

**UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" DIN  
TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE MECANICĂ  
Catedra de Organe de Mașini și  
Mecanisme**

*Acțiune*

**ing. Georgeta Emilia Mocuța**

**ÎMBINĂRI NECONVENȚIONALE  
PRIN STRÎNGERE-ATRIBUTELE  
ȘI LIMITELE LOR RAȚIONALE  
DE FUNCȚIONARE**

**Teza de doctorat**

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

**Conducător științific  
Prof. dr. ing. Nicolae S. Gheorghiu**

**1 9 9 8**

*06/2 622. 540  
A*

## Cuprins

1	Probleme generale	7
1.1	Definirea constructiv funcțională a îmbinărilor prin strângere	7
1.1.1	Clasificarea îmbinărilor prin strângere	7
1.1.2	Modul fizic de transmitere a sarcinilor	8
1.2	Atributele îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice	9
1.3	Gama de dimensiuni pentru pachete de elemente intermediare conice	10
1.4	Analiză comparativă a performanțelor diferitelor tipuri de îmbinări dintre arbore și butuc pe criterii constructive, funcționale și economice	11
2	Stadiul actual al cercetărilor cu privire la evaluarea performanțelor îmbinărilor prin strângere	16
2.1	Bazele teoretice ale modelării îmbinărilor prin strângere	16
2.1.1	Posibilități de apreciere teoretică a mărimii presiunii realizată la instalarea unei îmbinări prin strângere	16
2.1.2	Limitarea domeniului de aplicare a teoriei tuburilor cu pereți subțiri supuse la presiune interioară pentru calculul îmbinărilor prin strângere	20
2.1.3	Efectul de margine sau efectul de capăt liber	23
2.2	Metode specifice de calcul-limitile și nivelul lor de aproximare / încredere	32

2.2.1	Aspecte ale calculului elementar a îmbinărilor prin strângere	32
2.2.2	Calculul în domeniul elastic al îmbinărilor prin strângere cu contact direct pe ajustaje cilindrice sau conice	34
2.2.3	Metode de calcul a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice	53
2.3	Tendențe moderne în calculul îmbinărilor prin strângere	56
2.4	Aplicații existente ale îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice	59
2.5	Direcții deschise cercetării în etapa actuală	65
3	Studiul teoretic al comportării și performanțelor îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice	66
3.1	Posibilități de configurare tipodimensională	66
3.1.1	Principii generale	66
3.1.2	Configurarea tipurilor de pachete de elemente conice pentru îmbinări prin strângere	72
3.2	Pachetul de elemente intermediare conice utilizat la studiul experimental și la modelarea comportării lui	78
3.2.1	Descrierea tipodimensiunii și caracteristicile funcționale	78
3.2.2	Evaluarea mărimii presiunilor de contact din interfețele pachetului	80
4	Simularea pe calculator prin metoda elementului finit (MEF) a funcționării îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice	87
4.1	Modele și principii de calcul pentru problemele neliniare; particularizarea modelării pentru îmbinările prin strângere cu elemente intermediare conice	87

4.1.1	Modelul de calcul cu tensiuni inițiale	94
4.1.2	Modelul incremental (pas cu pas)	95
4.1.3	Modelul iterativ	96
4.1.4	Modele mixte	97
4.2	Modelarea contactului cu frecare prin metoda elementului finit	99
4.2.1	Formularea problemei contactului de suprafață	99
4.2.2	Contactul de suprafață cu frecare	101
4.3	Îmbinarea prin strângere cu elemente intermediare conice-problemă axial simetrică de modelare	109
4.3.1	Element finit de tip axial simetric	109
4.3.2	Modelul îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice realizat prin elemente finite axial simetrice	113
4.3.3	Rezultatele simulării	117
4.3.4	Evaluarea capacității portante a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice în urma analizei cu MEF a modelului	132
4.3.5	Evaluarea efectului de margine	136
5	Cercetări experimentale	138
5.1	Obiective și metode specifice cercetării experimentale a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice	138
5.1.1	Cercetările experimentale	138
5.1.2	Metode de determinare experimentală a corelației dintre strângerea instalată și momentul de torsiune sau forța axială transmise de îmbinare	139
5.2	Proiectarea și planificarea cercetărilor experimentale	141

5.2.1	Ipoteze ce stau la baza cercetării	141
5.2.2	Stand și echipamente de încercare	142
5.2.3	Stabilirea regimurilor și secvențelor de măsurare	147
5.2.4	Verificarea / etalonarea mijloacelor și a echipamentelor de măsurare	148
5.3	Achiziția datelor experimentale	155
5.4	Prelucrarea datelor experimentale	160
6	Concluzii finale	170
	Bibliografie	177

# 1 Probleme generale

## 1.1 Definirea constructiv funcțională a îmbinărilor prin strângere

**1.1.1. Clasificarea îmbinărilor prin strângere** Îmbinările prin strângere realizează preluarea și transmiterea sarcinilor de tip  $F_{ax}$  și/sau  $T$  prin contact forțat cu frecare pe suprafețe conjugate ale arborelui și butucului ca efect al deformațiilor elastice ale elementelor ce se îmbină. La baza modului de funcționare și de calcul al acestor îmbinări se pune principiul strângerii respectiv al deformațiilor elastice (sau elastoplastice) din sistemul piesă cuprinsă **arbore 1**, respectiv piesă cuprinzătoare **butuc 2**.

Criteriile de clasificare ale îmbinărilor prin strângere rezultă din modul în care se realizează forțele de frecare care se opun desfacerii acestora. Deci îmbinările prin strângere se grupează în două clase importante și anume:

- a) cu contact direct între arbore și butuc
- b) **cu elemente intermediare** situate într-un spațiu inelar practicat între arbore și butuc.

Îmbinările din prima grupă se subîmpart în două categorii după geometria suprafețelor de îmbinare și anume:

- a<sub>1</sub>) Îmbinări prin strângere cu contact direct pe suprafețe cilindrice;
- a<sub>2</sub>) Îmbinări prin strângere cu contact direct pe suprafețe conice.

Îmbinările din a doua grupă se pot împărți în alte patru categorii în funcție de construcția elementelor deformabile interpușe astfel:

- b<sub>1</sub>) cu inele deformabile mecanic, neseționate, cu suprafețe conjugate conice (pene inelare);

- b<sub>2</sub>) **cu inele deformabile mecanic, secționare, cu suprafețe conjugate conice;**
- b<sub>3</sub>) cu elemente intermediare deformabile prin acțiunea dirijată radial a unui lichid vâscos (ulei sau hidroplast) sub presiune;
- b<sub>4</sub>) cu arcuri speciale cu acțiune radială.

Din categoriile enumerate mai sus teza de față tratează **numai grupa b<sub>2</sub>** Fig.1.1.

Clasificarea imbinarilor prin stringere dintre un arbore si un butuc

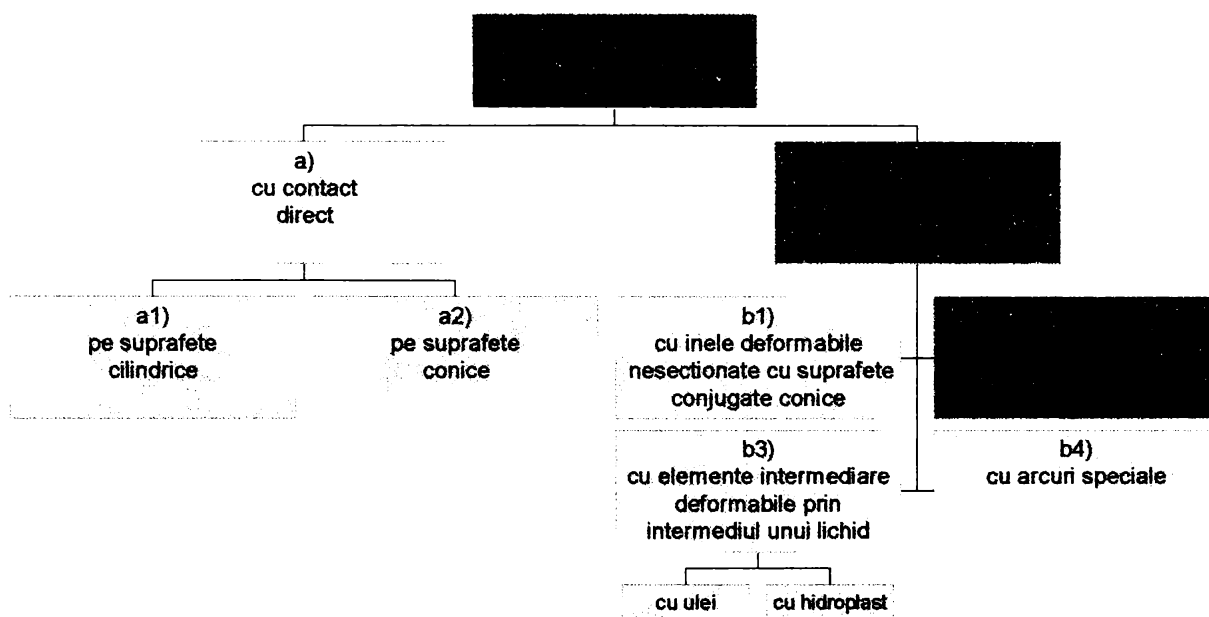


Fig.1.1<sup>1</sup>

**1.1.2. Modul fizic de transmitere a sarcinilor** Diversitatea constructivă a îmbinărilor cu strângere este condiționată de particularitățile modului de creere a presiunii de strângere din ajustaj.

Îmbinările prin frecare cu elemente auxiliare conice din clasele **b<sub>1</sub>** și **b<sub>2</sub>** funcționează pe principiul planului înclinat Fig.1.2. Prin comprimare în direcție axială cu ajutorul unor șuruburi inelele conice se presează axial, reciproc și simultan, acționând radial asupra arborelui și butucului.

Variantele constructive din clasa **b<sub>2</sub>** având inelele secționare cu un semiplan cu originea în axa îmbinării prezintă avantajul că aceste secționări reduc consumul de energie mecanică la adaptarea locală a inelelor pînă la consumarea jocurilor de montaj (v. cap3).

<sup>1</sup> după criteriul complementar al "tehnologiei de montaj" se disting două grupe: îmbinări presate (la rece) și fretate (la cald)

Firmele producătoare de pachete (ansamble) de inele care să funcționeze pe principiul ilustrat în Fig.1.2 oferă o largă varietate de astfel de produse.

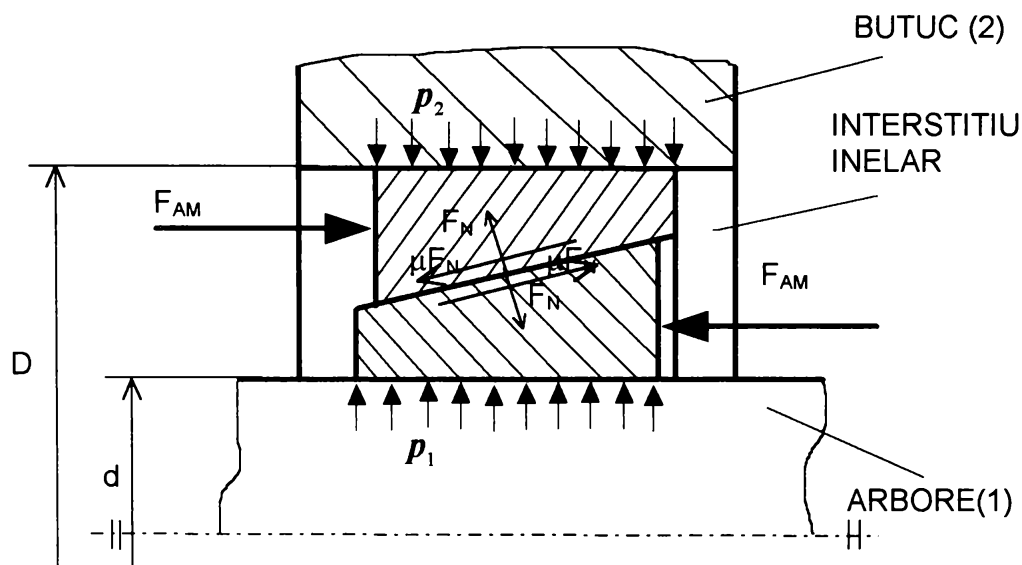


Fig.1.2

## 1.2 Atributele îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice

Aplicarea în practica construcțiilor de mașini a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice prezintă avantaje legate de următoarele aspecte:

1. siguranța în funcționare,
2. montajul facil chiar în condiții de exploatare la reparații sau pe șantier;
3. posibilitatea controlului capacității portante efective în funcție de mărimi controlabile la montaj.

Cîteva din avantajele amintite sînt:

- îmbinarea este total demontabilă;
- se aplică pe arbori cilindrici netezi (fără prelucrări speciale în ceea ce privește rugozitatea)
- alezajul butucului se prelucrează cilindric fără mari pretenții în ce privește precizia toleranței la dimensiune (toleranțe relativ largi, ajustaje cu joc mare);
- asigură concentricitatea, poziționarea axială și unghiulară precisă dintre arbore și butuc;
- strîngerea are valoare sigură dependență strict de parametrii de montaj și nu probabilistică rezultată din ajustajul probabil ca în cazul îmbinărilor cu contact direct;
- dacă înlocuim o îmbinare veche nu este necesară prelucrarea/pregătirea alezajului butucului;



- față de îmbinările prin strângere cu contact direct (la care prelucrarea arborilor și alezajelor devine tot mai dificilă pentru dimensiuni nominale mari  $d > 150 \dots 200$  datorită pretențiilor de tolerare a formei și dimensiunilor pe care acestea le impun) îmbinările cu elemente intermediare conice sînt mai avantajoase pentru că înlătură dezavantajele menționate;
- dimensiunile longitudinale pentru suprafețele ce intervin în îmbinare sînt mai mici la aceeași capacitate portantă decît la îmbinările prin strângere cu contact direct.
- pachetul de elemente de îmbinare asigură centrarea corectă a butucului pe arbore;
- îmbinarea nu se distruge la suprasarcină prin faptul că în această situație apare alunecarea relativă a componentelor;
- se pot utiliza și la montarea pieselor ce lucrează în mediu marin;
- se comportă bine și la solicitări alternante;

În concluzie domeniile de utilizare ale îmbinărilor cu elemente intermediare conice secționare se regăsesc acolo unde se aplică îmbinările cu pană de orice tip, îmbinările cu profil poligonal, cu caneluri etc..

### 1.3 Gama de dimensiuni pentru pachete de elemente intermediare conice

Diametrii arborilor ce se pot îmbina cu butuci prin pachete de elemente intermediare conice produse curent sînt cuprinse într-o gamă foarte largă începînd cu 20mm pînă la 600mm. Mărimea domeniului este dată și de nivelul evoluat de tipizare, avantaj susținut de multitudinea soluțiilor constructive<sup>2</sup> practicate pentru aceste pachete.

În plus modul de realizare a presiunii pe arbore și pe butuc precum și felul în care se tensionează pachetul de elemente duce la o mare varietate constructivă a acestor pachete. (aceste aspecte vor fi analizate în detaliu în paragraful 3.1).

<sup>2</sup> Începînd cu anul 1972 se citează cîteva din firmele producătoare de pachete de elemente intermediare conice pentru îmbinări prin strângere:

- **BIKON-TEHNIC GmbH Wele-Nabe-Verbindung**
- RINGSPAN GmbH
- RINGFEDER GBH
- RINGBLOCK GMBH
- TAS SCHÄFER GmbH
- STÜWE GmbH
- KTR Kupplungstechnik GmbH
- PETER GmbH Maschinen-Elemente
- HAUSMANN+HAENSGEN, Bremen, Germany
- SPIETH-MASCHINENELEMENTE GbmH&Co
- ETP Welw Nabe Vwebindungen
- **S.C. UNIO S.A. Satu-Mare (produce la comandă)**

## 1.4 Analiză comparativă a performanțelor diferitelor tipuri de îmbinări dintre arbore și butuc pe criterii constructive, funcționale și economice

La proiectarea unei îmbinări arbore butuc varianta de îmbinare se alege în funcție de nivelul de realizare a următoarelor condiții:

- soluția să îndeplinească optim cerințele de funcționare;
- în urma calculului de dimensionare se ia varianta la care construcția este cât mai compactă;
- materialele utilizate pentru componente trebuie să fie adecvate condițiilor de funcționare;
- prelucrările mecanice și tratamentele termice să fie cât mai puțin costisitoare;
- montarea și demontarea să fie ușoară;
- condițiile de întreținere și exploatare să fie convenabile în toate regimurile de exploatare.

Fiecare condiție în parte are mai mult sau mai puțin influență asupra capacității portante a îmbinării, deci la alegerea celei mai favorabile soluții de îmbinare nu se poate răspunde universal condițiilor enunțate fără o analiză comparativă.

FVA - "Uniunea de cercetări în transmisii" din Frankfurt/Main împreună cu "Departamentul pentru construcția de mașini" din cadrul Universității din München prin colectivul "Analiza costurilor" a inițiat un program de cercetări a căror rezultate au fost publicate în revista *Antriebstechnik* Nr.10/1991 în articolul intitulat "Alegerea și forma economic avantajoasă a îmbinărilor arbore butuc" [E2].

Rezultatele studiului se bazează pe informații tehnico economice culese pe o perioadă de câțiva ani de la firme constructoare de produse ce au în componență diferite variante constructive de îmbinări arbore butuc. Aceste cercetări teoretice și experimentale de mare finețe au evaluat performanțele calitative ale îmbinărilor după șase criterii, fiecare în parte punctat cu valori<sup>1</sup> cuprinse între 0 și 1. Valoarea 1 corespunde îndeplinirii în totalitate sau la nivel relativ maxim a calității dorite și este considerată ca fiind ideală.

În urma analizei se face o comparație a performanțelor îmbinărilor arbore butuc și se trag concluzii importante în practica proiectării și utilizării lor.

<sup>1</sup> La un același parametru evaluat pentru toate îmbinările analizate s-a stabilit intervalul în care se încadrează valorile efective ce îl cuantifică și anume  $[0, \dots, E_{\min}, \dots, E_{\max}]$ . Pentru a păstra confidențialitatea informațiilor primare s-a recurs la transformarea în valori relative a valorilor din intervalul menționat. Astfel fiecărui termen al șirului din intervalul cu valori efective  $i$  se poate atribui o valoare  $\alpha$  ce îl încadrează pe o scară cuprinsă între 0 și 1 calculată astfel:

- dacă valoarea maximă reprezintă calitatea dorită se aplică relația ( $\alpha = E_{\text{efectiv}} / E_{\text{max}}$ ).
- dacă valoarea minimă reprezintă calitatea dorită se aplică relația ( $\alpha = 1 - (E_{\text{efectiv}} / E_{\text{max}})$ )

S-au luat în calcul statistic îmbinări<sup>1</sup> cu caracteristicile dimensionale cele mai frecvent utilizate  $d = 50$ ;  $l = 50$ .

Calitățile acceptate drept criterii de evaluare și cărora li se atribuie valori de cuantificare sînt:

- Efectul relativ redus de concentrare a tensiunilor în elementele din îmbinare (=1 pentru îmbinarea ce are cel mai mic efect de concentrare);
- Capacitatea portantă a îmbinării la dimensiunile date (=1 pentru îmbinarea ce are cea mai mare capacitate portantă);
- Capacitatea de a asigura autocentrarea butucului pe arbore (=1 pentru îmbinarea ce asigură centrarea cea mai precisă);
- Nivelul scăzut al cheltuielilor de montaj (=1 pentru îmbinarea ce are cel mai ieftin montaj);
- Costul redus al îmbinării (cuprinde în totalitate costurile de realizare a îmbinării; =1 pentru îmbinarea cea mai ieftină);
- Demontabilitatea (=1 pentru îmbinarea total demontabilă și =0 pentru îmbinarea ce implică distrugerea componentelor îmbinării în cazul demontării).

Comparația dintre variantele analizate Fig. 1.3 duce la concluzia că parametrii cei mai convenabili (cu excepția costului îmbinării) se regăsesc la îmbinările prin strîngere cu elemente intermediare conice deformabile. Pentru diametre mai mari acest tip de îmbinare prezintă soluțiile cele mai sigure și convenabile compensînd chiar și dezavantajul relativ al costurilor care devine tot mai convenabil pentru îmbinări la diametre mari.

În completarea datelor din analiza anterioară se adaugă un studiu efectuat în cadrul tezei comparînd performanțele relative ale îmbinărilor cu pene paralele (cu una sau două pene decalate la  $120^\circ$ ) și a îmbinărilor prin strîngere cu elemente intermediare conice [M10]. Studiul a extins domeniul de diametre ale arborilor din îmbinări între 25mm și 400mm, concluziile se respectă chiar și în acest caz.

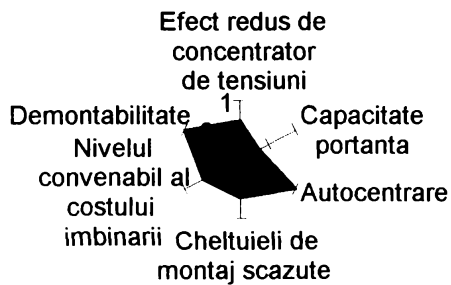
Ca parametru de evaluare a performanțelor s-a acceptat raportul dintre greutatea porțiunii din arbore cuprins în îmbinare și cuplul maxim transmisibil spre butuc prin aceasta ( $G/T$ ).

Îmbinarea prin strîngere cu elemente intermediare conice este luată ca etalon în comparația parametrilor prin  $(G/T)_0$ .

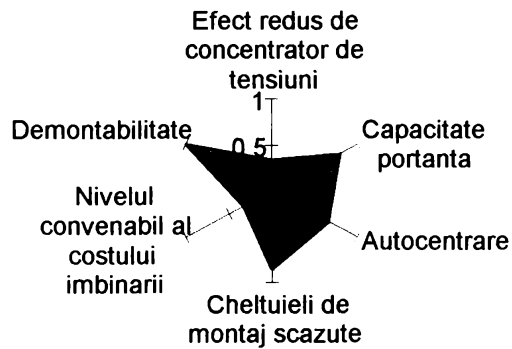
<sup>1</sup> Dintre soluțiile de montaj a roților dințate pe arbore întîlnite în practică se pot enumera îmbinările:

- cu o pană paralelă; (sau cu două pene paralele decalate la  $120^\circ$ );
- prin caneluri
- prin strîngere cu contact direct pe ajustaj cilindric;
- prin strîngere cu contact direct pe ajustaj conic;
- cu pene inelare conice;
- prin strîngere cu elemente intermediare conice deformabile elastic;
- prin strîngere cu elemente intermediare deformabile cu fluid sub presiune;

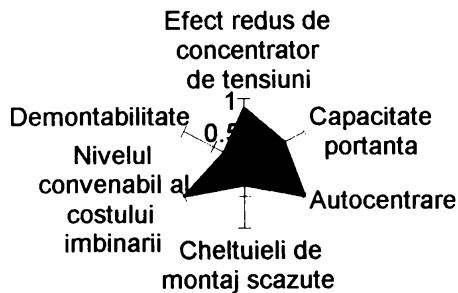
### A. Imbinare cu pana paralela



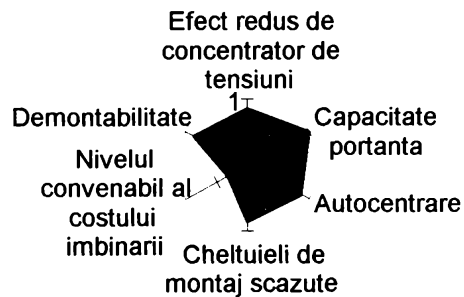
### B. Imbinare prin caneluri



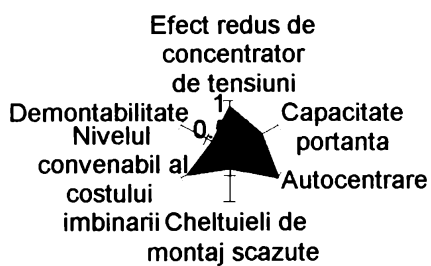
### C. Imbinare prin stringere cu contact direct pe ajustaj cilindric



### D. Imbinare prin stringere cu elemente intermediare conice



### E. Imbinare prin stringere cu contact direct pe ajustaj conic



### F. Imbinare cu elemente intermediare conice actionate hidrostatic

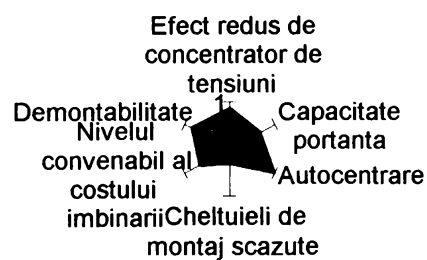


Fig.1.3 [E2]

În Fig. 1.4 se prezintă configurația arborelui din alternativele de îmbinare cu o pană și cu două pene respectiv cu elemente intermediare conice.

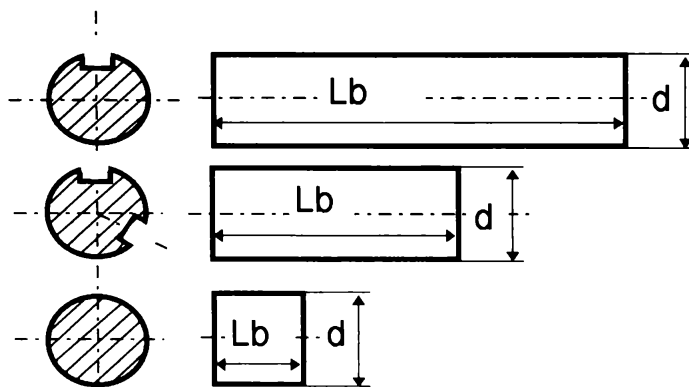


Fig. 1.4 [M10]

Investigațiile s-au făcut prin calcul numeric efectiv și au urmărit determinarea momentului de torsiune capabil să fie transmis de îmbinare la un diametru dat al arborelui. Ca material pentru arbori s-a acceptat OL50 STAS 500/2-80. Diametrele pentru care s-au efectuat evaluările sînt cuprinse în intervalul

$d \in [25, 400]$  și corespund valorilor din șirul valorilor din catalog ale pachetelor de elemente intermediare conice BIKON 1012.

S-a luat în considerare solicitarea de torsiune a arborelui după un ciclu pulsator.

S-a acceptat pentru toate cazurile coeficientul de siguranță  $S=1,5$  și s-a ținut cont de influența asupra comportării la oboseală a arborelui a concentratorului de tensiune, a factorului dimensional și a calității suprafeței prin coeficienți adecvați recomandați de literatura domeniului.

S-au determinat:

- greutățile părților de arbore incluse în butuc ( $G$ );
- momentele transmisibile de către îmbinare ( $T$ );
- raportul dintre greutate și momentul transmisibil ( $G/T$ );

Valorile parametrilor menționați s-au reținut în tabel și s-au reprezentat grafic dependențele  $(G/T)/(G/T)_0 = f(d)$  în Fig.1.5.

Se remarcă faptul că după criteriul de comparație acceptat la dimensiuni identice ale diametrului arborelui capacitatea portantă și compactitatea construcției este mai bună la îmbinarea prin strîngere cu elemente intermediare conice decît la îmbinarea prin două pene paralele și cu atît mai mult la îmbinarea cu o pană paralelă.

Alegerea tipului de îmbinare trebuie făcută în final și după alte criterii (economice, tehnologice, etc.) cărora li se atribuie un anumit nivel de importanță. Pe măsură ce caracteristicile îmbinărilor prin strîngere cu elemente intermediare conice devin tot mai cunoscute de către proiectanți și utilizatori acestea vor căpăta o extindere din ce în ce mai mare în practica construcțiilor de mașini.

**Comparatia performantelor imbinarilor arbore butuc cu una/doua pene paralele relativ la imbinarea prin stringere cu elemente intermediare conice BIKON 1012**

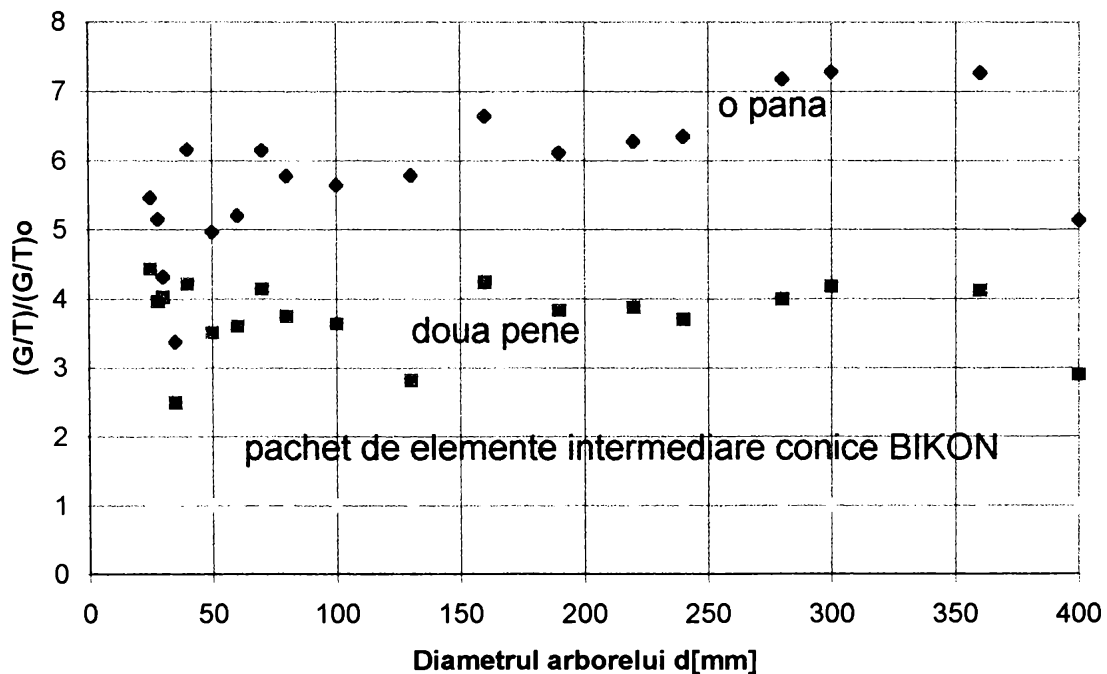


Fig. 1.5 [M10]

Din analizele prezentate se trage concluzia că studiul teoretic și experimental al clasei de îmbinări prin strângere cu elemente intermediare conice prezintă interes.

Aplicarea în practică a acestui tip de îmbinare este pînă în prezent limitat de mai mulți factori și anume:

- cele mai multe manualele de proiectare și tratatele de organe de mașini uzuale chiar în ediții noi nu dau informații asupra acestei clase de îmbinări;
- lipsa informațiilor face ca proiectanții să utilizeze preferențial îmbinările clasice cărora le cunosc metodele de calcul, tehnologia și domeniile de aplicabilitate;
- cu toate că revistele tehnice fac reclamă comercială firmelor producătoare de pachete de elemente intermediare de strângere cataloagele de produs dau numai informații de tip "rețetă de utilizare" a acestora și prea puține exemple practice de aplicare.

# 2 Stadiul actual

## al cercetărilor cu privire la evaluarea performanțelor îmbinărilor prin strângere

### 2.1 Bazele teoretice ale modelării îmbinărilor prin strângere

Tema tezei se referă la o clasă de îmbinări mai nou introduse în practica industrială pentru care aspectele de studiu nu sînt complet elucidate. Faptul că din punct de vedere constructiv acestea au caracteristici ale îmbinărilor cu contact direct pe con respectiv pe alejaj cilindric justifică aspectele analizate în acest capitol.

#### 2.1.1 Posibilități de apreciere teoretică a mărimii presiunii realizată la instalarea unei îmbinări prin strângere

La îmbinarea prin strângere dintre arbore și butuc se realizează în zona de contact direct sau de contact cu elementele intermediare o apăsare normală pe suprefețele arborelui respectiv butucului de forma:

$$F_{N_{1,2}} = f_{1,2}(p_{1,2}; A) = \int_{A_{1,2}} p_{1,2}(A) dA \quad 2.1$$

unde indicii 1 respectiv 2 se referă la arbore respectiv butuc.

Capacitatea portantă a îmbinării este limitată superior de integritatea contactului forțat cu frecare de aderență dintre arbore/butuc și pachetul de elemente intermediare. În mod conventional se acceptă distribuția uniformă a presiunii pe zonele conjugate cu arborele respectiv cu butucul atît în direcție longitudinală cît și circumferențial. Această ipoteză, adoptată de majoritatea surselor bibliografice consultate, este completată și de aceea prin care se acceptă că mărimea coeficientului de frecare

este constantă și independentă de modul de încărcare inițială a îmbinării cu sarcină axială pură sau cu moment de torsiune ( $\mu_{//} \cong \mu_{\perp}$ ).

La o analiză mai aprofundată se constată că nici apăsarea nu este uniformă și nici coeficientul de frecare nu este invariant de modul de încărcare inițială și de alte aspecte tribologice rezultate din tehnologia aplicată la construcție și la montaj.

În concluzie capacitatea portantă a unei îmbinări prin strângere cu sau fără contact direct nu se poate evalua teoretic exact, motiv pentru care se acceptă simplificările referitoare la invarianța unor parametri cum ar fi:

- uniformitatea distribuției presiunii de contact;
- constanța coeficientului de frecare;
- geometria perfectă a ajustajului.

Aceste ipoteze sînt acceptate în toate sursele ce dau metode de calcul a îmbinărilor cu strângere.

Componentele unei îmbinări prin strângere pot fi asimilate în vederea modelării comportamentului lor cu tuburile. Acest lucru se poate extinde și arborilor plini care pot fi acceptați ca tuburi a căror orificiu are raza nulă. În cele mai frecvente cazuri lungimile finite ale arborelui și butucului care se îmbină prin strângere au mărimi diferite. Acest aspect duce la luarea în considerare a posibilității modelării comportamentului pieselor la zona de contact dinspre marginile frontale ale piesei mai scurte.

Rezolvarea analitică a problemei distribuirii presiunii pe lungimea de contact este foarte complexă și pînă în prezent ea nu a fost obținută.

Pentru calculul îmbinărilor prin strângere la piese de aceeași lungime care formează ajustaje cilindrice se acceptă modelul de calcul al cilindrilor cu pereți groși solicitați de presiunea uniform distribuită axial și circumferențial.

Presiunea de la nivelul suprafețelor conjugate se obține prin faptul că diametrul interior al piesei cuprinzătoare se execută mai mic decît diametrul exterior al piesei cuprinse (valoarea diferenței celor două diametre se numește strângere  $S$ ).

Montajul forțat al pieselor determină apariția unei presiuni de contact, care asigură apariția forțelor de frecare ce împiedică deplasarea relativă a pieselor.

În ipoteza egalității lungimii pieselor îmbinate prin strângere se acceptă că presiunea de contact se repartizează uniform pe suprafața de contact deci se poate aplica teoria derivată din problema pusă de Lamé.

Întrucît după asamblarea pieselor diametrul interior al piesei exterioare și diametrul exterior al piesei interioare devin egale este evident că suma valorilor absolute ale deplasărilor radiale ale ambelor piese, provocate de presiunea de contact, este egală cu diferența razelor suprafețelor de ajustare, înainte de montaj:

$$622.540 / 366 \text{ A}$$



$$|u_1| + |u_2| = \frac{S}{2} \quad 2.2$$

Deplasările se explicitează conform teoriei tuburilor cu pereți groși astfel :

$$|u_1| = \frac{pd}{2E_1} \left( \frac{1+q_1^2}{1-q_1^2} - \nu_1 \right) \quad 2.3$$

$$|u_2| = \frac{pd}{2E_2} \left( \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2} + \nu_2 \right) \quad 2.4$$

în care:

$d = 2r$  este diametrul suprafeței de contact după asamblare (diametrul nominal al ajustajului);

$q_1 = \frac{R_{i1}}{r}$ ;  $q_2 = \frac{r}{R_{e2}}$  sînt parametri geometrici ai îmbinării cu

semnificația indicilor: 1 = piesă cuprinsă; 2 = piesă cuprinzătoare;  
 $i$  = interior;  $e$  = exterior;

$E_{1,2}$  = modulul de elasticitate al materialelor pieselor îmbinate prin strîngere;

$\nu_{1,2}$  = coeficientul lui Poisson pentru aceleași materiale.

Din ultimele trei relații rezultă expresia presiunii de contact ce se realizează între piesele în contact:

$$p = \frac{S}{d} \frac{1}{\frac{1}{E_1} \left( \frac{1+q_1^2}{1-q_1^2} - \nu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \left( \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2} + \nu_2 \right)} \quad 2.5$$

Tensiunile la nivelul razei oarecare  $r_x$  din peretele tubului care modelează arborele respectiv butucul îmbinați prin strîngere au expresii de forma:

$$\sigma_r = \frac{p_i R_i^2 - p_e R_e^2}{R_e^3 - R_i^3} - \frac{(p_i - p_e) R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{1}{r_x^2} \quad 2.6$$

$$\sigma_t = \frac{p_i R_i^2 - p_e R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} + \frac{(p_i - p_e) R_i^2 R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} \frac{1}{r_x^2} \quad 2.7$$

cu următoarea semnificație a notațiilor:

$R_{i,e}$  = raza interioară /exterioară a tubului

$p_{i,e}$  = presiunea interioară/exterioară cu care este încărcat butucul respectiv arborele

Utilizând notațiile  $q = R_i / R_e$  și  $q_x = r_x / R_e$ : relațiile 2.6. respectiv 2.7 devin:

$$\sigma_r = \frac{p_i(q_x^2 - 1)q^2 - p_e(q_x^2 - q^2)}{(1 - q^2)q_x^2} \quad 2.8$$

$$\sigma_t = \frac{p_i(q_x^2 + 1)q^2 - p_e(q_x^2 + q^2)}{(1 - q^2)q_x^2}$$

Tensiunea echivalentă calculată după teoria de rupere a lui Mohr este:

$$\sigma_{ech} = \frac{(p_i - p_e)q^2(1 + \alpha) + (p_i q^2 - p_e)q_x^2(1 - \alpha)}{q_x^2(1 - q^2)} \quad 2.9$$

Semnificația parametrului  $\alpha$  este  $\alpha = \sigma_{\alpha} / \sigma_{cc}$  unde  $\sigma_{\alpha}$  = limita de curgere la întindere și  $\sigma_{cc}$  = limita de curgere la compresiune.

În cazul îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare arborele este încărcat cu o presiune exterioară distribuită pe o lungime finită, egală cu lungimea de contact a inelului interior din pachetul de elemente.

Butucul este încărcat cu presiunea interioară distribuită pe suprafața aflată deci în contact forțat cu inelul exterior al pachetului de elemente intermediare.

- Relațiile de mai sus nu descriu exact starea de tensiune indusă într-un arbore sau într-un butuc îmbinați prin strângere cu elemente intermediare conice decât parțial datorită faptului că lungimea componentelor de rigiditate variabilă este finită și inegală.
- Ar trebui ținut cont de modul de comportare în zona de margine și de faptul că lungimea relativă (raportată la diametrul nominal al îmbinării) este mică.
- De asemenea ar trebui descrisă analitic și comportarea individuală a inelelor din pachetul de elemente ținând cont că acestea au lungimea mică în raport cu diametrul și grosimea pereților lor nu este constantă în lungul axei. Din aceste motive asimilarea inelelor conice cu tuburile cu pereți groși este grosolană.

Rezultă de aici că este necesar să se verifice în ce măsură bazele teoretice acceptate de literatura de specialitate în calculul îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice sînt adecvate și în ce limite pot fi de încredere rezultatele calculelor astfel obținute.

### 2.1.2 Limitarea domeniului de aplicare a teoriei tuburilor cu pereți subțiri supuse la presiune interioară pentru calculul îmbinărilor prin strângere se

bazează pe determinarea tensiunilor din tuburile încărcate interior și / sau exterior cu presiune uniform distribuită.

Geometria tubului diferențiază calculele prin două metode și anume:

- după teoria tuburilor cu pereți groși;
- prin asimilarea lor cu învelitori cilindrice subțiri.

Valoarea parametrului:

$$k = h / R_m = 2(R_e - R_i) / (R_e + R_i) \quad 2.10$$

delimitează domeniile de aplicare a celor două metode.

Notațiile  $R_i$ ;  $R_e$  se referă la raza interioară respectiv exterioară a cilindrului (tubului).

După [F3] și [T5]  $k = 0,1$  iar după [N4]  $k = 0,05$  sînt valorile recomandate pentru separarea domeniului de aplicare a uneia sau alteia dintre metode.

În acord cu preocupările noastre anterioare [G6] prezintă o analiză comparativă a tensiunilor echivalente ce rezultă aplicînd cele două metode și de aici stabilirea nivelului parametrului  $k$  sub care tubul cu pereți subțiri devine echivalent celui cu pereți groși pentru cazul cînd încărcarea este numai cu presiune interioară uniform distribuită.

Expresia tensiunii echivalente maximă pentru un tub cu pereți groși încărcat la interior cu presiunea  $p$  este:

$$\sigma_{ec(q)} = \sigma_t - \alpha \sigma_r = p \left[ (1 + q^2) / (1 - q^2) + \alpha \right] \quad 2.11$$

unde semnificația notațiilor este:

$$q = R_i / R_e$$

$$\alpha = \sigma_{\alpha} / \sigma_{cc}$$

$\sigma_{\alpha}$  = limita de curgere la întindere;

$\sigma_{cc}$  = limita de curgere la compresiune.

Din relația 2.10 și cu notația pentru  $q$  rezultă funcția:

$$q = (2 - k) / (2 + k) \quad 2.12$$

cu care relația 2.11 devine:

$$\sigma_{ec(G)} = p(2 + k^2) / (4k) \quad 2.13$$

Expresia tensiunii echivalente calculată prin relațiile specifice învelișurilor cilindrice subțiri încărcate cu presiune interioară  $p$  este:

$$\sigma_{ec(S)} = \sigma_t = p \cdot R_m / h = p / k \quad 2.14$$

Se studiază funcțiile

$$f_1(k) = \sigma_{ec(G)} / p$$

$$f_2(k) = \sigma_{ec(S)} / p$$

pe domeniul lor de definiție  $k \in (0 \dots 2)$ .

Limitele acestui domeniu de definiție sînt date de existența reală a tubului ( $R_e > R_i$ ;  $R_i > 0$ ).

Graficele funcțiilor prezintă alura din Fig. 2.1.

Calculînd în domeniul  $k \in (0 \dots 0,1)$  recomandat de sursele bibliografice [F3] și [T5] abaterea:

$$\delta_\sigma = [ |f_2(k) - f_1(k)| ] / f_2(k) \quad 2.15$$

rezultă variația  $\delta_\sigma = f(k)$  reprezentată în Fig. 2.2.

În funcție de factorul de risc (pe care ni-l asumăm) la o abatere admisă  $\delta_\sigma$  se stabilește un raport  $k_0 = h / R_m$  care limitează două domenii în care ne putem afla cu mărimea efectivă a parametrului geometric  $k_{efectiv}$  astfel:

- $k_{efectiv} < k_0$  situație în care se pot aplica formulele de calcul a tuburilor ca învelitori subțiri și
- $k_{efectiv} > k_0$  situație în care se impune aplicarea relațiilor de calcul pentru tuburi cu pereți groși

Limitarea strictă a domeniului de aplicare a relațiilor de calcul pentru tuburile cu pereți subțiri fără a ține cont de un criteriu de evaluare a rezultatelor nu este rațională datorită faptului că orice tub poate fi calculat ca tub cu pereți groși.

Problema analizată este justificată doar de simplitatea expresiilor de calcul ale tuburilor cilindrice ca învelitori subțiri.

**Variatia tensiunii echivalente maxima calculata  
dupa teoria tuburilor cu pereti grosi si dupa cea a  
tuburilor cu pereti subtiri in functie de raportul  
 $k=h/Rm$**

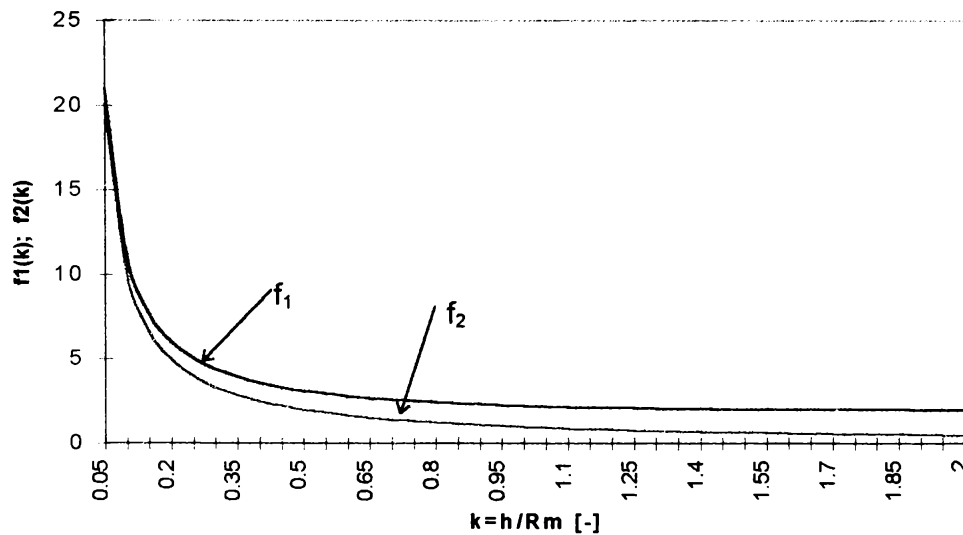


Fig. 2.1

**Abaterea relativa a rezultatelor calculului  
tensiunii echivalente cu teoria tuburilor cu pereti  
grosi respectiv subtiri in functie de raportul k**

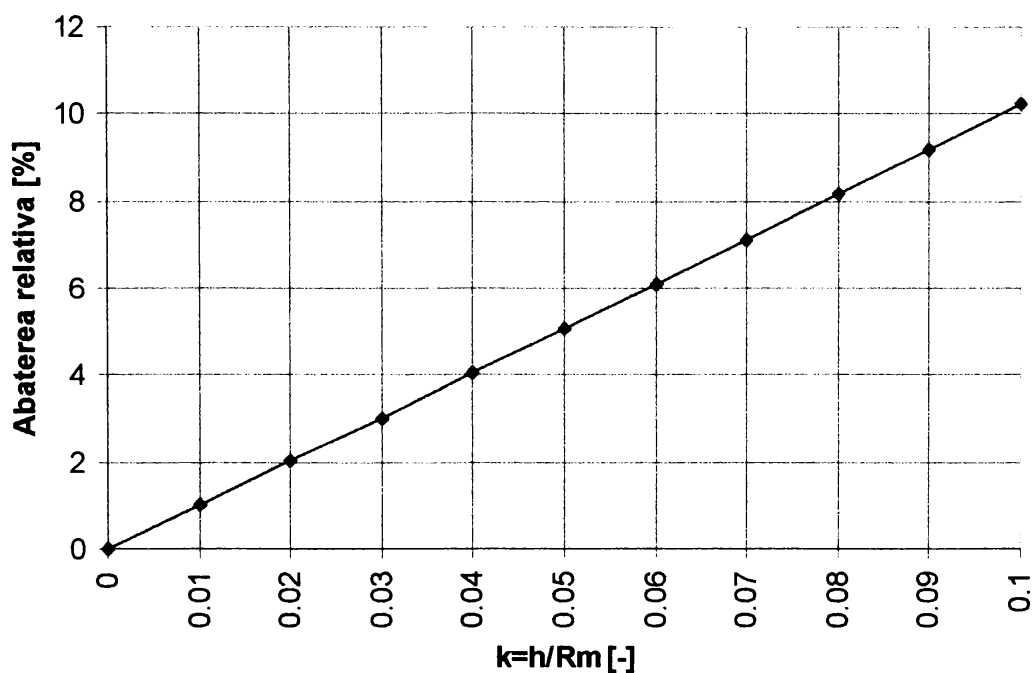


Fig. 2.2

### 2.1.3 Efectul de margine sau efectul de capăt liber

Dacă piesele care se îmbină prin strângere au lungimi diferite atunci modelarea acestora ca tuburi cu pereți groși este aproximativă datorită faptului că presiunea de contact se distribuie neuniform pe suprafața de strângere. În acest caz relațiile lui Lamé nu sînt valabile.

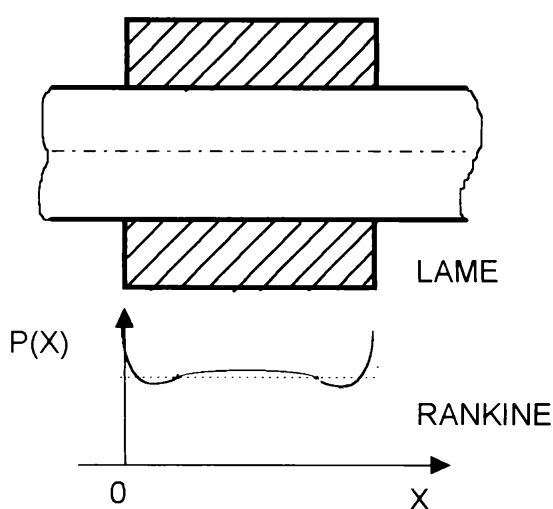


Fig 2.3 [P1]

care ies în afară. Pentru determinarea exactă a valorii presiunii medii de strângere este necesar să cunoaștem legea de distribuție a presiunii pe lungimea zonei de contact. Descrierea analitică a problemei nu a fost soluționată pînă în prezent exact.

#### **Metodă aproximativă de determinare a presiunii medii de contact ținînd cont de influența efectului de margine pentru arbori plini**

Urmărind luarea în considerare a influenței efectului de margine la calculul îmbinărilor cu strângere Rankine [P1] propune o metodă aproximativă de determinare a presiunii medii de contact.

- Principiul metodei constă în determinarea deplasării radiale pe suprafața arborelui (în ipoteza că presiunea se distribuie totuși uniform pe lungimea butucului) și egalarea acestei deplasări cu deformația diametrului interior al butucului.

Din aceasta se calculează valoarea medie a presiunii.

- Carențele teoretice ale metodei constau în aceea că se înlocuiește calculul presiunii medii prin calculul deplasării medii.

Aplicarea metodei se justifică prin faptul că la o lungime mică a suprafeței încărcate a arborelui diferența dintre deplasarea maximă și cea minimă

Datorită influenței părților arborelui care ies de sub butuc și care împiedică deformația lui, presiunea din apropierea capătului butucului crește mult. Diagramele de distribuție a presiunii pe lungimea butucului obținute pe cale experimentală, au forma din Fig. 2.3.

Dacă lungimea bucșei este mică atunci valoarea medie a presiunii de contact poate să crească mult datorită influenței capetelor arborelui

nu este mare și în acest caz folosirea valorii medii a deplasării este admisibilă.

La o lungime mare a butucului, influența părților arborelui care ies în afară nu este mare și se poate admite o mică eroare.

Metoda de calcul (aproximativă) a tuburilor încărcate cu presiune variabilă de-a lungul axului și cea pentru calculul cilindrilor plini (arbori) încărcăți cu presiune variabilă de-a lungul axului [P1] permite determinarea deplasării medii pe suprafața arborelui.

Valoarea deplasării medii pe suprafața încărcată a arborelui se poate scrie sub forma:

$$u_{1med} = \frac{\int_0^l |u dx|}{l} = Q \frac{pd}{2E_1} \left( \frac{1+q_1^2}{1-q_1^2} - \nu_1 \right) \quad 2.16$$

unde  $Q$  este un coeficient care depinde de raportul lungimii porțiunii încărcate față de diametrul arborelui și care este egal cu raportul deplasării reale medii față de deplasarea determinată prin relațiile lui Lamé.

Valoarea coeficientului  $Q$  pentru arborele tubular este dată în diagramele din Fig.2.4 în funcție de raportul dintre lungime și diametrul de calare pentru diferite mărimi ale parametrului  $q_1$ .

Deplasarea radială pe suprafața interioară a butucului este:

$$u_2 = \frac{pd}{2E_2} \left( \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2} + \nu_2 \right) \quad 2.17$$

Ținând cont că strângerea este:  $S/2 = u_1 + u_2$  rezultă că presiunea medie de strângere va fi:

$$p = \frac{S}{d} \frac{1}{Q \frac{1}{E_1} \left( \frac{1+q_1^2}{1-q_1^2} - \nu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \left( \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2} + \nu_2 \right)} \quad 2.18$$

Relația 2.18 se deosebește de relația 2.5 numai prin prezența coeficientului  $Q$  subunitar.

Conform cu diagramele din Fig. 2.4 [P1] coeficientul de corecție  $Q$  diferă mult de unitate numai pentru butucii scurți cu  $l/d < 0,5$ .

În acest caz părțile arborelui care ies dincolo de capetele butucului exercită o influență mare asupra valorii presiunii medii de strângere. Mai rezultă că influența capetelor arborelui asupra valorii presiunii medii la strângerea unui butuc cu pereți groși pe un arbore tubular este mai mare decât la strângerea unui butuc cu pereți subțiri pe un arbore plin.

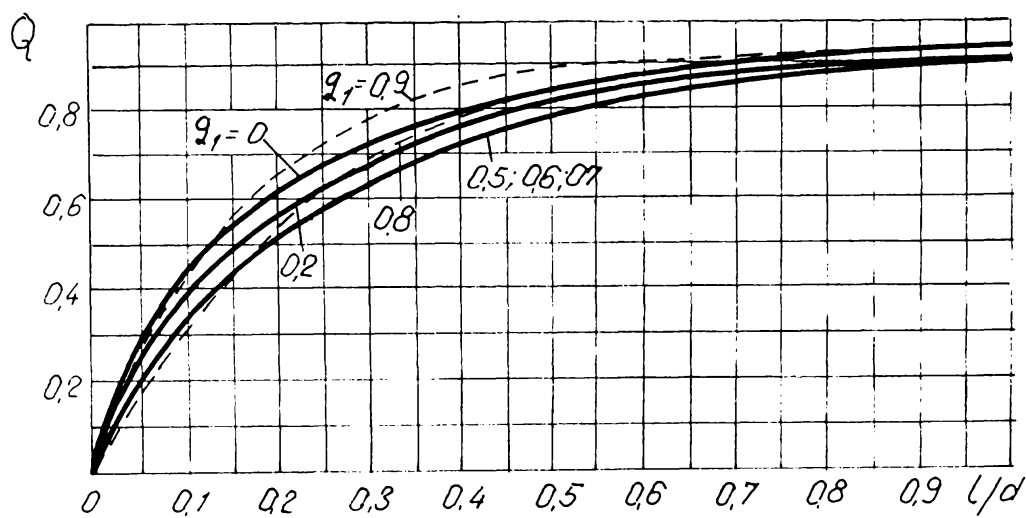


Fig. 2.4 [P1]

Cu ajutorul metodei aproximative de calcul a tuburilor încărcate cu presiune variabilă de-a lungul axului se poate determina nu numai valoarea presiunii medii de contact dar se poate afla și forma care trebuie dată pieselor care se îmbină, pentru a obține o distribuție uniformă a presiunii pe lungimea butucului.

După ce s-a adoptat distribuția uniformă a presiunii se pot afla deformațiile respective ale arborelui iar apoi din relația  $S/2 = |u|_{\text{arbore}} + u_{\text{butuc}}$  se poate determina strângerea în funcție de lungimea relativă  $l/d$  care va asigura obținerea distribuției uniforme a presiunii.

În Fig.2.5 este reprezentat profilul strângerii pe lungimea butucului, necesar pentru obținerea distribuției uniforme a presiunii în cazul unui butuc foarte lung.

Conturul necesar al strângerii se poate obține dacă se dă o formă cilindrică suprafeței interioare a butucului (sau suprafeței exterioare a arborelui) și se profilează suprafața conjugată.

În cazul butucului lung profilarea trebuie să ocupe o lungime de aproximativ  $0,2d$  la fiecare din capetele lui.



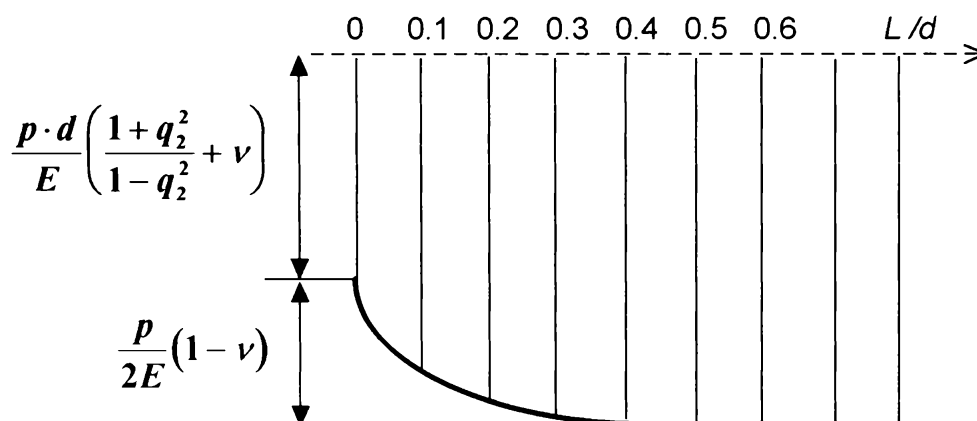


Fig.2.5 [P1]

***Efectul de capăt liber sub aspectul deformațiilor de ansamblu ale arborelui tubular și butucului***

Comportarea elementelor de lungime inegală dintr-o îmbinare cu strângere la care arborele iese în afara părților frontale ale butucului se poate analiza și sub aspectul deformațiilor acestora în ansamblu [C6].

Se consideră îmbinarea arbore butuc din Fig.2.6 din care se detașează un inel elementar liber delimitat de două secțiuni făcute cu plane perpendiculare pe axa comună, la distanța  $x$  de un plan median de referință.

Presiunea dintre inelul arborelui și cel al butucului este  $p(x)$ . Raza zonei de contact corespunzătoare fiind  $r(x)$ . Din cauza variației razei  $r$  în raport cu  $x$  apar între inelele infinitezimale vecine tensiuni tangențiale  $\tau$ . Se recomandă o valoare medie a acestora astfel încât forța tangențială să fie egală cu expresiile de pe Fig.2.7.

Se consideră că aceste legături împreună cu presiunea  $p(x)$  sînt echivalente cu o presiune  $p_{1,2}(x)$  ce acționează asupra arborelui respectiv butucului tubular și a cărei expresie este:

$$p_{1,2}(x) = p(x) \mp \frac{1}{r} \tau_{1,2} \frac{dr}{dx} h_{1,2} \mp \frac{d\tau_{1,2}}{dx} \left( 1 \mp \frac{h_{1,2}}{2r} \right) h_{1,2} \quad 2.19$$

Inelul exterior supus la o presiune interioară  $p_2(x)$  se deformează căpătînd o creștere a razei  $R_{i2}$  cu  $u_2(x)$ :

$$u_2(x) = p_2(x) \frac{R_{i2}}{E_2} \left( \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2} + \nu_2 \right) \quad 2.20$$

Contractia radială a arborei va fi  $u_1(x)$ :

$$u_1(x) = p_1(x) \frac{R_{e1}}{E_1} \left( \frac{1+q_1^2}{1-q_1^2} - \nu_1 \right) \quad 2.21$$

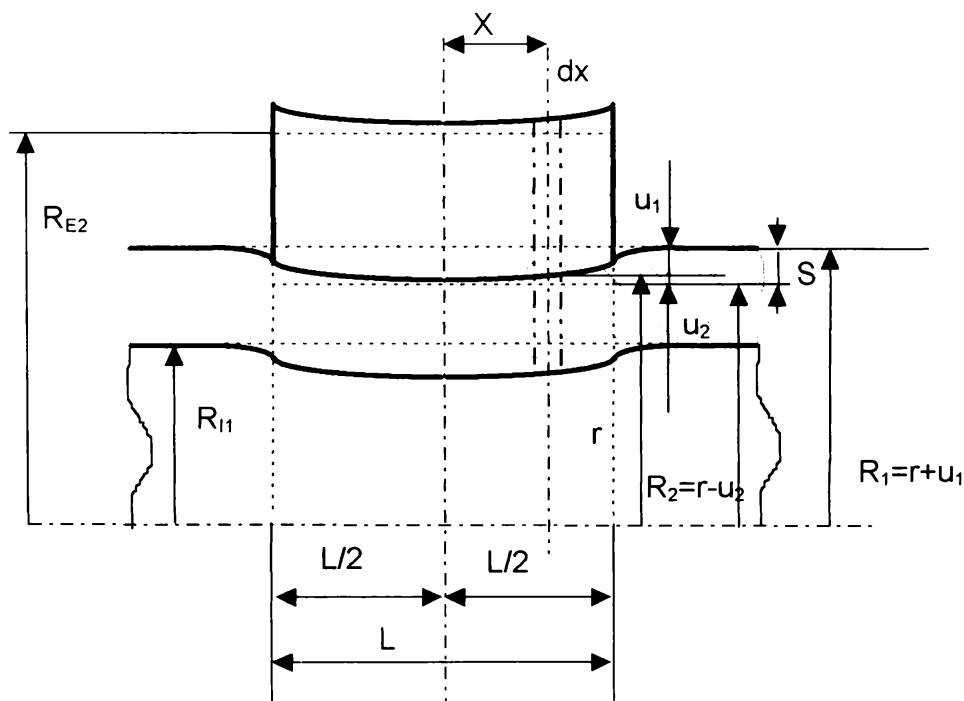


Fig. 2.6 [C6]

Strângerea  $S(x) = u_1(x) + u_2(x)$  devine:

$$S(x) = p(x) \left( R_{i2} \frac{C_2}{E_2} + R_{e1} \frac{C_1}{E_1} \right) + G_2 \frac{d^2 u_2}{dx^2} \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 R_{i2} \frac{C_2}{E_2} - G_1 \frac{d^2 u_1}{dx^2} \left( 1 - \frac{h_1}{2R_{e1}} \right) h_1 R_{e1} \frac{C_1}{E_1} \quad 2.22$$

care împreună cu egalitatea evidentă:  $\frac{d^2 u_2}{dx^2} = -\frac{d^2 u_1}{dx^2}$  dă valoarea deplasării  $u_2(x)$

$$u_2(x) = p(x) R_{i2} \frac{C_2}{E_2} + G_2 \frac{d^2 u_2}{dx^2} \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 R_{i2} \frac{C_2}{E_2} \quad 2.23$$

Astfel se deduce:

$$p(x) = \left[ u_2(x) - G_2 \frac{d^2 u_2}{dx^2} \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 R_{i2} \frac{C_2}{E_2} \right] \frac{E_2}{R_{i2} C_2} \quad 2.24$$

care împreună cu 2.22 conduce la ecuația diferențială:

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} \frac{R_{e1} C_1}{E_1} \left[ G_2 \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 - G_1 \left( 1 - \frac{h_1}{2R_{e1}} \right) h_1 \right] - u_2(x) \left( 1 + \frac{R_{e1} C_1 E_2}{R_{i2} C_2 E_1} \right) = -S \quad 2.25a$$

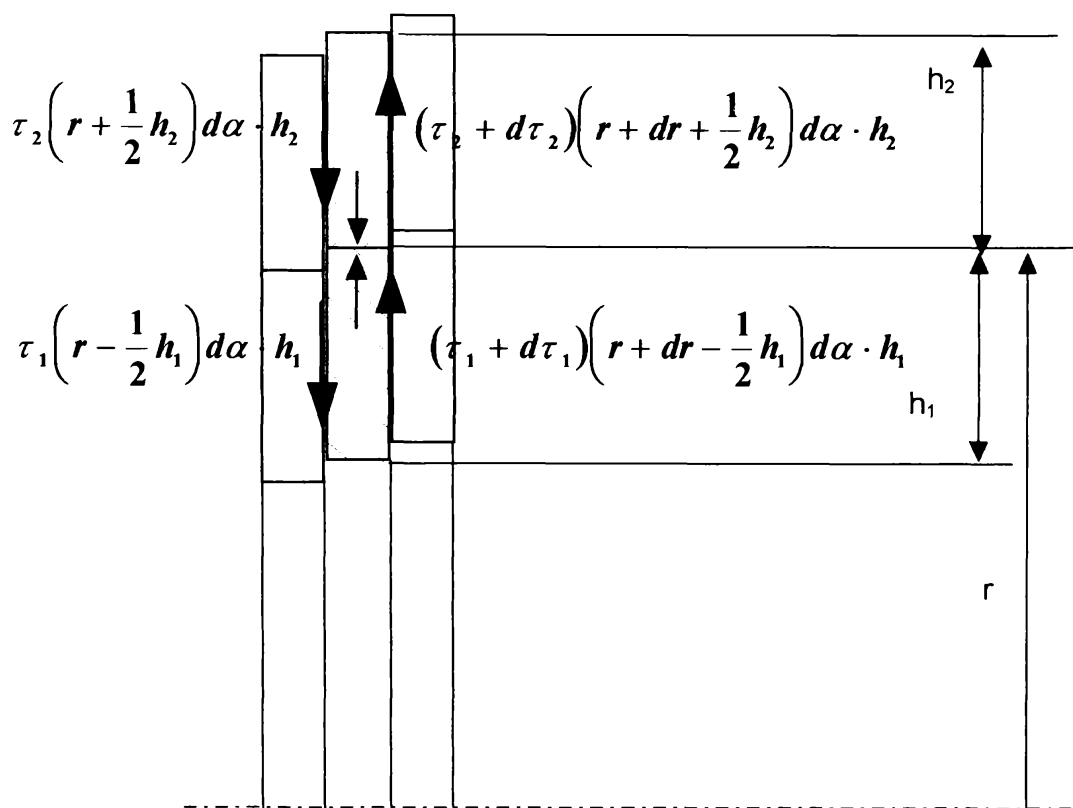


Fig. 2.7 [C6]

În mod analog se obține:

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} \frac{R_{i2} C_2}{E_2} \left[ G_2 \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 - G_1 \left( 1 - \frac{h_1}{2R_{e1}} \right) h_1 \right] - u_1(x) \left( 1 + \frac{R_{e1} C_1 E_2}{R_{i2} C_2 E_1} \right) = -S \quad 2.26a$$

Ecuțiile 2.25 și 2.26 devin:

$$A \frac{d^2 u_2}{dx^2} - B u_2 = -s_1 \quad 2.25b$$

$$A \frac{d^2 u_1}{dx^2} - B u_1 = -s_2 \quad 2.26b$$

cu următoarele notații:

$$A = G_2 \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 - G_1 \left( 1 - \frac{h_1}{2R_{e1}} \right) h_1$$

$$B = \frac{E_2}{R_{i2} C_2} + \frac{E_1}{R_{e1} C_1}$$

$$s_1 = S \frac{E_1}{R_{e1} C_1}$$

$$s_2 = S \frac{E_2}{R_{i2} C_2}$$

$$s_1 + s_2 = B S$$

Se consideră cazul când  $A > 0$ , ceilalți parametri  $B, s_1, s_2$  fiind pozitivi se mai notează:

$$\frac{B}{A} = \beta^2 > 0; \quad S'_1 = S \frac{\frac{E_1}{R_{e1} C_1}}{\frac{E_1}{R_{e1} C_1} + \frac{E_2}{R_{i2} C_2}}; \quad S'_2 = S \frac{\frac{E_2}{R_{i2} C_2}}{\frac{E_1}{R_{e1} C_1} + \frac{E_2}{R_{i2} C_2}}$$

iar ecuațiile 2.25b și 2.26b devin:

$$\frac{d^2 u_2}{dx^2} - \beta^2 u_2(x) = -\beta^2 S'_1 \quad 2.25c$$

$$\frac{d^2 u_1}{dx^2} - \beta^2 u_1(x) = -\beta^2 S'_2 \quad 2.26c$$

Soluțiile ecuațiilor diferențiale 2.25c și 2.26c sînt de forma:

$$u_2(x) = M sh \beta x + N ch \beta x + S'_1 \quad 2.27$$

$$u_1(x) = -M sh \beta x - N ch \beta x + S'_2 \quad 2.28$$

În afara zonei de contact cînd arborele este mai lung decît butucul  $p(x) = 0$  iar relația 2.21 se scrie:

$$\frac{d^2 u_1^*}{dx^2} + a u_1^*(x) = 0 \quad 2.29$$

cu notația:

$$\frac{1}{a^2} = \frac{G_1}{E_1} \left( 1 - \frac{h_1}{2R_{e1}} \right) h_1 R_{e1} C_1$$

$$\text{și soluția : } u_1^* = M_1 \sin ax + N_1 \cos ax \quad 2.30$$

În cazul în care butucul depășește arborele, se obține o soluție:

$$u_2^* = M_2 \operatorname{sh} mx + N_2 \operatorname{ch} mx \quad 2.31$$

unde semnificația notației este:

$$\frac{1}{m^2} = G_2 \left( 1 + \frac{h_2}{2R_{i2}} \right) h_2 \frac{R_{i2} C_2}{E_2}$$

În cazul unui butuc cilindric de grosime constantă, montat cu strângere radială  $S$  pe un arbore infinit, se obține:

$$u_1 = -N \operatorname{ch} \beta x + S_2' \quad \text{pentru } x \in \left[ -\frac{l}{2}, +\frac{l}{2} \right] \quad 2.32$$

$$u_1^* = N_1 \cos ax \quad \text{pentru } x \notin \left[ -\frac{l}{2}, +\frac{l}{2} \right] \quad 2.33$$

La capetele butucului  $x = \pm \frac{l}{2}$  din condiția de continuitate a deformațiilor se obțin constantele:

$$N = \frac{S_2'}{\operatorname{sh} \frac{\beta l}{2}} \left( \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\beta l}{2} + \frac{\beta}{a} \operatorname{tg} \frac{al}{2}} \right); \quad N_1 = N \frac{\beta \operatorname{sh} \frac{\beta l}{2}}{a \sin \frac{al}{2}} \quad 2.34$$

În Fig. 2.8 este exemplificat cazul particular de deformare a unui butuc de grosime constantă și de lungime  $l$  montat pe un arbore tubular lung confecționat din materiale cu caracteristici mecanice identice: ( $G_1 = G_2 = G$ ;  $E_1 = E_2 = E$ ;  $\nu_1 = \nu_2 = \nu = 1/3$ )

Aplicând relațiile de mai sus se constată că deformația arborelui există și în afara butucului pe distanța  $0,172R_{e1}$  (v. Fig. 2.8).

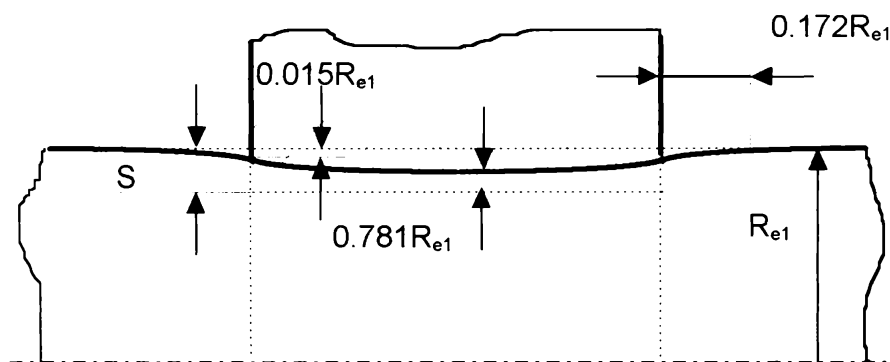


Fig. 2.8 [C6]

**Atenuarea efectului de capăt** se impune datorită faptului că saltul de presiune ce se exercită asupra arborelui în zona din vecinătatea părților frontale ale butucului defavorizează comportarea la oboseală a acestuia.

De asemenea distorsiunea cîmpului de tensiuni din butuc datorată distribuției presiunii în alejaj influențează comportarea la contactul forțat, determinînd fenomene de coroziune induse de tendințele de micromișcări.

Din aspectele teoretice prezentate mai înainte se trage concluzia că efectul de capăt poate fi atenuat prin influențarea factorilor ce determină distribuția presiunilor de contact respectiv a strîngerii de-a lungul generatoarei (relațiile 2.24, 2.22)

În aceste relații se remarcă influența parametrilor geometrii ai îmbinării ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $R_{e2}$ ,  $R_{i1}$ ) asupra valorilor presiunii și a strîngerii.

Prin modificări convenabile aplicate asupra lor se obțin astfel distribuții la care efectul de capăt este atenuat.

Constructiv [M7] aceste modificări se aplică asupra:

- geometriei butucului prin  $h_2$ , și/sau  $R_{e2}$  Fig.2.9;
- geometriei arborelui prin  $h_1$ , și/sau  $R_{i1}$  Fig.2.10;
- se fac atît modificări ale geometriei butucului cît și a arborelui Fig. 2.11.

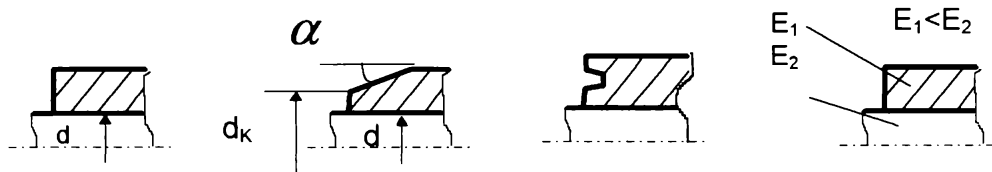


Fig. 2.9

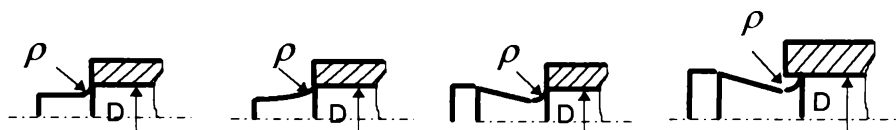


Fig. 2.10



Fig. 2.11

## 2.2 Metode specifice de calcul - limitele și nivelul lor de aproximare / încredere

### 2.2.1 Aspecte ale calculului elementar a îmbinărilor

**prin strângere.** Într-o îmbinare arbore butuc sarcinile exterioare dau un torsor a cărui componentă forță respectiv moment se descompun după direcția axială și după două direcții ortogonale radiale. Componentele de pe direcția axială sînt forța axială  $F_{ax}$  și momentul de torsiune  $T$ .

Componentele de pe celelalte două direcții ortogonale dau în planul pe care îl formează o forță rezultantă radială  $F_r$  și un moment rezultant de încovoiere / răsturnare  $M_i$ .

Foarte puține surse bibliografice consultate iau în discuție efectul acestor componente asupra comportării îmbinării.

Astfel că din calculele îmbinărilor prin strângere de orice tip se ignoră influența componentelor forță radială și moment de încovoiere.

Reacțiunea radială produce însă deplasarea diagramei presiunilor asimetric față de axa îmbinării.

Momentul de răsturnare modifică repartiția presiunilor pe lungimea de îmbinare și împreună cu momentul de torsiune  $T$  în regim de încărcare provoacă microalunecări tangențiale la nivelul suprafețelor conjugate. Aceste alunecări tangențiale constituie cauza principală a apariției și dezvoltării coroziunii de contact, cauză care grăbește distrugerea prin oboseală a arborelui.

Fără ca solicitarea să fie alternant simetrică comportarea rezultă alternant simetrică pentru că îmbinarea se află în mișcare de rotație și repartiția

presiunilor se depășeaz  relativ la  mbinare.

Se acceptă că îmbinarea preia for  axială  i/sau moment de torsiune. Astfel în ipoteza că, la un factor de regim<sup>1</sup>  $K_A > 1$  [N2], [P7]  i DIN 7190 edi ia 1981, îmbinarea preia simultan o împingere axială  $F_{ax}$   i un moment de torsiune  $T$ , cuplul echivalent transmisibil (de calcul) are expresia [G4]:

$$T_N = K_A \sqrt{T^2 + \left(\frac{F_{ax} d_N}{2}\right)^2} \quad 2.35$$

sau for  axială echivalentă transmisibilă (de calcul):

$$F_N = K_A \cdot \sqrt{\left(\frac{2 \cdot T}{d_N}\right)^2 + F_{ax}^2} \quad 2.36$$

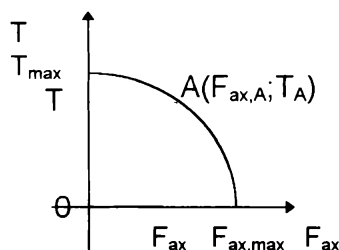


Fig. 2.12

Pentru un coeficient de frecare de aderentă  $\mu$  presiunea maximă din ajustajul nominal  $d_N$  nu trebuie să dep seasc  valoarea limită [N2]:

$$p_N = \frac{2T_N}{\mu \pi d_N^2 l} < 0,8 R_{p0,2} \quad 2.37$$

 n care  $l$  este lungimea purtătoare.

sau:

$$p_N = \frac{F_N}{\mu \cdot \pi \cdot d_N \cdot l} < 0.8 R_{p0,2} \quad 2.38$$

 ndat  ce s-a instalat str ngerea (printr-un ajustaj cu str ngere sau prin împingere axială de montaj  $F_{AM}$ ) la nivelul suprafețelor conjugate de contact forțat ia na tere o presiune considerată în primă instan   uniform distribuită.

Dacă sarcinile exterioare aplicate asupra îmbinării se reduc la  $F_{ax}$   i  $T$  la nivelul suprafețelor conjugate iau na tere reac iunile de frecare ce se opun desfacerii îmbinării.

P n  la atingerea valorilor limită ale reac iunilor de frecare îmbinarea este stabilă  i butucul nu are nici o mi care relativă în raport cu arborele.

<sup>1</sup> Valoarea factorului de regim este recomandată diferit după sursele enumerate. Sintetiz nd

$K_A \in (2, \dots, 4)$



Dacă se depășesc valorile limită ale reacțiunilor de frecare pot să apară trei cazuri distincte:

$F_{ax} > F_{ax,max}$  când apare mișcarea relativă axială;

$T > T_{max}$  când apare mișcarea relativă tangențială de rotație;

$$F_{ec} > F_N = K_A \sqrt{\left(\frac{2 \cdot T}{d_N}\right)^2 + F_{ax}^2}; \quad T_{ec} > T_N = K_A \sqrt{T^2 + \left(\frac{F_{ax} d_N}{2}\right)^2}$$

când apare mișcarea relativă elicoidală.

Se pune problema efectuării unui calcul elementar pentru îmbinările prin strângere de orice tip în activitățile de proiectare cu specificația că nivelul de aproximație este cunoscut și acceptat.

În îmbinările cu elemente intermediare conice, prin construcția lor, se regăsesc îmbinările cu contact direct astfel:

- pe ajustaje cilindrice la contactul arborelui cu inelul interior și a butucului cu inelul exterior al pachetului de elemente;
- pe ajustaje conice la contactul pe suprafețele conjugate ale inelelor pachetului între ele.

### 2.2.2 Calculul în domeniul elastic al îmbinărilor prin strângere cu contact direct pe ajustaje cilindrice sau conice<sup>1</sup>

Calculul în domeniul elastic al îmbinărilor prin strângere în lucrările consacrate de organe de mașini nu ține seama de următoarele aspecte:

- lungimea diferită a elementelor asamblate;
- presiunea neuniform distribuită pe suprafața de contact a elementelor asamblate;
- influența abaterilor de la forma geometrică ideală a suprafețelor reale din îmbinare;
- influența forțelor și momentelor date de încărcările exterioare la care este supusă în funcționare îmbinarea (cu excepția forțelor centrifuge);
- abaterea de la starea plană de tensiune generată în arbore respectiv butuc la instalarea îmbinării cât și a stării de tensiune ce se suprapune peste cea instalată în exploatarea îmbinării;
- starea de tensiune și deformație a elementelor în afara suprafeței de contact;

<sup>1</sup> La modelarea îmbinării prin strângere pe suprafețe conice se acceptă convențional că diametrul nominal al ajustajului este  $d=0,5(d_{max}+d_{min})$ . Semnificația notațiilor  $d_{max,min}$  se referă la dimensiunea suprafeței (trunchi de con) nonimale de contact. În consecință toate relațiile analitice stabilite pentru ajustajele cilindrice se acceptă că sînt valabile și în acest caz.

Această echivalare forțată ascunde unele particularități de comportament ale ajustajelor prin strângere conice care se vor discuta la timpul cuvenit.

De aici a apărut și necesitatea de a expune în detaliu informațiile primare referitoare la îmbinările prin strângere pe ajustaje cilindrice spre a se întregi imaginea asupra acestei clase de îmbinări.

Nesiguranța în calculul acestei clase de îmbinări determină uneori folosirea altora la care calculul este mai bine stăpînit.

La stabilirea strîngerii se iau coeficienți de siguranță arbitrari variind în limite largi (2...6).

Mărirea coeficientului de siguranță dă mărirea valorii calculate a presiunii pe suprafața de contact. Aplicarea acestei presiuni mărite va duce la scăderea rezistenței la oboseală și a fiabilității îmbinării.

După [C22], [P4], [D4] proiectarea îmbinărilor prin strîngere se face pornind de la o grupă de informații (date) inițiale și determinarea unei grupe de rezultate prin calcule.

**Datele inițiale** sînt:

- Dimensiunile suprafeței de contact :  $d$  [mm],  $l$  [mm] și recomandarea  $l/d \in (0,8...1,6)$ ;
- Dimensiunile tuburilor care modelează îmbinarea:  $R_{e1}$ ;  $R_{e2}$ <sup>1</sup>;  
Caracteristicile mecanice ale materialelor arborelui și al butucului:  $E_1$ ;  $(R_{p02})_1$ ;  $\nu_1$  respectiv  $E_2$ ;  $(R_{p02})_2$ ;  $\nu_2$ ;
- Condițiile de funcționare: temperatura de funcționare  $t_{f1,2}$  [°C] și temperatura de echilibru după montaj  $t_m$  [°C] pentru componentele îmbinării;
- Coeficienții de dilatare termică ai materialelor arborelui și butucului  $\alpha_{1,2}$  [grad<sup>-1</sup>]
- Coeficientul de frecare estimat  $\mu^2$  [-];
- Solicitățile exterioare:  $F_{ax}$  și/sau  $T$ ;
- Factorul de regim  $k_{r1}$ <sup>3</sup>;

**Elementele calculate** sînt:

- Presiunea de contact:

$$p \geq \frac{K_{r1} \sqrt{\left(\frac{2T}{d}\right)^2 + F_{ax}^2}}{\mu \pi d l}; \quad \vee \quad p \geq \frac{K_{r1} \sqrt{T^2 + \left(\frac{F_{ax} \cdot d}{2}\right)^2}}{\mu \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{2} \cdot l} \quad 2.39$$

<sup>1</sup> Se acceptă  $R_{e2} = ct$  indiferent de forma reală a butucului.

<sup>2</sup> valorile recomandate [N2] și cele realizate efectiv duc la rezultate cu diferențe apreciable motiv pentru care tehnologia de realizare a îmbinării are o deosebită importanță

<sup>3</sup>  $K_A = 1,5... 3$  conform [K5]

după cum îmbinarea este solicitată simultan sau nu cu forța axială și cu moment de torsiune.

- Diferența diametrelor necesară transmiterii sarcinilor exterioare prin frecare:

$$\Delta_{0nec} = p \cdot d \cdot (k_1 + k_2) \quad 2.40$$

$$\text{unde: } k_{1,2} = \frac{1}{E_{1,2}} \cdot \left( \frac{1 + q_{1,2}^2}{1 - q_{1,2}^2} \mp \nu_{1,2} \right)$$

- Diferența diametrală necesară corectată (compensată):

$$\Delta_{nec\ cor} = \Delta_{0nec} + \sum \Delta_j \quad 2.41$$

cu semnificația următoare a termenilor din suma  $\sum \Delta_j$  de corecție:

$\Delta_n = f(R_1, R_2)$  [ $\mu m$ ] este mărimea de corectare a diferenței diametrale datorată tasării și netezirii microgeometriei suprafețelor conjugate<sup>1</sup> în urma montajului și încărcării inițiale a îmbinării ( influențată de starea de rugozitate a suprafețelor de contact);

$\Delta_t = d [\alpha_2 (t_{f2} - t_m) - \alpha_1 (t_{f1} - t_m)]$  este mărimea de corectare a diferenței diametrale datorită temperaturii diferite a îmbinării din timpul funcționării și cea de echilibru de după montaj

$\Delta_{ext}$  este mărimea de corectare a diferenței diametrale ce corespunde deformației pieselor din îmbinare cauzată de forțele exterioare la care este supusă îmbinarea. Pentru existența funcțională utilă a îmbinării se impune condiția pentru strângerea minimă:  $S_{min} > \Delta_{nec\ cor}$ .

Aparent dacă strângerea este mare capacitatea portantă a îmbinării crește.

<sup>1</sup>  $\Delta_n = 2 \cdot (0.4 \cdot R_{z1} + 0.4 \cdot R_{z2})$  [ $\mu m$ ] conform DIN 7190/1981

$\Delta_n = 1.2 \cdot (R_{z1} + R_{z2})$  [ $\mu m$ ] conform [K5]

$\Delta_n = 2 \cdot (R_{a1} + R_{a2})$  [ $\mu m$ ] conform [N2]

$\Delta_n = (0.8 \dots 1.2) \cdot (R_{z1} + R_{z2})$  conform [P7]

Această tendință se limitează superior din cauza presiunii limită de contact a materialului cel mai slab din perechea de materiale din care sînt confecționate componentele îmbinării.

- Alegerea ajustajului standardizat<sup>1</sup> și a toleranțelor la dimensiunile suprafețelor conjugate ale arborelui și butucului:

$$S_{\max} = d_{1\max} - D_{2\min}; \quad S_{\min} = d_{1\min} - D_{2\max} \quad 2.42$$

Se impune condiția:

$$S_{\min} \geq \Delta_{\text{neccor}}; \quad S_{\max} \cong (2 \cdot \dots \cdot 3) S_{\min}. \quad 2.43$$

din care se alege un ajustaj recomandat standardizat.

- Verificarea presiunilor maxime de contact (ca particularizare a relațiilor de calcul a tensiunilor echivalente după ipoteza de rupere a lui Mohr pentru tuburi încărcate cu presiune exterioară în cazul arborelui și cu presiune interioară în cazul butucului):

$$\sigma_{ec(G)} = \sigma_t - \alpha \cdot \sigma_r \leq \frac{R_{p02}}{s_{02}}. \quad 2.44$$

unde:  $s_{02} = 1.25$  este coeficientul de siguranță în raport cu limita tehnică de curgere

- În unele situații diametrul exterior al butucului și/sau diametrul interior al arborelui formează ajustaje (cu joc) condiționate cu piesele învecinate. În concluzie aceste jocuri se anulează în urma montării îmbinării prin strîngere lucru care trebuie verificat prin calculul deformațiilor pieselor asamblate.
- Se mai impune și verificarea tensiunii maxime de compresiune la interiorul arborelui  $\sigma_{1\max} \langle (R_{p02})_1 \rangle$  și a tensiunii maxime de întindere de la interiorul butucului  $\sigma_{2\max} \langle (R_{p02})_2 \rangle$ .

### ***Aspecte particulare ale calculului îmbinărilor prin strîngere prin contact direct pe ajustaj cilindric***

1. În [N2] pentru calculul îmbinărilor prin strîngere se acceptă ipoteza uniformității distribuției presiunilor în zona de contact a arborelui și a

<sup>1</sup> A se face distincție între strîngerea tabelară S, corespunzătoare unui ajustaj cu strîngere, și diferența diametrală, care este mărime de calcul.

butucului pentru cazul particular arbore plin ( $q_1 = 0$ ) materialele îmbinării cu caracteristici mecanice identice  $E_1 = E_2 = E$ ;  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ .  
Cu aceste ipoteze relația 2.40 ia forma:

$$p = \frac{1}{2}(S/d) \cdot E \cdot (1 - q_2^2). \quad 2.45$$

Forța de frecare periferică la solicietarea cu moment de torsiune a îmbinării (pentru momentul de început al alunecării) devine:

$$F_{at} = \mu_{at} \cdot p \cdot \pi \cdot d \cdot l = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot E \cdot \mu_{at} \cdot S \cdot l \cdot (1 - q_2^2) \quad 2.46$$

cu care momentul maxim transmisibil devine:

$$T_{max} = F_{at} \frac{d}{2} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot E \cdot \mu_{at} \cdot S \cdot d \cdot (1 - q_2^2) \quad 2.47$$

Nomograma din Fig. 2.13 este ridicată pentru îmbinarea arbore butuc din același material oțel/oțel avînd coeficientul de frecare la alunecare  $\mu_{at} = 0,07$ .

Ca mărimi de intrare se iau diametrul zonei de contact  $d$ , parametrul adimensional  $q_2$ , iar ca mărimi de ieșire rezultă strîngerea relativă  $S/d$  și

momentul relativ  $\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0$  corelate între ele.

Utilitatea practică a calculului îmbinărilor prin strîngere pe baza acestei nomograme constă în faptul că scările logaritmice permit reprezentarea dependențelor neliniare dintre parametrii ca fiind liniare.

În plus pentru alte caracteristici decît cele date (corespunzătoare unei alte îmbinări) sînt valabile următoarele relații de adaptare:

- pentru îmbinări cu coeficient de frecare  $\mu'_{at}$  diferit de  $\mu_{at} = 0,07$ :

$$\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0 = \left(\frac{T_{max}}{l/d}\right) \cdot \frac{\mu'_{at}}{0,07} \quad 2.48$$

- pentru îmbinări la care materialul butucului este diferit de cel al arborelui (de exemplu butuc de fontă arbore de oțel):

$$\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0 \approx \left(\frac{T_{max}}{l/d}\right) \cdot \frac{E_{fonta}}{1,9 \cdot 10^5} \quad 2.49$$

- pentru îmbinări cu arbore de oțel și butucul dintr-un material ușor:

$$\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0 \approx \left(\frac{T_{max}}{l/d}\right) \cdot \frac{E_{metal\ usor}}{1,8 \cdot 10^5} \quad 2.50$$

Relațiile 2.48, 2.49 și 2.50 sînt aplicate pentru determinarea simplă a momentului de torsiune maxim transmisibil (pînă la alunecare) a unei îmbinări cu strîngere pe arbore plin.

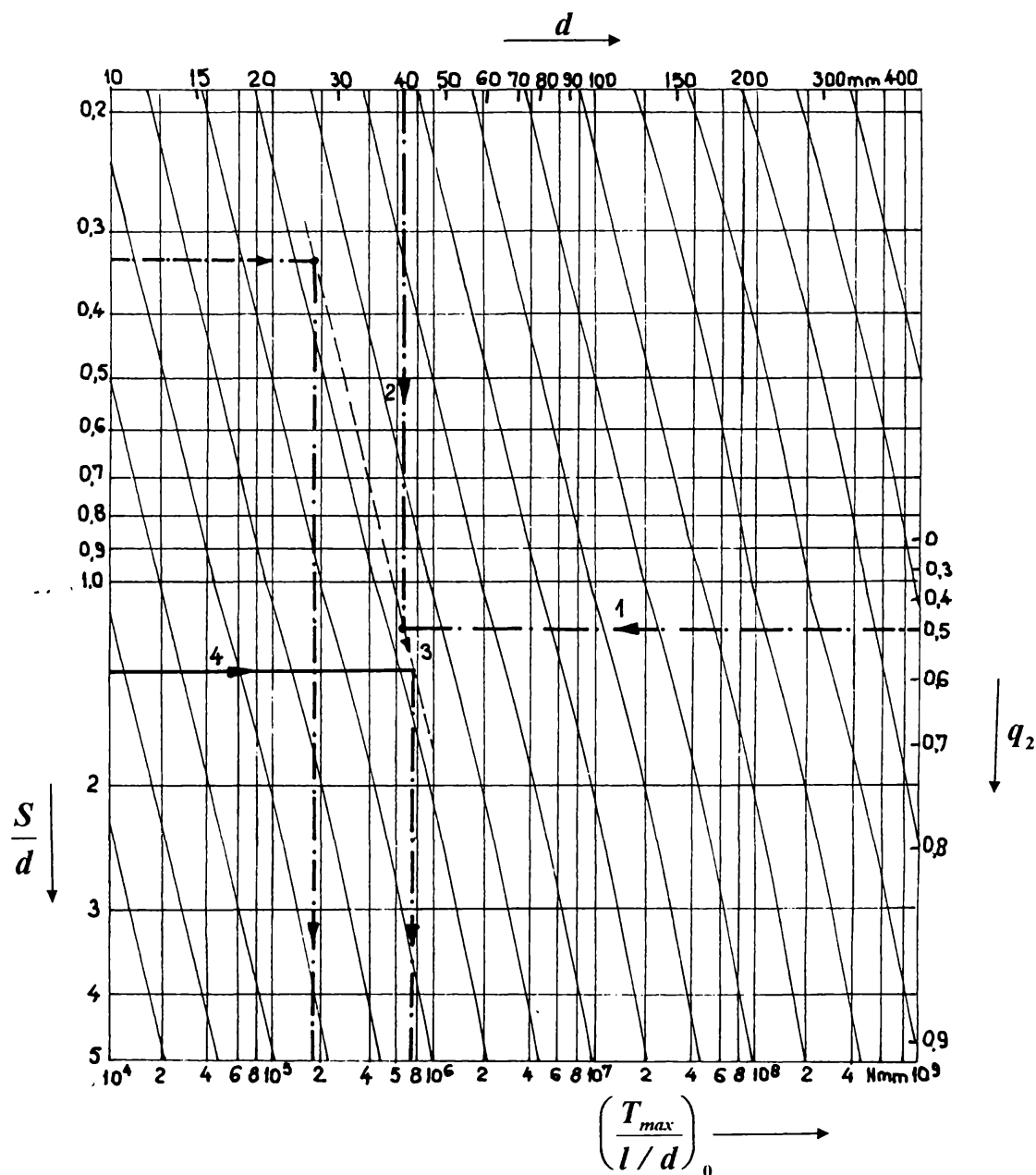


Fig. 2.13 [N2]

- În [M14] se face o analiză a factorilor care influențează momentul transmisibil maxim  $T_{\max}$  pe care îl poate suporta o îmbinare prin strîngere pe ajustaj cilindric ținînd cont și de influența efectului de margine.

Efectul de margine este luat în considerație la calculul presiunii medii de contact printr-o corecție dată de un coeficient  $K$ . Acesta depinde de raportul  $l/d$  al îmbinării.

Față de situația în care se neglijează acest efect [P1] dă expresia presiunii medii de contact:

$$p = \frac{\frac{S}{d}}{K \frac{1}{E_1} \left( \frac{1+q_2^1}{1-q_2^1} - \nu_1 \right) + \frac{1}{E_2} \left( \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2} + \nu_2 \right)} \quad 2.51$$

În cazul îmbinărilor cu arbore plin ( $q_1 = 0$ ) expresia momentului maxim transmisibil devine astfel:

$$T_{max} = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \pi \cdot d^2 \cdot l \cdot p = \frac{c \cdot d^2 \cdot l \cdot (S/d) \cdot (1-q_2^2)}{(1+a) + q_2^2(1-a)} \quad 2.52$$

în care:  $c = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot E \cdot \mu$  și  $a = \nu + K(1-\nu)$

Coeficientul de influență  $K$  variază funcție de raportul ( $l/d$ ) după [P1] conform Fig. 2.14.

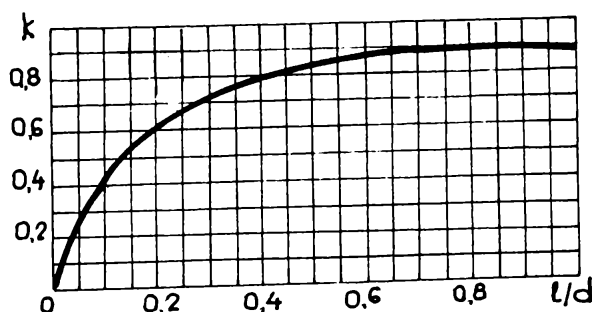


Fig. 2.14

asupra momentului relativ  $T_{max} / (l/d)$  permit construirea unor diagrame de tipul celei din Fig. 2.13 pentru fiecare valoare a coeficientului de influență  $K$ .

Utilizarea acestor noi diagrame se face în mod analog cu cea menționată. Relația generală 2.53 se particularizează pentru cazul distribuției uniforme

Într-o exprimare relativă din relația 2.52 rezultă:

$$\frac{T_{max}}{(l/d)} = \frac{cd^3(S/d)(1-q_2^2)}{(1+a) + q_2^2(1-a)} \quad 2.53$$

care reflectă corelația dintre factorii ce influențează momentul transmisibil maxim.

Factorii de influență  $d$ ;  $(S/d)$ ;  $q_2^2$ ;

a presiunii de contact, adică fără influența efectului de margine pentru  $K = 1$ ;  $a = 1$  rezultînd:

$$\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0 = \frac{c}{2} \left(\frac{S}{d}\right) (1 - q_2) d^3 \quad 2.54$$

Cu aceasta expresia capacității portante pentru cazul în care se ține cont de influența efectului de margine devine:

$$\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right) = \left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0 \frac{2}{(1+a) + q_2(1-a)} \quad 2.55$$

sau,

$$\left(\frac{T_{max}}{l/d}\right) = \left(\frac{T_{max}}{l/d}\right)_0 \cdot \chi \quad 2.56$$

în care  $\chi$  este factor dependent de  $K = K(l/d)$  și  $q_2 = d/d_2$

3. Calculul îmbinărilor prin strîngere pe ajustaje cilindrice este standardizat de normele DIN 7190. Metoda constă în determinarea factorilor ce caracterizează îmbinarea pe baza unor nomograme de interdependență între aceștia și permite atât determinarea capacității portante la o geometrie dată cît și stabilirea geometriei componentelor în vederea realizării unei anumite capacități portante.

### **Aspecte particulare ale calculului îmbinărilor prin strîngere prin contact direct pe ajustaj conic**

#### **1. Cazul în care componentele au abateri geometrice nule**

Îmbinările prin strîngere pe ajustaj conic se calculează utilizîndu-se relații avînd structura similară celor pe ajustaj cilindric [C3], [C12], [C14], [C22], [K7], [P4], [G7].

Problema echivalării calculului variantelor constructive de îmbinări prin strîngere cu contact direct pe ajustaj conic cu cele pe ajustaj cilindric se pune datorită modului de generare a forțelor de frecare dintre suprafețele în contact.

Presiunile ce apar în urma deformării în sensul lărgirii alezajului butucului și a micșorării diametrului arborelui se datorează contactului lor forțat.

Deformațiile  $u_{1,2}$  a razelor suprafețelor conjugate dau dimensiunea jumătății strîngerii. Se acceptă ipoteza uniformității deformațiilor însumate



$\frac{S}{2} = u_1 + u_2$  de-a lungul generatoarei de contact (a cilindrului respectiv a trunchiului de con) și pe circumferința suprafețelor în contact.

În acest mod se acceptă comportarea îmbinării pe ajustaj conic ca o îmbinare pe ajustaj cilindric cu caracteristicile geometrice din secțiunea mediană a celei conice Fig. 2.15.

Calcululele pentru îmbinarea conică se reduc la calculul îmbinării cilindrice (echivalată în ipoteza de mai sus).

Revenirea la îmbinarea conică se face prin transpunerea dimensiunilor trunchiului de con față de dimensiunile din secțiunea mediană calculate ca îmbinare cilindrică.

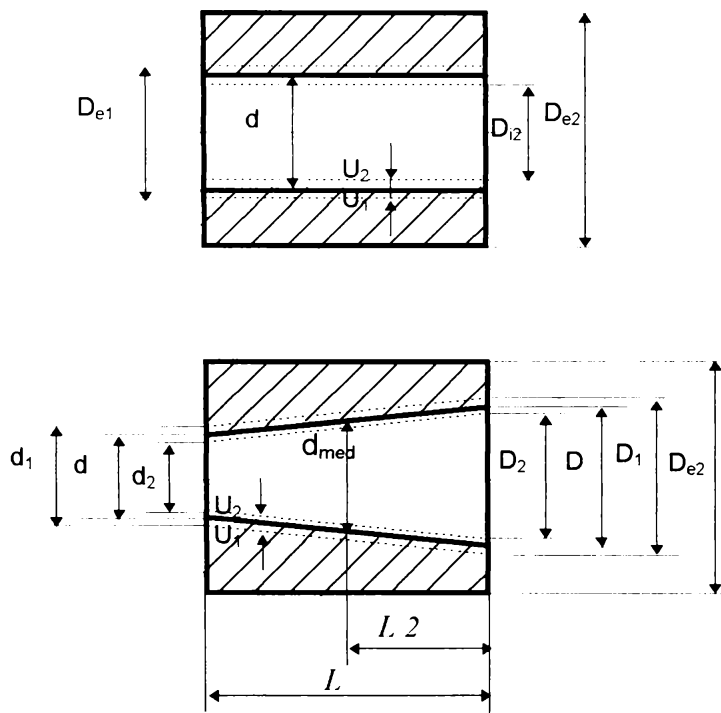


Fig. 2.15

Deformațiile din secțiunea mediană se transpun în deformații ale trunchiului de con prin funcțiile trigonometrice ale semiunghiului  $\beta$  al conului.

Se acceptă că există o relație liniară între deplasările axiale relative și deformațiile radiale ale pieselor îmbinate.

La o deplasare relativă axială "a" strângerea (în plan normal pe axa comună a elementelor) este:

$$S = 2a \cdot \operatorname{tg} \beta \quad 2.57$$

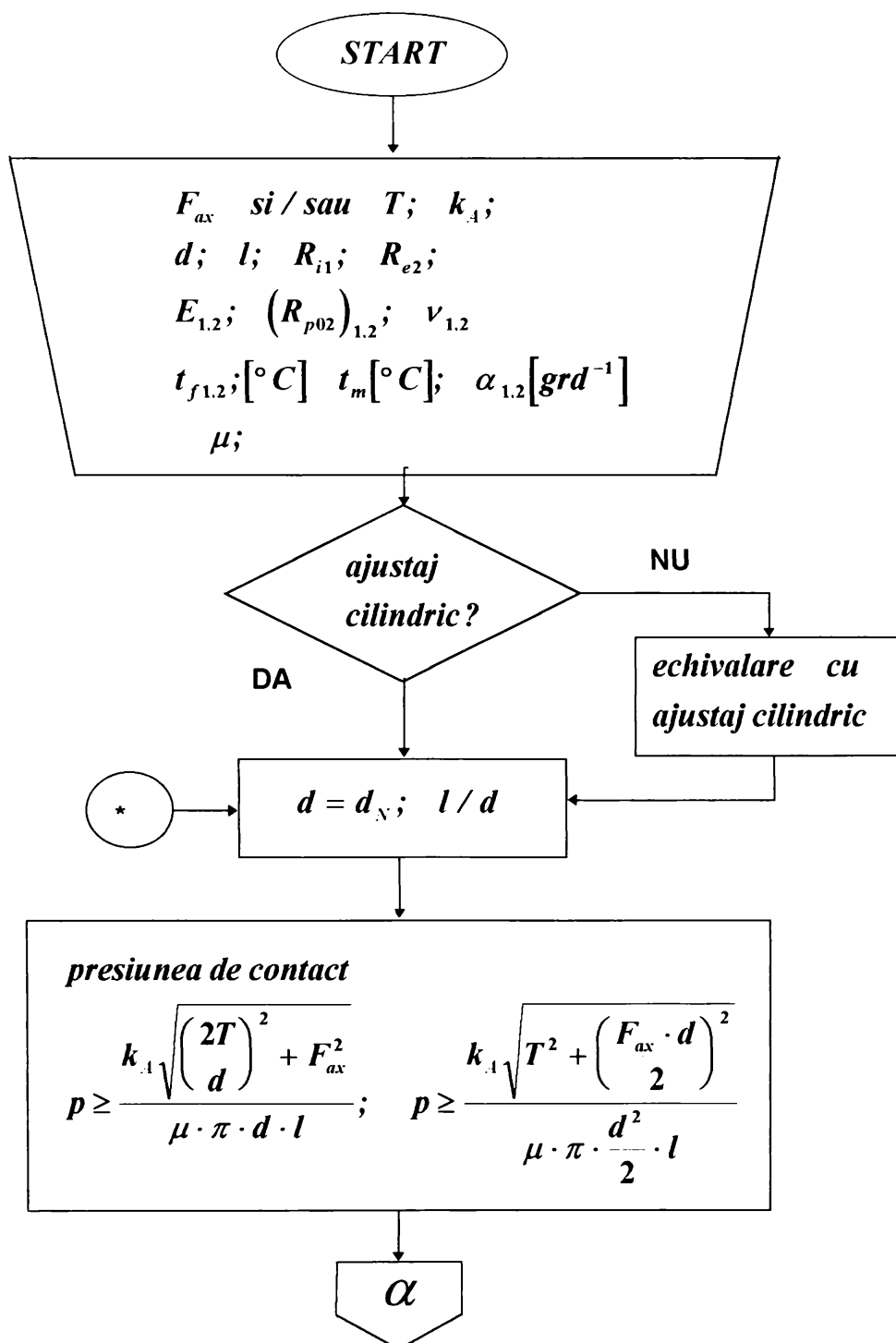
Calcululele pornesc de la presiunea de contact a îmbinării cilindrice echivalente și se determină forța axială de tensionare a îmbinării conice [P4], [D4], [G7], [M7].

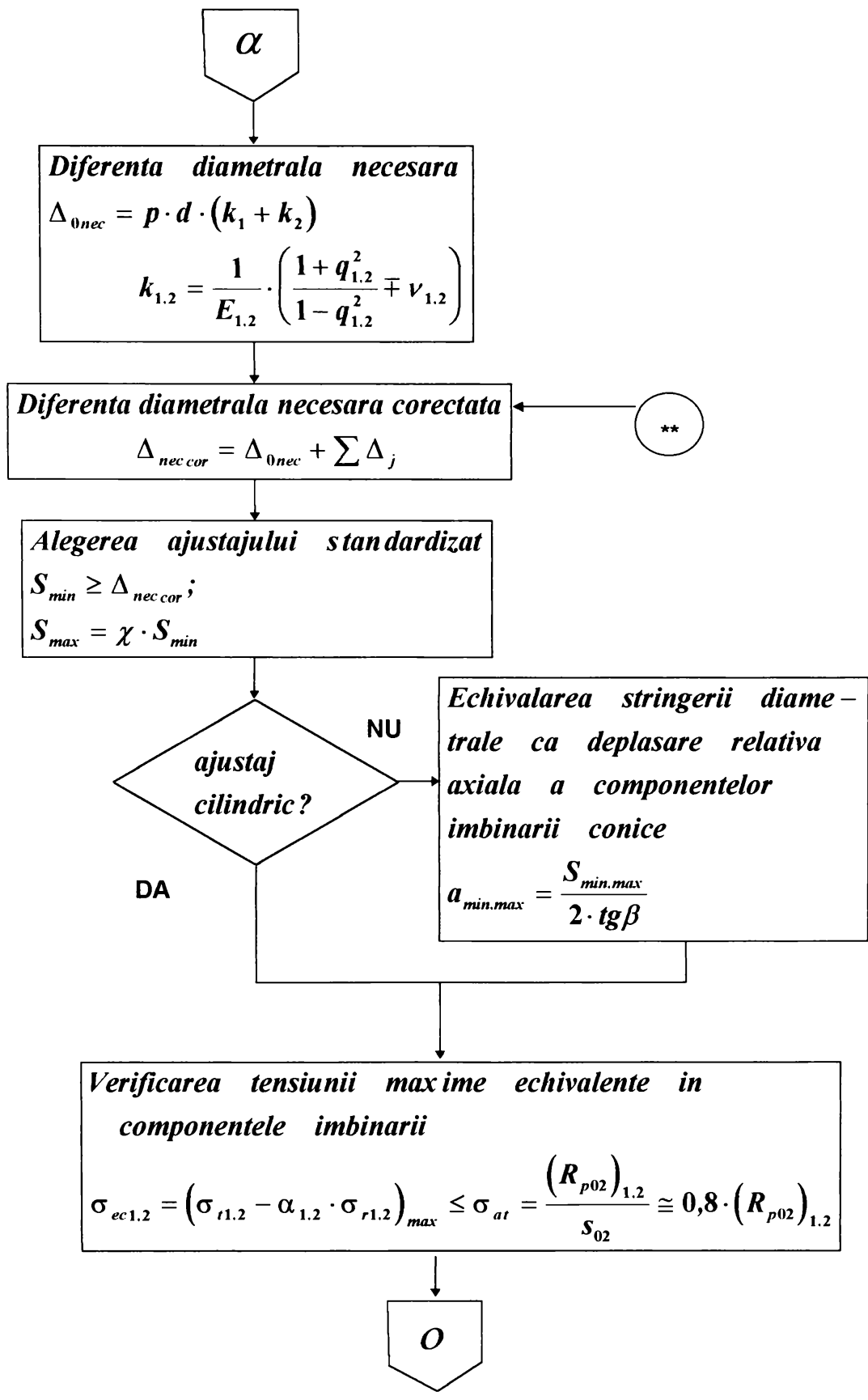
Presiunea de contact se generează prin presarea axială relativă a arborelui și butucului care produc deplasări radiale în domeniul elastic (sau elastoplastic) atât pe alezajul din butuc cât și pe suprafața exterioară a arborelui.

La o analiză mai detaliată echivalarea nu poate fi reală din punctul de vedere al stării de tensiune care în stadiul îmbinărilor pe ajustaj conic nu mai este stare plană ca în cazul îmbinărilor pe ajustaj cilindric.

Echivalarea dată se justifică și prin faptul că îmbinările se calculează în domeniul elastic și cu coeficient de siguranță convenabil.

Etapele de calcul al îmbinărilor prin strângere cu contact direct pe ajustaj cilindric sau conic sînt prezentate în ordinograma din Fig. 2.16.





**Diferenta diametrala necesara**

$$\Delta_{0nec} = p \cdot d \cdot (k_1 + k_2)$$

$$k_{1,2} = \frac{1}{E_{1,2}} \cdot \left( \frac{1 + q_{1,2}^2}{1 - q_{1,2}^2} \mp \nu_{1,2} \right)$$

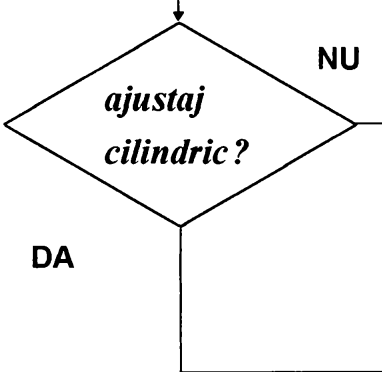
**Diferenta diametrala necesara corectata**

$$\Delta_{nec\ cor} = \Delta_{0nec} + \sum \Delta_j$$

**Alegerea ajustajului standardizat**

$$S_{min} \geq \Delta_{nec\ cor} ;$$

$$S_{max} = \chi \cdot S_{min}$$



**Echivalarea stringerii diametrale ca deplasare relativa axiala a componentelor imbinarii conice**

$$a_{min,max} = \frac{S_{min,max}}{2 \cdot \operatorname{tg}\beta}$$

**Verificarea tensiunii maxime echivalente in componentele imbinarii**

$$\sigma_{ec1,2} = \left( \sigma_{t1,2} - \alpha_{1,2} \cdot \sigma_{r1,2} \right)_{max} \leq \sigma_{at} = \frac{(R_{p02})_{1,2}}{s_{02}} \cong 0,8 \cdot (R_{p02})_{1,2}$$

O

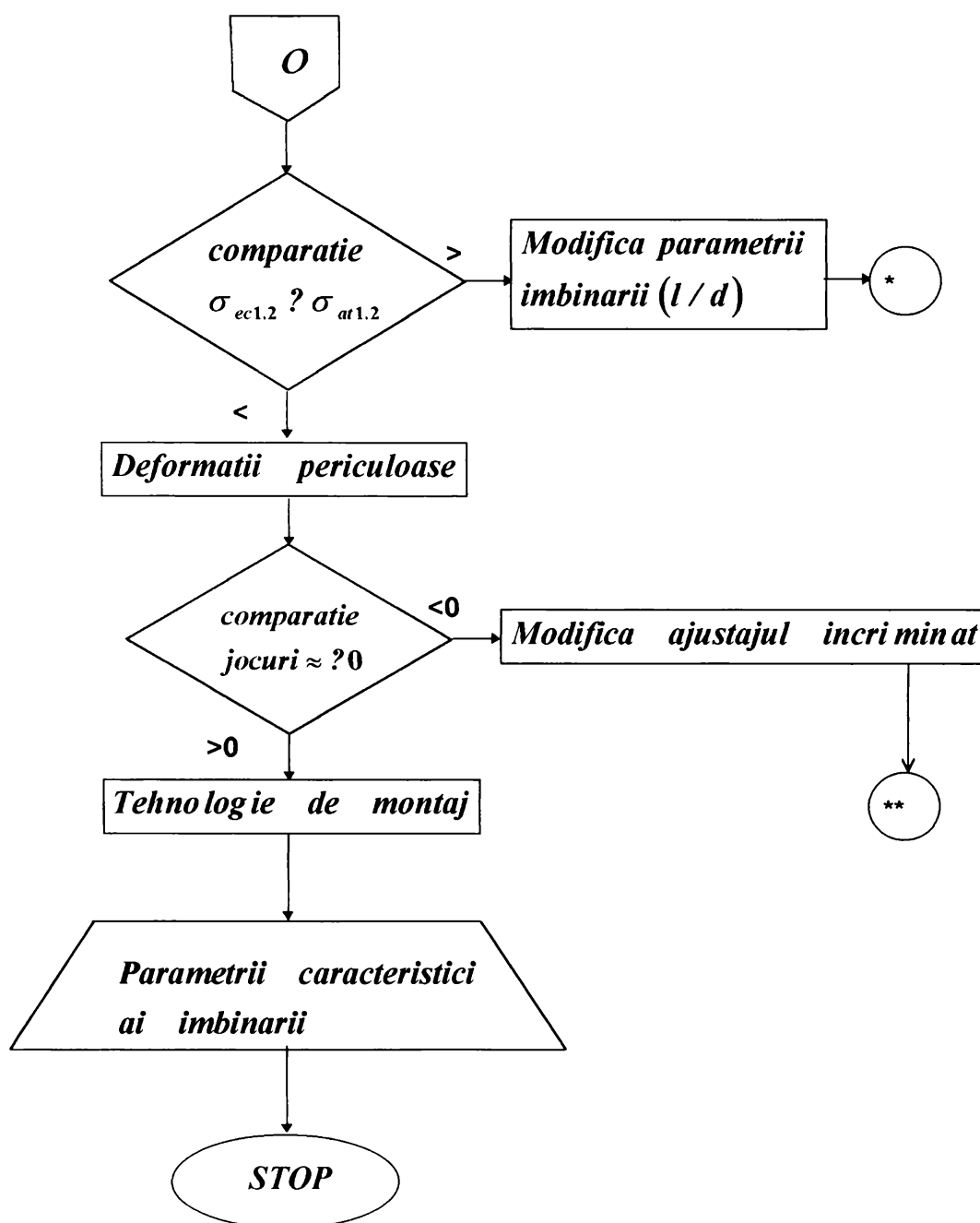


Fig. 2.16

Calculul îmbinărilor prin strângere pe ajustaj cilindric face parte din obiectul unui program expert<sup>1</sup> de calcul a îmbinărilor de tip arbore-butuc pe baza condițiilor date de DIN 7190 ediția 1988.

<sup>1</sup> HEXAGON Industriesoftware GmbH

## 2. Aspecte ale calculului în domeniul elastic al îmbinărilor prin strângere cu contact direct pe suprafețe conice cu abateri de la conicitate cuprinse în limitele admisibile

Se acceptă că există o relație liniară între deplasările axiale relative și deformațiile radiale ale pieselor îmbinate conform relației 2.57.

Conul exterior al arborelui și conul interior al butucului prezintă abateri de la conicitate cuprinse în câmpul de toleranță acceptat pentru execuția pieselor componente. Aceste abateri duc la următoarele situații:

- contactul inițial se face la baza mare a trunchiului de con Fig.2.17a
- contactul inițial se face la baza mică a trunchiului de con Fig.2.17b

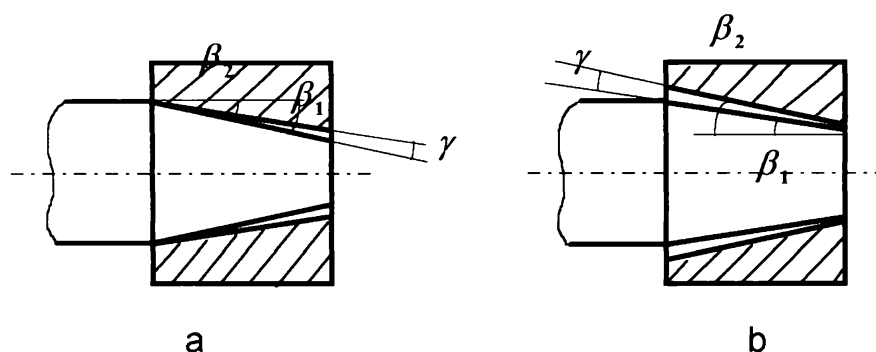


Fig.2.17

Ținând cont și de abaterea de la conicitate cu unghiul  $\gamma$  strângerea va fi dependentă de poziția pe axa  $x$  a secțiunii în care se definește, deci  $S = f(x)$ :

$$S'(x) = 2(a \cdot \operatorname{tg}\beta - x \cdot \operatorname{tg}\gamma) \quad 2.58''$$

$$S''(x) = 2[a \cdot \operatorname{tg}\beta - (l - x)\operatorname{tg}\gamma] \quad 2.58''$$

unde:

$a$  este mărimea deplasării relative pe direcție axială a arborelui conic față de butuc;

$x$  este poziția secțiunii normale în care se calculează strângerea raportată la poziția suprafeței frontale a butucului corespunzătoare bazei mari a alezajului conic.

Rezultă de aici influența importantă a abaterii unghiului de așezare  $\gamma$  asupra mărimii strângerii.

Pentru deducerea relației dintre presiunea de contact și mărimea strângerii cercetările actuale limitează cazurile analizate prin acceptarea

ipotezei că perechea de materiale are aceleași caracteristici mecanice ( $E_1 = E_2 = E$ ;  $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ ).

Ca urmare a presării în direcție axială în cele două piese asamblate apar stări spațiale de tensiune.

Dacă se transpun relațiile de calcul ale îmbinărilor prin strângere pe ajustaj cilindric strângerea este:

$$S(x) = \frac{2 \cdot d(x)}{1 - q^2(x)} \cdot \frac{p(x)}{E} \quad 2.59$$

unde:

$$q(x) = \frac{d(x)}{D_{e2}};$$

$$d(x) = D_0 - 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$D_0$  reprezintă diametrul mare al conului suprafeței de contact (considerată fără abatere de conicitate).

Cu mărimea strîngerii  $S(x)$  presiunea de contact pentru cele două situații descrise mai sus (în ipoteza arborelui plin) devine:

$$p'(x) = \frac{a \cdot \operatorname{tg} \beta - x \cdot \operatorname{tg} \gamma}{D_0 - 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \beta} \cdot E [1 - q^2(x)] \quad 2.60'$$

$$p''(x) = \frac{a \cdot \operatorname{tg} \beta - (l - x) \cdot \operatorname{tg} \gamma}{D_0 - 2 \cdot x \cdot \operatorname{tg} \beta} \cdot E [1 - q^2(x)] \quad 2.60''$$

unde:

$l$  reprezintă înălțimea conului suprafeței de contact considerată fără abaterea de conicitate.

Se recomandă [K7], [C17] ca, la îmbinările prin strângere pe ajustaj conic care au abateri de la unghiul de așezare, toleranța la forma geometrică să dea cazul cu contact inițial la baza mare a trunchiului de con de contact.

Pentru această situație în Fig.2.18 se prezintă influența unghiului  $\gamma$  asupra presiunii relative în lungul axei conului.

Considerînd că acest unghi este parametru se reprezintă dependența:

$$\frac{p'(x)}{p'(0)} = f\left(\frac{x}{l}\right).$$

La abateri nule ale unghiului de așezare ( $\gamma = 0$ ) presiunea crește spre diametrul mai mic.

Abateri foarte mici ale unghiului de așezare conduc la pierderi importante ale presiunii de contact.

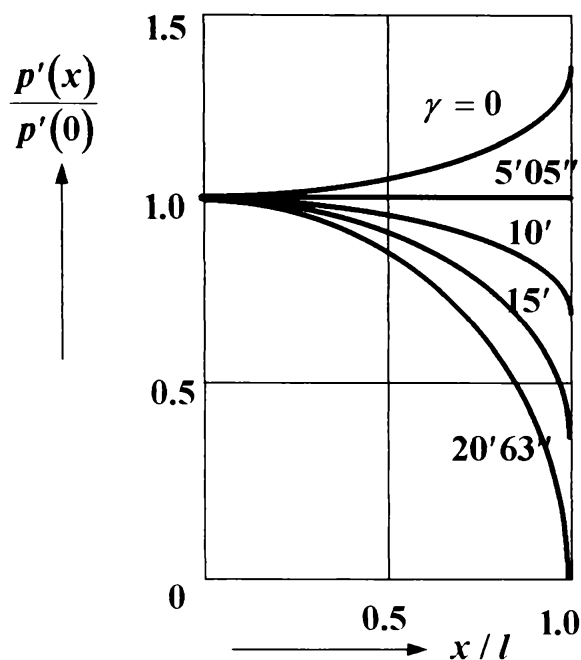


Fig. 2.18 [K7]

$$a \cdot \operatorname{tg} \beta - l \cdot \operatorname{tg} \gamma > 0$$

2.61

sau

$$\operatorname{tg} \gamma_{adm} = \frac{a}{l} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

2.62

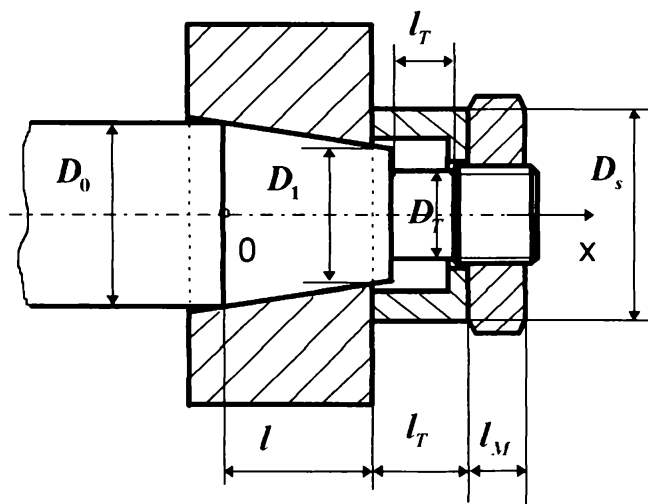


Fig. 2.19 [K7]

În exemplul analizat se ajunge la pierderea totală a presiunii de contact la baza mică a conului pentru abaterea de numai  $20'30''$ . Rezultă de aici necesitatea unor toleranțe strânse ale unghiului de așezare. La abaterea mai mare de  $5'05''$  presiunea scade în toate cazurile analizate la capătul subțire. Pentru ca întreaga suprafață de contact să fie activă este necesar ca  $p'(l) > 0$ . Prin urmare condiția cu care se poate determina valoarea maxim admisibilă a abaterii unghiului de așezare rezultă din:

În [K7] se dă o metodă de calcul pentru o îmbinare particulară prin strângere cu abateri admisibile de la conicitate și având caracteristicile geometrice din Fig. 2.19<sup>1</sup>.

Această metodă are unele aspecte criticabile evidențiate pe parcursul prezentării ei prin note de picior și sintetizate în concluzii.

Presiunea se calculează pe baza expresiei 2.60' pentru situația abaterilor

<sup>1</sup> Ansamblul din figură cuprinde două zone de îmbinări și anume una prin strângere pe ajustaj conic cu contact direct și una prin filet.

corespunzătoare contactului inițial la baza mare a trunchiului, recomandată ca fiind mai avantajoasă din punctul de vedere al transferului sarcinilor exterioare.

Se acceptă că în ceea ce privește modul fizic de transmitere a sarcinilor la o îmbinare pe ajustaj conic la nivelul suprafeței de contact apar forțele normale și de frecare care se opun solicitărilor de la montaj iar ulterior solicitărilor la care este supusă îmbinarea. De asemenea după instalare încărcarea inițială cu moment de torsiune a îmbinării produce tendința de alunecare după o elice a componentelor îmbinării<sup>1</sup>

Cu aceste precizări se exprimă forța de prestrângere când îmbinarea este montată prin presare sub forma:

$$F'_{AM} = k' \cdot a' - \Delta F' \quad 2.63$$

Cu o relație similară se exprimă forța de prestrângere din îmbinare când sub acțiunea momentului de torsiune  $T$  aplicat inițial aceasta alunecă axial cu  $a''$ :

$$F''_{AM} = k'' \cdot a'' - \Delta F'' \quad 2.64$$

în care semnificația notațiilor este:

$$k' = \pi \cdot l \cdot E \cdot (1 - q_m^2) \cdot (\operatorname{tg} \beta + \mu_{\text{blocare}}) \cdot \operatorname{tg} \beta$$

$$k'' = \pi \cdot l \cdot E \cdot (1 - q_m^2) \cdot \operatorname{tg}^2 \beta$$

$$\Delta F' = \frac{\pi}{2} \cdot l^2 \cdot E \cdot (1 - q_m^2) \cdot (\operatorname{tg} \beta + \mu_{\text{blocare}}) \cdot \operatorname{tg} \gamma$$

$$\Delta F'' = \frac{\pi}{2} \cdot l^2 \cdot E \cdot (1 - q_m^2) \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma$$

În relațiile 2.63 și 2.64 se disting deplasările  $a'$  și  $a''$  la prestrângere și la transmiterea momentului de torsiune maxim.

[K7] acceptă că butucul la prima încărcare cu momentul de torsiune  $T$  se rotește față de arbore după o elice<sup>2</sup>.

Prin această rotire crește deplasarea relativă a componentelor îmbinării față de starea inițială rezultată în urma montajului prin presarea axială.

Mărimile  $k'$  și  $k''$  se explică prin rigiditățile elementelor îmbinării iar  $\Delta F'$  și  $\Delta F''$  dau micșorarea forței de prestrângere prin abaterea unghiului de ajustare  $\gamma$ .

<sup>1</sup> Explicația ce este dată comportării îmbinării la solicitările de după instalarea îmbinării este eronată.

<sup>2</sup> În realitate această rotire se desfășoară la nivelul îmbinării filetate.



Deoarece  $k' > k''$  forța de prestrângere după solicitarea la torsiune este totdeauna mai mică decât forța de prestrângere instalată la montaj. Forța de prestrângere necesară pentru transmiterea momentului maxim de către îmbinare este:

$$F''_{AM} = F'_{AM} - C(a'' - a') \quad 2.65$$

[K7] recomandă că în aplicațiile practice trebuie pornit pentru transmiterea momentului maxim de la forța de prestrângere necesară  $F''_{AM}$  și deplasarea axială.

Se explică fenomenul de micșorare a forței de prestrângere după ce îmbinarea prin strângere pe ajustaj conic a fost supusă unui moment de torsiune ca fiind comparabil cu tasarea îmbinărilor prin șuruburi.

În acest sens pentru îmbinarea din Fig. 2.19 asimilată cu un ansamblu de elemente elastice cuplate în serie se calculează rigiditatea echivalentă din/prin relația:

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{C_i} \quad 2.66$$

Procedeu de calcul propus de Schmid în [K7] acceptă că la transmiterea momentului maxim de torsiune se introduce deplasarea suplimentară<sup>1</sup>  $a''$ . În această ipoteză deduce momentul de torsiune maxim transmisibil:

$$T_{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(\mu_{al})_t}{\cos \beta} \cdot l \cdot D_m \cdot E \cdot (1 - q_m^2) \cdot \left( \frac{D_0 \cdot \sigma_a}{2 \cdot E} \cdot \operatorname{tg} \beta - \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg} \gamma \right) \quad 2.67$$

Conform acestei relații momentul de torsiune maxim transmisibil depinde mult de abaterea unghiului de așezare, valoarea maximă realizându-se la abaterea nulă ( $\gamma = 0$ ):

În cazul când abaterea unghiului de așezare atinge valoarea maxim admisibilă momentul de torsiune maxim transmisibil are valoarea:

$$T_{\max} \Big|_{\gamma=\gamma_{\max}} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(\mu_{al})_t}{\cos \beta} \cdot l \cdot D_m \cdot E \cdot (1 - q_m^2) \cdot \left( a_{adm} \cdot \operatorname{tg} \beta - \frac{l}{2} \cdot \left( \frac{a_{adm}}{l} \cdot \operatorname{tg} \beta \right) \right) \quad 2.68$$

<sup>1</sup> Această deplasare introdusă în calcule nu rezultă din relaxarea îmbinării prin strângere care prezintă prin componente rigiditate longitudinală mult mai mare decât a îmbinării filetate a cărei componente au rigiditatea longitudinală sensibil mai mică.

iar valoarea momentului de torsiune la abaterea admisibilă a semiunghiului conului de contact este:

$$T_{\max} \Big|_{\gamma=\gamma_{adm}} = \frac{1}{2} \cdot T_{\max} \Big|_{\gamma=0} \quad 2.69$$

De aici se deduce o formulă aproximativă pentru dimensionarea lungimii  $l$  a îmbinării conice. Valoarea cea mai defavorabilă rezultă atunci când abaterea  $\gamma$  a unghiului de așezare  $\beta$  este egală cu valoarea admisă.

Toleranța unghiului de conicitate trebuie repartizată atât arborelui cât și butucului. Pentru a realiza o îmbinare de calitate trebuie ca toleranța la conicitate pentru butuc să fie pozitivă iar pentru arbore negativă.

Din considerațiile de pînă aici în [K7] se trag concluzii asupra formei îmbinării astfel:

- Conicitatea se alege în așa fel încît îmbinarea să fie autofrînată. Pentru componentele îmbinării din oțel conicitatea se recomandă să ia valori sub 1:5 deci  $tg\beta < \mu$ .

- Forța periferică prin care se realizează transmiterea momentului de torsiune de către îmbinare trebuie să fie numai de frecare (nu se combină îmbinarea arbore butuc prin strîngere cu una prin pană).

- La montaj deplasarea relativă  $a'$  se realizează numai prin strîngerea șurubului și se măsoară riguros.

Nu este recomandată măsurarea directă a forței de prestrîngere cu chei dinamometrice deoarece măsurătoarea este alterată de frecarea dintre spirele șurubului și a piuliței.

- La prima încărcare cu momentul de torsiune se produce o răsucire similară cu cea de înșurubare a componentelor îmbinării prin strîngere pe ajustaj conic care se desfășoară pînă la atingerea momentului maxim cînd se instalează blocarea.

- Totodată se mărește deplasarea axială față de starea de montaj, în timp ce forța de prestrîngere se micșorează.<sup>1</sup>

- În baza acestor considerente se recomandă ca montajul să se facă pe o instalație hidraulică care asigură o prestrîngere constantă iar încărcarea cu momentul de torsiune să se facă cu instalația sub presiune. Ca urmare a acestui mod de montaj în exploatare nu apare nici o deplasare între butuc și fus datorită mișcării "de înșurubare" la aplicarea momentului de torsiune inițial atîta timp cît îmbinarea nu este solicitată la un moment superior celui aplicat la montaj<sup>2</sup>. Independent de aceasta există, la depășirea momentului de montaj, o limită superioară momentului la care nu se produc

<sup>1</sup> La prima solicitare cu moment de torsiune forța de prestrîngere se micșorează datorită relaxării îmbinării cu șurub și piuită și nu datorită alunecării îmbinării prin strîngere pe con.

<sup>2</sup> Un argument în plus că prima rotire a unei îmbinări ca cea din Fig. 2.19 se datorează îmbinării prin șurub și nu celei prin strîngere pe con.

lunecări sacadate (stick slip). Pînă în prezent nu este rezolvat modelul matematic de calcul al limitei superioare a momentului de torsiune pînă la care nu apare fenomenul stick slip în îmbinările prin strîngere pe ajustaj conic.

- Este favorabil ca tija șurubului și bucșa de presare să aibă rigidități cît mai mici. Această condiție rezultă prin analogie cu funcționarea îmbinărilor prin șuruburi. Dacă șuruburile prezintă elasticitate mai mare se realizează micșorarea variației forței de prestrîngere la apariția alunecărilor suplimentare dintre suprafețele în contact<sup>1</sup> în situația transmiterii momentului maxim.

Construcția din Fig. 2.19 se recomandă în special dacă îmbinarea nu este încărcată imediat după montaj cu momentul maxim.

- Piulița va fi asigurată împotriva deșurubării ca urmare a pierderii forței de prestrîngere.

- Îmbinările prin strîngere pe ajustaj conic care transmit momente mai mari vor fi tensionate axial<sup>2</sup>. O îmbinare autofrînantă cedează prin alunecări momentane la depășirea momentului de torsiune maxim admis.

- Deplasarea axială admisibilă calculată  $a_{adm} = a'' - a'$  se corectează cu valoarea  $\Delta a$  datorată influenței tasării microgeometriei suprafețelor în contact la montaj<sup>3</sup>.

În plus față de concluziile de mai sus se poate adăuga și că:

- Metoda prezentată nu ține cont de influența temperaturii și a altor solicitări exterioare la care este supusă îmbinarea în timpul funcționării. De asemenea nu este evidențiată influența efectului de margine asupra presiunii de contact respectiv asupra capacității portante a îmbinării.
- Din dorința de a dovedi diferențele ce apar la îmbinările prin strîngere cu contact direct pe suprafețe conice față de cele pe suprafețe cilindrice [K7] a simulat și studiat un sistem elastic integral trăgînd apoi concluzii care extrapolează o înțelegere greșită a domeniului. După ce sistemul a fost instalat și încărcat prima dată cu moment de torsiune s-a învins frecarea între șurub și piuliță, fapt interpretat în mod eronat ca o creștere a capacității portante a îmbinării prin strîngere. Trebuie înțeles că o dată îmbinarea prin strîngere instalată suprafețele conjugate ale ajustajului rămîn încărcate de presiunea distribuită efectiv și în această situație răspunsul comportării la sarcinile exterioare poate să fie:

<sup>1</sup> În relația 2.66 componentele rigidităților îmbinării prin strîngere sînt mult mai mari în comparație cu cele ale îmbinării cu șurub și piuliță.

<sup>2</sup> Tensionarea este necesară componentei de îmbinare prin șurub.

<sup>3</sup> Corecția trebuie aplicată de fapt numai componentei  $a'$ .

- a) deplasare axială a butucului față de arbore când sarcina exterioară  $F_{ax} > F_{axlim}$
- b) rotire relativă a butucului față de arbore atunci când momentul exterior  $T > T_{lim}$
- c) mișcare relativă elicoidală când torsorul sarcinilor exterioare depășește torsorul limită.

### 2.2.3 Metode de calcul a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice

Se disting două categorii de elemente intermediare conice pentru îmbinările prin strângere și anume:

- convenționale (bucșe sau pene inelare conice nesectionate cu un semiplan axial) care nu consumă jocurile înainte de a fi tensionate pentru instalare;
- neconvenționale (pachete de elemente intermediare conice ce au în componență și inele sectionate printr-un semiplan axial) care se adaptează pentru a consuma jocurile înainte de a fi tensionate pentru instalare.

Calcululele pentru fiecare din cele două categorii de elemente intermediare prezintă unele aspecte comune și unele specifice.

În general calculul [G4] acceptă ipoteza că la un factor de regim  $K_A > 1$ , îmbinarea preia simultan o împingere axială  $F_{ax}$  și un moment de torsiune  $T$ . Cuplul echivalent transmisibil (de calcul)  $T_N$  sau forța axială echivalentă transmisibilă (de calcul)  $F_N$  se determină cu relația 2.35 respectiv 2.36.

Pentru un coeficient de frecare de aderență  $\mu$  presiunea maximă din ajustajul nominal  $d_N$  a cărui lungime este  $l$  nu trebuie să depășească valoarea limită [N2] relația 2.37 respectiv 2.38.<sup>1</sup>

Legătura dintre cuplul / forța axială transmisibile și forța axială de montaj  $F_{AM}$  depinde de configurația elementelor intermediare și de proprietățile tribologice ale suprafețelor conjugate în contact forțat.

Implicit forța normală  $F_{n1,2}$ <sup>2</sup> se exprimă prin produsul dintre forța axială de montaj și o funcție  $f(\beta, \mu_i)$  a cărei expresie depinde prin unghiul  $\beta$  de geometria pachetului de elemente și de coeficienții de frecare dintre suprafețele în contact:

<sup>1</sup> În relațiile 2.35, 2.36, 2.37, 2.38 pentru diametrul nominal  $d_N$  semnificația notației se referă la diametrul interior al pachetului de elemente intermediare conice respectiv la diametrul mic al locașului inelar în care se montează pachetul materializat în cele mai frecvente aplicații prin arbore.

<sup>2</sup> reprezintă forța normală ca integrală a presiunilor pe suprafețele în contact forțat ale ajustajului.

$$F_{n1,2} = F_{AM} \cdot f(\beta, \mu_i). \quad 2.70$$

La limită îmbinarea poate suporta forța axială maximă de forma:

$$F_{axmax} = \pi \cdot d_N \cdot l \cdot p_1 \cdot \mu \quad 2.71$$

respectiv momentul de torsiune maxim de forma:

$$T_{max} = \pi \cdot \frac{d_N^2}{2} \cdot l \cdot p_1 \cdot \mu \quad 2.72$$

Prin expresiile 2.70 se diferențiază mărimea limită a capacități portante a diferitelor tipodimensiuni de pachete de elemente de îmbinare.

Expresia analitică a funcției  $f(\beta, \mu_i)$  nu poate fi definită decât prin acceptarea unor ipoteze simplificatoare.

Fiind cunoscute presiunile pe care pachetul de elemente le exercită asupra arborelui respectiv asupra butucului<sup>1</sup> aceștia se calculează ca tuburi cu pereți groși încărcate cu presiune exterioară respectiv interioară.

Cu notațiile din Fig. 2.20 și cu cele utilizate în paragraful 2.1.1 se urmează

etapele de calcul conform recomandărilor din prospectele pachetelor de elemente intermediare conice astfel:

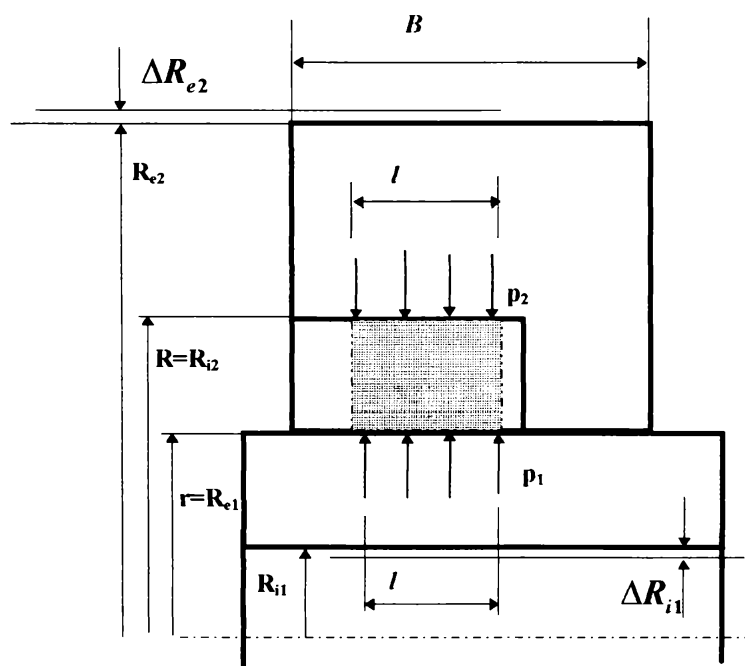


Fig. 2.20

<sup>1</sup> Pentru fiecare tipodimensiune valoarea presiunii pe interfața cu arborele respectiv cu butucul (acceptată uniform distribuită) este dată ca valoare de catalog garantată la o valoare prescrisă a parametrului de montaj  $T_{AM}$

## Calculul butucului

$$p_2 \approx p_1 \cdot \frac{R_{e1}}{R_{i2}}$$

$$(\sigma_{ech})_{i2} \approx p_2 \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2}; \quad B = l$$

$$(\sigma_{ech})_{e2} \approx \frac{2 \cdot p_2 \cdot q_2^2}{1-q_2^2}; \quad B = l$$

$$(\sigma_{ech})_{i2} \approx C_3 p_2 \frac{1+q_2^2}{1-q_2^2}; \quad B > 2l$$

$$(\sigma_{ech})_{e2} \approx C_3 \frac{2 \cdot p_2 \cdot q_2^2}{1-q_2^2}; \quad B > 2l$$

$$R_{e2} \geq R_{i2} \sqrt{\frac{(R_{p02})_2 + C_3 \cdot p_2}{(R_{p02})_2 - C_3 \cdot p_2}}$$

$$\Delta R_{e2} \approx \frac{R_{e2} (\sigma_{ech})_{e2}}{E_2}$$

$$p_{adm} \approx \frac{(R_{p02})_2}{C_3} \cdot \frac{1-q_2^2}{1+q_2^2}$$

## Calculul arborelui

I

II

$$(\sigma_{ech})_{i1} \approx C_3 \frac{2 \cdot p_1}{1-q_1^2}$$

III

$$(\sigma_{ech})_{e1} \approx C_3 p_1 \cdot \frac{1+q_1^2}{1-q_1^2}$$

IV

V

VI

$$R_{i1} \leq R_{e1} \sqrt{\frac{(R_{p02})_1 - 2p_1 \cdot C_3}{(R_{p02})_1}}$$

VIII

$$\Delta R_{i1} \approx \frac{R_{i1} (\sigma_{ech})_{i1}}{E_1}$$

IX

$$p_{adm} \approx \frac{(R_{p02})_2}{C_3} \cdot \frac{q_1^2 - 1}{2 \cdot q_1^2}$$

$$C = 0,6 \quad B \geq 2l \quad (\text{un pachet})$$

$$C = 0,8 \quad B \geq L_1 \cdot (1+n)$$

$$C = 1 \quad B = l \quad \text{sau} \quad B = n \cdot L_1$$

$n = \text{numarul pachetelor}$

$L_1 = \text{gabaritul axial al unui pachet}$

Relațiile obținute pentru calculul arborelui sînt mai aproape de fenomen pentru că acesta se apropie mai mult de modelul tub cu pereți groși decît butucul a cărei configurație este de obicei mai complexă (ca urmare a funcțiunilor complementare asumate: semicuplaj, roți de transmisie, volant etc.)

## 2.3 Tendințe moderne în calculul îmbinărilor prin strângere

Fenomenele care intervin într-o îmbinare prin strângere sînt complexe fiind influențate de o serie de factori.

În diferite etape ale studiului îmbinărilor prin strângere o parte din aceste fenomene au fost luate în considerație exact, simplificat sau aproximativ altele fiind neglijate sau abordate global prin coeficienți de "necunoaștere" (de "siguranță").

Limitarea nivelului posibilităților de cunoaștere, descriere matematică exactă/aproximativă și investigare experimentală a îmbinărilor prin strângere a dus la calcule simplificate (cu un nivel de aproximare satisfăcător) cu nivele de încredere compensate prin valorile coeficienților de siguranță acceptați.

Metodele aproximative<sup>1</sup> de calcul, completate de suportul lor privitor la soft, permit obținerea unor soluții aproximative convergente de rezolvare a problemelor exacte.

[D7] face o analiză prin metoda elementului finit a capacității portante a îmbinărilor arbore-butuc presate avînd "secțiuni slăbite".

Studiul face obiectul programului de cercetare Nr.191 FVA și se ocupă de îmbinări la care arborele sau butucul are practicat una sau mai multe găuri cu axa paralelă cu cea a îmbinării sau găuri străpunse pe direcția radială în butuc Fig.2.21.

La îmbinările presate<sup>2</sup> se induce la montaj un cîmp de tensiuni care dau în interfața de contact arbore-butuc o presiune a cărei distribuție este teoretic cunoscută (constantă pe direcție circumferențială și variabilă pe direcție axială prin influența efectului de margine și a rigidităților radiale diferite pe lungimea de îmbinare etc.).

Cîmpul de tensiuni indus la montajul unei astfel de îmbinări este perturbat în plus și de geometria modificată a arborelui respectiv butucului.

Studiul descrie distribuția de tensiuni în ansamblul arbore-butuc montat prin presare sau prin presiune de ulei.

Distribuția pe interfața de contact a tensiunilor normale pe direcție radială dă distribuția circumferențială a presiunii sub forma  $p = p(\varphi)$ .

Distribuția tensiunilor tangențiale circumferențiale dă distribuția unor forțe elementare tangențiale pe circumferința suprafeței de contact sub forma  $F_0 = f(\varphi)$ .

Condiția ca alunecarea locală să nu se producă sub acțiunea acestor forțe periferice elementare este:  $f(\varphi) > \mu(\varphi) \cdot p(\varphi)$ .

<sup>1</sup> Metoda rezidului, metode variaționale, metoda multirețele, metoda diferențelor finite, metoda elementului finit, metoda elementelor de frontieră

<sup>2</sup> Se acceptă că geometria arborelui și butucului este cea corespunzătoare tuburilor cu pereți groși.

Din această relație se poate deduce coeficientul de frecare pentru care, la procesul de îmbinare, să nu apară alunecarea<sup>1</sup> locală:

$$\mu_{lim} = \max\left(\frac{f(\varphi)}{p(\varphi)}\right)$$

Pornind de la aceste precizări se face modelarea prin metoda elementului finit a unei serii de situații în care factorii geometrici sînt variați în trepte raționale.

Rezultatele sînt sintetizate în diagrame de calcul practic dînd informații asupra dependenței diferiților factori de influență.

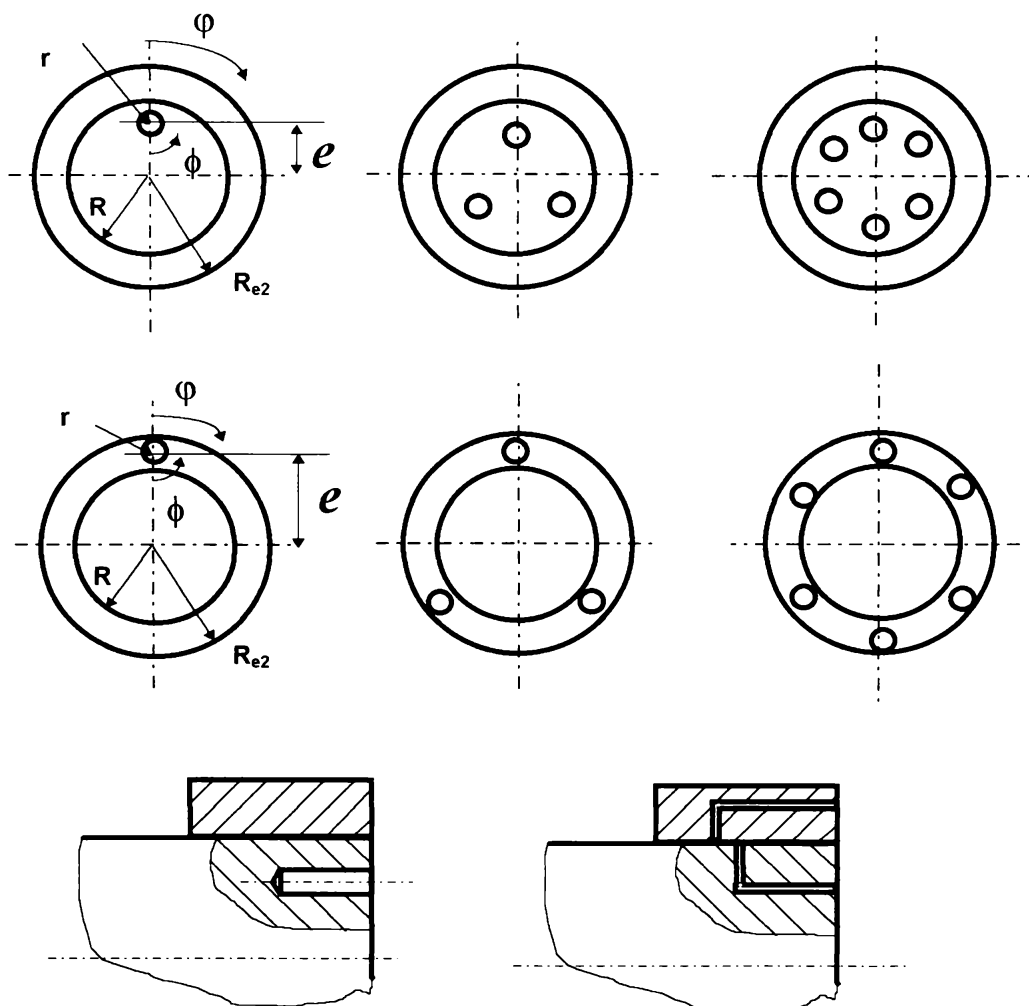


Fig. 2.21

<sup>1</sup> La îmbinările montate prin presiune de ulei datorită faptului că în interfața arbore-butuc la montaj există un film de ulei, deci coeficientul de frecare se apropie de zero, apar alunecări locale în zonele de slăbire a secțiunii. Acest fenomen duce la o stare de tensiune cu perturbări semnificative și în același timp nu permite găsirea coeficientului de frecare limită. Tehnologia de montaj în această situație presupune și asigurarea unei pauze de expulzare a uleiului de minim 48...72 ore.



Modificarea locală a presiunii de contact are influență asupra capacității portante momentul de torsiune fiind:

$$T = \int_0^{2\pi} p(\varphi) R^2 l \cdot \mu_{exploatare} d\varphi$$

Prin cunoașterea distribuției presiunii se determină valoarea medie a presiunii:

$$\bar{p} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p(\varphi) d\varphi$$

Rezultatele obținute se referă la:

- calculul parametric a distribuției presiunii relative din îmbinare în funcție de coeficientul de frecare la montaj pentru cazul îmbinării modificate (arbore/butuc cu o gaură<sup>1</sup> sau cu alte configurații) ;
- calculul tensiunilor îmbinărilor cu geometria componentelor modificată relativ la situația unei îmbinări fără perturbarea geometriei<sup>2</sup> dar cu caracteristicile principale identice<sup>3</sup> ;
- calculul tensiunilor maxime se face prin intermediul unui coeficient de formă ce caracterizează geometria îmbinării modificate raportată la cea de referință prin tensiunile maxime din cele două situații

$$\alpha_k = \frac{\sigma_{ech\ max}}{\sigma_{ech\ 0}}, \text{ factor dependent și de parametri adimensionali } r/R,$$

$e/R, R/R_{e2}, (e+r)/R$  și reprezentat sub forma unor nomograme;

- calculul capacității portante se face analog printr-un coeficient al capacității portante<sup>4</sup> :

$$\eta = \frac{T}{T_0} = \frac{\int_0^{2\pi} p(\varphi) R^2 l \cdot \mu_{exploatare} \cdot d\varphi}{\int_0^{2\pi} q \cdot R^2 l \cdot \mu_{exploatare} \cdot d\varphi} = \frac{\bar{p}}{q},$$

reprezentat prin nomograme dependente de aceiași parametri ca și coeficientul de formă.

Concluzia ce rezultă de aici este că se poate concepe o metodă de calcul pentru o clasă de probleme pe baza rezultatelor analizei cu metoda elementului finit a unei game largi de situații și de influențe a multor parametri. Printr-o prelucrare convenabilă a rezultatelor se generează nomograme utilizabile în practica inginerească fără a fi nevoie ca beneficiarul să fie specialist în metoda de analiză cu elemente finite.

<sup>1</sup> Presiunea de contact din dreptul găurii prezintă o variație importantă ceea ce din punct de vedere funcțional este un serios pericol de coroziune prin frecare.

<sup>2</sup> Arborele și butucul sînt construiți din materiale omogene, izotrope și sînt la aceeași temperatură.

<sup>3</sup> Se ia ca bază de referință presiunea de strîngere "q" a îmbinării neperturbată din punct de vedere geometric și cu același ajustaj.

<sup>4</sup>  $T$  momentul de torsiune al îmbinării modificate;  $T_0$  momentul de torsiune al îmbinării de referință neperturbată din punct de vedere geometric

## 2.4 Aplicații existente ale îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice

Una din aplicațiile cele mai importante la care s-au utilizat îmbinări prin strângere cu elemente intermediare conice este cel mai mare sistem de dizlocare mobil din lume<sup>1</sup> aflat în exploatare la Hambach.

Acesta este constituit dintr-un escavator cu cupe utilizat pentru decopertare cu capacitate<sup>2</sup> zilnică de 240000m<sup>3</sup> prevăzut cu cinci benzi transportoare, șase stații de acționare și opt de manevrare Fig. 2.22.

Roata cu cupe<sup>3</sup>, montată pe un braț de 70,5m, are diametrul<sup>4</sup> de 21,6m. Pentru acționarea roții este necesară o putere de 3360kW. Puntea telescopică a escavatorului acoperă un teren de 103m.



Fig. 2.22 [6]

Mișcarea escavatorului se realizează pe 15 șenile (de lungime 15m și lățime 3.7m fiecare) care împreună acoperă o suprafață de teren de 778m<sup>2</sup>. Sistemul este acționat prin 110 electromotoare cu puterea totală de 16600kW. Deservirea întregii instalații este făcută de cinci operatori umani.

Benzile transportoare de lățime 3,2m, cu viteza de 5,2m/s, transportă 35000t/h sau 21000m<sup>3</sup>/h.

În Fig.2.23 se prezintă soluția constructivă de îmbinare a unui tambur al benzii transportoare pe arbore prin elemente intermediare conice.

Fig. 2.24 prezintă îmbinarea pe arbore a unui tambur motor și modul de cuplare cu arborele reductorului prin îmbinări cu strângere cu pachete de elemente conice. Arborele tubular de legătură pe lângă faptul că prin diametrul mai mare se comportă mai bine la încovoiere permite și utilizarea unei mărimi superioare la diametrul lagărelor.

<sup>1</sup> Produs de KRUPP INDUSTRIE

<sup>2</sup> Această cantitate corespunde unui tren de marfă lung de 225km cu vagoane de 20t sau unui baraj înalt de 5m, lat de 20m și lung de 4800m.

<sup>3</sup> Este prevăzută cu 18 cupe.

<sup>4</sup> Egal cu înălțimea unui bloc de șapte etaje.

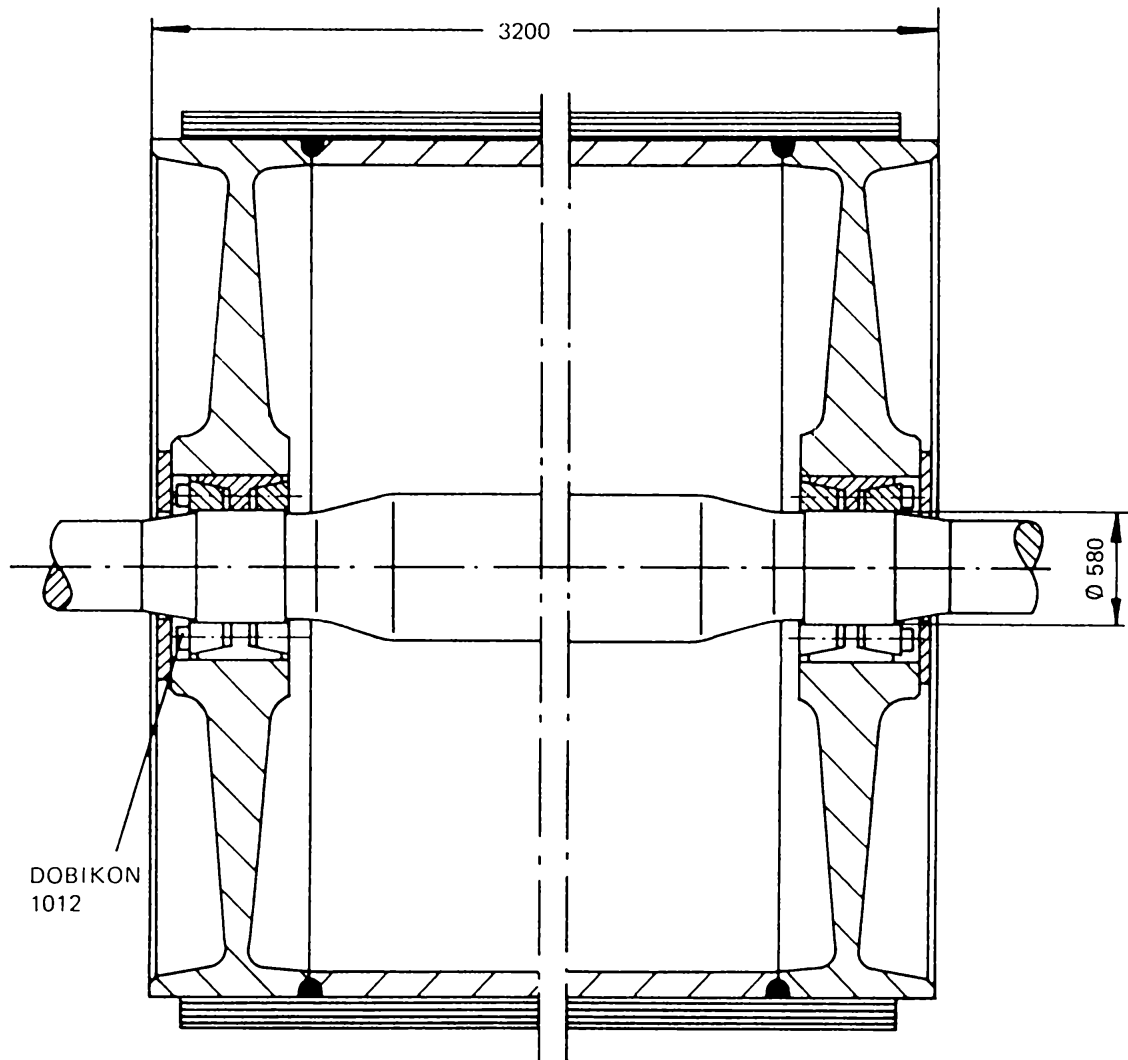


Fig. 2.23 [6]

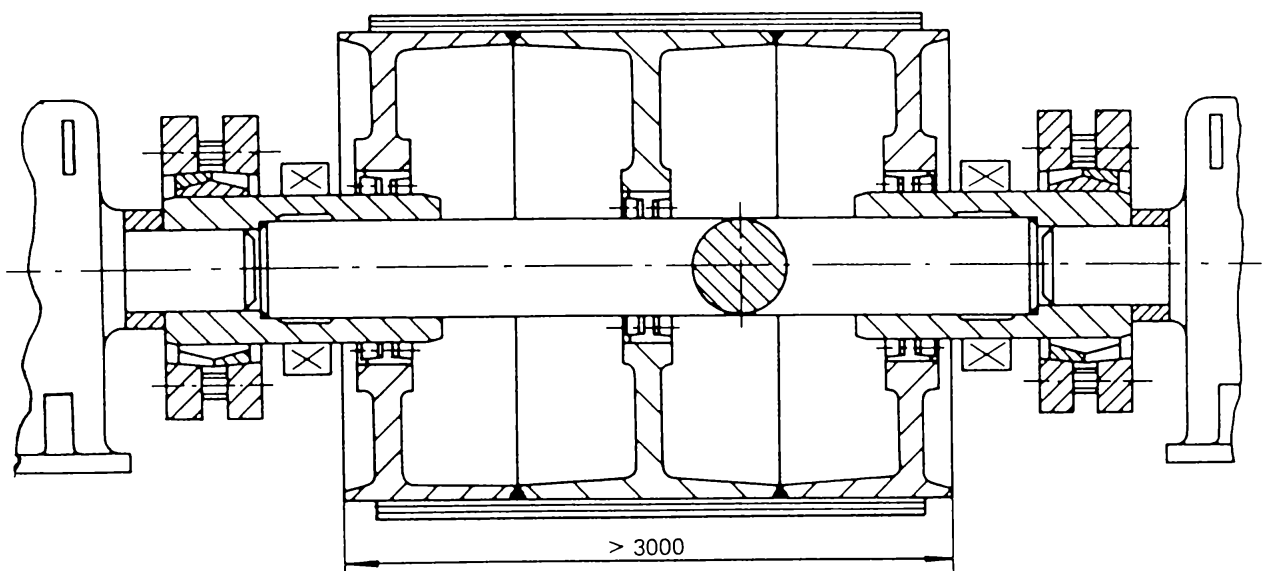


Fig. 2.24 [6]

Fig. 2.25 dă soluția de montare a roții cu cupe pe arborele de diametrul 540mm. Momentul de torsiune transmisibil este  $T=2 \times 2180000 \text{ Nm}$ .

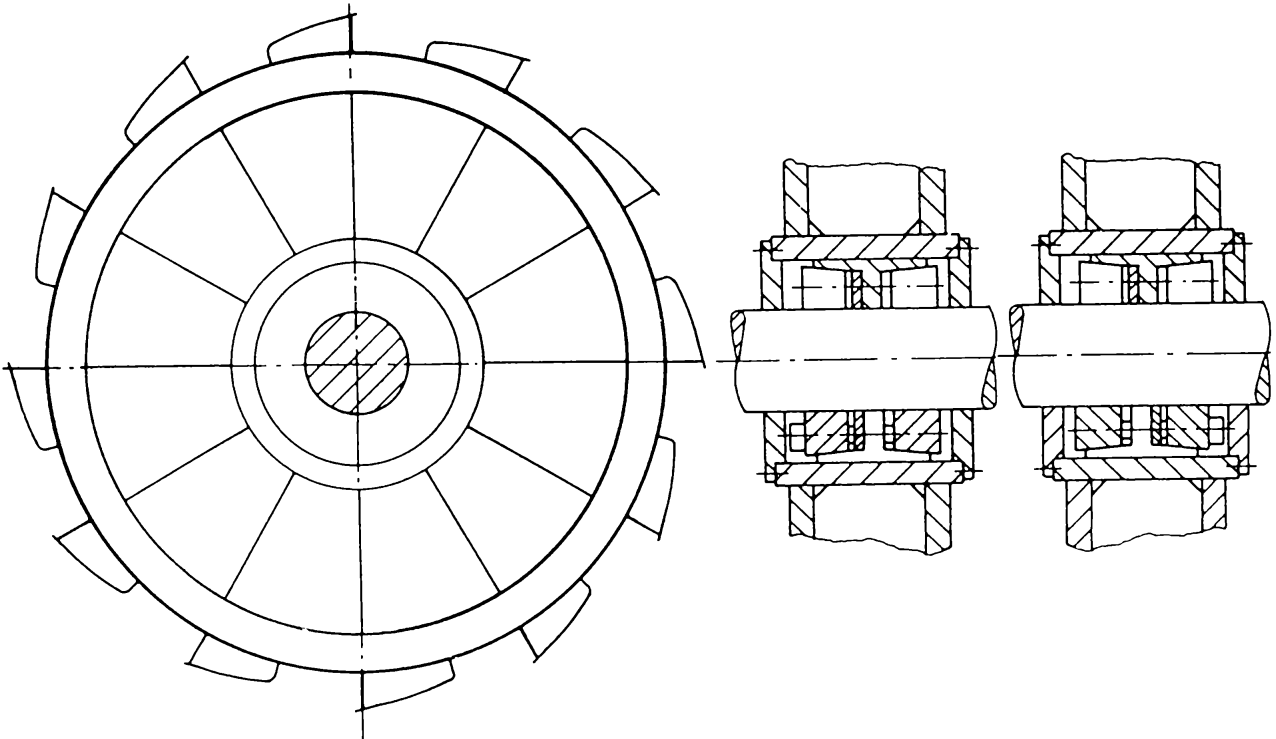


Fig. 2.25 [6]

Pistonul și fusul tijeii sînt fixate cu un pachet de elemente conice în cele două variante conform Fig. 2.26 și Fig. 2.27

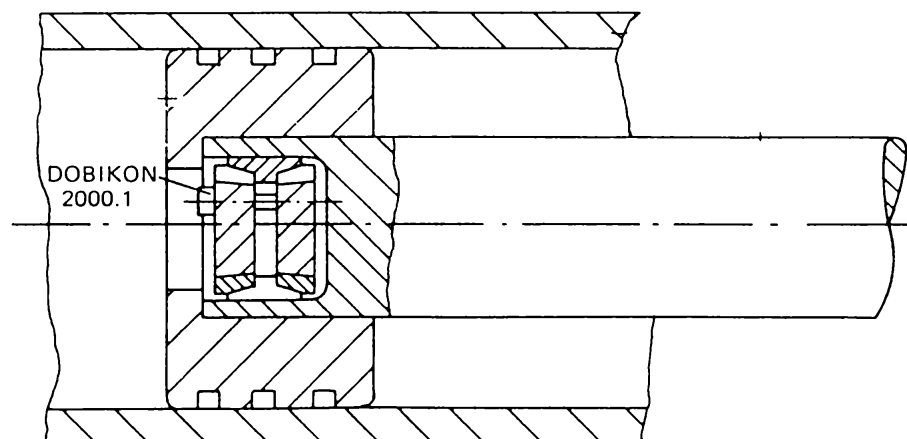


Fig. 2.26 [6]

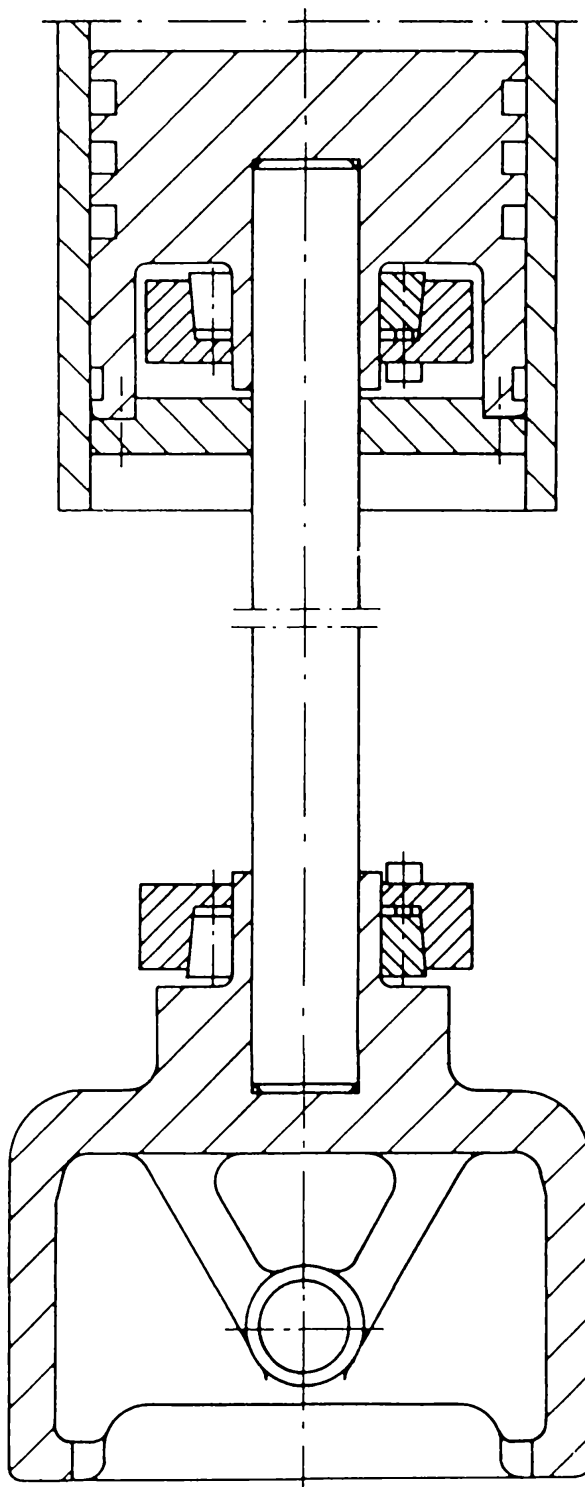


Fig. 2.27 [6]

O altă aplicație remarcabilă a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice este ansamblul de rulare<sup>1</sup> din Fig.2.28. Roțile sînt fixate pe osie cu pachete de îmbinare diferite. Pentru a asigura și fixarea roții dințate se utilizează un singur pachet de elemente atît pentru discul roții de rulare cît și a celei de acționare.

Construcția arborilor cotiți ca ansamblu de piese Fig.2.29 și nu ca o singură piesă prezintă avantajul utilizării materialelor cu proprietăți diferite ale tronsoanelor cu funcționalități specifice. Montajul tronsoanelor se face prin îmbinări cu elemente conice de strângere.

Se remarcă posibilitatea controlului precis al unghiurilor manivelor. Tehnologia necesară pentru realizarea componentelor separat în comparație cu cea necesară pentru arborele cotit ca o singură piesă este mai simplă.

Pe tronsoanele cilindrice ale arborelui cotit se poate monta orice piesă dintr-o bucată și nu numai semilagăre de alunecare Fig. 2.30.

<sup>1</sup> Osia montată motoare.

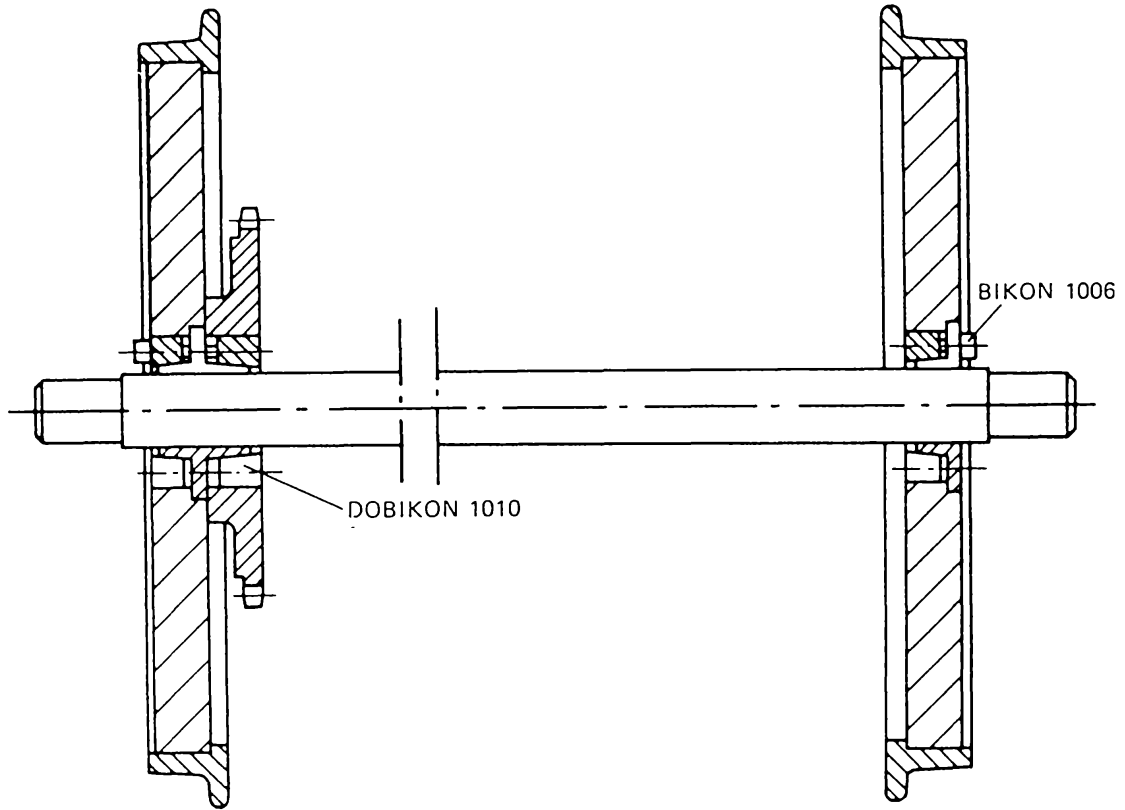


Fig. 2.28 [6]

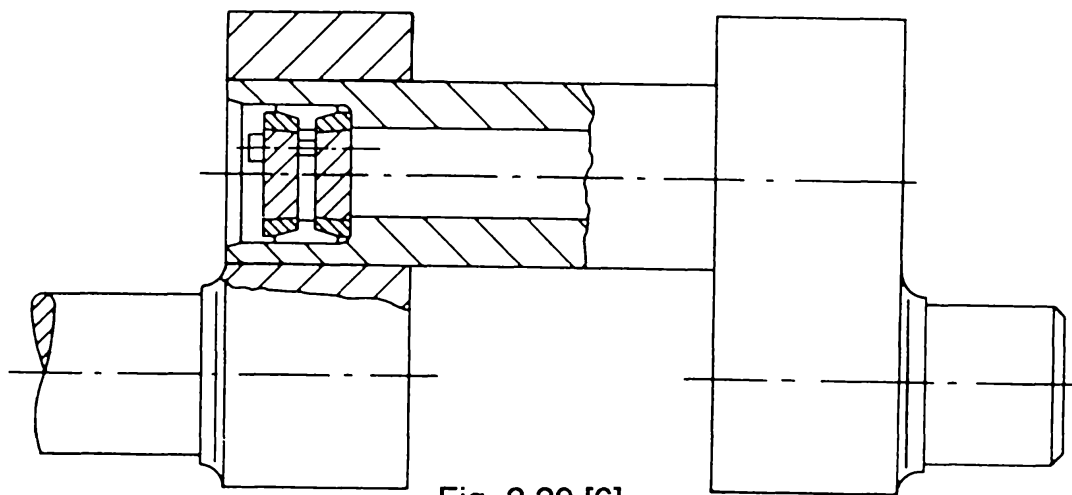


Fig. 2.29 [6]

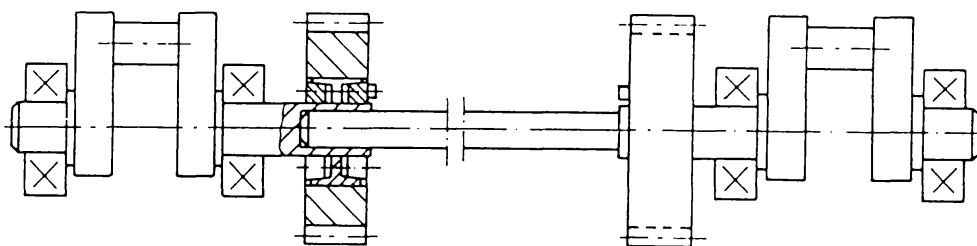


Fig. 2.30 [6]

Montarea plăcii de presare și coloanele unei prese se poate realiza eficient și simplu cu pachete de elemente conice Fig. 2.31

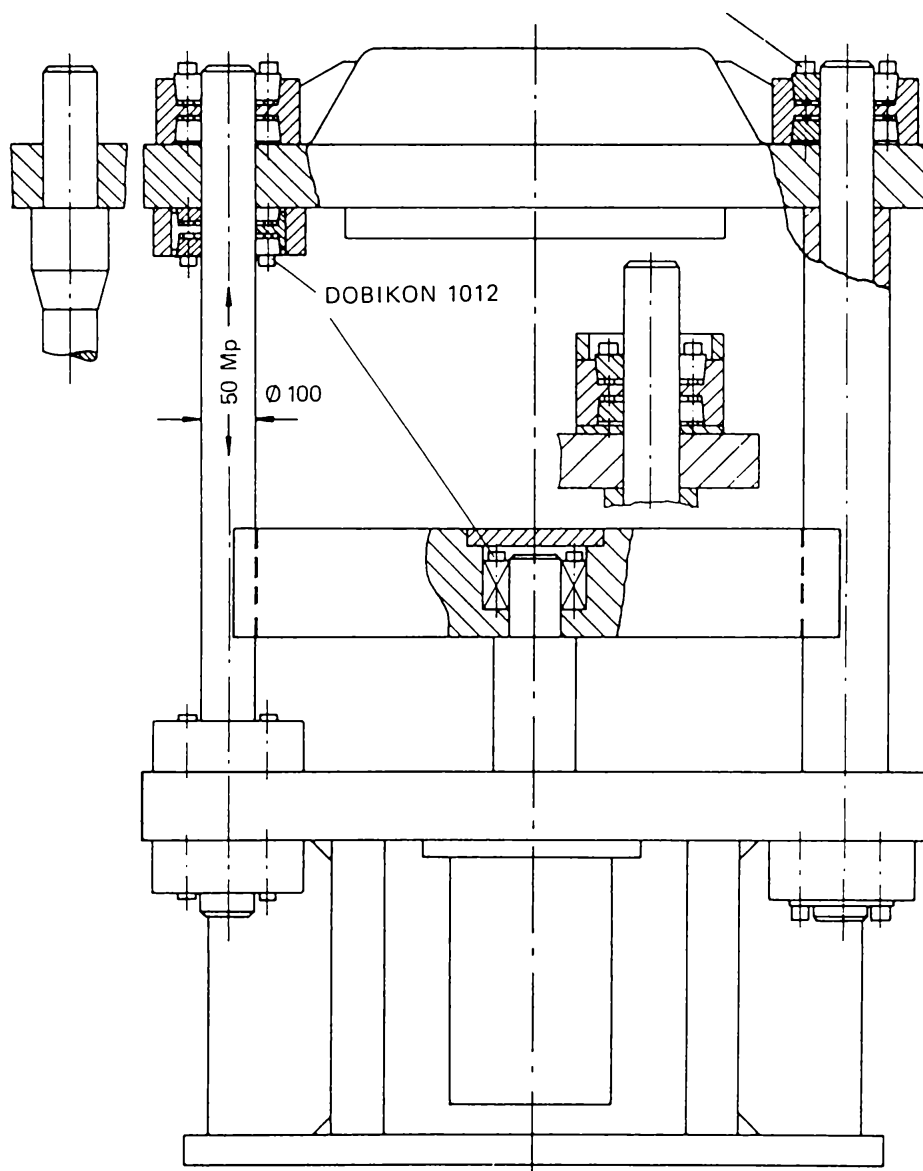


Fig. 2.31 [6]

Construcția de transmisii cu roți dințate este unul din domeniile în care aplicația îmbinării prin elemente intermediare conice a roților pe arbore este intrată deja în practica curentă.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> De exemplu construcția reductoarelor de la RENK Reșița

## 2.5 Direcții deschise cercetării în etapa actuală

- În ce măsură teoria general acceptată pînă în prezent descrie fenomenele specifice îmbinării cu elemente intermediare conice?
- Care sînt carențele modelelor acceptate? Ce implică modelarea îmbinării din punct de vedere:

*-geometric / comportamental:* Se pune problema în ce măsură înlocuirea elementelor îmbinării prin două tuburi cu pereți groși dau o aproximație suficient de bună pentru componentele îmbinării? (pentru arbore aproximarea este bună dar pentru butuc aproximarea devine grosolană datorită geometriei reale și polivalenței funcționale).

*-al stării de tensiune:* Exceptînd erorile datorate particularităților geometrice legea de distribuție a tensiunilor pe rază satisface modelul Lamé pentru arbore și butuc dar starea de tensiuni și presiunea de contact pe lungimea de ajustare și în afară nu este uniformă prezentînd diferențe.

*-geometric cît și ca stare de tensiune:* Ținînd cont de influența descărcărilor (canale, renuri frontale, etc.), a rigidității variabile pe rază cît și în lungul axei a componentelor precum și a stării suprafețelor aflate în contact (rugozitate, implicit coeficient de frecare, cu valori inegale pe direcțiile circumferențială și axială) se impune modelarea cu metoda elementului finit.

- Care sînt limitele portanței îmbinărilor prin strîngere?
- Ce perturbări locale produce o asemenea îmbinare în arbore și în butuc?
- Ce influențe au încărcările cu sarcini exterioare oarecare (forțe radiale/momente de răsturnare) asupra îmbinării?
- Care este repartiția reală a presiunii de contact și influența acestei repartiții asupra evaluării capacității portante a îmbinării?
- Cum pot fi evaluate și modelate procesele de frecare dintre elementele pachetului de îmbinare precum și dintre acestea și arbore respectiv butuc.
- Care sînt posibilitățile de configurare tipodimensională a pachetelor de elemente intermediare conice?
- Analiza comparativă a capacității portante la îmbinările prin strîngere cu elemente intermediare conice realizate de firmele reprezentative.
- Simularea pe calculator a aspectelor constructive și funcționale ale îmbinărilor prin strîngere cu elemente intermediare conice prin metoda elementului finit.

Cercetări experimentale; obiective; metode specifice; proiectarea și planificarea experimentului; prelucrarea și interpretarea rezultatelor.



# 3 Studiul teoretic

## al comportării și performanțelor îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice

### 3.1 Posibilități de configurare tipodimensională

**3.1.1 Principii generale** Pentru analiza unei game de produse existente și în deosebi pentru evaluarea posibilităților de extindere a ei se poate porni de la schema logică expusă în Fig. 3.1 [E1].

Se iau în considerare două aspecte ale analizei problemei: pe de o parte *formularea funcției* pe care să o îndeplinească produsul pe de altă parte *formularea proprietăților sau performanțelor* ce se doresc a fi asigurate de produsul în cauză.

Această mulțime de proprietăți sau performanțe poate da și totalitatea criteriilor cu care se evaluează un produs "optim".

*Funcția* produsului "pachet de elemente conice pentru îmbinări prin strângere" este de a transmite forțe și/sau momente de la arbore spre butuc sau invers, fără a fi alterate mărimile torsorului sarcinilor de transmis.

Modul fizic de transmitere al sarcinilor se realizează prin intermediul forțelor de frecare din interfețele active ale pieselor pachetului și din cele dintre arbore/butuc și pachet. Forțele de frecare care se opun desfacerii îmbinării, se datoresc presiunilor ce apar la contactul forțat din interfețele menționate precum și stării lor tribologice.

*Proprietățile* ce se doresc a fi îndeplinite de un asemenea pachet de elemente conice sînt:

- garanția că îmbinarea va fi total demontabilă;
- arborii și alezajele butucilor să fie cilindrice și concentrice;

- precizia ajustajului și pretențiile de prelucrare ale arborilor și alezajelor impuse de condițiile de montaj ale pachetelor de îmbinare să fie reduse față de cele impuse acestora de îmbinările prin strângere cu contact direct, mai ales la dimensiuni mari ale arborilor;
- pachetul să realizeze în mod firesc centrarea corectă a sistemului arbore-butuc, respectiv poziționarea axială și unghiulară precisă;
- strângerea să fie controlabilă, dependentă strict de parametrii de montaj ai pachetului și nu probabilistic (rezultată din ajustajul probabil ca în cazul îmbinărilor prin strângere cu contact direct);
- să asigure o gamă tipodimensională cât mai mare;
- dimensiunile longitudinale pentru suprafețele ce intervin în îmbinare să fie mai mici la aceeași capacitate portantă decât cele din cazul îmbinărilor prin strângere cu contact direct;
- să poată fi înlocuite fără intervenții majore de recondiționare a arborelui și butucului;
- îmbinarea să nu se distruge la suprasarcină (eventual să apară alunecarea relativă a componentelor) și să se comporte bine la oboseală;
- să poată fi utilizate și la montarea pieselor ce lucrează în mediu coroziv;

Cu aceste precizări se trece la etapa de *definire a suprafețelor funcționale ale produsului* [M15], [M16].

Pornind de la Fig. 1.2 referitoare la principiul de funcționare a îmbinărilor cu elemente intermediare conice se pot evidenția două categorii de suprafețe funcționale principale active și anume:

1. cele *conice conjugate* aflate în contact forțat și aparținând pachetului de elemente intermediare;
2. cele *cilindrice de contact* forțat ale pachetului de elemente cu piesele pe care le îmbină, arborele respectiv alezajului butucului;

Aceste suprafețe sînt în număr limitat funcție de numărul pieselor componente.

În următoarea etapă aceste suprafețe, tratate pur geometric, se pot multiplica/diviza pînă la un nivel rațional acceptabil. Această divizare<sup>1</sup> duce ulterior la construcții mai performante/avantajoase ale pachetelor de elemente conice.

Teoretic se poate imagina un număr foarte mare de aranjamente ale celor două categorii de suprafețe prin perechile date de fiecare din cazurile ce se vor prezenta în Fig. 3.2 și Fig. 3.3.

Astfel se obține un număr  $N_1$  de aranjamente posibile ale suprafețelor funcționale pentru produsul pe care dorim să îl generăm. O parte dintre acestea se poate elimina printr-o analiză sumară după un criteriu simplu

<sup>1</sup> Fig. 3.2 pentru suprafețele din prima categorie; Fig. 3.3 pentru suprafețe din a doua categorie.

de alegere rămînînd un număr de  $N_1'$  soluții acceptate. Fiecare din aceste  $N_1'$  soluții mai poate genera la rîndul ei altele, obținute prin permutările pozițiilor relative ale suprafețelor funcționale.

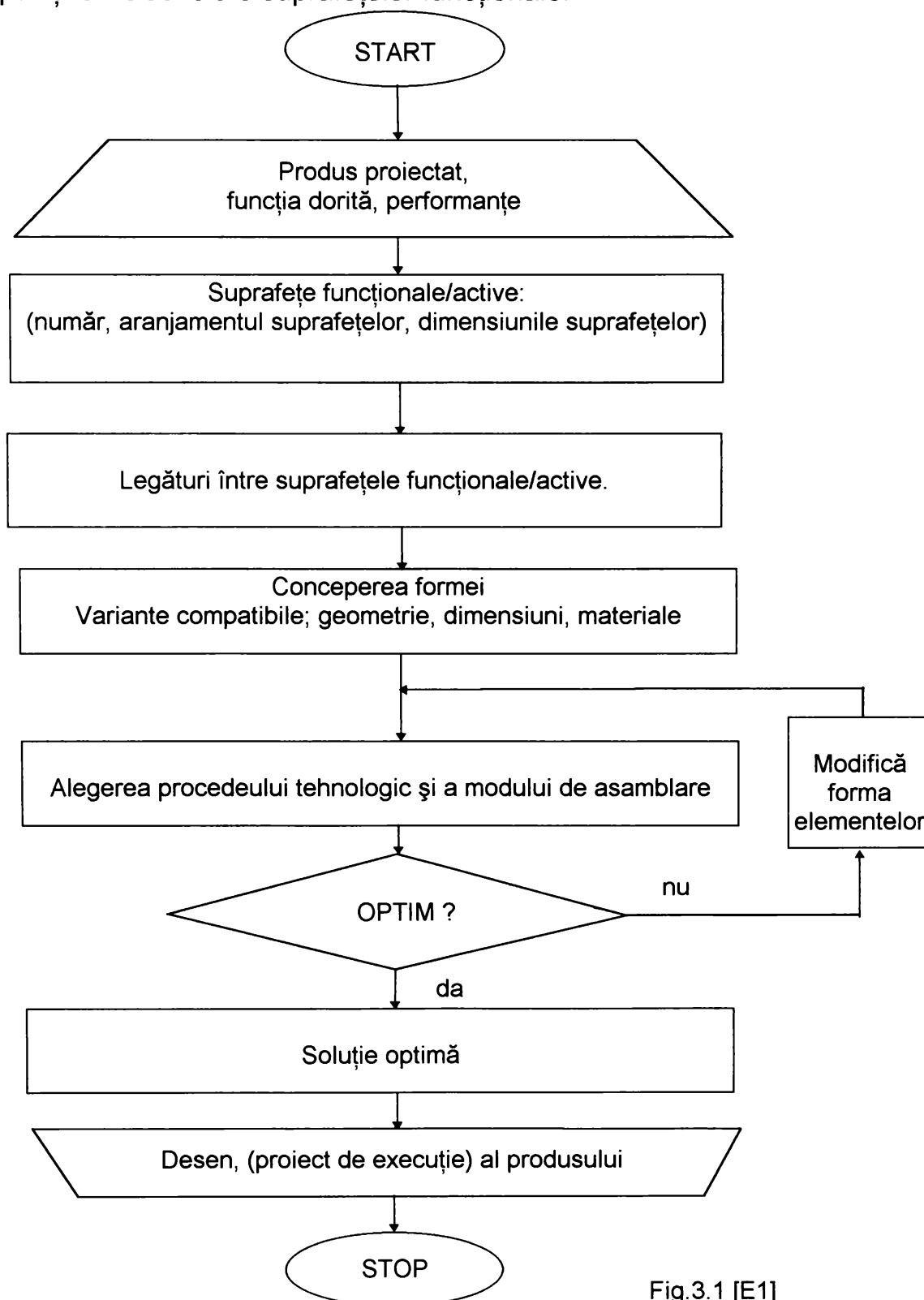
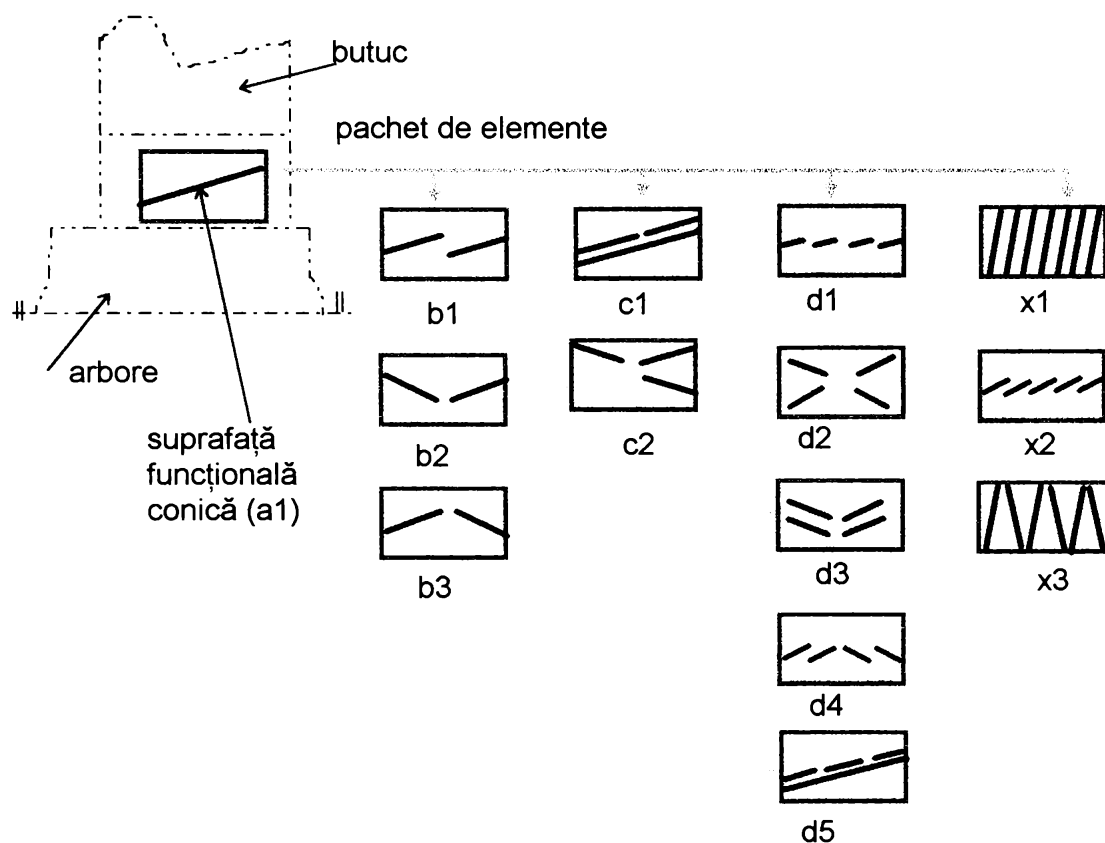


Fig.3.1 [E1]

În urma acestei dezvoltări rezultă  $N_2$  soluții posibile. Și dintre acestea unele se pot elimina după unul sau mai multe criterii noi, aplicate pentru selecție, rămânând  $N_2'$  soluții posibile. Fiecare din cele  $N_2'$  soluții poate sta la originea unor alte variante obținute prin atribuirea câte unui șir de valori alese convenabil dimensiunilor suprafețelor. Printr-o nouă selecție se pot elimina din nou o parte a variantelor astfel generate rămânând valide  $N_3$ .



Divizarea suprafețelor funcționale conice ale elementelor intermediare pentru îmbinările prin strângere și modificarea aranjării poziției lor relative

Fig. 3.2

Suprafața conică (a1) se divizează în două (b1,...) trei (c1,...) patru (d1,...) și în continuare pînă la un număr oarecare (x1,...)<sup>1</sup> de părți. Se remarcă în fiecare șir cu același număr de părți, posibilitatea aranjării acestora în poziții relative diferite. Astfel se obțin un număr teoretic infinit de soluții pentru suprafețele funcționale conice. Dezvoltarea se limitează pe considerente practice de materializare/montaj a acestor suprafețe. Analog se divizează și suprafețele funcționale cilindrice de contact cu arborele

<sup>1</sup> discuri tronconice

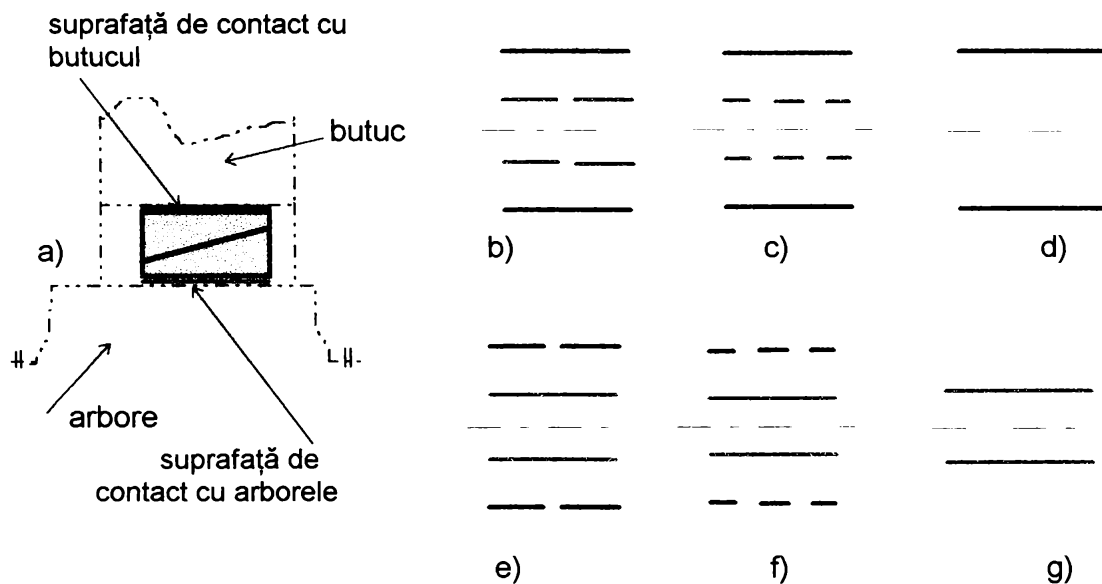
respectiv butucul Fig. 3.3. Inițial acestea nu sînt divizate (Fig. 3.3a), situație ce se întîlnește în multe din aplicațiile existente. În Fig. 3.3b, c, d este divizată suprafața de contact a pachetului cu arborele iar în Fig. 3.3e, f, g este divizată suprafața de contact exterioară a pachetului cu butucul. Această divizare implică multiplicarea pieselor ce realizează contactul forțat.

Divizarea în același timp a suprafeței de contact cu arborele și cu butucul se regăsește la penele înelare clasice. În această situație arborele și butucul se materializează în cîte o singură piesă.

Divizarea suprafețelor de contact a pachetului de elemente de strîngere cu arborele sau cu butucul se poate referi și la cazul în care pachetul de elemente conice are spre arbore respectiv butuc cîte o singură piesă de contact iar acestea sînt constituite ca două piese distincte.

Rezultă de aici și posibilitatea de a realiza pachete de elemente de strîngere cu rol de cuplaj fix a doi arbori.

Pentru oricare combinație posibilă referitoare la suprafețele conjugate conice divizate, respectiv la cele cilindrice divizate, se generează soluții de construcție a pachetelor de inele conice prin materializarea în piese a legăturilor dintre acestea.



Divizarea suprafețelor funcționale de contact ale pachetului de elemente conice cu arborele respectiv cu butucul

Fig. 3.3

Suprafețele funcționale de contact ale pachetului de elemente cu arborele respectiv butucul pot da prin modificarea poziției lor relative pe direcția radială următoarele trei soluții principale distincte de aranjare:

- pachetul de elemnte cuprins într-un spațiu/interstițiu inelar creat de arbore și butuc și exercitînd presiuni de contact asupra acestora (Fig. 3.4 a);
- pachetul de elemente cuprinde și comprimă butucul prin tensionare iar acesta la rîndul său cuprinde și comprimă arborele transmițînd presiuni de contact de același sens spre axa componentelor îmbinate (Fig. 3.4b);
- pachetul de elemente este cuprins în alejajul arborelui tubular (dilatată sub acțiunea presiunii interioare creată prin tensionarea pachetului) care la rîndul său creează presiune de contact spre alejajul butucului (Fig. 3.4c).

Prin modificări ale poziției relative în direcția axială a suprafețelor funcționale de contact ale pachetului de elemente cu arborele respectiv butucul se pot da încă o serie de soluții de aranjare dezvoltînd construcțiile din Fig. 3.4

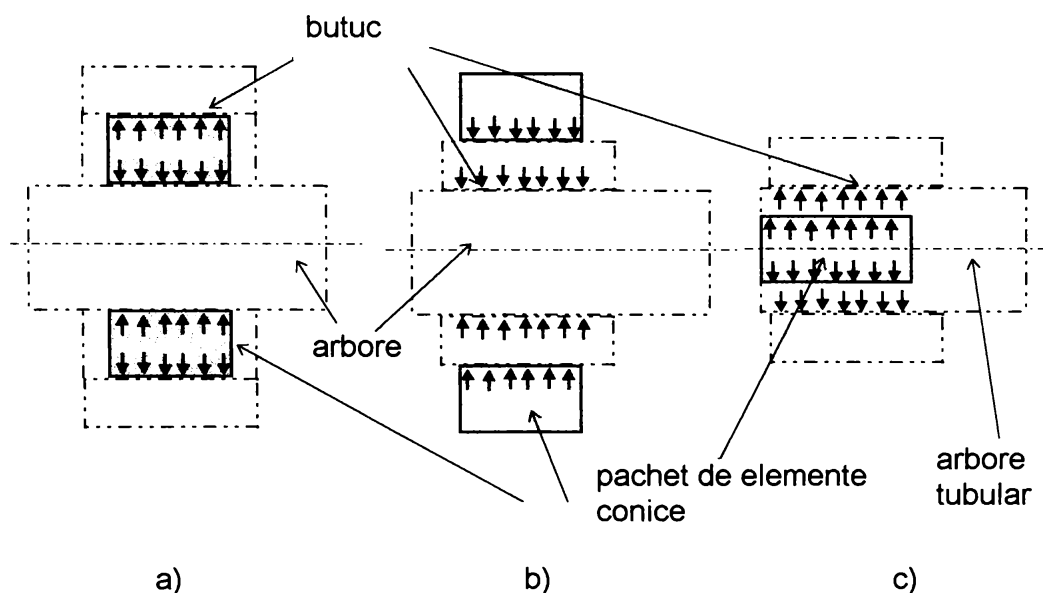


Fig.3.4

Materializarea legăturii dintre suprafețele funcționale se face prin piese specializate constructiv. Acestea au configurația de inele simplu sau dublu conico-cilindrice, conceperea formei pachetului ținînd cont și de aspectele legate de modul în care se face tensionarea acestuia.

Astfel combinațiile dintre suprafețele funcționale conice și cilindrice divizate, reunite cu aranjamentele pozițiilor lor relative dau o mulțime de soluții constructive din care se aleg cele ce convin criteriilor de selecție impuse. Completînd analiza cu evaluarea posibilităților tehnologice se mai pot restrînge unele din soluțiile constructive generate dar în același timp

se mai pot genera altele dependent de procesul tehnologic și de materialele adecvate construcției.

O altă direcție de generare a soluțiilor posibile pentru pachetele de elemente conice este modul de realizare constructivă a tensionării pachetului și anume cu șuruburi a căror axe paralele se află uniform distribuite pe un diametru intermediar al pachetului sau prin realizarea unor inele cu suprafețe filetate care prin înșurubare se apropie axial și tensionează pachetul.

Această metodă de generare a soluțiilor constructive permite găsirea unui număr cu mult mai mare de rezolvări în afara celor ce vor fi prezentate în continuare.


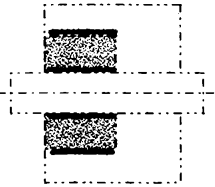
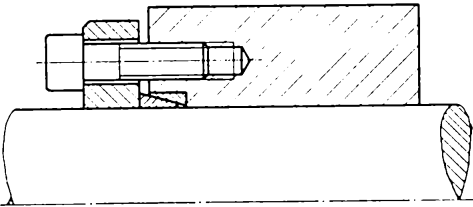
### 3.1.2 Configurarea tipurilor de pachete de elemente conice pentru îmbinări prin strângere

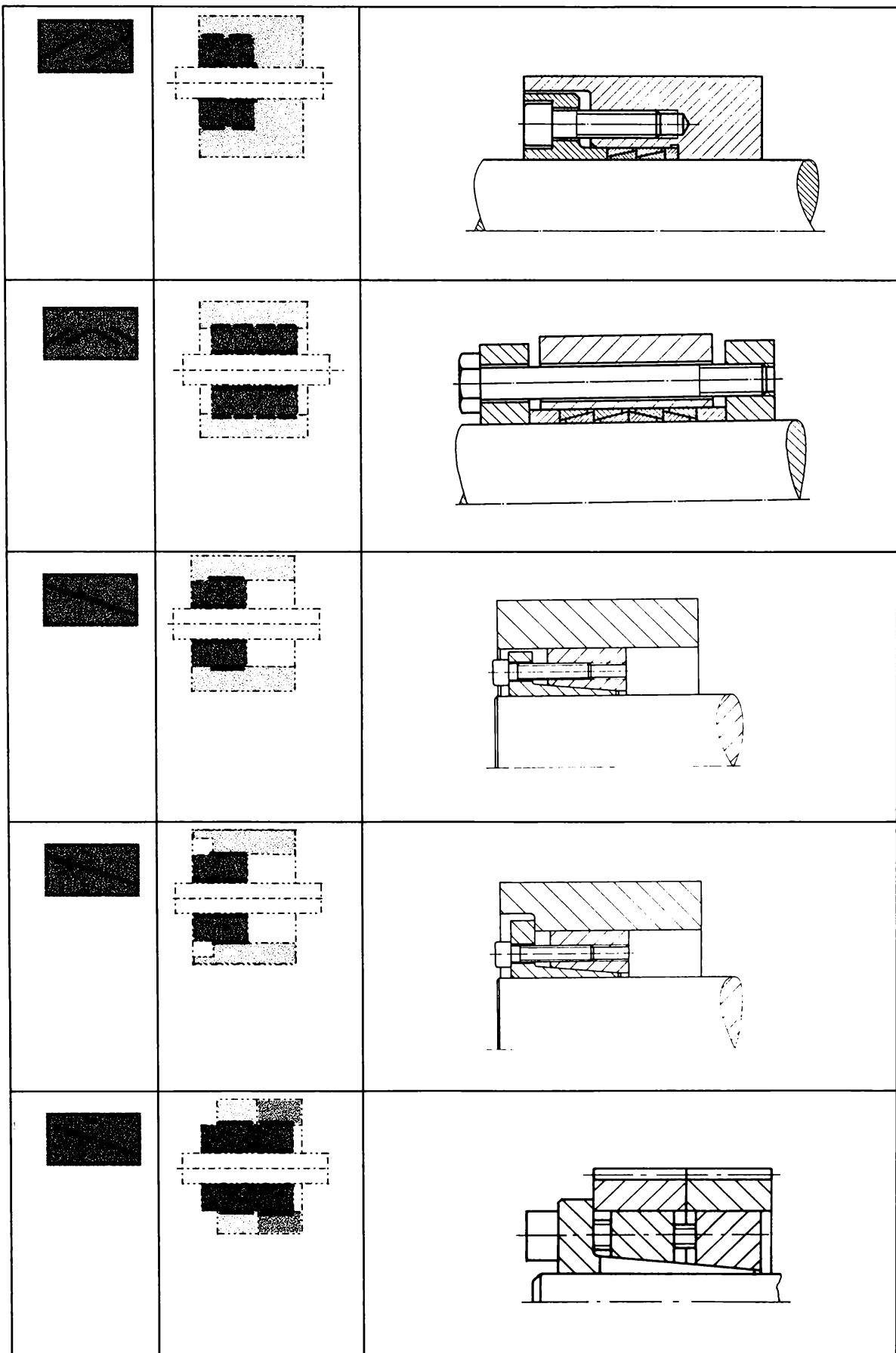
Diferitele firme producătoare au fabricat și lansat pe piață produse ce se încadrează într-unul din modurile de generare prezentate pînă aici fără însă a epuiza toate variantele constructive posibile.

Criteriile de alegere ale soluțiilor diferă aparent, fiecare firmă dezvoltîndu-și gama de produse și tipodimensiuni după aplicațiile practice la care și-a propus să răspundă.


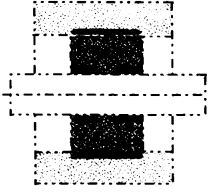
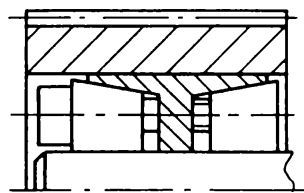

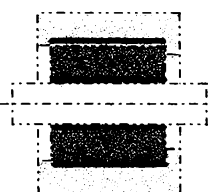
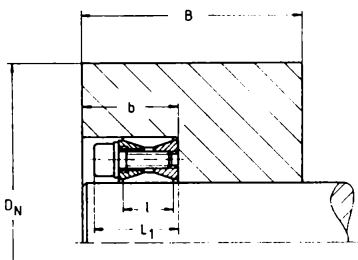

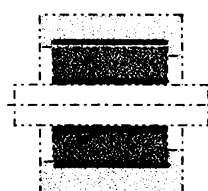
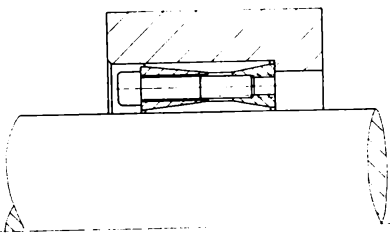

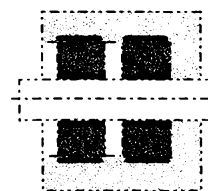
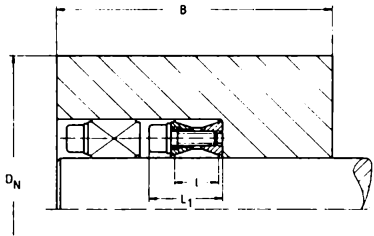

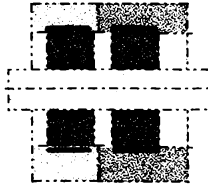
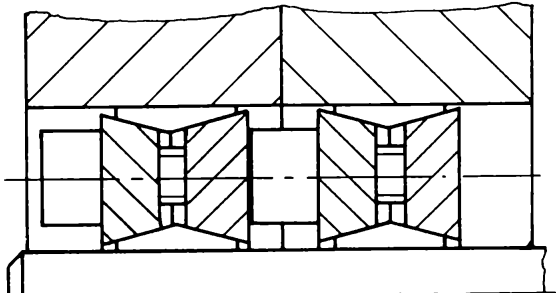
Metoda de configurare tipodimensională prezentată aplicată duce la soluții conform sintezei din Tabelul 3.1



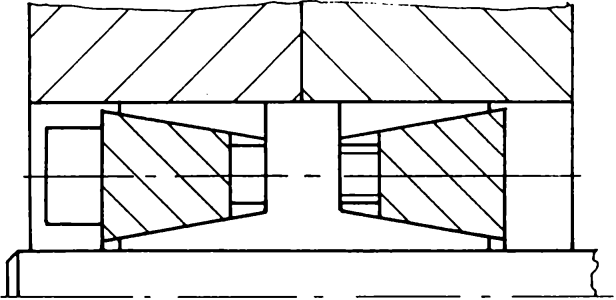

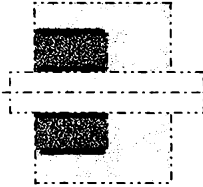
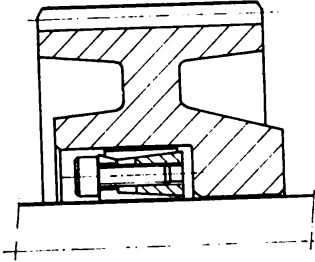

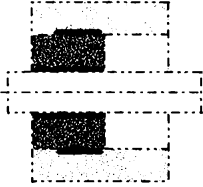
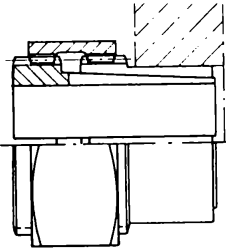

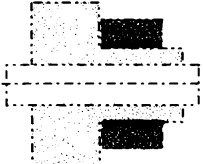
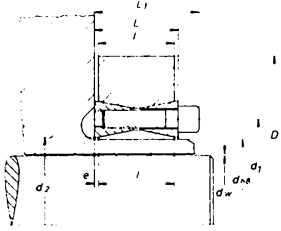

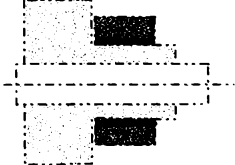
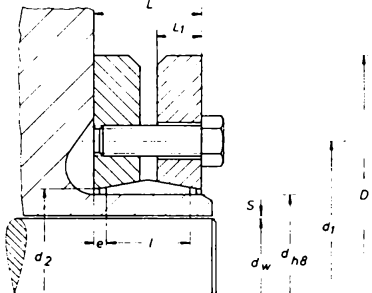
Tabelul 3.1

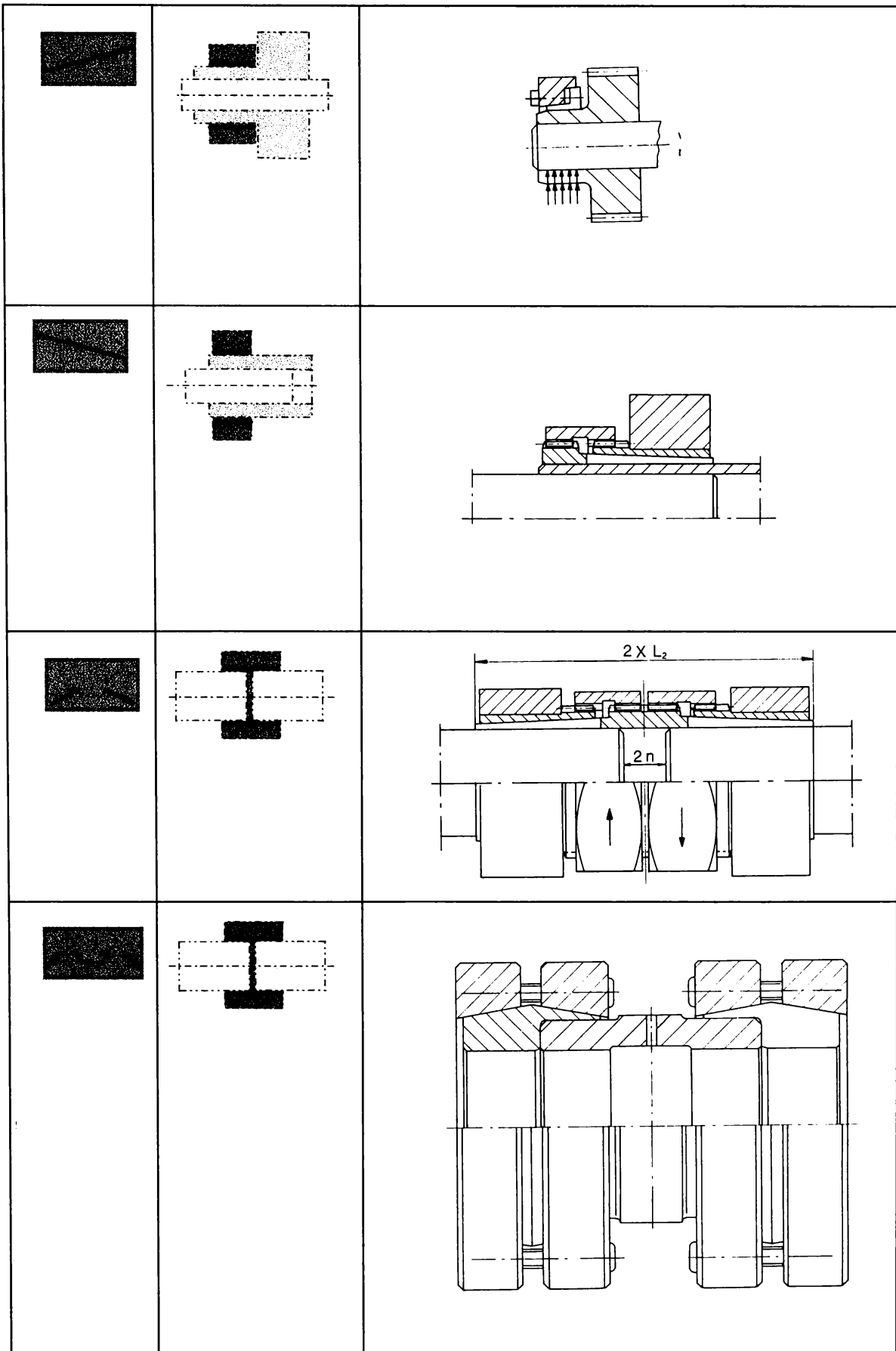
<p><b>Variante pentru divizarea suprafețelor conice conjugate ale pachetului de elemente de îmbinare prin strângere (din Fig.3.2)</b></p>	<p><b>Variante pentru divizarea suprafețelor cilindrice de contact a pachetului de elemente conice cu arborele respectiv cu butucul (din Fig.3.3 și Fig. 3.4)</b></p>	<p><b>Soluție rezultată (regăsită în practica curentă)</b></p>
		

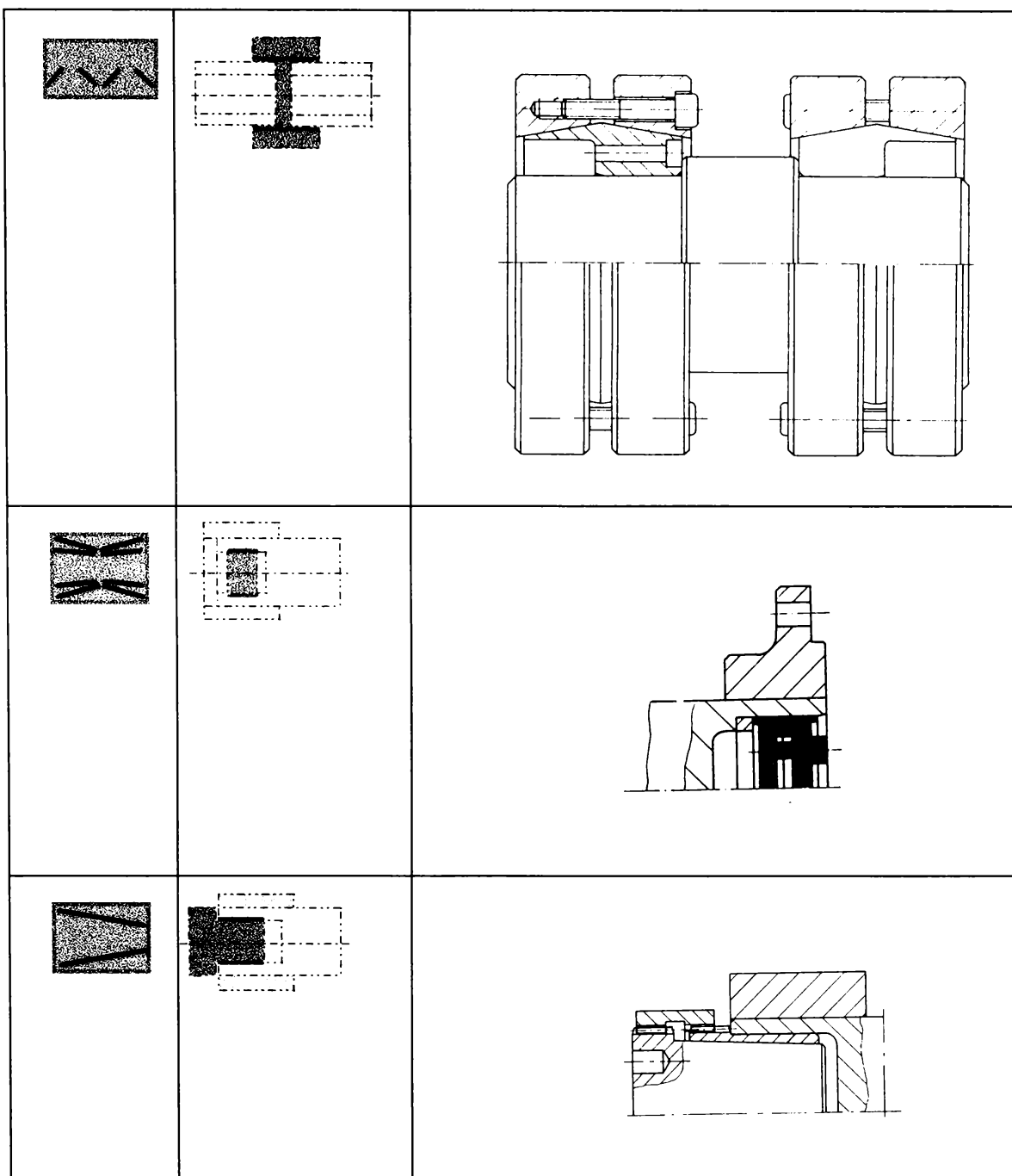








Parcurgînd etapele de proiectare prezentate în Fig. 3.1 rezultă variante de produs "optim" corespunzător domeniului de utilizare.

Metodologia prezentată propusă pentru generarea constructivă a pachetelor de elemente conice pentru îmbinările neconvenționale prin strîngere își confirmă valabilitatea prin faptul că se aplică asupra tuturor soluțiilor practicate pînă în prezent și are avantajul că lasă deschis cîmpul de dezvoltare ulterioară a domeniului în mod sistematizat.

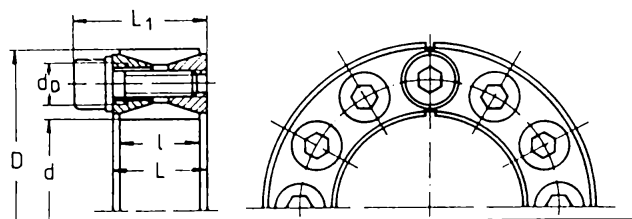
## 3.2 Pachetul de elemente intermediare conice utilizat la studiul experimental și la modelarea comportării lui

### 3.2.1 Descrierea tipodimensiunii și caracteristicile funcționale

Pachetul de elemente intermediare conice, ales și utilizat pentru studiul experimental și modelat pentru studiul prin metoda elementului finit, face parte din gama de tipodimensiuni a unui produs proiectat și omologat de CCSITUM<sup>1</sup> Satu-Mare, executat la UNIO Satu-Mare sub denumirea "Set de fixare cu pene inelare dxD" avînd codul SNT66/81-0/÷2.

Din gama de tipodimensiuni<sup>2</sup> s-a ales mărimea dxD=180x235 și s-au utilizat trei epruvete pentru probe<sup>3</sup>.

În Fig. 3.5 se dau dimensiunile și caracteristicile funcționale ale pachetului "Set de fixare cu pene inelare 180x235" asigurate de catalogul produsului.



D=235

d=180

l=38

L=44

L<sub>1</sub>=58

#### Caracteristici funcționale

24 de șuruburi M14x40 grupa 12.9 strînse la montaj cu T<sub>AM</sub>=190Nm.

Pachetul astfel montat asigură:

-presiunea de contact

pe arbore: p<sub>1</sub>=165[MPa]

pe butuc: p<sub>2</sub>=125[MPa]

-momentul de torsiune nominal

T=35900[Nm]

-forța axială nominală

F<sub>ax</sub>=420[kN]

Fig. 3.5

Componentele<sup>4</sup> pachetului sînt în clasa fină de execuție, iar ca prelucrare după ultima operație de finisare cu îndepărtare de material se sablează fin.

<sup>1</sup> CEPROM Satu-Mare

<sup>2</sup> dxD: 120x165; **180x235**; 240x305; 260x325; 300x375; 400x495; 360x455

<sup>3</sup> În timpul probelor un exemplar s-a distrus motiv pentru care la capitolul 5 se prezintă rezultatele referitoare la două epruvete.

<sup>4</sup> Materialul, tratamentul termic și microgeometria pieselor pachetului sînt conform documentației de execuție (Cap.5).

Această prelucrare asigură comportarea din punct de vedere tribologic a suprafețelor conjugate identic pe direcția circumferențială și în lungul generatoarei.

Dintre cele patru inele componente ale pachetului cele două ce conțin suprafețele funcționale de contact cu arborele respectiv cu butucul sînt secționare fiecare prin cîte o fantă cu fețe plane (paralele cu un semiplan avînd originea axa inelelor) de lățime  $a=3\text{mm}$ .

Scopul fantei este de a asigura adaptarea pachetului fără efort suplimentar la montaj în spațiul inelar format de arborele și butucul pe care îi îmbină.

Celelalte două inele continue materializează suprafețele funcționale conice de contact și au rolul de a deforma pachetul prin apropierea lor axială forțată de strîngerea controlată cu șuruburile. Aceste două inele, nefiind identice constructiv, diferă prin faptul că unul are practicate 24 găuri filetate M14 distribuite echidistant pe diametrul  $d_3=207.55$  iar celălalt are practicate găuri de trecere distribuite în corespondență cu cele filetate de pe inelul pereche. Inelul cu găuri de trecere are adaptate trei dintre acestea dispuse la  $120^\circ$  cu filete de extracție M18 Fig 3.6.

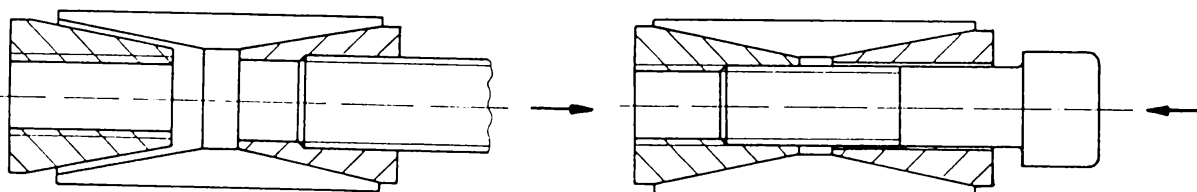


Fig. 3.6

La montaj inelele nesectionate ale pachetului se apropie axial determinînd deformarea (dilatarea/comprimarea) inelelor secționare pînă la consumarea jocurilor pachetului cu arborele respectiv cu butucul prin strîngerea șuruburilor cu moment minim practic neglijabil.

Aplicînd în continuare, în ordine aleasă în stea și repetată<sup>1</sup> de cîteva ori, un moment de strîngere controlat asupra șuruburilor pachetului de elemente se induce în sistem o stare de tensiune manifestată la nivelul suprafețelor de contact ale inelelor între ele și cu arborele respectiv butucul prin presiuni de contact.

<sup>1</sup> Ordinea în care se strîng șuruburile se face în stea pentru a uniformiza deformația radială a pachetului de elemente intermediare în orice punct de pe circumferința de contact cu butucul respectiv cu arborele iar trecerile se repetă de mai multe ori pentru a compensa relaxarea șuruburilor învecinate. Controlul uniformității strîngerii fiecărui șurub se face prin indicația cheii dinamometrice cu care se aplică momentul de înșurubare  $T_{AM}$ . La ultima trecere toate șuruburile vor fi strînse riguros cu valoarea momentului prescris.

Existența presiunilor de contact din interfețele pachetului de elemente de strângere determină forțe de frecare care se opun desfacerii îmbinării și prin intermediul cărora se transmit sarcinile exterioare (forțe sau/și momente) între piesele îmbinate.

### 3.2.2 Evaluarea mărimii presiunilor de contact din interfețele pachetului

Se consideră un arbore și un butuc îmbinați prin strângere cu un "Set de fixare cu pene inelare 180x235".

Se pune problema să se determine expresia de calcul a valorilor presiunilor pe care pachetul montat le exercită asupra arborelui respectiv asupra butucului în funcție de forța de strângere aplicată acestuia de cele 24 de șuruburi:  $F_{AM}(T_{AM})$ .

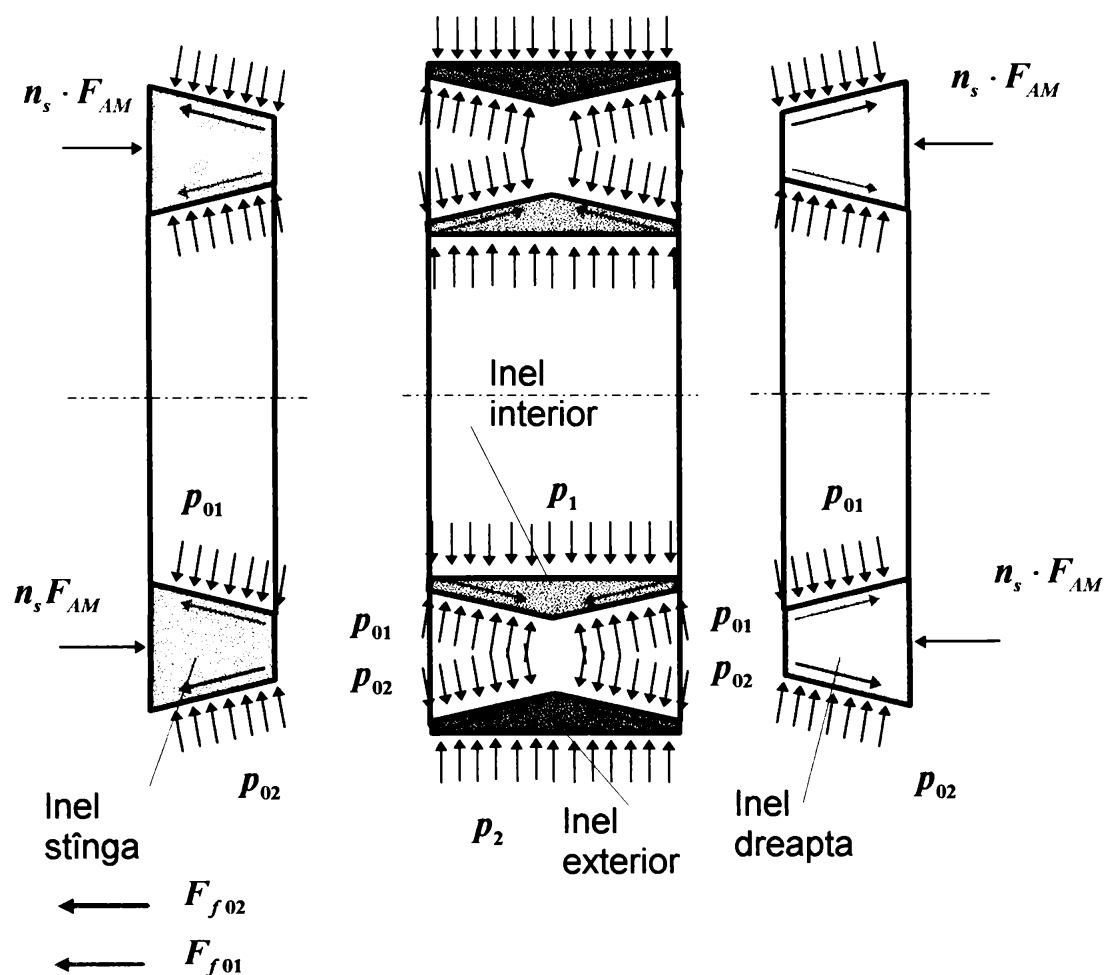


Fig. 3.7

Inelele din pachetul de elemente de strângere în stare montată (pretensionată) se asimilează corpurilor solide nedeformabile supuse la legături.

Fiecare inel detașat din ansamblu se află în echilibru sub acțiunea forțelor aplicate din exterior și a forțelor de legătură din interfețele cu corpurile cu care se află în contact.

Simetria formei inelelor, în special a suprafețelor de contact dintre ele precum și a forțelor exterioare date de strângerea pachetului cu șuruburi permite acceptarea ipotezelor de egalitate a presiunilor de contact conform notațiilor din Fig. 3.7. Astfel ecuațiile de echilibru pentru inelul din stînga și pentru cel din dreapta sînt aceleași.

Din ecuațiile de echilibru scrise pentru toate inelele (relațiile 3.1) și din aplicarea principiului acțiunii și reacțiunii se deduc expresiile pentru forța axială maximă (relația 3.2) respectiv pentru momentul de torsiune maxim (relația 3.3) pe care le suportă îmbinarea.

#### *Inel stînga / dreapta*

$$24 \cdot F_{AM} = p_{01} \cdot A_{01} \cdot \sin \beta + p_{02} \cdot A_{02} \cdot \sin \beta + F_{f01} \cdot \cos \beta + F_{f02} \cdot \cos \beta$$

$$p_{01} \cdot A_{01} \cdot \cos \beta - p_{02} \cdot A_{02} \cdot \cos \beta - F_{f01} \cdot \sin \beta + F_{f02} \cdot \sin \beta = 0$$

#### *Inel interior*

$$p_1 \cdot A_1 - p_{01} \cdot \cos \beta \cdot (2 \cdot A_{01}) + 2F_{f01} \cdot \sin \beta = 0 \quad 3.1$$

$$p_{01} \cdot A_{01} \cdot \sin \beta - p_{01} \cdot A_{01} \cdot \sin \beta = 0$$

#### *Inel exterior*

$$p_2 \cdot A_2 - p_{02} \cdot \cos \beta \cdot (2 \cdot A_{02}) + 2F_{f02} \cdot \sin \beta = 0$$

$$p_{02} \cdot A_{02} \cdot \sin \beta - p_{02} \cdot A_{02} \cdot \sin \beta = 0$$

Forța axială maximă se calculează considerînd că interfața pe care se produce alunecarea este cea dintre inelul interior și arbore<sup>1</sup>.

$$F_{axmax} = \mu_1 \cdot p_1 \cdot A_1 = \mu_1 [2p_{01} \cdot A_{01} \cdot (\cos \beta - \mu_{01} \cdot \sin \beta)] =$$

$$= \mu_1 \cdot 2 \cdot \frac{24 \cdot F_{AM}}{(\sin \beta + \mu_{01} \cdot \cos \beta) + \frac{1 - \mu_{01} \cdot \operatorname{tg} \beta}{1 - \mu_{02} \cdot \operatorname{tg} \beta} \cdot (\sin \beta + \mu_{02} \cdot \operatorname{tg} \beta)} \cdot (\cos \beta - \mu_{01} \cdot \sin \beta) \quad 3.2$$

<sup>1</sup> Acest fapt s-a confirmat experimental.



Semnificația notațiilor este:

$F_{AM}$  -forța axială de montaj<sup>1</sup> cu care fiecare dintre cele 24 șuruburi strînge pachetul de elemente intermediare;

$A_{1,2}$  -aria de contact a inelului interior cu arborele respectiv a inelului exterior cu butucul

$p_{1,2}$  -presiunea exercitată de inelul interior asupra arborelui respectiv de inelul exterior asupra butucului

$\mu_1$  -coeficientul de frecare longitudinal din interfața arbore inel interior;

$\mu_1^\perp$  -coeficientul de frecare circumferențial din interfața arbore inel interior;

$A_{01,02}$  -aria interfețelor de contact dintre inelul interior cu inelele stînga/dreapta respectiv a interfețelor de contact dintre inelul exterior cu inelele stînga/dreapta

$p_{01,02}$  -presiunile din interfețele inelului interior respectiv din cele ale inelului exterior

$\mu_{01}$  -coeficientul de frecare în lungul generatoarei din interfețele inelului interior cu inelele stînga respectiv dreapta;

$\mu_{01}^\perp$  -coeficientul de frecare în direcția circumferențială din interfețele inelului interior cu inelele stînga respectiv dreapta;

$\mu_{02}$  -coeficienții de frecare din interfețele inelului exterior cu inelele stînga respectiv dreapta;

Momentul de torsiune pe care îl poate suporta îmbinarea fără a aluneca este dat de relația de calcul a momentului de alunecare<sup>2</sup> :

$$T_{max} = \mu_{01}^\perp \cdot 2 \cdot (p_{01} \cdot A_{01}) \cdot R_{m01} =$$

$$= \mu_{01}^\perp \cdot D_{m01} \cdot \frac{24 \cdot F_{AM}}{(\sin\beta + \mu_{01} \cdot \cos\beta) + \frac{1 - \mu_{01} \cdot \operatorname{tg}\beta}{1 - \mu_{02} \cdot \operatorname{tg}\beta} \cdot (\sin\beta + \mu_{02} \cdot \cos\beta)}$$

3.3

unde:

$R_{m01}$   $D_{m01}$  este raza mediană respectiv diametrul median al suprafeței de contact a inelului interior cu inelele stînga/dreapta.

<sup>1</sup> Forța de strîngere este limitată de grupa de material din care este executat șurubul.

<sup>2</sup> Momentul se calculează la nivelul interfeței dintre inelul interior și inelele stînga/dreapta fapt confirmat experimental.

În literatura consultată momentul de alunecare se calculează la nivelul interfeței inelului interior cu arborele:[4], [13], [15], [16], [17], [19]:

$$\begin{aligned} (T_{max})_0 &= \mu_1^\perp \cdot p_1 \cdot A_1 \cdot \frac{d}{2} = \mu_1^\perp \left[ 2p_{01} \cdot A_{01} \cdot (\cos\beta - \mu_{01} \cdot \sin\beta) \right] \cdot \frac{d}{2} = \\ &= \mu_1^\perp \cdot 2 \cdot \frac{24 \cdot F_{AM}}{(\sin\beta + \mu_{01} \cdot \cos\beta) + \frac{1 - \mu_{01} \cdot \operatorname{tg}\beta}{1 - \mu_{02} \cdot \operatorname{tg}\beta} \cdot (\sin\beta + \mu_{02} \cdot \operatorname{tg}\beta)} \cdot (\cos\beta - \mu_{01} \cdot \sin\beta) \cdot \frac{d}{2} \end{aligned} \quad 3.4$$

Pentru a evalua diferențele date de cele două relații se definește raportul:

$$\frac{(T_{max})_0}{T_{max}} = \frac{\mu_1^\perp}{\mu_{01}^\perp} \cdot \frac{d}{D_{m02}} \cdot (\cos\beta - \mu_{01} \cdot \sin\beta) \quad 3.5$$

Valoarea acestui raport depinde de coeficientul de frecare circumferențial de pe interfața inelului interior cu arborele, de coeficientul de frecare circumferențial și a celui din lungul generatoarei din interfațele inelului interior cu inelele stînga/dreapta.

Raportul este supraunitar pentru orice triplet de valori ale coeficienților de frecare care se încadrează în condițiile logice:

$$\mu_{01} \in (0,05 \dots 0,3) \quad 3.6$$

$$\text{și} \quad \mu_{01}^\perp < (0,92 \dots 0,86) \cdot \mu_1^\perp \quad 3.7$$

Situațiile reale reproduc condițiile de mai sus. Astfel calitatea suprafețelor pachetului de elemente intermediare conice este mai fină decît cea a arborelui, prin urmare și coeficientul de frecare dintre inelul interior și arbore este mai mare decît cel dintre inelul interior și inelele stînga/dreapta deci relația 3.7 se respectă.

De asemenea intervalul care este atribuit pentru coeficientul de frecare din interfața de alunecare este mai larg decît pentru o valoare probabilă dar și în această situație raportul 3.5 este supraunitar.

Capacitatea portantă este liniar dependentă de forța axială de montaj cu care șuruburile strîng pachetul de elemnte și de coeficientii de frecare printr-o funcție în care geometria inelelor, prin semiunghiul  $\beta$  de conicitate al inelor, este parametru.

Din 3.1 se deduce relația dintre presiunile pe arbore și pe butuc ca fiind:

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{D}{d} \quad 3.8$$

Calculul valorilor efective pentru aceste presiuni se face după relațiile:

$$p_1 = \frac{1}{A_1} \cdot 2 \cdot \frac{24 \cdot F_{AM} \cdot (\cos\beta - \mu_{01} \cdot \sin\beta)}{(\sin\beta + \mu_{01} \cdot \cos\beta) + \frac{1 - \mu_{01} \cdot \operatorname{tg}\beta}{1 - \mu_{02} \cdot \operatorname{tg}\beta} \cdot (\sin\beta + \mu_{02} \cdot \cos\beta)} \quad 3.9$$

$$p_2 = \frac{1}{A_2} \cdot 2 \cdot \frac{24 \cdot F_{AM} \cdot (\cos\beta - \mu_{02} \cdot \sin\beta)}{(\sin\beta + \mu_{02} \cdot \cos\beta) + \frac{1 - \mu_{02} \cdot \operatorname{tg}\beta}{1 - \mu_{01} \cdot \operatorname{tg}\beta} \cdot (\sin\beta + \mu_{01} \cdot \cos\beta)} \quad 3.10$$

Generic relațiile de mai sus pot fi scrise:

$$p_{1,2} = \frac{1}{A_{1,2}} \cdot K_{1,2} \cdot (24 \cdot F_{AM}) \quad 3.11$$

unde:

$$K_{1,2} = 2 \cdot \frac{(\cos\beta - \mu_{01,02} \cdot \sin\beta)}{(\sin\beta + \mu_{01,02} \cdot \cos\beta) + \frac{1 - \mu_{01,02} \cdot \operatorname{tg}\beta}{1 - \mu_{02,01} \cdot \operatorname{tg}\beta} \cdot (\sin\beta + \mu_{02,01} \cdot \cos\beta)}$$

Cunoscînd expresia momentului de înșurubare:

$$T_{AM} = T_1 + T_2 = F_{AM} \cdot r_2 [\operatorname{tg}(\beta + \varphi') + \mu_1 (R_m / r_2)] \quad 3.12$$

se poate explicita forța axială de strîngere dezvoltată de un șurub în funcție de momentul de înșurubare:

$$F_{AM} = \frac{T_{AM}}{r_2 \cdot \left[ \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2} + \varphi'\right) + \mu'_1 \cdot \frac{R_m}{r_2} \right]} = k_s \cdot T_{AM} \quad 3.13$$

Cu aceste completări presiunile de contact cu arborele și cu butucul au expresiile:

$$P_{1,2} = \frac{1}{A_{1,2}} \cdot K_{1,2} \cdot (24 \cdot k_s \cdot T_{AM}) \quad 3.14$$

și în acest caz forța axială maximă va avea astfel expresia generică:

$$F_{axmax} = \mu_1 \cdot K_1 \cdot (24 \cdot k_s \cdot T_{AM}) \quad 3.15$$

iar momentul maxim de torsiune:

$$T_{max} = \mu_{01} \cdot D_{m01} \cdot (24 \cdot k_s \cdot T_{AM}) \frac{K_1}{(\cos \beta - \mu_{01} \cdot \sin \beta)} \quad 3.16$$

Fenomenul de transmitere a sarcinilor între arbore și butuc este complex, motiv pentru care expresiile de calcul a capacității portante, prin ipotezele simplificatoare acceptate nu sînt fidele fenomenului la care se referă decît într-o măsură limitată.

Calculul presiunilor de contact și a capacității portante cu rezultate mai apropiate de fenomenul real se realizează prin metoda elementului finit în capitolul 4.

În tabelul 3.2 se prezintă caracteristicile funcționale, de catalog, asigurate de diferite firme producătoare, ale tipodimensiunii luată în studiu experimental și modelată prin metoda elementului finit.

Se remarcă diferențele date la valorile presiunilor de contact cu arborele și cu butucul.

Apar de asemenea diferențe la momentul de torsiune și la forța axială. Cauza acestor diferențe poate fi forța efectivă de strîngere a șuruburilor la montaj, sau calitatea suprafețelor respectiv a coeficienților de frecare sau/și comportarea din punct de vedere a elasticității a inelelor secționare etc..

O altă cauză mai poate fi metoda de calcul aplicată și nivelul ei de încredere.

Valorile garantate de catalogul de produs probabil că sînt validate experimental de producător (informații necunoscute de utilizatori).

Am avut acces numai la rezultatele experimentale obținute în cadrul probelor de omologare a produsului executat la UNIO.

La încercarea la forțele axiale valorile<sup>1</sup> concordă cu cele de catalog de la majoritatea firmelor producătoare.

Diferența apare la încercarea la moment de torsiune<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> La încercările cu forța axială s-a urmărit atingerea nivelului prescris fără ca să apară alunecarea.

<sup>2</sup> Această diferență se menține la toate mărimile seriei "Setului de fixare cu pene inelare dxD" produse și omologate.

Momentul măsurat corespunde situației în care la această probă standul experimental aplică solicitarea îmbinării printr-un torsor a cărei componentă, forță radială, nu este nulă. Această componentă este indusă de soluția de aplicare a momentului prin intermediul unui singur braț acționat de un cilindru de forță și nu prin aplicarea unui cuplu de forțe prin două brațe simetrice acționate cu doi cilindri de forță legați în același circuit.

Tabelul 3.2

Firma producătoare	dxD	L [mm]	l [mm]	L <sub>1</sub> [mm]	T [Nm]	F <sub>ax</sub> [kN]	p <sub>1</sub> [MPa]	p <sub>2</sub> [MPa]	șuruburi	T <sub>AM</sub> [Nm]
UNIO Satu-Mare	180x235	44	38	58	35900	420	165	125	M14 Gr. 12.9	190
RINGBLOCK (Serie 1120)	180x235	44	-	60	37150	412	164	125	M14x40 -	191
TAS (TAS 3020A)	180x235	44	38	60	37800	420	165	125	M14x40 -	190
Peter (PSV 2001)	180x235	44	38	60	37800	420	165	125	M14x40 Gr 10.9	190
RINGFEDER (RfN 7012)	180x235	44	38	60	37800	420	165	125	M14x40 Gr. 12.9	190
CLAMPEX (KTR100)	180x235	44	-	-	38100	423	-	125	M14 -	190
RINGSPAN TOLLOK (TLK200)	180x235	44	38	60	<b>38780</b>	430	<b>209</b>	<b>160</b>	M14 -	<b>168</b>
Peter (PSV 2001)	180x235	44	38	60	45700	508	200	151	M14x40 Gr 12.9	230
TAS (TAS 3020)	180x235	44	38	60	45700	508	200	151	M14x40 -	230
BIKON (Bikon4000)	180x235	44	38	60	<b>50300</b>	<b>559</b>	<b>217</b>	<b>166</b>	M14 Gr. 12.9	190

Prin reprojectarea standului în așa fel încît momentul aplicat îmbinării să rezulte dintr-un cuplu de forțe acest inconvenient a fost înlăturat iar valorile determinate experimental<sup>1</sup> pot fi apreciate ca fiind în concordanță cu cele de la alte firme.

<sup>1</sup> Nivelul atins la încercările îmbinărilor cu moment de torsiune sînt semnificativ superioare celor de catalog mergînd de fiecare dată pînă la alunecare.

# 4 Simularea

**pe calculator, prin metoda  
elementului finit (MEF) a  
funcționării îmbinărilor prin  
strângere cu elemente  
intermediare conice**

## **4.1 Modele și principii de calcul pentru problemele neliniare; particularizarea modelării pentru îmbinările prin strângere cu elemente intermediare conice**

În general la elaborarea modelului pentru calculul de rezistență al unei structuri trebuie să se aibă în vedere următoarele aspecte:

- solicitarea este statică sau dinamică,
- există câmpuri de temperaturi variabile sau staționare,
- apar neliniarități sau
- dacă există pericolul pierderii stabilității formei inițiale de echilibru.

Problema urmărită spre rezolvare și anume simularea pe calculator a funcționării îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice se încadrează la prima vedere în toată gama situațiilor enumerate mai sus. Particularitățile funcțional constructive ale acestora acceptă însă următoarele ipoteze:

- solicitarea este statică, modelarea urmărește să evidențieze comportarea la diferite trepte de încărcare;
- câmpul de temperatură este neglijat în modelare se consideră comportarea materialelor la temperatura  $t = \text{constant}$  dată de condițiile standard de mediu ambiant;
- neliniaritatea se referă atât la aspectele fizice cât mai ales la cele geometrice (salturi de secțiune, discontinuități etc);

- programul specializat semnalează momentul pierderii stabilității formei inițiale de echilibru a modelului, situație în care nu mai poate fi vorba de o îmbinare.

Îmbinările mecanice de diferite tipuri constituie părți critice în funcționarea mecanismelor și mașinilor. Proprietățile de rigiditate ale îmbinării mecanice care conduc la repartiția tensiunilor variază între faza de absență și cea de încărcare.

Îmbinările prin contact direct transmit forțe tangențiale, care aplicate ciclic produc o relație forță-deplasare neliniară de histerezis datorită caracterului neconservativ al forțelor de frecare.

*Problemele de contact sînt neliniare* chiar dacă frecarea se neglijează, deoarece suprafața de contact reală depinde de forța aplicată.

Prin urmare studiul funcționării îmbinărilor prin strîngere cu elemente intermediare conice se încadrează în grupul problemelor neliniare.

Principalele *categorii de probleme pentru care trebuie utilizate modelele neliniare de calcul* în regim static sau dinamic de solicitare [C24] (dacă se exclud materialele și structurile compozite) sînt:

- *materiale care "nu ascultă de Legea lui Hooke"* adică materiale a căror curbă caracteristică nu are o zonă în care dependența  $\sigma - \varepsilon$  (sau  $\tau - \gamma$ ) să poată fi considerată liniară; ca în cazul fontelor, al unor aliaje neferoase, al maselor plastice etc.;
- *probleme la care solicitările sînt mari și în unele zone se produc deformații elasto-plastice*; ca în cazul concentratorilor de tensiuni, ale problemelor de contact, de suprafață, liniar sau punctual, ale unor procese tehnologice, în cazul particular al comportării unei structuri înaintea ruperii etc.;
- *structuri cu deplasări mari, acestea putînd fi însoțite sau nu și de deformații plastice* ca în cazul unor structuri flexibile formate din bare sau plăci, al proceselor de post flambaj.

*Din punct de vedere al modelelor de calcul problemele neliniare se împart în următoarele clase:*

a. *Probleme cu neliniaritate de material.*

Modelul consideră o dependență între tensiuni și deformații mai complexă decît legea lui Hooke, determinată de configurația curbei caracteristice a materialului. Se presupune că deformațiile se produc peste limita de curgere, motiv pentru care aceste modele se mai numesc și *postcurgere*. Deformațiile plastice care se produc pot rămîne relativ mici sau oricît de mari.

b. *Probleme cu neliniaritate geometrică.*

Modelele din această clasă au în vedere producerea unor deplasări mari în procesul de deformație materialul comportîndu-se liniar. Relațiile dintre deformații și deplasări devin neliniare și

pot avea abateri mari de la dependența liniară precum și relațiile dintre sarcini și deplasări (pentru întreaga structură).

c. *Probleme cu neliniaritate generală*

Este cazul în care neliniaritățile sînt atît fizice (de material) cît și geometrice.

d. *Probleme ale contactului de suprafață*

În problemele de contact porțiuni ale unei structuri pot avea "buzunare" care se pot deschide, închide sau/și aluneca relativ. Astfel condițiile la limita suprafețelor se pot modifica în timpul analizei.

Pentru fiecare din categoriile de modele pot fi introduse proprietăți de vîscoelasticitate sau vîscoplasticitate care au în vedere variația în timp a caracteristicilor elastice sau plastice ale materialului.

*Metodele de calcul utilizate pentru rezolvarea problemelor neliniare ale mecanicii structurilor se clasifică în metode directe și metode indirecte de calcul.*

- *Metodele directe de calcul* sînt analitice sau numerice, exacte sau aproximative, elaborate pentru subclase restrînse de aplicații delimitate de ipoteze specifice restrictive.
- *Metodele indirecte de calcul* sînt numerice și se bazează pe principiul că o problemă neliniară poate fi aproximată printr-o succesiune de probleme elementare liniare. Avantajele acestor metode și modele sînt: generalitatea, simplitatea, posibilitatea implementării pe calculator și posibilitatea evaluării ordinului de mărime al erorii soluției aproximative. Principalul dezavantaj al metodelor indirecte constă în volumul mare de calcule, acesta fiind practic compensat de performanțele spectaculoase ale mijloacelor actuale de calcul.

Aproape toate aplicațiile din mecanică și din alte domenii ale fizicii satisfac ecuațiile diferențiale:

$$L_1(\mathbf{u}) + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad \text{în domeniul } \Omega \quad 4.1$$

$$L_2(\mathbf{u}) + \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad \text{pe frontiera } S \quad 4.1'$$

unde  $L_1, L_2$  sînt operatori,  $\mathbf{b}$  și  $\mathbf{q}$  funcții vectoriale cunoscute, iar  $\mathbf{u}$  funcția vectorială necunoscută. Soluția  $\mathbf{u}$  se aproximează cu ajutorul funcțiilor liniar independente  $N_i$  și a coeficienților necunoscuți  $u_i$  în forma:

$$\mathbf{u} \approx \bar{\mathbf{u}} = \sum_{i=1}^n u_i N_i \quad 4.2$$



Ecuatiile algebrice de aproximație sînt obținute prin considerarea formelor rezidului ponderat (forme slabe) sau variaționale:

$$\int_{\Omega} w_j^T (L_1 u + b) d\Omega + \int_S \bar{w}_j^T (L_2 u + q) dS = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad 4.3$$

unde  $w_j, \bar{w}_j$  sînt funcții de ponderare.

În mod evident există multe posibilități pentru alegerea funcțiilor  $N_i$  (denumite în metoda elementelor finite și funcții de formă) și a funcțiilor de ponderare. De aceea este necesar să se impună anumite restricții (completitudine și integrabilitate) pentru definirea lor dacă se cere obținerea unei convergențe și aproximări mai bune.

Aproximările cu folosirea funcțiilor pondere au fost propuse și utilizate prima oară de Galerkin care recomandă alegerea funcțiilor de ponderare sub forma  $w_j = N_j$ . Această alegere, numită uneori *metoda Galerkin a elementelor finite* este optimă în orice sens pentru probleme autoadjuncte, dar nu este adevărată în sens general.

Aproximarea 4.3 transformă problema pusă în sistemul de ecuații algebrice:

$$P(u_i) = f \quad 4.4$$

sau în cazul sistemelor liniare în:

$$Ku = f \quad 4.5$$

*Metoda diferențelor finite* este un caz particular al relației 4.3 în care funcția pondere este luată funcția Dirac. În această metodă cerințele de continuitate ale funcției de aproximare sînt relaxate.

Principalele trăsături ale acestei metode sînt următoarele:

- rețelele sînt regulate, cu excepția cazului cînd se transformă întregul domeniu;
- nu necesită asamblarea ecuațiilor;
- satisfacerea ecuațiilor numai în puncte discrete permite introducerea neliniarităților;
- sistemele de ecuații sînt adesea nesimetrice (cu excepția formulării energetice care conduce la metoda elementelor finite). Din acest motiv se utilizează rezolvări iterative.

*Metoda elementelor finite* este de asemenea un caz particular al relației 4.3 în care funcțiile de aproximare sînt folosite astfel încît  $\alpha$  reprezintă în mod obișnuit (dar nu întotdeauna) valorile locale ale funcției  $u$ .

Prin aceasta rezultă un sistem de ecuații de formă bandă 4.5 ușor de rezolvat.

Proprietățile integralelor:

$$\int_{\Omega} (\quad) d\Omega = \sum_e \int_{\Omega_e} e(\quad) d\Omega; \quad \int_S (\quad) dS = \sum_e \int_{S_e} e(\quad) dS; \quad \Omega = \sum_e \Omega_e, \quad S = \sum_e S_e$$

4.6

asigură că "elementele" se tratează în mod analog ca "elemente structurale discrete" și sînt asamblate în mod similar. Acest proces de asamblare este caracteristic tuturor programelor de calcul cu elemente finite.

Principalale *trăsături ale metodei elementelor finite* sînt următoarele:

- studiul domeniilor neomogene prin considerarea separată a elementelor finite respective;
- încorporarea naturală a condițiilor de contur;
- introducerea comportării neliniare a elementului;
- necesitatea asamblărilor finale;
- aproximarea ecuațiilor prin "mediere" și nu printr-un procedeu discontinuu "punctual".

*Metoda elementelor de frontieră* este limitată în alegerea "funcțiilor de formă" la acelea care satisfac operatorul diferențial în interiorul domeniului.

Metoda își are originea în fizica matematică, în aplicațiile privitoare la rezolvarea ecuațiilor integrale, a integralei de frontieră, a singularității și metoda funcției Green.

În relația 4.3 se consideră operatorul liniar  $L_1$  din 4.1 în forma omogenă și se alege  $N_i$  astfel încît

$$L_1(N_i) \equiv 0$$

4.7

Atunci funcția de aproximare  $u$  satisface ecuația diferențială iar 4.3 se reduce la o integrală pe frontieră:

$$\int_S \bar{w}_j^T (L_2 u + q) dS = 0$$

4.8

În acest mod se micșorează dimensiunea problemei, deoarece se consideră numai frontiera domeniului. Se pot utiliza diferite funcții de ponderare necesare pentru colocație ca în metoda Galerkin.

Pentru construcția sistemului de ecuații algebrice liniare din 4.5, care nu are niciodată o structură de bandă, se aplică procedeele cunoscute din metoda elementelor finite (MEF).

Folosirea soluțiilor care satisfac condițiile de contur este naturală în această metodă, avantaj care este utilizat frecvent.

Posibilitatea limitată a determinării funcțiilor Green ca și rezolvarea mai dificilă a integralelor singulare care conțin aceste funcții reprezintă unele dificultăți ale metodei.

Principalele *trăsături ale metodei elementelor de frontieră* sînt următoarele:

- sistemul de ecuații este complet (nu are matrice rară), dar are o mărime mult mai mică decît în celelalte metode datorită micșorării dimensiunii problemei;
- pentru o precizie dată se cere un număr mai mic de variabile și de integrale de evaluat, datorită discretizării numai a conturului domeniului;
- neliniaritățile domeniului pot fi tratate folosind metoda Newton-Raphson modificată și se cere reintroducerea integralelor de domeniu într-o formă mai simplă decît în metoda elementelor finite;
- singularitățile (probleme de concentrări de tensiuni, fisuri, etc.) și frontierele infinite (semispațiile sau spațiile elastice infinite) sînt tratate "natural" prin introducerea soluțiilor exacte;
- sistemul de ecuații este în general nesimetric dacă se utilizează colocația conturului, dar poate fi făcut simetric cu un timp de calcul crescut;
- determinarea stării de tensiuni pe întregul domeniu conduce la creșterea costului.
- problemele bi- și tridimensionale se reduc respectiv la probleme uni- și bidimensionale;

Metodele diferențelor finite și a elementelor finite au suferit generalizări în sensul unei unificări.

Astfel metoda diferențelor finite s-a extins la rețele de formă neregulată, avantaj relevant pentru metoda elementelor finite.

S-au introdus noduri asociate și subdomenii pentru a determina prin procedeul colocației un sistem de ecuații în formă asamblată.

Prin aceasta se realizează o legătură între metoda diferențelor finite și cea a elementelor finite cu toate că evitarea generalizării rețelei conduce la mărirea timpului de calcul.

Introducerea elementelor infinite pentru studiul semispațiilor și spațiilor elastice infinite a condus la încorporarea avantajelor metodei elementelor de frontieră în metoda elementelor finite.

Metodele numerice menționate nu se exclud, ci se completează reciproc și se cuplează între ele.

Așa cum rezultă din Fig. 4.1 metoda multirețele generalizează metodele numerice provenite prin discretizare.

Principiul ei constă în următoarele:

-aproximațiile cu erori netede se obțin cu eficiență prin aplicarea metodelor de relaxare.

-corelația aproximărilor se poate efectua prin rețele grosiere. Această idee se utilizează recursiv, conducând la metode iterative optime în sens asimptotic.

Dacă metoda multirețele este combinată cu iterația rețelei (folosirea unei rețele grosiere la obținerea unei bune aproximări inițiale pe rețea fină), o algoritmizare corespunzătoare conduce la metode pentru care efortul de calcul cerut pentru o discretizare precisă este proporțional cu numărul de necunoscute discrete.

Principala caracteristică a iterației metodei multirețele este rapid convergența, care nu se modifică atunci când discretizarea este rafinată, în timp ce metodele iterative clasice converg lent cu descreșterea pasului rețelei.

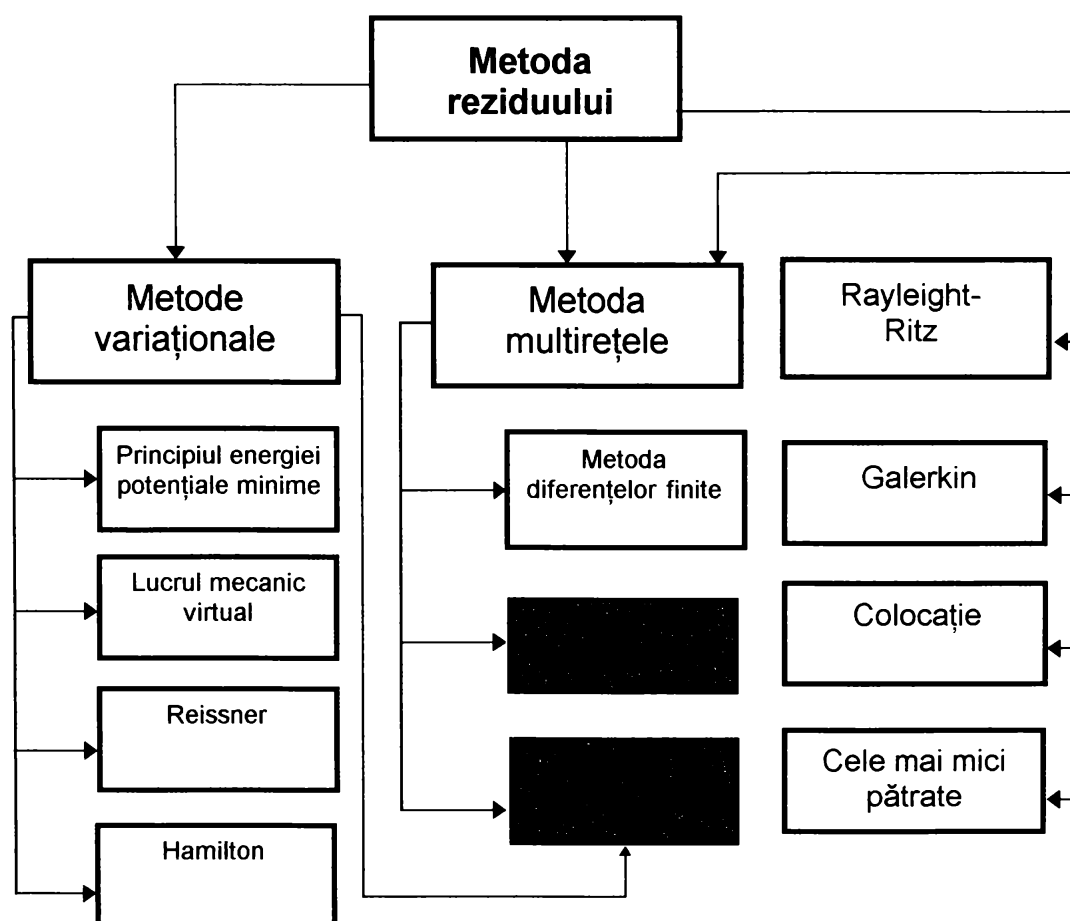


Fig. 4.1

Metoda multirețele nu are și suportul fizic al metodei elementelor finite sau elementelor de frontieră care adesea pleacă de la principiile variaționale ale mecanicii sau, respectiv, de la funcțiile de influență.

În continuare se prezintă câteva modele pentru calculul problemelor neliniare, cu referiri la aplicabilitatea metodelor indirecte cuplate cu metoda deplasărilor formulată matriceal și cu metoda elementelor finite și anume:

- modelul cu tensiuni inițiale;
- modelul incremental;
- modelul iterativ și
- modele mixte

#### 4.1.1 Modelul de calcul cu tensiuni inițiale.

Tensiunile inițiale într-o structură deformabilă pot apărea ca urmare a unor sarcini inițiale (provenite de exemplu din greutatea proprie, din unele procese tehnologice, din variații ale temperaturii, etc.)

De asemenea, într-un proces de calcul se poate considera că starea de tensiuni precedentă reprezintă o stare de "tensiuni inițiale" față de starea de tensiuni actuală. Tensiunilor inițiale le corespunde un câmp de deformații inițiale al căror tensor este notat  $\{\varepsilon_0\}$ . Pentru o problemă liniară, tensorul tensiunilor  $\{\sigma\}$  corespunzătoare deformațiilor elastice efective  $\{\varepsilon^e\}$  se obține avînd în vedere diferența dintre deformațiile totale  $\{\varepsilon\}$  și deformațiile inițiale  $\{\varepsilon_0\}$  adică:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon^e\} = [D] \cdot (\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) \quad 4.9$$

unde  $[D]$  reprezintă matricea de elasticitate care pentru materiale omogene și izotrope este de forma:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

în care:

$\nu$  reprezintă coeficientul lui Poisson;  
 $E$ -modulul de elasticitate Young.

Contribuția deformațiilor inițiale la ecuațiile de echilibru este dată de prezența unui termen suplimentar  $\{R_0\}$  al sarcinilor  $\{R\}$ , și care se numește sarcină adițională sau sarcină de corecție cu care ecuațiile de echilibru devin:

$$\{R\} + \{R_0\} = [k] \cdot \{u\} \quad 4.10$$

semnificația notațiilor fiind:

$[k]$ -matricea de rigiditate a unui element finit;

$\{u\}$ -vectorul deplasărilor nodale;

$\{R\}$ ;  $\{R_0\}$ -vectori ai forțelor nodale.

#### 4.1.2 Modelul incremental (*pas cu pas*)

Se acceptă ipoteza că în relația:

$$\{R\} = [k]\{u\} \quad 4.11$$

neliniaritatea provine din matricea de rigiditate  $[k]$ , care este o funcție neliniară de proprietățile materialului definite prin matricea de elasticitate  $[D(\sigma)]$ .

Ideea de bază a modelului incremental constă în divizarea sarcinii în mai multe sarcini mici, creșteri sau incremente, care pot fi egale sau inegale. Sarcina se consideră crescătoare în timp, iar în cursul aplicării fiecărui increment se presupune că ecuațiile rămân liniare. Aceasta înseamnă că matricea de rigiditate  $\{k\}$  se consideră constantă în decursul fiecărui pas, dar poate fi diferită de la un pas la altul.

Soluția pentru fiecare creștere a sarcinii se obține sub forma unui increment al deplasărilor  $\{u\}$ , prin cumularea cărora se obține fiecare stadiu al încărcării. Procesul se continuă pînă se aplică toată sarcina.

În cazul cel mai general, starea de referință a structurii poate fi definită de sarcinile inițiale  $\{R_0\}$  și deplasările inițiale  $\{u_0\}$ , pentru care structura se află în echilibru.

Dacă sarcina totală se divide în  $m$  pași atunci sarcina efectivă totală este:

$$\{R\} = \{R_0\} + \sum_{j=1}^m \{\Delta R_j\} \quad 4.12$$

în care notația  $\Delta$  arată un increment finit. După aplicarea incrementului  $i$ , sarcina este:

$$\{R_j\} = \{R_0\} + \sum_{j=1}^i \{\Delta R_j\} \quad 4.13$$

cu precizarea că  $\{R_m\} = \{R\}$ .

Se procedează analog pentru deplasări și deci:

$$\{u_i\} = \{u_0\} + \sum_{j=1}^i \{\Delta u_j\} \quad 4.14$$

Pentru calculul incrementului deplasărilor se utilizează valoarea matricei de rigiditate  $[k]$  determinată pentru sfârșitul pasului anterior adică:

$$[k_{i-1}]\{\Delta u_i\} = \{\Delta R_i\}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad 4.15$$

în care se are în vedere că matricea  $[k_{i-1}] = [k_{i-1}(\{u_{i-1}\}, \{R_{i-1}\})]$  iar  $[k_0]$

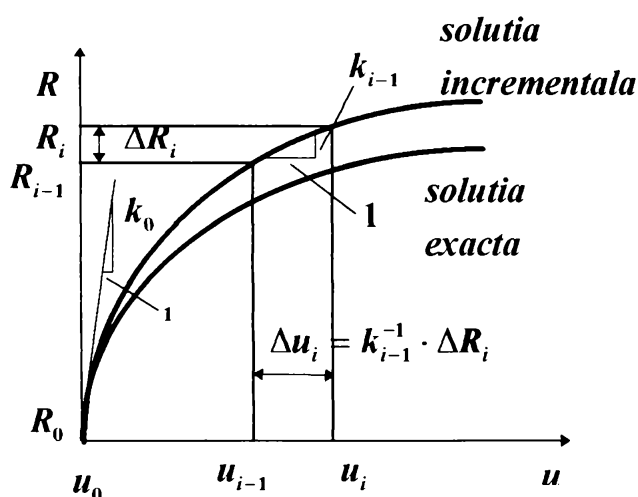


Fig. 4.2

reprezintă valoarea inițială a rigidității (calculată pentru constantele materialului, obținute pe curba caracteristică, pentru începutul încărcării). Schema de calcul pentru modelul incremental se prezintă în Fig. 4.2.

### 4.1.3 Modelul iterativ

Structura se consideră încărcată cu întreaga sarcină la fiecare iterație, ecuațiile de echilibru nefiind satisfăcute

deoarece se consideră o valoare aproximativă, constantă, a matricei de rigiditate.

După fiecare iterație se calculează cota parte din sarcina totală care nu satisface condițiile de echilibru, aceasta fiind utilizată la iterația următoare pentru a determina o creștere adițională a deplasărilor.

Procesul se repetă pînă cînd ecuațiile de echilibru sînt satisfăcute într-o măsură acceptabilă.

În esență, modelul iterativ constă în corecții succesive ale soluției, pînă cînd ecuațiile de echilibru sînt satisfăcute pentru sarcina totală  $\{R\}$ .

Dacă, în cazul general, există sarcinile inițiale  $\{R_0\}$  și deplasările  $\{u_0\}$ , pentru ciclul  $i$  al procesului iterativ sarcina este:

$$\{R_i\} = \{R\} - \{R_{e,i-1}\} \quad 4.16$$

în care  $\{R\}$  este sarcina totală și  $\{R_{e,i-1}\}$  sarcina aflată în echilibru după pasul anterior. Incrementul deplasărilor pentru pasul  $i$  este:

$$[k^{(i)}] \cdot \{\Delta u_i\} = \{R_i\} \quad 4.17$$

iar deplasarea totală după iterația  $i$ :

$$\{u_i\} = \{u_0\} + \sum_{j=1}^i \{\Delta u_j\} \quad 4.18$$

În final se calculează sarcina  $\{R_{e,i}\}$  necesară să mențină deplasările

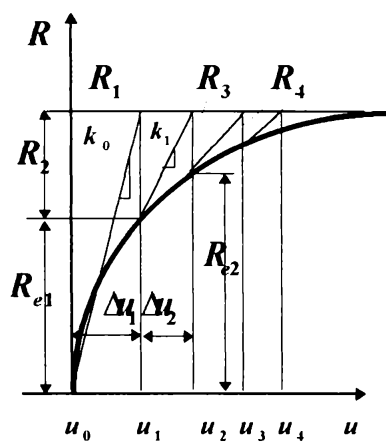


Fig. 4.3

$\{u_i\}$ . Procesul iterativ se continuă pînă incrementele deplasărilor  $\{\Delta u_i\}$  sau forțele  $\{R_i\}$  care nu satisfac ecuațiile de echilibru devin nule sau suficient de mici Fig.4.3. Matricea de rigiditate  $[k^{(i)}]$  din relația 4.17 se determină de obicei pentru pasul anterior, în punctul  $\{u_{i-1}\}, \{R_{i-1}\}$ , adică  $[k^{(i)}] = [k_{i-1}]$ , iar  $[k_0]$

corespunde stării inițiale a structurii, definite prin valorile  $\{u_0\}, \{R_0\}$ .

#### 4.1.4 Modele mixte

Aceste modele se mai numesc și *iterative în pași* și reprezintă diverse combinații între modelele iterative și cele incrementale.

În Fig. 4.4 se prezintă schema unui model mixt la care sarcina se aplică incremental, iar după fiecare increment se fac iterații succesive.

Un astfel de model este mai exact decît cele prezentate anterior.



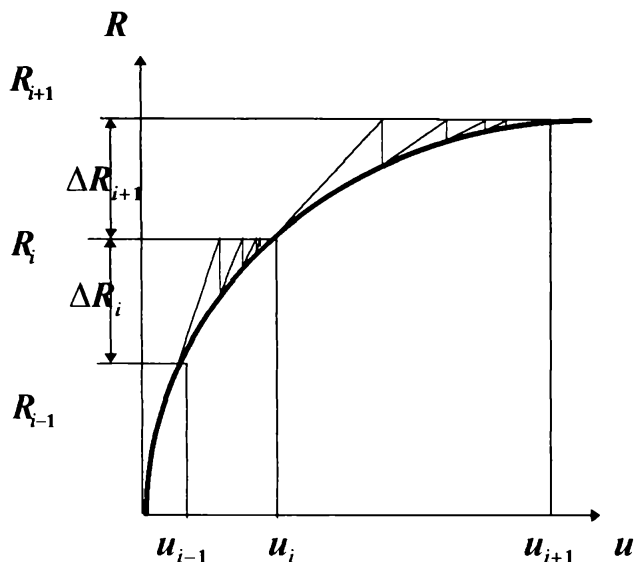


Fig. 5.4

obțin rezultate intermediare, pentru fiecare treaptă a încărcării.

## Concluzii

- Modelul de calcul incremental are ca avantaj principal generalitatea; este aplicabil în toate tipurile de neliniarități și permite obținerea unei imagini complete a dependenței sarcină-deformație, deoarece se
- Modelul iterativ de calcul face analiza comportării structurii numai din câteva încercări dar nu poate fi aplicat problemelor dinamice, sistemelor histeretice și neconservative. Deplasările, tensiunile și deformațiile se obțin numai pentru sarcina totală, adică nu se obțin informații pentru valori intermediare ale încărcării.
- Modelele mixte combină avantajele modelului iterativ și ale celui incremental, tinzînd să elimine dezavantajele fiecăruia.

Date fiind concluziile de mai sus rezultă că modelul mixt se pretează cel mai bine pentru modelarea comportării îmbinărilor prin strîngere cu elemente intermediare conice astfel încît utilizarea acestuia a fost aplicată prin intermediul programului de calcul prin element finit MSC<sup>1</sup>/NASTRAN<sup>2</sup> for WINDOWS<sup>3</sup> în această teză.

<sup>1</sup> The MacNeal-Schwendler Corporation

<sup>2</sup> Registered trademark of the National Aeronautics and Space Administration

<sup>3</sup> Licensed version of FEMAP from Enterprise Software Products, Inc. copyrighted by Microsoft Corporation, IBM registered trademark of International Business Machines Corporation

## 4.2 Modelarea contactului de suprafață cu frecare prin metoda elementului finit

În îmbinările prin strângere cu elemente intermediare conice forțele transmise conduc la concentrări de tensiuni care pot produce fisuri atât în zona de contact cât și în vecinătatea acestora, pot propaga fisurile și ruperea suprafețelor prin oboseală.

Problemele de contact sînt complexe în cazul general. Astfel, îmbinările prin strângere cu elemente intermediare conice transmit forțe tangențiale, care aplicate ciclic produc o relație forță-deplasare neliniară însoțită de histerezis datorită caracterului neconservativ al forțelor de frecare. Proprietățile de rigiditate ale îmbinarilor prin strângere cu elemente intermediare conice care conduc la repartiția tensiunilor variază între faza de neîncărcare și cea de încărcare.

Problemele de contact sînt neliniare deoarece suprafața de contact reală depinde de forța aplicată.[G8].

### 4.2.1 Formularea problemei contactului de suprafață

În fig. 4.5 se prezintă două corpuri în contact, situația putînd fi generalizată la un număr oarecare de corpuri.

Deoarece corpurile sînt elastice, trebuie să fie valabile relațiile elasticității clasice și anume:

- ecuațiile diferențiale de echilibru static

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad \text{în } V \quad 4.19$$

- relațiile de liniaritate între tensiuni și deformații

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad \text{în } V \quad 4.20$$

- relațiile între deformații și deplasări

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i}) / 2 \quad \text{în } V \quad 4.21$$

unde:

$$u_i = \bar{u}_i \quad \text{pe } S_u \quad 4.22$$

$$\sigma_{ij} \cdot n_j = \bar{t}_i \quad \text{pe } S_t \quad 4.23$$

În aceste relații se notează derivata  $\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = u_{i,j}$ .

De asemenea  $\sigma_{ij}$  reprezintă componentele tensorului tensiunilor iar  $\varepsilon_{ij}$  componentele tensorului liniarizat al deformațiilor.

$E_{ijkl}$  sînt constantele elastice ale materialelor care se consideră că au proprietățile de simetrie obișnuite,  $F_i$  forțele masice,  $\bar{t}_i$  forțe cunoscute pe suprafața  $S_i$  și  $\{\bar{u}\}$  deplasările cunoscute de pe suprafața  $S_u$ ;

$n_i$  sînt componentele normalei exterioare la suprafețele corpurilor.

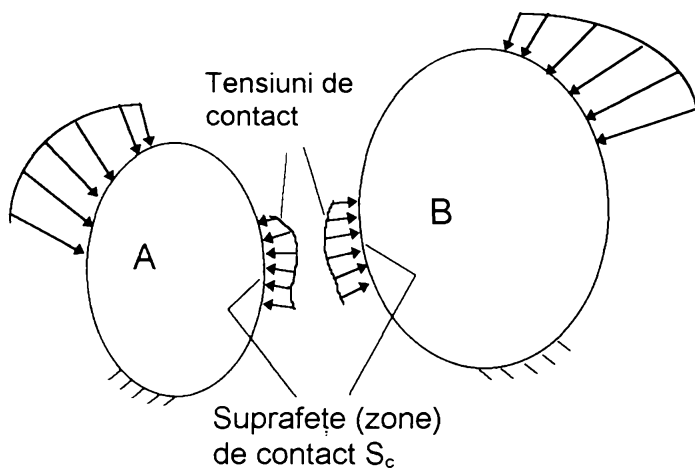


Fig. 4.5

În teoria micilor deplasări se consideră următoarele ipoteze:

- normalele la suprafețele de contact asociate sînt aproape paralele;
- distanța dintre suprafețele de contact asociate este de același ordin cu  $u_i$ .

Pe suprafața de contact există în plus condițiile

unilaterale de nepenetrare și legea frecării uscate coulombiene.

Condiția cinematică de nepenetrare în cazul cînd ipotezele de mai sus sînt valabile este:

$$v_n + \delta \geq 0 \quad 4.24$$

unde:

$\delta$  - distanța inițială dintre suprafețe;

$v_n$  - deplasarea relativă normală calculată cu relația:

$$v_n = -(\mathbf{n}_i^A \cdot \mathbf{u}_i^A + \mathbf{n}_i^B \cdot \mathbf{u}_i^B)$$

Componenta normală a vectorului tensiunilor pe suprafața de contact  $S_c$  este:

$$\sigma_n = \sigma_{ij}^A \cdot \mathbf{n}_i^A \cdot \mathbf{n}_j^B = \sigma_{ij}^B \cdot \mathbf{n}_i^B \cdot \mathbf{n}_j^B$$

și trebuie să satisfacă condițiile :

$$\sigma_n \leq 0 \quad \text{dacă există contact,} \quad 4.25$$

$$\sigma_n = 0 \quad \text{dacă nu există contact} \quad 4.26$$

Relațiile 4.24, 4.25, 4.26 se exprimă condensat astfel:

$$\sigma_n \leq 0; \quad v_n + \delta \geq 0; \quad (v_n + \delta) \cdot \sigma_n = 0; \quad \text{pe } S_c^A \text{ și } S_c^B \quad 4.28$$

Conform legii de frecare coulombiene, componentele vitezei relative tangențiale și ale tensiunilor tangențiale de contact fiind respectiv  $\dot{v}_{T_i}$ ,  $\sigma_{T_i}$  rezultă relațiile:

$$\left. \begin{aligned} |\sigma_{T_i}| \leq \mu \cdot |\sigma_n|; \quad \dot{v}_{T_i} = 0; \quad \text{daca} \quad |\sigma_{T_i}| < \mu \cdot |\sigma_n|; \\ \dot{\lambda} \geq 0; \quad \text{astfel ca} \quad \dot{v}_{T_i} = \dot{\lambda} \cdot \sigma_{T_i}; \quad \text{daca} \quad |\sigma_{T_i}| = \mu \cdot |\sigma_n| \end{aligned} \right\} \text{pe } S_c^A \text{ si } S_c^B$$

4.29

Componentele vitezei relative și ale tensiunii tangențiale de contact sînt definite după cum urmează:

$$\dot{v}_{T_i} = \dot{\mathbf{u}}_{T_i}^A - \dot{\mathbf{u}}_{T_i}^B; \quad \sigma_{T_i} = \sigma_{T_i}^B = -\sigma_{T_i}^A \quad 4.30$$

unde:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{T_i}^{A(B)} &= \mathbf{u}_i^{A(B)} - \mathbf{n}_i^{A(B)} \cdot \mathbf{n}_j^{A(B)} \cdot \mathbf{u}_j^{A(B)}; \\ \sigma_{T_i}^{A(B)} &= \sigma_{ij}^{A(B)} \cdot \mathbf{n}_j^{A(B)} - \sigma_n \cdot \mathbf{n}_i^{A(B)} \end{aligned}$$

În scopul determinării răspunsului incremental al sistemului se consideră că toate variabilele sînt cunoscute la timpul  $t$ .

Dacă  $\Delta \mathbf{u}_i$ ,  $\Delta \sigma_{ij}$  sînt variațiile incrementale într-un interval de timp  $(t, t + \Delta t)$  relațiile 4.19 pînă la 4.29 vor fi reevaluate.

Formularea incrementală este necesară din cauza efectelor de frecare ireversibile. Problemele cu frecare coulombiană se formulează ca inegalități variaționale. Formularea variațională necesară pentru construcția ecuațiilor cu element finit ale proceselor cvasistatice este cea mixtă care consideră atît deplasările, cît și tensiunile de contact.

### 4.2.2 Contactul de suprafață cu frecare

Atunci cînd se consideră frecarea deplasarea tangențială relativă în zona de alunecare implică disipare de energie.

În acest caz starea finală a cîmpului de deplasare și de forță de contact este determinată de istoria încărcării.

Problema se rezolvă prin calcul incremental, urmînd istoria încărcării, însă starea de tensiuni se determină în mod unic din starea finală, deoarece corpurile sînt elastice.

Pot fi utilizate diferite tehnici pentru calculul incrementelor.

O tehnică este cea iterativă. Iterațiile sînt folosite pentru determinarea zonelor de adeziune și alunecare în fiecare increment al încărcării împreună cu semnul forțelor de frecare. În această tehnică dimensiunea incrementului forței este determinată pe model, deoarece forța este

gradată astfel încît o nouă pereche de noduri în contact este considerată în contact sau iese din contact.

În altă tehnică de incrementare trebuie să fie aleasă forța necesară pentru noi condiții de contact atît în ce privește frecarea cît și proprietățile contactului.

Această tehnică folosește incremente mici, dar urmărește mai bine decît prima istoria încărcării.

Pentru prima tehnică se folosesc incremente mai mari dar în schimb se iterează mai mult.

- Formularea integrală. Se consideră două corpuri elastice în contact Fig. 4.5. Pentru rezolvarea problemei de contact se presupune că lungimea zonei de contact este  $S_c$ .

Cînd se consideră frecarea, relația dintre tracțiunile normale și tangențiale se definește prin coeficientului de frecare  $\mu$ . Zona de contact este divizată în două părți corespunzător cu starea de alunecare sau de adeziune.

$$\begin{aligned} t_2 &= \pm \mu \cdot t_1 \text{ pe } S_{cs} \text{ (alunecare);} \\ |t_2| &< \mu \cdot |t_1| \text{ pe } S_{ca} \text{ (adeziune).} \end{aligned} \quad 4.31$$

În cazul adeziunii incrementul deplasărilor relative tangențiale ( $\Delta V_2^A + \Delta V_2^B$ ) este egal cu zero, în timp ce în cazul alunecării el este diferit de zero. În ultimul caz semnul coeficientului de frecare în prima ecuație din 4.31 se alege astfel încît energia este disipată, adică:

$$\text{sign } t_2 \neq \text{sign} (\Delta V_2^A + \Delta V_2^B) \quad 4.32$$

Coeficientul de frecare  $\mu$  depinde de alunecarea totală efectivă  $v_e$ :

$$\mu(v_e) = \mu_m \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\mu_i}{\mu_m} \right) \cdot e^{-h \cdot v_e} \right] \quad 4.33$$

unde:

$$v_e = \sum |\Delta v_e|; \quad \Delta v_e = \Delta v_2^A + \Delta v_2^B$$

Parametrul  $h$  este un coeficient de consolidare. În cazul cînd coeficientul inițial de frecare  $\mu_i$  și coeficientul de frecare limită  $\mu_m$  sînt egale, există legea ideală de frecare a lui Coulomb (Fig. 4.6). Atunci cînd coeficientul de frecare este o funcție de alunecare, el este de asemenea funcție de încărcare. Prin urmare  $\mu$  se modifică continuu în timpul încărcării.

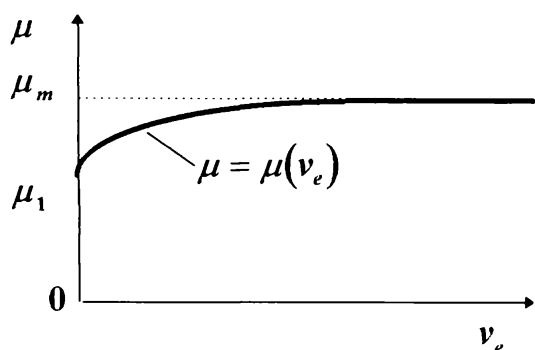
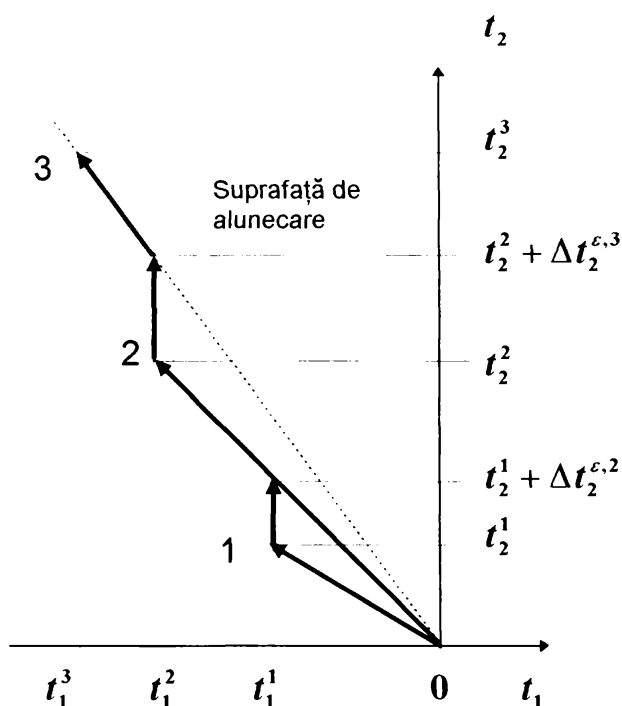


Fig. 4.6

aproximativ pentru pașii precedenți de încărcare fără iterații.

Un efect al acestei tehnici este acela că un element care își modifică

Noile valori ale lui  $\mu$  pentru fiecare pereche de elemente sînt calculate după fiecare pas de încărcare. Dacă se utilizează valoarea "exactă" a lui  $\mu$  în fiecare pas de încărcare, iterațiile se efectuează pentru acesta. Deoarece această tehnică iterativă necesită mult timp de calcul, valorile lui  $\mu$  sînt calculate



Primul pas de încărcare      0 - 1    adeziune  
 Al doilea pas de încărcare    1 - 2    alunecare  
 Al treilea pas de încărcare    2 - 3    alunecare

Fig.4.7

Aceasta asigură că după fiecare pas de încărcare este valabilă condiția de alunecare:

$$t_2 = \pm \mu \cdot t_1.$$

Astfel, condițiile de contact sînt următoarele:

stările de contact de la adeziune la alunecare sau de la alunecare la alunecare cu schimbarea valorii lui  $\mu$  prezintă o forță tangențială reziduală:

$$\Delta t^{\varepsilon,n} = \pm \mu^{n-1} \cdot t_1^{n-1} - t_2^{n-1} \tag{4.34}$$

care în cazul de la alunecare Fig.4.7 se scrie:

$$\Delta t^{\varepsilon,n} = \pm (\mu^{n-1} - \mu^{n-2}) \cdot t_1^{n-1} \tag{4.35}$$

În stare de alunecare incrementul forței tangențiale este:

$$\Delta t_2^n = \pm \mu^{n-1} \cdot \Delta t_1^n + \Delta t_2^{\varepsilon,n} \tag{4.36}$$

$$S_c: \quad \Delta v_1^A + \Delta v_1^B = 0; \quad \Delta t_1^A - \Delta t_1^B = 0; \quad t_1^A < 0; \quad t_1^B < 0;$$

$$S_{ca}: \quad \Delta v_2^A + \Delta v_2^B = 0; \quad \Delta t_2^A - \Delta t_2^B = 0; \quad 4.37$$

$$S_{cs}: \quad \Delta t_2^A - \Delta t_2^B = 0; \quad \Delta t_2^k = \pm \mu \cdot \Delta t_1^k + \Delta t_2^{\varepsilon,k}; \quad k = A, B$$

unde avem relațiile:

$$\begin{aligned} v_1^A &= u_1^A - \alpha \cdot u_1^0; & v_2^A &= u_2^A; \\ v_1^B &= u_1^B - (1 - \alpha) \cdot u_1^0; & v_2^B &= u_2^B \end{aligned} \quad 4.38$$

cu semnificația notațiilor:

$u_1^0$  - jocul normal dintre suprafețele în contact,

$\alpha \cdot u_1^0$  - distanța dintre  $S_c^A$ ,  $S_c$ ,

$(1 - \alpha) \cdot u_1^0$  - distanța dintre  $S_c^B$ ,  $S_c$ .

Rezultă două ecuații integrale necuplate unde variabilele de contact pentru corpul B sînt eliminate folosind condițiile de contact 4.37:

$$\begin{aligned} & \int_{S^A - S_c^A} t_{ij}^{*A} \cdot \Delta u_j^A \cdot dS + \int_{S_{ca}^A} t_{ij}^{*A} \cdot \Delta v_j^A \cdot dS + \int_{S_{cs}^A} (t_{i1}^{*A} \cdot \Delta v_1^A + t_{i2}^{*A} \cdot \Delta v_2^A) \cdot dS = \\ & = \int_{S^A - S_c^A} u_{ij}^{*A} \cdot \Delta t_j^A \cdot dS + \int_{S_{ca}^A} u_{ij}^{*A} \cdot \Delta t_j^A \cdot dS + \int_{S_{cs}^A} (u_{i1}^{*A} \pm \mu \cdot u_{i2}^{*A}) \cdot \Delta t_1^A \cdot dS - \\ & - \int_{S_c^A} \alpha \cdot t_{ij}^{*A} \cdot u_1^{0,n} \cdot dS + \int_{S_{cs}^A} u_{i2}^{*A} \cdot \Delta t_2^{\varepsilon,n} \cdot dS \\ & \int_{S^B - S_c^B} t_{ij}^{*B} \cdot \Delta u_j^B \cdot dS + \int_{S_{ca}^B} (-t_{ij}^{*B}) \cdot \Delta v_j^B \cdot dS + \int_{S_{cs}^B} (-t_{i1}^{*B} \cdot \Delta v_1^B + t_{i2}^{*B} \cdot \Delta v_2^B) \cdot dS = \\ & = \int_{S^B - S_c^B} u_{ij}^{*B} \cdot \Delta t_j^B \cdot dS + \int_{S_{ca}^B} u_{ij}^{*B} \cdot \Delta t_j^B \cdot dS + \int_{S_{cs}^B} (u_{i1}^{*B} \pm \mu \cdot u_{i2}^{*B}) \cdot \Delta t_1^B \cdot dS - \\ & - \int_{S_c^B} (1 - \alpha) \cdot t_{ij}^{*B} \cdot u_1^{0,n} \cdot dS + \int_{S_{cs}^B} u_{i2}^{*B} \cdot \Delta t_2^{\varepsilon,n} \cdot dS \end{aligned} \quad 4.39$$

În ecuațiile 4.39 există pentru fiecare punct de pe contur perechea de variabile:

$$S^k - S_c^k: (\Delta u_i^k, \Delta t_i^k);$$

$$S_{ca}^k: (\Delta v_i, \Delta t_i); \quad 4.40$$

$$S_{cs}^k: (\Delta v_1, \Delta t_1), (\Delta v_2, \pm \mu \cdot \Delta t_1)$$

În afara zonei de contact există o relație pentru o necunoscută iar în interiorul zonei de contact există două relații pentru două necunoscute.

Problema este acum rezolvabilă, deoarece pentru fiecare punct de pe contur există o relație pentru fiecare mărime necunoscută.

Parametrul  $\alpha$  din ecuația 4.39 reprezintă contactul corect pe frontieră și poate fi calculat dacă  $\Delta v_1$  sînt considerate nule ( $u_1^{0,n} = 0$ ). Soluția este însă căutată practic prin luarea unor valori de încercare pentru  $\alpha$ , de exemplu 0,0; 0,5 sau 1,0 și găsită prin anularea lui  $\Delta v_1$  în suprafața de contact.

Problema este liniară dacă zonele de contact, adeziune sau alunecare sînt considerate constante în timpul incrementării forței.

Prin urmare, principiul suprapunerii este valabil, iar problema poate fi separată în două părți: o parte depinde de ultimele două integrale din fiecare ecuație a sistemului 4.39, iar cealaltă depinde de incrementul forței. Ultimele două integrale reprezintă lucrul mecanic necesar pentru obținerea unei noi suprafețe de contact, în timp ce forța tangențială reziduală cere ca forța totală să satisfacă  $t_2 = \pm \mu \cdot t_1$ .

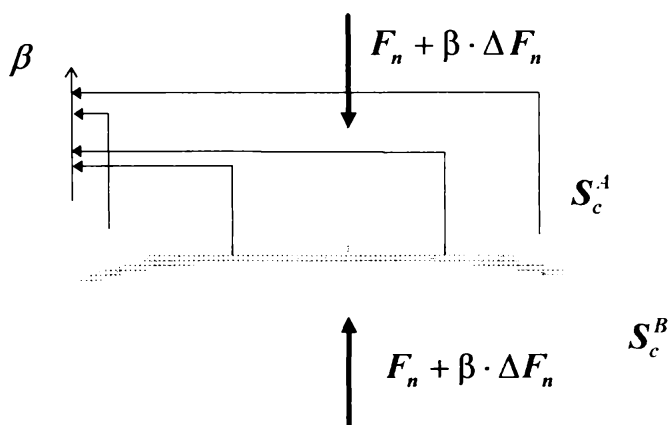


Fig.. 4.8

Cu această separare se poate obține soluția pentru incrementul forței pînă ce rezultă forța totală și factorul de scară. În cazul discret se determină factorul de scară pînă se obține punctul în care două noi elemente sînt în contact sau între o pereche de



elemente există o forță normală pozitivă (v. Fig. 4.8).

Pînă acum s-a considerat că zonele de adeziune și alunecare sînt cele corecte, iar forța tangențială de contact în zona de alunecare are semnul corect. O cale de găsire a soluției corecte în fiecare increment constă în obținerea unei soluții pentru o condiție de contact care nu se automodifică. În zona considerată de adeziune, forța tangențială totală satisface inegalitatea  $|t_2| < \mu \cdot t_1$ .

În zona de alunecare forța de frecare este contrară incrementelor relative de deplasare. Prin urmare, este satisfăcută condiția 4.32.

Dacă condițiile de contact nu sînt modificate, forța poate fi incrementată iar deplasările și forța de contact se calculează succesiv cu:

$$\begin{aligned} t_i^n &= \Lambda t_i^{e,n} + \beta \cdot \Lambda t_i^n + t_i^{n-1}; \\ u_i^n &= \Lambda u_i^{e,n} + \beta \cdot \Lambda u_i^n + u_i^{n-1} \end{aligned} \quad 4.41$$

- Discretizarea în elemente. Pentru rezolvarea numerică a sistemului de ecuații 4.39 integralele sînt divizate într-o sumă de integrale pe elemente.

Pe fiecare element deplasările și forțele de contact variază corespunzător cu funcțiile de interpolare  $N_m$ ,  $\varphi_m$ ,  $\psi_m$ .

Funcțiile de interpolare variază pe element în funcție de valorile lor în puncte discrete sau noduri.

Dacă  $x_{im}^e$ ,  $\Lambda u_{im}^e$ ,  $\Lambda t_{im}^e$  sînt valorile nodale pe element, variația se scrie:

$$x_i = N_m \cdot x_{im}^e, \quad \Lambda u_i = \varphi_m \cdot \Lambda u_{im}^e, \quad \Lambda t_i = \psi_m \cdot \Lambda t_{im}^e \quad 4.42$$

Din condițiile 4.38 și relațiile 4.42 rezultă că  $\Delta v_i$  și  $u^{o,n}$  sînt interpolate cu  $\varphi_m$ .

Funcțiile de interpolare sînt substituite în ecuațiile integrale 4.39. Integrarea este efectuată pe elemente de contur.

Dacă două variabile care aparțin la două elemente diferite acționează în același nod, acțiunile lor se cumulează.

Numărul de noduri total este  $N$  pe  $S^1$  și  $M$  pe  $S^B$ . Însumarea este efectuată pe  $N - N_c$ ,  $M - M_c$  în afara zonei de contact și pe  $N$ ,  $M_c$  noduri în zona de contact. Se notează ca  $N_c = M_c$  și aceste noduri sînt în corespondență.

Dacă contactul se instalează succesiv cu fiecare din cele  $N + M$  noduri, se obțin  $2 \cdot (N + M)$  relații. Separînd variabilele de contact se scrie ecuația matriceală:

$$A[x, \beta \cdot y] = B[c, \beta \cdot d] \quad 4.43$$

sau:

$$\left[ \begin{array}{ccccc|ccc} \mathbf{t}^{*A} & \mathbf{t}_{1a}^{*A} & \mathbf{t}_{1p}^{*A} & \mathbf{t}_{2a}^{*A} & \mathbf{t}_{2p}^{*A} & \mathbf{o} & -\mathbf{u}_{1a}^{*A} & (-\mathbf{u}_{1p}^{*A} \pm \mu \cdot \mathbf{u}_{2p}^{*A}) & -\mathbf{u}_{2a}^{*A} & 0 \\ 0 & \mathbf{t}_{1a}^{*B} & \mathbf{t}_{1p}^{*B} & \mathbf{t}_{2a}^{*B} & 0 & \mathbf{t}^{*B} & -\mathbf{u}_{1a}^{*B} & (-\mathbf{u}_{1p}^{*B} \pm \mu \cdot \mathbf{u}_{2p}^{*B}) & -\mathbf{u}_{2a}^{*B} & \mathbf{t}_{2p}^{*B} \end{array} \right].$$

$$\left[ \begin{array}{c|c} \Delta \mathbf{u}^A & \beta \cdot \mathbf{u}^A \\ \Delta \mathbf{v}_{1a} & \beta \cdot \mathbf{v}_{1a} \\ \Delta \mathbf{v}_{1p} & \beta \cdot \mathbf{v}_{1p} \\ \Delta \mathbf{v}_{2a} & \beta \cdot \mathbf{v}_{2a} \\ \Delta \mathbf{v}_{2p}^A & \beta \cdot \mathbf{v}_{2p}^A \\ \hline \Delta \mathbf{u}^B & \beta \cdot \mathbf{u}^B \\ \Delta \mathbf{t}_{1a} & \beta \cdot \mathbf{t}_{1a} \\ \Delta \mathbf{t}_{1p} & \beta \cdot \mathbf{t}_{1p} \\ \Delta \mathbf{t}_{2a} & \beta \cdot \mathbf{t}_{2a} \\ \Delta \mathbf{v}_{2p}^B & \beta \cdot \mathbf{v}_{2p}^B \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccccc} \mathbf{u}^{*A} & 0 & -\mathbf{t}_{1p}^{*A} & \mathbf{u}_{2p}^{*A} & 0 \\ 0 & \mathbf{u}^{*B} & 0 & \mathbf{u}_{2p}^{*B} & -\mathbf{t}_{1p}^{*B} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{cc} 0 & \beta \cdot \mathbf{t}^{*A} \\ 0 & \beta \cdot \mathbf{t}^{*B} \\ \alpha \cdot \mathbf{u}_1^{0,n} & 0 \\ \Delta \mathbf{t}_2^{\varepsilon,n} & 0 \\ (1-\alpha) \cdot \mathbf{u}_2^{0,n} & 0 \end{array} \right]$$

4.44

Din relația 4.44 rezultă două sisteme de ecuații liniare, fiecare avînd  $2 \cdot (M + N)$  ecuații pentru  $2 \cdot (M + N)$  necunoscute nodale.

Problema este rezolvabilă dacă sînt suprimate mișcările de corp rigid. Pentru fiecare pereche de elemente în contact se definește sistemul de coordonate local  $(\xi, \eta)$ . Axa  $\xi$  este formată din vectorii normali la cele două elemente  $\bar{\mathbf{n}}_A, \bar{\mathbf{n}}_B$ :

$$\bar{\mathbf{n}}_\xi^A = \frac{\bar{\mathbf{n}}^A - \bar{\mathbf{n}}^B}{|\bar{\mathbf{n}}^A - \bar{\mathbf{n}}^B|} = -\bar{\mathbf{n}}_\xi^B \quad 4.45$$

Jocul inițial  $\Delta \mathbf{u}_\xi^{0,n}$  dintre elemente în raport cu sistemul  $(\xi, \eta)$  se calculează cu vectorii nodali ai elementului din ultima incrementare:

$$\mathbf{u}_\xi^{0,n} = (\bar{\Gamma}_{A-B} - \bar{\mathbf{u}}^A - \bar{\mathbf{u}}^B) \cdot \bar{\mathbf{n}}_\xi^A \quad 4.46$$

$\bar{\Gamma}_{A-B}$  fiind vectorul dintre noduri în starea nedeformată.

Variabilele care aparțin suprafeței de contact sînt transformate în sistemul  $(\xi, \eta)$ . Sistemul celor două ecuații matriceale este în concordanță cu

condițiile de contact 4.36 și 4.44. În afara suprafeței de contact forța de contact sau deplasarea sînt cunoscute.

Variabilele sînt rearanjate astfel încît necunoscutele sînt plasate în partea stîngă, iar cunoscutele în partea dreaptă. Vectorii din partea dreaptă care apar după înmulțirile de matrici sînt denumiți  $[b_1, \beta \cdot b_2]$ , iar vectorii necunoscuți  $[y_1, \beta \cdot y_2]$ .

Deci, dacă matricea sistemului este  $A$  sistemul de ecuații se scrie:

$$A[y_1, \beta \cdot y_2] = B[b_1, \beta \cdot b_2] \quad 4.47$$

Dacă se suprimă mișcarea de corp rigid, ecuația matriceală 4.47 poate fi rezolvată.

- Factorul de scară în problema contactului. Prin folosirea ecuațiilor 4.38 și a relațiilor 4.37 toate incrementele în condițiile de contur sînt cunoscute pentru cele două corpuri. Deplasarea și tracțiunea totală sînt calculate din ecuațiile 4.41.

Pentru fiecare pereche de noduri în contact,  $\beta^{-1}$  se calculează din condiția ca presiunea de contact să fie egală cu zero:

$$\beta = \frac{-(\Delta t_2^{e,n} + t^{n-1})}{\Delta t^n}, \quad \Delta t^n \neq 0 \quad 4.48$$

Pentru perechea de elemente din imediata vecinătate a zonei de contact,  $\beta$  este calculat din condiția de joc nul, adică acestea sînt noi elemente în contact:

$$\beta = \frac{\left[ I_{A \ B} - \sum_{k \in \{1, B\}} (\Lambda u^{e,n} + \Lambda u^{n-1})_k \right] \cdot n_\zeta^A}{(\Lambda u^{n-1} + \Lambda u^{n,B}) \cdot n_\zeta^B} \quad 4.49$$

După determinarea factorului de scară trebuie să fie verificate condițiile considerate pentru adeziune, alunecare și semnul forței de frecare conform relațiilor 4.31 și 4.32.

Dacă aceste condiții sînt satisfăcute, se determină soluția exactă.

Dacă nu sînt satisfăcute, atunci se aleg noi condiții de contact și se repetă căutarea.

După mai multe iterații se obține soluția de contact corectă pentru starea de încărcare.

---

<sup>1</sup> factorul de scară

### 4.3 Îmbinarea prin strângere cu elemente intermediare conice-problemă axial simetrică de modelare

#### 4.3.1 Element finit de tip axial simetric

Structurile axisimetrice sînt corpuri tridimensionale de revoluție.

În cazul în care și încărcările sînt axial simetrice, componentele deplasărilor într-o secțiune ce trece prin axa de simetrie definesc complet starea de deformație și de tensiuni din structură.

Această particularitate face ca în analiza stării de tensiune aceste structuri să nu fie tratate după procedeele analizei tridimensionale, ci ca un caz particular al problemelor bidimensionale în starea de deformație plană.

În numeroase situații este posibilă reprezentarea comportamentului unui solid printr-un model bidimensional, exploatînd caracteristicile specifice ale stării de tensiune sau de deformație sau introducînd noi ipoteze. Este cazul problemelor de deformații plane, ale stării plane de tensiune, ale torsiunii (modelul lui Saint-Venant) în probleme de învelișuri subțiri și în probleme axisimetrice.

În tabloul din Fig. 4.9 [B7] amintim ipotezele utilizate pentru obținerea modelelor bi- sau unidimensionale în coordonate carteziene sau cilindrice.

Analiza simetrică este o tehnică foarte puternică de modelare permițînd reducerea mărimii modelului pe baza simetriei fără a prejudicia acuratețea rezultatelor.

Această tehnică cere geometrie, proprietăți și condiții la limită simetrice însă nu presupune simetrie obligatorie în aplicarea încărcărilor.

Odată ce modelul este creat, condițiile la limită și suprapunerea efectelor pot fi utilizate pentru obținerea soluțiilor în cazul încărcărilor asimetrice.

Prin utilizarea unor componente de încărcări simetrice și/sau antisimetrice a căror efecte se suprapun poate fi realizată încărcarea reală asimetrică. Discretizarea unui corp de revoluție de formă oarecare se face în elemente finite de tip special, de forma unor inele cu secțiune transversală constantă.

Aceste elemente numite axisimetrice sînt elemente bidimensionale utilizate pentru a reprezenta volume de revoluție.

Elementele axisimetrice pot fi definite în planul  $x y$  sau  $x z$  al sistemului de coordonate global, postprocesarea efectuîndu-se pentru întregul volum al structurii.

În acest caz pentru studiul structurii este suficient studiul unei secțiuni care conține axa de revoluție a corpului reprezentarea făcîndu-se în sistemul de axe  $x y$  Fig. 4.10.

Pentru un asemenea element, nodurile devin cercuri nodale, cu centrul pe axa de revoluție.

Secțiunea transversală a elementului inelar este definită într-o secțiune transversală oarecare care conține axa de revoluție.

Datorită simetriei nu se produc deplasări pe direcție circumferențială. Vectorul deplasare are deci numai componente pe direcție radială  $u$  și axială  $v$ .

#### Modele 3D, 2D, 1D in coordonate cilindrice [B7]

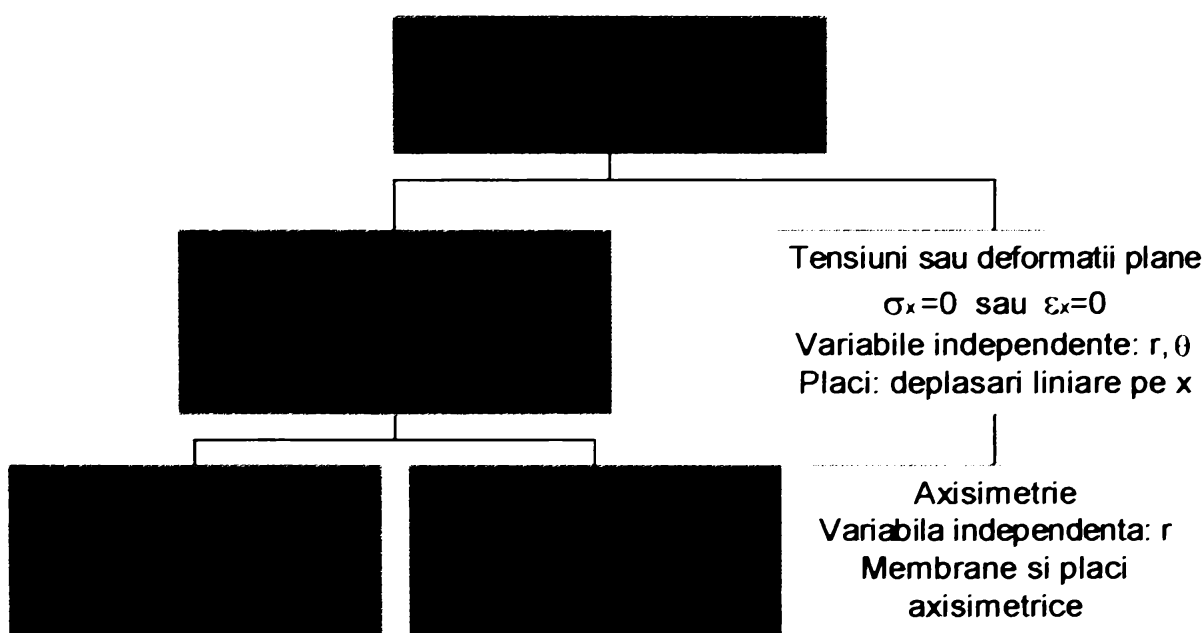


Fig. 4.9<sup>1</sup>

Ca urmare, gradele de libertate atașate elementului sînt valorile nodale ale acestor deplasări.

Funcțiile de aproximare exprimă deci variația acestor componente pe domeniul elementului:

$$\begin{Bmatrix} u(x, r) \\ v(x, r) \end{Bmatrix} = [N] \cdot \{\delta\} \quad 4.50$$

unde:  $\{\delta\}$  constituie vectorul deplasărilor nodale;

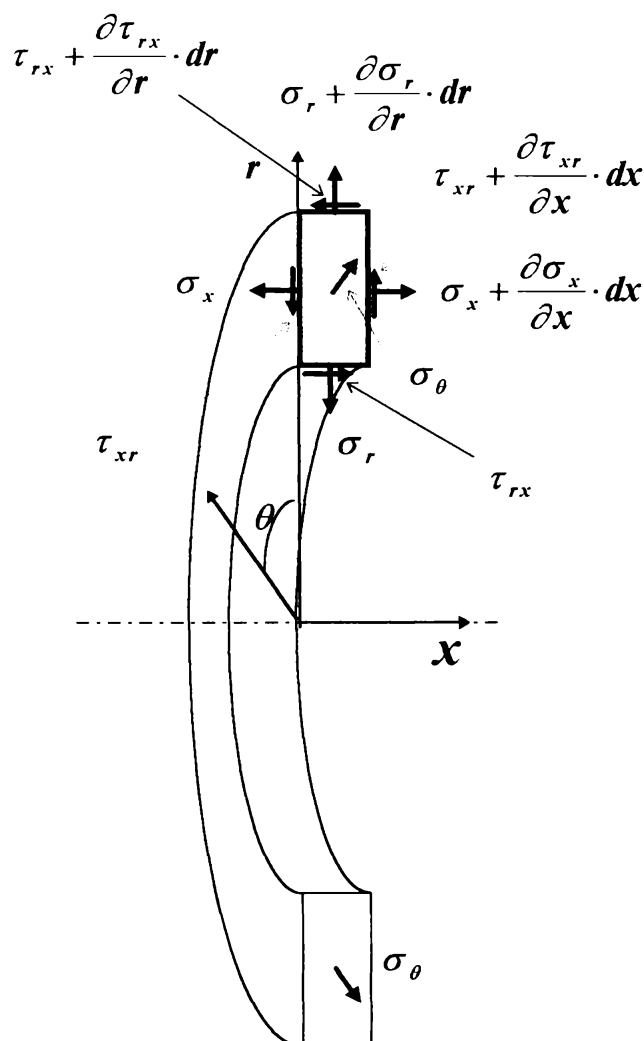
<sup>1</sup> În graful arborescent traseul urmat este cel colorat.

Dacă se utilizează coordonatele naturale  $s, t$  relația devine:

$$\begin{Bmatrix} u(s, t) \\ v(s, t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_n & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & & 0 & N_n \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix} \quad 4.51$$

unde  $n = 4$  în cazul elementelor tridimensionale cuadrilaterale.

Coordonatele naturale sînt coordonate normalizate obținute prin



raportarea coordonatelor globale ale întregului domeniu discretizat, la mărimi caracteristice ale elementului finit. Problema axisimetrică diferă de starea de deformație plană prin faptul că deformația specifică normală pe planul secțiunii de lucru  $\varepsilon_\theta$  nu este zero și trebuie explicitată în vectorul deformațiilor specifice  $\{\varepsilon\}$ . Valoarea lui se exprimă sub forma:

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} \quad 4.52$$

Relația dintre deformațiile specifice și deplasări are forma:

Fig. 4.10

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{xr} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{r} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ u \end{Bmatrix} \quad 4.53$$

Legătura dintre tensiuni și deformațiile specifice este:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{xr} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2 \cdot \nu}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{xr} \end{Bmatrix} \quad 4.54$$

unde:  $E$ -modulul de elasticitate longitudinal  
 $\nu$ -coeficientul lui Poisson.

Dacă  $[J]$  este matricea Jacobianului transformării și  $[\bar{J}]$  inversa acesteia, atunci derivatele deplasărilor  $u, v$  în raport cu sistemul global  $r, x$  se exprimă sub forma:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \bar{J}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \bar{J}_{21} & \bar{J}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J}_{11} & \bar{J}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J}_{21} & \bar{J}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial t} \\ u \end{Bmatrix} \quad 4.55$$

în care vectorul derivatelor în raport cu sistemul natural  $s, t$  se calculează din relația 4.51:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial s} \\ \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial v}{\partial s} \\ \frac{\partial v}{\partial t} \\ u \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial s} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial s} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial s} & 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial t} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial t} & 0 & \dots & \frac{\partial N_n}{\partial t} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial s} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial s} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial s} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial t} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial t} & \dots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial t} \\ N_1 & 0 & N_2 & 0 & \dots & N_n & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \vdots \\ u_n \\ v_n \end{Bmatrix}$$

4.56

Relația 4.56 are o formă generală fiind valabilă atât pentru elemente finite liniare cât și pentru cele de ordin superior.

În cazul particular al modelării îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice  $n = 4$  elementul are patru noduri în planul  $r, x$ .

Relațiile 4.53, 4.55 și 4.56 permit calculul matricei  $[B(s, t)]$  din relația:  $\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{\delta\}$ .

De remarcat că matricea  $[B]$  conține patru linii față de numai trei din problema plană. Matricea de elasticitate este la rîndul ei de  $4 \times 4$  fiind dată de relația 4.54.

Pentru calculul matricei de rigiditate se utilizează de asemenea integrarea numerică a expresiei:

$$[k] = \int_V [B]^T \cdot [E] \cdot [B] \cdot dV.$$

### 4.3.2 Modelul îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice realizat prin elemente finite axial simetrice

Cunoașterea configurației stării de tensiune pentru întreaga structură este necesară pentru ca, eventual, să se poată opera unele modificări ale structurii, astfel încît aceasta să satisfacă mai bine condițiile impuse de solicitare, material, fiabilitate, etc..

Problema fundamentală a modelării avînd ca destinație analiza tensiunilor este satisfacerea cerinței de a determina stările de tensiuni în zone în care gradientul acestora este mare: concentratori, discontinuități geometrice, joncțiuni ale mai multor elemente, suduri, reazeme, puncte de aplicație ale sarcinilor, îmbinări prin strângere, etc..



Modelele de calcul care folosesc metoda deplasărilor - în această categorie fiind inclusă și metoda elementului finit - utilizează ca entitate de bază matricea de rigiditate a structurii, necunoscutele primare ale modelului fiind deplasările nodurilor rețelei de discretizare, tensiunile fiind necunoscute secundare.

Deci se poate afirma că pentru astfel de modele se face, de fapt, o analiză a rigidității structurii.

Îmbinarea prin strângere cu elemente intermediare conice prezintă din punct de vedere geometric atât simetrie axială, fiind compusă din corpuri de revoluție, cât și simetrie față de un plan perpendicular (P) pe axa de revoluție Fig. 4.11.

În plus la instalarea îmbinării asupra pachetului de piese intermediare conice acționează forțele de strângere ale șuruburilor de montaj care produc deplasarea în sensuri contrare a conurilor intermediare, simetrică în raport cu planul de simetrie (P).

Aceste simetrii fac ca problema modelării să poată fi redusă la descrierea porțiunii din ansamblu cuprinsă între axa de revoluție și planul (P) Fig. 4.12.

Modelul analizat corespunde dimensional, constructiv și din punct de vedere al materialelor pieselor componente cu pachetul de elemente de îmbinare utilizat în cadrul analizei experimentale.

De asemenea starea de încărcare aplicată în programul experimental coincide cu cea modelată prin metoda elementului finit.

Modelarea contactului cu frecare între componentele îmbinării ține cont de mișcarea relativă care apare între acestea la instalare cât și în timpul funcționării iar coeficienții de frecare corespunzători acceptați în modelare sînt cei evaluați în urma măsurării rugozităților înainte de montaj și luării în considerare a tratamentului termic aplicat pieselor [T3] cât și rezultat din programul experimental.

Contactul este descris printr-un nou tip de element "*slide line*" care include datele de rigiditate / frecare, factorul de scară și coeficientul de frecare dintre suprafețele în contact.

Definirea geometrică a suprafețelor în contact include o serie de noduri numite "*master*" și "*slave*"<sup>1</sup> care aparțin suprafețelor finite de alunecare ale corpurilor deformabile și care au fost definite odată cu discretizarea modelului.

Elementul "*slide line*" este elementul de interacțiune între corpurile în contact, reprezentarea sa în modelul analizat apare ca linia de legătură între nodurile "*master*" și "*slave*".

Sistemul de coordonate atașat elementului "*slide line*" se definește prin sistemele de coordonate locale aferente nodurilor "*master*" și "*slave*".

<sup>1</sup> "*master*" se consideră suprafața corpului spre care se transmite apăsarea dată prin suprafața corpului "*slave*" dinspre care se apasă.

Fiecare zonă de contact din ansamblul îmbinării este definită prin câte un element "slide line".

Discretizare în elemente finite  
inelare axisimetrice pentru  
ansamblul arbore butuc îmbinați  
prin strângere cu un pachet de  
elemente intermediare conice  
deformabile

Arbore tubular  
Pachet de elemente de îmbinare  
Butuc

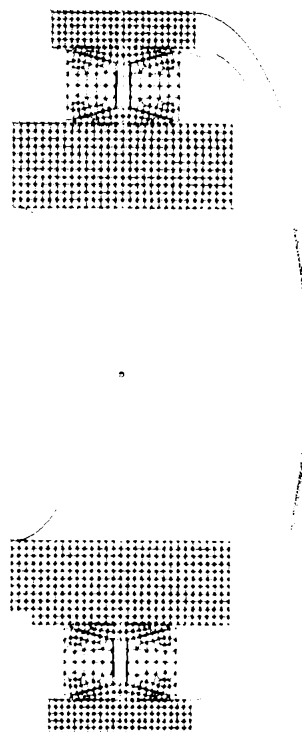


Fig. 4.11

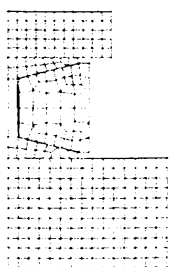


Fig. 4.12

Rezultatele analizelor sînt ilustrate pe secțiuni ca cele din Fig. 4.12.

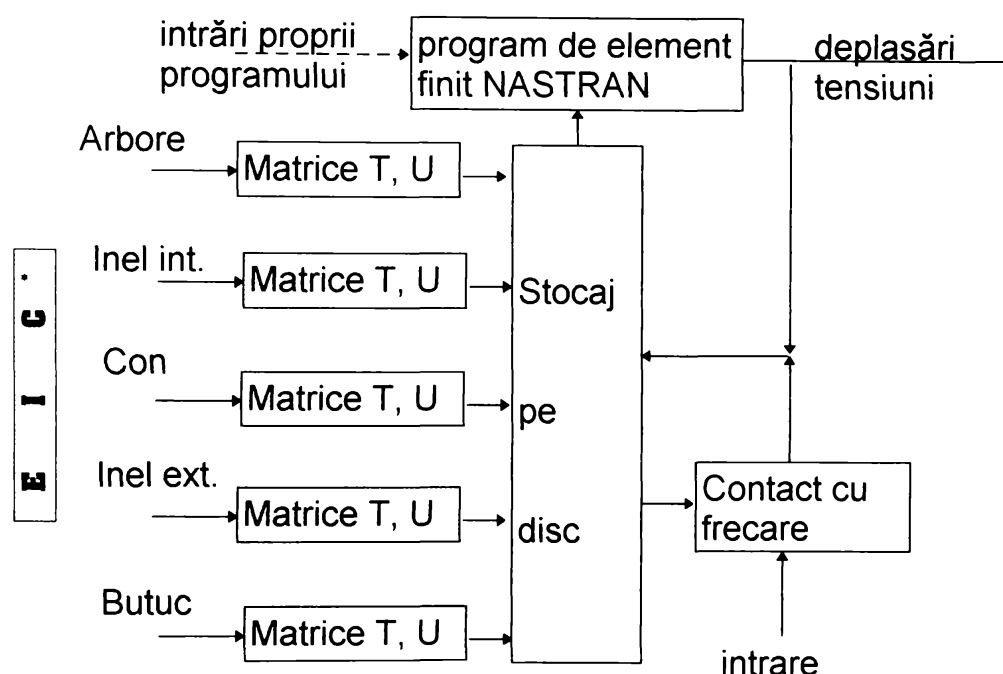
Analiza modelului se repetă de patru ori pentru fiecare treaptă de încărcare ca și cele din programul experimental.

Tipul de analiză efectuat este neliniar specific problemelor de contact cu frecare constînd dintr-un sistem de programe Fig. 4.13.

S-au efectuat postprocesări referitoare la discretizarea geometrică și la rezultatele analizei pentru efectuarea controlului și validarea analizei:

-verificarea dimensiunilor reale ale pieselor, a volumului total și a masei totale;

- verificarea aplicării corecte a sarcinilor și a proprietăților fizico-mecanice utilizate (în intensitate și distribuție luând în considerare caracterul eterogen al ansamblului);
- controlul amplitudinii deplasărilor în raport cu dimensiunile pieselor corespunzătoare liniarității geometrice;

Fig. 4.13<sup>1</sup>

- controlul intensității deformațiilor și tensiunilor pentru asigurarea respectării ipotezei liniarității legii de comportare a materialului fără a depăși valorile limită (deformații mai mici de 0,002 pentru oțel, de exemplu);
- verificarea condițiilor echilibrului global utilizând sarcinile și reacțiunile calculate;
- verificarea stabilității elastice a pieselor solicitate local sau global la compresiune;
- verificarea concordanței valorilor tensiunilor principale cu orientarea geometriei ansamblului.

<sup>1</sup> U reprezintă tensorul deplasărilor; T reprezintă tensorul tensiunilor.

### 4.3.3 Rezultatele simulării

**Modelarea reproduce fenomenul de instalare a îmbinării. Forța axială de strângere aplicată pachetului de elemente de îmbinare prin șuruburi va induce un câmp de presiune de contact, manifest în interfețele corpurilor. De asemenea forța axială de strângere determină starea de tensiune ce se instaurează în arbore, butuc și componentele pachetului de îmbinare. Mărimea și distribuția presiunilor de contact rezultă în urma analizei prin MEF.**

Capacitatea portantă a îmbinării se calculează în funcție de presiunea de contact dintre componentele acesteia. Prin urmare este importantă cunoașterea exactă a acestei distribuții prin calcul.

Programul de calcul aplicat permite în dialogul cu utilizatorul stabilirea apriori a unuia din cele patru modele de calcul pentru probleme neliniare prezentate în paragraful 4.1. Dacă metoda de calcul aleasă este inadecvată cu problema supusă analizei, programul trece automat la cea proprie situației date.

MEF furnizînd o soluție aproximativă unei probleme exacte este de preferat unei soluții exacte matematic dar deformată ca fenomen de aproximări numeroase și simpliste<sup>1</sup> astfel încît nu mai este necesară nici o altă diferențiere între doi termeni care de obicei sînt folosiți ca sinonimi: "simplificare" și "aproximare". Metodele clasice de lucru indiferent că servesc pentru dimensionare sau verificare, sînt urmate de serii complexe de încercări asupra prototipurilor sau seriei zero necesitînd standuri costisitoare și o echipă specializată de tehnicieni. Alternativa oferită de MEF este în acest caz tentantă: este necesar un singur prototip, care poate fi construit și la scară, pe criterii de similitudine sau, niciunul, în cazul abordării teoretice a întregii probleme.

#### **Calculul stării de tensiune și deformație cu MEF**

MEF aplicată la analiza modelului îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice a dat rezultate multiple ale distribuției tensiunilor și deplasărilor. Din lista de mai jos s-au selectat numai cele de interes pentru evaluarea capacității portante și a efectului de margine indus conform figurilor indicate:

- tensiuni echivalente<sup>2</sup> (Fig. 4.14 a, b, c, d);
- tensiuni principale<sup>3</sup>;

<sup>1</sup> Vezi Cap. 3 în care îmbinarea este tratată ca fiind constituită din corpuri ideal elastice supuse la legături.

<sup>2</sup>  $\sigma_{ech}^2 = \frac{1}{2} \left( (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right)$  în sensul lui von Mises.

<sup>3</sup>  $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ .

- tensiuni radiale;
- tensiuni axiale;
- tensiuni tangențiale maxime (Fig. 4.15 a, b, c, d);
- tensiuni circumferențiale (Fig. 4.16 a, b, c, d);
- deformații plastice;
- deformații la limita stabilității;
- deplasări liniare rezultante (Fig. 4.17 a, b, c, d);
- deplasări liniare pe direcție radială (Fig. 4.18 a, b, c, d);
- deplasări liniare pe direcție axială;
- deplasări circumferențiale;
- deformații unghiulare în planul axial (Fig. 4.19 a, b, c, d);

Unitățile de măsură în care sînt exprimate tensiunile sînt [MPa], deplasările liniare [mm] iar deformațiile unghiulare [rad].

Modelarea reia pentru analiză treptele forței axiale de strîngere aplicată pachetului de elemente prin cele 24 de șuruburi și anume  $F_{AM} \in [24,061; 46,700; 69,383; 92,044]kN$ , corespunzătoare valorilor momentului de înșurubare  $T_{AM} \in [50, 100, 150, 200]Nm$ .

Valorile parametrilor sînt cele utilizate în cadrul programului experimental. Fiecare grup de figuri cu același număr curent și cu indicii a, b, c, d redă configurația stării de tensiune sau de deformație corespunzătoare acestor trepte de instalare. Se observă foarte clar din figurile următoare că trecerea de la o treaptă de încărcare la alta progresiv (a,...,d) este sesizată prin limitele izoparametrice care pot fi identificate prin bara legendă atașată. Atît la tensiunile echivalente Fig. 4.14 a, b, c, d cît și la tensiunile tangențiale maxime Fig. 4.15 a, b, c, d se manifestă aspectul progresiv crescător al acestora odată cu mărirea valorii parametrului de instalare a îmbinării. În ceea ce privește distribuția în fiecare treaptă apare pregnant efectul de concentrare al tensiunilor în special în arbore la ieșirea de sub pachetul de elemente conice. Zona de tensiuni induse prin instalare se manifestă în masa arborelui și în afara porțiunii de contact cu inelul interior al pachetului de elemente de îmbinare. Efectul de margine se manifestă și asupra butucului dar într-o măsură mai mică.

În interfețele de contact apar discontinuități ale valorilor tensiunilor echivalente cît și ale celor tangențiale maxime datorate contactului cu frecare. Se remarcă solicitarea maximă care apare la inelele dublu-conice (stînga/dreapta).

Distribuția tensiunilor circumferențiale Fig. 4.16 a, b, c, d reproduce la rîndul ei aspectul progresiv crescător odată cu mărirea parametrilor de instalare. Se remarcă tensiuni circumferențiale pregnante în inelele conice în special la cel interior precum și pe zona periferică a arborelui în porțiunea de contact cu pachetul de elemente de îmbinare.

Distribuția deplasărilor liniare rezultante Fig. 4.17 a, b, c, d reproduce fenomenul de instalare prin deplasarea inelului dublu conic pregnantă în raport cu a celorlalte piese. Deplasarea diferită a inelelor conice duce la explicarea diferenței mărimilor presiunilor pe care acestea le exercită asupra arborelui respectiv a butucului.

Distribuția componentei radiale a deplasărilor liniare Fig. 4.18 a, b, c, d evidențiază deformațiile de comprimare respectiv de dilatare a componentelor după cum urmează:

- arborele suferă o comprimare graduală dinspre circumferință spre miez;
- inelul conic interior este de asemenea comprimat;
- inelul dublu conic suferă o comprimare mai pronunțată pe zona de contact cu inelul conic exterior;
- inelul conic exterior este dilatat mai pronunțat spre zona de contact cu inelul dublu conic.
- butucul este dilatat spre zona de contact cu inelul exterior.

Deformațiile unghiulare în planul axial Fig. 4.19 a, b, c, d sînt distribuite concentrat în zonele de contact ale pieselor în vecinătatea suprafețelor de atac.

### Concluzii

- Zonele de influență ale cîmpului de tensiuni ies în afara îmbinării doar pentru încărcările cele mai mari.

La acestea efectele de margine devin semnificative. Cea mai bună evaluare a efectului de margine trebuie judecată ca raport între presiunea maximă și medie calculată prin integrarea rezultatelor MEF.

- Deplasările unghiulare confirmă zonele de risc maxim în ceea ce privește concentratorii de tensiune.
- Pentru că metoda permite, s-au decelat distribuțiile tensiunilor și deformațiilor pe fiecare componentă a pachetului de elemente de îmbinare precum și pe arbore/butuc.

După cum era de așteptat la extremitățile elementelor componente apar solicitările maxime. În consecință ne putem aștepta la apariția unor fenomene de coroziune de contact în cazul încărcărilor combinate (sarcină radial-axială și moment de torsiune/încovoiere).

Cum suprafețele inelelor pachetului sînt foarte dure (peste 45HRC) și rugozitatea lor este redusă în comparație cu cea a alezajului butucului respectiv a arborelui, durabilitatea îmbinării nu va fi afectată semnificativ în timp.

- În cursul montajului cînd perechile de inele dublu-conice se deplasează axial apare riscul unei mișcări sacadate (stick-slip) chiar în această fază extrem de scurtă. Astfel pentru uniformizarea acțiunii șuruburilor dispuse circumferențial este necesară ordinea de strîngerea a acestora în stea, fapt confirmat și practic.

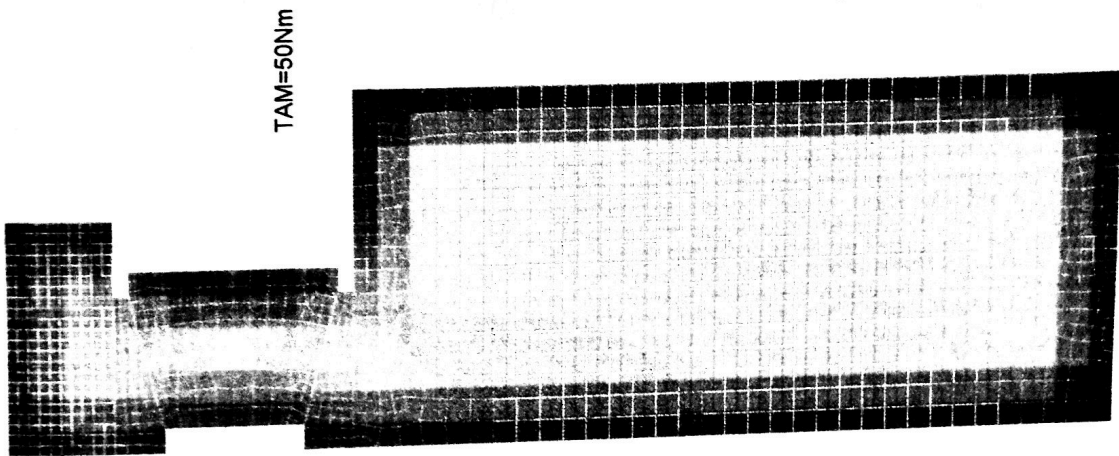
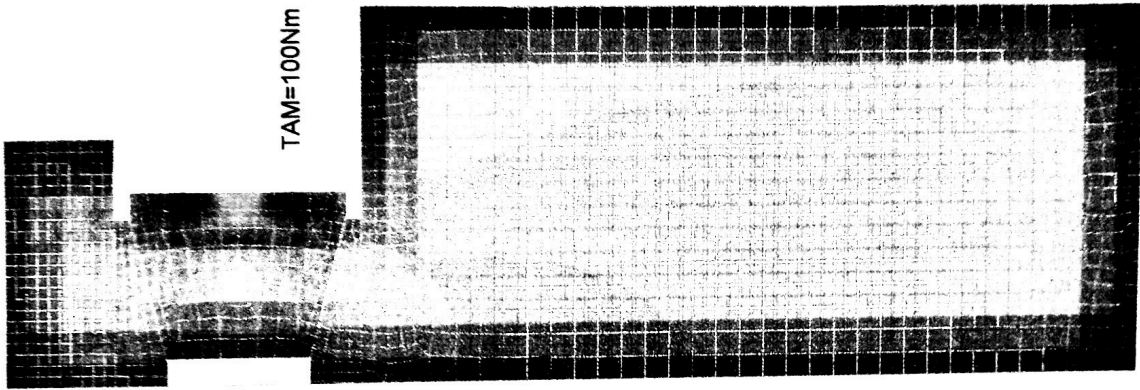
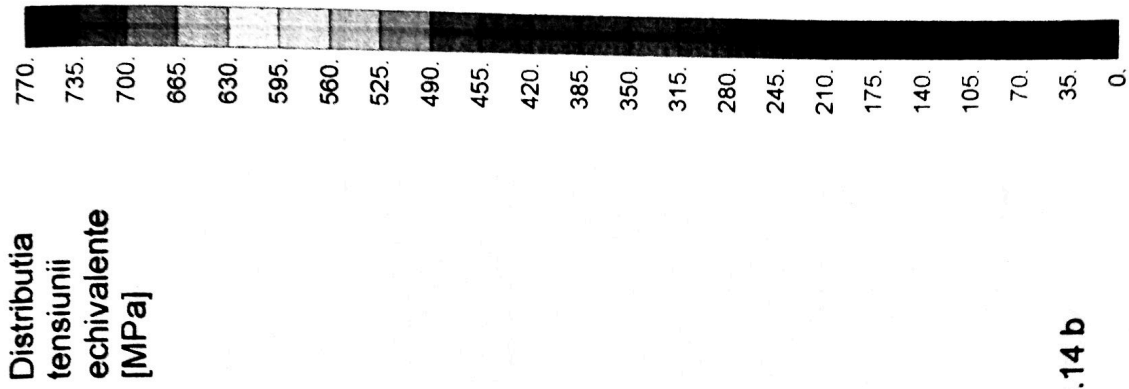
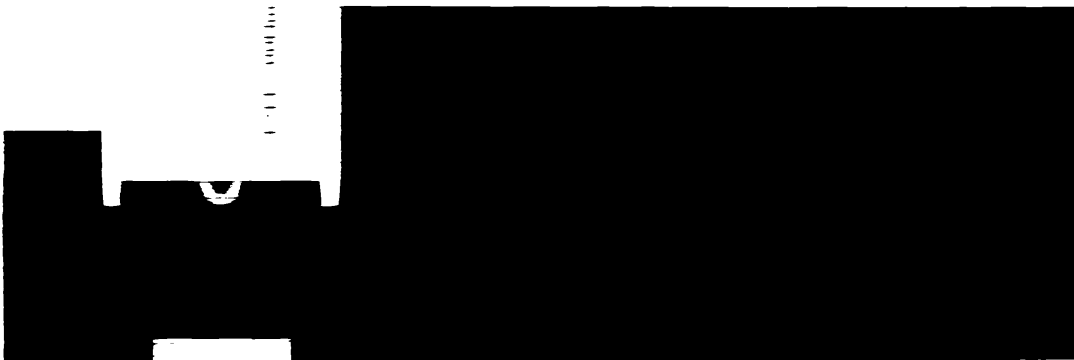
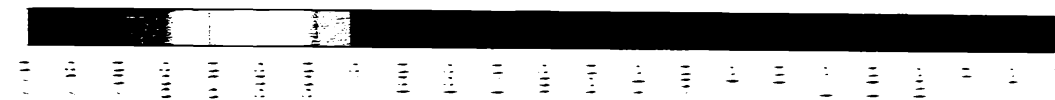


Fig. 4.14 b

Fig. 4.14 a

1. **Umsatz**  
 2. **Umsatz**  
 3. **Umsatz**  
 4. **Umsatz**





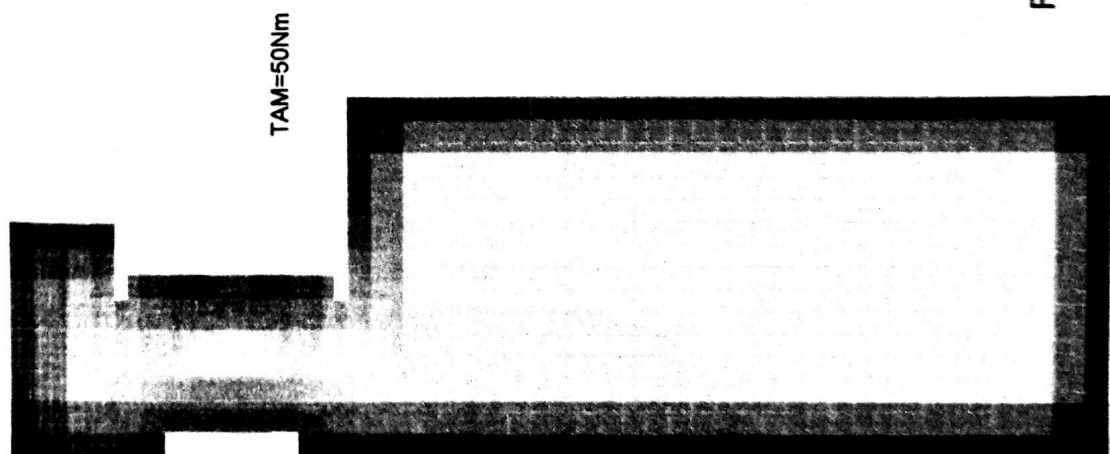
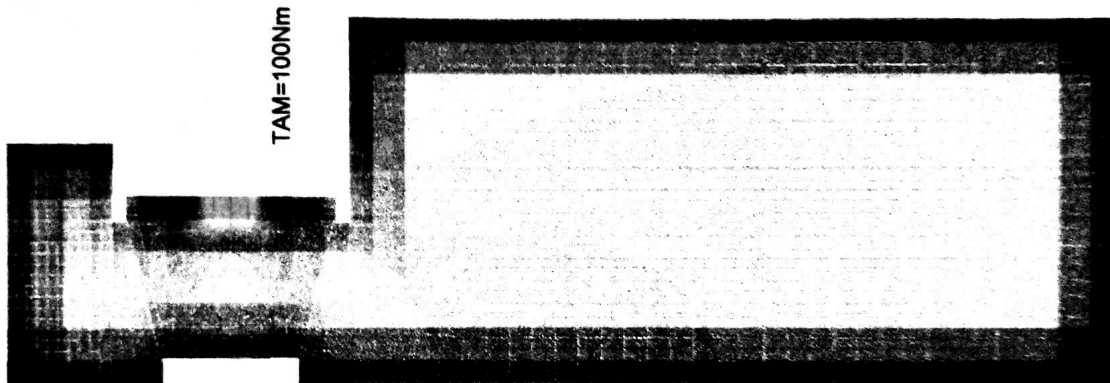
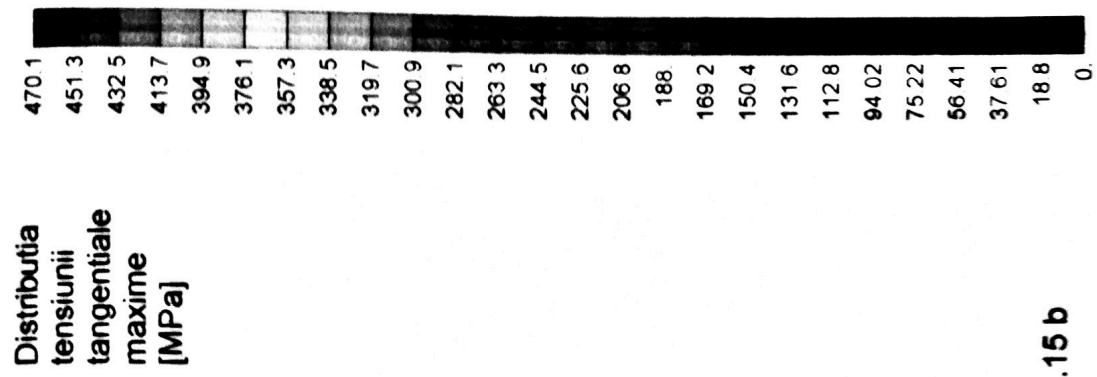


Fig. 4.15 b

Fig.4.15 a

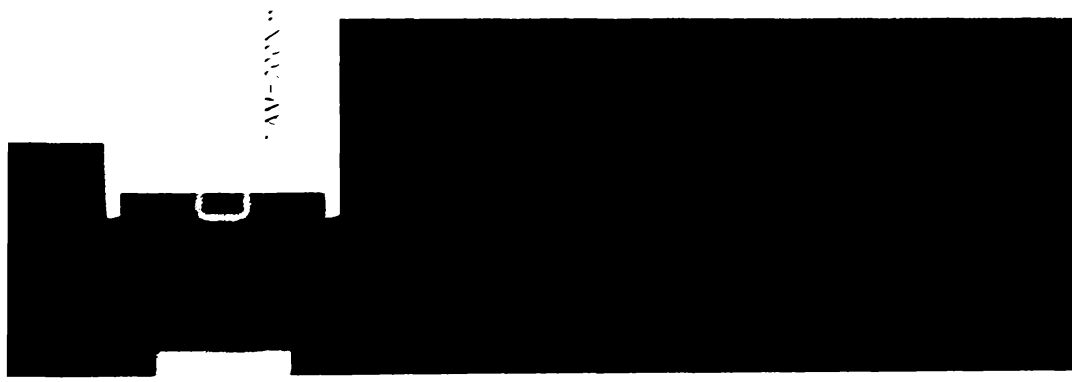
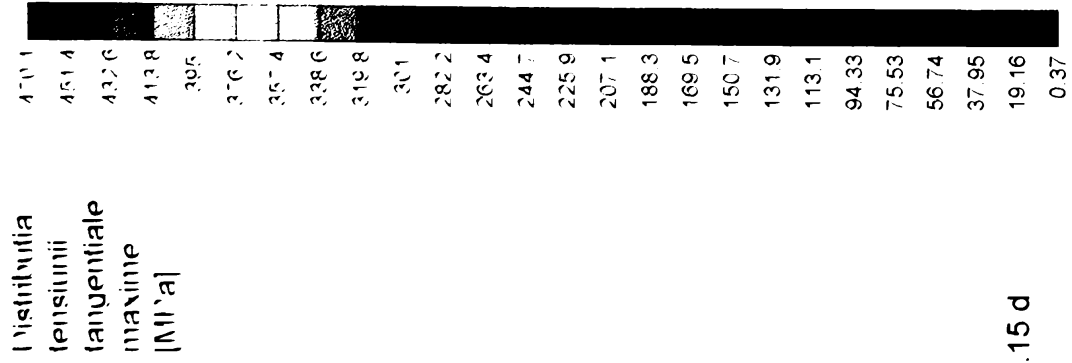


Fig. 4.15 d

Fig. 4.15 c

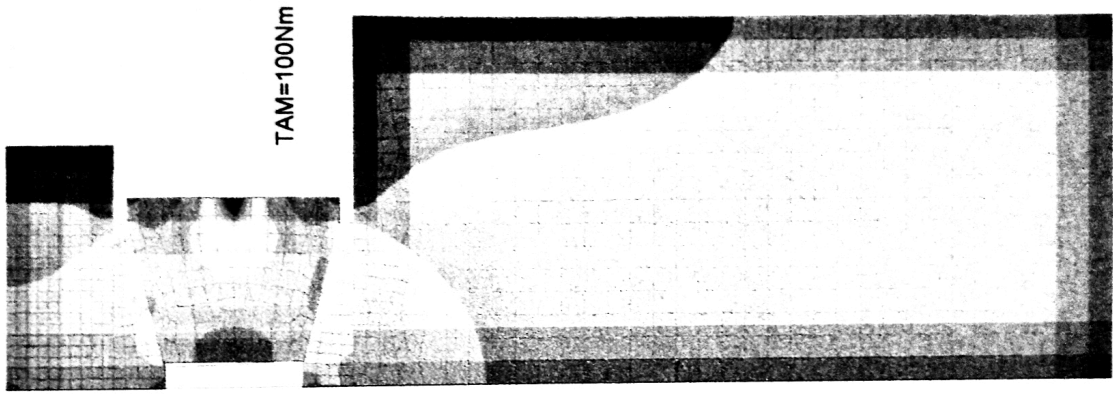
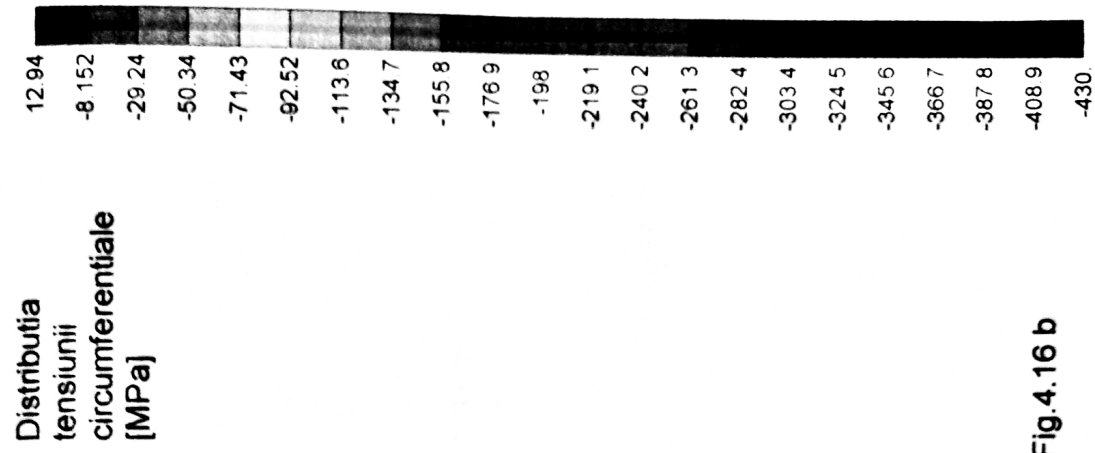


Fig.4.16 b

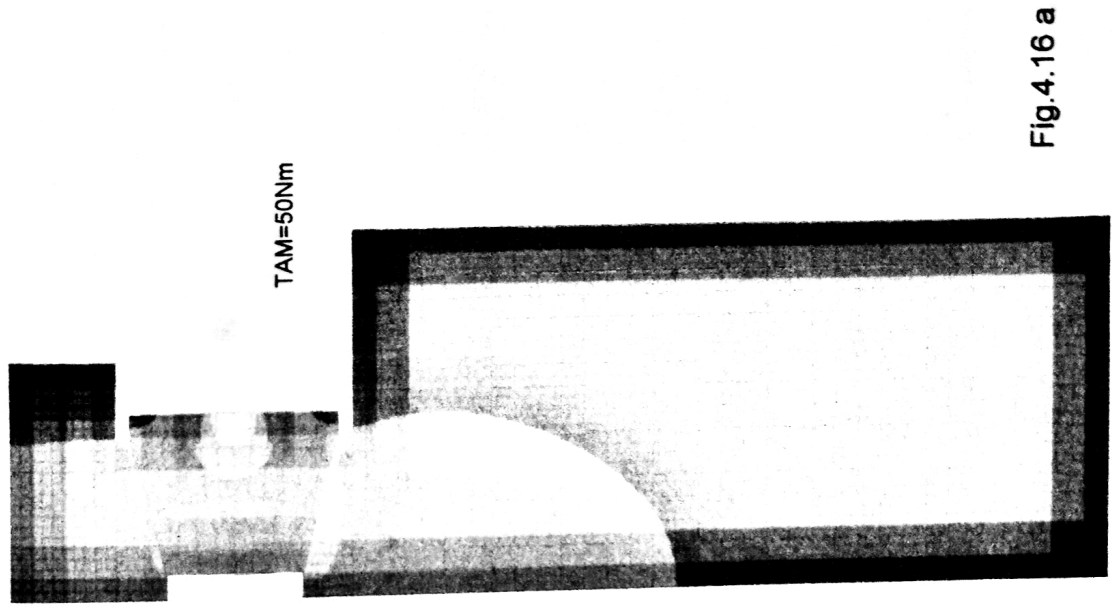


Fig.4.16 a

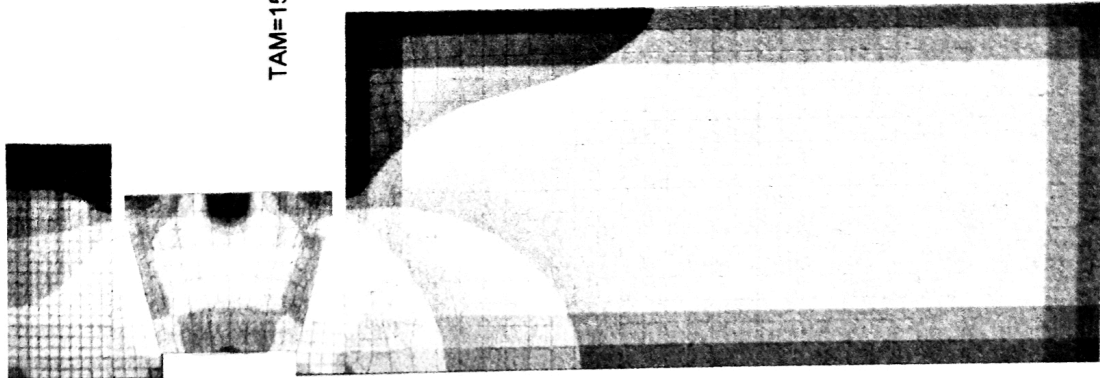
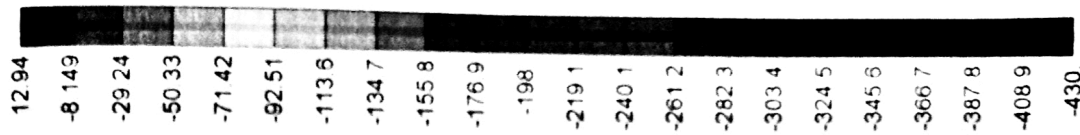


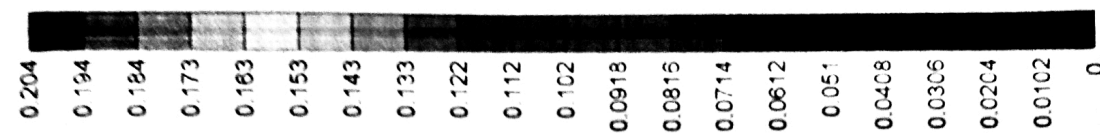
Fig. 4.16 c



Fig. 4.16 d

Distributia  
tensiunii  
circumferentiale  
[MPa]





Distributia  
deplasari  
liniare  
rezultante  
[mm]

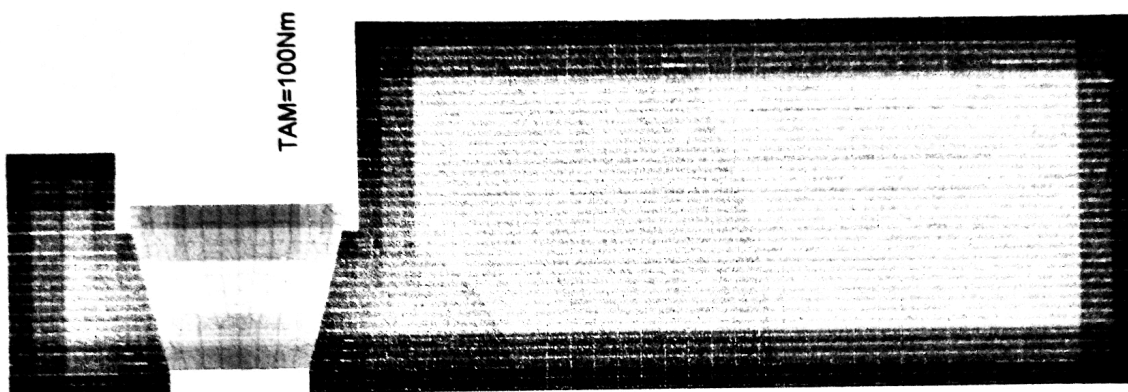


Fig. 4.17 b

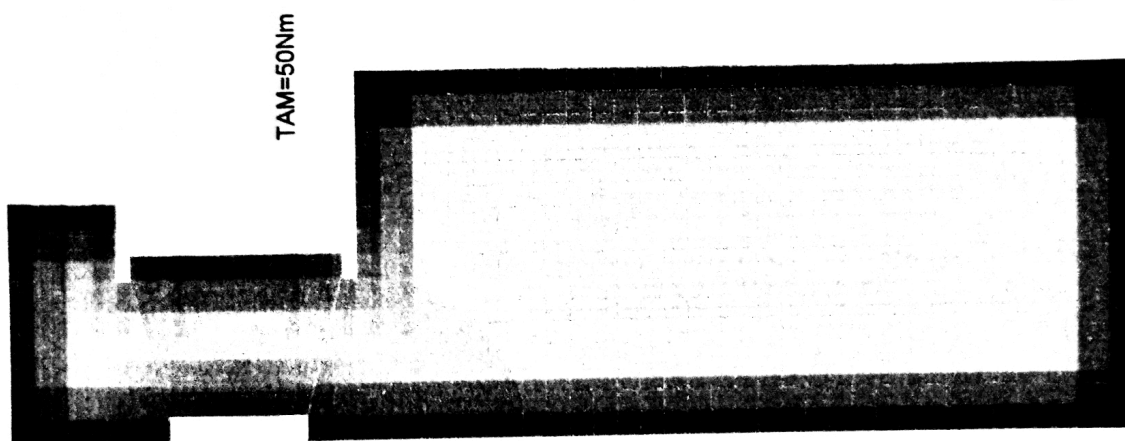


Fig. 4.17 a

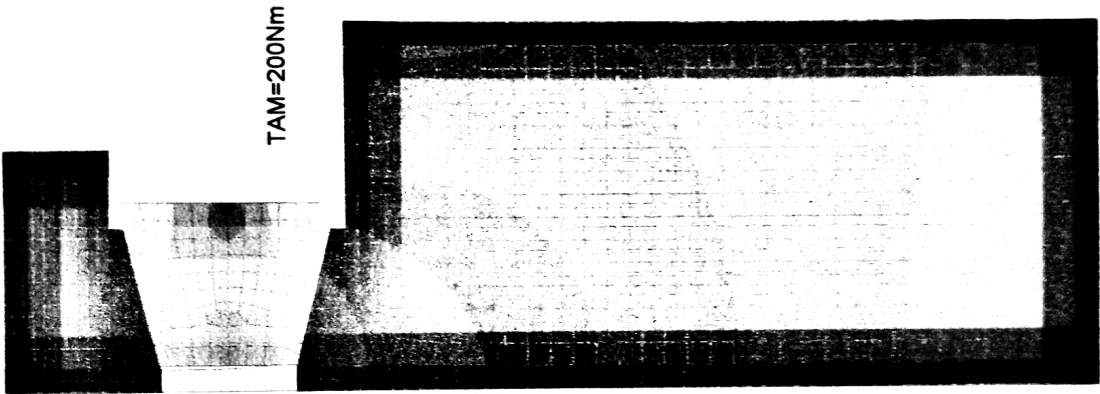
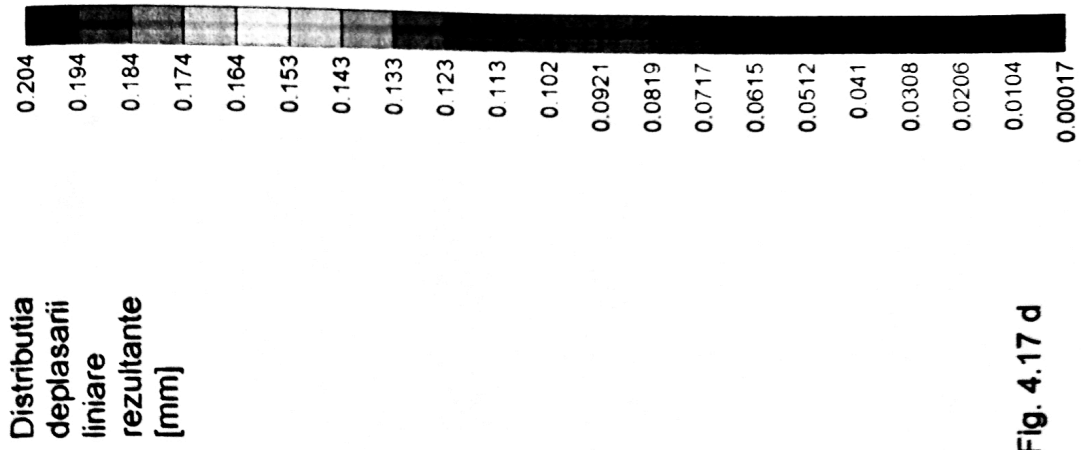


Fig. 4.17 d

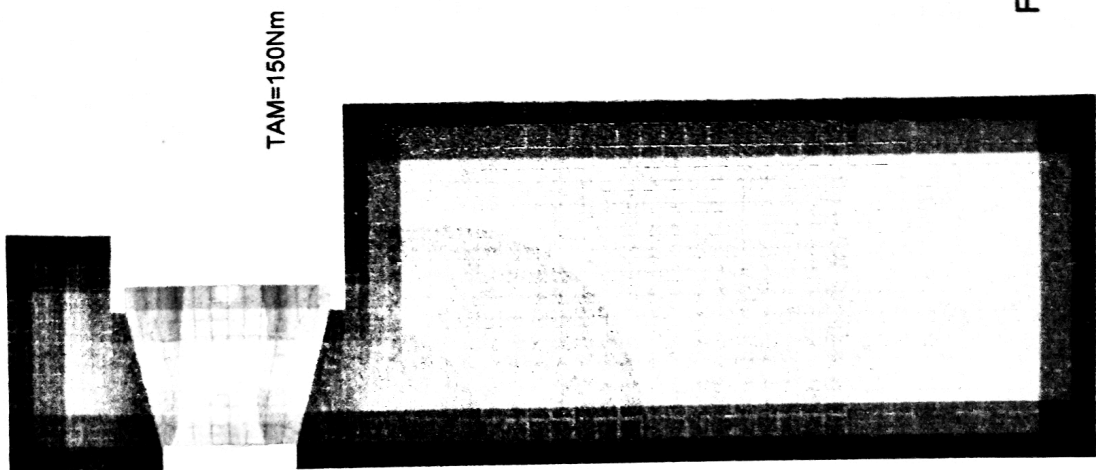
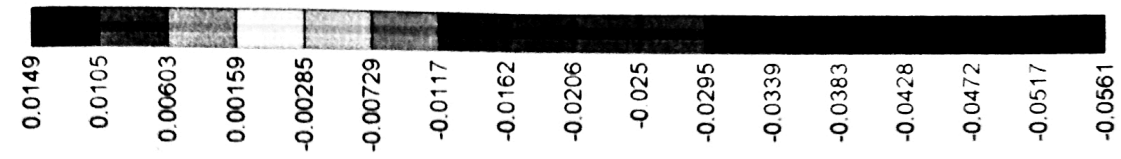


Fig. 4.17 c



Distributia  
deplasarii  
radiale  
[mm]

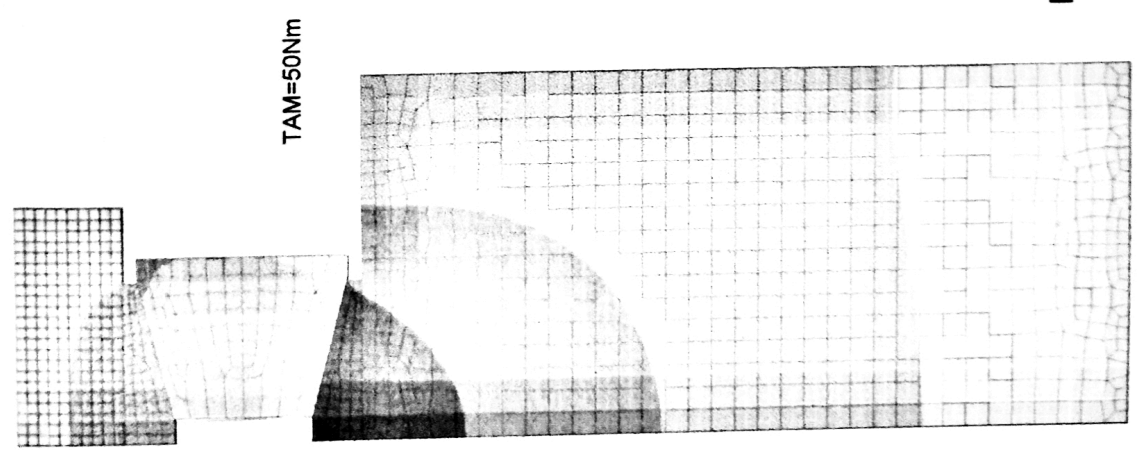
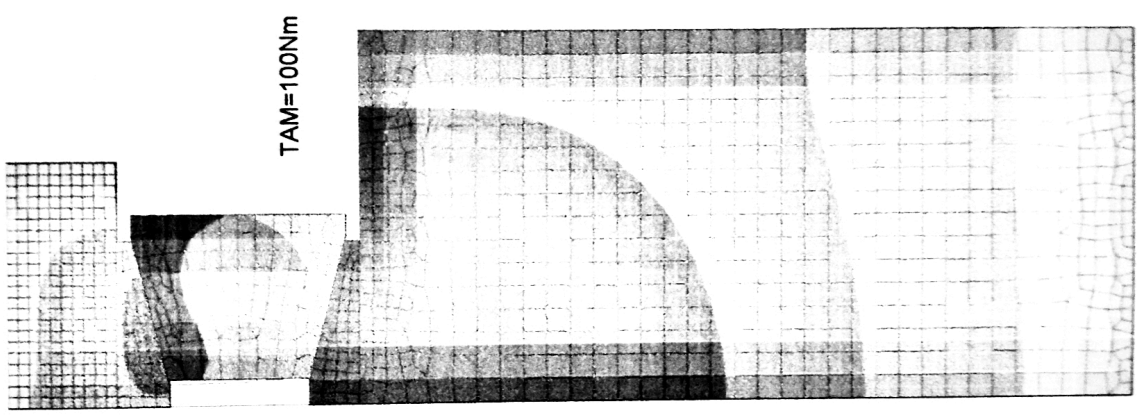


Fig. 4.18 b

Fig. 4.18 a

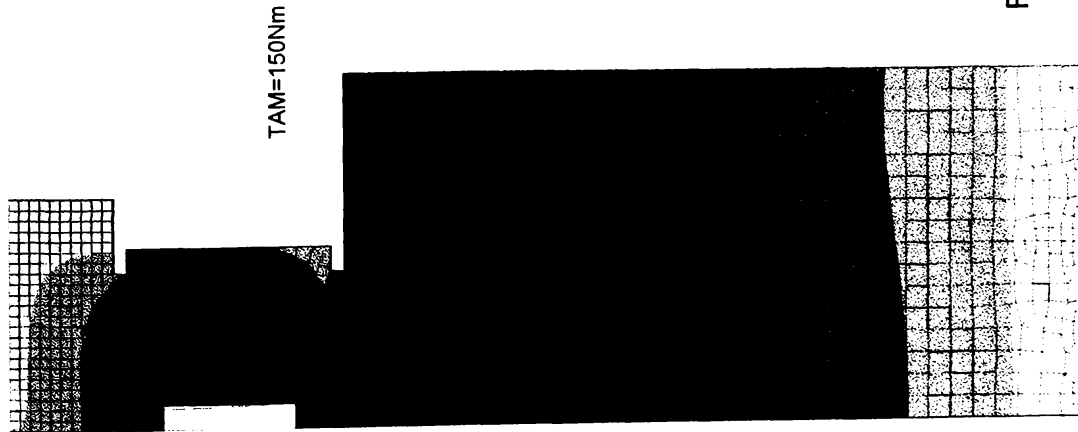


Fig.4.18 c

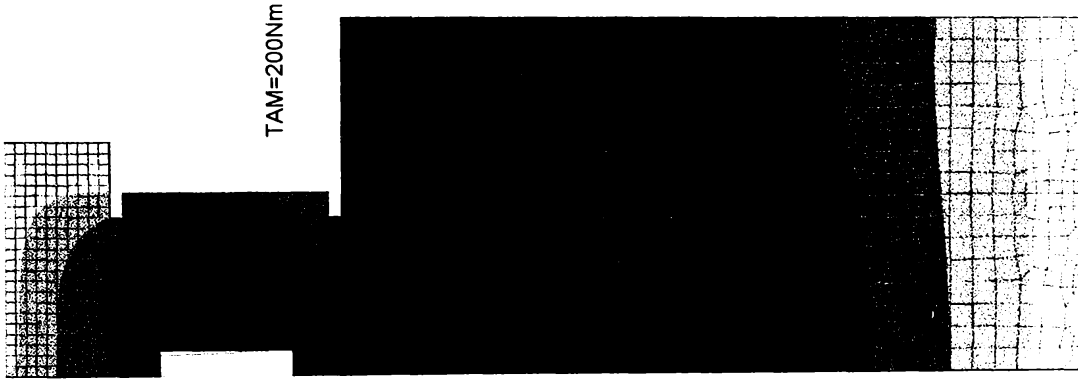
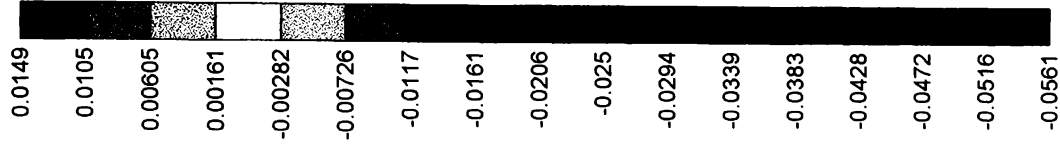
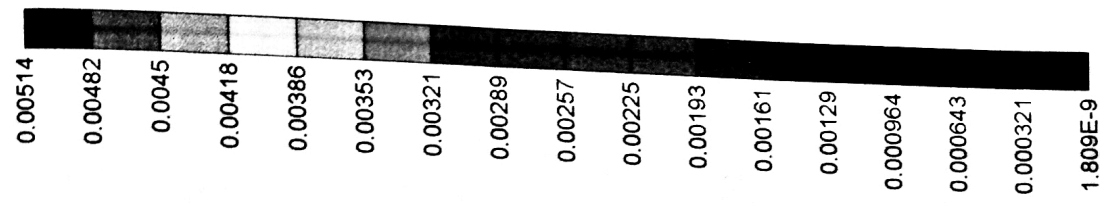


Fig.4.18 d

Distributia  
deplasarii  
radiale  
[mm]







Distributia  
deformatiei  
unghiulare  
in plan axial  
[radian]

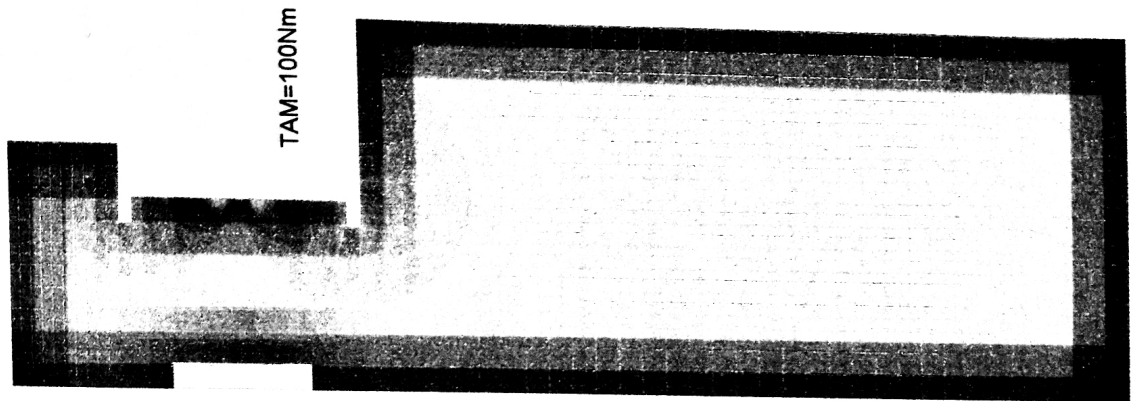


Fig. 4.19 b

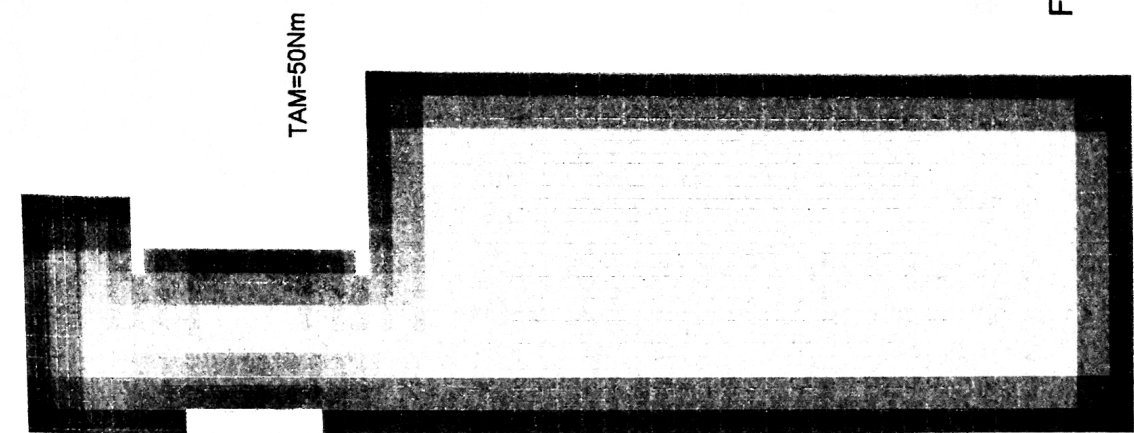
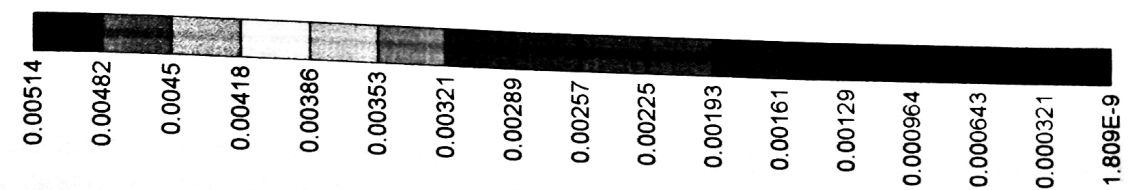


Fig. 4.19 a



Distributia  
deformatiei  
unghiulare  
in plan axial  
[radian]

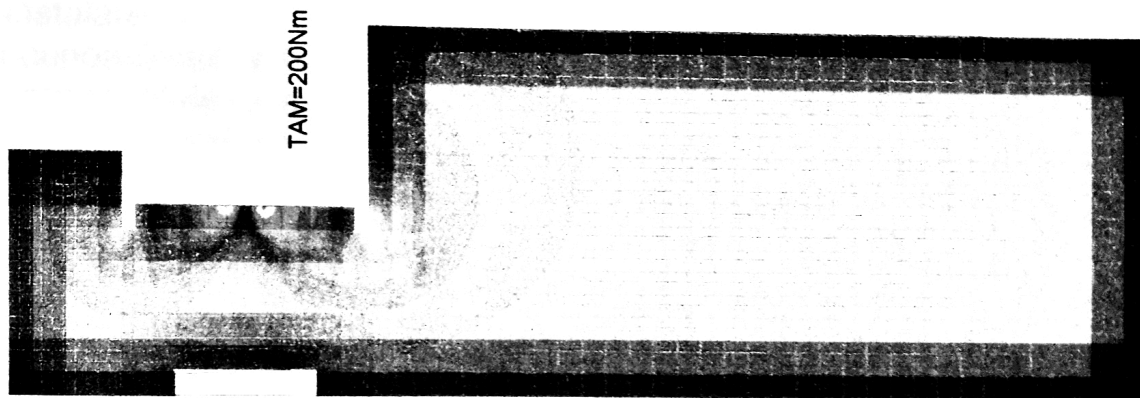


Fig. 4.19 d

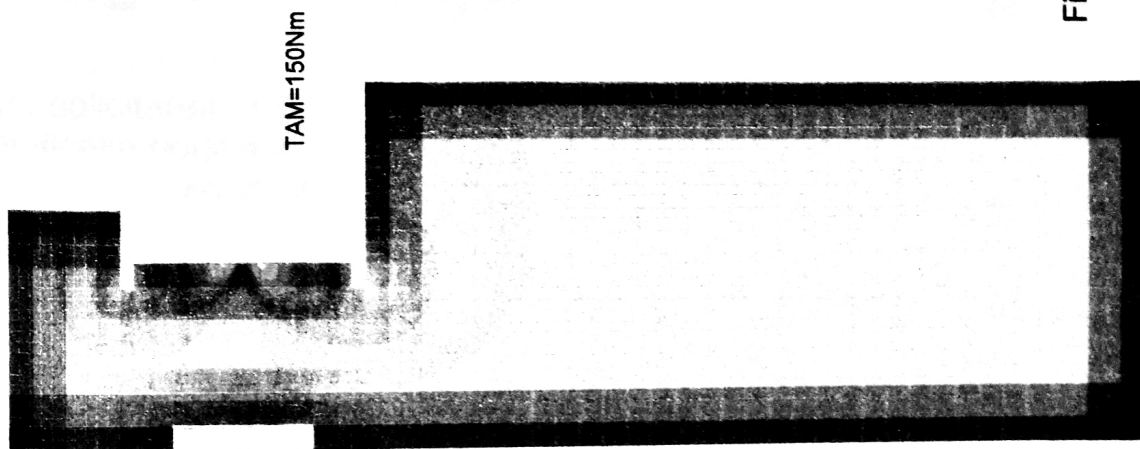


Fig. 4.19 c

#### 4.3.4 Evaluarea capacității portante a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice în urma analizei cu MEF a modelului

Evaluarea cât mai aproape de realitate a stării de tensiune în timpul și după operația de îmbinare este foarte importantă pentru dimensionarea, prognoza capacității portante și siguranța în funcționare a ansamblului.

Presiunea de contact realizată în urma instalării îmbinării<sup>1</sup> (obținută ca distribuție de valori în urma analizei prin MEF) este redată în Fig. 4.20 și 4.21 pentru suprafețele la nivelul cărora apare alunecarea<sup>2</sup> relativă.

Cu aceste valori se va determina capacitatea portantă a îmbinării.

Limitele raționale de funcționare ale unei îmbinări sînt dependente de capacitatea portantă, implicit de presiunea maximă ce poate fi obținută prin instalare.

Deci cunoașterea stării de tensiune reală în zonele de contact precum și în componentele îmbinării este foarte importantă pentru proiectare și siguranța în funcționare.

Expresiile de calcul a capacității portante în cele două situații limită de încărcare sînt:

$$\frac{1}{2}T_{max} = 2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot \int_0^l p(x) \cdot (r_0 - x \cdot \operatorname{tg}\beta)^2 dx \quad 4.57$$

pentru solicitarea numai cu moment de torsiune, respectiv

$$Fax_{max} = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \mu \cdot \int_{-b/2}^{b/2} p(x) \cdot dx \quad 4.58$$

pentru solicitarea numai cu forță axială.

Semnificația notațiilor este:

$\mu$  coeficientul de frecare la nivelul suprafețelor la care se produce alunecarea;

$p(x)$  presiunea din interfața de contact respectivă;

$r_0$  raza mare a suprafeței tronconice de contact dintre inelul interior și cel dublu-conic (dreapta/stînga);

$l$  înălțimea trunchiului de con de contact;

$b$  lățimea de contact a inelului interior cu arborele.

Avînd în vedere că rezultatele analizei cu MEF sunt discretizate rezultă valori pentru capacitatea portantă a îmbinării analizate Tabelul 4.1

<sup>1</sup> S-au luat în considerare patru trepte de instalare ce vor corespunde și regimurilor de încercare.

<sup>2</sup> inel interior / inele stînga - dreapta, respectiv inel interior / arbore.

**Distributia presiunii de contact pe suprafata  
arborelui cu pachetul de elemente de imbinare  
pentru cele patru regimuri de instalare**

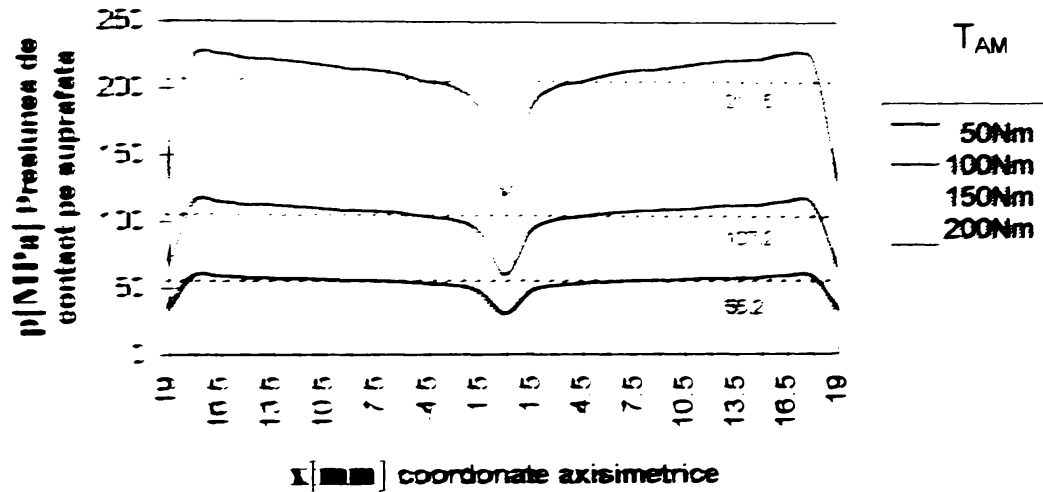


Fig. 4.20

**Distributia presiunii de contact in lungul  
generatoarei interfetei dintre inelul interior si cel  
dublu conic (dreapta) la cele patru regimuri de  
instalare**

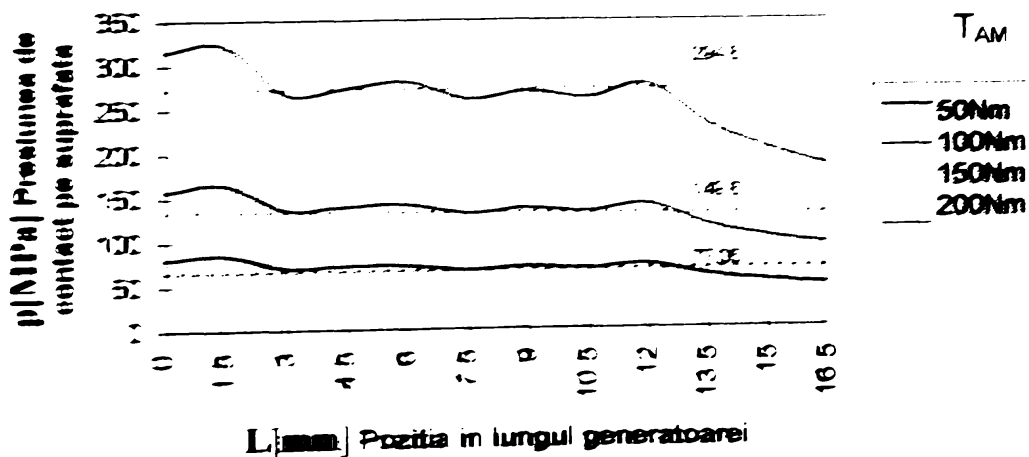


Fig. 4.21

Tabelul 4.1

<b>Regim de instalare</b> $T_{AM} [Nm]$	<b>Momentul de torsiune maxim capabil</b> $T_{max} [Nm]$	<b>Forță axială maximă capabilă</b> $F_{ax_{max}} [kN]$
50	21943.01	285.043
100	42621.95	553.293
150	63306.39	822.153
200	85829.60	1090.778

S-a luat în considerare de asemenea și mișcarea relativă dintre componentele pachetului de elemente de îmbinare care se produce în timpul instalării implicit coeficienții de frecare<sup>1</sup>.

Prin faptul că presiunea de contact se manifestă asupra corpurilor ca acțiune și reacțiune citirea distribuției acesteia în interfață se poate face univoc.

Pentru a putea urmări influența calității suprafețelor în contact asupra valorilor capacității portante s-au ridicat familii de curbe de distribuție a presiunilor de contact pe suprafețele alunecătoare pentru trei valori ale coeficienților de frecare<sup>2</sup> dintre inelele pachetului de îmbinare la regimul de instalare nominal ( $T_{AM} = 200Nm$ ) Fig. 4.22 și 4.23.

Conform relațiilor 4.57 și 4.58 rezultă următoarele valori pentru capacitatea portantă la regimul nominal de instalare și la coeficienții de frecare amintiți:

Tabelul 4.2

<b>Coeficient de frecare</b> $\mu [-]$	<b>Moment de torsiune maxim capabil</b> $T_{max} [Nm]$	<b>Forță axială maximă capabilă</b> $F_{ax_{max}} [kN]$
0.12	68350.48	1217.515
0.16	85829.60	1090.778
0.20	97537.87	984.459

Din Fig. 4.22 și 4.23 se observă că presiunea de contact crește odată cu micșorarea coeficienților de frecare.

Se remarcă influența pozitivă asupra capacității portante, la solicitarea cu forta axială, a valorilor mai mici ale coeficienților de frecare dar efectul este contrar la solicitarea cu momentul de torsiune (v. Tabelul 4.2).

<sup>1</sup> Ca date de intrare în programul de analiză s-au dat valorile coeficienților de frecare între arbore/butuc și pachetul de îmbinare  $\mu = 0.24$  iar între inelele pachetului  $\mu = 0.12$ .

<sup>2</sup>  $\mu \in \{0.12; 0.16; 0.20\}$

Valorile capacității portante corespunzătoare coeficientului de frecare  $\mu = 0.16$  sînt cele mai apropiate de cele obținute pe cale experimentală.

**Distributia presiunii de contact pe suprafata arborelui cu pachetul de elemente de imbinare pentru diferiti coeficienti de frecare la regimul de instalare nominal**

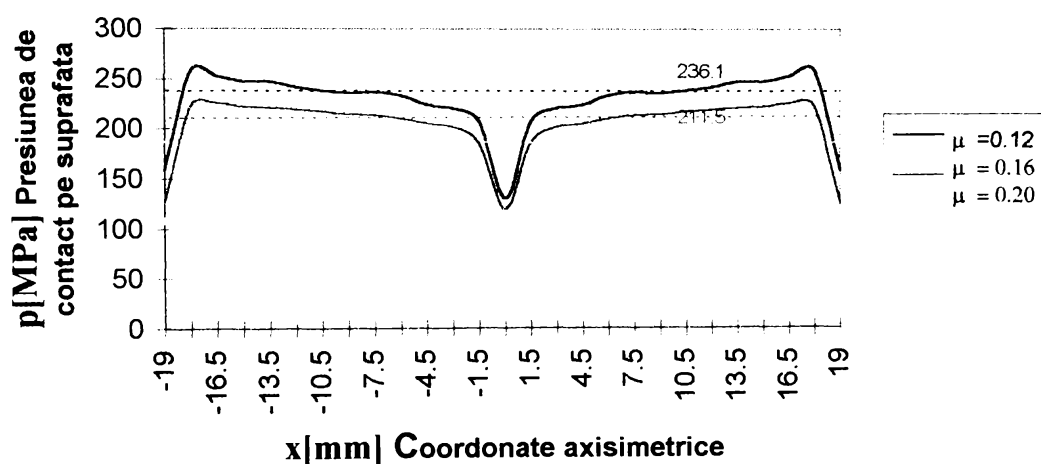


Fig. 4.22

**Distributia presiunii de contact in lungul generatoarei interfetei dintre inelul interior si cel dublu-conic (dreapta) pentru diferiti coeficienti de frecare la regimul de instalare nominal**

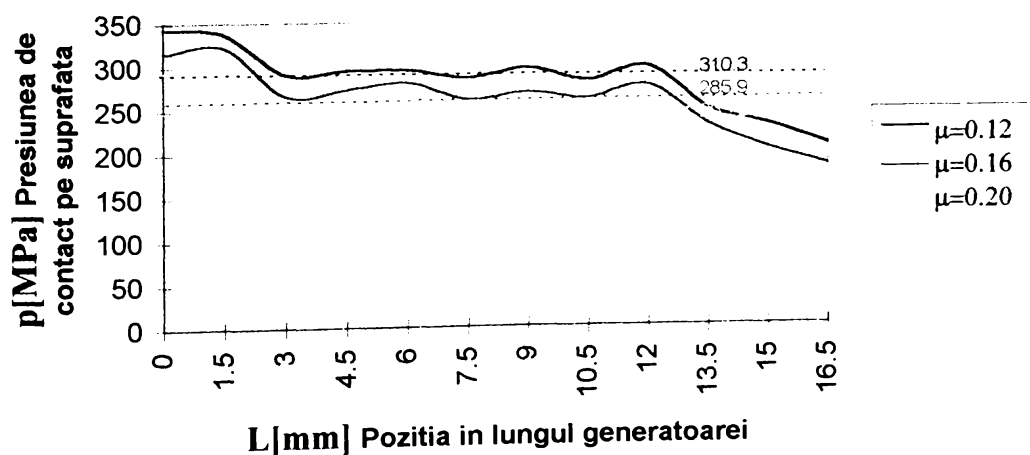


Fig. 4.23

De subliniat că prin modelarea și analiza prin MEF se poate identifica cu mai mare acuratețe valoarea reală a coeficientului de frecare dintre inelele pachetului de elemente de îmbinare ( $\mu = 0.16$ ) decât cea prognozată de proiectant ( $\mu = 0.12$ ).

Comparația valorilor rezultatelor determinate prin calcul cu MEF, analitic și experimental ale capacității portante a îmbinării se regăsește în Fig.6.1 și Fig.6.2.

### Concluzii

- Valorile obținute prin analiza MEF confirmate experimental ale alunecărilor elementelor îmbinării se produc la solicitarea prin moment de torsiune limită inițiate între inelul interior și cele dublu-conice și nu între inelul interior și arbore după cum se enunță în sursele bibliografice.
- La solicitarea axială alunecarea relativă apare la contactul inelului interior cu arborele din considerente legate de geometria pachetului.

### 4.3.5 Evaluarea efectului de margine

Efectul de margine se manifestă atât în zona de contact a pachetului de elemente de îmbinare cu arborele cât și în cea de contact cu butucul<sup>1</sup>.

Prin cunoașterea distribuției presiunii de contact se evaluează valoarea medie a acesteia cu care se calculează mărimea relativă maximă  $\chi$ :

$$\chi = \frac{p_{max}}{p_{med}} \quad 4.59$$

cu

$$p_{med} = \frac{\int p(A) \cdot dA}{A} \quad 4.60$$

Explicitînd relațiile de mai sus pentru zonele de contact ale pachetului de îmbinare cu arborele:

$$\int_{-1} p(A) \cdot dA = 2\pi \cdot r \cdot \int_{-b/2}^{b/2} p(x) \cdot dx \quad 4.61$$

rezultă următoarele valori pentru situațiile de analiză cu MEF efectuate.

<sup>1</sup> Nu se analizează în lucrare fiind mai puțin pregnant decât cel din zona de contact a pachetului cu arborele.

Tabelul 4.4

<b>Regim de instalare</b> $T_{AM} [Nm]$	<b>Coeficient de frecare<sup>1</sup></b> $\mu [-]$	<b>Presiunea medie<sup>2</sup></b> $p_{med} [MPa]$	$\chi = \frac{P_{max}}{P_{med}} [-]$
50	0.16	55.2703	1.079421
100	0.16	107.2846	1.077508
150	0.16	159.4169	1.074541
200	0.16	211.5038	1.070903

Spre deosebire de îmbinările prin strângere cu contact direct pe ajustaje cilindrice la care factorul  $\chi$  ia valori semnificative ( $>3$ ) construcția pachetului de îmbinare cu elemente intermediare conice determină valori ale acestuia apropiate de unitate.

Prin urmare distribuția presiunii de contact cu arborele este sensibil uniformizată, efectul de margine fiind redus în avantajul acestei clase de îmbinări.

<sup>1</sup> Dintre inelele pachetului de elemente de îmbinare

<sup>2</sup> de contact cu arborele a inelului interior al pachetului



# 5 Cercetări experimentale

## 5.1 Obiective și metode specifice cercetării experimentale a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice

**5.1.1 Cercetările experimentale** își propun determinarea limitelor raționale de funcționare a îmbinărilor prin strângere cu elemente intermediare conice. Prin urmare față de capacitatea portantă garantată de catalogul de produs la o valoare impusă a parametrilor de instalare a îmbinării se urmărește determinarea capacității portante limită la alte valori ale parametrilor de instalare și în ce măsură o anumită tipodimensiune poate asigura o fracțiune dorită din capacitatea portantă nominală la aceiași proporție a valorilor mărimilor de instalare.

Această problemă este necesar a fi studiată datorită faptului că orice îmbinare prin strângere induce pe arbore un concentrator de tensiune cu atât mai important cu cât presiunea în zona de contact este mai mare (deci cu cât strângerea este mai intensă).

Proiectarea rațională a unei îmbinări prin strângere impune optimizarea relației capacitate portantă / dimensiuni.

Concentratorul influențează comportarea la oboseală a arborelui. Solicitățile la care trebuie să facă față îmbinarea impun mărimea strângerii instalate.

Condițiile de dimensionare a arborelui dau valori ale diametrului care la rândul lui impune dimensiunile tipului sau tipurilor de pachete de elemente ce pot fi alese spre a fi utilizate. Din aceste condiții se alege o tipodimensiune de elemente intermediare care asigură acoperitor capacitatea portantă necesară.

Pot apare situații în care tipul și mărimea pachetului ales instalat la valorile prescrise ale parametrilor să realizeze capacitate portantă de câteva ori mai mare decât cea necesară. Pentru a ne apropia de capacitatea portantă necesară se pune problema determinării mărimii parametrilor de instalare a pachetului ales astfel încât să avem certitudinea că strângerea realizată asigură transmiterea solicitărilor

exterioare pentru care a fost proiectată îmbinarea la un anumit coeficient de siguranță.

### 5.1.2 Metode de determinare experimentală a corelației dintre strângerea instalată și momentul de torsiune sau forța axială transmise de îmbinare

Îmbinările prin strângere cu elemente intermediare conice garantează în catalogul de produs pentru fiecare tipodimensiune momentul de torsiune  $T$  și forța axială  $F_{ax}$  pe care acesta le poate transmite între arbore și butuc. Cataloagele recomandă totodată condițiile de montaj care asigură instalarea strângerii (întucît generează presiunile  $p_1$  și  $p_2$  distribuite pe suprafețele conjugate cu arborele respectiv alezajul butucului).

Momentul limită cu care se strîng șuruburile ce determină dilatarea/strîngerea pachetului de elemente intermediare este de asemenea prescris în catalogul de produs.

Conform principiului de creiere a presiunii pe arbore respectiv butuc de către pachetul de elemente conice de strîngere forța din șuruburi  $F_{s.v}$  face să se deplaseze axial inelele stînga dreapta deplasînd radial inelele interior respectiv exterior și determinînd prin contactul forțat presiunile  $p_1$  și  $p_2$  (interacțiunile pachetului cu arborele respectiv cu butucul).

Pentru tipodimensiunea analizată experimental este valabilă situația prezentată în Fig. 3.7 și relațiile 3.2 și 3.3

Se acceptă și relația dintre presiunile pe arbore și pe alezaj:  

$$p_2 = p_1 \cdot d / D.$$

Încărcarea simplă cu forță axială a îmbinării se limitează la valoarea:  $F_{ax} \leq (F_{ax})_{max}$  iar încărcarea simplă cu moment de torsiune se limitează la valoarea:  $T \leq T_{max}$ .

Experimental se poate determina capacitatea portantă a îmbinărilor prin strîngere cu elemente intermediare conice în mod analog cu determinarea capacității portante a îmbinărilor cu contact direct cînd acestea sînt solicitate simplu (numai cu moment de torsiune sau numai cu forță axială).

Geometria elementelor care compun îmbinarea se consideră corectă dacă dimensiunile lor se încadrează în cîmpul de toleranță. Abaterile de la forma geometrică chiar cele cuprinse în interiorul cîmpului de toleranță prescris influențează contactul pe generatoare și pe circumferința elementelor îmbinării (modificînd distribuția presiunilor).

Rezultă de aici necesitatea studiului teoretic și experimental al capacității portante limită a îmbinărilor efective prin strîngere în situația de referință: *îmbinare perfectă* din punct de vedere tehnic;

Aceste îmbinări asigură capacitatea portantă în relație directă cu forța axială aplicată/instalată prin șuruburile de strângere a pachetului.

Prezintă deci interes *studiul experimental al capacității portante în funcție de parametrii de montaj ai îmbinării*.

În cadrul experimentului strângerea șuruburilor a fost realizată cu chei dinamometrice. Ordinea de înșurubare "în stea" cu mai multe treceri a compensat succesiv relaxările șuruburilor învecinate datorate așezării coercte a pachetului și deformațiilor elastice ale inelelor din pachet.

Fenomenul fizic de instalare este descris în schema de mai jos.

$$T_{AM} \rightarrow F_{AM \text{ strângere suruburi}} \Rightarrow F_N \Leftrightarrow (p_{1,2}) \xrightarrow{\text{funcție necesară de realizat}} T_{max} / (F_{ax})_{max}$$

Forța de strângere a șuruburilor pachetului  $F_{AM}$  este determinată de momentul de înșurubare controlat la montaj  $T_{AM}$  cu precizia cheii dinamometrice utilizate.

Mărimea apăsării normale pe suprafețele active ale arborelui și butucului este dată de forța de strângere a șuruburilor, implicit de momentul de strângere. Datorită distribuției forței normale pe suprafețele de contact ale pachetului de inele conice cu arborele și butucul pe acestea din urmă se generează presiunile  $p_{1,2}$ .

Pentru evaluarea forței de strângere a șuruburilor se impune cunoașterea dependenței reale  $F_{AM}(T_{AM})$ .

Îmbinarea astfel instalată este capabilă să realizeze funcția ei de a transmite o sarcină exterioară (moment  $T_{max}$  și / sau forță axială  $F_{axmax}$ ) între arbore și butuc.

Pentru experiment încărcarea cu moment de torsiune pur se reduce la aplicarea unui cuplu de forțe cu valoare continuu crescătoare. Înregistrarea valorii forței din momentul apariției alunecării îmbinării permite calculul momentului limită.

Încărcarea numai cu forța axială a îmbinării se efectuează de asemenea continuu și progresiv pentru a surprinde/înregistra valoarea la care apare alunecarea.

Cele două forțe paralele și de sensuri contrare sînt dezvoltate pe standul utilizat la încercări de doi cilindri de forță alimentați în paralel pe același circuit hidraulic.

Posibilitatea de măsurare a foțelor prin intermediul presiunilor dezvoltate în fiecare cilindru a fost folosită doar informativ întrucît în această situație se cumulează și pierderile prin frecare dintre pistoane, cilindri și casețele de etanșare ale tijelor. Pentru a evita acest neajuns s-au folosit doi traductori de forță tensometrici montați în capătul tijelor cilindrilor care indică valorile momentane și cele maxime pe care le ating forțele crescătoare aplicate.

De remarcat că la încărcări progresive presiunea din cilindri nu mai crește când începe alunecarea îmbinării (ca de altfel și indicațiile traductorilor tensometrici).

Încăecarea axială s-a efectuat prin intermediul unui vinci hidraulic de 2000kN.

Măsurarea forței axiale cu care se încarcă îmbinarea se efectuează indirect prin determinarea apăsării dezvoltate de vinci (indicată de presiunea din circuitul hidraulic).

## 5.2 Proiectarea și planificarea cercetărilor experimentale

Cercetarea experimentală trebuie să urmărească evoluția celor două aspecte specifice îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice: capacitatea portantă și parametrii de instalare.

**5.2.1 Ipoteze ce au stat la baza cercetării** La evaluarea treptelor de încărcare s-a acceptat ipoteza uniformității distribuției presiunilor în zonele de contact dintre inelele conice ale pachetului de elemente intermediare precum și în zonele de contact cu arborele și cu butucul (cap 3).

De asemenea conform măsurărilor efectuate se acceptă că epruvetele încercate se află în domeniul cu abateri programate (se încadrează în toleranțe).

Fenomenul fizic de instalare a strîngerii asigură capacitatea portantă a îmbinării, ea fiind dependentă de forța de strîngere din șuruburile pachetului de elemente conice.

În vederea experimentării trebuie proiectat modelul fizic al unei îmbinări ce se solicită cu acțiuni exterioare în același fel ca o îmbinare reală, putîndu-se măsura și izola fenomenele și influențele lor.

De aici rezultă proprietățile necesare standului și performanțele necesare echipamentelor de măsură și înregistrare.

Standul și echipamentele de măsură și înregistrare trebuie să permită:

- realizarea "modelului-îmbinare" în mai multe variante 3D-dimensionale;
- încercarea unor epruvete diferite ca tip și mărime (serii de 100-dimensiuni de elemente intermediare conice);
- controlul parametrilor de instalare a "modelului-îmbinare";
- încărcarea și controlul solicitărilor exterioare (moment de torsiune și / sau forță axială) aplicate "modelului-îmbinare" ales;
- urmărirea minuțioasă a comportării modelului îmbinare în timpul încercărilor.

**5.2.2 Stand și echipamente de încercare** Figura 5.1 prezintă principial schema bloc pentru un stand de încercat îmbinări prin strângere.

**Instalația experimentală utilizată pentru încercări se află în dotarea "Laboratorului de cercetare și încercări" din S. C. CEPROM S. A. din Satu-Mare. Instalația a fost modificată pe baza unui proiect pe care l-am executat în cadrul elaborării prezentei teze și a fost executat la secția de producție a S. C. CEPROM S. A.**

Scopul modificărilor a fost cel de a realiza un procedeu de încărcare care să determine în zona de îmbinare un torsor al forțelor exterioare a cărei componentă radială să fie nulă. Aceasta permite studierea comportării îmbinării la solicitarea exterioară numai cu moment de torsiune.

Atât construcția inițială a standului cât și cea modificată permit și încărcarea cu forța axială a îmbinării în așa fel încât torsorul rezultat să aibă componenta de moment nulă.

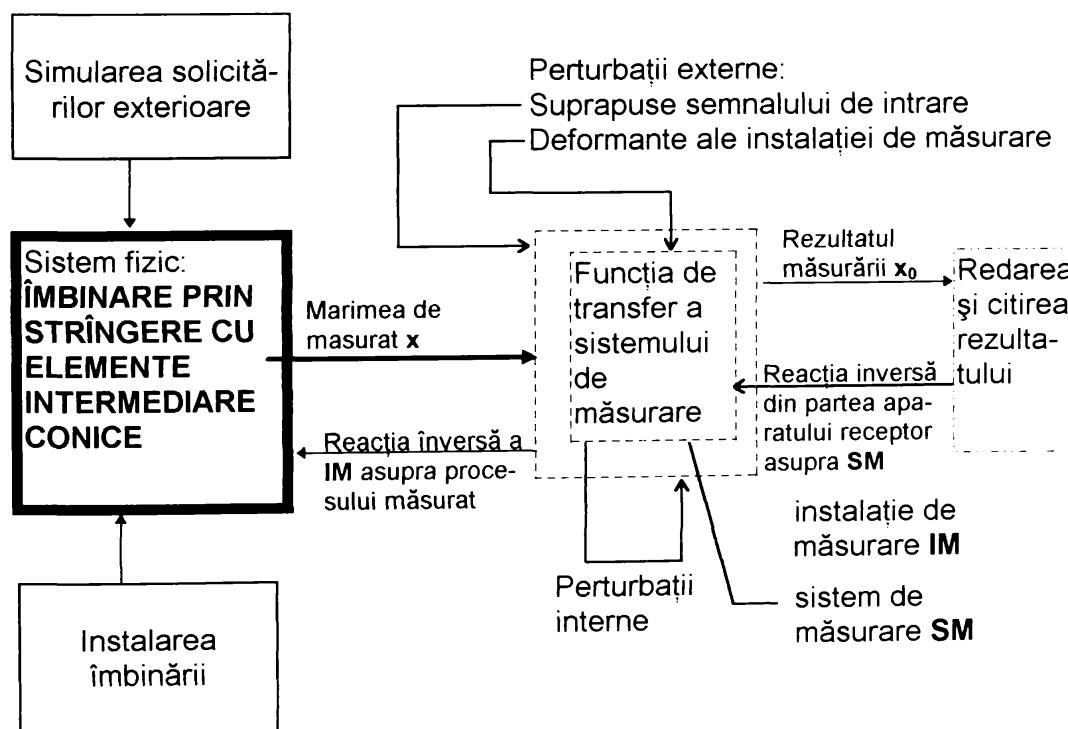


Fig. 5.1

Îmbinarea este materializată ca sistem fizic pe stand prin următoarele componente:

- set de elemente conice aparținând tipodimensiunii încercate;

- arbore cu capătul în trepte de diametre corespunzătoare mai multor mărimi de elemente de încercat;
- casete ce pot fi immobilizate (care înlocuiesc funcțional butucul) și sînt prevăzute cu alezaje cilindrice corespunzătoare tipodimensiunii care se încearcă;

Pentru instalarea îmbinării se utilizează o cheie dinamometrică reglabilă (în domeniul 0...760 Nm) și inițial un dispozitiv de centrare (triunghi) pentru poziționarea concentrică a butucului în raport cu arborele.

După consumarea jocurilor dintre pachetul de elemente și piesele de îmbinat (la începutul înșurubării) se îndepărtează triunghiul de centrare.

Simularea solicitărilor exterioare se obțin prin încărcarea controlată a îmbinării cu un moment de torsiune și / sau cu o forță axială.

Caseta cu rol de butuc (2) se immobilizează după care se aplică asupra arborelui un moment de torsiune și / sau o forță axială.

Cilindrii de forță hidraulici ( $C_{1,2}$ ) acționează asupra arborelui printr-un braț simetric (B) de lungime totală 3,2m blocat (imobilizat parțial) pe arbore cu două pene paralele. La extremitățile brațului se articulează tijele a doi cilindri hidraulici ( $C_{1,2}$ ) identici, cu axele paralele și acționînd în sensuri contrare. Circuitul hidraulic comun permite asigurarea încărcării ambilor cilindri cu presiuni practic egale dezvoltînd astfel și forțe egale în limita abaterilor date de neuniformitatea frecărilor asupra tijelor.

Forța axială se aplică cu un vinci hidraulic (CH) de 2000kN.

Schema cinematică a standului este prezentată în Fig. 5.2.

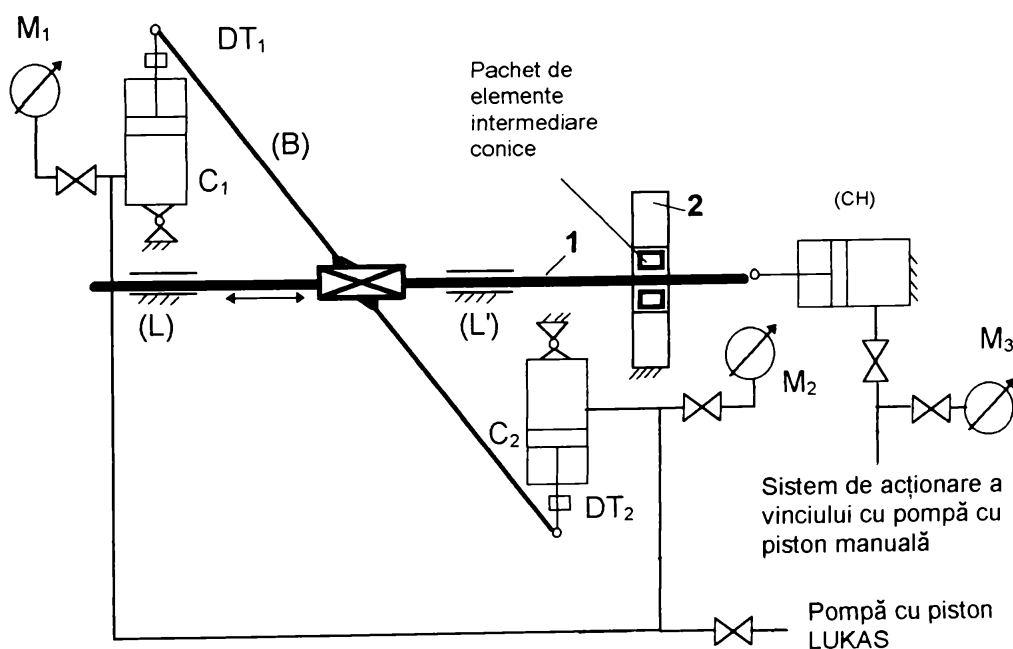


Fig. 5.2

Arborele (1) rezemat în lagărele de alunecare (L și L'), poartă în consolă un pachet de elemente intermediare conice (cu strângere controlată) blocat în caseta-butuc (2). Batiul fixat pe o fundație robustă, asigură coaxialitatea alezajelor lagărelor și a casetei-butuc (2). Batiul imobilizează prin formă caseta (2) împiedicînd-o să se rotească și să translateze. Brațul (B) fixat pe arbore cu două pene paralele se poate translata în lungul axei arborelui la solicitarea cu o forță axială. Îmbinarea cu pene transmite către arbore momentul cuplului de forțe care încarcă brațul. Capetele tijelor cilindrilor permit prin construcție inserarea unor doze tensometrice ( $DT_{1,2}$ ) care măsoară forțele aplicate asupra brațului de către cilindri fără să cumuleze și forțele de frecare parazite.

Punerea sub presiune prin intermediul unei pompe LUKAS (cu piston și acționare manuală,  $P_L$ ) a circuitului hidraulic constituit din tuburi flexibile de presiune încarcă sistemul cu cuplul de forțe. Fiecare cilindru hidraulic și manometrul aferent sînt asigurați prin robinete de izolare.

Încărcarea cu forță axială se obține cu ajutorul unui cilindru de forță (CH). Presiunea creiată în cilindrul vinciului se măsoară cu ajutorul unui manometru ( $M_3$ ) - soluția existentă nu a permis inserarea unei doze tensometrice.

Fiecare doză tensometrică ( $DT_{1,2}$ ) este confecționată din OLC-45 tratat la 50 HRC (v. Fig. 5.3). Asigurarea încărcării axiale a dozei este realizată de transmiterea forței prin intermediul unui reazem sferic. Pe generatoarele

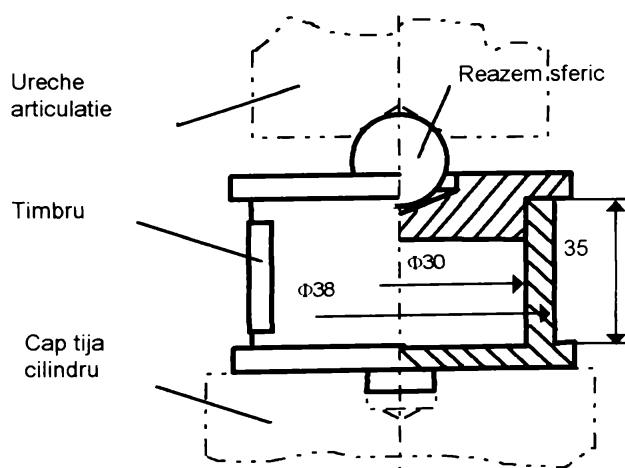


Fig.5.3

diametral opuse ale corpului dozei sînt aplicate traductoare tensometrice de tip HBM 350 $\Omega$  cu  $a=10\text{mm}$  lipite cu adeziv rapid X60-HBM.

Echipamentul de măsură tip KWS/3s-5 electrotenso-metric rezistiv (TER) utilizat este de marca HOTTINGER BALDWIN MESSTECHNIK pentru determinarea deformațiilor specifice înregistrate pe elementele elastice ale dozelor tensometrice proiectate conform recomandărilor din [C23] tab.2.3 pag.35.

Schema de amplasare și conectare în punte a traductoarelor este dată în Fig.5.4.

Pentru acest montaj deformăția citită reprezintă dublul deformației pe direcția generatoarei ( $\varepsilon_n = 0.5\varepsilon_{c\grave{u}}$ ).

Schema de amplasare și conectare în punte a traductoarelor rezistive

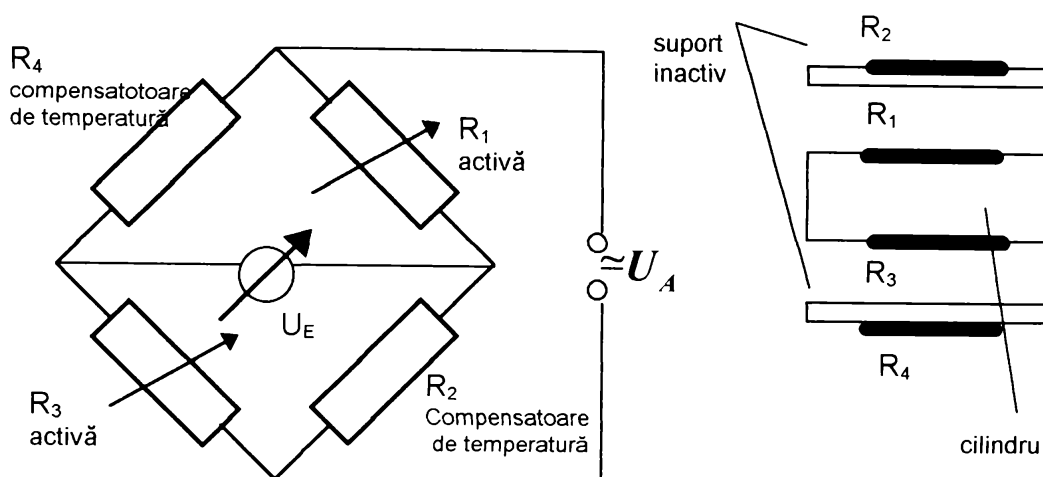


Fig.5.4

În vederea evaluării forței de strângere dezvoltată de șuruburile pachetului de elemente intermediare conice se completează experimentul cu determinarea suplimentară a dependenței reale  $F_{AM}(T_{AM})$  stabilită de asemenea experimental folosindu-se același tip de șuruburi ca ale pachetului de elemente intermediare montate într-un dinamometru specializat și avînd caracteristica cunoscută<sup>1</sup> (v. Fig. 5.5).

Măsurîndu-se momentul de înșurubare  $T_{AM}$  aplicat cu cheia dinamometrică, etalonată în prealabil, deformația dinamometrului se convertește în forță (prin caracteristica dinamometrului) și se ridică apoi dependența  $F_{AM}(T_{AM})$  pentru același tip de șuruburi de strângere ca și cele ale pachetului în condiții tribologice similare.

Teoretic forța axială pe care o dezvoltă fiecare șurub de strângere al pachetului se poate calcula în funcție de momentul de înșurubare dacă se cunosc coeficienții de frecare la nivelul spirelor și de sub gulerul capului șurubului:

$$T_{AM} = T_1 + T_2 = F_{AM} \cdot r_2 [\operatorname{tg}(\beta_0 + \varphi') + \mu_1 (R_m / r_2)] \quad 5.1$$

în care:

$T_1$  reprezintă momentul datorat deplasării cu frecare a "piuliței" pe

<sup>1</sup> Caracteristica dinamometrului  $\delta = f(F_{AM})$  a fost determinată experimental în cadrul etalonării acestuia.



planul înclinat al filetului;

$T_2$  momentul de frecare dintre capul șurubului și suprafața de reazem;

$r_2$  raza medie a filetului;

$\beta_0 = \arctg \frac{P}{\pi \cdot d_2}$  este unghiul de pantă al filetului metric:

$\varphi' = \arctg[\mu / \cos(\alpha / 2)]$  unghiul de frecare convențional dintre filetele conjugate;

$\mu$  coeficientul de frecare între spirele conjugate ale șurubului și piuliței;

$\mu_1$  coeficientul de frecare dintre capul șurubului și suprafața de reazem;

$R_m = \frac{1}{3} \cdot \frac{S^3 - d_0^3}{S^2 - d_0^2}$  raza convențională a suprafeței de contact dintre

capul șurubului și suprafața inelară de reazem (frecare de pivotare);

$S$  deschiderea la cheie;

$d_0$  diametrul găurii de trecere.

Valoarea parantezei din relația 5.1 depinde de valorile coeficienților de frecare și de geometria îmbinării cu șurub. Evaluarea coeficienților de frecare nu poate fi făcută exact. Prin experimentul prezentat se evită acest impediment. În Fig. 5.5 se dă soluția principală a dinamometrului specializat.

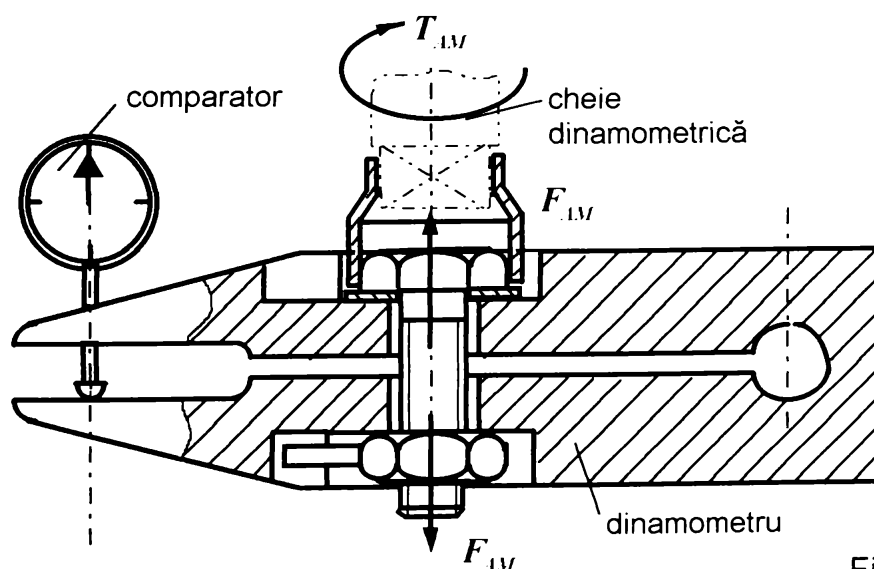


Fig. 5.5

### 5.2.3 Stabilirea regimurilor și secvențelor de măsurare

În vederea achiziției datelor experimentale se impune stabilirea regimurilor și secvențelor regimurilor de măsurare.

Se cunoaște că starea unui sistem este perfect determinată de variabilele independente iar prin regim experimental se înțelege setul de valori care particularizează aceste variabile.

Deci starea sistemului fizic modelat spre a fi încercat are ca variabile independente parametrii de instalare a epruvetelor (pachete de elemente intermediare conice).

Cataloagele de produs dau o singură valoare pentru parametrul de instalare  $(T_{AM})_{CATALOG}$  la fiecare tipodimensiune de pachet de elemente de îmbinare. Corespunzător acestei valori a parametrului de instalare tot în catalog se indică și valorile momentului de torsiune sau a forței axiale pe care îmbinarea le poate suporta în condiții de siguranță garantată.

Obiectivul cercetării experimentale propus este studiul comportării îmbinării în situația că  $T_{AM} \in (0; T_{AMmax}]$ . Alegerea extremității intervalului variabilei independente în relația  $T_{AMmax} > (T_{AM})_{CATALOG}$  (până la o limită acceptată de rezistența șuruburilor) permite să fie trase concluzii juste în ce privește mărimea momentelor de înșurubare necesare instalării unei strângeri dorite.

Studiul abordat, prin relațiile teoretice fundamentate în ipotezele acceptate (v. Cap. 3), dovedesc că dependența dintre capacitatea portantă limită și strângerea instalată este liniară.

Regimurile experimentale alese vor fi obținute prin discretizarea echidistantă a domeniului de variație a momentului de strângere a șuruburilor (în  $n=4$  intervale).

Ordinea de parcurgere aleasă a regimurilor experimentale aleasă este de la extremitatea dreaptă a intervalului variabilei independente spre cea din stînga.

Astfel primul regim este cel mai apropiat de valoarea recomandată de catalog.

În fiecare regim încercările se repetă de minim 3 ori și se mediază rezultatele pentru a diminua influența abaterilor native ale epruvetelor sau ale arborelui respectiv butucului.

Astfel de fiecare dată cînd se montează epruveta se decalează unghiular inelele conice între ele și pachetul de inele față de arbore respectiv butuc. În felul acesta se asigură că eventualele modificări locale ale stării suprafețelor nu induc perturbări/influente sistematice.

Pentru fiecare regim se stabilește valoarea momentului de torsiune respectiv a forței axiale corespunzător declanșării alunecării îmbinării.

### 5.2.4 Verificarea / etalonarea mijloacelor și a echipamentelor de măsură

Verificarea sau etalonarea mijloacelor de măsură utilizate pentru experiment trebuie să corespundă mărimilor ce urmează a fi determinate.

Mărimile de măsurat experimental se pot împărți în două categorii astfel:

- mărimi ce caracterizează instalarea pachetului de elemente intermediare conice în spațiul inelar dintre arbore și butuc pentru asigurarea îmbinării acestora prin strângere<sup>1</sup>;
- mărimi ce caracterizează încărcarea<sup>2</sup> pe care o poate prelua ansamblul arbore-butuc (îmbinați prin intermediul pachetului de elemente intermediare conice) pînă în momentul apariției alunecării.

Pentru momentul de înșurubare  $T_{AM}$  măsurarea se face prin citirea directă a indicațiilor momentane ale cheii dinamometrice.

Se pune problema verificării permanente a menținerii caracteristicii statice a cheii<sup>3</sup> înainte și după utilizarea ei.

Cheia dinamometrică fixată într-o menghină se etalonează cu forțe uniform crescătoare aplicate la un braț "I" (care permit calcularea momentului aplicat) și se citesc indicațiile cheii.

Valoarea forței axiale de montaj  $F_{AM}$  corespunzătoare momentului de înșurubare aplicat se citește de pe graficul funcției  $F_{AM}(T_{AM})$ .

Pentru determinarea acestei funcții se elimină  $z$  din dependențele ridicate experimental  $z = f_1(F_{AM})$  și  $z = f_2(T_{AM})$ .

Pe o mașină de încercat la solicitarea de compresiune se stabilește direct dependența  $z = f_1(F_{AM})$  pentru dinamometrul specializat.

Încărcarea aceluiși dinamometru prin strângerea lui cu șuruburi de același tip ca și ale pachetului de elemente intermediare conice și în aceleași condiții servește la stabilirea experimentală a dependenței<sup>4</sup>  $z = f_2(T_{AM})$

Valorile determinate experimental în cele două situații sînt centralizate în tabelele 5.1 respectiv 5.2.

Primele trei coloane de valori ale deformațiilor din tabelul 5.1 corespund încărcării iar următoarele trei descărcării.

Caracteristica de etalonare experimentală prezintă o histereză mecanică foarte redusă (v. Fig. 5.6).

<sup>1</sup> Momentul de înșurubare  $T_{AM}$  respectiv forța de strângere axială  $F_{AM}$  cu care șuruburile acționează asupra inelelor conice.

<sup>2</sup> Momentul de torsiune limită  $T_{max}$  respectiv forța axială limită  $F_{ax max}$ .

<sup>3</sup> Această verificare se face și pentru a se asigura o instalare corectă a îmbinării.

<sup>4</sup> Se citește pe comparator deformația dinamometrului corespunzătoare momentului de înșurubare aplicat cu cheia dinamometrică.

Tabelul 5.1

Nr. crt.	$F_{AM}$ [kN]	$z_1$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_2$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_3$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_4$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_5$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_6$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_{med}$ [ $\mu\text{m}$ ]
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	10	200	210	210	220	220	230	215.00
3	20	400	430	420	450	460	460	436.66
4	30	610	630	630	680	690	680	653.33
5	40	830	830	840	910	920	920	875.00
6	50	1040	1050	1050	1120	1130	1130	1086.66
7	60	1250	1230	1260	1350	1360	1360	1301.66
8	70	1480	1480	1480	1580	1600	1590	1535.00
9	80	1700	1700	1690	1800	1820	1820	1755.00
10	90	1920	1900	1910	2000	1990	2040	1960.00
11	100	2130	2120	2130	2260	2230	2230	2183.33
12	110	2360	2350	2350	2420	2410	2410	2383.33
13	120	2590	2570	2560	2590	2570	2560	2573.33

NB Indicele lui  $z$  notează rangul experimentului

Curbele experimentale de etalonare a  
dinamometrului la încărcare și la descărcare pe  
mașina universală de încercat

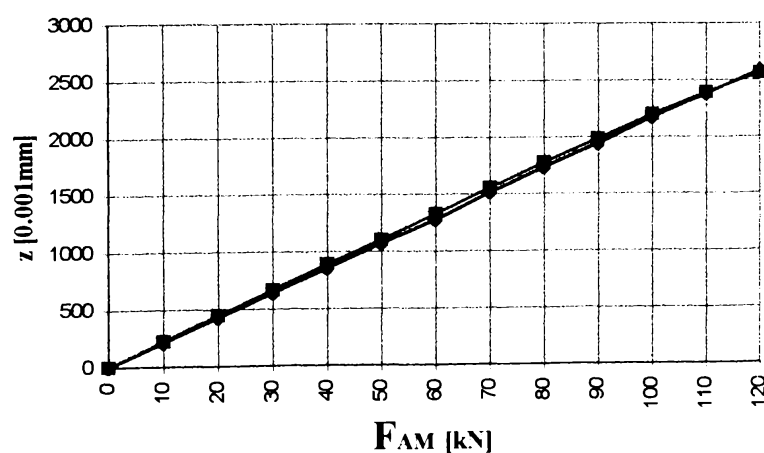


Fig. 5.6

În vederea determinării parametrilor formulei empirice de etalonare a dinamometrului se aplică metoda celor mai mici pătrate. Dependența fiind apropiată de cea liniară ecuația dreptei de regresie are forma generală:

$$y - \bar{y} = r \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}) \quad 5.2$$

iar în particular:

$$z - 1301.667 = 21.646520 \cdot (F_{AM} - 60) \quad 5.3$$

Limitele de încredere pentru coeficientul de regresie cu probabilitate de P% se calculează din relația:

$$b - E_{bP\%} \leq b \leq b + E_{bP\%} \quad 5.4$$

în care

$b$  - coeficientul unghiular al dreptei de regresie;

$$E_{bP\%} = c \cdot \sqrt{(S_y^2 - b^2 S_x^2) / ((n - 2) S_x^2)};$$

$c$  - coeficientul de repartiție statistică Student

Coeficientului de regresie al dreptei "caracteristică de etalonare a dinamometrului" se află cu o probabilitate de 99% cuprins între limitele de încredere cu valorile:

$$b \in [21.366233; 21.926806].$$

Dreapta de regresie (caracteristica de etalonare a dinamometrului) este dată în Fig. 5.7 iar domeniul în care se poate afla această dreaptă cu certitudine de 99% este dat în Fig. 5.8.

**Dreapta de regresie pentru etalonarea experimentală a dinamometrului pe mașina universală de încercare**

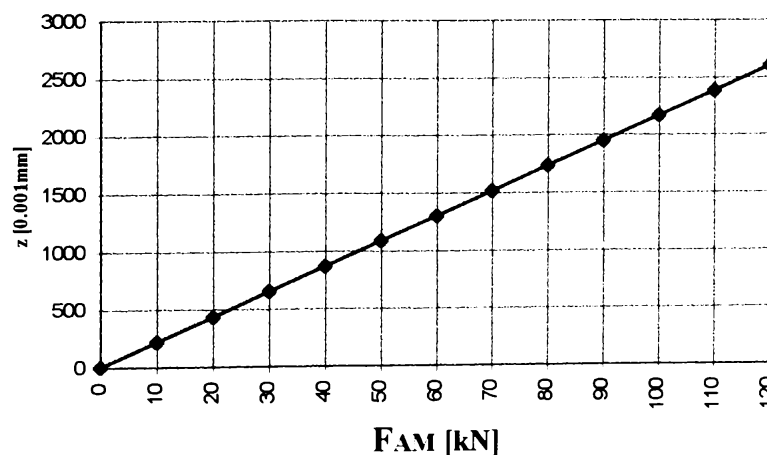


Fig. 5.7

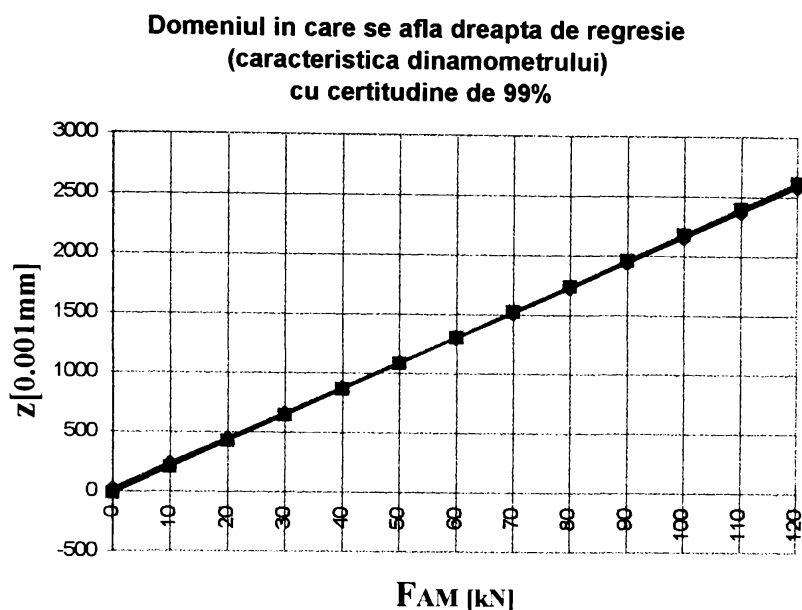


Fig. 5.8

În vederea determinării parametrilor formulei empirice  $z = f_2(T_{AM})$  (deformație - moment de înșurubare la încărcarea dinamometrului cu forța de strângere dată de șurub și piuliță) se aplică tot metoda celor mai mici pătrate asupra datelor experimentale din tabelul 5.2.

Tabelul 5.2

Nr.crt.	$T_{AM}$ [Nm]	$z_1$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_2$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_3$ [ $\mu\text{m}$ ]	$z_{med}$ [ $\mu\text{m}$ ]
1	0	0	0	0	0
2	20	230	200	230	220
3	40	430	400	440	423.33
4	60	620	600	640	620
5	80	830	790	820	813.333
6	100	1030	1020	1000	1016.666
7	120	1240	1230	1210	1226.666
8	140	1410	1420	1400	1410
9	160	1600	1580	1590	1590
10	180	1840	1760	1740	1780
11	200	2000	1970	1940	1970

Dependența fiind apropiată de cea liniară ecuația dreptei de regresie are forma generală 5.2 care în acest caz particular devine:

$$z - 1016.666667 = 9.810606(T_{AM} - 100) \quad 5.5$$

Limitele de încredere pentru coeficientul de regresie al dreptei 5.5 cu probabilitate de 99% calculate conform relației 5.4 sînt [9.590570; 10.030642].

Dreapta de regresie cu ecuația 5.5 este reprezentată în Fig. 5.9 iar domeniul în care se poate afla aceasta cu certitudine de 99% este reprezentat în Fig. 5.10.

**Dreapta de regresie pentru deformatia dinamometrului incarcata cu ajutorul unor suruburi de tipul celor de stringere al pachetului de elemente conice**

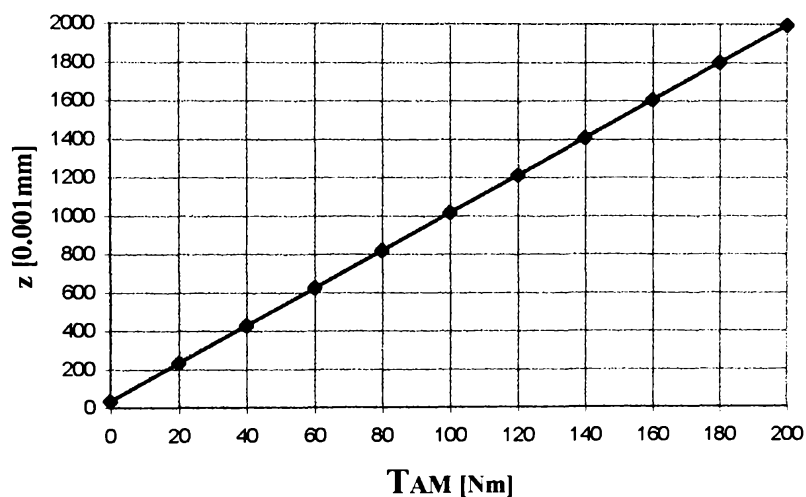


Fig. 5.9

**Domeniul in care se afla dreapta de regresie cu probabilitate de 99%**

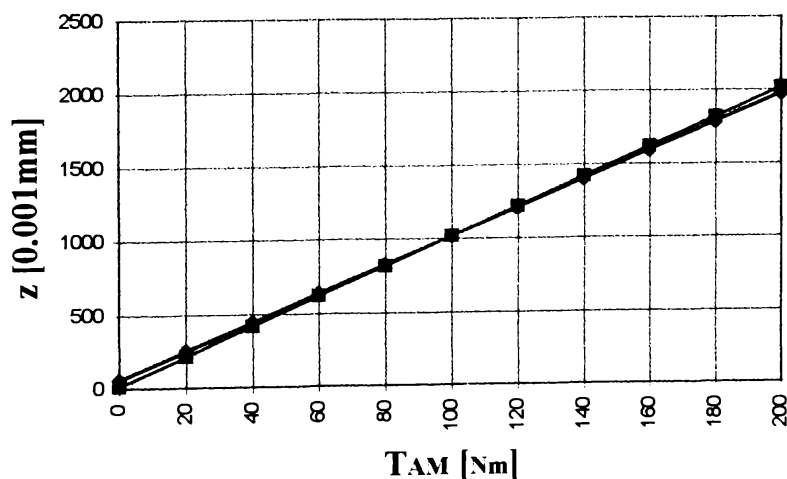


Fig. 5.10

Prin eliminarea lui  $z$  din relațiile 5.3 și 5.5 rezultă expresia:

$$F_{AM} = 0.453218 \cdot T_{AM} + 1.400083 \quad 5.6$$

a cărei reprezentare grafică este dată în Fig. 5.11.

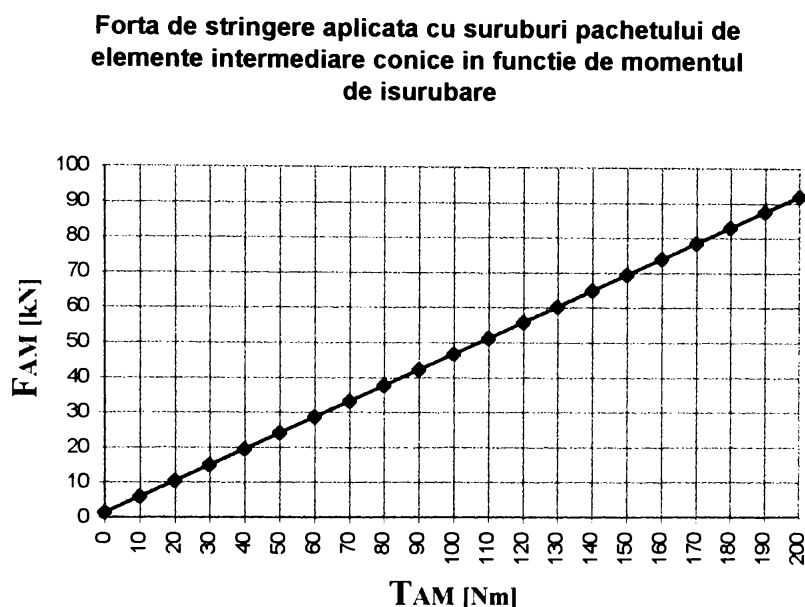


Fig. 5.11

Relația 5.6 permite calculul valorii forței axiale corespunzătoare momentului de înșurubare aplicat șuruburilor la montajul pachetului de elemente intermediare conice ce constituie epruvetele supuse experimentării<sup>1</sup>.

Prin eliminarea deformațiilor  $z$  între ecuațiile dreptelor ce definesc limitele domeniilor de încredere pentru dependențele  $z = f_1(F_{AM})$ ;  $z = f_2(T_{AM})$  rezultă ecuațiile dreptelor 5.7 care determină domeniul de încredere<sup>2</sup> în care se află dreapta  $F_{AM} = f(T_{AM})$  (Fig.5.12).

$$F_{AM} = 0.437390 \cdot T_{AM} + 3.263192 \quad 5.7$$

$$F_{AM} = 0.469462 \cdot T_{AM} - 0.285037$$

<sup>1</sup> La încercarea epruvetelor corespunzător regimurilor de măsurare utilizate parametrii de instalare ( $T_{AM}; F_{AM}$ ) ai îmbinării sînt: I(50Nm;24061N) II(100Nm;46700N) III(150Nm;69383N) IV(200Nm;92043N)

<sup>2</sup> Forța axială  $F_{AM}$  în fiecare din cele patru regimuri de încercare se poate afla cu probabilitate de 99% inclusă într-un interval astfel: I(23188N;21N) II(46661N;47002N) III(68871N;70134N) IV(90741N;93607N)



Domeniul în care se afla dreapta  $F_{AM}(T_{AM})$  cu  
probabilitate de 99%

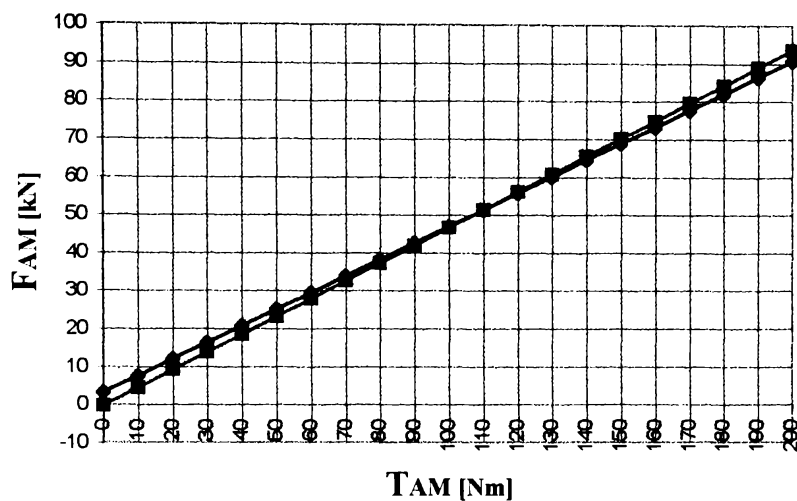


Fig. 5.12

Măsurarea tensometrică a forțelor cuplului de torsiune maxim  $T_{max}$  presupune etalonarea dozelor tensometrice utilizate.

***Etalonarea dozelor s-a făcut în cadrul laboratorului de cercetare și încercări de la CEPROM Satu-Mare*** caracteristicile de etalonare fiind date în diagramele din Fig. 5.13. și Fig. 5.14.

Diagrama de etalonare a dozei  
tensometrice 1

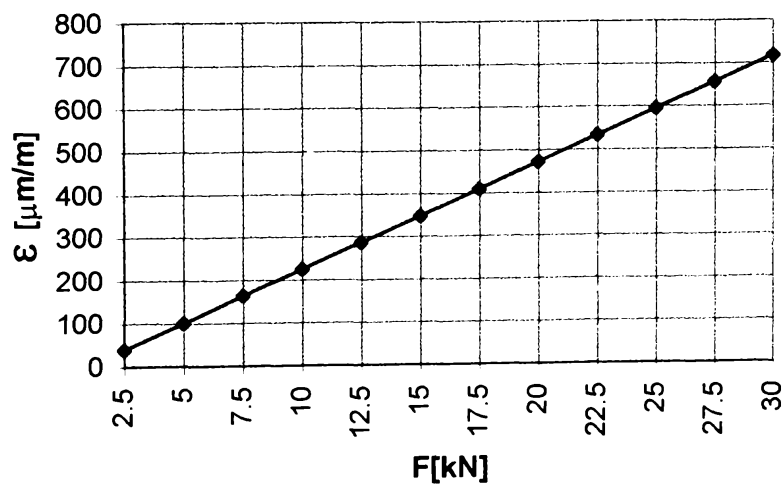


Fig.5.13

### Diagrama de etalonare a dozei tensometrice 2

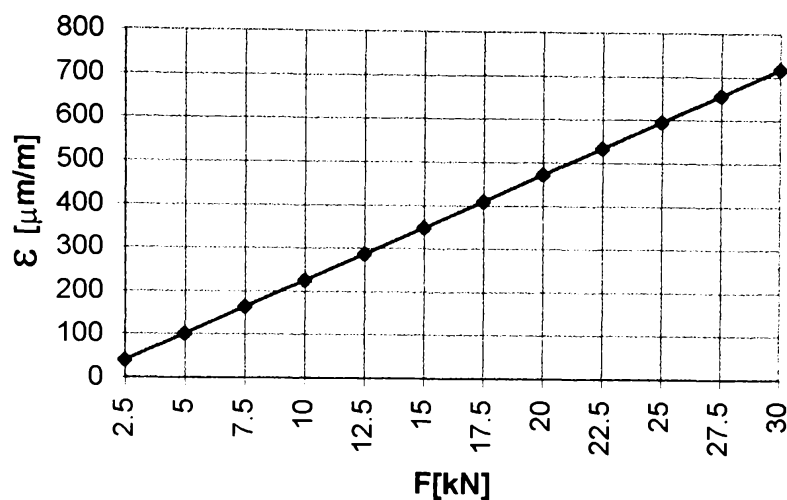


Fig.5.14

### 5.3 Achiziția datelor experimentale

La epruvetele încercate (Fig.3.5) s-a făcut verificarea abaterilor programate (încadrării în toleranțele prescrise) conform documentației de execuție a produsului în cadrul serviciului de control al calității de la firma producătoare UNIO Satu Mare.

Ambele exemplare corespund prescripțiilor de calitate.

Pentru arbore și pentru caseta ce are rol de butuc s-au verificat condițiile geometrice și de stare a suprafețelor pe platforma Laboratorului de cercetare și încercări.

Dimensiunile efective se încadrează în cîmpurile de toleranțe recomandate în memoriul de prezentare pentru "Seturi de fixare cu pene inelare 180x235 cod SNT66/81-0/±2" (denumirea cu care proiectantul S.C.CEPROM S.A. și producătorul UNIO S.A. identifică produsul). Rugozitatea suprafețelor ce vin în contact cu pachetul de elemente este la valoarea recomandată  $R_{max} < 1,6$  corespunzător la  $R_a = 3,2$ .

**Determinarea parametrilor de rugozitate  $R_a$  s-a efectuat pe rugozimetrul SURTRONIC-ST3PL din Laboratorul de control dimensional al Universității POLITEHNICA din Timișoara.**

Principiul de măsurare al aparatului se bazează pe o tehnică computerizată produsă de firma Rank Taylor Talisurf.

Pentru determinarea unei valori a parametrului  $R_a$  aparatul face în mod automat un număr de 20 de măsurători pe o lungime de control de 0,8mm. Valoarea finală a parametrului  $R_a$  este media celor 20 de valori

intermediare măsurate de aparat. Abaterea maximă a aparatului este de 4%. Determinările s-au făcut pe piesele componente ale fiecărei epruvete. Configurația pieselor a impus măsurarea pe mai multe generatoare ale suprafețelor de contact pe două direcții perpendiculare. Valorile măsurate ale parametrilor  $R_a$  pentru piesele componente ale epruvetei "1" sînt redată în tabelul 5.3 iar ale epruvetei "2" în tabelul 5.4.

Tabelul 5.3

Inel stînga <sup>1</sup>	Inel exterior	Inel interior	Inel dreapta <sup>2</sup>

Tabelul 5.4

Inel stînga	Inel exterior	Inel interior	Inel dreapta

Pentru determinarea valorilor mărimilor ce caracterizează încărcarea cu momentul de torsiune limită<sup>3</sup> pe care o poate suporta ansamblul arbore-

<sup>1</sup> Inelul cu găurile de trecere

<sup>2</sup> Inelul cu găurile filetate

butuc<sup>1</sup> sesizarea momentului de începere a alunecării poate fi făcută datorită faptului că forța aplicată nu mai crește proporțional cu creșterea debitului pompat în cilindrii de forță respectiv în cilindrul vinciului.

Aceiași comportare se sesizează și pe scala fiecărui aparat de măsură pentru valorile tensiunilor din puntea în care sînt montate timbrele tensometrice ale dozelor.

Valorile citite pentru regimurile de încercări alese și repetate pentru fiecare regim de trei ori sînt date în Tabelul 5.5 pentru epruveta 1 respectiv în Tabelul 5.6 pentru epruveta 2.

Momentul la care se poate încărca progresiv o îmbinare instalată la o anumită treaptă a parametrilor corespunzătoare unui anumit regim de încărcare se determină prin calcul cu relația:

$$T = l_b F_{med} = l_b \frac{\varepsilon_{n1} k_1 + \varepsilon_{n2} k_2}{2} = l_b (\varepsilon_{c\dot{u} 1} k_1 + \varepsilon_{c\dot{u} 2} k_2) \quad 5.8$$

în care

$l_b$  este lungimea brațului (B) (v.Fig. 5.2);

$F_{med}$  - media forțelor aplicate de capul tijelor cilindrilor ( $C_{1,2}$ ) asupra brațului (B);

$\varepsilon_{c\dot{u} 1,2}$  - valori citite, corespunzătoare deformațiilor specifice a dozelor tensometrice  $\varepsilon_{n1,2}$ ;

$k_{1,2}$  - panta caracteristicii de convertire a dozelor tensometrice;

Pe lîngă momentul rezultat aplicat îmbinării se calculează și media valorilor determinate pentru fiecare regim de încercări.

Pentru încercările la solicitarea cu forță axială rezultatele măsurătorilor sînt date în tabelul 5.7 pentru epruveta 1 respectiv în tabelul 5.8 pentru epruveta 2.

Încărcarea cu forță axială se face cu ajutorul vinciului hidraulic prin creșterea presiunii fluidului debitat cu pompa manuală înglobată.

Sesizarea începerii alunecării îmbinării este dată pentru încercările la forțe axiale de valorile pînă la care crește presiunea din cricul hidraulic (CH) măsurate cu manometrul (Mc).

După ce îmbinarea a alunecat presiunea nu mai crește prezentînd un maxim local corespunzător momentului precedent alunecării. Se înregistrează acest maxim ca fiind mărime de calcul a forței dezvoltată de cric pentru fiecare regim de încercare.

Repetarea încercărilor la fiecare regim permite mărirea nivelului de încredere al rezultatelor determinărilor.

<sup>3</sup> Pînă în momentul apariției alunecării.

<sup>1</sup> Îmbinați prin intermediul pachetelor de elemente intermediare conice ca epruvete de probă.

Tabelul. 5.5

Nr. crt.	$T_{AM}$ [Nm]	Indicație aparat		$T_{max}$ [Nm]	$T_{med}$ [Nm]
		$\varepsilon_{cit1}$	$\varepsilon_{cit2}$		
		[ $\mu\text{m}/\text{m}$ ]			
1	50	168	170	24261.338	23782.811
2	50	160	168	23543.547	
3	50	160	168	23543.547	
4	100	276	280	39909.184	42875.883
5	100	316	320	45651.513	
6	100	300	300	43067.465	
7	150	480	490	69625.735	69625.735
8	150	500	510	72496.900	
9	150	470	460	66754.571	
10	200	540	540	77521.437	83263.766
11	200	560	570	81110.393	
12	200	640	630	91159.468	

Tabelul. 5.6

Nr. crt.	$T_{AM}$ [Nm]	Indicație aparat		$T_{max}$ [Nm]	$T_{med}$ [Nm]
		$\varepsilon_{cit1}$	$\varepsilon_{cit2}$		
		[ $\mu\text{m}/\text{m}$ ]			
1	50	174	180	25409.804	25026.982
2	50	170	174	24692.013	
3	50	172	176	24979.129	
4	100	265	260	37684.032	40435.564
5	100	285	290	41272.987	
6	100	295	295	42349.674	
7	150	395	390	56346.600	58858.869
8	150	420	430	61012.242	
9	150	410	415	59217.764	
10	200	590	590	84699.348	83742.293
11	200	540	535	77162.542	
12	200	625	620	89364.990	

Tabelul 5.7

Nr. crt.	$T_{AM}$ [Nm]	$p$ [bar]	$(Fax)_{max}$ [kN]	$(Fax)_{med}$ [kN]
1	50	60	294.524	
2	50	55	269.981	278.162
3	50	55	269.981	
4	100	105	515.417	
5	100	110	539.961	507.236
6	100	95	466.330	
7	150	175	859.029	
8	150	160	785.398	818.123
9	150	165	809.942	
10	200	210	1030.835	
11	200	195	957.204	973.566
12	200	190	932.660	

Tabelul 5.8

Nr. crt.	$T_{AM}$ [Nm]	$p$ [bar]	$(Fax)_{max}$ [kN]	$(Fax)_{med}$ [kN]
1	50	60	294.524	
2	50	60	294.524	294.524
3	50	60	294.524	
4	100	105	515.417	
5	100	100	490.874	482.692
6	100	90	441.786	
7	150	140	687.223	
8	150	145	711.767	719.948
9	150	155	760.854	
10	200	225	1104.466	
11	200	205	1006.291*	1030.835
12	200	200	981.747*	

\* La alunecări repetate valorile experimentale scad semnificativ

## 5.4 Prelucrarea datelor experimentale

Dependența dintre parametrii ce caracterizează strângerea instalată (prin controlul înșurubării șuruburilor de strângere ale pachetelor de inele conice) și valorile limită ale momentului de torsiune / forței axiale la care începe alunecarea îmbinării prezintă o alură aproximativ liniară.

Pentru prelucrarea statistică a datelor se va folosi metoda regresiei liniare. Ca variabilă independentă se acceptă momentul de înșurubare  $T_{AM}$ . Pentru toate încercările pe cele două epruvete se aleg aceleași trepte ale momentelor de înșurubare:  $T_{AM} \in \{50; 100; 150; 200Nm\}$ .

Valoarea recomandată în catalogul de produs este  $T_{AM} = 190Nm$ . Am acceptat ca această valoare să fie depășită (șuruburile de strângere permițând suprasolicitarea necesară) pentru ca să poată fi evidențiată poziția punctului de coordonate  $(T_{AM\ CATALOG}; T_{CATALOG})$  pe graficul  $T_{max}(T_{AM})$  respectiv a punctului de coordonate  $(T_{AM\ CATALOG}; Fax_{CATALOG})$  pe graficul  $Fax_{max}(T_{AM})$ , grafice pe care le ridic în baza datelor experimentale.

Prelucrarea rezultatelor experimentale se referă la cele două tipuri de încercări efectuate și anume:

### A. Încercări la moment de torsiune

Valorile limită medii ale momentului de torsiune determinate în urma repetării a câte 3 serii de încercări pe fiecare epruvetă sînt date în tabelul 5.5 și 5.6 pentru epruveta 1 respectiv pentru epruveta 2.

Conform relației 5.2 ecuația dreaptii de regresie în coordonate  $T_{AM}; T_{max}$  este:

$$(T_{max} - \bar{T}) = b(T_{AM} - \bar{T}_{AM}) \quad 5.9$$

unde:

$$\bar{T}_{AM} = \frac{1}{4} \cdot \sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i ; \quad 5.10$$

$$\bar{T} = (1/4) \sum_{i=1}^4 (T_{med})_i ; \quad 5.11$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i (T_{med})_i - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i \sum_{i=1}^4 (T_{med})_i}{\sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i^2 - \frac{1}{4} \left( \sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i \right)^2} \quad 5.12$$

Efectuînd calculele ecuațiile dreptelor de regresie pentru epruveta 1 respectiv 2 sînt:

$$T_{max} - 54887.0492 = 410.385434(T_{AM} - 125) \quad 5.9'$$

$$T_{max} - 52015.9276 = 389.942667(T_{AM} - 125) \quad 5.9''$$

Coeficienții de regresie (relația 5.4) se află (cu probabilitatea  $P\%=95\%$  pentru organe de mașini) în domeniul:  $[(b - E_{b95\%}); (b + E_{b95\%})]$

unde:

$$E_{bP\%} = c \cdot \sqrt{(S_T^2 - b^2 S_{T,AM}^2) / ((n-2)S_{T,AM}^2)} \quad 5.13$$

iar

$$S_{T,AM}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left[ \sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^4 (T_{AM})_i \right)^2 \right] \quad ;_{n=4} \quad 5.14$$

$$S_T^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left[ \sum_{i=1}^4 (T_{med})_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^4 (T_{med})_i \right)^2 \right] \quad ;_{n=4} \quad 5.15$$

sînt dispersiile șirurilor de măsurători  $(T_{AM})_i$  și  $(T_{med})_i$ .

Coeficientul  $c = f(P\%; \nu)$  din "diagrama Student" are valoarea  $c = 2.776$  în situația dată. Rezultatele calculelor pentru cele două epruvete sînt prezentate centralizat în continuare:

**epruveta 1**

**epruveta2**

$$b = 410.385$$

$$b = 389.942$$

$$b \in [315.828956 ; 504.941229]$$

$$b \in [304.871085 ; 473.405867]$$

$$S_{T,AM}^2 = 4166.6666;$$

$$S_{T,AM}^2 = 4166.6666$$

$$S_T^2 = 711402890.489$$

$$S_T^2 = 638632037.7477$$

$$E_{b95\%} = 94.556140$$

$$E_{b95\%} = 84.267390$$

Incertitudinea maximă, pentru valoarea momentului maxim de la care alunecă îmbinarea, datorată incertitudinii de stabilire a coeficientului  $b$  este:



$$E_{T_{max,b}} = E_{bP\%} (T_{AM_{max}} - \bar{T}_{AM}) \quad 5.16$$

și va lua pentru cele două epruvete valorile:

$$(E_{T_{max,b}})_1 = 7091.710 \quad (E_{T_{max,b}})_2 = 6320.054$$

Coordonatele punctului  $(\bar{T}_{AM}; \bar{T})$  prin care trece dreapta de regresie sînt date de o valoare aproximativă a mediei ideale.

Deci și "poziția" dreptei de regresie este nesigură. Pentru fiecare punct al dreptei se poate determina incertitudinea, cu probabilitatea P% (95%) de mai sus. Incertitudinea valorii  $T_{max}$  pentru o valoare oarecare  $T_{AM}$  a variabilei independente este:

$$E_{T_{max,T}}(T_{AM}) = \pm E_{bP\%} \sqrt{S_{T_{AM}}^2 \left( \frac{n-1}{n} \right) + (T_{AM} - \bar{T}_{AM})^2} \quad 5.17$$

și devine pentru epruveta 1 respectiv 2:

$$E_{T_{max,T}}(T_{AM}) = \pm 94.556141 \sqrt{3125 + (T_{AM} - 125)^2} \quad 5.17'$$

$$E_{T_{max,T}}(T_{AM}) = \pm 84.267391 \sqrt{3125 + (T_{AM} - 125)^2} \quad 5.17''$$

cu valorile:

$$E_{T_{max,T}} = 8844.916666$$

$$E_{T_{max,T}} = 7882.492642$$

Forma intervalului de incertitudine este funcție de  $T_{AM}$  avînd dimensiune minimă pentru  $T_{AM} = \bar{T}_{AM} = 125 Nm$  ceea ce este în concordanță cu forma intervalului de incertitudine datorat lui  $b$  (Fig. 5.15a, b; Fig. 5.16a, b).

Incetitudinea compusă pentru  $T_{max}$  se obține considerînd cele două incertitudini  $E_{T_{max,b}}$ ;  $E_{T_{max,T}}$  deci:

$$\begin{aligned} E_{CT_{max}} &= \pm (E_{T_{max,b}} + E_{T_{max,T}}) = \\ &= \pm E_{b95\%} [(T_{AM})_{max} - \bar{T}_{AM}] \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{S_{T_{AM}}^2 (n-1)}{n((T_{AM})_{max} - \bar{T}_{AM})^2} + 1} \right] \end{aligned} \quad 5.18$$

Clasa de exactitate pentru epruveta 1 respectiv 2 este:

$$\delta_r = \pm \frac{E_{CT_{max}}}{\max((T_{med})_i)} \cdot 100 [\%] \quad 5.19$$

cu valorile:

$$(\delta_r)_1 = 16.86\%$$

$$(\delta_r)_2 = 17.49\%$$

Conform DIN 1319 nivelul de exactitate admis [S9] pentru patru elemente de populație este de 40% valorile de mai sus fiind corespunzătoare.

**Dreapta de regresie si domeniul de incertitudine datorat pantei b (epruveta 1)**

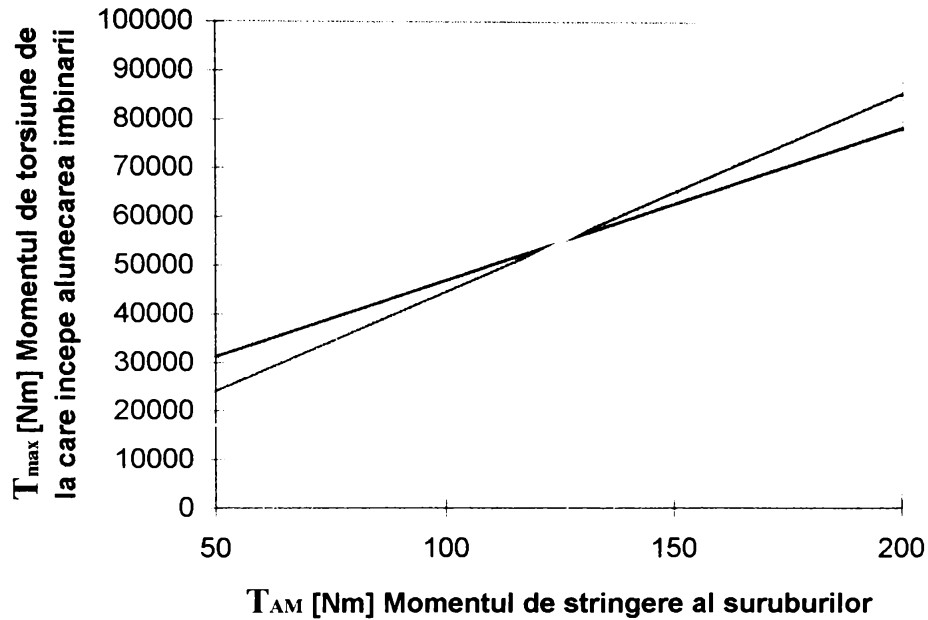


Fig. 5.15a

**Dreapta de regresie si domeniile de incertitudine datorate pantei b si valorilor medii (epruveta 1)**

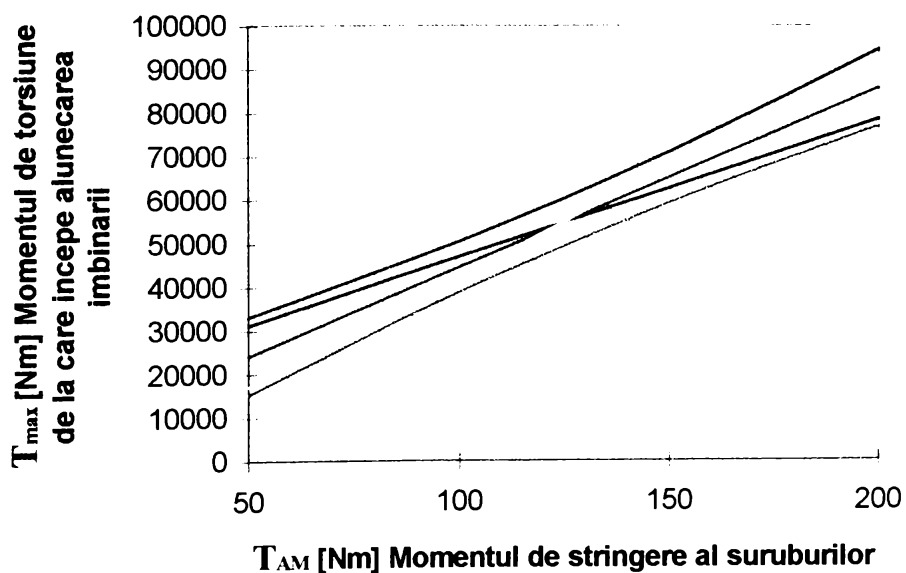


Fig. 5.15 b

**Dreapta de regresie si domeniul de incertitudine datorat pantei b (epruveta 2)**

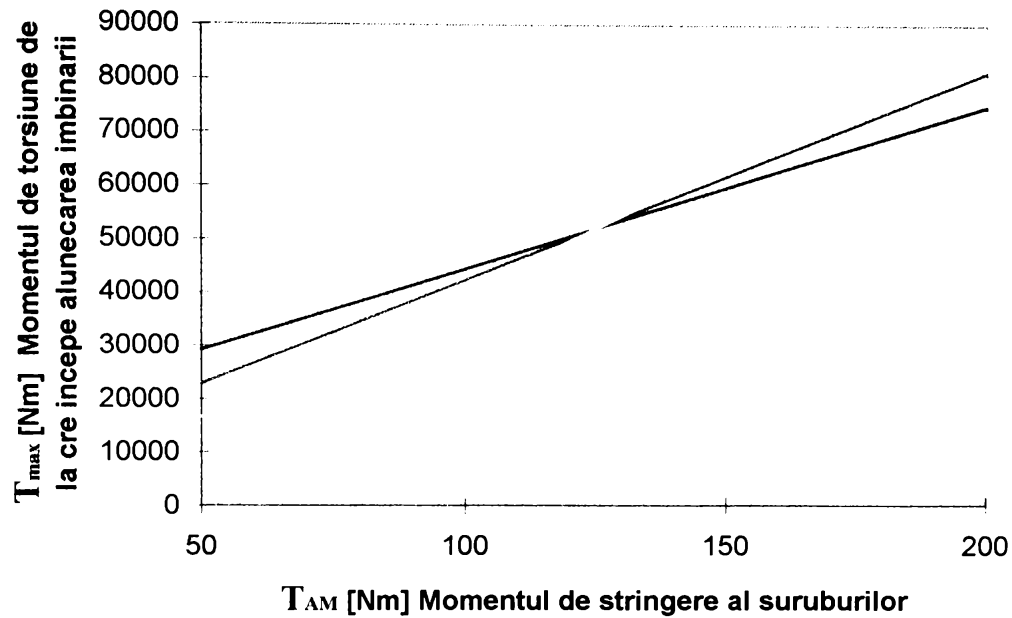


Fig. 5.16a

**Dreapta de regresie si domeniile de incertitudine datorate pantei b si valorilor medii (epruveta 2)**

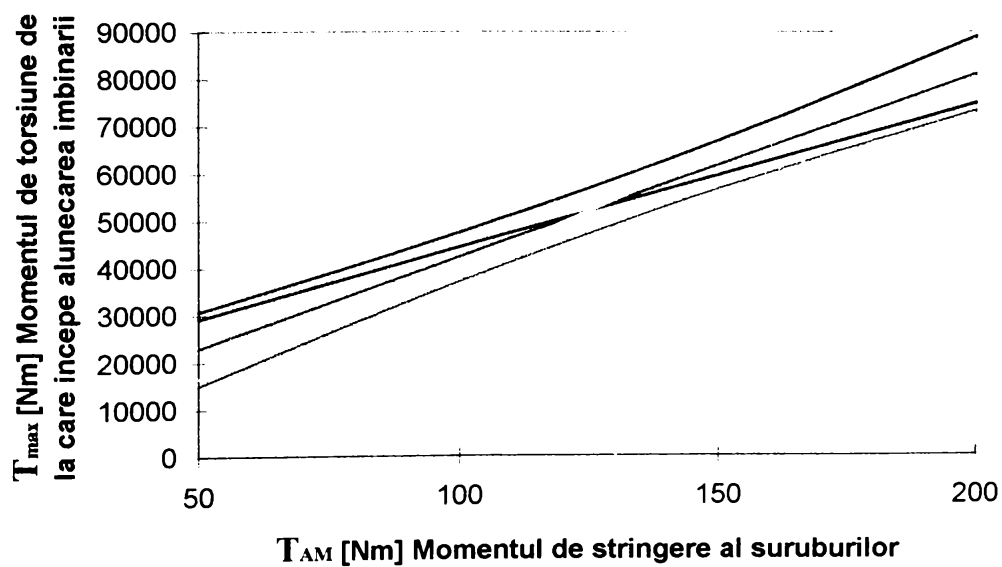


Fig. 5.16b

## B. Încercări la forțe axiale

Valorile limită ale forțelor axiale de la care începe alunecarea îmbinării determinate în urma repetării a câte 3 șiruri de încercări pe fiecare epruvetă sînt date în tabelele 5.7 și 5.8 pentru epruveta 1 respectiv pentru epruveta 2. Conform relației 5.2 ecuația dreapta de regresie în coordonate  $T_{.AM}$ ;  $Fax_{max}$  este:

$$(Fax_{max} - \bar{F}) = b(T_{.AM} - \bar{T}_{.AM}) \quad 5.20$$

unde:

$$\bar{T}_{.AM} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i ; \quad 5.21$$

$$\bar{F} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (Fax_{med})_i ; \quad 5.22$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i (Fax_{med})_i - \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i \sum_{i=1}^4 (Fax_{med})_i}{\sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i^2 - \frac{1}{4} \left( \sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i \right)^2} \quad 5.23$$

Ecuațiile dreptelor de regresie pentru epruveta 1 respectiv 2 devin:

$$Fax_{max} - 644.271910 = 4.794202(T_{.AM} - 125) \quad 5.20'$$

$$Fax_{max} - 632.000051 = 4.892376(T_{.AM} - 125) \quad 5.20''$$

Coeficienții de regresie (relația 5.4) se află cu siguranță statistică de  $P\%=95\%$  (pentru organe de mașini) în intervalul  $[(b - E_{b95\%}); (b + E_{b95\%})]$

în care:

$$E_{bP\%} = c \sqrt{(S_{Fax}^2 - b^2 S_{T_{.AM}}^2) / ((n-2) S_{T_{.AM}}^2)} \quad 5.24$$

și

$$S_{T_{.AM}}^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^4 (T_{.AM})_i \right)^2 \right] ; n=4 \quad 5.25$$

$$S_{Fax}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left[ \sum_{i=1}^4 (Fax_{med})_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^4 (Fax_{med})_i \right)^2 \right] ; n=4 \quad 5.26$$

sînt dispersiile șirurilor de măsurători  $(T_{.AM})_i$  și  $(Fax_{med})_i$ .

Coeficientul  $c = f(P\%; \nu)$  din diagrama Student are valoarea  $c = 2.776$ .

Rezultatele calculului sînt prezentate în continuare pentru cele două epruvete:

**epruveta 1**

$$b = 4.794202$$

$$b \in [3.660466 ; 5.927938]$$

$$S_{T_{AM}}^2 = 4166.6666$$

$$S_{Fax}^2 = 97158.1847$$

$$E_{b\ 95\%} = 1.133736$$

**epruveta 2**

$$b = 4.892376$$

$$b \in [3.810794; 5.973957]$$

$$S_{T_{AM}}^2 = 4166.6666$$

$$S_{Fax}^2 = 100995.6028$$

$$E_{b\ 95\%} = 1.081582$$

Incertitudinea maximă, pentru valoarea forței axiale maxime de la care alunecă îmbinarea, datorată incertitudinii de stabilire a coeficientului  $b$  este:

$$E_{Fax_{max}, b} = E_{b\ P\%} (T_{AM\ max} - \bar{T}_{AM}) \quad 5.27$$

care pentru cele două epruvete va lua valorile maxime:

$$(E_{Fax_{max}, b})_1 = 85.030228 \quad (E_{Fax_{max}, b})_2 = 81.118640$$

Coordonatele punctului  $(\bar{T}_{AM}; \bar{F})$  prin care trece dreapta de regresie sînt date de o valoare aproximativă a mediei ideale. Deci și "poziția" dreptei de regresie este nesigură. Pentru fiecare punct al dreptei se poate determina incertitudinea, cu probabilitatea P% (95%) de mai sus. Incertitudinea valorii  $Fax_{max}$  pentru o valoare oarecare  $T_{AM}$  a variabilei independente este:

$$E_{Fax_{max}, F}(T_{AM}) = \pm E_{b\ P\%} \sqrt{S_{T_{AM}}^2 \left( \frac{n-1}{n} \right) + (T_{AM} - \bar{T}_{AM})^2} \quad 5.28$$

care pentru epruveta 1 respectiv 2 devine:

$$E_{Fax_{max}, F}(T_{AM}) = \pm 1.133736 \sqrt{3125 + (T_{AM} - 125)^2} \quad 5.28'$$

$$E_{Fax_{max}, F}(T_{AM}) = \pm 1.081582 \sqrt{3125 + (T_{AM} - 125)^2} \quad 5.28''$$

cu valorile:

$$(E_{Fax_{max}, F})_{1\ max} = 106.051327$$

$$(E_{Fax_{max}, F})_{2\ max} = 101.172720$$

Forma intervalului de incertitudine este funcție de  $T_{AM}$  și are dimensiune minimă pentru  $T_{AM} = \bar{T}_{AM} = 125\ Nm$  ceea ce este în concordanță cu forma intervalului de incertitudine datorat lui  $b$ . (Fig. 5.17a, b; Fig. 5.18a, b).

**Dreapta de regresie si domeniul de incertitudine datorat pantei b (epruveta1)**

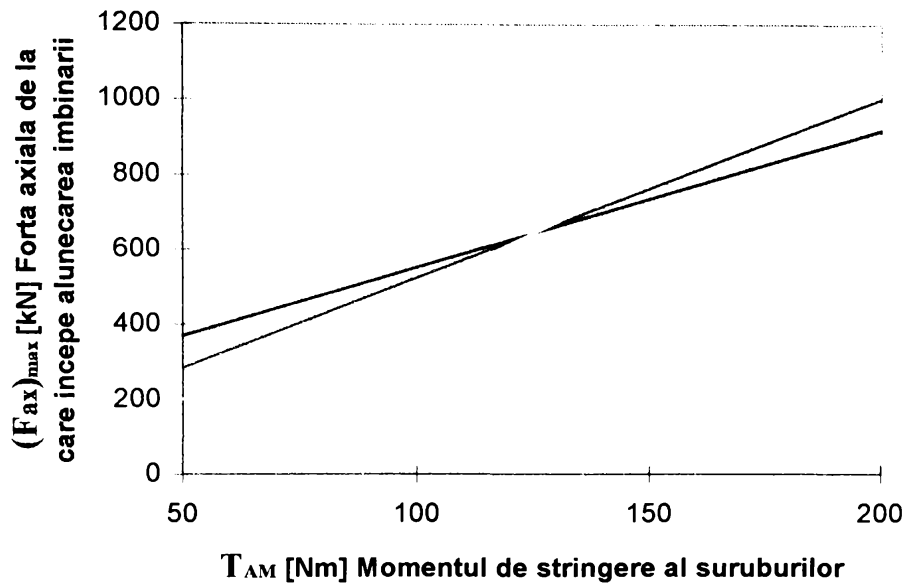


Fig. 5.17a

**Dreapta de regresie si domeniile de incertitudine datorate pantei b si valorilor medii (epruveta1)**

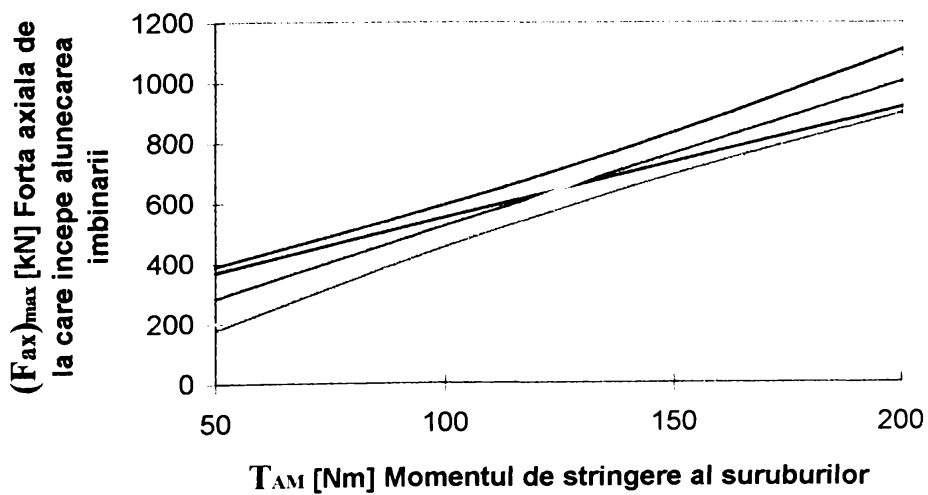


Fig. 5.17b

**Dreapta de regresie si domeniul de incertitudine datorat pantei b (epruveta 2)**

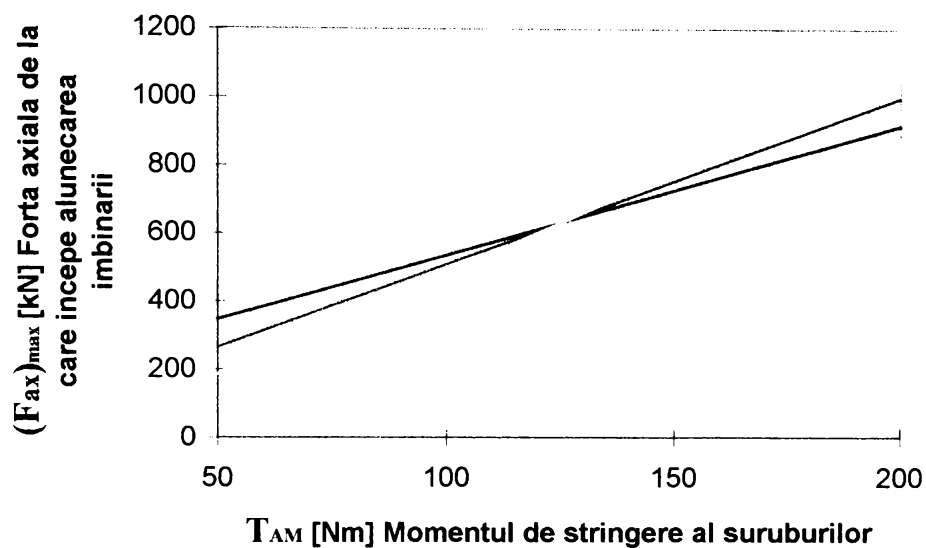


Fig. 5.18a

**Dreapta de regresie si domeniile de incertitudine datorate pantei b si valorilor medii (epruveta 2)**

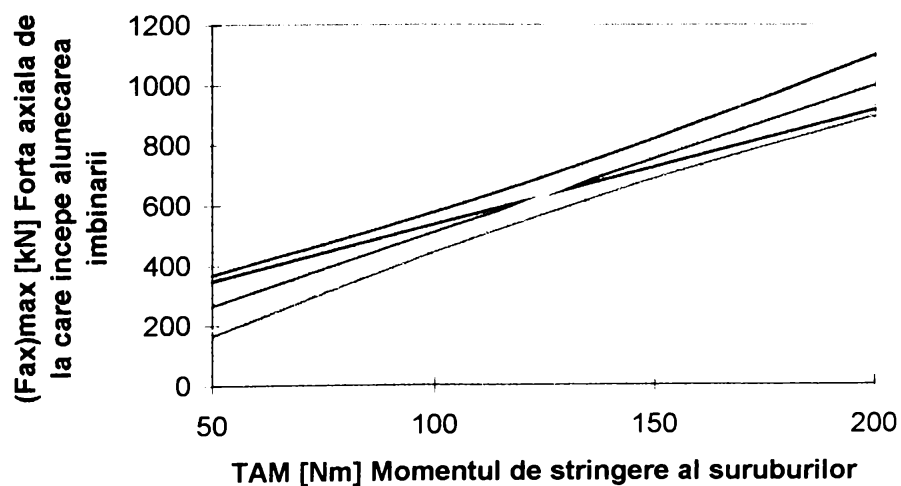


Fig. 5.18b

Incertitudinea compusă pentru  $Fax_{max}$  se obține considerînd cele două incertitudini  $E_{Fax_{max},b}$ ;  $E_{Fax_{max},F}$  astfel:

$$\begin{aligned}
 E_{CFax_{max}} &= \pm (E_{Fax_{max},b} + E_{Fax_{max},F}) = \\
 &= \pm E_b \cdot 95\% \left[ (T_{.AM})_{max} - \bar{T}_{.AM} \right] \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{S_{T_{.AM}}^2 (n-1)}{n((T_{.AM})_{max} - \bar{T}_{.AM})^2 + 1}} \right]
 \end{aligned}
 \tag{5.29}$$

Clasa de exactitate evaluată cu relația:

$$\delta_r = \pm \frac{E_{CFax_{max}}}{\max(Fax_{max})} \cdot 100 \text{ [%]}
 \tag{5.30}$$

ia valorile pentru epruveta 1 respectiv 2

$$(\delta_r)_1 = 19.03\%$$

$$(\delta_r)_2 = 18.24\%$$

Acestea nu depășesc limita de 40% admisă în DIN 1319 pentru un număr de patru elemente de populație

## Concluzii

- Prognoza privitoare la reproductibilitatea performanțelor și pentru liniaritatea dependențelor s-a confirmat integral.
- Starea tehnică a epruvetei (microgeometria suprafețelor active, calitatea filetării, prezența oxizilor și a urmelor de lubrefiant) distorsionează semnificativ datele experimentale.
- Produsele încercate confirmă buna calitate a proiectării asigurate în condiții de institut de cercetare și a execuției din producția de serie. Pentru probe am ales din exemplarele cel mai bine conservate.
- Îmbinarea este viabilă și comparativ cu produsele similare din străinătate nu prezintă diferențe semnificative.
- Mărimea momentului atins la solicitarea statică a ansamblului arbore, pachet de îmbinare, butuc, pînă în momentul începerii alunecării este util a fi cunoscut pentru cazul că se dorește să se estimeze dacă există rezerve pentru arbore sau dacă imbinarea poate deveni element de siguranță.



# 6 Concluzii finale

Sucesiunea problemelor abordate în lucrare evidențiază un fapt cu valoare de trăsătură comună și anume că indiferent de tipul de solicitare la care este supusă îmbinarea prin strângere cu elemente intermediare conice, fenomenele care au loc în timpul aplicării acestor solicitări, precum și cele din timpul instalării ei, depind de ceea ce definește principial îmbinarea și anume legătura prin frecare a suprafețelor active aflate în contact forțat.

Schema clasică de calcul bazată pe relațiile lui Lamé nu face uz de noțiunea de legătură cu frecare, considerînd efectul strîngerii ca pe o relație de însumare algebrică a deplasărilor în direcție radială a pieselor care se deformează fără nici o legătură axială sau circumferențială.

Lucrarea abordează studiul atributelor și limitelor raționale de funcționare a îmbinărilor prin strângere neconvenționale cu elemente intermediare conice deformabile elastic pe baza determinărilor experimentale și a simulării/modelării pe calculator prin metoda elementului finit.

Spre deosebire de schema clasică de calcul modelarea fenomenelor care guvernează comportarea în funcționare a îmbinării ține cont de faptul că presiunea de contact între piesele pachetului de îmbinare precum și între acesta și arbore/butuc ia naștere în urma instalării îmbinării și nu este cunoscută apriori.

Evaluarea prin metoda elementului finit a mărimii și distribuției presiunii de contact a rezultat în urma analizei modelului real încărcat numai cu forța de strângere, aplicată în mod controlat asupra pachetului de elemente prin intermediul șuruburilor de strângere.

Alura distribuției de presiuni de contact confirmă existența efectului de margine, care spre deosebire de îmbinările prin strângere clasice este mai atenuat datorită construcției cu rigiditate controlată a componentelor pachetului de îmbinare.

Presiunea de contact fiind dependentă de mărimea parametrilor de instalare ce se controlează la montaj rezultă ca mărime univoc determinată, implicit și capacitatea portantă a îmbinării.

Spre deosebire de îmbinările prin strângere clasice la care capacitatea portantă este o mărime probabilistică, dependentă de ajustajul probabil,

îmbinările neconvenționale permit determinarea univocă a capacității portante funcție de momentul de însurubare ca parametru de instalare.

În Tabelul 6.1 și Fig.6.1 sînt date centralizat rezultatele<sup>1</sup> privitoare la capacitatea portantă a îmbinării prin strîngere cu elemente intermediare conice încărcată cu moment de torsiune.

În mod analog în Fig.6.2 și Tabelul 6.2 sînt date centralizat rezultatele privitoare la capacitatea portantă a îmbinării prin strîngere cu elemente intermediare conice încărcată cu forță axială.

Se remarcă neconcordanța valorilor calculate analitic în literatură în raport cu celelalte metode.

Tabelul 6.1

<b>Regim de instalare</b> $T_{AM} [Nm]$	<b>Moment maxim capabil <math>T_{max} [Nm]</math></b>				
	<i>metoda</i>	<i>MEF</i>	<i>Experimental</i> (epruveta 1)	<i>Experimental</i> (epruveta 2)	<i>Analitic*</i> (relația 3.3)
50	21943.01	24108.211	22830.541	21812.10	29256.80
100	42621.95	44627.464	42287.465	42354.97	56811.17
150	63306.39	65146.719	61744.839	62897.85	84365.54
200	85829.60	85665.974	81201.313	83440.72	111919.50

Tabelul 6.2

<b>Regim de instalare</b> $T_{AM} [Nm]$	<b>Forța axială maximă capabilă <math>F_{ax,max} [kN]</math></b>			
	<i>metoda</i>	<i>MEF</i>	<i>Experimental</i> (epruveta 1)	<i>Experimental</i> (epruveta 2)
50	285.0432	284.7068	265.0719	325.0755
100	553.2936	524.4169	509.6907	631.2352
150	822.1530	764.1270	754.3094	937.3649
200	1090.7781	1003.837	998.9282	1243.5555

Se remarcă faptul că prin experiment valorile prezintă diferențe mai mari la regimul de instalare spre cel nominal (190Nm) față de cele obținute prin metoda elementului finit. Acest fenomen se datorează faptului că aceiași epruvetă a fost supusă încercărilor repetate și nu s-au menținut aceleași calități tribologice<sup>2</sup> ale suprafețelor în contact.

<sup>1</sup> Rezultatele se referă la valori calculate sau determinate experimental pe parcursul capitolelor tezei astfel:

FEM:

analitic\* (propus prin relația 3.3):

experimental (epruveta1 respectiv 2)

analitic\*\*(cu relația 3.4 dată în literatură):

<sup>2</sup> Utilizarea repetată a aceluiași pachet de elemente de îmbinare (epruvetă) a condus la micșorarea rugozității pe suprafețele active.

### Momentul capabil suportat de imbinare

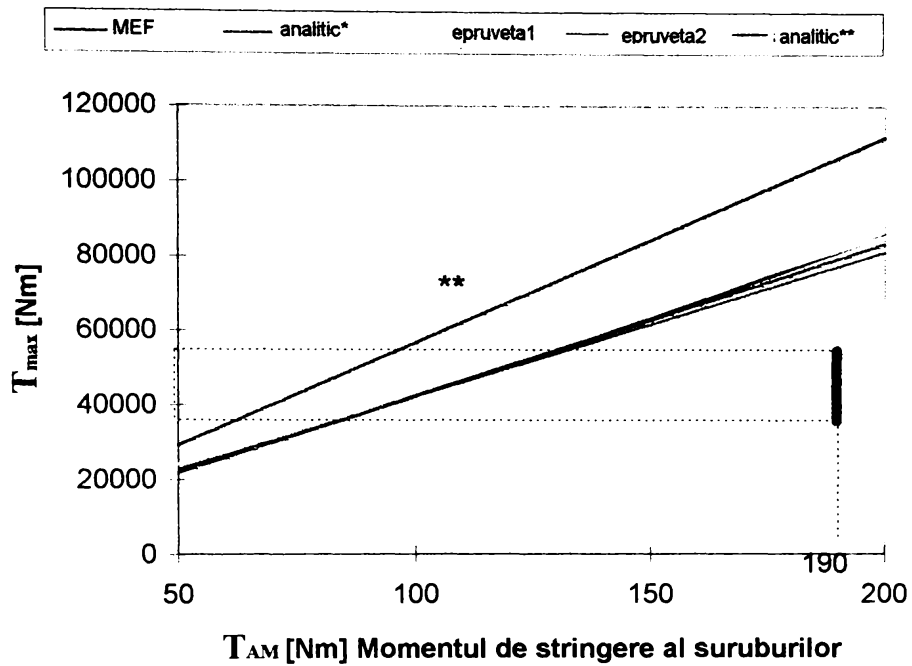


Fig. 6.1

### Fora axiala capabila suportata de imbinare

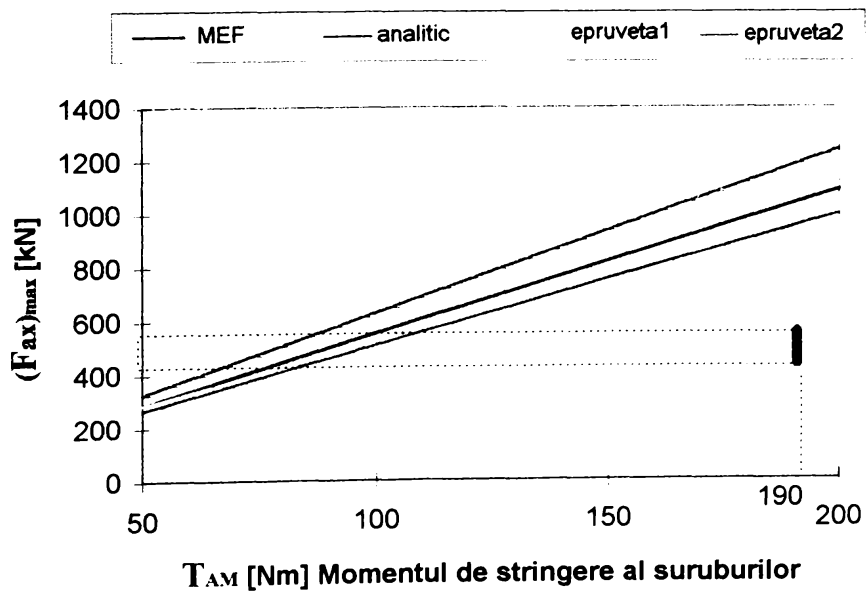


Fig. 6.2

Modelarea prin MEF descrie mai aproape de realitate fenomenul, fapt care ar fi posibil de pus în evidență prin utilizarea unui număr mai mare de epruvete la experiment.

Rezultatele calculului analitic supraevaluează capacitatea portantă datorită ipotezelor simplificatoare acceptate.

Cataloagele de produs dau ca valori garantate forțe axiale și momente de încărcare numai pentru o mărimea nominală a parametrului de montaj ( $T_{AM}=190$ )<sup>1</sup>

Valorile presiunii de contact pe care o exercită pachetul de elemente intermediare conice pe suprafața arborelui rezultate din calcul prin metoda analitică, prin MEF și din cercetarea experimentală în funcție de parametrul de instalare sînt date în Tabelul 6.3. iar variația lor în Fig. 6.3.

Tabelul 6.3

<b>Regim de instalare</b> $T_{AM}$ [Nm]	<b>Presiunea medie pe suprafața de contact cu arborele</b> $p_1$ [MPa]			
	<i>metoda</i>	<i>MEF</i>	<i>Experimental</i> (epruveta 1)	<i>Experimental</i> (epruveta 2)
50	55.270	55.205	51.397	63.037
100	107.284	101.685	98.829	122.397
150	159.416	148.165	146.261	181.762
200	211.503	194.645	193.693	241.126

Valorile presiunii date pentru tipodimensiunea studiată de firmele producătoare se regăesc în Tabelul 3.2. și sînt reprezentate în Fig.6.3.

Dintre firmele producătoare numai BIKON asigură cea mai corectă concordanță la valorile presiunii de contact și la capacitatea portantă păstrînd însă rezerve semnificative pentru aceasta din urmă<sup>2</sup>.

Pentru a realiza îmbinări prin strîngere cu elemente intermediare conice fiecare tipodimensiune asigură capacitatea portantă în funcție de mărimea parametrului de montaj în mod univoc.

Pachetul de elemente de îmbinare poate funcționa ca un element de siguranță la suprasarcini în condițiile în care nu este depășită limita de rezistență a materialului arborelui la solicitarea de torsiune.

În Fig. 6.4 s-a reprezentat dependența  $\tau_r = f(T_{max}(T_{AM}))$  calculată pentru arborele corespunzător pachetului de elemente de îmbinare. Momentul limită  $T_{max}$  a fost determinat prin toate metodele prezentate.

<sup>1</sup> Diferite firme dau pentru aceeași tipodimensiune la  $T_{AM}=190$ Nm valori cuprinse în domeniul marcat pe figurile 6.1 respectiv 6.2 inferioare capacității portante posibil a fi asigurată.

<sup>2</sup> Rezervele la capacitatea portantă date de firmele producătoare ar rezulta din acceptarea unor coeficienți de frecare cu valori maxime de 0,11.

**Variatia presiunii medii de contact a pachetului de elemente de imbinare functie de parametrul de montaj**

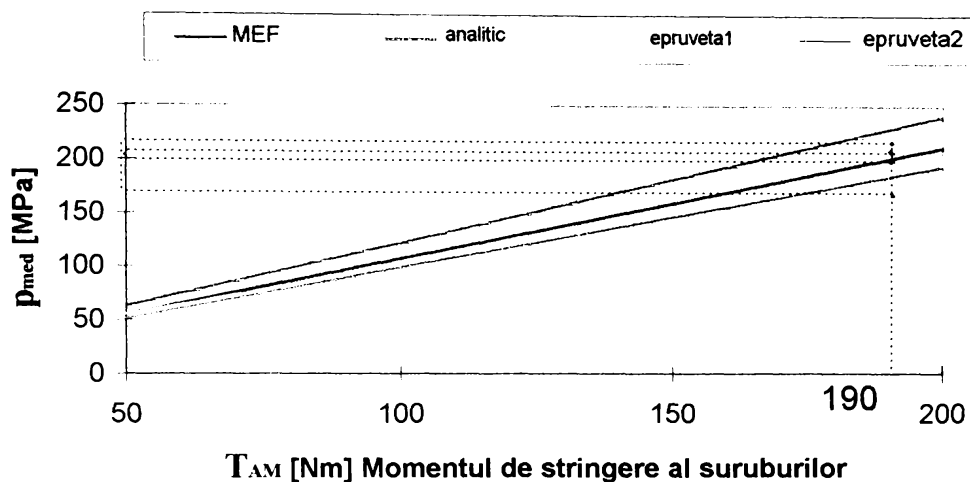


Fig. 6.3

**Tensiunea tangentiala maxima din arborele solicitat static cu momentul capabil suportat de pachetul de elemente de imbinare functie de paramertul de montaj.**

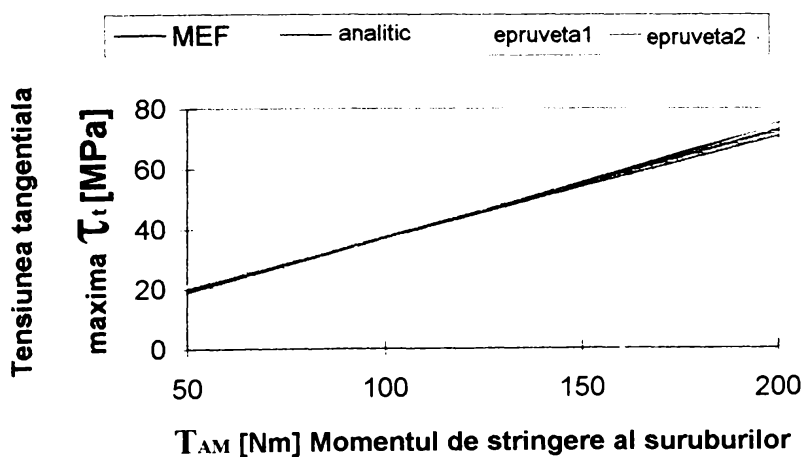


Fig. 6.4

Alegerea materialului arborelui se face ținând cont de valorile limită din diagrama de mai sus și de tipul de solicitare real ( $\tau_{at} \geq \tau_t$ ).

Lucrarea mai evidențiază și influențele suferite de componentele îmbinării (tensiuni, deformații) datorate regimului de instalare prin intermediul legăturii cu frecare dintre acestea.

Rezumând și sistematizând contribuțiile aduse de autoarea tezei prin acest studiu s-ar putea formula astfel:

- Noi posibilități de configurare tipodimensională a structurii pachetelor de elemente intermediare conice pentru îmbinările prin strângere.
- Principii de optimizare a configurării tipodimensională.
- Evaluarea analitică a mărimii presiunilor de contact din interfețele pachetului și prognoza punctului / zonei în care apar alunecările sub sarcină.
- Modelarea contactului de suprafață cu frecare a îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice realizat prin elemente finite axial simetrice (aplicarea metodei de calcul: MSC/NASSTRAN),
- Calculul stării de tensiune și deformație în componentele îmbinării prin metoda elementului finit.
- Evaluarea capacității portante a îmbinării prin strângere cu elemente intermediare conice în urma analizei cu MEF a modelului.
- Evaluarea efectului de margine cu MEF prin integrarea distribuției efective a presiunii.
- Proiectarea standului, a echipamentelor de încercare și a programului experimental.
- Verificarea / etalonarea mijloacelor și a echipamentelor de măsurare.
- Încercări în regim industrial de cercetare a unor componente din producția de serie a S.C. UNIO<sup>®</sup> S.A. Satu-Mare în cadrul Laboratorului de încercări<sup>1</sup> al institutului CEPROM<sup>®</sup> S.A.
- La modelarea teoretică a funcționării îmbinării (mai ales prin element finit) a rezultat o bună concordanță cu experimentele efectuate și analiza teoretică.

---

<sup>1</sup> Laborator acreditat RELAR

- Dacă determinările experimentale s-ar fi efectuat pe un lot mai mare de unități de îmbinare, cu certitudine rezultatele experimentale s-ar fi apropiat în mai mare măsură de cele ale modelării prin MEF.
- De remarcat că determinările experimentale s-au limitat la un număr restrâns de epruvete din motive de cost. Pe lângă prețul epruvetelor se mai adaugă și cheltuielile de modificare a instalației experimentale, suportate de CEPROM S.A. și asistarea la execuția programului experimental a unei echipe de personal specializat.
- Concluziile cercetărilor experimentale din această teză s-au folosit de proiectant la completarea documentației de casă a produsului.
- **Aspectele teoretice** abordate pe parcursul elaborării prezentei teze au fost **valorificate la Consiliul Național al Cercetării Științifice Universitare în proiectele anuale de cercetare:**  
**"Metode și mijloace pentru încercarea transmisiilor mecanice și a componentelor acestora" cod 1268 /1997.respectiv cod 280 / 1998.**

# Bibliografie

- [A1] Argeşanu V., **Mocuţa G.E.**, "INSTABILITATEA TERMOELASTICĂ LA O CUPLĂ DE FRECARĂ DE CLASA A IV-A" Simpozion MTM ediţia a VII-a, Reşiţa, 1996
- [A2] Argeşanu V., **Mocuţa G.E.**, Mireşan O., "METODĂ PENTRU CALCULUL ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE" Simpozion ETM Eficienţa şi rentabilitatea în proiectarea, fabricarea şi experimentarea maşinilor şi aparatelor electrice, Vol. I, Timişoara, 1989
- [A3] Ast M., Rösle H., Schenk R., "FEM-ANALYSE REIBSCHLÜSSIGER WELLE-NABE-VERBINDUNGEN" VDI Fachtagung Welle-Nabe-Verbindungen-Systemkomponenten im Wandel, April 29 1998 in Fulda, Germany
- [B4] Buzdugan Gh., "REZISTENŢA MATERIALELOR" Editura Academiei RSR, Bucureşti, 1980
- [B5] Bausinger R., Schnaidt R., Baier R., "FINITE ELEMENTE AUF PC - Praktische Einführung mit zahlreichen Beispielen" Edition Expertsoft, Böblingen, 1992
- [B6] Bezuhov N. I., "TEORIA ELASTICITĂŢII ŞI PLASTICITĂŢII" Editura Tehnică, Bucureşti, 1957
- [B7] Batoz J. L., Dhatt G., "MODÉLISATION DES STRUCTURES PAR ÉLÉMENTS FINIS" volume1, 2, 3 Hermes, Paris, 1990
- [B8] Bagiu L., "TOLERANŢE ŞI AJUSTAJE" Editura Helicon, Timişoara, 1994
- [C1] Cioclov D.D., "RECIPIENTE SUB PRESIUNE-Analiza stării de tensiune şi deformaţie" Editura Academiei RSR, Bucureşti, 1983



- [C3] Constantin V., "STUDIUL TEORETIC ȘI EXPERIMENTAL AL ÎMBINĂRILOR PRESATE CONICE" (rezumatul tezei de doctorat) Institutul Politehnic Gh. Asachi, Iași, 1979
- [C6] Constantin V., "STRÎNGEREA ÎNTR-O ASAMBLARE CILINDRICĂ PRESATĂ CU MANȘON DE LUNGIME FINITĂ" Sesiunea științifică "Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini", Galați, 1975
- [C7] Constantin V., "MODIFICAREA STRÎNGERII ÎMBINĂRILOR PRESATE SUB ACȚIUNEA FORȚELOR CENTRIFUGE" Sesiunea științifică Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini, Galați, 1975
- [C9] Constantin V., Dragomir D., Bologa O., "CALCULUL ASAMBLĂRILOR PRESATE ÎN REGIM TERMIC TRANZITORIU" Simpozion PRASIC'82 Brașov, 1982
- [C10] Constantin V., Dragomir D., "CONSIDERAȚII ASUPRA FRECĂRII ÎN ASAMBLĂRILE CU STRÎNGERE MONTATE HIDRAULIC (I)" Conferința specialiștilor în frecare, ungere, uzare TRIBOTEHNICA Hunedoara, 1980
- [C11] Dragomir D., Constantin V., "CONSIDERAȚII ASUPRA FRECĂRII ÎN ASAMBLĂRILE CU STRÎNGERE MONTATE HIDRAULIC (II)" Conferința specialiștilor în frecare, ungere, uzare TRIBOTEHNICA Hunedoara, 1980
- [C12] Constantin V., "CONSIDERAȚII PRIVIND CALCULUL ASAMBLĂRILOR CU STRÎNGERE PE CON" Conferința specialiștilor în frecare, ungere, uzare TRIBOTEHNICA Galați, 1978
- [C13] Constantin V., Popinceanu N., "UNELE REZULTATE EXPERIMENTALE PRIVIND VARIAȚIA COEFICIENTULUI DE FRECARE STATIC ÎN ASAMBLĂRILE CU STRÎNGERE PE CON MONTATE CU ULEI SUB PRESIUNE" Conferința specialiștilor în frecare, ungere, uzare TRIBOTEHNICA Galați, 1978
- [C14] Constantin V., Bologa O., "CALCULUL ASAMBLĂRILOR PRESATE PE SUPRAFAȚĂ CONICĂ - PROGRAMARE PE CALCULATOR" Simpozion Proiectarea asistată de calculator Brașov, 1978

- [C15] Constantin V., Dragomir D., "CONSIDERAȚII ASUPRA CALCULULUI ȘI SIGURANȚEI ASAMBLĂRILOR PRESATE CU BUCȘĂ INTERIOARĂ" Simpozion tehnico - științific Gheorghieni, 1975
- [C16] Constantin V., Dragomir D., "INFLUENȚA ABATERILOR DE PRELUCRARE ASUPRA ASAMBLĂRILOR PRESATE CU BUCȘĂ INTERMEDIARĂ" Simpozion tehnico - științific Gheorghieni, 1975
- [C17] Constantin V., "INFLUENȚA ABATERILOR LA CONICITATE ASUPRA CAPACITĂȚII PORTANTE A ASAMBLĂRILOR PRESATE PE CON" Institutul Politehnic Gh. Asachi Iași, 1978
- [C18] Constantin I., "THE STUDY OF THE CONICAL PRESS FIT" Buletinul Universității din Galați, Anul I, Fascicola IV Construcții de mașini, frigotehnie, construcții navale, 1978
- [C20] Cojorean P., "CONTRIBUȚII PRIVIND INFLUENȚA PARAMETRILOR TEHNOLOGICI ASUPRA COMPORTĂRII ÎMBINĂRILOR CILINDRICE CU STRÎNGERE PRESATE LA RECE" (rezumatul tezei de doctorat) Institutul Politehnic Traian Vuia din Timișoara, 1976
- [C22] Chișiu Al., Matieșan D., Mădărășan Th., Pop D., "ORGANE DE MAȘINI" Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981
- [C23] Constantinescu I. N., Ștefănescu D. M., Sandu M. Al., "MĂSURAREA MĂRIMILOR MECANICE CU AJUTORUL TENSOMETRIEI" Editura Tehnică, București, 1989
- [C26] Constantinescu I.N., Dăneț V.G., "METODE NOI PENTRU CALCULE DE REZISTENȚĂ" Editura Tehnică, București, 1989
- [D1] Dragomir Dumitru, "CONTRIBUȚII PRIVIND EXTINDEREA GAMEI DE APLICAȚII A ASAMBLĂRILOR PRESATE ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI" (teză de doctorat) Galați, 1993
- [D2] Disborg L., Voigt G., "ENTWICKLUNG DER WELLE-NABE-VERBINDUNGEN" Antriebstechnik 29 (1990) Nr.2
- [D3] Dolga V., "CONSTRUCȚIA TRADUCTOARELOR ȘI SENZORILOR" Universitatea Politehnică din Timișoara, 1993

- [D4] Drăghici I., Chișu E., Jula A., Preda L., "ORGANE DE MAȘINI-culegere de probleme" Editura Tehnică, București, 1982
- [D5] Dragu D., Bădescu Gh., Sturzu A., Militaru C., Popescu I., "TOLERANȚE ȘI MĂSURĂTORI TEHNICE" Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982
- [D6] Daams J., "MONTAGEZUSTAND EINES ELASTISCH-PLASTISCH AUSGELEGTEN QUERPRESSVERBANDS" Antriebstechnik 37 (1998) Nr. 6
- [D7] Dietz P., Li Tan, "BEANSPRUCHUNGEN UND ÜBERTRAGUNGSFÄHIGKEIT GESCHWÄCHTER WELLENABE-PRESSVERBINDUNGEN" Antriebstechnik 35 (1996) Nr. 4
- [E1] Eskild Tjalve "A SHORT COURSE IN INDUSTRIAL DESIGN" Newnes Butterworths, London, Boston, Sydney, Wellington, Durban, Toronto, 1979
- [E2] Ehrlenspiel K., Kittsteiner H.J., "AUSWAHL UND GESTALTUNG KOSTENGÜNSTIGER WELLE - NABE - VERBINDUNGEN" Antriebstechnik 30 (1991) Nr. 10
- [F1] Frenlund I. "DREHMOMENT - ÜBERTRAGUNG IN PRESSVERBINDUNGEN" Konstruktion 18 (1966)
- [F2] Faur N., Dumitru I., "DIFERENȚE FINITE ȘI ELEMENTE FINITE ÎN REZISTENȚA MATERIALELOR" Editura Mirton, Timișoara, 1997
- [F3] Fîntînaru N., "REPETABILITATEA VALORILOR MĂSURATE CU TRADUCTOARE DE FORȚĂ" Al V-lea Simpozion Național de Tensometrie, Galați, 1989
- [G1] Gheorghiu N., **Mocuța G.E.**, "DOMENIUL PRACTIC DE VALABILITATE AL TEORIEI TUBURILOR CU PEREȚI SUBȚIRI SUPUSE LA PRESIUNE INTERIOARĂ" Analele Universității din Oradea, 1993
- [G2] Gheorghiu N., Balekics M., Argeșanu V., "CRITERII ESENȚIALE PRIVIND PROIECTAREA ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE" Simpozion MTM, ediția a V-a, Cluj-Napoca, 1988

- [G3] Gheorghiu N., Mădăras L., Duțescu A., "APLICAȚII ALE STRÎNGERII CU HIDROPLAST LA ÎMBINĂRILE ARBORE-BUTUC CU AJUSTAJ CILINDRIC" Simpozion MTM, ediția a V-a, Cluj-Napoca, 1988
- [G4] Gheorghiu N., Mădăras L., "CONSIDERAȚII ASUPRA EVOLUȚIEI ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE PE SUPRAFEȚE CONICE" Simpozion MTM, ediția a V-a, Cluj-Napoca, 1988
- [G5] Gheorghiu N., **Mocuța G. E.**, "STABILIREA EXPERIMENTALĂ A LIMITELORE DE ÎNCĂRCARE LA ÎMBINĂRILE NECONVENȚIONALE PRIN STRÎNGERE" Lucrările sesiunii de comunicări științifice a Universității Aurel Vlaicu din Arad, ediția a III-a, 1996
- [G6] Gârbea D., "ANALIZĂ CU ELEMENTE FINITE" Editura Tehnică București 1990
- [G7] Gafițanu M., Poterașu V.F., Mihalache N., "ELEMENTE FINITE ȘI DE FRONTIERĂ CU APLICAȚII LA CALCULUL ORGANELOR DE MAȘINI" Editura Tehnică, București, 1987
- [G8] Gafițanu M., Mocanu D., Pavelescu D., Crețu S., Pascovici M., Racocea C., Răduceanu D., Tulească C., Coca D., Vornicu I., "ORGANE DE MAȘINI" Vol. I, Editura Tehnică, București, 1981
- [H1] Hubner H. K., "METODA ELEMENTULUI FINIT PENTRU INGINERII" Departamentul de inginerie mecanică, Laboratorul de cercetări General Motors, Wiley-Interscience, John Wiley&Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 1990
- [J1] Jiarang Fan, Kewei Ding, "ANALYTICAL SOLUTIONS FOR THICK CLOSED LAMINATED CYLINDRICAL SHELLS" International Journal of Mechanical Sciences, Volume 35, Number 8, 1993
- [K5] Kudreavțev V. N., "DETALI MAȘIN" Mașinostroenie, Leningrad, 1980
- [K7] Kolman F., "WELLE - NABE VERBINDUNGEN KONSTRUKTIONSBÜCHER" Band 32 Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1982

- [L1] Lindgren M., DREHMOMENT - ÜBERTRAGUNG IN PRESSVERBINDUNGEN" Konstruktion 25 (1973)
- [L2] Laermann K.H., "COMPUTER ORIENTED ANALYSIS OF THE STRESS STRAIN-STATE IN 3D SOLIDS BY MEANS OF HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY" Al V-lea simpozion național de tensometrie, Galați, 1989
- [M1] Manea Gh., "ORGANE DE MAȘINI" Editura Tehnică, București, 1970
- [M2] Mocanu D.R., "FENOMENUL MOIRÉ ȘI APLICAȚIILE LUI ÎN TENSOMETRIE" Editura Tehnică, București, 1973
- [M3] Mocanu D. R., ș.a. "ANALIZA EXPERIMENTALĂ A TENSIUNILOR" Editura Tehnică, București, (Vol. I)1976, (Vol. II)1977
- [M4] Militaru C., Moldoveanu M., "CONTROLUL DIMENSIUNILOR MARI ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI" Editura Tehnică, București, 1991
- [M5] Müller H. W., "DER MECHANISMUS DER DREHMOMENTÜBERTRAGUNG IN PRESSVERBINDUNGEN" (teză de doctorat) Technischen Hochschule Darmstadt, 1961
- [M6] Müller H. W., "DREHMOMENTÜBERTRAGUNG IN PRESSVERBINDUNGEN" Konstruktion 14(1962)
- [M7] Müller H.W., "BETRIEBSVRHALTEN ZYLINDRISCHER UND KEGELIGER PRESSVERBINDUNGEN" VDI Berichte Nr. 299, 1977
- [M8] Megahed M. M., "ELASTIC-PLASTIC BEHAVIOUR OF A THICK-WALLED TUBE WITH GENERAL NONLINEAR HARDENING PROPERTIES" International Journal of Mechanical Sciences, Volume 32, Number 7, 1990
- [M9] Megahed M. M., Abbas A. T., "INFLUENCE OF REVERSE YIELDING ON RESIDUAL STRESS INTRODUCED BY AUTOFRETTAGE" International Journal of Mechanical Sciences, Volume 33, Number 2, 1991

- [M10] **Mocuța G. E.**, "STADIUL ACTUAL AL ÎMBINĂRILOR NECONVENȚIONALE PRIN STRÎNGERE SUB ASPECT CONSTRUCTIV FUNCȚIONAL ȘI AL METODELOR DE CALCUL" (referat Nr. 1) Timișoara, 1994
- [M11] **Mocuța G. E.**, "METODE EXPERIMENTALE DE INVESTIGARE A COMPORTĂRII ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE" (referat Nr. 2) Timișoara 1995
- [M12] **Mocuța G. E.**, Mădăras L., Oprișanu A., Popa M., "INFLUENȚA EFECTULUI DE MARGINE ASUPRA CAPACITĂȚII PORTANTE LA ÎMBINĂRILE PRIN STRÎNGERE CU AJUSTAJE CILINDRICE" Simpozion MTM, ediția aVI-a, Timișoara, 1992
- [M13] **Mocuța G. E.**, Mădăras L., Argeșanu V., "STABILIREA VARIANTEI OPTIME DE ÎMBINARE A ARBORILOR CU BUTUCII ROȚILOR DINȚATE" (partea I) Simpozion MTM, ediția aVI-a, Timișoara, 1992
- [M14] **Mocuța G. E.**, Mădăras L., Jula M., "PARAMETRI CARACTERISTICI ÎN ALEGEREA CEA MAI FAVORABILĂ A ÎMBINĂRII" (partea a II-a) Simpozion MTM, ediția aVI-a, Timișoara, 1992
- [M15] **Mocuța G. E.**, "DESIGNUL ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE PE SUPRAFETE CONICE" Analele Universității din Oradea, 1992
- [M16] **Mocuța G. E.**, "EVOLUȚIA FUNCȚIONAL CONSTRUCTIVĂ A ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE PE SUPRAFETE CONICE" Analele Universității din Oradea, 1992
- [M17] **Mocuța G. E.**, Mădăras I., "ASPECTE LEGATE DE EVALUAREA CAPACITĂȚII PORTANTE A ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE CU AJUSTAJE CILINDRICE" Analele Universității din Oradea, 1992
- [M18] **Mocuța G. E.**, Untenberger Z., Molnar I., Mitran I., Selegean I., "OBIECTIVE ȘI METODE SPECIFICE ÎNCERCĂRILOR ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE CU ELEMENTE INTERMEDIARE CONICE" Lucrările sesiunii de comunicări științifice a Universității Aurel Vlaicu din Arad ediția a IV-a "25 de ani de învățământ tehnic superior arădean" 30-31 octombrie 1997, Vol. XI Organe de mașini și mecanisme

- [M19] **Mocuța G. E.**, Argeșanu V., Gheorghiu N., Mădăras L., "ANALYSIS OF THE TENSION DISTRIBUTION IN A HUB-TO-SHAFT ASSEMBLY BY FRICTION LOCKING BY FINITE ELEMENT METHOD (FEM)" Buletinul științific al Universității "Politehnica" din Timișoara, Tom 43 (57) Mecanică, 1998
- [M20] **Mocuța G. E.**, Gheorghiu N., Mădăras L., "MIJLOACE EXPERIMENTALE SPECIALIZATE PENTRU STUDIUL ÎMBINĂRILOR NECONVENȚIONALE PRIN STRÎNGERE" Lucrările sesiunii de comunicări științifice a Universității Aurel Vlaicu din Arad, ediția a III-a, 1996
- [M21] **Mocuța G. E.**, Argeșanu V., "TENDINȚE MODERNE ÎN CONSTRUCȚIA ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE PE SUPRAFETE CONICE" Simpozion Instalații pentru construcții și confort ambiental, Timișoara, 1992
- [M22] **Mocuța G. E.**, Argeșanu V., "ASUPRA UNOR METODE DE CALCUL UTILIZATE ÎN PROIECTAREA ÎMBINĂRILOR PRESATE SAU FRETATE" Simpozion Instalații pentru construcții și confort ambiental, Timișoara, 1992
- [M23] **Mocuța G. E.**, "LOGICA GENERĂRII CONSTRUCTIVE A ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE PE SUPRAFETE CONICE " Simpozion Instalații pentru construcții și confort ambiental, Timișoara, 1992
- [M24] Mădăras L., Nicoară I., Gheorghiu N., Gligor O., Ionescu N., Dreucean A., Nicoară P., **Mocuța G. E.**, "MIJLOACE ȘI METODE PENTRU ÎNCERCAREA TRANSMISIILOR MECANICE ȘI A COMPONENTELOR ACESTORA" proiect de grant, Cod CNCSU 1268, Ministerul Educației Naționale, 1997
- [M25] Mădăras L., Nicoară I., Gheorghiu N., Gligor O., Ionescu N., Dreucean A., Nicoară P., **Mocuța G. E.**, Argeșanu V., "MIJLOACE ȘI METODE PENTRU ÎNCERCAREA TRANSMISIILOR MECANICE ȘI A COMPONENTELOR ACESTORA" proiect de grant, Cod CNCSU 280, Ministerul Educației Naționale, 1998
- [M26] **Mocuța G. E.**, "STUDIUL EXPERIMENTAL AL CAPACITĂȚII PORTANTE A ÎMBINĂRILOR NECONVENȚIONALE PRIN STRÎNGERE CU ELEMENTE INTERMEDIARE CONICE" Revista Română de Mecanică Fină și Optică - Supliment Nr. 2/1998

- [M27] **Mocuța G. E.**, Argeșanu V., Gheorghiu N., "EVALUAREA CAPACITĂȚII PORTANTE A ÎMBINĂRILOR PRIN STRÎNGERE NECONVENȚIONALE PRIN MEF" Revista Română de Mecanică Fină și Optică - Supliment Nr. 2/1998
- [M28] **Mocuța G. E.**, Argeșanu V., Gheorghiu N., "EVALUAREA EFECTULUI DE MARGINE LA ÎMBINĂRILE PRIN STRÎNGERE NECONVENȚIONALE" Revista Română de Mecanică Fină și Optică - Supliment Nr. 2/1998
- [N1] Nichici Al., Cicală E., Mee R., "PRELUCRAREA DATELOR EXPERIMENTALE - curs și aplicații" Universitatea Politehnica din Timișoara, 1996
- [N2] Niemann G., "MASCHINENELEMENTE" Band 1, 2 Berlin, Heidelberg, New York, 1981
- [N3] Neguț L., "DETERMINAREA PARAMETRILOR ASAMBLĂRII PRIN PRESARE LONGITUDINALĂ A OSIILOR MONTATE ALE VAGOANELOR" Simpozion MTM, ediția aVI-a, Timișoara, 1992
- [O1] Ong Lin Seng, "DERIVATION OF STRESSES ASSOCIATED WITH A LONG AXIAL DENT IN A PRESSURIZED CYLINDER" International Journal of Mechanical Sciences, Volume 33, Number 2, 1991
- [P1] Ponomariov S. D., "CALCULUL DE REZISTENȚĂ ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI" Vol. II, Editura Tehnică, 1963
- [P2] Popinceanu N., Gafițanu M., Diaconescu E., Crețu S., Mocanu D. R., "PROBLEME FUNDAMENTALE ALE CONTACTULUI CU ROSTOGOLIRE" Editura Tehnică, București, 1985
- [P3] Pavelescu D., "TRIBOTEHNICA" Editura Tehnică, București, 1983
- [P4] Pavelescu D., Rădulescu Gh., Gafițanu M., Crudu I., Gheorghiu N., "ORGANE DE MAȘINI" Editura Didactică și Pedagogică, București, 1985
- [P5] Pavelescu D., Mușat M., Tudor A., "TRIBOLOGIE" Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977



- [P6] Pavel A., "MANDRINAREA MECANICĂ" Editura Tehnică, București 1983
- [P7] Peeken H., Gold P. W., "MASCHINENELEMENTE" Varlesungsumdruck Band I - Institut für Maschinenelemente und Maschinenstaltung der Rheinisch-Westfälischen, Technischen Hachsçhule Aachen
- [R1] Rumșinski L. Z., "PRELUCRAREA MATEMATICĂ A DATELOR EXPERIMENTALE" ,Editura Tehnică, București, 1974
- [S1] Stematiu D., "CALCLUL STRUCTURILOR HIDROTEHNICE PRIN METODA ELEMENTELOR FINITE" Editura Tehnică, București, 1988
- [S2] Schmid E.A., "DREHMOMENTÜBERTRAGUNG VON KEGEL-PRESS-VERBINDUNGEN Teil I: Flächenpressung, Kräftegleichgewicht und übertragbares Drehmoment" Antriebstechnik 12 (1973) Nr.10
- [S3] Schmid E.A., "DREHMOMENTÜBERTRAGUNG VON KEGEL-PRESS-VERBINDUNGEN Teil II: Verschiebungenzwischen Welle und Nabe bei der erstmaligen Drehmomentübertragung" Antriebstechnik 12 (1973) Nr.12
- [S4] Schmid E.A., "DREHMOMENTÜBERTRAGUNG VON KEGEL-PRESS-VERBINDUNGEN Teil III: "Berechnung und Auslegung von betriebssicheren Kegel-Press-Verbindungen" Antriebstechnik 13 (1974) Nr.3/4
- [S5] Stoicescu I., Constantin V., "CALCULUL ÎMBINĂRILOR CONICE PRESATE CU AJUTORUL METODEI ELEMETULUI FINIT" Sesiunea știintifică Tehnologii noi de fabricație în construcția de mașini, Galați, 1975
- [S6] Schiaua S., Abălaru A., "MĂSURARE, EROARE, INCERTITUDINE" (1) Revista Română de Mecanică Fină și Optică, Numărul 11, 1997
- [S7] Schiaua S., Abălaru A., "MĂSURARE, EROARE, INCERTITUDINE" (2) Revista Română de Mecanică Fină și Optică, Numărul 12, 1997

- [S8] Sédov L., "MÉCANIQUE DES MILIEUX CONTINUS" Éditions de MIR, Moscou, 1975
- [S9] Skach C., "TEHNICA PRELUCRĂRII INFORMAȚIILOR" Institutul politehnic Traian Vuia Timișoara, 1985
- [S10] Socolovschi V.V., "TEORIA PLASTICITĂȚII" Editura Tehnică, București, 1953
- [S11] Schulz U., Ast M., Labarta J., Manz H., Perez A., Solé J., "EXPERIENCES AND ACHIEVEMENTS WITH THE PARALLELIZATION OF A LARGE FINITE ELEMENT SYSTEM" Proceedings of the HPCN Conference, Springer 1996
- [S12] Sandeep V., "FINITE ELEMENT ANALYSIS OF THREE DIMENSIONAL CONFORMAL CONTACT WITH FRICTION" Ohio State University, 1994
- [T1] Thompson Joe F., (Department of Aerospace Engineering), Warsi Z.U.A., (Department of Aerospace Engineering), Wayne Mastin C., (Department of Mathematics) "NUMERICAL GRID GENERATION FOUNDATIONS AND APPLICATIONS" Mississippi State University, 1994
- [T2] L.Tong, T.K.Wang, "SIMPLE SOLUTIONS FOR BUCKLING OF LAMINATED CONICAL SHELLS" International Journal of Mechanical Sciences, Volume 34 Number 2, february 1992
- [T3] Tudor A., "CONTACTUL REAL AL SUPREFEȚELOR DE FRECARĂ" Editura Academiei Române, București, 1990
- [T4] Timošenco S. P., Woinowsky-Krieger S., "TEORIA PLĂCILOR PLANE ȘI CURBE" Editura Tehnică, București, 1968
- [Ț1] Țenchea P., Arghiriade I., Lipp G., "PROBLEME ACTUALE ALE STANDARDIZĂRII ÎN CONSTRUCȚIA DE MAȘINI" Oficiul de informare documentară pentru construcția de mașini, București, 1987
- [V1] Voinea R., Voiculescu D., Simion F. P., "INTRODUCERE ÎN MECANICA SOLIDULUI CU APLICAȚII ÎN INGINERIE" Editura Academiei RSR, București, 1989

- [W1] Wessels H., Knothe K., "FINITE ELEMENTE - Eine Einführung für Ingenieure" Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, Barcelona, Budapest, 1992
- [Z1] Zboinski G., "NUMERICAL RESEARCH ON 3D CONTACT PROBLEMS OF TURBOMACHINERY BLADE ATTACHMENTS IN THE ELASTIC RANGE" International Journal of Mechanical Sciences, Volume 35 Number 2, 1993
- [1] \*\*\* "ERMÜDUNGSBRUCH-Eine Einführung in die neuzeitliche Schraubenberechnung" BAUER&SCHAURTE KARCHER Gbmh
- [2] \*\*\* Consiliul de coordonare a profilării, specializării și cooperării în ramurile industriei construcțiilor de mașini și industriei metalurgice "METODĂ GENERALĂ PENTRU CALCULUL ASAMBLĂRILOR PRESATE ȘI FRETATE CU OPTIMIZAREA SOLUȚIILOR CONSTRUCTIVE" Oficiul de informare documentară pentru industria construcțiilor de mașini, București, 1979
- [3] \*\*\* "Verbindungstechnik LENZE Ident-Nr. 10.0597.1" LENZE GbmH & Co KG Südtechnik, Waiblingen, Germany (sinteză documentară)
- [4] \*\*\* BIKON ®-Technik Wellw-Nabe-Verbindung, Grevenbroich, Germany (prospecte)
- [5] \*\*\* Müllenberg R., Schmidt H., "KEGEL-SPANNSYSTEME IM MASCHINEN-UND ANLAGENBAU" (Rezultate asupra rezultatelor încercărilor experimentale efectuate la cererea firmei BIKON Technik Gbmh) Colecție de prospecte BIKON
- [6] \*\*\* Müllenberg R., "KONSTRUIREN MIT BIKON-TECHNIC" Ausgabe, 1979
- [7] \*\*\* BAUMANN&CIE AG Federnfabrik, CH-8630 Rüti Kupplungsbau, Germany (prospect)
- [8] \*\*\* BSD Rexnord Antriebstechnik, Dortmund, Germany (prospect)

- [9] \*\*\* ETP® Welle-Nabe-Verbindungen (prospecte)
- [10] \*\*\* KTR® Kupplungstechnik GbmH, CLAMPEX® Welle-Nabe-Verbindung, Rheine, Germany (prospecte)
- [11] \*\*\* HAUSMANN+HAENSGEN, Bremen, Germany (prospect)
- [12] \*\*\* MASCHINENLAGER GbmH, Düsseldorf, Germany (prospect)
- [13] \*\*\* PETER GbmH Antriebselemente, Grosswallstadt, Germany (prospecte)
- [14] \*\*\* "INNOVATIONS DE DERNIÈRE HEURE" -Prud' Homme transmissions-, Aubervilliers Cedex (completare la catalogul general de produse industriale noi 1982)
- [15] \*\*\* RINGBLOCK® (prospect)
- [16] \*\*\* RINGFEDER® GbmH, Krefeld, Germany (prospecte)
- [17] \*\*\* RINGSPANN® TOLLOK Konus-Spannelemente, Bad Homburg, Germany, (prospecte)
- [18] \*\*\* SPIETH-MASCHINENELEMENTE GbmH&Co KG Esslingen Germany (prospect)
- [19] \*\*\* STÜWE GbmH & Co.KG Hattingen, Germany (prospecte)
- [20] \*\*\* TAS SCHÄFER Technic für Antrieb und Steuerung, Wengwern, Germany (prospecte)
- [21] \*\*\* VMA Verbindungs-, Mess- und Antriebstechnik GmbH, Mainaschaff, Germany (prospect)