

**UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIȘOARA
FACULTATEA DE ELECTROTEHNICĂ**

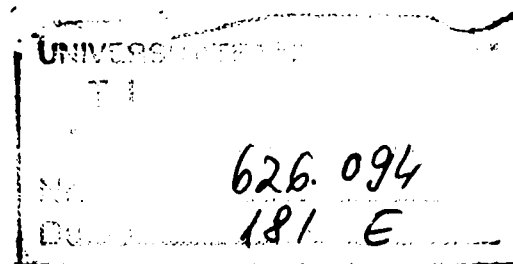
ING. ILEANA TORAC

**MODEL ANALITIC
AL MAȘINII SINCRONE REACTIVE
CU ROTOR STRATIFICAT**

TEZĂ DE DOCTORAT

**conducător științific:
ACAD. TOMA DORDEA**

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA



1999

PREFAȚĂ

Realizarea unor sisteme electromecanice performante presupune utilizarea unui element de execuție ieftin și fiabil. Datorită simplității și robusteții sale, mașina sincronă reactivă a fost reconsiderată odată cu dezvoltarea electronicii de putere, asocierea sa cu convertoare statice constituind o soluție optimă în numeroase aplicații. Deoarece valoarea momentului electromagnetic depinde de disimetria magnetică a mașinii, au fost propuse diferite configurații rotorice în vederea creșterii disimetriei magnetice a rotorului. În această lucrare se consideră un singur tip de rotor, realizat din tole de tablă electrotehnică, dispuse axial, montate în alternanță cu material izolant din punct de vedere electric și magnetic. Din acest motiv s-a considerat că denumirea de "rotor stratificat" este cea mai potrivită. Rigidizarea pachetului rotoric se face cu piese de consolidare și șuruburi de prindere.

Lucrarea își propune elaborarea unui model analitic al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat, adecvat problemelor de analiză a acestui tip de mașină.

Capitolul I prezintă principalele metode de calcul al câmpului electromagnetic; sunt prezentate formele particulare pe care le obțin ecuațiile fundamentale ale câmpului electromagnetic și câteva metode analitice utilizate la rezolvarea ecuațiilor cu derivate parțiale de ordinul al doilea pe care le satisfac mărimile de câmp necunoscute.

Capitolul II prezintă elaborarea modelului analitic al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat; se determină influența configurației rotorice asupra întrefierului echivalent al mașinii, distribuția inducției magnetice în întrefier și inductivitățile sincrone.

Capitolul III analizează influența configurației rotorice asupra parametrilor mașinii. S-au studiat tipuri particulare de configurații rotorice pentru a evidenția influența mărimilor geometrice rotorice asupra indicilor de performanță ai mașinii.

Capitolul IV prezintă determinările experimentale efectuate și compararea valorilor obținute prin calcul cu cele obținute experimental.

În capitolul V sunt prezentate concluziile generale și contribuțiile considerate originale.

Elaborarea acestei lucrări nu ar fi fost posibilă fără îndrumarea permanentă, competență și generoasă a conducătorului științific, domnul academician Toma Dordea, căruia îi mulțumesc și pe această cale.

CUPRINS

CAP. I.

Metode de calcul al câmpului electromagnetic	6
1.1. Câmpul electromagnetic în teoria macroscopică	6
1.2. Ecuatiile fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic	7
1.2.1. Ecuatiile fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii mobile	7
1.2.2. Ecuatiile fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii fixe	8
1.3. Particularizarea ecuațiilor fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic	9
1.3.1. Particularizarea ecuațiilor fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii mobile	9
1.3.2. Particularizarea ecuațiilor fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii fixe	10
1.4. Unicitatea rezolvării ecuațiilor fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic	14
1.5. Ecuatiile diferențiale ale potențialelor	14
1.5.1. Ecuatiile câmpului electrostatic	15
1.5.2. Ecuatiile câmpului electrocinetic staționar	16
1.5.3. Ecuatiile câmpului magnetic staționar	17
1.5.4. Ecuatiile câmpului electromagnetic în regim cvasistaționar de tip magnetic	18
1.6. Metode analitice de rezolvare a ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale	20
1.6.1. Generalități	20
1.6.2. Metoda funcțiilor analitice	21
1.6.3. Metoda reprezentării conforme	23
1.6.4. Metoda separării variabilelor	25
1.7. Metode de calcul al câmpului electromagnetic în mașinile electrice	27

CAP. II.

Elaborarea modelului analitic al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat	29
2.1. Generalități	29
2.2. Analiza influenței configurației rotorice asupra întrefierului echivalent	

al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat	32
2.2.1. Considerații preliminare	32
2.2.2. Determinarea grosimii echivalente a zonelor nemagnetice pe periferia rotorului	33
2.2.3. Determinarea grosimii echivalente a zonelor feromagnetice pe periferia rotorului	36
2.2.4. Determinarea influenței configurației rotorice asupra întrefierului echivalent	37
2.2.5. Exemplu de calcul	38
2.2.6. Concluzii	41
2.3. Calculul câmpului magnetic și al inductivităților sincrone longitudinală și transversală ale mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat fără piese de prindere (mașina model)	44
2.3.1. Ipoteze simplificatoare. Precizări	44
2.3.2. Determinarea mărimilor corespunzătoare câmpului magnetic transversal	45
2.3.3. Determinarea mărimilor corespunzătoare câmpului magnetic longitudinal	52
2.3.4. Exemplu de calcul	54
2.3.5. Concluzii	56
2.4. Calculul câmpului magnetic și al inductivităților sincrone longitudinală și transversală ale mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat, cu piese de prindere (mașina reală)	57
2.4.1. Considerații preliminare	57
2.4.2. Determinarea întrefierului în zona pieselor de prindere	57
2.4.3. Determinarea inductivității de magnetizare transversale în cazul $p=1$	61
2.4.4. Determinarea inductivității de magnetizare longitudinale în cazul $p=1$	62
2.4.5. Exemplu de calcul	64
2.4.6. Concluzii	68
2.5 Calculul câmpului magnetic și al inductivității de magnetizare longitudinală ale mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat, cu considerarea neliniarității materialului feromagnetic	69
2.5.1. Considerații preliminare	69
2.5.2. Ipoteze. Precizări	69
2.5.3. Determinarea inducției magnetice în întrefier	70
2.5.4. Determinarea fluxului magnetic longitudinal	74
2.5.5. Determinarea inductivității de magnetizare longitudinală	75
2.5.6. Exemplu de calcul	75

CAP. III.

Aplicarea modelului analitic în studiul mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat	77
3.1. Introducere	77
3.2. Precizări	79
3.3. Aspecte generale privind influența configurației rotorice asupra parametrilor mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat	79
3.4. Determinarea influenței configurației rotorice asupra parametrilor mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat	83
3.4.1. Influența distribuției zonelor nemagnetice rotorice	83
3.4.2. Influența mărimii pieselor de prindere	101
3.4.3. Analiza configurațiilor rotorice în ipoteza $\Sigma\Delta_x + \Sigma\delta_c = \text{const.}$	109
3.5. Concluzii	115

CAP. IV.

Determinarea experimentală a parametrilor mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat	117
4.1. Elemente teoretice	117
4.1.1. Determinarea inductivității sincrone longitudinale	117
4.1.2. Determinarea inductivității sincrone transversale	117
4.1.3. Determinarea inductivității de dispersie	119
4.2. Determinări experimentale	120
4.3. Rezultate experimentale	122

CAP. V.

Concluzii	127
Bibliografie	130

CAPITOLUL I

METODE DE CALCUL AL CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC

1.1. CÂMPUL ELECTROMAGNETIC ÎN TEORIA MACROSCOPICĂ

Conceptul de câmp electromagnetic definește o formă de existență a materiei, distinctă de forma substanță. El există atât în interiorul corpurilor cât și în vidul din exteriorul acestora, prin vid considerând, în teoria microscopică, o stare limită de extremă rarefiere a substanței corporale repartizate continuu în spațiu.

Câmpul electromagnetic prezintă distribuție spațială și evoluție în timp, posedă energie și este capabil să transmită prin contiguitate acțiuni ponderomotoare de natură electromagnetică, prin aceste elemente prezentând asemănări cu substanța. Spre deosebire de substanță însă, se poate identifica și descrie numai în raport cu sisteme de referință atașate corpurilor, nu i se poate atribui proprietatea de mișcare mecanică, se poate propaga (cu viteza luminii) sub formă de unde electromagnetice, și asupra sa nu se pot exercita acțiuni ponderomotoare.

Câmpul electromagnetic este constituit din două componente relative și interdependente: câmpul electric și câmpul magnetic. Atât câmpul electric și magnetic cât și corpurile aflate în câmp electromagnetic se pot caracteriza - la nivel microscopic local și instantaneu - prin mărimi de stare specifice, după cum urmează:

- **câmpul electric** (produs de corpuri electrizate sau de variația în timp a câmpului magnetic) prin:
 - intensitatea câmpului electric $\vec{E}(\vec{r}, t)$
 - inducția electrică $\vec{D}(\vec{r}, t)$
- **câmpul magnetic** (produs de corpuri în stare electrocinetică sau în stare de magnetizare, de corpuri electrizate aflate în mișcare sau de variația în timp a câmpului electric) prin:
 - intensitatea câmpului magnetic $\vec{H}(\vec{r}, t)$
 - inducția magnetică $\vec{B}(\vec{r}, t)$
- **corpurile aflate în câmp electromagnetic** prin:
 - densitatea volumică de sarcină electrică adevărată $\rho_v(\vec{r}, t)$ (definește starea de electrizare prin încărcare)
 - polarizația $\vec{P}(\vec{r}, t)$ (definește starea de electrizare prin polarizare)

- densitatea curentului electric de conducție $\overline{J}(\overline{r}, t)$ (descrie starea electrocinetică)

- magnetizația $\overline{M}(\overline{r}, t)$ (descrie starea de magnetizare)

Câmpul electromagnetic macroscopic în medii oarecare (și la limită, în vid) se poate afla în următoarele regimuri de desfășurare a fenomenelor electrice și magnetice:

- regimul nestaționar sau general variabil al câmpului electromagnetic, căruia îi corespund specii de mărimi de stare macroscopică a câmpului electromagnetic și a corpurilor, variabile în timp prin funcții oarecare (corespunzând regimului tranzitoriu) sau periodice (corespunzând regimului permanent periodic).

Un caz particular al regimului nestaționar îl reprezintă variația în timp (oarecare sau periodică) a mărimilor de stare macroscopică cu frecvență suficient de joasă pentru a se putea neglija contribuția variației în timp a câmpului electric la producerea câmpului magnetic; regimul acesta este cvasistaționar de tip magnetic (inductiv sau anelectric).

- regimul staționar al câmpului electromagnetic în medii imobile, care este însoțit de transformări energetice și se caracterizează prin mărimi de stare macroscopică a câmpului electromagnetic și a corpurilor, invariabile în timp. Câmpul electromagnetic în regim staționar prezintă două aspecte: câmpul electric staționar și câmpul magnetic staționar.

Regimul static este cazul particular al regimului staționar în care nu au loc transformări energetice și nici curenți electrice de conducție. Acesta este singurul regim al câmpului electromagnetic în care fenomenele electrice și magnetice se produc independent și se pot studia disociind regimul electrostatic respectiv magnetostatic.

1.2. ECUAȚIILE FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC MACROSCOPIC

1.2.1. Ecuațiile fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii mobile

Ecuațiile reprezentând legile generale ale câmpului electromagnetic macroscopic nestaționar în medii mobile, cu viteze nerelativiste și în domeniul de continuitate și netezime a proprietăților fizice locale, sunt:

$$\operatorname{rot} \overline{E}^0 = -\frac{\partial \overline{B}^0}{\partial t} + \operatorname{rot}(\overline{v} \times \overline{B}^0) \quad (1.1)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H}^0 = \bar{J}^0 + \rho_v^0 \cdot \bar{v} + \frac{\partial \bar{D}^0}{\partial t} + \operatorname{rot}(\bar{D}^0 \times \bar{v}) \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div} \bar{J}^0 = -\frac{\partial \rho_v^0}{\partial t} - (\operatorname{div} \rho_v^0 \cdot \bar{v}) \quad (1.3)$$

$$\operatorname{div} \bar{D}^0 = \rho_v^0 \quad (1.4)$$

$$\operatorname{div} \bar{B}^0 = 0 \quad (1.5)$$

Mărimile de stare macroscopică a câmpului electromagnetic și a corpurilor mobile se definesc în referențialul propriu R^0 (atașat punctului material oarecare al mediului mobil), iar viteza \bar{v} și operatorii diferențiali se definesc în raport cu referențialul inertial fix R .

Ecuațiile care exprimă legile de material sunt, în forma generală:

$$\bar{D}^0 = D(\bar{E}^0, \bar{B}^0) \quad (1.6)$$

$$\bar{B}^0 = B(\bar{H}^0, \bar{E}^0) \quad (1.7)$$

$$\bar{J}^0 = J(\bar{E}^0, \bar{B}^0) \quad (1.8)$$

1.2.2. Ecuațiile fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii fixe

Ecuațiile fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii fixe cuprind exprimarea matematică, în formă locală, a legilor generale și a legilor de material din teoria macroscopică a electromagnetismului, în domenii de continuitate și netezime a proprietăților fizice locale.

$$\operatorname{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (1.9)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \quad (1.10)$$

$$\operatorname{div} \bar{J} = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (1.11)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho_v \quad (1.12)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad (1.13)$$

$$\bar{D} = D(\bar{E}) \quad (1.14)$$

$$\bar{B} = B(\bar{H}) \quad (1.15)$$

$$\bar{J} = J(\bar{E}, \bar{B}) \quad (1.16)$$

În ecuații, atât mărimile de stare ale câmpului electromagnetic cât și variabilele independente - coordonatele spațiale și timpul - sunt raportate la referențialul propriu (sistemul de referință inertial, atașat fiecărui punct al mediului de câmp, și aflat în repaus, local și instantaneu în raport cu substanța din vecinătatea punctului respectiv).

1.3. PARTICULARIZAREA ECUAȚIILOR FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC MACROSCOPIC

1.3.1. Particularizarea ecuațiilor fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii mobile

În regim cvasistationar magnetic al câmpului electromagnetic în medii mobile, izotrope, omogene, nepolarizate și nemagnetizate permanent și lipsite de câmp electric imprimat, se neglijează densitatea curentului de deplasare ($\frac{\partial \bar{D}^0}{\partial t} = 0$), densitatea curentului Roentgen teoretic ($\text{rot}(\bar{D}^0 \times \bar{v}) = 0$) și efectul dinamic al distribuției volumice de sarcină electrică adevărată. Ecuațiile corespunzătoare legilor generale, pentru domenii de continuitate și netezime a proprietăților electromagnetice locale, sunt:

$$\text{rot} \bar{E}^0 = -\frac{\partial \bar{B}^0}{\partial t} + \text{rot}(\bar{v} \times \bar{B}^0) \quad (1.17)$$

$$\text{rot} \bar{H}^0 = \bar{J}^0 + \rho_v^0 \cdot \bar{v} \quad (1.18)$$

$$d\text{iv}(\bar{J}^0 + \rho_v^0 \cdot \bar{v}) = 0 \quad (1.19)$$

$$d\text{iv} \bar{D}^0 = \rho_v^0 \quad (1.20)$$

$$d\text{iv} \bar{B}^0 = 0 \quad (1.21)$$

Dacă, în plus, mediile se consideră fără histerezis (electric, magnetic și electroconductiv), ecuațiile constitutive, scrise în referențialul propriu R^0 , au forma:

$$\bar{D}^0 = \epsilon \bar{E}^0 \quad (1.22.)$$

$$\bar{B}^0 = \mu \bar{H}^0 \quad (1.23)$$

$$\bar{J}^0 = \sigma \bar{E}^0 \quad (1.24)$$

Dacă raportarea se face la referențialul R, ecuațiile constitutive devin :

$$\bar{D} = \varepsilon(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) \quad (1.25)$$

$$\bar{B} = \mu(\bar{H} - \bar{v} \times \bar{B}) \quad (1.26)$$

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B}) + \rho_v \cdot \bar{v} \quad (1.27)$$

1.3.2. Particularizarea ecuațiilor fundamentale ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii fixe

Se vor prezenta cazurile particulare ale legilor generale pentru diferite regimuri ale câmpului electromagnetic macroscopic în medii imobile și apoi particularizarea legilor de material pentru diferite caracteristici de stare electromagnetică a mediilor corporale.

1.3.2.1. Particularizarea ecuațiilor reprezentând legile generale

1.3.2.1.1. Regimul cvasistaționar de tip magnetic

$$\text{rot} \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \quad (1.28)$$

$$\text{rot} \bar{H} = \bar{J} \quad (1.29)$$

$$\text{div} \bar{J} = 0 \quad (1.30)$$

$$\text{div} \bar{D} = \rho_v \quad (1.31)$$

$$\text{div} \bar{B} = 0 \quad (1.32)$$

În regim cvasistaționar magnetic, condiția de cvasistaționaritate $\frac{\partial \bar{D}}{\partial t} = 0$ în ecuația (1.10),

implică automat condiția $\frac{\partial \rho_v}{\partial t} = 0$ în ecuația (1.11), corespunzătoare legii circuitului magnetic.

Neglijând contribuția densității curentului de deplasare în raport cu \bar{J} din punct de vedere al producerii câmpului magnetic, în acest regim dispăre dubla legătură cauzală între câmpul electric și cel magnetic și prin urmare și posibilitatea câmpului electromagnetic de a exista sub formă de unde electromagnetice.

Ecuațiile sunt valabile în domenii de continuitate și netezime a proprietăților electromagnetice. Pentru puncte aparținând suprafețelor de discontinuitate (reprezentând suprafața de separație dintre două medii corporale imobile, cu proprietăți electromagnetice diferite), sau curbelor singulare, aceste ecuații devin "ecuații de trecere", reprezentând condițiile de salt pentru

mărimile de stare macroscopică a câmpului electromagnetic și a corpurilor imobile, în regim cvasistaționar magnetic:

$$\operatorname{rot}_s \bar{E} = \bar{n}_s \times (\bar{E})_s = 0 \quad (1.33)$$

$$\operatorname{rot}_s \bar{H} = \bar{n}_s \times (\bar{H})_s = \bar{J}_s \quad (1.34)$$

$$\operatorname{div}_s \bar{J} = \bar{n}_s \cdot (\bar{J})_s \quad (1.35)$$

$$\operatorname{div}_s \bar{D} = \bar{n}_s \cdot (\bar{D})_s = \rho_s \quad (1.36)$$

$$\operatorname{div}_s \bar{B} = \bar{n}_s \cdot (\bar{B})_s = 0 \quad (1.37)$$

- \bar{J}_s, ρ_s , reprezintă densitatea pânzei de curent de conducție, respectiv densitatea superficială a sarcinii electrice adevărate (dacă ea există), corespunzătoare suprafeței de discontinuitate S;

- \bar{n}_s este versorul normalei la suprafața S, în punctul considerat;

- $()_s$ simbolizează saltul mărimilor de stare macroscopice la traversarea suprafeței de discontinuitate S;

1.3.2.1.2. Regimul staționar

$$\operatorname{rot} \bar{E} = 0 \quad (1.38)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = \bar{J} \quad (1.39)$$

$$\operatorname{div} \bar{J} = 0 \quad (1.40)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho_v \quad (1.41)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad (1.42)$$

În acest regim, legătura dintre cele două perechi de specii de mărimi de stare macroscopică a câmpului electromagnetic se realizează exclusiv prin vectorul densității curentului electric de conducție $\bar{J}(\bar{r})$. Ecuațiile se pot disocia, corespunzător determinării mărimilor de stare electrică, respectiv magnetică, a câmpului electromagnetic și a corpurilor fixe, în regim electric sau electrocinetic staționar, respectiv în regim magnetic staționar. Ecuațiile de trecere sunt (cu aceleași notații ca și pentru cazul regimului cvasistaționar de tip magnetic), următoarele:

$$\operatorname{rot}_s \bar{E} = \bar{n}_s \times (\bar{E})_s = 0 \quad (1.43)$$

$$\operatorname{rot}_i \bar{H} = \bar{n}_i \times (\bar{H})_i = \bar{J}_i \quad (1.44)$$

$$\operatorname{div}_i \bar{J} = \bar{n}_i \cdot (\bar{J})_i \quad (1.45)$$

$$\operatorname{div}_i \bar{D} = \bar{n}_i \cdot (\bar{D})_i = \rho_i \quad (1.46)$$

$$\operatorname{div}_i \bar{B} = \bar{n}_i \cdot (\bar{B})_i = 0 \quad (1.47)$$

1.3.2.1.3. Regimul static

În regim static toate mărimile sunt invariabile în timp, deci $\frac{\partial}{\partial t} = 0$, iar densitatea curentului

de conducție este nulă ($\bar{J} = 0$).

$$\operatorname{rot} \bar{E} = 0 \quad (1.48)$$

$$\operatorname{div} \bar{D} = \rho_v \quad (1.49)$$

$$\operatorname{rot} \bar{H} = 0 \quad (1.50)$$

$$\operatorname{div} \bar{B} = 0 \quad (1.51)$$

Se obțin două grupe de ecuații complet independente, una conținând mărimi de stare electrică macroscopică a câmpului electromagnetic și a corpurilor imobile în regim electrostatic, cealaltă conținând numai mărimi de stare magnetică macroscopică a câmpului electromagnetic și a corpurilor imobile, în regim magnetostatic.

Ecuațiile de trecere sunt:

$$\operatorname{rot}_i \bar{E} = 0 \quad (1.52)$$

$$\operatorname{div}_i \bar{D} = \rho_i \quad (1.53)$$

$$\operatorname{rot}_i \bar{H} = 0 \quad (1.54)$$

$$\operatorname{div}_i \bar{B} = 0 \quad (1.55)$$

1.3.2.2. Particularizarea ecuațiilor reprezentând legile de material

Starea electromagnetică a mediilor corporale imobile, aflate în prezența câmpului electromagnetic se definește cu ajutorul parametrilor constitutivi: permitivitate, ϵ , permeabilitate, μ , reluctivitate, ν și conductivitate, σ .

1.3.2.2.1. Medii fixe, neliniare, anizotrope, neomogene, nepermanente și fără histerezis

Se consideră cazul în care mediul, imobil, prezintă următoarele caracteristici:

- este neliniar din punct de vedere electric, magnetic și electroconductiv, adică parametrii săi constitutivi sunt funcții neliniare (de tip saturație) de vectorii de câmp \vec{E} și \vec{H} (sau \vec{B});
- prezintă anizotropie electrică, magnetică și electroconductivă, adică parametrii săi constitutivi sunt tensori simetrici de ordinul al doilea în spațiul euclidian tridimensional;
- este neomogen, adică parametrii săi constitutivi sunt funcții scalare de punct;
- este nepermanent și fără histerezis, adică parametrii săi constitutivi sunt variabili în timp, dar depind exclusiv de starea instantanee în care sunt măsurăți, nu și de stările anterioare acestuia;
- au polarizație permanentă $\vec{P}_p(\vec{r}, t)$, magnetizație permanentă $\vec{M}_p(\vec{r}, t)$, (respectiv inducție magnetică remanentă $\vec{B}_{rem}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{M}_p(\vec{r}, t)$ cu μ_0 - permeabilitatea magnetică a vidului) și câmp electric imprimat total (de natură nemagnetică) cu intensitatea $\vec{E}_{i,sw}(\vec{r}, t)$.

În acest caz se obțin ecuațiile:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \overline{\epsilon}(\vec{E}, \vec{r}, t) \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}_p(\vec{r}, t) \quad (1.56)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \overline{\mu}(\vec{H}, \vec{r}, t) \cdot \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{B}_{rem}(\vec{r}, t) \quad (1.57)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \overline{\sigma}(\vec{E}, \vec{r}, t) \cdot [\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{i,sw}(\vec{r}, t)] \quad (1.58)$$

1.3.2.2.2. Medii fixe, liniare, izotrope, omogene și permanente

În cazul acesta, mediul imobil de câmp se caracterizează prin următoarele:

- este liniar, izotrop, omogen și permanent, adică parametrii săi constitutivi sunt constante scalare reale, independente de vectorii de câmp, de direcția de măsurare, de poziție, respectiv de câmp;
- nu prezintă histerezis electric, magnetic și electroconductiv;
- prezintă, eventual, polarizație permanentă, inducție magnetică remanentă și câmp electric imprimat, de natură nemagnetică.

În aceste condiții se obțin ecuațiile:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}_p(\vec{r}, t) \quad (1.59)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \mu \vec{H}(\vec{r}, t) + \vec{B}_{rem}(\vec{r}, t) \quad (1.60)$$

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = \sigma [\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{E}_{i, ext}(\vec{r}, t)] \quad (1.61)$$

1.4. UNICITATEA REZOLVĂRII ECUAȚIILOR FUNDAMENTALE ALE CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC MACROSCOPIC

Proprietatea obiectivă a câmpului electromagnetic de a satisface principiul cauzalității se regăsește în teorema generală de unicitate a câmpului electromagnetic macroscopic. Determinarea univocă a vectorilor de stare, locală și instantanee, a câmpului electromagnetic macroscopic, $\vec{E}, \vec{D}, \vec{H}, \vec{B}$ în oricare din regimurile sale se poate face dacă sunt cunoscute următoarele condiții de unicitate:

- condiții de material;
- condiții de viteză, numai în cazul mediilor mobile de câmp, respectiv $\vec{v}(\vec{r}, t)$ în domeniul de existență a câmpului, iar derivatele parțiale ale vitezei în raport cu coordonatele spațiale să fie mărginite;
- condiții inițiale, numai pentru regimul nestaționar;
- condiții la limită;
- condiții de surse.

1.5. ECUAȚIILE DIFERENȚIALE ALE POTENȚIALEOR

Rezolvarea directă a sistemului ecuațiilor fundamentale de câmp este în general dificilă. Pentru a reduce numărul ecuațiilor, se efectuează o schimbare de variabile, prin introducerea unor funcții auxiliare, denumite potențiale electromagnetice. Acestea constituie specii de mărimi indirecte de stare macroscopică locală și instantanee a câmpului electromagnetic, deoarece admit anumite variații față de care câmpul electromagnetic macroscopic este invariant. Pentru a asigura univocitatea determinării potențialelor se impun condiții suplimentare, numite condiții de etalonare.

În rezolvarea problemelor de câmp în regim staționar și cvasistaționar de tip magnetic, se utilizează două cupluri de potențiale electromagnetice:

- a) potențialul magnetic vector \vec{A} , asociat cu potențialul electric scalar V ;
- b) potențialul electric vector \vec{T} , asociat cu potențialul magnetic scalar V_m .

Deoarece cazul a) este cel mai frecvent prezentat în literatura de specialitate, în continuare se va justifica numai introducerea variabilelor \bar{T} și V_m .

Din ecuația (1.30) rezultă că vectorul densității curentului electric de conducție, \bar{J} este solenoidal, prin urmare poate fi definit prin rotorul unei alte funcții vectoriale, \bar{T} , denumită potențial electric vector :

$$\bar{J} = \text{rot}\bar{T} \quad (1.62)$$

Comparând ecuațiile (1.29) și (1.62) rezultă că vectorii \bar{H} și \bar{T} diferă prin gradientul unui câmp scalar, V_m , numit potențial electric scalar, adică:

$$\bar{H} = \bar{T} - \text{grad}V_m \quad (1.63)$$

Relațiile (1.62) și (1.63) permit determinarea vectorilor de câmp \bar{H} și \bar{J} cu ajutorul noilor variabile \bar{T} și V_m .

Pentru determinarea univocă a potențialelor electromagnetice, se impune valoarea divergenței potențialului vector (\bar{A} sau respectiv \bar{T}).

Uzual, în regimurile staționar și cvasistaționar de tip magnetic, atunci când se utilizează potențialul magnetic vector \bar{A} , asociat cu potențialul electric scalar V , se impune condiția de etalonare a lui Coulomb:

$$\text{div}\bar{A} = 0 \quad (1.64)$$

Ecuațiile potențialelor electromagnetice, determinate din ecuațiile fundamentale, scrise în formă locală, sunt în general, ecuații cu derivate parțiale, de ordinul al doilea; forma explicită a acestor ecuații depinde atât de regimul câmpului magnetic microscopic cât și de caracteristicile mediului corporal. Se vor prezenta ecuațiile pentru potențialele magnetice vector \bar{A} și electric scalar V pentru diferite regimuri, pornind de la ecuațiile fundamentale de câmp, valabile în domenii de continuitate și netezime a proprietăților macroscopice de material și de la condițiile de unicitate.

1.5.1. Ecuațiile câmpului electrostatic

Ecuațiile fundamentale de câmp se reformulează, cu ajutorul potențialului electrostatic V , pentru medii fixe și în domenii de continuitate și netezime a proprietăților macroscopice de material, cu precizarea condițiilor de unicitate aferente:

-condiții de material, fixate prin ecuația de forma generală: $\bar{D} = D(\bar{E})$;

-condițiile la limită, cuprinzând condițiile pe frontiera domeniului de câmp (distribuția potențialului sau a componentei normale a inducției electrice pe frontiera domeniului) și condițiile de interfață reprezentate de relațiile: $rot, \bar{E} = 0$, $div, \bar{D} = \rho_s$ pe suprafețele fixe de discontinuitate din domeniul considerat;

-condițiile de surse: $\rho_v, \bar{P}_p, \rho_s$, în subdomeniile din domeniul de câmp unde acestea există.

1.5.1.1. Medii fixe, neliniare, anizotrope, neomogene și polarizate permanent

Din (1.48),(1.49) și din:

$$\bar{D}(\bar{r}) = \bar{\epsilon}(\bar{E}, \bar{r}) \cdot \bar{E}(\bar{r}) + \bar{P}_p(\bar{r}) \quad (1.65)$$

ecuația diferențială a potențialului electrostatic se obține sub forma:

$$div[\bar{\epsilon}(\bar{E}, \bar{r}) \cdot grad V(\bar{r})] = -\rho_v(\bar{r}) + div \bar{P}_p(\bar{r}) \quad (1.66)$$

1.5.1.2. Medii fixe, liniare, izotrope, omogene și nepolarizate permanent

În acest caz ϵ este constant, deci $grad \epsilon = 0$ iar $\bar{P}_p = 0$.

Ecuația potențialului electrostatic devine, cu condițiile precedente:

$$\Delta V = -\frac{1}{\epsilon} \rho_v(\bar{r}) \quad (1.67)$$

Aceasta este o ecuație diferențială de tip Poisson pentru mediile cu densitate volumică de sarcină electrică, și de tip Laplace pentru mediile neîncărcate electric ($\rho_v = 0$).

1.5.2. Ecuațiile câmpului electrocinetic staționar

Ecuațiile fundamentale de câmp se reformulează cu ajutorul potențialului electric (staționar), ecuații valabile pentru medii fixe și în domenii de continuitate și netezime a mărimilor macroscopice, cu definirea următoarelor condiții de unicitate:

-condiții de material, fixate prin ecuația $\bar{J} = J(\bar{E}, \bar{B})$;

-condiții la limită și anume cele de frontieră (de tip Dirichlet: valorile potențialului V - și / sau de tip Neumann - valorile pe frontieră ale componentei normale a densității curentului de

conducție) și condițiile de interfață: $rot, \bar{E} = 0$ și $div, \bar{J} = \bar{n}_i \cdot (\bar{J})_i$, pe suprafețele S de discontinuitate ale domeniului;

-condițiile de surse, respectiv distribuția câmpului electric imprimat total $\bar{E}_{i, ext}$ în domeniul considerat.

Pomind de la ecuațiile fundamentale pentru regimul electrocinetic staționar:

$$rot \bar{E} = 0 \quad (1.68)$$

$$\bar{J} = \sigma(\bar{E} + \bar{E}_i) \quad (1.69)$$

$$div \bar{J} = 0 \quad (1.70)$$

se obține ecuația potențialului electrocinetic (staționar):

$$\nabla \sigma \cdot \nabla V + \sigma \cdot \nabla^2 V = \nabla \sigma \cdot \bar{E}_i + \sigma \cdot \nabla \bar{E}_i \quad (1.71)$$

Pentru medii conductoare cu σ constant, ecuația devine de tip Poisson:

$$\Delta V = \nabla \bar{E}_i \quad (1.72)$$

iar pentru medii cu σ constant pe porțiuni și lipsite de câmp imprimat, ($\bar{E}_i = 0$), ecuația devine de tip Laplace:

$$\Delta V = 0 \quad (1.73)$$

1.5.3. Ecuațiile câmpului magnetic staționar

Pomind de la ecuațiile fundamentale corespunzătoare câmpului magnetic staționar (în medii fixe și în domenii de continuitate și netezime a proprietăților fizice locale), se introduce potențialul magnetic vector \bar{A} și se asociază condițiile de unicitate astfel:

-condițiile de material: $\bar{B} = B(\bar{H})$ sau $\bar{H} = H(\bar{B})$;

-condițiile la limită, cuprinzând:

-pe frontiera domeniului, componenta tangențială a intensității câmpului magnetic \bar{H} sau componenta tangențială a potențialului magnetic vector \bar{A} ;

-condițiile de interfață: $rot, \bar{H} = \bar{J}_i$, $div, \bar{B} = 0$ pe suprafețele de discontinuitate;

-condițiile de surse : distribuția curentului electric de conducție, \bar{J} , a inducției magnetice remanente \bar{B}_{rem} , a densității pânzei de curent de conducție \bar{J}_i , pe eventualele suprafețe de discontinuitate.

626.094,81E

1.5.3.1. Medii fixe, neliniare, anizotrope, neomogene și magnetizate permanent

$$\vec{H}(\vec{r}) = \vec{v}(\vec{B}, \vec{r}) \cdot [\vec{B}(\vec{r}) - \vec{B}_{\text{rem}}(\vec{r})] \quad (1.74)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} \quad (1.75)$$

$$\text{rot} \vec{A}(\vec{r}) = \vec{B}(\vec{r}) \quad (1.76)$$

$$\text{div} \vec{A}(\vec{r}) = 0 \quad (1.77)$$

Ecuția diferențială a potențialului magnetic vector devine:

$$\text{rot} \{ \vec{v}(\vec{B}, \vec{r}) \cdot \text{rot} \vec{A}(\vec{r}) \} = \vec{J}(\vec{r}) + \text{rot} \{ \vec{v}(\vec{B}, \vec{r}) \cdot \vec{B}_{\text{rem}}(\vec{r}) \} \quad (1.78)$$

1.5.3.2. Medii fixe, liniare, izotrope, omogene și nemagnetizate permanent

În ecuația (1.76) se înlocuiesc condițiile $\nu = \frac{1}{\mu}$, $\vec{B}_{\text{rem}} = 0$, $\nu = \text{const.}$ și rezultă:

$$\Delta \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (1.79)$$

Ecuția potențialului magnetic vector este o ecuație vectorială, de tip Poisson, pentru subdomeniile ocupate de conductoare parcurse de curent electric de conducție și de tip Laplace în absența densității de curent \vec{J} .

1.5.4. Ecuațiile câmpului electromagnetic în regim cvasistaționar de tip magnetic

Ecuațiile fundamentale (1.28), (1.29), (1.30), (1.32) se reformulează cu ajutorul potențialului magnetic vector $\vec{A}(\vec{r}, t)$ și electric scalar $V(\vec{r}, t)$, în următoarele condiții de unicitate:

-condiții de material;

-condiții de viteză: $\vec{v}(\vec{r}, t)$ numai pentru mediile mobile și derivatele parțiale ale vitezei ca mărimi mărginite;

-condițiile inițiale pentru mărimile directe $\vec{E}(\vec{r}, 0)$, $\vec{H}(\vec{r}, 0)$ sau pentru mărimile indirecte $\vec{A}(\vec{r}, 0)$, $V(\vec{r}, 0)$ de stare ale câmpului electromagnetic, pentru orice punct din domeniul considerat;

-condițiile la limită: componenta tangențială a lui $\vec{H}(\vec{r}, t)$ sau a lui $\vec{E}(\vec{r}, t)$ pe frontiera domeniului de câmp și condițiile de interfață pe suprafețele de discontinuitate a proprietăților;

-condiții de surse: $\bar{E}_{i,src}(\bar{r},t)$, $\bar{B}_{rem}(\bar{r},t)$, $\bar{J}_s(\bar{r},t)$, $\rho_s(\bar{r},t)$ pe suprafețe de discontinuitate, dacă acestea există.

1.5.4.1. Medii conductoare fixe, neliniare, anizotrope, neomogene, nepermanente, cu câmp electric imprimat și inducție remanentă

Ecuțiile constitutive sunt:

$$\bar{B}(\bar{r},t) = \bar{\mu}(\bar{H},\bar{r},t) \cdot \bar{H}(\bar{r},t) + \bar{B}_{rem}(\bar{r},t) \quad (1.80)$$

$$\bar{J}(\bar{r},t) = \bar{\sigma}(\bar{E},\bar{r},t) \cdot [\bar{E}(\bar{r},t) - \bar{E}_{i,src}(\bar{r},t)] \quad (1.81)$$

Din ecuațiile fundamentale (1.29),(1.30) și din condiția de etalonare (1.62), se obțin ecuațiile diferențiale pentru potențialele electromagnetice \bar{A} și V :

$$\begin{aligned} & rot\{\nu(\bar{B},\bar{r},t) \cdot rot\bar{A}(\bar{r},t)\} + \bar{\sigma}(\bar{E},\bar{r},t) \frac{\partial \bar{A}(\bar{r},t)}{\partial t} = \\ & = -\bar{\sigma}(\bar{E},\bar{r},t) \cdot gradV(\bar{r},t) + \bar{\sigma}(\bar{E},\bar{r},t) \cdot \bar{E}_{i,src}(\bar{r},t) + rot\{\nu(\bar{B},\bar{r},t) \cdot \bar{B}_{rem}(\bar{r},t)\} \end{aligned} \quad (1.82)$$

$$div\{-\bar{\sigma}(\bar{E},\bar{r},t) \cdot gradV(\bar{r},t) - \bar{\sigma}(\bar{B},\bar{r},t) \frac{\partial \bar{A}(\bar{r},t)}{\partial t} + \bar{\sigma}(\bar{E},\bar{r},t) \cdot \bar{E}_{i,src}(\bar{r},t)\} = 0 \quad (1.83)$$

1.5.4.2. Medii conductoare fixe, liniare, izotrope, omogene, permanente, lipsite de câmp electric imprimat și de inducție magnetică remanentă

În acest caz sunt valabile ecuațiile constitutive:

$$\bar{B}(\bar{r},t) = \mu \bar{H}(\bar{r},t) \quad (1.84)$$

$$\bar{J}(\bar{r},t) = \sigma \bar{E}(\bar{r},t) \quad (1.85)$$

Ecuțiile potențialelor devin:

$$\Delta \bar{A} - \mu \sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = \mu \sigma gradV \quad (1.86)$$

$$\Delta V = 0 \quad (1.87)$$

În absența curentului de aducție, ecuația potențialului magnetic vector devine o ecuație de tip parabolic:

$$\Delta \bar{A} - \mu\sigma \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} = 0 \quad (\text{"ecuația difuziei"}) \quad (1.88)$$

1.6. METODE ANALITICE DE REZOLVARE A ECUAȚIILOR DIFERENȚIALE CU DERIVATE PARȚIALE

1.6.1. Generalități

Calculul câmpului electromagnetic în medii fixe, liniare, omogene, lipsite de polarizare permanentă, magnetizare permanentă și de câmp electric imprimat, și aflat în regim cvasistaționar de tip magnetic sau în regim staționar presupune rezolvarea unor ecuații diferențiale cu derivate parțiale, de ordinul al doilea, de tip eliptic sau parabolic.

După cum soluțiile problemei de câmp depind de toate cele trei coordonate spațiale, de două sau de una singură, problemele se clasifică în tridimensionale, bidimensionale sau unidimensionale. Din categoria problemelor bidimensionale se remarcă două cazuri particulare: cele plan-paralele și cele plan-meridiane.

Metodele de rezolvare a ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale de ordinul al doilea pot fi analitice sau numerice.

Metodele analitice permit determinarea funcției necunoscute în orice punct al domeniului studiat, sub forma unei expresii generale de calcul, care poate fi particularizată pentru date concrete. Avantajul metodelor analitice constă în posibilitatea interpretării calitative a rezultatelor. Câteva dintre cele mai utilizate metode analitice (metoda funcțiilor de variabilă complexă, metoda transformărilor conforme, metoda separării variabilelor) vor fi prezentate în paragrafele următoare.

Metodele numerice sunt metode aproximative, care se bazează pe transformarea ecuațiilor diferențiale cu derivate parțiale în ecuații algebrice, pentru care rezolvarea numerică, cu ajutorul calculatorului, este foarte rapidă. Spre deosebire de metodele analitice însă, funcțiile necunoscute se determină doar în puncte discrete ale domeniului. În principiu, metodele numerice se aplică pentru rezolvarea problemelor de câmp cu grad ridicat de complexitate (configurații complicate, neomogenități). Precizia metodelor numerice depinde de metoda de calcul numeric și de capacitatea calculatorului utilizat.

1.6.2. METODA FUNCȚIILOR ANALITICE

Rezolvarea problemelor plan-paralele de câmp electric și magnetic în domenii în care este satisfăcută ecuația lui Laplace se poate face utilizând teoria funcțiilor analitice.

O funcție $w(z) = u(x,y) + jv(x,y)$ de variabilă complexă $z = x + jy$ care admite derivată în toate punctele unui domeniu se numește analitică (sau olomorfa) în acel domeniu. Condiția necesară și suficientă pentru ca o funcție de variabilă complexă să admită derivată într-un punct (sau în toate punctele unui domeniu) este ca părțile ei reală $u(x,y)$ și imaginară $v(x,y)$ să

verifice condițiile Cauchy-Riemann $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$; $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$ în punctul respectiv (respectiv în

toate punctele domeniului). Se poate demonstra că atât partea reală cât și cea imaginară a unei funcții analitice sunt funcții armonice. Reciproc, pentru ca două funcții armonice oarecare să reprezinte partea reală, respectiv imaginară a unei funcții olomorfe, (altfel spus, să fie funcții conjugate) ele trebuie să îndeplinească condițiile Cauchy-Riemann. Prin urmare, dacă se cunoaște partea reală (sau cea imaginară) a unei funcții analitice, partea imaginară (respectiv cea reală) se poate determina, cu excepția unei constante aditive.

În planul variabilei z , ecuațiile $u(x,y) = const.$ respectiv $v(x,y) = const.$ determină familii de curbe ortogonale. Deci atât partea reală $u(x,y)$ cât și cea imaginară $v(x,y)$ a unei funcții analitice poate reprezenta potențialul scalar $V(x,y)$ al unui câmp plan-paralel (pentru că satisface ecuația lui Laplace, în baza condiției de armonicitate). Orice funcție analitică a cărei parte imaginară (sau reală) reprezintă potențialul scalar al unui câmp laplacian plan-paralel se numește potențial complex al câmpului respectiv. Din proprietatea de ortogonalitate a familiilor de curbe $u(x,y) = const.$ și $v(x,y) = const.$ rezultă că dacă partea imaginară determină liniile de câmp, atunci partea reală determină liniile echipotențiale.

Metoda funcțiilor analitice constă în a determina câmpul plan-paralel care corespunde unei funcții analitice date - potențialul complex al câmpului.

Funcția care reprezintă potențialul complex se scrie punând în evidență partea reală și cea imaginară.

Cel mai frecvent se admite că partea imaginară reprezintă potențialul scalar $V(x,y)$ al câmpului laplacian. Cu această convenție, se pot determina ecuația liniilor de câmp și cea a liniilor echipotențiale și se poate determina configurația în care ar putea exista câmpul respectiv. Mărimile care permit determinarea câmpului respectiv ("caracterizarea" completă a sistemului fizic considerat) se pot determina din expresia potențialului complex, nefiind necesară

cunoașterea spectrului câmpului. Dacă potențialul scalar al câmpului este reprezentat de partea imaginară a potențialului complex $W=w=u(x,y)+jv(x,y)$ vectorul de câmp, notat, de exemplu, cu \vec{F} se poate exprima, în complex, în planul variabilei z sub forma: $\vec{F}_z = -\left(\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y}\right)$.

Relația de legătură între vectorul de câmp F_z din planul z și vectorul de câmp F_w din planul w (fig. 1.1) este $F_z = F_w \left[\frac{dw}{dz}\right]^*$, în care cu $[]^*$ se simbolizează funcția conjugată. Modulul vectorului de câmp este egal cu modulul derivatei funcției analitice indiferent dacă partea reală sau cea imaginară a potențialului complex reprezintă potențialul scalar al câmpului laplacian.

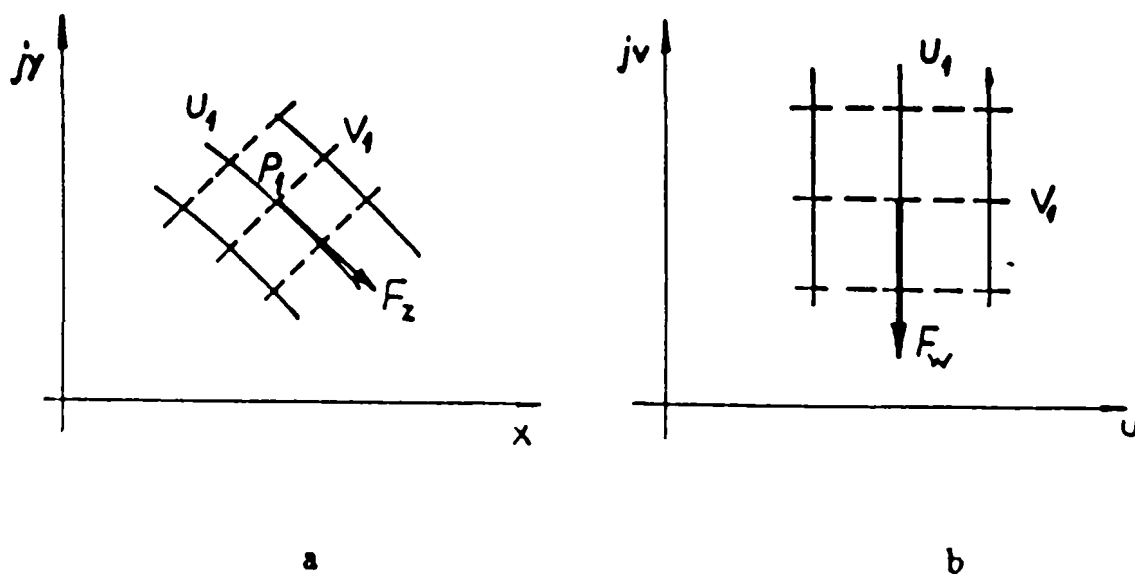


Fig. 1.1

Se poate calcula fluxul vectorului de câmp printr-o suprafață S de lungime h , perpendiculară pe planul considerat, cuprinsă între două linii de câmp u_1 și u_2 (fig. 1.2):

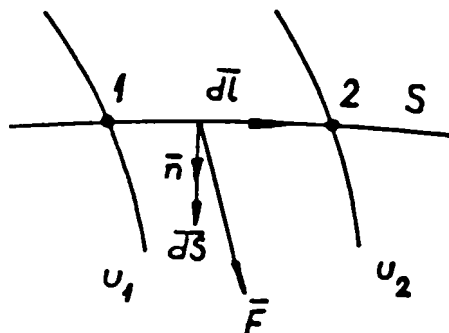


Fig. 1.2.

$$\int_S \overline{F} ds = \int_S (-grad V) \cdot \overline{n} ds = \int_1^2 \left(-\frac{\partial V}{\partial n}\right) h dl = \int_1^2 \left(\frac{du}{d}\right) dl = h \int_1^2 du = h(u_2 - u_1)$$

Din expresia potențialului complex putându-se calcula vectorul câmp, se poate determina energia înmagazinată în domeniul dat, iar cu ajutorul teoremei forțelor generale se determină forțele care acționează asupra corpurilor aflate în câmpul laplacian analizat.

Prin urmare, potențialul complex al câmpului laplacian determină toate mărimile care intervin în problemele de calculul câmpului.

1.6.3. METODA REPREZENTĂRII CONFORME

Fie un câmp laplacian plan-paralel, necunoscut, în interiorul unui domeniu dat, cu anumite condiții pe frontieră. Se știe că funcțiile analitice au proprietatea de a transforma conform un domeniu dat, D_1 , din planul z , într-un domeniu mai simplu, D_2 , din planul w , în care câmpul este uniform, deci cunoscut. Metoda reprezentării conforme constă în determinarea funcției olomorfe care asigură această transformare.

Problema nu are o soluție matematică generală; ea se poate rezolva numai în anumite cazuri. Uneori, pentru determinarea potențialului complex al câmpului necunoscut sunt necesare două transformări conforme succesive. Există și procedee particulare de determinare a funcțiilor care realizează transformarea conformă: unul presupune utilizarea unor combinații de funcții elementare cunoscute și apoi aplicarea principiului superpoziției, al doilea îl reprezintă transformarea Schwarz-Christoffel.

În domeniile reprezentate conform, vectorul câmp, notat, de exemplu, cu \overline{F} , este diferit. În planul variabilei z : $F_z = \left| \frac{dW}{dz} \right|$ iar în planul variabilei $w(z)$: $F_w = \left| \frac{dW}{dw} \right|$. Prin urmare, în regim electrostatic densitatea sarcinii electrice nu este invariantă, respectiv în regim electrocinetic staționar, densitatea de curent nu este invariantă. Funcțiile u , respectiv v au aceleași valori în cele două domenii, (D_1 și D_2) și deci potențialele - și diferențele de potențial - respectiv fluxurile sunt invariante, rezultă că sunt invariante și sarcinile electrice totale și curenții. Deci parametrii globali - capacități, rezistențe electrice - sunt tot mărimi invariante și în baza acestei concluzii determinarea lor se va face în acel domeniu unde calculul este cel mai simplu.

Un domeniu important de aplicare a metodei reprezentării conforme îl reprezintă câmpurile din domenii mărginite de contururi poligonale.

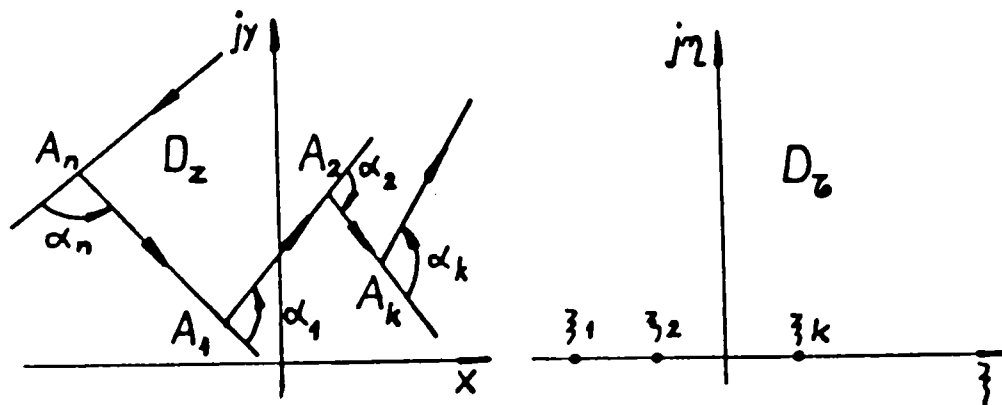


Fig. 1.3.

Funcția care realizează transformarea domeniului D_z din planul z în domeniul D_τ (fig. 1.3) din planul τ satisface ecuația lui Schwarz-Christoffel:

$$\frac{dz}{d\tau} = C_1 (\tau - \xi_1)^{-\frac{\alpha_1}{\pi}} (\tau - \xi_2)^{-\frac{\alpha_2}{\pi}} \dots (\tau - \xi_n)^{-\frac{\alpha_n}{\pi}} = C_1 \prod_{k=1}^n (\tau - \xi_k)^{-\frac{\alpha_k}{\pi}}$$

în care:

- C_1 este o constantă, în general complexă.
- α_k reprezintă unghiul exterior (exprimat în radiani) corespunzător vârfului A_k , adică unghiul cu care trebuie rotită latura k pentru a se suprapune peste latura $k+1$.

Se presupune că parcurgerea conturului se face în sens direct, adică astfel încât domeniul să fie totdeauna la stânga frontierei, iar numerotarea vârfurilor se face astfel încât la parcurgerea conturului poligonal în sens direct, nodurile să fie întâlnite în ordinea crescătoare a numărului lor de ordine.

Integrând ecuația diferențială Schwarz-Christoffel, se obține funcția $z(\tau)$. Pentru determinarea constantei C_1 și a constantei de integrare se utilizează condițiile de corespondență între planele z și τ .

Există posibilitatea de a aplica transformarea Schwarz - Christoffel și în cazul unor contururi poligonale cu vârfuri rotunjite, situație în care factorul corespunzător vârfului înlocuit cu porțiunea rotunjită are o altă expresie.

Deși ecuația diferențială se poate scrie simplu pentru contururi poligonale cu un număr oricât de mare de laturi, dificultatea integrării expresiei face ca aplicarea acestei transformări să prezinte interes numai pentru domeniile mărginite de contururi poligonale cu număr relativ mic de laturi.

1.6.4. METODA SEPARĂRII VARIABILELOR

Metoda separării variabilelor - elaborată de Bernoulli și Fourier - este una dintre cele mai cunoscute metode de rezolvare a ecuațiilor cu derivate parțiale.

Problema rezolvării ecuației cu derivate parțiale de ordinul al doilea este transformată într-o problemă simplă, de rezolvare a unei ecuații diferențiale ordinare. Principiul metodei presupune a construi soluția problemei folosind soluții particulare, sub forma unui produs de funcții, fiecare funcție depinzând de o singură variabilă a sistemului de coordonate utilizat.

În cazul general se consideră o ecuație cu derivate parțiale de ordinul al doilea, liniară și omogenă, cu condiții inițiale și la limită precizate. În problemele de câmp, metoda se poate aplica pentru rezolvarea ecuațiilor Laplace și Poisson, numai pentru anumite domenii și condiții de frontieră. Pentru scrierea ecuațiilor se alege sistemul de coordonate cel mai potrivit simetriei pe care o prezintă domeniul de câmp, astfel încât suprafața de frontieră a domeniului să coincidă cu suprafețele de coordonate ale sistemului respectiv.

Se consideră cazul mai simplu al unui câmp laplacian plan - paralel, într-un sistem de coordonate carteziene. Ecuația pe care o satisface potențialul $V(x,y)$ este de tip Laplace:

$$\frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V(x,y)}{\partial y^2} = 0 \quad (1.89)$$

Se admite că soluția ecuației este de forma $V(x,y) = X(x) \cdot Y(y)$, funcția X depinzând numai de x iar funcția Y numai de y . În această situație ecuația lui Laplace devine:

$$Y \frac{d^2 X}{dx^2} + X \frac{d^2 Y}{dy^2} = 0 \quad (1.90)$$

sau, echivalent:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = - \frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} \quad (1.91)$$

S-a obținut o relație adevărată oricare ar fi variabilele x și y , independente; prin urmare înseamnă că cei doi termeni sunt egali, fiecare, cu o constantă. Fie aceasta $-k$. Astfel rezultă două ecuații diferențiale:

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} + k^2 = 0 \quad (1.92)$$

$$\frac{1}{Y} \frac{d^2 Y}{dy^2} - k^2 = 0 \quad (1.93)$$

cu soluțiile:

$$X = A \sin kx + B \cos kx \quad (1.94)$$

$$Y = C \operatorname{sh} ky + D \operatorname{ch} ky \quad (1.95)$$

Ecuatia lui Laplace fiind liniară și omogenă, soluția generală a problemei se obține însumând soluțiile particulare corespunzătoare valorilor constantei k , deci:

$$V(x, y) = (A \sin kx + B \cos kx)(C \operatorname{sh} ky + D \operatorname{ch} ky) \quad (1.96)$$

Dacă se consideră și $k = 0$ atunci intervine și soluția particulară:

$$V_0(x, y) = (A_0 x + B_0)(C_0 y + D_0) \quad (1.97)$$

Determinarea constantelor A, B, C, D se face din condițiile la limită (pe frontieră). Problema determinării valorilor lui k pentru care ecuația (1.91) să admită soluții diferite de soluția banală $X(x) = 0$ și care satisfac și condițiile la limită poartă numele de problema lui Sturm - Liouville. Uneori condițiile la limită sunt satisfăcute doar pentru anumite valori k_n ale constantei k , numite valori proprii; funcțiile $X(x)$ corespunzătoare se numesc funcții proprii. Șirul infinit al valorilor proprii k_1, \dots, k_n, \dots respectiv al funcțiilor proprii $X_1(x), \dots, X_n(x), \dots$ constituie un spectru discret.

Pentru cazurile în care condițiile la limită sunt satisfăcute oricare ar fi k , valorile proprii formează un spectru continuu.

Funcțiile proprii X_n sunt, deci:

$$X_n(x) = A_n \sin k_n x + B_n \cos k_n x \quad (1.98)$$

Admițând pe frontieră condiții de tip omogen $V(0, x) = 0$, $V(1, y) = 0$, $0 < x < 1$ și căutând numai soluții diferite de soluția banală, se obține soluția:

$$X_n(x) = A_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (1.99)$$

Cu valorile lui k cunoscute, se obține:

$$Y_n(y) = C_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{l} y + D_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{l} y \quad (1.100)$$

Soluția $V(x, y) = X(x) \cdot Y(y)$ se obține sub forma:

$$V(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin \frac{n\pi}{l} x)(C_n \operatorname{sh} \frac{n\pi}{l} y + D_n \operatorname{ch} \frac{n\pi}{l} y) \quad (1.101)$$

Această metodă generală de calcul a câmpurilor nu se poate utiliza pentru rezolvarea problemelor cu grad ridicat de complexitate (configurații complicate, neomogenități).

1.7. METODE DE CALCUL AL CĂMPULUI MAGNETIC ÎN MAȘINILE ELECTRICE

Studierea unui sistem fizic constând în corpuri aflate în câmp electromagnetic presupune atât cunoașterea proprietăților fiecărui element în parte (corpuri, respectiv câmp electromagnetic), cât și a modului în care acestea interacționează.

Caracterizarea sistemului este completă în cazul în care aceste elemente sunt cunoscute în fiecare moment, respectiv se cunosc funcțiile care descriu parametrii sistemului în timp.

Asupra câmpului electromagnetic macroscopic se pot formula două tipuri de probleme: de analiză, (în care, fiind date sursele câmpului, domeniul de existență al acestuia, condițiile inițiale, la limită și de material, se cere determinarea mărimilor de stare locală și instantanee) respectiv probleme de sinteză (în care, admitând complet cunoscută repartiția spațială și evoluția în timp a câmpului în domeniul său de existență, se cere determinarea surselor). În continuare se va lua în considerare în exclusivitate primul tip de probleme.

Principial, oricare ar fi sistemul fizic studiat, rezolvarea unei probleme de analiză a câmpului electromagnetic presupune parcurgerea obligatorie a trei etape:

1. stabilirea modelului fenomenologic ;
2. stabilirea modelului matematic;
3. rezolvarea ecuațiilor pe care le satisfac mărimile de câmp.

Stabilirea modelului fenomenologic presupune definirea sistemului, prin indicarea următoarelor date: domeniul de existență a câmpului (coordonatele spațiale), sursele, condițiile de material, la limită și inițiale, precum și ipotezele simplificatoare admise.

Modelul matematic asociat problemei de câmp cuprinde ecuațiile care exprimă matematic legile teoriei macroscopice ale electromagnetismului.

Determinarea mărimilor de câmp ca funcții de variabilele independente (coordonate spațiale, surse, date de material, timp) este deosebit de utilă pentru efectuarea unei analize calitative a sistemului. Dificultatea problemei constă în faptul că, deși teoretic, în baza teoremei de unicitate, soluția problemei de câmp este unică, pentru ecuațiile obținute (în general ecuații diferențiale cu derivate parțiale, de ordinul al doilea), principial, nu întotdeauna este posibilă obținerea soluției sub forma unor expresii conținând funcții elementare sau speciale cunoscute. Această situație este întâlnită în cazul mașinilor electrice, pentru care considerarea neomogenităților, a anizotropiei și neliniarității materialului feromagnetic, respectiv a regimului variabil în timp complică foarte mult forma ecuațiilor.

În aceste condiții se impune aproximarea problemei reale de câmp cu o altă simplificată, numită problemă model, a cărei soluție să permită formularea unor concluzii privind problema nesimplificată. Câteva dintre cele mai frecvente ipoteze simplificatoare admise în studiul mașinilor electrice sunt: regimul magnetic staționar, câmpul magnetic plan-paralel, permeabilitate magnetică a armăturii, infinită, materiale omogene, izotrope, cu caracteristici care nu se modifică în timp. Acceptarea unor astfel de ipoteze care nu afectează esențial modelul fenomenologic dar simplifică mult rezolvarea problemei de câmp, a condus la elaborarea unor metode de calcul al câmpului magnetic, adecvate mașinilor electrice.

O metodă generală constă în aplicarea legilor circuitului magnetic și a fluxului magnetic în forma integrală. Se consideră intensitatea câmpului magnetic constantă în diferite porțiuni ale circuitului magnetic al mașinii, și se determină analitic inducția și intensitatea câmpului magnetic în domeniile respective.

O altă metodă constă în aplicarea teoremelor lui Kirchhoff pentru circuite magnetice. Se stabilește schema echivalentă a circuitului magnetic prin determinarea reluctanțelor magnetice ale porțiunilor de circuit și a solenațiilor aplicate; rezolvând sistemul de ecuații obținut se calculează fluxurile și tensiunile magnetice pentru fiecare element al circuitului magnetic.

Dintre metodele numerice, cele mai frecvent utilizate sunt metoda diferențelor finite și metoda elementului finit. Tendința actuală de a utiliza, pentru calculul câmpurilor, în mod preferențial metodele numerice este justificată de cel puțin două argumente:

- De cele mai multe ori, configurația domeniului este complicată, cu neomogenități, determinarea soluției sub formă analitică fiind practic imposibilă.

- Un domeniu de câmp, oricât de complicat, discretizat corespunzător și investigat utilizând un algoritm simplu, în care se adoptă o soluție inițială aproximativă, care apoi se recalculază prin iterații succesive până la atingerea preciziei dorite, permite utilizarea unor sisteme de calcul cu viteza de lucru deosebit de mare.

Pentru evaluarea preciziei soluției obținute prin metode numerice, ea trebuie obligatoriu comparată cu rezultatele obținute pe modele fizice sau cu soluții analitice.

Eficiența unei metode de calcul al câmpului - apreciată prin compararea rezultatelor teoretice cu cele experimentale depinde în mod esențial de capacitatea de a alege cel mai adecvat model ("aproximare") pentru problema dată. Un program pentru calculul câmpului, cu cât are caracter mai general (privind configurațiile posibile ale câmpului, regimurile sau condițiile de material, de surse, etc.), cu atât este mai complex și mai dificil de aplicat (necesită spațiu de memorie mai mare și timp de calcul mai îndehungat).

CAPITOLUL II

ELABORAREA MODELULUI ANALITIC AL MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT

2.1. GENERALITĂȚI

În anul 1966 Cruickshank și Menzies au propus o soluție constructivă pentru mașina sincronă reactivă (MSR), superioară celor realizate anterior, deoarece asigură creșterea raportului dintre inductivitatea longitudinală L_d și cea transversală L_q .

Statorul este similar cu cel al mașinii de inducție; practic, mașina sincronă reactivă se poate obține din cea de inducție prin înlocuirea rotorului.

Rotorul este realizat din tole de tablă electrotehnică, montate în alternanță cu material izolant din punct de vedere electric și magnetic; fixarea acestora se face cu piese de prindere și șuruburi executate din material nemagnetic (alamă, oțel nemagnetic), pentru a nu mări reluctanța transversală a mașinii. Atât grosimea pieselor de prindere cât și numărul și dimensiunea șuruburilor depind de dimensiunile rotorului și de numărul perechilor de poli.

În figura 2.1 sunt prezentate două exemple de configurații rotorice pentru mașina cu doi poli (a) respectiv cu patru poli (b).

Dacă mașina lucrează la rețea, este necesară o colivie rotorică pentru sincronizarea mașinii și pentru asigurarea stabilității în funcționare. Prezența coliviei determină scăderea raportului dintre inductivitatea longitudinală și cea transversală, diminuând performanțele în ceea ce privește momentul obținut. În cazul alimentării mașinii cu convertoare statice, colivia nu este necesară.

Utilizarea MSR ca element de acționare se bazează pe evaluarea unor indici de performanță (momentul electromagnetic, momentul electromagnetic maxim, factorul de putere, pierderile totale raportate la momentul electromagnetic, răspunsul în curent la turație zero) în ale căror expresii intervin L_d / L_q și $L_d - L_q$. Cum statorul este identic cu cel al mașinii de inducție, disimetria magnetică a rotorului este cea care determină în cea mai mare parte performanțele mașinii; din acest motiv este deosebit de importantă determinarea inductivităților L_d și L_q în funcție de variabilele prin care se definește configurația rotorului (diametrul rotorului, grosimea tablei, grosimea izolației, numărul de straturi feromagnetice, respectiv nemagnetice, numărul perechilor de poli). Pentru a evidenția dependența parametrilor mașinii de datele constructive este necesară utilizarea unei metode analitice de rezolvare a problemei de

câmp. Rotorul având câte două axe de simetrie pentru fiecare pereche de poli, mașina poate fi studiată pe baza modelului d-q, dacă sunt îndeplinite următoarele condiții:

- a) înfășurările mașinii sunt repartizate sinusoidal, în lungul pasului polar,
- b) întrefierul este constant în lungul pasului polar,
- c) circuitul magnetic este nesaturat ($\mu_e = \infty$).

Statorul fiind prevăzut cu înfășurare trifazată simetrică, repartizată (ca la mașina de inducție), condiția precizată la punctul a) este satisfăcută.

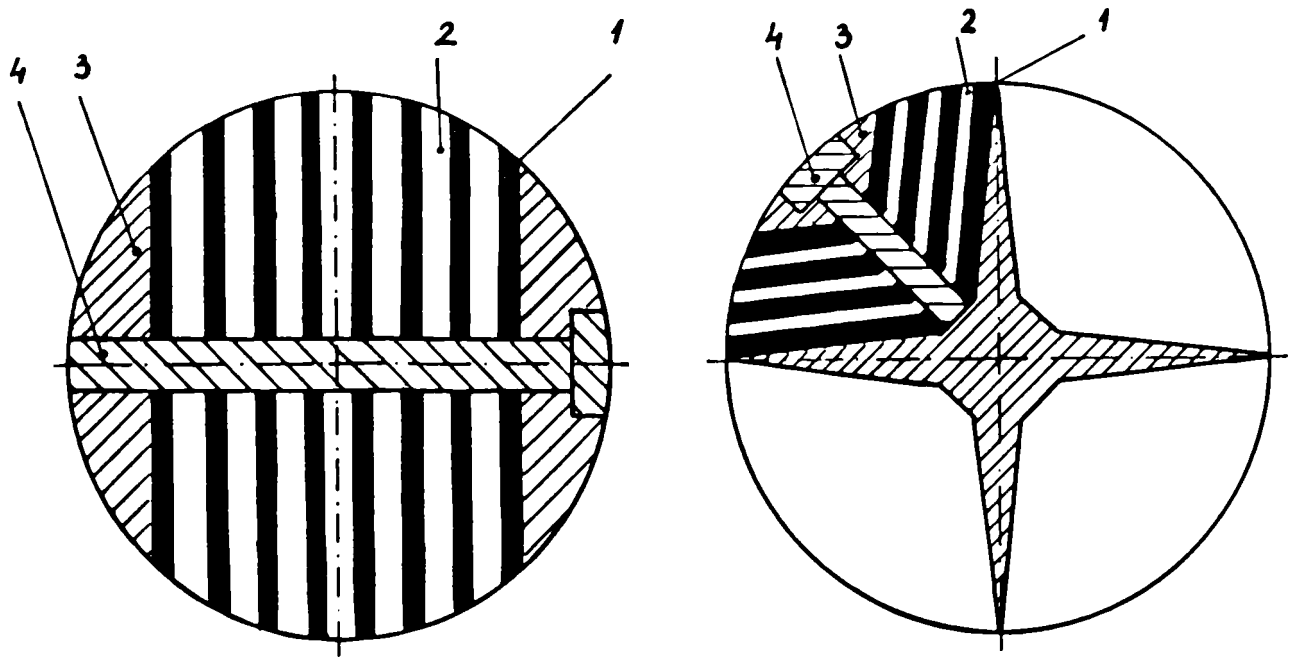
În ceea ce privește forma de variație a întrefierului în lungul pasului polar, se pot distinge două domenii, notate în schița din figura nr. 2.2 cu $\textcircled{1}$ și respectiv $\textcircled{2}$. În domeniul $\textcircled{1}$, datorită dispunerii interstițiilor nemagnetice, paralele cu axa d, lățimea lor spre întrefier depinde de poziția pe care o ocupă față de axa d. Prin urmare este necesar să se studieze în ce măsură mărimea întrefierului echivalent este afectată de numărul și de lățimea interstițiilor nemagnetice. Pentru domeniul $\textcircled{2}$, din dreptul pieselor de prindere, din punct de vedere al câmpului magnetic, întrefierului "geometric" i se adaugă grosimea piesei de prindere (nemagnetice) rezultând un întrefier mult mărit față de cel corespunzător domeniului $\textcircled{1}$. Tehnologia actuală nu permite rigidizarea corespunzătoare a rotorului stratificat în absența pieselor de prindere. Din acest motiv, mașina al cărei rotor se consideră executat fără piese de prindere reprezintă o simplificare a celei reale și va fi numită în continuare mașină model.

Prezența interstițiilor nemagnetice și a pieselor de prindere conduce la un întrefier rezultat mare după axa q, deci la o valoare mică a componentei transversale a inducției magnetice în întrefier. În această situație ipoteza $\mu_e = \infty$ nu introduce erori semnificative. Pentru câmpul magnetic longitudinal însă, va trebui luată în considerare neliniaritatea materialului feromagnetic.

Având în vedere observațiile anterioare, s-a urmărit, în continuare, studierea mașinii în următoarele etape:

- determinarea influenței interstițiilor rotorice asupra întrefierului echivalent al MSR;
- calculul câmpului magnetic și al inductivităților longitudinală și transversală ale MSR în următoarele ipoteze:
 - rotor fără piese de prindere, considerând $\mu_e = \infty$;
 - considerarea influenței pieselor de prindere, cu ipoteza $\mu_e = \infty$;
 - considerarea influenței pieselor de prindere și a neliniarității materialului feromagnetic.
- analiza influenței configurației rotorice asupra inductivităților de magnetizare ale mașinii;

- verificarea experimentală a modelului teoretic.



1 - tolă 2 - material nemagnetic 3 piese de prindere nemagnetice 4 - prezon nemagnetic

a

b

Fig. 2.1 Exemplu constructiv de rotor stratificat : a - cu doi poli; b - cu patru poli

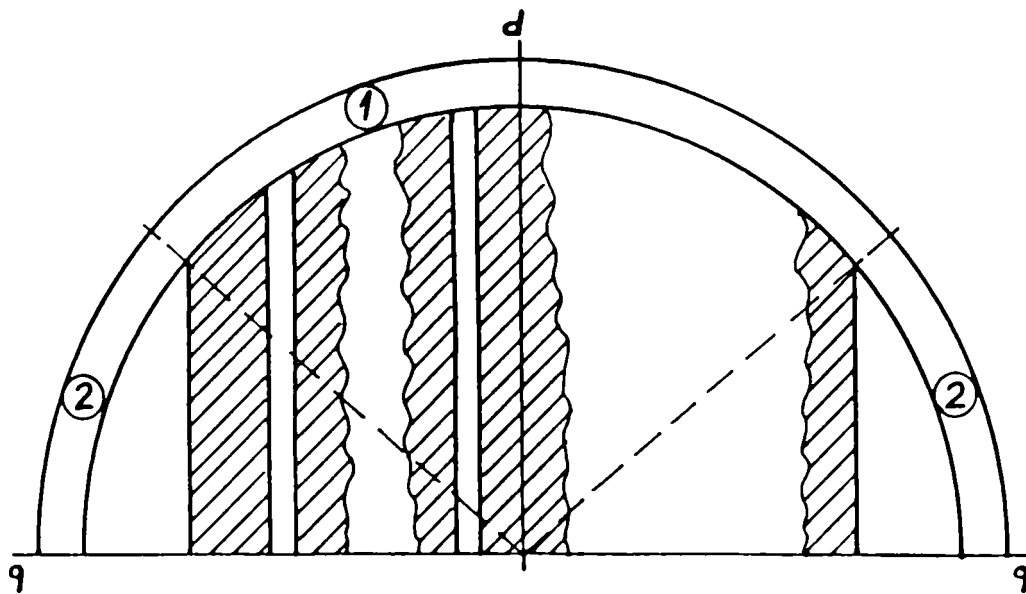


Fig. 2.2

2.2. ANALIZA INFLUENȚEI CONFIGURAȚIEI ROTORICE ASUPRA ÎNTREFIERULUI ECHIVALENT AL MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT

2.2.1. Considerații preliminare

Se consideră motorul sincron reactiv cu rotor segmentat, fără piese de prindere, a cărui secțiune rotorică este prezentată în figura 2.3; se cunosc toate dimensiunile geometrice.

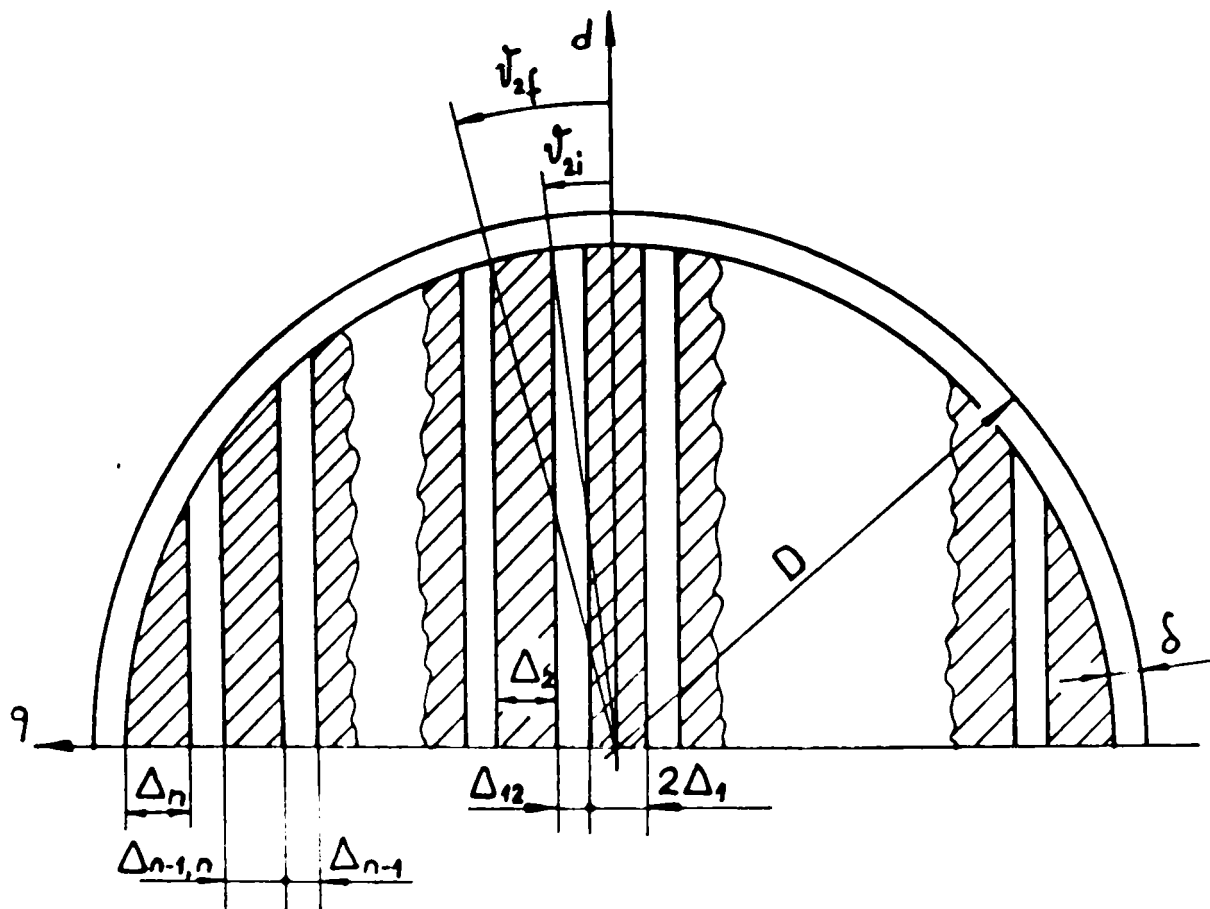


Fig. 2.3

Unghiurile se măsoară față de axa d , în sens antiorar. Fiecare sector feromagnetic se definește, pe periferia rotorului, prin unghiurile $\theta_{\lambda i}$, $\theta_{\lambda f}$. Materialul nemagnetic care separă două zone feromagnetice alăturate λ , respectiv $\lambda+1$, are grosimea $\Delta_{\lambda\lambda+1}$. Grosimea unei zone feromagnetice oarecare λ , se notează cu Δ_{λ} . Numărul zonelor feromagnetice, respectiv nemagnetice, este n pentru o jumătate de pas polar. Cu aceste convenții se poate scrie:

$$\vartheta_{1i} = 0$$

$$\vartheta_{1f} = \arcsin \frac{2\Delta_1}{D - 2\delta}$$

...

$$\begin{aligned}
g_{\lambda} &= \arcsin \frac{2(\Delta_1 + \Delta_{12} + \dots + \Delta_{\lambda-1,\lambda})}{D - 2\delta} \\
g_{\lambda'} &= \arcsin \frac{2(\Delta_1 + \Delta_{12} + \dots + \Delta_{\lambda-1,\lambda} + \Delta_{\lambda})}{D - 2\delta} \\
&\dots \\
g_{\mu} &= \arcsin \frac{2(\Delta_1 + \Delta_{12} + \dots + \Delta_{\mu-1,\mu})}{D - 2\delta} \\
g_{\mu'} &= \arcsin \frac{2(\Delta_1 + \Delta_{12} + \dots + \Delta_{\mu-1,\mu} + \Delta_{\mu})}{D - 2\delta}
\end{aligned}
\tag{2.1}$$

2.2.2. Determinarea grosimii echivalente a zonelor nemagnetice pe periferia rotorului

În figura 2.4 este reprezentată o porțiune dintr-o zonă nemagnetică oarecare, de grosime $\Delta_{\lambda,\lambda+1}$, cuprinsă între sectoarele feromagnetice λ , respectiv $\lambda + 1$, având grosimea Δ_{λ} , respectiv $\Delta_{\lambda+1}$.

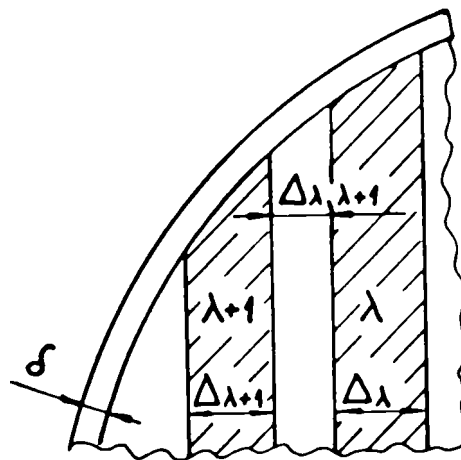


Fig. 2.4

Se aproximează periferia rotorului, pentru porțiunile feromagnetice, înlocuind arcul cu coarda corespunzătoare.

În figura 2.5 este reprezentată extremitatea dinspre întrefier a zonei nemagnetice ($\lambda, \lambda+1$); aceasta s-a definit precizând sectoarele feromagnetice alăturate ei.

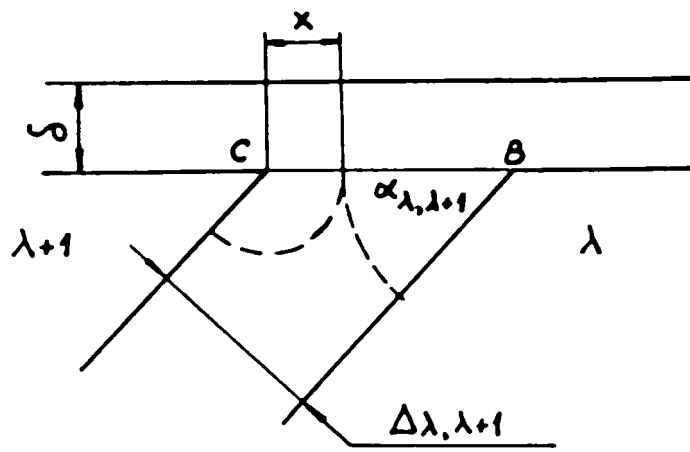


Fig. 2.5.

Se poate determina astfel unghiul $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$ pentru oricare $\lambda = \overline{1, n}$. Cu notația $r = \frac{D-2\delta}{2}$

rezultă:

$$\alpha_{\lambda,\lambda+1} = \arctg \frac{\Delta_{\lambda,\lambda+1}}{\sqrt{r^2 - \left[\left(\sum_{i=1}^{\lambda-1} \Delta_i + \Delta_{i,\lambda+1} \right) + \Delta_\lambda \right]^2} - \sqrt{r^2 - \sum_{i=1}^{\lambda} (\Delta_i + \Delta_{i,\lambda+1})^2}} \quad (2.2)$$

Pentru linia de câmp de lungime minimă se poate scrie:

$$(\pi - \alpha_{\lambda,\lambda+1})x = \left(\frac{\Delta_{\lambda,\lambda+1}}{\sin \alpha_{\lambda,\lambda+1}} - x \right) \alpha_{\lambda,\lambda+1} \quad (2.3)$$

de unde se obține:

$$x = \frac{1}{\pi} \Delta_{\lambda,\lambda+1} \frac{\alpha_{\lambda,\lambda+1}}{\sin \alpha_{\lambda,\lambda+1}} \quad (2.4)$$

Se înlocuiește configurația din figura 2.5 cu cea din figura 2.6, condiția de echivalare fiind ca în ambele cazuri linia de câmp medie să aibă aceeași lungime:

$$(\pi - \alpha_{\lambda,\lambda+1})x = \frac{\Delta'_{\lambda,\lambda+1}}{2} \frac{\pi}{2} \quad (2.5)$$

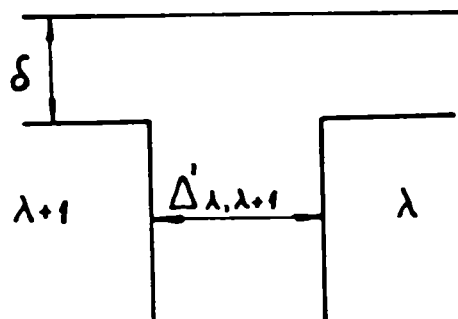


Fig. 2.6.

Înlocuind x din relația (2.5) cu expresia (2.4) se obține grosimea echivalentă $\Delta'_{\lambda,\lambda+1}$ a zonei nemagnetice:

$$\Delta'_{\lambda,\lambda+1} = \frac{4}{\pi^2} \Delta_{\lambda,\lambda+1} \frac{\alpha_{\lambda,\lambda+1}}{\sin \alpha_{\lambda,\lambda+1}} (\pi - \alpha_{\lambda,\lambda+1}) \quad (2.6)$$

Având în vedere că pentru orice valori ale lui $\Delta_{\lambda,\lambda+1}$, unghiul $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$ poate lua valori numai în intervalul $(0, \pi/2)$, se poate determina mulțimea valorilor funcției:

$$f(\alpha) = \frac{\Delta'_{\lambda,\lambda+1}}{\Delta_{\lambda,\lambda+1}} \quad (2.7)$$

Explicitând funcția în raport cu $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$, se obține:

$$f(\alpha) = \frac{4}{\pi^2} \frac{\alpha_{\lambda,\lambda+1}}{\sin \alpha_{\lambda,\lambda+1}} (\pi - \alpha_{\lambda,\lambda+1}) \quad (2.8)$$

În graficul prezentat în figura 2.7 se constată că mulțimea valorilor funcției $f(\alpha)$ este inclusă în intervalul $(1; 1,27)$ ceea ce înseamnă că majorarea grosimii echivalente a zonei nemagnetice poate fi de cel mult 27% ($f(\alpha_{\min}) = 1,266$).

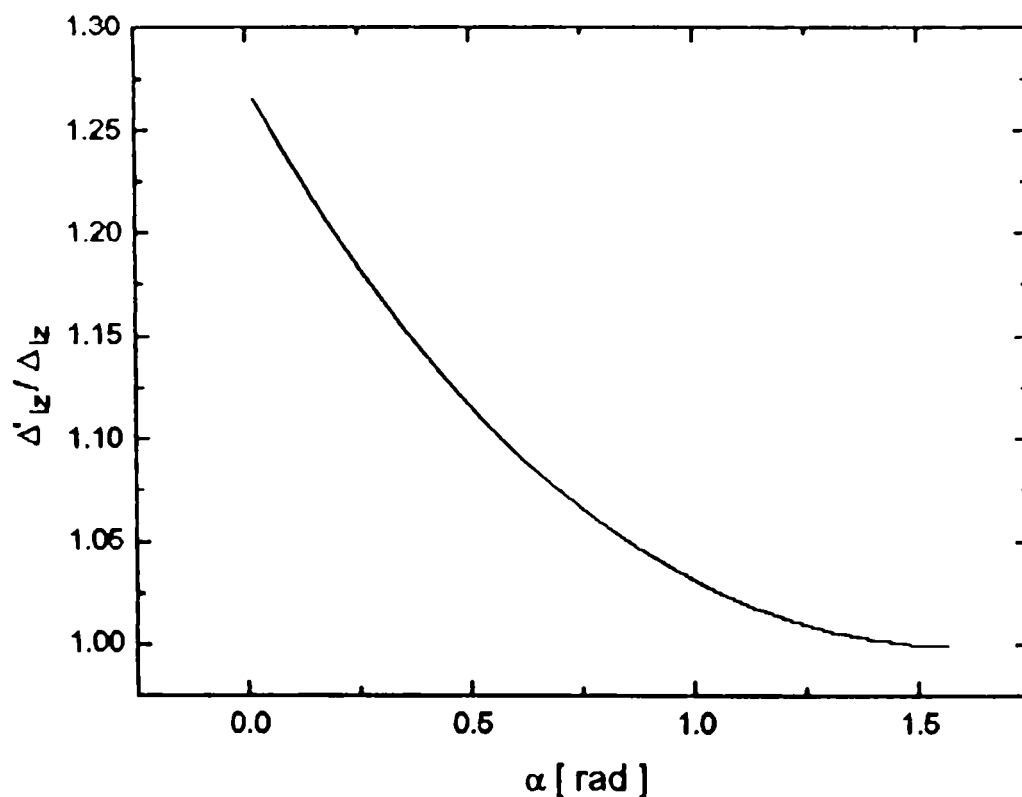


Fig. 2.7

2.2.3. Determinarea grosimii echivalente a zonelor feromagnetice pe periferia rotorului

În figura 2.8 este reprezentată o secțiune printr-o zonă feromagnetică oarecare λ , având lățimea Δ_λ . Lățimea echivalentă a acesteia pe periferia rotorului Δ'_λ , este măsura arcului BC, arcul BC fiind curba ortogonală liniilor de câmp care pătrund din stator, prin întrefier, în zona feromagnetică rotorică λ . Cu convenția de a aproxima arcul cu coarda corespunzătoare, se obține $\Delta'_\lambda \equiv BC$. Dar $AC = \Delta_\lambda$, $AB = BE - AE$, iar $AE = CD$. BE respectiv CD se determină din datele geometrice.

$$BE = \sqrt{r^2 - \left[\sum_{i=1}^{\lambda-1} (\Delta_i + \Delta_{i,i+1}) \right]^2} \quad (2.9)$$

$$CD = \sqrt{r^2 - \left[\sum_{i=1}^{\lambda-1} (\Delta_i + \Delta_{i,i+1}) + \Delta_\lambda \right]^2} \quad (2.10)$$

Cu acestea, se obține Δ'_λ sub forma:

$$\Delta'_\lambda = \sqrt{\left\{ \sqrt{r^2 - \left[\sum_{i=1}^{\lambda-1} (\Delta_i + \Delta_{i,i+1}) \right]^2} - \sqrt{r^2 - \left[\sum_{i=1}^{\lambda-1} (\Delta_i + \Delta_{i,i+1}) + \Delta_\lambda \right]^2} \right\}^2 + \Delta_\lambda^2} \quad (2.11)$$

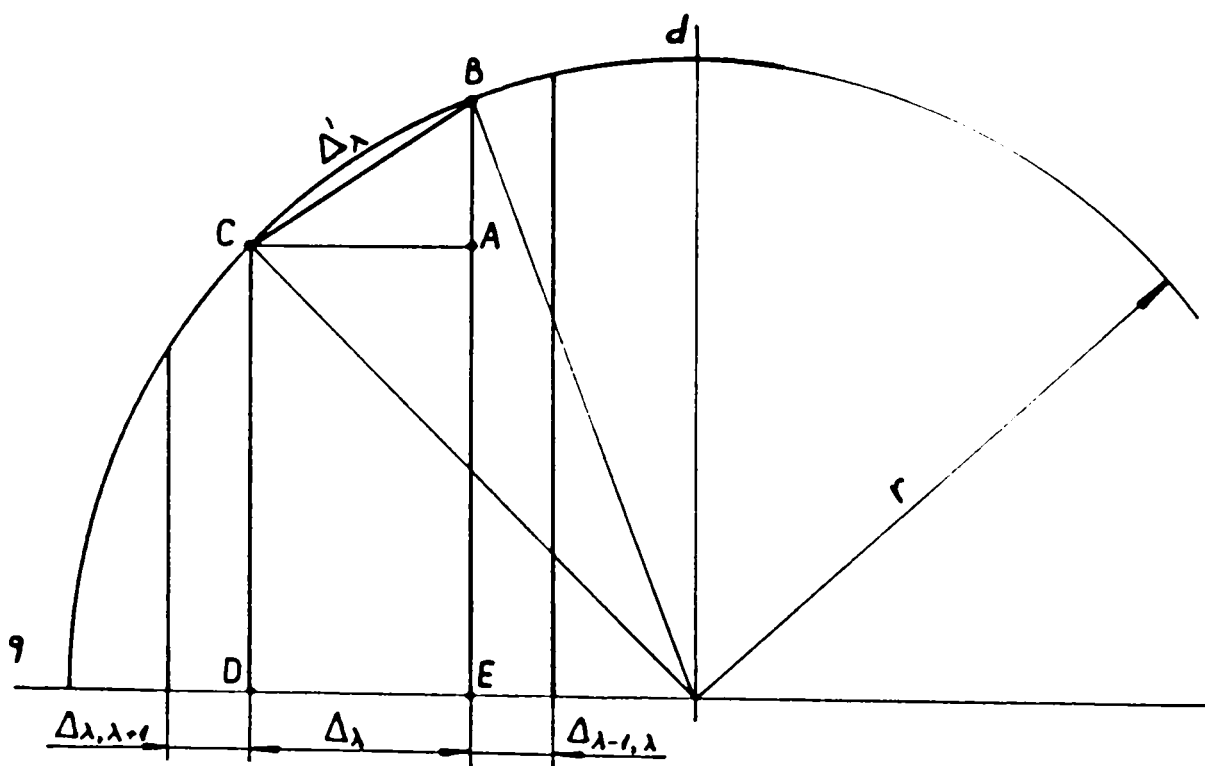


Fig. 2.8.a

Configurația prezentată în fig. 2.8.a. corespunde mașinii având $p = 1$; în fig. 2.8.b. se prezintă cazul general $p > 1$. Se constată că relațiile (2.9), (2.10), (2.11) sunt adevărate și pentru $p > 1$.

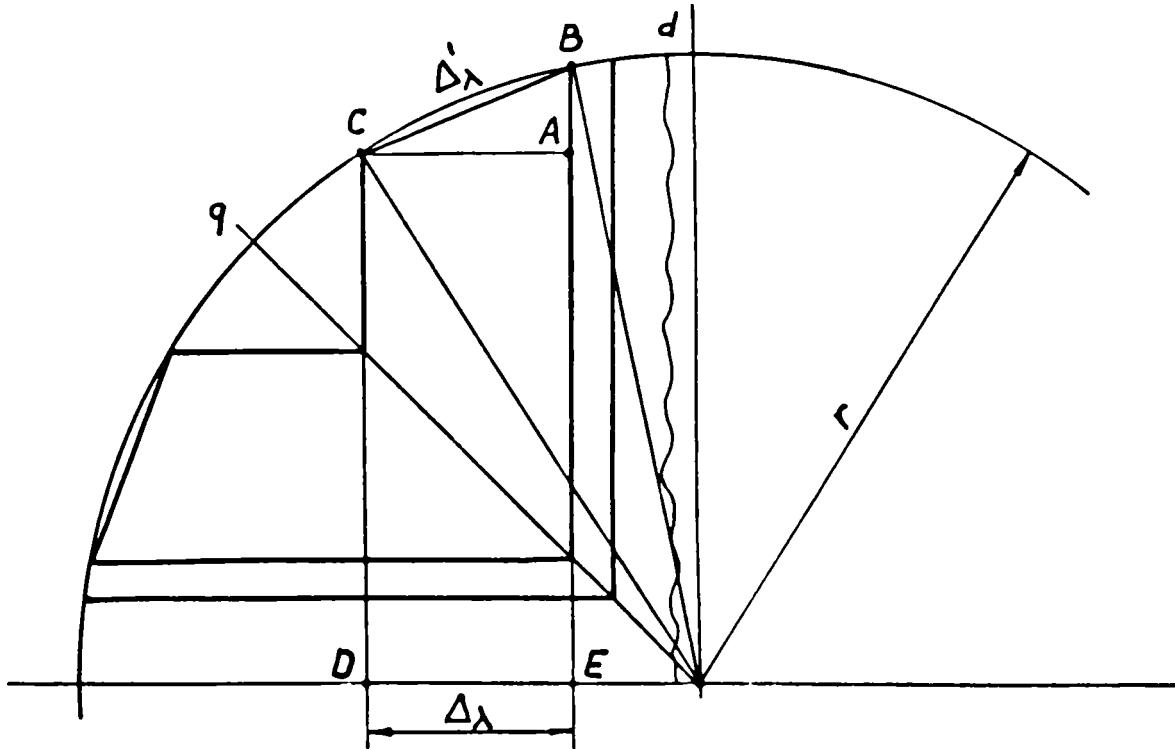


Fig. 2.8.b.

2.2.4. Determinarea influenței configurației rotorice asupra întrefierului echivalent

Pentru a determina influența prezenței unei singure porțiuni nemagnetice rotorice asupra câmpului magnetic, se aplică configurației prezentate în figura 2.5 metoda transformării conforme. Dacă domeniul studiat nu ar conține porțiunea nemagnetică, fluxul magnetic Φ prin suprafața cuprinsă între axele a două zone feromagnetice alăturate și unitatea de lungime a mașinii ar fi:

$$\Phi = B_{\max} \left(\frac{\Delta_{\lambda}^{\prime} + \Delta_{\lambda+1}^{\prime}}{2} + \Delta_{\lambda, \lambda+1}^{\prime} \right) \quad (2.12)$$

Notând:

$$\frac{\Delta_{\lambda}^{\prime} + \Delta_{\lambda+1}^{\prime}}{2} = \Delta_{\lambda}^{\prime} \quad (2.13)$$

$$\Delta_{\lambda, \lambda+1}^{\prime} = \Delta_{\lambda}^{\prime} \quad (2.14)$$

se obține:

$$\Phi = B_{max}(\Delta_f + \Delta_n) \quad (2.15)$$

Datorită prezenței zonei nemagnetice, fluxul real, Φ_{real} este mai mic:

$$\frac{\Phi}{\Phi_{real}} = \frac{\Delta_n + \Delta_f}{\Delta_n + \Delta_f - \frac{2}{\pi} \delta \left\{ \frac{\Delta_n}{\delta} \arctg \frac{1}{2} \frac{\Delta_n}{\delta} - \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta_n}{\delta} \right)^2 \right] \right\}} \quad (2.16)$$

Reducerea fluxului datorită prezenței unei singure porțiuni nemagnetice rotorice este echiva-

lentă cu mărirea întrefierului de $k_{s2} = \frac{\Phi}{\Phi_{real}}$ ori.

$$k_{s2} = \frac{\Delta_n + \Delta_f}{\Delta_n + \Delta_f - \frac{2}{\pi} \delta \left\{ \frac{\Delta_n}{\delta} \arctg \frac{1}{2} \frac{\Delta_n}{\delta} - \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta_n}{\delta} \right)^2 \right] \right\}} \quad (2.17)$$

Pentru un rotor având un număr oarecare de fante nemagnetice, k_{s2} este definit pe porțiuni, și anume pe intervale cuprinse între axele a două zone feromagnetice adiacente celei nemagnetice și, conform relațiilor (2.6) și (2.11) depinde de grosimea zonei nemagnetice $\Delta_{\lambda, \lambda+1}$, de grosimile zonelor feromagnetice alăturate Δ_{λ} , respectiv $\Delta_{\lambda+1}$ precum și de poziția lor față de axa d a rotorului (prin unghiul $\alpha_{\lambda, \lambda+1}$). Se obține o variație în trepte a lui k_{s2} în lungul pasului polar, care permite o aproximare mai bună a întrefierului echivalent (care intervine în calculul câmpului magnetic) al mașinii. Expresia (2.17), reprezentând coeficientul de majorare a întrefierului, prin care se ține seama de prezența unei singure fante nemagnetice, permite și considerarea cazului general în care zonele feromagnetice au grosimi diferite, respectiv fâșiile nemagnetice au grosimi diferite. Din punct de vedere practic această soluție complică mult execuția mașinii și nu prezintă interes în condițiile tehnologiei actuale de realizare a rotorului.

2.2.5. Exemplu de calcul

Considerând cazul unei mașini având zonele feromagnetice rotorice de aceeași grosime și următoarele date: $p = 1$, $\delta = 0.35$ mm, $n = 36$, s-a determinat dependența factorului k_{s2} de poziția zonei nemagnetice față de axa d și pentru diferite grosimi Δ_n ale zonelor nemagnetice. Se consideră zona 1 cea plasată în axa d. Rezultatele obținute sunt reprezentate grafic în figura 2.9.

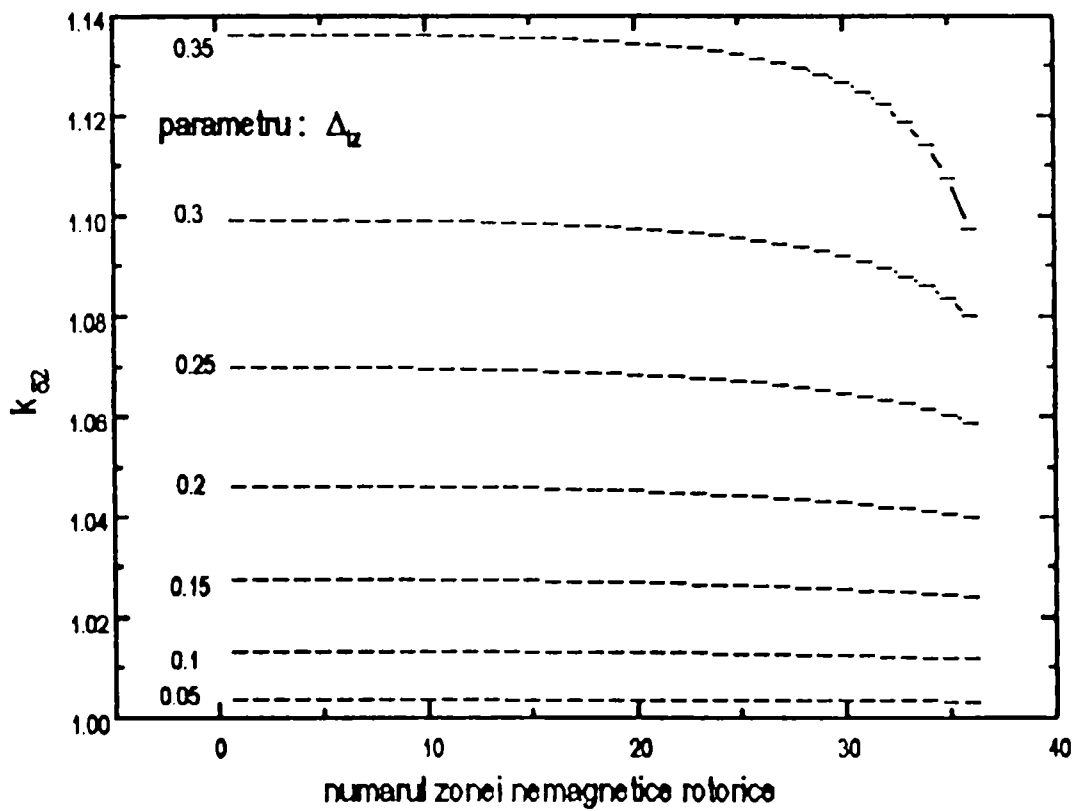


Fig. 2.9 Dependența coeficientului k_{s2} de poziția fâșiei nemagnetice față de axa d

Pentru $\Delta_z = 0.2$ mm; k_{s2} are valori cuprinse între 1.0399 și 1.04631, deci variația lui este neesențială.

Se constată că pentru $\Delta_z < \delta$ ($\Delta_z = 0.05; 0.1; 0.15; 0.2$; eventual chiar 0.25mm) k_{s2} poate fi considerat practic constant, indiferent de poziția zonei față de axa d.

Dacă $\Delta_z \approx \delta$, variația lui k_{s2} în lungul pasului polar nu mai poate fi neglijată.

Cu cât k_{s2} corespunzător interstițiului cel mai apropiat de axa d a rotorului are valoare mai mare cu atât variația sa în lungul pasului polar este mai mare.

Pentru o analiză mai generală, este util să se exprime k_{s2} sub forma:

$$k_{s2} = \frac{1}{1 - \frac{2}{\pi} \frac{1}{\frac{\Delta_z}{\delta} + \frac{\Delta_r}{\delta}} \left\{ \frac{\Delta_z}{\delta} \arctg \frac{1}{2} \frac{\Delta_z}{\delta} - \ln \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta_z}{\delta} \right)^2 \right] \right\}} \quad (2.18)$$

Notând:

$$\frac{\Delta'_n}{\delta} = y' \quad (2.19)$$

$$\frac{\Delta'_k}{\Delta'_n} = k' \quad (2.20)$$

se obține:

$$k_{s2} = \frac{1}{1 - \frac{2}{\pi} \frac{1}{(1+k)y} [\text{yarctg} \frac{y'}{2} - \ln(1 + \frac{y'^2}{4})]} \quad (2.21)$$

În fig. 2.10 s-a reprezentat dependența lui k_{s2} în funcție de variabila independentă y și de parametrul $k = \Delta'_k / \Delta'_n$, considerând un domeniu larg pentru $y = \frac{\Delta'_n}{\delta}$ (între 0.1 și 10). Nu s-a reprezentat grafic cazul banal $y = 0$, $k_{s2} = 1$.

În figura 2.11 s-a reprezentat k_{s2} numai pe domeniul în care valoarea sa nu depășește 1.08 oricare ar fi parametrul $k = \Delta'_k / \Delta'_n$.

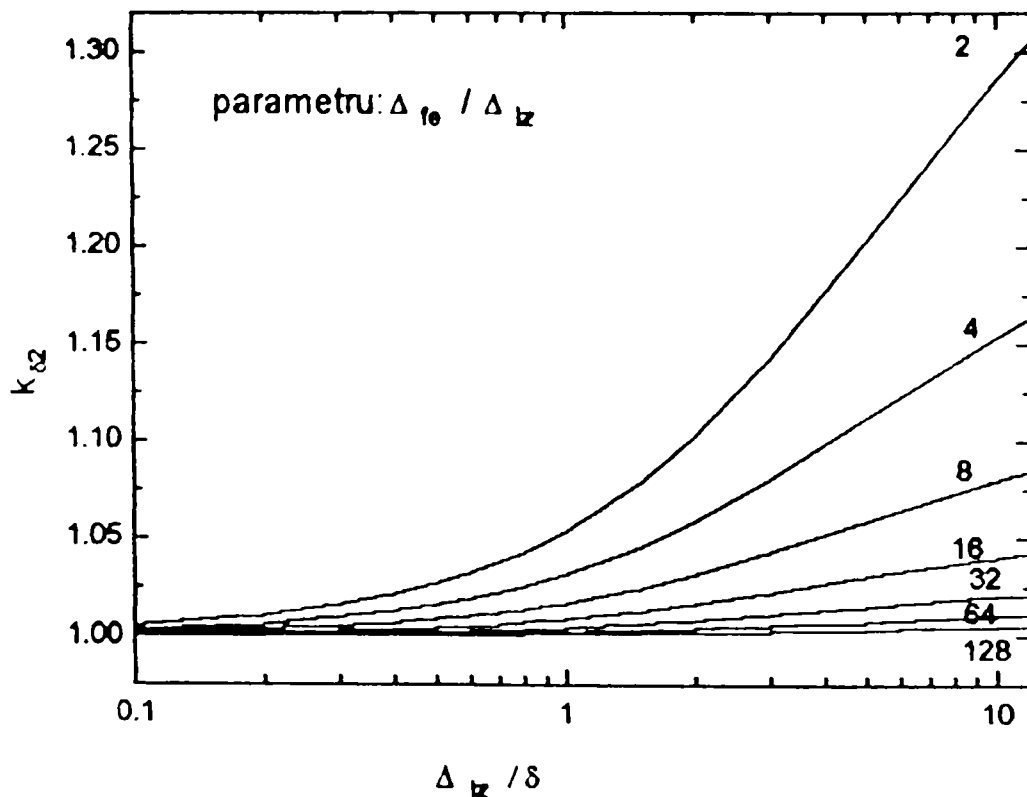


Fig. 2.10. Dependența coeficientului k_{s2} de $y = \Delta'_n / \delta$ și de $k = \Delta'_k / \Delta'_n$.

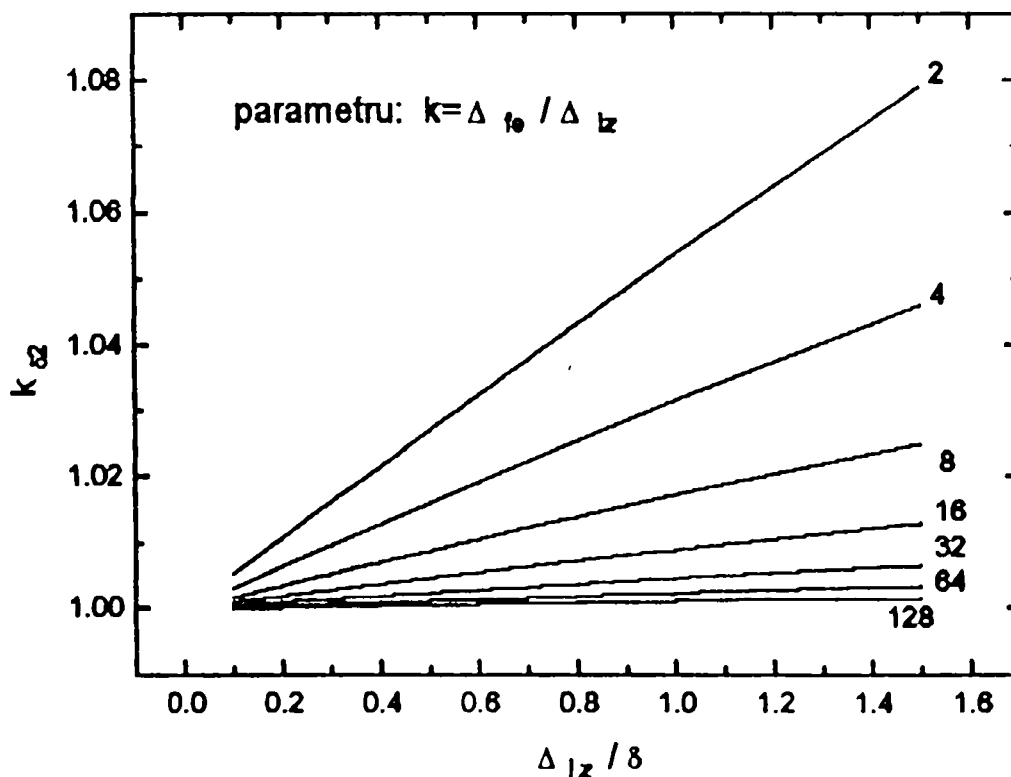


Fig. 2.11. Dependența coeficientului k_{s2} de $y = \Delta_{1z} / \delta$ și de $k = \Delta_{10} / \Delta_{1z}$.

2.2.6. Concluzii

Curbele reprezentate în figura 2.10 indică variația pronunțată a întrefierului echivalent în funcție de raportul Δ_{1z} / δ pentru valori mici ale lui k . Cu cât k devine mai mare, cu atât Δ_{1z} / δ influențează mai puțin variația lui k_{s2} . În figura 2.11 s-a reprezentat k_{s2} numai pe domeniul în care are valori sub 1.08 (deoarece exemplul analizat a arătat că variația lui k_{s2} este mai mică dacă valoarea sa corespunzând interstițiului cel mai apropiat de axa d este mai mică). Analizând k_{s2} cu precădere în domeniul în care variabila independentă Δ_{1z} / δ are valori uzuale din punct de vedere practic, indiferent de valoarea lui k , pe baza graficelor din figura 2.11 se pot formula următoarele observații:

1. Cu cât Δ_{1z} / δ are valoare mai mică, cu atât variația lui Δ_{1z} este mai mică în lungul pasului polar, prin urmare k_{s2} variază mai puțin cu creșterea valorilor lui k .

2. Cu cât Δ_n / δ are valoare mai mare, cu atât variația lui Δ_n este mai pronunțată în lungul pasului polar, prin urmare k_{s2} variază mai mult cu scăderea lui k .

3. Pentru $\Delta_n < \delta$ se poate considera că valoarea lui k_{s2} este aproximativ constantă în lungul pasului polar, eroarea fiind cu atât mai mică cu cât k este mai mare.

4. Numărul perechilor de poli nu intervine explicit în expresia lui k_{s2} , dar se poate urmări și influența lui p asupra lui k_{s2} . Pentru cazul general $p > 1$, o porțiune din secțiunea rotorică, corespunzând unui pas polar este reprezentată în figura 2.12.

Valoarea minimă a măsurii unghiului $\alpha_{\lambda, \lambda+1}$, calculată cu relația (2.2), nu poate fi mai mică decât:

$$\alpha_{\min} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2p}$$

Întrucât la limită, se poate considera că pentru ultima zonă nemagnetică periferia rotorică, aproximată cu coarda BC, este ortogonală axei q .

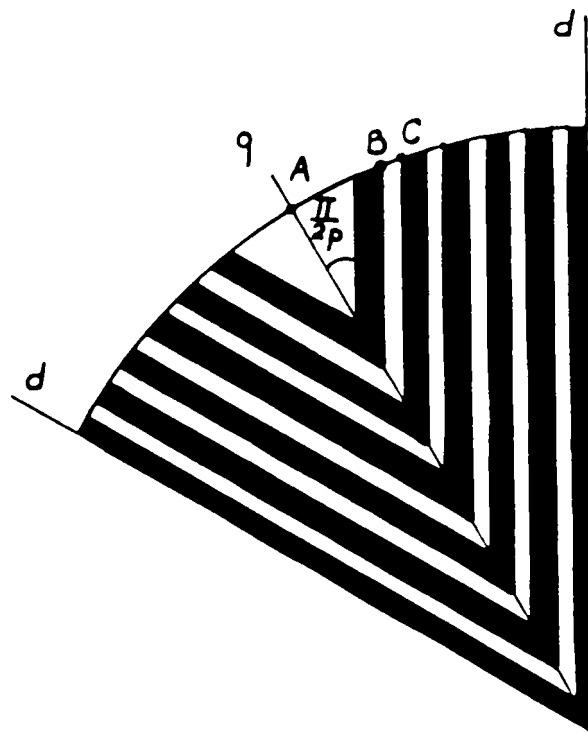


Fig. 2.12

În tabelul 2.1 sunt prezentate domeniul maxim de variație al unghiului $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$, respectiv al funcției $f(\alpha)$ pentru diferite valori ale lui p .

Tabelul 2.1. Corespondența domeniilor de variație a mărimilor $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$ și $f(\alpha) = \Delta'_{\lambda,\lambda+1} / \Delta_{\lambda,\lambda+1}$

p	$\alpha_{\lambda,\lambda+1}$	$f(\alpha) = \Delta'_{\lambda,\lambda+1} / \Delta_{\lambda,\lambda+1}$
1	$(0, \frac{\pi}{2})$	(1; 1,266)
2	$(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$	(1; 1,060)
3	$(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2})$	(1; 1,026)
4	$(\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{2})$	(1; 1,014)

Relațiile prezentate au permis elaborarea unui program de calcul care determină întrefierul echivalent al unui motor sincron reactiv cu rotor stratificat cu număr oarecare de zone nemagnetice.

Se observă că variația grosimii echivalente a zonei nemagnetice scade pronunțat cu creșterea numărului de perechi de poli, p . Deci variația întrefierului în lungul pasului polar, datorită interstițiilor nemagnetice rotorice, este mai mică cu creșterea numărului de perechi de poli. Aprecierile făcute asupra domeniului valorilor lui $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$ sunt globale; ele se bazează pe observația că $\alpha_{\lambda,\lambda+1}$ are o variație strict monotonă, iar limitele rezultă din considerații geometrice, evidente. Este însă dificil de evidențiat dependența explicită de p a lui k_{s2} .

2.3. CALCULUL CĂMPULUI MAGNETIC ȘI AL INDUCTIVITĂȚILOR SINCRONE LONGITUDINALĂ ȘI TRANSVERSALĂ ALE MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT, FĂRĂ ELEMENTE DE PRINDERE (MAȘINA MODEL)

2.3.1. Ipoteze simplificatoare. Precizări

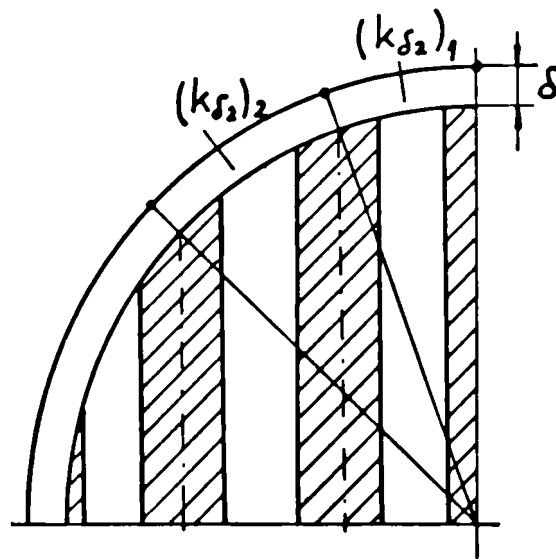
1. Permeabilitatea zonelor feromagnetice se consideră infinită în raport cu cea a celor nemagnetice, admisă egală cu μ_0 (permeabilitatea vidului).
2. Se admite că în toate secțiunile perpendiculare pe axul mașinii câmpul magnetic este același și se neglijează câmpul magnetic care se închide prin zona de capăt.
3. Se consideră că solenația produsă de înfășurarea statorică are distribuție sinusoidală pe periferia inductorului.
4. Se ține seama de prezența creștăturilor statorice prin intermediul factorului lui Carter k_{s1} .
5. Influența interstițiilor rotorice asupra întrefierului echivalent se consideră prin intermediul coeficientului k_{s2} determinat conform paragrafului 2.2. Se admite k_{s2} constant pe domeniul cuprins între axele a două zone nemagnetice succesive.

Observație: Coeficientul k_{s2} s-a definit pe domenii cuprinse între axele zonelor feromagnetice alăturate (conform schiței din fig. 2.13 cazul a). Pentru rezolvarea problemei de câmp , interesează fluxul magnetic care pătrunde din stator, prin întrefier, într-o fâșie feromagnetică rotorică oarecare. Întrucât valoarea inducției magnetice în întrefier depinde de valoarea întrefierului echivalent, este util să se accepte k_{s2} constant pe domeniul cuprins între axele a două interstiții nemagnetice alăturate (conform schiței din fig. 2.13 cazul b), și definit, pe periferia statorică, prin coordonatele $x_{\lambda i}$ și $x_{\lambda f}$:

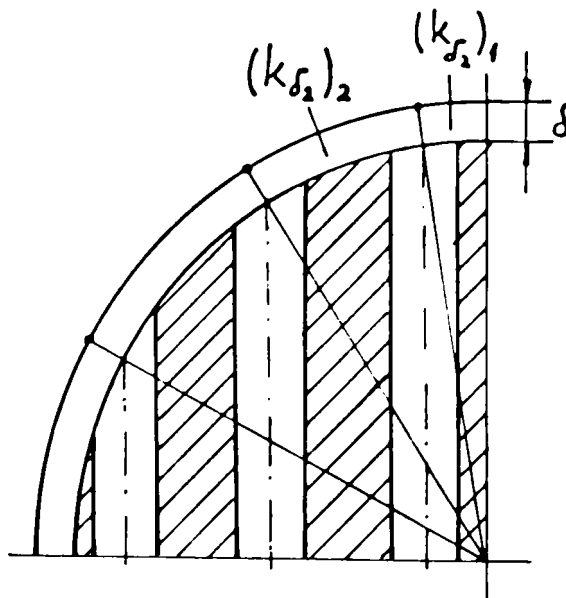
$$\begin{aligned}
 x_{1i} &= 0 \\
 x_{1f} &= \frac{D}{2} \arcsin \frac{2(\Delta_1 + \Delta_{12}/2)}{D - 2\delta} \\
 &\dots \\
 x_{\lambda} &= \frac{D}{2} \arcsin \left[\frac{2}{D - 2\delta} \left(\sum_{i=1}^{\lambda-1} \Delta_i + \sum_{i=1}^{\lambda-1} \Delta_{i,i+1} + \frac{1}{2} \Delta_{\lambda,\lambda-1} \right) \right] \quad \lambda = \overline{1, n-1} \quad (2.22) \\
 x_{\lambda f} &= \frac{D}{2} \arcsin \left[\frac{2}{D - 2\delta} \left(\sum_{i=1}^{\lambda} \Delta_i + \sum_{i=1}^{\lambda-1} \Delta_{i,i+1} + \frac{1}{2} \Delta_{\lambda,\lambda+1} \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$x_{nd} = x_{n-1, \delta}$$

$$x_{nf} = \frac{\tau}{2}$$



a



b

Fig. 2.13

2.3.2. Determinarea mărimilor corespunzătoare câmpului magnetic transversal

Într-un punct pe periferia indusului, plasat la distanța x de axa d , considerată de referință, (fig. 2.14) solenația este:

$$\theta_q(x) = \frac{\theta}{2p} \sin \frac{x}{\tau} \pi \quad (2.23)$$

în care:

$$\theta = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} mNk_s I \quad (2.24)$$

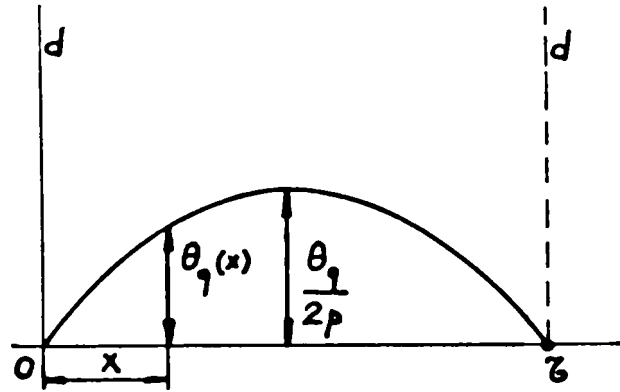


Fig. 2.14

Sectoarele feromagnetice sunt echipotențiale magnetic, având potențialele V_1, V_2, \dots, V_n .

Între două sectoare feromagnetice câmpul este plan-parallel, fiind determinat de diferența potențialelor magnetice ale suprafețelor alăturate. În întrefier câmpul are două componente, una radială și una tangențială. Interesează componenta radială. Se poate admite că solenația are un salt local de la valoarea zero, cât este în miezul feromagnetic statoric, la valoarea $\theta_q(x)$, cât este valoarea solenației considerată pe suprafața interioară a statorului. Prin urmare, componenta radială a inducției magnetice în întrefier, în punctul de coordonată x din dreptul unei porțiuni feromagnetice oarecare λ este:

$$B_{\delta_q}(x) = \frac{\theta_q(x) - V_\lambda}{\delta_\lambda} \mu_0 \quad (2.25)$$

δ_λ reprezintă întrefierul echivalent al mașinii în dreptul zonei feromagnetice oarecare λ :

$$\delta_\lambda = k_{s1} k_{s2\lambda} \delta \quad (2.26)$$

Dacă lungimea axială a mașinii este l , fluxul magnetic al câmpului care pătrunde, din miezul statoric, în sectorul feromagnetic cu potențialul V_n este:

$$\Phi_n = 2 \int_{x_{n1}}^{x_{n2}} B_{\delta_q}(x) l dx \quad (2.27)$$

Din (2.25), (2.26), (2.27) se obține:

$$\Phi_n = -\frac{\mu_0 I \tau}{\pi \varphi \delta_n} \theta \left(\cos \frac{x_n}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{n-1}}{\tau} \pi \right) - 2l \mu_0 V_n \frac{x_n - x_{n-1}}{\delta_n} \quad (2.28)$$

Φ_n se poate scrie sub forma:

$$\Phi_n = C_{\Phi_n, \theta} \theta + C_{\Phi_n, V_n} V_n \quad (2.29)$$

în care:

$$C_{\Phi_n, \theta} = -\frac{\mu_0 I \tau}{\pi \varphi \delta_n} \left(\cos \frac{x_n}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{n-1}}{\tau} \pi \right) \quad (2.30)$$

$$C_{\Phi_n, V_n} = -2l \mu_0 \frac{1}{\delta_n} (x_n - x_{n-1}) \quad (2.31)$$

Acest flux este egal cu cel care străbate suprafața plană $S_{n-1,n}$ dintre zonele n și $n-1$, în baza legii fluxului magnetic. Inducția magnetică B_{n-1} în porțiunea nemagnetică de lățime $\Delta_{n-1,n}$ dintre zonele n și $n-1$ este:

$$B_{n-1,n} = \frac{\Phi_n}{S_{n-1,n}} \quad (2.32)$$

în care:

$$S_{n-1,n} = 2l \sqrt{r^2 - \left[\sum_{\lambda=1}^{n-1} (\Delta_\lambda + \Delta_{\lambda-1,\lambda}) + \frac{\Delta_{n-1,n}}{2} \right]^2} \quad (2.33)$$

$S_{n-1,n}$ determinată mai sus corespunde situației $p=1$. Pentru cazul general $p>1$ considerând o porțiune din secțiunea rotorică, corespunzând unui pas polar (fig. 2.12) expresia ariei suprafeței $S_{n-1,n}$ are forma generală:

$$S_{n-1,n} = l \left\{ \sqrt{r^2 - \left[\sum_{\lambda=1}^{n-2} (\Delta_\lambda + \Delta_{\lambda,\lambda+1}) + \Delta_{n-1} \right]^2} - \left[\sum_{\lambda=1}^{n-2} (\Delta_\lambda + \Delta_{\lambda,\lambda+1}) + \Delta_{n-1} \right] \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2p} + \right. \\ \left. + \sqrt{r^2 - \left[\sum_{\lambda=1}^{n-1} (\Delta_\lambda + \Delta_{\lambda,\lambda+1}) \right]^2} - \left[\sum_{\lambda=1}^{n-1} (\Delta_\lambda + \Delta_{\lambda,\lambda+1}) \right] \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2p} \right\} \quad (2.34)$$

Observație: Pentru a nu încărca și mai mult forma expresiilor, s-a notat cu $S_{n-1,n}$ respectiv , în continuare cu $S_{\lambda-1,\lambda}$ atât suprafețele cât și aria acestora, considerând că nu există posibilitatea de confuzie datorită contextului.

Tensiunea magnetică între zonele n și $n-1$ este:

$$V_n - V_{n-1} = \frac{B_{n-1,n}}{\mu_0} \Delta_{n-1,n} \quad (2.35)$$

deci rezultă:

$$V_{n-1} = V_n - \frac{\Phi_n}{S_{n-1,n}} \frac{\Delta_{n-1,n}}{\mu_0} \quad (2.36)$$

Din relațiile (2.29),(2.36) se pot pune în evidență și în expresia potențialului V_{n-1} un termen depinzând de θ și celălalt de V_n :

$$V_{n-1} = -\mu_0 C_{\Phi,\theta} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}} \theta + (1 - \mu_0 C_{\Phi,\gamma_n} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}}) V_n \quad (2.37)$$

Aplicând legea fluxului magnetic domeniului ocupat de zona feromagnetică de potențial V_{n-1} , rezultă:

$$\Phi_{n-1} = \Phi_n + 2 \int_{x_{n-1,j}}^{x_{n-1,j'}} B_{\theta\gamma}(x) l dx \quad (2.38)$$

Se obține, după înlocuiri:

$$\Phi_{n-1} = C_{\Phi_{n-1},\theta} \theta + C_{\Phi_{n-1},\gamma_n} V_n \quad (2.39)$$

în care:

$$C_{\Phi_{n-1},\theta} = (1 + 2l \frac{x_{n-1,j'} - x_{n-1,j}}{\delta_{n-1}} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}}) C_{\Phi,\theta} - \frac{\mu_0 l \tau}{\pi \varphi \delta_{n-1}} (\cos \frac{x_{n-1,j'}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{n-1,j}}{\tau} \pi) \quad (2.40)$$

$$C_{\Phi_{n-1},\gamma_n} = (1 + 2l \frac{x_{n-1,j'} - x_{n-1,j}}{\delta_{n-1}} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}}) C_{\Phi,\gamma_n} - 2l \mu_0 \frac{x_{n-1,j'} - x_{n-1,j}}{\delta_{n-1}} \quad (2.41)$$

Pentru $\lambda = n$ și $\lambda = n-1$ s-a evidențiat că Φ_λ , respectiv $\Phi_{\lambda-1}$, $V_{\lambda-1}$ se pot scrie ca sumă a doi termeni, unul depinzând de amplitudinea solenației statorice, celălalt de potențialul magnetic scalar V_n al zonei feromagnetice n , iar coeficienții depind numai de datele constructive ale mașinii - dimensiuni geometrice, date de bobinaj și mărimi de material. Relațiile utilizate pentru a determina fluxurile Φ_λ , $\Phi_{\lambda-1}$ respectiv potențialul $V_{\lambda-1}$ reprezintă expresia matematică a legilor fluxului magnetic, respectiv a circuitului magnetic, deci ele sunt valabile indiferent de poziția ocupată de zonele feromagnetică, respectiv nemagnetică pentru care se aplică. Prin urmare, oricare flux Φ_λ se poate scrie sub forma:

$$\Phi_\lambda = C_{\Phi_\lambda,\theta} \theta + C_{\Phi_\lambda,\gamma_n} V_n \quad (2.42)$$

iar potențialul magnetic scalar al oricărei zone nemagnetice λ se poate scrie sub forma:

$$V_\lambda = C_{V_\lambda,\theta} \theta + C_{V_\lambda,\gamma_n} V_n \quad (2.43)$$

în care coeficienții $C_{\Phi_\lambda,\theta}$, $C_{\Phi_\lambda,\gamma_n}$, $C_{V_\lambda,\theta}$, C_{V_λ,γ_n} depind doar de datele constructive ale mașinii - dimensiuni geometrice, date de bobinaj și mărimi de material.

Pentru oricare zonă feromagnetică λ , având potențialul magnetic V_λ fluxul magnetic al câmpului transversal care o străbate este:

$$\Phi_\lambda = \Phi_{\lambda+1} + 2 \int_{x_{\lambda i}}^{x_{\lambda f}} B_{\delta q}(x) l dx \quad (2.44)$$

iar pentru oricare zonă nemagnetică de lățime $\Delta_{\lambda,\lambda+1}$:

$$V_\lambda - V_{\lambda-1} = \frac{\Phi_\lambda}{S_{\lambda-1,\lambda}} \frac{\Delta_{\lambda-1,\lambda}}{\mu_0} \quad (2.45)$$

unde $S_{\lambda-1,\lambda}$ este aria secțiunii străbătute de fluxul Φ_λ , dusă prin mijlocul zonei nemagnetice.

Scriind ecuațiile de mai sus pentru fiecare zonă magnetică, respectiv nemagnetică, deci pentru $\lambda=1,2,\dots,n$ se obține un sistem în care numărul ecuațiilor ($2n$) este egal cu cel al necunoscutelor (n fluxuri și n potențiale magnetice scalare).

$$\Phi_\lambda = \Phi_{\lambda+1} + 2\mu_0 l \int_{x_{\lambda i}}^{x_{\lambda f}} \frac{\theta_q(x) - V_\lambda}{\delta_\lambda} dx \quad (2.46)$$

$$V_\lambda - V_{\lambda-1} = \Phi_\lambda \frac{\Delta_{\lambda-1,\lambda}}{S_{\lambda-1,\lambda}} \frac{1}{\mu_0}$$

Deoarece în axa d $B_{\delta q} = 0$ și $\theta_q = 0$, potențialul magnetic al primei zone feromagnetice este $V_1 = 0$. Cu această precizare și ținând cont de relațiile (2.23), (2.42), (2.46) se obține V_n , sub forma:

$$V_n = \frac{\frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}} C_{\Phi_n, \theta} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-2,n-1}}{S_{n-2,n-1}} C_{\Phi_{n-1}, \theta} + \dots + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{12}}{S_{12}} C_{\Phi_2, \theta}}{1 - \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}} C_{\Phi_n, \gamma_n} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-2,n-1}}{S_{n-2,n-1}} C_{\Phi_{n-1}, \gamma_n} + \dots + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{12}}{S_{12}} C_{\Phi_2, \gamma_n} \right)} \theta \quad (2.47)$$

iar din (2.42), (2.45) se obțin coeficienții $C_{\Phi_n, \theta}$, C_{Φ_n, γ_n} :

$$C_{\Phi_n, \theta} = -\frac{\mu_0 l \tau}{\pi p \delta_\lambda} \left(\cos \frac{x_{\lambda f}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{\lambda i}}{\tau} \pi \right) + \left(1 + 2l \frac{\Delta_{\lambda,\lambda+1}}{S_{\lambda,\lambda+1}} \frac{x_{\lambda f} - x_{\lambda i}}{\delta_\lambda} \right) C_{\Phi_{\lambda-1}, \theta} +$$

$$+ 2l \frac{x_{\lambda f} - x_{\lambda i}}{\delta_\lambda} \sum_{k=3}^{n+1-\lambda} \frac{\Delta_{k-2,k-1}}{S_{k-2,k-1}} C_{\Phi_{k-2}, \theta} \quad (2.48)$$

$$C_{\Phi_n, \gamma_n} = -2\mu_0 l \frac{x_{\lambda f} - x_{\lambda i}}{\delta_\lambda} + \left(1 + 2l \frac{\Delta_{\lambda,\lambda+1}}{S_{\lambda,\lambda+1}} \frac{x_{\lambda f} - x_{\lambda i}}{\delta_\lambda} \right) C_{\Phi_{\lambda-1}, \gamma_n} +$$

$$+ 2l \frac{x_{\lambda f} - x_{\lambda i}}{\delta_\lambda} \sum_{k=3}^{n+1-\lambda} \frac{\Delta_{k-2,k-1}}{S_{k-2,k-1}} C_{\Phi_{k-2}, \gamma_n} \quad (2.49)$$

și prin urmare se pot determina potențialele V_λ , respectiv fluxurile Φ_λ , inducția magnetică în întrefier în dreptul fiecărei zone feromagnetice λ și inducția magnetică în porțiunile nemagnetice rotorice.

$$V_\lambda = \sum_{k=2}^{\lambda} \frac{\Phi_k}{S_{k-1,k}} \frac{\Delta_{k-1,k}}{\mu_0} \quad (2.50)$$

în care:

$$\Phi_\lambda = C_{\Phi,\theta} \theta + C_{\Phi,V_n} V_n \quad (2.51)$$

Se obține:

$$V_\lambda = C_{V,\theta} \theta + C_{V,V_n} V_n \quad (2.52)$$

$$C_{V,\theta} = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=2}^{\lambda} \frac{\Delta_{k-1,k}}{S_{k-1,k}} C_{\Phi,\theta} \quad (2.53)$$

$$C_{V,V_n} = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=2}^{\lambda} \frac{\Delta_{k-1,k}}{S_{k-1,k}} C_{\Phi,V_n} \quad (2.54)$$

Din (2.47),(2.52),(2.53),(2.54) se determină V_λ în funcție numai de θ :

$$V_\lambda = C_{V,\theta} \theta \quad (2.55)$$

$$C_{V,\theta} = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=2}^{\lambda} \left(\frac{\Delta_{k-1,k}}{S_{k-1,k}} C_{\Phi,\theta} + \frac{\Delta_{k-1,k}}{S_{k-1,k}} C_{\Phi,V_n} C_{V,\theta} \right) \quad (2.56)$$

Inducția magnetică în zona nemagnetică rotorică oarecare $(\lambda-1,\lambda)$ cuprinsă între zonele feromagnetice $\lambda-1$ și λ este:

$$B_{\lambda-1,\lambda} = \mu_0 \frac{V_\lambda - V_{\lambda-1}}{\Delta_{\lambda-1,\lambda}} \quad (2.57)$$

în care V_λ și $V_{\lambda-1}$ se determină din relațiile (2.55),(2.56); $B_{\lambda-1,\lambda}$ ca funcție de amplitudinea solenației statorice este:

$$B_{\lambda-1,\lambda} = \mu_0 \frac{C_{V,\lambda,\theta} - C_{V,\lambda-1,\theta}}{\Delta_{\lambda-1,\lambda}} \theta \quad (2.58)$$

Observație : În cazul în care rotorul are o zonă nemagnetică (de grosime Δ_0) plasată în axa d, dacă potențialul magnetic scalar al zonei feromagnetice 1 este V_1 , atunci cel al zonei feromagnetice simetrice ei în raport cu axa d este $-V_1$ și prin urmare se obține:

$$V_1 = \frac{\Phi_0}{S_0} \frac{\Delta_0}{2\mu_0}$$

iar expresia potențialului magnetic scalar V_n este:

$$V_n = \frac{\frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}} C_{\Phi_n, \theta} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-2,n-1}}{S_{n-2,n-1}} C_{\Phi_{n-1}, \theta} + \dots + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{12}}{S_{12}} C_{\Phi_2, \theta} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_0}{2S_0} C_{\Phi_1, \theta}}{1 - \left(\frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-1,n}}{S_{n-1,n}} C_{\Phi_n, \gamma_n} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{n-2,n-1}}{S_{n-2,n-1}} C_{\Phi_{n-1}, \gamma_n} + \dots + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_{12}}{S_{12}} C_{\Phi_2, \gamma_n} + \frac{1}{\mu_0} \frac{\Delta_0}{2S_0} C_{\Phi_1, \gamma_n} \right)} \theta$$

Inducția magnetică în fâșia nemagnetică rotorică plasată în axa d este:

$$B_0 = \mu_0 \frac{2V_1}{\Delta_0}$$

Fluxul polar după axa transversală este:

$$\Phi_q = \int_0^{\tau} B_{dq}(x) l dx \quad (2.59)$$

în care:

$$B_{dq}(x) = \frac{\theta_q(x) - V_\lambda}{\delta_\lambda} \mu_0, \quad \lambda = \overline{1, n} \quad (2.60)$$

Din (2.55), (2.56), (2.59), (2.60) rezultă:

$$\Phi_q = \mu_0 l \left[\frac{\tau}{\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\cos \frac{x_M}{\tau} \pi - \cos \frac{x_N}{\tau} \pi \right) - 2 \sum_{\lambda=2}^n \frac{C_{V_\lambda, \theta}}{\delta_\lambda} (x_N - x_M) \right] \theta \quad (2.61)$$

Acest flux corespunde tuturor armonicilor superioare de spațiu datorate formei dințate a curbei solenației rezultante în lungul pasului polar.

Amplitudinea armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier este:

$$B_{q1} = \frac{4}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} B_{dq}(x) \sin \frac{x}{\tau} \pi dx \quad (2.62)$$

Expresia amplitudinii armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier, după axa q, ca funcție explicită de θ se determină din (2.23), (2.25), (2.55), (2.62):

$$B_{q1} = \mu_0 \left[\frac{1}{\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_N - x_M) - \frac{1}{2\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_M}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_N}{\tau} \pi \right) + \frac{4}{\pi} \sum_{\lambda=2}^n \frac{1}{\delta_\lambda} C_{V_\lambda, \theta} \left(\cos \frac{x_M}{\tau} \pi - \cos \frac{x_N}{\tau} \pi \right) \right] \theta \quad (2.63)$$

Fluxul polar Φ_{q1} , corespunzător armonicii fundamentale a inducției magnetice B_{q1} este:

$$\Phi_{q1} = \frac{2}{\pi} \tau B_{q1} \quad (2.64)$$

Din (2.63), (2.64) se obține expresia fluxului magnetic transversal Φ_{q1} în funcție de θ :

$$\Phi_{q1} = \frac{2\mu_0 I \tau}{\pi} \left[\frac{1}{p\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_{\mathcal{N}} - x_{\mathcal{N}}) - \frac{1}{2\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) + \right. \\ \left. + \frac{4}{\pi} \sum_{\lambda=2}^n \frac{1}{\delta_\lambda} C_{\nu, \lambda, \theta} \left(\cos \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) \right] \theta \quad (2.65)$$

Determinarea inductivității de magnetizare transversală, L_{mq1}

Fluxul transversal total este:

$$\Psi_{q1} = N k_b \Phi_{q1} \quad (2.66)$$

în care N reprezintă numărul de spire al unei faze a înfășurării iar k_b reprezintă factorul de bobinaj al înfășurării. Inductivitatea de magnetizare transversală este:

$$L_{mq1} = \frac{\Psi_{q1}}{I \sqrt{2}} \quad (2.67)$$

Din relațiile (2.65), (2.66), (2.67) rezultă:

$$L_{mq1} = \frac{4\mu_0 I \tau}{\pi^2} m (N k_b)^2 \left[\frac{1}{p\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_{\mathcal{N}} - x_{\mathcal{N}}) - \frac{1}{2\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) + \right. \\ \left. + \frac{4}{\pi} \sum_{\lambda=2}^n \frac{1}{\delta_\lambda} C_{\nu, \lambda, \theta} \left(\cos \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.68)$$

Relația reprezintă dependența inductivității de magnetizare transversală în funcție de datele constructive ale mașinii (dimensiuni geometrice, mărimi de material și date de bobinaj).

Determinarea inductivității transversale, L_q

$$L_q = L_{mq1} + L_\sigma \quad (2.69)$$

L_σ reprezintă inductivitatea de dispersie, calculată conform [D6].

2.3.3. Determinarea mărimilor corespunzătoare câmpului magnetic longitudinal

Pentru câmpul longitudinal, originea coordonatei spațiale x se păstrează în axa d . Prin urmare, componenta după axa d a solenației în punctul x , pe periferia indusului, este:

$$\theta_d(x) = \frac{\theta}{2p} \cos \frac{x}{\tau} \pi \quad (2.70)$$

Componenta radială a inducției magnetice este:

$$B_{sd}(x) = \frac{\theta_d(x)}{\delta_\lambda} \mu_0 \quad (2.71)$$

Fluxul polar corespunzător este:

$$\Phi_d = 2 \int_0^{\frac{\tau}{2}} B_{sd}(x) l dx \quad (2.72)$$

Din (2.70),(2.71),(2.72) se obține:

$$\Phi_d = \frac{\mu_0 l \tau}{\pi p} \theta \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{x_N}{\tau} \pi - \sin \frac{x_M}{\tau} \pi \right) \quad (2.73)$$

Acest flux corespunde tuturor armonicilor spațiale determinate de forma dintată a curbei solenației în lungul pasului polar. Amplitudinea armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier, după axa d este:

$$B_{d1} = \frac{4}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} B_{sd}(x) \cos \frac{x}{\tau} \pi \quad (2.74)$$

Din (2.70),(2.71),(2.74) rezultă:

$$B_{d1} = \mu_0 \theta \left[\frac{1}{p \tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_N - x_M) + \frac{1}{2 \pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_N}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_M}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.75)$$

Fluxul polar longitudinal Φ_{d1} , corespunzător inducției magnetice B_{d1} este:

$$\Phi_{d1} = \frac{2}{\pi} \tau B_{d1} \quad (2.76)$$

Din (2.75),(2.76) se determină Φ_{d1} ca funcție de θ :

$$\Phi_{d1} = \frac{2 \mu_0 l \tau}{\pi} \theta \left[\frac{1}{p \tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_N - x_M) + \frac{1}{2 \pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_N}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_M}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.77)$$

Determinarea inductivității de magnetizare longitudinală, L_{md1}

Fluxul total după axa d este:

$$\Psi_{d1} = N k_b \Phi_{d1} \quad (2.78)$$

iar inductivitatea de magnetizare longitudinală, L_{md1} este:

$$L_{md1} = \frac{\Psi_{d1}}{I \sqrt{2}} \quad (2.79)$$

Din (2.77), (2.78), (2.79) se obține:

$$L_{md1} = \frac{4\mu_0 l \tau}{\pi^2} m(Nk_1)^2 \left[\frac{1}{p\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_{N\lambda} - x_{\lambda}) + \frac{1}{2\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_{N\lambda}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_\lambda}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.80)$$

Relația precedentă reprezintă dependența inductivității de magnetizare după axa longitudinală, în funcție de datele constructive ale mașinii (dimensiuni geometrice, mărimi de material și date de bobinaj).

Determinarea inductivității longitudinale, L_d

$$L_d = L_{md1} + L_\sigma \quad (2.81)$$

2.3.4. Exemplu de calcul

S-a considerat mașina având următoarele date: $D = 0.0632$ m, $\delta = 0.35$ mm, $l = 0.055$ m, $p = 1$, $N = 214$ spire / fază, $a = 2$ căi de curent, $I = 1$ A, $n = 30$ interstiții nemagnetice rotorice, $\Delta_{\text{ax}} = 0.22$ mm și s-a determinat variația în lungul pasului polar a componentelor inducției magnetice în întrefier. Datorită simetriei reprezentarea grafică s-a făcut pentru o jumătate de pas polar, între axa d ($x = 0$) și axa q ($x = \tau / 2$).

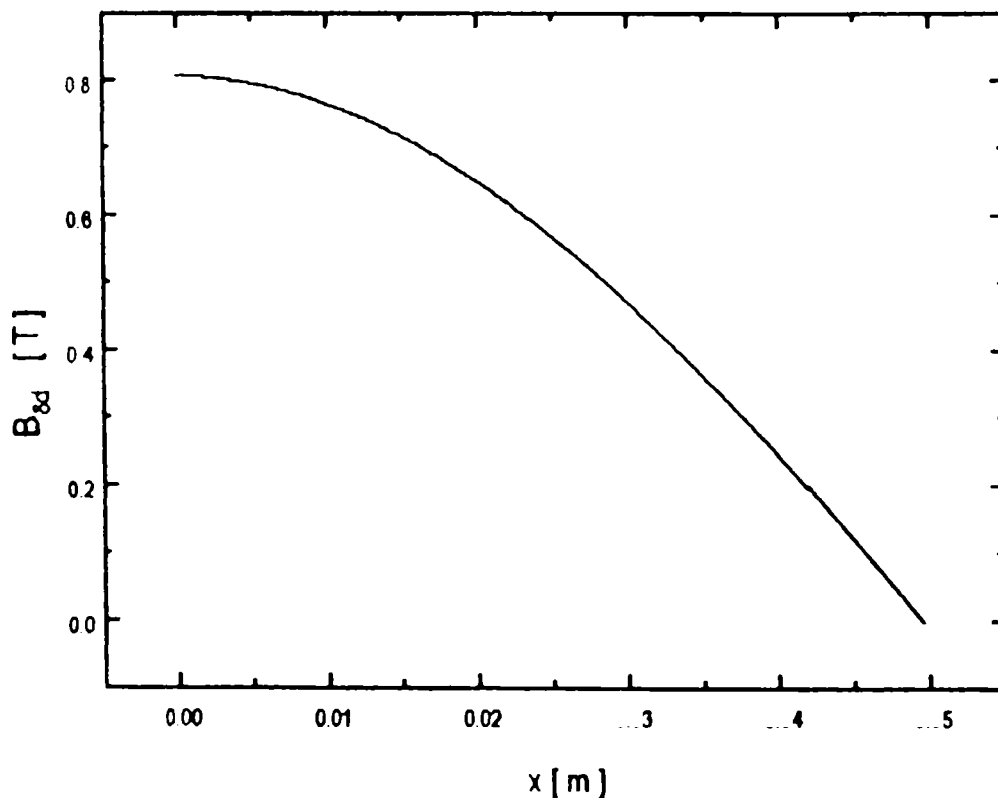


Fig. 2.15 Distribuția inducției magnetice longitudinale în întrefier

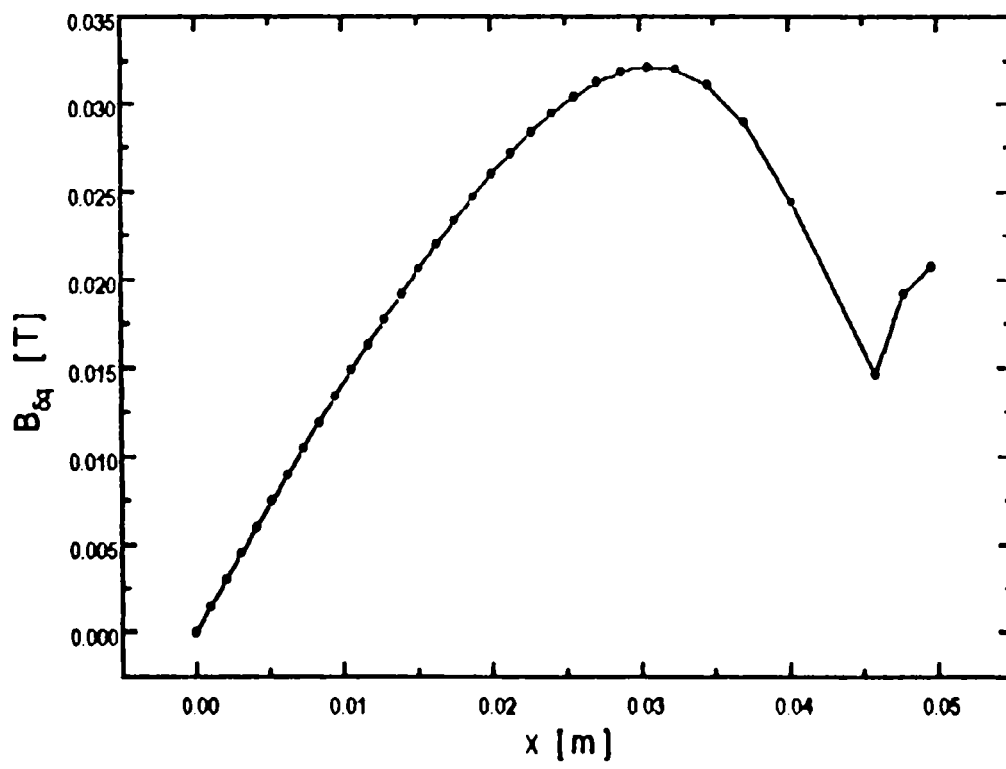


Fig. 2.16. Distribuția inducției magnetice transversale în întrefier

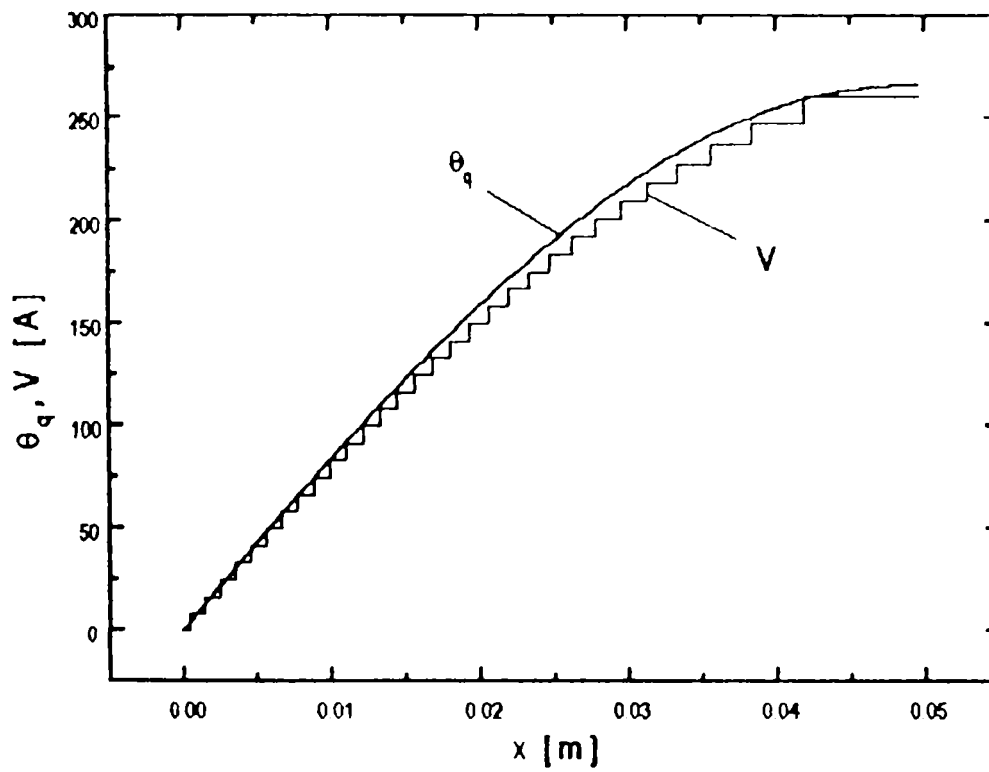


Fig. 2.17. Distribuția solenației transversale în întrefier și a potențialului magnetic scalar al zonelor feromagnetice rotorice

Forma de variație în lungul pasului polar a inducției magnetice longitudinale în întrefier, $B_{\delta d}$ (fig. 2.15) este sinusoidală, urmărind distribuția solenației longitudinale θ_d , deoarece s-a admis că permeabilitatea zonelor feromagnetice se consideră infinită în raport cu cea a celor nemagnetice. Pentru a explica variația în lungul pasului polar a inducției magnetice transversale în întrefier, $B_{\delta q}$ (fig. 2.16), s-au reprezentat, în figura 2.17, mărimile de care depinde $B_{\delta q}$ (conform rel.2.25): solenația transversală θ_q și potențialul magnetic scalar V al zonelor feromagnetice rotorice. Diferența dintre θ_q și V crește în funcție de x până la o valoare maximă, după care scade în dreptul zonelor feromagnetice apropiate de axa q ($x > 0.03$ m) și urmărește forma de variație a solenației transversale θ_q în dreptul ultimei zone feromagnetice rotorice.

Pentru configurația rotorică precizată întrefierul este practic constant în lungul pasului polar și din acest motiv nu s-a mai reprezentat grafic.

2.3.5. Concluzii

Expresiile stabilite pentru mărimile necunoscute sunt generale, ele putând fi aplicate pentru diferite configurații de rotor segmentat sau stratificat, cu număr oarecare de zone feromagnetice, respectiv nemagnetice, în limitele impuse de ipotezele simplificatoare admise inițial. (În ceea ce privește terminologia, 'rotor segmentat' este potrivită pentru a desemna configurația cu un număr mai redus de zone feromagnetice, iar cea de 'rotor stratificat' este mai sugestivă pentru cazul unui număr mare al acestora.)

Prin determinarea coeficientului de majorare a întrefierului în dreptul fiecărei zone nemagnetice se determină variația întrefierului în lungul pasului polar și se ține cont de această influență asupra parametrilor mașinii.

S-a urmărit pe de o parte ca mărimile necunoscute să fie exprimate sub formă explicită în funcție de sursa câmpului - solenația statorică - și de datele constructive ale mașinii, iar pe de altă parte ca expresiile obținute să poată fi utilizate într-un program de calcul, analizarea unui număr mare de configurații rotorice impunând utilizarea calculatorului.

În considerațiile precedente, neglijarea saturației zonelor feromagnetice poate introduce erori considerabile în calculul inductivității de magnetizare longitudinale L_{mdl} , a cărei valoare depinde de valoarea curentului. O altă sursă de eroare o constituie faptul că rotorul s-a admis ca fiind constituit din tole axiale (feromagnetice) separate de straturi nemagnetice, fără a se lua în considerare necesitatea consolidării acestora cu piese de prindere a căror prezență schimbă valoarea și distribuția câmpului.

2.4. CALCULUL CÂMPULUI MAGNETIC ȘI AL INDUCTIVITĂȚILOR SINCRONE LONGITUDINALĂ ȘI TRANSVERSALĂ ALE MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT, CU PIESE DE PRINDERE (MAȘINA REALĂ)

2.4.1. Considerații preliminare

Configurația rotorică prezentată în fig. 2.3 este una simplificată, deoarece nu se precizează cum se fixează unele de altele tolele feromagnetice și elementele nemagnetice. Soluții aplicabile în practică sunt prezentate în schița din fig. 2.1.a. pentru $p = 1$, respectiv în fig. 2.1.b. pentru cazul $p = 2$.

Piese de prindere au grosimea de circa 10 ori mai mare decât tolele, din considerente de ordin mecanic, și prin urmare, în dreptul ultimei zone feromagnetice rotorice, întrefierul mașinii este mult diferit de cel existent în dreptul celorlalte. Rezolvarea problemei de câmp în acest domeniu se face cu metoda grafoanalitică, liniile de câmp fiind approximate cu arce de cerc și segmente de dreaptă.

Prezența șuruburilor de prindere conduce la configurație diferită a câmpului pentru unele secțiuni transversale și anume pentru o porțiune de $n \times d_s / l$ din lungimea l a mașinii, n reprezentând numărul iar d_s diametrul șuruburilor. În cele ce urmează se admite că prezența șuruburilor nu influențează câmpul magnetic, deci se menține ipoteza 2 de la pct. 2.3.1.

2.4.2. Determinarea întrefierului în zona pieselor de prindere

Considerând $\mu_{\text{st}} = \infty$, o linie de câmp oarecare în domeniul analizat, se caracterizează prin următoarele:

- este ortogonală suprafeței statorice (la limită are direcția razei rotorice);
- este ortogonală suprafeței feromagnetice adiacente piesei de prindere.

2.4.2.1. Cazul $p=1$

Variația întrefierului este datorată variației grosimii pieselor de prindere, deci se poate admite cu aproximație acceptabilă că într-un punct oarecare, mărimea întrefierului, $\delta(x)$, este dată de dimensiunea sa geometrică, δ , la care se adaugă grosimea, în acel punct, a piesei de

prindere δ_{ca} :

$$\delta(x) = \delta + \delta_{ca} \quad (2.82)$$

Variabila x caracterizează poziția punctului față de axa d a rotorului (conform fig. 2.18).

În fig. 2.18 este evidențiată aproximarea admisă pentru mărimea întrefierului, $\delta(x)$, într-un punct oarecare al domeniului în discuție.

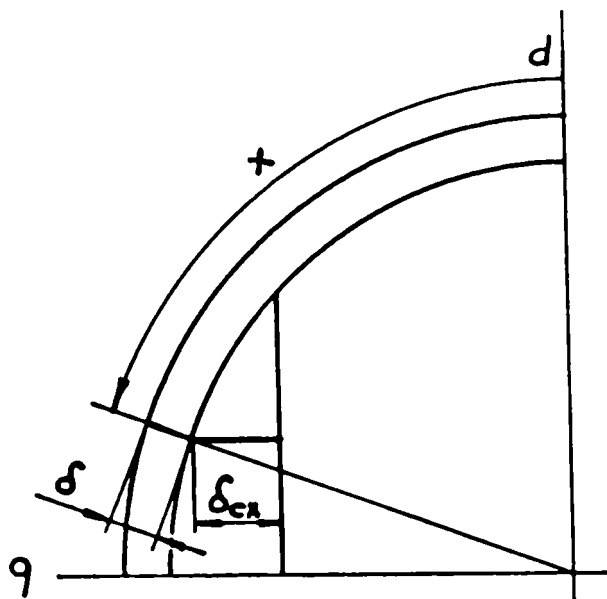


Fig. 2.18

$\delta(x)$ se obține sub forma:

$$\delta(x) = \delta + \delta_c + r\left(\sin\frac{x}{\tau}\pi - 1\right) \quad (2.83)$$

Din relația (2.83) se obține $\delta(x) = \delta$ pentru $x = x_{\nu}$, respectiv $\delta(x) = \delta + \delta_c$ pentru $x = \frac{\tau}{2}$.

Forma de variație a întrefierului unei mașini bipolare, pentru o jumătate de pas polar este:

$$\delta(x) = \delta_1 \quad \text{pentru } x \in [x_{\nu}, x_{\nu'}], \quad \lambda = \overline{1, n} \quad (2.84)$$

$$\delta(x) = \delta + \delta_c + r\left(\sin\frac{x}{\tau}\pi - 1\right) \quad \text{pentru } x \in [x_{\nu'}, \frac{\tau}{2}] \quad (2.85)$$

2.4.2.2. Cazul general $p > 1$

Pentru aproximarea lungimii liniilor de câmp în întrefier în dreptul zonei feromagnetice n se observă că domeniul studiat se poate considera compus, din punct de vedere geometric, din trei subdomenii, conform fig. 2.19:

1. - zona care corespunde întrefierului "geometric" al mașinii (dintre suprafața interioară a statorului și suprafața exterioară a rotorului);
2. - zona delimitată de arcul CC' și coarda CC' ;
3. - zona cuprinsă între coarda CC' și zona feromagnetică n ;

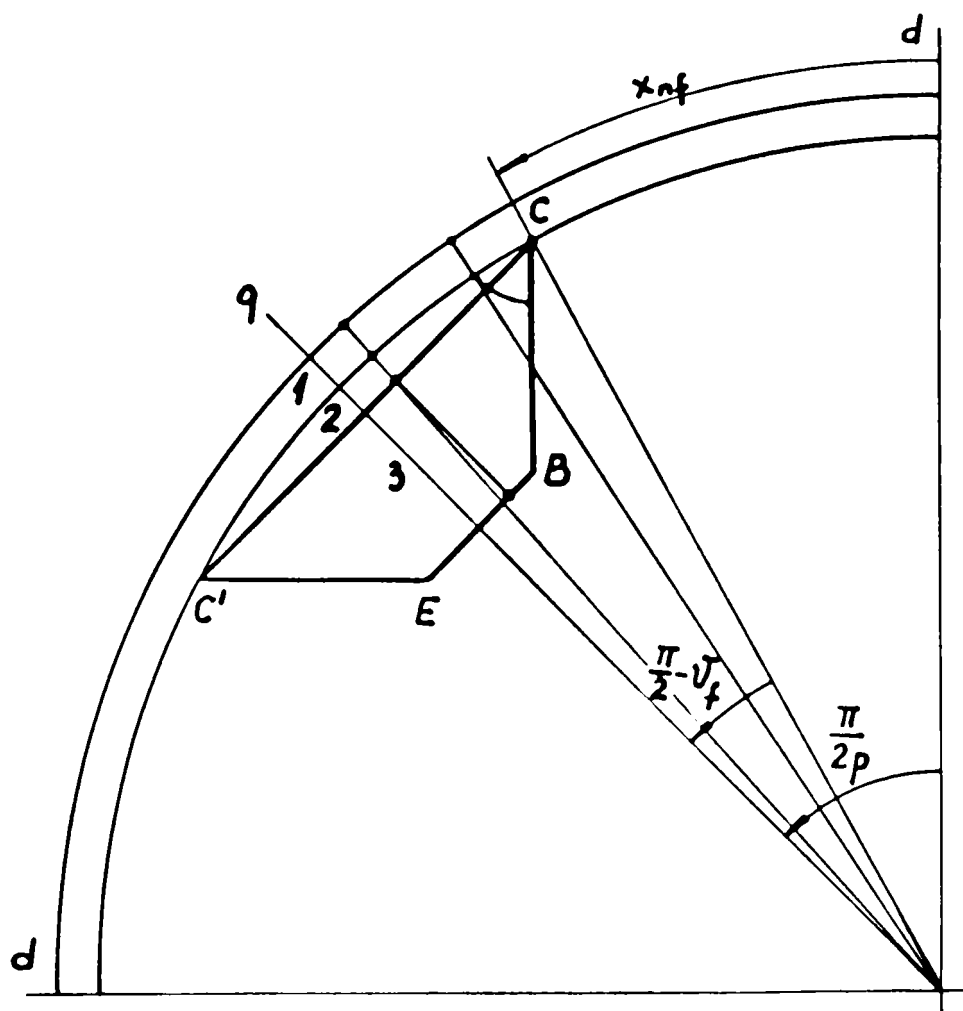


Fig. 2.19. Schița explicativă pentru determinarea întrefierului în dreptul pieselor de prindere

Astfel, pentru $x \in [x_{nf}, \frac{\tau}{2}]$ expresia întrefierului se poate scrie ca suma a trei termeni, corespunzând subdomeniilor precizate anterior:

$$\delta(x) = \delta_1 + \delta_2(x) + \delta_3(x) \quad (2.86)$$

în care:

$$\delta_1 = \delta \quad (2.87)$$

$$\delta_2(x) = r \left[\cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{\tau} \pi \right) - \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{nf}}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.88)$$

Pentru subdomeniul 3, liniile de câmp care pătrund în rotor sunt ortogonale frontierei CBEC', prin urmare se admite că cele care trec prin porțiunile CB respectiv C'E se pot aproxima cu arce de cerc, iar cele care trec prin porțiunea BE se pot aproxima cu segmente de dreaptă. Cu aceste ipoteze simplificatoare admise, se obține:

$$\delta_3(x) = \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{p}\right) r \left[\cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{\tau} \pi \right) - \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) \right] \frac{\sin \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right)}{1 - \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right)}, \quad x \in [x_{\mathcal{N}}, x^*] \quad (2.89)$$

$$\delta_3(x) = \delta_c - r \left[1 - \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) \right], \quad x \in [x^*, \frac{\tau}{2}] \quad (2.90)$$

x^* se determină din condiția ca lungimea liniei de câmp să fie aceeași.

Din (2.86), (2.87), (2.88), (2.89), (2.90) se obține forma de variație a întrefierului în dreptul pieselor de prindere pentru o mașină cu $p > 1$:

$$\delta(x) = \delta + r \left[c_1(x_{\mathcal{N}}, \tau, p) \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{\tau} \pi \right) - c_2(x_{\mathcal{N}}, \tau, p) \right], \quad \text{pentru } x \in [x_{\mathcal{N}}, x^*] \quad (2.91)$$

în care:

$$c_1(x_{\mathcal{N}}, \tau, p) = 1 + \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{1}{p}\right) \frac{\sin \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right)}{1 - \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right)} \quad (2.92)$$

$$c_2(x_{\mathcal{N}}, \tau, p) = c_1(x_{\mathcal{N}}, \tau, p) \cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\mathcal{N}}}{\tau} \pi \right) \quad (2.93)$$

$$\delta(x) = \delta + \delta_c + r \left[\cos \frac{1}{p} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{\tau} \pi \right) - 1 \right], \quad \text{pentru } x \in [x^*, \frac{\tau}{2}] \quad (2.94)$$

Pentru a ține cont de prezența creștăturilor statorice, întrefierul dat de formulele (2.84), (2.85), (2.91), (2.94) trebuie majorat de k_{s1} ori.

Considerațiile făcute în capitolul precedent privind metoda de determinare a mărimilor de câmp necunoscute (fluxuri magnetice și potențiale magnetice scalare) sunt generale, ele fiind bazate pe legea fluxului magnetic, respectiv pe legea circuitului magnetic. Configurația geometrică rotorică reală, având întrefierul variabil în dreptul ultimei zone feromagnetice rotorice datorită pieselor de prindere, conduce la modificarea formei expresiilor mărimilor necunoscute, corespunzător formei de variație a întrefierului.

2.4.3. Determinarea inductivității de magnetizare transversale L_{mq1} în cazul $p=1$

Expresia componentei după axa q , a inducției magnetice în întrefier, în dreptul zonei feromagnetice oarecare, λ , se obține ținând cont de relațiile (2.84), (2.85) sub forma:

$$B_{q\lambda}(x) = \mu_0 \frac{\theta_q(x) - V_\lambda}{\delta_\lambda} \quad \text{pentru } x_\lambda \in [x_{\lambda'}, x_{\lambda''}], \lambda = \overline{1, n} \quad (2.95)$$

$$B_{q\lambda}(x) = \mu_0 \frac{\theta_q(x) - V_n}{k_{s1}[\delta + \delta_c + r(\sin \frac{x}{\tau} \pi - 1)]} \quad \text{pentru } x \in [x_{n'}, \frac{\tau}{2}] \quad (2.96)$$

Fluxul magnetic transversal care pătrunde prin întrefier în zona feromagnetică n este:

$$\Phi_{qn} = 2 \int_{x_{n'}}^{\frac{\tau}{2}} B_{q\lambda}(x) l dx \quad (2.97)$$

Din (2.23), (2.24), (2.96) se obține:

$$\Phi_{qn} = C_{\phi, \theta} \theta + C_{\phi, V_n} V_n \quad (2.98)$$

în care:

$$C_{\phi, \theta} = a + a_c \quad (2.99)$$

$$a = -\frac{\mu_0 l \tau}{\pi \delta_n} (\cos \frac{x_{n'}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{n''}}{\tau} \pi) \quad (2.100)$$

$$a_c = \frac{\mu_0 l \tau}{\pi k_{s1}} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x_{n'}}{\tau} \pi - \frac{\delta + \delta_c - r}{\sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \right) \quad (2.101)$$

$$b = \left| \frac{\sqrt{\delta + \delta_c} - \sqrt{2r - \delta - \delta_c} (\delta + \delta_c - r) \operatorname{tg} \frac{x_{n'}}{\tau} \pi + r + \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}}{\sqrt{\delta + \delta_c} + \sqrt{2r - \delta - \delta_c} (\delta + \delta_c - r) \operatorname{tg} \frac{x_{n'}}{\tau} \pi + r - \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \right| \quad (2.102)$$

$$C_{\phi, V_n} = -2\mu_0 l \frac{1}{\delta_n} (x_{n'} - x_{n''}) + \frac{\tau}{\pi k_{s1}} \frac{1}{\sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \quad (2.103)$$

Pentru toate celelalte mărimi necunoscute (fluxurile magnetice Φ_λ , respectiv potențialele magnetice scalare $V_\lambda, \lambda = \overline{1, n-1}$) sunt valabile expresiile determinate în paragraful 2.3.

Din (2.59), (2.95), (2.96) rezultă:

$$\Phi_q = \Phi_{qM} + \Phi_{qn} \quad (2.104)$$

în care:

$$\Phi_{qM} = \mu_0 l \left[\frac{\tau}{\pi} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (\cos \frac{x_{\lambda'}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{\lambda''}}{\tau} \pi) - 2 \sum_{\lambda=2}^n \frac{C_{V_\lambda \theta}}{\delta_\lambda} \right] \theta \quad (2.105)$$

$$\Phi_{qn} = C_{\phi, \theta} \theta + C_{\phi, V_n} V_n \quad (2.106)$$

$$C_{\phi_{\theta}} = \frac{\mu_0 l \tau}{\pi k_{s1}} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{x_{\nu}}{\tau} \pi + \frac{\delta + \delta_c - r}{\sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \right] \quad (2.107)$$

$$C_{\phi_{\nu}} = -\frac{2\mu_0 l \tau}{\pi k_{s1}} \theta \frac{1}{\sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \quad (2.108)$$

Acest flux corespunde tuturor armonicilor superioare de spațiu datorate formei dințate a curbei solenajiei rezultante, în lungul pasului polar.

Amplitudinea armonicii fundamentale a componentei după axa q , a inducției magnetice în întrefier, B_{q1} , se obține din (2.55), (2.56), (2.62), (2.95), (2.96) și este:

$$B_{q1} = \mu_0 (b_{q1} + b_{q2} + b_{q3}) \theta \quad (2.109)$$

$$b_{q1} = \frac{1}{\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_{\lambda}} (x_{\nu} - x_{\lambda}) - \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_{\lambda}} \left(\sin \frac{2x_{\nu}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_{\lambda}}{\tau} \pi \right) + \frac{4}{\pi} \sum_{\lambda=2}^n \frac{1}{\delta_{\lambda}} C_{\nu, \theta} \left(\cos \frac{x_{\nu}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{\lambda}}{\tau} \pi \right) \quad (2.110)$$

$$b_{q2} = \frac{2}{\pi k_{s1}} \left[-\frac{\delta + \delta_c - r}{r} \frac{\pi(\tau - 2x_{\nu})}{2\tau} + \cos \frac{x_{\nu}}{\tau} \pi + \frac{(\delta + \delta_c - r)^2}{r \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \right] \quad (2.111)$$

$$b_{q3} = \frac{4}{\pi k_{s1}} C_{\nu, \theta} \left[-\frac{\pi(\tau - 2x_{\nu})}{2\tau} + \frac{\delta + \delta_c - r}{\sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \right] \quad (2.112)$$

Fluxul polar transversal, corespunzător armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier se obține din (2.64) și (2.109):

$$\Phi_{q1} = \frac{2}{\pi} \mu_0 l \tau (b_{q1} + b_{q2} + b_{q3}) \theta \quad (2.113)$$

Inductivitatea de magnetizare transversală, corespunzătoare armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier se obține din (2.66), (2.67), (2.113):

$$L_{mq1} = \frac{4\mu_0 l \tau}{\pi^2} m(Nk_b)^2 (b_{q1} + b_{q2} + b_{q3}) \quad (2.114)$$

2.4.4. Determinarea inductivității de magnetizare longitudinale L_{md1} în cazul $p=1$

Expresia componentei după axa d , a inducției magnetice în întrefier, în dreptul zonei feromagnetice oarecare, λ , se obține, ținând cont de relațiile (2.84), (2.85), sub forma:

$$B_{d\lambda}(x) = \mu_0 \frac{\theta_d(x)}{\delta_{\lambda}} \quad \text{pentru } x_{\lambda} \in [x_{\lambda}, x_{\lambda\nu}], \quad \lambda = \overline{1, n} \quad (2.115)$$

$$B_{d1}(x) = \mu_0 \frac{\theta_d(x)}{k_{s1}[\delta + \delta_c + r(\sin \frac{x}{\tau} \pi - 1)]} \quad \text{pentru } x \in [x_{\nu}, \frac{\tau}{2}] \quad (2.116)$$

Fluxul polar longitudinal se obține din (2.72), (2.115), (2.116) sub forma:

$$\Phi_d = \Phi_{dM} + \Phi_{d\sigma} \quad (2.117)$$

$$\Phi_{dM} = \frac{\mu_0 l \tau}{\pi} \theta \left[\sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_{\lambda}} (\sin \frac{x_{\nu}}{\tau} \pi - \sin \frac{x_{\lambda}}{\tau} \pi) \right] \quad (2.118)$$

$$\Phi_{d\sigma} = \frac{\mu_0 l \tau}{\pi k_{s1}} \theta \ln \left| \frac{\delta + \delta_c}{\delta} \right| \quad (2.119)$$

Acest flux corespunde tuturor armonicilor superioare de spațiu datorate formei dințate a curbei solenației rezultante, în lungul pasului polar.

Amplitudinea armonicii fundamentale a componentei după axa d, a inducției magnetice în întrefier, B_{d1} , se obține din relațiile (2.70), (2.71), (2.74), (2.115), (2.116) sub forma:

$$B_{d1} = \mu_0 (b_{d1} + b_{d2} + b_{d3}) \theta \quad (2.120)$$

în care:

$$b_{d1} = \frac{1}{\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_{\lambda}} (x_{\nu} - x_{\lambda}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_{\lambda}} (\sin \frac{2x_{\nu}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_{\lambda}}{\tau} \pi) \quad (2.121)$$

$$b_{d2} = \frac{2}{\pi k_{s1}} \left[\frac{\delta + \delta_c + r \pi (\tau - 2x_{\nu})}{r} - \cos \frac{x_{\nu}}{\tau} \pi \right] \quad (2.122)$$

$$b_{d3} = \frac{2}{\pi^2 k_{s1}} \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)} \ln b \quad (2.123)$$

Fluxul polar longitudinal, corespunzător armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier se obține din (2.76), (2.120), (2.121), (2.122), (2.123):

$$\Phi_{d1} = \frac{2}{\pi} \mu_0 l \tau (b_{d1} + b_{d2} + b_{d3}) \theta \quad (2.124)$$

Inductivitatea de magnetizare longitudinală, corespunzătoare armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier se obține din (2.78), (2.79), (2.124):

$$L_{md1} = \frac{4\mu_0 l \tau}{\pi^2} m (Nk_s)^2 (b_{d1} + b_{d2} + b_{d3}) \quad (2.125)$$

Cunoscând L_{mq1} (din rel. 2.114), L_{md1} (din rel. 2.125) și L_{σ} (calculat conform [D6]) se determină inductivitățile sincrone L_d și L_q .

2.4.5. Exemplu de calcul

S-a considerat mașina sincronă reactivă având următoarele date: $D=0.0632\text{m}$, $\delta = 0.35$ mm, $p=1$, $l=0.055\text{m}$, numărul zonelor nemagnetice rotorice $n=30$, $\Delta_{\text{ra}}=0.5\text{mm}$, $\Delta_{\text{rz}}=0.22\text{mm}$, $N=214$ spire/fază, $a=2$ căi de curent.

Pentru a evidenția influența prezenței pieselor de prindere asupra întrefierului echivalent al mașinii, respectiv asupra formei de variație a inducției în întrefier, s-au reprezentat grafic în fig. 2.20 variația întrefierului echivalent, iar în fig. 2.21 și fig. 2.22 variația componentelor inducției magnetice în întrefier.

În fig. 2.23 s-au reprezentat mărimile care determină distribuția inducției magnetice transversale în întrefier, $B_{\delta q}$; solenația transversală θ_q și potențialul magnetic scalar al zonelor feromagnetice rotorice, V . Datorită simetriei, este suficient ca analiza să fie făcută pentru o jumătate de pas polar, (între axa d și axa q , respectiv pentru valori ale variabilei x cuprinse între 0 și $\tau/2$).

În fig. 2.2 s-au marcat cele două domenii distincte prin mărimea întrefierului mașinii sincrone reactive reale: cel din dreptul interstițiilor nemagnetice, simetric în raport cu axa d a rotorului este ①, iar cel din dreptul pieselor de prindere, simetric față de axa q a rotorului este ②. Din punct de vedere al valorilor variabilei x , pentru o jumătate de pas polar, ① corespunde intervalului $[0, x_{\text{rd}}]$, iar ② intervalului $[x_{\text{rd}}, \tau/2]$.

Variația practic nesemnificativă (pentru datele concrete considerate) a întrefierului echivalent în domeniul ① conduce la variație sinusoidală a componentei longitudinale a inducției magnetice în întrefier, $B_{\delta d}$, urmărind, practic, forma de variație sinusoidală admisă a solenației longitudinale θ_d . Valorile $B_{\delta d}$ care se obțin determină valori ale inducției magnetice în miezul feromagnetic, pentru care caracteristica de magnetizare a materialului este neliniară. Prin urmare, pentru acest domeniu, ipoteza $\mu_{\text{fe}} = \infty$ introduce erori la calculul inducției magnetice longitudinale în întrefier și este necesară elaborarea unei metode prin care să fie luată în considerare neliniaritatea materialului feromagnetic din care este construită mașina. Componenta transversală a inducției magnetice în întrefier, $B_{\delta q}$ are valoare nulă în axa d și crește până la o valoare maximă în dreptul ultimei zone feromagnetice.

În domeniul ② scăderea solenației longitudinale θ_d , corelată cu variația pronunțată a întrefierului conduce la scăderea bruscă a valorii inducției longitudinale $B_{\delta d}$ până la zero, în

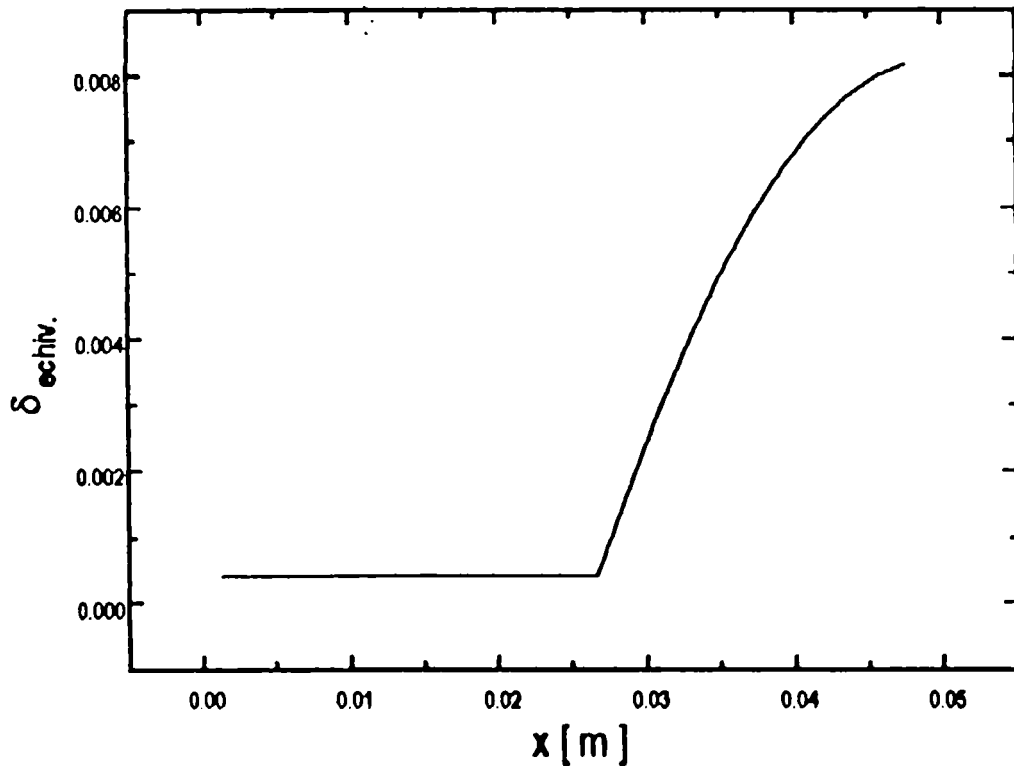


Fig. 2.20. Variația întrefierului echivalent pentru $x \in (0, \tau/2)$

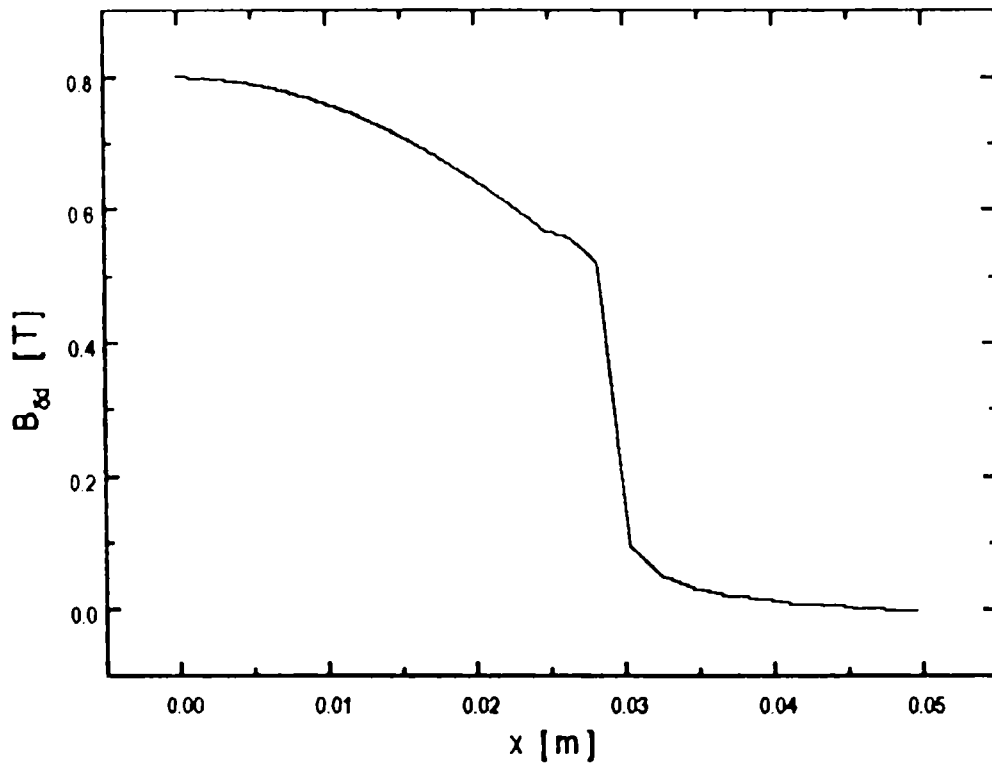


Fig. 2.21 Variația inducției magnetice longitudinale în întrefier

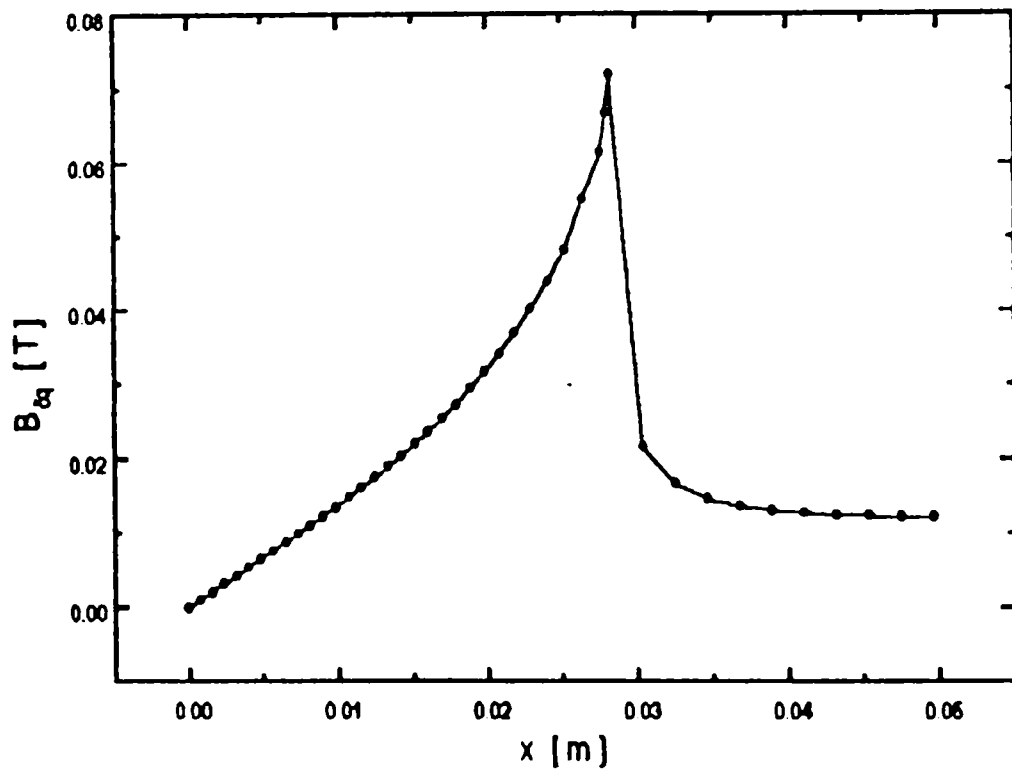


Fig. 2.22 Variația inducției magnetice transversale în întrefier

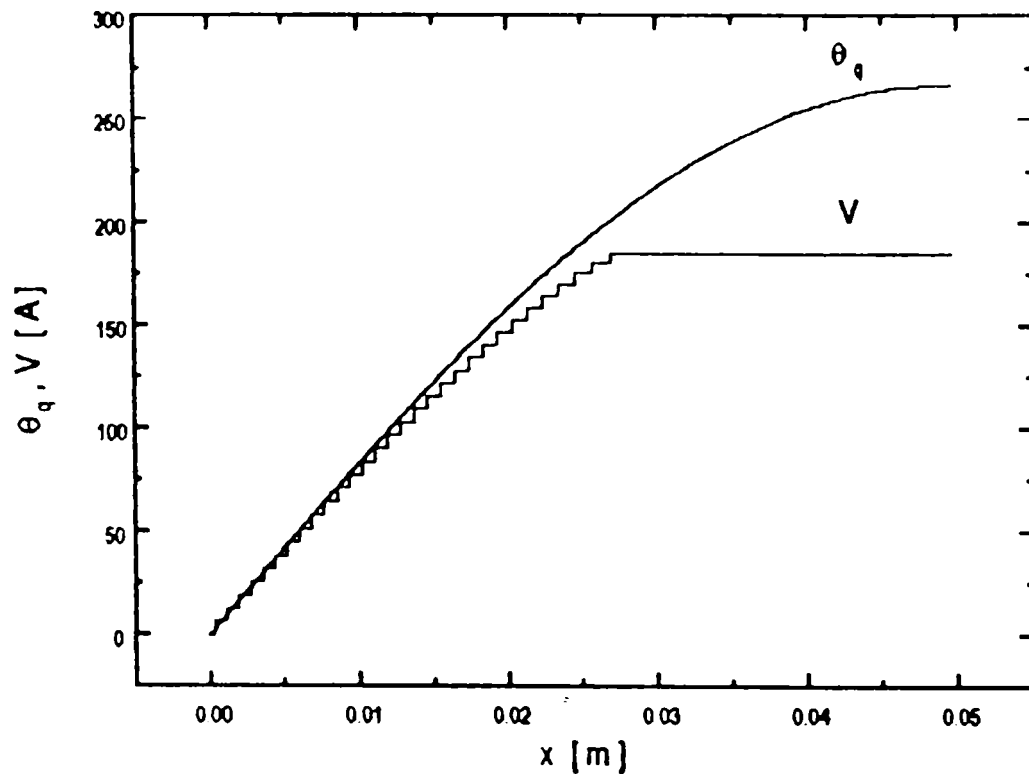


Fig. 2.23. Distribuția solenației transversale în întrefier și a potențialului magnetic scalar al zonelor feromagnetice rotorice

Tabelul 2.2

mărimea	mașina model (rotor fără piese de prindere)	mașina reală (rotor cu piese de prindere)
amplitudinea armonicilor fundamentale a inducției magnetice în întrefier	$B_{q1} = \mu_0 b_{q1} \theta$ $B_{d1} = \mu_0 b_{d1} \theta$	$B_{q1} = \mu_0 (b_{q1} + b_{q2} + b_{q3}) \theta$ $B_{d1} = \mu_0 (b_{d1} + b_{d2} + b_{d3}) \theta$
fluxul polar corespunzător armonicilor fundamentale a inducției magnetice în întrefier	$\Phi_{q1} = \frac{2}{\pi} \mu_0 l \tau b_{q1} \theta$ $\Phi_{d1} = \frac{2}{\pi} \mu_0 l \tau b_{d1} \theta$	$\Phi_{q1} = \frac{2}{\pi} \mu_0 l \tau (b_{q1} + b_{q2} + b_{q3}) \theta$ $\Phi_{d1} = \frac{2}{\pi} \mu_0 l \tau (b_{d1} + b_{d2} + b_{d3}) \theta$
inductivitatea de magnetizare	$L_{mq1} = \frac{4 \mu_0 l \tau}{\pi^2} m(Nk_s)^2 b_{q1}$ $L_{md1} = \frac{4 \mu_0 l \tau}{\pi^2} m(Nk_s)^2 b_{d1}$	$L_{mq1} = \frac{4 \mu_0 l \tau}{\pi^2} m(Nk_s)^2 (b_{q1} + b_{q2} + b_{q3})$ $L_{md1} = \frac{4 \mu_0 l \tau}{\pi^2} m(Nk_s)^2 (b_{d1} + b_{d2} + b_{d3})$
$b_{q1} = \frac{1}{\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_{\lambda'} - x_{\lambda''}) - \frac{1}{2\pi p} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_{\lambda'}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_{\lambda''}}{\tau} \pi \right) +$ $+ \frac{4}{\pi} \sum_{\lambda=2}^n \frac{1}{\delta_\lambda} C_{v,\theta} \left(\cos \frac{x_{\lambda'}}{\tau} \pi - \cos \frac{x_{\lambda''}}{\tau} \pi \right)$ $b_{q2} = \frac{2}{\pi k_{s1}} \left[-\frac{\delta + \delta_c - r \pi (\tau - 2x_{\lambda'})}{r} + \cos \frac{x_{\lambda'}}{\tau} \pi + \frac{(\delta + \delta_c - r)^2}{r \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \right]$ $b_{q3} = \frac{4}{\pi k_{s1}} C_{v,\theta} \left[-\frac{\pi (\tau - 2x_{\lambda'})}{2\tau} + \frac{\delta + \delta_c - r}{\sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}} \ln b \right]$ $b = \frac{\sqrt{\delta + \delta_c} - \sqrt{2r - \delta - \delta_c} (\delta + \delta_c - r) \operatorname{tg} \frac{x_{\lambda'}}{2\tau} \pi + r + \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}}{\sqrt{\delta + \delta_c} + \sqrt{2r - \delta - \delta_c} (\delta + \delta_c - r) \operatorname{tg} \frac{x_{\lambda'}}{\tau} \pi + r - \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)}}$ $b_{d1} = \frac{1}{\tau} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} (x_{\lambda'} - x_{\lambda''}) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda=1}^n \frac{1}{\delta_\lambda} \left(\sin \frac{2x_{\lambda'}}{\tau} \pi - \sin \frac{2x_{\lambda''}}{\tau} \pi \right)$ $b_{d2} = \frac{2}{\pi k_{s1}} \left[\frac{\delta + \delta_c - r \pi (\tau - 2x_{\lambda'})}{r} - \cos \frac{x_{\lambda'}}{\tau} \pi \right]$ $b_{d3} = \frac{2}{\pi^2 k_{s1}} \sqrt{(2r - \delta - \delta_c)(\delta + \delta_c)} \ln b$		

axa q . În acest domeniu, $B_{\delta d}$ are valori mici, deci și inducția magnetică în porțiunile circuitului feromagnetic are valori mici, iar neglijarea tensiunilor magnetice corespunzătoare nu conduce la erori semnificative. În axa q , solenația θ_q are valoarea maximă, dar întrefierul având deasemenea valoarea maximă, $B_{\delta q}$ rezultă de valoare foarte mică.

2.4.6. Concluzii

În tabelul 2.2 sunt prezentate expresiile mărimilor determinate pentru cele două cazuri considerate: mașina cu rotor stratificat fără piese de prindere ("model"), respectiv cea cu piese de prindere. Se remarcă faptul că oricare ar fi mărimea M considerată pentru mașina cu piese de prindere (inducție magnetică în întrefier, flux polar sau inductivitate), atât pentru câmpul magnetic longitudinal cât și pentru câmpul magnetic transversal, expresia ei se obține însumând două componente: una corespunde expresiei $M_M = f (b_1)$, și este valabilă pentru mașina "model", iar cealaltă, $M_c = f (b_2 + b_3)$, reprezintă contribuția pieselor de prindere (capăt). În expresiile mărimilor determinate pentru mașina reală, dacă se face $\delta_c = 0$ atunci b_2 și b_3 se anulează și se regăsesc expresiile mărimilor obținute pentru mașina model.

Expresiile determinate pentru amplitudinea fundamentalei inducției magnetice în întrefier, fluxul polar și inductivitățile de magnetizare sunt valabile în cazul mașinii bipolare. Pentru $p > 1$, din relațiile (2.91) și (2.92) se determină întrefierul în dreptul pieselor de prindere, iar calculul inducției magnetice, a fluxului polar și al inductivităților de magnetizare se face în același mod ca în cazul $p = 1$, atât pentru câmpul longitudinal cât și pentru cel transversal.

Acest tip de mașină se utilizează în acționări la care modificarea vitezei se face prin intermediul frecvenței tensiunii de alimentare, deci numărul de perechi de poli nu este impus. Considerațiile teoretice sunt valabile pentru orice valoare a lui p , dar forma constructivă a rotorului pentru $p > 1$ complică execuția mașinii. Din acest motiv, în continuare s-a optat pentru analiza și executarea unui model experimental având $p = 1$.

2.5 CALCULUL CÂMPULUI MAGNETIC ȘI AL INDUCTIVITĂȚII DE MAGNETIZARE LONGITUDINALĂ ALE MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT, CU CONSIDERAREA NELINIARITĂȚII MATERIALULUI FEROMAGNETIC

2.5.1. Considerații preliminare

În paragraful 2.4 s-a determinat valoarea locală a inducției magnetice în întrefier într-un punct oarecare, $M(x)$, cu relațiile (2.115), (2.116) pentru componenta longitudinală, respectiv (2.95), (2.96) pentru cea transversală, în ipoteza $\mu_r = \infty$. Această ipoteză revine la neglijarea tensiunilor magnetice în miezul feromagnetic al mașinii, deci, în baza legii circuitului magnetic, aplicată în lungul unei linii de câmp oarecare, solenația statorică este egală cu tensiunea magnetică a întrefierului. În ce privește câmpul magnetic transversal, datorită valorilor mici ale inducției magnetice, această ipoteză simplificatoare nu introduce erori semnificative. Pentru câmpul magnetic longitudinal însă, eroarea este cu atât mai mare cu cât valoarea curentului statoric este mai mare. Din acest motiv, în cele ce urmează se urmărește determinarea câmpului magnetic longitudinal, respectiv a inductivității de magnetizare longitudinale, cu considerarea neliniarității materialului feromagnetic din care este executată mașina.

2.5.2. Ipoteze. Precizări

În prezentul paragraf, toate considerațiile se referă doar pentru câmpul magnetic longitudinal. De aceea, pentru toate mărimile de câmp, cu excepția fluxului magnetic Φ_{d1} , se renunță la indicele d , neexistând posibilitatea unor confuzii.

Se menține ipoteza repartiției sinusoidale a solenației în întrefier, pe periferia statorului.

Se admite cunoscută valoarea $\mathcal{Q}(x)$ a solenației (calculată pentru o valoare dată a curentului statoric).

Se consideră că mașina este executată fără canale de ventilație, în acest caz lungimea ideală a mașinii, l_1 și lungimea miezului feromagnetic, l_{fe} , putând fi considerate practic egale.

Se admite că dinții statorici au lățimea constantă.

Se studiază mașina cu piese de prindere.

2.5.3. Determinarea inducției magnetice în întrefier

Pentru o valoare admisă a solenației statorice, distribuția inducției magnetice în întrefier este unic determinată. Pentru oricare linie de câmp, tensiunile magnetice ale porțiunilor de circuit depind de valoarea inducției magnetice în punctul din întrefier prin care trece linia de câmp. Se împarte întrefierul mașinii în intervale pentru care inducția se poate considera constantă, având valoarea corespunzătoare punctului situat la mijlocul intervalului. Având în vedere configurația rotorului, este util ca mărimea unui interval să nu depășească distanța dintre axele a două zone nemagnetice alăturate (este cazul din fig. 2.13.b). Cu precizarea anterioară, numărul de puncte din întrefier pentru care se urmărește determinarea inducției magnetice (cu considerarea neliniarității materialului feromagnetic din care este executată mașina) poate fi oricât de mare și depinde de diferența acceptată între valorile lui B_s pentru două intervale alăturate. Pe baza observațiilor privind domeniile remarcate în lungul pasului polar, pentru primul domeniu, se admite că este suficient ca în dreptul fiecărei zone feromagnetice rotorice să se considere un singur punct în întrefier, în care se face calculul inducției magnetice. Opțiunea este justificată pentru lățimi mici ale straturilor rotorice. Pentru porțiunea de întrefier variabil, tensiunea magnetică a armăturii poate fi neglijată în raport cu cea a întrefierului.

Se admite inițial că valoarea inducției magnetice în întrefier, $B_s(x)$ este $B_s^0(x)$, calculată cu relația (2.115). Cu aceasta se determină tensiunea magnetică în lungul liniei de câmp care trece prin punctul oarecare $M(x)$, de pe suprafața interioară a statorului. În figurile 2.24.a și 2.24.b, respectiv 2.25.a și 2.25.b sunt reprezentate schematic porțiunile din linia de câmp oarecare, pentru care se calculează tensiunea magnetică în cazul unei mașini având $p=1$, respectiv $p=2$.

Tensiunea magnetică a întrefierului, pentru un singur pol, este:

$$U_{ms}(x) = \frac{B_s(x)}{\mu_0} \delta_\lambda \quad (2.126)$$

în care δ_λ reprezintă întrefierul echivalent calculat cu relația (2.26).

Tensiunea magnetică a dinților statorului Deoarece s-a admis că dinții statorici au lățimea constantă, inducția magnetică B_{s1} este:

$$B_{s1}(x) = \frac{\tau_{s1} B_s(x)}{k_m b_{s1}} \quad (2.127)$$

în care semnificația mărimilor este următoarea: τ_{s1} - pasul creștăturii statorice; b_{s1} - lățimea dintelui statoric; k_m - factorul de umplere a miezului feromagnetic statoric;

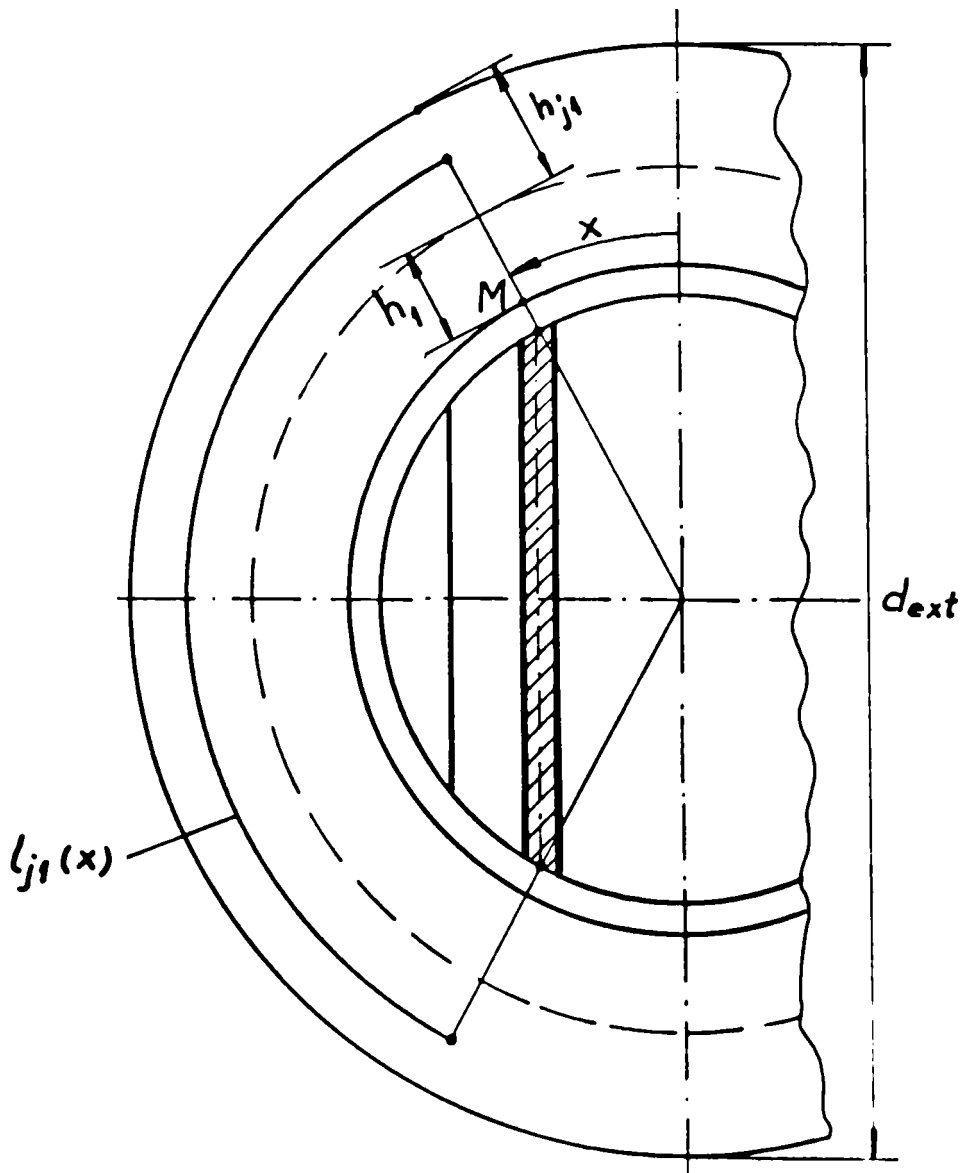


Fig. 2.24.a.

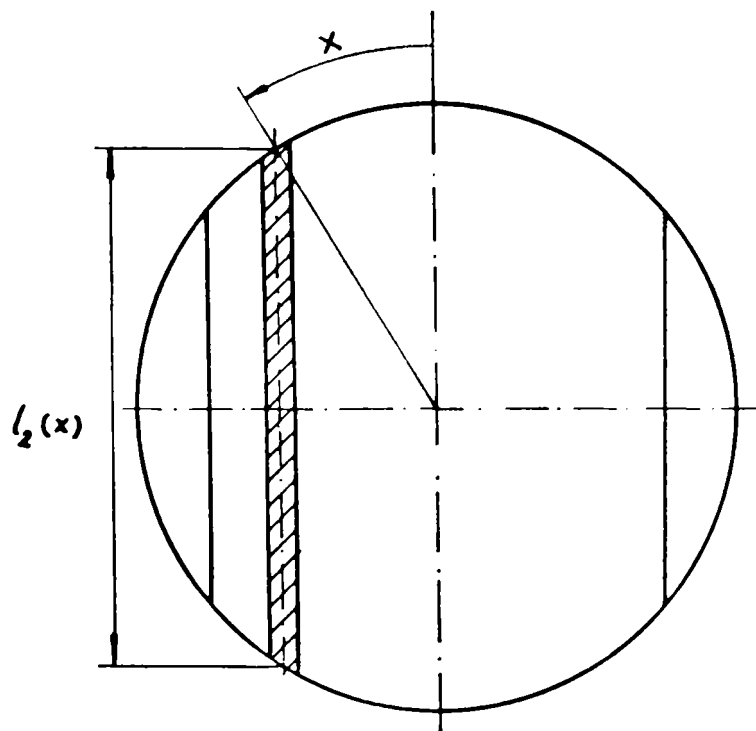


Fig. 2.24.b.

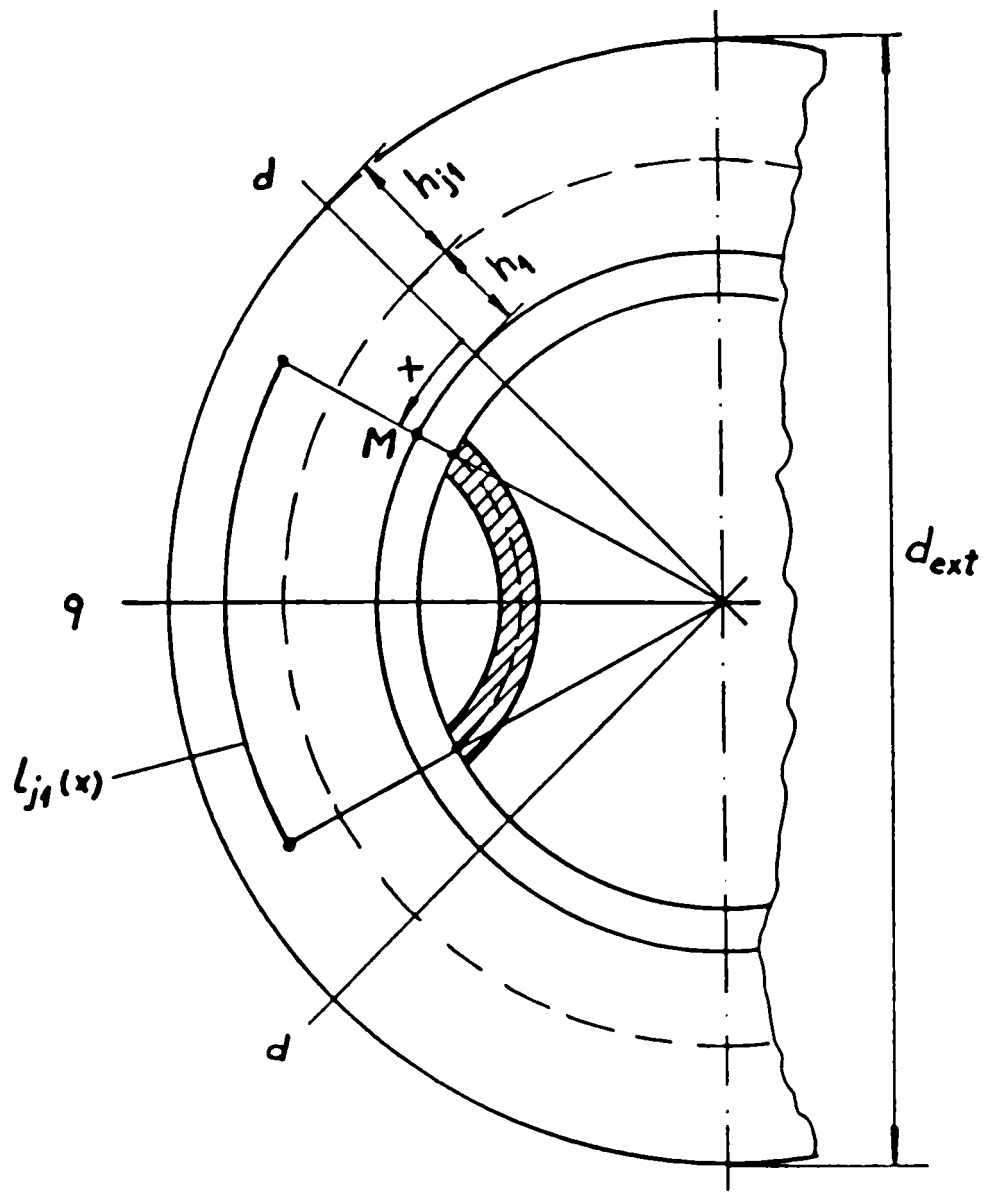


Fig. 2.25.a.

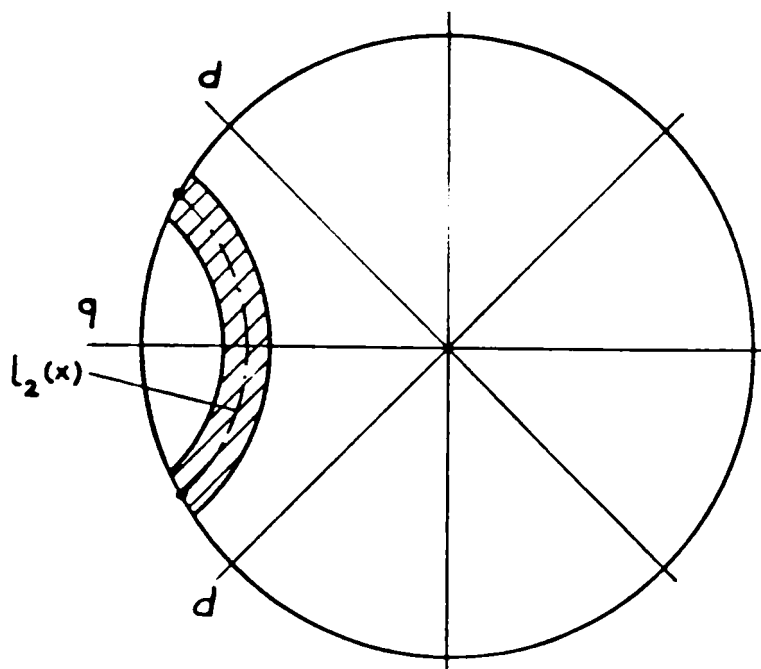


Fig. 2.25.b.

În funcție de valoarea inducției magnetice în dinte, B_{z1} , se determină din curba de magnetizare a tablei valoarea H_{z1} a intensității câmpului magnetic, cu care se calculează tensiunea magnetică a dinților statorului, pentru un singur pol:

$$U_{m1}(x) = h_1 H_{z1} \quad (2.128)$$

h_1 reprezintă înălțimea dintelui statoric.

Tensiunea magnetică a jugului statoric

Inducția magnetică maximă în jugul statoric este:

$$B_{j1}(x) = \frac{B_\delta(x) \tau \alpha_i}{2 k_\mu h_{j1}} \quad (2.129)$$

în care:

α_i - factorul de acoperire polară;

h_{j1} - înălțimea jugului statoric;

În funcție de valoarea inducției magnetice în jugul statoric, B_{j1} , se determină, din curba de magnetizare a tablei, valoarea H_{j1} a intensității câmpului magnetic, cu care se calculează tensiunea magnetică a jugului statoric. Inducția magnetică în jug, în lungul liniei de câmp nu este constantă; ea are o valoare maximă la mijlocul distanței dintre poli și se micșorează către axele polilor. Pentru a ține seama de acest fapt, se introduce coeficientul ξ , ale cărui valori sunt indicate în [C4] în funcție de valoarea maximă a inducției magnetice în jug.

Lungimea liniei de câmp, în jugul statoric, corespunzătoare punctului $M(x)$ (fig. 2.24.a.) este:

$$l_{j1}(x) = 2(d_{ext} - h_{j1}) \arcsin \frac{1}{r} \left(\frac{\tau}{2} - x \right) \quad (2.130)$$

în care d_{ext} este diametrul exterior al tolei statorice.

Deoarece τ depinde de numărul perechilor de poli, expresia (2.130) este valabilă și pentru $p > 1$. În fig. 2.25.a. s-a indicat lungimea liniei de câmp în jugul statorului, prin punctul curent $M(x)$, în cazul unei mașini având $p=2$.

Tensiunea magnetică a jugului statoric, pentru un pol, este:

$$U_{m1}(x) = \frac{1}{2} \xi H_{j1} l_{j1}(x) \quad (2.131)$$

Tensiunea magnetică a porțiunii feromagnetice rotorice

Inducția magnetică într-o fișie feromagnetică rotorică oarecare, de lățime Δ_b , este:

$$B_2(x) = \frac{(\Delta_\mu + \Delta_b) B_\delta(x)}{\Delta_\mu k_\mu} \quad (2.132)$$

În funcție de B_2 , din curba de magnetizare se determină H_2 .

Lungimea $l_2(x)$, a liniei de câmp rotorice în lungul căreia se calculează tensiunea magnetică rotorice este, în cazul mașinii bipolare (fig. 2.24.b.):

$$l_2(x) = 2r \sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{x}{r}\right)} \quad (2.133)$$

Dacă $p > 1$, atunci $l_2(x)$ se determină în funcție de datele concrete ale configurației rotorice. În fig. 2.25.b. s-a indicat $l_2(x)$ în cazul unei mașini cu $p=2$.

Tensiunea magnetică a porțiunii feromagnetice rotorice, pentru un pol, este:

$$U_{m2}(x) = \frac{1}{2} l_2(x) H_2 \quad (2.134)$$

Tensiunea magnetică în lungul liniei de câmp care trece prin punctul oarecare $M(x)$, calculată pentru un singur pol, este:

$$\theta^0(x) = U_{m\delta}(x) + U_{m1}(x) + U_{m\gamma1}(x) + U_{m2}(x) \quad (2.135)$$

Deoarece valoarea $\theta^0(x)$ determinată corespunzător valorii $B_\delta^0(x)$ a inducției magnetice în întrefier (în ipoteza $\mu_\delta = \infty$) rezultă mai mare decât $\theta(x)$, se corectează valoarea admisă inițial a inducției, cu o cantitate ΔB care depinde de mărimea diferenței $\theta^0(x) - \theta(x)$. Se admite o nouă valoare a inducției magnetice în întrefier, $B_\delta^1(x)$:

$$B_\delta^1(x) = B_\delta^0(x) - \Delta B \quad (2.136)$$

Procesul iterativ se aplică până când pentru valoarea calculată, $B_\delta^n(x)$, a inducției magnetice, diferența dintre valoarea $\theta^n(x)$ (calculată), a solenației și valoarea $\theta(x)$, (considerată cunoscută), este mai mică decât eroarea admisă. Indicele superior fiind utilizat doar pentru a marca numărul iterației, pentru această valoare a inducției, pentru care solenația calculată se încadrează în eroarea admisă, se renunță la utilizarea lui.

În acest mod se determină distribuția inducției magnetice longitudinale în întrefier, cu considerarea influenței neliniarității materialului feromagnetic al mașinii.

2.5.4. Determinarea fluxului magnetic longitudinal Φ_{d1}

Cunoscând variația inducției magnetice în întrefier, $B_\delta(x)$ într-un număr suficient de mare de puncte, se poate determina amplitudinea armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier din relația (2.74). Determinarea inducției în întrefier în domeniul $\textcircled{1}$ se face într-un număr de puncte n care diferă, în general, de cel n_c considerat în domeniul $\textcircled{2}$. Cum $B_\delta(x) = B_{d1}$ pentru $x \in [x_{\nu}, x_{\nu'}]$, și $B_\delta(x) = B_{d2}$ pentru $x \in [x_{\nu'}, x_{\nu''}]$, amplitudinea armonicii fundamentale a inducției magnetice longitudinale în întrefier se obține sub forma:

$$B_{\delta 1} = \frac{4}{\pi} \left[\sum_{\lambda=1}^n B_{\delta \lambda} \left(\sin \frac{x_{\lambda}}{\tau} \pi - \sin \frac{x_{\lambda}}{\tau} \pi \right) + \sum_{k=1}^{\infty} B_{\delta k} \left(\sin \frac{x_k}{\tau} \pi - \sin \frac{x_k}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.137)$$

Fluxul magnetic longitudinal se determină din (2.76) și (2.137):

$$\Phi_{d1} = \frac{8}{\pi^2} I \tau \left[\sum_{\lambda=1}^n B_{\delta \lambda} \left(\sin \frac{x_{\lambda}}{\tau} \pi - \sin \frac{x_{\lambda}}{\tau} \pi \right) + \sum_{k=1}^{\infty} B_{\delta k} \left(\sin \frac{x_k}{\tau} \pi - \sin \frac{x_k}{\tau} \pi \right) \right] \quad (2.138)$$

2.5.5. Determinarea inductivității de magnetizare longitudinală

Cunoscând amplitudinea solenației în funcție de curentul statoric (rel. (2.24)), din (2.138) se determină expresia inductivității de magnetizare longitudinală, sub forma:

$$L_{md1} = \frac{2}{\pi} m (Nk_s)^2 \frac{\Phi_{d1}}{I} \quad (2.139)$$

Calculând L_{md1} pentru diferite valori ale curentului I , se obține caracteristica $L_{md1}(I)$

2.5.6. Exemplu de calcul

S-a considerat mașina sincronă reactivă având următoarele date: $D = 0.0632$ m, $\delta = 0.35$ mm, $p = 1$, $l = 0.055$ m, numărul zonelor nemagnetice rotorice $n = 30$, $\Delta_{re} = 0.5$ mm, $\Delta_{rz} = 0.22$ mm, $N = 214$ spire / fază, $a = 2$ căi de curent, $I = 1$ A.

Pentru mașina cu rotor stratificat considerată, s-a reprezentat în figura 2.26 variația inducției magnetice longitudinale în întrefier, în lungul pasului polar, pentru cazurile $\mu_r = \infty$, respectiv cu considerarea neliniarității materialului feromagnetic. Datorită simetriei față de axa d reprezentarea a fost făcută numai pentru o jumătate de pas polar.

În fig. 2.27 s-a reprezentat dependența inductivității de magnetizare longitudinale de valoarea curentului statoric. Atât distribuția inducției magnetice longitudinale $B_{\delta d}$ cât și variația funcției $L_{md1}(I)$ evidențiază influența considerabilă a neliniarității materialului feromagnetic. Valoarea maximă a inducției magnetice în întrefier (în axa d) este cu 20% mai mică față de cea determinată în ipoteza $\mu_r = \infty$. Inductivitatea de magnetizare longitudinală, L_{md1} este 0.28 H, pentru $I=1$ A, 0.22 H pentru $I=1.5$ A, 0.18 H pentru $I=2$ A față de valoarea 0.34 H, obținută în ipoteza $\mu_r = \infty$.

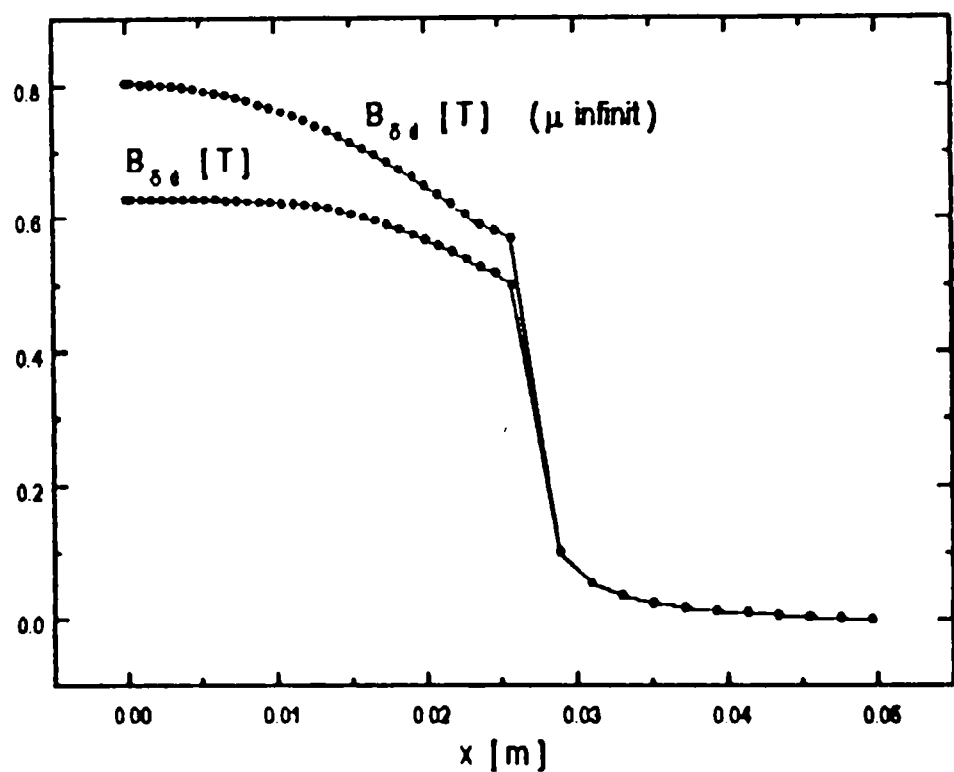


Fig. 2.26. Distribuția inducției magnetice longitudinale în întrefier

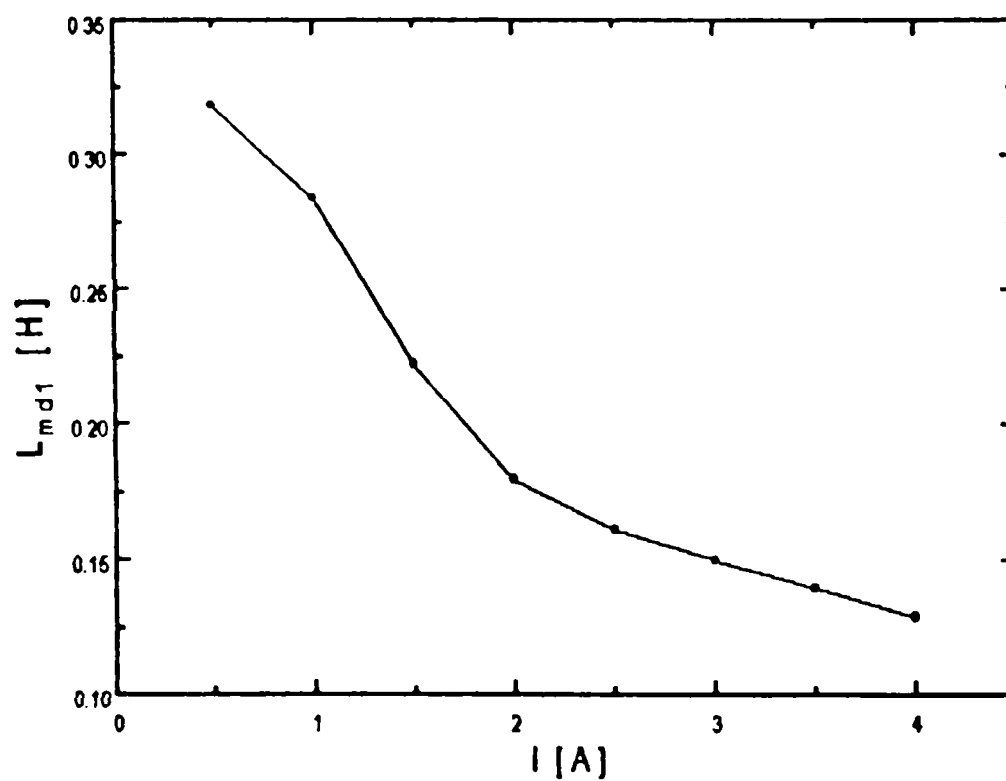


Fig. 2.27. Variația inductivității de magnetizare L_{md1} în funcție de curent

CAPITOLUL III

APLICAREA MODELULUI ANALITIC ÎN STUDIUL MOTORULUI SINCRON REACTIV CU ROTOR STRATIFICAT

3.1. INTRODUCERE

Performanțele unei acționări electrice depind de cele ale motorului utilizat ca element de execuție. Din acest motiv, pentru a se putea aprecia măsura în care motorul satisface cerințele impuse acționării, s-au definit indicii de performanță ai motorului. Pentru motoarele utilizate în acționări la care modificarea vitezei de rotație se face prin intermediul frecvenței tensiunii de alimentare, indicii de performanță considerați cei mai semnificativi sunt momentul electromagnetic dezvoltat, factorul de putere, pierderile totale raportate la momentul electromagnetic, și răspunsul în curent (moment) la turație zero. Expresiile acestora pentru motorul sincron reactiv, deduse din ecuațiile în coordonate d - q rotorice ale mașinii, sunt prezentate în tabelul 3.1.

Tabelul 3.1

indicele de performanță	expresia
momentul electromagnetic	$M_e = p(L_d - L_q)i_d i_q$
momentul electromagnetic maxim (la flux statoric dat Ψ_1^*)	$M_{e*} = \frac{p(L_d - L_q)\Psi_1^*}{2L_d L_q}$
factorul de putere	$\cos\varphi = \frac{(L_d - L_q)i_d i_q}{\omega_r \sqrt{(L_d i_d)^2 + (L_q i_q)^2} \sqrt{i_d^2 + i_q^2}}$ $(\cos\varphi)_{\max} = \frac{\frac{L_d}{L_q} - 1}{\frac{L_d}{L_q} + 1}$
pierderile totale raportate la momentul electromagnetic	$\frac{(R + R_m)(i_d^2 + i_q^2)}{p(L_d - L_q)i_d i_q}$
răspunsul în curent la turație zero	$T_l = \frac{L_q}{R}$

În tabelul 3.1, R reprezintă rezistența fazei statorice, iar R_m reprezintă o rezistență echivalentă prin care se ține seama de pierderile în miezul feromagnetic al mașinii:

$$P_p = R_{\omega} j_d^2 + R_{\omega} j_q^2 \quad (3.1)$$

Se remarcă faptul că indicii de performanță prezentați depind de diferența respectiv de raportul dintre inductivitățile sincrone longitudinale L_d și transversală L_q . Din (2.69) și (2.81) se obține:

$$L_d - L_q = L_{md1} - L_{mq1} = \Delta L_m \quad (3.2)$$

$$\frac{L_d}{L_q} = \frac{L_{md1} + L_{\sigma}}{L_{mq1} + L_{\sigma}} \quad (3.3)$$

Deoarece uzual, valoarea inductivității de dispersie, L_{σ} este mică față de L_{md1} , respectiv L_{mq1} , se poate admite că

$$\left(\frac{L_{md1} + L_{\sigma}}{L_{mq1} + L_{\sigma}} \right)' \cong \left(\frac{L_{md1}}{L_{mq1}} \right)' \quad (3.4)$$

ceea ce înseamnă că funcțiile $\frac{L_d}{L_q}$ și $\frac{L_{md1}}{L_{mq1}}$ au aceeași formă de variație. Aceasta se poate

constata pentru configurațiile analizate în paragraful 3.4, comparând figurile 3.3 și 3.6, 3.11 și 3.14, 3.29 și 3.32.

Inductivitățile de magnetizare longitudinală L_{md1} și transversală L_{mq1} depind direct proporțional de amplitudinea componentei fundamentale a inducției magnetice în întrefier, longitudinală $B_{\delta d1}$, respectiv transversală $B_{\delta q1}$, și astfel se obține:

$$\frac{L_{md1}}{L_{mq1}} = \frac{B_{\delta d1}}{B_{\delta q1}} = R_B \quad (3.5)$$

O mașină sincronă reactivă are indicii de performanță cu atât mai buni cu cât sunt satisfăcute condițiile:

$$- L_q \text{ minim}; \quad (3.6)$$

$$- \frac{L_d}{L_q} \text{ (respectiv } R_B \text{) maxim}; \quad (3.7)$$

$$- L_d - L_q \text{ (respectiv } \Delta L_m \text{) maxim}. \quad (3.8)$$

$$- (L_d - L_q) / L_d L_q \text{ maxim} \quad (3.9)$$

Cum L_d și L_q sunt determinate în principal de configurația rotorică, se va urmări în continuare dependența funcțiilor R_B , $(L_d - L_q) / L_d L_q$ și ΔL_m de mărimile care definesc

secțiunea rotorică (pentru o valoare dată a diametrului rotoric), respectiv numărul n și grosimea Δ_r a interstițiilor nemagnetice precum și grosimea pieselor de prindere, δ_c .

3.2. PRECIZĂRI

Analizarea modului în care datele constructive influențează parametrii motorului impune respectarea unor condiții esențiale pentru a se putea formula concluzii utile în proiectare, și anume:

- domeniul valorilor variabilelor independente să fie cât mai larg posibil;
- datele constructive prin care este definită varianta analizată să fie realizabile practic în condițiile tehnologiei actuale (sau cu perspective de aplicare).

De aceea, pentru cazurile care vor fi prezentate în acest capitol sunt necesare precizările care urmează.

1. Se admite că toate interstițiile nemagnetice rotorice au aceeași grosime Δ_r , respectiv toate zonele feromagnetice au aceeași grosime Δ_e .

2. Grosimea pieselor de prindere este impusă de condiții mecanice dar este limitată superior, fiind mărime invers proporțională cu factorul de acoperire polară. Din acest motiv nu s-au analizat cazuri pentru care factorul de acoperire polară are valori mult mai mici decât cele recomandate.

3. Pentru variantele având număr mare de straturi s-au acceptat câteva soluții cu grosimi ale interstițiilor nemagnetice de ordinul 10^{-2} mm, aceasta fiind grosimea lacului izolant al tolelor.

3.3 ASPECTE GENERALE PRIVIND INFLUENȚA CONFIGURAȚIEI ROTORICE ASUPRA PARAMETRILOR MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT

Expresiile R_f , ΔL_m și $(L_d - L_q)/L_d L_q$ reprezintă o măsură a gradului de disimetrie magnetică a mașinii, și anume a rotorului, care depinde de raportul între întrefierul echivalent după axa d și cel după axa q . Întrefierul echivalent este determinat de dimensiunea domeniului nemagnetic rotoric. Pentru a stabili variabilele independente de care depind R_f , $(L_d - L_q)/L_d L_q$ și ΔL_m , se observă că întrefierul echivalent este compus din trei subdomenii distincte:

- întrefierul "geometric" al mașinii, δ ;

- interstițiile rotorice (precizate prin numărul lor, n , și prin grosimea fiecăruia, $\Delta_{\lambda\lambda+1}$, $\lambda = 1, \dots, n-1$);
- piesele de prindere, de grosime δ_c .

Din punct de vedere electric, întrefierul ar trebui să fie cât mai mic; practic el se determină din condiții mecanice, ca la mașina de inducție.

Pentru o valoare dată a diametrului rotorului, configurația geometrică este determinată de domeniul care corespunde structurii stratificate (definit prin precizarea numărului și grosimii interstițiilor nemagnetice și respectiv ale zonelor feromagnetice), și de piesele de prindere, (definite prin grosimea lor, δ_c).

Disimetria magnetică a rotorului după cele două axe d și q , depinde de toate zonele nemagnetice rotorice (interstiții și piese de prindere). Din acest motiv se asociază fiecărui subdomeniu rotoric mărimea globală reprezentând suma grosimii tuturor porțiunilor nemagnetice pe care le conține, și anume: structurii stratificate îi corespunde suma grosimii interstițiilor nemagnetice, $\Sigma\Delta_x$, zonei reprezentate de piesele de prindere - suma grosimii pieselor de prindere $\Sigma\delta_c$, iar rotorului în ansamblu $\Sigma\Delta_x + \Sigma\delta_c$. Din această perspectivă, studiul presupune următoarele cazuri teoretice:

1. se consideră variabil domeniul stratificat iar domeniul pieselor de prindere rămâne nemodificat, ($\Sigma\delta_c = \text{const.}$);
2. se consideră variabil domeniul pieselor de prindere iar pentru domeniul stratificat rămâne nemodificată valoarea $\Sigma\Delta_x$; (în acest caz nu se poate considera că domeniul stratificat este nemodificat);
3. atât domeniul stratificat cât și domeniul pieselor de prindere se consideră variabile, dar astfel încât suma grosimii tuturor domeniilor nemagnetice (interstiții și piese de prindere) să fie aceeași ($\Sigma\Delta_x + \Sigma\delta_c = \text{const.}$).

În continuare se precizează cum anume se variază fiecare domeniu rotoric studiat.

În expresiile inductivităților de magnetizare (date de relațiile(2.114), (2.110), (2.111), (2.112), (2.125), (2.121), (2.122), (2.123)) grosimea pieselor de prindere este singura mărime care apare explicit, ca variabilă independentă, iar numărul și grosimea interstițiilor nemagnetice sunt variabile implicite.

În porțiunea interstițiilor nemagnetice, ținând cont de expresiile mărimilor x_x , x_y (rel. 2.22), $C_{\phi_1\theta}$, $C_{\phi_1\nu}$, $C_{\nu_1\theta}$ (rel. 2.48, 2.49, 2.55, 2.56), ar trebui studiată atât influența numărului, n , cât și a grosimii interstițiilor, Δ_x . Se constată însă că există o infinitate de

perechi de valori (n, Δ_{iz}) pentru care grosimea totală este aceeași și din acest motiv este rațional să se considere n ca variabilă independentă, urmând ca Δ_{iz} să se determine în funcție de n , pentru o valoare precizată, considerată ca parametru, a grosimii totale a interstițiilor. Pentru a exclude influența pieselor de prindere se studiază mai întâi mașina model ($\delta_c = 0$); apoi același studiu trebuie făcut și pentru diferite valori ale grosimii pieselor de prindere.

Pentru a pune în evidență influența pieselor de prindere se variază numai δ_c menținând constante celelalte mărimi care definesc configurația rotorică.

Un prim caz este acela în care se mențin constante grosimea interstițiilor nemagnetice și cea a zonelor feromagnetice, variația lui δ_c făcându-se prin intermediul numărului interstițiilor nemagnetice, n .

Deoarece piesele de prindere sunt nemagnetice, variind doar grosimea lor, δ_c , întrefierul transversal rezultat crește. Nefiind posibil să se elimine influența interstițiilor rotorice, se pune problema dacă este posibil să se determine care este contribuția pieselor de prindere și cea a interstițiilor nemagnetice la obținerea unei configurații rotorice pentru care indicii de performanță sunt cei mai buni. Din acest motiv este necesar să se analizeze și variația funcției care reprezintă suma grosimii tuturor interstițiilor rotorice, în raport cu δ_c .

Un al doilea caz este acela în care mărimile rotorice variază astfel încât suma dintre grosimea interstițiilor rotorice și cea a pieselor de prindere este constantă. Admițând n ca variabilă independentă și $\Sigma \Delta_{iz} + \Sigma \delta_c = \text{const.}$, se urmărește, pentru diferite valori ale grosimii pieselor de prindere, variația mărimilor care determină performanțele mașinii.

O imagine sintetică a cazurilor care trebuie studiate, având în vedere considerațiile anterioare, este prezentată în tabelul 3.2. Se admite că pentru toate configurațiile rotorice diametrul este același.

Tabelul 3.2

	domeniul rotoric investigat	mărimile care definesc domeniul rotorice studiat				domeniul pieselor de prindere	condiții impuse
		domeniul stratificat					
		numărul interstițiilor nemagnetice rotorice n	grosimea unui interstițiu nemagnetic Δ_{ix}	grosimea unei zone feromagnetice Δ_{fx}	grosimea unei piese de prindere δ_c		
mașina model	domeniul stratificat	variabilă independentă	$\Delta_{ix}=f(n, \Sigma\Delta_{ix})$	$\Delta_{fx}=f(n, \Sigma\Delta_{ix})$	-	$\Sigma\Delta_{ix}=\text{const}$	
mașina reală	domeniul stratificat	variabilă independentă	$\Delta_{ix}=f(n, \Sigma\Delta_{ix})$	$\Delta_{fx}=f(n, \Sigma\Delta_{ix})$	const. (parametru)	$\Sigma\Delta_{ix}=\text{const}$	
	domeniul pieselor de prindere	$n=f(\delta_c)$	const. (parametru)	const. (parametru)	variabilă independentă	$\Sigma\Delta_{ix}=f(\delta_c)$	
	domeniul rotoric în ansamblu	variabilă independentă	$\Delta_{ix}=f(n, \Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c)$	$\Delta_{fx}=f(n, \Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c)$	const. (parametru)	$\Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c =$ const	

3.4. DETERMINAREA INFLUENȚEI CONFIGURAȚIEI ROTORICE ASUPRA PARAMETRILOR MAȘINII SINCRONE REACTIVE CU ROTOR STRATIFICAT

Pentru toate cazurile studiate în continuare se admite mașina reactivă având următoarele date: $D = 63.2$ mm, $\delta = 0.35$ mm, $p = 1$, $l = 55$ mm, $N_1 = 214$ spire / fază, $a = 2$ căi de curent, $I = 1$ A. Datele constructive care definesc configurația rotorică vor fi precizate în fiecare caz în parte.

3.4.1. Influența distribuției zonelor nemagnetice rotorice

3.4.1.1. Mașina model (fără piese de prindere)

Pentru evidențierea modului în care distribuția interstițiilor nemagnetice rotorice influențează performanțele mașinii, s-a considerat mașina model, și pentru o valoare dată, $\Sigma\Delta_{rz}$ a sumei grosimilor zonelor nemagnetice, s-au considerat configurații rotorice care diferă prin numărul zonelor nemagnetice, n . S-a determinat dependența de variabila independentă n , a următoarelor mărimi: amplitudinea fundamentalei inducției magnetice în întrefier, după axa d , $B_{\delta d1}$, respectiv după axa q , $B_{\delta q1}$, raportul între amplitudinea fundamentalei inducției magnetice longitudinală și transversală în întrefier, $R_B = B_{\delta d1} / B_{\delta q1}$, raportul între diferența și produsul inductivităților sincrone longitudinală transversală, $(L_d - L_q) / L_d L_q$, diferența dintre inductivitatea de magnetizare longitudinală și cea transversală $\Delta L_m = L_{md1} - L_{mq1}$, raportul inductivităților sincrone longitudinală și transversală, L_d / L_q , și factorul de putere $\cos\varphi$. Deoarece grosimea unei zone nemagnetice rotorice, Δ_{rz} , depinde de n (în ipoteza admisă, $\Sigma\Delta_{rz} = \text{const.}$) s-a reprezentat și variația raportului $\Delta_{rd} / \Delta_{rz}$ în funcție de n .

Pentru rotor s-au considerat trei cazuri ale sumei grosimilor interstițiilor rotorice, mărime considerată ca parametru:

- a) $\Sigma\Delta_{rz} = 8.8$ mm ;
- b) $\Sigma\Delta_{rz} = 13.2$ mm ;
- c) $\Sigma\Delta_{rz} = 17.6$ mm.

Datele care definesc configurația rotorică pentru cazurile analizate, R_B și $(L_d - L_q) / L_d L_q$ sunt prezentate în tab. 3.3.a, 3.3.b, 3.3.c.

Tab. 3.3.a $\Sigma\Delta_x = 8.8 \text{ mm}$

varianta	n	Δ_x [mm]	Δ_p [mm]	R_p	$(L_p L_q) / L_p L_q [H^{-1}]$
1	2	4.4	17.9	5.55	13.95
2	4	2.2	10.74	8.39	20.92
3	6	1.46	7.67	8.69	21.4
4	16	0.55	3.15	10.37	24.4
5	24	0.36	2.14	10.71	24.95
6	38	0.23	1.37	10.94	25.25
7	60	0.146	0.88	11.05	25.38
8	80	0.11	0.66	11.07	25.4
9	100	0.08	0.53	11.08	25.4
10	124	0.07	0.43	11.10	25.41
11	144	0.06	0.37	11.11	25.41

Tab. 3.3.b. $\Sigma\Delta_x = 13.2 \text{ mm}$

varianta	n	Δ_x [mm]	Δ_p [mm]	R_p	$(L_p L_q) / L_p L_q [H^{-1}]$
1	2	6.6	16.43	6.72	17.29
2	4	3.29	9.86	11.94	28.68
3	6	2.2	7.04	12.68	29.66
4	16	0.825	2.9	19.17	35.81
5	24	0.55	1.97	20.46	36.94
6	38	0.347	1.26	21.52	37.63
7	60	0.22	0.8	22.16	38.04
8	80	0.165	0.6	22.42	38.1
9	100	0.132	0.48	22.48	38.15
10	124	0.106	0.39	22.54	38.17
11	144	0.091	0.67	22.80	38.32

Tab. 3.3.c. $\Sigma\Delta_x = 17.6 \text{ mm}$

varianta	n	Δ_a [mm]	Δ_b [mm]	R_B	$(L_\sigma L_d)/L_d L_q [H^{-1}]$
1	2	8.8	14.96	7.45	19.83
2	4	4.4	8.98	15.18	35.4
3	6	2.93	6.41	16.51	36.77
4	16	1.1	2.64	25.27	46.46
5	24	0.733	1.79	27.61	48.42
6	38	0.463	1.15	29.36	49.68
7	60	0.293	0.73	30.23	50.24
8	80	0.22	0.55	30.39	50.28
9	100	0.176	0.44	30.73	50.52
10	124	0.141	0.36	31.14	50.83
11	144	0.122	0.3	31.08	50.75

În fig. 3.1 s-a reprezentat amplitudinea componentei fundamentale a inducției magnetice în întrefier, după axa d, B_{d1} . La calculul lui B_{d1} s-a ținut cont și de neliniaritatea materialului feromagnetic. Se remarcă faptul că pentru $n < 30$ B_{d1} crește pronunțat în funcție de n, iar pentru $n > 100$ creșterea lui B_{d1} devine nesemnificativă, valoarea sa fiind practic constantă în raport cu n, pentru toate cele trei cazuri considerate.

Deoarece fluxul polar corespunzător armonicii fundamentale a inducției magnetice în întrefier, Φ_{d1} , respectiv inductivitatea de magnetizare longitudinală L_{md1} sunt direct proporționale cu B_{d1} , ele au aceeași formă de variație în raport cu n și din acest motiv nu s-au mai reprezentat.

Amplitudinea inducției magnetice transversale în întrefier B_{q1} , (reprezentată în fig. 3.2) scade pronunțat cu creșterea lui n, după care devine practic constantă. Aceeași formă de variație ca și B_{d1} o au fluxul polar transversal corespunzător fundamentalei inducției magnetice, Φ_{q1} și inductivitatea de magnetizare transversală, L_{mq1} .

Se constată că B_{q1} este puternic influențată de valoarea pe care o are suma grosimii interstițiilor rotorice, $\Sigma\Delta_x$. Pentru valorile lui n pentru care se obține o valoare ridicată a

componentei longitudinale a inducției magnetice în întrefier, B_{d1} , componenta transversală este determinată practic doar de $\Sigma\Delta_{ix}$. Din forma de variație a mărimilor B_{d1} și B_{q1} rezultă că pentru o aceeași valoare $\Sigma\Delta_{ix}$, creșterea numărului interstițiilor, n , asigură obținerea unei valori ridicate a amplitudinii componentei longitudinale a inducției magnetice în întrefier, B_{d1} . Aceasta se explică prin scăderea întrefierului longitudinal echivalent cu creșterea lui n , dacă se admite ipoteza $\Sigma\Delta_{ix} = \text{const}$. Urmărind forma de variație a raportului $\Delta_c/\Delta_{ix} = f(n)$, reprezentat în figura 3.8, se constată că acesta crește cu creșterea lui n , pentru aceeași valoare a parametrului $\Sigma\Delta_{ix}$, având ca efect, conform relațiilor (2.19), (2.20) și (2.21) scăderea coeficientului k_{j2} , respectiv a întrefierului echivalent. Valorile lui n începând cu care B_{d1} are o creștere din ce în ce mai mică depind de valoarea lui $\Sigma\Delta_{ix}$ și anume: $n = 38$ pentru $\Sigma\Delta_{ix} = 8.8$ mm, $n = 60$ pentru $\Sigma\Delta_{ix} = 13.2$ mm și $n = 80$ pentru $\Sigma\Delta_{ix} = 17.6$ mm. Din tab. 3.3.a, tab.3.3.b, tab.3.3.c rezultă că toate aceste cazuri au ca element comun faptul că valoarea grosimii unui interstițiu rotorice, Δ_{ix} , devine mai mică decât mărimea întrefierului mașinii.

De asemenea se poate constata că nu se justifică scăderea valorilor Δ_{ix} sub o treime din mărimea întrefierului. Observațiile făcute pentru B_{d1} sunt valabile și pentru $(L_d - L_q) / L_d L_q$ (fig. 3.4) care determină momentul electromagnetic maxim al mașinii: numărul interstițiilor nemagnetice începând cu care valoarea expresiei $(L_d - L_q) / L_d L_q$ rămâne practic constantă, depinde de valoarea $\Sigma\Delta_{ix}$ și corespunde cazurilor pentru care $\Delta_{ix} < \delta$:

$n = 38$ pentru $\Sigma\Delta_{ix} = 8.8$ mm,

$n = 60$ pentru $\Sigma\Delta_{ix} = 13.2$ mm,

$n = 80$ pentru $\Sigma\Delta_{ix} = 17.6$ mm.

Aceasta înseamnă că pentru o valoare dată a parametrului $\Sigma\Delta_{ix}$, configurațiile rotorice definite prin acele valori ale lui n care conduc la valori ale grosimii interstițiilor $\Delta_{ix} > \delta$ nu pot asigura obținerea unor indici de performanță optimi.

Variația raportului R_B în funcție de n (reprezentată în fig. 3.3) confirmă concluziile rezultate din analizarea funcțiilor $B_{d1}(n)$ și $B_{q1}(n)$:

- suma grosimii tuturor interstițiilor nemagnetice rotorice, $\Sigma\Delta_{ix}$ este determinantă în obținerea unei valori ridicate a raportului R_B (deoarece creșterea lui $\Sigma\Delta_{ix}$ are ca efect scăderea lui B_{q1}).

- creșterea numărului interstițiilor rotorice, n , este cu atât mai necesară cu cât valoarea lui $\Sigma\Delta_{ix}$ este mai mare (pentru a asigura scăderea întrefierului echivalent longitudinal, respectiv creșterea lui B_{d1}).

Se constată că variația în raport cu n a funcțiilor care determină indicii de performanță ai mașinii - R_B (fig. 3.3), $(L_d L_q) / L_d L_q$ (fig. 3.4), $\Delta L_m = L_{m\sigma 1} - L_{m\sigma 1}$ (fig. 3.5), L_d / L_q (fig. 3.6) - ca și variația factorului de putere $\cos\varphi$ (fig. 3.7) prezintă următoarele caracteristici comune:

a - pentru aceeași valoare a parametrului $\Sigma\Delta_{ix}$, valoarea funcției crește în raport cu numărul interstițiilor nemagnetice rotorice, n , tinzând să devină practic constantă;

b - această constantă depinde de valoarea $\Sigma\Delta_{ix}$;

c - pentru același n , valoarea funcției crește cu creșterea lui $\Sigma\Delta_{ix}$.

Urmărind în fig. 3.8 dependența funcției Δ_{te}/Δ_{ix} în raport cu n se observă că și în acest caz sunt valabile concluziile anterioare a și b, dar că pentru același n , Δ_{te}/Δ_{ix} scade cu creșterea valorii $\Sigma\Delta_{ix}$. Dar Δ_{te}/Δ_{ix} reprezintă un element care definește configurația rotorică pentru o valoare precizată $\Sigma\Delta_{ix}$ și determină valoarea întrefierului echivalent al mașinii (prin k_{52}).

Variația coeficientului k_{52} în lungul pasului polar, în funcție de Δ_{ix}/δ și Δ_{te}/Δ_{ix} , pentru $n = 60$ interstiții nemagnetice rotorice este:

1.65% în cazul a ($\Sigma\Delta_{ix} = 8.8$ mm ; $\Delta_{ix}/\delta = 0.417$; $\Delta_{te}/\Delta_{ix} = 6$)

3.67% în cazul b ($\Sigma\Delta_{ix} = 13.2$ mm ; $\Delta_{ix}/\delta = 0.628$; $\Delta_{te}/\Delta_{ix} = 3.63$)

5.75% în cazul c ($\Sigma\Delta_{ix} = 17.6$ mm ; $\Delta_{ix}/\delta = 0.837$; $\Delta_{te}/\Delta_{ix} = 2.49$)

Disimetria magnetică cea mai pronunțată se obține în cazul c dar și variația lui k_{52} este cea mai mare (5.75%) și din acest motiv se consideră mai favorabilă configurația b .

Corelând observațiile precedente rezultă că pentru a obține valori ridicate ale indicilor de performanță trebuie asigurate un număr mare de interstiții nemagnetice rotorice și o valoare mică a raportului Δ_{te}/Δ_{ix} .

Referitor la valorile Δ_{ix} care vin în considerare, nu se recomandă valori mai mari decât 0.8 δ .

În ceea ce privește raportul Δ_{te}/Δ_{ix} , valorile mici sunt favorabile asigurării disimetriei magnetice a rotorului, dar conduc la creșterea variației coeficientului k_{52} (cu atât mai mult cu cât Δ_{ix}/δ este mai mare) și deci a întrefierului în lungul pasului polar (conform celor prezentate în par. 2.2). În acest caz toate considerațiile teoretice bazate pe

ipoteza că întrefierul se admite constant vor fi afectate de erori cu atât mai mari cu cât $k_{\delta 2}$ variază mai mult în lungul pasului polar. Din acest motiv, dintre configurațiile rotorice prezentate, cele cu număr mic de interstiții, având valori mari pentru Δ_{iz} (deci și pentru Δ_{iz}/δ) prezintă o variație a întrefierului în lungul pasului polar care conduce la erori (prin nerespectarea ipotezei $\delta = \text{const.}$).

Mașina model reprezintă un caz limită al mașinii reale. Ea a fost prezentată ca un caz distinct din două motive:

- Din punct de vedere matematic, dacă $\delta_c = 0$ atunci înseamnă că se reduce numărul variabilelor independente, pentru că se elimină influența pieselor de prindere. În acest fel este posibil să se studieze numai domeniul rotor stratificat.

- Concluziile formulate pe baza analizării mașinii model nu pot fi verificate experimental deoarece tehnologia actuală nu permite realizarea practică a unui rotor stratificat fără consolidarea mecanică cu prezoane și piese de prindere. Dacă studiul mașinii reale (pentru care $\delta_c > 0$), conduce la aceleași concluzii iar verificările experimentale le confirmă, atunci acest caz teoretic poate fi considerat validat.

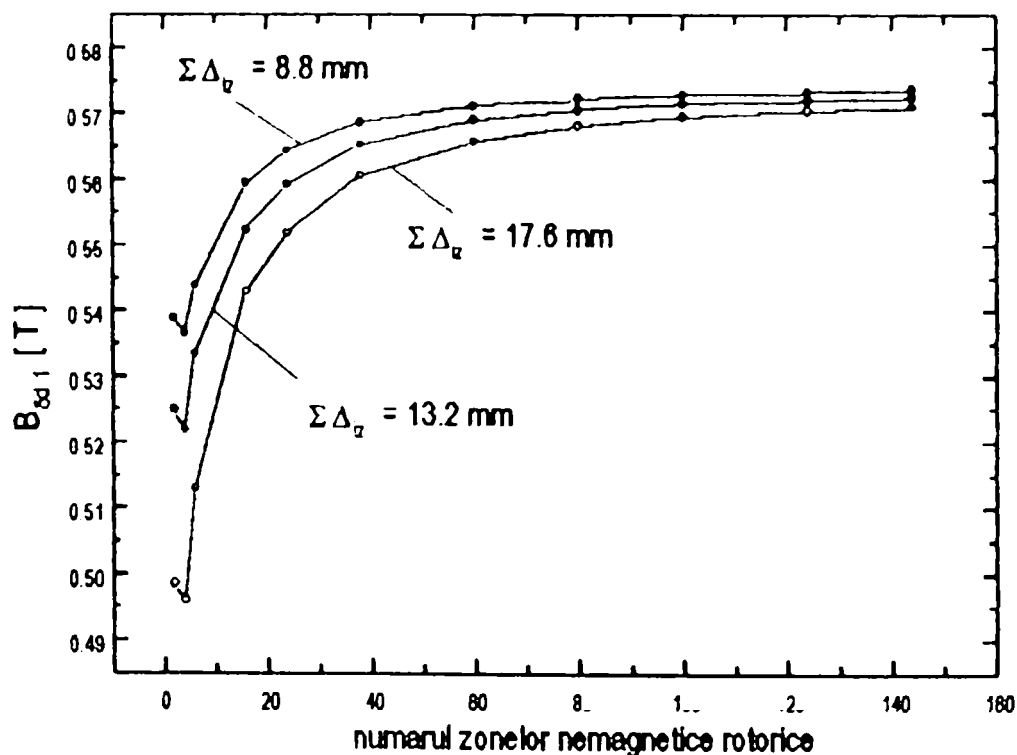


Fig. 3.1 Variația $B_{\delta,1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

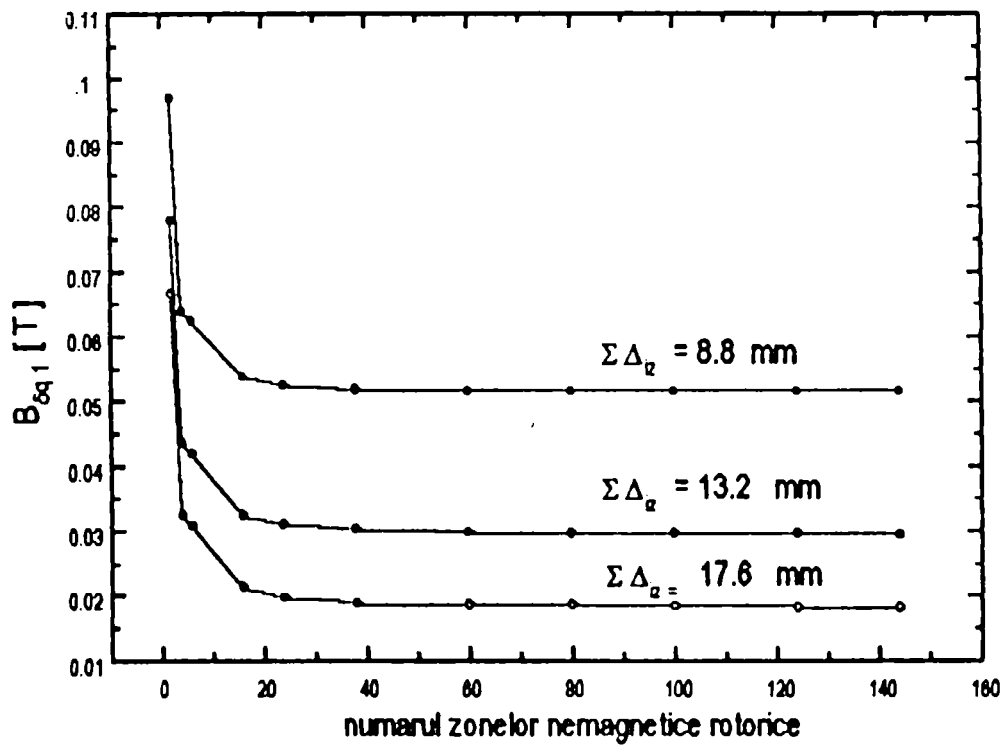


Fig. 3.2 Variația $B_{\delta q1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

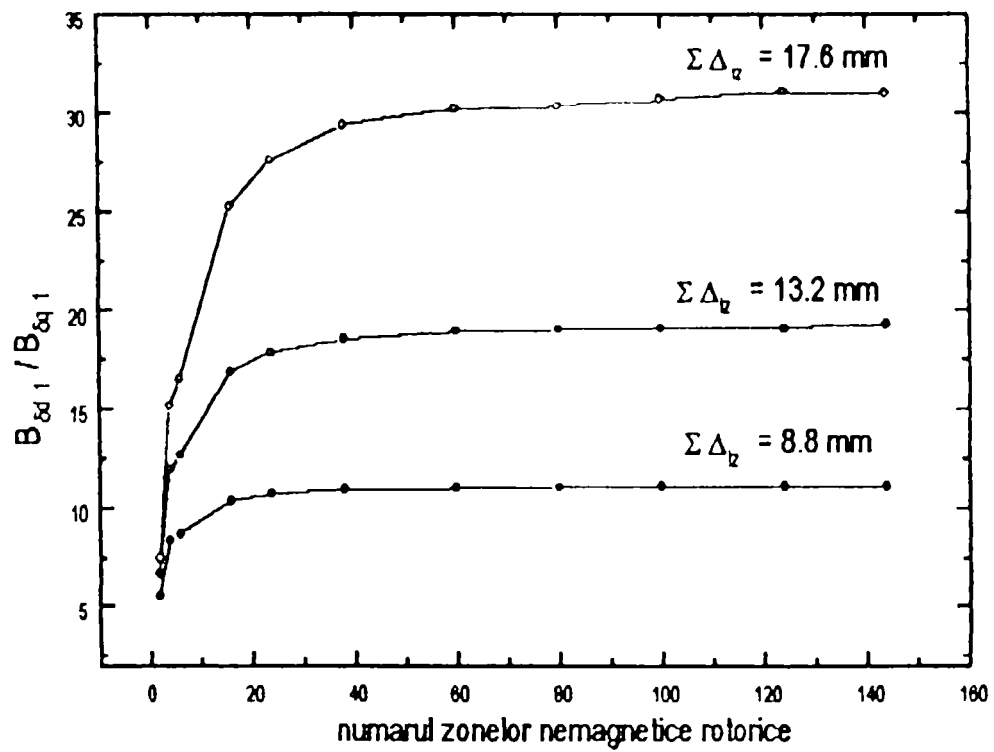


Fig. 3.3 Variația $B_{\delta d1} / B_{\delta q1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

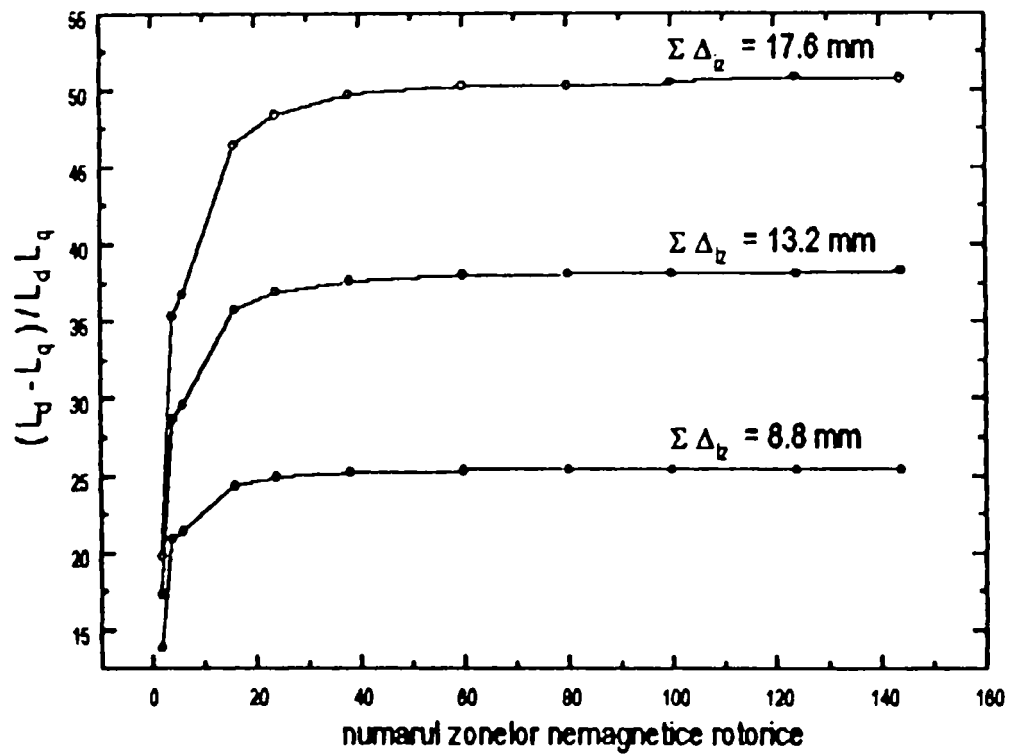


Fig. 3.4 Variația $(L_{\sigma} - L_q) / L_{\sigma}L_q$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

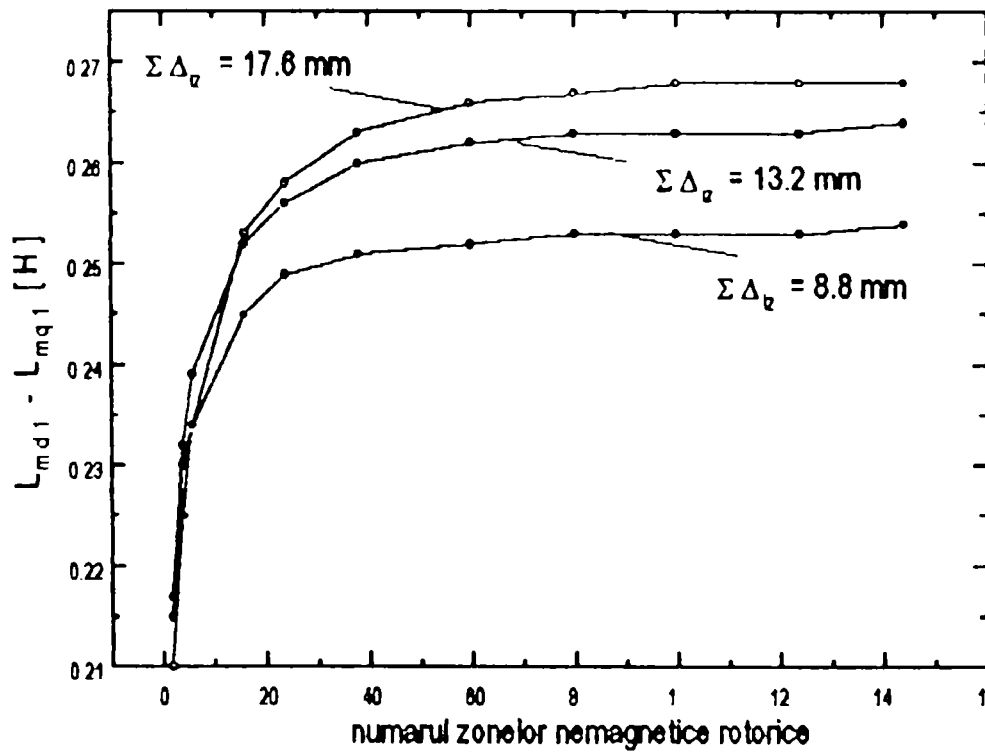


Fig. 3.5 Variația $L_{md1} - L_{mq1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

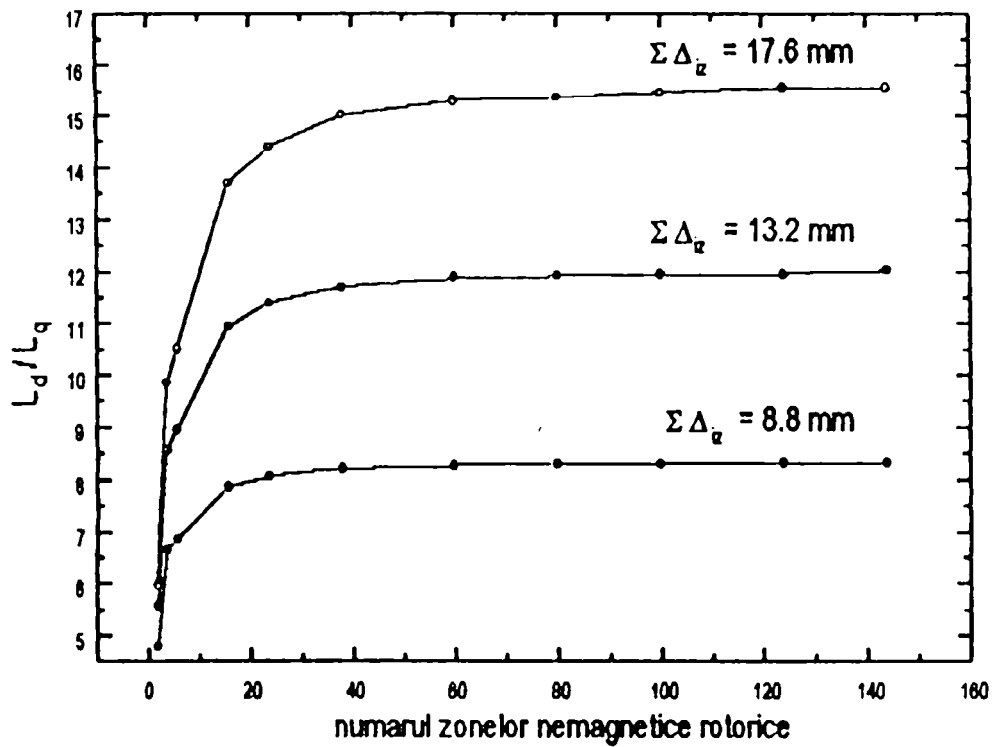


Fig. 3.6 Variația L_d/L_q în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

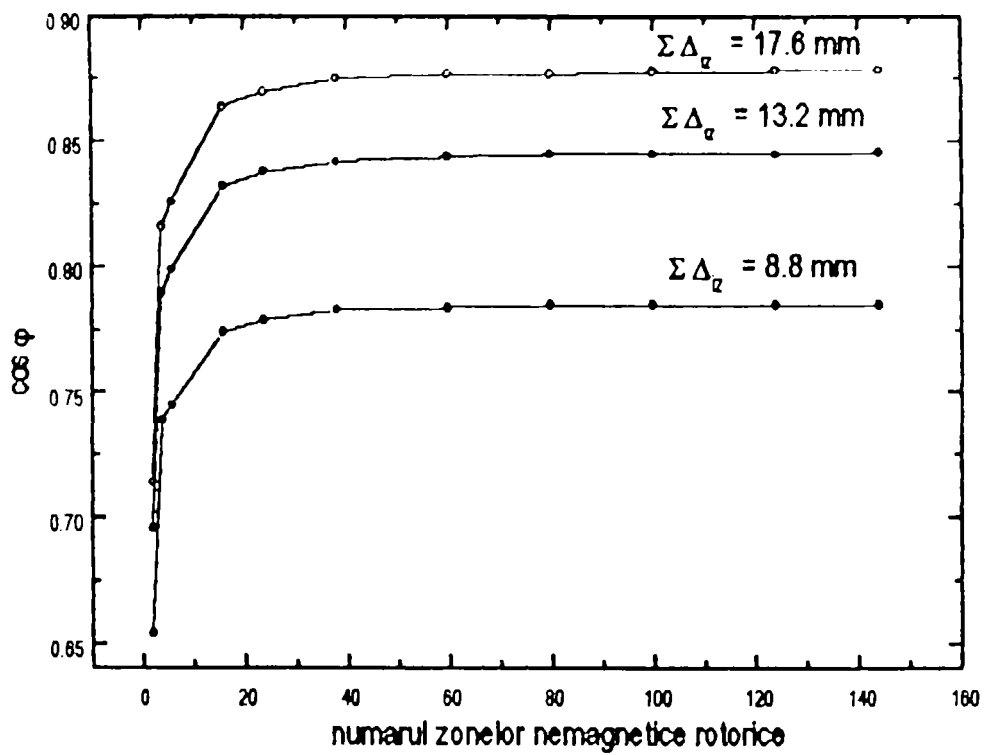


Fig. 3.7 Variația $\cos \varphi$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

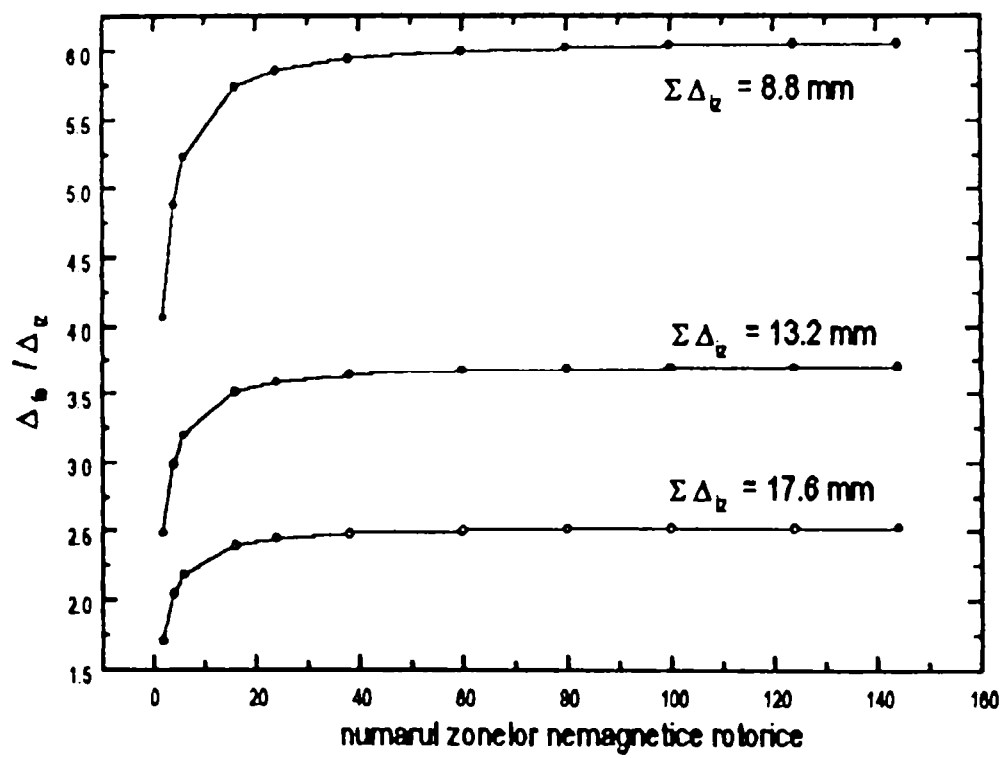


Fig.3.8 Variația Δ_b/Δ_z în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

3.4.1.2. Mașina reală (cu piese de prindere)

Pentru a determina influența repartizării zonelor nemagnetice rotorice asupra performanțelor mașinii, se consideră n ca variabilă independentă, $\Sigma\Delta_{ix} = \text{const.}$ iar grosimea unei piese de prindere, δ_c , parametru. În acest caz, pentru același număr de interstii, n , grosimea unei zone feromagnetice Δ_{fo} , este mai mare pentru δ_c mai mic. Se analizează dependența de n a următoarelor mărimi: amplitudinea armonicilor fundamentale a inducției magnetice în întrefier, după axa d , $B_{\delta d1}$, respectiv după axa q , $B_{\delta q1}$, raportul între amplitudinea fundamentalei inducției magnetice longitudinale și transversale în întrefier, $R_B = \frac{B_{\delta d1}}{B_{\delta q1}}$,

raportul între diferența și produsul inductivităților sincrone $(L_d - L_q)/L_d L_q$, diferența dintre inductivitatea de magnetizare longitudinală și cea transversală $\Delta L_m = L_{md1} - L_{mq1}$, raportul între inductivitatea longitudinală și cea transversală, L_d/L_q și factorul de putere $\cos\varphi$.

Datele mașinii considerate sunt cele prezentate la pct. 3.4.1.1. cazul b. Valorile mărimilor care definesc secțiunea rotorică sunt prezentate în tabelul 3.4. Suma grosimii tuturor interstițiilor este $\Sigma\Delta_{ix} = 13.2$ mm. S-au luat în considerare trei valori ale parametrului δ_c : 3mm, 5mm și 7mm.

Tabelul 3.4

nr.	n	varianta				R _B			(L _d L _q)/L _d L _q		
		Δ _{ix} [mm]	Δ _{fo} [mm]			δ _c [mm]			δ _c [mm]		
			3	5	7	3	5	7	3	5	7
1	2	6.6	14.43	13.1	11.76	8.7	9.53	11.57	22.3	23.9	28
2	4	3.29	8.66	7.86	7.06	13.78	15.79	17.92	30.9	34.1	37.46
3	6	2.2	6.18	5.61	5.04	17.08	18.75	20.59	36.3	39.6	42.86
4	16	0.825	2.54	2.31	2.07	19.79	21.12	22.58	37.4	39.8	42.5
5	24	0.55	1.73	1.57	1.41	20.23	21.49	22.89	37.4	39.6	42.3
6	38	0.347	1.11	1	0.9	20.49	21.7	23.07	37.3	39.5	42.1
7	60	0.22	0.71	0.64	0.57	20.65	21.83	23.18	37.2	39.4	42
8	80	0.165	0.53	0.48	0.43	20.68	21.85	23.09	37.1	39.3	41.8
9	100	0.132	0.42	0.38	0.35	20.7	21.86	22.87	37.1	39.2	41.5
10	124	0.106	0.34	0.31	0.28	20.71	21.78	22.69	37.1	39.1	41.2
11	144	0.0916	0.29	0.27	0.24	20.73	21.65	22.63	37.1	38.9	41.1

Pentru o valoare dată a grosimii pieselor de prindere, δ_c , amplitudinea fundamentalei inducției magnetice în întrefier are aceeași formă de variație în raport cu numărul zonelor nemagnetice rotorice ca și în cazul mașinii model, atât pentru componenta longitudinală (fig. 3.9) cât și pentru cea transversală (fig. 3.10).

Urmărind fig. 3.16 se constată că raportul $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix}$ crește cu creșterea lui n pentru toate cele trei valori considerate ale grosimii pieselor de prindere, δ_c , deci coeficientul k_{52} scade, întrefierul echivalent scade și ca urmare inducția magnetică $B_{\delta_{dl}}$ crește. Deoarece s-a admis ipoteza $\Sigma\Delta_{ix} = \text{const.}$, o valoare mai mare a lui δ_c determină scăderea raportului $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix}$, deci mărirea întrefierului echivalent corespunzător axei longitudinale, determinând micșorarea inducției magnetice $B_{\delta_{dl}}$.

Pentru componenta transversală a inducției magnetice în întrefier, $B_{\delta_{ql}}$, prezența pieselor de prindere reprezintă o majorare a întrefierului rezultat după axa q și din acest motiv valorile $B_{\delta_{ql}}$ obținute sunt mai mici decât în cazul mașinii model cu cât δ_c este mai mare.

Se remarcă faptul că și pentru mașina reală creșterea numărului interstițiilor asigură obținerea unei valori ridicate a inducției $B_{\delta_{dl}}$, deci a fluxului magnetic longitudinal.

Mărimile $B_{\delta_{dl}}$, $B_{\delta_{ql}}$, R_b (fig. 3.11), ΔL_m (fig. 3.13), L_d/L_q (fig. 3.14), $\cos\varphi$ (fig. 3.15) sunt influențate favorabil de o valoare mare a lui n , pentru toate valorile δ_c considerate. Observațiile rezultate din variația mărimilor reprezentate grafic în fig. 3.9-3.15 confirmă faptul că pentru o valoare dată a sumei grosimii interstițiilor nemagnetice, o configurație rotorică având mai multe interstii conduce la indici de performanță mai buni. Urmărind dependența de n a raportului L_d/L_q și respectiv a factorului de putere și valorile corespunzătoare ale lui Δ_{ix} se constată că și în cazul mașinii reale valoarea lui n pentru care performanțele devin practic constante conduc la $\Delta_{ix} < \delta$. Prin urmare, concluziile formulate la pct. 3.4.1.1. în cazul mașinii model se mențin și pentru mașina reală. Pentru $n > 18$, L_d/L_q are valori foarte apropiate pentru același n și δ_c diferiți, iar factorul de putere practic nu depinde de δ_c .

Urmărind $(L_{\sigma}L_q)/L_dL_q$ (fig. 3.12) se constată că această expresie obține valori maxime în cazul configurațiilor cu număr mic de interstii; valorile $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix}$ corespunzătoare sunt (fig. 3.16) :

$\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix} = 2.3$ pentru $\delta_c = 7 \text{ mm}$ ($n = 6$); $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix} = 2.8$ pentru $\delta_c = 5 \text{ mm}$ ($n = 16$); $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix} = 3.1$ ($n = 16$) respectiv $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix} = 3.15$ ($n = 24$) pentru $\delta_c = 3 \text{ mm}$. Scăderea valorilor expresiei $(L_{\sigma}L_q)/L_dL_q$ cu creșterea numărului de interstii, n , este mai pronunțată cu cât δ_c este mai mare și $\Delta_{\epsilon}/\Delta_{ix}$ mai mic. Pentru $n = 144$ interstii nemagnetice, corespund valorile

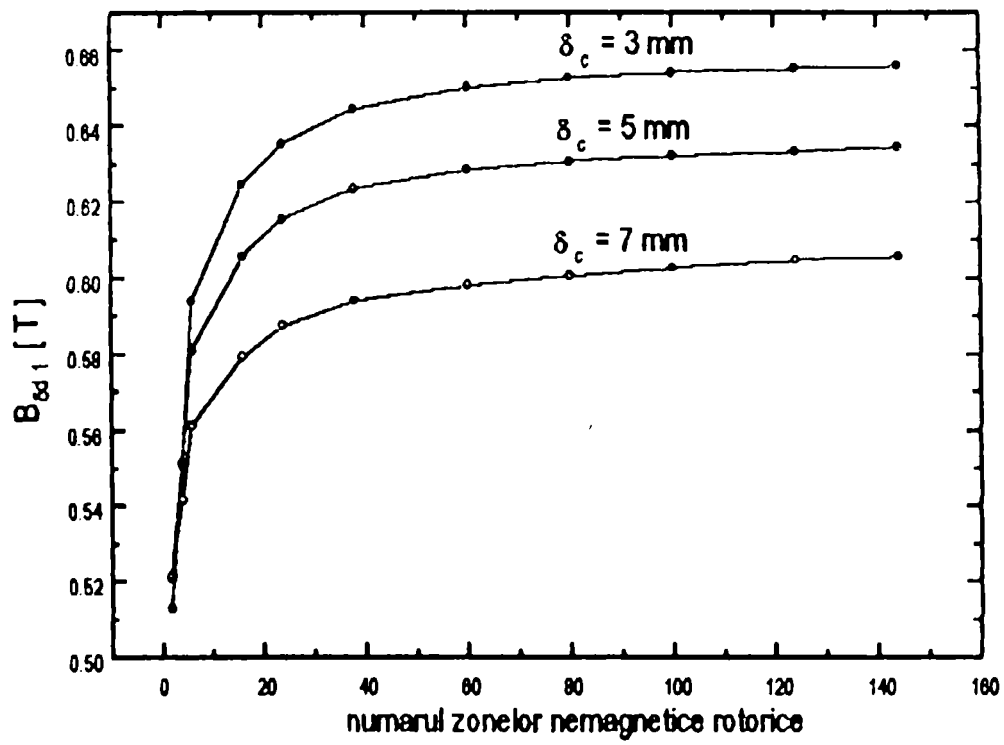


Fig. 3.9 Variația B_{δ_1} în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

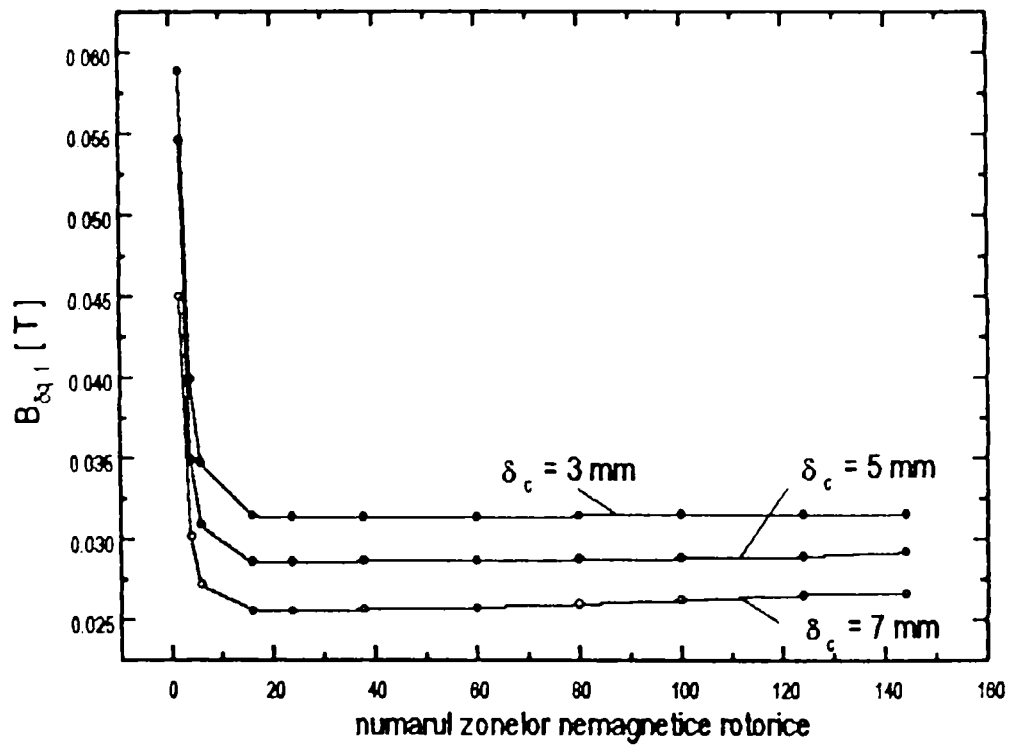


Fig. 3.10 Variația B_{δ_2} în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

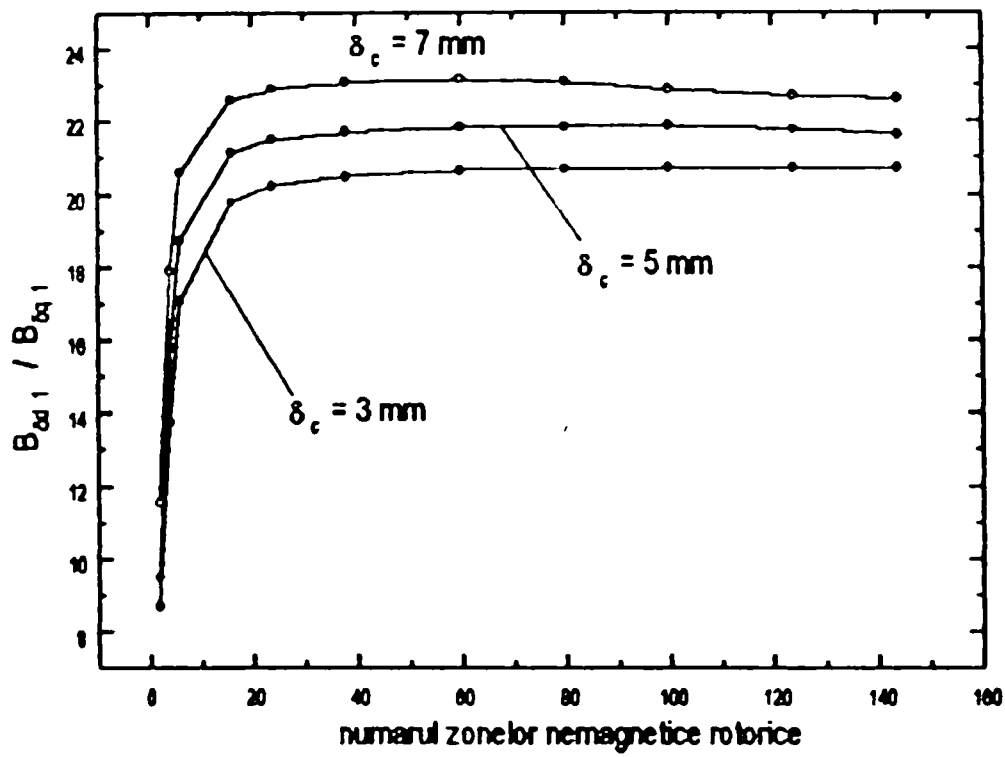


Fig. 3.11 Variația $B_{\delta d1} / B_{\delta q1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

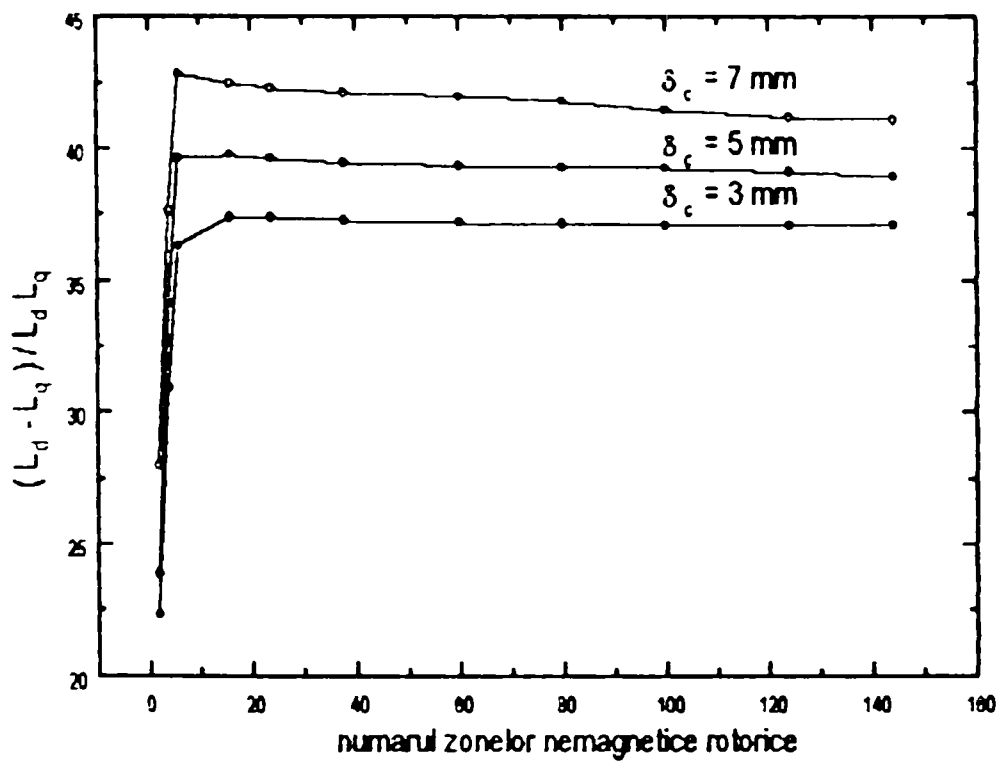


Fig. 3.12 Variația $(L_d - L_q) / L_d L_q$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

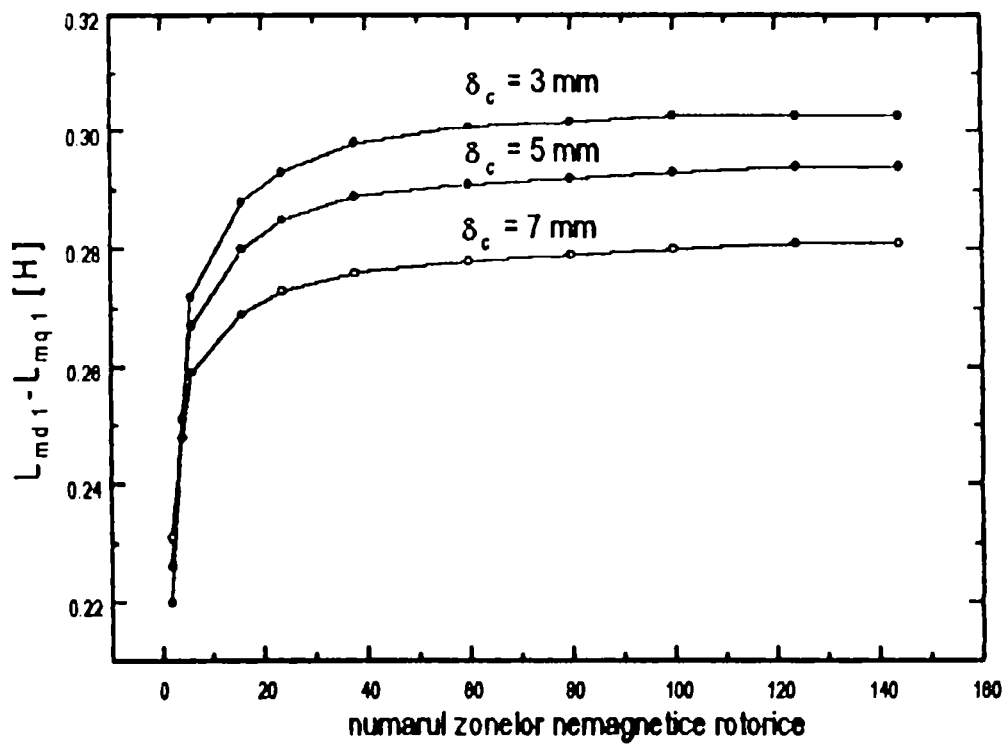


Fig. 3.13 Variația $L_{md1} - L_{mq1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

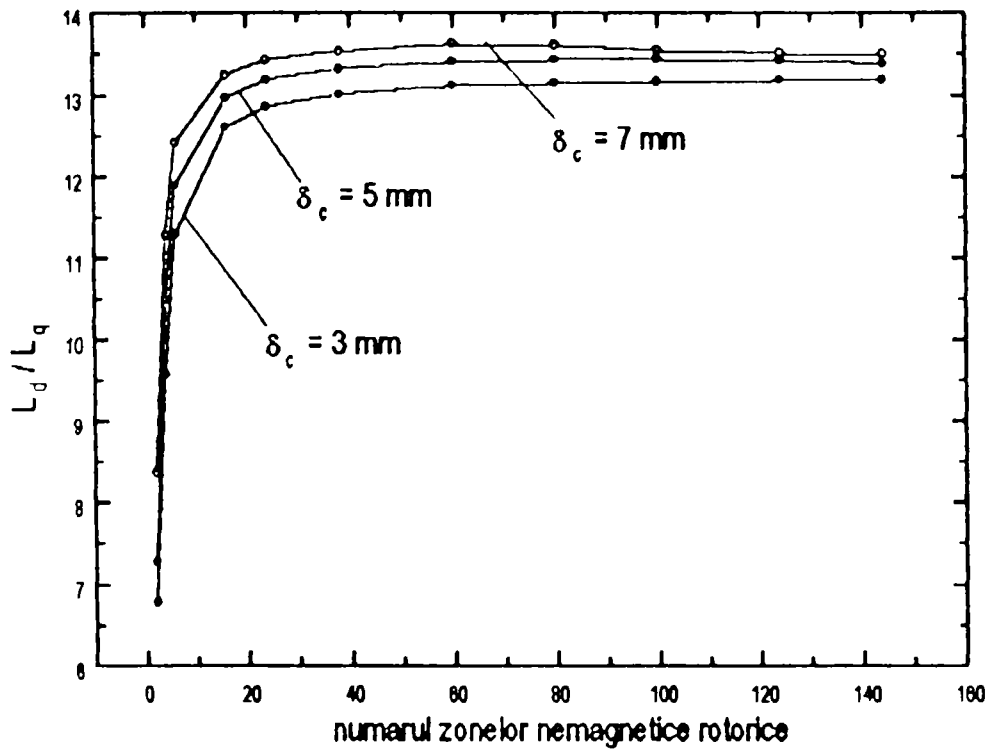


Fig. 3.14 Variația L_d / L_q în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

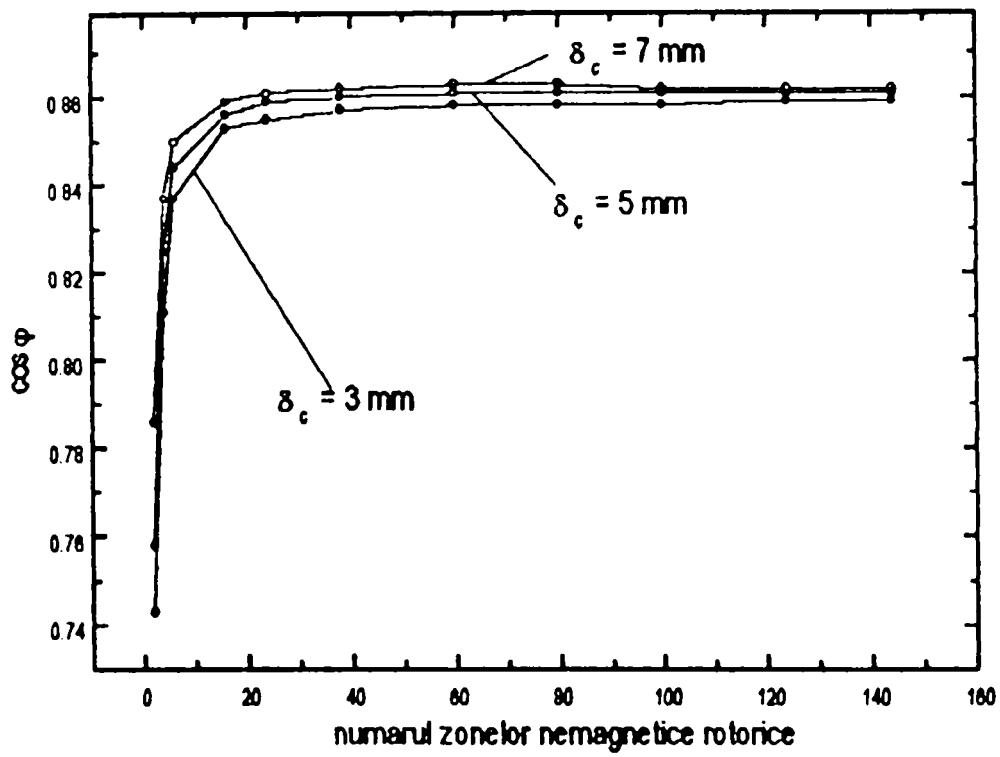


Fig. 3.15 Variația $\cos \phi$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

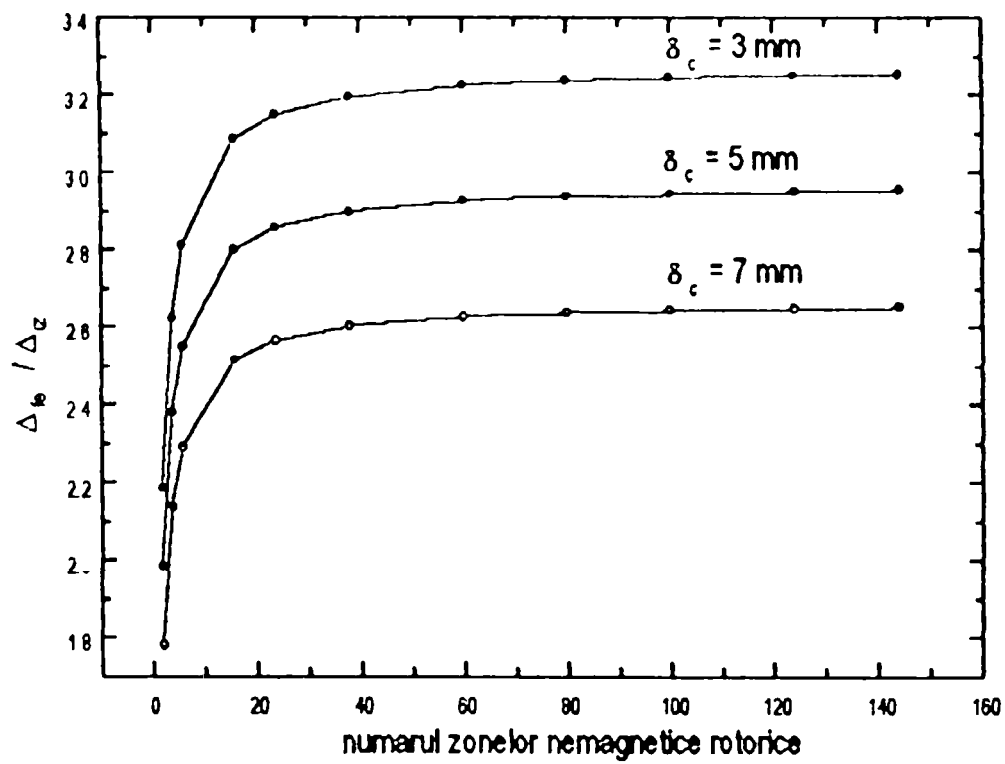


Fig. 3.16 Variația $\Delta_{fe} / \Delta_{ix}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

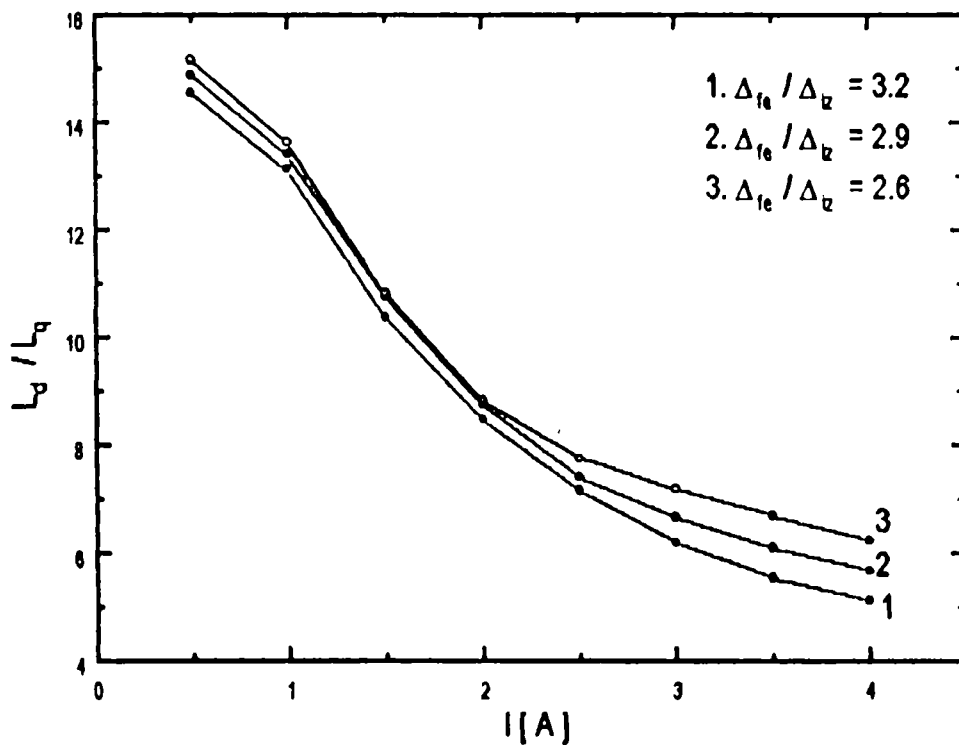


Fig. 3.17 Variația L_d/L_q în funcție de curent

$\Delta_{te} / \Delta_{xz} = 2.65$ pentru $\delta_c = 7$ mm , $\Delta_{te} / \Delta_{xz} = 2.95$ pentru $\delta_c = 5$ mm și $\Delta_{te} / \Delta_{xz} = 3.25$ pentru $\delta_c = 3$ mm. Prin urmare, cu cât grosimea piesei de prindere este mai mare, valoarea raportului Δ_{te}/Δ_{xz} influențează mai mult valoarea momentului electromagnetic maxim al mașinii.

Dacă se urmărește ΔL_m (fig. 3.13), se constată diferențe între valorile corespunzând pentru același n și valori δ_c diferite, ceea ce înseamnă că mașinile au momente electromagnetice raportate la curent diferite, (cu atât mai mici cu cât δ_c este mai mare).

Pentru toate mărimile reprezentate în fig. 3.9. - 3.16 s-a admis grosimea pieselor de prindere ca parametru. Aceste grafice nu sunt suficiente pentru formularea unor concluzii privind influența pieselor de prindere asupra mărimilor determinate deoarece pentru configurația rotorică analizată sunt constante Δ_{xz} și $\Sigma\Delta_{xz}$ dar nu se mențin constante valorile Δ_{te} .

În toate cazurile analizate suma grosimii tuturor interstițiilor nemagnetice rotorice este aceeași, $\Sigma\Delta_{xz}=13.2$ mm, dar valorile $\Sigma\Delta_{xz}+\Sigma\delta_c$ sunt diferite și anume: $\Sigma\Delta_{xz}+\Sigma\delta_c=19.2$ mm pentru $\delta_c=3$ mm; $\Sigma\Delta_{xz}+\Sigma\delta_c=23.2$ mm pentru $\delta_c=5$ mm ; $\Sigma\Delta_{xz}+\Sigma\delta_c=27.2$ mm pentru $\delta_c=7$ mm.

Totuși mărimile care determină indicii de performanță, ca și factorul de putere nu diferă prea mult pentru configurațiile analizate. Prin urmare se poate presupune că ele depind preponderent

de structura stratificată (aceasta fiind definită prin $\Sigma\Delta_{ix}$ și respectiv prin valoarea raportului Δ_{te}/Δ_{ix} , care are valori relativ apropiate în cele 3 cazuri).

Variația coeficientului $k_{\delta 2}$ în funcție de Δ_{ix}/δ și Δ_{te}/Δ_{ix} în cele trei cazuri analizate este:

3.43% în cazul $\delta_c=3\text{mm}$ ($\Delta_{ix}/\delta = 0.628$; $\Delta_{te}/\Delta_{ix} = 3.22$)

3.47% în cazul $\delta_c=5\text{mm}$ ($\Delta_{ix}/\delta = 0.628$; $\Delta_{te}/\Delta_{ix} = 2.92$)

4.04% în cazul $\delta_c=7\text{mm}$ ($\Delta_{ix}/\delta = 0.628$; $\Delta_{te}/\Delta_{ix} = 2.62$)

Reducerea variației lui $k_{\delta 2}$ sub 3.43% se poate face (la $\Delta_{ix}/\delta = \text{const.}$) prin mărirea raportului Δ_{te}/Δ_{ix} (respectiv reducerea grosimii pieselor de prindere, δ_c).

În continuare se au în vedere doar acele valori ale lui n pentru care $\Delta_{ix} < \delta$.

Se constată că atât L_d/L_q cât și $\cos\varphi$ au, pentru același număr de interstiții nemagnetice rotorice, n , valori foarte apropiate, în toate cele trei cazuri considerate pentru grosimea pieselor de prindere. Aceasta înseamnă că dintre configurațiile considerate (toate au aceeași valoare a sumei grosimii interstițiilor nemagnetice $\Sigma\Delta_{ix}$) acelea care au același n , și diferă numai prin grosimea pieselor de prindere, δ_c , se caracterizează practic prin aceeași disimetrie magnetică rotorică.

Din fig. 3.16 se constată că pentru $n = 60$ raportul $\Delta_{te} / \Delta_{ix}$ are valori apropiate:

$\Delta_{te} / \Delta_{ix} = 3.2$ pentru $\delta_c=3\text{mm}$; $\Delta_{te} / \Delta_{ix} = 2.9$ pentru $\delta_c=5\text{mm}$; $\Delta_{te} / \Delta_{ix} = 2.6$ pentru $\delta_c=7\text{mm}$.

Valorile mărimilor reprezentate grafic în fig. 3.9-3.15 au fost calculate pentru același curent statoric, $I=1\text{A}$.

În fig. 3.17 s-a reprezentat variația raportului L_d/L_q în funcție de valoarea curentului. S-au considerat configurațiile rotorice corespunzătoare numărului 7 din tab. 3.4, și anume:

- numărul zonelor nemagnetice rotorice: $n = 60$;
- suma grosimii zonelor nemagnetice : $\Sigma\Delta_{ix}=13.2\text{mm}$;
- grosimea pieselor de prindere: cazul 1 $\delta_c=3\text{mm}$ ($\Delta_{te} / \Delta_{ix} = 3.2$)
cazul 2 $\delta_c=5\text{mm}$ ($\Delta_{te} / \Delta_{ix} = 2.9$)
cazul 3 $\delta_c=7\text{mm}$ ($\Delta_{te} / \Delta_{ix} = 2.6$)

Se constată că pentru valori ale curentului sub 2.5A , L_d/L_q are practic aceeași valoare în cele trei cazuri. Pentru $I>2.5\text{A}$, influența raportului $\Delta_{te} / \Delta_{ix}$ începe să devină evidentă: cu creșterea valorii $\Delta_{te} / \Delta_{ix}$ întrefierul echivalent scade, componenta longitudinală a inducției magnetice în întrefier crește și influența saturației este mai mare.

3.4.2. Influența mărimii pieselor de prindere

Pentru a studia influența mărimii pieselor de prindere, trebuie ca singura variabilă independentă să fie δ_c , iar pentru domeniul stratificat să se mențină constante grosimea zonelor feromagnetice, Δ_{fe} , și grosimea interstițiilor nemagnetice, Δ_{iz} . Aceste condiții sunt îndeplinite dacă grosimea pieselor de prindere, δ_c , ia valori care diferă prin multipli de $(\Delta_{fe} + \Delta_{iz})$.

Pentru cele trei cazuri analizate în continuare s-a ținut cont de concluziile stabilite anterior (în paragraful 3.4.1) și s-au considerat valori $\Delta_{iz} < \delta$. Deși configurația rotorică este unic determinată dacă se cunosc δ_c , Δ_{fe} și Δ_{iz} , este util să se precizeze și valorile Δ_{fe}/Δ_{iz} , precum și $\Sigma\Delta_{iz}$ pentru $\delta_c=0$.

Datele care definesc geometria rotorică a mașinilor sunt:

1. $\Delta_{fe} = 0.88 \text{ mm}$, $\Delta_{iz} = 0.146 \text{ mm}$, $\Delta_{fe}/\Delta_{iz} = 6$, $(\Sigma\Delta_{iz})_{\delta_c=0} = 8.8 \text{ mm}$
2. $\Delta_{fe} = 0.808 \text{ mm}$, $\Delta_{iz} = 0.22 \text{ mm}$, $\Delta_{fe}/\Delta_{iz} = 3.67$, $(\Sigma\Delta_{iz})_{\delta_c=0} = 13.2 \text{ mm}$
3. $\Delta_{fe} = 0.73 \text{ mm}$, $\Delta_{iz} = 0.293 \text{ mm}$, $\Delta_{fe}/\Delta_{iz} = 2.51$, $(\Sigma\Delta_{iz})_{\delta_c=0} = 17.6 \text{ mm}$

În fig. 3.18 s-a reprezentat variația în raport cu δ_c a amplitudinii componente fundamentale a inducției magnetice longitudinale în întrefier, $B_{\delta_{dl}}$. Se observă că pentru $\delta_c > 2.5 \text{ mm}$, $B_{\delta_{dl}}$ scade cu creșterea lui δ_c , pentru toate valorile considerate ale parametrului Δ_{fe}/Δ_{iz} , ceea ce înseamnă că prezența pieselor de prindere are o influență nefavorabilă asupra inducției magnetice longitudinale în întrefier, $B_{\delta_{dl}}$. Cu creșterea raportului Δ_{fe}/Δ_{iz} , valoarea lui $B_{\delta_{dl}}$ crește, datorită scăderii întrefierului longitudinal echivalent. Pentru valori ale lui δ_c cuprinse între 2.5 mm și 16 mm, variația maximă a inducției $B_{\delta_{dl}}$ este aproximativ aceeași (circa 37-38%) pentru cele trei cazuri analizate.

Amplitudinea componente fundamentale a inducției magnetice transversale în întrefier, $B_{\delta_{qt}}$, este reprezentată în fig. 3.19. Se remarcă faptul că $B_{\delta_{qt}}$ are valoare maximă pentru valori diferite ale lui δ_c și anume: pentru $\delta_c = 2.5 \text{ mm}$ în cazul 1, pentru $\delta_c = 3 \text{ mm}$ în cazul 2 și pentru $\delta_c = 5 \text{ mm}$ în cazul 3. Mărirea grosimii pieselor de prindere peste aceste valori determină scăderea lui $B_{\delta_{qt}}$ cu atât mai mult cu cât raportul Δ_{fe}/Δ_{iz} este mai mare. Prezența piesei de prindere conduce la mărirea întrefierului transversal echivalent; deci, dacă s-ar urmări doar scăderea inducției magnetice transversale, atunci mărirea lui δ_c ar fi utilă. Dacă se ține cont însă și de dependența inducției longitudinale $B_{\delta_{dl}}$ în raport cu δ_c , atunci rezultă că pentru a reduce doar $B_{\delta_{qt}}$, fără a diminua și pe $B_{\delta_{dl}}$, soluția este alegerea convenabilă a raportului Δ_{fe}/Δ_{iz} (cazul 2).

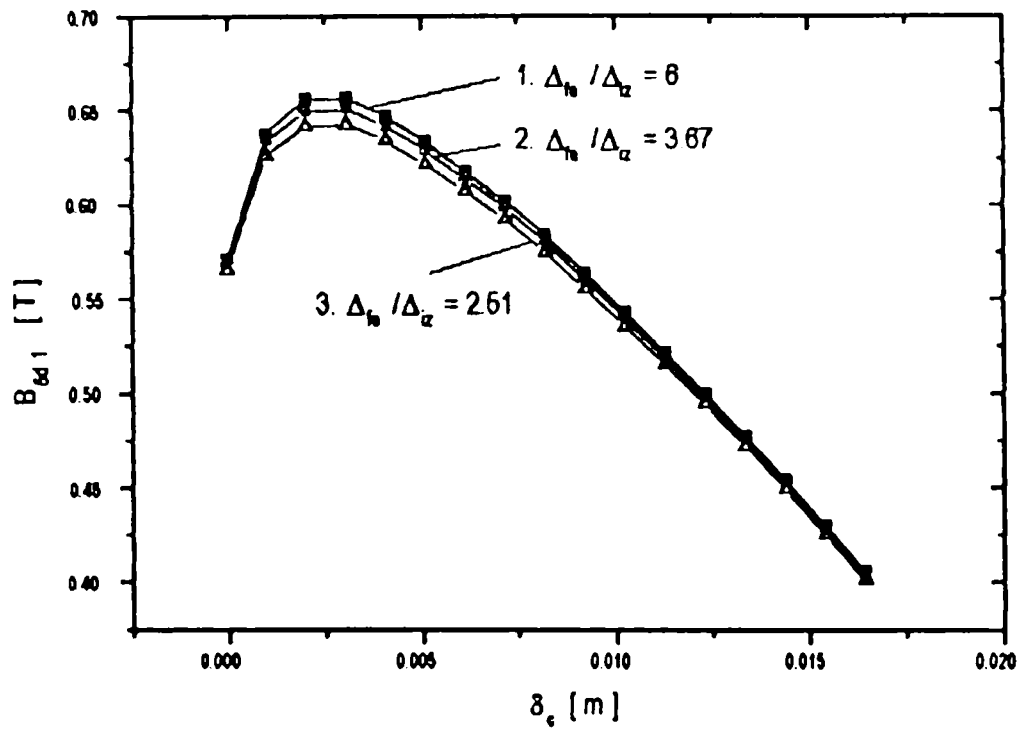


Fig. 3.18 Variația B_{δ_1} în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

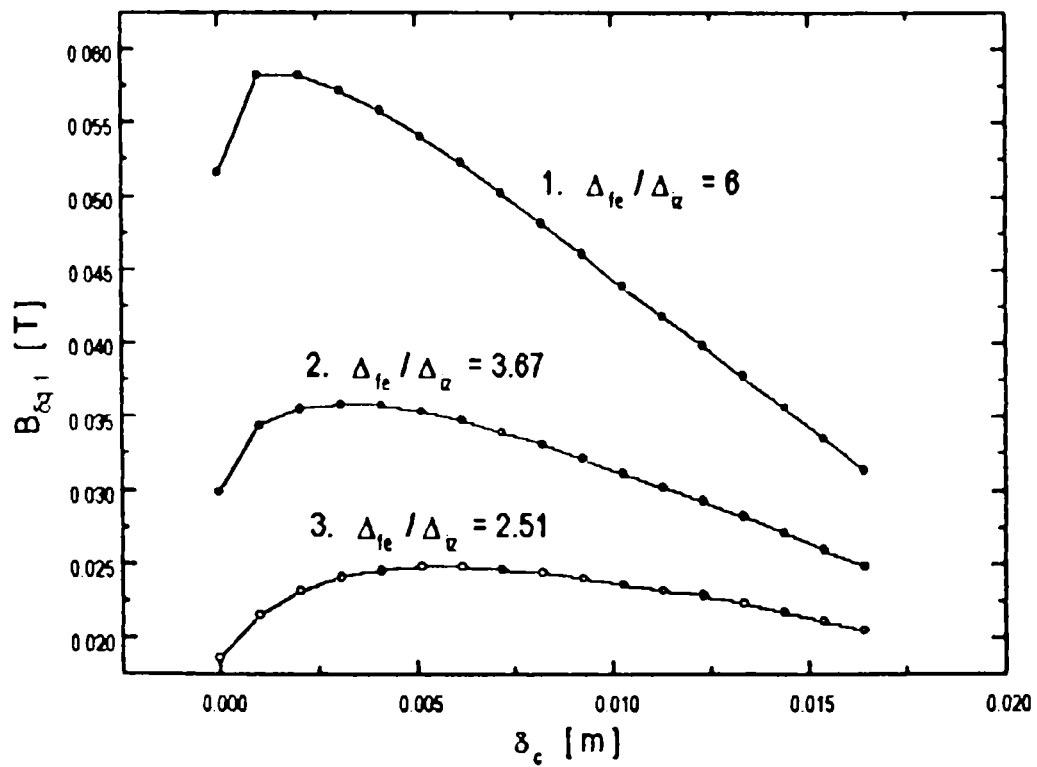


Fig. 3.19 Variația B_{δ_1} în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

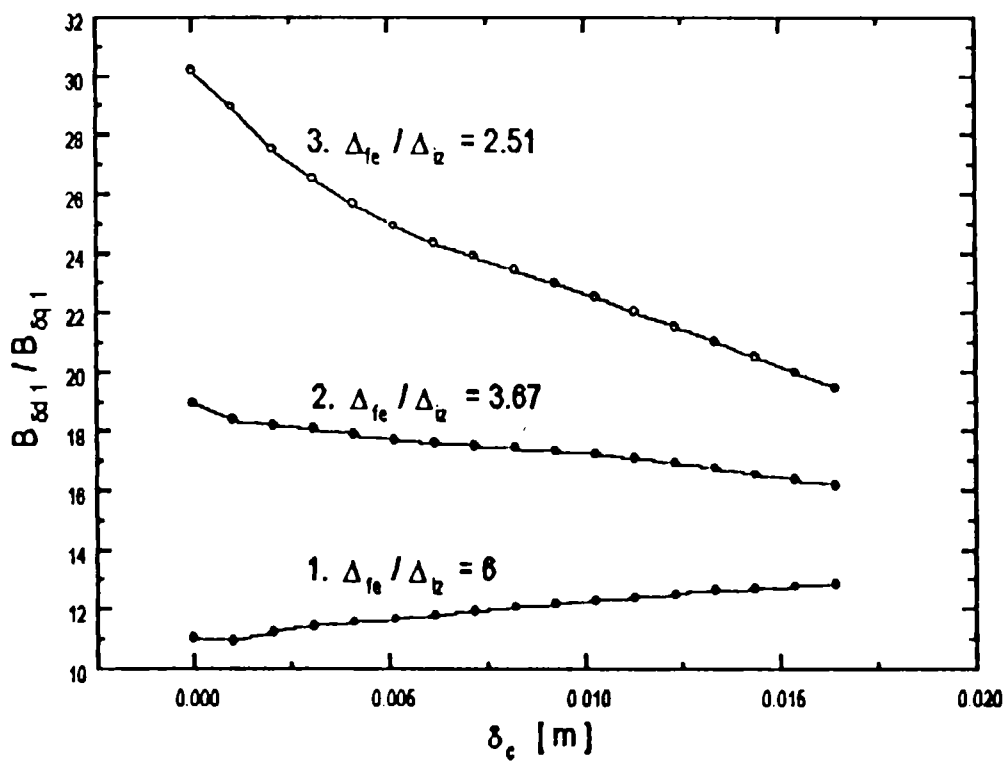


Fig. 3.20 Variația $B_{\delta d1}/B_{\delta q1}$ în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

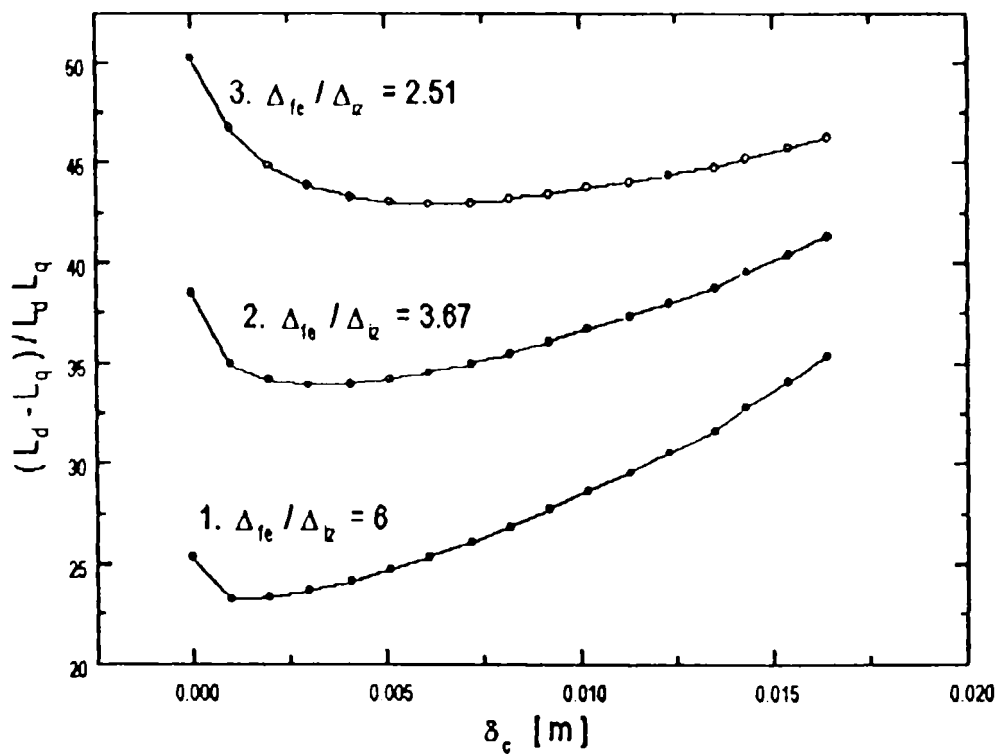


Fig. 3.21 Variația $(L_d - L_q)/L_d L_q$ în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

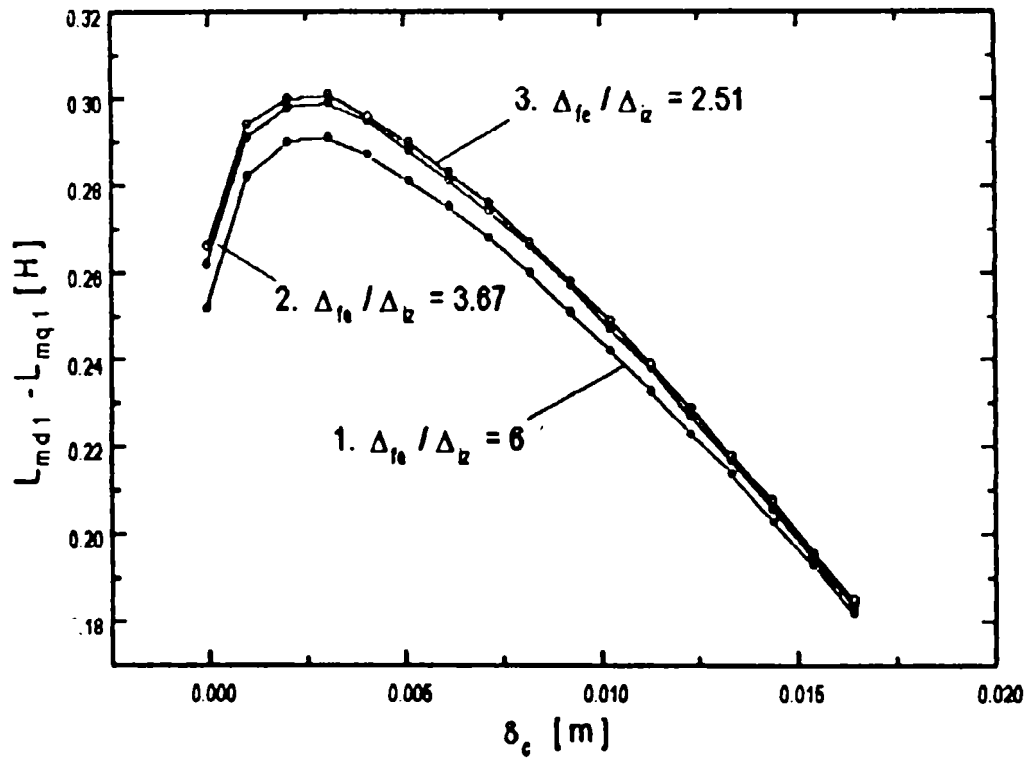


Fig. 3.22 Variația $L_{md1} - L_{mq1}$ în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

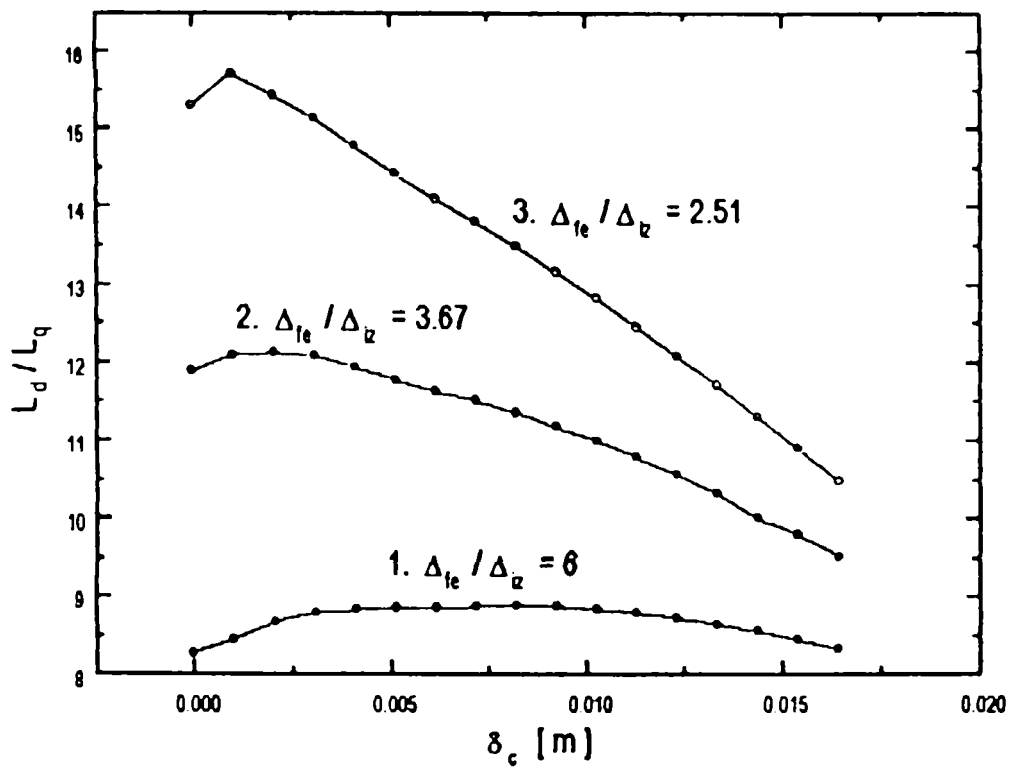


Fig. 3.23 Variația L_d / L_q în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

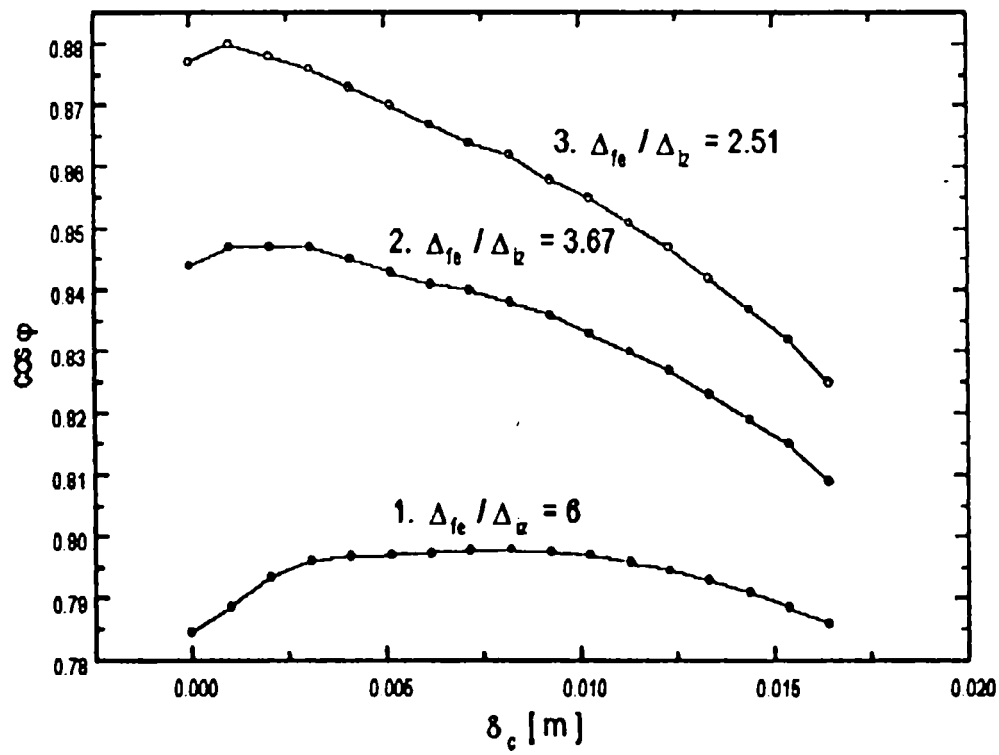


Fig. 3.24 Variația $\cos \varphi$ în funcție de grosimea piesei de prindere, δ_c

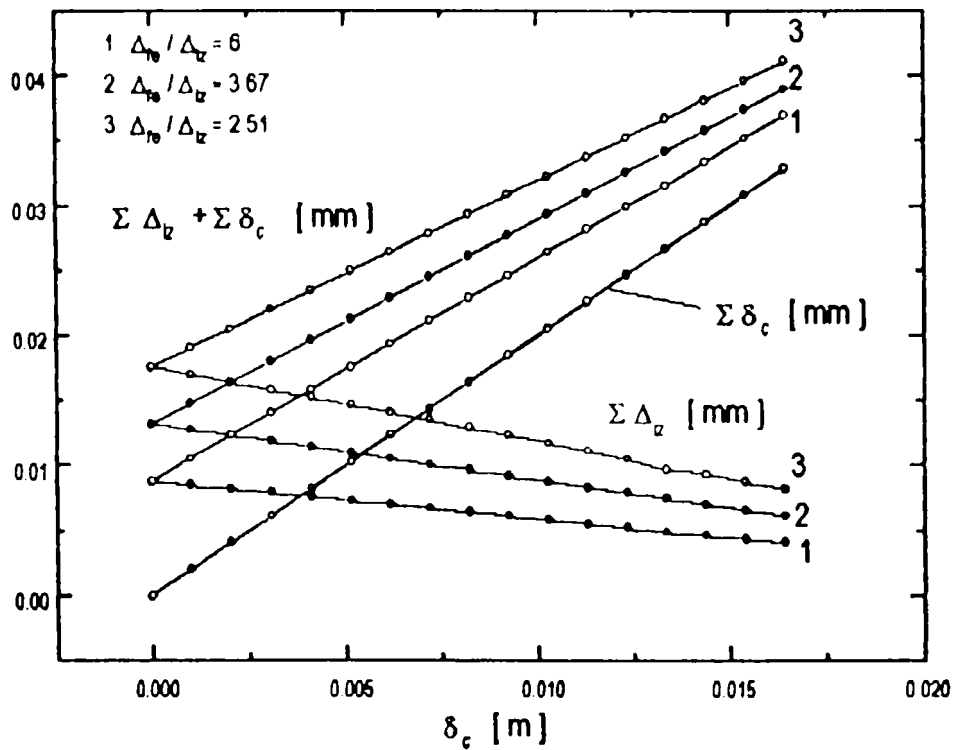


Fig. 3.25 Variația grosimii domeniilor nemagnetice rotorice în funcție de δ_c

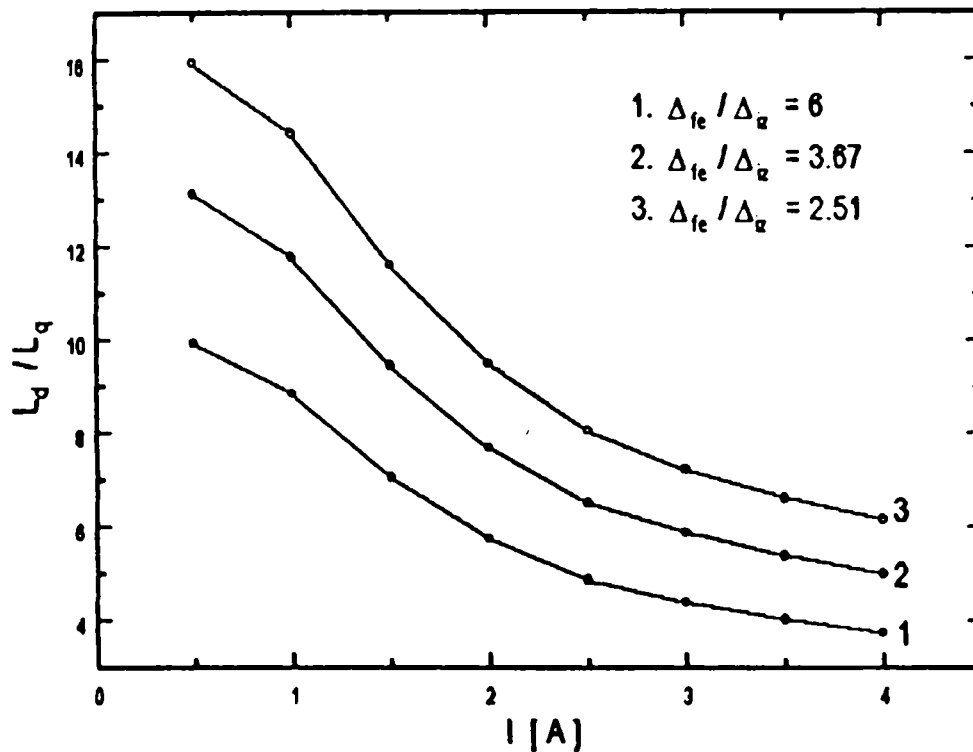


Fig. 3.26 Variația L_d/L_q în funcție de curent

În acest mod, pentru valori mai mici de 10 mm ale grosimii pieselor de prindere, variația lui $B_{\delta_{q1}}$ este mică. Chiar dacă prezența piesei de prindere contribuie la reducerea componentei transversale a câmpului magnetic al mașinii, cantitativ, această reducere este practic ne semnificativă în cazul dimensionării corespunzătoare a zonelor feromagnetice respectiv nemagnetice.

Pentru $\delta_c=0$ este evidentă contribuția determinantă pe care o are suma grosimii interstițiilor nemagnetice rotorice asupra valorii amplitudinii inducției magnetice transversale:

$$1. (B_{\delta_{q1}})_{\delta_c=0}=0.057 \text{ T}; (\Sigma\Delta_{iz})_{\delta_c=0}=8.8 \text{ mm}$$

$$2. (B_{\delta_{q1}})_{\delta_c=0}=0.03 \text{ T}; (\Sigma\Delta_{iz})_{\delta_c=0}=13.2 \text{ mm}$$

$$3. (B_{\delta_{q1}})_{\delta_c=0}=0.018 \text{ T}; (\Sigma\Delta_{iz})_{\delta_c=0}=17.6 \text{ mm}$$

Variația mică a lui $B_{\delta_{q1}}$ în funcție de δ_c în cazul 3 se explică prin faptul că întrefierul transversal echivalent este prea mare. Grosimea unei zone nemagnetice rotorice este dublă în cazul 3 față de cea din cazul 1, prin urmare întrefierul transversal rezultat în cazul 3 este mult mai mare față de cel al mașinii corespunzătoare cazului 1.

Observațiile făcute pe baza graficelor funcțiilor $B_{\delta_{d1}}(\delta_c)$ și $B_{\delta_{q1}}(\delta_c)$ explică forma de variație a raportului $B_{\delta_{d1}}/B_{\delta_{q1}}$ (fig. 3.20).

În cazul 1, cu creșterea lui δ_c , $B_{\delta_{q1}}$ scade mai mult decât $B_{\delta_{d1}}$, deci valoarea raportului $B_{\delta_{d1}}/B_{\delta_{q1}}$ crește. Această formă a curbei demonstrează că mașina nu are configurație rotorică adecvată ($B_{\delta_{q1}}$ este prea mare datorită întrefierului transversal echivalent prea mic).

În cazul 2 $B_{\delta_{d1}}$ și $B_{\delta_{q1}}$ au o scădere comparabilă în funcție de creșterea lui δ_c (38% și respectiv 30%). Deoarece $B_{\delta_{d1}}$ scade mai mult decât $B_{\delta_{q1}}$, R_B scade cu mărirea lui δ_c . Pentru dimensiunile geometrice ale mașinii considerate, valori de până la 7 mm ale grosimii piesei de prindere satisfac suficient condițiile mecanice, iar variația lui R_B este de circa 13% (între 19 pentru mașina model și 17.5 pentru $\delta_c=7$ mm).

În cazul 3, pentru $\delta_c=7$ mm scăderea R_B în funcție de δ_c este de circa 22% față de valoarea corespunzătoare mașinii model. Având în vedere aceste constatări, se poate admite că dintre cele trei configurații analizate, cea corespunzătoare este 2.

În fig. 3.21 este reprezentată variația în funcție de δ_c a expresiei $(L_{\sigma}L_q)/L_dL_q$ (care determină valoarea momentului electromagnetic maxim al mașinii). Se constată că aceasta scade până la o valoare minimă, după care crește în toate cele trei cazuri. Scăderea pentru δ_c având valori între 0 și 2.5 mm are loc datorită creșterii lui $B_{\delta_{d1}}$ (fig. 3.18), respectiv a lui L_d . În cazurile 2 și 3 scăderea se continuă până la valoarea δ_c pentru care $B_{\delta_{q1}}$ (și deci L_q) atinge valoarea maximă. Pentru valori δ_c mai mari, creșterea $(L_{\sigma}L_q)/L_dL_q$ se produce datorită scăderii lui $B_{\delta_{q1}}$ (și a lui L_q) în cazul 1, respectiv a lui $B_{\delta_{d1}}$ (și deci L_d) în cazurile 2 și 3.

Analizând L_d/L_q (fig. 3.23) și $\cos\varphi$ (fig. 3.24) se constată că prezența pieselor de prindere influențează negativ ambele mărimi cu atât mai mult cu cât raportul Δ_{σ}/Δ_x este mai mic.

Variația în lungul pasului polar a coeficientului $k_{\delta 2}$ în cazul unei piese de prindere de grosime $\delta_c=10$ mm este:

1.2% în cazul 1

3.31% în cazul 2

5.48% în cazul 3

Deși disimetria magnetică este ridicată în cazul configurației 3, variația lui $k_{\delta 2}$ este prea mare; de aceea se consideră configurația 2 ca fiind cea corespunzătoare.

Variația raportului L_d/L_q în funcție de curent (reprezentă grafic în fig. 3.26 pentru $n=50$ de zone nemagnetice rotorice) confirmă că disimetria magnetică a rotorului (și a mașinii) crește cu scăderea raportului $\Delta_{\delta_c}/\Delta_{i_x}$

În acest paragraf s-a urmărit dependența parametrilor mașinii, respectiv a mărimilor care intervin în expresia indicilor de performanță, numai de grosimea pieselor de prindere. Dar dacă Δ_{δ_c} și Δ_{i_x} sunt constante, (pentru a păstra aceeași structură a domeniului stratificat), atât suma grosimii tuturor zonelor nemagnetice rotorice, $\Sigma\Delta_{i_x}$, cât și $\Sigma\Delta_{i_x} + \Sigma\delta_c$ variază în funcție de δ_c . Din acest motiv s-au reprezentat grafic, în fig. 3.25 și aceste funcții care sintetizează informații privind configurația rotorului.

Ceea ce se constată este că $\Sigma\Delta_{i_x}$ crește cu scăderea grosimii pieselor de prindere, δ_c (dacă Δ_{δ_c} și respectiv Δ_{i_x} sunt constante) și creșterea este cu atât mai mare cu cât raportul $\Delta_{\delta_c}/\Delta_{i_x}$ este mai mic. Anterior s-a constatat că aceeași formă de variație în funcție de δ_c o au și L_d/L_q respectiv factorul de putere, $\cos\varphi$. Prin urmare, înseamnă că rolul determinant în asigurarea disimetriei magnetice după cele două axe, d și q ale mașinii, revine valorii pe care o are suma grosimii interstițiilor nemagnetice rotorice, $\Sigma\Delta_{i_x}$ și respectiv raportul $\Delta_{\delta_c}/\Delta_{i_x}$.

3.4.3. Analiza configurațiilor rotorice în ipoteza $\Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c = \text{const.}$

În paragrafele 3.4.1 și 3.4.2 s-a analizat influența fiecărui domeniu rotorice asupra mărimilor de care depind indicii de performanță ai mașinii; pentru aceasta s-a modificat domeniul rotorice studiat (prin intermediul dimensiunilor geometrice care îl definesc) și s-a menținut identic celălalt domeniu. Variantele analizate anterior (par. 3.4.1.2, 3.4.2) pentru mașina reală ($\delta_c > 0$) corespund cazului în care suma grosimii tuturor zonelor magnetice rotorice (interstiții și piese de prindere), $\Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c$, este variabilă. Obiectivul analizei configurațiilor rotorice pentru care $\Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c = \text{const.}$ este acela de a evidenția, dacă este posibil, care dintre domeniile nemagnetice rotorice contribuie determinant (sub aspect cantitativ) la disimetria magnetică a rotorului. S-au considerat configurații având $\Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c = 13.2\text{mm}$ și următoarele date:

1. $\Sigma\Delta_{ix} = 11.2\text{ mm}$; $\Sigma\delta_c = 2\text{mm}$ ($\delta_c = 1\text{mm}$); $(\Delta_{te}/\Delta_{ix})_{n=60} = 4.32$
2. $\Sigma\Delta_{ix} = 9.2\text{ mm}$; $\Sigma\delta_c = 4\text{mm}$ ($\delta_c = 2\text{mm}$); $(\Delta_{te}/\Delta_{ix})_{n=60} = 5.27$
3. $\Sigma\Delta_{ix} = 7.2\text{ mm}$; $\Sigma\delta_c = 6\text{mm}$ ($\delta_c = 3\text{mm}$); $(\Delta_{te}/\Delta_{ix})_{n=60} = 6.73$
4. $\Sigma\Delta_{ix} = 5.2\text{ mm}$; $\Sigma\delta_c = 8\text{mm}$ ($\delta_c = 4\text{mm}$); $(\Delta_{te}/\Delta_{ix})_{n=60} = 9.32$
5. $\Sigma\Delta_{ix} = 3.2\text{ mm}$; $\Sigma\delta_c = 10\text{mm}$ ($\delta_c = 5\text{mm}$); $(\Delta_{te}/\Delta_{ix})_{n=60} = 15.15$

Observații

- a. Pentru a nu încărca reprezentarea grafică, s-au notat doar valorile grosimii pieselor de prindere, δ_c , pentru fiecare caz în parte.
- b. Valorile precizate pentru raportul $(\Delta_{te}/\Delta_{ix})_{n=60}$ definesc geometria rotorice a mașinilor având 60 de interstiții nemagnetice rotorice, pentru care s-a trasat caracteristica L_d / L_q în funcție de curentul fazei statorice.

Din fig. 3.27 se constată că forma de variație a amplitudinii componentei fundamentale a inducției magnetice longitudinale în întrefier este diferită pentru configurațiile studiate. În cazurile 1, 2 și 3, mărirea numărului interstițiilor nemagnetice rotorice determină creșterea valorii $B_{\delta d1}$, cu atât mai mult cu cât δ_c are valoare mai mică (respectiv cu cât $\Sigma\Delta_{ix}$ are valoare mai mare). În cazul 4, pentru $n > 18$, $B_{\delta d1}$ devine constantă în funcție de n , iar pentru $n > 38$ valorile inducției longitudinale sunt mai mici decât în cazurile 2 și 3. În cazul 5, $B_{\delta d1}$ are valori mai mici decât în cazul 4 și aceeași formă de variație: pentru $n > 6$, este constantă.

Urmărind fig. 3.34 se constată că cu cât δ_c este mai mare (respectiv cu cât $\Sigma\Delta_{ix}$ are valoare mai mică) valorile Δ_{tr}/Δ_{ix} sunt mai mari, prin urmare întrefierul echivalent scade, deci $B_{\delta_{dl}}$ crește. În cazurile 4 și 5, pentru valoarea curentului statoric $I=1A$ considerată în calcule mașina este saturată; de aceea mărirea numărului interstițiilor rotorice, n , nu mai are ca efect creșterea inducției magnetice longitudinale în întrefier, respectiv a fluxului magnetic longitudinal.

Amplitudinea fundamentalei inducției magnetice transversale în întrefier, $B_{\delta_{qt}}$, (reprezentată grafic în fig. 3.28) are valoare cu atât mai mică, pentru același număr de interstiții nemagnetice, n , cu cât $\Sigma\delta_c$ este mai mică (respectiv $\Sigma\Delta_{ix}$ mai mare). Cum pentru toate cazurile s-a admis că $\Sigma\Delta_{ix}+\Sigma\delta_c$ are aceeași valoare, înseamnă că reducerea componentei transversale a câmpului magnetic în întrefier se face în mod determinant pe seama creșterii mărimii $\Sigma\Delta_{ix}$, adică a domeniului interstițiilor nemagnetice și nu pe seama pieselor de prindere, chiar dacă și acestea sunt tot nemagnetice.

În fig. 3.29 s-a reprezentat $R_B = B_{\delta_{dl}} / B_{\delta_{qt}}$. Pentru o valoare dată a lui n , R_B este mai mare cu cât $\Sigma\delta_c$ este mai mică (respectiv cu cât $\Sigma\Delta_{ix}$ este mai mare).

Analizând $L_{m_{dl}} - L_{m_{qt}}$ (fig. 3.31) se constată că pentru aceeași valoare a lui n mașina are valori apropiate ale momentului electromagnetic maxim, respectiv a momentului electromagnetic raportat la curent situațiile 1, 2 și 3, dar diferite de cele obținute în cazurile 4 și 5 (când mașina este saturată).

Pentru $(L_{\sigma}L_q)/L_dL_q$ (fig. 3.30), L_d/L_q (fig. 3.32) și pentru $\cos\varphi$ (fig. 3.33) forma de variație este aceeași:

- valorile cresc cu creșterea numărului interstițiilor nemagnetice;
- valorile maxime obținute sunt cu atât mai mari cu cât grosimea pieselor de prindere, δ_c este mai mică (respectiv $\Sigma\Delta_{ix}$ este mai mare);

Din punct de vedere al performanțelor obținute, în cazurile 4 și 5 nu se asigură rezultate corespunzătoare.

În fig. 3.35 s-a reprezentat variația raportului L_d / L_q în funcție de valoarea curentului pentru configurații rotorice având 60 de interstiții nemagnetice.

Pentru același curent, L_d / L_q este mai mare cu cât δ_c are valoare mai mică, respectiv cu cât valoarea raportului Δ_{tr}/Δ_{ix} este mai mică (conform fig. 3.34).

Deci în ipoteza $\Sigma\Delta_{ix} + \Sigma\delta_c = \text{const.}$ se poate realiza o configurație cât mai favorabilă mărind suma interstițiilor nemagnetice, $\Sigma\Delta_{ix}$ și reducând grosimea pieselor de prindere, $\Sigma\delta_c$.

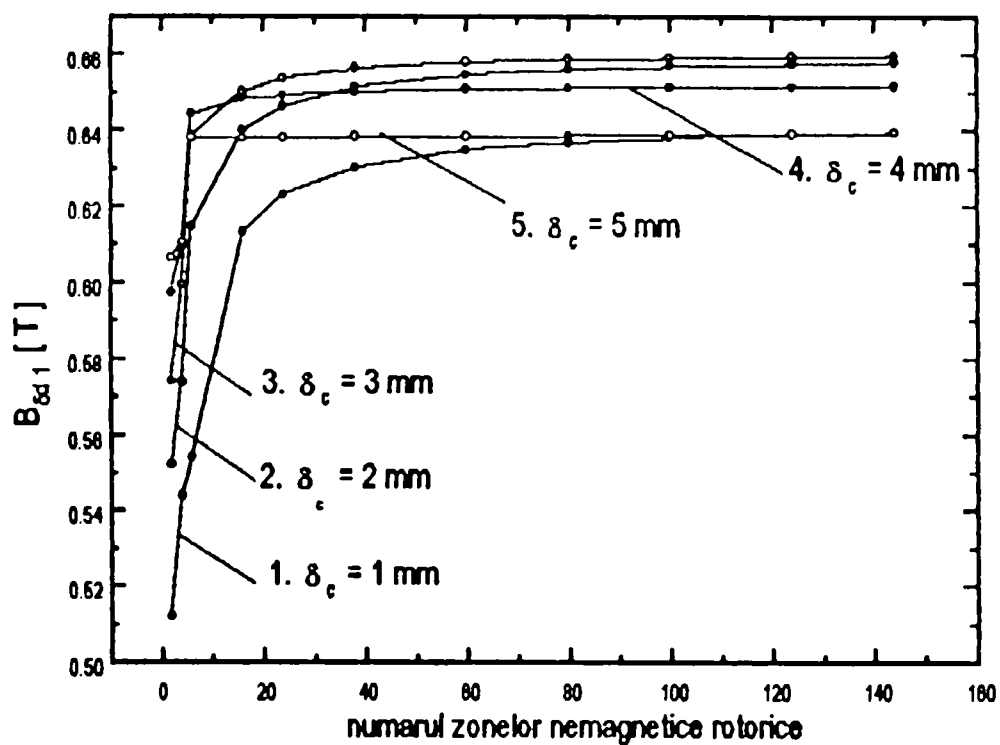


Fig.3.27 Variația $B_{\delta d1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

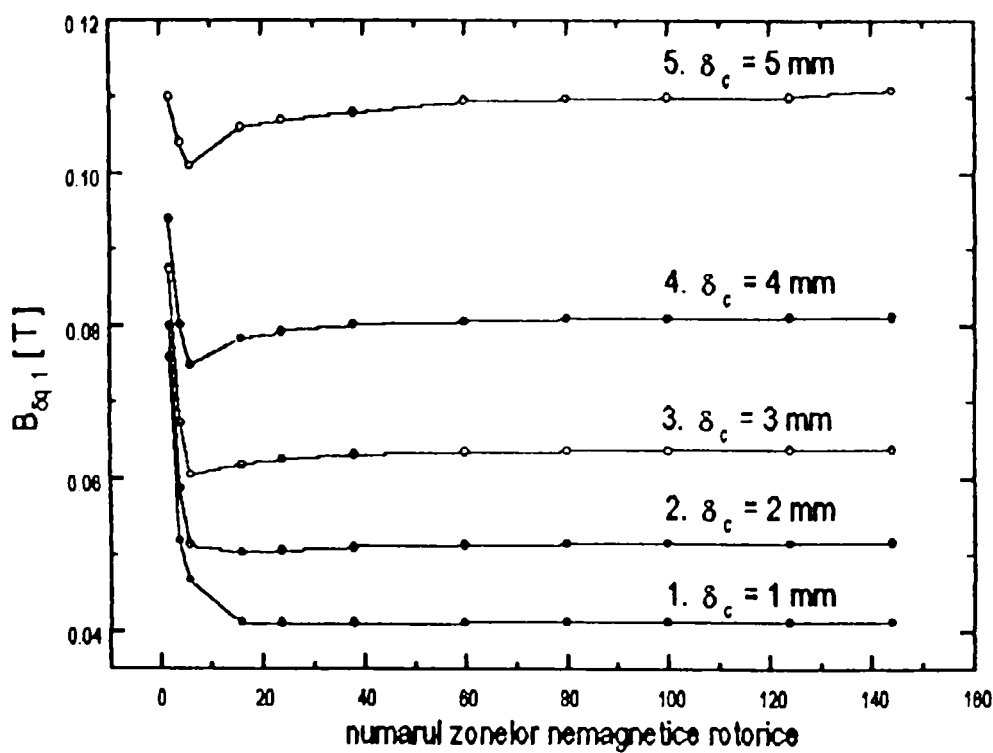


Fig. 3.28 Variația $B_{\delta q1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

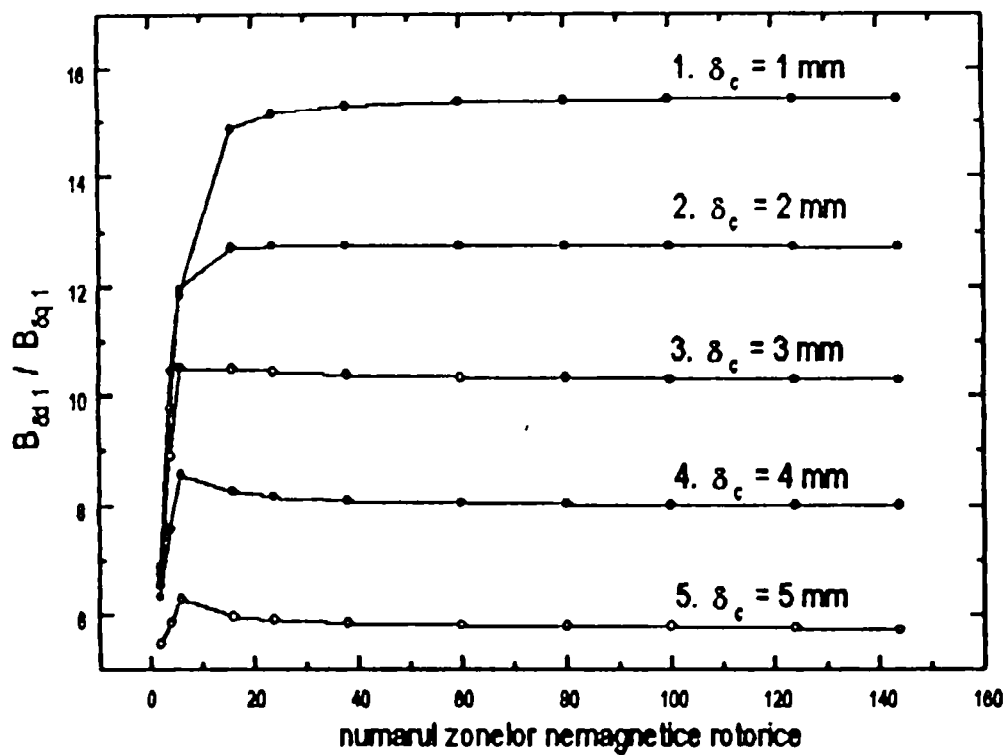


Fig. 3.29 Variația $B_{\delta d1} / B_{\delta q1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

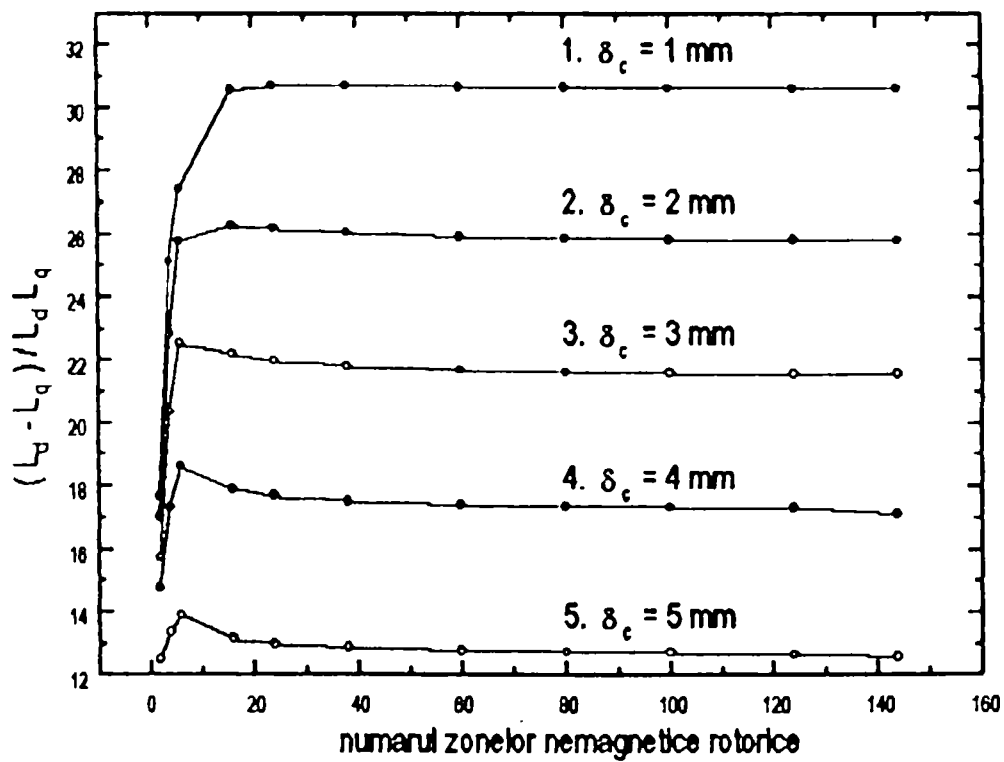


Fig. 3.30 Variația $(L_{\sigma} - L_q) / L_d L_q$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

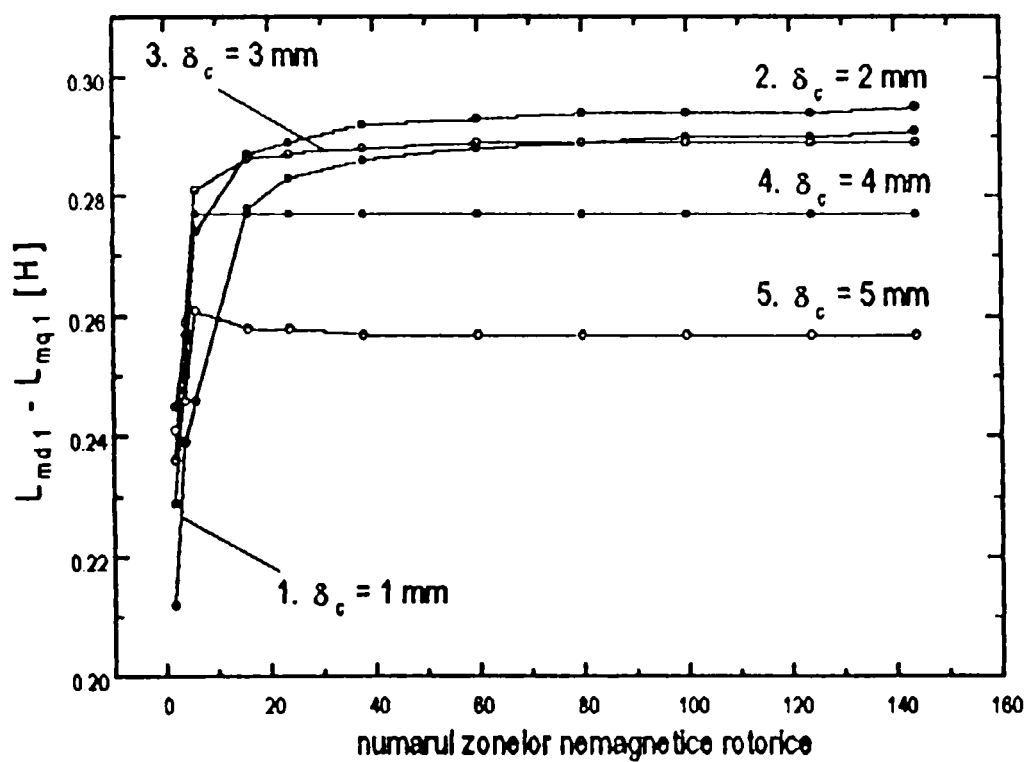


Fig. 3.31 Variația $L_{md1} - L_{mq1}$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

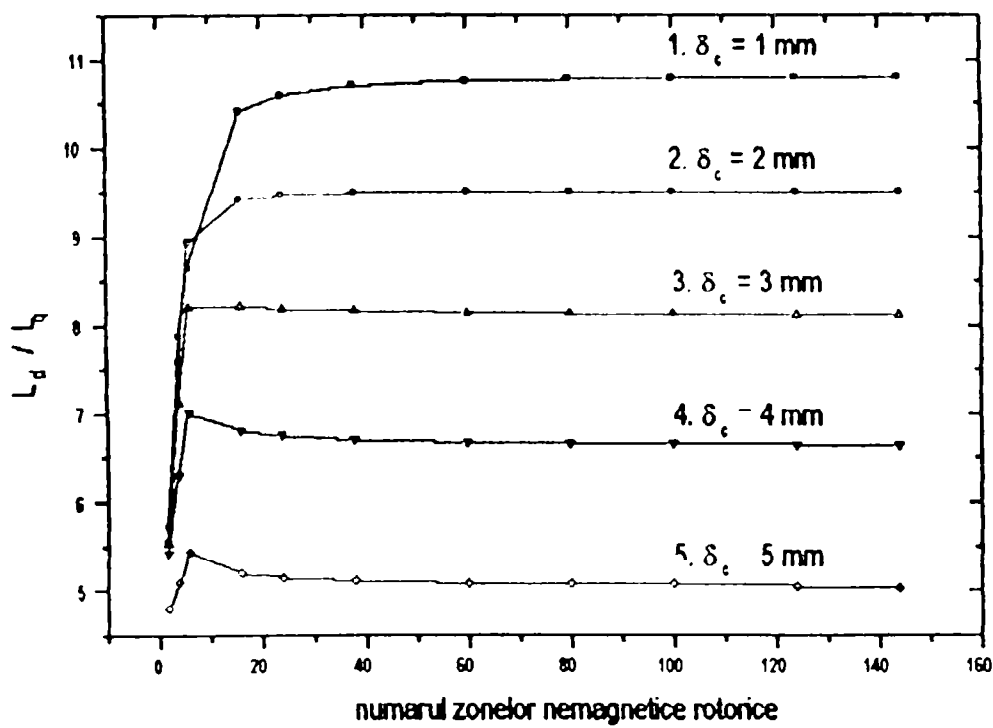


Fig. 3.32 Variația L_d / L_q în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

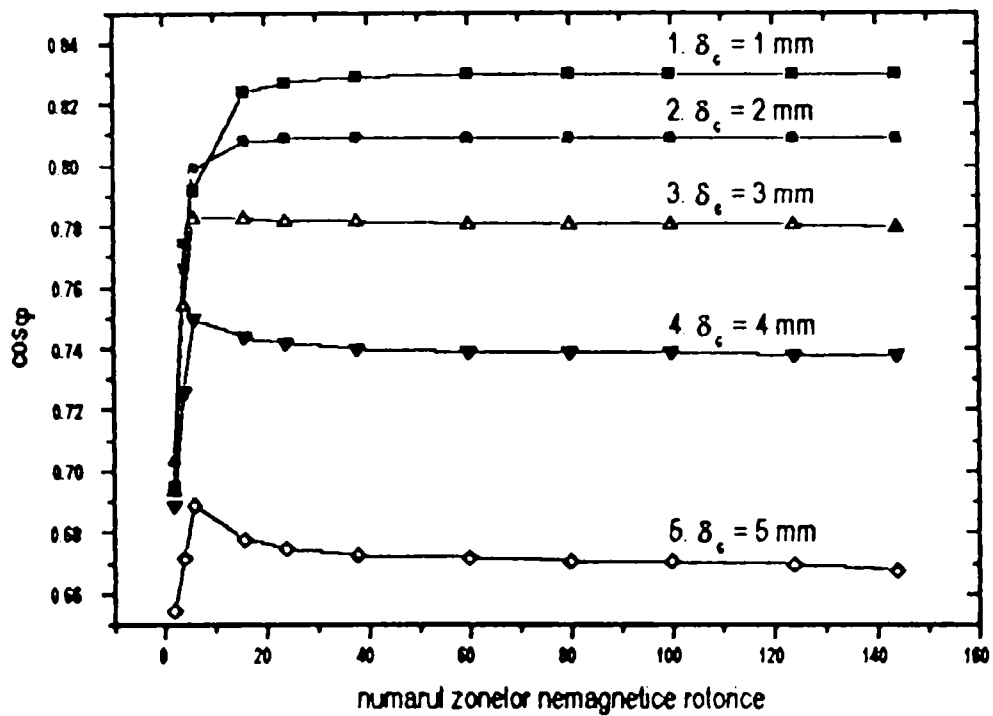


Fig.3.33 Variația $\cos \varphi$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

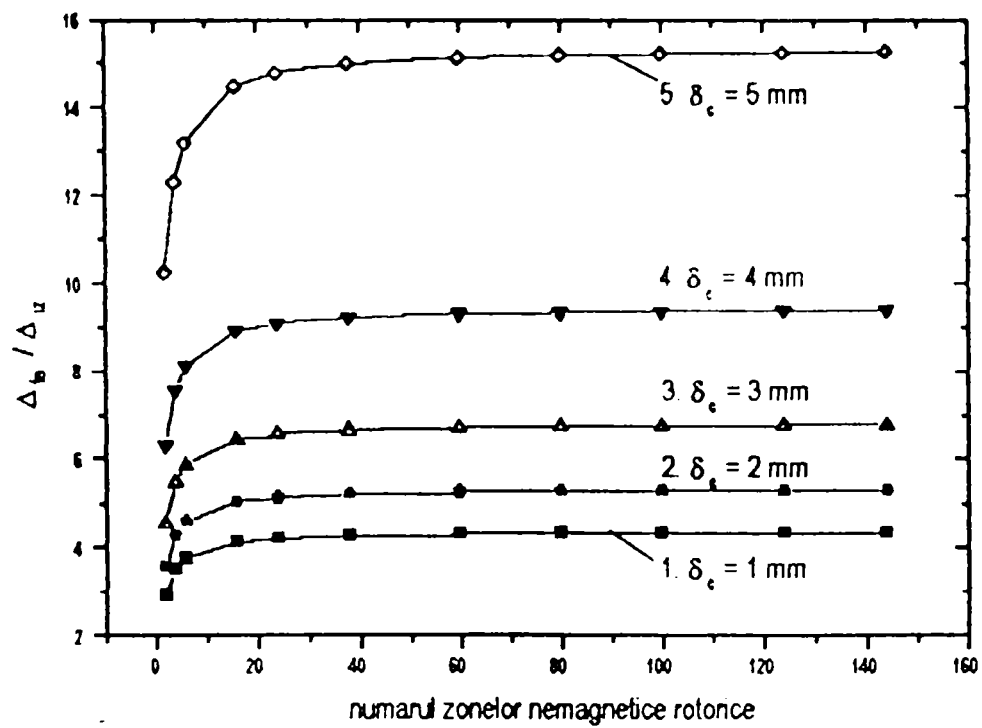


Fig. 3.34 Variația $\Delta \epsilon_c / \Delta i_x$ în funcție de numărul zonelor nemagnetice rotorice

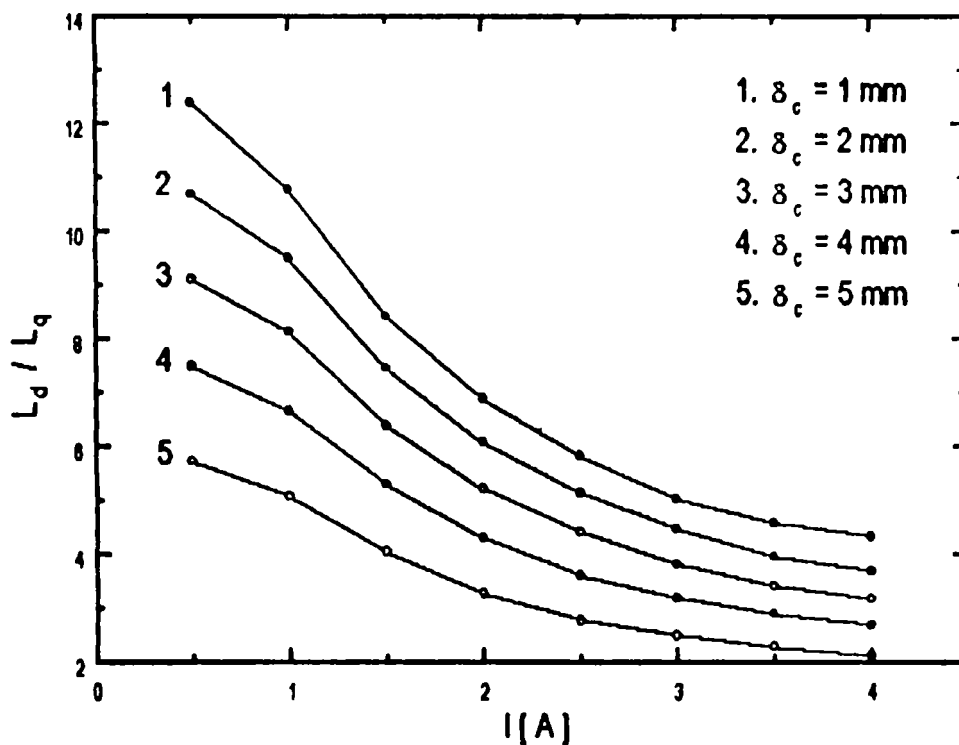


Fig. 3.35 Variația L_d/L_q în funcție de curent

Ținând cont și de concluziile formulate în paragraful 3.4.2, înseamnă că prezența pieselor de prindere influențează negativ performanțele mașinii, indiferent de valoarea pe care o are $\Sigma\Delta_{\pm}$.

Explicația constă în faptul că ele contribuie la majorarea întrefierului echivalent atât pentru componenta transversală a inducției magnetice în întrefier cât și pentru cea longitudinală.

3.5 CONCLUZII

Structura stratificată permite creșterea disimetriei magnetice a mașinii prin majorarea întrefierului echivalent corespunzător axei transversale, concomitent cu menținerea unei valori reduse a întrefierului echivalent corespunzător axei longitudinale. Prin urmare există posibilitatea reducerii componentei transversale a câmpului magnetic, fără reducerea celei longitudinale. Rezultatele teoretice ale analizei efectuate în paragraful 3.4.1 arată că un rotor stratificat, fără piese de prindere, permite obținerea unor performanțe mai bune decât în cazul rotorului cu piese de prindere.

În ceea ce privește dimensiunile geometrice, se recomandă ca valoarea grosimii unei zone feromagnetice rotorice, Δ_{i2} , să nu depășească 0.8 δ .

Pentru raportul Δ_{e2}/Δ_{i2} domeniul valorilor recomandabile este determinat de două fenomene cu efecte contrare, evidențiate în paragrafele precedente:

- variația întrefierului echivalent în lungul pasului polar, care este cu atât mai mare cu cât raportul Δ_{e2}/Δ_{i2} are valoare mai mică;

- disimetria magnetică a rotorului (exprimată prin $B_{\delta d1}/B_{\delta q1}$, $(L_d-L_q)/L_dL_q$, L_d/L_q), care crește cu scăderea raportului Δ_{e2}/Δ_{i2} .

Piesele de prindere sunt indispensabile execuției rotorului, în condițiile tehnologiei actuale, dar prezența lor înrăutățește performanțele mașinii, cu atât mai mult cu cât raportul Δ_{e2}/Δ_{i2} are valoare mai mică. Din punct de vedere magnetic, ele contribuie la creșterea întrefierului echivalent al mașinii. Efectul favorabil de reducere a componentei transversale a câmpului magnetic este practic anulat, deoarece se reduce concomitent și componenta longitudinală. Din acest motiv este foarte important să se evite supradimensionarea pieselor de prindere.

Pentru o mașină având precizate datele constructive (dimensiuni geometrice și înfășurarea statorică) și valoarea curentului, programul de calcul elaborat pe baza modelului analitic permite determinarea câmpului magnetic în întrefier, a inductivităților, respectiv a mărimilor care determină indicii de performanță, precum și a variației lui k_{s2} în lungul pasului polar. Analizarea unui număr mare de configurații permite determinarea soluției care asigură o disimetrie magnetică ridicată în condițiile în care întrefierul poate fi considerat constant.

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A INDUCTIVITĂȚILOR SINCRONE ALE MOTORULUI SINCRON REACTIV CU ROTOR STRATIFICAT

4.1. ELEMENTE TEORETICE

Pentru determinarea inductivităților longitudinală și transversală s-a utilizat metoda descreșterii unui curent continuu în înfășurarea statorului, rotorul fiind în repaus și poziționat astfel încât axa longitudinală să coincidă cu axa fazei a. Această metodă prezintă următoarele avantaje: montajul este ușor de realizat în practică, nu este necesară cuplarea mașinii cu o altă mașină de antrenare, consumul de energie este neglijabil iar durata probei este redusă. Efectuând măsurători pentru diferite valori ale curentului statoric se poate evidenția influența neliniarității materialului circuitului feromagnetic al mașinii asupra inductivităților longitudinală și transversală.

4.1.1. Determinarea inductivității sincrone longitudinale L_d

S-a utilizat montajul din figura 4.1. În acest caz în mașină există numai câmp longitudinal. Întrerupătorul K1 fiind deschis iar K2 închis, se măsoară curentul $i_a = I_{0d}$. Se închide apoi întrerupătorul K1 și se deschide K2 (pentru a se proteja sursa E). Rezistența R_T are rolul de a limita curentul. Inductivitatea sincronă longitudinală se obține din relația:

$$L_d = R \frac{1}{I_{0d}} \int_0^{\infty} i_d(t) dt \quad (4.1)$$

în care semnificația mărimilor este următoarea:

I_{0d} este valoarea curentului continuu prin mașină înainte de deconectarea sursei E;

$i_d(t)$ este curentul statoric după deconectarea sursei E;

R este rezistența fazei statorice.

Determinând L_d pentru diferite valori ale curentului statoric, se obține $L_d = f(i_d)$.

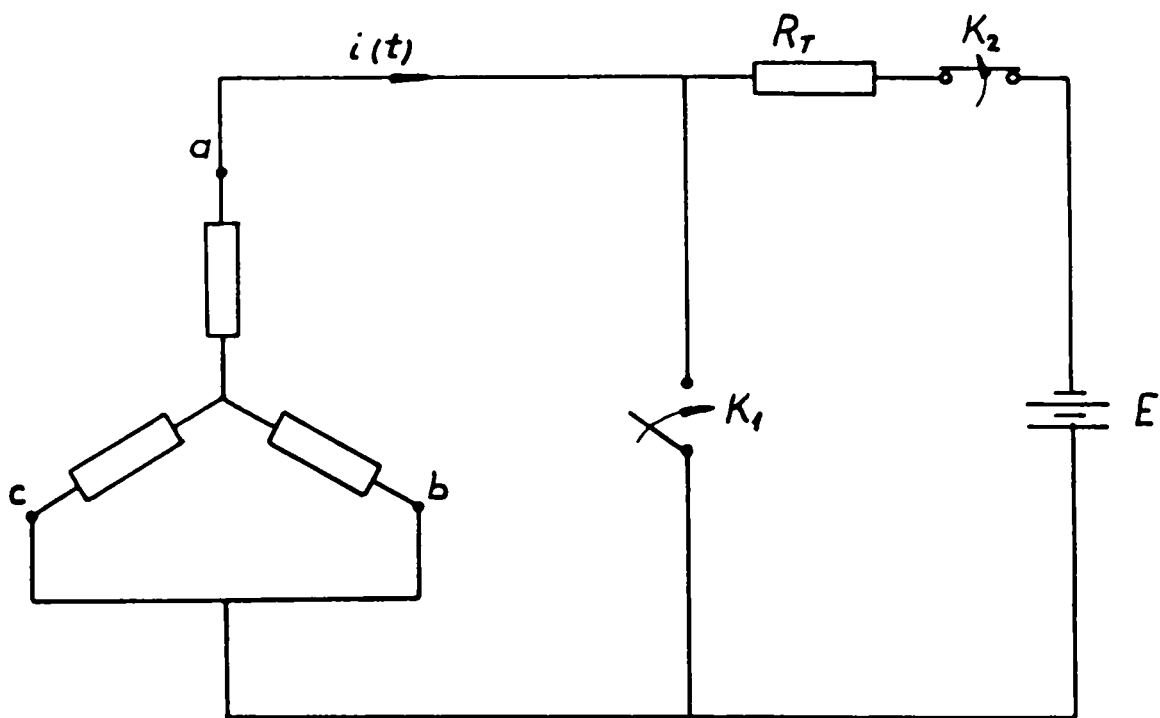


Fig. 4.1 Schema montajului pentru determinarea experimentală a L_d

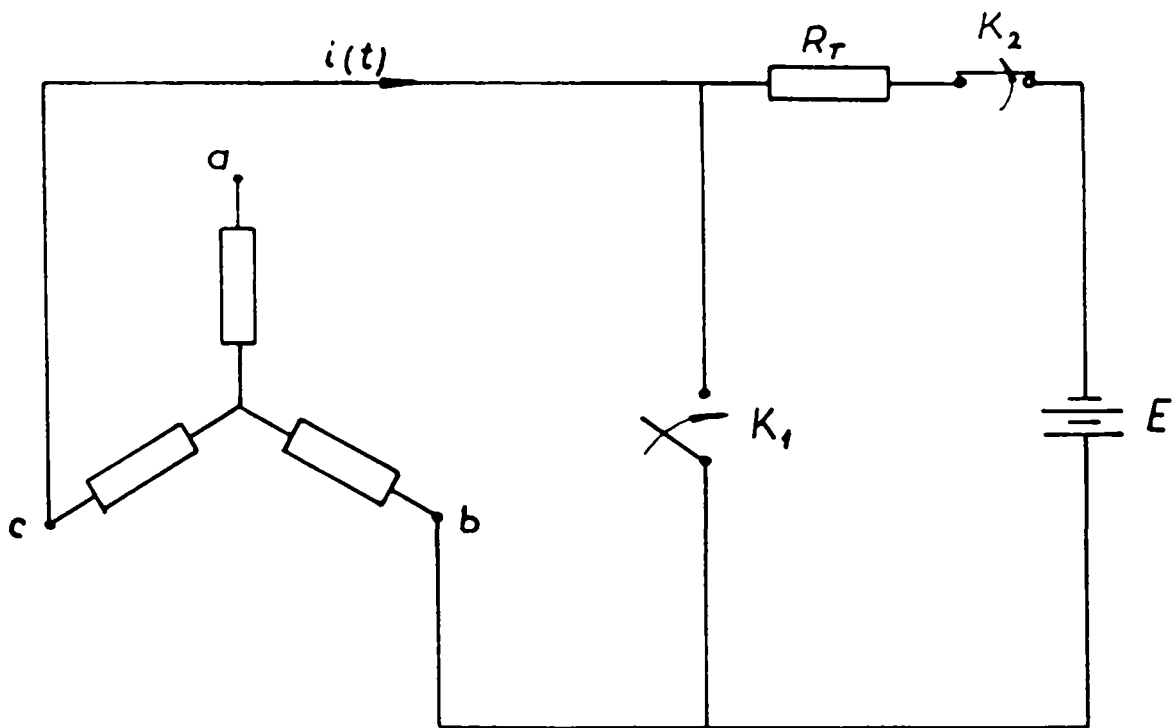


Fig. 4.2 Schema montajului pentru determinarea experimentală a L_q

4.1.2. Determinarea inductivității sincrone transversale L_q

S-a utilizat montajul din figura 4.2. În acest caz în mașină există numai câmp transversal. Se procedează în același mod ca în cazul precedent. Întrerupătorul K1 fiind deschis iar K2 închis, se măsoară curentul $i_b = I_{0q}$. Se închide apoi întrerupătorul K1 și se deschide K2. Inductivitatea sincronă transversală se obține din relația:

$$L_q = R \frac{1}{I_{0q}} \int_0^{\infty} i_q(t) dt \quad (4.2)$$

în care semnificația mărimilor este următoarea:

I_{0q} este valoarea curentului continuu prin mașină înainte de deconectarea sursei E;

$i_q(t)$ este curentul statoric după deconectarea sursei E;

R este rezistența fazei statorice.

Determinând L_q pentru diferite valori ale curentului statoric, se obține $L_q = f(i_q)$.

4.1.3. Determinarea inductivității de dispersie L_σ

Inductivitatea de dispersie a statorului se determină prin alimentarea înfășurării cu un sistem simetric de tensiuni, la frecvența nominală, mașina având rotorul scos. În această situație particulară, câmpul magnetic în mașină are două componente: una care se închide în zona statorică și una de valoare destul de mică, corespunzătoare spațiului destinat rotorului. Se măsoară tensiunea U, curentul I (mărimi de fază) și puterea absorbită, P.

$$L_\sigma = L_a - L_b \quad (4.3)$$

$$L_a = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2} \quad (4.4)$$

$$Z = \frac{U}{I} \quad R = \frac{P}{3I^2} \quad (4.5)$$

L_b se aproximează cu relația:

$$L_b = \frac{15(Nk_b)^2 l'}{p} 10^{-10} \quad (4.6)$$

în care l' este:

$$l' = l + \frac{\tau}{6} 10^{-2} \quad (4.7)$$

4.2 DETERMINĂRI EXPERIMENTALE

Scopul măsurătorilor în vederea determinării inductivităților longitudinală și transversală este obținerea curbei de descreștere a curentului prin înfășurarea indusului, pentru regimul tranzitoriu longitudinal și respectiv transversal.

Măsurătorile s-au făcut cu un sistem de achiziție și prelucrare a datelor (SAPD) proiectat, realizat și utilizat în Laboratorul de testare a mașinilor electrice D109 al Facultății de Electrotehnică Timișoara. Acest sistem de achiziție a fost conceput ca un echipament destinat încercării mașinilor electrice în regim permanent și tranzitoriu și reprezintă rezultatul unei colaborări între Facultatea de Electrotehnică și Facultatea de Calculatoare din Universitatea Politehnică Timișoara. Schema bloc de principiu utilizată la încercarea mașinii sincrone reactive cu SAPD este prezentată în fig. 4.3. și cuprinde:

- adaptorul de proces (AP)
- modulul de achiziție și conversie a datelor (MAC)
- un calculator PC

Adaptorul de proces conține traductoare (T) și respectiv adaptoare (A), de curent și de tensiune, cu rolul de a culege semnalele de tip analog corespunzătoare mărimilor măsurate (tensiune, curent, turație) și de a le transforma în tensiuni la nivelul standard de $\pm 10V$, compatibile cu intrarea în SAPD.

Modulul de achiziție și conversie asigură transformarea mărimilor analogice în mărimi numerice.

Măsurarea curentului s-a făcut înainte de deschiderea circuitului indusului pentru determinarea valorii medii I_0 , iar apoi după deschiderea circuitului pentru înregistrarea curbei $i(t)$. Pentru a asigura precizia determinării, intervalul dintre două măsurători succesive a fost de 0.5 ms în cazul determinării curentului $i_d(t)$ și de 0.1 ms în cazul determinării curentului $i_q(t)$. Valorile măsurate, reprezentând practic forma numerică a curbei de descreștere a curentului, au fost preluate, sub formă de fișiere de date și utilizate ca date de intrare într-un program de calcul care efectuează integrarea numerică a curbei $i(t)$.

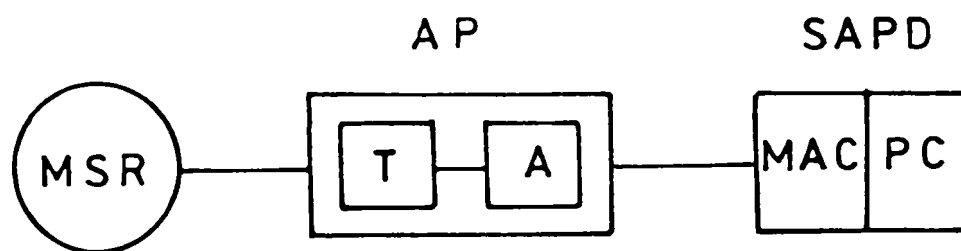


Fig. 4.3. Schema bloc de principiu pentru determinarea experimentală a L_d și L_q

Mașina sincronă reactivă cu rotor stratificat pentru care s-au determinat inductivitățile sincrone longitudinală și respectiv transversală (fig. 4.4.) are puterea nominală de 0.55 kW și tensiunea nominală de 110V și a fost realizată dintr-o mașină de inducție prin înlocuirea corespunzătoare a rotorului. Principalele date constructive ale mașinii sunt:

- diametrul exterior al statorului: 0.114m
- diametrul interior al tolei statorului: 0.0632m
- lungimea pachetului: 0.055 m
- numărul de perechi de poli: $p=1$
- numărul de creștături pe pol și fază: $q=4$
- numărul de spire pe fază: $N=214$
- numărul de căi de curent: $a=2$
- numărul zonelor feromagnetice rotorice: $n=33$
- grosimea unei tole feromagnetice rotorice: $\Delta_{fe}=0.65$ mm
- grosimea unei zone nemagnetice rotorice $\Delta_{iz}=0.15$ mm

În figura 4.4 sunt prezentate statorul și rotorul modelului experimental.

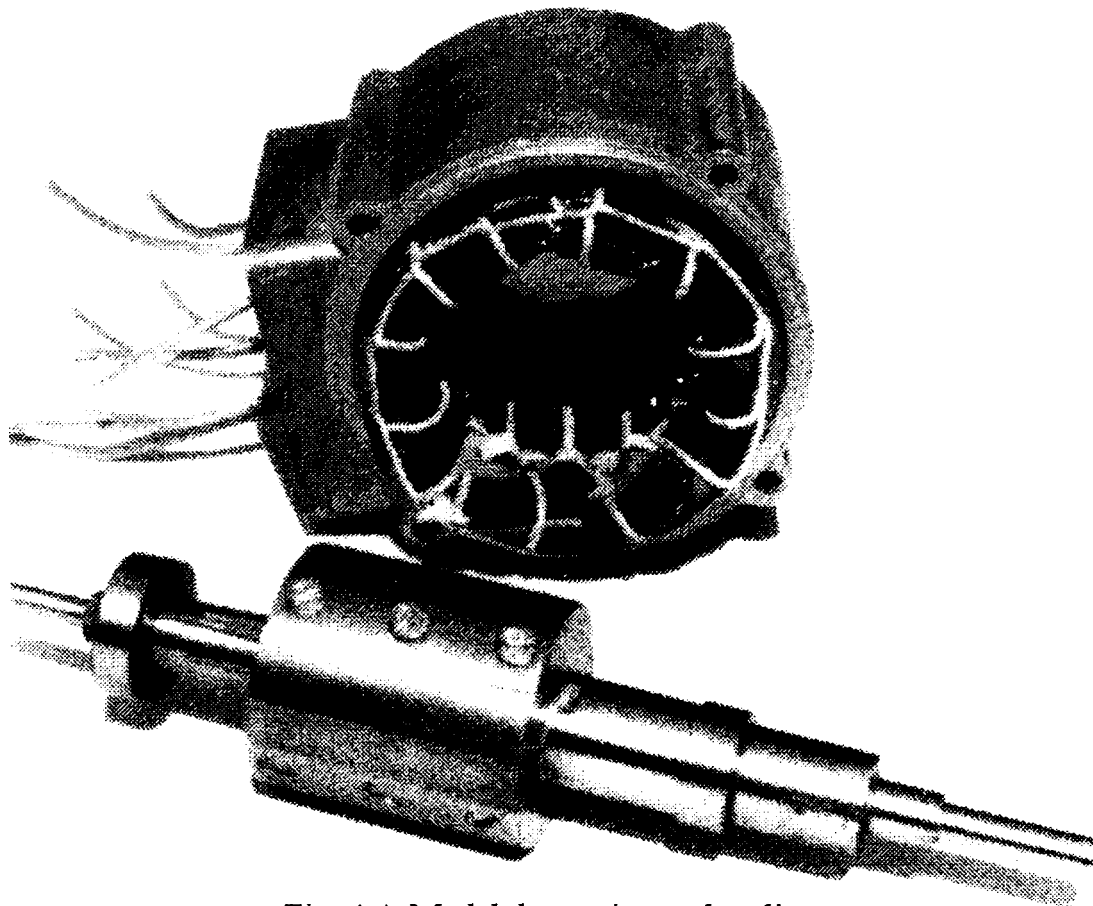


Fig. 4.4. Modelul experimental realizat

4.3 REZULTATE EXPERIMENTALE

4.3.1. Determinarea inductivității sincrone longitudinale L_d

Tabelul 4.1

nr.	I [A]	X_d [Ω]		L_d [H]	
		măs.	calc.	măs.	calc.
1	0.8	104.86	105.33	0.33	0.335
2	1.08	103.3	95.67	0.328	0.304
3	1.4	94.2	82.84	0.3	0.263
4	1.56	93.43	76.72	0.295	0.244
5	2.78	60.14	50.47	0.191	0.160
6	3.75	49.12	42.78	0.156	0.136
7	4.57	41.94	42.07	0.133	0.134

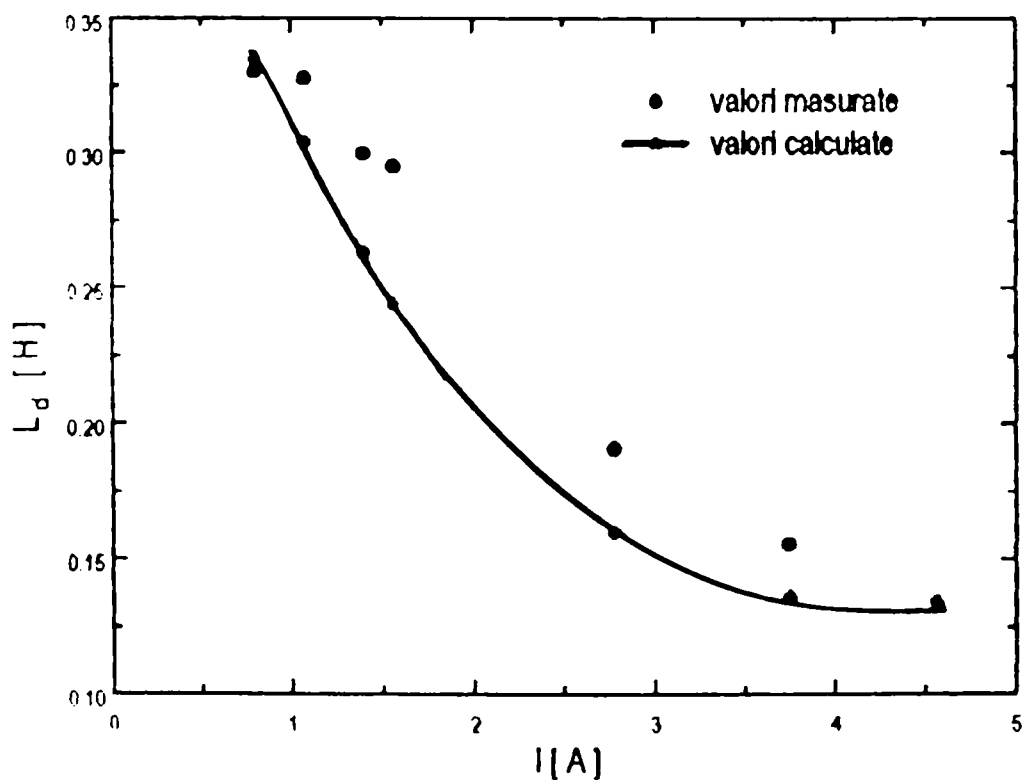


Fig. 4.5. Variația L_d în funcție de curent

4.3.2. Determinarea inductivității sincrone transversale L_q

Tabelul 4.2

nr.	I [A]	X_q [Ω]		L_q [H]	
		măs.	calc.	măs.	calc.
1	1.15	14.84	14.64	0.04723	0.046
2	1.9	13.9	14.64	0.04424	0.046
3	2.43	13.9	14.64	0.04424	0.046
4	2.83	13.67	14.64	0.0435	0.046

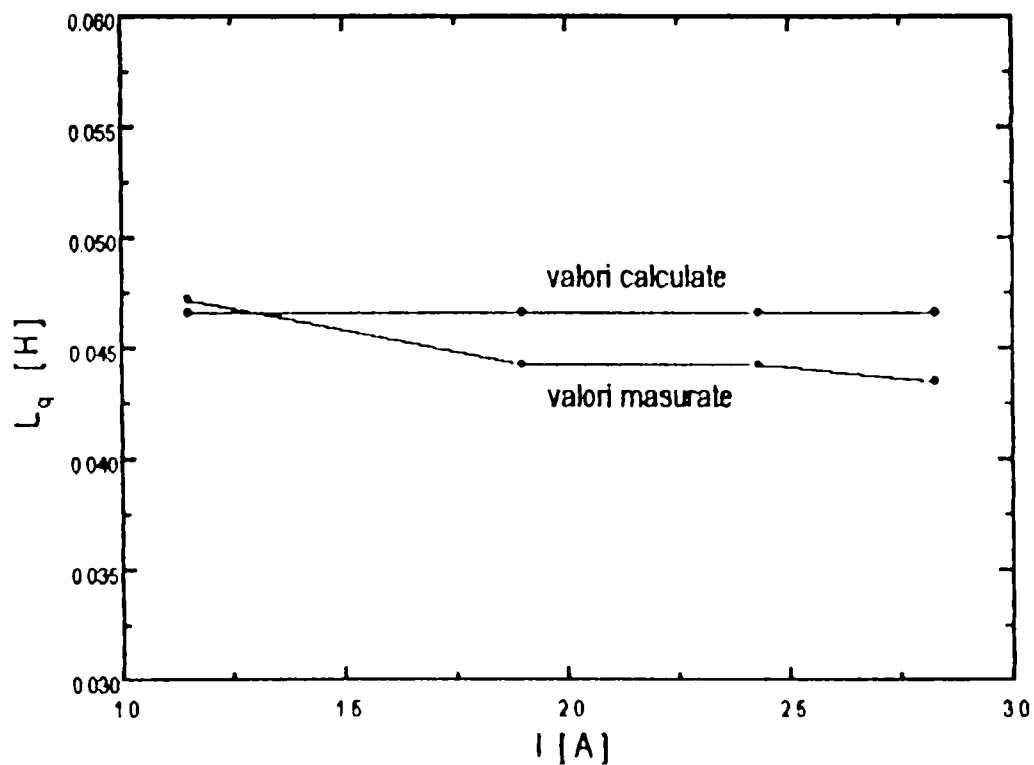


Fig. 4.6. Variația L_q în funcție de curent

4.3.3. Determinarea inductivității de dispersie L_σ

Pe baza valorilor măsurate, prezentate în tab. 4.3, s-au calculat rezistența și impedanța fazei statorice și apoi inductivitatea de dispersie L_σ .

$$R=3.74 \Omega \quad Z=5.48\Omega \quad L_b=1.62 \cdot 10^{-4} \text{ H} \quad L_\sigma=0.012588 \text{ H}$$

Tabelul 4.3

	U [V]	I [A]	P [W]
faza a	5.614	1.021	3.857
faza b	5.257	0.965	3.427
faza c	4.323	0.924	2.301
media	5.065	0.924	9.585

Inductivitățile de magnetizare $L_{m\text{dl}}$ și $L_{m\text{ql}}$ au fost calculate cu modelul analitic elaborat pentru motorul sincron reactiv iar inductivitatea de dispersie L_{σ} a fost calculată cu relațiile cunoscute prezentate în literatura de specialitate [21]. Valoarea calculată a inductivității de dispersie este $L_{\sigma \text{ calc}} = 0.00949 \text{ H}$ (față de cea măsurată $L_{\sigma} = 0.012588 \text{ H}$). Această eroare de - 24% la calculul lui L_{σ} explică faptul că pentru $I = 1.15 \text{ A}$ se constată că $L_{q \text{ mms}} > L_{q \text{ calc}}$ deși pentru câmpul magnetic transversal modelul analitic admite $\mu_{\text{f}} = \infty$.

În continuare s-au prezentat comparativ rezultatele calculate și cele măsurate pentru $L_{m\text{dl}}$ (în tab. 4.4 și în fig. 4.7.).

Tabelul 4.4

nr	I [A]	$L_{m\text{dl}}$ [H] calculat	$L_{m\text{dl}}$ [H] măsurat	$\frac{(L_{m\text{dl}})_{\text{măsurat}} - (L_{m\text{dl}})_{\text{calculat}}}{(L_{m\text{dl}})_{\text{măsurat}}} * 100$ [%]
1	0.8	0.3258	0.3174	-2.64
2	1.08	0.2950	0.3154	6.46
3	1.4	0.2542	0.2874	11.55
4	1.57	0.2347	0.2824	16.89
5	2.79	0.1511	0.1784	15.30
6	3.75	0.1266	0.1434	11.71
7	4.58	0.1244	0.1204	-3.32

Se constată o concordanță acceptabilă a valorilor calculate cu cele măsurate în cazul inductivității de magnetizare longitudinale; eroarea este sub 17% și este cauzată de imprecizia cu care se cunoaște curba de magnetizare a materialului feromagnetic al mașinii și de existența armonicilor superioare de spațiu (care nu au putut fi luate în considerare la elaborarea modelului analitic al mașinii).

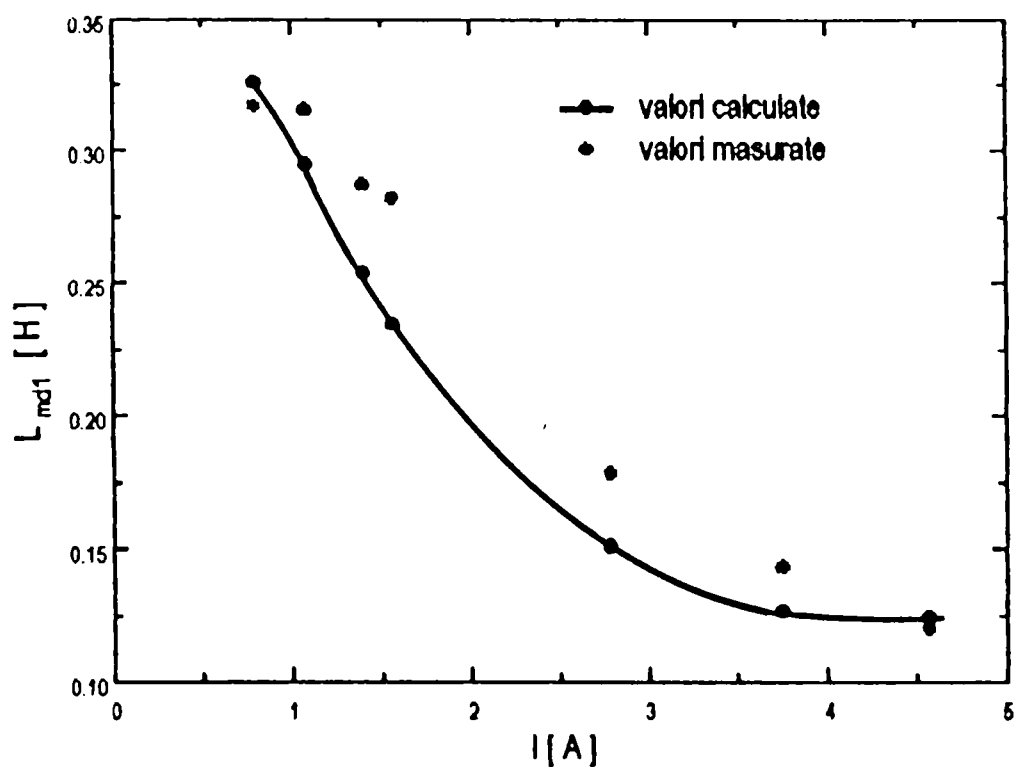


Fig. 4.7. Variația L_{md1} în funcție de curent

În tab. 4.5 și în fig. 4.8 sunt prezentate rezultatele calculate și cele măsurate pentru L_{mq1} .

Tabelul 4.5.

nr	I [A]	L_{mq1} [H] calculat	L_{mq1} [H] măsurat	$\frac{(L_{mq1})_{măsurat} - (L_{mq1})_{calculat}}{(L_{mq1})_{măsurat}} * 100$ [%]
1	1.15	0.03711	0.03464	-7.13
2	1.9	0.03711	0.03165	-17.25
3	2.43	0.03711	0.03165	-17.25
4	2.83	0.03711	0.03092	-20.01

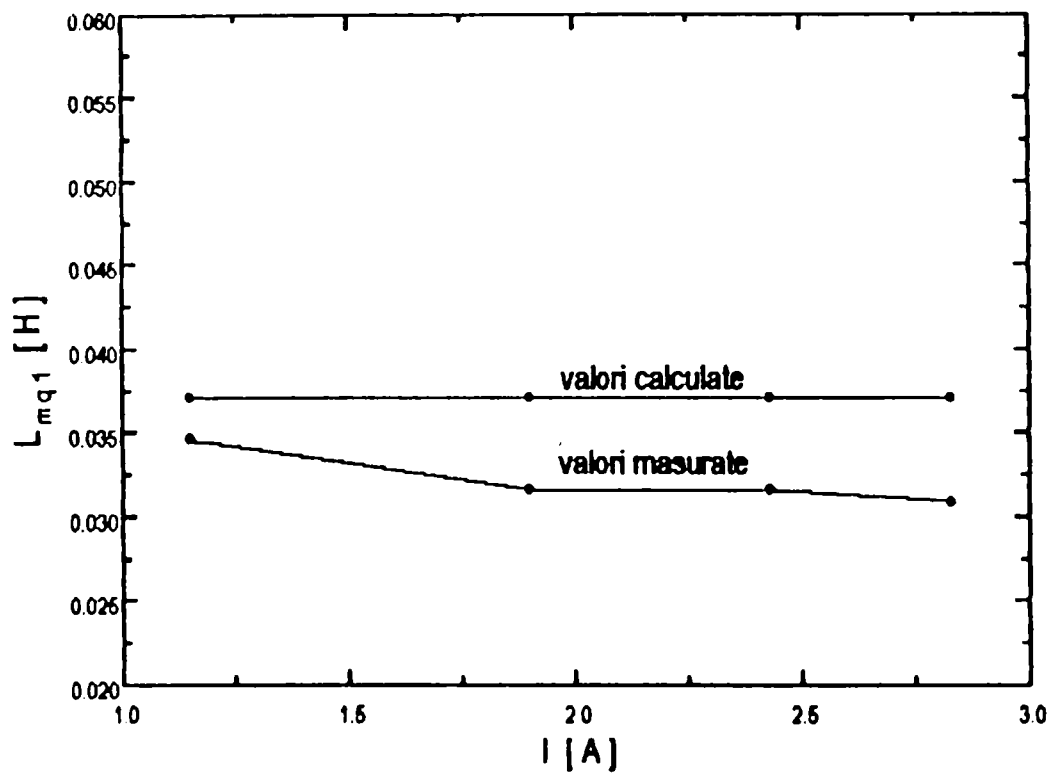


Fig.4.8. Variația L_{mq1} în funcție de curent

În cazul inductivității de magnetizare transversale eroarea maximă este 20% și se datorează aproximațiilor (introduse de ipotezele simplificatoare admise) cu care s-a determinat câmpul magnetic transversal în mașină.

CAPITOLUL V

CONCLUZII

Scopul lucrării a fost elaborarea unui model al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat, care să permită calculul câmpului magnetic și al parametrilor mașinii dacă se cunosc datele constructive și valoarea curentului statoric. Pentru a face o analiză calitativă, cu caracter general asupra acestui tip de mașină considerând un domeniu larg de variație al dimensiunilor geometrice rotorice s-a optat pentru un model analitic.

Deoarece rotorul nu prezintă simetrie radială, ci două axe de simetrie ortogonale electric pentru fiecare pereche de poli, s-a urmărit modul în care interstițiile nemagnetice rotorice influențează mărimea întrefierului echivalent al mașinii. S-a arătat că variația întrefierului în lungul pasului polar depinde de grosimea zonelor nemagnetice, respectiv feromagnetice și de poziția acestora față de axa d a rotorului. Programul de calcul elaborat permite determinarea factorului de majorare a întrefierului în dreptul fiecărui interstițiu nemagnetic, deci se poate determina variația întrefierului echivalent în lungul pasului polar în funcție de datele geometrice ale mașinii. S-a trasat dependența factorului de majorare a întrefierului datorită configurației rotorice în funcție de raportul dintre grosimea unui interstițiu nemagnetic rotorice și mărimea întrefierului, admitând ca parametru raportul dintre grosimea zonei feromagnetice și grosimea interstițiului nemagnetic. Se poate evidenția astfel care sunt configurațiile rotorice pentru care se poate considera că întrefierul este constant în lungul pasului polar.

Determinarea mărimilor corespunzătoare câmpului magnetic s-a făcut aplicând legea fluxului magnetic și legea circuitului magnetic.

În cazul câmpului transversal s-a obținut un sistem în care fiecărei zone feromagnetice rotorice îi corespund două necunoscute: potențialul său magnetic scalar și fluxul magnetic transversal care o străbate, iar numărul ecuațiilor este egal cu dublul numărului de zone feromagnetice.

Pentru determinarea câmpului magnetic longitudinal s-a obținut un sistem în care numărul ecuațiilor și respectiv al necunoscutelor este egal cu numărul zonelor feromagnetice rotorice. S-a admis mai întâi că permeabilitatea magnetică a materialului feromagnetic este infinită și apoi modelul a fost completat cu considerarea neliniarității materialului.

Modelul a fost elaborat mai întâi pentru mașina model, fără piese de prindere și apoi pentru mașina cu piese de prindere.

Expresiile care definesc mărimile necunoscute au o formă generală, astfel încât pot fi analizate configurații în care numărul straturilor feromagnetice să fie mai mare decât 3, respectiv numărul interstițiilor nemagnetice mai mare decât 2. În cazul particular al rotorului cu un singur interstițiu nemagnetic, determinarea câmpului se face în același mod, însă ecuațiile obținute au o formă diferită de cea generală. Pentru această configurație, rezultatele sunt afectate de erori mult mai mari decât în celelalte cazuri (conform celor arătate în cap. II).

Relațiile obținute pentru mărimile necunoscute au permis elaborarea unui algoritim iterativ aplicabil într-un program de calcul al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat.

Pentru a urmări modul în care configurația rotorică influențează performanțele mașinii s-au prezentat principalii indici de performanță definiți în literatura de specialitate [45] și s-au stabilit mărimile de care aceștia depind.

Deoarece nu este posibilă analiza geometriei rotorice în funcție de o singură mărime constructivă (rotorică) admisă ca variabilă independentă, cu condiția ca toate celelalte să fie menținute constante, a fost necesar să se studieze mai multe cazuri de configurații. S-a arătat că cele două domenii nemagnetice rotorice distincte (structura stratificată și piesele de prindere) contribuie în mod diferit la realizarea disimetriei magnetice rotorice. Structura stratificată asigură posibilitatea reducerii componente transversale a câmpului magnetic cu menținerea unei valori ridicate a componente longitudinale; pentru aceasta sunt esențiale două mărimi:

- raportul dintre grosimea unui interstițiu nemagnetic rotoric și întrefierul mașinii;
- raportul dintre grosimea unei zone feromagnetice și cea a unui interstițiu nemagnetic.

Pentru a stabili care este configurația rotorică cea mai favorabilă, se urmăresc atât mărimile care intervin în expresia indicilor de performanță ai mașinii cât și variația, în lungul pasului polar a factorului de majorare a întrefierului (datorită interstițiilor rotorice).

Modelul analitic obținut constituie un instrument util de analiză a mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat.

Programul de calcul elaborat determină distribuția inducției magnetice longitudinale, respectiv transversale în întrefier, inductivitățile sincrone longitudinală și transversală (și mărimi care depind de acestea și intervin în expresia indicilor de performanță ai mașinii),

factorul de putere și variația întrefierului în lungul pasului polar. Din acest motiv se recomandă utilizarea programului în calculul de proiectare a mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat.

Elementele originale ale lucrării sunt următoarele:

1. Determinarea factorului de majorare a întrefierului datorită interstițiilor nemagnetice rotorice;
2. Analiza modului în care configurația rotorică stratificată determină variația factorului de majorare a întrefierului în lungul pasului polar;
3. Calculul câmpului magnetic al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat având un număr oarecare de zone feromagnetice, respectiv nemagnetice pentru mașina model (fără piese de prindere);
4. Analiza configurației rotorice reale prin luarea în considerare a pieselor de prindere;
5. Considerarea neliniarității materialului feromagnetic la calculul câmpului magnetic longitudinal al mașinii și al inductivității sincrone longitudinale;
6. Stabilirea algoritmului și elaborarea programului care calculează câmpul magnetic al mașinii sincrone reactive cu rotor stratificat și parametrii care intervin în expresia indicilor de performanță ai mașinii reale (cu piese de prindere).
7. Analiza modului în care configurația rotorică determină parametrii mașinii (inductivități sincrone, moment electromagnetic maxim, moment electromagnetic raportat la curent, factor de putere).

BIBLIOGRAFIE

- [A1] Abdel Kader, F. ; Osheba, S. - Analysis of reluctance motor performances, ICEM -1988, Ansaldo, Pisa
- [A2] Andronescu, Plautius - Bazele electrotehnicii, vol.1,2 EDP București,1972
- [B1] Bălă, Constantin - Mașini electrice, EDP, București, 1979
- [B2] Bichir, I. N.- Proiectarea și construcția mașinilor electrice, vol. 1,2 Institutul Politehnic București, 1988
- [B3] Biriescu, M. - Experimental determination of rotor equivalent parameters of synchronous machines by direct current decay at standstill tests, în Buletinul Științific al Universității 'Politehnica' Timișoara, Seria Electrotehnică, Electronică și Comunicații, Tom 43(57), Fascicola 1, 1998, pag. 69-75
- [B4] Biriescu, M. - Mașini electrice rotative. Parametri, caracteristici, încercări., Editura de Vest, Timișoara, 1997
- [B5] Boldea, I. ; Atanasiu, Gheorghe - Analiza unitară a mașinilor electrice, Editura Academiei, București, 1983
- [B6] Boldea, I. , ș. a. - Emerging electric machines with axially laminated anisotropic rotors: a review, EMPS, vol. 19, nr. 6, 1991
- [B7] Boldea, I. - Parametrii mașinilor electrice, Editura Academiei, București, 1991
- [B8] Boldea, I. - Reluctance synchronous machines and drives, Clarendon Press, Oxford, 1996
- [C1] Câmpeanu, Aurel - Mașini electrice, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1988
- [C2] Chalmers, B.; Musaba, L - Design and field -weakening performance of synchronous reluctance motor with axially laminated rotor, IEEE Transactions on industry applications, vol. 34, no. 5. , 1998, pag. 1035-1041
- [C3] Chiricozzi, E.; Conti, G.; Parasiliti, F.; Villani, M.; - Design solution to optimize torque ripple in synchronous reluctance motors în Proceedings of ICEM 1996, pag. 148-153
- [C4] Cioc, I. ; Bichir, N.; Cristea, N. - Mașini electrice, Îndrumător de proiectare, vol. II, Ed. Scrisul Românesc, Craiova, 1981
- [C5] Cramariuc, Radu - Transformări conforme în fizică și electrotehnică , Editura științifică și enciclopedică, București, 1984
- [C6] Crîstici, B. ș. a. - Matematici speciale, EDP, București, 1981

- [C7] Cruickshank, J. O., Menzies, R. W. - Axially laminated anisotropic rotors for reluctance motors, Proc. IEE, vol 13, 1966
- [D1] Danielevici, IA; Dombrovski, V.V.; Kazovski, E. IA. - Parametrii maşinilor de curent alternativ, Editura tehnică, Bucureşti, 1968
- [D2] Deodhar, R. P. ; Staton, D. A. ; Miller, T. J. E. - Modelling of scrow using the flux - mmf diagram - extended summary submitted for the International Conference PEDES' 96, 8-11 January 1996, New Delhi, India
- [D3] De Sabata, Ioan - Bazele electrotehnicii, vol.1,2,3 lito IPT,1972,1976,1983
- [D4] Dodescu, Gh.; Toma, M. - Metode de calcul numeric , EDP, Bucureşti,1976
- [D5] Dordea, T. - Maşini electrice, EDP, Bucureşti, 1977
- [D6] Dordea, T. - Proiectarea şi construcţia maşinilor electrice, vol.1,2 lito IPT,1979,1983
- [D7] Dordea, T. - Beitrag zur Zweiachsentheorie der elektrischen Maschinen, Archiv für Elektrotechnik,50,6,362-371(1966)
- [D8] Dordea, T. - La théorie des deux axes pour les machines électriques à enroulement répartis par zones, Rev. Roum. des Sciences Techn., série Électrotechnique et Énergetique, tome 38, 2/1993
- [D9] Drăgănescu, O. - Incercarea maşinilor electrice, Editura tehnică, Bucureşti, 1987
- [E1] Ertan, H.; Tohumcu, M. - A method for optimum design of swiched reluctance motor, ICEM-1988, Ansaldo, Pisa
- [F1] Furray, M. J. - Calculul variaţional în ştiinţă şi tehnică, Editura tehnică, Bucureşti, 1975
- [F2] Fong, W. Htsui, J. S. C. New type of reluctance motor, Proc. IEE, vol. 117, 1980
- [F3] Fratta, A.; Vagatti, A. - A reluctance motor drive for high dynamic performance application, record of IEE - IAS -1987
- [F4] Fratta, A.; Vagatti, A. - Axially laminated reluctance motor: an analitical approach to the magnetic behaviour, ICEM-1988, Ansaldo, Pisa
- [G1] Găvruta, P. ş. a. - Metode numerice, lito IPT, 1990
- [G2] Gheorghiu, I. S. ; Fransua, Al. - Tratat de maşini electrice, vol.3, Editura Academiei, Bucureşti, 1971

- [H1] Honsinger, V. B. - The Inductances L_d and L_q of reluctance Machines, in IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, No. 1, Ian./Febr. 1971, pag. 298-304
- [H2] Honsinger, V. B. - Steady-State Performance of Reluctance Machines, in IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-90, No. 1, Ian./Febr. 1971, pag. 305-317
- [J1] Jerve, G. K. - Încercările industriale ale mașinilor electrice, Ed. Tehnică, București, 1961
- [K1] Kécs, W. - Complemente de matematici cu aplicații în tehnică, Editura tehnică, București, 1981
- [K2] Kononenko, E. B. - Синхронные реактивные машины, Энергия, Москва, 1970
- [L1] Larionescu, D. - Metode numerice, Editura tehnică, București, 1989
- [M1] Madescu, Ghe. - Asupra calculului reactanței de magnetizare la motoarele asincrone trifazate, în EEA - Electrotehnica, 29 (1981), nr. 8
- [M2] Măgureanu, R. - Mașini și acționări electrice, Editura tehnică, București, 1988
- [M3] Măgureanu, R.; Vasile, N. - The magnetic field and steady-state parameters of flux barrier reluctance synchronous motor, Rev. Roum. Sci. Techn.- Electrotechn. et Energ. vol. 24,3, pag.465-477, Bucarest, 1979
- [M4] Măgureanu, R.; Vasile, N. - Calculul câmpului magnetic și al parametrilor de regim staționar la motorul sincron cu reluctanță variabilă cu poli aparenti și bariere nemagnetice, Electrotehnica, 1979, nr. 2, pag. 54 -58.
- [M5] Măgureanu, R.; Vasile, N. - Motorul sincron cu magneti permanenți și reluctanță variabilă, Editura Tehnică, București, 1982
- [M6] Măgureanu, R. - Mașini electrice speciale pentru sisteme automate, Ed. Tehnică, București, 1980
- [M7] Miller, T. J. E.; Staton, D. A.; Wood, S. E. - Maximizing the saliency ratio of the synchronous reluctance motor, Internal Report, Speed Consortium, 1992
- [M8] Mîndru, Gh., Rădulescu, M. M. - Analiza numerică a câmpului electromagnetic, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1986
- [M9] Mocanu, Constantin - Teoria câmpului electromagnetic, EDP, București, 1981

- [M10] Muntean, Nicolae - Contribuții la studiul teoretic și experimental al mașinii sincrone reactive alimentată cu convertoare statice, teză de doctorat, Universitatea Tehnică Timișoara, 1994
- [N1] Nicolaide, Andrei - Bazele fizice ale electrotehnicii, vol. 1,2 Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1983,1986
- [N2] Nicolaide, Andrei - Mașini electrice, Teorie, proiectare. vol. 1,2, Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1975
- [N3] Novac I. ș. a. - Mașini și acționări electrice, EDP, București, 1982
- [P1] Postnikov, I.M. - Proiectarea mașinilor electrice, Editura Energetică de Stat, București, 1954
- [P2] Platt, Don - Reluctance motor with strong rotor anisotropy, IEEE vol. 5, 1990, pag. 224 -229
- [P3] Preda, M.; Cristea, P. - Bazele electrotehnicii, vol. 1,2, EDP, București, 1980
- [R1] Răduț, R. - Bazele electrotehnicii. Probleme, vol. 1,2. EDP, București, 1981
- [R2] Richter, R. - Mașini electrice, vol. 1, Editura tehnică, București, 1958
- [R3] Richter, R. - Mașini electrice, vol. 2, Editura tehnică, București, 1959
- [S1] Simony, Károly - Electrotehnică teoretică, Editura tehnică, București, 1974
- [S2] Smoleanski, M. L.- Tabele de integrale nedefinite, Editura tehnică, București, 1972
- [S3] Staton, D. A.; Miller, T. J. E.; Wood, S. E. Optimisation of the synchronous reluctance motor geometry, Internal Report, University of Glasgow, 1996
- [S4] Staton, D. A.; Soong, W., L.; Deodhar, R. P.; Miller, T. J. E. - Unified theory of torque production in AC, DC and reluctance motors, extended summary submitted for the International Conference PEDES' 96, 8-11 January 1996, New Delhi, India
- [S5] Șabac, Ion, Gheorghe - Matematici speciale, vol. 1, EDP, București, 1981
- [S6] Șabac, Ion, Gheorghe - Matematici speciale, vol. 2, EDP, București, 1983
- [S7] Șora, Constantin - Bazele electrotehnicii, EDP, București, 1982
- [T1] Teodorescu, N.; Olariu, V. - Ecuații diferențiale și cu derivate parțiale, Editura tehnică, București, 1978, 1979, 1980

- [T2] Tihonov, A.N.; Samarski, A.A. - Ecuatiile fizicii matematice, Editura tehnică, București, 1956
- [T3] Toma, M.; Odăgescu, M. - Metode numerice și subrutine, Ed. tehnică, București, 1980
- [T4] Torac, Ileana - Considerații privind motorul reactiv cu rotor segmentat, Proceedings of the scientific communication meeting of Aurel Vlaicu University, Arad, third edition, 16-17 may 1996, vol 8, pag. 83-88
- [T5] Torac, Ileana - Considerații privind influența formei constructive a rotorului asupra parametrilor motorului reactiv, Sesiune de comunicări I.P. Eftimie Murgu, Reșița, 24-26 oct. 1996, vol 1, pag. 29-34
- [T6] Torac, Ileana - Considerații privind calculul inductivităților de magnetizare ale motorului sincron reactiv cu rotor stratificat, Sesiune de comunicări ICPE - ME, București, 28-29 nov. 1996, vol.1, pag. 240-245
- [T7] Torac, Ileana - Determinarea influenței configurației rotorice asupra întrefierului echivalent al motorului sincron reactiv cu rotor stratificat (Bul. Șt. al Univ. « Politehnica » Timișoara, Tom 42(56), fasc.1/1997) pag.47-54
- [T8] Torac, Ileana - Determinarea întrefierului echivalent al motorului sincron reactiv cu rotor stratificat (Lucrările sesiunii de comunicări științifice ale Univ. Aurel Vlaicu din Arad, ed. a IV-a, 1997, vol. VIII, pag. 143-150.)
- [T9] Torac, Ileana - Calculul inductivităților de magnetizare ale motorului sincron reactiv cu rotor stratificat (Lucrările sesiunii de comunicări științifice ale Univ. Aurel Vlaicu din Arad, ed. a IV-a, 1997, vol. VIII, pag. 137-142.)
- [T10] Torac, Ileana - Considerarea configurației rotorice reale în studiul motorului sincron reactiv cu rotor stratificat. Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, 27-28 mai 1999 (în curs de publicare)
- [T11] Torac, Ileana - Considerarea neliniarității materialului feromagnetic în studiul motorului sincron reactiv cu rotor stratificat. Sesiunea anuală de comunicări științifice a Universității din Oradea, 27-28 mai 1999 (în curs de publicare)
- [V1] Vagati, A., Pastorelli, M., Franceschini, G., Petrache, Șt., C. - Design of low-torque-ripple synchronous reluctance motors, IEEE Transactions on industry applications, vol. 34, no. 4, 1998, pag.758-765
- [V2] Vladimirov, V. S. - Ecuatiile fizicii matematice, Editura științifică și enciclopedică, București, 1980