

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA
BIBLIOTECA CENTRALĂ

Nr. Inv. 622.532

Dulap 366 Lit. A

Universitatea "Politehnica" Timișoara

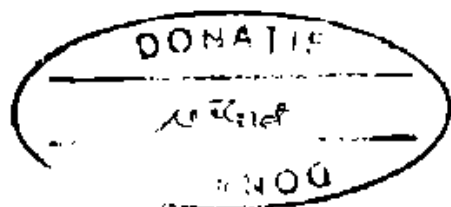
Ing. DANA SILAGHI – PERJU

**ABORDAREA STATISTICĂ A EVOLUȚIEI
MECANISMULUI DE NUCLEAȚIE
A RUPERII DUCTILE**

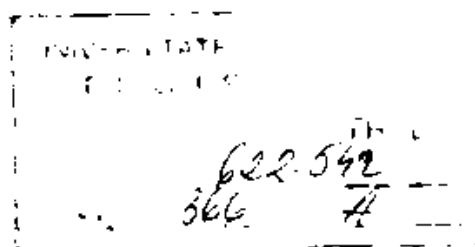
TEZĂ DE DOCTORAT

**Conducător științific
Prof. Dr. Ing. DRAGOȘ CIOCLOV**

1998



*Mamei mele,
 pentru că fiecare zi este un dar.
Bunicilor mei,
 pentru minunata copilărie.
Tatălui meu,
 pentru că astăzi sunt Eu.
Fiului meu,
 pentru că și mâine va fi o zi.
Soțului meu,
 pentru dragoste.
Prietenilor mei,
 pentru că există.*



BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICĂ"
TIMIȘOARA

CUPRINS

INTRODUCERE	1
PARTEA I. STUDII SI CERCETARI TEORETICE	
CAP.1 ABORDAREA LOCALA A MECANISMULUI DE RUPERE DUCTILA	3
1.1. Considerații generale asupra ruperii	3
1.1.1. Introducere	3
1.1.2. Tipuri de rupere a metalelor	4
1.2 Ruperea ductilă	8
1.2.1. Generalități	8
1.2.2. Inițierea ruperii ductile	9
1.2.3. Propagarea fisurilor în materialele ductile	11
1.3. Mecanismele ruperii ductile	12
1.3.1. Mecanismele de nucleație a microcavităților	12
1.3.2. Creșterea cavităților	15
1.3.3. Instabilitatea prin stricțiuni	17
1.4. Modele de creștere a cavităților	19
1.4.1. Comportamentul matricii și forma cavităților	19
1.4.2. Matricea vâscoplastică liniară	19
1.4.3. Matricea vâscoplastică neliniară	23
CAP.2. ABORDAREA PROBABILISTA A RUPERII MATERIALELOR	25
2.1. Abordarea globală a ruperii materialelor	25
2.1.1. Criteriul energetic	25
2.1.2. Factorul de intensitate a tensiunii	27
2.1.3. Integrala de contur J	29
2.1.4. Deplasarea la vârful fisurii	30
2.1.5 Concluzii	32

2.2. Concepte probabiliste fundamentale	33
2.2.1. Introducere	33
2.2.2. Mecanica probabilista a mediilor elastice cu defecte de continuitate	34
2.2.3. Repartiția factorului de intensitate a tensiunii	38
2.2.4. Analiza statică a probabilității de rupere a elementelor portante cu defecte de dimensiuni distribuite conform unei legi exponențiale	39
2.2.4.1. Cazul unei valori constante a tenacității la rupere	39
2.2.4.2. Cazul unei variații aleatoare a tenacității la rupere	41
2.3. Concepte statistice	44
2.3.1. Teoriile verigii cele mai slabe	44
2.3.2. Analiza probabilistă după Weibull	45
2.3.2.1. Modulul lui Weibull	46
2.3.2.2. Tensiunea medie	47
2.3.2.3. Modele de distribuție Weibull	48
2.3.3. Abordări microstructurale	49
2.3.3.1. Analiza probabilistă după Batdorf	50
2.3.3.2. Analiza probabilistă după Jayatilaka	51
2.3.3.3. Analiza probabilistă după Tolba	54
2.3.4. Analiza probabilistă a ruperii ductile	55
2.4. Concluzii	57
CAP.3. MODEL MICROSTRUCTURAL AL RUPERII DUCTILE BAZAT PE INTEGRALA CRITICA J_{Ic}	58
PARTEA A II- A. STUDII SI CERCETARI EXPERIMENTALE	
CAP.4. CERCETARI EXPERIMENTALE IN MECANICA LOCALA	
A RUPERII	65
4.1. Strategia experimentală	65
4.2. Determinarea experimentală a constantelor de material pentru oțelul OLS2	68

4.2.1. Incercarea la tracțiune a oțelului OL52	68
4.2.2. Prelucrarea rezultatelor experimentale.	
Determinarea constantelor de material K, n	71
4.3. Prelucrarea statistică a datelor incluzionare	75
4.3.1. Prelucrarea statistică empirică a distanțelor interincluzionale	75
4.3.1.1. Microfotografia A	76
4.3.1.2. Microfotografia B	87
4.3.1.3. Microfotografia C	96
4.3.1.4. Microfotografia D	105
4.3.1.5. Microfotografia E	115
4.3.1.6. Microfotografia F	124
4.3.1.7. Centralizarea rezultatelor	134
4.3.2. Prelucrarea statistică empirică a dimensiunilor incluziunilor	140
4.4. Prelucrarea statistică a valorilor integralei critice J_{Ic}	146
4.4.1. Calculul valorii integralei critice J_{Ic} pentru oțelul OL52	146
4.4.2. Prelucrarea statistică a valorilor integralei critice J_{Ic} după legile de repartiție probabilistă Weibull și Lognormală	146
4.5. Concluzii	151
CAP.5. DETERMINAREA EXPERIMENTALA A VALORII INTEGRALEI CRITICE J_{Ic} PENTRU OTELUL OL52	152
CAP.6. CONCLUZII SI CONTRIBUTII ORIGINALE.	157
6.1. Concluzii	157
6.2. Contribuții originale	158
BIBLIOGRAFIE	159
ANEXE	166

INTRODUCERE

Operând cu conceptele cele mai generale ale fizicii, fenomenul ruperii unui material solid poate fi conceput prin posibilitatea de a se depăși pragul echilibrului energetic la nivelul constituenților elementari (atomi, molecule, structuri cristaline). Destabilizarea echilibrului energetic la nivel microscopic este marcată prin întreruperea legăturilor dintre elementele constitutive, ceea ce conduce la apariția discontinuităților în geometria materialului, adică la separări în interiorul materialului. Amorsarea ruperii prin ruperea legăturilor elementare face să se declanșeze un transfer invers de energie, dirijat dinspre domeniul unde se produce separarea materialului spre mediul solid înconjurător.

Astfel, ruperea materialelor apare ca un proces de interacțiune energetică cu unele particularități la nivel microscopic și cu efecte integrate la nivel macroscopic [C4].

Evident, interiorul materialului unde se produc aceste fenomene nu are o constituție perfectă, nici la nivel elementar nici la nivel macroscopic și este logic ca procesul ruperii să fie legat de defectele preexistente în material. Toate materialele tehnice prezintă defecte inerente la nivel elementar, cum ar fi: formațiunile de dislocații, microcavitățile, impuritățile atomice, iar o mare varietate de defecte sunt generate în timpul procesului tehnologic de elaborare a materialului sau în timpul exploatării. Natura, dispoziția și mărimea acestor micro sau macrodefecte sunt ireproductibile dintr-un domeniu al materialului în altul, ceea ce reflectă imperfecțiunea esențială a oricărui material tehnic. În aceste circumstanțe, toate fenomenele de interacțiune energetică la nivelul la care sunt implicate defectele de material, incluzând fenomenul ruperii, prezintă un caracter aleatoriu.

Acest comportament fundamental al materialelor este bine demonstrat la nivel macroscopic prin variabilitatea statistică a caracteristicilor de rezistență a materialelor

Pe de altă parte, fluxul energetic spre domeniile unde se inițiază fenomenul de rupere este generat de evoluția sistemului de forțe exterioare, care, în mod natural, are o repartiție aleatoare, atât în intensitate, cât și în secvențialitate. Ruperea materialelor apare, deci, ca un rezultat global al interacțiunii dintre influxul energetic generat de forțele

exterioare, din start aleatorii, cu natura imperfectă a materialelor tehnice, imprimând astfel acestui fenomen un dublu caracter aleatoriu.

Recunoașterea acestui aspect, cu implicațiile sale, impune niște modificări în conceptele ingineresti, cu privire la rezistența materialelor [C4,B14]. Abordarea tradițională, bazată pe interpretarea deterministă, atât în ceea ce privește acțiunea forțelor exterioare, cât și răspunsul materialelor la solicitarea exterioară, implică definirea cuantificării fundamentale a siguranței printr-un coeficient egal cu raportul dintre valoarea minimă a unei caracteristici de rezistență a materialului și valoarea maximă a intensității forțelor exterioare care se pot prevedea. Dar, interpretarea în acești termeni a securității unei structuri portante, este totuși o schematizare severă a realității, furnizând inginerului o apreciere exclusivistă de valoare, de tip "da" sau "nu", ceea ce în practică nu este întotdeauna satisfăcător.

Analiza avariilor care au ca origine cedarea prin ruperea materialului, a relevat imposibilitatea evaluării într-o manieră obiectivă a valabilității tuturor mărimilor implicate în procesul ruperii, făcând apel la un singur cuantificator determinist, ca de exemplu coeficientul de siguranță. Luarea în considerație a implicațiilor aleatoare în fenomenologia ruperii, evident, transcede metodele deterministe, care sunt utilizate curent pentru evaluarea siguranței structurilor portante.

Prin cuantificări probabiliste devine posibilă nuanțarea informațiilor puse la dispoziția inginerului pentru a da un fundament deciziilor în ceea ce privește siguranța construcțiilor. Metodele probabiliste oferă inginerului posibilitatea de-a cuantifica siguranța mașinilor și a structurilor portante prin niște indici de probabilitate suficient de mici pentru a fi acceptați în diferite circumstanțe economice, sociale sau ecologice bine definite.

Poate părea paradoxal să vorbim despre probabilitatea de rupere în contextul metodelor ingineresti, derivate, prin excelență, din științele exacte. Totuși, aplicarea metodelor din teoria probabilităților nu contravine rigori matematice. Dimpotrivă, datele experimentale, având un caracter aleatoriu, sunt reprezentate prin entități matematice variabile, funcții, mărimi care prin intermediul mecanismelor axiomelor și teoremelor din teoria probabilităților se transformă în alte mărimi variabile sau funcții.

Plecând de la aceste idei complexe, fapte și metode care pot părea disparate, s-a încercat gruparea lor într-un sistem coerent numit "mecanica probabilistă a ruperii".

CAPITOLUL 1

ABORDAREA LOCALA A MECANISMULUI DE RUPERE DUCTILA

1.1. CONSIDERATII GENERALE ASUPRA RUPERII

1.1.1. Introducere

Ruperea reprezintă fenomenul de fragmentare a unui corp solid în două sau mai multe părți sub acțiunea unor stări de tensiune. Fenomenul ruperii prezintă două faze distincte: inițierea fisurilor și propagarea fisurilor. Ruperile pot fi clasificate în două mari categorii: rupere ductilă și rupere fragilă.

O rupere ductilă este caracterizată printr-o deformare plastică apreciabilă produsă înainte și în timpul propagării fisurii.

Ruperea fragilă a metalelor este caracterizată printr-o viteză mare de propagare a fisurii, fără a se produce o deformare globală ci o foarte mică deformare.

În Rezistența Materialelor ruperea reprezintă o stare limită definită de primul eveniment al fenomenului, și anume, realizarea unei discontinuități locale în material. Se apreciază că acest fenomen se produce în locul și în momentul în care tensiunea atinge valoarea rezistenței la rupere a materialului. Teoretic, condiția de rupere astfel pusă este corectă, dar nu se verifică în practică. Valoarea tensiunii la care se obține experimental cedarea locală a materialului, adică caracteristica de rezistență la rupere obținută experimental, este mult mai mică decât valoarea teoretică, și anume, forța maximă de coeziune care se obține prin mărirea distanței dintre atomi. Forța de coeziune variază funcție de distanța dintre atomi [D1], conform Fig. 1.1.

Introducând noțiunea de energie superficială (g_e) a noilor suprafețe formate prin rupere, care reprezintă lucrul mecanic consumat în procesul ruperii, se va obține pentru rezistența teoretică la rupere σ_{max} , următoarea formulă:

$$\sigma_{max} = \sqrt{\frac{E \cdot g_e}{a_0}} \quad (1.1)$$

E : modulul de elasticitate longitudinal al materialului,

a_0 : distanța dintre atomi pentru cristalul nedeformat.

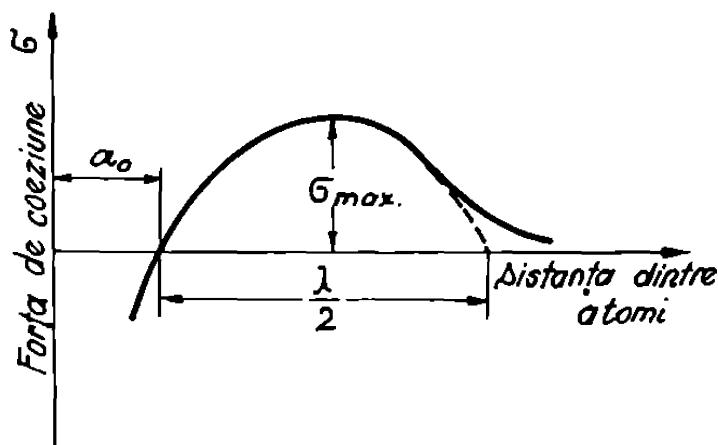


Fig. 1.1. Variația forței de coeziune dintre doi atomi în funcție de distanța dintre aceștia

Cu relația (1.1) se obțin valori ale rezistenței teoretice de 100 până la 1000 de ori mai mari decât valorile rezistențelor obținute experimental, pentru diferite materiale.

Cauza diferenței mari dintre valorile teoretice și experimentale ale rezistenței, sugerată de A.A.Griffith și W.Weibull, este existența în material a unor discontinuități care realizează concentrări locale de tensiune. Deci, condiția de rupere din Rezistența Materialelor este valabilă numai în ipoteza mediului continuu. În cazul corpurilor reale, cu defecte, ruperea trebuie tratată ca un proces de dezvoltare a discontinuităților din material, cu realizarea unor suprafețe noi, deci un proces de fisurare a cărui desfășurare depinde atât de caracteristicile materialului cât și de natura și mărimea instantanee a defectelor de tip fisuri.

1.1.2. Tipuri de rupere a metalelor

Metalele pot prezenta mai multe tipuri de rupere, în funcție de material, temperatură, starea de tensiune și viteza de aplicare a sarcinii. Cele două mari categorii de rupere: ductilă și fragilă, au fost menționate anterior. În Fig.1.2. s-au prezentat schematic unele dintre tipurile de rupere produse prin întindere, care pot apare în materialele metalice.

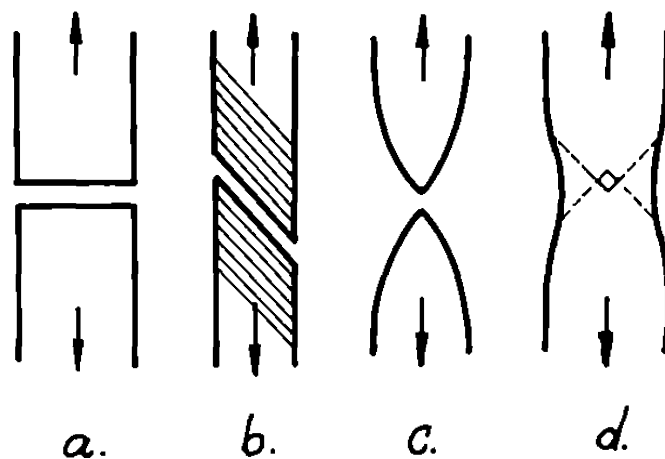


Fig.1.2. Tipuri de rupere la metale în cazul solicitării la tracțiune simplă

O rupere fragilă (Fig.1.2.a) este caracterizată prin existența unei suprafețe de separare normală pe direcția pe care acționează tensiunea de întindere. În aparență nu se observă nici o deformare, dar cu ajutorul analizei prin difracția razelor X este posibil să se pună în evidență un strat subțire de metal deformat pe suprafața de rupere.

Ruperile ductile pot avea diferite aspecte. La microcristalele metalelor cu structură hexagonală compactă pot apărea alunecări în plane succesive, până ce în final se produce separarea cristalului prin forfecare (Fig.1.2.b).

Epruvetele policristaline din metale foarte ductile (aurul, plumbul) se pot gătui foarte mult, secțiunea transversală reducându-se la un punct înainte de rupere (Fig.1.2.c).

La metalele cu ductilitate moderată, deformarea plastică produce, înainte de rupere o zonă gătuită (Fig.1.2.d). Rupere începe în centrul secțiunii epruvetei și se extinde spre exterior, ducând la o separare prin forfecare, denumită "con-cupă".

Datorită complexității fenomenului de rupere, ruperea se poate clasifica în funcție de mai mulți factori care influențează acest fenomen, cum ar fi: starea de tensiune, energia de deformare care precede ruperea, suprafața de rupere, modul de propagare al fisurilor și mecanismul de separare.

Diversitatea aspectelor ruperilor este evidențiată de lista tipurilor de rupere cuprinse în clasificarea din Tabelul 1.1, preluat din lucrarea [G1] și Fig.1.3.

Tabelul 1.1

Punctul de vedere al clasificării		Tipuri de rupere
I. Starea de tensiune	1. Direcția tensiunilor principale maxime (Fig.1.3.a)	- deschidere (I) - forfecare frontală(II) - forfecare laterală (III)
	2. Valoarea tensiunilor de solicitare	- tensiuni scăzute ($\sigma < \sigma_c$) - tensiuni înalte ($\sigma > \sigma_c$) (curgere generală)
	3. Gradul de triaxialitate al tensiunilor	- stare plană de tensiune - stare plană de deformare
II. Energetic	Cantitatea de lucru mecanic consumat pentru rupere (energia de deformare care precede ruperea)	- fragilă (elasică) - ductilă (elasto-plastică)
III. Suprafața de rupere	1. Aspectul suprafeței de rupere	- cristalină - fibroasă
	2. Geometria suprafeței de rupere (Fig.1.3.b)	- plată - mixtă - înclinată
IV. Propagare	1. Condițiile de propagare	- germinativă (lentă) - intempestivă (rapidă)
	2. Traectoria fisurii	- transcristalină - intercristalină
V. Mecanismul de separare		- clivaj - ductil (Fig.1.3.c) - smulgere la rosturi

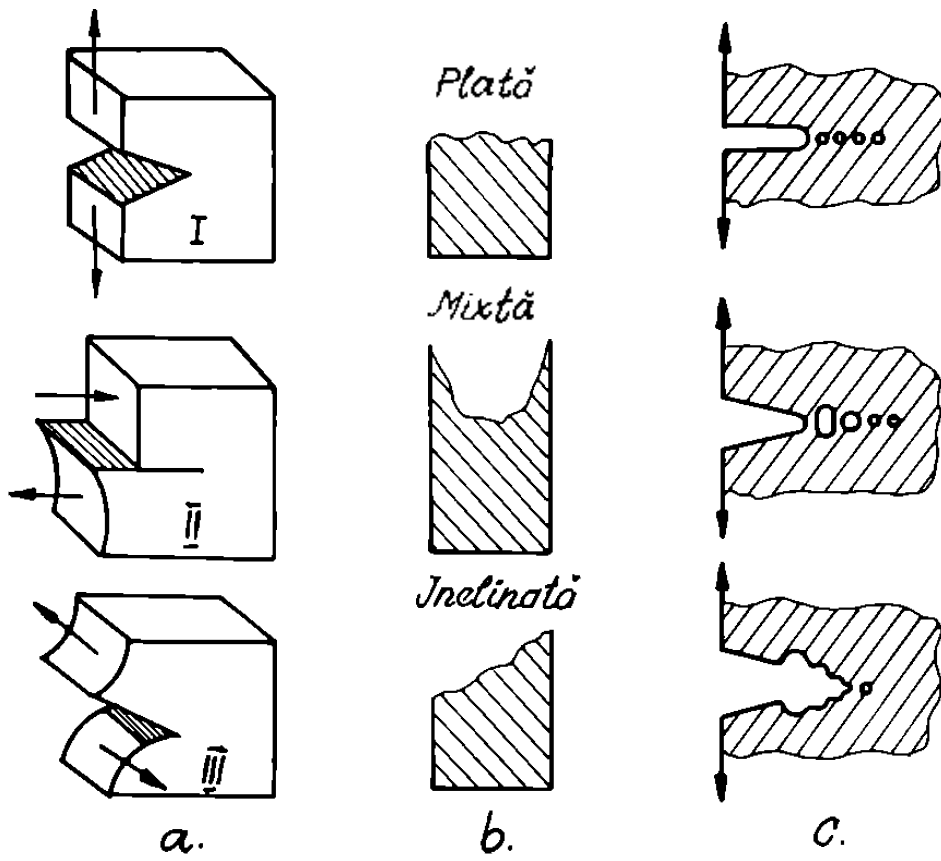


Fig. 1.3. Tipuri de rupere

1.2. RUPEREA DUCTILA

1.2.1. Generalități

Ruperea ductilă a fost mai puțin studiată decât ruperea fragilă, probabil și pentru faptul că ea reprezintă o problemă cu consecințe mai puțin grave [D1]. Ruperea ductilă este definită ca ruperea care se produce cu o deformare plastică totală apreciabilă, apărând printr-o smulgere lentă a materialului cu un consum considerabil de energie. Ruperea ductilă survenită la solicitarea de întindere este, de obicei, precedată de o micșorare locală a diametrului epruvetei, denumită gâtuire. Materialele foarte ductile pot să ajungă cu gâtuirea până la o linie sau un punct, mai înainte de a se produce separarea.

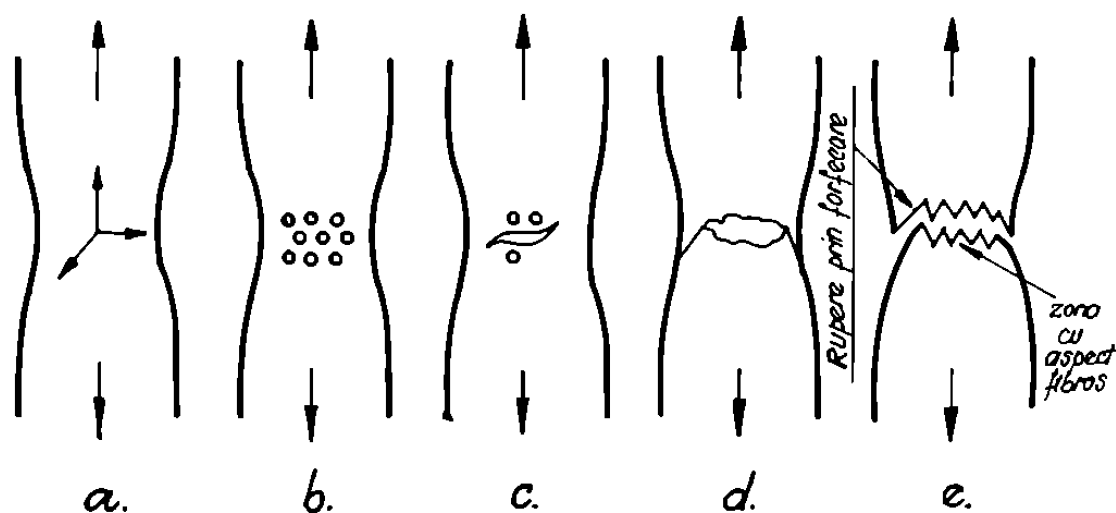


Fig.1.4. Treptele de dezvoltare ale unei ruperi ductile

Treptele de dezvoltare ale unei ruperi ductile sub forma "con-cupă" sunt ilustrate în Fig 1.4. [D1] Gâtuirea începe în punctul de instabilitate plastică, în care mărirea rezistenței datorită ecruisării nu mai poate compensa scăderea ariei secțiunii transversale (Fig 1.4.a). Formarea gâtuirii produce apariția unei stări de tensiune triaxiale în această zonă.

De-a lungul axei epruvetei, în centrul zonei gătuite, acționează componenta hidrostatică a tensiunii. În această zonă se formează câteva cavități foarte fine (Fig.1.4 b) și datorită creșterii continue a deformației aceste cavități cresc și se unesc, formând o fisură centrală (Fig.1.4 c).

Fisura centrală crește pe o direcție perpendiculară pe axa epruvetei, apropiindu-se de suprafața epruvetei. Aici, fisura începe să se propage de-a lungul unor plane de alunecare localizate, înclinate la 45° față de axa epruvetei, formând astfel porțiunea de "con" a rupturii (Fig. 1.4.d).

Privită de sus, zona centrală a cupei are o structură cu aparență foarte fibroasă, ca și cum epruvetă s-ar fi desfăcut într-o serie de fibre longitudinale individuale, care, fiecare în parte, a suferit o gătuire, ajungând la o dimensiune punctiformă înainte de rupere.

Dacă zona de rupere este secționată longitudinal, fisura centrală are un aspect zimțat, ca și cum ar fi fost produsă prin solicitarea unui material înconjurat de găuri. Conul exterior al rupturii reprezintă o zonă de forfecare puternic localizată. Apare o deformare locală foarte mare, prin alunecarea grăunților unul peste celălalt și o importantă încălzire locală, deoarece rupere prin forfecare se propagă foarte rapid.

S-a arătat că rezistența reală la rupere (corectată în funcție de gătuire) în cazul ruperii ductile a fierului depinde în același mod de dimensiunea grăuntelui ca și în cazul ruperii fragile [D1]. Aceasta sugerează că microcavitățile își au originea în grupările de dislocații de la limitele grăunților.

La metalele ductile cu structură cubică cu fețe centrate, ca aluminiul și cuprul, cavitățile se datorează particulelor străine, cum ar fi oxizi, incluziuni sau particule de fază secundară. Datorită deformăției produsă de întindere fie se separă matricea de incluziune, fie se rupe însăși incluziunea. În concluzie, se pare că elementele care vor genera ruperea preexistă în material înaintea deformării. Această idee s-a născut în urma constatării faptului că rezistența la rupere și gătuirea la rupere pot avea valori mult mai mici când încercarea se face prin aplicarea tensiunii de întindere pe o direcție perpendiculară pe direcția de laminare, decât atunci când încercarea se face pe direcția de prelucrare. Se presupune că prelucrarea prin deformare duce la alungirea acestor microcavități în așa fel încât ele se deschid mult mai ușor, formând goluri, atunci când tensiunea este aplicată perpendicular pe direcția în care s-au alungit.

1.2.2. Inițierea ruperii ductile

La o încercare de tracțiune, curba forță - deformare coboară uneori brusc chiar înainte de ruperea completă. Dacă încercarea poate fi oprită chiar înaintea ruperii complete,

în secțiune se vor observa microcavități interne, ca cele din Fig. 1.5. [M1].

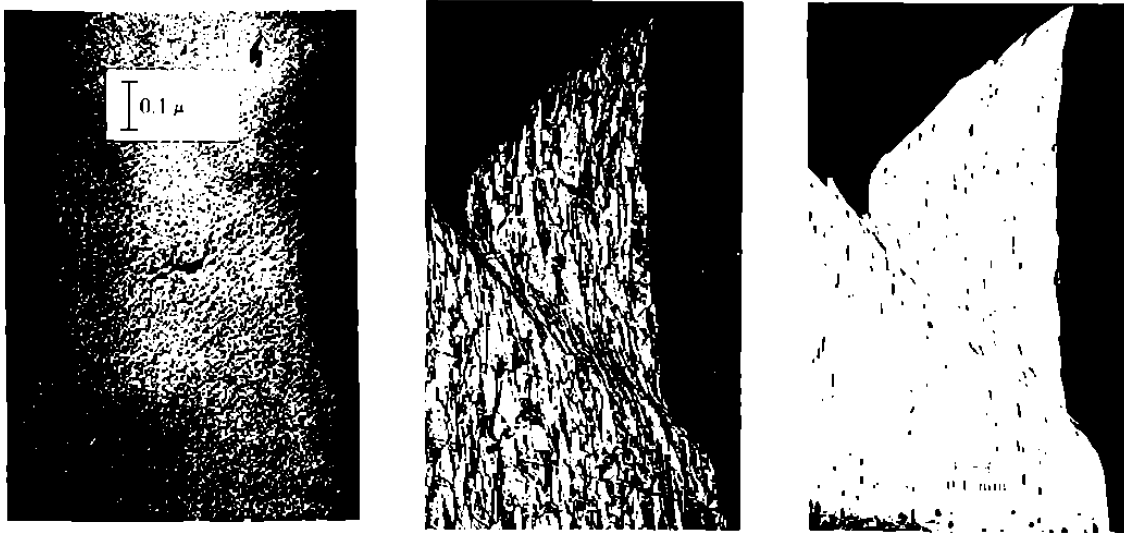


Fig. 1.5. a. Fisuri interne în secțiunea gătită a unei epruvete din cupru,
b. Forfecare la ruperea con-cupă în cupru (probă polizată)
c. Forfecare la ruperea con-cupă în cupru (probă decapată)

O examinare mai atentă va arăta adeseori cavități deschizându-se din incluziuni de oxizi. În oțel, sursele pot fi microfisuri din perlita fragilă, limitele grăunților conținând impurități sau incluziuni. Unele dintre aceste surse pot exista în material din procesul de fabricație al acestuia, altele se dezvoltă doar după apariția unei deformări plastice considerabile. În acest caz, inițierea fisurii depinde de starea de tensiune indusă în elementele structurale fragile.

Uneori ruperea este precedată de o asemenea localizare a deformațiilor încât mecanismul ruperii complete este irelevant. Un exemplu este arătat în Fig. 1.5 b,c, unde dealungul planului diagonal apare un efort tangențial mare [P2].

Se pune întrebarea dacă o fisură se poate iniția într-un metal pur, fără alte defecte decât dislocații. În Fig. 1.6, [M2], se observă deschiderea unui gol (apariția unei vacanțe) dintr-o singură dislocație, în cazul unei stări biaxiale de tensiune, în modelul unei rețele cristaline. Pentru generarea acestei vacanțe a fost necesară o anumită tensiune, mult mai mică decât cea calculată pentru o rețea cristalină perfectă. Odată microfisura inițiată, ea se propagă repede prin formarea de noi dislocații, deschizând astfel o cavitate în material. În caz general, variabila de control pentru inițierea și propagarea fisurilor este mărimea câmpului triaxial de tensiune.

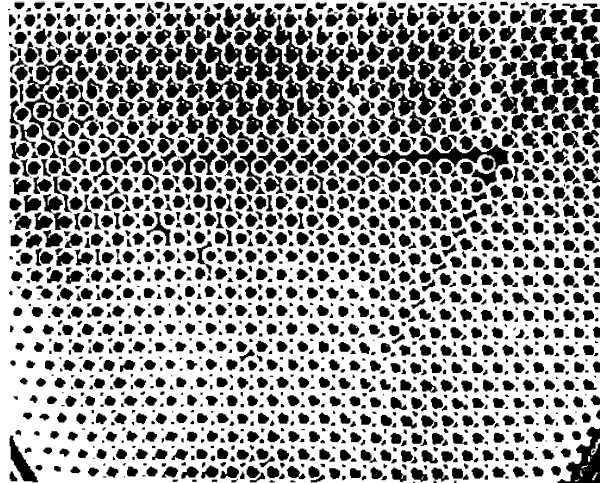


Fig.1.6. Apariția unei vacanțe dintr-o dislocație în stare plană de tensiune

1.2.3. Propagarea fisurilor în materiale ductile

Dacă inițierea unei fisuri ductile se datorează microfisurilor din fazele sau incluziunile fragile, propagarea fisurii este mai periculoasă decât inițierea ei, deoarece microfisurile se rotunjesc, formând cavități în material. Creșterea și coalescența acestor cavități depind de creșterea în continuare a deformațiilor plastice și de tensiunile transversale care tind să deschidă aceste cavități. Dacă direcția tensiunii principale pivotează atunci și rotirea acestor cavități devine importantă. Un criteriu de rupere va trebui să depindă în măsură mai mare de istoria stării de tensiune și deformație decât de valorile curente ale tensiunii și deformației.

Dacă inițierea fisurii se datorează unei localizări puternice a tensiunilor, propagarea sa se face pe direcția inițială a fisurii, prin creșterea lungimii acesteia, în continuarea fisurii inițiale. Acest caz apare la forfecare. Mecanismul propagării acestor fisuri ascuțite nu este pe deplin elucidat. La nivel atomic, orice dislocație în mișcare, asociată cu starea de tensiune din vecinătatea vârfului fisurii, ar conduce la rotunjirea vârfului fisurii, deci la o cavitate microscopică.

Având în vedere observațiile de mai sus, nu există un unic criteriu pentru ruperea ductilă, ci diferite criterii care depind de diverse combinații de tensiuni, deformații și probabil de istoria acestora.

1.3. MECANISMELE RUPERII DUCTILE

Ruperea ductilă, după cum s-a prezentat anterior, este precedată de deformații plastice mari. La originea acestora stau numeroase microcavități preexistente în material, în interiorul cărora există, în general, un precipitat sau o incluziune

Ruperea ductilă poate fi descrisă prin trei etape (Fig.1.7)

- nucleația microcavităților,
- creșterea cavitațiilor,
- instabilitatea prin stricțiune.

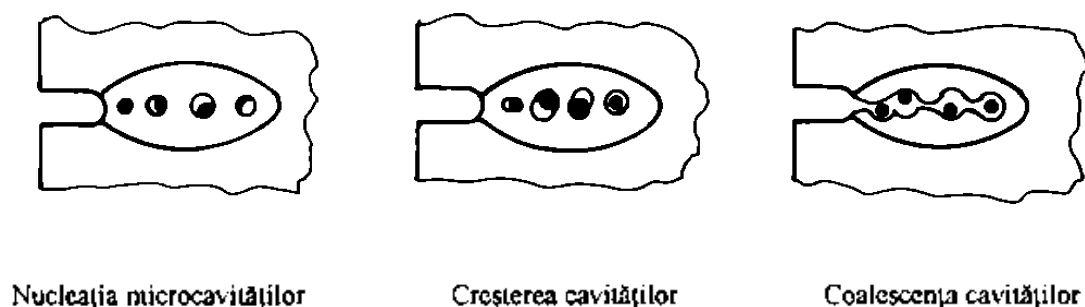


Fig.1.7. Mecanismele ruperii ductile

1.3.1. Mecanismele de nucleație a microcavităților

Nucleația microcavităților se produce după unul dintre următoarele trei mecanisme:

- decoeziune la interfața matrice - incluziune
- ruperea particulei,
- ruperea matricii în vecinătatea particulei.

În marea majoritate a cazurilor nucleația este asociată particulelor de fază secundară sau incluziunilor nemetalice.

După Argon [A1], decoeziunea la interfața matrice-incluziune se produce în cazul particulelor dure, nedeformabile, având un indice de formă redus

În oțelul 15MND6, Beremin [B2] a arătat că această fază este de scurtă durată, deformația echivalentă la amorsare reprezentând mai puțin de 15% din ductilitatea la rupere.

Trebuie menționat că în acest oțel există numeroase incluziuni de MnS, de dimensiuni mai mari decât 1 μm .

Un mare număr de studii experimentale au pus în evidență influența naturii, formei și mărimii incluziunilor în acest stadiu al ruperii ductile.

Și pentru particulele foarte mici mărimea afectează decoeziunea: precipitatele cele mai masive dau naștere la cavități. De asemenea, pentru incluziunile cele mai importante, s-a concluzionat [A2] că efectul mărimii nu intervine decât la particulele suficient de apropiate pentru a putea interacționa. În acest caz, forma incluziunilor joacă un rol important și particulele alungite dau, în general, naștere la microcavități.

Criteriile de decoeziune la interfața matrice-incluziune se pot grupa în trei categorii:

- a. criterii energetice [G3, T1],
- b. criterii de deformare locală critică [M3],
- c. criterii de tensiune locală critică [A1, B2, G4].

Gurland și Plateau [G3] au dedus că interfața matrice-incluziune este supusă la decoeziune când energia de deformare elastică concentrată local poate fi eliberată prin formarea unei microfisuri. Energia stocată trebuie să aibă o valoare superioară energiei de formare a noi suprafețe.

Tanaka [T1] a utilizat teoria incluziunilor și a neomogenităților (Ashby) pentru a calcula energia elastică asociată deformațiilor necesare și pentru a adapta incompatibilitatea deplasărilor între o matrice deformată plastic uniform și o incluziune sferică rămasă elastică.

Mc Clintock [M3] a propus un criteriu mixt incluzând tensiunile interfaciale și de forfecare, utilizând teoria liniilor de alunecare pentru o încercare de tracțiune și de forfecare anti-plan asupra incluziunilor cilindrice.

Argon [A1] a studiat, de asemenea, tensiunile interfaciale. S-a arătat că aceste tensiuni prezintă un maxim la 45° față de axa încărcării. Pe de altă parte, la un material puțin ecrisabil, factorul de concentrare al tensiunii rămâne practic constant când deformația crește.

Goods și Brown [G4] au analizat abordările teoretice propuse pentru această problemă. Mare parte dintre acestea concluzionează că formarea cavităților se produce pentru o valoare critică a tensiunii locale σ_c^* , fie în incluziune, fie în interfața matrice-incluziune.

Calculul acestei valori critice a tensiunii locale, plecând de la tensiuni și deformații microscopice date de mecanica mediilor continue, se poate face în diferite moduri. De exemplu, într-o abordare la nivel microscopic, se poate utiliza teoria dislocațiilor. Cavitățile se formează, de preferință, pe incluziunile cele mai mari. În același timp, pentru particule de mărime mai mare de 1 μm, abordarea din punct de vedere al mecanicii mediilor continue este mai potrivită. În oțelurile de construcție de rezistență medie, particulele de fază secundară, ca cele de sulfură de mangan sau diferiți oxizi, verifică, în general, această condiție.

Este foarte interesant de remarcat faptul că diferite studii [H1] arată că prezența particulelor nu este întotdeauna necesară pentru germinarea microcavităților.

Un criteriu de germinare a cavităților [H1], în oțelul A 508 Cl 3, plecând de la incluziuni de MnS, este dat de relația (1.2):

$$\sigma_c = \sigma_1 + k(\sigma_{ech} - \sigma_e) \quad (1.2)$$

σ_1 : tensiunea principală maximă,

k : parametru dependent de sensul sollicitării,

σ_{ech} : tensiunea echivalentă, după teoria Von Mises,

σ_e : limita de elasticitate a materialului.

După Seaman [S1], distribuția în volum a cavităților formate în timpul procesului ruperii ductile, poate fi descrisă de ecuația (1.3):

$$N(r) = N_o \exp\left[-\frac{R}{R_d}\right] \quad (1.3)$$

N : numărul cavităților de rază superioară lui R, pe unitate de volum,

N_o : numărul total de cavități pe unitate de volum,

R_d : parametrul de scară al distribuției,

R : raza incluziunii, presupusă sferică.

Viteza de nucleație \dot{N} va rezulta din ecuația (1.3):

$$\dot{N}(r) = \dot{N}_o \exp\left[\frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_o}\right] \quad (1.4)$$

unde \dot{N}_o este coeficientul de nucleație, σ_o este tensiunea din materialul solid, iar σ_s este tensiunea de prag a nucleației.

1.3.2. Creșterea cavităților

După faza de nucleație a cavităților, creșterea acestora se produce sub efectul curgerii plastice. Este binecunoscut că această creștere este foarte sensibilă la presiune hidrostatică.

Pentru a descrie creșterea cavităților au fost elaborate numeroase legi [M4, R1,G5, H2], echivalente în mare măsură. Ecuațiile trebuie să fie dependente de istorie, deci să aibă o formă incrementală, care să conțină incrementul deformației și raportul de triaxialitate al tensiunilor. Forma generală a unei legi de creștere a cavităților este

$$\frac{dD}{D} = f\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}, n\right) d\varepsilon_{ech}^p \quad (1.5)$$

unde D este un parametru de degradare, $\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}$ este raportul de triaxialitate și n este coeficientul de ecrusare. Este evident că această ecuație este guvernată de deformația plastică echivalentă ε_{ech}^p , deoarece pentru materialele ductile, procesele ruperii sunt controlate de deformație.

În cazul cavităților eliptice din materiale vâscoase, evoluția dimensiunii și formei cavității nu depinde decât de deformație și de starea generală de tensiune.

Mc Clintock [M3, M4], a plecat de la ipoteza că matricea este perfect elastică și conține o distribuție regulată de microcavități cilindrice, de secțiune eliptică. Acest model presupune că deformația în jurul cavităților rămâne redusă pe parcursul creșterii acestora și nu provoacă interacțiunea între microcavități. Ruperea apare când una dintre dimensiunile cavității atinge valoarea distanței dintre două cavități învecinate. În acest prim model nu s-a ținut cont de ecrusare. Este evident că o ecrusare mare este defavorabilă creșterii cavităților.

Rice și Tracey [R1] au studiat creșterea unei cavități sferice într-un mediu infinit, perfect plastic, stabilind un criteriu foarte des utilizat, de forma:

$$\frac{dR}{R} = 0,283 \exp\left[\frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}\right] d\varepsilon_p \quad (1.6)$$

R : raza instantanee a unei cavități,

$d\varepsilon_p$: incrementul deformației plastice,

σ_m : tensiunea medie,

σ_{ech} : tensiunea echivalentă, după teoria Von Mises.

Pentru materialele vâscoplastice ($\sigma = \sigma_e + \eta \dot{\varepsilon}$), creșterea vitezei de deformație cauzează o mai bună rezistență a matricii la creșterea cavităților [K1]. Datorită complexității calculelor teoretice, nu s-a ținut cont de ecrusarea plastică.

Seaman [S1] afirmă că viteza de creștere a cavităților este nestaționară, fiind o funcție de mărimea curentă a cavităților, de nivelul tensiunii și de vâscozitatea materialului,

η . Viteza de creștere a cavității \dot{R} poate fi definită prin relația.

$$\dot{R} = R_0 \frac{\sigma - \sigma_s}{4\eta} \quad (1.7)$$

unde σ_s este tensiunea de prag a cavității.

Integrând ecuația (1.7) într-un interval de timp dat Δt , se obține:

$$R = R_o \exp\left[\frac{\sigma - \sigma_s}{4\eta} \Delta t\right] \quad (1.8)$$

Se estimează că faza de creștere a cavităților reprezintă, în general, aproximativ 90% din durata totală de viață a materialului.

1.3.3. Instabilitatea prin stricțiune

Instabilitatea cavităților, conducând la rupere, este reprezentată prin tranziția între domeniul creșterii omogene a cavităților în material și nucleația primei fisuri. Dezvoltarea acestei fisuri se face prin coalescența cavităților sau prin instabilitatea ligamentului.

Mare parte din primele modele de rupere ductilă pleacă de la ipoteza că microcavitățile fuzionează, mărimea lor devenind egală cu distanța interinclusionară. În cele mai multe cazuri, această abordare supraestimează ductilitatea materialului. În plus, s-a observat în numeroase cazuri că fenomenul de coalescență se produce chiar între cavități suficient de îndepărtate. În lungul benzilor foarte înguste, unde starea de deformație este foarte intensă se produce o microfisură. Aceste benzi unesc cavitățile și provoacă coalescența acestora. Acest fenomen este observat la metalele care au un conținut inclusionar redus.

Beremin [B3] sugerează că indicele de creștere al cavităților în momentul rupei este o constantă de material.

Alte modele încearcă să determine condițiile care cauzează coalescența cavităților plecând de la considerații mecanice. Acest fenomen este atribuit unui mecanism de stricțiune internă a ligamentelor dintre cavități. Această abordare demonstrează că un coeficient redus de ecrusare corespunde unei ductilități reduse.

Thomason [T2] a dezvoltat un model de acest tip pentru un material plastic conținând cavități cilindrice, repartizate în careu pe secțiune. El face legătura între indicele critic de creștere a cavităților și condițiile mecanice exterioare. La tracțiune monoaxială, modelul permite evaluarea ductității ϵ_r în funcție de fracția volumică f a cavităților și de raportul a/b , dintre mărimea cavităților a și mărimea ligamentului dintre cavități b :

$$\frac{a}{b} = \exp[2\varepsilon_r] \left(\frac{\sqrt{f}}{1-\sqrt{f}} \right) \quad (1.9)$$

Dacă materialul este supus unei presiuni hidrostatice p , ineficientă în interiorul cavităților, condiția de rupere se scrie sub forma (1.10):

$$\frac{\sigma_n}{2\kappa} (1 - \sqrt{f}) + \frac{p}{2\kappa} \leq \frac{\sigma_n}{2\kappa} + 1 \quad (1.10)$$

unde $\frac{\sigma_n}{2\kappa}$ este factorul de tensiune.

După alți autori [H3], pentru epruvetele scurte ruperea se produce prin microfisuri între cavitățile eliptice mai mari, iar pentru epruvetele lungi ruperea se produce prin formarea unor cavități coalescente mari.

1.4. MODELE DE CRESTERE A CAVITATILOR

Cea mai mare parte a lucrărilor care tratează abordarea locală a rupei ductile în regim dinamic, reproduc modelele și criteriile dezvoltate pentru încărcări cvasistatice, aplicându-le cazurilor respective de încărcări dinamice.

Influența vitezei de deformare asupra creșterii cavitațiilor este o problemă foarte controversată: diminuarea coeficientului de ecrusare în regim dinamic, creșterea zonei plastice, face posibilă amorsarea unui număr mai mare de cavitații incluzionale. Dimensiunea medie a cavitațiilor este un factor mai important în regim dinamic decât în regim static.

Mulți autori au abordat problema creșterii dinamice a cavitațiilor, la nivel local, elaborând diferite modele de creștere a unei cavitații situate într-o matrice deformată plastic [M3, G5 ,B4]. Aceste modele de creștere a cavitațiilor se pot clasifica în funcție de comportamentul matricii și forma cavitațiilor.

1.4.1. Comportamentul matricii și forma cavitațiilor

Matricea este întotdeauna modelată printr-un mediu continuu, având două tipuri de comportament: vâscoplastic liniar și vâscoplastic neliniar.

Cavitațiile pot avea forme complexe și pot sau nu să conțină particule. Formele cavitațiilor sunt clasificate în funcție de ordinul de complexitate al creșterii în:

- cavitații cilindrice,
- cavitații sferice,
- cavitații elipsoidale.

1.4.2. Matricea vâscoplastică liniară

Problema unei cavitații sau incluziuni într-o matrice vâscoplastică liniară este tratată, din punct de vedere analitic, prin metode asemănătoare celor din elasticitatea liniară.

Cavitatea cilindrică

Berg [B4] a studiat evoluția unei cavitații cilindrice de secțiune eliptică într-o matrice liniară (Fig.1.8), supusă la o încărcare omogenă la infinit, arătând că viteza de creștere a

cavității și modificarea formei acesteia nu depind decât de coeficientul de triaxialitate al tensiunilor la infinit $\left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}\right]^\infty$.

Viteza redusă de creștere a cavității este o funcție liniară de coeficientul de triaxialitate la infinit (Fig. 1.9):

$$\frac{\dot{R}}{\dot{\varepsilon} R} = \frac{3}{2} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty \quad (1.11)$$

Modificarea formei cavității este dată de relația (1.12):

$$\frac{\dot{e}}{\dot{\varepsilon}} = \sqrt{3} \left(\Phi - \sqrt{3} e \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty \right) \quad (1.12)$$

În relațiile (1.11) și (1.12) s-au definit următoarele mărimi:

$$R \quad : \text{ raza medie a cavității} \quad R = \frac{a+b}{2},$$

$$e \quad : \text{ excentricitatea} \quad e = \frac{a-b}{a+b},$$

$\dot{\varepsilon}$: viteza de deformație echivalentă,

$$\left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty : \text{ coeficientul de triaxialitate} \quad \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty = \frac{2T+S}{3(S-T)}$$

T, S : tensiunile la infinit,

Φ : constantă, care ia următoarele valori: $\Phi = 1$ pentru $T > S$

$\Phi = -1$ pentru $T < S$

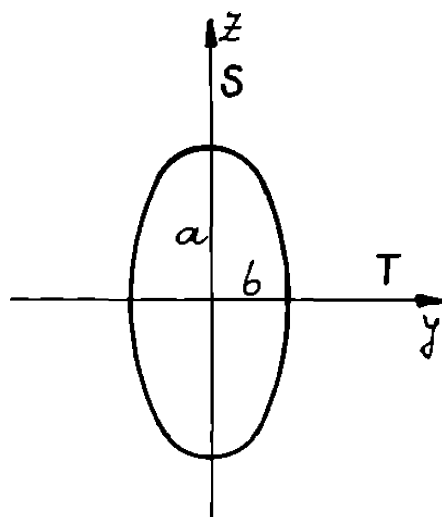


Fig.1.8. Orientarea cavitații în raport cu axele principale de încărcare

Pentru o epruvetă lisă, $T=0$, iar coeficientul de triaxialitate este $1/3$. Epruvetele crestate, frecvent utilizate, conduc la un coeficient de triaxialitate cuprins între $0,8$ și $1,3$ [B3].

Mc Clintock [M3] a tratat problema unei cavitații cilindrice într-o matrice rigidă perfect plastică, încărcată axial simetric la infinit, stabilind o evoluție exponențială a vitezei de creștere a cavitații în funcție de coeficientul de triaxialitate la infinit (Fig 1 9):

$$\frac{\dot{R}}{\epsilon R} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}\right]^\infty\right) \quad (1.13)$$

Cavitatea sferică

Glennie [G5] a studiat deformarea unei cavitații sferice într-o matrice infinită perfect plastică, supusă unei încărcări dinamice axial simetrice, stabilind următoarea ecuație a vitezei de creștere a cavitații:

$$\frac{\dot{R}}{\varepsilon R} = 0,558 \sinh \left\{ \frac{3}{2\sigma_o} \left[\sigma_m^s - \left(R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \frac{\varepsilon^2 R^2}{4} \right) \right] \right\} \quad (1.14)$$

unde σ_m^s este tensiunea hidrostatică la infinit.

După ce a rezolvat această ecuație pentru diferite valori ale coeficientului de triaxialitate la infinit, Glennie afirmă că efectele inerției n-au influență pentru valori ale coeficientului de triaxialitate mai mici decât 2 sau 3

Cavitatea elipsoidală de revoluție

Klöcker [K2] a calculat câmpul de viteze într-o matrice liniară infinită, conținând o discontinuitate locală.

Viteza redusă de creștere a cavității (Fig. 1.9), este dată de ecuația (1.15):

$$\frac{\dot{R}}{\varepsilon R} = a_1 + a_2 \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty \quad (1.15)$$

Modificarea formei cavității este descrisă prin ecuația:

$$\frac{\dot{e}}{\varepsilon} = \beta_1 + \beta_2 \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty \quad (1.16)$$

Iată, deci, că în acest caz, viteza redusă de creștere a cavității și modificarea formei cavității variază liniar cu coeficientul de triaxialitate la infinit.

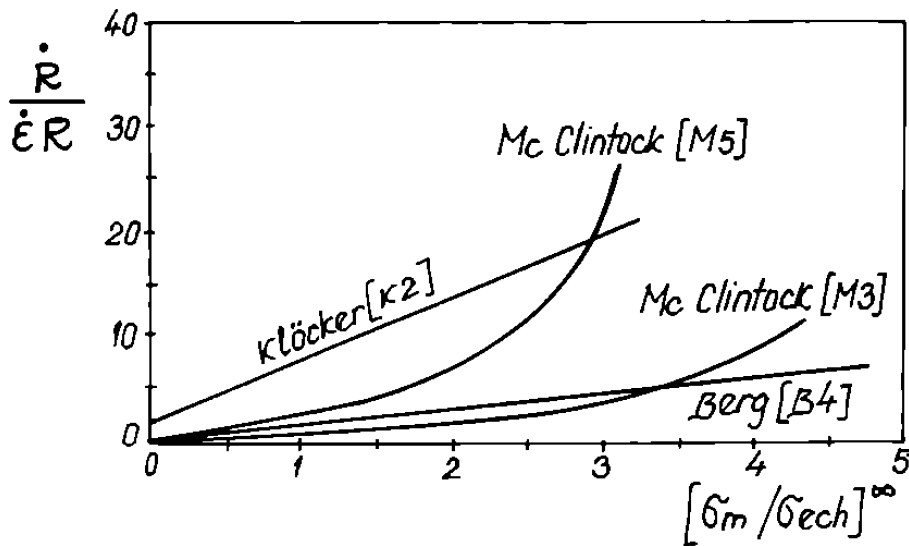


Fig. 1.9. Evoluția vitezei de creștere a unei cavități, funcție de coeficientul de triaxialitate

1.4.3. Matricea vâscoplastică neliniară

Pentru legile de comportament neliniare, nu se pot trata explicit decât geometriile foarte simple și situațiile când câmpul de viteze este impus de considerații de simetrie și de ecuația de incompresibilitate. Celelalte cazuri sunt tratate cu ajutorul principiilor variaționale sau prin metoda elementelor finite.

Mc Clintock [M5] a studiat într-o manieră aproximativă comportamentul unei cavități cilindrice, de secțiune eliptică, într-o matrice ecruisabilă ($\sigma = K \epsilon^n$, unde n este coeficientul de ecruisare), obținând o viteză de creștere redusă a cavității de forma (1.17) și modificarea formei cavității dată de ecuația (1.18):

$$\frac{\dot{R}}{\dot{\epsilon}R} = \frac{\sqrt{3}}{2(1-n)} \sinh \left(\sqrt{3}(1-n) \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}} \right]^\infty \right) \quad (1.17)$$

$$\frac{\dot{e}}{\dot{\varepsilon}} = \frac{\sqrt{3}}{(1-n)} \exp\left(-\frac{4}{\sqrt{3}} \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}\right]^\infty\right) \cdot \sinh\left(\sqrt{3}(1-n) \left[\frac{\sigma_m}{\sigma_{ech}}\right]^\infty\right) \quad (1.18)$$

Trebuie remarcat faptul că în timp ce coeficientul de ecrusare crește, viteza de creștere a cavității scade.

În această formulare nu intervine neomogenitatea ecrusării, deci nu permite studiul câmpului de viteze în matrice

Recent, studiul lui Klöcker [K2] asupra unei cavități elipsoidale dintr-o matrice pseudoplastică, a arătat că:

- atunci când sensibilitatea la viteza de deformație scade, raza medie a cavității crește rapid în funcție de deformație,

- în cazul unui coeficient redus de triaxialitate o modificare de sensibilitate la viteza de deformare nu afectează excentricitatea,

- la un coeficient mare de triaxialitate, o diminuare a sensibilității la viteza de deformare încetinește fenomenul de modificare a excentricității.

De asemenea, într-o manieră teoretică, Klöcker a demonstrat că un comportament liniar și efectele de inerție ameliorează ductilitatea la viteze mari de deformație:

- pentru cavitățile sferice, legea de comportament liniar conduce la o creștere mai rapidă a cavităților decât în cazul unei legi de comportament pseudoplastic,

- pentru cavitățile cilindrice, coeficienții de creștere a cavităților pentru cele două legi de comportament au valori apropiate. Se remarcă o influență puternică a raportului de triaxialitate asupra creșterii cavităților, în cazul ambelor legi de comportament.

CAPITOLUL 2

ABORDAREA PROBABILISTA A RUPERII MATERIALELOR

2.1. ABORDAREA GLOBALA A RUPERII MATERIALELOR

Din punct de vedere al Rezistenței Materialelor, ruperea unui element de rezistență se produce atunci când tensiunea maximă indusă în acesta în urma sarcinilor exterioare devine egală cu o valoare limită, caracteristică materialului elementului de rezistență. Această valoare limită este limita de curgere a materialului elementului de rezistență, în cazul materialelor ductile, respectiv rezistența la rupere a materialului, în cazul materialelor fragile. Această abordare tradițională a ruperii nu ține cont de defectele preexistente în materialul elementului de rezistență, defecte care au o mare influență asupra fenomenului de rupere.

Mecanica Ruperii Materialelor abordează fenomenul ruperii având în vedere trei mărimi care influențează acest proces și anume: tensiunea aplicată, mărimea defectelor și tenacitatea la rupere. Analiza ruperii se poate face pe baza a două criterii: criteriul energetic și criteriul tenacității materialului. În unele circumstanțe aceste două abordări sunt echivalente [C5].

2.1.1. Criteriul energetic

Conform acestui criteriu, extinderea unei fisuri se produce atunci când energia disponibilă pentru creșterea fisurii este suficientă pentru a învinge rezistența materialului. Rezistența materialului poate include energia superficială, lucrul mecanic de deformare plastică, sau alt tip de disipare de energie asociată cu fisura în propagare.

Griffith [G8] a fost primul care a propus criteriul energetic, dar Irwin [I1] a dezvoltat versiunea contemporană a acestei abordări. Conceptul se bazează pe rata de energie eliberată, G , care reprezintă lucrul mecanic total efectuat la extinderea unitară (pe unitatea de arie) a fisurii, care include atât energia superficială necesară pentru crearea noilor suprafețe cât și energia absorbită prin deformare plastică în zona adiacentă vârfului

fisurii. În momentul ruperii, $G = G_c$, unde G_c este rata de energie eliberată critică, care este o măsură a tenacității materialului.

Pentru o fisură de lungime $2a$ într-o placă infinită solicitată de tensiuni de întindere la infinit (Fig.2.1), rata de energie eliberată este dată de relația:

$$G = \frac{\sigma^2 a}{E} \quad (2.1)$$

unde E este modulul lui Young, σ tensiunea aplicată, iar a semilungimea fisurii.

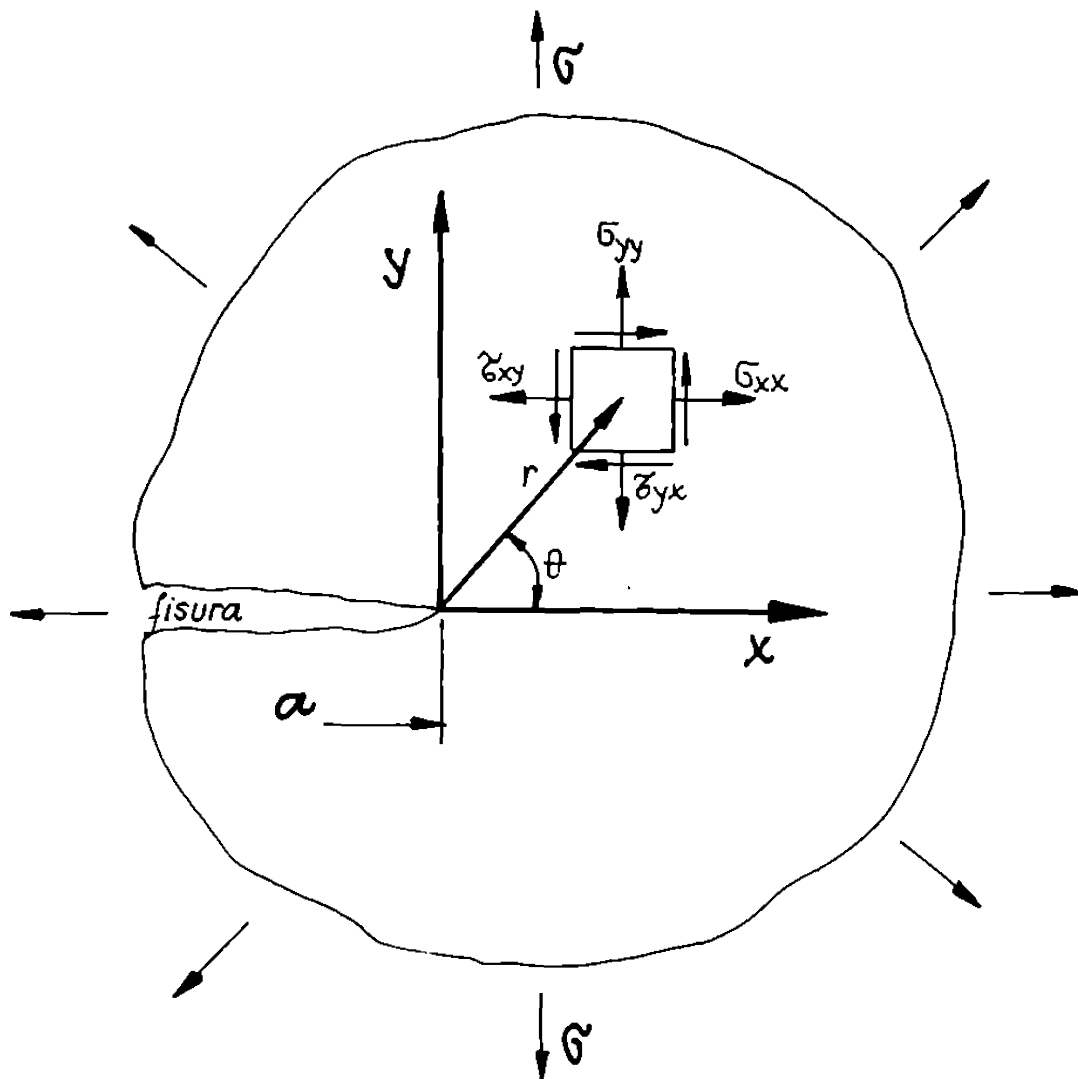


Fig.2.1. Fisură într-o placă infinită solicitată la tracțiune omogenă la infinit

La rupere $G = G_c$, iar ecuația (2.1) descrie combinațiile critice ale tensiunii și mărimii fisurii la rupere:

$$G_c = \frac{\sigma_f^2 a_c}{E} \quad (2.2)$$

Rata de energie eliberată, G , s-a impus în literatura de specialitate sub denumirea de forță pentru extinderea fisurii, această denumire derivând dintr-o analogie dinamică, potrivit căreia extinderea fisurii este provocată de o "forță". Astfel, G este forța care conduce la rupere pe unitatea de lungime, în timp ce G_c este mărimea care caracterizează rezistența la rupere a materialului. Pentru a face o analogie cu abordarea clasică, tensiunea aplicată poate fi privită ca forță motrice pentru deformarea plastică, în timp ce limita de curgere este o măsură a rezistenței materialului la deformare. Această analogie este folositoare pentru a ilustra conceptul similitudinii.

O valoare a limitei de curgere determinată experimental pe o epruvetă de laborator trebuie să fie valabilă și în cazul unei structuri de rezistență din același material, limita de curgere nedepinzând de dimensiunile epruvetei, presupunând că materialul este cât de cât omogen. Una dintre ipotezele fundamentale ale Mecanicii Ruperii este că tenacitatea la rupere (în acest caz G_c) este independentă de dimensiunile și geometria corpului fisurat; o tenacitate la rupere măsurată pe o epruvetă de laborator trebuie să fie aplicabilă la o întreagă structură. Atâta vreme cât această ipoteză este valabilă, toate efectele de configurație sunt luate în calcul prin forța motrice G . Ipoteza de similitudine este validă atâta timp cât comportamentul materialului este liniar elastic.

2.1.2 Factorul de intensitate a tensiunii

În Fig.2.1. este prezentat un element din placa analizată, situat în vecinătatea fisurii, precum și tensiunile care acționează pe fețele elementului, în planul plăcii infinite. În Fig.2.2. se arată modurile cinematice posibile de deplasare a flancurilor fisurii :

- modul I, sau modul de deplasare prin tracționare,
- modul II, sau modul de alunecare în plan,
- modul III, sau modul de alunecare antiplană.

Constanta numită factor de intensitate a tensiunii K caracterizează condițiile din vecinătatea unei fisuri într-un material elastic. Factorul de intensitate al tensiunii (f.i.t.) poartă indicele corespunzător modului de deplasare a flancurilor fisurii. Presupunând că materialul cedează local la o combinație critică de lungime a fisurii și tensiune aplicată, atunci valoarea critică a f.i.t., K_{Ic} , este o măsură a tenacității la rupere a materialului.

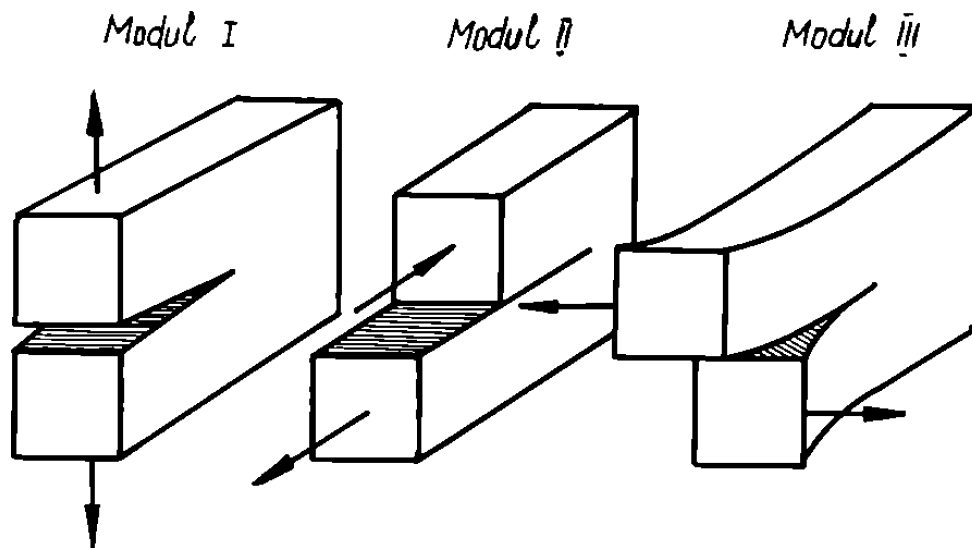


Fig.2.2. Cele trei moduri de deplasare a flancurilor fisurii

Pentru placa ilustrată în Fig.2.1., f.i.t. pentru modul I de deplasare a flancurilor fisurii este dat de relația (2.3):

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.3)$$

Cedarea materialului survine când $K_I = K_{Ic}$. În acest caz, K_I este forța motrice care conduce la rupere, iar K_{Ic} este o măsură a rezistenței materialului. Ca și la criteriul G_c , proprietatea de similitudine trebuie aplicată și criteriului K_{Ic} . Aceasta presupune că valoarea critică K_{Ic} este o proprietate de material independentă de dimensiunile corpului.

Comparând ecuațiile (2.1) și (2.3) rezultă relația de legătură dintre K_I și G :

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad (2.4)$$

Evident, o relație similară se obține între valorile critice K_{Ic} și G_c , astfel criteriul energetic și criteriul factorului de intensitate a tensiunii sunt echivalente pentru materialele elastice.

2.1.3. Integrala de contur J

Rice [R3] a introdus o integrală de contur J , independentă de drumul de integrare în vecinătatea vârfului fisurii (Fig.2.3), egală cu rata de energie eliberată într-un corp elasto-plastic care conține o fisură.

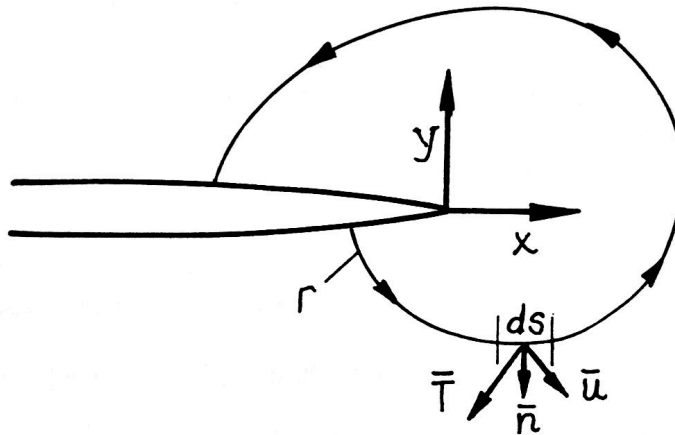


Fig.2.3. Drumul de integrare asociat integralei J

Expresia integralei J este:

$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (2.5)$$

w : densitatea energiei de deformație,

T_i : componentele vectorului de tracțiune,

u_i : componentele vectorului deplasare,

ds : lungimea incrementului de-a lungul conturului Γ .

Densitatea energiei de deformare se definește astfel:

$$w = \int_0^s \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (2.6)$$

Componentele vectorului de tracțiune sunt:

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (2.7)$$

În cazul particular al unui material liniar elastic, $J = G$, iar din ecuația (2.4), pentru modul I de deplasare a flancurilor fisurii, rezultă:

$$J = \frac{K_I^2}{E} \quad (2.8)$$

Interpretarea integralei J ca un criteriu de rupere se face în sensul că inițierea extinderii unei fisuri survine când integrala J atinge o valoare critică J_c . Pentru un material elasto-plastic dat, valoarea minimă a mărimii J_c survine când starea de deformare se apropie de cea plană realizabilă și în cazul existenței deformației plastice. În acest caz, valoarea critică se simbolizează J_{Ic} .

Din expresia (2.8) va rezulta relația de legătură între mărimile critice J_{Ic} și K_{Ic} .

$$J_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (2.9)$$

2.1.4 Deplasarea la vârful fisurii

În cazul materialelor cu o mare capacitate de deformare înainte de rupere o fisură, inițial ascuțită, se rotunjește sub acțiunea unei sollicitări progresiv crescătoare (Fig. 2.4). Flancurile fisurii se deplasează, depărtându-se, iar la vârful fisurii se dezvoltă o enclavă

deformată plastic. Mărimea deschiderii la vârful fisurii, δ , a fost propusă de Wells [W4] ca o caracteristică a tenacității materialului.

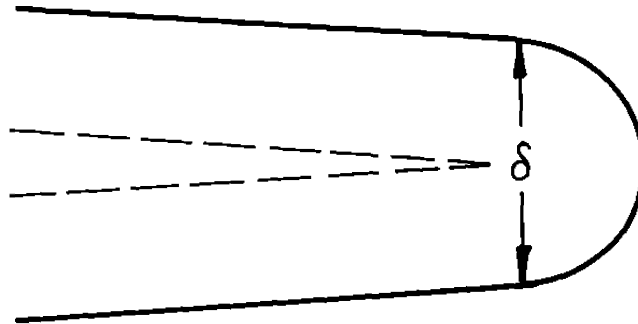


Fig.2.4. Schematizarea conceptului de deschidere la vârful fisurii

Conform modelului de deformare prin curgere dezvoltat de Dugdale [D8], deplasarea la vârful fisurii a unei fisuri într-o placă infinită sollicitată la tensiuni de întindere la infinit (Fig.2.1), este dată de expresia,

$$\delta = \frac{8\sigma_m a}{\pi E'} \ln \sec \left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_m} \right) \quad (2.10)$$

În expresia (2.10) σ_m , în cazul materialelor rigido-plastice, este chiar limita de curgere a materialului, σ_c , iar în cazul materialelor care prezintă fenomenul de ecrusare, este tensiunea medie calculată cu limita de curgere și rezistența la rupere a materialului σ_r :

$$\sigma_m = (\sigma_c + \sigma_r) / 2.$$

În cazul în care $\sigma \ll \sigma_m$, ceea ce presupune că enclava plastică are o extindere relativ limitată, este justificată aproximarea:

$$\delta = \frac{\pi \sigma^2 a}{\sigma_m E} = \frac{K_I^2}{\sigma_m E} \quad (2.11)$$

Utilizând ecuația (2.11) se poate stabili relația de legătură între cele 4 criterii enumerate mai sus:

$$\delta = \frac{K_I^2}{\sigma_m E} = \frac{G}{\sigma_m} = \frac{J}{\sigma_m} \quad (2.12)$$

Conform criteriului deplasării la vârful fisurii, extinderea fisurii se declanșează când deplasarea la vârful fisurii atinge o valoare critică δ_c , numită deplasarea critică la vârful fisurii, interpretată ca o caracteristică de material.

2.1.5 Concluzii

Criteriile K_{Ic} și δ_c au domenii distincte de aplicare: primul în cazul materialelor în care este dominantă starea de tensiune elastică până în stadiul ruperii, respectiv al doilea în cazul materialelor în care curgerea plastică în vecinătatea vârfului fisurii precede ruperea.

Deoarece în practică este dificilă departajarea domeniilor de aplicabilitate și alegerea criteriului pertinent, s-a pus problema unei abordări unice, care să permită cuprinderea tuturor circumstanțelor în care este posibilă inițierea extinderii fisurii [C1]. O astfel de abordare apare posibilă prin utilizarea integralei J , care fiind independentă de conturul de integrare oferă posibilitatea de-a depăși dificultățile de evaluare a stării de tensiune sau deformație în zona adiacentă vârfului fisurii.

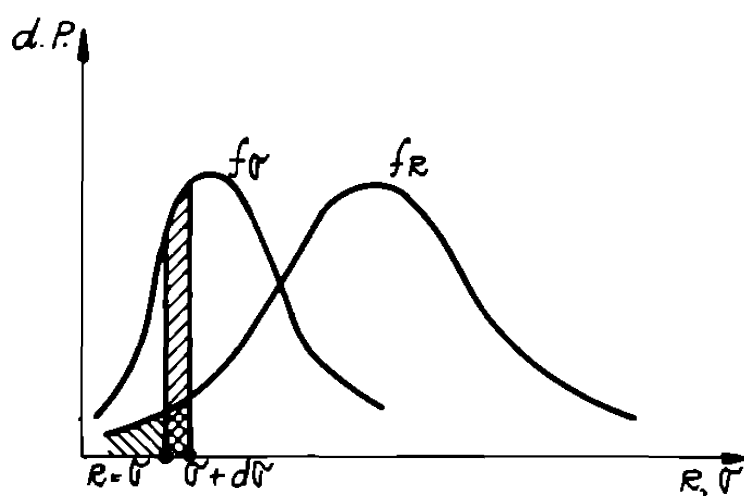
În cazul materialelor elasto-plastice, integrala J este, de fapt, o măsură indirectă a intensității câmpului de tensiune și deformație plastică din zona adiacentă vârfului fisurii.

Deoarece stabilirea expresiilor analitice a celorlalți factori este foarte dificilă, iar prin metode experimentale nu pot fi determinați direct, criteriul J apare superior prin posibilitățile de determinare directă prin încercări de complanță.

2.2. CONCEPTE PROBABILISTE FUNDAMENTALE

2.2.1. Introducere

În condiții reale de fabricație și exploatare a elementelor și structurilor portante, atât caracteristicile de rezistență ale materialelor implicate, cât și încărcările operaționale sunt descrise de unele variabile aleatorii (v.a.), având funcții de repartiție (f.r.) și densități de probabilitate (d.p.) definite. Pentru a ilustra această abordare considerăm un element portant a cărui caracteristică de rezistență este descrisă prin variabila aleatoare R , având funcția de repartiție $F_r(x)$, cu densitatea de probabilitate (d.p.) asociată [C4].

Fig.2.5. Probabilitatea cumulată P_r .

Probabilitatea cumulată P_r a evenimentului A , pentru care rezistența elementului este mai mică sau egală cu valoarea R este dată de relația (2.13):

$$P_r = \text{Pr ob}(x \leq R) = F_r(R) = \int_0^R f_r(x) dx, \text{ pentru } R \geq 0 \quad (2.13)$$

Presupunem că intensitatea de solicitare σ a elementului portant este tot o variabilă aleatoare, care are o densitate de probabilitate $f_\sigma(\sigma)$, conform Fig.2.5. Probabilitatea

evenimentului B, pentru care intensitatea solicitării se află în intervalul elementar $(\sigma, \sigma + d\sigma)$ este $f_\sigma d\sigma$.

Evenimentul C, ruperea materialului, este interpretat în termenii teoriei probabilităților prin realizarea simultană a evenimentului A, pentru care rezistența elementului R este în toate cazurile mai mică sau egală cu solicitarea aplicată σ ($R \leq \sigma$) și a evenimentului B, pentru care solicitarea se află în intervalul $(\sigma, \sigma + d\sigma)$. Cele două evenimente sunt independente, iar probabilitatea de a se realiza simultan este:

$$Prob(C) = Prob(A) \times Prob(B) \quad (2.14)$$

Explicitând probabilitățile de realizare a evenimentelor A și B, probabilitatea elementară a rupei va fi:

$$dP_f = Prob(R \leq \sigma) \times f_\sigma d\sigma = F_R(R = \sigma) \times f_\sigma(\sigma) \quad (2.15)$$

Atunci, probabilitatea cumulată pentru apariția rupei la orice solicitare inferioară lui σ , este:

$$P_f(\sigma) = \int_0^\sigma F_R(R = \sigma) \times f_\sigma(\sigma) d\sigma = \int_0^\sigma \int_0^R f_R(R) f_\sigma(\sigma) dR d\sigma \quad (2.16)$$

pentru $R, \sigma \geq 0$.

Expresia (2.16) dă probabilitatea de rupere cumulată la intensitatea de solicitare σ , prin integrala de convoluție a funcțiilor de densitate de probabilitate, care descriu variabilitatea statistică a rezistenței materialului și a solicitării.

3.1.2. Mecanica probabilistă a mediilor elastice cu defecte de continuitate

Trebuie remarcat faptul că în aproximarea care a condus la relația (2.16), rezistența materialului a fost asociată unui mediu ideal, omogen. Dar, după cum se știe, variabilitatea statistică a rezistenței unui material se manifestă și la scară macromoleculară. Defectele cu

rază de acțiune macroscopică, ca de exemplu fisurile, implică discontinuitatea materialului și necesitatea introducerii unor noi ipoteze alături de cele care stau la baza mecanicii clasice a mediilor continue deformabile.

Potrivit cu conceptele mecanicii ruperii materialelor, existența unei discontinuități în material, de tipul fisuri, este o circumstanță care nu poate fi neglijată în tehnologia curentă. Postulatul fundamental al acestei abordări precizează că intensitatea câmpului de tensiune sau de deformare la vârful unei fisuri este mărimea care guvernează extinderea fisurii sub sarcină, în mediu elastic, prevăzând o singularitate a câmpului de tensiune și deformare la vârful fisurii. În consecință, în cadrul modelului materialului elastic, nu putem specifica o valoare realistă a tensiunii și deformării la vârful fisurii și în vecinătatea imediat apropiată a acesteia.

Din punct de vedere al câmpului de tensiune aplicat, partea principală a singularității în vecinătatea frontului fisurii se reprezintă prin factorul de intensitate a tensiunii (f.i.t.)

Pentru o placă suficient de mare, conținând o fisură de lungime $2a$, supusă la sarcini exterioare care induc un câmp omogen de tensiune σ , f.i.t. are forma binecunoscută:

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.17)$$

Pentru un element de geometrie oarecare, expresia (2.17) se modifică printr-un factor de corecție β care ia în considerație dimensiunile finite ale elementului și, eventual, configurația în care sunt aplicate sarcinile exterioare

$$K = \sigma \sqrt{\pi \beta a} \quad (2.18)$$

Ruperea fragilă sau cvasifragilă se produce când este valabilă inegalitatea (2.19)

$$K = \sigma \sqrt{\pi \beta a} \geq K_c \quad (2.19)$$

După cum se știe, criteriul exprimat prin relația (2.19) conține un principiu nou față de conceptele clasice ale rezistenței materialelor, care face o corelație univocă între un parametru de solicitare σ , o caracteristică de rezistență exprimată prin tenacitatea la rupere a materialului K_c și lungimea fisurii a .

În acest stadiu al dezvoltării trebuie ca aplicarea strâns legată a mecanicii ruperii și a metodelor din teoria probabilităților să permită cuantificarea siguranței unui element de rezistență în termenul probabilității de rupere sau de supraviețuire, având ca relație fizică fundamentală criteriul exprimat prin relația (2.19). Din punct de vedere probabilistic, acest conținut implică interconexiunea a trei variabile aleatorii, asociate solicitării, dimensiunilor defectelor de tip fisură și tenacității la rupere a materialului, presupunând că toate acestea mărimi au o variabilitate statistică independentă [C4, B14].

Forma funcțiilor de repartiție și a densităților de probabilitate a acestor variabile aleatorii se găsesc recurgând la date experimentale provenite din trei surse:

A. Analiza experimentală a tensiunilor, unde înregistrarea parametrilor operaționali furnizează legea de distribuție a solicitării (forțelor exterioare), definind astfel densitatea de probabilitate. Legea de distribuție a solicitării poate lua forme diferite.

În cazul solicitărilor ovasistatice, ipoteza distribuției normale Gauss pare a fi foarte potrivită. Legile de distribuție asociate evenimentelor rare, ca cele de tip Poisson, sau valorilor extreme, ca cele de tip Frechet, Gumbel și Weibull, sunt justificate în cazul elementelor solicate static, cu variații accidentale ale încărcării.

B. Încercările materialelor ne furnizează legea de distribuție a tenacității la rupere K_c , cu densitatea de probabilitate $f_c(K_c)$

Legea de tip Weibull, care este consecința abordării euristice a repartiției defectelor într-un mediu continuu, la fel ca legea normală derivată din modelul de grup, sunt niște alegeri potrivite pentru legea de distribuție a tenacității la rupere a materialelor.

Alte legi de distribuție, cum ar fi legea log-normală, legea Rayleigh, pot exprima, puțin trunchiat, dar într-o manieră satisfăcătoare variabilitatea statistică a caracteristicilor de tenacitate ale materialelor

C. Controlul nedistructiv conform metodelor moderne: cu ultrasunete, raze X, particule magnetice, care sunt cele mai răspândite, poate furniza informațiile necesare cu privire la legea de distribuție a dimensiunilor defectelor, în special a celor de tip fisuri. Această informație este apoi sintetizată sub forma funcției de densitate de probabilitate $f_a(a)$.

Cu aceste informații, probabilitatea de apariție a evenimentului ruperii corespunde, conform conceptelor mecanicii ruperii, probabilității evenimentului pentru care f.i.t. K este mai mare sau egal cu tenacitatea la rupere a materialului K_c . Urmărind raționamentele pe care se bazează relațiile (2.13) și (2.15), probabilitatea de rupere a unui material cu defecte se poate exprima prin integrala de convoluție:

$$P_f = \text{Prob}(K \geq K_c) = \iiint_{K, a, \sigma} f_c(K_c) f_a(a) f_\sigma(\sigma) dK_c da d\sigma \quad (2.20)$$

unde integrala se calculează pe domeniile de variație ale mărimilor σ , a și K_c , cu restricția impusă de criteriul de rupere (2.19)

Evaluarea numerică a integralei de convoluție (2.20) este o problemă tipică, care se reduce la metoda de simulare numerică aleatoare, cunoscută sub numele de metoda Monte Carlo [M7]. Se pare că acest calcul al probabilității de rupere, bazat pe o metodă de simulare numerică aleatoare, este în strânsă concordanță cu condiția probabilistă intrinsecă a fenomenului ruperii materialelor

2.2.3. Repartiția factorului de intensitate a tensiunii

Expresia (2.18) a factorului critic de intensitate a tensiunii K_c conține două variabile esențiale: tensiunea σ , ca parametru ce exprimă intensitatea acțiunii forțelor exterioare și parametrul dimensional al defectului, a . În cazul cel mai general, atât tensiunea cât și extinderea defectului pot avea o variație aleatoare [C4, B14].

Studiem, mai întâi, cazul solicitării statice aplicate constant σ , în caracter determinist. Densitatea de probabilitate a factorului de intensitate a tensiunii, $f_K(K)$, se deduce plecând de la condiția de egală pondere a probabilităților în intervalul elementar de variație:

$$f_K(K)dK = f_a(a)da \quad (2.21)$$

Din relația (2.21) se obține

$$f_K(K) = f_a[a(K)] \left| \frac{da}{dK} \right| \quad (2.22)$$

Conform relației (2.22), se observă ca informația primară constă în densitatea de probabilitate a dimensiunii defectului

Un mare volum de date experimentale achiziționate pe parcursul campaniilor de control nedistructiv sugerează că dimensiunile defectelor la scară microscopică sunt distribuite sub forma unei legi exponențiale de tipul:

$$f_a(a) = \frac{1}{\bar{a}} \exp\left(-\frac{a}{\bar{a}}\right) \quad (2.23)$$

În relația (2.23), \bar{a} este o valoare medie a semilungimii unui defect de tip fisură

Din ecuațiile (2.18) și (2.23), considerând că factorul de corecție β este o constantă, se poate deduce relația:

$$f_K(K) = \frac{2K}{K^2} \exp\left(-\frac{K^2}{\bar{K}^2}\right) \quad (2.24)$$

unde $\bar{K} = \sigma \sqrt{\pi\beta a}$ este f.i.t. corespunzător valorii medii a semilungimii fisurii.

Relația (2.24) arată că în cazul unei solicitări constante, aplicate static, f.i.t. este distribuit după o lege de distribuție de tip Rayleigh.

Cunoscând acest rezultat, se poate explicita probabilitatea de rupere a elementului portant în care preexistă o populație de defecte de tip fisuri, având dimensiuni distribuite după o lege exponențială, în circumstanțele unor încărcări aplicate static.

2.2.4. Analiza statică a probabilității de rupere a elementelor portante cu defecte de dimensiuni distribuite conform unei legi exponențiale

2.2.4.1. Cazul unei valori constante a tenacității la rupere a materialului

Considerăm că atât intensitatea câmpului omogen de tensiune σ , care solicită elementul portant, cât și tenacitatea K_c a materialului au valori constante cu caracter determinist, adică sunt cunoscute cu o precizie suficientă.

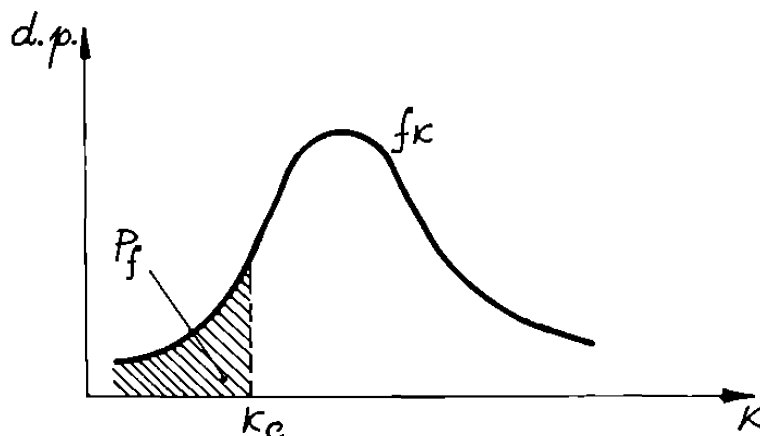


Fig.2.6. Probabilitatea cumulată P_f în funcție de densitatea de probabilitate

Evenimentul ruperii, plecând de la un defect tip fisură, este definit prin condiția $K \geq K_c$, iar probabilitatea cumulată a acestui eveniment va fi de forma (2.25).

$$P_f = \int_{K_o}^{\infty} f_K(K) dK \quad (2.25)$$

Probabilitatea cumulată a ruperii este prezentată prin aria hașurată din Fig.2.6 [C4].

Tinând cont că, pentru o populație de fisuri de dimensiuni distribuite după o lege exponențială, f.i.t. este distribuit conform unei legi Rayleigh, de forma (2.24), în virtutea ecuației (2.25), probabilitatea cumulată a ruperii se exprimă astfel:

$$P_f(\sigma, K_o) = \exp\left(\frac{-K_o^2}{\pi\beta\sigma^2\bar{a}}\right) \quad (2.26)$$

Expresia (2.26) reprezintă, în același timp, și funcția de repartiție $F(\sigma, K)$ a variabilei aleatoare care descrie un eveniment probabilist al ruperii. Putem scrie această funcție de repartiție sub o formă care pune în evidență f.i.t. \bar{K} , corespunzător valorii medii a semilungimilor fisurii, distribuite după o lege exponențială:

$$F(\sigma, K_o) = \exp\left(-\frac{K_o^2}{\bar{K}^2}\right) \quad (2.27)$$

Aceste rezultate permit estimări cu privire la relația dintre probabilitatea de rupere P_f și cele trei mărimi fundamentale care guvernează acest fenomen:

- a) tensiunea câmpului omogen de sollicitare σ ;
- b) tenacitatea (minimă) la rupere a materialului K_o ;
- c) dimensiunea medie \bar{a} a fisurilor cu dimensiuni distribuite după o lege exponențială, preexistente în elementul portant considerat.

Factorul de corecție β se aproximează pentru fisurile eliptice interioare și pentru cele semieliptice exterioare cu valoarea $\beta = 1,21$.

Pentru o geometrie eliptică a fisurilor, f.i.t. se calculează pornind de la expresia lui Irwin, recomandată prin unele prescripții oficiale (de exemplu, codul ASME pentru recipiente sub presiune), astfel:

$$K = \frac{\sigma \sqrt{1,21\pi a}}{\sqrt{Q}} \quad \text{cu} \quad Q = E^2 \left(\frac{a}{b} \right) - 0,212 \left(\frac{\sigma}{\sigma_e} \right) \quad (2.28)$$

unde σ_e este limita de elasticitate a materialului, a și b sunt semiaxele elipsei, iar

$E\left(\frac{a}{b}\right)$ reprezintă integrala eliptică completă de ordinul doi, dată de relația (2.29):

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha} d\alpha, \quad \text{unde} \quad k^2 = 1 - \left(\frac{a}{b} \right)^2 \quad (2.29)$$

2.2.4.2. Cazul unei variații aleatoare a tenacității la rupere a materialului

Este bine cunoscut, din încercări experimentale, că tenacitatea la rupere a unui material prezintă o variabilitate statistică. În acest caz o lege de distribuție de tip Weibull este bine motivată, atât prin argumente euristice cât și prin evidențieri experimentale [C4]. Există și alte distribuții în măsură să descrie într-o manieră acceptabilă variabilitatea statistică a tenacității la rupere

Dacă într-un material preexistă defecte de dimensiuni care urmăresc o lege normală de distribuție, atunci, conform unei teoreme binecunoscute în teoria proceselor aleatoare, defectele de dimensiuni maxime vor urmări o lege de distribuție de tip Rayleigh [M7].

Plecând de la această teorie și ținând cont de legătura dintre defectele structurale și tenacitatea la rupere a materialului, se poate presupune că o lege de distribuție de tip Rayleigh trunchiată este o alegere rațională pentru a pune în evidență variabilitatea statistică a tenacității la rupere a materialului. Spre exemplu, datele experimentale despre tenacitatea la rupere a unui oțel din clasa de rezistență 508 N/mm^2 [B11] sunt bine approximate de o distribuție Rayleigh, cu funcția de repartiție:

$$F_c(K_c) = 1 - \exp\left(-\frac{K_c^2 - K_o^2}{2\alpha^2}\right), \text{ unde } K_c \in (K_o, \infty) \quad (2.30)$$

În relația (2.30), K_o reprezintă valoarea minimală a tenacității la rupere și α este un parametru de formă al distribuției. Densitatea de probabilitate va rezulta: $f_c(K_c) = dF/dK_c$. Trebuie remarcat că pentru $\alpha \rightarrow 0 \Rightarrow F_c(K_c) \rightarrow 1$, deci tenacitatea la rupere tinde spre o valoare deterministă $K_c = K_o$, iar analiza probabilistă a ruperii se reduce la cazul precedent.

După integrala de convoluție (2.20), probabilitatea cumulată a ruperii, când tenacitatea materialului este o variabilă aleatoare, se poate scrie sub forma:

$$P_f = \int_{K_o}^{\infty} F_c(K_c \rightarrow K) f_K(K) dK \quad (2.31)$$

și utilizând ecuațiile (2.24) și (2.30) se va obține:

$$P_f(\sigma) = \frac{\exp\left[-K_o^2 / (\pi\beta\bar{\alpha}\sigma^2)\right]}{1 + 2\alpha^2 / (\pi\beta\bar{\alpha}\sigma^2)} \Rightarrow P_f(X) = \frac{\exp(-X^2)}{1 + 2\bar{\alpha}^2 X} \quad (2.32)$$

unde $X = K_o / \bar{K}$ și $\bar{\alpha} = \alpha / K_o$.

Pentru o variație a parametrului α , predicția cea mai pesimistă corespunde valorii $\alpha = 0$, adică pentru cazul limită când tenacitatea asigură o valoare deterministă la nivelul limitei inferioare K_o . Rezultă că pentru estimări ale cotei de siguranță, ecuația (2.27) este întotdeauna utilă pentru estimări preliminare.

Din aceste constatări rezultă că este important să se determine valoarea limită inferioară K_o a tenacității, făcând apel la o distribuție Rayleigh trunchiată, conform ecuației (2.30), sau la o distribuție Weibull cu trei parametri.

Raportul X , dintre tenacitatea minimală K_o și factorul de intensitate mediu al tensiunii \bar{K} poate fi interpretat ca un coeficient de siguranță. Variația probabilității de rupere în funcție de coeficientul X este dată de relația (2.32).

Considerăm acum cazul în care tenacitatea este distribuită conform unei legi de distribuție Weibull, de funcție de repartiție cu trei parametri:

$$F_c(K_c) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{K_c - K_o}{K_a - K_o} \right)^b \right]; \quad K_c \in (K_o, \infty) \quad (2.33)$$

unde K_o este valoarea minimală a tenacității, K_a un factor de scară care corespunde fracțiunii (în %) tenacității pentru o probabilitate cumulată de 0,632, iar b este parametrul de formă al distribuției Weibull

Menținând ipotezele cu privire la distribuția defectelor, probabilitatea de rupere rezultă din integrala (2.31), explicitând funcția (2.24). Astfel, se va obține:

$$P_f(\sigma) = \exp \left(- \frac{K_o^2}{K^2} \right) - \int_{K_o}^{\infty} \frac{2K}{K^2} \left[- \left(\frac{K_c - K_o}{K_a - K_o} \right)^b - \frac{K^2}{K^2} \right] dK \quad (2.34)$$

Trebuie remarcat că în această expresie, unde se regăsește în primul termen probabilitatea de rupere pentru o tenacitate deterministă de valoare constantă K_o (2.27), variabilitatea statistică a tenacității se introduce printr-o corecție exprimată prin termenul integrală.

Procedeeul de calcul al probabilității de rupere se aplică, în aceeași manieră, pentru orice legi de distribuție a tenacității la rupere a materialului, ca legea normală, log-normală sau legile de tip Pareto, care se dovedesc adecvate pentru analiza probabilistică a ruperii elementelor portante cu fisuri

2.3 CONCEPTE STATISTICE

După cum se știe, rezistența la rupere a materialului unui element de rezistență solicitat este legată de concentrația și mărimea defectelor din material [G7], acestea putând fi descrise prin diferite mărimi statistice [M8, G6]. Abordările statistice ale ruperii se pot grupa în două categorii:

- Abordări statistice pure, ca de exemplu modelul Weibull [W2] și Neville [N1, N2],
- Abordări fundamentale, care consideră defectele microstructurale ca entități fizice, cum ar fi modelele Jayatilaka [J1] și dezvoltările propuse de Wallin [W3], Tolba [T3], Ding [D3], Batdorf [B12].

2.3.1 Teoriile verigii cele mai slabe

Aceste teorii au la bază următoarele ipoteze fundamentale: solidul poate fi considerat ca o juxtapunere a unor elemente perfect independente din punct de vedere al ruperii, iar elementul cel mai slab este acela care amorsează procesul ruperii [G7].

Astfel, fiecărui element i se atribuie o probabilitate de rupere la o tensiune (sau deformație) dată: $P(\sigma)$. Probabilitatea de supraviețuire pentru un element va fi $[1 - P(\sigma)]$, iar în cazul a N elemente $[1 - P(\sigma)]^N$. Probabilitatea de rupere a ansamblului format din cele N elemente va fi, deci:

$$P_r(\sigma) = 1 - [1 - P(\sigma)]^N \quad (2.35)$$

Relația (2.35) se poate scrie și sub forma:

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp\left\{-N \ln\left[\frac{1}{1 - P(\sigma)}\right]\right\} \quad (2.36)$$

Notând cu V_0 volumul fiecărui element, V volumul total al ansamblului și definind funcția $F(\sigma)$ de forma (2.37), probabilitatea de rupere se va exprima prin relația (2.38).

$$F(\sigma) = \ln \left[\frac{1}{1 - P(\sigma)} \right] \quad (2.37)$$

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left[-\frac{V}{V_0} F(\sigma) \right] \quad (2.38)$$

Trebuie remarcat faptul că probabilitatea de rupere crește cu volumul V .

2.3.2. Analiza probabilistă după Weibull

O aplicație a conceptului verigii cele mai slabe la un volum a fost propusă pentru prima dată de Weibull [W2], care a ajuns la o funcție de distribuție pur euristică. Analiza lui Weibull se bazează pe următoarele ipoteze:

- Materialul este omogen și izotrop din punct de vedere statistic.
- Ruperea se produce plecând de la un defect unic, considerat defectul critic. Acesta este, într-un anumit fel, veriga cea mai slabă a lanțului.

Dacă materialul este omogen și izotrop, numărul de defecte N din material este proporțional cu volumul V supus unui câmp de tensiuni. Weibull a propus o funcție empirică pentru a exprima probabilitatea de supraviețuire $P_s(\sigma)$ la tensiunea σ :

$$P_s(\sigma) = \exp \left[-V \left(\frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_0} \right)^{m_w} \right] \quad \text{pentru } \sigma > \sigma_s$$

(2.39)

$$P_s(\sigma) = 1 \quad \text{pentru } \sigma \leq \sigma_s$$

σ : tensiunea aplicată,

σ_0 : tensiunea de normalizare,

σ_s : tensiunea de siguranță, sub valoarea căreia probabilitatea de rupere este nulă,

m_w : modulul de neomogenitate, numit modulul lui Weibull.

Probabilitatea de rupere va fi:

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left[-V \left(\frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_o} \right)^{m_w} \right] \text{ pentru } \sigma > \sigma_s \quad (2.40)$$

2.3.2.1. Modulul lui Weibull

Modulul lui Weibull, m_w , este un parametru caracteristic de material care caracterizează într-o oarecare măsură dispersia defectelor. Cu cât materialul este mai fragil cu atât mai mic va fi modulul lui Weibull. În aceleași condiții de încercare, modulul lui Weibull poate atinge valoarea 50 pentru oțeluri la temperatura ambiantă, și valori cuprinse între 2 și 20 pentru materiale ceramice [1].

Modulul lui Weibull este legat de funcția densitate de probabilitate și de probabilitatea de rupere (Fig.2.7). Aplatizarea curbei reprezentând densitatea de probabilitate se traduce printr-o scădere a valorilor modulului m_w , ceea ce indică faptul că materialul prezintă un nivel ridicat de neomogenitate.

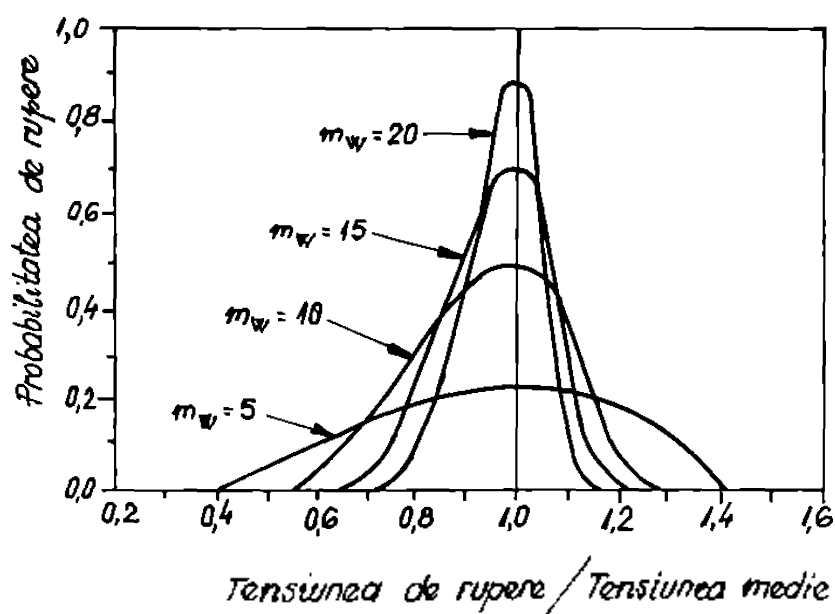


Fig.2.7. Densitatea de probabilitate pentru diferite valori m_w [S11]

Modulul lui Weibull poate fi determinat utilizând ecuația probabilității de rupere (2.40).

S-a demonstrat [B12] că modulul lui Weibull variază cu numărul de defecte inițiale $N_i = V \cdot N_o$, unde N_o este numărul defectelor pe unitate de volum. Modulul lui Weibull se poate calcula cu următoarea relație empirică:

$$m_w = 1,7 \log(N_o V) \quad (2.41)$$

2.3.2.2. Tensiunea medie

Rezistența la rupere medie este dată de relația:

$$\bar{\sigma} = \int_0^1 \sigma dP_r \quad (2.42)$$

Pe curba $P_r = f(\sigma)$, rezistența la rupere medie este reprezentată prin aria hașurată din Fig 2.8.

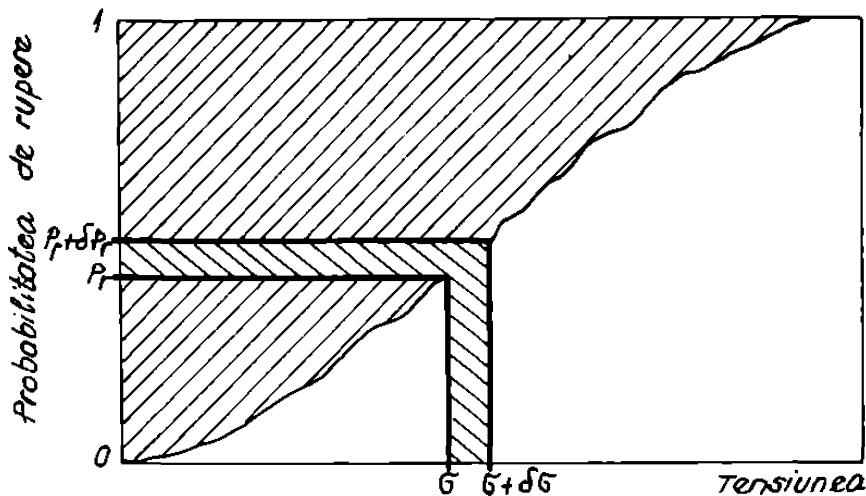


Fig.2.8. Distribuția Weibull

În cazul în care σ_s nu este nulă, tensiunea medie devine:

$$\bar{\sigma} = \sigma_s + \int_0^1 \sigma dP_r \quad (2.43)$$

Dacă se utilizează funcția Gamma Γ , tensiunea medie va fi exprimată sub forma:

$$\bar{\sigma} = \sigma_s + \frac{\sigma_o}{V^{1/m_w}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m_w}\right) \quad (2.44)$$

Funcția Γ este definită astfel:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} y^{x-1} e^{-y} dy, \text{ unde } y = -V \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^{m_w}$$

2.3.2.3. Modele de distribuție Weibull

Probabilitatea de rupere poate fi exprimată, după caz, în funcție de tensiunea la rupere, factorul de intensitate a tensiunii K sau integrala J . Pentru a descrie probabilitatea de rupere sunt necesari doi sau trei parametri și anume: un factor de neomogenitate, un factor de normalizare și eventual o valoare de siguranță.

Aceste modele descriu distribuția statistică a tenacității printr-o analiză derivată din analiza probabilistică Weibull.

A. Modelul de distribuție cu doi parametri

Modelul de distribuție Weibull cu doi parametri, în termenii tenacității, se poate scrie sub forma [W3].

$$P_r(K_I) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{K_I}{K_o}\right)^{m_w}\right] \quad (2.45)$$

K_I : factorul de intensitate a tensiunii,

K_o : factorul de normalizare,

m_{w2} : modulul Weibull pentru distribuția cu doi parametri.

B. Modelul de distribuție cu trei parametri

Distribuția cu doi parametri presupune că nu există o valoare limită sub care probabilitatea de rupere să fie nulă. Dacă admitem existența unei astfel de valori limită, de siguranță K_{min} , distribuția cu doi parametri se transformă într-o distribuție cu trei parametri, de forma:

$$P_r(K_I) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{K_I - K_{min}}{K_o - K_{min}} \right)^{m_{w3}} \right] \quad (2.46)$$

Analiza Weibull presupune că defectele sunt statistic distribuite în întregul volum considerat. Dacă această ipoteză nu este satisfăcută, studiul dispersiei rezultatelor experimentale nu poate fi descris cu o bună precizie. Există, deci, anumiți factori care împiedică aplicarea acestui concept.

2.3.3. Abordări microstructurale

Se consideră o epruvetă sollicitată la o tensiune σ_c de tracțiune, conținând microfisuri circulare, de rază a , perpendiculare pe axa de tracțiune. Se presupune că microfisurile sunt suficient de îndepărtate una de cealaltă pentru a nu interacționa.

Conform legii de distribuție Weibull, numărul de fisuri pe unitate de volum care provoacă ruperea la o tensiune inferioară tensiunii σ_c , $n(\sigma_c)$, este:

$$n(\sigma_c) = \frac{1}{V_o} \left(\frac{\sigma_c}{\sigma} \right)^m = \frac{1}{V_o} \left(\frac{a_u}{a_c} \right)^{m/2} \quad (2.47)$$

unde: $a_w = \frac{\pi}{4} \left(\frac{K_{Ic}}{\bar{\sigma}} \right)^2$, $\bar{\sigma}$ este tensiunea medie după Weibull, iar a_c este raza critică a unei fisuri, corespunzătoare tensiunii medii $\bar{\sigma}$.

2.3.3.1. Analiza probabilistă după Batdorf

Abordarea Weibull presupune că toate microfisurele sunt orientate perpendicular pe axa de tracțiune, ceea ce în realitate nu este valabil. Batdorf [B12] a considerat microfisurele circulare orientate aleator într-un policristal. El presupune că probabilitatea ca o fisură să aibă raza R mai mare decât raza r , dată, este dată de ecuația:

$$P(R \geq r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_B}\right) \quad (2.48)$$

unde λ_B este o constantă.

Se admite ipoteza că microfisurele nu se propagă decât sub acțiunea tensiunii normale, tensiunea tangențială neavând nici un efect.

Probabilitatea de rupere la tracțiune simplă este, după Batdorf:

$$P_r(\sigma_r) = 1 - \exp\left[-N \int_0^{\sigma_r} \frac{4}{\sigma_{cr}^5} \left(1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_r}\right) \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{cr}^4}\right) d\sigma_{cr}\right] \quad (2.49)$$

σ_r : tensiunea redusă,

σ_{cr} : tensiunea critică,

N : numărul total de microfisure.

Tensiunea redusă se exprimă în funcție de tensiunea reală de tracțiune σ :

$$\sigma_r = \frac{2\sigma A_0^{0,25}}{K_{Ic} \pi^3 \left[\ln(P_1^{-1}) \right]^{0,25}}$$

unde A_0 este aria grăuntelui, K_{Ic} factorul critic de intensitate a tensiunii, iar P_1 probabilitatea ca doi grăunți vecini să se rupă.

2.3.3.2. Analiza probabilistă după Jayatilaka

Jayatilaka [J1], utilizând conceptele energiei de deformație critice, a stabilit pentru materialele fragile o expresie a tensiunii la rupere de forma:

$$a\sigma^2 = f(\beta, \nu) \quad (2.50)$$

a : semilungimea fisurii,

β : unghiul de înclinație al fisurii față de axa de tracțiune,

ν : coeficientul lui Poisson al materialului.

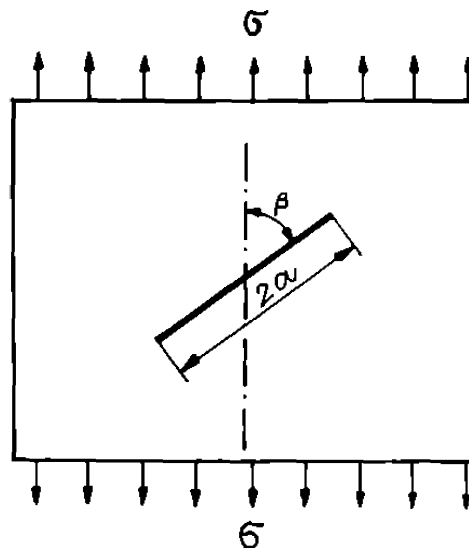


Fig.2.9. Fisură înclinată sub o încărcare uniformă

Densitatea de probabilitate a distribuției dimensiunilor fisurilor poate fi ajustată printr-o distribuție Polonieccki (Fig.2.10), de forma:

$$f(a) = \left[\frac{c^{n-1}}{(n-2)!} \right] a^{-n} \exp\left(-\frac{c}{a}\right) \quad (2.51)$$

unde c este parametrul de scară, iar n indicele de descreștere a densității de probabilitate după ce aceasta a atins valoarea maximă.

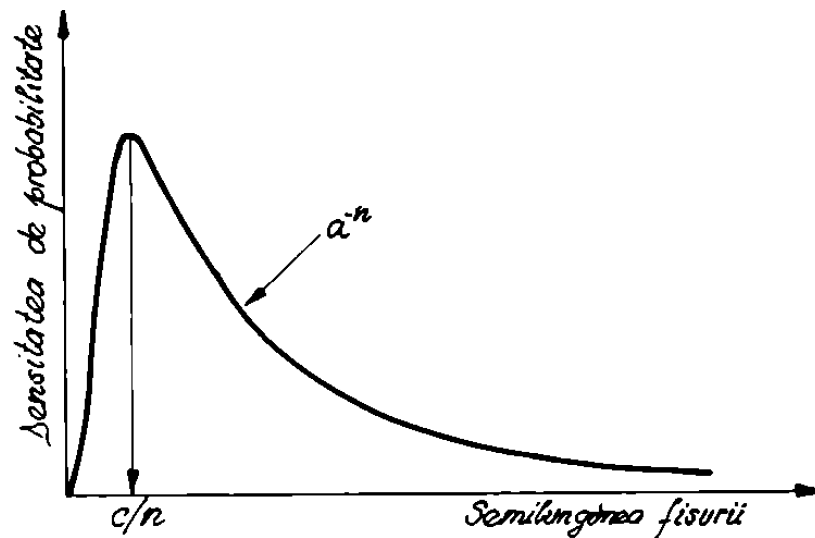


Fig.2.10. Funcția de distribuție de tip Polonietz

Pentru un volum conținând un singur defect, supus unei încărcări uniforme σ , probabilitatea de rupere este dată de relația:

$$P_{r1} = \int_0^{\pi/2} \int_z^{\infty} \frac{2}{\pi} f(a) da d\beta \quad (2.52)$$

unde $z = \frac{2K_{Ic}^2}{\pi\sigma^2} U(\beta)$

Evoluția unghiului β în funcție de semilungimea fisurii permite determinarea limitelor de integrare. Notând $v = c a$ și utilizând expresia (2.51), relația (2.52) devine:

$$P_{r1}(\sigma) = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{2}{\pi} \left[\frac{\exp(-v)}{(n-2)!} v^{n-2} \right] dv d\beta \quad (2.53)$$

$$\text{unde } x_0 = \frac{\pi c \sigma^2}{2K_{Ic}^2} U(\beta).$$

În cazul în care volumul considerat conține N fisuri, probabilitatea de rupere va fi:

$$P_r(\sigma) = 1 - [1 - P_{r1}(\sigma)]^N$$

Pentru un număr foarte mare de fisuri, probabilitatea de rupere se poate aproxima prin relația:

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp[-NP_{r1}(\sigma)] \quad (2.54)$$

Dacă $x_0 \ll 1$, relația (2.53) devine:

$$P_{r1}(\sigma) = \int_0^{\pi/2} \frac{2x_0^{n-1}}{\pi(n-1)!} d\beta$$

iar probabilitatea de rupere pentru N fisuri va fi:

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp[-NC_1(n)\sigma^{2n-2}] \quad (2.55)$$

În relația (2.55), $C_1(n)$ este o funcție de forma:

$$C_1(n) = \int_0^{\pi/2} \left[\frac{\pi c}{2K_{Ic}^2 U(\beta)} \right]^{n-1} \frac{2}{\pi(n-1)!} d\beta$$

Știind că numărul total de fisuri N este proporțional cu volumul de material, tensiunea medie la rupere este:

$$\bar{\sigma} = \int_0^{\infty} [1 - P_r(\sigma)] d\sigma \quad (2.56)$$

Relația care leagă modulul lui Weibull m_w de viteza de descreștere a densității n este:

$$m_w = 2(n - 1)$$

Astfel, modulul lui Weibull, care a fost considerat o simplă constantă empirică de material, conform analizei lui Jayatilaka [J1], a primit o semnificație fizică. Modulul lui Weibull descrie distribuția dimensiunilor defectelor într-un material.

2.3.3.3. Analiza probabilistă după Tolba

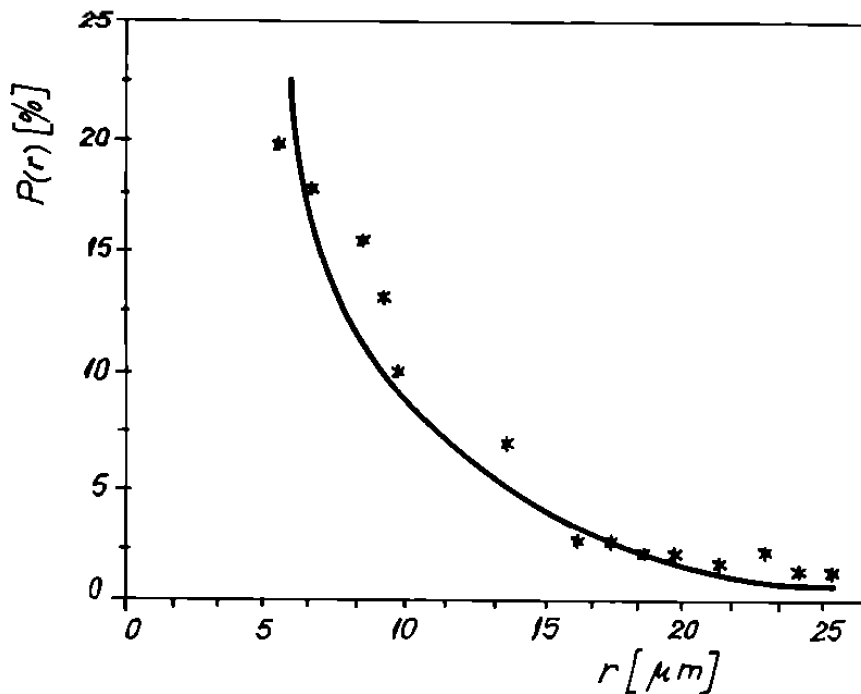


Fig.2.11. Repartiția dimensiunilor defectelor funcție de densitatea de probabilitate

Utilizând tehnica analizei imaginilor, Tolba și colaboratorii [T3] au stabilit pentru probabilitatea ca mărimea unui defect activ să fie mai mare sau egală cu o valoare dată, o relație de forma:

$$P(r) = \exp \left[- \left(\frac{r}{k_j r_m} \right)^3 \right] \quad (2.57)$$

unde r_m este valoarea medie a lungimilor fisurilor și k_j este o constantă ce depinde de viteza de încărcare.

Ecuția (2.57) aproximează bine rezultatele experimentale, atât în regim static, cât și în regim dinamic (Fig. 2.11).

Funcția densitate de probabilitate este definită astfel:

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left[- N_o V \int_0^{\sigma} \frac{6}{\sigma_{cr}^7} \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_{cr}} \right) \exp \left(- \frac{1}{\sigma_{cr}^6} \right) d\sigma_{cr} \right] \quad (2.58)$$

Dacă $\sigma \ll 1$ și $P_r(\sigma) < 0,1$ atunci relația (2.58) se poate aproxima astfel:

$$P_r(\sigma) = \frac{N_o V}{6} \sigma^6 \exp \left(- \frac{1}{\sigma^6} \right) \quad (2.59)$$

2.3.4. Analiza probabilistă a rupei ductile

Abordarea probabilistă a rupei ductile și în particular, abordarea locală, au fost destul de puțin tratate până în prezent.

Incluziunile, deci microcavitățile, nu sunt dispuse în materiale într-o manieră regulată, așa cum presupun diferite teorii. Ruperea intervine acolo unde, local, fracțiunea volumică a cavităților este cea mai mare. Pe de altă parte, coalescența locală a cavităților nu antrenează neapărat ruperea materialului [G7].

O analiză simplificată făcută de Mc Clintock [M3], permite evaluarea probabilității ca n incluziuni să se afle într-un volum V , dat. Se consideră N_v numărul de incluziuni de aceeași mărime și formă pe unitatea de volum, statistica repartiției incluziunilor fiind descrisă de o lege de tip Poisson. Probabilitatea ca n incluziuni să existe într-un volum V_o este:

$$P(n) = \frac{1}{n!}$$

Probabilitatea de-a exista în cel puțin un mic volum n incluziuni va fi:

$$P(n) = 1 - \exp\left[-\frac{N_v V}{n!}\right] \quad (2.60)$$

Seaman [S1] s-a ocupat de calculul numărului cumulat de cavități și de evoluția lor în timp. S-a constatat, printre altele, cu ajutorul analizei imaginilor, că distribuția în volum a cavităților formate în timpul procesului ruperii ductile poate fi exprimat prin ecuația (2.61).

$$N(r) = N_o \exp\left[-\frac{R}{R_d}\right] \quad (2.61)$$

N_o : numărul inițial de incluziuni,

R/R_d : indicele de creștere critic al cavităților.

În literatura de specialitate sunt propuse și alte tipuri de distribuție:

- Batdorf [B13]:
$$N(r) = N_o \exp\left[-\left(\frac{R}{R_d}\right)^2\right]$$

- Pluinage [P5]:
$$N(r) = N_o \exp\left[-\left(\frac{R}{R_d}\right)^3\right]$$

Volumul total al cavităților este obținut prin integrarea ecuației de distribuție (2.61), presupunând cavitățile sferice:

$$V_t = \frac{4\pi}{3} \int_0^{\infty} R^3 \left(-\frac{N_o}{R_d}\right) \exp\left[-\frac{R}{R_d}\right] dR = 8\pi N_o R_d^3 \quad (2.62)$$

2.4. CONCLUZII

După cum s-a văzut, diferiți cercetători au propus un număr important de modele și legi, dar limitele lor de valabilitate rămân limitate și trebuie definite cu mai multă precizie.

Pentru ruperea ductilă, criteriile se bazează esențial pe a doua fază a procesului de rupere și anume, creșterea cavitațiilor, și pun în evidență influența geometriei (lungirea cavitații) asupra creșterii cavitații.

Calculule analitice ale creșterii cavitațiilor necesită câteva ipoteze simplificatoare asupra formei și distribuției cavitațiilor inițiale, precum și asupra comportamentului matricii. Aceste modele nu țin cont de interacțiunea dintre cavitații pe parcursul procesului de rupere, dar este evident că matricea dintre cavitații își schimbă comportamentul în timpul creșterii cavitațiilor. Aceste ipoteze simplificatoare îndepărtează rezultatele calculului de realitate.

În ciuda eforturilor considerabile ale cercetătorilor, modelele dezvoltate nu pot prezice corect indicele de degradare al materialului în funcție de parametri globali de solcitate.

Probabilitatea de rupere poate fi exprimată, după caz, în funcție de tensiunea la rupere, factorul de intensitate a tensiunii sau integrala J . Pentru a descrie probabilitatea de rupere sunt necesari doi sau trei parametri: un factor de neomogenitate, un factor de normalizare și eventual o valoare limită, de prag.

Mecanica probabilistă a ruperii nu limitează neapărat aplicațiile sale la materiale care posedă intrinsec proprietăți mecanice foarte dispersate.

CAPITOLUL 3

MODEL MICROSTRUCTURAL AL RUPERII DUCTILE BAZAT PE INTEGRALA CRITICA J_{Ic}

Modelele elaborate pentru a măsura proprietățile de tenacitate ale materialelor ductile sunt bazate pe determinarea parametrilor J și δ .

După cum s-a arătat în capitolul 1, ruperea ductilă se produce în trei etape și anume:

- decoeziunea în jurul particulelor,
- creșterea cavităților,
- fisurarea prin instabilitate, urmată de ruperea ligamentului interinclusionar.

Punctul rupei este marcat de începutul fisurării. Tenacitatea materialului J_{Ic} este definită în acest punct pe curba $J-\Delta a$.

Beremin [B10, B11] și Mudry [M9] au dezvoltat o abordare locală a rupei ductile prin formarea de microcavități. Pe baza analizei inclusionare, s-a stabilit o relație între tenacitatea materialului J_{Ic} , indicele de creștere critic al cavităților (R/R_o) și distanța interinclusionară L_i :

$$J_{Ic} = \Delta a L_i \sigma_e \ln\left(\frac{R}{R_o}\right) \quad (3.1)$$

unde Δa este o constantă dependentă de geometria epruvetei, iar σ_e limita de elasticitate a materialului.

În prezenta lucrare se examinează comportamentul la rupere a unui ligament interinclusionar și se propune un model de instabilitate și fisurare, conducând la rupere, plecând de la modelul propus de Cioclov și Mesmacque [C4].

Admițând ipoteza că distanțele interinclusionare și mărimile cavităților sunt statistic distribuite, acest model permite calculul dispersiei valorilor tenacității și compararea acestora cu rezultatele experimentale.

MODEL MICROSTRUCTURAL DE EVALUARE A TENACITATII J_{Ic}

Modelul propus se bazează pe o distribuție regulată a incluziunilor după un model cubic (Fig.3.1), având diametrul inițial al incluziunilor d_0 și distanța interincluzionară inițială l_0 [C4].

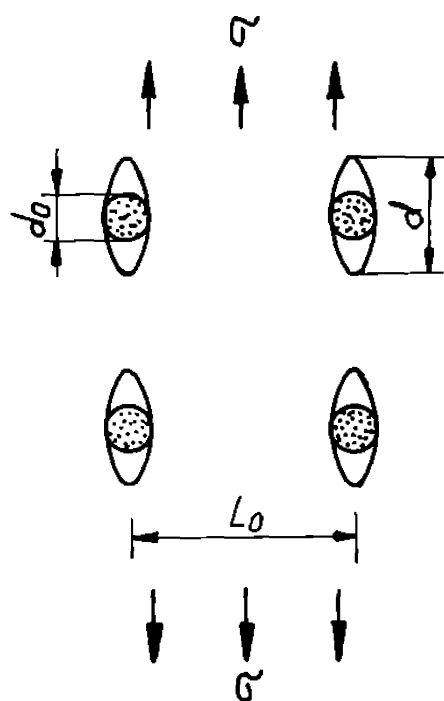


Fig.3.1. Schema formațiunii de cavități, în curs de deformare, plecând de la particule sferice

Intr-un câmp monoaxial de tensiune, cavitățile, inițial de formă sferică, se dezvoltă în forme elipsoidale alungite în direcția axei câmpului de tensiune. Analiza microfractografică și microaspectul unei ruperii ductile relevă faptul că se poate utiliza o lege de creștere a cavităților de formă exponențială:

$$d = d_0 \exp[\alpha \tilde{\epsilon}_r] \quad (3.2)$$

unde $\tilde{\epsilon}_r$ este deformația plastică reală la gâtuire, iar α coeficientul de creștere al cavităților.

La rupere, deformația reală $\tilde{\epsilon}$ tinde spre o valoare critică $\tilde{\epsilon}_r$. Incepând din momentul în care $\tilde{\epsilon} = \tilde{\epsilon}_r$, pe frontiera matrice metalică - incluziune ruperea se propagă prin ligamentul interincluzionar. Se poate spune că această fază corespunde curgerii instabile, cum se poate constata pe curba caracteristică a materialului (Fig. 3.2).

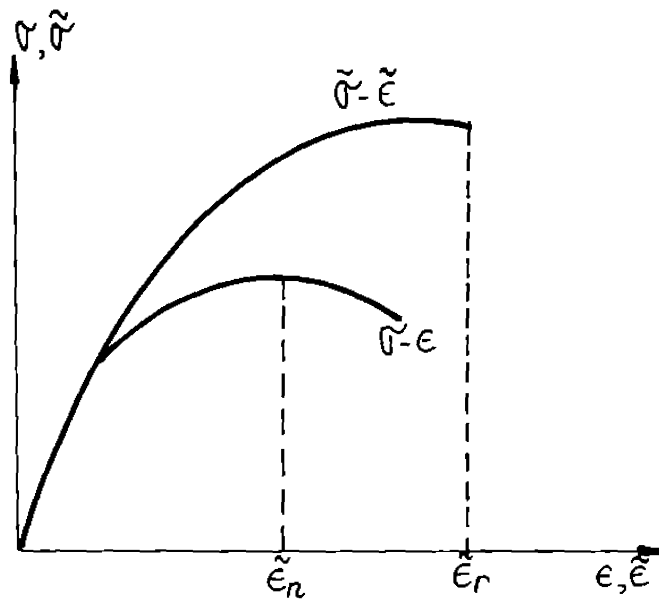


Fig.3.2. Curba reală și curba convențională la tracțiune

Lucrările lui Mesmaque [M10] relevă că distribuția deformațiilor în prezența unei incluziuni descrește pe măsură ce ne îndepărtăm de incluziune (Fig. 3.3).

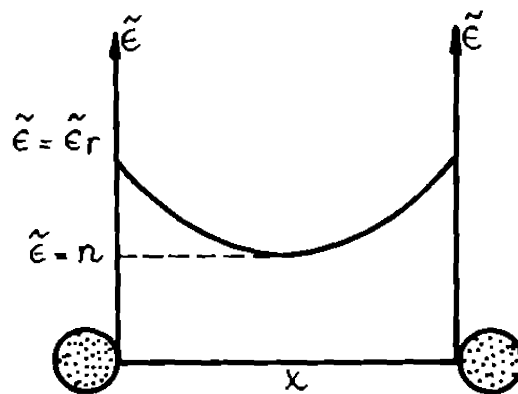


Fig.3.3. Distribuția deformațiilor în vecinătatea incluziunilor

La o distanță X de incluziune, deformația se poate scrie sub forma [C4]:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\tilde{\varepsilon}_{\max}}{1 + AX} \quad (3.3)$$

unde A este o constantă de material.

În prezenta lucrare se propune pentru deformație o ecuație de forma:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_{\max} \cdot e^{-AX} \quad (3.4)$$

Generalizând, la rupere, ecuația (3.4) devine:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_r \cdot e^{-AX} \quad (3.5)$$

Deformația plastică reală la rupere $\tilde{\varepsilon}_r$ se determină plecând de la gătuire cu relația:

$$\tilde{\varepsilon}_r = 2 \ln \left[\frac{\Phi_o}{\Phi_r} \right] \quad (3.6)$$

unde Φ_o și Φ_r sunt diametrele inițial, respectiv final ale părții utile a epruvetei de tracțiune.

Se stabilesc următoarele ipoteze:

- Poziția mediană a distanței interincluzionare la rupere este $X = \frac{l_o}{2}$.

- Deformația plastică la rupere se apropie de valoarea limită care marchează începutul curgerii plastice instabile, adică $\tilde{\varepsilon} = \beta n$, unde β este un coeficient de corecție de triaxialitate (pentru epruvete netede $\beta = 1$) și n este coeficientul de ecrusare al materialului.

- Materialul urmează o lege de ecrusare de forma binecunoscută dată de ecuația:

$$\tilde{\sigma} = K \tilde{\varepsilon}^n \quad (3.7)$$

unde K și n sunt constante de material.

Tinând cont de aceste ipoteze, ecuația (3.5) devine:

$$\beta n = \tilde{\varepsilon}_r e^{-\frac{Al_0}{2}} \quad (3.8)$$

Din expresia (3.8) se poate determina constanta A :

$$A = \frac{2}{L_0} \ln \frac{\tilde{\varepsilon}_r}{\beta n} \quad (3.9)$$

Introducând expresia (3.9) în ecuația (3.5), deformația la rupere în spațiul interinclusionar al modelului va fi:

$$\tilde{\varepsilon} = \tilde{\varepsilon}_r e^{\left(-\frac{2}{L_0} \ln \frac{\tilde{\varepsilon}_r}{\beta n}\right) X} \quad (3.10)$$

În vederea evaluării energiei de deformație, se determină deformația medie pe ligament, integrând ecuația (3.10):

$$\tilde{\varepsilon}_{med} = \frac{2}{l_0} \int_0^{l_0/2} \tilde{\varepsilon} dX = \frac{\tilde{\varepsilon}_r - \beta n}{\ln \frac{\tilde{\varepsilon}_r}{\beta n}} \quad (3.11)$$

Energia de deformație disipată într-un volum interinclusionar elementar $V = l_0^3$ se poate scrie sub forma (3.12):

$$(\delta W)_r = \int_0^{\tilde{\epsilon}_r} \int \tilde{\sigma} d\tilde{\epsilon} dV \quad (3.12)$$

Tinând cont de ecuațiile (3.7) și (3.11), energia de deformare disipată va fi:

$$(\delta W)_r = \frac{Kl_o^3}{n+1} \left[\frac{\tilde{\epsilon}_r - \beta n}{\ln \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\beta n}} \right]^{n+1} \quad (3.13)$$

Energiei de deformare $(\delta W)_r$ disipată în celula cubică elementară, materializată prin interacțiunea incluziunilor, îi corespunde dezvoltarea cavităților asociate fiecărei incluziuni, corespondente unei suprafețe egale cu.

$$(\delta A)_r \cong \pi d_o d_r \quad (3.14)$$

unde d_r este mărimea axei mari a volumului elipsoidal la ruperea cavităților.

Utilizând expresia (3.2), ecuația (3.14) devine:

$$(\delta A)_r = \pi d_o^2 \exp[\alpha \tilde{\epsilon}_r] \quad (3.15)$$

Raportul $\frac{(\delta W)_r}{(\delta A)_r}$ are semnificația energiei de deformare disipate pe unitatea de suprafață formată prin creșterea cavităților, plecând de la procesul de nucleație al incluziunilor. Această mărime poate fi interpretată ca o valoare critică de aceeași natură cu integrala de contur J asociată rupei:

$$J_{Ic} = \frac{(\delta W)_r}{(\delta A)_r} \quad (3.16)$$

Expresia integralei critice J_{Ic} în funcție de parametrii intrinseci ai materialului d_o și l_o , de parametrul de creștere al cavitațiilor α și de parametrii globali de material n, β, K și $\tilde{\epsilon}_r$, este dată de ecuația (3.17):

$$J_{Ic} = \frac{Kd_o}{\pi(n+1)} \left(\frac{l_o}{d_o} \right)^3 \left[\frac{\tilde{\epsilon}_r - \beta n}{\ln \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\beta n}} \right]^{n+1} \exp[-\alpha \tilde{\epsilon}_r] \quad (3.17)$$

Această nouă definiție a integralei critice J_{Ic} este un criteriu pentru caracterizarea la rupere ductilă a materialelor cu o configurație incluzionară sferoidală. Criteriul este extensia unui proces de integrare, adică a unei globalizări la scară macro a unui model local al rupei ductile. În conformitate cu aceasta, valoarea critică la rupere a parametrului J_{Ic} este determinată pe de-o parte de mărimi locale: d_o, l_o, α , iar pe de altă parte de parametrii globali care definesc procesele deformației plastice: n, β, K și $\tilde{\epsilon}_r$, acești parametri putând fi determinați printr-o încercare clasică la tracțiune pe epruvete netede.

Forma criteriului ilustrat prin ecuația (3.17) este rezultatul unei simplificări în ceea ce privește distribuția incluzionară, având în vedere că dimensiunile incluziunilor și distanța interincluzionară sunt mărimi cu variabilitate statistică.

CAPITOLUL 4

CERCETARI EXPERIMENTALE IN MECANICA LOCALA A RUPERII

4.1. STRATEGIA EXPERIMENTALA

În acest capitol se urmărește calculul valorii integralei critice J_{Ic} pentru oțelul OL52, cu ajutorul relației (3.17), stabilită în capitolul 3. Pentru aceasta trebuie determinate prin încercări experimentale atât valorile parametrilor globali ai acestui oțel care definesc procesele deformației plastice: coeficientul de ecruisare n , parametrul K , coeficientul de corecție de triaxialitate β , deformația reală la rupere $\tilde{\epsilon}_r$, precum și mărimile locale: dimensiunea medie a incluziunilor d_o , distanța interincluzională medie l_o și coeficientul de creștere a incluziunilor α .

Strategia experimentală conține următoarele etape:

1. Din oțelul studiat, OL52, se prelevează patru epruvete normale de tracțiune de diametru 10 mm și o probă metalografică. Se rectifică suprafața probei metalografice care este perpendiculară pe direcția de laminare

2. Se execută încercarea probelor de tracțiune conform standardelor [A9], [S5], cu determinarea următoarelor caracteristici mecanice ale oțelului OL52: limita de curgere $\sigma_{0,2}$, rezistența la rupere σ_r , deformația reală la rupere $\tilde{\epsilon}_r$.

3. Pentru determinarea coeficientului de ecruisare n , se înregistrează curbele tensiune-deformație pentru probele de tracțiune. Pentru trei epruvete se oprește încercarea înainte de rupere, în domeniul deformațiilor plastice. Se înregistrează valorile ultime ale sarcinilor aplicate și gătuirilor corespunzătoare, în scopul determinării valorilor reale ale tensiunii $\tilde{\sigma}$, respectiv deformațiilor $\tilde{\epsilon}$.

4. Se reprezintă grafic dependența $\ln \tilde{\sigma} - \ln \tilde{\varepsilon}$, obținându-se o dreaptă. Panta acestei drepte este coeficientul de ecruisare n , iar ordonata la origine reprezintă logaritmul parametrului K , $\ln K$. Pentru determinarea corectă a acestor doi parametri se va utiliza metoda celor mai mici pătrate, adică metoda regresiei liniare.

5. Proba metalografică se pregătește cu hârtie abrazivă și se lustruiește cu spray de diament pentru a obține o calitate cât mai bună a suprafeței lustruite.

6. Se determină la Epiquant dimensiunile incluziunilor nemetalice ale oțelului studiat, conform STAS 5949/2-83.

7. În cadrul analizei incluziunilor la Epiquant se vor respecta următoarele condiții:

- formatul câmpului: $0,6 \times 0,4$ mm
- viteza de baleiere: 200 $\mu\text{m/s}$
- numărul de câmpuri de probă: 24
- mărirea: 250 : 1

8. Se prelucurează pe calculator datele experimentale și se ajustează după două legi de repartiție probabiliste: Weibull și Lognormală, determinând valorile mediane, \tilde{d} . Se compară rezultatele obținute.

9. Pentru determinarea distanțelor interincluzionale se folosește metoda triangulației.

10. Se fotografiază câmpurile cu incluziuni nemetalice la o mărire de peste 100:1, dar cunoscută exact.

11. Se marchează pe microfotografii, prin linii, distanțele ce separă incluziunile, unindu-se de fiecare dată vecinii cei mai apropiați. Rezultă o rețea de triunghiuri în interiorul cărora nu se găsesc incluziuni neunite.

12. Se măsoară, în mm, distanțele dintre incluziuni, folosind segmentele trasate pe microfotografii, fiecare valoare fiind trecută într-un tabel. Datele se înregistrează

separat pentru fiecare câmp (microfotografie).

13. Se calculează dimensiunile reale ale distanțelor interincluzionare cu relația: $L = l/M$, unde l este distanța interincluzionară măsurată pe microfotografie, iar M este mărirea la care s-a făcut microfotografia.

14. Se prelucrează pe calculator datele experimentale pentru distanțele interincluzionale pe fiecare microfotografie și se ajustează după o lege de repartiție probabilistă de tip Weibull, respectiv Lognormală, determinând valorile mediane ale distanțelor interincluzionale, pentru fiecare microfotografie.

15. Se prelucrează toate valorile distanțelor interincluzionare măsurate, după cele două legi de repartiție, calculându-se valoarea mediană a distanțelor interincluzionare, \tilde{l} .

16. Se introduc în relația (3.17) toți parametrii determinați și se calculează valoarea critică mediană a integralei J_{Ic} , după cele două legi de repartiție probabiliste, care caracterizează tenacitatea la rupere a oțelului studiat.

17. Utilizând metoda cuantilelor se stabilesc legile de repartiție probabiliste Weibull, respectiv Lognormală pentru tenacitatea la rupere J_{Ic} și se compară cele două rezultate.

4.2. DETERMINAREA EXPERIMENTALA A CONSTANTELOR DE MATERIAL PENTRU OTELUL OL52

4.2.1. Incercarea la tracțiune a oțelului OL52

Incercarea la tracțiune a metalelor este larg utilizată în scopul determinării caracteristicilor mecanice uzuale folosite în calculele de rezistență [D5]. Această încercare constă în aplicarea unei sarcini de tracțiune pe direcția axei longitudinale a unei epruvete standard până la rupere; aplicarea sarcinii se face lent, continuu, progresiv și fără șocuri, cu o viteză de solicitare, de asemenea, normalizată.

Materialul studiat este oțel laminat OL52, cu următoarea compoziție chimică:

Marca oțelului	C [%]	Mn [%]	Si [%]	P [%]	S [%]
OL52	0,20	1,36	0,43	0,032	0,013

Epruvetele de tracțiune sunt standardizate [S5] pentru a face independentă dimensional compararea unor rezultate obținute în laboratoare diferite.

Epruvetele uzuale au secțiunea circulară (epruvete rotunde) sau dreptunghiulară (epruvete plate). Forma și dimensiunile acestora, precum și toleranțele de execuție sunt indicate în STAS 200/3-87 [S5].

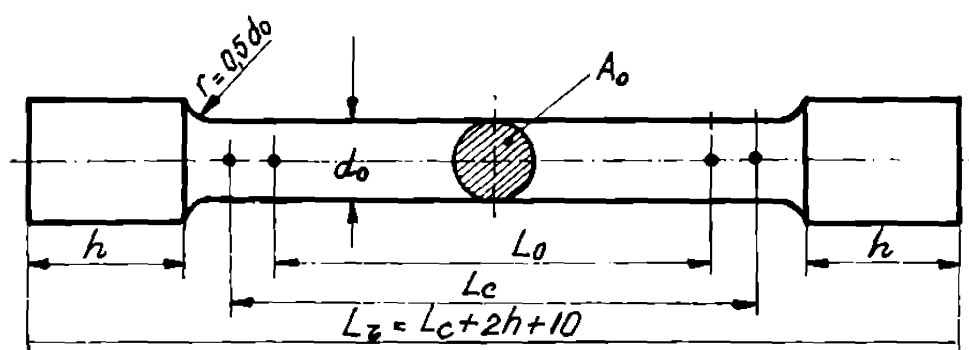


Fig.4.1. Forma și dimensiunile epruvetelor utilizate

Dimensiunile principale ale epruvetelor rotunde sunt diametrul inițial d_o și lungimea inițială între repere L_o , numită și bază tensometrică sau lungime de referință. Aceasta se obține marcând pe porțiunea calibrată a epruvetei (L_c), care are un grad ridicat de prelucrare, două repere fine care delimitează lungimea L_o , pe care se vor măsura deformațiile.

În prezentul studiu cele patru epruvete utilizate sunt epruvete rotunde scurte standard, la care $L_o = 5d_o$ și $d_o = 10 \text{ mm}$, având forma și dimensiunile indicate în Fig. 4.1, prelevate din tablă OL52, de grosime 25 mm.

Forma și dimensiunile epruvetelor sunt stabilite astfel încât pe toată lungimea de referință L_o , să existe o stare de tensiune monoaxială omogenă. În acest sens, modul de prelucrare a epruvetelor și fixarea uniformă a acestora în fălcile mașinii, au un rol deosebit de important.

Inercarea la tracțiune a epruvetelor se face pe o mașină de tracțiune universală, având clasa 1 de precizie [S5].

Se măsoară pentru fiecare epruvetă în plane transversale, în secțiuni diferite, diametrele inițiale d_{o1} , d_{o2} și se calculează diametrul mediu inițial d_o și aria secțiunii transversale inițiale S_o , pentru fiecare epruvetă. Rezultatele se introduc în tabelul 4.1.

Se încarcă epruveta 1 până la rupere. În vederea determinării limitei de curgere $\sigma_{0,2}$ se utilizează diagrama din Fig. 4.2. (epruveta 1):

$$\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_o} \left[\frac{N}{\text{mm}^2} \right] \quad (4.1)$$

Se demontează cele două părți ale epruvetei rupte și se măsoară pe două direcții perpendiculare diametrele ultime din secțiunea de rupere, cu care se calculează valoarea medie d_u , precum și lungimea finală l_u . Cu valoarea d_u se calculează aria ultimă a secțiunii S_u . Se calculează apoi gătuirea specifică la rupere Z_1 și alungirea specifică la rupere A_1 , pentru epruveta 1, cu relațiile cunoscute:

$$Z_1 = \frac{S_o - S_u}{S_o} \cdot 100[\%]; \quad A_1 = \frac{l_u - l_o}{l_o} \cdot 100[\%] \quad (4.2)$$

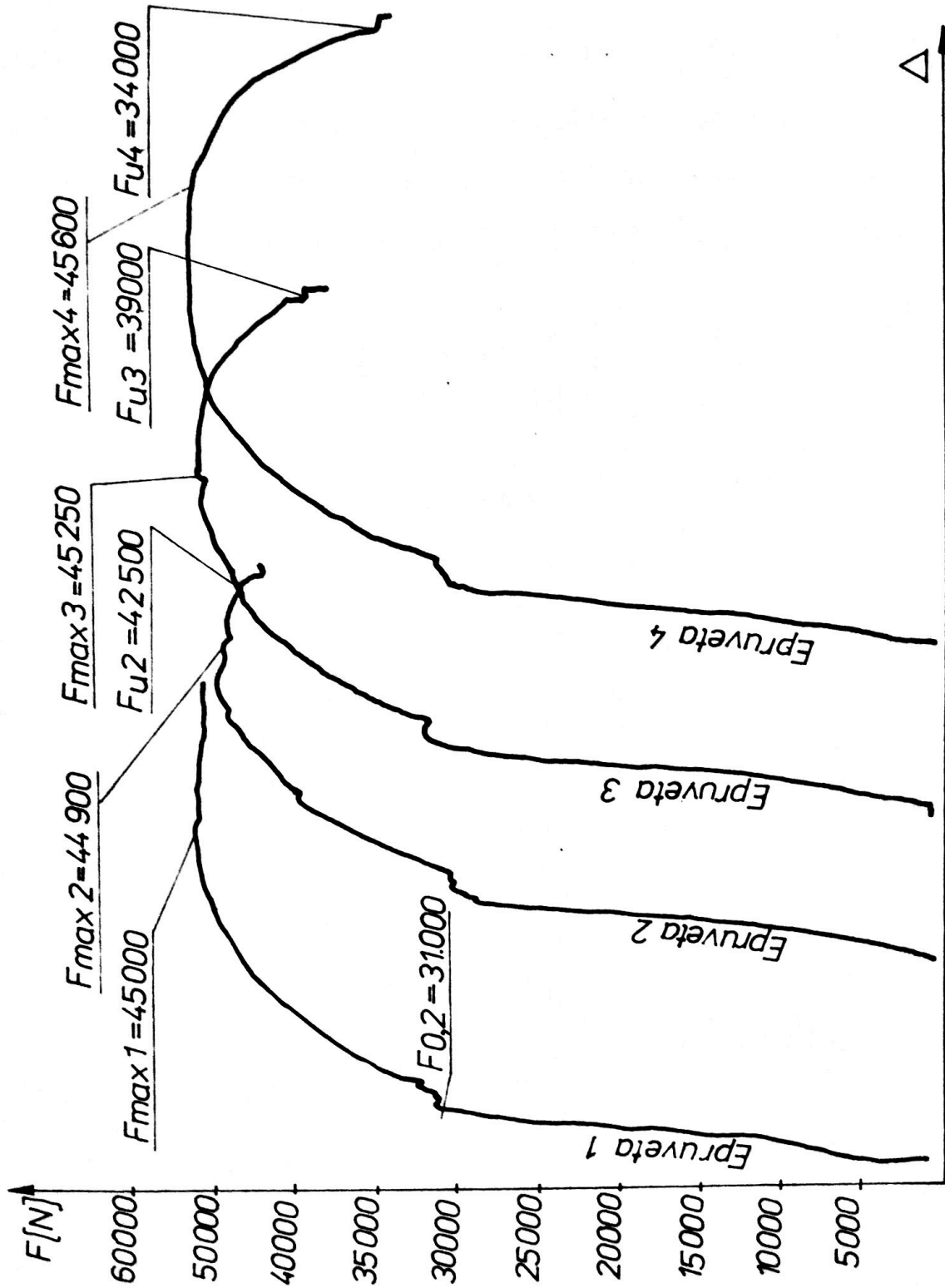


Fig. 4.2 Înregistrările forță-deplasare pentru cele 4 epruvete

Lungimea inițială a epruvetei 1 este $L_0 = 50 \text{ mm}$, iar lungimea ultimă $L_u = 67 \text{ mm}$. Cu aceste valori se obține alungirea specifică la rupere $A_f = 34 \%$.

La epruvetele 2, 3, 4, încercarea se oprește înaintea ruperii, în domeniul deformațiilor plastice la diferite valori ale forței F_u^* (Fig.4.2). Pentru fiecare epruvetă se măsoară diametrul ultim, la forța F_u^* , d_u^* , în vederea calculului găturii la forța respectivă.

De pe înregistrările făcute (Fig.4.2) se notează pentru fiecare epruvetă valoarea forței maxime F_{max} , calculându-se rezistența la rupere σ_r cu relația:

$$\sigma_r = \frac{F_{max}}{S_0} \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (4.3)$$

Rezultatele obținute sunt trecute în Tabelul 4.1.

Tabelul 4.1.

Nr. epruv.	CARACTERISTICI										
	d_0 [mm]	S_0 [mm ²]	d_u [mm]	S_u [mm ²]	$F_{0,2}$ [KN]	F_{max} [KN]	$\sigma_{0,2}$ [N/mm ²]	σ_r [N/mm ²]	A [%]	Z [%]	F_u [KN]
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	9,99	78,38	5,2	21,24	31,00	45,00	395,5	574,1	34	72,9	26,5
2	9,95	77,75	8,4	55,42	-	44,90	-	577,5	-	28,7	42,5*
3	9,99	78,38	7,5	44,18	-	45,25	-	577,3	-	43,6	39,0*
4	9,99	78,38	6,5	33,18	-	45,60	-	581,8	-	57,6	34,0*

* Forța la care s-a întrerupt solicitarea (deformarea) epruvetei.

4.2.2 Prelucrarea datelor experimentale

Pe baza curbelor caracteristice convenționale înregistrate pentru cele 4 epruvete, din Fig.4.2., s-au calculat valorile convenționale ale caracteristicilor de material ilustrate în Tabelul 4.1

Pentru determinarea parametrilor globali de material: K , n și $\tilde{\varepsilon}_r$, este necesară determinarea dependenței dintre valorile reale ale tensiunilor, $\tilde{\sigma}$, și valorile reale ale deformațiilor specifice, $\tilde{\varepsilon}$.

Matematic, curba caracteristică reală se poate prezenta printr-o funcție exponențială de forma:

$$\tilde{\sigma} = K \cdot \tilde{\varepsilon}^n \quad (4.4)$$

unde K este o constantă de material, care reprezintă tensiunea reală corespunzătoare deformației specifice reale unitare, iar n este coeficientul de ecruisare al materialului [D1]. Aceste mărimi pot fi determinate din diagrama $\ln \tilde{\sigma} - \ln \tilde{\varepsilon}$.

Pentru trasarea diagramei $\ln \tilde{\sigma} - \ln \tilde{\varepsilon}$ se parcurg următoarele etape [D1]:

a) Se calculează cu relația (4.5) valorile convenționale ale tensiunilor corespunzătoare forțelor ultime F_u din coloana 11 a Tabelului 4.1.

$$\sigma_i = \frac{F_u}{S_o} \left[\frac{N}{mm^2} \right] \quad (4.5)$$

b) Se calculează cu relația (4.6) valorile reale ale deformațiilor specifice, corespunzătoare forțelor ultime, utilizând valorile găturilor specifice din coloana 10 a Tabelului 4.1.

$$\tilde{\varepsilon}_i = -\ln(1 - Z) \quad (4.6)$$

c) Cu valorile calculate ale tensiunilor convenționale și deformațiilor specifice reale, se vor calcula valorile reale ale tensiunilor corespunzătoare, cu relația:

$$\tilde{\sigma}_i = \sigma_i \cdot e^{\tilde{\varepsilon}_i} \quad (4.7)$$

d) Se calculează logaritmi naturali ai valorilor reale ale tensiunilor și deformațiilor specifice.

Rezultatele acestor calcule sunt prezentate în Tabelul 4.2.

Tabelul 4.2.

Nr. epruvetei	σ_i	$\tilde{\varepsilon}_i$	$\tilde{\sigma}_i$	$\ln \tilde{\varepsilon}_i$	$\ln \tilde{\sigma}_i$
1	338,096	1,3056	1247,541	0,2666	7,1289
2	546,624	0,3383	766,674	-1,0838	6,6421
3	497,576	0,5727	882,226	-0,5574	6,7824
4	433,784	0,8580	1023,053	-0,1531	6,9305

Logaritmand relația (4.4) se obține o ecuație liniară :

$$\ln \tilde{\sigma} = \ln K + n \cdot \ln \tilde{\varepsilon} \quad (4.8)$$

Introducând datele din Tabelul 2.2. în programul de prelucrare de date Table Curve 2D, s-a obținut graficul din Fig.4.3. al dreptei de regresie de ecuație (4.9):

$$\ln \tilde{\sigma} = a + b \cdot \ln \tilde{\varepsilon} \quad (4.9)$$

Coeficienții dreptei de regresie sunt : $a = 7,0078487$ și $b = 0,35837847$.

Din ecuațiile (4.8) și (4.9) vor rezulta valorile parametrilor K și n pentru oțelul OL52:

$$K = 1105,27; \quad n = 0,3584$$

Deformația specifică reală la rupere este chiar deformația specifică reală la forța ultimă, pentru epruvata 1, valoare indicată în Tabelul 2.2., adică :

$$\tilde{\varepsilon}_r = 1,3056$$

Pentru diferite oțeluri, coeficientul de corecție de triaxialitate β , numit și factor de formă geometrică, are valori supraunitare cuprinse între 1,35 și 1,85. Pentru oțelul OL52 se consideră $\beta = 1,5$ [C6]

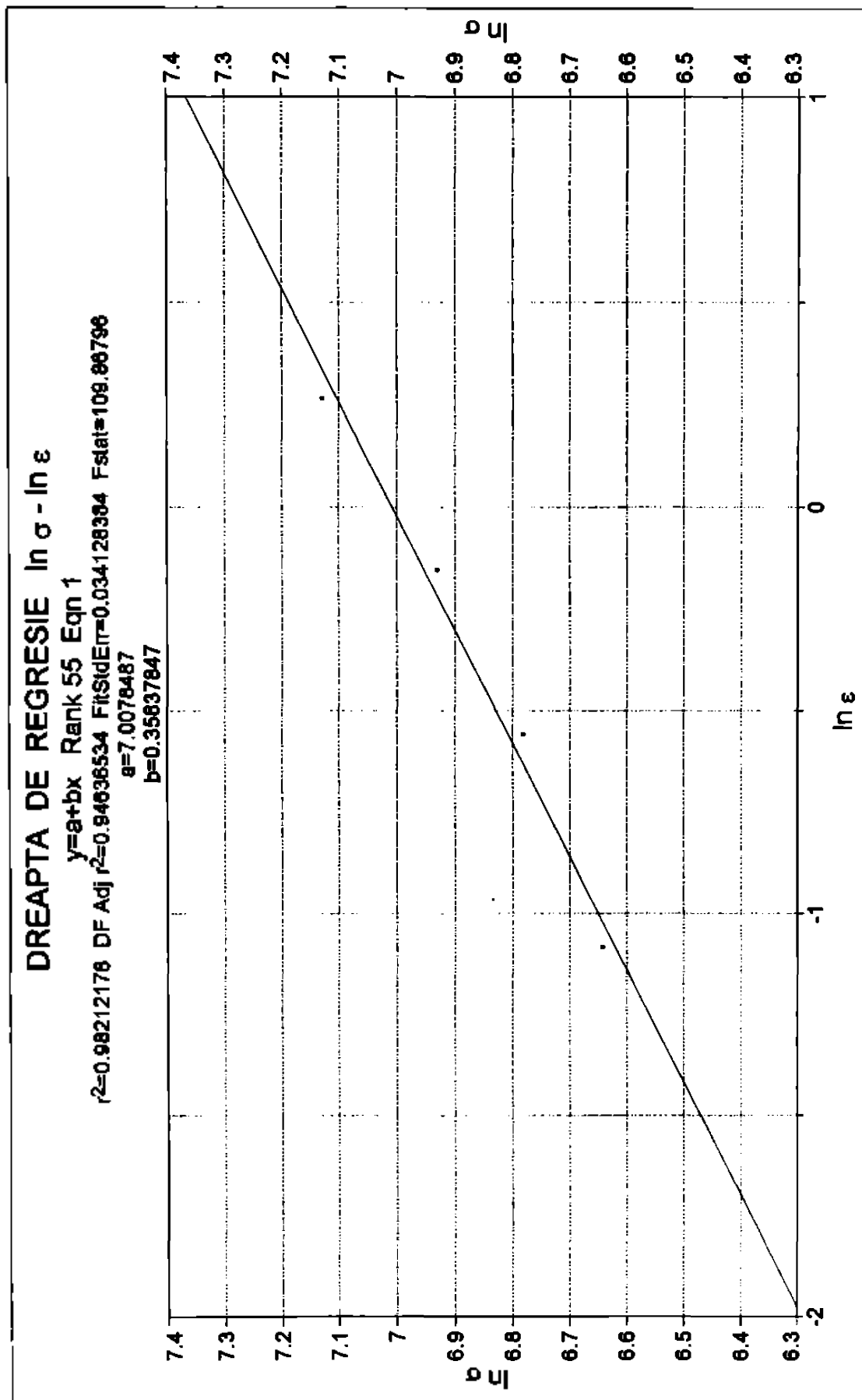


Fig.4.3

4.3. PRELUCRAREA STATISTICĂ A DATELOR INCLUZIONARE

4.3.1. Prelucrarea statistică empirică a distanțelor interincludionare

După cum s-a arătat în paragraful 4.1., din materialul studiat, OL52, se prelevează o probă metalografică care se rectifică pe suprafața perpendiculară pe direcția de laminare, în vederea analizării stadiului incluzionar.

Proba metalografică se pregătește cu hârtie abrazivă și se lustruiește cu spray de diamant pentru a obține o calitate cât mai bună a suprafeței analizate.

În cadrul analizei incluzionare se au în vedere următoarele condiții:

- se analizează 24 de câmpuri de probă,
- formatul unui câmp de probă este $0,6 \times 0,4$ mm,
- mărirea aparatului este 250:1.

Se fotografiază câmpurile de probă cu incluziuni nemetalice la mărirea 250:1.

Pentru determinarea distanțelor interincludionare se folosește metoda triangulației: se marchează pe microfotografii, prin linii, distanțele care separă incluziunile, unindu-se de fiecare dată vecinii cei mai apropiați. Va rezulta o rețea de triunghiuri, în interiorul cărora nu se găsesc incluziuni neunite. Se măsoară, în milimetri, distanțele interincludionare folosind segmentele trasate pe microfotografii. Fiecare distanță măsurată se barează, pentru a nu fi luată în calcul de mai multe ori. Valorile măsurate l_m se trec într-un tabel. În același tabel se vor trece valorile reale ale distanțelor interincludionare l , calculate cu relația (4.10):

$$l = \frac{l_m}{M} \quad (4.10)$$

unde M este mărirea.

Datele se înregistrează separat pentru pentru fiecare microfotografie, care conține 4 câmpuri de probă alăturate.

Cele 24 de câmpuri de probă au fost analizate câte 4, în 6 microfotografii, notate A, B, C, D, E și F.

4.3.1.1. Microfotografia A (Fig.4.4)

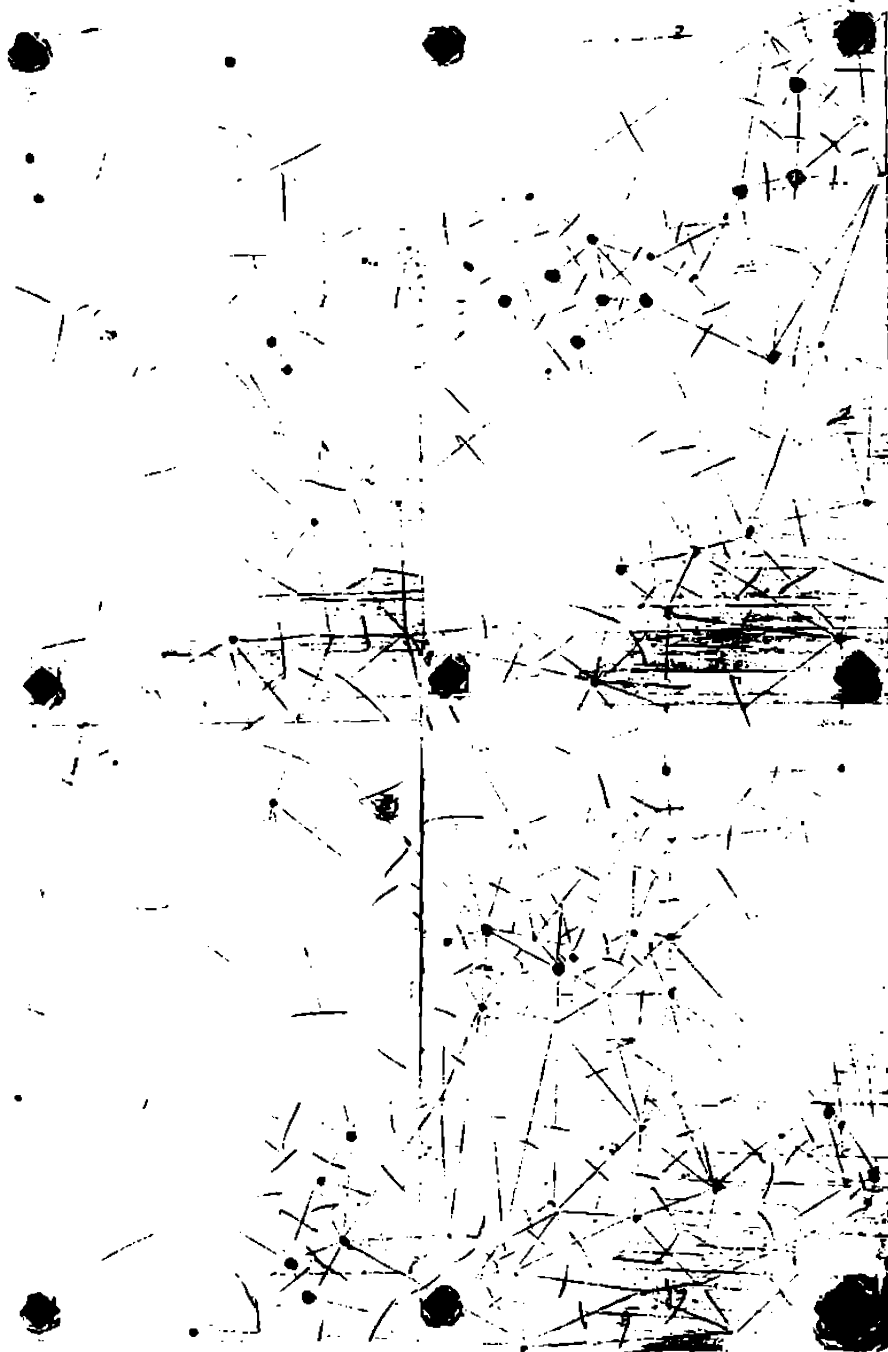


Fig.4.4. Microfractografia A, cu câmpurile 1,2,3,4

Microfotografia A conține câmpurile de probă 1,2,3,4. Distanțele interincludionare măsurate l_m și distanțele interincludionare reale l , calculate cu relația (4.10), pentru proba A sunt trecute în tabelul 4.3.

Tabelul 4.3.

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
1	16	64
2	17.5	70
3	10	40
4	7	28
5	12	48
6	11	44
7	11.5	46
8	10.5	42
9	16	64
10	21	84
11	7	28
12	8	32
13	23	92
14	27	108
15	23.5	94
16	42	168
17	21.5	86
18	21	84
19	23	92
20	6	24
21	14.5	58
22	21.5	86
23	18	72
24	10.5	42
25	11.5	46

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
26	8	32
27	17	68
28	20	80
29	27	108
30	37	148
31	69	276
32	42	168
33	27	108
34	22.5	90
35	12	48
36	10.5	42
37	7	28
38	7.5	30
39	7	28
40	5.5	22
41	10.5	42
42	11	44
43	22	88
44	10	40
45	10	40
46	8.5	34
47	11	44
48	10.5	42
49	33	132
50	33.5	134

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
51	31	124
52	30	120
53	27	108
54	5	20
55	26	104
56	29	116
57	29.5	118
58	29	116
59	23	92
60	19	76
61	13	52
62	6.5	26
63	22	88
64	10	40
65	14	56
66	19	76
67	10	40
68	9	36
69	4	16
70	18	72
71	12.5	50
72	30	120
73	17	68
74	20	80
75	10	40

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
76	14.5	58
77	18	72
78	16.5	66
79	11	44
80	29	116
81	9	36
82	12.5	50
83	29	116
84	42	168
85	18	72
86	19.5	78
87	15	60
88	14	56
89	2	8
90	13	52
91	14	56
92	20.5	82
93	13.5	54
94	22.5	90
95	26	104
96	22	88
97	29	116
98	15	60
99	21	84
100	13	52
101	11	44
102	5.5	22
103	18.5	74
104	22	88
105	26	104

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
106	12	48
107	18.5	74
108	16	64
109	7	28
110	10	40
111	14	56
112	14.5	58
113	13	52
114	9	36
115	8	32
116	18	72
117	22	88
118	23	92
119	20	80
120	18	72
121	16	64
122	12	48
123	13	52
124	22	88
125	23	92
126	27	108
127	30	120
128	48	192
129	22	88
130	19	76
131	39	156
132	6	24
133	2	8
134	27	108
135	11	44

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
136	36	144
137	41	164
138	29	116
139	25	100
140	12	48
141	15	60
142	22	88
143	15	60
144	28.5	114
145	22.5	90
146	19	76
147	17	68
148	6	24
149	16	64
150	25	100
151	9	36
152	6.5	26
153	15.5	62
154	13.5	54
155	20	80
156	15	60
157	5	20
158	7.5	30
159	7	28
160	5	20
161	10.5	42
162	6	24
163	11	44
164	14	56
165	13.5	54

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
166	8	32
167	2	8
168	11	44
169	7	28
170	4	16
171	5	20
172	6.5	26
173	10	40
174	10	40
175	5.5	22
176	7.5	30
177	11.5	46
178	22	88
179	12.5	50
180	9	36
181	7	28
182	7.5	30
183	6.5	26
184	10	40
185	8	32
186	7.5	30
187	31	124
188	20	80
189	23	92
190	20	80
191	13	52
192	12.5	50
193	13.5	54
194	6	24
195	18	72

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
196	18	72
197	17.5	70
198	24	96
199	1.5	6
200	29	116
201	30	120
202	29.5	118
203	18	72
204	13	52
205	20	80
206	37.5	150
207	39	156
208	47	118
209	53	212
210	9	36
211	2.5	10
212	7	28
213	9	36
214	4	16
215	3	12
216	3	12
217	11	44
218	7	28
219	11	44
220	16.5	66
221	23	92
222	24	96
223	25	100
224	13	52
225	11	44

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
226	11.5	46
227	15.5	62
228	7	28
229	6.5	26
230	9	36
231	17	68
232	10.5	42
233	16.5	66
234	17	68
235	4	16
236	4	16
237	4.5	18
238	65	260
239	7	28
240	18	72
241	27	108
242	11	44
243	9	36
244	27	108
245	12.5	50
246	7.5	30
247	12	48
248	10	40
249	28	112
250	28.5	114
251	32.5	130
252	44.5	178
253	45	180
254	35	140
255	28	112

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
256	26.5	106
257	10.5	42
258	15	60
259	16	64
260	12.5	50
261	22.5	90
262	14	56

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
263	7	28
264	8	32
265	21.5	86
266	11.5	46
267	27	108
268	5	20
269	8.5	34

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
270	7.5	30
271	42.5	170
272	15.5	62
273	16	64
274	28	112
275	41.5	166

Numărul total de distanțe măsurate pe microfotografia A este $N = 275$.

În vederea prelucrării datelor experimentale se întocmesc $n = 11$ clase de dimensiuni cu rația $\sqrt{2}$ și se calculează media fiecărei clase, \bar{l}_i , $i = \overline{1, n}$. Se numără dimensiunile reale ale distanțelor interincluzionale pe fiecare clasă de dimensiuni, N_i .

Pentru prelucrarea statistică a distanțelor interincluzionale se calculează frecvența relativă și frecvența cumulată a valorilor distanțelor interincluzionale pe fiecare clasă de dimensiuni.

Dacă N este numărul total de măsurători, frecvența relativă se calculează cu relația:

$$f_r(i) = \frac{N_i}{N} \cdot 100 [\%] \quad ; \quad i = \overline{1, n} \quad (4.11)$$

Frecvența cumulată se calculează cu relația (4.12)

$$f_c(i) = \frac{\sum_{k=1}^i N_k}{N} \cdot 100 [\%] \quad ; \quad k = \overline{1, i} \quad (4.12)$$

Se va proceda în același mod pentru fiecare microfotografie.

Pentru microfotografia A, rezultatele sunt centralizate în Tabelul 4.4.

Tabelul 4.4.

Clasa de dimensiuni i [μm]	Media clasei \bar{l}_i [μm]	Nr. distanțelor măsurate N_i	Frecvența relativă $f_r(i)$ [%]	Frecvența cumulată $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	2	0.727	0.727
8 - 11.2	9.6	3	1.091	1.818
11.2 - 16	13.6	6	2.182	4.000
16 - 22.4	19.2	10	3.636	7.636
22.4 - 32	27.2	34	12.364	20.000
32 - 44.8	38.4	46	16.727	36.727
44.8 - 64	54.4	57	20.727	57.454
64 - 89.6	76.8	52	18.909	76.363
89.6 - 128	108.8	44	16.000	92.363
128 - 179.2	153.6	16	5.818	98.181
179.2 - 256	217.6	5	1.818	99.999

Distanțele interinclusionale se presupun variabile aleatoare distribuite statistic după două legi de repartiție probabilistă : Weibull și Lognormală.

Datele din Tabelul 4.4. s-au prelucrat pe calculator cu ajutorul programului de calcul Table Curve 2D, obținându-se diagramele din Figurile 4.5, 4.6, 4.7, 4.8.

Reprezentarea grafică a frecvenței relative în funcție de media clasei de dimensiuni reprezintă diagrama densității de repartiție a distanțelor interinclusionare. În Figurile 4.5. și 4.6. sunt reprezentate diagramele densităților de repartiție pentru distribuția Weibull, respectiv Lognormală.

Reprezentarea grafică a frecvenței cumulate în funcție de media clasei de dimensiuni reprezintă diagrama funcției de repartiție a distanțelor interinclusionare. În Figurile 4.7. și 4.8. sunt reprezentate diagramele funcțiilor de repartiție pentru distribuția Weibull, respectiv Lognormală.

Caracteristicile fiecărei distribuții sunt prezentate deasupra diagramelor. Se observă că în cazul distribuției Weibull coeficientul de corelare este superior coeficientului de corelare al distribuției Lognormale.

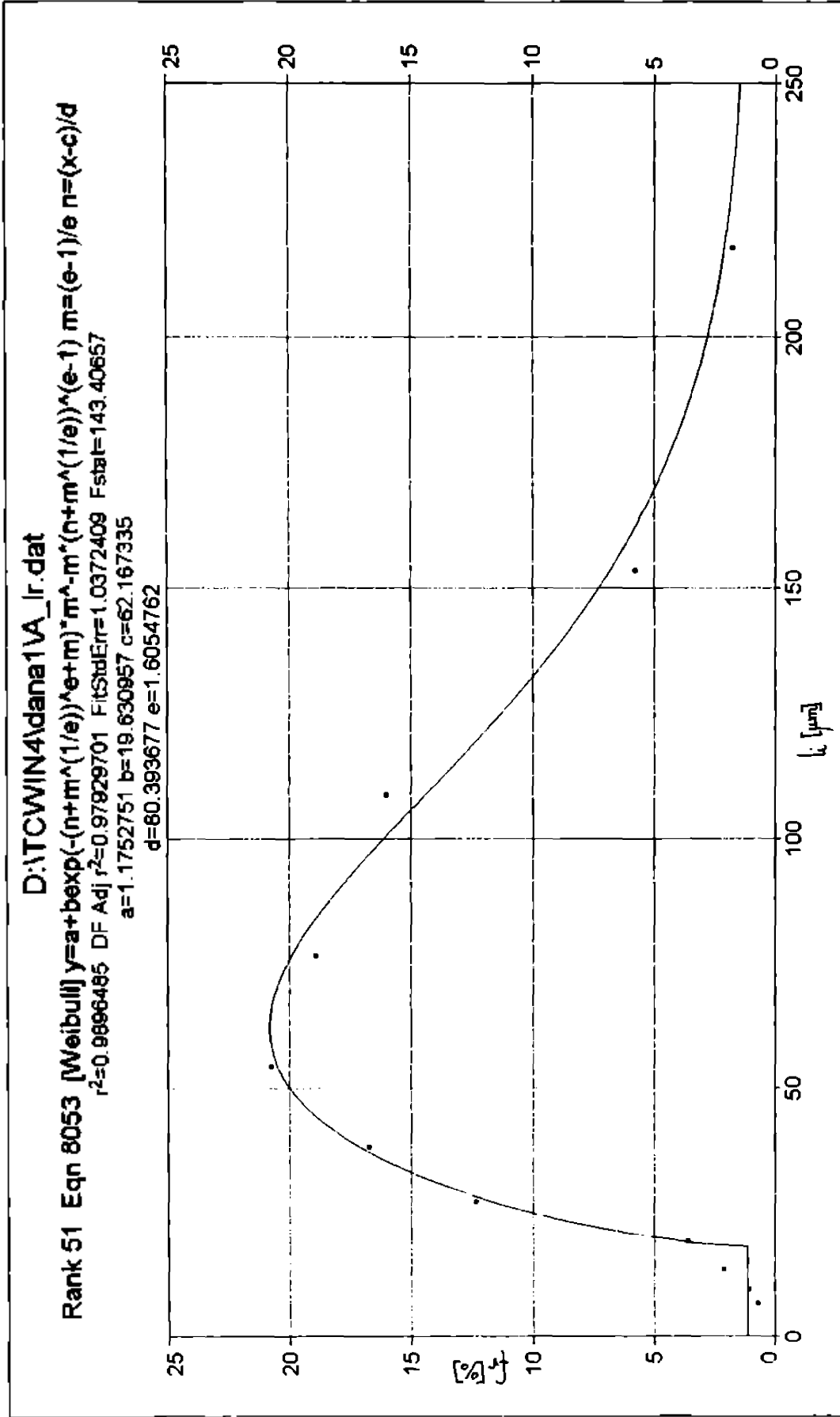


Fig.4.5

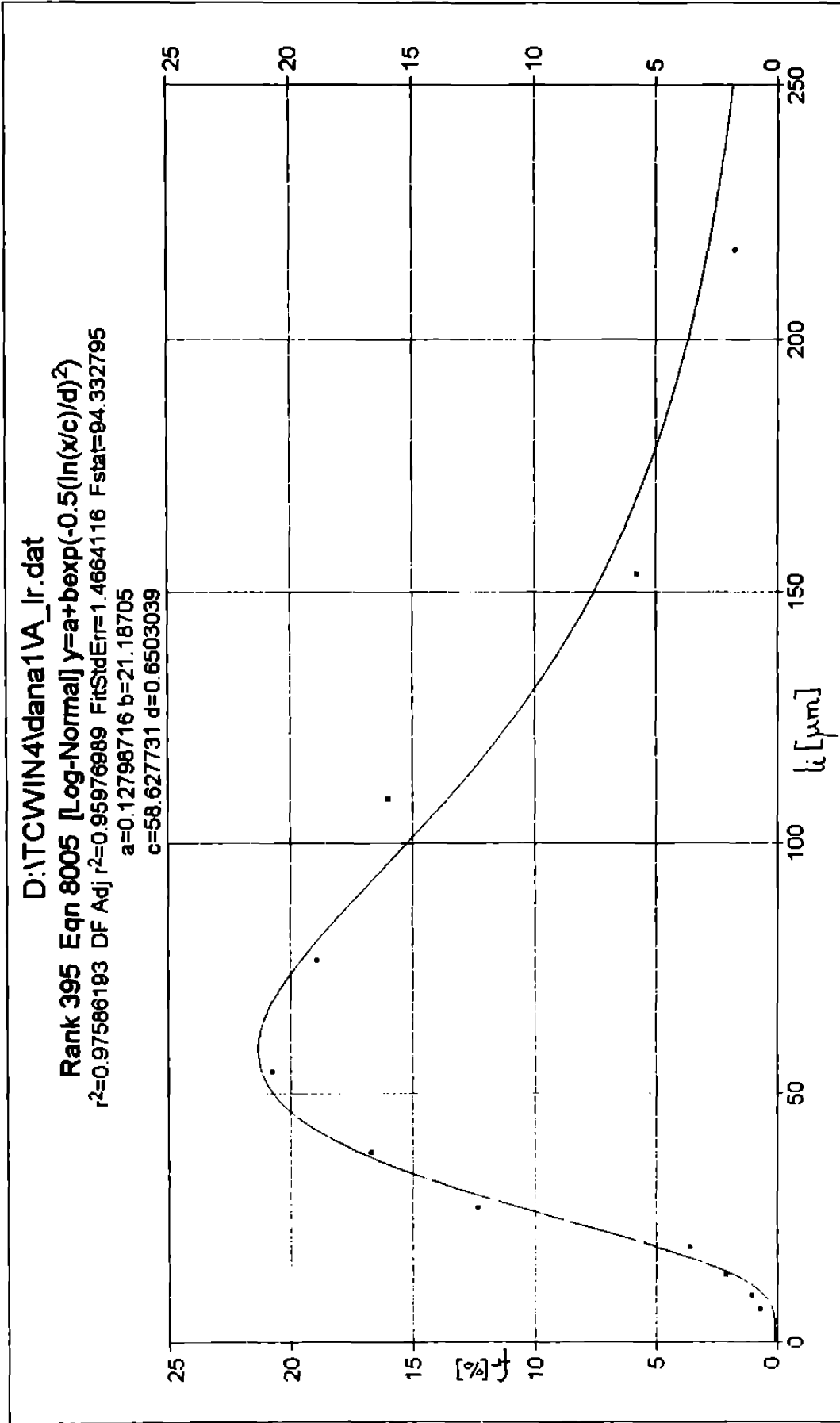


Fig.4.6

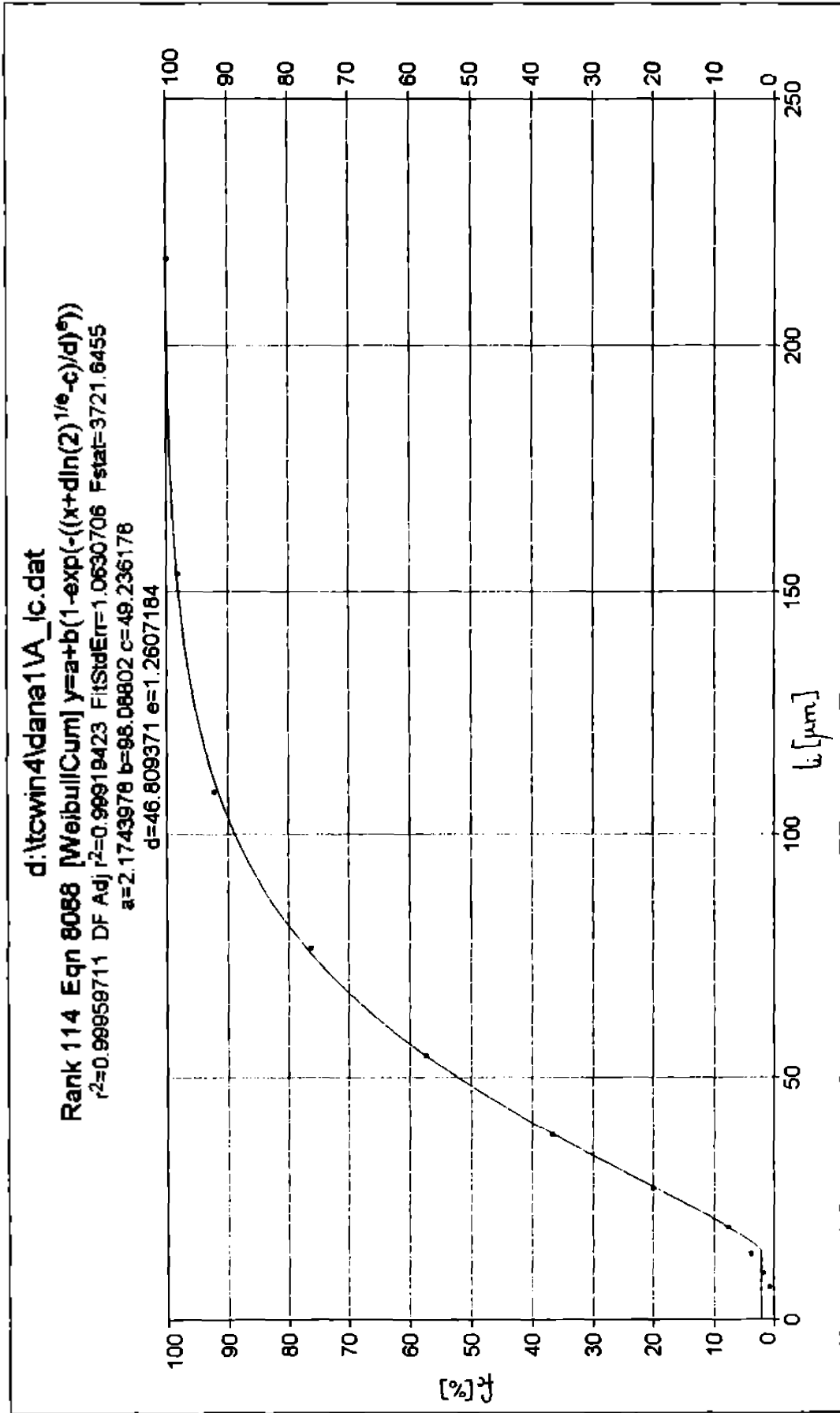


Fig.4.7

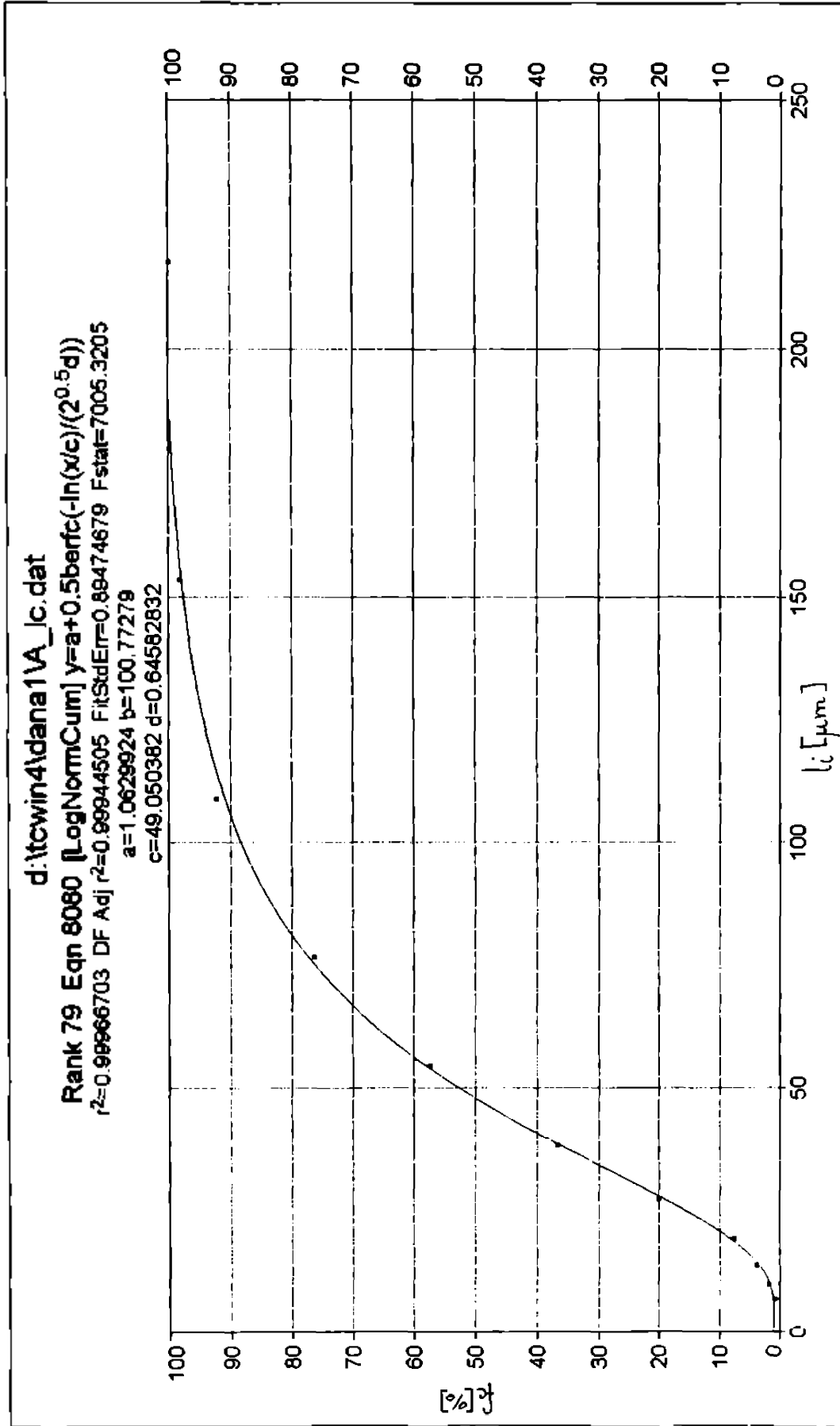


Fig.4.8

Diagramele funcțiilor de repartiție ne permit determinarea valorilor mediane ale distanțelor interincludionare în cazul celor două repartiții analizate. Valoarea mediană a distribuției reprezintă valoarea variabilei corespunzătoare frecvenței cumulate de 50%. Astfel, din Fig. 4.7. și Fig. 4.8. s-au determinat valorile mediane ale distanțelor interincludionare pentru cele două legi de distribuție probabilistă:

- distribuția Weibull: $\tilde{l}_A = 48,218[\mu m]$

- distribuția Lognormală: $\tilde{l}_A = 48,218[\mu m]$

4.3.1.2. Microfotografia B (Fig.4.9)

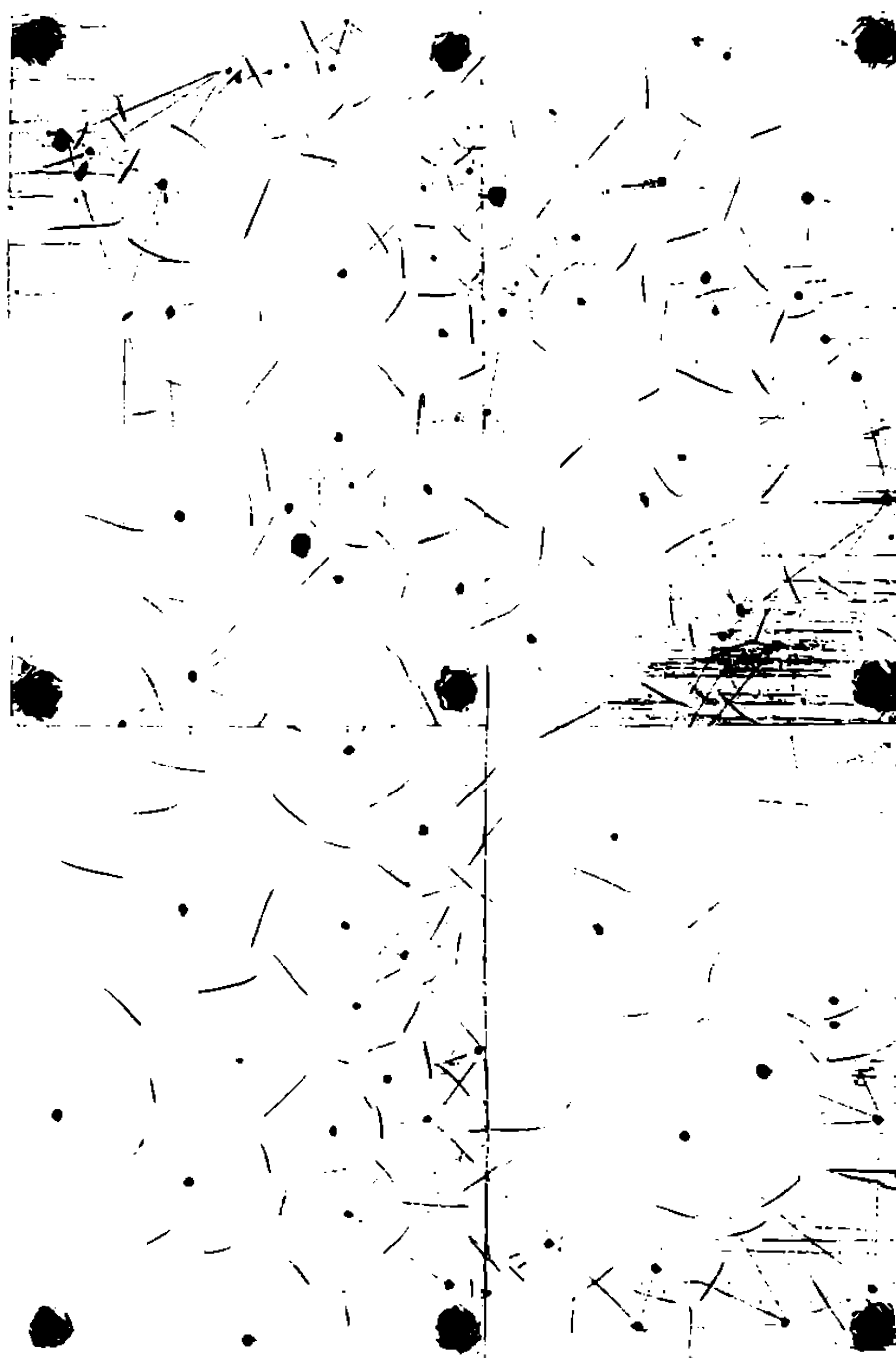


Fig.4.9. Microfractografia B, cu câmpurile 5,6,7,8.

Microfotografia B conține câmpurile de probă 5,6,7,8. Distanțele interinclusionare măsurate l_m și distanțele interinclusionare reale l , calculate cu relația (4.10), pentru proba B sunt trecute în tabelul 4.5.

Tabelul 4.5.

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
1	34.5	138
2	19	76
3	21	84
4	22	88
5	11	44
6	15.5	62
7	19	76
8	24.5	98
9	17	68
10	9.5	38
11	12	48
12	16	54
13	21.5	86
14	27	108
15	15.5	62
16	7.5	30
17	16.5	66
18	10.5	42
19	22.5	90
20	21.5	86
21	14	56
22	9.5	38
23	5	20
24	19	76
25	15.5	62

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
26	8	32
27	17	68
28	22	88
29	26.5	106
30	29	116
31	16.5	66
32	12.5	50
33	11	44
34	21.5	86
35	25	100
36	32.5	130
37	21	84
38	15.5	62
39	23	92
40	10.5	42
41	22	88
42	31	124
43	21	84
44	25	100
45	30	120
46	51	204
47	29	116
48	22	88
49	16	64
50	14	56

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
51	37	148
52	24	96
53	37.5	150
54	25	100
55	28.5	114
56	31.5	126
57	36	144
58	46	184
59	3	12
60	13.5	54
61	21.5	86
62	31	124
63	27	108
64	18.5	74
65	19	76
66	13	52
67	13.5	54
68	12.5	50
69	10.5	42
70	11.5	46
71	32.5	130
72	26	104
73	28.5	114
74	4	16
75	22.5	90

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
76	6	24
77	6.5	26
78	24	96
79	27	108
80	13.5	54
81	23.5	94
82	27	108
83	21	84
84	19	76
85	15.5	62
86	7	28
87	6	24
88	23	92
89	17.5	70
90	7.5	30
91	24	96
92	15	60
93	19	76
94	7.5	30
95	14.5	62
96	17	68
97	16	64
98	23.5	94
99	9	36
100	23	92
101	18.5	74
102	22.5	90
103	11.5	46
104	26	104
105	18.5	74

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
106	16.5	66
107	4.5	18
108	13.5	54
109	21	84
110	19	76
111	18	72
112	17	68
113	14	56
114	23	92
115	12	48
116	11.5	46
117	8.5	34
118	11.5	46
119	16	64
120	8	32
121	8	32
122	8.5	34
123	10	40
124	8	32
125	11	44
126	9	36
127	11.5	46
128	11	44
129	5.5	22
130	4.5	18
131	5	20
132	12	48
133	23	92
134	21.5	86
135	25	100

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
136	5	20
137	20	80
138	19	76
139	23	92
140	5.5	22
141	6	24
142	3.5	14
143	5	20
144	11.5	46
145	19.5	78
146	23	92
147	9	36
148	10	40
149	11.5	46
150	12	48
151	15	60
152	15	60
153	11.5	46
154	15	60
155	12	48
156	9	36
157	5	20
158	6.5	26
159	15	60
160	9.5	38
161	16.5	66
162	7	28
163	6.5	26
164	2	8
165	23	92

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
166	20	80
167	3	12
168	11	44
169	25	100
170	12	88
171	16	64
172	17	68
173	24	96
174	26	104
175	21	84
176	19	76
177	13	52
178	10	40
179	8	32

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
180	22.5	90
181	11.5	46
182	8.5	34
183	10	40
184	13.5	54
185	15	60
186	15.5	62
187	11.5	46
188	6	24
189	22	88
190	15.5	62
191	6	24
192	21.5	86
193	22	88

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
194	11	44
195	9	39
196	52	208
197	27	108
198	21.5	86
199	8.5	34
200	4.5	18
201	3	12
202	11	44

Numărul total de măsurători pentru microfotografia B este $N = 202$.

Numărul distanțelor interincludionare măsurate, pe clase de dimensiuni, precum și frecvențele relative și cumulate pe clase de dimensiuni, calculate cu relațiile (4.11), respectiv (4.12), pentru microfotografia B, sunt prezentate în Tabelul 4.6.

Tabelul 4.6.

Clasa de dimensiuni [μm]	Media clasei [μm]	Nr. distanțe N_i	Frecv. rel. $f_r(i)$ [%]	Frecv. cumul. $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	0	0	0
8 - 12.2	9.6	3	1.485	1.485
12.2 - 16	13.6	4	1.980	3.465
16 - 22.4	19.2	10	4.950	8.415
22.4 - 32	27.2	16	7.921	16.336
32 - 44.8	38.4	29	14.356	30.692
44.8 - 64	54.4	46	22.772	53.464
64 - 89.6	76.8	47	23.267	76.731
89.6 - 128	108.8	38	18.812	95.543
128 - 179.2	153.6	6	2.970	98.513
179.2 - 256	217.6	3	1.485	99.998

În continuare, datele experimentale obținute se ajustează după cele două legi de repartiție probabiliste analizate: Weibull, respectiv Lognormală, cu ajutorul programului de calcul Table Curve 2D. Se obțin astfel diagramele densităților de repartiție din Fig.4.10, 4.11. și diagramele funcțiilor de repartiție din Fig.4.12, 4.13.

Mărimile caracteristice ale repartițiilor sunt prezentate deasupra diagramelor.

Valorile mediane ale distanțelor interincludionare pentru cele două legi de repartiție sunt:

- pentru distribuția Weibull: $\tilde{l}_B = 52,411 [\mu\text{m}]$

- pentru distribuția Lognormală: $\tilde{l}_B = 50,839 [\mu\text{m}]$

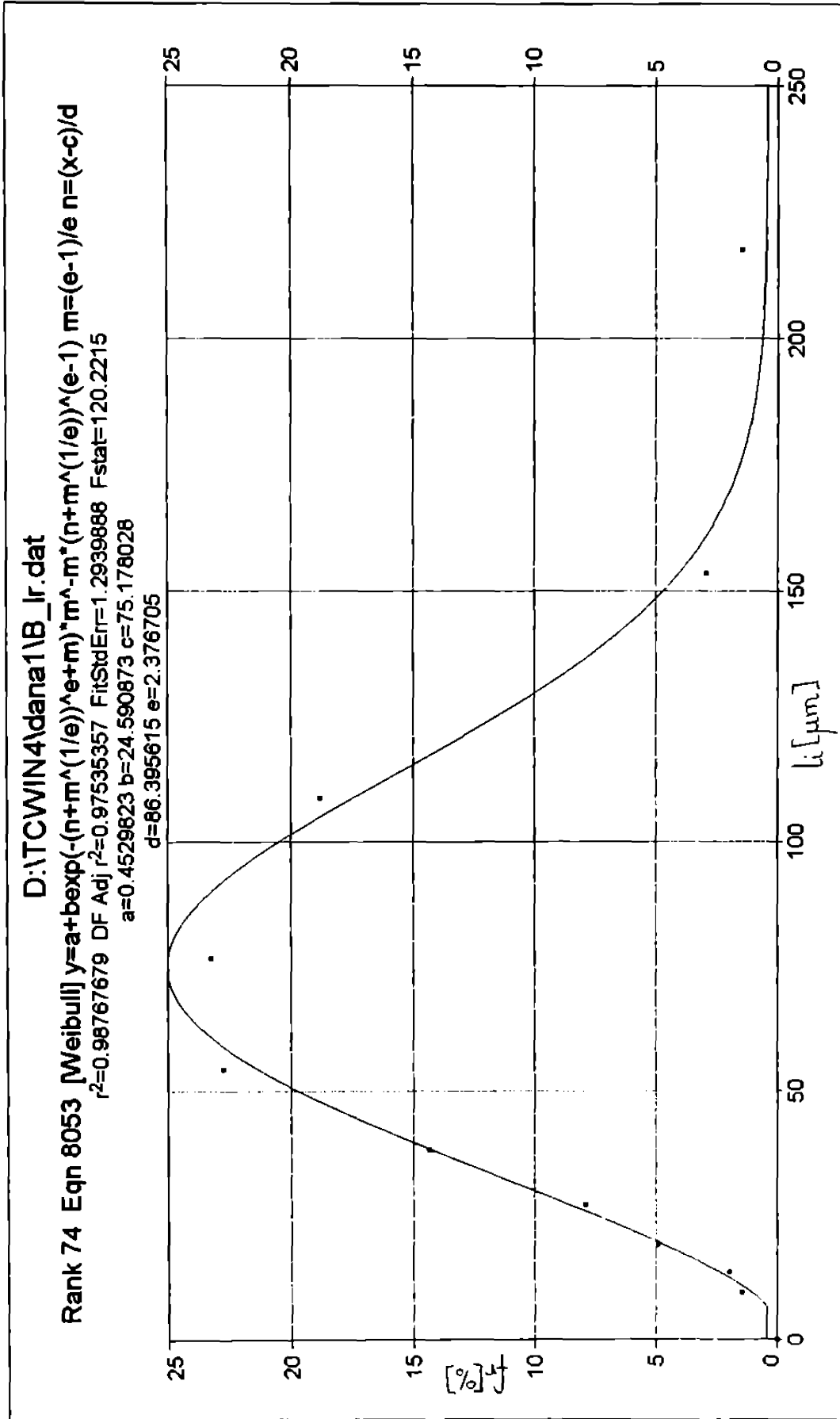


Fig.4.10

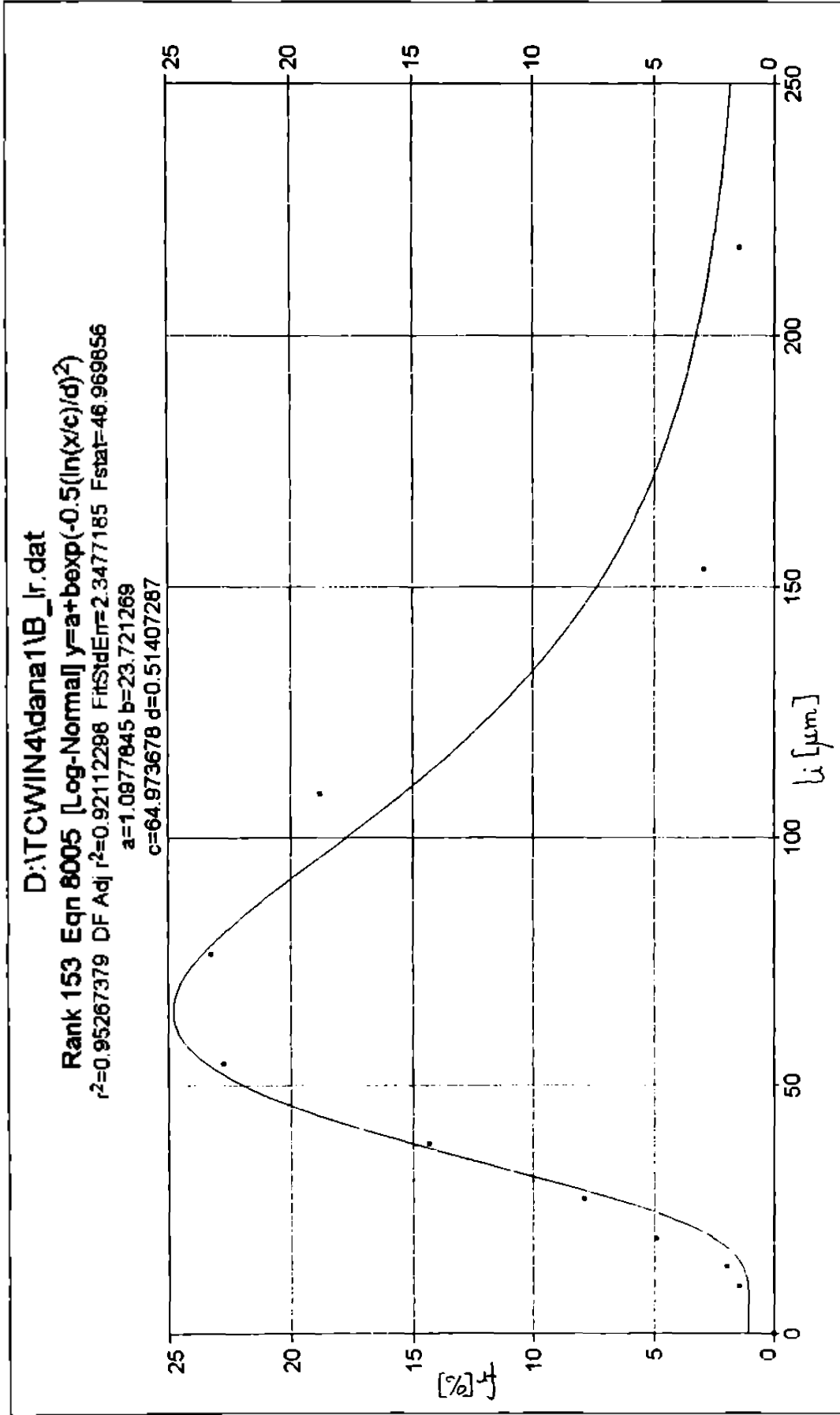


Fig. 4.11

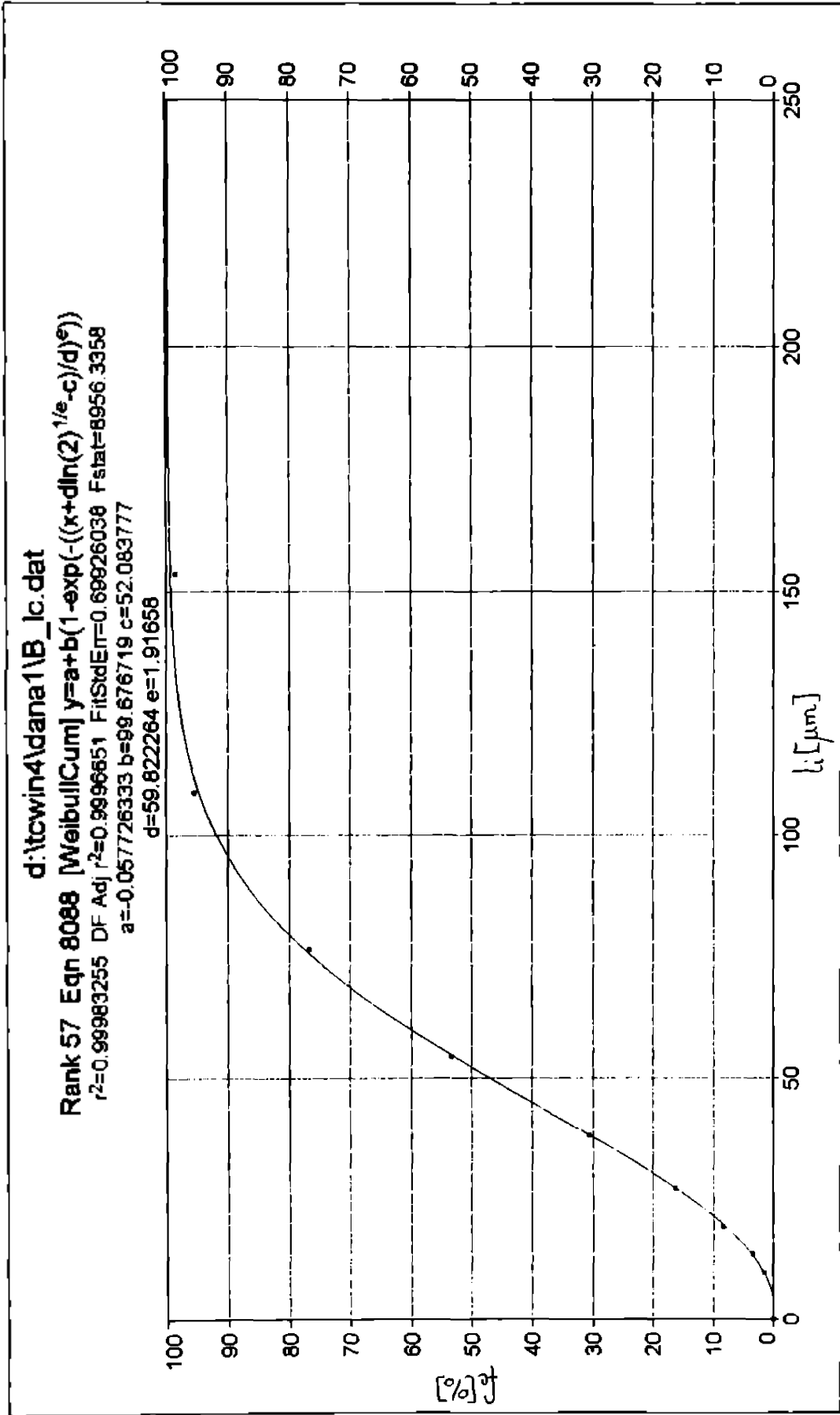


Fig.4.12

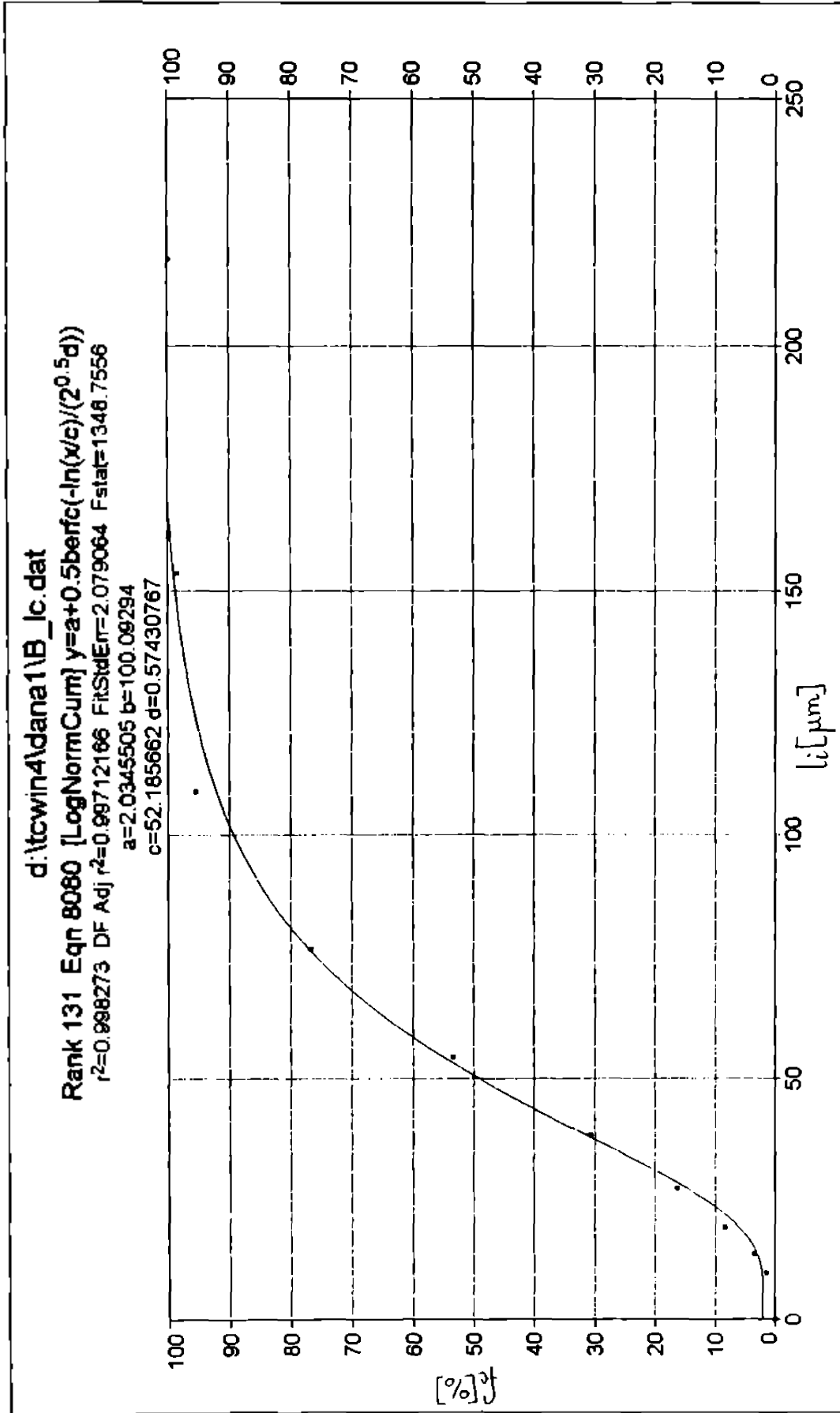


Fig.4.13

4.3.1.3. *Microfotografia C* (Fig.4.14)

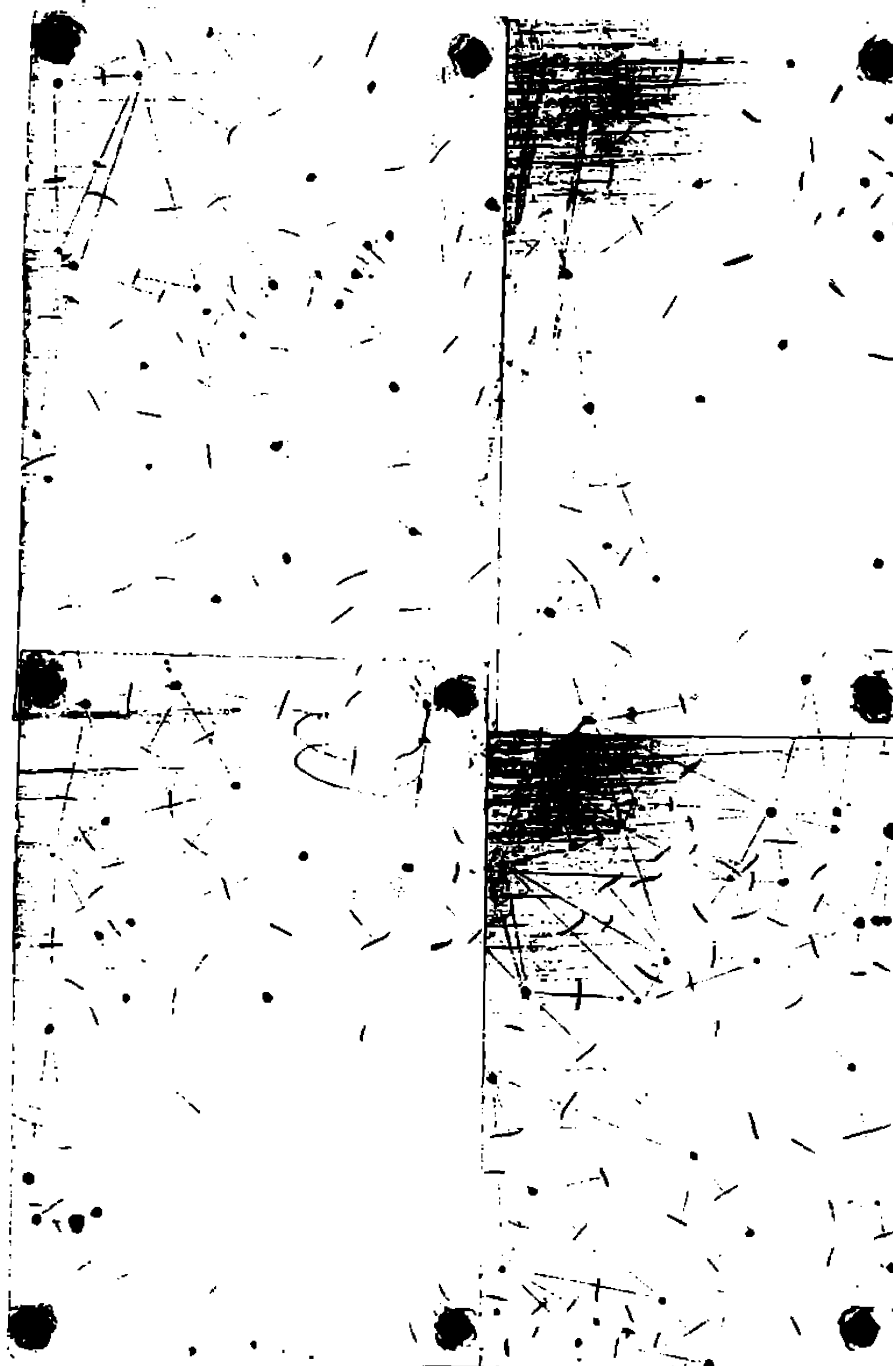


Fig.4.14. Microfotografia C, cu câmpurile 9,10,11,12.

Microfotografia C conține câmpurile de probă 9,10,11,12. Distanțele interincludionare măsurate l_m și distanțele interincludionare reale l , calculate cu relația (4.10), pentru proba C sunt trecute în Tabelul 4.7.

Tabelul 4.7.

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
1	13	52
2	9.5	38
3	7	28
4	14	56
5	21	84
6	19	76
7	21	84
8	21.5	86
9	19.5	78
10	11.5	46
11	17.5	70
12	32	128
13	29	116
14	31.5	126
15	12.5	50
16	29.5	118
17	23	92
18	23	92
19	23.5	94
20	22.5	90
21	13.5	54
22	10	40
23	28.5	114
24	11.5	46
25	17.5	70

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
26	27	108
27	26.5	106
28	19	76
29	14	56
30	11	44
31	7	28
32	24	96
33	17.5	70
34	26	104
35	14	56
36	17	68
37	23	92
38	18	72
39	4	16
40	3	12
41	4	16
42	3	12
43	2.5	10
44	29.5	118
45	22	88
46	21.5	86
47	12.5	50
48	18	72
49	8.5	34
50	3	12

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
51	6.5	26
52	4	16
53	9	36
54	19	76
55	22	88
56	21.5	86
57	26	104
58	19	76
59	14	56
60	9	36
61	14	56
62	34	136
63	24	96
64	14	56
65	12	48
66	5	20
67	8	32
68	10	40
69	13	52
70	22	88
71	23	92
72	9.5	38
73	21.5	86
74	20	80
75	9	36

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
76	9.5	38
77	20.5	82
78	31.5	126
79	13	52
80	27.5	110
81	25	100
82	24.5	98
83	9.5	38
84	3	12
85	24	96
86	20	80
87	15	60
88	17.5	70
89	16	64
90	8	32
91	7.5	30
92	7	28
93	5	20
94	9.5	38
95	12.5	50
96	20	80
97	12.5	50
98	15.5	62
99	14.5	58
100	13	52
101	7	28
102	9.5	38
103	13	52
104	22	88
105	21	84

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
106	22.5	90
107	38	152
108	26	104
109	31	124
110	32.5	130
111	9.5	38
112	11	44
113	25	100
114	18	72
115	29.5	118
116	16	64
117	14	56
118	25	100
119	11	44
120	29.5	118
121	12	48
122	19.5	78
123	16.5	66
124	19	76
125	14	56
126	31.5	126
127	17	68
128	24	96
129	8	32
130	13	52
131	21	84
132	23.5	94
133	10	40
134	19.5	78
135	9	36

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
136	8.5	34
137	6	24
138	13	52
139	11	44
140	9	36
141	14.5	58
142	11	44
143	18	72
144	31.5	126
145	47	188
146	31	124
147	18	72
148	23.5	94
149	29.5	119
150	24	96
151	19	76
152	33	132
153	27	108
154	20	80
155	21.5	86
156	26	104
157	5	20
158	7	28
159	9.5	38
160	8	32
161	7	28
162	23	92
163	26	104
164	23	92
165	10	40

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
166	11.5	46
167	8	32
168	25	100
169	11.5	46
170	20	80
171	13	52
172	13.5	54
173	8.5	34
174	15.5	62
175	16.5	66
176	22	88
177	19	76
178	19.5	78
179	17.5	70
180	9	36
181	18	72
182	25.5	102
183	12.5	102
184	24.5	98
185	27	108
186	18.5	74

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
187	9	36
188	18	72
189	23	92
190	27	108
191	19	76
192	18	72
193	20	80
194	16	64
195	13	52
196	11	44
197	10.5	42
198	13.5	54
199	6.5	26
200	7	28
201	8.5	34
202	11.5	46
203	18	72
204	28	112
205	22	88
206	10	40
207	19	76

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
208	14	56
209	15	60
210	14.5	58
211	31	124
212	27	108
213	23	92
214	12	48
215	9	36
216	17	68
217	16	64
218	24	96
219	22	88
220	6.5	26
221	18	72
222	19.5	78
223	12	48
224	14	56
225	3	12
226	17	68
227	19	76

Numărul total de măsurători este $N = 227$.

Numărul distanțelor interinclusionare măsurate, frecvențele relative și cumulate pe clase de dimensiuni, sunt prezentate în Tabelul 4.8.

Tabelul 4.8.

Clasa de dimensiuni [μm]	Media clasei \bar{l}_i [μm]	Nr. dist. N_i	Frecv. rel. $f_r(i)$ [%]	Frecv. cumul. $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	0	0	0
8 - 12.2	9.6	4	1.762	1.762
12.2 - 16	13.6	4	1.762	3.524
16 - 22.4	19.2	5	2.202	5.726
22.4 - 32	27.2	18	7.929	13.655
32 - 44.8	38.4	32	14.097	27.752
44.8 - 64	54.4	47	20.705	48.502
64 - 89.6	76.8	64	28.194	76.696
89.6 - 128	108.8	46	20.264	96.960
128 - 179.2	153.6	6	2.643	99.603
179.2 - 256	217.6	1	0.440	100

Datele din Tabelul 4.8. se prelucrează pe calculator cu ajutorul programului de calcul Table Curve 2D după cele două legi de repartiție Weibull și Lognormală. Se obțin diagramele densităților de repartiție din Fig.4.15, 4.16. și diagramele funcțiilor de repartiție din Fig.4.17, 4.18. Deasupra diagramele sunt prezentate mărimile caracteristice ale distribuțiilor.

Din diagramele funcțiilor de repartiție se obțin valorile mediane ale distanțelor interinclusionale:

- repartiția Weibull: $\bar{l}_C = 55,556 [\mu\text{m}]$

- repartiția Lognormală: $\bar{l}_C = 53,459 [\mu\text{m}]$

Se observă că în cazul repartiției Weibull coeficientul de corelare este mult mai bun decât în cazul repartiției Lognormale.

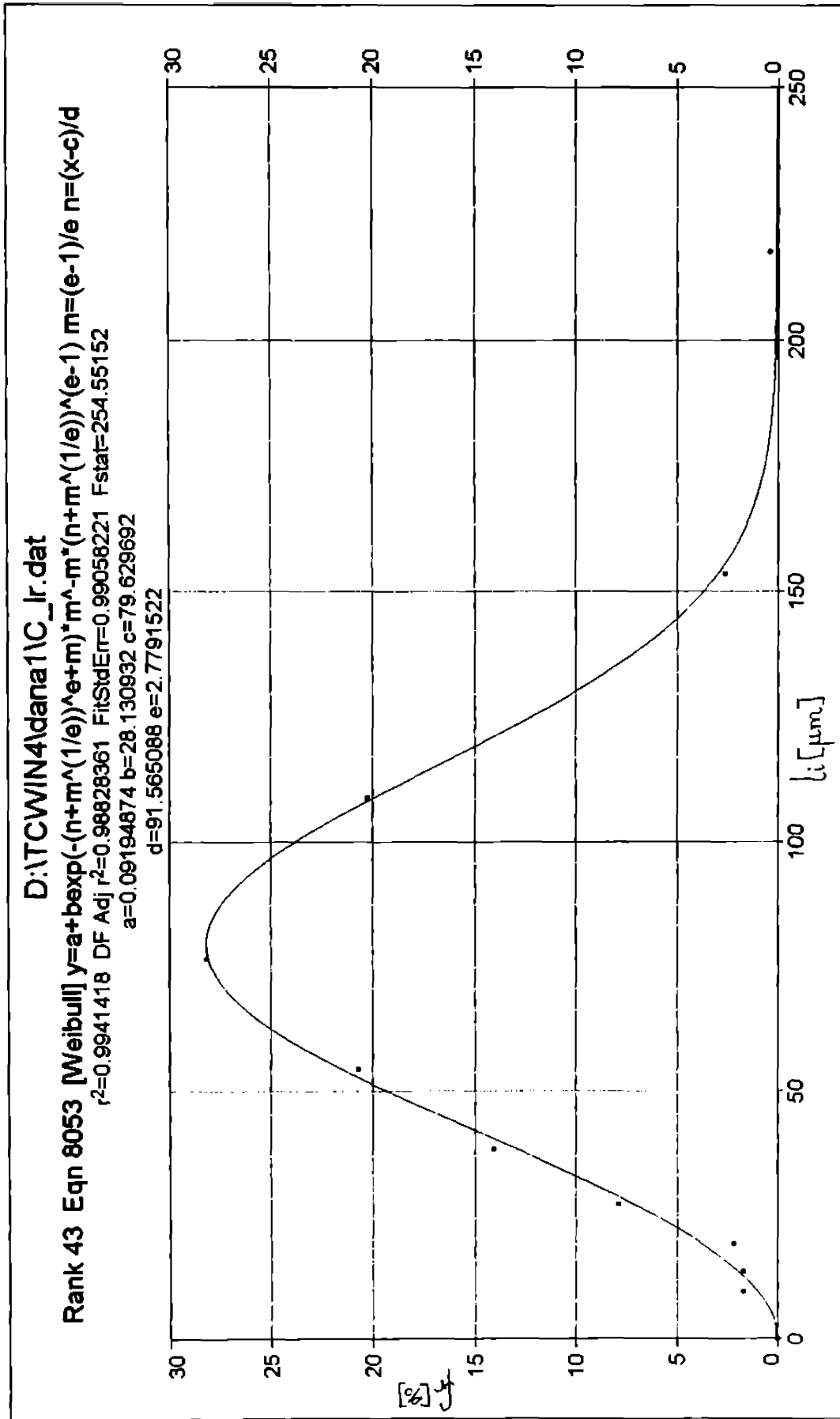


Fig.4.15

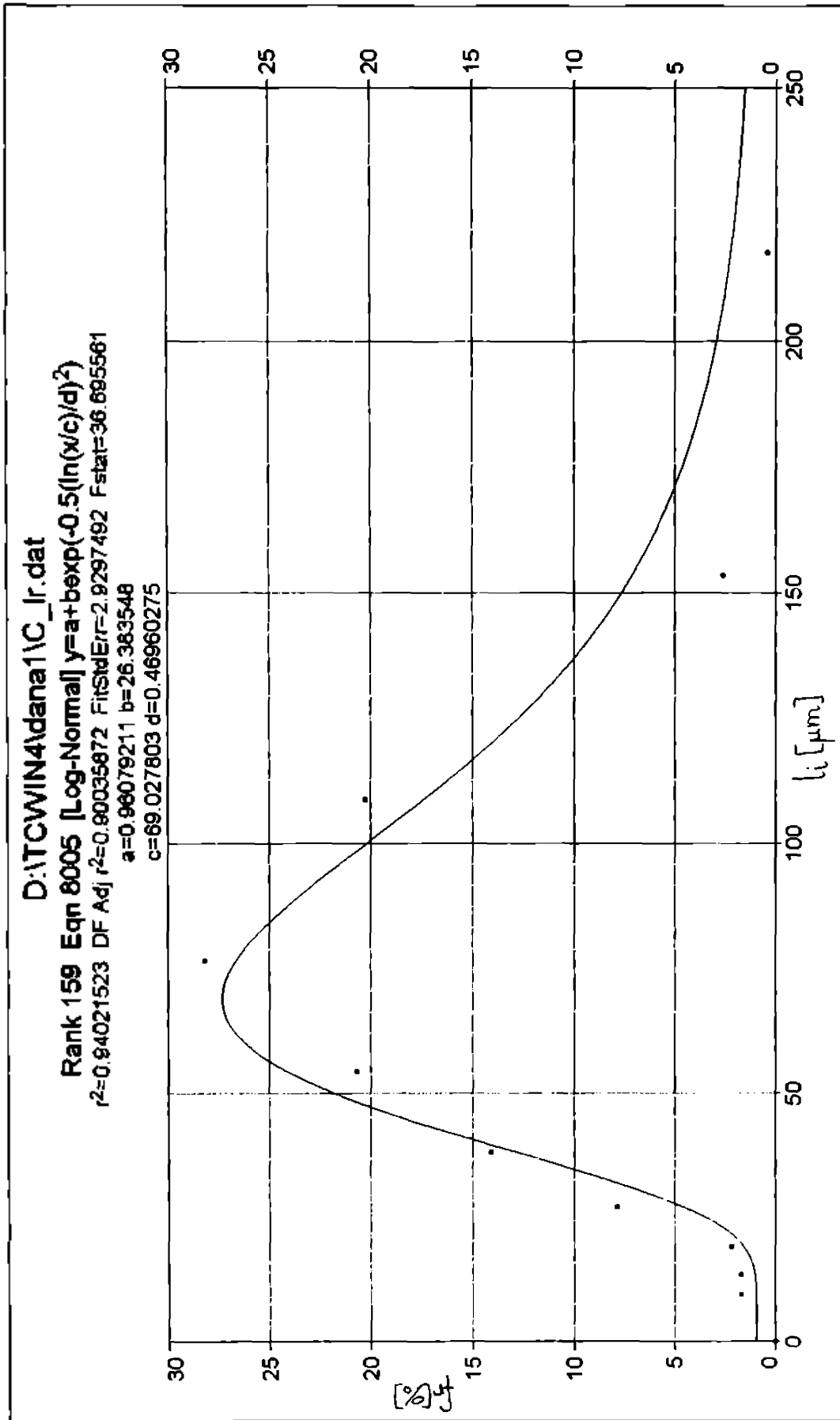


Fig.4.16

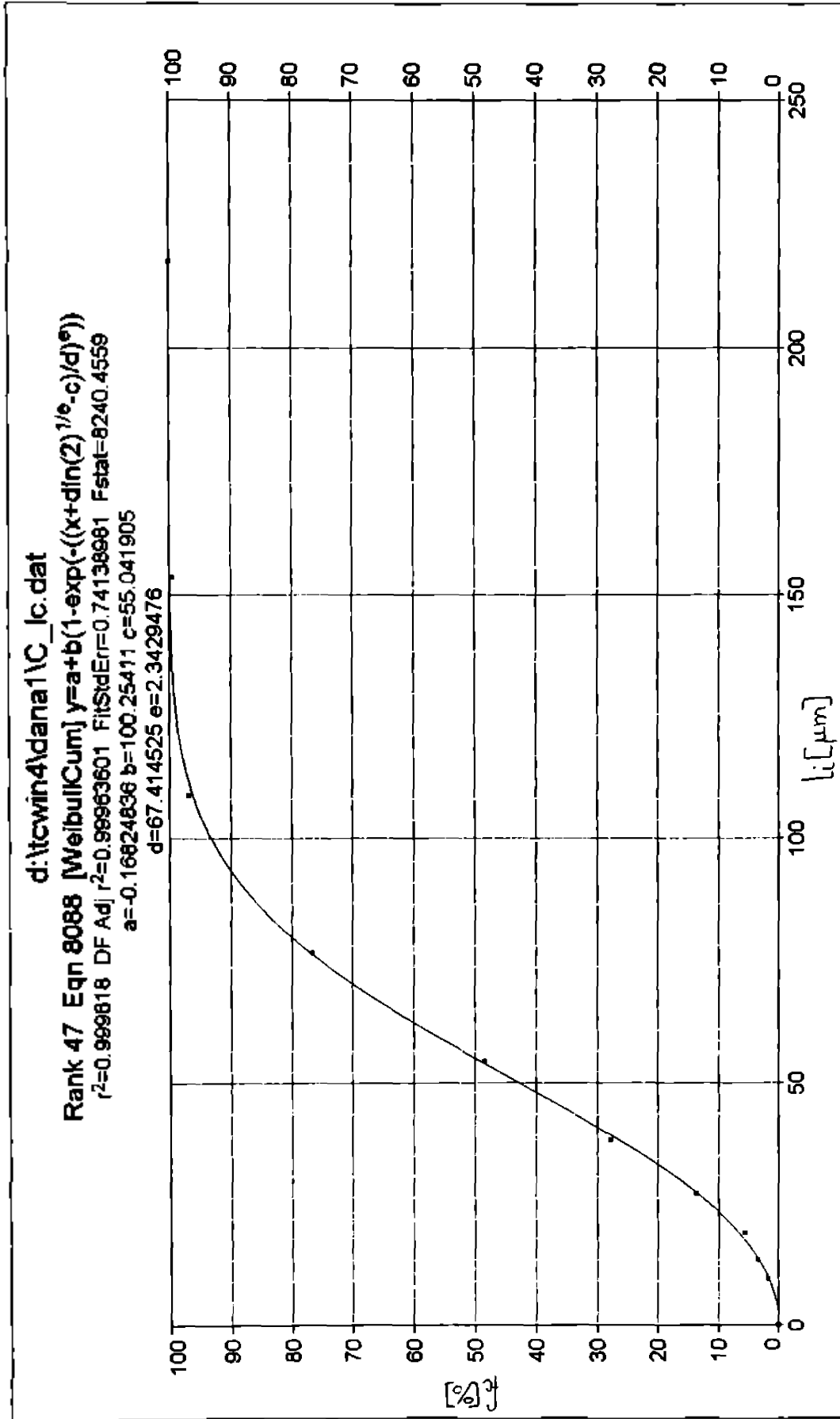


Fig.4.17

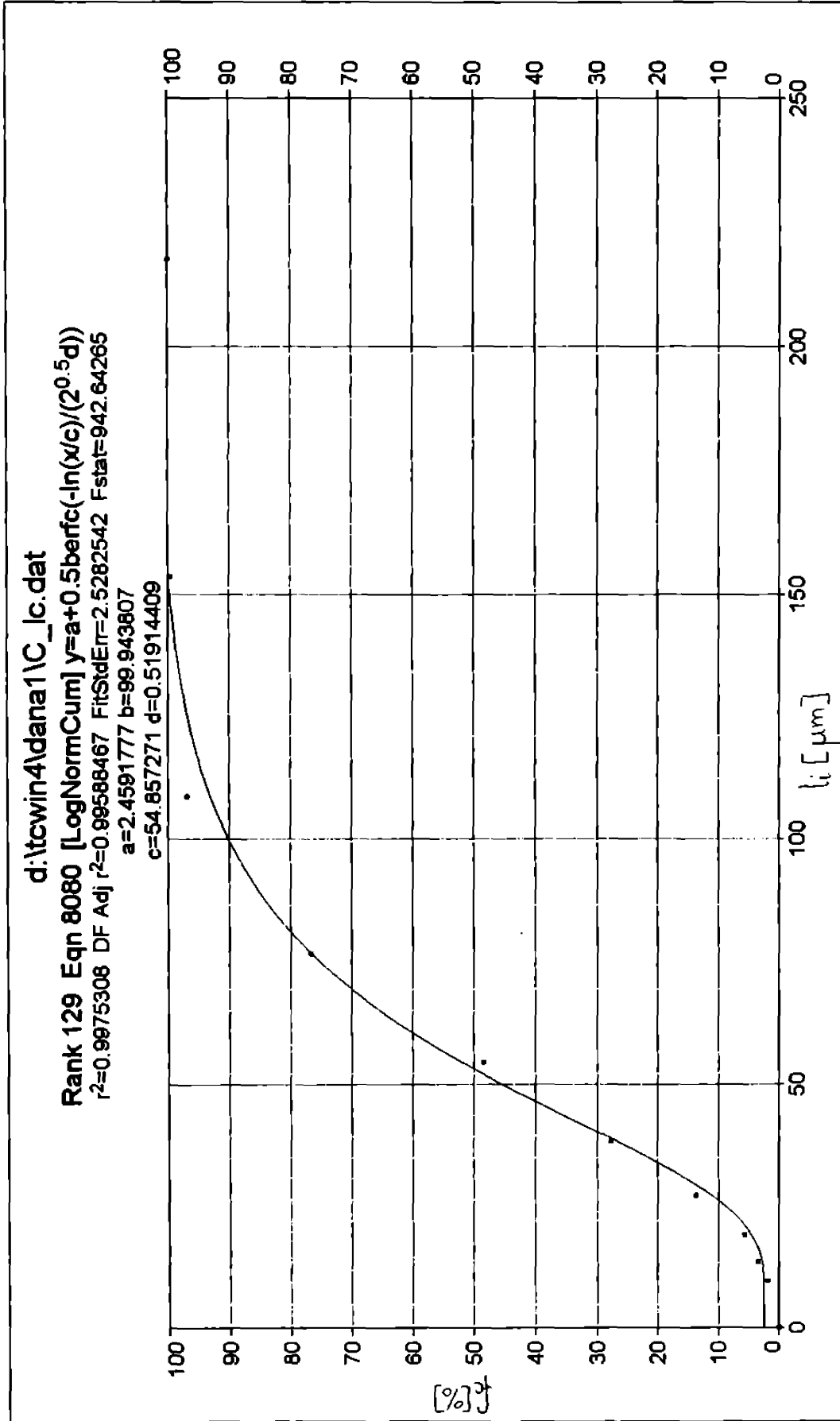


Fig.4.18

4.3.1.4. Microfotografia *D* (Fig.4.19)

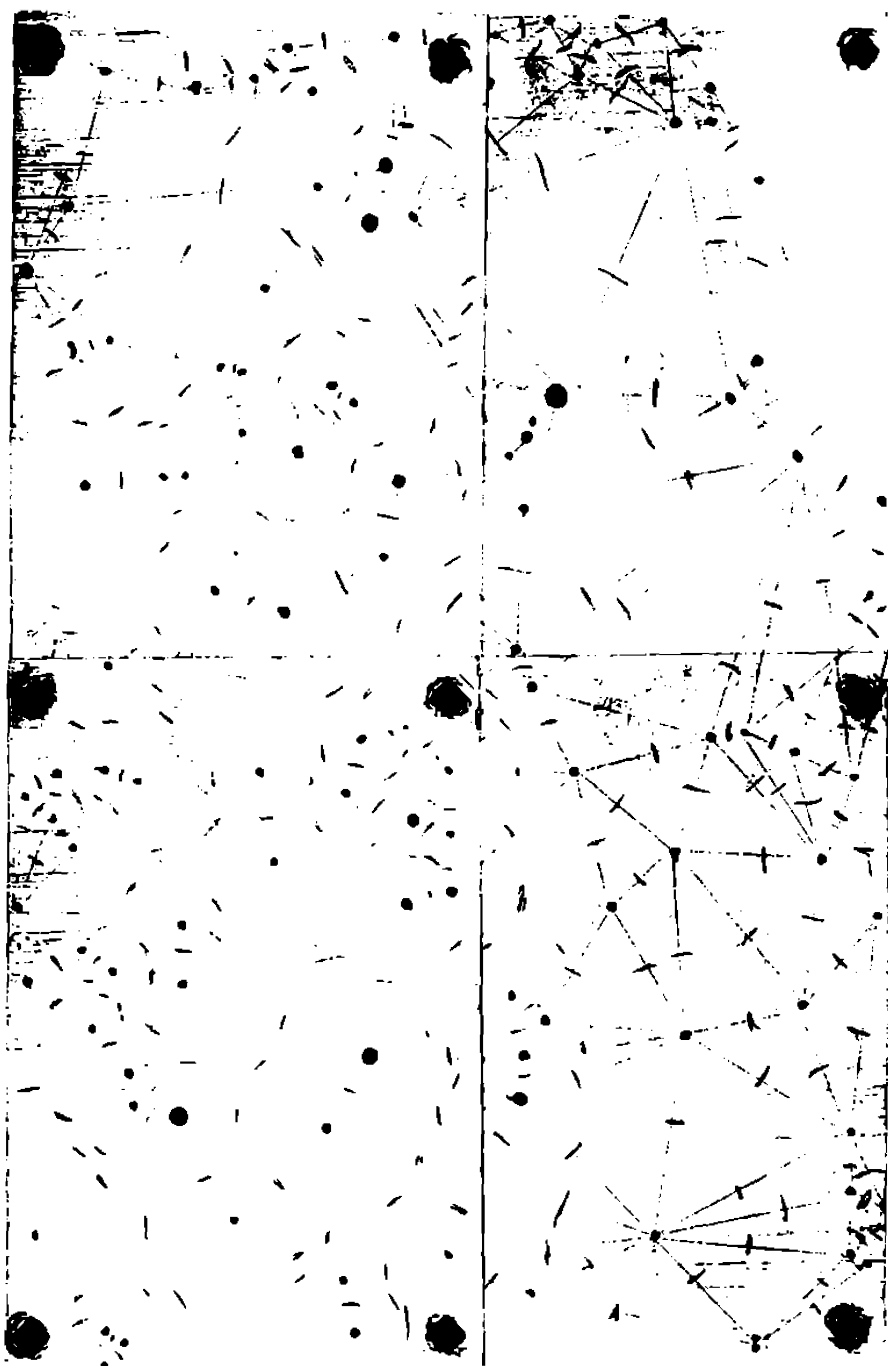


Fig.4.19. Microfotografia *D*, cu câmpurile 13,14,15,16

Microfotografia *D* conține câmpurile de probă 13,14,15,16. Distanțele interinclusionare măsurate l_m și distanțele interinclusionare reale l , calculate cu relația (4.10), pentru proba *D* sunt trecute în tabelul 4.9.

Tabelul 4.9.

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
1	44	176
2	23	92
3	31	124
4	13	52
5	10.5	42
6	5.5	22
7	6	24
8	7.5	30
9	9.5	38
10	11	44
11	13.5	54
12	10.5	42
13	31	124
14	34.5	138
15	38	152
16	36	144
17	13	52
18	6	24
19	8.5	34
20	9.5	38
21	12	48
22	10	40
23	27	108
24	25	100
25	12	48

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
26	22.5	90
27	15	60
28	11.5	46
29	13	52
30	9	36
31	9.5	38
32	12	48
33	9	36
34	24	96
35	12.5	50
36	18	72
37	28.5	114
38	6	24
39	31.5	126
40	13	52
41	34	136
42	22.5	90
43	21	84
44	16	64
45	8	32
46	9.5	38
47	7	28
48	11.5	46
49	15	60
50	31	124

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
51	33	132
52	20	80
53	27	108
54	17	68
55	27	108
56	9	36
57	18	72
58	13	52
59	11	44
60	28	112
61	5	20
62	21.5	86
63	18.5	74
64	3.5	14
65	20.5	82
66	7.5	30
67	8	32
68	11.5	46
69	12	48
70	14.5	58
71	13	52
72	9.5	38
73	11	44
74	4	16
75	13.5	54

4. Cercelări experimentale în mecanică locală a rupei

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
76	17	68
77	19.5	78
78	20.5	82
79	19	76
80	7	28
81	9.5	38
82	15.5	62
83	15.5	62
84	19	76
85	18	72
86	20	80
87	9.5	38
88	21.5	86
89	23.5	94
90	32	128
91	40	120
92	16	64
93	7.5	30
94	13	52
95	15	60
96	5	20
97	6.5	26
98	7	28
99	9	36
100	5.5	22
101	12	48
102	14.5	58
103	10	40
104	13	52
105	16	64

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
106	17.5	70
107	11.5	46
108	10	40
109	6	24
110	27	108
111	25.5	102
112	15.5	62
113	19.5	78
114	19.5	78
115	9.5	38
116	9	36
117	8.5	34
118	14	56
119	19	76
120	12	48
121	13	52
122	16	64
123	26.5	106
124	25.5	102
125	8	32
126	7.5	30
127	12.5	50
128	12.5	50
129	13	52
130	16.5	66
131	9.5	38
132	10.5	42
133	21.5	86
134	18	72
135	19	76

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
136	21.5	86
137	7.5	30
138	6	24
139	9.5	38
140	18.5	74
141	17.5	70
142	19	76
143	29.5	118
144	21	84
145	26	104
146	9.5	38
147	16	64
148	14.5	58
149	11	44
150	20.5	82
151	22	88
152	29.5	118
153	35	140
154	12	48
155	13.5	54
156	6	24
157	12.5	50
158	23.5	94
159	15	60
160	12.5	50
161	5.5	22
162	7	28
163	6.5	26
164	7	28
165	8.5	34

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
166	20.5	82
167	15	60
168	17.5	70
169	13.5	54
170	15	60
171	35.5	142
172	37.5	150
173	16	64
174	15	60
175	5.5	22
176	18.5	74
177	23	92
178	17	68
179	14	56
180	21.5	86
181	18.5	74
182	4	16
183	6	24
184	13.5	54
185	8.5	34
186	11.5	46
187	19.5	78
188	18	72
189	21	84
190	23.5	94
191	19	76
192	16.5	66
193	17	68
194	20	80
195	18.5	74

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
196	16.5	66
197	11	44
198	12	48
199	14	56
200	16	64
201	7	28
202	5.5	22
203	7.5	30
204	12	48
205	10	40
206	8.5	34
207	10	40
208	10	40
209	7.5	30
210	5.5	22
211	22	88
212	6.5	26
213	14.5	58
214	17.5	70
215	19.5	78
216	19	76
217	19	76
218	20.5	82
219	11	44
220	11.5	46
221	16	64
222	22	88
223	19.5	78
224	25.5	102
225	10	40

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
226	24	96
227	12	48
228	21.5	86
229	12	48
230	22	88
231	16	64
232	15	60
233	7.5	30
234	7	28
235	22	88
236	20.5	82
237	21.5	86
238	4.5	18
239	5	20
240	3	12
241	21.5	86
242	15.5	62
243	5.5	22
244	5	20
245	7.5	30
246	23	92
247	21.5	86
248	23	92
249	27	108
250	9	36
251	32	128
252	9.5	38
253	6	24
254	8.5	34
255	10	40

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
256	32.5	130
257	14	56
258	16	64
259	25	100
260	7	28
261	8.5	34
262	18	72
263	20.5	82
264	21	84
265	24.5	98

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
266	26	104
267	15.5	62
268	15	60
269	17	64
270	28	112
271	10	40
272	8.5	34
273	5	20
274	7	28
275	8	32

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
276	18	72
277	16.5	66
278	25	100
279	25.5	102
280	27.5	110
281	24	94
282	24	94
283	18.5	74

Numărul total de măsurători este $N = 283$.

Numărul distanțelor interincludionare măsurate, frecvența relativă și cumulată, pe clase de dimensiuni sunt prezentate în Tabelul 4.10.

Tabelul 4.10.

Clasa de dimensiuni [μm]	Media clasei \bar{l}_i [μm]	Nr. distanțe N_i	Frecv. rel. $f_r(i)$ [%]	Frecv. cumul. $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	0	0	0
8 - 12.2	9.6	1	0.353	0.353
12.2 - 16	13.6	3	1.060	1.413
16 - 22.4	19.2	12	4.240	5.653
22.4 - 32	27.2	34	12.014	17.667
32 - 44.8	38.4	43	15.194	32.861
44.8 - 64	54.4	72	25.442	58.303
64 - 89.6	76.8	68	24.028	82.331
89.6 - 128	108.8	40	14.134	96.465
128 - 179.2	153.6	10	3.534	99.999
179.2 - 256	217.6	0	0	0

Cu programul Table Curve 2D se prelucrează pe calculator datele din Tabelul 4 10, după cele două legi de distribuție Weibull și Lognormală. Se obțin diagramele din Fig.4.20, 4.21, pentru densitățile de repartiție și diagramele din Fig.4.22, 4.23, pentru funcțiile de repartiție. Mărimile caracteristice repartițiilor sunt prezentate deasupra diagramelor.

Valorile mediane ale distanțelor interincludionare pentru cele două legi de distribuție sunt:

- distribuția Weibull: $\tilde{l}_D = 48,795 [\mu m]$

- distribuția Lognormală. $\tilde{l}_D = 48,061 [\mu m]$

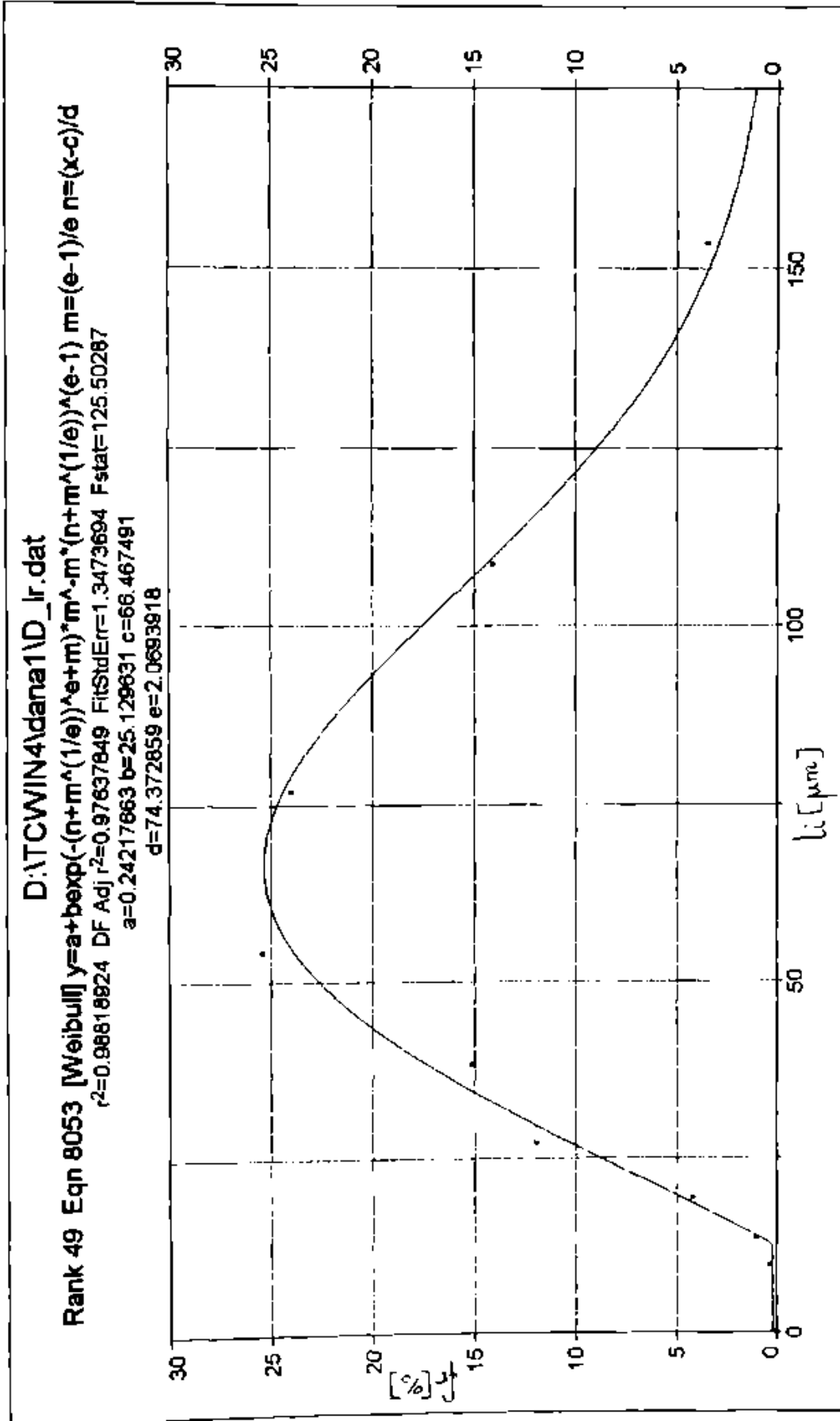


Fig. 4.20

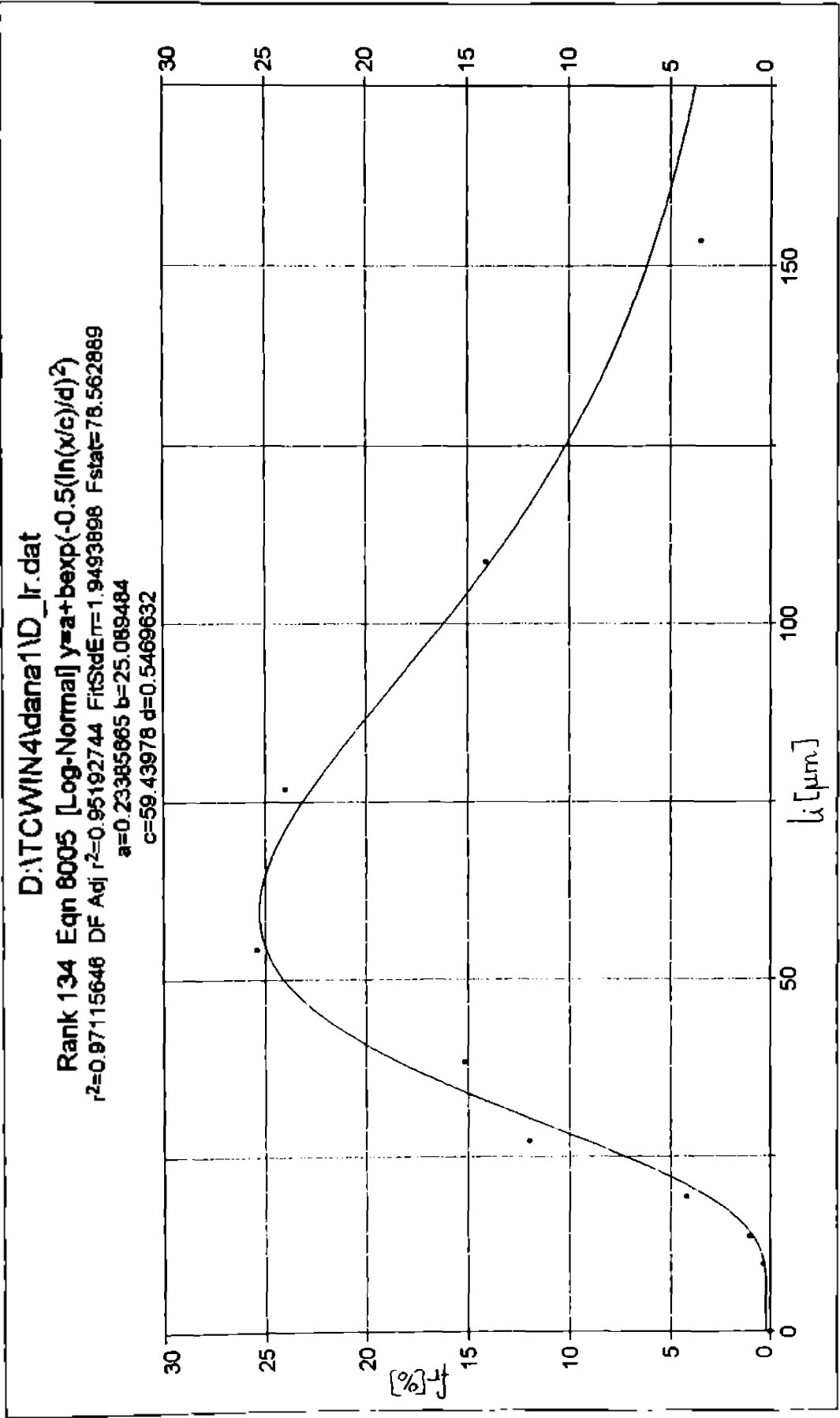


Fig.4.21

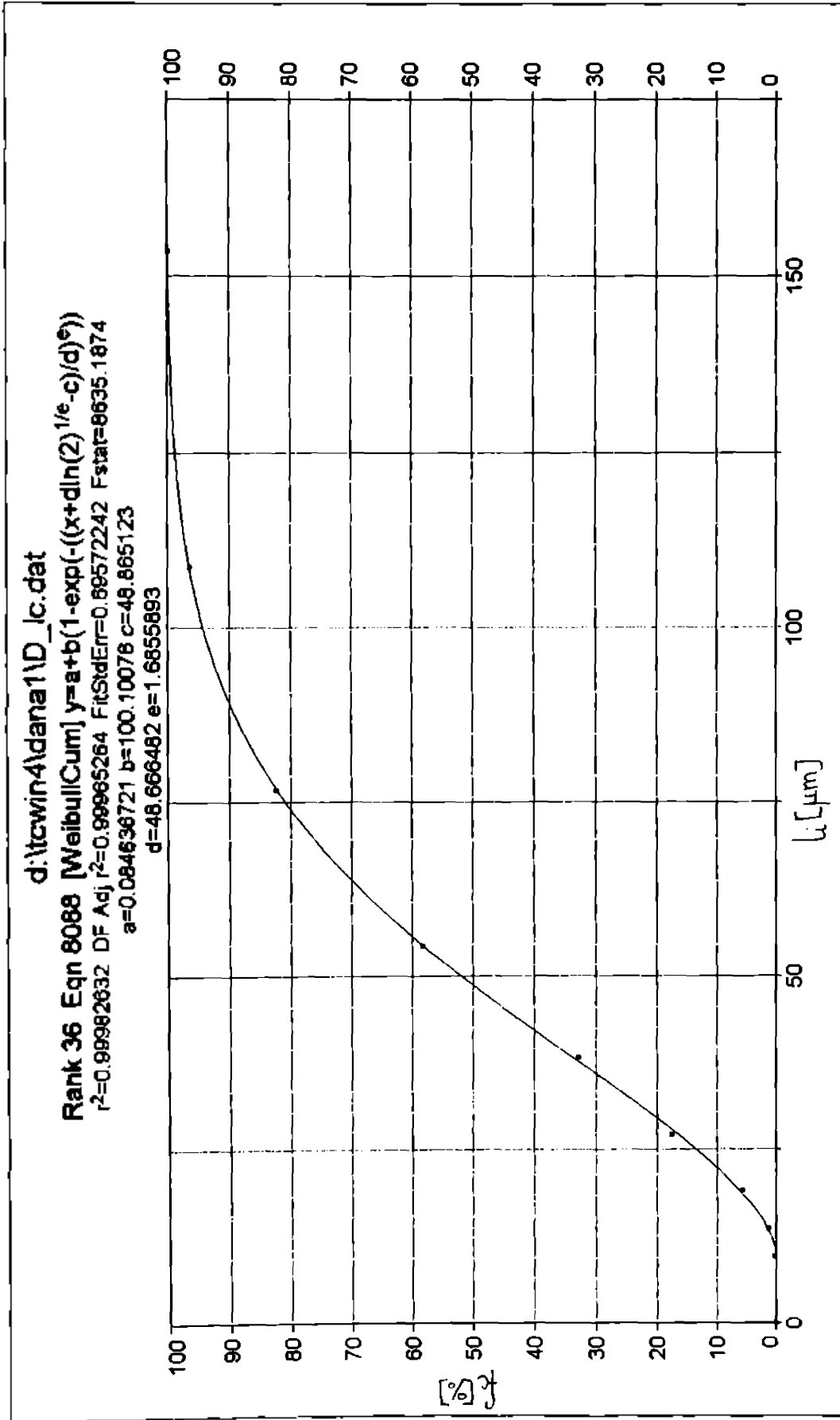


Fig.4.22

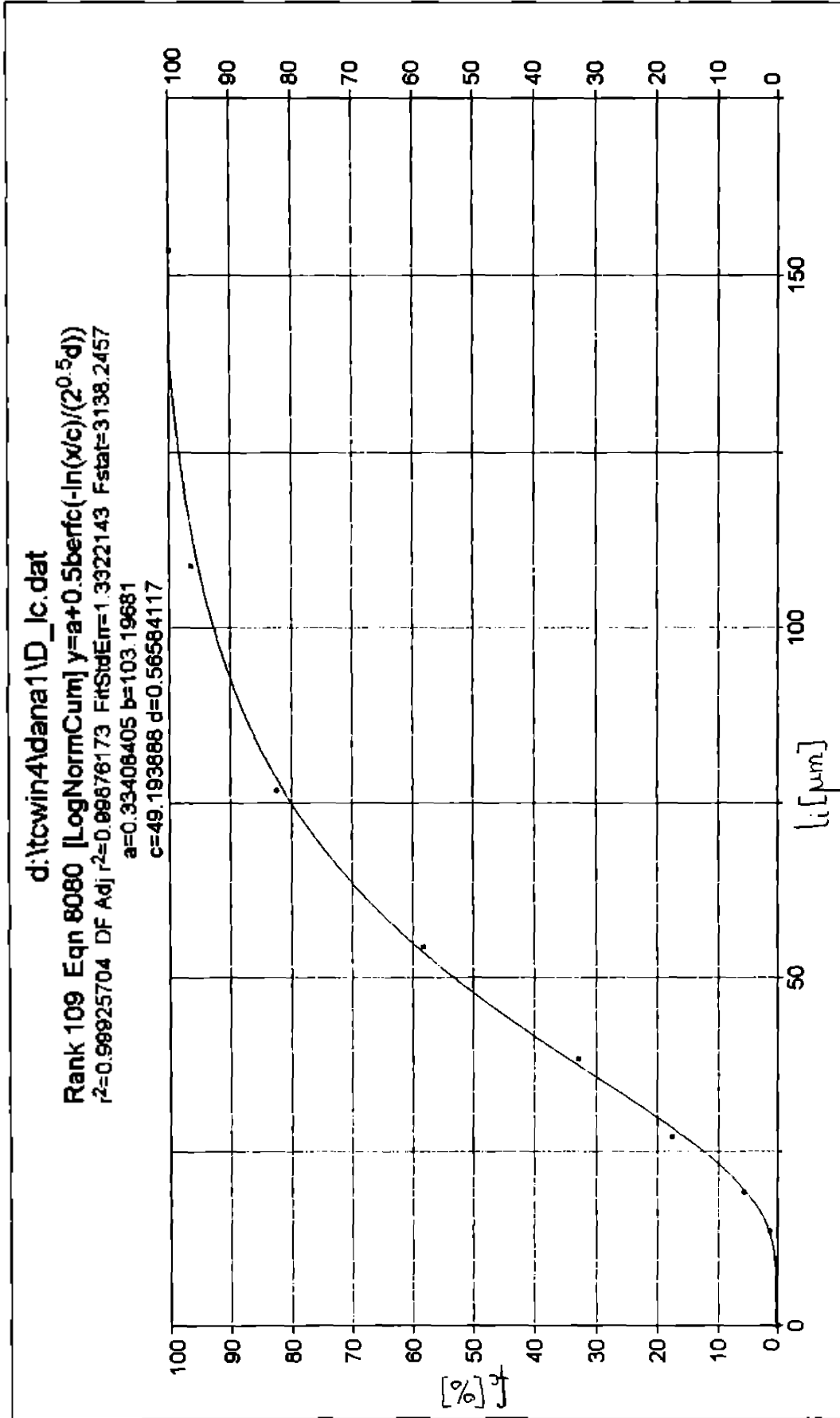


Fig.4.23

4.3.1.5. Microfotografia E (Fig.4.24)

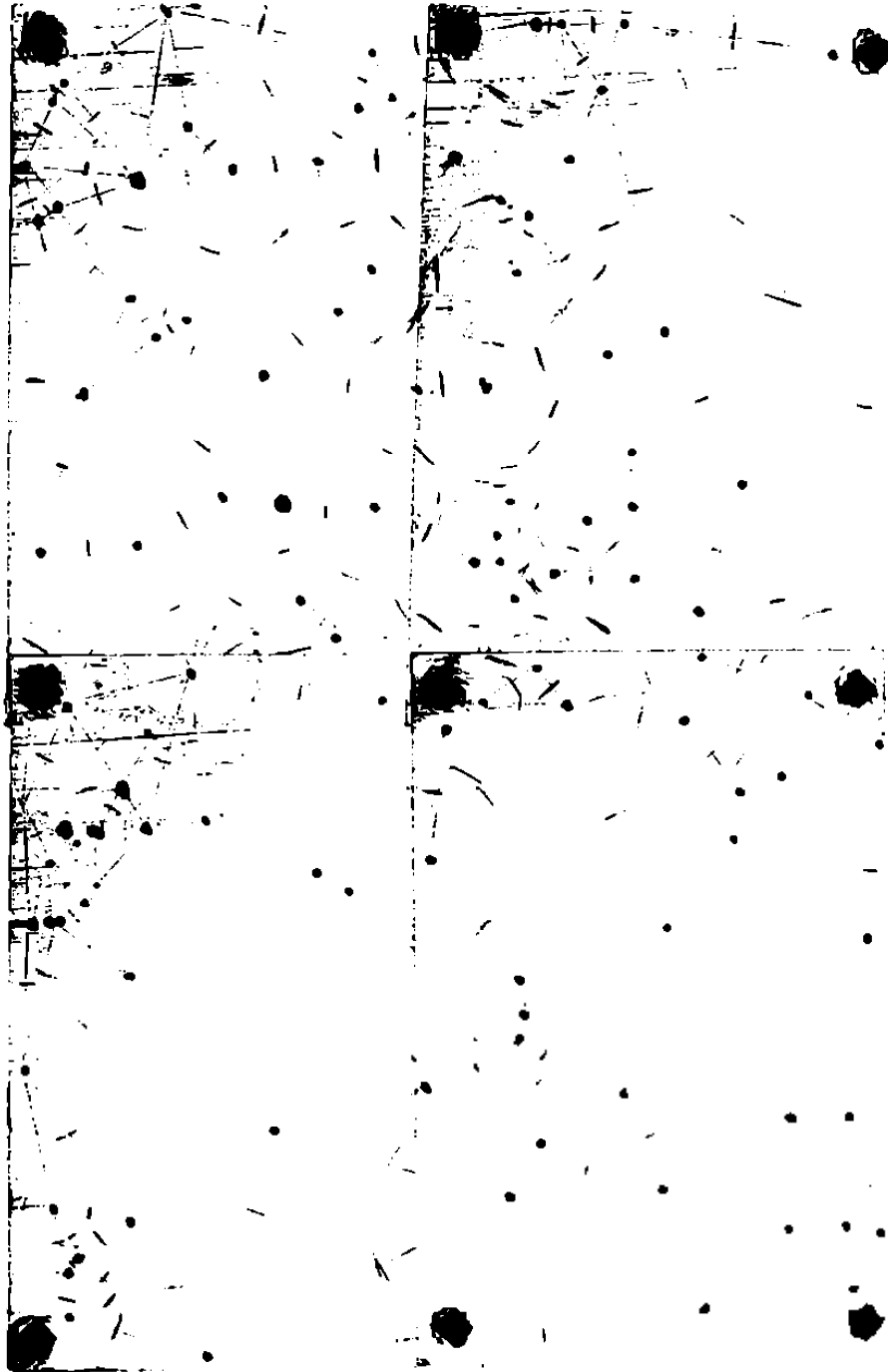


Fig.4.24. Microfotografia E, cu câmpurile 17,18,19,20

Microfotografia E conține câmpurile de probă 17,18,19,20. Distanțele interincludionare măsurate l_m și distanțele interincludionare reale l , calculate cu relația (4.10), pentru proba B sunt trecute în Tabelul 4.11.

Tabelul 4.11.

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
1	18	72
2	24	96
3	9	36
4	6.5	26
5	8.5	34
6	2.5	10
7	5	20
8	18.5	74
9	19	76
10	18.5	74
11	31.5	126
12	22	88
13	19.5	78
14	8	32
15	18	72
16	15	60
17	15.5	62
18	30.5	122
19	15.5	62
20	12.5	50
21	29	116
22	19	76
23	8	32
24	12.5	50
25	31.5	126

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
26	27	108
27	33.5	134
28	31	124
29	22	88
30	27.5	110
31	25	100
32	4.5	18
33	28	112
34	26	104
35	6.5	26
36	3	12
37	3.5	15
38	18.5	74
39	34	136
40	19	76
41	20	80
42	14.5	58
43	13	52
44	12.5	50
45	13.5	54
46	13	52
47	16.5	66
48	12.5	50
49	16.5	66
50	17	68

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
51	16	64
52	18	72
53	13	52
54	21	84
55	21.5	86
56	21	84
57	24.5	98
58	23.5	94
59	6.5	26
60	16	64
61	15.5	62
62	7	28
63	14.5	58
64	13	52
65	8	32
66	13.5	54
67	15	60
68	31	124
69	9.5	38
70	20.5	82
71	25	100
72	23.5	94
73	25	100
74	22	88
75	13	52

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
76	10	40
77	10	40
78	17	68
79	14.5	58
80	5	20
81	8	32
82	15.5	62
83	14	56
84	10.5	42
85	5	20
86	15	60
87	24	96
88	26.5	106
89	25.5	102
90	10.5	42
91	7.5	30
92	11.5	46
93	17.5	70
94	18	72
95	15	60
96	7	28
97	6.5	26
98	5	20
99	8	32
100	6	24
101	7.5	30
102	6.5	26
103	4.5	18
104	5	20
105	11	44

Nr crt.	l_m [mm]	l [μm]
106	10.5	42
107	12.5	50
108	19	76
109	22	88
110	27.5	110
111	5	20
112	12	48
113	14.5	58
114	21	84
115	24	96
116	30	120
117	14.5	58
118	7	28
119	19.5	78
120	18	72
121	9	36
122	19	76
123	17	68
124	7	28
125	19.5	78
126	17	68
127	25	100
128	22.5	90
129	17	68
130	16	64
131	17	68
132	19.5	78
133	5.5	22
134	6	24
135	5.5	22

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
136	12	48
137	22	88
138	19.5	78
139	32	128
140	13.5	54
141	16	64
142	16.5	66
143	15.5	62
144	25	100
145	21	84
146	7	28
147	22	88
148	12.5	50
149	17	68
150	7	28
151	17.5	70
152	11.5	46
153	12	48
154	22.5	90
155	20	80
156	12	48
157	25.5	102
158	12.5	50
159	14	56
160	23	92
161	11.5	46
162	13.5	54
163	22.5	90
164	15	60
165	14.5	58

4. Cercetări experimentale în mecanica locală a rupei

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
166	4.5	18
167	7	28
168	7.5	30
169	14.5	58
170	20.5	82
171	7	28
172	6	24
173	5.5	22
174	19	76
175	22	88
176	10.5	42
177	17	68
178	23.5	94
179	25	100
180	8	32
181	12	48
182	10	40
183	14	56
184	15	60
185	15.5	62
186	21	84
187	14	56
188	8.5	34
189	8	32
190	2.5	10
191	15	60
192	26	104
193	6.5	26
194	8	32
195	19	76

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
196	16.5	66
197	17.5	70
198	18.5	74
199	10	40
200	20.5	82
201	21	84
202	19	76
203	22	88
204	24	96
205	24.5	98
206	17	68
207	9	36
208	7	28
209	4.5	18
210	27	108
211	4	24
212	5.5	22
213	9	36
214	8	32
215	7.5	30
216	16.5	66
217	14.5	58
218	14.5	58
219	22	88
220	16	64
221	7.5	30
222	23	92
223	8.5	34
224	31.5	126
225	20	80

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
226	16	64
227	7	28
228	7.5	30
229	17	68
230	18	72
231	17.5	70
232	22	88
233	21.5	86
234	18.5	74
235	8	32
236	17.5	70
237	21	84
238	18.5	74
239	15.5	62
240	15	60
241	21	84
242	18.5	74
243	18	72
244	13	52
245	9	36
246	9	36
247	9.5	38
248	7.5	30
249	8	32
250	8.5	34
251	22	88
252	16.5	66
253	6	24
254	17	68
255	18.5	74

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
256	10	40
257	8.5	34
258	8	32
259	11	44

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
260	10.5	42
261	9.5	38
262	14.5	58
263	18.5	74

Nr. crt.	l_m [mm]	l [μm]
264	21.5	86
265	21.5	86
266	21	84
267	16	64

Numărul total de măsurători este $N = 267$

Numărul distanțelor interincludionare, frecvențele relative și cumulate, pe clase de dimensiuni sunt prezentate în Tabelul 4.12.

Tabelul 4.12.

Clasa de dimensiuni [μm]	Media clasei [μm]	Nr. distanțe N_i	Frecv. rel. $f_r(i)$ [%]	Frecv. cumul. $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	0	0	0
8 - 12.2	9.6	2	0.749	0.749
12.2 - 16	13.6	2	0.749	1.498
16 - 22.4	19.2	13	4.869	6.367
22.4 - 32	27.2	32	11.985	18.352
32 - 44.8	38.4	39	14.607	32.959
44.8 - 64	54.4	68	25.468	58.427
64 - 89.6	76.8	70	26.217	84.644
89.6 - 128	108.8	36	13.483	98.127
128 - 179.2	153.6	4	1.498	99.625
179.2 - 256	217.6	1	0.375	100.000

Datele din Tabelul 4.12. se prelucrează pe calculator după cele două legi de distribuție. Se obțin diagramele densității de repartiție din Fig.4.25, 4.26 și diagramele funcțiilor de repartiție din Fig. 4.27, 4.28.

Valorile mediane ale distanțelor interincludionare sunt.

- pentru distribuția Weibull: $\tilde{l}_E = 48,742$ [μm]

- pentru distribuția Lognormală: $\tilde{l}_E = 47,170$ [μm]

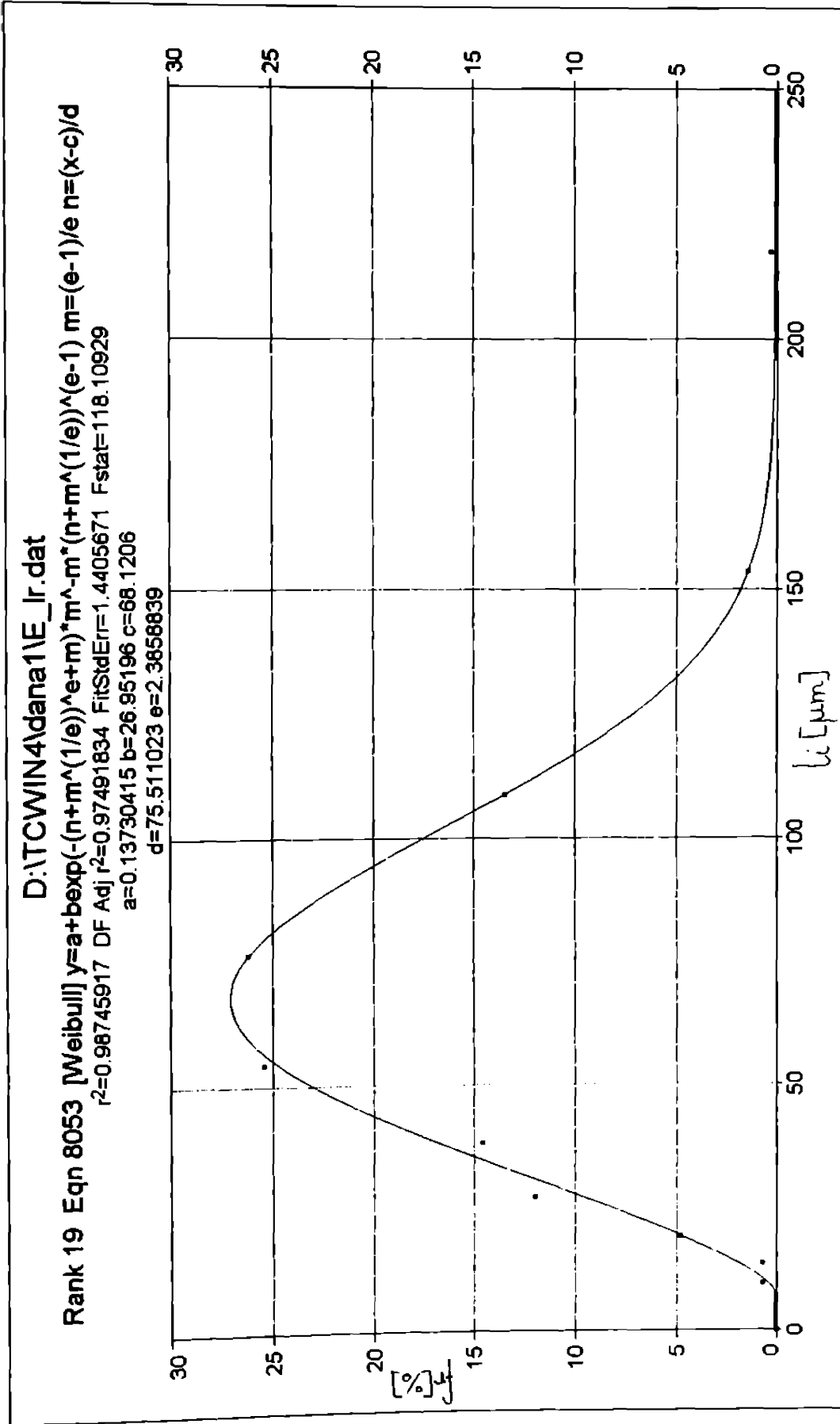


Fig.4.2.5

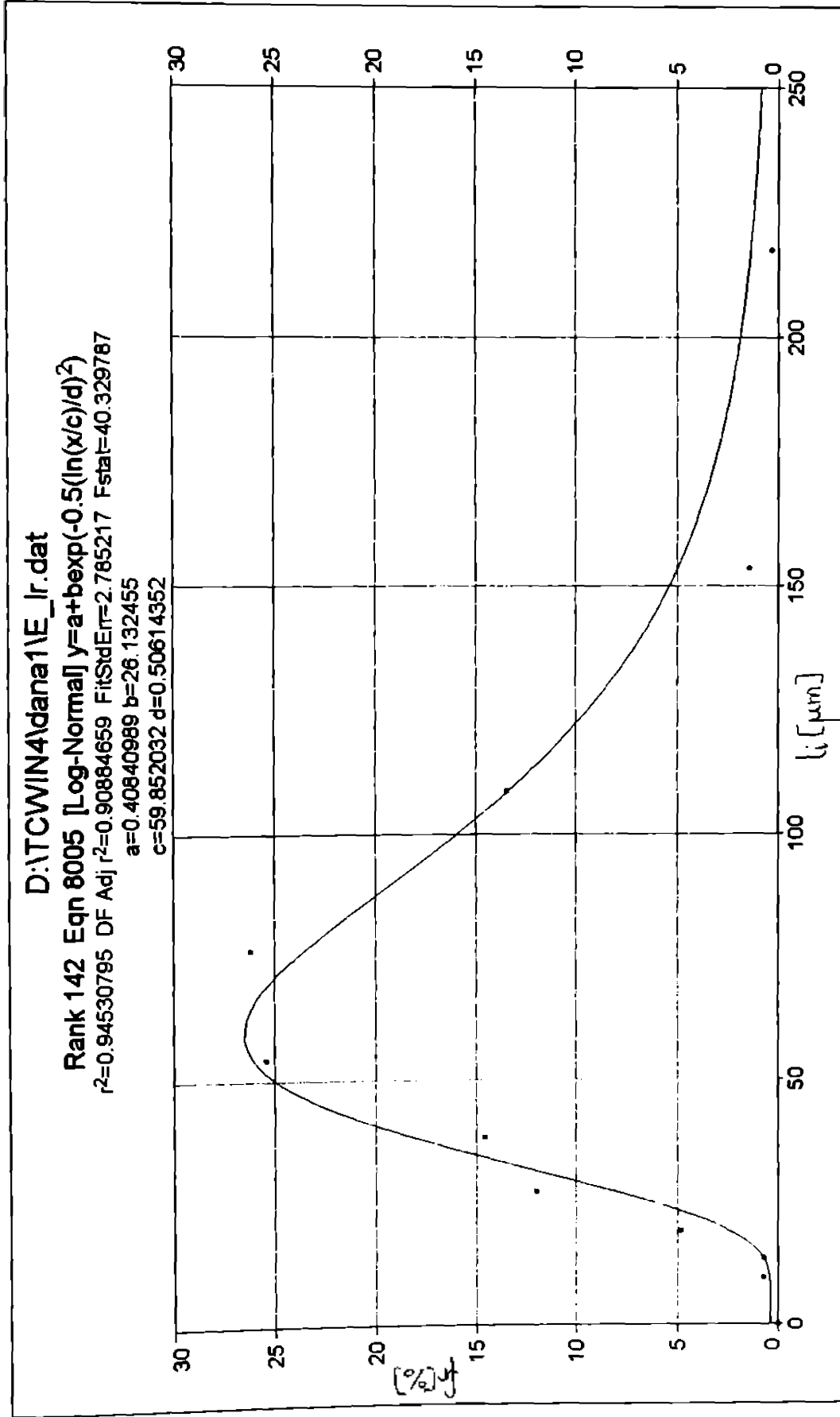


Fig. 4.26

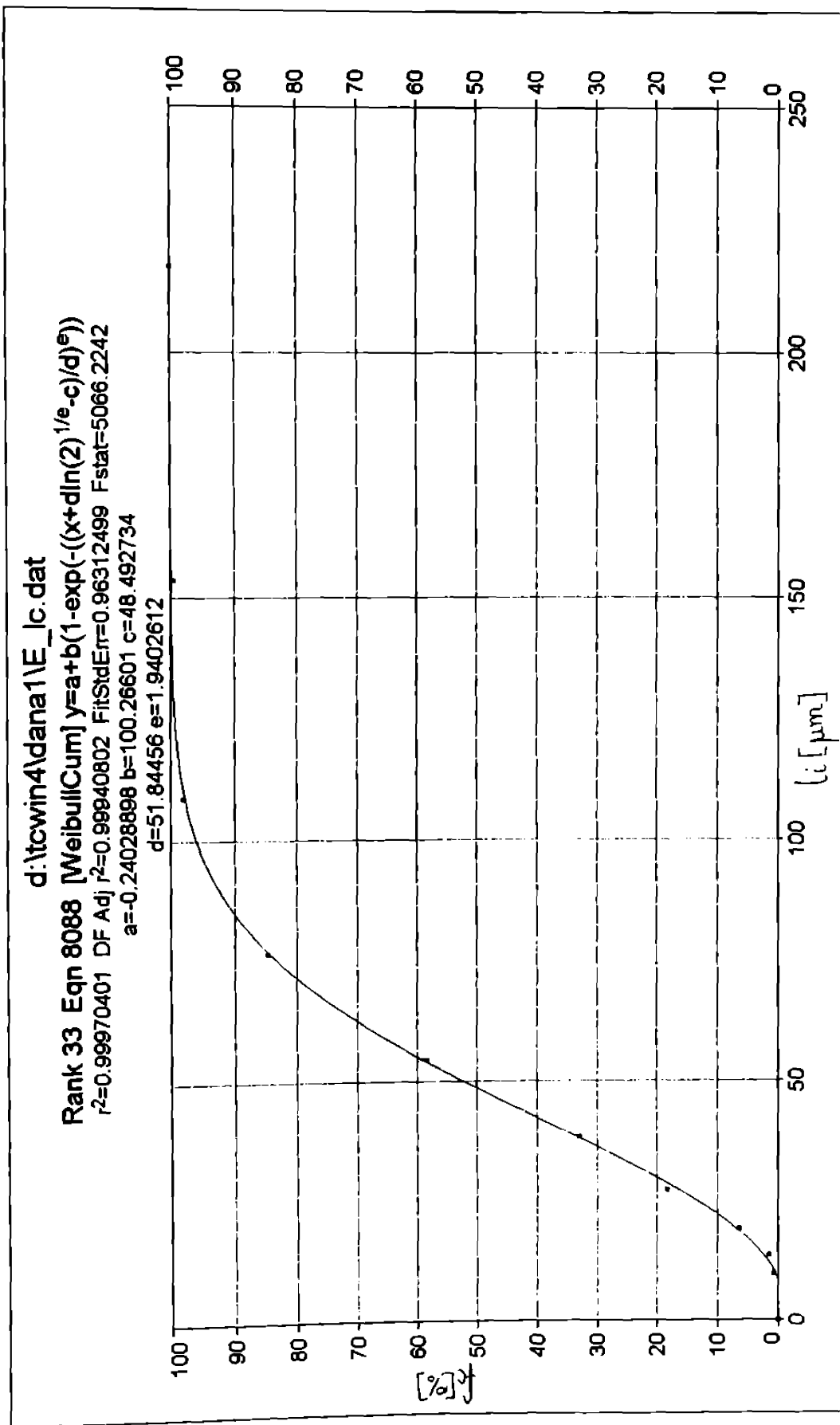


Fig. 4.27

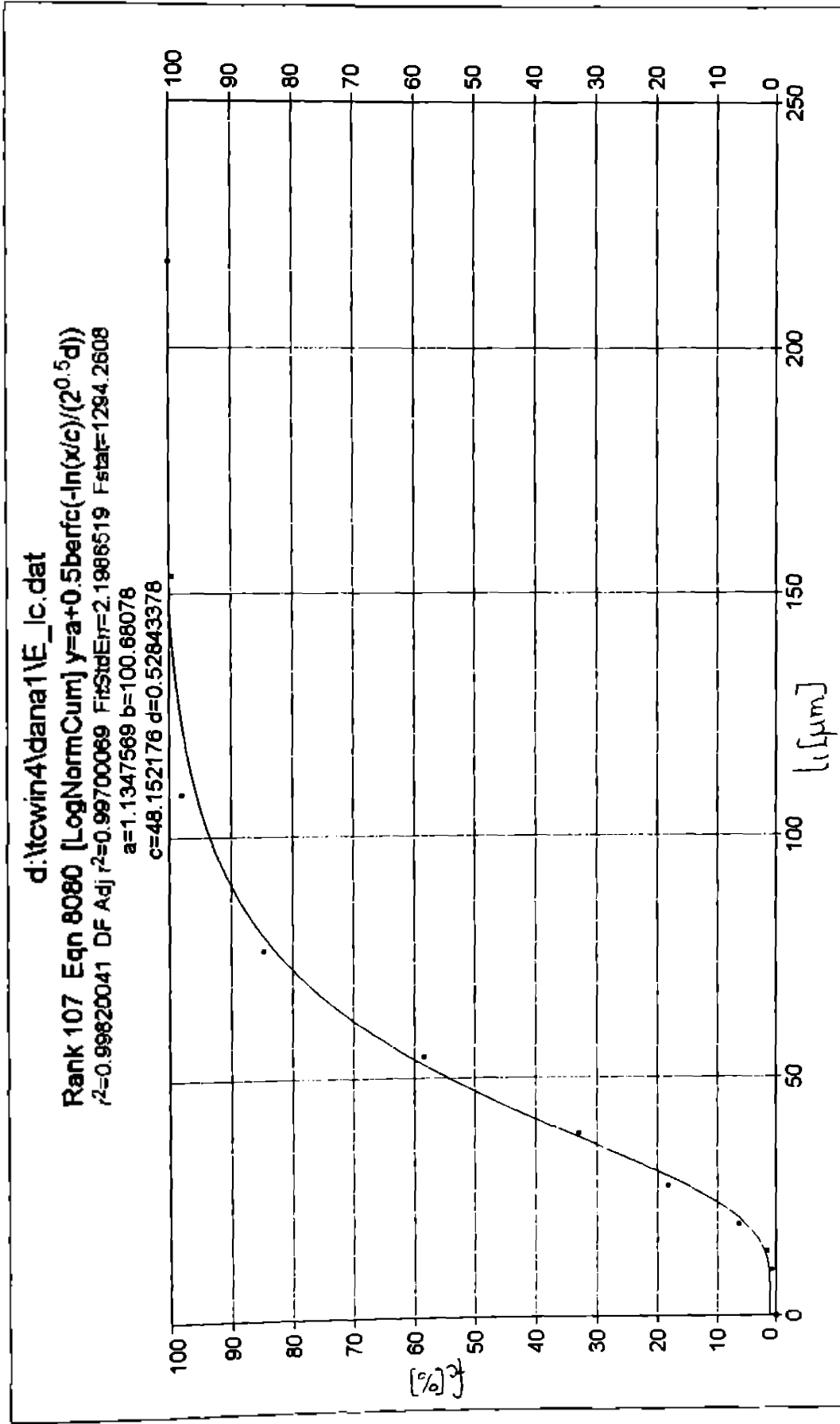


Fig. 4.28

4.3.1.6. Microfotografia *F* (Fig.4.29)

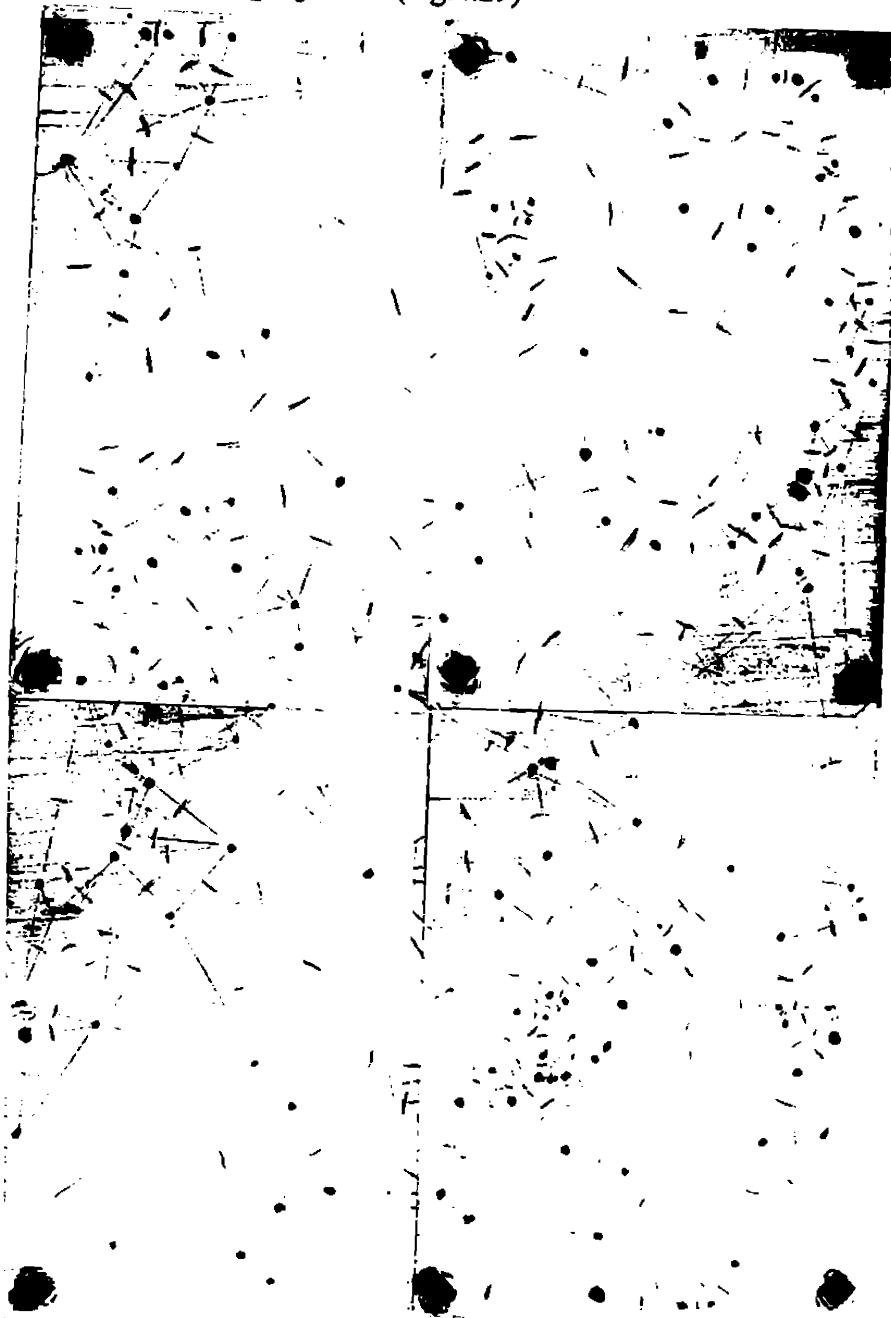


Fig.4.29. Microfotografia *F*, cu câmpurile 21,22,23,24

Microfotografia *F* conține câmpurile de probă 21,22,23,24. Distanțele interinclusionare măsurate l_m și distanțele interinclusionare reale l , calculate cu relația (4.10), pentru microfotografia *F* sunt trecute în Tabelul 4.13.

Tabelul 4.13.

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
1	19.5	78
2	18	72
3	13.5	54
4	30	120
5	31	124
6	29.5	118
7	23	92
8	17.5	70
9	14	56
10	6.5	26
11	7	28
12	14	56
13	31	124
14	27.5	110
15	5	20
16	21.5	86
17	11	44
18	18	72
19	17	68
20	16	64
21	17.5	70
22	15.5	62
23	5	20
24	13	52
25	23	92

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
26	14	56
27	18	72
28	12	48
29	7.5	30
30	27	108
31	22	88
32	5.5	22
33	7	28
34	5.5	22
35	5	20
36	7.5	30
37	9	36
38	9.5	38
39	9	36
40	4	16
41	3.5	15
42	4	16
43	7.5	30
44	27	108
45	18	72
46	12	48
47	13.5	54
48	18	72
49	19	76
50	9	36

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μ m]
51	7.5	30
52	4	16
53	11	44
54	17	68
55	21	84
56	8	32
57	10	40
58	24	96
59	24.5	98
60	19	76
61	15	60
62	15.5	62
63	6	24
64	9	36
65	8.5	34
66	8	32
67	4	16
68	4.5	18
69	5	20
70	5	20
71	3	12
72	7	28
73	7.5	30
74	8	32
75	8	32

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
76	7.5	30
77	8.5	34
78	8	32
79	6.5	26
80	13	52
81	21	84
82	20	80
83	5	20
84	5	20
85	5	20
86	4	16
87	6.5	26
88	7	28
89	2.5	10
90	21.5	86
91	20	80
92	23	92
93	9.5	38
94	11	44
95	10	40
96	5	20
97	12	48
98	11.5	46
99	7.5	30
100	14.5	58
101	13	52
102	12	48
103	8	32
104	11.5	46
105	24	96

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
106	17.5	70
107	15	60
108	15	60
109	14.5	58
110	16	64
111	27.5	110
112	31	124
113	29.5	118
114	32	128
115	27	108
116	19	76
117	26	104
118	20	80
119	21	84
120	22	88
121	14	56
122	15	60
123	13.5	54
124	25	100
125	11	44
126	11.5	46
127	11.5	46
128	12	48
129	5	20
130	9	36
131	16	64
132	4	16
133	8.5	34
134	56	224
135	4	16

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
136	29	116
137	29.5	118
138	26.5	106
139	23	92
140	27	108
141	30	120
142	28	112
143	32	128
144	12	48
145	23	92
146	22.5	90
147	17.5	70
148	30	120
149	22	88
150	10.5	42
151	12	48
152	15	60
153	13.5	54
154	14.5	58
155	14	56
156	15	60
157	12	48
158	6	24
159	5	20
160	4.5	18
161	12	48
162	10	40
163	25	100
164	24	96
165	5	20

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
166	7	28
167	8	32
168	2.5	10
169	3	12
170	15	60
171	15.5	62
172	7.5	30
173	10	40
174	10	40
175	13	52
176	5.5	22
177	15.5	62
178	4.5	18
179	8	32
180	9.5	38
181	27	108
182	17	68
183	14	56
184	5.5	22
185	6	24
186	4.5	18
187	10	40
188	9	36
189	7.5	30
190	9.5	38
191	10	40
192	6.5	26
193	19	76
194	13.5	54
195	7.5	30

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
196	21.5	86
197	22	88
198	5.5	22
199	13	52
200	17	68
201	7	28
202	5	20
203	5	20
204	8	32
205	11.5	46
206	11	44
207	10.5	42
208	7.5	30
209	10.5	42
210	17	68
211	9	36
212	10	40
213	7.5	30
214	16	64
215	6	24
216	9	36
217	4	16
218	24	96
219	15	60
220	22	88
221	25	100
222	14	56
223	17	68
224	29	116
225	14	56

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
226	7	28
227	17	68
228	14	56
229	15.5	62
230	17	68
231	14	56
232	20	80
233	21	84
234	25	100
235	9	36
236	10	40
237	3	12
238	8	32
239	9	36
240	26	104
241	29	116
242	10	40
243	10.5	42
244	7.5	30
245	23	92
246	11	44
247	27	108
248	15	60
249	4	16
250	9	36
251	28	112
252	19	76
253	22	88
254	5	20
255	4.5	18

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
256	5	20
257	19	76
258	12	48
259	20	80
260	12	48
261	23	92
262	27	108
263	13	52
264	17.5	70
265	18	72
266	17	68
267	8	32
268	2.5	10
269	8	32
270	9	36
271	3	12
272	8.5	34
273	10.5	42
274	15.5	62
275	8	32
276	12	48
277	11	44
278	19	76
279	19.5	78

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
280	25	100
281	25.5	102
282	16	64
283	18.5	74
284	17.5	70
285	7	28
286	8.5	34
287	9.5	38
288	13.5	54
289	16	64
290	10	40
291	4.5	18
292	9	36
293	10	40
294	7	28
295	6.5	26
296	17.5	70
297	18	72
298	20	80
299	21	84
300	25	100
301	28	112
302	27.5	110
303	29	116

Nr.crt.	l_m [mm]	l [μm]
304	14	56
305	23	92
306	13	52
307	12.5	50
308	14	56
309	13.5	54
310	8	32
311	7.5	30
312	4.5	18
313	5	20
314	6	24
315	5.5	22
316	10	40
317	16	64
318	11	44
319	10.5	42
320	2	8
321	5.5	22
322	5	20
323	4.5	18
324	15	60
325	16.5	66

Numărul total de măsurători pentru microfotografia F este $N = 325$.

În Tabelul 4.14. sunt prezentate numărul distanțelor interinclusionare măsurate pe clase de dimensiuni, precum și frecvențele relative și cumulate, pe clase dimensionale, calculate cu relațiile (4.11), respectiv (4.12).

Tabelul 4.14.

Clasa de dimensiuni [μm]	Media clasei \bar{l}_i [μm]	Nr. distanțe N_i	Frecv. rel. $f_r(i)$ [%]	Frecv. cumul. $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	1	0.308	0.308
8 - 12.2	9.6	7	2.154	2.462
12.2 - 16	13.6	9	2.769	5.231
16 - 22.4	19.2	34	10.461	15.692
22.4 - 32	27.2	42	12.923	28.615
32 - 44.8	38.4	57	17.538	46.153
44.8 - 64	54.4	70	21.538	67.691
64 - 89.6	76.8	54	16.615	84.306
89.6 - 128	108.8	44	13.538	97.844
128 - 179.2	153.6	6	1.846	99.690
179.2 - 256	217.6	1	0.308	99.998

Se prelucrează pe calculator, cu programul Table Curve 2D, datele din Tabelul 4.14, utilizând cele două legi de distribuție. Se obțin diagramele densităților de repartiție din Fig. 4.30, 4.31. și diagramele funcțiilor de repartiție din Fig. 4.32, 4.33. Mărimile caracteristice ale repartițiilor sunt prezentate deasupra diagramelor.

Ca și la celelalte microfotografii, se observă ca repartiția Weibull are un coeficient de corelare mult mai bun decât distribuția Lognormală.

Din diagramele funcțiilor de repartiție se obțin valorile mediane ale distanțelor interincludionare, corespunzătoare frecvenței cumulate de 50%, și anume:

- pentru distribuția Weibull: $\bar{l}_p = 40,881 [\mu\text{m}]$

- pentru distribuția Lognormală: $\bar{l}_p = 40,356 [\mu\text{m}]$

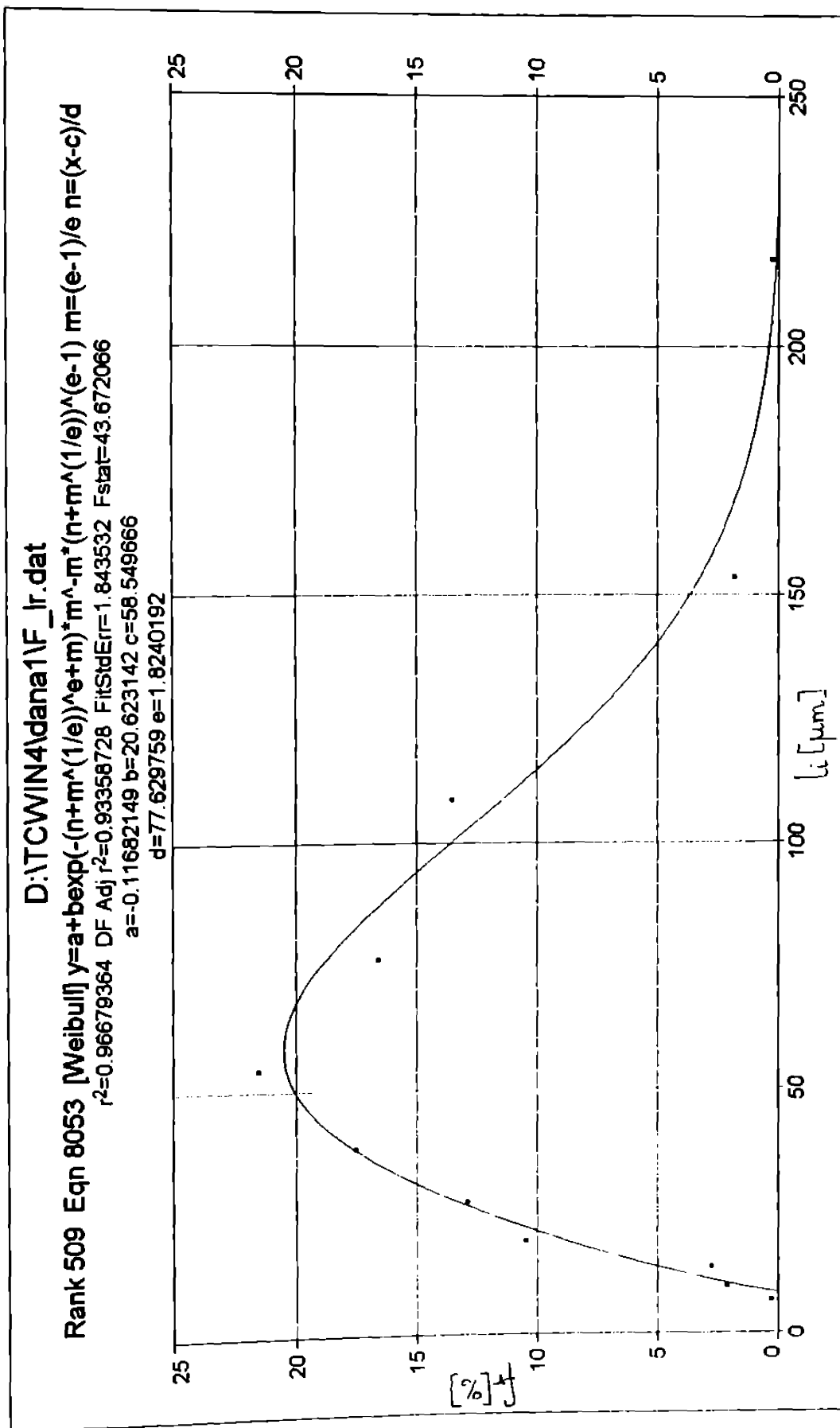


Fig.4.30

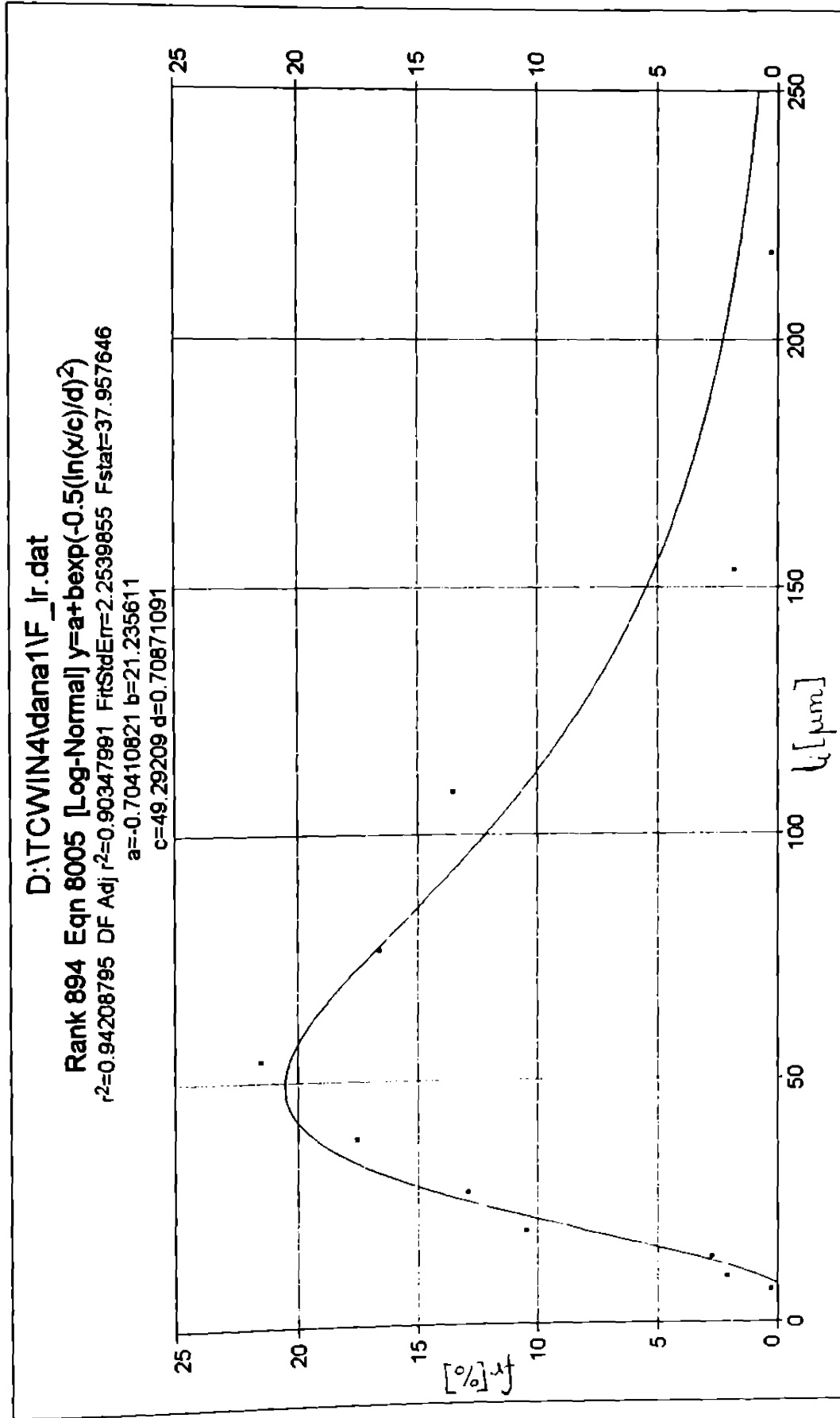


Fig.4.31

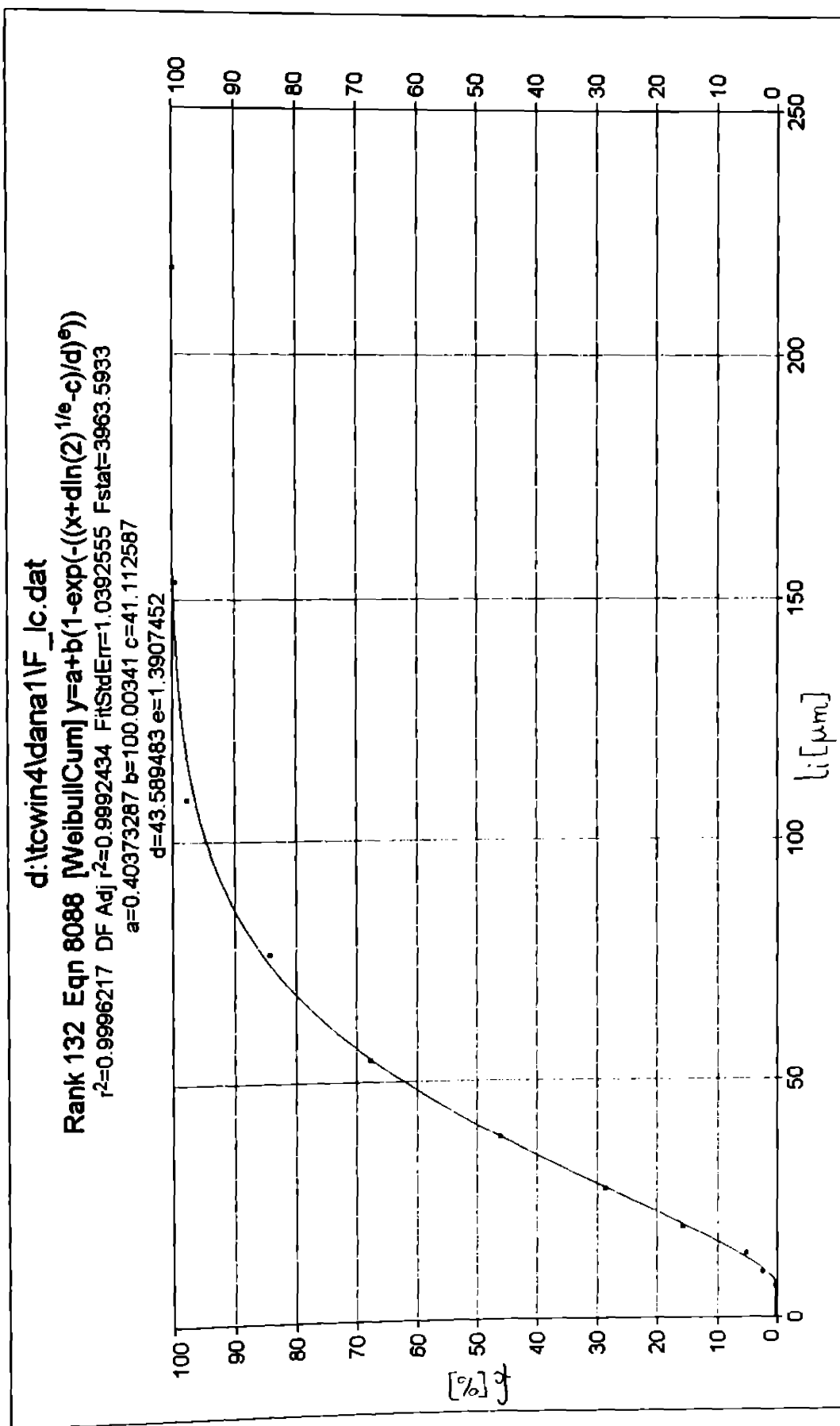


Fig. 4.32

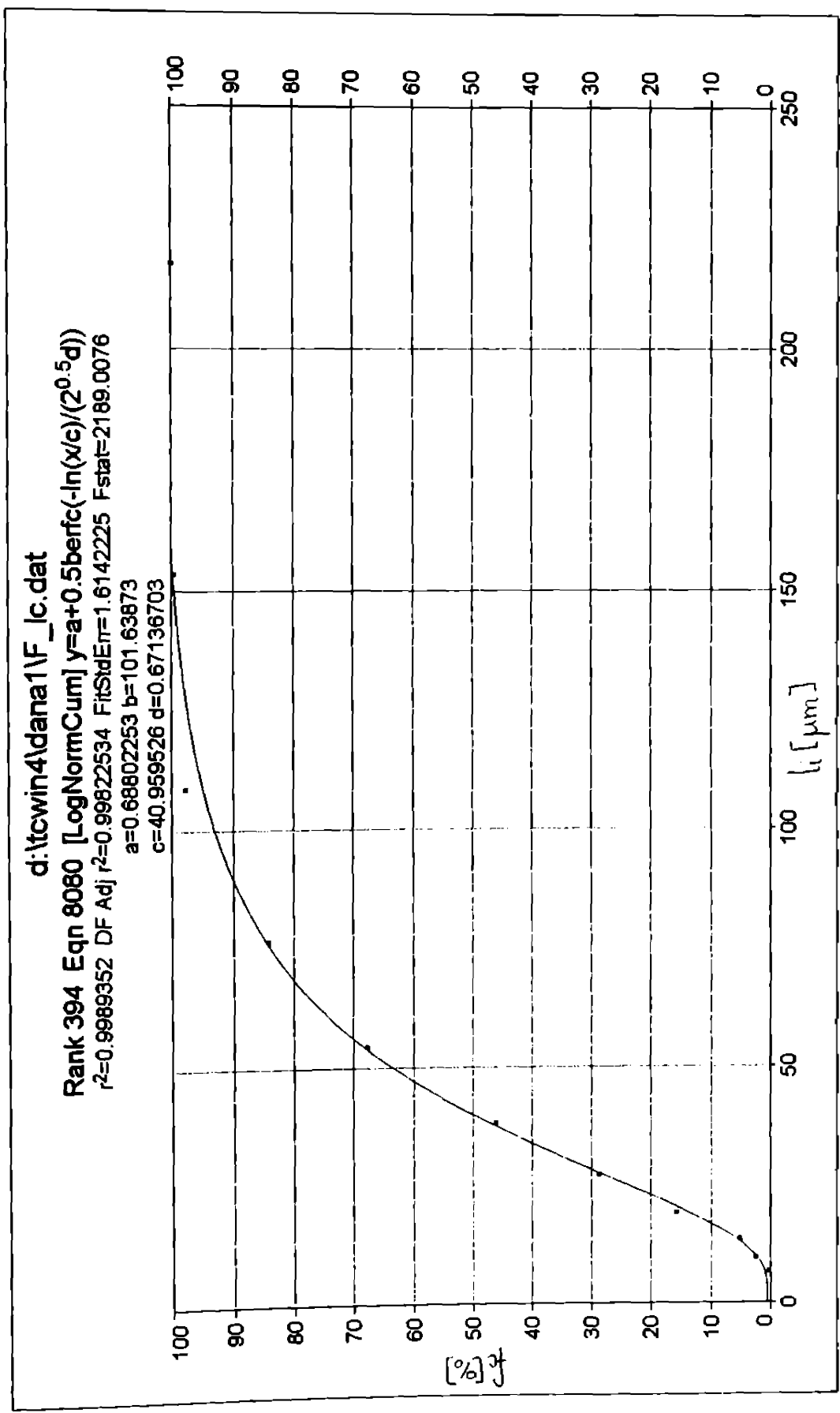


Fig.4.33

4.3.1.7. Centralizarea rezultatelor

Rezultatele experimentale parțiale, obținute până acum pentru fiecare microfotografie analizată, se centralizează pentru întreaga probă studiată. Pentru aceasta se însumează toate distanțele interincludionare măsurate pe fiecare microfotografie, pe clase de dimensiuni. Numărul total de măsurători este $N = 1579$. Datele obținute, frecvențele relative și cumulate ale distanțelor interincludionale, pe clase de dimensiuni sunt prezentate în Tabelul 4.15.

Tabelul 4.15.

Clasa de dimensiuni [μm]	Media clasei \bar{l}_i (μm)	Nr. distanțe N_i	Frecv. rel. $f_r(i)$ [%]	Frecv. cumul $f_c(i)$ [%]
5.6 - 8	6.8	3	0.190	0.190
8 - 12.2	9.6	20	1.266	1.456
12.2 - 16	13.6	28	1.773	3.229
16 - 22.4	19.2	84	5.319	8.548
22.4 - 32	27.2	176	11.146	19.694
32 - 44.8	38.4	246	15.579	35.273
44.8 - 64	54.4	360	22.780	58.053
64 - 89.6	76.8	355	22.482	80.535
89.6 - 128	108.8	248	15.706	96.241
128 - 179.2	153.6	48	3.040	99.281
179.2 - 256	217.6	11	0.696	99.977

Datele din Tabelul 4.15. se prelucrează pe calculator cu programul de calcul Table Curve 2D, ajustându-se după cele două legi de repartiție probabilistă analizate Weibull, respectiv Lognormală.

Se obțin diagramele densităților de repartiție din Fig. 4.34, respectiv 4.35, care reprezintă variația frecvenței relative în funcție de media clasei de dimensiuni și diagramele

funcțiilor de repartiție din Fig. 4.36 și 4.37, care reprezintă variația frecvenței cumulate în funcție de media clasei dimensionale.

Valorile mediane ale distanțelor interincluzionale pentru cele două distribuții se obțin din diagramele funcțiilor de repartiție, fiind valorile corespunzătoare frecvenței cumulate de 50%. Se obțin, astfel, pentru cele două distribuții, următoarele valori mediane:

- Pentru distribuția Weibull: $\tilde{T} = 48,4299 [\mu m]$

- Pentru distribuția Lognormală: $\tilde{T} = 47,1675 [\mu m]$

Ca și la prelucrarea datelor experimentale parțiale, pe microfotografii, se observă că în cazul distribuției Weibull coeficientul de corelare este superior coeficientului de corelare al distribuției Lognormale, fiind foarte apropiat de unitate ($r^2 = 0,99990959$). În concluzie, distribuția Weibull este în măsură să descrie cu o foarte bună precizie variabilitatea statistică a distanțelor interincluzionale

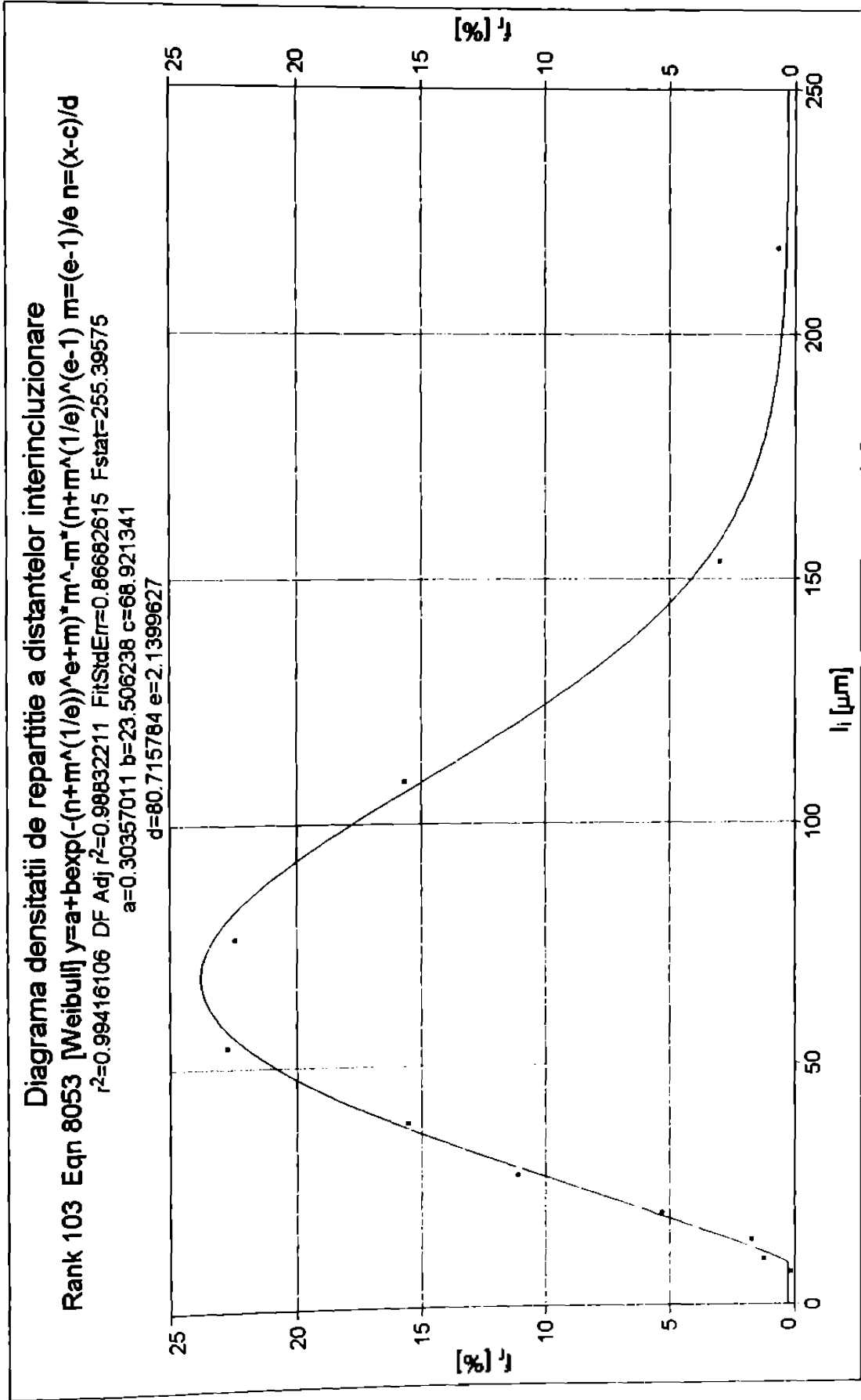


Fig. 4.34

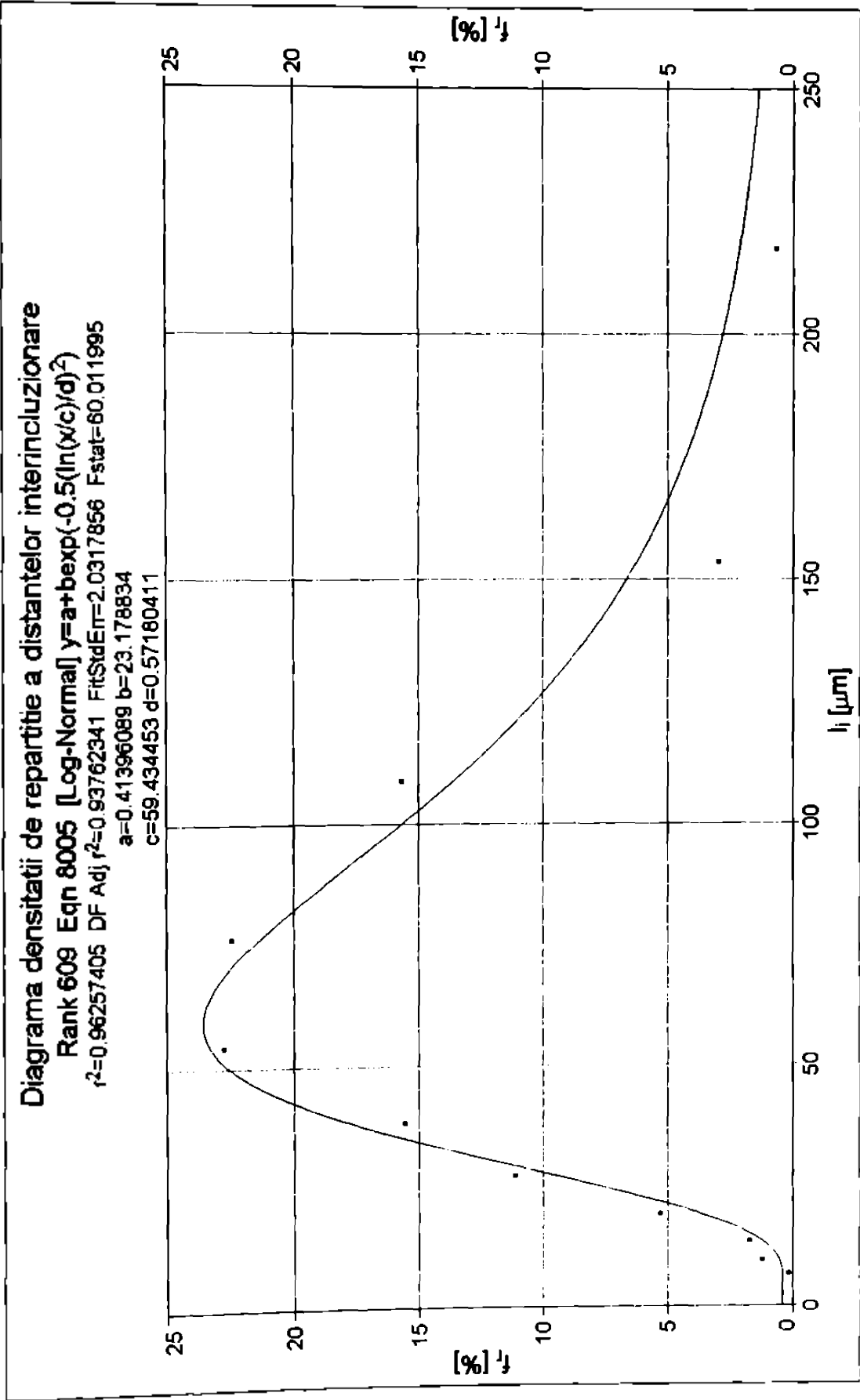


Fig.4.35

Diagrama funcției de repartiție a distanțelor interincluzionale

Rank 59 Eqn 8088 [WeibullCum] $y = a + b(1 - \exp(-(x + \ln(2))^{1/e} - c/d)^e)$

$r^2 = 0.99990959$ DF Adj $r^2 = 0.99981918$ FitStatEm = 0.51694601 Fstat = 16589.967

$a = 0.24881856$ $b = 99.721558$ $c = 48.508583$

$d = 52.102913$ $e = 1.6890442$

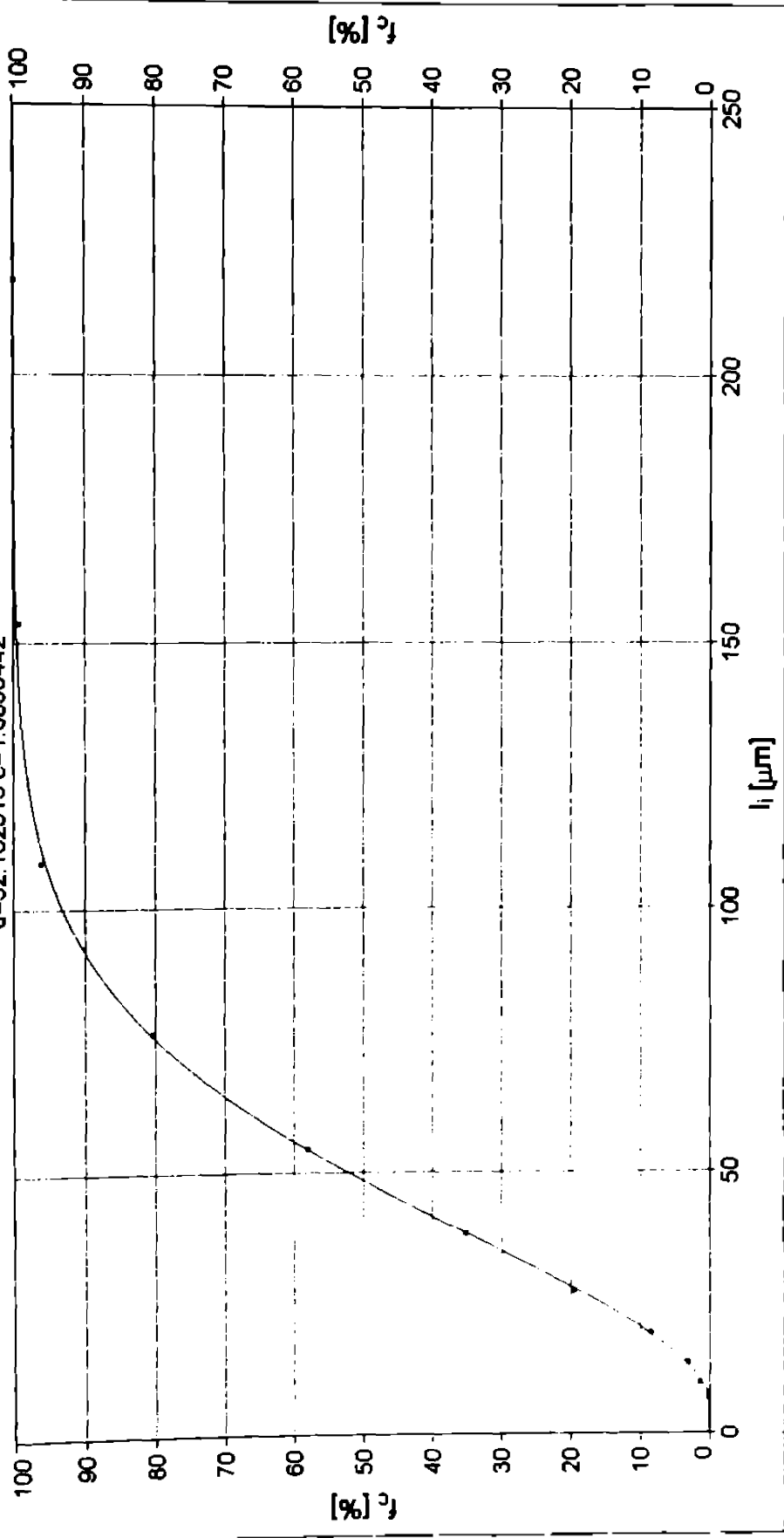


Fig.4.36

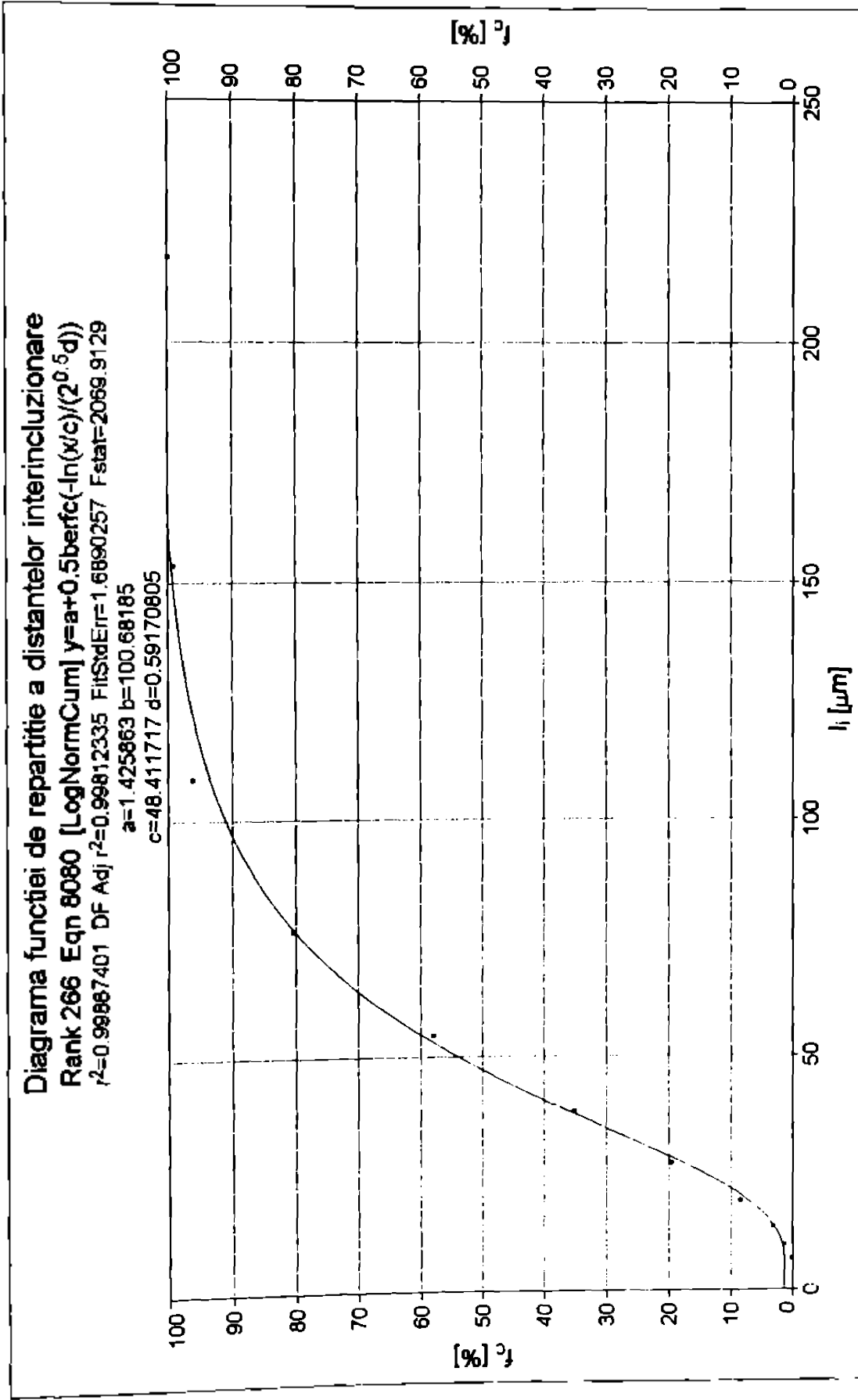


Fig.4.37

4.3.2. Prelucrarea statistică empirică a dimensiunilor incluziunilor

Pentru determinarea dimensiunilor incluziunilor s-a folosit aparatul Epiquant (STAS 5949/2-83). Acest aparat este alcătuit dintr-un microscop optic și o unitate de comandă și prelucrare electronică a datelor. Proba, pregătită în prealabil conform STAS 5949/2-83, se așează pe măsura microscopului, care execută o mișcare în meandre, explorând zone stabilite prin program. Lumina reflectată de probă este transformată într-un semnal electric de un fotomultiplicator. Unitatea de comandă și prelucrare electronică preia semnalul, numără și măsoară incluziunile, efectuând și clasarea lor după mărime, pe clase de dimensiuni cu rația $\sqrt{2}$. Rezultatele măsurătorilor se tipăresc la imprimantă, pentru fiecare câmp analizat.

În cadrul analizei la Epiquant s-au utilizat următorii parametri: formatul câmpului este $0,4 \times 0,4$ mm; viteza de baleiere $200 \mu\text{m/s}$; mărirea 250:1.

Numărul total de măsurători este $N = 229$. Se calculează pentru fiecare clasă de dimensiuni frecvența relativă și frecvența cumulată a dimensiunilor incluziunilor cu relațiile (4.11), respectiv (4.12).

Rezultatele măsurătorilor și ale calculelor s-au centralizat în Tabelul 4.16.

Tabelul 4.16.

Clasa de dimensiuni i [μm]	Media clasei \bar{d}_i [μm]	Nr. dimens. măsurate N_i	Frecvența relativă $f_r(i)$ [%]	Frecvența cumulată $f_c(i)$ [%]
1 - 1.4	1.2	9	3.930	3.930
1.4 - 2	1.7	12	5.240	9.170
2 - 2.8	2.4	14	6.113	15.283
2.8 - 4	3.4	37	16.156	31.440
4 - 5.6	4.8	59	25.764	57.204
5.6 - 8	6.8	52	22.708	79.912
8 - 11.2	9.6	26	11.354	91.266
11.2 - 16	13.6	19	8.297	99.563
16 - 22.4	19.2	1	0.437	100

Datele din Tabelul 4.15 s-au prelucrat pe calculator cu programul Table Curve 2D, ajustându-se după cele două legi de repartiție analizate: Weibull, respectiv Lognormală.

În Fig. 4.38 și 4.39 s-au reprezentat diagramele densității de repartiție a dimensiunilor incluziunilor după cele două legi de distribuție, iar în Fig. 4.40 și 4.41, diagramele funcțiilor de repartiție. Mărimile caracteristice ale celor două distribuții sunt prezentate deasupra diagramelor.

Se observă că în cazul dimensiunilor incluziunilor repartiția Lognormală are un coeficient de corelare superior repartiției Weibull, deci o distribuție de tip Lognormală este în măsură să descrie mai bine distribuția dimensiunilor incluziunilor.

Valorile mediane ale dimensiunilor incluziunilor s-au determinat cu programul Table Curve 2D, fiind valorile dimensiunilor incluziunilor corespunzătoare frecvenței cumulate de 50%:

- Pentru distribuția Weibull: $\tilde{d} = 4,3816 [\mu m]$

- Pentru distribuția Lognormală: $\tilde{d} = 4,3863 [\mu m]$

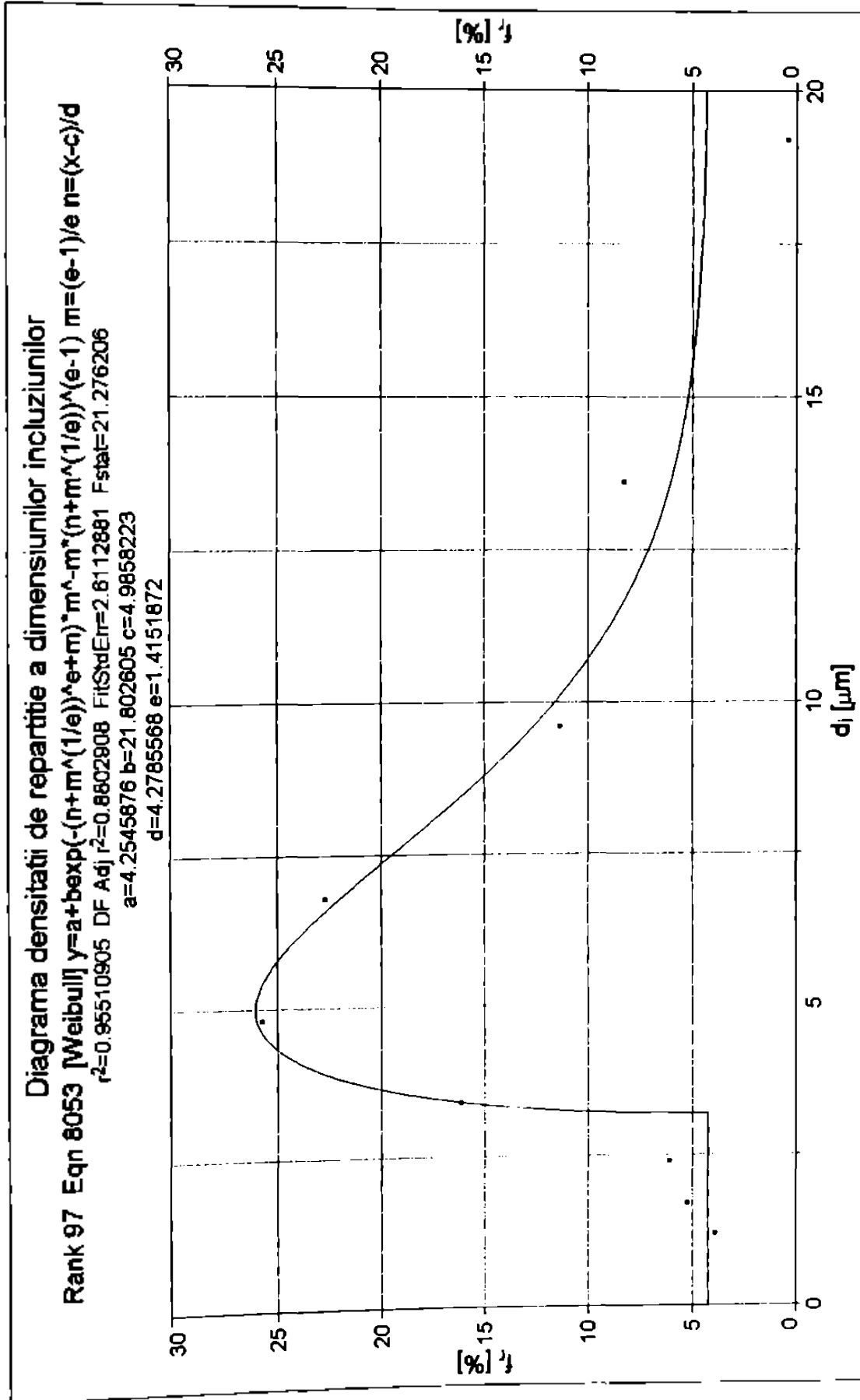


Fig.4.38

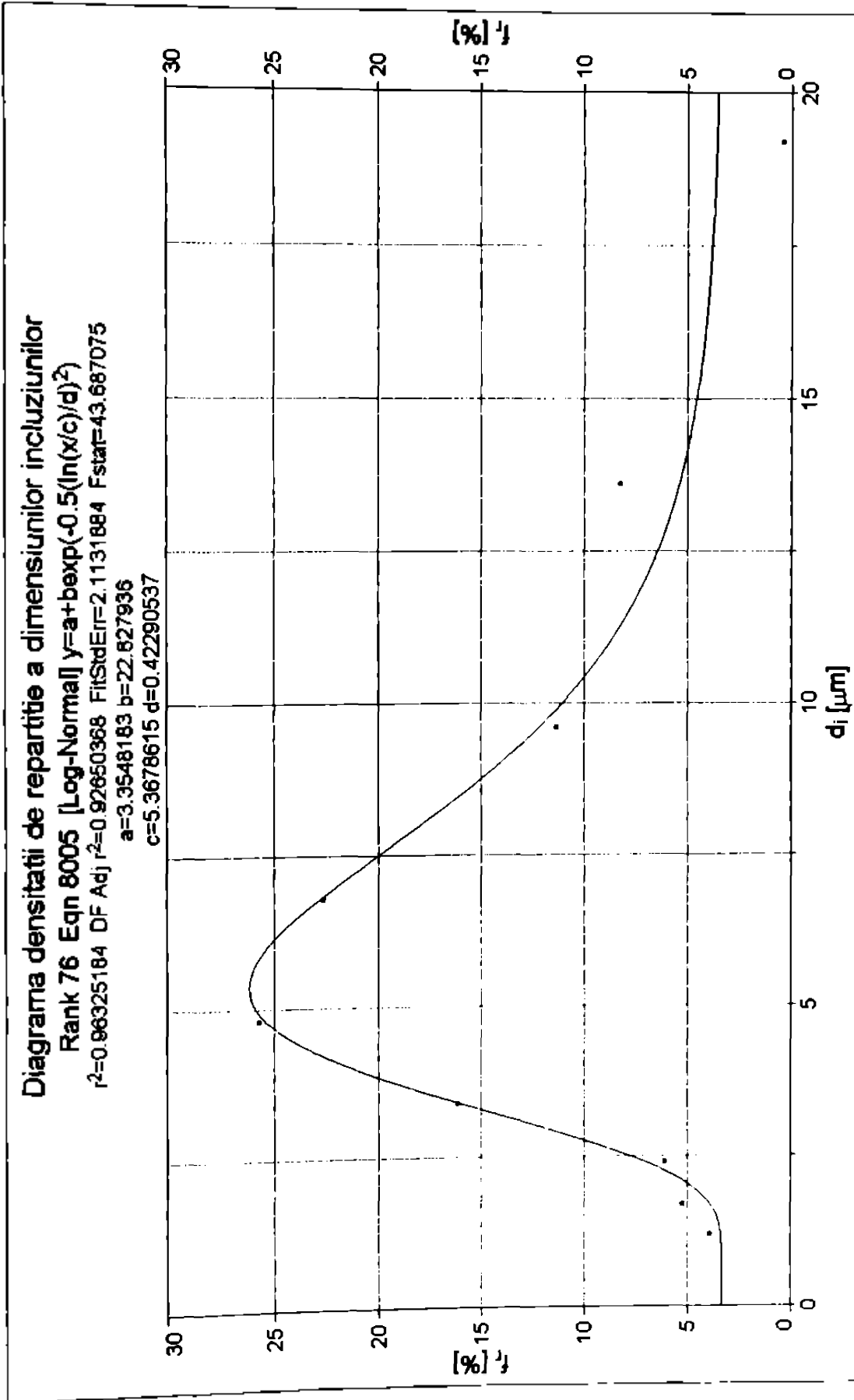


Fig.4.39

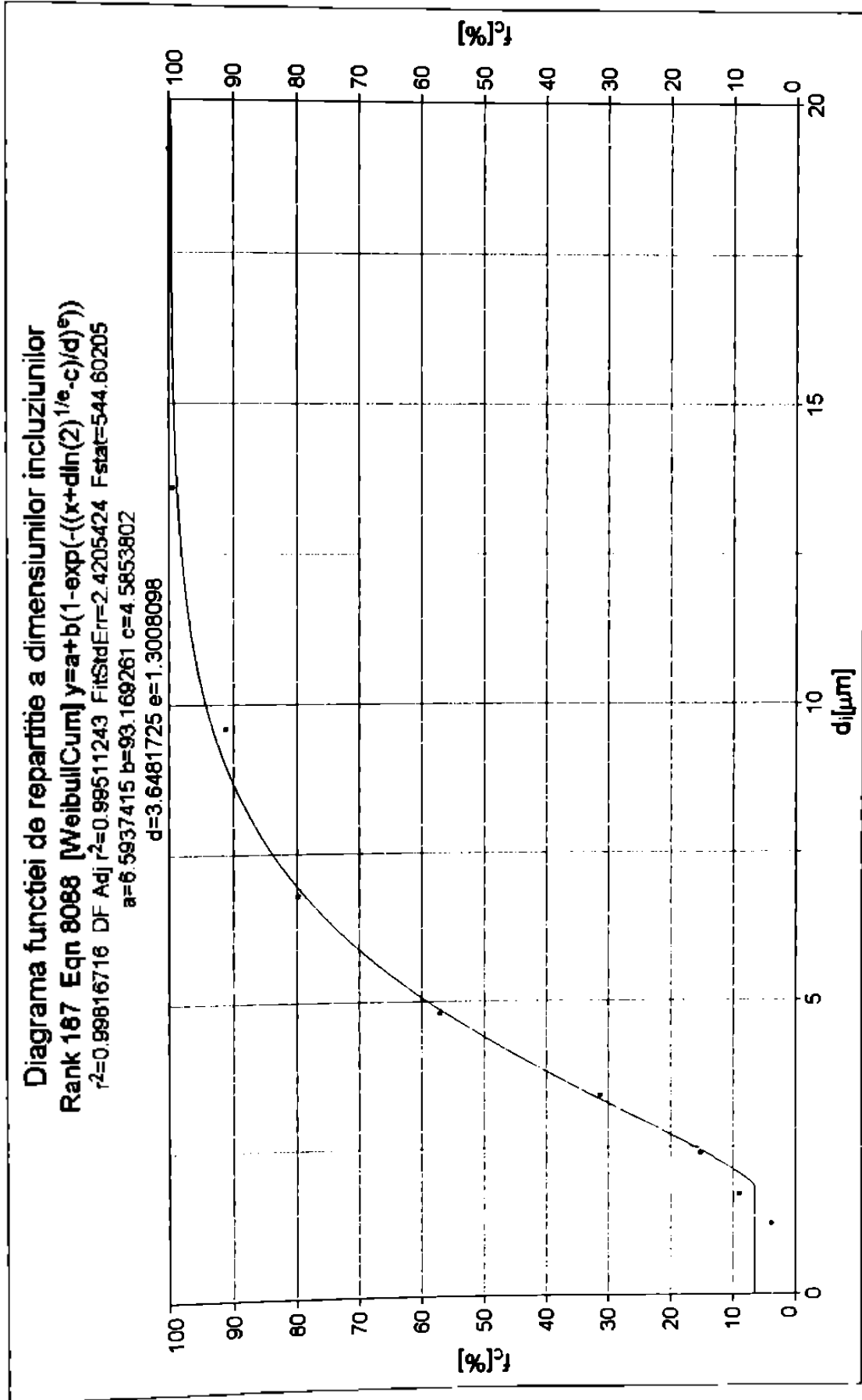


Fig.4.40

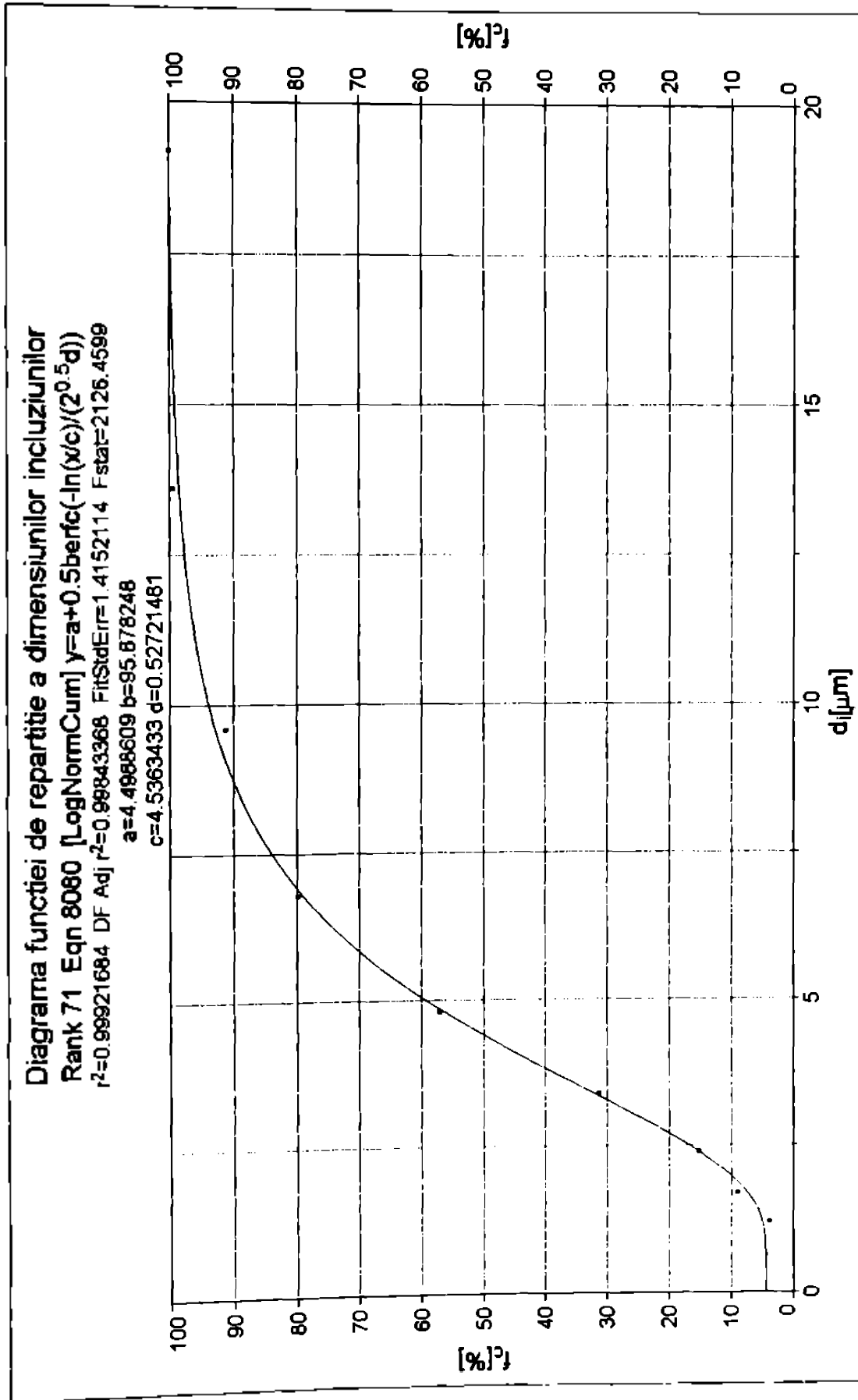


Fig.4.41

4.4. PRELUCRAREA STATISTICĂ A VALORILOR INTEGRALEI CRITICE J_{Ic}

4.4.1. Calculul valorii integralei critice J_{Ic} pentru oțelul OL52

Integrala critică J_{Ic} pentru oțelului OL52 poate fi considerată ca valoarea calculată cu relația (3.17), corespunzătoare valorilor mediane ale distanțelor interincludionale, respectiv ale dimensiunilor incluziunilor. Toate mărimile care intervin în expresia (3.17) sunt acum cunoscute. Vom înlocui, deci, în relația (3.17) l_o cu \tilde{l} și d_o cu \tilde{d} , pentru ambele tipuri de distribuție: Weibull, respectiv Lognormală. Valorile integralei critice J_{Ic} vor fi:

- Pentru distribuția Weibull :
$$J_{Ic} = 202,469 \left[\frac{N}{mm} \right]$$

- Pentru distribuția Lognormală :
$$J_{Ic} = 186,645 \left[\frac{N}{mm} \right]$$

4.4.2. Prelucrarea statistică a valorilor integralei critice J_{Ic} după legile de repartiție Weibull și Lognormală

Având în vedere faptul că expresia valorii integralei critice (3.17) conține parametri intrinseci de material: distanța interincludionară și dimensiunea incluziunilor, iar aceste mărimi sunt variabile aleatoare distribuite după legi de distribuție probabiliste, și integrala critică J_{Ic} va avea o variabilitate statistică.

Pentru a determina funcțiile de repartiție ale integralei critice după cele două legi de repartiție analizate, Weibull și Lognormală, se aplică metoda cuantilelor [R5, T4]. Această metodă constă în determinarea, prin calcul, a valorilor integralei critice pentru diferite valori ale frecvenței cumulate, în funcție de valorile corespunzătoare acestor procente ale distanțelor interincludionare și dimensiunilor incluziunilor, după cele două legi de repartiție probabiliste.

Cu ajutorul programului de calcul Table Curve 2D s-au determinat valorile distanțelor interincludionare și a dimensiunilor incluziunilor corespunzătoare diferitor valori ale frecvenței cumulate după cele două legi de repartiție. În Anexa 1A sunt prezentate valorile distanțelor interincludionale calculate pentru distribuția Weibull, respectiv Lognormală, iar în Anexa 1B, valorile distanțelor interincludionare.

Datele obținute s-au prelucrat pe calculator în programul de calcul matematic Mathcad. Structura programului elaborat în Mathcad este prezentată în Anexa 2.

Datele obținute sunt centralizate în Tabelul 4.17, pentru distribuția Weibull, respectiv în Tabelul 4.18, pentru distribuția Lognormală.

Distribuția Weibull

Tabelul 4.17.

f_c [%]	l [μm]	d [μm]	J_{Ic} [N/mm]
7	17.3703	1.8890	50.268
8	18.3279	1.9791	53.788
9	19.2441	2.0547	57.773
10	20.1262	2.1238	61.850
20	27.8696	2.7048	101.252
30	34.7578	3.2390	136.968
40	41.4821	3.7874	170.288
50	48.4299	4.3816	202.469
60	55.9784	5.0570	234.725
70	64.6732	5.8709	268.564
80	75.5955	6.9442	306.568
90	91.9444	8.6513	355.383
95	106.3958	10.2645	391.148
96	110.7576	10.7736	400.574
97	116.2124	11.4281	411.238
98	123.6242	12.3569	423.424
99	135.7077	14.0263	434.721

Distribuția Lognormală**Tabelul 4.18.**

f_c [%]	l [μm]	d [μm]	J_{fc} [N/mm]
5	16.6335	1.1761	113.853
6	17.8008	1.4579	90.813
7	18.8405	1.6297	86.168
8	19.7908	1.7630	85.342
9	20.6747	1.8756	85.965
10	21.5076	1.9751	87.273
20	28.4499	2.6951	108.487
30	34.5200	3.2628	132.225
40	40.6030	3.8096	157.834
50	47.1675	4.3863	186.645
60	54.7015	5.0382	220.664
70	63.9626	5.8321	263.278
80	76.5156	6.9079	321.249
90	96.9534	8.7037	411.685
95	115.6262	10.4816	481.501
96	121.0777	11.0491	497.533
97	127.5928	11.7737	512.786
98	135.6659	12.7728	523.749
99	146.2291	14.3716	518.054
100	161.3801	18.4180	423.983

Cu valorile calculate ale integralei critice se trasează diagramele funcțiilor de repartiție după cele două legi de distribuție probabiliste. Aceste diagrame sunt reprezentate în Fig.4.42, respectiv Fig.4.43. Mărimile caracteristice ale distribuțiilor sunt prezentate deasupra diagramelor. Se observă că distribuția Weibull prezintă un coeficient de corelare mai mare decât distribuția Lognormală, dar ambii coeficienți de corelare sunt extrem de buni.

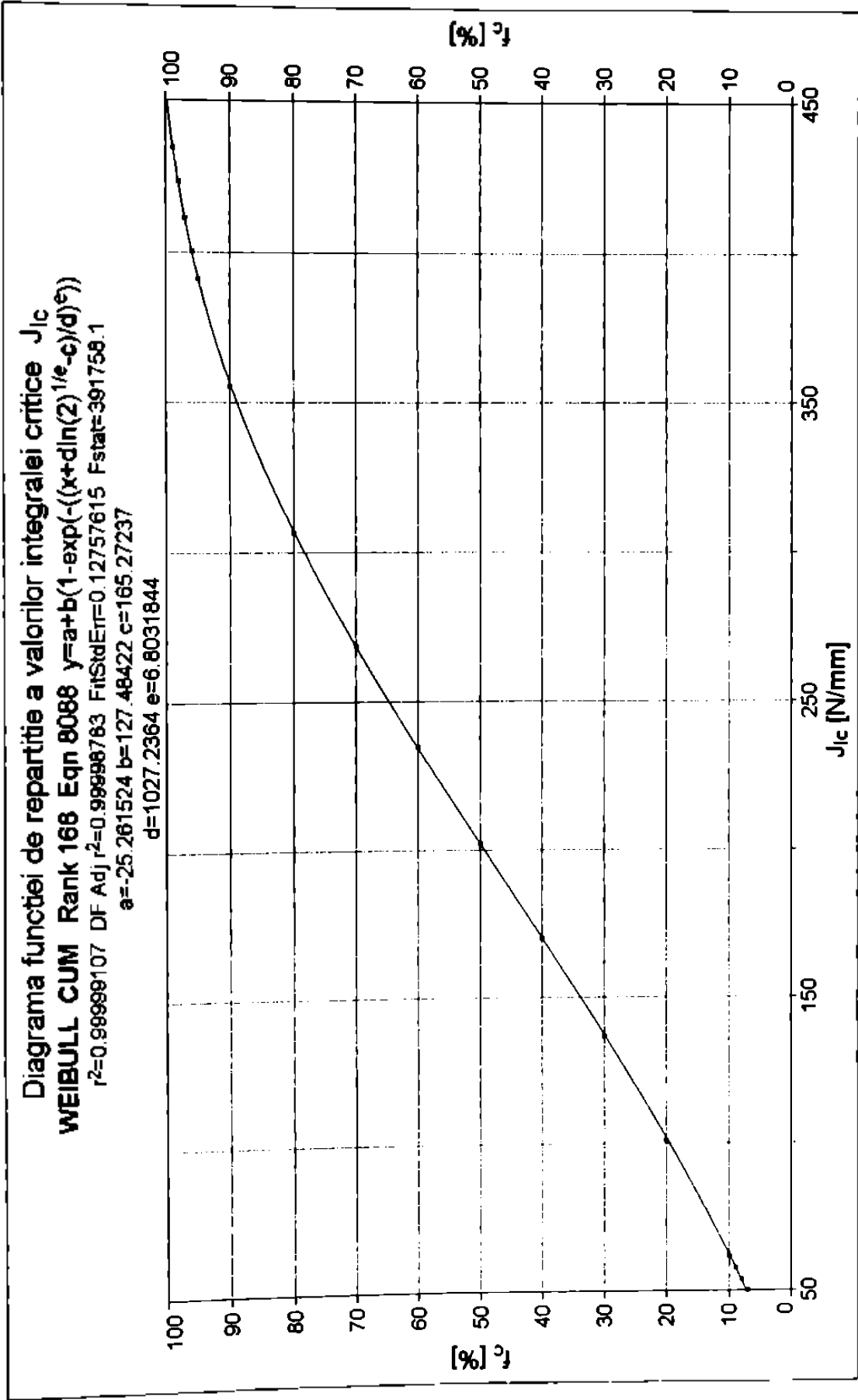


Fig.4.42

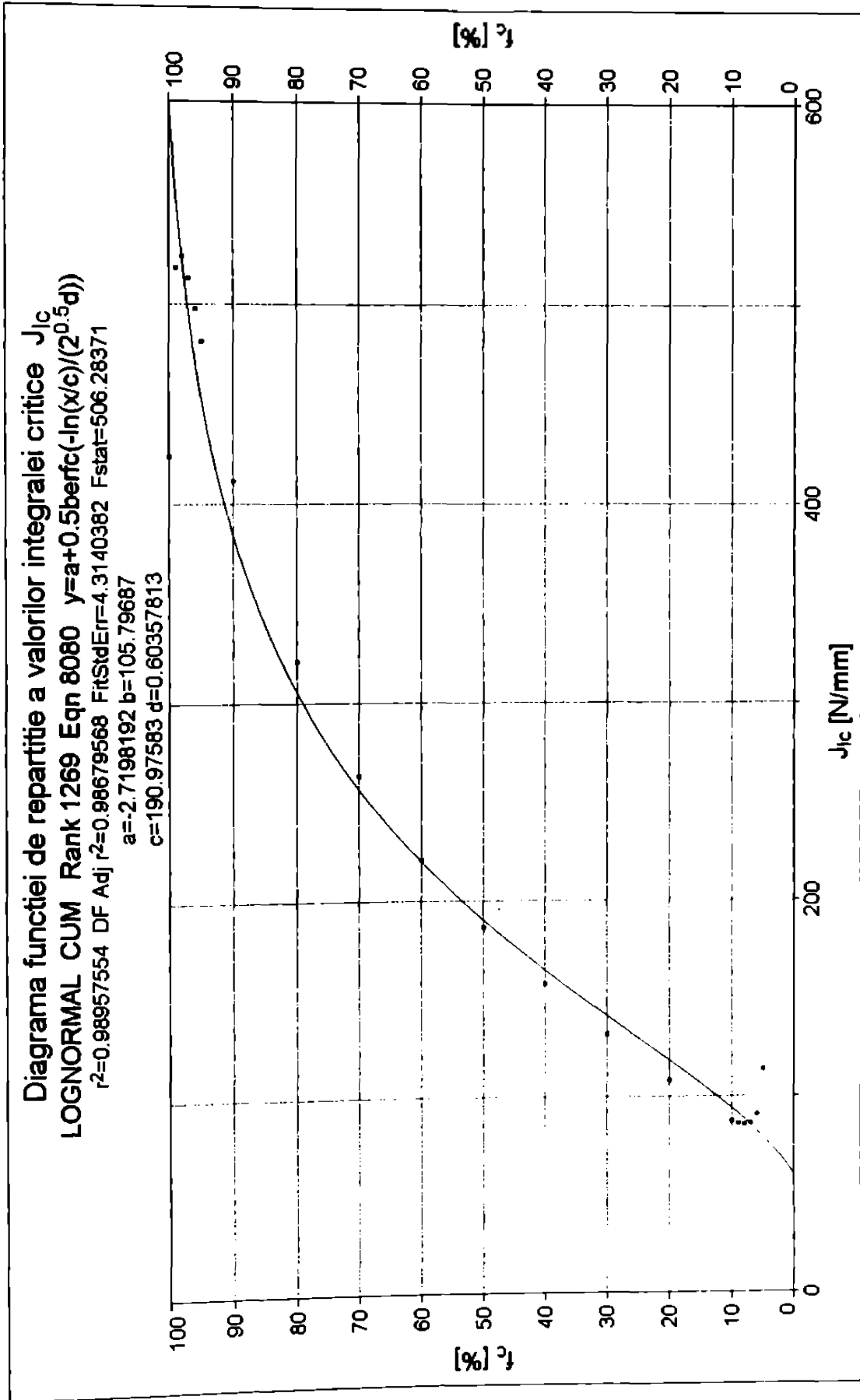


Fig.4.43

4.5. CONCLUZII

Relația (3.17) a integralei critice J_{Ic} stabilită în capitolul 3 permite calculul valorii acesteia în funcție de parametrii globali de material și de mărimi locale.

Pentru orice material parametrii globali de material n , β , K și $\bar{\epsilon}_r$ se pot determina dintr-o încercare clasică la tracțiune pe epruvete netede. Determinarea mărimilor locale, dimensiunea incluziunilor și distanța interincluzională, necesită, în prezent, un volum mai mare de muncă, dar datorită progresului în domeniul aparaturii electronice de măsură și control, precum și în domeniul aparaturii de calcul, într-un viitor foarte apropiat va ajunge foarte facilă.

Este evident că atât distanțele interincluzionare, cât și dimensiunile incluziunilor prezintă o variabilitate statistică. S-a demonstrat în acest capitol că legile de repartiție probabilistă Weibull, respectiv Lognormală, sunt în măsură să descrie cu o foarte bună precizie variabilitatea statistică a acestor mărimi (coeficienți de corelare foarte apropiați de unitate).

Pentru distanțele interincluzionale, o lege de repartiție Weibull este mai exactă decât legea Lognormală. Pe de altă parte, variabilitatea statistică a dimensiunilor incluziunilor este descrisă cu mai multă precizie de o lege de repartiție Lognormală.

Analizând funcțiile de repartiție ale valorilor integralei critice J_{Ic} din Fig.4.42, respectiv Fig.4.43, se observă că ambele legi de repartiție ajustează foarte bine rezultatele obținute, dar distribuția Weibull este, totuși, mult mai precisă

CAPITOLUL 5

DETERMINAREA EXPERIMENTALA A VALORII INTEGRALEI CRITICE J_{Ic} PENTRU OTELUL OL52

Intr-o lucrare anterioară [S12], publicată de autor, s-au prelucrat rezultatele încercărilor pentru determinarea integralei critice J_{Ic} pentru oțelul OL52, la diferite temperaturi.

Evident, pentru a valida rezultatele obținute în Capitolul 4, în acest capitol se vor prelucra doar datele obținute la temperatura ambiantă, mai precis la 20°C.

Caracteristica J_{Ic} s-a determinat prin metoda curbei R [A4, A7, A8]. Încercările pentru determinarea integralei J s-au efectuat pe epruvete de tracțiune având dimensiunile standardizate [A8] indicate în Fig.5.1, prelevate din tablă laminată din oțel OL52, de grosime 25mm. Epruvetele s-au încercat pe o mașină clasică de tracțiune, având clasa I de precizie.

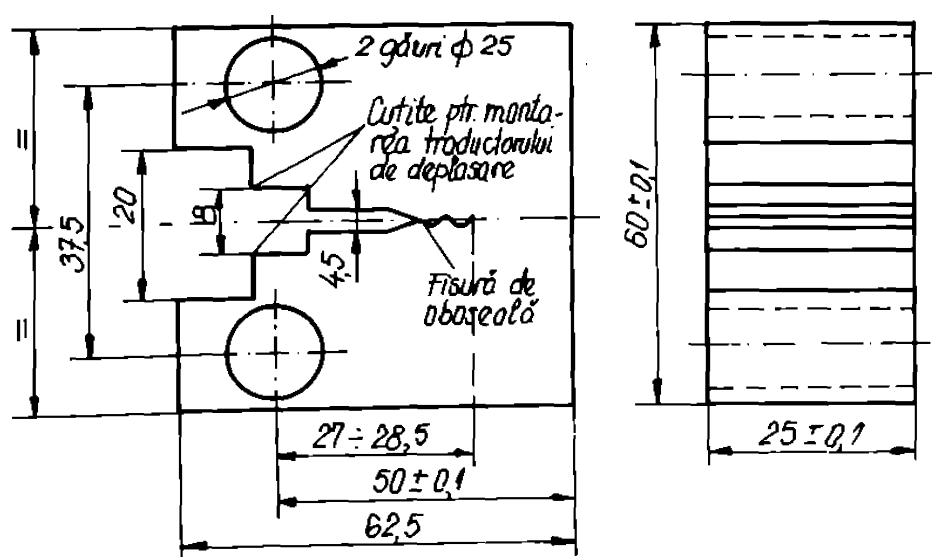


Fig.5.1. Forma și dimensiunile epruvetelor utilizate

La temperatura ambiantă (20°C) s-au încercat la tracțiune 5 epruvete, înregistrându-se, cu ajutorul unui înregistrator în coordonate X-Y, diagramele forță - deplasarea punctului de aplicație a forței. Domeniul de variație al forței a fost ales astfel încât să se obțină extinderi ale fisurii inițiale (Δa_p) în domeniul 0,15 - 1,5 mm.

Pentru fiecare epruvetă încercată s-a determinat aria de sub curba forță - deplasare, apoi s-a calculat valoarea integralei J cu relația:

$$J_I = \frac{1 - \nu^2}{E} \cdot K^2 + \frac{A_c}{B(W - a)} \cdot x \quad (5.1)$$

ν : coeficientul lui Poisson, pentru oțelul OL52 $\nu = 0,3$;

E : modul de elasticitate longitudinal, $E = 2,1 \cdot 10^5$ [N/mm²];

K : coeficientul de intensitate a tensiunii, corespunzător forței, F_c , de încercare a epruvetei [N/mm^{3/2}];

A_c : aria de sub curba forță - deplasarea punctului de aplicație a forței [N/mm];

B : grosimea epruvetei [mm];

W : lățimea epruvetei [mm];

a : lungimea fisurii de oboseală [mm];

x : coeficientul de formă a epruvetei $x = 2,223$

Aria A_c s-a calculat cu un dispozitiv de digitizare atașat calculatorului electronic.

Pentru evidențierea creșterii fisurii inițiale, fiecare epruvetă încărcată a fost supusă unui tratament de colorare termică, constând din încălzirea acesteia în cuptor la o temperatură de 350 - 400 °C aproximativ o jumătate de oră și răcirea ei în aer liniștit. Epruvetele s-au rupt, apoi, la o sarcină statică la temperatura mediului ambiant.

Cu ajutorul microscopului optic s-a măsurat creșterea fisurii inițiale, Δa_p , conform Fig. 5.2

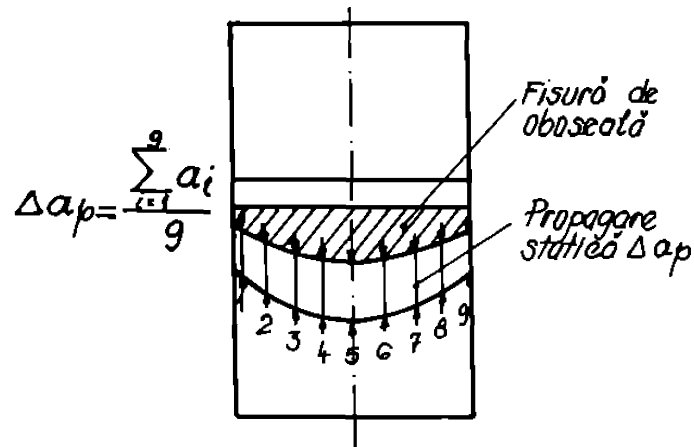


Fig.5.2. Modul de măsurare și calcul al lungimii fisurii inițiale

Rezultatele obținute s-au centralizat în Tabelul 5.1:

Tabelul 5.1.

Nr. epr.	B [mm]	W [mm]	a [mm]	F_c [N]	A_c [Nmm]	J_I [N/mm]	Δa_p [mm]	J_Q [N/mm]
1	24.8	50	28.06	40000	49396.59	233.350	0.45	203
2	24.8	50	28.35	39400	52012.56	247.272	0.51	
3	24.8	50	28.40	39300	43822.73	213.744	0.60	
4	24.8	50	27.72	40500	53316.32	245.387	0.71	
5	24.8	50	28.10	42900	65915.85	306.440	1.30	

Cu datele din tabel s-a trasat, cu ajutorul metodei celor mai mici pătrate, dreapta de regresie $J_I - \Delta a_p$ din Fig.5.3. Pe aceeași diagramă s-a reprezentat dreapta de ecuație (5.2).

$$J_I = \Delta a_p (\sigma_c \cdot \sigma_r) \quad (5.2)$$

În ecuația (5.2), σ_c este limita de curgere, iar σ_r rezistența la rupere a materialului.

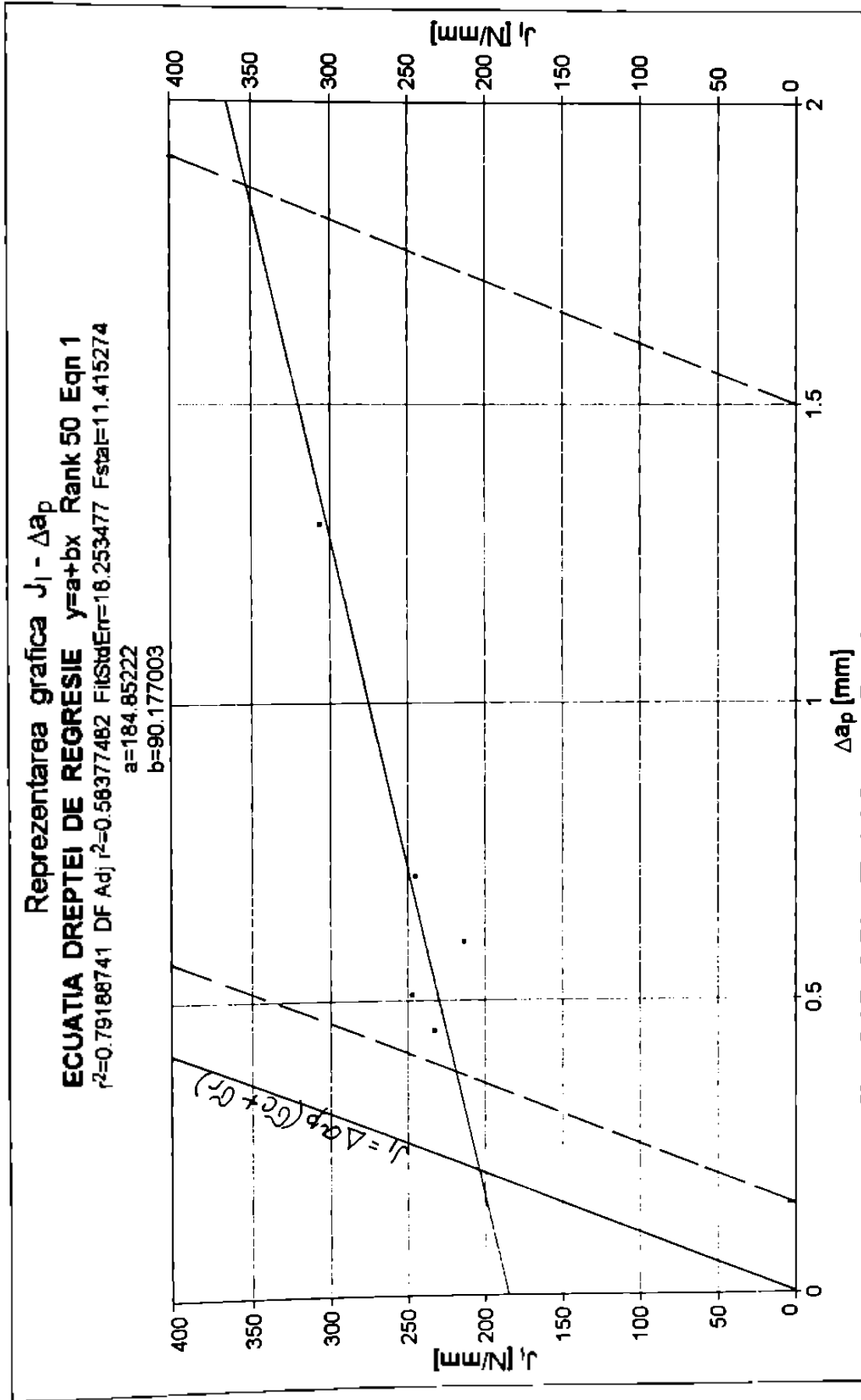


Fig.5.3

$$\sigma_c = 399 \text{ [N/mm}^2\text{]}, \sigma_r = 573 \text{ [N/mm}^2\text{]}.$$

Valoarea critică a integralei J_Q s-a determinat la intersecția dreptei de regresie din Fig. 5.3 cu dreapta de ecuație (5.2). Această valoare este:

$$J_Q = 203 \text{ [N/mm]}$$

Comparăm această valoare cu valorile integralei critice obținute în paragraful 4.4.1., și anume:

- Pentru distribuția Weibull: $J_{Ic} = 202,469 \text{ [N/mm]}$

- Pentru distribuția Lognormală: $J_{Ic} = 186,645 \text{ [N/mm]}$

Se observă clar că valoarea obținută utilizând relația de calcul (3.17) și distribuția Weibull este aproximativ egală cu valoarea integralei critice determinată pe cale clasică. Eroarea relativă este extrem de mică, și anume:

$$\Delta J = \frac{J_Q - J_{Ic}}{J_{Ic}} \cdot 100 = 0,26 [\%]$$

CAPITOLUL 6

CONCLUZII SI CONTRIBUTII ORIGINALE

6.1. CONCLUZII

Mecanica Ruperii Materialelor este în prezent un domeniu deosebit de important în activitatea inginerescă. Dintre cele două tipuri de rupere a materialelor, ruperea ductilă a fost cea mai puțin studiată, datorită complexității fenomenelor care intervin la nivel microstructural. Pe de altă parte, fenomenele care intervin în procesul ruperii ductile au la bază mărimi care prezintă o variabilitate statistică.

Integrala critică J_{Ic} este un parametru care caracterizează tenacitatea la rupere a materialelor ductile. În această lucrare s-a demonstrat că acest parametru depinde, pe de-o parte, de parametrii globali de material care definesc procesele deformației plastice, iar pe de altă parte, de mărimi locale, care prezintă o variabilitate statistică. Iată de ce ruperea materialelor ductile trebuie abordată într-o manieră probabilistă.

Mărimile locale care intervin în procesul ruperii ductile și prezintă o variabilitate statistică sunt dimensiunile incluziunilor și distanțele interincluzionare. Aceste mărimi au fost determinate experimental în Capitolul 4 și prelucrate statistic după două legi de repartiție probabiliste, foarte des utilizate în Mecanica Probabilistă a Ruperii, și anume după distribuția Weibull, respectiv Lognormală.

S-a constatat că distribuția Weibull descrie cu o foarte bună precizie variabilitatea statistică a distanțelor interincluzionare. Pe de altă parte, distribuția Lognormală caracterizează mai bine variabilitatea statistică a dimensiunilor incluziunilor.

Având în vedere cele de mai sus, tenacitatea la rupere a materialelor ductile, descrisă prin parametrul J_{Ic} , prezintă, de asemenea, o variabilitate statistică (Paragraful 4.4.2).

Prelucrând datele experimentale s-a ajuns la concluzia că o distribuție Weibull, cu trei parametri, descrie cu o precizie excelentă variabilitatea statistică a tenacității la rupere a materialelor ductile.

6.2. CONTRIBUTII ORIGINALE

Contribuțiile originale teoretice, experimentale și practice, pe care le-am prezentat în detaliu pe parcursul dezvoltării lucrării, sunt arătate în cele ce urmează:

- Sintetizarea stadiului actual al cercetărilor în ceea ce privește abordarea locală a ruperii ductile (mecanismele ruperii ductile, modelele de creștere a cavitațiilor, etc).
- Clasificarea abordărilor statistice microstructurale ale ruperii, elaborate până în prezent.
- Elaborarea unui nou model microstructural al ruperii ductile bazat pe integrala critică J_{Ic} plecând de la ipotezele modelului Cioclov - Mesmaque
- Stabilirea unei noi relații de calcul (3.17) a integralei critice J_{Ic} , în funcție de parametrii globali constanți de material $n, \beta, K, \tilde{\epsilon}_p$ și de mărimi locale d_o, l_o , care prezintă o variabilitate statistică.
- Prelucrarea statistică a datelor incluzionare pentru oțelul OL52, după două legi de repartiție probabilistă, Weibull, respectiv Lognormală.
- Prelucrarea statistică a valorilor integralei critice J_{Ic} , calculate cu relația (3.17), după cele două legi de repartiție.
- Compararea rezultatelor obținute după cele două legi de repartiție probabilistă
- Verificarea valabilității noii relații de calcul, după determinarea pe cale experimentală clasică a valorii integralei critice J_{Ic} pentru oțelul OL52 (Cap.5) S-a demonstrat că relația de calcul a integralei critice J_{Ic} , stabilită de autor, este valabilă (eroare relativă de sub 1%), pentru distribuția Weibull.

BIBLIOGRAFIE

- [A1] ARGON A.S., IM J. (1975), Metallurgical Transactions, vol.61, pg.25-34
- [A2] ARGON A.S., IM J. (1975), Separation of Inclusions in Spheroidized 1045 Steel, Cu - 0,6% Cr Alloy and Maraging Steel in Plastic Straining, Metallurgical Transactions, vol.6A, pg.839
- [A3] ASTM E 399-83, Standard Method of Test for Plain Strain Fracture Toughness of Metallic Materials
- [A4] ASTM E 561-86, Standard Practice for R-Curve Determination
- [A5] ASTM E 616-82, Terminology Relating to Fracture Testing
- [A6] ASTM E 740-80, Standard Practice for Fracture Testing with Surface Crack Tension Specimens
- [A7] ASTM E 813-86, Standard Test Method for J_{Ic} a Measure of Fracture Toughness
- [A8] ASTM E 1152-87, Standard Test Method for Determining J-R Curve
- [A9] ASTM E 8-69, Tension Testing of Metallic Materials
- [B1] BROEK D. (1986), Elementary Engineering Fracture Mechanics, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Netherlands.
- [B2] BEREMIN F.M. (1981), Experimental and Numerical Study of the Different Stages in Ductile Rupture, North Holland Publishing Company.
- [B3] BEREMIN F.M. (1980), Study of Fracture Criteria for Ductile Rupture of A508 Steel, Proc.Int.Conf.Fracture, nr.5, Cannes, pg.809
- [B4] BERG C.A. (1962), The Motion of Cracks in Plane Viscous Deformation, Proc. 4th U.S. Nat.Congr.Appl.Mech., Berkeley C.A., Am.Soc.Metals, pg.885-892
- [B5] BS 5762-1979, Methods for Crack Tip Opening displacement Testing.
- [B6] BS 7448-1991, Fracture Mechanics Toughness Tests. Part I; Method for Determinat. of K_{Ic} , Critical CTOD and Critical J Values of Metallic Materials.
- [B7] BARSOM J.R., ROLFE S.T.(1987), Fracture and Fatigue Control in Structures. Applications of Fracture Mechanics, Prentice Hall Inc., New Jersey.
- [B8] BUCCI R.J., PARIS P.C., LANDES J.K., RICE J.D. (1972), J Integral Estimation Procedures, ASTM STP 514.

- [B9] BANKS - SILLS L., SHERMAN D. (1991), *J_n Fracture Testing of a Plastically Deforming Material*, International Journal of Fracture, Vol.50.
- [B10] BEREMIN F.M. (1981), *Three-Dimensional Constitutive Relations and Ductile Fracture*, S.Nemat-Naser Editor, North Holland Publishing Company.
- [B11] BEREMIN F.M. (1981), *Study of Fracture Criteria for Ductile Rupture of A508 Steel*, ICF5, Vol.2.
- [B12] BATDORF S.B. (1975), *Fracture Statistics of Brittle Materials with Intergranular Cracks*, Nuclear Eng. and Design 35, pg.349-360
- [B13] BATDORF S.B. (1978), *Fundamentals of Statistical Theory of Fracture*, Fracture Mechanics of Ceramics, Plebum Press.
- [B14] BLOOM J.M. (1984), *Probabilistic Fracture Mechanics. A State-of-the-Art Review*, Advances in Probabilistic Fracture Mechanics, Pressure Vessel and Pipping Conference, San Antonio, Texas.
- [C1] COTTRELL B. (1963), *Dislocations and Plastic Flow in Crystals*, Clarendon Press, Oxford.
- [C2] CIOCLOV D. (1977), *Mecanica ruperii materialelor*, Ed. Academiei, București.
- [C3] COUQUE H., DEXTER R.J., HUDAK S.J. (1990), *Using Small Specimen to Measure Dynamic Fracture Properties of High-Toughness Steels*, Symposium on Rapid Load Fracture Testing, San Francisco.
- [C4] CIOCLOV D., MESMAQUE G. (1994), *La mécanique probabiliste de la rupture. Applications.*, Programme PECO, Lille.
- [C5] CIOCLOV D., SCHMITZ V. (1997), *Fracture Mechanics for Risk Based Assessment*, Risk Based Assessment of Industrial Components and Plants Seminar, Indian Institute of Technology, Madras, India.
- [C6] CIOCLOV D., FARBAS N.(1992), *Studiul și elaborarea criteriilor locale de rezistență metodologie de aplicare a analizei spectrale, experimentări de laborator*, Contract 636/C, vol.1, ISIM, Timișoara
- [D1] DIETER E.G. Jr. (1970), *Metalurgie mecanică*, Ed.Tehnică, București.
- [D2] DUMONT C., LEVAILLANT C. (1990), *Croissance de cavités dans des matériaux a matrice ductile*, 6 J.N.Dymat, pg.2
- [D3] DING Q., QIGONG C.(1983), *On the Cleavage Fracture Criterion Based on Statistical Model*, Proc. ICF Internat. Symp. Fract. Mech., Beijing, pg.982-989

- [D4] DUGDALE D.S.(1960), *Yielding of Steel Sheets Containing Slits*, J.Mech.Phys.Solids vol.8.
- [D5] DOBRE I, MOTICA A.(1997), *Rezistența Materialelor. Elasticitate. Plasticitate.*, vol.1, Ed.de Vest, Timișoara.
- [E1] EWALDS H.L., WANHILL R.J. (1986), *Fracture Mechanics*, Arnold, London.
- [F1] FIRRAO D., ROBERTI R.(1983), *Ductile Fracture Nucleation Ahead of Sharp Cracks*. *Metalurgical Sciences and Technology*, Nr.1, pg.5-13
- [F2] FALESKOG J.(1994), *An Experimental and Numerical Investigation of Ductile Crack Growth Characteristics in Surface Cracked Specimens under Combined Loading*, *Int. Jour. Fracture*, 68.
- [G1] GHICA V.(1979), *Cercetarea susceptibilității la fisurare ductilă a oțelurilor de construcții*, Teză de doctorat, I.P.T.V.T.
- [G2] GARRETT G., MARRIOTT D.L. (1980), *Engineering Applications of Fracture Analysis*, Pergamon Press, Johanesburg.
- [G3] GURLAND J., PLATEAU J. (1963), *Trans. ASM*, vol.56, pg.442
- [G4] GOODS S.H., BROWN L.M. (1979), *The Nucleation of Cavities by Plastic Deformation*, *Acta Metall*, vol.27, pg.1
- [G5] GLENNIE E.B. (1972), *The Dynamic Growth of a Void on a Plastic Material*, *J.Mech.Phys.Solids*, vol.20, pg.415-429
- [G6] GEORGE K.P. (1984), *Statistical Theory of Size Effects on Material Strength. A Review*, *New Delhi India Advances in Fract.Research*, 5, 2549-2556
- [G7] GOUAIR H.(1994), *Approche probabiliste de la rupture fragile et ductile a grand vitesse de deformation*, *These de l'Univ. de Metz*.
- [G8] GRIFFITH A.(1920), *The Phenomena of Rupture and Flaw in Solids*, *Phil.Trans.A*, vol.221.
- [H1] HAN S., MARGOLIN H., *Void Formation, Void Growth and Tensile Fracture of Plain Carbon Steel and a Dual-Phase Steel*, *Materials Science and Engineering*, A112
- [H2] HUA TAI W. (1990), *Plastic Damage and Ductile Fracture in Mild Steels*, *Eng.Fract.Mech.*, vol.37, nr.4, pg.853-880
- [H3] HANCOCH J.W., MACKENZI A.C. (1976), *Journal of Mechanics Physics Solids*, 24, pg.147-169
- [I1] IRWIN G.R.(1957), *Analisis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate*, *Journ.Appl.Mech.*, vol.24.
-

- [J1] JAYATILAKA A.S.(1977), Statistical Approach to Brittle Fracture, Jour. of Mater. Sciences, 12, pg.1426-1430
- [K1] KLOCKER H., MONTHEILLET F. (1991), Influence of Flow Rule and Inertia on Void Growths in Rate Sensitive Material, Journée Nationale Dymat 91, C3, pg.733
- [K2] KLOCKER H. (1991), Analyse teorique de la croissance d'une cavite dans un materiau viscoplastique, These, Ecole Nationale Supérieure des Mines, Paris.
- [L1] LIEBOWITZ H. (1969), Fracture. An Advanced Treatise, Academic Press, London.
- [L2] LUNGU D., GHIOCEL D.(1982), Metode probabilistice în calculul construcțiilor, Ed.Tehnică, Buc.
- [M1] Mc CLINTOCK F.A., ARGON A.S. (1966), Mechanical Behavior of Materials, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Massachusetts Institute of Technology.
- [M2] Mc CLINTOCK F.A., O'DAY W.R. Jr (1965), Biaxial Tension, Distributed Dislocation Cores and Fracture in Bubble Rafts, International Conference on Fracture, Sendai, Japonia.
- [M3] Mc CLINTOCK F.A. (1968), A Criterion of Ductile Fracture by the Growth of Holes", Journal of Applied Mechanics, pg.363-368
- [M4] Mc CLINTOCK F.A.(1970), Plasticity Aspects of Fracture. Fracture, H. Liebowitz, vol.3, Academic Press, New York.
- [M5] Mc CLINTOCK F.A.(1973), Models of Spall Fractures by Holes Growth. Metallurgical Effects at High Strain Rates, ed.Rohdeetal.
- [M6] MARSAVINA L.(1993), Metode Experimentale în Mecanica Ruperii, Referat.
- [M7] MIHAILA N. (1965), Introducere în teoria probabilităților și statistică matematică, EDP, București.
- [M8] MILNE I., CHELL G. (1979), Effect of Size on the J Fracture Criterion, Elastic-Plastic Fracture, ASTM, STP 668, pg.358-377
- [M9] MUDRY F. (1982), Etude de la rupture ductile et de la rupture fragile d'aciers faiblement allies, These d'Etat, Univ. de Technologie de Compiene.
- [M10] MESMACQUE G.(1978), Contribution a l'etude des mecanismes de la rupture ductile dans les aciers, These de l'Universite des Sciences et Techniques de Lille.
- [M11] MORTEZA A., TORKAMANI M. ș.a.(1989), A Unified Approach to the Solution of Plane Elasto - Plastic Problems: Criteria of Yielding, Computers & Structures, Vol.33, Nr.5, Great Britain.

- [N1] NEVILLE D.J. (1987), A New Statistical Distribution Function for Fracture Toughness, Proc.R.Soc.London, A410, pg.421-442
- [N2] NEVILLE D.J. (1987), Statistical Analysis of Fracture Toughness Data, Eng. Fract. Mech., Vol.27, nr.2, pg.143-155
- [P1] PARTON V., MOROZOV E. (1974), Elastic - plastic Fracture Mechanics, Mir Publishers, Moscow.
- [P2] PUTTICK K.E. (1959), Ductile Fracture in Metals, Phil. Magazine, No.4.
- [P3] PAPAKALITAKIS G.E., KATSIKI O. (1992), A Comparison of the Strain Energy Density and Crack Tip Opening Displacement Criteria on Ductile Fracture, The 9th Biennial European Conference on Fracture, Varna.
- [P4] PANA T.(1992), Mecanica ruperii materialelor, Ed.T.Pană & Co, București.
- [P5] PLUVINAGE G. (1987), Approche statistique de la tenacite sous sollicitation dynamique, 4 Jour.Nat.Dymat, Metz
- [R1] RICE J.R., TRACEY D.M (1969), On Ductile Elargement of Voids in Triaxial Stress Field, Journal of Mechanics and Physics, vol 17, pg.201-217
- [R2] RICE J.R., ROSENGREN G.F. (1968), J.Mech.Phys.Solids, vol.1.
- [R3] RICE J.R. (1978), A Path Independant Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, J. Appl.Mech.
- [R4] RUSU O.(1996), Noțiunile fundamentale ale Mecanicii Ruperii, Bulct.Asoc. Române de Mecanica Ruperii, Nr.2.
- [R5] RANCU N., TOVISSI L.(1963), Statistică matematică cu aplicații în producție, Ed. Acad., Buc.
- [S1] SEAMAN L., CURRAN D., SHOCKEY D. (1978), Computational Models for Ductile and Brittle Fracture, Journal of Applied Physics, vol.47, nr.11.
- [S2] STAS 1963-81, Rezistența Materialelor. Terminologie și simboluri.
- [S3] STAS 1400-75, Incercarea la încovoiere prin șoc pe epruvete cu creștătură în U.
- [S4] STAS 7511-81, Incercarea la încovoiere prin șoc pe epruvete cu creștătură în V.
- [S5] STAS 200-87, Incercarea la tracțiune.
- [S6] STAS 12803-90, Determinarea deplasării la deschiderea fisurii.
- [S7] STAS 1510-87, Mășini de încercări mecanice statice.
- [S8] SILAGHI-PERJU D. (1996), Model microstructural al ruperii ductile bazat pe integrala critică J_{Ic} , Simpoz.Naț.Tensometric, Vol.III, Suceava, pg.119-124

- [S9] SILAGHI-PERJU D. (1997), Abordarea probabilistă a ruperii materialelor, Analele Univ.Oradea, Fasc.Mec, Oradea, pg.165-170
- [S10] SILAGHI-PERJU D. (1998), Analiza probabilității de rupere a elementelor portante cu defecte de tip fisuri, IV Simpoz. Naț.Mec.Rup., ICEM SA, Buc, pg.1/25-1/30
- [S11] STANLEY P., FESSLER H., SIWILL A.D.(1973), An Engineering Approche to the Prediction of Faillure of Probability of Brittle Components, Proc.Brit.Cer.Soc., 22, pg.453
- [S12] SILAGHI-PERJU D. (1993), Studiu privind fragilizarea oțelurilor carbon la temperaturi scăzute. Determinarea curbelor R de tenacitate ale oțelului R52, Simpoz. Jubil. "70 Ani de la înființarea laboratorului de Rezistența Materialelor", UTT, pg.302-317
- [T1] TANAKA R., MORI T., NAKAMMA T. (1970), Phil Mag., vol 21, pg.267
- [T2] THOMASON P.F. (1968), A Theory for Ductile by Internal Necking of cavities, Jour. Inst.of Metals, nr.96, pg.360-365
- [T3] TOLBA B., ZHANG X., PLUVINAGE G.(1988), Nouvelle approche statistique de la tenacite, Jour.Physique, C3, 49, pg.245-252
- [T4] TIRON M.(1976), Prelucrarea statistică și informațională a datelor de măsurare, Ed.Tehnică, Buc.
- [Z1] ZAHOOR A. (1989), Ductile Fracture Handbook. Circumferential Throughwall Cracks, Vol.I
- [Y1] YOKOBORI T. (1965), The Strength, Fracture and Fatigue of Materials, Noordoff, Olanda.
- [Y2] YOKOBORI T., ICHIKAWA M. (1974), A Stochastic Theory of Fracture of Solids Containing a Small Number of Macroscopic Defects, Strength and Fracture of Materials, Tohoku Univ., Sendai, Japan, Vol10, Nr.1.
- [W1] WESSEL E.T.(1990), Fracture Mechanics in the Nuclear Power Industry, EPRI NP-5792, Palo Alto.
- [W2] WEIBULL W.J. (1951), A Statistical Distribution Function of Wide Applicability, Jr.Appl.Mech., 18. pg.293-297
- [W3] WALLIN K., SAARIO T., TORRONNEN K.(1984), A Statistical Model for Carbide Induced Brittle Fracture in Steel, Metal Sciences, 18 iunie
-

- [W4] WELLS A.A.(1961), Unstable Crack Propagation in Metals, Proc.of the Crack Propagation Symposium, vol.I, Cranfield, Anglia.
- [W5] WEIBULL W.(1964), Fatigue Testing and Analysis of Results, Pergamon Press, Moscova
- [*1] *** (1986), J_{Ic} Fracture Toughness Test, MTS System Corporation, Minneapolis

1.	9.459050297737	1	X=ROOT(Y)
2.	11.35342039168	2	X=ROOT(Y)
3.	12.83937454224	3	X=ROOT(Y)
4.	14.12576682866	4	X=ROOT(Y)
5.	15.28738468885	5	X=ROOT(Y)
6.	16.36159256101	6	X=ROOT(Y)
7.	17.37034574151	7	X=ROOT(Y)
8.	18.32788735628	8	X=ROOT(Y)
9.	19.24410268664	9	X=ROOT(Y)
10.	20.12619838119	10	X=ROOT(Y)
11.	27.86963060498	20	X=ROOT(Y)
12.	34.7577804327	30	X=ROOT(Y)
13.	41.48213982582	40	X=ROOT(Y)
14.	48.42987775803	50	X=ROOT(Y)
15.	55.97843497992	60	X=ROOT(Y)
16.	64.67319488525	70	X=ROOT(Y)
17.	75.59549689293	80	X=ROOT(Y)
18.	91.94440305233	90	X=ROOT(Y)
19.	106.3958102465	95	X=ROOT(Y)
20.	110.7575750351	96	X=ROOT(Y)
21.	116.2124025822	97	X=ROOT(Y)
22.	123.6241662502	98	X=ROOT(Y)
23.	135.7077133656	99	X=ROOT(Y)
24.	Error	100	X=ROOT(Y)

1.	Error	1	X=ROOT(Y)
2.	10.8340857178	2	X=ROOT(Y)
3.	13.536965698	3	X=ROOT(Y)
4.	15.26713401079	4	X=ROOT(Y)
5.	16.63354039192	5	X=ROOT(Y)
6.	17.80083373189	6	X=ROOT(Y)
7.	18.84049534798	7	X=ROOT(Y)
8.	19.79076057673	8	X=ROOT(Y)
9.	20.67475169897	9	X=ROOT(Y)
10.	21.50764539838	10	X=ROOT(Y)
11.	28.44992056489	20	X=ROOT(Y)
12.	34.51998949051	30	X=ROOT(Y)
13.	40.60304164886	40	X=ROOT(Y)
14.	47.16754645109	50	X=ROOT(Y)
15.	54.70150858164	60	X=ROOT(Y)
16.	63.96269023418	70	X=ROOT(Y)
17.	76.51560842991	80	X=ROOT(Y)
18.	96.95344865322	90	X=ROOT(Y)
19.	115.6261748075	95	X=ROOT(Y)
20.	121.0776901245	96	X=ROOT(Y)
21.	127.5928246975	97	X=ROOT(Y)
22.	135.6658697128	98	X=ROOT(Y)
23.	146.2291026115	99	X=ROOT(Y)
24.	161.3801169395	100	X=ROOT(Y)

1.	Error	1	X=ROOT(Y)
2.	Error	2	X=ROOT(Y)
3.	Error	3	X=ROOT(Y)
4.	Error	4	X=ROOT(Y)
5.	Error	5	X=ROOT(Y)
6.	Error	6	X=ROOT(Y)
7.	1.888992416859	7	X=ROOT(Y)
8.	1.979060065746	8	X=ROOT(Y)
9.	2.054663574696	9	X=ROOT(Y)
10.	2.123783230782	10	X=ROOT(Y)
11.	2.704782032967	20	X=ROOT(Y)
12.	3.239046812057	30	X=ROOT(Y)
13.	3.787438511848	40	X=ROOT(Y)
14.	4.381595206261	50	X=ROOT(Y)
15.	5.057008504868	60	X=ROOT(Y)
16.	5.870916986465	70	X=ROOT(Y)
17.	6.944202804565	80	X=ROOT(Y)
18.	8.651329851151	90	X=ROOT(Y)
19.	10.26450357437	95	X=ROOT(Y)
20.	10.77363834381	96	X=ROOT(Y)
21.	11.42812051773	97	X=ROOT(Y)
22.	12.35692129135	98	X=ROOT(Y)
23.	14.02632074356	99	X=ROOT(Y)
24.	Error	100	X=ROOT(Y)

1.	Error	1	X=ROOT(Y)
2.	Error	2	X=ROOT(Y)
3.	Error	3	X=ROOT(Y)
4.	Error	4	X=ROOT(Y)
5.	1.176111721992	5	X=ROOT(Y)
6.	1.457893621922	6	X=ROOT(Y)
7.	1.629751288891	7	X=ROOT(Y)
8.	1.763011097908	8	X=ROOT(Y)
9.	1.875593495369	9	X=ROOT(Y)
10.	1.975072562695	10	X=ROOT(Y)
11.	2.695128703117	20	X=ROOT(Y)
12.	3.262826299667	30	X=ROOT(Y)
13.	3.80967772007	40	X=ROOT(Y)
14.	4.386337804794	50	X=ROOT(Y)
15.	5.038156414032	60	X=ROOT(Y)
16.	5.832129192352	70	X=ROOT(Y)
17.	6.907892084122	80	X=ROOT(Y)
18.	8.703720855713	90	X=ROOT(Y)
19.	10.48159189224	95	X=ROOT(Y)
20.	11.04911327362	96	X=ROOT(Y)
21.	11.77372751236	97	X=ROOT(Y)
22.	12.77279005051	98	X=ROOT(Y)
23.	14.37165613174	99	X=ROOT(Y)
24.	18.41796607971	100	X=ROOT(Y)

CALCULUL FUNCTIILOR DE REPARTITIE ALE
VALORILOR INTEGRALEI CRITICE J_{Ic}

$K = 1105.27$ $n = 0.3584$ $\epsilon = 1.3056$

$\pi = 3.1415927$ $\alpha = 1.4$ $\beta = 1.5$

DISTRIBUTIA WEIBULL

$i = 1..17$

$l_i =$	d_i	$J_i = \frac{K \cdot 10^3}{\pi \cdot (n-1)} \cdot \frac{l_i^3}{d_i^2} \cdot \frac{\epsilon - \beta \cdot n^{\alpha-1}}{\ln \frac{\epsilon}{\beta \cdot n}} \cdot \exp(\alpha \cdot \epsilon)$
17.3703	1.8889	50.268
18.3279	1.9791	53.788
19.2441	2.0546	57.773
20.1262	2.1238	61.85
27.8696	2.7048	101.252
34.7578	3.2390	136.968
41.4821	3.7874	170.288
48.4299	4.3816	202.469
55.9784	5.0570	234.725
64.6732	5.8709	268.564
75.5955	6.9442	306.568
91.9444	8.6513	355.383
106.3958	10.2645	391.184
110.7576	10.7736	400.574
116.2124	11.4281	411.238
123.6242	12.3569	423.424
135.7077	14.0263	434.721

DISTRIBUTIA LOGNORMALA

$k = 1..20$

l_k	d_k	J_k
16.6335	1.1761	113.853
17.8008	1.4579	90.813
18.8405	1.6297	86.168
19.7907	1.7630	85.342
20.6747	1.8756	85.965
21.5076	1.9751	87.273
28.4499	2.6951	108.487
34.5200	3.2628	132.225
40.6030	3.8096	157.834
47.1675	4.3863	186.645
54.7015	5.0382	220.664
63.9627	5.8321	263.278
76.5156	6.9079	321.249
96.9534	8.7037	411.685
115.6262	10.4816	481.501
121.0777	11.0491	497.533
127.5928	11.7737	512.786
135.6659	12.7728	523.749
146.2291	14.3716	518.054
161.3801	18.4180	423.983

$$J_k = \frac{K \cdot 10^{-3} \cdot l_k^3}{\pi \cdot (n-1) \cdot d_k^2} \cdot \frac{\epsilon}{\ln \frac{\epsilon}{\beta \cdot n}} \cdot \beta \cdot n^{n-1} \cdot \exp(-\alpha \cdot \epsilon)$$

J_k