

**MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ
CATEDRA DE MAȘINI HIDRAULICE**

ing. ANTON IOSIF

TEZA DE DOCTORAT

**Conducător științific:
Acad.prof.dr.doc.ing. IOAN ANTON**

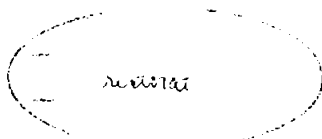
**Timișoara
1998**

MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ
CATEDRA DE MAȘINI HIDRAULICE

ing. ANTON IOSIF

MAȘINI HIDRAULICE RADIAL-AXIALE
REVERSIBILE

Teza de doctorat



BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

Conducător științific:
Acad.prof.dr.doc.ing. IOAN ANTON

Timișoara
1998

CUPRINS

CAP.1 INTRODUCERE.....	1
1.1 Motivarea temei.....	1
1.2 Tendințe în dezvoltarea CHEAP pe plan mondial și problema lor în România.....	2
1.3 Obiective propuse și realizate în cadrul tezei.....	6
CAP.2 PARAMETRII FUNDAMENTALI ȘI COEFICIENȚII FUNCȚIONALI ȘI DE VITEZĂ LA MAȘINILE RADIAL-AXIALE REVERSIBILE.....	8
2.1 Parametrii principali.....	8
2.1.1 Căderea de turbinare H_T și înălțimea de pompare H_p	8
2.1.2 Debitul de turbinare Q_T și de pompare Q_p	9
2.1.3 Puterile de turbinare P_T și de pompare P_p	9
2.1.4 Turațiile specifice n_{ST} și n_{SP}	10
2.1.5 Turațiile de turbinare n_T și de pompare n_p	10
2.1.6 Randamentele η_T și η_p ale mașinii radial-axiale reversibile.....	11
2.1.7 Coeficienții de cavitație σ_T și σ_p	12
2.2 Coeficienții funcționali.....	13
2.2.1 Coeficientul funcțional al căderilor k_T	14
2.2.2 Coeficientul funcțional al debitelor k_Q	14
2.2.3 Coeficientul funcțional al turațiilor specifice k_{ns}	15
2.2.4 Coeficientul funcțional al puterilor k_p	16
2.3 Coeficienții de viteză.....	16
2.3.1 Coeficientul vitezei periferice k_u	17
2.3.2 Coeficientul vitezei meridionale k_{vm}	17
2.3.3 Calculul coeficienților de viteză k_u și k_{vm}	18
2.3.3.1 Cazul funcționării ca turbină.....	18
2.3.3.2 Cazul funcționării ca pompă.....	18
2.4 Unghiurile constructive ale paletei rotorice . Relații între coeficienții de viteză și cei funcționali.....	19
2.4.1 Cazul proiectării ca turbină și funcționării ca pompă.....	19
2.4.2 Cazul proiectării ca pompă și funcționării ca turbină.....	20
2.4.3 Relații între coeficienții funcționali.....	21
2.5 Concluzii.....	21

CAP.3 CALCULUL DE DIMENSIONARE AL ROTORULUI	
MAȘINII RADIAL-AXIALE REVERSIBILE.....	22
3.1 Introducere	22
3.2 Analiza coeficienților căderilor k_H	22
3.3 Calculul turațiilor specifice n_{ST} și n_{SP}	23
3.4 Calculul turațiilor n_T și n_P	23
3.5 Stabilirea turațiilor n_T și n_P precum și a turațiilor specifice n_{ST} și n_{SP}	24
3.6 Calculul dimensiunilor principale.....	24
3.7 Calculul unghiului β_{2P}	25
3.8 Concluzii.....	25
CAP.4 METODA ELEMENTULUI FINIT (F.E.M.) ȘI A	
ELEMENTULUI DE FRONTIERĂ (B.E.M.) ÎN CAZUL	
MIȘCĂRII POTENȚIALE AXIAL-SIMETRICE A	
FLUIDELOR INCOMPRESIBILE DIN ZONA ROTORULUI	
MAȘINII RADIAL-AXIALE REVERSIBILE.....	26
4.1 Metoda elementului finit.....	26
4.1.1 Noțiuni generale.....	26
4.1.2 Mișcarea axial-simetrică. Domeniul de analiză	
și condițiile la limită.....	27
4.1.2.1 Cazul funcției de curent ψ	27
4.1.2.2 Cazul funcției de potențial φ	31
4.1.3 Ecuațiile lui Stokes integrate prin metoda	
elementului finit (F.E.M.).....	33
4.1.3.1 Integrarea ecuației lui Stokes în funcția de curent.....	33
4.1.3.2 Integrarea ecuației lui Stokes în funcția de potențial.....	34
4.1.3.3 Discretizarea domeniului de analiză.....	35
4.1.4 Ecuația standard pe element finit și calculul	
coeficienților locali și globali	36
4.1.4.1 Ecuația standard pe element finit în cazul funcției de curent.....	36
4.1.4.2 Ecuația standard pe element finit în cazul funcției de potențial...	38
4.1.5 Relații pentru calculul distribuțiilor de viteze și presiuni	
în lungul liniilor de curent.....	39
4.2 Metoda elementului de frontieră (B.E.M.)	41
4.2.1 Noțiuni introductive.....	41
4.2.2 Domeniul de analiză și condiții la limită.....	41
4.2.3 Ecuația integrală și forma ei discretizată.....	43
4.2.3.1 Calculul coeficienților G_{ij} și H_{ij}	46
4.2.3.1.1 Evaluarea coeficienților G_{ij}	47
4.2.3.1.2 Evaluarea coeficienților H_{ij}	47
4.2.4 Reprezentarea integrală și forma ei discretizată	48
4.2.5 Modul de determinare a distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul	
liniilor de curent.....	48

CAP.5 APLICAREA METODEI ELEMENTULUI FINIT (F.E.M.) ȘI A METODEI ELEMENTULUI DE FRONTIERĂ (B.E.M.) LA DETERMINAREA CÂMPULUI HIDRODINAMIC ȘI A DISRIBUȚIILOR DE VITEZE ȘI PRESIUNI ÎN LUNGUL LINIILOR DE CURENT.....	49
5.1 Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent și a câmpului hidrodinamic în funcționarea mașinii ca pompă și ca turbină pentru trei variante de contururi A, B, C, utilizând F.E.M.....	49
5.1.1 Concluzii.....	62
5.2 Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent și a câmpului hidrodinamic utilizând metoda elementului de frontieră atât în cazul funcționării mașinii ca pompă cât și turbină.....	62
5.2.1 Concluzii.....	69
CAP.6 MIȘCAREA RELATIVĂ ROTAȚIONALĂ PE SUPRAFAȚA DE CURGERE ȘI PROBLEME LEGATE DE TRANSFORMAREA CONFORMĂ A REȚELEI RADIAL -AXIALE REVERSIBILE DE PE SUPRAFAȚA DE CURENT ÎN PLANUL PRASIL ȘI RECIPROC.....	70
6.1 Sistemul special de coordonate	70
6.2 Mișcarea relativă rotațională pe suprafața de curgere în cazul rețelei radial-axiale corespunzătoare rotorului de pompă-turbină	73
6.3 Transformarea conformă a rețelei radial-axiale reversibile.....	75
6.4 Ecuația dimensională cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil.....	87
6.5 Transpunerea rezultatelor din planul Prasil pe suprafața de curgere	88
6.6 Profile utilizate în studiul rețelelor radial-axiale reversibile	89
6.7 Concluzii.....	95
CAP.7 REZOLVAREA ECUAȚIEI CU DERIVATE PARȚIALE ÎN FUNCȚIA DE CURENT PLANUL PRASIL CU METODA ELEMENTULUI FINIT.....	96
7.1 Domeniul de analiză și condițiile la limită.....	96
7.2 Forma adimensională a ecuației cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil.....	99
7.2.1 Cazul pompă.....	100
7.2.2 Cazul turbină.....	101
7.3 Integrarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent în planul Prasil cu metoda elementului finit.....	101
7.3.1 Integrarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din Planul Prasil în cazul pompă.....	101
7.3.1.1 Evaluarea coeficienților locali $D_{N,M}^*$	103
7.3.1.2 Evaluarea termenilor liberi F_N^*	105

7.3.2	Integrarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil în cazul turbină.....	106
7.3.2.1	Evaluarea coeficienților locali D_{NM}^*	107
7.3.2.2	Evaluarea coeficienților locali F_N^*	107
7.4	Determinarea câmpului de viteze și presiuni.....	108
7.5	Transpunerea rezultatelor din planul Prasil pe suprafața de curgere.....	109
7.6	Concluzii.....	109
CAP.8 APLICAREA METODEI ELEMENTULUI (F.E.M.) LA DETERMINAREA DISTRIBUȚIILOR DE VITEZE ȘI PRESIUNI PE PROFILELE DE PE SUPRAFAȚA DE CURENT ȘI CALCULUL COEFICIENTULUI DE CAVITAȚIE σ_p.....		
110		
8.1	Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul loxodromei L_{LOX} pe profilele de pe suprafața de curent pentru $\psi^* = 0.6$ și variantele de contururi A, B, C în cazul funcționării ca pompă la debitul de calcul...	111
8.1.1	Concluzii.....	129
8.2	Analiza distribuțiilor de presiuni pe frontiera profilelor aflate în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul contururilor B și C pentru debitul de calcul și $\psi^* = 0.3, 0.6, 1$	129
8.2.1	Concluzii.....	132
8.3	Calculul coeficientului de cavitație σ_p și a înălțimii geometrice de aspirație H_{gs}	132
8.3.1	Concluzii.....	137
8.4	Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni obținute pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul pompei și debit variabil. Calculul caracteristicii de cavitație a pompei și a sensibilității la cavitație a profilului din rețeaua de pe suprafața de curent.....	138
8.4.1	Concluzii.....	147
8.5	Distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul funcționării mașinii reversibile ca turbină.....	147
8.5.1	Concluzii.....	159
CAP.9 REZOLVAREA ECUAȚIEI CU DERIVATE PARȚIALE ÎN FUNCȚIA DE CURENT DIN PLANUL PRASIL CU AJUTORUL METODEI RECIPROCITĂȚII DUALE.....		
160		
9.1	Introducere în metoda reciprocității duale (D.R.M.).....	160
9.1.1	Noțiuni generale.....	160
9.1.2	Bazele metodei reciprocității duale.....	160
9.1.3	Calculul matricelor H și G	164
9.1.3.1	Calculul coeficienților H_{ij}	164
9.1.3.2	Calculul coeficienților G_{ij}	165

9.2 Rezolvarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil utilizând metoda reciprocității duale (D.R.M.)	166
CAP.10 APLICAREA METODEI RECIPROCITĂȚII DUALE (D.R.M.) LA DETERMINAREA DISTRIBUȚIILOR DE VITEZE ȘI PRESIUNI PE PROFILELE DE PE SUPRAFAȚA DE CURENT ÎN CAZUL FUNCȚIONĂRII MAȘINII RADIAL-AXIALE REVERSIBILE CA POMPĂ.....	169
10.1 Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe profilele aflate în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul contururilor A și B pentru debitul de calcul Q_c și $\psi^* = 0.6$	168
10.1.1 Concluzii.....	177
10.2 Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni obținute pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent pentru debit variabil Determinarea caracteristicii de cavitație la funcționarea mașinii reversibile ca pompă și a sensibilității la cavitație a profilului aflat în rețeaua de pe suprafața de curent.....	178
10.2.1 Concluzii.....	185
CAP.11 OBTINEREA DESENULUI PALETEI MAȘINII HIDRAULICE RADIAL-AXIALE REVERSIBILE ÎN PLANUL PERPENDICULAR PE AXA MAȘINII.....	186
11.1 Profilele din cadrul rețelelor liniare obținute în planul $y^*o x^*$	186
11.2 Proiecția profilelor de pe suprafața de curent în planul $Y^*O X^*$	190
11.3 Obținerea desenului paletei rotorului model.....	192
11.4 Concluzii.....	192
CAP.12 CONCLUZII.....	194
12.1 Concluzii generale.....	194
12.2 Contribuții personale și originale	197
BIBLIOGRAFIE.....	199
Anexa 1 Lista programelor realizate și utilizate	208
Anexa 2 Coordonatele adimensionale ale conturului A	211
Anexa 3 Coordonatele adimensionale ale conturului B.....	212
Anexa 4 Coordonatele adimensionale ale conturului C.....	213
Anexa 5 Coordonatele adimensionale ale conturului A* (A modificat).....	214
Anexa 6 Program sursă IOSMAIN1.FOR.....	215

CUVÂNT ÎNAINTE

Odată cu explozia dezvoltării științifice, care își pune o puternică amprentă asupra întregii activități umane, pe măsură ce ne apropiem de mileniul trei crește și consumul energetic, ceea ce impune descoperirea și dezvoltarea unor noi surse de energie.

În momentul actual se recunoaște că cel mai eficient sistem energetic este acela de acumulare a energiei specific centralelor hidroelectrice de acumulare prin pompaj, denumite CHEAP.

CHEAP se utilizează în sistemele hidroelectrice complexe care urmăresc atât posibilitățile de regularizare și raționalizare a debitelor de apă, precum și a consumului de energie electrică.

În componența CHEAP se folosesc mașini hidraulice reversibile : axiale, cum sunt cele bulb pentru căderi mici, utilizate cu precădere în cazul uzinelor maremotrice, diagonale sau Deriaz, respectiv radiale sau radial-axiale denumite pompe-turbine Francis, care pentru căderi mai mari de 600 m se utilizează în construcție bietajată sau multietajată.

Avându-se în vedere importanța acestor mașini hidraulice reversibile, în cadrul LMHT s-au făcut numeroase studii și cercetări de către colectivele conduse de Dl. Acad. prof. dr. doc. ing. Ioan Anton.

În prezenta lucrare se abordează cazul unei mașini radial-axiale reversibile având datele de proiectare corespunzătoare amenajării Tarnița.

Chiar dacă au fost abordate probleme teoretice care au necesitat utilizarea metodelor moderne de calcul cum sunt: metoda elementului finit (F.E.M.), metoda elementului de frontieră (B.E.M.), metoda reciprocității duale (D.R.M.), s-au obținut numeroase rezultate importante în proiectarea rotorului, respectiv paletelor mașinilor hidraulice reversibile.

Această lucrare a fost posibilă și datorită sprijinului oferit de Dl. Prof. dr. ing. Carte Iuliu, care este deschizătorul de drum în abordarea problemelor de hidrodinamică cu ajutorul metodelor numerice în cadrul Catedrei de Mașini Hidraulice, a celui dat de Dl. dr. mat. Ludescher Helmuth pentru diversele sugestii referitoare la implementarea pe calculator a metodelor numerice, precum și a celui acordat de Dl. ing. Ciocârlan Cornel în realizarea materialului grafic.

Pe parcursul redactării lucrării m-am bucurat de climatul și condițiile realizate de conducerea Catedrei de Mașini Hidraulice, precum și de sprijinul familiei.

Un factor esențial în elaborarea tezei l-a constituit conducătorul meu de doctorat Dl. Acad. Ioan Anton, care prin competența și exigența cunoscută în ceea ce privește multitudinea de sugestii valoroase, mi-a dat și impulsul necesar finalizării acestei lucrări.

Atât celor amintiți cât și celorlalți colegi care m-au ajutat într-un fel sau altul, le mulțumesc din adâncul sufletului.

Autorul

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

1.1 Motivarea temei

Dezvoltarea cercetării științifice cu implicații deosebite în progresul tehnic, precum și creșterea populației planetei noastre care pentru satisfacerea diferitelor activități contribuie la creșterea consumului energetic, de asemenea creșterea performanțelor centralelor termoelectrice și atomoelectrice a căror funcționare se află la baza graficului de sarcină, conduc la realizarea unui mare deziderat, care este acela de acumulare a energiei.

Creșterea consumului de apă dulce de către populație, industrie și agricultură, conduce la realizarea unor sisteme de alimentare cu apă și irigație ca și componente ale complexelor hidroenergetice.

În cadrul acestor complexe hidroenergetice un rol important îl joacă centralele hidroelectrice de acumulare prin pompaj (CHEAP), care pe lângă posibilitățile de acumulare a unei cantități importante de apă dulce, crează și condiții de regularizare și optimizare a debitelor de apă, de asemenea ele contribuie la optimizarea consumului de energie electrică, precum și la scăderea prețului de cost al acesteea, ținând cont de faptul că ele produc energie electrică în perioada de turbinare și lucrează la vârful graficului de sarcină.

În perioada în care consumul energetic este mic mașinile reversibile lucrează în regim de pompare, vehiculând apa din lacul aval în cel amonte.

În cadrul CHEAP se utilizează mașini hidraulice reversibile axiale, cum sunt cele bulb, destinate pentru căderi mici $H = 3 \div 15$ m, [4], [7], diagonale sau Deriaz pentru $H = 25 \div 150$ m, [4], [71], [92], radiale și radial-axiale denumite pompe-turbine Francis, care funcționează la căderi $H = 100 \div 600$ m, dar și la $H > 600$ m pentru care se folosesc mașini bietajate sau multietajate, [4], [71], [92].

Avându-se în vedere importanța CHEAP în cadrul sistemelor hidroenergetice, care au în vedere atât producerea de energie electrică, dar și probleme legate de alimentările cu apă pentru folosințe umane, industriale sau agricole, tema aleasă este pe deplin justificată.

În cadrul tezei de doctorat, care are o temă cuprinzătoare, de mare anvergură, se abordează probleme legate de mașinile hidraulice radial-axiale reversibile, avându-se în vedere și tendințele de creștere a puterii instalate pe unitate, dar și a căderii, respectiv înălțimii de pompare care tind să depășească valori de 600 m.

Un alt motiv pentru care s-au ales pentru studiu probleme legate de aceste mașini hidraulice reversibile se referă și la dificultățile care apar în tratarea rețelelor radial-axiale reversibile mobile în general, iar în particular atunci când se utilizează metode numerice moderne.

1.2 Tendințe în dezvoltarea CHEAP pe plan mondial și problema lor în România

Pe baza informațiilor statistice referitoare la CHEAP construite pe plan mondial se pot formula unele concluzii în ceea ce privește dezvoltarea acestora [4]:

- CHEAP se dezvoltă cu precădere în țările puternic dezvoltate industrial, cu sisteme energetice de mare anvergură în care consumul de energie electrică prezintă fluctuații importante, unde rezervele de apă dulce sunt în mod evident limitate și se reclamă raționalizarea lor, cum sunt : S.U.A., Japonia, Germania, Anglia, Austria, Italia.

- Realizarea CHEAP de mare putere este în strânsă legătură cu dezvoltarea centralelor atomoelectrice care reclamă un consum mare de apă dulce, precum și realizarea unor retenții pentru folosirea apei în circuit închis.

- Includerea CHEAP în cadrul sistemelor hidrografice permite luarea unor decizii prompte și eficiente în ceea ce privește protecția apelor împotriva poluanților.

- Se observă că la fiecare 10 ani apare o tendință de dublare a producției de energie electrică, dar și o dublare a puterii instalate în cadrul CHEAP la aproximativ 5 ani.

Mașinile hidraulice radial-axiale reversibile se utilizează în domeniul căderilor mari și foarte mari ajungându-se în prezent să se depășească căderi de 500÷600 m.

Realizări spectaculoase în acest domeniu le au în mod special firmele constructoare Hitachi din Japonia și Allis Chalmers din S.U.A.

Tendințele de creștere în timp din punct de vedere al puterilor, precum și al căderilor [101], [4] sunt prezentate în fig. 1.1 și fig. 1.2 .

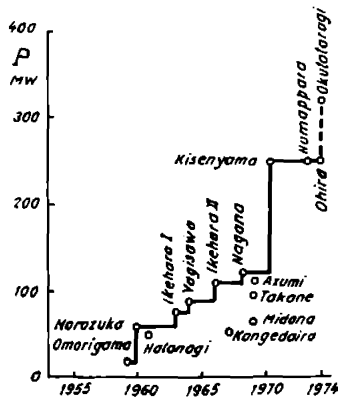


Fig.1.1 Evoluția în timp a puterii mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile

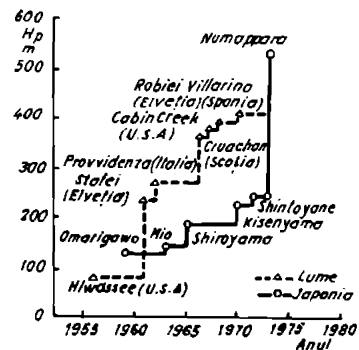


Fig.1.2 Evoluția în timp a căderii

Limitele spre care se îndreaptă parametri atât funcționali cât și cei constructivi ai pompelor-turbină Francis după P.Spitaler citat în [4] sunt :
puterea maximă $P_{\max}=500$ MW, căderea maximă $H_{\max}=700$ m, diametrul maxim este

$$D_{\max}=10000 \text{ mm, iar turația caracteristică : } n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = 22 - 27 .$$

În continuare se prezintă în tab. 1.1, tab. 1.2, unele date referitoare la mașinile radial-axiale care compun următoarele CHEAP semnificative pe plan mondial [71].

Tabelul 1.1

CHEAP	Țara	Anul	Diam. rotor m	Turația n rot/min
Zagorsk	U.R.S.S *	-	6.3	150
Kaishyadorsk	U.R.S.S *	-	6.3	150
Numappara	Japonia	1974	5.0	375
Ladington	S.UA	1973	8.4	112.5
Bajina Basta	Yugoslavia *	1983	4.8	428.6

Tabelul 1.2(continuare)

CHEAP	TURBINĂ			POMPĂ			H_s m
	H_{\max} m	H_{\min} m	P_T MW	H_{\max} m	H_{\min} m	Q m^3/s	
Zagorsk	108	93	206	112	97	170	-15
Kaishyadorsk	108	93	206	112	97	170	-15
Numappara	500	422	230	528	428	50	-50
Ladington	108	87	343	114	93	314	-7.6
Bajina Basta	600.3	497.3	294	621.3	531.7	36.7, 50.8	-54.0

CHEAP Zagorsk de 1200 MW, utilizează mașini hidraulice radial-axiale reversibile cu o putere $P_T=206$ MW și căderea de calcul $H_c=95$ m, construite la Leningrad, iar o astfel de mașină hidraulică este prezentată în Fig. 1.3 .

Rotorul 1, care este realizat din oțel inoxidabil, are diametrul $D_1=6.3$ m, precum și un număr de palete $Z_p=7$.

Aparatul director are înălțimea $b_0=1.15$ m, respectiv cea relativă $\bar{b}_0=0.18$, iar paletele directoare 2 sunt reglabile și sunt acționate de servomotorul individual 6.

Arborele 3 este rezemat în lagărul de ghidare cu ulei 4 asigurat de carcasa 5.

În fig. 1.4 este ilustrată o mașină hidraulică radial-axială reversibilă de la CHEAP Rodund II fabricată în Germania cu următoarele caracteristici: căderea $H_T=354$ m, puterea turbinei $P_T=270$ MW, debitul turbinei $Q_T=85$ m^3/s , puterea pompei $P_P=256$ MW, debitul pompei $Q_P=67$ m^3/s , iar turația $n_T=n_P=375$ rot./min.

Rotorul 1 are diametrul de intrare $D_1=4.4$ m, cel de ieșire $D_2=2.4$ m, raportul $D_2/D_1=0.55$, iar înălțimea relativă a aparatului director 2 este $\bar{b}_0=0.108$.

Lagărul de ghidare cu ulei 4 este asigurat de carcasa 3, iar paletetele directoare sunt acționate de servomotorul individual 5.

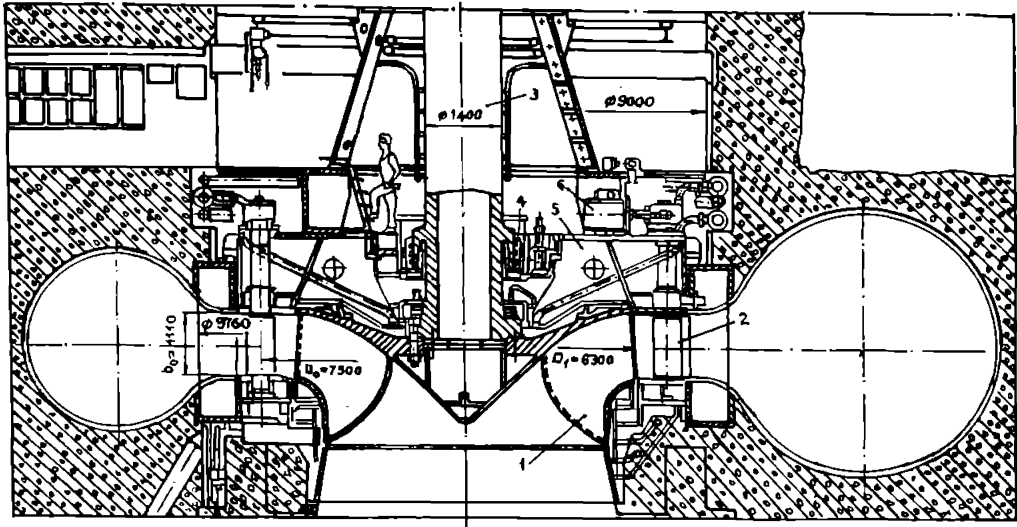


Fig. 1.3 Mașina hidraulică radial-axială reversibilă de la CHEAP Zagorsk.

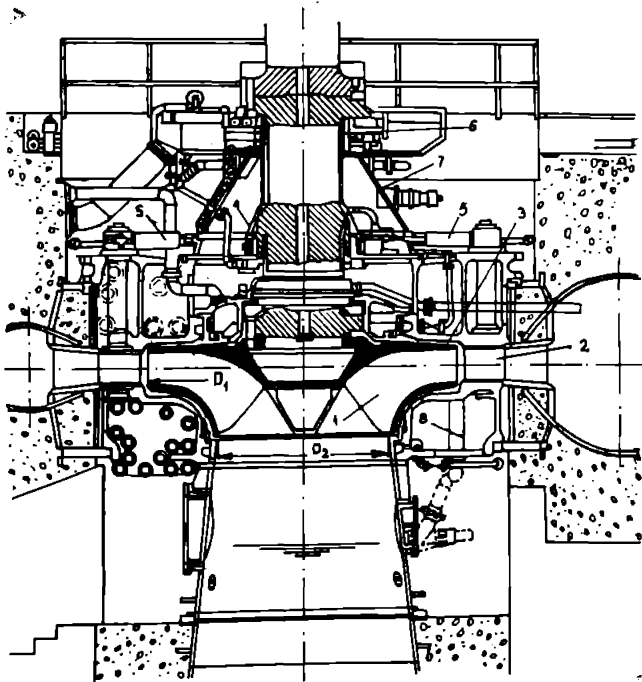


Fig. 1.4 Mașina hidraulică radial-axială reversibilă de la CHEAP Rodund II.

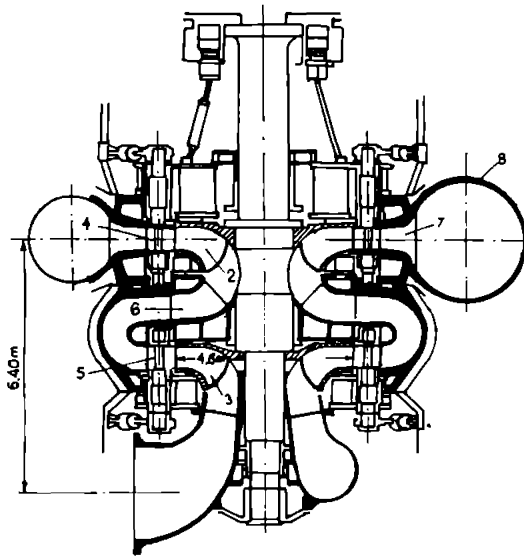


Fig. 1.5 Mașina hidraulică reversibilă cu două etaje din CHEAP Rudlin

Mașinile hidraulice radial-axiale reversibile cu un singur etaj au fost dezvoltate până la o cădere de 600÷700 m, iar pentru căderi superioare se utilizează mașini multietajate [71], [92].

În fig.1.5 este prezentată mașina hidraulică reversibilă cu două etaje de la Neyrpic din Franța pentru CHEAP Rudlin, care are o cădere de 600 m, turația de 333 rot./min. și puterea egală cu 600 MW.

Din figură se observă, că cei doi rotorii 2 și 3 sunt fixați pe arborele 1 și au diametrul de 4.6 m, că se utilizează două rânduri de palete directoare 4, 5, iar între cei doi rotorii sunt paletele 6 de redresare, cu rolul de eliminare a circulației formate la ieșire din rotorul 3 după primul etaj, în modul de funcționare ca pompă, precum și la intrare în rotorul 2, respectiv etajul următor.

Statorul 7 este învecinat camerei spirale de secțiune circulară 8 conectată la o conductă lungă.

Unități cu două etaje sunt instalate la CHEAP Le Clou, care are 4 unități cu o putere de 320 MW fiecare și căderea de 1050 m.

Mașinile hidraulice reversibile cu mai multe etaje (multietajate) au fost dezvoltate recent, iar actualmente se utilizează din ce în ce mai mult.

CHEAP Chiotas din Italia este echipată cu 8 mașini reversibile cu 4 etaje cu o putere de 150 MW fiecare, diametrul rotorului are 2.3 m, iar căderea de 1047÷1070 m și turația este de 600 rot./min.

CHEAP Edolo din Italia utilizează 8 unități reversibile cu 5 etaje, căderea de 1256÷1287 m, iar turația de 600 rot./min.

În cazul CHEAP Grand Maison din Franța se folosesc 8 unități pompă-turbină cu 4 etaje fiecare, care în funcționarea ca turbină are căderea de 775÷950 m și puterea de 109÷152 MW, iar în cazul funcționării ca pompă înălțimea de pompare este de 827÷972 m și puterea de 146÷157 MW, turația este de 600 rot./min. și diametrul rotorului egal cu 2.215 m.

Referindu-ne la importanța CHEAP pe plan național putem să afirmăm că dezvoltarea țării noastre este strâns legată de realizarea unui sistem energetic bine pus la punct.

Acest lucru impune continuarea și definitivarea programului de amenajare hidroenergetică, modernizarea centralelor termoelectrice și hidroelectrice.

Acoperirea văfurilor de sarcină, realizarea unor sisteme de irigație de o mare complexitate, optimizarea și regularizarea debitelor de apă, acumularea de energie, modernizarea și realizarea unor noi sisteme de alimentare cu apă, controlul poluanților și a concentrației acestora în apă, justifică realizarea și includerea CHEAP în cadrul sistemului energetic național.

Pentru realizarea acestui obiectiv ar trebui să se acorde un mai mare sprijin asupra programului de studii, cercetări și realizări în construcția CHEAP, menționând faptul că primele studii și cercetări în domeniul mașinilor hidraulice reversibile au fost realizate în cadrul LMHT sub conducerea D-lui Acad. Ioan Anton, având în vedere și colaborarea cu CCSITEH-Reșița.

1.3 Obiective propuse și rezolvate în cadrul tezei

Analiza materialului bibliografic, a rezultatelor obținute în cadrul LMHT, dar și implicarea personală la rezolvarea unor probleme din contractele de cercetare științifică la care am fost colaborator, m-au condus la abordarea și utilizarea cu mult curaj a unor metode numerice de o mare complexitate, unele aplicate pentru prima dată în hidrodinamica rețelelor radial-axiale reversibile, precum și la rezolvarea altor probleme cu implicații importante în proiectarea rotorului, respectiv paletelor mașinii radial-axiale reversibile, care s-au transformat în obiective ce au fost rezolvate în cadrul tezei și care în mod sintetic sunt enumerate după cum urmează:

- Parcurgerea unui amplu material bibliografic referitor la mașinile radial-axiale reversibile, precum și a metodelor numerice moderne care să permită rezolvarea unor probleme legate de hidrodinamica rețelelor radial-axiale reversibile.

- Determinarea dimensiunilor principale ale rotorului mașinii radial-axiale reversibile pentru CHEAP Tarnița.

- Determinarea câmpului hidrodinamic meridian, precum și a distribuțiilor de viteze și de presiuni în lungul liniilor de curent utilizând metoda elementului finit (F.E.M.) și a elementului de frontieră (B.E.M.) pentru contururile meridiene stabile, atât în cazul funcționării ca pompă cât și turbină.

- Stabilirea muchiei de intrare în funcționarea ca pompă.

- Sistematizarea relațiilor legate de transformarea conformă a rețelei radial-axiale de pe suprafața de curent în planul Prasil (planul asociat) și reciproc.

- Stabilirea ecuației diferențiale adimensionale în funcția de curent în cazul pompei, respectiv turbinei.

- Determinarea expresiilor termenilor liberi din sistemul local și apoi a celor din sistemul liniar global în cazul rezolvării ecuației diferențiale în funcția de curent cu metoda elementului finit pentru condițiile la limită impuse în planul Prasil, precum și probleme legate de discretizarea domeniului de analiză, atât în funcționare ca pompă cât și turbină.

- Stabilirea ecuației scheletului când acesta este un polinom de gradul 2 sau 3 și obținerea profilelor: NP205, NP204, NP203, NP305, NP304, NP303, precum și a relațiilor care ne-au permis alegerea profilelor : NACA 1405, NACA 1404, NACA 1403, profile care permit obținerea paletelor rotorului reversibil Francis.

- Obținerea domeniului de analiză și a discretizării domeniului din planul Prasil, precum și determinarea distribuției de viteze și presiuni în lungul loxodromei L_{Lox} a profilului dispus în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de linia de curent $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$, care pentru tratarea adimensională are valoarea $\psi^* = 0.6$ pentru toate cele trei variante de profile, astfel pentru conturul A s-au folosit profilele NP205, NACA 1405, NP 305, pentru conturul B profilele NP204, NACA 1404, NP304, iar pentru C profilele NP203, NACA 1403, NP303, în cazul funcționării ca pompă și turbină cu metoda elementului finit.

- Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni, obținute cu metoda elementului finit, pe profilul dispus în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de linia de curent ψ , care în cazul tratării adimensionale are valoarea $\psi^* = 0.6$ pentru cazul celor trei profile corespunzătoare fiecărui contur A, B, C.

- Analiza distribuției de presiuni obținută cu metoda elementului finit, pentru profilele NP204, NP304 ce corespund conturului B, respectiv pentru profilele NP203, NP303 corespunzătoare conturului C, în cazul când aceste profile sunt considerate în cadrul rețelele de pe suprafețele de curent date de $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$ cu valorile $\psi^* = 0.3$ și $\psi^* = 1$. în cazul tratării adimensionale.

- Calculul înălțimii geometrice de aspirație H_{gs} , precum și a coeficientului de cavitație σ_p , în cazul conturilor A, B, C, pentru cele 3 profile corespunzătoare, contururi studiate cu metoda elementului finit, pentru valorile de calcul ale debitului și înălțimii de pompare și cazul când ψ în tratarea adimensională este $\psi^* = 0.6$.

- Analiza distribuției de viteze și presiuni pe profilul NP205, corespunzător conturului A, aflat în rețeaua radial-axială pe suprafața de curgere dată de $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$ cu $\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = 1$. în cazul tratării adimensionale, pentru debite diferite de cel de calcul, precum și determinarea caracteristicii de cavitație a mașinii în cazul funcționării ca pompă și respectiv a sensibilității la cavitație a profilului amintit, utilizând metoda elementului finit.

- Introducerea metodei reciprocității duale (D.R.M.), ca o nouă metodă de abordare a rețelelor de profile radial-axiale mobile.

- Rezolvarea ecuației diferențiale în funcția de curent în cazul funcționării ca pompă utilizând metoda reciprocității duale (D.R.M.).

- Obținerea domeniului de analiză și a discretizării în planul Prasil pentru cazul pompă.

- Determinarea distribuției de viteze și presiuni pe profilele NP204, NACA 1404, NP304 dispuse în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de linia de curent $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$ cu valoarea adimensională $\psi^* = 0.6$ în cazul conturului B, precum și pentru profilele NP205, NACA 1405, aflate în rețeaua de pe suprafața de curent dată de ψ care are valoarea adimensională $\psi^* = 0.6$ pentru conturul A, în cazul pompă.

- Determinarea și analiza distribuției de viteze și presiuni pe profilul NP205 aflat în rețeaua de pe suprafața de curent dată de $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$ cu valoarea adimensională $\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = 1$. pentru conturul A și debite diferite de cel de calcul Q_C , respectiv obținerea caracteristicii de cavitație în funcționarea ca pompă, precum și curbei de sensibilitate la cavitație pentru profilul amintit și compararea rezultatelor cu cele obținute cu ajutorul metodei elementului finit.

- Obținerea paletei mașinii hidraulice radial-axiale reversibile.

- Realizarea unor pachete de programe în limbaj FORTRAN pentru calculatoare IBM PC sau compatibile cu acestea fără de care nu s-ar fi rezolvat dezideratele amintite.

CAPITOLUL 2

PARAMETRII FUNDAMENTALI ȘI COEFICIENȚII FUNCȚIONALI ȘI DE VITEZĂ LA MAȘINILE RADIAL-AXIALE REVERSIBILE

2.1 Parametrii principali

Parametrii funcționali principali la mașinile radiale și radial-axiale reversibile denumite și pompe-turbine Francis, se definesc în funcție de regimul de funcționare, în cazul turbină " T ", respectiv cazul pompă " P " [4], [13], astfel: căderea turbinei H_T , înălțimea de pompare H_P , debitul de turbinare Q_T , debitul de pompare Q_P , puterea de turbinare P_T , puterea de pompare P_P , turația turbinei n_T sau a pompei n_P , randamentul turbinei η_T respectiv al pompei η_P , coeficientul de cavitație în cazul turbinei σ_T respectiv pompei σ_P , precum și turația specifică în cazul turbinei n_{ST} sau a pompei n_{SP} .

2.1.1 Căderea de turbinare H_T și înălțimea de pompare H_P

Căderea de turbinare H_T și înălțimea de pompare H_P , la funcționarea de calcul sau optimă, se determină pe baza unor expresii cu un caracter empiric.

În acest sens Yoshiaki Kimura [69] în fig. 2.1 prezintă legătura între valorile limită ale lui $H_{Pmax} = f(n_{ST})$, care corespund relației :

$$n_{ST \text{ KW}} = \frac{20000}{H_T + 20} + 30 \quad (2.1)$$

pentru puterea turbinei dată în KW, iar P. Fr. Guli amintit în [4] ne oferă următoarea relație:

$$n_{SP} H_P^{1/2} = 1100 \div 300 \quad (2.2)$$

respectiv în fig. 2.2 este prezentată dependența $n_{SP}(H_P)$.

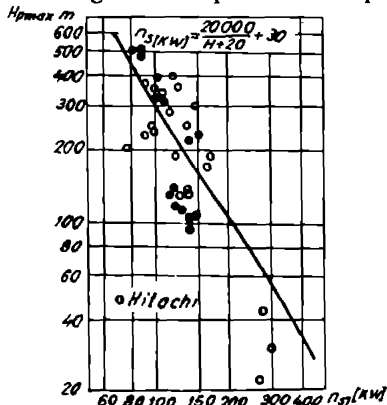


Fig. 2.1 Căderea limită la pompare în funcție de turația specifică n_{ST}

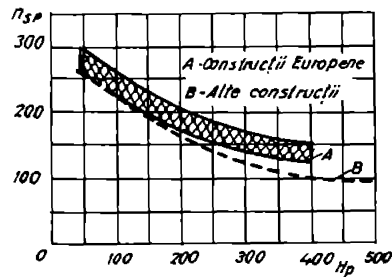


Fig. 2.2 Dependența $n_{SP} = f(H_P)$

Căderea maximă a turbinei $H_{T_{max}} = f\left(\frac{H_{P_{max}}}{H_{T_{min}}}\right)$, după [69], se recomandă să nu depășească curba limită din fig. 2.3.

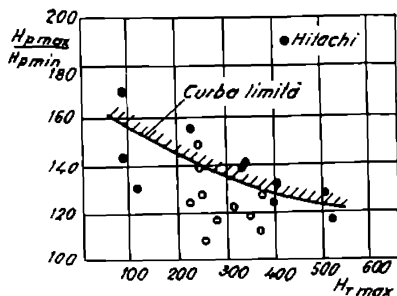


Fig. 2.3 Curba limită a căderii și a înălțimii de pompare

Studiile statistice efectuate de către Graeser [52], Siervo [98], precum și cercetările efectuate în cadrul LMHT, au condus la extinderea și stabilirea unor rezultate importante [13].

Astfel, pentru stabilirea dependenței dintre căderea H_T și turația specifică n_{ST} a fost admisă o lege de variație exponențială de forma :

$$n_{ST} = AH_T^\alpha \quad (2.3)$$

Pentru mașinile construite în diferite etape, Siervo determină valorile lui A și α astfel : $A = 1700$ și $\alpha = -0.481$ pentru anii 1961÷1970, iar $A = 1825$ și $\alpha = -0.480$ pentru anii 1970÷1977.

Studiindu-se comportarea acestor mașini și în regim de pompare au fost stabilite relațiile :

$$H_P n_{SP}^2 = 4.42 \cdot 10^6 \quad \text{după Graeser} \quad (2.4)$$

$$n_{SP} = 2061.82 H_P^{-0.480} \quad \text{după Siervo} \quad (2.5)$$

2.1.2 Debitul de turbinare Q_T și de pompare Q_P

Referitor la debitul de turbinare și pompare [4], [69], pe baza efectuării unui studiu statistic pentru mașinile construite, se prezintă în fig. 2.4 domeniul de existență a valorilor $Q_T/Q_{P_{max}} = f(H_{P_{max}}/H_{T_{min}})$.

2.1.3 Puterile de turbinare P_T și de pompare P_P

În [4], [69] se precizează că eficiența economică a mașinilor reversibile pompe-turbine Francis crește odată cu mărirea puterii pe unitate, care este totuși limitată, așa cum este ilustrat în fig. 2.5.

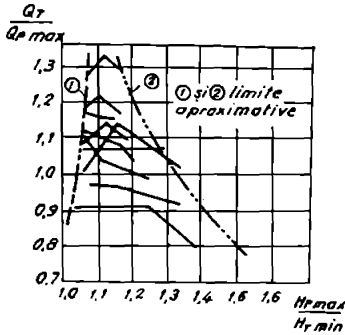


Fig. 2.4 Domeniul de existență al debitelor

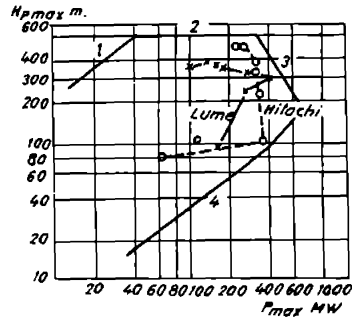


Fig. 2.5 Limitele domeniului H_{pmax} , P_{max}

Limitele actuale ale puterii și cele de execuție, depind de următorii factori [4]:

1. Limitele turației (1500 rot./min.).
2. Limita căderii H_T și a înălțimii de pompare H_P care este de (600÷700) m .
3. Limitele impuse atât de construcția cât și de exploatarea motor-generator electric.
4. Gabarite și condiții de transport

2.1.4 Turațiile specifice n_{ST} și n_{SP}

Stabilirea unei legături între turațiile specifice n_{ST} și n_{SP} este o etapă foarte importantă în proiectarea și definirea tipului de mașină reversibilă.

În urma analizei, în cadrul LMHT, a unui număr semnificativ de mașini hidraulice radiale și radial-axiale reversibile în cazul regimurilor optime de funcționare în planul (n_{ST} , n_{SP}) [13], precum și a prelucrării rezultatelor oferite de Graeser [52] și Siervo [98], s-a determinat o relație între cele două turații specifice de forma:

$$n_{ST} = B n_{SP}^{\beta} \quad (2.6)$$

în care $B = 1.14$ și $\beta = 0.992$ după LMHT, $B = 2.034$ și $\beta = 0.857$ după Graeser, $B = 0.842$ și $\beta = 1.033$ după Siervo, iar din [71] rezultă $n_{SP} = (0.8 \div 0.95)n_{ST}$ unde:

$$n_{ST} = 1550 H_T^{-0.4} \text{ pentru } H_T \leq 300 \text{ m și } n_{ST} = 15000 H_T^{-0.8} \text{ când } H_T < 300 \text{ m} \quad (2.7)$$

2.1.5 Turațiile de turbinare n_T și de pompare n_P

În [4] se arată că aproape toate construcțiile de mașini hidraulice reversibile construite până în anul 1955 au funcționat cu turații n_T și n_P diferite, asigurându-se în acest fel o funcționare optimă atât ca turbină cât și ca pompă datorită construcției mașinii electrice cu două înfășurări care s-a dovedit a fi neeconomică.

Actualmente se admite $n_P = n_T$ pentru toate mașinile reversibile, dar se caută și soluții pe partea electrică, eficiente din punct de vedere economic, pentru ca să se poată asigura pentru raportul n_P/n_T o valoare optimă.

Pentru construcțiile actuale turația se stabilește ținând cont de turațiile specifice n_{STcr} și n_{SPcr} , de limita turațiilor $n_T = n_p = 1500 \text{ rot./min.}$, admițându-se pentru funcționare o turație de sincronism.

Turația n_T se mai poate stabili și pe baza diagramei din fig. 2.6 [4], [69] în care se prezintă și curbele limită pentru motor-generatorii utilizați, astfel: a) reprezintă curba limită în cazul generatorilor realizați din două bucăți, b) limita constructivă a generatorilor răciți cu aer, iar c) pentru cei răciți cu apă.

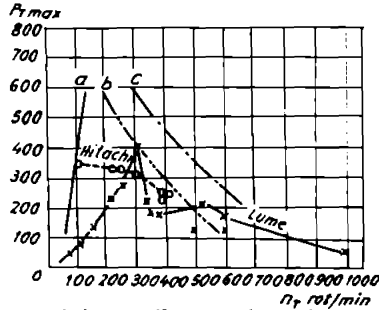


Fig. 2.6 Domeniul puterilor maxime ale turbinei în funcție de n_T

2.1.6 Randamentele η_T și η_p ale mașinii radial-axiale reversibile

Eficiența mașinii hidraulice radial-axiale reversibile sau pompei-turbine Francis, exprimată prin randamentele η_T și η_p , depinde de alegerea parametrilor de calcul, de parametrii geometrici și unghiulari, precum și de tehnologia de execuție.

În [4] se indică valorile acestor randamente, astfel $\eta_T = 0.8 \div 0.91$ și $\eta_p = 0.9 \div 0.91$, iar în [4], [100] se prezintă caracteristicile în regim de turbină și pompă ale mașinii reversibile de la Okutataragi, remarcându-se randamente ridicate în ambele regimuri, fig. 2.7 și fig.2.8, astfel: $\eta_T = 0.9$ și $\eta_p = 0.9 \div 0.91$.

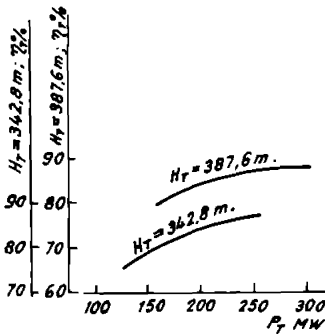


Fig.2.7 Caracteristica de funcționare în regim de turbină pentru mașina reversibilă de la Okutataragi

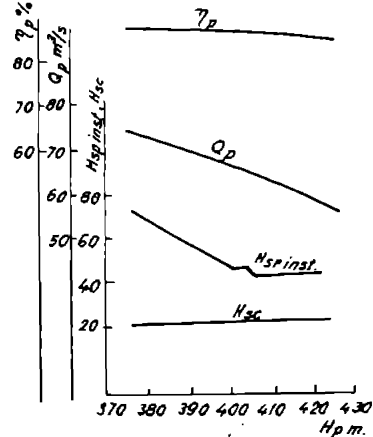


Fig.2.8 Caracteristica de funcționare în regim de pompă pentru mașina reversibilă de la Okutataragi

2.1.7 Coeficienții de cavitație σ_T și σ_P

La mașinile hidraulice reversibile cavitația apare atât în cazul funcționării ca turbină cât și ca pompă, iar acestea au o sensibilitate mai mare când funcționează în regim de pompare [13], [6].

Astfel, pe baza celor precizate anterior, se impune cunoașterea în primul rând a coeficientului de cavitație σ_P .

Coeficientul de cavitație σ_P , după [52], se poate determina cu relațiile:

$$\sigma_P = 0.862 \nu_P^{1.19} \quad (2.8)$$

sau

$$\sigma_P = 4.2 \cdot 10^{-4} n_{SP}^{1.19} \quad (2.9)$$

unde ν_P este turația specifică adimensională folosită de Graeser și exprimată astfel:

$$\nu_P = \frac{\pi \cdot n_P}{30} \cdot \frac{Q_P^{1/2}}{(2gH_P)^{3/4}} \quad (2.10)$$

Pe baza unui studiu statistic efectuat de Siervo [98], pentru un număr de 80 de mașini hidraulice reversibile exploatate ca pompe la regimul optim de funcționare oferă pentru coeficientul de cavitație σ_P următoarele relații, care se regăsesc și în [6]:

$$\sigma_P = 1.22 \cdot 10^{-3} n_{SP}^{0.982} \quad \text{pentru} \quad \frac{H_{P\max}}{H_{P\min}} < 1.05 \quad (2.11)$$

respectiv

$$\sigma_P = 7 \cdot 10^{-4} n_{SP}^{1.15} \quad \text{pentru} \quad \frac{H_{P\max}}{H_{P\min}} \geq 1.30 \quad (2.12)$$

Relațiile (2.11) și (2.12) se regăsesc în fig. 2.9 și corespund celor două drepte, unde prin $H_{P\max}$ și $H_{P\min}$ s-a notat înălțimea de pompare maximă sau minimă, iar n_{SP} este turația specifică a mașinii hidraulice reversibile în funcționarea ca pompă la regimul corespunzător randamentului maxim $(\eta_P)_{\max}$.

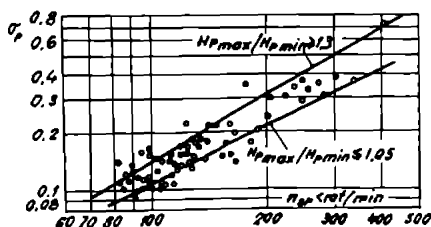


Fig. 2.9 Coeficientul de cavitație σ_P în funcție de turația specifică în funcționarea în regim de pompă

Calculul coeficientului de cavitație, pentru regimuri diferite de cel optim, se face pe baza recomandărilor date de [6], [98], utilizând relația:

$$\sigma_{Px} = \sigma_p (n_{SPx} / n_{SP})^{1.25} \quad (2.13)$$

Relația (2.9) conduce la valori ale lui σ_p apropiate cu cele care rezultă din relația recomandată de Acad. Ioan Anton [4] care a fost obținută pe baza unor studii teoretice și experimentale asupra pompelor centrifuge:

$$\sigma_p = 2.29 \cdot 10^{-4} n_{SP}^{4/3} \quad (2.14)$$

Investigațiile făcute asupra mașinilor radiale și radial-axiale reversibile, așa cum rezultă din analiza bibliografică, permit stabilirea unor relații de calcul pentru determinarea parametrilor principali.

Aceste relații de calcul sunt foarte importante deoarece ne oferă posibilitatea orientării asupra domeniului de funcționare și tipului de mașină reversibilă care este capabilă să satisfacă cerințele unei amenajări CHEAP.

2.2 Coeficienții funcționali

Pentru caracterizarea funcționării pompelor-turbine Francis este necesară cunoașterea coeficienților adimensionali pentru regimul optim sau alte regimuri de funcționare [4],[14], definiți astfel: $k_H = \frac{H_T}{H_p}$ - coeficientul căderilor, $k_Q = \frac{Q_T}{Q_p}$ - coeficientul debitelor, $k_P = \frac{P_T}{P_p}$ - coeficientul puterilor, $k_n = \frac{n_T}{n_p}$ - coeficientul turațiilor, $k_{ns} = \frac{n_{ST}}{n_{SP}}$ - coeficientul turațiilor specifice, $k_\eta = \frac{\eta_T}{\eta_p}$ - coeficientul randamentelor, iar $k_\sigma = \frac{\sigma_T}{\sigma_p}$ este coeficientul cavitațional.

Indicii “ T ” și “ P ” care intervin în cadrul relațiilor de definiție ale coeficienților funcționali caracterizează regimul de turbinare respectiv de pompare.

Investigațiile întreprinse asupra unui număr semnificativ de pompe-turbine Francis în funcțiune care au caracteristici energetice și cavitaționale superioare, precum și analiza valorilor coeficienților funcționali, au condus la stabilirea pe baze statistice a unor relații analitice de calcul [4] , [14].

Definirea și alegerea parametrilor de calcul precum și corespondența acestora cu valorile optime care se obțin la funcționarea acestor mașini reversibile în regim de tubină sau pompă rămâne o problemă deschisă , iar unele relații au fost stabilite în [4].

2.2.1 Coeficientul funcțional al căderilor k_H

În ipoteza admiterii elementelor geometrice și cinematice pentru o mașină reversibilă radială ca în [4] în regim de turbină sau pompă, atunci ecuația lui Euler pentru cazul turbină sau pompă se scrie astfel:

$$\eta_{HT} H_T = \frac{1}{g} (u_{1T} v_{u1T} - u_{2T} v_{u2T}) \quad (2.15)$$

respectiv:

$$H_P = \frac{\eta_{hP}}{1+p} \cdot \frac{1}{g} (u_{2P} v_{u2P} - u_{1P} v_{u1P}) \quad (2.16)$$

În ipoteza în care $v_{u2T} = 0$ și $v_{u1P} = 0$ și dacă se ține cont de relațiile :

$$H_T = \psi_T \frac{u_{1T}^2}{2g} \text{ și } H_P = \psi_P \frac{u_{2P}^2}{2g} \quad (2.17)$$

în care apare coeficientul căderii ψ_T și al înălțimii de pompare ψ_P , rezultă următoarea expresie pentru coeficientul căderilor :

$$k_H = \frac{\psi_T}{\psi_P} k_n^2 = k_\psi k_n^2 \quad (2.18)$$

Din relația de mai sus se observă, că pentru $n_T = n_P$, coeficientul căderilor k_H va fi egal cu k_ψ .

Dacă se ține cont de relația (2.3), de precizările făcute în [13], [14] și de relațiile oferite de Siervo [98] :

$$n_{ST} = 2128.29 H_T^{-0.481} ; n_{SP} = 2061.28 H_P^{-0.48} \quad (2.19)$$

rezultă următoarea expresie pentru coeficientul adimensional al căderilor :

$$k_H = 1.0325 K_{nS}^{-2.083} \quad (2.20)$$

2.2.2 Coeficientul funcțional al debitelor k_Q

Debitul turbinat Q_T și cel pompat Q_P se pot scrie astfel:

$$Q_T = \pi D_{1T} b_{1T} \rho_{1T} v_{m1T} ; Q_P = \pi D_{2P} b_{2P} \rho_{2P} v_{m2P} \quad (2.21)$$

În cazul pompelor-turbine Francis având în vedere că $D_{1T} = D_{2P}$; $b_{1T} = b_{2P}$; $\beta_{1T} = \beta_{2P}$; coeficientul de obstrucție ρ_{1T} la intrare în rotor în cazul funcționării ca turbină este egal cu coeficientul de obstrucție ρ_{2P} de la ieșire din rotor în cazul funcționării ca pompă, atunci coeficientul adimensional al debitelor k_Q după [4] se scrie astfel :

$$k_Q = k_n \frac{1 - \frac{\eta_{hT}}{2} \frac{1}{A^2 n_{11T}^2}}{1 - \frac{1+p}{2\eta_{hp}} \frac{1}{A^2 n_{11P}^2}} \quad (2.22)$$

unde n_{11T} și n_{11P} reprezintă turația dublu unitară în cazul funcționării mașinii hidraulice ca turbină, respectiv pompă, iar constanta "A" are următoarea expresie :

$$A = \frac{\pi}{(2g)^{1/2} 60} \quad (2.23)$$

În cazul în care debitele se exprimă cu ajutorul coeficienților de debit φ_T și φ_P , atunci vor avea expresiile :

$$Q_T = \varphi_T \pi D_{1T} b_{1T} u_{1T} \quad ; \quad Q_P = \varphi_P \pi D_{2P} b_{2P} u_{2P} \quad (2.24)$$

iar coeficientul adimensional al debitelor după [4] se va exprima astfel :

$$k_Q = \frac{\varphi_T}{\varphi_P} k_n = k_\varphi k_n \quad (2.25)$$

Din relația (2.25) se observă că pentru $n_T = n_P$ coeficientul adimensional al debitelor k_Q este egal cu k_φ .

2.2.3 Coeficientul funcțional al turațiilor specifice k_{ns}

Dacă se ține cont de expresiile turațiilor specifice :

$$n_{ST} = n_T \frac{P_T^{1/2}}{H_T^{5/4}} \quad ; \quad n_{SP} = n_P \frac{P_P^{1/2}}{H_P^{5/4}} \quad (2.26)$$

rezultă după [4] următoarea relație :

$$k_{ns}^2 = \frac{k_n^3}{k_H^{3/2}} \frac{1 - \frac{\eta_{hT}}{2} \frac{1}{A^2 n_{11T}^2}}{1 - \frac{1+p}{2\eta_{hp}} \frac{1}{A^2 n_{11P}^2}} k_n \eta_P^2 \quad (2.27)$$

În [14] se arată, că pe baza unui studiu statistic, există posibilitatea exprimării coeficientului funcțional al turațiilor specifice sub următoarele forme:

$$k_{ns} = E n_{ST}^m \quad ; \quad k_{ns} = F n_{SP}^k \quad (2.28)$$

Dacă se ține cont de exprimarea lui n_{ST} dată de Graeser [52] și de precizările făcute în [14] rezultă următoarea expresie:

$$k_{ns} = 2.034 n_{SP}^{-0.143} \quad (2.29)$$

2.2.4 Coeficientul funcțional al puterilor k_P

Pentru determinarea expresiei coeficientului funcțional al puterilor se pornește de la relațiile puterii utile P_T în cazul funcționării ca turbină și a puterii absorbite P_p în funcționarea ca pompă :

$$P_T = \rho g Q_T H_T \eta_T ; P_p = \frac{\rho g Q_p H_p}{\eta_p} \quad (2.30)$$

iar dacă se face apel la relația de definiție a lui k_P se obține următoarea expresie pentru acesta [4]:

$$k_P = k_Q k_H k_n \eta_p^2 \quad (2.31)$$

sau

$$k_P = k_H k_n \frac{1 - \frac{\eta_{hT}}{2} \frac{1}{A^2 n_{1T}^2}}{1 - \frac{1}{2 \eta_{hP}} \frac{1}{A^2 n_{1P}^2}} k_n \eta_p^2 \quad (2.32)$$

În [14], pe baza metodei celor mai mici pătrate impunând ca polinom de regresie unul de gradul întâi, se prezintă următoarea relație de legătură între k_P și k_{ns} :

$$k_P = 0.3462 k_{ns} + 0.6342 \quad (2.33)$$

Cunoașterea valorilor coeficienților funcționali pe baza relațiilor prezentate, ne va conduce la stabilirea tipului și domeniilor de funcționare pentru mașinile reversibile radiale și radial-axiale.

2.3 Coeficienții de viteză

Cunoașterea valorilor optime ale coeficienților de viteză ne permite să determinăm dimensiunile principale ale rotorilor mașinilor hidraulice reversibile în cazul proiectării acestora ca pompă sau în cazul turbinei.

În [15], pe baza unui studiu statistic efectuat asupra mașinilor hidraulice reversibile radiale și radial-axiale pentru care s-au cunoscut dimensiunile principale și parametrii funcționali, s-au determinat valorile coeficienților de viteză pentru regimurile optime de turbinare și pompare.

Dacă se apelează la expresia generală a coeficienților de viteză [4], care sunt asociați firului interior " i " și exterior " e ", atunci în cazul unui rotor reversibil ale cărui dimensiuni principale sunt prezentate în fig. 2.10, vom scrie expresiile acestor coeficienți de viteză așa cum au fost definiți în [15].

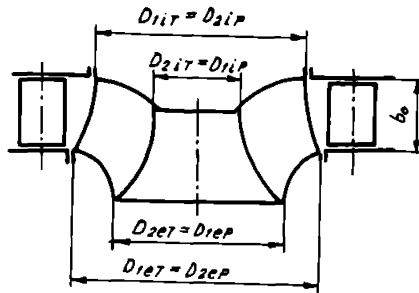


Fig. 2.10 Elementele geometrice ale unui rotor reversibil Francis

2.3.1 Coeficientul vitezei periferice k_u

Coeficienții de viteză, în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca turbină, respectiv pompă, pentru firul interior “ i ” (coroană) și cel exterior “ e ” (inel) se definesc astfel :

$$k_{u1T(2iP)} = \frac{u_{1T(2iP)}}{\sqrt{2gH_{T(P)}}} ; k_{u1eT(2eP)} = \frac{u_{1eT(2eP)}}{\sqrt{2gH_{T(P)}}} \quad (2.34)$$

Dacă se ține seama de coeficientul de sarcină ψ pentru intrare în rotorul reversibil funcționând ca pompă atunci putem să scriem relația :

$$k_{u1i(1e)P}^2 = \frac{1}{\psi_{1(1e)P}} \quad (2.35)$$

cu precizarea că pentru ieșire avem coeficientul $\psi_{2(2e)P}$, iar în [15] sunt oferite expresiile coeficientului de sarcină obținute pe cale statistică.

2.3.2 Coeficientul vitezei meridionale k_{vm}

Coeficienții vitezei meridionale pentru firul interior “ i ” și cel exterior “ e ” se definesc în felul următor :

$$k_{vm1T(2iP)} = \frac{Q_{T(P)}}{\pi D_{1T(2iP)} b_0 \sqrt{2gH_{T(P)}}} ; k_{vm2eT(1eP)} = \frac{4Q_{T(P)}}{\pi D_{2eT(1eP)}^2 \sqrt{2gH_{T(P)}}} \quad (2.36)$$

Prin introducerea coeficientului de debit φ la intrare și ieșire din rotorul reversibil în cazul funcționării ca pompă se obțin expresiile :

$$\frac{k_{vm1i(1e)P}}{k_{u1i(1e)P}} = \varphi_{1(1e)P} ; \frac{k_{vm2i(2e)P}}{k_{u2i(2e)P}} = \varphi_{2(2e)P} \quad (2.37)$$

la care vom preciza faptul că valorile acestui coeficient de debit se pot determina pe baza expresiilor deduse pe cale statistică în [15].

622.6K
3.11.14

2.3.3 Calculul coeficienților de viteză k_u și k_{vm}

2.3.3.1 Cazul funcționării ca turbină

În [15], pe baza unui studiu efectuat asupra unui număr semnificativ de pompe-turbine Francis ținând cont metodele analizei statistice, au fost determinate expresiile acestor coeficienți de viteză în funcție de turația specifică n_{ST} .

Astfel, pentru calculul coeficienților vitezei periferice, se recomandă relațiile:

$$k_{u1(t)eT} = -3.910 \cdot 10^{-5} n_{ST}^2 + 1.203 \cdot 10^{-2} n_{ST} + 0.113 \quad ; \quad 80 \leq n_{ST} \leq 160 \quad (2.38)$$

$$k_{u2eT} = 1.77 \cdot 10^{-5} n_{ST}^2 - 2.538 \cdot 10^{-3} n_{ST} + 0.520 \quad ; \quad 80 \leq n_{ST} \leq 160 \quad (2.39)$$

iar pentru cei ai vitezei meridionale de la intrare și ieșire din rotorul reversibil se recomandă expresiile:

$$k_{vm1eT} = 6.8 \cdot 10^{-6} n_{ST}^2 - 8.71 \cdot 10^{-4} n_{ST} + 0.123 \quad ; \quad 80 \leq n_{ST} \leq 160 \quad (2.40)$$

$$k_{vm2eT} = -1.628 \cdot 10^{-5} n_{ST}^2 + 5.885 \cdot 10^{-3} n_{ST} - 0.297 \quad ; \quad 80 \leq n_{ST} \leq 160 \quad (2.41)$$

2.3.3.2 Cazul funcționării ca pompă

În cele ce urmează se prezintă, în conformitate cu [15], expresiile coeficienților de viteză, în cazul funcționării rotorului reversibil în regim de pompă, în funcție de turația specifică n_{SP} .

Pentru coeficienții vitezei periferice se propun următoarele relații:

$$k_{u1eP} = -2.541 \cdot 10^{-5} n_{SP}^2 + 8.669 \cdot 10^{-3} n_{SP} - 7.64 \cdot 10^{-2} \quad ; \quad 80 \leq n_{SP} \leq 160 \quad (2.42)$$

$$k_{u2eP} = -1.481 \cdot 10^{-5} n_{SP}^2 + 5.443 \cdot 10^{-3} n_{SP} + 0.535 \quad ; \quad 80 \leq n_{SP} \leq 160 \quad (2.43)$$

iar pentru cei corespunzători vitezei meridionale se recomandă expresiile:

$$k_{vm1eP} = 7.383 \cdot 10^{-6} n_{SP}^2 - 3.433 \cdot 10^{-4} n_{SP} + 7.584 \cdot 10^{-2} \quad ; \quad 80 \leq n_{SP} \leq 160 \quad (2.44)$$

$$k_{vm2eP} = -1.143 \cdot 10^{-5} n_{SP}^2 + 3.298 \cdot 10^{-3} n_{SP} - 0.186 \quad ; \quad 80 \leq n_{SP} \leq 160 \quad (2.45)$$

Cu aceste relații obținute pe cale statistică, se pot determina valorile optime ale coeficienților de viteză, care conduc la stabilirea dimensiunilor geometrice optime ale rotorilor reversibili în ambele regimuri de funcționare, atât în cazul funcționării ca turbină cât și ca pompă.

Trebuie să remarcăm faptul că astfel de relații puse la îndemâna proiectanților sunt foarte importante pentru o dimensionare eficientă a rotorului reversibil.

2.4 Unghiurile constructive ale paletei rotorice Relații între coeficienții de viteză și cei funcționali

Cunoașterea unor relații analitice, pentru exprimarea unghiurilor constructive ale paletei de la intrare și ieșire din rotor, precum și între coeficienții de viteză, ne dă posibilitatea analizării influenței diverșilor parametri care intervin în relații ceea ce facilitează o proiectare judicioasă și optimă a mașinilor reversibile.

În [16] și [17] se prezintă astfel de relații analitice pentru cazul proiectării ca turbină și funcționării ca pompă, respectiv proiectării ca pompă și funcționării ca turbină.

2.4.1 Cazul proiectării ca turbină și funcționării ca pompă

Dacă considerăm unghiul constructiv de la intrare β_{1rT} , respectiv ieșire β_{2rT} , unde “ r “ este raza corespunzătoare unui fir oarecare de curent, atunci după [16] rezultă următoarele relații:

$$\operatorname{ctg}\beta_{1rT} = \frac{k_{u1rT}}{k_{vm1rT}} \left[1 - \left(1 + k_{2rT} \right) \frac{\eta_{hrT}}{2k_{u1rT}^2} \right] \quad (2.46)$$

$$\operatorname{ctg}\beta_{2rT} = \frac{k_{u2rT}}{k_{vm2rT}} \left[1 - k_{2rT} \frac{\eta_{hrT}}{2k_{u2rT}^2} \right] \quad (2.47)$$

unde k_{2rT} este coeficientul postrotației, iar η_{hrT} randamentul hidraulic în conformitate cu [4].

Geometria mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile care funcționează preponderent în regim de turbinare se admite ca cea a turbinelor clasice, iar pompa va avea aceleași dimensiuni, fiind evident faptul că elementele geometrice, unghiulare și cinematice de la intrare în turbină sunt egale cu cele de la ieșire din pompă, iar cele de la intrare în pompă cu cele de la ieșire din turbină.

În ceea ce privește coeficienții de viteză, pentru cazul firului exterior, în [16] au fost deduse următoarele relații:

$$k_{u1eP} = k_{u2eT} \frac{AB}{C} \quad ; \quad k_{u2eP} = k_{u1eT} \frac{AB}{C} \quad (2.48)$$

$$k_{vm1eP} = k_{vm2eT} \frac{AD}{BC} \quad ; \quad k_{vm2eP} = k_{vm1eT} \frac{AD}{BC} \quad (2.49)$$

unde :

$$B = \left[1 + k_{1eP} \left(1 - \frac{k_{u1eT}^2}{k_{u2eT}^2} \right) + \left(k_{1eP} - k_{2eT} \right) \frac{\eta_{hrT}}{2k_{u2eT}^2} \right]^{1/2} \quad (2.50)$$

$$A = \left(\frac{1+p}{\eta_{hp} \eta_{ht}} \right)^{1/2} ; C = \left[1 + k_{2eT} \left(1 - \frac{k_{u1eT}^2}{k_{u2eT}^2} \right) \right]^{1/2} ; D = 1 + k_{1eP} \left(1 - \frac{k_{u1eT}^2}{k_{u2eT}^2} \right) \quad (2.51)$$

2.4.2 Cazul proiectării ca pompă și funcționării ca turbină

Considerând unghiul constructiv la ieșire din pompă β_{2rP} , iar cel de la intrare β_{1rP} , unde “ r “ este raza corespunzătoare unui fir oarecare de curent, au rezultat după [17] următoarele relații:

$$ctg\beta_{2rP} = \frac{k_{u2rP}}{k_{vm2rP}} \left[1 - (1 + k_{1rP}) \frac{1+p}{2\eta_{hrP} k_{u2rP}^2} \right] \quad (2.52)$$

$$ctg\beta_{1rP} = \frac{k_{u1rP}}{k_{vm1rP}} \left[1 - k_{1rP} \frac{1+p}{2\eta_{hrP} k_{u1rP}^2} \right] \quad (2.53)$$

unde k_{1rP} , p , η_{hrP} sunt : coeficientul prerotației, coeficientul de influență al numărului finit de palete și respectiv randamentul hidraulic în conformitate cu [4].

În continuare vom prezenta relațiile dintre coeficienții de viteză pentru firul exterior, care în conformitate cu [17], în ceea ce privește coeficienții vitezei periferice se scriu astfel:

$$k_{u1eT} = k_{u2eP} \frac{E}{AF} ; k_{u2eT} = k_{u1eP} \frac{E}{AF} \quad (2.54)$$

iar cei ai vitezei meridionale au expresiile:

$$k_{vm1eT} = k_{vm2eP} \frac{G}{AEF} ; k_{vm2eT} = k_{vm1eP} \frac{G}{AEF} \quad (2.55)$$

unde:

$$E = \left[1 + k_{2eT} \left(1 - \frac{k_{u2eP}^2}{k_{u1eP}^2} \right) + (k_{2eT} - k_{1eP}) \frac{1+p}{2\eta_{hp} k_{u1eP}^2} \right]^{1/2} \quad (2.56)$$

$$F = \left[1 + k_{1eP} \left(1 - \frac{k_{u2eP}^2}{k_{u1eP}^2} \right) \right]^{1/2} ; G = 1 + k_{2eT} \left(1 - \frac{k_{u2eP}^2}{k_{u1eP}^2} \right) ; A = \left(\frac{1+p}{\eta_{hp} \eta_{ht}} \right)^{1/2} \quad (2.57)$$

2.4.3 Relații între coeficienții funcționali

Pe baza expresiilor ce stabilesc legătura dintre coeficienții de viteză, care au fost prezentate anterior, în continuare se prezintă relațiile finale obținute în [16], [17] între coeficienții funcționali.

Aceste relații au fost deduse pentru cele două cazuri în care s-au obținut expresiile coeficienților de viteză, iar în acestea, coeficienții funcționali au semnificația și notația în conformitate cu relațiile de definiție.

Pentru cazul proiectării ca turbină și funcționării ca pompă s-au obținut următoarele relații:

$$k_H = \left(k_n \frac{AB}{C} \right)^2 ; k_Q = k_n \frac{B^2}{D} ; k_P = k_n^3 \frac{A^2 B^4}{C^2 D} k_\eta \eta_p^2 ; k_{ns} = \eta_p \left(k_n \frac{C^3}{A^3 BD} \right)^{1/2} \quad (2.58)$$

iar în cazul proiectării ca pompă și funcționării ca turbină rezultă expresiile:

$$k_H = \left(k_n \frac{AF}{E} \right)^2 ; k_Q = k_n \frac{G}{E^2} ; k_P = k_n^3 \frac{A^2 F^2 G}{E^4} k_\eta \eta_p^2 ; k_{ns} = \eta_p \left(k_n \frac{GE}{A^3 F^3} \right)^{1/2} \quad (2.59)$$

Din analiza relațiilor analitice (2.58) și (2.59) se observă că nu se exprimă numai legătura între coeficienții funcționali, dar și între aceștia și coeficienții de viteză în expresiile cărora intervin : coeficientul numărului finit de palete “ p ”, coeficientul prerotației “ k_{1ep} ”, coeficientul postrotației “ k_{2er} ”, precum și randamentele hidraulice “ η_{hp} ” și “ η_{hr} ”.

2.5 Concluzii

Din cele prezentate în acest capitol se desprind următoarele concluzii:

- Tendința de creștere a căderii și puterii, respectiv obținerea unor randamente ridicate în cazul mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile .

- Proiectarea mașinii hidraulice radial-axiale reversibile se face pentru cazul pompă, deoarece se obțin performanțe ridicate în ambele regimuri de funcționare.

- Determinarea unor parametri principali și coeficienți funcționali se face apelând la relații care au un caracter mai mult empiric, dar care obținute pe baza unor ample investigații asupra unui număr semnificativ de mașini hidraulice reversibile dobândesc totuși un suport realist.

- Pe baza metodelor statistice efectuate asupra unui număr important de pompe-turbine Francis, care funcționează la regimuri optime, au fost obținute relații importante pentru determinarea parametrilor principali, coeficienților funcționali și de viteză, care sunt esențiale pentru o proiectare optimă.

- Obținerea unor relații teoretice pentru coeficienții funcționali, coeficienții de viteză și unghiurile constructive ale paletei, este fundamentală pentru cunoașterea funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă în cazul proiectării ca turbină, respectiv turbină când se proiectează ca pompă.

CAPITOLUL 3

CALCULUL DE DIMENSIONARE AL ROTORULUI MAȘINII RADIAL-AXIALE REVERSIBILE

3.1 Introducere

În acest capitol, baza relațiilor prezentate în cap.2, se calculează dimensiunile principale ale rotorului unei mașini radial-axială reversibilă corespunzătoare amenajării Tarnița, pentru care se cunosc datele de proiectare, respectiv parametrii principali ținându-se cont de regimul de funcționare, astfel pentru **cazul funcționării ca pompă** se cunosc : înălțimea de pompare $H_p=317$ m, debitul pompat $Q_p=72.35$ m³/s, randamentul pompei $\eta_p = 0.9$, iar pentru randamentul hidraulic se adoptă $\eta_{hp} = 0.93$, respectiv în **cazul funcționării ca turbină** avem cunoscute : căderea turbinei $H_T=310.6$ m, debitul turbinat $Q_T=97.67$ m³/s, randamentul turbinei $\eta_T = 0.88$, iar randamentul hidraulic $\eta_{hT} = 0.91$.

Înainte de a trece efectiv la calculul de dimensionare, vom preciza faptul că se adoptă soluția pentru care același rotor trebuie să satisfacă condițiile de pompare și de turbinare în cazul când turația arborelui în cele două regimuri este aceeași, adică $n_T=n_p$, iar coeficienții funcționali și cei de viteză au semnificația celor definiți în capitolul anterior, iar coeficienții de obstrucție $\rho_{1T} = \rho_{2P} = 0.98$ și $\rho_{2T} = \rho_{1P} = 0.96$.

3.2 Analiza coeficientului căderilor k_H

În [4] se arată că Dziallas, pentru mașinile hidraulice radial-axiale reversibile, pe baza studiilor statistice recomandă $k_{Hopt}=1.3\div 1.45$, iar de asemenea sunt prezentate și valorile oferite de : Hitachi ($k_H= 1.06\div 1.28$) ; R. de Saint Valery ($k_H= 1.17\div 1.285$) ; Ivo Vuskovici ($k_H=1.1\div 1.32$).

Dacă vom considera $k_{ns}\in[1.08,0.9]$, atunci rezultă, pe baza relație (2.20), intervalul de valori ale coeficientului căderilor $k_H\in[0.88,1.286]$, iar ținând cont de valoarea căderii $H_T=310.6$ m, respectiv a înălțimii de pompare $H_p=317$ m, rezultă valoarea lui $k_H=0.9798$.

Pentru calculul turațiilor specifice într-o primă etapă vom face apel la relațiile (2.19), pentru care se cunosc valorile căderii și a înălțimii de pompare fiind specificate anterior, relații care ne conduc la $n_{ST}=134.673$ rot/min, respectiv $n_{SP}=129.906$ rot/min, iar cu acestea rezultă $k_{ns}=1.037$ și $k_H=0.958$.

În continuare pentru comparație, se prezintă valorile lui k_H pentru câteva pompe-turbine Francis, considerate ca referință: Okutataragi (Japonia) - $k_H=0.91$, Numappara (Japonia) - $k_H=0.935$, Ladington (S.U.A) - $k_H=0.942$, Bath County (S.U.A) - $k_H=0.982$, iar din analiza valorilor lui k_H menționate anterior și ținând cont de valoare calculată $k_H=0.9798$ rezultă că aceasta aparține intervalului $[0.9,1]$, ceea ce ne permite să efectuăm calculul rotorului în cazul pompă.

3.3 Calculul turațiilor specifice n_{ST} și n_{SP}

În continuare se face calculul turațiilor specifice utilizând relațiile din cap.2 oferite de diverși autori, urmând ca stabilirea valorilor definitive să se facă odată cu fixarea turației $n_T=n_P$.

Pe baza relației (2.3) oferită de Siervo cu valorile lui “ A “ și “ α “ determinate pentru construcții realizate între anii 1961÷1970 rezultă $n_{ST}=107.572$ rot/min, iar cu valorile determinate pentru cele realizate între anii 1970÷1977 se obține $n_{ST}=116.146$ rot/min.

Valorile $n_{ST}=134.674$ rot/min, $n_{SP}=129.906$ rot/min se obțin utilizând expresiile (2.19), iar din relația (2.4) dată de Graeser rezultă $n_{SP}=118.08$ rot/min.

Din relațiile (2.7), ținând cont de căderea $H_T=310.6$ m, rezultă $n_{ST}=152.170$ rot/min și $n_{SP}=136.953$ rot/min, iar din expresia (2.1) se obține $n_{ST\ KW}=90.5$ rot./min., respectiv $n_{ST}=105.536$ rot/min pentru P_T exprimată în CP.

3.4 Calculul turațiilor n_T și n_P

Pentru calculul turațiilor n_T și n_P vom utiliza valorile obținute pentru turațiile specifice n_{ST} și n_{SP} calculate anterior, precum și de puterea la arbore în cazul funcționării ca turbină P_T , respectiv puterea absorbită P_P în cazul pompă.

Din relațiile (2.30), pe baza cunoașterii parametrilor principali de calcul, se determină puterea $P_T=261887.23$ KW, respectiv $P_P=249990.96$ KW.

În continuare vom calcula turațiile n_T și n_P din relațiile (2.26) în cazul funcționării ca pompă, respectiv turbină, iar apoi impunând $n_T=n_P$ se determină turațiile specifice n_{ST} și n_{SP} , cu precizare că valoarea unică a turației la arborele turbinei și respectiv pompei se stabilește ținând cont că ea trebuie să fie o turație de sincronism .

Pentru valorile turație specifice $n_{ST}=107.572$ rot/min și $n_{ST}=116.146$ rot/min se obține $n_T=235.031$ rot/min, respectiv $n_T=253.765$ rot/min, iar dacă impunem $n_T=n_P=235.031$ rot/min și respectiv $n_T=n_P=253.146$ rot/min, va rezulta $n_{SP}=102.45$ rot/min și $n_{SP}=110.352$ rot/min.

Pe baza relațiilor (2.19) s-au obținut valori apropiate pentru turațiile specifice, astfel $n_{ST}=134.674$ rot/min și $n_{SP}=129.906$ rot/min, iar acestea au condus la $n_T=294.25$ rot/min și $n_P=298$ rot/min.

Ținând cont de faptul că aceste două valori ale turațiilor sunt apropiate între ele, dacă vom impune ca $n_T=n_P=300$ rot/min se obține $n_{ST}=137.31$ rot/min și $n_{SP}=130.8$ rot/min.

Din relațiile (2.7) au fost calculate turațiile specifice $n_{ST}=152.17$ rot/min și $n_{SP}=136.953$ rot/min, iar cu acestea se obțin turațiile $n_T=332.472$ rot/min și $n_P=314.2$ rot/min, iar dacă vom admite $n_T=n_P=325$ rot/min rezultă $n_{ST}=148.75$ rot/min și $n_{SP}=141.67$ rot/min.

Turațiilor specifice n_{ST} , n_{SP} au fost calculate pentru puterile P_T , P_P exprimate în CP, iar $n_{ST\ KW}$, $n_{SP\ KW}$ pentru puterile în KW .

3.5 Stabilirea turațiilor n_p și n_T precum și a turațiilor specifice n_{SP} și n_{ST}

Din analiza calculelor efectuate anterior rezultă următoarele intervale de valori pentru n_{ST} și n_{SP} , astfel: $n_{ST} \in [105.54, 152.2]$ rot/min, iar $n_{SP} \in [102.45, 141.67]$ rot/min.

Valorile mari pentru n_{SP} sunt favorabile energetic și defavorabile cavitațional, iar pentru $H_p = ct.$ și $P_p = ct.$ conduc în general la creșterea turației n_p și în consecință la reducerea dimensiunii mașinii reversibile, dar și la complicații în ceea ce privește proiectarea și exploatarea hidrogeneratorului, precum și la apariția de vibrații și zgomote, iar valorile mici ale turației specifice $n_{SP} < 90(110)$ rot/min sunt inacceptabile din cauza scăderii randamentului și a dimensiunilor prea mari [103].

Limita economică care îngrădește creșterea turației specifice n_{SP} este legată de apariția fenomenului de cavitație corelat cu cota geometrică de aspirație, iar realizarea practică a înălțimii geometrice de aspirație corespunzătoare turațiilor specifice mari implică creșterea volumului excavațiilor și deci a investiției [4],[103].

Valorile turațiilor specifice obținute cu relațiile (2.19) au condus la turațiile n_T și n_p foarte apropiate de turația de sincronism egală cu 300 rot/min, motiv pentru care s-a admis $n_T = n_p = 300$ rot/min, ceea ce a permis obținerea turațiilor specifice $n_{ST} = 137.31$ rot/min și $n_{SP} = 130.8$ rot/min.

Din observația că aceste valori ale turațiilor specifice nu sunt extreme, ci se află în intervalele de valori specificate anterior, precum și din precizările menționate care se referă la influența lui n_{SP} asupra: performanțelor energetice, cavitaționale, a dimensiunilor de gabarit și investiției, rezultă că aceste valori sunt corect determinate.

3.6 Calculul dimensiunilor principale

Dacă ținem cont de relațiile (2.34) rezultă următoarele expresii pentru calculul diametrilor:

$$D_{1T(2p)} = \frac{2k_{u1T(2p)}}{\omega_{T(p)}} \sqrt{2gH_{T(p)}} \quad ; \quad D_{1eT(2eP)} = \frac{2k_{u1eT(2eP)}}{\omega_{T(p)}} \sqrt{2gH_{T(p)}} \quad (3.1)$$

unde viteza unghiulară $\omega_T = \omega_p = 10\pi$ rad/sec.

Cunoscând valorile turațiilor specifice $n_{ST} = 137.31$ rot/min și $n_{SP} = 130.8$ rot/min, pe baza relațiilor (2.38), (2.39), (2.42), (2.43) rezultă următoarele valori pentru coeficienții vitezei periferice: $k_{u1eT} = k_{u1iT} = 1.028$, $k_{u2eT} = 0.505$, $k_{u1eP} = 0.623$, $k_{u2eP} = 0.994 \approx 1$, iar din relațiile (3.1), deoarece cunoaștem căderea $H_T = 310.6$ m și înălțimea de pompare $H_p = 317$ m, se obțin următoarele valori ale diametrilor: $D_{1eT} = D_{1iT} = 5.108$ m, $D_{2eT} = 2.510$ m, $D_{2eP} = 4.991$ m, $D_{1eP} = 3.13$ m, ceea ce face ca raportul D_{1eT}/D_{2eT} să fie egal cu 1.99, iar $D_{2eP}/D_{1eP} = 1.6$.

Raportul b_{2P}/D_{2P} egal cu 0.0972 se obține din următoarea relație dată în [4] :

$$\frac{b_{2P}}{D_{2P}} = -0.014 + 0.00085n_{SP} \quad (3.2)$$

În [108] se arată că pentru CHEAP Bath County raportul D_{2eP}/D_{1eP} este egal cu 1.91, b_{2P}/D_{2eP} egal cu 0.0873, iar în conformitate cu [108],[111],[112] au fost admise următoarele valori: $D_{1T}=D_{2P}=5$ m, raportul b_{2P}/D_{2P} egal cu 0.1, iar pentru raportul D_{2eP}/D_{1eP} se consideră valorile 1.85 și 1.87 ceea ce conduc la $D_{1eP}=D_{2eT}=2.7$ m, respectiv $D_{1eP}=D_{2eT} = 2.674$ m .

3.7 Calculul unghiului β_{2P}

Având în vedere faptul că pentru mașinile hidraulice radial-axiale reversibile în [20] se recomandă numărul palete $z_p=6\div 9$, vom calcula unghiul β_{2P} pentru numărul de palete $z_p=7$ cu ajutorul relației oferite de K. Fujie recomandate de [4]:

$$\frac{1}{1+p} = 1 - \frac{1 - (693 + 158z_p - 0.258z_p^2) \cdot 10^{-3}}{1 - \varphi_{2P} \operatorname{ctg} \beta_{2P}} \quad (3.3)$$

cea ce conduce la un calcul iterativ [112], iar pentru $\rho_{2P} = 0.98$, $\varphi_{2P} = 0.11968$ rezultă coeficientul de influență al numărului finit de palete $p = 0.3836$ și $\beta_{2P} = 25^\circ$.

În privința unghiului β_{2P} Arșenevski [8] recomandă, pentru $n_{SP}=80\div 140$ rot/min, valori de $22^\circ\div 28^\circ$, în [4] se precizează că $\beta_{2P} = 18^\circ\div 22^\circ(30^\circ)$, iar Raabe [92] pentru $n_{SP}=110\div 120$ rot/min propune $\beta_{2P} = 21^\circ\div 28^\circ$, de unde se observă că valoarea calculată pentru unghiul β_{2P} se încadrează în intervalele de valori precizate anterior.

După ce au fost stabilite valorile turațiilor specifice $n_{ST}=137.31$ rot/min și $n_{SP}=130.8$ rot/min rezultă coeficienții funcționali $k_n=1$ și $k_{ns}=1.05$, iar ținându-se cont de parametrii principali se obțin: $k_H=0.98$, $k_Q=1.35$, $k_P=1.048$ și $k_\eta = 0.978$.

Din relațiile (2.54.) pentru $k_{1eP}=k_{2eT}=0$ rezultă $k_{u1eT}=0.782$ și $k_{u2eT}=0.487$, iar din [4] în cazul proiectării unei turbine Francis propriu-zise se obțin următoarele valori pentru coeficienții vitezei periferice: $k_{u1eT}=0.804$ și $k_{u2eT}=0.594$.

3.8 Concluzii

Din analiza calculelor efectuate se pot trage următoarele concluzii:

- Valorile stabilite pentru turațiile specifice, având în vedere pe cele obținute din relațiile (2.19), se încadrează în intervalul de valori obținute cu alte relații, ceea ce conduce la o armonizare între performanțele energetice și cavitaționale[103].

- Datorită diferenței de valori a lui $k_{u1eT} = k_{u2eP}=1.028$ obținute pentru mașina hidraulică radial-axială reversibilă proiectată ca pompă și $k_{u1eT}=0.804$ în cazul dimensionării unei turbine Francis rezultă compromisul de-a se dimensiona rotorul reversibil ca unul de pompă cu diametrul $D_{2P} > D_{1T}$ corespunzător unei turbine, ceea ce conduce la o scădere a unghiului paletei rotorice $\beta_T = \beta_{2P} = 25^\circ$ și la performanțe bune în ambele regimuri de funcționare [4].

- Coeficienții funcționali au valori apropiate de cele analizate în [4], iar unghiul β_{2P} se încadrează în intervalul de valori oferite în literatură [4], [8], [92].

CAPITOLUL 4

METODA ELEMENTULUI FINIT (F.E.M.) ȘI A ELEMENTULUI DE FRONTIERĂ (B.E.M.) ÎN CAZUL MIȘCĂRII POTENȚIALE AXIAL-SIMETRICE A FLUIDELOR INCOMPRESIBILE DIN ZONA ROTORULUI MAȘINII RADIAL-AXIALE REVERSIBILE

4.1 Metoda elementului finit (F.E.M)

4.1.1 Noțiuni generale

În istoria dezvoltării ingineresti, la început s-a pus un mare accent pe măsurători și modalitățile de evaluare cantitativă în sfera vieții materiale, iar apoi s-a dezvoltat experimentul de laborator în scopul obținerii a cât mai multe date despre materiale, respectiv procesele analizate.

Dezvoltarea calculului folosit în proiectarea și verificarea obiectivelor care au fost construite s-a făcut în mare parte pe baza informațiilor experimentale, iar odată cu creșterea complexităților tehnologice, precum și a imposibilităților practice de reproducere în laborator a unor procese industriale, se observă că limitele de aplicabilitate ale acestui sistem devin evidente.

Apariția și dezvoltarea calculatoarelor electronice au facilitat introducerea experimentului numeric, în care cercetătorul pentru rezolvarea unor probleme complexe a făcut o sinteză între gândirea analitică și cea experimentală în sensul că se încearcă să se modeleze evoluția unui proces fizic fără să se pornească de la modelul material studiat, ci de la modelul său analitic care este adaptat sub o formă ușor de implementat pe calculator, iar apoi prin impunerea modelului numeric a unor condiții inițiale și la limită, se vor obține variații ale parametrilor investigați la fel cum s-ar obține diferite informații despre aceștia în laborator.

Vom menționa faptul că în cadrul experimentelor combinate, modelarea experimentală de laborator este cuplată cu un calculator prin care simularea numerică este calibrată direct cu experiențele de laborator.

În știință, unul dintre principalele modele de cunoaștere a mediilor continue este cel de aproximare prin discretizare, care constă în descompunerea unui domeniu continuu de analiză într-un număr finit de elemente discrete, iar aproximarea întregului este dată de ansamblul tuturor elementelor componente.

Aproximarea prin discretizare reprezintă un concept fundamental față de care metoda elementelor finite reprezintă un caz particular, în care se pornește de la modelul integral al fenomenului studiat care poate să fie obținut direct prin calcul, sau din modelul diferențial corespunzător cu ajutorul calculului variațional, respectiv al metodei reziduurilor ponderate.

Introducerea metodei elementului finit în mecanica fluidelor a apărut mai recent [39],[26],[77], iar în cadrul Catedrei de Mașini Hidraulice aceasta se datorește D-lui Prof. dr.ing. Carte Iuliu [7], [32÷42].

4.1.2 Mișcarea axial-simetrică. Domeniul de analiză și condiții la limită

În cazul rotorilor mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile, pe baza ipotezei că suprafețele de curent din zona acestora sunt suprafețe de revoluție, se înlocuiește studiul curgerii prin rețeaua de palete rotorice, cu studiul unei rețele de profile radial-axiale care este dispusă pe suprafețele de curent și care se obține prin intersecția paletelor rotorice cu aceste suprafețe de curent, iar pe baza acestor considerente se acceptă ca în această fază rotorul să fie nepaletat, respectiv mișcarea fluidului ideal și incompresibil este considerată potențială și axial-simetrică [32].

În cazul mișcării axial-simetrice se utilizează un sistem de coordonate cilindric care este notat cu (r, θ, z) , respectiv cu majuscule (R, Θ, Z) , iar în ceea ce privește ecuația lui Stokes în funcția de curent, aceasta are expresia :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0 \quad (4.1)$$

cu următoarele relații pentru viteze :

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad ; \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (4.2)$$

iar pentru funcția de potențial ecuația lui Stokes se scrie astfel :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0 \quad (4.3)$$

respectiv pentru viteze avem relațiile :

$$v_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} \quad ; \quad v_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad (4.4)$$

Din relațiile (4.2) și (4.4) rezultă legătura dintre φ și ψ astfel:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad ; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (4.5)$$

În general, pentru domenii de analiză care sunt simetrice , nu este necesar ca acesta să se reprezinte în întregime [22], [28], [44], iar în cazul nostru datorită simetriei acestuia se va lua în coformitate cu [32] doar primul cadran.

În continuare se vor prezenta domeniul de analiză și condițiile la limită pentru problema în funcția de curent ψ și apoi în funcția de potențial φ .

4.1.2.1 Cazul funcției de curent ψ

În cele ce urmează ne propunem să prezentăm domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția de curent în cazul când coroana are puncte și pe axa de simetrie, respectiv când acestea se află numai deasupra ei, pentru rotorul reversibil în cazul pompă cât și turbină, atât în ceea ce privește tratarea dimensională cât și cea adimensională a problemei în ψ .

Pentru a mări generalitatea problemei, așa cum se precizează în [32], este foarte utilă tratarea adimensională a problemei în funcția de curent, iar pentru aceasta se utilizează schimbarea de variabilă :

$$z^* = zL_{ax}^{-1} \quad ; \quad r^* = rL_r^{-1} \quad (4.6)$$

și de funcție [32]:

$$\psi^* = 2\pi Q^{-1}\psi \quad (4.7)$$

se obține după [37], următoarea ecuație a lui Stokes pentru funcția de curent sub formă adimensională:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^{*2}} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (4.8)$$

iar vitezele adimensionale se scriu astfel:

$$v_z^* = \frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} \quad ; \quad v_r^* = -\frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} \quad (4.9)$$

Dacă se ține seama de relațiile (4.6), (4.7) și (4.9) rezultă relațiile de legătură dintre viteze:

$$v_z^* = 2\pi L_{ax}^2 Q^{-1} v_z \quad ; \quad v_r^* = 2\pi L_r^2 Q^{-1} v_r \quad (4.10)$$

unde debitul $Q = 2\pi(\psi - \psi_0)$ în care $\psi_0 = 0$, iar L_{ax} este extinderea axială a domeniului de analiză.

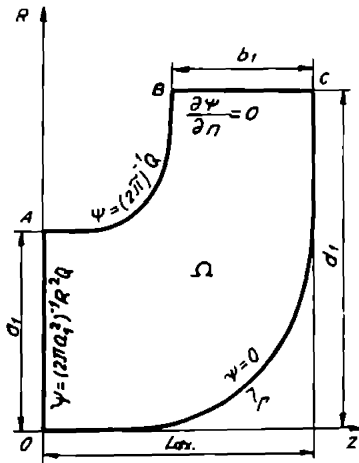


Fig.4.1 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția ψ în cazul pompă și tratarea dimensională

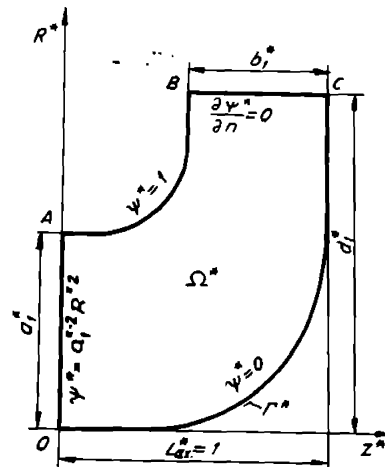


Fig.4.2 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția ψ^* în cazul pompă și tratarea adimensională

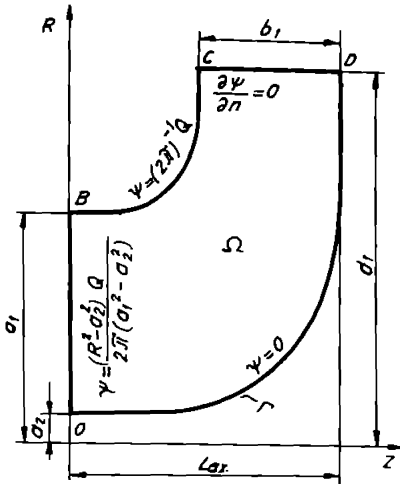


Fig.4.3 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția ψ în cazul pompei și tratarea dimensională

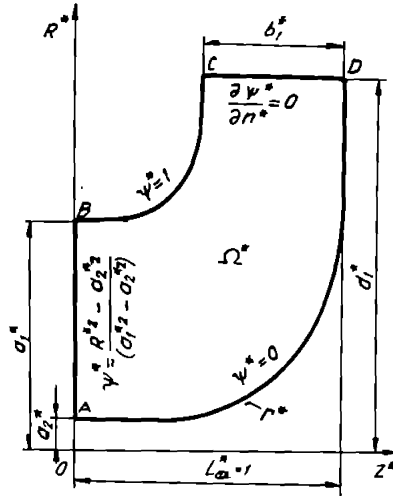


Fig.4.4 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția ψ^* în cazul pompei și tratarea adimensională

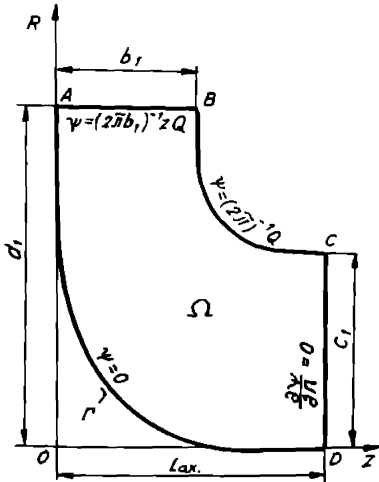


Fig.4.5 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția ψ în cazul turbinei și tratarea dimensională

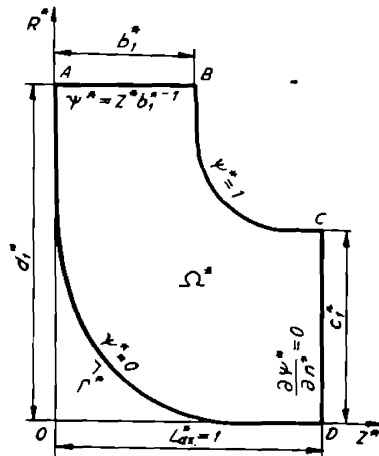


Fig.4.6 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția ψ^* în cazul turbinei și tratarea adimensională

4.1.2.2 Cazul funcției de potențial φ

Așa cum s-a precizat utilitatea tratării adimensionale în cadrul funcției de curent, acest lucru este valabil și în cazul funcției de potențial, iar cu schimbarea de variabilă (4.6) și de funcție :

$$\varphi^* = 2\pi L_{ax} Q^{-1} \varphi \quad (4.11)$$

rezultă în conformitate cu [37], forma adimensională a ecuației lui Stokes:

$$\frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} = 0 \quad (4.12)$$

iar vitezele adimensionale au expresiile:

$$v_{z'}^* = \frac{\partial \varphi^*}{\partial z^*} ; \quad v_{r'}^* = \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} \quad (4.13)$$

În continuare se va prezenta domeniile de analiză și condițiile la limită pentru cazul pompă și turbină, atât în situația în care coroana are și puncte pe axa de simetrie sau când toate punctele se află deasupra acesteia.

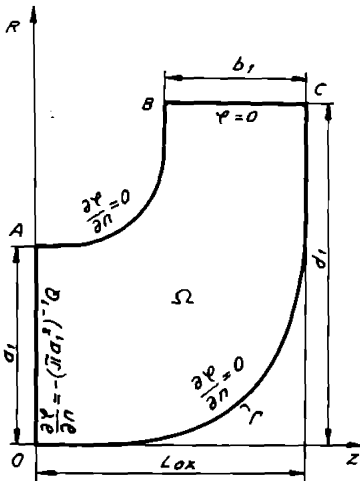


Fig.4.9 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ în cazul pompă și tratarea dimensională

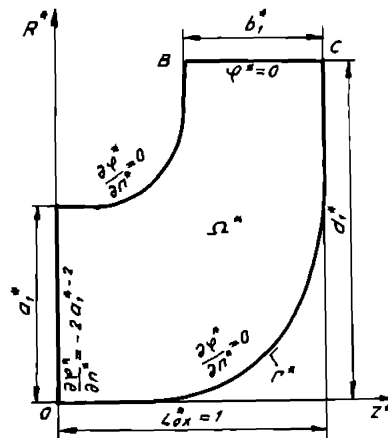


Fig.4.10 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ^* în cazul pompă și tratarea adimensională

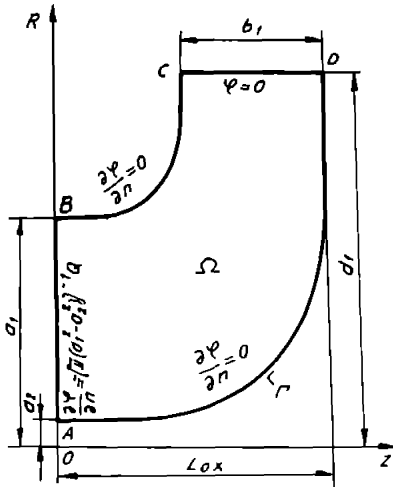


Fig. 4.11 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ în cazul pompă și tratarea dimensională

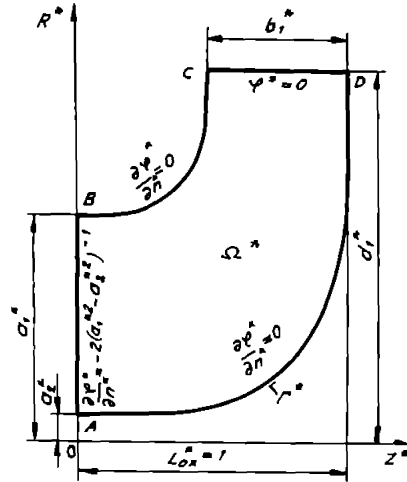


Fig. 4.12 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ^* în cazul pompă și tratarea adimensională

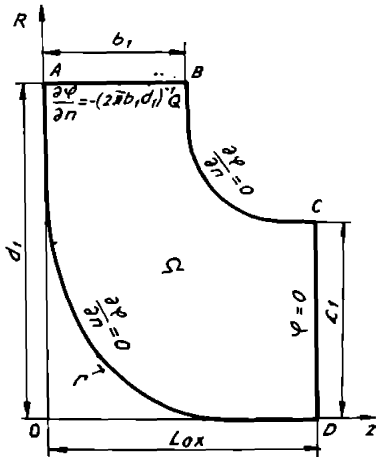


Fig. 4.13 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ în cazul turbină și tratarea dimensională

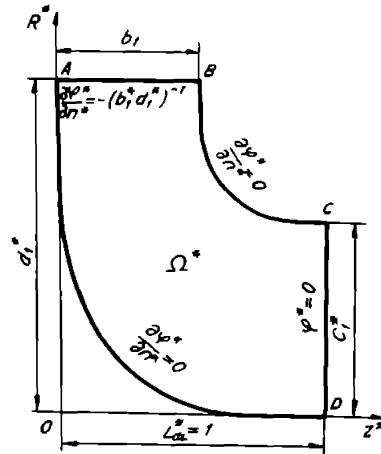


Fig. 4.14 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ^* în cazul turbină și tratarea adimensională

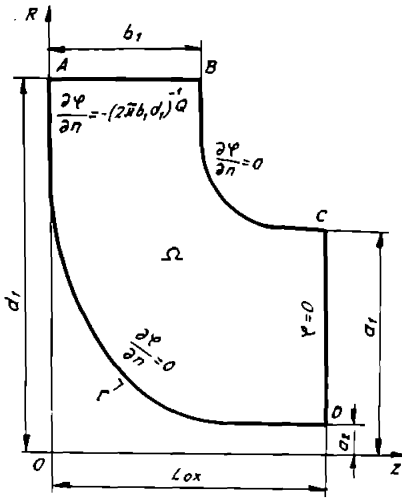


Fig.4.15 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ în cazul turbină și tratarea dimensională

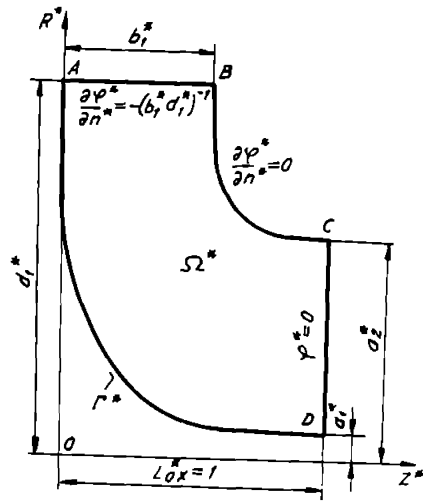


Fig.4.16 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ^* în cazul turbină și tratarea adimensională

În cazul pompă când coroana (porțiunea OC) are și puncte pe axa de simetrie, se observă din fig.4.9 și fig.4.10 că avem condiții la limită Neumann pe OA, AB, OC și Dirichlet pe partea BC, iar când aceasta are puncte numai deasupra axei de simetrie așa cum se prezintă în fig.4.11 și fig.4.12 vom avea condiții la limită Neumann pe AB, BC, AC și Dirichlet pe CD, respectiv pentru cazul turbină fig.4.13, fig.4.14, fig.4.15 și fig.4.16 condițiile Neumann sunt pe AD, AB, BC și Dirichlet pe CD.

4.1.3 Ecuațiile lui Stokes integrate prin metoda elementului finit (F.E.M)

Cu ajutorul metodei elementului finit se rezolvă numeric aceste ecuații cu condiții la limită impuse, obținându-se astfel soluția aproximativă în formă discretă.

4.1.3.1 Integrarea ecuației lui Stokes în funcția de curent

Integrarea acestei ecuații în cazul pompă și turbină se poate face și în tratarea dimensională, dar pentru a mări generalitatea problemei vom recurge tratarea adimensională, așa cum vom proceda în continuare, ținând cont de schimbarea de variabilă (4.6) și de funcție (4.7), de ecuația lui Stokes scrisă sub formă adimensională (4.8), de relațiile (4.9) și (4.10), precum și de condițiile la limită corespunzătoare.

Funcția ψ^* se poate aproxima global pe domeniul Ω^* astfel :

$$\psi^* = a_\alpha^* \psi_\alpha^* \quad \alpha = 1, NG \quad (4.14)$$

unde NG , a_α^* , ψ_α^* reprezintă numărul de noduri pe Ω^* , funcțiile de interpolare globală pe acest domeniu, respectiv valoarea lui ψ^* în nodul global α .

Dacă se aplică metoda lui Galerkin :

$$\int_{\Omega^*} \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial r^{*2}} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} \right) a_\alpha^* d\Omega^* = 0 \quad (4.15)$$

unde Ω^* în ipoteza de axial-simetrie are $d\Omega^* = r^* d\theta dz^* dr^*$, iar dacă se integrează prin părți și se ține cont de (4.14) rezultă următorul sistem linear global [37], [44]:

$$D_{\alpha\beta}^* \psi_\beta^* = F_\alpha^* \quad \alpha, \beta = 1, NG \quad (4.16)$$

în care coeficienții $D_{\alpha\beta}^*$ se scriu astfel:

$$D_{\alpha\beta}^* = \int_{\Omega^*} \left(\frac{\partial a_\alpha^*}{\partial z^*} \frac{\partial a_\beta^*}{\partial z^*} + \frac{\partial a_\alpha^*}{\partial r^*} \frac{\partial a_\beta^*}{\partial r^*} \right) d\Omega^* + 2 \int_{\Omega^*} r^{*-1} a_\alpha^* \frac{\partial a_\beta^*}{\partial r^*} d\Omega^* \quad \alpha, \beta = 1, NG \quad (4.17)$$

iar termenii liberi F_α^* au următoarea expresie:

$$F_\alpha^* = \int_{\Gamma^*} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial z^*} n_z^* + \frac{\partial \psi^*}{\partial r^*} n_r^* \right) a_\alpha^* d\Gamma^* \quad \alpha = 1, NG \quad (4.18)$$

S-a notat cu a_β , ψ_β , a_α^* , funcțiile de interpolare globală, valoarea lui ψ^* în nodul global β , respectiv funcțiile de interpolare globală pe Γ^* , iar n_z^* sau n_r^* reprezintă cosinusul unghiului format dintre normala n^* la frontiera Γ^* cu axele de coordonate oz^* respectiv or^* .

4.1.3.2 Integrarea ecuației lui Stokes în funcția de potențial

La fel ca în cazul funcției de curent, integrarea cu ajutorul metodei elementului finit a ecuației lui Stokes în funcția de potențial se face pentru tratarea adimensională a problemei, ceea ce ne permite să facem apel la relațiile (4.6), (4.11), (4.12), (4.13) precum și la condițiile la limită corespunzătoare.

Funcția φ^* pe domeniul Ω^* se poate aproxima global astfel:

$$\varphi^* = b_\alpha^* \varphi_\alpha^* \quad \alpha = 1, NG \quad (4.19)$$

în care b_α^* , φ_α^* sunt funcțiile de interpolare globală, respectiv valoarea lui φ^* în nodul global α .

Dacă vom aplica metoda lui Galerkin:

$$\int_{\Omega^*} \left(\frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} \right) b_{\alpha}^* d\Omega^* = 0 \quad (4.20)$$

și integrând prin părți se ajunge, ținând seama de [37] și [44], la următorul sistem liniar global :

$$D_{\alpha\beta}^* \varphi_{\beta}^* = F_{\alpha}^* \quad \alpha, \beta = 1, NG \quad (4.21)$$

unde coeficienții $D_{\alpha\beta}^*$ sunt dați de expresia:

$$D_{\alpha\beta}^* = \int_{\Omega^*} \left(\frac{\partial b_{\alpha}^*}{\partial z^*} \frac{\partial b_{\beta}^*}{\partial z^*} + \frac{\partial b_{\alpha}^*}{\partial r^*} \frac{\partial b_{\beta}^*}{\partial r^*} \right) d\Omega^* \quad \alpha, \beta = 1, NG \quad (4.22)$$

iar termenii liberi F_{α}^* se scriu astfel:

$$F_{\alpha}^* = \int_{\Gamma^*} \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial z^*} n_z^* + \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} n_r^* \right) b_{\alpha}^* d\Gamma^* \quad \alpha = 1, NG \quad (4.23)$$

În urma rezolvării sistemului liniar global se obțin valorile globale φ_{β}^* ale lui φ^* în nodul global β .

4.1.3.3 Discretizarea domeniului de analiză

Discretizarea domeniului de analiză se face cu elemente finite izoparametrice liniare fig.4.15.

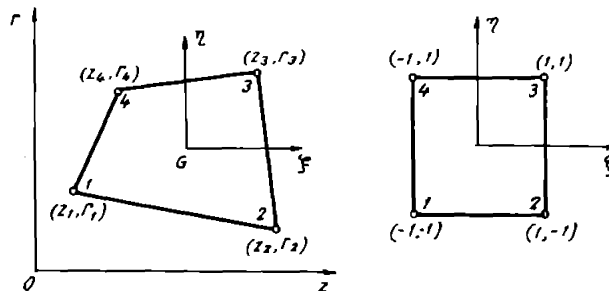


Fig.4.15 Coordonate globale și ξ - naturale pentru elemente patrulatere

Un astfel de element este patrulater și are patru noduri în colțuri ($NL=4$) și utilizează un sistem de coordonate ζ - naturale care variază între 0 și ± 1 și care este centrat în centrul de greutate al elementului finit, iar pentru un punct arbitrar din acesta legătura dintre coordonatele globale adimensionale (z^*, r^*) și cele naturale (ζ, η) după [44] se exprimă astfel:

$$z^* = 4^{-1}(a_1 + b_1\zeta + c_1\eta + d_1\zeta\eta) \quad ; \quad r^* = 4^{-1}(a_2 + b_2\zeta + c_2\eta + d_2\zeta\eta) \quad (4.24)$$

unde coeficienții $a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2$ se exprimă astfel:

$$\begin{aligned} a_1 &= z_1^* + z_2^* + z_3^* + z_4^* & ; & & a_2 &= r_1^* + r_2^* + r_3^* + r_4^* \\ b_1 &= -z_1^* + z_2^* + z_3^* - z_4^* & ; & & b_2 &= -r_1^* + r_2^* + r_3^* - r_4^* \\ c_1 &= -z_1^* - z_2^* + z_3^* + z_4^* & ; & & c_2 &= -r_1^* - r_2^* + r_3^* + r_4^* \\ d_1 &= z_1^* - z_2^* + z_3^* - z_4^* & ; & & d_2 &= r_1^* - r_2^* + r_3^* - r_4^* \end{aligned} \quad (4.25)$$

Relația (4.23) ține seama de funcțiile izoparametrice de interpolare și de precizările făcute în [44], iar în expresia coeficienților din (4.25) intervin coordonatele globale adimensionale ale nodurilor elementului patrulater.

Pentru schimbarea de variabilă din (z^*, r^*) în (ζ, η), având în vedere calculele ulterioare, este utilă relația :

$$\iint dz^* dr^* = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 |J| d\zeta d\eta \quad (4.26)$$

unde determinantul Jacobianului transformării are expresia:

$$|J| = 8^{-1}(\alpha_0 + \alpha_1 + \alpha_2) \quad (4.27)$$

în care $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ se scriu astfel:

$$\alpha_0 = (z_4^* - z_2^*)(r_1^* - r_3^*) - (z_1^* - z_2^*)(r_4^* - r_2^*) \quad (4.28)$$

$$\alpha_1 = (z_3^* - z_4^*)(r_1^* - r_2^*) - (z_1^* - z_2^*)(r_3^* - r_4^*) \quad (4.29)$$

$$\alpha_2 = (z_4^* - z_1^*)(r_2^* - r_3^*) - (z_2^* - z_3^*)(r_4^* - r_1^*) \quad (4.30)$$

4.1.4 Ecuația standard pe element finit și calculul coeficienților locali și globali

Pentru a obține ecuația standard pe element finit domeniul de analiză Ω^* se discretizează într-un număr de " E " domenii sau elemente finite Ω^{**} cu frontierele Γ^{**} .

4.1.4.1 Ecuația standard pe element finit în cazul funcției de curent

Funcția de curent ψ^* se poate aproxima local pe fiecare element Ω^{**} astfel:

$$\psi^{**} = a_N^{**} \psi_N^{**} \quad N = 1, NL \quad (4.31)$$

În relația (4.31) a_N^{**} sunt funcțiile de interpolare locală, ψ_N^{**} este valoarea lui ψ^{**} în nodul local N , iar NL este numărul de noduri locale ale lui Ω^{**} .

Dacă se aplică metoda Galerkin:

$$\int_{\Omega^{**}} \left(\frac{\partial^2 \psi^{**}}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^{**}}{\partial r^{*2}} - \frac{1}{r^*} \frac{\partial \psi^{**}}{\partial r^*} \right) a_N^{**} d\Omega^{**} = 0 \quad (4.32)$$

și apoi integrându-se prin părți rezultă ecuația standard pe element finit, respectiv sistemul linear local [37], [44]:

$$D_{NM}^{**} \psi_M^{**} = F_N^{**} \quad N, M = 1, NL \quad (4.33)$$

în care coeficienții D_{NM}^{**} au următoarea expresie:

$$D_{NM}^{**} = \int_{\Omega^{**}} \left(\frac{\partial a_N^{**}}{\partial z^*} \frac{\partial a_M^{**}}{\partial z^*} + \frac{\partial a_N^{**}}{\partial r^*} \frac{\partial a_M^{**}}{\partial r^*} \right) d\Omega^{**} + 2 \int_{\Omega^{**}} r^{*-1} a_N^{**} \frac{\partial a_M^{**}}{\partial r^*} d\Omega^{**} \quad N, M = 1, NL \quad (4.34)$$

iar termenii liberi se exprimă astfel:

$$F_N^{**} = \int_{\Gamma^{**}} \left(\frac{\partial \psi^{**}}{\partial z^*} n_z^* + \frac{\partial \psi^{**}}{\partial r^*} n_r^* \right) d\Gamma^{**} \quad N = 1, NL \quad (4.35)$$

Coeficienții D_{NM}^{**} se evaluează printr-o formulă de cuadratură Gauss în conformitate cu [32], [37], [44], astfel:

$$D_{NM}^{**} = 32^{-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i^* w_j^* f_{NM}(\zeta_i, \eta_j) \quad (4.36)$$

unde m este numărul de puncte gaussiene din interiorul elementului finit, ζ_i și η_j sunt coordonatele naturale ale acestora, iar w_i^*, w_j^* reprezintă coeficienții de pondere.

Dacă ținem cont de condițiile la limită în funcția de curent atât în cazul pompă cât și turbină, se observă din relația (4.35) că termenii liberi F_N^{**} sunt nuli pe frontiera Γ^* .

Trecerea de la valorile locale $\psi_N^{**}, D_{NM}^{**}, F_N^{**}$ la cele globale se face prin intermediul matricilor Booleene [37], [44], astfel:

$$\psi_a^* = \sum_{\alpha=1}^E \Delta_{N\alpha}^* \psi_N^{**} \quad ; \quad D_{a\beta}^* = \sum_{\alpha=1}^E D_{NM}^{**} \Delta_{N\alpha}^* \Delta_{M\beta}^* \quad ; \quad F_a^* = \sum_{\alpha=1}^E F_N^{**} \Delta_{N\alpha}^* \quad (4.37)$$

unde $\Delta_{N\alpha}^*$ sunt elementele matricei Booleene Δ^* care are dimensiunea $NL \times NG$.

4.1.4.2 Ecuția standard pe element finit în cazul funcției de potențial

În mod analog ca în cazul funcției de curent și cea de potențial φ^* se poate aproxima local pe fiecare element Ω^{*e} astfel:

$$\varphi^{*e} = b_N^{*e} \varphi_N^{*e} \quad N = 1, NL \quad (4.38)$$

unde b_N^{*e} sunt funcțiile de interpolare locale, φ_N^{*e} este valoarea lui φ^* în nodul local N , iar NL este numărul de noduri ale lui Ω^{*e} .

Dacă vom aplica metoda lui Galerkin:

$$\int_{\Omega^{*e}} \left(\frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial z^{*2}} + \frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial r^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} \right) b_N^{*e} d\Omega^{*e} = 0 \quad (4.39)$$

și apoi integrându-se prin părți se va obține ecuația standard pe element finit, respectiv sistemul linear local :

$$D_{NM}^{*e} \varphi_M^{*e} = F_N^{*e} \quad N, M = 1, NL \quad (4.40)$$

unde coeficienții D_{NM}^{*e} se scriu în felul următor :

$$D_{NM}^{*e} = \int_{\Omega^{*e}} \left(\frac{\partial b_N^{*e}}{\partial z^*} \frac{\partial b_M^{*e}}{\partial z^*} + \frac{\partial b_N^{*e}}{\partial r^*} \frac{\partial b_M^{*e}}{\partial r^*} \right) d\Omega^{*e} \quad (4.41)$$

iar termenii liberi F_N^{*e} sunt dați de relația:

$$F_N^{*e} = \int_{\Gamma^{*e}} \left(\frac{\partial \varphi^{*e}}{\partial z^*} n_z^* + \frac{\partial \varphi^{*e}}{\partial r^*} n_r^* \right) b_N^{*e} d\Gamma^* \quad (4.42)$$

Funcțiile izoparametrice de interpolare a_N^{*e} și b_N^{*e} au următoarele expresii [44]:

$$\begin{aligned} a_1^{*e} = b_1^{*e} = 4^{-1}(1-\zeta)(1-\eta) & \quad ; & a_2^{*e} = b_2^{*e} = 4^{-1}(1+\zeta)(1-\eta) \\ a_3^{*e} = b_3^{*e} = 4^{-1}(1+\zeta)(1+\eta) & \quad ; & a_4^{*e} = b_4^{*e} = 4^{-1}(1-\zeta)(1+\eta) \end{aligned} \quad (4.43)$$

Coficienții D_{NM}^{*e} în conformitate cu precizările făcute în [37],[44] se pot scrie sub forma unei expresii:

$$D_{NM}^{*e} = 32^{-1} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 g_{NM}(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \quad (4.44)$$

care permite evaluarea acestora printr-o formulă de cuadratură Gauss:

$$D_{NM}^{*e} = 32^{-1} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i^* w_j^* g_{NM}(\zeta_i, \eta_j) \quad (4.45)$$

La fel ca și în cazul funcției de curent legătura dintre valorile locale $\varphi_N^{**}, D_{NM}^{**}, F_N^{**}$ și cele globale se face prin intermediul matricilor Booleene Δ^e astfel:

$$\varphi_\alpha^* = \sum_{e=1}^E \Delta_{Na}^e \varphi_N^{**} \quad ; \quad D_{\alpha\beta}^* = \sum_{e=1}^E D_{NM}^{**} \Delta_{Na}^e \Delta_{M\beta}^e \quad ; \quad F_\alpha^* = \sum_{e=1}^E F_N^{**} \Delta_{Na}^e \quad (4.46)$$

În cazul **turbină**, dacă se ține cont de condițiile la limită și de relația (4.42), se observă că F_N^{**} sunt diferiți de zero numai pe partea AB a frontierei Γ^* și care pe baza recomandărilor din [44] se scriu astfel

$$F_N^{**} = (2b_1^*)^{-1} l^* \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad N = 1,2 \quad (4.47)$$

unde pentru numerotarea locală cu 1 și 2 a nodurilor frontierei elementului finit aflată pe AB și considerată ca element liniar, l^* reprezintă lungimea acesteia, iar b_1^* are semnificația notației în cadrul domeniului de analiză.

Pentru cazul **pompă** când coroana are și puncte pe axa de simetrie a fost stabilită expresia termenilor liberi F_N^{**} care sunt nenuli pentru elementele finite aflate pe partea AB și care se scrie astfel:

$$F_N^{**} = \frac{l^*}{3a_1^{*2}} \begin{bmatrix} 2r_1^* + r_2^* \\ r_1^* + 2r_2^* \end{bmatrix} \quad N = 1,2 \quad (4.48)$$

iar pentru cazul când aceasta are numai puncte deasupra axei de simetrie a fost dedusă următoarea expresie a termenilor liberi nenuli pe AB:

$$F_N^{**} = \frac{l^*}{3} \frac{1}{(a_1^{*2} - a_2^{*2})} \begin{bmatrix} 2r_1^* + r_2^* \\ r_1^* + 2r_2^* \end{bmatrix} \quad N = 1,2 \quad (4.49)$$

unde a_1^* și a_2^* au semnificația notațiilor din cadrul domeniilor de analiză corespunzătoare, iar r_1^* și r_2^* sunt ordonatele nodurilor locale ale frontierei elementului finit aflate pe AB.

4.1.5 Relații pentru calculul distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent

Dacă se ține seama de relațiile (4.9) scrise pentru elementul finit “ e “ și de (4.31), precum și de precizările făcute în [44], rezultă următoarele expresii pentru componentele vitezei v^{**} pe element finit:

$$v_{\zeta}^{**} = 4(a_2 + b_2\zeta + c_2\eta + d_2\zeta\eta)^{-1} (8|J|)^{-1} (A_{N2} + B_{N2}^1\zeta + B_{N2}^2\eta)\psi_N^{**} \quad (4.50)$$

$$v_{\eta}^{**} = -4(a_2 + b_2\zeta + c_2\eta + d_2\zeta\eta)^{-1} (8|J|)^{-1} (A_{N1} + B_{N1}^1\zeta + B_{N1}^2\eta)\psi_N^{**} \quad (4.51)$$

iar pentru $\zeta = 0$ și $\eta = 0$ se obțin aceste componente în centrul de greutate al elementului finit și relațiile de mai sus se scriu astfel:

$$v_{z^*}^{**e} = 4\alpha_0^{-1}a_2^{-1}A_{N2}\psi_N^{**e} \quad ; \quad v_{r^*}^{**e} = -4\alpha_0^{-1}a_2^{-1}A_{N1}\psi_N^{**e} \quad N = 1, NL \quad (4.52)$$

În cazul utilizării relațiilor (4.52) componentele vitezei v^{**} în nodurile elementului finit sunt date de mediile aritmetice ale componentelor obținute în centrele de greutate ale elementelor finite adiacente, iar mărimea vitezei se determină cu relația:

$$v^* = (v_{z^*}^{*2} + v_{r^*}^{*2})^{\frac{1}{2}} \quad (4.53)$$

care dacă se raportează la viteza de la intrare v^{*AB} se obține expresia :

$$\bar{v} = v^*(v^{*AB})^{-1} \quad (4.54)$$

Dacă considerăm cazul funcției de potențial φ^* și ținem cont de relațiile (4.13) scrise pe element finit, precum și de recomandările date în [44], rezultă următoarele expresii ale componentelor vitezei v^{**} :

$$v_{z^*}^{**e} = (8|J|)^{-1}(A_{N1} + B_{N1}^1\zeta + B_{N1}^2\eta)\varphi_N^{**e} \quad (4.55)$$

respectiv

$$v_{r^*}^{**e} = (8|J|)^{-1}(A_{N2} + B_{N2}^1\zeta + B_{N2}^2\eta)\varphi_N^{**e} \quad (4.56)$$

iar pentru cazul componentelor obținute în centrul de greutate al elementelor finite relațiile de mai sus se scriu astfel:

$$v_{z^*}^{**e} = \alpha_0^{-1}A_{N1}\varphi_N^{**e} \quad ; \quad v_{r^*}^{**e} = \alpha_0^{-1}A_{N2}\varphi_N^{**e} \quad N = 1, NL \quad (4.57)$$

cu precizarea că aceste componente în nodurile elementului finit se calculează ca și la problema în ψ^* .

Pentru calculul vitezei v^* și \bar{v} în lungul liniei de curent $\psi^* = ct$ trebuie să se țină seama de funcțiile de interpolare pe frontiera elementului finit, de valorile componentelor vitezei în noduri și a coordonatelor globale ale acestora, determinându-se și punctele de coordonate (r^*, z^*) care definesc linia de curent pentru valoarea impusă lui ψ^* .

Pentru determinarea distribuției de presiuni în lungul liniei de curent se scrie o teoremă Bernoulli pentru cazul tratării dimensionale, de unde prin raportare la expresia $2^{-1}\rho(v^{*AB})^2$, rezultă presiunea adimensională:

$$\bar{p} = (p - p^{*AB})2\rho^{-1}(v^{*AB})^{-2} = 1 - \bar{v}^2 \quad (4.58)$$

iar dacă ținem cont de (4.10), (4.53), (4.54) se obține expresia:

$$\bar{p} = 1 - \bar{v}^{*2} \quad (4.59)$$

4.2 Metoda elementului de frontieră (B.E.M.)

4.2.1 Noțiuni introductive

Formularea matematică a unor probleme din natură ne conduce de multe ori la ecuații cu derivate parțiale, cărora dacă li se atașează condiții la limită corespunzătoare, ne permit să obținem așa numitele probleme la limită.

În majoritatea problemelor la limită apare imposibilitatea construirii de soluții analitice, ceea ce a condus la dezvoltarea de procedee numerice în vederea obținerii unor soluții aproximative.

Din acest punct de vedere în ultima perioadă s-a dezvoltat în mod deosebit o nouă metodă aproximativă de soluționare a problemelor la limită și anume metoda elementelor de frontieră (B.E.M.), [22], [28].

În esență această metodă utilizează o soluție a ecuației omogene asociate sau o soluție fundamentală a ecuației date care ne va conduce la o ecuație integrală pe frontiera domeniului de analiză.

Integrarea numerică a ecuației integrale pe frontiera domeniului de analiză impune o discretizare doar a domeniului de analiză, rezultând în felul acesta datele necesare care vor permite, pe baza unei reprezentări integrale asociate ecuației date, să calculăm soluția în orice punct al domeniului de analiză.

Metoda elementelor de frontieră se dovedește a fi **avantajoasă** dacă se are în vedere următoarele precizări:

- Oferă rezultate bune pentru un număr mic de noduri.
- Aplicabilitatea metodei atât pentru probleme interioare cât și exterioare.
- Soluția ecuației integrale este legată de multe ori de anumite mărimi fizice care sunt calculate implicit, de exemplu în cazul nostru derivatele normale ale funcției de potențial pe CD reprezintă vitezele după direcția normală la aceasta.
- Comparativ cu metoda elementului finit, sub aspectul timpului de rezolvare a problemei cu ajutorul calculatorului, ambele metode conduc la același ordin de mărime, cu precizarea că timpul realizat utilizând metoda elementelor de frontieră este mai mic.

- Posibilitatea cuplării acestei metode cu altele, cum ar fi de exemplu F.E.M.

Din punct de vedere al **dezavantajului** trebuie să precizăm faptul că, în cazul problemelor axial-simetrice, frontiera domeniului de analiză nu trebuie să aibe puncte pe axa de simetrie, deoarece acestea devin singularități, cum ar fi punctul aflat în originea axelor de coordonate, care influențează soluția problemei.

4.2.2 Domeniul de analiză și condiții la limită

Referitor la domeniul de analiză atât în cazul pompă cât și turbină coroana trebuie să nu aibe puncte pe axa de simetrie, iar condițiile la limită se scriu numai pentru problema în funcția de potențial în cazul dimensional sau adimensional, așa cum se prezintă în figurile care urmează.

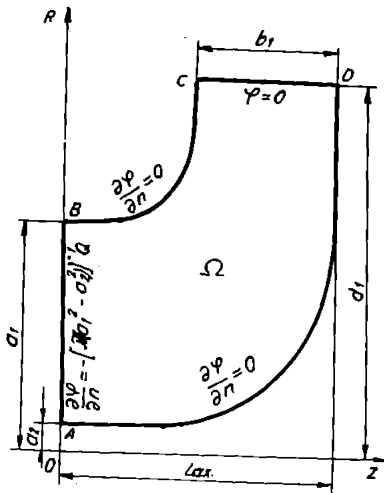


Fig.4.18 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ în cazul pompei și tratarea dimensională

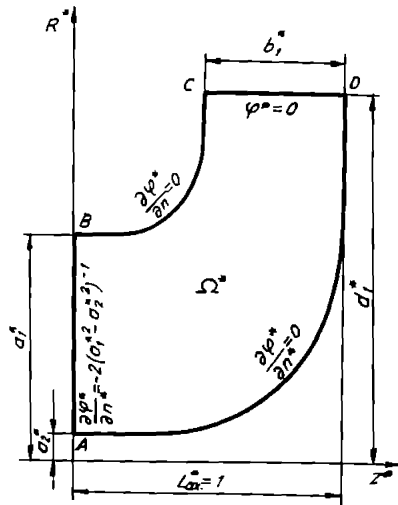


Fig.4.19 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ^* în cazul pompei și tratarea adimensională

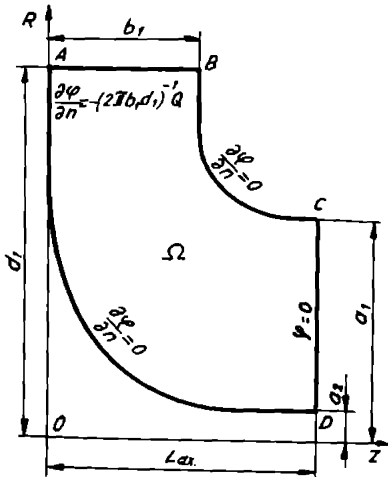


Fig.4.20 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ în cazul turbinei și tratarea dimensională

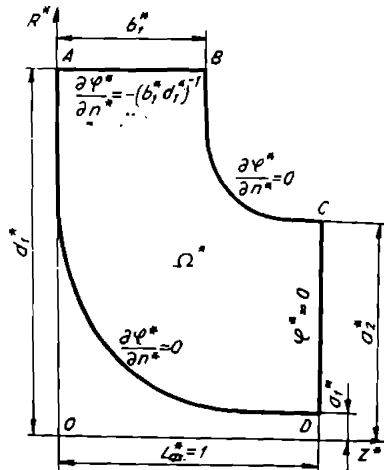


Fig.4.21 Domeniul de analiză și condițiile la limită pentru funcția φ^* în cazul turbinei și tratarea adimensională

Din figurile prezentate anterior atât pentru cazul pompă cât și turbină se observă că avem condiții la limită Neumann pe părțile AB, BC, AD și Dirichlet pe partea CD a frontierei Γ sau Γ^* a domeniului Ω sau Ω^* în cazul tratării dimensionale sau adimensionale a problemei în potențialul vitezei, iar derivata normală a lui φ sau φ^* pe AB reprezintă tocmai viteza normală v_n sau v_n^* .

4.2.3 Ecuația integrală și forma ei discretizată

În cadrul metodei elementului de frontieră (B.E.M.) aplicată la probleme de curgeri potențiale axial-simetrice, așa cum este acceptată zona considerată ca nepaletată în prima fază din apropierea rotorilor mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile în ipoteza fluidului ideal, vom adopta un sistem de coordonate cilindric (r, θ, z) care are aceeași semnificația dacă notarea se face cu majuscule (R, Θ, Z) .

Vom considera cazul tratării adimensionale a problemei în funcția de potențial φ^* , iar în această situație rămân valabile: schimbarea de variabilă (4.6), legătura între viteze (4.10), schimbarea de funcție (4.11), relațiile (4.12), (4.13).

Dacă vom nota domeniul axial-simetric cu Ω^* și frontiera acestuia cu Γ^* , atunci ținând cont de [28] vom scrie următoarea ecuație integrală:

$$c(\zeta)\varphi^*(\zeta) + \int_{\Gamma^*} \varphi^{**}(x) \frac{\partial \varphi^{**}(\zeta, x)}{\partial n^*} d\overline{\Gamma^*}(x) = \int_{\Gamma^*} \frac{\partial \varphi^*(x)}{\partial n^*} \varphi^{**}(\zeta, x) d\overline{\Gamma^*}(x) \quad (4.60)$$

care, în sistemul de coordonate cilindric ținând cont de relațiile (4.6), se scrie astfel:

$$c(\zeta)\varphi^*(\zeta) + \int_{\Gamma^*} \varphi^{**}(x) \overline{q^{**}(\zeta, x)} r^*(x) d\overline{\Gamma^*}(x) = \int_{\Gamma^*} \frac{\partial \varphi^*(x)}{\partial n^*} \overline{q^{**}(\zeta, x)} r^*(x) d\overline{\Gamma^*}(x) \quad (4.61)$$

unde s-a ținut cont de faptul că $d\overline{\Gamma^*} = r^* d\theta d\Gamma^*$ în care Γ^* este frontiera domeniului Ω^* aflat în semiplanul axial în conformitate cu domeniul de analiză, iar $\overline{q^{**}(\zeta, x)}$ și $\overline{q^{**}(\zeta, x)}$ sunt următoarele integrale:

$$\overline{q^{**}(\zeta, x)} = \int_0^{2\pi} \varphi^{**}(\zeta, x) d\theta(x) \quad ; \quad \overline{q^{**}(\zeta, x)} = \int_0^{2\pi} \frac{\partial \varphi^{**}(\zeta, x)}{\partial n^*} d\theta(x) \quad (4.62)$$

Soluția fundamentală $\varphi^{**}(\zeta, x)$ pentru ecuația lui Laplace în cazul tridimensional dată în [28] și scrisă astfel :

$$\varphi^{**}(\zeta, x) = \left\{ r^{*2}(\zeta) + r^{*2}(x) - 2r^{*2}(\zeta)r^{*2}(x) \cos[\theta(\zeta) - \theta(x)] + [z^*(\zeta) - z^*(x)]^2 \right\}^{-1/2} \quad (4.63)$$

permite determinarea integralelor din (4.62), având în vedere că expresia derivatei normale a soluției fundamentale se obține fără probleme.

Prima integrală din (4.62) se exprimă sub următoarea formă:

$$\overline{\varphi}''(\zeta, x) = \frac{4K(m)}{(a+b)^2} \quad (4.64)$$

în care s-au utilizat notațiile:

$$m = 2b(a+b)^{-1}; \quad a = r^{*2}(\zeta) + r^{*2}(x) + [z^*(\zeta) - z^*(x)]^2; \quad b = 2r^*(\zeta)r^*(x) \quad (4.65)$$

iar integrala eliptică completă de speța I-a se scrie astfel:

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - m \sin^2 \theta}}; \quad 0 \leq m < 1 \quad (4.66)$$

Această integrală eliptică se înlocuiește cu un polinom de aproximare convenabil [3], [22], astfel:

$$K(m) = \sum_{j=0}^n \left[a_j m_j' + b_j m_j' \ln \left(\frac{1}{m_j} \right) \right] + \varepsilon(m) \quad (4.67)$$

unde $m = 1 - m_1$, iar $\varepsilon(m)$ reprezintă termenul eroare.

Coefficienții a_j și b_j , pentru $n = 4$ și $|\varepsilon(m)| \leq 2 \cdot 10^{-8}$ au valorile [3]:

$$\begin{array}{ll} a_0 = 1.38629436112 & b_0 = 0.5 \\ a_1 = 0.09666344259 & b_1 = 0.12498593597 \\ a_2 = 0.03590092383 & b_2 = 0.06880248576 \\ a_3 = 0.03742563713 & b_3 = 0.03328355346 \\ a_4 = 0.01451196212 & b_4 = 0.00441787012 \end{array} \quad (4.68)$$

iar pentru $n = 2$ și eroarea în valoare absolută $|\varepsilon(m)| \leq 2 \cdot 10^{-5}$ avem:

$$\begin{array}{ll} a_0 = 1.3862944 & b_0 = 0.5 \\ a_1 = 0.1119723 & b_1 = 0.1213478 \\ a_2 = 0.0725296 & b_2 = 0.0288729 \end{array} \quad (4.69)$$

Dacă vom ține seama de (4.65) atunci m_1 dobândește următoarea expresie:

$$m_1 = \frac{[r^*(x) - r^*(\zeta)]^2 + [z^*(\zeta) - z^*(x)]^2}{[r^*(x) + r^*(\zeta)]^2 + [z^*(\zeta) - z^*(x)]^2} \quad (4.70)$$

Integrala a doua din (4.62) în conformitate cu [28] are următoarea expresie:

$$\overline{q}'' = \frac{4}{(a+b)^2} \left\{ \frac{1}{2r^*(x)} \left[\frac{r^{*2}(\zeta) - r^{*2}(x) + [z^*(\zeta) - z^*(x)]^2}{a-b} E(m) - K(m) \right] n_r^*(x) + \frac{z^*(\zeta) - z^*(x)}{a-b} E(m) n_z^*(x) \right\} \quad (4.71)$$

unde prin $E(m)$ s-a notat integrala eliptică completă de speța a II-a scrisă astfel:

$$E(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - m \sin^2 \theta} \, d\theta \quad ; \quad 0 \leq m \leq 1 \quad (4.72)$$

Această integrală eliptică se înlocuiește cu următorul polinom de aproximare [3], [22]:

$$E(m) = \sum_{j=1}^n \left[1 + c_j m^j + d_j \ln\left(\frac{1}{m_j}\right) \right] + \varepsilon(m) \quad (4.73)$$

unde, pentru $n = 4$ și $|\varepsilon(m)| \leq 2 \cdot 10^{-8}$, valorile coeficienților c_j și d_j sunt [3]:

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.4432514163 & d_1 &= 0.2499836831 \\ c_2 &= 0.0626060122 & d_2 &= 0.09200180037 \\ c_3 &= 0.04757383546 & d_3 &= 0.04069697526 \\ c_4 &= 0.01736506451 & d_4 &= 0.00526449636 \end{aligned} \quad (4.74)$$

iar pentru $n = 2$ și $|\varepsilon(m)| \leq 2 \cdot 10^{-5}$ avem următoarele valori:

$$\begin{aligned} c_1 &= 0.4630151 & d_1 &= 0.2452727 \\ c_2 &= 0.1077812 & d_2 &= 0.0412496 \end{aligned} \quad (4.75)$$

Se observă că ecuația integrală (4.60), în care integrarea se face pe frontiera $\overline{\Gamma^*}$, a fost adusă la o ecuația integrală (4.61) în care integrarea se face pe frontiera Γ^* a domeniului de analiză Ω^* aflat în semiplanul axial.

Dacă vom discretiza frontiera Γ^* a domeniului de analiză Ω^* în N elemente de frontieră constante [28] care au frontiera notată cu Γ_j^* , atunci ecuația integrală (4.61) se scrie sub formă discretizată în felul următor:

$$c, \varphi_i^* + \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j^*} \overline{q^{**}}(\zeta, x) r^*(x) d\Gamma^*(x) \right] \varphi_j^* = \sum_{j=1}^N \left[\int_{\Gamma_j^*} \overline{\varphi^{**}}(\zeta, x) r^*(x) d\Gamma^*(x) \right] \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial n^*} \right)_j \quad (4.76)$$

respectiv:

$$2\pi \varphi_i^* + \sum_{j=1}^N H_{i,j} \varphi_j^* = \sum_{j=1}^N G_{i,j} \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial n^*} \right)_j \quad (4.77)$$

unde coeficienții $H_{i,j}^*$ și $G_{i,j}^*$ sunt dați de integralele:

$$H_{i,j} = \int_{\Gamma_j^*} \overline{q^{**}}(\zeta, x) r^*(x) d\Gamma^*(x) \quad ; \quad G_{i,j} = \int_{\Gamma_j^*} \overline{\varphi^{**}}(\zeta, x) r^*(x) d\Gamma^*(x) \quad (4.78)$$

Acești coeficienți precizați anterior, respectiv integralele corespunzătoare fac legătura între nodul i și elementul de frontieră constant j , deasemenea s-a notat cu

φ_i^* și $\left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial n^*}\right)_j$ valoarea funcției φ^* și a derivatei sale normale pe elementul

de frontieră constant j , iar atunci când punctul ζ este plasat în nodul i vom nota $c(\zeta) = c_i = 2\pi$ și $\varphi^*(\zeta) = \varphi_i^*$.

Se observă că (4.77) ne va conduce la un sistem liniar de N ecuații cu $2N$ necunoscute, iar după implementarea condițiilor la limită numărul acestora se reduce la N , ceea ce permite obținerea valorilor funcției și a derivatelor normale în nodurile în care acestea nu se cunosc.

4.2.3.1 Calculul coeficienților $G_{i,j}$ și $H_{i,j}$

Calculul coeficienților corespunzatori ecuației integrale scrisă sub formă discretizată (4.77) se face diferit față de recomandările date în [28].

Din acest motiv vom nota extremitățile segmentului Γ_j^* cu M_j și M_{j-1} , iar coordonatele corespunzătoare acestor puncte cu (z_j^*, r_j^*) și (z_{j-1}^*, r_{j-1}^*) , de asemenea coordonatele punctului ζ plasat în nodul i se notează cu (z_i^*, r_i^*) .

Pentru punctul $x \in \Gamma_j^*$ vom nota coordonatele cu (z^*, r^*) și vom considera următoarele ecuații parametrice [9], [55], [56]:

$$z^* = A\xi + B \quad ; \quad r^* = C\xi + D \quad ; \quad \xi \in [-1, 1] \quad (4.79)$$

unde:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}(z_{j-1}^* - z_j^*) & C &= \frac{1}{2}(r_{j-1}^* - r_j^*) \\ B &= \frac{1}{2}(z_{j-1}^* + z_j^*) & D &= \frac{1}{2}(r_{j-1}^* + r_j^*) \end{aligned} \quad (4.80)$$

Pe baza relațiilor scrise mai sus se obțin expresiile corespunzătoare pentru $d\Gamma^*$ și lungimea l_j a segmentului Γ_j^* :

$$d\Gamma^* = \sqrt{A^2 + B^2} d\xi \quad ; \quad l_j = 2\sqrt{A^2 + B^2} \quad (4.81)$$

și respectiv pentru cosinusul unghiului dintre normala n^* la frontiera Γ_j^* cu axele de coordonate oz^* sau or^* :

$$n_{z^*}^* = -\frac{C}{\sqrt{A^2 + C^2}} \quad ; \quad n_{r^*}^* = \frac{A}{\sqrt{A^2 + C^2}} \quad (4.82)$$

Se observă că integralele care dau acești coeficienți (4.78) pot fi aduse la integrale definite pe intervalul $[-1, 1]$ și care vor avea funcția de sub semnul integral dependentă de variabila ξ , iar problema care se pune constă în modul în care le vom evalua.

4.2.3.1.1 Evaluarea coeficienților G_{ij}

În cazul în care $i \neq j$ și ținând cont de integrala corespunătoare din (4.78) rezultă:

$$G_{ij} = 2l_j \int_{-1}^1 N(\xi) K(m) d\xi \quad (4.83)$$

cu observația că integrala eliptică de speța I-a aproximată de (4.67) depinde de variabila ξ prin intermediul funcției $m_1(\xi)$ exprimată astfel:

$$m_1(\xi) = \frac{(C\xi + D - r_1^*)^2 + (A\xi + B - z_1^*)^2}{(C\xi + D + r_1^*)^2 + (A\xi + B - z_1^*)^2} \quad (4.84)$$

iar integrala din (4.83) se poate evalua numeric utilizând o formulă de cuadratură Gauss de forma:

$$\int_{-1}^1 F(\xi) d\xi = \sum_{k=1}^n F(\xi_k) w_k \quad (4.85)$$

Dacă vom considera cazul în care $i = j$, pentru a pune în evidență termenul care conține pe $\ln(\xi)$ și provoacă singularitatea pentru $\xi = 0$, atunci integrala eliptică $K(m)$ se descompune astfel:

$$K(m) = K^*(m) + G(\xi) \ln(\xi) \quad (4.86)$$

iar (4.83) se va scrie în felul următor :

$$G_{ii} = 2l_j \int_{-1}^1 K^*(m) N(\xi) d\xi - 2l_j \int_0^1 H(\xi) \ln\left(\frac{1}{\xi}\right) d\xi \quad (4.87)$$

în care prima integrală este una uzuală, iar cealaltă este reducibilă la forma:

$$\int_0^1 H(\xi) \ln\left(\frac{1}{\xi}\right) d\xi \approx \sum_{k=1}^n H(\xi_k) w_k \quad (4.88)$$

care reprezintă o formulă de cuadratură de tip Gauss generalizat.

4.2.3.1.2 Evaluarea coeficienților H_{ij}

Determinarea acestor coeficienți se va face la început pentru cazul când $i \neq j$, ceea ce ne va conduce la următoarea expresie a integralei corespunzătoare din (4.78) :

$$H_{ij} = \int_{-1}^1 E(m) N_1(\xi) d\xi - \int_{-1}^1 K(m) N_2(\xi) d\xi \quad (4.89)$$

cu observația că fiecare integrală se poate evalua numeric utilizând o formulă de cuadratură Gauss de forma (4.85).

În cazul când $i = j$ relația (4.89) se poate scrie sub următoarea formă:

$$H_{ii} = \int_{-1}^1 N^*(\xi) [E^*(m) - K^*(m)] d\xi + \int_0^1 H^*(\xi) \ln\left(\frac{1}{\xi}\right) d\xi \quad (4.90)$$

Integralele din (4.90) se pot evalua numeric fără probleme, utilizându-se în acest sens formulele corespunzătoare de cuadratură Gauss prezentate anterior.

4.2.4 Reprezentarea integrală și forma ei discretizată

În urmă rezolvării ecuației integrale (4.61), ținând cont de forma ei discretizată (4.77), se determină valorile funcției φ^* și a derivatei sale normale în nodurile elementelor de frontieră în care acestea nu se cunosc.

Cunoscând acum aceste valori pe frontiera Γ^* a domeniului de analiză Ω^* se pot determina valorile φ_i^* în $\forall \zeta_i \in \Omega^*$ pe baza unei reprezentări integrale [28], care se scrie astfel:

$$c(\zeta_i)\varphi^*(\zeta_i) = \int_{\Gamma^*} \frac{\partial \varphi^*(x)}{\partial n^*} \overline{\varphi^{**}}(\zeta_i, x) r^*(x) d\Gamma^* - \int_{\Gamma^*} \varphi^*(x) \overline{q^{**}}(\zeta_i, x) r^*(x) d\Gamma^*(x) \quad (4.91)$$

unde $c(\zeta_i) = 4\pi$ pentru $\forall \zeta_i \in \Omega^*$.

Dacă vom discretiza frontiera Γ^* în N elemente de frontieră constante se obține forma discretizată a reprezentării integrale (4.91), astfel:

$$\varphi_i^* = (4\pi)^{-1} \left[\sum_{j=1}^N G_{i,j} \left(\frac{\partial \varphi^*}{\partial n^*} \right)_j - \sum_{j=1}^N H_{i,j} \varphi_j^* \right] \quad (4.92)$$

Deoarece acumă punctul ζ este tocmai $\zeta_i \in \Omega^*$ rezultă că pentru calculul coeficienților $G_{i,j}$ și $H_{i,j}$ se folosesc relațiile (4.83) și (4.89) atât pentru $i \neq j$ cât și $i = j$.

4.2.5 Modul de determinare a distribuției de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent

Având determinate valorile funcției φ^* și a derivatei sale normale în nodurile frontierei Γ^* precum și valorile acestei funcții de potențial în punctele $\zeta_i \in \Omega^*$ se vor calcula componentele v_r^* și v_z^* ale vitezei v^* în aceste puncte utilizând formule de derivare numerică corespunzătoare, iar pe baza relației :

$$\psi^* = \psi_0^* + \int_C (-r^* v_r^* dz^* + r^* v_z^* dr^*) \quad (4.93)$$

se determină valoarea lui ψ^* în $\forall \zeta_i \in \Omega^*$, respectiv viteza v^* sau $\overline{v^*}$ în punctele care definesc liniile de curent $\psi^* = ct$ astfel:

$$v^* = (v_r^{*2} + v_z^{*2})^{1/2} \quad ; \quad \overline{v^*} = \frac{v^*}{v^{*AB}} \quad (4.94)$$

iar pentru distribuția de presiuni avem relația:

$$\overline{p} = 1 - \overline{v^*}^2 \quad (4.95)$$

CAPITOLUL 5

APLICAREA METODEI ELEMENTULUI FINIT (F.E.M.) ȘI A ELEMENTULUI DE FRONTIERĂ (B.E.M.) LA DETERMINAREA CÂMPULUI HIDRODINAMIC ȘI A DISTRIBUȚIILOR DE VITEZE ȘI PRESIUNI ÎN LUNGUL LINIILOR DE CURENT

În acest capitol se prezintă rezultatele numerice obținute pe baza unor programe realizate în limbajul de programare FORTRAN pentru calculatoare IBM PC sau compatibile cu acestea, având la bază elementele teoretice corespunzătoare celor două metode prezentate în capitolul 4.

5.1 Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent și a câmpului hidrodinamic în funcționarea mașinii ca pompă și ca turbină pentru trei variante de contururi (A,B,C) utilizând F.E.M.

Pentru obținerea rezultatelor numerice utilizând metoda elementului finit, a fost realizat programul PSIELFLM.FOR care rezolvă problema în ψ^* în cazul mișcării potențiale axial-simetrice a fluidului incompresibil ideal, iar pentru rezolvarea problemei în φ^* s-a utilizat programul FIELFL.FOR .

Programul PSIELFLM.FOR permite determinarea liniilor de curent, a celor echipotențiale, precum și distribuția de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent, iar el a fost utilizat pentru trei variante de contururi corespunzătoare rotorului mașinii hidraulice radial-axiale reversibile destinată amenajării Tarnița atât în cazul funcționării pompă cât și turbină, menționând faptul că aceste contururi au fost alese din literatură [20],[71],[92] ținând cont de valorile turațiile specifice n_{SP} și n_{ST} calculate în cap3.

Pentru ca să se treacă de la problema în ψ^* la cea în φ^* se pornește de la ecuația diferențială:

$$d\varphi^* = \frac{\partial \varphi^*}{\partial z^*} dz^* + \frac{\partial \varphi^*}{\partial r^*} dr^* \quad (5.1)$$

care integrată de la frontiera de ieșire înspre cea de intrare pe un arc de curbă c și ținând cont de [4.13] se obține:

$$\varphi^* = \varphi_0 + \int_c (v_z^* dz^* + v_r^* dr^*) \quad (5.2)$$

iar pentru integrarea numerică a acesteea se folosește metoda trapezelor :

$$\varphi_{i+1}^* = \varphi_i^* + \frac{1}{2} [(v_z^*)_{i-1} + (v_z^*)_i] (z_{i+1}^* - z_i^*) + \frac{1}{2} [(v_r^*)_{i-1} + (v_r^*)_i] (r_{i+1}^* - r_i^*) \quad (5.3)$$

Cu ajutorul relației (5.3) se determină valorile funcției de potențial în toate nodurile globale, care permit determinarea punctelor care definesc liniile echipotențiale $\varphi^* = ct$.

Conturul inelului și a coroanei a fost dat prin puncte (42 de puncte), iar coordonatele lor sunt citite dintr-un fișier de date.

Discretizarea domeniului de analiză s-a făcut într-un număr $E=492$ de elemente finite izoparametrice și un număr global de noduri $NG=546$, atât în cazul funcționării ca turbină cât și ca pompă, iar rularea programului s-a făcut pe un calculator IBM PC 386SX20MHzPS2.

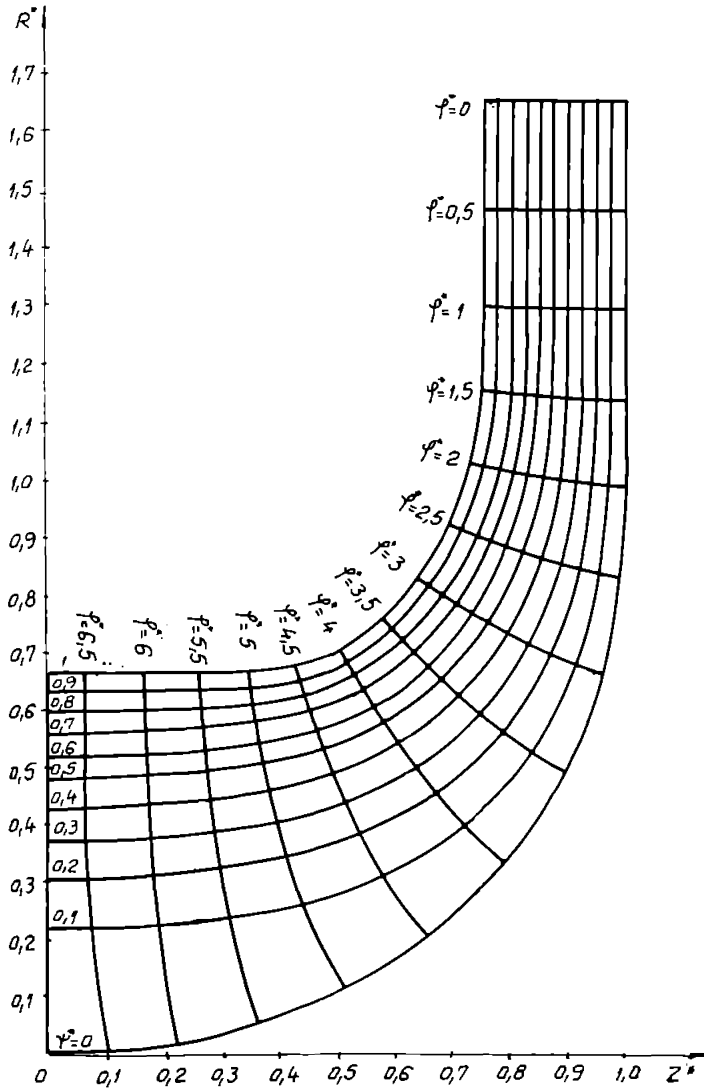


Fig.5.1 Câmpul hidrodinamic în cazul pompă
(contur A, $L_{ax} = 2.027m, v^{01} = 12.61m.s^{-1}$)

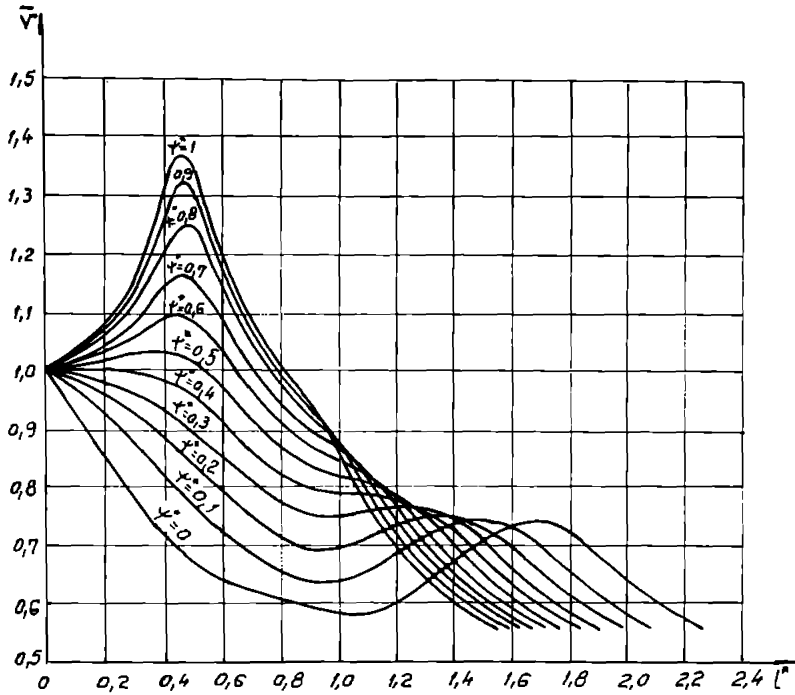


Fig.5.2 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul pompă (contur A)

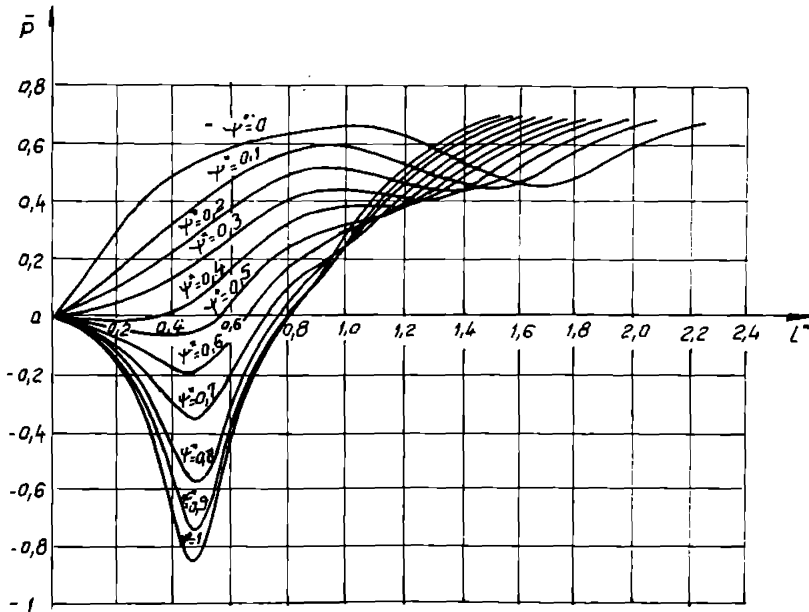


Fig.5.3 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul pompă (contur A)

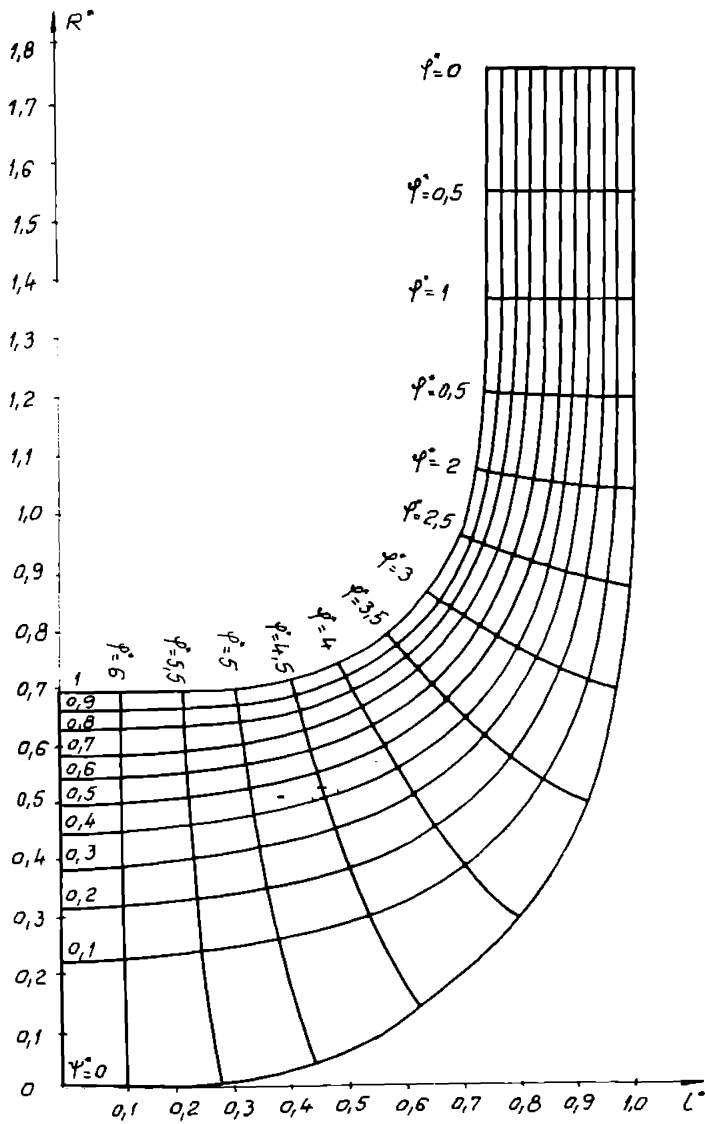


Fig.5.4 Câmpul hidrodinamic în cazul pompă
(contur B , $L_{ax} = 1.923m$, $v^{0,t} = 13ms^{-1}$)

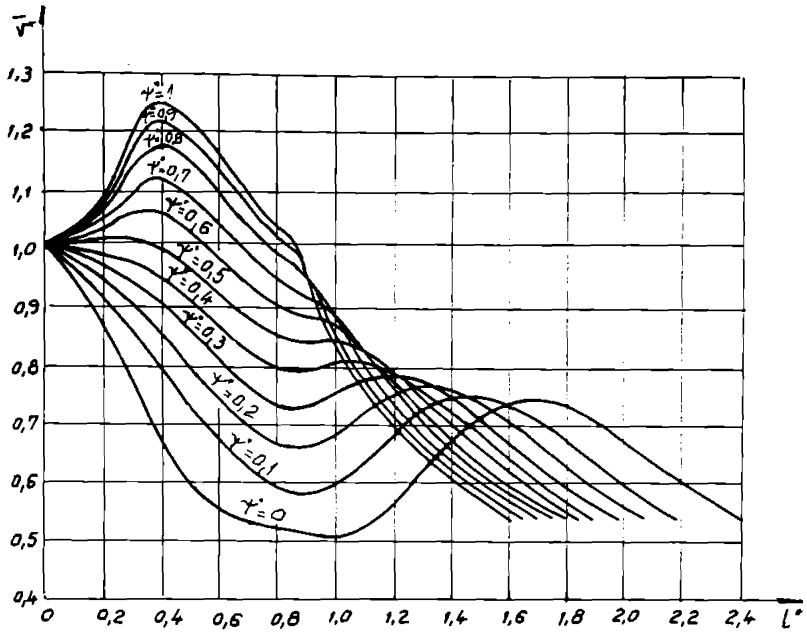


Fig.5.5 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul pompă (contur B)

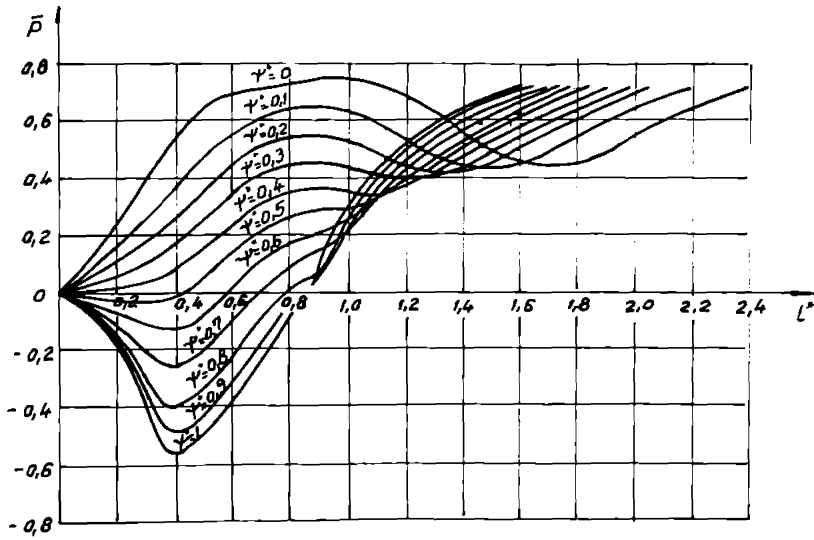


Fig.5.6 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul pompă (contur B)

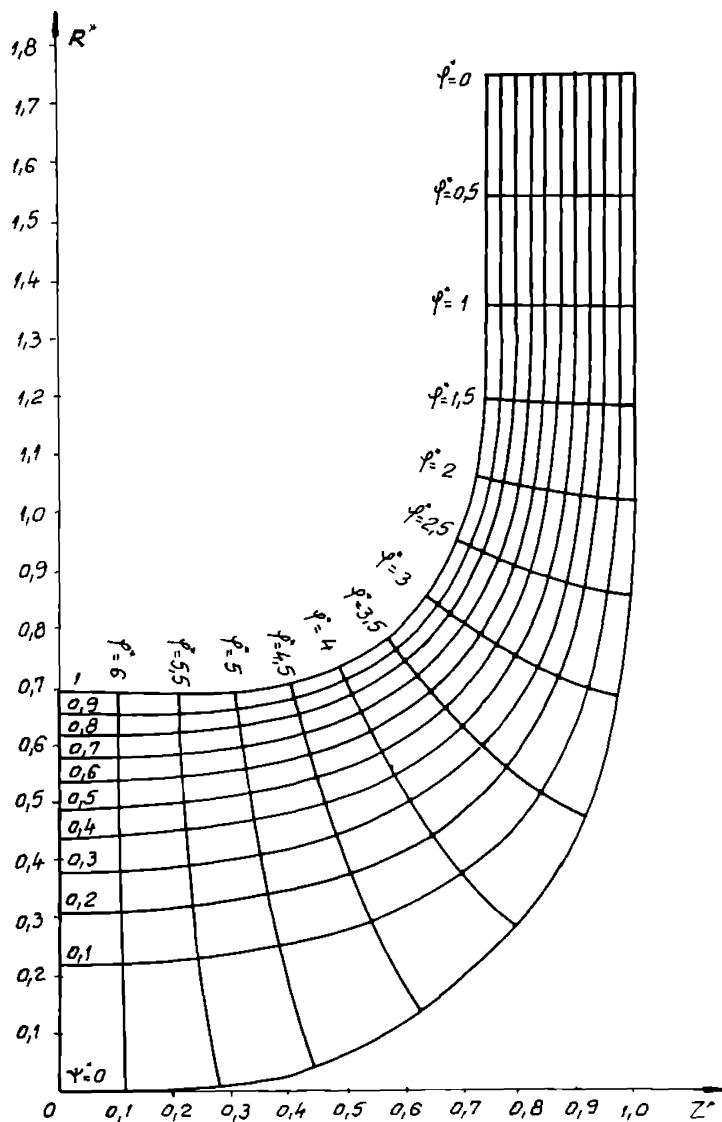


Fig.5.7 Câmpul hidrodinamic în cazul pompă
(contur C , $L_{ax} = 1.923 m$, $v^{0z} = 13 m s^{-1}$)

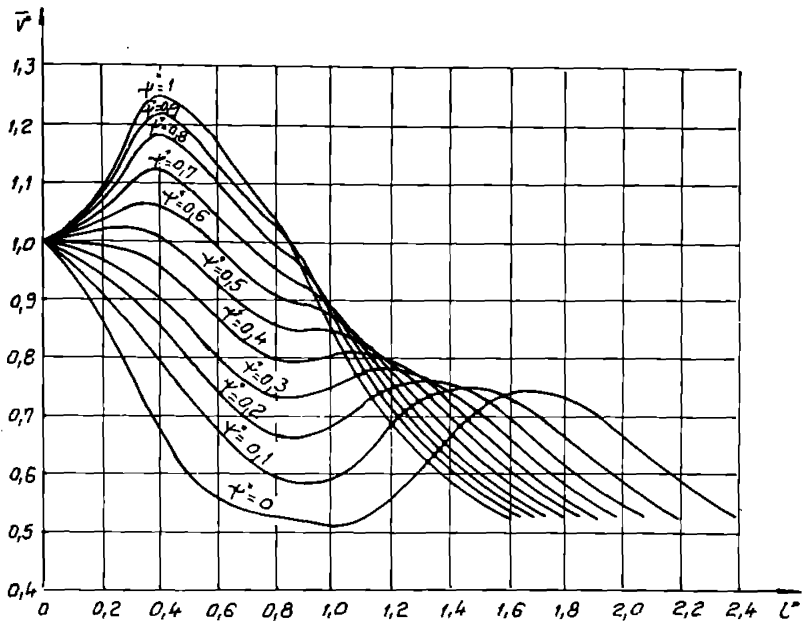


Fig.5.8 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul pompă (contur C)

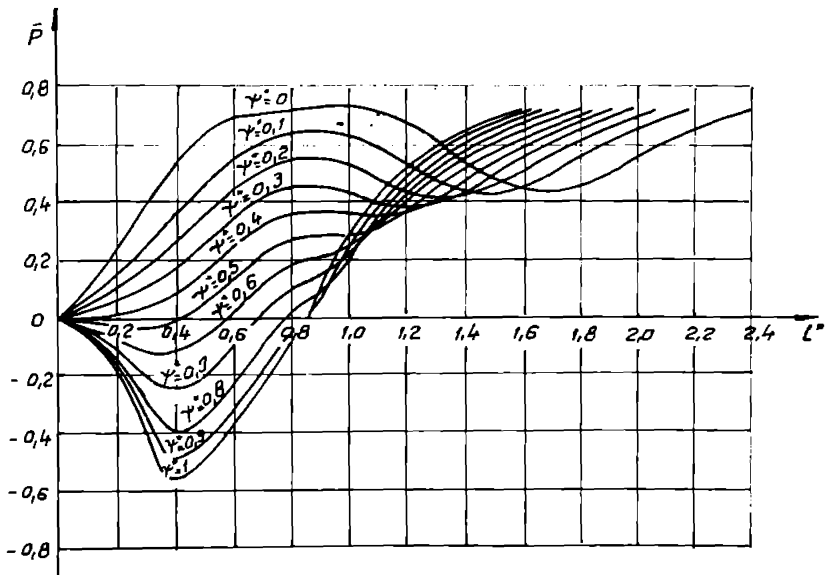


Fig.5.9 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul pompă (contur C)

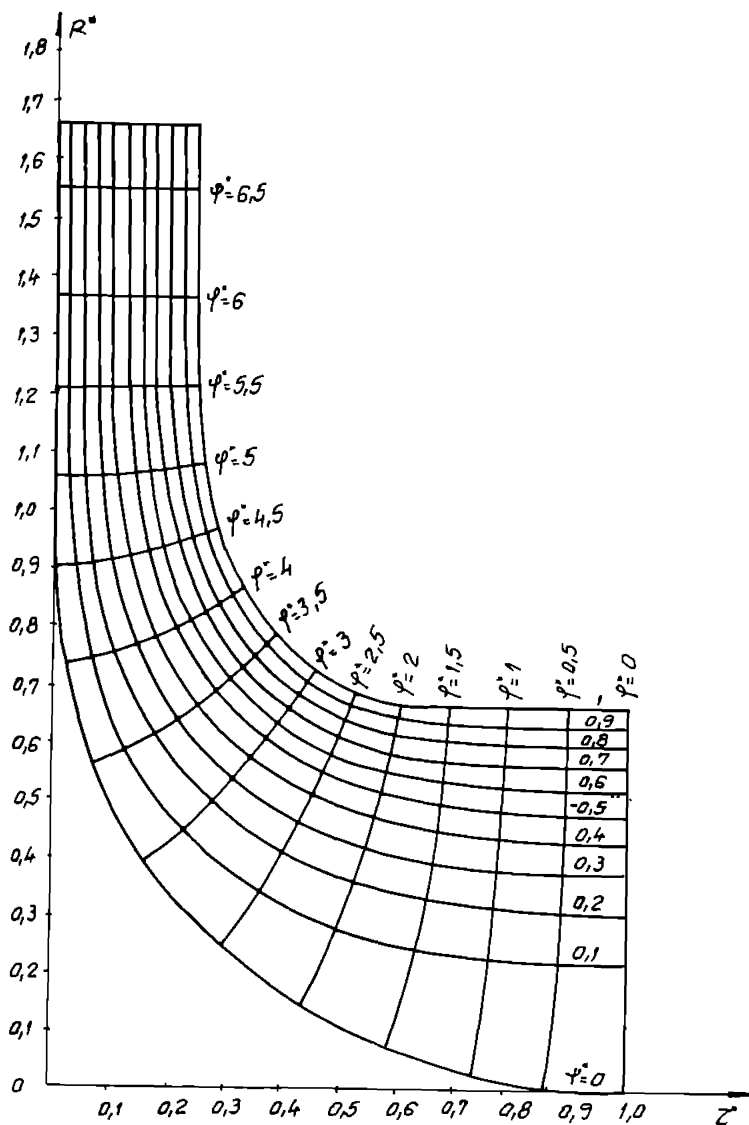


Fig.5.10 Câmpul hidrodinamic în cazul turbină
 (contur A, $L_{ax} = 2.027m, v^{AB} = 9.24 m.s^{-1}$)

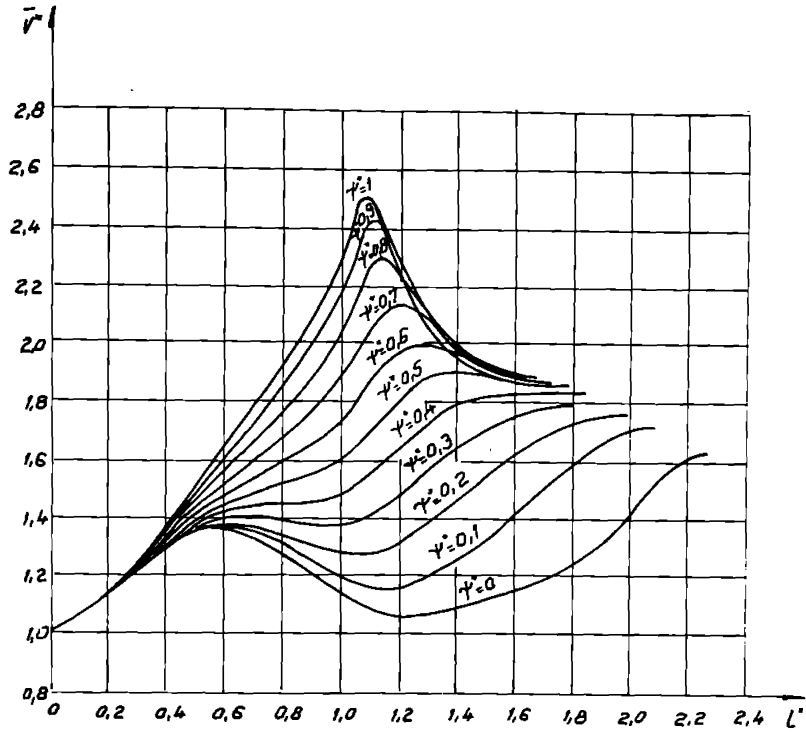


Fig.5.11 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur A)

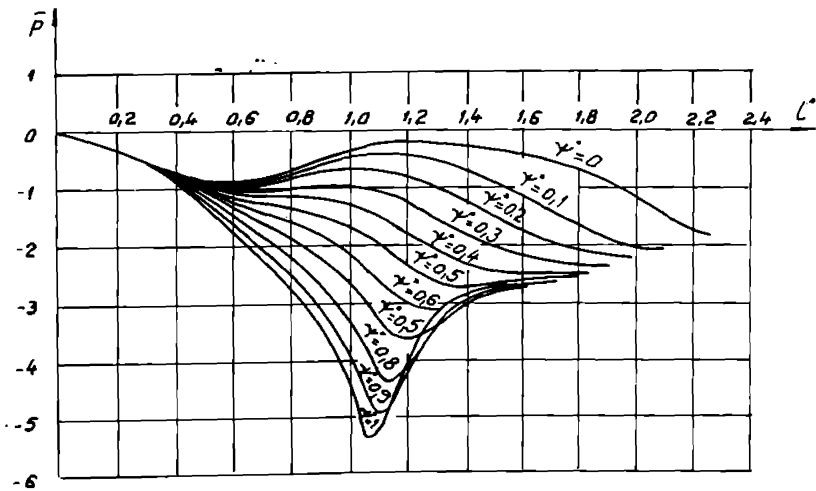


Fig.5.12 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină(contur A)

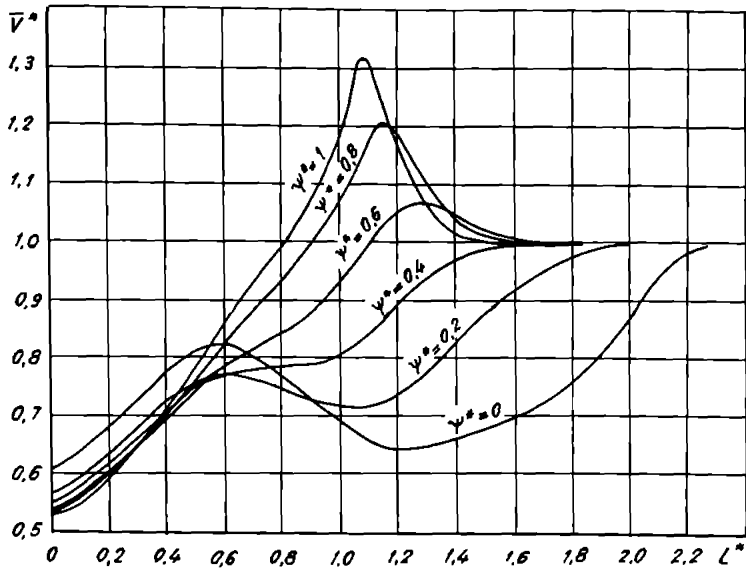


Fig.5.11a Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur A ; $\bar{v}^* = v / v_{tes}$)

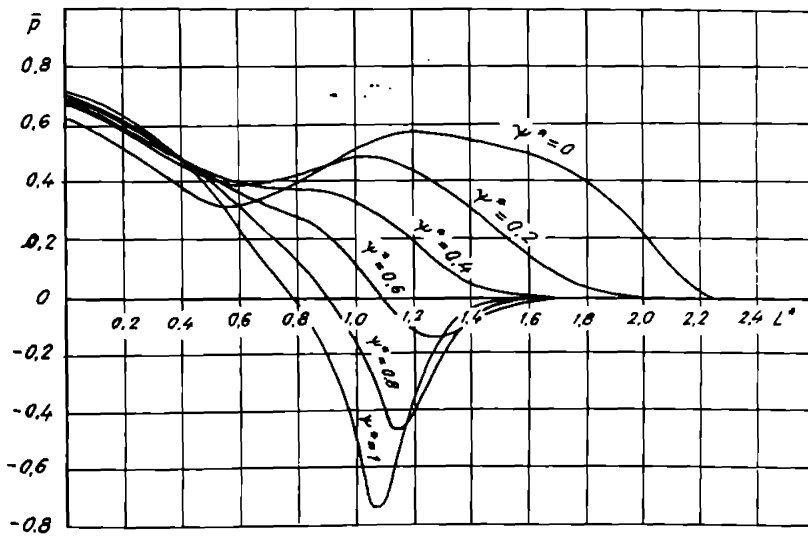


Fig.5.12a Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur A ; $\bar{p} = 1 - \bar{v}^{*2}$)

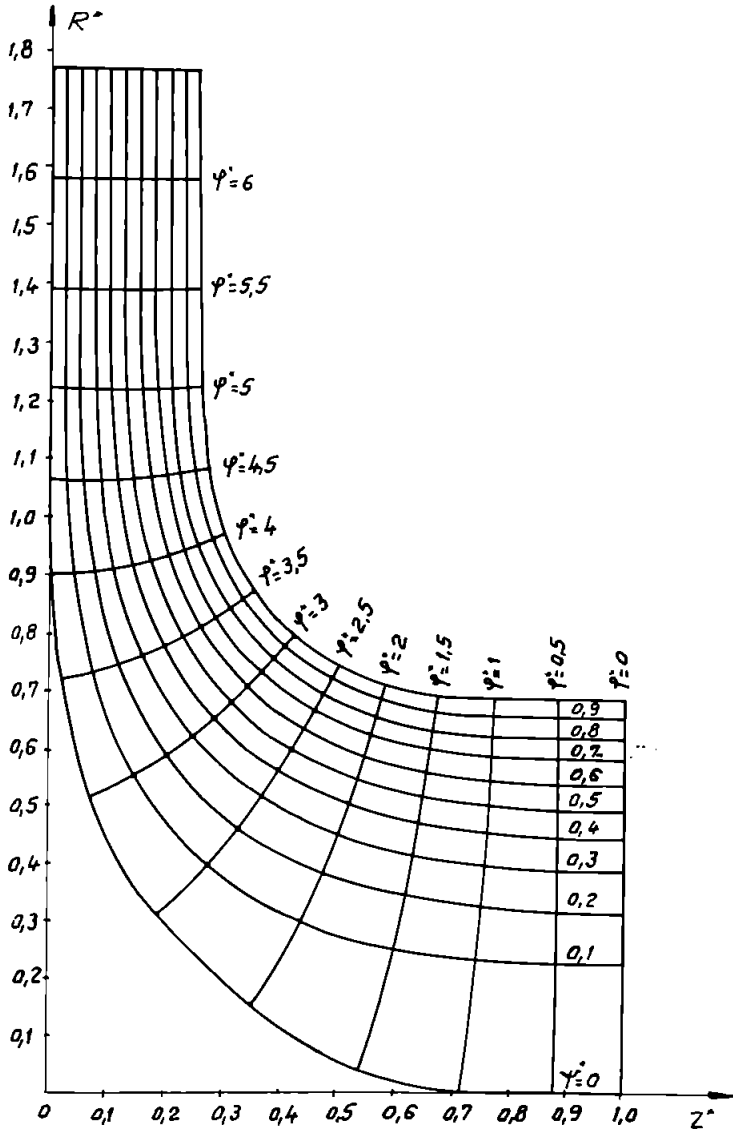


Fig.5.13 Câmpul hidrodinamic în cazul turbină
(contur B , $L_{ax} = 1.923m, v^{*B} = 9.27ms^{-1}$)

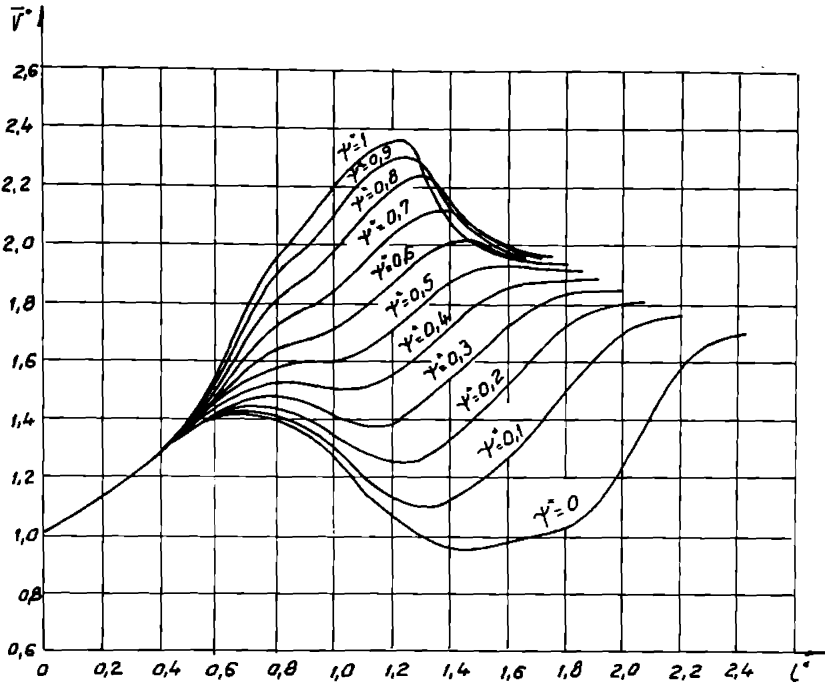


Fig.5.14 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur B)

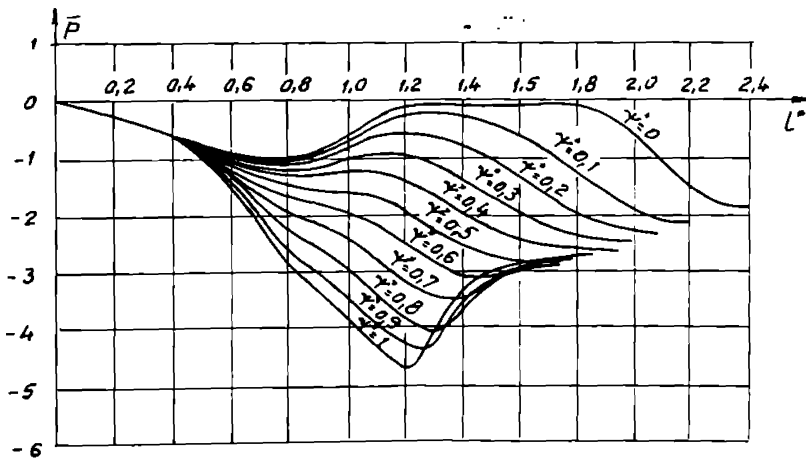


Fig.5.15 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent in cazul turbină (contur B)

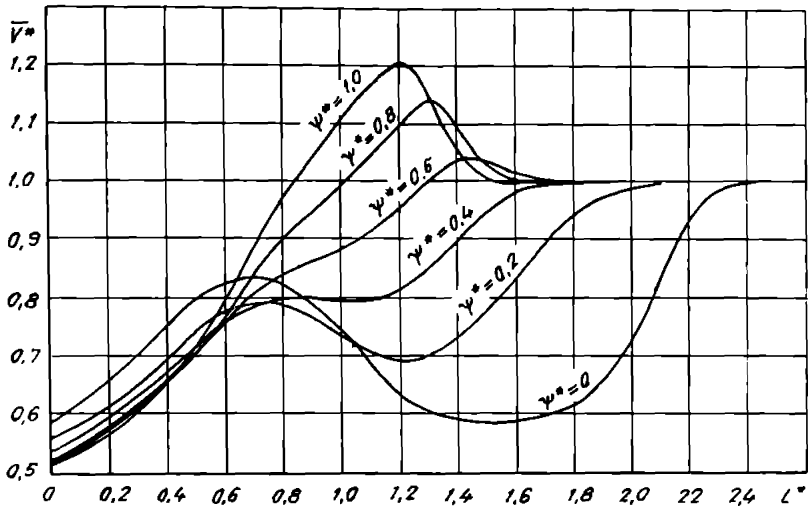


Fig.5.14a Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur B ; $\bar{v}^* = v / v_{1cs}$)

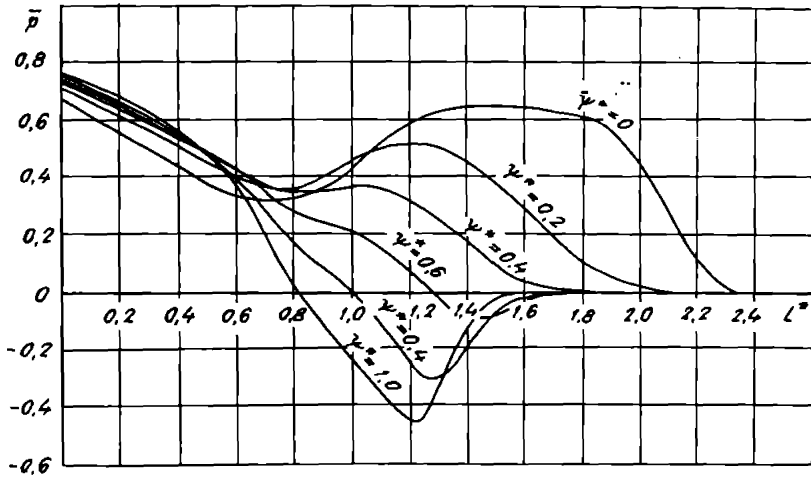


Fig.5.15a Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur B ; $\bar{p} = 1 - \bar{v}^{*2}$)

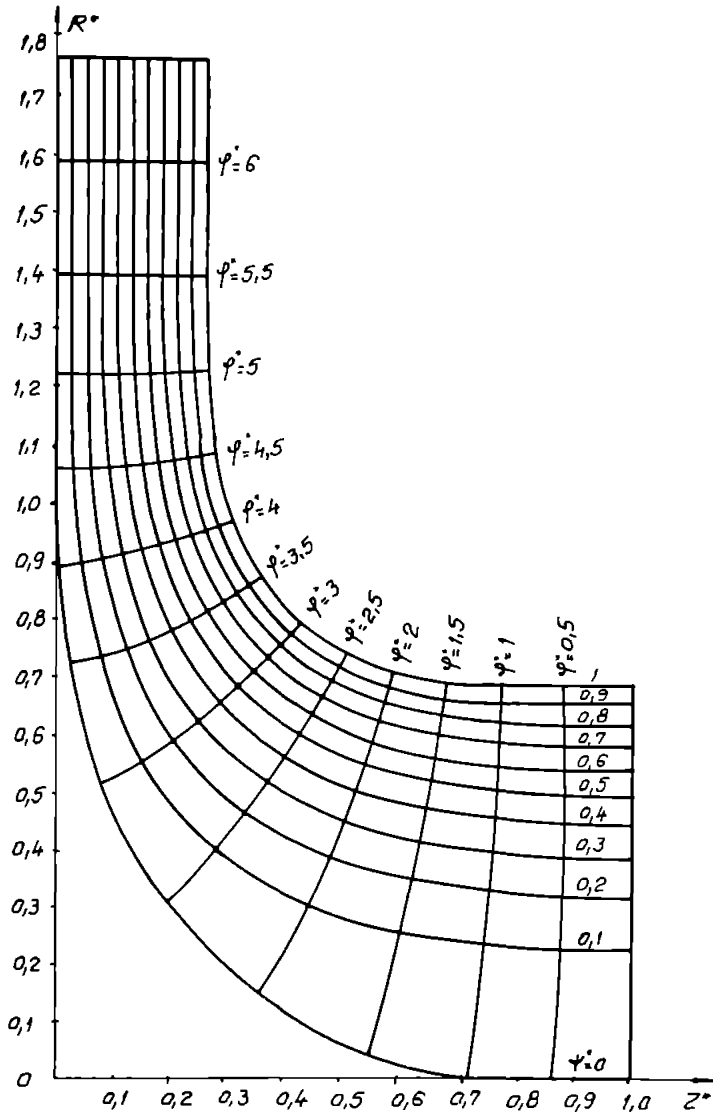


Fig.5.16 Câmpul hidrodinamic în cazul turbină
(contur C , $L_{ax} = 1.923m$, $v^{*B} = 9.14 m s^{-1}$)

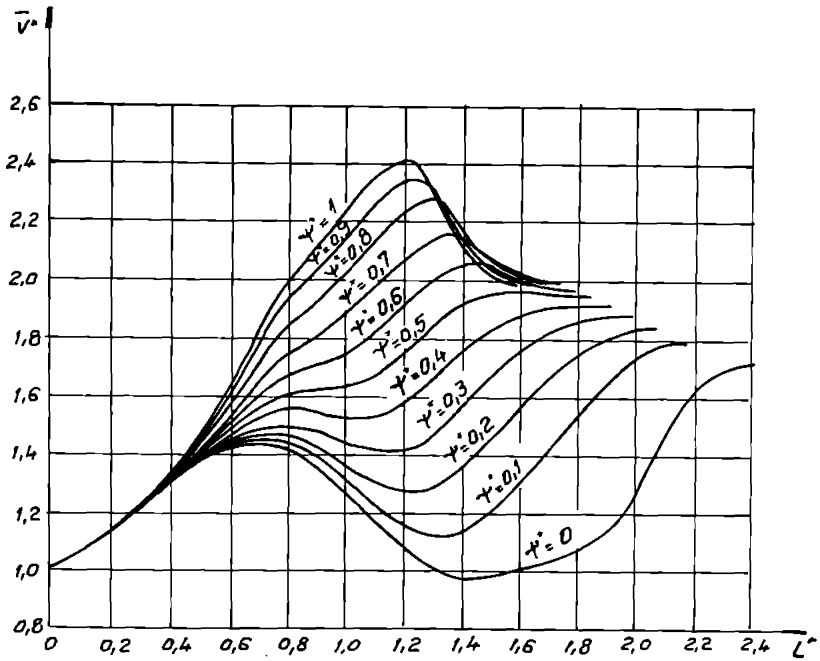


Fig.5.17 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur C)

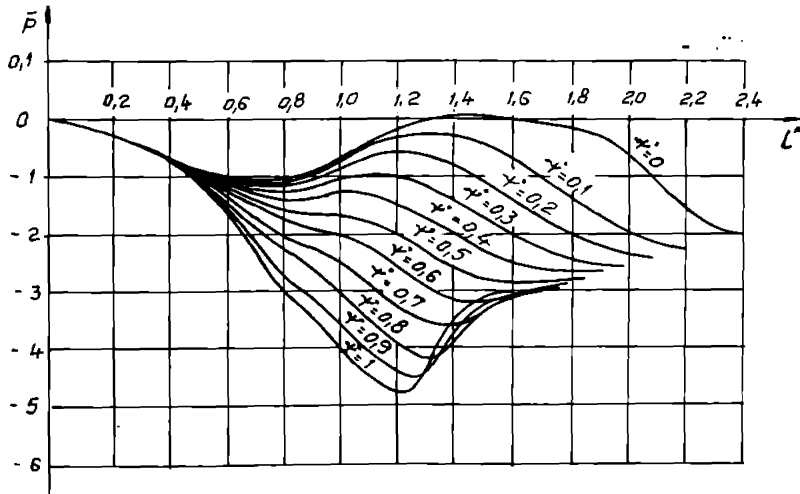


Fig.5.18 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină(contur C)

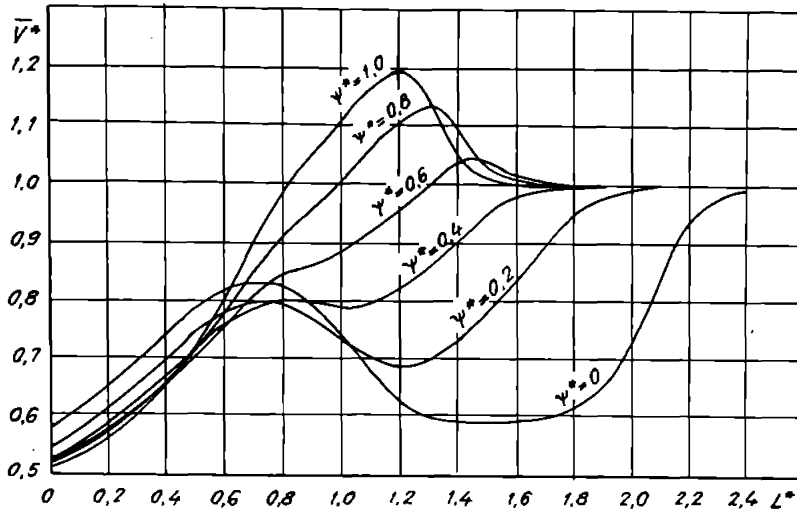


Fig.5.17a Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur C ; $\bar{v}^* = v / v_{ies}$)

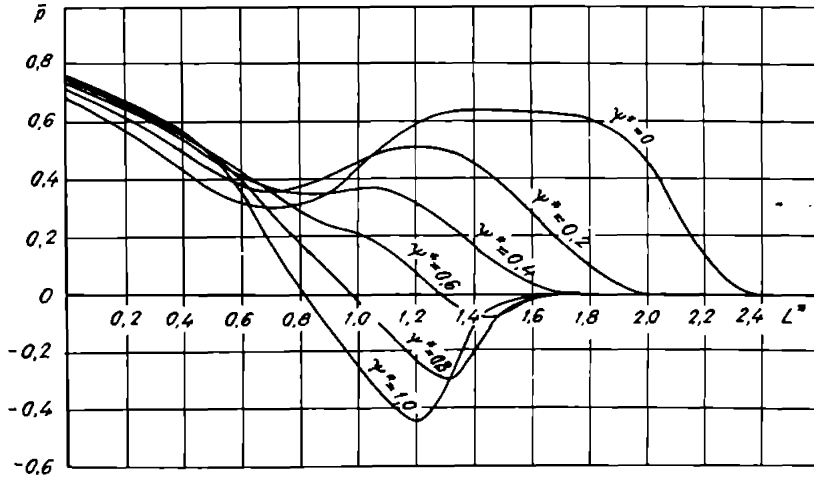


Fig.5.18a Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur C ; $\bar{p} = 1 - \bar{v}^{*2}$)

Din ecuația lui Bernoulli scrisă între un punct oarecare și ultimul care aparțin liniei de curent, după împărțirea ei la $v_{ies}^2 / 2g$ rezultă: $\bar{p} = (p - p_{ies}) / 2 \cdot \rho v_{ies}^2 = 1 - \bar{v}^{*2}$. Vom preciza că $\bar{v}^* = v / v_{ies}$, în care v_{ies} este viteza ultimului punct al liniei de curent.

Pentru contururile A, B, C, care au fost analizate cu MEF, s-au trecut în tabelul 5.1 valorile lui \bar{v}_{\max}^* , \bar{p}_{\min}^* , l^* (lungimea liniei de curent) pentru $\psi^* = 1$. În cazul funcționării mașinii hidraulice ca pompă și apoi ca turbină când adimensionalizarea s-a făcut cu viteza v^{*AB} de la intrare în domeniu, respectiv turbină (cazul a) când adimensionalizarea s-a realizat cu viteza ultimului punct al liniei de curent.

Tabelul 5.1

Cazul	Contur	ψ^*	\bar{v}_{\max}^*	\bar{p}_{\min}^*	l^*
Pompă	A	1	1.365	- 0.86	0.46
	B	1	1.254	- 0.57	0.41
	C	1	1.25	- 0.56	0.4
Turbină	A	1	2.52	-5.35	1.07
	B	1	2.38	- 4.66	1.21
	C	1	2.405	- 4.78	1.2
a) Turbină	A	1	1.32	- 0.74	1.07
	B	1	1.21	- 0.46	1.21
	C	1	1.198	- 0.44	1.2

Dacă se compară valorile lui $\bar{p}_{\min} = - 0.86$; $- 0.57$; $- 0.56$ obținute pentru contururile A, B, C, în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă, se observă că B, C se comportă mai bine cavitațional față de A.

Valorile lui $\bar{p}_{\min} = - 5.35$; $- 4.7$; $- 4.76$; obținute pentru cazul turbină, atunci când se face adimensionalizarea la viteza v^{*AB} , ne arată că cele trei contururi A, B, C se comportă mai prost cavitațional la funcționarea ca turbină (în regim de confuzor) față de cazul pompă (în regim de difuzor), ceea ce nu este adevărat. În urma adimensionalizării cu viteza ultimului punct al liniei de curent (cazul a), se observă că valorile lui $\bar{p}_{\min} = - 0.74$; $- 0.46$; $- 0.44$ obținute pentru contururile A, B, C la funcționarea mașinii ca turbină (în regim de confuzor) arată o comportare mai bună din punct de vedere cavitațional față de cazul pompă (în regim de difuzor) pentru care avem $\bar{p}_{\min} = - 0.86$; $- 0.57$; $- 0.56$, ceea ce este corect [4], [6].

Tabelul 5.2

ψ^*	Pompă						a) Turbină					
	A		B		C		A		B		C	
	\bar{v}^{*BC}	\bar{p}^{*BC}	\bar{v}^{*BC}	\bar{p}^{*BC}	\bar{v}^{*BC}	\bar{p}^{*BC}	\bar{v}^{*AB}	\bar{p}^{*AB}	\bar{v}^{*AB}	\bar{p}^{*AB}	\bar{v}^{*AB}	\bar{p}^{*AB}
0	0.55	0.7	0.53	0.72	0.52	0.73	0.61	0.63	0.58	0.665	0.575	0.67
0.2	0.55	0.7	0.53	0.72	0.52	0.73	0.57	0.67	0.56	0.69	0.545	0.7
0.4	0.55	0.7	0.53	0.72	0.52	0.73	0.55	0.7	0.54	0.71	0.53	0.72
0.6	0.55	0.7	0.53	0.72	0.52	0.73	0.54	0.71	0.52	0.73	0.52	0.73
0.8	0.55	0.7	0.53	0.72	0.52	0.73	0.535	0.715	0.515	0.74	0.515	0.74
1	0.55	0.7	0.53	0.72	0.52	0.73	0.53	0.72	0.505	0.75	0.505	0.75

În tabelul 5.2 se prezintă valorile lui \bar{v}^{*BC} , \bar{p}^{*BC} ; \bar{v}^{*AB} , \bar{p}^{*AB} pentru contururile A, B, C și $\psi^* = 0$; 0.2; 0.4; 0.6; 0.8; 1, la ieșire ca pompă, respectiv intrare ca turbină (cazul a). Valorile lui $\bar{p}^{*BC} = 0.7$; 0.72; 0.73 pentru A,B,C în cazul pompă sunt apropiate de cele ale lui $\bar{p}^{*AB} = 0.63 \div 0.72$; $0.66 \div 0.75$; $0.67 \div 0.75$ pentru funcționarea ca turbină (cazul a).

5.1.1 Concluzii

Din analiza distribuțiilor de presiuni pentru cele trei variante de contururi se desprind următoarele concluzii :

- Valorilor presiunii adimensionale minime $\bar{p}_{min} = - 0.86; - 0.57; - 0.56$ care au fost obținute la inel ($\psi^* = 1$) pentru contururile A, B, C în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă, arată că B și C se comportă mai bine din punct de vedere cavitațional decât A.

- Din compararea valorilor lui $\bar{p}_{min} = - 0.86; - 0.57; - 0.56$ obținute la inel pentru contururile A, B, C în cazul funcționării mașinii hidraulice radial-axiale reversibile ca pompă (în regim de difuzor) și cele ale lui $\bar{p}_{min} = - 0.74; - 0.46; - 0.44$ în cazul funcționării ca turbină (în regim de confuzor), rezultă o comportare mai defavorabilă din punct de vedere cavitațional pentru A, B, C la funcționarea în regim de pompă față de cel de turbină.

- Valorilor presiunii adimensionale $\bar{p}^{bc} = 0.7; 0.72; 0.73$ obținute la ieșire în cazul pompei pentru contururile A, B, C sunt apropiate de $\bar{p}^{*ab} = 0.63 \div 0.72; 0.66 \div 0.75; 0.67 \div 0.75$ calculate la intrare pentru cele trei contururi în funcționarea ca turbină.

5.2 Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent și a câmpului hidrodinamic utilizând metoda elementului de frontieră atât în cazul funcționării mașinii ca pompă cât și turbină

Metoda elementului de frontieră prezentată în cap.4 este aplicată conturului A^* , care se obține din A în urma modificării coroanei în zona axei de simetrie, cu condițiile la limită prezentate în fig.4.18 și fig.4.20, iar în acest sens au fost realizate programele FIELFR.FOR și FICTAXS.FOR în limbaj FORTRAN pentru calculatoare IBM PC sau compatibile cu acestea.

Primul program citește coordonatele celor 42 de puncte care definesc inelul sau coroana dintr-un fișier de date și rezolvă ecuația integrală sub formă discretizată (4.77) pentru un număr de elemente de frontieră constante $N=106$, obținându-se valorile funcției de potențial φ^* și ale derivatei sale normale în nodurile unde acestea nu se cunosc.

Programul al doilea, ținând cont de faptul că se cunosc valorile funcției de potențial și a derivatelor sale normale în toate nodurile elementelor de frontieră, determină pe baza reprezentării integrale sub formă discretizată (4.92) valorile funcției de potențial φ^* în cele 440 de puncte din interiorul domeniului de analiză, de asemenea în cadrul programului se determină punctele care definesc liniile de curent și cele echipotențiale, precum și distribuția de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent.

Rularea programelor s-a făcut pe un calculator IBM PC 386SX20MHzPS2, iar rezultatele numerice, obținute cu B.E.M. și comparate cu F.E.M., sunt prezentate în cele ce urmează.

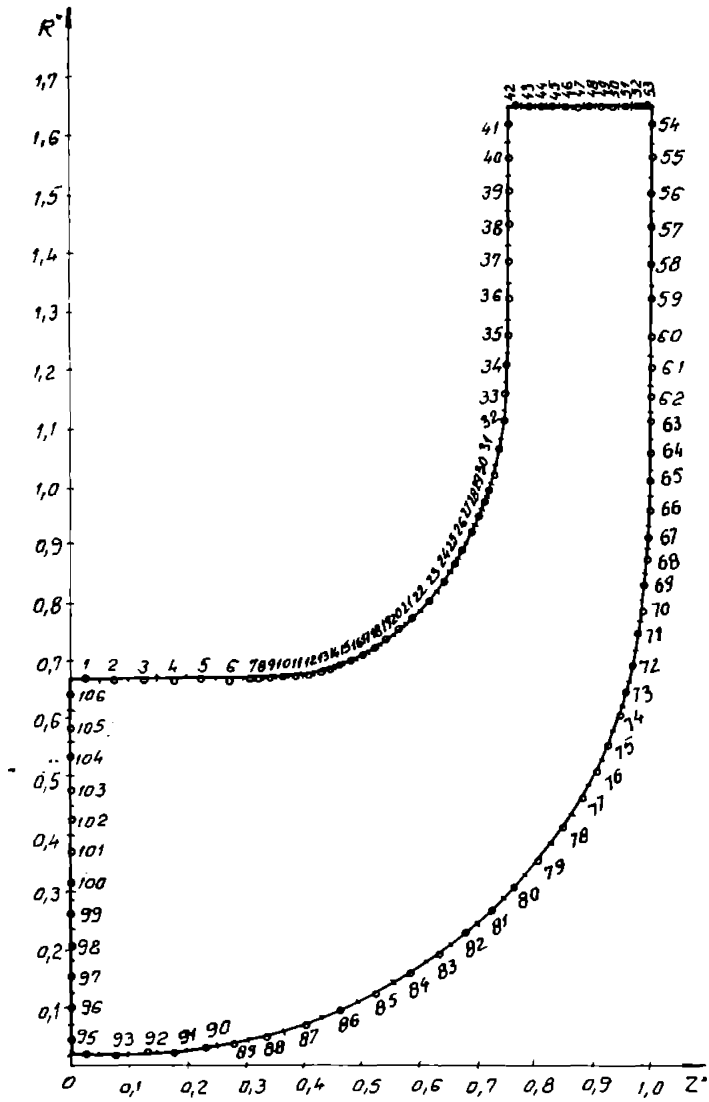


Fig.5.19 Discretizarea frontierei în elemente constante în cazul pompă (A^*)

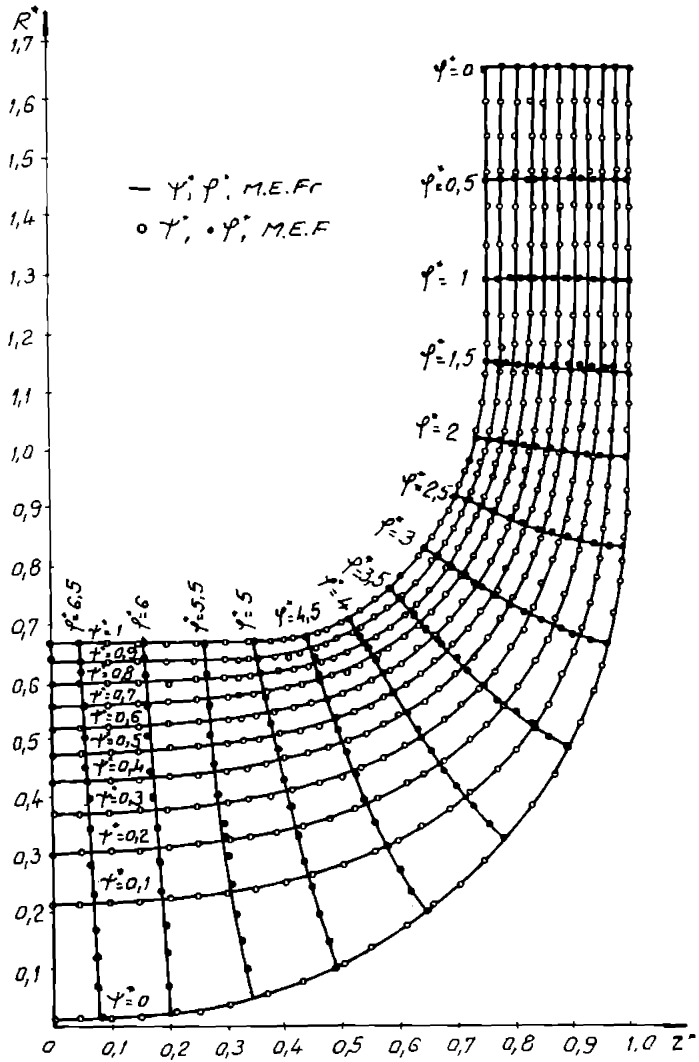


Fig.5.20 Câmpul hidrodinamic în cazul pompă
(contur A*, $l_{ax} = 2.027m, v^{III} = 12.62m.s^{-1}$)

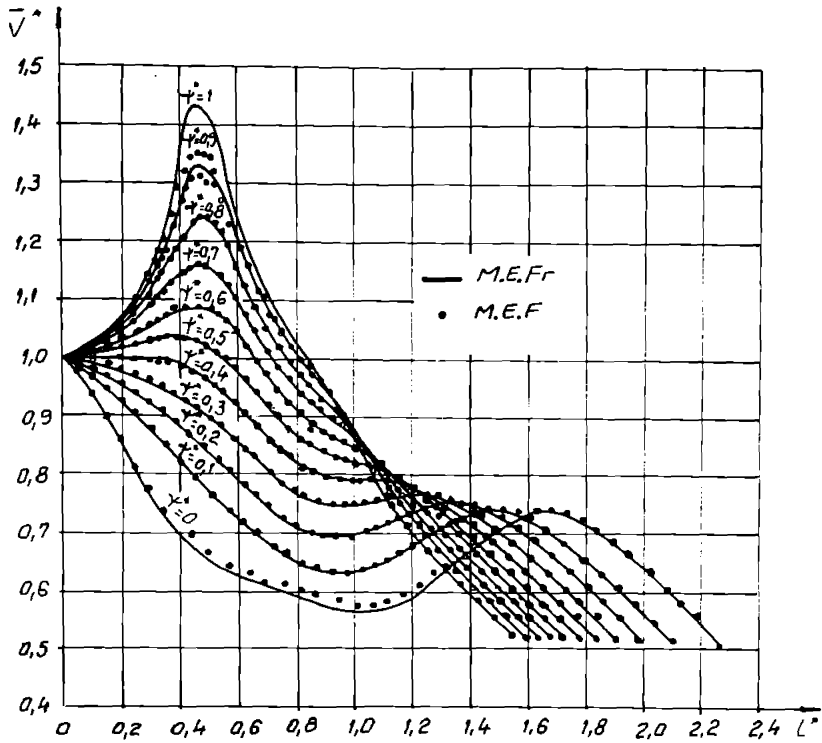


Fig.5.21 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul pompă (A^*)

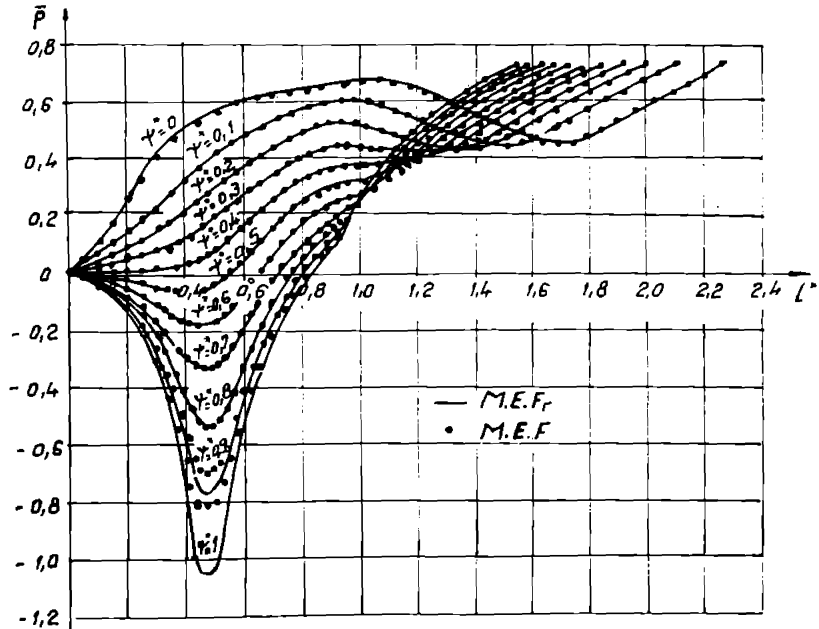


Fig.5.22 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul pompă (A^*)

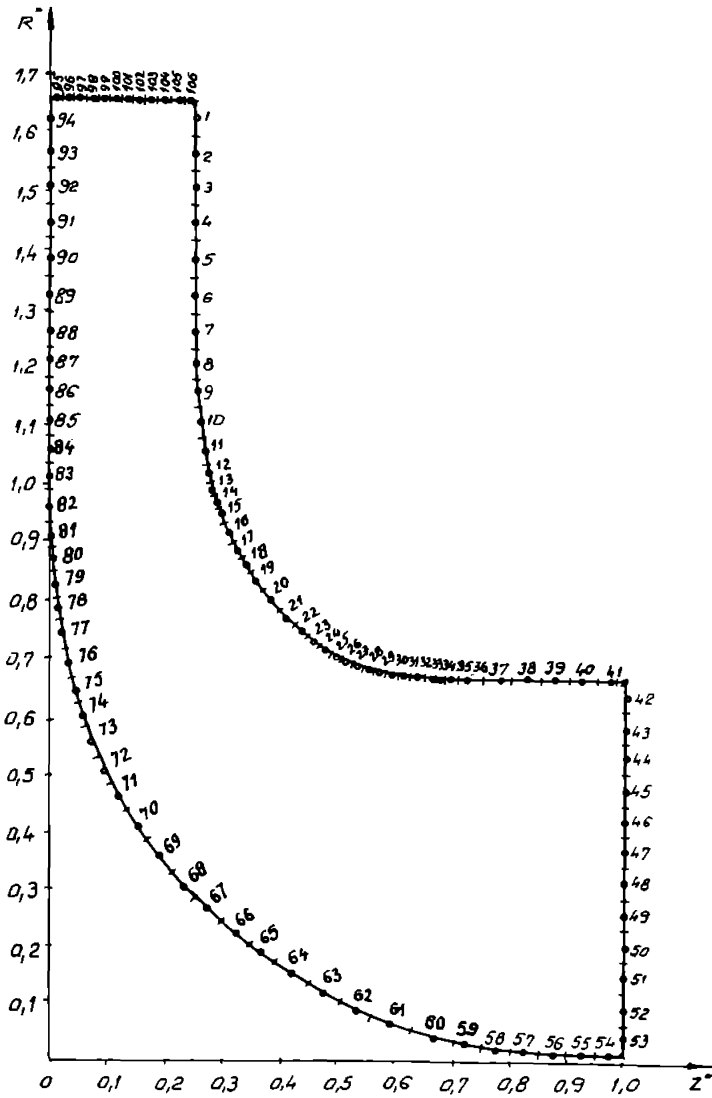


Fig.5.23 Discretizarea frontierei în elemente constante în cazul turbină (A^*)

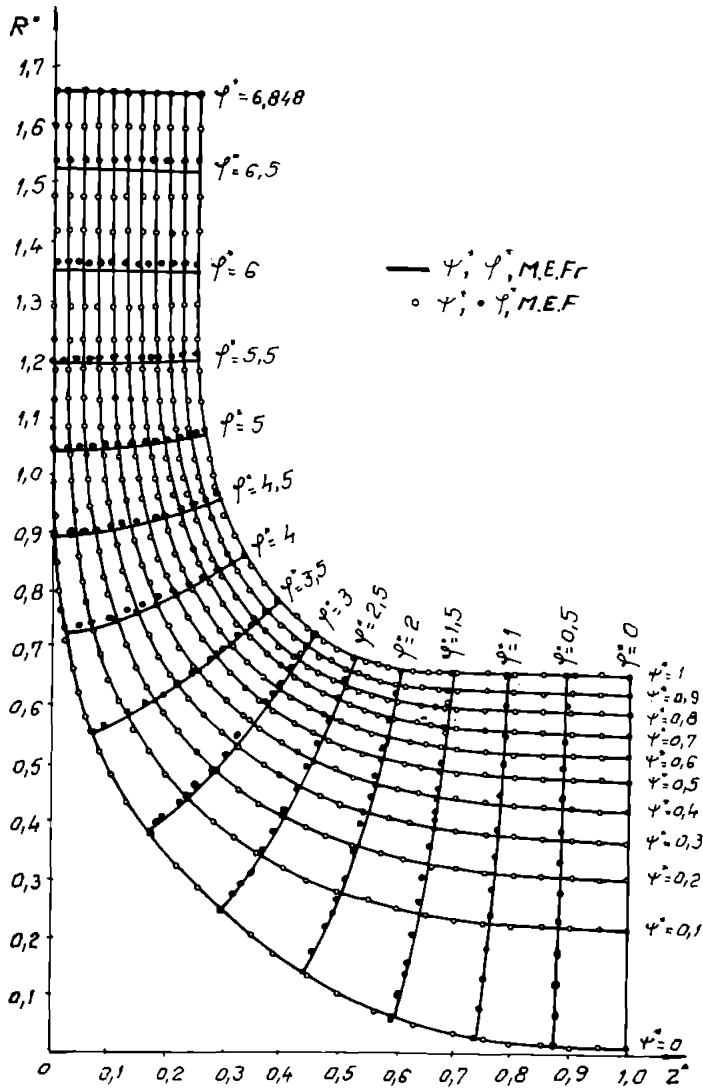


Fig.5.24 Câmpul hidrodinamic în cazul turbină
 (contur A^* , $L_{ax} = 2.027 m$, $v^{*H} = 9.24 m s^{-1}$)

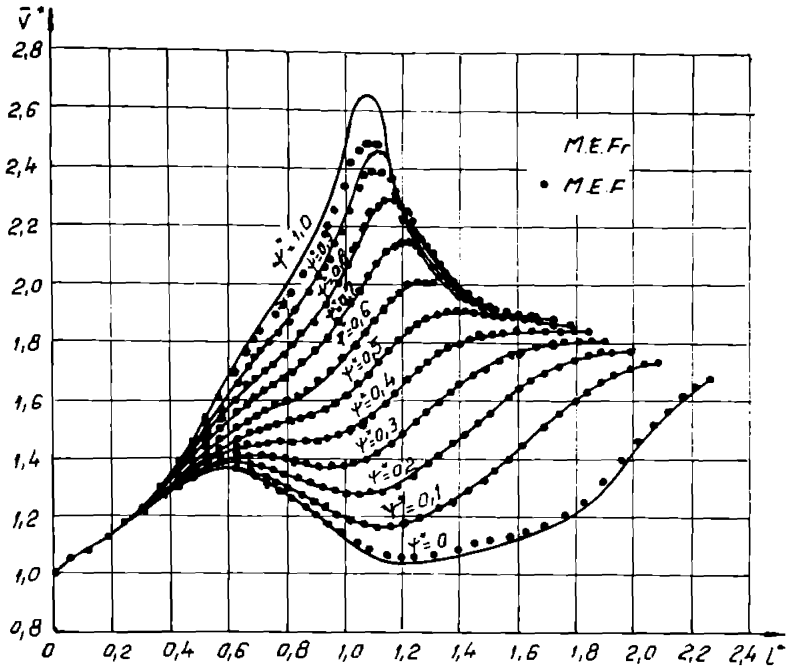


Fig.5.25 Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (A^*)

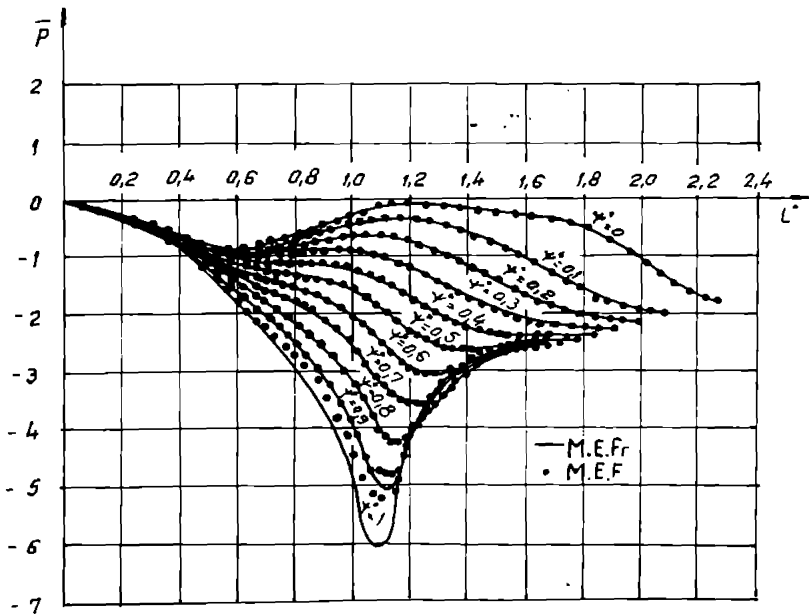


Fig.5.26 Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină (A^*)

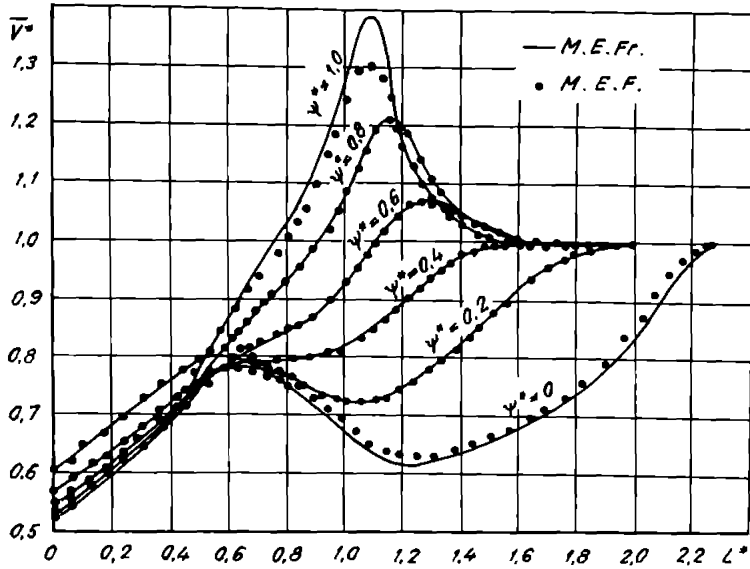


Fig.5.25a Distribuția de viteze în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur A^* ; $\bar{v}^* = v/v_{102}$)

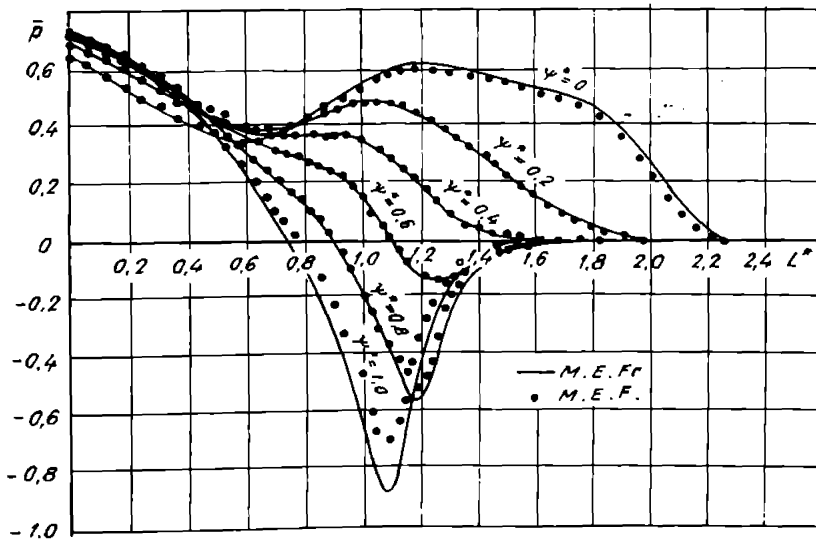


Fig.5.26a Distribuția de presiuni în lungul liniilor de curent în cazul turbină (contur A^* ; $\bar{p} = 1 - \bar{v}^{*2}$)

Pentru conturul A* s-au determinat: câmpul hidrodinamic, distribuțiile de viteze și presiuni în lungul liniilor cu MEFr (BEM) și MEF (FEM), atât în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă cât și turbină. Din distribuțiile de viteze și presiuni obținute pentru inel ($\psi^* = 1$), inelul fiind cel mai defavorabil din punct de vedere cavitațional, au fost reținute și centralizate în tabelul 5.3 valorile: \bar{v}_{max}^* , \bar{p}_{min} , l^* (lungimea liniei de curent corespunzătoare punctului pentru care se obține viteza adimensională maximă \bar{v}_{max}^* și presinea adimensională minimă \bar{p}_{min}) calculate cu cele două metode. Astfel, pentru funcționarea mașinii hidraulice reversibile ca pompă rezultă: $\bar{v}_{max}^* = 1.43$, $\bar{p}_{min} = -1.045$ cu MEFr; $\bar{v}_{max}^* = 1.34$, $\bar{p}_{min} = -0.8$ cu MEF, iar pentru funcționarea ca turbină se obțin: $\bar{v}_{max}^* = 2.64$, $\bar{p}_{min} = -6$ cu MEFr; $\bar{v}_{max}^* = 2.48$, $\bar{p}_{min} = -2.52$ cu MEF, atunci când se face adimensionalizarea la viteza de la intrare în domeniul de analiză. De aici rezultă că A* la funcționarea ca turbină (în regim de confuzor) se comportă mai defavorabil din punct de vedere cavitațional decât la funcționarea ca pompă (în regim de difuzor), ceea ce nu este adevărat [4], [6]. Pentru compararea rezultatelor obținute în funcționarea ca pompă și turbină, este necesar ca în regim de turbină (cazul a) să se facă adimensionalizarea la viteza ultimului punct al liniei de curent. Astfel, în sensul celor precizate anterior, se obține $\bar{p}_{min} = -0.9$ (MEFr); -0.7 (MEF) pentru funcționarea ca turbină (cazul a) și $\bar{p}_{min} = -1.045$ (MEFr); -0.8 (MEF), valori care confirmă funcționarea mai defavorabilă cavitațional în regim de pompă.

Tabelul 5.3

Cazul	Contur	ψ^*	BEM(MEFr)			FEM(MEF)		
			\bar{v}_{max}^*	\bar{p}_{min}	l^*	\bar{v}_{max}^*	\bar{p}_{min}	l^*
Pompă	A*	1.	1.43	-1.045	0.46	1.34	-0.8	0.46
Turbină	A*	1.	2.64	-6	1.07	2.48	-5.2	1.07
a) Turbină	A*	1.	1.38	-0.9	1.07	1.3	-0.7	1.07

În tabelul 5.4 sunt centralizate valorile vitezei adimensionale \bar{v}^{CD} și presiunii adimensionale \bar{p}^{CD} de la ieșire pentru conturul A* și obținute cu MEFr și MEF, respectiv \bar{v}^{AB} , \bar{p}^{AB} la intrare în funcționarea ca turbină (cazul a). Aceste valori au fost calculate pentru $\psi^* = 0; 0.2; 0.4; 0.8; 1$.

Tabelul 5.4

ψ^*	Pompă (contur A*)				a) Turbină (contur A*)			
	MEFr (BEM)		MEF (FEM)		MEFr (BEM)		MEF (FEM)	
	\bar{v}^{CD}	\bar{p}^{CD}	\bar{v}^{CD}	\bar{p}^{CD}	\bar{v}^{AB}	\bar{p}^{AB}	\bar{v}^{AB}	\bar{p}^{AB}
0	0.524	0.725	0.52	0.73	0.69	0.65	0.595	0.646
0.2	0.524	0.725	0.52	0.73	0.565	0.68	0.57	0.675
0.4	0.524	0.725	0.52	0.73	0.54	0.71	0.545	0.703
0.6	0.524	0.725	0.52	0.73	0.53	0.72	0.53	0.72
0.8	0.524	0.725	0.52	0.73	0.525	0.724	0.525	0.724
1	0.524	0.725	0.52	0.73	0.52	0.73	0.52	0.73

Dacă analizăm valorile: $\bar{p}^{CD} = 0.725$ (MEFr); $\bar{p}^{CD} = 0.73$ (MEF) obținute pentru conturul A^* la ieșire în funcționarea ca pompă și $\bar{p}^{AB} = 0.65 \div 0.73$ (MEFr); $\bar{p}^{AB} = 0.648 \div 0.73$ (MEF) la intrare în funcționarea ca turbină (cazul a), se observă că acestea sunt apropiate.

5.2.1 Concluzii

În urma aplicării metodei elementului de frontieră (B.E.M.) pentru cazul mișcării potențiale axial-simetrice din zona rotorilor reversibili Francis, considerând fluidul ideal incompresibil, care presupune utilizarea celor două programe FIELFR.FOR și FICTAXS.FOR despre care s-au făcut anterior precizările necesare, precum și compararea rezultatelor cu metoda elementului finit (F.E.M.), se pot formula următoarele concluzii:

- Valorile adimensionale ale presiunii minime $\bar{p}_{min} = -1.045$ obținute la inel ($\psi^* = 1$) cu MEFr și $\bar{p}_{min} = -0.8$ calculate cu MEF pentru conturul A^* în cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă, respectiv $\bar{p}_{min} = -0.9$ (MEFr) ; -0.7 (MEF) în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca turbină, arată că din punct de vedere cavitațional inelul este cel mai defavorabil. Din compararea valorilor: $\bar{p}_{min} = -1.045$ (MEFr); -0.8 (MEF) obținute la funcționarea ca pompă (în regim de difuzor) cu $\bar{p}_{min} = -0.9$ (MEFr); -0.7 (MEF) calculate la funcționarea ca turbină (în regim de confuzor), rezultă că funcționarea ca pompă este cea mai defavorabilă din punct de vedere cavitațional. Diferențele care apar între valorile calculate cu cele două metode se datoresc erorilor de metodă.

- Din comparea valorilor presiunii adimensionale $\bar{p}^{CD} = 0.725$ (MEFr); 0.73 (MEF) pentru cazul pompă cu $\bar{p}^{AB} = 0.65 \div 0.73$ (MEFr) ; $0.648 \div 0.73$ (MEF) la funcționarea ca turbină a lui A^* , rezultă că valorile presiunii adimensionale la ieșire ca pompă și intrare ca turbină sunt apropiate.

- Se poate utiliza cu succes tratarea adimensională a problemei la fel ca la metoda elementului finit, iar acest lucru permite determinarea rapidă a coordonatelor dimensionale corespunzătoare punctelor care definesc liniile de curent și echipotențiale, precum și vitezele dimensionale în lungul liniilor de curent, atât pentru rotorul prototip cât și model.

- Sub aspectul timpului de calcul vom preciza că timpul realizat de către MEFr este mai mic, ceea ce o avantajează față de MEF.

- Un alt avantaj al MEFr față de MEF. este acela că vitezele pe partea CD a frontierei Γ^* se obțin din chiar la rezolvarea ecuației integrale sub formă discretizată.

- Dezavantajul metodei elementului de frontieră constă în acela că apropierea frontierei Γ^* , respectiv părți ale acesteia față de axa de simetrie este limitată, iar aceasta se datorește în mod special singularității din originea sistemului de coordonate, a cărei influență se răsfrânge asupra valorilor soluției în general și în particular asupra celor corespunzătoare nodurilor vecine.

CAPITOLUL 6

MIȘCAREA RELATIVĂ ROTAȚIONALĂ PE SUPRAFAȚA DE CURGERE ȘI PROBLEME LEGATE DE TRANSFORMAREA CONFORMĂ A REȚELEI RADIAL-AXIALE REVERSIBILE DE PE SUPRAFAȚA DE CURENT ÎN PLANUL PRASIL ȘI RECIPROC

De la început vom preciza că în acest capitol se urmărește să se stabilească relațiile și ecuațiile care stau la baza rezolvării cazului general bidimensional al mișcării fluidului incompresibil perfect în jurul rețelelor de profile radial-axiale cu deviație dată, ceea ce echivalează cu condițiile cinematice de la intrare și ieșire cunoscute, în cazul rotorului mașinii hidraulice radia-axiale reversibile.

6.1 Sistemul special de coordonate

Deoarece tratarea directă a problemei rețelelor radial-axiale reversibile pe suprafețe de revoluție este complexă și dificilă, se recurge la transformarea conformă a suprafețelor de curent, care sunt suprafețe de revoluție nedesfășurabile, într-un plan numit Prasil sau imagine, cu păstrarea grosimii variabile a stratului de lichid dintre două suprafețe înfinit vecine.

În acest sens vom introduce un sistem special de coordonate q^i ($i = 1, 2, 3$), care se introduce pe baza unor familii de suprafețe specificate mai jos:

- S_1 - suprafețe de revoluție perpendiculare pe suprafețele de curent.
- S_2 - semiplane axiale.
- S_3 - suprafețe de curent.

și care este prezentat în fig.6.1 și fig.6.2.

În legătură cu coordonatele q^1, q^2, q^3 trebuie să precizăm următoarele:

- $q^1 = S_2 \cap S_3$ - este curba după meridianul suprafeței de curgere care conține punctul O.
- $q^2 = S_3 \cap S_1$ - este curba după cercul de rază R_0 care conține punctul O.
- $q^3 = S_1 \cap S_2$ - este curba după meridianul suprafeței ortogonale pe suprafața de curent și care conține punctul O.

Vom reaminti faptul că sistemul de coordonate din semiplanul axial este *roz* și are aceeași semnificație când se notează cu majuscule, adică *ROZ*.

Dacă vom nota cu ds^i o distanță elementară ds în direcția lui q^i , atunci fără să se facă sumare după i , pe baza următoarei relații:

$$ds^i = h_i dq^i \quad (6.1)$$

se determină factorii de scară [37], [108]:

$$h_1 = \frac{ds^1}{dq^1} = 1 \quad ; \quad h_2 = \frac{ds^2}{dq^2} = r r_0^{-1} \quad ; \quad h_3 = \frac{ds^3}{dq^3} = \frac{d\delta}{d\delta^0} = h(q^1) \quad (6.2)$$

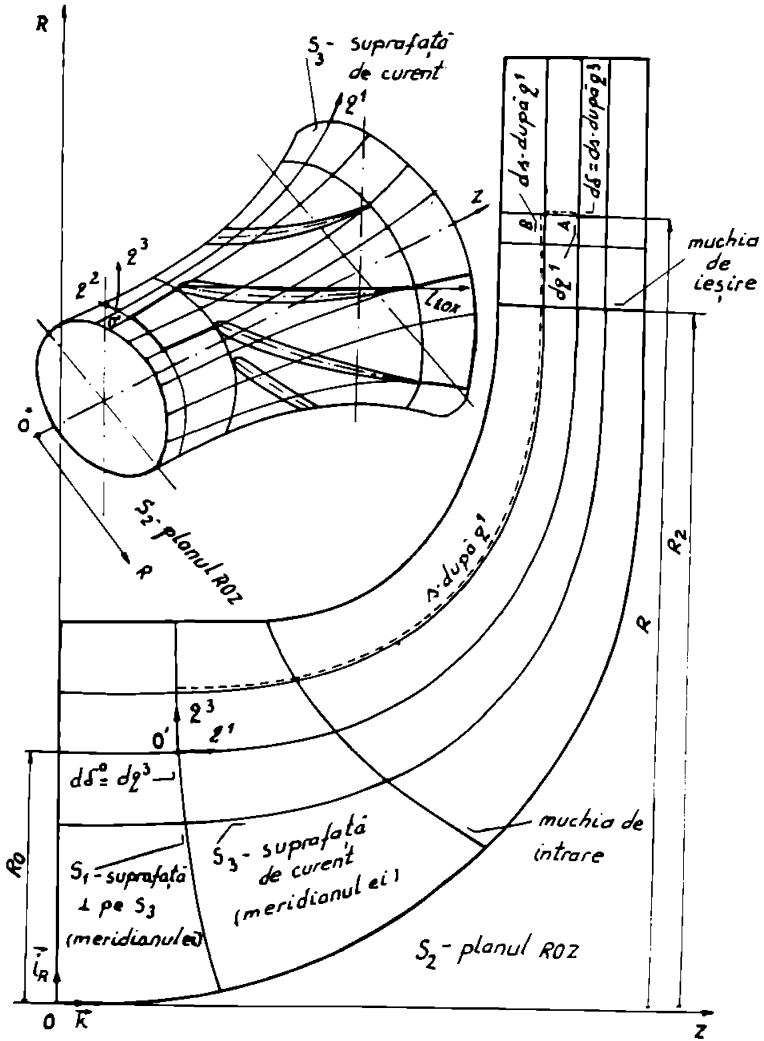


Fig.6.1 Sistemul special de coordonate în cazul pompei

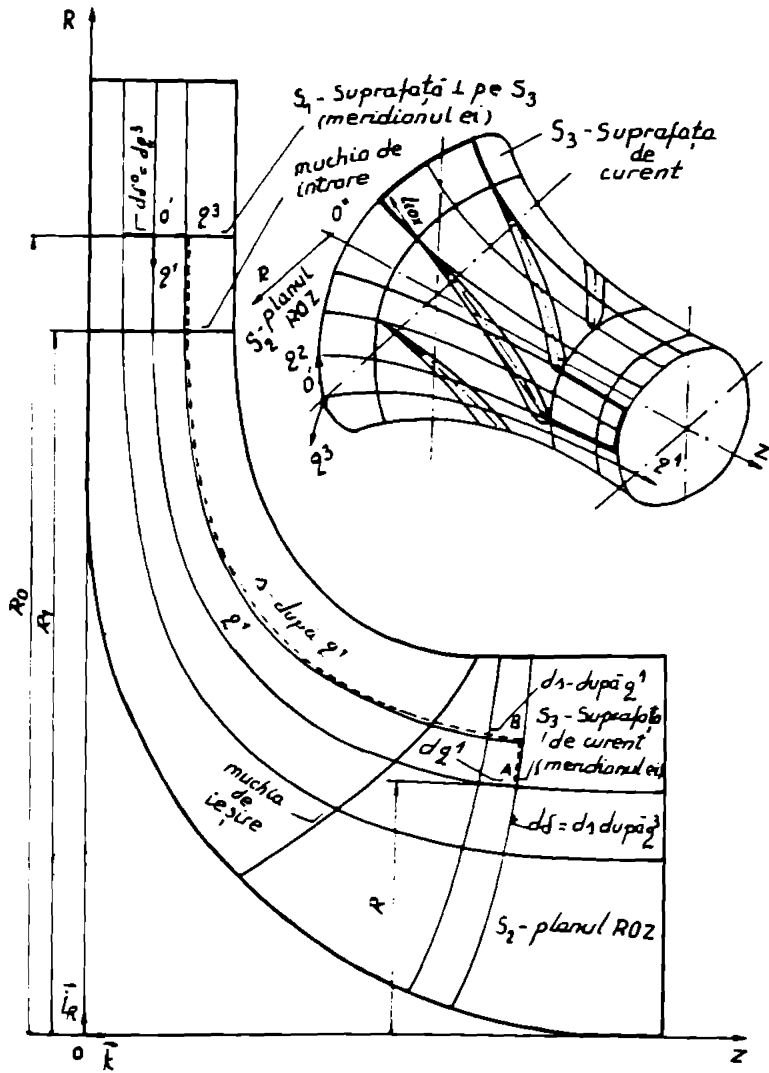


Fig.6.2 Sistemul special de coordonate in cazul turbină

6.2 Mișcarea relativă rotațională pe suprafața de curgere în cazul rețelei radial-axiale a rotorului de pompă-turbină Francis

Ne propunem să determinăm ecuația mișcării relative rotaționale pe suprafața de curgere în ipoteza că mișcarea absolută este potențială, iar rețeaua radial-axială de profile în cazul rotorului de pompă-turbină Francis, se obține prin intersecția paletelor rotorice cu o suprafață de curent care este și una de revoluție.

Această rețea de profile are frontul în lungul unui cerc paralel și este într-o mișcare de rotație datorită vitezei unghiulare $\bar{\omega}$ a rotorului reversibil, care este considerată constantă în cazul funcționării ca pompă sau turbină așa cum se prezintă în fig.6.3 și fig.6.4.

Din cele două figuri se observă că s-a considerat în zona rotorului câmpul hidrodinamic, luându-se un meridian $\nu = ct$ al suprafeței de curgere pe care se află așezată rețeaua radial-axială și care se rotește cu viteza unghiulară $\bar{\omega}$.

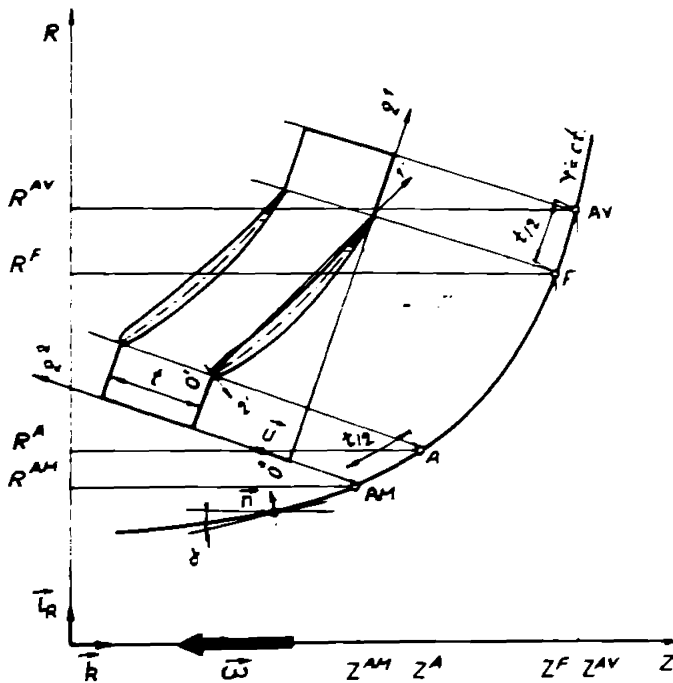


Fig.6.3 Meridianul $\nu = ct$ și rețeaua radial-axială în cazul pompei.

Vom preciza că s-a notat cu (Z^A, R^A) și (Z^F, R^F) coordonatele punctelor de pe meridianul $\psi = ct$, obținute din intersecția acestuia cu cercurile paralele date de frontul bordurilor de atac și de fugă.

De asemenea s-a notat cu (Z^{AM}, R^{AM}) și (Z^{AV}, R^{AV}) coordonatele punctelor aflate la $\frac{t}{2}$ amonte respectiv aval de cele definite anterior, cu observația că pasul rețelei t este dat de relația :

$$t = \frac{2\pi R^A}{Z_p} \quad (6.3)$$

unde $Z_p = 7$ este numărul de palete pentru rotorul reversibil.

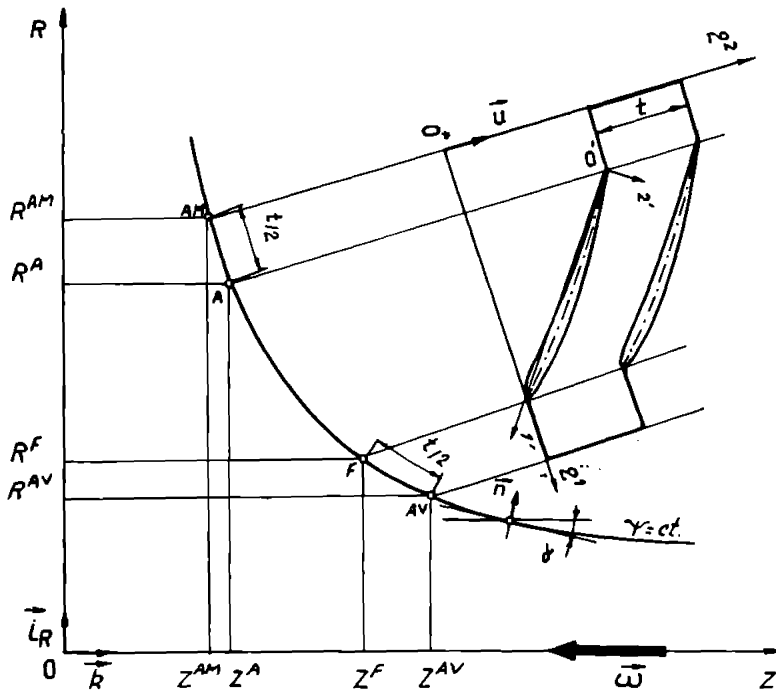


Fig.6.4 Meridianul $\psi = ct$. și rețeaua radial-axială în cazul turbină

Dacă se notează cu \vec{v}, \vec{w} viteza absolută și cea relativă pe suprafața de meridian $r = r(z)$, iar cu \vec{u} viteza periferică dată de viteza unghiulară $\vec{\omega}$, atunci legătura între viteze este stabilită de relația:

$$\vec{v} = \vec{w} + \vec{u} \quad (6.4)$$

În ipoteza mișcării absolute potențiale, ținând cont de (6.4) rezultă :

$$\nabla \times \vec{w} + 2\vec{\omega} = 0 \quad (6.5)$$

Proiecția relației (6.5) după q^3 se scrie astfel:

$$(\nabla \times \vec{w})_{(3)} + 2\omega_{(3)} = 0 \quad (6.6)$$

în care cele două componente, pe baza referinței bibliografice [37], se exprimă astfel:

$$(\nabla \times \vec{w})_{(3)} = \frac{1}{h_1} \frac{\partial w_{(3)}}{\partial q^1} - \frac{1}{h_2} \frac{\partial w_{(1)}}{\partial q^2} + \frac{1}{h_1 h_2} \left[w_{(2)} \frac{\partial h_2}{\partial q^1} - w_{(1)} \frac{\partial h_1}{\partial q^2} \right] \quad (6.7)$$

$$\omega_{(3)} = \vec{n} \cdot \vec{\omega} \quad (6.8)$$

unde $w_{(2)}$ și $w_{(1)}$ sunt componentele fizice ale vitezei relative \vec{w} .

Dacă ținem cont de fig.6.3 și fig.6.4 rezultă că :

$$\vec{\omega} = -\omega \vec{k} \quad (6.9)$$

iar pentru normala \vec{n} s-a determinat relația:

$$\vec{n} = \pm r'(z) \left[1 + r'^2(z) \right]^{-\frac{1}{2}} \vec{i}_R + \left[1 + r'^2(z) \right]^{-\frac{1}{2}} \vec{k} \quad (6.10)$$

unde semnul “ - ” este pentru cazul pompă și “ + ” pentru turbină.

Relația (6.6), având în vedere (6.7), (6.8), (6.9) și (6.10), se va scrie sub forma:

$$\frac{\partial}{\partial q^1} \left[r r_0^{-1} w_{(2)} \right] - \frac{\partial w_{(1)}}{\partial q^2} + \lambda r_0^{-1} r f = 0 \quad (6.11)$$

care reprezintă ecuația mișcării relative rotaționale pe suprafața de cădere, unde $\lambda = 1$ pentru cazul pompă și respectiv $\lambda = -1$ pentru turbină, iar f are expresia:

$$f = 2\omega r'(z) \left[1 + r'^2(z) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (6.12)$$

cu observația că $\omega = \omega_p = \omega_r$.

6.3 Transformarea conformă a rețelei radial-axiale reversibile

Pentru ca ecuația (6.11) să fie utilă, în ceea ce privește calculul numeric, vom face următoarea schimbare de variabilă:

$$x = \int_0^{q^1} h_1 h_2^{-1} dq^1 = \int_0^{q^1} r_0 r^{-1} dq^1 \quad ; \quad y = q^2 \quad (6.13)$$

care realizează transformarea geometrică a suprafeței de curent într-un domeniu plan, denumit planul Prasil sau imagine, cu axele de coordonate ox și oy .

Dacă vom avea în vedere că numărul profilelor rețelei radial-axiale este egal cu numărul paletelor rotorului reversibil, adică cu $Z_p = 7$, atunci pasul rețelei liniare din planul Prasil este:

$$t_L = 2\pi r_i Z_p^{-1} \quad (6.14)$$

Având în vedere forma diferențiabilă a relației (6.13) vom obține:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{h}{h_2} \frac{dq^1}{dq^2} = \frac{ds}{ds^2} \quad (6.15)$$

În legătură cu coordonatele q^1 și q^2 , dacă vom ține cont de [37], [108], precum și de fig.6.1 și fig.6.2, trebuie să precizăm că q^1 se măsoară pe meridianul suprafeței de curent care conține punctul "O" corespunzător originii sistemului de coordonate și de aceea arcul măsurat după această coordonată ce corespunde unui punct oarecare "M" aflat pe această suprafață de curgere îl vom nota simplu cu s și elementul de arc cu ds , iar $q^2 = r, \theta$ respectiv $dq^2 = r, d\theta$ în care θ este unghiul măsurat în radiani dintre semiplanul care conține punctul "O" și cel care-l conține pe "M".

Se observă din (6.15) că se conservă arcele de pe suprafața de curgere în planul imagine, iar cum (6.13) este bijectivă, rezultă că aceasta realizează transformarea diferențiabilă a rețelei radial-axiale de pe suprafața de curgere S_3 din fig.6.5, fig.6.6 într-o rețea liniară în planul yoz , denumit Prasil sau imagine, în cazul pompei fig.6.7 și turbinei fig.6.8.

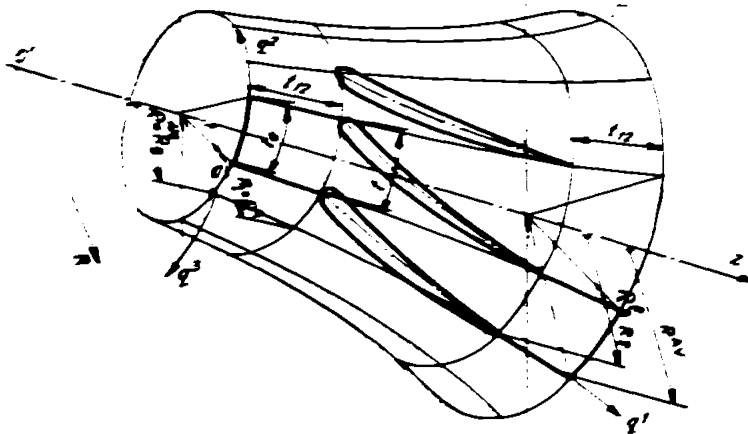


Fig.6.5 Rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere în cazul pompi

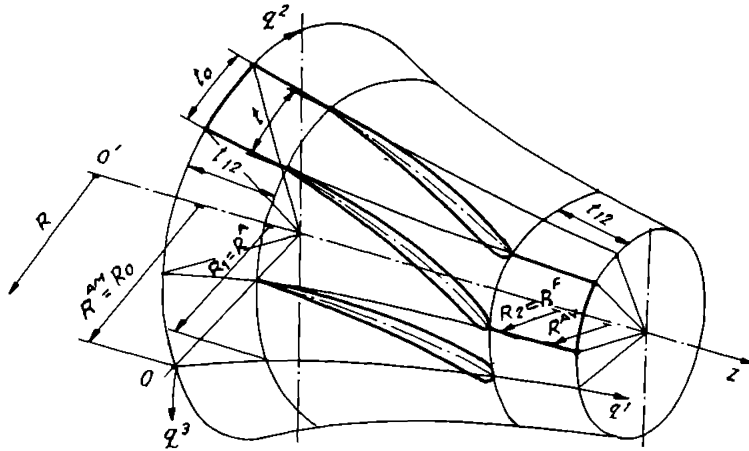


Fig.6.6 Rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere în cazul turbină

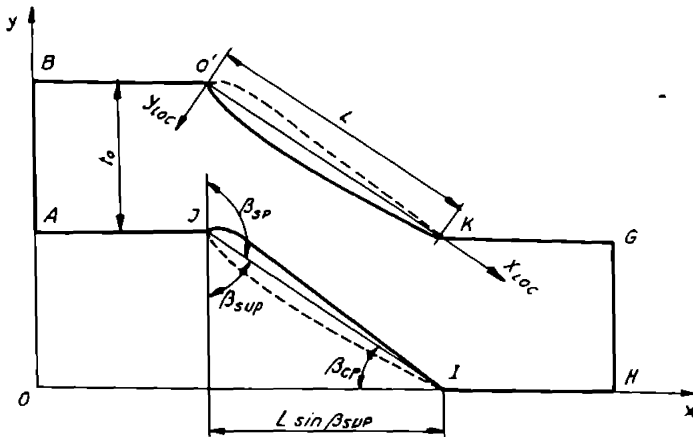


Fig.6.7 Domeniul din planul Prasil yox în cazul pompă

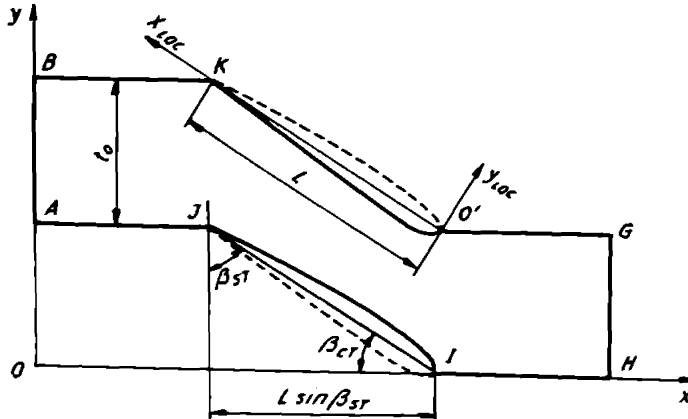


Fig.6.8 Domeniul din planul Prasil y_{ox} în cazul turbină

În cap.5 au fost prezentate rezultatele numerice pentru cele trei contururi A, B, C, obținute cu ajutorul metodei elementului finit descrisă în cap.4, referitoare la câmpul hidrodinamic, distribuția de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent în tratarea adimensională atât pentru cazul funcționării ca pompă cât și turbină.

Pentru abordarea transformării conforme a rețelei radial-axiale de pe suprafața de curgere în planul Prasil s-au reținut pentru fiecare contur liniile de curent peste care s-a suprapus muchia de intrare și cea de ieșire pentru cazul funcționării ca pompă și turbină așa cum se prezintă în fig.6.7, fig.6.8, fig.6.9, fig.6.10, fig.6.11, fig.6.12, cu observația că trebuie să avem în vedere pentru calculele viitoare și distribuția de viteze în lungul liniilor de curent.

Pentru rezolvarea problemei din planul Prasil, în care vom utiliza o tratare adimensională într-un sistem cartezian de coordonate ox^*y^* , în care coordonatele:

$$\bar{x}^* = xL^{-1} \quad ; \quad \bar{y}^* = yL^{-1} \quad (6.16)$$

unde x, y reprezintă coordonatele dimensionale, iar L este coarda dimensională a profilului din rețeaua liniară din planul y_{ox} , suntem nevoiți să utilizăm, pe baza rezultatelor obținute în cap.5 cu F.E.M, relații intermediare în care intervin mărimi adimensionale, astfel:

$$x^* = \int_{\kappa}^{\xi} r_0^* \frac{1}{r^*} ds^* \quad ; \quad y^* = r_0^* \theta \quad (6.17)$$

cu observația că :

$$x = x^* L_{ax} \quad ; \quad y = y^* L_{ax} \quad (6.18)$$

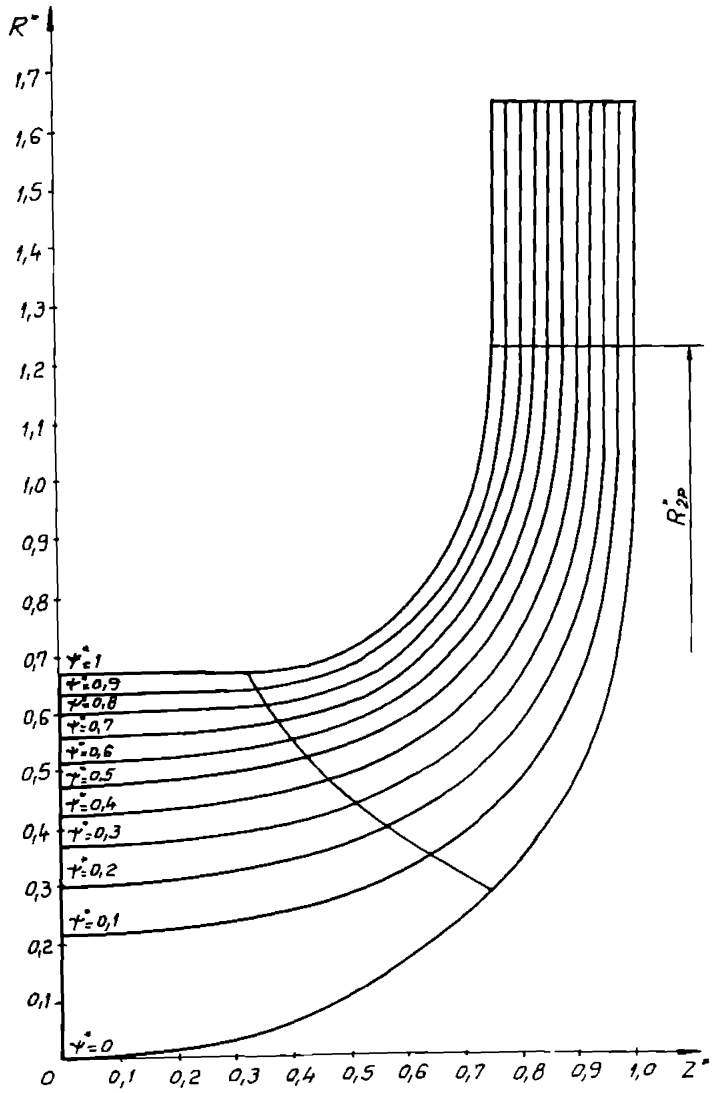


Fig.6.9 Liniile de curent cu muchia de intrare și ieșire în cazul pompă (Contur A)

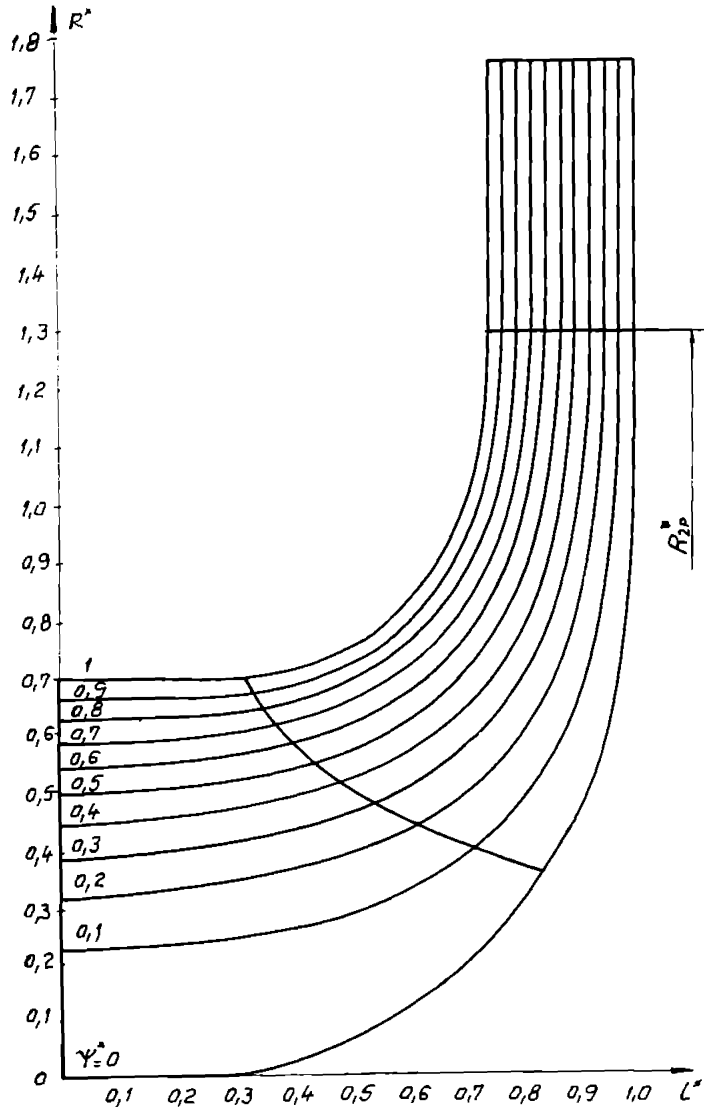


Fig.6.10 Liniile de curent cu muchia de intrare și ieșire în cazul pompă (Contur B)

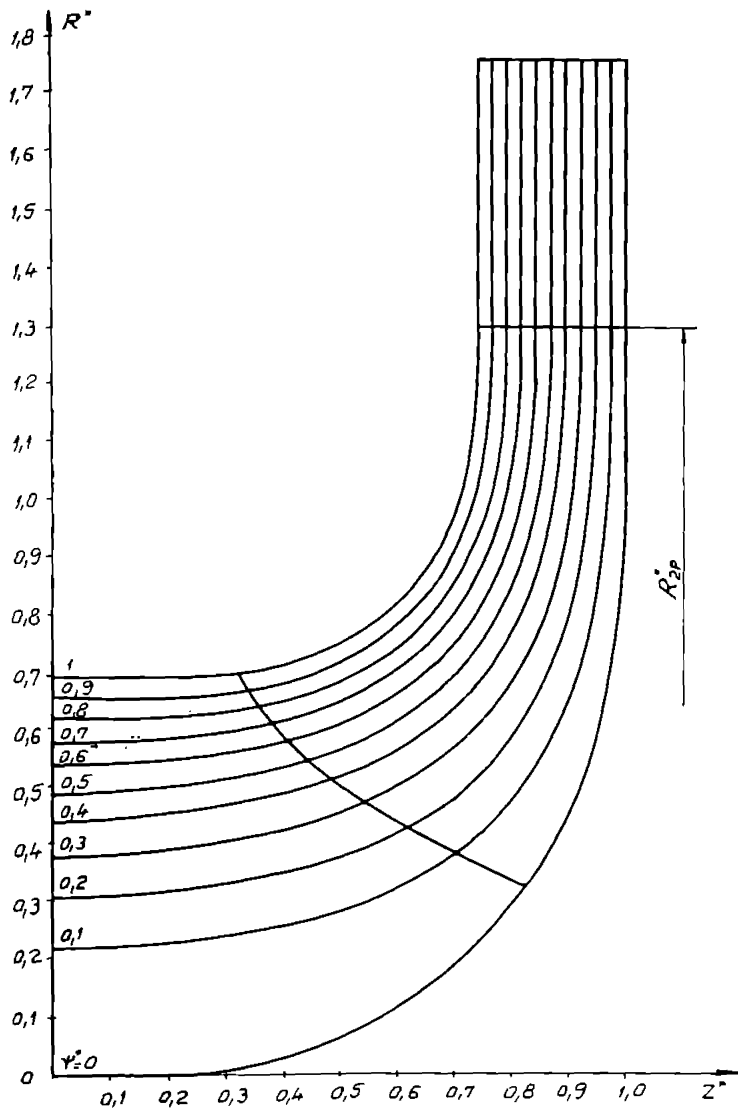


Fig.6.11 Liniile de curent cu muchia de intrare și ieșire în cazul pompă (Contur C)

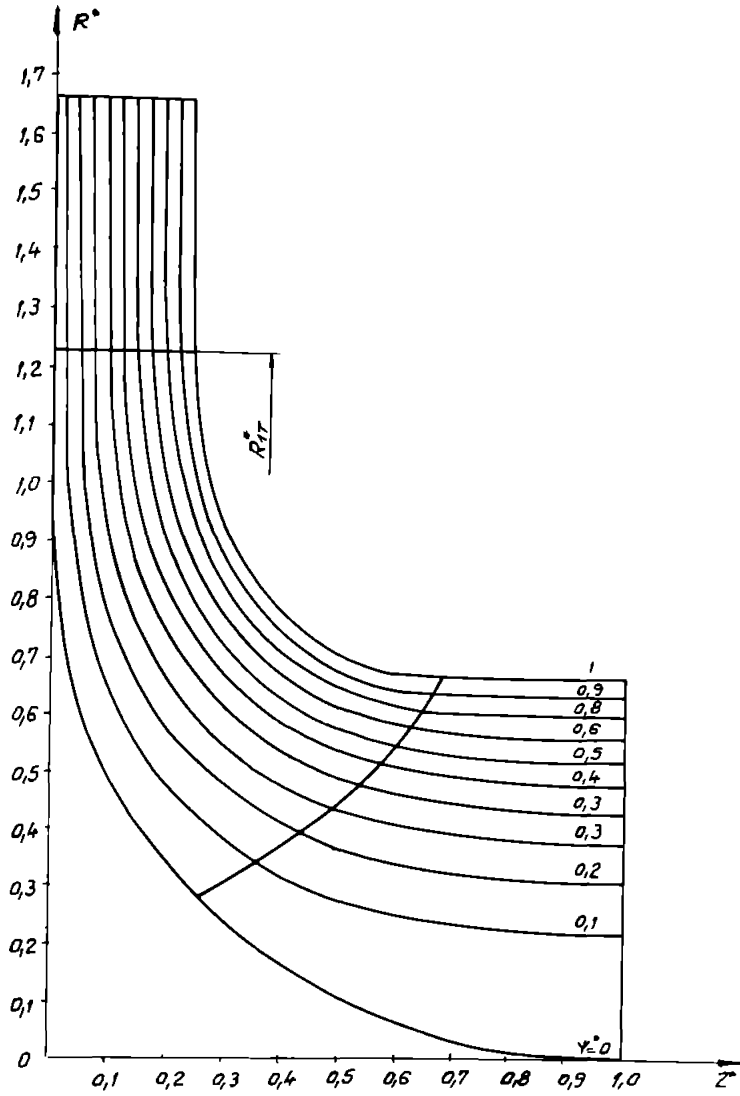


Fig.6.12 Liniile de curent cu muchia intrare și ieșire în cazul turbină (Contur A)

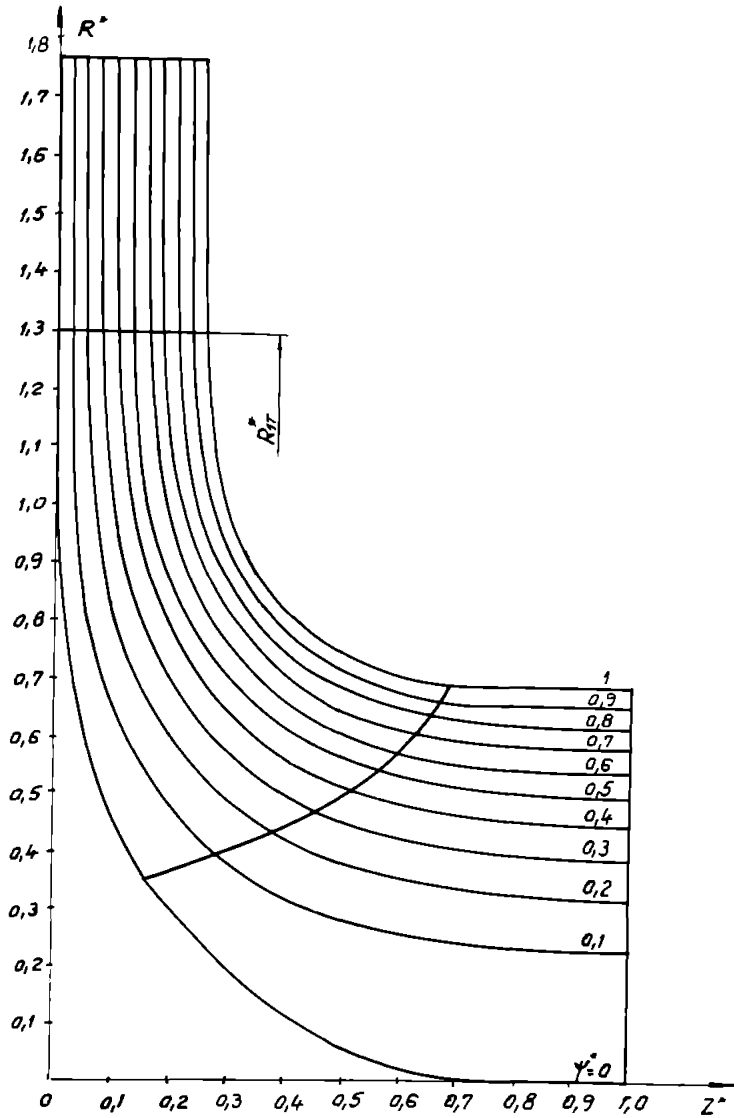


Fig.6.13 Linii de curent cu muchia de intrare și ieșire în cazul turbină (Contur B)

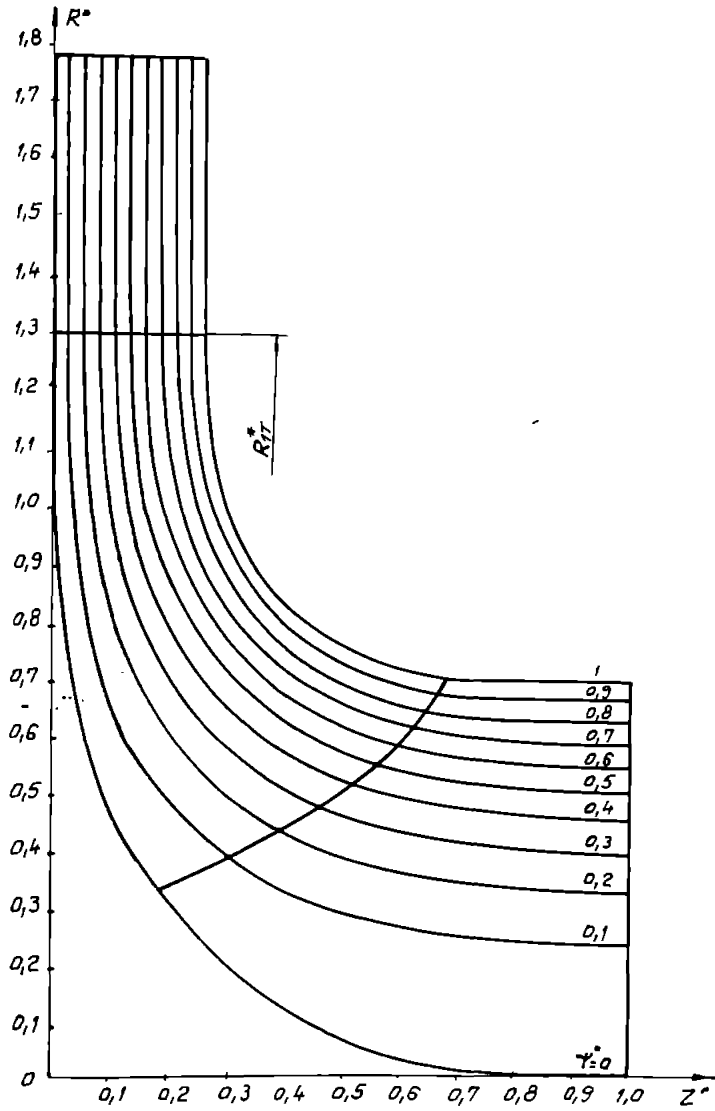


Fig.6.14 Liniile de curent cu muchia de intrare și ieșire în cazul turbină (Contur C)

Dacă vom ține seama că profilul aflat într-o rețea liniară dintr-un plan imagine y^*ox^* are coarda $L^* = LL_{ax}^{-1}$ așa cum se prezintă în fig.6.15 și fig.6.16, atunci pe baza relațiilor (6.16), (6.18) rezultă că:

$$\bar{x}^* = \frac{x^*}{L^*} \quad ; \quad \bar{y}^* = \frac{y^*}{L^*} \quad (6.19)$$

Din cele prezentate se observă că relațiile (6.16) și (6.19) permit trecerea la variabilele \bar{x}^* , \bar{y}^* .

Diferența dintre aceste două relații constă în aceea că prima permite trecerea de la variabilele dimensionale x , y la cele adimensionale \bar{x}^* , \bar{y}^* , iar a doua de la variabilele adimensionale x^* , y^* la \bar{x}^* , \bar{y}^* .

Pe baza precizărilor făcute anterior se poate afirma că prin relația (6.19) se realizează de fapt o dublă adimensionalizare.

Utilizarea relațiilor (6.13) și (6.16) nu este convenabilă, deoarece determinarea câmpului hidrodinamic, a distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent s-a făcut în cazul tratării adimensionale în funcția de curent.

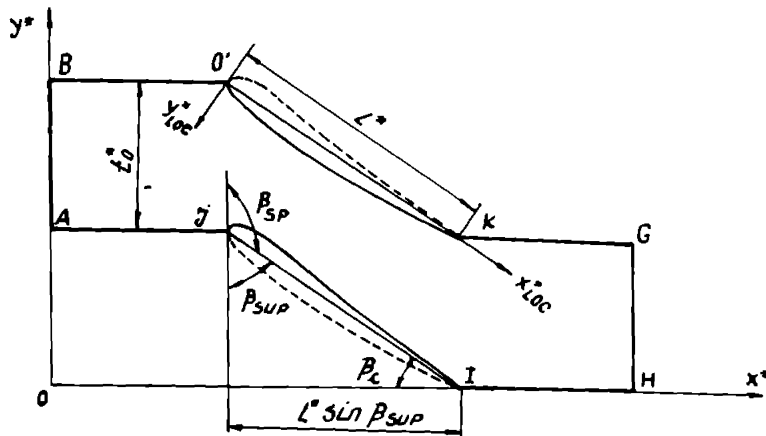


Fig.6.15 Domeniul din planul y^*ox^* în cazul pompi

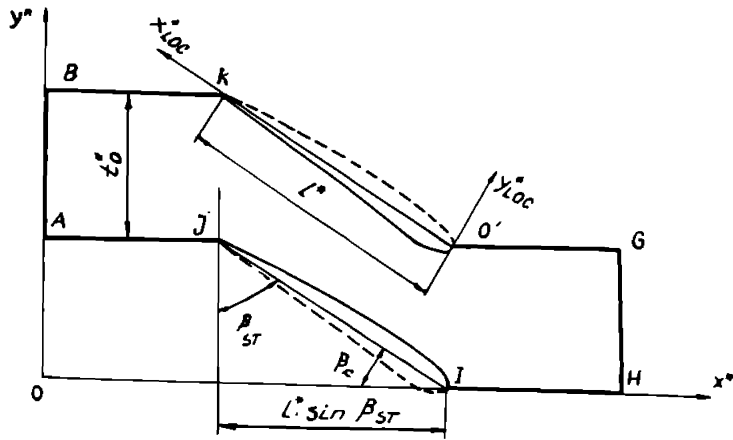


Fig.6.16 Domeniul din planul y^*ox^* în cazul turbină

Vom preciza faptul că atât pentru calculele legate de transformarea conformă cât și pentru cele care vor urma, trebuie să determinăm, pentru : $\frac{1}{r^*} = \frac{1}{r^*}(s^*)$; $s^* = s^*(x^*)$; $z^* = z^*(s^*)$, polinoamele de aproximare corespunzătoare, astfel că :

$$\frac{1}{r^*}(s^*) \cong \sum_{k=0}^n b_k s^{*k} ; s^*(x^*) \cong \sum_{k=0}^n c_k x^{*k} ; z^*(s^*) \cong \sum_{k=0}^n d_k s^{*k} ; n \leq 9 \quad (6.20)$$

Grosimea relativă a stratului de lichid se calculează cu relația :

$$h = \frac{r_0^* \bar{v}_{m0}^*}{r^* \bar{v}_m^*} \quad (6.21)$$

în care \bar{v}_{m0}^* și \bar{v}_m^* se obțin din distribuția de viteze în lungul liniei de curent corespunzătoare suprafeței de curgere pe care se va considera dispusă rețeaua radial-axială, astfel că $\bar{v}_{m0}^* = \bar{v}^*$ pentru $s^* = s_0^*$ (arcul egal cu s^{*AM} măsurat pe linia de curent de la intrare în domeniul din planul meridian până în punctul O care este situat la $\frac{r^*}{2}$ față de bordul de atac), iar $\bar{v}_m^* = \bar{v}^*$ pentru $s^* \in [s_0^*, s^{*AV}]$ unde s^{*AV} reprezintă arcul măsurat pe linia de curent de la intrare în domeniul din planul meridian până în punctul aflat la $\frac{r^*}{2}$ după cel corespunzător bordului de fugă.

Funcția de grosime a stratului de lichid $h(q^1)$, prin $q^1(x^*)$, devine $h(x^*)$ care se aproximează cu un polinom, astfel:

$$h(x^*) \cong \sum_{k=0}^m a_k x^{*k} \quad ; \quad m \leq 9 \quad (6.22)$$

iar pentru tratarea în planul $\bar{y}^* o \bar{x}^*$ trebuie să se țină seama și de relația (6.19).

Pentru determinarea coeficienților polinoamelor de aproximare din (6.20) au fost realizate programele DCPIT.FOR (cazul pompă) și DCPITT.FOR (cazul turbină), iar pentru cei din (6.22) a fost realizat programul FH.FOR, cu observația că aceste programe s-au scris în limbaj FORTRAN pentru calculatoare IBM PC și rularea lor s-a făcut pe un calculator IBM PC 386 SX20MH₂PS2.

6.4 Ecuația dimensională cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil

Pentru determinarea ecuației cu derivate parțiale în funcția de curent ψ din planul Prasil xoy trebuie să ținem cont de legătura dintre componentele w_x și w_y ale vitezei w din acest plan și componentele fizice $w_{(1)}, w_{(2)}$ corespunzătoare vitezei \bar{w} , având în vedere mișcarea fizică pe suprafața de curgere.

Pentru ca să obținem relația de legătură dintre componentele vitezelor, respectiv viteze trebuie să avem în vedere relațiile (6.1), (6.13), precum și faptul că debitul elementar prin secțiunile normale la q^1 și respectiv x este același, iar circulația elementară pe arce elementare paralele cu fronturile rețelei se conservă.

Din relația debitului elementar, care se scrie astfel :

$$dQ = w_{(1)} ds^2 ds^3 \cong w_x^* dy ds^3 \quad (6.23)$$

rezultă :

$$w_x = w_{(1)} h_2 = w_{(1)} r_0^{-1} r \quad (6.24)$$

iar din cea corespunzătoare circulației elementare $d\Gamma_0$ de pe suprafața de curgere egală cu $d\Gamma$ din planul Prasil :

$$d\Gamma_0 = w_{(2)} ds^2 \quad (6.25)$$

cu observația că:

$$w_{(2)} ds^2 = w_y dy = d\Gamma \quad (6.26)$$

se obține :

$$w_y = w_{(2)} h_2 = w_{(2)} r_0^{-1} r \quad (6.27)$$

Pe baza relațiilor (6.24) și (6.27) dintre componentele vitezelor, se observă că legătura dintre viteze se scrie în felul următor :

$$w = w_{(1)} r_0^{-1} r \quad (6.28)$$

Dacă vom ține seama de faptul că :

$$\frac{\partial \dots}{\partial q^1} = \frac{\partial \dots}{\partial x} \frac{dx}{dq^1} ; \quad \frac{\partial \dots}{\partial q^2} = \frac{\partial \dots}{\partial x} \frac{dy}{dq^2} \quad (6.29)$$

dar și de următoarea exprimare a componentelor vitezei \bar{w} :

$$w_x = \frac{1}{h(x)} \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad w_y = -\frac{1}{h(x)} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (6.30)$$

precum și de relațiile (6.13), (6.24), (6.27), atunci ecuația (6.11) devine :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{h'(x)}{h(x)} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \lambda h(x) (r_0^{-1} r)^2 f = 0 \quad (6.31)$$

care de fapt este ecuația dimensională cu derivate parțiale în funcția de curent ψ din planul Prasil xoy în cazul rețelei radial-axiale reversibile în funcționarea ca pompă ($\lambda = 1$) și respectiv turbină ($\lambda = -1$).

6.5 Transpunerea rezultatelor din planul Prasil pe suprafața de curgere

Transpunerea rezultatelor din planul Prasil (fig.6.7, fig.6.8) pe suprafața de curgere (fig.6.5, fig.6.6) se referă la câmpul de viteze și presiuni.

În planul xoy este mai comod să se utilizeze pentru calcule, în loc de viteza w , următoarea viteză adimensională:

$$\bar{w} = \frac{w}{w^{AM}} \quad (6.32)$$

relație care permite determinarea distribuției de viteze în planul menționat, iar în ceea ce privește câmpul de presiuni, dacă se scrie o teoremă Bernoulli de la un punct AM aflat pe o linia de curent la intrare în domeniu și unul curent, rezultă prin adimensionalizare relația:

$$\bar{p} = (\rho^{AM} - \rho) 2 \rho^{-1} (w^{AM})^{-2} = 1 - \bar{w}^2 \quad (6.33)$$

Transpunerea vitezei adimensionale \bar{w} de pe profilul aflat în rețeaua liniară din planul yox pe cel corespunzător de pe suprafața de curgere în vederea determinării distribuției de viteze pe el, se face în conformitate cu următoarea relație:

$$\bar{w}_0 = r_0 r^{-1} \bar{w} \quad (6.34)$$

Vom preciza că viteza adimensională \bar{w}_0 de pe suprafața de curgere se poate scrie și astfel :

$$\bar{w}_0 = \frac{w_0}{w_0^{AM}} \quad (6.35)$$

cu următoarea observație:

$$w_0 = r_0 r^{-1} w \quad (6.36)$$

Pentru determinarea distribuției de presiuni pe profilul aflat în rețeauă de pe suprafața de curent vom scrie, în cazul mișcării relative rotaționale, o ecuație Bernoulli în lungul liniei de curent (fig.6.3., fig.6.4), din care rezultă:

$$P_{(r)} - P_{(r)^{AM}} = 2^{-1} \rho (w_{(r)^{AM}})^2 \left\{ 1 - \bar{w}_{(r)}^2 + (w_{(r)^{AM}})^2 (w_{(r)^{AM}})^{-2} \left[r^2 (r^{AM})^{-2} - 1 \right] \right\} \quad (6.37)$$

Dacă se ține seama de următoarea adimensionalizare:

$$\bar{P}_0 = \frac{P_{(r)} - P_{(r)^{AM}}}{2^{-1} \rho (w_{(r)^{AM}})^2} \quad (6.38)$$

și de faptul că $r^{AM} = r_0$, atunci rezultă următoarea relație :

$$\bar{P}_0 = 1 - \bar{w}_0^2 + \omega^2 r_0^2 (w_{(r)^{AM}})^{-2} \left[(rr_0^{-1})^2 - 1 \right] \quad (6.39)$$

Această relație, dacă se are în vedere (6.36) din care se observă că $w_{(r)^{AM}} = w^{AM}$ pentru $r^{AM} = r_0$, se poate scrie sub următoarea formă [37]:

$$\bar{P}_0 = 1 - r_0^2 r^{-2} \bar{w}^2 + \omega^2 r_0^2 (w^{AM})^{-2} \left[(rr_0^{-1})^2 - 1 \right] \quad (6.40)$$

care permite determinarea distribuției de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere ținând cont de vitezele \bar{w} și w^{AM} din planul Prasil xoy în care se află rețeaua liniară.

Relația (6.40), dacă se are în vedere (6.33), se mai poate scrie și astfel:

$$\bar{P}_0 = \bar{P} + \bar{w}^2 - r_0^2 r^{-2} \bar{w}^2 + \omega^2 r_0^2 (w^{AM})^{-2} \left[(rr_0^{-1})^2 - 1 \right] \quad (6.41)$$

6.6 Profile utilizate la studiul rețelei radial-axiale reversibile

Pentru determinarea distribuției de viteze și presiuni cu metoda elementului finit (F.E.M.) și metoda reciprocității duale (D.R.M.) pe profilul aflat în rețeaua radial-axială reversibilă de pe suprafața de curgere vom propune utilizarea profilelor NACA cu patru cifre, precum și a unor profile care au ecuația scheletului dată de un polinom de gradul doi sau trei pentru care funcția de grosime este cea de la profilul NACA, cu observația că racordarea la bordul de fugă se face cu o elipsă.

Deși determinarea distribuției de viteze și presiuni pe paletă cu metodele amintite nu face obiectul acestui capitol, totuși vom preciza că pentru conturul A se utilizează profilele NP205, NACA 1405, NP 305, pentru B profilele NP204, NACA 1404, NP 304, respectiv NP203, NACA 1403, NP 303 pentru conturul C.

Dacă pentru profilul NACA cu patru cifre semnificația acestor este cunoscută, atunci pentru celelalte două care au fost introduse în prezenta lucrare vom menționa că prima cifră se referă la gradul polinomului, iar celelalte două reprezintă în procente grosimea relativă a profilului, cu observația că N indică faptul că scheletul este îmbrăcat cu funcția de grosime da la profilul NACA și P arată că ecuația scheletului este dată de un polinom.

Pentru toate cele trei profile s-a utilizat un sistem local de coordonate $o\bar{x}\bar{y}$ în care coarda profilului este egală cu unitatea notată cu L_1 , așa cum se prezintă în fig.6.17, fig.6.18, fig.6.19, iar pentru stabilirea legăturii dintre unghiurile β_1^* , β_2^* și respectiv $\beta_{1P} = \beta_{2T}$, $\beta_{2P} = \beta_{1T}$ trebuie să avem în vedere sistemul local $Ox_{loc}y_{loc}$ al profilului din rețeaua liniară din planul Prasil $\bar{y}^*O\bar{x}^*$ în cazul pompă fig.6.20 sau turbină fig.6.21.

Problema care se pune este aceea de a cunoaște unghiurile β_1^* și β_2^* , având în vedere că pe baza lor în cazul profilului NACA se calculează o săgeată medie care permite și alegerea profilului din catalogul de profile, iar pentru celelalte două se determină ecuația scheletului.

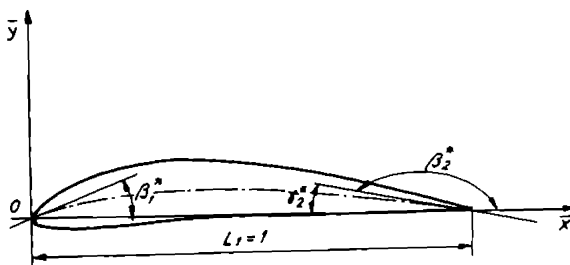


Fig.6.17 Sistemul local de coordonate pentru profilul NACA cu 4 cifre

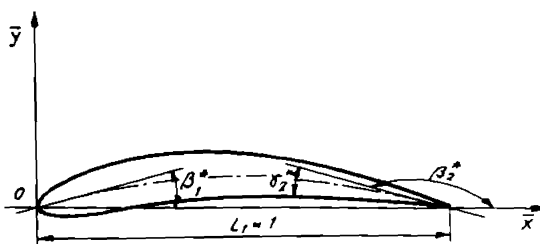


Fig.6.18 Sistemul local de coordonate pentru profilul cu scheletul dat de pol. de gr.2

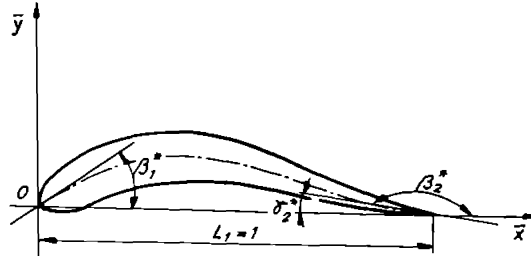


Fig.6.19 Sistemul local de coordonate pentru profilul cu scheletul dat de pol. de gr.3

Vom menționa faptul că profilul al cărui schelet este un polinom de gradul trei va fi utilizat în prezenta lucrare pentru cazul în care unghiul de desfășurare al paletelor în planul perpendicular pe axa mașinii este de 120° .

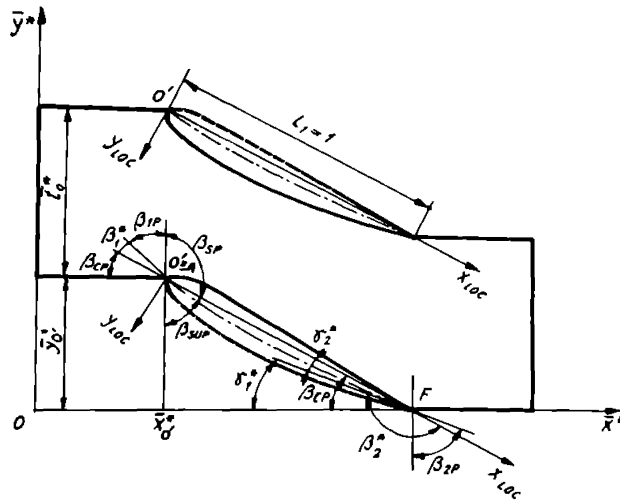


Fig.6.20 Rețeaua de pompă din planul Prasil $\bar{y}^*O\bar{x}^*$ și unghiurile din sistemul de coordonate local și global

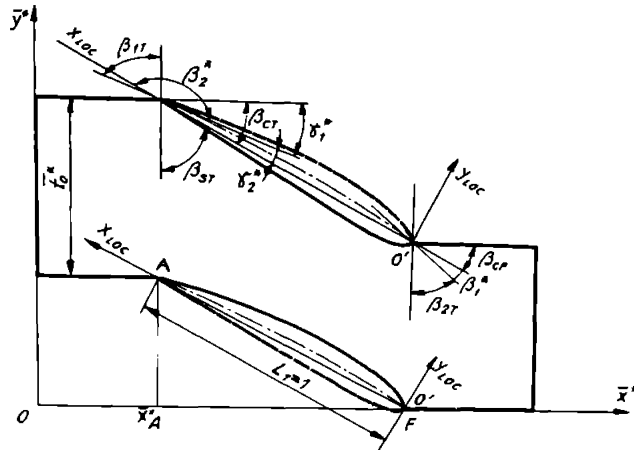


Fig.6.21 Rețeaua de turbină din planul Prasil $\bar{y}^*O\bar{x}^*$ și unghiurile din sistemul de coordonate local și global

În continuare se vor prezenta dependența dintre unghiul de la intrare β_{1p} în funcție de raza R^* pentru toate cele trei contururi, având în vedere că proiectarea rotorului reversibil s-a făcut ca pompă.

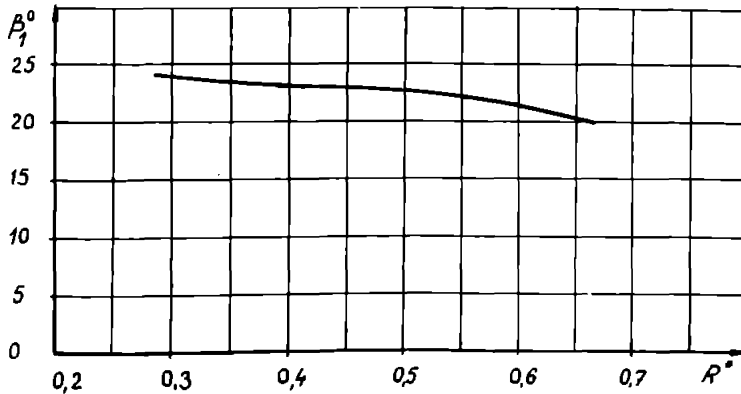


Fig.6.22 Dependența $\beta_{1p}(R^*)$ în cazul conturului A

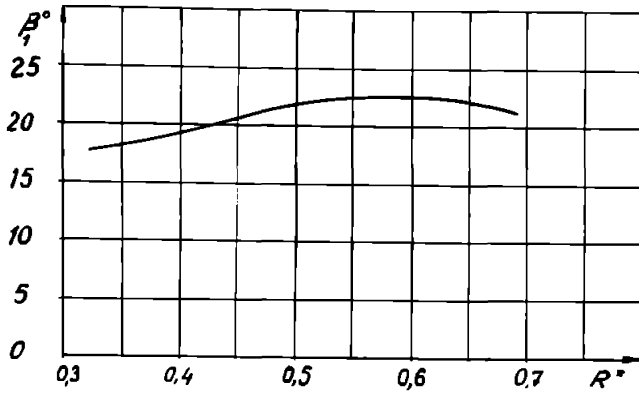


Fig.6.23 Dependența $\beta_{1p}(R^*)$ în cazul conturului B

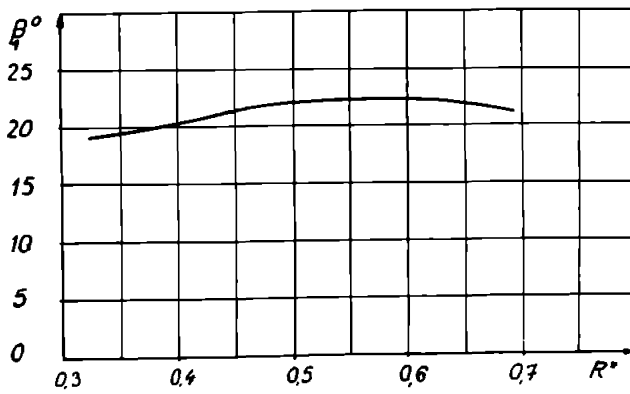


Fig.6.24 Dependența $\beta_{1p}(R^*)$ în cazul conturului C

Pentru profilul NACA cu patru cifre, dacă vom ține cont de [108] și de sistemul local fig.6.17, vom scrie ecuațiile scheletului și a funcției de grosime astfel:

$$\frac{\bar{y}_s}{L_1} = \frac{f}{L_1} \left(\frac{\bar{x}_f}{L_1} \right)^{-2} \left[2 \frac{\bar{x}_f}{L_1} \frac{\bar{x}}{L_1} - \left(\frac{\bar{x}}{L_1} \right)^2 \right] \quad ; \quad 0 \leq \frac{\bar{x}}{L_1} \leq \frac{\bar{x}_f}{L_1} \quad (6.42)$$

$$\frac{\bar{y}_s}{L_1} = \frac{f}{L_1} \left[\left(1 - 2 \frac{\bar{x}_f}{L_1} \right) + 2 \frac{\bar{x}_f}{L_1} \frac{\bar{x}}{L_1} - \left(\frac{\bar{x}}{L_1} \right)^2 \right] \quad ; \quad \frac{\bar{x}_f}{L_1} \leq \frac{\bar{x}}{L_1} \leq 1 \quad (6.43)$$

$$\frac{\bar{y}_f}{L_1} = \frac{d}{L_1} \left[1.4845 \left(\frac{\bar{x}}{L_1} \right)^4 - 0.63 \frac{\bar{x}}{L_1} - 1.758 \left(\frac{\bar{x}}{L_1} \right)^2 + 1.4215 \left(\frac{\bar{x}}{L_1} \right)^3 - 0.5075 \left(\frac{\bar{x}}{L_1} \right)^4 \right] \quad (6.44)$$

de unde se observă că pentru $L_1 = 1$ rezultă că $\bar{x} \in [0,1]$.

Dacă se ține cont de derivata de ordinul întâi a scheletului în bordul de atac și de fugă vom obține relațiile:

$$\operatorname{tg} \beta_1^* = 2 \left(\frac{f}{L_1} \right) \left(\frac{\bar{x}_f}{L_1} \right)^{-1} \quad (6.45)$$

$$\operatorname{tg} \beta_2^* = -2 \left(\frac{f}{L_1} \right) \left(1 - \frac{\bar{x}_f}{L_1} \right)^{-1} \quad (6.46)$$

Unghiurile β_1^* și β_2^* , dacă se are în vedere fig.6.20 și fig.6.21, se calculează cu relațiile:

$$\beta_1^* = 90^\circ - (\beta_{1P} + \beta_{CP}) \quad ; \quad \beta_1^* = 90^\circ - (\beta_{2T} + \beta_{CT}) \quad (6.47)$$

$$\beta_2^* = 270^\circ - (\beta_{2P} + \beta_{CP}^*) \quad ; \quad \beta_2^* = 270^\circ - (\beta_{1T} + \beta_{CT}) \quad (6.48)$$

și odată cunoscute, vor permite să se determine din (6.45) o valoare a săgeții relative și din (6.46) o altă valoare, cu observația că pentru calcule se va utiliza fie media aritmetică a celor două, atunci când valorile sunt de același ordin de mărime și diferențele dintre ele nu sunt mari, sau se consideră prima valoare, cu observația că aceasta este întotdeauna cea mai mare, atunci când a doua este neglijabilă.

Coordonatele punctelor de pe extradusul și intradusul profilului, având în vedere că săgețile relative sunt mic, se determină cu relațiile:

$$\bar{y}_{e,i} = \bar{y}_s \pm \bar{y}_d \quad ; \quad \bar{x}_{e,i} = \bar{x} \quad (6.49)$$

În cazul când scheletul profilului este dat de un polinom de gradul doi sau trei, atunci ecuațiile lui se scriu astfel:

$$\bar{y}_s = \bar{x}(1 - \bar{x})tg\beta_1^* \quad ; \quad \bar{x} \in [0,1] \quad (6.50)$$

$$\bar{y}_s = [tg\beta_1^* - (tg\beta_1^* + tg\beta_2^*)\bar{x}]\bar{x}(1 - \bar{x}) \quad ; \quad \bar{x} \in [0,1] \quad (6.51)$$

cu observația că pentru determinarea coordonatelor punctelor de pe extradosul și intradosul profilului se utilizează relația (6.49) în care ecuația scheletului este dată de (6.50) sau (6.51), iar unghiurile β_1^* , β_2^* se calculează cu (6.47), (6.48).

6.7 Concluzii

Din cele prezentate în acest capitol se pot trage următoarele concluzii :

- S-a introdus un sistem special de coordonate curbilinii în vederea abordării rețelelor radial-axiale corespunzătoare rotorilor de pompe-turbine Francis.

- A fost stabilită ecuația mișcării relative rotaționale de pe suprafața de curgere pe care se află rețeaua radial-axială în cazul unui rotor de pompă-turbină Francis, cu observația că pentru rețeaua radial-axială a unui rotor de turbină Francis ecuația mișcării relative rotaționale pe suprafața de curgere a fost stabilită de I.Carte [37].

- Au fost precizate relațiile corespunzătoare transformării conforme a rețelei radial-axiale de pe suprafața de curgere într-o rețea liniară din planul Prasil.

- S-au stabilit relațiile care dau distribuția de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere.

- Pentru studiul rețelelor radial-axiale reversibile s-a propus profilul NACA cu patru cifre și au fost introduse profilele ale căror schelet este un polinom de gradul doi sau trei și care este îmbrăcat cu o funcție de grosime NACA, fiind stabilită și legătura dintre unghiurile din sistemul local al profilului și cu cele care intervin în cadrul rețelei liniare din planul imagine.

CAPITOLUL 7

REZOLVAREA ECUAȚIEI CU DERIVATE PARȚIALE ÎN FUNCȚIA DE CURENT DIN PLANUL PRASIL CU METODA ELEMENTULUI FINIT

În acest capitol se urmărește stabilirea unor relații, precum și a etapelor de rezolvare a ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent, în tratarea adimensională, pentru cazul pompă și turbină, cu ajutorul metodei elementului finit(F.E.M.)

7.1 Domeniul de analiză și condițiile la limită

Pentru a înțelege mai bine modul de obținere a ecuației cu derivate parțiale adimensionale în funcția de curent și rezolvarea ei cu F.E.M atât pentru cazul pompă cât și turbină, vom prezenta domeniile de analiză din planul Prasil yox și $\bar{y}^*o\bar{x}^*$, precum și condițiile la limită corespunzătoare.

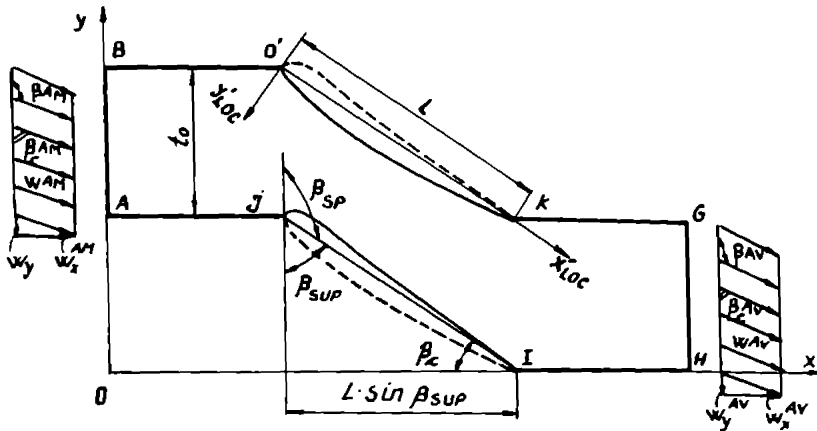


Fig.7.1 Domeniul de analiză din planul Prasil yox în cazul pompă

$$\psi = 0 \quad \text{pe } JI$$

$$\psi = t_0 \quad \text{pe } O'K$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = -Q t_0^{-1} \operatorname{ctg} \beta_c^{AM} \quad \text{pe } AB$$

Condiții la limită:

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = Q t_0^{-1} \operatorname{ctg} \beta_c^{AV} \quad \text{pe } HG$$

$$\psi = \psi_{A..IH} + t_0 \quad \text{pe } BO', KG$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = - \left(\frac{\partial \psi}{\partial n} \right)_{A..IH} \quad \text{pe } BO', KG$$

(7.1)

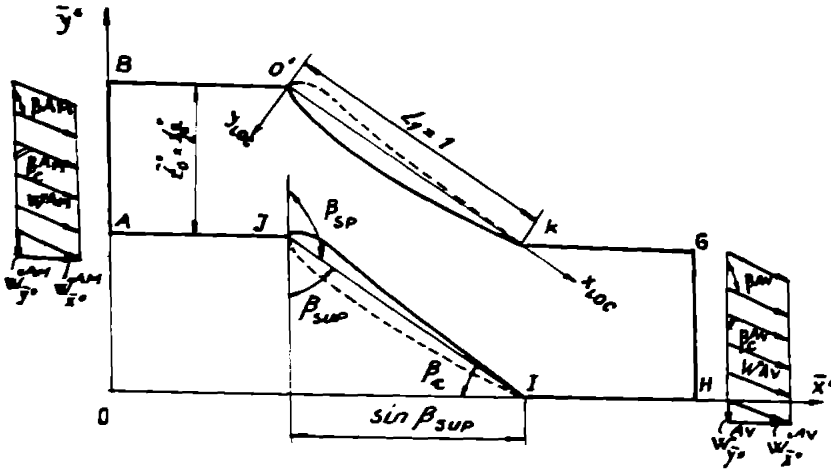


Fig 7.2 Domeniul de analiză din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ în cazul pompă

Condițiile la limită corespunzătoare tratării adimensionale a problemei în funcția de curent, ținând cont de domeniul de analiză din fig 7.2, se scriu astfel:

$$\begin{aligned}
 \psi^* &= 0 \text{ pe } JI \\
 \psi^* &= \bar{i}_c^* \text{ pe } O'K \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= \text{ctg } \beta^{AK} = -\text{ctg } \beta_c^{AK} \text{ pe } AB \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= -\text{ctg } \beta^{AV} = \text{ctg } \beta_c^{AV} \text{ pe } HG \\
 \psi^* &= \psi^*_{\omega_{H^*}} - \bar{i}_c^* \text{ pe } BO', KG \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= - \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_{\omega_{H^*}} \text{ pe } BO', KG
 \end{aligned} \tag{7.2}$$

Aceste condiții la limită se vor utiliza la rezolvarea ecuației diferențiale adimensionale în funcția de curent, ecuație ce se va obține din (6.31) pentru cazul pompă.

Unghiurile prezentate în cele două figuri au aceeași valoare, cu observația că β_{SP} este unghiul de instalare al rețelei liniare de pompă și β_{CP} este unghi complementar lui β_{SUP} , deoarece domeniul de analiză din fig.7.2 se obține prin adimensionalizarea celui din fig.7.1 pe baza relației (6.16).

Trebuie să precizăm faptul că vitezele se schimbă ca valoare fără să afecteze unghiurile de la intrare β_c^{AK} și respectiv aval β_c^{AV} .

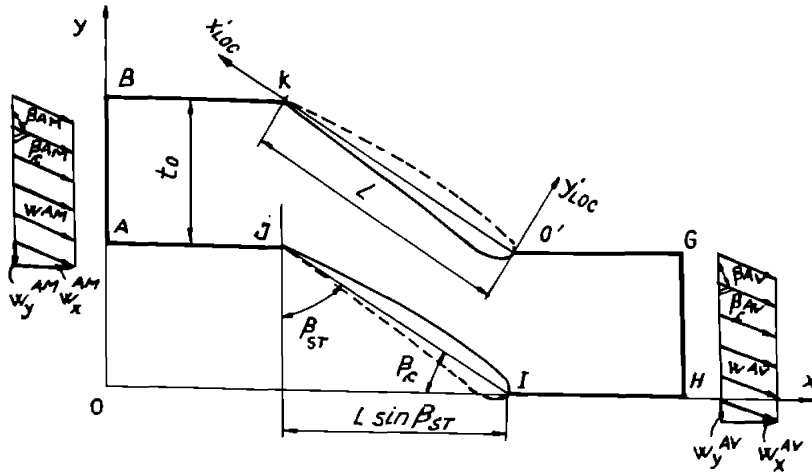


Fig.7.3 Domeniul de analiză din planul Prasil y_{ox} în cazul turbină

Condițiile la limită, în cazul tratării dimensionale în funcția de curent în planul y_{ox} unde se prezintă rețeaua liniară în cazul funcționării mașinii hidraulice radial-axiale reversibile ca turbină, se scriu astfel:

$$\begin{aligned}
 \psi &= 0 \text{ pe } JI \\
 \psi &= t_0 \text{ pe } KO' \\
 \frac{\partial \psi}{\partial n} &= Qt_0^{-1} \operatorname{ctg} \beta_c^{AM} \text{ pe } AB \\
 \frac{\partial \psi}{\partial n} &= -Qt_0^{-1} \operatorname{ctg} \beta_c^{AV} \text{ pe } HG \\
 \psi &= \psi_{\mathcal{A}, III} + t_0 \text{ pe } BK, O'G \\
 \frac{\partial \psi}{\partial n} &= -\left(\frac{\partial \psi}{\partial n}\right)_{\mathcal{A}, III} \text{ pe } BK, O'G
 \end{aligned} \tag{7.3}$$

Vom preciza faptul că unghiul β_c^{AM} de la intrare în rețeaua liniară de pompă devine unghi de ieșire pentru rețeaua liniară de turbină și este egal cu β_c^{AV} , de asemenea unghiul β_c^{AV} care este unghi de ieșire din rețeaua liniară de pompă devine unghi de intrare în rețeaua liniară de turbină și este egal cu β_c^{AM} .

Unghiul de instalare al rețelei liniare de turbină s-a notat cu β_{ST} , iar cu β_{ST} unghiul complementar celui de instalare.

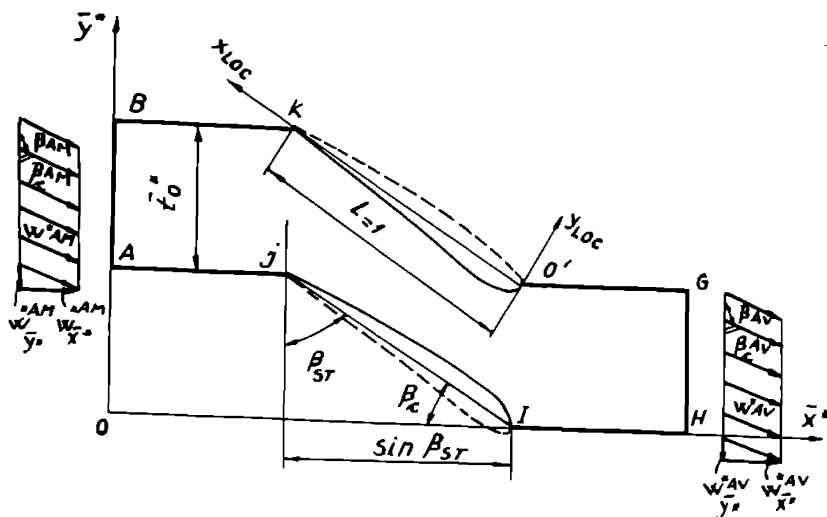


Fig.7.4 Domeniul de analiză din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ în cazul turbină

Condițiile la limită pentru domeniul din planul $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ se scriu astfel:

$$\begin{aligned}
 \psi^* &= 0 \text{ pe } JI \\
 \psi^* &= \bar{l}_0^* \text{ pe } KO' \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= \text{ctg } \beta_c^{AM} \text{ pe } AB \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= -\text{ctg } \beta_c^{AV} \text{ pe } HG \\
 \psi^* &= \psi_{A.M.}^* + \bar{l}_0^* \text{ pe } BK, O'G \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= -\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*}\right)_{A.M.} \text{ pe } BK, O'G
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Pentru scrierea condițiilor la limită s-a avut în vedere periodicitatea câmpului de viteze [37], deasemenea s-a notat cu n, \bar{n}^* , normalele exterioare la frontierele $\bar{\Gamma}, \bar{\Gamma}^*$, corespunzătoare domeniilor de analiză din planele yox și $\bar{y}^*o\bar{x}^*$.

7.2 Forma adimensională a ecuației cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil

Pentru a găsi forma adimensională a ecuației cu derivate parțiale în funcția de curent, se pornește de la ecuația (6.31), care se adimensionalizează diferit pentru cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă ($\lambda = 1$), față de cel de turbină ($\lambda = -1$), ceea ce impune tratarea separată a celor două cazuri.

Vom preciza faptul că ecuația (6.31) este asociată domeniului din planul yox , iar cea sub formă adimensională celui din planul $\bar{y}^*o\bar{x}^*$, atât în cazul pompă cât și turbină.

7.2.1 Cazul pompă

Ecuția dimensională cu derivate parțiale în funcția de curent, care se utilizează în vederea obținerii formei adimensionale, este următoarea:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{h'(x)}{h(x)} \frac{\partial \psi}{\partial x} - h(x)(r_0^{-1}r)^2 f_p = 0 \quad (7.5)$$

Dacă se ține seama de (4.6), (6.16), (6.19), (6.22) precum și de schimbarea de funcție :

$$\psi^* = t_0 L^{-1} Q^{-1} \psi \quad (7.6)$$

în care debitul Q se scrie astfel:

$$Q = w_x^{4M} t_0 \quad (7.7)$$

se obține, pentru ecuația cu derivate parțiale în funcția de curent (7.1), următoarea formă adimensională:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{y}^2} - \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} - h(\bar{x}^*)(r_0^{*-1}r^*)^2 f_p^* = 0 \quad (7.8)$$

Vom preciza că f_p^* din ecuația diferențială adimensională (7.8) are următoarea expresie:

$$f_p^* = 2\omega_p^* \frac{dr^*}{dz^*} \left[1 + \left(\frac{dr^*}{dz^*} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.9)$$

în care :

$$\omega_p^* = \omega_p L^3 i_0^* Q^{-1} \quad (7.10)$$

Între componentele vitezelor din planul Prasil $\bar{y}^* o \bar{x}^*$ și respectiv yox , viteze ale căror mărime se notează cu w^* și w , avem următoarea legătură:

$$w_{x^*}^* = t_0 Q^{-1} w_x \quad ; \quad w_{y^*}^* = t_0 Q^{-1} w_y \quad (7.11)$$

cu observația că :

$$w_{x^*}^* = \frac{1}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{y}^*} \quad ; \quad w_{y^*}^* = -\frac{1}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} \quad (7.12)$$

Pentru calculul lui w^* și w se utilizează relațiile:

$$w^* = \left[w_{x^*}^{*2} + w_{y^*}^{*2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.13)$$

$$w = \left[w_x^2 + w_y^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (7.14)$$

7.2.2 Cazul turbină

În cazul turbină, pentru determinarea ecuației diferențiale adimensionale în funcția de curent, se pornește tot de la ecuația (6.31) care pentru $\lambda = -1$ devine:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{h'(x)}{h(x)} \frac{\partial \psi}{\partial x} + h(x)(r_0^{-1}r)^2 f_T = 0 \quad (7.15)$$

Dacă se ține cont de (4.6), de schimbarea de variabilă (6.16), (6.19), (6.22), precum și de schimbarea de funcție:

$$\psi^* = Q_T^{-1} b Z_p t_0 L^{-1} \psi \quad (7.16)$$

în care debitul Q_T are expresia:

$$Q_T = t_0 b Z_p v_{m0} \quad (7.17)$$

și reprezintă debitul ce trece prin rotor, atunci ecuația cu derivate parțiale în funcția de curent dobândește următoarea formă adimensională:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{x}^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{y}^{*2}} - \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} + h(\bar{x}^*)(r_0^{-1}r^*)^2 f_T^* = 0 \quad (7.18)$$

Vom preciza că f_T^* din ecuația diferențială adimensională (7.16) are expresia:

$$f_T^* = 2\omega_T^* \frac{dr^*}{dz^*} \left[1 + \left(\frac{dr^*}{dz^*} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (7.19)$$

în care :

$$\omega_T^* = \omega_T L^2 t_0^{-1} Q_T^{-1} b Z_p \quad (7.20)$$

Legătura dintre componentele vitezelor din cele două plane $\bar{y}^* o \bar{x}^*$ și $y o x$ este dată de (7.11), fiind de asemenea valabile relațiile (7.12), (7.13) și (7.14).

7.3 Integrarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil cu metoda elementului finit

În continuare ne propunem să integrăm cele două ecuații cu derivate parțiale scrise sub formă adimensională în funcția de curent (7.8) și (7.16), pentru cazul pompă și turbină, cu ajutorul metodei elementului finit.

Vom preciza că discretizarea domeniului de analiză se face în elemente finite izoparametrice liniare.

7.3.1 Integrarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil în cazul pompă

Având în vedere că vom integra ecuația cu derivate parțiale (7.8) cu metoda elementului finit, înseamnă că putem să aproximăm global funcția ψ^* pe domeniul $\bar{\Omega}^*$ din planul Prasil din fig.(7.2), astfel:

$$\psi^* = \alpha_a^* \psi_a^* \quad (7.21)$$

Dacă vom aplica metoda lui Galerkin rezultă că:

$$\int_{\bar{\Omega}^*} \left(\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{x}^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{y}^{*2}} - \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} - h(\bar{x}^*) (r_0^{*-1} r^*)^2 f_p^* \right) a_\alpha^* d\bar{\Omega}^* = 0 \quad (7.22)$$

Integrând (7.22) prin părți se obține următorul sistem linear global:

$$D_{\alpha\beta}^* \psi_\beta^* = F_\alpha^* \quad \alpha, \beta = 1, NG \quad (7.23)$$

în care coeficienții $D_{\alpha\beta}^*$ și termenii liberi F_α^* se scriu astfel:

$$D_{\alpha\beta}^* = \int_{\bar{\Omega}^*} \left(\frac{\partial a_\alpha^*}{\partial \bar{x}^*} \frac{\partial a_\beta^*}{\partial \bar{x}^*} + \frac{\partial a_\alpha^*}{\partial \bar{y}^*} \frac{\partial a_\beta^*}{\partial \bar{y}^*} \right) d\bar{\Omega}^* + \int_{\bar{\Omega}^*} \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial a_\beta^*}{\partial \bar{x}^*} a_\alpha^* d\bar{\Omega}^* \quad (7.24)$$

$$F_\alpha^* = F_\alpha^{\Gamma^*} - F_\alpha^{\Omega^*} \quad (7.25)$$

unde :

$$F_\alpha^{\Gamma^*} = \int_{\bar{\Gamma}^*} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} \bar{n}_x^* + \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{y}^*} \bar{n}_y^* \right) a_\alpha^* d\bar{\Gamma}^* \quad (7.26)$$

respectiv:

$$F_N^{\Omega^*} = \int_{\bar{\Omega}^*} h(\bar{x}^*) (r_0^{*-1} r^*)^2 f_p^* a_N^* d\bar{\Omega}^* \quad (7.27)$$

Dacă vom face discretizarea domeniului $\bar{\Omega}^*$ de frontieră $\bar{\Gamma}^*$ într-un număr de E elemente finite $\bar{\Omega}^{**}$ cu frontiera $\bar{\Gamma}^{**}$, atunci funcția ψ^* se poate aproxima local astfel:

$$\psi^{**} = a_N^{**} \psi_N^{**} \quad N = 1, NL \quad (7.28)$$

În urma aplicării metodei lui Galerkin pe elementul finit $\bar{\Omega}^{**}$ și apoi integrând prin părți rezultă următorul sistem linear local:

$$D_{NM}^{**} \psi_M^{**} = F_N^{**} \quad N, M = 1, NL \quad (7.29)$$

unde coeficienții și termenii liberi ai sistemului (7.29) sunt :

$$D_{NM}^{**} = \int_{\bar{\Omega}^{**}} \left(\frac{\partial a_N^{**}}{\partial \bar{x}^*} \frac{\partial a_M^{**}}{\partial \bar{x}^*} + \frac{\partial a_N^{**}}{\partial \bar{y}^*} \frac{\partial a_M^{**}}{\partial \bar{y}^*} \right) d\bar{\Omega}^{**} + \int_{\bar{\Omega}^{**}} \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial a_M^{**}}{\partial \bar{x}^*} a_N^{**} d\bar{\Omega}^{**} \quad (7.30)$$

$$F_N^{**} = F_N^{\Gamma^{**}} - F_N^{\Omega^{**}} \quad (7.31)$$

în care:

$$F_N^{\Gamma^{**}} = \int_{\bar{\Gamma}^{**}} \left(\frac{\partial \psi^{**}}{\partial \bar{x}^*} \bar{n}_x^* + \frac{\partial \psi^{**}}{\partial \bar{y}^*} \bar{n}_y^* \right) a_N^{**} d\bar{\Gamma}^{**} \quad (7.32)$$

și respectiv:

$$F_N^{\Omega^{**}} = \int_{\bar{\Omega}^{**}} h(\bar{x}^*) (r_0^{*-1} r^*)^2 f_p^* a_N^{**} d\bar{\Omega}^{**} \quad (7.33)$$

7.3.1.1 Evaluarea coeficienților locali D_{NM}^*

Coeficienții D_{NM}^* ai sistemului linear local (7.29), dacă ținem cont de indicația bibliografică [7], [37], [38], [39], [44], se scriu pe fiecare element finit astfel:

$$D_{NM}^* = 8^{-1} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f_{NM}(\zeta, \eta) d\zeta d\eta + 32^{-1} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 h_{NM}(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \quad (7.34)$$

iar evaluarea lor se face pe baza unei formule de cuadratură Gauss:

$$D_{NM}^* = 8^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i^* q_j^* f_{NM}(\zeta_i, \eta_j) + 32^{-1} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_i^* q_j^* h_{NM}(\zeta_i, \eta_j) \quad (7.35)$$

unde q_i^*, q_j^* sunt coeficienții de pondere, n este numărul punctelor gaussiene (în cazul nostru acesta este egal cu 6), iar ζ_i, η_j sunt coordonatele punctelor gaussiene.

Funcția $f_{NM}(\zeta, \eta)$ se exprimă astfel:

$$f_{NM}(\zeta, \eta) = \left[\begin{aligned} & a_{NM}^{(1)} + a_{NM}^{(2)} + (b_{NM}^{(1)} + b_{NM}^{(2)})\zeta + (c_{NM}^{(1)} + c_{NM}^{(2)})\eta + (d_{NM}^{(1)} + d_{NM}^{(2)})\zeta\eta + \\ & (e_{NM}^{(1)} + e_{NM}^{(2)})\zeta^2 + (f_{NM}^{(1)} + f_{NM}^{(2)})\eta^2 \end{aligned} \right] \quad (7.36)$$

unde:

$$\begin{aligned} a_{NM}^{(1)} &= A_{N1} A_{M1} & d_{NM}^{(1)} &= B_{N1}^1 B_{M1}^2 + B_{N1}^2 B_{M1}^1 \\ b_{NM}^{(1)} &= A_{N1} B_{M1}^1 + A_{M1} B_{N1}^1 & e_{NM}^{(1)} &= B_{N1}^1 B_{M1}^1 \\ c_{NM}^{(1)} &= A_{N1} B_{M1}^2 + A_{M1} B_{N1}^2 & f_{NM}^{(1)} &= B_{N1}^2 B_{M1}^2 \end{aligned} \quad (7.37)$$

$$\begin{aligned} a_{NM}^{(2)} &= A_{N2} A_{M2} & d_{NM}^{(2)} &= B_{N2}^1 B_{M2}^2 + B_{N2}^2 B_{M2}^1 \\ b_{NM}^{(2)} &= A_{N2} B_{M2}^1 + A_{M2} B_{N2}^1 & e_{NM}^{(2)} &= B_{N2}^1 B_{M2}^1 \\ c_{NM}^{(2)} &= A_{N2} B_{M2}^2 + A_{M2} B_{N2}^2 & f_{NM}^{(2)} &= B_{N2}^2 B_{M2}^2 \end{aligned} \quad (7.38)$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \bar{y}_2^* - \bar{y}_4^* & A_{12} &= \bar{x}_4^* - \bar{x}_2^* \\ A_{21} &= \bar{y}_3^* - \bar{y}_1^* & A_{22} &= \bar{x}_1^* - \bar{x}_3^* \\ A_{31} &= \bar{y}_4^* - \bar{y}_2^* & A_{32} &= \bar{x}_2^* - \bar{x}_4^* \\ A_{41} &= \bar{y}_1^* - \bar{y}_3^* & A_{42} &= \bar{x}_3^* - \bar{x}_1^* \end{aligned} \quad (7.39)$$

$$\begin{aligned} B_{11}^1 &= \bar{y}_4^* - \bar{y}_3^* & B_{12}^1 &= \bar{x}_3^* - \bar{x}_4^* & B_{11}^2 &= \bar{y}_3^* - \bar{y}_2^* & B_{21}^2 &= \bar{x}_2^* - \bar{x}_3^* \\ B_{21}^1 &= \bar{y}_3^* - \bar{y}_4^* & B_{22}^1 &= \bar{x}_4^* - \bar{x}_3^* & B_{21}^2 &= \bar{y}_1^* - \bar{y}_4^* & B_{22}^2 &= \bar{x}_4^* - \bar{x}_1^* \\ B_{31}^1 &= \bar{y}_1^* - \bar{y}_2^* & B_{32}^1 &= \bar{x}_2^* - \bar{x}_1^* & B_{31}^2 &= \bar{y}_4^* - \bar{y}_1^* & B_{32}^2 &= \bar{x}_1^* - \bar{x}_4^* \\ B_{41}^1 &= \bar{y}_2^* - \bar{y}_1^* & B_{42}^1 &= \bar{x}_1^* - \bar{x}_2^* & B_{41}^2 &= \bar{y}_2^* - \bar{y}_3^* & B_{42}^2 &= \bar{x}_3^* - \bar{x}_2^* \end{aligned} \quad (7.40)$$

În ceea ce privește funcția $h_{NM}(\zeta, \eta)$, aceasta se scrie astfel:

$$h_{NM}(\zeta, \eta) = \left\{ \sum_{k=1}^m k \bar{a}_k^* \left[4^{-1} (\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \zeta + \bar{c}_1 \eta + \bar{d}_1 \zeta \eta) \right]^{k-1} \right\} \cdot \left\{ \sum_{k=0}^m \bar{a}_k^* \left[4^{-1} (\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \zeta + \bar{c}_1 \eta + \bar{d}_1 \zeta \eta) \right]^k \right\}^{-1} \cdot \left[g_{NM}^{(1)} + h_{NM}^{(1)} \zeta + k_{NM}^{(1)} \eta + p_{NM}^{(1)} \zeta \eta + q_{NM}^{(1)} \zeta^2 + s_{NM}^{(1)} \eta^2 + t_{NM}^{(1)} \zeta^2 \eta + u_{NM}^{(1)} \zeta \eta^2 \right] \quad (7.41)$$

$$\begin{aligned} g_{NM}^{(1)} &= A_{M1} & q_{NM}^{(1)} &= \zeta_{N1} B_{M1}^1 \\ h_{NM}^{(1)} &= B_{M1}^1 + \zeta_{N1} A_{M1} & s_{NM}^{(1)} &= \zeta_{N2} B_{M1}^2 \\ k_{NM}^{(1)} &= B_{M1}^2 + \zeta_{N2} A_{M1} & t_{NM}^{(1)} &= \zeta_{N1} \zeta_{N2} B_{M1}^1 \\ p_{NM}^{(1)} &= \zeta_{N1} B_{M1}^2 + \zeta_{N2} B_{M1}^1 + \zeta_{N1} \zeta_{N2} A_{M1} & u_{NM}^{(1)} &= \zeta_{N1} \zeta_{N2} B_{M1}^2 \end{aligned} \quad ; \quad (7.42)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{11} &= -1 & \zeta_{12} &= -1 \\ \zeta_{21} &= 1 & \zeta_{22} &= -1 \\ \zeta_{31} &= 1 & \zeta_{32} &= 1 \\ \zeta_{41} &= -1 & \zeta_{42} &= 1 \end{aligned} \quad ; \quad (7.43)$$

Dacă ținem cont de faptul că discretizarea domeniului de analiză $\bar{\Omega}^*$ se face în elemente finite izoparametrice liniare, atunci coordonatele unui punct arbitrar din interiorul acestui element se scriu astfel:

$$\bar{x}^* = 4^{-1} (\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \zeta + \bar{c}_1 \eta + \bar{d}_1 \zeta \eta) \quad ; \quad \bar{y}^* = (\bar{a}_2 + \bar{b}_2 \zeta + \bar{c}_2 \eta + \bar{d}_2 \zeta \eta) \quad (7.44)$$

în care :

$$\begin{aligned} \bar{a}_1 &= \bar{x}_1^* + \bar{x}_2^* + \bar{x}_3^* + \bar{x}_4^* & \bar{a}_2 &= \bar{y}_1^* + \bar{y}_2^* + \bar{y}_3^* + \bar{y}_4^* \\ \bar{b}_1 &= -\bar{x}_1^* + \bar{x}_2^* + \bar{x}_3^* - \bar{x}_4^* & \bar{b}_2 &= -\bar{y}_1^* + \bar{y}_2^* + \bar{y}_3^* - \bar{y}_4^* \\ \bar{c}_1 &= -\bar{x}_1^* - \bar{x}_2^* + \bar{x}_3^* + \bar{x}_4^* & \bar{c}_2 &= -\bar{y}_1^* - \bar{y}_2^* + \bar{y}_3^* + \bar{y}_4^* \\ \bar{d}_1 &= \bar{x}_1^* - \bar{x}_2^* + \bar{x}_3^* - \bar{x}_4^* & \bar{d}_2 &= \bar{y}_1^* - \bar{y}_2^* + \bar{y}_3^* - \bar{y}_4^* \end{aligned} \quad ; \quad (7.45)$$

$$a_N^*(\zeta, \eta) = 4^{-1} (1 + \zeta_{N1} \zeta) (1 + \zeta_{N2} \zeta) \quad (7.46)$$

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= (\bar{x}_4^* - \bar{x}_2^*)(\bar{y}_1^* - \bar{y}_3^*) - (\bar{x}_1^* - \bar{x}_3^*)(\bar{y}_4^* - \bar{y}_2^*) \\ \alpha_1 &= (\bar{x}_3^* - \bar{x}_4^*)(\bar{y}_1^* - \bar{y}_2^*) - (\bar{x}_1^* - \bar{x}_2^*)(\bar{y}_3^* - \bar{y}_4^*) \\ \alpha_2 &= (\bar{x}_4^* - \bar{x}_1^*)(\bar{y}_2^* - \bar{y}_3^*) - (\bar{x}_2^* - \bar{x}_3^*)(\bar{y}_4^* - \bar{y}_1^*) \end{aligned} \quad (7.47)$$

7.3.1.2 Evaluarea termenilor liberi $F_N^{\bar{\omega}}$

Din relația (7.31) se observă că componența termenilor liberi întră $F_N^{\bar{\omega}}$ și $F_N^{\bar{\omega}^*}$, termeni care sunt dați de relațiile (7.32) și (7.33).

Termenul $F_N^{\bar{\omega}^*}$ se scrie astfel:

$$F_N^{\bar{\omega}^*} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 g_N(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \quad (7.48)$$

unde:

$$g_N(\zeta, \eta) = h\{\bar{x}^*(\zeta, \eta)\} \left\{ r_0^{-1} r^*[\bar{x}^*(\zeta, \eta)] \right\}^2 \left\{ f_p^*[\bar{x}^*(\zeta, \eta)] \right\} \alpha_N^*(\zeta, \eta) 8^{-1} (\alpha_0 + \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \eta) \quad (7.49)$$

Evaluarea lui $F_N^{\bar{\omega}^*}$ se face utilizând o formulă de cuadratură Gauss [37], astfel:

$$F_N^{\bar{\omega}^*} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m q_i^* q_j^* g_N(\zeta_i, \eta_j) \quad N = 1, NL \quad (7.50)$$

cu observația că, pentru numărul de puncte gaussiene, s-a folosit $m = 6$.

Vom preciza că funcțiile: $h(\bar{x}^*(\zeta, \eta))$, $r^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta))$, $f_p^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta))$ sunt funcții compuse astfel:

$$h(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) = h \circ x^* \circ \bar{x}^*(\zeta, \eta) \quad ; \quad r^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) = r^* \circ s^* \circ x^* \circ \bar{x}^*(\zeta, \eta) \quad (7.51)$$

$$f_p^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) = 2\omega_p^* r_p^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) \left\{ \left[z^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) \right]^2 + \left[r^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (7.52)$$

unde: -

$$z^*(\bar{x}^*(\zeta, \eta)) = z^* \circ s^* \circ x^* \circ \bar{x}^*(\zeta, \eta) \quad (7.53)$$

Pentru termenul $F_N^{\bar{\omega}^*}$, dacă se ține seama de (7.32) și de condițiile la limită (7.2), se obține:

$$\begin{aligned} F_N^{*eAB} &= -ctg\beta_c^{AM} \frac{\bar{I}^*}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ F_N^{*eHG} &= ctg\beta_c^{AV} \frac{\bar{I}^*}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad N = 1,2 \\ F_N^{*eOK} &= F_N^{*eBO'} = 0 \\ F_N^{*eBO'} &= -F_N^{*eAJ} \quad \text{pentru aceeași abscisa } \bar{x}^* \\ F_N^{*eKG} &= -F_N^{*eIH} \quad \text{pentru aceeași abscisa } \bar{x}^* \end{aligned} \quad (7.54)$$

Pentru numerotarea locală $N = 1,2$, în conformitate cu [37], [44], \bar{I}^* reprezintă lungimea frontierei elementului finit aflat pe partea AB , respectiv HG a frontierei $\bar{\Gamma}^*$, aceasta fiind frontiera domeniului de analiză $\bar{\Omega}^*$.

Vom preciza că termenii $F_N^{*eAJ}, F_N^{*eBO'}, F_N^{*eKG}, F_N^{*eIH}$ se scriu astfel:

$$\begin{aligned} F_N^{*eAJ} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eAJ} \frac{\bar{I}^*}{2} \\ F_N^{*eBO'} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eBO'} \frac{\bar{I}^*}{2} \\ F_N^{*eKG} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eKG} \frac{\bar{I}^*}{2} \\ F_N^{*eIH} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eIH} \frac{\bar{I}^*}{2} \end{aligned} \quad N = 1, 2 \quad (7.55)$$

Se observă că derivatele normale din (7.55) sunt necunoscute, iar dacă se ține seama de ultimile două relații din (7.54) atunci numărul necunoscutelor se reduce la jumătate.

Trecerea de la sistemul local la cel global se face prin intermediul matricilor Booleene în conformitate [44] :

$$\psi_a^* = \sum_{e=1}^E \Delta_{Na}^e \psi_N^{*e} ; \quad D_{a\beta}^* = \sum_{e=1}^E D_{NM}^{*e} \Delta_{Na}^e \Delta_{M\beta}^e ; \quad F_a^* = \sum_{e=1}^E F_N^{*e} \Delta_{Na}^e \quad (7.56)$$

7.3.2 Integrarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil în cazul turbină.

În cazul turbină fig.7.4, dacă se ține seama de (7.18),(7.21) și de faptul că s-a aplicat metoda lui Galerkin și apoi se integrează prin părți în mod analog ca în cazul pompă rezultă următorul sistem global:

$$D_{a\beta}^* \psi_\beta^* = F_a^* \quad (7.57)$$

Coefficienții $D_{a\beta}^*$ se scriu la fel ca și în cazul pompă (7.24), însă trebuie să ținem seama că ne situăm în cazul turbină fig.7.4.

Termenii liberi F_a^* au expresia:

$$F_a^* = F_a^{I^*} + F_a^{\Omega^*} \quad (7.58)$$

în care primul termen din (7.58) se scrie la fel ca (7.32), iar al doilea se scrie astfel:

$$F_a^{\Omega^*} = \int_{\bar{\Omega}^*} h(\bar{x}^*) (r_0^{*-1} r^*)^2 f_T^* a_a^* d\bar{\Omega}^* \quad (7.59)$$

Dacă vom discretiza domeniul de analiză $\bar{\Omega}^*$ într-un număr de E elemente finite $\bar{\Omega}^{*e}$ cu frontiera $\bar{\Gamma}^{*e}$ și aproximăm local funcția ψ^* (7.28), iar apoi prin utilizarea metodei lui Galerkin și integrând prin părți, rezultă următorul sistem linear local:

$$D_{NM}^{*e} \psi_M^{*e} = F_N^{*e} \quad N = 1, NL \quad (7.60)$$

Coefficienții D_{NM}^{**} se scriu la fel ca (7.34), iar termenii liberi sunt dați de relația:

$$F_N^{**} = F_N^{\Gamma**} + F_N^{\Omega**} \quad (7.61)$$

Primul termen din relația (7.61) se scrie la fel ca (7.32), iar pentru al doilea avem:

$$F_N^{\Omega**} = \int_{\bar{\Omega}^{**}} h(\bar{x}^*) (r_0^{*-1} r^*)^2 f_T^* a_N^{**} d\bar{\Omega}^{**} \quad (7.62)$$

7.3.2.1 Evaluarea coeficienților locali D_{NM}^{**}

Coefficienții sistemului linear local (7.60) se evaluează în mod analog ca în cazul pompă, fiind valabile relațiile: (7.35), (7.36), (7.37), (7.38), (7.39), (7.40), (7.41), (7.42), (7.43), (7.44), (7.46), (7.47).

7.3.2.2 Evaluarea termenilor liberi F_N^{**}

Din relația (7.61) se observă că evaluarea termenilor liberi F_N^{**} constă de fapt în evaluarea termenilor $F_N^{\Gamma**}$ și $F_N^{\Omega**}$.

Termenul $F_N^{\Omega**}$ se scrie în final sub următoarea formă:

$$F_N^{\Omega**} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 h_N(\zeta, \eta) d\zeta d\eta \quad (7.63)$$

unde:

$$h_N(\zeta, \eta) = h\{\bar{x}^*(\zeta, \eta)\} \left\{ r_0^{*-1} r^* [\bar{x}^*(\zeta, \eta)] \right\}^2 f_T^* [\bar{x}^*(\zeta, \eta)] a_N^{**}(\zeta, \eta) \quad (7.64)$$

$$8^{-1} (\alpha_0 + \alpha_1 \zeta + \alpha_2 \eta)$$

cu observația că sunt valabile relațiile (7.51), (7.52), (7.53) referitoare la compunerea funcțiilor, iar evaluarea acestui termen se face utilizând o formulă de cuadratură Gauss [37], [44], în mod analog cu cea dată în (7.50).

În ceea ce privește termenul $F_N^{\Gamma**}$, dacă se are în vedere (7.32) și condițiile la limită (7.4), acesta se scrie astfel:

$$F_N^{**eAB} = ctg\beta_c^{AM} \frac{\bar{I}^*}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F_N^{**eHG} = -ctg\beta_c^{AV} \frac{\bar{I}^*}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$F_N^{**eKO'} = F_N^{**eJI} = 0 \quad N = 1, 2 \quad (7.65)$$

$$F_N^{**eAJ} = -F_N^{**eBK} \quad \text{pentru aceeași abscisa } \bar{x}^*$$

$$F_N^{**eOG} = -F_N^{**eHI} \quad \text{pentru aceeași abscisa } \bar{x}^*$$

Pentru termenii F_N^{*eAJ} , F_N^{*eBK} , F_N^{*eOG} , F_N^{*eIH} au fost deduse relațiile:

$$\begin{aligned} F_N^{*eAJ} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eAJ} \frac{\bar{i}^*}{2} \\ F_N^{*eBK} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eBK} \frac{\bar{i}^*}{2} \\ F_N^{*eOG} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eOG} \frac{\bar{i}^*}{2} \\ F_N^{*eIH} &= \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} \right)_N^{eIH} \frac{\bar{i}^*}{2} \end{aligned} \quad (7.66)$$

Trecerea de la sistemul linear local la cel global se poate face pe baza relațiilor (7.56)

7.4. Determinarea câmpului de viteze și presiuni

Dacă se au în vedere relațiile (7.12), (7.28), precum și referințele bibliografice [7], [37], [44], atunci pentru componentele vitezei w^* pe element finit se obțin relațiile:

$$w_{\bar{x}}^* = \left\{ 8 |J| \sum_{k=0}^m \bar{\alpha}_k^* \left[4^{-1} (\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \zeta + \bar{c}_1 \eta + \bar{d}_1 \zeta \eta) \right]^k \right\}^{-1} (A_{N2} + B_{N2}^1 \zeta + B_{N2}^2 \eta) \psi_N^* \quad (7.67)$$

$$w_{\bar{y}}^* = - \left\{ 8 |J| \sum_{k=0}^m \bar{\alpha}_k^* \left[4^{-1} (\bar{a}_1 + \bar{b}_1 \zeta + \bar{c}_1 \eta + \bar{d}_1 \zeta \eta) \right]^k \right\}^{-1} (A_{N1} + B_{N1}^1 \zeta + B_{N1}^2 \eta) \psi_N^* \quad (7.68)$$

iar pentru cazul particular când se calculează aceste componente în centrele de greutate al elementului finit, adică pentru $(\zeta = 0, \eta = 0)$, rezultă:

$$w_{\bar{x}}^* = \left\{ \alpha_0 \sum_{k=0}^m \bar{\alpha}_k^* \left[4^{-1} \bar{a}_1 \right]^k \right\}^{-1} A_{N2} \psi_N^* \quad (7.69)$$

$$w_{\bar{y}}^* = - \left\{ \alpha_0 \sum_{k=0}^m \bar{\alpha}_k^* \left[\bar{a}_1 \right]^k \right\}^{-1} A_{N1} \psi_N^* \quad (7.70)$$

Mărimea vitezei pe elementul finit se scrie astfel:

$$w^* = \left[\left(w_{\bar{x}}^* \right)^2 + \left(w_{\bar{y}}^* \right)^2 \right]^{1/2} \quad (7.71)$$

Dacă se ține seama de mărimea vitezei dată de (7.13) și se raportează la cea de la intrare în domeniul de analiză din fig.7.2 și fig.7.4, care este notată cu w^{*AM} , atunci se obține viteza adimensională:

$$\bar{w}^* = \frac{w^*}{w^{*AM}} \quad (7.72)$$

Câmpul de presiuni este dat de relația:

$$\bar{p} = 1 - \bar{w}^{*2} \quad (7.73)$$

7.5 Transpunerea rezultatelor din planul Prasil pe suprafața de curgere

Dacă se ține seama de cele prezentate în cap.6 și având în vedere relațiile (6.34), (6.35), (6.40), (7.11), atunci pentru determinarea vitezei și presiunii adimensionale (coeficientului de presiune) pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere au fost obținute expresiile:

$$\bar{w}_0 = r_0 r^{-1} \bar{w}^* \quad (7.74)$$

$$\bar{p}_0 = 1 - (r_0 r^{-1})^2 \bar{w}^{*2} + \omega^2 r_0^2 (v_{m0} w^{*AM})^{-2} \left[(r r_0^{-1})^2 - 1 \right] \quad (7.75)$$

unde v_{m0} reprezintă viteza meridională dimensională corespunzătoare originii O a sistemului special de coordonate, iar celelalte notații sunt cunoscute din cap.6 sau cap.7.

7.6 Concluzii

Din parcurgerea acestui capitol se desprind următoarele:

- Au fost stabilite condițiile la limită pentru domeniul de analiză (rețeaua liniară) atât din planul yox cât și $\bar{y}^* o \bar{x}^*$.

- A fost obținută ecuația adimensională cu derivate parțiale în funcția de curent atât pentru cazul pompă (7.8) cât și turbină (7.18).

- Pentru rezolvarea ecuațiilor adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent (7.8), (7.18) se utilizează metoda elementului finit, iar în acest sens au fost deduse toate relațiile necesare în vederea implementării acestora pe calculator.

- Au fost stabilite relațiile de transpunere a rezultatelor din planul Prasil sau imagine pe suprafața de curent în vederea obținerii distribuției de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere respectiv pe paletă.

CAPITOLUL 8

APLICAREA METODEI ELEMENTULUI FINIT (F.E.M) LA DETERMINAREA DISTRIBUȚIILOR DE VITEZE ȘI PRESIUNI PE PROFILELE DE PE SUPRAFAȚA DE CURENȚ ȘI CALCULUL COEFICIENTULUI DE CAVITAȚIE σ_p

În acest capitol sunt prezentate rezultatele numerice obținute în urma rezolvării ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent, atât în cazul pompei (7.8) pentru debitul de calcul $Q_c = Q_p = Q_{opt}$ și debite variabile Q_x , cât și în cazul turbină (7.18) pentru debitul de calcul $Q_{TC} = Q_T$, cu metoda elementului finit care a fost implementată pe calculator, iar în acest sens au fost realizate următoarele programe în limbajul de programare FORTRAN pentru calculatoare IBM PC sau compatibile cu acestea:

- IOS-PREM.FOR - care definește profilul în sistemul său local și stabilește datele necesare domeniului de analiză din planul $\bar{y}^* o \bar{x}^*$.
- IOS-RC96.FOR - care realizează racordarea profilului cu o elipsă în zona bordului de fugă.
- IOS-PROF.FOR - realizează discretizarea profilului în coordonate locale.
- IOSMAIN1.FOR - care realizează o primă discretizare a domeniului de analiză din planul $\bar{y}^* o \bar{x}^*$.
- IOSPSEL1.FOR - care definitivează discretizarea domeniului de analiză, rezolvă sistemul liniar global în urma implementării condițiilor la limită, iar apoi calculează distribuția de viteze și presiuni în lungul loxodromei adimensionale L_{LOX}^* .

Aceste programe au fost rulate pe un calculator IBM PC 386SX20MH₂PS2.

Distribuția de viteze și presiuni se determină pe profilul aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere dată de $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$, unde ψ^* este valoarea adimensională a funcției de curent.

Având în vedere, că în cap.5 au fost prezentate rezultatele numerice obținute cu F.EM în cazul mișcării potențiale axial-simetrice pentru fluidul ideal și tratarea adimensională, rezultate care conțin câmpul hidrodinamic și distribuția de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent, vom păstra pentru valorile ψ^* în loc de ψ .

Menționăm că distribuția de viteze și presiuni pe profilele studiate s-au reprezentat în funcție de loxodroma adimensională L_{LOX}^* , iar pentru determinarea celei dimensionale se utilizează relația :

$$L_{LOX} = L_{LOX}^* L_{ax} \quad (8.1)$$

unde L_{LOX} reprezintă transformarea conformă a corzii dimensionale L a profilului din rețeaua liniară din planul yox pe suprafața de curgere.

Cunoscând coeficientul de presiune minimă $\bar{p}_{0\ min}$ din distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent și având în vedere recomandările din [6] s-a determinat coeficientul de de cavitație σ_p în cazul pompei.

8.1 Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul loxodromei L'_{Lox} pe profilele de pe suprafața de curent pentru $\psi^* = 0.6$ și variantele de contururi A,B,C în cazul funcționării ca pompă la debitul de calcul

Pentru cele trei contururi A,B,C se consideră suprafața de curgere dată de $\psi^* = 0.6$, iar pe aceasta se află rețeaua radial-axială din fig.6.5 cu domeniul de analiză care este transpus conform în planul Prasil $\bar{y}^* o \bar{x}^*$; fig.7.2.

Vom considera câte trei variante de profile pentru fiecare contur ,astfel pentru conturul A se utilizează profilele NP205, NACA 1405, NP305, pentru B avem NP204, NACA 1404, NP304 și profilele NP203, NACA 1403, NP303 pentru C, iar folosind metoda elementului finit la rezolvarea ecuației diferențiale adimensionale în funcția de curent (7.8), cu condițiile la limită (7.2) și ținând cont de (7.74), (7.75) s-a determinat, pe baza programelor menționate, domeniul de analiză și discretizarea acestuia în planul Prasil $\bar{y}^* o \bar{x}^*$ într-un număr $E = 209$ elemente finite izoparametrice și $NG = 240$ noduri globale, precum și distribuția de viteze și presiuni pe profilele amintite aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent.

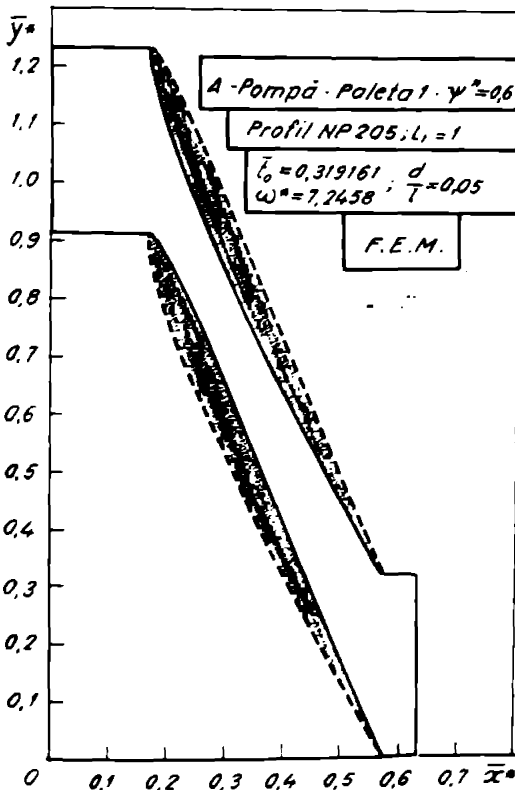


Fig. 8.1 Domeniul de analiză

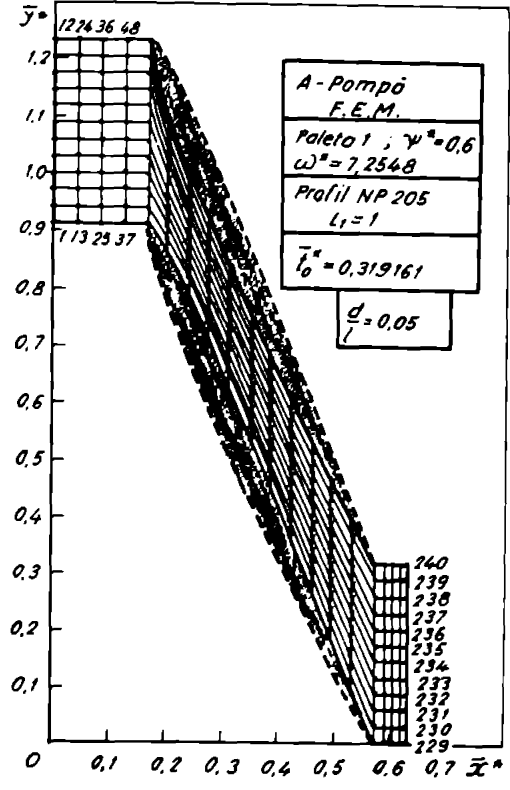


Fig. 8.2 Discretizarea domeniului

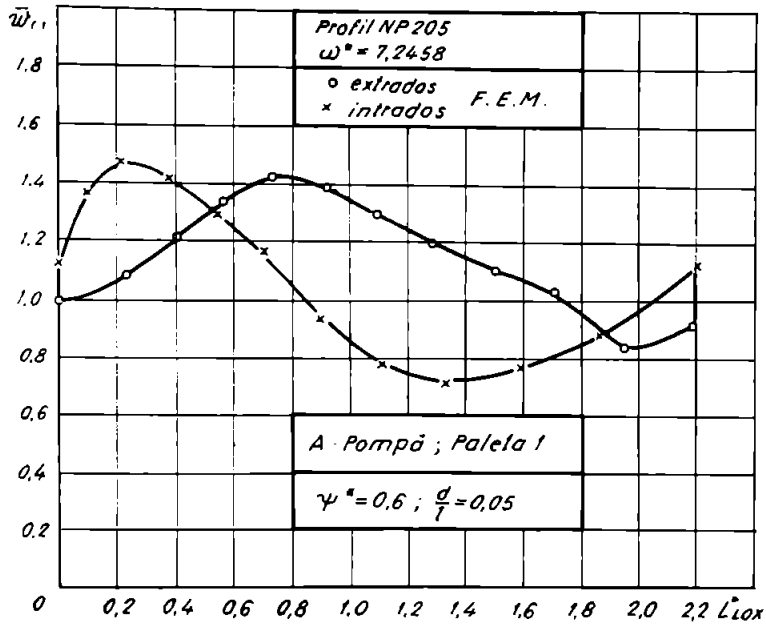


Fig.8.3 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

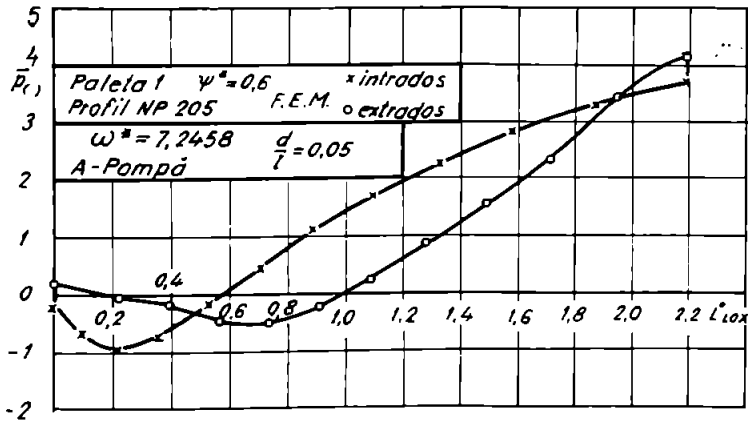


Fig.8.4 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

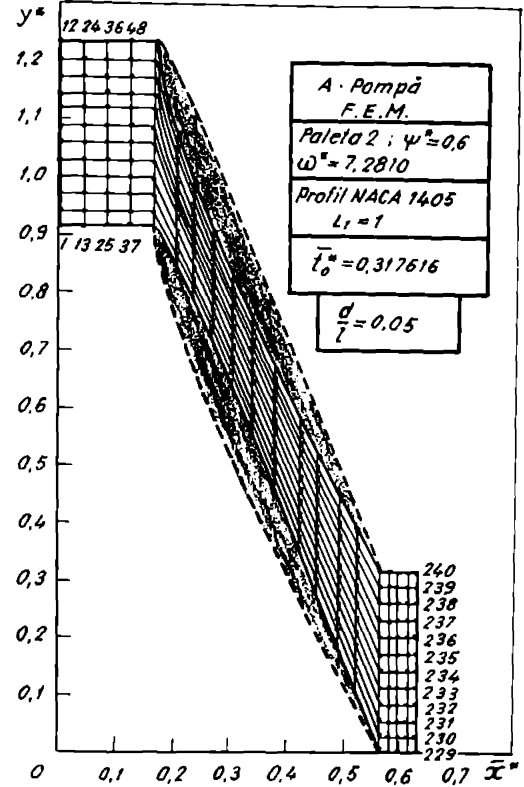
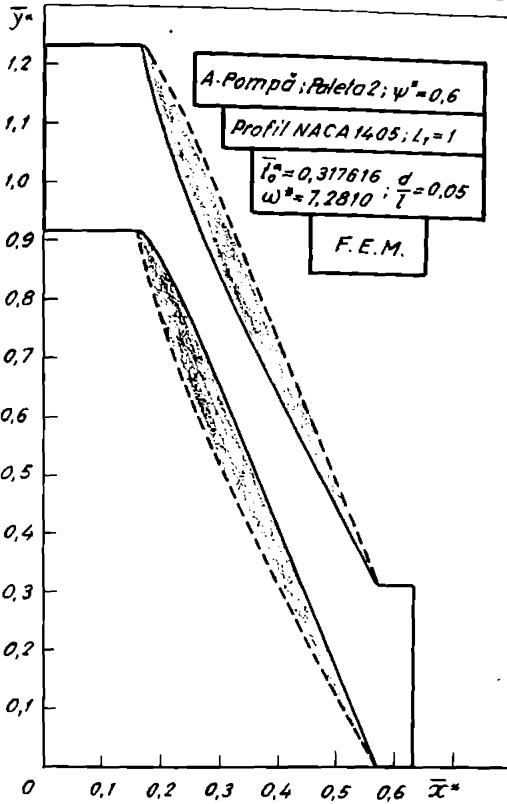


Fig. 8.5 Domeniul de analiză

Fig. 8.6 Discretizarea domeniului

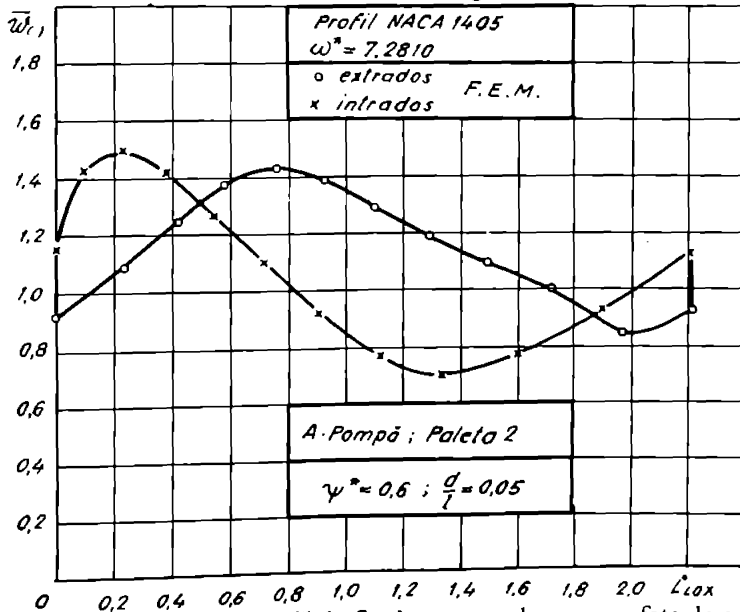


Fig. 8.7 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

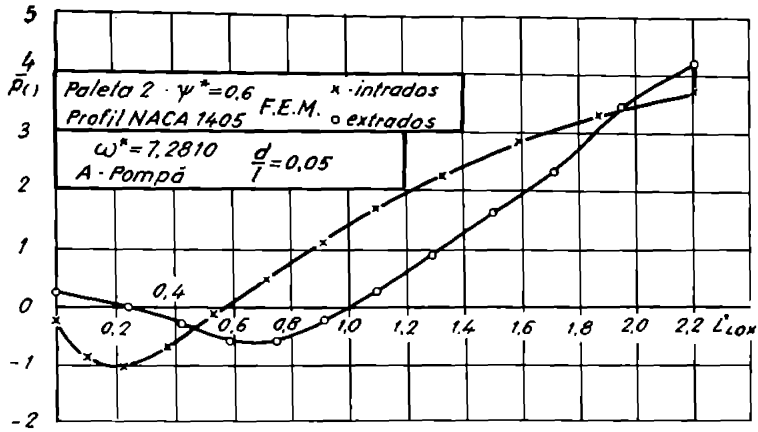


Fig.8.8 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

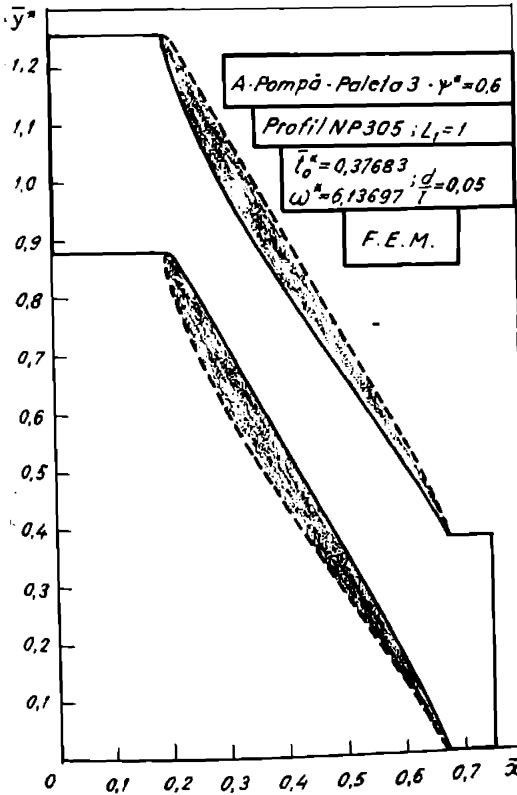


Fig.8.9 Domeniul de analiză

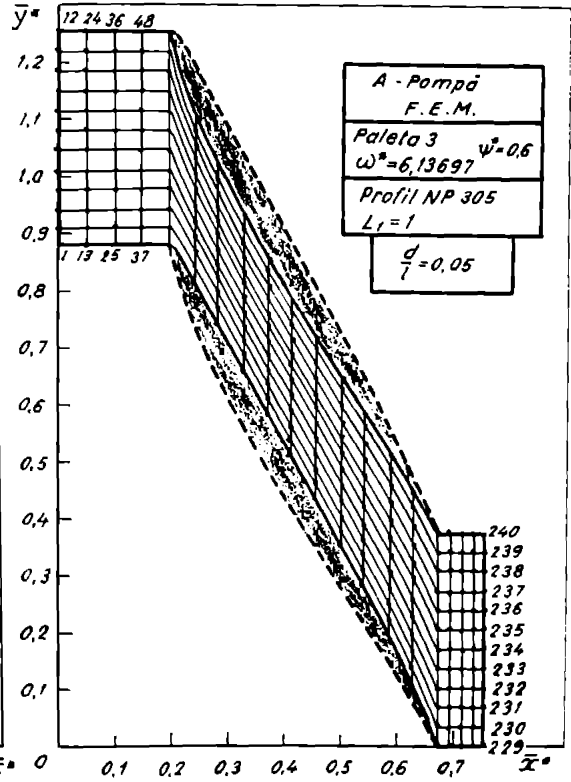


Fig.8.10 Discretizarea domeniului

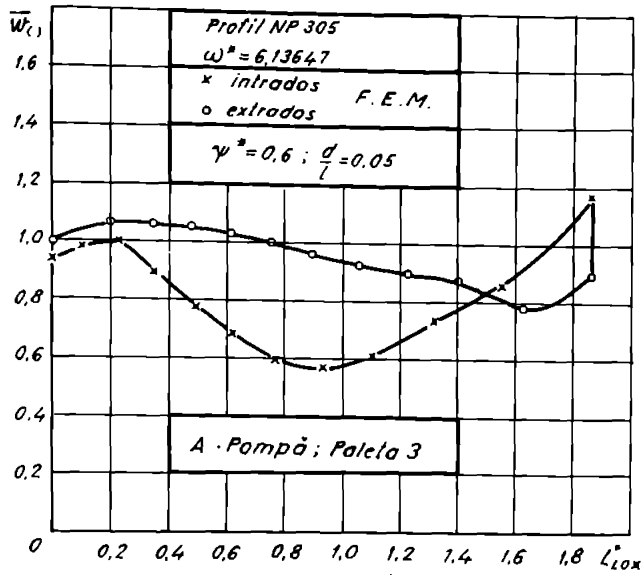


Fig.8.11 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

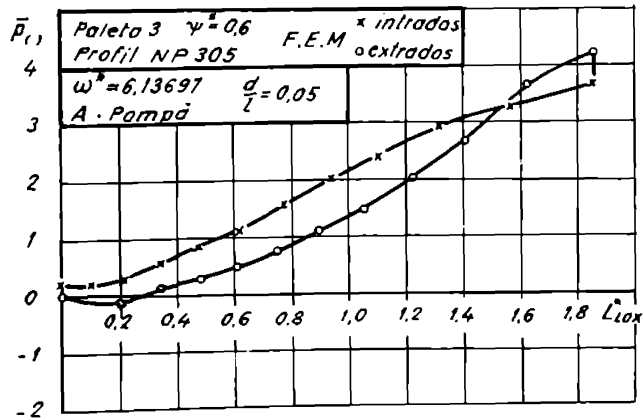


Fig.8.12 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

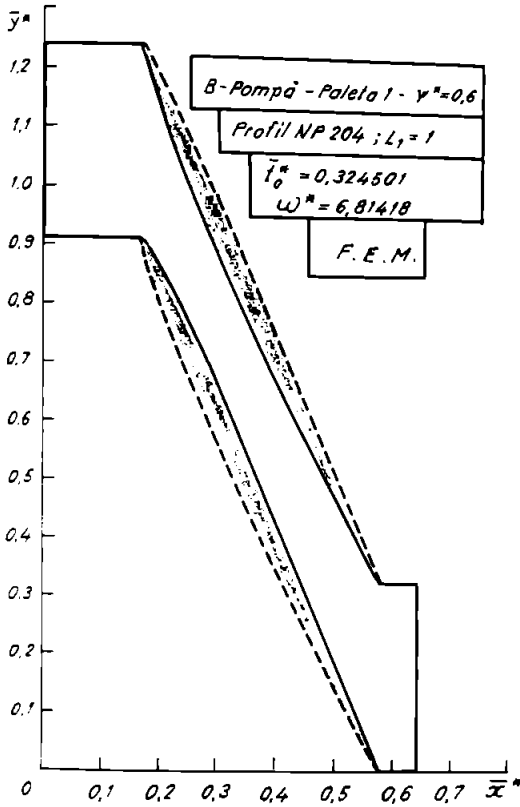


Fig.8.13 Domeniul de analiză

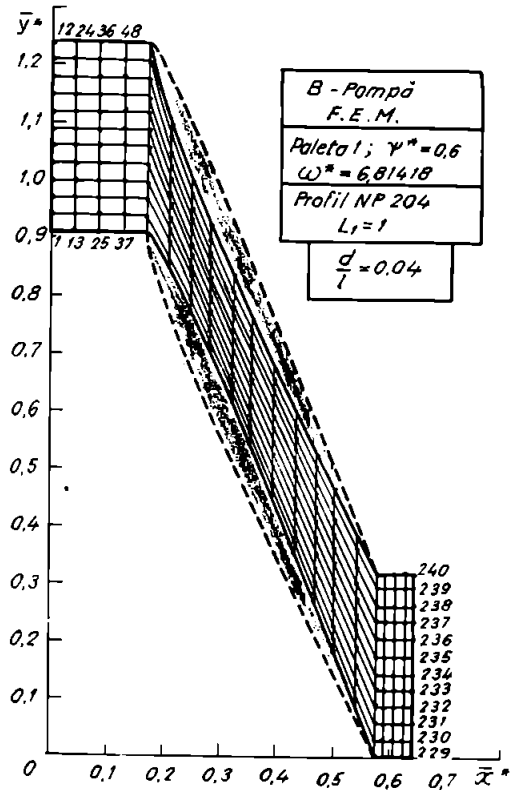


Fig.8.14 Discretizarea domeniului

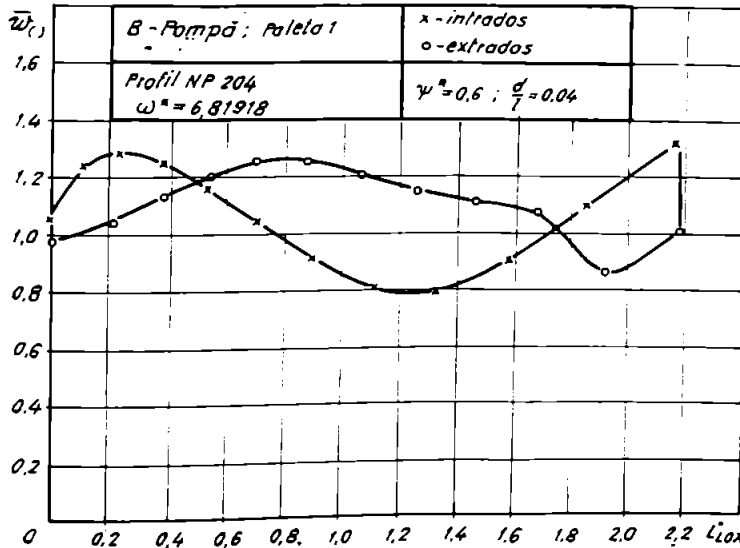


Fig.8.15 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

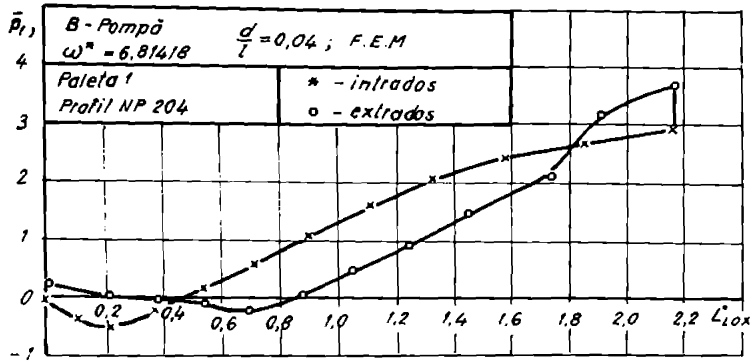


Fig.8.16 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

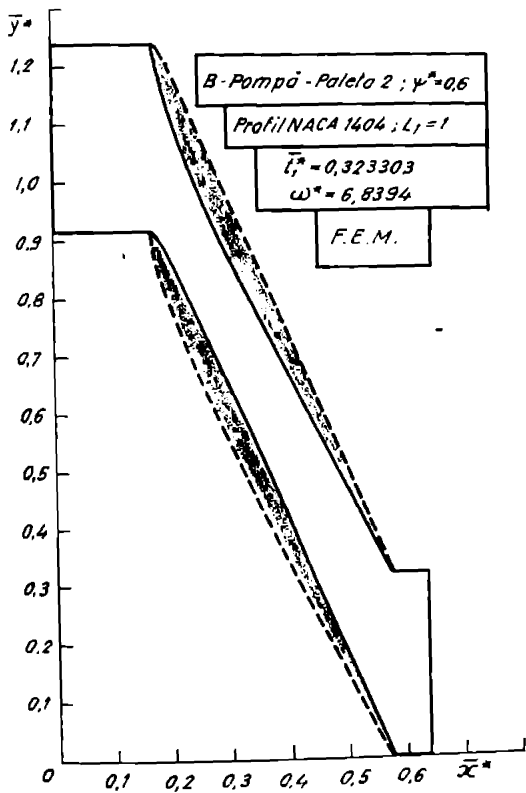


Fig.8.17 Domeniul de analiză

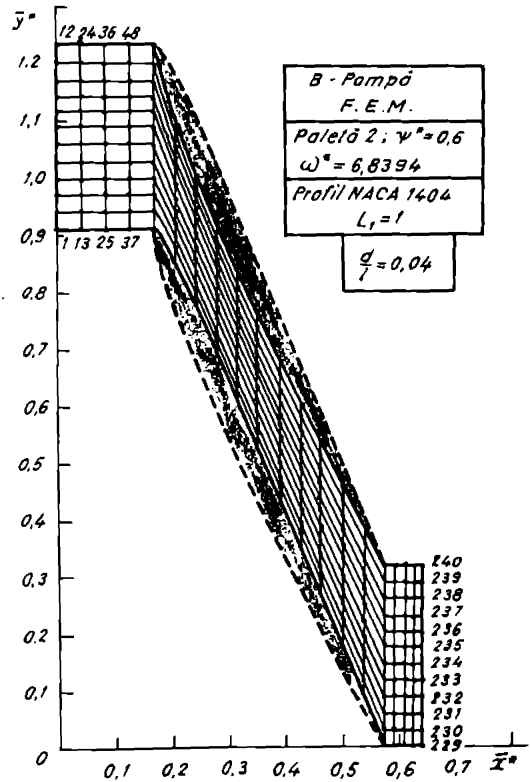


Fig.8.18 Discretizarea domeniului

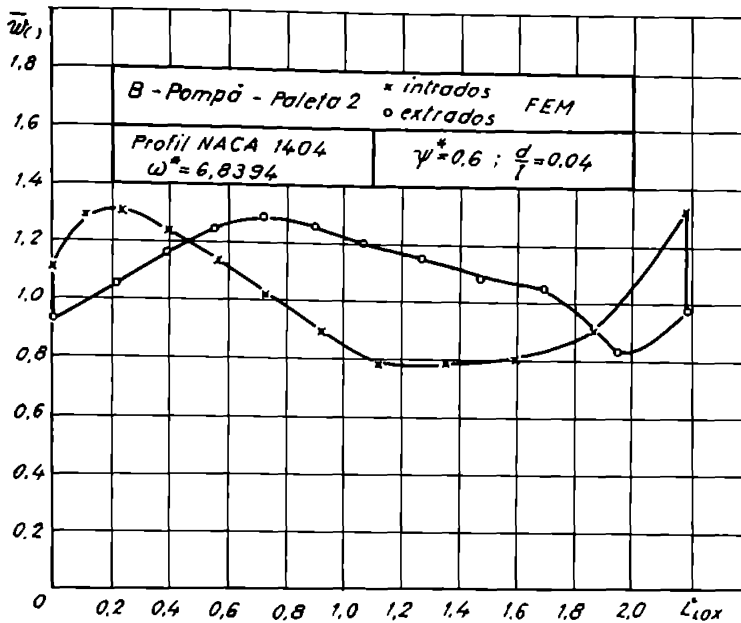


Fig.8.19 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

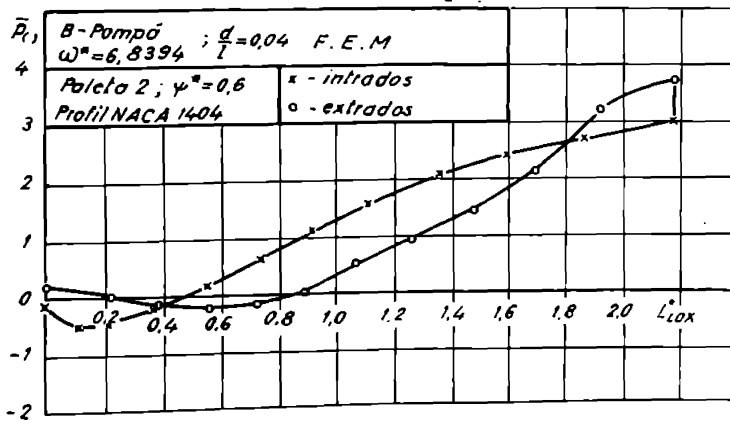


Fig.8.20 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua pe suprafața de curent

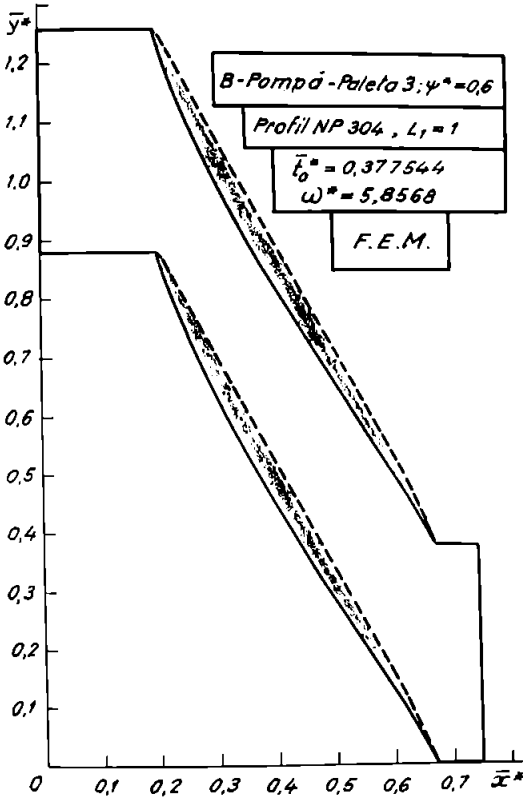


Fig.8.21 Domeniul de analiză

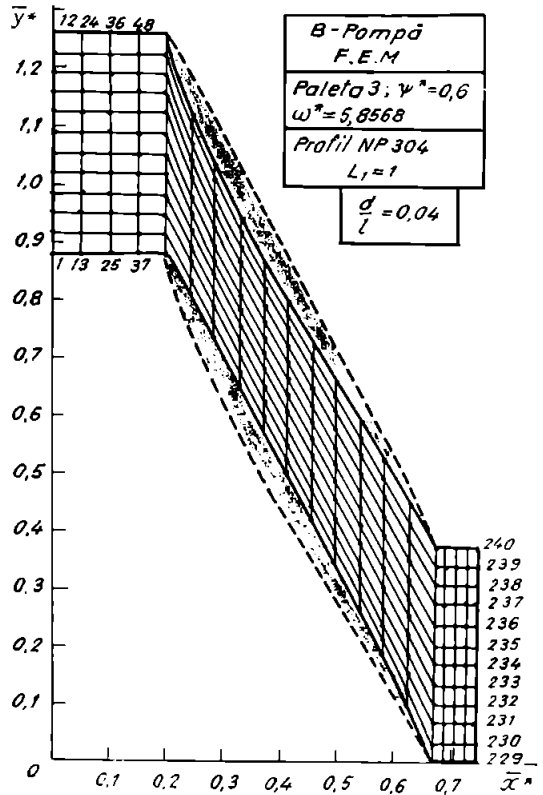


Fig.8.22 Discretizarea domeniului

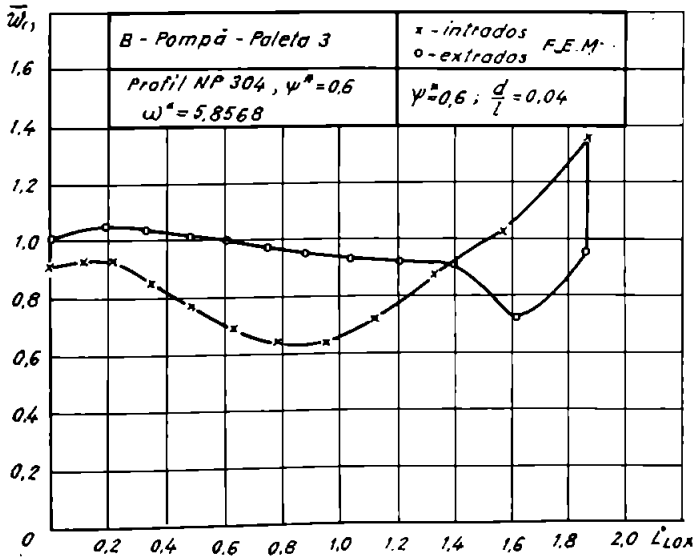


Fig.8.23 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

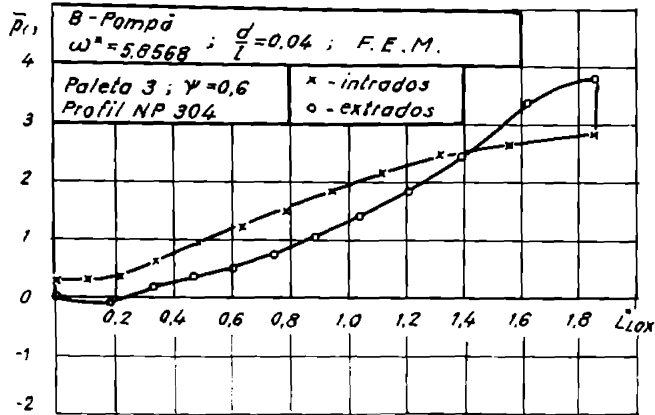


Fig.8.24 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

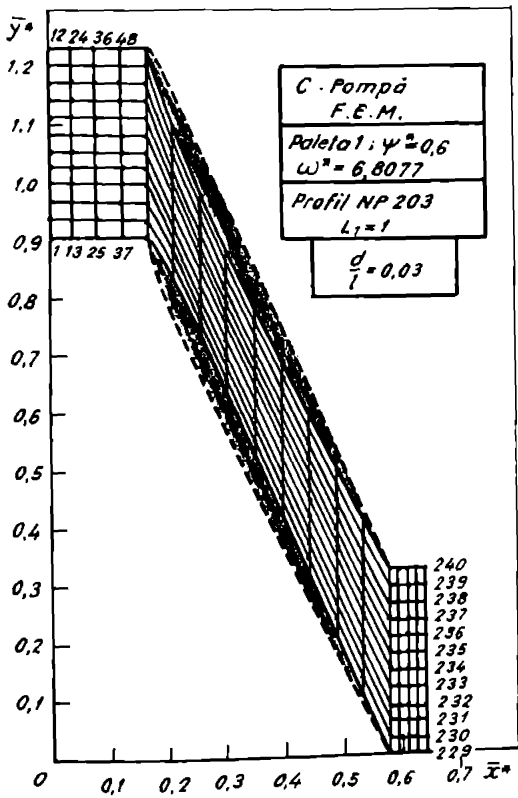


Fig.8.25 Domeniul de analiză

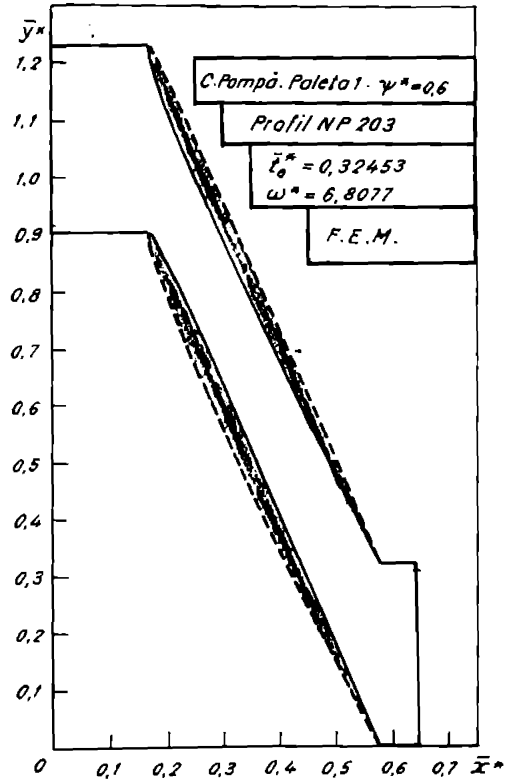


Fig.8.26 Discretizarea domeniului

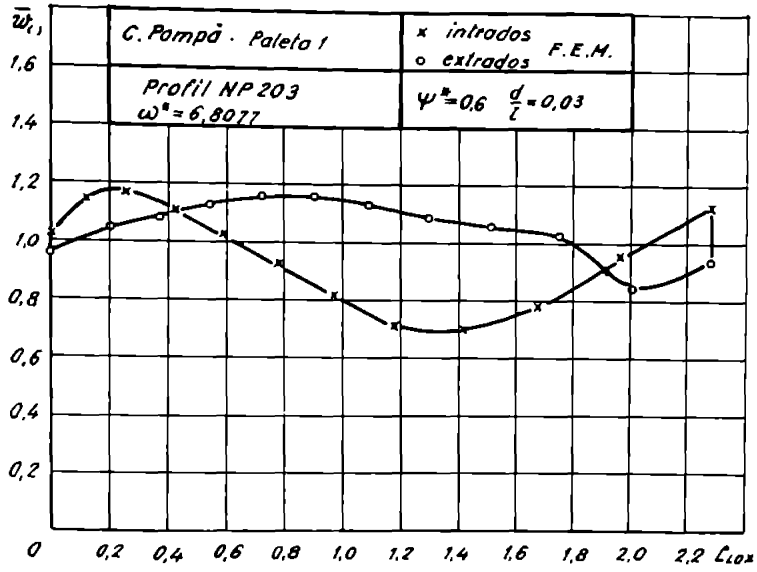


Fig.8.27 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

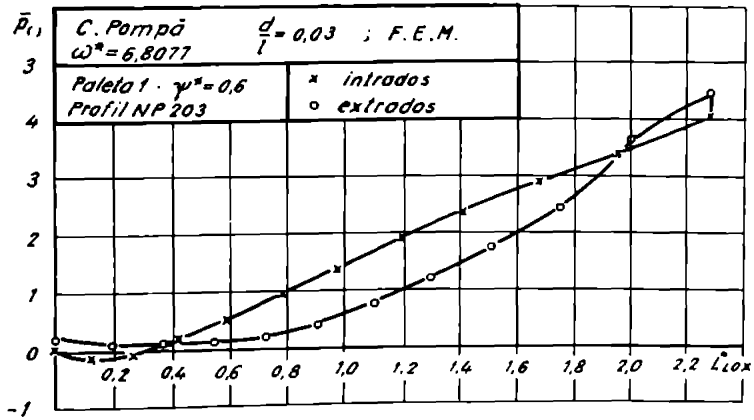


Fig.8.28 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

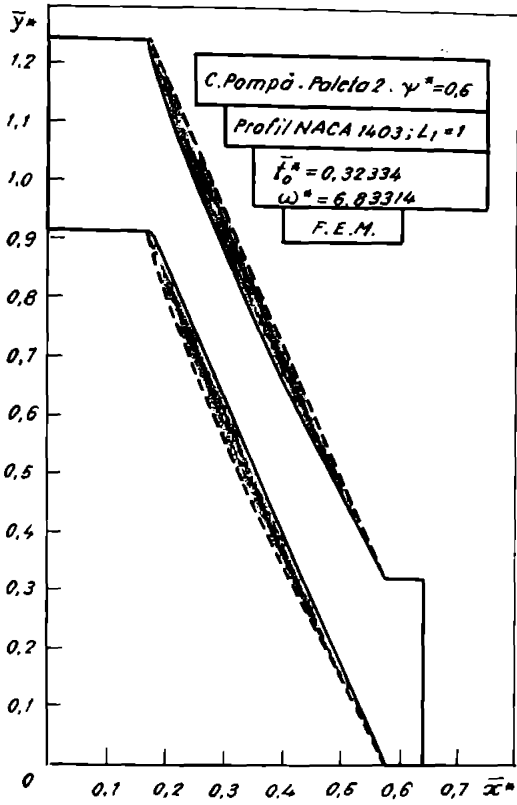


Fig.8.29 Domeniul de analiză

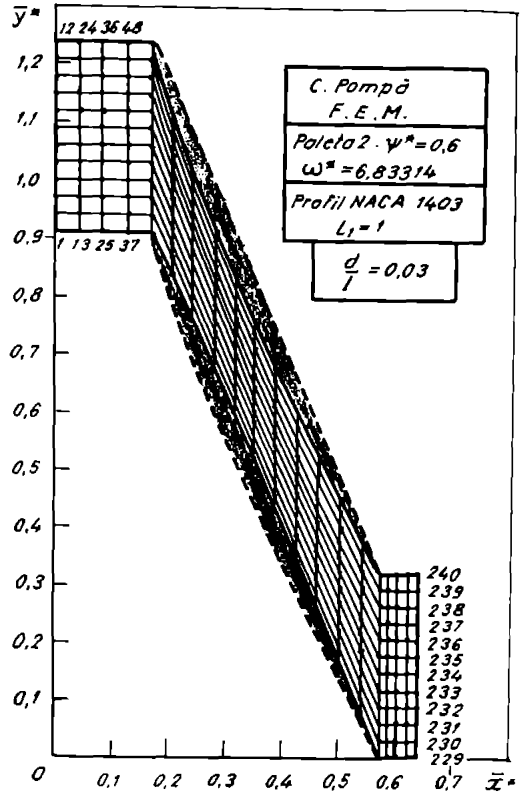


Fig.8.30 Discretizarea domeniului

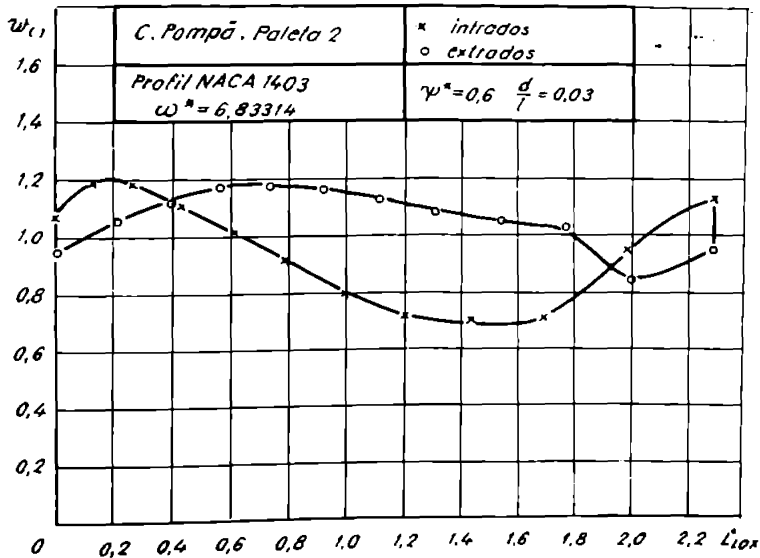


Fig.8.31 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

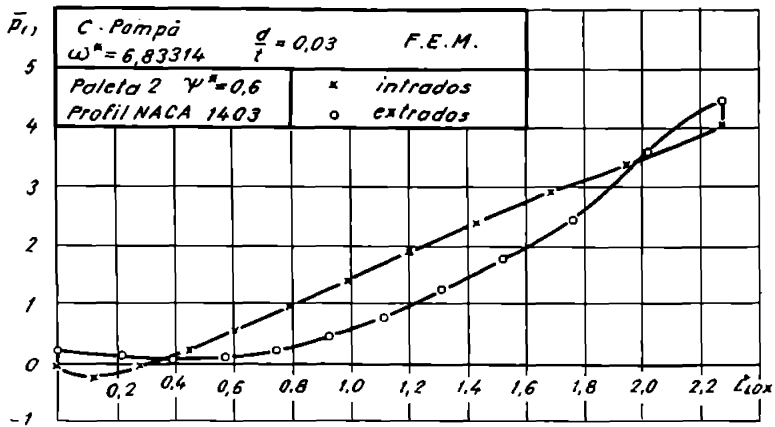


Fig.8.32 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

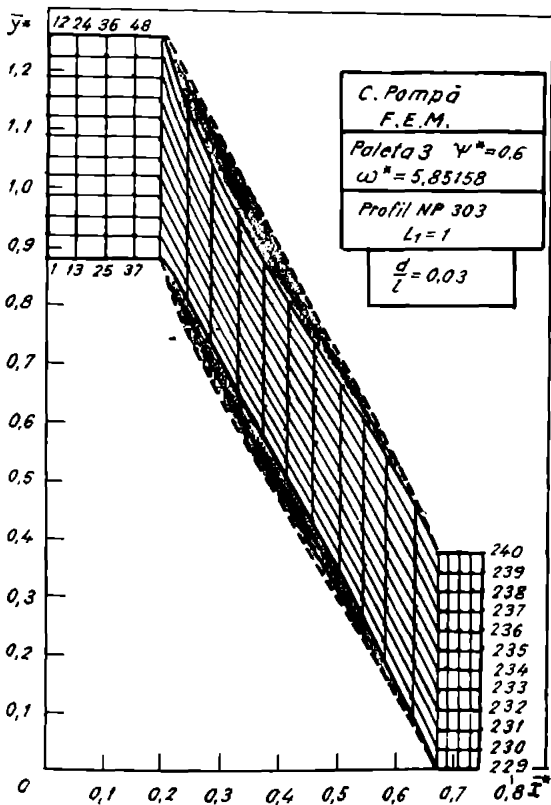


Fig.8.33 Domeniul de analiză

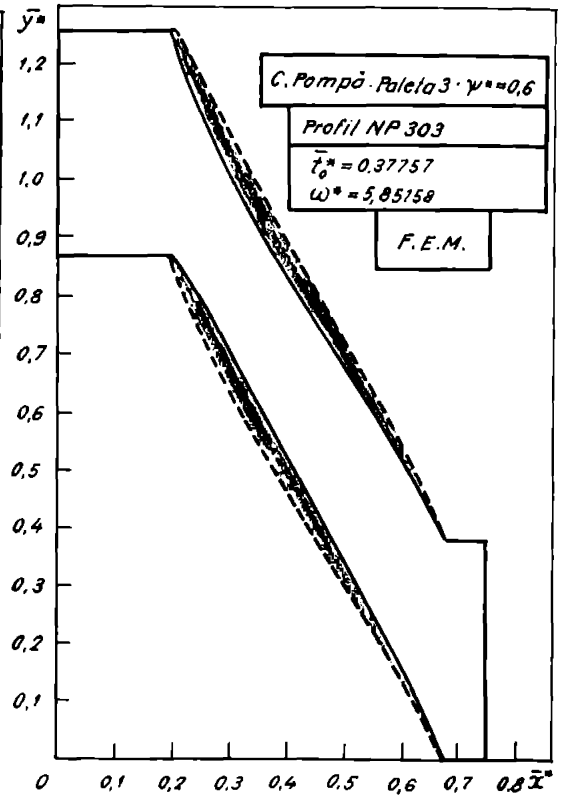


Fig.8.34 Discretizarea domeniului

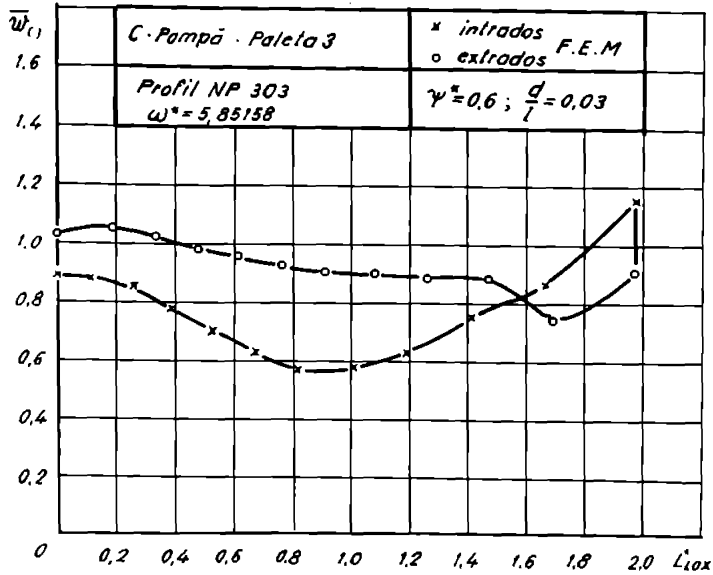


Fig.8.35 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

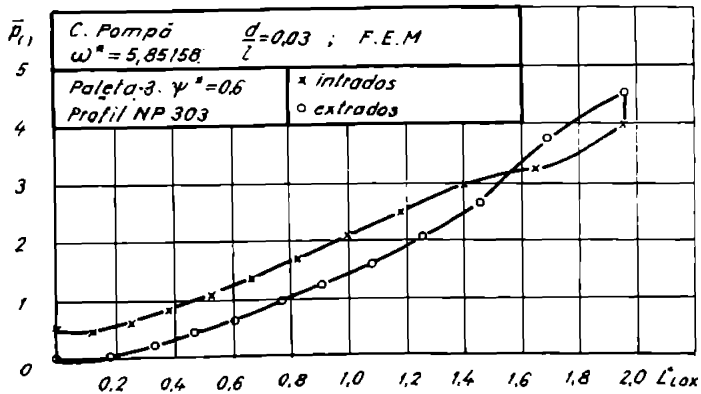


Fig.8.36 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

Pentru compararea distribuțiilor de viteze și presiuni obținute pe paletă și prezentate anterior s-a realizat suprapunerea pe același grafic a distribuțiilor de viteze sau de presiuni în cazul celor trei profile studiate și care sunt reprezentate în sistemul local din cadrul rețelei liniare .

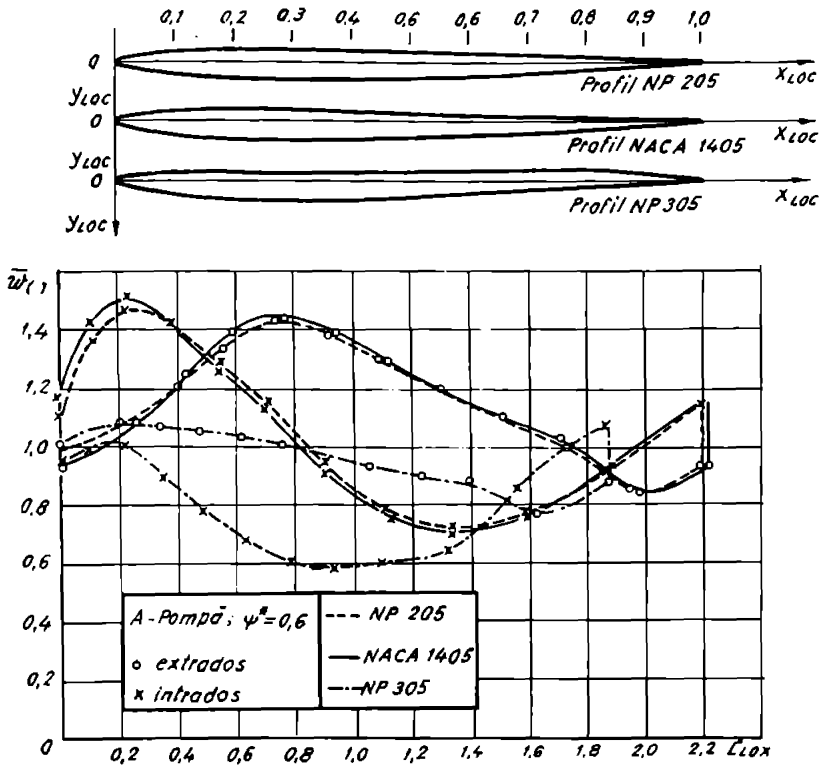


Fig.8.37 Distribuțiile de viteze pe cele trei profile aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent în cazul conturului A și $\psi^* = 0.6$

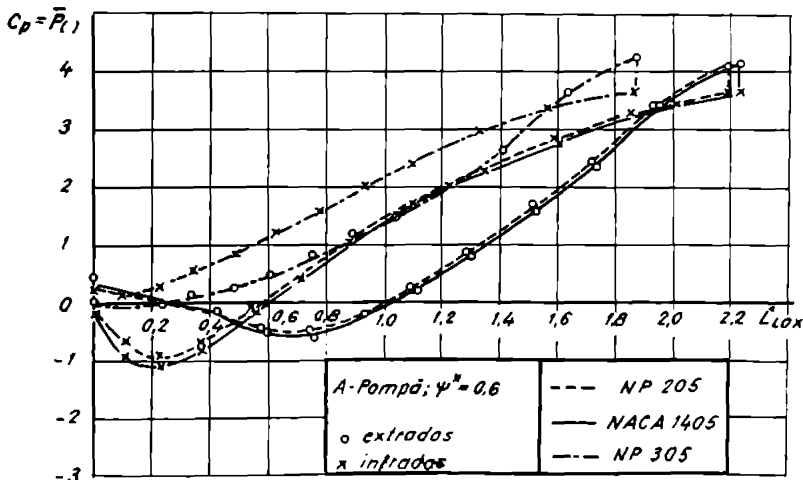


Fig.8.38 Distribuțiile de presiuni pe cele trei profile aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent în cazul conturului A și $\psi^* = 0.6$

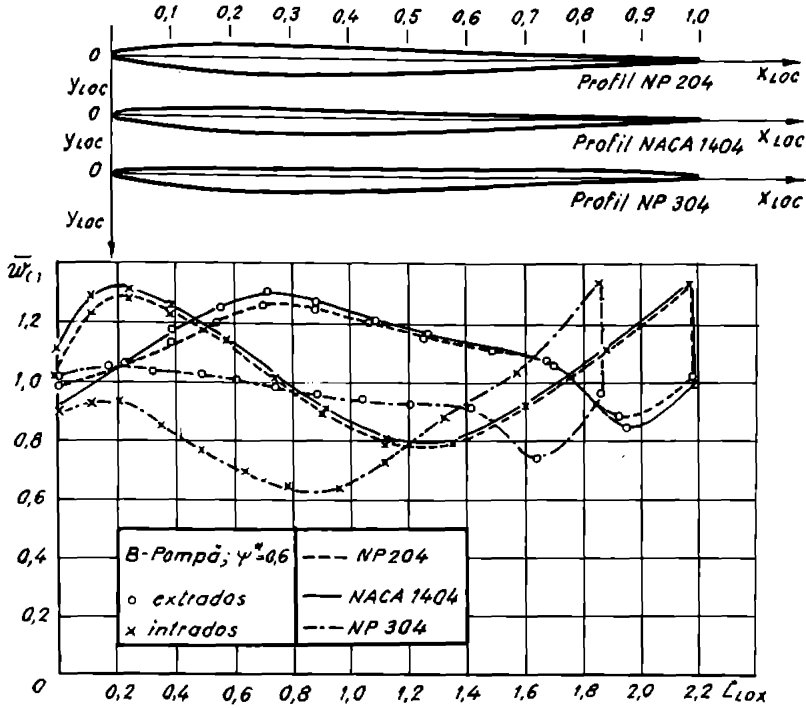


Fig.8.39 Distribuțiile de viteze pe cele trei profile aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent în cazul conturului B și $\psi^* = 0,6$

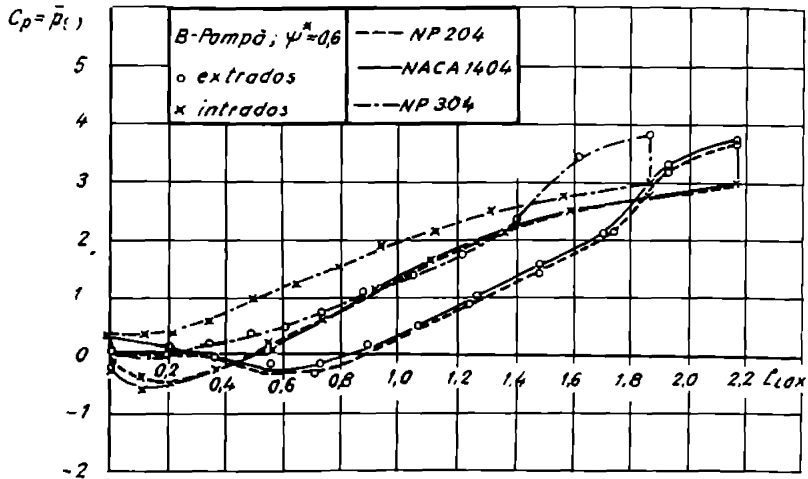


Fig.8.40 Distribuțiile de presiuni pe cele trei profile aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent în cazul conturului B și $\psi^* = 0,6$

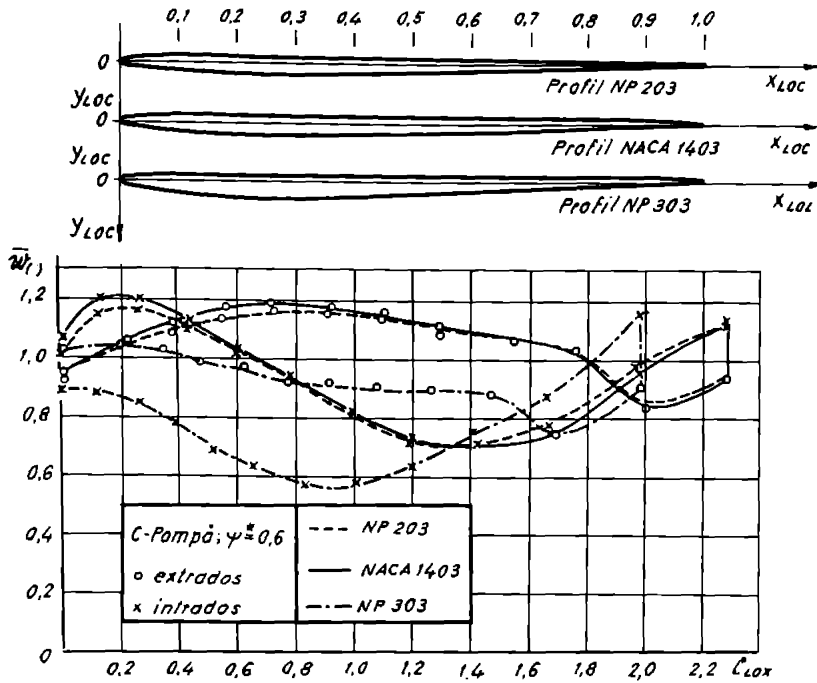


Fig.8.41 Distribuțiile de viteze pe cele trei profile aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent în cazul conturului C și $\psi^* = 0,6$

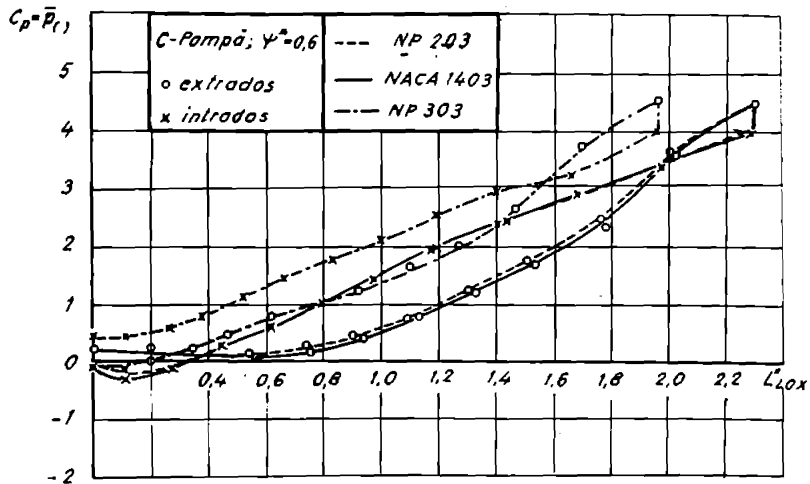


Fig.8.42 Distribuțiile de presiuni pe cele trei profile aflate în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent în cazul conturului C și $\psi^* = 0,6$

Pentru fiecare contur A, B, C s-au utilizat trei profile constitutive ale paletelor, menționând că modul de obținere a profilelor NP și de alegere a profilelor NACA a fost prezentat în cap. 6. Astfel pentru conturul A s-au folosit profilele NP205, NACA 1405, NP305, pentru B s-au utilizat NP204, NACA 1404, NP304, respectiv NP203, NACA 1403, NP303 pentru C. Pe baza celor precizate anterior rezultă că se obțin trei rotorii, care au paletele de aceeași grosime relativă, pentru fiecare contur, astfel : $A_{1, 2, 3}$ (NP205, NACA 1405, NP305) ; $B_{1, 2, 3}$ (NP204, NACA 1404, NP304) ; $C_{1, 2, 3}$ (NP203, NACA 1403, NP303).

Cu ajutorul metodei elementului finit (MEF) au fost determinate distribuțiile de viteze și presiuni pe paleta mașinii radial-axiale reversibile. Astfel au fost obținute, pentru cele 9 (nouă) variante de palete, distribuțiile de viteze și presiuni reprezentate în lungul loxodromei adimensionale L_{Lox}^* pentru cazul când profilele se află în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 0.6$. În paragraful 8.1 au fost prezentate: domeniile de analiză, discretizarea acestora în planul Prasil, distribuțiile de viteze și presiuni pe palete care sunt reprezentate în lungul loxodromei L_{Lox}^* , iar în 8.2 se prezintă suprapunerea pe același grafic a distribuțiilor de viteze, respectiv de presiuni pentru cele trei variante de palete corespunzătoare fiecărui contur A, B, C.

Pentru a analiza comportarea rotorilor $A_{1, 2, 3}$; $B_{1, 2, 3}$; $C_{1, 2, 3}$ din punct de vedere cavitațional trebuie să cunoaștem, din distribuțiile de presiuni, valorile lui $\bar{p}_{() \min}$, care sunt aceleași cu ale coeficientului de presiune minimă $C_{p \min}$. Aceste valori sunt centralizate în tabelul 8.a pentru intradosul și extradosul paletei, precum și valoarea loxodromei corespunzătoare punctelor de pe paletă în care se obține $\bar{p}_{() \min}$.

Tabelul 8.a

Cazul	Contur	ψ^*	Profil	$\bar{p}_{() \min}$		L_{Lox}^*	
				intrados	extrados	intrados	extrados
Pompă	A	0.6	NP205	- 0.94	- 0.5	0.22	0.74
			NACA 1405	- 1.03	- 0.6	0.23	0.75
			NP305	0.2	- 0.18	0.1	0.19
	B	0.6	NP204	- 0.45	- 0.25	0.21	0.68
			NACA 1404	- 0.5	- 0.2	0.2	0.57
			NP304	0.3	- 0.15	0.1	0.18
	C	0.6	NP203	- 0.21	0.08	0.12	0.54
			NACA 1403	- 0.23	0.05	0.12	0.56
			NP303	0.35	- 0.1	0.11	0.18

Din analiza valorilor lui $\bar{p}_{() \min}$ rezultă că rotorii $C_{1, 2, 3}$, pentru care se obține $C_{p \min} = - 0.21$; - 0.23; - 0.1 se comportă cel mai bine din punct de vedere cavitațional față de $B_{1, 2, 3}$ ($C_{p \min} = - 0.45$; - 0.5; - 0.15) și $A_{1, 2, 3}$ ($C_{p \min} = - 0.94$; - 1.03; - 0.18), iar cel mai defavorabil rotorii $A_{1, 2, 3}$.

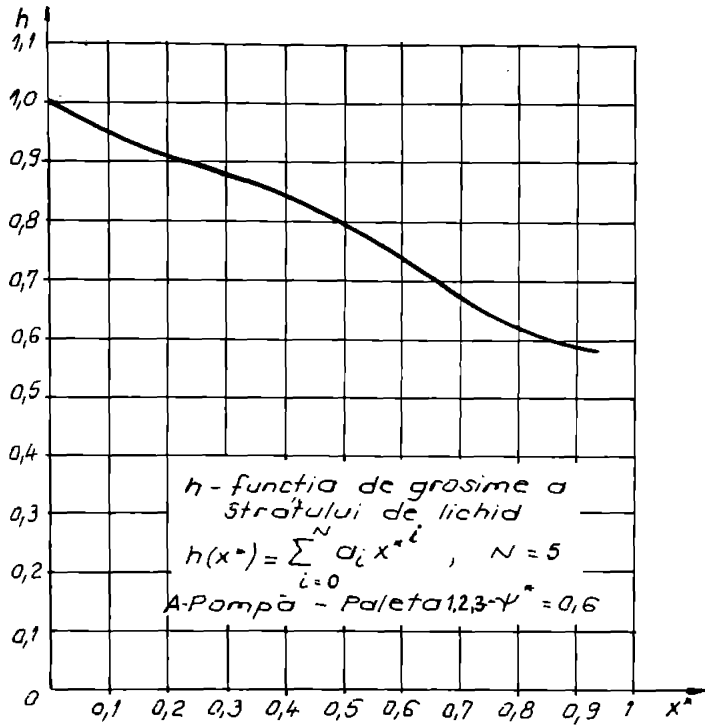


Fig.8.43 Funcția de grosime a stratului de lichid $h(x^*)$ (Contur A, $\psi^* = 0.6$)

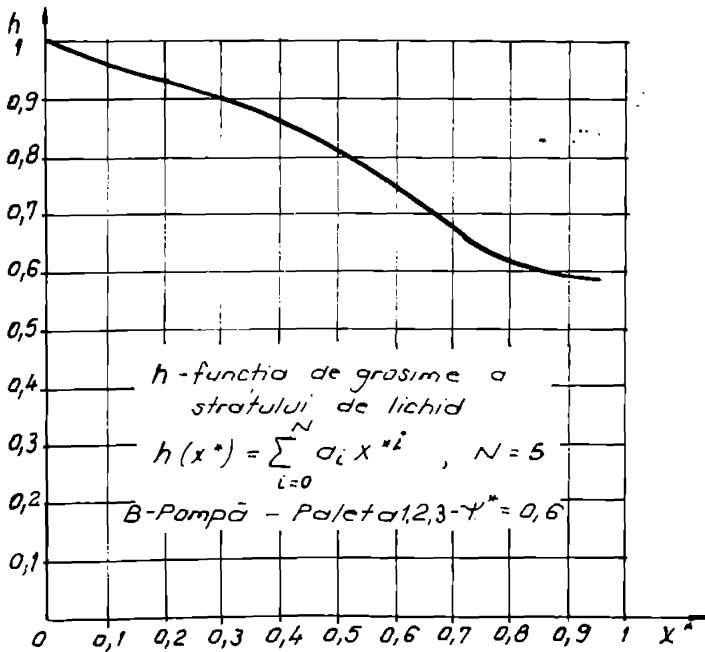


Fig.8.44 Funcția de grosime a stratului de lichid $h(x^*)$ (Contur B, $\psi^* = 0.6$)

8.1.1 Concluzii

Din distribuțiile de presiuni obținute pe paletele celor 9(nouă) rotorii în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă, care au fost reprezentate separat pentru fiecare din cei trei rotorii corespunzători fiecărui contur sau suprapuse pe baza cunoașterii distribuțiilor de viteze la debitul de calcul Q_C și pentru $\psi^* = 0.6$, au fost reținute valorile lui $\bar{p}_{(c) \min}$, valori care sunt aceleași și pentru coeficientul de presiune minimă $C_{p \min}$.

• Pe baza analizei comparative a valorilor lui $C_{p \min}$ rezultă că rotorii $C_{1, 2, 3}$ pentru care se obține $C_{p \min} = -0.21; -0.23, -0.1$, se comportă cel mai bine din punct de vedere cavitațional față de $B_{1, 2, 3}$ ($C_{p \min} = -0.45; -0.5; -0.15$) și $A_{1, 2, 3}$ ($C_{p \min} = -0.94; -1.03; -0.18$), iar cel mai defavorabil rotorii $A_{1, 2, 3}$.

8.2 Analiza distribuțiilor de presiuni pe frontiera profilelor aflate în rețeaua de pompă de pe suprafața de curent în cazul conturilor B și C pentru debitul de calcul și $\psi^* = 0.3, 0.6, 1$.

Distribuțiile de presiuni au fost determinate pe frontiera profilelor NP204, NP304 în cazul conturului B și NP203, NP303 pentru conturul C, profile care se află în rețeaua radial-axială de pompă de pe suprafața de curent pentru care s-au considerat, din cele două câmpuri hidrodinamice în cazul funcționării ca pompă a rotorului reversibil la debitul Q_C , liniile de curent date de: $\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = 1$.

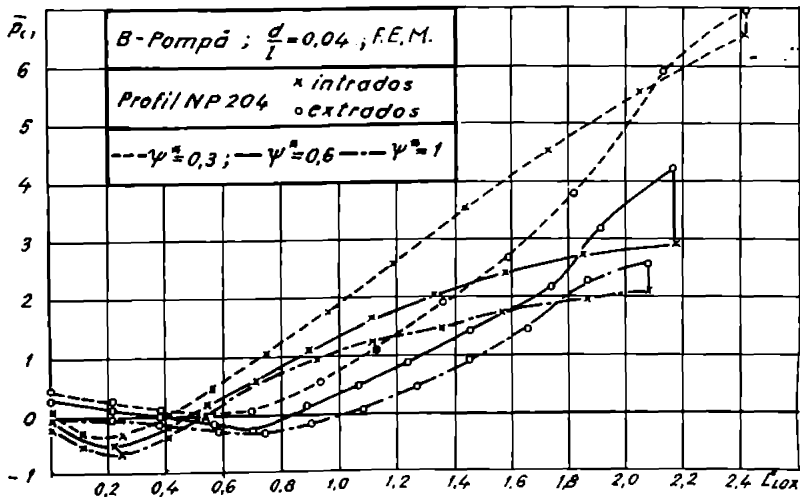


Fig.8.45 Distribuțiile de presiuni pe frontiera profilului NP204 aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere (contur B și $\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = 1$.)

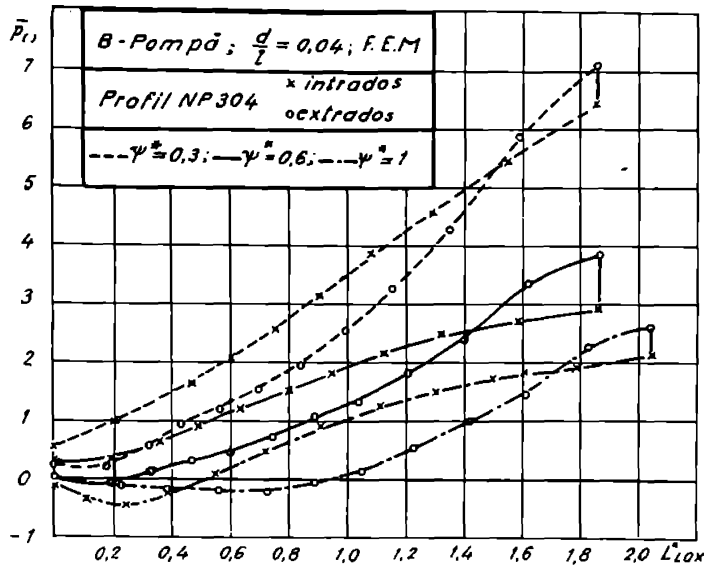


Fig.8.46 Distribuțiile de presiuni pe frontiera profilului NP304 aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere (contur B și $\psi^* = 0,3, \psi^* = 0,6, \psi^* = 1$.)

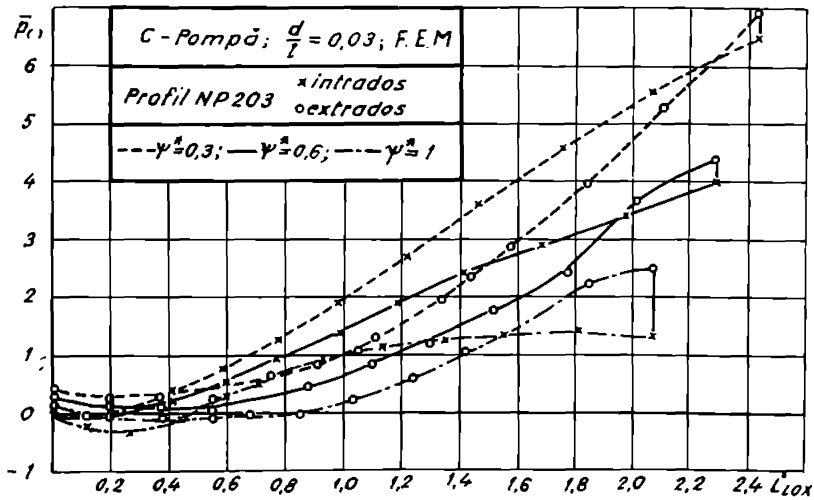


Fig.8.47 Distribuțiile de presiuni pe frontieră profilului NP203 aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere (contur C și $\psi^* = 0,3, \psi^* = 0,6, \psi^* = 1$.)

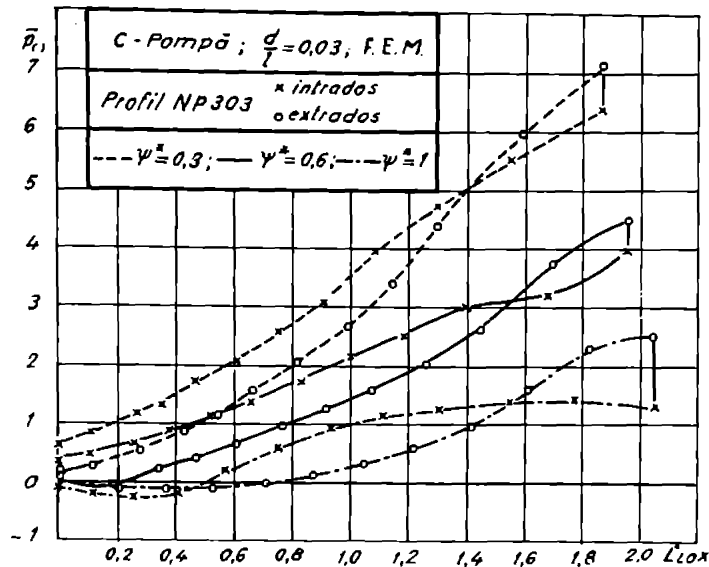


Fig.8.48 Distribuțiile de presiuni pe frontiera profilului NP303 aflat în rețeaua de pe suprafața de curent (contur C și $\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = \psi^* = 1.$)

Din analiza distribuțiilor de presiuni (fig.8.45; 8.46) obținute pe paleta rotorilor $B_{1,3}$ (NP204, NP304), atunci când profilele se află în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 1; 0.6; 0.3$, rezultă pentru coeficientul de presiune minimă C_{pmin} , următoarele valori: $C_{pmin} = -0.7; -0.45; -0.25$ (B_1) și $C_{pmin} = -0.5; -0.15; 0.2$ pentru rotorul B_3 . De aici rezultă că rotorul B_3 , pentru care $C_{pmin} = -0.5$ la inel ($\psi^* = 1$), se comportă mai bine din punct de vedere cavitațional față de B_2 ($C_{pmin} = -0.7; \psi^* = 1$).

În fig.8.47 și 8.48 au fost reprezentate distribuțiile de presiuni pe paleta rotorilor $C_{1,3}$ (NP203, NP303) și pentru aceleași valori ale lui ψ^* . Din distribuțiile de presiuni s-au reținut valorile corespunzătoare lui $\bar{p}_{(1)min}$, adică valorile coeficientului de presiune minimă C_{pmin} , astfel: $C_{pmin} = -0.35; -0.15; -0.05$ pentru C_1 , respectiv $C_{pmin} = -0.25; -0.1; 0.35$ corespunzătoare lui C_3 . Din comparația acestor valori rezultă că rotorul C_3 , pentru care $C_{pmin} = -0.25$ la inel ($\psi^* = 1$), se comportă mai bine din punct de vedere cavitațional față de C_1 ($C_{pmin} = -0.35, \psi^* = 1$).

Din analiza tuturor valorilor lui C_{pmin} obținute la inel rezultă că rotorul C_3 ($C_{pmin} = -0.25$) se comportă cel mai bine cavitațional, iar cel mai defavorabil B_1 ($C_{pmin} = -0.7$).

8.2.1 Concluzii

- Dintre rotorii B_1 ($C_{p\min} = -0.7$) și B_3 ($C_{p\min} = -0.5$) cel mai bine se comportă din punct de vedere cavitațional B_3 .
- Dintre rotorii C_1 ($C_{p\min} = -0.35$) și C_3 ($C_{p\min} = -0.25$) cel mai bine din punct de vedere cavitațional se comportă C_3 .
- Rotorul C_3 ($C_{p\min} = -0.25$) se comportă cel mai bine din punct de vedere cavitațional față de $B_{1,3}$ și C_1 , iar cel mai defavorabil B_1 .

8.3 Calculul coeficientului de cavitație σ_p și a înălțimii geometrice de aspirație H_{gs}

În cazul mașinilor hidraulice reversibile sensibilitatea la cavitație este mai mare în regimul de pompare decât în cel de turbinare, iar din acest motiv ne propunem să determinăm prin calcul coeficientul de cavitație în cazul pompei σ_p , pe baza cunoașterii tuturor mărimilor care intră în expresia acestuia, printre care se află și coeficientul vitezei relative maxime $k_{p\max}$, care se exprimă în funcție de coeficientul de presiune minimă $c_{p\min}$ astfel [6]:

$$k_{p\max} = -c_{p\min} \quad (8.2)$$

Coeficientul de presiune minimă este egal cu $\bar{p}_{(v)\min}$ și se determină din distribuțiile de presiuni \bar{p}_0 obținute pentru debitul Q_c pe cele trei profile aflate pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 0.6$ și considerată ca mijlocie pentru fiecare contur A,B,C, iar aceste distribuții de presiuni au fost prezentate în paragraful 8.1.

Pentru mașina hidraulică radial-axială reversibilă, cu circuitul hidraulic prezentat în fig.8.49 în cazul funcționării ca pompă, coeficienții de cavitație σ_{rez} , σ_p , σ_{inst} precum și înălțimea geometrică de aspirație H_{gs} se exprimă în conformitate cu relațiile oferite de Acad. Ioan Anton și care sunt prezentate în referințele bibliografice [6],[8].

Coeficientul de cavitație σ_{rez} se exprimă astfel:

$$\sigma_{rez} = \frac{p_{\min} - p_v}{\rho g H_p} = \sigma_{inst} - \sigma_p \quad (8.3)$$

Dacă ținem seama de valoarea lui σ_{rez} , care este dată de diferența dintre coeficientul de cavitație al instalației σ_{inst} și al pompei σ_p , atunci în conformitate cu [4],[6],[8], rezultă următoarele regimuri de funcționare din punct de vedere cavitațional:

- a) $\sigma_{rez} > 0$; $\sigma_{inst} > \sigma_p$; $p_{\min} > p_v$ - funcționarea fără cavitație
- b) $\sigma_{rez} = 0$; $\sigma_{inst} = \sigma_p$; $p_{\min} = p_v$ - cavitație incipientă
- c) $\sigma_{rez} < 0$; $\sigma_{inst} < \sigma_p$; $p_{\min} < p_v$ - cavitație ușor dezvoltată sau dezvoltată
- d) $\sigma_{rez} \ll 0$; $\sigma_{inst} \ll \sigma_p$; $p_{\min} \ll 0$ - supercavitație

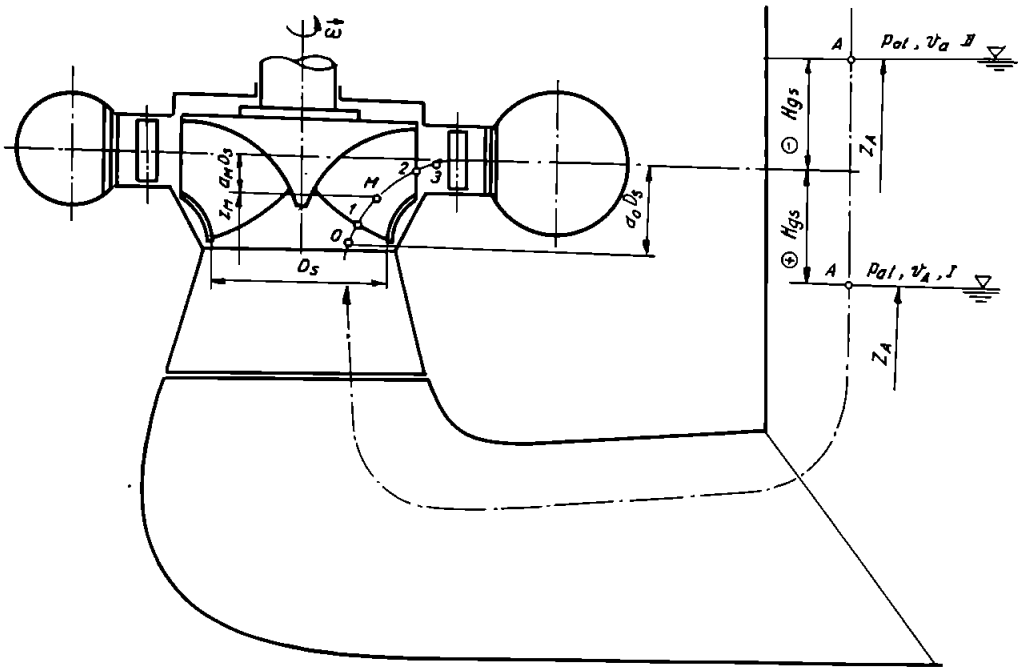


Fig.8.49 Circuitul hidraulic pentru mașina reversibilă Francis în cazul pompă

Coefficientul de cavitație al instalației se exprimă astfel [6]:

$$\sigma_{inst.} = \frac{A - A_1 - H_{gs} - \sum h_{pA-O}}{H_p} = \frac{A - A_1 - H_{st}}{H_p} \quad (8.4)$$

unde H_{st} reprezintă înălțimea totală de aspirație și are expresia:

$$H_{st} = H_{gs} + \sum h_{pA-O} \quad (8.5)$$

Vom aminti că A, A_1 reprezintă presiunea atmosferică în [m col. apă], respectiv presiunea de vaporizare a lichidului la temperatura de lucru exprimată în [m col. apă].

Având în vedere că distribuțiile de viteze și presiuni pe paletă s-au determinat în ipoteza fluidului ideal incompresibil, rezultă că pierderile hidraulice $\sum h_{pA-O}$ sunt nule.

Coefficientul de cavitație al pompei σ_p se exprimă astfel [6],[8] :

$$\sigma_p = k_{max} \frac{w_0^2}{2gH_p} - k_u \frac{u_0^2}{2gH_p} + \frac{v_0^2}{2gH_p} + \frac{\sum h_{p0-M}}{H_p} - \frac{a_M D_s}{H_p} \quad (8.6)$$

în care pierderile hidraulice $\sum h_{p0-M}$ sunt nule pentru fluidul ideal.

Coefficienții vitezei relative maxime k_{pmax} și vitezei de transport k_u pentru punctul M de pe paletă în care se obține viteza relativă maximă w_{0max} și presiunea minimă p_{0min} au expresiile:

$$k_{pmax} = \left(\frac{w_{0max}}{w_0} \right)^2 - 1 \quad ; \quad k_u = \left(\frac{u_M}{u_0} \right)^2 - 1 \quad (8.7)$$

Dacă ținem seama că în cap.6 s-au notat vitezele: absolută, relativă și de transport cu \bar{v} , \bar{w} , \bar{u} și având în vedere că mărimile acestora sunt cunoscute pentru reperul O din cadrul sistemului special de coordonate fig.6.1 și care coincide cu punctul O din fig.8.49, atunci vitezele v_0 , w_0 , u_0 din relația (8.6) sunt de fapt vitezele v_0^{AM} , w_0^{AM} , u_0^{AM} .

Pentru calculul coeficienților k_{pmax} și k_u se utilizează relațiile:

$$k_{pmax} = -\bar{p}_{0min} \quad ; \quad k_u = \left(\frac{r_M^*}{r_0^*} \right)^2 - 1 \quad (8.8)$$

unde r_M^* și r_0^* sunt razele corepunzătoare punctelor M și O adimensionalizate la extinderea axială L_{ax} .

De asemenea pentru calculul mărimii $a_M D_s$ se utilizează relația:

$$a_M D_s = (1 - z_M^*) L_{ax} \quad (8.9)$$

Dacă se ține cont de transformarea conformă a rețelei radial-axiale de pe suprafața de curent într-o rețea liniară în planul Prasil prezentată în cap.6, înseamnă că punctului M din fig.8.49 în cadrul rețelei liniare îi va corespunde abscisa \bar{x}_M^* , iar apoi pe baza relațiilor (6.19),(6.20) au fost determinate valorile adimensionale x_M^* , s_M^* , z_M^* , r_M^* , care înmulțite cu L_{ax} ne dau valorile dimensionale.

Acum avem toate mărimile cunoscute pentru calculul coeficientului de cavitație utilizând relația (8.6), iar rezultatele sunt centralizate în tabelele următoare.

Tabelul 8.1

CONTUR	$\frac{w_0^2}{2gH_p}$ (m)	$\frac{u_0^2}{2gH_p}$ (m)	$\frac{v_0^2}{2gH_p}$ (m)	$H_p < m >$
A	0.2043	0.1775	0.0268	317
B	0.2010	0.1726	0.0284	317
C	0.1938	0.1653	0.0285	317

Tabelul 8.2

Contur	Profil	d / L %	L*	k _{pmax.}	\bar{x}_M^*	x_M^*	s_M^*	r_M^*	z_M^*
A	NP205	5	1.468	0.943	0.238	0.350	0.526	0.519	0.587
A	NACA 1405	5	1.475	1.020	0.237	0.370	0.526	0.520	0.587
A	NP305	5	1.244	0.176	0.238	0.297	0.466	0.464	0.567
B	NP204	4	1.499	0.443	0.242	0.364	0.517	0.516	0.617
B	NACA 1404	4	1.505	0.494	0.241	0.364	0.517	0.516	0.617
B	NP304	4	1.289	0.152	0.239	0.308	0.458	0.457	0.593
C	NP203	3	1.499	0.215	0.206	0.309	0.465	0.454	0.594
C	NACA 1403	3	1.505	0.227	0.205	0.309	0.465	0.454	0.594
C	NP303	3	1.289	0.107	0.240	0.309	0.465	0.454	0.594

Tabelul 8.3

Contur	Profil	r_0^*	k _{u0}	$\frac{a_M D_s}{H_P}$	$\frac{\sum h_{p0-M}}{H_P}$ < m >	σ_P
A	NP205	0.522	0.263	0.003	0	0.169
A	NACA 1405	0.522	0.264	0.003	0	0.185
A	NP305	0.522	0.180	0.003	0	0.028
B	NP204	0.542	0.295	0.003	0	0.064
B	NACA 1404	0.542	0.296	0.003	0	0.074
B	NP304	0.542	0.197	0.003	0	0.022
C	NP203	0.543	0.199	0.003	0	0.034
C	NACA 1403	0.543	0.199	0.003	0	0.037
C	NP303	0.543	0.199	0.003	0	0.013

Deoarece acum se cunosc valorile lui σ_p înseamnă că se poate determina înălțimea geometrică de aspirație [6]:

$$H_{gs} \leq A - A_t - \sigma_p H_p - \sum h_{pA-O} \quad (8.10)$$

Având în vedere că temperatura apei variază de la 5°C la 20°C [6] se poate aproxima $A - A_t \cong 10$ [m col .apă], iar pentru H_{gs} rezultă relația:

$$H_{gs} \cong 10 - \sigma_p H_p - \sum h_{pA-O} \quad (8.11)$$

Dacă vom introduce corecția de presiune [6] și ținem cont că pentru amenajarea Tarnița cota apei din aval este $\nabla = 500m$, se obține următoarea relație pentru înălțimea geometrică de aspirație:

$$H_{gs}^* \cong 9.445 - \sigma_p H_p - \sum h_{pA-O} \quad (8.12)$$

Înălțimea geometrică de aspirație s-a calculat cu relațiile (8.11) și (8.12), în care $\sum h_{pA-O} = 0$ deoarece distribuțiile de presiuni pe paletă s-au calculat cu F.E.M în ipoteza fluidului ideal incompresibil, iar rezultatele sunt centralizate în tabelul de mai jos:

Tabelul 8.4

Contur	Profil	$\sum h_{pA-O}$ < m >	$H_{gs} < m >$	$H_{gs}^* < m >$
A	NP205	0	- 43.76	- 44.32
A	NACA 1405	0	- 48.74	- 49.30
A	NP305	0	1.29	- 0.73
B	NP204	0	- 10.13	- 10.69
B	NACA 1404	0	- 13.46	- 14.01
B	NP304	0	3.09	2.53
C	NP203	0	- 0.84	- 1.40
C	NACA 1403	0	- 1.57	- 2.13
C	NP303	0	5.85	5.30

În fig.8.50 este ilustrată dependența înălțimii geometrice de aspirație H_{gs} pentru mașinile hidraulice radial-axiale reversibile, ținând cont de H_p și ν [6],[43], din care rezultă $H_{gs} = -35m$ pentru următoarele date de calcul: $H_p = 317m$, $Q = 72.35m^3s^{-1}$, $n = 300rot./min.$

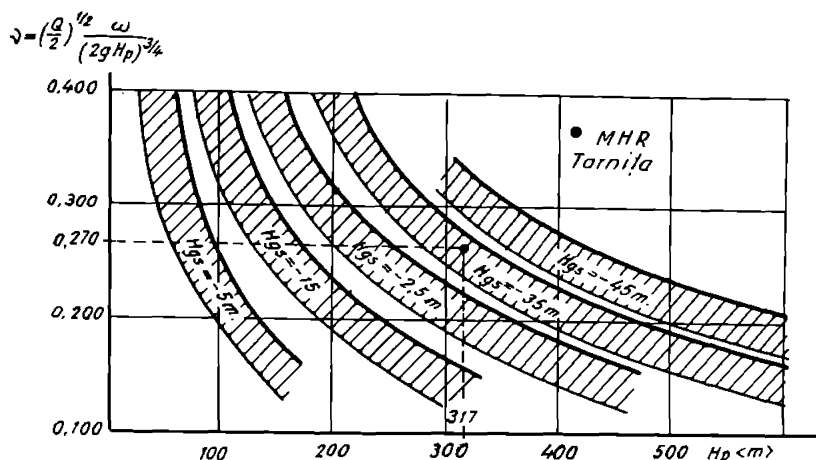


Fig.8.50 Dependența înălțimii geometrice de aspirație H_{gs} în funcție de H_p și σ_p

Dacă se calculează coeficientul de cavitație σ_p pe baza relației date de Siervo[98] și menționată în [6]:

$$\sigma_p = 1.22 \cdot 10^{-3} n_{SP}^{0.982} \quad (8.13)$$

se obține $\sigma_p = 0.139$ și $H_{gs} = -39.1m$, iar dacă se apelează la relația oferită de Graeser [52] dată în [6]:

$$NPSH_p = 1.21 H_p^{0.623} \quad (8.14)$$

rezultă $\sigma_p = 0.138$ și $H_{gs} = -38.8m$.

8.3.1 Concluzii

Din cele prezentate se pot trage următoarele concluzii:

- Valorile coeficientului de cavitație σ_p , calculate teoretic cu relația (8.6), pe baza determinării distribuțiilor de presiuni pe paletă cu ajutorul F.E.M. pentru suprafața dată de $\psi^* = 0.6$, debitul de calcul Q_C , și prezentate în tabelul nr.8.3, sunt cele mai mari pentru rotorii $A_{1,2}$ ($\sigma_p = 0.169; 0.185$) față de A_3 ($\sigma_p = 0.028$), $B_{1,2,3}$ ($\sigma_p = 0.064; 0.074; 0.022$), respectiv $C_{1,2,3}$ ($\sigma_p = 0.034; 0.037; 0.013$). De aici rezultă o comportare superioară sub aspect cavitațional al rotorilor $C_{1,2,3}$ și $B_{1,2,3}$ față de $A_{1,2,3}$.

- Atât valorile coeficientului de cavitație $\sigma_p = 0.169; 0.185$ cât și ale înălțimii geometrice de aspirație H_{gs} ($-43.76m$; $-48.74m$) calculate teoretic pentru rotorii $A_{1,2}$ și prezentate în tabelele 8.3 și 8.4, considerând că suprafața mijlocie cea dată de $\psi^* = 0.6$, sunt mai defavorabile față de $\sigma_p = 0.139$, $H_{gs} = -39.1m$; $\sigma_p = 0.138$, $H_{gs} = -38.8m$ obținute cu relațiile statistice oferite de Siervo și Graeser.

- Valorile lui σ_p și H_{gs} , calculate cu relațiile lui Siervo și Graeser sunt mai defavorabile față de cele din tab.8.3; 8.4 obținute pentru rotorii A_3 , $B_{1,2,3}$, $C_{1,2,3}$.

8.4 Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni obținute pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul pompă și debit variabil Calculul caracteristicii de cavitație a pompei și a sensibilității la cavitație a profilului din rețeaua de pe suprafața de curent

În paragraful 8.3 s-a determinat coeficientul de cavitație σ_p în ipoteza că debitul $Q = Q_{opt} = Q_C$, adică pentru regimul optim de funcționare, însă în exploatarea mașinii hidraulice reversibile în funcționarea ca pompă, aceasta lucrează în condiții de variație a debitului Q_p , a înălțimii de pompare H_p , a puterii P_p și a randamentului η_p .

În aceste condiții de exploatare coeficientul de cavitație σ_p variază cu debitul Q_x , corespunzător unui regim oarecare de funcționare [6], iar din acest punct de vedere ne propunem să determinăm pe cale teoretică caracteristicile de cavitație și de sensibilitate la cavitație în funcționarea ca pompă a mașinii reversibile, utilizând metoda elementului finit (F.E.M.).

Pe baza metodei elementului finit, respectiv în urma utilizării programelor menționate la începutul acestui capitol, s-au determinat distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul NP205 aflat în rețeaua de pe suprafața de curent, adică pe paletă, pentru un regim oarecare Q_x , în cazul conturului A și suprafețele de curent date de $\psi^* = 0.3$, $\psi^* = 0.6$, $\psi^* = 1$.

În cadrul acestor distribuții de viteze și presiuni, determinate în lungul loxodromei L_{LOX} , au fost reprezentate atât cele obținute pentru debite Q_x diferite de cel de calcul Q_C , cât și pentru cel egal cu acesta.

În fig.8.51 a,b se prezintă, pentru un regim oarecare Q_x , triunghiurile de viteze pentru debitul de calcul și diferite de acesta, care sunt corespunzătoare punctelor aflate pe meridianul suprafeței de curgere la $\frac{t}{2}$ înainte și după punctele determinate de meridianul respectiv cu cercurile paralele date de fronturile bordurilor de atac și de fugă, puncte prezentate în fig.6.3.

Vom preciza că punctele din fig.6.3 specificate anterior sunt de fapt punctele 0 și 3, respectiv 1 și 2 prezentate în fig.8.49.

Relația dată de Acad. Ioan Anton [6], care permite calculul coeficientul de cavitație la un regim oarecare Q_x în cazul pompelor centrifuge, se poate utiliza și în cazul mașinii radial-axiale reversibile în funcționarea ca pompă, astfel:

$$\sigma_{Px} = k_{pmaxx} \frac{w_{0x}^2}{2gH_{Px}} - k_{ux} \frac{u_{0x}^2}{2gH_{Px}} + \frac{v_{0x}^2}{2gH_{Px}} + \frac{\sum h_{pO-Mx}}{H_{Px}} - \frac{\alpha_{Mx} D_s}{H_{Px}} \quad (8.15)$$

cu observația că, în cazul fluidului ideal, $\sum h_{pO-Mx} = 0$.

Înălțimea de pompare, pentru cazul unui regim oarecare de debit Q_x , se determină cu relația:

$$H_{Px} = \frac{\eta_h}{g(1+p)} u_{2P} \left[u_{2P} - \frac{Q_x}{\pi D_{2P} b_{2P}} \operatorname{ctg} \beta_{2P} \right] \quad (8.16)$$

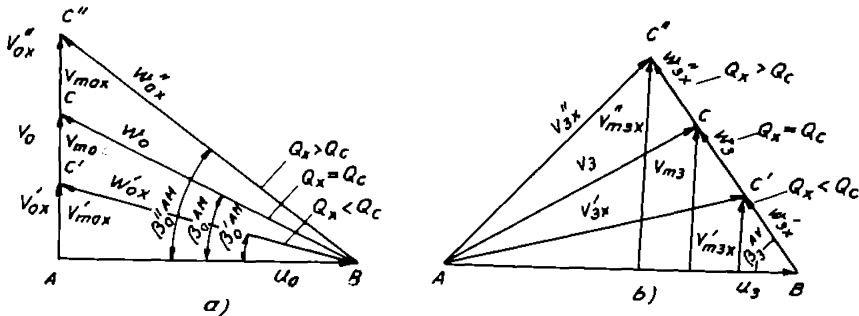


Fig. 8.51 Triunghiurile de viteze de la intrare și ieșire din domeniul de analiză de pe suprafața de curent

Pe baza valorilor lui σ_{Px} , calculate cu relația (8.15), se determină grafic dependența $\sigma_{Px}(Q_x/Q_c)$, care reprezintă caracteristica de cavitație pentru cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă.

De asemenea s-au determinat curbele de sensibilitate la cavitație $k_{pmax,x}(Q_x/Q_c)$ pentru profilul aflat pe suprafața de curgere.

Vom menționa că $\sigma_{Px}(Q_x/Q_c)$ cât și $k_{pmax,x}(Q_x/Q_c)$ s-au determinat pentru cazul minimelor de presiune care apar atât pe intradosul cât și pe extradosul profilului aflat pe suprafața de curgere.

Pentru a determina valorile coeficientului de cavitație a mașinii reversibile în funcționarea ca pompă, respectiv caracteristica ei de cavitație, se propune să se utilizeze media aritmetică a valorilor lui σ_{Px} , adică în cazul nostru ne referim la cele calculate pentru $\psi^* = 0.3$, $\psi^* = 0.6$, $\psi^* = 1$ și același debit Q_x , obținându-se în acest sens dependența $\sigma_{Px,med}(Q_x/Q_c)$.

Presiunea minimă $p_{0,min,x}$, respectiv viteza maximă $w_{0,max,x}$ apar într-un punct M_x de pe profilul situat în rețeaua de pe suprafața de curent.

Acest punct M_x are corespondentul său pentru profilul cu coarda unitate, profil care a fost reprezentat grafic și pentru care s-au determinat punctele corespondente ale lui M_x atât pentru intrados cât și extrados.

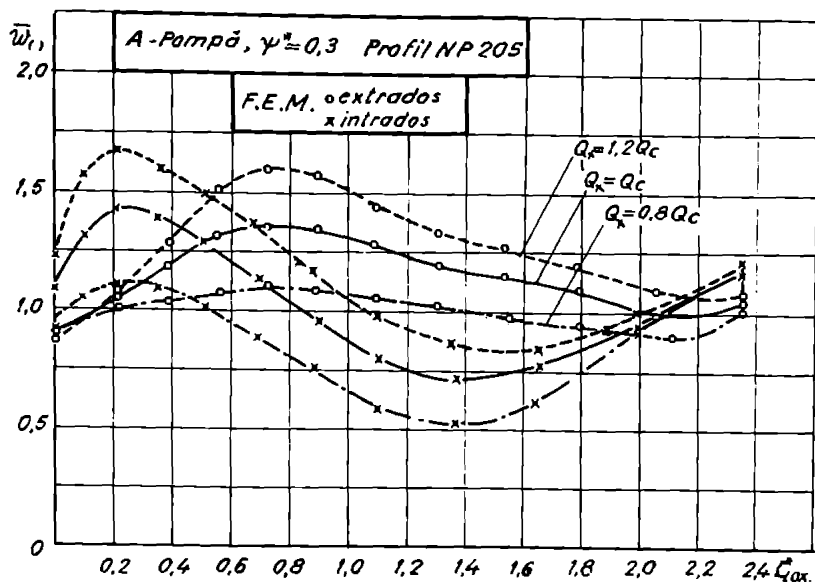


Fig.8.52 Distribuția de viteze pentru debitul variabil Q_x (Contur A și $\psi^* = 0,3$)

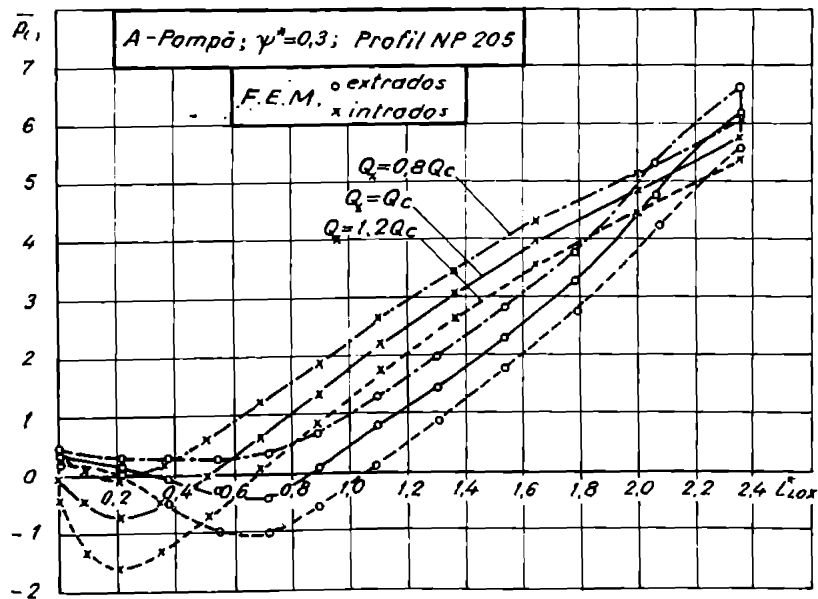


Fig.8.53 Distribuția de presiuni pentru debitul variabil Q_x (Contur A și $\psi^* = 0,3$)

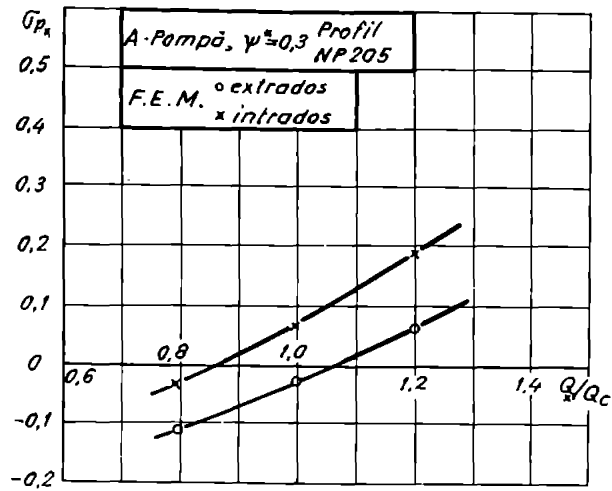


Fig.8.54 Caracteristica de cavitație $\sigma_{px}(Q_x / Q_c)$ (Contur A și $\psi^* = 0.3$)

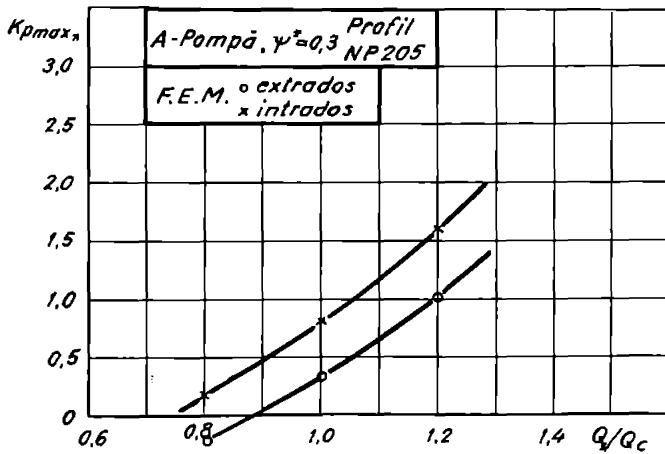
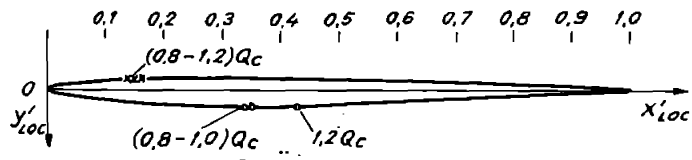


Fig.8.55 Curba de sensibilitate la cavitație $k_{pmax_x}(Q_x / Q_c)$ (Contur A și $\psi^* = 0.3$)

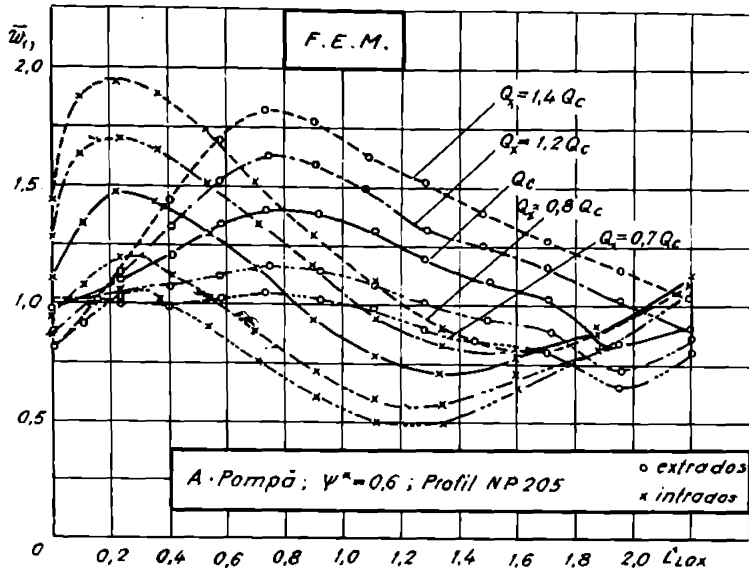


Fig.8.56 Distribuția de viteze pentru debitul variabil Q_x (Contur A și $\psi^* = 0.6$)

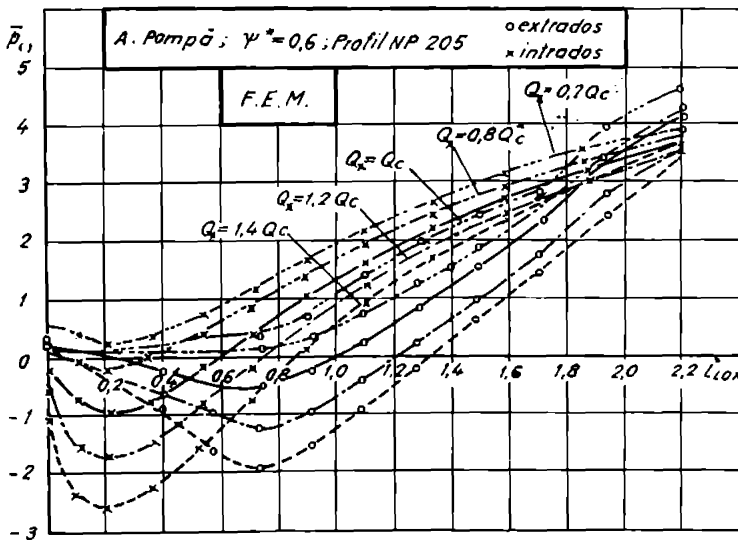


Fig.8.57 Distribuția de presiuni pentru debitul variabil Q_x (Contur A și $\psi^* = 0.6$)

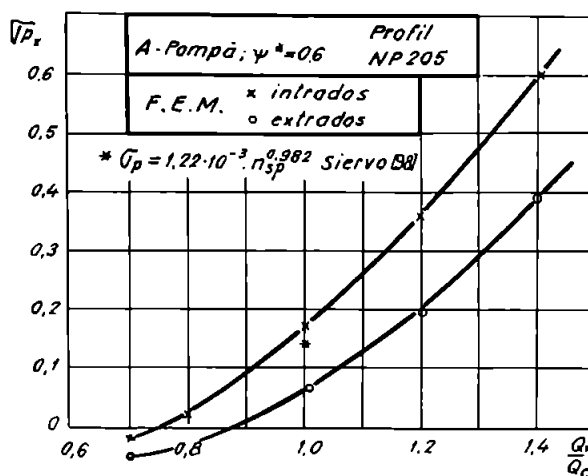


Fig.8.58 Caracteristica de cavitație $\sigma_{Fx}(\frac{Q_x}{Q_c})$ (Contur A și $\psi^* = 0.6$)

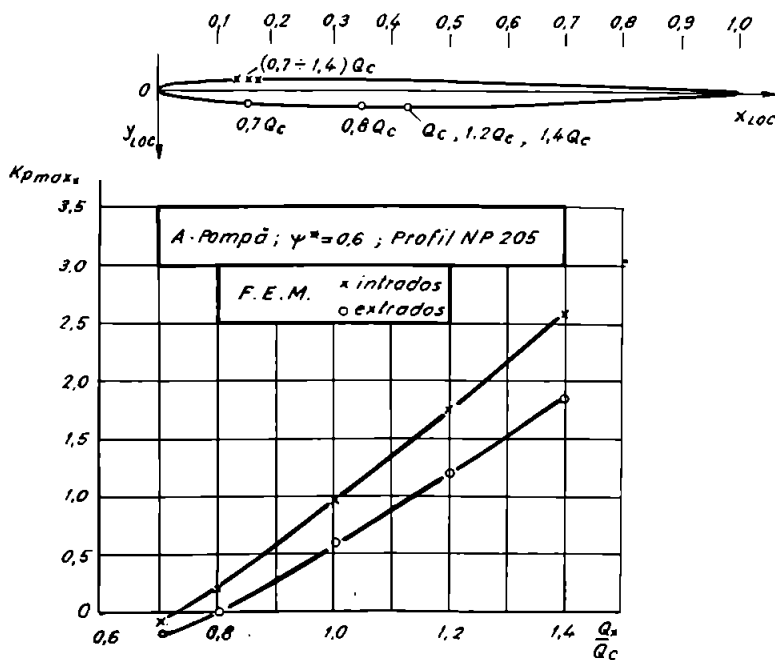


Fig.8.59 Curba de sensibilitate la cavitație $k_{pmax_x}(\frac{Q_x}{Q_c})$ (Contur A și $\psi^* = 0.6$)

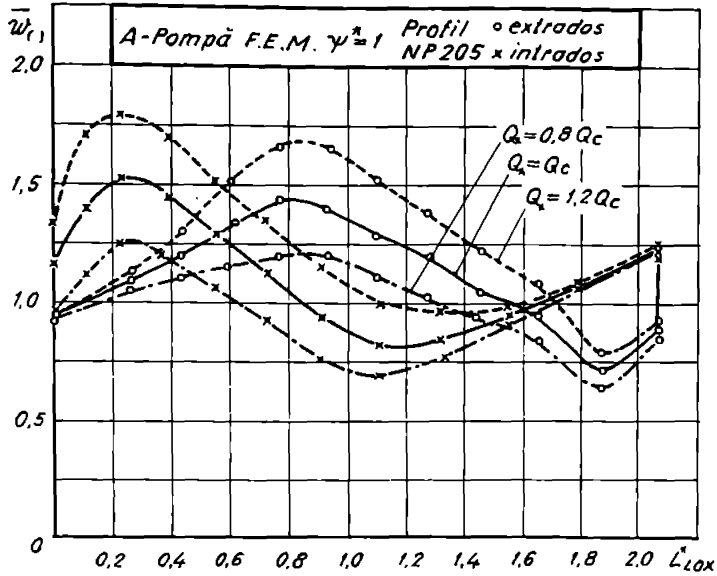


Fig.8.60 Distribuția de viteze pentru debitul variabil Q_x (Contur A și $\psi^* = 1$.)

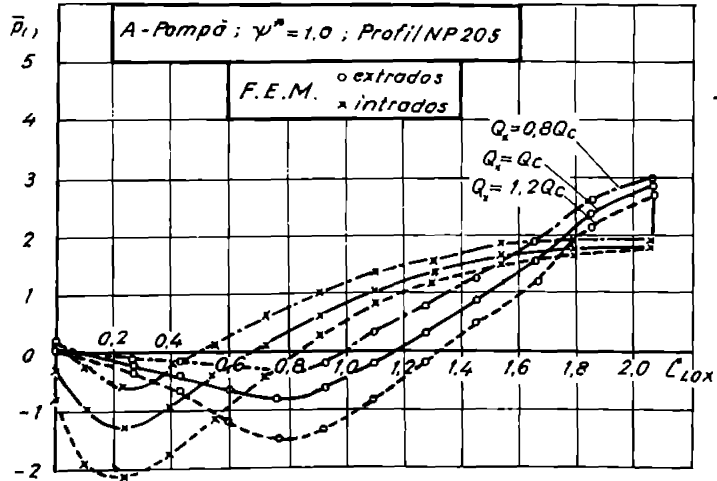


Fig.8.61 Distribuția de presiuni pentru debitul variabil Q_x (Contur A și $\psi^* = 1$.)

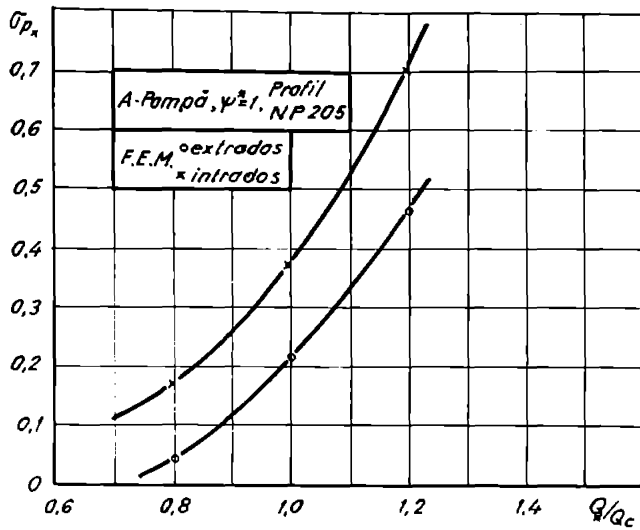


Fig.8.62 Caracteristica de cavitație $\sigma_{px}(Q_x / Q_c)$ (Contur A și $\psi^* = 1$.)

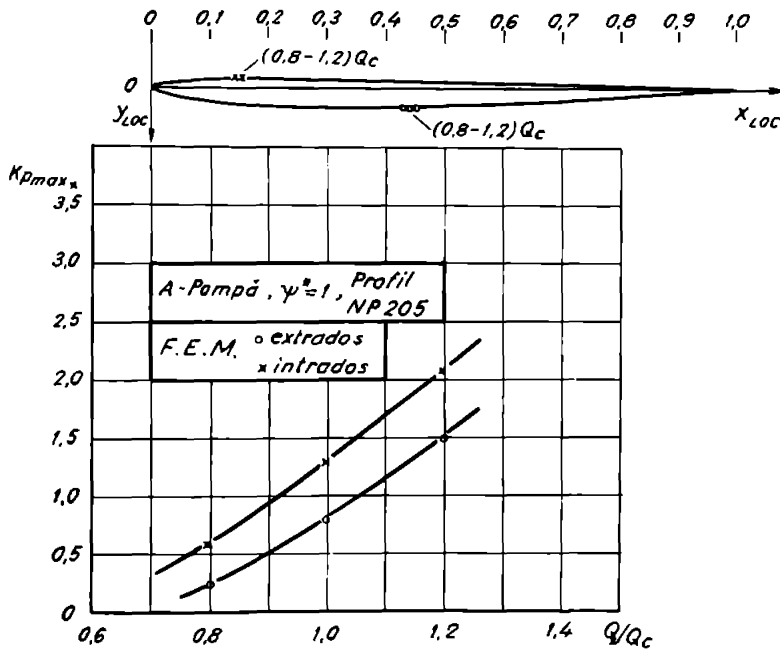


Fig.8.63 Curba de sensibilitate la cavitație $k_{pmax_x}(Q_x / Q_c)$ (Contur A și $\psi^* = 1$.)

Mașina hidraulică radial-axială reversibilă, în condiții de expoatare, funcționează la regimuri de debite orecare Q_x , iar din punct de vedere cavitațional la regimul de pompare se comportă mai defavorabil decât în cel de turbinare. Din acest punct de vedere trebuie, ca la regimul de pompare, să cunoaștem curba caracteristică de cavitație a mașinii, precum și curbele de sensibilitate la cavitație a profilelor dispuse în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere. În acest sens ,pentru rotorul A₁, au fost determinate : distribuțiile de viteze și presiuni (fig.8.52; 8.53, pentru $Q_x = 0.8 Q_C ; Q_C ; 1.2Q_C , \psi^* = 0.3$), (fig. 8.56; 8.57 , $Q_x = 0.7Q_C ; 0.8Q_C ; Q_C ; 1.2Q_C ; 1.4Q_C , \psi^* = 0.6$), (fig. 8.60; 8.61 , $Q_x = 0.8Q_C ; Q_C ; 1.2 Q_C ; \psi^* = 1$), curba caracteristică de cavitație $\sigma_{Px} = f(Q_x / Q_C)$ și curbele de sensibilitate la cavitație $k_{p_{max,x}} = f(Q_x / Q_C)$ care sunt redată grafic în fig. 8.54; 8.55; 8.58; 8.59; 8.62; 8.63.

În tabelul 8.5 au fost centralizate valorile lui $k_{p_{max,x}}$ și σ_{Px} obținute pentru: intradosul și extradosul paletii rotorului A₁, raportul $Q_x / Q_C = 0.8; 1; 1.2$ și $\psi^* = 1; 0.6; 0.3$.

Tabelul 8.5

Cazul	Contur	Profil	ψ^*	$k_{p_{max,x}}$		σ_{Px}		
				intrados	extrados	intrados	extrados	
Pompă	A	NP205	1	0.8	0.52	0.23	0.17	0.04
				1	1.3	0.8	0.37	0.215
				1.2	2.05	1.5	0.7	0.465
			0.6	0.8	0.2	-0.05*	0.02	-0.035*
				1	0.94	0.5	0.17	0.06
				1.2	1.75	1.2	0.36	0.2
			0.3	0.8	0.15	-0.02*	-0.025*	-0.11*
				1	0.8	0.3	0.07	-0.03*
				1.2	1.6	1	0.19	0.06

Valorile lui $k_{p_{max,x}}$, obținute pentru $Q_x / Q_C = 0.8; 1; 1.2$ și $\psi^* = 1; 0.6; 0.3$, sunt cele mai mari la inel ($\psi^* = 1$), unde $k_{p_{max,x}} = 0.52; 1.3; 2.05$. De aici rezultă că sensibilitatea la cavitație a rotorului este mai mare la inel.

Dintre valorile lui σ_{Px} , calculate pentru aceleași valori Q_x / Q_C și ale lui ψ^* precizate anterior, cele mai mari se obțin la inel ($\psi^* = 1$), unde $\sigma_{Px} = 0.17; 0.37; 0.7$. De aici rezultă că pericolul cavitațional este mai mare la inel.

Valorile negative obținute pentru σ_{Px} (- 0.035; - 0.11; - 0.03) se exclud, având în vedere limita de variație a debitului de $\pm 20\%$ față de debitul de calcul Q_C .

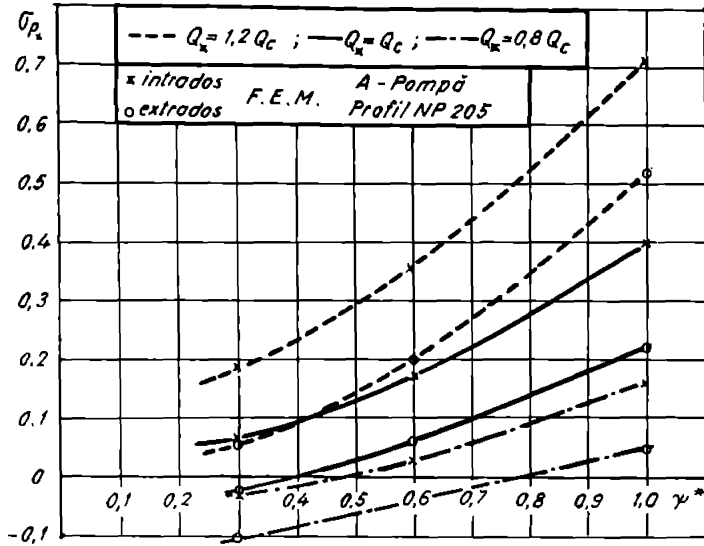


Fig.8.64 Dependența $\sigma_{px}(\psi^*)$ pentru debitul Q_x parametru

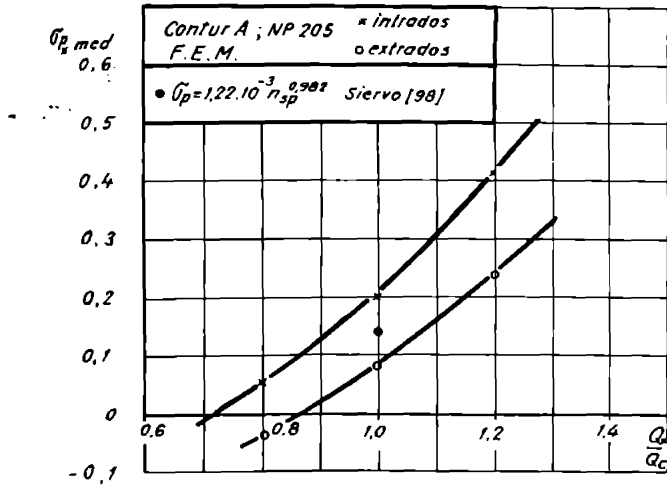


Fig.8.65 Caracteristica de cavitație $\sigma_{px,med}(Q_x / Q_c)$

8.4.1 Concluzii

Mașina hidraulică radial-axială reversibilă funcționează în condiții de exploatare la regimuri de debite Q_x oarecare, atât la funcționarea ca pompă cât și turbină. Comportarea mașinii, din punct de vedere cavitațional, este mai defavorabilă la regimul de pompare față de cel de turbinare [4], [6]. De aceea este necesar să obținem pe cale teoretică curbele de cavitație ale mașinii hidraulice reversibile în că din faza de proiectare. Cu MEF au fost determinate distribuțiile de viteze și presiuni pe paletă rotorului A_1 la debitele $Q_x = [0.8; 1; 1.2]Q_C$ și $\psi^* = 0.3; 0.6; 1$. Din distribuțiile de presiuni se determină $k_{p_{max,x}} = -C_{p_{min,x}}$, iar apoi se calculează σ_{Px} , obținându-se în final curba de cavitație a mașinii $\sigma_{Px} = f(Q_x / Q_C)$ și curbele de sensibilitate la cavitație $k_{p_{max,x}} = f(Q_x / Q_C)$ a profilului aflat în rețeaua de pe suprafața de curent. Pe baza rezultatelor obținute se desprind următoarele concluzii:

- Valorile lui $k_{p_{max,x}}$ sunt mai mari la inel ($\psi^* = 1$), unde $k_{p_{max,x}} = 0.52; 1.3;$
- 2.05. De aici rezultă că sensibilitatea la cavitație a rotorului A_1 este mai mare la inel.
- Valorile cele mai mari ale lui σ_{Px} se obțin la inel, unde $\sigma_{Px} = 0.17; 0.37; 0.7$
- . De aici rezultă că pericolul de cavitație la intrare pe paletă este la inel.

8.5 Distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul funcționării mașinii reversibile ca turbină

Aceste distribuții de viteze și presiuni au fost determinate pe cele trei variante de profile (aceleași ca în cazul pompei) aflate în rețeaua de pe suprafața de curgere dată de $\psi^* = 0.6$ corespunzătoare fiecărui contur A,B,C, în cazul funcționării mașinii reversibile ca turbină și pentru debitul de calcul Q_{TC} .

Pentru obținerea acestor distribuții de viteze și presiuni în lungul loxodromei L_{LOX} au fost realizate în limbaj FORTRAN următoarele programe:

- IOS-PREM.FOR - definește profilul și stabilește datele necesare pentru rețeaua liniară în cazul turbină.
- IOS-RC96.FOR - realizează racordarea bordului de fugă cu o elipsă, în cazul turbină.
- IOS- PROF.FOR - realizează discretizarea profilului în coordonate locale în cazul turbină.
- IOSRDTP1.FOR - realizează o primă discretizare a domeniului de analiză în cazul turbină.
- IOSEFTP1.FOR - realizează discretizarea finală a domeniului de analiză, rezolvă sistemul liniar global (7.57) de unde rezultă valorile globale ale lui ψ^* în nodurile globale, determină distribuția de viteze și presiuni în lungul loxodromei adimensionale L_{LOX} a profilului aflat pe suprafața de curent în cazul turbină.

Aceste programe au fost rulate pe un calculator IBM PC 386SX20MH₂PS2.

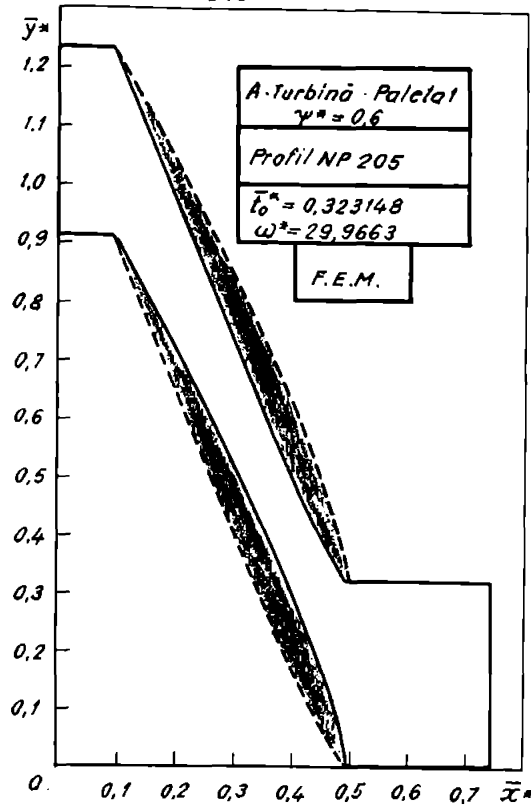


Fig.8.66 Domeniul de analiză

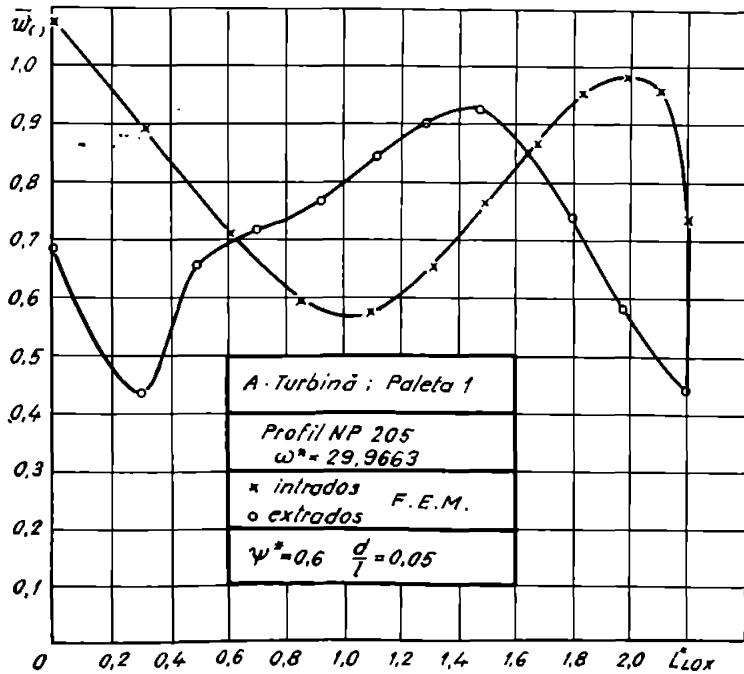


Fig.8.67 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

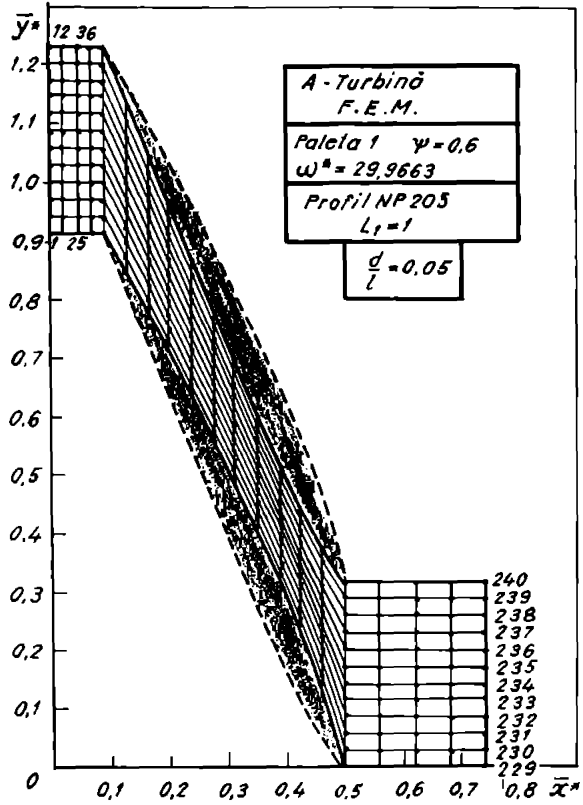


Fig. 8.68 Discretizarea domeniului de analiză

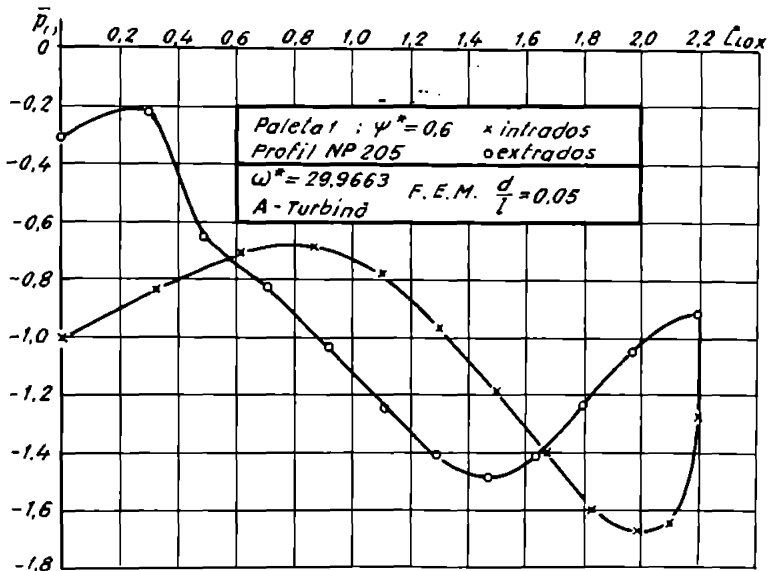


Fig. 8.69 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

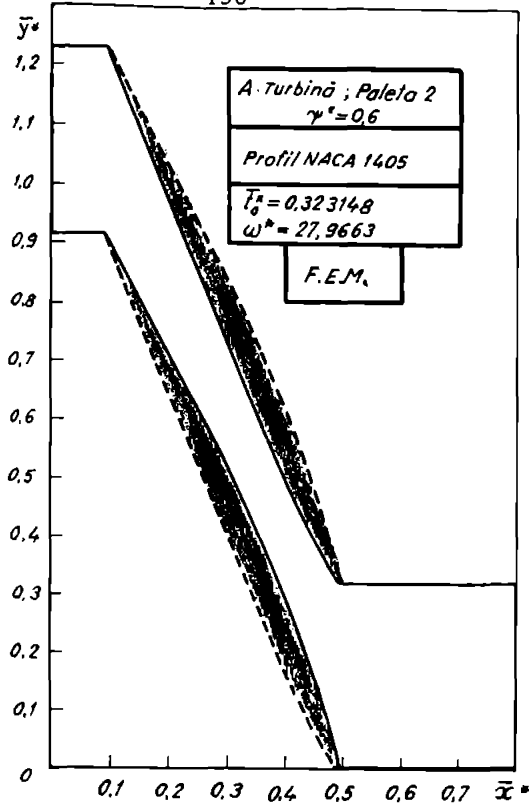


Fig.8.70 Domeniul de analiză

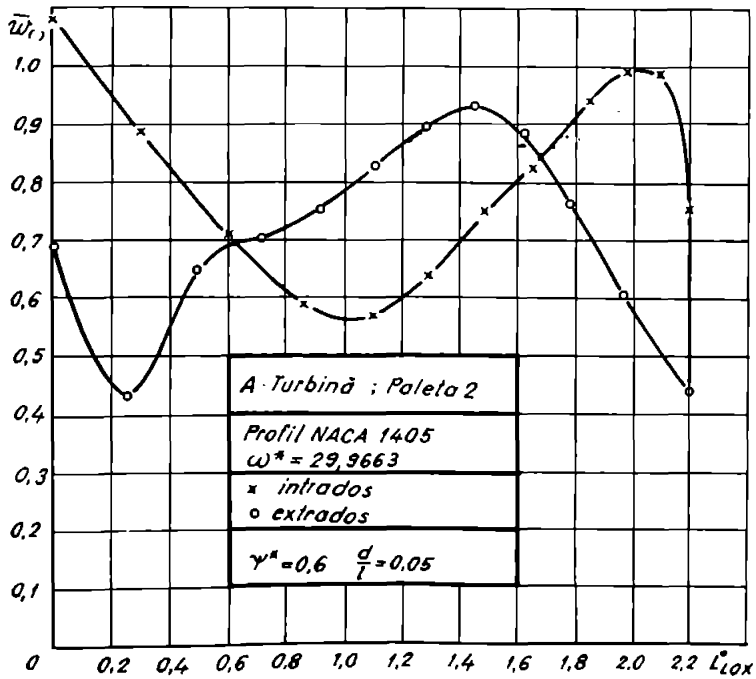


Fig.8.71 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

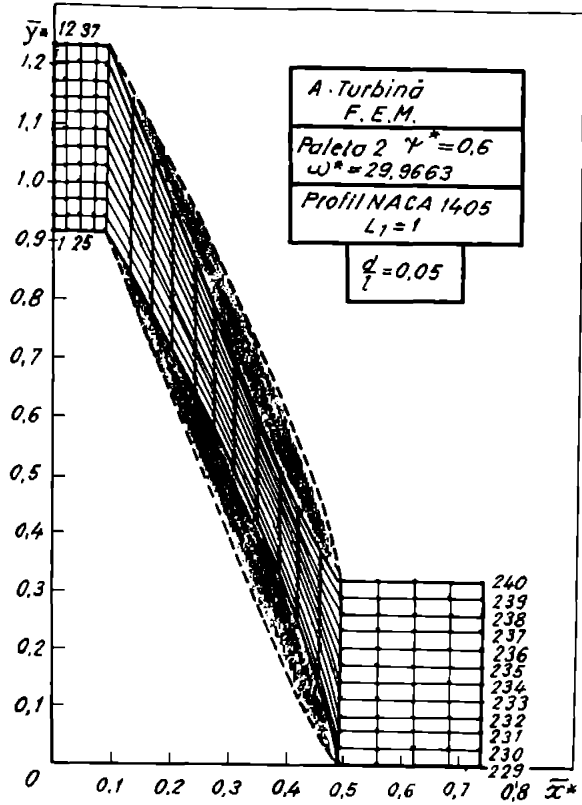


Fig.8.72 Discretizarea domeniului de analiză

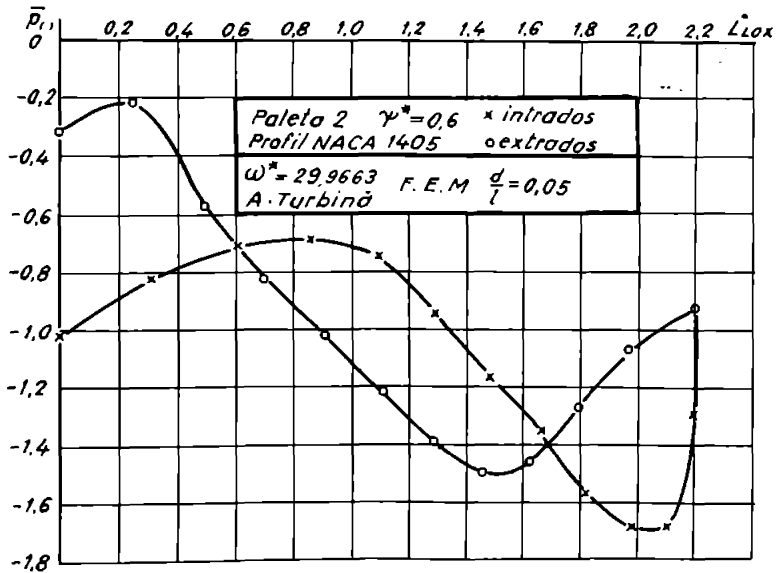


Fig.8.73 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

Fig.8.74 Domeniul de analiză

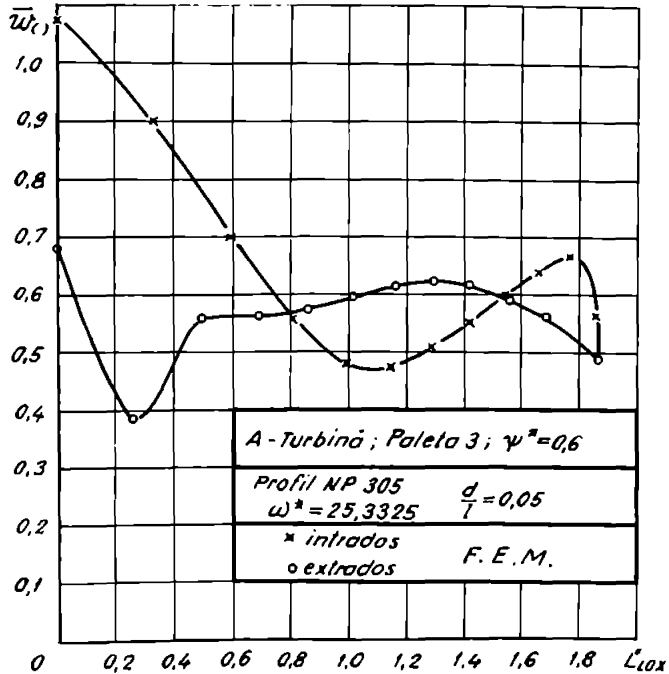
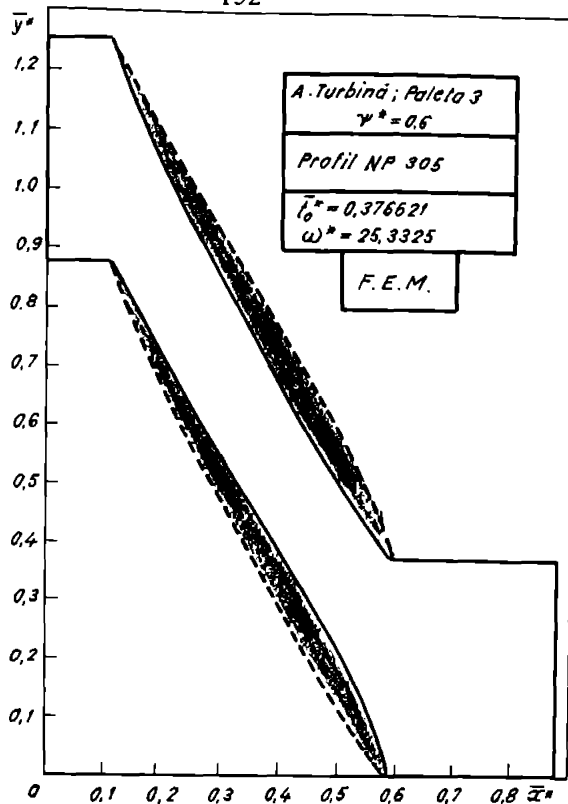


Fig.8.75 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

Fig.8.76 Discretizarea domeniului de analiză

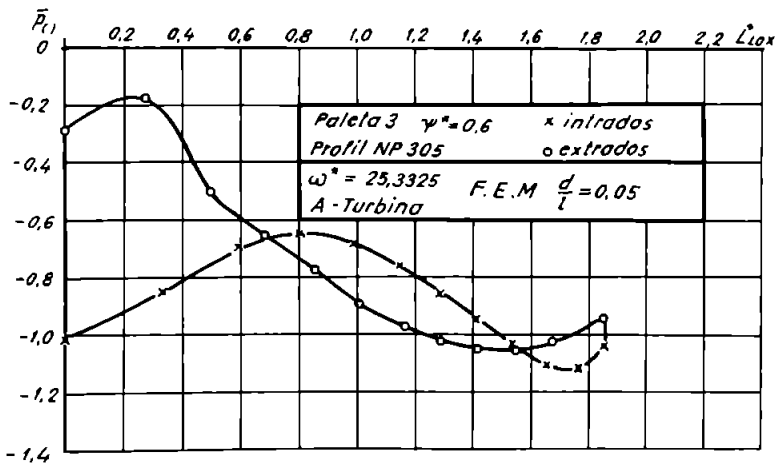
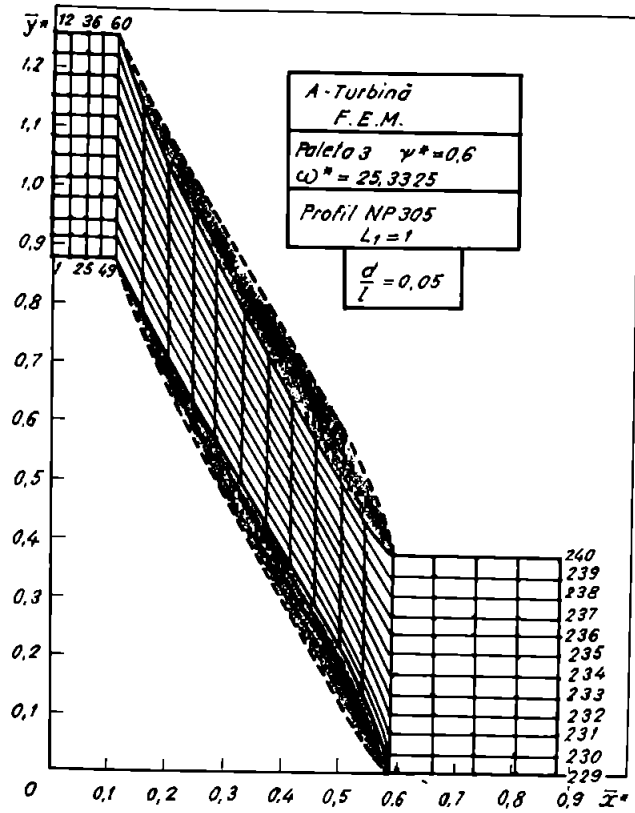


Fig.8.77 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

În vederea unei analize cantitative a distribuțiilor de viteze și presiuni se realizează o suprapunere a acestora pentru cele trei profile, când fiecare se află în rețeaua de pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 0.6$ și corespunzătoare fiecărui contur A, B, C, cu observația că au fost reprezentate și profilele în sistemul local utilizat în cadrul rețelei liniare.

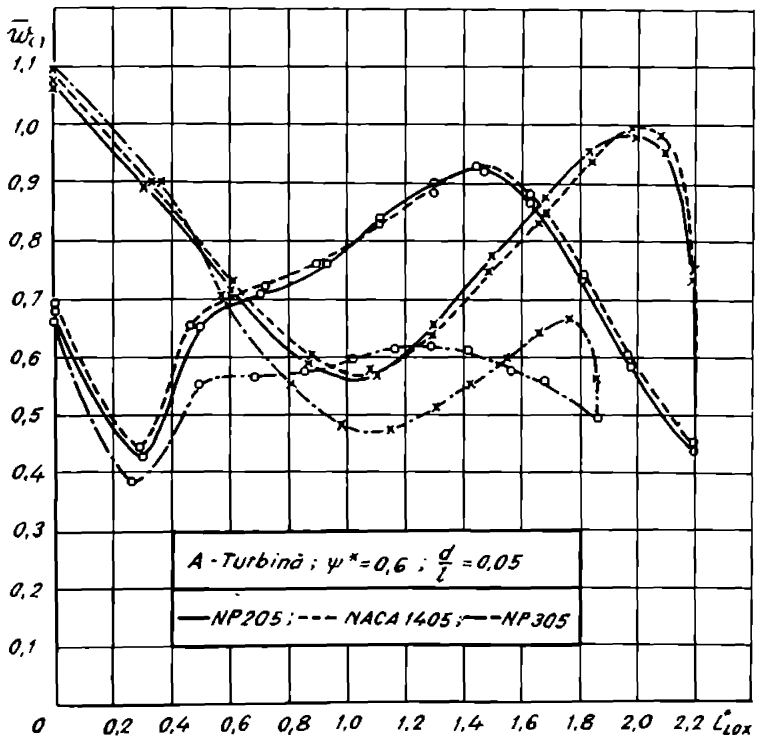
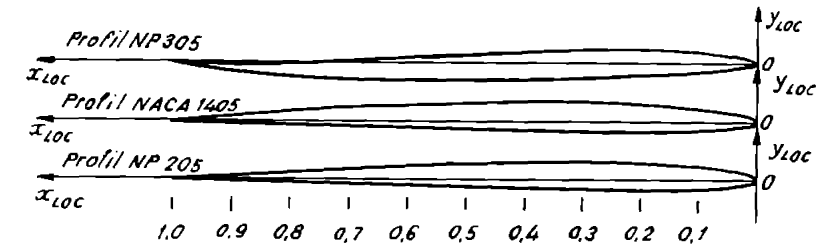


Fig.8.78 Distribuțiile de viteze suprapuse (Contur A , $\psi^* = 0.6$)

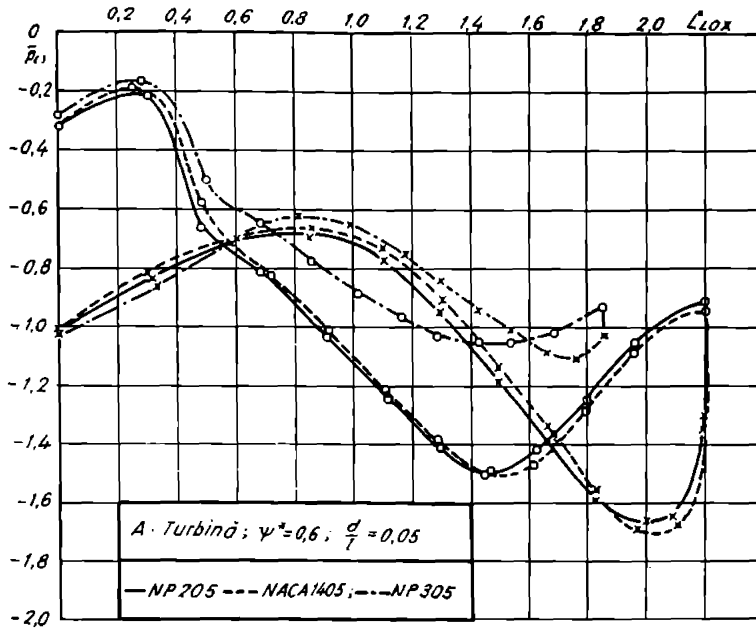


Fig.8.79 Distribuțiile de presiuni suprapuse (Contur A, $\psi^* = 0,6$)

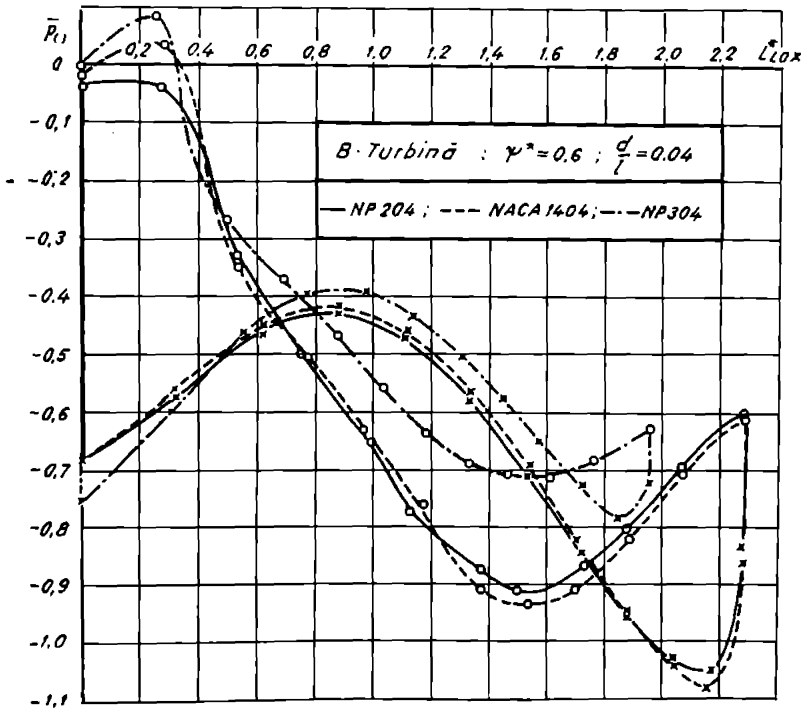


Fig.8.80 Distribuțiile de presiuni suprapuse (Contur B, $\psi^* = 0,6$)

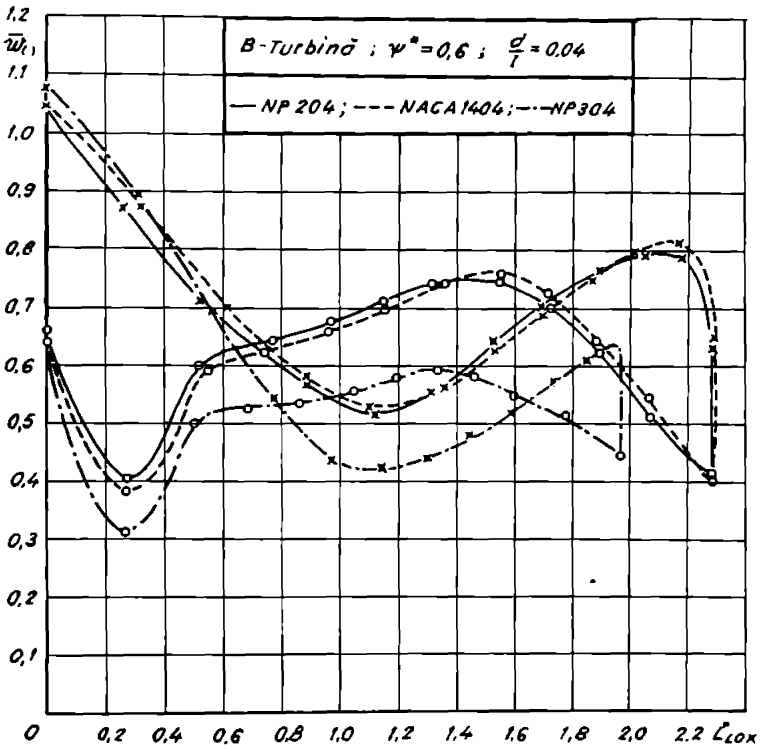
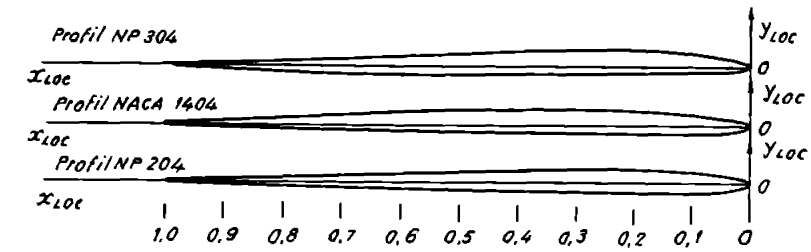


Fig.8.81 Distribuțiile de viteze suprapuse (Contur B, $\psi^* = 0.6$)

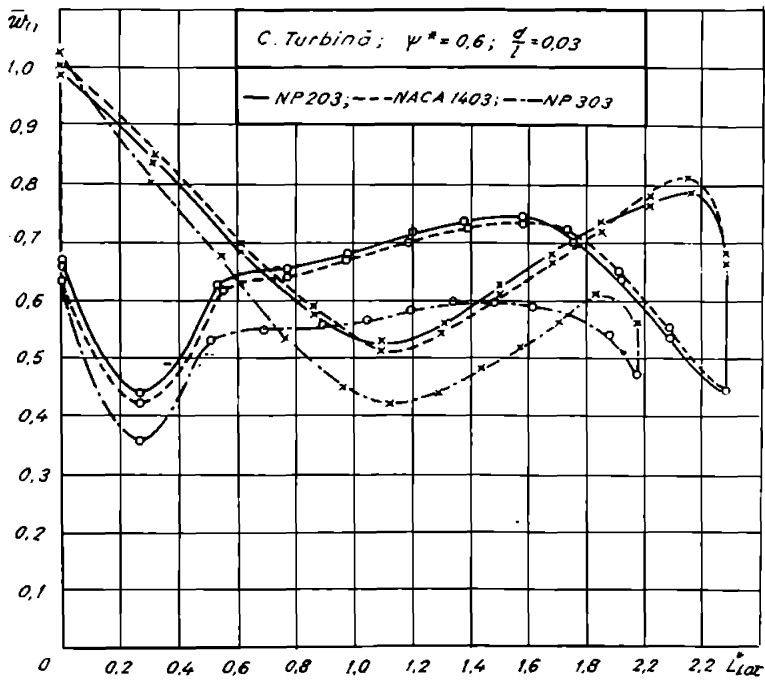
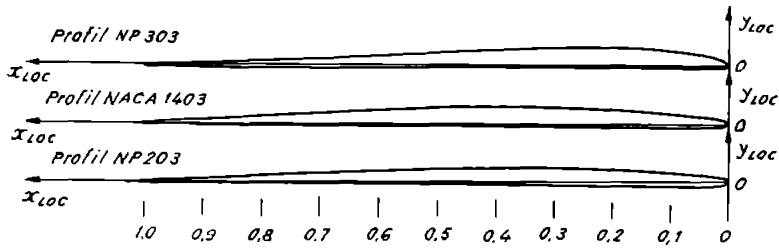


Fig.8.82 Distribuțiile de viteze suprapuse (Contur C, $\psi^* = 0.6$)

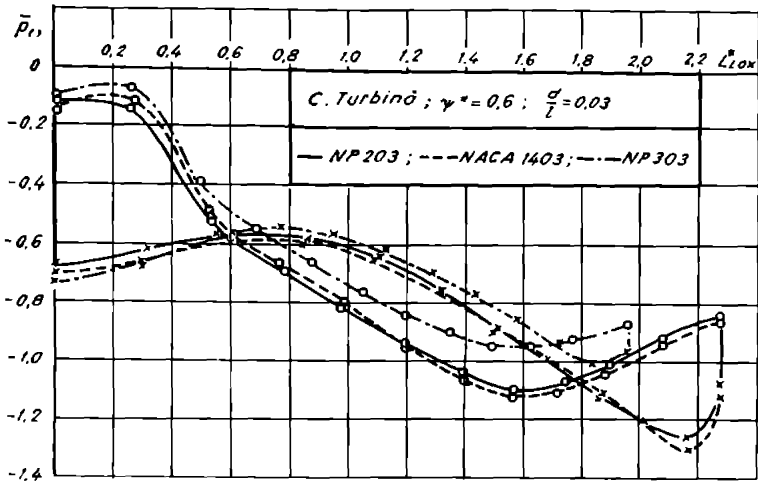


Fig.8.83 Distribuțiile de presiuni suprapuse (Contur C, $\psi^* = 0,6$)

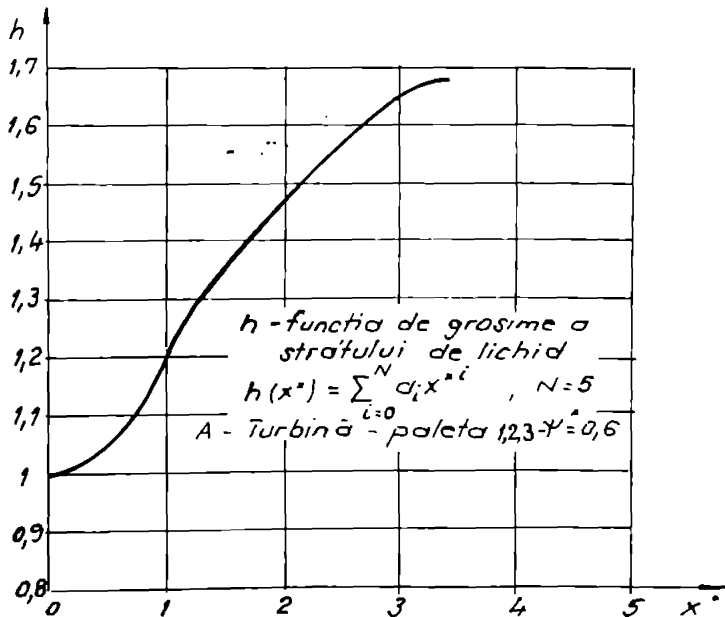


Fig.8.84 Funcția de grosime a strătului de lichid $h(x^*)$ (Contur A, $\psi^* = 0,6$)

Din relațiile (6.38), (6.39) prezentate în cap.6 se observă că $w_{(0)}^{AM}$, $p_{(0)}^{AM}$ reprezintă viteza relativă și presiunea de referință atunci când se definește coeficientul de presiune $\bar{p}_{(0)}$, respectiv C_p . Pentru transpunerea rezultatelor din planul Prasil pe suprafața de curent au fost utilizate relațiile (7.72), (7.74), (7.75), având în vedere tratarea adimensională a problemei în funcția de curent ψ^* din acest plan. Distribuțiile de viteze și presiuni obținute cu MEF pe paleta rotorilor reversibili $A_{1, 2, 3}$, $B_{1, 2, 3}$, $C_{1, 2, 3}$, în cazul funcționării ca turbină (rețeaua radial-axială funcționează în curent invers) la debitul de calcul Q_c și pentru suprafața de curgere dată de $\psi^* = 0.6$, au fost prezentate în fig.8.78, 8.79; fig.8.81, 8.80; fig.8.82, 8.83. Din distribuțiile de presiuni se rețin valorile lui $C_{p_{min}}$, astfel: $C_{p_{min}} = - 1.66; - 1.7; - 1.1$ pentru $A_{1, 2, 3}$, $C_{p_{min}} = - 1.05; - 1.08; - 0.75$ ($B_{1, 2, 3}$), respectiv $C_{p_{min}} = - 1.22; - 1.24; - 1$ ($C_{1, 2, 3}$). Aceste valori arată că rotorii la funcționarea ca turbină se comportă mai defavorabil din punct de vedere cavitațional ca în funcționarea ca pompă, având în vedere $A_{1, 2, 3}$ ($C_{p_{min}} = - 0.94; - 1.03; - 0.18$); $B_{1, 2, 3}$ ($C_{p_{min}} = - 0.45; - 0.5; - 0.15$); $C_{1, 2, 3}$ ($C_{p_{min}} = - 0.21; - 0.23; - 0.1$), ceea ce nu este adevărat [4], [6]. Pentru ca să facem o apreciere corectă asupra comportării la cavitație a rotorilor în regim de turbinare față de cel de pompare pe baza valorilor lui $C_{p_{min}}$, trebuie pentru regimul de turbină să definim coeficientul de presiune $\bar{p}_{(0)}$, respectiv C_p , ținând cont de viteza $w_{(0)}^{AV}$ și presiunea $\bar{p}_{(0)}^{AV}$ ca mărimi de referință, adică: $\bar{p}_{(0)} = (p_{(0)} - p_{(0)}^{AV}) / 2^{-1} \rho (w_{(0)}^{AV})^2$. Distribuțiile de presiuni obținute pe baza celor afirmate anterior sunt prezentate în fig. 8.84a; 8.84b; 8.84c, pentru rotorii $A_{1, 2, 3}$; $B_{1, 2, 3}$; $C_{1, 2, 3}$.

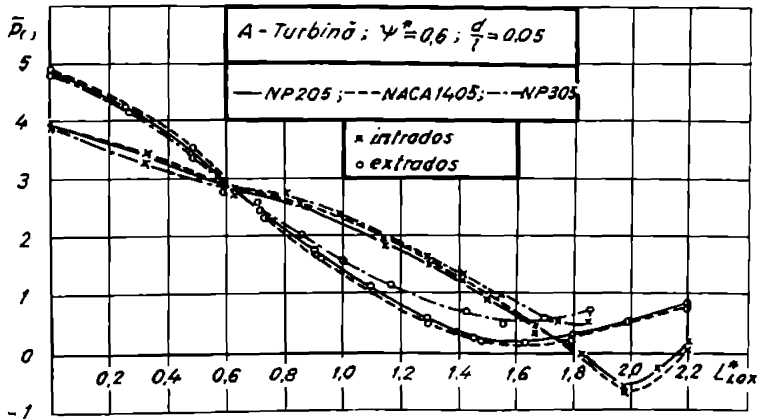


Fig. 8.84a Distribuțiile de presiuni suprapuse (Contur A , $A_{1, 2, 3}$, $\psi^* = 0.6$)

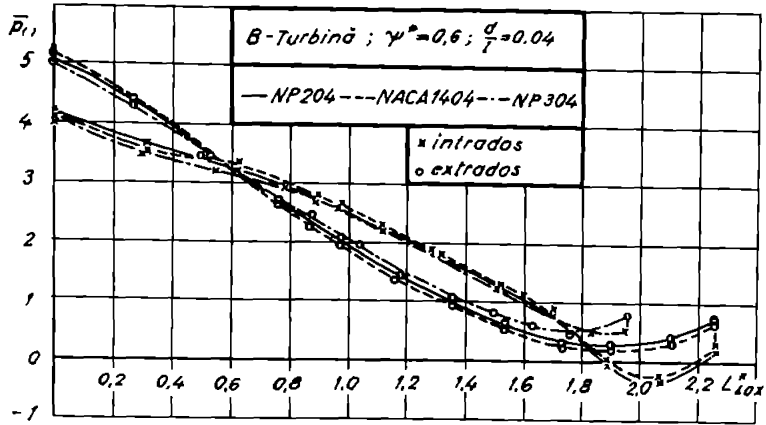


Fig. 8.84b Distribuțiile de presiuni suprapuse (Contur B, $B_{1,2,3}$, $\psi^* = 0.6$)

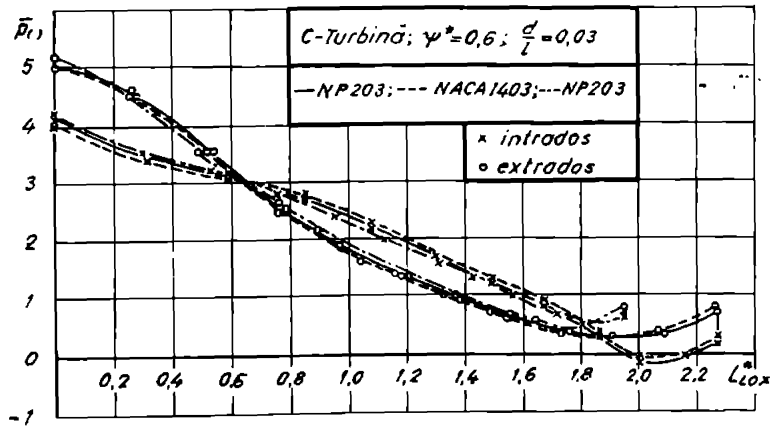


Fig. 8.84c Distribuțiile de presiuni suprapuse (Contur C, $C_{1,2,3}$, $\psi^* = 0.6$)

Din distribuțiile de presiuni prezentate în fig. 8.84a; 8.84b; 8.84c au fost reținute valorile lui $\bar{p}_{() \min}$, care sunt aceleași cu ale coeficientului de presiune minimă $C_{p \min}$, sunt centralizate în tabelul 8.6 atât pentru intradosul cât și extradadosul paletei rotorilor $A_{1,2,3}$, $B_{1,2,3}$, $C_{1,2,3}$. Deasemenea au trecut și valorile loxodromei L_{Lox}^* corespunzătoare punctelor de pe profilul aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent. Aceste valori au fost obținute pentru debitul de calcul Q_c și suprafața de curgere pe care se află rețeaua radial-axială de profile este dată de $\psi^* = 0.6$.

Tabelul 8.6

Cazul	Contur	ψ^*	Profil	$\bar{p}_{() \min}$		L_{Lox}^*	
				intrados	extrados	intrados	extrados
Pompă	A	0.6	NP205	- 0.94	- 0.5	0.22	0.74
			NACA 1405	- 1.03	- 0.6	0.23	0.75
			NP305	0.2	- 0.18	0.1	0.19
	B	0.6	NP204	- 0.45	- 0.25	0.22	0.68
			NACA 1404	- 0.5	- 0.2	0.21	0.57
			NP304	0.3	- 0.15	0.1	0.18
	C	0.6	NP203	- 0.21	0.1	0.12	0.52
			NACA 1403	- 0.23	0.05	0.12	0.51
			NP303	0.35	- 0.1	0.11	0.19
Turbină a)	A	0.6	NP205	- 0.6	0.15	1.98	1.55
			NACA 1405	- 0.7	0.05	1.98	1.55
			NP305	0.45	0.5	1.75	1.56
	B	0.6	NP204	- 0.25	0.3	2.095	1.72
			NACA 1404	- 0.35	0.25	2.09	1.73
			NP304	0.45	0.5	1.84	1.67
	C	0.6	NP203	- 0.1	0.3	2.09	1.78
			NACA 1403	- 0.15	0.2	2.085	1.78
			NP303	0.45	0.5	1.83	1.72

Pe baza valorilor lui $\bar{p}_{() \min}$ se poate afirmă că în regimul de pompare rotorii : $A_{1,2,3}$ pentru care $C_{p \min} = - 0.94; - 1.03; - 0.18$, $B_{1,2,3}$ ($C_{p \min} = - 0.45; - 0.5; - 0.15$), $C_{1,2,3}$ ($C_{p \min} = - 0.21; - 0.23; - 0.1$), se comportă mai defavorabil din punct de vedere cavitațional decât la funcționarea lor în regim de turbinare, când pentru $A_{1,2,3}$ se obține $C_{p \min} = - 0.6; - 0.7; 0.45$, $B_{1,2,3}$ ($C_{p \min} = - 0.25; - 0.35; 0.45$), $C_{1,2,3}$ ($C_{p \min} = - 0.1; - 0.15; 0.45$). Deasemenea, rotorii $C_{1,2,3}$ se comportă cel mai bine din punct de vedere cavitațional în ambele regimuri de funcționare față de $B_{1,2,3}$, $A_{1,2,3}$, iar cel mai defavorabil rotorii $A_{1,2,3}$.

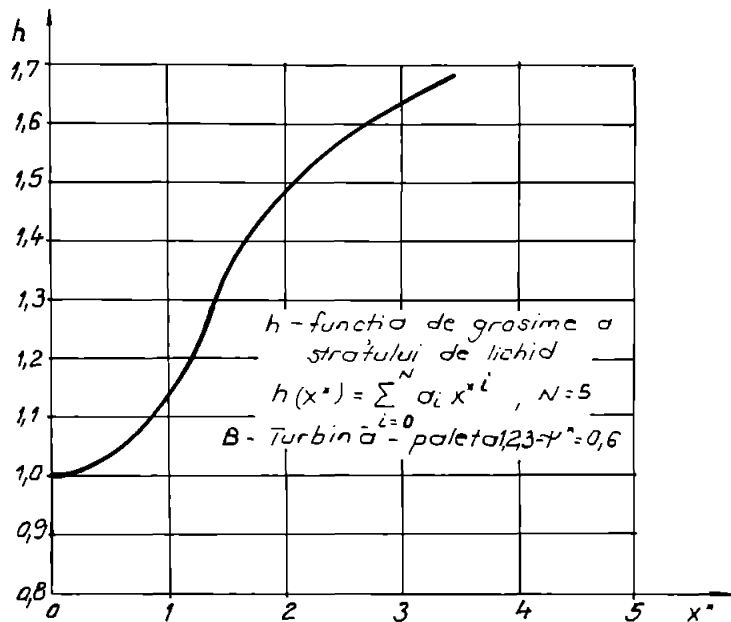


Fig.8.85 Funcția de grosime a stratului de lichid $h(x^*)$ (Contur B, $\psi^* = 0.6$)

8.5.1 Concluzii

Din cele prezentate se desprind următoarele concluzii:

- Rotorii $A_{1,2,3}$ ($C_{p\min} = -0.6; -0.7; 0.45$), $B_{1,2,3}$ ($-0.25; -0.35; 0.45$), $C_{1,2,3}$ ($C_{p\min} = -0.1; -0.15; 0.45$) se comportă mai bine din punct de vedere cavitațional la regimul de turbinare decât la cel de pompare, când pentru $A_{1,2,3}$ se obține $C_{p\min} = -0.94; -1.03; -0.18$, $B_{1,2,3}$ ($C_{p\min} = -0.45; -0.5; -0.15$), $C_{1,2,3}$ ($C_{p\min} = -0.21; -0.23; -0.1$)

- Rotorii $C_{1,2,3}$ se comportă cel mai bine din punct de vedere cavitațional atât la regimul de pompare cât și de turbinare față de rotorii $B_{1,2,3}$, $A_{1,2,3}$.

- Rotorii $A_{1,2,3}$ se comportă cel mai defavorabil din punct de vedere cavitațional la ambele regimuri de funcționare.

- La regimul de pompare pericolul cavitațional apare la intrare pe paleta rotorilor $A_{1,2,3}$ ($L_{Lox}^* = 0.22; 0.23; 0.19$), $B_{1,2,3}$ ($L_{Lox}^* = 0.22; 0.21; 0.18$), $C_{1,2,3}$ ($L_{Lox}^* = 0.12; 0.12; 0.19$).

- La regimul de turbinare pericolul cavitațional apare la ieșire pe paleta rotorilor $A_{1,2,3}$ ($L_{Lox}^* = 1.98; 1.98; 1.75$), $B_{1,2,3}$ ($L_{Lox}^* = 2.095; 2.09; 1.84$), $C_{1,2,3}$ ($L_{Lox}^* = 2.09; 2.085; 1.84$)

CAPITOLUL 9

REZOLVAREA ECUAȚIEI CU DERIVATE PARȚIALE ÎN FUNCȚIA DE CURENT DIN PLANUL PRASIL CU AJUTORUL METODEI RECIPROCITĂȚII DUALE

9.1 Introducere în metoda reciprocității duale(D.R.M.)

Această metodă numerică modernă a fost dezvoltată recent, în scopul rezolvării ecuațiilor de tip Poisson.

9.1.1 Noțiuni generale

Metoda reciprocității duale (D.R.M) este o tehnică numerică modernă, care a fost propusă pentru prima dată de Nardini D. și Brebbia C.A., iar apoi dezvoltată de Nowak A.J, Partridge P.W., Wrobel L.C., [27], [84], [85], iar aceasta are ca obiectiv transformarea integralelor pe domeniu în integrale pe frontieră, ceea ce arată că se bazează pe metoda elementului de frontieră (B.E.M.)

Această metodă reprezintă o tehnică numerică directă, care elimină folosirea celulelor interioare [84], [85] și poate să fie aplicată pe o cale sistematică ca și metoda elementului finit (F.E.M.), dar cu avantajul discretizării frontierei domeniului de analiză și definirii nodurilor interioare acestuia numai în punctele unde soluția trebuie întradevăr cunoscută.

În referințele bibliografice [84], [85] se prezintă rezultatele obținute de: Brebbia, Partridge, Wrobel, Nardini, precum și de alți colaboratori, în ceea ce privește aplicarea metodei reciprocității duale la ecuații de tip Poisson.

9.1.2 Bazele metodei reciprocității duale

Elementele care constituie baza acestei metode vor fi aplicate la ecuația de forma [84], [85]:

$$\nabla^2 u = -b \quad (9.1)$$

unde b poate să fie una sau mai multe funcții dependente de (x, y, u, t) , sau de (x, y, u) , atunci când nu apare ca variabilă timpul.

Soluția u a acestei ecuații (9.1) poate să fie dată de soluția \tilde{u} corespunzătoare ecuației lui Laplace și o soluție particulară \hat{u} , astfel:

$$u = \tilde{u} + \hat{u} \quad (9.2)$$

cu observația că:

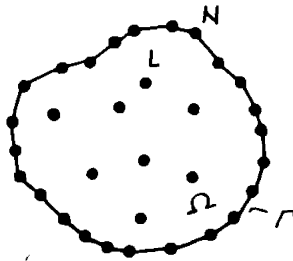
$$\nabla^2 \hat{u} = -b \quad (9.3)$$

În general este dificil să se determine o soluție particulară \hat{u} , care satisface ecuația (9.3) în cazul problemelor neliniare sau dependente de timp, motiv pentru care se propune, în cadrul acestei metode, să se utilizeze o serie limitată a soluției particulare, în locul celei globale \hat{u} .

Astfel în [84], [85] se propune următoarea relație :

$$b = \sum_{j=1}^{N+L} F_j \alpha_j \quad (9.4)$$

unde F_j este o funcție asociată punctului " j ", iar cum avem N noduri pe frontieră și L noduri interioare, ca în fig.9.1, atunci există $(N + L)$ valori pentru F_j .



N - numărul total de noduri pe frontieră

L - numărul total de noduri interioare

Fig.9.1 Nodurile pe frontiera domeniului și în interiorul acestuia

Vom preciza faptul că acești coeficienți α_j sunt inițial necunoscuți.

Soluția particulară $\hat{u} = \frac{r^3}{9}$, pentru $F_j = r$, se obține din ecuația:

$$\nabla^2 \hat{u}_j = F_j = r \quad (9.5)$$

Funcția de distanță r poate să fie interpretată ca o componentă a unei serii de puteri [84], [85], iar prin urmare F se scrie astfel:

$$F = \sum_{m=0}^p r^m \quad (9.6)$$

În [84], [85] sunt prezentate unele rezultate numerice obținute pentru $p = 1, 2, 3$, arătându-se că o precizie bună a soluției se obține și pentru $p = 1$.

Deoarece r este funcția de distanță, înseamnă că fiecare coloană a lui F , F_j conține $(N + L)$ componente, iar fiecare din ele este o sumă de puteri ale distanței r de la punctul j la toate nodurile i de pe frontieră sau din interiorul domeniului.

Ecuația (9.5), pe baza celor precizate anterior, se poate extinde la toate punctele j , astfel :

$$[\nabla^2 \hat{u}_j] = [F_j] = F \quad (9.7)$$

Din (9.7) se observă că F este o matrice de dimensiunea $(N+L) \times (N+L)$, în care fiecare element al acesteia este dat de relația :

$$F_{i,j} = 1 + r_{i,j} + r_{i,j}^2 + \dots + r_{i,j}^m \quad (9.8)$$

până la un anumit număr de termeni considerați, observându-se că F este o matrice pătrată simetrică.

Pe baza celor prezentate se poate scrie că :

$$F_{i,j} \alpha_j = b_i \quad (9.9)$$

unde b_i sunt valorile funcției b în nodul i .

Dacă se face apel la scrierea matriceală se poate determina vectorul α :

$$\alpha = F^{-1} b \quad (9.10)$$

dacă $b = f(x, y)$, adică b este o funcție cunoscută.

Prin multiplicarea ecuației (9.5) cu α , iar apoi dacă se ține cont de (9.6), rezultă relația:

$$b = \sum_{j=1}^{N+L} F_{i,j} \alpha_j = \sum_{j=1}^{N+L} (\nabla^2 \hat{u}_j) \alpha_j \quad (9.11)$$

care, înlocuită în (9.1), ne va conduce la următoarea ecuație:

$$\nabla^2 u = - \sum_{j=1}^{N+L} (\nabla^2 \hat{u}_j) \alpha_j \quad (9.12)$$

care constituie ecuația de bază pentru aplicarea metodei reciprocității duale.

Dacă se aplică tehnica uzuală a elementului de frontieră, în sensul că ecuația (9.12) este multiplicată cu soluția fundamentală u^* [84], iar apoi integrându-se prin părți, se obține:

$$c_i \hat{u}_i = \int_{\Gamma} u^* q d\Gamma + \int_{\Gamma} q^* u d\Gamma = \sum_{j=1}^{N+L} \left\{ \alpha_j \left(\int_{\Gamma} \hat{q}_j u^* d\Gamma - \int_{\Gamma} \hat{u}_j u^* d\Gamma - c_j \hat{u}_j \right) \right\} \quad (9.13)$$

în care q^* reprezintă derivata normală a soluției fundamentale.

După discretizarea frontierei Γ în elemente liniare ca în fig.9.1, ecuația (9.13) se scrie astfel:

$$H u - G q = \sum_{j=1}^{N+L} (G \hat{q}_j - H \hat{u}_j) \alpha_j \quad (9.14)$$

în care matricele H și G au notațiile uzuale [85], [28].

Având în vedere că $F = 1 + r + \dots + r^m$ rezultă, în conformitate cu [85], expresiile soluției particulare \hat{u} și a derivatei sale normale \hat{q} :

$$\hat{u} = \frac{r^2}{4} + \frac{r^3}{9} + \dots + \frac{r^{m+2}}{(m+2)^2} \quad (9.15)$$

$$\hat{q} = \frac{\partial \hat{u}}{\partial n} = - \left(\bar{x} \frac{\partial x}{\partial n} + \bar{y} \frac{\partial y}{\partial n} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{r}{3} + \dots + \frac{r^m}{(m+2)} \right) \quad (9.16)$$

Vom preciza că \bar{x} , \bar{y} din (9.16) sunt cele două componente ale funcției de distanță r , care se scriu astfel [84]:

$$\bar{x} = x_j - x_i \quad ; \quad \bar{y} = y_j - x_i \quad (9.17)$$

iar derivatele lui x , y după direcția normalei au semnificația cunoscută:

$$\frac{\partial x}{\partial n} = \cos(n, x) \quad ; \quad \frac{\partial y}{\partial n} = \cos(n, y) \quad (9.18)$$

și care se obțin pe frontiera Γ , ținând cont de orientarea elementelor de frontieră.

Ecuția (9.14) se poate scrie matriceal sub următoarea formă:

$$H u - G q = (G \hat{Q} - H \hat{U}) \alpha \quad (9.19)$$

Din această ecuație se observă că avem N valori pentru u și N valori pentru q (q - este derivata normală a lui u) pe frontiera domeniului, la care se mai adaugă L valori pentru u și q corespunzătoare nodurilor interioare, cu precizarea că pentru q cele L valori din nodurile interioare sunt egale cu zero.

Toate matricele din (9.19) sunt de dimensiunea $(N + L) \times (N + L)$, iar vectorii u, q, α au dimensiunea $(N + L)$.

Elementele \hat{u}_i și \hat{q}_i ale matricelor \hat{U} și \hat{Q} , cu observația că \hat{q}_i sunt nule pentru $i > N$, se pot determina ținând cont de (9.15), (9.16) în care distanța r_{ij} , de la punctul j la nodul i de pe frontieră sau interior, se scrie astfel:

$$r_{ij} = \left[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 \right]^{1/2} \quad (9.20)$$

Ecuția matriceală (9.19) ne va conduce la un sistem de $(N + L)$ ecuații cu $(2N + L)$ necunoscute, iar după implementarea condițiilor la limită numărul necunoscutelor se reduce la $(N + L)$.

Dintre ecuațiile de tip Poisson specificate în [84], [85], care prezintă interes din punctul nostru de vedere, în sensul că ne vor ajuta la rezolvarea ecuației diferențiale în funcția de curent (7.8), ne interesează următoarele:

$$\nabla^2 u = -f(x, y) \quad (9.21)$$

respectiv

$$\nabla^2 u = -f(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} \quad (9.22)$$

Pentru ecuația (9.21), dacă se ține seama de D.R.M., se obține o ecuație matricială de forma (9.19), în care α se determină ținând cont de (9.10).

În ceea ce privește ecuația (9.22), aceasta dobândește următoarea formă matriceală [84]:

$$H u - G q = R u \quad (9.23)$$

Matricea R se obține astfel:

$$R = S \tilde{F} \frac{\partial F}{\partial x} F^{-1} \quad (9.24)$$

în care

$$S = (G \hat{Q} - H \hat{U}) F^{-1} \quad (9.25)$$

iar \tilde{F} este o matrice diagonală care conține valorile nodale ale lui $f(x, y)$.

9.1.3 Calculul matricelor H și G

Matricele H și G , care intervin în ecuațiile (9.19), (9.23), au notațiile uzuale [28], iar elementele acestora notate cu $H_{i,j}$ și $G_{i,j}$, intră în componența coeficienților sistemului de ecuații liniare care trebuie rezolvat.

Ne propunem să prezentăm modul de determinare a coeficienților $H_{i,j}$ și $G_{i,j}$ pentru cazul când se utilizează elemente liniare în cadrul problemelor bidimensionale.

Pentru astfel de probleme, soluția fundamentală $u^*(\xi, X)$ a ecuației lui Laplace are expresia [28] :

$$u^*(\xi, X) = \frac{1}{2\pi} \ln \left(\frac{1}{r(\xi, X)} \right) \quad (9.26)$$

în care $r(\xi, X)$ este distanța dintre punctul sursă ξ și punctul X , exprimată astfel:

$$r(\xi, X) = \left[(x(\xi) - x(X))^2 + (y(\xi) - y(X))^2 \right]^{1/2} \quad (9.27)$$

Derivata normală a soluției fundamentale (9.26), dacă se ține cont de [28], are următoarea expresie :

$$q^*(\xi, X) = -\frac{1}{2\pi} \frac{[(x(X) - x(\xi))n_x(X) + (y(X) - y(\xi))n_y(X)]}{r^2(\xi, X)} \quad (9.28)$$

9.1.3.1 Calculul coeficienților $H_{i,j}$

Acești coeficienți dacă se ține seama de [28], [85] se scriu astfel:

$$H_{i,j} = \begin{cases} \hat{H}_{i,j} & \text{pentru } i \neq j \\ \hat{H}_{i,j} + c_i & \text{pentru } i = j \end{cases} \quad (9.29)$$

Pentru calculul coeficienților $\hat{H}_{i,j}$ se utilizează relația [28]:

$$\hat{H}_{i,j} = h_{i,j-1}^2 + h_{i,j}^1 \quad (9.30)$$

în care i reprezintă nodul, iar $j-1$, respectiv j sunt două elemente de frontieră consecutive.

Astfel, pentru un element oarecare j , vom calcula $h_{i,j}^1$ și $h_{i,j}^2$ în conformitate cu [28]:

$$h_{i,j}^1 = \int_{\Gamma_j} \varphi_1 q^* d\Gamma \quad ; \quad h_{i,j}^2 = \int_{\Gamma_j} \varphi_2 q^* d\Gamma \quad (9.31)$$

unde funcțiile de interpolare pe element φ_1 și φ_2 au expresiile:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2}(1 - \eta) \quad ; \quad \varphi_2 = \frac{1}{2}(1 + \eta) \quad (9.32)$$

Pentru cazul când $i = j$ vom utiliza următoarea relație:

$$H_{ii} = -\sum H_{i,j} \quad ; \quad \text{pentru } i \neq j \quad (9.33)$$

Vom face precizarea că acești coeficienți $H_{i,j}$ sunt nuli pentru $i \leq N$ și $j > N$; iar pentru $i > N$ și $j > N$ sunt nenuli doar H_{ii} .

9.1.3.2 Calculul coeficienților $G_{i,j}$

Coeficienții $G_{i,j}$, pentru cazul în care $i \neq j$, se calculează astfel [28]:

$$G_{i,j} = g_{i,j-1}^2 + g_{i,j}^1 \quad (9.34)$$

iar

$$g_{i,j}^1 = \int_{\Gamma_j} \varphi_1 u^* d\Gamma \quad ; \quad g_{i,j}^2 = \int_{\Gamma_j} \varphi_2 u^* d\Gamma \quad (9.35)$$

Acești coeficienți, în cazul în care $i = j$, se calculează analitic astfel:

$$G_{ii} = \frac{l_{i-1}}{2} \left[\frac{3}{2} - \ln(l_{i-1}) \right] + \frac{l_i}{2} \left[\frac{3}{2} - \ln(l_i) \right] \quad (9.36)$$

unde l_{i-1} și l_i sunt lungimile celor două elemente de frontieră învecinate, ale căror contribuții se însumează în nodul i .

Vom face precizarea că acești coeficienți $G_{i,j}$ sunt nuli pentru $j > N$.

9.2 Rezolvarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil utilizând metoda reciprocității duale(D.R.M.)

Ne propunem să rezolvăm ecuația ecuația adimensională cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil pentru cazul pompă (7.8) folosind D.R.M.

Pentru a înțelege maniera în care s-a aplicat această metodă numerică, având în vedere că obiectivul nostru este acela de a obține în final distribuțiilor de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curgere, adică pe paletă, vom scrie ecuația adimensională cu derivate parțiale în funcția de curent:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{x}^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial \bar{y}^{*2}} - \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} - h(\bar{x}^*)(r_0^{-1} r^*)^2 f_p^* = 0 \quad (9.37)$$

Vom preciza că, față de ceea ce s-a prezentat anterior în legătură cu D.R.M., variabilele x, y trec în \bar{x}^*, \bar{y}^* în conformitate cu (9.37) și domeniul de analiză prezentat în fig.9.2, iar pentru F, \hat{u} și \hat{q} se propun relațiile [84], [85]:

$$F = 1 + r^m \quad (9.38)$$

$$\hat{u} = \frac{r^2}{4} + \frac{r^{m+2}}{(m+2)^2} \quad ; \quad \hat{q} = -\left(\bar{x} \frac{\partial x}{\partial n} + \bar{y} \frac{\partial y}{\partial n}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{r^m}{m+2}\right) \quad ; \quad m=1 \quad (9.39)$$

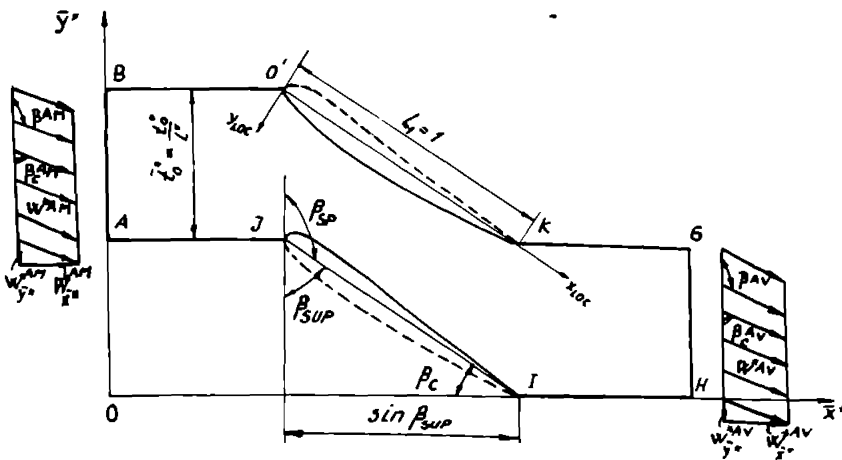


Fig.9.2 Domeniul de analiză în planul $\bar{x}^*o\bar{y}^*$ în cazul pompă

Pentru rezolvarea ecuației (9.37) cu D.R.M., având în vedere domeniul de analiză din fig.9.2, se scriu aceleași condiții la limită ca în cazul utilizării F.E.M., astfel:

$$\begin{aligned}
 \psi^* &= 0 \text{ pe } JI \\
 \psi^* &= \bar{i}_0^* \text{ pe } O'K \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= \text{ctg}\beta^{AM} = -\text{ctg}\beta_c^{AM} \text{ pe } AB \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= -\text{ctg}\beta^{AV} = \text{ctg}\beta_c^{AV} \text{ pe } HG \\
 \psi^* &= \psi_{AB,IH}^* + \bar{i}_0^* \text{ pe } BO', KG \\
 \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*} &= -\left(\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}}\right)_{AJ,IH} \text{ pe } BO', KG
 \end{aligned} \tag{9.40}$$

Ecuația (9.37) se poate scrie sub forma:

$$\nabla^2 \psi^* = b \tag{9.41}$$

în care b reprezintă suma a doi termeni, notați astfel:

$$\alpha = h(\bar{x}^*)(r_0^{*-1} r^*)^2 f_p^* \quad ; \quad c = \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} \tag{9.42}$$

Pe baza aplicării metodei reciprocității duale se obține, pentru (9.41), următoarea ecuație matriceală:

$$H\psi^* - Gq = (H\hat{U} - G\hat{Q})(\alpha + \lambda) \tag{9.43}$$

în care

$$\alpha = F^{-1}a \quad ; \quad \lambda = F^{-1}c \tag{9.44}$$

Ecuația matriceală (9.43), dacă se ține seama de [62], [85], se poate scrie sub următoarea formă finală:

$$(H + R)\psi^* - Gq = (H\hat{U} - G\hat{Q})F^{-1}a \tag{9.45}$$

cu observația că:

$$\left\{ \frac{h'(\bar{x}^*)}{h(\bar{x}^*)} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} \right\} = \bar{F} \frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{x}^*} \tag{9.46}$$

Ecuația matriceală (9.45) ne va conduce la un sistem de $(N + L)$ ecuații liniare cu $(2N + L)$ necunoscute, care după implementarea condițiilor la limită numărul necunoscutelor se reduce la $(N + L)$, în sensul că cele N necunoscute în nodurile de pe frontiera domeniului sunt date de valorile lui ψ^* și $\frac{\partial \psi^*}{\partial \bar{n}^*}$, iar cele L necunoscute din nodurile interioare sunt date de valorile lui ψ^* .

Față de această metodă de rezolvare directă a sistemului de ecuații liniare rezultat din (9.45), în această lucrare se propune o metodă iterativă.

În cadrul acestui procedeu iterativ se pornește de la soluția ecuației lui Laplace :

$$\Delta \tilde{\psi}^* = 0 \quad (9.47)$$

Vom rezolva prima dată, având în vedere că frontiera domeniului de analiză se discretizează în N elemente liniare și se stabilesc cele L noduri interioare, următorul sistem de ecuații liniare:

$$\sum_{j=1}^N H_{i,j} \tilde{\psi}_j^* - \sum_{j=1}^N G_{i,j} \tilde{q}_j = 0 \quad ; \quad i = 1, N \quad (9.48)$$

care, în urma implementării condițiilor la limită (9.40), ne permite să obținem valorile $\tilde{\psi}_j^*$ și ale derivatei sale normale \tilde{q}_j în nodurile de pe frontieră unde acestea nu se cunosc.

Pe baza reprezentării integrale scrisă sub formă discretizată [28]:

$$\tilde{\psi}_i^* = \sum_{j=1}^N G_{i,j} \tilde{\psi}_j^* - \sum_{j=1}^N \hat{H}_{i,j} \tilde{q}_j \quad ; \quad i = N+1, N+L \quad (9.49)$$

se obțin valorile $\tilde{\psi}_i^*$ în cele L noduri interioare.

Cunoașterea valorilor $\tilde{\psi}_j^*$ atât pentru cele N noduri de pe frontieră cât și pentru cele L noduri interioare, ne permite să determinăm vectorul $\frac{\partial \tilde{\psi}^*}{\partial \tilde{x}^*}$ ca start pentru $\frac{\partial \psi^*}{\partial \tilde{x}^*}$ și să trecem apoi la rezolvarea următorului sistem algebric valabil pe frontieră:

$$\sum_{j=1}^N H_{i,j} \psi_j^* - \sum_{j=1}^N G_{i,j} q_j = \sum_{k=1}^{N+L} (\alpha_k + \lambda_k) \left(c_i \hat{u}_{i,k} + \sum_{j=1}^N \hat{H}_{i,j} \hat{u}_{j,k} - \sum_{j=1}^N G_{i,j} \hat{q}_{j,k} \right) \quad (9.50)$$

când $i = 1, N$, iar pentru determinarea valorilor ψ_i^* în cele L noduri interioare, se utilizează următoarea reprezentare integrală sub formă discretizată :

$$\psi_i^* = \sum_{j=1}^N G_{i,j} q_j - \sum_{j=1}^N \hat{H}_{i,j} \psi_j^* + \sum_{k=1}^{N+L} (\alpha_k + \lambda_k) \left(\hat{u}_{i,k} + \sum_{j=1}^N \hat{H}_{i,j} \hat{u}_{j,k} - \sum_{j=1}^N G_{i,j} \hat{q}_{j,k} \right) \quad (9.51)$$

pentru $i = N+1, N+L$, având în vedere că vectorii α , λ se determină din (9.44).

Pentru calculul vectorului λ vom lua în considerare relațiile [85] :

$$\psi^* = F\beta \quad ; \quad \frac{\partial \psi^*}{\partial \tilde{x}^*} = \frac{\partial F}{\partial \tilde{x}^*} \beta \quad (9.52)$$

Procedeuul continuă prin a rezolva sistemul (9.50), a utiliza (9.51), (9.52), (9.44) până când :

$$\left| \psi_{k(n)}^* - \psi_{k(n-1)}^* \right| < \varepsilon \quad k = 1, N+L \quad (9.53)$$

în care n reprezintă iterația și ε este o valoare impusă.

CAPITOLUL 10

APLICAREA METODEI RECIPROCIȚĂȚII DUALE (D.R.M.) LA DETERMINAREA DISTRIBUȚIILOR DE VITEZE ȘI PRESIUNI PE PROFILELE DE PE SUPRAFAȚA DE CURENT ÎN CAZUL FUNCȚIONĂRII MAȘINII RADIAL-AXIALE REVERSIBILE CA POMPĂ

În acest capitol se prezintă distribuțiile de viteze și presiuni pe profilele aflate în rețeaua de pe suprafața de curent, deci pe paletă în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă, care au fost obținute în urma rezolvării ecuației (9.37) cu ajutorul D.R.M. și ținând seama de relațiilor (7.12), (7.72), (7.74), (7.75).

Distribuțiile de viteze și presiuni pe profilele aflate în rețeaua de pe suprafața de curent, reprezentate în lungul loxodromei L_{LOX} , au fost obținute pentru debitul de calcul Q_c în cazul contururilor A, B, dar și la regimuri variabile pentru debite Q_x în cazul conturului A când se utilizează profilul NP205.

În cadrul studiului la regimuri variabile s-a urmărit și determinarea caracteristicii de cavitație $\sigma_{Px}(Q_x/Q_c)$, precum și a curbelor de sensibilitate la cavitație $k_{pmax,x}(Q_x/Q_c)$ pentru profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent.

Pentru obținerea acestor rezultate numerice a fost realizat un pachet de programe în limbaj FORTRAN pentru calculatoare IBM PC, care conține primele trei programe (IOS-PREM.FOR, IOS-RC96.FOR, IOS-PROF.FOR) de la metoda elementului finit, la care se adaugă următoarele:

- IOSMAIN1.FOR - (Rularea I) - realizează discretizarea frontierei și determină punctele din interiorul domeniului de analiză din planul Prasil.
- IOS-CFIN.FOR - determină coeficienții H_j și G_j ai sistemului liniar pentru nodurile de pe frontieră și punctele din interior, termenii liberi care nu se schimbă de la o iterație la alta, liniile matricei ($H\hat{U} - G\hat{Q}$)
- IOS-OMG1.FOR- determină termenii în care apare ω_p^* , adică α_j .
- IOSMAIN1.FOR- determină printr-un procedeu iterativ, care a fost prezentat în cap.9 la rezolvarea ecuației (9.37), doar valorile necunoscute ψ_j^* și a derivatei normale a lui ψ^* notate cu q_j , pentru $j = 1, N + L$, iar apoi pe baza relațiilor (7.12), (7.72), (7.74), (7.75) se obțin vitezele și presiunile adimensionale în nodurile de pe frontiera profilului aflat în rețeaua de pe suprafața de curent.

10.1 Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe profilele aflate în rețeaua de pe suprafața de curent în cazul contururilor A, B și pentru debitul de calcul Q_c

Aceste distribuții se obțin în cazul când suprafața de curent este dată de $\psi^* = 0.6$ și pentru profilele: NP205, NACA 1405, NP204, NACA 1404, NP304.

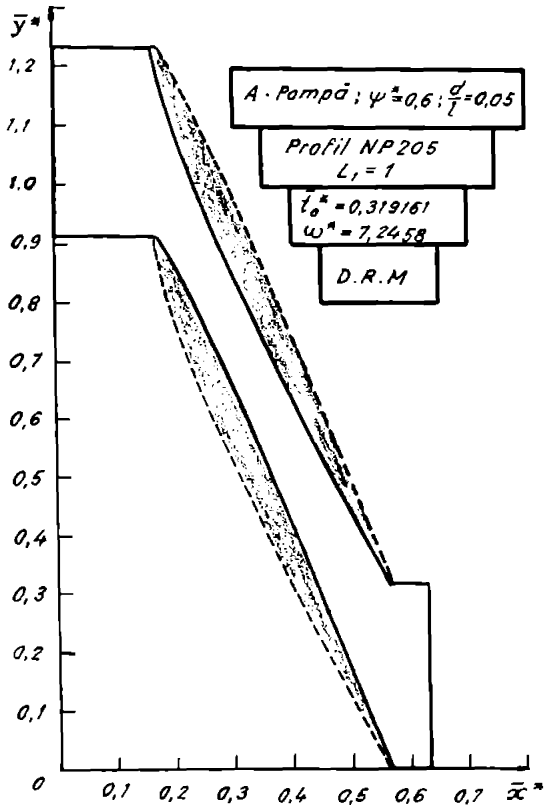


Fig.10.1 Domeniul de analiză din planul Prasil

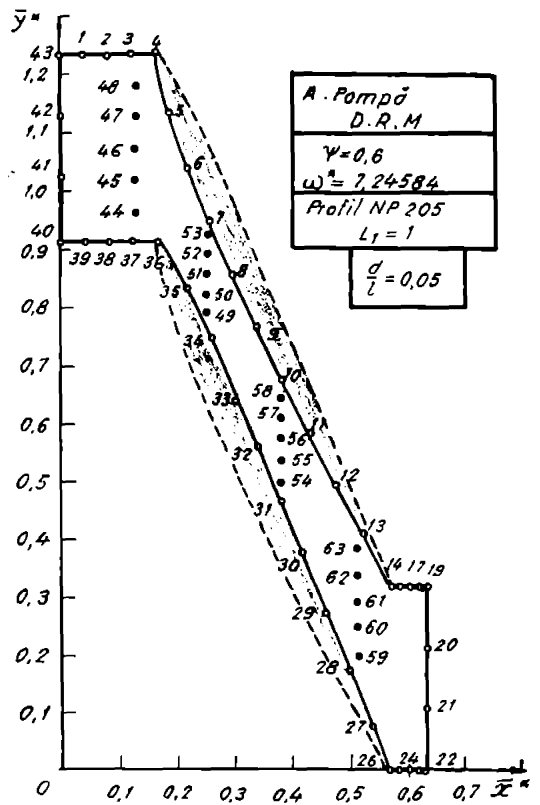


Fig.10.2 Discretizarea frontierei și nodurile interioare domeniului

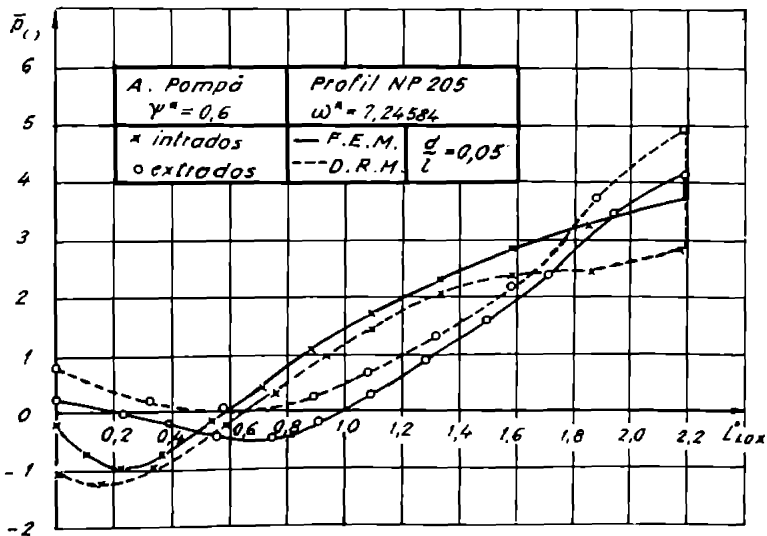


Fig.10.3 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

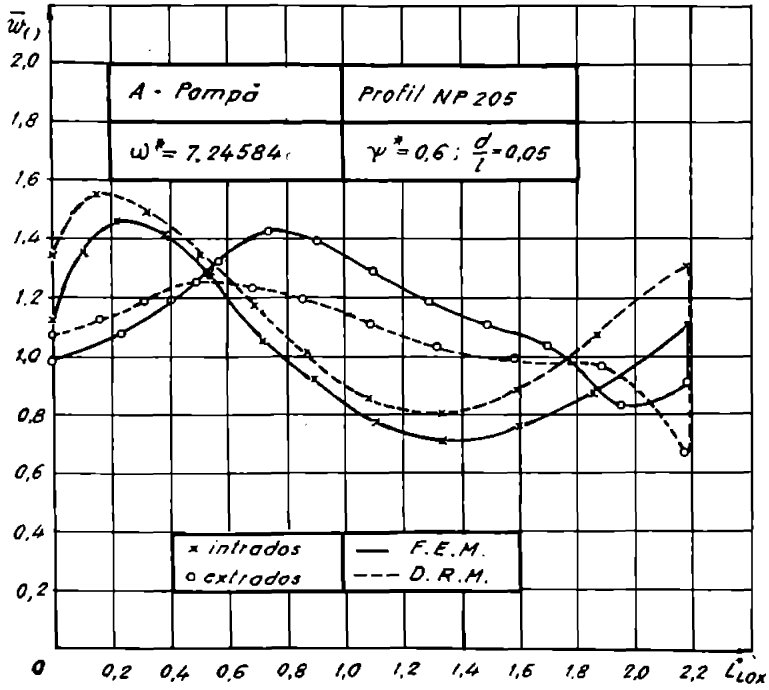


Fig.10.4 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

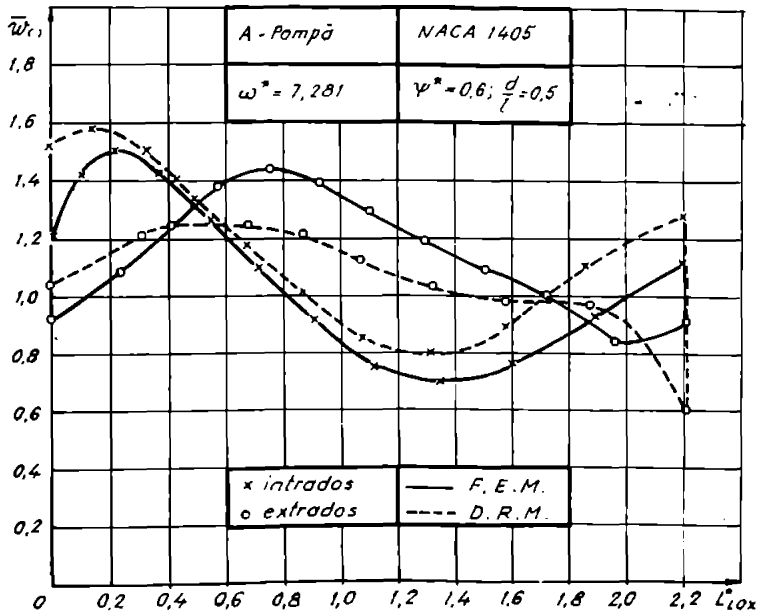


Fig.10.5 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

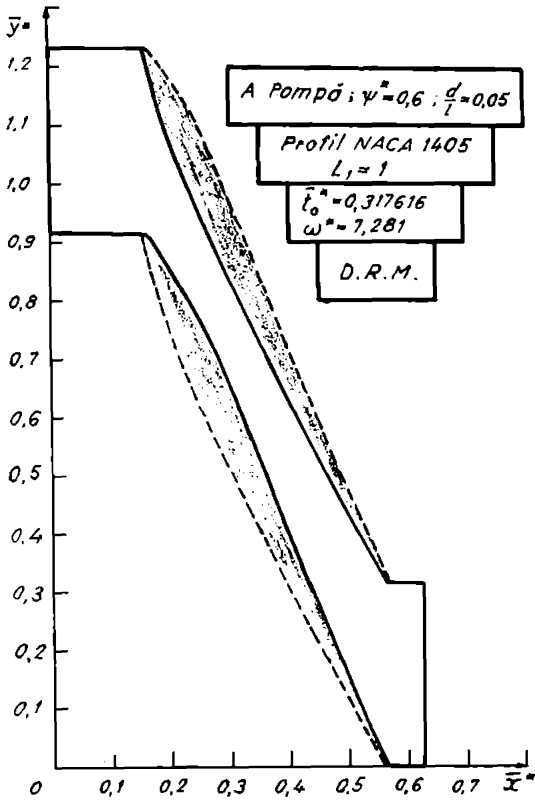


Fig. 10.6 Domeniul de analiză din planul Prasil

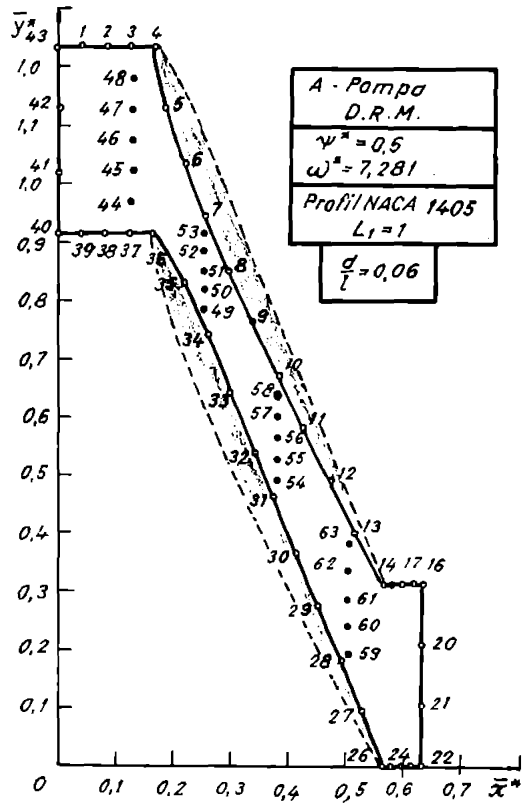


Fig. 10.7 Discretizarea frontierei nodurile interioare domeniului

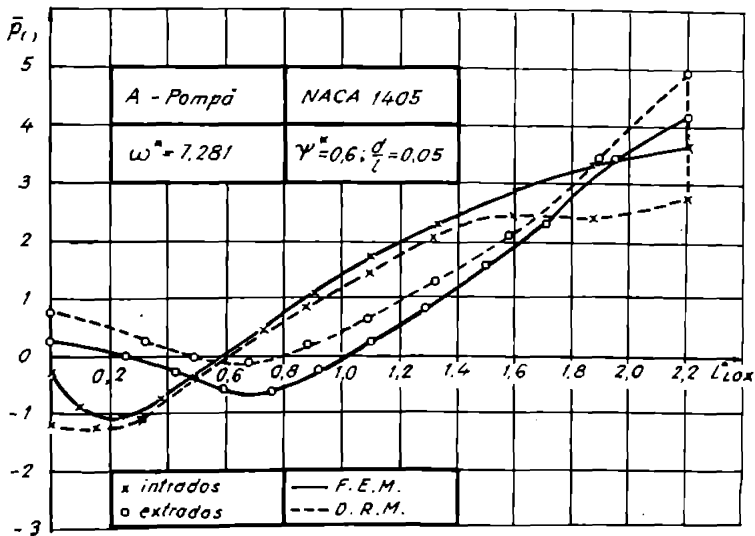


Fig. 10.8 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

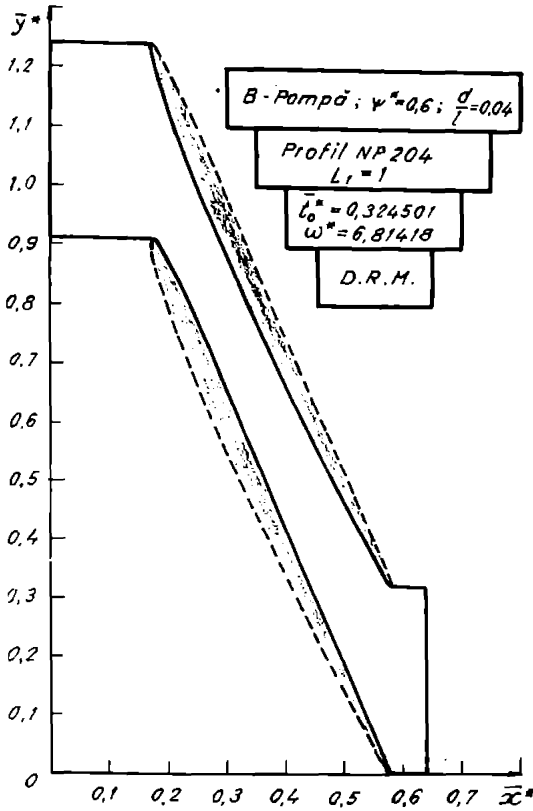


Fig.10.9 Domeniul de analiză din planul Prasil

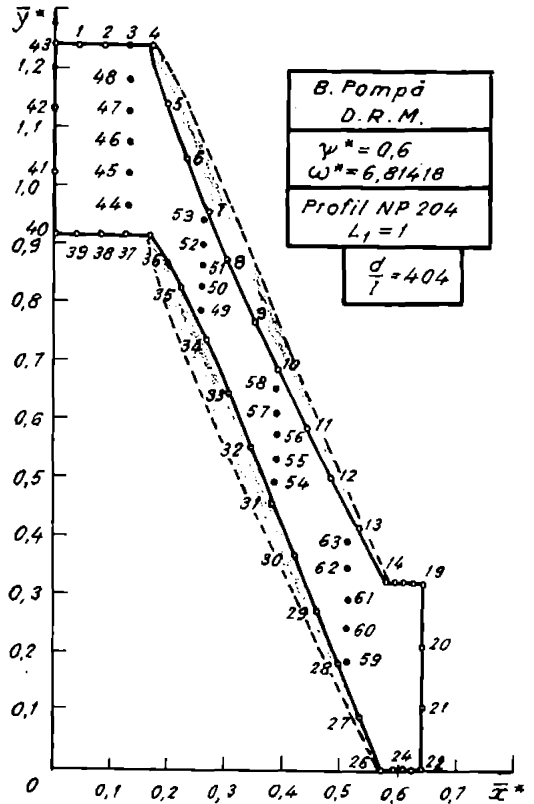


Fig.10.10 Discretizarea frontierei și nodurile interioare domeniului

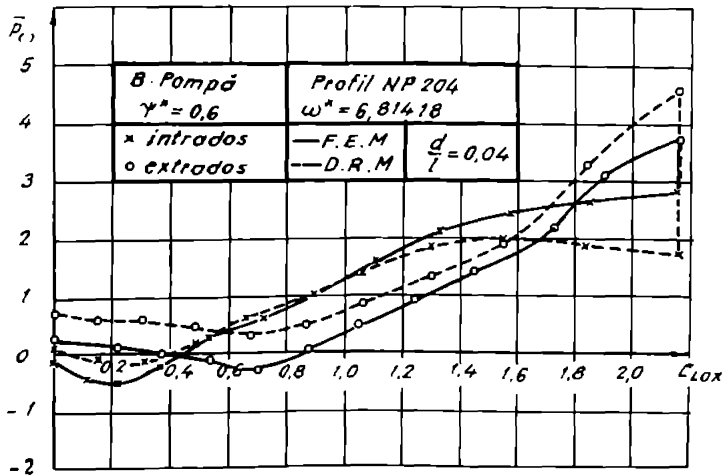


Fig.10.11 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

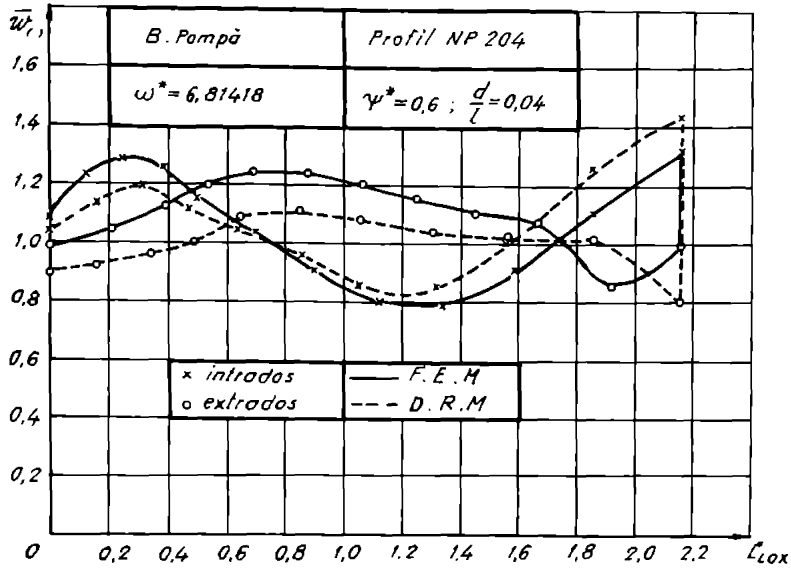


Fig.10.12 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

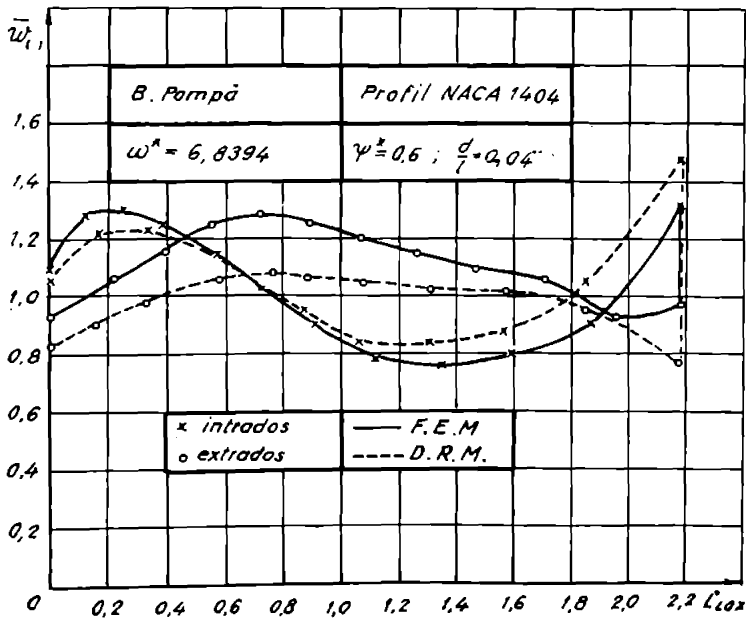


Fig.10.13 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

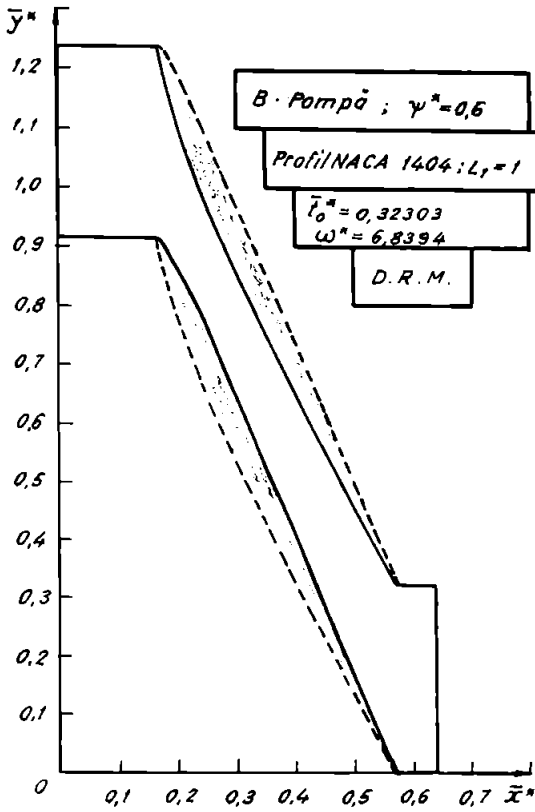


Fig.10.14 Domeniul de analiză din planul Prasil

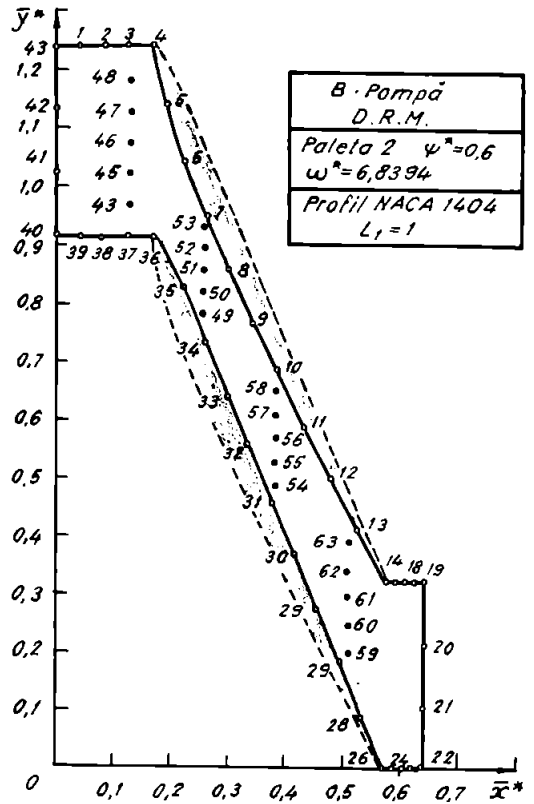


Fig.10.15 Discretizarea frontierei și nodurile interioare domeniului

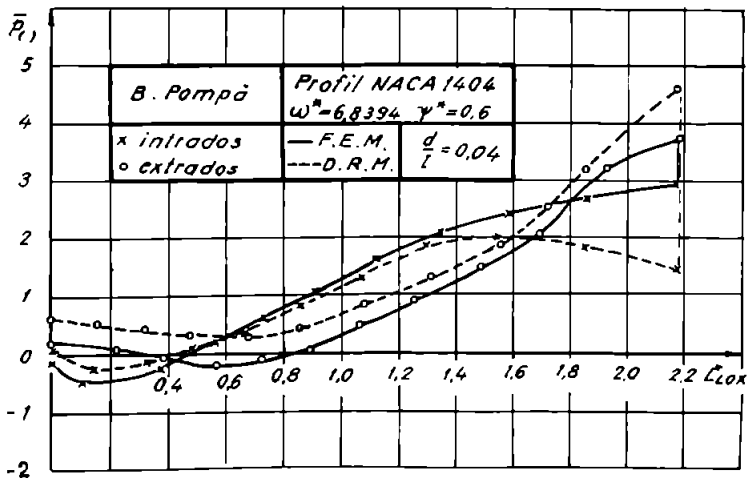


Fig.10.16 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

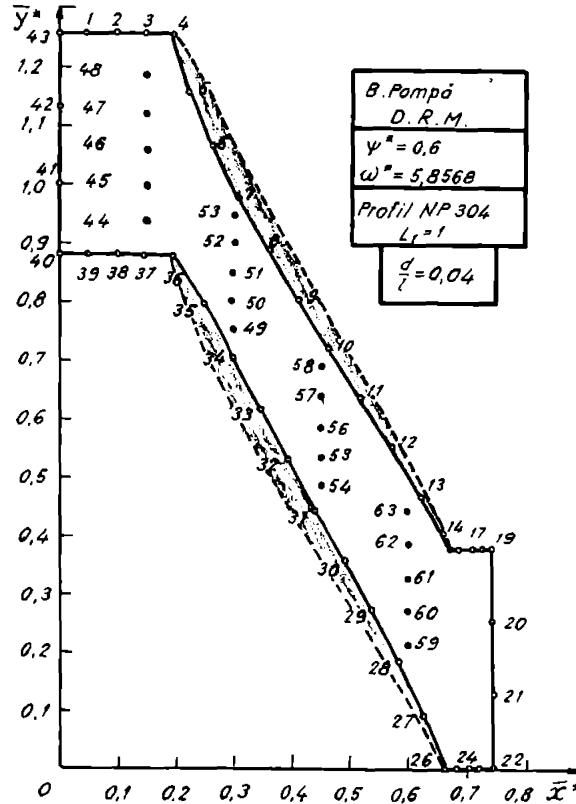


Fig.10.17 Discretizarea frontierei și nodurile interioare domeniului

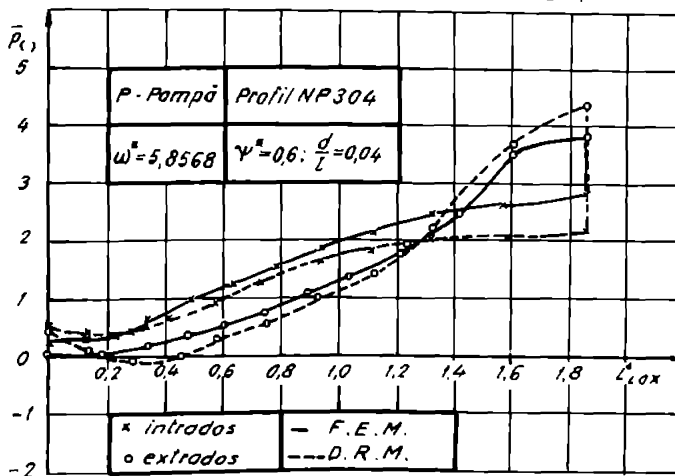


Fig.10.18 Distribuția de presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

În figurile prezentate anterior, în care au fost redat distribuțiile de viteză și presiuni calculate cu MRD și MEF și reprezentate în lungul loxodromei L_{LOX}^* , au fost obținute pe paleta rotorilor $A_{1,2}$ și $B_{1,2,3}$ pentru debitul de calcul Q_c și $\psi^* = 0.6$. Pentru rotorii $A_{1,2}$ și $B_{1,2,3}$ se utilizează profilele NP205, NACA 1405 și NP204, NACA 1404, NP304 ca profile constitutive ale paletelor. Compararea rezultatelor obținute cu MRD față de MEF s-a făcut prin calcularea diferențelor relative ε_w și ε_p pentru viteza \bar{w}_0 și coeficientul de presiune \bar{p}_0 , iar valorile obținute s-au centralizat în tabelul 10.1 Din acest tabel se observă că rezultatele obținute cu cele două metode sunt apropiate, cu excepția bordului de atac și de fugă. Astfel pe profil avem : $\varepsilon_w = (2.7 \div 25)\%$; $\varepsilon_p = (9 \div 66)\%$ pentru intrados și $\varepsilon_w = (-2 \div -16)\%$; $\varepsilon_p = (8 \div 200)\%$ pentru extrados. În zonele din apropierea bordului de atac și de fugă, considerate 1% din $L_{LOX_{max}}^*$, avem diferențele relative: $\varepsilon_w = (-11 \div 29)\%$; $\varepsilon_p = (-200 \div 400)\%$ la bordul de atac, iar $\varepsilon_w = (-39 \div 33)\%$; $\varepsilon_p = (-50 \div 24)\%$ la cel de fugă.

Tabelul 10.1

Contur	Profilul și zona de calcul a diferențelor relative		Diferența relativă %		
			ε_w	ε_p	
A		bord de atac	intrados	17,5	400
			extrados	10	250
	NP205	pe profil	intrados	2.7 ÷ 18	20 ÷ -25
			extrados	3.3 ÷ 14	125 ÷ 17.5
		bord de fugă	intrados	16	-24
			extrados	-34	-24
		bord de atac	intrados	29	300
			extrados	15	133
	NACA1405	pe profil	intrados	2.7 ÷ 23	9 ÷ -27
			extrados	10 ÷ 14	-100 ÷ 11
		bord de fugă	intrados	14	-24
			extrados	-17	17
B		bord de atac	intrados	-3.7	-10
			extrados	-18	250
	NP204	pe profil	intrados	5 ÷ 14.5	20 ÷ -30
			extrados	-15 ÷ -2	200 ÷ 13
		bord de fugă	intrados	9	-36
			extrados	-39	24
		bord de atac	intrados	3.6	-200
			extrados	-11	200
	NACA1404	pe profil	intrados	4 ÷ 22	66 ÷ -33
			extrados	-5 ÷ -16	14 ÷ 200
		bord de fugă	intrados	12	-50
			extrados	-20	24
		bord de atac	intrados	-5	60
			extrados	4	300
	NP304	pe profil	intrados	-4 ÷ 14	33 ÷ -25
			extrados	-2 ÷ 8.5	100 ÷ 8
		bord de fugă	intrados	11	-21
			extrados	33	16

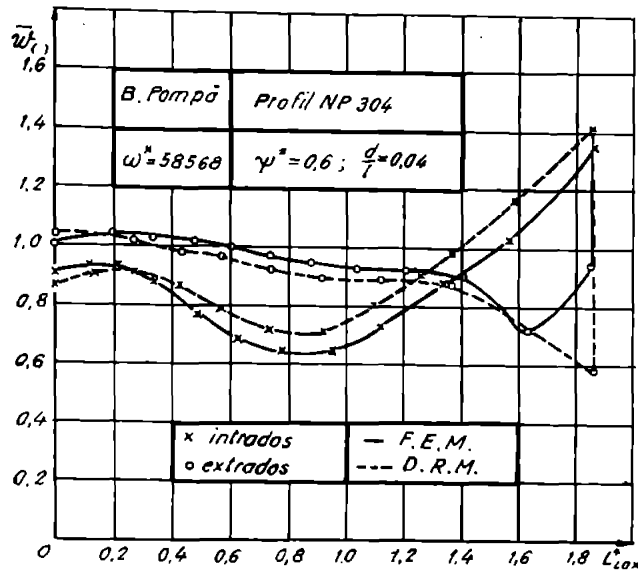


Fig. 10.19 Distribuția de viteze pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

10.1.1 Concluzii

- Rezultatele numerice prezentate anterior s-au obținut în urma rulării programelor menționate pe un calculator IBM PC 386 SX20MHzPS2, cu posibilități modeste din punct de vedere al memoriei și vitezei de calcul, ceea ce a permis ca în cadrul MRD să ne limităm la un număr de elemente liniare $N = 43$ egal cu cel al nodurilor de pe frontieră și un număr de noduri interioare $L = 20$.

- Distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent obținute cu MRD au fost comparate cu cele calculate cu MEF. Din analiza valorilor diferențelor relative, prezentate în tabelul 10.1, rezultă că pe profil avem $\varepsilon_w = (2.7 \div 25)\%$; $\varepsilon_p = (9 \div 66)\%$ pentru intrados și $\varepsilon_w = (-2 \div -16)\%$; $\varepsilon_p = (8 \div 200)\%$ pentru extrados, iar în zona bordului de atac $\varepsilon_w = (-11 \div 29)\%$; $\varepsilon_p = (-200 \div 400)\%$ și $\varepsilon_w = (-39 \div 33)\%$; $\varepsilon_p = (-50 \div 24)\%$ pentru zona bordului de fugă, ceea ce arată că cele două metode numerice conduc în general la valori apropiate, cu excepția celor din zona bordului de atac și de fugă care se datoresc dificultăților de discretizare, respectiv erorilor de metodă.

- Rotori $B_{1, 2, 3}$ pentru care $C_{pmin} = -0.2$; -0.3 ; -0.1 se comportă mai bine din punct de vedere cavitațional față de $A_{1, 2}$ care au $C_{pmin} = -1.2$; -1.3 .

- Distribuțiile de viteze și presiuni sunt apropiate ca valoare pentru profilele NACA 1405 și NP205, respectiv NACA 1404 și NP204.

- Timpul de rulare a programelor pentru cele două metode este de același ordin de mărime, dar mai mic pentru MRD.

10.2 Analiza distribuțiilor de viteze și presiuni obținute pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent pentru debit variabil
Determinarea caracteristicii de cavitație la funcționarea mașinii reversibile ca pompă și a sensibilității la cavitație a profilului aflat în rețeaua de pe suprafața de curent

Mașina hidraulică reversibilă , așa cum s-a precizat în cap.8, funcționează în exploatare și la regimuri de debite Q_x diferite de cel optim pentru care s-a considerat $Q_{opt} = Q_C$, iar în acest sens au fost determinate distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul NP205 aflat în rețeaua de pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 1.$, $\psi^* = 0.6$, $\psi^* = 0.3$ din cadrul conturului A, fiind valabilă fig.8.51 referitoare la triunghiurile de viteze de la intrare și ieșire din domeniul de analiză de pe suprafața de curent.

Valorile coeficientului de cavitație σ_{px} s-au calculat pe baza relației (8.15), fiind valabile în acest sens precizările din cap.8, în care $k_{p_{max,x}} = -\bar{p}_{0_{min,x}}$, după care s-au determinat caracteristica de cavitație $\sigma_{px}(Q_x / Q_C)$ și curba de sensibilitate la cavitație $k_{p_{max,x}}(Q_x / Q_C)$ a profilului aflat în rețeaua de pe suprafața de curent, având în vedere minimele de presiune de pe intradosul și extradosul paletii.

Pentru debitul Q_x s-au considerat valorile: $0.8Q_C$, Q_C , $1.2Q_C$ pentru $\psi^* = 1.$, $\psi^* = 0.3$, iar pentru $\psi^* = 0.6$, față valorile menționate, se mai utilizează și $1.4Q_C$.

Rezultatele obținute sunt prezentate în figurile care urmează.

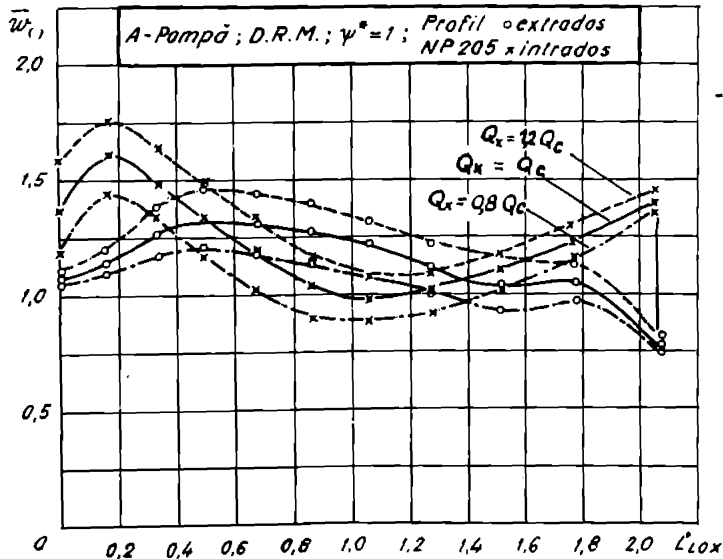


Fig.10.20 Distribuțiile de viteze la debite variabile Q_x
 (profil NP205, contur A, $\psi^* = 1.$)

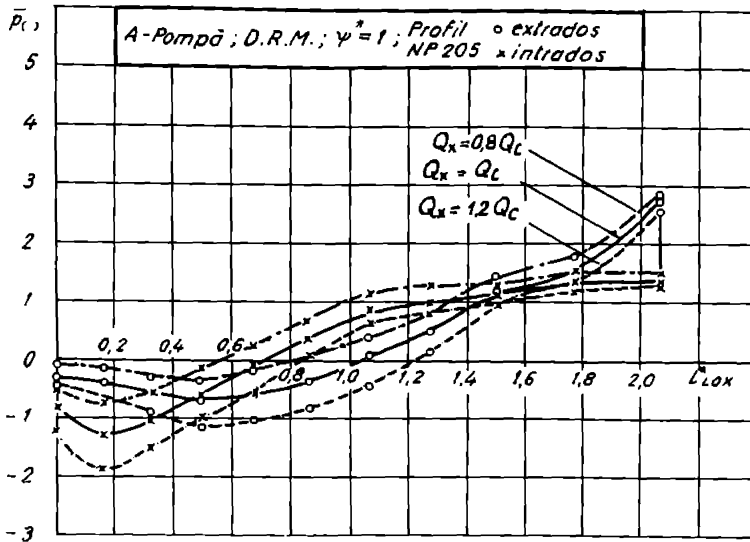


Fig.10.21 Distribuțiile de presiuni la debite variabile Q_x
 (profil NP205, contur A, $\psi^* = 1$.)

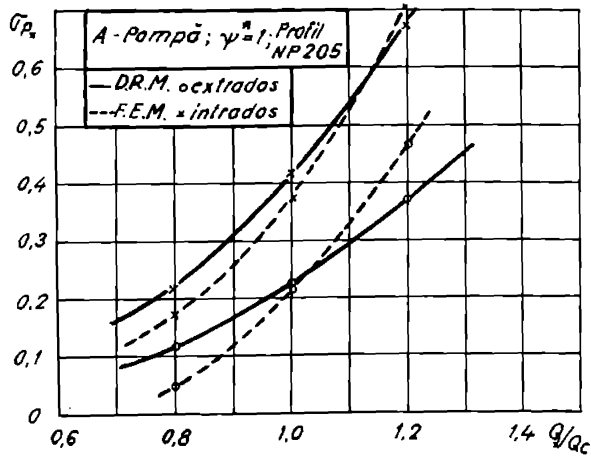


Fig.10.22 Caracteristica de cavitație $\bar{\sigma}_{px}(Q_x/Q_c)$
 (profil NP205, contur A, $\psi^* = 1$.)

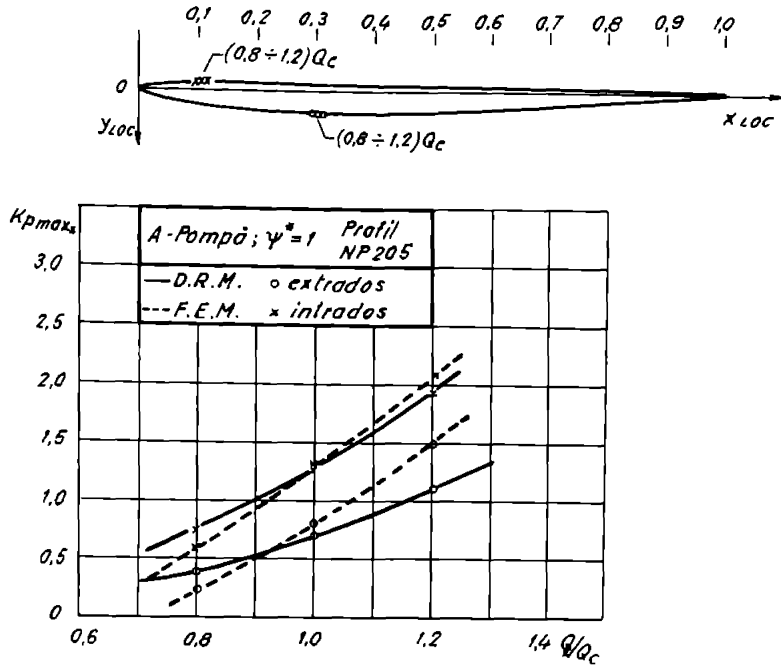


Fig.10.23 Curba de sensibilitate la cavitație $k_{pmax}(Q_x / Q_c)$
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 1$.)

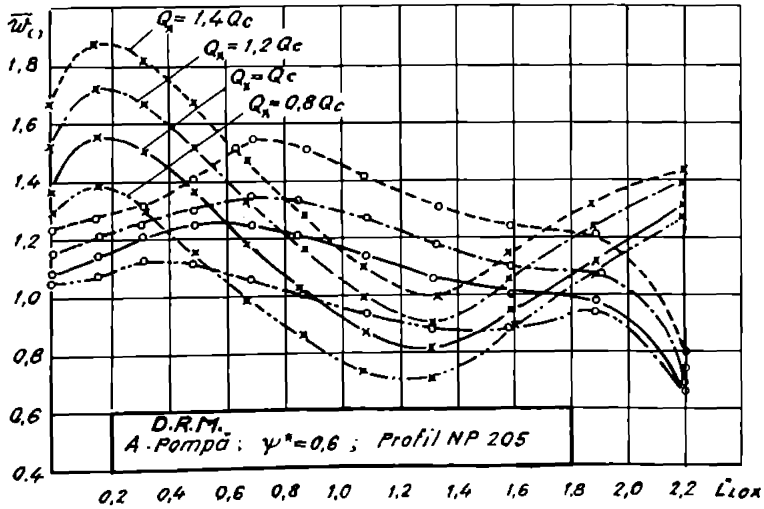


Fig.20.24 Distribuțiile de viteze la debite variabile Q_x
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 0.6$)

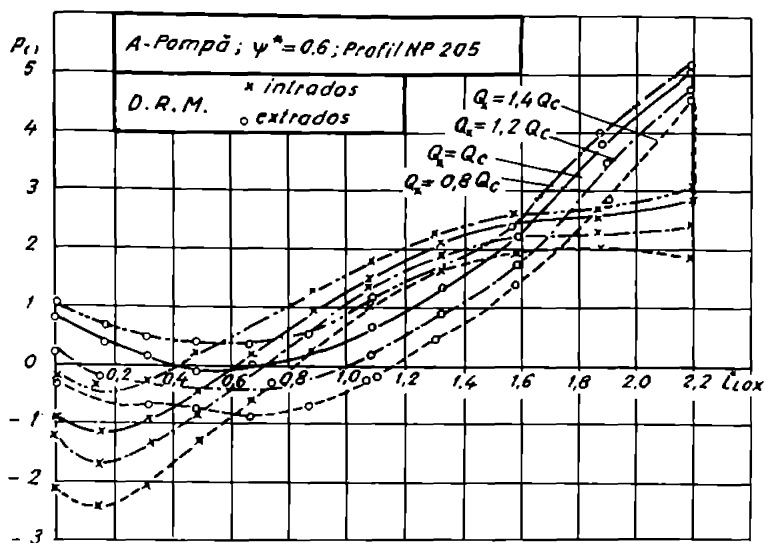


Fig.10.25 Distribuțiile de presiuni la debite variabile Q_x
 (profil NP205, contur A, $\psi^* = 0.6$)

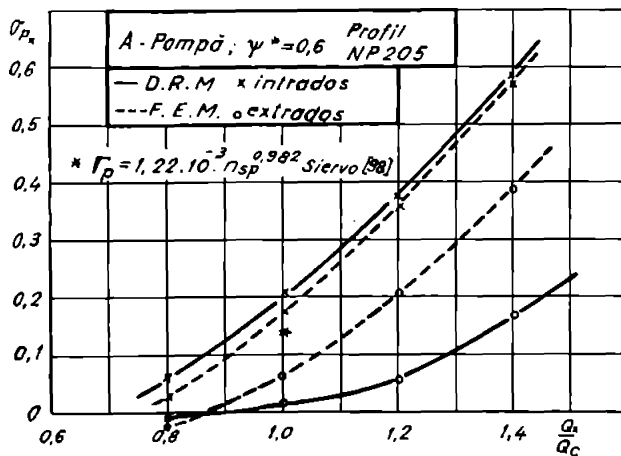


Fig.10.26 Caracteristica de cavitație $\sigma_{p_x}(Q_x / Q_c)$
 (profil NP205, contur A, $\psi^* = 0.6$)

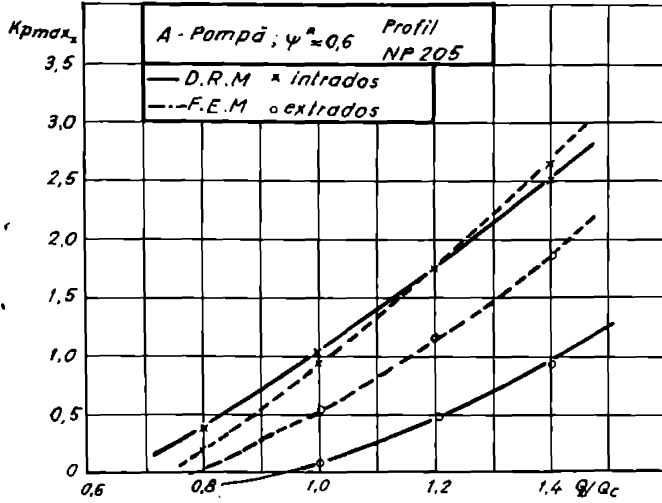
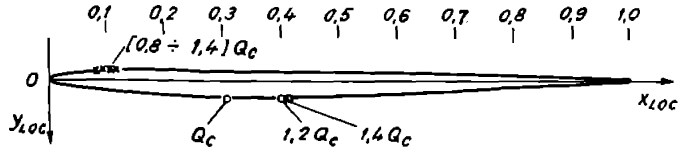


Fig.20.27 Curba de sensibilitate la cavitație $\sigma_{Px}(Q_x / Q_c)$
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 0,6$)

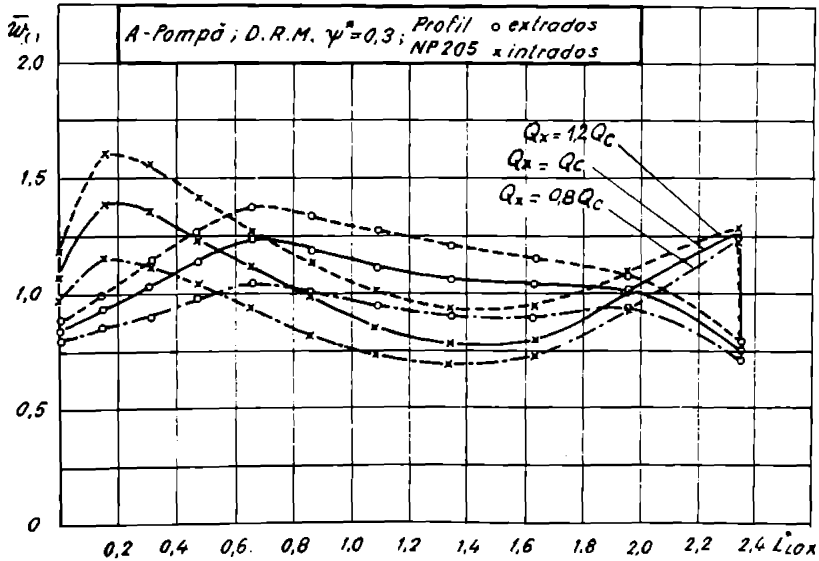


Fig.10.28 Distribuția de viteze la debite variabile Q_x
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 0,3$)

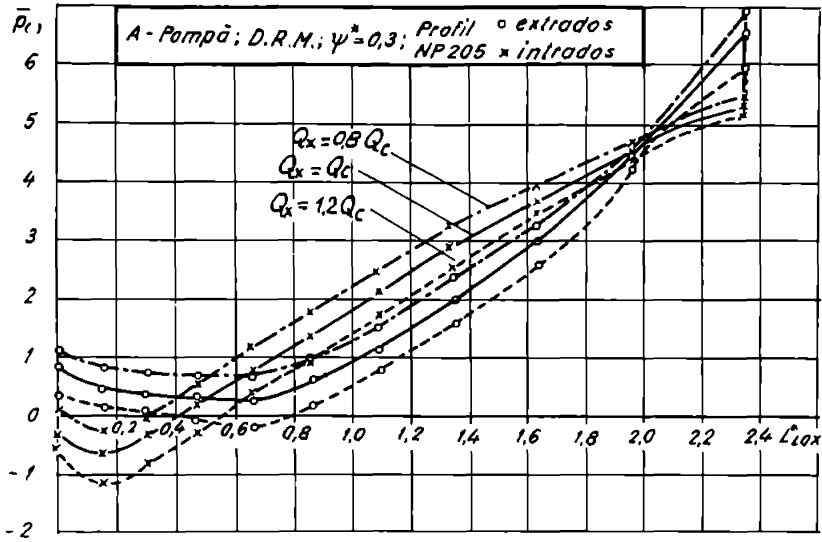


Fig.10.29 Distribuțiile de presiuni la debite variabile Q_x
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 0.3$)

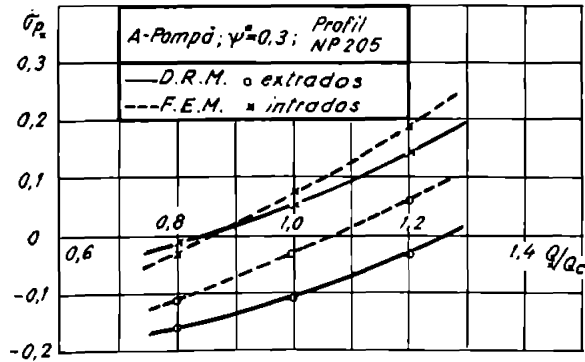


Fig.10.30 Caracteristica de cavitație $\sigma_{px}(Q_x / Q_c)$
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 0.3$)

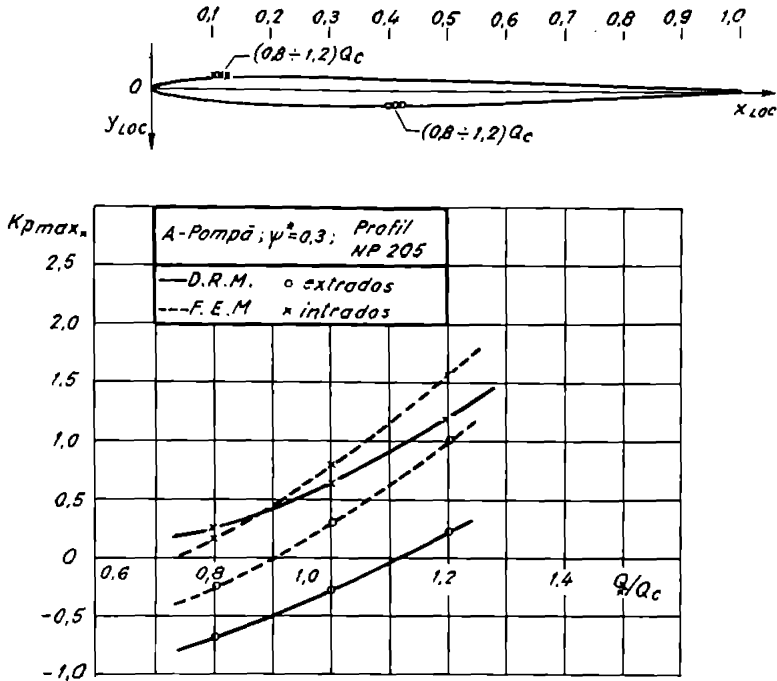


Fig.10.31 Curba de sensibilitate la cavitație $k_{pmax,x}(Q_x/Q_c)$
(profil NP205, contur A, $\psi^* = 0.3$)

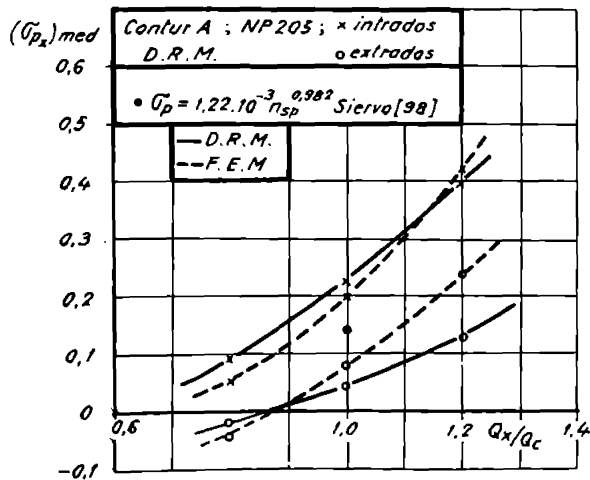


Fig.10.32. Caracteristica de cavitație $\sigma_{Pxmed}(Q_x/Q_c)$

În cazul rotorului A_1 s-au determinat distribuțiile de viteze și presiuni în lungul loxodromei L_{LOX} cu MRD pentru debitul oarecare $Q_x = 0.8Q_C$; Q_C ; $1.2Q_C$; $1.4Q_C$ și $\psi^* = 0.6$, respectiv $Q_x = 0.8Q_C$; Q_C ; $1.2Q_C$ și pentru $\psi^* = 1$; 0.3 . Apoi s-au obținut caracteristica de cavitație $\sigma_{px} = f(Q_x / Q_C)$ și curbele de sensibilitate la cavitație $k_{pmax,x} = f(Q_x / Q_C)$ pentru profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent pe baza calculelor făcute cu MRD, deasemenea fiind trecute pe figurile corespunzătoare și rezultatele obținute cu MEF. În scopul comparării rezultatelor obținute cu MRD față de MEF s-au calculat diferențele relative $\varepsilon_{\sigma_{px}}$ și $\varepsilon_{k_{pmax,x}}$ pentru σ_{px} și $k_{pmax,x}$, în sensul crescător al valorilor raportului Q_x / Q_C , iar intervalele de valori sunt trecute în tabelul 10.2. Din acest tabel se observă că diferențele relative $\varepsilon_{\sigma_{px}} = (1 \div 70)\%$; $\varepsilon_{k_{pmax,x}} = (-4 \div 40)\%$ sunt mai mici pentru intrados față de extrados unde avem $\varepsilon_{\sigma_{px}} = (-21 \div 150)\%$; $\varepsilon_{k_{pmax,x}} = (-27 \div 180)\%$.

În figurile unde sunt reprezentate curbele de sensibilitate la cavitație au fost trecute pe profilul din planul Prasil și punctele corespondente de pe paletă pentru care se obține C_{pmin} . Aceste puncte se îndepărtează față de bordul de atac la creșterea debitului Q_x , respectiv la scăderea unghiului de incidență.

Tabelul 10.2

Contur	ψ^*	Profilul și zona de calcul a diferențelor relative		Diferența relativă %	
				$\varepsilon_{\sigma_{px}}$	$\varepsilon_{k_{pmax,x}}$
A	0.3	NP205	intrados	-66 ÷ -22	25 ÷ -22
			extrados	45 ÷ 150	180 ÷ -75
	0.6	NP205	intrados	70 ÷ 1	40 ÷ -4
			extrados	-33 ÷ -21	-140 ÷ -53
	1.	NP205	intrados	17 ÷ -4	17 ÷ -7
			extrados	100 ÷ -23	100 ÷ -27

Distribuțiile de viteze și presiuni obținute pe paleta mașinii hidraulice radial-axiale reversibile cu MRD au fost comparate cu MEF, în funcționarea mașinii hidraulice ca pompă atât pentru debitul de calcul Q_C cât și la cel oarecare Q_x , în cazul fluidului ideal incompresibil și a mișcării relative rotaționale. Exemplele din literatură în sensul celor precizate anterior sunt foarte puține, iar ipotezele și datele de calcul sunt diferite, ceea ce nu ne permite o comparare cantitativă. Totuși o orientare din punct de vedere calitativ, în ceea ce privește distribuția de presiuni pe paleta mașinii hidraulice reversibile, se poate face ținând cont de rezultatele obținute de Qian Y., Suzuki R., Arakawa C., [91]. Autorii au introdus tehnici numerice în 3-D în cazul fluidului vâcos pentru determinarea în final a distribuției de presiuni pe paleta unei pompe-turbine Francis. În cadrul simulării numerice s-a utilizat modelul de turbulență $k-\varepsilon$. Pentru modelul de pompă-turbină Francis din [91] sunt cunoscute următoarele date: căderea $H=60$ m, diametrul $D_{1T} = D_{2P} = 500$ mm, numărul de palete $z_p=9$, turația $n=1200$ rot/min., debitul de calcul $Q_d = 400$ l/s.

Pe baza calculului efectuat s-au determinate vectorii viteze pentru secțiunea cu depresiune (extradosul paletii), pentru secțiunea de mijloc, respectiv pentru secțiunea cu suprapresiune (intradosul paletii) în cazul debitului de calcul Q_d și la

debitele Q egale cu $[0.9 ; 0.8 ; 0.75 ; 0.7]Q_d$. Apoi s-a calculat coeficientul de presiune C_p în lungul liniei de curent, de la bordul de atac la cel de fugă, pentru debitul: $Q_d ; 0.9Q_d ; 0.8Q_d ; 0.7Q_d$. Coeficientul de presiune este definit astfel : $C_p = 2(p - p_{ref}) / \rho u_1^2$, în care $u_1 = \pi D_{1TN} / 60$ este viteza periferică. Deoarece coeficientul de presiune \bar{p}_0 este definit diferit față de C_p calculat în cazul fluidului vâscos, totuși calitativ se observă o asemănare a alurii curbelor care reprezintă distribuțiile de presiuni calculate cu MRD și cele oferite de autorii menționați.

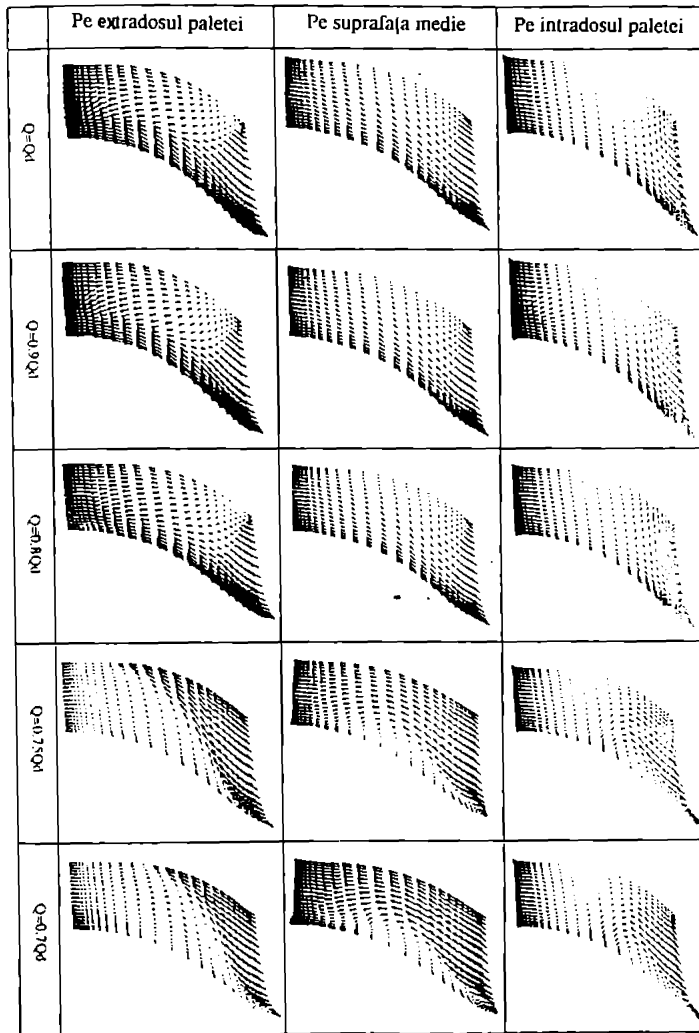


Fig. 10.32a Vectorii viteză pe extradosul paletei, secțiunea de mijloc și intradosul paletei [91]

În fig. 10.32b se prezintă distribuția coeficientului de presiune C_p pentru trei secțiuni ale rotorului și la debitele: Q_d ; $0.9Q_d$; $0.8Q_d$; $0.7Q_d$. Cele trei secțiuni 2, 5, 9 se află lângă coroană, la mijloc, respectiv la inel.

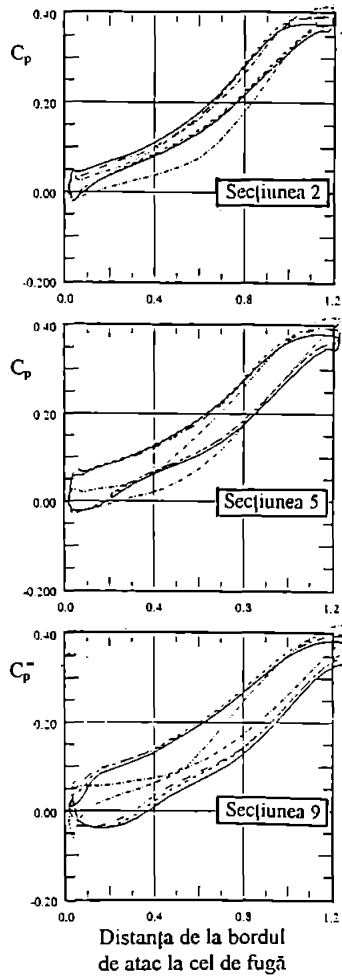


Fig. 10.32b Coeficientul de presiune în lungul liniei de curent [91]
— Q_d ; ··· $0.9Q_d$; --- $0.8Q_d$; -·-·- $0.7Q_d$

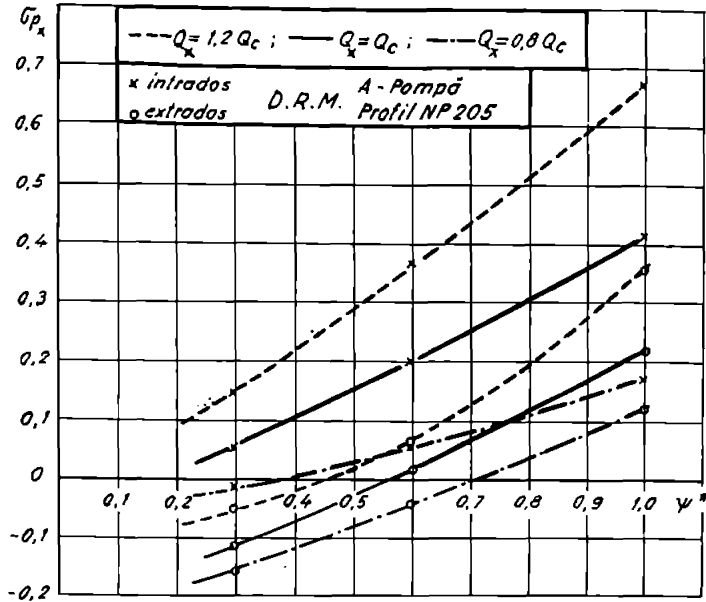


Fig. 10.33 Dependența $\sigma_{px}(\psi^*)$ pentru debitul Q_x parametru

10.2.1 Concluzii

•- Pentru rotorul A₁, a cărui paletă are la bază ca profil constitutiv NP205, s-au determinat : distribuțiile de viteze și presiuni în lungul loxodromei L_{LOX}^* , caracteristica de cavitație $\sigma_{px} = f(Q_x / Q_c)$ și curbele de sensibilitate la cavitație $k_{pmax,x} = f(Q_x / Q_c)$ pentru debitul oarecare $Q_x = 0.8Q_c ; Q_c ; 1.2Q_c$ și $\psi^* = 1. ; 0.6 ; 0.3$. Astfel, pentru valorile lui Q_x și ψ^* specificate anterior, vom preciza cele corespunzătoare lui $C_{pmin.}$, σ_{px} , $k_{pmax.}$ doar pentru intradosul paletelor: $C_{pmin.} = -0.8 ; -1.3 ; -1.9$, $\sigma_{px} = 0.22 ; 0.41 ; 0.67$, $k_{pmax.x} = 0.8 ; 1.3 ; 1.9$, $C_{pmin.} = -0.4 ; -1.1 ; -1.7$, $\sigma_{px} = 0.06 ; 0.2 ; 0.37$, $k_{pmax.x} = 0.4 ; 1.1 ; 1.7$, $C_{pmin.} = -0.25 ; -0.6 ; 1.2$, $\sigma_{px} = -0.01 ; 0.05 ; 0.14$, $k_{pmax.x} = 0.25 ; 0.6 ; 1.2$.

•- Valorile lui C_{pmin} (-0.8; -1.3; -1.9) arată că pericolul apariției cavitației la intrare pe paletă este mai mare la $\psi^* = 1$. (la inel).

•- Valorile lui $k_{pmax.x}$ (0.8; 1.3; 1.9) pentru $\psi^* = 1.$, mai mari decât pentru $\psi^* = 0.6 ; 0.3$, arată că sensibilitatea la cavitație a rotorului este mai mare în zonă de la inel și la intrare pe paletă.

•- Diferențele relative: $\epsilon_{\sigma_{px}} = (1 \div 70)\%$; $\epsilon_{k_{pmax.x}} = (-4 \div 40)\%$ obținute pentru intrados și $\epsilon_{\sigma_{px}} = (-21 \div 150)\%$; $\epsilon_{k_{pmax.x}} = (-27 \div 180)\%$ pentru extrados, arată că valorile lui σ_{px} și $k_{pmax.x}$ calculate cu MRD și MEF sunt cele mai apropiate pentru intrados față de extrados.

CAPITOLUL 11

OBȚINEREA DESENULUI PALETEI MAȘINII HIDRAULICE RADIAL-AXIALE REVERSIBILE ÎN PLANUL PERPENDICULAR PE AXA MAȘINII

În acest se prezintă modalitatea de obținere a desenului paletii rotorului reversibil model cu diametrul $D_{2P}=D_{1T}=500$ mm, corespunzător mașinii hidraulice radial-axială reversibilă proiectată ca pompă pentru amenajarea Târnița.

Pentru conturul A, având în vedere profilele NP205, NACA 1405, NP305, au fost reținute, din ansamblul liniilor de curent prezentate în fig.6.9, liniile $\psi^* = 0$; $\psi^* = 0.1$; $\psi^* = 0.3$; $\psi^* = 0.6$; $\psi^* = 1$, care generează suprafețele de curent corespunzătoare pentru care se obțin cele 5 profile din rețele liniare din planul $\bar{y}^*o\bar{x}^*$, iar apoi, ținând cont de coordonatele punctelor din sistemul local al profilului $y_{LOC}O'x_{LOC}$, se determină coordonatele celor 26 de puncte care definesc extradusul, scheletul și intradosul profilelor reprezentate în planul y^*ox^* .

Aceste profile, respectiv punctele amintite anterior sunt trecute pe suprafața de curent corespunzătoare pe baza relațiilor de transformare conformă prezentate în cap.6, iar apoi se proiectează în planul Y^*OX^* perpendicular pe axa Z^* , obținându-se în acest plan coordonatele adimensionale ale celor 26 de puncte.

Cunoașterea proiecției în planul perpendicular pe axa Z^* pentru cazul utilizării profilului NP205 ne permite realizarea desenului paletii rotorului model.

Obținerea rezultatelor numerice a fost posibilă datorită realizării în limbajul FORTAN a următoarelor programe :

- TCPGR2.FOR ; TCPGR3.FOR ; TCPNACA.FOR - care permit obținerea coordonatelor punctelor ce definesc extradusul, scheletul și intradosul profilelor în planul y^*ox^* și respectiv în planul Y^*OX^* în cazul profilelor NP205 ; NP305 ; NACA 1405.

11.1 Profilele din cadrul rețelelor liniare obținute în planul y^*ox^*

Coordonatele (x^*,y^*) ale celor 26 de puncte care definesc extradusul, scheletul și intradosul profilelor din planul y^*ox^* se obțin pe baza coordonatelor punctelor din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$, având în vedere fig.6.20 și sistemul local de coordonate al profilului din rețeaua liniară, în conformitate cu relațiile următoare :

$$\begin{aligned} x_e^* &= (\bar{x}_{O'}^* + x_{LOC} \cos \beta_{CP} - y_{s,LOC} \sin \beta_{CP} - y_{d,LOC} \sin \beta_{CP})L^* \\ y_e^* &= (\bar{y}_{O'}^* - x_{LOC} \sin \beta_{CP} - y_{s,LOC} \cos \beta_{CP} - y_{d,LOC} \cos \beta_{CP})L^* \end{aligned} \quad (11.1)$$

$$\begin{aligned} x_s^* &= (\bar{x}_{O'}^* + x_{LOC} \cos \beta_{CP} - y_{s,LOC} \sin \beta_{CP})L^* \\ y_s^* &= (\bar{y}_{O'}^* - x_{LOC} \sin \beta_{CP} - y_{s,LOC} \cos \beta_{CP})L^* \end{aligned} \quad (11.2)$$

$$\begin{aligned} x_i^* &= (\bar{x}_{O'} + x_{LOC} \cos \beta_{CP} - y_{s,LOC} \sin \beta_{CP} + y_{d,LOC} \sin \beta_{CP}) L^* \\ y_i^* &= (\bar{y}_{O'} - x_{LOC} \sin \beta_{CP} - y_{s,LOC} \cos \beta_{CP} + y_{d,LOC} \cos \beta_{CP}) L^* \end{aligned} \quad (11.3)$$

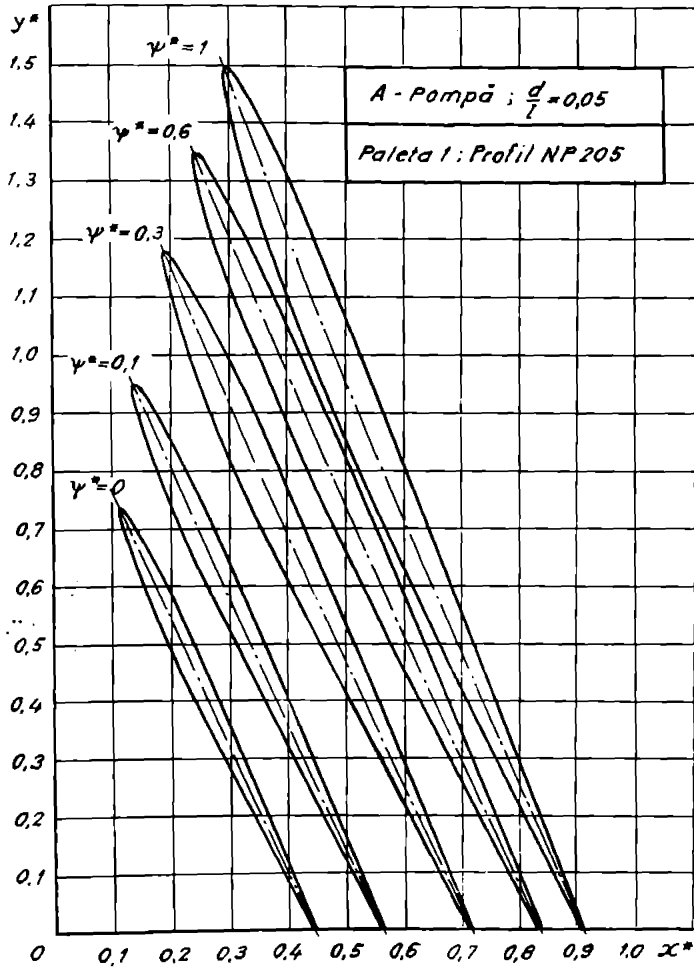


Fig.11.1 Profilele din cadrul rețelelor liniare din planul y^*ox^*
(Contur A, profil NP205)

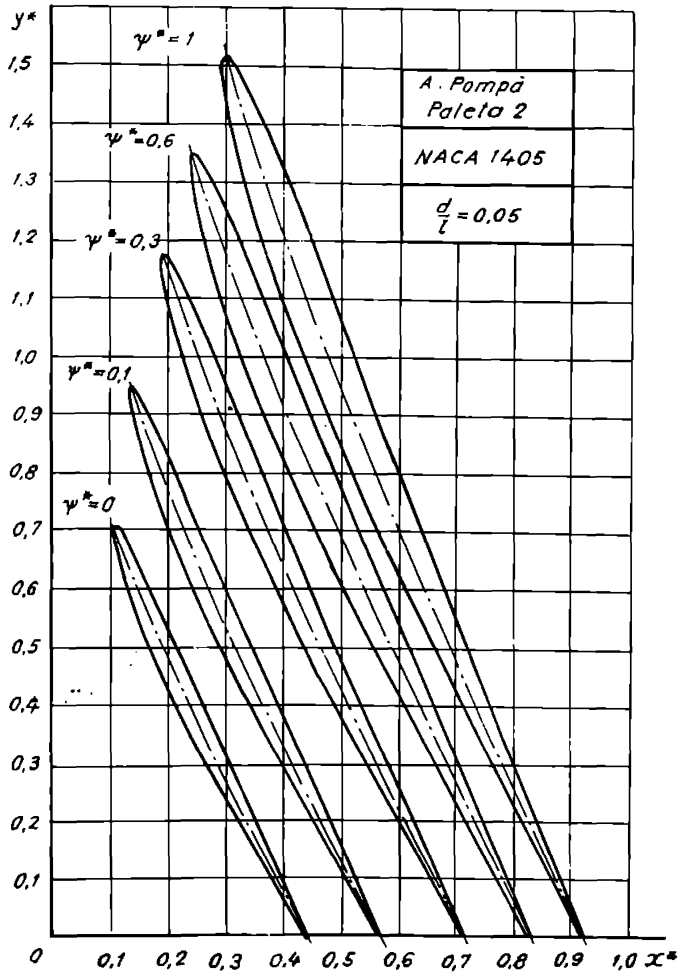


Fig.11.2 Profilele din cadrul rețelelor liniare din planul y^*ox^*
(Contur A, profil NACA 1405)

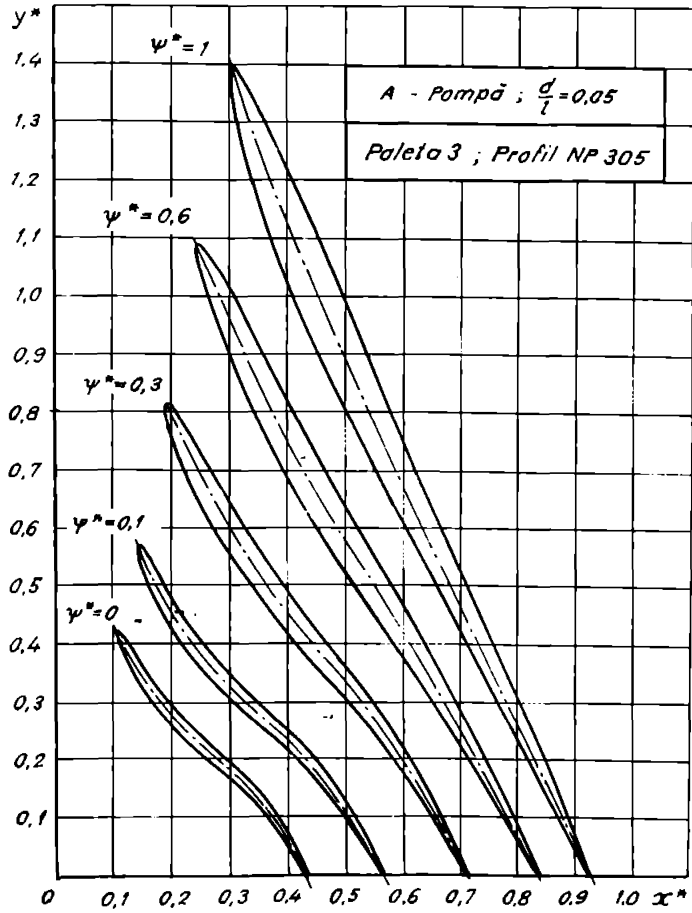


Fig.11.3 Profilele din cadrul rețelelor liniare din planul y^*ox^*
(Contur A, profil NP305)

11.2 Proiecția profililor de pe suprafața de curent în planul $Y^*O X^*$

Punctele, care definesc extradossul, scheletul și intradosul profilului din cadrul rețelei liniare din planul $y^*o x^*$ și ale căror coordonate se calculează cu relațiile (11.1), (11.2), (11.3), se transpun pe suprafața de curent corespunzătoare, după care se proiectează în planul $Y^*O X^*$ în care coordonatele acestora se calculează cu relațiile:

$$X^* = r^* \cos \theta \quad ; \quad Y^* = r^* \sin \theta \quad (11.4)$$

în care

$$\theta_{[rad]} = \frac{y^*}{r_0^*} \quad ; \quad r^* = r^*(s^*) \cong \frac{1}{\sum_{k=0}^n b_k s^{*k}} \quad (11.5)$$

unde $s^* = s^*(x^*)$ se calculează cunoscând, la fel ca și pentru r^* , polinomul de aproximare din (6.20).

În figurile care urmează se prezintă proiecțiile profililor de pe suprafața de curent în planul $Y^*O X^*$.

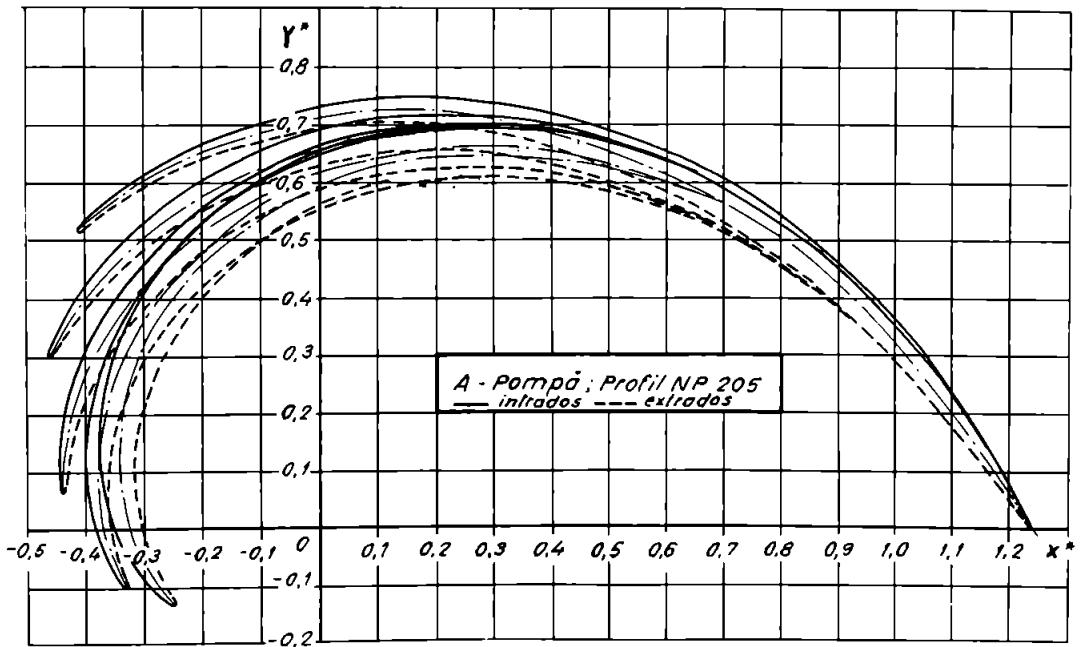


Fig.11.4 Profilele din planul $Y^*O X^*$ (Contur A, profil NP205)

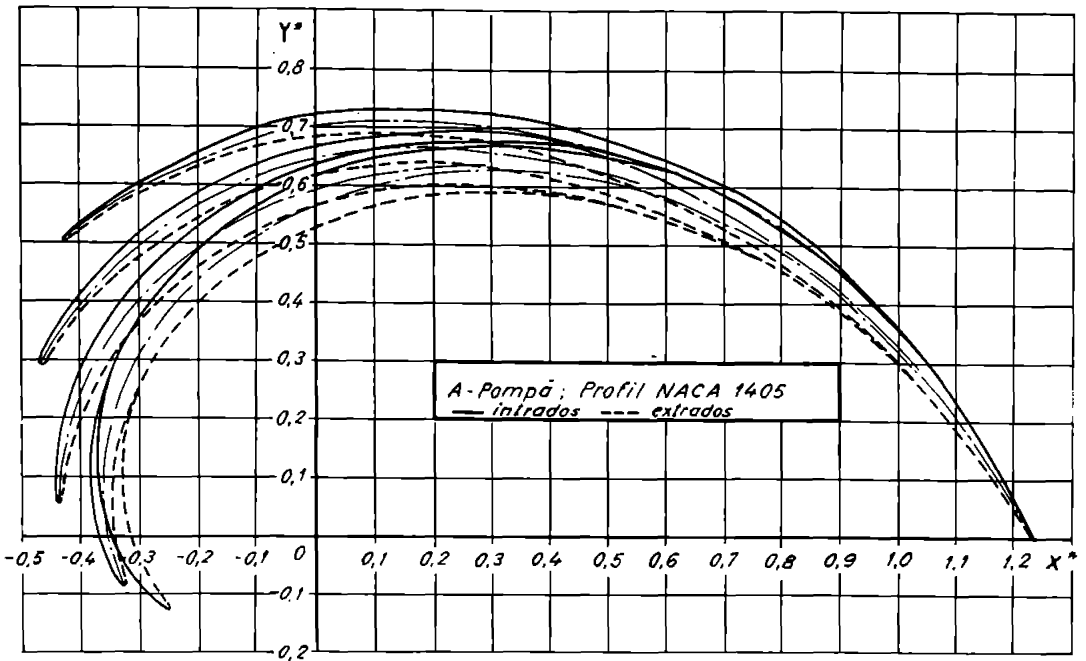


Fig.11.5 Profilele din planul $Y^*O X^*$ (Contur A, profil NACA 1405)

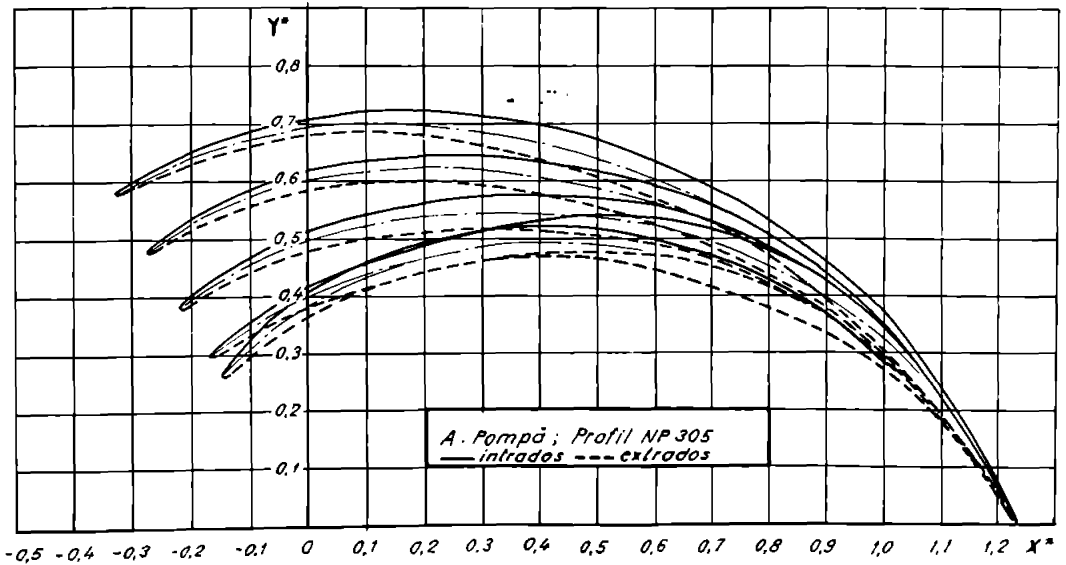


Fig.11.6 Profilele din planul $Y^*O X^*$ (Contur A, profil NP305)

11.3 Obținerea desenului paletei rotorului model

Pentru obținerea desenului paletei rotorului model în planul perpendicular pe axa mașinii este necesar să se parcurgă următoarele etape :

a) - Se alege o scară numerică standardizată pentru reprezentarea desenului, iar aceasta pentru paleta din fig.11.7 este 1: 2 .

b) - Se obțin, în coordonate dimensionale, proiecțiile profilelor de pe suprafețele de curent în planul YOX pe baza relațiilor de trecere de la coordonatele adimensionale:

$$X = X^* L_{ax.m} \quad ; \quad Y = Y^* L_{ax.m} \quad (11.6)$$

unde extinderea axială în cazul modelului $L_{ax.m} = 202.7mm$.

c) - Se obține conturul cu liniile de curent, care au fost precizate la începutul acestui capitol, în planul meridian ROZ pe baza următoarelor relații de trecere de la coordonatele adimensionale la cele dimensionale :

$$Z = z^* L_{ax.m} \quad ; \quad R = r^* L_{ax.m} \quad (11.7)$$

d) - Se duc în planul YOX urmele semiplanelor axiale cu un pas de 10° , care vor intersecta extradadosul “e” și intradosul “i” profilelor reprezentate în acest plan.

e) - Se trasează în planul meridian urmele acestor semiplane axiale numerotate cu $(10^\circ e \div 200^\circ e)$ pentru extradadosul paletei, iar cu $(10^\circ i \div 200^\circ i)$ pentru intrados.

f) - Se duc planele echidistante $(1 \div 14)$ perpendiculare pe axa Z , care vor intersecta urmele semiplanelor axiale din planul meridian.

g) - Se trasează liniile de nivel în planul YOX și numerotate cu $(1e \div 14e)$ pentru extradadosul paletei și cu $(1i \div 14i)$ pentru intrados.

11.4 Concluzii

Din cele prezentate în acest capitol se pot preciza următoarele :

- A fost elaborată o metodă de obținere a paletei rotorului model care se poate aplica fără dificultate la obținerea paletei mașinii radial-axiale reversibile industriale .

- Paleta mașinii industriale se poate obține și pe baza cunoașterii a celei model ținând cont de scară geometrică.

- Metoda prezentată permite obținerea de palete lungi fig.11.7, dar și a unor palete pentru care unghiul polar θ este impus, ca în cazul profilului NP305 din fig.11.3 și fig.11.6 , iar pentru aceste palete inflexiunea care apare trebuie să fie controlată în așa manieră încât să nu se producă desprinderi ale curentului care generează disipații hidraulice semnificative.

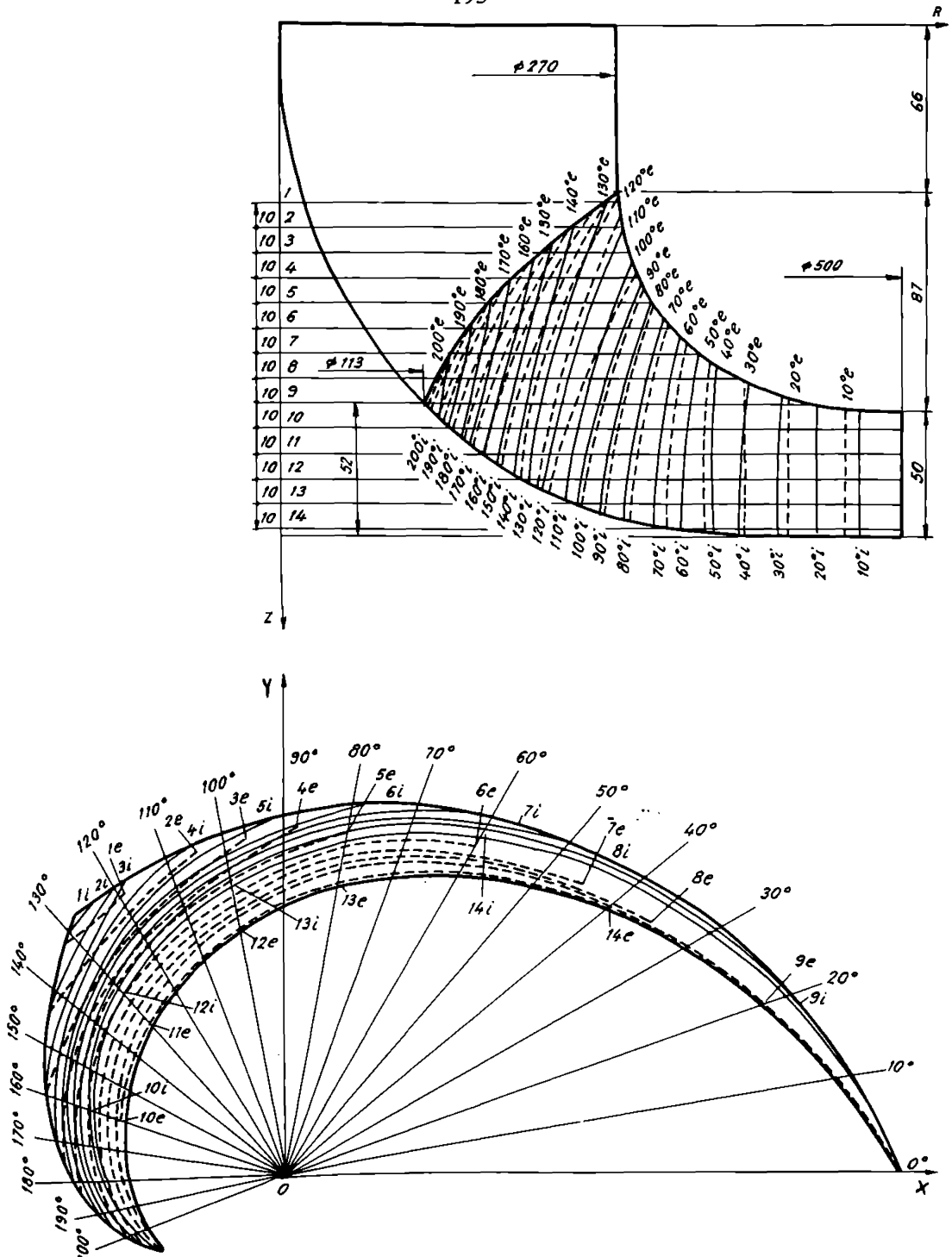


Fig.11.7 Desenul paletii rotorului model în planul YOX (Contur A, profil NP205)

CAPITOLUL 12

CONCLUZII

12.1 Concluzii generale

• În cap.1 se prezintă : motivarea temei alese, tendințe în dezvoltarea CHEAP pe plan mondial și problema lor în România, obiectivele propuse și finalizate în cadrul tezei. CHEAP care sunt dotate cu mașini hidraulice radial-axiale reversibile, ținând cont că acestea sunt realizate pentru căderi de (100÷600)m sau mai mari funcționează în primul rând în strânsă legătură cu centralele atomoelectrice și termoelectrice. Studiile efectuate de hidroenergeticieni cuprind argumente temeinice din punct de vedere economic, tehnic, social și ecologic, care justifică realizarea în țara noastră a CHEAP Tarnița. Finalizarea ei este strâns legată de dezvoltarea Centralei Atomoelectrice de la Cernavodă.

• Relațiile prezentate în cap.2, având în vedere referințele bibliografice [4], [6], [13], [14], [15], [16], [17], [52], [71], referitoare la calculul parametrilor principali, dintre care amintim: turațiile specifice n_{SP} , n_{ST} , coeficientul de cavitație σ_p , puterea de turbinare P_T și de pompare P_p , la calculul coeficienților funcționali k_H , k_Q , k_{ns} , k_n , k_p , k_η , precum și a coeficienților de viteză k_u și k_{vm} , constituie expresiile de bază care permit dimensionarea rotorului mașinii hidraulice radial-axiale reversibile corespunzătoare amenajării Tarnița.

• În cap.3 pe baza cunoașterii parametrilor principali stabiliți de inginerii hidroenergeticieni de la ISPEH : înălțimea de pompare $H_p=317$ m, debitul de pompare $Q_p=72.35$ m³/s, randamentul în cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă, respectiv cel hidraulic [4], $\eta_p = 0.9$, $\eta_{hp} = 0.93$, căderea de turbinare $H_T=310.6$ m, debitul de turbinare $Q_T= 97.67$ m³/s, randamentul la turbinare, precum și cel hidraulic [4], $\eta_T = 0.88$, $\eta_{hT} = 0.91$, s-au determinat următoarele elemente pentru mașina hidraulică radial-axială reversibilă corespunzătoare amenajării Tarnița : turațiile specifice $n_{SP[CP]}=130.8$ rot/min, $n_{ST[CP]}=137.31$ rot/min, puterea de pompare $P_p= 249.99$ MW, puterea de turbinare $P_T = 261.89$ MW, turațiile $n_p = n_T = 300$ rot/min, diametrul $D_{2eP}=D_{1eT}=5$ m, raportul $D_{2eP}/D_{1eP}=1.85(1.87)$, raportul $b_{2P}/D_{2P}=0.1$, diametrul $D_{1eP}=D_{2eT}=2.7(2.674)$ m, coeficienții vitezei periferice (recalculați): $k_{u1eT}=k_{u1iT}=1.006$, $k_{u2eT}=0.543(0.538)$, $k_{u2eP}=k_{u2iP}=1$, $k_{u1eP}=0.538(0.533)$, coeficienții funcționali : $k_H=0.98$, $k_Q=1.35$, $k_p=1.048$, $k_\eta=0.978$, $k_n=1$, $k_{ns}=1.05$, numărul de palete [20] $z_p=7$, unghiul $\beta_{2P} = 25^\circ$, coeficientul de debit $\phi_{2P} = 0.1197$ și cel al influenței numărului finit de palete $p=0.384$.

• Pe baza rezultatelor obținute la dimensionarea rotorului mașinii hidraulice reversibile pentru amenajarea Tarnița, ținând cont de referințele bibliografice [20],[71], [92], [109], [112], [113], au fost determinate coordonatele adimensionale ale punctelor care definesc inelul și coroana pentru trei variante de contururi A, B, C, date în anexele 2, 3, 4.

Diferențele dintre contururi constau în faptul că A are următoarele elemente : raza $R_{2P}^* = R_{1T}^* = 1.233$, lățimea $b_{2P}^* = b_{1T}^* = 0.247$, extinderea radială egală cu 1.66 datorită prelungirii conturului, mai mici față de 1.299, 0.256, 1.768 în cazul B și 1.299, 0.260, 1.768 pentru C, de asemenea extinderea axială dimensională $L_{ax.} = 2.027$ m este mai mare față de $L_{ax.} = 1.923$ m corespunzătoare conturilor B și C.

- Din considerente de ordin matematic a fost modificat conturul A în zona coroanei din apropierea axei mașinii, obținându-se conturul A* ale cărui coordonate sunt date în anexa 5.

- În cap.4 se prezintă Metoda Elementului Finit (MEF) și Metoda Elementului de Frontieră (MEFr.), în general aplicarea lor la proiectarea rotorului a mașinii hidraulice radial-axiale reversibile. În cadrul MEF, bazându-mă pe rezultatele obținute de Prof.dr.ing. Carte Iuliu, plecând de la ecuația lui Stokes în funcția de curent ψ sau de potențial ϕ au fost definite domeniul analiză și condițiile la limită atât în funcționarea ca pompă cât și turbină. În continuare se prezintă integrarea ecuației lui Stokes pentru funcția ψ^* și ϕ^* . După stabilirea ecuației standard pe element finit, se prezintă relațiile pentru calculul distribuțiilor de viteze în lungul liniilor de curent. În cadrul MEFr, după stabilirea domeniului de analiză și a condițiilor la limită pentru funcția de potențial, se prezintă rezolvarea ecuației integrale sub forma ei discretizată de unde rezultă valorile lui ϕ^* și a derivatei sale normale în nodurile frontierei Γ^* , precum și relațiile pentru calculul distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent.

- În cap.5 au fost determinate, cu ajutorul metodei elementului finit (M.E.F.), distribuțiile de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent, precum și câmpul hidrodinamic pentru contururile A, B, C atât în regim de pompă (de difuzor) cât și de turbină (de confuzor). În acest scop au fost dezvoltate programele PSIELFLM.FOR care rezolvă problema în ψ^* și FIELFLF.FOR pentru ϕ^* în limbaj FORTRAN pentru calculatoare IBM PC. Valorile presiunii minime $\bar{p}_{min} = -0.86$; -0.57 ; -0.56 obținute pentru contururile A; B; C la regimul de pompare și $\bar{p}_{min} = -0.74$; -0.46 ; -0.44 pentru cel de turbinare, arată că acestea se comportă mai defavorabil din punct de vedere cavitațional în regimul de pompare. Aplicarea M.E.F a fost posibilă deoarece s-a ținut seamă în principal de rezultatele obținute de prof. Carte Iuliu [37].

- Cu ajutorul M.E.Fr. s-au determinat pentru conturul A* (A modificat): distribuțiile de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent, precum și câmpul hidrodinamic, peste care s-au suprapus rezultatele obținute cu MEF. Pentru regimul de pompare se obține $\bar{p}_{min} = -1.045$ (MEFr); -0.8 (MEF), iar la turbinare $\bar{p}_{min} = -0.9$ (MEFr); -0.7 (MEF).

De aici rezultă că în regim de pompare (de difuzor) conturul A^* se comportă mai defavorabil din punct de vedere cavitațional, decât în cel de turbinare (de confuzor). În scopul aplicării metodei au fost dezvoltate programele FIELFR.FOR; FICTAXS.FOR.

•- În cap. 6, urmărind linia abordată de prof. Carte Iuliu [37], a fost stabilită ecuația mișcării relative rotaționale (6.11) care modelează curgerea prin rotorul reversibil în coordonate curbilini. Au fost introduse coordonatele curbilini pentru a exprima curgerea pe suprafață de curgere, care este o suprafață de revoluție neriglată. Intersecția acestei suprafețe cu paletele rotorice ne dă profilele (respectiv scheletul) constitutive ale paletei. Pentru obținerea profilului, respectiv a distribuțiilor de viteze și presiuni pe acesta, se apelează la Metoda Reprezentărilor Conforme (MRC). Ecuația (6.11) este utilă pentru calculul numeric numai după ce se face o schimbare de variabilă care realizează transformarea geometrică a suprafeței de curgere într-o suprafață cilindrică care se poate aplatiza în planul imagine numit Prasil. Deasemenea rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere se transformă conform într-o rețea liniară în planul Prasil. Pentru transpunerea mișcării de pe suprafețele de curgere se dezvoltă ecuația cu derivate parțiale în funcția de curent ψ (6.31) care exprimă mișcarea în planul Prasil. Pe baza relațiilor dintre viteza w , presiunea \bar{p} din planul Prasil și viteza w_0 , presiunea \bar{p}_0 de pe suprafața de curgere, se determină distribuțiile de viteze și presiuni pe paleta rotorului reversibil. S-a stabilit muchia de intrare în cazul funcționării ca pompă precum și punctele de intersecție ale acestora cu liniile de curent $\psi^* = 0; 0.1; 0.3; 0.6; 1$.

Au fost stabilite ecuațiile scheletului profilelor care folosesc polinoame de gradul 2, respectiv 3, relațiile de calcul a coordonatelor punctelor care definesc intradosul și extradadosul profilului care au permis obținerea profilelor NP205, NP204, NP203, NP305, NP304, NP303, precum și a relațiilor pe baza cărora s-a făcut alegerea profilelor NACA 1405, NACA 1404, NACA 1403, profile care formează rețeaua liniară din planul Prasil și stau la bază rețelei radial-axiale de pe suprafața de curent, precum și la obținerea paletei rotorului reversibil. De aici rezultă că urmează să fie studiate cu MEF 9(nouă) variante de rotor.

•- În cap.7 au fost stabilite ecuațiile adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent ψ^* pentru cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă (7.8), respectiv turbină (7.18) pentru a da generalitate problemei. S-a prezentat modul de rezolvare a ecuațiilor adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent (7.8) pentru cazul pompă și (7.18) pentru cazul turbină cu M.E.F, iar având în vedere condițiile la limită (7.2), (7.4) s-au determinat expresiile coeficienților și termenilor liberi ai sistemului local de ecuații pe baza cărora se calculează cei corespunzători sistemului liniar global.

• În cap.8 utilizând M.E.F au fost determinate și redată într-un ansamblu de 36 de figuri : domeniul de analiză și discretizarea acestuia în planul Prasil, precum și distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul dispus în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de $\psi = (2\pi)^{-1} Q \psi^*$ în care $\psi^* = 0.6$, pentru cele trei profile corespunzătoare fiecărui contur astfel : NP205, NACA 1405, NP305 pentru rotorii $A_{1,2,3}$, NP204, NACA 1404, NP304 pentru $B_{1,2,3}$, NP203, NACA 1403, NP303 pentru $C_{1,2,3}$, în cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă la debitul de calcul Q_C . În fig. 8.37 ÷ 8.42 sunt prezentate distribuțiile de viteze și presiuni suprapuse. Pe baza valorilor coeficientului de presiune minimă $C_{p_{min}}$, care se obțin din distribuțiile de presiuni, rezultă că rotorii $C_{1,2,3}$ ($C_{p_{min}} = -0.21; -0.23; -0.1$) se comportă cel mai bine din punct de vedere cavitațional față de $B_{1,2,3}$ ($C_{p_{min}} = -0.45; -0.5; -0.15$) și $A_{1,2,3}$ ($C_{p_{min}} = -0.94; -1.03; -0.18$). Pentru a studia complet comportarea la cavitație a rotorilor $B_{1,3}$ și $C_{1,3}$, atunci când aceștia funcționează ca pompă, s-au determinat distribuțiile de viteze și presiuni în întreg domeniul rotorilor ($\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = 1$). De aici rezultă comportarea optimă din punct de vedere cavitațional a rotorului C_3 care la inel ($\psi^* = 1$) prezintă $\bar{p}_{()_{min}} = C_{p_{min}} = -0.25$. Pentru obținerea acestor rezultate au fost dezvoltate următoarele programe în limbaj FORTRAN pentru calculatoare IBM PC : IOS-PREM.FOR; IOS-RC96; IOSMAINI.FOR; IOSSEL1.FOR.

S-a calculat înălțimea geometrică de aspirație H_{gs} , precum și coeficientul de cavitație σ_p pe baza relației oferite de Acad. Ioan Anton [6] în care valorile lui $k_{p_{max}}$ s-au determinat pe baza cunoașterii lui $C_{p_{min}}$ din distribuțiile de presiuni obținute pe paletă cu ajutorul M.E.F, pentru profilele aflate pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 0.6$ și corespunzătoare rotorilor $A_{1,2,3}$, $B_{1,2,3}$, $C_{1,2,3}$. Rezultă o comportare net superioară sub aspect cavitațional a rotorilor $C_{1,2,3}$ și $B_{1,2,3}$ față de $A_{1,2,3}$. Determinarea lui H_{gs} s-a făcut pentru : debitul $Q_p = 72.35 \text{ m}^3/\text{s}$, înălțimea de pompă $H_p = 317 \text{ m}$, precum și în ipoteza fluidului perfect incompresibil. Valorile lui $\sigma_p = 0.139; 0.138$ și $H_{gs} = -39.1; -38.8$ calculate cu relațiile statistice oferite de Siervo și Graeser sunt mai defavorabile decât cele ale rotorilor $B_{1,2,3}$ și $C_{1,2,3}$.

S-au determinat cu M.E.F distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul NP205 aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent dată de $\psi^* = 0.3, \psi^* = 0.6, \psi^* = 1$, adică pe paleta rotorului A_1 în cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă la regimuri de debite oarecare $Q_x = [0.7; 0.8; 1; 1.2; 1.4]Q_C$. Au fost obținute caracteristica de cavitație $\sigma_{Px}(Q_x/Q_C)$, pe baza relației lui σ_{Px} stabilită de Acad.Ioan Anton [6], precum și curbele de sensibilitate la cavitație $k_{p_{max,x}}(Q_x/Q_C)$ a profilului aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent. Valorilor lui $k_{p_{max,x}} = 0.52; 1.3; 2.05$ și $\sigma_{Px} = 0.17; 0.37; 0.7$ obținute la inel ($\psi^* = 1$), arată că aici sensibilitatea la cavitație și pericolul cavitațional sunt cele mai mari.

În cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca turbină pentru debitul de calcul Q_c și $\psi^* = 0.6$ au fost determinate distribuțiile de viteze și presiuni pe paleta rotorilor $A_{1,2,3}$, $B_{1,2,3}$, $C_{1,2,3}$. Din fig. 8.84a; 8.84b; 8.84c se observă că din punct de vedere cavitațional cel mai bine se comportă rotorii $C_{1,2,3}$.

•- În cap.9 s-a prezentat bazele Metodei Reciprocității Duale (MRD). Această metodă numerică a fost introdusă de C.A. Brebbia și colab. [84], [85] pentru rezolvarea ecuațiilor de forma : $\nabla^2 = -b$, unde b poate să fie una sau mai multe funcții dependente de x, y, u sau x, y, u, t . Soluția problemei este dată de $u = \bar{u} + \hat{u}$, unde \bar{u} este soluția ecuației lui Laplace $\nabla^2 \bar{u} = 0$, iar \hat{u} este o soluție particulară. Metoda prezintă avantajul discretizării doar a frontierei, iar în interiorul domeniului soluția se obține doar în punctele în care ne interesează.

Ținând cont de Metoda Reciprocității Duale (MRD) introdusă de Brebbia C.A. și colab. [85] pentru rezolvarea ecuațiilor de tip Poisson și a celor cu derivate parțiale diferite de cele care apar în hidrodinamica rețelilor de profile radial-axiale, respectiv pentru curgeri simple din Mecanica Fluidelor, în această lucrare a fost aplicată pentru prima dată MRD în probleme de complexitatea celor întâlnite la mașinile hidraulice reversibile în scopul determinării distribuțiilor de viteze și presiuni pe paleta rotorului, în cazul funcționării mașinii ca pompă și în ipoteza fluidului perfect incompresibil.

•- În cap.10, folosind MRD, s-au determinat: domeniul de analiză și discretizarea acestuia în planul Prasil, precum și distribuțiile de viteze și presiuni pe paleta rotorilor $A_{1,2}$ și $B_{1,2,3}$ (fig.10.1÷10.19), pentru debitul de calcul Q_c , $\psi^* = 0.6$, și în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă. Peste aceste distribuții de viteze și presiuni au fost suprapuse și cele obținute cu MEF. Pentru compararea rezultatelor obținute cu MRD față de MEF s-au calculat pe profil diferențele relative $\varepsilon_w = (2.7 \div 25)\%$ și $\varepsilon_p = (9 \div 66)\%$ pentru viteza \bar{w}_c și \bar{p}_c . Acestea arată în general o bună apropiere a rezultatelor obținute cu cele două metode, având în vedere și erorile de metodă. Pentru rezolvarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent ψ^* din planul Prasil (9.37) au fost elaborate programele: IOS-PREM.FOR; IOS-RC96.FOR; IOS-PROF.FOR; IOS-CFIN.FOR; IOS-OMG1.FOR; IOS-MAIN1.FOR.

Au fost determinate cu MRD distribuțiilor de viteze și presiuni pe paleta rotorului A_1 (fig.10.20; 10.21; 10.24; 10.25; 10.28; 10.29), pentru $\psi^* = 0.3$, $\psi^* = 0.6$, $\psi^* = 1$, și în cazul funcționării mașinii hidraulice reversibile ca pompă la debite oarecare $Q_x = [0.8; 1; 1.2] Q_c$.

Cunoașterea acestor distribuții de presiuni obținute pe paleta mașinii hidraulice reversibile a permis determinarea caracteristicii de cavitație $\sigma_{px}(Q_x / Q_c)$ a mașinii hidraulice reversibile la funcționarea ca pompă (fig.10.22; 10.26; 10.30), având în vedere relația lui σ_{px} (8.15), precum și curbele de sensibilitate la cavitație $k_{p_{max,x}}(Q_x / Q_c)$ a profilului aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent

(fig.10.23; 10.27; 10.31). Valorile cele mai mari ale lui $k_{p_{max,x}} = 0.75; 0.125; 1.$ și $\sigma_{Px} = 0.21; 0.41; 0.7$ se obțin la inel ($\psi^* = 1$). De aici rezultă că sensibilitatea cea mai mare a cavității este la inel, deasemenea și cu pericolul cel mai mare de cavităție.

- În cap.12 este prezentată o metodică ce permite obținerea desenului paletei mașinii hidraulice radial-axiale reversibile în planul perpendicular pe axa mașinii, desen care stă la baza execuției paletei rotorilor $A_{1, 2, 3}$, când este completat cu cel care redă și secțiunile în planul meridian.

- Au fost realizate și utilizate un număr de 26 de programe în limbaj FORTRAN, specificate în anexa 1, din care 20 sunt de concepție proprie.

12.2 Contribuții personale și originale

Dintre contribuțiile personale cu caracter original amintim :

- Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent, precum și a câmpului hidrodinamic pentru rotorii de pompă-turbină Francis utilizând M.E.F și M.E.Fr în cazul mișcării potențiale axial-simetrice în ipoteza fluidului perfect incompresibil.

- Stabilirea ecuației mișcării relative pe suprafața de curent (6.11) și a ecuației dimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent (6.31) care exprimă mișcarea în planul Prasil, în cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă.

- Stabilirea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent ψ^* din planul Prasil, atât pentru cazul funcționării mașinii reversibile ca pompă (7.8) cât și turbină (7.18), precum și a relației (7.75) care permite determinarea distribuției de presiuni pe paleta rotorului.

- Stabilirea ecuațiilor (6.50), (6.51) a scheletului profilelor când se folosesc polinoame de gradul 2 sau 3, precum și determinarea profilelor NP205, NP204, NP203, NP305, NP304, NP303 care se folosesc alături de profilele NACA 1405, NACA 1404, NACA 1403 pentru obținerea cu ajutorul M.E.F și M.R.D a distribuțiilor de viteze și presiuni pe paleta mașinii hidraulice radial-axiale reversibile.

- Integrarea ecuațiilor adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent în planul Prasil (7.8) și (7.18) utilizând M.E.F, precum și determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe paleta mașinii radial-axiale reversibile.

- Determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe paleta mașinii hidraulice radial-axiale reversibile la regimuri de debite oarecare Q_x utilizând M.E.F, precum și obținerea caracteristicii de cavităție $\sigma_{Px}(Q_x / Q_C)$ a mașinii reversibile la funcționarea ca pompă și curbelor de sensibilitate la cavităție $k_{p_{max,x}}(Q_x / Q_C)$ a profilului aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent.

- MRD a fost fundamentată și dezvoltată de Nardini D., Brebbia C.A. și colab. [27], [84], [85], care au aplicat-o la probleme simple. Eu am preluat această metodă , pe care apoi am dezvoltat-o și aplicat-o la probleme de mare complexitate , cum sunt cele întâlnite la mașinile hidraulice radial-axiale reversibile în ipoteza fluidului perfect incompresibil.

- Am aplicat MRD la rezolvarea ecuației adimensionale cu derivate parțiale în funcția de curent din planul Prasil (7.8) în vederea determinării distribuțiile de viteze și presiuni pe paleta mașinii radial-axiale reversibile în funcționarea ca pompă la debite oarecare Q_x , la obținerea caracteristicii de cavitație $\sigma_{px}(Q_x / Q_c)$ a mașinii reversibile la funcționarea ca pompă, respectiv a curbelor de sensibilitate la cavitație $k_{p_{max,x}}(Q_x / Q_c)$ a profilului aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curent.

- Vitezele adimensionale $\bar{w}_{(r)}$ și presiunile adimensionale $\bar{p}_{(r)}$ pe profilul aflat în rețeaua radial-axială de pe suprafața de curgere obținute cu MRD au fost comparate cu MEF. Rezultatele obținute cu cele două metode sunt foarte apropiate, cu excepția celor din zona bordului de atac și de fugă. Dacă se compară timpul de rulare a programelor, pentru același profil, se constată că MRD conduce la un timp cu 50% mai mic față de MEF.

- Dintre cele 26 de programe realizate în limbaj FORTRAN și precizate în anexa 1 menționez că 20 sunt de concepție proprie, iar din punct de vedere al complexității subliniez în mod special pachetele de programe care permit determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe paleta mașinii hidraulice reversibile cu MEF și MRD.

- BIBLIOGRAFIE -

1. Abdallah S., Henderson E. R. - Improved Approach to the Steamline Curvature Method in Turbomachinery. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 109, p. 213-217, 1987.
2. Abdallah S., Smith F. C., McBride W. M. - Unified Equation of Motion (UEM) Approach as Applied to S1 Turbomachinery Problems. *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 110, p. 251-256, 1988.
3. Abramovitz M., Stegun I. A. - *Handbook of Mathematical Functions*. Dover, New-York, 1974.
4. Anton I. - *Turbine hidraulice*. Editura Facla, Timișoara, 1979.
5. Anton I. - *Cavitația I*. Editura Academiei R. S. România, București, 1984.
6. Anton I. - *Cavitația II*. Editura Academiei R. S. România, București, 1985.
7. Anton I., Câmpian V., Carte I. - *Hidrodinamica turbinelor bulb și a turbinelor-pompe bulb*. Editura Tehnică, București, 1988.
8. Anton I. - *Curbe caracteristice de cavitație la mașinile hidraulice (turbine și pompe)*. Comunicările Conferinței de Mașini Hidraulice, Timișoara, Partea întâi, p. 105-128, 1964.
9. Anton I., Carte I., Ludescher H., Iosif A. - The Boundary Element Method in the Determination of the Hydrodynamic Field From the Bladed Zones of Turbomachines. *Revue Roumain des Sciences Tehniques, Série de Mécanique Appliquée*, Tom 35, Nr. 2, p. 63-74, 1990.
10. Anton I., Carte I. N., Ludescher H. - Determinarea câmpului de viteze și de presiuni pe frontiera profilelor rețelelor axiale cu ajutorul metodei elementului de frontieră. *Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, Vol. 1, p. 75-86, 1990.
11. Anton I., Carte I. N., Ludescher H., Iosif A. - The Boundary Element Method in the Determination of the Hydrodynamic Field From the Bladed Zones of the Turbomachines. *BEM 11 (Eleventh. Int. Conf. on Bound. Elem. Meth. in Eng. Southampton, UK, 1989)*.
12. Anton I., Carte I. N. - Metoda elementului finit în simularea mișcării fluidelor incompresibile ideale prin statoarele conice ale turbinelor bulb. *Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, Vol. 1, p. 97-112, 1990.
13. Anton I., Baya Al., Tămaș M. - Parametrii principali optimi ai mașinilor hidraulice reversibile radiale și radial-axiale. *Studii statistice. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, Vol. 2, p. 147-152, 1985.
14. Anton I., Baya Al., Tămaș M. - Coeficienții funcționali optimi la mașinile hidraulice reversibile radiale și radial-axiale. *Studii statistice. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, Vol. 2, p. 153-156, 1985.
15. Anton I., Baya Al., Tămaș M. - Coeficienții de viteză optimi ai mașinilor hidraulice reversibile radiale și radial-axiale. *Studii statistice. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică*, Timișoara, Vol. 2, p. 157-162, 1985.

16. Anton I., Baya Al., Tămaș M. - Studiul dependenței parametrilor geometrici și cinematici de coeficienții de viteză și funcționali la mașinile reversibile proiectate ca turbină. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, Vol. 2, p. 163-170, 1985.
17. Anton I., Baya Al., Tămaș M. - Studiul dependenței parametrilor geometrici și cinematici de coeficienții de viteză și funcționali la mașinile reversibile proiectate ca pompă. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, Vol. 2, p. 171-178, 1985.
18. Anton L., Iosif A., Carte I., Ludescher H. - Analiza mișcării plane potențiale pe un domeniu dat prin metoda elementului finit. Sesiunea de comunicări tehnico-științifice pentru tineret "TEHNIC-2000", 20-21 mai, Timișoara, Secțiunea asistată de calculator cu aplicații în industrie, p. 160-165, 1985.
19. Arakawa C., Semejima M., Matsuo Y., Kubota T. - Numerical Simulation of Francis Runner Using Pseudocompressibility. XV IAHR Symposium, Belgrade, Yugoslavia, C1, P. 1-10, 1990.
20. Arșenevski N. N. - Obratimie Ghidromașinî ghidroakkumulimiușch electrostanții, Moskva, 1977.
21. Aschenbrenner T., Riedel N., Schilling R. - Fluid Flow Interaction in Hydraulic Machinery. In Cabrera E. et. al. (eds.) Hydraulic Machinery on Cavitation, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, p. 180-189, 1996, Proc. XVIII IAHR.
22. Banerjee P. K., Butterfield R. - Boundary Element Methods in Engineering Science, Mc Graw-Hill, London, New York, 1981.
23. Berbente C., Brebenel M. - Studiul mișcării potențiale plane în jurul profilului subțiri în rețea în regim incompresibil prin metoda singularităților, St. Cerc. Mec. Apl., Tom 54, Nr. 2, p. 127-136, 1995.
24. Billdal T. J., Andersson I. H., Brekke H., Holt B. - A Study on Nonstationary Flow Effects in a Francis Turbine Runner Caused by the Guide Vane Effects. XVII Symposium, Beijing, China, J2, p. 1161-1171, 1994.
25. Borel L. - Etude pseudo-tridimensionelle des écoulements fluides autour des aubes de turbomachines (Premier partie). Departament de Mathematiques de l'Ecole Polytechnique Fédéral de Lausanne, p. 79-91, juin, 1975.
26. Brătianu C. - Metode cu elemente finite în dinamica fluidelor. Editura Academiei R. S. România, București, 1983.
27. Brebbia C. A., Nowak A. J. - Treatment of Domain Integrals by Using the Dual and Multiple Reciprocity Methods. Eds. Kuhn G., Mang H., Springer Verlag, Berlin Heidelberg, p. 14-28, 1990.
28. Brebbia C. A., Telles J. C. F., Wrobel I. C. - Boundary Element Techniques, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1984.

29. Burghiu V., Santău I., Alexandrescu O. - Instalații de pompare. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
30. Caius I., Homentcovschi D., Marcov M., Nicolau A. - Matematici clasice și moderne, Vol. IV. Editura Tehnică, București, 1983.
31. Carafoli E., Constantinescu V. N. - Dinamica fluidelor incompresibile. Editura Academiei R. S. România, București, 1981.
32. Carte I. - Simularea mișcării meridionale axial-simetrice prin rotorii turbinelor Francis utilizând metoda elementului finit, partea I-a. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, p. 29-44, Vol. 1, 1985.
33. Carte I. - Simularea mișcării meridionale axial-simetrice prin rotorii turbinelor Francis utilizând metoda elementului finit, partea a II-a. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, p.45-50, Vol. 1, 1985.
34. Carte I. - Simularea mișcării plane potențiale în jurul rețelelor de profile axiale prin metoda elementului finit, partea I-a. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, p. 75-84, Vol. 1, 1985.
35. Carte I. - Simularea mișcării plane potențiale în jurul rețelelor de profile axiale prin metoda elementului finit, partea a II-a. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, p. 85-94, Vol. 1, 1985.
36. Carte I. - Simularea mișcării plane potențiale în jurul rețelelor de profile axiale prin metoda elementului finit, partea a III-a. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, p. 95-100, VOL. 1, 1985.
37. Carte I. N. - Contribuții la studiul rețelelor de profile radial-axiale și utilizarea lor în proiectarea rotorilor turbinelor Francis. Teză de doctorat, Timișoara, 1986.
38. Carte I. N. - Determination of the Incompressible Fluid Motion Round Radial-Axial Profile Cascades Through the Finit Element Method, Part. I. Rev. Roum. Sci. Techn. Méc. Appl., Tom 32, Nr. 4, 1987.
39. Carte I. N. - Determination of the Incompressible Fluid Motion Round Radial-Axial Profile Cascades Through the Finit Element Method, Part. II. Rev. Roum. Sci. Tech. Méc. Appl., Tom 32, Nr. 5, 1987.
40. Carte I. N. - Analiza condiției Kuta-Joukovski pentru rețelele de profile axiale cu ajutorul metodei elementului de frontieră. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, p. 75-86, Vol. 1, 1990.
41. Carte I. N., Anton L., Iosif A. - Determinarea câmpului de viteze și presiuni a mișcării axial-simetrice din zona rotorilor mașinilor radial-axiale reversibile utilizând metoda elementului finit. Lucrările Sesiunii Jubiliare de Comunicări Științifice, Iași, 10-12 noiembrie, Vol. VIII, p. 411-414, 1988.
42. Carte I. N., Anton L., Iosif A. - Determinarea câmpului hidrodinamic din zona rotorului mașinilor radial-axiale reversibile utilizând metoda elementului finit. Lucrările Sesiunii Jubiliare de Comunicări Științifice, Iași, 10-12 noiembrie, Vol. VIII, p. 407-410, 1988.

43. Chappuis J. - Quelques considérations dans le cadre de notre programme de recherches sur les pompes-turbines. Vevey, 1970.
44. Chung T. J. - Finite Element Analysis in Fluids Dynamics. Mc Graw-Hill, New York, 1978.
45. Creța G. - Câmpul aerodinamic al sursei circulare uniform repartizate. Comunicările Conferinței de Mașini Hidraulice, Partea a doua, p. 213-222, 1964.
46. Dincă G. - Metode variaționale și aplicații. Editura Tehnică, București, 1980.
47. Deshpande B. R. - Analitical Study of Blade-to-Blade Flow Through a Turbomachine. Journal of the Aeronautical Society of India, Vol. 27, Nr. 3, p. 118-124, 1975.
48. Gavruță P., Lipovan O., Naslău P., Sturz I. - Metode numerice. Litografia I.P.Timișoara, 1989.
49. Gârbea D. Analiza cu elemente finite. Aplicații pe microcalculatoare. Editura Tehnică, București, 1990.
50. Godunov S. K., Reabenki V. S. - Scheme cu diferențe finite. Editura Tehnică, București, 1977.
51. Göde E., Cuénod R. - Numerical Flow Simulation in Francis Turbines. Water Power, Dam Construction, p. 17-21, May, 1981.
52. Graeser J. E., Walther W. - Instalations de pompage-turbinages. Executions et projet dans le monde periode 1965-1979. Rep. Inst. E. P. F. Lausanne, 1980.
53. Ionescu Gh. D., Matei P., Ancușa V., Alexandru T., Mihai B. - Mecanica fluidelor și mașini hidraulice. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
54. **Iosif A.**, Anton L., Carte I. N., Ludescher H. - Câteva referiri legate de metoda elementului finit în cazul unei curgeri axial-simetrice. Sesiunea de comunicări tehnico-științifice pentru tineret "TEHNIC-2000", 20-21 mai, Secțiunea asistată de calculator cu aplicații în industrie, p. 155-159, 1988.
55. **Iosif A.**, Carte I. N., Ludescher H., -Metoda elementului de frontieră în determinarea câmpului hidrodinamic prin rotorii mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile Francis în funcționarea ca pompă. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, Vol. 1, p. 167-172, 1990.
56. **Iosif A.**, Ludescher H. - Determinarea câmpului hidrodinamic prin rotorii mașinilor hidraulice radial-axiale reversibile Francis în cazul funcționării ca turbină utilizând metoda elementului de frontieră. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, Vol. 1, p. 161-166, 1990.
57. **Iosif A.**, Carte I. N., Ludescher H. - The Boundary Element Method in the Determination of the Hydrodynamic Field in The Space of Wheels for Reversible Francis Turbomachines Functioning as Pumps. Buletinul Științific și Tehnic al U. T. Timișoara, Tom 37(51), Fasc. 1-2, p. 77-84, 1990.

58. **Iosif A.**, Bălășoiu V., Ludescher H. - The Simulation of the Axi-symmetrical Motion in a Meridian Plane Between the Body and Slide-Valve of the Distributor Using Boundary Element Method. Buletinul Științific și Tehnic al U. T. Timișoara, Tom 37(51), Fasc. 1-2, p. 91-96, 1992.
59. **Iosif A.**, Ludescher H. - The Simulation of the Axi-Symmetrical Motion in the Space of Wheels for Reversible Francis Turbomachines Functioning as Turbine Using the Boundary Element Method. Buletinul Științific și Tehnic al U. T. Timișoara, Tom 37(51), Fasc. 1-2, p. 69-76, 1992.
60. **Iosif A.**, Bălășoiu V., Ludescher H. - Simularea mișcării meridionale axial-simetrice în zona dintre corpul și sertarul unui distribuitor utilizând metoda elementului de frontieră. Revista Construcția de Mașini, Nr. 5, p. 37-39, 1992.
61. **Iosif A.**, Ludescher H. -The Determination of the Components of the Meridian Velocity in the Case of Simulation of the Axi-Symmetrical Motion From the Bladed Zone a Francis Turbopumps Using B.E.M., Buletinul Șt. și Tehn. al U. T. Timișoara, Tom 37(51), p. 99-105, 1992.
62. **Iosif A.** - The Extension of the Dual Reciprocity Method of B.E.M. for Solving the Poisson Equation in the Case of Radial-Axial Steady of Unstable Profile Cascades. Buletinul Științific și Tehnic al U. T. Timișoara, Tom 38(52), Fasc. 1-2, p. 122-129, 1993.
63. **Iosif A.**, Ludescher H. - Determinarea expresiilor componentelor vitezei meridiane în cazul simulării mișcării axial-simetrice din zona rotorilor turbină-pompă Francis. Analele Universității din Oradea, Fascicola Mecanică, Secțiunea "Mașini Hidraulice, Mașini Termice și Termotehnică", p. 13-18, 1992.
64. **Iosif A.** - The Determination of Velocity Components in the Case of Simulation of the Two-Dimensional Motion Using the Boundary Element Method. Buletinul Științific și Tehnic al U. T. Timișoara, Tom 31(53), Fasc. 1-2, p. 203-207, 1994.
65. **Iosif A.** - Utilizarea metodei elementelor de frontieră la simularea mișcării axial-simetrice în cazul unui rotor de turbină Francis al cărui contur este obținut prin metoda Bovet. Analele Universității "Constantin Brâncuși" Târgu-Jiu, Seria A, Nr. 2, p. 207-212, 1995.
66. **Iosif A.** - Utilizarea metodei elementelor de frontieră la determinarea distribuției de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de aerator rapid. Analele Universității "Constantin Brâncuși" Târgu-Jiu, Seria A, Nr. 2, p. 213-220, 1995.
67. Jude L. - O metodă element frontieră în cazul unei rețele circulare de profile. St. Cerc. Mec. Appl., Tom 54, Nr., p. 341-347, 1995.
68. Jurcă I. și colab. - Programarea calculatoarelor. Litografia I. P. Timișoara, Vol. I, 1989.

69. Kimura Y., Yokoyama T. - Planning of Reversible Pump-Turbines, Hitachi Review, Vol. 22, Nr. 8, p.328-334, 1973.
70. Klemm D., Jaeger U. E., Hauff C. - Development of a New Generation of High Head Pump-Turbines, Guangzhou II. In Cabrera E. et. al. (eds.) Hydraulic Machinery on Cavitation, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, p. 180-189, 1996, Proc. XVIII IAHR Symposium.
71. Krivcenko G. I. - Hydraulic Machines Turbines and Pumps. Translated from the Russian by Semenov M. S. and Kochin A. V., Moscow, 1986.
72. Larionescu D. - Metode numerice. Editura Tehnică, București, 1989.
73. Lipej A., Jost D., Oberdank K., Velensek B., Jamnik M. - Numerical and Experimental Flow Analysis in a Francis Turbine, XVII IAHR Symposium Beijing, China, A3, p. 59-70, 1994.
74. Marcel R. - Analiză matematică. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1984.
75. Marciuk G. I., Saidurov V.V. - Creșterea preciziei soluțiilor în scheme cu diferențe. Editura Academiei R. S. România, București, 1981.
76. Marian Z. - FORTRAN-77. Depanarea programelor. Aplicații practice. Editura Tehnică, București, 1991.
77. Marinescu Gh. Analiză matematică. Editura Academiei R. S. România, București, Vol. I, II, 1984.
78. Marinescu Gh., Rizzoli I., Popescu I., Stefan C. - Probleme de analiză numerică rezolvate cu calculatorul. Editura Academiei R. S. România, București, 1987.
79. Miloș T. - Optimization Method for a Computed-Aided Calculation and Designing of the Rotor Blade in Centrifugal Pumps. Buletinul Științific și Tehnic al U. T. Timișoara, Tom 35(49), Fasc. 1-2, p. 119-124, 1990.
80. Naidu B.S.K - Computerised Design Development and Model Testing of a High Head Francis Runner. XV IAHR Symposium, Belgrade, Yugoslavia, Q4, p. 1-12, 1994.
81. Nakamura T., Nishizawa H., Yasuda M., Zuzuki T., Tanaka H. - Study on High Speed and High Reversible Pump-Turbine. In Cabrera E. et. al. (eds.) Hydraulic Machinery on Cavitation, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, p. 210-219, 1996, Proc. XVIII IHAR Symposium.
82. Olariu V., Brătianu C. - Modelare numerică cu elemente finite. Editura Tehnică, București, 1986.
83. Pacoste C., Stoian V., Dubină D. - Metode moderne în mecanica structurilor. Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1988.
84. Partridge W. P., Brebbia A. C. - Computer Implementation of the B.E.M. Dual Reciprocity Method for the Solution of General Field Equations. Communication in Applied Numerical Methods, Vol.6, p. 83-92, 1990.
85. Partridge W. P., Brebbia A. C., Wrobel C. L. - The Dual Reciprocity Method. Computational Mechanics Publications Southampton, Boston, Elsevier Applied Science London, New York, 1992.

86. Pascariu I. - Elemente finite. Concepte-aplicații. Editura Militară, București, 1985.
87. Petrilă T., Gheorghiu I.C. - Metode element finit și aplicații. Editura Academiei R. S. România, București, 1987.
88. Poterașu V. F., Mihalache N. - Elemente de contur. Aplicații. Editura Militară, București, 1992.
89. Popa O. - Contribuții teoretice la calculul rețelelor de profile folosite în construcția mașinilor hidraulice. Comunicările Conferinței de Mașini Hidraulice, Partea întâi, p.145-155, 1964.
90. Popa O. - Mișcări potențiale și teoria hidrodinamicii rețelelor de profile. Litografia I. P. Timișoara, 1980.
91. Qian Y., Zuzuki R. Arakava C. - Analysis of the Inlet Revers Flow in Pump Turbine Using 3-D Viscous Numerical Techniques. In Cabrera E. et. al. (eds.) Hydraulic Machinery on Cavitation, Kluwer Academic Publishers, Printed in the Netherlands, p. 230-237, 1996, Proc.XVIII IAHR Symposium.
92. Raabe J. - Hidro Power, VDI Verlag, Dusseldorf, 1985.
93. Ruprecht A., Chihab W. - Experimental and Numerical Analysis of the Three-Dimensional Flow in Elbow Draft Tubes. XVII IAHR Symposium, Beijing, China, A5, p. 83-94, 1994.
94. Sburlan S. - Principiile fundamentale ale matematicii moderne. Lecții de analiză matematică. Editura Academiei Române, București, 1991.
95. Schilling R., Watzelt C., Haas H., Sporer L. - C.F.D-Aided Design of the Conference on Fluid Machinery, Budapest, p. 412-420, 1991.
96. Schilling R., Riedel N., Ritzinger S. - A Critical Review of Numerical Models Predicting the Flow Through Hydraulic Machinery Bladings. XVII Symposium, Beijing, China, GL2, p. 15-27, 1994.
97. Schilling R., Riedel N., Bader R., Aschenbrenner T., Veber Ch., Fernández A. - Rapid Prototyping of Hydraulic Machinery. In Cabrera E. et. al. (eds.) Hydraulic Machinery on Covitation, Kluwer Academic Publishers, Printed in Netherlands, p.46-57, 1996, Proc.XVIII IAHR Symposium.
98. Siervo F., Lugaresi A. - Modern Trends in Selecting and Designing Reversible Pump-Turbines. Water Power and Dam Construction, Main, 1980.
99. Takase M., Okada M., Inoue H. - Field Test Results of Large Capacity Pumps-Turbines, to U.S.A., Hitachi Review, Vol. 23, Nr. 8, p. 305-310, 1974.
100. Takase M., Okada M., Takagi N. - 310000 KW Francis Pump/Turbine for the Okutataragi Power Station. Hitachi Review, Vol. 23, Nr. 9, p. 337-342, 1974.

101. Tako T., Yamamoto K., Hachiya T., Yamabe M. - Field Test Results of High-head Pump-turbines for Numappara Pumped-storage Power Station. Hitachi Review, Vol. 23, Nr. 6, p. 241-246, 1974.
102. Tămaș M. - Dimensionarea rotorului mașinilor reversibile radiale. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, Vol. 3, p. 281-284, 1990.
103. Tămaș M. - Aspecte privind proiectarea mașinilor hidraulice reversibile de tip Francis. Conferința de Mașini Hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara, Vol. 3, p. 285-288, 1990.
104. Udriște C., Iftode V., Postolache M. - Metode numerice de calcul. Algoritmi și programe Turbo Pascal. Editura Tehnică, București, 1996.
105. Vraciu G., Popa A. - Metode numerice cu aplicații în tehnica de calcul. Editura Scrisul Românesc, Craiova, 1982.
106. Wada Y., Yanaguchi Y., Yokoi N., Tanabe S. - Analysis of Flow in Pump-Turbine Runner "FLANPT" and its Application. Hitachi Review, Vol. 22, Nr. 10, p. 404-409, 1973.
107. Wang X., Nishi M., Tsukamoto H. - A Simple Model for Predicting the Draft Tube Surge. XVII IAHR Symposium, Beijing, China, A6, p. 95-106, 1974.
108. Zidaru Ghe. - Mișcări potențiale și hidrodinamica rețelelor de profile. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.

- CONTRACTE -

109. Anton I. și colab. - Studiul și proiectarea unei mașini reversibile de medie cădere. Contract de Cercetare Științifică Nr. 121/1988.
110. Carte I. N., Iosif A., Ludescher H. - Analiza câmpului hidrodinamic în spațiul rotorilor de turbină-pompă Francis prin metoda elementului finit. Contract de Cercetare Științifică Nr. 51/1986.
111. Anton I., Popoviciu M., Iosif A. - Studiul comportării la cavitație a turbinelor de la Porțile de Fier I, a turbinelor de la Porțile de Fier II și a turbinelor de la C. H. E. Valea Mare. Contract de Cercetare Științifică Nr. 146/1986.
112. Carte I. N., Anton L., Iosif A., Ludescher H. - Analiza mișcării fluidelor incompresibile în spațiul rotorilor de turbină-pompă Francis Prin metoda elementului finit. Contract de Cercetare Științifică Nr. 131/1987.
113. Carte I. N., Anton L., Iosif A., Ludescher H. - Analiza mișcării fluidelor incompresibile în spațiul rotorilor de mașină radial-axială reversibilă de medie cădere prin metoda elementului finit și metoda elementului de frontieră. Contract de Cercetare Științifică Nr. 120/1988.

114. Carte I. N., Ludescher H., **Iosif A.**, Pavel P., Ciocârlan C. - Analiza mișcării fluidelor incompresibile în spațiul rotorilor de mașină radial-axială reversibilă de medie cădere utilizând metoda elementului finit și a elementului de frontieră. Contract de Cercetare Științifică Nr. 81/1989.

LISTA PROGRAMELOR REALIZATE ÎN LIMBAJ FORTRAN ȘI UTILIZATE ÎN OBTINEREA REZULTATELOR NUMERICE

- 1) PSIELFLM.FOR - rezolvă problema în ψ^* cu metoda elementului finit (F.E.M.) în cazul mișcării axial-simetrice din zona rotorului reversibil Francis în ipoteza fluidului incompresibil ideal, determinând în final coordonatele punctelor care definesc liniile de curent, distribuțiile de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent, punctele care definesc liniile echipotențiale, cu observația că ansamblul liniilor de curent și a celor echipotențiale ne conduc la obținerea câmpului hidrodinamic.
- 2) FIELFL.FOR - rezolvă problema în φ^* cu metoda elementului finit (F.E.M.) în cazul mișcării potențiale axial-simetrice din zona rotorului reversibil Francis în ipoteza fluidului ideal incompresibil.
- 3) FIELFR.FOR - rezolvă cu metoda elementului de frontieră (B.E.M.) ecuația integrală pe frontiera domeniului de analiză, folosind elemente de frontieră constante, în cazul mișcării axial-simetrice din zona rotorului reversibil Francis, în ipoteza fluidului ideal incompresibil, determinând valorile lui φ^* și ale derivatei sale normale în nodurile unde acestea nu se cunosc.
- 4) FICTAXC.FOR - determină valorile lui φ^* în punctele din interiorul domeniului de analiză pe baza reprezentării integrale, apoi vitezele, valorile lui ψ^* , coordonatele punctelor care definesc liniile de curent și echipotențiale, precum și distribuțiile de viteze și presiuni în lungul liniilor de curent.
- 5) DCPIT.FOR - determină coeficienții polinoamele de aproximare, care aproximează funcțiile $\frac{1}{r}(s^*)$, $z^*(s^*)$, $s^*(x^*)$, în cazul pompă.
- 6) DCPITT.FOR - determină coeficienții polinoamelor de aproximare, care aproximează funcțiile $\frac{1}{r}(s^*)$, $z^*(s^*)$, $s^*(x^*)$, în cazul turbină.
- 7) FH.FOR - determină coeficienții polinomului de aproximare pentru funcția de grosime a stratului de lichid $h(x^*)$.
- 8) POLGR2.FOR - determină coeficienții polinomului de gradul 2 care aproximează scheletul profilului din planul $y^*o x^*$.
- 9) POLGR3.FOR - determină coeficienții polinomului de gradul 3 care aproximează scheletul profilului din $y^*o x^*$.

a) Rezolvarea ecuației diferențiale în funcția de curent ψ^* în planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ și determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent cu **metoda elementului finit** (F.E.M.) în cazul **pompă** se realizează pe baza următoarelor 5 programe:

- 10) IOS-PREM.FOR - definește profilul și elementele necesare domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ în care coarda profilului este $L_1 = 1$.
- 11) IOS-RC96.FOR - realizează racordarea profilului cu o elipsă în zona bordului de fugă.
- 12) IOS-PROF.FOR - realizează o discretizare a profilului în cazul sistemului local de coordonate.
- 13) IOSMAIN1.FOR - realizează, pentru rularea nr.1, o primă discretizare a domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$.
- 14) IOSPSEL1.FOR - realizează discretizarea finală a domeniului de analiză, rezolvă sistemul liniar global și determină valorile lui ψ^* în noduri, iar apoi distribuția de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent în lungul loxodromei adimensionale L_{lox}^* .

b) Rezolvarea ecuației diferențiale în funcția de curent ψ^* în planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ și determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent cu **metoda elementului finit** (F.E.M.) în cazul **turbină** se realizează pe baza următoarele 5 programe:

- 15) IOS-PREM.FOR - definește profilul și elementele necesare domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ în care coarda profilului este $L_1 = 1$.
- 16) IOS-RC96.FOR - realizează racordarea profilului în zona bordului de fugă cu o elipsă.
- 17) IOS-PROF.FOR - realizează discretizarea profilului în cazul sistemului local de coordonate.
- 18) IOSRDTP1.FOR - realizează o primă discretizare a domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$.
- 19) IOSEFTP1.FOR - realizează discretizarea finală a domeniului de analiză rezolvă sistemul liniar global și determină valorile lui ψ^* în nodurile globale, precum și distribuțiile de viteze și presiuni în lungul loxodromei adimensionale L_{lox}^* .

c) Rezolvarea ecuației diferențiale în funcția de curent ψ^* în planul Prasil $\bar{y}^*o\bar{x}^*$ și determinarea distribuțiilor de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent cu **metoda reciprocității duale** (D.R.M.) în cazul **pompă** se realizează pe bază următoarelor 6 programe :

- 20) IOS-PREM.FOR - definește profilul și elementele necesare domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^* o \bar{x}^*$ în care coarda profilului este $L_1 = 1$.
- 21) IOS-RC96.FOR - realizează racordarea profilului cu o elipsă în zona bordului de fugă.
- 22) IOS-PROF.FOR - realizează discretizarea profilului în coordonate locale, iar aceste puncte vor constitui nodurile de pe intradosul și extradadosul profilului din cadrul domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^* o \bar{x}^*$.
- 23) IOSMAIN1.FOR - rulara nr.1 realizează discretizarea domeniului de analiză, determinând toate nodurile de pe frontieră cât și în interiorul acestuia.
- 24) IOS-CFIN.FOR - determină coeficienții sistemului liniar global și termenii liberi care rămân neschimbați de la o iterație la alta, coeficienții G_{ij} și H_{ij} , precum și liniile matricei date de $H\hat{U} - G\hat{Q}$.
- 25) IOS-OMG1.FOR - determină termeni liberi ai sistemului liniar care corespund termenului ce conține pe ω^* .
- 26) IOSMAIN1.FOR - rulara nr.2 determină printr-un procedeu iterativ valorile lui ψ^* și a derivatei sale normale în cele în nodurile de pe frontiera domeniului de analiză din planul Prasil $\bar{y}^* o \bar{x}^*$ în care acestea nu se cunosc, iar apoi distribuțiile de viteze și presiuni pe profilul aflat în rețeaua de pe suprafața de curent în lungul loxodromei adimensionale L_{LOX}^* .
- 27) TPGR2.FOR - realizează transformarea conformă și proiecția profilului de pe suprafața de curent în planul perpendicular pe axa Z^* în cazul când scheletul profilului este aproximat de un polinom de gradul 2.
- 28) TPGR3.FOR - realizează transformarea conformă și proiecția profilului de pe suprafața de curent în planul perpendicular pe axa Z^* în cazul când scheletul profilului este aproximat de un polinom de gradul 3.
- 29) TCPNACA.FOR - realizează transformarea conformă și proiecția în planul perpendicular pe axa Z^* în cazul unui profi NACA cu patru cifre.

Contur " A ". Coordonatele adimensionale. $L_{ax}=2.027$ m. Anexa 2

POMPĂ						TURBINĂ					
Nr.	coroană		Nr.	inel		Nr.	coroană		Nr.	inel	
crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*
1	0.0000	0.0000	1	0.6666	0.0000	1	1.6600	0.0000	1	1.6600	0.2467
2	0.0000	0.0500	2	0.6666	0.0500	2	1.6000	0.0000	2	1.6000	0.2467
3	0.0000	0.1000	3	0.6666	0.1000	3	1.5400	0.0000	3	1.5400	0.2467
4	0.0033	0.1500	4	0.6666	0.1500	4	1.4800	0.0000	4	1.4800	0.2467
5	0.0100	0.2000	5	0.6666	0.2000	5	1.4200	0.0000	5	1.4200	0.2467
6	0.0200	0.2500	6	0.6666	0.2500	6	1.3533	0.0000	6	1.3533	0.2467
7	0.0323	0.3000	7	0.6666	0.3000	7	1.2933	0.0000	7	1.2933	0.2467
8	0.0500	0.3667	8	0.6666	0.3166	8	1.2333	0.0000	8	1.2333	0.2467
9	0.0760	0.4333	9	0.6666	0.3333	9	1.1833	0.0000	9	1.1833	0.2500
10	0.1033	0.4933	10	0.6676	0.3500	10	1.1333	0.0000	10	1.1333	0.2540
11	0.1350	0.5500	11	0.6706	0.3800	11	1.0833	0.0000	11	1.0833	0.2540
12	0.1733	0.6116	12	0.6726	0.4000	12	1.0333	0.0000	12	1.0333	0.2600
13	0.2060	0.6546	13	0.6753	0.4200	13	0.9893	0.0000	13	1.0000	0.2773
14	0.2466	0.7033	14	0.6783	0.4417	14	0.9333	0.0017	14	0.9833	0.2820
15	0.2883	0.7483	15	0.6833	0.4583	15	0.8900	0.0043	15	0.9666	0.2876
16	0.3253	0.7833	16	0.6900	0.4766	16	0.8500	0.0073	16	0.9366	0.2993
17	0.3833	0.8320	17	0.7000	0.5000	17	0.8000	0.0127	17	0.9000	0.3160
18	0.4333	0.8666	18	0.7083	0.5133	18	0.7666	0.0166	18	0.8750	0.3293
19	0.4833	0.8950	19	0.7233	0.5343	19	0.7166	0.0260	19	0.8500	0.3450
20	0.5266	0.9166	20	0.7400	0.5573	20	0.6666	0.0373	20	0.8166	0.3666
21	0.5833	0.9393	21	0.7600	0.5800	21	0.6266	0.0473	21	0.7833	0.3960
22	0.6266	0.9526	22	0.7833	0.6040	22	0.5833	0.0606	22	0.7600	0.4200
23	0.6666	0.9626	23	0.8166	0.6333	23	0.5266	0.0833	23	0.7400	0.4426
24	0.7166	0.9740	24	0.8500	0.6550	24	0.4833	0.1050	24	0.7233	0.4656
25	0.7666	0.9833	25	0.8750	0.6706	25	0.4333	0.1333	25	0.7083	0.4866
26	0.8000	0.9873	26	0.9000	0.6840	26	0.3833	0.1680	26	0.7000	0.5000
27	0.8500	0.9926	27	0.9366	0.7006	27	0.3253	0.2166	27	0.6900	0.5233
28	0.8900	0.9956	28	0.9666	0.7123	28	0.2883	0.2516	28	0.6833	0.5416
29	0.9333	0.9983	29	0.9833	0.7180	29	0.2466	0.2966	29	0.6793	0.5583
30	0.9893	1.0000	30	1.0000	0.7226	30	0.2060	0.3453	30	0.6753	0.5800
31	1.0333	1.0000	31	1.0333	0.7316	31	0.1733	0.3883	31	0.6726	0.6000
32	1.0833	1.0000	32	1.0833	0.7400	32	0.1350	0.4500	32	0.6706	0.6200
33	1.1333	1.0000	33	1.1333	0.7460	33	0.1033	0.5066	33	0.6676	0.6500
34	1.1833	1.0000	34	1.1833	0.7500	34	0.0760	0.5666	34	0.6666	0.6667
35	1.2333	1.0000	35	1.2333	0.7533	35	0.0500	0.6333	35	0.6666	0.6833
36	1.2933	1.0000	36	1.2933	0.7533	36	0.0323	0.7000	36	0.6666	0.7000
37	1.3533	1.0000	37	1.3533	0.7533	37	0.0200	0.7500	36	0.6666	0.7500
38	1.4200	1.0000	38	1.4200	0.7533	38	0.0100	0.8000	38	0.6666	0.8000
39	1.4800	1.0000	39	1.4800	0.7533	39	0.0033	0.8500	39	0.6666	0.8500
40	1.5400	1.0000	40	1.5400	0.7533	40	0.0000	0.9000	40	0.6666	0.9000
41	1.6000	1.0000	41	1.6000	0.7533	41	0.0000	0.9500	41	0.6666	0.9500
42	1.6600	1.0000	42	1.6600	0.7533	42	0.0000	1.0000	42	0.6666	1.0000

Contur "B". Coordonate adimensionale. $L_{ax}=1.923$ m. Anexa 3

POMPĂ						TURBINĂ									
Nr.		coroană		Nr.		inel		Nr.		coroană		Nr.		inel	
crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	
1	0.0000	0.0000	1	0.6923	0.0000	1	1.7677	0.0000	1	1.7677	0.2564				
2	0.0000	0.0381	2	0.6923	0.0381	2	1.7158	0.0000	2	1.7158	0.2564				
3	0.0000	0.0767	3	0.6923	0.0797	3	1.6638	0.0000	3	1.6638	0.2564				
4	0.0000	0.1161	4	0.6923	0.1161	4	1.6118	0.0000	4	1.6118	0.2564				
5	0.0000	0.1577	5	0.6923	0.1577	5	1.5598	0.0000	5	1.5598	0.2564				
6	0.0000	0.1993	6	0.6923	0.1993	6	1.5078	0.0000	6	1.5078	0.2564				
7	0.0000	0.2357	7	0.6923	0.2357	7	1.4558	0.0000	7	1.4558	0.2564				
8	0.0000	0.2721	8	0.6923	0.2721	8	1.4038	0.0000	8	1.4038	0.2568				
9	0.0052	0.3188	9	0.6923	0.2980	9	1.3518	0.0000	9	1.3518	0.2579				
10	0.0156	0.3760	10	0.6941	0.3241	10	1.2998	0.0000	10	1.2998	0.2599				
11	0.0364	0.4436	11	0.6957	0.3397	11	1.2478	0.0000	11	1.2478	0.2612				
12	0.0624	0.5113	12	0.6978	0.3579	12	1.1958	0.0000	12	1.1958	0.2652				
13	0.0936	0.5684	13	0.7030	0.3865	13	1.1439	0.0000	13	1.1439	0.2672				
14	0.1456	0.6412	14	0.7092	0.4125	14	1.0866	0.0000	14	1.0919	0.2724				
15	0.1949	0.7010	15	0.7175	0.4364	15	1.0243	0.0010	15	1.0451	0.2797				
16	0.2496	0.7556	16	0.7279	0.4645	16	0.9650	0.0036	16	1.0035	0.2896				
17	0.3068	0.8076	17	0.7393	0.4879	17	0.9047	0.0067	17	0.9619	0.3042				
18	0.3692	0.8544	18	0.7523	0.5128	18	0.8475	0.0104	18	0.9224	0.3250				
19	0.4367	0.8929	19	0.7669	0.5373	19	0.7799	0.0182	19	0.8968	0.3416				
20	0.5137	0.9251	20	0.7851	0.5633	20	0.7201	0.0260	20	0.8698	0.3597				
21	0.5865	0.9480	21	0.8079	0.5892	21	0.6572	0.0353	21	0.8371	0.3848				
22	0.6572	0.9646	22	0.8371	0.6152	22	0.5865	0.0520	22	0.8079	0.4108				
23	0.7201	0.9740	23	0.8698	0.6402	23	0.5137	0.0749	23	0.7851	0.4367				
24	0.7799	0.9818	24	0.8969	0.6584	24	0.4367	0.1071	24	0.7669	0.4627				
25	0.8475	0.9896	25	0.9224	0.6750	25	0.3692	0.1456	25	0.7523	0.4872				
26	0.9047	0.9932	26	0.9619	0.6958	26	0.3068	0.1924	26	0.7393	0.5121				
27	0.9650	0.9963	27	1.0035	0.7104	27	0.2496	0.2444	27	0.7279	0.5355				
28	1.0243	0.9989	28	1.0451	0.7203	28	0.1949	0.2990	28	0.7175	0.5636				
29	1.0866	1.0000	29	1.0919	0.7276	29	0.1456	0.3588	29	0.7092	0.5875				
30	1.1438	1.0000	30	1.1439	0.7328	30	0.0936	0.4315	30	0.7029	0.6135				
31	1.1958	1.0000	31	1.1958	0.7348	31	0.0624	0.4887	31	0.6977	0.6421				
32	1.2478	1.0000	32	1.2478	0.7379	32	0.0364	0.5563	32	0.6957	0.6603				
33	1.2998	1.0000	33	1.2998	0.7401	33	0.0156	0.6239	33	0.6941	0.6759				
34	1.3518	1.0000	34	1.3518	0.7432	34	0.0052	0.6811	34	0.6923	0.7020				
35	1.4038	1.0000	35	1.4038	0.7436	35	0.0000	0.7280	35	0.6923	0.7279				
36	1.4558	1.0000	36	1.4558	0.7436	36	0.0000	0.7643	36	0.6923	0.7643				
37	1.5078	1.0000	37	1.5078	0.7436	37	0.0000	0.8007	37	0.6923	0.8007				
38	1.5600	1.0000	38	1.5598	0.7436	38	0.0000	0.8423	38	0.6923	0.8423				
39	1.6118	1.0000	39	1.6118	0.7436	39	0.0000	0.8840	39	0.6923	0.8839				
40	1.6638	1.0000	40	1.6638	0.7436	40	0.0000	0.9203	40	0.6923	0.9203				
41	1.7158	1.0000	41	1.7158	0.7436	41	0.0000	0.9619	41	0.6923	0.9619				
42	1.7677	1.0000	42	1.7677	0.7436	42	0.0000	1.0000	42	0.6923	1.0000				

Contur " C ". Coordonate adimensionale. $L_{ax}=1.923$ m. Anexa 4

POMPĂ						TURBINĂ					
Nr.	coroană		Nr.	inel		Nr.	coroană		Nr.	inel	
crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*
1	0.0000	0.0000	1	0.6923	0.0000	1	1.7677	0.0000	1	1.7677	0.2600
2	0.0000	0.0381	2	0.6923	0.0381	2	1.7158	0.0000	2	1.7158	0.2600
3	0.0000	0.0767	3	0.6923	0.0797	3	1.6638	0.0000	3	1.6638	0.2600
4	0.0000	0.1161	4	0.6923	0.1161	4	1.6118	0.0000	4	1.6118	0.2600
5	0.0000	0.1577	5	0.6923	0.1577	5	1.5598	0.0000	5	1.5598	0.2600
6	0.0000	0.1993	6	0.6923	0.1993	6	1.5078	0.0000	6	1.5078	0.2600
7	0.0000	0.2357	7	0.6923	0.2357	7	1.4558	0.0000	7	1.4558	0.2600
8	0.0000	0.2721	8	0.6923	0.2721	8	1.4038	0.0000	8	1.4038	0.2600
9	0.0052	0.3188	9	0.6923	0.2980	9	1.3518	0.0000	9	1.3518	0.2600
10	0.0156	0.3760	10	0.6941	0.3241	10	1.2998	0.0000	10	1.2998	0.2600
11	0.0364	0.4436	11	0.6957	0.3397	11	1.2478	0.0000	11	1.2478	0.2621
12	0.0624	0.5113	12	0.6978	0.3579	12	1.1958	0.0000	12	1.1958	0.2652
13	0.0936	0.5684	13	0.7030	0.3865	13	1.1439	0.0000	13	1.1439	0.2672
14	0.1456	0.6412	14	0.7092	0.4125	14	1.0866	0.0000	14	1.0919	0.2724
15	0.1949	0.7010	15	0.7175	0.4364	15	1.0243	0.0010	15	1.0451	0.2797
16	0.2496	0.7556	16	0.7279	0.4645	16	0.9650	0.0036	16	1.0035	0.2896
17	0.3068	0.8076	17	0.7393	0.4879	17	0.9047	0.0067	17	0.9619	0.3042
18	0.3692	0.8544	18	0.7523	0.5128	18	0.8475	0.0104	18	0.9224	0.3250
19	0.4367	0.8929	19	0.7669	0.5373	19	0.7799	0.0182	19	0.8968	0.3416
20	0.5137	0.9251	20	0.7851	0.5633	20	0.7201	0.0260	20	0.8698	0.3597
21	0.5865	0.9480	21	0.8079	0.5892	21	0.6572	0.0353	21	0.8371	0.3848
22	0.6572	0.9646	22	0.8371	0.6152	22	0.5865	0.0520	22	0.8079	0.4108
23	0.7201	0.9740	23	0.8698	0.6402	23	0.5137	0.0749	23	0.7851	0.4367
24	0.7799	0.9818	24	0.8969	0.6584	24	0.4367	0.1071	24	0.7669	0.4627
25	0.8475	0.9896	25	0.9224	0.6750	25	0.3692	0.1456	25	0.7523	0.4872
26	0.9047	0.9932	26	0.9619	0.6958	26	0.3068	0.1924	26	0.7393	0.5121
27	0.9650	0.9963	27	1.0035	0.7104	27	0.2496	0.2444	27	0.7279	0.5355
28	1.0243	0.9989	28	1.0451	0.7203	28	0.1949	0.2990	28	0.7175	0.5636
29	1.0866	1.0000	29	1.0919	0.7276	29	0.1456	0.3588	29	0.7092	0.5875
30	1.1438	1.0000	30	1.1439	0.7328	30	0.0936	0.4315	30	0.7029	0.6135
31	1.1958	1.0000	31	1.1958	0.7348	31	0.0624	0.4887	31	0.6977	0.6421
32	1.2478	1.0000	32	1.2478	0.7379	32	0.0364	0.5563	32	0.6957	0.6603
33	1.2998	1.0000	33	1.2998	0.7400	33	0.0156	0.6239	33	0.6941	0.6759
34	1.3518	1.0000	34	1.3518	0.7400	34	0.0052	0.6811	34	0.6923	0.7020
35	1.4038	1.0000	35	1.4038	0.7400	35	0.0000	0.7280	35	0.6923	0.7279
36	1.4558	1.0000	36	1.4558	0.7400	36	0.0000	0.7643	36	0.6923	0.7643
37	1.5078	1.0000	37	1.5078	0.7400	37	0.0000	0.8007	37	0.6923	0.8007
38	1.5600	1.0000	38	1.5598	0.7400	38	0.0000	0.8423	38	0.6923	0.8423
39	1.6118	1.0000	39	1.6118	0.7400	39	0.0000	0.8840	39	0.6923	0.8839
40	1.6638	1.0000	40	1.6638	0.7400	40	0.0000	0.9203	40	0.6923	0.9203
41	1.7158	1.0000	41	1.7158	0.7400	41	0.0000	0.9619	41	0.6923	0.9619
42	1.7677	1.0000	42	1.7677	0.7400	42	0.0000	1.0000	42	0.6923	1.0000

Contur "A" (A modificat). Coordonatele adimensionale. $L_{ax}=2.027$ m. Anexa 5

POMPĂ						TURBINĂ					
Nr.	coroană		Nr.	inel		Nr.	coroană		Nr.	inel	
crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*	crt.	R*	Z*
1	0.0133	0.0000	1	0.6666	0.0000	1	1.6600	0.0000	1	1.6600	0.2467
2	0.0133	0.0500	2	0.6666	0.0500	2	1.6000	0.0000	2	1.6000	0.2467
3	0.0133	0.1000	3	0.6666	0.1000	3	1.5400	0.0000	3	1.5400	0.2467
4	0.0146	0.1500	4	0.6666	0.1500	4	1.4800	0.0000	4	1.4800	0.2467
5	0.0183	0.2000	5	0.6666	0.2000	5	1.4200	0.0000	5	1.4200	0.2467
6	0.0260	0.2500	6	0.6666	0.2500	6	1.3533	0.0000	6	1.3533	0.2467
7	0.0353	0.3000	7	0.6666	0.3000	7	1.2933	0.0000	7	1.2933	0.2467
8	0.0530	0.3667	8	0.6666	0.3166	8	1.2333	0.0000	8	1.2333	0.2467
9	0.0760	0.4333	9	0.6666	0.3333	9	1.1833	0.0000	9	1.1833	0.2500
10	0.1033	0.4933	10	0.6676	0.3500	10	1.1333	0.0000	10	1.1333	0.2540
11	0.1350	0.5500	11	0.6706	0.3800	11	1.0833	0.0000	11	1.0833	0.2540
12	0.1733	0.6116	12	0.6726	0.4000	12	1.0333	0.0000	12	1.0333	0.2600
13	0.2060	0.6546	13	0.6753	0.4200	13	0.9893	0.0000	13	1.0000	0.2773
14	0.2466	0.7033	14	0.6783	0.4417	14	0.9333	0.0017	14	0.9833	0.2820
15	0.2883	0.7483	15	0.6833	0.4583	15	0.8900	0.0043	15	0.9666	0.2876
16	0.3253	0.7833	16	0.6900	0.4766	16	0.8500	0.0073	16	0.9366	0.2993
17	0.3833	0.8320	17	0.7000	0.5000	17	0.8000	0.0127	17	0.9000	0.3160
18	0.4333	0.8666	18	0.7083	0.5133	18	0.7666	0.0166	18	0.8750	0.3293
19	0.4833	0.8950	19	0.7233	0.5343	19	0.7166	0.0260	19	0.8500	0.3450
20	0.5266	0.9166	20	0.7400	0.5573	20	0.6666	0.0373	20	0.8166	0.3666
21	0.5833	0.9393	21	0.7600	0.5800	21	0.6266	0.0473	21	0.7833	0.3960
22	0.6266	0.9526	22	0.7833	0.6040	22	0.5833	0.0606	22	0.7600	0.4200
23	0.6666	0.9626	23	0.8166	0.6333	23	0.5266	0.0833	23	0.7400	0.4426
24	0.7166	0.9740	24	0.8500	0.6550	24	0.4833	0.1050	24	0.7233	0.4656
25	0.7666	0.9833	25	0.8750	0.6706	25	0.4333	0.1333	25	0.7083	0.4866
26	0.8000	0.9873	26	0.9000	0.6840	26	0.3833	0.1680	26	0.7000	0.5000
27	0.8500	0.9926	27	0.9366	0.7006	27	0.3253	0.2166	27	0.6900	0.5233
28	0.8900	0.9956	28	0.9666	0.7123	28	0.2883	0.2516	28	0.6833	0.5416
29	0.9333	0.9983	29	0.9833	0.7180	29	0.2466	0.2966	29	0.6793	0.5583
30	0.9893	1.0000	30	1.0000	0.7226	30	0.2060	0.3453	30	0.6753	0.5800
31	1.0333	1.0000	31	1.0333	0.7316	31	0.1733	0.3883	31	0.6726	0.6000
32	1.0833	1.0000	32	1.0833	0.7400	32	0.1350	0.4500	32	0.6706	0.6200
33	1.1333	1.0000	33	1.1333	0.7460	33	0.1033	0.5066	33	0.6676	0.6500
34	1.1833	1.0000	34	1.1833	0.7500	34	0.0760	0.5666	34	0.6666	0.6666
35	1.2333	1.0000	35	1.2333	0.7533	35	0.0530	0.6333	35	0.6666	0.6833
36	1.2933	1.0000	36	1.2933	0.7533	36	0.0353	0.7000	36	0.6666	0.7000
37	1.3533	1.0000	37	1.3533	0.7533	37	0.0260	0.7500	36	0.6666	0.7500
38	1.4200	1.0000	38	1.4200	0.7533	38	0.0183	0.8000	38	0.6666	0.8000
39	1.4800	1.0000	39	1.4800	0.7533	39	0.0146	0.8500	39	0.6666	0.8500
40	1.5400	1.0000	40	1.5400	0.7533	40	0.0133	0.9000	40	0.6666	0.9000
41	1.6000	1.0000	41	1.6000	0.7533	41	0.0133	0.9500	41	0.6666	0.9500
42	1.6600	1.0000	42	1.6600	0.7533	42	0.0133	1.0000	42	0.6666	1.0000

C Listing sursa program:DRM-MAIN
C *****

\$LARGE

```
SUBROUTINE DISCRE (XPRO, YPROS, YPROJ, N1, N3, IND, ALFROT, PAS,
1 IND3, IND4, XND, YND, NN, M1, M2, NIN, NDUP, XIN, XDUP, YTR,
2 NINC, NCAP, NP, IBF, ELIN, ELDUP)
  DIMENSION NINC(8), NCAP(8), NP(8)
  DIMENSION XPRO(IND), YPROJ(IND), YPROS(IND), XND(NN), YND(NN)
  DIMENSION XIN(NIN), XDUP(NDUP)
  DIMENSION XPROS(80), XPROJ(80)
  ALFR=4.*ATAN(1./180.*ALFROT)
  CALF=COS(ALFR)
  SALF=SIN(ALFR)
  XO=ELIN
  YO=SALF+PAS
  DO 31 I=1,IND
    AUXJ=YPROJ(I)
    AUXS=YPROS(I)
    XPROS(I)=XO+XPRO(I)*CALF+AUXS*SALF
    YPROS(I)=YO-XPRO(I)*SALF+AUXS*CALF
    XPROJ(I)=XO+XPRO(I)*CALF+AUXJ*SALF
    YPROJ(I)=YO-XPRO(I)*SALF+AUXJ*CALF
31  CONTINUE
    XMIN=1.E+7
    IND3=1
    DO 32 I=1,IND
      IF(XPROJ(I).LT.XMIN) THEN
        IND3=I
        XMIN=XPROJ(I)
        YMIN=YPROJ(I)
      ENDIF
32  CONTINUE
    XMAX=-1.E+7
    IND4=IND
    DO 33 I=IND,1,-1
      IF(XPROS(I).GT.XMAX) THEN
        IND4=I
        XMAX=XPROS(I)
        YMAX=YPROS(I)
      ENDIF
33  CONTINUE
    WRITE(*,40) IND3,IND4,XMIN,XMAX,YMIN,YMAX
C   WRITE(1,40) IND3,IND4,XMIN,XMAX,YMIN,YMAX
40  FORMAT(5X,'IND3=',I3,' IND4=',I3/
25X,'XMIN=',G12.6/
35X,'XMAX=',G12.6/
45X,'YMIN=',G12.6/
55X,'YMAX=',G12.6)
    IC=1
    NINC(1)=2
    DX=XMIN/(N1+1)
    DO 1 I=1,N1+1
      XND(IC)=(I-1)*DX
      YND(IC)=YMIN
      IC=IC+1
1   CONTINUE
    DO 10 I=1,NIN
      XIN(I)=XIN(I)*xmin
      XND(IC)=XIN(I)
      YND(IC)=YMIN
      IC=IC+1
10  CONTINUE
```

```
NCAP(1)=IC-1
NINC(2)=IC
DO 2 I=IND3,IND
XND(IC)=XPROJ(I)
YND(IC)=YPROJ(I)
IC=IC+1
2 CONTINUE
IBF=IC-1
IF(IND4.LE.IND) THEN
DO 22 I=IND,IND4,-1
XND(IC)=XPROS(I)
YND(IC)=YPROS(I)
IC=IC+1
22 CONTINUE
ENDIF
NCAP(2)=IC-1
NINC(3)=IC
XSUP=ELIN+CALF+ELDUP
XSUP1=ELIN+CALF
DO 11 I=1,NDUP
XDUP(I)=XSUP1+XDUP(I)*ELDUP
XND(IC)=XDUP(I)
YND(IC)=YMAX
IC=IC+1
11 CONTINUE
DX=(XSUP-XMAX)/(N3+1)
DO 3 I=1,N3+1
XND(IC)=XMAX+I*DX
YND(IC)=YMAX
IC=IC+1
3 CONTINUE
NCAP(3)=IC-2
NINC(4)=IC-1
DY=PAS/(M2-1.)
DO 4 I=1,M2-2
YND(IC)=YMAX-I*DY
XND(IC)=XSUP
IC=IC+1
4 CONTINUE
NCAP(4)=IC
NINC(5)=IC+1
DO 5 I=1,N3+1
XND(IC)=XSUP-(I-1)*DX
YND(IC)=YMAX-PAS
IC=IC+1
5 CONTINUE
DO 12 I=NDUP,1,-1
XND(IC)=XDUP(I)
YND(IC)=YMAX-PAS
IC=IC+1
12 CONTINUE
NCAP(5)=IC-1
NINC(6)=IC
DO 6 I=IND4,1,-1
XND(IC)=XPROS(I)
YND(IC)=YPROS(I)-PAS
IC=IC+1
6 CONTINUE
IF(IND3.GT.1) THEN
DO 34 I=2,IND3
XND(IC)=XPROJ(I)
YND(IC)=YPROJ(I)-PAS
IC=IC+1
34 CONTINUE
ENDIF
NCAP(6)=IC-1
NINC(7)=IC
```

```
DO 13 I=NIN,1,-1
XND(IC)=XIN(I)
YND(IC)=YMIN-PAS
IC=IC+1
13 CONTINUE
DX=XMIN/(N1+1)
DO 7 I=1,N1+1
XND(IC)=XMIN-I*DX
YND(IC)=YMIN-PAS
IC=IC+1
7 CONTINUE
NCAP(7)=IC-2
NINC(8)=IC-1
DY=PAS/(M1-1)
DO 8 I=1,M1-2
XND(IC)=0.
YND(IC)=YMIN-PAS+I*DY
IC=IC+1
8 CONTINUE
IC=IC-1
NCAP(8)=IC+1
DO 100 JJ=1,8
NINC(JJ)=NINC(JJ)-1
NCAP(JJ)=NCAP(JJ)-1
NP(JJ)=NCAP(JJ)-NINC(JJ)+1
100 CONTINUE
IF(NN.NE.IC)THEN
WRITE(*,9) NN,IC
9 FORMAT(5X,NR. DE NODURI CALCULATE INCORECT,NR.DAT:',I5'/NR.
CALCULAT:',I5)
STOP
ENDIF
YTR=YMAX-PAS
DO 35 I=1,NN
YND(I)=YND(I)-YTR
35 CONTINUE
AUXX=XND(1)
AUXY=YND(1)
DO 36 J=1,NN-1
XND(J)=XND(J+1)
YND(J)=YND(J+1)
36 CONTINUE
XND(NN)=AUXX
YND(NN)=AUXY
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE TIPMU(XPRO,YPROS,YPROJ,IND,XND,YND,NN,nnpl,
2IPROS,IPROJ,
1PSI,DN,NINC,NCAP,BETIN,IMPM)
DIMENSION PSI(NNpl),DN(NN)
DIMENSION IPROJ(IND),IPROS(IND),NINC(8),NCAP(8)
DIMENSION XPRO(IND),YPROJ(IND),YPROS(IND),XND(NNpl),YND(NNpl)
VO=1./SIN(ATAN(1./45.*BETIN))
WRITE(*,1)
1 FORMAT(//15X,'TABELUL FINAL CU VALORI PSI SI DPSI/DN')
2 15X,24('*')/
1 15X,'NRCRT XNOD YNOD PSI DN ')
IF(IMPM.EQ.1) WRITE(1,1)
DO 2 I=1,NN
IF(1.EQ.NN) THEN
X2=XND(I)
Y2=YND(I)
ELSE
X2=XND(I+1)
Y2=YND(I+1)
```

```

ENDIF
X1=XND(I)
Y1=YND(I)
C AL=SQRT((X1-X2)**2+(Y1-Y2)**2)
C ENX=(Y1-Y2)/AL
C ENY=(X2-X1)/AL
XM=X1
YM=Y1
3 FORMAT(15X,I4,1X,4G12.6)
WRITE(*,3)I,XM,YM,PSI(I),DN(I)
IF(IMP.M.EQ.1) WRITE(1,3) I,XM,YM,PSI(I),DN(I)
2 CONTINUE
if(impm.eq.1.and.nn.lt.nnpl) then
write(1,100)
100 format(/15x,'VALORI PSI IN INTERIOR/'
1 15x,22('*/Y
2 15x,2('NNOD X Y PSI))
nnpl=nn+1
write(1,101) (k,xnd(k),ynd(k),psi(k),k=nnpl,nnpl)
101 format(15x,i4,3g12.6,i4,3g12.6)
endif
RETURN
END

subroutine t1sup(xnd,ynd,psi,derx,kx,ky,gam,sis,taux,iterc,coh,
2 raport)
dimension derx(181),xnd(181),ynd(181),ninc(8),ncap(8),np(8),
1 ct(181),st(181),psi(181),sis(32761),taux(181),coh(6)
hmic(u)=coh(1)*u**5+coh(2)*u**4+coh(3)*u**3+coh(4)*u**2+
1 coh(5)*u+coh(6)
hp(v)=5.*coh(1)*v**4+4.*coh(2)*v**3+3.*coh(3)*v**2
1 +2.*coh(4)*v+coh(5)
hprph(u)=hp(u)/hmic(u)
open(unit=2,file='noduri.dat',form='unformatted')
read(2) nnpl,nl
nnod=nnpl-nl
read(2) (xnd(k),k=1,nnpl)
read(2) (ynd(k),k=1,nnpl)
read(2) ninc,ncap,np,betin,beties,pas,npsi
read(2) (ct(k),st(k),K=1,nnod)
close(2)
c write(1,1111) (ii,derx(ii),II=1,nnpl)
c1111 format(/10x,'VAL. DERIVATEI IN NODURI:/'
c 1 (5x,i3,g12.6,1x,i3,g12.6,1x,i3,g12.6)
do ii=1,nnpl
derx(ii)=hprph(xnd(ii))*raport)*derx(ii)*raport
enddo
C CALCULUL COEF. ALFA
kk=1
do ii=1,nnpl
do jj=1,nnpl
sis(kk)=1.+sqrt((xnd(jj)-xnd(ii))**2+
1 (ynd(jj)-ynd(ii))**2)**gam
kk=kk+1
enddo
enddo
call resol(sis,derx,nnpl,kod,1.e-6)
if(kod.ne.0) then
write(*,*) 'SISTEM PT. ALFA SINGULAR'
stop
endif
C CALCULUL TERMENI LIBERI SUPLIMENTARI(TAUX).
open(unit=2,file='hub-gqb.dat',form='unformatted')
read(2) nnpl
do ii=1,nnpl
term=0.
term1=0.

```



```

      read(2) (st(k),k=1,nnpl)
do jj=1,nnpl
  term=term+st(jj)*derx(jj)
  if(ii.gt.nnod) then
    rij=sqrt((xnd(ii)-xnd(jj))**2+(ynd(ii)-ynd(jj))
    **2)
1    uijb=rij*rj*(.25+rij**gam/(gam+2.))**2)
    term1=term1+uijb*derx(jj)
  endif
enddo
  taux(ii)=term+term1
enddo
close(2)
write(*,*) 'PT. ITER=',iterc,'S-AU CALC. TERM. SUPPLEMENTARI'
write(1,1112) (ii,taux(ii),ii=1,nnpl)
1112 format(//10x,T, LB, SUPPLEMENTARI:/
1 (5x,i3,g12.6,1x,i3,g12.6,1x,i3,g12.6)
return
end

```

```

SUBROUTINE RENUM(GI,HI,PAS,BETIN,BETIES,NINC,NCAP,NP,NNOD,NPSI,
1 TLIB)
dimension GI(NNOD),HI(NNOD),TLIB(NNOD)
DIMENSION NINC(8),NCAP(8),NP(8)
PI=4.*ATAN(1.)/180.
BET1R=BETIN*PI
BET2R=BETIES*PI
CTGBT1=COS(BET1R)/SIN(BET1R)
CTGBT2=COS(BET2R)/SIN(BET2R)
DO 1 J=NINC(1),NCAP(1)
GI(J)=TLIB(J)
1 HI(J)=TLIB(J+NPSI)
DO 2 J=NINC(2),NCAP(2)
GI(J)=PAS
2 HI(J)=TLIB(J+NPSI)
DO 3 J=NINC(3),NCAP(3)
GI(J)=TLIB(J-NP(2))
3 HI(J)=TLIB(J+NPSI)
DO 4 J=NINC(4),NCAP(4)
GI(J)=TLIB(J-NP(2))
4 HI(J)=CTGBT2
DO 5 J=NINC(5),NCAP(5)
J1B=NCAP(3)+NINC(5)-J
GI(J)=TLIB(J1B-NP(2))-PAS
5 HI(J)=-TLIB(J1B+NPSI)
DO 6 J=NINC(6),NCAP(6)
GI(J)=0.
6 HI(J)=TLIB(J+NPSI-NP(4)-NP(5))
DO 7 J=NINC(7),NCAP(7)
J2B=NCAP(1)+NINC(7)-J
GI(J)=TLIB(J2B)-PAS
7 HI(J)=-TLIB(J2B+NPSI)
DO 8 J=NINC(8),NCAP(8)
GI(J)=TLIB(J-NP(2)-NP(5)-NP(6)-NP(7))
8 HI(J)=-CTGBT1
RETURN
END

```

!SUBRESOL

=====!

```

SUBROUTINE RESOL(A,B,N,KOD,EPS)
DIMENSION A(32761),B(181) ! resolva AX = B solutia data in B
KOD=0 ! A = contine coloanele matricii A
JJ=-N ! B = contine matricea B
DO 8 J=1,N ! N = dim. A(N,N)*X = B(N)
JY=J+1 ! kod = 0 : nu exista eroare

```

```
JJ=JJ+N+1      ! 1 : maticea A este singulara
EMAX=0.        ! eps = eroarea cu care se determina
IT=J-J        ! matricea B (solutia sistem)
DO 2 I=J,N     ! dim.A(N*N);B(N), eps=1.E-8 (uzual)
  U=IT+I
  IF(ABS(EMAX).GE.ABS(A(I)))GO TO 2
  EMAX=A(I)
  IND=I
2  CONTINUE
  IF(ABS(EMAX).GT.EPS)GO TO 4
  KOD=1
  RETURN
4  II=J+N*(J-2)
  IT=IND-J
  DO 5 K=J,N
    II=II+N
    IJ=II+I
    R=A(IJ)
    A(IJ)=A(IJ)
    A(IJ)=R
    A(IJ)=A(IJ)/EMAX
5  CONTINUE
  R=B(IND)
  B(IND)=B(J)
  B(J)=R/EMAX
  IF(J.EQ.N)GO TO 9
  IO=N*(J-1)
  DO 8 IK=JY,N
    IKK=IO+IK
    IT=J-IK
    DO 7 JK=JY,N
      IKJ=N*(JK-1)+IK
      JKK=IKJ+IT
7  A(IKJ)=A(IKJ)-A(IKK)*A(JKK)
8  B(IK)=B(IK)-B(J)*A(IKK)
9  N1=N-1
  IT=N*N
  DO 10 J=1,N1
    IA=IT-J
    IB=N-J
    IC=N
    DO 10 K=1,J
      B(IB)=B(IB)-A(LA)*B(IC)
    IA=IA-N
    IC=IC-1
10 CONTINUE
  RETURN
  END
```

```
subroutine dscrint(nnpl,kx,ky,nnod,xnd,ynd,ninc,impd)
dimension xnd(nnpl),ynd(nnpl),ninc(8),ncap(8)
elx=xnd(ninc(4))-xnd(nnod)
dx=elx/(kx+1.)
ic=1
xc=dx+xnd(nnod)
do i=1,kx
  do j=1,ninc(4)
    if(j.eq.1) then
      x1=xnd(nnod)
      y1=ynd(nnod)
    else
      x1=xnd(j-1)
      y1=ynd(j-1)
    endif
    x2=xnd(j)
    y2=ynd(j)
    if((xc-x1)*(xc-x2).le.0) then
```

```

        ysc=y1+(y2-y1)/(x2-x1)*(xc-x1)
        go to 100
    endif
    enddo
100    continue
        do j=ninc(5),ninc(8)
            x1=xnd(j-1)
            y1=ynd(j-1)
            x2=xnd(j)
            y2=ynd(j)
            iff((xc-x1)*(xc-x2).le.0) then
                yjc=y1+(y2-y1)/(x2-x1)*(xc-x1)
                go to 110
            endif
        enddo
110    dy=(ysc-yjc)/(ky+1.)
        do k=1,ky
            ind=ic+nnod
            xnd(ind)=xc
            ynd(ind)=yjc+k*dy
            ic=ic+1
        enddo
        xc=xc+dx
        enddo
        iff(ind.ne.nnpl) then
            write(*,*) 'DISCRETIZARE ERONATA IN INTERIOR',
1            TND=',ind,NNPL=',nnpl
            stop
        endif
        IF(IMP.D.EQ.1)
3        WRITE(1,1) (K,XND(K),YND(K),K=nnod+1,NNpl)
1        FORMAT(//15X,'DISCRETIZAREA IN INTERIOR'/15X,25(*)/
115X,2('NNOD XNOD YNOD ')
2/(15X,I3,1X,G12.6,1X,G12.6,1X,I3,1X,G12.6,1X,G12.6))
        return
    end

C IOSMAIN1.FOR
C PROGRAMUL DE DETERMINARE A DISTRIBUTIEI DE VITEZE
C SI PRESIUNI PE PALETA MASINII HIDRAULICE REVERSIBILE.
DIMENSION XPROJ(100),YPROJ(100),YPROS(100),XND(181),YND(181)
DIMENSION GI1(181),HI1(181),SIS(32761),TLIB(181),
1TAUX(181),HI2(181),GI2(181),dfx(181),dfy(181),dnn(181)
DIMENSION XIN(10),XDUP(10),tlomg(181),
2NINC(8),NCAP(8),NP(8),pslast(181),cor(10),csx(10),coh(6)
COMMON DMIC,XF,FM
CHARACTER*12 FISOUT
data rdim/2.02702/vdim/12.611/
es(u)=csx(1)*u**9+csx(2)*u**8+csx(3)*u**7+csx(4)*u**6+csx(5)*u
1 **5+csx(6)*u**4+csx(7)*u**3+csx(8)*u**2+csx(9)*u+csx(10)
er(w)=(cor(1)*w**9+cor(2)*w**8+cor(3)*w**7+cor(4)*w**6+cor(5)*w
1 **5+cor(6)*w**4+cor(7)*w**3+cor(8)*w**2+cor(9)*w+cor(10))*(-1)
hmic(u)=coh(1)*u**5+coh(2)*u**4+coh(3)*u**3+coh(4)*u**2+
1 coh(5)*u+coh(6)
xst(v)=raport*v
open(unit=2,file='polintp.dat')
read(2,200) raport,cor,csx,coh,coz
200    format(g12.6/(8g12.6))
close(2)
FISOUT='
WRITE(*,*) FISOUT
READ(*,983) FISOUT
983    FORMAT(A12)
OPEN(UNIT=2,FILE='DRM-F02.DAT',MODE='READ')
OPEN(UNIT=1,FILE='FISOUT',MODE='WRITE')
READ(2,10) N1,N3,IND,M1,M2,NIN,NDUP,kx,ky,

```

```
2(XPRO(J),YPROJ(J),YPROS(J),J=1,IND),
1ALFROT,PAS,(XIN(I),I=1,NIN),(XDUP(I),I=1,NDUP),
4BETIN,BETIES,DMIC,XF,FM,ELIN,ELDUP
  read(2,1054)isch,tan1,tan2
1054  format(i4,2g12.6)
10  FORMAT(9I5,(8G12.6))
  CLOSE(UNIT=2)
  NNOD=2*(N1+N3+IND+NIN+NDUP)+M1+M2+1
  WRITE(*,*) 'IMP,IMPS,IMPT,IMPM,EPS,OMEGA,VMO'
  READ(*,*) IMPD,IMPS,IMPT,IMPM,EPS,omg,vmo
  CALL DISCRE(XPRO,YPROS,YPROJ,N1,N3,IND,ALFROT,PAS,IND3,IND4
1,XND,YND,NNOD,M1,M2,NIN,NDUP,XIN,XDUP,YTR,NINC,NCAP,NP,IBF,
2ELIN,ELDUP)
  IF(NNOD.NE.NCAP(8)) THEN
  WRITE(*,*) 'NCAP INCORRECT,NCAP(8)
  STOP
  ENDDIF
  PI1=ATAN(1./Y45)
  ALFR=PI1*ALFROT
  bt1=1./pi1*tan1
  bt2=1./pi1*tan2
  SA=SIN(ALFR)
  CA=COS(ALFR)
  NPSI=NP(1)+NP(3)+NP(4)+NP(8)
  go to(2666,2667,2668) isch
2666  write(1,26660)
26660  format(/20X,'RETEA RADIAL-AXIALA DE POMPA NACA-XXXX',
  2 '(FUNCTIONARE DIRECTA)')
  3 20X,59(*)/20X,'APLICAREA M.R.D./20X,16(*)
  WRITE(1,266) PAS,BETIN,DMIC,XF,FM,ALFROT,ELIN,ELDUP,omg
266  FORMAT(/25X,'PAS=',G12.6/25X,'BETIN=',G12.6/
  7 25X,'DMIC=',G12.6/25X,'XF=',G12.6/25X,'FM=',G12.6/
  8 /25X,'ALFROT=',G12.6/
  5 25X,'ELIN=',G12.6/25X,'ELDUP=',G12.6/25X,'OMEGA=',g12.6)
  go to 2669
2667  write(1,26670)
26670  format(/20X,'RETEA RADIAL-AXIALA DE POMPA NACA-POL2',
  2 '(FUNCTIONARE DIRECTA)')
  3 20X,59(*)/20X,'APLICAREA M.R.D./20X,16(*)
  WRITE(1,267) PAS,BETIN,DMIC,bt1,ALFROT,ELIN,ELDUP,omg
267  FORMAT(/25X,'PAS=',G12.6/25X,'BETIN=',G12.6/
  7 25X,'DMIC=',G12.6/25X,'BETA1=',G12.6
  8 /25X,'ALFROT=',G12.6/
  5 25X,'ELIN=',G12.6/25X,'ELDUP=',G12.6/25X,'OMEGA=',g12.6)
  go to 2669
2668  write(1,26680)
26680  format(/20X,'RETEA RADIAL-AXIALA DE POMPA NACA-POL3',
  2 '(FUNCTIONARE DIRECTA)')
  3 20X,59(*)/20X,'APLICAREA M.R.D./20X,16(*)
  WRITE(1,268) PAS,BETIN,DMIC,bt1,bt2,ALFROT,ELIN,ELDUP,omg
268  FORMAT(/25X,'PAS=',G12.6/25X,'BETIN=',G12.6/
  7 25X,'DMIC=',G12.6/25X,'BETA1=',G12.6/25X,'BETA2=',g12.6
  8 /25X,'ALFROT=',G12.6/
  5 25X,'ELIN=',G12.6/25X,'ELDUP=',G12.6/25X,'OMEGA=',g12.6)
2669  continue
  WRITE(*,27) NPSI,(NINC(K),NCAP(K),NP(K),K=1,8)
  WRITE(1,27) NPSI,(NINC(K),NCAP(K),NP(K),K=1,8)
27  FORMAT(/15X,'NPSI=',I3,
115X,3(' NINC NCAP NP',5X)/5X,3(10X,I3,1X,I3,1X,I3))
  WRITE(*,1) (K,XND(K),YND(K),K=1,NNOD)
  IF(IMP.D.EQ.1)
  3 WRITE(1,1) (K,XND(K),YND(K),K=1,NNOD)
1  FORMAT(/15X,'DISCRETIZAREA FRONTIEREI/15X,24(*)/
115X,2('NNOD XNOD YNOD ')
2/(15X,I3,1X,G12.6,1X,G12.6,1X,I3,1X,G12.6,1X,G12.6))
  nl=kx*ky
  nnpl=nl+nnod
```

```
call dscrint(nnpl,kx,ky,nnod,xnd,ynd,ninc,impd)
WRITE(*,*) 'NSTOP'
READ(*,*) NSTOP
IF(NSTOP.NE.0) THEN
35  FORMAT(///15X,DISCRETIZAREA PE PROFIL/15X,23(' '))
    WRITE(1,35)
    WRITE(*,35)
    DO 37 JJ=1,2
    WRITE(*,36)
    WRITE(1,36)
36  FORMAT(///15X,'NND   X       Y       XLOC'
1  ; '   YLOC   ')
    IF(JJ.EQ.1) THEN
        I1=NINC(2)
        I2=NCAP(2)
        IPAS=1
        XO=ELIN
        YO=PAS+SA-YTR
    ELSE
        I1=NCAP(6)
        I2=NINC(6)
        IPAS=-1
        XO=ELIN
        YO=SA-YTR
    ENDF
    DO 37 I=I1,I2,IPAS
        XJ=XND(I)-XO
        YJ=YND(I)-YO
        XLOC=XJ*CA-YJ*SA
        YLOC=XJ*SA+YJ*CA
        YLOC=-YLOC
        WRITE(*,39) I,XND(I),YND(I),XLOC,YLOC
        WRITE(1,39) I,XND(I),YND(I),XLOC,YLOC
39  FORMAT(15X,1X,I3,1X,G12.6,1X,G12.6,1X,G12.6,1X,G12.6)
37  CONTINUE
        OPEN(unit=4,FILE='FISMIC.DAT',FORM='UNFORMATTED')
            write(4) sa,ca,ytr,elin
            close(4)
        OPEN(unit=4,FILE='NODURI.DAT',FORM='UNFORMATTED',MODE='WRITE')
        WRITE(4) NNpl,nl
        WRITE(4) (XND(K),K=1,NNpl)
        WRITE(4) (YND(K),K=1,NNpl)
        WRITE(4) NINC,NCAP,np,BETIN,BETIES,pas,npsi
        CLOSE(4)
        STOP
    ENDF
    NNODP=NNod**2
    WRITE(*,*) 'ITER,GAM,EPS1,EPSN'
    READ(*,*) iter,gam,eps1,epsn
    iterc=1
765  continue
    open(unit=2,file='cofini.dat',form='unformatted')
    read(2) (sis(k),k=1,nnodp),(tlib(k),k=1,nnod)
    if(omg.ne.0) read(2) (tlomg(k),k=1,nnpl)
    close(2)
    if(iterc.gt.1) then
        do i=1,nnod
            tlib(i)=taux(i)+tlib(i)
        enddo
    endif
    if(omg.ne.0) then
        do i=1,nnod
            tlib(i)=tlomg(i)+tlib(i)
        enddo
    endif
    call resol(sis,tlib,nnod,kod,eps)
    if(kod.ne.0) then
```

```

write(*,*) 'LA ITERATIA NR.' ,iterc,'SISTEM INCOMPATIBIL'
stop
endif
CALL RENUM(GI1,HI1,PAS,BETIN,BETIES,NINC,NCAP,NP,NNOD,
2NPSI,Tlib)
write(*,*) 'PT. ITER=' ,iterc,'S-A REZOLVAT SISTEMUL IN PSI,DN'
open(unit=2,file='hgint.dat',form='unformatted')
nnpl=nnod+1
do ii=nnpl,nnpl
term=0.
read(2) (hi2(k),gi2(k),k=1,nnod)
do jj=1,nnod
term=term+hi1(jj)*gi2(jj)-hi2(jj)*gi1(jj)
enddo
if(iterc.gt.1) term=term+taux(ii)
if(omg.ne.0) term=term+tlong(ii)
gi1(ii)=term
enddo
close(2)
CALL TIPMIJ(XPRO,YPROS,YPROJ,IND,XND,YND,NNOD,nnpl,
3IPROS,IPROJ,GI1
2,HI1,
2NINC,NCAP,BETIN,IMPM)
dif=0.
do ii=1,nnpl
if(abs(pslast(ii)-gi1(ii)).gt.dil)
1 dif=abs(pslast(ii)-gi1(ii))
pslast(ii)=gi1(ii)
enddo
if(dif.lt.eps1.and.iterc.gt.1) then
766 write(1,766) iterc
format(/20x,'PROCESUL CONVERGE DUPA',i4,'ITERATI')
go to 767
else
if(iterc.eq.iter) then
768 write(1,768) iter
format(/20x,'PROCESUL NU CONVERGE DUPA',i4,
2 TIERATI')
stop
else
iterc=iterc+1
do i=1,nnpl
tlib(i)=gi1(i)
do j=1,nnpl
sis(ii(i,j,nnpl))=1.+sqrt((xnd(i)-xnd(j))**2+(ynd(i)
1 -ynd(j))**2)**gam
enddo
enddo
call resol(sis,tlib,nnpl,kod,1.e-6)
if(kod.ne.0) then
write(*,*) 'SISTEM SINGULAR'
stop
endif
call derivate(nnpl,nnod,xnd,ynd,gi1,tlib,ninc,ncap,np,
1 dfx,dfy,dnn,hi1)
call tsup(xnd,ynd,gi1,dfx,kx,ky,gam,sis,taux,
1 iterc,coh,raport)
go to 765
endif
endif
767 continue
do i=1,nnod
tlib(i)=gi1(i)
do j=1,nnod
sis(ii(i,j,nnod))=1.+sqrt((xnd(i)-xnd(j))**2+(ynd(i)
1 -ynd(j))**2)**gam
enddo

```

```
enddo
call resol(sis,llib,nnod,kod,1.e-6)
if(kod.ne.0) then
  write(*,*) 'SISTEM SINGULAR'
  stop
endif
call derivate(nnod,nnod,xnd,ynd,gil,llib,ninc,ncap,np,
1 dfx,dfy,dnn,hi1)
do ijj=1,2
  if(ijj.eq.1) then
    j1=ninc(2)
    j2=ncap(2)
  else
    j1=ninc(6)
    j2=ncaP(6)
  endif
  do jj=j1,j2
    if(abs(hi1(jj)-dnn(jj)).gt.epsn) hi1(jj)=dnn(jj)
  enddo
enddo
CALL TIPMLJ(XPRO,YPROS,YPROJ,IND,XND,YND,NNOD,nnpl,
3IPROS,IPROJ,G11
2,HI1,
2NINC,NCAP,BETIN,IMPM)
BETIES=1./PI1*ATAN(1./HI1(NINC(4)))
WRITE(*,*) 'BETIES=',BETIES
WRITE(1,100) BETIES
100 FORMAT(15X,'BETIES=',G12.6)
WRITE(*,29)
WRITE(1,29)
29 FORMAT(///15X,'CIMPUL DE VITEZE PE PROFIL/15X,27(*)')
BETIR=BETIN*PI1
VO=1./SIN(BETIR)
r0=er(es(0.))
ram=er(es(0.))
wam=vO
  wamd=vmo*vdim
  rodim=r0*rdim
  omgdim=40.*atan(1.)
satac=es(xst(elin))
VOIES=1./SIN(PI1*BETIES)
WRITE(*,*) 'VO=',VO
WRITE(1,41) VO
41 FORMAT(15X,'VO=',G12.6)
write(1,4100) es(0.),r0
4100 format(15x,'S0=',g10.4,'R0=',g10.4)
OPEN(UNIT=3,FILE='FISVIT',FORM='UNFORMATTED')
DO 31 JJ=1,2
WRITE(*,30)
WRITE(1,30)
30 FORMAT(///15X,' LLOX XLOC YLOC VB ;
2 ' PB VB( ) PB( )
3')
IF(JJ.EQ.1) THEN
I1=NINC(2)
I2=NCAP(2)
IPAS=1
XO=ELIN
YO=PAS+SA-YTR
ELSE
I1=NCAP(6)
I2=NINC(6)
IPAS=-1
XO=ELIN
YO=SA-YTR
ENDIF
DO 31 I1,I2,IPAS
```

```

hmic0=hmic(xst(xnd(ii)))
XJ=XND(I)-XO
YJ=YND(I)-YO
XLLOC=XJ*CA-YJ*SA
YLOC=XJ*SA+YJ*CA
YLOC=-YLOC
xgl=elin+xlloc*ca
scr=es(xst(xgl))
slox=abs((scr-satac)/ca)
VM=HI1(I)/(VO*hmic0)
CP=1.-VM**2
c  VMB=HI1(I)/(VOIES*hmic)
c  CPB=1.-VMB**2
erc=er(es(xst(xnd(ii))))
vmsup=r0/erc*vm
cpsup=1.-vmsup**2+((omgdim*rodim)/(wam*wamd))**2*
1  ((erc/r0)**2-1.)
WRITE(3) I,XLLOC,HI1(I)
WRITE(*,32) slox,XLLOC,YLOC,VM,CP,vmsup,cpsup
WRITE(1,32) slox,XLLOC,YLOC,VM,CP,vmsup,cpsup
32  FORMAT(15X,7(1X,G12.6))
C  WRITE(*,42)
C  WRITE(1,42)
C42  FORMAT(10X,96('**'))
31  CONTINUE
CLOSE(UNIT=3)
C  WRITE(4) NNOD,(NINC(K),NCAP(K),K=1,8),I,ND,
C  1(GII(J),HI1(J),XND(J),YND(J),J=1,NNOD),
C  2(XPRO(J),YPROS(J),YPROJ(J),J=1,IND),
C  3PAS,BETIN,BETIES,ALFROT
CLOSE(UNIT=1)
STOP
END

```

```

subroutine derivate(nef,nnod,xnd,ynd,psi,bet,ninc,
1  ncap,np,dfx,dfy,dnn,dnv)
dimension xnd(nef),ynd(nef),psi(nef),bet(nef),
2  ninc(8),ncap(8),ct(181),st(181),np(8),dfx(181),dfy(181),
3  dnn(181),dnv(181)
OPEN(UNIT=3,FILE=NODURI.DAT,FORM='UNFORMATTED')
READ(3) n1,n2
READ(3)(temp,K=1,N1)
READ(3)(temp,K=1,N1)
read(3) ninc,ncap,np,betin,beties,pas,npsi
read(3) (ct(i),st(i),i=1,nnod)
read(3) gam
close(3)
do i=1,nef
  tx=0.
  ty=0.
do j=1,nef
  if(i.eq.j) then
    fx=0.
    fy=0.
  else
    dx=xnd(i)-xnd(j)
    dy=ynd(i)-ynd(j)
    rij=sqrt(dx*dx+dy*dy)
    fact=rij***(gam-1.)*gam
    fx=dx/rij*fact
    fy=dy/rij*fact
  endif
  tx=tx+fx*bet(j)
  ty=ty+fy*bet(j)
enddo
dfx(i)=tx

```



```
    dfy(i)=ty
  enddo
do i=1,nnod
  dnn(i)=dfx(i)*ct(i)+dfy(i)*st(i)
enddo
open(unit=3,file='derivate.dat')
write(3,100)
100  format(//20x,'DERIVATELE PARTIALE SI DERIVATA NORMALA IN NODURI'
5 /20x,48('*')
1 /20x,' NND   X     Y   DFX   DFY   DNN'
2 '   PSI   DNV//)
  write(3,200) (ii,xnd(ii),ynd(ii),dfx(ii),dfy(ii),dnn(ii),psi(ii)
3 ,dnv(ii)
6 ,ii=1,nnod)
  nnodp1=nnod+1
  write(3,300) (ii,xnd(ii),ynd(ii),dfx(ii),dfy(ii),psi(ii),
5 ii=nnodp1,
2 nef)
200  format(20x,i4,7g12.6)
300  format(20x,i4,4g12.6,12x,g12.6)
close(3)
return
end

FUNCTION III(I,J,N)
III=(J-1)*N+I
RETURN
END
```