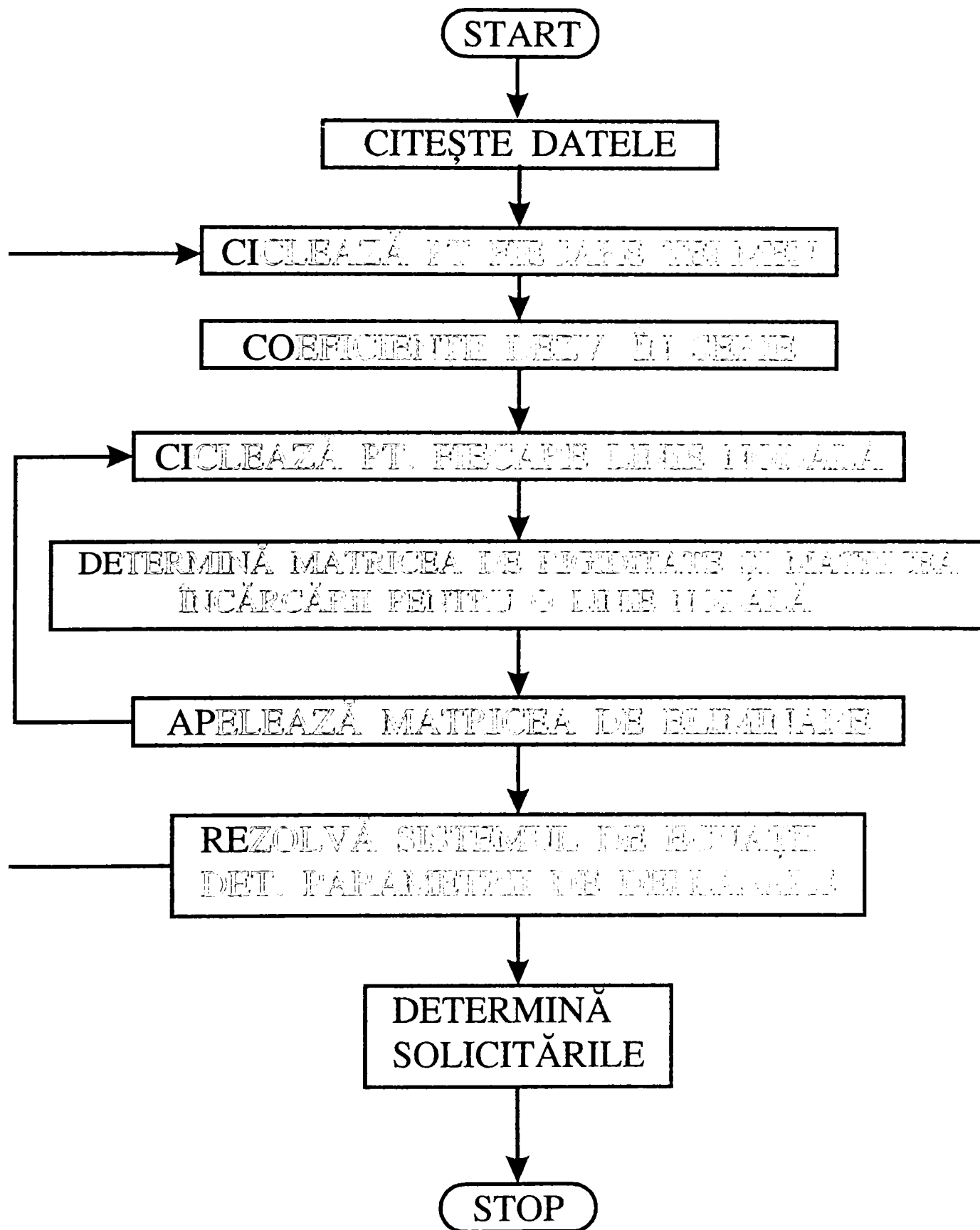


Fig.145

4.5.3.19. Exemplet de calcul pentru testarea programului de calcul.

Programul a fost testat pentru o placă continuă cu trei deschideri încărcată cu o sarcină uniform distribuită pe suprafață, iar reacțiunile au fost determinate dintr-un calcul anterior. Rezultatele au fost comparate cu cele obținute rezolvând aplicația cu ajutorul metodelor de calcul din literatura de specialitate; diferențele nu au depășit 2%. Numărul de termeni $r = 21$.

În fig.146 se pot vedea valorile calculate prin cele două metode și diagrama momentelor încovoietoare.

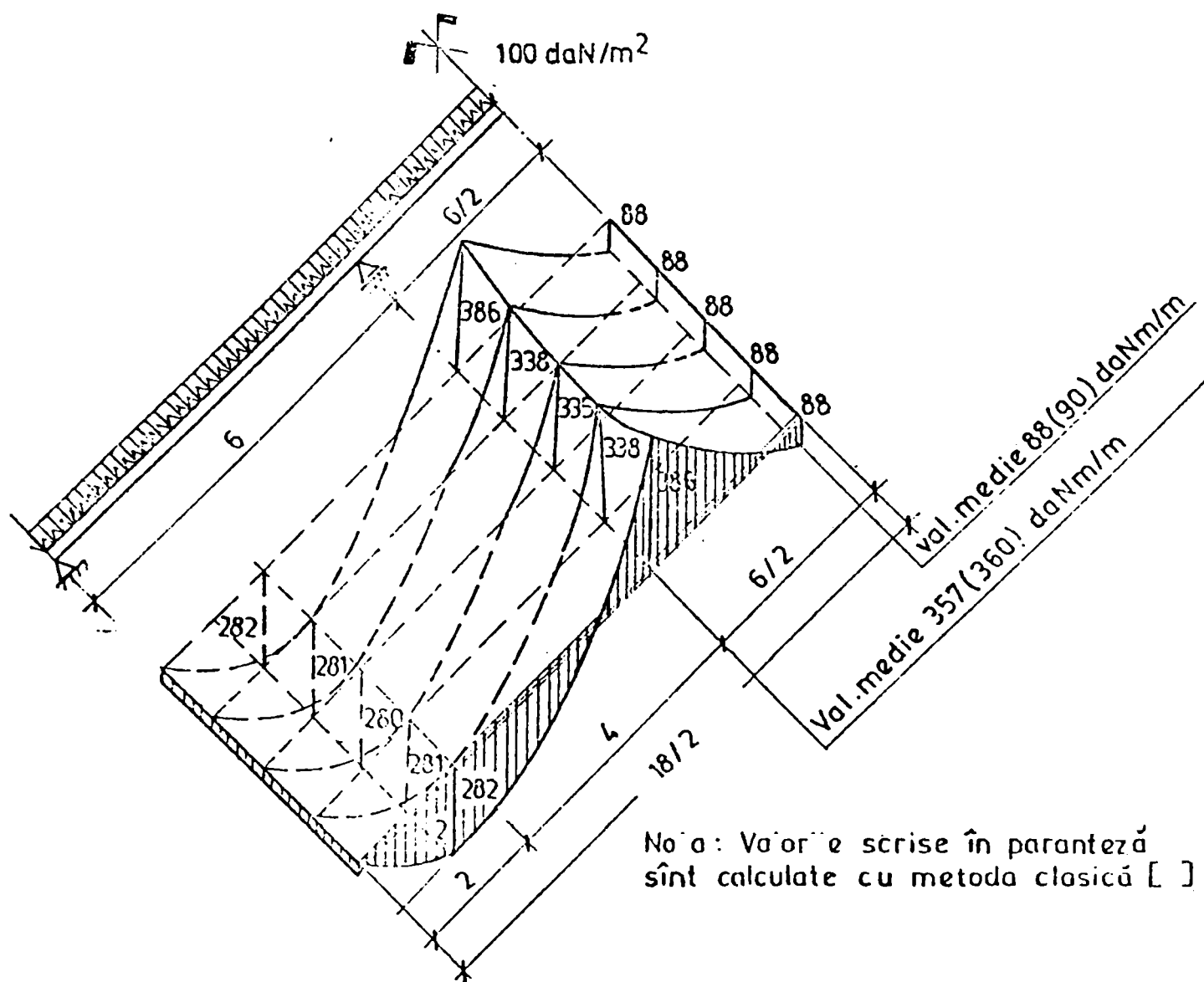


Fig. 146

4.6. Metoda simplificată de calcul pentru dalele continue din beton.

4.6.1. Considerente teoretice

Metoda propusă se bazează pe ideea că dimensiunile geometrice ale dalei izostatice (lungimea, lățimea sau grosimea) definesc comportarea acesteia, iar repartizarea eforturilor unitare se efectuează în corelare cu acestea. Transformând pentru calcul structura continuă într-o succesiune de structuri simplu rezemate cu caracteristici diferite, dar cu aceleași deformații ca și ale structurii continue, s-a determinat starea de solicitare în dala continuă; folosind solicitările determinate s-a verificat starea de eforturi unitare în beton și armătură luând în considerare dimensiunile reale ale dalei continue pe fiecare deschidere.

Aceste verificări au arătat că procedeul propus pentru realizarea structurii de dală continuă este corect.

Pentru aprecierea acestor mărimi se va studia o dală cu caracteristici diferite pe fiecare deschidere, punându-se condiția ca la fiecare deschidere să se determine aceiași coeficienți.

În studiul dalelor se admite că: [2, 17]

a) grosimea dalei este constantă și mică în raport cu celelalte două dimensiuni;

b) deformațiile dalei sunt elastice, deci este valabilă legea lui Hooke;

c) dreptele normale pe planul median rămân drepte și normale pe suprafața mediană și după deformare; această ipoteză generalizează ipoteza lui Bernoulli din cazul grinzilor supuse la încovoiere;

d) deformațiile dalei, raportate la grosimea ei, sunt mici încât se pot neglija componentele lor orizontale, ceea ce conduce la ipoteza că punctele situate pe suprafața mediană a dalei nedeformate se deplasează normal pe această suprafață.

În funcție de materialul de execuție a dalei se admite că:

e) proprietățile elastice sunt aceleași în orice punct și în orice direcție considerată, sau că

f) proprietățile elastice sunt constante pe o anumită direcție, dar diferă de la o direcție la alta.

Prima ipoteză caracterizează dalele studiate de teoria elasticității, adică dalele zise izotrope.

Adoua ipoteză caracterizează dalele anizotrope care reprezintă soluția generală; soluția particulară a acestora o dau dalele cu izotropie ortogonală, adică cu proprietăți elastice diferite pe două direcții perpendiculare, situate în planul mediu al dalei. În mod curent acestea sunt numite dale ortotrope.

Practic, anizotropia ortogonală rezultă prin armarea diferită a dalei pe cele două direcții sau prin prevederea de nervuri cu rigidități diferite pe cele două direcții.

Dintre variantele constructive ale podurilor cu mai multe grinzi, cea mai frecvent folosită este aceea realizată dintr-un grătar de grinzi rigide la torsiune, care conlucrează cu placa superioară. Importanța relativă a celor două elemente (grătar și placă) este foarte variabilă, în funcție de varianta constructivă adoptată, putând oscila de la grătarul de grinzi cu o placă foarte subțire, până la dala de grosime constantă.

Comportarea reală a structurii va fi situată între aceea a grătarului de grinzi fără placă și aceea a dalei de grosime constantă.

Pentru a studia comportarea celor două tipuri de structuri extreme se vor prezenta ecuațiile caracteristice care stau la baza determinării eforturilor și deformațiilor, la dale și grătare.

4.6.2. Metodă de calcul a dalelor ortotrope [2, 17]

Ecuția generală a plăcilor ortotrope este de forma:

$$\rho_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2\alpha \sqrt{I_x \cdot I_y} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = f(x, y) \quad (4.224)$$

cu condiția ca parametrul de torsiune α să varieze între 0 și 1.

Ecuția (4.224) cuprinde întreg spectrul dalelor ortotrope, având condiția menționată.

$$\alpha = \frac{H}{\sqrt{I_x \cdot I_y}} = \frac{I_{xy} + 2\theta}{\sqrt{I_x \cdot I_y}} \quad (4.225)$$

Relația (4.224) ne arată că parametrul α are mărimea din relația (4.225) iar:

$$H = \rho_{xy} + 2\theta \quad (4.226)$$

Pentru plăcile ortotrope care rezultă din grătare de grinzi cu neglijarea efectului plăcii - coeficientul POISSON este foarte mic și pentru simplificarea problemei se poate lua egal cu 0; α devine:

$$\alpha = \frac{\rho_x + \rho_y}{\sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}} \quad (4.227)$$

Un alt element al dalelor ortotrope îl reprezintă rigiditatea transversală:

$$\beta = \frac{b}{e} \sqrt{\frac{I_x}{I_y}} = \frac{b}{e} \sqrt{\frac{E_x}{E_y} \cdot \frac{I_x}{I_y}} \quad (4.228)$$

α și β depind de elementele geometrice ale dalei:

$2b$ = lățimea dalei

l = deschiderea dalei

$$\rho_x = E_x \cdot I_x \quad \theta_x = \frac{I_{xt}}{a} \cdot G \quad (4.229)$$

iar: $\rho_y = E_y \cdot I_y \quad \theta_y = \frac{I_{yt}}{l_j} \cdot G$

E_x, E_y = moduli de elasticitate a betonului pe direcția x, respectiv y.

I_x, I_y = momentele de inerție la torsiune pe direcția x respectiv y

G = modulul de elasticitate transversală a betonului, care poate fi dedus : $G = 0,435E$

Analizând modul de comportare a dalei continue, comparativ cu dala izostatică se poate constata că dala continuă se comportă diferit față de cea simplu rezemată, numai prin mărimea deformațiilor pe verticală în diferite puncte, datorită continuității.

Deci teoria dalelor ortotrope stabilită pentru structuri izostatice poate fi aplicată și dalelor continue, prin modificarea caracteristicilor statice de calcul I_x și I_{xt} astfel ca mărimea deformațiilor structurii izostatice de calcul să fie egale cu cele ale structurii continue reale, deci:

$$\begin{aligned} \overline{I}_{x_c} &= \psi_i \cdot \overline{I}_x \\ \overline{I}_{x_{t_c}} &= \psi_t \cdot \overline{I}_{x_t} \end{aligned} \quad (4.230)$$

unde: $I_{x_c}; I_{x_{t_c}}$ = momentele de inerție de calcul pe direcția x, respectiv momentele de inerție la torsiune de calcul pe direcția x

$I_x; I_{xt}$ = momentele de inerție pentru încovoiere și pentru torsiune pe direcția x ale dalei continue reale;

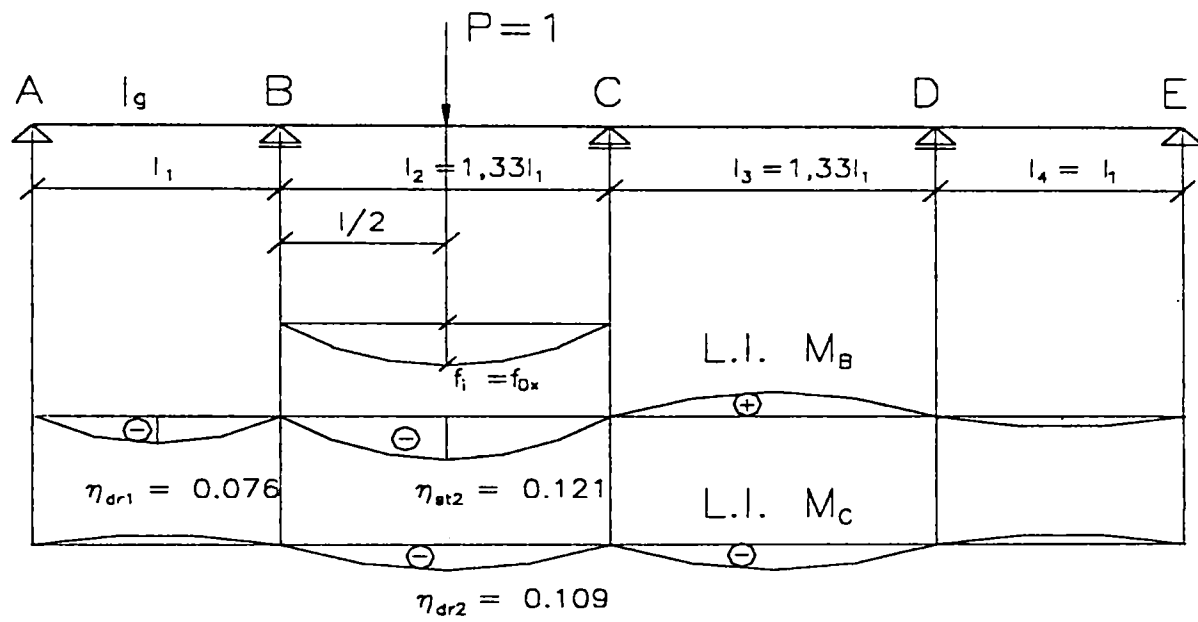
$\psi_i; \psi_t$ = coeficienții de multiplicare a momentelor de inerție reale obținuți din egalarea săgeților pe verticală la dala continuă, cu aceea a dalei izostatice sub forma:

$$f_{ox} = f_{ix} \quad (4.231)$$

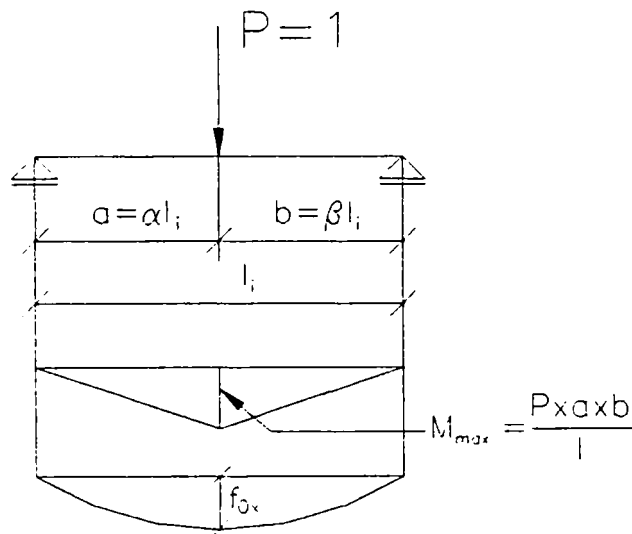
pentru dala izostatică:

$$f_{ox} = \frac{P \cdot l_i^3}{3 E I_x} \cdot \alpha^2 \cdot \beta^2 \quad (4.232)$$

$$\text{unde: } \alpha = \frac{a}{l_i} \quad ; \quad \beta = \frac{b}{l_i} \quad (4.233)$$



a)



b)

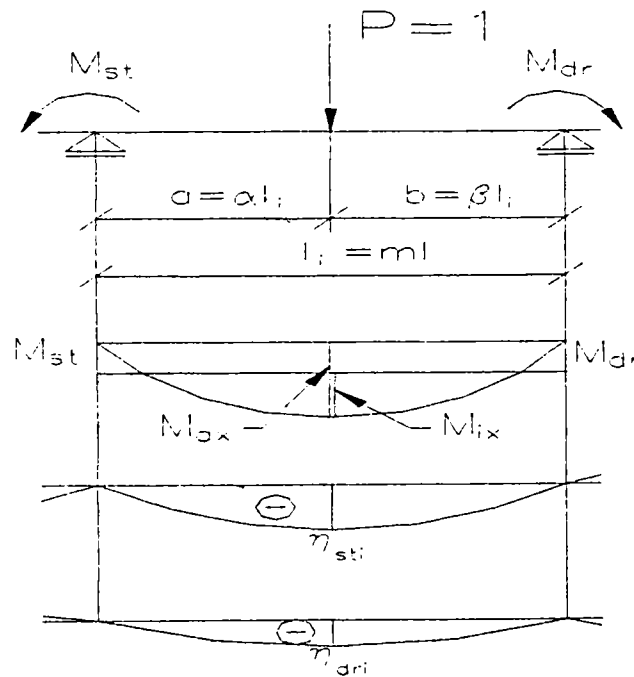


Fig.147

pentru deschiderea i a dalei continue:

$$f_{ix} = \frac{P \cdot l_i^3}{3EI_x} \alpha^2 \beta^2 - \frac{M_{st} l_i^2}{6EI_x} (\beta - \beta^3) - \frac{M_{dr} l_i^2}{6EI_x} (\alpha - \alpha^3) \quad (4.234)$$

dacă în relația (4.234) se fac înlocuirile conform fig.147

$$M_{st} = \eta_{sti} \cdot P \cdot l_i \quad (4.235)$$

$$M_{dr} = \eta_{dri} \cdot P \cdot l_i \quad (4.236)$$

iar $l_i = m \cdot l$

ecuația săgeții f_{ix} devine:

$$f_{ix} = \frac{P \cdot m^3 \cdot l^3}{3EI_x} \left[\alpha^2 \beta^2 - \frac{\eta_{sti}}{2m^2} (\beta - \beta^3) - \frac{\eta_{dri}}{2m^2} (\alpha - \alpha^3) \right] \quad (4.237)$$

unde:

η_{sti} = ordonata liniei de influență a momentului de încovoiere pe rezeul din stânga deschiderii I, măsurată sub punctul de aplicare a forței unitare.

η_{dri} = ordonata liniei de influență a momentului de încovoiere pe rezeul din dreapta deschiderii I, măsurată sub punctul de aplicare a forței unitare.

I_x = momentul de inerție la încovoiere a dalei continue constant pe întreaga lungime a dalei.

Din condițiile impuse de relația (4.231) și (4.234) iar $l_i = m \cdot l$ rezultă că ținând cont de $I_{xci} = \psi_i \cdot I_x$:

$$\psi_i = \frac{2m^2 \alpha^2 \beta^2}{2m^2 \alpha^2 \beta^2 - \eta_{dri} (\alpha - \alpha^3) - \eta_{sti} (\beta - \beta^3)} \quad (4.238)$$

Valorile maxime ale coeficientului ψ_i se obțin pentru valorile lui m aferente tipului de dală continuă, pentru care $\alpha = \beta = 0,5$ și relația lor devine:

$$\psi_i = \frac{0,125 m^2}{0,125 m^2 - 0,375(\eta_{sti} + \eta_{dri})} \quad (4.239)$$

pentru deschiderile marginale, săgeata maximă se obține pentru:

$$\alpha = 0,4 \text{ și } \eta_{st} = 0$$

$$\beta = 0,6$$

atunci:

$$\psi_i = \frac{2\alpha^2\beta^2}{2\alpha^2\beta^2 - (\alpha - \alpha^3)\eta_{dri}} \quad (4.240)$$

4.6.3. Concluzie la calculul dalelor ortotrope.

Dala continuă se calculează după teoria grinzilor continue cu repartiția transversală corespunzătoare celei izostatice cu momente de inerție de calcul (I_{xci}) diferite pentru fiecare deschidere:

$$I_{xci} = \psi_i * I_x \text{ - pentru deschideri curente} \quad (4.241)$$

$$I_{xci} = \psi_i * I_x \text{ - pentru deschideri marginale}$$

Repartiția transversală se face ca pentru o dală continuă, cu momente de inerție diferite de la deschidere la deschidere, însă cu moment de inerție constant și unic, pentru întreaga lungime a dalei, pentru calculul eforturilor de dale continue.

4.6.4. Ipoteze simplificatoare.

Încărcarea utilă a tablierelor podurilor de șosea este, în general, realizată din forțe repartizate pe suprafețe mici, provenite de la roțile autovehiculelor. În mod curent se obișnuiește a se studia starea de deformare și solicitare sub efortul unei singure forțe concentrate, trasându-se linii de influență în cazul structurilor plane și suprafețe de influență în cazul structurilor spațiale.

Pornind de la ecuația (4.224) se pot trasa suprafețele de influență sau determina mărimea eforturilor în elementele tablierului, rezultate din forța concentrată $P(x,y)$, prin descompunerea ei în serie Fourier. Soluțiile obținute prin aceste procedee sunt foarte complexe, încât nu sunt utile în scopuri practice.

Eforturile maxime de dimensionare a elementelor tablierului precum și deformațiile maxime se obțin prin plasarea convoaielor de autovehicule pe întreaga lungime a tablierului, conform normelor, și cu diferite excentricități față de axa longitudinală. Convoaiele de autovehicule, cu lungime nelimitată, care au la mijlocul deschiderii două camioane nedistanțate, din care unul supraîncărcat A10,A13, se amplasează cu acestea astfel ca încărcarea să fie maximă, (fig.148a). Convoaiele din vehicule speciale (S40, S60, V80) realizate din vehicule plasate la distanțe de cel puțin 40, 60 respectiv 80 m practic se încarcă la podurile obișnuite cu un singur vehicul plasat la mijlocul deschiderii (fig.148b). Greutatea permanentă a tablierului este, în general, uniform distribuită în lung (fig.148c). Încărcarea rezultată prin însumarea încărcării utile cu încărcarea permanentă poate fi acceptată ca o încărcare lineară ce variază după legea sinusoidală, dată de relația (4.242) în care $m = 1$.

$$P_x = p_1 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (4.242)$$

unde p_1 reprezintă ordonanta maximă a încărcării la mijlocul deschiderii.

Calculul eforturilor și al deformațiilor elementelor tablierului din încărcarea lineară cu variație sinusoidală, aplicată cu excentricitatea x față de axul longitudinal (fig.148), conduce la o simplificare considerabilă a expresiilor finale. În orice secțiune considerată există o proporționalitate directă între mărimea încărcării, a momentului de încărcare longitudinală și a deformațiilor, deoarece toate variază după o lege sinusoidală (fig.149).

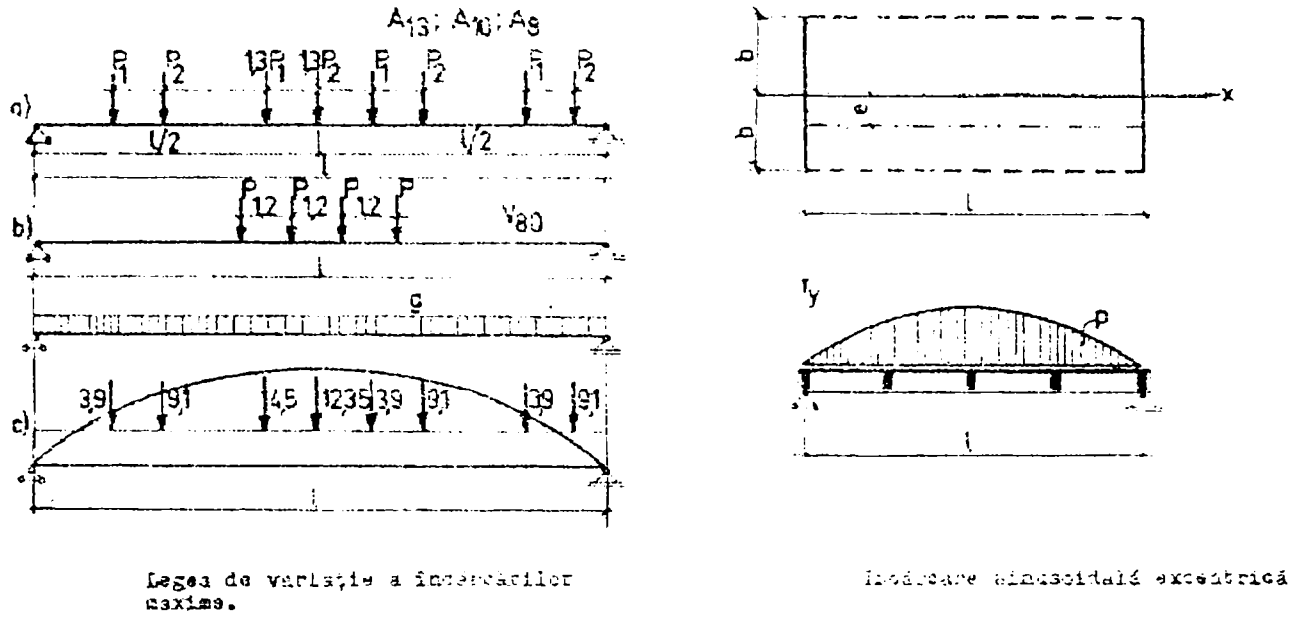


Fig. 148

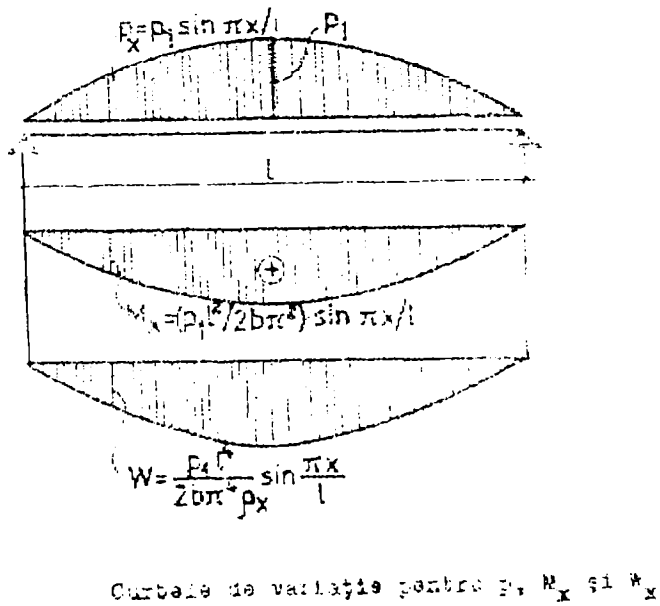


Fig. 149

Repartiția transversală a încărcării la grinzile tablierului se efectuează pentru această încărcare excentrică.

4.6.5. Expresia analitică a momentelor de încovoiere longitudinală.

Deoarece pentru acest tip de încărcare există o proporționalitate directă între deformații și momentele de încovoiere, pentru toate punctele situate pe o dreaptă paralelă la axa x este suficient a cunoaște deformația w în lungul acesteia.

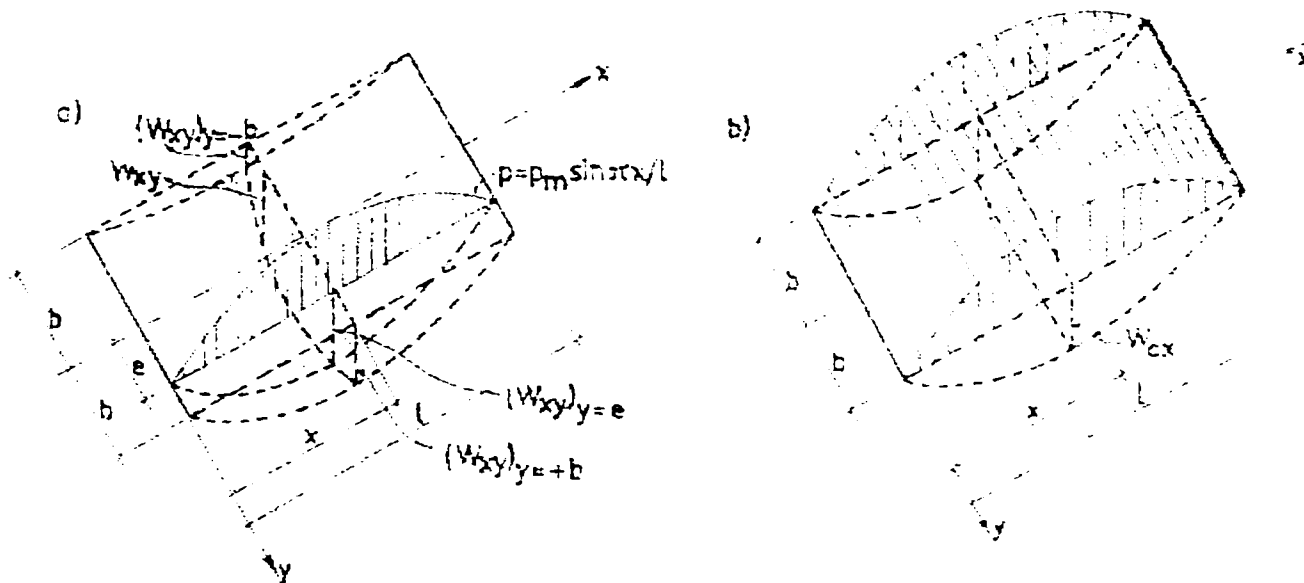


Fig.150

Pentru simplificarea calculelor se introduce noțiunea de coeficient de repartiție transversală a încărcării (k_m), definit ca raportul între deformația într-un punct al tablierului produsă de încărcarea aplicată cu excentricitatea e față de axa tablierului și deformația medie a aceluiași punct din aceeași încărcare repartizată pe lățimea tablierului $2b$, ($w_{0,m}$), (fig.150).

$$k_m = \frac{w/m}{w_{0,m}} \quad (4.243)$$

Se observă că valoarea lui k_m depinde de coeficienții α, β, ψ, ξ . Coeficienții α și β definesc rigiditatea la torsiune, iar coeficienții ψ și ξ sunt funcție de excentricitatea încărcării respectiv excentricitatea secțiunii.

Coeficientul de repartiție transversală (k_m) este rezultat numai din termenul m al seriei Fourier, care reprezintă încărcarea, încât deformația totală w , rezultată din toți termenii încărcării este:

$$w = k_1 w_1 + k_2 w_2 + k_3 w_3 + \dots + k_m w_m \quad (4.244)$$

În mod asemănător deformația medie este:

$$w_0 = w_{0,1} + w_{0,2} + w_{0,3} + \dots + w_{0,m} \quad (4.245)$$

Coeficientul de repartiție transversală (k) ce cuprinde toți termenii seriei încărcării, devine:

$$k = \frac{w}{w_0} = \frac{k_1 w_1 + k_2 w_2 + k_3 w_3 + \dots + k_m w_m}{w_{0,1} + w_{0,2} + w_{0,3} + \dots + w_{0,m}} \quad (4.246)$$

Deoarece w este invers proporțional cu m^4 , ambele serii din ecuația (4.246) sunt rapid convergente încât în scopurile practice este suficient a se lua în considerare numai primul termen din fiecare serie, obținând:

$$k = k_1 \quad (4.247)$$

Momentele de încovoiere longitudinală sunt exprimate în funcție de deformații prin relația:

$$M_x = \int_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4.248)$$

Se poate arăta că momentele de încovoiere se bucură de aceeași proprietate ca și deformațiile w .

$$\text{Deoarece : } w_m = K_m w_{1,m} = \frac{P_x}{2b \cdot p_x} \cdot \frac{l^2}{m^4 \cdot \pi^4} \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} \cdot K_m \quad (4.249)$$

$$\text{se obține: } \frac{\int_x w_m}{\int_x w} = \frac{P_m}{2b \int_x} \cdot \frac{l^2}{m^2 x^2} \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} \cdot K_m \quad (4.250)$$

$$\text{și: } M_{x,m} = \frac{P_m}{2b} \cdot \frac{l^2}{m^2 \pi^2} \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} \cdot K_m \quad (4.251)$$

$$\text{Cum însă: } \frac{P_m}{2b} \cdot \frac{l^2}{m^2 \cdot \pi^2} \cdot \sin \frac{m \pi x}{l} \cdot K_m = M_{0,x} \quad (4.252)$$

$$\text{rezultă } M_{x,m} = k_m * M_{0,m} \quad (4.253)$$

În această relație $M_{x,m}$ reprezintă momentul de încovoiere longitudinală rezultat într-un punct x al dalei, la distanța y de axa x , din încărcarea $p = p_m \sin \frac{\pi y}{\ell}$, aplicată cu excentricitatea e , iar $M_{0,1}$ reprezintă momentul de încovoiere în același punct din aceeași încărcare, însă repartizată uniform pe lățimea $2b$ a tablierului.

Prin extinderea ecuației (4.253) la toți termenii seriei ce definesc încărcarea, se obțin valorile momentului de încovoiere total M_x și a momentului de încovoiere total mediu M_0 , sub forma:

$$M_x = k_1 M_{x,1} + K_2 M_{x,2} + \dots + k_m M_{x,m} \quad (4.254)$$

$$M_0 = M_{0,1} + M_{0,2} + \dots + M_{0,m}$$

Valoarea coeficientului de repartiție transversală K' devine:

$$k' = \frac{M_x}{M_0} = \frac{K_1 \cdot M_{x,1} + K_2 \cdot M_{x,2} + \dots + K_m \cdot M_{x,m}}{M_{0,1} + M_{0,2} + \dots + M_{0,m}} \quad (4.255)$$

Deoarece valorile lui $M_{x,m}$ sunt invers proporționale cu m^2 , ambele serii ale ecuației (4.255) sunt convergente, însă nu la fel de rapid ca seriile date de ecuația (4.246). Pentru scopurile practice este suficient a considera numai primul termen al fiecărei serii.

Calcululele comparative și experimentările arată că, în acest caz, pentru a obține valori cât mai apropiate de soluția exactă trebuie mărit momentul cu 10%, ceea ce revine la sporirea lui k cu 10% adică $k' = 1,1k$. (4.256)

Cu acestea valoarea momentului de încovoiere devine:

$$M_x = 1,1 k M_0 \quad (4.257)$$

Deci momentul de încovoiere longitudinal se scrie pentru secțiunea K :

$$M_k = 1,1 [K_1 \cdot M_{0,1} + K_2 \cdot M_{0,2} + \dots + K_n \cdot M_{0,n}] \quad (4.258)$$

unde: $K_1, K_2, K_3, \dots, K_n =$ coeficienți de repartiție transversală a încărcărilor utile, diferite pentru fiecare deschidere.

$M_{01}, M_{02} \dots M_{0n}$ = valoarea momentelor de încovoiere calculate pe grinda continuă, pe linia de influență a secțiunii s, din încărcările aferente fiecărei deschideri.

Ex. : $M_B = M_{B1} + M_{B2} + M_{B4}$ sau luând în considerare ordonatele liniei de influență M_B și repartitia transversală a forțelor din fiecare deschidere:

$$M_B = K_1 * M_{B1} + K_2 * M_{B2} + K_4 * M_{B4} \quad (4.259) \text{ sau}$$

$$M_B = K_1 (\eta_{11} P_{11} + \eta_{12} P_{12} + \dots + \eta_{14} P_{14}) * l_1 + K_2 (\eta_{21} P_{21} + \eta_{22} P_{22} + \dots + \eta_{24} P_{24}) \quad (4.260)$$

4.6.6. Expresia analitică a momentelor de încovoiere transversală.

Momentul de încovoiere transversal pe unitatea de lățime este dat de relația:

$$M_{y,m} = - \int \rho_y \frac{\partial^2 W_m}{\partial y^2} \quad (4.261)$$

unde W_m reprezintă săgeata verticală a punctului de coordonate (x,y) rezultată din termenul m al încărcării:

$$p = p_m \sin \frac{m \pi x}{e} \quad (4.262)$$

aplicată cu excentricitatea e, pe o paralelă axa x.

Cu aceste precizări, dala continuă se calculează respectând principiile de calcul ale grinzilor continue, cu respectarea repartitiei transversale a încărcărilor, utilizând coeficientul de rigiditate transversală de calcul β specific fiecărei deschideri.

Efectuând derivata de ordinul doi a lui w_m în raport cu Y și introducând valoarea obținută în relația (4.248), expresia momentului de încovoiere se scrie sub forma:

$$M_{y,m} = \mu_m \beta p_m \sin \frac{m \pi x}{e} \quad (4.263)$$

unde μ_m = este un coeficient ce depinde de rigiditatea la torsiune α , de rigiditatea transversală a tablierului β , de excentricitatea încărcărilor și excentricitatea secțiunii y.

$$\begin{aligned} \mu = & \alpha \left(Af_{\xi} + \frac{B}{\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}}} g_{\xi} \right) + \sqrt{1-\alpha^2} \left(-Ag_{\xi} + \frac{Bf_{\xi}}{\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}}} \right) + \alpha \left(Ch_{\xi} + \frac{D}{\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}}} i_{\xi} \right) + \\ & + \sqrt{1-\alpha^2} \left(Ci_{\xi} - \frac{D}{\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}}} h_{\xi} \right) + c \sqrt{\frac{1+\alpha}{1-\alpha}} i_{|\xi-\psi|} - h_{|\xi-\psi|} \quad (4.264) \end{aligned}$$

unde s-a notat pentru simplificare

$$\begin{aligned} f_{\xi} &= e^{\xi\beta\sqrt{\frac{1+\alpha}{2}}} \cos \xi\beta\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} & g_{\xi} &= e^{\xi\beta\sqrt{\frac{1+\alpha}{2}}} \sin \xi\beta\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} \\ h_{\xi} &= e^{-\xi\beta\sqrt{\frac{1+\alpha}{2}}} \cos \xi\beta\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} & i_{\xi} &= e^{-\xi\beta\sqrt{\frac{1+\alpha}{2}}} \sin \xi\beta\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} \\ h_{|\xi-\psi|} &= e^{-|\xi-\psi|\beta\sqrt{\frac{1+\alpha}{2}}} \cos |\xi-\psi|\beta\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} & i_{|\xi-\psi|} &= e^{-|\xi-\psi|\beta\sqrt{\frac{1+\alpha}{2}}} \sin |\xi-\psi|\beta\sqrt{\frac{1-\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (4.265)$$

Momentul de încovoiere rezultat din toți termenii seriei încărcării devine:

$$M_y = \sum_{m=1}^{\infty} \mu_m b p_m \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (4.266)$$

Întrucât tablierul real este încărcat cu s șiruri de încărcări de tipul celor date de relația (4.242), valoarea momentului de încovoiere transversal se obține prin însumarea valorilor rezultate din toate șirurile de încărcări:

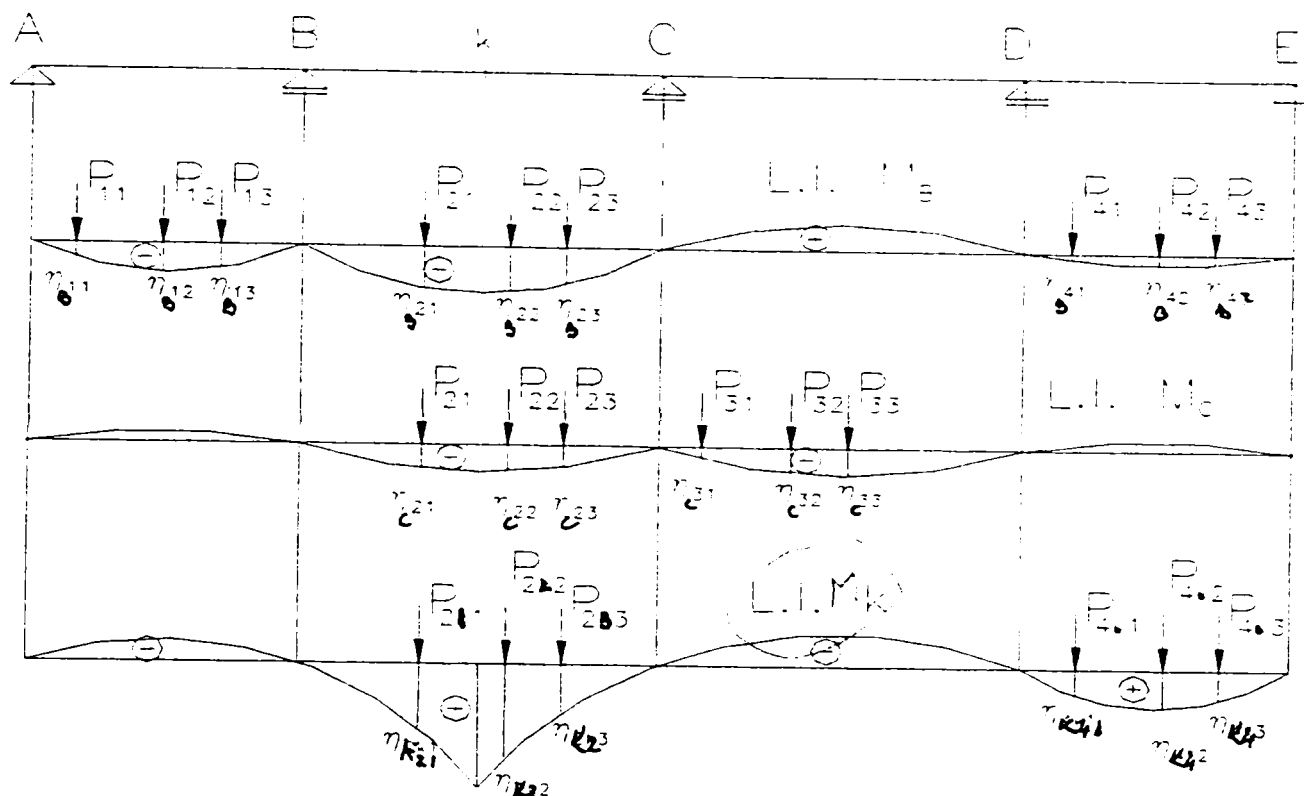


Fig. 152

Rezultă că pentru încărcarea dată de relația (4.242), valoarea coeficientului rigidității transversale este $\beta_m = m_\beta$. Aceasta înseamnă că sub încărcarea (4.268) antretoazele se comportă ca și când ar fi de m ori mai elastice decât pentru încărcarea $p_1 \sin$, astfel că valorile coeficienților μ_α , m_β se determină pentru valorile lui $\beta_m = m_\beta$. Cu aceste modificări valorile momentelor de încovoiere transversală devin riguros exacte.

Deoarece coeficientul $\mu_{\alpha m \beta}^i$ este același pentru toate forțele situate cu aceeași excentricitate față de axa longitudinală a tablierului, expresia (4.266) se poate scrie sub forma:

$$M_y = \sum_1^s \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{\infty} \mu_{\alpha}^s \cdot m \beta b * \frac{2P_i}{l} \sin \frac{m\pi u_i}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \quad (4.269)$$

unde s este numărul de șiruri de forțe ce intră în secțiunea transversală, n este numărul de forțe concentrate pe un șir și m numărul de termeni ai seriei Fourier.

Momentul de încovoiere ce revine unei antretoaze se obține prin înmulțirea momentului dat de relația (4.242) cu distanța dintre antretoaze.

4.6.7. Determinarea forțelor tăietoare.

Tot în categoria dalelor ortotrope reale pot fi incluse și tablurile realizate din grinzi independente asamblate prin precomprimare transversală. Din relațiile indicate rezultă că diferențierea se datorește rigidității la torsiune.

Forțele tăietoare rezultă din ecuația de momente scrisă pentru eforturile pe un element de dală ortotropă:

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{\partial M_x}{\partial y} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} = -\rho_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \Theta_y \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \\ T_y &= \frac{\partial M_y}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -\rho_x \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} - \Theta_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \end{aligned} \quad (4.270)$$

Iar pentru tablurile cu grinzi asamblate fără precomprimare transversală se deduce din relația curentă:

$$\rho_x \frac{\partial^4 w}{\partial w^4} + (\theta_x + \theta_y) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \rho_y \frac{\partial^6 w}{\partial y^4} = p(x, y) \quad (4.271)$$

care ușor se poate observa că are aceeași formă ca și relația (4.224) a plăcii ortotrope.

În categoria dalelor ortotrope reale pot fi incluse și tablurile realizate din grinzi independente asamblate prin precomprimare transversală.

Din relațiile (4.270) și (4.271) rezultă că diferențierea se datorește rigidității la răsucire.

4.6.8. Determinarea constantelor statice.

4.6.8.1. Determinarea lăţimii dalei echivalente

Aplicarea teoriei dalei ortotrope, la determinarea eforturilor în tablierele cu mai multe grinzi presupune înlocuirea structurii reale a podului cu o dală ortotropă echivalentă.

Deschiderea de calcul, L , rămâne nemodificată, în schimb lăţimea reală a tablierului trebuie înlocuită cu o lăţime echivalentă, care să prezinte aceeaşi comportare ca şi cea reală.

Rigidităţile dalelor la încovoiere şi răsucire sunt date pe unitate de lungime. Pentru a obţine aceste rigidităţi ale structurii echivalente trebuie împărţite rigidităţile grinzilor la distanţa dintre ele. În acest caz se modifică, în general, lăţimea reală a tablierului.

În fig.153 sunt date secţiunile de poduri, curent folosite, pentru care se va indica modul de determinare al lăţimii dalei echivalente. Pentru grătarul de grinzi, fără dală, realizat din grinzi principale cu aceeaşi rigiditate, lăţimea dalei echivalente este:

$$2b = na \quad (4.272)$$

unde n este numărul grinzilor principale şi a distanţa dintre grinzi 153a.

În cazul dalelor pline, lăţimea dalei echivalente este egală cu lăţimea dalei reale fig.153b.

La tablierele realizate din grinzi în T fig.153c, la care lungimea plăcilor în consolă este egală cu $a/2$, lăţimea dalei echivalente este egală cu lăţimea reală a plăcii

$$2b = na \quad (4.273)$$

Dacă, însă, grinzile marginale sunt mai puternice fig.153d, lăţimea dalei echivalente este dată de relaţia:

$$2b = (n - z) \cdot a + 2 \frac{I_m}{I_c} \cdot a \quad (4.274)$$

Lățimea dalei echivalente a podurilor chesonate fig.153e, este egală cu lățimea reală, dacă pereții laterali au grosimea pe jumătate față de cei centrali. Dacă însă toți pereții au aceeași grosime și distanța a se măsoară în axul peretelui marginal, lățimea dalei echivalente va fi:

$$2b = (n-1)a + 2 \frac{b_l h^3}{12} \cdot \frac{a}{I_{cel}} \quad (4.275)$$

unde I_{cel} reprezintă momentul de inerție corespunzător secțiunii de lățime a fig 153f.

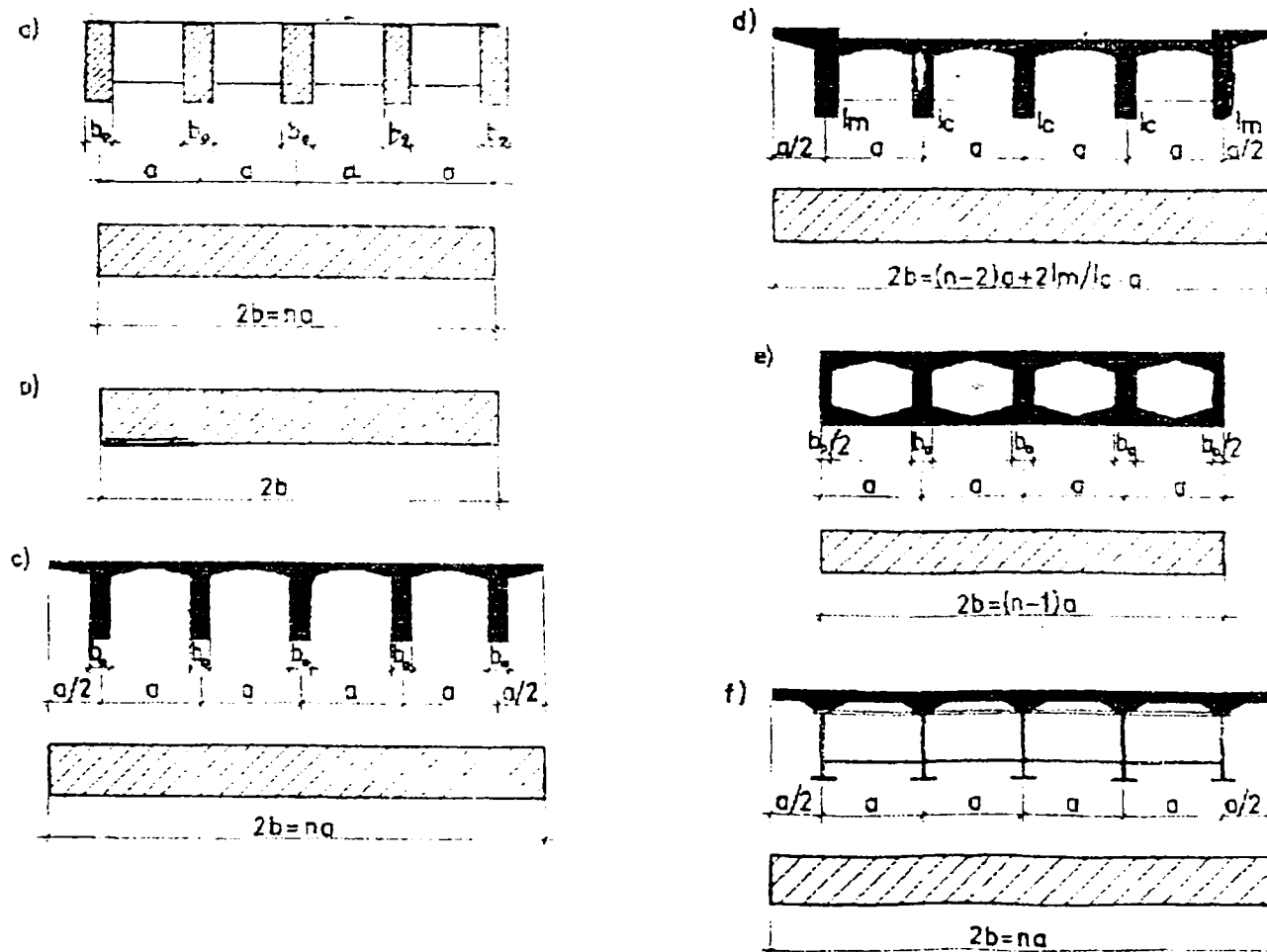


Fig.153

4.6.8.2. Determinarea coeficientului β

În ceea ce privește coeficientul rigidității transversale β și a coeficientul de torsiune α , acestea au fost determinate cu ajutorul relațiilor (4.225) respectiv (4.228) la paragraful 4.6.2.

Față de cele menționate, se mai pot aminti următoarele:

Coeficientul rigidității transversale β , este dat de relația (4.228) sub forma:

$$\beta = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{I_x}{I_y}} \quad (4.276)$$

care în baza notațiilor (4.233) devine:

$$\beta = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{E I_x}{b_1} \cdot \frac{l_1}{E I_y}} = \frac{b}{l} \sqrt{\frac{I_x}{b_1} \cdot \frac{l_1}{I_y}} \quad (4.277)$$

unde:

l = deschiderea de calcul;

$2b$ = lățimea dalei echivalente;

$\frac{E I_x}{b_1}$ = rigiditatea la încovoiere pe direcția x a dalei echivalente, pe unitatea de lățime;

$\frac{E I_y}{l_1}$ = rigiditatea la încovoiere pe direcția y a dalei echivalente, pe unitatea de lungime;

b_1 = distanță între grinzile principale;

l_1 = distanță între antretoaze;

E = modulul de elasticitate al betonului.

Pentru podurile realizate din dala plină, coeficientul β devine:

$$\beta = \frac{d}{l} \quad (4.278)$$

dacă se consideră că $I_x = I_y$. Dacă se ia în considerare că armarea transversală a dalei este mult mai mică, se poate admite $I_y = 0,8I_x$ și relația devine:

$$\beta \cong 0,95 \frac{b}{l} \quad (4.279)$$

În cazul podurilor realizate cu grinzi și antretoaze, pe lângă elementele geometrice (l, l_1, b, b_1) trebuie să se mai cunoască momentele de inerție ale grinzilor principale și ale antretoazelor, realizate din secțiuni în I. Momentele de inerție I_x și I_y se determină, considerând că împreună cu grinda, respectiv antretoaza, conlucrează și o lățime de dală egală cu b_1 respectiv l_1 . Trebuie precizat că la reazeme se prevăd întotdeauna antretoaze sau diafragme (la secțiunile cheson), deoarece ele contribuie în mod esențial la distribuția încărcărilor.

4.6.8.3. Determinarea coeficientului de torsiune α .

Coeficientul de torsiune α dat de relația (4.225):

$$\alpha = \frac{\theta_x + \theta_y}{2\sqrt{I_x \cdot I_y}}$$

depinde de rigiditățile la încovoiere și torsiune.

Luând în considerare notațiile menționate și admițând, pentru beton armat și beton precomprimat, valoarea coeficientului lui Poisson egală cu 0,15, ceea ce dă $G = 0,435E$, expresia devine:

$$\alpha = \frac{1}{4,6} \frac{\frac{I_{x,t}}{b_1} + \frac{I_{y,t}}{l_1}}{\sqrt{\frac{I_x}{b_1} * \frac{I_y}{l_1}}} \quad (4.280)$$

unde:

$I_{x,t}$ =momentul de inerție la torsiune al grinzilor principale;

$I_{y,t}$ = momentul de inerție la torsiune al antretoazelor;

I_x, I_y, b_1, l_1 = au aceeași semnificație ca în relația (4.277)

Momentele de inerție la torsiune se determină considerând că lucrează cu grinda, întreaga placă dintre două grinzi.

La determinarea acestor momente de inerție se deosebesc două situații, când grinzile principale se realizează din elemente prefabricate fără monolitizarea plăcilor între ele, sau când se execută această monolitizare, adică se asigură continuitatea dalei.

În cazul unei grinzi în T (fig.154) secțiunea se simplifică neglijând porțiunile de racordare și se lucrează în calcule cu secțiunea din fig.154b.

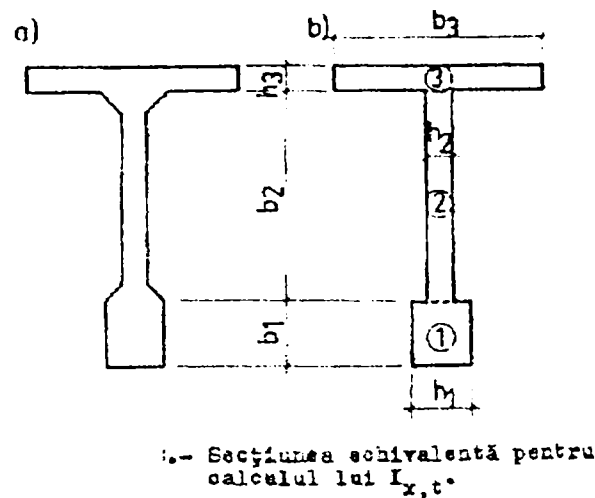


Fig. 154

Momentul de inerție la torsiune al acestei grinzi este: [17]

$$I_{x,t} = \sum_i \lambda_i b_i h_i^3 \quad (4.281)$$

unde h_i reprezintă dimensiunea minimă a fiecărui dreptunghi component al secțiunii, iar λ este o constantă ce depinde de raportul b/h .

Pentru dala continuă, distribuția eforturilor unitare, rezultate din momentul de torsiune, este liniară pe grosimea dalei (h) și constantă pe lățimea (b_3), aferentă unei grinzi. Se demonstrează că în acest caz, prin faptul că nu mai apar valori ale lui b pe laturile scurte, care au un braț de pârghie mare, valoarea momentului de inerție la torsiune se reduce la jumătate, față de cazul unei secțiuni dreptunghiulare izolate.

Momentul de inerție la torsiune al acestui tip de secțiune se determină cu relația:

$$I_{x,t} = b_1 h_1^3 + b_2 h_2^3 + \frac{1}{2} b_3 h_3^3 \quad (4.282)$$

unde ultimul termen cu indicii 3 se referă la dala superioară continuă.

4.6.9. Exemflu de calcul.

Pentru verificarea tablierului continuu precomprimat alcătuit din elemente prefabricate prezentat la Cap. 3.6. s-a calculat tablierul de pod rutier alcătuit din dala continuă pe patru deschideri :

$$l_1 = l_4 = 30 \text{ m (marginale),}$$

$$l_2 = l_3 = 40 \text{ m (centrale), având următoarele caracteristici:}$$

- două benzi de circulație a 3.90 m și trotuare de 1 m;
- elemente prefabricate precomprimate longitudinal - grătare de grinzi și placă superioară prefabricată (fig.155);
- antretoaze de monolitizare în câmp.

Se cere determinarea momentelor de încovoiere, momente de răsucire și forțe tăietoare în grinzile principale și antretoazele tablierului din încărcările rezultate din clasa de încărcare E (A 30, V 80)(fig.155).

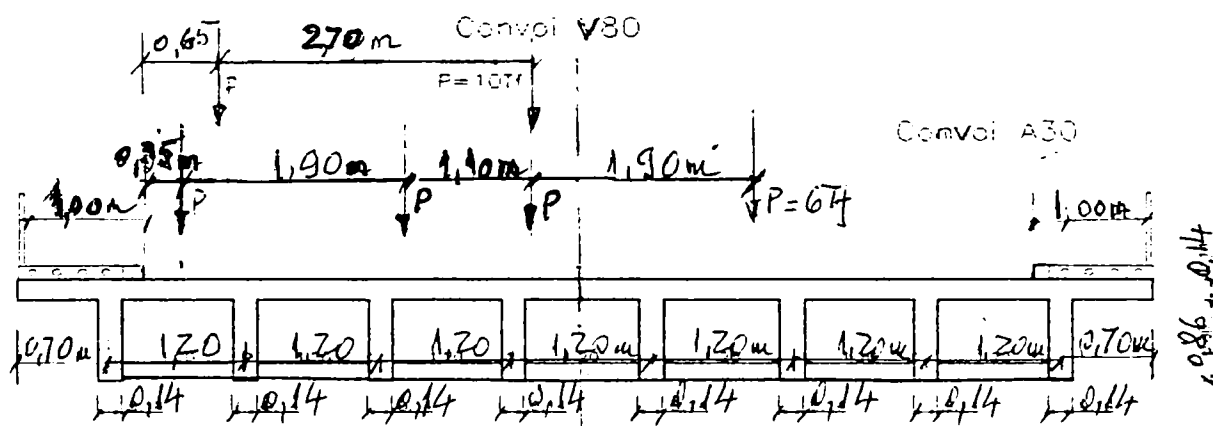


Fig.155

Din fig.156 rezultă:

$$I_g = 2522903,4 \text{ cm}^4 \times 8 \text{ grinzi} = 20.183.227,2 \text{ cm}^4$$

$$I_a = 3.150.043,6 \text{ cm}^4 \times 47 \text{ antret.} = 148.052.049,2 \text{ cm}^4$$

a) pentru deschideri centrale:

$$\psi_2 = \frac{0,125 \text{ m}^2}{0,125 \text{ m}^2 - 0,375 (\eta_{st} - \eta_{dr})} = \frac{0,221}{0,221 - 0,375 (0,115 - 0,104)} = 1,02$$

b) pentru deschideri marginale

$$\psi_2 = \frac{2\alpha^2\beta^2}{2\alpha^2\beta^2 - (\alpha - \alpha^3)\eta_{dr}} = \frac{2 \cdot 0,16 \cdot 0,36}{0,1152 \cdot 0,336 \cdot 0,0722} = 1,3$$

$$\eta_{dr} = 0,0722$$

Din relația 4.241 rezultă:

a) deschideri centrale:

$$I_{xc} = 20.183.227,2 \times 1,02 = 20.586.892 \text{ cm}^4$$

$$I_{yc} = 148.052.049 \times 1,02 = 151.013.090 \text{ cm}^4$$

b) deschideri marginale:

$$I_{xm} = 20.183.227,2 \times 1,3 = 26.238.195 \text{ cm}^4$$

$$I_{ym} = 148.052.049 \times 1,3 = 192.467.664 \text{ cm}^4$$

Rigiditatea la încovoiere a dalei ortotrope pe direcțiile x și y rezultă din:

a) pentru deschiderea centrală:

$$S_{xc} = \frac{I_{xc}}{a} \cdot E = \frac{20.586.892}{120} \cdot E = 171.557 \cdot E \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

$$S_{yc} = \frac{I_{yc}}{b} \cdot E = \frac{151.013.090}{300} \cdot E = 503.377 \cdot E \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

b) pentru deschiderea marginală:

$$S_{xm} = \frac{I_{xm}}{a} \cdot E = \frac{26.238.195}{120} \cdot E = 218.652 \cdot E \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

$$S_{ym} = \frac{I_{ym}}{b} \cdot E = \frac{192.467.664}{300} \cdot E = 641.559 \cdot E \text{ daN} \cdot \text{cm}$$

Calculul eforturilor din tablier prin metoda bazată pe teoria dalelor ortotrope necesită stabilirea elementelor geometrice și a caracteristicilor statice pentru dala înlocuitoare; deschiderile de calcul a dalei rămân egale cu deschiderile reale ale tablierului.

Determinarea deschiderilor de calcul pentru dala înlocuitoare:

- pentru deschiderile centrale = 40 m
- pentru deschiderile marginale = 30 m

Lățimea dalei echivalente:

$$2b = n \cdot a = 8 \cdot 1,20 \text{ m} = 9,60 \text{ m}$$

Momentul de inerție la răsucire a secțiunii echivalente (fig. 156) rezultă:

$$I_{x_t} = (0,3 \times 120 \times 14^3 + 0,296 \times 86 \times 14^3) = 98.784 + 69.851 = 168.635 \text{ cm}^4$$

$$\frac{b_1}{h_1} = \frac{120}{14} = \gamma = 0,3$$

$$\frac{b_2}{h_2} = \frac{0,86}{0,14} = \gamma = 0,296$$

$$I_{y_t \text{ antr}} = 206.914 \text{ cm}^4$$

Rigiditatea la răsucire a dalei echivalente rezultă astfel:

$$\theta_x = \frac{\overline{I}_{x_t}}{a} \cdot G = \frac{168.635}{120} \cdot G = 1405 \cdot G$$

$$\theta_y = \frac{\overline{I}_{y_t}}{l_1} \cdot G = \frac{206.914}{300} \cdot G = 690 \cdot G$$

Rigiditatea transversală a dalei echivalente este:

a) pentru deschideri centrale:

$$\beta_c = \frac{4,80}{40} \sqrt{\frac{171.537}{503.377}} = 0,07008 \approx 0,1$$

b) pentru deschideri marginale:

$$\beta_m = \frac{4,80}{30} \sqrt{\frac{218652}{641559}} = 0,09344 \approx 0,1$$

Rigiditatea la răsucire:

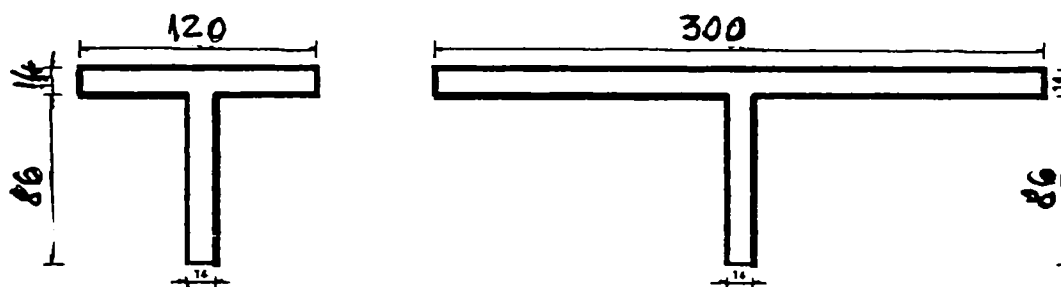
a) pentru deschideri centrale

$$\alpha_c = \frac{1405 + 690}{\sqrt{171557 + 503377}} \cdot 0,435 = 0,041 ; \frac{G}{E} = 0,435$$

b) pentru deschideri marginale

$$\alpha_m = 0,036$$

Din graficele I - XI se determină liniile de influență ale coeficientului de repartiție transversală K, pentru $\beta = 0,1$ (pentru toate deschiderile întrucât valorile sunt foarte apropiate) și $\alpha = 0$ și respectiv $\alpha = 1$



Secțiunea echivalentă pentru $I_{x,t}$

Fig.156

$$H_i = 14; b_i = b_{2a} = 86; h_a = 14; b_a = 300$$

a) grindă

b) antretoază

Se amplasează convoiul pe fiecare linie de influență, în poziția cea mai defavorabilă pentru a obține suma maximă a ordonatelor de sub forțe.

Coeficienții de repartiție transversală K_i pentru secțiunile $0; \pm \frac{b}{4}; \pm \frac{b}{2}; \pm \frac{3b}{4}$ și b ,

calculați în tabelul 1 și sunt reprezentați grafic în fig.157. Prin interpolare lineară, sau prin măsurare pe figură, se determină mărimea coeficienților (Ki) în secțiunile corespunzătoare axelor grinzilor, pentru convoiul A30 și convoiul V80. Momentele de încovoiere maxime sunt calculate cu relația (4.258) în tabela (1) sunt reprezentate în fig.157.

Momentele de încovoiere maxime sunt calculate cu relația (4.258) în grinda cea mai mult și cea mai puțin încărcată.

Momentul de încovoiere transversală pe un metru lungime de tablă, este dat de relația: [17]

$$M_y = \frac{2b}{l} \sum_1^s \mu_{\alpha\beta}^s \left(P_1 \sin \frac{\pi u_1}{l} + P_2 \sin \frac{\pi u_2}{l} + \dots + P_n \sin \frac{\pi u_n}{l} \right) - \sum_1^s \mu_{\alpha\beta}^s \left(P_1 \sin \frac{\pi u_1}{l} + P_2 \sin \frac{\pi u_2}{l} + \dots + P_n \sin \frac{\pi u_n}{l} \right) + \sum_1^s \mu_{\alpha\beta}^s \left(P_1 \sin \frac{\pi u_1}{l} + P_2 \sin \frac{\pi u_2}{l} + \dots + P_n \sin \frac{\pi u_n}{l} \right) \quad (4.283)$$

4.6.9.1. Liniile de influență ale coeficientului de repartire transversală k [z]

Tabelul 1

L.I.	Sect.	Ordonatele L.I. in punctele:								
		-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	b/4	b/2	3b/4	b
k ₀	0	0,96	0,975	0,981	1,02	1,04	1,02	0,981	0,975	0,96
	b/4	0,35	0,435	0,625	0,801	4,01	1,191	1,38	1,575	1,735
	b/2	0,5	-0,125	0,25	0,625	1	1,385	1,75	2,125	2,485
	3b/4	1,785	-0,693	-0,13	0,435	0,985	1,565	2,125	3,025	3,565
	b	1,98	-1,235	-0,5	-0,265	0,986	1,745	2,5	3,565	3,75
k _z	0	0,996	0,998	1	1,025	1,035	1,025	1	0,998	0,996
	b/4	0,935	0,965	0,975	0,985	1,01	1,21	1,31	1,325	1,32
	b/2	0,91	0,925	0,955	0,975	1	1,02	1,065	1,075	1,012
	3b/4	0,885	0,899	0,935	0,97	1	1,025	1,075	1,1	1,145
	b	0,852	0,875	0,9	0,97	0,995	1,025	1,075	1,135	1,205
k	0	0,965	0,978	0,984	1,021	1,639	1,021	0,984	0,978	0,065
	b/4	0,432	0,509	0,674	0,827	1,01	1,194	1,336	1,54	1,677
	b/2	-0,303	0,022	0,349	0,674	1	1,335	1,655	1,982	2,297
	3b/4	-1,577	-0,593	0,023	0,51	0,987	1,489	1,978	2,755	3,226
	b	-1,587	-0,94	-0,31	0,002	0,709	1,642	1,911	3,116	3,394

Se calculează apoi coeficientul k definit de relația:

$k\alpha = k_0 (k_1 - k_0) * \sqrt{\alpha}$ și rezultă datele din tabel, considerând pentru întreg tablierul $\alpha = 0,02$, încât valorile sunt foarte apropiate. Urmează amplasarea convoiului de forțe dat de vehicule A30 respectiv V80 în poziția cea mai defavorabilă, pentru a obține suma maximă a ordonatelor de sub forțe - tabelele 2 și 3. [2,17]

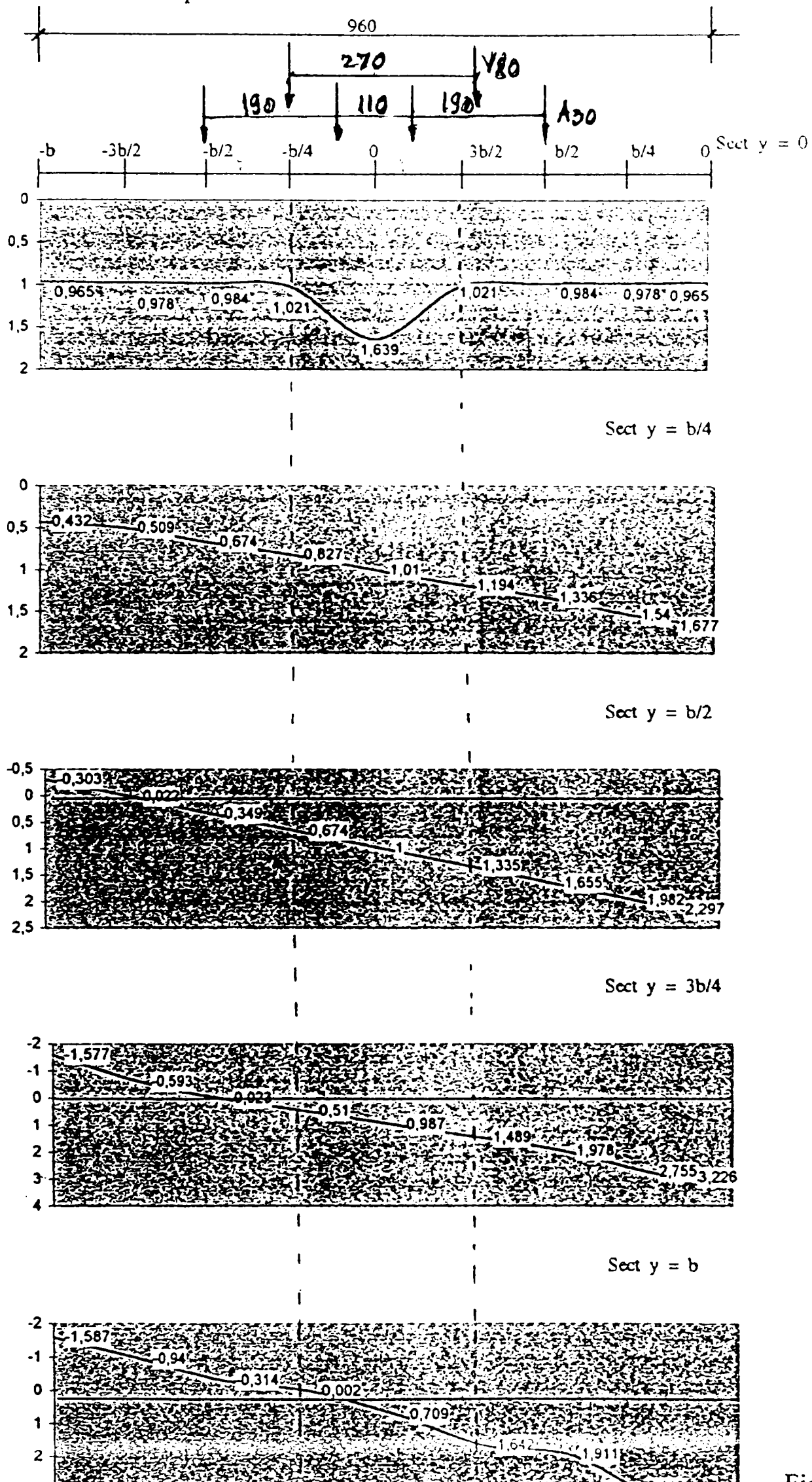


Fig. 157

4.6.9.2. Determinarea coeficienților de repartiție transversală [2, 17]

a) Convoi A_{30}

Tabelul 2

Nr.	Secțiune	k_{is} = ordonatele L.I. pt. sirul b				Σk_{is}	Lat. med.	k_i
		1	2	3	4			
1	0	1,11	1,25	1	0,978	4,338	0,75	3,253
2	b/4	0,862	1,102	1,265	1,54	4,769	0,75	3,577
3	b/2	0,692	1,168	1,495	0,982	5,337	0,75	4,003
4	3b/4	0,584	1,234	1,734	2,755	6,307	0,75	4,73
5	b	-0,042	1,175	1,794	3,156	6,083	0,75	4,562

b) Convoi V_{80}

Tabelul 3

Nr.	Secțiune	k_{is}		k_i
		1	2	
1	0	1,032	1,032	2,004
2	b/4	1,19	1,54	2,73
3	b/2	1,325	1,982	3,307
4	3b/4	1,474	2,755	4,234
5	b	1,639	3,156	4,795

4.6.9.2.1. Determinarea coeficienților de repartiție transversală pentru grinzile principale. [2, 17]

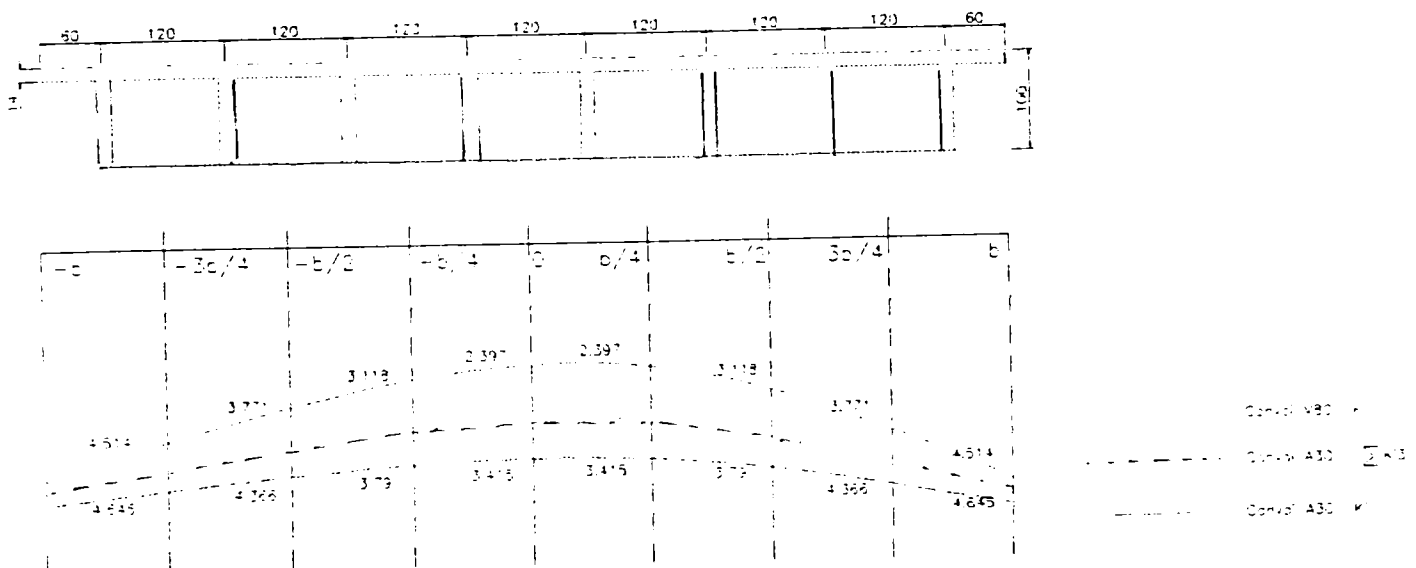


Fig.158

4.6.9.3. Determinarea momentelor încovoietoare maxime în grinzi principale - deschideri centrale și marginale.

Se determină cu relația:

$$M_{i_x} = 1,1 M_{0_x}^{med} K_i * a = 1,1 M_{0_x} K_i * a/2b \quad (4.284)$$

unde:

a = distanța dintre grinzi

$$M_{0_x} = \frac{l}{2b} \sum_{i=1}^n P_i \cdot \eta_i \quad (4.285)$$

M_0 = momentul încovoietor într-o secțiune x rezultat prin împărțirea șirului de roți la lățimea $2b$.

l = deschiderea de calcul

$2b$ = lățimea tablierului

η_i = ordonata L.I. corespunzător P_i

Pentru obținerea lui $M_{0_{max}}$, se deplasează sistemul de forțe P_i , până se obține valoarea maximă a momentului. Se calculează M :

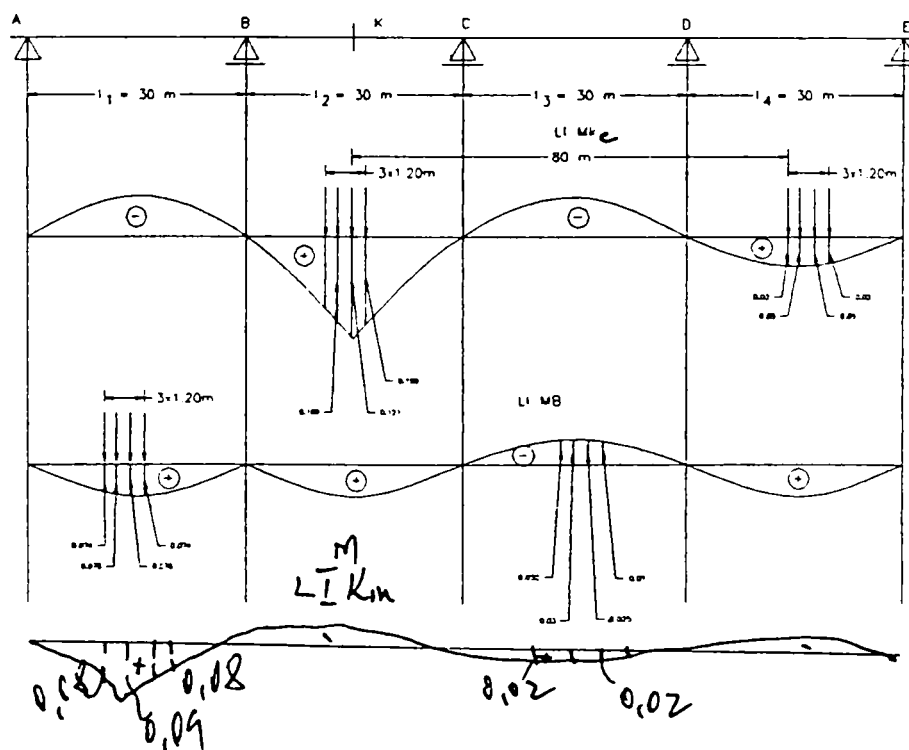


Fig.159

a) deschiderea centrală

$$M_{OKc \max} = \frac{40}{9,60} \left[(1 \cdot 20 \cdot 0,109 + 1 \cdot 20 \cdot 0,121) + (2 \cdot 10 \cdot 0,05 + 2 \cdot 10 \cdot 0,03) \right] = 25,85 \text{ t} \cdot \text{m}.$$

Grinda 1:

$$M_{1 \max} = 1,1 \times 25,85 \times 4,514 \times 1,20 = 153,91 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Grinda 2:

$$M_{2 \max} = 1,1 \times 25,85 \times 3,771 \times 1,20 = 128,671 \text{ t} \cdot \text{m}$$

b) deschiderea marginală

$$M_{OKm \max} = \frac{30}{9,60} \left[(10 \cdot 2 \cdot 0,074 + 2 \cdot 10 \cdot 0,076) + (10 \cdot 0,032 + 10 \cdot 0,03) + (10 \cdot 0,025 + 10 \cdot 0,01) \right] = 18,78 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Grinda 1:

$$M_{1 \max} = 1,1 \times 18,78 \times 4,514 \times 1,20 = 111,90 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Grinda 2:

$$M_{2 \max} = 1,1 \times 18,78 \times 3,771 \times 1,20 = 93,48 \text{ t} \cdot \text{m}$$

Întrucât din convoiul A30, rezultă valori mai mici pentru M_{\max} , s-au reținut pentru verificarea secțiunilor numai momentele calculate din convoiul V80.

4.6.9.4. Calculul momentului de încovoiere transversal

Momentul de încovoiere transversal se calculează numai în axul tablierului la mijlocul deschiderii: [2]

- liniile de influență ale coeficientului de încovoiere transversală, $\mu_{\alpha m}$ sunt calculate în tabelul 4.

4.6.9.4.1. Determinarea coeficientului de încovoiere transversală
 μ_{am} . [2,17]

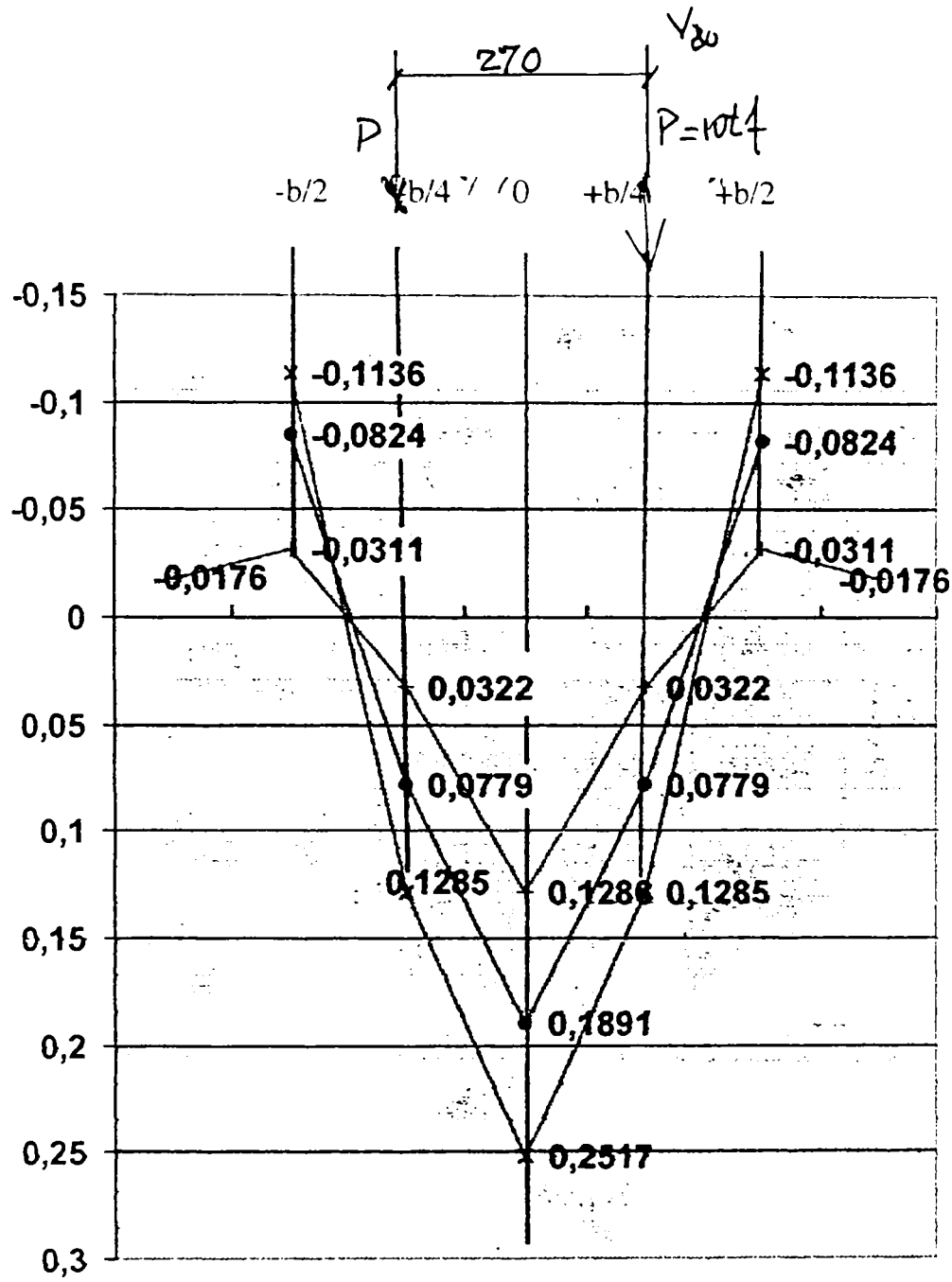


Fig.160

4.6.9.4.1.1. Liniile de influență ale coeficientului de încovoiere transversală pentru $\mu_{\alpha m}$ pentru secțiunea 0. [2,17]

($\beta = 0,2$); $3\beta = 0,6$; $5\beta = 1,0$;

Tabelul 4

Linia	β	Ordonatele L.I. în punctele				
		0	$\pm b/4$	$\pm b/2$	$\pm 3b/4$	$\pm b$
μ_0	B	+0,2490	+0,1250	+0,0000	-0,1240	-0,2480
	3B	+0,2000	+0,0875	-0,0089	-0,092	-0,1700
	5B	+0,1187	+0,0248	-0,0196	-0,0347	-0,0400
μ_1	B	+0,2685	+0,1500	+0,0425	-0,0500	-0,1200
	3B	+0,1225	+0,0560	+0,0032	-0,0232	-0,0420
	5B	+0,0400	+0,0192	-0,0050	-0,0090	-0,0100
μ_{α}	B	+0,2517	+0,1285	+0,0059	-0,1136	-0,2306
	3B	+0,1891	+0,0779	-0,0043	-0,0824	-0,1476
	5B	+0,1286	+0,0322	-0,0176	-0,0311	-0,0358

4.6.9.4.1.2. Determinarea coeficientului de încovoiere transversală

$\sum \mu_{\beta m}^s$ [2,17]

Se regăsește în tabelul 5.

Întrucât din amplasarea convoiului de forțe din încărcările A_{30} și V_{80} rezultă că $M_{y_{max}}$ se obține din convoiul V_{80} , s-au calculat coeficienții $\sum \mu_{\beta m}^s$ aferenți convoiului V_{80} .

Tabelul 5.

Nr. Crt.	convoi	coeficient μ_{α}	Pt. μ_{β}	$\mu_{\alpha m}$ = ordonatele L.I. pentru sirul de forte s		$\sum \mu_{\beta m}^s$	coef. de reducere	$\mu_{\alpha in}$
1			β	+0,2517	+0,0035	+0,2552	1,0	+0,2552
2	V_{80}	μ_{α}	3 β	+0,1891	-0,0448	+0,1443	1,0	+0,1443
3			5 β	+0,1286	-0,0243	+0,1043	1,0	+0,1043

Momentul de încovoiere maxim rezultă din convoiul V_{80} .

4.6.9.4.2. Calculul M_y max pentru deschideri centrale și marginale.

a) deschiderea centrală:

$$\begin{aligned}
 M_{y\max} &= 10 \times 10/40 \quad 0,2552 (0,991 + 0,997 + 0,997 + 0,991) + \\
 &0,1443 (-0,921 - 0,978 + 0,978 - 0,921) + 0,1043 (0,788 + 0,939 + 0,939 \\
 &+ 0,788) = 2,5 (0,2552 \times 3,976 + 0,1443 \times 3,798 + 0,1043 \times 3,454) \\
 &= 2,5 (1,0147 + 0,548 + 0,360) = 2,5 \times 0,8267 = 2,067 \text{ t\cdot m}
 \end{aligned}$$

Pentru antretoazele din deschiderea centrală $M_{y\max}$ ce revine unei antretoaze:

$$M_y \text{ antr} = 2,067 \times 3,00 = 6,20 \text{ tm}$$

b) deschiderea marginală

$$\begin{aligned}
 M_{y\max} &= 10 \times 10/30 \quad 0,2552 (0,994 + 0,994 + 0,994 + 0,994) + \\
 &0,1443 \times (-0,992 - 0,989 - 0,989 - 0,992) + 0,1043 (0,809 + 0,951 + 0,951 \\
 &+ 0,809) = 3,33 (1,0172 - 0,5717 + 0,306) = 2,502 \text{ tm}
 \end{aligned}$$

$$M_y = 2,502 \times 3,00 = 7,56 \text{ tm}$$

Calculul constantelor pentru deschiderea:

a) centrală - este redată în tabelul 6.

Tabelul 6

Convoi	sin	U_i (m)	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
	$\sin m\pi x/l$	$x = 0,5$	+1,000	0	-1,000	0	+1,000
		18,80	0,991	0	-0,921	0	+0,788
V_{80}	$\sin m\pi u_1/l$	19,40	0,997	0	-0,978	0	+0,939
		21,20	0,997	0	-0,978	0	+0,939
		21,80	0,991	0	-0,921	0	+0,788

Dispozitia convoiului V_{80} pentru calculul M_x .

1) centrală

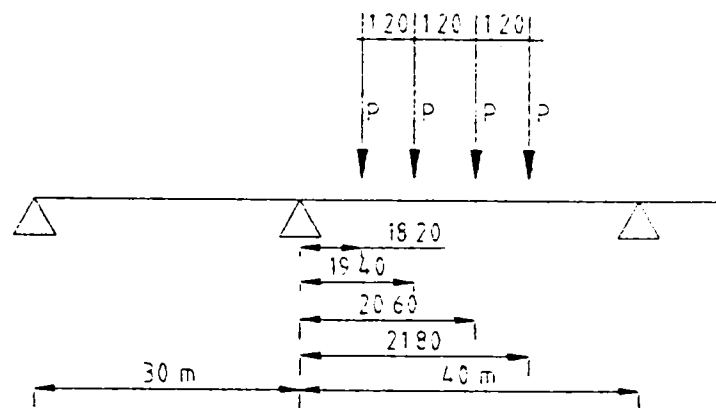
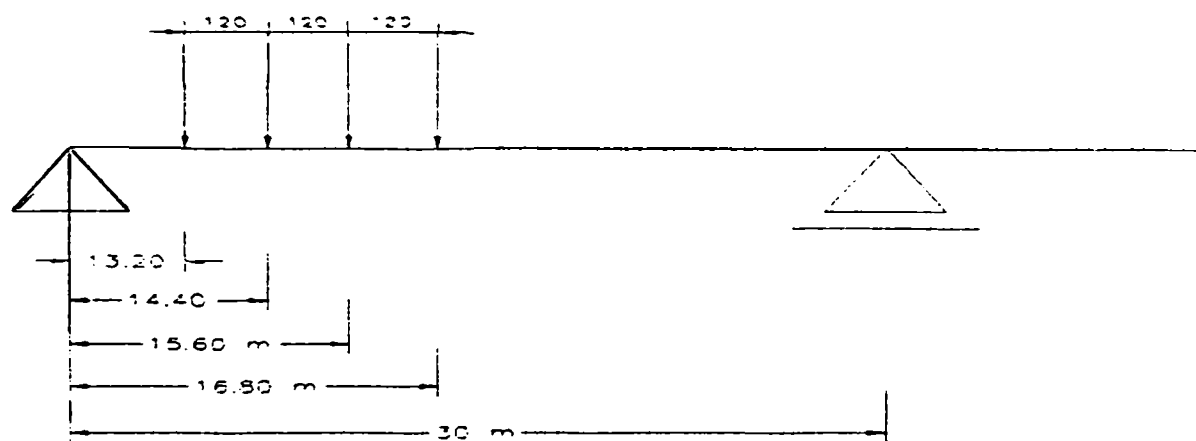


Fig.161

b) dispoziția convoiului V_{80} pentru deschiderea marginală

$$\begin{aligned}
 U_1 &= 13.20 \text{ m} \\
 U_2 &= 14.40 \text{ m} \\
 U_3 &= 15.60 \text{ m} \\
 U_4 &= 16.80 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Fig.162

Calculul constantelor este redat în tabelul 7:

Tabelul 7

Convoi	sin	U_i (m)	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$
	$\sin m\pi x/l$	$x = 0,5$	+1,000	0	-1,000	0	+1,000
		13,80	0,994	0	-0,992	0	+0,809
V_{80}	$\sin m\pi u_i/l$	14,40	0,999	0	-0,989	0	+0,951
		16,20	0,999	0	-0,989	0	+0,588
		16,80	0,994	0	-0,992	0	+0,588

4.6.9.5. Calculul forțelor tăietoare

Forțele tăietoare în grinzile principale se determină cu relația (4.270) pe unitate de lățime: [2]

$$T_x = -\rho_x \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \rho_y \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(M_x + \frac{\theta_y}{\rho_y} M_y \right)$$

iar după înlocuirea lui M_x și M_y , pentru termenul m al încărcării

$$T_{xm} = \rho_m \cos \frac{m\pi x}{l} \left(\frac{l}{2b\pi m} K_{\alpha m} + \frac{\theta_y}{\rho_y} \frac{m\pi b}{l} \mu_{\alpha m} \right) \quad (4.286)$$

unde coeficienții $K_{\alpha m}$ și $\mu_{\alpha m}$ sunt cei utilizați și la determinarea lui M_x și M_y .

Valoarea mai exactă a forțelor tăietoare se obține prin exprimarea în serie a forțelor de pe același șir și luând în considerare șirurile de forțe (s) care se află pe tablier:

$$T_x = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{m=\infty} \left[\frac{2P_i}{b} \sin \frac{m\pi u_i}{l} \cos \frac{m\pi x}{l} \sum_{\alpha=1}^s \zeta_{\alpha m}^s \left(\frac{1}{2\pi m} \sum_{\alpha=1}^s K_{\alpha m}^s + \frac{\sigma}{\zeta_y} * \frac{m\pi b^2}{l^2} \sum_{\alpha=1}^s \mu_{\alpha m}^s \right) \right] \quad (4.287)$$

unde coeficienții $K_{\alpha m}$ și $\mu_{\alpha m}$ se determină cu ajutorul diagramelor din graficele anexe în funcție de $m\beta$. După reprezentarea grafică a coeficienților $K_{\alpha m}$ și $\mu_{\alpha m}$ se amplasează convoiul V80 pe grinda a 3-a, amplasată în secțiunea $+b/2$.

Forțele tăietoare pe direcția $y - y$, pe unitate de lungime este dată de relația (4.288) pentru $\sigma_{xy} = 0$.

$$T_y = -\rho_y \frac{\partial^3 W}{\partial x^3} - 2\theta \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} = \frac{\partial M_y}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \quad (4.288)$$

și făcând aceleași aplicații ca în cazul lui T_x , se obține forța tăietoare totală:

$$T_y = \sum_{i=1}^n \sum_{m=1}^{m=\infty} \left[\frac{2P_i}{l} \sin \frac{m\pi u_i}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} \sum_{\alpha=1}^s \eta_{\alpha m}^s \right] \quad [2] \quad (4.289)$$

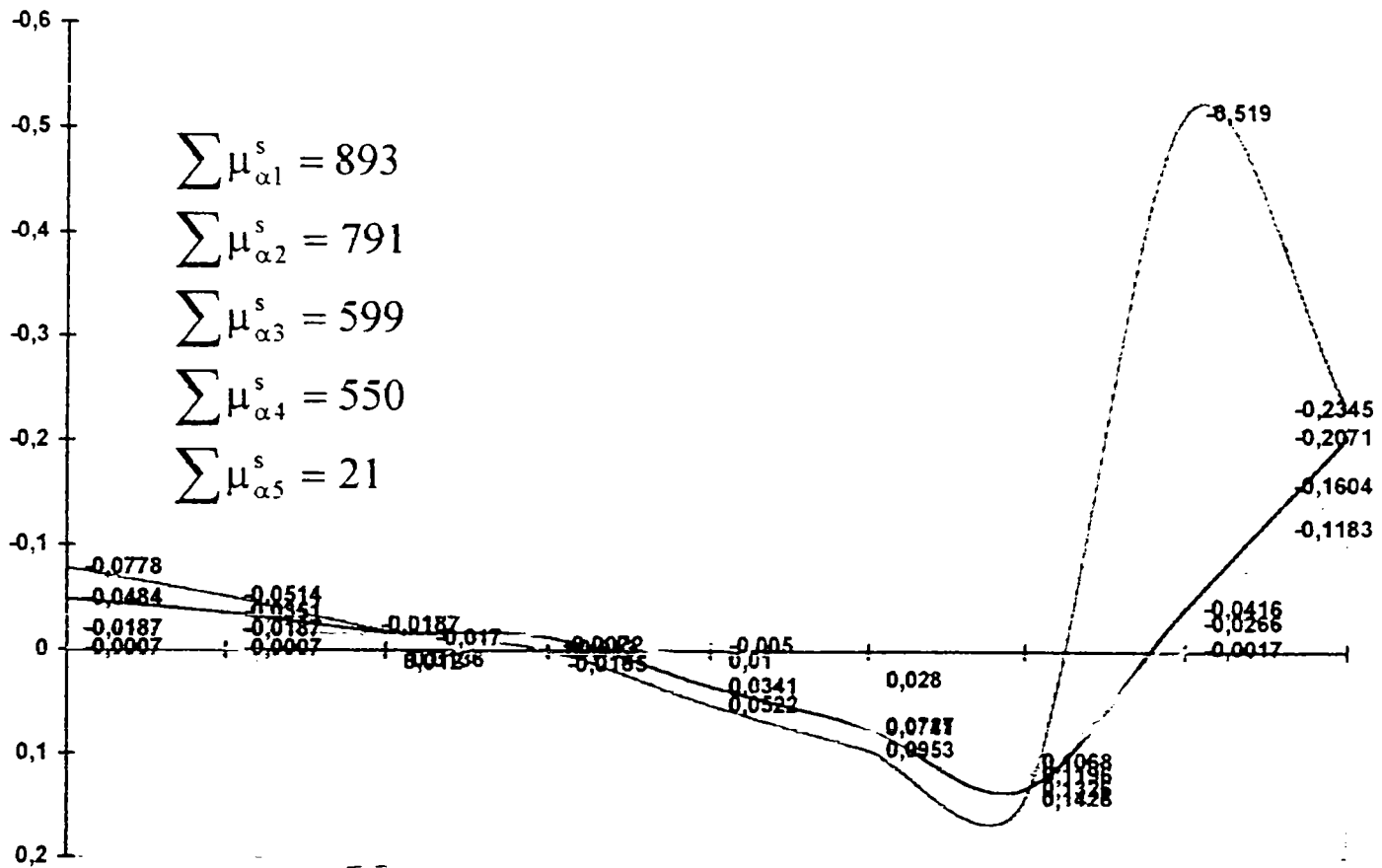
unde coeficientul: $\eta_{\alpha m} = \eta_{0m} + (\eta_{1m} - \eta_{0m}) \sqrt{\alpha}$ [2] (4.290)

4.6.9.5.1. L. I. ale coeficientilor $K_{\alpha m}$, $\mu_{\alpha m}$, $\xi_{\alpha m}$ si $\tau_{\alpha m}$ pentru. sectiunea $+b/2$; $b = 0.2$; $\sqrt{\alpha} = 0,14$ [z]

Ordonatele L.I. in punctele:

Linia	m	β	-b	-3b/4	-b/2	-b/4	0	+b/4	+b/2	+3b/4	+b
K_{α}	n=1...5						0				
		0,2	-0,303	0,02	0,348	0,675	1	1,332	1,654	1,978	2,289
		0,4	-0,336	-0,01	0,308	0,664	1	1,367	1,694	1,992	2,27
		0,6	-0,309	-0,079	0,272	0,637	1,034	1,461	1,813	2	2,11
		0,8	-0,366	-0,062	0,196	0,528	1,045	1,608	2,034	1,992	1,776
μ_{α}		1	-0,257	-0,13	0,378	0,41	0,991	1,675	2,328	1,987	1,302
		0,2	-0,0939	-0,0503	-0,0157	0,0196	0,0638	0,1065	0,1408	-0,0525	-0,256
		0,4	-0,0778	-0,0514	-0,0187	0	0,0522	0,0953	0,1426	-0,0519	-0,2345
		0,6	-0,0484	-0,0351	-0,018	-0,013	0,0341	0,0741	0,1326	-0,0416	-0,2071
		0,8	-0,0187	-0,0187	-0,017	-0,0072	0,01	0,0727	0,1196	-0,0266	-0,1604
μ_{α}		1	-0,0007	-0,0007	0,0136	-0,0165	-0,005	0,028	0,1068	-0,0017	-0,1183
		0,2	0,196	0,084	0,012	-0,081	-0,21	-0,33	0,496	0,325	0,166
		0,4	0,09	0,075	0,025	-0,04	-0,14	-0,28	0,5	0,27	0,07
		0,6	0,05	0,039	0,02	-0,0196	-0,08	-0,227	0,494	0,21	0,01
		0,8	0,025	0,02	0,021	0	-0,05	-0,19	0,492	0,16	0,031
τ_{α}		1	0,04	0,02	0,02	0,03	-0,03	-0,13	-0,5	0,12	-0,04
		0,2	0,042	0,035	0,028	0,0175	0,00105	-0,0084	-0,02618	-0,042	-0,0574
		0,4	0,0175	0,014	0,0105	0,0087	0,0066	0	-0,0105	-0,021	-0,0294
		0,6	0,0079	0,0085	0,0091	0,0094	0,0083	0,0039	-0,008	-0,021	-0,0296

4.6.9.5.2. Linia de influență $\mu_{\alpha m}$ pentru secțiunea b/2 [2]



4.6.9.5.3. Liniile de influență $K_{\alpha m}$ pentru secțiunea b/2 [2]

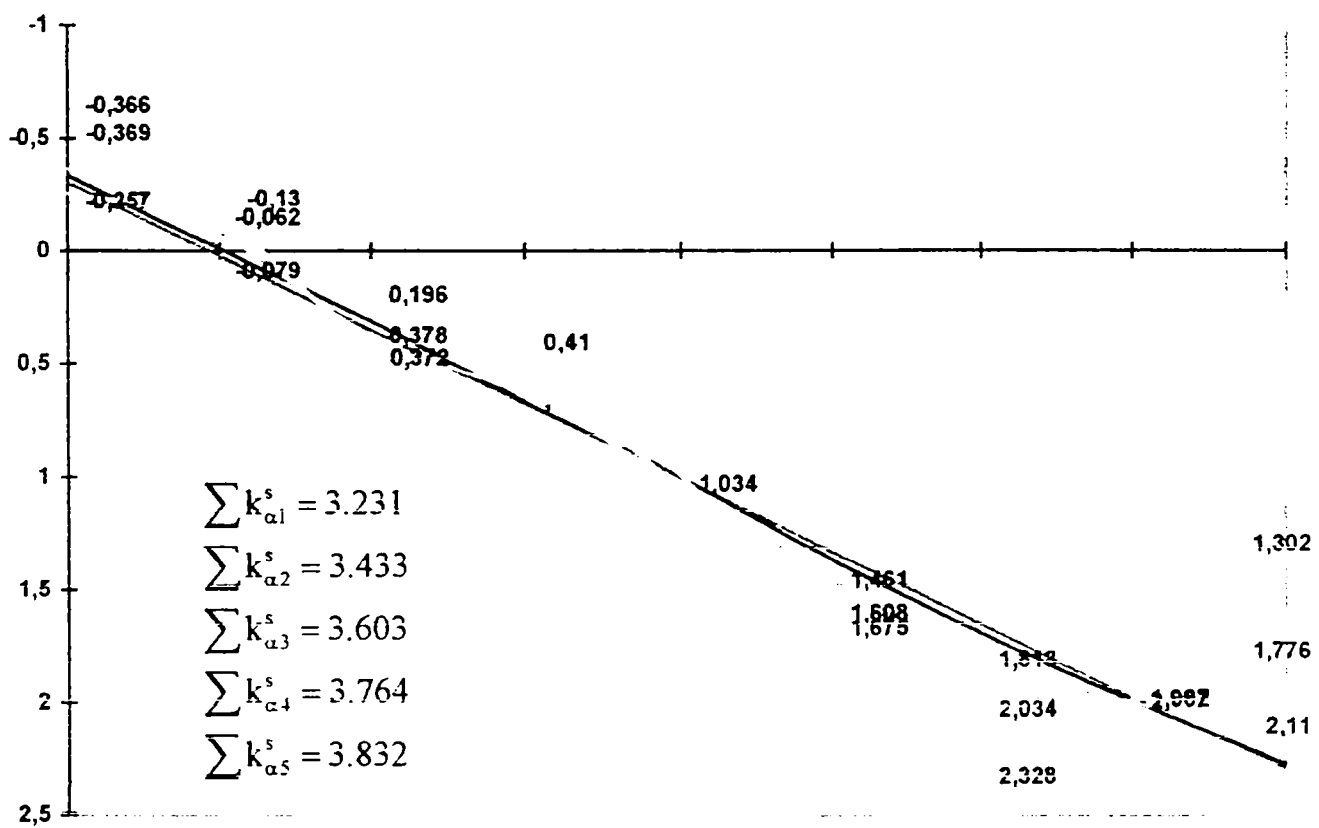


Fig. 163

4.6.9.5.4. Amplasarea convoiului V80 pentru calculul forțelor tăietoare

a) pentru deschiderea centrală

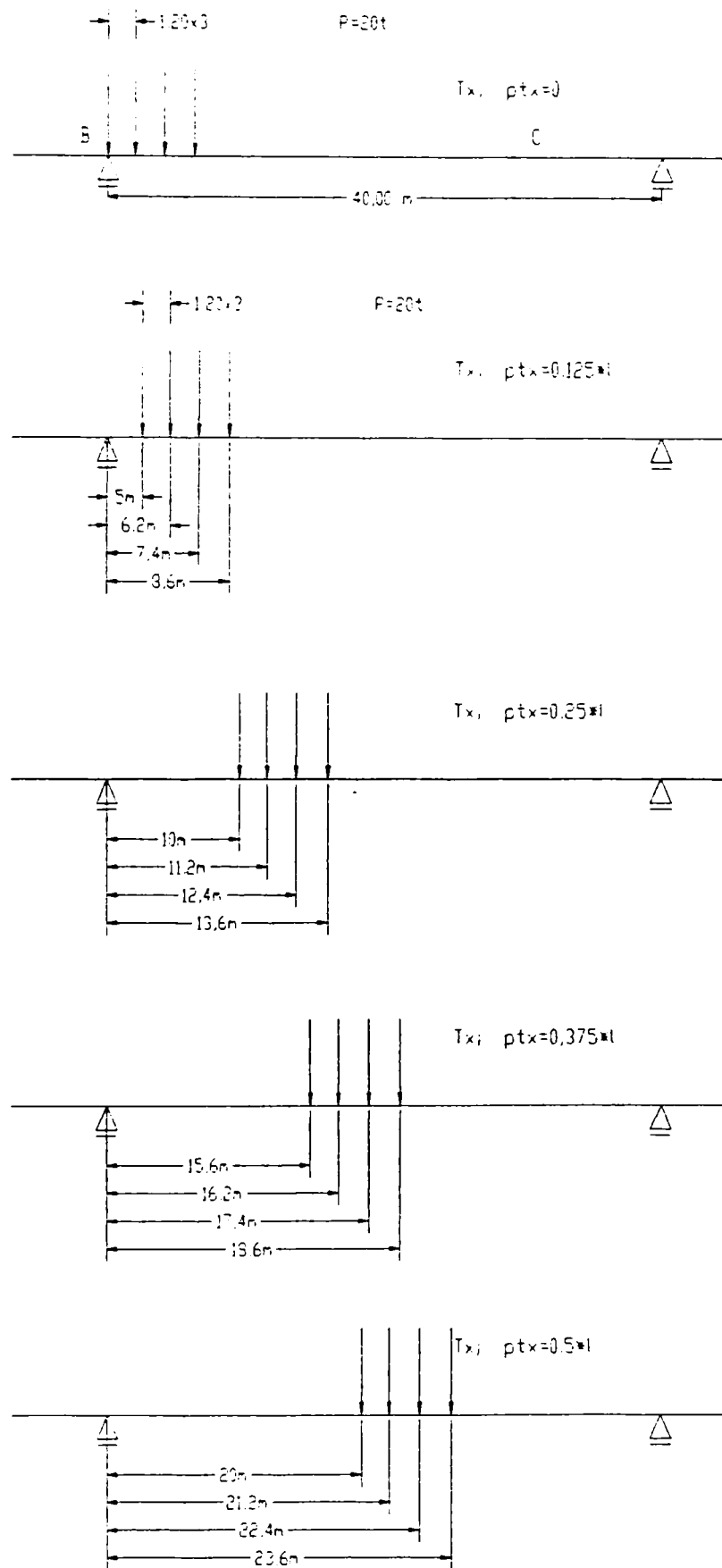


Fig.164

b) pentru deschiderile marginale

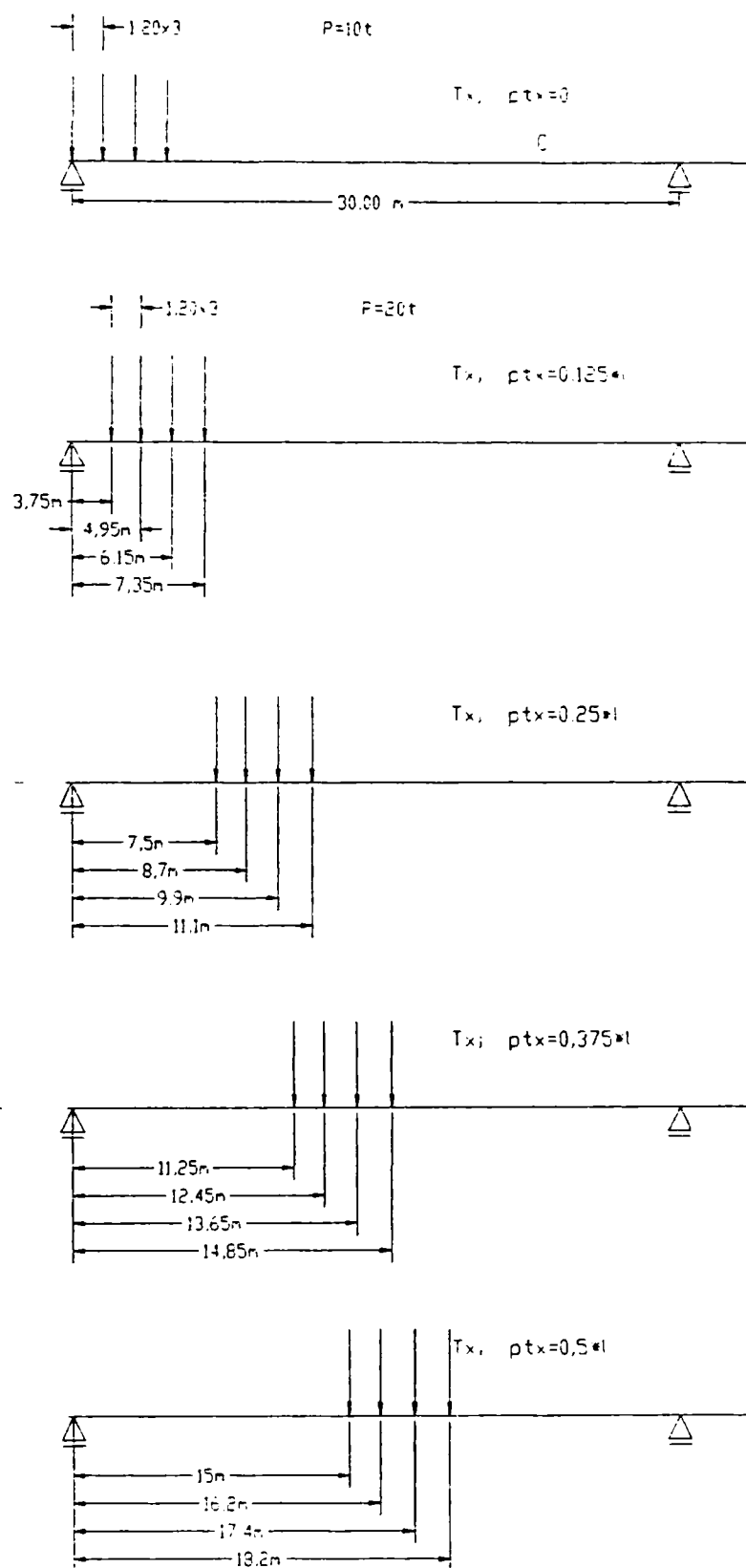


Fig.165

4.6.9.5.5. Calculul T_x și T_y . [2]

Se aplică relația (4.287) și se determină T_x și T_y în secțiunile menționate; în tabelul 8 sunt calculate constantele rezultate din poziția forțelor și a secțiunilor de calcul a forțelor tăietoare pentru deschiderea curentă:

Tabelul 8

x/l	$u;(m)$	$u;(m)$	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
0	$\frac{\cos \frac{m\pi x}{l}}$			1	1	1	1
	$\frac{\sin \frac{m\pi u}{l}}$	0	0	0	0	0	0
		1.2	0,131	0,242	0,387	0,515	0,626
		2,4	0,257	0,525	0,715	0,862	0,923
		3,6	0,414	0,739	0,928	0,991	0,873
0,125	$\frac{\cos \frac{m\pi x}{l}}$	-	0,914	0,707	0,363	0	-0,363
	$\frac{\sin \frac{m\pi u}{l}}$	5	0,482	0,707	0,924	1	0,920
		6.20	0,481	0,912	0,989	0,846	0,569
		7.40	0,716	0,980	0,912	0,452	-0,164
		8.60	0,812	0,995	0,782	-0,032	-0,803
0,25	$\frac{\cos \frac{m\pi x}{l}}$	-	0,707	0	-0,707	-1	0,707
	$\frac{\sin \frac{m\pi u}{l}}$	10	0,707	1	0,707	0	-0,707
		11.20	0,826	0,954	0,0466	-0,505	-0,991
		12.40	0,902	0,902	0	-0,902	-0,902
		13.60	0,924	0,717	-0,366	-1	-0,383
0,375	$\frac{\cos \frac{m\pi x}{l}}$	-	0,383	-0,707	-0,383	0	0,924
	$\frac{\sin \frac{m\pi u}{l}}$	15	1	0	-1	0	1
		16.20	0,920	0,710	-0,328	-0,992	-0,413
		17.40	0,924	0,939	-0,688	-0,679	0,213
		18.6	0,991	0,956	-0,917	-0,526	0,784

	$\cos \frac{m\pi x}{l}$	-	0	-1	0	1	0
0,5	$\sin \frac{m\pi i}{l}$	20	1	0	1	0	1
		21.20	0.966	-0.505	-0.695	0.883	0.206
		22.40	0.991	-0.216	-0.914	0.520	0.864
		23.60	0.991	-0.719	-0.354	0.999	-0.423

a) Pentru deschiderile centrale:

pt. $x = 0,500$:

$$T_{x_c} = \frac{10,00 * 2}{4,80} (-1,00) \left(\frac{1}{4 * 3,14} * 3,433 + 0,0965 * 0,904 \right) (-0,505 - 0,216 - 0,719) +$$

$$+ \frac{10,00 * 2}{4,80} * 1,00 \left(\frac{1}{8 * 3,14} * 3,764 + 0,0965 * 0,994 \right) (0,833 + 0,520 + 0,999)$$

$$T_{x_c} = -4,17(0,27 + 0,087)(-1,44) + 4,17(0,15 + 0,096)(2,402) =$$

$$= -2,144 + 2,464 = 0,32 \text{ tf / m}$$

pt. $x = 0,375$

$$T_{x_c} = 4,17 * 0,273 + 0,087(0,710 + 0,939 + 0,956) + 4,17(0,15 + 0,096)(-0,992 - 0,679 - 0,526) =$$

$$= 1,50 * 2,61 + 1,025(-2,197) = 3,91 - 2,252 = 1,66 \text{ tf / m}$$

pt. $x = 0,25$

$$T_{x_c} = 4,17 * 0,36(1,00 + 0,954 + 0,902 + 0,717) + 4,17 * 0,246(-1,00 - 0,902 - 0,505) =$$

$$= 5,36 - 2,47 = +2,89 \text{ tf / m}$$

pt. $x=0,125$

$$T_{x_c} = \frac{10,00 * 2}{4,80} * 0,914 \left(\frac{1}{2 * 3,14} * 3,23 \right) + 0,36(0,482 + 0,605 + 0,716 + 0,812) +$$

$$+ \frac{10,00 * 2}{4,80} * 0,707 \left(\frac{1}{4 * 3,14} * 3,433 + 0,36 \right) (0,912 + 0,980 + 0,995) + \frac{10,00 * 2 * 0,363}{4,80} *$$

$$* \left(\frac{1}{8 * 3,14} * 3,603 + 0,36 \right) (0,924 + 0,989 + 0,912 + 0,782) + \frac{10,00 * 2 * (-0,363)}{4,80} \left(\frac{1}{10 * 3,14} * \right.$$

$$* 3,832 + 0,36 \right) (0,920 + 0,569 - 0,164 - 0,803) = 4,17 \left[0,914(0,514 + 0,36) * 2,615 + 0,707(0,273 + \right.$$

$$+ 0,36) * 2,887 + 0,363(0,143 + 0,36) * 3,60 + 0,363(0,122 + 0,36) * 0,522 \left. \right] = 4,17 \left[+ 2,089 + 1,29 \right.$$

$$+ 0,657 + 0,091 \left. \right] = 4,17 * 4,127 = 17,21 \text{ tf / m}$$

pt $x = 0$

$$T_x = 4,17 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot 3,433 + 0,36(0,242 + 0,525 + 0,734) + \frac{1}{2 \cdot 3,14} \cdot 3,231 + 0,36$$

$$(0,131 + 0,257 + 0,1414) + \left(\frac{1}{6 \cdot 3,14} \cdot 3,603 + 0,36(0,378 + 0,715 + 0,428) \right) + \left(\frac{1}{8 \cdot 3,14} \cdot 3,764 + 0,36 \right)$$

$$\left(0,575 + 0,862 + 0,991 \right) + \frac{1}{10 \cdot 3,14} \cdot 3,832 + 0,36 \left(0,626 + 0,423 + 0,873 \right)] =$$

$$= 4,17 \left[0,907 \cdot 1,506 + 0,874 \cdot 0,802 + 0,551 \cdot 2,021 + 0,51 \cdot 2,348 + 0,482 \cdot 2,422 \right] =$$

$$= 4,17 \left(1,366 + 0,7 + 1,114 + 1,21 + 1,167 \right) = 23,17 \text{ tf/m}$$

b) deschideri marginale

Se determina constantele rezultate din pozitia fortelor si a sectiunilor de calcul a fortei taietoare :

Tabelul 9

x/l	$u_i(m)$	$u_i(m)$	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
0	$\cos \frac{m\pi x}{l}$.		1	1	1	1
	$\sin \frac{m\pi u_i}{l}$	0	0	0	0	0	0
		1,2	0,126	0,251	0,377	0,502	0,628
		2,4	0,251	0,502	0,754	0,865	0,943
	3,6	0,404	0,739	0,875	0,995	0,874	
0,125	$\cos \frac{m\pi x}{l}$	-	0,873	0,707	0,363	0	0,363
	$\sin \frac{m\pi u_i}{l}$	3,75	0,325	0,707	0,924	1	0,921
		4,95	0,481	0,866	0,996	0,872	0,432
		6,15	0,562	0,902	0,925	0,557	0,127
	7,35	0,716	0,974	0,912	0,107	-0,689	
0,25	$\cos \frac{m\pi x}{l}$	-	0,707	0	-0,707	-1	0,707
	$\sin \frac{m\pi u_i}{l}$	7,5	0,354	1	-0,707	0	-0,707
		8,7	0,325	0,955	0,782	-0,032	-0,802
		9,9	0,707	0,867	0,707	0	-0,707
	11,1	0,826	0,934	0,923	-0,107	-0,223	

0,375	$\cos \frac{m\pi x}{l}$	-	0,902	-0,707	-0,383	0	0,354
	$\sin \frac{m\pi u_i}{l}$	11,25	0,383	0,934	0,467	-0,505	-0,354
		12,45	0,816	0,933	-0,708	0,433	0,117
		13,65	0,924	0,707	-0,367	-0,433	0,792
		14,85	1	-0,003	-0,0052	-0,0067	-0,0082
0,5	$\cos \frac{m\pi x}{l}$	-	0	-1	0	1	0
	$\sin \frac{m\pi u_i}{l}$	15,1	1	0	1	0	1
		16,2	0,92	0,71	-0,326	0,992	-0,413
		17,4	0,954	0,939	-0,3678	0,659	0,213
		18,2	0,991	0,956	-0,917	0,521	0,714

Se aplica relația (4.287) pt calculul T_x în secțiunile marginale:
pentru $x = 0,500$

$$T_{x_m} = \frac{10,00 \cdot 2}{4,80} \cdot 1,00 \left(\frac{1}{4 \cdot 3,14} \cdot 3,433 + 0,1188 \cdot 0,1608 \right) (-0,710 - 0,939 - 0,956) +$$

$$+ \frac{10,00 \cdot 2}{4,80} \cdot 1 \cdot \left[\left(\frac{1}{8 \cdot 3,14} \cdot 3,764 + 0,1188 \cdot 0,1608 \right) \cdot (0,992 + 0,659 + 0,54) \right] =$$

unde:

$$\frac{\Theta_y}{I_y} = \frac{6906}{50 \cdot 526,67} = 0,1188$$

$$\frac{2\pi b^2}{l^2} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 4,80^2}{30^2} = 0,1608$$

Inlocuind rezulta:

$$T_{x_m} = 4,17(0,27 + 0,19)(-2,605) + 4,17(0,15 + 0,019)(2,172) = 4,17[(-0,753) + 0,367] = -1,609 \text{ tf/m}$$

pentru $x = 0,375$

$$\begin{aligned}
 T_{x_m} &= 4,17 * 0,383 \left(\frac{1}{2 * 3,14} * 3,251 + 0,019 \right) * (0,816 + 0,902 + 0,924 + 1,00) + 4,17 * (-0,707) \\
 &* \left(\frac{1}{4 * 3,14} * 3,433 + 0,019 \right) (0,934 + 0,433 + 0,707 - 0,031) + 4,17 * (-0,383) * \left(\frac{1}{6 * 3,14} * 3,603 + \right. \\
 &0,019) (0,467 - 0,708 - 0,367 - 0,052) + 4,17 * 0,354 \left(\frac{1}{10 * 3,14} * 3,832 + 0,019 \right) (-0,354 + 0,117 + \\
 &+ 0,792 - 0,0082) = \\
 &= 1,597(0,537 * 3,642) - (2,948(0,292 * 2,0709) - 1,597(0,210 * (-0,613))) + 1,476(0,141 * 0,517) \\
 &= 3,123 - 1,783 + 0,206 + 0,114 = 1,66 \text{ tf / m}
 \end{aligned}$$

pentru $x = 0,25$

$$\begin{aligned}
 T_{x_m} &= 4,17 * 0,707 \left(\frac{1}{2 * 3,14} * 3,251 + 0,019 \right) (0,354 + 0,325 + 0,707 + 0,826) + 4,17(-0,707) * \\
 &* \left(\frac{1}{6 * 3,14} * 3,603 + 0,019 \right) (-0,707) + 0,782 + 0,707 + 0,423) + 4,17(-0,707) * \left(\frac{1}{10 * 3,14} * 3,832 + \right. \\
 &+ 0,019) (-0,707 - 0,802 - 0,707 - 0,223) = 2,948(0,518 + 0,019)(2,212 - 2,948(0,210 * 1,205) - 2,948 * \\
 &*(0,210 * 1,205) - 2,948(0,141)(-2,439) = 3,502 - 0,746 + 1,014 = 3,77 \text{ tf/m}
 \end{aligned}$$

pentru $x = 0,125$

$$\begin{aligned}
 T_{x_m} &= 4,17 * 0,873(0,537)(0,325 + 0,481 + 0,562 + 0,716) + 4,17 * 0,707 \left(\frac{1}{4 * 3,14} * 3,433 + 0,019 \right) * \\
 &* (0,707 + 0,866 + 0,902 + 0,794) + 4,17 * 0,363 * \left(\frac{1}{6 * 3,14} * 3,603 + 0,019 \right) (0,924 + 0,996 + 0,925 + \\
 &+ 0,912) + 4,17 * 0,363 \left(\frac{1}{10 * 3,14} * 3,832 + 0,019 \right) (-0,921 + 0,932 + 0,12 - 0,689) = 4,074 + 2,969 + 1,194 - \\
 &- 1,591 = 6,646 \text{ tf / m}
 \end{aligned}$$

pentru $x = 0,5$

$$\begin{aligned}
 T_{x_m} &= 4,17 * 1 \left(\left(\frac{1}{2 * 3,14} * 3,251 + 0,019 \right) (0 + 0,126 + 0,251 + 0,410) + \left(\frac{1}{4 * 3,14} * 3,433 + 0,019 \right) \right. \\
 &(0 + 0,251 + 0,502 + 0,739) + \left(\frac{1}{6 * 3,14} * 3,663 + 0,019 \right) (0 + 0,377 + 0,754 + 0,875) + \left(\frac{1}{8 * 3,14} * \right. \\
 &* 3,764 + 0,019) (0,502 + 0,865 + 0,995) + \left. \left(\frac{1}{10 * 3,14} * 3,832 + 0,019 \right) (0,628 + 0,943 + 0,874) \right) = \\
 &= 4,17((0,537 * 0,781) + (0,292 * 1,492) + (0,210 + 2,006) + (0,169 * 2,362) + (0,141 * 2,445)) = \\
 &= 4,17 * (0,419 + 0,436 + 0,421 + 0,399 + 0,345) = 4,17 * 2,02 = 8,42 \text{ tf / m}
 \end{aligned}$$

4.6.9.5.6. Calculul $T_{y \min}$ și $T_{y \max}$ (forțe tăietoare din antretoaze) [2]

Forțele $T_{x_{c3}}$ și $T_{x_{m3}}$ din grinda 3 se obțin prin înmulțirea T_{x_c} și T_{x_m} cu distanța între grinzi $a = 1,20\text{m}$.

Forțele tăietoare în antretoaze rezultă din relația :

$$[2] \quad T_y = \sum_{l=1}^n \sum_{m=1}^{m+\infty} \left[\frac{2P_i}{l} \sin \frac{m\pi u_i}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} * \left(\sum_1^s \xi_{\alpha m}^s + \frac{2\theta_x}{\theta_x + \theta_y} \sum_1^s \tau_{\alpha m}^s \right) \right] \quad (245)$$

Poziția cea mai defavorabilă a încărcărilor în sens transversal se obține prin valorile maxime ale sumelor $\xi_{\alpha m}^s$ și $\xi_{\alpha 1 m}^s$ (ambele pe aceeași poziție a încărcării), iar în sens longitudinal cea determinată prin liniile de influență ale forțelor tăietoare la grinzi.

Astfel se determină forța tăietoare la mijlocul deschiderii în secțiunea $+b/2$ cf. Tabelului 9. În sens longitudinal poziția convoiului este cea identică cu cea folosită la calculul M_y .

Termenii $\tau_{\alpha m}$ din relația (245) sunt afectați de raportul $\frac{2\theta_x}{\theta_x + \theta_y}$ care pentru cele două deschideri are valoarea:

$$\frac{2\theta_x}{\theta_x + \theta_y} = \frac{2 * 1405 * G}{1405 * G + 690 * G} = \frac{2810}{2,095} = 1,341$$

Forța tăietoare T_y pe lungime unitară dată de relația (245) în secțiunea $+b/2$ are valoarea:

pentru deschiderea centrală:

$$T_{y \min.c} = \frac{10,00 * 2}{40,00} (-0,69 - 0,02508 * 1,341) * (0,991 + 0,997 + 0,997 + 0,991) - (-0,552 + 1,341 * 0,01) * (-0,921 - 0,978 - 0,978 - 0,921) + 3,454 + \frac{10,00 * 2}{40,00} + 0,528 + 0 * (0,788 + 0,939 + 0,939 + 0,788) = 0,5(-0,69 - 0,034) * (3,976) - 0,5(-0,54) * (-0,798) + 0,5(-1,824) = -1,439 - 1,025 - 0,412 = -2,876 \text{ tf/m}$$

4.6.9.5.7. Linii de influență ale coeficientului ξ_{α_m} pentru secțiunea b/2. [z]

Ty_{\max} :

$$\sum \xi_{\alpha_1}^s = +0,921$$

$$\sum \xi_{\alpha_2}^s = +0,368$$

$$\sum \xi_{\alpha_3}^s = +0,434$$

$$\sum \xi_{\alpha_4}^s = +0,446$$

$$\sum \xi_{\alpha_5}^s = +0,472$$

Ty_{\min} :

$$\sum \xi_{\alpha_1}^s = -0,69$$

$$\sum \xi_{\alpha_2}^s = -0,627$$

$$\sum \xi_{\alpha_3}^s = -0,552$$

$$\sum \xi_{\alpha_4}^s = -0,539$$

$$\sum \xi_{\alpha_5}^s = -0,528$$

Linile de influență ale coeficientului ξ_{α_m} pentru secțiunea b/2

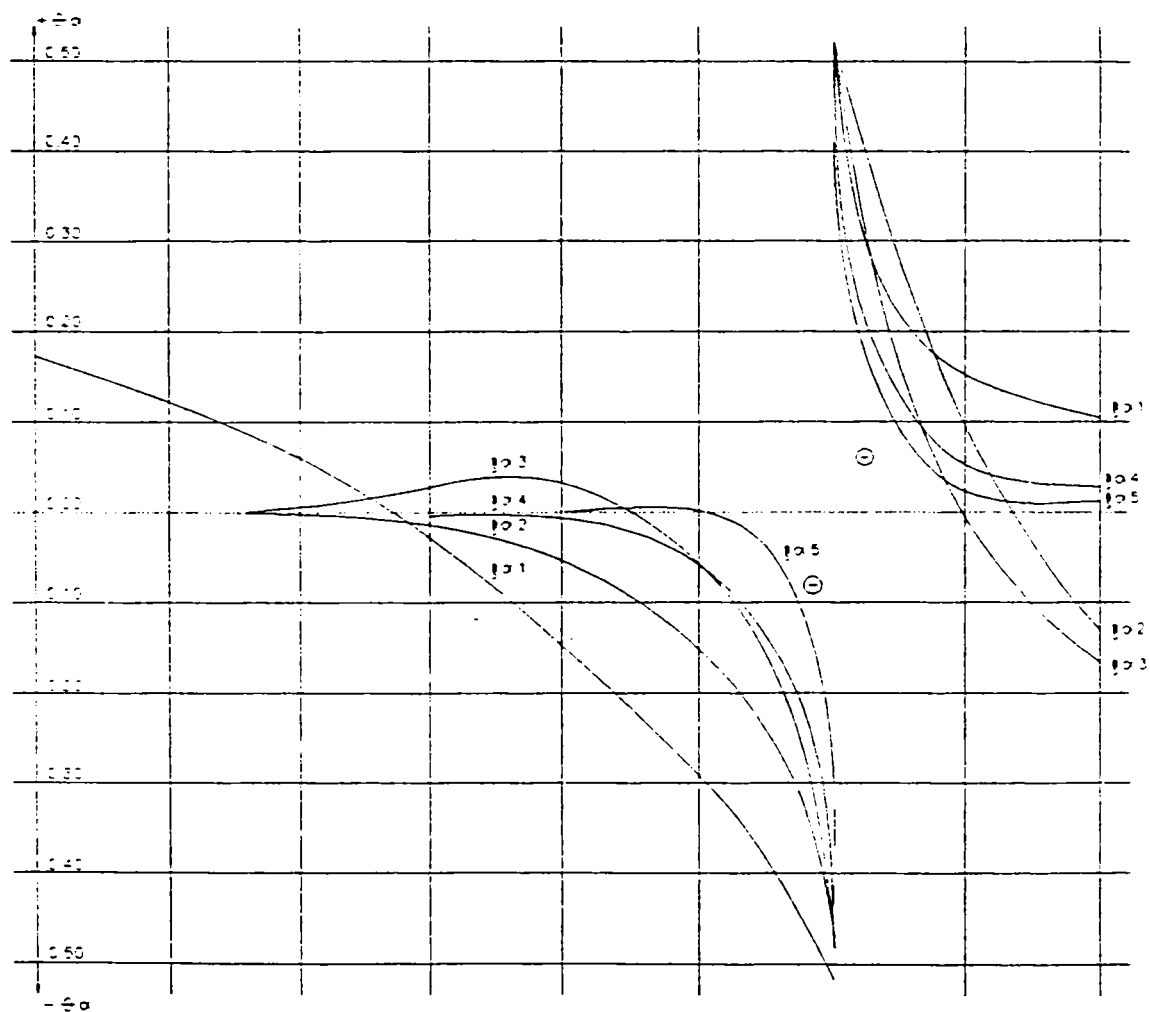


Fig.166

4.6.9.5.8. Liniile de influență ale coeficientului τ_{α_m} pentru secțiunea b/2. [2]

$$\sum \tau_{\alpha_1}^s = -0,02508$$

$$\sum \tau_{\alpha_2}^s = -0,0035$$

$$\sum \tau_{\alpha_3}^s = +0,001$$

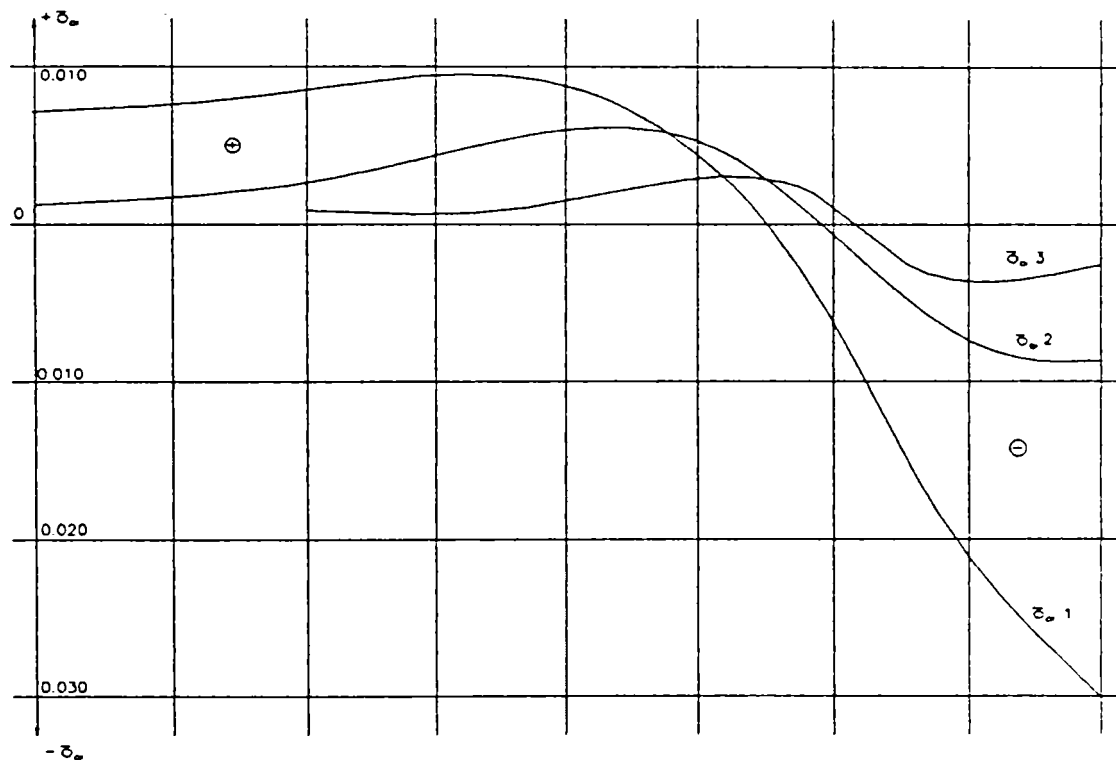


Fig.167

Liniile de influența ale coeficientului τ_{α_m} pentru secțiunea b/2

$$\begin{aligned} T_{y_{\max}} &= \frac{10,00 \cdot 2}{40,00} \cdot (+0,291 - 1,341 \cdot 0,02508) \cdot 3,976 + \frac{10,00 \cdot 2}{40,00} \cdot (0,472 + 0) \cdot 3,454 = \\ &= 0,5(+0,291 - 0,034) \cdot 3,976 + 0,5(0,434 + 0,013) \cdot 3,798 + 0,5(0,472) \cdot 3,434 = \\ &= 0,51 + 0,849 + 0,810 = 2,169 \text{ tf / m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{y_{\min m}} &= \frac{10,00 * 2}{30} (-0,69 - 0,02508 * 1,341) * (0,994 + 0,999 + 0,999 + 0,994) - \\
&- \frac{10,00 * 2}{30} (-0,552 + 1,341 * 0,01) * (-0,992 - 0,989 - 0,989 - 0,992) + \frac{10,00 * 2}{30} * \\
&* (-0,528 + 0) * (0,809 + 0,951 + 0,588 + 0,588) = 0,67(-0,69 - 0,034) * 3,968 - 0,67 * \\
&* (-0,552 + 0,013) * (-0,962) + 0,67(-0,528)(2,936) = \\
&= -1,934 - 1,431 - 1,039 = 4,404 \text{ tf / m} \\
T_{y_{\max m}} &= \frac{10,00 * 2}{30} (0,291 - 0,02508 * 1,341) * 3,986 - \frac{10,00 * 2}{30} (0,434 + 1,341 * 0,01) * \\
&* (-3,962) + \frac{10,00 * 2}{30} (0,472 + 0) * 2,936 = 0,67(0,291 - 0,034)(+3,986) + 0,67(0,421) * \\
&* 3,962 + 0,67 * 0,472 * 2,936 = 0,686 + 1,118 + 0,928 = 2,732 \text{ tf / m}
\end{aligned}$$

Forța tăietoare în antretoaza centrală în secțiunea +b/2 se obține multiplicând valoarea lui T_y în cele două deschideri, cu distanța între antretoaze:

a) pentru deschiderea centrală:

$$T_{y_{\min c}}^a = -2,876 \text{ tf/m} \times 3,00\text{m} = -8,628 \text{ t} \times \text{f}$$

$$T_{y_{\max c}}^a = 2,169 \text{ tf/m} \times 3,00\text{m} = +6,507 \text{ t} \times \text{f}$$

b) pentru deschiderea marginală:

$$T_{y_{\max m}}^a = 4,404 \text{ tf/m} \times 3,00\text{m} = +13,21 \text{ tf}$$

$$T_{y_{\max m}} = 2,732 \text{ tf/m} \times 3,00\text{m} = 8,196 \text{ tf}$$

În mod asemănător se determină forțele tăietoare și în celelalte secțiuni ale antretoazelor.

4.6.9.6. Determinarea încărcărilor permanente

A. pentru grinda principală

- a. greutatea plăcii: $140\text{m} \times 9,60\text{m} \times 0,14\text{m} \times 2,5\text{t/m}^3 = 470,4 \text{ t}$
- b. greutatea grinzii: $8\text{buc} \times 0,86 \times 140 \times 0,14 \times 2,5\text{t/m}^3 = 337,1 \text{ t}$
- c. greutate antretoaze = $47 \text{ buc} \times 0,14 \times 0,86 \times 7,42\text{m} \times 2,5 \text{ t/m}^3 = 105 \text{ t}$
- d. greutate trotuare: $2 \times (1,00 \times 140\text{m} \times 0,05\text{m} \times 2,4\text{t/m}^3) = 33,6 \text{ t}$
- e. greutate mână curentă: $2 \text{ lise} (0,1 \times 140\text{m} \times 0,1 \times 0,35\text{t/m}^3) = 1 \text{ t}$
- f. greutate lonjeron: $0,15 \times 0,15 \times 140 \times 2,5\text{t/m}^3 = 15,7 \text{ t}$
- g. greutate apără roată: $2 \times (140\text{m} \times 0,4\text{m} \times 0,3\text{m} \times 2,5\text{t/m}^3) = 84 \text{ t}$
- h. greutate șapă: $140\text{m} \times 7,8\text{m} \times 0,03 \times 2,5\text{t/m}^3 = 68,8 \text{ t}$
- i. greutate hidroizolație: $140\text{m} \times 7,8\text{m} \times 0,02 \times 1,1\text{t/m}^3 = 24\text{t}$
- j. greutate îmbrăcăminte asfaltică: $140\text{m} \times 7,8 \times 0,09 \times 2,4\text{t/m}^3 = 235,9 \text{ t}$
- k. îmbrăcăminte trotuar: $2 \times (1,0 \times 140\text{m} \times 0,02 \times 2,2\text{t/m}^3) = 13,4 \text{ t}$

Greutate permanentă totală = 1388,9 t

Încărcare permanentă-pe-ml grindă $g = 1,24 \text{ t/m}$

B. pentru antretoaze:

- a. greutate placă: $9,6\text{m} \times 0,14 \times 3,00 \times 2,5\text{t/m}^3 = 10,1 \text{ t}$
- b. greutate nervuri: $0,14 \times 0,86 \times 1,06 \times 7 \times 2,5\text{t/m}^3 = 2,23 \text{ t}$

Greutate totală = $10,1 + 2,23 = 12,3 \text{ t}$

Pentru una bucată antretoază încărcarea permanentă $g = 0,24 \text{ t/m}$

$$M_{\text{aperm}} = a \times g \times l^2 = 0,0086 \times 0,24 \times 7,42^2 = 0,11 \text{ tm} = 1,1 \text{ KNm}$$

$$l = 7,42 \text{ m}$$

4.6.9.7. Determinarea poziției axei neutre

Se aplică relațiile din STAS 10111/2 - 87

$$x = \frac{(Aa - Aa') Ra - b_c h_p R_c}{b x R_c} \quad ; \text{ și : la limită } b_p h_p R_a = (Aa - Aa') Ra \quad (4.292)$$

$$(Aa - Aa') = \frac{300 \times 14 \times 265}{2100} = 530 \text{ cm}^2$$

$$x = \frac{530 \times 2100 - 243 \times 14 \times 265}{14 \times 265}$$

$$x = \frac{1.113.000 - 901.530}{3750} = 57 \text{ cm}$$

Axa neutră cade în inimă.

4.6.9.8. Verificarea secțiunilor.

Verificarea eforturilor unitare din încărcările exterioare în grinzile principale.

a. deschiderea centrală

Elemente de calcul:

- M_{max} utilă = 1539 kNm
- încărcarea permanentă: g = 1,24 t/m/grindă
- M_{max pc} = a x g x l² = 0,064 x 12,4 x 40² = 1270 kNm
- M_{tot max} = 1539 kNm + 1270 kNm = 2809 kNm

b. deschiderea marginală

- M_{max} utilă = 1119 kNm
- M_{max pm} = a x g x l² = 0,086 x 12,4 x 30² = 960 kNm
- M_{tot max} = 1119 kNm + 960 kNm = 2079 kNm

Eforturile unitare în secțiunea transversală din încărcările exterioare sunt:

$$\sigma_i = \frac{2809 \times 10^4}{2.522.903,4} \times 72,13 = 803 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{-2809 \times 10^4}{2.522.903,4} \times 27,87 = -310 \text{ daN/cm}^2$$

Eforturile unitare din din forța de precomprimare se calculează cu relația:

$$\sigma_{is} = - \frac{F_p}{A} \pm \frac{M_p}{I_{xg}} \times Y_{is} \quad \text{unde:} \quad (4.293)$$

F_p = forța de precomprimare rămasă după consumarea pierderilor de tensiune din cabluri;

A = aria secțiunii

M_p = momentul de precomprimare

I_{xg} = momentul de inerție al secțiunii

$Y_{i,s}$ = distanțele față de centrul de greutate al secțiunii

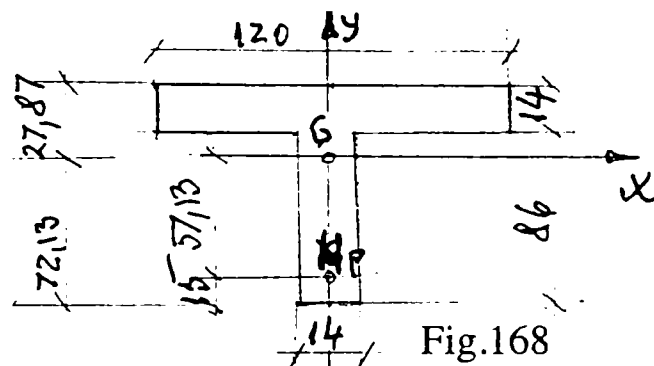
Înlocuind obținem:

$$A = 2884 \text{ cm}^2$$

$$I_{xg} = 2.522.903,4 \text{ cm}^2$$

$$Y_i = 72,13 \text{ cm}$$

$$Y_s = 27,87 \text{ cm}$$



Secțiunea se armează cu armătură pretensionată, toroane 2X12 T 13 tip FREYSSINET, care poate prelua o forță de pretensionare de 1.785 t cu $A_p = 1.200 \text{ mm}^2$ și masa de 9,420 kg/m.

$$F_p = 407.000 \text{ daN}$$

$$Y_p = 72,13 - 15 \text{ cm} = 57,13 \text{ cm}$$

$$\sigma_i = - \frac{407.000}{2884} - \frac{407.000 \cdot 57,13}{2.522.903,4} \times 72,13 = -805,9 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_s = - \frac{407000}{2884} + \frac{407.000 \cdot 57,13}{2.522.903,4} \times 27,87 = +117,6 \text{ daN/cm}^2$$

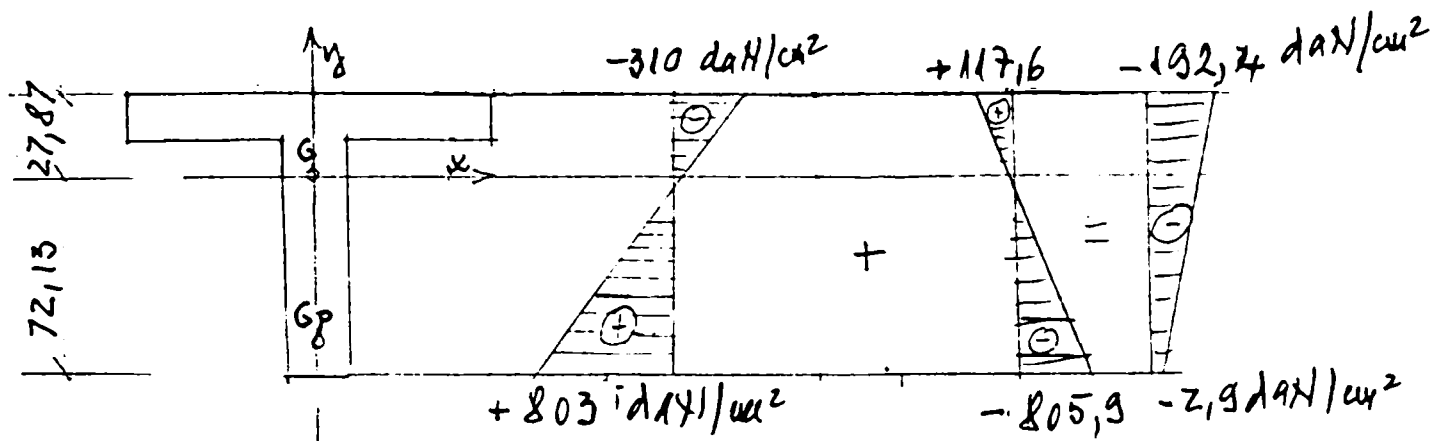


Fig.169

Rezultă un efort unitar în zona comprimată maxim de $192,4 \text{ daN/cm}^2$

$$\sigma_{\text{bef}} < 0,8 R_b \text{ adică: } 192,4 \text{ daN/cm}^2 < 265 \text{ daN/cm}^2 \quad (4.294)$$

Întrucât secțiunea de beton rămâne permanent comprimată cumulara momentelor date de încărcările utile și permanente, nu se mai face calculul de verificare la fisurare.

Verificarea eforturilor unitare din încărcările exterioare în antretoaze.

a. deschiderea centrală

Elemente de calcul:

$$A = 5.504 \text{ cm}^2$$

$$I_a = 3.150.045,6 \text{ cm}^4$$

$$Y_i = 81,86 \text{ cm}$$

$$Y_s = 18,14 \text{ cm}^2$$

$$M_{a \text{ utilă}} = 62 \text{ kNm}$$

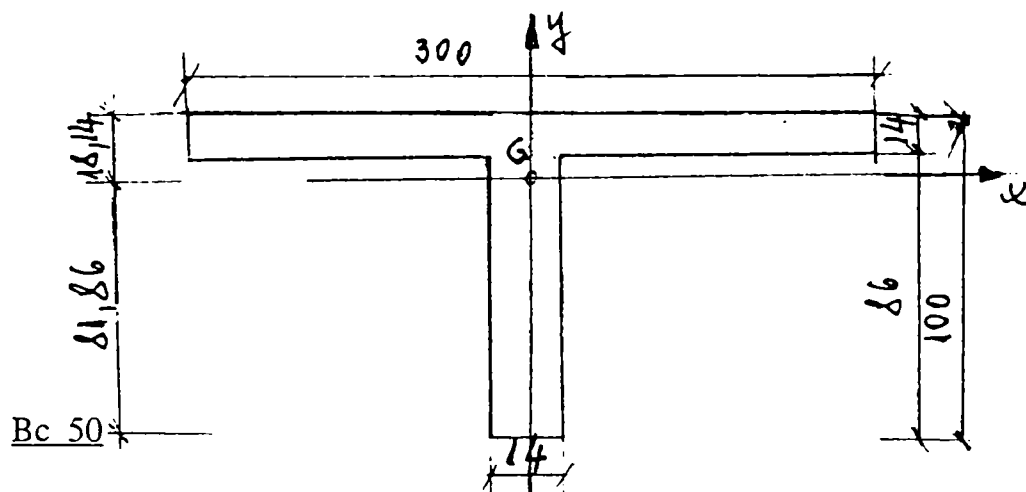


Fig.170

Calculul greutateii permanente

$$g = 0,24 \text{ t/m}$$

$$M_{a \text{ perm}} = a \times l^2 \times g = 0,0086 \times 0,24 \times 7,42^2 = 0,11 \text{ t m} = 1,1 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{tot}} = 62 + 1,1 = 63,1 \text{ kNm}$$

$$\sigma_i = + \frac{63,1 \cdot 10^4}{3150043,6} \times 81,86 = +16,39 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_s = - \frac{63,1 \cdot 10^4}{3150043,6} \times 18,14 = -3,68 \text{ daN/cm}^2$$

b. deschiderea marginală

Elemente de calcul:

Rămân aceleași cu excepția:

$$M_u = 75,6 \text{ kNm}$$

$$M_{\text{tot}} = 75,6 + 1,1 = 76,7 \text{ kNm}$$

$$\sigma_i = + \frac{76,7 \cdot 10^4}{3150043,6} \times 81,86 = +19,93 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_s = - \frac{76,7 \cdot 10^4}{3150043,6} \times 18,14 = -4,42 \text{ daN/cm}^2$$

Atât în deschiderea centrală cât și în cea marginală eforturile unitare în beton în fibra cea mai întinsă nu depășesc R_{ti} .

$$19,93 \text{ daN/cm}^2 < 25,1 \text{ daN/cm}^2 \quad \text{pentru Bc50}$$

În zona comprimată:

$$\sigma_{\text{efs}} < R_b$$

$$4,42 < 265 \text{ daN/cm}^2$$

4.6.9.8.1. Verificarea la starea limită de fisurare în antretoaze. [70]

a. deschiderea centrală

Se face cu relația:

$$\alpha_f = \lambda_f \left| \frac{\psi \sigma_a}{E_a} \right| \langle \Delta \quad (4.295)$$

pentru Bc 50 , raportul $\frac{M_{perm}}{M_{tot}} = \frac{0,4}{62,4} = 0,0066 \Rightarrow 7$

$$n = 7$$

$$\sigma_a = n \times \sigma_b \frac{h_0 - x}{x} \quad (4.296)$$

$$\sigma_b = \frac{M}{I_i} \cdot x$$

$$I_i = \frac{b_p \cdot x^3 - (b_p - b) (x - h_p)^3}{3} + n \cdot Aa (h_0 - x)^2 \quad (4.297)$$

$$Ea = 210.000 \text{ N/mm}^2 = 2.100.000 \text{ daN/cm}^2$$

λf = distanța dintre fisurile normale

$$\lambda_f = A + B \frac{d}{\mu_t}$$

$$A = 2 \left(c + \frac{s}{10} \right) = 2 (2,5 + 0,25) = 2 \times 2,75 = 5,5 \text{ cm}$$

$$B = 0,1$$

$$c = 2,5 \text{ cm}$$

$$s = 2,5 \text{ cm}$$

$$\phi = 10 \text{ mm} = d$$

Se armează cu ϕ 10 mm în zona întinsă; iar coeficientul de armare cu relația:

$$\mu_t = \frac{A_a}{A_{bt}} = \frac{7,065}{14 \times (10 + 7,5)} = \frac{7,065}{245} = 0,03$$

$$\text{deci: } \lambda_f = 55 + 0,1 \times \frac{10}{0,03} = 88,3 \text{ mm}$$

$$\sigma_a = 7 \times \sigma_b \frac{97,5 - 57}{57}$$

$$= 57 \text{ cm}$$

$$x_0 = 100 - 2,5 = 97,5 \text{ cm}$$

i_b = Considerăm secțiunea antretoazei simplu armată; $Aa' = 0$

$$\xi_b = \frac{M}{I_i} x ;$$

$$i_p^1 = b \times 0,8 (b_p - b) = 243 \text{ cm}$$

$$i = \frac{243 \times 57^3 - (243 - 14)(57 - 14)^3}{3} + 7 \times 7,065(97,5 - 57)^2 =$$

$$= 9012481 \text{ cm}^4$$

$$\sigma_b = \frac{631000}{9012481} \times 57 = 3,99 \text{ daN/cm}^2$$

Se armează cu ϕ 10 mm $Aa = 0,785 \text{ cm}^2$

$$Aa = 9 \phi 10 = 9 \times 0,785 = 7,065 \text{ cm}^2$$

Se armează în zona întinsă pe 3 rânduri x 3 ϕ 10 mm/ rând

$$\sigma_a = 7 \times 3,99 \frac{97,5 - 57}{57} = 2000 \text{ daN/cm}^2$$

$$\Psi = 1 - \beta(1 - 0,5\nu) \frac{A_{bt} \cdot R_{tk}}{Aa \cdot \sigma_a} = 1 - 0,3(1 - 3,5) \frac{245 \cdot 25,1}{7,065 \cdot 2000} = 1,03$$

$$\alpha f = \frac{88,3 \cdot 1,03 \cdot 200}{200000} = 0,091 \text{ mm}$$

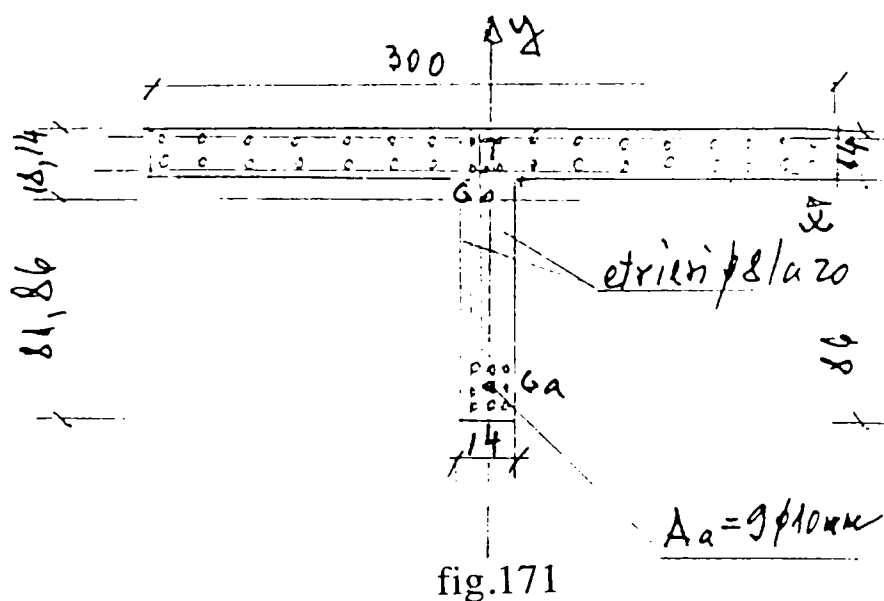
$$0,091 \text{ mm} < 0,2 \text{ mm} = \Delta$$

b. deschiderea marginală

$$n = \frac{M_g}{M_{tot}} = \frac{0,4}{76} = 0,0053 \Rightarrow 7$$

$$B = 0,1$$

$$\beta = 0,3$$



și calculul se repetă având în vedere diferența mică între solicitările exterioare din cele două deschideri, deci:

$$\sigma_b = \frac{767000}{9012481} \times 57 = 4,85 \text{ daN/cm}^2 \text{ conform STAS 10.111/ 2 - 87}$$

Deci și deschiderea marginală se verifică la fisurare cu aceeași armătură.

Verificarea la forțe tăietoare în secțiuni normale pentru grinzile continue nu este edificatoare; de altfel din calcule rezultă în secțiunile din vecinătatea reazemelor forțe tăietoare relativ mici: $T_{x\max} = 23,17 \text{ tf}$ și $T_{y\max} = 13,2 \text{ tf}$.

Cap. 5 Contribuții originale.

În lucrare sunt descrise pe larg un număr de patru contribuții originale la teza de doctorat prezentată, din care trei se referă la tehnologii noi, de alcătuire a tablierelor și una se referă la calculul dalelor continue.

5.1. Contribuții la alcătuirea tablierelor formate din dale continue.

5.1.1. Tehnologia de realizare a unei structuri compuse beton precomprimat prefabricat - beton armat turnat in situ și structura obținută conform procedurii - descrisă pe larg la cap.2.7. - contribuția constituie Brevetul de invenție nr. 111699 C1/ 1994 emis de Oficiul de Stat pentru Invenții și Mărci București și constă într-o primă fază, în care se montează pe reazemele infrastructurii un număr de grinzi centrale și marginale, după care se introduc armături transversale prin golurile din tălpi, după ce au fost plasate în locașuri, pe direcția golurilor, niște piese de cauciuc, armăturile transversale fiind tensionate dinamometric, pentru solidarizarea tablierului, urmând apoi să se monteze tuburile pentru evacuarea apelor și apoi plăcile prefabricate de cofrag pierdut pentru o dală turnată in situ, din beton armat, peste armăturile transversale și longitudinale de continuitate, deja montate, și în ultimă fază, amenajarea căii.

Invenția se poate utiliza la lucrările din țară fiind deosebit de economică și utilă pentru executarea pasajelor denivelate peste căi de comunicații.

5.1.2. Instalația automatizată pentru cofrarea și decofrarea bolțarilor prefabricați pentru poduri cu secțiune cheson monocelulară - constituie Brevetul de invenție nr. 112125B1/ 1994, al Oficiului de Stat pentru Invenții și Mărci București - și este pe larg descrisă în teză la cap. 3.4.3. și este

alcătuită din longrine metalice înglobate într-o platformă de beton, niște cofraje metalice fixe, un echipament hidraulic, compus din cilindri hidraulici, o tijă centrală, articulații și cofraje metalice mobile, deplasabile prin intermediul unui cărucior, prevăzut cu niște cricuri hidraulice.

Invenția nu a fost încă utilizată în țară; se poate utiliza pentru confecționarea bolțarilor prefabricați cu secțiune cheson monocelulară ce se utilizează la execuția tablierelor la podurile dalate continue sau simplu rezemate de diferite dimensiuni cu înălțime constantă, care pot fi montate printr-unul din procedeele prezentate în teză, cu sau fără utilizarea tehnologiilor de împingere.

5.1.3. Procedeu de realizare a unei structuri continue precomprimate, din elemente prefabricate pentru podurile dalate și structura obținută conform procedului - constituie Brevetul de invenție nr. 114013B/ 1997 a Oficiului de Stat pentru Invenții și Mărci București.

Este descris pe larg în Cap. 3 - pct.3.6. și următoarele.

Constă într-o primă fază, în care se execută tablierul pe două deschideri, prin monolitizarea unui număr de elemente prefabricate nervurate, urmată de faza în care se introduc armăturile de precomprimare în lungul tablierului, iar după întărire, se realizează precomprimarea și se montează dispozitive provizorii, recuperabile, pentru preluarea momentelor încovoietoare negative ce apar în timpul lansării în deschidere prin împingere și, în ultima fază, după acoperirea tuturor deschiderilor, se amenajează calea rutieră și trotuarele, cu elementele componente.

Invenția se poate utiliza pentru lucrările de pasaje denivelate alcătuite din elemente prefabricate executate industrial sau pe șantier și lansate prin împingere. Procedeu este foarte economic și de o mare productivitate, practic se pot executa în timp de 60 - 120 zile, poduri - pasaje modernizate cu deschideri de 20 - 40 m și 2 - 4 deschideri, utilizând procedee

combinate de împingere și precomprimare parțială, pe una sau două deschideri urmată de precomprimarea definitivă a întregului tablier, după montarea integrală a tuturor deschiderilor podului.

5.2. Contribuții la calculul tablierelor de poduri din dale continue.

Așa cum s-a menționat la Cap.4.6. din teză, contribuția originală constă într-o metodă aproximativă de calcul pentru dalele continue din beton care se bazează pe ideea că dimensiunile geometrice ale dalei izostatice: lungimea, lățimea sau grosimea definesc comportarea acesteia, iar repartizarea eforturilor unitare se efectuează cu respectarea acestor elemente.

Transformând pentru calcul structura continuă într-o succesiune de structuri simplu rezemate cu caracteristici diferite, dar cu aceleași deformații ca și ale structurii continue, s-a determinat starea de solicitare în dala continuă; folosind solicitările determinate, s-a verificat starea de eforturi unitare în beton și armătură, luând în considerare dimensiunile reale ale dalei continue pe fiecare deschidere.

Pentru aprecierea acestor mărimi s-a studiat o dală cu caracteristici diferite pe fiecare deschidere, și s-a pus condiția ca în fiecare deschidere să se determine aceeași coeficienți.

Analizând modul de comportare a dalei continue, comparativ cu dala izostatică se poate constata că dala continuă se comportă diferit față de cea simplu rezemată, numai prin mărimea deformațiilor pe verticală în diferite puncte, datorită continuității.

Deci teoria dalelor ortotrope stabilită pentru structuri izostatice poate fi aplicată și dalelor continue, prin modificarea caracteristicilor statice de calcul I_x și I_{xt} , astfel ca mărimea deformațiilor structurii izostatice de calcul să fie egale cu cele ale structurii continue reale.

Cu această metodă de calcul s-a verificat la Cap. 4.6.9, modul de alcătuire a unui tablier nervurat cu placă superioară, realizat din elemente prefabricate, precomprimat, continuu, cu următoarele deschideri:

- două centrale de 40 m,
- două marginale de 30 m.

Lungimea totală a tablierului = 140 m.

După stabilirea solicitărilor din încărcările permanente și exterioare, s-a determinat starea de solicitare maximă în secțiunea transversală și eforturile unitare în beton și armătură, după aplicarea precomprimării și consumarea pierderilor de tensiune din cabluri.

S-au verificat de asemenea eforturile unitare în antretoazele monolite, din aceleași sarcini și în aceeași secțiune, la starea limită de rezistență și la starea limită de fisurare.

Verificările s-au efectuat separat în deschiderile centrale și marginale, în secțiunile cu solicitări maxime.

Aceste verificări au arătat că procedeul de calcul propus pentru realizarea structurii de dală continuă este corect.

B I B L I O G R A F I E

1. Avram C., Filimon I. - Curs de beton armat, Institutul Politehnic Timișoara, 1976.
2. Avram C. - Grinzi continue, Editura Tehnică, București, 1969.
3. Avram C., Făcăoaru I., Mîrșu O., Tertia I.- Rezistențele și deformațiile betonului, Editura Tehnică București, 1971.
4. Avram C., Munteanu I. - Dinamica construcțiilor, Lito, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1965
5. Avram C., Bota V. - Le calcul dans le domaine plastique de poutres mixtes acier precontraint - beton, Communicati technique, VI-eme Congres de la FIP, Prague, 1970. Grinzi compuse oțel precomprimat - beton, București, Revista Construcții, No.2, 1972.
6. Avram C., Bota, V. - Structuri compuse oțel - beton cu dale prefabricate din beton, CNIT - Conferința a IV-a de BetoanE, Brașov, octombrie 1971.
7. Avram C., Bota V. - Structuri compuse oțel-beton și beton precomprimat - beton armat, Editura Tehnică, București, 1975.
8. Avram C., Deutsch I., Popa A., Weeisz I., Bainholtz A. - Proiectarea economică a elementelor de construcții din beton armat, Editura Facla, Timișoara, 1979.
9. Avram C., Friedrich R., Stoian V. - Metode de discretizare în problema plană a teoriei elasticității, Memoriilesecțiilorștiințifice, seria IV tom. II (1979).
10. Avram C., Bob C., Friedrich R., Stoian V. - Structuri din beton armat. Metoda elementelor finite. Teoria echivalențelor. Ed. Academiei, București, 1984.

11. Abdullah M. A., Abdul-Razzak A.A. - Finite Strip Analysis of Prestressed Box-Girders, College of Engineering Mosul, Irak,1989.
12. Bob C., Bota V., Clipii T. - Calculul dalelor ortotrope prin metoda fâșiilor finite, St. cerc. mec. apl., 38, 3(1979) și Bul. șt. tehn. al IPT, 24, (38), 1(1979).
13. Bota V. - Grinzi compuse oțel-beton - Contribuții la alcătuirea constructivă și dezvoltarea metodelor de calcul, Institutul Politehnic Timișoara - Teză de doctorat - 1969.
14. Bota V. - Poduri de beton. Elemente de proiectare, Centrul de multiplicare I.P. Timișoara, 1972.
15. Bota V. - Principii generale de proiectare a structurilor compuse de oțel-beton, a V-a Conferință de betoane, Timișoara, octombrie 1972.
16. Bota V., Săbăreanu E. - Noi tipuri de suprastructuri pentru poduri de cale ferată, Revista Transporturi, No.6, 1980.
17. Bota V - Poduri de beton - Suprastructuri pe dale sau grinzi, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1981.
18. Bota V. - Poduri din beton. Programe de calcul IPTV Timișoara, 1986.
19. Capatu C. - Curs de poduri din beton armat, Vol.I, Institutul Politehnic Iași, 1976.
20. Capătu C. - Curs de poduri din beton armat, Vol.II, Institutul Politehnic Iași, 1979.
21. Caracostea A. - Rezistența Materialelor și teoria elasticității, Manual pentru calculul construcțiilor, Vol.I, Secț. III, Editura tehnică, București, 1977.
22. Cavaropol R., Munteanu I. - Rezistența materialelor în probleme și aplicații, Lito I.P. Timișoara, 1967.
23. Cheung Y. A. - Strip Method in Structural Analysis, Pergamo Press, Oxford, 1976.

24. Cheung M. S., Cheung Y.K. - Reddy Frequency Analysis of Certain Single and Continuous Span Bridges in "Developments in Bridge Design and Construction", Crosby Lockwood & Son Ltd., London, 1971, pp. 188-199.
25. Cheung M. S., W.Li - Analysis of Haunched, Continuous Bridges by Spline Finite Strips. University of Ottawa, Ontario, Canada, 1989.
26. Cusens A. F., Loo Y. C. - Applications of the finite strip method in the analysis of concrete box bridges, Proceedings ICE, June 1974, Post 2, pp. 251-273.
27. Cuteanu E., Marinov R., Metoda elementelor finite în proiectarea structurilor, Edit. Facla, Timișoara, 1980.
28. Dumitrescu D. ș.a. - Indrumător pentru proiectarea și calculul construcțiilor din beton, beton armat și beton precomprimat, Editura Tehnică, București, 1978.
29. Filimon I. - Curs de beton armat, Institutul Politehnic Timișoara, 1971.
30. Filimon I., Deutsch I. - Curs de beton armat și beton precomprimat, Institutul Politehnic Timișoara, 1979.
31. Friedrich R., Săbăreanu E, Bota V., Furtunescu A. - Aplicarea metodei fâșiilor și a metodei elementelor finite la rezolvarea problemei plane a teoriei elasticității, Buletinul I. P. "Traian Vuia" Timișoara.
32. Friedrich R. - Bazele metodei elementelor finite, Institutul Politehnic Timișoara, 1972.
33. Friedrich R., Clipii T., Stoian V., Furtunescu A. - Program pentru calculul static și dimensionarea plăcilor continue de beton armat - PLOBA01 - Institutul Politehnic Timișoara, 1981.
34. Gallanher R.H. - Finite Element Analysis, Fundamentale Prentice Hall Inc., Englewood Cliff, N.Y., 1975.

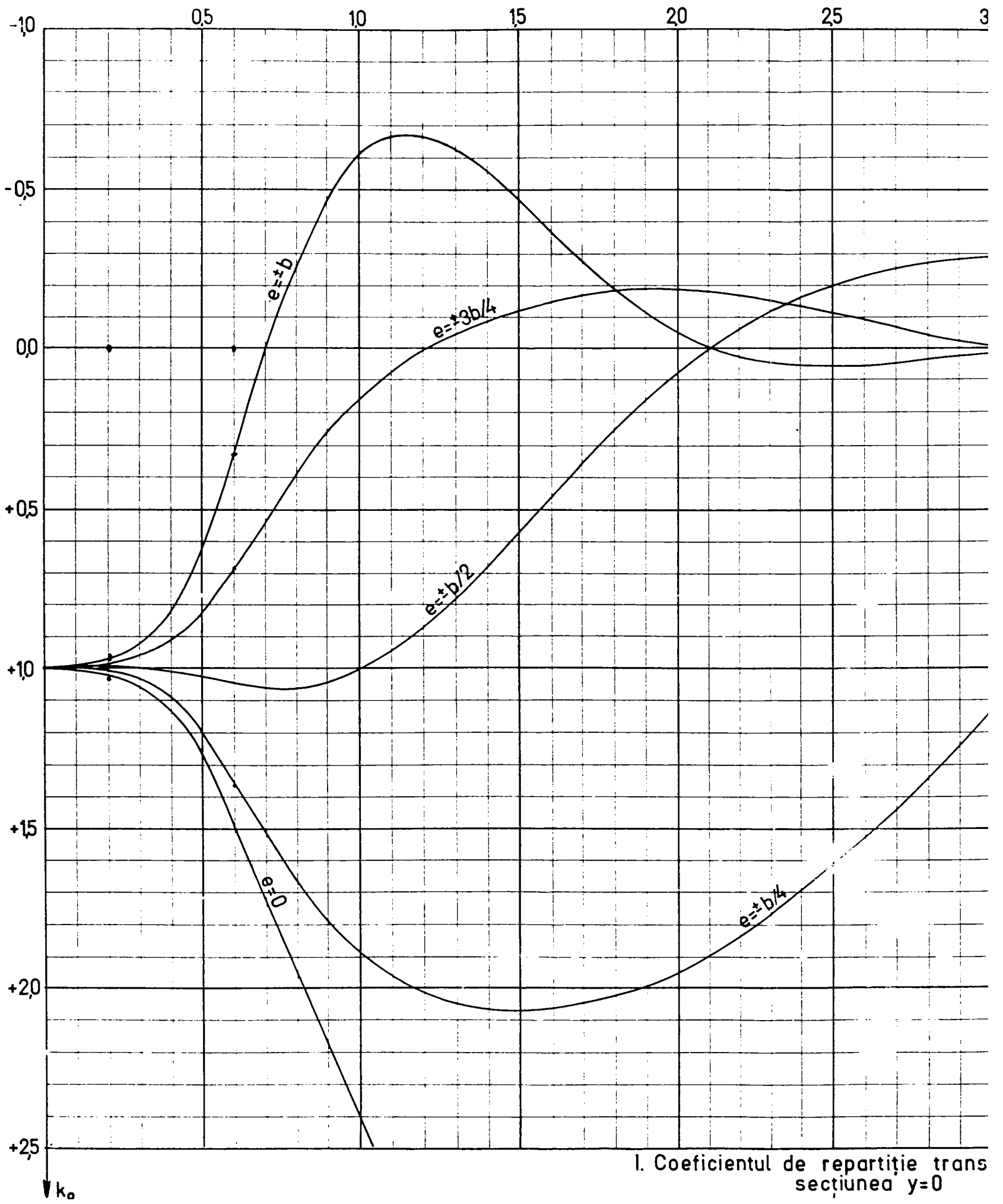
35. Ghali A., Tadros G. S. - On Finite Strip Analysis of Continuous Plates Memoires AIPC, 34-I/1974, pp. 25-34.
36. Hangan M. - Construcții din beton armat, Editura Tehnică, București, 1963.
37. Hangan M. - Poduri industriale, Editura Tehnică, București, 1967.
38. Ivan M. - Statica Construcțiilor, vol. I, Structuri static determinate, Institutul Politehnic Timișoara, 1973.
39. Ivan M. - Statica Construcțiilor, vol. 1, 2, Structuri static nedeterminate, Institutul Politehnic Timișoara, 1973.
40. Lacroix R. - Etude experimentale du beton partiellement precontraint. Travaux, 1986.
41. Loo Y.Ch., Cusens A.R. - Developments of the Finite Stri Method in the Analysis of Bridge Decks in "Developmen in Bridge Design and Construction" Crosby Lockwood & Son, Ltd., London 1971, pp.53-72.
42. Mateescu D., Appeltauer I., Munteanu I. - Probleme generale ale siguranței și unificării metodelor de calcul al structurilor de construcție, Simpozionul Timișoara 1972.
43. Mateescu D., Bota V. - Alcătuirea și calculul grinzilor compuse oțel-beton, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, No.7, 1966.
44. Mateescu D., Bota V. - Grinzi compuse oțel-beton cu eforturi inițiale, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, No.5, 1968.
45. Mateescu D., Bota V. - Grinzi compuse oțel-beton. Element de legătură, Revista Construcțiilor și a Materialelor de Construcții, No. 8, 1968.

46. Mazilu P., Sandi H. - Dinamica construcțiilor , Manual pentru calculul construcțiilor, vol. I, Secția IX, Editura Tehnică, București, 1977.
47. Mazilu P. - Statica construcțiilor, Editura Tehnică, București, 1959.
48. Mihăescu A., Cadar I., Friedrich R. - Beton armat și tehnologia construcțiilor de beton armat (CCI_Si), Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1972.
49. Mîrșu O., Friedrich R. - Construcții din beton armat, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
50. Mîrșu O., Friedrich R. - Construcții industriale speciale din beton armat, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975.
51. Munteanu I. - Calculul structurilor spațiale în formulare matriceală, Editura Facla, Timișoara, 1973.
52. Munteanu I. - Calculul static al structurilor, Editura Facla, Timișoara, 1976.
53. Norric D. H., De Vries G. - The Finite Element Method, Academic Press, New York, 1973.
54. Olteanu N. Gh., Pîrvu E. A. - Metode de discretizare a continuului în vederea rezolvării diferitelor tipuri de probleme de mecanică, vol. II și III, INID, București, 1972.
55. Rockey R. C. - Developments in Bridge Design and Construction. University College Cardiff 1971.
56. Săbăreanu E., Friedrich R., Filimon I. - Discretizări fizice în studiul încovoierii plăcilor plane, Buletinul Științific și Tehnic al I.P.T., No. 2, 1978.
57. Săbăreanu E., Friedrich R., Bob C., Bota V., Furtunescu A. - Program pentru calcul al structurilor cu metoda fâșiilor finite, Primul Simpozion Național "Aplicații ale informaticii în proiectarea și cercetarea de construcții" vol. I, Sibiu, 1-2 noiembrie 1979.

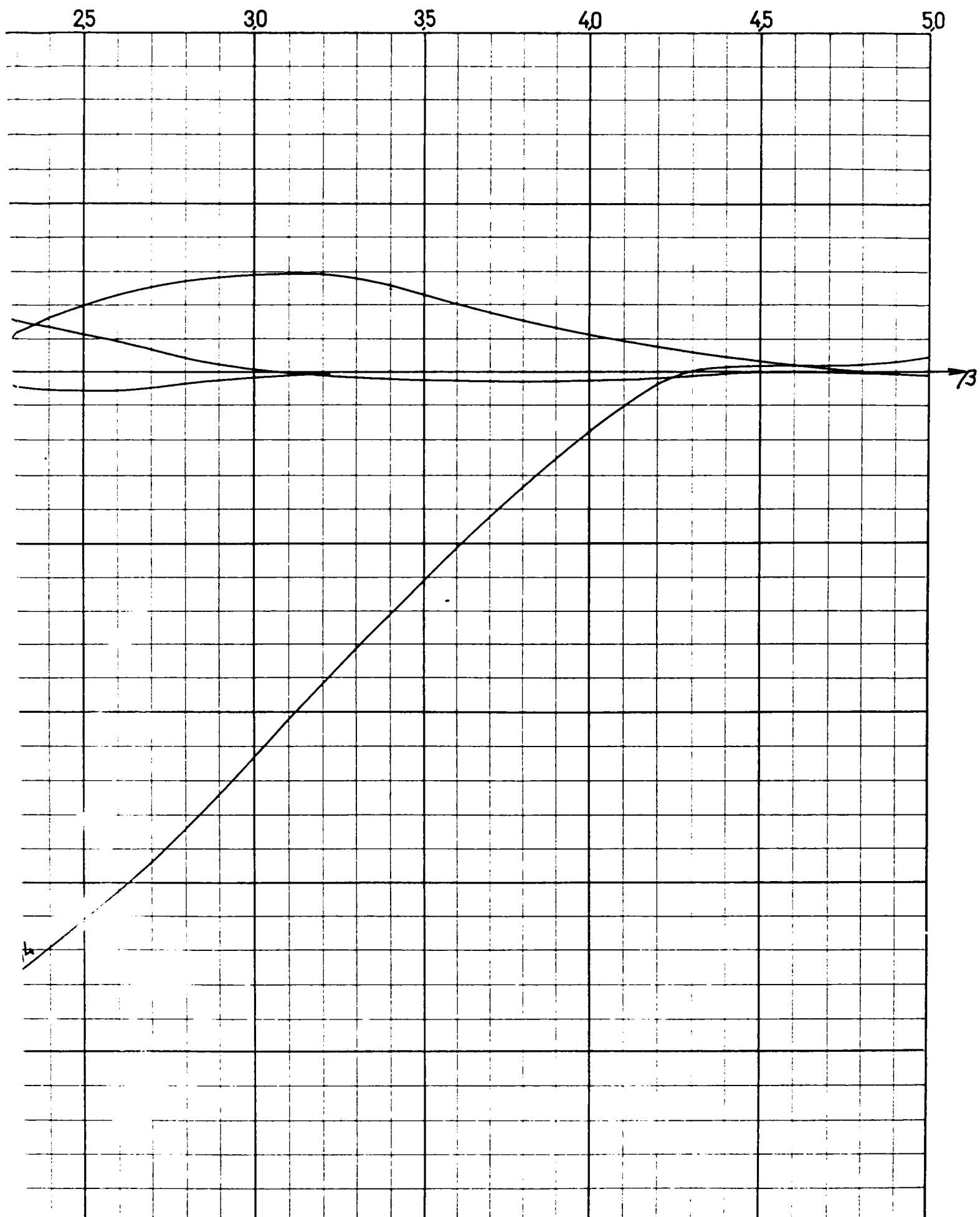
58. Săbăreanu E., Friedrich R., Filimon I. - Calculul unor structuri chesonate cu metoda fâșiilor finite, Sesiunea a VI-a de referate și comunicăritehnic-științifice, Ins. de Înv. Sup. Baia-Mare, iunie 1979.
59. Săbăreanu E. - Contribuții la studiul podurilor și estacadelor cu structura compusă oțel-beton, teză de doctorat, Timișoara, 1981.
60. Săbăreanu E., Friedrich R., Bota V., Furtunescu A. - FIS FIN-02, Program de calcul al structurilor cu metoda fâșiilor finite, Biblioteca Națională de programe, 1980.
61. Săbăreanu E., Friedrich R., Bota V., Furtunescu A. - "Fâșii finite - Metodă și program de calcul", al doilea Simpozion Național "Aplicații ale informaticii în proiectarea și cercetarea de construcții", Sibiu, noiembrie 1980.
62. Săbăreanu E., Friedrich R., Bota V., Furtunescu A. - Aplicarea metodeifâșiilor finite la suprastructuri realizate din materiale diferite supuse la încărcări simetrice și nesimetrice, volumul Cercetarea în construcții în al 6-lea deceniu de activitate, București, 1981.
63. Terteia I., ș.a. - Proiectarea betonului armat, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
64. Terteia I. - Betonul precomprimat, Institutul Politehnic Cluj, 1979.
65. Zienkiewicz O. C. - The Finite Element Method, Mc. Graw Hill Book Comp., London, 1977.
66. x x x - Buletin Rutier MTTc - Dir. Drumurilor, 1978.
67. x x x - STAS 10101/ 0-75.
68. x x x - STAS 10108/ 0-78.
69. x x x - STAS 3221-86 Convoaie tip și clase de încărcare.
70. x x x - STAS 10111/ 2-87 - Poduri de cale ferată și șosea. Suprastructuri din beton, beton armat și beton precomprimat.Prescripții de proiectare.

71. x x x - Studii și cercetări privind comportarea și alcătuirea structurilor de poduri din beton precomprimat realizate industrial.- Contract nr. 24/ 1991, Universitatea Politehnica Timișoara.
72. x x x - Poduri din beton precomprimat - Simpozion Național, Băile Herculane, noiembrie, 1994.- IPTANA SA București.
73. x x x Colectiv de autori - Metoda fâșiilor finite aplicată la poduri pe dale continue. Verificarea secțiunilor printr-o metodă aproximativă de calcul, al X-lea Congres de Drumuri și Poduri din România, Iași, 1998.

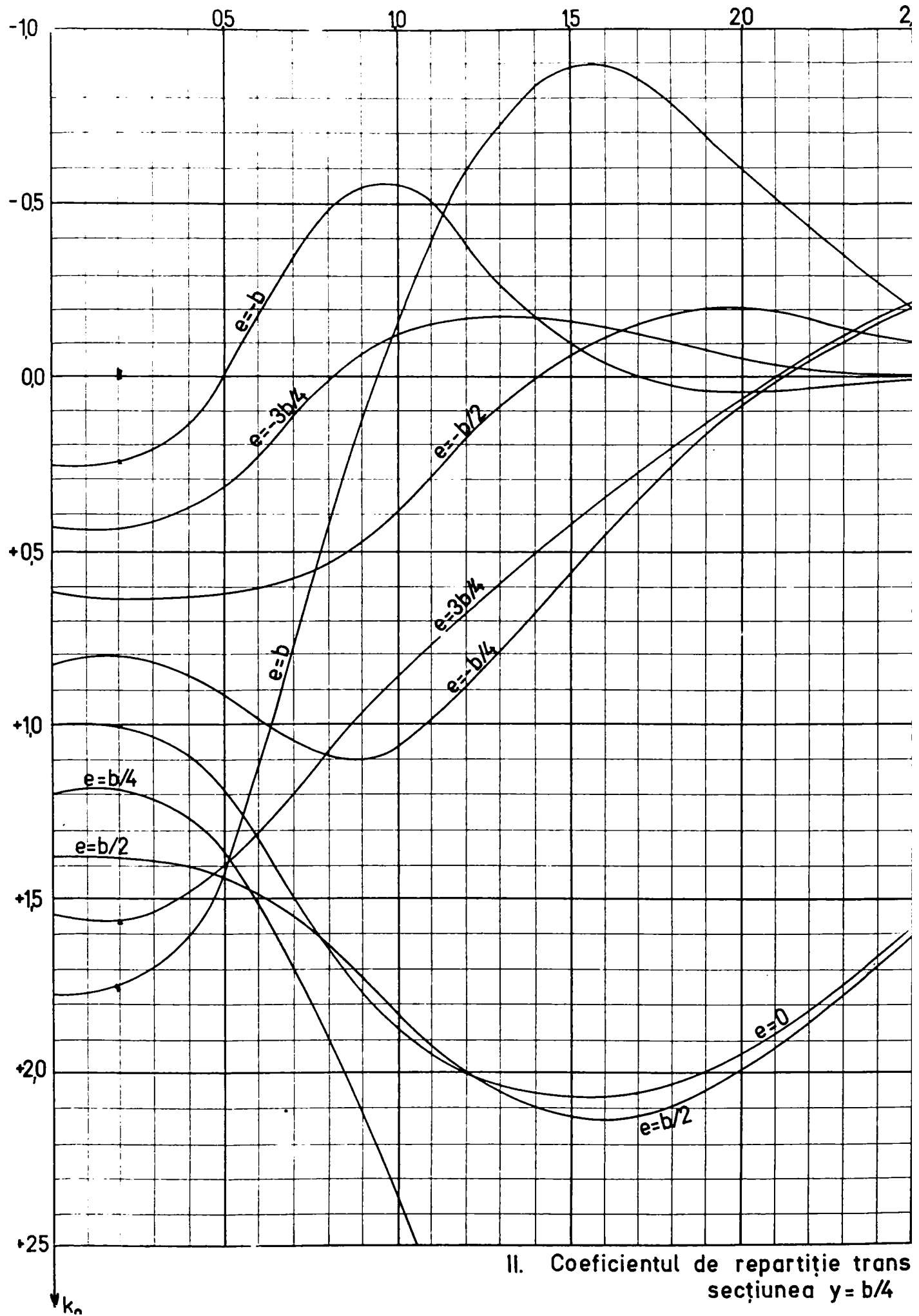
A N E X E I - XXXIV



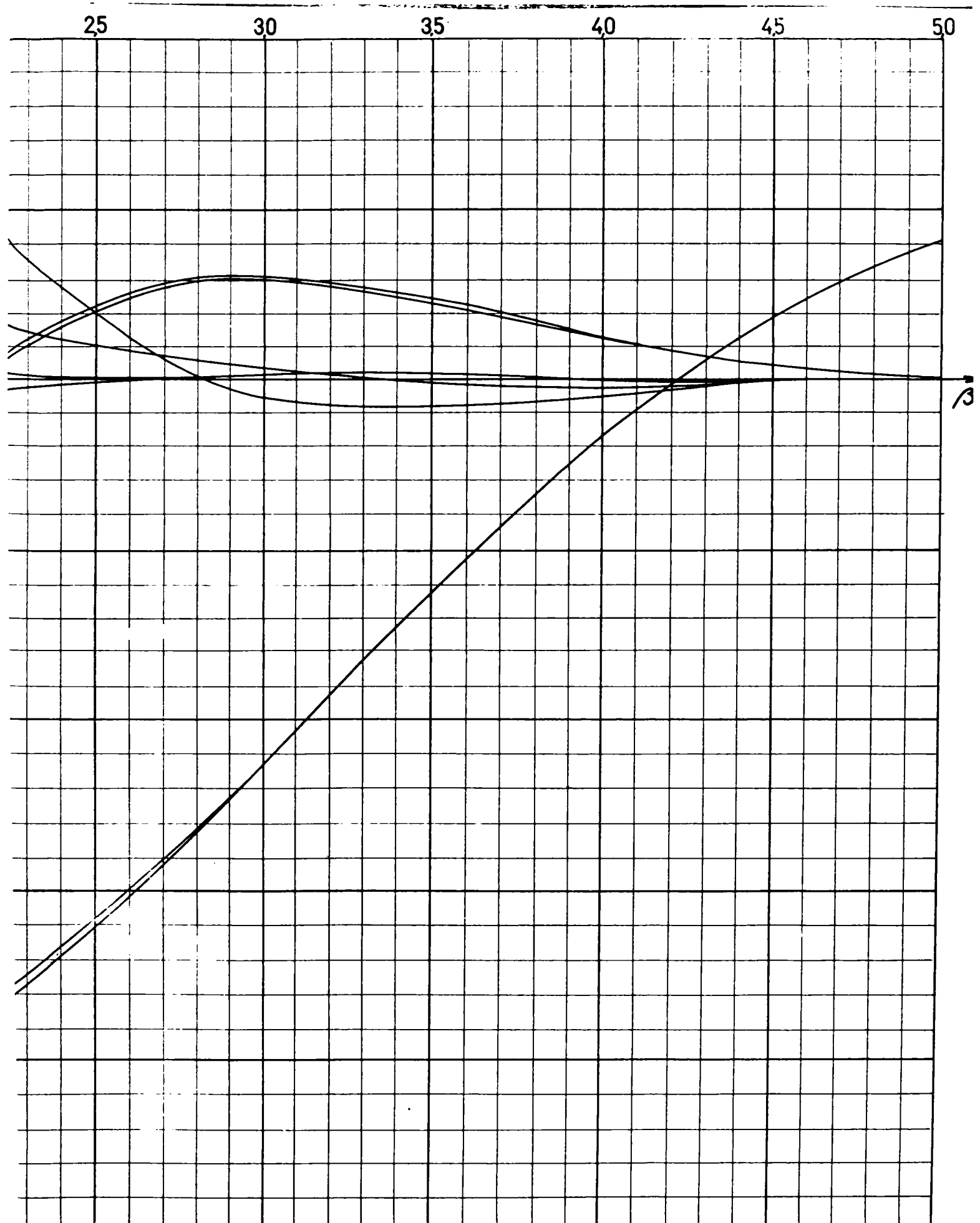
I. Coeficientul de repartiție trans
secțiunea $y=0$



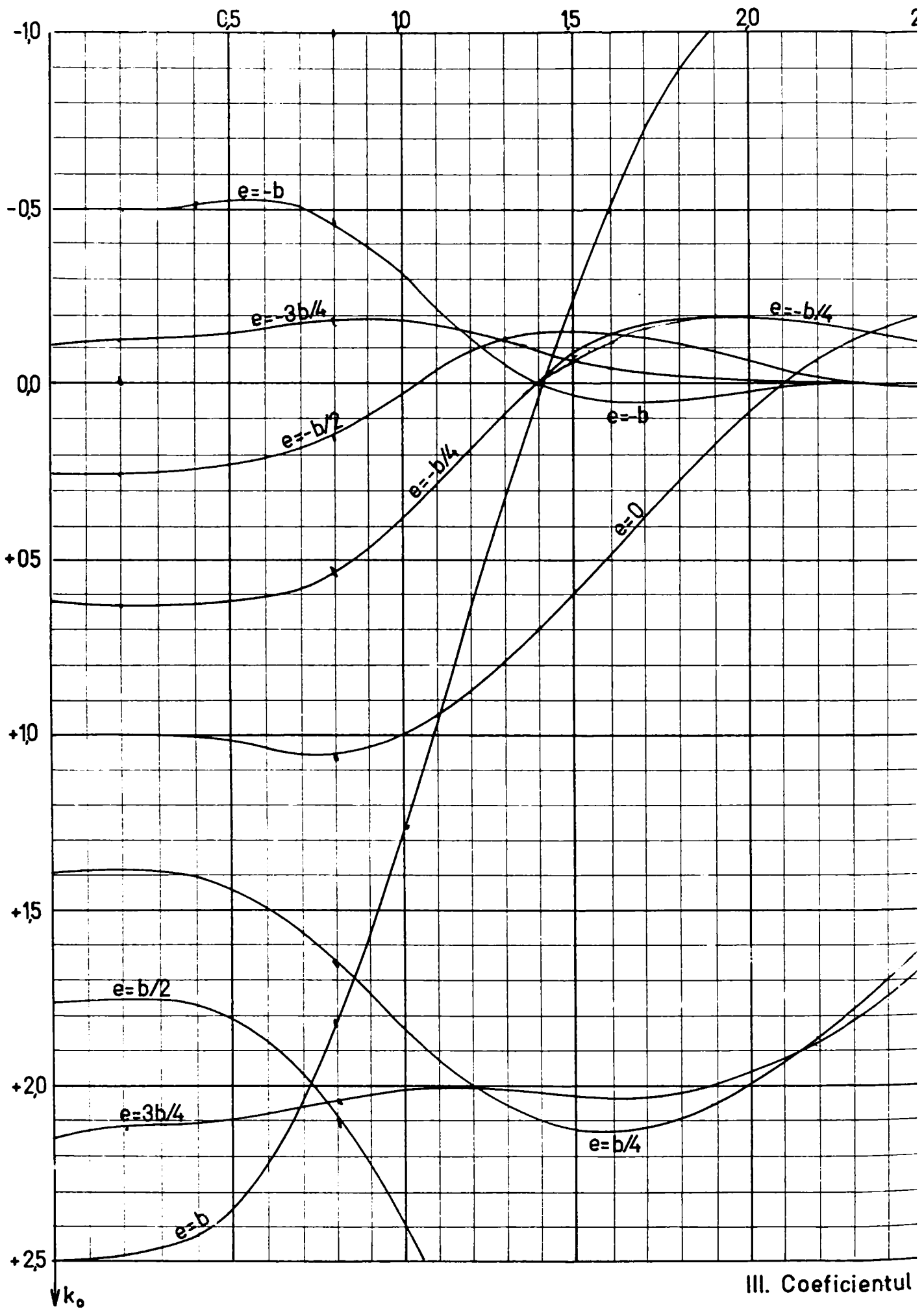
de repartiție transversală k_0 pentru secțiunea $y=0$

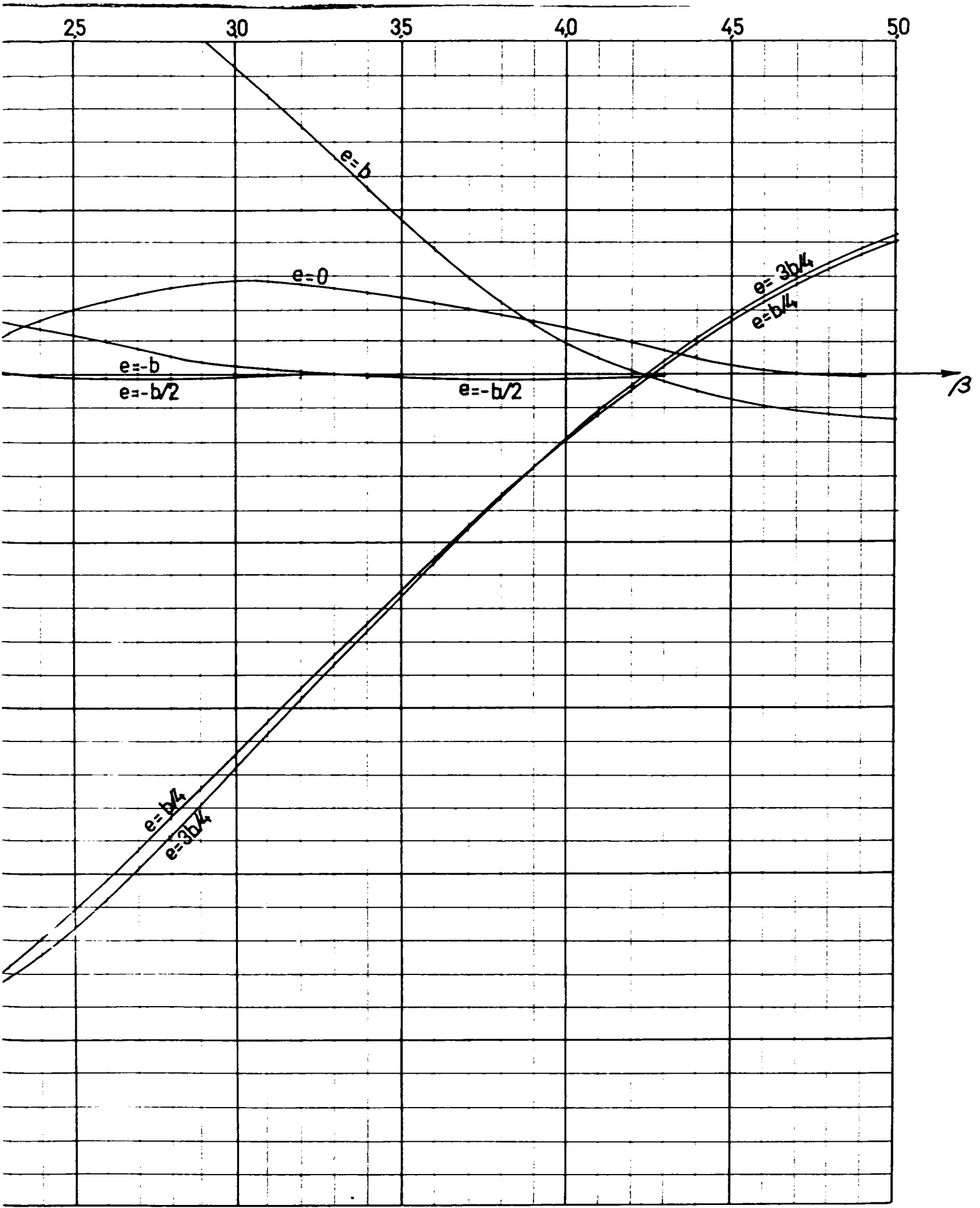


II. Coeficientul de repartiție trans secțiunea $y = b/4$

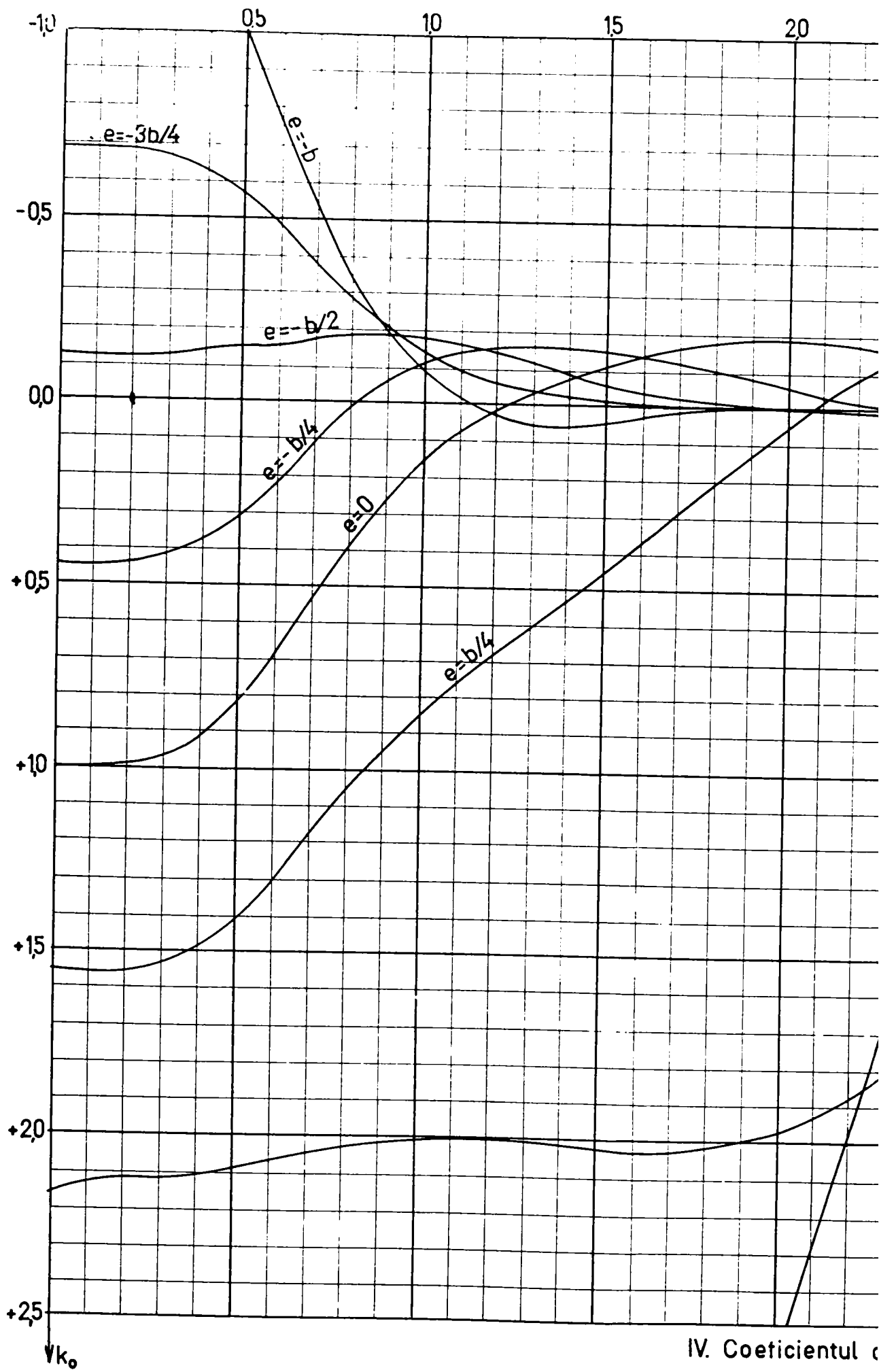


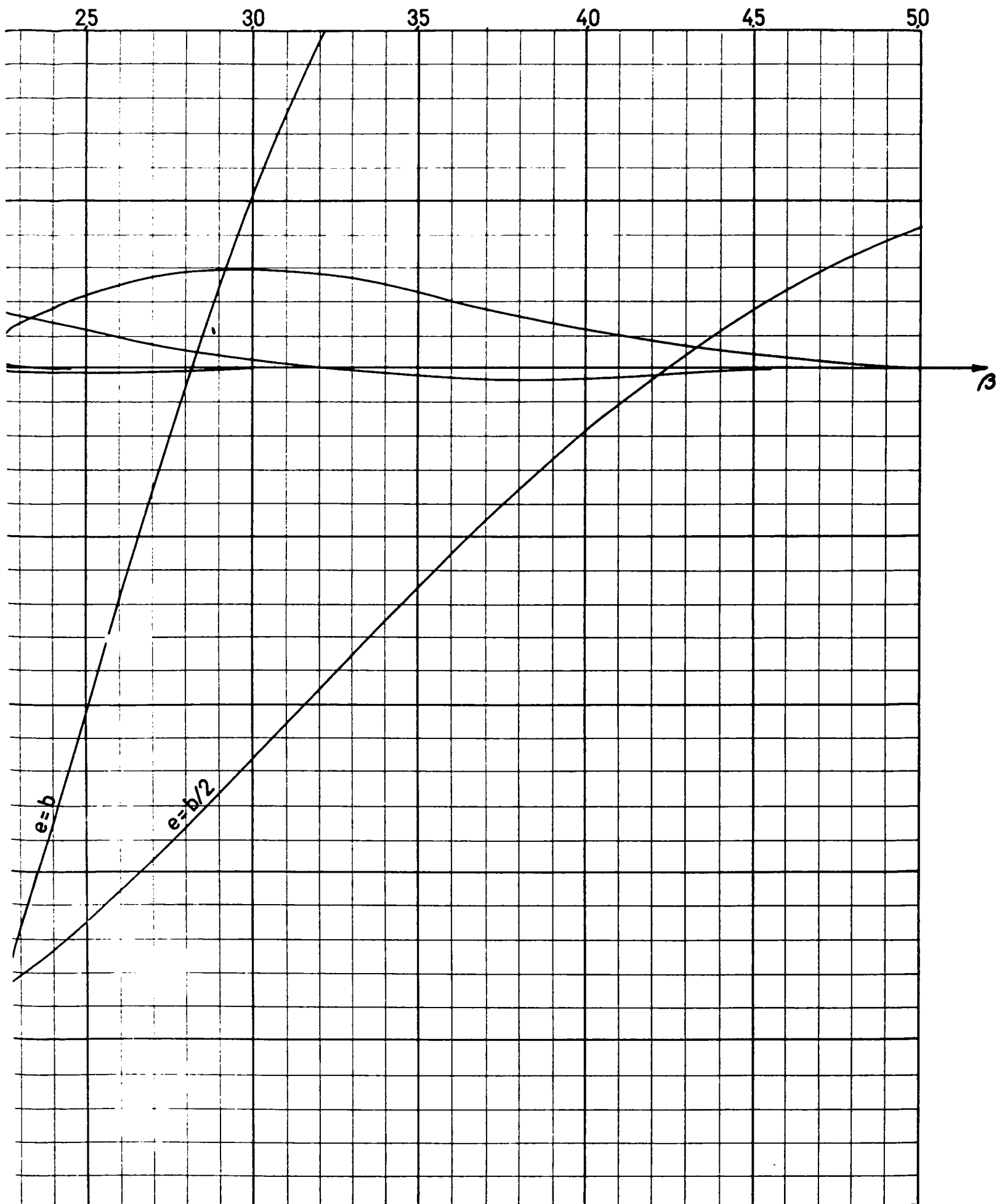
e transversală k_0 pentru $y = b/4$



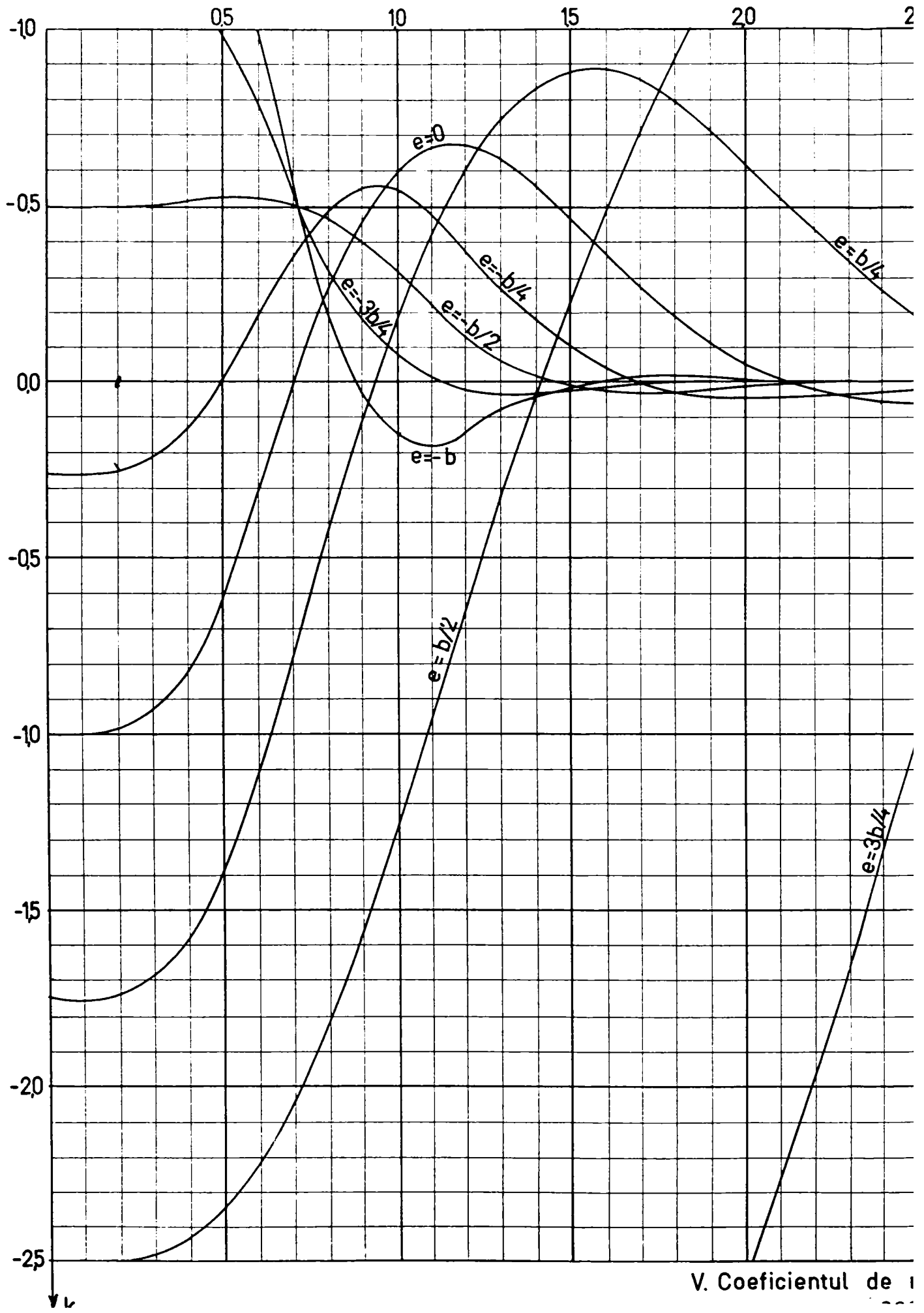


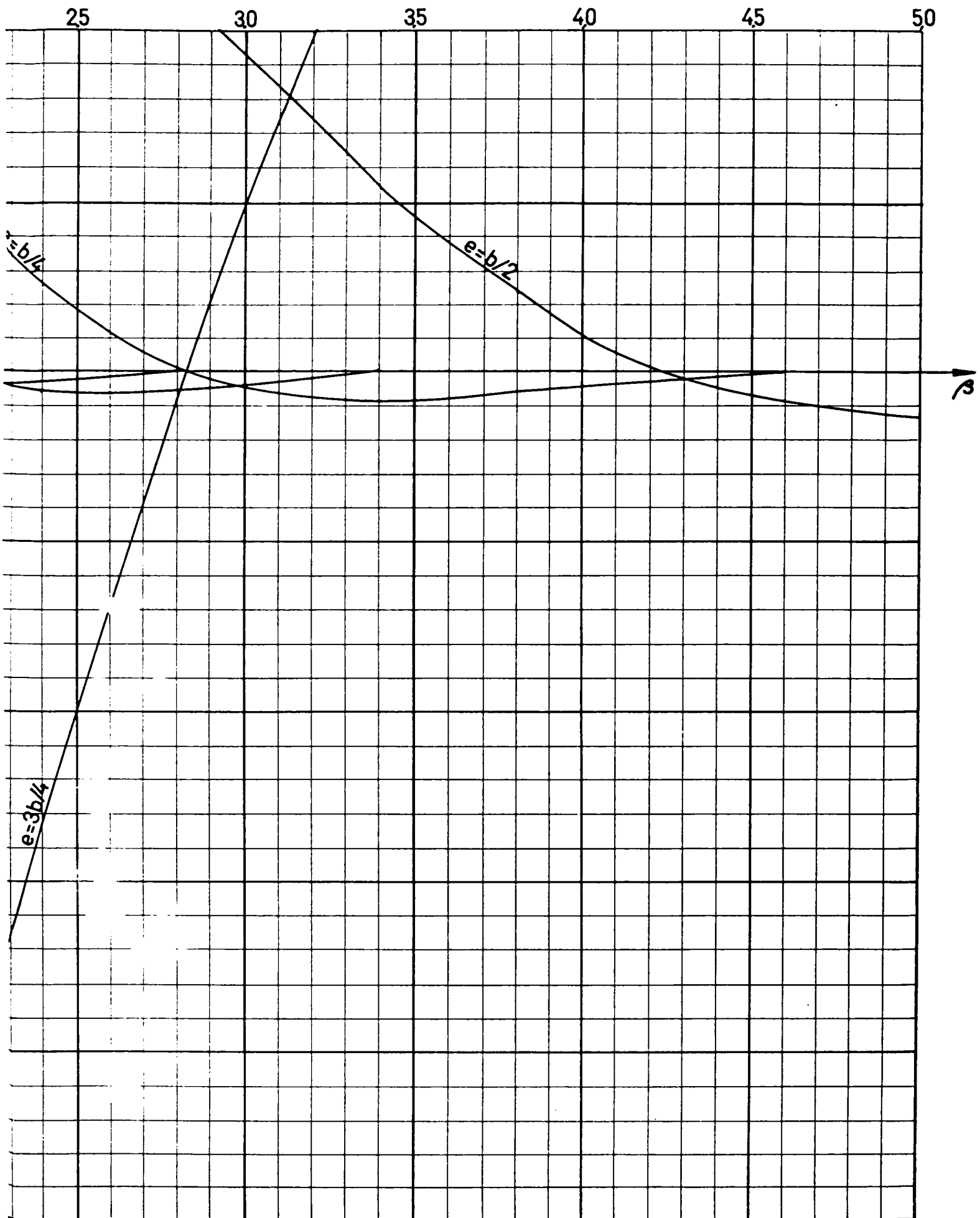
coeficientul de repartiție transversală k_0 pentru secțiunea $y = b/2$



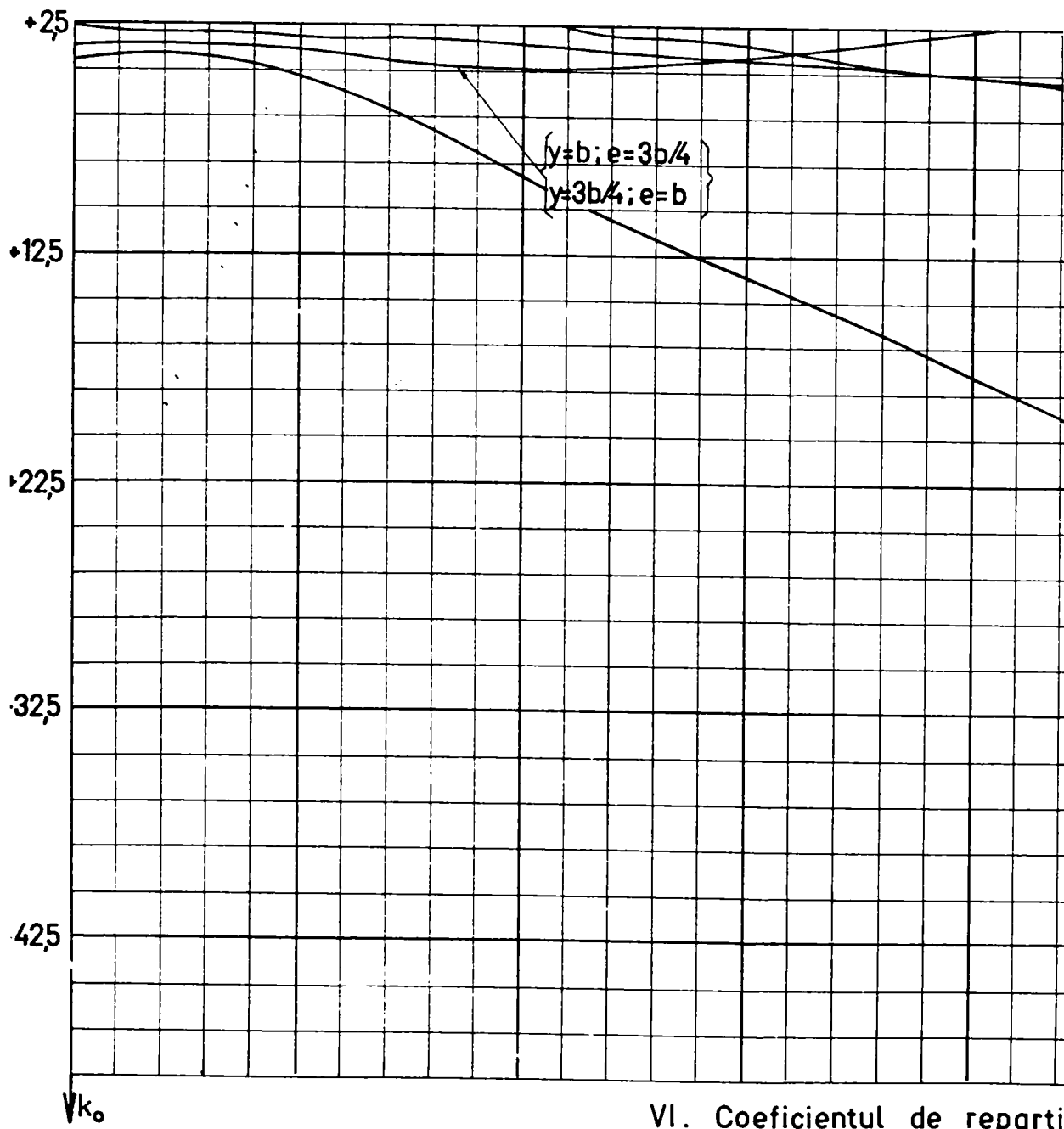
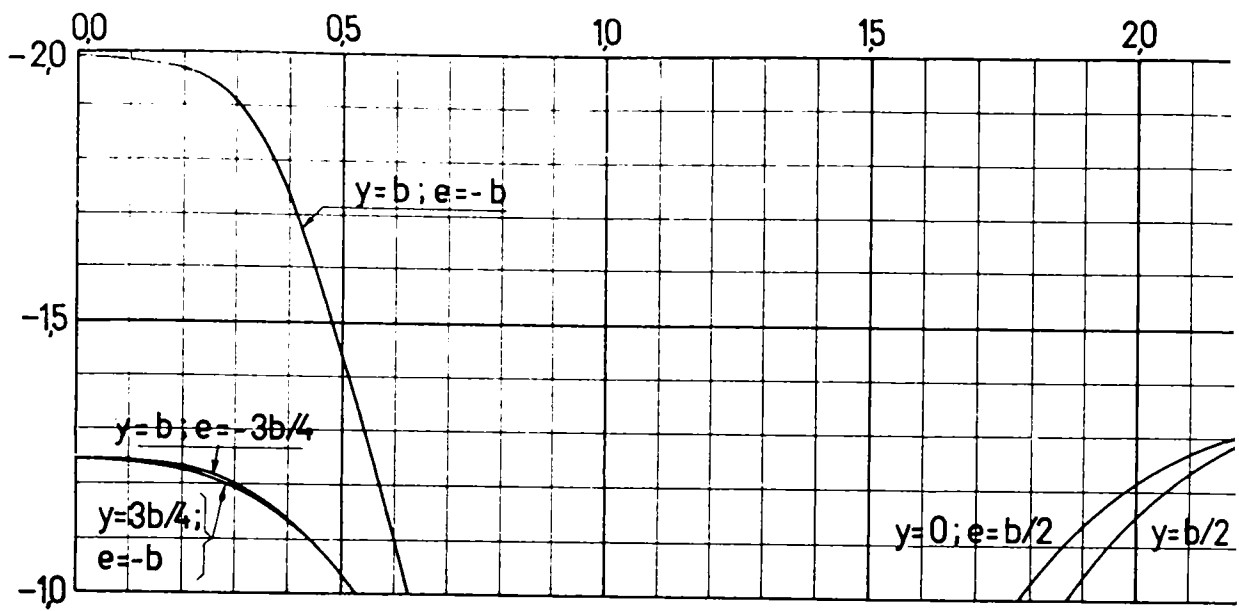


de repartiție transversală k_0 pentru
secțiunea $y=3b/4$

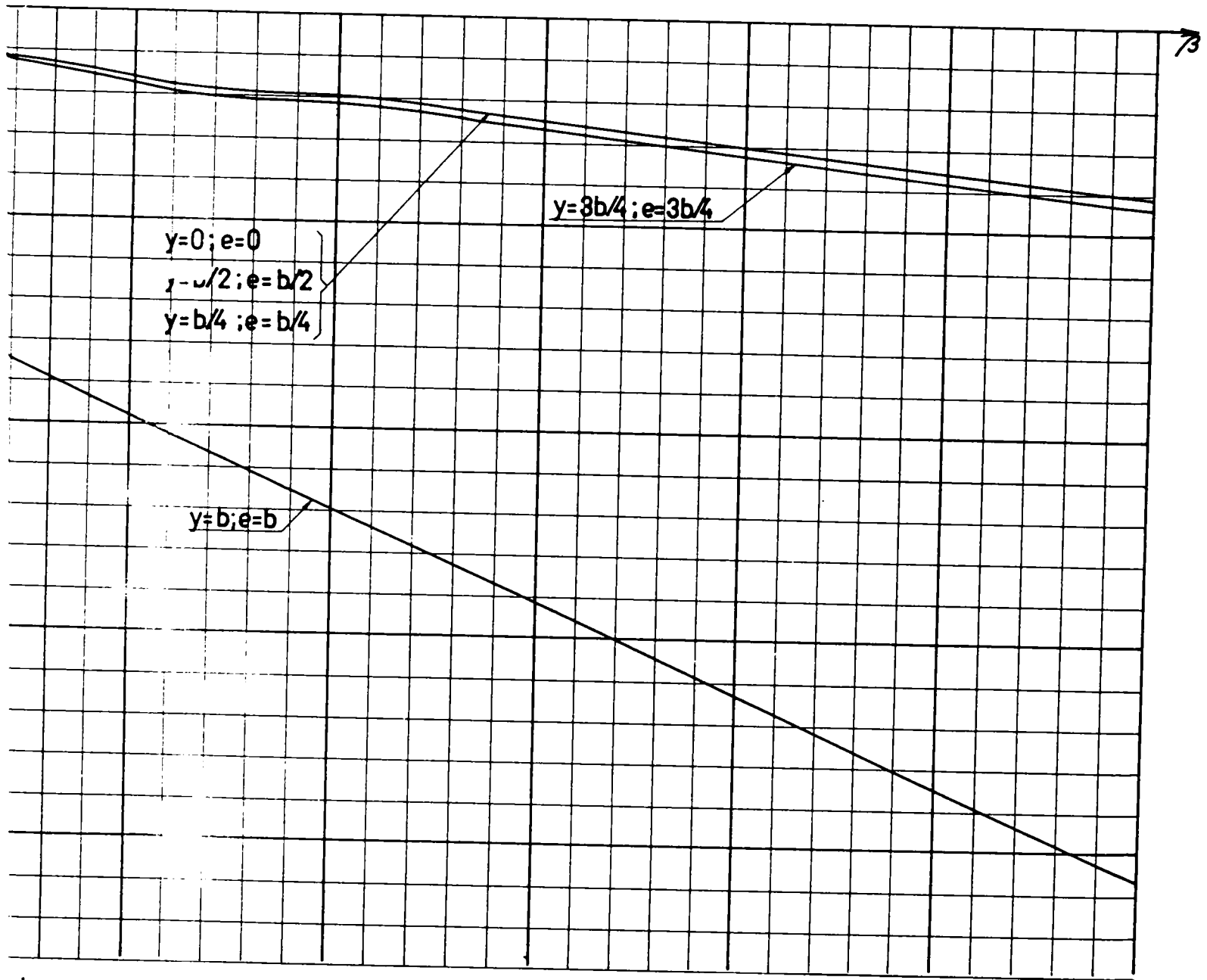
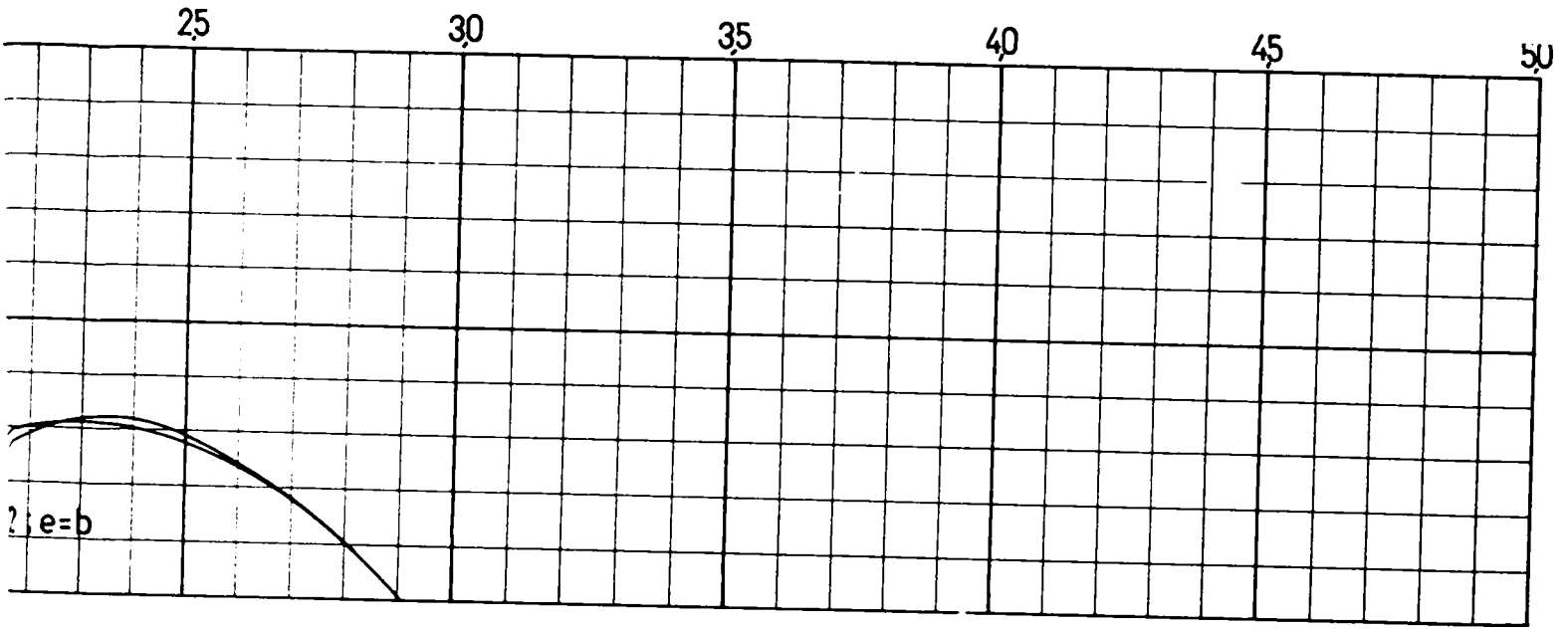




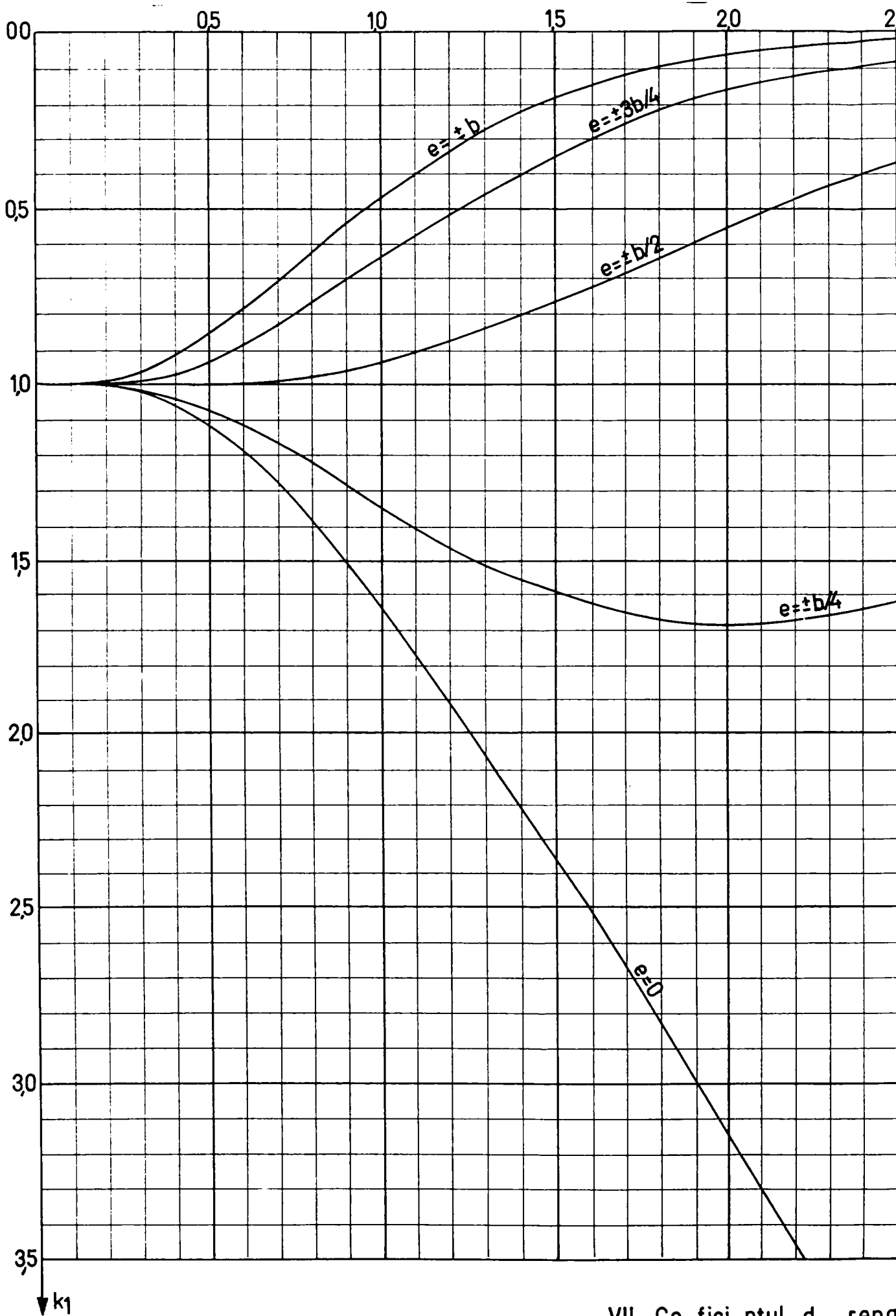
de repartiție transversală k_0 pentru $y=b$



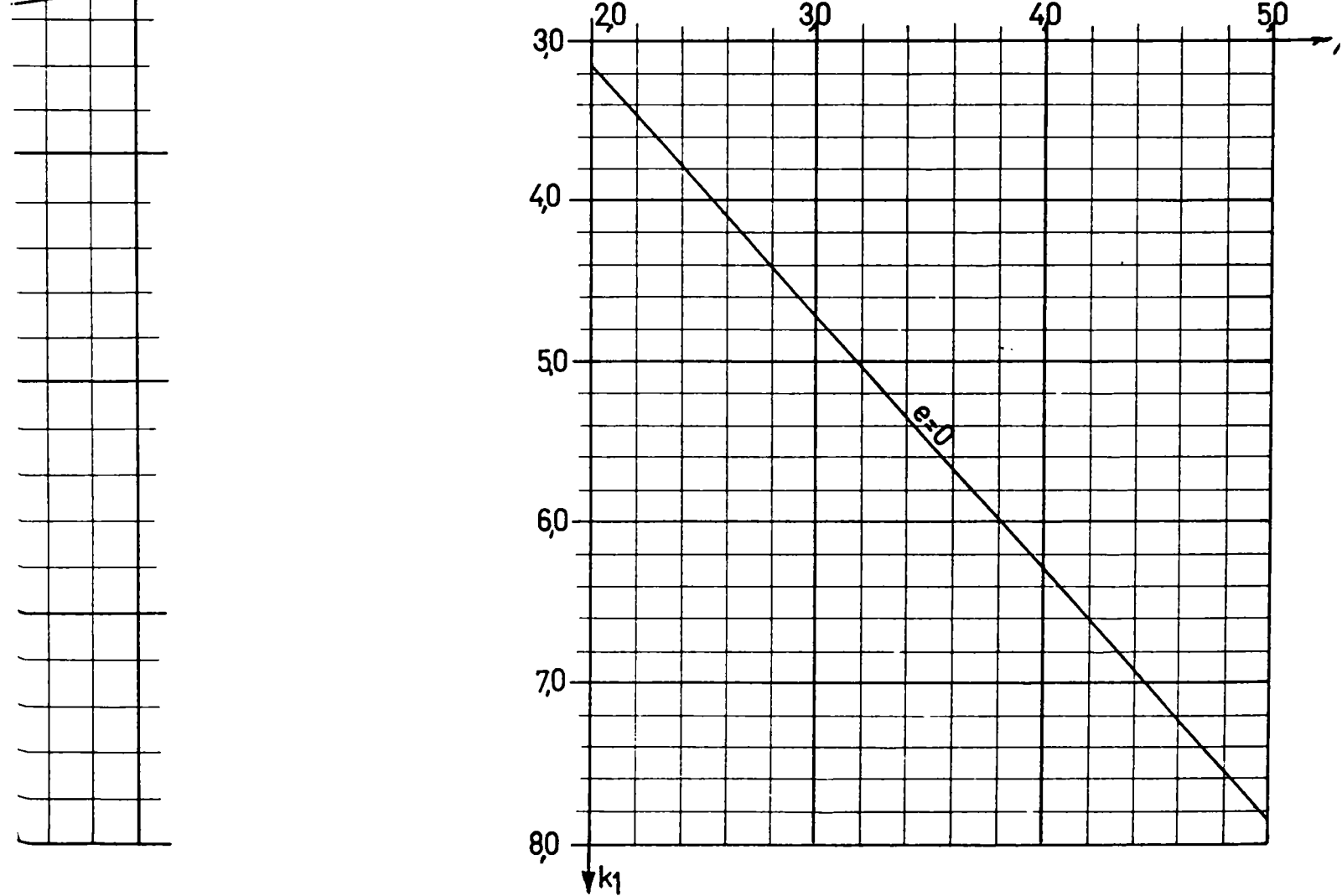
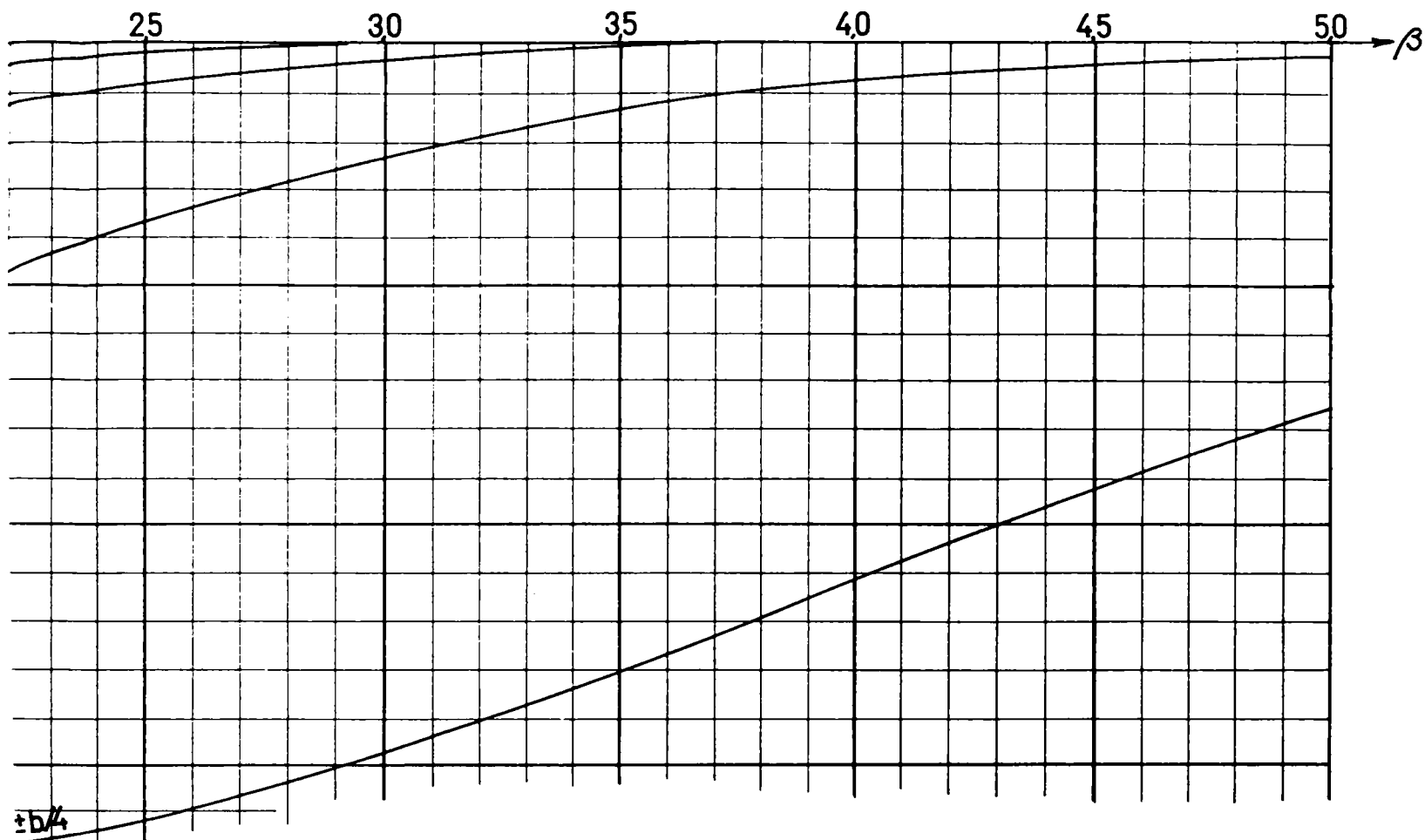
VI. Coeficientul de repartiție
mai mare



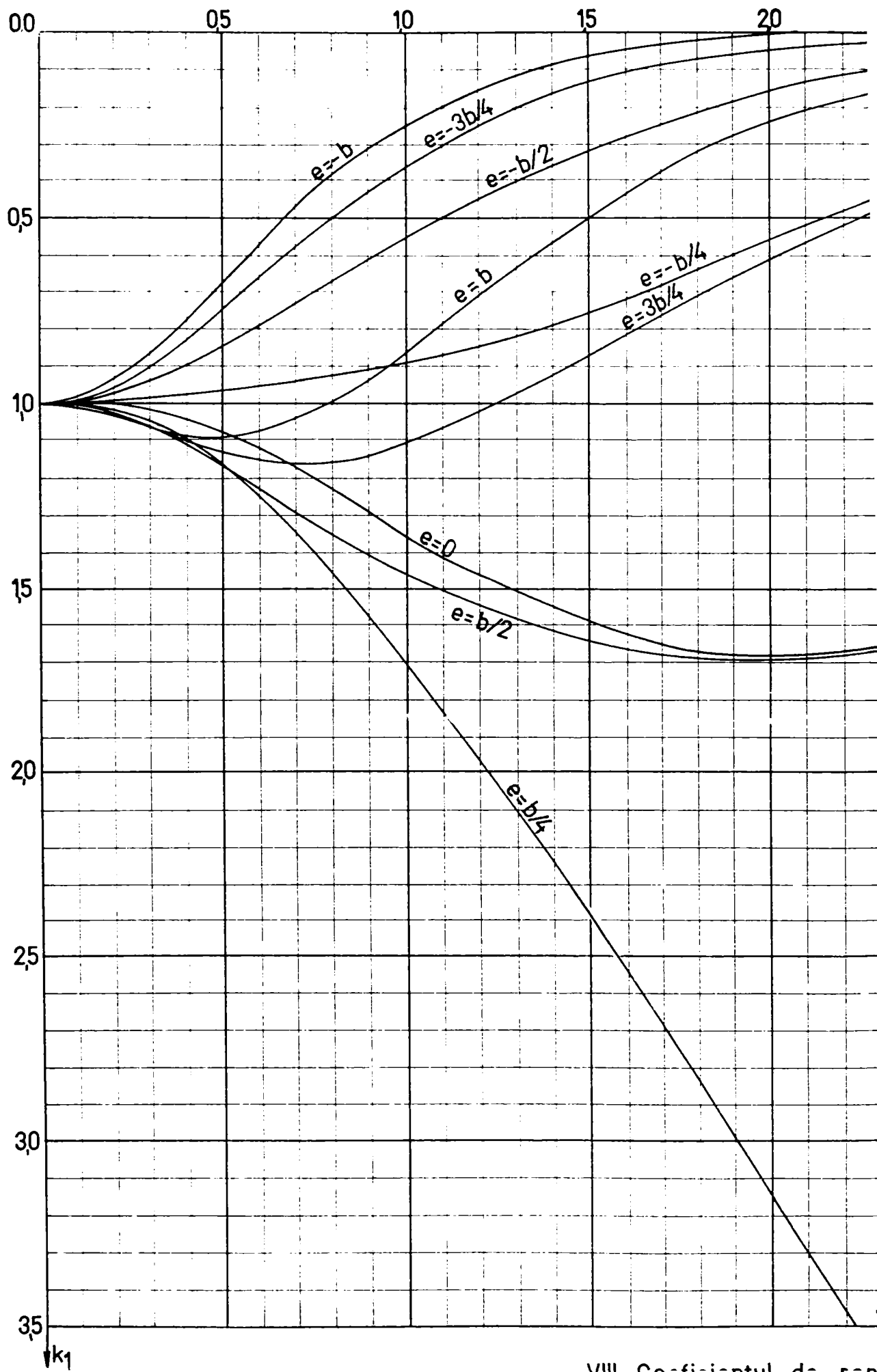
ție transversala k_0 pentru valori
 i decît 25



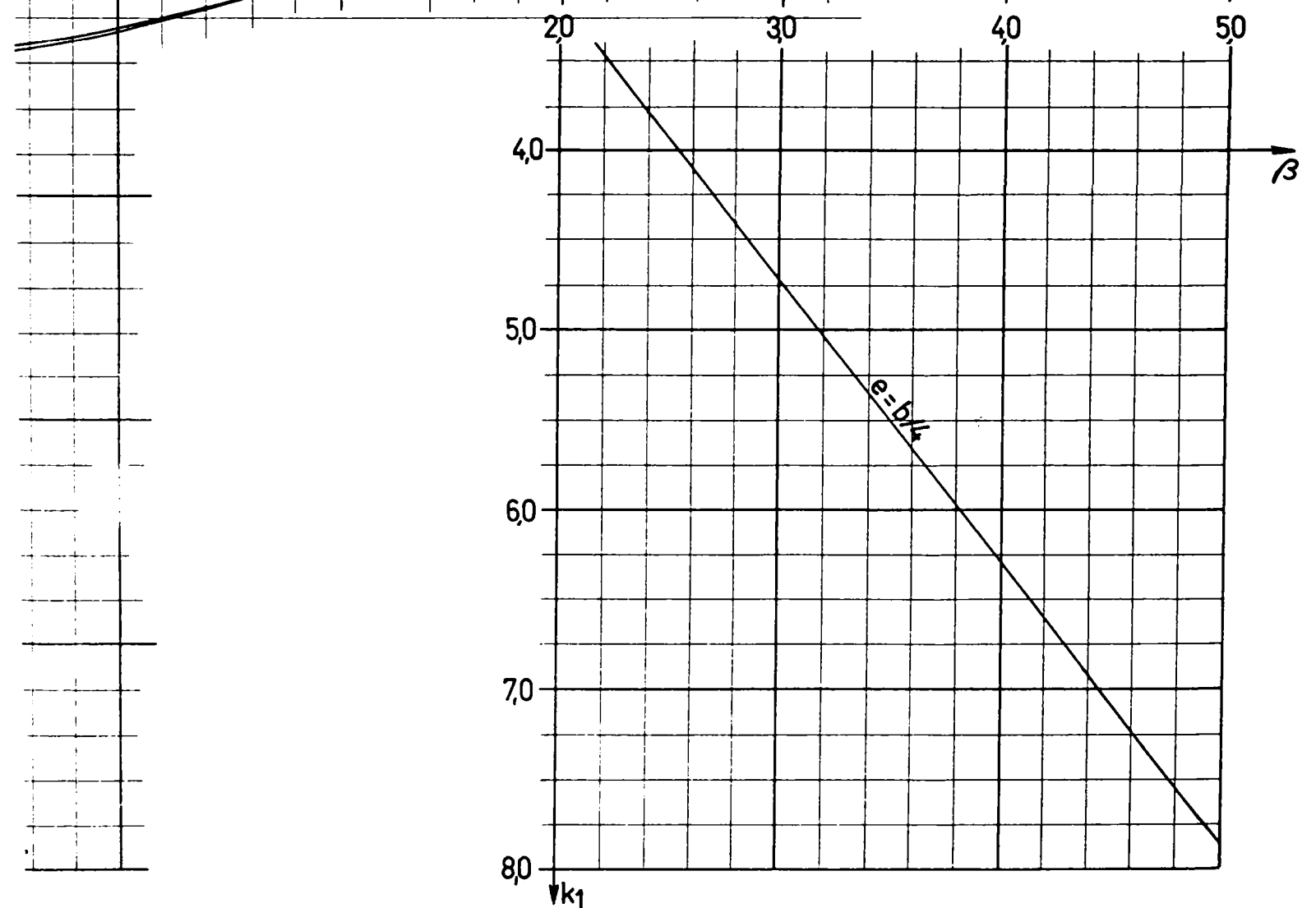
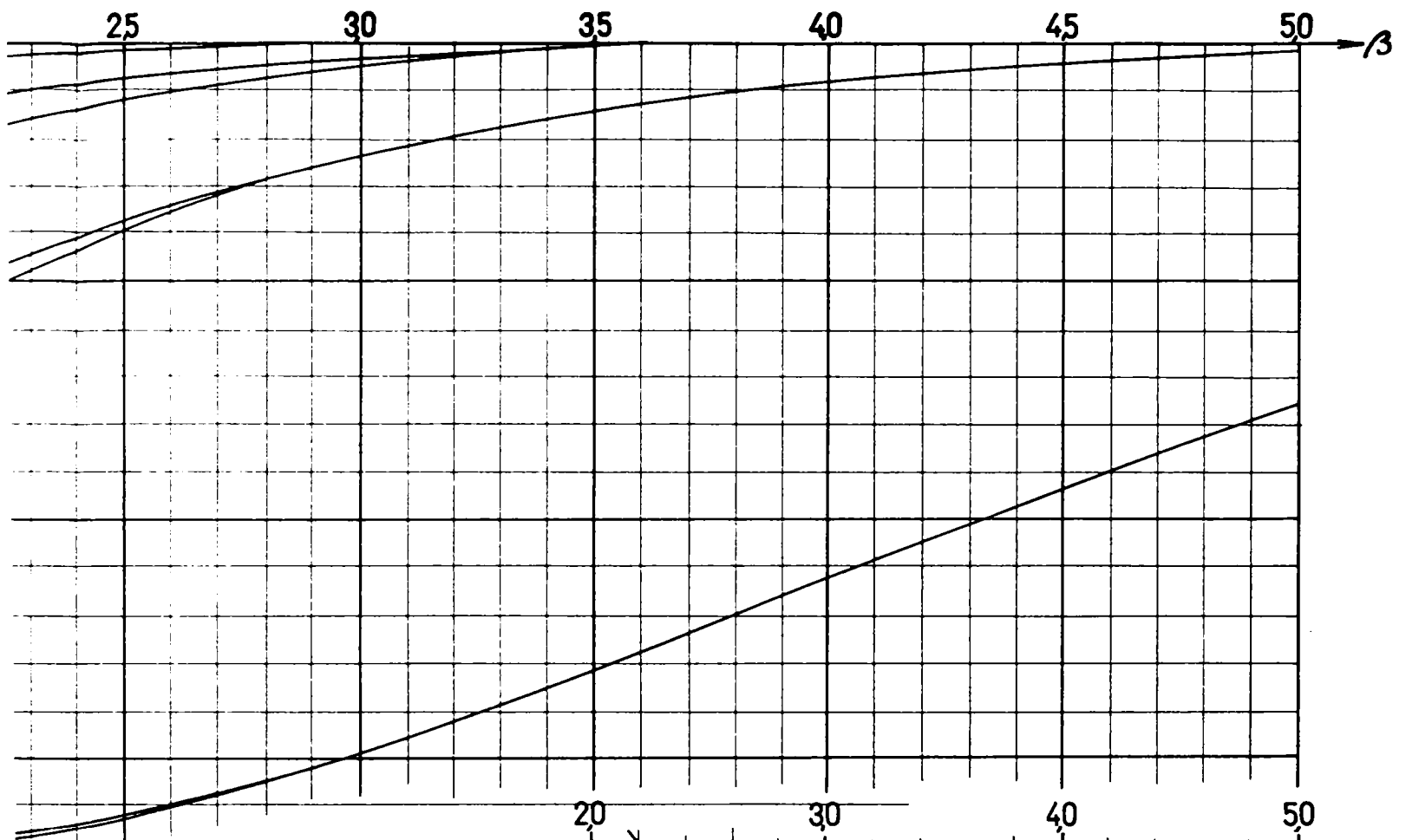
VII. Coeficientul d repa section



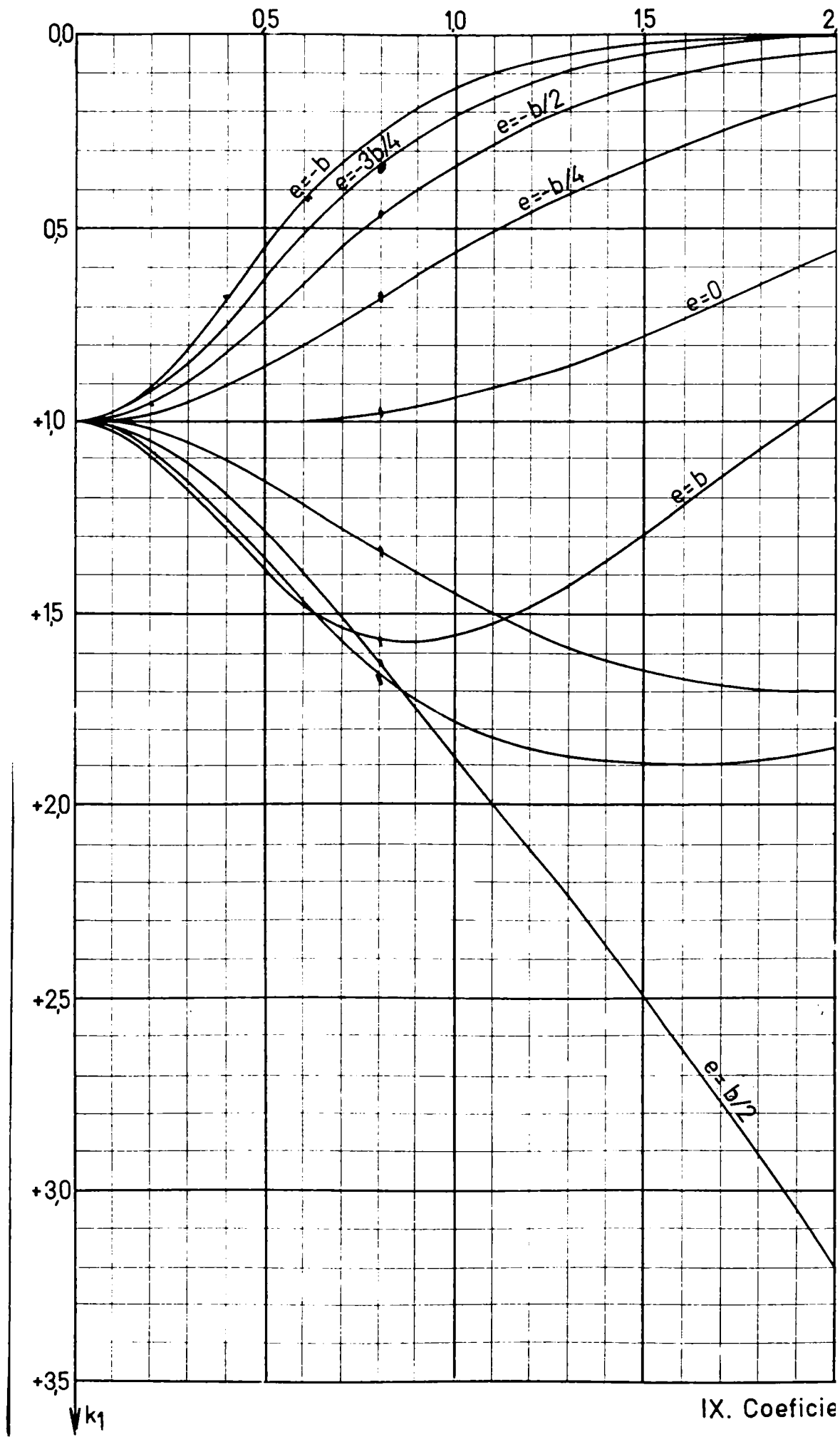
de repartiție transversală k_1 pentru secțiunea $y=0$



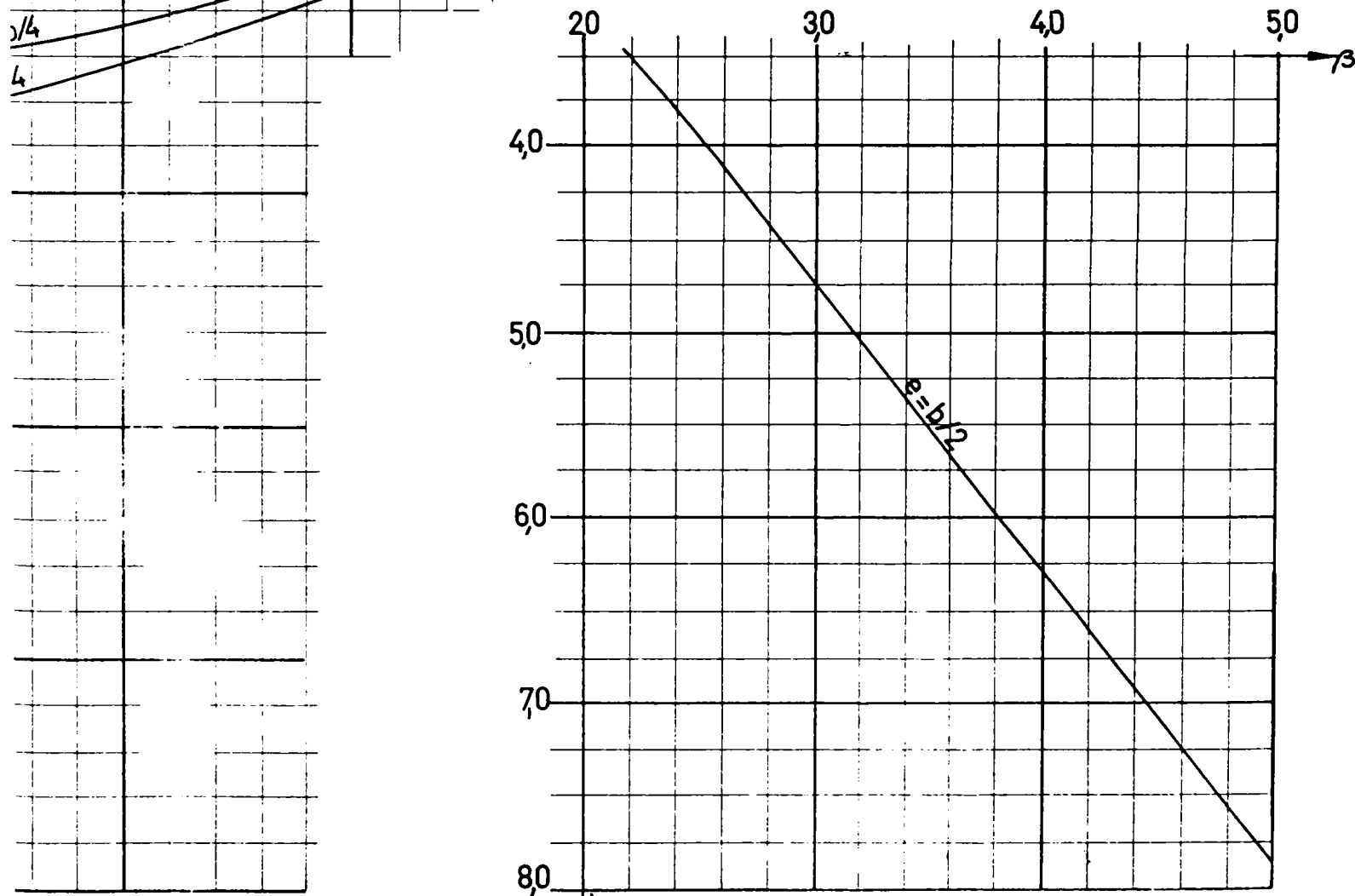
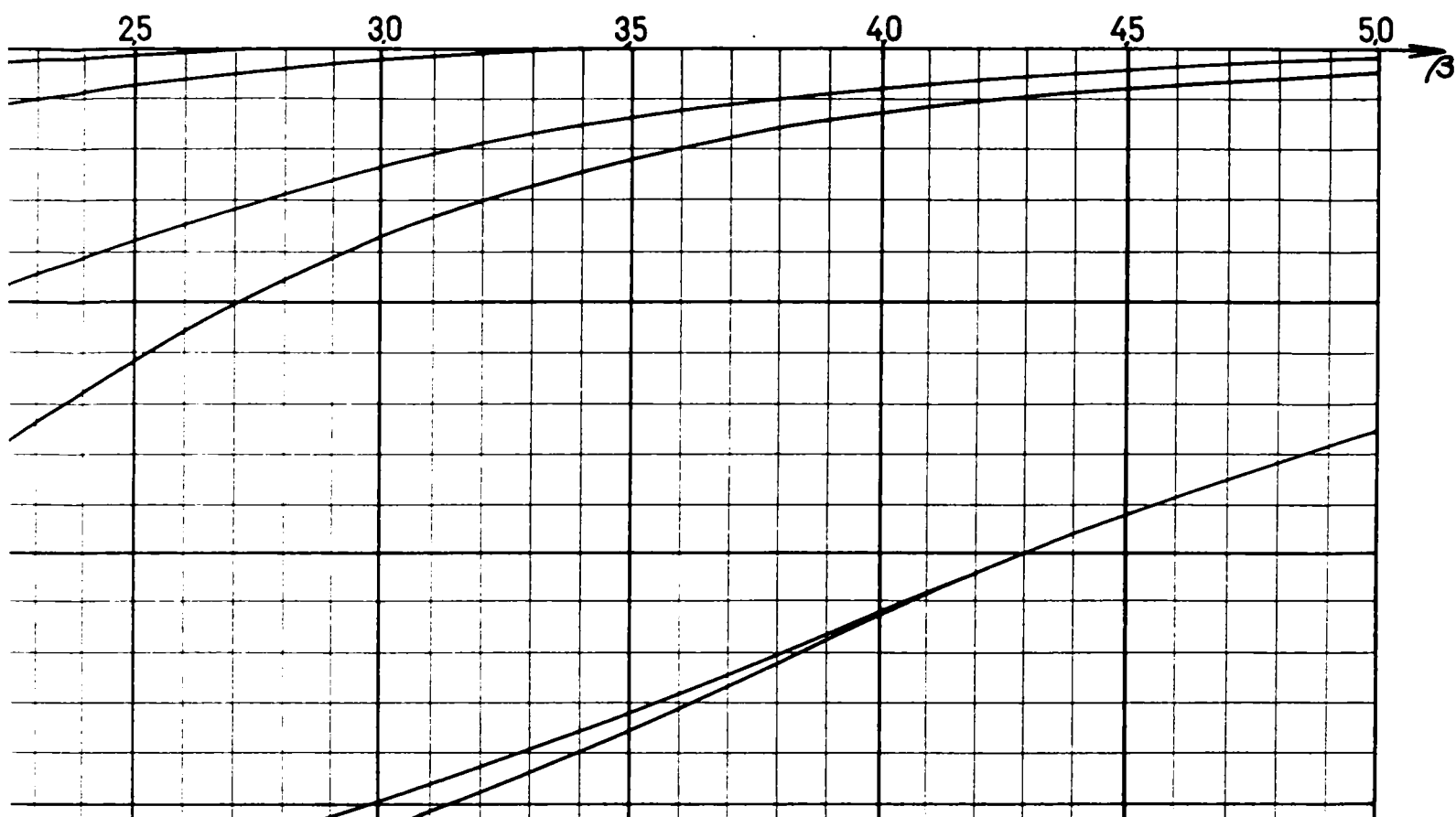
VIII. Coeficientul de r-
sectiui



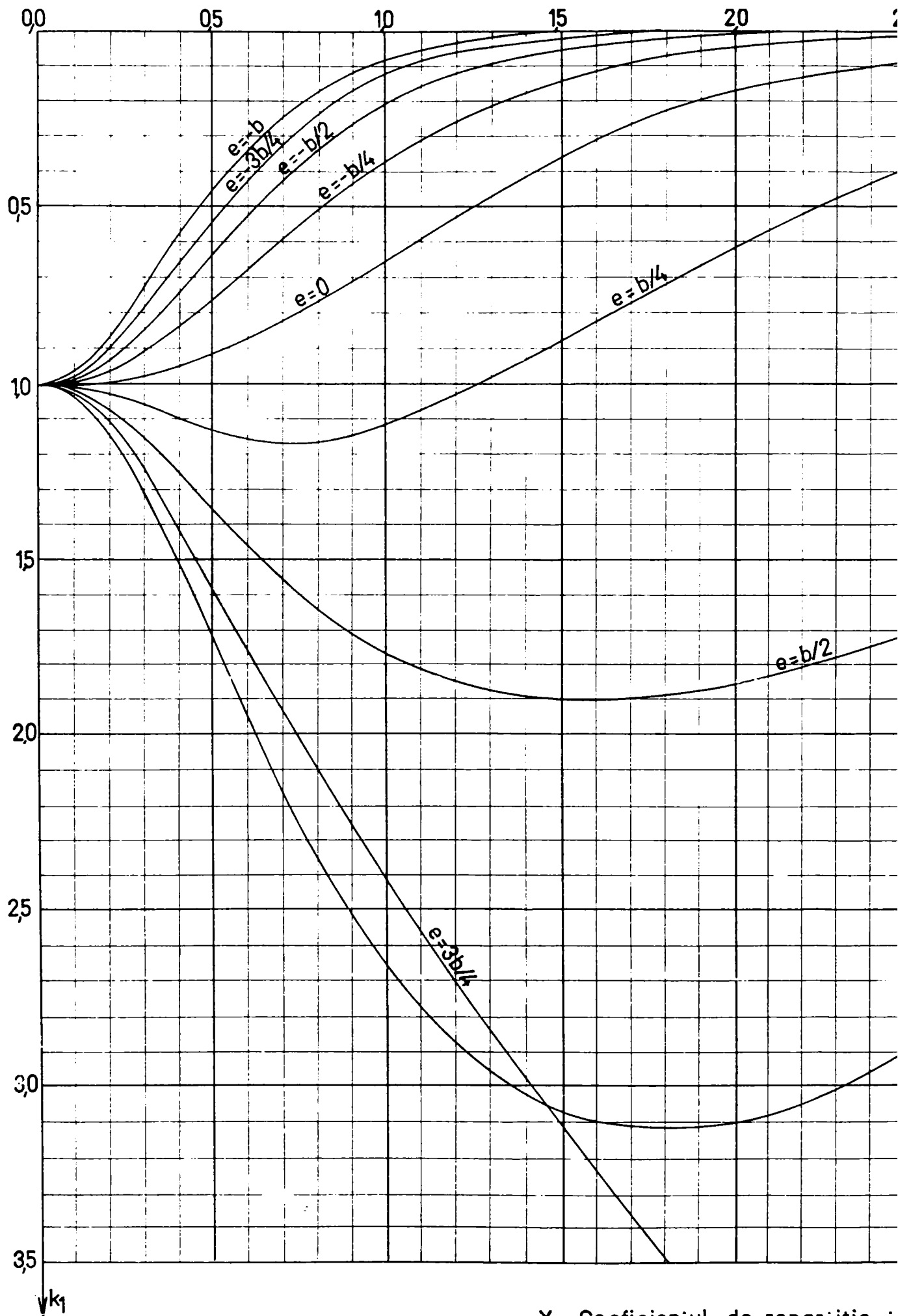
artiție transversală k_1 pentru
nea $y = b/4$



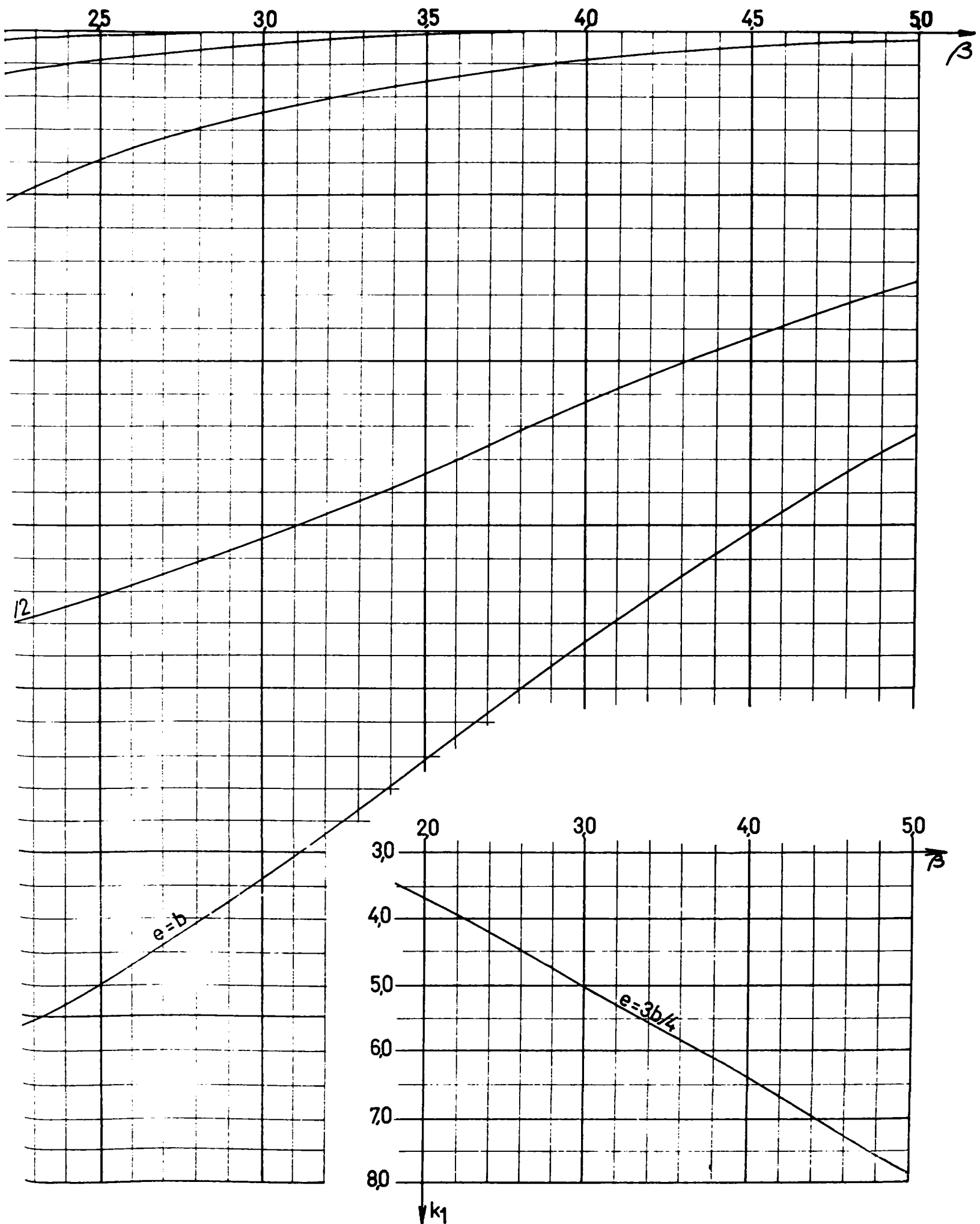
$\overline{I_x}$



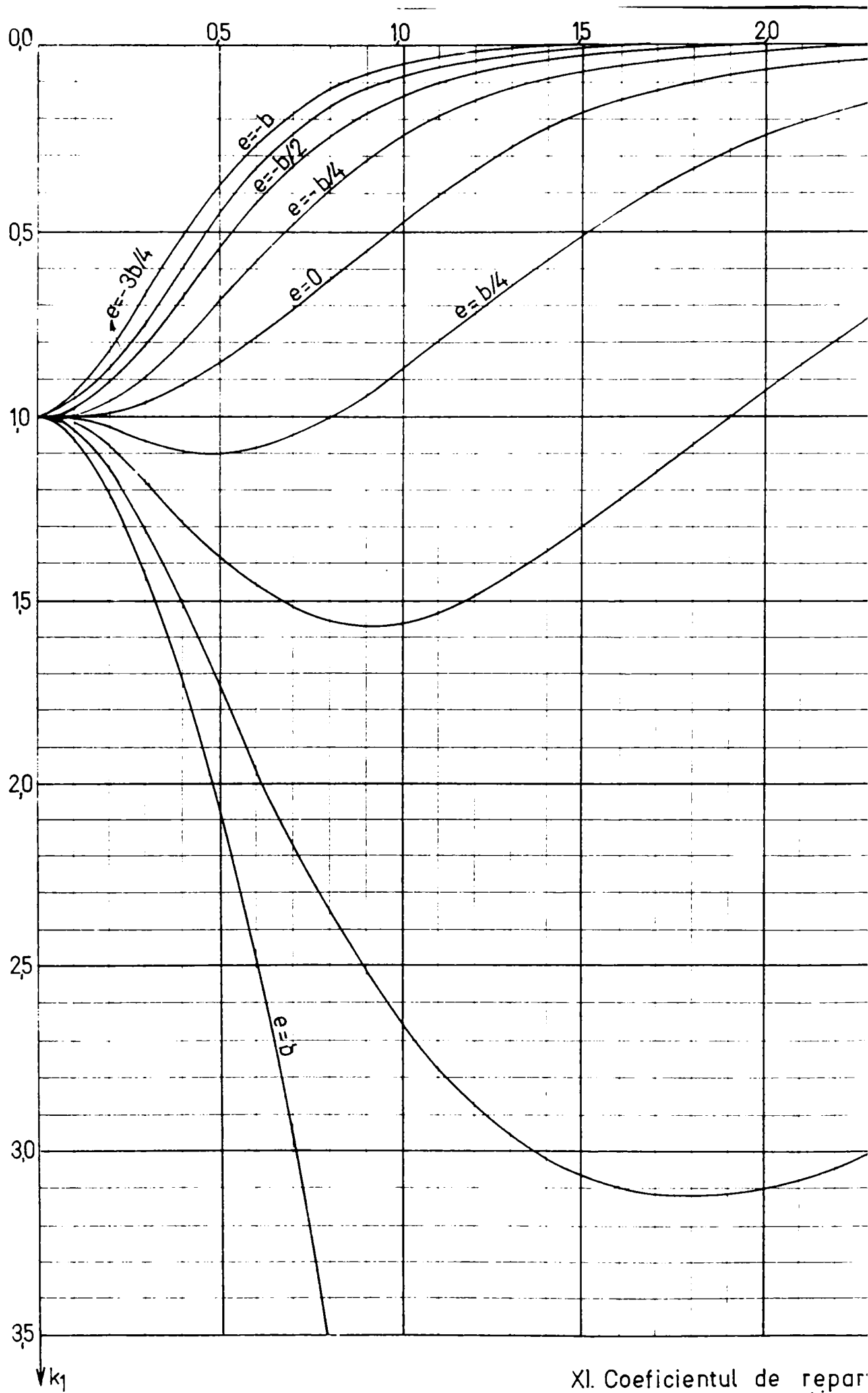
repartitie transversala k_1 pentru $y = b/2$



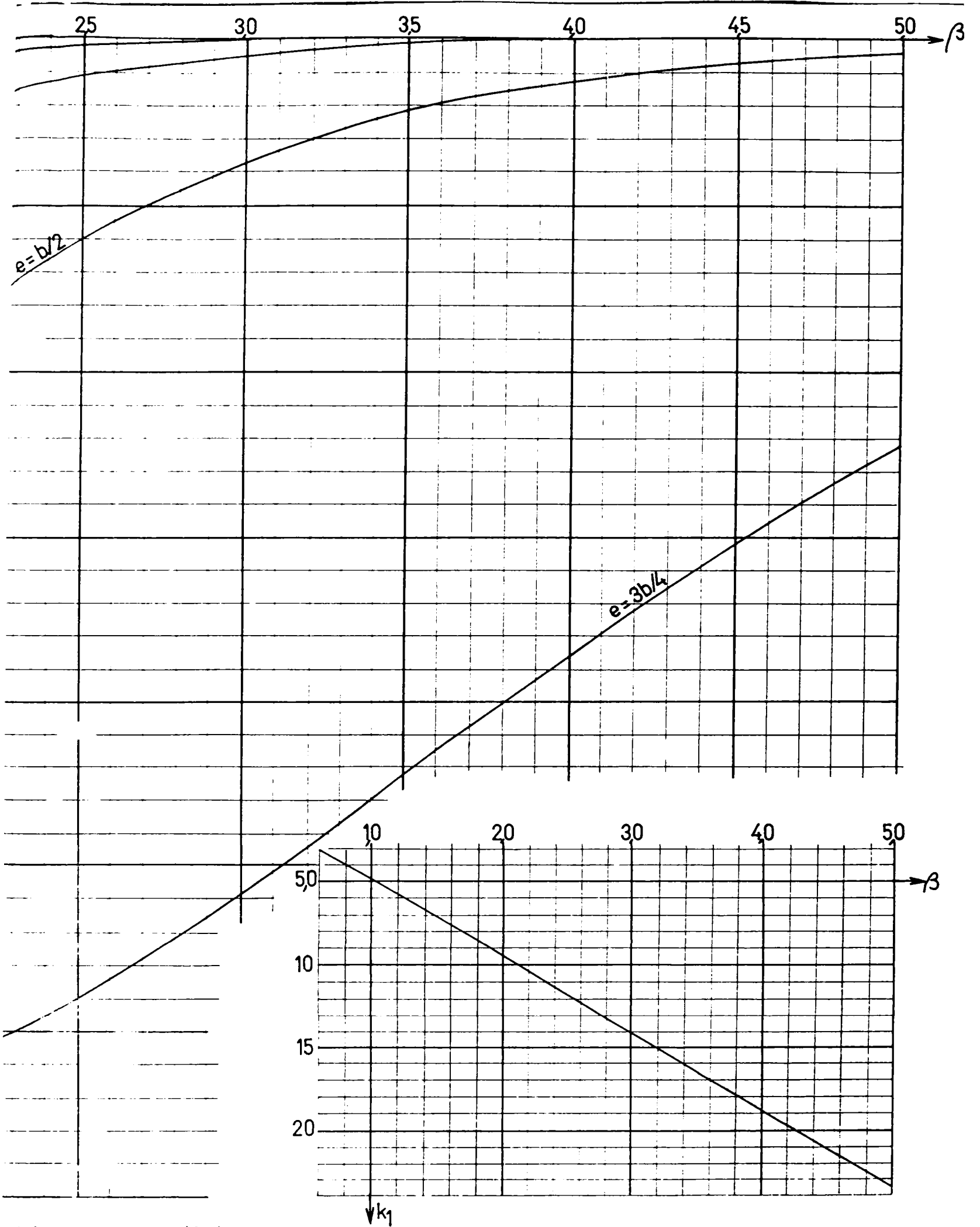
X. Coeficientul de repartiție :
 secțiunea v_k



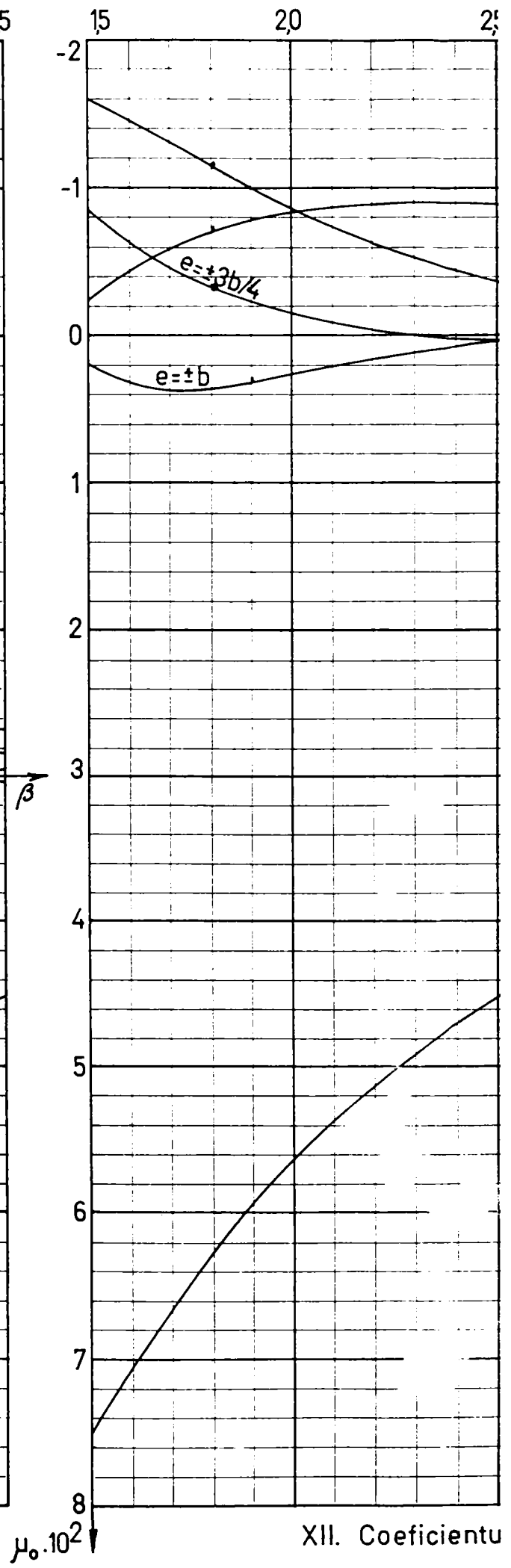
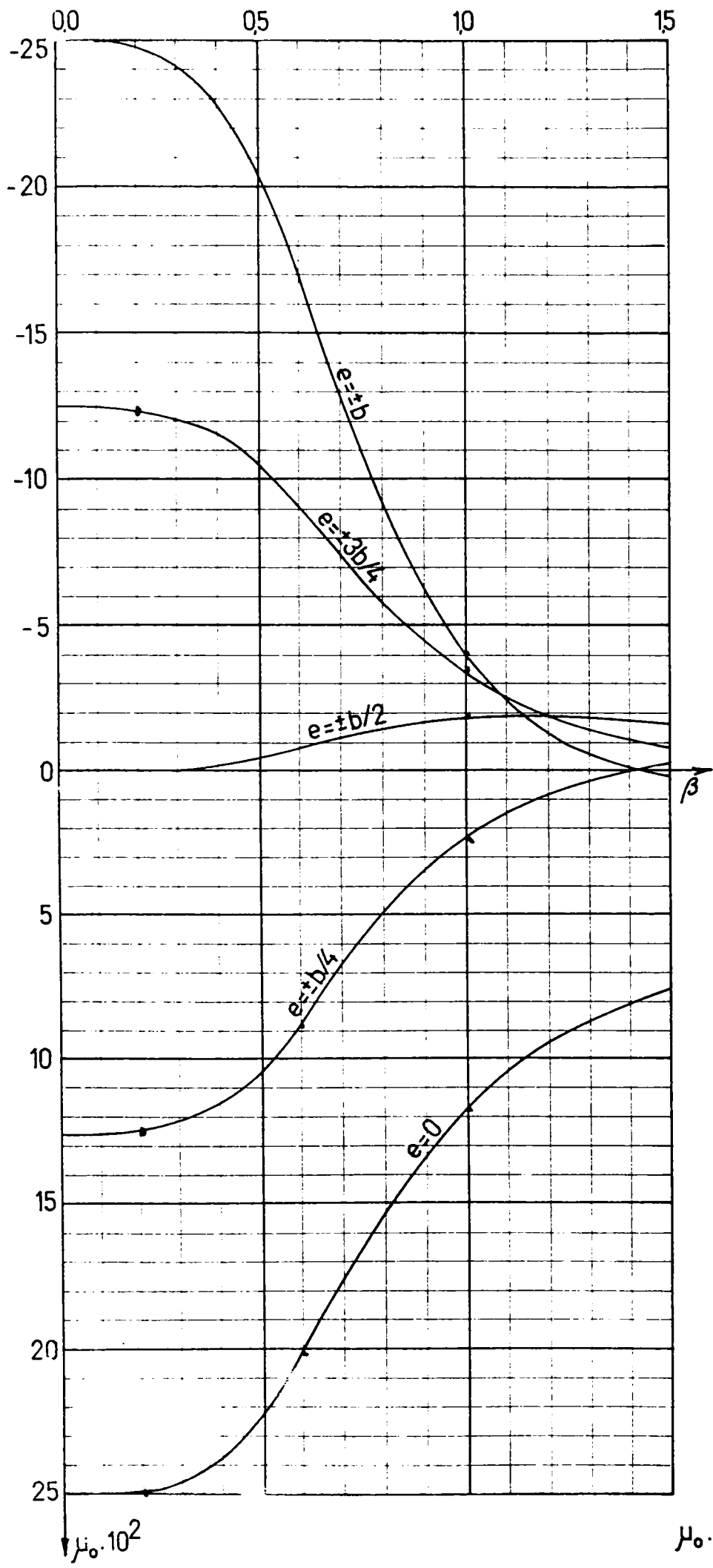
tiție transversală k_1 pentru $e_0 = 3b/4$



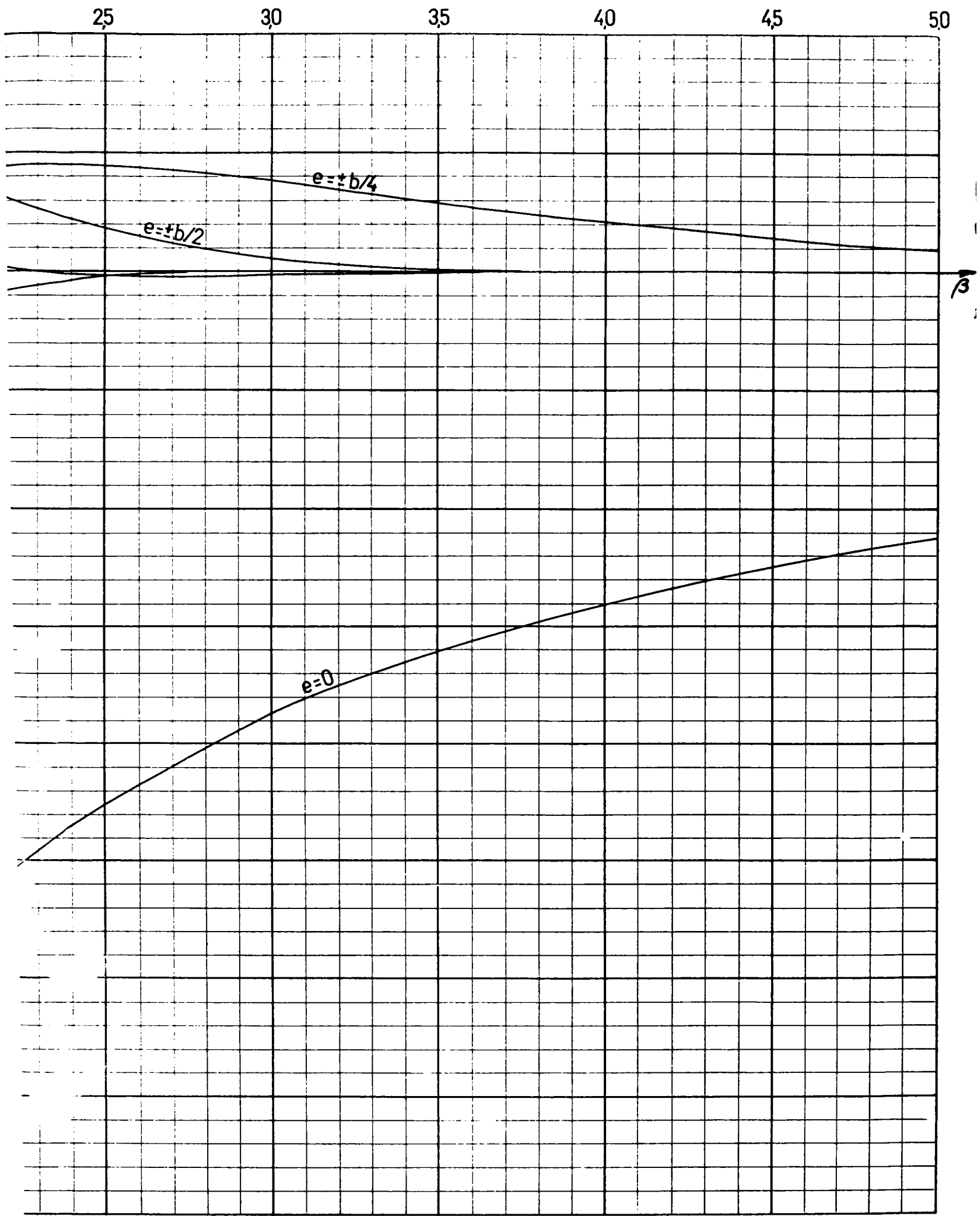
XI. Coeficientul de repar
secțiune



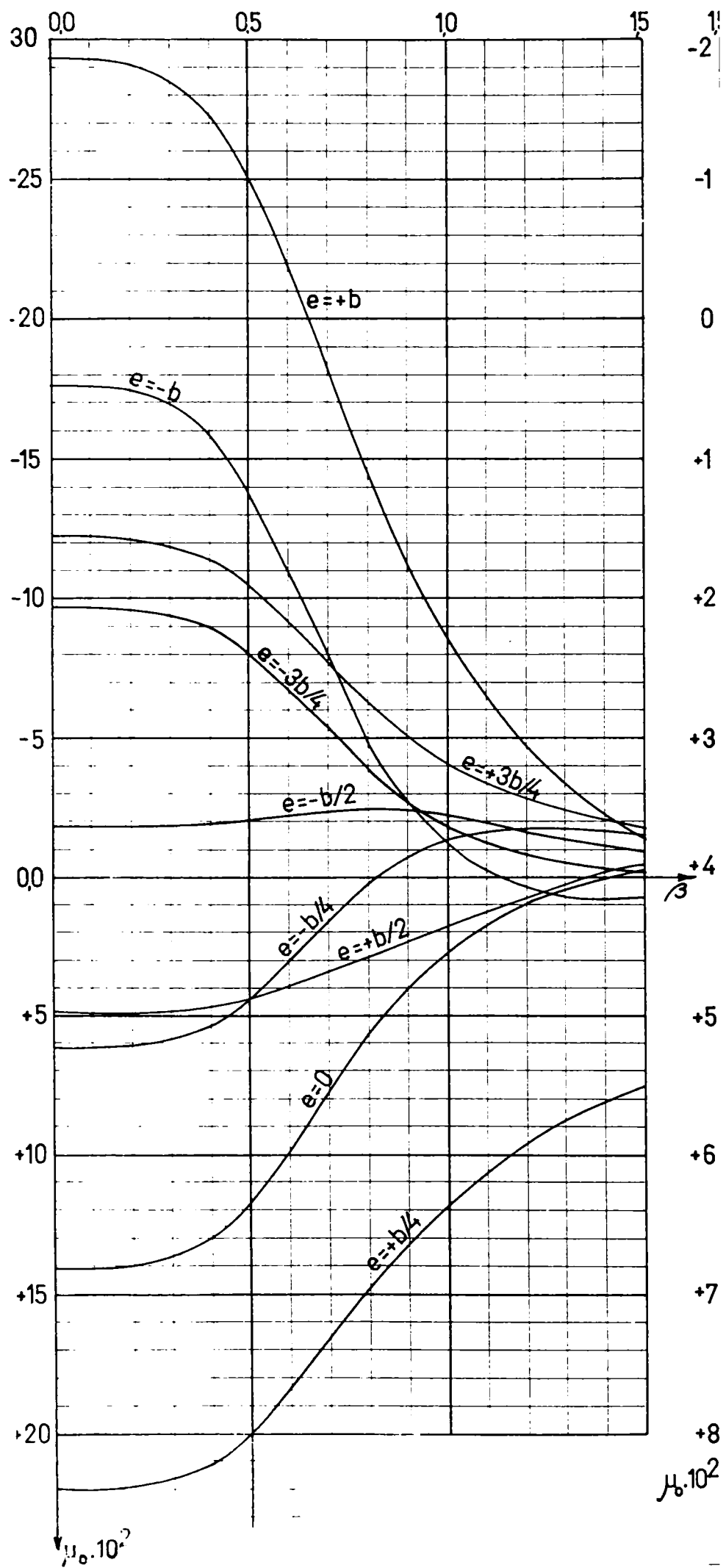
...ție transversală k_1 pentru
ca $y=b$

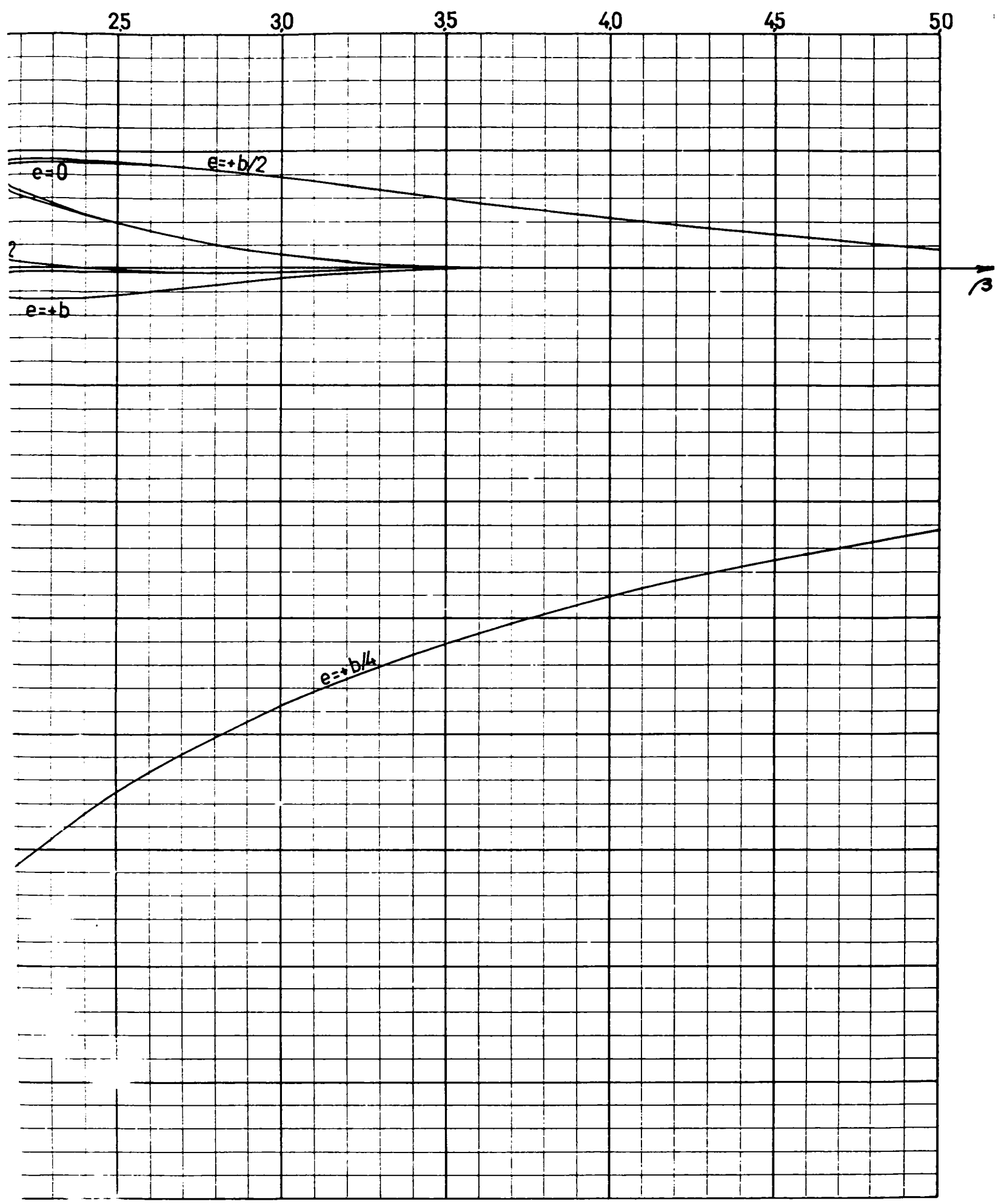


XII. Coeficientu

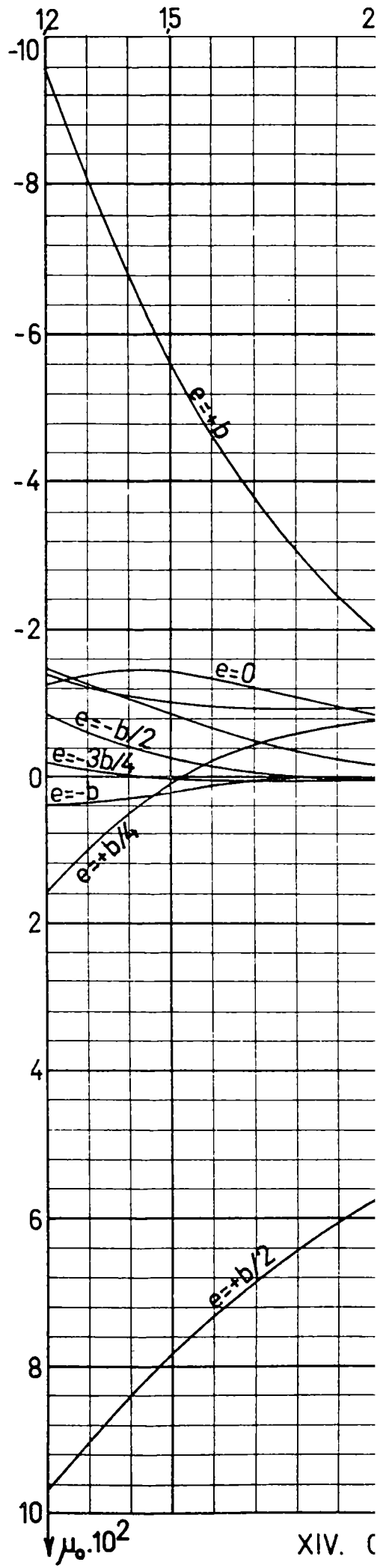
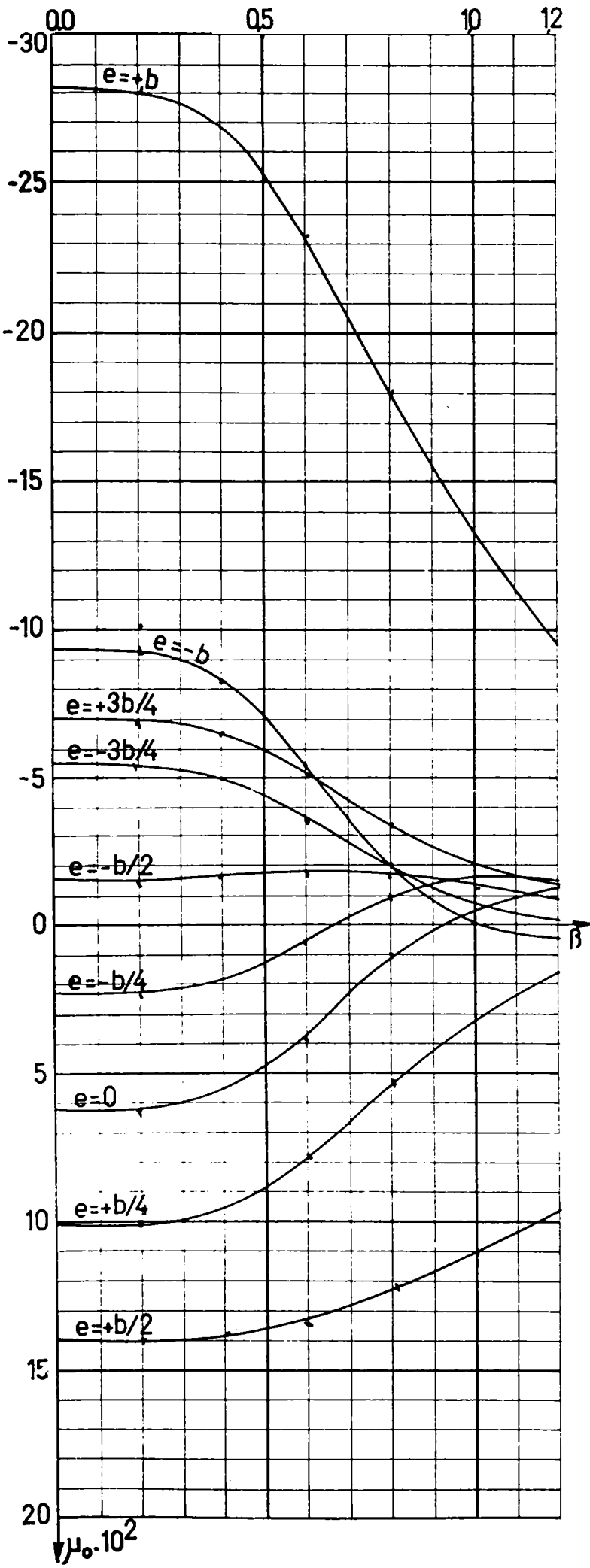


eficientul încovoierii transversale μ_0 pentru secțiunea $y=0$

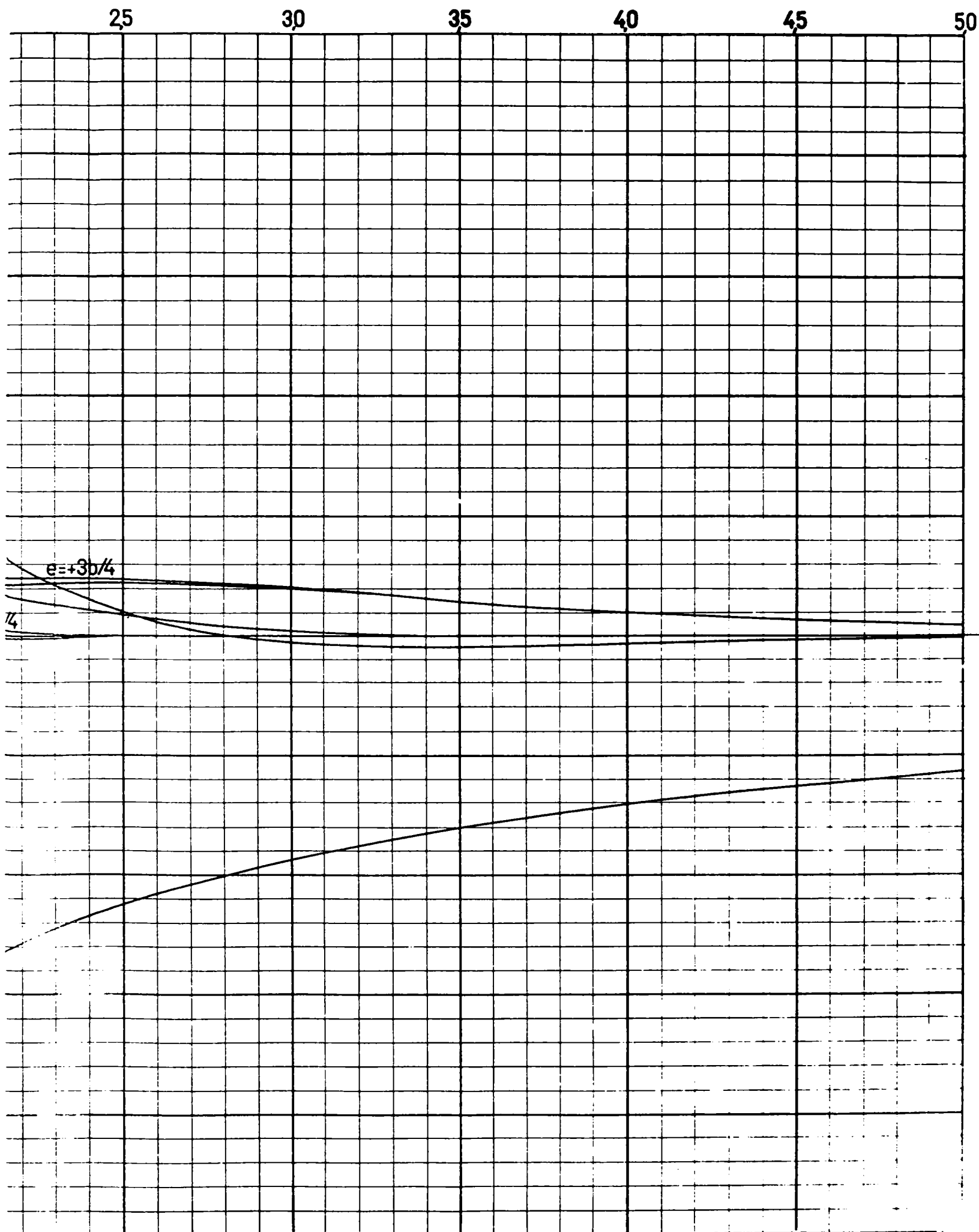




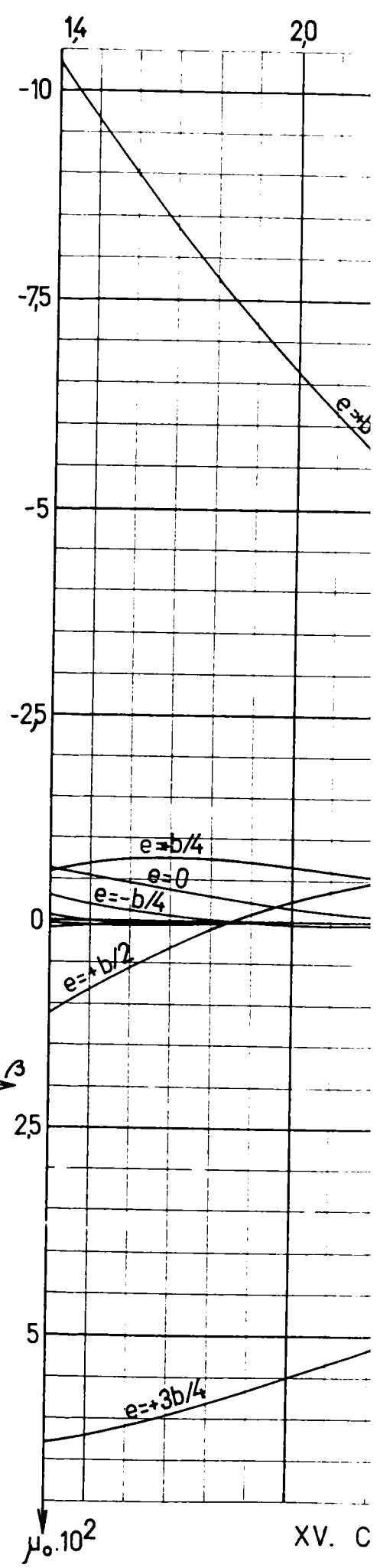
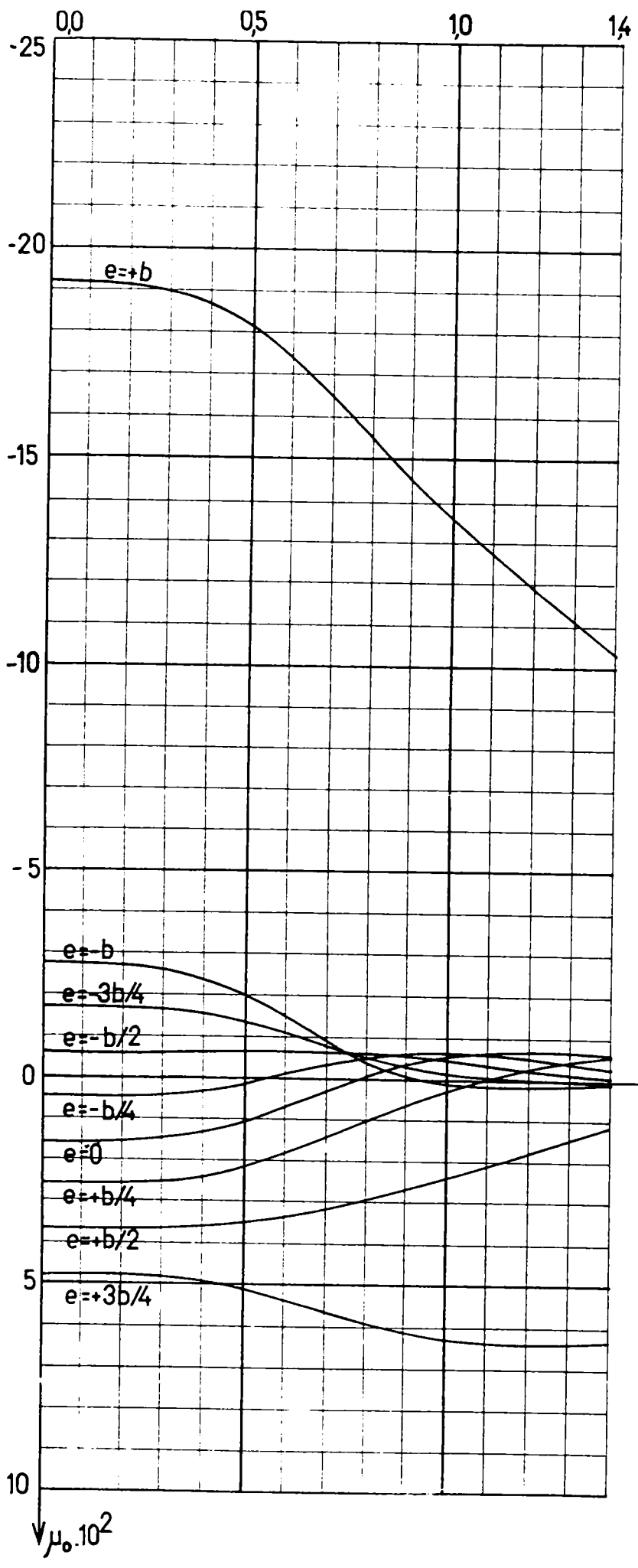
Coeficientul încovoierii transversale μ_0 pentru secțiunea $y=b/4$



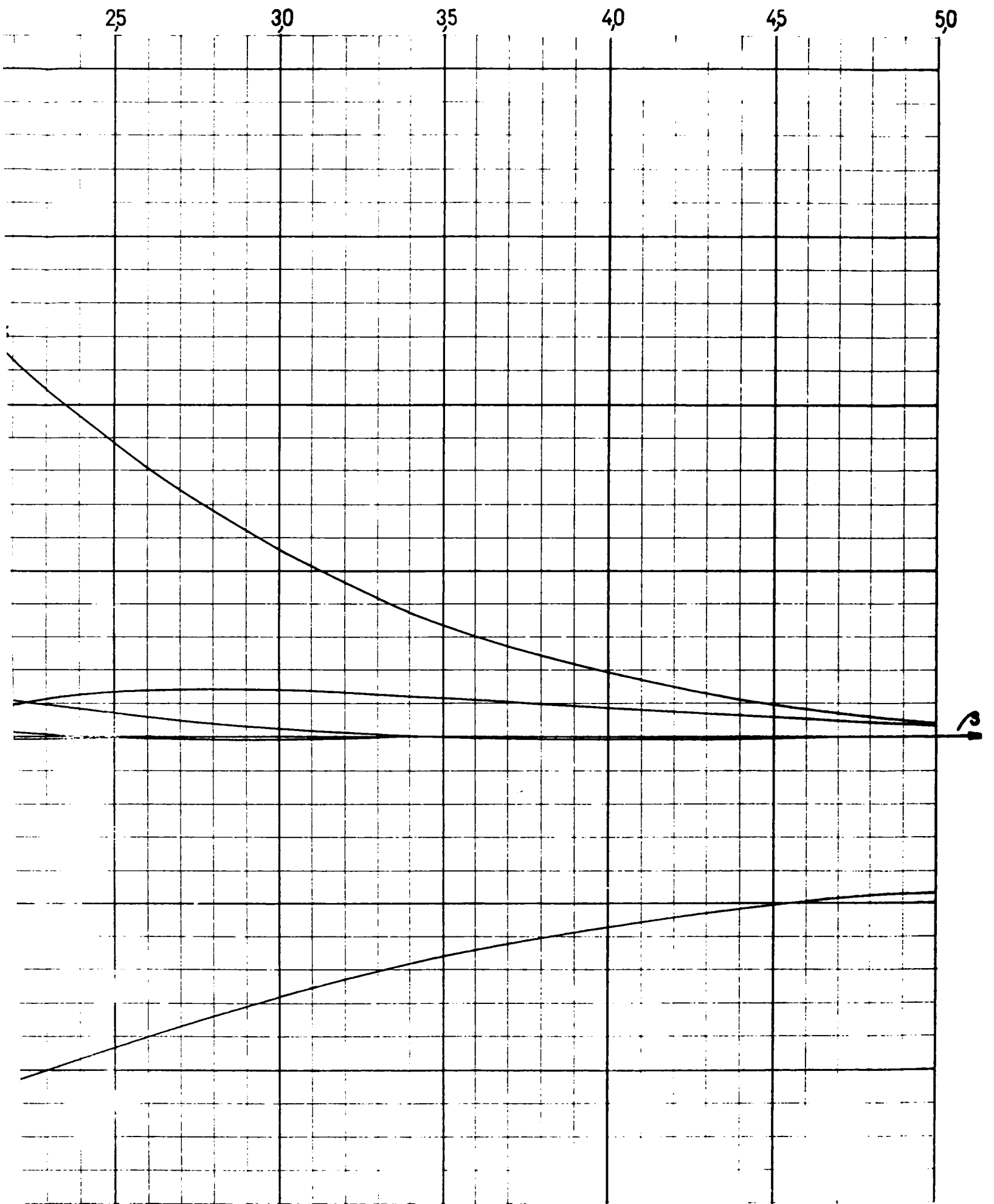
XIV. C



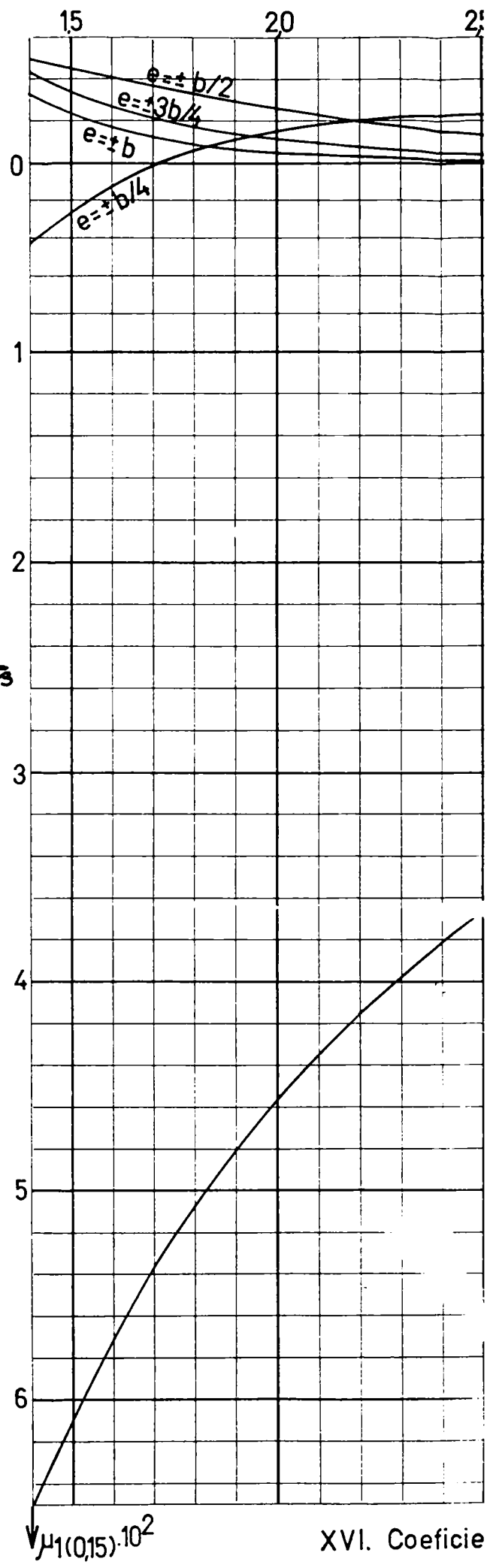
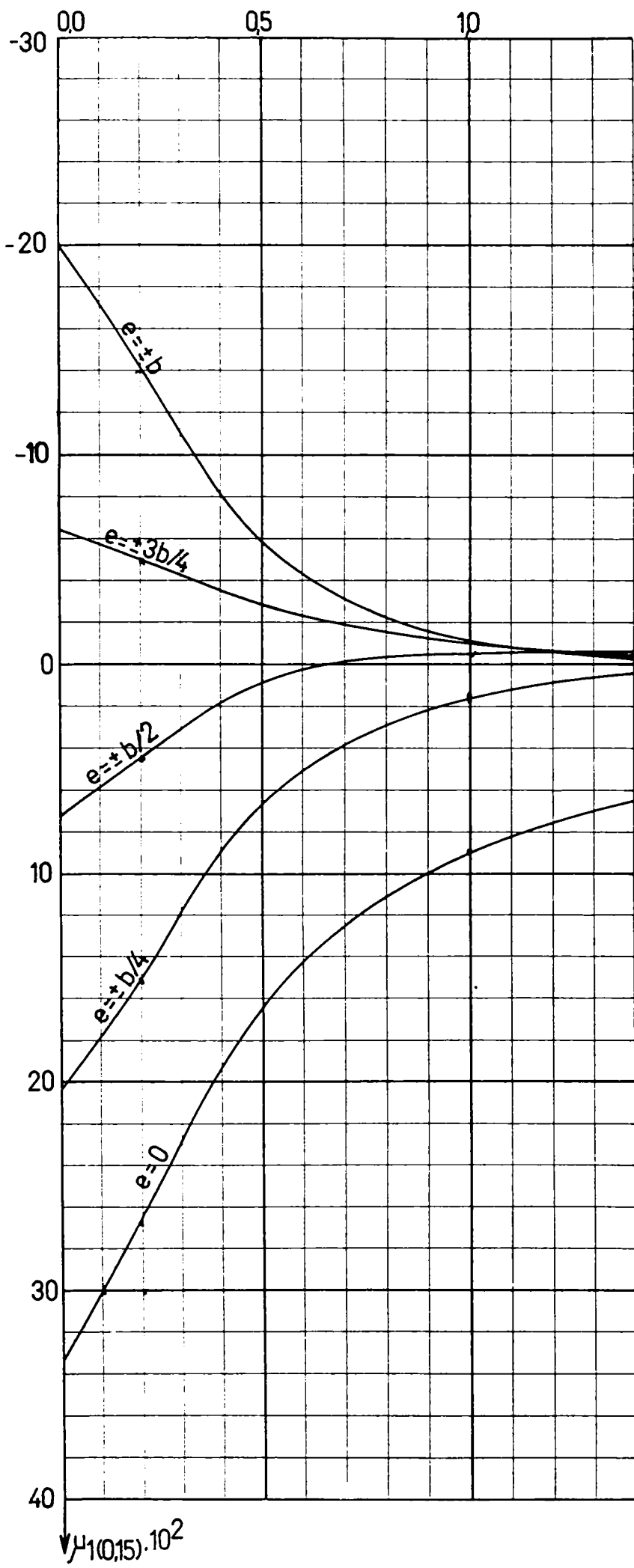
coeficientul încovoierii transversale μ_0 pentru
secțiunea $v=b/2$



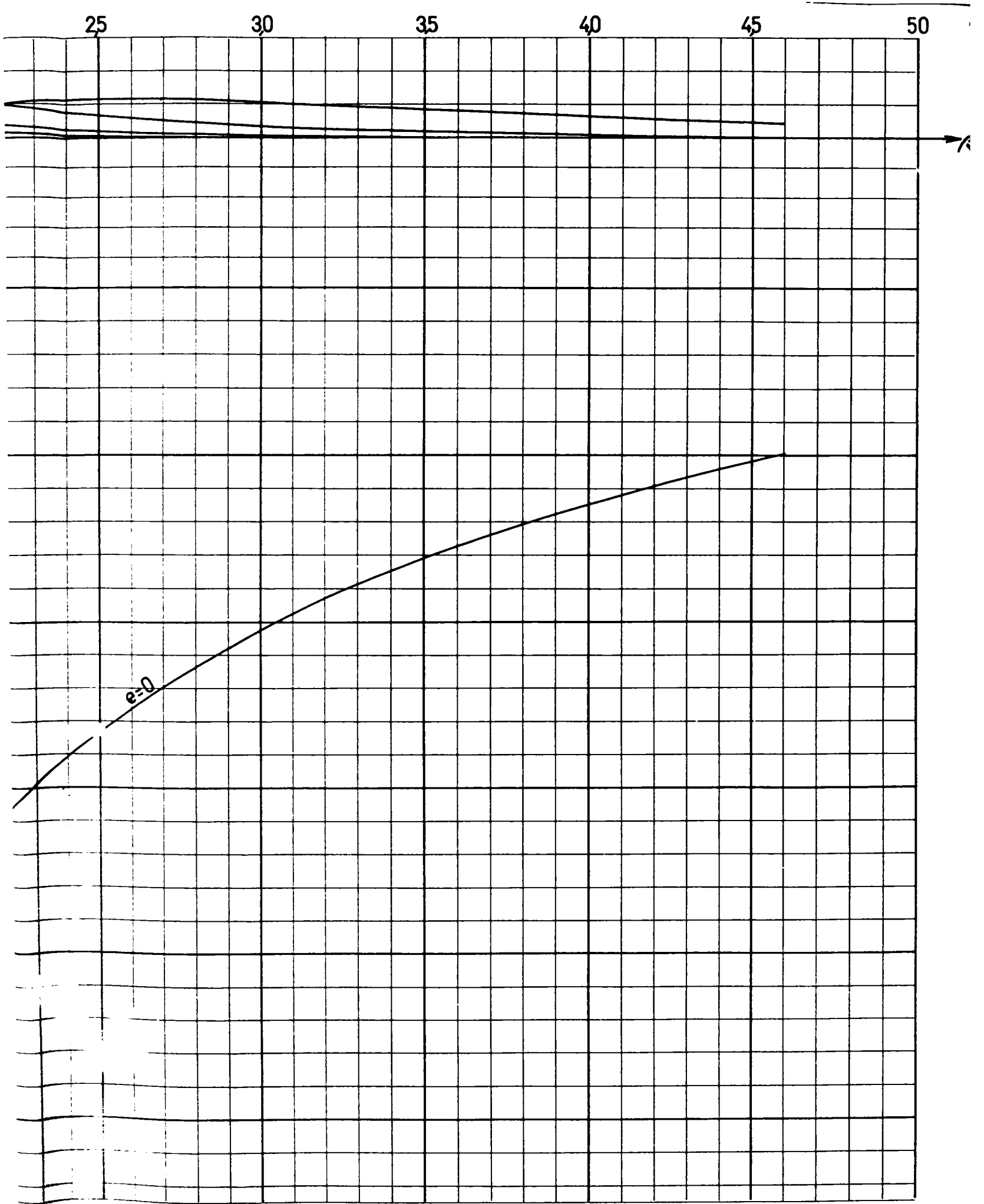
XV. C



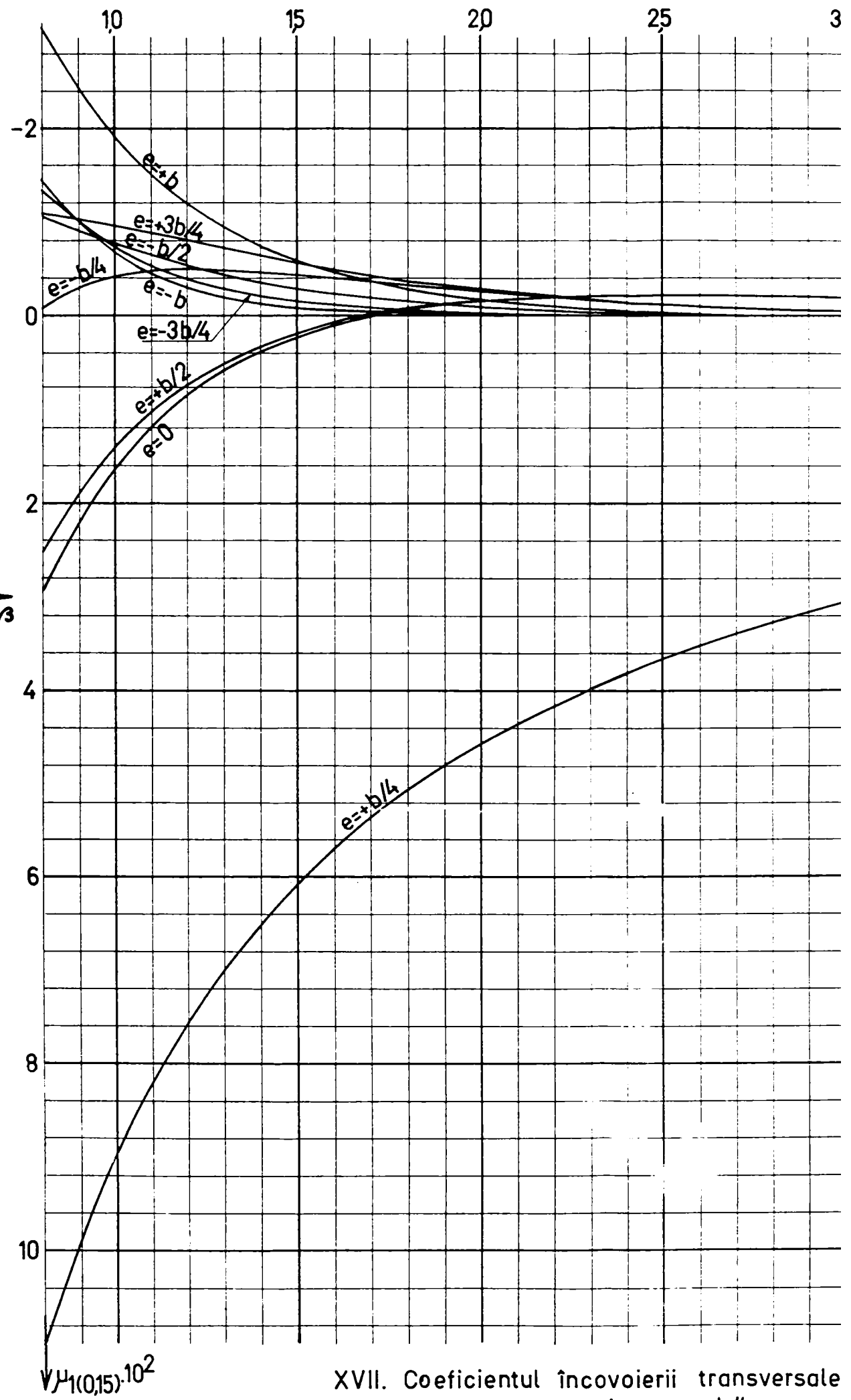
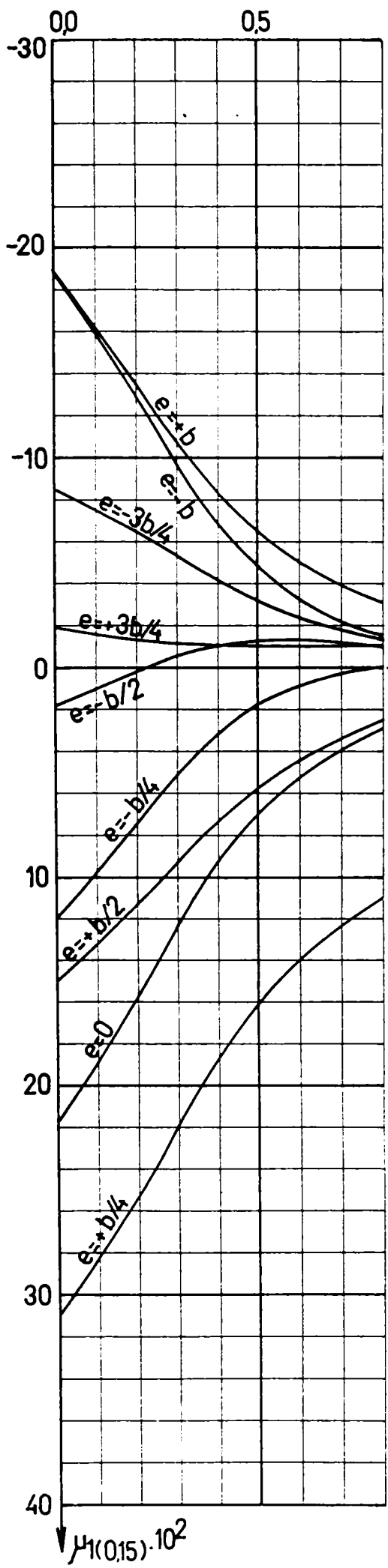
deficientul încovoierii transversale μ_c pentru
secțiunea $y=3b/4$



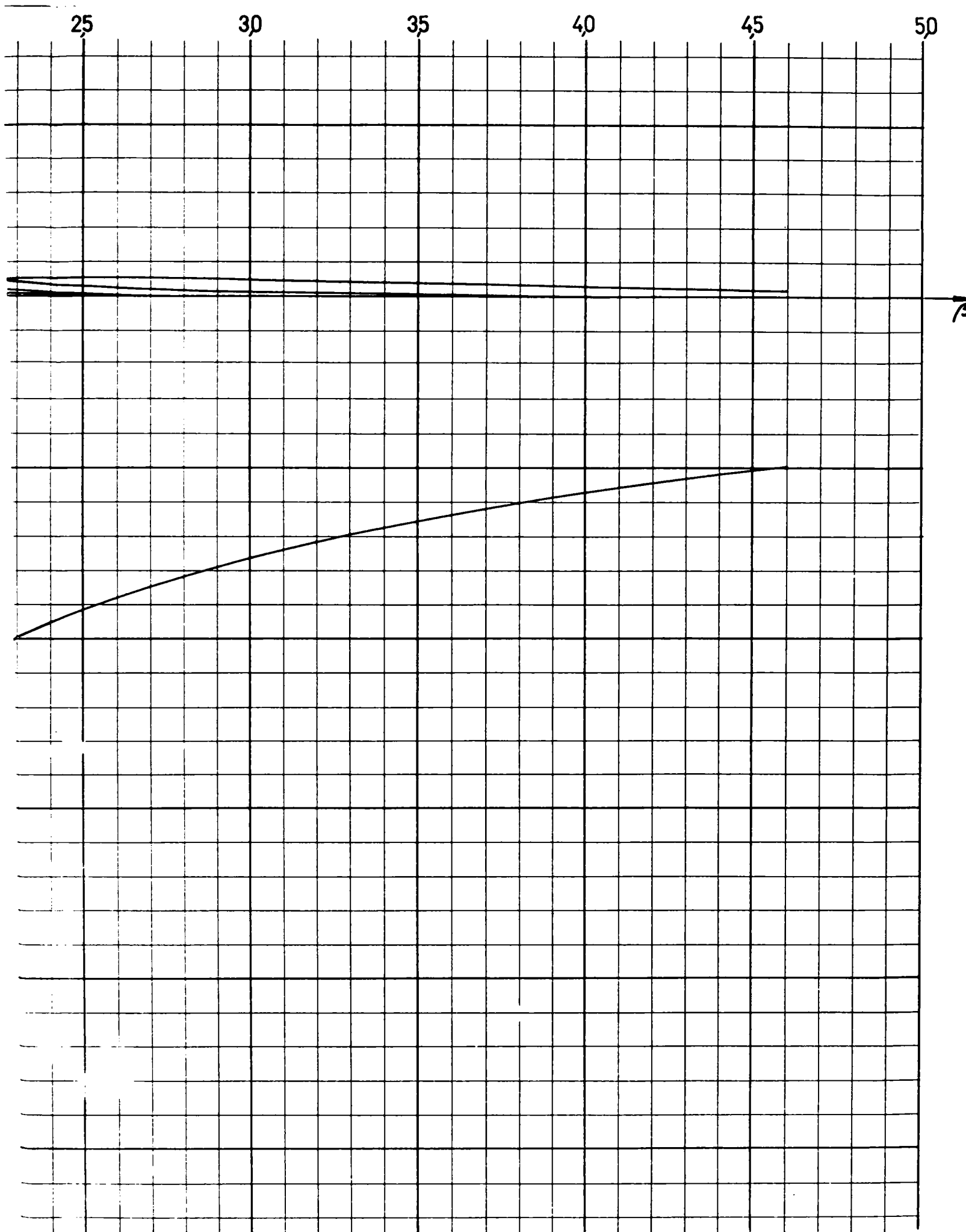
XVI. Coeficie



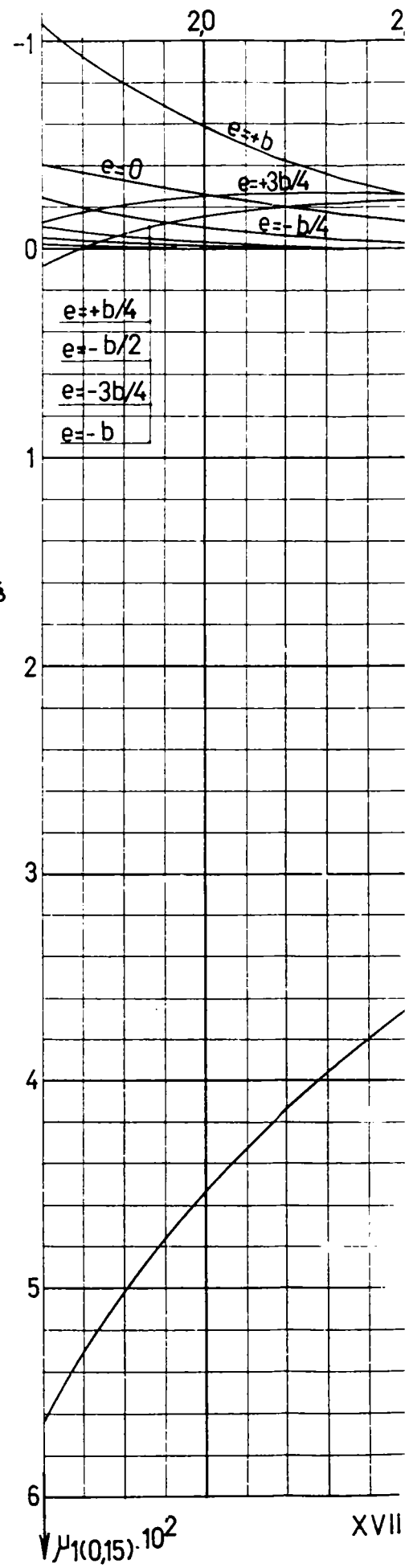
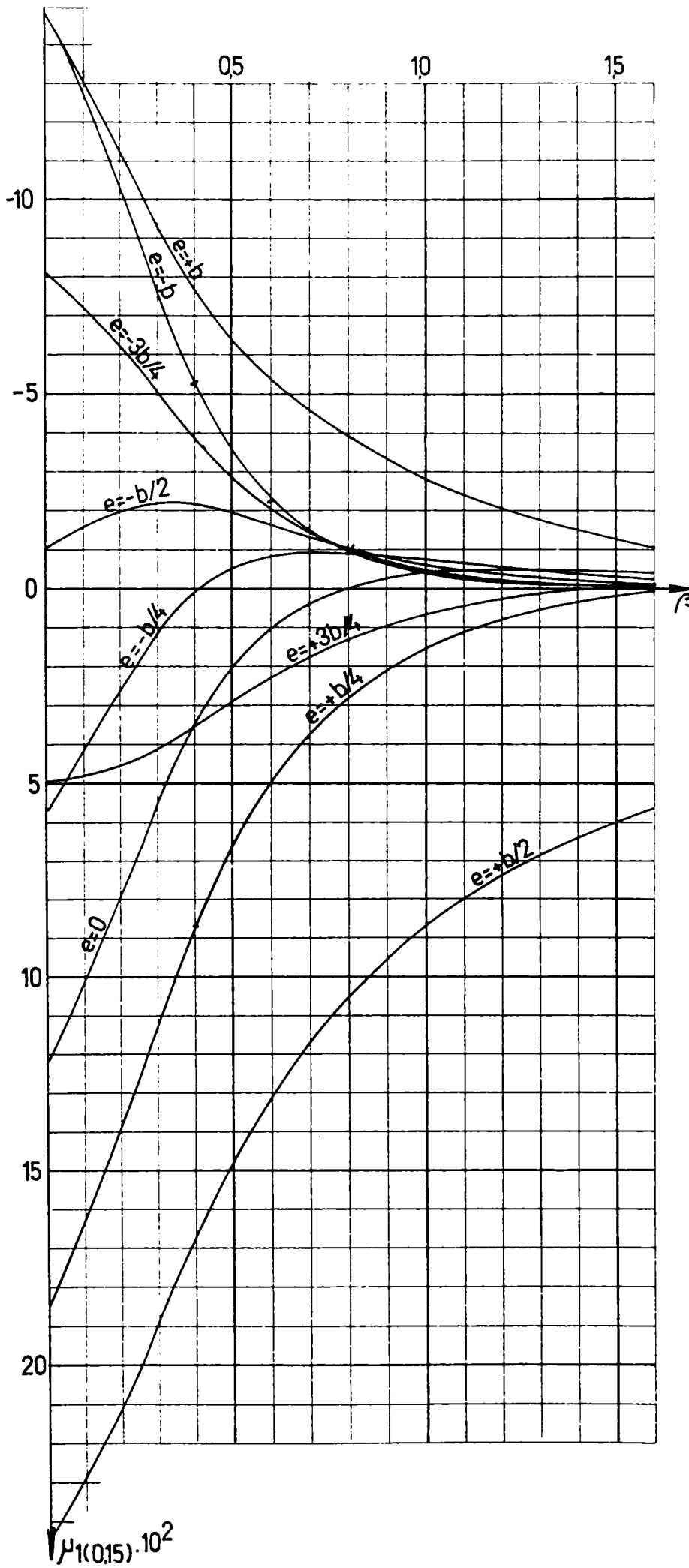
Coefficientul încovoierii transversale $\mu_1(0,15)$ pentru secțiunea $y=0$

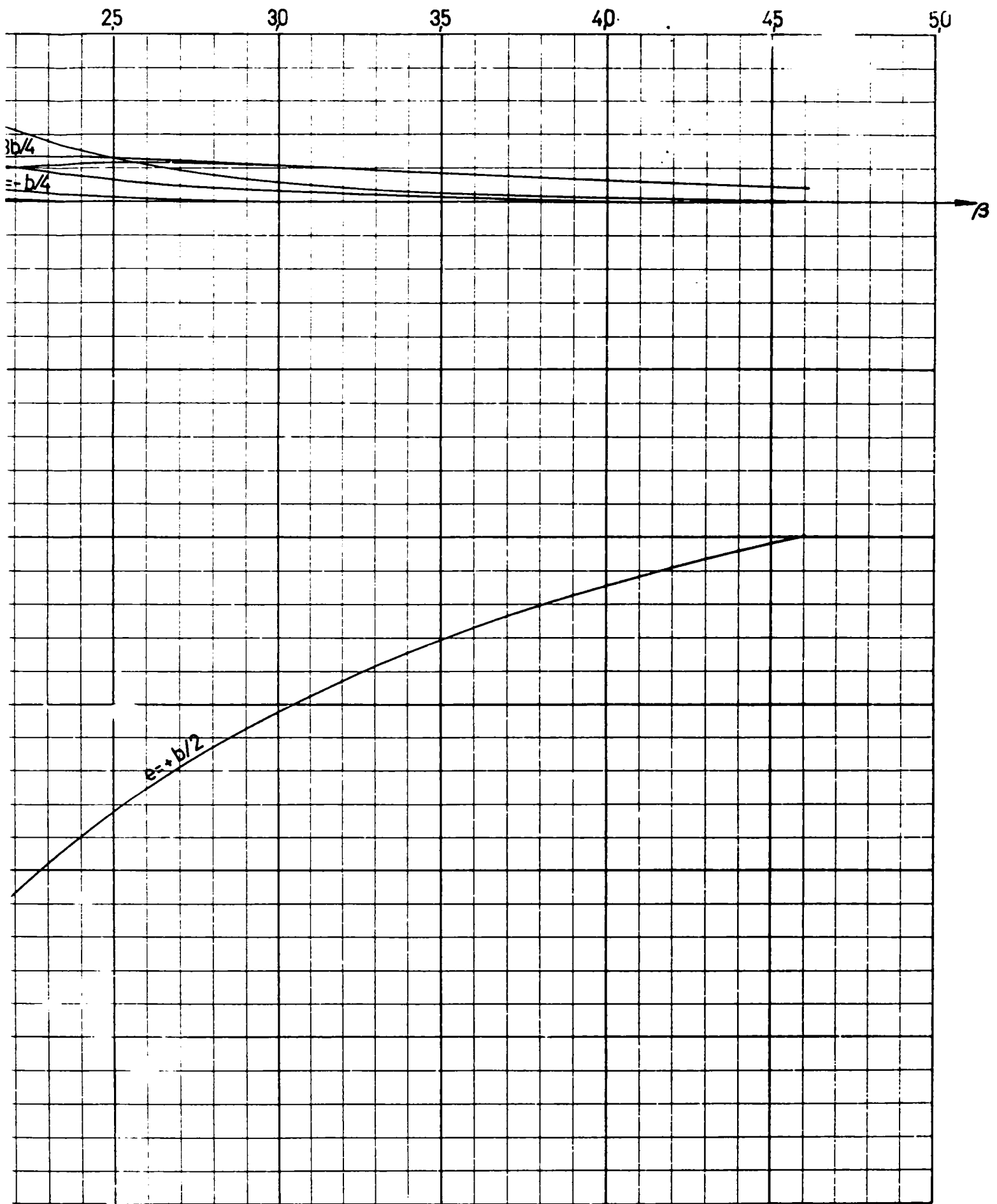


XVII. Coeficientul încovoierii transversale secțiunea $y=b/4$

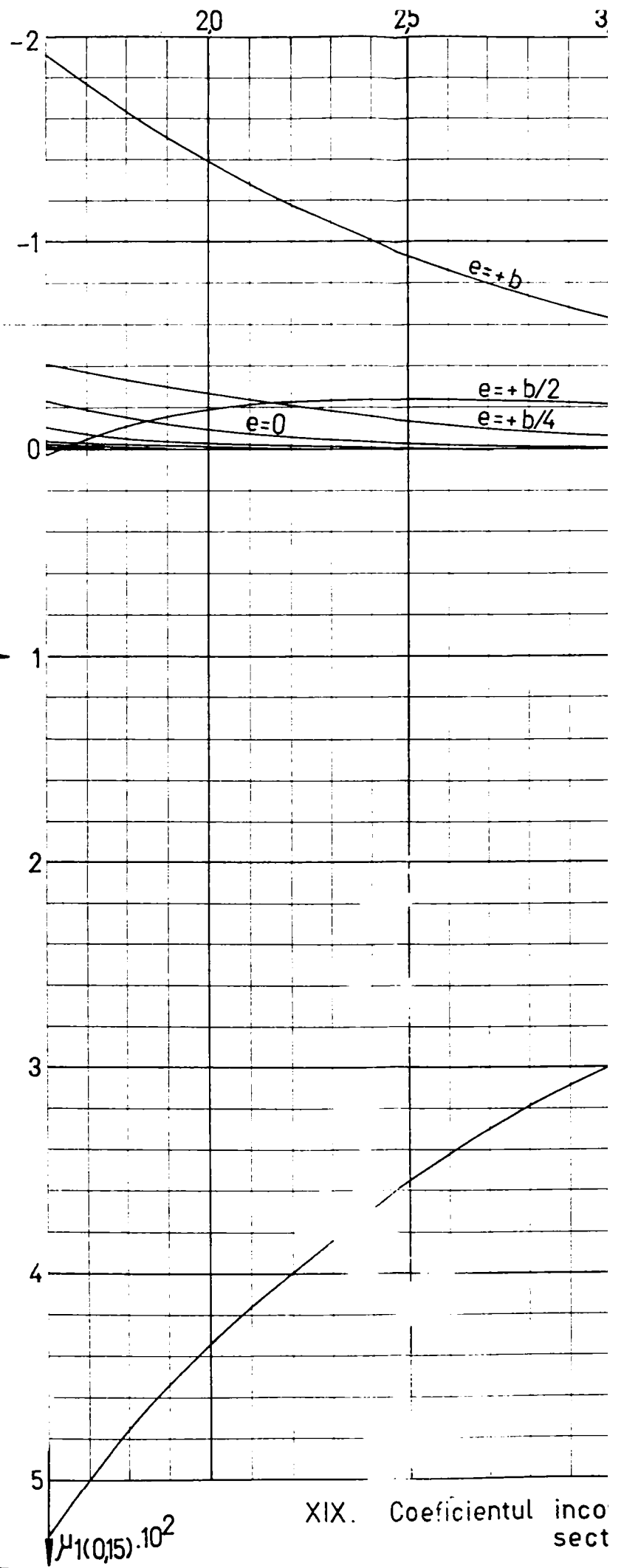
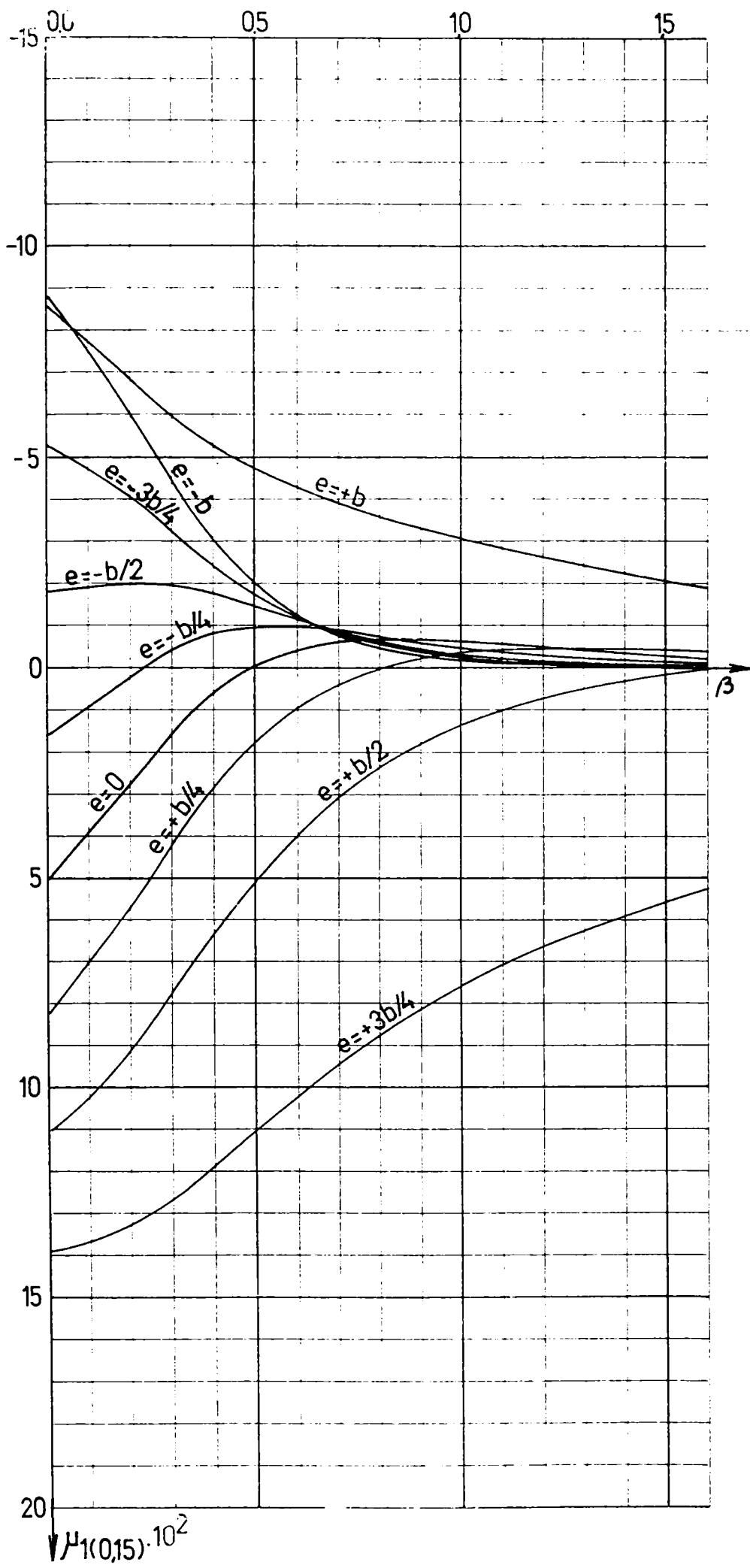


ovierii transversale $\mu_1(0,15)$ pentru
 țiunea $y=b/4$

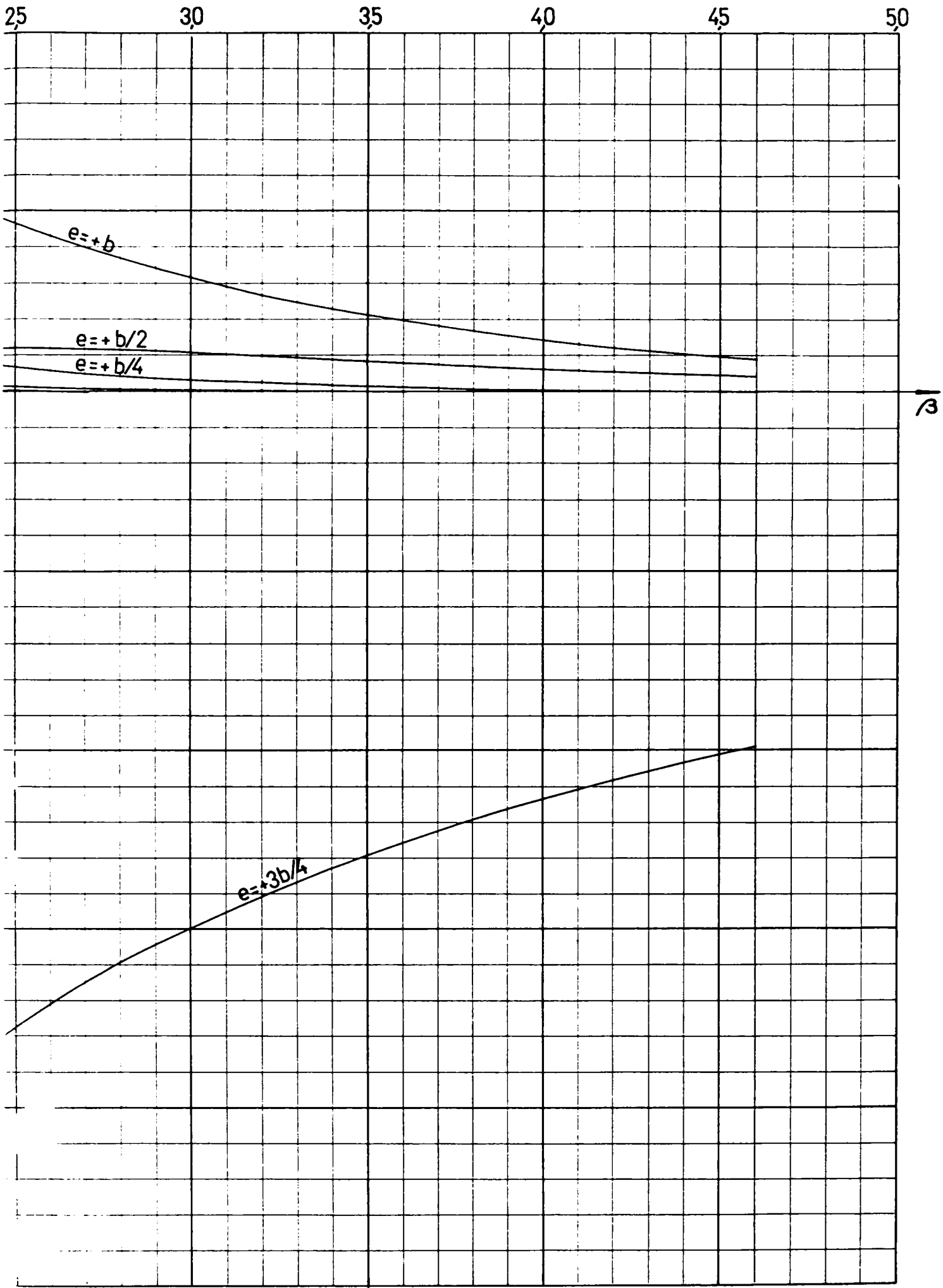




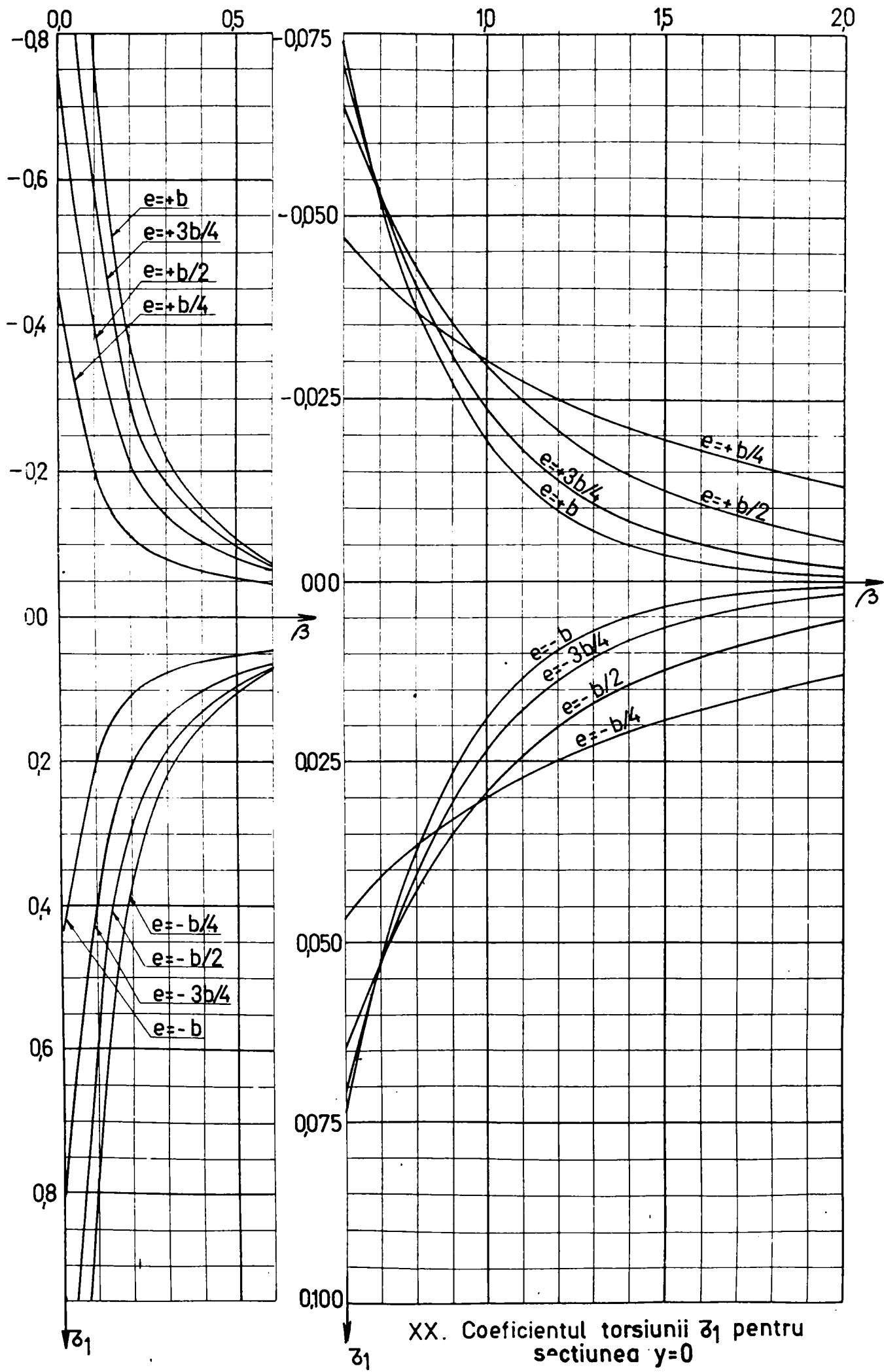
XVIII. Coeficientul incovoierii transversale $\mu_1(0,15)$ pentru
 sectiunea $y = b/2$



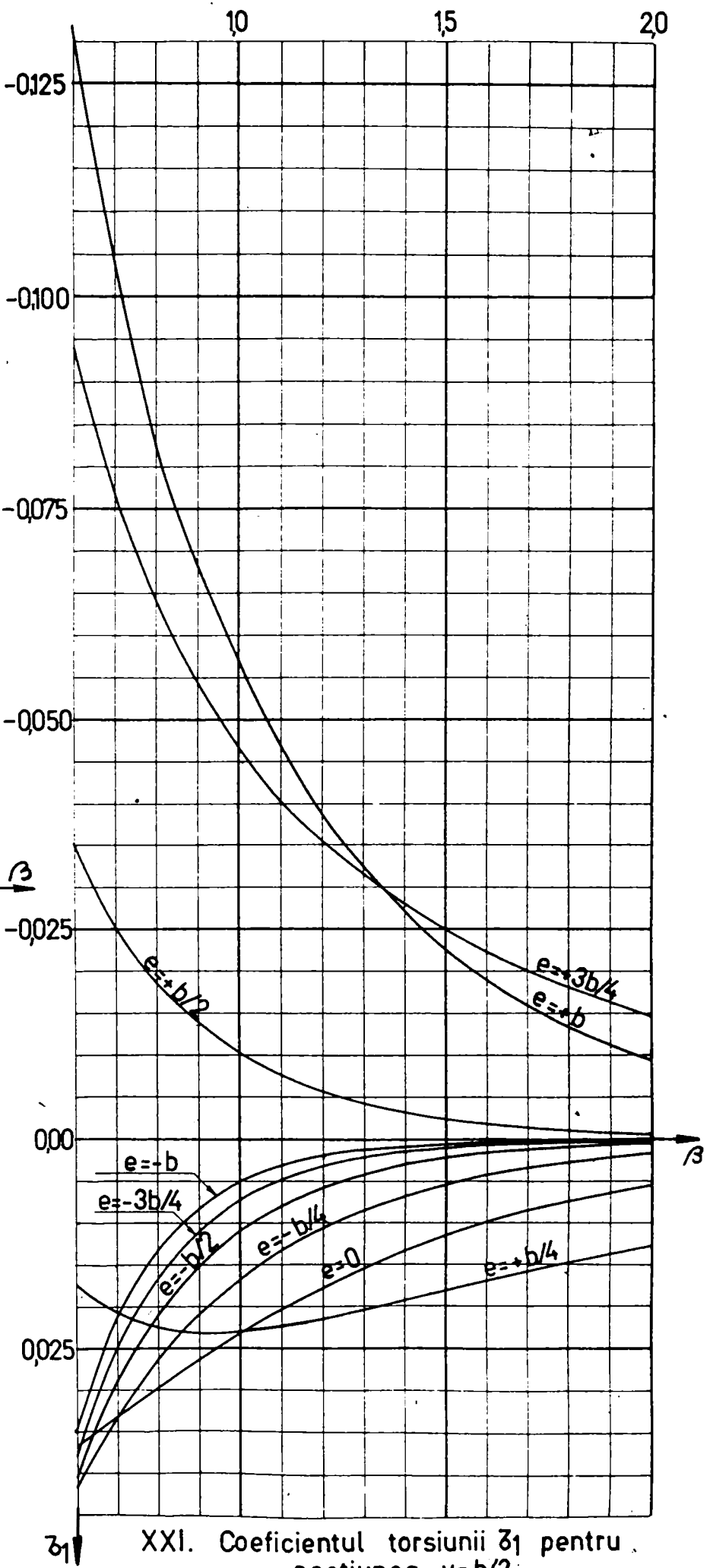
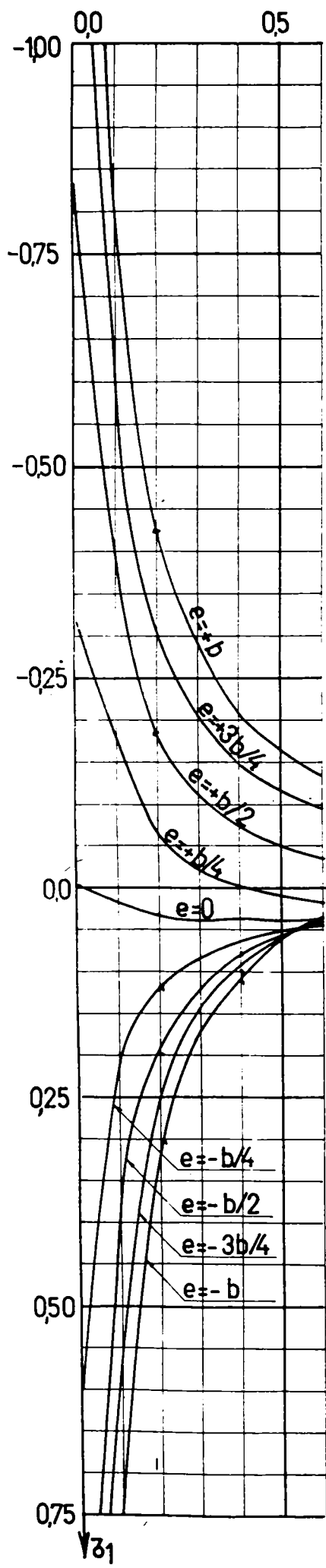
XIX. Coeficientul inco sect



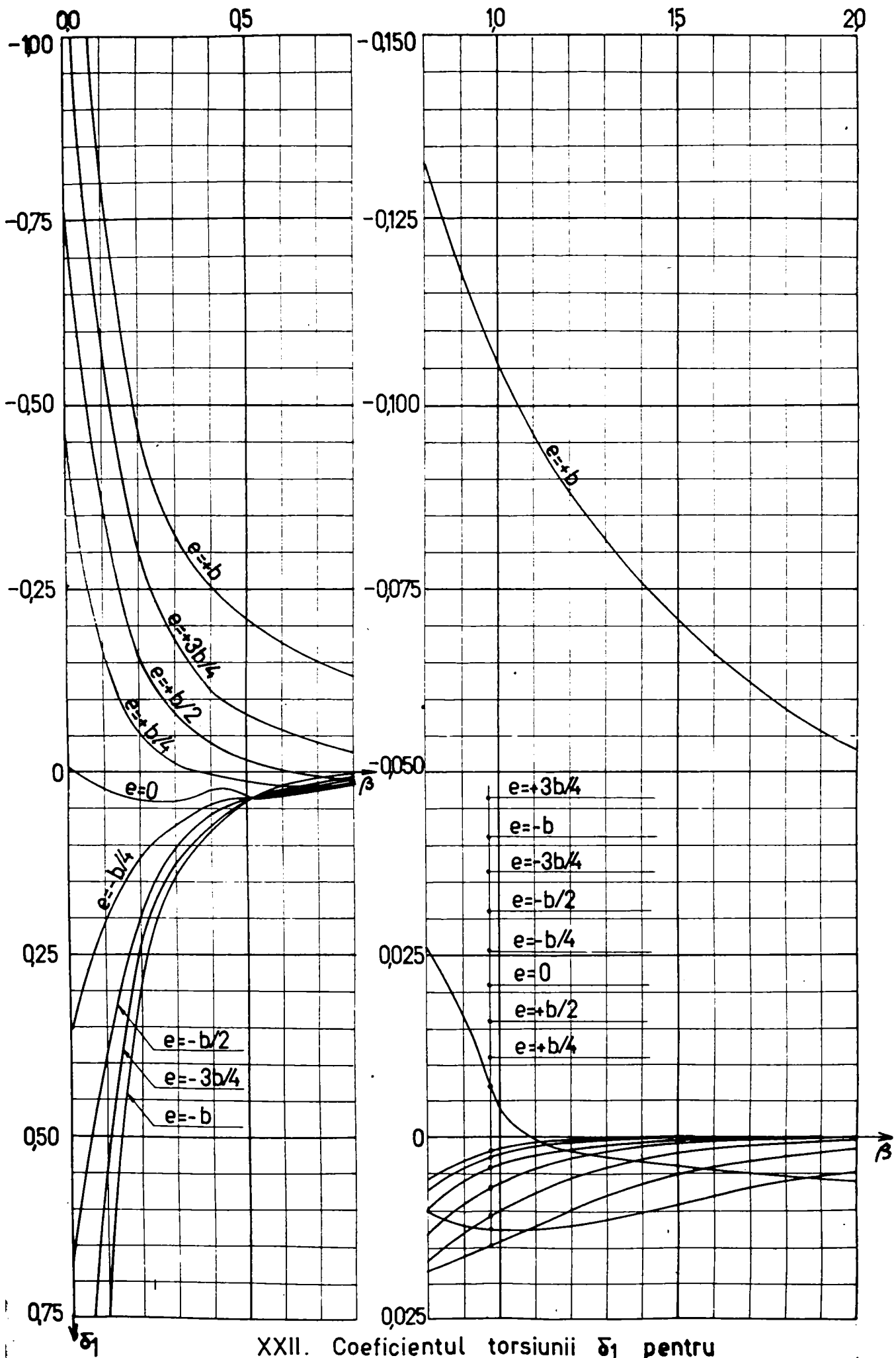
Coeficientul incovoierii transversale $\mu_1(0,15)$ pentru
 sectiunea $y=3b/4$



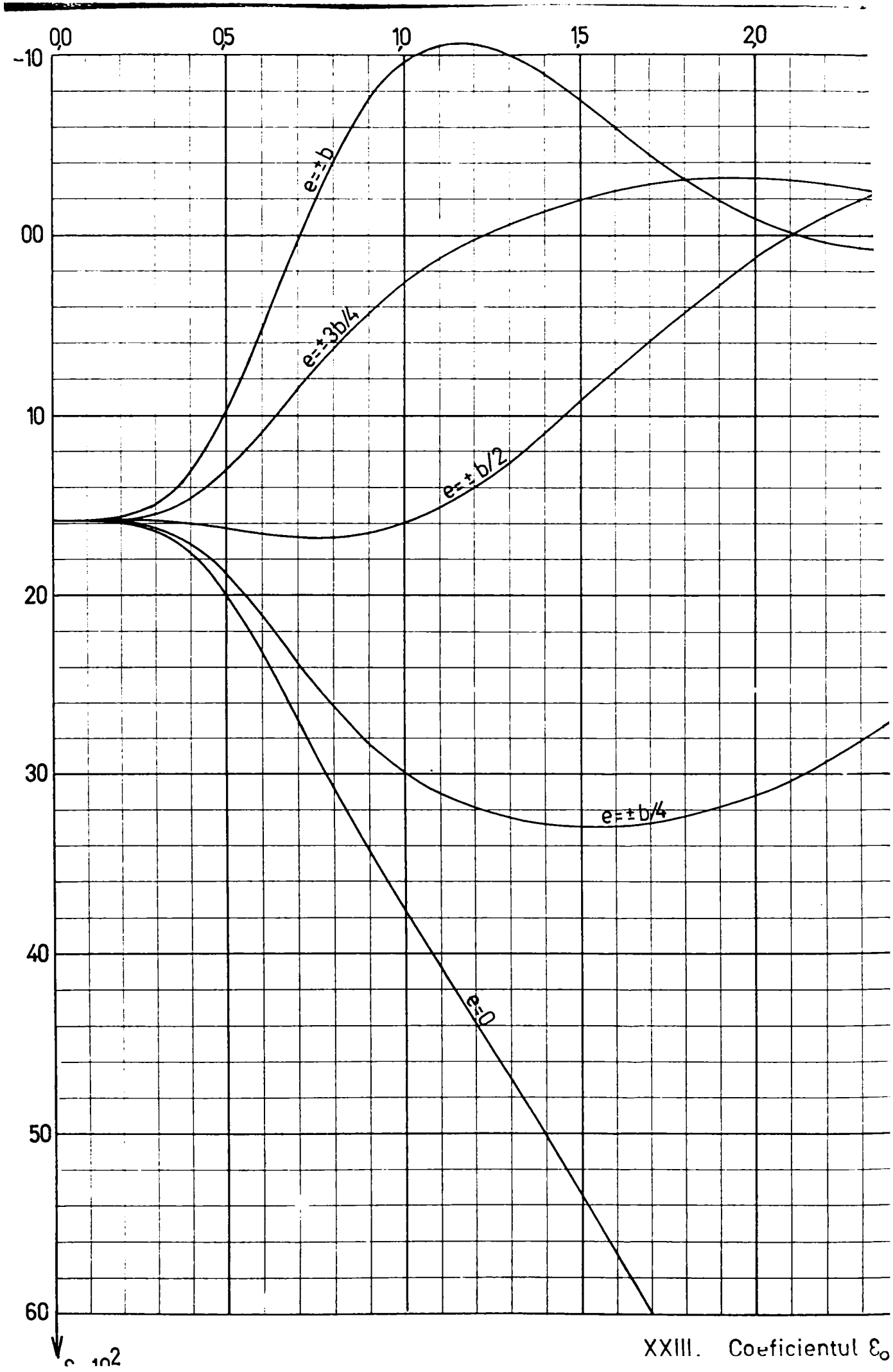
XX. Coeficientul torsiunii β_1 pentru sectiunea $y=0$



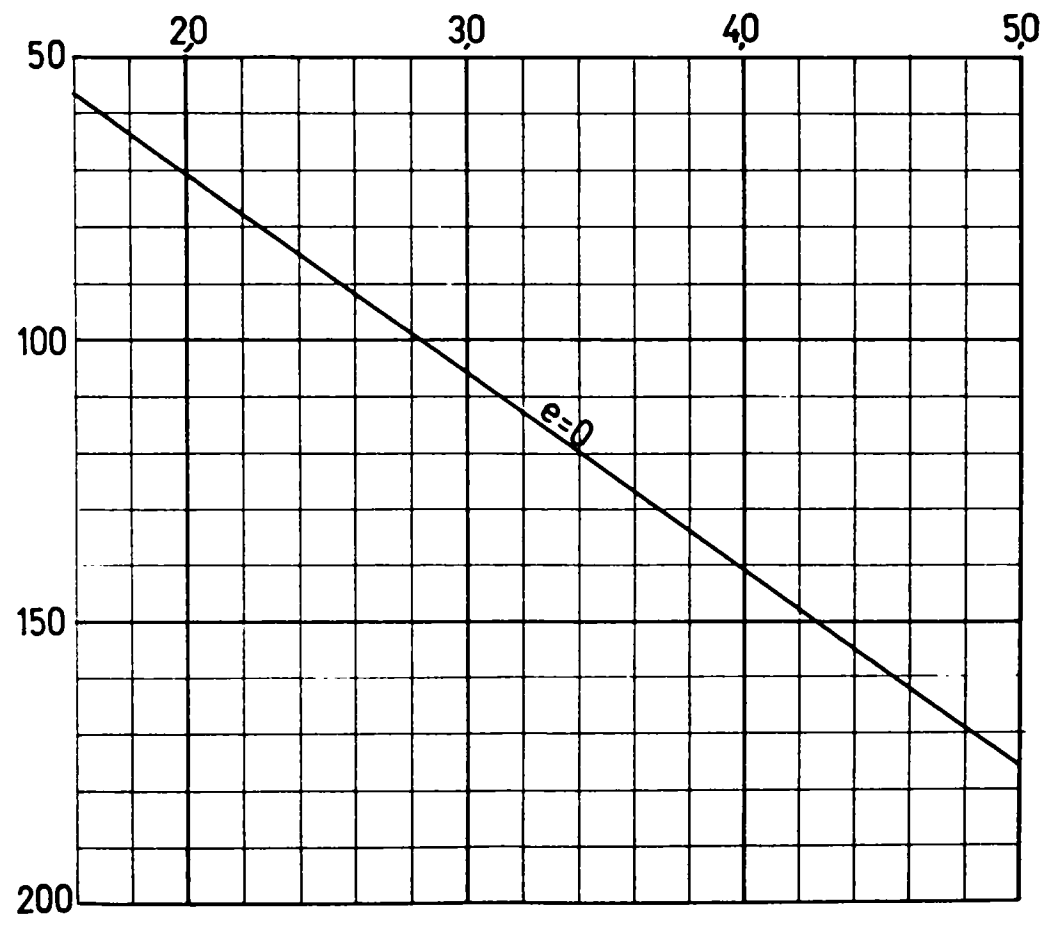
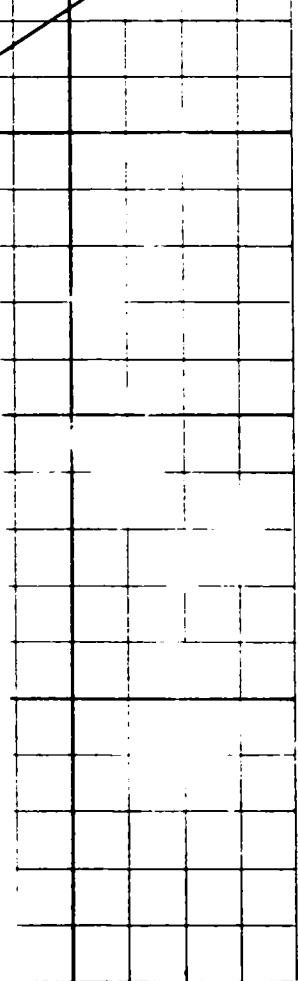
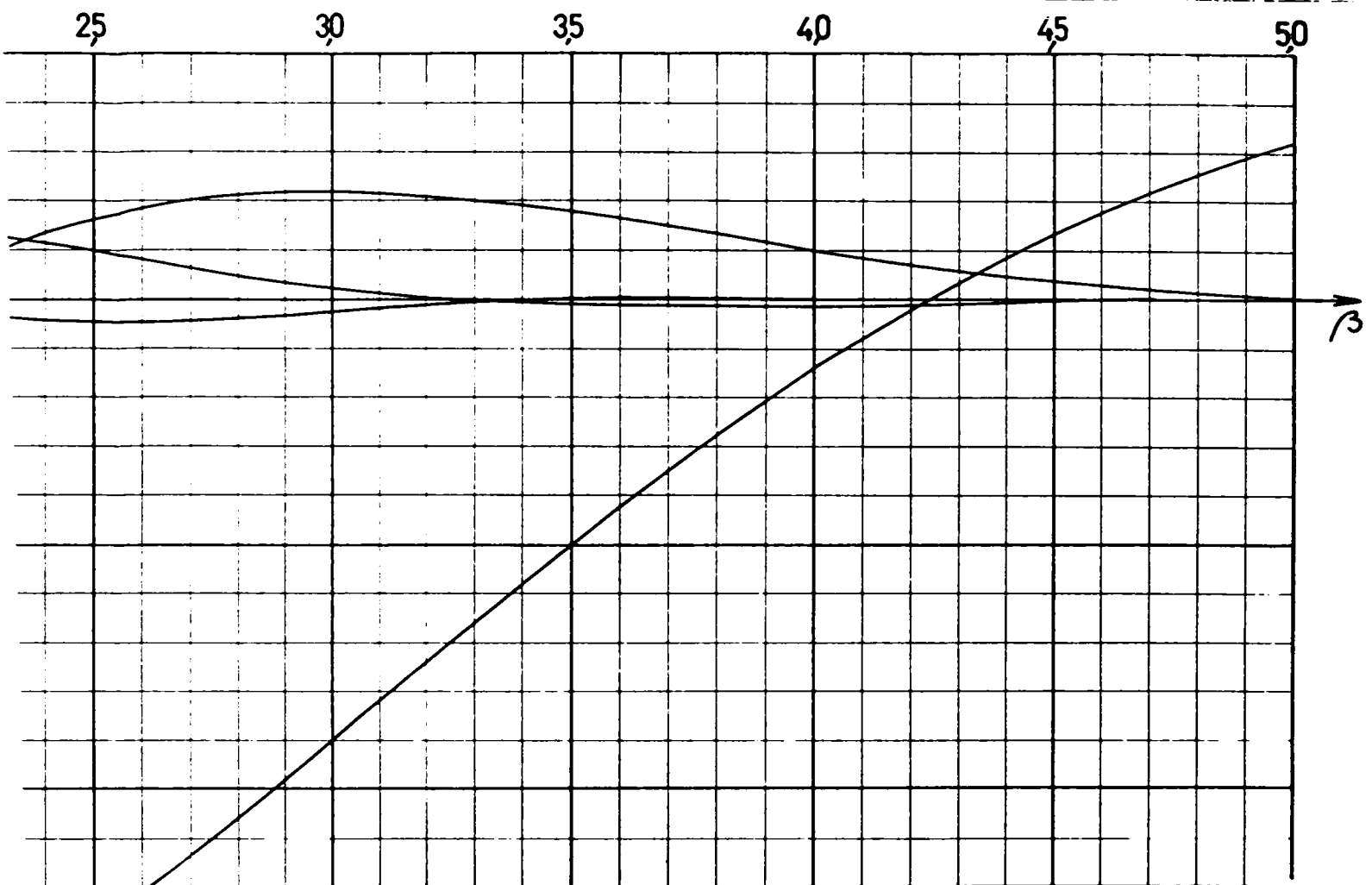
XXI. Coeficientul torsiunii ζ_1 pentru secțiunea $y = b/2$



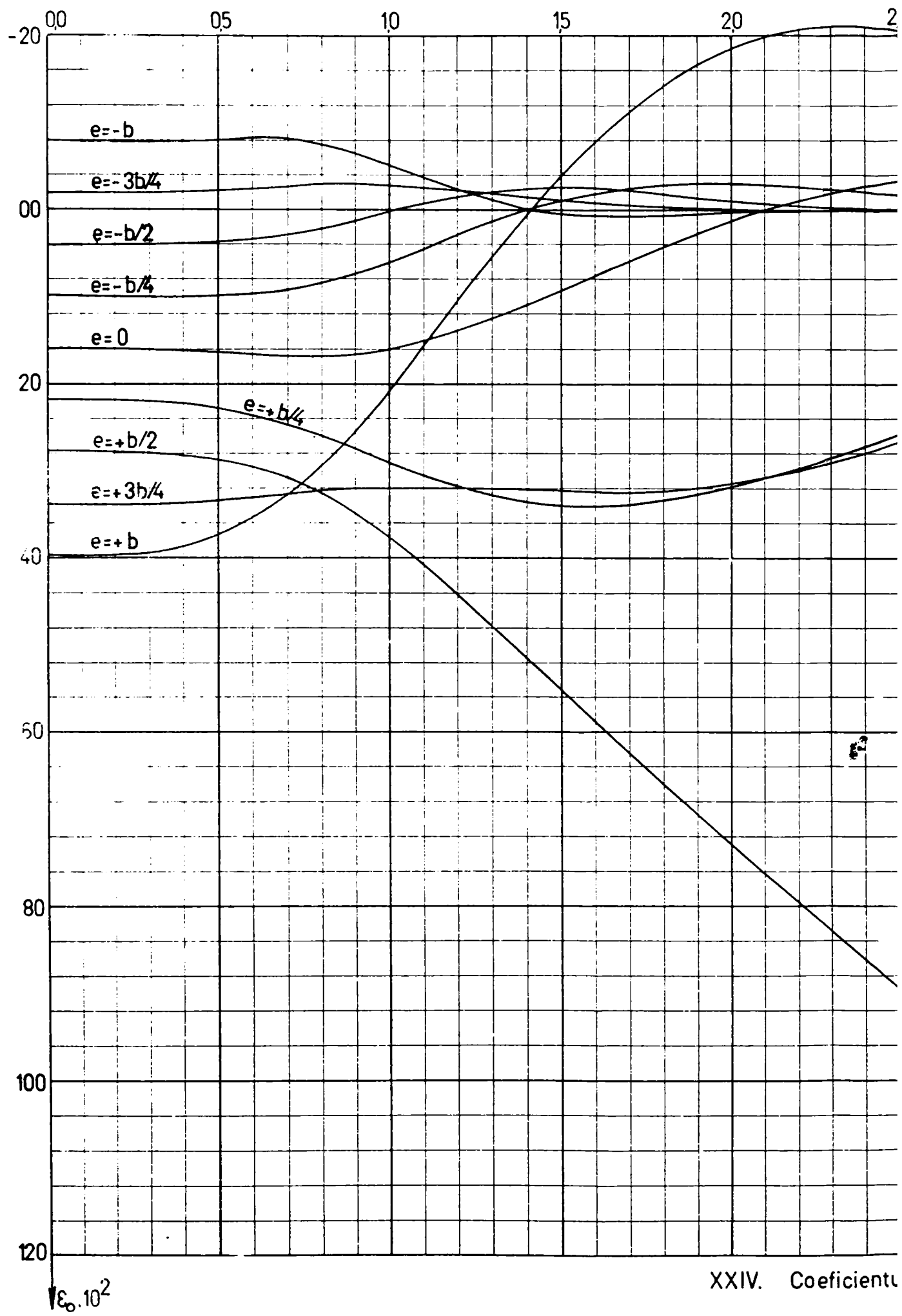
XXII. Coeficientul torsiunii δ_1 pentru secțiunea $y=b$

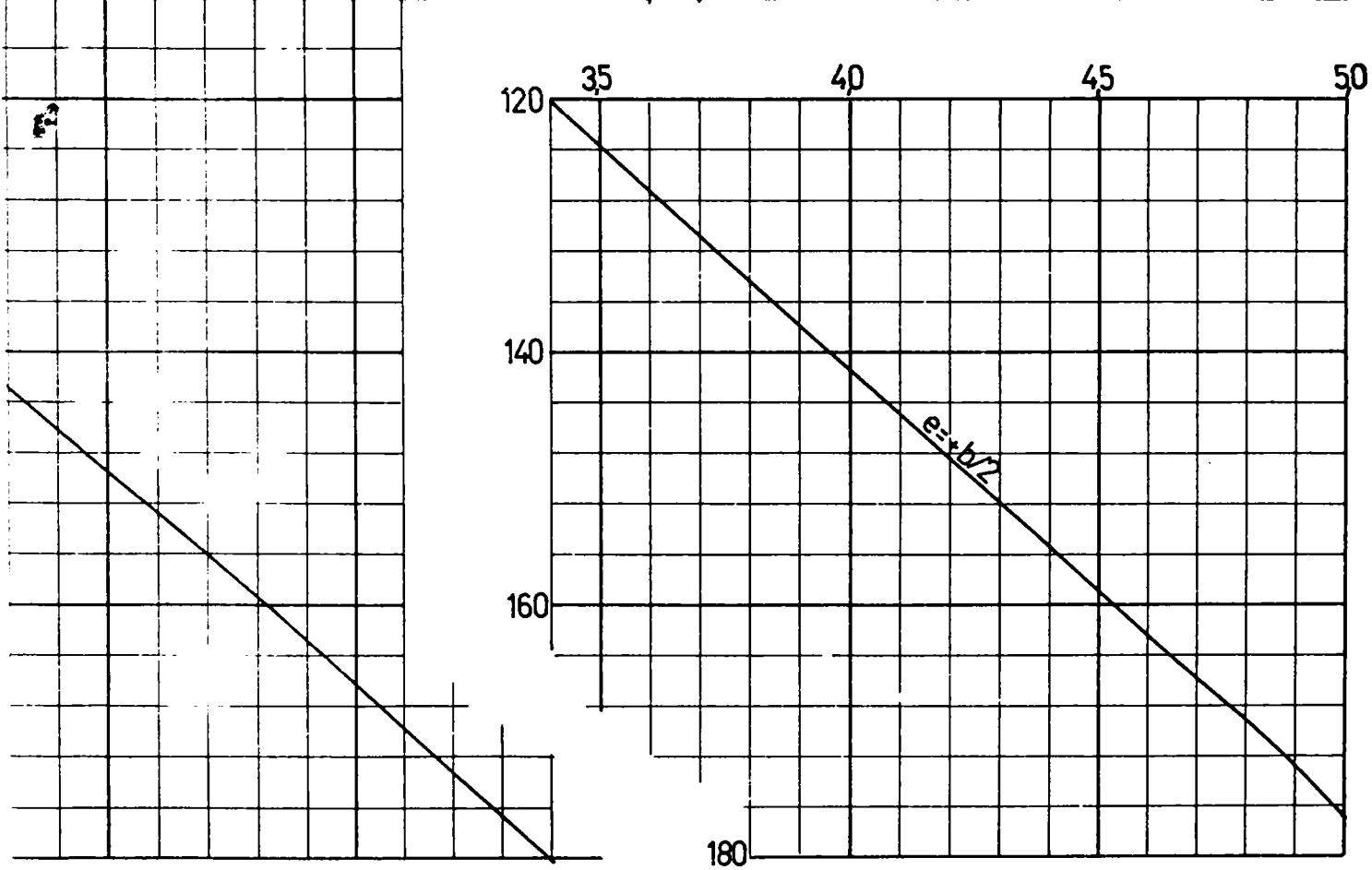
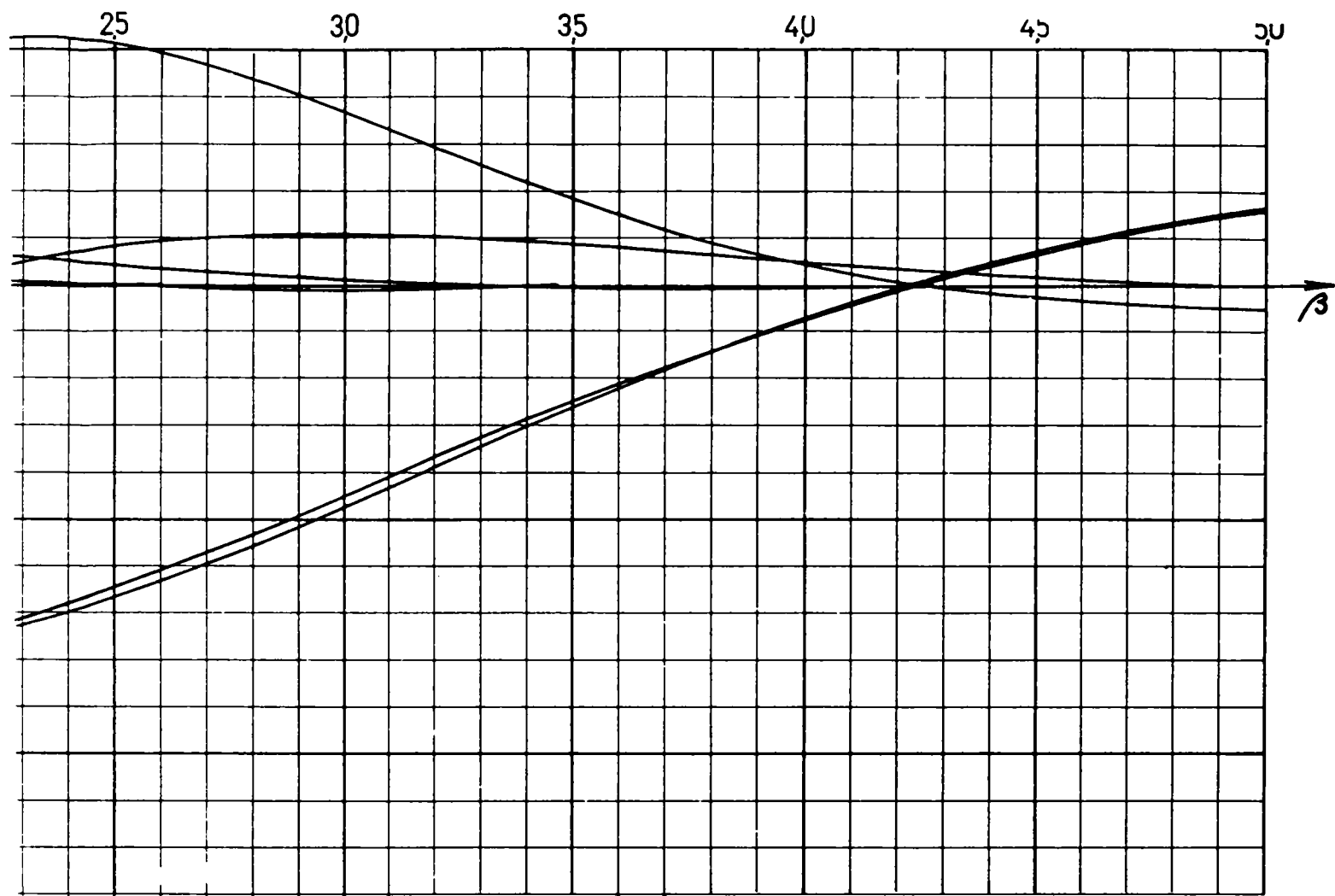


XXIII. Coeficientul ϵ_0

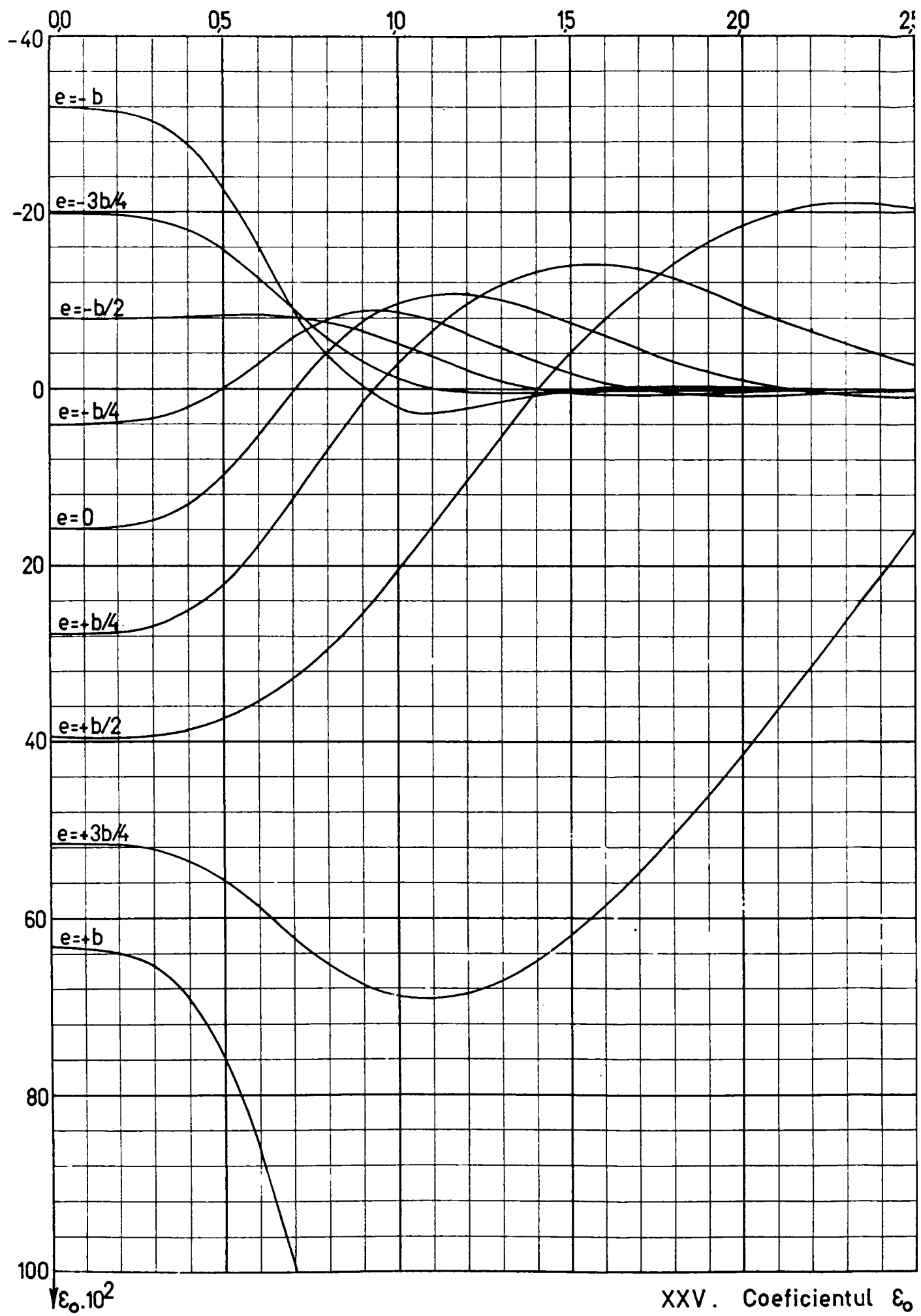


pentru sectiunea $y=0$

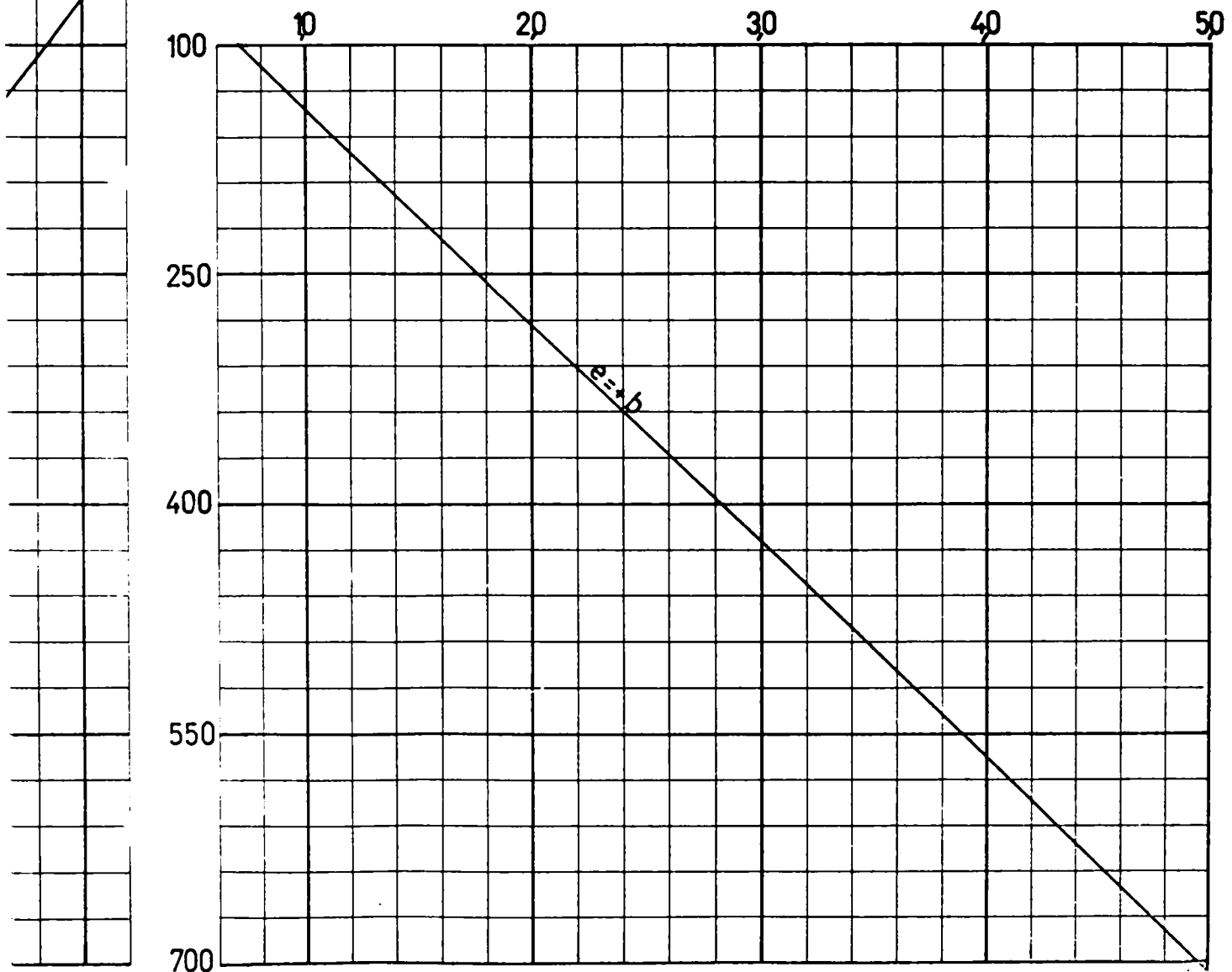
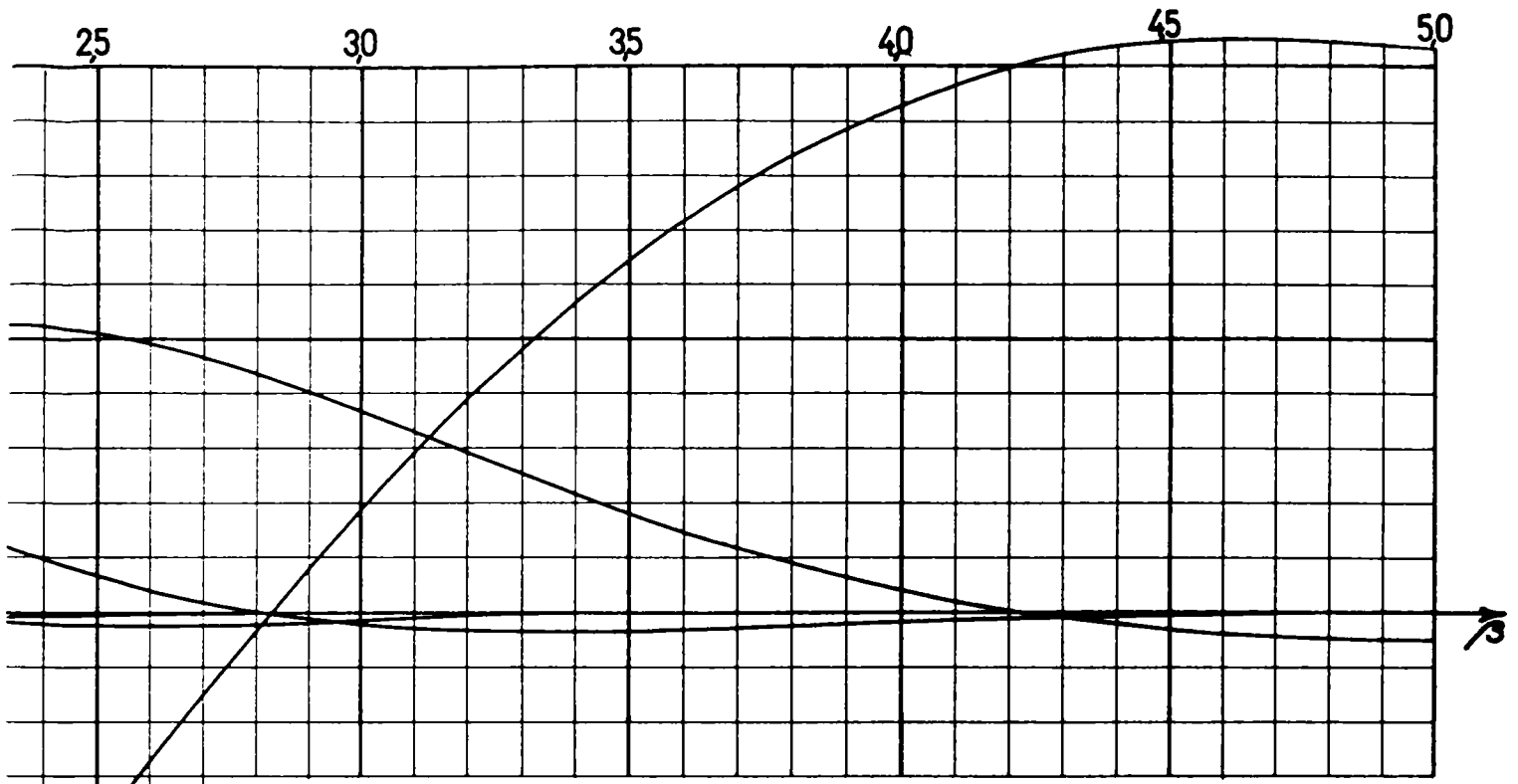




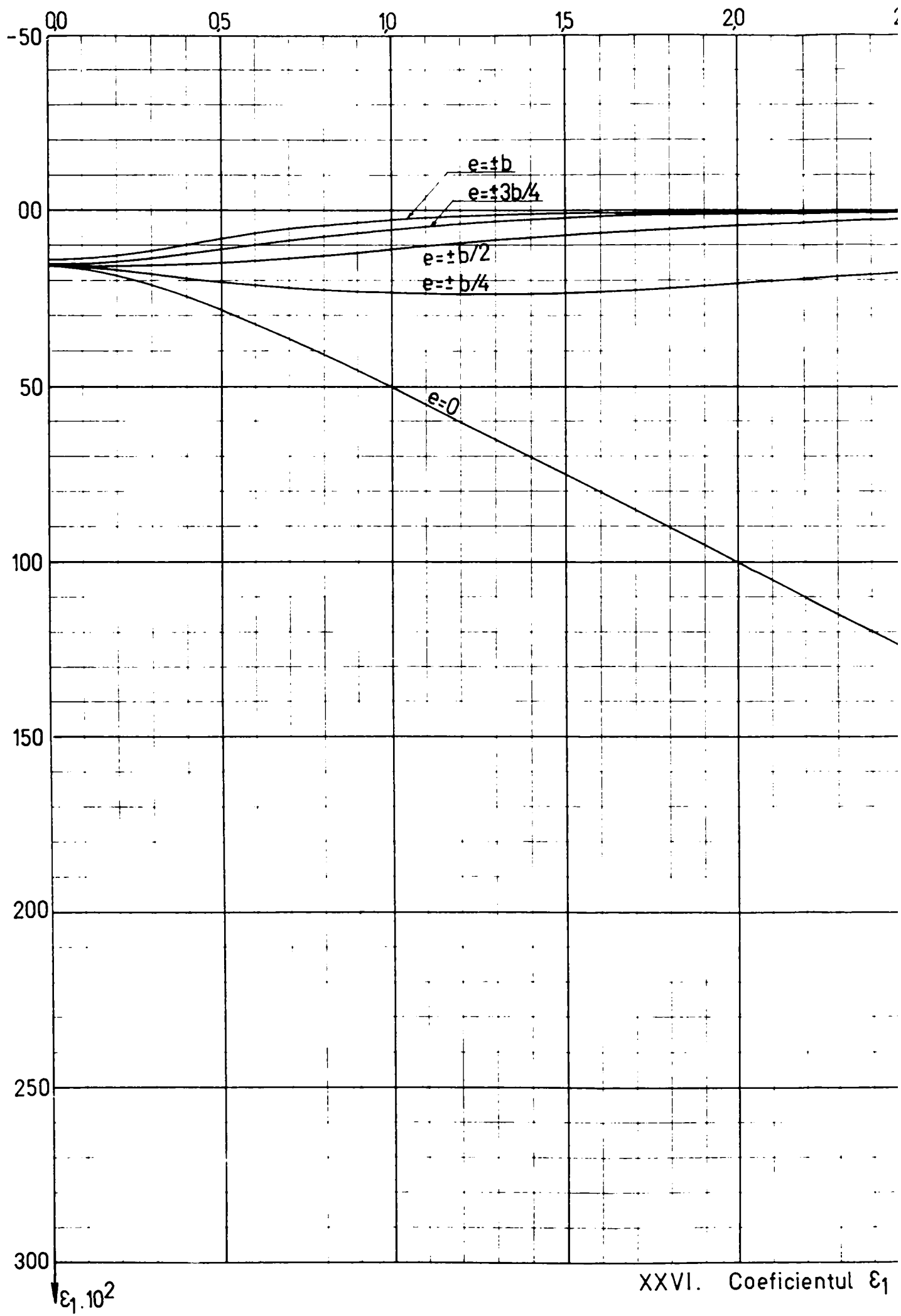
icientul ϵ_0 pentru secțiunea $y = b/2$

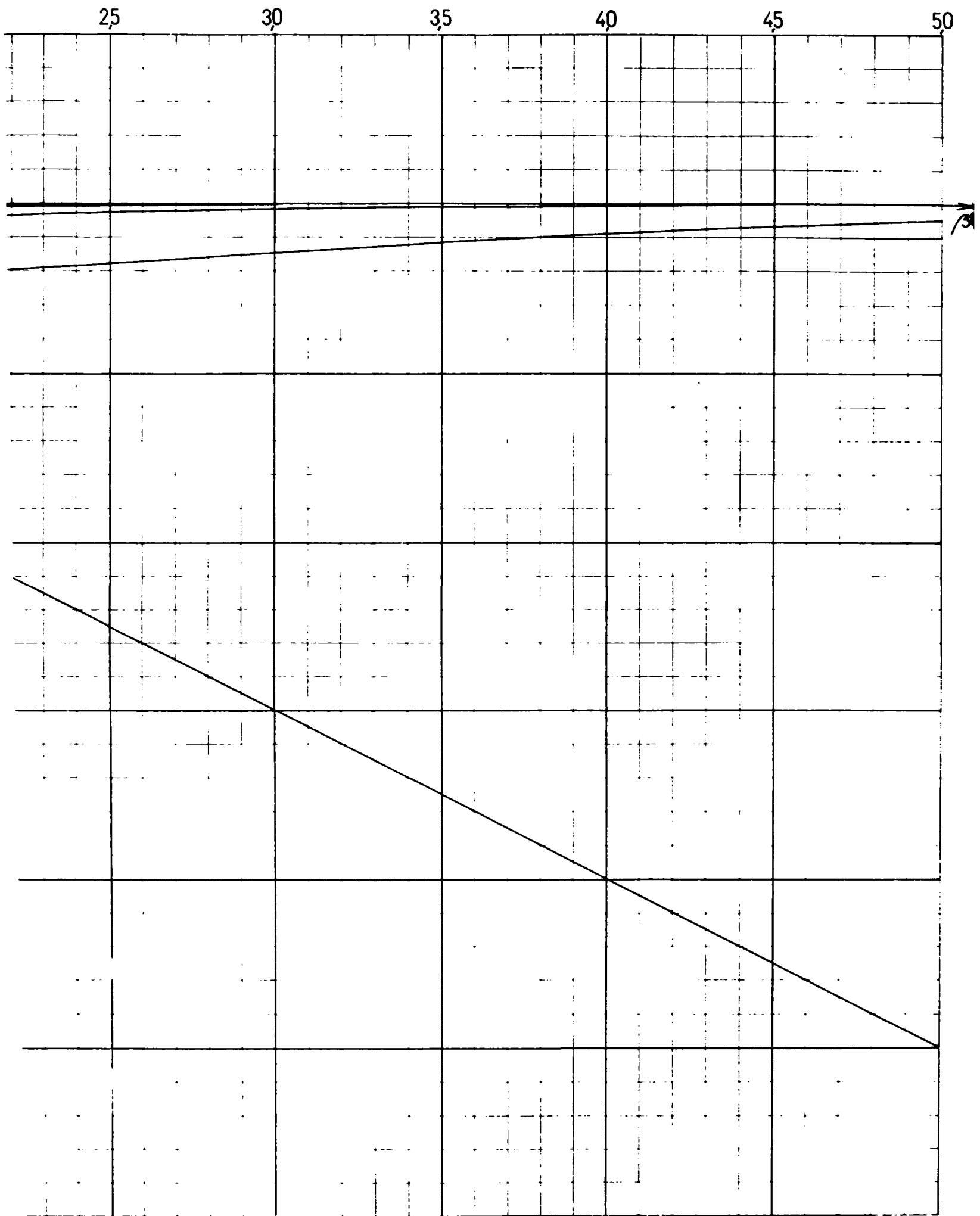


XXV. Coeficientul ϵ_0

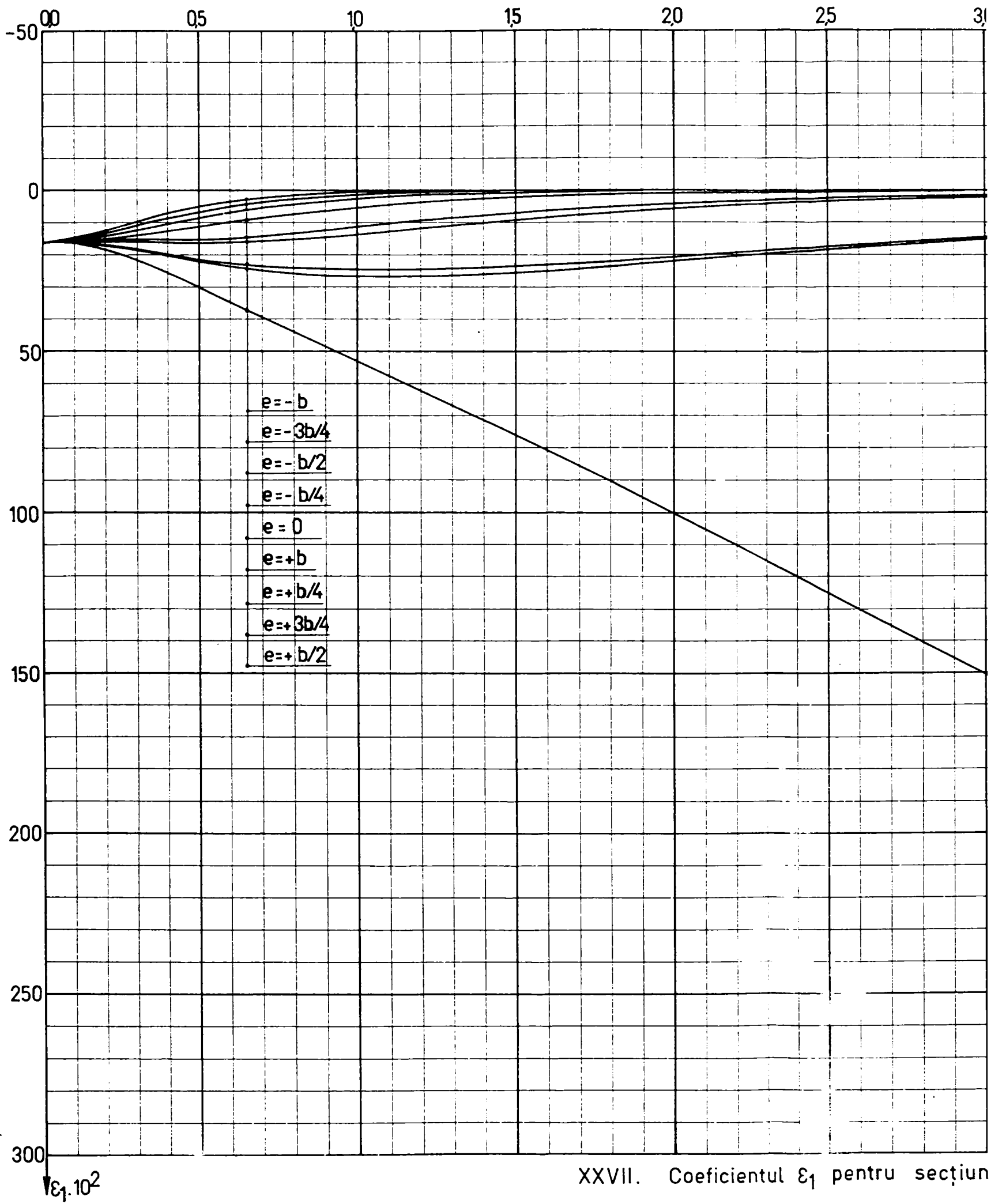


il ϵ_0 pentru secțiunea $y=b$

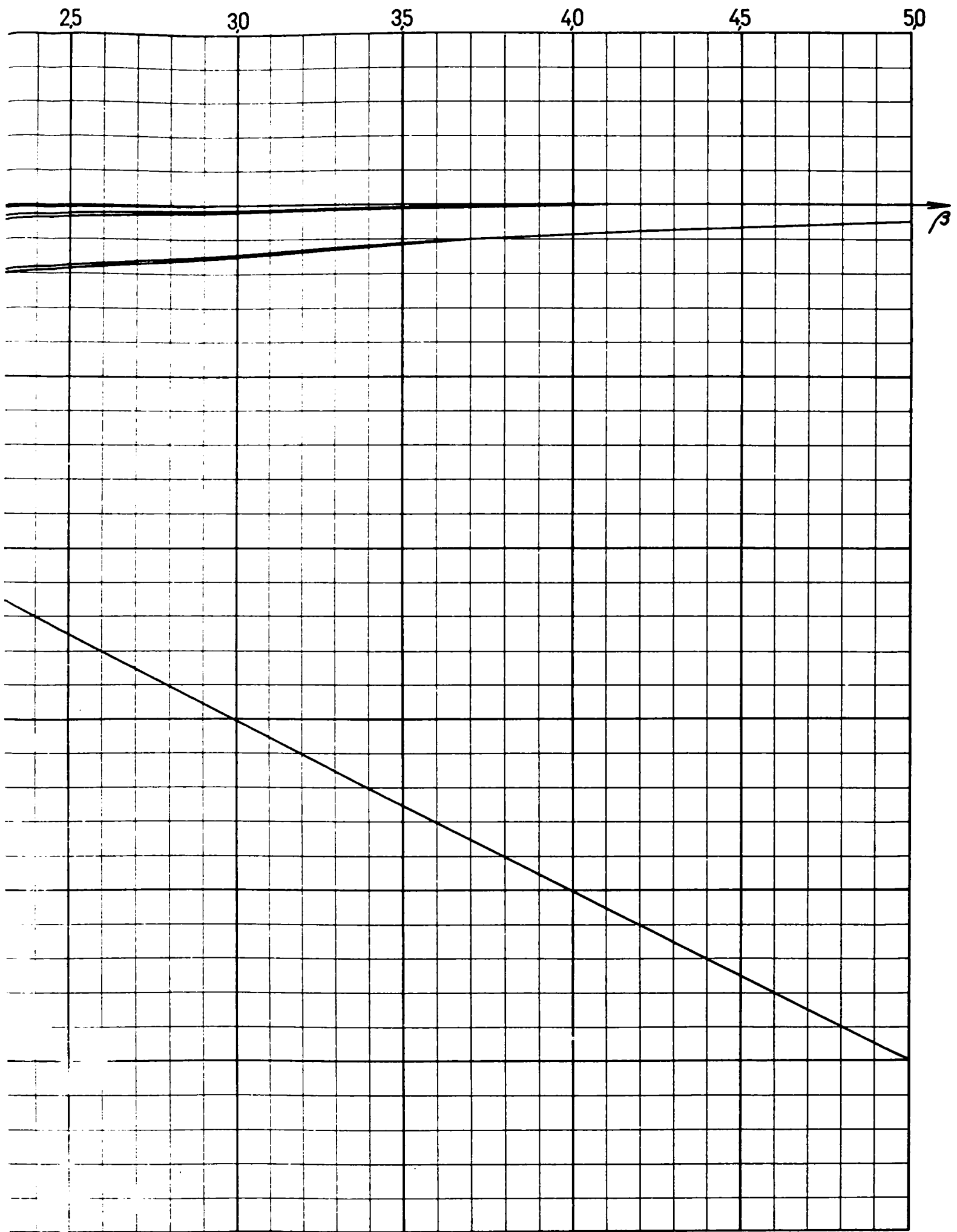




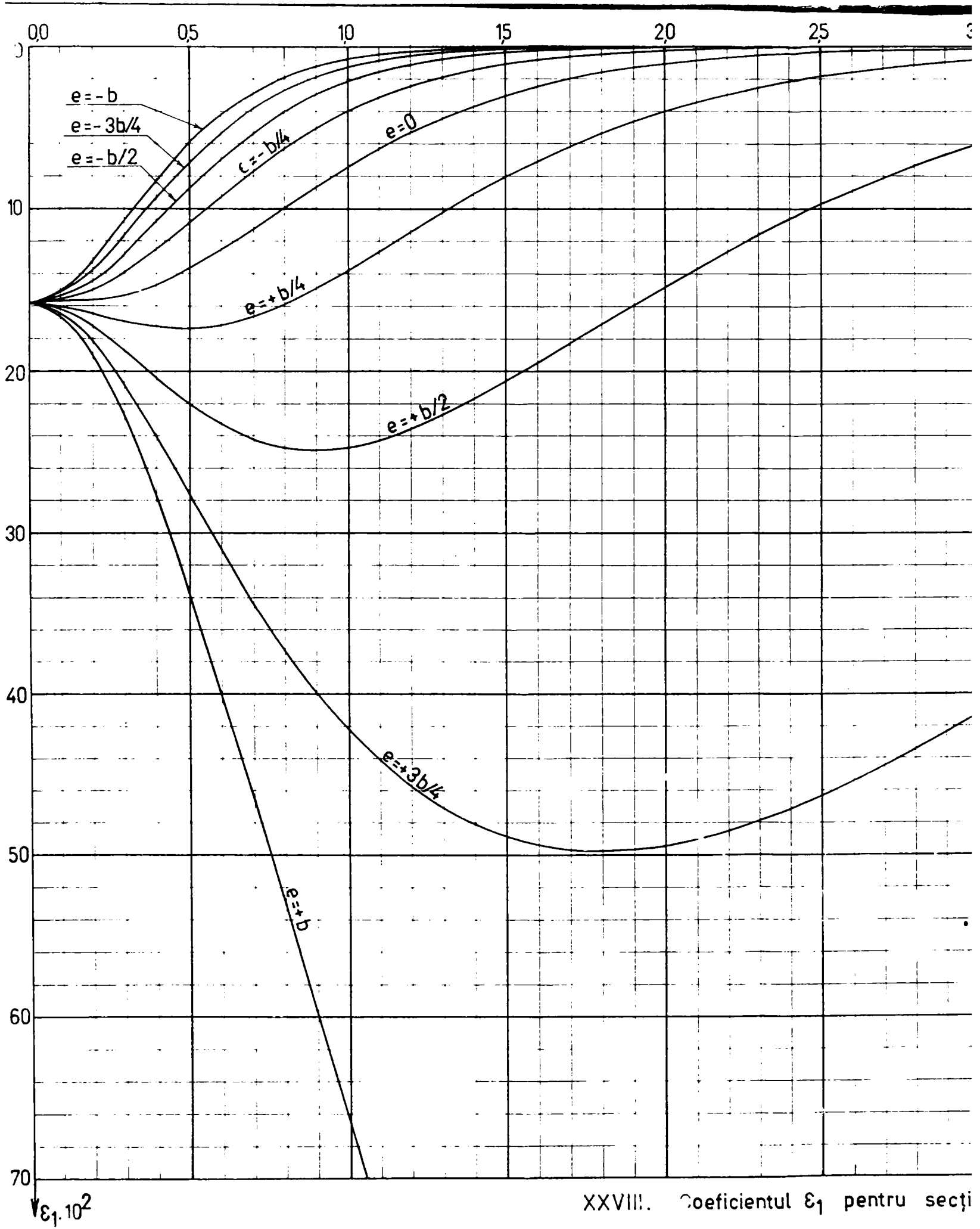
ntul ε_1 pentru secțiunea $y=0$



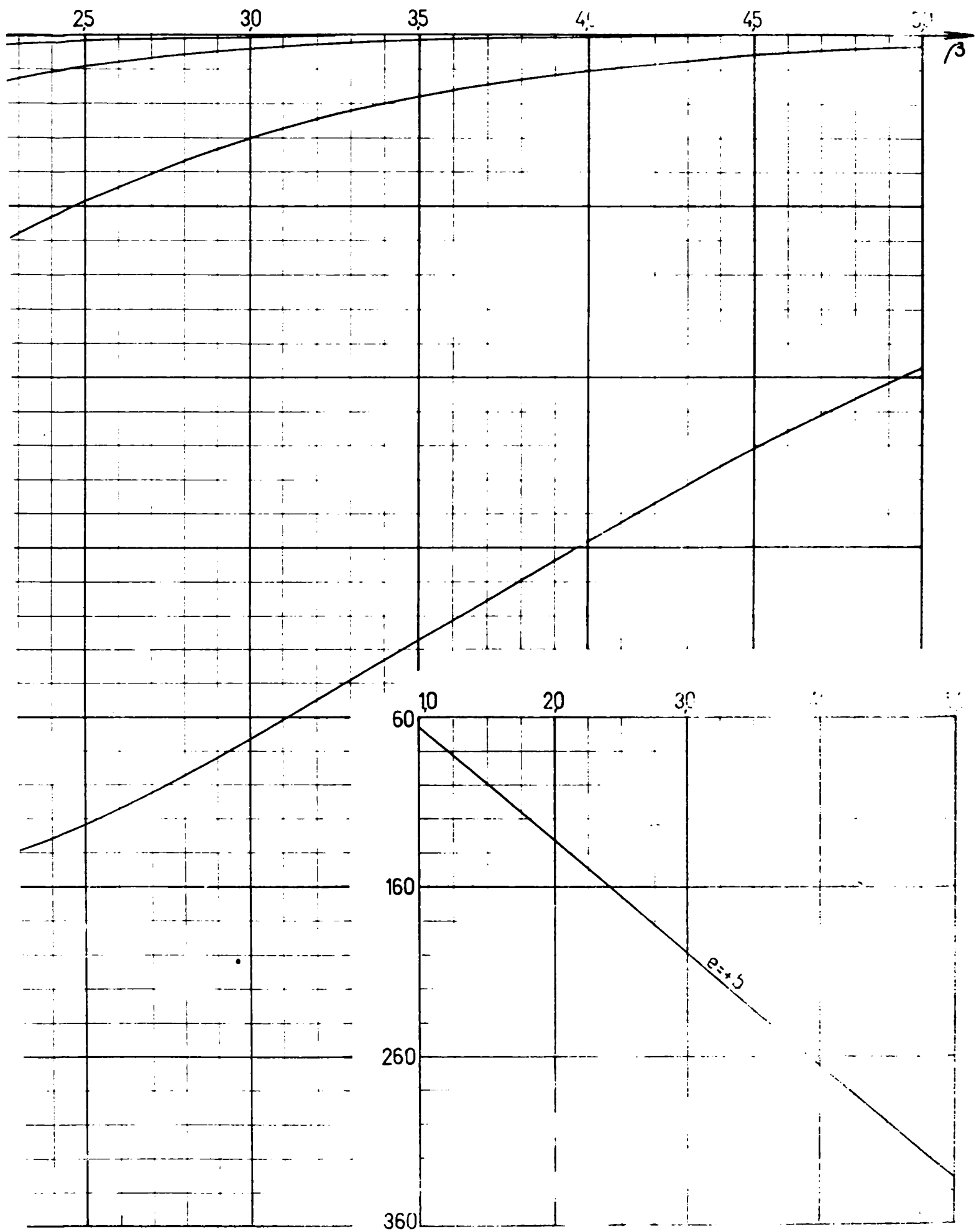
XXVII. Coeficientul ϵ_1 pentru secțiun



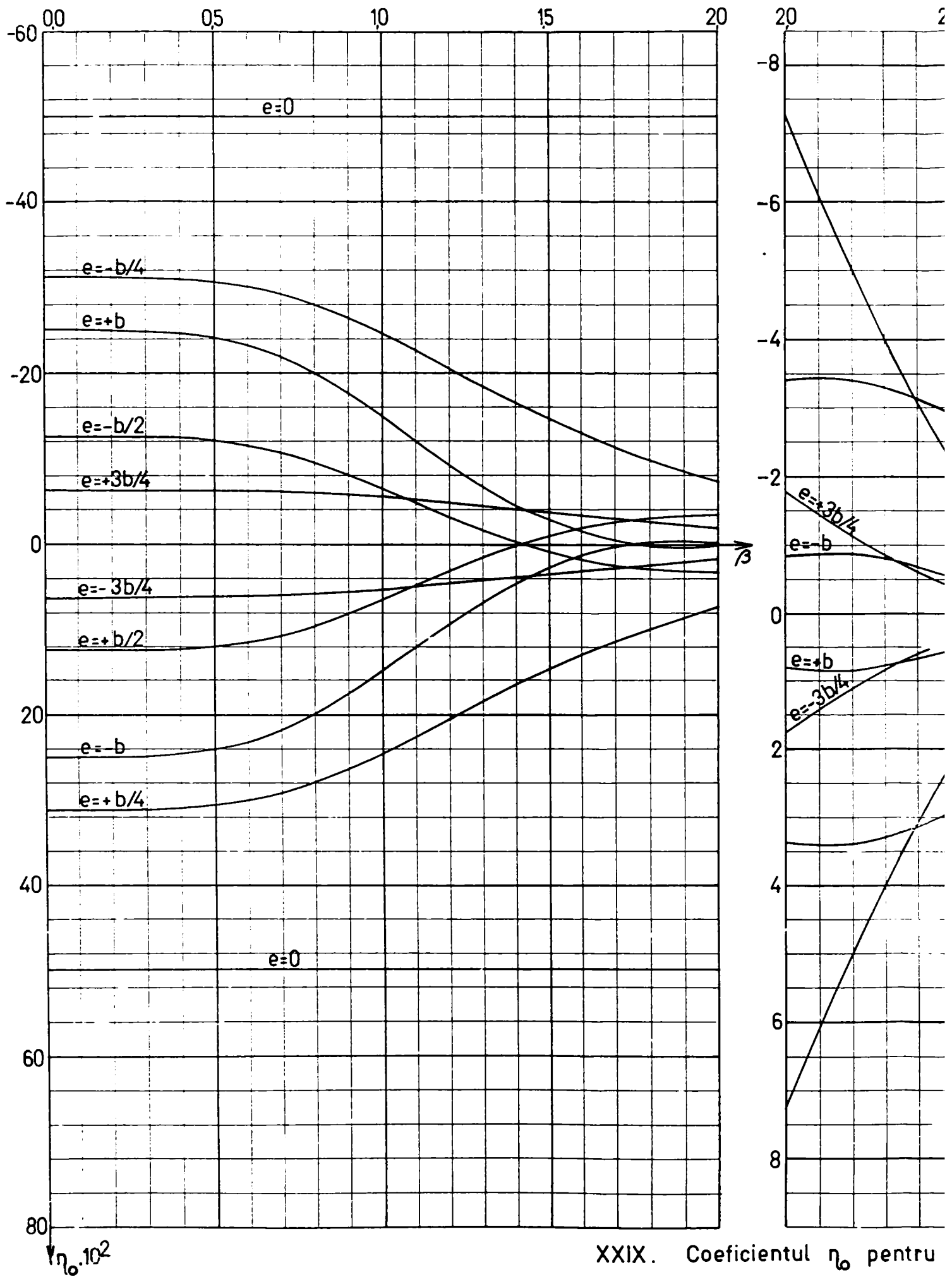
il ε_1 pentru secțiunea $y=b/2$



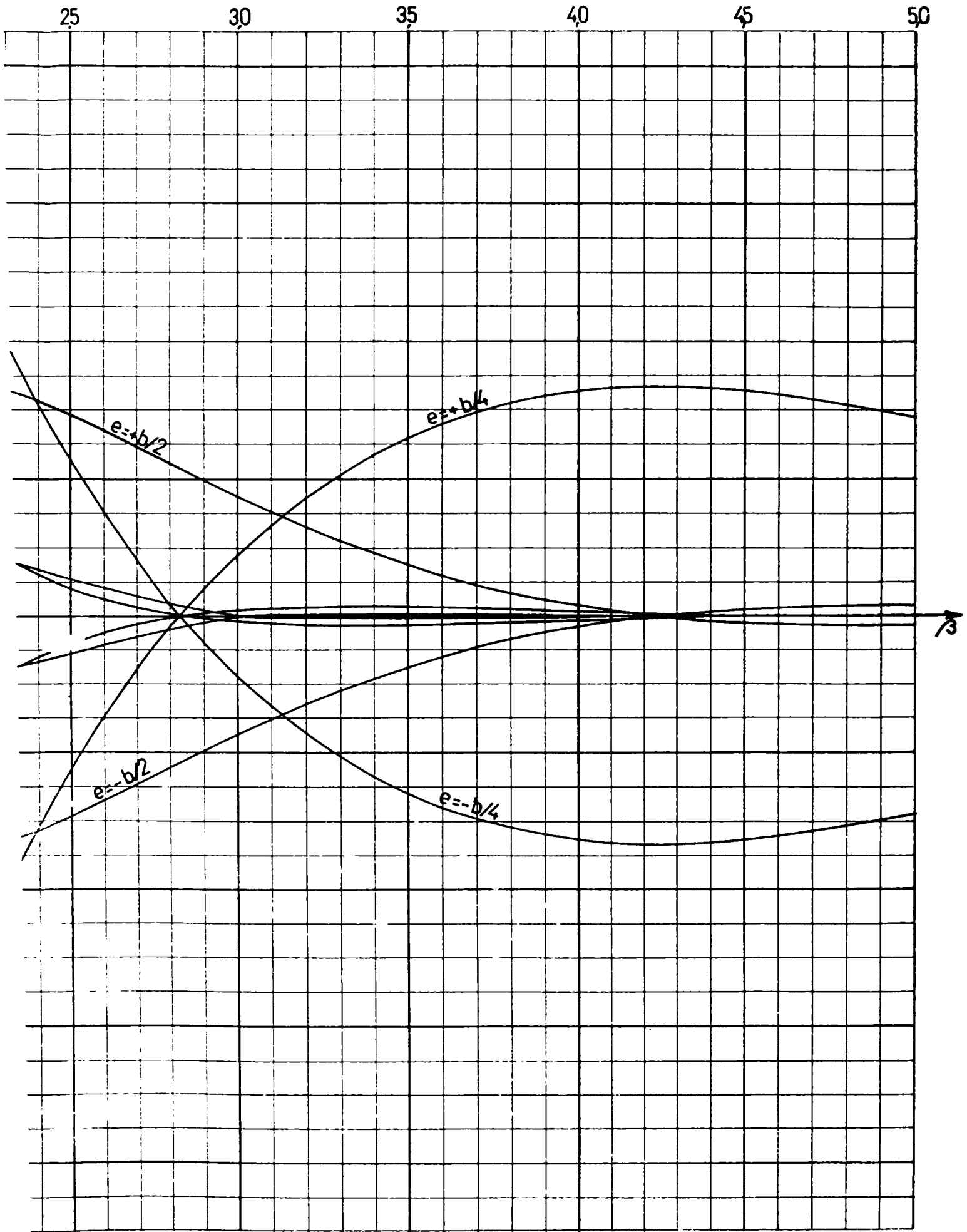
XXVIII. Coeficientul ϵ_1 pentru secți



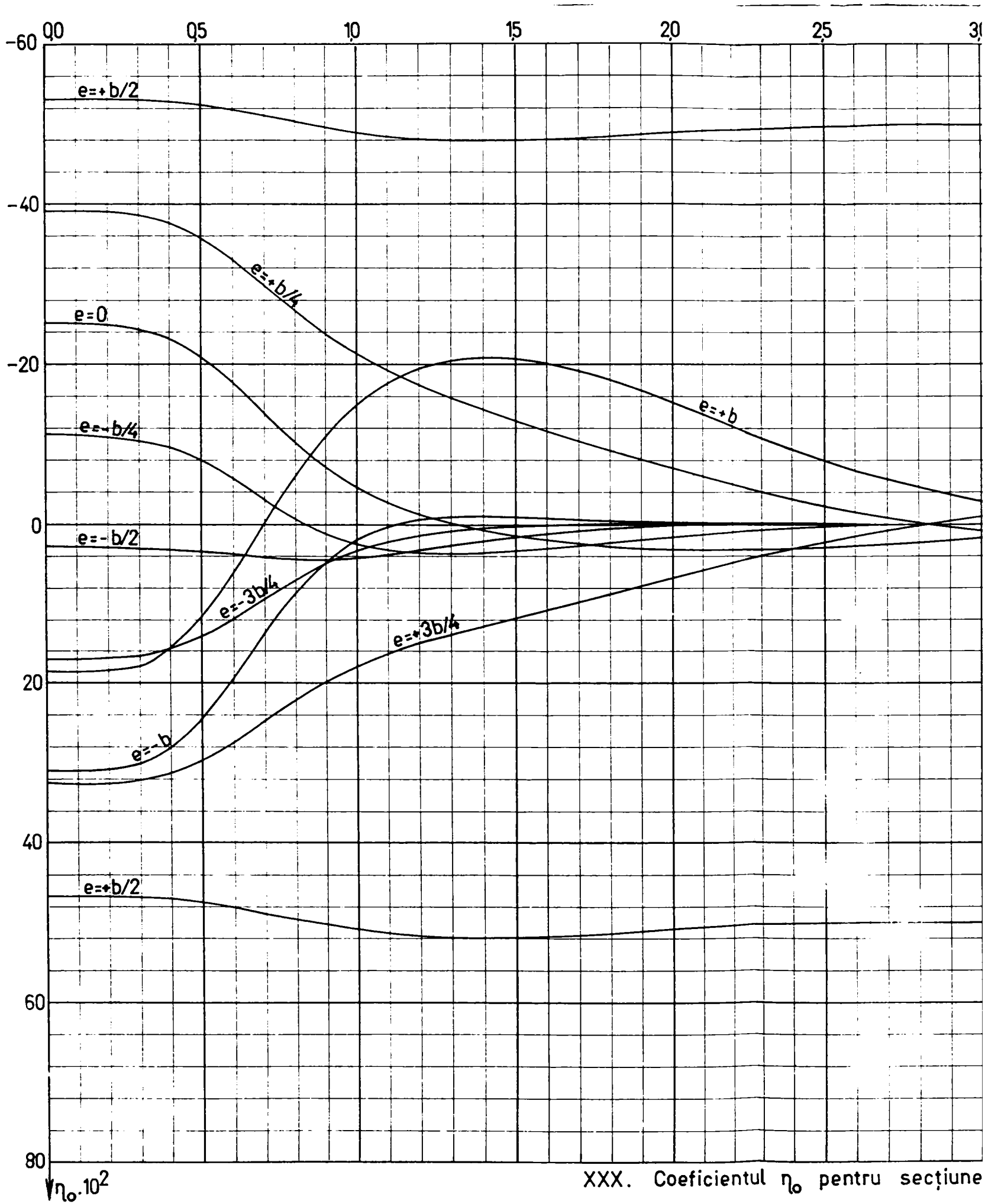
tuł ε_1 pentru secțiunea $y=b$



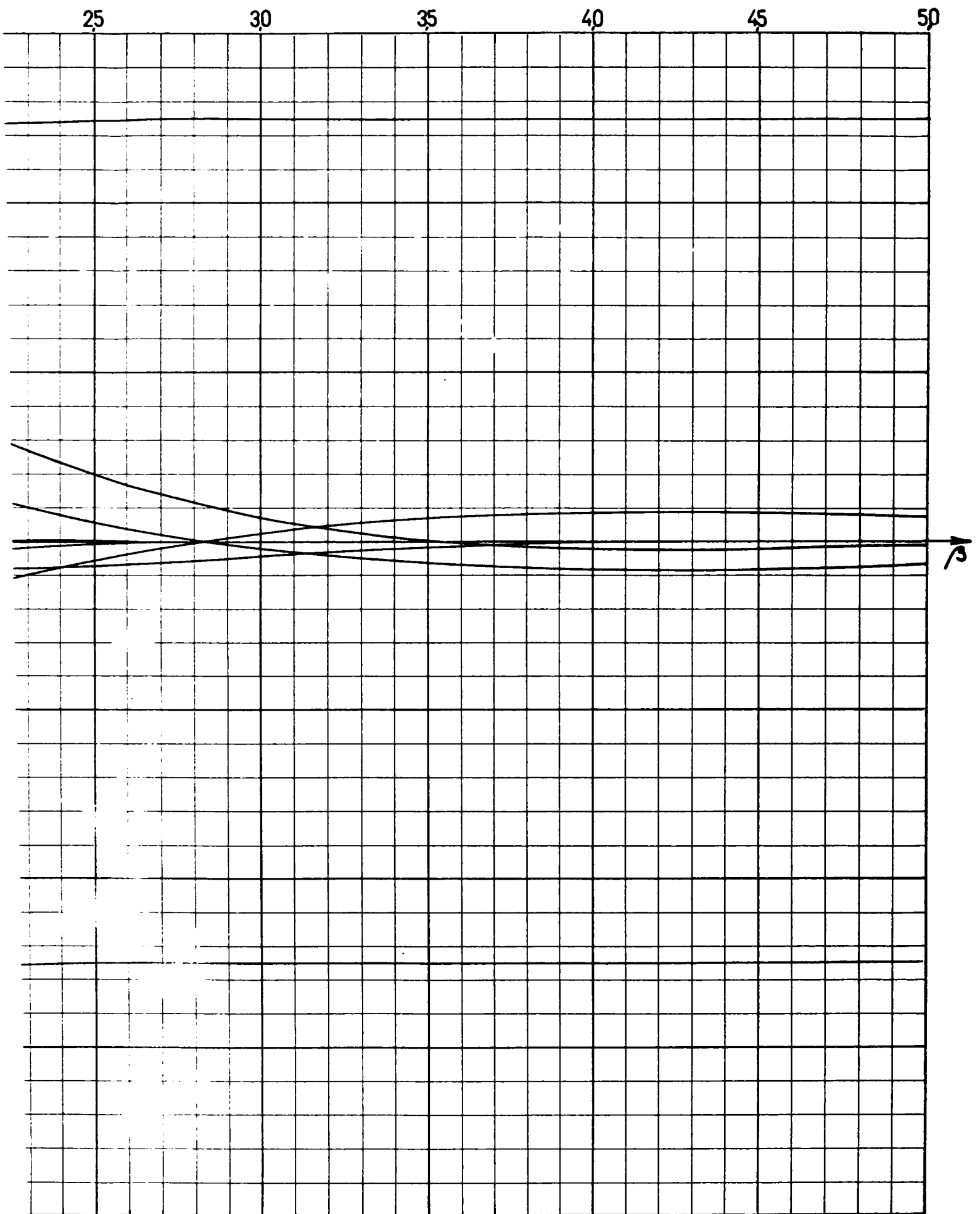
XXIX. Coeficientul η_0 pentru



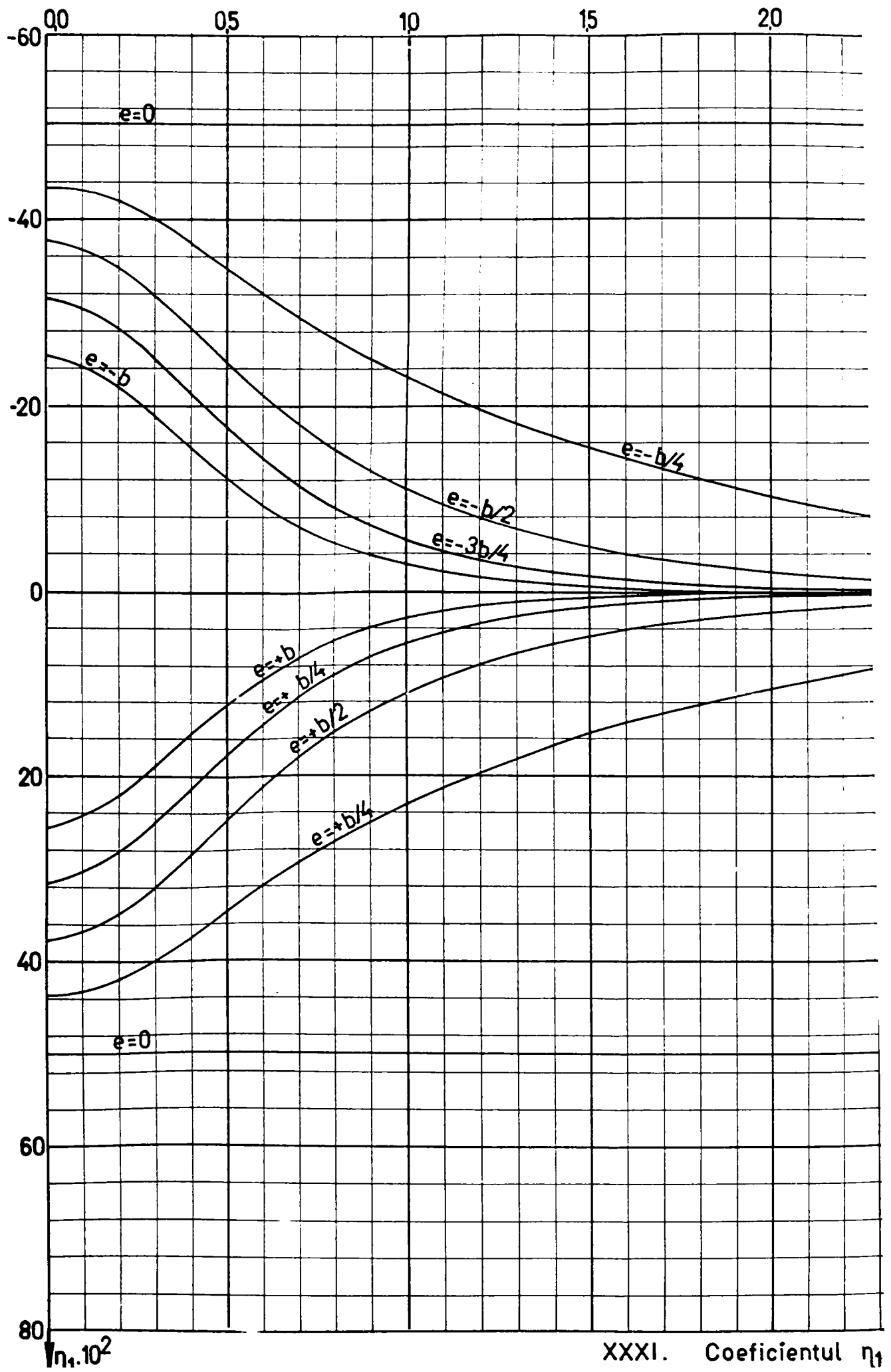
ru secțiunea $y=0$



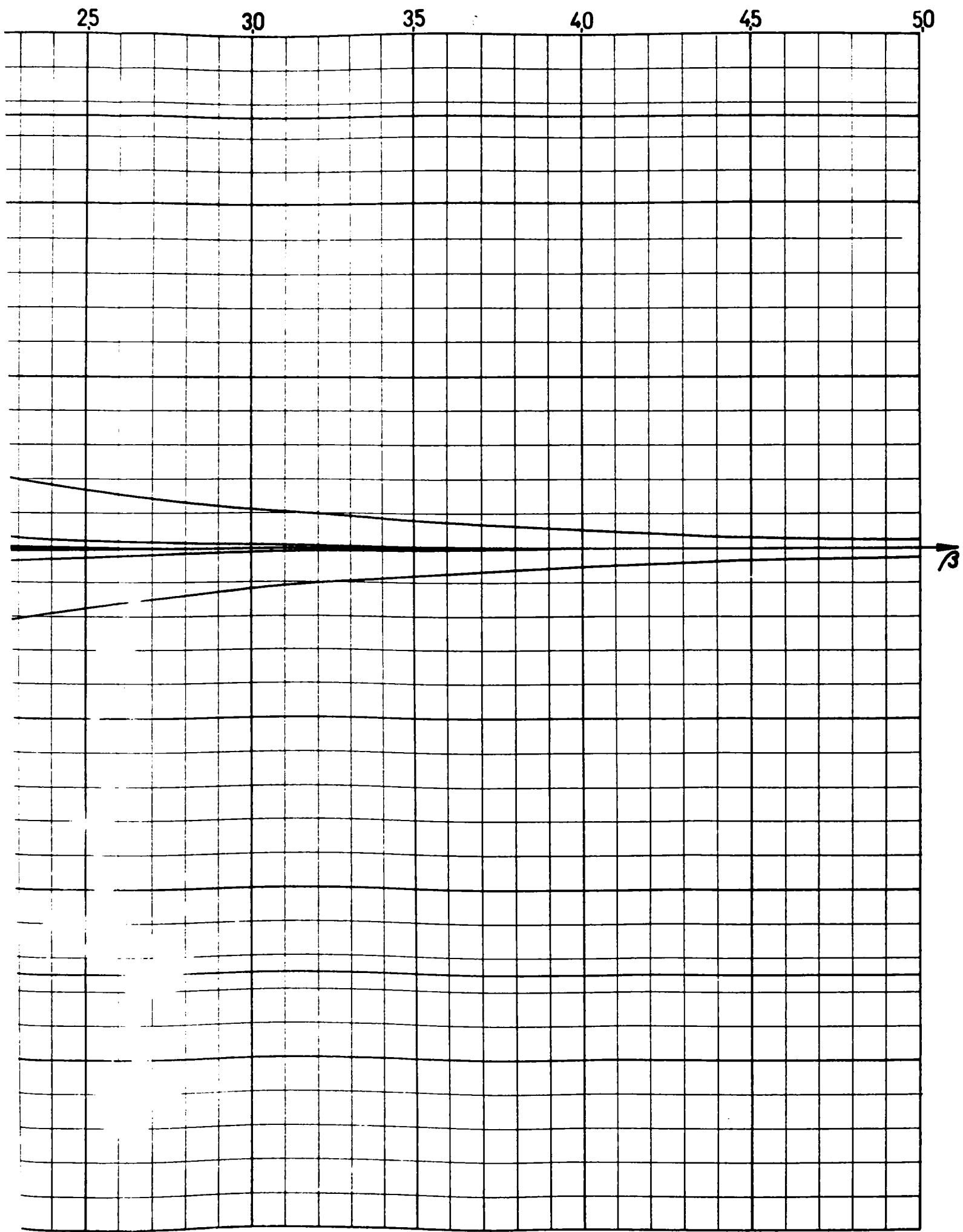
XXX. Coeficientul η_0 pentru secțiune



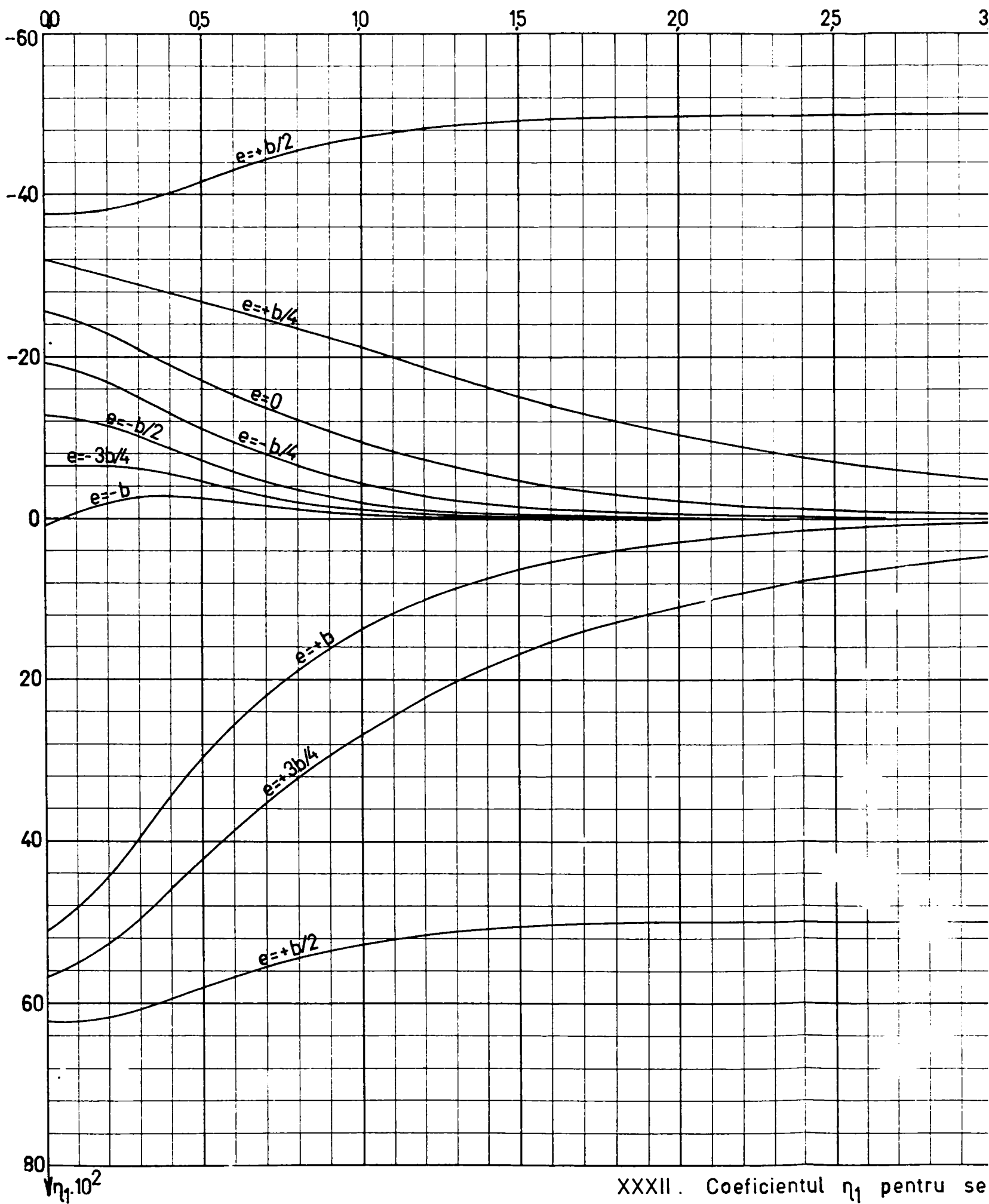
l η_0 pentru secțiunea $y = b/2$



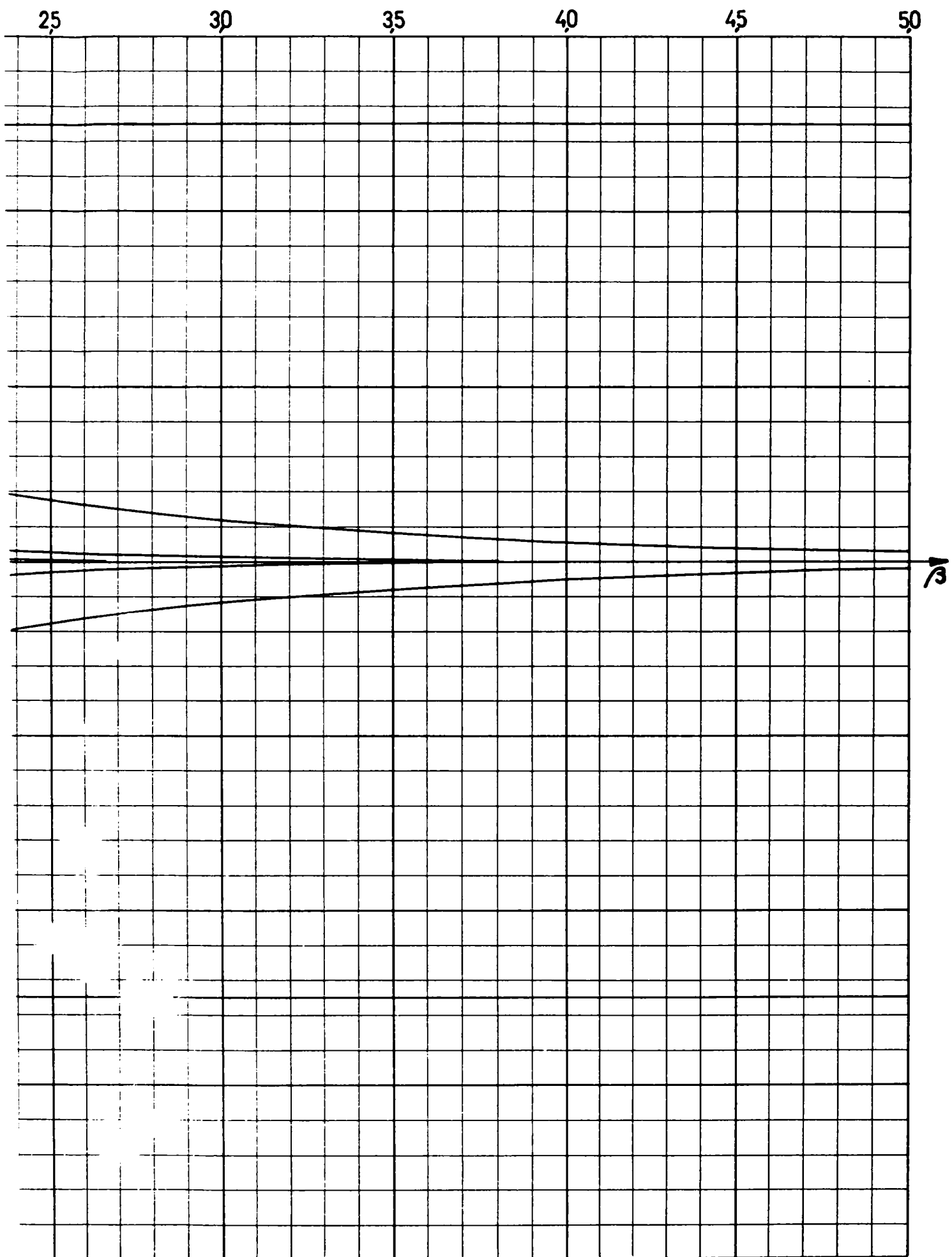
XXXI. Coeficientul η_1



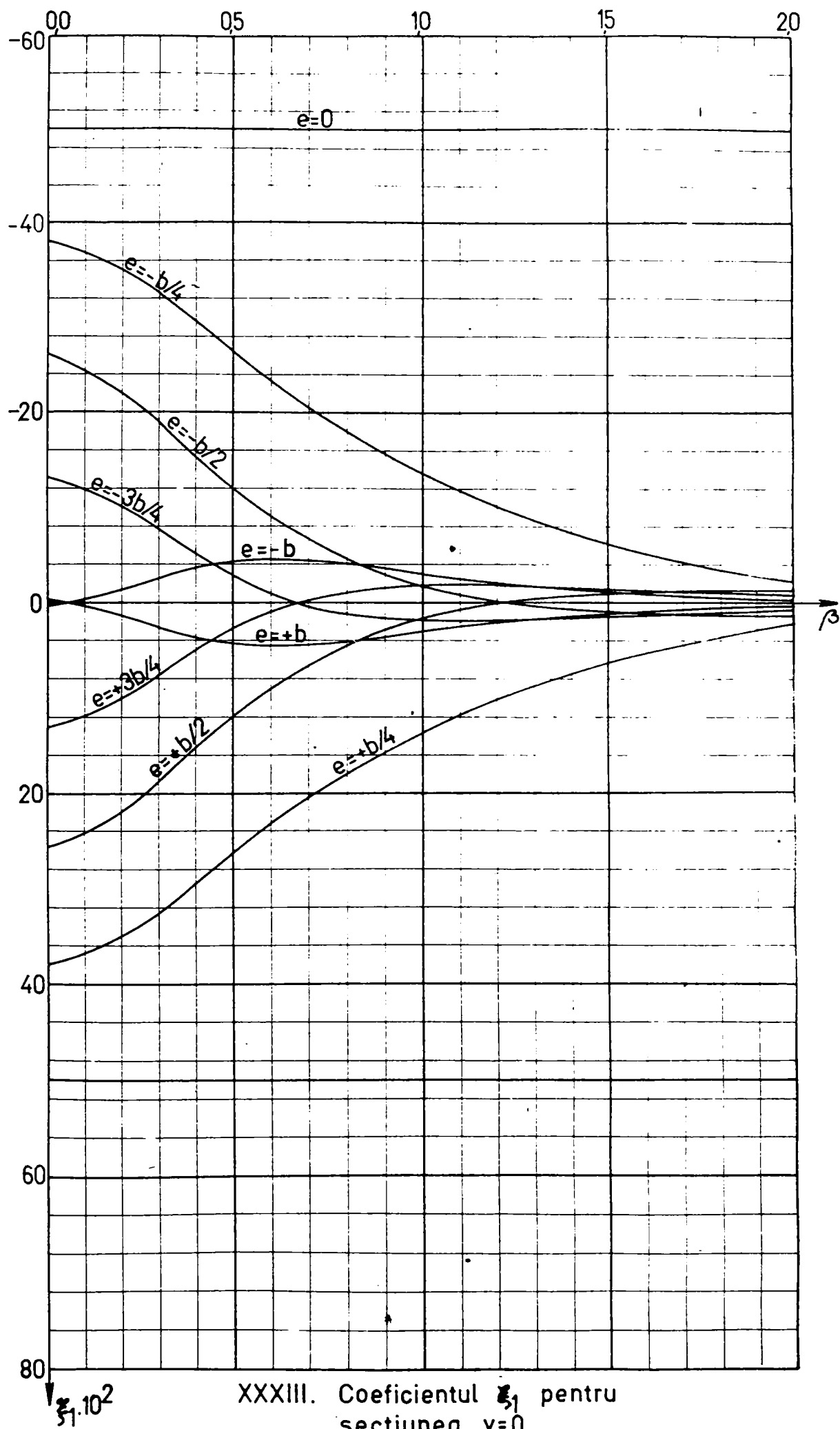
pentru secțiunea $y=0$



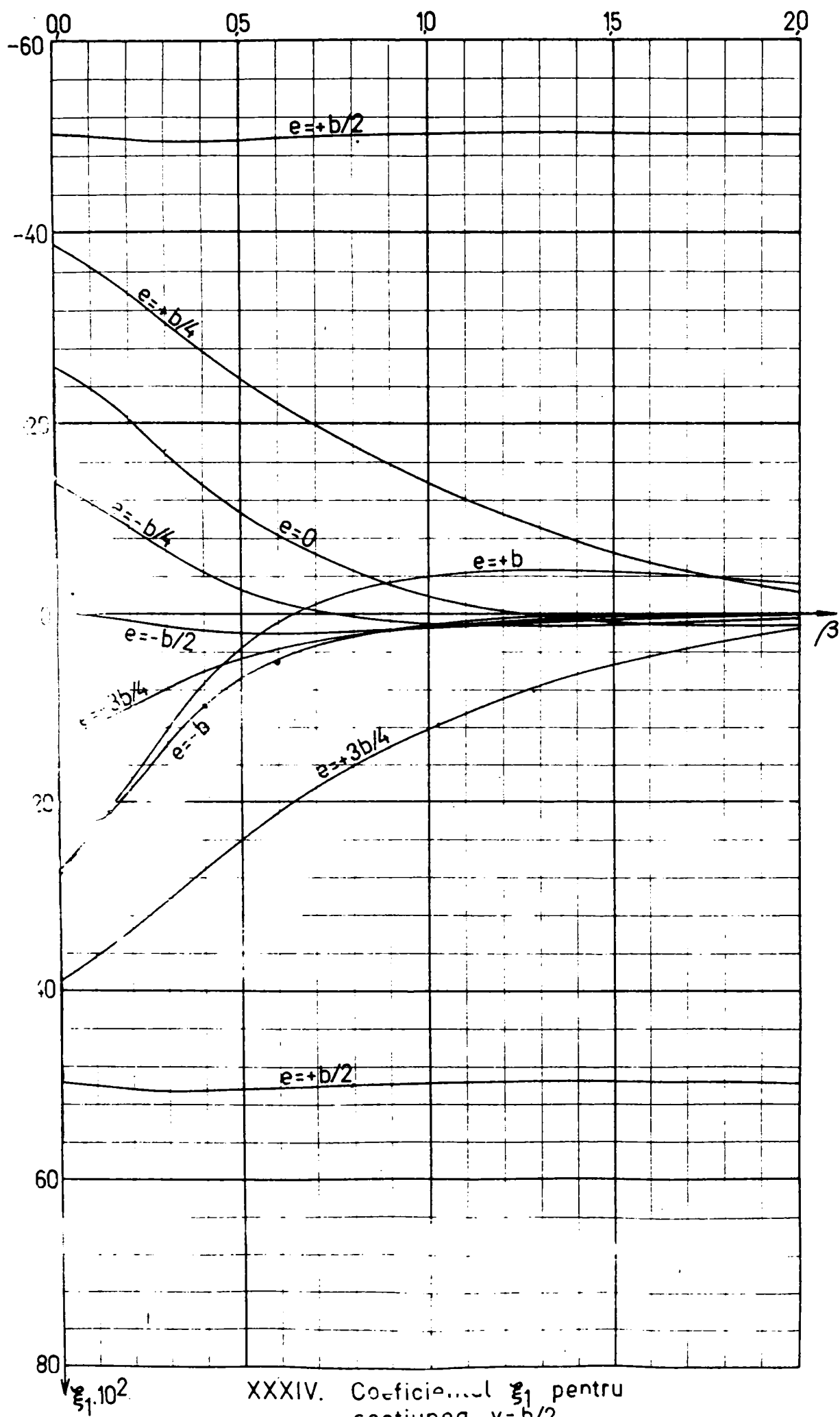
XXXII. Coeficientul η_1 pentru se



ul η_1 pentru secțiunea $y=b/2$



XXXIII. Coeficientul ξ_1 pentru secțiunea $y=0$



XXXIV. Coeficientul ξ_1 pentru secțiunea $y=b/2$