

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

BIBLIOTECA CENTRALĂ

Nr. Inv. 625-354

Dulap 181 Lit. D

ACADEMIEI ROMÂNE
ȘI AȘTEI NAȚIONALE

"POLITEHNICA" DIN TIMIȘOARA

MECANICĂ

ȘI MECANICĂ
SISTEMELOR HIDRAULICE

ING. CORNEL VELESCU

STUDIUL MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE

TEZA DE DOCTORAT

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC:
PROFESOR DOCTOR INGINER OCTAVIAN POPA

TIMIȘOARA, 1998

625.354
184

CUVÂNT ÎNAINTE

Deși, lagărele de rostogolire se caracterizează printr-o mare diversitate constructiv-dimensională și funcțională, - diversitate "ordonată" de norme tehnice interne și internaționale printr-o "simbolizare-codificare" corespunzătoare -, și deși, lagărele de rostogolire prezintă unele avantaje comparativ cu lagărele cu alunecare, între care de maximă importanță este și acela al unor pierderi mecanice prin frecare (frecare de rostogolire) mult mai mici decât acelea ale lagărelor cu alunecare, se consideră în mod unanim că lagărele cu alunecare sunt caracterizate de o complexitate constructiv-geometrică, dar mai cu seamă, funcțională mult mai mare și mult mai greu de analizat, de studiat.

Diversitatea constructiv-dimensională dar, în special, "standardizarea-codificarea", de care beneficiază lagărele de rostogolire, face ca acestea să aibă, cel puțin până în prezent, o utilizare largă comparativ cu lagărele cu alunecare. Această "prioritate-preferențialitate" a primei categorii de lagăre este justificată, suplimentar și de faptul că funcționarea acestor lagăre este mai simplă, mai cunoscută și mai larg studiată, cercetată și prezentată în lucrări și tratate de specialitate, comparativ cu lagărele cu alunecare, caracterizate, așa după cum s-a precizat mai sus, de aspecte funcționale mult mai complexe și mai puțin studiate până în prezent, - (primele rezultate privind studiul teoretic al lagărelor cu alunecare mai complexe sunt din anii '70)-.

Astfel, complexitatea, din punct de vedere constructiv-geometric a lagărelor cu alunecare, pare paradoxală, dacă ținem seamă de faptul că un lagăr de rostogolire, indiferent de tipul său constructiv-funcțional, este alcătuit din mai multe "piese" sau "subansamble" comparativ cu un lagăr cu alunecare, care, întotdeauna, este format din două "piese", ale căror frontiere conțin cele două suprafețe simple sau profilate, fixe sau mobile, -în funcție de tipul de lagăr cu alunecare-, și care materializează lagărul, între aceste suprafețe fiind dispus filmul fluid.

Din această analiză "structurală" succintă, rezultă indubital faptul că în general, complexitatea mai mare a lagărelor cu alunecare este determinată, în mod hotărâtor, tocmai de "complexitatea funcțională" a acestora, respectiv de aspectele și fenomenele hidrotermodinamice care descriu filmul fluid. Stăpânirea acestui "complex" hidrotermodinamic de fenomene și aspecte permite obținerea de rezultate teoretice și experimentale extrem de importante, care vizează, în primul rând, "performanțele" hidrotermodinamice superioare ale lagărului cu alunecare, inclusiv reducerea pierderilor mecanice prin frecare de alunecare, (frecarea de alunecare). Aceste rezultate conduc, în final, la proiectarea și realizarea de lagăre cu alunecare cu performanțe funcționale ridicate și într-o mare diversitate constructiv-geometrică și dimensională.

Analiza funcționării lagărelor cu alunecare trebuie să urmărească, în final, tocmai stabilirea modelelor matematice și a metodelor, care, împreună cu o geometrie optimă a lagărului stabilită, să permită studiul mișcării fluidului în lagăr și realizarea unei mișcări optime a fluidului în lagăr, care să se regăsească în performanțele superioare realizate de lagăr. De fapt, între aspectul constructiv-geometric și cel

funcțional, există întotdeauna o interdependență, o influență reciprocă, de care trebuie să se țină seamă la studiul, proiectarea și realizarea lagărului cu alunecare. Astfel, sintetizând, se poate spune că analiza funcționării lagărelor cu alunecare presupune analiza filmului fluid respectiv, analiza mișcării lubrifiantului în spațiul dintre cele două suprafețe ale lagărului, -cazul lagărelor cu alunecare hidrostatische sau aerostatische-, iar în cazul mai complex al algărelor cu alunecare hidrodinamice (lagăre cu alunecare autoportante), este analizată mișcarea lubrifiantului (și) în condițiile mișcării uncia sau a ambelor suprafețe simple sau profilate ale lagărului.

Studiul mișcării fluidului în spațiul dintre cele două suprafețe ale lagărului cu alunecare este de importanță maximă, ținând seamă că mediul fluid (existent între suprafețele lagărului) poate fi considerat ca un "organ de mașină", prin intermediul căruia transmițându-se forțe, momente, etc.

Analiza completă a mișcării fluidului în lagăr presupune, în mod necesar, atât un studiu teoretic -care să țină seamă de toate aspectele hidrodinamice și termice prezente în filmul fluid- cât și un studiu experimental -efectuat pe lagăre cu alunecare "model" și / sau "prototip"- astfel încât, concluziile și orientările finale, privind mișcarea fluidului în lagăr, să reprezinte sinteza analizei comparative a rezultatelor teoretice și experimentale obținute.

În prezenta lucrare de doctorat, sunt abordate exclusiv probleme legate de hidrodinamica fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele cu alunecare axiale autoportante cu canale spirale, atât din punct de vedere teoretic cât și experimental.

Studiile teoretice utilizează, în mare parte, modele matematice originale propuse de autor, soluționarea analitică sau numerică a acestora oferind distribuțiile de presiuni și de viteze în lagăr. Aici, trebuie menționat faptul că deși, în cadrul tezei de doctorat au fost analizate doar aspectele hidrodinamice ale mișcării fluidului vâscos incompresibil în lagăr, deci, neglijând aspectele termodinamice -care, întotdeauna, sunt prezente în lagăr- modelele matematice stabilite ca și metodele utilizate pentru soluționarea acestora, pot fi cu ușurință extinse pentru a cuprinde și aspectele termodinamice și cele legate de compresibilitatea fluidului, așa cum, de altfel, sunt prezentate o serie de rezultate teoretice obținute de autor, în unele referințe bibliografice citate în teză.

Pentru studiul experimental al mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele cu alunecare axiale autoportante cu canale spirale, autorul a studiat, proiectat și realizat o instalație complexă, care permite încercarea succesivă, în aceleași condiții de gabarit, a mai multor variante de lagăre proiectate și realizate, în condițiile unei game largi de turații ($n = 0, \dots, 1400$ rot / min), deci, în condițiile unui regim laminar și turbulent de funcționare. Printr-o dotare corespunzătoare cu echipamente și aparatură de măsură și înregistrare, instalația experimentală realizată permite (și) cercetarea și analiza întregului complex hidrotermodinamic de factori care caracterizează mișcarea fluidului vâscos în lagăr.

Realizarea practică a instalației experimentale, în special, a celor patru variante de lagăre cu alunecare axiale autoportante cu canale spirale, a fost posibilă prin contribuția atât a personalului tehnic din atelierul Laboratorului de Mașini hidraulice din Timișoara cât și a unor specialiști prelucrători mecanici de la Societatea comercială "Stimel" din Timișoara, care au asigurat calitatea deosebită a lucrărilor de execuție și

montaj. Pentru sprijinul deosebit acordat, le mulțumesc și le voi rămâne întotdeauna recunoscător!

Problemele abordate în cadrul lucrării de doctorat acoperă un domeniu foarte extins de preocupări, începând cu elementele fundamentale ale mecanicii fluidelor, particularitățile esențiale ale dinamicii fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile, modele matematice și metode de rezolvare a acestora și încheind cu probleme de studiu, proiectare și optimizare, de execuție și montaj al componentelor și instalației experimentale, probleme de echipamente, instrumente și aparate de măsură, ș.a. Pentru rezolvarea acestora, dar mai cu seamă pentru definitivarea și delimitarea unor probleme ce păreau a fi "arborescente", autorul s-a bucurat de sprijinul și sugestiile extrem de utile venite din partea multor colegi, foști dascăli, din prestigiosul colectiv al Catedrei de Mașini hidraulice din cadrul Universității "Politehnica" din Timișoara.

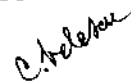
Încurajările și sfaturile primite din partea generoșilor colegi, în multe momente dificile ivite pe parcursul elaborării lucrării, îi oferă autorului prilejul de a le aduce și pe această cale sincere și respectuoase mulțumiri!

Am avut onoarea și deopotrivă privilegiul de a elabora această lucrare sub îndrumarea distinsului dascăl, om de știință și aleasă omenie, **Profesor Doctor Inginer Octavian Popa**, ale cărui îndemnuri, încurajări și aprecieri, pe de o parte și profesionalismul dus până la nivel de artă pedagogică, pe de altă parte, m-au ajutat întotdeauna să depășesc dificultățile apărute pe parcursul elaborării lucrării de doctorat.

Pentru încrederea pe care mi-a acordat-o în mod constant, pentru sprijinul și sfaturile de care m-am bucurat încă din timpul studenției, pentru coordonarea lucrării cu un deosebit profesionalism și înaltă competență și, nu în ultimul rând, pentru tot ce a investit în mine pe tărâm științific, profesional și moral, îi aduc mulțumirile mele cele mai profunde și îi voi rămâne mereu recunoscător!

Timișoara. August, 1998.

Ing. Cornel Velescu



CUPRINS

Cap. 1. Introducere	4
1.1. Mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele cu alunecare axiale autoportante, -o problemă complexă, importantă și de actualitate.....	4
1.2. Aspecte generale ale mecanismului de lubrificație. Descrierea filmelor de fluid specifice lagărelelor cu alunecare.....	5
1.2.1. <i>Mecanismul de lubrificație autoportant. Filmul de fluid autoportant incompresibil</i>	6
1.3. Aspecte constructiv-geometrice și funcționale specifice lagărelelor axiale autoportante.....	8
1.3.1. <i>Tipuri de lagăre cu alunecare autoportante axiale</i>	10
1.3.2. <i>Particularitățile constructiv-geometrice și funcționale ale lagărelelor axiale autoportante speciale</i>	13
1.3.3. <i>Unele considerații asupra efectului de autopompăre specific lagărelelor axiale autoportante speciale</i>	17
1.4. Considerații privind stadiul actual al cercetărilor în domeniul lagărelelor cu alunecare axiale autoportante. Concluzii. Enunțarea problemelor ce vor fi abordate în teza de doctorat.....	24
A. STUDIUL TEORETIC AL MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE	27
Cap. 2. Considerații preliminare	27
Cap. 3. Studiul teoretic al mișcării laminare și staționare a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompăre interioară	34
3.1. Sisteme de coordonate folosite pentru studiul mișcării în lagăr și relații între coordonate. Domeniul de analiză. Distribuții de viteze în regim laminar. Debitul masic în regim laminar.....	34
3.1.1. <i>Sisteme de coordonate și relații între coordonate. Domeniul de analiză</i>	34
3.1.2. <i>Particularizarea ecuațiilor de mișcare a fluidelor vâscoase incompresibile newtoniene</i>	35
3.1.3. <i>Distribuții de viteze în regim laminar. Debitul masic în regim laminar</i>	44
3.2. Determinarea distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ	47
3.2.1. <i>Ecuația diferențială a distribuțiilor de presiuni în lungul direcției ψ</i>	47
3.2.2. <i>Integrarea ecuației diferențiale a distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ</i>	50
3.3. Ecuațiile diferențiale ale mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale în regim laminar.....	54

3.4. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_s	59
3.5. Relația pentru calculul debitului de fluid în lagăr, Q_ψ	65
3.6. Determinarea distribuțiilor de viteze în lungul coordonatei curbilinii ψ	68
3.7. Rezultate numerice în regim laminar și permanent de funcționare.....	69
3.7.1. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta I.....	70
3.7.2. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta a-II-a.....	78
3.8. Concluzii privind mișcarea laminară și staționară a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară.....	79
Cap. 4. Studiul teoretic al mișcării turbulente și permanente a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară.....	88
4.1. Parametrii locali și globali de curgere turbulentă. Distribuții de viteze în regim turbulent. Debitul masic în regim turbulent.....	88
4.2. Determinarea distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ , în regim turbulent și permanent de mișcare.....	93
4.2.1. Ecuația diferențială a distribuției de presiuni în lungul direcției ψ , în regim turbulent și permanent de mișcare.....	94
4.2.2. Integrarea ecuației diferențiale a distribuției de presiuni în lungul direcției ψ , în regim turbulent și permanent de mișcare.....	96
4.3. Ecuațiile diferențiale ale mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale în regim turbulent.....	98
4.4. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_s în regim turbulent și permanent de funcționare.....	103
4.5. Relația pentru calculul debitului de lubrifiant în lagăr, Q_ψ , în regim turbulent și permanent de funcționare.....	106
4.6. Determinarea distribuțiilor de viteze în lungul coordonatei curbilinii ψ , în regim turbulent și permanent de funcționare.....	109
4.7. Rezultate numerice în regim turbulent și permanent de funcționare.....	109
4.7.1. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta I.....	110
4.7.2. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta a-II-a.....	113
4.8. Considerații asupra relațiilor parametrilor globali de curgere turbulentă existente în literatură. Relații noi pentru parametrii globali de lubrificație turbulentă.....	116
4.8.1. Punerea problemei.....	116
4.8.2. Regimuri de curgere în funcționarea lagărelor axiale autoportante.....	118
4.8.3. Stabilirea relațiilor pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă k_x și k_z	119

4.8.4. Rezultate numerice.....	130
4.9. Concluzii privind mișcarea turbulentă și permanentă a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară.....	131
Cap. 5. Studiul teoretic al mișcării laminare și staționare a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă exterioară.....	139
5.1. Sisteme de coordonate folosite pentru studiul mișcării în lagăr și relații între coordonate. Domeniul de analiză. Distribuții de viteze în regim laminar. Debitul masic în regim laminar.....	139
5.2. Integrarea ecuației diferențiale a distribuției de presiuni în lungul coordonatei curbilini ψ , în regim laminar și permanent de funcționare.....	140
5.3. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_{ss} , pentru lagărul cu pompă exterioară, în regim laminar și permanent de funcționare.....	144
5.4. Relația pentru calculul debitului Q_{ψ} în lagărul cu pompă exterioară, în regim laminar și permanent de funcționare.....	146
5.5. Determinarea distribuțiilor de viteze în lungul coordonatei curbilini ψ a unui lagăr cu pompă exterioară, în regim laminar și permanent de funcționare.....	148
5.6. Rezultate numerice în regim laminar și permanent de funcționare a lagărului cu pompă exterioară.....	149
5.7. Concluzii privind mișcarea laminară și permanentă a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă exterioară.....	151
Cap. 6. Unele rezultate teoretice asupra mișcării turbulente și permanente a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă exterioară.....	159
6.1. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_{ss} , pentru lagărul cu pompă exterioară, în regim turbulent și permanent de funcționare.....	159
6.2. Relația pentru calculul debitului Q_{ψ} în lagărul cu pompă exterioară, în regim turbulent și permanent de funcționare.....	161
Cap. 7. Rezultate teoretice privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară / exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare. Curbe teoretice comparative obținute.....	164
7.1. Concluzii privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare.....	175
B. STUDIUL EXPERIMENTAL AL MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE.....	178

Cap. 8. Considerații preliminare asupra cercetării experimentale a mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale.....	178
8.1. Prezentarea structurală a unui stand de încercare lagăre axiale autoportante.....	179
8.2. Concluzii și definitivarea structurală a instalației experimentale.....	179
Cap. 9. Studiul, proiectarea și realizarea instalației experimentale pentru cercetarea mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale.....	182
9.1. Cerințe constructiv-funcționale impuse instalației experimentale proiectate și realizate.....	182
9.2. Conceperea structurală a instalației experimentale. Variante propuse. Aparatura utilizată și mărimile măsurate.....	182
9.3. Stabilirea parametrilor constructiv-funcționali principali ai instalației experimentale și a domeniului de variație al acestora.....	187
9.3.1. <i>Definirea parametrilor constructiv-funcționali principali ai instalației experimentale.....</i>	<i>187</i>
9.3.2. <i>Domeniul de variație al parametrilor constructiv-funcționali principali ai instalației experimentale.....</i>	<i>189</i>
9.3.3. <i>Aspecte concrete de similitudine privind instalația experimentală proiectată și realizată.....</i>	<i>192</i>
9.4. Calculul de proiectare al lagărului axial autoportant cu canale spirale. Variante de lagăr.....	192
9.4.1. <i>Calculul și proiectarea componentelor lagărului axial autoportant cu canale spirale.....</i>	<i>192</i>
9.5. Posibilități de cercetare și limitele funcționale ale instalației experimentale realizate.....	203
Cap. 10. Studiul experimental al mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale.....	205
10.1. Studiul și analiza funcționării instalației experimentale, în ansamblul ei și pe principalele subsisteme componente.....	205
10.1.1. <i>Principalele probleme apărute în funcționarea instalației experimentale privind măsurarea presiunilor la turajii mari ale lagărului și soluțiile constructive adoptate pentru eliminarea lor.....</i>	<i>206</i>
10.2. Rezultate experimentale privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale.....	207
10.2.1. <i>Comparație cu rezultatele teoretice proprii.....</i>	<i>218</i>
10.2.2. <i>Concluzii.....</i>	<i>218</i>
Cap. 11. Interpretarea rezultatelor obținute. Concluzii.....	221
11.1. Concluzii generale.....	221
11.2. Contribuții personale.....	225
11.3. Perspective.....	227
Bibliografie.....	229

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

1.1. Mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele cu alunecare axiale autoportante, - o problemă complexă, importantă și de actualitate

Lagărele cu alunecare în general și lagărele cu alunecare autoportante axiale (axial-radiale, radiale) în mod special -datorită existenței, în mod suplimentar pe de o parte a geometriei profilate a uneia sau a ambelor suprafețe ale lagărului și pe de altă parte, a mișcării a cel puțin uneia dintre suprafețe ale lagărului- se caracterizează printr-o mai mare complexitate și diversitate constructiv-geometrică și în mod deosebit funcțională, comparativ cu lagărele de rostogolire de același tip funcțional.

Este evident că acestei diversități mari constructiv-geometrice și funcționale a lagărelor cu alunecare autoportante axiale -ca să delimităm problema doar la categoria de lagăre de interes pentru studiu- îi corespunde o diversitate cel puțin la fel de mare de aspecte și fenomene care trebuie să fie studiate teoretic și / sau experimental, atunci, când se urmărește o analiză respectiv o rezolvare completă și complexă a problemei studiate.

Această diversitate de probleme, ce prezintă interes pentru studiu și analiză, este determinată în primul rând de prezența permanentă (cvasipermanentă) a stratului de fluid vâscos între cele două suprafețe ale lagărului cu alunecare autoportant axial, sau altfel spus, este determinată de "geometria variabilă" în timp și în spațiu a filmului fluid existent între cele două suprafețe ale lagărului, geometrie determinată la rândul ei de regimul de funcționare al lagărului (încărcare, regim termic, regim de ungere-lubrefiere sau regim hidrodinamic, ș.a.m.d.).

Această gamă extrem de largă de aspecte și fenomene ce caracterizează mișcarea fluidului vâscos în spațiul dintre cele două suprafețe ale lagărului cu alunecare autoportant axial ține, în special, de complexitatea funcțională a lagărului și ea constituie un "complex" hidrotermodinamic de probleme care trebuie studiate și rezolvate.

Multe dintre aceste probleme au fost abordate doar pentru cazurile cele mai simple de lagăre cu alunecare autoportante axiale și cel mai adesea, în condiții simplificatorii, neglijându-se efectele inerciale, efectele termice, compresibilitatea mediului fluid, ș.a., [1], [2], [13], [23], [24], [45], [101], ș.a.

Pentru lagărele cu alunecare autoportante axiale caracterizate de o geometrie mai complexă, literatura de specialitate oferă extrem de puține studii și rezultate, [24], [26], [60], [81], [84], [108], [166], [173]. ș.a. Astfel, primele rezultate teoretice sunt din anii '70 și au fost obținute, în special, cu ajutorul unor ipoteze simplificatorii (neglijând influența forțelor de inerție, a efectelor termice, compresibilității fluidului, ș.a.), ipoteze care, evident, îndepărtează mult fenomenul de realitate și conduc la rezultate teoretice care sunt mult diferite de cele experimentale.

Plecând de la această constatare, am considerat că unele analize și studii, privind mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele cu alunecare autoportante axiale, pot fi

abordate respectiv dezvoltate și aprofundate la un nivel superior, care să se constituie în rezultate noi, originale în domeniu.

1.2. Aspecte generale ale mecanismului de lubrificație. Descrierea filmelor de fluid specifice lagărelor cu alunecare

Proiectarea și construcția lagărelor cu alunecare în general -lagăre axiale, radial-axiale, radiale- cu caracteristici tehnico-funcționale superioare presupune, în primul rând, cunoașterea ecuațiilor fundamentale care guvernează mișcarea, deci funcționarea lagărelor, ca și a proprietăților și particularităților calitative ale funcționării acestora.

Cele mai multe dintre proprietățile, particularitățile și caracteristicile tehnico-funcționale ale lagărelor cu alunecare pot fi stabilite plecând de la studiul mișcării fluidului din stratul, pelicula de lubrifianț, peliculă având o grosime extrem de redusă comparativ cu celelalte dimensiuni ale suprafețelor lagărului, (de exemplu, $h_0 \cong 0,01 \text{ mm}$, [25], [45], [110], [117], [166], ș.a.), și care separă cele două suprafețe solide ce materializează lagărul cu alunecare.

Din punct de vedere constructiv, indiferent de tipul de lagăr cu alunecare, caracteristica fundamentală definitorie pentru funcționarea lagărului este dată de faptul că cele două suprafețe solide ale acestuia -dintre care, cel puțin una se află în mișcare- sunt aproape paralele și foarte apropiate una de alta, iar spațiul dintre ele este umplut cu un fluid vâscos, de grosime redusă, h , care constituie *filmul fluid*. În aceste condiții, dacă se notează cu l , (d), o dimensiune caracteristică a suprafețelor lagărului cu alunecare, atunci există inegalitatea, [19], [21], [23], ș.a.:

$$\frac{h}{l} \sim 10^{-3} \ll 1; \text{ sau, } \frac{h}{d} \sim 10^{-1} \ll 1, \quad (1.1.)$$

cu precizarea că sunt situații practice când valoarea raportului $\frac{h}{l}$, $\left(\frac{h}{d}\right)$ este chiar inferioară celei date de relația (1.1).

Particularitatea constructiv-funcțională exprimată de relația (1.1) conduce la simplificări importante, atât în modul de abordare cât și asupra formei și metodologiei de tratare ale *ecuațiilor de mișcare*, după cum se va vedea în continuare (v. cap.3).

În aplicații, în funcționarea lagărelor cu alunecare, se urmărește ca între suprafețele lagărului să existe, după cum s-a precizat mai sus, un strat de lubrifianț, astfel încât suprafețele să nu ajungă în contact direct una cu cealaltă. De aceea, prezintă interes situațiile în care, în mișcare, deci în timpul funcționării lagărului, apar suprapresiuni, cel puțin într-o anumită regiune a filmului fluid, care să poată suporta sarcina din lagăr, (forță normală între suprafețe, [19], [21], ș.a.). Din acest motiv, stratul de lubrifianț respectiv filmul fluid trebuie să aibă o geometrie adecvată,

$h(x, z, T, \tau)$, x, z = coordonate, T = temperatură, τ = timp, care să asigure generarea unei distribuții de presiuni corespunzătoare, cu valori suficient de mari pentru a se evita atingerea suprafețelor lagărului.

Regimul de funcționare *ideal*, care se dorește a se realiza în lagărele cu alunecare, se numește *regim fluid* sau *regim hidrodinamic*, [21], iar frecările fluide care apar în acest caz sunt mici.

În situații extreme, la încărcări prea mari ale lagărului sau în alte condiții de exploatare, regimul de lubrifiere încetează de a mai fi fluid și, drept consecință, poate să apară unul dintre următoarele regimuri de funcționare: regimul *semifluid* sau *mixt*; regimul *limită* sau *onctuos*; regimul de *frecare uscată*.

Realizarea suprapresiunilor, deci a distribuțiilor de presiuni adecvate în filmul fluid poate să fie obținută într-o varietate de moduri, în primul rând, în funcție de forma dependenței $h(x, z)$ sau, mai general, $h(x, z, T, \tau)$, de natura, semnul și mărimea vitezelor celor două suprafețe, de proprietățile lubrifianului, ca și prin efecte exterioare, care impun anumite condiții la limită, de exemplu, pentru presiuni, viteze, temperaturi, debite, etc. La acestea, se mai pot adăuga alte efecte staționare și nestaționare, ca și efecte colaterale de altă natură, cum sunt: deformarea suprafețelor lagărului; efecte magnetice sau electromagnetice -în cazul când fluidul lubrifiant posedă asemenea proprietăți- ș.a.

Filmul fluid, lubrifiant poate fi obținut prin trei efecte distincte, denumite și *mecanisme de lubrificație* și care sunt folosite în mod frecvent în aplicațiile lagărelor cu alunecare, [19], și anume:

- a). Efectul (mecanismul) autoportant;
- b). Efectul hidrostatic sau aerostatic;
- c). Efectul de expulzare sau de strivire a lubrifianului;

Datorită importanței deosebite pe care o prezintă mecanismul de lubrificație autoportant, în cele ce urmează, se va face o succintă prezentare a acestuia, evidențiindu-se particularitățile constructiv-funcționale și performanțele deosebite ale acestui mecanism de lubrificație.

1.2.1. Mecanismul de lubrificație autoportant. Filmul de fluid autoportant incompresibil

Efectul autoportant reprezintă mecanismul de lubrificație constructiv-funcțional cu cea mai largă utilizare, datorită performanțelor tehnico-funcționale pe care acestea le asigură lagărelor cu alunecare. Astfel, cu excepția lagărelor hidrostatice și aerostatice -care funcționează pe baza efectului hidrostatic și aerostatic, adică alimentare sub presiune exterioară- și a lagărelor speciale -care funcționează pe baza efectului de expulzare sau de strivire a lubrifianului- toate tipurile uzuale de lagăre cu alunecare funcționează pe baza efectului autoportant. [19], [21], ș.a.

Efectul respectiv filmul autoportant apare în cazul unor mișcări staționare produse datorită existenței unei viteze relative \bar{V} între suprafețele lagărului cu alunecare, condiția necesară fiind ca geometria filmului fluid în planul mișcării să prezinte cel puțin o porțiune convergentă în sensul mișcării, [19], [21]. Geometria convergentă necesară se realizează, în general, prin menținerea netedă a suprafeței care se deplasează combinată cu: prelucrarea corespunzătoare a suprafeței fixe, (treaptă, buzunare, canale înclinate, canale spirale, etc.); pivotarea unui segment al suprafeței fixe; deplasarea relativă excentrică, sub sarcină, a uneia dintre suprafețele în contact; oscilarea pe verticală a uneia dintre suprafețele lagărului -atunci când lagărul funcționează cu lubrifianți compresibili-, [19].

Pentru a înțelege mecanismul autoportant prin care se generează presiunile în filmul fluid, în Fig. nr.1.1, se prezintă, pentru simplificarea analizei, cazul unui film fluid incompresibil cu vâscozitate dinamică $\eta \equiv \text{const.}$ și o mișcare pur bidimensională (dimensiuni infinite în sensul axei z) între două suprafețe cvasiparalele, când variabilele mișcării sunt x și y , -axele x și z fiind cuprinse în planul mișcării, iar axa y rezultă perpendiculară pe acestea-. Acest caz simplificat de mișcare este adesea denumit și cvasiunidimensional, deoarece grosimea filmului fluid $h \equiv h(x)$, iar gradientul de presiune are o singură componentă nenulă, $\frac{dp}{dx}$, -(presiunea depinde numai de variabila x), [19], [21].

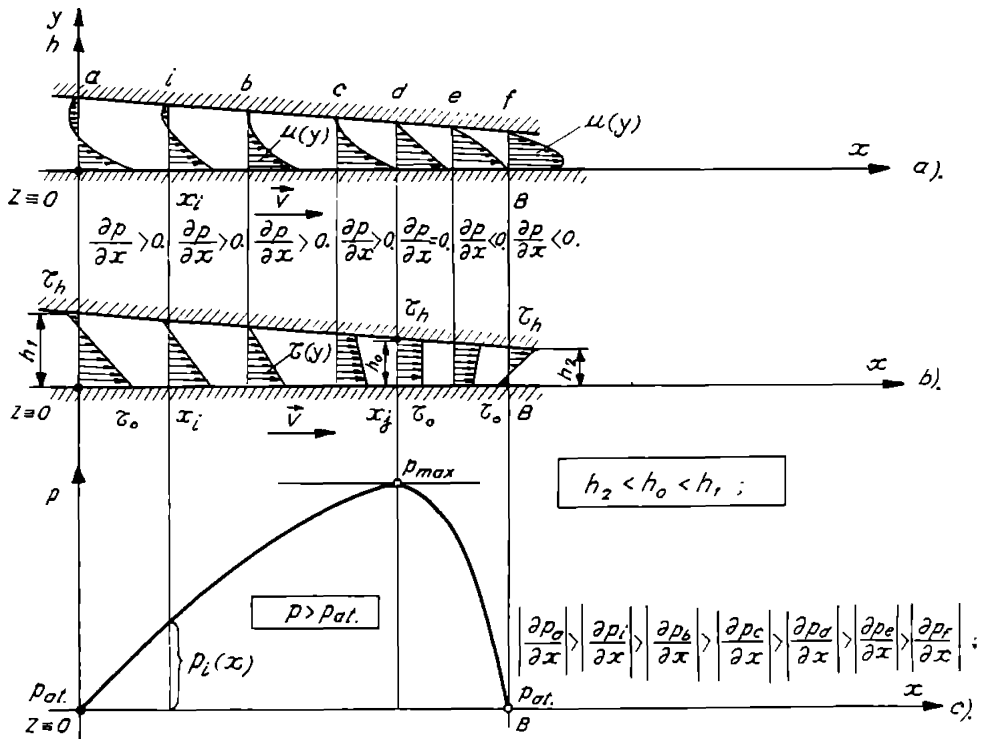


Figura nr. 1.1.

Din fig. nr. 1.1, rezultă că, în filmul fluid, se vor produce suprapresiuni numai dacă gradientul de presiune $\frac{dp}{dx}$ va scădea monoton cu x .

În fig. nr. 1.1, au fost prezentate distribuțiile de presiuni, p , viteze, u și tensiunile tangențiale, τ , în diferite secțiuni ale intervalului $[0;B]$, $[0;B] \in [0;x]$.

Analiza distribuției de viteze conduce la concluzia că, gradientul de presiune $\frac{dp}{dx}$ este, la început, $h \leq h_1$, pozitiv, $\frac{dp}{dx} > 0$, apoi rămâne pozitiv dar scade monoton cu creșterea lui x , devine egal cu zero, $\frac{dp}{dx} = 0$, undeva în interiorul intervalului, când $h = h_0$ iar, apoi devine negativ, $\frac{dp}{dx} < 0$, către secțiunea de ieșire din lagăr, când $h \geq h_2$. Drept urmare, distribuția de presiuni, $p(x)$, este cea prezentată în fig. nr. 1.1.c.

Făcând un raționament similar, vom ajunge la concluzia că, dacă profilul filmului fluid, $h(x)$, crește monoton -adică, este un profil de grosimi divergent- în sensul mișcării, viteza medie trebuie să scadă în sensul mișcării, iar gradientul de presiune $\frac{dp}{dx}$ este, mai întâi, negativ, $\frac{dp}{dx} < 0$, apoi crește devenind pozitiv, $\frac{dp}{dx} > 0$, către secțiunea de ieșire, $h = h_2$, conform Fig. nr.1.2.

În consecință, distribuția de presiuni este inversată față de cazul filmului fluid convergent, adică presiunile generate în film prin efectul autoportant, $p(x)$, vor fi mai mici decât presiunea atmosferică, p_{at} , (sau, $p_{alimentare}$), având o valoare minimă, p_{min} , în interiorul intervalului $[0; B]$, care corespunde unei valori h_0 , $h_1 < h_0 < h_2$. Prin urmare, în această situație, când lubrifianțul este un fluid vâscos incompresibil și dacă $p(x) < p_{at}$, atunci, în film se produc depresiiuni, putând să apară chiar fenomenul de cavitație [19], [21].

Considerațiile expuse succint mai sus, pentru cazul filmului fluid divergent, $h_1 < h(x) < h_2$, sunt reprezentate grafic în Figura nr.1.2.

1.3. Aspecte constructiv-geometrice și funcționale specifice lagărelor axiale autoportante

Lagărele axiale autoportante sunt caracterizate de o mare diversitate constructiv-geometrică, funcțională și fac parte din categoria extrem de largă a *lagărelor hidrodinamice*. După cum s-a menționat în paragrafele precedente, în lagărele cu alunecare autoportante, în general, și în lagărele cu alunecare autoportante axiale, în special, distribuțiile de presiuni sunt generate în filmul fluid, în principal, datorită vitezei relative \bar{V} dintre suprafețele lagărului. Drept consecință, în toate tipurile de lagăre cu alunecare autoportante, este necesar să se realizeze o peliculă de

lubrifianț convergentă, a cărei geometrie, $h(x,z)$, sau $h(x,z,T)$, sau $h(x,z,T,\tau$; $\tau = \text{timpul}$), să scadă în sensul vitezei relative \bar{V} , cel puțin pe anumite regiuni ale filmului.

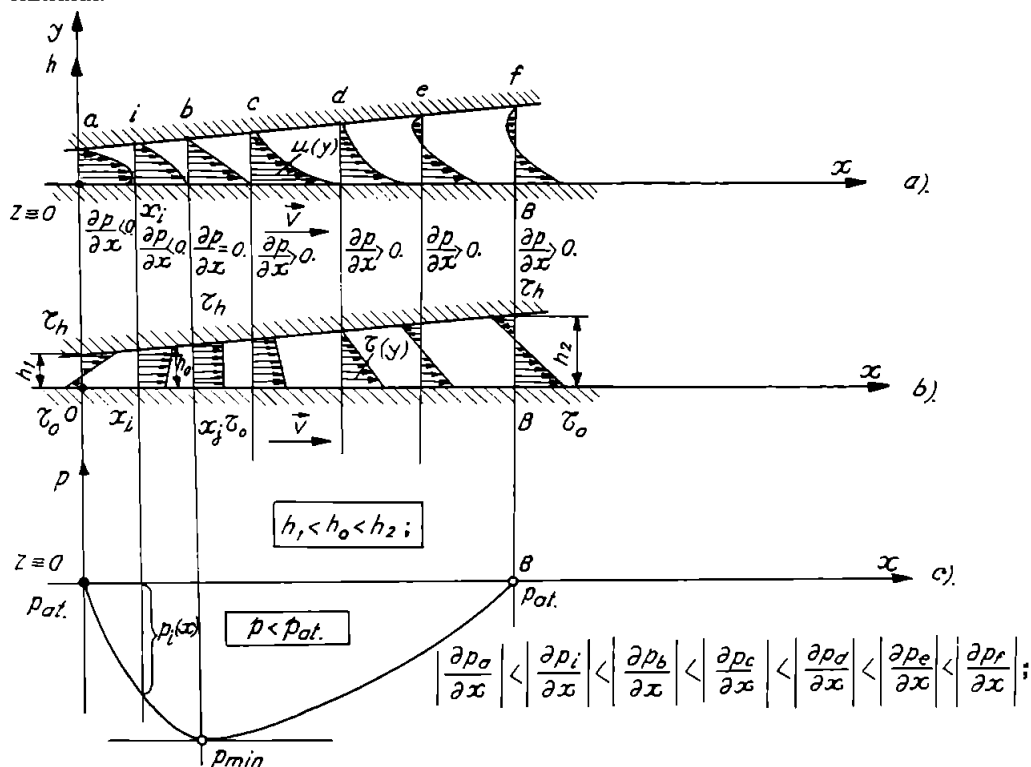


Figura nr. 1.2.

Aspectele constructiv-geometrice și funcționale proprii lagărelor axiale autoportante pot fi evidențiate, fie și chiar succint, numai printr-o analiză comparativă la fel de succintă, în raport cu celelalte tipuri de lagăre hidrodinamice. Astfel, există mai multe criterii de clasificare a lagărelor hidrodinamice, criterii care precizează oarecum și destinația acestor lagăre.

În general, lagărele cu alunecare autoportante, se pot clasifica, în primul rând, după direcția sarcinii sau tipul sarcinii pe care o preiau, și anume: lagăre cu alunecare autoportante radiale; lagăre cu alunecare autoportante axiale; lagăre cu alunecare autoportante radial-axiale.

Lagărele autoportante radiale sunt destinate, în special, pentru turații mari, iar lagărele autoportante radial-axiale sunt mai rar folosite și numai pentru aplicații speciale, [21], deoarece, realizarea unui lagăr autoportant radial-axial conic sau sferic este mai dificilă și de aceea, în majoritatea cazurilor, inginerul proiectant poate "specializa" lagărele cu alunecare autoportante radiale sau axiale. În plus, pentru ca să poată prelua sarcini axiale, lagărele autoportante radial-axiale sferice și conice trebuie să aibă sectoare -ca și un lagăr axial- ceea ce reduce considerabil capacitatea de încărcare în sens radial.

Există, totuși, unele situații când se utilizează și lagăre autoportante radial-axiale conice și sferice, în special, pentru viteze mici și pentru lagăre de dimensiuni mari sau dimensiuni mici. Pentru lagăre de dimensiuni mici, o soluție care se recomandă este reprezentată de lagărele, mai speciale, *cu canale spirale*, [21].

Lagărele cu alunecare autoportante mai pot fi clasificate și după *sistemul de ungere*. Trebuie menționat faptul că în timp ce, pentru lagărele cu alunecare autoportante care funcționează la viteze și încărcări reduse, alimentarea se poate face cu lubrifiant în cantități mici (prin picurare, cu fitil, inel de ungere, barbotaj, etc.) majoritatea lagărelor autoportante cu performanțe superioare necesită ungere sub presiune ($p_{\text{alimentare}} \cong 2 \div 5$ atmosfere tehnice, [21]). Trebuie, de asemenea, subliniat faptul că acest ultim sistem de alimentare nu înseamnă ungere hidrostatică, deoarece, presiunile de alimentare sunt mici în raport cu presiunile generate în filmul fluid prin efectul autoportant, [19], [21], ș.a.

Diversitatea constructiv-geometrică și funcțională a lagărelor axiale autoportante va fi analizată mai în detaliu în cele ce urmează.

1.3.1. Tipuri de lagăre cu alunecare autoportante axiale

Principalele tipuri de lagăre autoportante axiale sunt evidențiate de însăși criteriile de clasificare a acestora. Astfel, lagărele cu alunecare autoportante axiale pot fi clasificate după următoarele criterii de bază:

a. în funcție de *tipul mișcării* pe care o execută una (sau ambele) dintre suprafețele lagărului, sunt:

- lagăre axiale autoportante de translație, cu viteza tangențială \vec{V} ;
- lagăre axiale autoportante de rotație, cu viteza unghiulară $\vec{\omega}_1$, (sau / și $\vec{\omega}_2$);

Indiferent de tipul mișcării pe care o execută suprafața (suprafețele) mobilă, lagărele axiale autoportante pot fi executate în diferite variante constructive, în funcție de viteze, încărcare și domeniul de utilizare, așa după cum se va vedea în continuare. Astfel, de exemplu, lagărele axiale autoportante caracterizate prin încărcări mici și funcționând cu viteze mici se pot realiza prin executarea de canale radiale simple, pentru facilitarea intrării lubrifiantului între suprafețele lagărului.

b. după *capacitatea lagărului* de a prelua sarcini axiale, sunt:

- lagăre axiale autoportante simple, care pot prelua sarcini într-un singur sens;
- lagăre axiale autoportante duble, care pot prelua sarcini axiale în ambele sensuri;

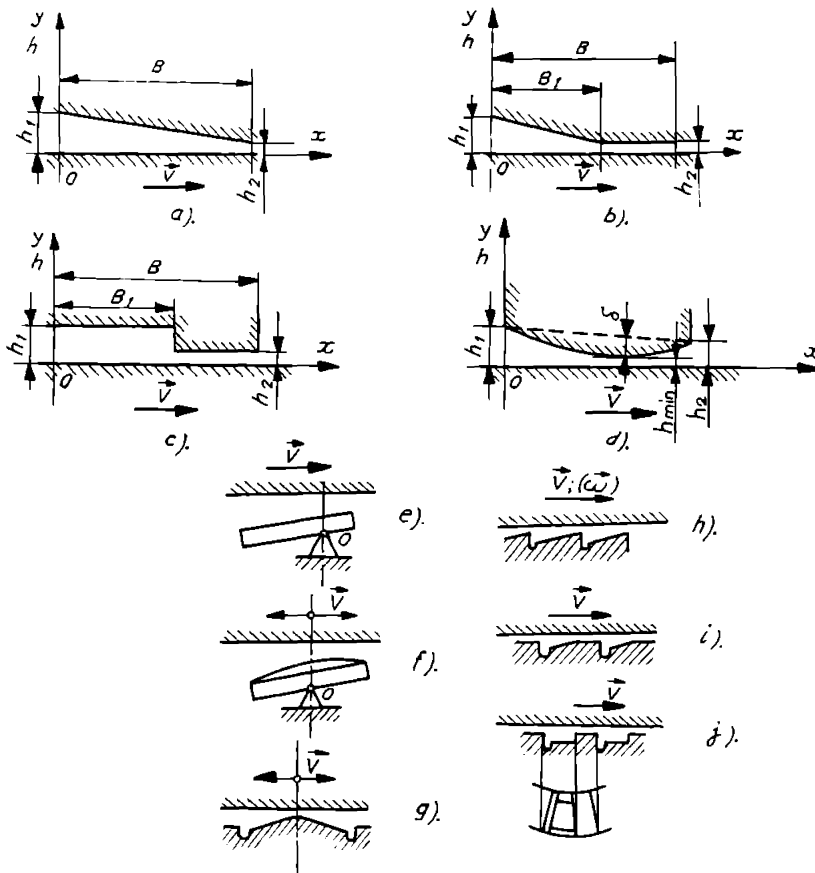
c. după *complexitatea constructiv-geometrică și funcțională* a lagărului, sunt:

- lagăre axiale autoportante obișnuite sau clasice;
- lagăre axiale autoportante speciale;

Lagărele axiale autoportante obișnuite au prevăzute sectoare, pentru realizarea mecanismului autoportant de generare a presiunilor în filmul fluid respectiv pentru realizarea unei geometrii cu film convergent, figura nr. 1.3.

Sectoarele astfel realizate, pot fi fixe, (figura nr.1.3. a, b, c, d), sau oscilante, (figura nr.1.3. e, f), montate pe articulații individuale sau cu un sistem cardanic respectiv elastic. Lagărele axiale autoportante cu sectoare fixe se realizează, de regulă, pentru un singur sens de rotație, deplasare, (figura nr.1.3. a, b, c). În caz contrar, de exemplu, în soluția constructivă din figura nr.1.3. d, numai o parte din suprafața lagărului este activă.

Lagărele axiale autoportante cu sectoarele oscilante montate liber sau elastic, -pentru asigurarea uniformității încărcării pe fiecare sector-, se folosesc pentru mașinile cu turații mari sau dimensiuni mari, deoarece sunt mai puțin sensibile la distorsiuni termice. Lagărul axial autoportant cu sectoare lenticulare, (figura nr.1.3. f), are avantajul că preia încărcări în condiții satisfăcătoare și când punctul de aplicație sau de



a. lagăr axial autoportant plan simplu; b. lagăr axial autoportant cu treaptă "continuu"; c. lagăr axial autoportant în trepte; d. lagăr axial autoportant cu suprafața fixă profilată concav; e. lagăr axial autoportant cu sectoare plane oscilante; f. lagăr axial autoportant cu sectoare lenticulare; g, h, i, j. lagăre axiale autoportante cu suprafața fixă profilată complex;

Figura nr. 1.3.

oscilație este plasat la mijlocul sectorului, putând deci să funcționeze în ambele sensuri de rotație (deplasare).

Lagărul axial autoportant cu sectoare plane oscilante, (figura nr.1.3. e), trebuie să aibă punctul de oscilație plasat la (55–65)% din lungimea sectorului, măsurată pe direcția de mișcare, pentru o funcționare optimă (capacitate de încărcare maximă). Totuși, în cazul unor dimensiuni mari ale lagărului, punctul de oscilație poate să fie dispus la mijlocul sectorului deoarece, din cauza presiunilor și câmpului de temperaturi, sectorul se deformează, funcționând în realitate ca un sector lenticular, dar cu performanțe mai scăzute.

Lagărele axiale autoportante de dimensiuni mici pot fi realizate și cu *canale oblice (înclinate)*, -Figura nr.1.4.-, respectiv cu *canale spirale*, pentru mișcare relativă de rotație, -Figura nr.1.5-.

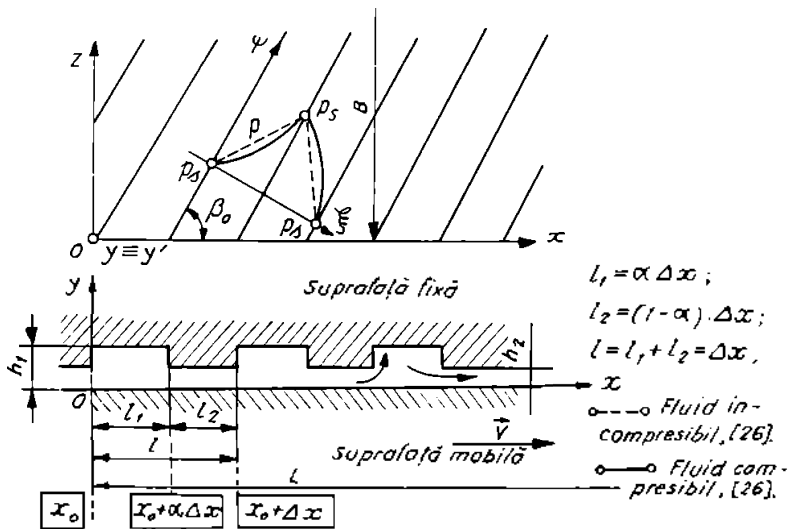
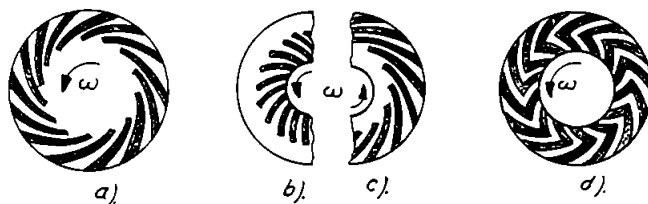


Figura nr.1.4.

Aceste lagăre axiale autoportante cu canale oblice și respectiv cu canale spirale fac parte din categoria lagărelor axiale autoportante speciale, care, în raport cu lagărele axiale obișnuite (clasice) autoportante -de exemplu, lagărul axial autoportant în trepte, (figura nr.1.3. c)- prezintă avantajul unei capacități de încărcare (portanțe) sporită, așa după cum se va arăta în continuare, în subcap. 1.3.3, printr-un rezultat concret, [135], [136], [137], [138], [139], [140], [141], ș.a.

Această sporire a portanței se explică și prin faptul că în cazul lagărului axial autoportant special, se suprimă împărțirea în sectoare, unde presiunea scade în mod obligatoriu în dreptul fantelor care despart sectoarele respectiv în dreptul degajărilor dintre zonele portante, [21].

Având în vedere particularitățile constructiv-geometrice și funcționale ale lagărelor axiale autoportante speciale, ca și performanțele funcționale superioare, [19], [21], [136], [138], [139], [140], [141], [26], [60], [128], [166], ș.a., pe care aceste lagăre le realizează comparativ cu lagărul axial autoportant în trepte (lagărul axial treaptă) din care acestea derivă, în continuare, se va face o prezentare mai detaliată a acestor tipuri de lagăre din punct de vedere constructiv și funcțional.



a. lagăr axial autoportant cu canale spirale și debit zero, fără orificiu central; b. lagăr axial autoportant cu canale spirale și pompare către exterior; c. lagăr axial autoportant cu canale spirale și pompare către interior; d. lagăr axial autoportant cu canale (spirale) dublu înclinate și debit zero;

Figura nr. 1.5.

1.3.2. Particularitățile constructiv-geometrice și funcționale ale lagărelor axiale autoportante speciale

Aceste lagăre axiale autoportante speciale funcționează evident pe baza mecanismului autoportant prezentat anterior, adică pe seama generării presiunilor în filmul fluid datorită vitezei relative dintre suprafețe și datorită, în mai mică măsură, geometriei convergente a filmului în sensul mișcării, cel puțin pe anumite regiuni ale acestuia. În plus, la aceste lagăre speciale, creșterea capacității portante, W , ca și a altor parametri funcționali globali comparativ cu lagărul axial autoportant treaptă, este determinată, în primul rând, de *efectul de autopompare*, [19], [21], ș.a., care apare la aceste lagăre speciale, efect determinat de deplasarea uneia dintre suprafețe (suprafața netedă) cu viteza \bar{V} sau $\bar{\omega}$, în condițiile în care suprafața fixă prezintă canale oblice (înclinate) sau spirale de mică adâncime.

Astfel, efectul de autopompare "explică" mecanismul producerii presiunilor în filmul fluid, apariția unei distribuții de presiuni atât după direcția de mișcare x , cât și după o direcție perpendiculară pe aceasta, în planul mișcării, z , deci

$$\frac{\partial p}{\partial x} \neq 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} \neq 0, \quad \text{și drept rezultat, performanțe superioare în lagăr.}$$

Relația $\frac{\partial p}{\partial z} \neq 0$ pune în evidență efectul de autopompare, [19], [21], [139], ș.a.

Lagărele axiale autoportante cu canale înclinate sunt cele mai simple din categoria lagărelor axiale autoportante speciale, atât din punct de vedere constructiv-geometric cât și funcțional. În acest caz, una dintre suprafețe (de regulă, suprafața fixă) este prevăzută cu canale înclinate, oblice (figura nr.1.4.) sub un unghi β_0 față de direcția vitezei relative \bar{V} . Mai mult, la acest tip de lagăre, există posibilitatea, după cum s-a precizat mai sus, de obținere a unor performanțe tehnico-funcționale mult superioare altor tipuri de lagăre autoportante obișnuite ($\beta_0=90^\circ$) datorită efectului de autopompăre, efect care va fi analizat în continuare în corelație cu geometria lagărului. Efectul de autopompăre conduce la creșterea performanțelor funcționale ale lagărelor axiale autoportante speciale, în primul rând, a portanței acestora W , în condițiile în care frecările rămân comparabile sau chiar se reduc, comparativ cu lagărele axiale autoportante obișnuite, [139].

În figura nr.1.4., au fost prezentate elementele constructiv-geometrice și funcționale ale unui lagăr axial autoportant cu canale în formă de treaptă, înclinate sub un unghi β_0 , [19], [26], folosit pentru studiul mișcării fluidelor incompresibile și compresibile prin metode teoretice riguroase de către *Archibald*, [1], și pentru studiul mișcării fluidelor compresibile prin metode aproximative de către *Ausman*, [2], ș.a.

Pentru a completa aceste detalii constructiv-geometrice și funcționale, în figura nr.1.6, este prezentat un lagăr axial autoportant propus de Wildmann, [172], la care "geometria în trepte" este înlocuită prin variații sinusoidale, astfel încât "golul" sau canalul să poată fi exprimat ca o funcție simplă a coordonatelor mișcării.

Această "geometrie sinusoidală" propusă de Wildmann, elimină dificultățile care apar la "geometria în trepte", dificultăți determinate de implicațiile extrem de complexe ale necesității ca, canelurile suprafeței fixe a lagărului să fie dispuse la un anumit unghi β_0 față de direcția de mișcare a suprafeței mobile. Sub aspect funcțional, din distribuția calitativă de presiuni prezentată în figura nr.1.4, se vede că lagărul axial autoportant cu canale înclinate, local, funcționează în direcția ξ asemenea unui lagăr treaptă obișnuit, adică presiunea crește de la p_s la p_s și apoi, scade la presiunea p_s , având o distribuție liniară, pentru cazul fluidului incompresibil, și o distribuție neliniară, pentru fluidul compresibil, [26].

Lagărele axiale autoportante cu canale spirale sunt tot lagăre axiale autoportante speciale, dar cu o geometrie și o hidrodinamică respectiv "problematică" termodinamică mult mai complexe, ele reprezentând realizări, soluții relativ recente, [169], destinate, inițial, pentru a funcționa cu gaze, iar apoi au fost extinse și pentru a funcționa cu unșori consistente sau lubrifianți lichizi. Acest tip special de lagăr axial autoportant derivă din lagărul axial autoportant cu canale dispuse oblic (înclinate) sub unghi β_0 optim, [138], față de direcția vitezei relative \bar{V} dintre suprafețe, prin deformarea logaritmică a acestei configurații, [19], [21], ș.a.

Lagărele axiale autoportante cu canale spirale prezintă aceleași caracteristici funcționale superioare, menționate în [138], [139], și în plus în acest caz, se obține o rezultantă a presiunilor (încărcare W) mai mare decât pentru alte tipuri de lagăre axiale autoportante obișnuite de rotație, deoarece, acum, nu mai este nevoie să se împartă lagărul după circumferință în sectoare, [21], [135], [136]. De asemenea, prin modificarea geometriei canalelor spirale, se întrevăd multiple posibilități de a realiza

lagăre axiale autoportante cu canale spirale pentru o gamă largă de tipodimensiuni, gabarite și performanțe constructiv-funcționale, în funcție de scopul urmărit și de destinația acestora.

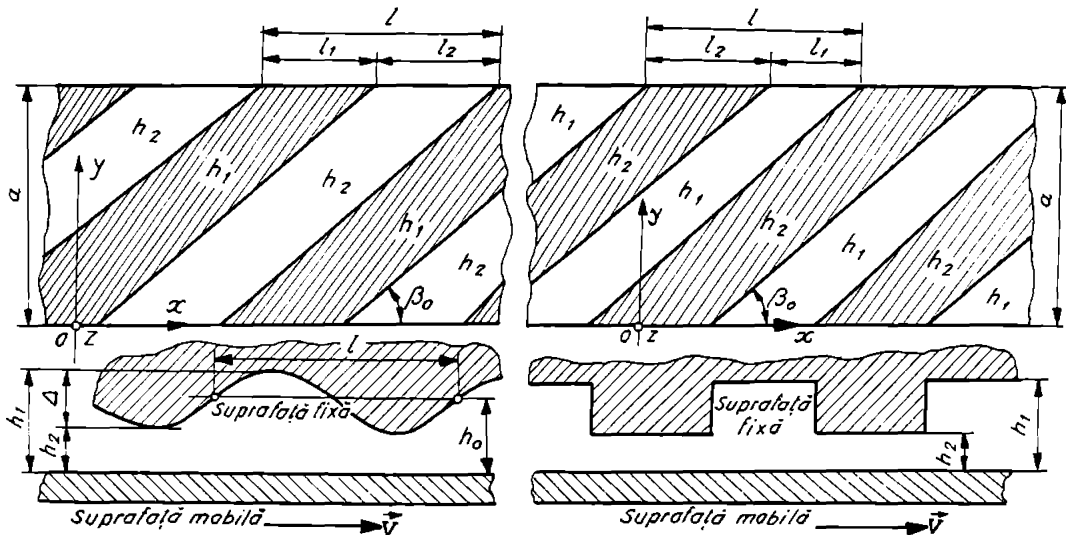


Figura nr.1.6.

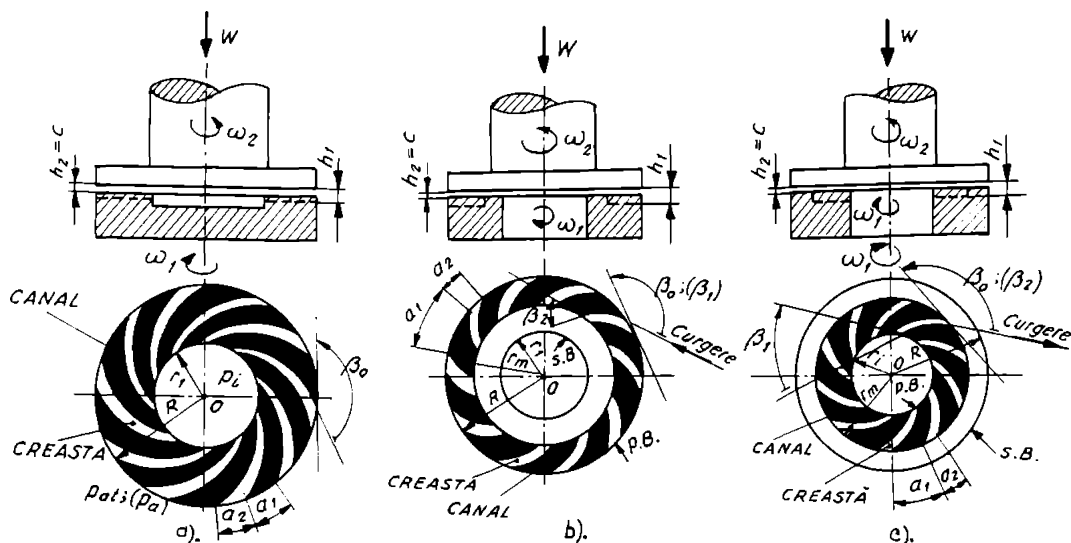
Lagărele axiale cu canale spirale folosite pentru lubrifianți gazoși prezintă particularitatea că spre deosebire de cazul lubrifianților lichizi, efectul local al compresibilității gazului este mai întârziat, obținându-se astfel încărcări specifice mai mari decât pentru alte tipuri de lagăre, [19].

În continuare, plecând de la elementele de principiu prezentate în figura nr.1.5, se prezintă elementele constructiv-geometrice și funcționale fundamentale ale lagărelor axiale autoportante cu canale spirale având diferite configurații geometrice, funcționând cu pompare către interior sau spre exterior, [135], și având una sau ambele suprafețe în mișcare de rotație, în același sens sau în sensuri diferite. Astfel, în figura nr.1.7, sunt prezentate, după *Hsing, Malanoski*, [60], cele mai importante trei tipuri de lagăre axiale cu canale spirale și anume: fără curgere (debit) transversală, -figura nr.1.7.a; cu pompare interioară, -figura nr.1.7.b; cu pompare exterioară, -figura nr.1.7.c.

Este de remarcat faptul că, la asemenea lagăre, întreaga suprafață canelată, inelară, cuprinsă între razele r_c și r_i , este portantă. Aceste lagăre pot funcționa și ca sisteme de etanșare, împiedicând ieșirea lubrifianțului. Astfel, dacă, în cazul lagărului axial autoportant, prezentat în figura nr. 1.7.b, raza $r_c = 0$, -lagăr de capăt-, atunci, pentru sensul de rotație indicat pe figură, prin efectul de pompaj spre interior, scăpările de lubrifiant sunt nule. Deși, o asemenea soluție de lagăr axial cu canale spirale este una dintre cele mai utilizate în practică, trebuie subliniat și faptul că apar dificultăți de

răcire, deoarece toată căldura produsă prin frecare trebuie să fie evacuată numai prin conductibilitate ($H_{cd} \gg H_{cv}$, $H_{cv} \cong 0$; H_{cd} = căldura evacuată prin conductibilitate; H_{cv} = căldura evacuată prin convecție).

Sub aspect funcțional, trebuie menționat că, în cazul lagărului axial autoportant cu canale spirale și fără curgere transversală, (debit zero), -figura nr. 1.7.a-, presiunea p crește gradual de la valoarea p_{at} (p_a , p_a = presiunea de alimentare a lagărului) existentă la frontiera exterioră, $r = R$, la valoarea p_i , existentă la sfârșitul interior al secțiunii canelate, $r = r_i$, această "creștere graduală" a presiunii datorându-se acțiunii vâscoase a fluidului, [60].



- a. Lagăr axial autoportant cu canale spirale fără debit sau curgere transversală;
 b. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară; c. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioră.

Figura nr. 1.7.

Lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară respectiv exterioră, -figura nr. 1.7.b, și 1.7.c-, sunt lagăre care, din punct de vedere constructiv-geometric, au suprafața inelară parțial canelată, astfel încât așezarea celor două regiuni ale suprafeței fixe a lagărului -regiunea canelată și regiunea netedă- este reciproc inversată, [60], [89], [166], ș.a.

Caracteristicile de performanță în regim staționar ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioră sunt mai slabe decât acelea ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, [60].

Lagărele axiale autoportante cu canale spirale sunt folosite în multe domenii, aplicații, datorită capacității lor de încărcare ridicată. Deseori, aceste performanțe ridicate nu pot fi realizate, cauza frecventă fiind deformarea termică a suprafețelor lagărului, datorată autoîncălzirii filmului fluid din lagăr. Wachmann, Malanoski, Vohr, [166] și Pan, Sternlicht, [89], arată că regimul termic nefavorabil și respectiv deformarea termică a unui lagăr axial cu canale spirale, fac ca acesta să dobândească o

formă convexă, cu pierdere de capacitate portantă.

1.3.3. Unele considerații asupra efectului de autopompare specific lagărelor axiale autoportante speciale

În subcap. 1.3.1 și 1.3.2, s-a precizat că, lagărele axiale autoportante cu canale înclinate și cu canale spirale realizează performanțe funcționale mult superioare lagărului axial autoportant treaptă datorită, în primul rând, efectului de autopompare, care apare la lagărele axiale autoportante speciale. În continuare, se argumentează această afirmație și cu unele rezultate teoretice concrete obținute de autor și prezentate în referințele bibliografice [135], [136], [137], [138], [139], [140], [141], ș.a.

Astfel, în lucrarea [137], este prezentată, într-o formă succintă, descrierea fizică și formularea matematică a fenomenului (efectului) de autopompare, specific acestor categorii speciale de lagăre și sunt stabilite relațiile care exprimă distribuțiile de presiuni și de viteze după o direcție normală la direcția de mișcare a suprafeței mobile (la viteza relativă \bar{V}).

În lucrarea [138], utilizând relațiile stabilite în lucrarea [137], se deduc pe cale teoretică valorile optime funcționale ale parametrilor geometrici din punctul de vedere al efectului de autopompare. Este evident că valorile optime ale parametrilor geometrici, care "favorizează" efectul de autopompare, conduc și la caracteristici funcționale superioare ale lagărului (încărcare, W , rigiditate, S , frecări reduse, F_o , F_h , ș.a.). Aceste valori optime funcționale sunt evidențiate în diagramele prezentate în fig. nr. 1.8, 1.9 și 1.10.

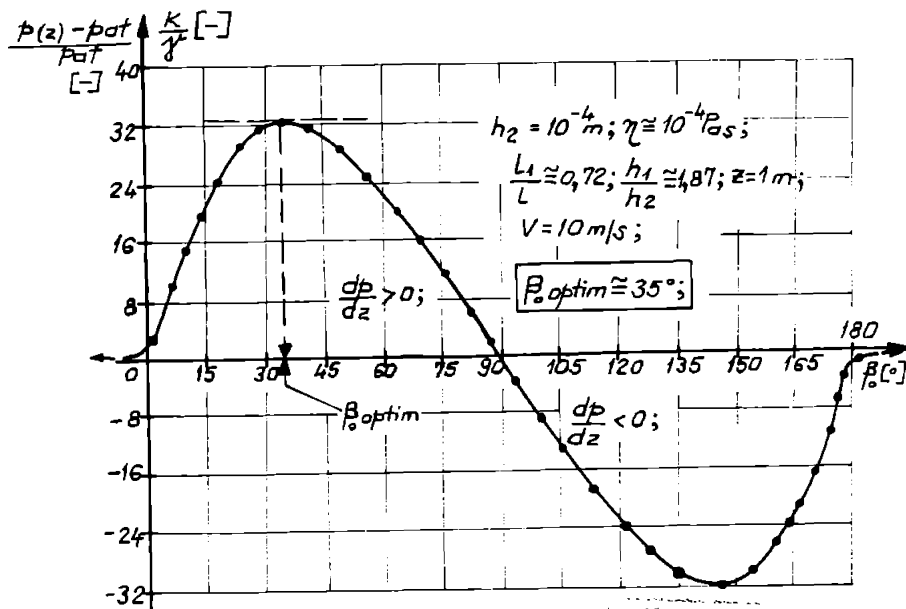


Figura nr.1.8.

Din fig. nr. 1.8, 1.9 și 1.10, rezultă că, valorile optime funcționale ale principalelor parametri geometrici ai lagărelor axiale autoportante cu canale înclinate sunt:

$$\beta_0 \text{ optim} \cong 35^\circ; \left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 2,75; \left(\frac{l_1}{l}\right)_{\text{optim}} \cong 0,5;$$

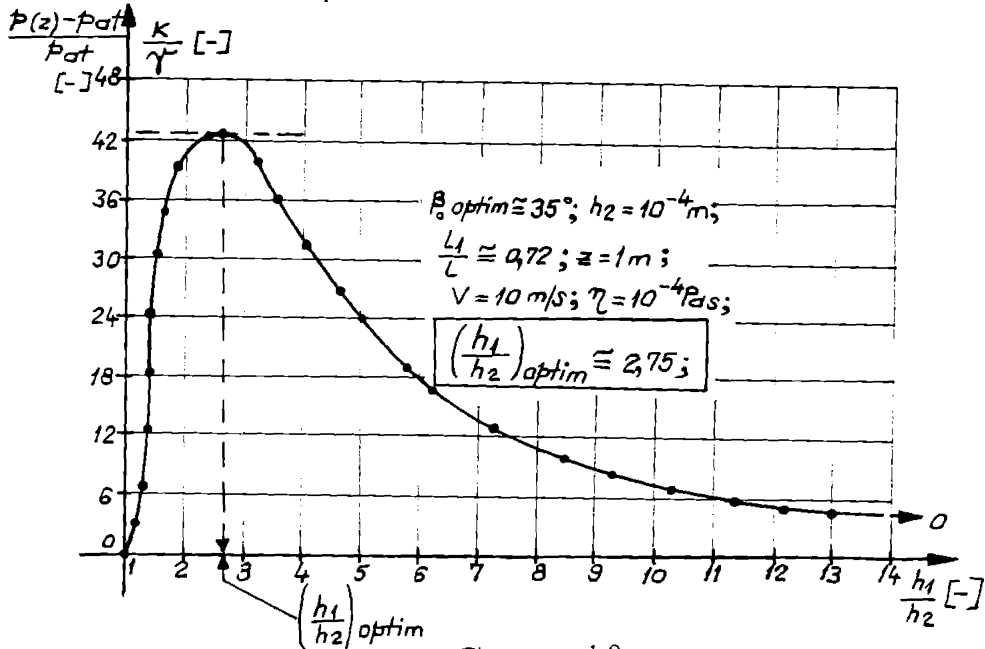


Figura nr.1.9.

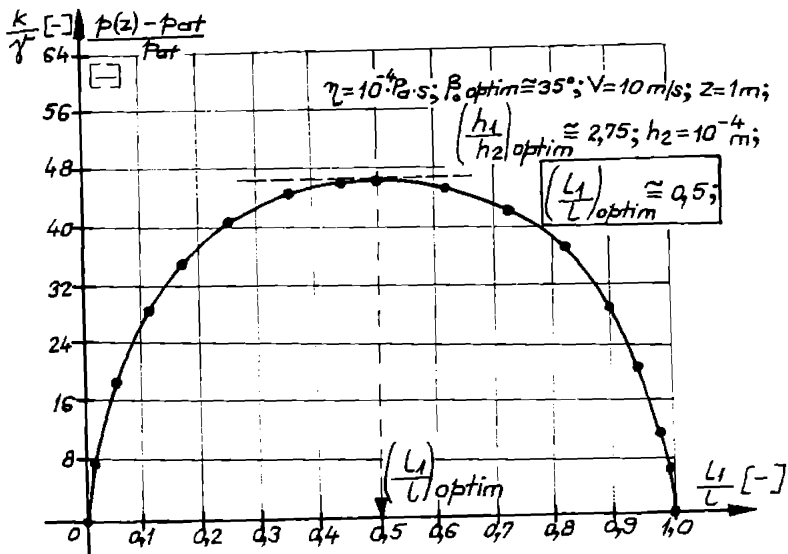


Figura nr.1.10.

În referința [139], se analizează distribuția de presiuni pe suprafața lagărului axial autoportant cu canale înclinate și se constată că după direcția z , presiunea $p(z)$ are o variație liniară sau logaritmică, iar după direcția ξ , presiunea $p(\xi)$ prezintă un punct unghiular, corespunzător evoluției funcției $h(x,z)$ sau mai general $h(x,z,T,\tau$; T = temperatura; τ = timpul), așa după cum se arată în figura nr. 1.11.

De asemenea, în cadrul lucrării citate, se stabilește expresia diferenței de presiune, $\Delta p = p_s - p_s$, care există pe suprafața lagărului axial autoportant, în orice punct din planul mișcării, necesară pentru calculul caracteristicilor funcționale ale lagărului. În figura nr. 1.11, s-a prezentat distribuția reală a presiunilor după direcția ξ -normală la canalele înclinate- și înlocuirea distribuției reale "în zig-zag" a presiunilor cu o funcție netedă \bar{p} .

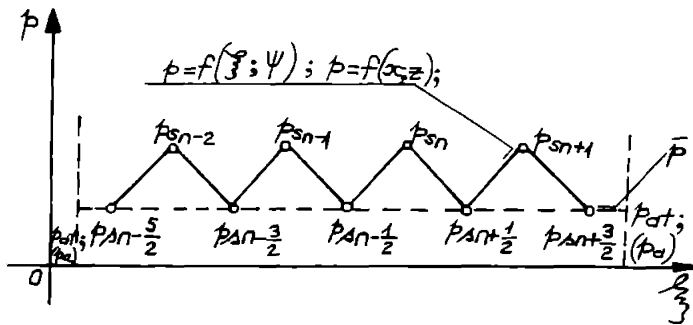


Figura nr. 1.11.

În lucrarea [140], se definesc caracteristicile de funcționare ale lagărelor axiale autoportante cu canale înclinate, ținând seamă de distribuțiile de presiuni din filmul fluid și, în final, se stabilesc relațiile teoretice de calcul pentru caracteristicile de funcționare ale lagărelor axiale autoportante cu canale oblice.

În referința bibliografică [141], sunt prezentate, sub forma unor dependente grafice, rezultatele teoretice obținute prin calcul cu ajutorul relațiilor teoretice stabilite în lucrarea [140]. Plecând de la efectul de autopompărie analizat în lucrarea [138] și pe baza unei analize comparative concrete, se evidențiază performanțele funcționale superioare ale acestor lagăre axiale autoportante speciale, față de lagărele axiale autoportante în trepte (obișnuite) din care acestea derivă. Aceste rezultate pot fi urmărite în fig. nr. 1.12, 1.13, 1.14 și 1.15.

Astfel, în figura nr. 1.12, sunt prezentate caracteristicile de funcționare ale lagărului axial autoportant cu canale înclinate, pentru unitatea de lățime a lagărului ($z = 1m$). Din graficul prezentat în figura nr. 1.12, se vede că atât sarcina rezultantă \bar{W}_R adimensionalizată, cât și coeficientul de frecare f_{OR} prezintă puncte de optim în

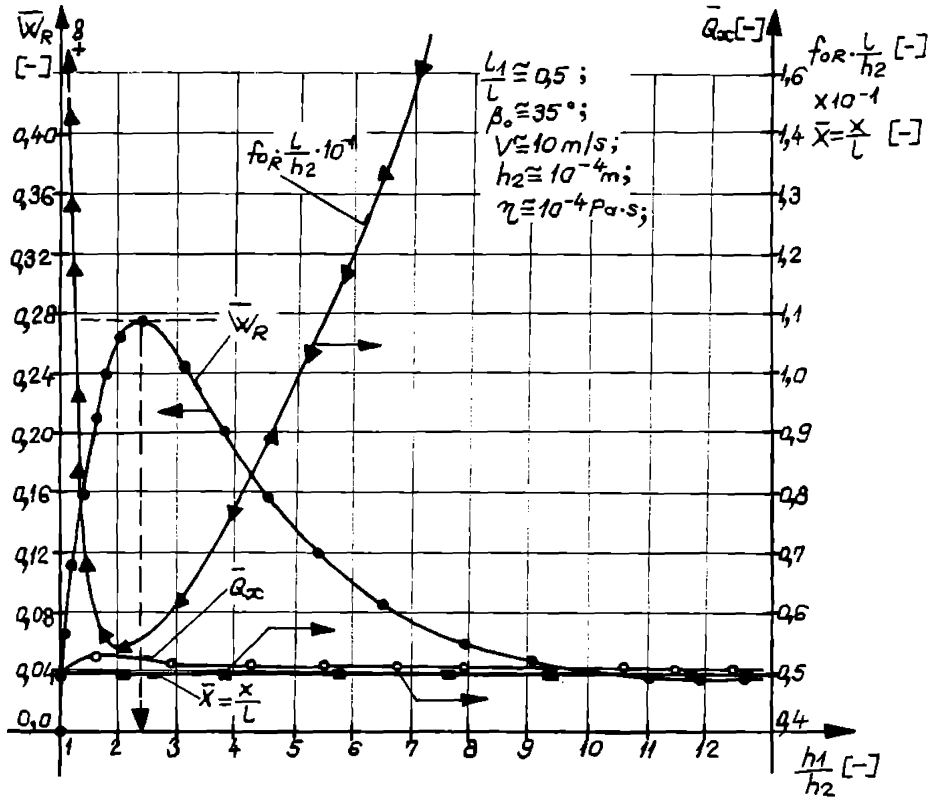


Figura nr.1.12.

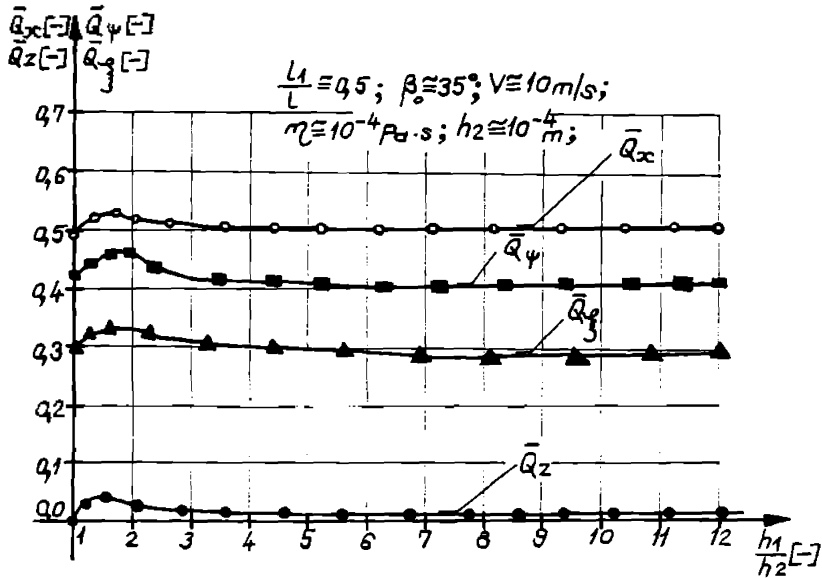


Figura nr. 1.13.

funcție de raportul $\frac{h_1}{h_2}$. La fel, și debitele de lubrifiant adimensionale, \bar{Q}_x , \bar{Q}_z , \bar{Q}_ψ și \bar{Q}_ξ , prezentate în figura nr.1.13; (\bar{Q}_x , \bar{Q}_z , \bar{Q}_ψ , \bar{Q}_ξ reprezintă debitele adimensionale care traversează filmul fluid al unui lagăr axial autoportant cu canale înclinate). În schimb, poziția rezultantei presiunilor \bar{X} este independentă de raportul $\frac{h_1}{h_2}$. Dacă se schimbă "valoarea optimă" a raportului $\frac{l_1}{l}$ sau unghiul β_0 , atunci, este evident că se modifică și valoarea optimă a raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

Curbele prezentate în figura nr.1.12 arată că sarcina rezultantă \bar{W}_R este maximă pentru un raport $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 2,5$, coeficientul de frecare f_{OR} este minim pentru un raport $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 2,0$, iar din curbele prezentate în figura nr.1.13 rezultă că,debitele adimensionale \bar{Q}_x , \bar{Q}_z , \bar{Q}_ψ , \bar{Q}_ξ sunt maxime pentru un raport egal cu $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 1,75$. Prin urmare, în funcție de ceea ce se urmărește să se obțină, se va adopta valoarea corespunzătoare a raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

În figura nr.1.14, sunt prezentate caracteristicile funcționale adimensionale ale unui lagăr axial autoportant în trepte simplu (obișnuit) pentru caracteristici geometrice considerate optime, [19], [21], respectiv, $\frac{l_1}{l} = 0,7$ și $\beta_0 = 90^\circ$ și unitatea de lățime ($z = 1\text{m}$).

Pentru a se analiza performanțele funcționale ale lagărului axial autoportant cu canale înclinate, comparativ cu cele ale unui lagăr axial autoportant în trepte simplu (obișnuit), s-au calculat și reprezentat grafic, în figura nr.1.15, caracteristicile funcționale adimensionale ale lagărului axial cu canale înclinate, pentru aceeași valoare a raportului $\frac{l_1}{l} = 0,7$ și pentru unghiul $\beta_{0\text{ optim}} \cong 35^\circ$ stabilit în lucrarea [138].

Din graficele prezentate în fig. nr.1.14 și 1.15, rezultă că, pentru același raport $\frac{l_1}{l} \cong 0,7$, lagărul axial autoportant cu canale (spirale) înclinate realizează o portanță \bar{W}_R mai mare cu circa (25 + 30)% față de lagărul axial simplu în trepte. În schimb, în general, debitul de lubrifiant, \bar{Q}_x , este mai redus, iar frecările sunt mai reduse, deci lagărul permite încărcări sporite, având un regim termic mai favorabil. De asemenea, în

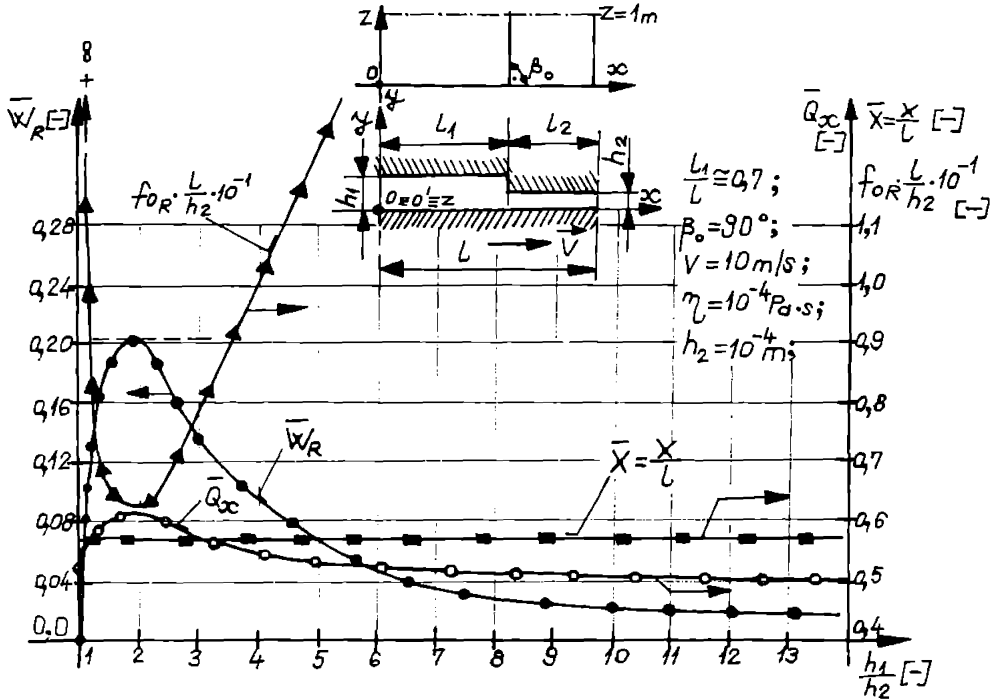


Figura nr. 1.14.

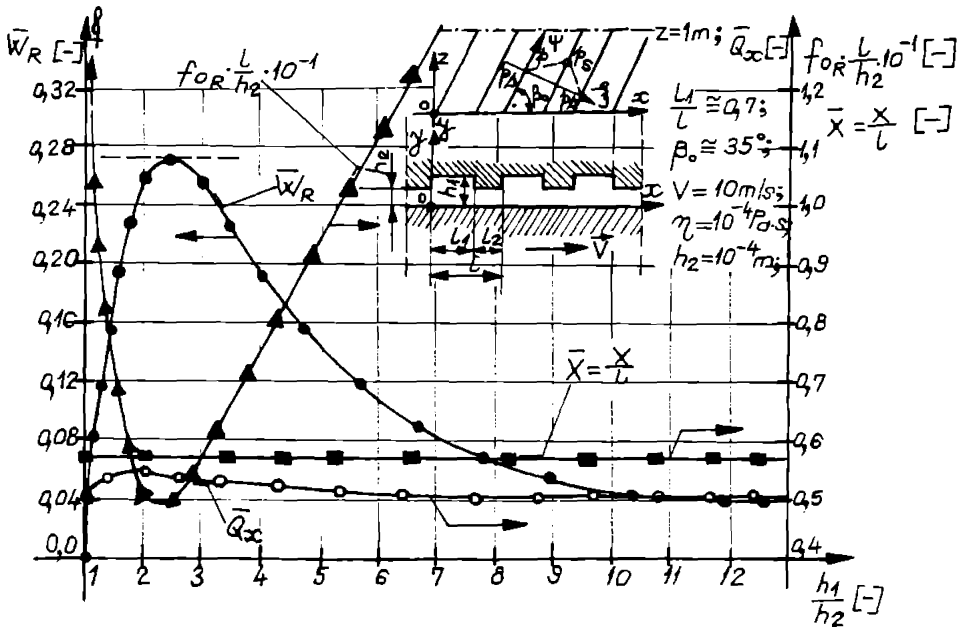


Figura nr 1.15.

ambele cazuri, poziția rezultantei presiunilor $\bar{X} = \frac{X}{l}$ nu depinde de raportul $\frac{h_1}{h_2}$.

Comparând, acum, caracteristicile funcționale prezentate în fig. nr. 1.12 și fig. nr. 1.15, se observă că lagărul axial cu canale înclinate având raportul $\frac{l_1}{l} \cong 0,5$ și unghiul $\beta_{0 \text{ optim}} \cong 35^\circ$ realizează, în general, încărcări mai mari cu circa $(3,5 \div 4,5)\%$ decât lagărul axial cu canale înclinate având raportul $\frac{l_1}{l} \cong 0,7$ și unghiul $\beta_{0 \text{ optim}} \cong 35^\circ$, în timp ce debitele de lubrifianț și frecările sunt comparabile. Rezultă că într-adevăr, geometria optimă a lagărului axial autoportant cu canale înclinate este cea corespunzătoare caracteristicilor din fig. nr. 1.12, și anume:

$$\left(\frac{l_1}{l}\right)_{\text{optim}} \cong 0,5, \left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 2,5; \beta_{0 \text{ optim}} \cong 35^\circ;$$

În referințele bibliografice [135] și [136], sunt prezentate unele rezultate teoretice cu privire la lagărele axiale autoportante cu canale spirale. Astfel, în lucrarea [135], se analizează distribuția de presiuni în filmul fluid al lagărului axial, stabilindu-se expresia distribuției de presiuni cu raza lagărului $p(r)$. De asemenea, s-a stabilit expresia diferenței de presiune realizată de lagăr datorită efectului de autopompăre. În lucrarea [136], sunt stabilite valorile optime ale parametrilor geometrici de bază ai lagărelor axiale autoportante cu canale spirale prelucrând și unele rezultate oferite de lucrarea [21] și se evidențiază influența geometriei lagărelor cu canale spirale asupra performanțelor acestora. Unele concluzii, privind rezultatele obținute în acest studiu, pot să fie formulate pe baza curbelor trasate în fig. nr. 1.16 și 1.17.

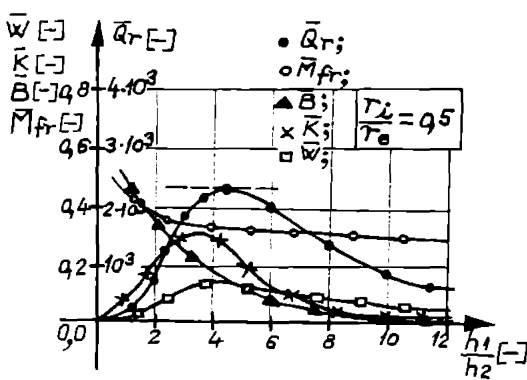


Figura nr. 1.16.

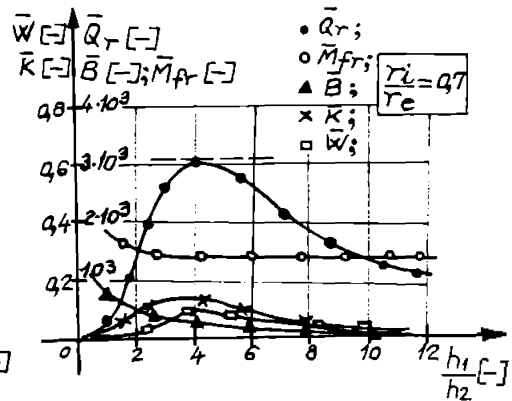


Figura nr. 1.17.

Astfel, în figura nr. 1.16, sunt prezentate caracteristicile funcționale ale lagărului axial cu canale spirale varianta 1, având raportul razelor $\frac{r_1}{r_0} = 0,5$, iar în figura nr. 1.17,

sunt prezentate caracteristicile funcționale ale lagărului axial autoportant cu canale spirale varianta a II-a, având raportul razelor $\frac{r_1}{r_c} = 0,7$.

Analiza curbelor prezentate în fig. nr. 1.16 și 1.17 arată că, lagărele axiale autoportante cu canale spirale cu mișcare de rotație realizează performanțe superioare $(\bar{W}, \bar{K}, \bar{Q}_r)$ pentru un raport $\left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 4$. Se observă, de asemenea, că, lagărul Var. I $\left(\frac{r_1}{r_c} = 0,5\right)$ realizează performanțe superioare lagărului Var. II $\left(\frac{r_1}{r_c} = 0,7\right)$, cu excepția debitului radial adimensional \bar{Q}_r , -mai mare la acesta din urmă- și a momentului de frecare adimensional \bar{M}_{fr} , -mai mare la primul tip de lagăr-. Se remarcă și faptul că, momentul de frecare adimensional \bar{M}_{fr} scade foarte lent la dreapta lui $\frac{h_1}{h_2} \cong 4$ și crește sensibil la stânga lui $\frac{h_1}{h_2} \cong 4$, pentru ambele tipuri de lagăre.

Din analiza succintă prezentată, [136], rezultă că, valorile optime pentru parametrii geometrice de bază ai lagărelor axiale autoportante cu canale spirale ar putea fi următoarele:

$$(n)_{\text{optim}} = \frac{l_1}{l_1 + l_2} \cong 0,615; (\beta_o)_{\text{optim}} \cong 17^\circ; (\bar{R})_{\text{optim}} = \frac{r_e - r_c}{r_c - r_i} \cong 0,73; \left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 4,$$

valori ce vor fi luate în considerare la calculul, proiectarea și realizarea instalației experimentale.

1.4. Considerații privind stadiul actual al cercetărilor în domeniul lagărelor cu alunecare axiale autoportante. Concluzii. Enunțarea problemelor ce vor fi abordate în teza de doctorat

Din cele prezentate succint în subcap. precedente, rezultă marea diversitate a problemelor ce trebuie să fie abordate, atunci când se urmărește studiul lagărelor axiale autoportante în toată diversitatea și complexitatea lor constructiv-geometrică și funcțională. Astfel, rezultatele experimentale -mai puține- și cele teoretice -mai numeroase- oferite de literatura de specialitate datează din anii '65 + '75 și reprezintă rodul muncii cercetătorilor, în special asupra lagărelor axiale autoportante mai simple din punct de vedere constructiv-geometric și funcțional (lagăre axiale autoportante

treaptă, lagăre axiale autoportante cu canale înclinate, etc. [23], [24], [45], [108], ș.a.) și considerând mișcarea fluidului ca desfășurându-se în condiții mai simple decât în realitate (se neglijează sau se simplifică prezența în unele situații a efectelor vâsco-inerțiale, efectelor termodinamice, compresibilității mediului fluid, efectelor turbulenței, etc.) fapt care, evident, conduce la rezultate ce conțin un grad mai mare sau mai mic de incertitudine. Validarea acestor rezultate respectiv obținerea unor rezultate certe poate fi făcută doar printr-un studiu teoretic complet, termohidrodinamic dublat de un studiu experimental riguros.

Spre exemplu, problema studiului lubrificației în regim turbulent, -ca să ne referim doar la acest aspect, nu este abordată decât foarte sporadic și la modul general, doar de principiu ([9], [10], [24], ș.a.) cu toate că teoriile referitoare la lubrificația în regim turbulent au fost elaborate, fundamentate, publicate și consacrate în literatură încă din perioada anilor '70, ([25], [29], [49], [57], [85], ș.a.).

De aceea, considerăm că, pentru lagărele axiale autoportante caracterizate de o geometrie mai complexă, -(de exemplu, lagărele cu canale spirale) trebuie efectuate atât studii teoretice cât și experimentale, care să aibă în vedere atât mișcarea fluidului vâscos cât și geometria extrem de variată a lagărelor respectiv influența acesteia asupra performanțelor lagărului și stabilirea unor valori optime ale parametrilor constructiv-geometrici și funcționali ai lagărului.

Astfel, printre problemele care sunt de interes și, dintre care, unele vor fi abordate în cadrul tezei de doctorat menționăm:

a. stabilirea geometriei optime, care să conducă la caracteristici tehnico-funcționale ridicate ale lagărelor axiale autoportante, atât în regimuri normale de funcționare cât și în regimuri "speciale" de funcționare (regimuri cu instabilități termodinamice; regimuri de lubrificație limită; regimuri turbulente, ș.a.);

b. studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în filme fluide convergent-divergente instabile termodinamic;

c. analiza mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile în filme convergente (cvasiparalele) în regim laminar și turbulent, cu considerarea efectelor inerțiale, termice și ale compresibilității fluidului, pentru diferitele tipuri de lagăre axiale autoportante (lagăre treaptă, cu canale înclinate sau oblice, cu canale spirale, etc.), ș.a.

După cum este menționat, [19], [21], [60], [81], [135], [136], [142], [166], ș.a., dintre toate tipurile de lagăre axiale autoportante, lagărele cu canale spirale sunt caracterizate de cea mai complexă geometrie și implicit prezintă cele mai complexe probleme legate de mișcarea fluidului. Datorită particularităților lor constructiv-geometrice și funcționale, pot fi făcute unele analogii între aceste lagăre cu canale spirale și rotoarele deschise ale pompelor centrifuge speciale (pompele cu rotor retras) [135], [136].

Rezultatele teoretice și experimentale oferite de literatură sunt extrem de puține, [60], [81], [166], [169], ele fiind obținute în urma unor studii "globale" efectuate asupra lagărelor cu canale spirale, fără a se aprofunda geometria canalelor spirale respectiv problema optimizării geometriei lagărelor (canalelor). Informațiile privitoare la metodologia și instalațiile folosite pentru cercetările experimentale sunt, practic, inexistente, puține referințe bibliografice oferind cât de cât unele detalii în acest sens,

[10], [21].

Din aceste motive, în cadrul tezei de doctorat, ne-am propus să studiem atât teoretic cât și experimental lagărele axiale autoportante cu canale spirale, plecând în primul rând de la abordarea cât mai completă a problemei geometriei canalelor spirale și apoi, stabilind relațiile funcționale fundamentale între elementele geometrice ale canalelor spirale și parametri tehnico-funcționali globali ai lagărului (distribuții de presiuni; debite; încărcare; forțe și coeficienți de frecare; rigiditate; ș.a.).

Studiul mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale cu canale spirale se va face considerând mediul de lucru un fluid vâscos incompresibil, atât în regim laminar cât și în regim turbulent de lubrificație.

Pentru realizarea acestor deziderate, autorul a elaborat modelele matematice necesare pentru studiul teoretic atât în regim laminar cât și în regim turbulent și a conceput, proiectat și realizat patru variante de lagăre axiale autoportante cu canale spirale, respectiv a structurat și adaptat o instalație experimentală pentru încercarea lagărelor proiectate și realizate.

A. STUDIUL TEORETIC AL MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE

CAPITOLUL 2 CONSIDERAȚII PRELIMINARE

Mișcarea fluidelor vâskoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, denumite și lagăre axiale autoportante speciale, este o mișcare complexă, "în straturi subțiri", mărginite de două suprafețe solide aflate în mișcare relativă una față de cealaltă respectiv mișcare relativă pură de rotație -cazul când avem o mișcare simplă, mai frecvent întâlnită, permanentă- sau în mișcare relativă combinată (rotație + translație pe verticală, vibrație, etc.) -cazul mult mai complex, dar și mai rar întâlnit, al funcționării lagărelor în regimuri tranzitorii-.

Faptul că, mișcarea fluidului vâscos se desfășoară în straturi subțiri, are drept consecință foarte importantă -după cum s-a arătat, [19], [21], [149], [155], ș.a.- particularizarea și simplificarea ecuațiilor generale de mișcare, *ecuații folosite pentru studiul complet, hidrotetmodinamic al mișcării în lagăr*. Această simplificare a ecuațiilor de mișcare nu se face prin anularea sau omiterea unor termeni din ecuații, ci prin neglijarea acelor termeni care au un ordin de mărime mai mic, [19], [21], [148], [149], [155], ș.a., așa după cum se va arăta și în continuare.

Abordarea și, deci, rezolvarea completă a problemei mișcării fluidelor vâskoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale respectiv găsirea de soluții analitice, -pentru cazuri mai puține și mai simple- și soluții numerice, -pentru cele mai frecvente situații- sunt posibile prin analizarea și rezolvarea ecuațiilor care "cupleză" mișcarea mecanică cu câmpul de temperaturi și anume, ecuația de continuitate, ecuația de mișcare Navier-Stokes, ecuația presiunilor (ecuația lui Reynolds), ecuația energiei, ecuația de stare (ecuația lui Clapeyron), ecuația lui Fourier, ecuația lui Newton, legea Ștefan-Boltzmann ca și relațiile fizice pentru vâscozitatea lubrifianului η , pentru densitatea acestuia ρ și, respectiv, ecuațiile privind deformarea și dilatarea termică a suprafețelor lagărului ca și condițiile la limită pentru presiuni, viteze, debite și temperaturi, [19], [148], [149], [155], ș.a.

Sistemul format din ecuațiile enumerate mai sus este extrem de greu de rezolvat chiar și prin metode numerice, datorită caracterului său foarte "cuprinzător" și neliniarității unora dintre ecuațiile utilizate, motiv pentru care în aplicațiile ingineresti se preferă, încă, folosirea unor metode aproximative pentru determinarea câmpului de temperaturi din filmul fluid, [19], [21], ș.a., și, desigur în compensație, abordarea cât mai completă a "complexului" hidrodinamic, care descrie mișcarea mecanică a fluidului în lagărul axial cu canale spirale.

O asemenea manieră de abordare a problemei mișcării fluidelor vâskoase este posibilă atunci, când fluidul este incompresibil și când are proprietăți constante (vâscozitatea dinamică $\eta \equiv \text{const.}$). [19], ș.a. În asemenea condiții, ecuația de

continuitate și ecuația de mișcare Navier-Stokes pot fi rezolvate separat de ecuația energiei. Drept consecință, mișcarea mecanică este independentă de câmpul de temperaturi, câmp care poate să fie determinat într-o a doua etapă, -folosind unele metode aproximative și ipoteze simplificatoare cu privire la regimul termic din lagăr, din ecuația energiei, ecuație în care este, acum, cunoscut câmpul de viteze determinat în prima etapă, [19], [21], ș.a.

Pe această bază, în cadrul tezei de doctorat, vor fi abordate aproape exclusiv aspectele legate de mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, atât în regim laminar cât și în regim turbulent și în condițiile unui regim permanent de mișcare. De asemenea, în cadrul tezei de doctorat, se vor face și unele analize teoretice comparative cu privire la mișcarea fluidelor vâscoase compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, toate acestea realizate în condiții identice cu cele anterioare, adică, regim staționar de mișcare și pentru o mișcare laminară respectiv turbulentă în lagăr.

În toate situațiile analizate, vor fi urmăriți parametrii geometrici și funcționali ai lagărului cu canale spirale ca și alți factori care intervin în studiul mișcării, respectiv, influența acestora asupra performanțelor lagărului, condițiile de optim constructiv și funcțional, ș.a.

Analizele teoretice, dar și cele experimentale, vizează mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în trei tipuri importante de lagăre axiale autoportante cu canale spirale, [155], [157], și anume:

- a. lagăre axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară;
- b. lagăre axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă exterioară;
- c. lagăre axiale autoportante cu canale spirale și fără nici o curgere (mișcare) transversală, (debit zero);

Cele trei tipuri de lagăre axiale autoportante cu canale spirale sunt prezentate, din punct de vedere geometric și funcțional, împreună cu notațiile specifice respective, în fig. nr.2.1, 2.2, 2.3 și 2.4.

Analiza preliminară a acestor tipuri de lagăre permite formularea următoarelor concluzii:

1. La lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară, - (v. fig. nr.2.1, 2.2 a, 2.4)- viteza medie a fluidului crește de la intrare, $r = r_c$, până la ieșire, $r = r_i$, ($r = r_c$), deci, un asemenea lagăr hidrodinamic are o comportare, din acest punct de vedere, aproape similară cu aceea a turbinelor hidraulice radiale și radial-axiale;

2. La lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă exterioară, situația este inversată deci, viteza medie scade de la intrarea în lagăr, $r = r_i$, până la ieșire, $r = r_c$, ($r = r_c$), adică, un asemenea lagăr are o comportare, din acest punct de vedere, aproape similară cu aceea a pompelor centrifuge speciale (pompele centrifuge cu rotor retras și cu rotor deschis) sau, în general, cu aceea a pompelor centrifuge radiale și radial-axiale;

3. La lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu debit zero, nu există practic curgere (mișcare) transversală a fluidului, acest tip de lagăre fiind folosit, în special, ca sistem de etanșare complex, acolo unde situațiile necesită o etanșeitate deosebită;

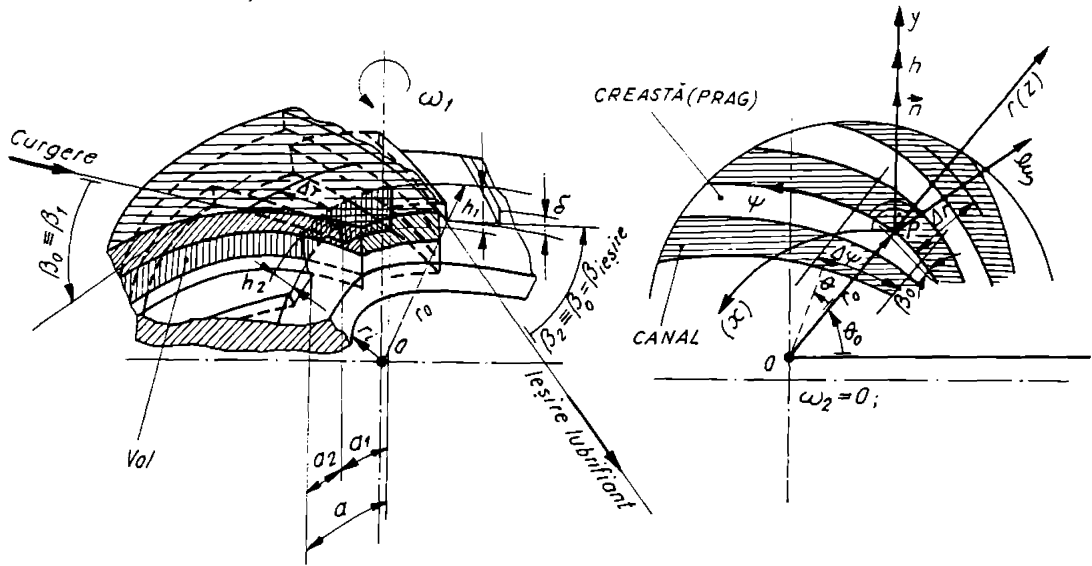
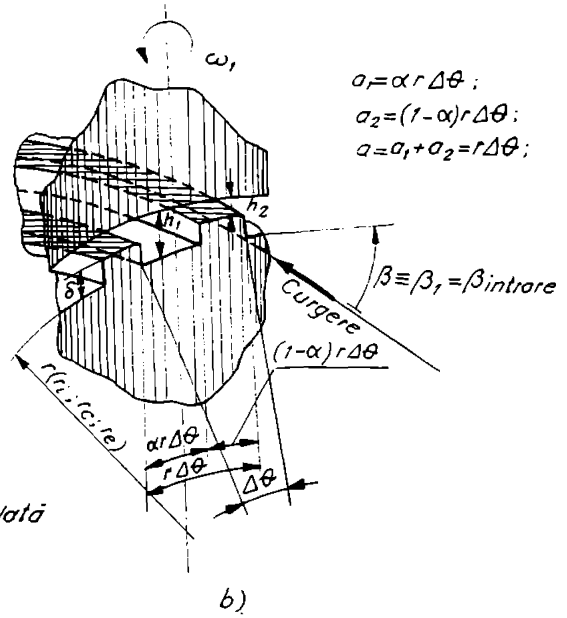
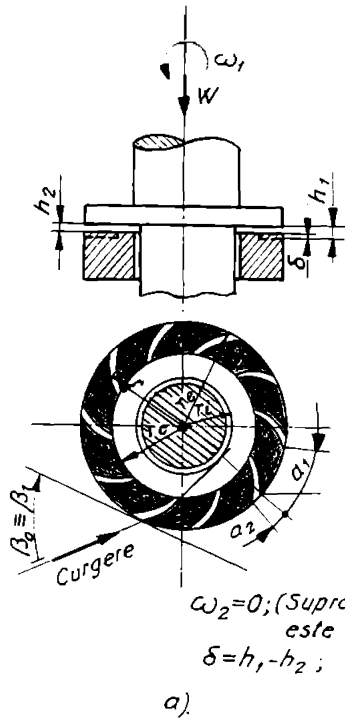
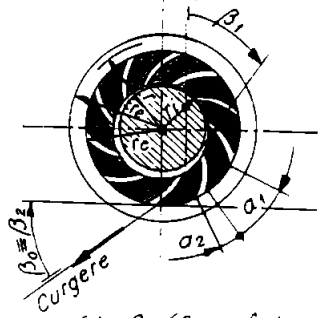
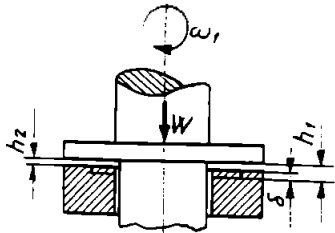


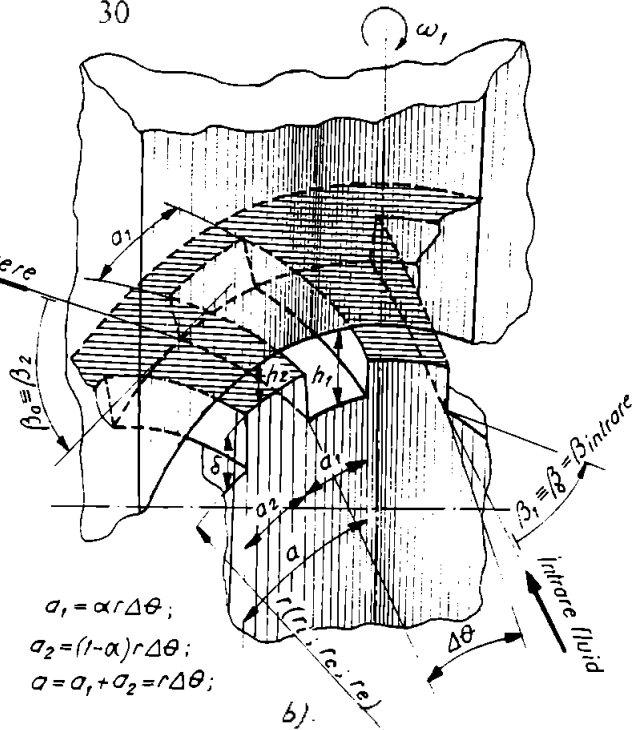
Figura nr. 2.1. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară. Elemente constructiv-geometrice și cinematice.



$\omega_2=0$; (Suprafața canelată este fixă).

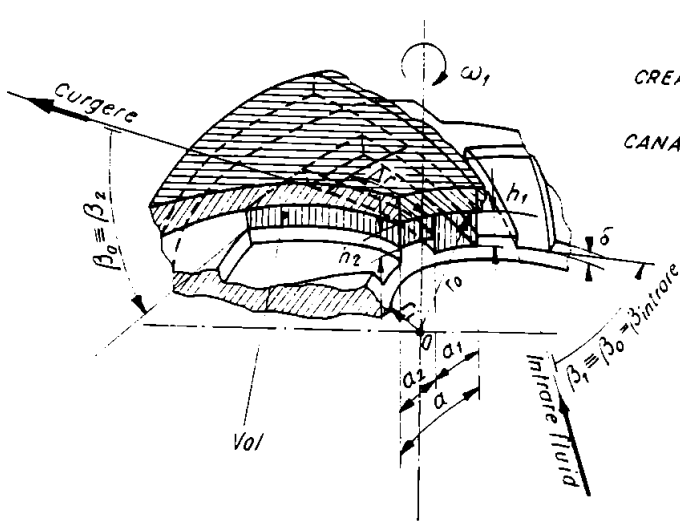
$\delta = h_1 - h_2$;

a).



$a_1 = \alpha r \Delta\theta$;
 $a_2 = (1-\alpha) r \Delta\theta$;
 $a = a_1 + a_2 = r \Delta\theta$;

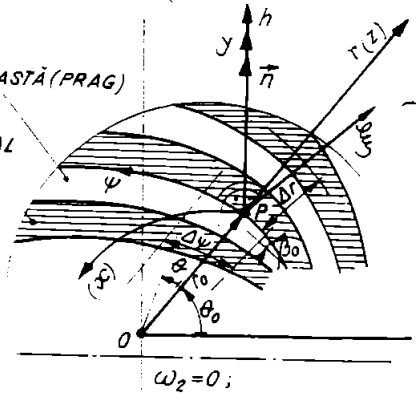
b).



$\omega_2=0$; (Suprafața canelată este fixă).

$\delta = h_1 - h_2$;
 $a_1 = \alpha r \Delta\theta$;
 $a_2 = (1-\alpha) r \Delta\theta$;
 $a = a_1 + a_2 = r \Delta\theta$;

c).



$\omega_2=0$;

Figura nr. 2.2. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară. Elemente constructiv-geometrice și cinemantice.

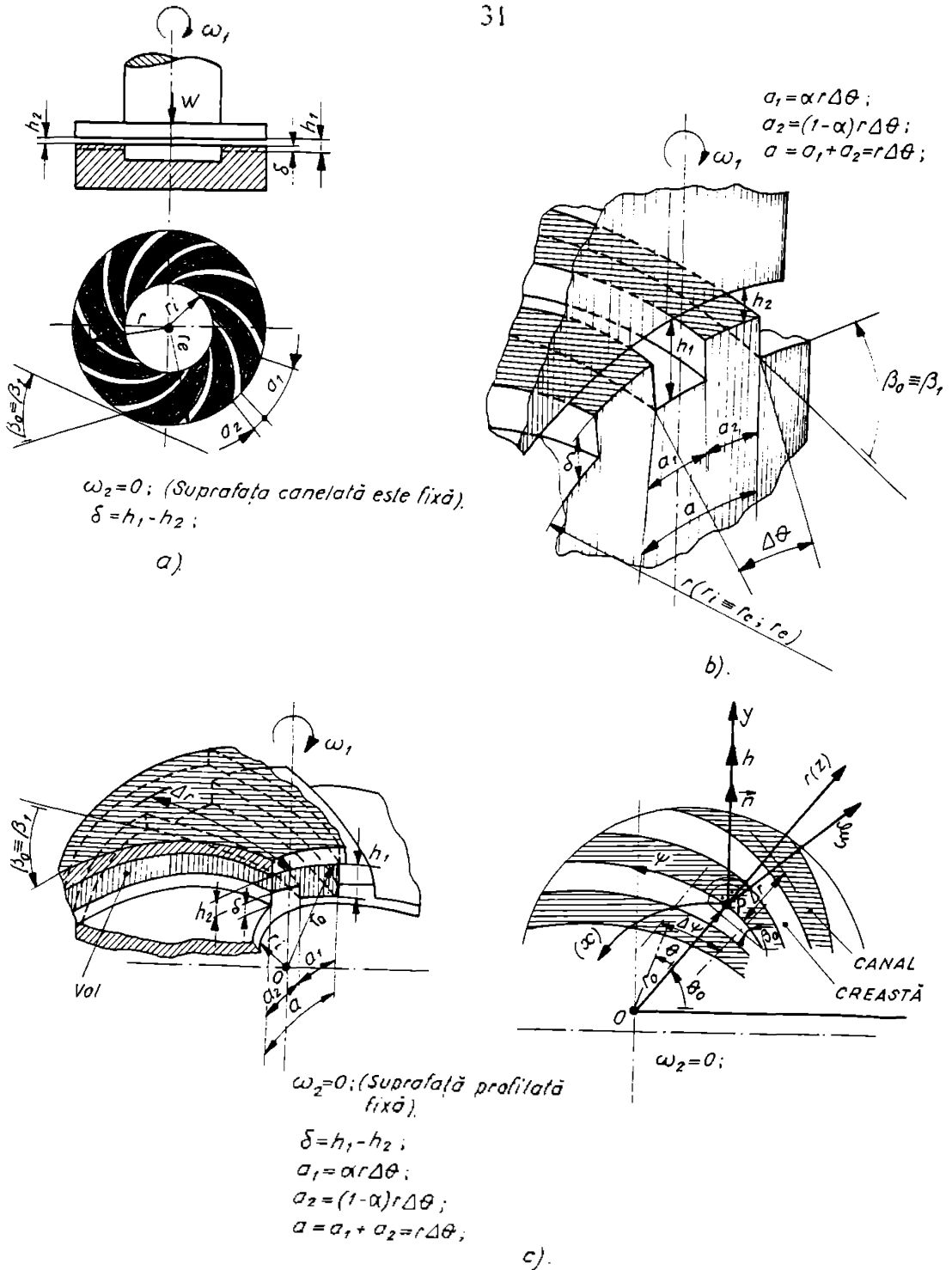


Figura nr. 2.3. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și fără nici o curgere (mișcare) transversală, (debit zero). Elemente constructiv-geometrice și cinematice

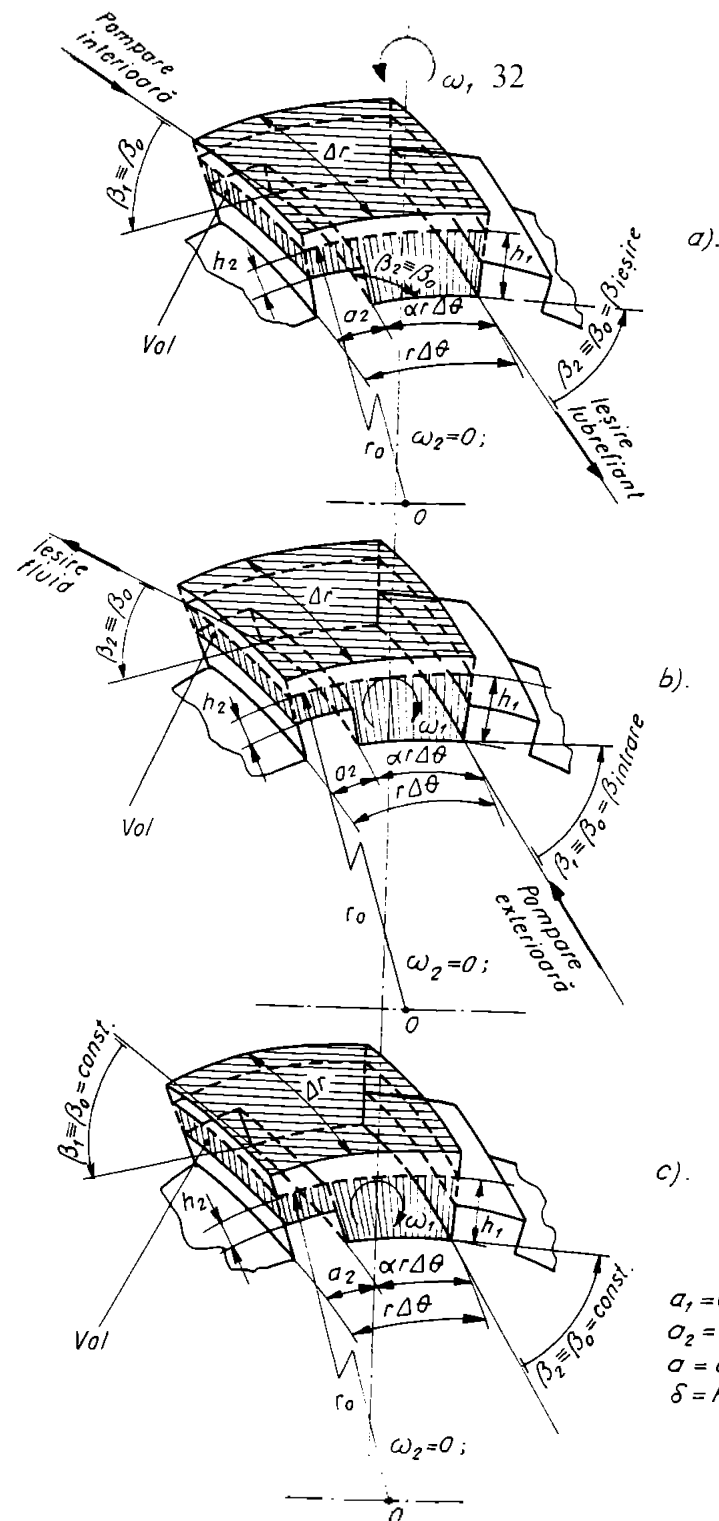


Figura nr. 2.4. Lagărul axial autoportant cu canale spirale. Volumul de control (domeniul de analiză). a).-pompăre interioară; b).-pompăre exterioră; c).-fără pompăre (debit zero)

Aceste principale aspecte ale mișcării fluidului în lagăr vor fi avute în vedere în toate analizele teoretice care se vor face în continuare, privitor la mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale.

CAPITOLUL 3

STUDIUL TEORETIC AL MIȘCĂRII LAMINARE ȘI STAȚIONARE A FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE ȘI CU POMPARE INTERIOARĂ

În continuare, ne interesează mișcarea laminară și permanentă a fluidelor vâskoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară, respectiv, determinarea, în final, a distribuțiilor de presiuni și de viteze după anumite direcții de interes din lagăr.

3.1. Sisteme de coordonate folosite pentru studiul mișcării în lagăr și relații între coordonate. Domeniul de analiză. Distribuții de viteze în regim laminar. Debitul masic în regim laminar

3.1.1. *Sisteme de coordonate și relații între coordonate. Domeniul de analiză*

Simplificarea ecuațiilor fundamentale pentru studiul mișcării fluidului vâscos în lagăr impune precizarea sistemelor de coordonate folosite și a volumului de control, pe care, sunt determinate distribuțiile de viteze și, respectiv, debitul masic de fluid.

Astfel, volumul de control, Vol , folosit pentru descrierea mișcării fluidului vâscos în lagăr, este prezentat în fig. nr.2.1.c și 2.4.a și cuprinde filmul fluid dintr-o pereche canal spiral-creastă (prag), delimitată, în direcția radială, de razele r_0 și $r_0 + \Delta r \equiv r'$, ($r_0, r' \in [r_c, \dots, r_c]$).

Studiul mișcării fluidului în lagăr impune folosirea a două sisteme de coordonate inerțiale locale, și anume: un sistem de coordonate cilindrice polare (y, r, θ) , -fig. nr. 2.1.c, 2.4.a-, având axele coordonate $r, (z)$ și $\theta, (x)$ cuprinse aproape în întregime în planul suprafeței fixe (suprafața profilată a lagărului, $y=0$); de asemenea, în fig. nr.2.1.c, s-a considerat și sistemul de coordonate curbilinii ortogonale special (ψ, y, ξ) , având semiaxele coordonate ξ , ψ , prima, normală și a doua, paralelă la muchia canalului spiral, respectiv la interfața canal spiral-creastă.

Observând geometria lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, prezentat în fig. nr.2.1.a, b, c, și fig. nr.2.4.a, se pot scrie următoarele relații funcționale între coordonatele $x(\theta)$, r , ψ , ξ , -(vezi și fig. nr.3.1.)-, astfel:

$$\begin{aligned} r &= r(\xi; \psi); \quad x = x(\xi; \psi), \\ \text{respectiv, } \xi &= \xi(r; x); \quad \psi = \psi(r; x); \end{aligned} \quad (3.1)$$

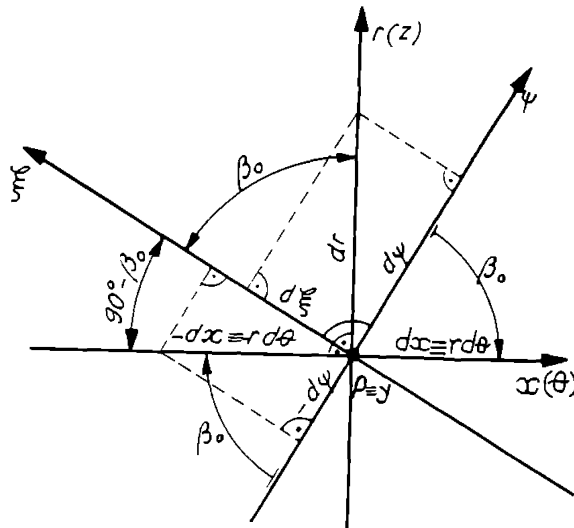


Figura nr. 3.1. Lagărul axial autoportant cu canale spirale. Legătura între sistemele de coordonate adoptate.

Astfel, observând relațiile (3.1), rezultă că:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \cos\beta_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \sin\beta_0 \frac{\partial}{\partial \psi}; \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} = -\sin\beta_0 \frac{\partial}{\partial \xi} + \cos\beta_0 \frac{\partial}{\partial \psi}; \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi} = \cos\beta_0 \frac{\partial}{\partial r} - \sin\beta_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}; \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial \psi} = \sin\beta_0 \frac{\partial}{\partial r} + \cos\beta_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}; \quad (3.5)$$

3.1.2. Particularizarea ecuațiilor de mișcare a fluidelor vâscoase incompresibile newtoniene

Ecuațiile care descriu mișcarea fluidului vâscos incompresibil newtonian, între suprafețele cvasiparalele ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și mișcare de rotație, sunt ecuația de mișcare Navier-Stokes și ecuația de continuitate, (sau fost neglijate aspectele termodinamice ale mișcării fluidului în lagăr)-, ecuații, care, în regim de mișcare nestaționar și considerând vâscozitatea dinamică $\eta \cong \text{const.}$, se scriu

sub forma cunoscută, [97], [98], ș.a., adică:

$$\frac{d\bar{V}}{d\tau} = \frac{\partial \bar{V}}{\partial \tau} + (\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = \bar{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \bar{V}; \quad \nu = \frac{\eta}{\rho}; \quad (3.6)$$

$$\operatorname{div} \bar{V} = \nabla \cdot \bar{V} = 0; \quad (3.7)$$

Câmpul de viteze \bar{V} și operatorii diferențiali ∇ , Δ , respectiv $\operatorname{div} \bar{V}$, $\Delta \bar{V}$, $(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V}$, în sistemul de coordonate cilindrice (y, r, θ) și sistemul de coordonate curbilinii ortogonale special (ψ, y, ξ) , au următoarele expresii:

$$\bar{V} = u \bar{e}_0 + v_n \bar{e}_y + w \bar{e}_r; \quad (3.8)$$

$$\bar{V} = v_\psi \bar{e}_\psi + v_n \bar{e}_y + v_\xi \bar{e}_\xi; \quad (3.9)$$

$$\nabla = \bar{e}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + \bar{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \bar{e}_r \frac{\partial}{\partial r}; \quad \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \equiv \frac{\partial}{\partial x} \right); \quad (3.10)$$

$$\nabla = \bar{e}_\psi \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} + \bar{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \bar{e}_\xi \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi}; \quad (3.11)$$

$$\operatorname{div} \bar{V} = \nabla \cdot \bar{V} = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} = 0; \quad (3.12)$$

$$\operatorname{div} \bar{V} = \nabla \cdot \bar{V} = \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} v_\xi + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} v_\psi = 0; \quad (3.13)$$

$$\Delta \equiv \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}; \quad (3.14)$$

$$\Delta \equiv \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2}{\partial \xi^2}; \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{V} = \nabla \cdot (\nabla \bar{V}) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} \bar{e}_0 + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \bar{e}_0 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \bar{e}_0 + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \bar{e}_0 + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \theta^2} \bar{e}_y + \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial v_n}{\partial r} \bar{e}_y + \frac{\partial^2 v_n}{\partial y^2} \bar{e}_y + \frac{\partial^2 v_n}{\partial r^2} \bar{e}_y + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \bar{e}_r + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \bar{e}_0 + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} \bar{e}_r + \\ &+ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \bar{e}_r + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \bar{e}_r - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \bar{e}_r - \frac{u}{r^2} \bar{e}_0 - \frac{w}{r^2} \bar{e}_r; \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned}
\Delta \bar{V} = \nabla \cdot (\nabla \bar{V}) = & \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial \psi^2} \bar{e}_\psi + \frac{2}{r^3 \sin^2 \beta_0 \cos \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \psi} \bar{e}_\psi + \frac{2}{r^3 \sin^3 \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \xi} \bar{e}_\xi - \\
& - \frac{2}{r^3 \sin^3 \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} \bar{e}_\psi + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} \bar{e}_\xi + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \psi^2} \bar{e}_\xi + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \psi^2} \bar{e}_y + \\
& + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial \xi^2} \bar{e}_\psi + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \xi^2} \bar{e}_y + \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2} \bar{e}_\psi + \frac{\partial^2 v_n}{\partial y^2} \bar{e}_y + \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial y^2} \bar{e}_\xi - \\
& - \frac{v_\xi}{r^4 \sin^4 \beta_0 \cos^2 \beta_0} \bar{e}_\xi - \frac{2}{r^3 \sin^2 \beta_0 \cos \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} \bar{e}_\xi - \frac{v_\psi}{r^4 \sin^4 \beta_0 \cos^2 \beta_0} \bar{e}_\psi; \quad (3.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = & \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \bar{e}_\theta - \frac{u^2}{r} \bar{e}_r + \frac{u}{r} \frac{\partial v_n}{\partial \theta} \bar{e}_y + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \bar{e}_r + \frac{uw}{r} \bar{e}_\theta + v_n \frac{\partial u}{\partial y} \bar{e}_\theta + \\
& + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} \bar{e}_y + v_n \frac{\partial w}{\partial y} \bar{e}_r + w \frac{\partial u}{\partial r} \bar{e}_\theta + w \frac{\partial v_n}{\partial r} \bar{e}_y + w \frac{\partial w}{\partial r} \bar{e}_r; \quad (3.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\bar{V} \cdot \nabla) \bar{V} = & \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} \bar{e}_\psi - \frac{v_\psi^2}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \bar{e}_\xi + \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_n}{\partial \psi} \bar{e}_y + \\
& + \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \psi} \bar{e}_\xi + \frac{v_\psi v_\xi}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \bar{e}_\psi + v_n \frac{\partial v_\psi}{\partial y} \bar{e}_\psi + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} \bar{e}_y + \\
& + v_n \frac{\partial v_\xi}{\partial y} \bar{e}_\xi + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \xi} \bar{e}_\psi + \frac{v_\psi v_\xi}{r^2 \sin^2 \beta_0} \bar{e}_\xi + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_n}{\partial \xi} \bar{e}_y + \\
& + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} \bar{e}_\xi - \frac{v_\xi^2}{r^2 \sin^2 \beta_0} \bar{e}_\psi; \quad (3.19)
\end{aligned}$$

Observând relațiile (3.8),..., (3.19), ecuațiile de mișcare (3.6) și (3.7) pot fi transcrise sub formă scalară, corespunzător sistemelor de coordonate adoptate (y, r, θ) , respectiv (ψ, y, ξ) .

Astfel, în sistemul de coordonate cilindrice, (r, θ) , rezultă:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{uw}{r} + v_n \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial r} = f_\theta - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + \right. \\
\left. + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} \right]; \quad (3.20.a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_n}{\partial \tau} + \frac{u}{r} \frac{\partial v_n}{\partial \theta} + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} + w \frac{\partial v_n}{\partial r} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \theta^2} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial v_n}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_n}{\partial r^2} \right]; \end{aligned} \quad (3.20.b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{u^2}{r} + v_n \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial r} = f_r - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \right. \\ \left. - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{w}{r^2} \right]; \end{aligned} \quad (3.20.c)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} = 0; \quad (3.20.d)$$

Iar, în sistemul de coordonate curbilini ortogonale special, (ψ, y, ξ) , rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\psi}{\partial \tau} + \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} + \frac{v_\psi v_\xi}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + v_n \frac{\partial v_\psi}{\partial y} + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \xi} - \frac{v_\xi^2}{r^2 \sin^2 \beta_0} = \\ = f_\psi - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial \psi^2} + \frac{2}{r^3 \sin^2 \beta_0 \cos \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \psi} - \frac{2}{r^3 \sin^3 \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \right. \\ \left. + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2} - \frac{v_\psi}{r^4 \sin^4 \beta_0 \cos^2 \beta_0} \right]; \end{aligned} \quad (3.21.a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_n}{\partial \tau} + \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_n}{\partial \psi} + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_n}{\partial \xi} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \\ + \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \psi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_n}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 v_n}{\partial y^2} \right]; \end{aligned} \quad (3.21.b)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_\xi}{\partial \tau} + \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \psi} - \frac{v_\psi^2}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + v_n \frac{\partial v_\xi}{\partial y} + \frac{v_\psi v_\xi}{r^2 \sin^2 \beta_0} + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} = f_\xi - \\ - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \frac{\eta}{\rho} \left[\frac{2}{r^3 \sin^3 \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \xi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial y^2} - \right. \\ \left. - \frac{v_\xi}{r^4 \sin^4 \beta_0 \cos^2 \beta_0} - \frac{2}{r^3 \sin^2 \beta_0 \cos \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} \right]; \end{aligned} \quad (3.21.c)$$

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_{\psi}}{\partial \psi} + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} v_{\xi} + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} v_{\psi} = 0; \quad (3.21.d)$$

Datorită geometriei particulare, speciale a lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și mișcare de rotație, -fig. nr. 2.1, 2.2, 2.3, 2.4-, specifică mișcărilor în straturi subțiri, grosimea filmului fluid, h , este redusă, comparativ cu celelalte dimensiuni ale suprafețelor lagărului, ($\frac{h}{d} \sim 10^{-3} \ll 1$; d = o dimensiune caracteristică a lagărului) și drept consecință, ecuațiile (3.6) și (3.7), respectiv (3.20) și (3.21) vor dobândi forme particulare, simplificate.

Pentru a evalua ordinul de mărime al termenilor care intervin în ecuațiile (3.20) și (3.21), se definesc variabile adimensionale de ordinul de mărime al unității, astfel:

$$\bar{x} = \frac{x}{d}; \quad \bar{y} = \frac{y}{h}; \quad \bar{z} = \frac{z}{d}; \quad x = r\theta; \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta}; \quad r = z + z_0; \quad \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z};$$

$$\bar{\psi} = \frac{\psi}{d}; \quad \bar{\xi} = \frac{\xi}{d}; \quad \bar{r} = \frac{r}{d} = \frac{\bar{x}}{\theta}; \quad \text{coordonate adimensionale}; \quad (3.22.a)$$

$$\bar{u} = \frac{u}{U}; \quad \bar{v}_n = \frac{d}{h} \frac{v_n}{U} = \frac{d}{h} \frac{v_n}{U}; \quad \bar{w} = \frac{w}{U}; \quad \bar{v}_n = \frac{v_n}{U};$$

$$\bar{v}_{\psi} = \frac{v_{\psi}}{U}; \quad \bar{v}_{\xi} = \frac{v_{\xi}}{U}; \quad \text{viteze adimensionale}; \quad (3.22.b)$$

$$\text{deoarece: } u \sim U; \quad v_n \sim \frac{h}{d} U; \quad w \sim U;$$

$$v_{\psi} \sim U; \quad v_{\xi} \sim U;$$

unde: U = o viteză caracteristică.

Observând variabilele adimensionale (3.22) și introducând numărul Reynolds Couette, Re_c , definit în raport cu grosimea filmului de lubrifiant, h ,

$$(Re_c = \frac{Uh}{\nu} = \frac{r_c h \omega_1 \rho}{\eta}), \text{ ecuațiile de mișcare (3.20) și (3.21), -în care se neglijează forțele}$$

masice, $\bar{f} \cong 0$, deoarece grosimea filmului fluid, h , este redusă-, devin:

$$Re_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \theta \frac{\bar{u} \bar{w}}{\bar{x}} + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \theta \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \right] \right\} = - \frac{h^2}{\eta U d} \frac{\partial p}{\partial x} +$$

$$+ \frac{h^2}{d^2} \left\{ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\theta^2}{\bar{x}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \theta^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + 2 \frac{\theta}{\bar{x}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} - \theta^2 \frac{\bar{u}}{\bar{x}^2} \right\} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}; \quad (3.23.a)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_c \left\{ \frac{h^2}{dU} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \tau} + \frac{h^2}{d^2} \left[\bar{u} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{x}} + \tilde{v}_n \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{y}} + \theta \bar{w} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{x}} \right] \right\} = -\frac{h}{\eta U} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \\ + \frac{h^3}{d^3} \left\{ \frac{\partial^2 \tilde{v}_n}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\theta^2}{\bar{x}} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{x}} + \theta^2 \frac{\partial^2 \tilde{v}_n}{\partial \bar{x}^2} \right\} + \frac{h}{d} \frac{\partial^2 \tilde{v}_n}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.23.b)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} - \theta \frac{\bar{u}^2}{\bar{x}} + \tilde{v}_n \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \theta \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right] \right\} = -\frac{h^2 \theta}{\eta U d} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} + \\ + \frac{h^2}{d^2} \left\{ \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} - 2 \frac{\theta}{\bar{x}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\theta^2}{\bar{x}} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \theta^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} - \theta^2 \frac{\bar{w}}{\bar{x}^2} \right\} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.23.c)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{y}} + \theta \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \theta \frac{\bar{w}}{\bar{x}} = 0; \quad (3.23.d)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\psi}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\psi}} + \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\psi \bar{v}_\xi}{\bar{r}^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + \tilde{v}_n \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\xi}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\xi}} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\xi^2}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \right] \right\} = -\frac{h^2}{\eta U d^2} \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \bar{\psi}} + \frac{h^2}{d^2} \left\{ \frac{1}{d^2} \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\psi}^2} + \frac{1}{d^2} \frac{2}{\bar{r}^3 \sin^2 \beta_0 \cos \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\psi}} \right. \\ \left. - \frac{1}{d^2} \frac{2}{\bar{r}^3 \sin^3 \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\xi}} + \frac{1}{d^2} \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\xi}^2} - \frac{1}{d^2} \frac{\bar{v}_\psi}{\bar{r}^4 \sin^4 \beta_0 \cos^2 \beta_0} \right\} + \frac{\partial^2 \bar{v}_\psi}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.24.a)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_c \left\{ \frac{h^2}{U d} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \tau} + \frac{h^2}{d^2} \left[\frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\psi}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{\psi}} + \tilde{v}_n \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\xi}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial \bar{\xi}} \right] \right\} = \\ = -\frac{h}{\eta U} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}} + \frac{h^3}{d^3} \left\{ \frac{1}{d^2} \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 \tilde{v}_n}{\partial \bar{\psi}^2} + \frac{1}{d^2} \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 \tilde{v}_n}{\partial \bar{\xi}^2} \right\} + \frac{h}{d} \frac{\partial^2 \tilde{v}_n}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.24.b)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\psi}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\psi}} - \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\psi^2}{\bar{r}^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + \tilde{v}_n \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \bar{y}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\psi \bar{v}_\xi}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} + \frac{1}{d} \frac{\bar{v}_\xi}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\xi}} \right] \right\} = -\frac{h^2}{\eta U d^2} \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \bar{\xi}} + \\ + \frac{h^2}{d^2} \left\{ \frac{1}{d^2} \frac{2}{\bar{r}^3 \sin^3 \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\xi}} + \frac{1}{d^2} \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\xi}^2} + \frac{1}{d^2} \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \frac{\partial^2 \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\psi}^2} - \right. \\ \left. - \frac{1}{d^2} \frac{\bar{v}_\xi}{\bar{r}^4 \sin^4 \beta_0 \cos^2 \beta_0} - \frac{1}{d^2} \frac{2}{\bar{r}^3 \sin^2 \beta_0 \cos \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\psi}} \right\} + \frac{\partial^2 \bar{v}_\xi}{\partial \bar{y}^2}; \end{aligned} \quad (3.24.c)$$

$$\frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\psi}} + \frac{1}{\bar{r}^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \bar{v}_z + d \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{\xi}} + \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \bar{v}_\psi = 0; \quad (3.24.d)$$

Comparând relațiile (3.23.d) și (3.24.d) cu relațiile (3.20.d) și, respectiv, (3.21.d), se constată că au aceeași structură, adică toți termenii din ecuația de continuitate au același ordin de mărime și, în consecință, ecuația de continuitate păstrează aceeași formă, (3.20.d), (3.21.d) și pentru cazul mișcării vâsco-inerțiale în straturi subțiri, -mișcare specifică funcționării lagărelor autoportante-

În relațiile (3.23.a), (3.23.c), (3.24.a) și (3.24.c), termenii doi din membrul drept pot fi neglijați, deoarece $\frac{h}{d} \sim 10^{-3} \ll 1$. La fel, pot fi neglijați toți termenii din relațiile (3.23.b) și (3.24.b), cu excepția primului termen din membrul drept, -(cel care conține gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial y}$)-, din același motiv, adică $\frac{h}{d} \sim 10^{-3} \ll 1$.

În aceste condiții, relațiile (3.23) și (3.24) devin:

$$\text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \theta \frac{\bar{u} \bar{w}}{\bar{x}} + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \theta \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} \right] \right\} \cong - \frac{h^2}{\eta U d} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}; \quad (3.25.a)$$

$$0 \cong - \frac{h}{\eta U} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}}; \quad (3.25.b)$$

$$\text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} - \theta \frac{\bar{u}^2}{\bar{x}} + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \theta \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} \right] \right\} \cong - \frac{h^2 \theta}{\eta U d} \frac{\partial p}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2}; \quad (3.25.c)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial \bar{y}} + \theta \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \theta \frac{\bar{w}}{\bar{x}} = 0; \quad (3.25.d)$$

$$\text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\psi}} + \frac{1}{\bar{r}^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \bar{v}_\psi \bar{v}_z + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{\xi}} - \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \bar{v}_z^2 \right] \right\} \cong - \frac{h^2}{\eta U d^2} \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \bar{\psi}} + \frac{\partial^2 \bar{v}_\psi}{\partial \bar{y}^2}; \quad (3.26.a)$$

$$0 \cong - \frac{h}{\eta U} \frac{\partial p}{\partial \bar{y}}; \quad (3.26.b)$$

$$\text{Re}_c \left\{ \frac{h}{U} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \tau} + \frac{h}{d} \left[\frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{\psi}} - \frac{1}{\bar{r}^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \bar{v}_\psi^2 + \bar{v}_n \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \bar{v}_z \bar{v}_z + \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial \bar{\xi}} \right] \right\} \cong - \frac{h^2}{\eta U d^2} \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \bar{\xi}} + \frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial \bar{y}^2}; \quad (3.26.c)$$

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\psi}{\partial \bar{\psi}} + \frac{1}{\bar{r}^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \bar{v}_\xi + d \frac{\partial \bar{v}_n}{\partial \bar{y}} + \frac{1}{\bar{r} \sin \beta_0} \frac{\partial \bar{v}_\xi}{\partial \bar{\xi}} + \frac{1}{\bar{r}^2 \sin^2 \beta_0} \bar{v}_\psi = 0; \quad (3.24.d)$$

În relațiile (3.25.a), (3.25.c), (3.26.a) și (3.26.c), -deși acestea descriu mișcarea în straturi subțiri a unui fluid vâcos incompresibil newtonian și numărul Reynolds Couette, Re_c , are valori relativ mici-, vom admite că, mișcarea este laminară dar, în același timp, numărul Re_c are valori rezonabile ($Re_c \geq 1700$), [19], [23], [31], pentru care influența forțelor de inerție să nu mai poată fi neglijată, (mișcarea vâsco-inerțială în straturi subțiri).

Prin urmare, termenul $Re_c \frac{h}{d}$ are valori mult mai mari decât în cazul când este posibilă neglijarea efectelor inerțiale, (când $Re_c \frac{h}{d} \sim 10^{-2}$), adică $Re_c \frac{h}{d} \rightarrow 1$, iar termenii

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2}, \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2}, \frac{\partial^2 \bar{v}_\psi}{\partial \bar{y}^2} \text{ și } \frac{\partial^2 \bar{v}_\xi}{\partial \bar{y}^2} \text{ au ordinul de mărime al unității.}$$

Atunci, revenind la variabilele dimensionale inițiale și observând expresia numărului Re_c , relațiile (3.23.d), (3.24.d), (3.25) și (3.26) oferă ecuații simplificate ale mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în regim nepermanent, -ecuații variabile pentru mișcări în straturi subțiri-, în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu mișcare de rotație, cu considerarea tuturor forțelor de inerție, mișcare raportată la sistemele inerțiale adoptate (y, r, θ), respectiv (ψ, y, ξ), astfel

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{u}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{uw}{r} + v_n \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial r} \right] \cong -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (3.27.a)$$

$$0 \cong -\frac{\partial p}{\partial y}; \quad (3.27.b)$$

$$\rho \left[\frac{\partial w}{\partial \tau} + \frac{u}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{u^2}{r} + v_n \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial r} \right] \cong -\frac{\partial p}{\partial r} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad (3.27.c)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} = 0; \quad (3.27.d)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_\psi}{\partial \tau} + \frac{v_\psi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} + \frac{v_\psi v_\xi}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + v_n \frac{\partial v_\psi}{\partial y} + \frac{v_\xi}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \xi} - \frac{v_\xi^2}{r^2 \sin^2 \beta_0} \right] \cong -\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \eta \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2}; \quad (3.28.a)$$

$$0 \cong -\frac{\partial p}{\partial \xi}; \quad (3.28.b)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_{\xi}}{\partial \tau} + \frac{v_{\psi}}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_{\xi}}{\partial \psi} - \frac{v_{\psi}^2}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + v_n \frac{\partial v_{\xi}}{\partial y} + \frac{v_{\psi} v_{\xi}}{r^2 \sin^2 \beta_0} + \frac{v_{\xi}}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_{\xi}}{\partial \xi} \right] = - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial^2 v_{\xi}}{\partial y^2}; \quad (3.28.c)$$

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_{\psi}}{\partial \psi} + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} v_{\xi} + \frac{\partial v_u}{\partial y} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} v_{\psi} = 0; \quad (3.28.d)$$

Dacă, însă, numărul Reynolds Couette, Re_c , are valori mici, $Re_c \sim 10^1$, [19], [21], ș.a., atunci, $Re_c \frac{h}{d} \sim 10^{-2}$, astfel încât și forțele de inerție convective din ecuațiile (3.25.a), (3.25.c), (3.26.a) și (3.26.c) pot fi neglijate în raport cu termenii $\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 \bar{v}_{\psi}}{\partial y^2}$ și $\frac{\partial^2 \bar{v}_{\xi}}{\partial y^2}$, care sunt de ordinul de mărime al unității.

Revenind, iarăși, la variabilele initiale dimensionale și ținând seamă de expresia numărului Re_c , relațiile (3.23.d), (3.24.d), (3.25) și (3.26) oferă ecuațiile simplificate ale mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în regim nepermanent, -ecuații valabile pentru mișcări în straturi subțiri, în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu mișcare de rotație, în care se neglijează forțele de inerție convective, mișcare raportată la sistemele de referință inerțiale (y, r, θ) și (ψ, y, ξ) , astfel:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial \tau} \cong - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (3.29.a)$$

$$0 \cong - \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (3.29.b)$$

$$\rho \frac{\partial w}{\partial \tau} \cong - \frac{\partial p}{\partial r} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad (3.29.c)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} = 0; \quad (3.27.d)$$

$$\rho \frac{\partial v_{\psi}}{\partial \tau} \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \eta \frac{\partial^2 v_{\psi}}{\partial y^2}; \quad (3.30.a)$$

$$0 \cong - \frac{\partial p}{\partial y}; \quad (3.30.b)$$

$$\rho \frac{\partial v_{\xi}}{\partial \tau} \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial^2 v_{\xi}}{\partial y^2}; \quad (3.30.c)$$

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\psi}{\partial \psi} + \frac{v_\xi}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + \frac{\partial v_n}{\partial y} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + \frac{v_\psi}{r^2 \sin^2 \beta_0} = 0; \quad (3.28.d)$$

În cazul fluidelor compresibile cu vâscozitate dinamică $\eta \cong \text{const.}$ în regim nestationar de curgere, ecuațiile de mișcare Navier-Stokes păstrează aceeași formă (3.27.a), (3.27.b), (3.27.c), (3.28.a), (3.28.b), (3.28.c), respectiv, (3.29), (3.30), iar ecuațiile de continuitate (3.27.d) și (3.28.d) vor dobândi forma următoare:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_n) + \frac{\partial}{\partial r} (\rho w) + \frac{(\rho p)}{r} = 0; \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} (\rho v_\psi) + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} (\rho v_\xi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_n) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho v_\xi) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} (\rho v_\psi) = 0; \end{aligned} \quad (3.32)$$

În condițiile unui regim stationar de mișcare, respectiv, când sunt neglijate și forțele de inerție care depind direct de timp, în ecuațiile (3.27), (3.28), (3.29), (3.30), (3.31) și (3.32), toți termenii care conțin derivata parțială în raport cu timpul, τ , sunt nuli.

3.1.3. Distribuții de viteze în regim laminar. Debitul masic în regim laminar

În continuare, vom admite, pentru început, că mișcarea laminară și permanentă a fluidului vâcos, între cele două suprafețe cvasiparalele ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, este caracterizată de profilele de viteze parabolice $u(y)$, $v_n(y)$, $w(y)$, $v_\xi(y)$ și $v_\psi(y)$, specifice cazului de mișcare simplificat când sunt neglijate complet efectele inerțiale, [19], [24], [142], [149], [155], ș.a.

Prin urmare, profilele de viteze parabolice $u(y)$, $v_n(y)$, $w(y)$, $v_\xi(y)$, $v_\psi(y)$ vor fi determinate în următoarele ipoteze:

- fluid incompresibil cu vâscozitatea dinamică $\eta \cong \text{const.}$;
- mișcare paralelă staționară în straturi subțiri;
- sunt neglijate forțele de inerție convective;
- suprafața netedă se rotește cu viteza unghiulară $\bar{\omega}_1$, ($y=h$), iar suprafața profilată (canelată) este fixă, ($y=0$);
- mișcarea fluidului este o mișcare combinată Couette-Poiseuille;

În virtutea acestor ipoteze, ecuațiile de mișcare simplificate (3.29) și (3.30) devin:

$$\frac{l}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \cong \eta \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}; \quad (3.33.a)$$

$$0 \cong -\frac{\partial p}{\partial y}; \quad (3.33.b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} \cong \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad (3.33.c)$$

$$\frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} \cong \eta \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2}; \quad (3.33.d)$$

$$\frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} \cong \eta \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial y^2}; \quad (3.33.e)$$

Integrând ecuațiile (3.33), se obțin următoarele expresii pentru distribuțiile parabolice de viteze:

$$u(y) \cong -\frac{l}{2\eta} \frac{l}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} y(h-y) + \frac{y}{h} \omega_1 r; \quad (3.34.a)$$

$$v_n(y) \cong 0; \quad (3.34.b)$$

$$w(y) \cong -\frac{l}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial r} y(h-y); \quad (3.34.c)$$

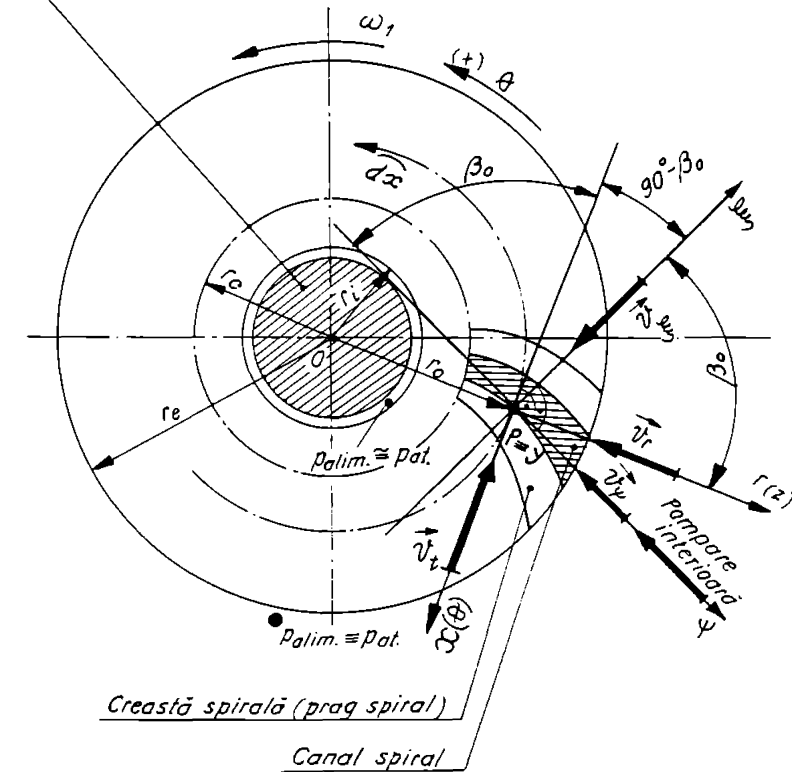
$$v_\psi(y) \cong \frac{l}{2\eta r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} y(y-h) + \frac{y}{h} \omega_1 r \cos \beta_0; \quad (3.34.d)$$

$$v_\xi(y) \cong \frac{l}{2\eta r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} y(y-h) - \frac{y}{h} \omega_1 r \sin \beta_0. \quad (3.34.e)$$

unde, h este grosimea punctuală a filmului fluid, iar y este semi-axa coordonată normală la suprafața fixă (suprafața canelată) a lagărului axial autoportant cu canale spirale.

Ținând seamă de faptul că lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompărie inteioară sunt lagăre hidrodinamice axiale speciale, cărora le este specific *efectul de autopompărie*, în continuare, ne interesează mișcarea fluidului vâcos incompresibil newtonian în regim laminar și permanent, ținând seamă de efectele inerțiale, în lungul unui canal spiral, -figura nr. 3.2-, deci în lungul direcției ψ , aceasta fiind motivată și de similitudinile geometrice și funcționale care există între aceste lagăre și mașinile hidraulice radiale și radial-axiale, precizate anterior, (v. cap.2).

*Arbore de antrenare a suprafeței mobile a lagărului axial
cu canale spirale, (suprafața netedă).*



$d\widehat{x}$ = arcul de cerc de rază r_0 și unghi subînscriș $d\theta$.

Figura nr. 3.2. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Elemente geometrice și cinematice de calcul.

Facem precizarea că în literatură, [81], [166], ș.a., există puține studii și cercetări în acest domeniu, acestea vizând mișcarea fluidelor vâscoase compresibile numai în direcția radială r și fără a ține seamă de efectele inerțiale, efecte care există întotdeauna într-o asemenea mișcare.

Observând relația (3.34.d), debitul masic de fluid în direcția ψ , (fig. nr.3.2.), \dot{M}_ψ poate fi exprimat prin:

$$\dot{M}_\psi \equiv \int_0^{\theta + \Delta\theta} \rho r_0 \sin \beta_0 d\theta \int_0^h v_\psi(y) dy; \quad (3.35)$$

3.2. Determinarea distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ

În cele ce urmează, se stabilește o metodă analitică de determinare a distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ , deci în lungul canalului spiral al unui lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară, în regim laminar, ținând seamă de influența forțelor de inerție. Considerăm că această problemă constituie o abordare nouă în domeniul hidrodinamicii fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompărie interioară, dat fiind faptul că -după cum s-a afirmat anterior- în literatură, sunt oferite puține rezultate în acest domeniu, [81], [166], ș.a., și acestea vizează mișcarea fluidelor vâscoase compresibile doar în direcția radială r și în condiții simplificatorii, fără a ține seama de existența forțelor de inerție.

Rezolvarea acestei probleme presupune parcurgerea mai multor etape, așa după cum vor fi prezentate în cele ce urmează.

3.2.1. Ecuția diferențială a distribuțiilor de presiuni în lungul direcției ψ

Observând figura nr. 3.2, ca și fig. nr. 2.1, 2.4.a, se constată că filmul fluid h_1 , în lungul coordonatei ψ , se modifică brusc de la regiunea canalului spiral, h_1 , la regiunea crestei, h_2 , ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară.

Drept consecință a acestei configurații geometrice și observând relația (3.34.d), expresia (3.35), -în care, pentru generalizare, se va scrie $r_0 \equiv r$ -, este echivalentă cu două relații, corespunzătoare debitelor masice parțiale \dot{M}_{ψ_1} și \dot{M}_{ψ_2} . Astfel, debitul masic prin filmul de grosime h_1 , \dot{M}_{ψ_1} , este dat de relația.

$$\dot{M}_{\psi_1} \equiv \int_0^{\theta+\alpha\Delta\theta} r d\theta \sin\beta_0 \int_0^{h_1} \rho v_{\psi_1}(y) dy \equiv -\frac{rh_1^3 \sin\beta_0}{12\eta} \int_0^{\theta+\alpha\Delta\theta} \rho \left[\frac{1}{r \sin\beta_0} \frac{\partial p_1}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_1^2} \omega_1 r \cos\beta_0 \right] d\theta; \quad (3.36)$$

În mod similar, debitul masic "antrenat" prin filmul de grosime h_2 , \dot{M}_{ψ_2} , este dat de:

$$\dot{M}_{\psi_2} \equiv \int_{\theta+\alpha\Delta\theta}^{\theta+\Delta\theta} r d\theta \sin\beta_0 \int_0^{h_2} \rho v_{\psi_2}(y) dy \equiv -\frac{rh_2^3 \sin\beta_0}{12\eta} \int_{\theta+\alpha\Delta\theta}^{\theta+\Delta\theta} \rho \left[\frac{1}{r \sin\beta_0} \frac{\partial p_2}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_2^2} \omega_1 r \cos\beta_0 \right] d\theta; \quad (3.37)$$

Gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial \psi}$ poate fi considerat cvasicontinuu, deoarece presiunea p trebuie să fie continuă, -în direcția ψ nefiind variații bruște ale filmului fluid, singura modificare a lui h , deci, singura discontinuitate se produce când se face trecerea de la zona canelată, $r \geq r_c$, la zona netedă, $r < r_c$ -. Astfel, se poate admite că, gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial \psi}$ este continuu "pe porțiuni", -la nivelul întregii suprafețe a lagărului,-adică:

$$\frac{\partial p_1}{\partial \psi} \equiv \frac{\partial p_2}{\partial \psi} \equiv \frac{\partial p}{\partial \psi}; \quad (3.38)$$

Observând relațiile (3.36), (3.37) și admitând că,unghiul $\Delta\theta$ este infinit mic, respectiv că,există un număr infinit de canale spirale, rezultă:

$$\dot{\mathcal{M}}_{\psi_1} \equiv -\frac{\Delta\theta \rho r \sin \beta_0}{12\eta} h_1^3 \alpha \left[\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p_1}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_1^2} \omega_1 r \cos \beta_0 \right]; \quad (3.39)$$

$$\dot{\mathcal{M}}_{\psi_2} \equiv -\frac{\Delta\theta \rho r \sin \beta_0}{12\eta} h_2^3 (1-\alpha) \left[\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p_2}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_2^2} \omega_1 r \cos \beta_0 \right]; \quad (3.40)$$

Punând condiția ca debitul masic de fluid $\dot{\mathcal{M}}_{\psi}$ să se conserve în direcția ψ , se obține:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{M}}_{\psi} = \dot{\mathcal{M}}_{\psi_1} + \dot{\mathcal{M}}_{\psi_2} &\equiv -\frac{\rho r \Delta\theta \sin \beta_0}{12\eta} \left\{ \alpha h_1^3 \left[\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p_1}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_1^2} \omega_1 r \cos \beta_0 \right] + \right. \\ &\quad \left. + (1-\alpha) h_2^3 \left[\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p_2}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_2^2} \omega_1 r \cos \beta_0 \right] \right\}; \quad (3.41) \end{aligned}$$

Observând relațiile (3.38) și (3.41),debitul $\dot{\mathcal{M}}_{\psi}$ este:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{M}}_{\psi} &\equiv -\frac{\rho \Delta\theta}{12\eta} \cdot \\ &\cdot \left\{ \frac{\partial p}{\partial \psi} [\alpha h_1^3 + (1-\alpha) h_2^3] - 6\eta \omega_1 r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 [\alpha h_1 + (1-\alpha) h_2] \right\}; \quad (3.42) \end{aligned}$$

Introducând notațiile:

$$\begin{aligned} A &= [\alpha h_1^3 + (1-\alpha) h_2^3]; \\ B &= -6\eta \omega_1 \sin \beta_0 \cos \beta_0 [\alpha h_1 + (1-\alpha) h_2]; \end{aligned} \quad (3.43)$$

relația (3.42) devine:

$$\dot{\mathcal{M}}_{\psi} \equiv -\frac{\rho \Delta\theta}{12\eta} \left[A \frac{\partial p}{\partial \psi} + B r^2 \right]; \quad (3.44)$$

Notând, în continuare, prin:

$$C = -\frac{\rho}{12\eta} A; \quad D = -\frac{\rho}{12\eta} B, \quad (3.45)$$

relația (3.44) devine:

$$\mathcal{M}_\psi \equiv \Delta\theta \left[C \frac{\partial p}{\partial \psi} + D r^2 \right]; \quad (3.46)$$

Admițând că unghiul $\Delta\theta$ este infinit mic, masa de fluid, m , conținută în volumul de control, Vol, -(fig. nr.2.1.c, 2.4.a)-, este dată de relația:

$$m \cong \Delta r \Delta\theta \rho r [\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2] \quad (3.47)$$

Dacă presupunem un număr infinit de canale spirale, atunci, [60], [81], [166], [170], [172], ș.a., funcționarea lagărului este asemănătoare, indiferent dacă fluidul este incompresibil sau compresibil, -în special la numere Harisson mici.

În limitele afirmației precedente, conservarea masei de fluid în direcția ψ , respectiv, principiul conservării masei se poate exprima astfel:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (m) + \frac{\partial}{\partial \psi} (\mathcal{M}_\psi) \Delta\psi \cong 0, \quad (3.48)$$

unde, τ este timpul.

Observând relațiile (3.46) și (3.47), ecuația (3.48) dobândește următoarea formă:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \{[\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2] \rho\} + \sin^2 \beta_0 \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ C \frac{\partial p}{\partial \psi} + D \frac{1}{\sin^2 \beta_0} \psi^2 \right\} \cong 0; \quad (3.49)$$

Relația (3.49) reprezintă ecuația diferențială a distribuției de presiuni în lungul direcției ψ , $p = p(\psi)$, pentru un lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară/exterioară în regim laminar, sub formă dimensională.

Pentru regimul de mișcare permanent, ecuația (3.49) va dobânda o formă mai simplă, astfel:

$$\frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ C \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{1}{\sin^2 \beta_0} D \psi^2 \right\} \cong 0; \quad (3.50)$$

Soluționarea pe cale numerică a ecuației (3.49) sau (3.50), sau a altor ecuații particulare deduse din ecuația (3.49), face utilă scrierea acestor ecuații sub formă adimensională, normalizată. Variabilele adimensionale folosite sunt definite, în general, într-o manieră similară celei consacrate în literatură, [60], [81], ș.a., -(v. și fig. nr.2.1, 2.4.a, 3.2)-, astfel:

$$P = \frac{p}{p_{at}}; \quad \zeta = \frac{\psi}{\psi_0}; \quad \Lambda = \frac{6\eta\Omega_1\psi_0^2}{p_{at}h^2}; \quad \Omega = \frac{\omega_1}{\Omega_1}; \quad (\Omega_1 = \text{o viteză unghiulară caracteristică}).$$

$$H = \frac{h_2}{h}; \quad (h_2 \cong h); \quad \Gamma = \frac{h_1}{h_2} \cong \frac{h_2 + \delta}{h_2} = 1 + \frac{\delta}{h_2} = 1 + \frac{\delta}{Hh} = 1 + \frac{\Delta}{H}, \quad \text{unde}; \quad \Delta = \frac{\delta}{h};$$

$$K_2 = [\alpha\Gamma + (1 - \alpha)] \sin \beta_0 \cos \beta_0; \quad (3.51)$$

$$\sigma = \frac{12\eta v \psi_0^2}{\rho_{at} h^2}; \quad t = \tau v; \quad \tau = \text{timpul}; \quad K_3 = \alpha\Gamma + (1 - \alpha); \quad K_1 = [\alpha\Gamma^3 + (1 - \alpha)] \sin^2 \beta_0;$$

unde, mărimile nedefinite în relațiile (3.51) au următoarele semnificații : v = frecvența de perturbație, în direcția axială, a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, normal la direcția de rotație, în $[\text{rad}/\text{s} \cong \text{s}^{-1}]$;

h = interstițiul (filmul) nominal sau golul filmului; (pentru regim de mișcare staționar, $h_2 \cong h$, iar în regim nestaționar, $h_2 \neq h$);

δ = adâncimea canalului spiral, $\delta = h_1 - h_2$, -(v. și figura nr.2.1)-.

Ținând seamă de (3.51), ecuația (3.49) poate fi scrisă sub forma următoare:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[PH^3 (K_1 \zeta \frac{\partial P}{\partial \zeta} + K_2 \Omega \Lambda \zeta^2 H^{-2}) \right] - \sigma \zeta \frac{\partial}{\partial \alpha} [PHK_3] \cong 0; \quad (3.52)$$

Relația (3.52) reprezintă ecuația diferențială a distribuției de presiuni în lungul direcției ψ , pentru un lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară/interioară în regim laminar, $P = P(\zeta)$, sub formă adimensională, normalizată.

Pentru regiunea netedă a suprafeței canelate a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, -(fig. nr.2.1, 2.4.a și 3.2); în ecuațiile stabilite

mai sus se scrie $\alpha = \frac{a_1}{a_1 + a_2} = 0$, ($a_1 = 0$).

Pentru cazul regimului de mișcare permanent, ecuația diferențială adimensională (3.52), în care se scrie $h_2 \cong h$, ($H \cong 1$), se reduce la următoarea expresie mai simplă:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[P \left(K_1 \zeta \frac{\partial P}{\partial \zeta} + K_2 \Omega \Lambda \zeta^2 \right) \right] \cong 0; \quad (3.53)$$

3.1.1. Integrarea ecuației diferențiale a distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ

În lungul direcției curbilinii ψ , filmul fluid h se modifică brusc, de la valoarea h_1 la valoarea h_2 , la frontiera dintre regiunea cu canale spirale și regiunea netedă ale suprafeței fixe, $r \cong r_c$. De asemenea, din considerente fizice și funcționale, presiunea crește de la valoarea $p \cong p_{at} \cong p_{alim}$, la intrarea în lagăr, $r \leq r_c$, atinge o valoare maximă $p = p_{max}$, în interiorul lagărului, $r_1 < r < r_c$, apoi, presiunea scade la valoarea existentă în interiorul lagărului, $r \leq r_1$, $p \cong p_{at} \cong p_{alim}$.

Treapta radială produce un salt de presiune, de la p_s la $p_{s'}$, salt care are valori diferite, în funcție de regimul de curgere prin lagăr, (regim laminar, de tranziție sau turbulent), de valoarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, de considerarea sau neconsiderarea forțelor de inerție, de tipul fluidului, ș.a., [19], [20], [23], ș.a. Drept consecință, gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial \psi}$ nu mai este continuu, când grosimea filmului fluid, h , se modifică brusc de la valoarea h_1 la valoarea h_2 , la interfața $r \equiv r_c$, conform relațiilor (3.39), (3.40) și (3.50).

În aceste condiții, gradientul de presiune $\frac{\partial p_1}{\partial \psi} \equiv \frac{\partial p}{\partial \psi}$, din relațiile (3.50) respectiv (3.39), este continuu de-a lungul canalului spiral, de la $r \leq r_c$, până în vecinătatea exterioară a trepte, $r \geq r_c$. Imediat după treapta radială, "în sensul de pompare al lubrifiantului", nu mai există canale spirale, deci, $\alpha = 0$ în (3.39) și (3.50), iar gradientul de presiune $\frac{\partial p_2}{\partial \psi} \equiv \frac{\partial p}{\partial \psi}$ este continuu și în lungul zonei netede, -ce "continuă", în sensul pompării, canalul spiral-, de la vecinătatea interioară a trepte, $r \leq r_c$, până la $r \geq r_c$, conform relației (3.40) și ecuației (3.50), în care se scrie $\alpha = 0$.

În zona trepte radiale, cele două presiuni extreme, p_s și $p_{s'}$ -presiuni existente în condițiile considerării influenței forțelor de inerție, -vor fi determinate cu ajutorul unor relații suplimentare;- (subcap. 3.4.)-, [23], [155], [156], ș.a., (v. și figura nr.3.3).

Discontinuitatea gradientului de presiune $\frac{\partial p}{\partial \psi} \equiv \frac{\partial p_1}{\partial \psi}$, respectiv saltul de presiune realizat în zona trepte radiale face ca, în final, distribuția de presiuni în lungul canalului spiral să fie diferită de distribuția de presiuni în lungul pragului spiral, ale suprafeței profilate a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Această diferență este mai pronunțată în zona trepte radiale, $r \equiv r_c$, în condițiile studiului teoretic și ale considerării forțelor de inerție, a căror influență este concentrată în vecinătatea trepte, unde se produce saltul de presiune, conform fig. nr.3.3.a.

Înainte de a face integrarea ecuației diferențiale (3.50), menționăm că, vom admite o extindere a trepte radiale suficient de mare, -(s-ar putea considera o extindere a trepte "infinită cu intermitențe sau discontinuități", dacă ținem seama că treapta este dispusă pe un cerc de rază $r \equiv r_c$, deci, după o curbă închisă)-, astfel încât efectele marginale să fie minime sau chiar eliminate.

Această ipoteză devine mai plauzibilă în cazul lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară de dimensiuni mijlocii și mari, având un număr relativ mic de canale spirale de lărgime a_1 mare și foarte mare. De asemenea, vom admite că, abaterea de la perpendicularitate, dintre direcția ψ și tangenta la treapta radială, nu este prea mare.

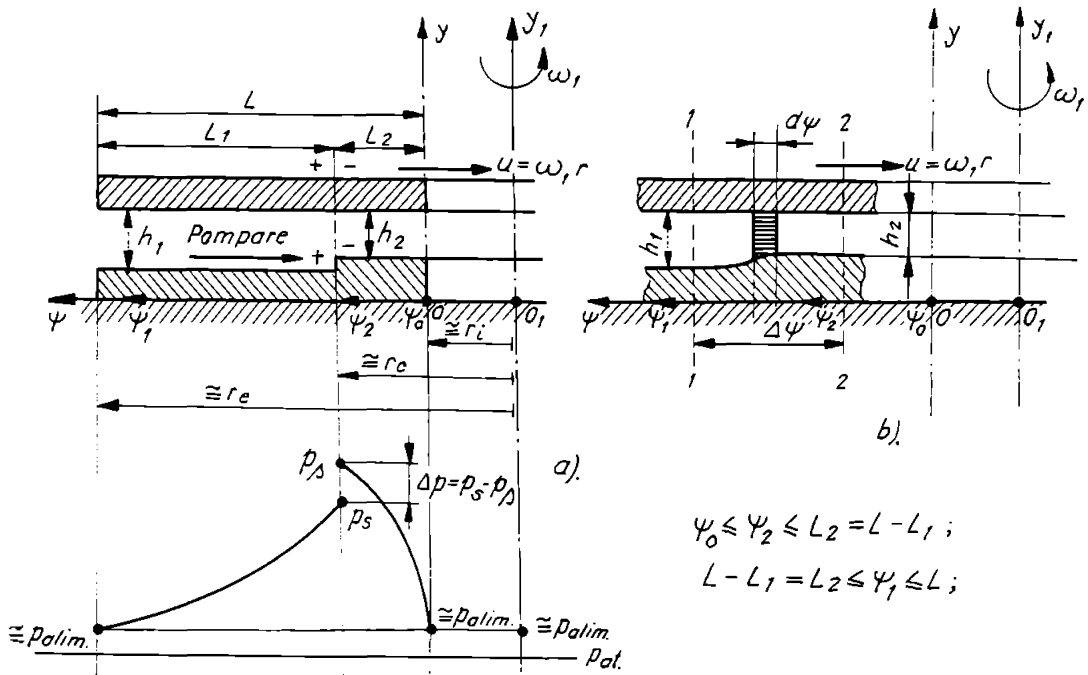


Figura nr. 3.3. Treapta radială a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. a).-Notatii, b).-Volumul de control pentru o treaptă "continuă".

Astfel, observând relațiile (3.43) și (3.45), ecuația (3.50) devine:

$$\frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ -\frac{\rho}{12\eta} [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3] \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{\rho}{2} \psi^2 \frac{\cos \beta_0}{\sin \beta_0} \omega_1 [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2] \right\} \cong 0; \quad (3.54)$$

Din ecuația (3.54), după integrare, se obține:

$$p(\psi) \cong \frac{\frac{\rho}{2} \frac{\psi^3 \cos \beta_0}{\sin \beta_0} \omega_1 [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2]}{\frac{\rho}{12\eta} [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3]} - \frac{C_1 \psi}{\frac{\rho}{12\eta} [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3]} - \frac{C_2}{\frac{\rho}{12\eta} [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3]} \quad (3.55)$$

Constantele de integrare C_1 și C_2 se determină din condiții la limită pentru presiuni și observând notațiile din figura nr.3.3 a, astfel:

$$\left. \begin{array}{l}
 - \text{pentru } : \psi = \psi_0; (\psi_0 \equiv r_1 \sin \beta_0); p \equiv p_{alim}; \\
 - \text{pentru } : \psi = L^+ - L_1^+ + \psi_0 = L_2^+ + \psi_0; p = p_s; \\
 \text{cu } h = h_2; (\text{regiunea fără canale spirale}).
 \end{array} \right\}, \text{ pentru regiunea}$$

$$\left. \begin{array}{l}
 - \text{pentru } : \psi = L^+ - L_1^+ + \psi_0 = L_2^+ + \psi_0; p = p_s; \\
 - \text{pentru } : \psi = L + \psi_0; p \equiv p_{alim}; \\
 \text{cu } h = h_1; (\text{regiunea cu canale spirale}).
 \end{array} \right\}, \text{ pentru regiunea}$$
(3.56)

Observație. În continuare se vor folosi următoarele notații:

$$L_1^- \equiv L_1^+ \equiv L_1; \quad L_2^- \equiv L_2^+ \equiv L_2;$$

În regiunea netedă, unde $h = h_2$, în ecuația (3.55), se scrie $\alpha = 0$, ($a_1 = 0$), astfel încât ecuația (3.55) devine:

$$p(\psi) \equiv \frac{\rho \cos \beta_0 \omega_1 h_2 \frac{\psi^3}{3}}{2 \sin \beta_0} - \frac{C_1 \psi}{12 \eta h_2^3} - \frac{C_2}{12 \eta h_2^3}; \quad (3.57)$$

Atunci, cu condițiile la limită (3.56) și pe baza relației (3.57), se obține următoarea expresie pentru distribuția de presiuni:

$$\begin{aligned}
 p(\psi) \equiv p_s + \frac{[\psi - (L_2 + \psi_0)]}{[\psi_0 - (L_2 + \psi_0)]} & \left\{ (p_{alim} - p_s) - \frac{2 \eta \cos \beta_0 \omega_1}{h_2^2 \sin \beta_0} [\psi_0^3 - (L_2 + \psi_0)^3] \right\} + \\
 + \frac{2 \eta \cos \beta_0 \omega_1}{h_2^2 \sin \beta_0} & [\psi^3 - (L_2 + \psi_0)^3]; \quad (3.58)
 \end{aligned}$$

Relația (3.58) reprezintă distribuția de presiuni în regim laminar și permanent de lubrificație, în regiunea netedă a suprafeței lagărului dispusă în lungul canalului spiral, după treapta radială, în sensul "pompării" fluidului.

În regiunea de "pompare" a lagărului axial cu canale spirale, unde $h = h_1$, este valabilă ecuația (3.55), atât pentru porțiunea de canal spiral, cât și în lungul pragului spiral, cuprins în această regiune, $r_i \leq r \leq r_e$.

Atunci, cu condițiile la limită (3.56), pentru regiunea cu $h = h_1$, și pe baza ecuației generale (3.55), se obține expresia pentru distribuția de presiuni:

$$\begin{aligned}
 p(\psi) \equiv p_{alim} + \frac{[\psi - (L + \psi_0)]}{[(L_2 + \psi_0) - (L + \psi_0)]} & \left\{ (p_s - p_{alim}) - \frac{2 \eta \cos \beta_0 \omega_1 [\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2]}{\sin \beta_0 [\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3]} \right. \\
 \cdot [(L_2 + \psi_0)^3 - (L + \psi_0)^3] & \left. \right\} + \frac{2 \eta \cos \beta_0 \omega_1 [\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2]}{\sin \beta_0 [\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3]} [\psi^3 - (L + \psi_0)^3]; \quad (3.59)
 \end{aligned}$$

Relația (3.59) reprezintă distribuția de presiuni în regiunea cu canale spirale, în lungul canalului spiral, deci în lungul coordonatei curbilinii ψ , unde $h = h_1$.

În relațiile (3.58) și (3.59), toate mărimile constante sunt cunoscute, -pentru un lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară proiectat și realizat-, cu excepția presiunilor extreme p_s și p_x . Prin urmare, pot fi determinate distribuțiile de presiuni $p(\psi)$, cu relațiile (3.58) și (3.59), dacă sunt stabilite elementele geometrice și funcționale ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, - $(h_1; h_2; \beta_0; L_1; L_2; \psi_0; L; \alpha; p_{alim}; r_i; r_c; r_e; \omega_1; \text{ș.a.})$ -, proprietățile fizice ale fluidului lubrifiant, - $(\nu; \rho; \eta; \text{ș.a.})$ -, și dacă sunt determinate presiunile extreme p_s și p_x .

În cazul când, nu este luată în considerare influența forțelor de inerție, presiunile p_s și p_x sunt egale, $p_s \equiv p_x$, ($\Delta p = p_x - p_s = 0$), -conform fig. nr.3.3.a-. Prin urmare, în acest caz simplificat pur teoretic, cele două curbe, date de relațiile (3.58) și (3.59), ar trebui să fie "concurrente", având ca punct de concurență punctul N ($\psi' = L_2 + \psi_0 \equiv \equiv L - L_1 + \psi_0; p' \equiv p_s \equiv p_x$).

Dacă sunt luate în considerare efectele inerțiale, influența acestora este, -după cum s-a afirmat anterior-, concentrată în dreptul treptei radiale. Drept consecință, presiunea $p(\psi)$ va crește neliniar, conform relațiilor (3.58) și (3.59), de la o valoare, de exemplu $p_{alim} \equiv p_{intrare}$, la intrare în lagăr, $r \geq r_c$, la o valoare p_s pe regiunea $h = h_1$, apoi presiunea se modifică brusc printr-un salt de presiune și devine p_x , imediat după traversarea treptei, după care variază în continuare neliniar și pe regiunea $h = h_2$, atingând, la ieșire din lagăr, $r \leq r_i$, o valoare impusă, de exemplu $p_{ieșire} \equiv p_{alim}$.

În continuare, vor trebui determinate presiunile p_x și p_s , pentru a putea calcula distribuțiile teoretice de presiuni $p(\psi)$ cu ajutorul relațiilor (3.58) și (3.59). Pentru aceasta, -după cum s-a afirmat la începutul acestui subcap.-, vor fi stabilite relații noi între presiunile p_s și p_x , în cadrul unei metode cu elemente originale, plecând de la ecuațiile care descriu mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile (și compresibile) în lagărele axiale autoportante cu mișcare de rotație, ținând seamă de influența forțelor de inerție convective și a forțelor de inerție care depind direct de timp. Această ultimă problemă este abordată în continuare, ea fiind studiată, la modul general, și în unele referințe bibliografice, [142], [149], [155], ș.a.

3.3. Ecuațiile diferențiale ale mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale în regim laminar

Calculul distribuțiilor de presiuni în lungul direcției ψ , respectiv, determinarea presiunilor extreme p_x și p_s impun analiza mișcării lubrifiantului în filmul fluid existent între suprafețele cvasiparalele ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și mișcare principală de rotație -(regim staționar)- și, pe această bază, stabilirea unor relații noi între presiunile p_x și p_s .

Pentru aceasta, vom apela la relațiile (3.28), –(subcap. 3.1.2)–, ecuații ce vor fi integrate în lungul grosimii filmului fluid h .

Integrarea ecuațiilor cu derivate parțiale (3.28) se va face folosind metoda aproximativă de integrare propusă de N. A. Slezkin și S. M. Targ, [115], și preluată în literatură, [19], [24], [142], [148], [149], [154], [155], ș.a. Astfel, observând ecuația de continuitate (3.28.d), ecuațiile de mișcare Navier-Stokes (3.28.a) și (3.28.c) se pot scrie și sub forma următoare:

$$\rho \left[\frac{\partial v_\psi}{\partial \tau} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} (v_\psi^2) + \frac{2v_\psi v_\xi}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + \frac{\partial}{\partial y} (v_n v_\psi) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} (v_\psi v_\xi) - \frac{v_\xi^2}{r^2 \sin^2 \beta_0} + \frac{v_\psi^2}{r^2 \sin^2 \beta_0} \right] \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \eta \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2}; \quad (3.60.a)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v_\xi}{\partial \tau} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} (v_\psi v_\xi) - \frac{v_\psi^2}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} + \frac{\partial}{\partial y} (v_n v_\xi) + \frac{2v_\psi v_\xi}{r^2 \sin^2 \beta_0} + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} (v_\xi^2) + \frac{v_\xi^2}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \right] \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial y^2}; \quad (3.60.b)$$

Integrând termen cu termen, în raport cu y , relațiile (3.28.d), (3.60.a) și (3.60.b) și ținând seama de posibilitatea de inversare a operatorilor de integrare și derivare, conform regulei lui Leibnitz, se obține:

$$\rho \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^h v_\psi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi^2 dy + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\psi v_\xi dy + \rho (v_n v_\psi) \Big|_0^h + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\psi v_\xi dy - \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi^2 dy \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \tau_{\psi y} \Big|_0^h; \quad (3.61.a)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^h v_\xi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi v_\xi dy - \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\psi^2 dy + \rho (v_n v_\xi) \Big|_0^h + \frac{2\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi v_\xi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\xi^2 dy - \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} h - \tau_{\xi y} \Big|_0^h. \quad (3.61.b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi dy + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy + v_n \Big|_0^h + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\xi dy + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi dy = 0; \end{aligned} \quad (3.61.c)$$

deoarece;

$$\eta \int_0^h \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2} dy = \tau_{\psi y} \Big|_0^h; \quad \eta \int_0^h \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial y^2} dy = \tau_{y\xi} \Big|_0^h; \quad (3.61.d)$$

Admițând că, mișcarea fluidului vâscos incompresibil în lagărul axial autoportant cu canale spirale este caracterizată de profilele parabolice de viteze $v_\psi(y)$, $v_n(y)$, $v_\xi(y)$, -(v. subcap. 3.1.3)-, atunci, condițiile la limită pentru viteze, care corespund mișcării compuse Couette-Poiseuille descrisă de relațiile (3.34), sunt:

$$\begin{aligned} & - \text{pentru } : y = 0; \quad v_\psi \cong 0; \quad v_n \cong 0; \quad v_\xi \cong 0; \\ & - \text{pentru } : y = h_2(\psi, \xi); \quad v_\psi \cong \omega_1 r \cos \beta_0; \quad v_n \cong 0; \quad v_\xi \cong -\omega_1 r \sin \beta_0; \end{aligned} \quad (3.62)$$

unde, în ultima relație (3.62), sensul variabilei y este: $y = h_2 \cong h$;

Este de menționat faptul că, pentru situația extremă, când grosimea filmului fluid, h , este relativ mare, mișcarea lubrifiantului prezintă simetrie axială, astfel că, într-un punct din mediul fluid, -(punct situat, evident, între cele două suprafețe ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu mișcare principală de rotație)-, toate cele trei componente ale vitezei \vec{V} sunt nenule, ($v_\psi \neq 0$; $v_n \neq 0$; $v_\xi \neq 0$).

Cu condițiile la limită (3.62), ecuațiile de mișcare (3.61) devin:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^h v_\psi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi^2 dy + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\psi v_\xi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\psi v_\xi dy - \\ & - \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi^2 dy \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \tau_{\psi y} \Big|_0^h; \end{aligned} \quad (3.63.a)$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^h v_\xi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi v_\xi dy - \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\psi^2 dy + \frac{2\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi v_\xi dy + \\ & + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\xi^2 dy + \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy \cong - \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} h + \tau_{y\xi} \Big|_0^h; \end{aligned} \quad (3.63.b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi dy + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\xi dy + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi dy \cong 0; \end{aligned} \quad (3.63.c)$$

Mișcarea în lagărul axial cu canale spirale fiind considerată mișcare combinată Couette-Poiseuille, -conform relațiilor (3.34)-, se introduc vitezele medii spațiale pentru lubrifianț U_{med}^+ , V_{med}^+ , W_{med}^+ , respectiv, debitele de lubrifianț care traversează filmul fluid de grosime h , ($h \in [h_2, \dots, h_1]$), în direcția ψ , Q_ψ , în direcția ξ , Q_ξ și în direcția y , Q_y , astfel:

$$U_{med}^+ = \frac{1}{h} \int_0^h v_\psi(y) dy; \quad W_{med}^+ = \frac{1}{h} \int_0^h v_\xi(y) dy; \quad V_{med}^+ = \frac{1}{h} \int_0^h v_n(y) dy; \quad (3.64.a)$$

$$\text{respectiv;} \quad Q_\psi = U_{med}^+ h \cong -\frac{h^3}{12\eta r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{h}{2} \omega_1 r \cos \beta_o;$$

$$Q_\xi = W_{med}^+ h \cong -\frac{h^3}{12\eta r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{h}{2} \omega_1 r \sin \beta_o; \quad (3.64.b)$$

$$Q_y \cong 0;$$

Observând relațiile (3.64.b), distribuțiile de viteze (3.34.b), (3.34.d) și (3.34.e) se scriu sub forma următoare:

$$v_\psi(y) \cong \left[-\frac{6U_{med}^+}{h^2} + \frac{3\omega_1 r \cos \beta_o}{h^2} \right] y(y-h) + \frac{y}{h} \omega_1 r \cos \beta_o;$$

$$v_n(y) \cong 0; \quad (3.65)$$

$$v_\xi(y) \cong \left[-\frac{6W_{med}^+}{h^2} - \frac{3\omega_1 r \sin \beta_o}{h^2} \right] y(y-h) - \frac{y}{h} \omega_1 r \sin \beta_o;$$

Observând distribuțiile de viteze (3.65) și integrând termen cu termen ecuațiile de mișcare (3.63), se obțin următoarele expresii finale:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial \tau} (U_{med}^+ h) + \frac{\rho}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \psi} (\alpha_o U_{med}^+ h - \gamma U_{med}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_o h) + \\ & + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o} (\alpha_o U_{med}^+ W_{med}^+ h + \delta U_{med}^+ \omega_1 r \sin \beta_o h - \beta \omega_1^2 r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o h - \\ & - \delta W_{med}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h) + \frac{\rho}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \xi} (\alpha_o U_{med}^+ W_{med}^+ h + \delta U_{med}^+ \omega_1 r \sin \beta_o h - \\ & - \beta \omega_1^2 r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o h - \delta W_{med}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h) - \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_o} (\alpha_o W_{med}^+ h + \\ & + \gamma W_{med}^+ \omega_1 r \sin \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \sin^2 \beta_o h) + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_o} (\alpha_o U_{med}^+ h - \\ & - \gamma U_{med}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_o h) + \frac{1}{r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \frac{12\eta}{h} (U_{med}^+ - \\ & - \frac{\omega_1 r \cos \beta_o}{2}) \cong 0; \end{aligned} \quad (3.66.a)$$

$$\begin{aligned}
& \rho \frac{\partial}{\partial \tau} (W_{\text{med}}^+ h) + \frac{\rho}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\alpha_o U_{\text{med}}^- W_{\text{med}}^+ h + \delta U_{\text{med}}^+ \omega_1 r \sin \beta_o h - \right. \\
& \left. - \beta \omega_1^2 r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o h - \delta W_{\text{med}}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h \right) - \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o} \left(\alpha_o U_{\text{med}}^{-2} h - \right. \\
& \left. - \gamma U_{\text{med}}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_o h \right) + \frac{2\rho}{r^2 \sin^2 \beta_o} \left(\alpha_o U_{\text{med}}^+ W_{\text{med}}^+ h + \right. \\
& \left. + \delta U_{\text{med}}^+ \omega_1 r \sin \beta_o h - \beta \omega_1^2 r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o h - \delta W_{\text{med}}^- \omega_1 r \cos \beta_o h \right) + \\
& + \frac{\rho}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_o W_{\text{med}}^{+2} h + \gamma W_{\text{med}}^+ \omega_1 r \sin \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \sin^2 \beta_o h \right) + \\
& + \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o} \left(\alpha_o W_{\text{med}}^{+2} h + \gamma W_{\text{med}}^- \omega_1 r \sin \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \sin^2 \beta_o h \right) + \quad (3.66. b) \\
& + \frac{l}{r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \xi} h + \frac{12\eta}{h} \left(W_{\text{med}}^+ + \frac{\omega_1 r \sin \beta_o}{2} \right) \cong 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \psi} (U_{\text{med}}^+ h) + \frac{l}{r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o} (W_{\text{med}}^+ h) + \frac{l}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \xi} (W_{\text{med}}^+ h) + \\
& + \frac{l}{r^2 \sin^2 \beta_o} (U_{\text{med}}^+ h) \cong 0, \quad (3.66. c)
\end{aligned}$$

unde, s-au folosit următoarele notații:

$$\tau_{\psi\psi} \Big|_0^h \cong -\frac{12\eta}{h} \left(U_{\text{med}}^+ - \frac{\omega_1 r \cos \beta_o}{2} \right); \quad \tau_{\gamma\xi} \Big|_0^h \cong -\frac{12\eta}{h} \left(W_{\text{med}}^+ + \frac{\omega_1 r \sin \beta_o}{2} \right); \quad (3.67)$$

$$\alpha_o = \frac{6}{5}; \quad \beta = \frac{2}{15}; \quad \gamma = \frac{1}{5}; \quad \delta = \frac{1}{10}; \quad (3.68)$$

Pentru cazul regimului de mișcare staționar, în ecuațiile generale (3.66), termenii care conțin derivata parțială în raport cu timpul, τ , sunt egali cu zero.

Sistemul de ecuații (3.66) se reduce la sistemul corespunzător cazului de mișcare simplificat când sunt neglijate complet efectele inerțiale, dacă se consideră parametrii (3.68) ca fiind $\alpha_o = \beta = \gamma = \delta = 0$, deci, dacă se neglijează complet forțele de inerție, rezultând, astfel, sistemul de ecuații "neinerțial", [19], [24], [142], [149], ș.a.

Astfel, sistemul de ecuații (3.66), corespunzător regimului de mișcare nestaționară, devine, în cazul neconsiderării efectelor inerțiale, sub forma următoare:

$$\frac{l}{r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \frac{12\eta}{h} \left(U_{\text{med}}^+ - \frac{\omega_1 r \cos \beta_o}{2} \right) \cong 0; \quad (3.66. a')$$

$$\frac{l}{r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \xi} h + \frac{12\eta}{h} \left(W_{\text{med}}^+ + \frac{\omega_1 r \sin \beta_o}{2} \right) \cong 0; \quad (3.66. b')$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} (U_{med}^+ h) + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} (W_{med}^+ h) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} (W_{med}^+ h) + \\ & + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} (U_{med}^+ h) \cong 0; \end{aligned} \quad (3.66.c)$$

Ipoieza privind distribuțiile parabolice de viteze, (3.34), nu este riguros adevărată și, ca urmare, trebuie considerat că și parametrii inerțiali $\alpha_0, \beta, \gamma, \delta$ sunt funcții de variabilele ψ și ξ , motiv pentru care (parametrii) au fost înscrși în interiorul parantezelor în relațiile (3.66.a) și (3.66.b).

Mărimile globale U_{med}^+, W_{med}^+ și p se determină din relațiile (3.66) pe cale numerică. În aceste condiții, influența alurii profilelor de viteze poate să fie introdusă în mod corect, admitând, de exemplu, valorile (3.68) ca "valori inițiale" într-un calcul iterativ, în care parametrii $\alpha_0, \beta, \gamma, \delta$ se ajustează local la fiecare iterație, până ajung la valorile lor "staționare".

3.4. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_b

Relațiile de calcul a presiunilor extreme p_s și p_b , corespunzătoare trepteii radiale a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară, vor fi stabilite pe baza unei metode cu elemente originale, folosind relațiile stabilite în subcap.3.3, respectiv relațiile (3.66) particularizate pentru cazul regimului staționar.

Prin urmare, -în condițiile regimului permanent de mișcare-, să observăm ecuația (3.66.a) pentru cazul analizat, când numai suprafața netedă (neprofilată) se rotește cu viteza unghiulară $\bar{\omega}_1 = \text{const.}$ și mișcarea este, ipotetic, [19], [24], pură în lungul coordonatei curbilini ψ , deci viteza medie $W_{med}^+ \cong 0$ în ecuația (3.66.a).

În asemenea condiții, ecuația de mișcare (3.66.a) dobândește următoarea formă particulară, mai simplă:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\alpha_0 U_{med}^{+2} h - \gamma U_{med}^+ \omega_1 r \cos \beta_0 h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_0 h \right) + \\ & + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \left(\delta U_{med}^+ \omega_1 r \sin \beta_0 h - \beta \omega_1^2 r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 h \right) - \rho \beta \omega_1^2 h + \\ & + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \left(\alpha_0 U_{med}^{+2} h - \gamma U_{med}^+ \omega_1 r \cos \beta_0 h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_0 h \right) + \\ & + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \frac{12\eta}{h} \left(U_{med}^+ - \frac{\omega_1 r \cos \beta_0}{2} \right) \cong 0, \end{aligned} \quad (3.69)$$

Ținând seamă de relațiile care există între coordonate, (subcap.3.1.1), ecuația de mișcare particulară (3.69) poate fi scrisă și sub forma următoare:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{\psi} \frac{d}{d\psi} \left(\alpha_o U_{med}^{+2} h - \gamma U_{med}^{+} \omega_1 \psi \frac{\cos \beta_o}{\sin \beta_o} h + \beta \omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} h \right) + \frac{2\rho \delta U_{med}^{+} \omega_1 \sin \beta_o h}{\psi \cos \beta_o} - \\
& - 3\rho \beta \omega_1^2 h + \frac{\rho}{\psi^2} \left(\alpha_o U_{med}^{-2} h - \gamma U_{med}^{-} \omega_1 \psi \frac{\cos \beta_o}{\sin \beta_o} h + \beta \omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} h \right) + \\
& + \frac{1}{\psi} \frac{dp}{d\psi} h + \frac{12\eta}{h} \left(U_{med}^{+} - \frac{\omega_1 \psi \cos \beta_o}{2 \sin \beta_o} \right) \equiv 0; \tag{3.70}
\end{aligned}$$

Relația (3.70) poate fi scrisă sub o altă formă echivalentă, făcând unele artificii de calcul și observând prima relație (3.64.b), astfel:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{\psi} \frac{d}{d\psi} \left(\frac{\alpha_o Q_{\psi}^2}{h \psi^2 \Delta \theta^2} - \frac{\gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\Delta \theta \sin \beta_o} + \beta \omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} h \right) + \\
& + \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi^2 \Delta \theta \cos \beta_o} - 3\rho \beta \omega_1^2 h + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h \psi^4 \Delta \theta^2} - \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\psi^2 \Delta \theta \sin \beta_o} + \\
& + \rho \beta \omega_1^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} h + \frac{1}{\psi} \frac{dp}{d\psi} h + \frac{12\eta}{h} \left(\frac{Q_{\psi}}{h \psi \Delta \theta} - \frac{\omega_1 \psi \cos \beta_o}{2 \sin \beta_o} \right) \equiv 0; \tag{3.71}
\end{aligned}$$

Să derivăm relația (3.71) în raport cu variabila ψ , ținând seamă de mărimile constante și variabile care intervin. Se obține, în acest fel, următoarea expresie finală:

$$\begin{aligned}
& \frac{dp}{d\psi} \equiv \left(\frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \right) \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \\
& + 3\rho \beta \omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi h \Delta \theta \cos \beta_o} + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h \psi \Delta \theta \sin \beta_o} - \\
& - \frac{12\eta Q_{\psi}}{h^3 \Delta \theta} + \frac{6\eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h^2 \sin \beta_o}; \tag{3.72}
\end{aligned}$$

În relația (3.72), debitul volumic Q_{ψ} poate fi considerat ca o constantă încă nedeterminată dar care, -pentru utilitatea relației-, va trebui să fie determinată. Relația (3.72) permite un amendament care îi sporește precizia, acuratețea; astfel, dacă, pentru evaluarea tensiunilor tangențiale pe cele două suprafețe ale lagărului axial autoportant cu canale spirale, $\tau_{\psi y} \Big|_0^h = \tau_h - \tau_o$, -relația (3.67)-, se ține seamă și de termenul suplimentar, [24], atunci relația (3.67) devine:

$$\begin{aligned}
\tau_{\psi y} \Big|_0^h = \tau_h - \tau_o & \equiv \underbrace{-\frac{12\eta}{h} \left(U_{med}^{-} - \frac{\omega_1 r \cos \beta_o}{2} \right)}_{\text{conform relației (3.67)}} + \underbrace{\epsilon \rho U_{med}^{-2} \frac{dh}{d\psi}}_{\text{termenul suplimentar, [24], [156]}}; \tag{3.73}
\end{aligned}$$

unde, în lucrările citate, [24], $\epsilon = \frac{2}{15}$, pentru regim laminar.

Atunci, cu relația (3.73), ecuația (3.72) devine:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \left[\frac{\rho Q_{\psi}^2}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \epsilon \psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \\ & + 3\rho \beta \omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h \psi \Delta \theta \cos \beta_o} + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h \psi \Delta \theta \sin \beta_o} - \\ & - \frac{12\eta Q_{\psi}}{h^3 \Delta \theta} + \frac{6\eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h^2 \sin \beta_o}, \end{aligned} \quad (3.74)$$

Ecuația (3.72) sau ecuația mai exactă (3.74) pot fi integrate fără dificultăți pentru diferite geometrii ale lagărului axial autoportant cu canale spirale, respectiv pentru diferite funcții $h = h(\psi)$ și pentru diferite condiții la limită. Dar, în același timp, ecuațiile (3.72) și (3.74) oferă, în primul rând, informații calitative privind gradientul de presiune $\frac{dp}{d\psi}$. Astfel, analizând ecuația (3.74) sau ecuația (3.72), se constată că

gradientul de presiune $\frac{dp}{d\psi} \neq \text{const.}$, pentru fiecare regiune a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, unde grosimea filmului fluid h este $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$, [dacă $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$, în ecuațiile (3.74) sau (3.72), termenii care conțin derivata $\frac{dh}{d\psi}$, -(forțele de inerție depind de numărul Reynolds, R_e și de raportul menționat, $\frac{dh}{d\psi}$, astfel că importanța relativă a forțelor de inerție este, local, proporțională cu $R_e \frac{dh}{d\psi}$)-, devin zero, iar ceilalți termeni care conțin variabila ψ sunt variabili și "conferă" gradientului de presiune $\frac{dp}{d\psi}$ "variabilitate"].

Această constatare sugerează faptul că influența forțelor de inerție există pe toată suprafața lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară în direcția ψ , cuprinsă între $r_1 \leq r \leq r_e$, dar, evident, efectul cumulat maxim este concentrat în dreptul treptei radiale, ($r \cong r_c$), a lagărului. În consecință, presiunea crește de la valoarea $p = p_{at} \cong p_{atlm}$, la intrare în lagăr, $r \leq r_e$, atinge o valoare maximă, $p = p_{mas}$, (p_s), în interiorul lagărului, $r_1 < r < r_e$, apoi, presiunea se modifică brusc și devine p_s , ($p_s \geq p_s$, în funcție de raportul $\frac{h_1}{h_2}$)-, după traversarea treptei radiale și, în

continuare, presiunea scade până la valoarea existentă în interiorul lagărului, $r < r_1$, adică, $p = p_{at} \cong p_{atlm}$, -(v. fig. nr.3.3.a)-, aceasta în condițiile considerării forțelor de inerție.

În continuare, vom lucra cu ecuația mai exactă (3.74) și vom lua în considerare influența forțelor de inerție, adică $p_s \neq p_s$, ($\Delta p = p_s - p_s \neq 0$). Prin urmare, considerăm, în ecuația (3.74), că $\frac{dh}{d\psi} = 0$, adică filmul fluid h este constant în cele

două regiuni ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$ Atunci, ecuația (3.74) dobândește o formă mai simplă, astfel:

$$\frac{dp}{d\psi} \cong \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \psi^3 \Delta\theta^2} + 3\rho\beta\omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o}\right) - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h\psi \Delta\theta \cos \beta_o} + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h\psi \Delta\theta \sin \beta_o} - \frac{12\eta Q_\psi}{h^3 \Delta\theta} + \frac{6\eta\omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h^2 \sin \beta_o}; \quad (3.75)$$

Să integrăm ecuația (3.75) pentru cele două regiuni ale lagărului axial cu canale spirale și cu pompă interioară, unde $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$

Astfel, pentru zona canelată, unde $h = h_1 = \text{const.}$, ecuația (3.75) devine:

$$\frac{dp_1}{d\psi} \cong \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{h_1^2 \psi^3 \Delta\theta^2} + 3\rho\beta\omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o}\right) - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \psi \Delta\theta \cos \beta_o} + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \psi \Delta\theta \sin \beta_o} - \frac{12\eta Q_\psi}{h_1^3 \Delta\theta} + \frac{6\eta\omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h_1^2 \sin \beta_o}; \quad (3.76)$$

Atunci, integrând ecuația diferențială (3.76), se obține:

$$p_1(\psi) \cong -\frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_1^2 \psi^2 \Delta\theta^2} + \frac{3}{2}\rho\beta\omega_1^2 \psi^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o}\right) - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \psi + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln \psi - \frac{12\eta Q_\psi}{h_1^3 \Delta\theta} \psi + \frac{2\eta\omega_1 \psi^3 \cos \beta_o}{h_1^2 \sin \beta_o} + C_1, \quad (3.77)$$

unde: $C_1 = \text{constantă de integrare.}$

Constanta de integrare C_1 o vom determina observând condițiile la limită (3.56), și anume:

$$- \text{ pentru: } \psi = L^- - L_1^+ + \psi_o = L_2^- + \psi_o; \quad p = p_s; \quad (3.78)$$

Observație. În continuare, vom nota astfel:

$$L_2^+ \equiv L_2, \text{ -(v. figura nr.3.3.a)-}$$

Cu condiția la limită pentru presiuni (3.78), expresia (3.77) permite determinarea constantei de integrare C_1 , astfel:

$$\begin{aligned}
C_1 = p_S + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_1^2 \Delta\theta^2 (L_2 + \psi_o)^2} - \frac{3}{2} \rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o}\right) (L_2 + \psi_o)^2 + \\
+ \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln(L_2 + \psi_o) - \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln(L_2 + \psi_o) + \\
+ \frac{12\eta Q_\psi}{h_1^3 \Delta\theta} (L_2 + \psi_o) - \frac{2\eta\omega_1 \cos \beta_o}{h_1^2 \sin \beta_o} (L_2 + \psi_o)^3; \quad (3.79)
\end{aligned}$$

Să considerăm cea de-a doua condiție la limită pentru regiunea $h = h_1 = \text{const.}$ din grupul de condiții (3.56), și anume:

$$- \quad \text{pentru: } \psi = L + \psi_o; \quad p \cong p_{a \text{ lim.}}; \quad (3.80)$$

Cu condiția la limită pentru presiuni (3.80), expresia (3.77) permite, iarăși, determinarea constantei de integrare C_1 , astfel:

$$\begin{aligned}
C_1 = p_{a \text{ lim.}} + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_1^2 \Delta\theta^2 (L + \psi_o)^2} - \frac{3}{2} \rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o}\right) (L + \psi_o)^2 + \\
+ \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln(L + \psi_o) - \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln(L + \psi_o) + \\
+ \frac{12\eta Q_\psi}{h_1^3 \Delta\theta} (L + \psi_o) - \frac{2\eta\omega_1 \cos \beta_o}{h_1^2 \sin \beta_o} (L + \psi_o)^3; \quad (3.81)
\end{aligned}$$

Punând condiția matematică, ca relațiile (3.79) și (3.81) să exprime aceeași constantă de integrare, C_1 , se obține:

$$\begin{aligned}
p_S \cong p_{a \text{ lim.}} + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_1^2 \Delta\theta^2} \left[\frac{1}{(L + \psi_o)^2} - \frac{1}{(L_2 + \psi_o)^2} \right] + \frac{3}{2} \rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o}\right) \cdot \\
\cdot \left[(L_2 + \psi_o)^2 - (L + \psi_o)^2 \right] - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \frac{L_2 + \psi_o}{L + \psi_o} + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln \frac{L_2 + \psi_o}{L + \psi_o} + \\
+ \frac{12\eta Q_\psi}{h_1^3 \Delta\theta} [(L + \psi_o) - (L_2 + \psi_o)] - \frac{2\eta\omega_1 \cos \beta_o}{h_1^2 \sin \beta_o} [(L + \psi_o)^3 - (L_2 + \psi_o)^3]; \quad (3.82)
\end{aligned}$$

În relația (3.82), sunt cunoscute toate mărimile cu excepția debitului volumic Q_ψ , deci, se poate calcula presiunea p_S , dacă se cunoaște și debitul volumic.

Să integrăm, în continuare, ecuația (3.75) pentru regiunea fără canale spirale a lagărului axial, unde $h = h_2 = \text{const.}$

Pentru această zonă a lagărului, ecuația diferențială (3.75) se scrie sub forma următoare:

$$\begin{aligned} \frac{dp_2}{d\psi} \cong & \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{h_2^2 \psi^3 \Delta\theta^2} + 3\rho\beta\omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \psi \Delta\theta \cos \beta_o} + \\ & + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \psi \Delta\theta \sin \beta_o} - \frac{12\eta Q_\psi}{h_2^3 \Delta\theta} + \frac{6\eta\omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h_2^2 \sin \beta_o}; \end{aligned} \quad (3.83)$$

Integrând ecuația diferențială (3.83), se obține:

$$\begin{aligned} p_2(\psi) \cong & -\frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_2^2 \psi^2 \Delta\theta^2} + \frac{3}{2}\rho\beta\omega_1^2 \psi^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \psi + \\ & + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln \psi - \frac{12\eta Q_\psi \psi}{h_2^3 \Delta\theta} + \frac{2\eta\omega_1 \psi^3 \cos \beta_o}{h_2^2 \sin \beta_o} + C_2, \end{aligned} \quad (3.84)$$

unde; C_2 = constantă de integrare;

Constanta de integrare C_2 o vom determina observând condițiile la limită (3.56) pentru regiunea cu $h = h_2 = \text{const.}$, astfel:

$$\begin{aligned} - \text{pentru: } \psi = \psi_o; (\psi_o \cong r_1 \sin \beta_o); p \cong p_{\text{alim}}; \\ - \text{pentru: } \psi = L^- - L_1^- + \psi_o = L_2^- + \psi_o; p = p_s; \end{aligned} \quad (3.85)$$

Observație. În continuare, vom nota astfel:

$$L_2^- \cong L_2, \text{ -(v. figura nr.3.3.a)-}$$

Cu prima condiție la limită (3.85), relația (3.84) permite determinarea constantei de integrare C_2 , rezultând:

$$\begin{aligned} C_2 = p_{\text{alim}} + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_2^2 \Delta\theta^2 \psi_o^2} - \frac{3}{2}\rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \psi_o^2 + \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \psi_o - \\ - \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln \psi_o + \frac{12\eta Q_\psi \psi_o}{h_2^3 \Delta\theta} - \frac{2\eta\omega_1 \cos \beta_o}{h_2^2 \sin \beta_o} \psi_o^3; \end{aligned} \quad (3.86)$$

Considerând, acum, cea de-a doua condiție la limită (3.85), relația (3.84) oferă, iarăși, expresia constantei de integrare C_2 , astfel:

$$\begin{aligned} C_2 = p_s + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_2^2 \Delta\theta^2 (L_2 + \psi_o)^2} - \frac{3}{2}\rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) (L_2 + \psi_o)^2 + \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta\theta \cos \beta_o} \cdot \\ \cdot \ln(L_2 + \psi_o) - \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln(L_2 + \psi_o) + \frac{12\eta Q_\psi}{h_2^3 \Delta\theta} (L_2 + \psi_o) - \\ - \frac{2\eta\omega_1 \cos \beta_o}{h_2^2 \sin \beta_o} (L_2 + \psi_o)^3; \end{aligned} \quad (3.87)$$

Punând, din nou, condiția matematică ca relațiile (3.86) și (3.87) să exprime aceeași constantă de integrare, C_2 , se obține:

$$\begin{aligned}
 p_s \cong p_{a \text{ lim.}} - \frac{\rho \alpha_o Q_\psi^2}{2h_2^2 \Delta \theta^2} \left[\frac{1}{(L_2 + \psi_o)^2} - \frac{1}{\psi_o^2} \right] + \frac{3}{2} \rho \beta \omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \left[(L_2 + \psi_o)^2 - \psi_o^2 \right] + \\
 + \frac{2\rho \delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta \theta \cos \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_2 + \psi_o} - \frac{\rho \gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta \theta \sin \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_2 + \psi_o} + \\
 + \frac{12\eta Q_\psi}{h_2^3 \Delta \theta} [\psi_o - (L_2 + \psi_o)] + \frac{2\eta \omega_1 \cos \beta_o}{h_2^2 \sin \beta_o} \left[(L_2 + \psi_o)^3 - \psi_o^3 \right]; \quad (3.88)
 \end{aligned}$$

În relația (3.88), sunt cunoscute toate mărimile cu excepția debitului volumic Q_ψ , deci, se poate calcula presiunea extremă p_s , dacă se cunoaște și debitul volumic. Această problemă, -a determinării debitului Q_ψ -, va fi abordată în subcap.3.5.

3.5. Relația pentru calculul debitului de fluid în lagăr, Q_ψ

În cele ce urmează, va fi stabilită o relație analitică originală pentru calculul debitului volumic de lubrifianț Q_ψ , debit care "tranzitează" filmul fluid în lungul unui canal spiral al unui lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, deci în lungul direcției ψ . Debitul volumic Q_ψ intervine, -după cum s-a precizat anterior-, în relațiile (3.82) și (3.88), relații stabilite pentru calculul presiunilor extreme p_s și p_o .

Pentru aceasta, vom apela, din nou, la ecuația diferențială (3.74) și vom admite că, evident, în dreptul treptei radiale a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, raportul $\frac{dh}{d\psi} \neq 0$, astfel încât, în dreptul treptei radiale a lagărului, efectele inertiiale sunt dominante comparativ cu efectele vâscoase. În aceste condiții, ecuația diferențială (3.74) se poate scrie sub următoarea formă particulară, mai simplă:

$$\begin{aligned}
 \frac{dp}{d\psi} \cong \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \\
 + 3\rho \beta \omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h \psi \Delta \theta \cos \beta_o} + \frac{\rho \gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h \psi \Delta \theta \sin \beta_o}; \quad (3.89)
 \end{aligned}$$

Integrând ecuația diferențială (3.89) în vecinătatea treptei radiale a suprafeței profilate a lagărului, -(figura nr.3.3.a)-, se obține:

$$\begin{aligned}
\int_{p_s}^{p_S} dp(\psi) \cong & \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{\psi^2 \Delta\theta^2} (\alpha_o + \varepsilon\psi) \right]_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h^3} - \rho\beta\omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h} + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \Delta\theta^2} \int_{L_2^-}^{L_2^+} \frac{d\psi}{\psi^3} + \\
& + 3\rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \int_{L_2^-}^{L_2^+} \psi d\psi - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h\Delta\theta \cos \beta_o} \int_{L_2^-}^{L_2^+} \frac{d\psi}{\psi} + \\
& + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h\Delta\theta \sin \beta_o} \int_{L_2^-}^{L_2^+} \frac{d\psi}{\psi}; \tag{3.90}
\end{aligned}$$

Admițând că muchia treptei radiale este, practic, “de lățime nulă”, înseamnă că $L_2^- \cong L_2^+ \cong L_2$, deci, ultimele patru integrale, din ecuația (3.90), sunt egale cu zero. De asemenea, datorită faptului că, în ultima ecuație integrală, avem integrale definite, rezultă că, atât membrul stâng cât și membrul drept ai relației respective reprezintă o valoare numerică, constantă. Prin urmare, “mărimea” ψ , din termenii de forma

$$\frac{\rho Q_\psi^2}{\psi^2 \Delta\theta^2} (\alpha_o + \varepsilon\psi) \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h^3}; \rho\beta\omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h},$$

trebuie să tindă către o valoare numerică, constantă, ψ_c .

Această lungime ψ_c este cea corespunzătoare razei de canelare a suprafeței profilate, r_c , -(v. figura nr. 3.3.a, [157]).

Atunci, cu aceste elemente constructiv-geometrice precizate și după integrarea ecuației (3.89) respectiv (3.90), se obține următoarea relație finală:

$$\Delta p = p_S - p_s \cong \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{\psi_c^2 \Delta\theta^2} (\alpha_o + \varepsilon\psi_c) \right] \left[\frac{1}{2h_2^2} - \frac{1}{2h_1^2} \right] - \rho\beta\omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \ln \frac{h_1}{h_2}; \tag{3.91}$$

Relația (3.91), -care are anumite limite, în special la valori ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$ mari, adică, când $h_2 \rightarrow 0$, (regimuri “grele” de funcționare a lagărului)-, oferă debitul Q_ψ , dacă se cunosc celelalte mărimi, inclusiv presiunile extreme p_s și p_S . Astfel, cele trei relații stabilite, (3.82), (3.88) și (3.91), oferă cele trei necunoscute, p_s , p_S și Q_ψ . Se obține, în acest fel, următoarea relație finală, din care poate fi determinat debitul volumic Q_ψ și anume:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho Q_{\psi}^2}{\Delta \theta^2} \left\{ \alpha_0 \left[\frac{1}{2h_1^2} \left(\frac{1}{(L + \psi_0)^2} - \frac{1}{(L_2 + \psi_0)^2} \right) + \frac{1}{2h_2^2} \left(\frac{1}{(L_2 + \psi_0)^2} - \frac{1}{\psi_0^2} \right) \right] - \right. \\
& - \frac{1}{\psi_c^2} (\alpha_0 + \varepsilon \psi_c) \left. \left(\frac{1}{2h_2^2} - \frac{1}{2h_1^2} \right) \right\} + \frac{Q_{\psi}}{\Delta \theta} \left\{ \frac{\rho \gamma \omega_1 \cos \beta_0}{\sin \beta_0} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{L_2 + \psi_0}{L + \psi_0} + \frac{1}{h_2} \ln \frac{\psi_0}{L_2 + \psi_0} \right] - \right. \\
& - \frac{2\rho \delta \omega_1 \sin \beta_0}{\cos \beta_0} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{L_2 + \psi_0}{L + \psi_0} + \frac{1}{h_2} \ln \frac{\psi_0}{L_2 + \psi_0} \right] + 12\eta \left[\frac{L - L_2}{h_1^3} + \frac{L_2}{h_2^3} \right] \left. \right\} - \frac{3}{2} \rho \beta \omega_1^2 \cdot \\
& \cdot \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_0}{\sin^2 \beta_0} \right) \left[(L + \psi_0)^2 - \psi_0^2 \right] + \rho \beta \omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_0}{\sin^2 \beta_0} \ln \frac{h_1}{h_2} - \frac{2\eta \omega_1 \cos \beta_0}{\sin \beta_0} \cdot \\
& \cdot \left\{ \frac{1}{h_1^2} \left[(L + \psi_0)^3 - (L_2 + \psi_0)^3 \right] + \frac{1}{h_2^2} \left[(L_2 + \psi_0)^3 - \psi_0^3 \right] \right\} \equiv 0; \quad (3.92)
\end{aligned}$$

Se constată că, relația (3.92) este o ecuație algebrică de gradul II în necunoscuta Q_{ψ} , destul de dificil de rezolvat. În ecuația algebrică (3.92), sunt cunoscute toate mărimile geometrice și funcționale care intervin, [156], [157], ș.a., deci, este posibilă rezolvarea acesteia. Astfel, să notăm cu Q_{ψ}^I și Q_{ψ}^{II} soluțiile ecuației algebrice (3.92). Pentru a vedea care dintre cele două soluții, Q_{ψ}^I și Q_{ψ}^{II} , are sens fizic, s-a făcut o evaluare a coeficienților numerici ai ecuației și, apoi, a soluțiilor acesteia, folosind în acest scop valori medii, uzuale pentru mărimile geometrice și funcționale care intervin în ecuație, [156], [157]. În acest fel, din calculul numeric orientativ efectuat, a rezultat că $Q_{\psi}^I < 0$ și $Q_{\psi}^{II} > 0$. Atunci, ținând seamă că, lagărul axial autoportant cu canale spirale funcționând în regim laminar, lagăr proiectat și realizat, [157], și ai cărei parametri geometrici și funcționali au fost luați în calcul pentru determinarea soluțiilor Q_{ψ}^I și Q_{ψ}^{II} , este un lagăr cu pompărie interioară, considerăm că, din punct de vedere fizic, nu poate fi debit negativ și, prin urmare, soluția care are sens este soluția pozitivă, [156], adică:

$$Q_{\psi} \equiv Q_{\psi}^{II}, \quad (3.93)$$

unde, conform notațiilor consacrate din algebra clasică, soluția Q_{ψ}^{II} este:

$$Q_{\psi}^{II} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (3.94)$$

iar a, b, c sunt coeficienții ecuației algebrice (3.92)

3.6. Determinarea distribuțiilor de viteze în lungul coordonatei curbilinii ψ

Studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și pompărie interioară urmărește, pe lângă determinarea distribuțiilor de presiuni, și calculul vitezelor medii, respectiv determinarea distribuțiilor de viteze în lungul canalului spiral, deci în lungul direcției ψ . Pentru aceasta, se apelează, iarăși, la ecuația continuității debitului (3.39), transcrisă pentru debitele volumice, respectiv la ecuația (3.34.d), ca și la relațiile care definesc viteza medie $U_{med_1}^+$, $U_{med_2}^-$, (3.64.a), respectiv numărul Reynolds R_{c_1} , R_{c_2} , astfel:

$$Q_{\psi_1} \cong -\frac{r\Delta\theta \sin\beta_0}{12\eta} h_1^3 \alpha \left[\frac{1}{r \sin\beta_0} \frac{\partial p_1}{\partial \psi} - \frac{6\eta}{h_1^2} \omega_1 r \cos\beta_0 \right]; \quad (3.39)'$$

dar:

$$v_{\psi_1}(y) \cong \frac{1}{2\eta r \sin\beta_0} \frac{\partial p_1}{\partial \psi} y(y - h_1) + \frac{y}{h_1} \omega_1 r \cos\beta_0; \quad (3.34.d)'$$

$$U_{med_1}^+ = \frac{1}{h_1} \int_0^{h_1} v_{\psi_1}(y) dy \cong -\frac{h_1^2}{12\eta r \sin\beta_0} \frac{\partial p_1}{\partial \psi} + \frac{\omega_1 r \cos\beta_0}{2}; \quad (3.64.a)'$$

Cu relațiile (3.34.d') și (3.64.a'), ecuația (3.39)' se poate scrie sub următoarea formă mai generală:

$$Q_{\psi_1} \cong U_{med_1}^+ h_1 \alpha r \Delta\theta \sin\beta_0 \cong U_{med_1}^+ h_1 \alpha \psi \Delta\theta \cong U_{med_1}^+ h_1 a_1 \sin\beta_0. \quad (3.95)$$

deoarece, -(v. figura nr.2.1)-, există relațiile:

$$r = \frac{\psi}{\sin\beta_0}; \quad \alpha = \frac{a_1}{a_1 + a_2}; \quad a_1 \cong \alpha r \Delta\theta; \quad a_1 + a_2 \cong \Delta x \cong r \Delta\theta;$$

$$(a_1 + a_2) \sin\beta_0 \cong \psi \Delta\theta;$$

Astfel, din ultima egalitate a ecuației (3.95), se obține relația deja cunoscută, adică:

$$U_{med_1}^+ \cong \frac{Q_{\psi_1}}{\sin\beta_0 h_1 a_1}; \quad (3.96)$$

Valoarea numărului Reynolds R_{c_1} este dată de relația cunoscută, [156], adică:

$$R_{c_1} = \frac{U_{med_1}^+ h_1}{\nu} = \frac{U_{med_1}^+ \rho h_1}{\eta}; \quad (3.97)$$

Trebuie făcută precizarea că, indicele "1" care afectează mărimile Q_{ψ} , U_{med}^+ , R_{e1} și anume, Q_{ψ_1} , $U_{med_1}^+$, R_{e1} , arată faptul că aceste mărimi sunt calculate pentru canalul spiral, de grosime a filmului fluid h_1 .

Este evident că, aceleași mărimi "cinematice", respectiv Q_{ψ} , U_{med}^+ , R_{e1} , pot fi determinate și în raport cu grosimea mai mică a filmului fluid h_2 . Debitul volumic de lubrifiant Q_{ψ_1} , respectiv, Q_{ψ_2} se calculează cu relația stabilită anterior, (3.94) sau (3.93). Astfel, pentru zona fără canale spirale a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, zonă dispusă în prelungirea canalului spiral în sensul "pompării" lubrifiantului, se poate demonstra următoarea ecuație:

$$Q_{\psi_2} \equiv Q_{\psi_1} \equiv U_{med_2}^+ h_2 \alpha \psi \Delta \theta \equiv U_{med_2}^+ h_2 a_1 \sin \beta_0; \quad (3.98)$$

Din ultima egalitate a ecuației (3.98), se obține:

$$U_{med_2}^+ \equiv \frac{Q_{\psi_2}}{\sin \beta_0 h_2 a_1} \equiv \frac{Q_{\psi_1}}{Q_{\psi_1}} \frac{h_1}{h_2} U_{med_1}^+ = \frac{h_1}{h_2} U_{med_1}^+; \quad (3.99)$$

Valoarea numărului Reynolds R_{e2} este dată de o relație de forma (3.97), dar transcrisă corespunzător pentru grosimea h_2 a filmului fluid, și anume:

$$R_{e2} = \frac{U_{med_2}^+ h_2}{\nu} = \frac{U_{med_2}^+ h_2 \rho}{\eta}; \quad (3.100)$$

Observatie

Relațiile stabilite mai sus au fost utilizate pentru calculul distribuțiilor de presiuni și viteze în lungul direcției ψ , pentru două variante de lagăre axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară funcționând în regim laminar, [156], [157].

3.7. Rezultate numerice în regim laminar și permanent de funcționare

Având stabilite expresiile pentru calculul debitului Q_{ψ} , (3.94), presiunilor extreme p_s și $p_{s'}$, (3.82) și (3.88), în continuare, s-a procedat la calculul distribuțiilor de presiuni $p(\psi)$, cu ajutorul relațiilor (3.58) și (3.59) și a distribuțiilor de viteze $U_{med_{1,2}}^+(\psi)$, cu relațiile stabilite în subcap. 3.6, respectiv, relațiile (3.96) și (3.99).

Astfel, calculul a fost efectuat tabelar, observând și parametri geometrici și funcționali optimi, [155], pentru care s-a proiectat lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, -(cele două variante de lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară)-, [156], [157].

3.7.1. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I

Parametrii geometrici și funcționali principali ai lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta I sunt:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,615; \beta_0 = 17^\circ; h_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}; \text{ș.a.}; h_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}; \text{ș.a.}; \\ r_i &= 0,045 \text{ m}; r_e = 0,090 \text{ m}; r_c \cong 0,05715 \text{ m}; \rho \cong 905 \text{ kg / m}^3; \\ \eta &\cong 1 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s} \cong \frac{Ns}{\text{m}^2};\end{aligned}$$

Ceilalți parametri geometrici ai lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta I, care intervin în calculul numeric, pot fi luați din desenul de execuție al lagărului, [157], respectiv pot fi determinați prin calcul analitic, [155], [156], $-(\psi; \psi_0; L_2; L_1; L; \text{ș.a.})$ -. Astfel, pentru lungimile segmentelor de spirală logaritmică L_1, L_2, L , $-(\text{care sunt dimensiuni liniare constante, conform fig. nr.3.3.a})$ -, și pentru ψ , $-(\text{care este o dimensiune liniară variabilă, cuprinsă în intervalul } \psi \in [\psi_0, \dots, (\psi_0 + L)])$ -, rezultă următoarele valori numerice:

$$L_1 \cong \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right] \cong 0,112356945 \text{ m},$$

unde: $a \cong r_c \cong 0,05715 \text{ m}$;

$$b \cong \text{tg}\beta_0 = \text{tg}17^\circ = 0,30573068;$$

$$e = 2,7182818; \theta_1 = 0,0^\circ; (\theta_1 = 0,0 \text{ radiani}); \theta_2 \cong 85,10674^\circ; (\theta_2 \cong 1,48539324 \text{ radiani}).$$

În mod similar, se obține lungimea L_2 , adică:

$$L_2 \cong \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right] \cong 0,04153762 \text{ m};$$

unde: $\theta_1 \cong -44,77^\circ; (\theta_1 \cong -0,781383906 \text{ radiani})$;

$$\theta_2 = 0,0^\circ; (\theta_2 = 0,0 \text{ radiani});$$

Cu aceste elemente, rezultă valoarea numerică pentru lungimea totală L , $-(\text{v. figura nr.3.3.a})$ -,

$$L \cong L_1 + L_2 \cong 0,153894566 \text{ m}.$$

Lungimea segmentului variabil de spirală logaritmică ψ este dată de relația următoare:

$$\psi \cong \psi_0 + L_2 + \frac{a}{b} \sqrt{1+b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right], \quad (3.101)$$

unde: $\theta_1 = 0,0^\circ$; ($\theta_1 = 0,0$ radiani); $\theta_2 \in [0,0^\circ, \dots, +85,10674^\circ]$;
 ($\theta_2 \in [0,0, \dots, +1,485392828$ rad.]);

Relația (3.101) este valabilă pentru regiunea canelată a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară, cuprinsă între razele r_c și r_e , $r \in [r_c, \dots, r_e]$.

Pentru regiunea fără canale spirale a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară, regiunea cuprinsă între razele r_i și r_e , $r \in [r_i, \dots, r_e]$, lungimea segmentului variabil ψ este dată de relația următoare:

$$\psi \cong \psi_0 + L_2 - \frac{a}{b} \sqrt{1+b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right], \quad (3.102)$$

unde: $\theta_1 \in [-44,77^\circ, \dots, 0,0^\circ]$; ($\theta_1 \in [-0,781383906, \dots, 0,0$ rad.])
 $\theta_2 = 0,0^\circ$; ($\theta_2 = 0,0$ radiani).

O parte din rezultatele numerice, obținute utilizând relațiile stabilite până aici în cap. 3, sunt prezentate sub forma unor diagrame în fig. nr.G.1, ..., G.6.

Observație. Trebuie menționat de la început faptul că deoarece numărul Reynolds este funcție de rază, unul și același lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară funcționează în regim laminar sau turbulent, aceasta în funcție nu numai de turație, ci și de raza la care analizăm mișcarea în lagăr. Prin urmare, este posibil ca același lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară, la anumite turații, să funcționeze pe o zonă a suprafeței sale în regim laminar, iar pe altă zonă a suprafeței în regim turbulent.

Cu toate acestea, în mod deliberat, distribuțiile de presiuni și de viteze pentru lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară Varianta I, prezentate în fig. nr.G.1, ..., G.6, au fost calculate cu modelul matematic stabilit pentru regimul laminar de mișcare, tocmai pentru a se scoate în evidență, într-un mod cât mai fidel, influența diferiților parametri geometrici și funcționali ai lagărului asupra distribuțiilor de presiuni, în mod special.

Mai concret, este greu și de multe ori neconcludent ca să se efectueze asemenea analize "calitative" asupra mișcării în lagăr, în condițiile în care, la modificarea diferiților parametri geometrici și funcționali, se mai adaugă și modificarea modelului matematic de studiu.

Dacă considerăm ca fiind relevantă, importantă valoarea numărului Reynolds Couette R_{c_c} corespunzătoare razei de canelare r_c , la care este dispusă treapta radială și unde efectele inertiiale sunt predominante, atunci rezultă că, pentru anumite valori ale perechii $\{h_1; h_2\}$ și turației n , regimul de mișcare în lagăr este laminar, deci există o concordanță deplină între regimul de mișcare din lagăr și modelul matematic laminar utilizat pentru studiul mișcării. -(v. fig. nr. G.1, G.2, G.3)-.

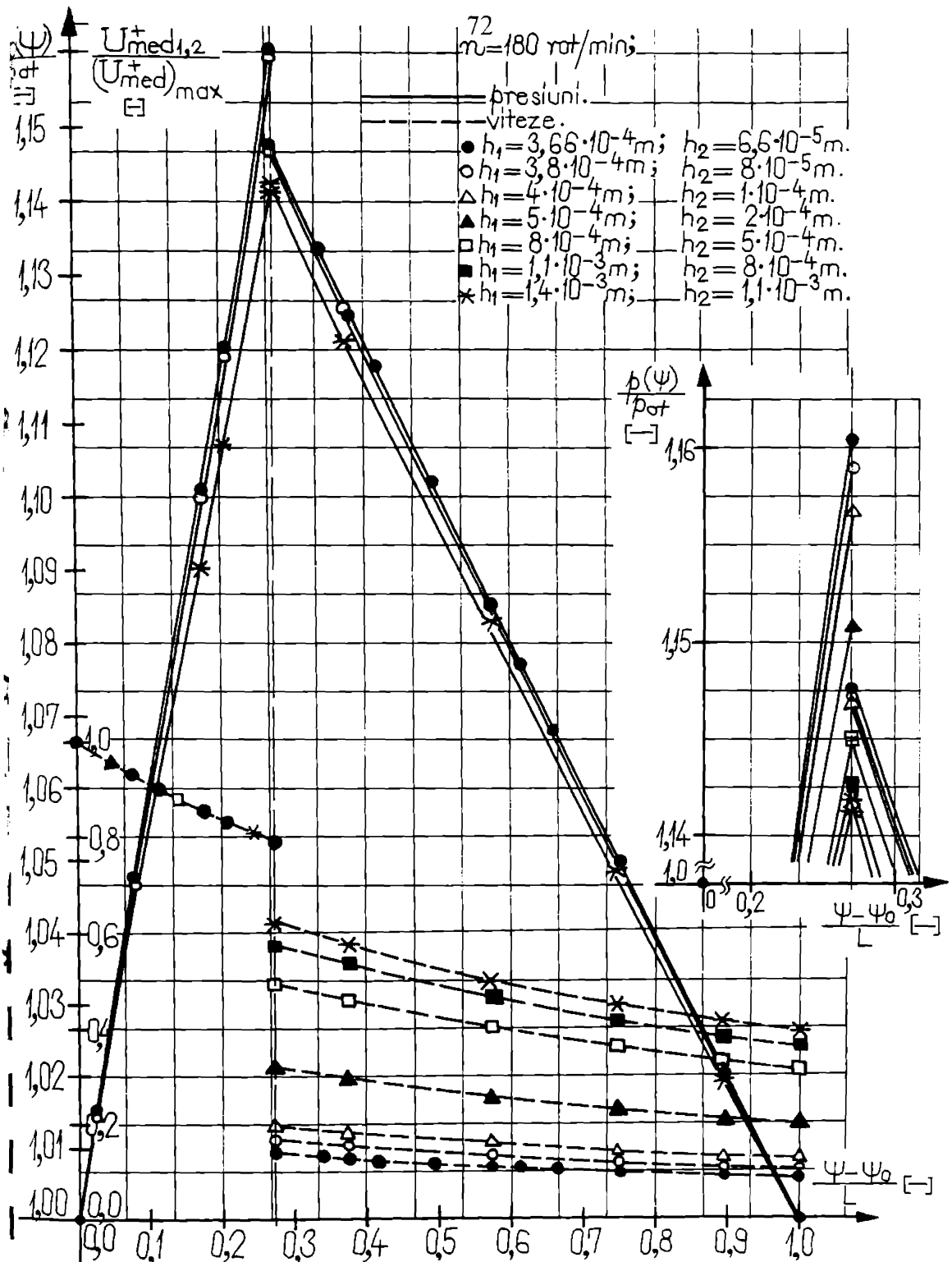


Figura nr. G.1. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară. Varianta I.

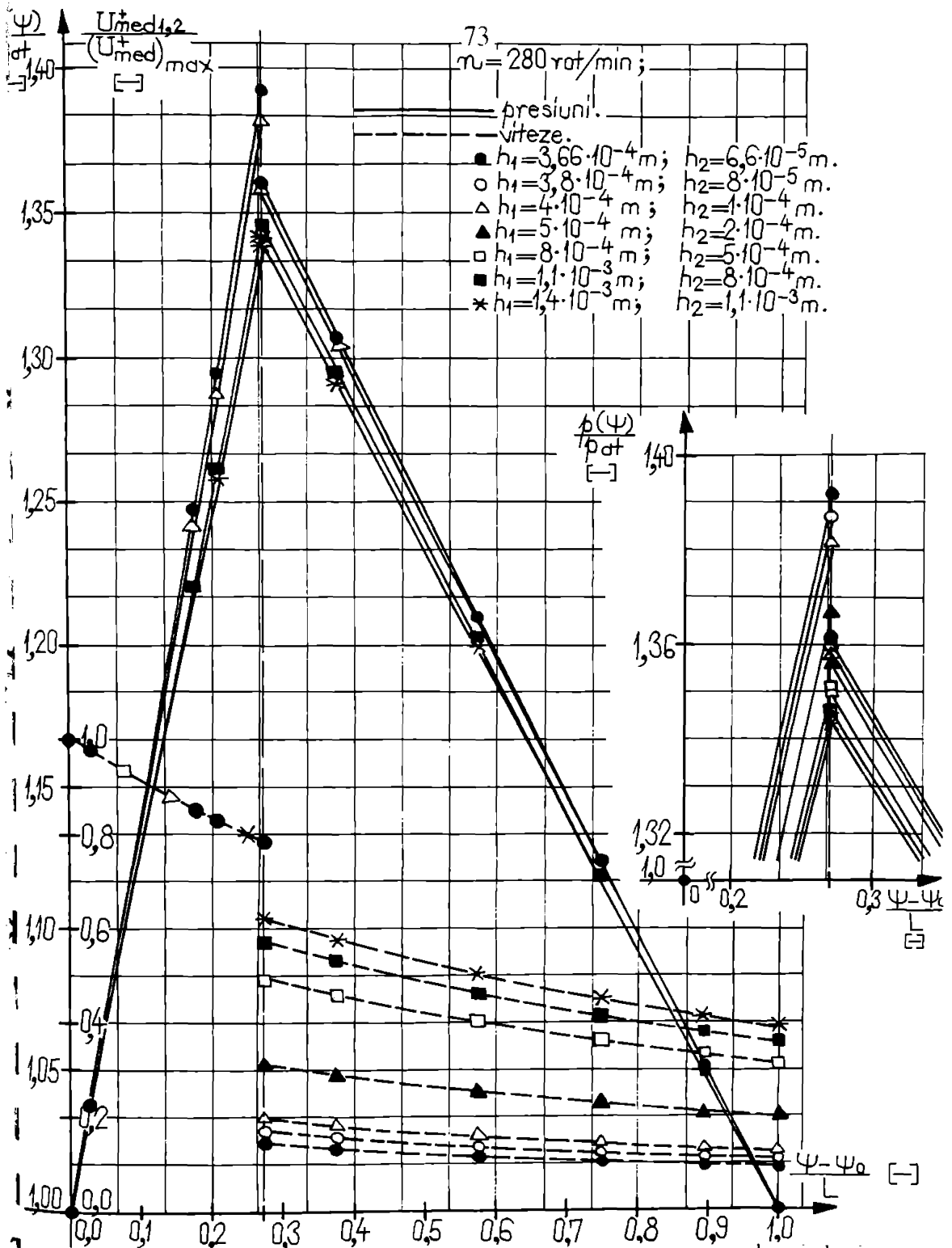


Figura nr. G.2. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

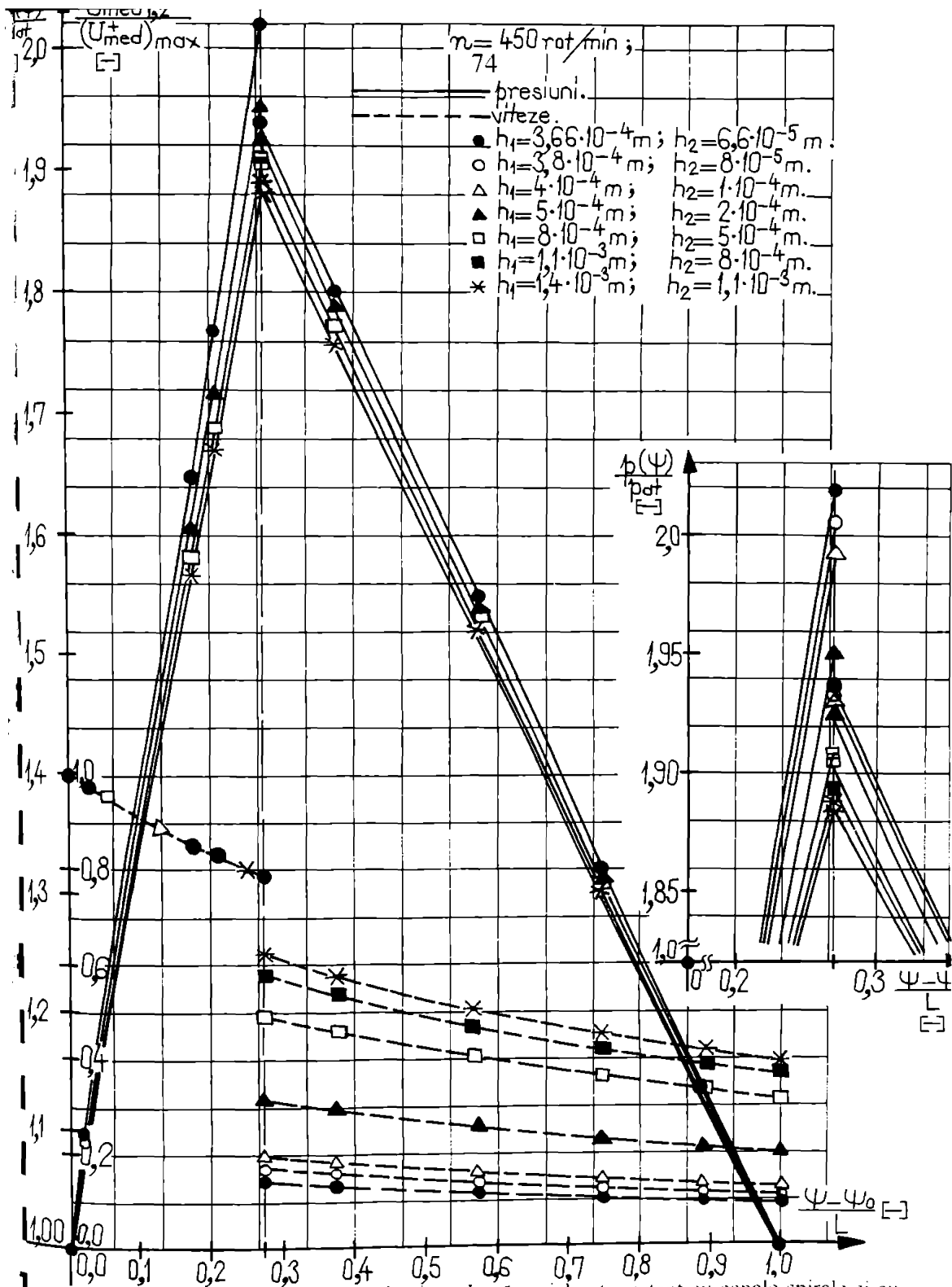


Figura nr. G.3. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

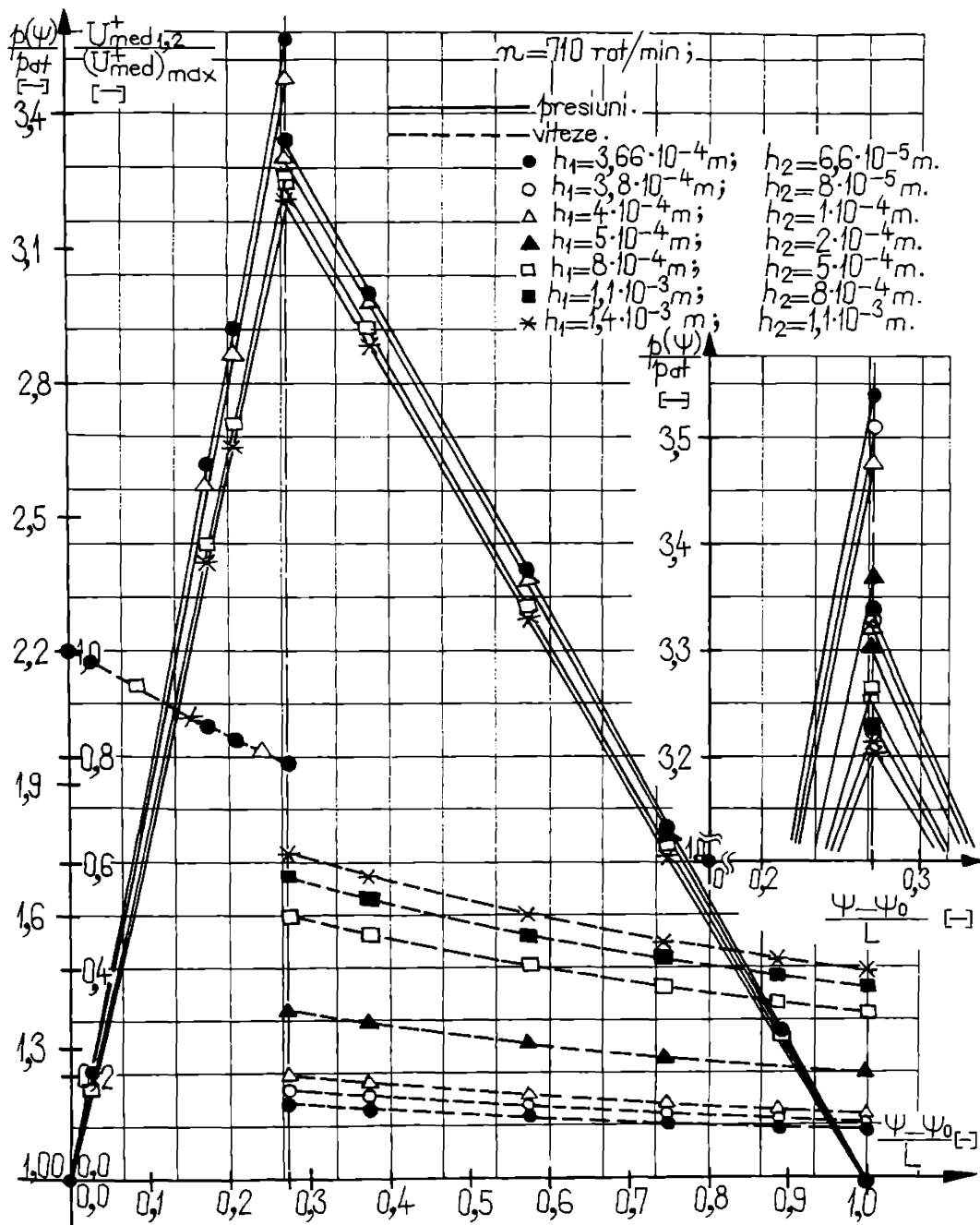
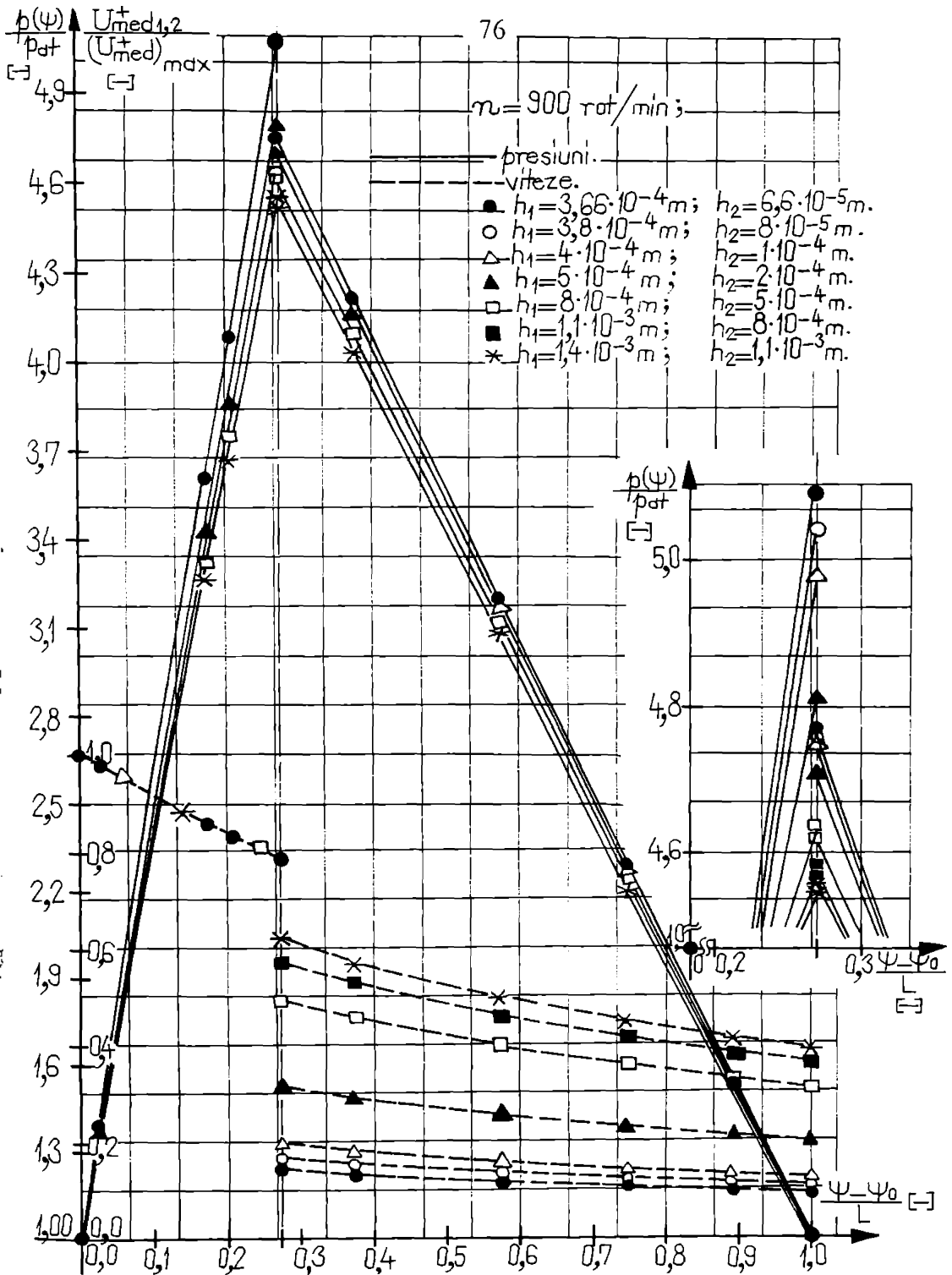


Figura nr. G.4. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta I.



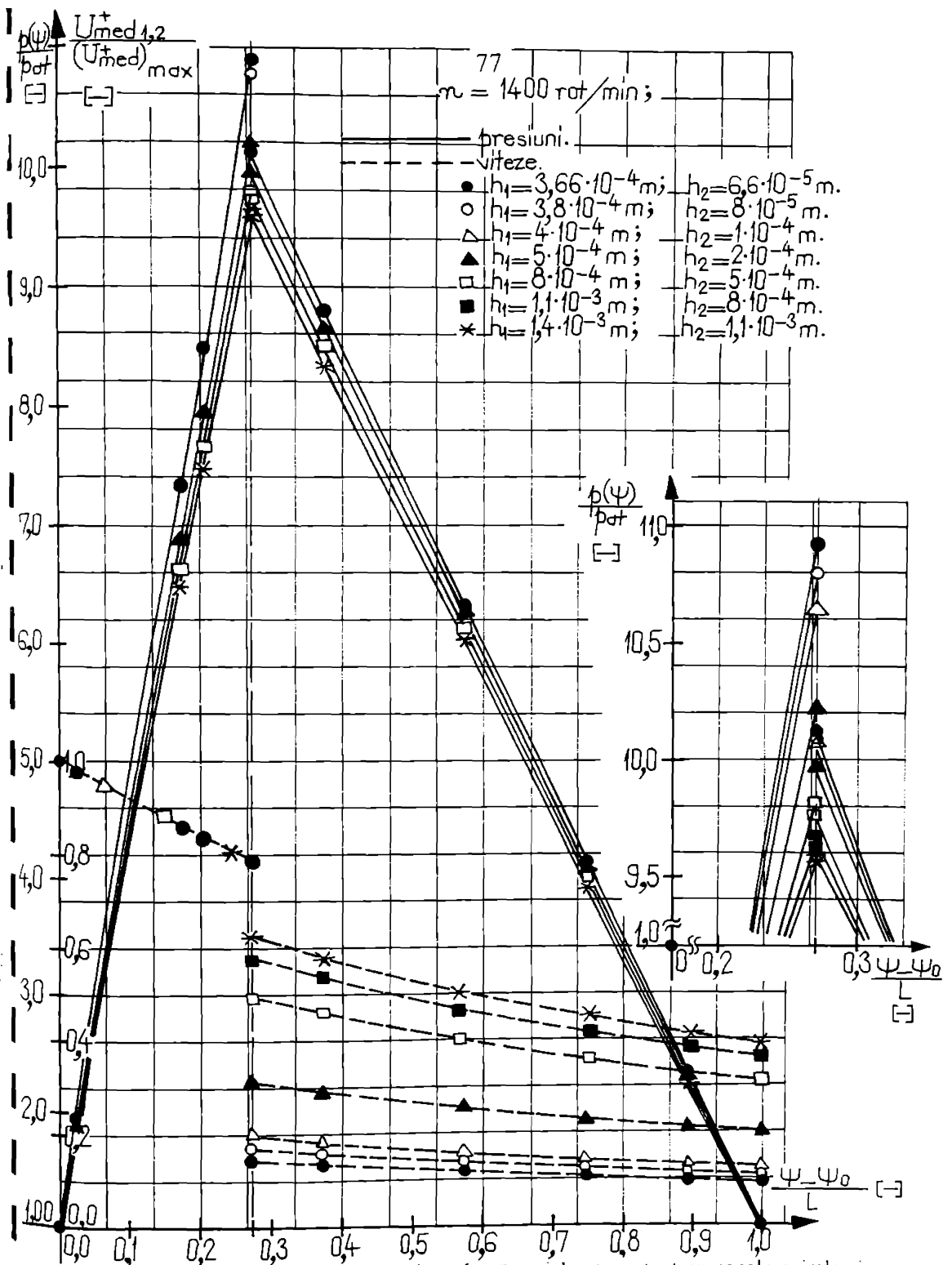


Figura nr. G.6. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

3.7.2. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a

Conform referinței bibliografice [157], parametrii geometrice și funcționali principali ai lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta a-II-a, care intervin în calculul numeric al distribuțiilor de presiuni și viteze, sunt:

$$\begin{aligned}\alpha &\cong 0,615; \beta_0 = 17^\circ; h_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}; \text{ș.a.}; h_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m}; \text{ș.a.}; \\ r_1 &\cong 0,063 \text{ m}; r_c = 0,090 \text{ m}; r_c \cong 0,07029 \text{ m}; \rho \cong 905 \text{ kg / m}^3; \\ \eta &\cong 1 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}.\end{aligned}$$

Alți parametri geometrice ai lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta a-II-a pot fi determinați din desenul de execuție al lagărului, [157], și aceștia sunt: ψ ; ψ_0 ; L_2 ; L_1 ; L ; a ; a_2 ; $\Delta\theta$; ș.a.

Înainte de efectuarea calculului numeric propriu-zis, facem mențiunea că, pentru calculul segmentelor de spirală logaritmică, L_1 , L_2 , L , ψ , se folosesc aceleași relații stabilite în subcap. 3.7.1, fiind diferite doar unele elemente geometrice care intervin în relații și care sunt diferite la lagărul Varianta a-II-a față de lagărul Varianta I. Astfel, vom avea:

$$L_1 \cong \frac{a}{b} \sqrt{1+b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right] \cong 0,067417374 \text{ m};$$

unde: $a \cong r_c \cong 0,07029 \text{ m};$

$$b \cong \text{tg}\beta_0 = \text{tg}17^\circ = 0,30573068;$$

$$e = 2,7182818;$$

$$\theta_1 = 0,0^\circ; (\theta_1 = 0,0 \text{ radiani})$$

$$\theta_2 \cong 46,3250^\circ; (\theta_2 \cong 0,80852377 \text{ radiani});$$

În mod analog, se obține lungimea segmentului de spirală logaritmică L_2 , adică:

$$L_2 \cong \frac{a}{b} \sqrt{1+b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right] \cong 0,024930573 \text{ m};$$

unde: $\theta_1 \cong -20,517^\circ; (\theta_1 \cong -0,35808921 \text{ radiani}).$

$$\theta_2 = 0,0^\circ; (\theta_2 = 0,0 \text{ radiani});$$

Atunci, lungimea totală L este, conform fig. nr.3.3.a, de forma următoare:

$$L \cong L_1 + L_2 \cong 0,092347947 \text{ m};$$

Lungimea curentă a segmentului de spirală logaritmică ψ este:

$$\psi \cong \psi_0 + L_2 + \frac{a}{b} \sqrt{1+b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right], \quad (3.101)$$

unde: $\theta_1 = 0,0^\circ; (\theta_1 = 0,0 \text{ radiani});$

$$\theta_2 \in [0,0^\circ, \dots, +46,3250^\circ]; (\theta_2 \in [0,0 \dots, -0,808523775 \text{ radiani}]).$$

Ca și în cazul precedent, -(v. subcap. 3.7.1)-, relația (3.101) este valabilă pentru regiunea canelată a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară Varianta a-II-a, cuprinsă între razele r_c și r_e , $r \in [r_c, \dots, r_e]$.

Pentru regiunea fără canale spirale, cuprinsă între razele r_i și r_e , $r \in [r_i, \dots, r_e]$, lungimea ψ este oferită de relația deja cunoscută, și anume:

$$\psi \equiv \psi_0 + L_2 - \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right], \quad (3.102)$$

unde: $\theta_1 \in [-20,517^\circ, \dots, 0,0^\circ]$; ($\theta_1 \in [-0,358089202, \dots, 0,0$ radiani]);

$$\theta_2 = 0,0^\circ; (\theta_2 = 0,0 \text{ radiani});$$

O parte din rezultatele numerice obținute cu ajutorul relațiilor stabilite în cap. 3, pentru lagărul "Varianta a-II-a", sunt prezentate în fig. nr. G.7, ..., G.12. Este de subliniat faptul că cele menționate, în observația formulată la sfârșitul subcap. 3.7.1, rămân valabile și pentru lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară Varianta a-II-a.

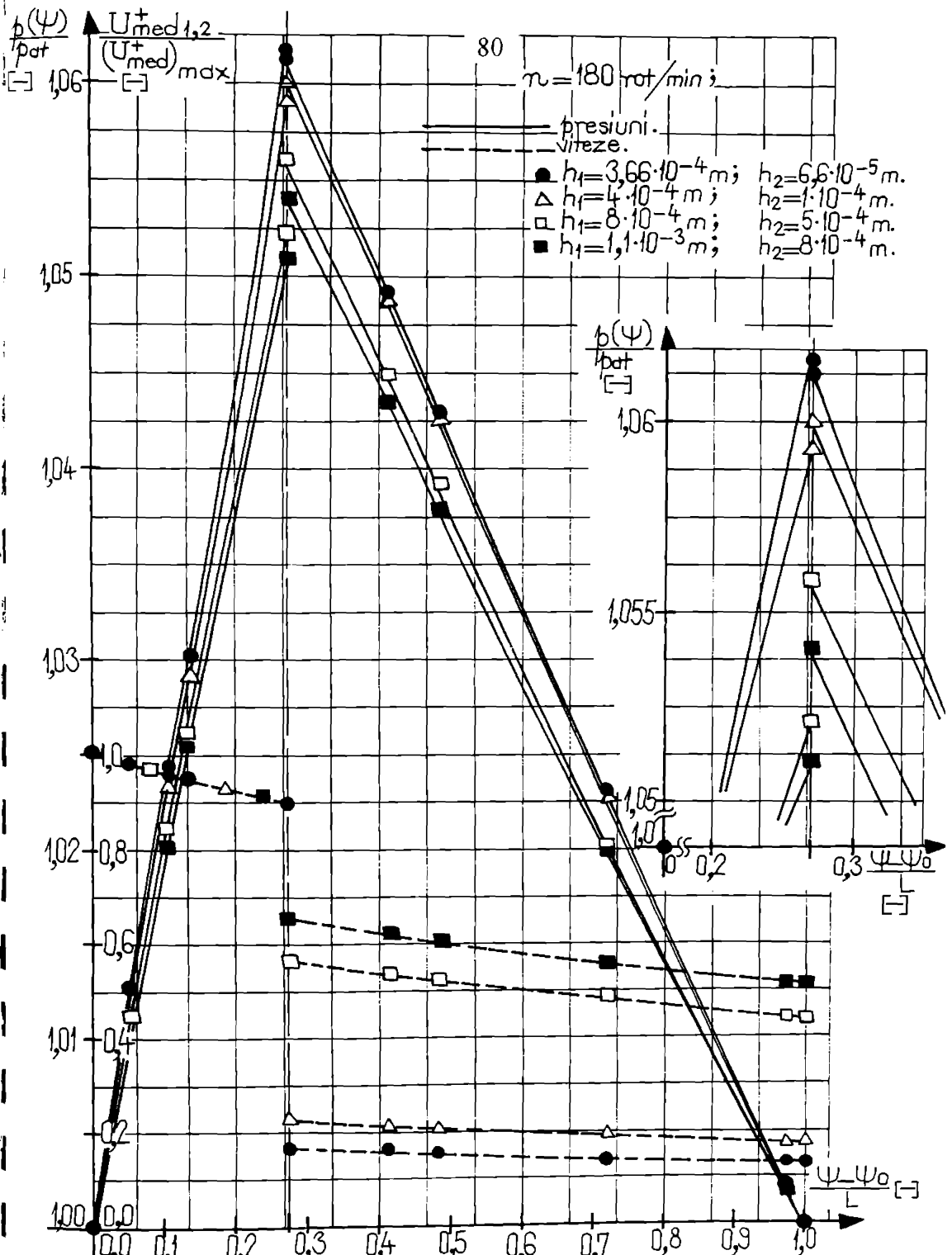
3.8. Concluzii privind mișcarea laminară și staționară a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară

În cap. 3, sunt abordate aspecte teoretice ce vizează mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile, -în mod special-, în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară, lagăre analizate în două variante constructiv-geometrice și funcționale -(Varianta I și Varianta a-II-a)-, având ca principali parametri geometrici de diferențiere raza de canelare r_c și raza interioară r_i .

Rezultatele teoretice, obținute și prezentate sub forma unor ecuații diferențiale cu derivate parțiale dimensionale sau adimensionale, în regim laminar și permanent de funcționare, permit formularea unor concluzii, -privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară-, care pot fi sintetizate astfel:

a). Ecuațiile diferențiale și cu derivate parțiale, stabilite sub formă dimensională sau / și adimensională, permit analiza distribuțiilor de presiuni și viteze în lungul direcției ψ din lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară în regim laminar și în condițiile unei mișcări permanente, respectiv nepermanente.

b). Prin integrarea ecuațiilor diferențiale, sunt determinate distribuțiile de presiuni și de viteze în lungul unui canal spiral al unui lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară în regim laminar și permanent de lubrificație și ținând seamă de influența forțelor de inerție convective. Astfel, a fost posibil calculul numeric al distribuțiilor de presiuni și viteze în lungul unui canal spiral al lagărului cu pompă



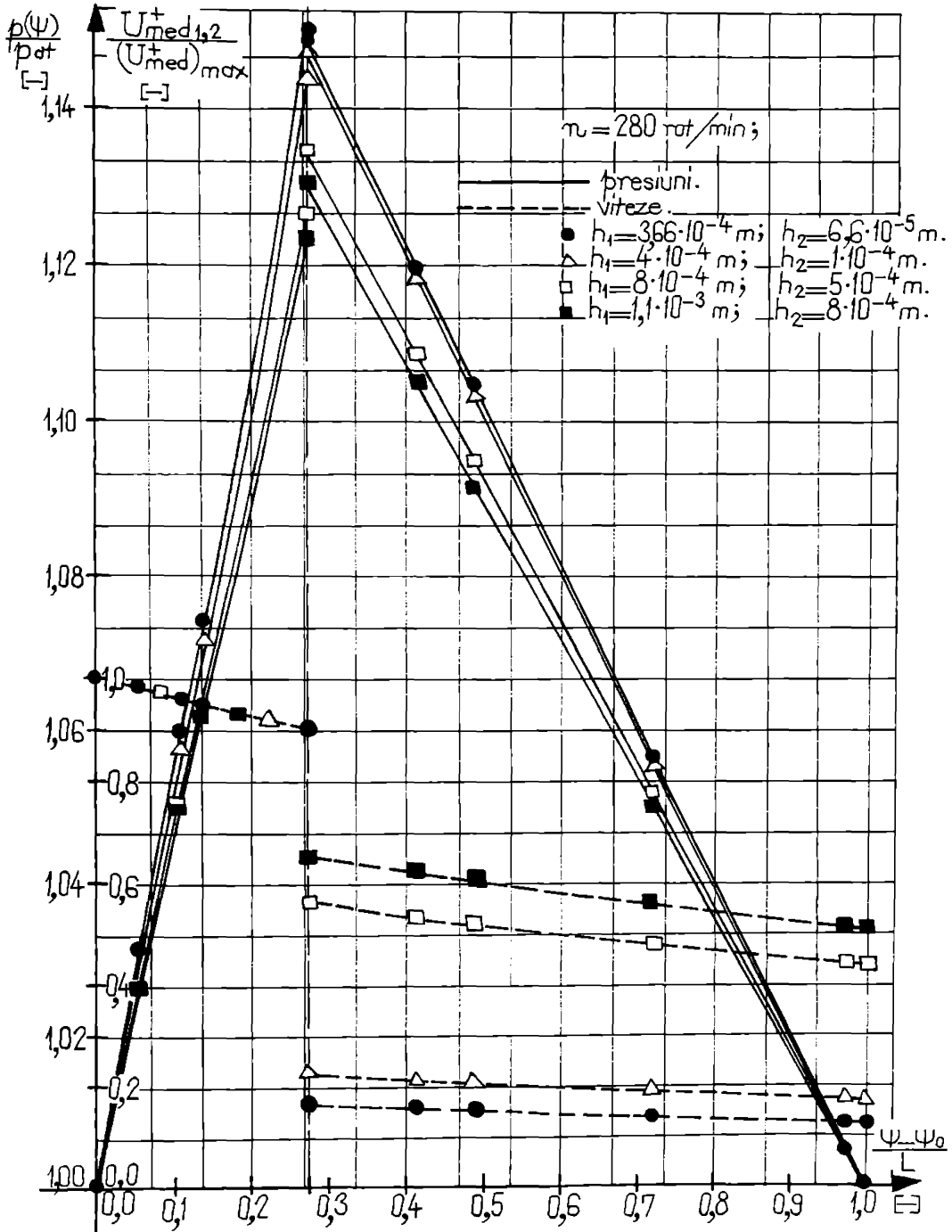


Figura nr. G.8. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară. Varianta a-II-a.

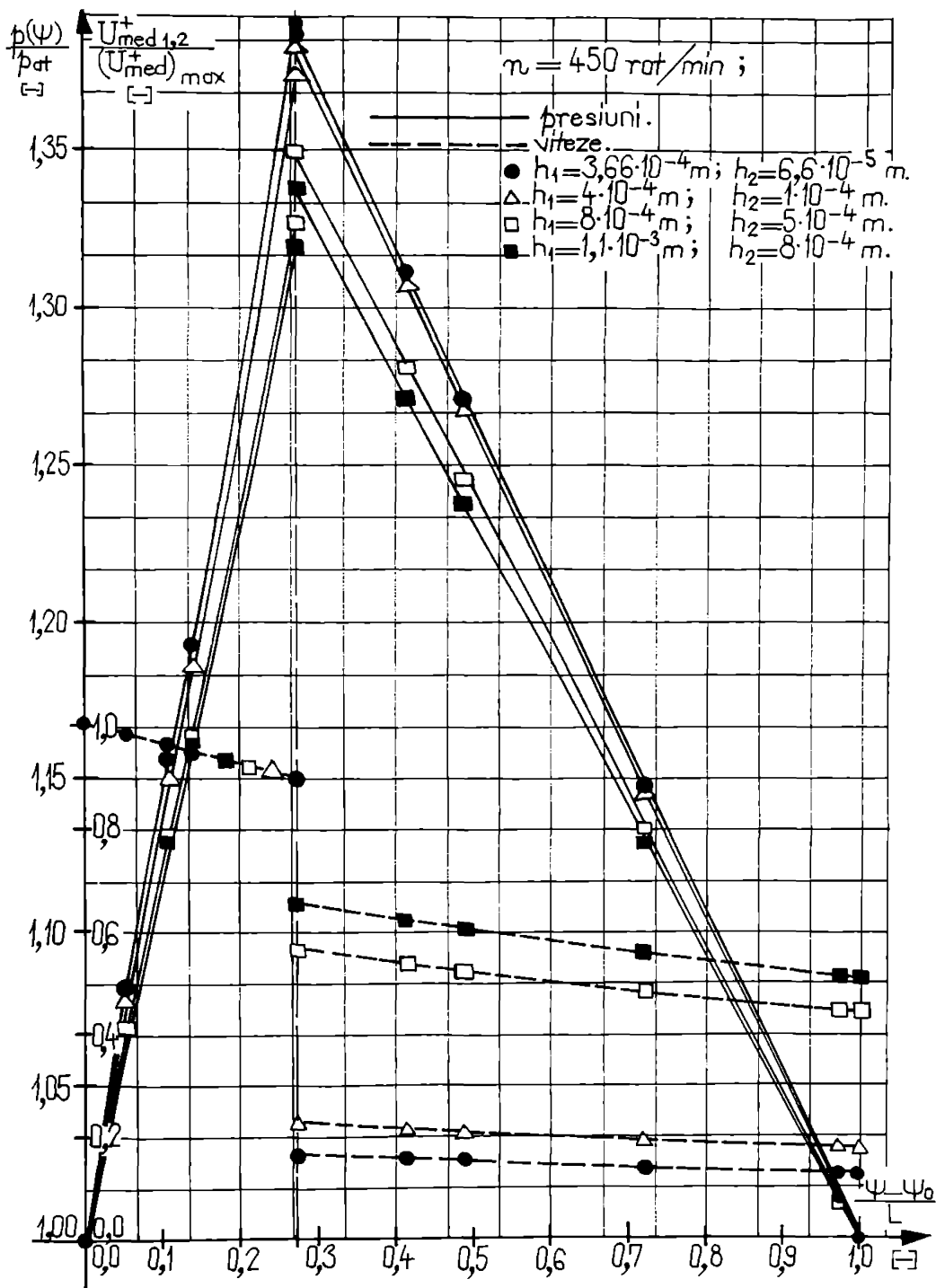


Figura nr. G.9. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta a-II-a.

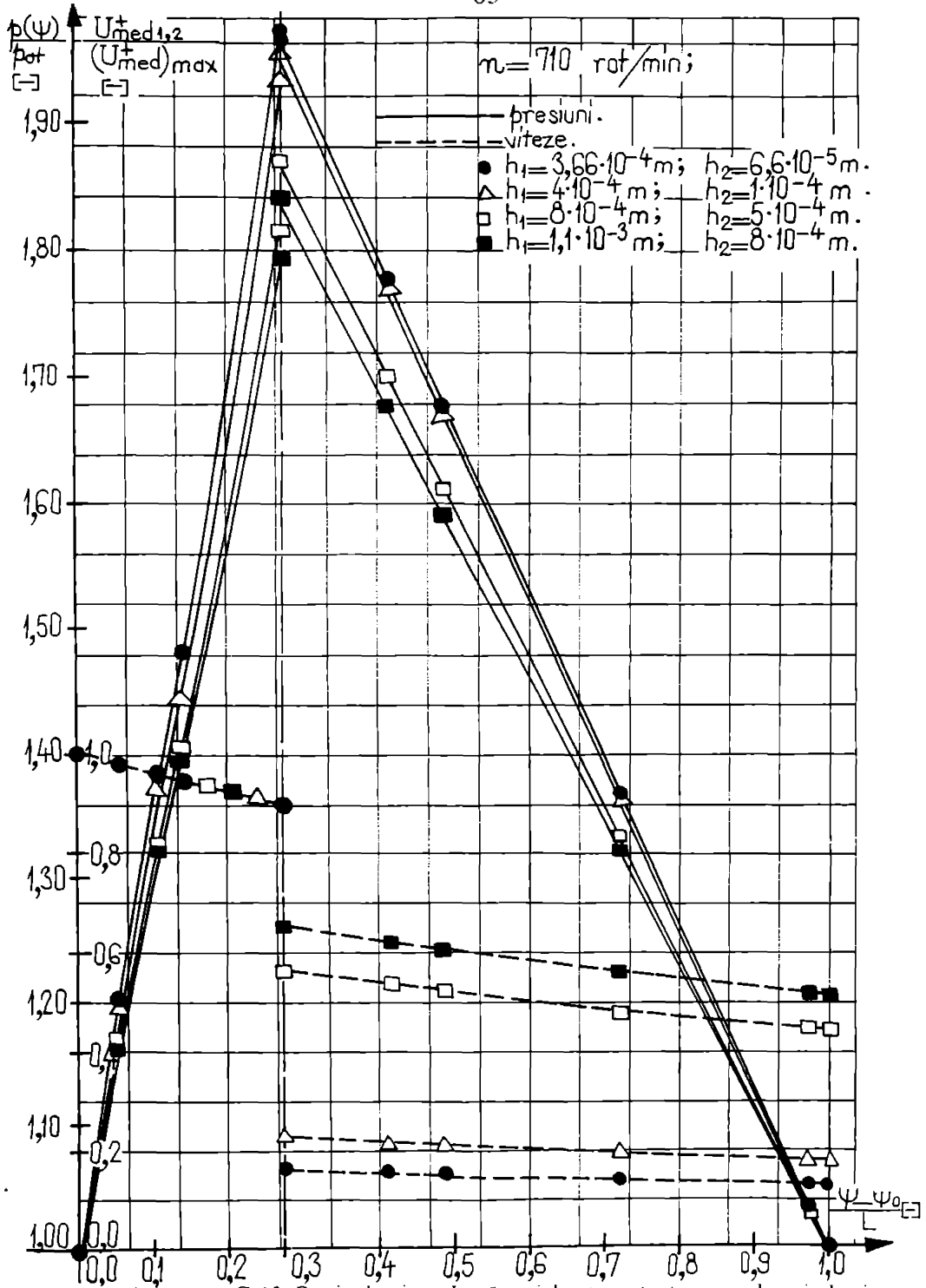


Figura nr. G.10. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

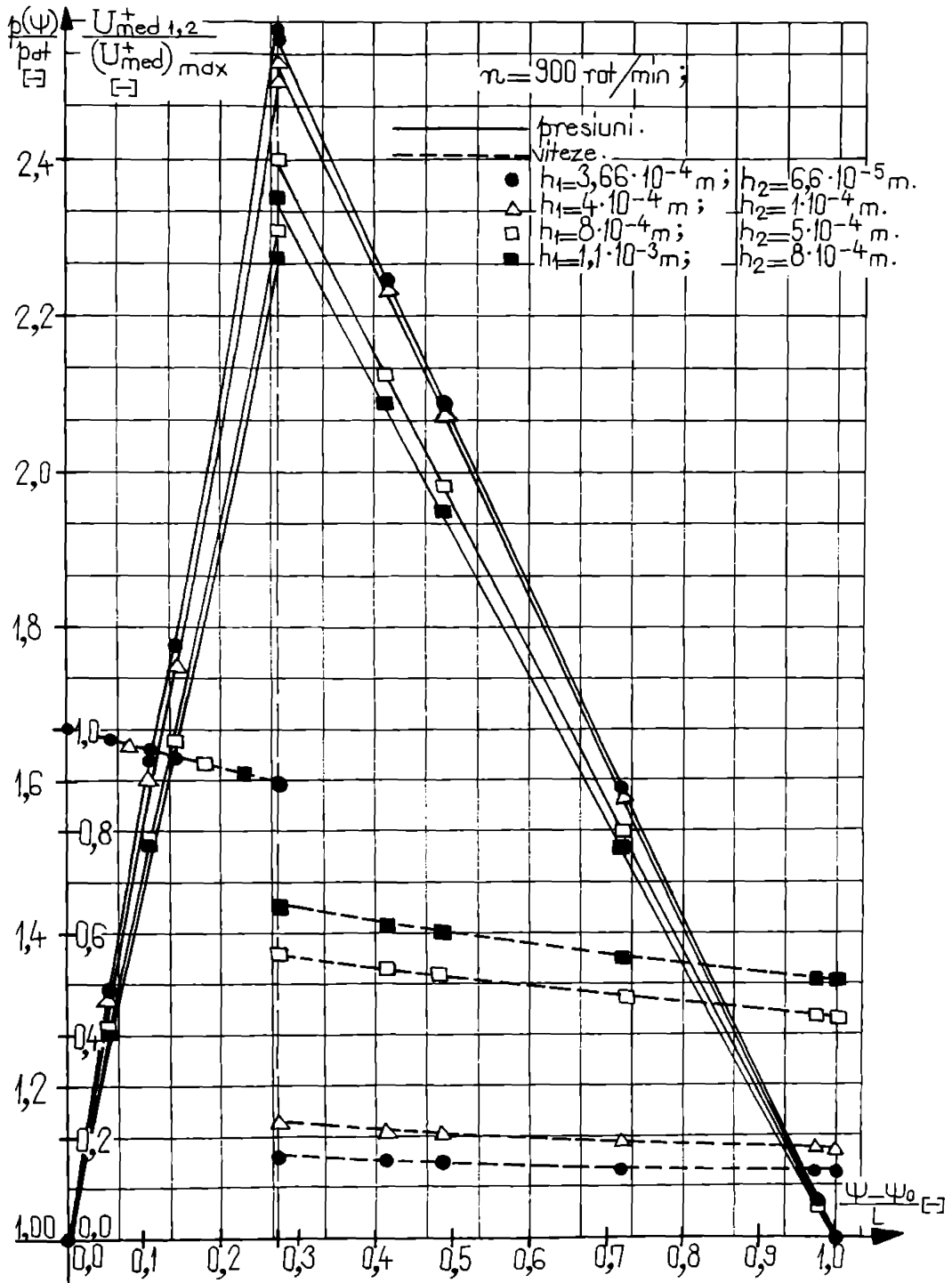


Figura nr. G.11. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

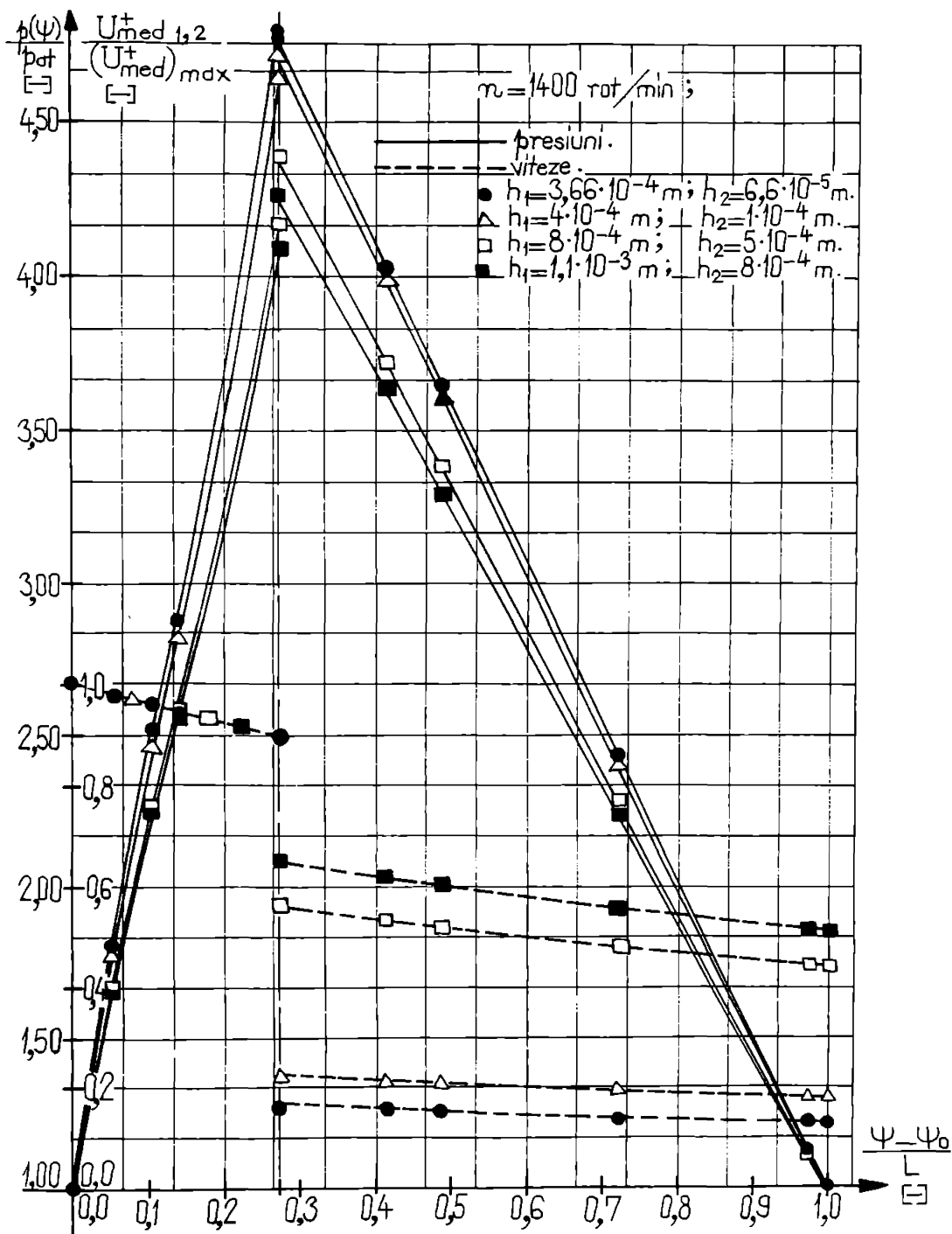


Figura nr. G.12. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

interioară, lagăr studiat în două variante constructiv-geometrice, -Varianta I și Varianta a-II-a;

c). Dependențele grafice construite și prezentate în fig. nr. G.1, ..., G.12 evidențiază o serie de aspecte importante legate de mișcarea în lagărul cu pompare interioară, cum sunt:

c.1). Lagărul cu pompare interioară Varianta I realizează performanțe hidrodinamice mult superioare celor ale lagărului cu pompare interioară Varianta a-II-a, pentru toată gama de turații, n și rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ investigate. De aici, rezultă că

esențială, în realizarea unor presiuni mari în lagăr, este mărirea suprafeței lagărului, în special a regiunii canelate a suprafeței lagărului cu pompare interioară, respectiv, razele r_1 , r_c , r_2 și alte elemente dimensionale definite cu ajutorul razelor r_1 , r_c și r_2 , și alte elemente dimensionale definite cu ajutorul razelor r_1 , r_c și r_2 , [155], [156], [157], ș.a.

c.2). În general, creșterea performanțelor hidrodinamice ale lagărului cu pompare interioară, pentru aceleași dimensiuni ale suprafeței lagărului, $\{r_1; r_c; r_2\}$, se realizează, în special, prin mărirea turației, n și mai puțin prin modificarea (mărirea sau micșorarea) raportului $\frac{h_1}{h_2}$, (prin modificarea, de exemplu, a adâncimii canalului spiral

δ , $\delta = h_1 - h_2$, conform fig. nr.2.1, 2.4 a, 3.2, 3.3).

c.3). Din graficele prezentate în fig. nr.G 1, ..., G.12, se vede că vitezele adimensionale cresc de la intrare în lagăr până la ieșire din lagăr, înregistrând, evident, un salt în dreptul treptei radiale dispusă la raza $r \equiv r_c$, în timp ce presiunile adimensionale variază neliniar, conform relațiilor (3.58) și (3.59), -după cum s-a menționat și în subcapitolele precedente-, de la intrare, unde $p_{intrare} \equiv p_{alim}$. Și până la presiunea "extremă" p_s și, apoi, de la presiunea "extremă" p_s până la ieșire, unde $p_{ieșire} \equiv p_{alim}$.

c.4). Se constată, de asemenea, faptul că "diferența" de presiune sau mai corect "saltul" de presiune $\Delta p = p_s - p_s$ tinde către zero, atunci când, teoretic, raportul $\frac{h_1}{h_2} \rightarrow 1$, deci, când dispare treapta radială sau când $p_s \equiv p_s$, -(acest ultim caz, $p_s \equiv p_s$, se "înregistrează" numai când nu se ține seamă de efectele inerțiale), -ș.a.

Analiza mai detaliată a curbilor prezentate în fig. nr. G.1, ..., G.12 scoate în evidență faptul că, saltul de presiune Δp este influențat nu numai de valoarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, [19], [20], [23], ș.a., ci și de valoarea turației n și de geometria lagărului cu canale spirale și cu pompare interioară, $\{r_1; r_c; r_2\}$, [156], [157.1], [157.2], [157.5], [157.6],

ș.a. Astfel, dacă raportul $\frac{h_1}{h_2} > 1$ are valori relativ mici, apropiate de unitate, atunci

diferența de presiune $\Delta p = p_s - p_s > 0$, pentru toată gama de turații investigate. Valorile limită ale perechii $\{h_1; h_2\}$ până la care s-a "înregistrat" un asemenea salt de presiune pozitiv ar putea fi $h_1 > 8 \cdot 10^{-4}$ m, $h_2 > 5 \cdot 10^{-4}$ m, -pentru lagărul cu pompare interioară Varianta I-, și $h_1 \geq 4 \cdot 10^{-4}$ m, $h_2 \geq 1 \cdot 10^{-4}$ m, -pentru lagărul cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta a-II-a. Dacă, însă, raportul $\frac{h_1}{h_2}$ are valori mai mari, atunci diferența

de presiune Δp scade, se anulează și chiar ia valori negative, $\Delta p = p_s - p_s < 0$, pentru toată gama de turații investigate.

În acest ultim caz, $\Delta p < 0$, valorile limită ale perechii $\{h_1; h_2\}$ ar putea fi $h_1 \leq 8 \cdot 10^{-4} \text{m}$, $h_2 \leq 5 \cdot 10^{-4} \text{m}$, -pentru lagărul cu pompă interioară Varianta I-, și $h_1 < 4 \cdot 10^{-4} \text{m}$, $h_2 < 1 \cdot 10^{-4} \text{m}$, -pentru lagărul cu pompă interioară Varianta a-II-a.

c.5). Faptul că, raportul $\frac{h_1}{h_2}$ are valori limită diferite, atunci, când $\Delta p = p_s - p_s \leq 0$, pentru cele două variante de lagăre cu pompă interioară, scoate în evidență influența turației n , dar, în special, a geometriei lagărului, $\{r_i; r_e; r_c\}$.

c.6). Valorile pozitive și negative ale saltului de presiune Δp sunt o consecință fizică directă a mișcării fluidului vâcos în lagăr, mișcare caracterizată în special de alura profilului de viteze în zona $h = h_1$, [19], [23], ș.a. Astfel, dacă raportul $\frac{h_1}{h_2}$ are valori relativ reduse, atunci fluidul este accelerat în dreptul treptei radiale și, ca urmare, $p_s > p_s$. Dacă, însă, raportul $\frac{h_1}{h_2}$ are valori mai mari, atunci profilul de viteze în zona $h = h_1$ prezintă un contra-curent, cu o zonă de viteze negative în regiunea superioară a filmului de grosime $h = h_1$, deci, are loc o curgere în sens invers și, drept consecință, $p_s < p_s$.

Cele specificate mai sus sunt în deplină concordanță cu rezultatele prezentate în literatură pentru cazul mult mai simplu al lagărelor treaptă de translație, [19], [23], [24], [31], ș.a.

c.7). Influența raportului $\frac{h_1}{h_2}$ asupra distribuțiilor de presiuni adimensionale este aceeași pe cele două regiuni ale suprafeței lagărului axial cu pompă interioară, și anume, presiunile adimensionale $\frac{p(\psi)}{p_{at}}$ cresc odată cu creșterea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, la aceeași turație n , pentru ambele variante de lagăre cu pompă interioară și pentru toată gama de turații studiate.

CAPITOLUL 4

STUDIUL TEORETIC AL MIȘCĂRII TURBULENTE ȘI PERMANENTE A FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE ȘI CU POMPARE INTERIOARĂ

În continuare, ne interesează mișcarea turbulentă și permanentă a fluidelor vâscoase incompresibile (și compresibile) în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară, respectiv determinarea, în final, a distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției curbilini ψ , deci, în lungul unui canal spiral.

Astfel, plecând de la ecuațiile generale stabilite în [142], [148], [149], [155], [156], -ecuații "adaptate" regimului de mișcare turbulent și permanent- și de la elementele geometrice și funcționale ale unui lagăr axial cu pompare interioară prezentat în fig. nr.2.1 și 2.4.a, se stabilesc ecuațiile diferențiale pentru distribuțiile de presiuni și de viteze, care, după integrare, oferă distribuțiile de presiuni și de viteze din lagăr, respectiv permit determinarea caracteristicilor funcționale ale acestuia.

4.1. Parametrii locali și globali de curgere turbulentă. Distribuții de viteze în regim turbulent. Debitul masic în regim turbulent

Sistemele de coordonate și volumul de control, folosite pentru studiul mișcării turbulente și permanente din lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, sunt aceleași cu cele descrise în subcap. 3.1.

În continuare, vom admite, pentru început, că mișcarea turbulentă și permanentă a fluidului vâcos, între cele două suprafețe ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, este descrisă de profilele de viteze parabolice $u(y)$, $v_n(y)$, $w(y)$, $v_z(y)$ și $v_\psi(y)$, specifice cazului de mișcare simplificat când sunt neglijate complet efectele inerțiale, [142], [149], [155], ș.a. Altfel spus, vom admite ipoteza că, forma profilului de viteze parabolic, nu este modificată semnificativ de forțele de inerție, nici în condițiile unui regim de lubrificație turbulent.

Prin urmare, observând, mai întâi, relațiile (3.34 a), (3.34 b) și (3.34.c), -propriei regimului de mișcare laminar și permanent-, aceste profile de viteze parabolice sunt:

$$u(y) \equiv -\frac{1}{\eta} \frac{1}{k_s^0} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} y(h-y) + \frac{y}{h} \omega_1 r; \quad x = r\theta; \quad (4.1)$$

$$v_n(y) \equiv 0; \quad (4.2)$$

$$w(y) \cong -\frac{1}{\eta} \frac{1}{k_r^0} \frac{\partial p}{\partial r} y(h-y), \quad (4.3)$$

unde, h este grosimea punctuală a filmului fluid, iar y este semiaxa coordonată normală la suprafața fixă a lagărului axial autoportant cu canale spirale. De asemenea, în ecuațiile (4.1) și (4.3), s-au notat cu k_x^0 și k_r^0 parametrii "locali" de curgere turbulentă, care sunt funcție de numărul Reynolds Couette "local", R_{ec}^0 ,

$R_{ec}^0 = \frac{\omega_1 r y}{\nu} = \frac{\omega_1 r y \rho}{\eta}$, ($\nu = \frac{\eta}{\rho}$), de gradientul de presiune adimensional $\frac{y^3 \nabla p}{\eta \nu}$, de unghiul cuprins între direcția gradientului de presiune și direcția vitezei tangențiale $\bar{\omega}_1 r = \bar{V}$, a suprafeței mobile a lagărului și de variabila normală la direcția de mișcare, (normală la filmul fluid), y , [25], [29], [85], ș.a.

Acești parametrii locali de curgere turbulentă pot fi definiți, formal, prin relațiile următoare, [155], [156]:

$$k_x^0 \cong \frac{-\frac{1}{\eta} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} y(h-y) dy}{d\left(-\frac{y^3}{\eta k_x} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\omega_1 r y}{2}\right) - \frac{y}{h} \omega_1 r dy}; \quad (4.4)$$

În mod similar, se definește parametrul local k_r^0 , adică;

$$k_r^0 \cong \frac{-\frac{1}{\eta} \frac{\partial p}{\partial r} y(h-y) dy}{d\left(-\frac{y^3}{\eta k_r} \frac{\partial p}{\partial r}\right)}; \quad (4.5)$$

În cazul lubrificației în regim laminar, parametrii locali de curgere turbulentă k_x^0 și k_r^0 , respectiv, G_x^0 și G_r^0 sunt egali cu $k_x^0 = k_r^0 = 2$, $G_x^0 = \frac{1}{k_x^0} = \frac{1}{2}$, $G_r^0 = \frac{1}{k_r^0} = \frac{1}{2}$, respectiv, numărul Reynolds Couette local este $R_{ec}^0 = \frac{\omega_1 r y}{\nu} \rightarrow 0$. În lipsa altor recomandări bibliografice, se pot admite aceleași valori pentru parametrii k_x^0 , k_r^0 , G_x^0 , G_r^0 și în cazul lubrificației în regim turbulent.

În relația (4.4) și (4.5), s-a făcut apel la relațiile de definiție a vitezelor medii, [142], [148], [149], [155], [156], pentru lubrifianț, U_{med} , V_{med} , W_{med} , și respectiv, pentru debitele de fluid pentru lățime unitară, care traversează filmul de grosime h în direcția θ , q_θ , în direcția r , q_r , și în direcția y , q_y , ($q_y \cong 0$), astfel:

$$U_{med} \cong \frac{1}{h} \int_0^h u(y) dy; \quad W_{med} \cong \frac{1}{h} \int_0^h w(y) dy; \quad V_{med} \cong \frac{1}{h} \int_0^h v(y) dy; \quad (4.6)$$

respectiv;

$$q_\theta = U_{\text{med}} h \cong -\frac{h^3}{\eta} \frac{1}{k_x} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{\omega_1 r h}{2},$$

$$q_r = W_{\text{med}} h \cong -\frac{h^3}{\eta} \frac{1}{k_r} \frac{\partial p}{\partial r}; \quad q_y \cong 0;$$
(4.7)

În relațiile (4.4), (4.5), (4.6) și (4.7), s-au notat prin k_x și k_r sau echivalent, G_x , G_r , ($G_x = \frac{1}{k_x}$; $G_r = \frac{1}{k_r}$), parametrii “globali” de curgere turbulentă sau, simplu, parametrii de curgere turbulentă, [19], [21], [24], [25], [85], [159], [161], ș.a., parametri care sunt funcție de numărul Reynolds Couette “global”, R_{c_c} ,

$R_{c_c} = \frac{\omega_1 r h}{v} = \frac{\omega_1 r h \rho}{\eta}$, de gradientul de presiune adimensional $\frac{h^3 \nabla p}{\eta v}$ și de unghiul cuprins între direcția gradientului de presiune și direcția vitezei $\vec{V} = \vec{\omega}_1 r$ a suprafeței mobile a lagărului axial autoportant cu canale spirale, [159].

Pentru multe cazuri practice de lagăre axiale autoportante, -atunci, când, gradientii de presiune sunt mai mici-, se poate admite că parametrii de curgere turbulentă k_x , k_r , G_x , G_r sunt funcții numai de numărul Reynolds Couette, R_{c_c} , [19], [21], [24], [25], [159], [161], ș.a.

În cazul lubrificației în regim laminar, parametrii globali de curgere turbulentă k_x , k_r respectiv G_x , G_r sunt egali cu $k_x = k_r \cong 12$, $G_x = \frac{1}{k_x} \cong \frac{1}{12}$, $G_r = \frac{1}{k_r} \cong \frac{1}{12}$, respectiv, numărul Reynolds Couette global este $R_{c_c} = \frac{\omega_1 r h}{v} \rightarrow 0$.

Pentru determinarea parametrilor de curgere turbulentă k_x , k_r sau G_x , G_r , când gradientii de presiune sunt mici, în literatură, sunt prezentate o serie de rezultate obținute pe cale teoretică, analitică sau numerică, dar și experimentală și oferite sub forma unor relații matematice sau diagrame, [25], [29], [49], [58], [85], [159], [160], [161], ș.a.

Astfel, în domeniul de valori ale numărului Reynolds Couette, R_{c_c} , $1000 \leq R_{c_c} \leq 50000$, se pot folosi următoarele relații, [24], [25], [29], ș.a.:

$$k_x = \frac{1}{G_x} \cong 12 + 0,0136 R_{c_c}^{0,90}; \quad k_r = \frac{1}{G_r} \cong 12 + 0,0043 R_{c_c}^{0,96};$$
(4.8)

Dacă există gradienti de presiune puternici, relațiile (4.8) nu mai sunt valabile pentru un domeniu extins de curgere prin lagăr (de numere R_{c_c}) deoarece, parametrii de curgere turbulentă k_x , k_r respectiv G_x , G_r devin, -după cum s-a precizat anterior-, funcții și de gradientul de presiune adimensional $\frac{h^3 \nabla p}{\eta v}$, [25], [29], [58], [85], ș.a.

Pe baza distribuțiilor de viteze parabolice admise, (4.1), (4.3), rezultă că viteza radială, v_r și viteza tangențială, v_t , -(v. fig. nr. 3.2.), sunt:

$$v_r(y) \equiv \frac{1}{\eta} \frac{1}{k_r^0} \frac{\partial p}{\partial r} y(y-h); \quad (4.9.a)$$

$$v_t(y) \equiv \frac{1}{\eta} \frac{1}{k_x^0} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} y(y-h) + \frac{y}{h} \omega_1 r; \quad (4.9.b)$$

Prin analogie cu relațiile (4.9) și observând distribuțiile de viteze (3.34.d), (3.34.e), admise pentru regimul laminar, -(v. subcap. 3.1)-, se pot scrie distribuțiile de viteze în regim turbulent de lubrificație corespunzătoare direcțiilor ψ și ξ , astfel:

$$v_{\psi}(y) \equiv \frac{1}{\eta} \frac{1}{k_{\psi}^0} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} y(y-h) + \frac{y}{h} \omega_1 r \cos \beta_0; \quad (4.10.a)$$

$$v_{\xi}(y) \equiv \frac{1}{\eta} \frac{1}{k_{\xi}^0} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} y(y-h) - \frac{y}{h} \omega_1 r \sin \beta_0; \quad (4.10.b)$$

În distribuțiile de viteze (4.10), s-au notat prin k_{ξ}^0 și k_{ψ}^0 , prin analogie cu relațiile (4.4) și (4.5), [51.1], parametrii locali de curgere turbulentă corespunzători direcțiilor ψ și ξ , care au aceleași particularități ca și parametrii locali de curgere turbulentă k_r^0 , k_x^0 și sunt definiți de relațiile:

$$k_{\psi}^0 \equiv \frac{\frac{1}{\eta} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} y(y-h) dy}{d \left(-\frac{1}{\eta} \frac{y^3}{k_{\psi}^0} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{y}{2} \omega_1 r \cos \beta_0 \right) - \frac{y}{h} \omega_1 r \cos \beta_0 dy}; \quad (4.11.a)$$

$$k_{\xi}^0 \equiv \frac{\frac{1}{\eta} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} y(y-h) dy}{d \left(-\frac{1}{\eta} \frac{y^3}{k_{\xi}^0} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{y}{2} \omega_1 r \sin \beta_0 \right) + \frac{y}{h} \omega_1 r \sin \beta_0 dy}; \quad (4.11.b)$$

În cazul lubrificației în regim laminar, parametrii k_{ξ}^0 și k_{ψ}^0 , respectiv G_{ξ}^0 și G_{ψ}^0 sunt egali cu $k_{\xi}^0 = k_{\psi}^0 \equiv 2$, $G_{\xi}^0 = \frac{1}{k_{\xi}^0} \equiv \frac{1}{2}$, $G_{\psi}^0 = \frac{1}{k_{\psi}^0} \equiv \frac{1}{2}$, respectiv, numărul Reynolds

Couette "local", $R_{c_{\xi}}^0 \equiv \frac{\omega_1 r y (\sin \beta_0 \cos \beta_0)}{\nu} \rightarrow 0$.

În lipsa altor recomandări bibliografice, pot fi admise aceleași valori pentru parametrii k_{ξ}^0 , k_{ψ}^0 , G_{ξ}^0 , G_{ψ}^0 și în cazul lubrificației în regim turbulent.

Ca și în analiza precedentă, în relațiile (4.11.a) și (4.11.b), s-a făcut apel la relațiile de definiție a vitezelor medii, [142], [148], [149], [155], [156], ș.a., pentru lubrifianț, $V_{\xi med}$ și $V_{\psi med}$, și respectiv, pentru debitele de fluid care traversează filmul de grosime h în direcția ξ , q_{ξ} și în direcția ψ , q_{ψ} , astfel:

$$V_{\xi med} \equiv \frac{1}{h} \int_0^h v_{\xi}(y) dy; \quad V_{\psi med} \equiv \frac{1}{h} \int_0^h v_{\psi}(y) dy; \quad (4.12.a)$$

respectiv;

$$q_{\xi} \equiv V_{\xi med} h \equiv -\frac{1}{\eta} \frac{h^3}{k_{\xi}} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{h}{2} \omega_1 r \sin \beta_0; \quad (4.12.b)$$

$$q_{\psi} \equiv V_{\psi med} h \equiv -\frac{1}{\eta} \frac{h^3}{k_{\psi}} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{h}{2} \omega_1 r \cos \beta_0;$$

În relațiile (4.11) și (4.12), s-au notat prin k_{ξ} și k_{ψ} sau echivalent, G_{ξ} și G_{ψ} , $\left(G_{\xi} = \frac{1}{k_{\xi}}; G_{\psi} = \frac{1}{k_{\psi}} \right)$, parametrii globali de curgere turbulentă, sau simplu, parametri de curgere turbulentă corespunzători direcțiilor ψ și ξ , [19], [21], [24], [25], [85], [156], [159], [161], ș.a., parametri care sunt funcție de numărul Reynolds Couette, R_{c_c} , $\left(R_{c_c} \equiv \frac{\omega_1 r h (\sin \beta_0 \cos \beta_0) \rho}{\eta} \right)$, de gradientul de presiune adimensional $\frac{h^3 \nabla p}{\eta v}$ și de unghiul format între direcția gradientului de presiune și direcția vitezei $\vec{V} = \vec{\omega}_1 r$ a suprafeței mobile a lagărului, [159]. Pentru multe cazuri practice de lagăre axiale autoportante cu canale spirale, -(când gradientii de presiune sunt mai mici)-, se poate admite că, parametri k_{ξ} , k_{ψ} sau G_{ξ} , G_{ψ} sunt funcții numai de numărul Reynolds Couette, R_{c_c} , [19], [21], [24], [25], [85], ș.a.

În cazul lubrificației în regim laminar, parametri de curgere turbulentă k_{ξ} , k_{ψ} , respectiv G_{ξ} , G_{ψ} sunt egali cu $k_{\xi} = k_{\psi} \cong 12$, $G_{\xi} = \frac{1}{k_{\xi}} \cong \frac{1}{12}$, $G_{\psi} = \frac{1}{k_{\psi}} \cong \frac{1}{12}$, iar numărul Reynolds Couette "global" $R_{c_c} = \frac{\omega_1 r h \rho (\sin \beta_0 \cos \beta_0)}{\eta} \rightarrow 0$.

Pentru determinarea parametrilor k_{ξ} , k_{ψ} , G_{ξ} , G_{ψ} , când gradientii de presiune sunt mici, se pot folosi aceleași rezultate anterior citate și prezentate în literatură sub forma unor relații sau diagrame, [25], [29], [49], [58], [85], [159], [160], [161], ș.a. Astfel, în domeniul de valori $1000 \leq R_{c_c} \leq 50000$, se pot folosi, ca o ușoară extrapolare, aceleași relații (4.8), dar, în care, numărul Reynolds Couette este de forma definită mai sus, - $\left(R_{c_c} \equiv \frac{\omega_1 r h (\sin \beta_0 \cos \beta_0)}{v} \right)$ -, adică:

$$k_{\xi} = \frac{1}{G_{\xi}} \cong 12 + 0,0136R_{e_c}^{0,90}; \quad k_{\psi} = \frac{1}{G_{\psi}} \cong 12 + 0,0043R_{e_c}^{0,96}; \quad (4.13)$$

Dacă gradientii de presiune din lagăr sunt puternici, atunci relațiile (4.13) nu mai sunt valabile pentru un domeniu extins de valori R_{e_c} , deoarece parametrii k_{ξ} , k_{ψ} , respectiv G_{ξ} , G_{ψ} devin funcții și de gradientul de presiune adimensional $\frac{h^3 \nabla p}{\eta v}$, [25], [29], [58], [85], ș.a.

Debitele masice parțiale la nivelul razei arbitrare $r_0 \equiv r$, în condițiile regimului turbulent de mișcare, pot fi exprimate, ținând seamă de distribuțiile parabolice de viteze (4.9) și (4.10), prin următoarele integrale:

$$\mathcal{M}_r \equiv \int_{\theta}^{\theta+\Delta\theta} \rho r_0 d\theta \int_0^h v_r(y) dy; \quad (4.14)$$

$$\mathcal{M}_t \equiv \int_{r_0}^{r_0+\Delta r} \rho dr \int_0^h v_t(y) dy \equiv \Delta r \int_0^h \rho v_t(y) dy; \quad (4.15)$$

$$\mathcal{M}_{\xi} \equiv \Delta \psi \int_0^h \rho v_{\xi}(y) dy; \quad (4.16)$$

$$\mathcal{M}_{\psi} \equiv \int_{\theta}^{\theta+\Delta\theta} \rho r_0 \sin \beta_0 d\theta \int_0^h v_{\psi}(y) dy; \quad (4.17)$$

Pentru analiza mișcării turbulente și permanente în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară, respectiv pentru determinarea distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției curbilinii ψ , vom face apel la expresia integrală (4.17), ca și în cazul regimului laminar, -(cap.3).

4.2. Determinarea distribuțiilor de presiuni în lungul coordonatei curbilinii ψ , în regim turbulent și permanent de mișcare

În continuare, efectuând raționamente similare cu cele prezentate în subcap. 3.2, se stabilește o metodă analitică de determinare a distribuțiilor de presiuni în lungul direcției ψ , deci în lungul canalului spiral al lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, în regim turbulent și permanent, ținând seamă de influența forțelor de inerție. Soluționarea acestei probleme presupune parcurgerea aceluiași etape prezentate în subcap. 3.2.

4.2.1. Ecuția diferențială a distribuției de presiuni în lungul direcției curbilinii ψ , în regim turbulent și permanent de mișcare

Cu ajutorul relațiilor (4.10.a) și (4.17), în continuare, va fi stabilită ecuația diferențială pentru distribuția de presiuni în lungul muchiei canalului spiral-creastă spirală, $p = p(\psi)$, în regim turbulent și permanent de mișcare, sub formă dimensională.

Observând, din nou, că, filmul fluid h se modifică brusc de la valoarea h_1 la valoarea h_2 în lungul coordonatei curbilinii ψ și admitând că gradientul de presiune $\frac{\partial p}{\partial \psi}$ este cvasicontinuu, (3.38), atunci, relațiile (4.10.a) și (4.17), -în care, pentru generalizare, se va nota $r_o \equiv r$ -, conduc la următoarea expresie:

$$\mathcal{M}_\psi \equiv -\frac{\rho \Delta \theta}{k_\psi \eta} \left\{ \frac{\partial p}{\partial \psi} [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3] - \frac{k_\psi \eta}{2} \omega_1 r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2] \right\}; \quad (4.18)$$

Introducând notațiile,

$$A = [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3];$$

$$B_1 = -\frac{k_\psi \eta}{2} \omega_1 \sin \beta_o \cos \beta_o [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2], \quad (4.19)$$

relația (4.18) devine:

$$\mathcal{M}_\psi \equiv -\frac{\rho \Delta \theta}{\eta k_\psi} \left[A \frac{\partial p}{\partial \psi} + B_1 r^2 \right]; \quad (4.20)$$

Notând, în continuare, prin,

$$C = -\frac{\rho}{\eta k_\psi} A; \quad D_1 = -\frac{\rho}{\eta k_\psi} B_1, \quad (4.21)$$

relația (4.20) devine:

$$\mathcal{M}_\psi \equiv \Delta \theta \left(C \frac{\partial p}{\partial \psi} + D_1 r^2 \right); \quad (4.22)$$

Admițând, în continuare, ipotezele formulate în subcap. 3.2.1 privind conservarea masei de fluid în direcția ψ , respectiv observând relațiile (3.47) și (4.22), atunci, relația (3.48) dobândește următoarea formă finală:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \{ [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2] p \} + \sin^2 \beta_o \frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ C \frac{\partial p}{\partial \psi} + D_1 \frac{1}{\sin^2 \beta_o} \psi^2 \right\} \equiv 0; \quad (4.23)$$

Ecuția (4.23) reprezintă ecuația diferențială pentru distribuția de presiuni în regim turbulent de lubrificație, în lungul muchiei canalului spiral-creastă a unui lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, $p = p(\psi)$, sub formă

dimensională.

Pentru regimul de mișcare permanent, ecuația (4.23) dobândește o formă mai simplă, astfel:

$$\frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(C \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{1}{\sin^2 \beta_0} D_1 \psi^2 \right) \equiv 0; \quad (4.24)$$

Ca și în regimului laminar de lubrificație, analizat în capitolul precedent, și în acest caz, pentru facilitarea soluționării numerice a ecuației (4.23) sau (4.24), sau a altor ecuații particulare deduse din ecuația fundamentală (4.23), este deosebit de utilă scrierea acestor ecuații sub formă adimensională, normalizată. Astfel, se introduc variabile adimensionale, definite, în general, într-o manieră similară cu cea consacrată în literatură, [60], [81], [84], ș.a., ca și cele folosite în cap. 3, -(v. fig. nr.2.1, 2.4.a)-, astfel:

$$P = \frac{p}{p_{at}}; \zeta = \frac{\psi}{\psi_0}; \Lambda_1 = \frac{k_\psi \eta \Omega_1 \psi_0^2}{k_\psi^0 p_{at} h^2}; \Omega = \frac{\omega_1}{\Omega_1}; (\Omega_1 \text{ este o viteză unghiulară caracteristică});$$

$$H = \frac{h_2}{h}; (h_2 \equiv h); \Gamma = \frac{h_1}{h_2} = \frac{h_2 + \delta}{h_2} = 1 + \frac{\delta}{h_2} = 1 + \frac{\delta}{Hh} = 1 + \frac{\Delta}{H}; (\Delta = \frac{\delta}{h});$$

$$t = \tau v; K_1 = [\alpha \Gamma^3 + (1 - \alpha)] \sin^2 \beta_0; \quad (4.25)$$

$$K_2 = [\alpha \Gamma + (1 - \alpha)] \sin \beta_0 \cos \beta_0; K_3 = \alpha \Gamma + (1 - \alpha); \sigma_1 = \frac{k_\psi \eta v \psi_0^2}{p_{at} h^2},$$

unde, variabilele nedefinite în relațiile (4.25) au semnificațiile cunoscute din analiza precedentă, -(v. subcap. 3.2)-.

Observând variabilele adimensionale (4.25), ecuația fundamentală dimensională (4.23) se scrie sub următoarea formă:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[PH^3 \left(K_1 \zeta \frac{\partial P}{\partial \zeta} + K_2 \Omega \Lambda_1 \zeta^2 H^{-2} \right) \right] - \sigma_1 \zeta \frac{\partial}{\partial t} (PHK_3) \equiv 0; \quad (4.26)$$

Ecuația (4.26) reprezintă ecuația fundamentală a distribuției de presiuni în regim turbulent de lubrificație, în lungul muchiei canalului spiral-creastă, a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară, $P = P(\zeta)$, sub formă adimensională.

Pentru regiunea fără canale spirale a suprafeței profilate a lagărului axial cu canale spirale și cu pompare interioară, -(fig. nr.2.1, 2.4.a)-, în ecuațiile stabilite mai sus, se scrie $\alpha = \frac{a_1}{a_1 + a_2} = 0$, ($a_1 = 0$).

Pentru cazul regimului de lubrificație permanent, ecuația fundamentală (4.26), în care $h_2 \equiv h$, ($H \equiv 1$), se reduce la următoarea formă mai simplă:

$$\frac{\partial}{\partial \zeta} \left[P \left(K_1 \zeta \frac{\partial P}{\partial \zeta} + K_2 \Omega \Lambda_1 \zeta^2 \right) \right] \cong 0; \quad (4.27)$$

4.2.2. Integrarea ecuației diferențiale a distribuției de presiuni în lungul direcției ψ , în regim turbulent și permanent de mișcare

Fără a mai repeta, facem mențiunea că, aspectele geometrice și funcționale specifice lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și cu pompărie interioară, evidențiate în subcap. 3.2.2 pentru cazul regimului laminar și permanent de funcționare, rămân întru-tot valabile și pentru regimul turbulent și permanent de funcționare.

Astfel, observând relațiile (4.19) și (4.21), ecuația diferențială a distribuției de presiuni (4.24) devine:

$$\frac{1}{\psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left\{ - \frac{\rho}{\eta k_{\psi}} \left[\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3 \right] \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{\rho}{2} \omega_1 \frac{\cos \beta_o}{\sin \beta_o} \left[\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2 \right] \psi^2 \right\} \cong 0; \quad (4.28)$$

Din ecuația (4.28) rezultă:

$$\frac{\rho}{\eta k_{\psi}} \left[\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3 \right] dp \cong -C_1 d\psi + \frac{\rho}{2} \psi^2 d\psi \omega_1 \frac{\cos \beta_o}{\sin \beta_o} \left[\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2 \right]; \quad (4.29)$$

Integrând în ambii membri ai ecuației (4.29), se obține următoarea expresie finală:

$$p(\psi) \cong \frac{\frac{\rho}{2} \frac{\psi^3}{3} \omega_1 \frac{\cos \beta_o}{\sin \beta_o} \left[\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2 \right] + C_1 \psi}{\frac{\rho}{\eta k_{\psi}} \left[\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3 \right]} - \frac{C_2}{\frac{\rho}{\eta k_{\psi}} \left[\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3 \right]}; \quad (4.30)$$

unde, C_1 și C_2 sunt constante de integrare.

Constantele de integrare C_1 și C_2 vor fi determinate din aceleași condiții la limită pentru presiuni prezentate în subcap. 3.2.2. și observând geometria lagărului cu canale spirale și cu pompărie interioară.

În regiunea netedă a lagărului, unde $h=h_2$, în ecuația generală (4.30) se scrie $\alpha=0$, ($a_1=0$), astfel încât ecuația (4.30) devine.

$$p(\psi) \cong \frac{\frac{\rho}{2} \omega_1 \frac{\cos \beta_o}{\sin \beta_o} h_2 \frac{\psi^3}{3}}{\frac{\rho}{\eta k_{\psi}} h_2^3} - \frac{C_1 \psi}{\frac{\rho}{\eta k_{\psi}} h_2^3} - \frac{C_2}{\frac{\rho}{\eta k_{\psi}} h_2^3}; \quad (4.31)$$

Atunci, cu condițiile la limită pentru presiuni (3.56), pentru regiunea cu $h = h_2$ și pe baza ecuației (4.31), se obține distribuția de presiuni $p(\psi)$, astfel:

$$p(\psi) \cong p_s + \frac{[\psi - (L_2 + \psi_o)]}{[\psi_o - (L_2 + \psi_o)]} \left\{ (p_{a \text{ lim.}} - p_s) - \frac{\eta k_{\psi} \cos \beta_o \omega_1}{6 h_2^3 \sin \beta_o} [\psi_o^3 - (L_2 + \psi_o)^3] \right\} + \frac{\eta k_{\psi} \cos \beta_o \omega_1}{6 h_2^3 \sin \beta_o} [\psi^3 - (L_2 + \psi_o)^3]; \quad (4.32)$$

Relatia (4.32) reprezintă distribuția de presiuni în regim turbulent și permanent de lubrificație în regiunea netedă a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, regiune dispusă în lungul canalului spiral, după treapta radială, în sensul “pomparii” fluidului.

În regiunea de “pompare”, adică, regiunea cu canale spirale unde $h = h_1$, este valabilă ecuația generală (4.30), atât pentru porțiunea de canal spiral, cât și în lungul pragului spiral cuprins în această regiune, $r_c \leq r \leq r_o$.

Atunci, cu condițiile la limită pentru presiuni (3.56) pentru regiunea cu $h = h_1$ și pe baza ecuației generale (4.30), se obține, în final, distribuția de presiuni $p(\psi)$, astfel:

$$p(\psi) \cong p_{a \text{ lim.}} + \frac{[\psi - (L + \psi_o)]}{[(L_2 + \psi_o) - (L + \psi_o)]} \left\{ (p_s - p_{a \text{ lim.}}) - \frac{\eta k_{\psi} \cos \beta_o \omega_1 [\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2]}{6 \sin \beta_o [\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3]} \cdot \left[(L_2 + \psi_o)^3 - (L + \psi_o)^3 \right] \right\} + \frac{\eta k_{\psi} \cos \beta_o \omega_1 [\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2]}{6 \sin \beta_o [\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3]} [\psi^3 - (L + \psi_o)^3]; \quad (4.33)$$

Relatia (4.33) reprezintă distribuția de presiuni în regim turbulent și permanent de lubrificație în regiunea cu canale spirale, în lungul canalului spiral, deci în lungul coordonatei ψ , unde $h = h_1$.

În relațiile (4.32) și (4.33), toate mărimile constante sunt cunoscute, -pentru un lagăr axial cu canale spirale și cu pompă interioară proiectat și realizat-, cu excepția presiunilor extreme p_s și $p_{a \text{ lim.}}$; (presiunea de alimentare a lagărului este cunoscută și se poate admite ca fiind $p_{a \text{ lim.}} \cong p_{\text{int rare}} \cong p_{\text{iesire}} \cong p_{a \text{ lim.}}$ pentru lagăre axiale autoportante cu performanțe superioare, care funcționează la viteze și încărcări mari, este necesară o ungere sub presiune, $p_{a \text{ lim.}} \cong (2 \div 5) p_s$, [19], [21], ș.a. Este de subliniat faptul că, acest sistem de alimentare sub presiune nu înseamnă ungere hidrostatică, deoarece presiunile de alimentare sunt mici comparativ cu presiunile generate în filmul fluid prin efectul autoportant).

Deci, pot fi determinate teoretic distribuțiile de presiuni $p(\psi)$ cu ajutorul relațiilor (4.32) și (4.33), dacă sunt stabilite elementele constructiv-geometrice și funcționale ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, (h_1 ; h_2 ; β_o ; ψ_o ;

L_1 ; L_2 ; L ; α ; ω_1 ; ș.a.), proprietățile fizice ale fluidului, (ν ; ρ ; η ; ș.a.) și dacă sunt determinate presiunile extreme p_s și p_S .

În cazul când nu este luată în considerare influența forțelor de inerție, presiunile p_s și p_S sunt egale, $p_S \equiv p_s$.

Dacă sunt luate în considerare efectele inerțiale, influența acestora este concentrată în dreptul treptei radiale. Drept consecință, și în cazul lubrificației în regim turbulent, presiunea $p(\psi)$ va crește neliniar, conform relațiilor (4.32) și (4.33), de la o valoare, de exemplu $p_{a\text{lim.}} \equiv p_{\text{intrare}}$ la o valoare p_s pe regiunea $h = h_1$, apoi presiunea se modifică brusc și devine p_s după traversarea treptei, după care variază în continuare neliniar și pe regiunea $h = h_2$, atingând la ieșire, $r \leq r_1$, o valoare impusă, de exemplu $p_{\text{ieșire}} \equiv p_{a\text{lim.}}$.

4.3. Ecuațiile diferențiale ale mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale în regim turbulent

Determinarea distribuțiilor teoretice de presiuni și de viteze din lagărele axiale autoportante cu canale spirale, funcționând în regim turbulent, impune, iarăși, analiza mișcării fluidului vâscos newtonian în filmul fluid existent între suprafețele cvasiparalele ale lagărului. În literatură, [149], [155], [156], ș.a., sunt oferite ecuațiile diferențiale care descriu mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu mișcare de rotație, ținând seamă de efectele inerțiale, efectele termice, de compresibilitatea fluidului și de particularitățile constructiv-geometrice și funcționale ale lagărelor, ecuații stabilite sub forma cea mai generală, respectiv pentru cazul lagărelor axiale autoportante cu mișcare de rotație având ambele suprafețe netede (neprofilate).

În continuare, pentru a răspunde obiectivelor propuse prin teza de doctorat, aceste ecuații generale sunt aduse la o formă particulară, specială, corespunzătoare lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și mișcare de rotație funcționând în regim turbulent și fără a se ține seamă de efectele termice din lagăr.

Sistemele de coordonate folosite ca și volumul de control Vol, -pe care sunt definite profilele de viteze, vitezele medii spațiale și debitul de fluid în regim turbulent-, sunt identice cu cele folosite în cazul regimului de mișcare laminar și prezentate în subcap. 3.1

Ca și în subcap. 3.3, scopul acestei analize îl constituie stabilirea ecuațiilor diferențiale ale mișcării și, în final, pe baza acestora, stabilirea unor relații noi pentru calculul presiunilor extreme p_s și p_S , respectiv debitului Q_{ψ} în regim turbulent de mișcare.

Pentru aceasta, vom observa relațiile (3.28), (3.60), (3.61) și (3.62), care păstrează aceeași formă și pentru regimul turbulent de mișcare, respectiv distribuțiile

parabolice de viteze (4.1), (4.2), (4.3) și (4.10), proprii regimului turbulent.

Atunci, cu condițiile la limită pentru viteze (3.62), ecuațiile de mișcare (3.61) dobândesc aceeași formă ca în regim laminar, (3.63), adică:

$$\rho \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^h v_\psi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi^2 dy + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\psi v_\xi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\psi v_\xi dy -$$

$$- \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi^2 dy \cong - \frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \tau_{\psi\psi} \Big|_0^h; \quad (4.34.a)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^h v_\xi dy + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi v_\xi dy - \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\psi^2 dy + \frac{2\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi v_\xi dy +$$

$$+ \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\xi^2 dy + \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\xi^2 dy \cong - \frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} h + \tau_{\xi\xi} \Big|_0^h; \quad (4.34.b)$$

$$\frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \int_0^h v_\psi dy + \frac{l}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \int_0^h v_\xi dy + \frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^h v_\xi dy +$$

$$+ \frac{l}{r^2 \sin^2 \beta_0} \int_0^h v_\psi dy \cong 0; \quad (4.34.c)$$

Ecuațiile (4.34), din punct de vedere formal, coincid cu ecuațiile (3.63), dar se deosebesc, într-o măsură apreciabilă de acestea, prin distribuțiile parabolice de viteze $v_\psi(y)$, $v_\xi(y)$ proprii regimului turbulent de mișcare, (4.10.a) și (4.10.b).

Considerând că mișcarea fluidului între cele două suprafețe ale lagărului axial cu canale spirale este o mișcare combinată Couette-Poiseuille, -conform relațiilor (4.10)-, se introduc vitezele medii pentru mediul fluid, U_{med}^+ , V_{med}^+ și W_{med}^+ , respectiv debitele unitare de lubrifiant care traversează filmul fluid de grosime h , $h \in [h_2, \dots, h_1]$, în direcția ψ , Q_ψ , în direcția ξ , Q_ξ și în direcția y , Q_y , [155], [156], specifice regimului de lubrificație turbulent, astfel:

$$U_{med}^+ \equiv V_{\psi,med}^+ \equiv \frac{1}{h} \int_0^h v_\psi(y) dy; \quad W_{med}^+ \equiv V_{\xi,med}^+ \equiv \frac{1}{h} \int_0^h v_\xi(y) dy;$$

$$V_{med}^+ \equiv \frac{l}{h} \int_0^h v_n(y) dy; \quad (4.35.a)$$

respectiv;

$$Q_\xi = W_{med}^+ h \cong - \frac{l h^3}{\eta k_\xi} \frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{h}{2} \omega_1 r \sin \beta_0;$$

$$Q_\psi = U_{med}^+ h \cong - \frac{l h^3}{\eta k_\psi} \frac{l}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{h}{2} \omega_1 r \cos \beta_0; \quad Q_y \cong 0; \quad (4.35.b)$$

Observând relațiile (4.35), -care sunt forme echivalent-identice ale relațiilor (4.12)-, distribuțiile de viteze (4.2) și (4.10) se scriu sub forma următoare:

$$v_{\psi}(y) \equiv \left[-\frac{k_{\psi} U_{med}^{+}}{k_{\psi}^{\circ} h^2} + \frac{k_{\psi} \omega_1 r \cos \beta_0}{2k_{\psi}^{\circ} h^2} \right] y(y-h) + \frac{y}{h} \omega_1 r \cos \beta_0; \quad (4.36.a)$$

$$v_n(y) \equiv 0; \quad (4.36.b)$$

$$v_{\xi}(y) \equiv \left[-\frac{k_{\xi} W_{med}^{+}}{k_{\xi}^{\circ} h^2} - \frac{k_{\xi} \omega_1 r \sin \beta_0}{2k_{\xi}^{\circ} h^2} \right] y(y-h) - \frac{y}{h} \omega_1 r \sin \beta_0; \quad (4.36.c)$$

Distribuțiile de viteze (4.36) permit exprimarea termenilor din ecuațiile de mișcare (4.34) în funcție de vitezele medii ale fluidului U_{med}^{+} , V_{med}^{-} și W_{med}^{+} .

Integrând ecuațiile de mișcare (4.34), se obțin următoarele expresii finale:

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial \tau} (U_{med}^{+} h) + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\alpha_0 U_{med}^{+2} h - \gamma U_{med}^{+} \omega_1 r \cos \beta_0 h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_0 h \right) + \\ & + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \left(\alpha_1 U_{med}^{+} W_{med}^{+} h + \delta U_{med}^{+} \omega_1 r \sin \beta_0 h - \delta_1 W_{med}^{+} \omega_1 r \cos \beta_0 h - \right. \\ & \left. - \beta_1 \omega_1^2 r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 h \right) + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_1 U_{med}^{+} W_{med}^{+} h + \delta U_{med}^{+} \omega_1 r \sin \beta_0 h - \right. \\ & \left. - \delta_1 W_{med}^{+} \omega_1 r \cos \beta_0 h - \beta_1 \omega_1^2 r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 h \right) - \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \left(\alpha_2 W_{med}^{+2} h + \right. \\ & \left. + \gamma_1 W_{med}^{+} \omega_1 r \sin \beta_0 h + \beta_2 \omega_1^2 r^2 \sin^2 \beta_0 h \right) + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \left(\alpha_0 U_{med}^{+2} h - \gamma U_{med}^{+} \omega_1 r \cos \beta_0 h + \right. \\ & \left. + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_0 h \right) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \frac{2k_{\psi} \eta}{k_{\psi}^{\circ} h} \left[U_{med}^{+} - \frac{\omega_1 r \cos \beta_0}{2} \right] \equiv 0; \quad (4.37.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \rho \frac{\partial}{\partial \tau} (W_{med}^{+} h) + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\alpha_1 U_{med}^{+} W_{med}^{+} h + \delta U_{med}^{+} \omega_1 r \sin \beta_0 h - \delta_1 W_{med}^{+} \omega_1 r \cos \beta_0 h - \right. \\ & \left. - \beta_1 \omega_1^2 r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 h \right) - \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \left(\alpha_0 U_{med}^{+2} h - \gamma U_{med}^{+} \omega_1 r \cos \beta_0 h + \right. \\ & \left. + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_0 h \right) + \frac{2\rho}{r^2 \sin^2 \beta_0} \left(\alpha_1 U_{med}^{+} W_{med}^{+} h + \delta U_{med}^{+} \omega_1 r \sin \beta_0 h - \right. \\ & \left. - \delta_1 W_{med}^{-} \omega_1 r \cos \beta_0 h - \beta_1 \omega_1^2 r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0 h \right) + \frac{\rho}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_2 W_{med}^{+2} h + \right. \\ & \left. + \gamma_1 W_{med}^{+} \omega_1 r \sin \beta_0 h + \beta_2 \omega_1^2 r^2 \sin^2 \beta_0 h \right) + \frac{\rho}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} \left(\alpha_2 W_{med}^{+2} h + \gamma_1 W_{med}^{-} \omega_1 r \sin \beta_0 h + \right. \\ & \left. + \beta_2 \omega_1^2 r^2 \sin^2 \beta_0 h \right) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} h + \frac{2k_{\xi} \eta}{k_{\xi}^{\circ} h} \left[W_{med}^{+} + \frac{\omega_1 r \sin \beta_0}{2} \right] \equiv 0; \quad (4.37.b) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} (U_{\text{med}}^+ h) + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} (W_{\text{med}}^+ h) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} (W_{\text{med}}^+ h) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} (U_{\text{med}}^+ h) \cong 0, \quad (4.37.c)$$

unde, s-au folosit notațiile, [155], [156]:

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{k_\psi^2}{30k_\psi^{\circ 2}}; \alpha_1 = \frac{k_\psi k_\xi}{30k_\psi^\circ k_\xi^\circ}; \alpha_2 = \frac{k_\xi^2}{30k_\xi^{\circ 2}}; \beta = \frac{k_\psi^2}{120k_\psi^{\circ 2}} - \frac{k_\psi}{12k_\psi^\circ} + \frac{1}{3}; \\ \beta_1 &= \frac{k_\psi k_\xi}{120k_\psi^\circ k_\xi^\circ} - \frac{k_\psi}{24k_\psi^\circ} - \frac{k_\xi}{24k_\xi^\circ} + \frac{1}{3}; \beta_2 = \frac{k_\xi^2}{120k_\xi^{\circ 2}} - \frac{k_\xi}{12k_\xi^\circ} + \frac{1}{3}; \gamma = \frac{k_\psi^2}{30k_\psi^{\circ 2}} - \frac{k_\psi}{6k_\psi^\circ}; \\ \gamma_1 &= \frac{k_\xi^2}{30k_\xi^{\circ 2}} - \frac{k_\xi}{6k_\xi^\circ}; \delta = \frac{k_\psi k_\xi}{60k_\psi^\circ k_\xi^\circ} - \frac{k_\psi}{12k_\psi^\circ}; \delta_1 = \frac{k_\psi k_\xi}{60k_\psi^\circ k_\xi^\circ} - \frac{k_\xi}{12k_\xi^\circ}; \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\tau_{\psi y} \Big|_0^h \cong \eta \int_0^h \frac{\partial^2 v_\psi}{\partial y^2} dy \cong -\frac{2k_\psi \eta}{k_\psi^\circ h} \left(U_{\text{med}}^+ - \frac{\omega_1 r \cos \beta_0}{2} \right); \quad (4.39)$$

$$\tau_{\xi y} \Big|_0^h \cong \eta \int_0^h \frac{\partial^2 v_\xi}{\partial y^2} dy \cong -\frac{2k_\xi \eta}{k_\xi^\circ h} \left(W_{\text{med}}^+ + \frac{\omega_1 r \sin \beta_0}{2} \right);$$

iar;

$$k_\psi^\circ \cong \frac{\frac{1}{\eta} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} y(y-h) dy}{d \left[-\frac{1}{\eta} \frac{y^3}{k_\psi} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} + \frac{y}{2} \omega_1 r \cos \beta_0 \right] - \frac{y}{h} \omega_1 r \cos \beta_0 dy}; \quad (4.11.a)$$

$$k_\xi^\circ \cong \frac{\frac{1}{\eta} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} y(y-h) dy}{d \left[-\frac{1}{\eta} \frac{y^3}{k_\xi} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} - \frac{y}{2} \omega_1 r \sin \beta_0 \right] + \frac{y}{h} \omega_1 r \sin \beta_0 dy}; \quad (4.11.b)$$

reprezintă parametrii "locali" de lubrificație turbulentă, [156], respectiv, de exemplu,

$$k_\psi \cong 12 + 0,0043 R_{c_c}^{0,96}; \quad k_\xi \cong 12 + 0,0136 R_{c_c}^{0,90}, \quad (4.40)$$

reprezintă parametrii "globali" de lubrificație turbulentă, sau, simplu, parametrii de lubrificație turbulentă, [19], [21], [25], [29], [156], ș.a., -(v. subcap. 4.1.).

Ecuatiile cu derivate parțiale (4.37), împreună, dacă este nevoie, cu ecuația Reynolds, [155], permit rezolvarea completă a problemei mișcării fluidelor vâscoase incompresibile (și compresibile) în lagărele axiale autoportante cu canalele spirale și

mişcare de rotație funcționând în regim turbulent, cu considerarea influenței tuturor forțelor de inerție și a compresibilității fluidului, adică determinarea necunoscutelor U_{med}^+ , W_{med}^+ și p .

Pentru cazul regimului de mișcare turbulent și permanent, în ecuațiile generale (4.37), termenii care conțin derivata parțială în raport cu timpul, τ , sunt nuli.

Sistemul de ecuații (4.37) se reduce la sistemul de ecuații "neinertial", dacă parametrii (4.38) sunt $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \beta = \beta_1 = \beta_2 = \gamma = \gamma_1 = \delta = \delta_1 = 0$, deci, dacă se neglijează complet efectele inerțiale, rezultând:

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \frac{2k_{\psi} \eta}{k_{\psi}^0 h} \left(U_{med}^+ - \frac{\omega_1 r \cos \beta_0}{2} \right) \cong 0; \quad (4.41.a)$$

$$\frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} h + \frac{2k_{\xi} \eta}{k_{\xi}^0 h} \left(W_{med}^+ + \frac{\omega_1 r \sin \beta_0}{2} \right) \cong 0; \quad (4.41.b)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \psi} (U_{med}^+ h) + \frac{1}{r^2 \sin \beta_0 \cos \beta_0} (W_{med}^+ h) + \frac{1}{r \sin \beta_0} \frac{\partial}{\partial \xi} (W_{med}^+ h) + \\ + \frac{1}{r^2 \sin^2 \beta_0} (U_{med}^+ h) \cong 0; \end{aligned} \quad (4.37.c)$$

Cu ajutorul mărimilor hidrodinamice globale U_{med}^+ , W_{med}^+ , p , vor fi determinate distribuțiile de presiuni și de viteze, respectiv debitul volumic de fluid Q_{ψ} din lagăr, pe baza acestora, putându-se determina parametrii funcționali fundamentali ai lagărului axial autoportant cu canale spirale și mișcare de rotație, în regim turbulent de lubrificație.

Ipozeza admisă anterior, privind profilele de viteze parabolice, [155], [156], nu este riguros adevărată, [19], [21], [25], ș.a., și, ca urmare, trebuie considerat că și parametrii "inertiali" (4.38), α_0 , α_1 , α_2 , β , β_1 , β_2 , γ , γ_1 , δ , δ_1 sunt funcții de variabilele ψ și ξ , pentru care motiv au fost înscrși în interiorul parantezelor în ecuațiile (4.37). Mai mult, observând și relațiile (4.11), (4.40), se poate afirma că, parametrii inertiali (4.38) sunt funcții mult mai complexe, depinzând nu doar de variabilele ψ și ξ , ci și de parametrii "locali" și "globali" de lubrificație turbulentă, (4.11), (4.40), care, la rândul lor, sunt funcții de numărul Reynolds Couette "local" și "global", Re_c^0 , Re_c , -(v. subcap. 4.1.).

De asemenea, dacă se consideră pentru coeficienții k_{ψ} , k_{ξ} și k_{ψ}^0 , k_{ξ}^0 valorile corespunzătoare regimului laminar de mișcare, adică, $k_{\psi} = k_{\xi} = 12$ și $k_{\psi}^0 = k_{\xi}^0 = 2$, atunci, se constată, (4.38), că $\alpha_0 = \alpha_1 = \alpha_2 = \frac{6}{5}$, $\beta = \beta_1 = \beta_2 = \frac{2}{15}$, $\gamma = \gamma_1 = \frac{1}{5}$, $\delta = \delta_1 = \frac{1}{10}$, adică se regăsesc valorile coeficienților inertiali α_0 , β , γ , δ , (3.68), din regimul laminar, $\alpha_0 = \frac{6}{5}$, $\beta = \frac{2}{15}$, $\gamma = \frac{1}{5}$, $\delta = \frac{1}{10}$. Această constatare arată faptul că,

diferențele, dintre modelul matematic elaborat pentru regimul laminar și modelul matematic stabilit pentru regimul turbulent, sunt date tocmai de acești coeficienți inertiali, (3.68) și (4.38).

În aceste condiții, -când coeficienții inertiali din regimul laminar, (3.68), sunt identici cu coeficienții inertiali din regimul turbulent, (4.38)-, și sistemele de ecuații diferențiale (3.66) și (4.37), respectiv relațiile (3.67) și (4.39) vor fi identice.

Cele menționate mai sus arată complexitatea mult mai mare a mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și mișcare de rotație funcționând în regim turbulent, comparativ cu regimul laminar de lubrificație, -(v. subcap. 3.3.).

4.4. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_s în regim turbulent și permanent de funcționare

Plecând de la rezultatele teoretice prezentate în referințele bibliografice [155], [156], [157], ș.a., în cele ce urmează, sunt stabilite relațiile de calcul a presiunilor extreme p_s și p_s , corespunzătoare saltului de presiune înregistrat în dreptul treptei radiale a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară, funcționând în regim turbulent.

Facem mențiunea că, toate considerațiile asupra particularităților geometrice și funcționale ale lagărelor axiale cu canale spirale și cu pompărie interioară și influenței acestora asupra saltului de presiune, respectiv asupra presiunilor extreme p_s și p_s , considerații formulate pentru cazul lubrificației în regim laminar, -(v. subcap. 3.2.2)-, rămân valabile și pentru cazul lubrificației în regim turbulent.

Astfel, ecuația diferențială a distribuției de presiuni în lungul direcției curbilinii ψ , respectiv relațiile de calcul a presiunilor extreme p_s și p_s , vor fi stabilite plecând de la ecuațiile mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale cu canale spirale funcționând în regim turbulent, ecuații stabilite în subcap. 4.3.

Astfel, să observăm ecuațiile diferențiale cu derivate parțiale (4.37), -ecuații corespunzătoare regimului de mișcare turbulent și permanent-, pentru cazul analizat, când numai suprafața neprofilată se rotește cu viteza unghiulară $\bar{\omega}_1 = \text{const.}$ și mișcarea este, ipotetic, pură în lungul coordonatei curbilinii ψ , deci, viteza medie $W_{\text{med}}^+ \equiv 0$ în aceste ecuații. Atunci, ecuația diferențială, corespunzătoare mișcării pure în lungul direcției ψ , dobândește următoarea formă particulară, mai simplă, [156], [157.4], ș.a.:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{r \sin \beta_o} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\alpha_o U_{\text{med}}^{-2} h - \gamma U_{\text{med}}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_o h \right) + \\
& + \frac{2\rho}{r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o} \left(\delta U_{\text{med}}^- \omega_1 r \sin \beta_o h - \beta_1 \omega_1^2 r^2 \sin \beta_o \cos \beta_o h \right) - \\
& - \rho \beta_2 \omega_1^2 h + \frac{\rho}{r^2 \sin^2 \beta_o} \left(\alpha_o U_{\text{med}}^{-2} h - \gamma U_{\text{med}}^+ \omega_1 r \cos \beta_o h + \beta \omega_1^2 r^2 \cos^2 \beta_o h \right) + \\
& + \frac{1}{r \sin \beta_o} \frac{\partial p}{\partial \psi} h + \frac{2k_{\psi} \eta}{k_{\psi}^o h} \left[U_{\text{med}}^+ - \frac{\omega_1 r \cos \beta_o}{2} \right] \cong 0, \tag{4.42}
\end{aligned}$$

unde, toate notațiile corespund semnificațiilor din subcap. 4.3 și lucrările [156], [157.4].

Ținând seamă de relațiile funcționale care pot fi scrise între coordonatele sistemelor de referință adoptate, [155], [156], ș.a., și făcând unele artificii de calcul, ecuația (4.42) devine:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho}{\psi} \frac{d}{d\psi} \left(\frac{\alpha_o Q_{\psi}^2}{h \psi^2 \Delta \theta^2} - \frac{\gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\Delta \theta \sin \beta_o} + \beta \omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} h \right) + \\
& + \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi^2 \Delta \theta \cos \beta_o} - 2\rho \beta_1 \omega_1^2 h - \rho \beta_2 \omega_1^2 h + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h \psi^4 \Delta \theta^2} - \\
& - \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\psi^2 \Delta \theta \sin \beta_o} + \rho \beta \omega_1^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} h + \frac{1}{\psi} \frac{dp}{d\psi} h + \\
& + \frac{2k_{\psi} \eta}{k_{\psi}^o h} \left(\frac{Q_{\psi}}{h \psi \Delta \theta} - \frac{\omega_1 \psi \cos \beta_o}{2 \sin \beta_o} \right) \cong 0, \tag{4.43}
\end{aligned}$$

unde, Q_{ψ} este debitul volumic de fluid, [156], [157.7], definit prin:

$$Q_{\psi} \cong U_{\text{med}}^+ h \psi \Delta \theta = \text{const.}; \tag{4.44}$$

Derivând ecuația (4.43) în raport cu variabila ψ și ținând seamă de mărimile constante din fiecare termen, se obține următoarea expresie finală pentru ecuația diferențială a distribuției de presiuni în lungul direcției ψ :

$$\begin{aligned}
& \frac{dp}{d\psi} \cong \left(\frac{\rho Q_{\psi}^2 \alpha_o}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \right) \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \\
& + \rho \omega_1^2 \psi \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi h \Delta \theta \cos \beta_o} + \\
& + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\psi h \Delta \theta \sin \beta_o} - \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h^3 \Delta \theta} + \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{k_{\psi}^o h^2 \sin \beta_o}, \tag{4.45}
\end{aligned}$$

Ecuatia (4.45) poate fi transcrisă într-o formă mai riguroasă, mai exactă, introducând un termen suplimentar, [19], [25], [155], [156], [157.4], ș.a., astfel:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \left[\frac{\rho Q_{\psi}^2}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \\ & + \rho \omega_1^2 \psi \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi h \Delta \theta \cos \beta_o} + \\ & + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\psi h \Delta \theta \sin \beta_o} - \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h^3 \Delta \theta} + \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{k_{\psi}^o h^2 \sin \beta_o}, \end{aligned} \quad (4.46)$$

unde, $\varepsilon = \frac{1,95}{R_{e_i}^{0,43}}$, [19], [25], [156], ș.a.

Integrarea ecuației diferențiale (4.45) sau a ecuației (4.46) se poate face fără dificultăți pentru diferite geometrii ale lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară funcționând în regim turbulent, respectiv pentru diferite funcții $h=h(\psi)$ și pentru diferite condiții la limită, [156], -(v. subcap. 3.2.2.).

Relațiile de calcul a presiunilor extreme p_s și p_s vor fi stabilite plecând de la ecuația diferențială mai exactă (4.46). Astfel, să considerăm că, în ecuația diferențială (4.46), $\frac{dh}{d\psi} = 0$, adică, filmul fluid h este constant în cele două regiuni ale lagărului

axial cu canale spirale și cu pompare interioară, $h=h_1=\text{const.}$ și $h=h_2=\text{const.}$ Atunci, ecuația (4.46) dobândește următoarea formă mai simplă:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \rho \omega_1^2 \psi \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi h \Delta \theta \cos \beta_o} + \\ & + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\psi h \Delta \theta \sin \beta_o} - \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h^3 \Delta \theta} + \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{k_{\psi}^o h^2 \sin \beta_o}. \end{aligned} \quad (4.47)$$

Integrând ecuația diferențială (4.47) pentru cele două regiuni ale lagărului axial cu canale spirale și cu pompare interioară, unde $h=h_1=\text{const.}$ și $h=h_2=\text{const.}$, și observând condițiile la limită pentru presiuni, (3.56), se obțin expresiile finale pentru presiunile extreme p_s și p_s , [156], sub forma următoare:

$$\begin{aligned}
p_S \cong p_{a \text{ lim}} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{2h_1^2 \Delta\theta^2} \left[\frac{1}{(L + \psi_o)^2} - \frac{1}{(L_2 + \psi_o)^2} \right] + \frac{\rho \omega_1^2}{2} \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \cdot \\
\cdot \left[(L_2 + \psi_o)^2 - (L + \psi_o)^2 \right] - \frac{2\rho\delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \frac{L_2 + \psi_o}{L + \psi_o} + \\
+ \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln \frac{L_2 + \psi_o}{L + \psi_o} + \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h_1^3 \Delta\theta} [(L + \psi_o) - (L_2 + \psi_o)] - \\
- \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \cos \beta_o}{3k_{\psi}^o h_1^2 \sin \beta_o} \left[(L + \psi_o)^3 - (L_2 + \psi_o)^3 \right]; \quad (4.48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p_s \cong p_{a \text{ lim}} - \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{2h_2^2 \Delta\theta^2} \left[\frac{1}{(L_2 + \psi_o)^2} - \frac{1}{\psi_o^2} \right] + \frac{\rho \omega_1^2}{2} \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \cdot \\
\cdot \left[(L_2 + \psi_o)^2 - \psi_o^2 \right] + \frac{2\rho\delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_2 + \psi_o} - \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta\theta \sin \beta_o} \cdot \\
\cdot \ln \frac{\psi_o}{L_2 + \psi_o} + \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h_2^3 \Delta\theta} [\psi_o - (L_2 + \psi_o)] + \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \cos \beta_o}{3k_{\psi}^o h_2^2 \sin \beta_o} \cdot \\
\cdot \left[(L_2 + \psi_o)^3 - \psi_o^3 \right]; \quad (4.49)
\end{aligned}$$

În relațiile (4.48) și (4.49), sunt cunoscute toate mărimile cu excepția debitului volumic Q_{ψ} , deci, pot fi calculate presiunile extreme p_s și p_S , dacă se dispune de o relație suplimentară pentru debitul Q_{ψ} , [156], [157.7]. În acest fel, se poate calcula saltul de presiune $\Delta p = p_S - p_s$.

4.5. Relația pentru calculul debitului de lubrifianț în lagăr, Q_{ψ} , în regim turbulent și permanent de funcționare

După cum s-a arătat în subcapitolul precedent, determinarea presiunilor extreme p_s și p_S , corespunzătoare saltului de presiune Δp , respectiv calculul distribuțiilor teoretice de presiuni din lagăr, $p = p(\psi)$, sunt posibile numai dacă se dispune de o relație suplimentară pentru calculul debitului volumic de fluid Q_{ψ} . Pe această bază, în continuare, se stabilește o relație analitică originală pentru calculul debitului Q_{ψ} , care "traversează" filmul fluid de grosime h , $h \in [h_2, \dots, h_1]$, în lungul direcției curbilini ψ , în regim turbulent.

Ecuția diferențială a distribuției de presiuni, cu ajutorul căreia, prin integrare, va fi stabilită relația analitică pentru calculul debitului Q_{ψ} , este ecuația (4.46). Astfel, admitând că, în dreptul treptei radiale a lagărului cu canale spirale și cu pompare

interioară funcționând în regim turbulent, $\frac{dh}{d\psi} \neq 0$, atunci, în dreptul treptei radiale,

efectele inerțiale sunt dominante comparativ cu efectele vâscoase, iar ecuația diferențială (4.46) dobândește următoarea formă particulară, mai simplă, [156]:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \left[\frac{\rho Q_{\psi}^2}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \\ & + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \rho \omega_1^2 \psi \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{\psi h \Delta \theta \cos \beta_o} + \\ & + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{\psi h \Delta \theta \sin \beta_o}; \end{aligned} \quad (4.50)$$

Integrând ecuația diferențială (4.50) în vecinătatea treptei radiale a suprafeței profilate a lagărului, [156], [157], [157.5], se obține:

$$\begin{aligned} \int_{p_s}^{p_s} dp(\psi) \cong & \left[\frac{\rho Q_{\psi}^2}{\psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right] \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h^3} - \rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h} + \\ & + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \Delta \theta^2} \int_{L_2^-}^{L_2^+} \frac{d\psi}{\psi^3} + \rho \omega_1^2 \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \int_{L_2^-}^{L_2^+} \psi d\psi - \\ & - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h \Delta \theta \cos \beta_o} \int_{L_2^-}^{L_2^+} \frac{d\psi}{\psi} + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h \Delta \theta \sin \beta_o} \int_{L_2^-}^{L_2^+} \frac{d\psi}{\psi}; \end{aligned} \quad (4.51)$$

Admițând că muchia treptei radiale este, practic, “de lățime nulă”, înseamnă că $L_2^- \cong L_2^+ \cong L_2$, deci, ultimele patru integrale, din ecuația (4.51), sunt egale cu zero. De asemenea, pentru că, în ecuația (4.51), avem integrale definite, rezultă că, atît membrul stîng cît și membrul drept ai relației respective reprezintă o valoare numerică, constantă. Prin urmare, “mărimea” ψ trebuie să tindă către o valoare numerică, constantă, ψ_c , [156], [157]. Această lungime ψ_c , măsurată după direcția curbilinie ψ , corespunde razei de canelare a suprafeței profilate a lagărului r_c , [156], [157], [157.5].

Cu aceste precizări, ecuația (4.51) oferă o nouă relație între presiunile extreme p_s și p_s , [156], [157.5], astfel:

$$\Delta p = p_s - p_s \cong \left[\frac{\rho Q_{\psi}^2}{\psi_c^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi_c) \right] \left[\frac{1}{2h_2^2} - \frac{1}{2h_1^2} \right] - \rho \beta \omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \ln \frac{h_1}{h_2}; \quad (4.52)$$

Astfel, relația (4.52), împreună cu cele două relații stabilite anterior, [156], [157.5], pentru presiunile extreme p_s și p_s , (4.48) și (4.49), formează un sistem de trei ecuații algebrice cu trei necunoscute, (p_s, p_s, Q_{ψ}), compatibil determinat, [156]. Se obține, în acest fel, o ecuație algebrică de gradul II în necunoscuta Q_{ψ} , de forma următoare, [156]:

$$\begin{aligned}
& \frac{\rho Q_{\psi}^2}{\Delta \theta^2} \left\{ \alpha_0 \left[\frac{1}{2h_1^2} \left(\frac{1}{(L + \psi_0)^2} - \frac{1}{(L_2 + \psi_0)^2} \right) + \frac{1}{2h_2^2} \left(\frac{1}{(L_2 + \psi_0)^2} - \frac{1}{\psi_0^2} \right) \right] - \right. \\
& - \frac{1}{\psi_c^2} (\alpha_0 + \varepsilon \psi_c) \left[\frac{1}{2h_2^2} - \frac{1}{2h_1^2} \right] \left. \right\} + \frac{Q_{\psi}}{\Delta \theta} \left\{ \frac{\rho \gamma \omega_1 \cos \beta_0}{\sin \beta_0} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{L_2 + \psi_0}{L + \psi_0} + \right. \right. \\
& + \frac{1}{h_2} \ln \frac{\psi_0}{L_2 + \psi_0} \left. \right] - \frac{2\rho \delta \omega_1 \sin \beta_0}{\cos \beta_0} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{L_2 + \psi_0}{L + \psi_0} + \frac{1}{h_2} \ln \frac{\psi_0}{L_2 + \psi_0} \right] + \\
& + \frac{2k_{\psi} \eta}{k_{\psi}^0} \left[\frac{(L - L_2)}{h_1^3} + \frac{L_2}{h_2^3} \right] \left. \right\} + \rho \beta \omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_0}{\sin^2 \beta_0} \ln \frac{h_1}{h_2} - \frac{\rho \omega_1^2}{2} \cdot \\
& \cdot \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_0}{\sin^2 \beta_0} \right) \left[(L + \psi_0)^2 - \psi_0^2 \right] - \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \cos \beta_0}{3k_{\psi}^0 \sin \beta_0} \cdot \\
& \cdot \left\{ \frac{1}{h_1^2} \left[(L + \psi_0)^3 - (L_2 + \psi_0)^3 \right] + \frac{1}{h_2^2} \left[(L_2 + \psi_0)^3 - \psi_0^3 \right] \right\} \cong 0; \quad (4.53)
\end{aligned}$$

Prin urmare, această ecuație este posibil de rezolvat și să notăm cu Q_{ψ}^I , Q_{ψ}^{II} soluțiile ecuației algebrice de gradul II. Atunci, pentru a vedea care dintre cele două soluții, Q_{ψ}^I și Q_{ψ}^{II} , are sens fizic, s-a făcut, iarăși, o evaluare a coeficienților ecuației și, apoi, a soluțiilor acesteia, folosind în acest scop valori medii, uzuale pentru mărimile fizice, geometrice și funcționale care intervin în ecuație, [156]. Astfel, din calculul numeric orientativ efectuat, a rezultat că, $Q_{\psi}^I < 0$ și $Q_{\psi}^{II} > 0$.

Atunci, ținând seama că, lagărul axial autoportant cu canale spirale proiectat, [157], funcționând în regim turbulent și ai cărui parametri geometrice și funcționali au fost luați în calcul pentru determinarea soluțiilor Q_{ψ}^I și Q_{ψ}^{II} , este un lagăr cu pompare interioară, considerăm că, din punct de vedere fizic, nu poate fi debit negativ și, prin urmare, soluția care are sens este soluția pozitivă, [156], adică:

$$Q_{\psi} \equiv Q_{\psi}^{II}; \quad (4.54)$$

Relația (4.54) este valabilă pentru orice geometrie a lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară funcționând în regim turbulent, unele "limite" existând pentru valori mari ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, deci, când $h_2 \rightarrow 0$, [19], [25], [156], ș.a., adică, la regimuri de funcționare cu încărcări mari ale lagărului.

4.6. Determinarea distribuțiilor de viteze în lungul coordonatei curbilini ψ , în regim turbulent și permanent de funcționare

Studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu canale spirale și cu pompă interioară în regim turbulent și permanent de funcționare, urmărește, pe lângă determinarea distribuțiilor de presiuni, și calculul vitezelor medii, respectiv determinarea distribuției de viteze în lungul canalului spiral, deci, în lungul direcției ψ . Acest lucru este pe deplin posibil, având stabilită relația debitului de fluid în regim turbulent Q_v , (4.54), ecuația de continuitate în lungul direcției ψ , (4.44) și, desigur, având stabiliți toți parametrii geometrici și funcționali ai lagărului, [156], [157].

De asemenea, fără a mai repeta, facem mențiunea că, toate relațiile stabilite pentru regimul laminar și permanent de funcționare, -(vezi subcap. 3.6)-, rămân valabile și pentru regimul turbulent și permanent de lubrificație.

Relațiile (4.54), (4.44), și cele corespunzătoare din subcap. 3.6, au fost utilizate, iarăși, pentru calculul distribuțiilor de viteze în lungul direcției ψ , pentru două variante de lagăre axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară funcționând în regim turbulent și permanent, [156], [157].

4.7. Rezultate numerice în regim turbulent și permanent de funcționare

Având stabilite relațiile pentru calculul debitului volumic Q_v , (4.54), (4.44), al presiunilor extreme p_s și p_n , (4.48) și (4.49), în continuare, s-a procedat la calculul distribuțiilor de presiuni $p(\psi)$, cu ajutorul relațiilor (4.32) și (4.33) și al distribuțiilor de viteze, utilizând în acest scop și relațiile stabilite în subcap. 3.6.

Calculul s-a efectuat, ca și în cazul regimului laminar și permanent de lubrificație, (v. subcap. 3.7.), observând, din nou, și parametrii geometrici și funcționali optimi, corespunzători regimului turbulent și permanent de mișcare și pentru care s-au proiectat cele două variante de lagăre axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară, -Varianta I și Varianta a-II-a-, [157].

Observație. Pentru calculele numerice, s-a admis că, lubrificația turbulentă, din lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară, (Varianta I: Varianta a-II-a), este produsă în special prin curgere Couette, unde numărul Reynolds Couette, R_{c_c} , este de forma prezentată în subcap. 4.1. adică,

$$R_{c_c} \equiv \frac{\omega_1 r h \cos \beta_0}{\nu} = \frac{\omega_1 r h \rho \cos \beta_0}{\eta}, \text{ iar, pentru parametrii "globali" de lubrificație}$$

turbulentă k_ψ și k_ξ , s-au considerat valorile cele mai mici care rezultă din relațiile corespunzătoare, (v. subcap. 4.1), așa după cum se recomandă în literatură, [24], [25], [29], ș.a.

4.7.1 Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I

Fără a mai repeta în cadrul acestui subcapitol, facem mențiunea că, toate relațiile matematice ca și valorile numerice ale unor parametri geometrici și funcționali, stabilite în subcap. 3.7.1, -pentru regimul laminar și permanent de lubrificație-, sunt valabile și pentru studiul lubrificației lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară funcționând în regim turbulent și permanent.

Utilizând relațiile precizate în subcap. 4.7, ca și parametrii geometrici și funcționali ai lagărului cu canale spirale și cu pompare interioară "Varianta I", [157], au fost calculate distribuțiile de presiuni și viteze pentru toată gama de turații investigate, $n \in (0, \dots, 1400]$ rot/min.

Oparte din rezultatele numerice obținute sunt prezentate în fig. nr. G.13 și G.14.

Facem, iarăși, sublinierea că, rezultatele numerice, obținute și prezentate parțial în fig. nr. G.13 și G.14, au fost determinate utilizând, în toate situațiile, modelul matematic corespunzător lubrificației în regim turbulent;

Acest lucru s-a făcut în mod deliberat, pentru a se putea compara rezultatele obținute și a se putea evidenția influențele diferiților parametri geometrici și funcționali asupra performanțelor hidrodinamice ale lagărelor, cu toate că, nu întotdeauna și în toate situațiile, regimul de lubrificație din lagăr a fost turbulent, $R_e > R_{e_{cr}}$, în special la raze r , ($r_i \leq r \leq r_c$), mici și la turații n mici și ținând seama că, la lagărele axiale cu mișcare de rotație, numărul Reynolds se modifică odată cu modificarea razei r .

Deci, este posibil ca, unul și același lagăr axial cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta I, pe o anumită zonă, unde $R_e \leq R_{e_{cr}}$, să funcționeze în regim laminar, iar pe cealaltă zonă complementară, unde $R_e > R_{e_{cr}}$, să funcționeze în regim turbulent. Este evident că, pentru studiul mișcării în lagăr, nu se puteau folosi, în mod succesiv, cele două modele matematice de studiu, (modelul matematic corespunzător lubrificației în regim laminar și modelul matematic corespunzător lubrificației în regim turbulent)!. La turații n mai mari, ($n > 700$ rot/min), în funcție și de valoarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, este posibil ca întreaga suprafață a lagărului să funcționeze în regim turbulent, [156].

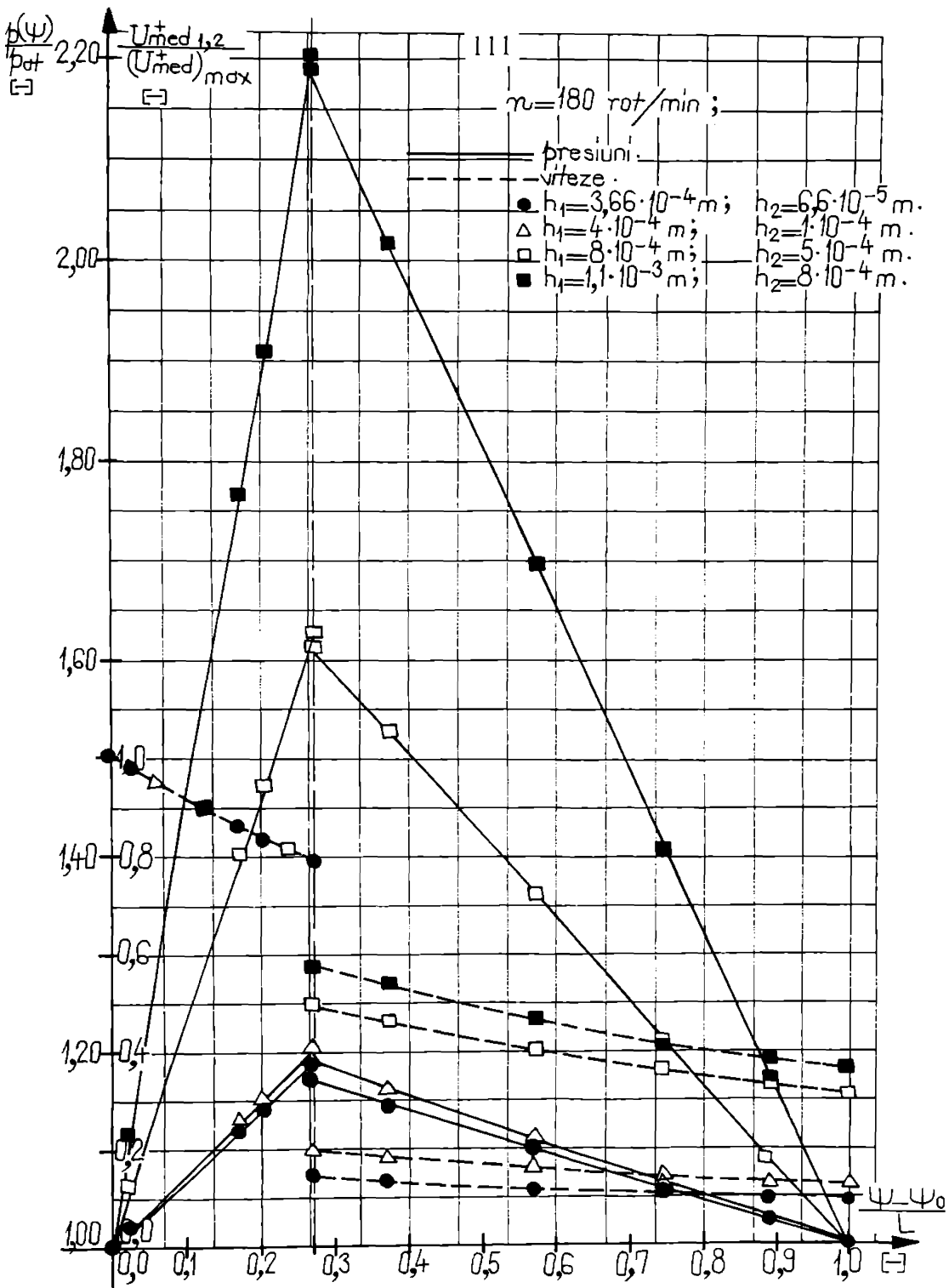


Figura nr. G.13. Regim turbulent. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

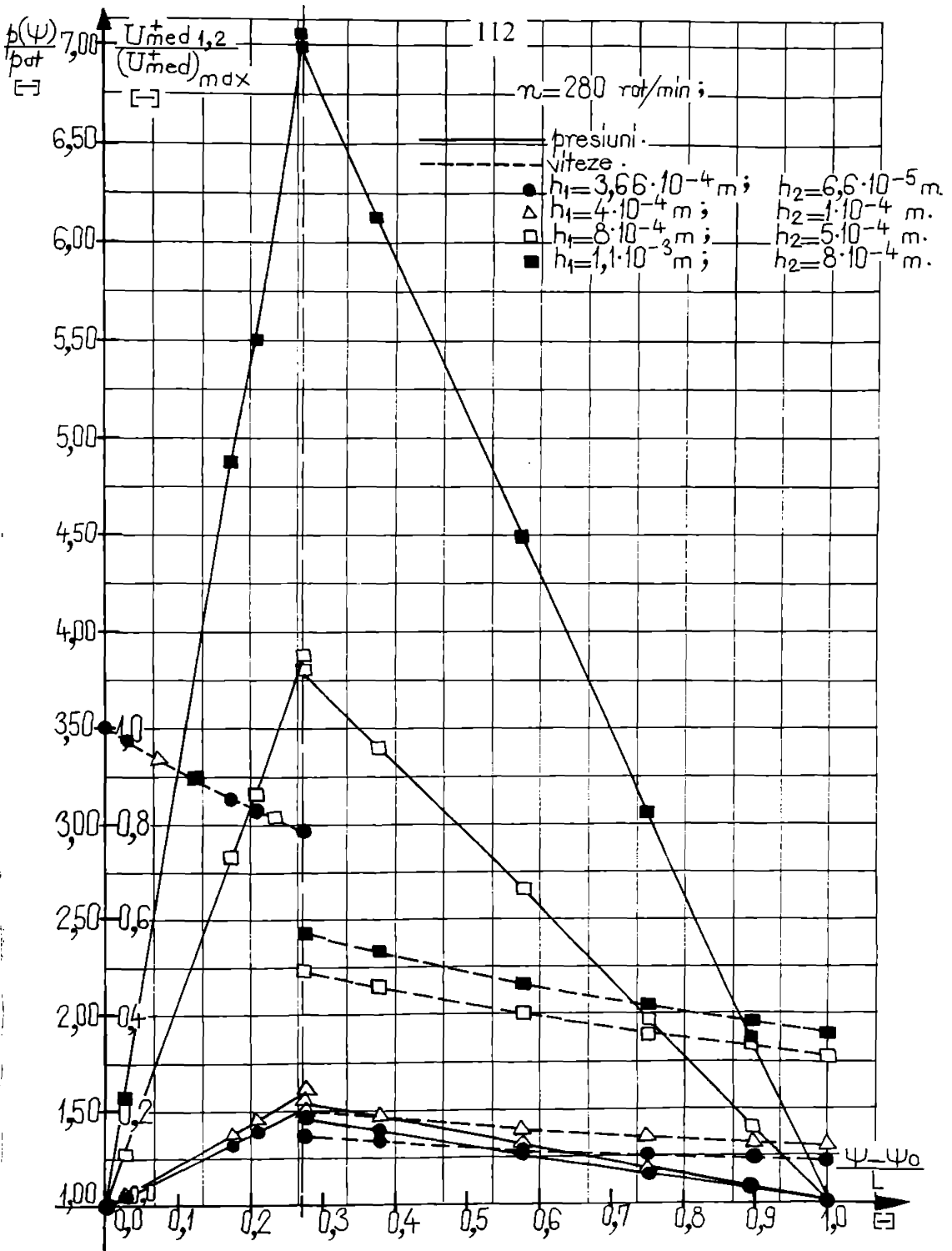


Figura nr. G.14. Regim turbulent. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

4.7.2. *Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta a-II-a*

Și în acest caz, facem mențiunea că, toate relațiile matematice și valorile optime ale unor parametri geometrici și funcționali, stabilite în subcap. 3.7.2, -pentru regimul laminar și permanent de lubrificație-, rămân valabile și pentru studiul lubrificației lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară "Varianta a-II-a" funcționând în regim turbulent și permanent.

Utilizând, iarăși, relațiile menționate în subcap. 4.7, ca și parametrii geometrici și funcționali ai lagărului cu canale spirale și pompă interioară "Varianta a-II-a", [157], au fost calculate distribuțiile de presiuni și de viteze pentru toată gama de turații de antrenare analizate, $n \in (0, \dots, 1400]$ rot/min.

O parte din rezultatele numerice obținute sunt prezentate în fig. nr. G.15 și G.16.

Precizăm și în acest caz că, rezultatele numerice, obținute pentru lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară "Varianta a-II-a" și prezentate parțial în fig. nr. G.15 și G.16, au fost stabilite utilizând în exclusivitate modelul matematic corespunzător, deci, cel stabilit pentru regimul turbulent de lubrificație.

De aceea, trebuie să menționăm că, toate observațiile făcute în finalul subcap. 4.7.1, privind "corespondența" sau "compatibilitatea" dintre regimul de lubrificație din lagăr și modelul matematic utilizat, rămân întru-totul valabile și pentru lagărul axial cu pompă interioară "Varianta a-II-a".

Analiza succintă a curbelor prezentate în fig. nr. G.15, G.16 și a celor prezentate în fig. nr. G.13, G.14, -corespunzătoare lagărului axial cu pompă interioară "Varianta I"-, ca și a celorlalte rezultate numerice obținute pentru turații de antrenare mai mari, ($n > 280$ rot/min), [156], permite remarcarea faptului că, ambele variante de lagăre axiale cu canale spirale și cu pompă interioară, funcționând în regim turbulent de lubrificație, realizează, cel puțin teoretic, presiuni extrem de mari, în special la turații n mari, comparativ cu cazul regimului laminar de lubrificație.

Cauzele, care stau la originea acestor rezultate teoretice inacceptabile pentru cazul lubrificației în regim turbulent, în special la turații/viteze mari de antrenare a lagărului, sunt, în opinia noastră, relațiile de calcul a coeficienților "globali" de lubrificație turbulentă oferite de literatura de specialitate, [20], [21], [25], [29], [49], [85], ș.a., și prezentate în subcap. 4.1, relații care, considerăm noi, conduc la valori ale coeficienților de lubrificație turbulentă de 300-400 ori mai mari decât valorile aceluiași coeficienți, corespunzătoare regimului laminar de lubrificație, (subcap. 4.1).

De aceea, în continuare, plecând de la rezultatele existente în literatură, [20], [25], [29], [85], ș.a., se încearcă stabilirea unor relații noi pentru calculul coeficienților "globali" de lubrificație turbulentă, relații care ar putea fi mai acceptabile. adică, să conducă la valori mai mici ale acestor coeficienți și, implicit, la valori mult mai realiste ale presiunilor în lagăr.

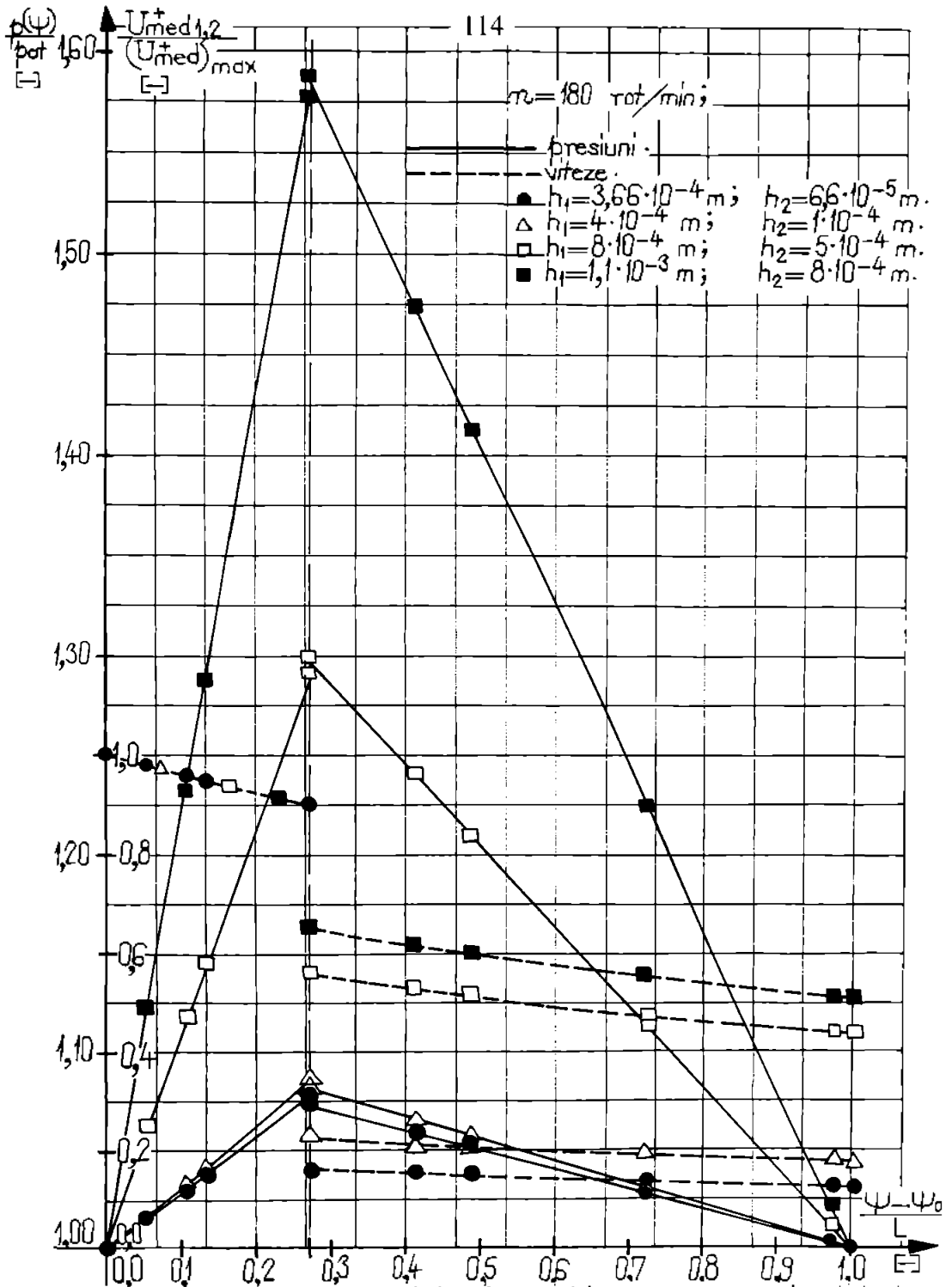


Figura nr. G.15. Regim turbulent. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

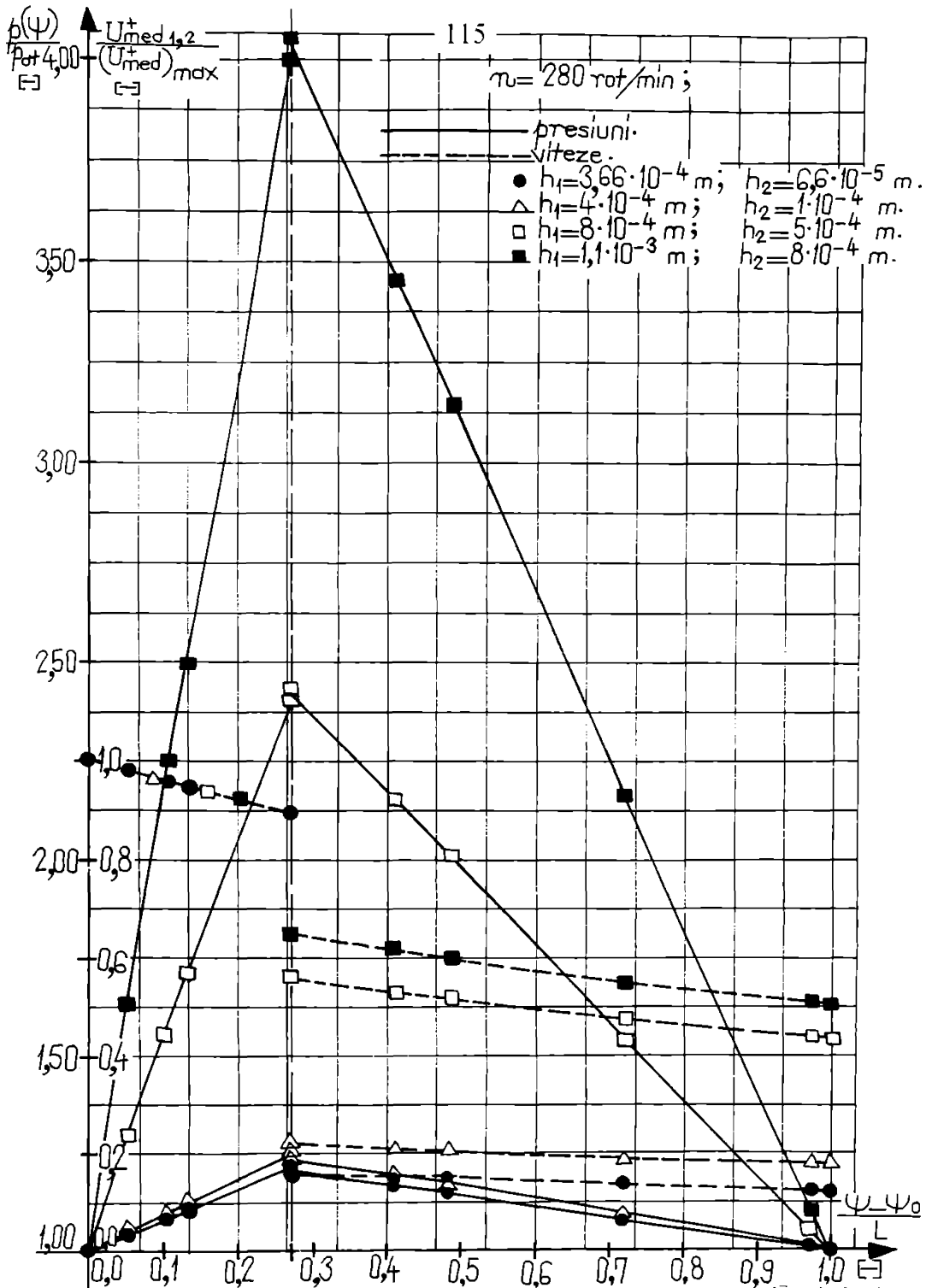


Figura nr. G.16. Regim turbulent. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta a-II-a.

4.8. Considerații asupra relațiilor parametrilor globali de curgere turbulentă existente în literatură. Relații noi pentru parametrii globali de lubrificație turbulentă

4.8.1. Punerea problemei

Calculul distribuțiilor de presiuni în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, (cu pompare interioară, cu pompare exterioară, cu debit zero, etc.), în regim turbulent de lubrificație, folosind relațiile analitice stabilite în subcap. 4.2.2 ca și în referințele [154], [156], ș.a., presupune, -așa după cum s-a arătat și în subcap. 4.1-, cunoașterea parametrilor globali de lubrificație turbulentă k_x și k_z . În acest scop, am preluat rezultatele și relațiile existente în literatură în domeniul lubrificației în regim turbulent, relații stabilite și publicate la începutul anilor '70 de către mai mulți autori, dintre care menționăm pe Prof. V. N. Constantinescu, [20], [21], [25], [29], ș.a., C. W. Ng, C. H. T. Pan, [85], ș.a., H. G. Elrod, C. W. Ng, [49], ș.a.

În mod concret, pentru calculul distribuțiilor de presiuni, respectiv calculul parametrilor globali de lubrificație turbulentă, am folosit relațiile (4.19), relații derivate din relațiile (4.8) stabilite de Acad. V. N. Constantinescu, [21], [25], ș.a., și publicate sub forma următoare:

$$k_x = \frac{1}{G_x} = 12 + 0,0136R_e^{0,9};$$

$$k_z = \frac{1}{G_z} = 12 + 0,0043R_e^{0,96};$$
(4.8)

Același autor oferă în lucrarea [29] alte relații pentru coeficienții k_x , k_z , stabilite tot statistic, ca de exemplu:

$$k_x = 12 + 0,53R_e^{0,725} = 12 + 0,53(k^{*2} R_e)^{0,725};$$
(4.55)

$$k_z = 12 + 0,296R_e^{0,65} = 12 + 0,296(k^{*2} R_e)^{0,65};$$
(4.56)

unde, numărul Reynolds "clasic", R_e , are expresia cunoscută pentru domeniul lubrificației, [19], [21], [28], [29], [85], [156], ș.a., adică, $R_e = \frac{\rho Vh}{\eta} = \frac{Vh}{\nu}$, unde, mărimile care intervin au, de asemenea, semnificațiile cunoscute, respectiv, ρ - densitatea fluidului, η - vâscozitatea dinamică a fluidului, h - grosimea filmului fluid, iar V - viteza suprafeței mobile a lagărului.

Menționăm din nou faptul că, relații similare cu relațiile (4.8), (4.55), (4.56) există în literatură, [85], ș.a., diferența dintre acestea fiind dată de valorile coeficienților și exponenților numerici. Aceste diferențe provin din "gradul de precizie" cu care autorii au stabilit expresia dependenței k_x , $k_z = f(R_e)$ sau k_x , $k_z = f(R)$, stabilite ambele, mai întâi, sub forma unor grafice.

Este evident că, fiind relații diferite, ele conduc la valori diferite ale coeficienților k_x , k_z și, implicit, ale distribuțiilor de presiuni în regim turbulent, [154], [156]. Chiar și relațiile Acad. V. N. Constantinescu, [21], [25], [29], respectiv relațiile (4.8), (4.55), (4.56), conduc la valori foarte diferite ale coeficienților k_x , k_z , -(valori duble sau chiar triple)-, la același număr Reynolds, R_e .

Toate aceste constatări arată cât se poate de clar faptul că, există o diversitate de rezultate la diferiți autori și chiar la același autor, [21], [25], [29], ș.a., deși baza de studiu în teoria lubrificației în regim turbulent a fost cam aceeași, [25], [49], [85], ș.a.

Prin urmare, atunci, când se efectuează un calcul numeric concret, în care intervin coeficienții k_x , k_z , apare, evident, "nehotărârea" asupra relației folosite, cu atât mai mult cu cât autorii sau chiar autorul, [21], [25], [29], nu precizează care sunt relațiile cele mai corecte și, evident, recomandate pentru calcule. Drept urmare, rezultatele numerice obținute sunt aberante!

Astfel, după cum s-a arătat în considerațiile finale de la subcap. 4.7.2, respectiv în fig. nr. G.13, ..., G.16 și referințele bibliografice [154], [156], calculul distribuțiilor de presiuni în lagărul axial autoportant cu canale spirale, folosind relațiile (4.8) ale coeficienților k_x și k_z , a condus la valori inacceptabile ale presiunilor comparativ cu regimul laminar, în special la turații/viteze mari.

În literatură, [29], ș.a., se arată că, în general, într-un lagăr, presiunile realizate în regim turbulent de lubrificație sunt mai mari decât în regim laminar.

În condițiile expuse mai sus, s-a pus întrebarea, -firească pentru un asemenea studiu-, unde poate fi eroarea, greșeala. Au fost verificate relațiile stabilite în subcap. 3.4 și 4.4, pentru regimul laminar și turbulent de lubrificație și am constatat că sunt, în opinia noastră, corecte! De fapt, este ușor de constatat că, cele două modele matematice stabilite în subcap. 3.4 și 4.4 coincid, dacă, în modelul matematic stabilit pentru regimul turbulent de lubrificație, (subcap. 4.4), se face $k_x = k_z = 12$.

Unele analize numerice comparative concrete, bazate pe rezultatele și relațiile statistice oferite de V. N. Constantinescu, [20], [21], [25], [29], C. W. Ng, C. H. T. Pan, [85], ș.a., au condus la concluzia că, este posibil ca relațiile (4.8), (4.55), (4.56), dar și celelalte care există în literatură, [85], ș.a., să nu fie corecte, în special, în zona de "racordare" a regimului turbulent cu regimul laminar, dar și la turații/viteze mari. Mai concret, se poate afirma că, aceste relații dau valori foarte mari pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă k_x , k_z ; (de exemplu, pentru regim laminar de mișcare, $k_x = k_z = 12$, iar pentru regim turbulent de lubrificație, la un număr $R_e \cong R_{e_c} \cong 50000$, relațiile (4.8) conduc la valorile $k_x \cong 242$ și $k_z \cong 151$). Aceste valori foarte mari pentru coeficienții k_x , k_z , conduc la presiuni foarte mari în lagăr în regim turbulent, comparativ cu regimul laminar.

Principalele puncte de vedere diferite, pe care le avem față de rezultatele și relațiile statistice existente în literatură, [20], [21], [25], [29], [49], [85], ș.a., dar, în special, privind rezultatele și relațiile oferite de Acad. V. N. Constantinescu, [20], [21], [25], [29], ș.a., sunt:

1. Prof. V. N. Constantinescu susține că, pentru regim laminar de lubrificație, se obține din relațiile (4.8), (4.55), (4.56) valoarea $k_x = k_z = 12$, (valoare corectă pentru regim laminar de lubrificație, ea fiind obținută pe cale analitică), considerând $R_e = 0$

sau $R = 0$. Într-un regim laminar de lubrificație, există mișcare de fluid, deci, este viteză medie spațială și, dacă este viteză, atunci nu poate fi numărul Reynolds nul, ($R_c = 0$).

De asemenea, un lagăr autoportant este un lagăr hidrodinamic, în care, în tot timpul funcționării este mișcare. Dacă nu este mișcare, atunci acesta devine lagăr hidrostatic. Deci, pentru regim laminar de lubrificație la un lagăr autoportant, numărul Reynolds este nenul, având valori în intervalul $R_c \in (0, \dots, 1700]$, după cum se menționează în literatură, [21], [29], ș.a. Prin urmare, este firesc ca pentru tot acest interval, mai puțin cazul $R_c = 0$, (când nu există mișcare în lagăr), să avem, pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă, valoarea $k_x = k_z = 12$.

2. În toate raționamentele sale, Prof. V. N. Constantinescu, dar și alți cercetători, [85], ș.a., în lipsa unor alte rezultate experimentale, [29], consideră pentru constanta k^* , din expresia lungimii de amestec, valoarea $k^* = 0,4$, admițând valoarea găsită pe cale experimentală de către Nicuradse pentru cazul conductelor circulare. Ori, există diferențe mari între grosimea stratului de fluid, h , din lagăr și diametrul unei conducte d , (diferențe ajungând până la peste 1000 ori, [29]). Considerăm că este posibil ca, în cazul lubrificației în regim turbulent, constanta k^* să aibă valori mai mici decât $k^* = 0,4$ și chiar să depindă de numărul Reynolds. Prin urmare, se caută, dacă este posibilă, stabilirea unei dependențe funcționale între k^* și R_c .

3. Această observație este legată de prima și se referă la modul cum se face "racordarea" rezultatelor găsite pentru regimul turbulent cu regimul laminar, -unde, așa după cum este cunoscut, $k_x = k_z = 12$ -, Prof. V. N. Constantinescu considerând că, valoarea $k_x = k_z = 12$ este "adevărată" doar pentru cazul când $R_c = 0$, [29], deși regimul laminar poate fi admis în intervalul $R_c \in (0, \dots, 1700]$.

Cele prezentate mai sus se constituie în motive suficiente pentru ca, în cele ce urmează, să încercăm stabilirea unor relații noi pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă k_x și k_z , plecând de la o parte dintre rezultatele obținute de Prof. V. N. Constantinescu și prezentate în lucrarea [29], dar, și în alte lucrări, [20], [21], [25].

4.8.2. Regimuri de curgere în funcționarea lagărelor axiale autoportante

În orice lagăr hidrodinamic, deci și în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, regimul de lubrificație (curgere) poate fi laminar, turbulent. Între aceste două regimuri limită existând o zonă de tranziție laminar-turbulent.

În literatură, [19], [21], [29], [85], ș.a., sunt menționate valori apropiate ale numărului Reynolds, care ar putea caracteriza natura regimului de curgere într-un lagăr hidrodinamic. Astfel, pentru un interval $R_c \in (0, \dots, 1700]$, se apreciază că regimul de curgere în lagăr este laminar, iar pentru un număr Reynolds, $R_c \geq 2200$, [21], efectele

turbulente devin dominante în lagăr.

Rezultă că, zona de tranziție laminar-turbulent în lagăr poate fi "încadrată" în domeniul de valori ale numărului Reynolds $1700 < Re < 2200$.

Într-o reprezentare schematică, cele trei regimuri de funcționare ar putea fi "amplasate" ca în figura nr. 4.1.

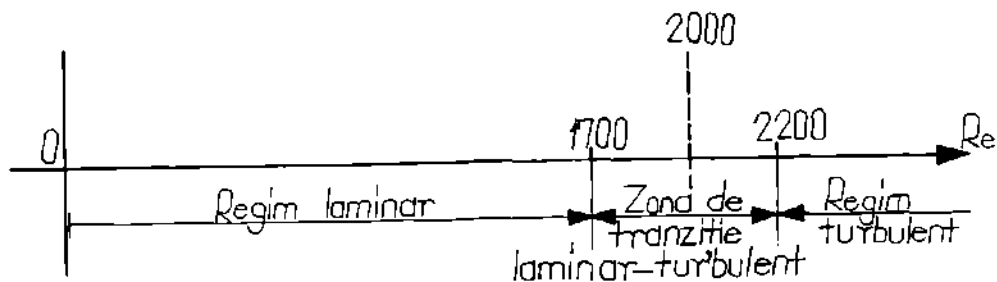


Figura nr. 4.1 Regimuri de curgere în lagărele axiale autoportante.

În continuare, în toate raționamentele care se vor face pentru determinarea relațiilor coeficienților globali de lubrificație turbulentă k_x , k_z , se va pleca de la situația prezentată în figura nr. 4.1.

Menționăm că, prin "divizarea" din fig. nr. 4.1, s-a realizat o extindere forțată a regimului laminar spre cel turbulent, extindere ce va fi avută în vedere în cele ce urmează.

4.8.3. Stabilirea relațiilor pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă k_x și k_z

În raționamentele care urmează, vom pleca de la ipoteza că, legea de variație a coeficienților k_x și k_z , în regim turbulent de lubrificație, este cea dată de relațiile (4.55) și (4.56), [29]. Prin identificare, din relațiile (4.55) și (4.56), se obține că $R = k^* R_c$, care este un număr Reynolds modificat, în care constanta adimensională k^* este necunoscută. Este evident că, în regimul de mișcare din lagărul axial autoportant există R_c și nu R !

4.8.3.1. Stabilirea relației pentru coeficientul k_x

Conform celor afirmate mai sus, vom admite, pentru început, că, în regim turbulent de lubrificație, legea de variație a coeficientului global de lubrificație turbulentă k_x cu numărul Reynolds modificat R , este

$$k_{\lambda} = 0,53R^{0,725} = 0,53(k^{*2} Re)^{0,725}; \quad (4.57)$$

Dacă se reprezintă grafic relația (4.55), se obține curba oferită de Prof. V. N. Constantinescu, ([29], fig. nr. 2.28, pag. nr. 94), prima parte a acestei curbe fiind reprezentată la o scară mărită în figura nr. 4.2. Din fig. nr. 4.2, rezultă că, valoarea $k_{\lambda} = 12$, -valoare ce corespunde regimului laminar de lubrificație-, se regăsește doar la $Re, (R) = 0$, ceea ce nu este corect, pentru că această valoare este admisă în tot domeniul laminar de mișcare și, cu o oarecare extrapolare, poate fi admisă chiar și în prima parte a domeniului de tranziție laminar-turbulent, (v. fig. nr. 4.1).

Prin urmare, considerăm că, este mult mai corect ca axa ordonatelor, k_{λ} , (v. fig. nr. 4.2.), să treacă nu prin zero, ($Re = 0$), ci prin limita superioară a intervalului de valori a lui Reynolds corespunzătoare regimului laminar, care, conform fig. nr. 4.1, ar putea fi $Re \cong 1700, (2000)$, (v. linia întreruptă verticală din fig. nr. 4.1.). Se constată că, în acest fel, coeficientul k_{λ} are valori mult mai mici, pentru aceeași valoare a numărului Reynolds; (de exemplu, pentru $Re = 2500$, din grafic rezultă $k_{\lambda} \cong 47$, iar după translatarea curbei, deci, a ordonatei la $Re \cong 2000$, se obține pentru coeficientul k_{λ} , la același $Re = 2500$, valoarea $k_{\lambda} \cong 21,5$, ș.a.m.d.).

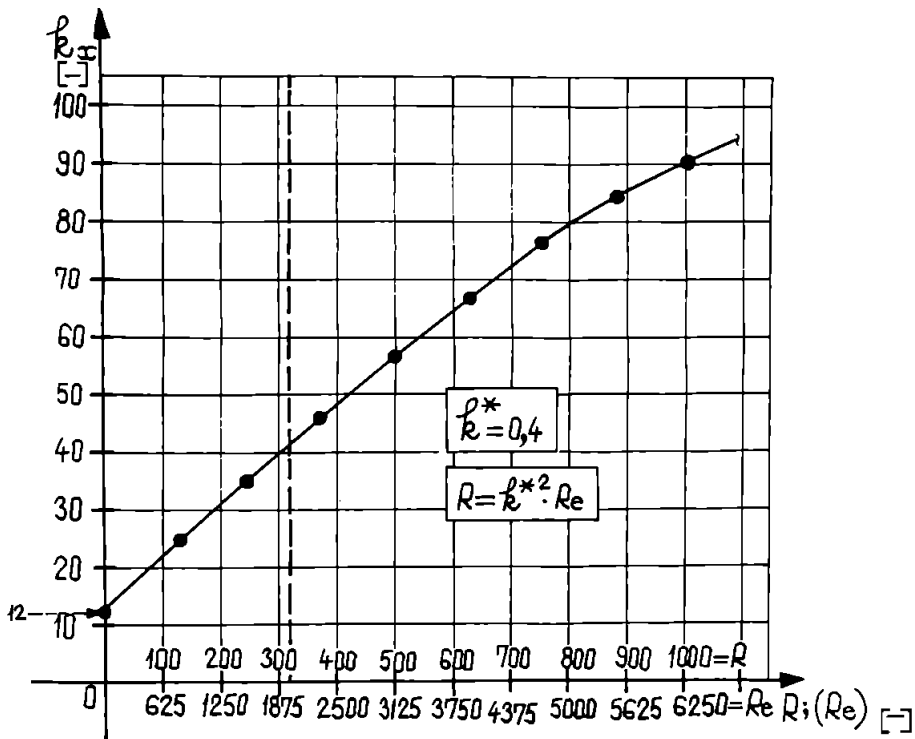


Figura nr. 4.2. Dependența k_{λ} în funcție de $R, (Re)$.

Conform fig. nr.4.2, valorii $Re = 2000$ îi corespunde o valoare a numărului Reynolds modificat $R = 320$,-(prof. V. N. Constantinescu a considerat în relațiile

(4.55) și (4.56) valoarea $k^* = 0,4$.

Astfel, să translatăm curba din figura nr. 4.2, -(curba oferită de relația (4.55), [29]), în așa fel încât $k_x = 12$ la o valoare a numărului Reynolds modificat $R = 320$, ($R_c = 2000$). Relația care permite această translatare este similară cu relația (4.55), adică:

$$k_x = 12 + 0,53(R - 320)^{0,725} = 12 + 0,53 \left[k^{*2} (R_c - 2000) \right]^{0,725}; \quad (4.58)$$

unde, $R \in [320, \dots, 16000]$, respectiv $R_c \in [2000, \dots, 10^5]$.

Atunci, conform relației (4.58), regimul laminar de lubrificație se obține dacă se face $R = 320$, ($R_c = 2000$), deci se obține $k_x = 12$.

Dacă acceptăm că relația (4.58) este adevărată, atunci va trebui să modificăm legea de variație a lui k_x cu numărul Reynolds R , (R_c), -acceptată inițial ca fiind de forma (4.57)-, și anume:

$$k_x = 0,53(R - 320)^{0,725} = 0,53 \left[k^{*2} (R_c - 2000) \right]^{0,725}; \quad (4.59)$$

unde, în continuare, valoarea constantei adimensionale k^* este cea adoptată de Prof. V. N. Constantinescu, ($k^* = 0,4$).

După cum am menționat, Prof. V. N. Constantinescu, în relațiile (4.8)', (4.55), (4.56), deci, și în relațiile derivate (4.58), (4.59), a considerat $k^* = 0,4$. Singurul raționament motivat pentru această valoare a lui k^* a fost faptul că, aceasta a fost stabilită pe cale experimentală de către Nicuradse, pentru cazul conductelor circulare și că nu există alte recomandări în literatură, privind valoarea constantei k^* în cazul lubrificației în regim turbulent.

În continuare, se urmărește să se arate că această valoare $k^* = 0,4$ este mare pentru cazul lubrificației în regim turbulent și că se impune, pentru calculul coeficientului k_x cu relațiile (4.58), (4.59), o valoare mai mică.

Astfel, să considerăm cazul regimului laminar de lubrificație, când, se știe că, avem:

$$k_x = 12; k_z = 12; \quad (4.60)$$

Să scriem relațiile (4.60) sub o altă formă, prin analogie cu relația (4.57), respectiv relația (4.59), adică:

$$k_x = 0,53 \left(k^{*2} R_c \right)^{0,725} \quad (4.61.a)$$

$$k_z = 0,296 \left(k^{*2} R_c \right)^{0,65} \quad (4.61.b)$$

unde, $R_c \in (0, \dots, 2000)$, sau $R_c \in (0, \dots, 1700)$.

Scrind relațiile (4.61), înseamnă că am acceptat pentru moment ipoteza că, coeficienții globali de lubrificație k_x , k_z depind și în domeniul regimului laminar, cel puțin, de numărul Reynolds, dacă nu și de constanta adimensională k^* . Relațiile (4.61) nu sunt adevărate pentru numere Re mici, (de exemplu, $Re \leq 1100$), dar ele devin acceptabile pentru intervalul de tranziție laminar-turbulent, $1100 < Re < 1780$, (2000).

Din relațiile (4.60) și (4.61), rezultă următoarele egalități:

$$12 = 0,53 \left(k^{*2} Re \right)^{0,725}; \quad (4.62.a)$$

$$12 = 0,296 \left(k^{*2} Re \right)^{0,65}; \quad (4.62.b)$$

Cu relațiile (4.62), care, repetăm, sunt acceptabile pentru ultima parte a domeniului de regim laminar și chiar pentru zona de tranziție laminar-turbulent, $1100 < Re < 1780$ (2000), să calculăm valorile constantei k^* pentru domeniul de valori $Re \in [0,1, \dots, 2000]$. Dar, mai întâi, din relațiile (4.62) explicităm constanta k^* , rezultând:

$$k^* = \left(\frac{12}{0,53 Re^{0,725}} \right)^{\frac{1}{1,45}}; \quad (4.62.a')$$

$$k^* = \left(\frac{12}{0,296 Re^{0,65}} \right)^{\frac{1}{1,30}}; \quad (4.62.b')$$

Calculul cu relațiile (4.62) sau (4.62)' este prezentat în tabelul nr. 4.1.

Tabelul nr. 4.1.

Nr.Re	Re	0,1	10	100	200	300	400	450	500
Coef.									
$k_x[-]$	k^*	27,19052	2,719052	0,859839	0,607998	0,496428	0,42992	0,40533	0,38453
$k_z[-]$	k^*	54,5554	5,45554	1,72519	1,21989	0,99604	0,862597	0,813265	0,77153

700	800	900	1000	1100	1200	1300	1400	1500	1600
0,324988	0,30399	0,28661	0,27191	0,25925	0,24821	0,238476	0,22981	0,222009	0,21496
0,65206	0,60995	0,57506	0,54555	0,52016	0,49802	0,47848	0,461102	0,44544	0,43129

1700	1800	1900	2000
0,208542	0,202666	0,197261	0,192266
0,418403	0,4066323	0,395787	0,38576526

Din valorile calculate și centralizate în tabelul nr. 4.1, rezultă că, pentru cazul coeficientului k_x , constanta $k^* \cong 0,192266$ pentru $Re = 2000$, iar constanta

$k^* \cong 0,38576526$ pentru coeficientul de lubrificație k_x , la aceeași valoare $R_e = 2000$. Se constată că, valorile constantei adimensionale k^* menționate se încadrează în limitele recomandate de Prof. V. N. Constantinescu pentru regimul turbulent de lubrificație, adică, $k^* = 0,2, \dots, 0,4$, [29]. Deci, se confirmă, oarecum, ipoteza pe care am făcut-o privind dependența constantei k^* de R_e , conform relațiilor (4.61), cel puțin pentru ultima parte a regimului laminar, “suprapus” intenționat peste zona de tranziție laminar-turbulent, ($1700 < R_e < 2200$).

În aceste condiții, este posibil să presupunem că, constanta k^* depinde și în continuare, în regimul turbulent de lubrificație, de numărul Reynolds R_e .

Ne vom referi în cele ce urmează, mai întâi la coeficientul global de lubrificație turbulentă k_x , urmărind să găsim o posibilă lege de variație pentru constanta k^* cu R_e și, în final, o relație nouă de calcul pentru coeficientul k_x .

Astfel, să scriem relația (4.62.a) sub o formă mai generală, valabilă pentru regimul turbulent de lubrificație și chiar pentru ultima parte a zonei de tranziție laminar-turbulent, adică;

$$k^* = \left[\frac{k_x}{0,53 R_e^{0,725}} \right]^{1,45}, \text{ unde; } R_e \in [2001, \dots, 50000(10^5)]; \quad (4.63)$$

Să dezvoltăm în serie relația (4.63), conform formulei lui Taylor pentru o funcție de două variabile, (pentru regimul turbulent de lubrificație), în jurul punctului ($k_x = 12$; $R_e = 2000$). Vom avea:

$$\begin{aligned} k^*(k_x; R_e) = & k^*(k_x = 12, R_e = 2000) + \frac{1}{1!} \left[(k_x - 12) \frac{\partial}{\partial k_x} + (R_e - 2000) \frac{\partial}{\partial R_e} \right]^{(1)} k^* (\\ & k_x = 12; R_e = 2000) + \frac{1}{2!} \left[(k_x - 12) \frac{\partial}{\partial k_x} + (R_e - 2000) \frac{\partial}{\partial R_e} \right]^{(2)} k^* (k_x = 12; R_e = 2000) + \\ & + \dots + \frac{1}{n!} \left[(k_x - 12) \frac{\partial}{\partial k_x} + (R_e - 2000) \frac{\partial}{\partial R_e} \right]^{(n)} k^* (k_x = 12, R_e = 2000) + \\ & + R_n(k_x, R_e); \end{aligned} \quad (4.64)$$

Sau, polinomul lui Taylor (4.64) se poate scrie sub o formă mai explicită, astfel:

$$\begin{aligned}
k^*(k_x; R_e) &= k^*(k_x = 12; R_e = 2000) + \frac{1}{1!} \left[(k_x - 12) \frac{\partial k^*}{\partial k_x} (k_x = 12; R_e = 2000) + \right. \\
&+ (R_e - 2000) \frac{\partial k^*}{\partial R_e} (k_x = 12; R_e = 2000) \left. \right] + \frac{1}{2!} \left[(k_x - 12) \frac{\partial^2 k^*}{\partial k_x^2} (k_x = 12; R_e = 2000) + \right. \\
&+ (R_e - 2000) \frac{\partial^2 k^*}{\partial R_e^2} (k_x = 12; R_e = 2000) \left. \right] + \dots + \frac{1}{n!} \left[(k_x - 12) \frac{\partial^n k^*}{\partial k_x^n} (k_x = 12; \right. \\
&R_e = 2000) + (R_e - 2000) \frac{\partial^n k^*}{\partial R_e^n} (k_x = 12; R_e = 2000) \left. \right] + R_n(k_x, R_e). \quad (4.65)
\end{aligned}$$

Efectuând calculele algebrice și admitând că, precizia cerută este asigurată prin considerarea primilor trei termeni ai polinomului lui Taylor, (4.65), se obține:

$$\begin{aligned}
k^*(k_x; R_e) &\cong 0,192266 + 0,0109068859(k_x - 12) - 4,8048475 \cdot 10^{-3} \cdot \\
&(R_e - 2000), \quad (4.66)
\end{aligned}$$

Relația (4.66) poate fi scrisă sub o altă formă, observând relația (4.55), astfel:

$$\begin{aligned}
k^*(R_e) &\cong 0,192266 + 5,7806495 \cdot 10^{-3} \left(k^{*2} R_e \right)^{0,725} - 4,8048475 \cdot \\
&\cdot 10^{-3} (R_e - 2000), \quad (4.67)
\end{aligned}$$

Utilizarea relației (4.55) s-a făcut cu scopul de a obține, prin relația (4.67), trecerea de la regim laminar la regim turbulent de lubrificație.

Să scriem relația (4.67) sub o altă formă, exprimând termenul $\left(k^{*2} R_e \right)^{0,725}$ sub forma unui polinom Taylor, dezvoltat pentru o funcție de două variabile, – (pentru regimul turbulent de lubrificație) – în jurul punctului $(k^* = k_o^* \cong 0,192266; R_e = 2000)$. Vom avea, observând și relațiile (4.64), respectiv (4.65):

$$\begin{aligned}
f(k^*; R_e) &= f(k^* = k_o^*; R_e = 2000) + \frac{1}{1!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial}{\partial k^*} + (R_e - 2000) \frac{\partial}{\partial R_e} \right]^{(1)} f(k^* = k_o^*; \\
R_e = 2000) &+ \frac{1}{2!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial}{\partial k^*} + (R_e - 2000) \frac{\partial}{\partial R_e} \right]^{(2)} f(k^* = k_o^*; R_e = 2000) + \dots \\
\dots + \frac{1}{n!} &\left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial}{\partial k^*} + (R_e - 2000) \frac{\partial}{\partial R_e} \right]^{(n)} f(k^* = k_o^*; R_e = 2000) + \\
&+ R_n(k^*; R_e); \quad (4.68)
\end{aligned}$$

Sau, polinomul Taylor (4.68) se poate scrie sub o formă mai dezvoltată, astfel:

$$\begin{aligned}
f(k^*; R_e) = & f(k^* = k_o^*; R_e = 2000) + \frac{1}{1!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial f}{\partial k^*} (k^* = k_o^*; R_e = 2000) + \right. \\
& \left. + (R_e - 2000) \frac{\partial f}{\partial R_e} (k^* = k_o^*; R_e = 2000) \right] + \frac{1}{2!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial^2 f}{\partial k^{*2}} (k^* = k_o^*; R_e = 2000) + \right. \\
& \left. + (R_e - 2000) \frac{\partial^2 f}{\partial R_e^2} (k^* = k_o^*; R_e = 2000) \right] + \dots + \frac{1}{n!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial^n f}{\partial k^{*n}} (k^* = k_o^*; \right. \\
& \left. R_e = 2000) + (R_e - 2000) \frac{\partial^n f}{\partial R_e^n} (k^* = k_o^*; R_e = 2000) \right] + R_n(k^*; R_e); \quad (4.69)
\end{aligned}$$

Efectuând calculele algebrice și admitând că precizia dorită este asigurată prin considerarea primilor trei termeni ai polinomului lui Taylor (4.69), rezultă: [în relațiile (4.68) și (4.69), am admis că valoarea constantei k_o^* este $k_o^* \cong 0,192266$, adică valoarea stabilită pentru limita superioară a regimului laminar de lubrificație, conform tab. nr. 4.1]:

$$\begin{aligned}
f(k^*; R_e) = & (k^*)^{1,45} R_e^{0,725} \cong -65,02229199 + 370,5794901k^* + \\
& + 8,2069823 \cdot 10^{-3} \cdot R_e; \quad (4.70)
\end{aligned}$$

Înlocuind relația (4.70) în relația (4.67), rezultă:

$$k^*(R_e) \cong -0,087508129 + 2,142190144k^* - 6,06787 \cdot 10^{-7} \cdot R_e; \quad (4.71)$$

Relația (4.71) se prezintă ca o relație de calcul iterativ pentru constanta k^* . De aceea, procedând într-un mod specific, vom determina valoarea constantei k^* din membrul drept astfel încât, constanta k^* din membrul stâng să tindă către valoarea stabilită pentru aceasta la limita superioară a regimului laminar de lubrificație, adică, $k^* \cong 0,192266$ pentru $R_e \cong 2000$, conform tab. nr.4.1.

Astfel, se obține relația pentru $k^*(R_e)$ de forma următoare:

$$k^*(R_e) \cong 0,193479573 - 6,06787 \cdot 10^{-7} \cdot R_e; \text{ unde, } R_e \in [2000, \dots, 10^5]. \quad (4.72)$$

Deci, relația (4.72) oferă o posibilă dependentă între constanta k^* și numărul Reynolds, R_e , stabilită pe cale teoretică, valabilă pentru coeficientul global de lubrificație turbulentă k_x .

Înlocuind relația (4.72) în relația (4.58), se obține o nouă relație de calcul a coeficientului global de lubrificație turbulentă k_x , astfel:

$$k_x = 12 + 0,53 \left[(0,193479573 - 6,06787 \cdot 10^{-7} \cdot R_e)^2 (R_e - 2000) \right]^{0,725}, \quad (4.73)$$

unde: $R_e \in [2000, \dots, 10^5]$

Relația (4.73) include și regimul laminar de lubrificație, deoarece, dacă se face $R_e=2000$, se obține valoarea $k_x=12$.

Relațiile (4.72) și (4.73) sunt reprezentate grafic în figura nr. 4.3.

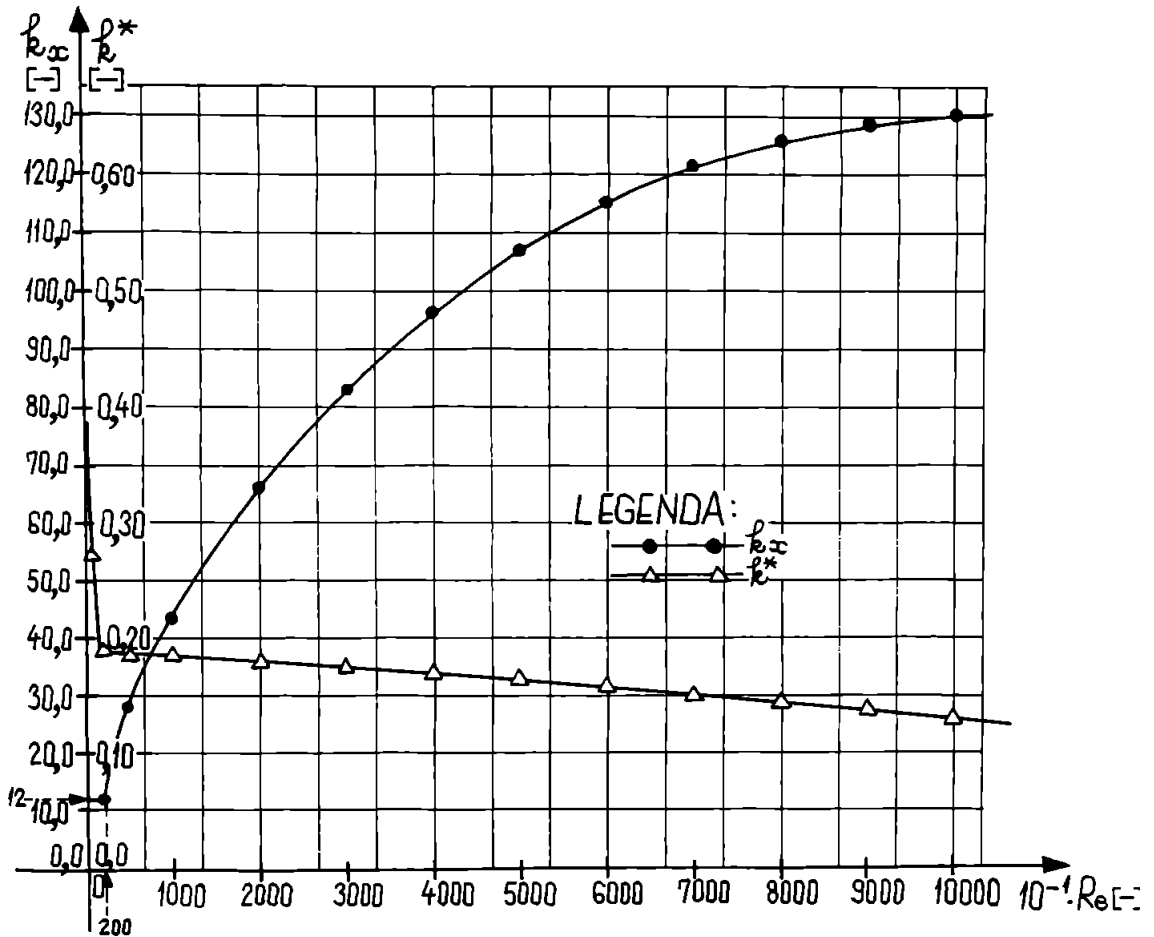


Figura nr. 4.3. Dependențele k_x , k^* în funcție de Re .

Din curbele prezentate în figura nr. 4.3, rezultă că, în domeniul de valori pentru numărul Reynolds $2000 \leq Re < 10^5$, constanta k^* ia valori cuprinse în intervalul $0,192266 \geq k^* > 0,132800873$, adică, sensibil apropiate de cele recomandate în literatură, [29], $k^* = 0,2, \dots, 0,4$, unde se admite $k^* = \text{constant}$ în intervalul menționat, iar coeficientul global de lubrificație turbulentă k_x ia valori mult mai mici decât cele prezentate în literatură, [29], [49], [85], ș.a., -[v. fig. nr. 4.2. față de care, valorile coeficientului k_x calculate cu relația stabilită (4.73) sunt de (2,5 - 3) ori mai mici].

Prin urmare, propunem și relația (4.73) pentru calculul coeficientului global de lubrificație turbulentă k_x .

4.8.3.2. Stabilirea relației pentru coeficientul k_z

În principiu, pentru stabilirea acestei relații se fac aceleași raționamente matematice, ipoteze și discuții ca în cazul stabilirii relației pentru calculul coeficientului k_x , -(subcap. 4.8.3.1.). De aceea, în continuare, se va face o prezentare mai succintă.

Din motivele menționate pentru coeficientul k_x , (v. subcap. 4.8.3.1.), și în acest caz, să translatăm curba oferită de relația (4.56), astfel încât $k_z=12$ la o valoare a numărului Reynolds modificat $R=320$, ($R_c=2000$). Relația care permite această translație este similară cu relația (4.56), adică:

$$k_z = 12 + 0,296(R - 320)^{0,65} = 12 + 0,296 \left[k^{*2} (R_c - 2000) \right]^{0,65}; \quad (4.74)$$

unde, $R \in [320, \dots, 16000)$, respectiv $R_c \in [2000, \dots, 10^5)$.

Atunci, conform relației (4.74), regimul laminar de lubrificație se obține dacă se face $R=320$, ($R_c=2000$), deci $k_z=12$.

Să considerăm, în continuare, relația (4.62 b), stabilită în subcap. 4.8.3.1., relație care poate fi apreciată ca acceptabilă pentru ultima parte a regimului laminar și chiar pentru zona de tranziție laminar-turbulent, $1100 < R_c < 1780, (2000)$, adică:

$$12 = 0,296 \left(k^{*2} R_c \right)^{0,65}; \quad (4.62.b)$$

$$\text{sau; } k^* = \left[\frac{12}{0,296 R_c^{0,65}} \right]^{1,36}; \quad (4.62.b')$$

Să scriem relația (4.62.b') sub o formă mai generală, valabilă pentru regimul turbulent de lubrificație și chiar pentru ultima parte a zonei de tranziție laminar-turbulent, astfel:

$$k^* = \left(\frac{k_z}{0,296 R_c^{0,65}} \right)^{1,36}; \text{ unde, } R_c \in (2000, \dots, 50000(10^5)); \quad (4.75)$$

Să dezvoltăm în serie relația (4.75), conform formulei lui Taylor pentru o funcție de două variabile, (pentru regimul turbulent de lubrificație), în jurul punctului ($k_z=12$; $R_c=2000$). Vom avea relații identice cu relațiile (4.64) și (4.65), cu deosebirea că, în loc de k_x se va scrie k_z , astfel:

$$\begin{aligned}
k^*(k_z; R_c) = & k^*(k_z = 12; R_c = 2000) + \frac{1}{1!} \left[(k_z - 12) \frac{\partial k^*}{\partial k_z} (k_z = 12; R_c = 2000) + \right. \\
& \left. + (R_c - 2000) \frac{\partial k^*}{\partial R_c} (k_z = 12; R_c = 2000) \right] + \frac{1}{2!} \left[(k_z - 12) \frac{\partial^2 k^*}{\partial k_z^2} (k_z = 12; R_c = 2000) + \right. \\
& \left. + (R_c - 2000) \frac{\partial^2 k^*}{\partial R_c^2} (k_z = 12; R_c = 2000) \right] + \dots + \frac{1}{n!} \left[(k_z - 12) \frac{\partial^n k^*}{\partial k_z^n} (k_z = 12; \right. \\
& \left. R_c = 2000) + (R_c - 2000) \frac{\partial^n k^*}{\partial R_c^n} (k_z = 12; R_c = 2000) \right] + R_n(k_z; R_c); \quad (4.76)
\end{aligned}$$

Efectuând calculele numerice și admitând că, precizia impusă este asigurată prin considerarea doar a primilor trei termeni ai polinomului lui Taylor (4.76), se obține:

$$\begin{aligned}
k^*(k_z; R_c) \cong & 0,38576526 + 0,024490767(k_z - 12) - \\
& - 9,640514 \cdot 10^{-5}(R_c - 2000); \quad (4.77)
\end{aligned}$$

Relația (4.77) poate fi scrisă sub o altă formă, observând relația (4.56), astfel:

$$\begin{aligned}
k^*(R_c) \cong & 0,38576526 + 7,2492672 \cdot 10^{-3} (k^{*2} R_c)^{0,65} - 9,640514 \cdot \\
& \cdot 10^{-5}(R_c - 2000); \quad (4.78)
\end{aligned}$$

Să scriem relația (4.78) sub o altă formă, exprimând termenul $(k^{*2} R_c)^{0,65}$ sub forma unui polinom Taylor, dezvoltat pentru o funcție de două variabile, (pentru regimul turbulent de mișcare), în vecinătatea punctului $(k^* = k_o^* \cong 0,38576526; R_c = 2000)$. Vom obține, în acest fel, o relație similară cu relațiile (4.68) sau (4.69), adică:

$$\begin{aligned}
f(k^*; R_c) = & (k^*)^{1,30} R_c^{0,65} = f(k^* = k_o^*; R_c = 2000) + \frac{1}{1!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial f}{\partial k^*} (k^* = k_o^*; \right. \\
& \left. R_c = 2000) + (R_c - 2000) \frac{\partial f}{\partial R_c} (k^* = k_o^*; R_c = 2000) \right] + \frac{1}{2!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial^2 f}{\partial k^{*2}} (k^* = k_o^*; \right. \\
& \left. R_c = 2000) + (R_c - 2000) \frac{\partial^2 f}{\partial R_c^2} (k^* = k_o^*; R_c = 2000) \right] + \dots + \frac{1}{n!} \left[(k^* - k_o^*) \frac{\partial^n f}{\partial k^{*n}} (k^* = \right. \\
& \left. = k_o^*; R_c = 2000) + (R_c - 2000) \frac{\partial^n f}{\partial R_c^n} (k^* = k_o^*; R_c = 2000) \right] + R_n(k^*; R_c); \quad (4.69)
\end{aligned}$$

Efectuând calculele numerice și admitând că, precizia impusă este asigurată prin luarea în considerare doar a primilor trei termeni ai polinomului lui Taylor (4.69), se obține: [în relația (4.69), am admis că, valoarea constantei k_0^* este $k_0^* \cong 0,38576526$, adică valoarea stabilită pentru limita superioară a regimului laminar de lubrificație, conform tabelului nr 4.1.]:

$$f(k^*; R_c) = (k^*)^{1,30} R_c^{0,65} \cong -59,00399338 + 189,74101k^* + 0,013174522R_c; \quad (4.79)$$

Înlocuind relația (4.79) în relația (4.78), se obține:

$$k^*(R_c) \cong 0,150839827 + 1,37548328k^* - 8,99509 \cdot 10^{-7} \cdot R_c; \quad (4.80)$$

Relația (4.80) se prezintă ca o relație de calcul iterativ pentru constanta k^* . De aceea, procedând într-o manieră specifică, vom determina valoarea constantei k^* din membrul drept astfel încât, constantă k^* din membrul stâng să tindă către o valoare stabilită pentru această constantă la limita superioară a regimului laminar de lubrificație, adică $k^* \cong 0,38576526$ pentru $R_c \cong 2000$, conform tab. nr.4.1.

Se obține, astfel, relația propusă pentru calculul constantei $k^*(R_c)$ de forma următoare:

$$k^*(R_c) \cong 0,387564278 - 8,99509 \cdot 10^{-7} \cdot R_c; \text{ unde, } R_c \in [2000, \dots, 10^5]. \quad (4.81)$$

Deci, relația (4.81) oferă o posibilă dependentă între constanta k^* și numărul Reynolds, R_{Re} , stabilită pe cale teoretică și valabilă pentru coeficientul global de lubrificație turbulentă k_z .

Înlocuind relația (4.81) în relația (4.74), se obține o nouă relație de calcul a coeficientului global de lubrificație turbulentă k_z , astfel:

$$k_z = 12 + 0,296 \left[\left(0,387564278 - 8,99509 \cdot 10^{-7} \cdot R_c \right)^2 (R_c - 2000) \right]^{0,65}; \quad (4.82)$$

unde; $R_c \in [2000, \dots, 10^5]$.

Relația (4.82) include și regimul laminar de lubrificație, deoarece, dacă se face $R_c=2000$, se obține valoarea $k_z=12$.

Relațiile (4.81) și (4.82) sunt reprezentate grafic în figura nr.4.4.

Din curbele prezentate în figura nr.4.4, rezultă că, în domeniul de valori pentru numărul Reynolds, $2000 \leq R_c < 10^5$, constanta k^* ia valori cuprinse în intervalul $0,38576526 \geq k^* > 0,29761338$, adică foarte apropiate de cele recomandate în

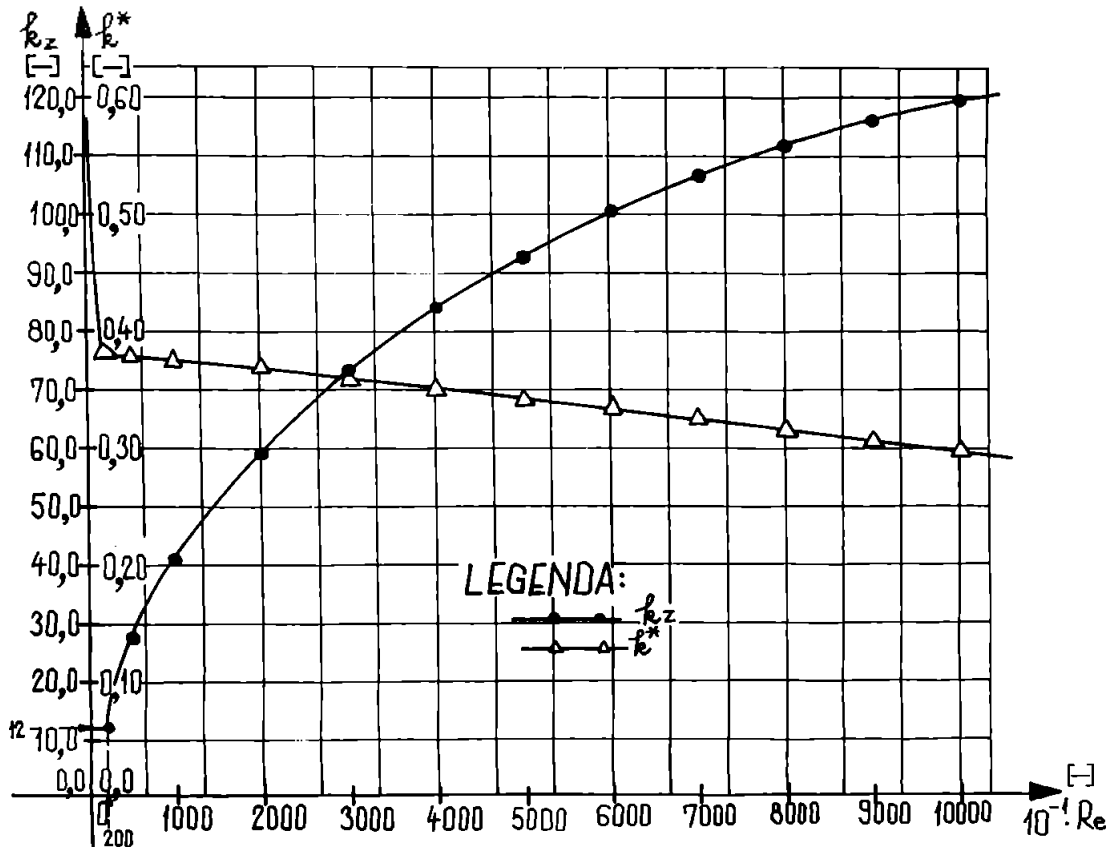


Figura nr.4.4. Dependențele k_z , k^* în funcție de Re .

literatură, [29], $k^* = 0,2, \dots, 0,4$, unde se admite $k^* = \text{constant}$ în intervalul menționat de valori ale lui Re , iar coeficientul global de lubrificație turbulentă k_z ia valori, de asemenea, mai mici decât cele prezentate în literatură, [29], [49], [85], ș.a., -(față de care, valorile coeficientului k_z calculate cu relația stabilită (4.82) sunt de (1,5+2) ori mai mici).

În consecință, propunem și relația (4.82) pentru calculul coeficientului global de lubrificație turbulentă k_z .

4.8.4. Rezultate numerice

Relațiile stabilite în subcap. 4.8.3, pentru calculul coeficienților globali de lubrificație turbulentă k_x , k_z , respectiv relațiile (4.73) și (4.82) au fost utilizate pentru a

recalcula o parte dintre distribuțiile de presiuni și de viteze determinate în subcap. 4.7. Rezultatele numerice obținute au fost prezentate, ca și celelalte de altfel, sub forma unor diagrame în fig. nr. G.17, ..., G.20.

O parte dintre curbele prezentate în fig. nr. G.17, ..., G.20 au și un caracter "comparativ", adică, sunt comparate rezultatele teoretice obținute cu relațiile propuse de noi cu rezultatele teoretice obținute utilizând relațiile stabilite de Acad. V. N. Constantinescu, [29], dar și [21], [25].

Concluziile, rezultate din analiza curbelor prezentate în fig. nr. G.17, ..., G.20, vor fi formulate în subcap. 4.9, împreună cu celelalte "analize" teoretice stabilite pentru regimul turbulent și permanent de lubrificație.

4.9. Concluzii privind mișcarea turbulentă și permanentă a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară

Rezultatele teoretice, obținute ca urmare a studiului mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu pompă interioară în regim turbulent, sunt prezentate sub forma unor ecuații diferențiale și cu derivate parțiale pentru câmpul de presiuni în lungul direcției curbilini ψ , respectiv în lungul unui canal spiral al lagărului.

Rezolvarea analitică sau/și numerică a acestor ecuații s-a făcut numai pentru cazul regimului turbulent și permanent de mișcare, obținându-se, în final, distribuțiile de presiuni și de viteze din lagăr în lungul direcției ψ .

Ecuațiile diferențiale și cu derivate parțiale au fost stabilite atât sub formă dimensională, cât și sub formă normalizată, pentru a se facilita rezolvarea numerică și pentru o mai mare generalizare a acestora.

Rezultatele teoretice, prezentate sub forma unor ecuații diferențiale cu derivate parțiale și/sau a unor dependențe grafice, permit formularea unor concluzii cu privire la mișcarea turbulentă a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu canale spirale și cu pompă interioară, concluzii care pot fi sintetizate astfel:

a. Ecuațiile diferențiale și cu derivate parțiale permit analiza distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției curbilini ψ în regim turbulent și în condițiile unei mișcări permanente, respectiv nestaționare, oferind și informații calitative preliminare privind "caracterul" și "complexitatea" mișcării fluidului vâscos incompresibil în lagăr, în regim turbulent de lubrificație.

b. Sunt stabilite, -prin integrarea ecuațiilor diferențiale-, distribuțiile de presiuni și de viteze în lungul unui canal spiral al unui lagăr axial cu canale spirale și cu pompă interioară, în regim turbulent și permanent de lubrificație și ținând seamă de influența forțelor de inerție convective. Pe baza acestor relații, a fost posibil calculul numeric al distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul unui canal spiral al lagărului cu pompă interioară, lagăr studiat în două variante constructiv-geometrice.

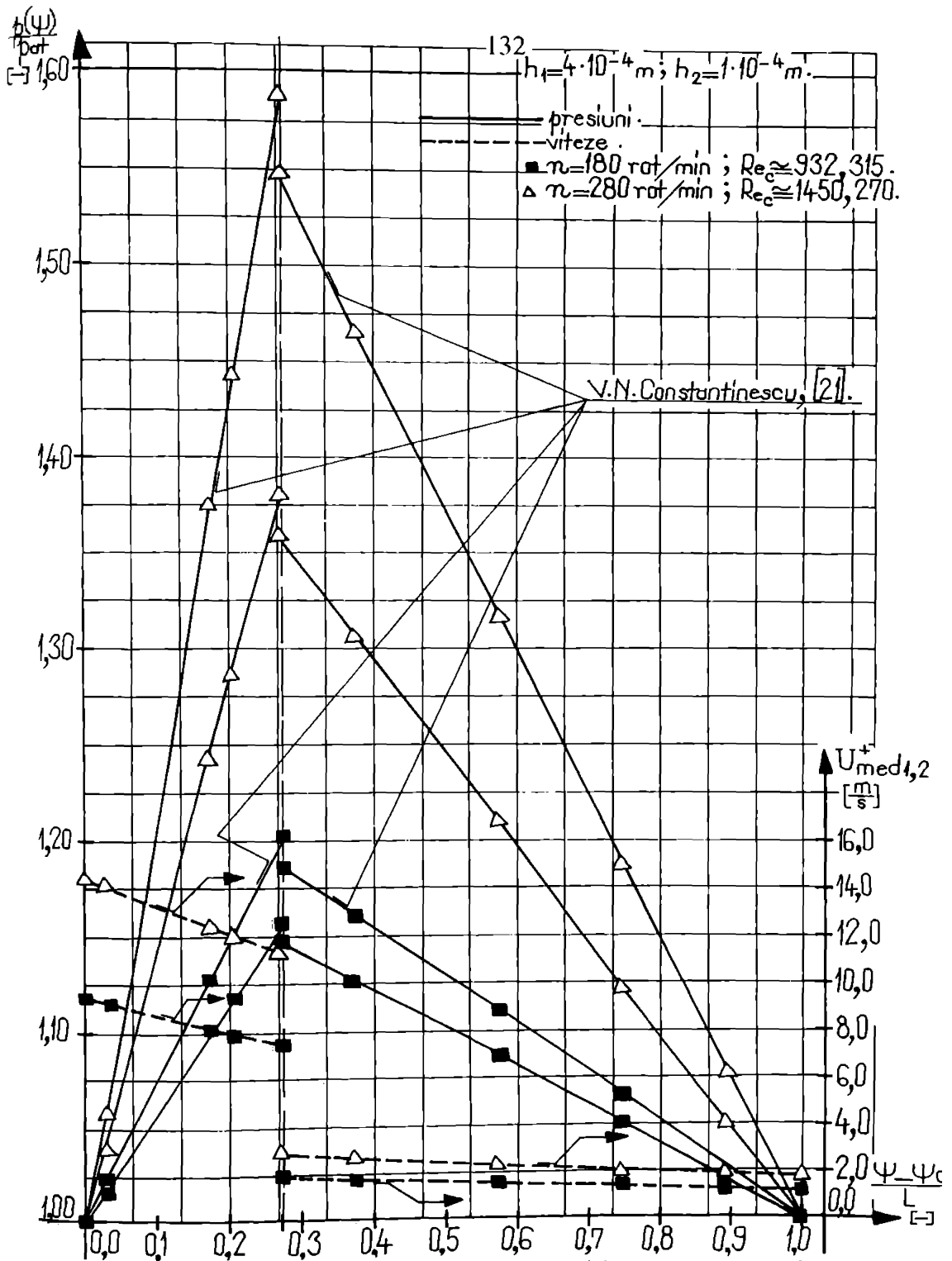


Figura nr. G.17. Regim turbulent. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

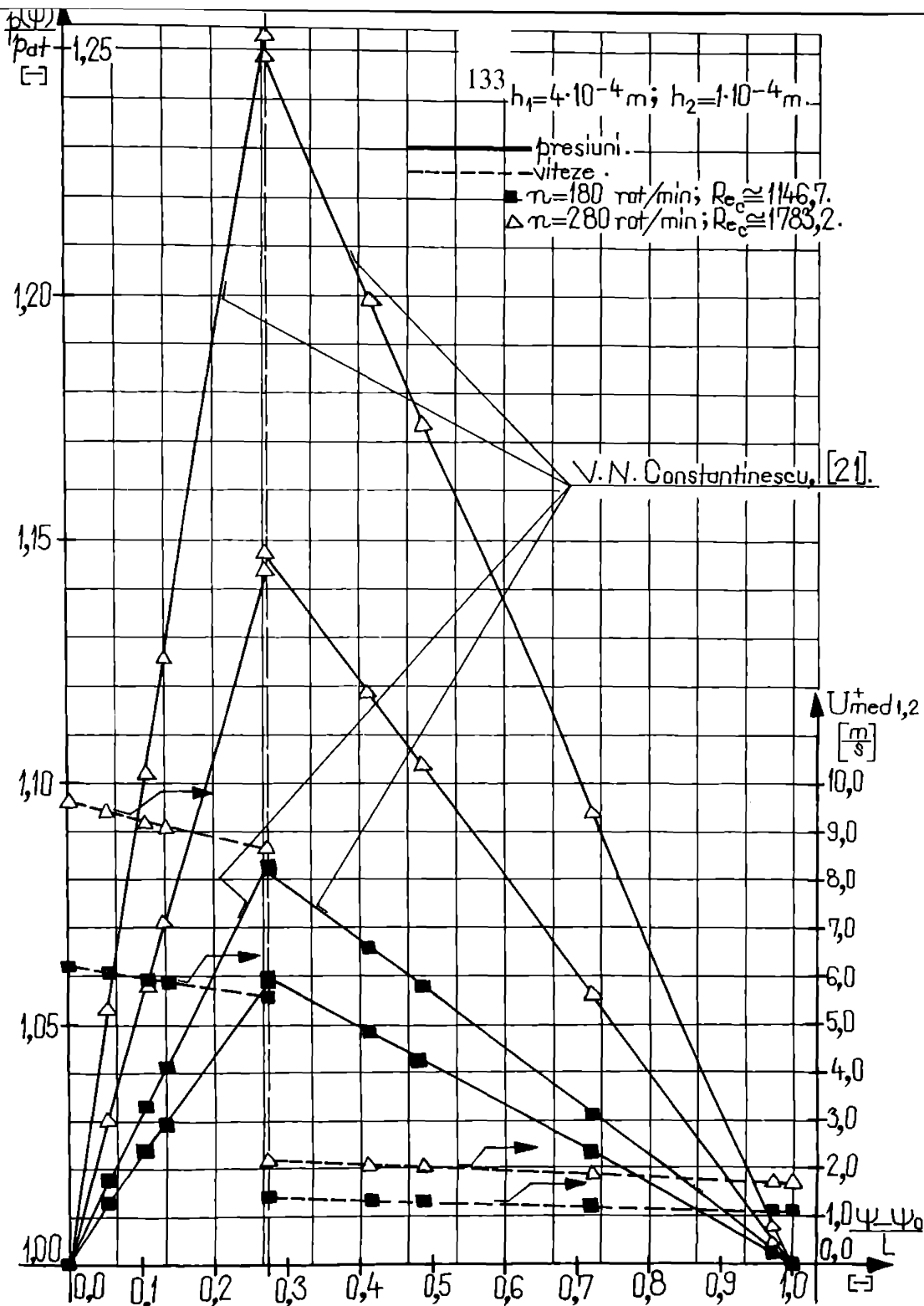


Figura nr. G.18. Regim turbulent. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompe interioară. Varianta a-II-a.

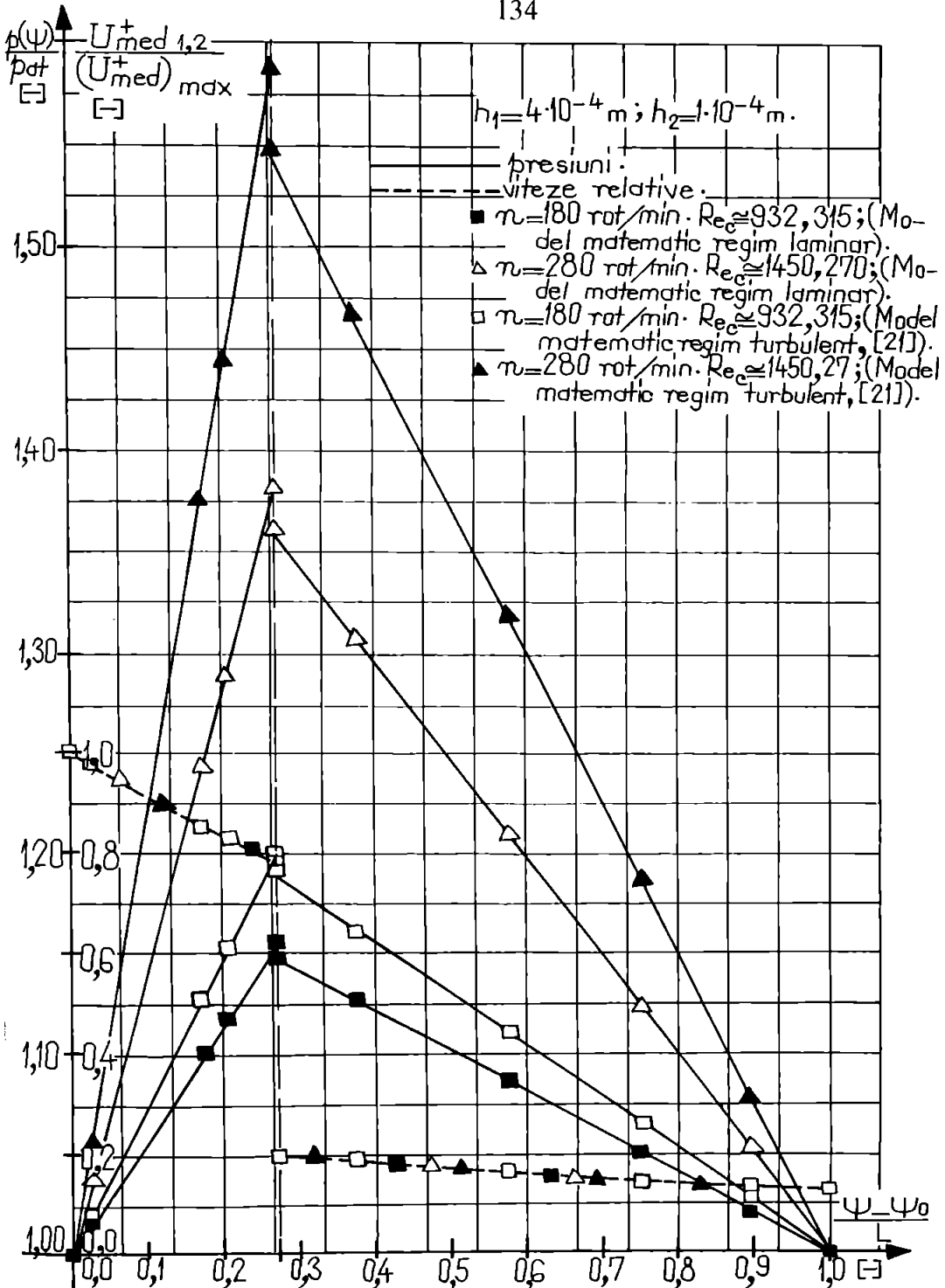


Figura nr. G.19. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară. Varianta I.

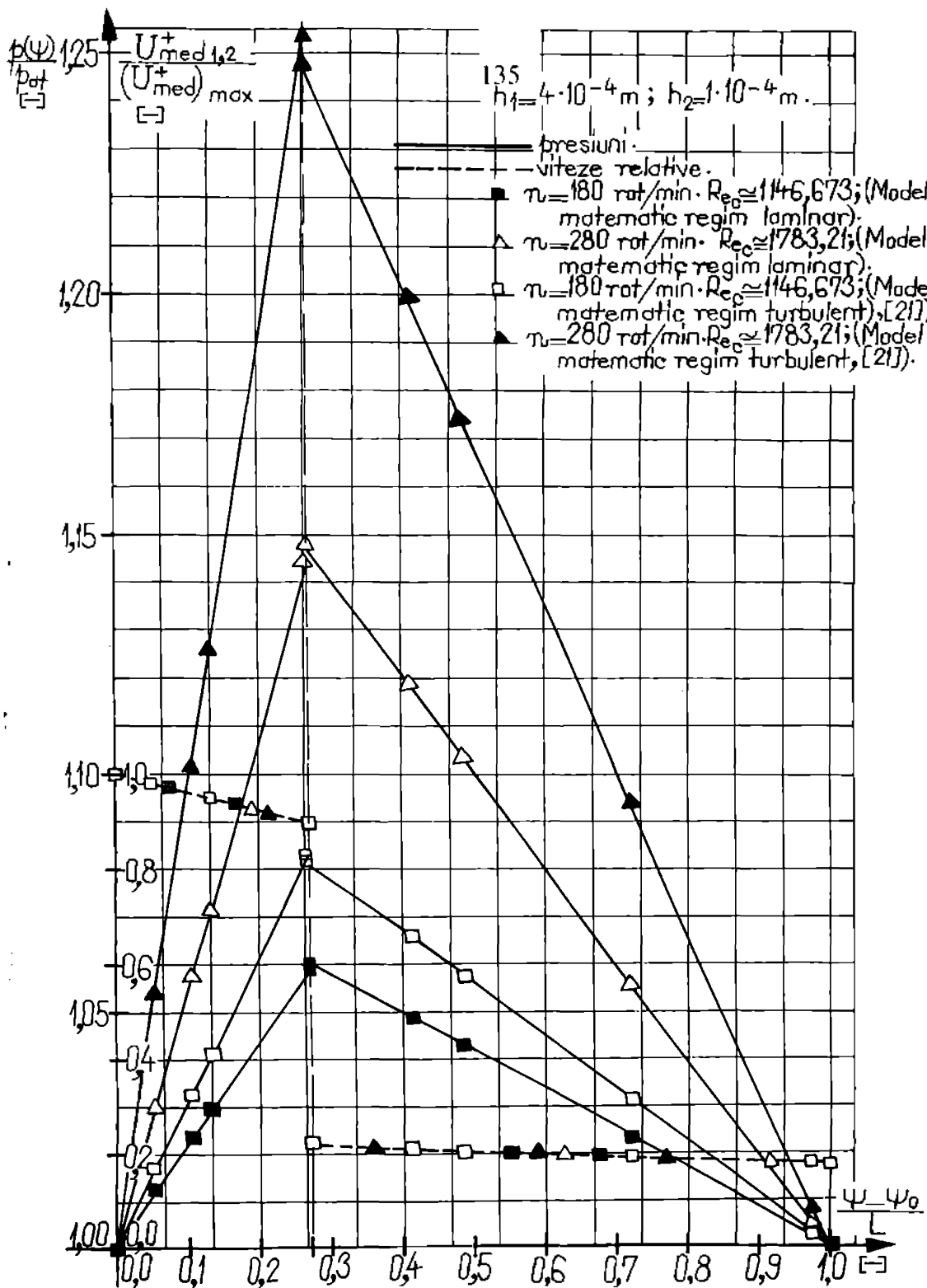


Figura nr. G.20. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

c. Dependențele grafice prezentate în fig. nr. G.13, ..., G.20 scot în evidență o serie de aspecte teoretice, legate de curgerea în lagărul axial cu canale spirale și cu pompare interioară în regim turbulent și permanent de funcționare, astfel:

c.1. Lagărul axial cu canale spirale și cu pompare interioară Varianta I realizează performanțe hidrodinamice mult superioare celor ale lagărului Varianta a-II-a, pentru toată gama de turații, n și rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ investigate.

De aici, rezultă că, esențială, în realizarea unor presiuni mari în lagăr, este mărirea suprafeței lagărului, în special a regiunii cancelate a suprafeței profilate a lagărului axial cu canale spirale și cu pompare interioară, respectiv razele r_1 , r_c , r_c și alte elemente geometrice, dimensionale, definite cu ajutorul razelor r_1 , r_c și r_c .

c.2. În general, creșterea performanțelor hidrodinamice ale lagărului axial cu pompare interioară funcționând în regim turbulent și permanent, pentru aceleași dimensiuni ale suprafeței lagărului, $\{r_1, r_c, r_c\}$, se realizează, în special, prin mărirea turației de antrenare, n și mai puțin prin modificarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

c.3. Din analiza reprezentărilor grafice $\frac{p(\psi)}{p_{at}} = f\left(\frac{\psi - \psi_0}{L}\right)$ și $\frac{U_{med1,2}^+}{(U_{med}^+)_{max}} = f\left(\frac{\psi - \psi_0}{L}\right)$, rezultă că, vitezele medii adimensionale cresc de la intrare și până la ieșire din lagăr, înregistrând un salt în dreptul treptei radiale dispusă la raza $r \equiv r_c$, în timp ce, presiunile adimensionale au o variație neliniară, -conform relațiilor (4.32) și (4.33)-, de la intrare în lagăr, unde $p_{intrare} \equiv p_{atim}$, și până la presiunea "extremă" p_s și, apoi, de la presiunea "extremă" p_s până la ieșire din lagăr, unde $p_{ieșire} \equiv p_{atim}$.

c.4. Ca și în cazul regimului laminar și permanent de lubrificație, și în acest caz, se constată că, "diferența" de presiune sau "saltul" de presiune $\Delta p = p_s - p_s$ tinde către zero când, teoretic, raportul $\frac{h_1}{h_2} \rightarrow 1$, deci, când dispare treapta sau când presiunile extreme sunt egale, $p_s \equiv p_s$; -(acest caz, $p_s \equiv p_s$, se "înregistrează" numai dacă, în studiul teoretic al mișcării, nu se ține seama de efectele inerțiale!).

c.5. Analiza curbelor prezentate în fig. nr. G.13, ..., G.20 evidențiază faptul că, saltul de presiune Δp este influențat atât de valoarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, [19], [23], ș.a., cât și de valoarea turației n și de geometria lagărului cu canale spirale și cu pompare interioară, $\{r_1, r_c, r_c\}$, [156], [157.5], [157.6], ș.a.

Spre deosebire de cazul regimului laminar de mișcare, (subcap. 3.8), în cazul regimului turbulent, se poate admite că, în general, efectele inerțiale sunt mai mici și saltul de presiune chiar schimbă de semn, la aceleași valori ale turației, raportului $\frac{h_1}{h_2}$ și aceeași variantă de lagăr, (de exemplu: lagărul cu pompare interioară Varianta

a-II-a, $h_1=4 \cdot 10^{-4}m$, $h_2=1 \cdot 10^{-4}m$, $n=180$ rot/min; în regim turbulent, $\Delta p \cong -69Pa$, iar în regim laminar, $\Delta p \cong +148Pa$, ș.a.m.d, -v. și fig. nr. G.7 și G.15).

Ca și în subcap. 3.8, apreciem că, la aceeași variantă de lagăr, parametrul principal care determină valoarea saltului de presiune, ($\Delta p = p_s - p_n \geq 0$), este turația n a lagărului.

În ceea ce privește presiunile adimensionale, calculele numerice ca și dependențele grafice prezentate în fig. nr. G.13,....., G.20, evidențiază valori extrem de mari, în special la turații de antrenare, n , mari, ($n > 200 \frac{rot}{min}$) și la valori mici ale

raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} < 4$), lucru subliniat, de altfel, și în finalul subcap. 4.7.2, unde au fost făcute și unele considerații privind "cauzele" care stau la originea acestor rezultate teoretice inacceptabile.

Menționăm că, rezultatele teoretice obținute, [156] și prezentate parțial în fig. nr. G.13,....., G.16, au fost determinate utilizând, -în modelul matematic stabilit pentru regimul turbulent de lubrificație, (subcap. 4.4, 4.5)-, relațiile stabilite de Acad. V. N. Constantinescu, [21], [25], [29], pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă, relații prezentate în subcap. 4.1.

Chiar dacă, în literatura de specialitate, nu au fost identificate rezultate teoretice concrete, cu care să comparăm rezultatele teoretice găsite de noi pentru cazul regimului turbulent și permanent de lubrificație, opinăm că, rezultatele teoretice obținute, [156] și parțial prezentate în fig. nr. G.13,....., G.16, în special, cele la turații mari și la valori mici ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, sunt inacceptabile și că, presurile realizate de un lagăr axial cu canale spirale și cu pompă interioară, în regim turbulent și permanent, trebuie să fie superioare, (dar de același ordin de mărime), presiunilor realizate de același lagăr funcționând în regim laminar și permanent.

Drept consecință, -conform cu cele precizate în subcap. 4.8.4-, au fost recalulate o parte dintre distribuțiile de presiuni și de viteze, utilizând relațiile stabilite de noi pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă, (v. subcap. 4.8.3.), rezultatele numerice obținute fiind prezentate în fig. nr. G.17,....., G.20. În fig. nr. G.17 și G.18, au fost suprapuse rezultatele numerice obținute cu relațiile stabilite de noi și folosind relațiile existente în literatură, [21], [25], [29], iar în fig. nr. G.19 și G.20, au fost suprapuse distribuțiile de presiuni și de viteze realizate de același lagăr axial cu canale spirale și cu pompă interioară în regim laminar și permanent de funcționare, (calculul s-a făcut utilizând modelul matematic stabilit pentru regim laminar și permanent de lubrificație, -cap. 3), și în regim turbulent și permanent de funcționare, (calculul s-a făcut cu modelul matematic stabilit pentru regimul turbulent și permanent de lubrificație, -cap. 4-, și utilizând relațiile existente în literatură, [21], pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă).

Din analiza curbelor prezentate în fig. nr. G.17 și G.18, rezultă că, presiunile adimensionale obținute utilizând relațiile propuse de noi pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă, sunt mult mai mici decât cele obținute utilizând relațiile stabilite de Acad. V. N. Constantinescu, [21]. Această diferență este mult mai evidentă la

turații de antrenare $n > 280$ rot/min și pentru valori ale raportului $\frac{h_1}{h_2} < 4$.

Din analiza curbelor prezentate în fig. nr. G.19 și G.20, rezultă foarte clar că, un lagăr axial cu canale spirale și cu pompă interioară (Varianta I sau și Varianta a-II-a) realizează, cel puțin teoretic, presiuni mai mari în regim turbulent și permanent, comparativ cu regimul laminar și permanent de lubrificație, (la aceeași valoare a raportului $\frac{h_1}{h_2} = 4$ și la aceeași turație de antrenare, n).

Observație

Trebuie subliniat faptul că, chiar utilizând relațiile stabilite de noi, (subcap. 4.8.3), pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă, valorile obținute prin calcul pentru presiuni sunt foarte mari, nerealiste, -îndeosebi la turații de antrenare, n , mari și la valori mici ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$ -, ceea ce înseamnă că nici relațiile stabilite de noi nu sunt acceptabile, realiste. Prin urmare, trebuie continuate eforturile pentru a stabili alte relații pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă. De asemenea, trebuie efectuate studii experimentale susținute pentru a obține rezultate experimentale certe, cu care să fie comparate rezultatele teoretice, astfel încât, în final, să existe certitudinea că, relațiile utilizate pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă sunt corecte, deci, cele căutate.

După cum am menționat în subcap. 4.8, există unele "rezerve", privind relațiile coeficienților de lubrificație turbulentă, chiar la același autor, care oferă relații diferite în lucrări diferite, [21], [25], [29], ceea ce justifică și mai mult necesitatea unei noi abordări a acestei probleme.

Considerăm că, "baza" de la care am plecat, pentru stabilirea noilor relații ale coeficienților globali de lubrificație turbulentă, adică relațiile oferite de lucrarea [29], nu este decât orientativă și că, pentru a obține rezultate concrete, concordante, realiste, trebuie analizată întreaga teorie oferită de Acad. V. N. Constantinescu în lucrarea [29], structura relațiilor coeficienților de lubrificație turbulentă existente în lucrare și, în special, modul cum au fost stabiliți coeficienții și exponenții numerici din aceste relații, precum și valorile acestora.

Această direcție, susținută și de cercetare experimentală, considerăm că, este una de noutate, de interes și, desigur, complementară, alături de rezultatele teoretice existente în literatură, [20], [21], [25], [29], [49], [85], ș.a.

CAPITOLUL 5

STUDIUL TEORETIC AL MIȘCĂRII LAMINARE ȘI STAȚIONARE A FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE ȘI CU POMPARE EXTERIOARĂ

În cele ce urmează, este analizată mișcarea laminară și permanentă a fluidelor vâskoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare exterioară, respectiv sunt determinate, în final, distribuțiile de presiuni și de viteze în lungul direcției curbilunii ψ . Ca și în cazul lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară, (v. cap. 3, 4), și în acest caz, direcția ψ coincide cu direcția “de pompare” a fluidului, adică “pompare” spre exterior, având, astfel, o mișcare “încetinită”, similară cu cea din pompele centrifuge speciale cu rotor deschis.

5.1. Sisteme de coordonate folosite pentru studiul mișcării în lagăr și relații între coordonate. Domeniul de analiză. Distribuții de viteze în regim laminar. Debitul masic în regim laminar.

Stabilirea ecuațiilor fundamentale pentru studiul mișcării fluidului vâscos în lagăr impune, iarăși, precizarea sistemelor de coordonate folosite și a volumului de control, pe care sunt definite distribuțiile de viteze și debitul masic de fluid.

Sistemele de coordonate și volumul de control, utilizate pentru analiza mișcării laminare și permanente din lagărul axial cu canale spirale și cu pompare exterioară, sunt identice cu cele prezentate în subcap. 3.1, respectiv fig. nr. 2.2, 2.4.b.

În raționamentele care urmează, vom admite că, mișcarea laminară și permanentă a fluidului vâscos, între cele două suprafețe evasiparalele ale lagărului axial autportant cu canale spirale și cu pompare exterioară, este descrisă de aceleași profile de viteze parabolice $u(y)$, $v_r(y)$, $w(y)$, $v_\xi(y)$ și $v_\psi(y)$, -(3.34)-, prezentate în subcap. 3.1.3, iar debitul masic de fluid este exprimat de aceeași relație integrală (3.35), \mathcal{M}_p , prezentată în subcap. 3.1.3, [149], [155], [156].

Ținând seama de faptul că, lagărele axiale cu canale spirale și cu pompare exterioară sunt lagăre hidrodinamice axiale speciale, în funcționarea cărora apare, ca element specific, efectul de autopompare, ne interesează mișcarea fluidului vâscos incompresibil newtonian în regim laminar, permanent și ținând seamă de efectele inerțiale, în lungul unui canal spiral, -Figura nr. 5.1.-, deci în lungul direcției ψ . Această abordare este motivată și de similitudinile constructiv-geometrice și

funcționale care există între aceste lagăre și mașinile hidraulice radiale și radial-axiale, în special pompele centrifuge cu rotor deschis, [155], similitudini precizate în cap. 2.

Facem și aici precizarea că, în literatură, [81], [166], ș.a., există puține studii și cercetări în acest domeniu și ele vizază mișcarea fluidelor vâscoase compresibile numai în direcția radială r , sau în lagăre radiale (cilindrice), [51.1], și fără a ține seamă de efectele inerțiale, care sunt prezente întotdeauna într-o asemenea mișcare.

5.2. Integrarea ecuației diferențiale a distribuției de presiuni în lungul coordonatei curbilini ψ , în regim laminar și permanent de funcționare

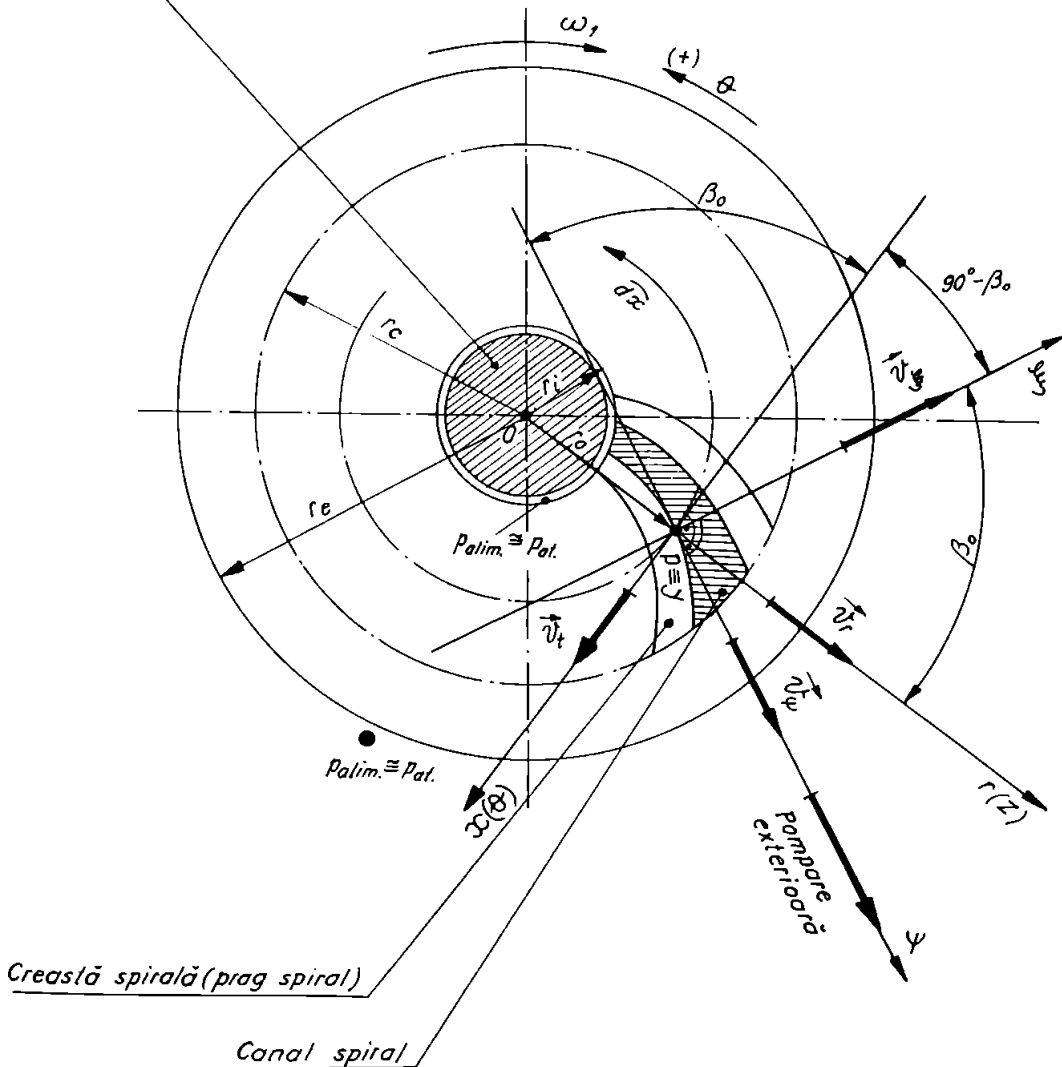
Având stabilită ecuația diferențială (3.49), (3.50) a distribuției de presiuni în lungul coordonatei curbilini ψ , în regim laminar și permanent / nepermanent de funcționare, sub formă dimensională / adimensională, (subcap. 3.2.1), în continuare, vom proceda la integrarea ecuației diferențiale a distribuției de presiuni corespunzătoare regimului laminar și permanent de lubrificație, (3.50).

Înainte de a face integrarea propriu-zisă, trebuie observată geometria lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie exterioară, respectiv faptul că, în lungul direcției curbilini ψ , filmul fluid, h , se modifică brusc de la valoarea h_1 la valoarea h_2 , la frontiera dintre regiunea cu canale spirale și regiunea netedă ale suprafeței fixe profilate, $r \cong r_c$. De asemenea, în această direcție, presiunea crește de la valoarea $p \cong p_{at.} \cong p_{alim.}$, la intrare în lagăr, $r \leq r_1$, atinge o valoare maximă, $p = p_{max.}$ în interiorul lagărului, $r_1 < r < r_c$ și, apoi, presiunea scade la valoarea existentă în exteriorul lagărului, $r \leq r_c$, adică $p \cong p_{at.} \cong p_{alim.}$.

Treapta radială, dispusă la raza $r \cong r_c$ în lungul direcției curbilini ψ , determină un salt de presiune, adică presiunea p se modifică de la valoarea p_s la valoarea p_{ss} , -figura nr. 5.2-, salt care are valori diferite, în funcție de regimul de curgere prin lagăr, (regim laminar / turbulent), de valoarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, de considerarea sau neconsiderarea forțelor de inerție, de tipul fluidului de lucru, ș.a., [19], [20], [23], ș.a.

Menționăm și în acest caz că, vom admite ipoteza privind extinderea suficient de mare a treptei radiale în lungul coordonatei curbilini x , la nivelul razei $r \cong r_c$, (s-ar putea considera o extindere a treptei radiale "infinită cu intermitențe sau discontinuități", dacă ținem seama că, treapta radială este dispusă pe un cerc de rază $r \cong r_c$, deci, după o curbă închisă), astfel încât efectele marginale să fie minime sau să poată fi chiar neglijate. Această ipoteză devine mult mai plauzibilă în cazul lagărelor axiale cu canale spirale și cu pompărie exterioară de dimensiuni mijlocii și mari și având un număr relativ mic de canale spirale de lățime, a_1 , relativ mare și chiar foarte mare.

Arbore de antrenare a suprafeței mobile a lagărului axial cu canale spirale, (suprafața netedă).



\widehat{dx} = arcul de cerc de rază r_0 și unghi subînscriș $d\alpha$.

Figura nr. 5.1. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exteriore. Elemente geometrice și cinematice de calcul.

De asemenea, vom admite că abaterea de la perpendicularitate, dintre direcția ψ și treapta radială, nu este prea mare, -figura nr. 5.2.

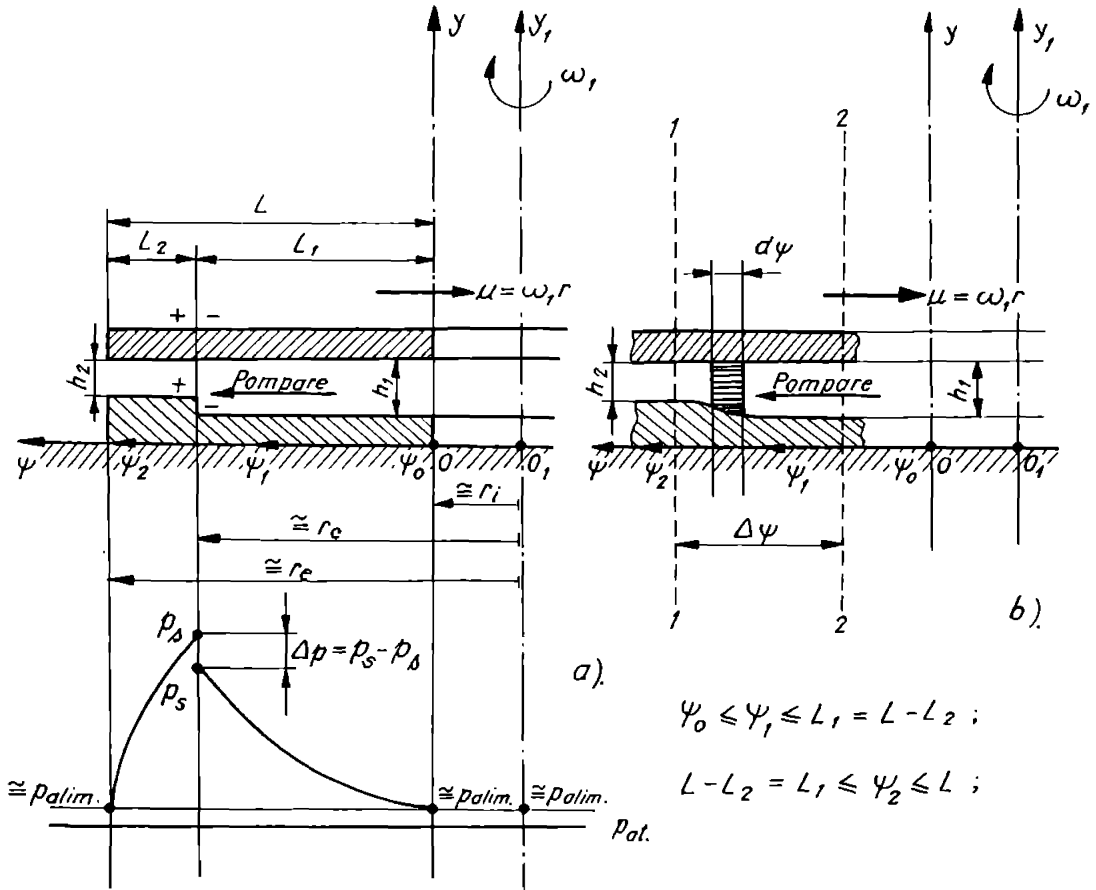


Figura nr. 5.2. Treapta radială a lagărului axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară. a).-Notafii; b).-Volumul de control pentru o treaptă "continuu".

Efectuând, acum, integrarea ecuației diferențiale corespunzătoare regimului laminar și permanent de mișcare, (3.50), se obține relația (3.55) stabilită în subcap. 3.2.2, adică:

$$p(\psi) \cong \frac{\rho \psi^3 \cos \beta_0}{2 \cdot 3 \sin \beta_0} \omega_1 [\alpha h_1 + (1 - \alpha) h_2] \frac{C_1 \psi}{\frac{\rho}{12\eta} [\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3]} - \frac{C_2}{\frac{\rho}{12\eta} [\alpha h_1^3 + (1 - \alpha) h_2^3]} \tag{5.1}$$

Constantele de integrare C_1 și C_2 se determină din condițiile la limită pentru presiuni și observând notațiile din fig. nr. 5.2.a, astfel:

$$\left. \begin{array}{l} - \text{pentru: } \psi = \psi_0; (\psi_0 \cong r_1 \sin \beta_0), p \cong p_{\text{atim}}; \\ - \text{pentru: } \psi = L^- - L_2 + \psi_0 = L_1^- + \psi_0; p \cong p_s; \\ - \text{pentru: } \psi = L^+ - L_2^+ + \psi_0 = L_1^+ + \psi_0; p \cong p_s; \\ - \text{pentru: } \psi = L + \psi_0; p \cong p_{\text{atim}}. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{pentru regiunea cu } h = h_1, \\ \text{pentru regiunea cu } h = h_2. \end{array} \quad (5.2)$$

Observație. În continuare, se vor folosi următoarele notații:

$$L_1^- \cong L_1^+ = L_1; L_2^- \cong L_2^+ = L_2;$$

În regiunea netedă, unde $h=h_2$, în ecuația generală (5.1), se scrie $\alpha=0$, ($a_1=0$), astfel încât ecuația (5.1) dobândește forma (3.57) mai simplă, (subcap. 3.2.2), astfel:

$$p(\psi) \cong \frac{\rho \cos \beta_0 \omega_1 h_2 \psi^3}{2 \sin \beta_0 \frac{\rho}{12\eta} h_2^3} - \frac{C_1 \psi}{\frac{\rho}{12\eta} h_2^3} - \frac{C_2}{\frac{\rho}{12\eta} h_2^3}; \quad (3.57) \equiv (5.3)$$

Atunci, cu condițiile la limită (5.2), pentru regiunea fără canale spirale, $h=h_2$ și pe baza relației (5.3), se obține următoarea expresie pentru distribuția de presiuni:

$$p(\psi) \cong p_s + \frac{[\psi - (L_1 + \psi_0)]}{[(L + \psi_0) - (L_1 + \psi_0)]} \left\{ (p_{\text{atim}} - p_s) - \frac{2\eta \cos \beta_0 \omega_1}{h_2^2 \sin \beta_0} \cdot \left[(L + \psi_0)^3 - (L_1 + \psi_0)^3 \right] \right\} + \frac{2\eta \cos \beta_0 \omega_1}{h_2^2 \sin \beta_0} [\psi^3 - (L_1 + \psi_0)^3]; \quad (5.4)$$

Relația (5.4) reprezintă distribuția de presiuni în regim laminar și permanent de lubrificație, în regiunea netedă a suprafeței lagărului dispusă în lungul canalului spiral, după treapta radială, în sensul “pomparii” spre exterior a fluidului.

În regiunea de “pompare” a lagărului axial cu canale spirale și cu pompare exterioară, unde $h=h_1$, este valabilă ecuația generală (5.1), atât pentru porțiunea de canal spiral, cât și în lungul pragului spiral cuprins în această regiune, adică, $r_1 \leq r \leq r_c$.

Atunci, cu condițiile la limită pentru presiuni (5.2), pentru regiunea cu $h=h_1$, adică regiunea cu canale spirale și pe baza ecuației generale (5.1), se obține următoarea expresie finală pentru distribuția de presiuni:

$$p(\psi) \cong p_{\text{atim}} + \frac{[\psi - \psi_0]}{[(L_1 + \psi_0) - \psi_0]} \left\{ (p_s - p_{\text{atim}}) - \frac{2\eta \cos \beta_0 \omega_1 [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2]}{\sin \beta_0 [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3]} \cdot \left[(L_1 + \psi_0)^3 - \psi_0^3 \right] \right\} + \frac{2\eta \cos \beta_0 \omega_1 [\alpha h_1 + (1-\alpha)h_2]}{\sin \beta_0 [\alpha h_1^3 + (1-\alpha)h_2^3]} [\psi^3 - \psi_0^3]; \quad (5.5)$$

Relația (5.5) reprezintă distribuția de presiuni în regim laminar și permanent de lubrificație în lungul canalului spiral, unde $h=h_1$, al unui lagăr axial autoportant cu

canale spirale și cu pompărie exterioară.

În relațiile (5.4) și (5.5), toate mărimile constante sunt cunoscute, pentru un lagăr axial cu canale spirale și cu pompărie exterioară proiectat și realizat-, cu excepția presiunilor extreme p_s și p_s . Drept urmare, pot fi determinate distribuțiile teoretice de presiuni $p(\psi)$, cu relațiile (5.4) și (5.5), dacă sunt stabilite elementele geometrice și funcționale ale lagărului axial cu canale spirale și cu pompărie exterioară, (h_1 ; h_2 ; β_0 ; ψ_0 ; L_1 ; L_2 ; L ; α ; p_{atim} ; r_i ; r_e ; r_e ; ω_1 ; ș.a.), proprietățile fizice ale fluidului, (ν ; ρ ; η ; ș.a.) și dacă sunt determinate presiunile p_s și p_s .

În cazul când, nu este luată în considerare influența forțelor de inerție, presiunile extreme p_s și p_s sunt egale, $p_s \cong p_s$, ($\Delta p = p_s - p_s = 0$), -conform fig. nr. 5.2.a.

Dacă sunt luate în considerare efectele inerțiale, influența acestora este, -după cum s-a afirmat în cazul lagărelor axiale cu canale spirale și cu pompărie interioară-, concentrată în dreptul treptei radiale. Drept consecință, presiunea $p(\psi)$ va crește neliniar, conform relațiilor (5.4) și (5.5), de la o valoare, de exemplu $p_{atim} \cong p_{intrare}$, la intrare în lagăr, $r \leq r_1$, la o valoare p_s pe regiunea $h=h_1$, apoi presiunea se modifică brusc printr-un salt de presiune și devine p_s imediat după traversarea treptei radiale, după care, variază neliniar și pe regiunea $h=h_2$, atingând, la ieșire din lagăr, $r \geq r_2$, o valoare impusă, de exemplu, $p_{iesire} \cong p_{atim}$.

În continuare, vor trebui determinate presiunile p_s și p_s , pentru a putea calcula distribuțiile teoretice de presiuni $p(\psi)$, cu relațiile (5.4) și (5.5). Pentru aceasta, va fi stabilită o nouă relație între presiunile extreme p_s și p_s , plecând de la ecuațiile generale care descriu mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile (și compresibile) în lagărele axiale autoportante cu mișcare principală de rotație, ținând seamă de influența forțelor de inerție convective și a forțelor de inerție care depind direct de timp.

Această ultimă problemă a fost abordată și analizată complet în subcap. 3.3, ea fiind studiată la modul general și în unele referințe bibliografice, [142], [149], [155], [156], ș.a. De aceea, în continuare, în cadrul analizei mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu canale spirale și cu pompărie exterioară, vor fi apelate ecuațiile diferențiale stabilite în subcap. 3.3, fiind valabile toate raționamentele expuse aici și pentru cazul lagărelor axiale cu canale spirale și cu pompărie exterioară.

5.3. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_s , pentru lagărul cu pompărie exterioară, în regim laminar și permanent de funcționare

Relațiile de calcul a presiunilor extreme p_s și p_s vor fi stabilite făcând apel la relațiile stabilite în subcap. 3.3 și la o parte dintre ecuațiile diferențiale stabilite în subcap. 3.4, adică, acele ecuații diferențiale care păstrează aceeași formă atât pentru lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompărie interioară, cât și pentru

lagărele cu canale spirale și cu pompare exterioară. În consecință, toate considerațiile făcute în subcap. 3.4, legate de mișcarea în vecinătatea treptei radiale a lagărului axial cu canale spirale și cu pompare interioară, rămân valabile și pentru lagărul axial cu canale spirale și cu pompare exterioară, diferențierile fiind doar calitative și sunt determinate de sensul de "pompare" al lubrifianului, (v. fig. nr. 5.1, 5.2).

Astfel, să considerăm ecuația diferențială (3.74), stabilită în subcap. 3.4, adică:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \left[\frac{\rho Q_{\psi}^2}{h^3 \psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \epsilon \psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + \\ & + 3\rho \beta \omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h \psi \Delta \theta \cos \beta_o} + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h \psi \Delta \theta \sin \beta_o} - \\ & - \frac{12\eta Q_{\psi}}{h^3 \Delta \theta} + \frac{6\eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h^2 \sin \beta_o}; \end{aligned} \quad (3.74) \cong (5.6)$$

Admițând că, $\frac{dh}{d\psi} = 0$, adică filmul fluid, h , este constant în cele două regiuni

ale lagărului axial cu canale spirale și cu pompare exterioară, $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$, ecuația (5.6) devine:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{h^2 \psi^3 \Delta \theta^2} + 3\rho \beta \omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h \psi \Delta \theta \cos \beta_o} + \\ & + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h \psi \Delta \theta \sin \beta_o} - \frac{12\eta Q_{\psi}}{h^3 \Delta \theta} + \frac{6\eta \omega_1 \psi^2 \cos \beta_o}{h^2 \sin \beta_o}; \end{aligned} \quad (3.75) \cong (5.7)$$

Integrând ecuația (5.7), pentru cele două regiuni ale lagărului axial cu canale spirale și cu pompare exterioară, unde $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$ și observând condițiile la limită pentru presiuni (5.2), se obțin următoarele expresii finale pentru presiunile extreme p_s și p_s , [156]:

$$\begin{aligned} p_s \cong & p_{a \text{ lim.}} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{2h_1^2 \Delta \theta^2} \left[\frac{1}{\psi_o^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right] + \frac{3}{2} \rho \beta \omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \left[(L_1 + \psi_o)^2 - \psi_o^2 \right] + \\ & + \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta \theta \cos \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} - \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta \theta \sin \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} + \\ & + \frac{12\eta Q_{\psi}}{h_1^3 \Delta \theta} [\psi_o - (L_1 + \psi_o)] - \frac{2\eta \omega_1 \cos \beta_o}{h_1^2 \sin \beta_o} [\psi_o^3 - (L_1 + \psi_o)^3]; \end{aligned} \quad (5.8)$$

$$\begin{aligned}
p_s \equiv p_{atim.} + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{2h_2^2 \Delta\theta^2} \left[\frac{1}{(L + \psi_o)^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right] + \frac{3}{2} \rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \cdot \\
\cdot \left[(L_1 + \psi_o)^2 - (L + \psi_o)^2 \right] - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta\theta \cos \beta_o} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} + \\
+ \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta\theta \sin \beta_o} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} + \frac{12\eta Q_\psi}{h_2^3 \Delta\theta} \psi \left[(L + \psi_o) - (L_1 + \psi_o) \right] + \\
+ \frac{2\eta \omega_1 \cos \beta_o}{h_2^2 \sin \beta_o} \left[(L_1 + \psi_o)^3 - (L + \psi_o)^3 \right]; \quad (5.9)
\end{aligned}$$

În relațiile (5.8) și (5.9), sunt cunoscute toate mărimile geometrice și funcționale, cu excepția debitului volumic Q_ψ , deci, se pot calcula presiunile extreme p_s și p_{ss} , dacă se cunoaște și debitul Q_ψ .

5.4. Relația pentru calculul debitului Q_ψ în lagărul cu pompărie exterioară, în regim laminar și permanent de funcționare

În continuare, se va stabili, -mergând pe aceeași cale prezentată în subcap. 3.5-, o relație analitică pentru calculul debitului volumic de fluid Q_ψ , debit care este antrenat (pompat), printr-o suprafață normală la direcția de nușcare și având ca dimensiuni lățimea canalului spiral a_1 și grosimea filmului fluid h_1 , în lungul unui canal spiral al unui lagăr cu pompărie exterioară, deci, în lungul direcției ψ . Debitul volumic, Q_ψ , intervine în relațiile (5.8) și (5.9), relații stabilite pentru calculul presiunilor extreme, care apar în lagărul axial cu canale spirale și cu pompărie exterioară, p_s și p_{ss} .

Pentru aceasta, vom apela la ecuația diferențială (5.6) și vom admite că, evident, în dreptul treptei radiale a lagărului cu pompărie exterioară, $\frac{dh}{d\psi} \neq 0$, astfel încât, în dreptul treptei radiale, efectele inerțiale sunt dominante comparativ cu efectele vâscoase. În aceste condiții, ecuația (5.6) dobândește forma particulară (3.89), adică:

$$\begin{aligned}
\frac{dp}{d\psi} \equiv \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{h^3 \psi^2 \Delta\theta^2} (\alpha_o + \epsilon\psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho\beta\omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho\alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \psi^3 \Delta\theta^2} + \\
+ 3\rho\beta\omega_1^2 \psi \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho\delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h\psi \Delta\theta \cos \beta_o} + \frac{\rho\gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h\psi \Delta\theta \sin \beta_o}; \quad (3.89) \equiv (5.10)
\end{aligned}$$

Integrând ecuația (5.10) în vecinătatea treptei radiale a suprafeței profilate a lagărului cu pompărie exterioară, -fig. nr. 5.2.a-, se obține:

$$\begin{aligned}
\int_{p_s}^{p_S} dp(\psi) \cong & \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{\psi^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right] \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h^3} - \rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h} + \\
& + \frac{\rho \alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \Delta \theta^2} \int_{L_1^+}^{L_1^-} \frac{d\psi}{\psi^3} + 3\rho \beta \omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \int_{L_1^+}^{L_1^-} \psi d\psi - \\
& - \frac{2\rho \delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h \Delta \theta \cos \beta_o} \int_{L_1^+}^{L_1^-} \frac{d\psi}{\psi} + \frac{\rho \gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h \Delta \theta \sin \beta_o} \int_{L_1^+}^{L_1^-} \frac{d\psi}{\psi}; \quad (5.11)
\end{aligned}$$

Admițând că, muchia treptei radiale a lagărului este, practic, “de lățime nulă”, înseamnă că $L_1^- \cong L_1^+ \cong L_1$, deci, ultimcele patru integrale, din ecuația (5.11), sunt egale cu zero.

De asemenea, pentru că, în ecuația (5.11), avem integrale definite, atât membrul stâng cât și cel drept al ecuației respective reprezintă o valoare numerică, constantă.

Drept consecință, “mărimca” ψ , și în acest caz, [156], [157], [157.8], ș.a., trebuie să tindă către o valoare numerică, constantă, ψ_c . Această lungime ψ_c , măsurată în lungul direcției ψ , este cea corespunzătoare razei de anulare a suprafeței profilate a lagărului cu pompare exterioră r_c , - fig. nr. 5.2.a-, [156], [157], [157.6], [157.8], ș.a.

Cu aceste precizări, ecuația (5.11) oferă o relație suplimentară între presiunile extreme p_s, p_S și debitul volumic Q_ψ , [156], ș.a., astfel:

$$\Delta p = p_S - p_s \cong \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{2\psi_c^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi_c) \right] \left(\frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{h_1^2} \right) - \rho \beta \omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \ln \frac{h_1}{h_2}; \quad (5.12)$$

Astfel, relația (5.12) împreună cu relațiile (5.8) și (5.9) furnează un sistem de trei ecuații algebrice cu trei necunoscute, (p_s, p_S și Q_ψ), sistem compatibil determinat, [156], [157.8], ș.a. În acest fel, se obține o ecuație algebrică de gradul II, în care necunoscuta este Q_ψ , -deci este posibilă rezolvarea acesteia-, adică:

$$\frac{\rho Q_\psi^2}{\Delta \theta^2} \left\{ \alpha_o \left[\frac{1}{2h_2^2} \left(\frac{1}{(L + \psi_o)^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right) - \frac{1}{2h_1^2} \left(\frac{1}{\psi_o^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right) \right] + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2\psi_c^2} (\alpha_o + \epsilon\psi_c) \left[\frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{h_1^2} \right] + \frac{Q_\psi}{\Delta 0} \left\{ \frac{\rho\gamma\omega_1 \cos\beta_o}{\sin\beta_o} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} + \right. \right. \\
& + \left. \frac{1}{h_2} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} \right] - \frac{2\rho\delta\omega_1 \sin\beta_o}{\cos\beta_o} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} + \frac{1}{h_2} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} \right] + \\
& + 12\eta \left[\frac{(L - L_1)}{h_2^3} + \frac{L_1}{h_1^3} \right] \left\} - \frac{3}{2} \rho\beta\omega_1^2 \left(1 - \frac{\cos^2\beta_o}{\sin^2\beta_o} \right) \left[(L + \psi_o)^2 - \psi_o^2 \right] - \\
& - \rho\beta\omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2\beta_o}{\sin^2\beta_o} \ln \frac{h_1}{h_2} + \frac{2\eta\omega_1 \cos\beta_o}{\sin\beta_o} \left\{ \frac{1}{h_1^2} \left[\psi_o^3 - (L_1 + \psi_o)^3 \right] + \right. \\
& \left. + \frac{1}{h_2^2} \left[(L_1 + \psi_o)^3 - (L + \psi_o)^3 \right] \right\} \cong 0; \tag{5.13}
\end{aligned}$$

Prin urmare, notând cu Q_ψ^I și Q_ψ^{II} soluțiile ecuației algebrice, (5.13), pentru a vedea care dintre cele două soluții are sens fizic, s-a făcut o evaluare a coeficienților numerici ai ecuației și, apoi, a soluțiilor Q_ψ^I și Q_ψ^{II} , folosind valori medii, uzuale pentru mărimile fizice, geometrice și funcționale care intervin în ecuație, [156], [157]. Astfel, din calculul numeric orientativ efectuat, a rezultat că, $Q_\psi^I < 0$ și $Q_\psi^{II} > 0$.

Acum, ținând seamă că, lagărul axial autoportant cu canale spirale, funcționând în regim laminar, lagăr proiectat, [157], și ai cărui parametri geometrice și funcționali au fost luați în calcul pentru determinarea soluțiilor Q_ψ^I și Q_ψ^{II} , este un lagăr cu pompărie exterioară, considerăm că, din punct de vedere fizic, nu poate fi debit negativ și, prin urmare, soluția care are sens este soluția pozitivă, Q_ψ^{II} , [156], deci:

$$Q_\psi \cong Q_\psi^{II}, \tag{5.14}$$

5.5. Determinarea distribuțiilor de viteze în lungul coordonatei curbilinii ψ a unui lagăr cu pompărie exterioară, în regim laminar și permanent de funcționare

Studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu pompărie exterioară urmărește, pe lângă determinarea distribuțiilor de presiuni, și calculul vitezelor medii, respectiv determinarea distribuțiilor de viteze în lungul canalului spiral, deci, în lungul direcției curbilunii ψ .

Pentru aceasta, vor fi utilizate toate relațiile stabilite în subcap. 3.6, relații, care își păstrează valabilitatea și pentru lagărul axial cu canale spirale și cu pompărie exterioară, funcționând în regim laminar și permanent.

5.6. Rezultate numerice în regim laminar și permanent de funcționare a lagărului cu pompă exterioară

Având stabilite expresiile pentru calculul debitului volumic Q_{ψ} , (5.14), al presiunilor extreme p_s și p_a , (5.8) și (5.9), în continuare, s-a procedat la calculul distribuțiilor de presiuni $p(\psi)$, cu relațiile (5.4) și (5.5), respectiv la calculul distribuțiilor de viteze medii, utilizând relațiile corespunzătoare stabilite în subcap. 3.6. Calculul distribuțiilor de presiuni și de viteze s-a efectuat observând și parametrii geometrici și funcționali optimi, pentru care s-a proiectat lagărul axial cu canale spirale și cu pompă exterioară, [156], [157].

Astfel, parametrii geometrici și funcționali optimi principali ai lagărului cu pompă exterioară sunt:

$$\alpha = 0,6587; \beta_0 \cong 18,8^\circ; h_1 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m; (ș.a.); } h_2 = 1 \cdot 10^{-4} \text{ m; (ș.a.);}$$

$$r_1 \cong 0,045 \text{ m; } r_c \cong 0,090 \text{ m; } r_e \cong 0,06750 \text{ m; } \rho \cong 905 \text{ kg / m}^3;$$

$$\eta \cong 1 \cdot 10^{-4} \text{ Pa s; ș.a.}$$

Alii parametrii geometrici ai lagărului axial cu canale spirale și cu pompă exterioară pot fi luați din desenul de execuție al lagărului, [157], respectiv pot fi determinați prin calcul analitic și aceștia sunt: ψ ; ψ_0 ; L_2 ; L_1 ; L ; a_1 ; a_2 ; $\Delta 0$; ș.a.

Astfel, pentru lungimile segmentelor de spirală logaritmică L_1 , L_2 , L —(care sunt dimensiuni liniare, respectiv lungimi constante, conform fig. nr. 5.2.a)—și pentru ψ —(care este o dimensiune liniară, respectiv o lungime variabilă, cuprinsă în intervalul $\psi \in [\psi_0, \dots, (\psi_0 + L)]$), avem următoarele valori numerice:

$$L_1 \cong \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right] \cong 0,069818166 \text{ m;}$$

unde: $a = r_1 \cong 0,045 \text{ m;}$

$$b \cong \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 18,8^\circ \cong 0,34042777;$$

$$e = 2,7182818;$$

$$\theta_1 \cong 0,0^\circ; (\theta_1 \cong 0,00 \text{ radiani});$$

$$\theta_2 \cong 68,2419^\circ; (\theta_2 \cong 1,19104584 \text{ radiani});$$

În mod similar, vom avea:

$$L_2 \cong \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right] \cong 0,104751378 \text{ m;}$$

unde: $a = r_c \cong 0,06750 \text{ m;}$

$$b \cong \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 18,8^\circ \cong 0,34042777;$$

$$e = 2,7182818;$$

$$\theta_1 \cong 68,2419^\circ; (\theta_1 \cong 1,19104584 \text{ radiani});$$

$$\theta_2 \cong 116,670^\circ; (\theta_2 \cong 2,03627564 \text{ radiani});$$

Atunci, lungimea totală a segmentului de spirală logaritmică L , este, (conform fig. nr. 5.2.a); dată de relația următoare:

$$L \cong L_1 + L_2 \cong 0,174569544 \text{ m};$$

Lungimea segmentului curent de spirală logaritmică ψ este:

$$\psi \cong \psi_0 + \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right]; \quad (5.15)$$

unde: $a \cong r_1 \cong 0,045 \text{ m}$; $e = 2,7182818$;

$$b \cong \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 18,8^\circ \cong 0,34042777;$$

$$\theta_1 \cong 0,0^\circ; (\theta_1 \cong 0,00 \text{ radiani});$$

$$\theta_2 \in [0,0^\circ, \dots, +68,2419^\circ]; (\theta_2 \in [0,00, \dots, 1,191045842 \text{ radiani}]);$$

Relația (5.15) este valabilă pentru regiunea cu canale spirale a lagărului cu pompare exterioară, cuprinsă între razele r_1 și r_c , adică, $r \in [r_1, \dots, r_c]$.

Pentru regiunea fără canale spirale a lagărului axial cu pompare exterioară, regiune cuprinsă între razele r_c și r_c , adică, $r \in [r_c, \dots, r_c]$, lungimea segmentului curent de spirală logaritmică ψ este dată de relația următoare:

$$\psi \cong \psi_0 + L_1 + \frac{a}{b} \sqrt{1 + b^2} \left[e^{b\theta_2} - e^{b\theta_1} \right]; \quad (5.16)$$

unde: $a \cong r_c \cong 0,06750 \text{ m}$;

$$b \cong \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 18,8^\circ \cong 0,34042777;$$

$$\theta_1 \cong 68,2419^\circ; (\theta_1 \cong 1,191045842 \text{ radiani});$$

$$\theta_2 \in [68,2419^\circ, \dots, 116,670^\circ]; (\theta_2 \in [1,191045842, \dots, 2,03627564 \text{ radiani}]);$$

$$e \cong 2,7182818;$$

Rezultatele calculului numeric, utilizând relațiile precizate și stabilite mai sus, sunt prezentate, -o parte dintre aceste rezultate-, în fig. nr. G.1^h, ..., G.6^h.

Trebuie menționat faptul că, rezultatele numerice prezentate în fig. nr. G.1^h, ..., G.6^h au fost obținute utilizând exclusiv modelul matematic stabilit pentru regimul laminar de lubrificație, deși, la turații mai mari, ($n > 200 \text{ rot/min}$), începând cu o anumită rază r și un anumit raport $\frac{h_1}{h_2}$, lagărul axial cu canale spirale și cu pompare

exterioară funcționează, cel puțin teoretic, în regim turbulent de lubrificație.

Utilizarea modelului matematic stabilit pentru regimul laminar de lubrificație, pentru întreaga gamă de turații investigate, s-a făcut cu scopul de a efectua unele analize comparative între diferitele variante de lagăre cu canale spirale și cu pompare exterioară, pentru a se arăta influența diferiților parametri geometrice și funcționali asupra distribuțiilor de presiuni și de viteze, pe această bază fiind posibilă formularea unor concluzii importante privind hidrodinamica fluidului în lagăr.

5.7. Concluzii privind mișcarea laminară și permanentă a fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare exterioară

Ca și în cazul lagărelor axiale cu canale spirale și cu pompare interioară, și în acest caz, -al lagărelor cu pompare exterioară-, rezultatele teoretice obținute sunt prezentate sub forma unor ecuații diferențiale și cu derivate parțiale, pentru câmpul de presiuni și de viteze după direcția de pompare (spre exterior), iar rezolvarea analitică și / sau numerică a acestor ecuații s-a făcut numai pentru cazul regimului permanent de mișcare, rezultând distribuțiile de presiuni și de viteze din lagăr, în lungul direcției de pompare.

Ecuațiile sunt prezentate atât sub formă dimensională cât și sub formă adimensionalizată, pentru a se facilita rezolvarea numerică și pentru o mai mare generalizare a acestor rezultate.

Rezultatele teoretice obținute permit formularea unor concluzii, privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele cu pompare exterioară în regim laminar și permanent de funcționare, și anume:

a). Ecuațiile stabilite sub formă dimensională sau adimensională permit analiza distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției de pompare a fluidului, în regim laminar și în condițiile unei mișcări permanente, respectiv nepermanente.

b). Prin integrarea acestor ecuații, sunt determinate distribuțiile de presiuni și de viteze în lungul unui canal spiral al unui lagăr cu pompare exterioară, în regim laminar și permanent de lubrificație și ținând seamă de influența forțelor de inerție convective. Pe baza acestor relații, s-a făcut calculul efectiv al distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției ψ , deci, în lungul unui canal spiral al lagărului.

c). Dependențele grafice prezentate în fig. nr. G.1^E,..., G.6^E evidențiază unele aspecte teoretice legate de mișcarea în lagărul axial cu canale spirale și cu pompare exterioară, astfel:

c.1.). În general, creșterea performanțelor hidrodinamice ale lagărului cu pompare exterioară, pentru aceleași dimensiuni ale suprafeței lagărului, $\{r_1; r_2; r_c\}$, se realizează, în special, prin creșterea turației n și mai puțin prin modificarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, -(prin modificarea, de exemplu, a adâncimii canalului spiral, δ , $\delta = h_1 - h_2$, fig. nr. 2.2, 2.4.b).

c.2.). Pentru aceeași geometrie a lagărului și aceeași turație de antrenare, performanțele hidrodinamice (presiunile) cresc odată cu scăderea valorii raportului $\frac{h_1}{h_2}$, pe ambele regiuni ale suprafeței lagărului cu pompare exterioară.

c.3.). Dependențele grafice prezentate în fig. nr. G.1^E,..., G.6^E arată că, vitezele adimensionale, în general, scad cu scăderea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, pe zona netedă a suprafeței lagărului și, în general, cresc cu scăderea valorii raportului $\frac{h_1}{h_2}$, pe zona canelată

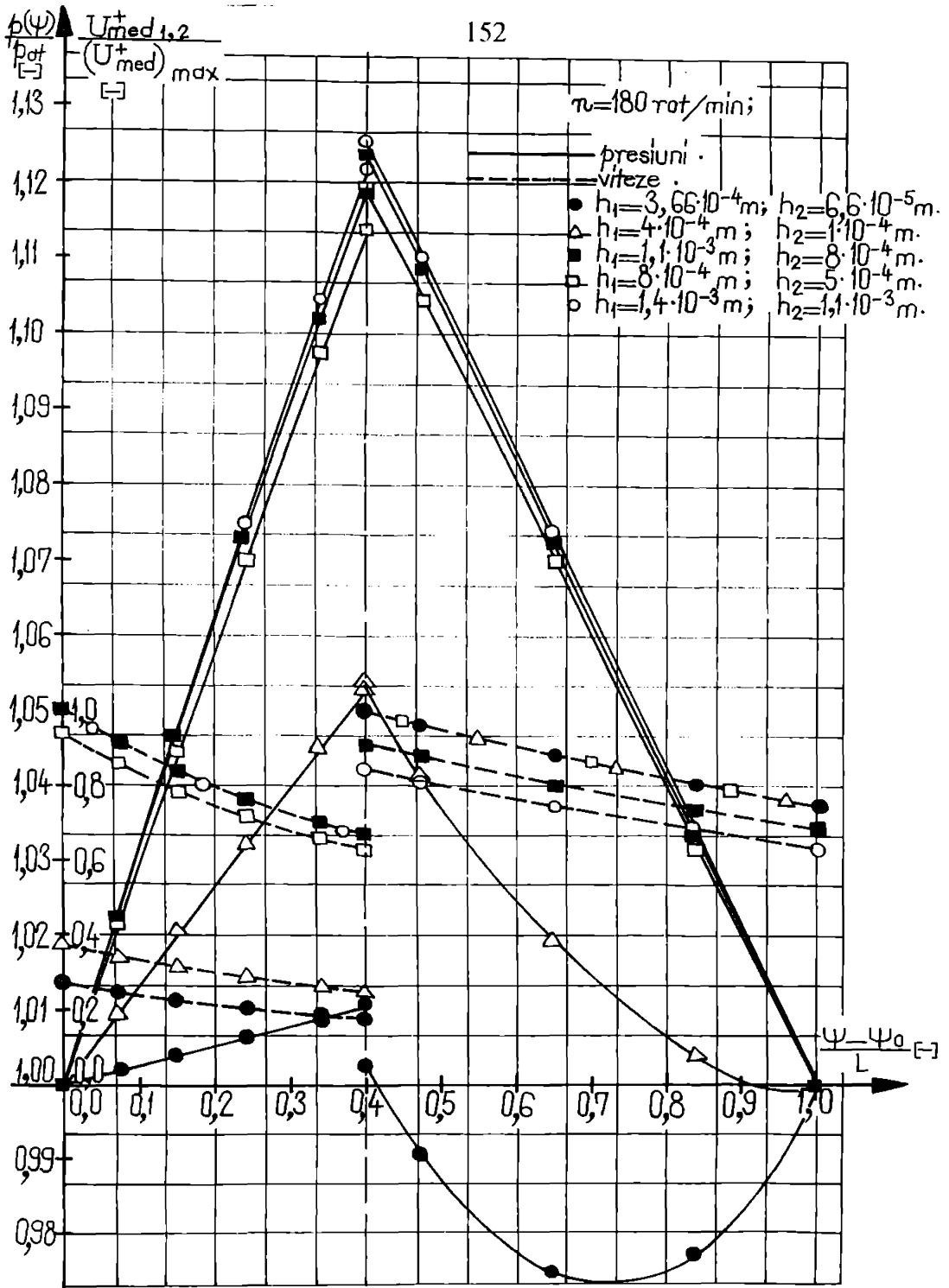


Figura nr. G.1.^F Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie exterioară.

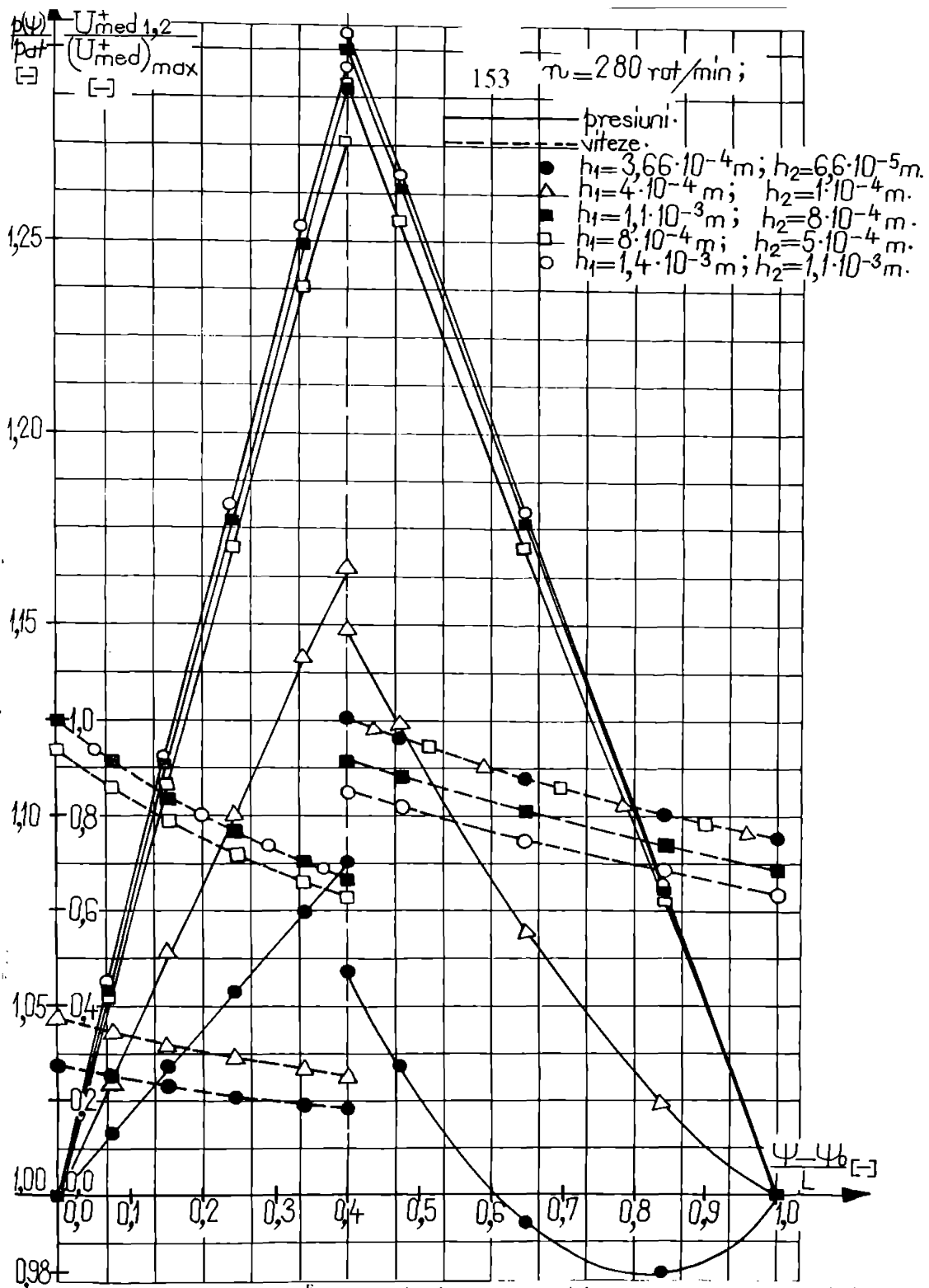


Figura nr. G.2.^E Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară.

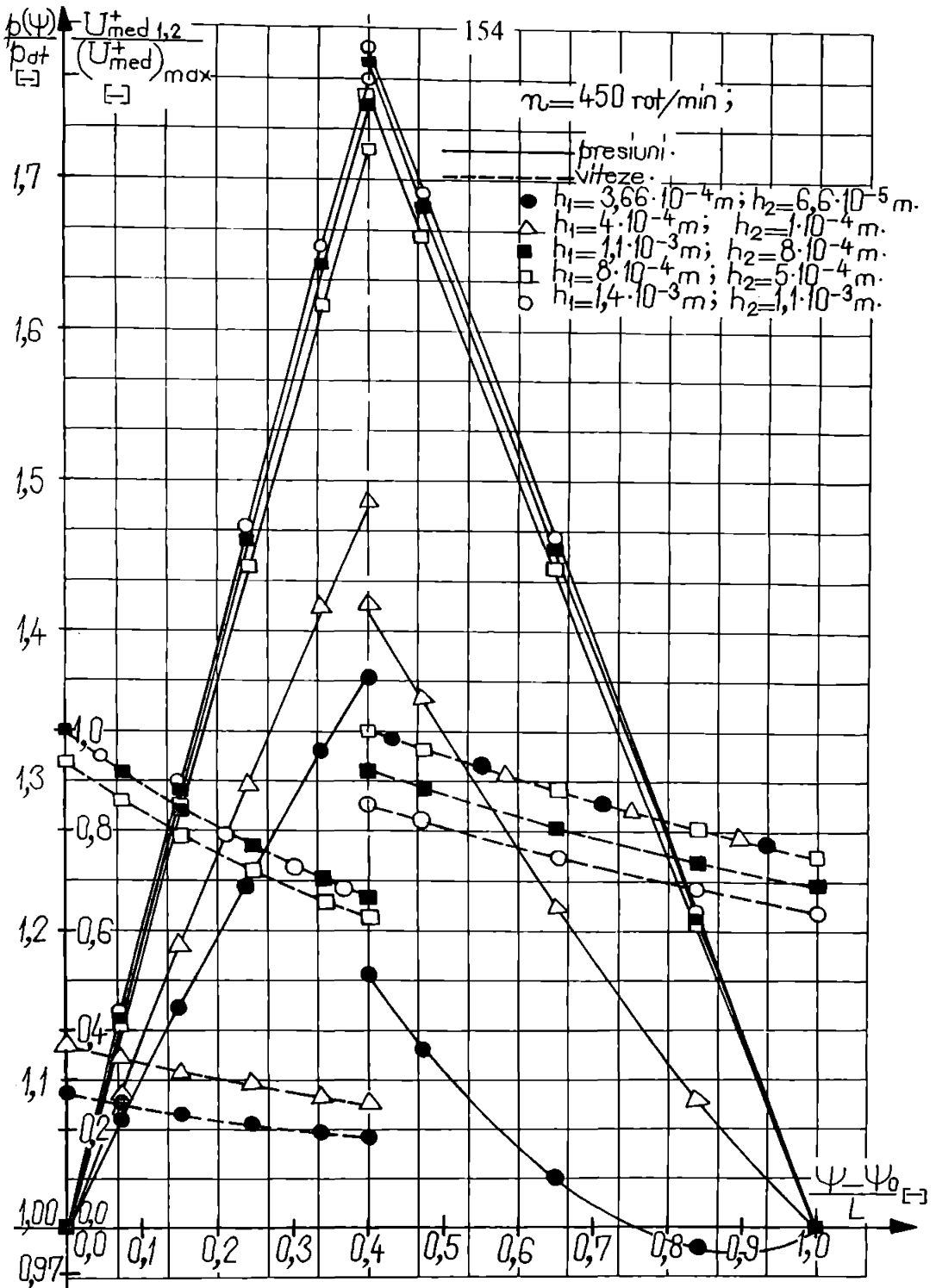


Figura nr. G.3.^R Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară.

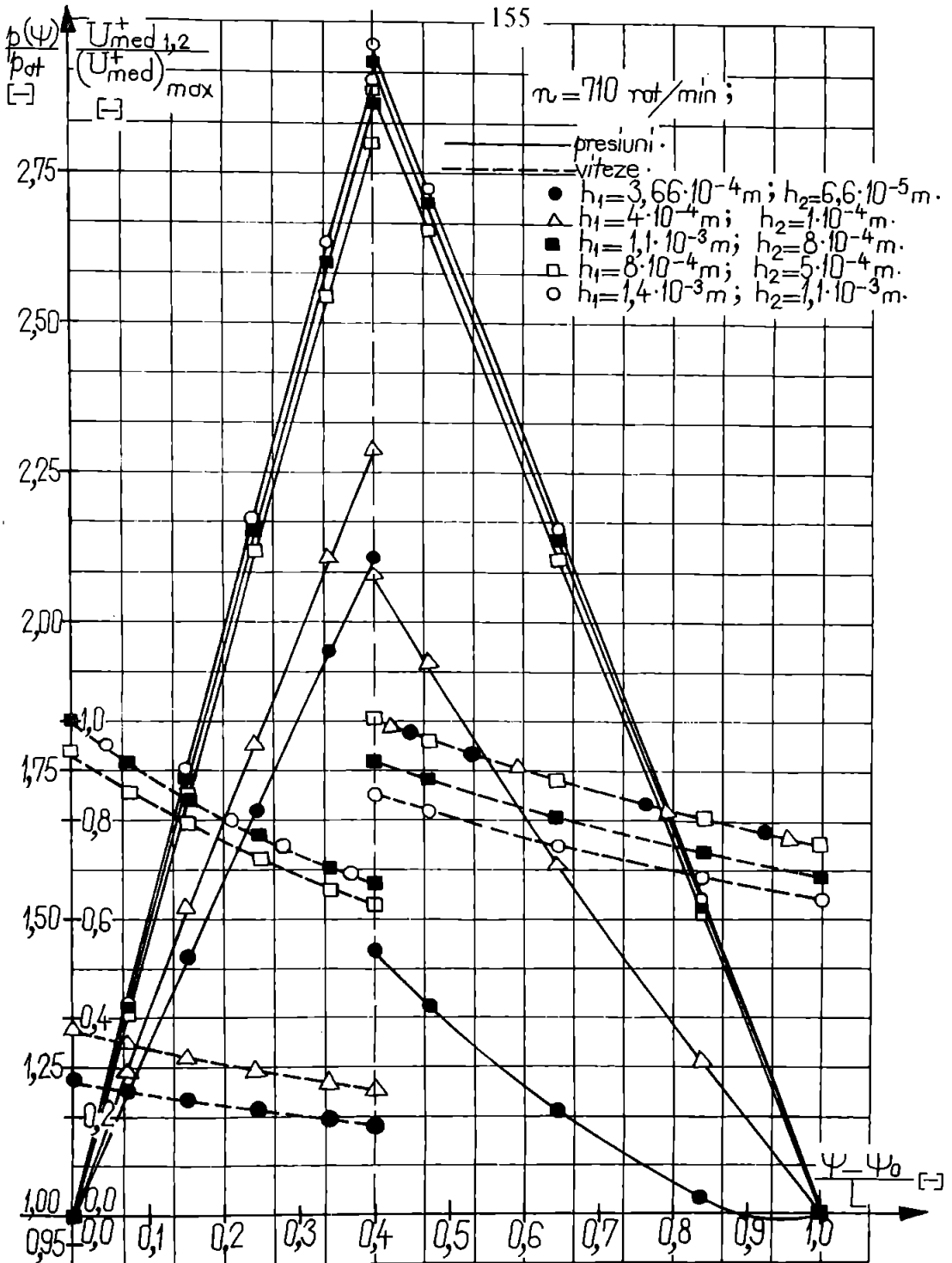


Figura nr. G.4.^b Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioră.

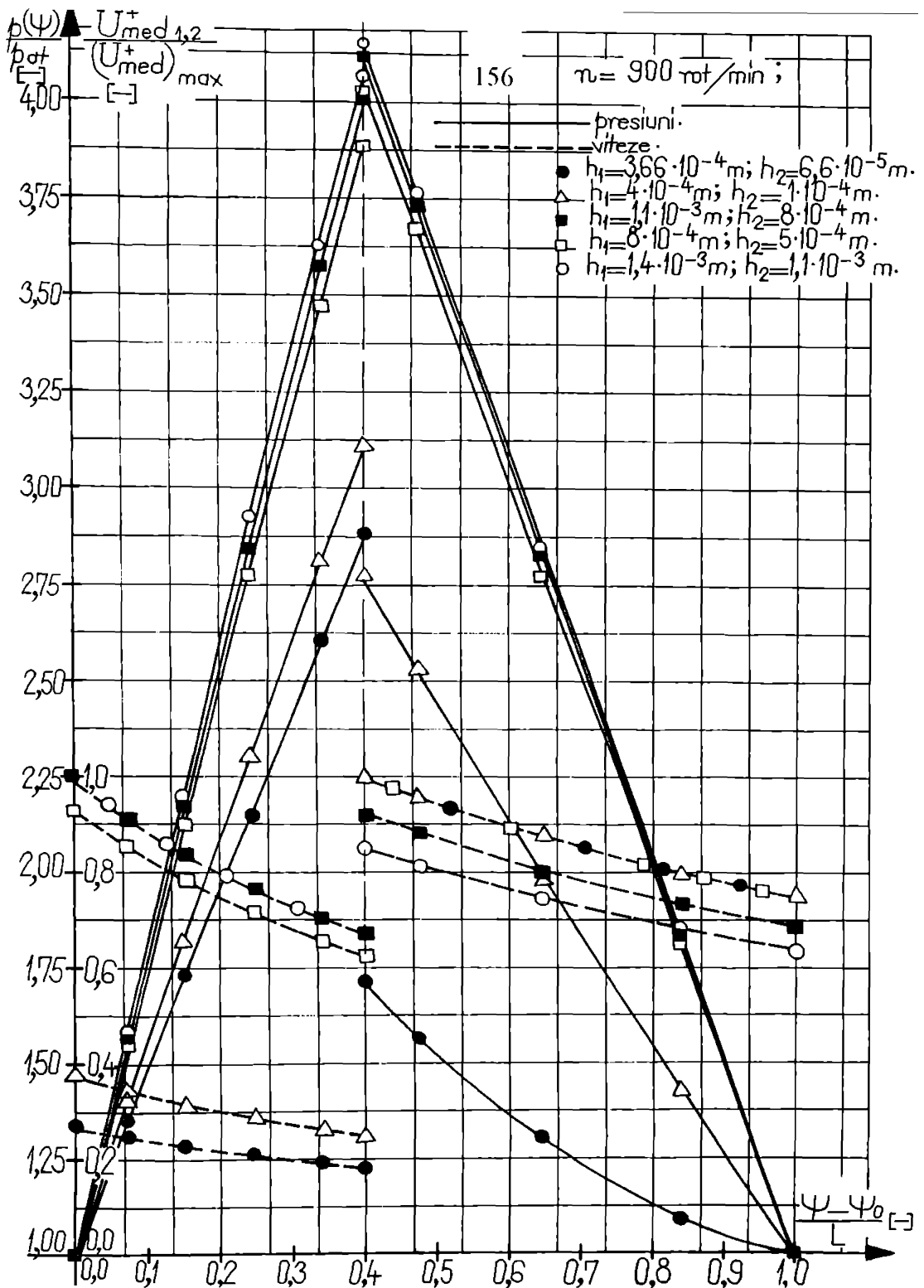


Figura nr. G.5.^e Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară.

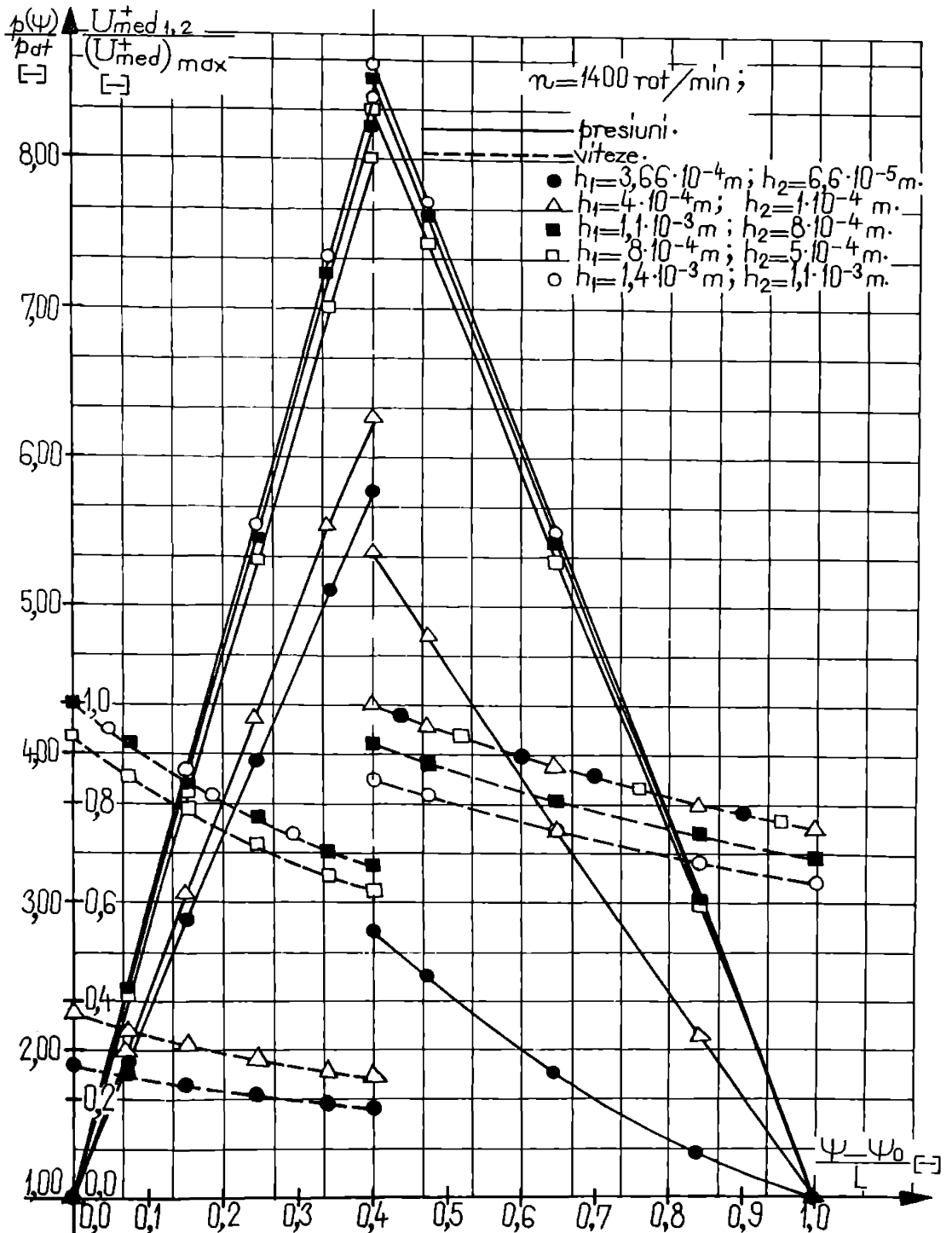


Figura nr. G.6.^F Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă exterioră.

a suprafeței lagărului, $r \in [r_i, \dots, r_c]$.

De asemenea, vitezele adimensionale scad de la intrare în lagăr până la ieșire, înregistrând un salt de viteză în dreptul treptei radiale dispusă la raza $r \cong r_c$.

Presiunile adimensionale prezintă o variație mai complexă, în special, în vecinătatea treptei radiale și la turații de antrenare mici, ($n < 700$ rot/min), respectiv la valori mari ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} \geq 4$), când, pe regiunea neledă, se “înregistrează” și unele zone cu ușoare depresiiuni, (v. Fig. nr. G.1.^E, ..., G.4.^E). Considerăm că aceste zone depresionare, care apar la lagărul axial cu canale spirale și cu pompărie exterioară, sunt o consecință directă a particularităților constructiv-geometrice și funcționale ale acestui tip de lagăr, în special la valori mari ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, (Fig. nr. 5.1, 5.2).

În afara vecinătății treptei radiale, presiunile variază neliniar, de la intrare, unde $p_{intrare} \cong p_{atim}$ și până la presiunea p_s și de la presiunea p_s , -după “parcurerea” saltului de presiune-, până la ieșire, unde $p_{iesire} \cong p_{atim}$.

c.4.) Se constată că, diferența de presiune $\Delta p = p_s - p_s$ tinde către zero când, teoretic, raportul $\frac{h_1}{h_2} \rightarrow 1$, adică, când dispare treapta radială sau când $p_s \cong p_s$: (acest ultim caz, $p_s \cong p_s$, este posibil numai când nu se ține seamă de existența forțelor de inerție).

c.5.) Din analiza curbelor prezentate în fig. nr. G.1.^E, ..., G.6.^E, se constată că, în domeniul de turații n și rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ investigat, saltul de presiune $\Delta p = p_s - p_s \geq 0$, luând valori pozitive, $\Delta p > 0$, pentru valori mari ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} > 4$) și valori negative, $\Delta p < 0$, pentru valori mici ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} < 4$). Aceasta înseamnă că, între aceste subdomenii, saltul de presiune Δp devine nul, $\Delta p = 0$, chiar și când raportul $\frac{h_1}{h_2} \neq 1$, $\left[\frac{h_1}{h_2} \in (1, 6, \dots, 4) \right]$.

Din cele prezentate mai sus, rezultă că, în cazul lagărului axial cu pompărie exterioară, influența raportului $\frac{h_1}{h_2}$ este inversată, comparativ cu lagărul cu pompărie interioară, (v. subcap. 3.7, 3.8), [19], [23], ș.a. Această influență a raportului $\frac{h_1}{h_2}$ ar putea fi responsabilă de apariția acelor zone depresionare în lagăr, la turații de antrenare n mici și la valori mari ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

CAPITOLUL 6

UNELE REZULTATE TEORETICE ASUPRA MIȘCĂRII TURBULENTE ȘI PERMANENTE A FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE ȘI CU POMPARE EXTERIOARĂ

Aspectele fundamentale ale mișcării fluidelor vâskoase incompresibile în lagărele cu pompare exterioară, în regim turbulent și permanent de funcționare, sunt aproape similare cu cele prezentate în cap. 4 și cap. 5, în sensul că, modelul matematic pentru studiu în regim turbulent și permanent se stabilește absolut la fel cu cel prezentat în cap. 4, dar, evident, plecând de la ecuațiile stabilite în cap. 5.

Din aceste motive, dar și din dorința de a limita volumul lucrării de doctorat, în continuare, vor fi analizate aspectele mai speciale legate de “saltul” de presiune care se realizează în dreptul treptei radiale a lagărului cu pompare exterioară, respectiv problema determinării presiunilor extreme p_s și p_c și a debitului de fluid Q_ψ , în regim turbulent și permanent de funcționare, [156], [157.6], [157.8], ș.a.

6.1. Relațiile de calcul a presiunilor p_s și p_c , pentru lagărul cu pompare exterioară, în regim turbulent și permanent de funcționare

După cum s-a arătat în cap. 3, 4, 5, respectiv în referințele bibliografice [156], [157.1], [157.2], [157.5], [157.6], ș.a., determinarea distribuțiilor teoretice de presiuni, $p = p(\psi)$ și de viteze $U_{med}^1 = U_{med}^1(\psi)$ este posibilă, dacă sunt cunoscute elementele geometrice și funcționale ale lagărului cu pompare exterioară, funcționând în regim turbulent și permanent, proprietățile fizice ale fluidului de lucru și dacă sunt determinate presiunile extreme p_s și p_c , presiuni ce definesc saltul de presiune care se produce la raza $r \cong r_c$, [19], [156], [157.5], [157.6].

Astfel, toate considerațiile formulate privind geometria lagărului axial cu canale spirale și cu pompare interioară, respectiv cu privire la existența treptei radiale în lungul direcției ψ , la raza $r \cong r_c$, și implicațiile acesteia, considerații expuse pe larg în subcap. 3.2.2, 3.4, 4.4, dar și în referințele bibliografice [156], [157.1], [157.5], ș.a., rămân valabile, în mare măsură, și pentru cazul mișcării fluidelor vâskoase în lagărele cu pompare exterioară, funcționând în regim turbulent și permanent, (v. subcap. 5.2, 5.3 și fig. nr. 5.1, 5.2), singura deosebire fiind, evident, determinată de “fluxul energetic” din aceste lagăre, în sensul că mișcarea fluidului se face invers, adică, de la interior spre exterior.

De asemenea, făcând aceleași raționamente matematice prezentate în subcap. 3.4, 4.4, 5.3, se ajunge la aceeași ecuație diferențială (4.46), -de exemplu-, ecuație care dobândește forma particulară (4.47), dacă, în ecuația (4.46), considerăm că $\frac{dh}{d\psi} = 0$, adică, filmul fluid h este constant în cele două regiuni ale lagărului cu pompărie exterioră, $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$

Atunci, integrând ecuația diferențială (4.47) pentru cele două regiuni ale lagărului cu pompărie exterioră, unde $h = h_1 = \text{const.}$ și $h = h_2 = \text{const.}$ și observând condițiile la limită pentru presiuni (5.2), se obțin expresiile finale pentru presiunile extreme p_S și p_s , [156], [157.6], sub forma următoare:

$$\begin{aligned}
 p_S \cong p_{a \text{ lim.}} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{2h_1^2 \Delta \theta^2} \left[\frac{1}{\psi_o^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right] + \frac{\rho \omega_1^2}{2} \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \left[(L_1 + \psi_o)^2 - \psi_o^2 \right] + \\
 + \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h_1 \Delta \theta \cos \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} - \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h_1 \Delta \theta \sin \beta_o} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} + \\
 + \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h_1^3 \Delta \theta} [\psi_o - (L_1 + \psi_o)] + \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \cos \beta_o}{3k_{\psi}^o h_1^2 \sin \beta_o} \left[(L_1 + \psi_o)^3 - \psi_o^3 \right]; \quad (6.1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_s \cong p_{a \text{ lim.}} + \frac{\rho \alpha_o Q_{\psi}^2}{2h_2^2 \Delta \theta^2} \left[\frac{1}{(L + \psi_o)^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right] + \frac{\rho \omega_1^2}{2} \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \cdot \\
 \cdot \left[(L_1 + \psi_o)^2 - (L + \psi_o)^2 \right] - \frac{2\rho \delta Q_{\psi} \omega_1 \sin \beta_o}{h_2 \Delta \theta \cos \beta_o} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} + \\
 + \frac{\rho \gamma Q_{\psi} \omega_1 \cos \beta_o}{h_2 \Delta \theta \sin \beta_o} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} + \frac{2k_{\psi} \eta Q_{\psi}}{k_{\psi}^o h_2^3 \Delta \theta} \left[(L + \psi_o) - (L_1 + \psi_o) \right] + \\
 + \frac{k_{\psi} \eta \omega_1 \cos \beta_o}{3k_{\psi}^o h_2^2 \sin \beta_o} \left[(L_1 + \psi_o)^3 - (L + \psi_o)^3 \right]; \quad (6.2)
 \end{aligned}$$

În relațiile (6.1) și (6.2), sunt cunoscute toate mărimile, cu excepția debitului volumic Q_{ψ} , deci, pot fi calculate presiunile extreme p_s și p_S , în regim turbulent și permanent de funcționare-, dacă se dispune de o relație suplimentară pentru debitul Q_{ψ} , [156], [157.1], [157.2], [157.7], [157.8], ș.a. În final, având stabilite relațiile pentru presiunile p_S și p_s , se poate determina valoarea saltului de presiune $\Delta p = p_S - p_s$, [156], [157.1], [157.2].

6.2. Relația pentru calculul debitului Q_ψ în lagărul cu pompărie exterioară, în regim turbulent și permanent de funcționare

În continuare, pe baza aceleiași metode, [156], [157.7], se stabilește o relație analitică pentru calculul debitului Q_ψ , debit ce “traversează” filmul fluid de grosime h , ($h \in [h_2, \dots, h_1]$), în lungul unui canal spiral al unui lagăr cu pompărie exterioară funcționând în regim turbulent și permanent, deci, în lungul direcției curbilini ψ .

Astfel, plecând de la ecuația diferențială (4.46), și admitând că, în dreptul treptei radiale a lagărului cu pompărie exterioară funcționând în regim turbulent, $\frac{dh}{d\psi} \neq 0$, atunci, în dreptul treptei radiale, forțele de inerție sunt predominante comparativ cu forțele vâscoase, iar ecuația (4.46) dobândește forma particulară (4.50), adică:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{d\psi} \cong & \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{h^3 \psi^2 \Delta 0^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right] \frac{dh}{d\psi} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{h \sin^2 \beta_o} \frac{dh}{d\psi} + \frac{\rho \alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \psi^3 \Delta 0^2} + \\ & + \rho \omega_1^2 \psi \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) - \frac{2\rho \delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{\psi h \Delta 0 \cos \beta_o} + \\ & + \frac{\rho \gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{\psi h \Delta 0 \sin \beta_o}; \end{aligned} \quad (4.50) \cong (6.3)$$

Integrând ecuația diferențială (6.3) în vecinătatea treptei radiale a suprafeței profilate a lagărului cu pompărie exterioară, [156], [157], [157.2], [157.7], se obține:

$$\begin{aligned} \int_{p_s}^{p_s} dp(\psi) \cong & \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{\psi^2 \Delta 0^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi) \right]_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h^3} - \frac{\rho \beta \omega_1^2 \psi^2 \cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \int_{h_2}^{h_1} \frac{dh}{h} + \\ & + \frac{\rho \alpha_o Q_\psi^2}{h^2 \Delta 0^2} \int_{L_1^+}^{L_1^-} \frac{d\psi}{\psi^3} + \rho \omega_1^2 \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \int_{L_1^+}^{L_1^-} \psi d\psi - \\ & - \frac{2\rho \delta Q_\psi \omega_1 \sin \beta_o}{h \Delta \theta \cos \beta_o} \int_{L_1^+}^{L_1^-} \frac{d\psi}{\psi} + \frac{\rho \gamma Q_\psi \omega_1 \cos \beta_o}{h \Delta 0 \sin \beta_o} \int_{L_1^+}^{L_1^-} \frac{d\psi}{\psi}; \end{aligned} \quad (6.4)$$

Admitând că, muchia treptei radiale a lagărului axial cu pompărie exterioară este, practic, “de lățime egală cu zero”, înseamnă că, $L_1 \cong L_1^+ \cong L_1^-$, conform condițiilor la limită (5.2), deci, ultimele patru integrale, din ecuația (6.4) sunt egale cu zero.

De asemenea, pentru că, în ecuația (6.4), avem integrale definite, rezultă că, atât membrul stâng cât și membrul drept ai ecuației respective reprezintă o valoare numerică, constantă. Drept consecință, “mărimea” ψ trebuie să tindă către o valoare numerică, constantă, ψ_c . Această lungime ψ_c , măsurată în lungul direcției curbilini ψ , este cea corespunzătoare razei de canelare a suprafeței profilate a lagărului r_c , - conform fig. nr. 5.2-, [156], [157], [157.2], ș.a.

Cu aceste precizări, ecuația integrală (6.4) oferă o relație, (4.52) între presiunile extreme p_s , p_s , și debitul volumic de fluid Q_ψ , [156], [157.2], [157.6], ș.a., astfel:

$$\Delta p = p_s - p_s \equiv \left[\frac{\rho Q_\psi^2}{2\psi_c^2 \Delta \theta^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi_c) \right] \left[\frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{h_1^2} \right] - \rho \beta \omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \ln \frac{h_1}{h_2}; \quad (4.52) \equiv (6.5)$$

Astfel, relația (6.5) împreună cu relațiile (6.1) și (6.2) formează un sistem de trei ecuații algebrice cu trei necunoscute, $\{p_s, p_s, Q_\psi\}$, sistem compatibil determinat, [156], [157.2], [157.7]. În acest fel, rezultă o ecuație algebrică de gradul II, în care necunoscuta este debitul Q_ψ , -deci, este posibilă rezolvarea acesteia-, și anume:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho Q_\psi^2}{\Delta \theta^2} \left\{ \alpha_o \left[\frac{1}{2h_2^2} \left(\frac{1}{(L + \psi_o)^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right) - \frac{1}{2h_1^2} \left(\frac{1}{\psi_o^2} - \frac{1}{(L_1 + \psi_o)^2} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2\psi_c^2} (\alpha_o + \varepsilon \psi_c) \left[\frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{h_1^2} \right] \right\} + \frac{Q_\psi}{\Lambda \theta} \left\{ \frac{\rho \gamma \omega_1 \cos \beta_o}{\sin \beta_o} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{1}{h_2} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} \right] - \frac{2\rho \delta \omega_1 \sin \beta_o}{\cos \beta_o} \left[\frac{1}{h_1} \ln \frac{\psi_o}{L_1 + \psi_o} + \frac{1}{h_2} \ln \frac{L_1 + \psi_o}{L + \psi_o} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{2k_\psi \eta}{k_\psi^o} \left[\frac{(L - L_1)}{h_2^3} + \frac{L_1}{h_1^3} \right] \right\} + \frac{\rho \omega_1^2}{2} \left(2\beta_1 + \beta_2 - 3\beta \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \right) \left[\psi_o^2 - (L + \psi_o)^2 \right] + \\ & \left. + \frac{k_\psi \eta \omega_1 \cos \beta_o}{3k_\psi^o \sin \beta_o} \left\{ \frac{1}{h_2^2} \left[(L_1 + \psi_o)^3 - (L + \psi_o)^3 \right] - \frac{1}{h_1^2} \left[(L_1 + \psi_o)^3 - \psi_o^3 \right] \right\} - \right. \\ & \left. - \rho \beta \omega_1^2 \psi_c^2 \frac{\cos^2 \beta_o}{\sin^2 \beta_o} \ln \frac{h_1}{h_2} \equiv 0; \quad (6.6) \right. \end{aligned}$$

Prin urmare, notând cu Q_ψ^I și Q_ψ^{II} soluțiile ecuației algebrice (6.6), atunci, pentru a vedea care dintre cele două soluții are sens fizic, s-a făcut, iarăși, [156], [157.2], [157.7], o evaluare a coeficienților numerici ai ecuației și a soluțiilor Q_ψ^I și Q_ψ^{II} , utilizând valori medii, uzuale pentru mărimile fizice, geometrice și funcționale care intervin în ecuație [156], [157]. Astfel, din calculul numeric orientativ efectuat, a rezultat că, $Q_\psi^I < 0$ și $Q_\psi^{II} > 0$.

Ținând seamă că, lagărul axial cu canale spirale funcționând în regim turbulent, lagăr proiectat, [157] și ai cărui parametri geometrici și funcționali au fost luați în

calcul pentru determinarea soluțiilor Q_{ψ}^I și Q_{ψ}^{II} , este un lagăr cu pompare exterioară, considerăm că, din punct de vedere fizic, nu poate fi debit negativ și, prin urmare, soluția care are sens este soluția pozitivă Q_{ψ}^{II} , [156], [157.*], deci:

$$Q_{\psi} \equiv Q_{\psi}^{II}, \quad (6.7)$$

Relația (6.7) permite calculul distribuțiilor teoretice de viteze din lagăr, $U_{mcd}^+ = U_{mcd}^+(\psi)$, [156], ș.a., independent de distribuțiile de presiuni din lagăr, $p = p(\psi)$.

CAPITOLUL 7

**REZULTATE TEORETICE PRIVIND MIȘCAREA
FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN
LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE
SPIRALE ȘI CU POMPARE INTERIOARĂ / EXTERIOARĂ,
ÎN REGIM LAMINAR / TURBULENT ȘI PERMA-
NENT DE FUNCȚIONARE. CURBE TEORETICE
COMPARATIVE OBTINUTE**

O parte din rezultatele teoretice, -privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele cu pompare interioară / exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare-, rezultate obținute utilizând modelele matematice stabilite în cap. 3, 4, 5, și 6, au fost prezentate sub forma unor curbe în fig. nr. G.1, ..., G.20, -pentru cele două variante de lagăr cu pompare interioară-, respectiv, în fig. nr. G.1^E, ..., G.6^E, -pentru lagărul cu pompare exterioară .

De asemenea, pe baza acestor rezultate numerice, au fost formulate unele concluzii importante vizând strict parametrii geometrici și funcționali, influența acestora, varianta și tipul de lagăr respectiv, fără a se face alte analize comparative, concluzii prezentate în subcap. 3.8, 4.9, 5.7.

În continuare, în fig. nr. G.21, ..., G.26, respectiv G.21^E, G.23^E, G.25^E, G.27^E, sunt prezentate alte rezultate teoretice obținute utilizând modelele matematice stabilite în cap. 3, 4, 5, 6, rezultate care urmăresc, în special, analiza comparativă a diferitelor variante și tipuri de lagăre axiale cu canale spirale funcționând în regim laminar / turbulent și permanent, influența diferiților parametri constructiv-geometrici și funcționali asupra performanțelor lagăreelor, optimele geometrice și funcționale ale lagăreelor, ș.a.

Concluziile principale, desprinse ca urmare a analizei acestor rezultate teoretice, vor fi sintetizate în subcap. 7.1.

Trebuie făcută și aici precizarea că, nu, în toate situațiile prezentate în fig. nr. G.21, ..., G.26, respectiv, G.21^E, G.23^E, G.25^E, G.27^E, există o corespondență "totală" între modelul matematic de studiu utilizat și regimul de mișcare din lagăr, în sensul că, nu întotdeauna s-a analizat mișcarea din lagăr cu modelul matematic de studiu corespunzător.

După cum s-a menționat și în subcap. 3.7.1, 3.7.2, 4.7.1, 4.7.2, 5.6, datorită faptului că numărul Reynolds Couette, Re_c , este funcție și de rază, r , este posibil ca

unul și același lagăr cu canale spirale, -pentru turații n mari și pentru rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$

mici-, pe o anumită zonă, să funcționeze în regim laminar, -(la raze mici)- și pe cealaltă zonă să funcționeze în regim turbulent, -(la raze mari).

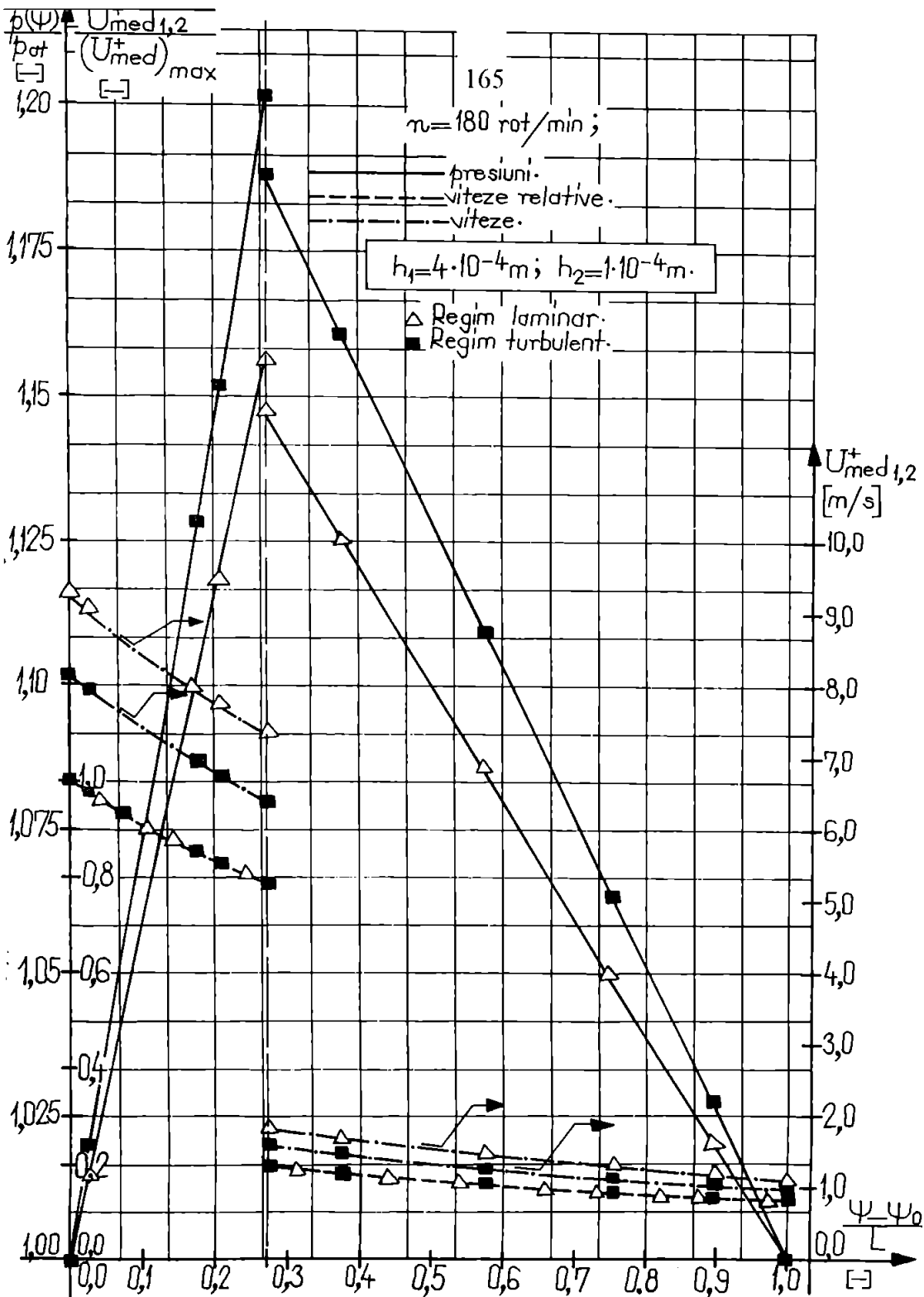


Figura nr. G.21. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

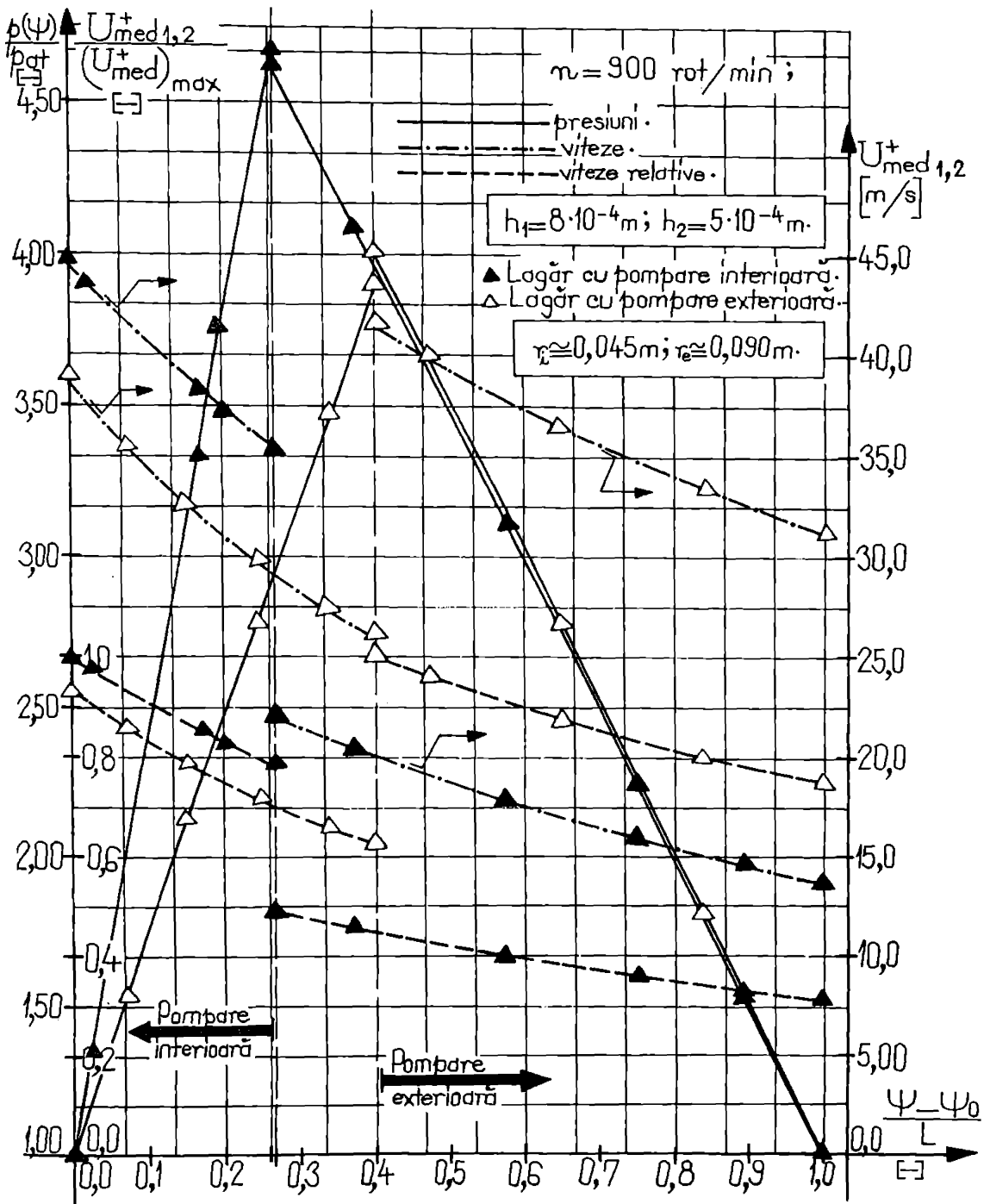


Figura nr. G.21^E. Regim laminar. Comparație între lagărul axial autoportant cu canale spirale cu pompare interioară și lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară.

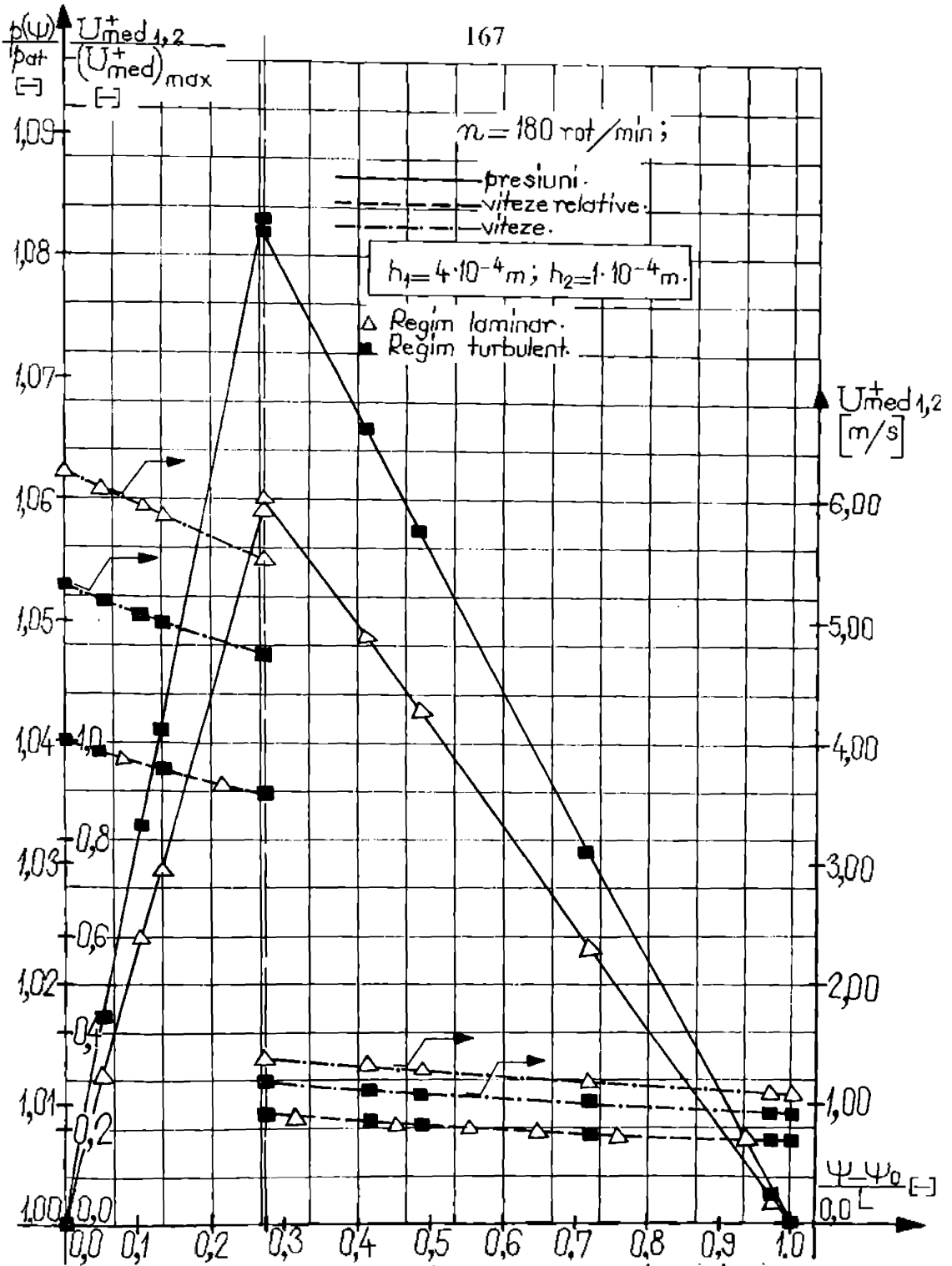


Figura nr. G.22. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

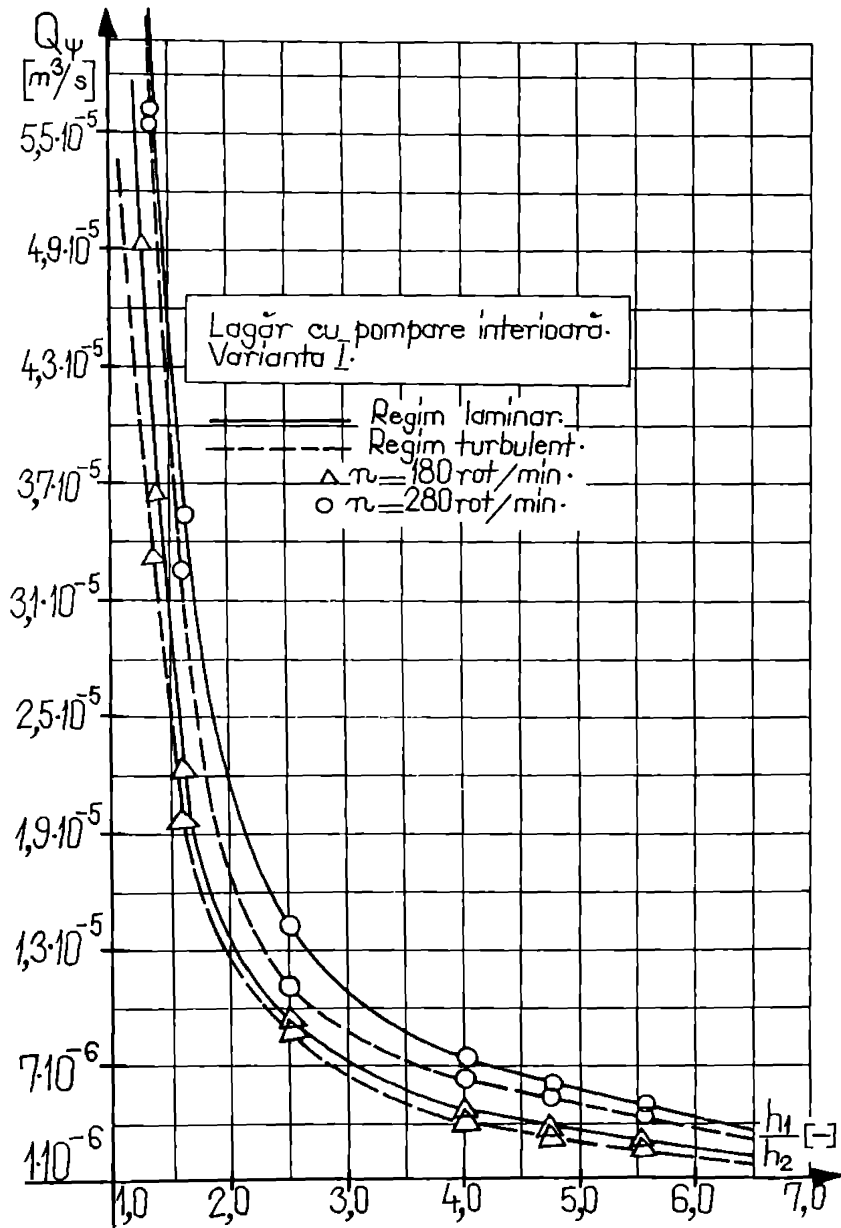


Figura nr. G.23. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

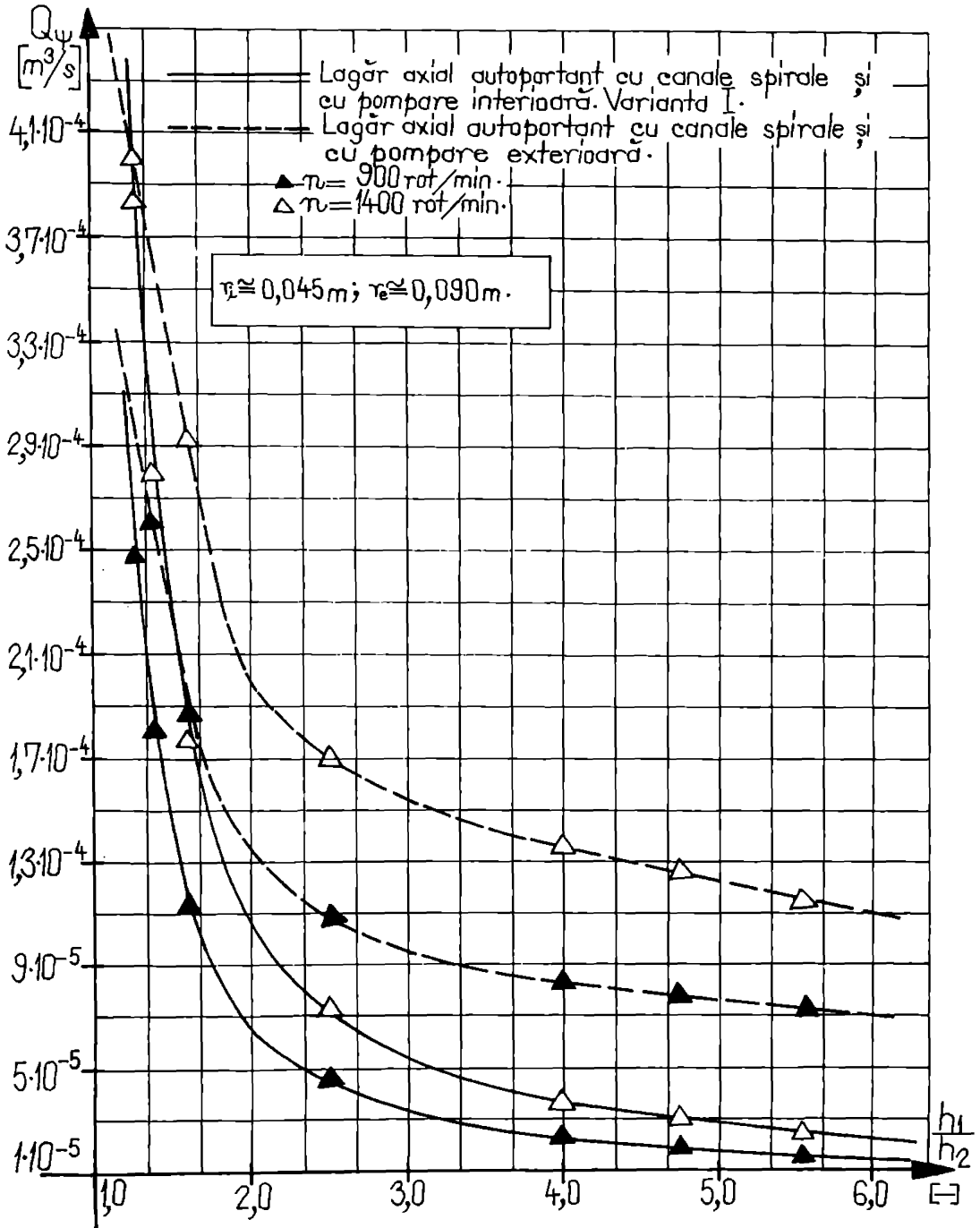


Figura nr. G.23^k. Regim laminar. Dependența $Q_{\psi} = f\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$.

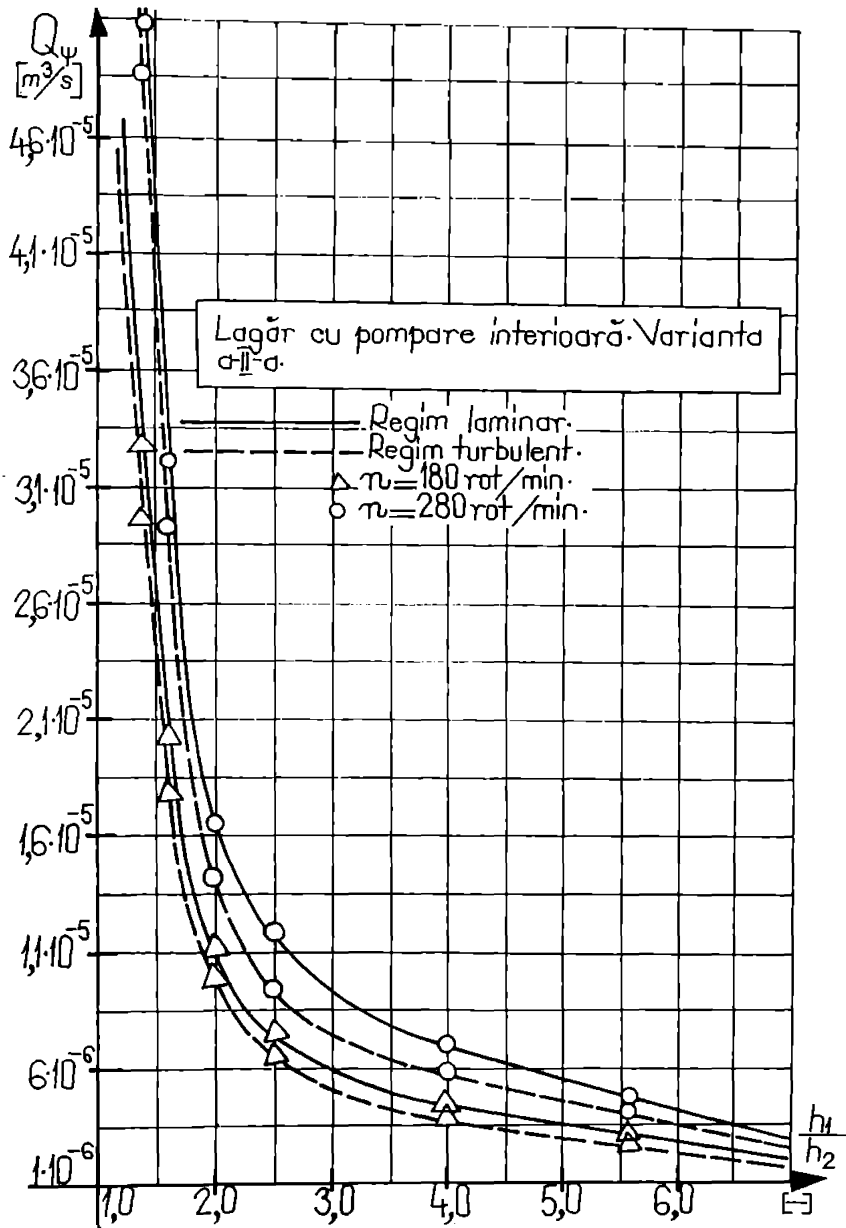


Figura nr. G.24. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

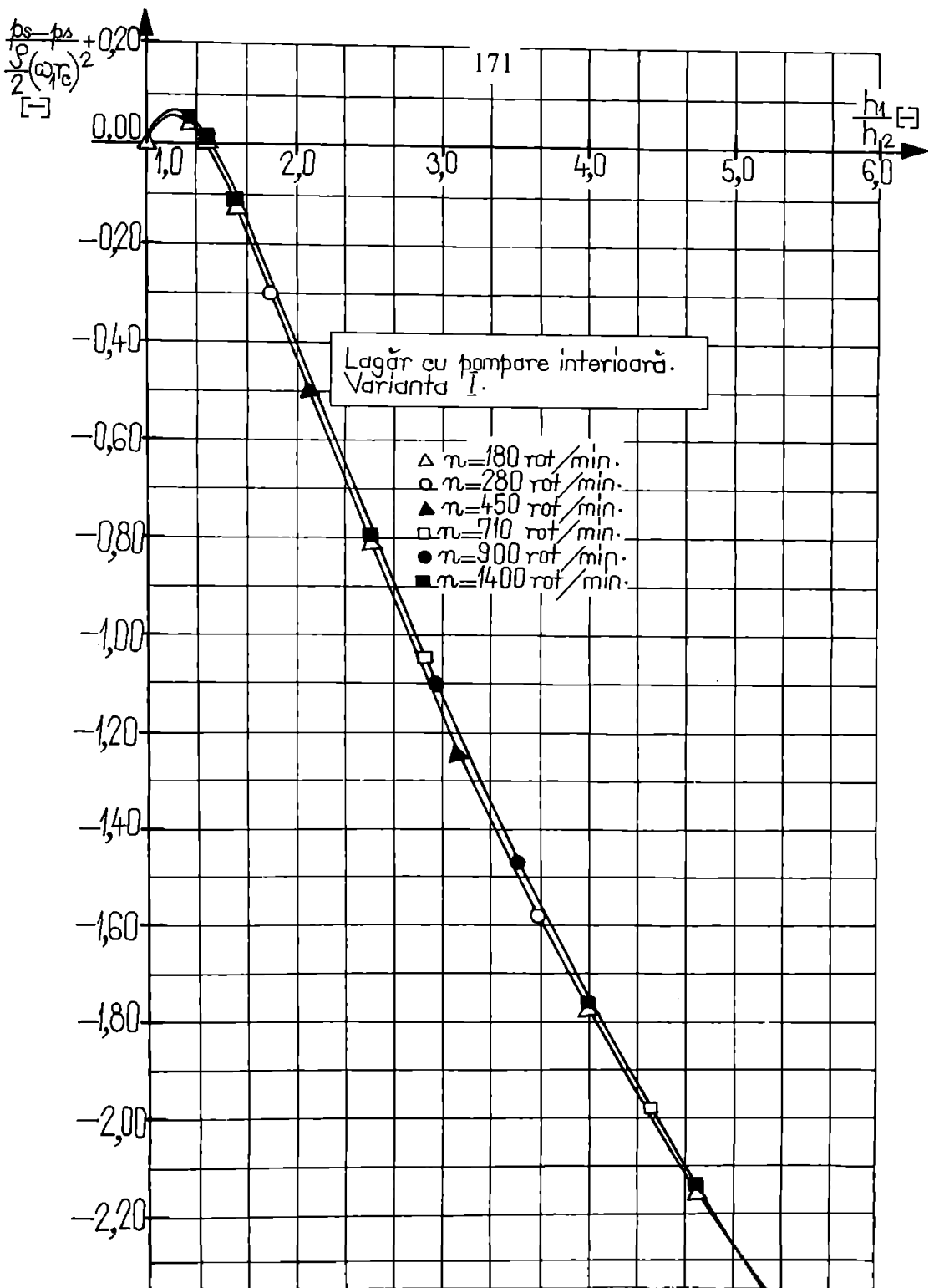


Figura nr. G.25. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

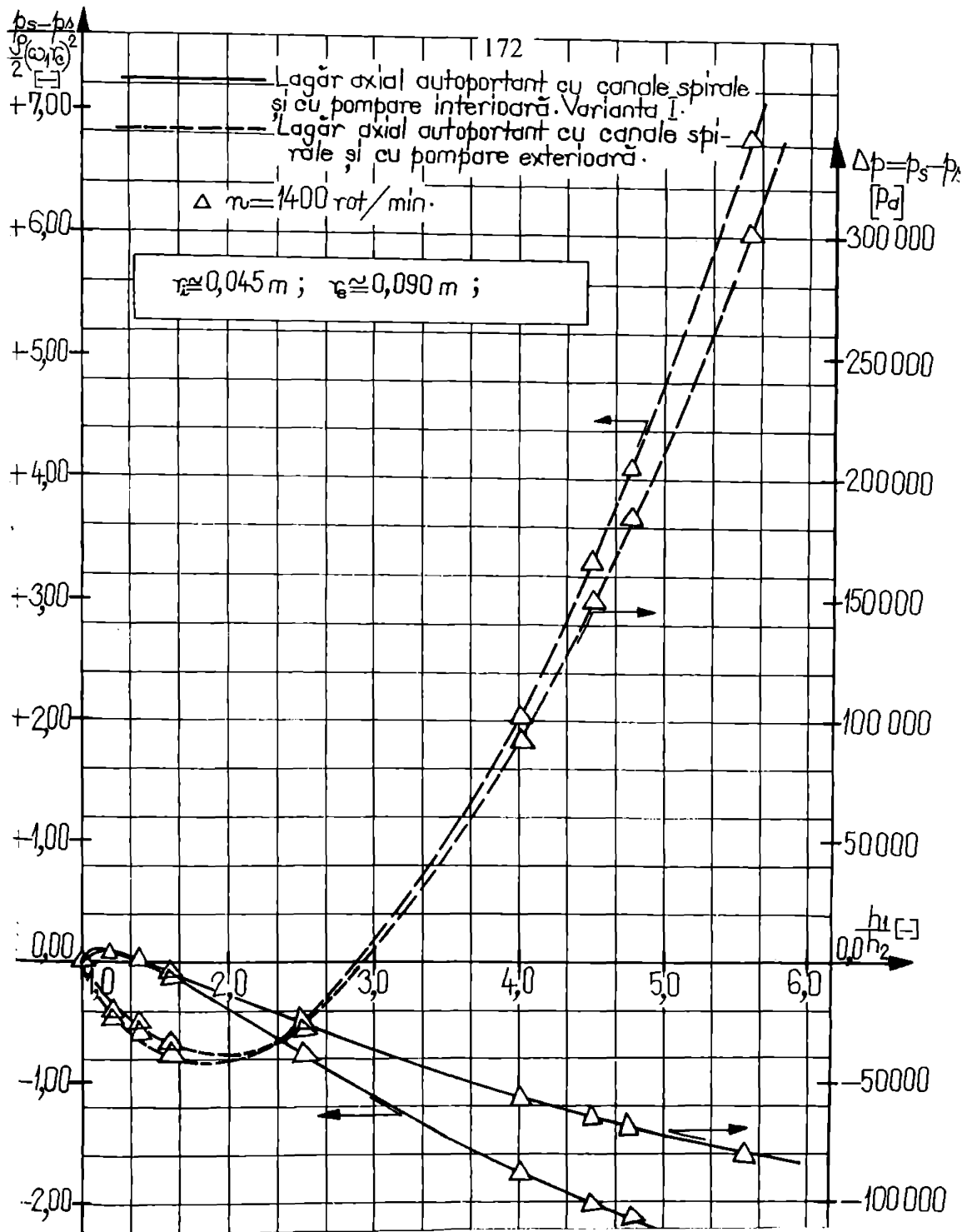


Figura nr. G.25^E. Regim laminar. Dependența $\frac{p_s - p_a}{\rho (\omega_1 r_c)^2} = f\left(\frac{h_1}{h_2}\right)$

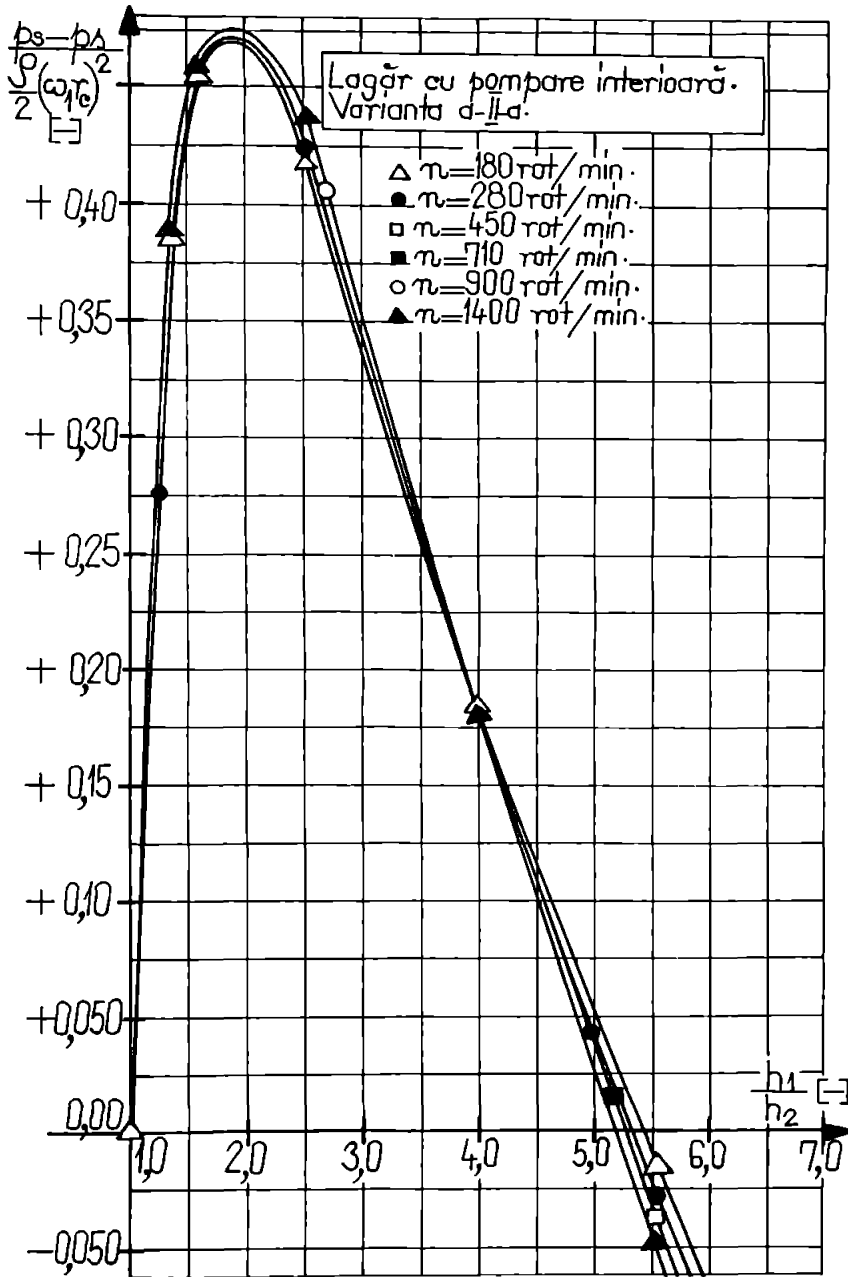


Figura nr. G.26. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a.

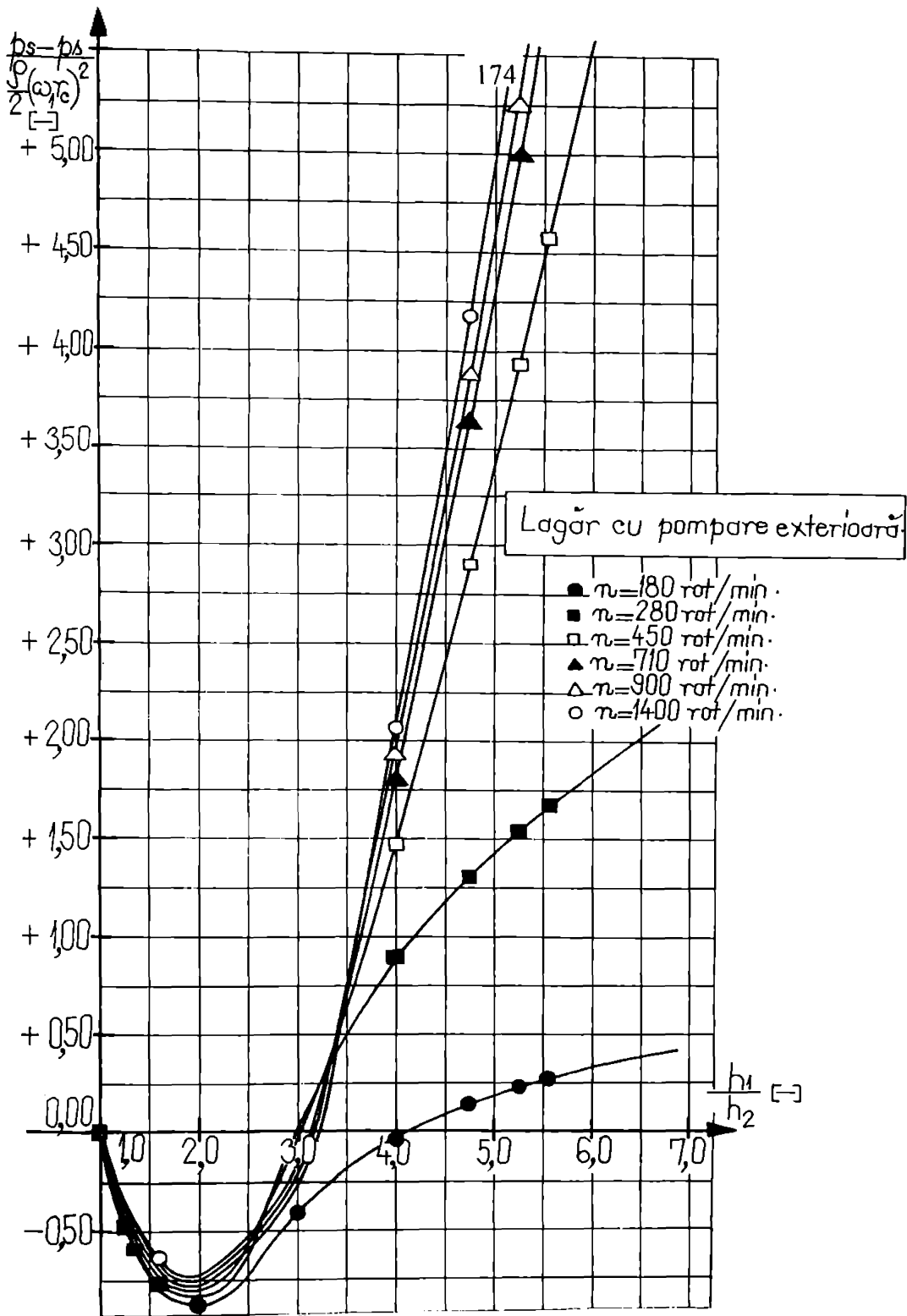


Figura nr. G.27^E. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară.

În analizele teoretice efectuate, s-a avut în vedere și studiul mișcării fluidului vâscos incompresibil în lagărul cu canale spirale utilizând modelul matematic potrivit regimului de mișcare din lagăr, așa cum s-a întâmplat la turații mici, $n < 300 \text{ rot / min}$, (când s-a realizat corespondența “model matematic de studiu laminar \Leftrightarrow regim de mișcare laminar în lagăr”), respectiv la turații mari, $n > 500 \text{ rot / min}$, (când s-a realizat corespondența “model matematic de studiu turbulent \Leftrightarrow regim de mișcare turbulent în lagăr”).-Un exemplu în acest sens îl reprezintă și curbele prezentate în fig. nr. G.17, ..., G.20.

Utilizarea aceluiași model matematic de studiu, (laminar / turbulent), pentru analiza mișcării în lagărul axial cu canale spirale funcționând într-un domeniu larg de turații, ($n=180, \dots, 1400 \text{ rot / min}$), s-a făcut cu scopul de a efectua analize calitative și cantitative pentru diferitele variante de lagăre, respectiv, pentru a se evidenția mai fidel influențele diferiților parametri geometrice și funcționali ai lagărului, după cum s-a menționat și în subcap. 3.7, 4.7 și 5.6.

7.1. Concluzii privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară / exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare

O parte din concluziile și observațiile asupra mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele cu canale spirale, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare, au fost formulate în subcap. 3.8, 4.9, 5.7.

Analiza mai detaliată și comparativă, a rezultatelor teoretice obținute și prezentate în cap. 3, 4, 5, 6, permite formularea unor concluzii importante privind mișcarea vâsco-inertială a fluidelor în straturi subțiri, în general, și mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele cu pompare interioară / exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare, în special, astfel:

a). Ecuațiile diferențiale stabilite permit analiza distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției ψ , din lagărul cu pompare interioară / exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare.

b). Sunt determinate, prin integrarea ecuațiilor diferențiale, distribuțiile de presiuni și de viteze în lungul direcției de pompare ψ , din lagărul cu pompare interioară / exterioară, în regim laminar / turbulent și permanent de mișcare, ținând seamă de influența forțelor de inerție convective. Pe baza acestor relații, a fost posibil calculul numeric al distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției ψ , pentru două variante de lagăr cu pompare interioară și o variantă de lagăr cu pompare exterioară.

c). Lagărul cu pompare interioară Varianta I realizează performanțe hidrodinamice mult superioare celor realizate de lagărul cu pompare interioară

Varianta a-II-a, pentru toată gama de turații, n , și rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ investigate. Rezultă că, esențială, pentru realizarea unor presiuni mari în lagăr, este mărimea suprafeței lagărului, în special a zonei canelate, respectiv, razele r_i , r_c , r_e .

d). În general, creșterea performanțelor hidrodinamice ale lagărului cu pompă interioară / exterioară, pentru aceleași dimensiuni ale suprafeței lagărului, $\{r_i; r_c; r_e\}$, se realizează, în special, prin mărirea turației de antrenare, n , și mai puțin prin modificarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

e). Din analiza dependențelor grafice construite, rezultă că, presiunile adimensionale au o variație aproape similară pentru lagărul cu pompă interioară / exterioară, în timp ce, vitezele adimensionale au variații opuse de la intrare și până la ieșire din lagărul cu pompă interioară / exterioară, (v. subcap. 3.8, 4.9, 5.7).

f). Se constată că, diferența de presiune $\Delta p = p_S - p_s$, înregistrată în dreptul treptei radiale a lagărului cu pompă interioară / exterioară, tinde către zero, când raportul $\frac{h_1}{h_2} \rightarrow 1$, deci, când dispăre treapta radială sau când $p_S \cong p_s$; (acest ultim caz,

$p_S \cong p_s$, este posibil numai teoretic, când se neglijează efectele inerțiale). Analiza mai detaliată, comparativă a rezultatelor obținute, în special a celor prezentate în fig. nr. G.25, G.25^b, G.26, G.27^b, a condus la concluzia, -evidențiată, de altfel, și în subcap. 3.8, 4.9, 5.7-, că, în domeniul de turații n și rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ analizat, saltul de

presiune $\Delta p = p_S - p_s \leq 0$, în funcție de valoarea turației, n , și raportului $\frac{h_1}{h_2}$, adică,

saltul de presiune devine nul, $\Delta p = 0$, chiar și când raportul $\frac{h_1}{h_2} \neq 1$.

g). Influența raportului $\frac{h_1}{h_2}$ asupra presiunilor adimensionale este aproape similară, din punct de vedere calitativ, pentru cele două zone ale suprafeței lagărului cu pompă interioară / exterioară, însă, este total diferită, din punct de vedere cantitativ, în sensul că, la lagărul axial cu pompă interioară, presiunile adimensionale cresc cu creșterea raportului $\frac{h_1}{h_2}$, în timp ce, la lagărul axial cu pompă exterioară, presiunile

adimensionale cresc cu scăderea valorii raportului $\frac{h_1}{h_2}$, (subcap. 5.7).

h). În general, lagărul cu pompă interioară realizează presiuni mai mari decât lagărul cu pompă exterioară, la aceleași valori ale turației de antrenare n , raportului $\frac{h_1}{h_2}$ și aceleași dimensiuni, $\{r_i; r_c\}$.

i). Lagărul cu pompare interioară / exterioară realizează presiuni mai mari în regim turbulent comparativ cu regimul laminar de lubrificație, pentru aceleași valori ale turației, n , și ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

j). Din analiza dependențelor grafice construite, rezultă că, mișcarea fluidului vâscos, în lagărul axial cu canale spirale și cu pompare interioară / exterioară, este mai complexă în regimul turbulent comparativ cu regimul laminar de lubrificație, în special, în vecinătatea treptei radiale a lagărului, pe zona cuprinsă între razele r_i și r_c , $r_i \leq r \leq r_c$.

k). Se observă că, influența forțelor de inerție este mai mare în regim turbulent comparativ cu regimul laminar de lubrificație și această influență crește odată cu scăderea turației de antrenare n , pentru aceeași valoare a raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

l). Debitul de fluid Q_p , "pompat" de lagărul cu pompare exterioară este mai mare decât debitul "pompat" de lagărul cu pompare interioară, la aceeași valoare a turației de antrenare, n , și aceleași dimensiuni, $\{r_i, r_c\}$. Rezultă că, lagărul cu pompare exterioară va avea un regim de lubrificație-ungere și un regim termic mai favorabile, decât lagărul cu pompare interioară

m). Debitul de fluid Q_p , "pompat" de lagărul cu pompare interioară / exterioară în regim turbulent de mișcare este mai mic decât debitul "pompat" în regim laminar de lubrificație, la aceeași dimensiuni $\{r_i, r_c\}$ și aceeași turație de antrenare n . Rezultă că, un lagăr axial cu canale spirale și cu pompare interioară / exterioară, funcționând în regim laminar, va avea un regim de lubrificație-ungere și un regim termic mai favorabile decât în cazul funcționării în regim turbulent de lubrificație, ș. a.

B. STUDIUL EXPERIMENTAL AL MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE

CAPITOLUL 8

CONSIDERAȚII PRELIMINARE ASUPRA CERCETĂRII EXPERIMENTALE A MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE

Complexitatea fenomenelor fizice, în general, respectiv a fenomenelor hidrotermodinamice care se produc în filmul de lubrifiant, în special, precum și în ansamblul lagărului axial autoportant cu canale spirale. [21], [36], [72], [86], [129], [135], [136], [149], [155], [166], ș.a., căile de modelare matematică a acestor fenomene și metodele de calcul existente, precum și ipotezele simplificatoare admise pentru studiul fenomenelor din lagăr, toate acestea fac absolut necesară cercetarea experimentală a lagărelor axiale autoportante, în general, și cu canale spirale, în special, abordare, de altfel, inevitabilă în știință și tehnică, indiferent de domeniul studiat.

Complexitatea studiului experimental al lagărelor axiale cu canale spirale este funcție de categoria de încercări care se efectuează, de scopul urmărit, [21], [36], [104], [129], și de dotarea tehnică disponibilă.

Indiferent de categoria de încercări, în cadrul studiului experimental, sunt mai mulți parametri investigați, care vizează aspectele hidrotermodinamice din filmul fluid, deformațiile globale și locale ale suprafețelor lagărului, uzura suprafețelor lagărului, ș.a., fig. nr. 8.1.

Trebuie menționat că, nu se pot face studii experimentale în care să fie investigați toți parametrii care intervin în categoriile de încercări. De regulă, sunt analizați 1÷3 parametri principali și 2÷3 parametri secundari, în funcție de categoria de încercări și de scopul urmărit prin studiul experimental respectiv, [19], [21], ș.a.

Dificultățile extrem de mari care apar la experimentarea unui lagăr la dimensiuni reale și în condiții identice cu acelea în care va funcționa permanent, fac absolut necesară recurgerea la experimentări pe modele de lagăr. În aceste condiții, apare necesitatea transpunerii rezultatelor experimentale de la lagărul axial model la lagărul prototip, pe baza unor criterii de similitudine cât mai complete, [21], [32], [129], ș.a., și în condițiile unei similitudini "acceptabile".

Studiile experimentale, efectuate cel mai adesea pe modele de lagăr - după cum s-a precizat mai sus-, presupun existența unor standuri de încercări adecvate, care să asigure garanția obținerii unor rezultate corecte, conform scopului urmărit.

Utilizarea standurilor de cercetări experimentale simplifică metodologia de

experimentare, permite studiul separat al influenței fiecărui parametru investigat și reduce prețul de cost al încercărilor, [21], [36], [86], [129].

8.1. Prezentarea structurală a unui stand de încercare lagăre axiale autoportante

În principiu, un stand de încercări lagăre cu alunecare cuprinde trei sisteme, și anume, sistemul de antrenare, sistemul de încărcare (încărcare-rezeme) și sistemul de ungere, [21], [129], ș.a., -Figura nr. 8.1.

În figura nr. 8.1, sunt prezentate, schematic, aceste sisteme componente, o parte dintre elementele componente principale și principalii parametri măsurați. Trebuie făcută mențiunea că, standul prezentat în figura nr. 8.1. este preluat din literatură, [21], unde este indicat ca stand pentru încercarea lagărelor circulare (radiale). Prin modificarea sistemului de încărcare și de rezeme (axiale) ale acestuia, s-a realizat standul cu axul arborelui orizontal destinat încercării lagărelor axiale autoportante, prezentat în figura nr. 8.1.

Este evident că, "soluția" prezentată în fig. nr. 8.1 se referă la un stand pentru încercarea lagărelor cu alunecare, pe care se efectuează încercări de uz general și, drept urmare, se pot întâlni soluții mai simple sau mai complexe decât cea prezentată în fig. nr. 8.1.

Metodele și aparatele de măsură folosite la cercetarea experimentală a lagărelor cu alunecare sunt funcție de parametrii studiați și de categoria, respectiv scopul experimentării.

Cu caracter informativ, precizăm că, în literatură, [21], ș.a., sunt prezentate tabelar diversele metode de măsură a parametrilor importanți în studiul lagărelor cu alunecare, în general, sunt precizate metodele de măsură recomandate a fi utilizate, pe baza experienței autorilor, ca și câteva studii experimentale comparative, privind măsurarea grosimii filmului de lubrifianț pentru lagăre circulare supuse la forțe variabile (sarcini dinamice); sunt prezentate, de asemenea, condițiile experimentale, felul traductorilor utilizați și modul în care s-au concretizat rezultatele cercetărilor experimentale.

8.2. Concluzii și definitivarea structurală a instalației experimentale

În domeniul cercetărilor experimentale asupra lagărelor cu alunecare axiale, un interes cu totul deosebit îl prezintă încercările efectuate pe modele, la dimensiunile reale ale lagărelor, pe standuri și pe lagăre amplasate în ansamblul funcțional al mașinii (pe lagăre aflate în funcționare), [21], [36], [129].

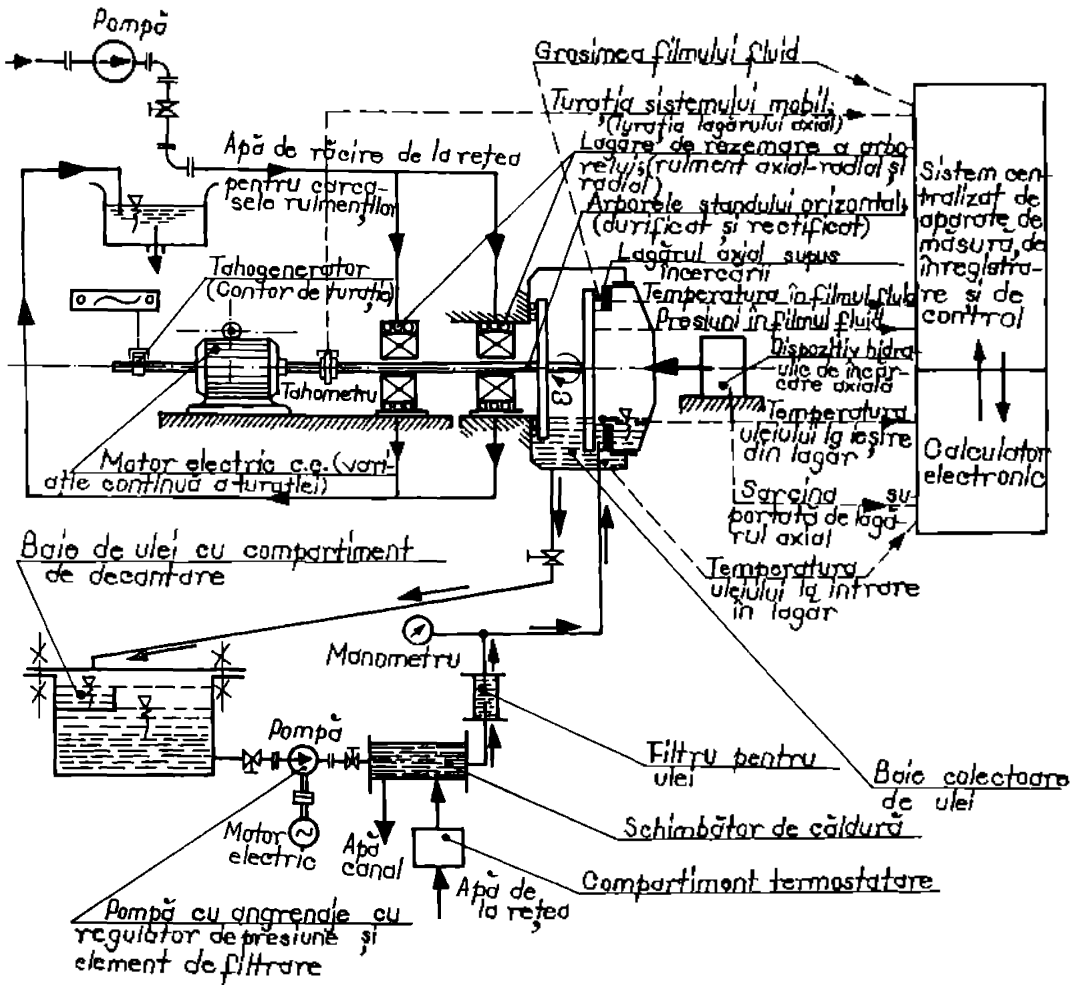


Figura nr. 8.1. Structura unui stand cu axul arborei orizontal destinat încercării lagărelor autoportante axiale și principalii parametri măsurați.

Standurile utilizate pentru încercarea lagărelor cu alunecare axiale au, în general, axul arborei principal dispus orizontal, iar încărcarea axială a lagărului este realizată hidrostatic, -fig. nr. 8.1.

Există și standuri de încercare pentru lagăre axiale având axul arborei principal dispus vertical, [21], [36], [129], ș.a.

Încercările pentru lagărele cu alunecare axiale cu sectoare oscilante pot fi efectuate pe lagărul întreg (complet) sau pe un sector izolat (singular). A doua modalitate de cercetare permite investigații de o mai mare finețe, cu toate că, nu conduce la reproducerea, cu fidelitate, a situației reale din lagăr, [21].

Încercările pentru lagărele axiale autoportante mari ale hidrogenatoarelor

sincrone verticale și orizontale se realizează, în mod frecvent, în ansamblul funcțional al hidroagregatului, [36].

Din cele prezentate succint mai sus, ca și din ceea ce oferă literatura de specialitate, [21], [36], [72], [86], [129], ș.a., rezultă că, există extrem de puține informații despre standuri concepute pentru corectarea lagărelor axiale autoportante, în general, și lagărelor cu canale spirale, în special, (literatura consultată și parțial citată mai sus nu prezintă nici un asemenea stand) – De aceea, plecând de la structura de principiu a standului prezentat în figura nr. 8.1, în continuare, pentru studiul experimental al mișcării fluidelor vâskoase în lagărele axiale cu canale spirale, a fost proiectat și realizat un stand special, (cap. 9), stand care oferă multiple posibilități de investigare experimentală și care permite măsurarea celor mai mulți dintre parametrii principali indicați în figura nr. 8.1.

CAPITOLUL 9

STUDIUL, PROIECTAREA ȘI REALIZAREA INSTALAȚIEI EXPERIMENTALE PENTRU CERCETAREA MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE INCOMPRESIBILE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE

9.1. Cerințe constructiv-funcționale impuse instalației experimentale proiectate și realizate

Instalația experimentală trebuie să răspundă cerințelor impuse de teza de doctorat, dar și altor scopuri didactice ulterioare, adică, să servească studiului mișcării fluidelor vâskoase în lagărele axiale autoportante, în general, și în lagărele axiale cu canale spirale, în special.

În acest scop, în prima fază, s-a urmărit studiul, conceperea structurală și proiectarea instalației experimentale în 1 + 2 variante. Varianta de instalație proiectată și, în final, realizată va trebui să asigure și cerințele de interschimbabilitate și adaptabilitate constructiv-funcționale corespunzătoare, astfel încât aceasta să permită realizarea obiectivelor impuse prin lucrarea de doctorat, adică, studiul mișcării fluidelor vâskoase incompresibile în mai multe variante constructiv-geometrice de lagăre cu canale spirale, lagăre având dimensiuni de gabarit identice sau foarte apropiate, și anume:

- lagăr cu canale spirale și cu pompare interioară, (2 variante);
- lagăr cu canale spirale și cu pompare exterioară, (1 variantă);
- lagăr cu canale spirale fără nici o curgere transversală, respectiv, debit pompat zero, (1 variantă);

De asemenea, instalația experimentală proiectată și realizată va fi utilizată pentru studiul funcționării lagărelor cu canale spirale atât în regim laminar, cât și în regim turbulent, regim care va fi realizat atât prin modificarea grosimii filmului fluid h_f (modificarea încărcării lagărului), cât și prin modificarea vitezei periferice $u = \omega_1 r$, (turației n).

9.2. Conceperea structurală a instalației experimentale. Variante propuse. Aparatura utilizată și măsurile măsurate

Deși, în literatură sunt prezentate unele rezultate teoretice și experimentale privind mișcarea fluidelor vâskoase în lagărele cu canale spirale, [16], [60], [61], [81], [84], [160], [166], [173], ș.a., aici, sunt oferite extrem de puține informații privind

metodologia de investigație experimentală, mărimile măsurate, aparatura de măsură folosită, instalația experimentală. Detalii mai multe sunt oferite în legătură cu instalațiile experimentale folosite pentru studiul lagărelor cu alunecare (lagăre radiale și radial-axiale), [21], [129], ș.a.

De exemplu, în referința [21], se prezintă un asemenea stand de încercare a lagărelor cu alunecare pur radiale, având axul principal de rotație dispus orizontal.

Standurile pentru încercarea lagărelor cu alunecare axiale, în general, au axul arborelui principal dispus orizontal, iar încărcarea axială a lagărului este realizată hidrostatic, (subcap. 8.1).

Plecând de la această recomandare, ca și de la altele cu caracter general, existente în literatură, [21], [129], ș.a., s-a "încercat" adaptarea standului de încercare a lagărelor cu alunecare radiale, [21], pentru a putea fi folosit la încercarea lagărelor cu alunecare axiale, prin modificarea sistemului de rezemare a axului principal și modificarea sistemului de încărcare al standului (lagărului axial). Rezultatul acestei "adaptări-transformări" a fost prezentat în figura nr. 8.1, iar în subcap. 8.1, au fost prezentate, succint, structura standului și principalii parametri mășurați în timpul încercării lagărului axial.

Este de remarcat structura destul de complexă a unui asemenea stand de încercat lagăre axiale. Din acest motiv și ținând seamă de dificultățile tehnologice și de execuție a unui asemenea stand, în cadrul lucrării de doctorat, s-a căutat să se proiecteze și realizeze un stand mai simplu-constructiv, dar care să corespundă cerințelor impuse de metodologia de experimentare și care să conducă la rezultate corecte, caracterizate de acuratețea, precizia, reproductibilitatea și generalitatea cerute de un asemenea studiu experimental. Este vorba de stand de încercat lagăre axiale hidrodinamice având axul arborelui principal dispus vertical, așa, cum se sugerează și în literatură, [21], [129].

Astfel, o primă variantă de instalație experimentală este prezentată în figura nr. 9.1.

Instalația prezentată în fig. nr. 9.1. permite încercarea mai multor variante de lagăre axiale cu canale spirale (cu pompă interioară, cu pompă exterioară, cu debit pompat zero, ș.a.), având aceleași dimensiuni de gabarit, respectiv aceleași diametre exterioare și interioare, dar având canale spirale cu geometrii diferite. De asemenea, toate celelalte componente din structura lagărului axial cu canale spirale, (patina, baia lagărului, suportul lagărului axial, ș.a., -Fig. nr. 9.1), sunt aceleași pentru toate variantele de lagăr proiectate.

Structura instalației experimentale prezentată în fig. nr. 9.1 este următoarea:

- 1 = arbore principal;
- 2 = lagăr axial autoportant cu canale spirale;
- 3 = baia lagărului axial;
- 4 = disc cu fante dreptunghiulare;
- 5, 6 = piezometre multiple;(manometre de clasă);
- 7 = rezervor cu ulei pentru alimentarea / ungerea lagărului;

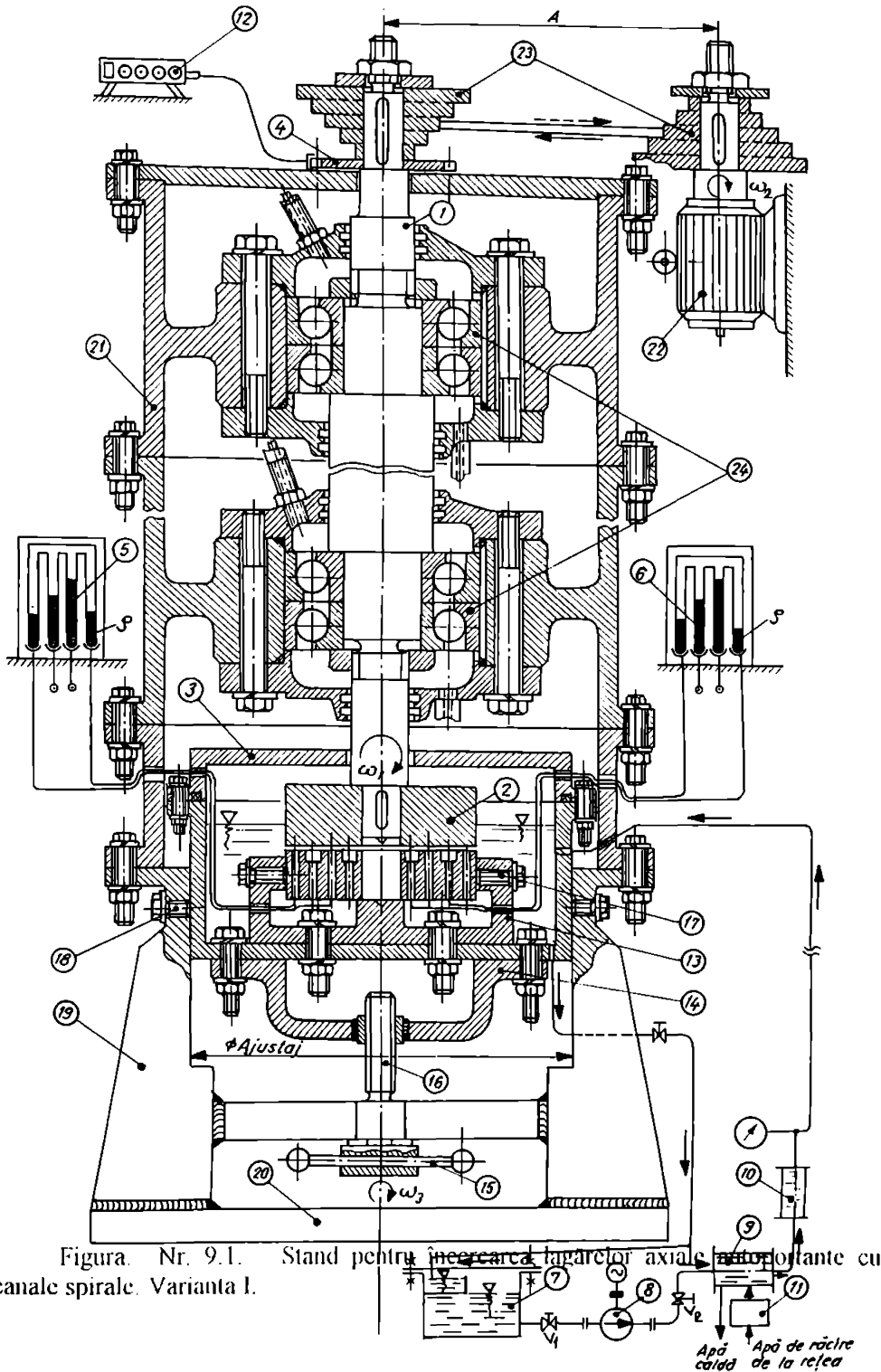
- 8 = grup de pompare al instalației de ulei;
- 9 = schimbător de căldură;
- 10 = filtru pentru ulei;
- 11 = compartiment termostatare;
- 12 = numărător electronic;
- 13 = suportul lagărului axial cu canale spirale;
- 14 = sistemul de deplasare / reglare pe verticală a poziției lagărului;
- 15 = pârghie pentru acționarea manuală a dispozitivului de deplasare / reglare;
- 16 = șurubul conducător al dispozitivului de deplasare / reglare;
- 17 = șuruburi pentru centrare / fixare lagăr axial;
- 18 = șuruburi pentru centrare / fixare baie lagăr axial;
- 19 = suport susținere instalație;
- 20 = placă de bază;
- 21 = carcasa instalației experimentale;
- 22 = motor electric de c.a.;
- 23 = transmisie mecanică;
- 24 = sistemul de lagăruire / susținere a ansamblului mobil al instalației experimentale;

Instalația experimentală prezentată în fig. nr. 9.1. se caracterizează prin compactitate, stabilitate, adaptabilitate, posibilitatea extinderii domeniului de utilizare / cercetare, (turații, încărcări lagăr, ș.a.), etc., dar necesită un volum relativ mare de manoperă, de repere și subansamble, dintre care, cele mai multe sunt netipizate, deci, caracterizate de costuri mari.

De aceea, în continuare, se propune o a doua variantă de instalație experimentală pentru încercarea lagărelor axiale cu canale spirale, instalație realizată pe structura unei mașini de găurit cu coloană, -mașină care permite realizarea tuturor funcțiilor cerute de o instalație pentru încercarea lagărelor axiale, -(fig. nr. 9.1). Instalația experimentală, "derivată" dintr-o mașină de găurit cu coloană, este prezentată în figura nr. 9.2.

Structura instalației experimentale prezentată în figura nr. 9.2 este următoarea:

- 1 = arbore principal;
- 2 = lagăr axial autoportant cu canale spirale;
- 3 = baie lagărului axial;
- 4 = disc cu fante dreptunghiulare;
- 5, 6 = piezometre multiple;(manometre de clasă);
- 7 = rezervor cu ulei pentru alimentare / ungere lagăr;
- 8 = numărător electronic;
- 9 = masa rotativă a instalației experimentale;
- 10 = manetă pentru încărcarea lagărului axial;



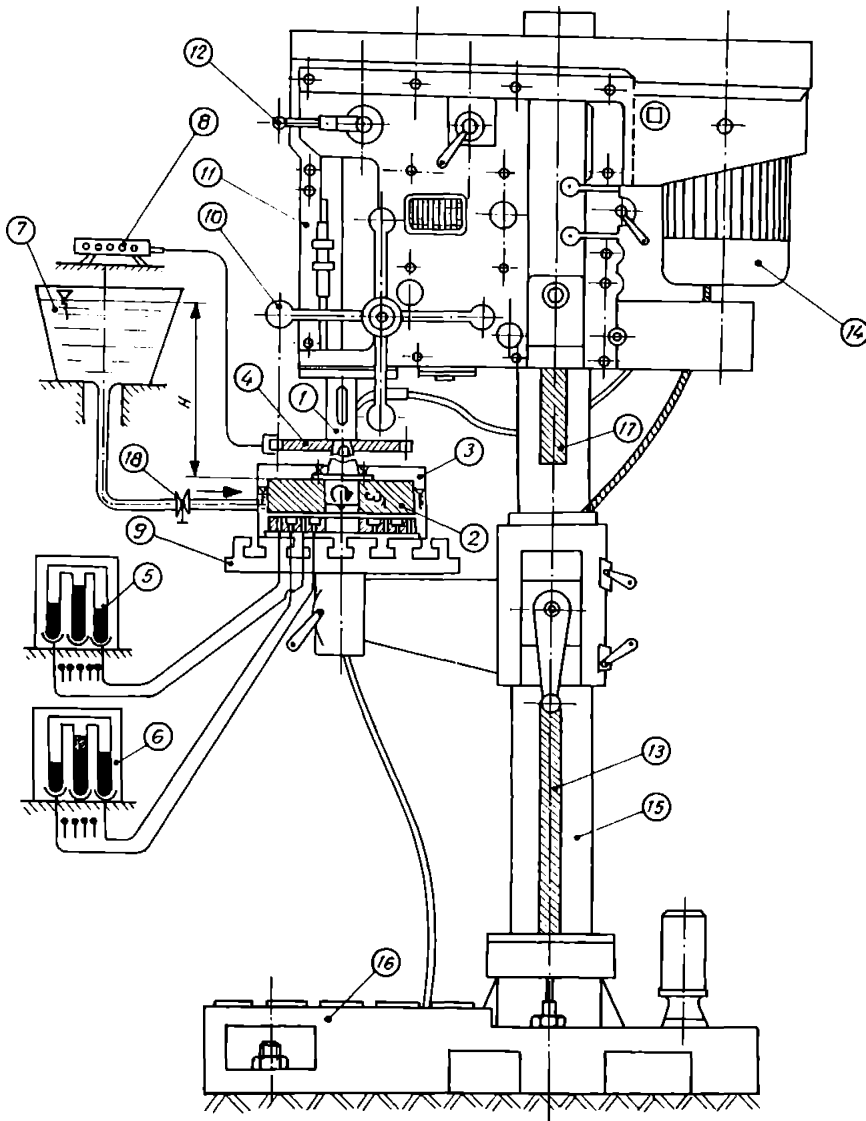


Figura Nr. 9.2. Stand pentru încercarea lagărelor axiale autoportante cu canale spirale. Varianta a-II-a.

- 11 = carcasa instalației;
- 12 = manetă pentru schimbarea vitezelor (turațiilor) de încercare;
- 13, 17 = cremaliere;
- 14 = motor electric de c. a.;
- 15 = coloană susținere instalație;

16 = placă de bază;

17 = cremalieră pentru deplasarea carcusei;

Conform fig. nr. 9.2, în cazul acestei instalații experimentale, trebuie proiectat efectiv doar lagărul axial cu canale spirale, în diferite variante constructiv-geometrice. De asemenea, trebuie realizate, respectiv conectate la instalația experimentală, aparatele de măsură necesare, (piezometre multiple; manometre de clasă; traductori de temperatură; traductori de deplasare; tahometru; numărător electronic; ș.a.).

Aparatura utilizată pentru măsurători a fost prezentată, -o parte din aceasta-, în fig. nr. 9.1 și 9.2, cuprinzând: piezometre multiple și manometre de clasă; termometre / termocuple; tahometru și numărător electronic; traductori de deplasare / lere cu spioni; comparatoare de clasă (1 μm); ș.a.;

Corespunzător aparaturii utilizate, principalele mărimi măsurate sunt: presiuni relative; temperaturi; rotații / viteze; deplasări liniare / grosimi ale filmului fluid l; abateri de poziție, ș.a.;

O imagine de ansamblu a instalației experimentale realizate, împreună cu o parte din aparatura utilizată, este prezentată în fig. nr. 9.2.a.

9.3. Stabilirea parametrilor constructiv-funcționali principali ai instalației experimentale și a domeniului de variație al acestora

Parametrii constructiv-funcționali ai instalației, respectiv domeniul de variație al acestora se stabilesc în funcție de obiectivele studiului experimentat, de amploarea și diversitatea investigațiilor experimentale.

9.3.1. Definirea parametrilor constructiv-funcționali principali ai instalației experimentale

Parametrii constructiv-geometrici și funcționali ai instalației experimentale / lagărului axial cu canale spirale sunt prezentați în Tabelul nr. 9.1, (v. subcap. 9.3.2), și au fost indicați în fig. nr. 1.10, 2.1, 2.2, 2.3, 2.4, 3.2, 3.3, ș.a., având următoarele semnificații, respectiv, relații de definiție:

β_0 ; -unghiul spiralei care generează canalele spirale pe suprafața profilată a lagărului axial;

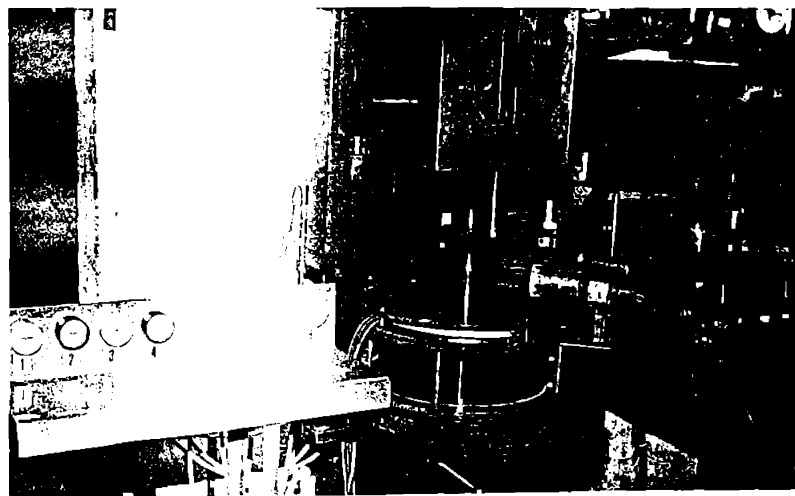
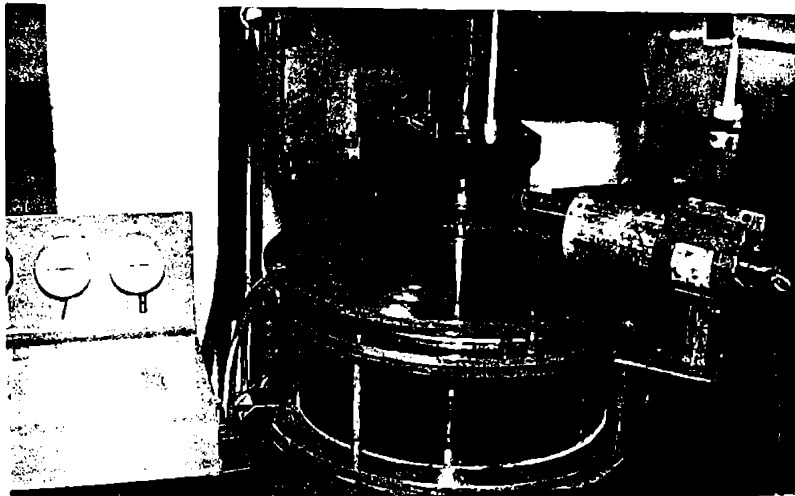
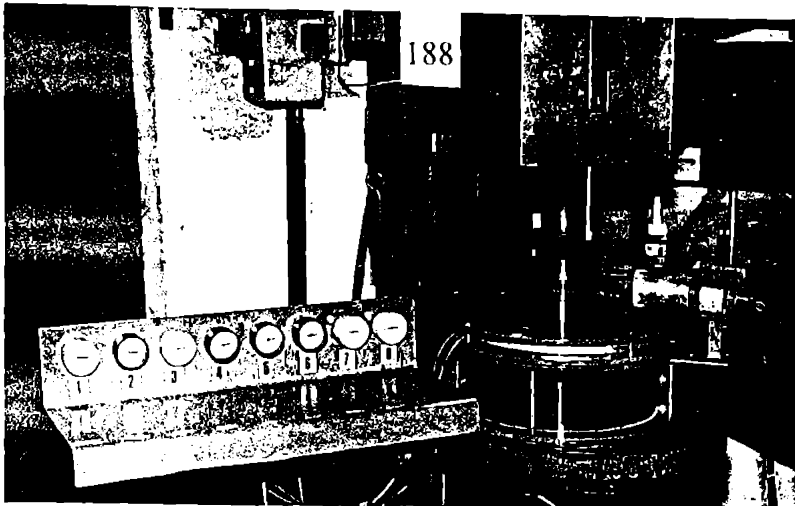


Figura nr. 9.2.a. Instalația experimentală pentru încercarea lagărelor axiale autoportante cu canale spirale. Vedere de ansamblu.

- $\bar{a} = \frac{a_1}{a_2}$; - raportul dintre lățimea canalului spiral și lățimea crestei spirale, la intrare în lagărul axial;
- $\Gamma = \frac{h_1}{h_2}$; - raportul grosimilor de film caracteristice, ($h_1 > h_2$);
- $\bar{Y} = \frac{r_c - r_i}{r_c - r_i}$; - raportul zonei cu canale spirale față de lățimea totală a suprafeței inclare a lagărului; (r_c = raza exterioară; r_i = raza interioară; r_c = raza de canelare);
- $\bar{r} = \frac{r_i}{r_c}$; - raportul dintre raza interioară și raza exterioară ale lagărului axial cu canale spirale;
- $\alpha = \frac{a_1}{a_1 + a_2}$; - lățimea relativă a canalelor spirale;
- N; - numărul de canale spirale realizate pe suprafața profilată a lagărului axial;
- $\Gamma_1 = \frac{h_1}{h}$; - raportul grosimilor caracteristice filmului de lubrifiant;
- h_1 ; - grosimea filmului fluid în dreptul canalului spiral;
- h_2 ; - grosimea filmului fluid în dreptul crestei spirale (pragului spiral);
- $\Delta\theta$; - unghiul la centru corespunzător unei perechi canal-prag;
- a_1 ; - lățimea canalului spiral;
- a_2 ; - lățimea crestei spirale;
- $\delta = h_1 - h_2$; - adâncimea canalului spiral;
- r_c ; - raza care delimitează zona ocupată de canalele spirale, (raza de canelare);
- r ; - raza curentă a lagărului, $r \in [0, \dots, r_c]$;

9.3.2. Domeniul de variație al parametrilor constructiv-funcționali principali ai instalației experimentale

Instalația experimentală prezentată în figura nr. 9.2 este realizată pe structura mașinii de găurit cu coloană tip 4GCO-R2, fabricată la “Înfrățirea” Oradea, având următorii parametri constructiv-funcționali principali:

Turația arborelui principal: $n_1=180; 260; 280; 355; 450; 710; 900; 1400 \frac{\text{rot}}{\text{min}}$;

Dimensiunea masei rotative, pe care se fixează lagărul axial cu canale spirale: maxim $\phi 350\text{mm}$;

Puterea motorului electric de acționare a arborelui principal al instalației experimentale: 1,7 Kw;

Înălțimea maximă a ansamblului lagărului axial, fixat pe masa mașinii de găurit: 650 mm.

Pentru înălțimi mai mari, lagărul axial cu canale spirale se poate fixa direct pe placa de bază a mașinii de găurit, (v. poz. 16, figura nr. 9.2).

Prin urmare, stabilirea domeniului de variație a parametrilor funcționali principali ai instalației experimentale trebuie făcută ținând seamă de parametrii constructiv-geometrici și funcționali ai mașinii de găurit, de parametrii geometrici și funcționali proiectați ai lagărelor axiale cu canale spirale și de obiectivele propuse pentru teza de doctorat, (conf. subcap. 1.4.).

Astfel, turația lagărului va fi modificată parametric, conform celor 8 trepte de turație ale mașinii de găurit, respectiv, în domeniul $n \in (0, \dots, 1400] \text{rot} / \text{min}$;

Parametrii geometrici, ca și alți parametri funcționali ai lagărului axial cu canale spirale, proiectat în patru variante, sunt cei stabiliți în subcap. 9.4 și care au fost utilizați la studiul teoretic, (cap. 2, ..., cap. 7).

O sinteză a parametrilor principali geometrici și funcționali, pentru diferite lagăre axiale cu canale spirale studiate, -în cea mai mare parte-, teoretic de diferiți cercetători, este prezentată în Tabelul nr. 9.1.

Datele existente în tabelul nr. 9.1 oferă posibilitatea stabilirii unor valori optime pentru parametrii geometrici și funcționali ai lagărelor axiale cu canale spirale, valori utilizate la calculul de proiectare, în subcap. 9.4.

Analiza valorilor parametrilor funcționali ai lagărului, respectiv, instalației experimentale, prezentate în tabelul nr. 9.1, arată că, instalația experimentală oferă posibilitatea efectuării unei game largi de încercări, atât în regim laminar cât și în regim turbulent de lubrificație, în funcție de turația, n , la care este încercat lagărul, dar și de parametrii $\{r, h_2, v\}$.

Analizând valorile unghiului β_0 de la intrare în lagăr din tabelul nr. 9.1, se constată că, acestea sunt cuprinse în intervalul $\beta_0 \in [12,2^\circ, \dots, 19,8^\circ]$, adică, sunt valori sensibil apropiate de valorile unghiului β_1 constructiv de la rotoarele pompelor centrifuge, ceea ce confirmă "similitudinea" constructiv-geometrică și funcțională care există între lagărele axiale cu canale spirale și rotoarele deschise ale pompelor centrifuge speciale, [135], [136].

Tabelul nr. 9.1.

Parametrii lagarului axial cu canale spirale:		Parametrii geometrice ai lagarului axial cu canale spirale:						Parametrii funcionali ai lagarului axial cu canale spirale:			
β_0	$\bar{a} = \frac{a_1}{a_2}$	$\Gamma = \frac{h_1}{h_2}$	$\bar{Y} = \frac{t_c - t_e}{t_c - t_f}$	$\bar{r} = \frac{t_f}{t_c}$	$\alpha = \frac{a_1}{a_1 + a_2}$	Numarul de canale spirale, N;	Observatii:	Turația n [rot/min]	Raza r [mm]	Regimul de miscare în lagar: $R_e = \frac{\omega r h_2}{\nu}$	Natura regimului de curgere:
17	1,5974	4	0,73	0,5-0,7	0,615	-	Valori considerate optime și în [135], [136].	180	45	426-47	Regim laminar
17,2	1,52	3,94	0,73	0,4	0,6032	2	Lagar axial cu pompare interioara optimizat.		25	767,648	Regim laminar
12,2	1,27	4,70	0,73	0,4	0,5593	13			75	1279-414	Regim laminar
19,5	2,56	4,58	0,73	0,4	0,7191	2	Lagar axial cu pompare exterioara optimizat.	260	25	616,014	Regim laminar
18,1	2,38	4,70	0,73	0,4	0,7041	15			45	1108,325	Regim laminar
18,8	1,93	4,05	0,73	0,4	0,6587	2	Lagar axial cu pompare interioara	280	100	2464,056	Regim turbulent
18,5	1,93	1,02; 2,04-3,05	0,5	0,9	0,6587	-	Lagar axial cu pompare interioara		25	665,399	Regim laminar
18,8	1,93	4,05	0,73	1,0	0,6587	2	Variana $\Gamma=1,05$ este mai performanta.	355	45	1194,195	Regim laminar
18,8	1,93	4,05	0,73	0,4	0,6587	2	Lagar "banda liniara" optimizat.		100	2653,598	Regim turbulent
18	1,5	1,5	0,70	0,419	0,60	18	Lagar axial cu pompare exterioara.	450	45	1919,12	Regim laminar
19,8	2,33	4,40	0,57	1,0	0,6997	2	Sunt comparate rezultate teoretice cu cele exp.		75	3198,574	Regim turbulent
15,7	1,00	3,63	-	0,5-0,5 0,7-0,9	0,5	-	Lagar "banda liniara" optimizat.	710	25	1682,192	Regim laminar
18,8	1,93	4,05	0,73	0,5-0,5 0,7-0,9	0,6587	-	Lagare axiale fara pompare (fara curgere).		45	3027,946	Regim turbulent
18	1,90	3,52	-	0,679	0,6552	2,4	Lagare axiale cu pompare interioara si exterioara.		75	5046,376	Regim turbulent
18	1,90	3,52	-	0,679	0,6552	2,4	Studiuza efectul caracterului molecular al gazului.	900	100	6728,768	Regim turbulent
18	1,65	4,0	0,7	0,2-0,4 0,6-0,8	0,6226	-	Lagare axiale cu pompare interioara optimizate.	1400	25	8559,424	Regim turbulent
18,8	3,25	3,25	0,73	0,42	0,7647	-	Studiuza deformarile termice ale lagarului.		45	5970,597	Regim turbulent
									100	13267,995	Regim turbulent

9.3.3. Aspecte concrete de similitudine privind instalația experimentală proiectată și realizată

Problemele legate de similitudine pentru instalația proiectată, respectiv pentru lagărul axial cu canale spirale supus încercării și aspectele cu privire la transpunerea rezultatelor experimentale de la un lagăr de dimensiuni mai mici, (lagăr model), la un lagăr de dimensiuni mai mari, (lagăr prototip), sau invers, sunt soluționabile apelând la relațiile existente în literatură, [21], [32], ș.a.

Dimensiunile, care au rezultat în urma calculului de proiectare a celor patru variante de lagăre cu canale spirale, (v. subcap. 9.4.), nu impun transpunerea rezultatelor experimentale

Justificarea acestei afirmații este dată de faptul că, unul și același lagăr, având aceleași dimensiuni, poate fi încercat în laborator, -ca un lagăr model-, dar poate să funcționeze și să fie încercat în instalația industrială pentru care a fost realizat, adică, să funcționeze ca un lagăr prototip.

Dacă ar fi necesară transpunerea rezultatelor de la un lagăr model la un lagăr prototip, indiferent care este scara geometrică, (scara de modelare), atunci, pot fi utilizate relațiile oferite de literatură [21], [32], în condițiile realizării unei similitudini parțiale, similitudini mecanice sau a unei eवासimilitudini termice, [129], ș.a.

9.4. Calculul de proiectare al lagărului axial autoportant cu canale spirale. Variante de lagăr

La calculul de proiectare al lagărului cu canale spirale, s-a ținut seamă de parametrii geometrici și funcționali optimi, [135], [136], [155], [156], [157], de datele, recomandările și rezultatele prezentate în tabelul nr. 9.1 și în subcap. 9.3.2, pe baza acestora proiectându-se cele patru variante de lagăr cu canale spirale.

Ansamblul unui asemenea lagăr axial cu canale spirale este prezentat în figura nr. 9.3, unde, sunt indicate și principalele subansamble componente.

9.4.1. Calculul și proiectarea componentelor lagărului axial autoportant cu canale spirale

9.4.1.1. Suprafața canelată a lagărului axial autoportant cu canale spirale

9.4.1.1.a. Lagăr axial cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta I

Ecuția spiralei logaritmice este:

$$r = ae^{bn}$$

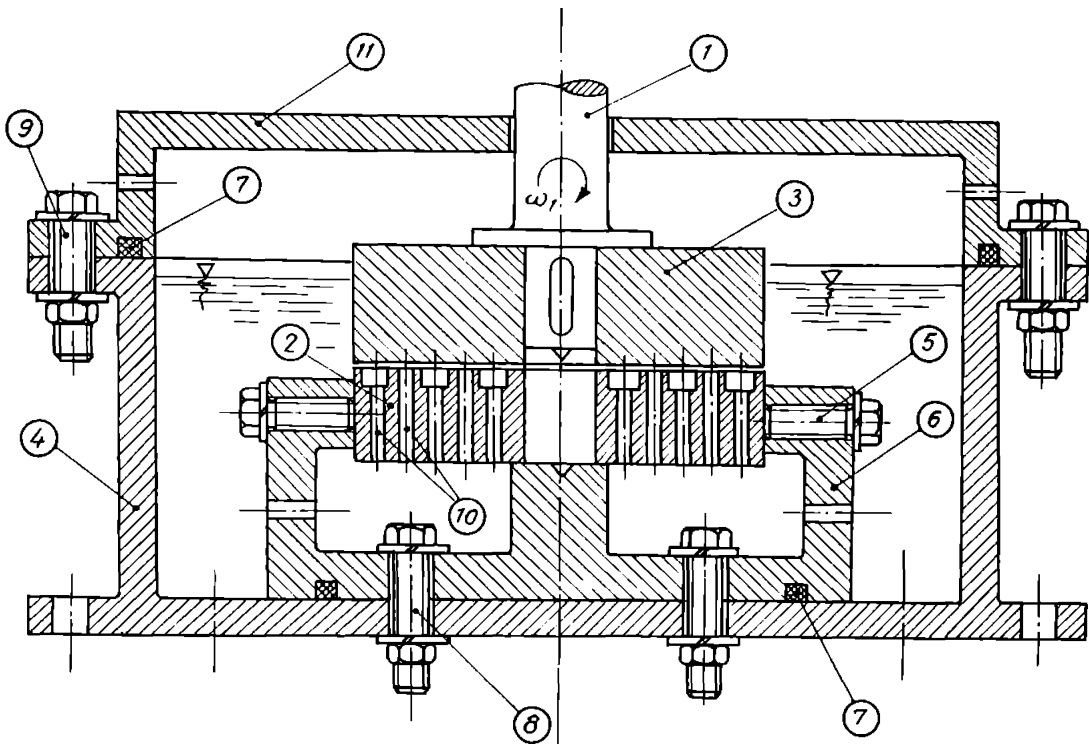


Figura nr. 9.3. Lagărul axial autoportant cu canale spirale. Prezentare constructivă; 1-arborele principal al lagărului; 2-lagăr axial cu canale spirale (suprafața profilată); 3-suprafața netedă, (patina lagărului axial); 4-baia lagărului; 5-șuruburi pentru centrare / fixare lagăr axial; 6-suportul lagărului axial; 7-garnitură de etanșare; 8-ansamblu șurub - piuliță pentru fixare suport lagăr; 9-ansamblu șurub - piuliță pentru închidere-etanșare baie lagăr axial; 10-prize de presiune; 11-capacul băii lagărului axial;

în care: $r \in [r_c, \dots, r_c]$; (9.1)

$$a \cong r_c \cong 0,05715m;$$

$$b \cong \operatorname{tg} \beta_0 = \operatorname{tg} 17^\circ \cong 0,30573068;$$

$$e = 2,7182818;$$

iar; $\bar{a} = \frac{a_{1,i,c}}{a_{2,i,c}}; a_{1,i,c} + a_{2,i,c} = \frac{2\pi \cdot r_{i,c}}{N}, [54];$ (9.2)

Se recomandă, conform [81] și tab. nr. 9.1, ca numărul de canale spirale ale lagărului axial, N , să fie $N \geq 10$.

O parte din valorile calculate cu relațiile (9.1) și (9.2) sunt centralizate în Tabelul nr. 9.2.

Tabelul nr. 9.2.

Parametrii constructiv-funcționali principali ai lagărului:		r [m]	θ [°]	θ [radiani]	a_1 [m]	a_2 [m]
Notații:	Valori:	0,05715	0,0	0,00	0,02208365	0,01382475
\bar{r} [-]	0,50	0,06028236	10,00	0,174532925	0,02329405	0,01458248
α [-]	0,615					
N [-]	10	0,06191234	15,00	0,26179939	0,02392389	0,01497677
\bar{Y} [-]	0,73	0,06358639	20,00	0,34906585	0,02457077	0,01538173
Γ [-]	4,0					
$\beta_0 \equiv \beta_1$ [°]	17,0	0,06707153	30,00	0,52359878	0,02591749	0,01622479
β_2 [°]	17,0	0,07074768	40,00	0,6981317	0,02733801	0,017114066
\bar{a} [-]	1,5974					
a_1 ieșire [m]	0,022083654	0,07266063	45,00	0,78539816	0,02807721	0,01757682
a_2 ieșire [m]	0,013824749	0,07462531	50,00	0,87266463	0,02883639	0,01805207
b_1 [m]	$4 \cdot 10^{-4}$	0,07871548	60,00	1,047197551	0,03041689	0,0190415
b_2 [m]	$1 \cdot 10^{-4}$					
r [m]	0,0450	0,08302983	70,00	1,221730476	0,03208403	0,02008515
r_c [m]	0,0900	0,08527488	75,00	1,30899694	0,03295155	0,02062824
r_c [m]	0,05715					
a_1 intrare [m]	0,034777408	0,08758064	80,00	1,39626341	0,03384253	0,02118601
a_2 intrare [m]	0,021771258	0,08994875	85,00	1,48352986	0,03475761	0,02175886
ρ [Kg / m ³]	905					
η [Pa · s]	$1 \cdot 10^{-1}$	0,0900	85,10674	1,48539324	0,03477741	0,02177126

9.4.1.1.b. Lagăr axial cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a

Ecuția spiralei logaritmice este dată de relația (9.1), în care:

$$r \in [r_c, \dots, r_c],$$

$$a \equiv r_c \equiv 0,07029\text{m};$$

$$b \equiv \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 17^\circ \equiv 0,30573068;$$

$$e = 2,7182818;$$

O parte din valorile calculate cu relațiile (9.1) și (9.2) sunt centralizate în Tabelul nr. 9.3.

Tabelul nr. 9.3.

Parametrii constructiv-func- ționali principali ai lagărului:		r [m]	θ [°]	θ [radiani]	a_1 [m]	a_2 [m]
Notații:	Valori:	0,07029	0,0	0,000	0,02716116	0,01700335
\bar{r} [-]	0,70					
α [-]	0,615	0,07414255	10,00	0,17453293	0,0286498	0,0179353
N [-]	10					
\bar{Y} [-]	0,73	0,0761473	15,00	0,26179939	0,02942451	0,01842025
Γ [-]	4,0					
$\beta_0 = \beta_1$ [°]	17,0	0,07820627	20,00	0,3490659	0,03022012	0,01891832
β_2 [°]	17,0					
\bar{a} [-]	1,5974	0,08249269	30,00	0,52359878	0,03187647	0,0199552
a_1 ieșire [m]	0,2716116					
a_2 ieșire [m]	0,01700335	0,08701407	40,00	0,6981317	0,03362359	0,02104895
h_1 [m]	$4 \cdot 10^{-4}$					
h_2 [m]	$1 \cdot 10^{-4}$	0,08936685	45,00	0,78539816	0,03453275	0,021618098
r_i [m]	0,0630					
r_e [m]	0,0900	0,08472323	35,00	0,61086524	0,03273838	0,02049479
r_c [m]	0,07029					
a_1 intrare [m]	0,034777769	0,0900	46,3250	0,80852377	0,034777769	0,021771484
a_2 intrare [m]	0,021771484					
ρ [Kg / m ³]	905	0,0900	46,3250	0,80852377	0,034777769	0,021771484
η [Pa·s]	$1 \cdot 10^{-1}$					

9.4.1.1.c. Lagăr axial cu canale spirale și cu pompare exterioară

Ecuția spiralei logaritmice este dată de relația (9.1), în care:

$$r \in [r_i, \dots, r_c],$$

$$a = r_i \cong 0,0450\text{m};$$

$$b \equiv \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 18,8^\circ \cong 0,34042777;$$

$$e = 2,7182818;$$

O parte din valorile calculate cu relațiile (9.1) și (9.2) sunt centralizate în Tabelul nr. 9.4.

Tabelul nr. 9.4.

Parametrii constructiv-funcționali principali ai lagărului:		r[m]	θ[°]	θ[radiani]	a ₁ [m]	a ₂ [m]
Notații:	Valori:	0,0450	0,00	0,00	0,0186244	0,0096499
$\bar{r}[-]$	0,50					
$\alpha[-]$	0,6587	0,04775474	10,00	0,17453293	0,01976451	0,01024068
N[-]	10					
$\bar{Y}[-]$	0,50	0,0506781	20,00	0,34906585	0,0209744	0,01086757
$\beta_0 = \beta_2[^\circ]$	18,8					
$\beta_1[^\circ]$	18,8	0,04919472	15,00	0,2617993	0,0203605	0,01054947
$\bar{a}[-]$	1,93					
a ₁ intrare [m]	0,0186244	0,0537805	30,00	0,5235988	0,0222584	0,01153285
a ₂ intrare [m]	0,0096499					
h ₁ [m]	4 · 10 ⁻⁴	0,0570727	40,00	0,6981317	0,0236209	0,01223885
h ₂ [m]	1 · 10 ⁻⁴					
r _i [m]	0,0450	0,05879365	45,00	0,7853982	0,02433324	0,01260789
r _c [m]	0,0900					
r _e [m]	0,06750	0,0605665	50,00	0,8726646	0,0250669	0,0129881
a ₁ ieșire [m]	0,02793658					
a ₂ ieșire [m]	0,01447492	0,06427416	60,00	1,04719755	0,02660149	0,01378315
Γ[-]	4,0					
ρ[Kg / m ³]	905	0,06750	68,2419	1,19104584	0,02793658	0,01447492
η[Pa·s]	1 · 10 ⁻⁴					

9.4.1.1.d. Lagăr axial cu canale spirale fără curgere transversală (debit pompat zero)

Ecuția spiralei logaritmice este dată de relația (9.1), în care:

$$r \in [r_i, \dots, r_e],$$

$$a \equiv r_i \equiv 0,0450\text{m},$$

$$b \equiv \text{tg } \beta_0 = \text{tg } 16,5^\circ \equiv 0,2962135,$$

$$c = 2,7182818,$$

O parte din valorile calculate cu relațiile (9.1) și (9.2) sunt centralizate în Tabelul nr. 9.5.

Tabelul nr. 9.5.

Parametrii constructiv-funcționali principali ai lagărului:		r [m]	θ [°]	θ [radiani]	a_1 [m]	a_2 [m]
Notații:	Valori:					
\bar{r} [-]	0,50	0,0450	0,00	0,00	0,0169646	0,011309733
α [-]	0,60	0,04738764	10,00	0,17453293	0,01786472	0,011909813
N [-]	10					
\bar{Y} [-]	1,0	0,04990197	20,00	0,34906585	0,0188126	0,01254173
Γ [-]	4,0	0,05254971	30,00	0,52359878	0,01981077	0,01320718
$\beta_1 \equiv \beta_0$ [°]	16,5					
β_2 [°]	16,5	0,05533793	40,00	0,69813174	0,02086191	0,01390794
\bar{a} [-]	1,50					
a_1 intrare [m]	0,0169646	0,058174086	50,00	0,87266463	0,021968813	0,01464588
a_2 intrare [m]	0,011309733					
h_1 [m]	$4 \cdot 10^{-4}$	0,06462204	70,00	1,221730476	0,02436194	0,01624129
h_2 [m]	$1 \cdot 10^{-4}$					
r_1 [m]	0,0450	0,071661492	90,00	1,57079633	0,02701575	0,018010497
r_2 [m]	0,0900					
r_3 [m]	0,0450	0,07946772	110,00	1,91986218	0,02995864	0,01997243
a_1 ieșire [m]	0,0339292					
a_2 ieșire [m]	0,02261947	0,088124413	130,00	2,26892803	0,03322212	0,02214808
ρ [Kg / m ³]	905					
η [Pa·s]	$1 \cdot 10^{-4}$	0,0900	134,07362	2,34002611	0,0339292	0,02261947

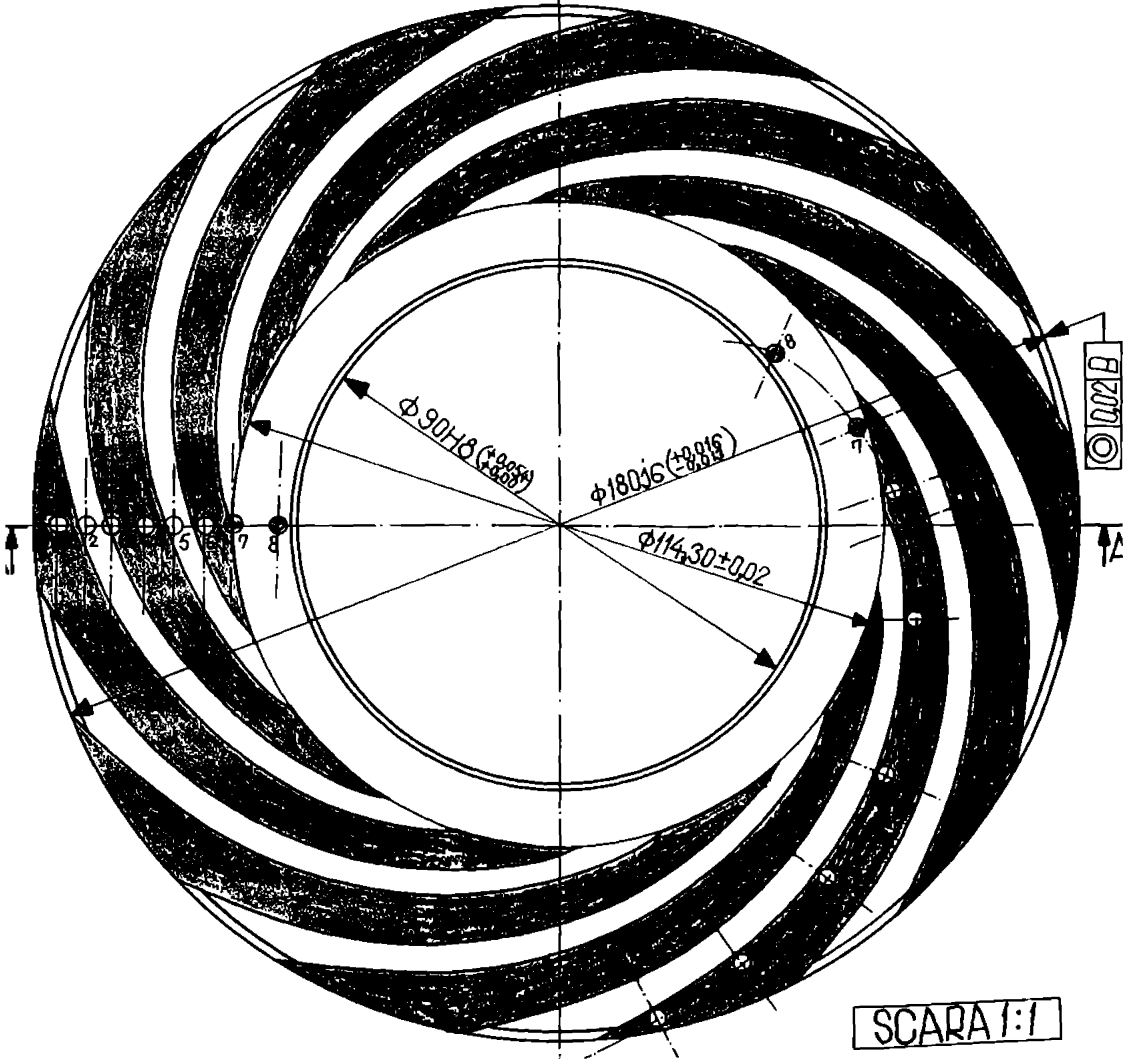
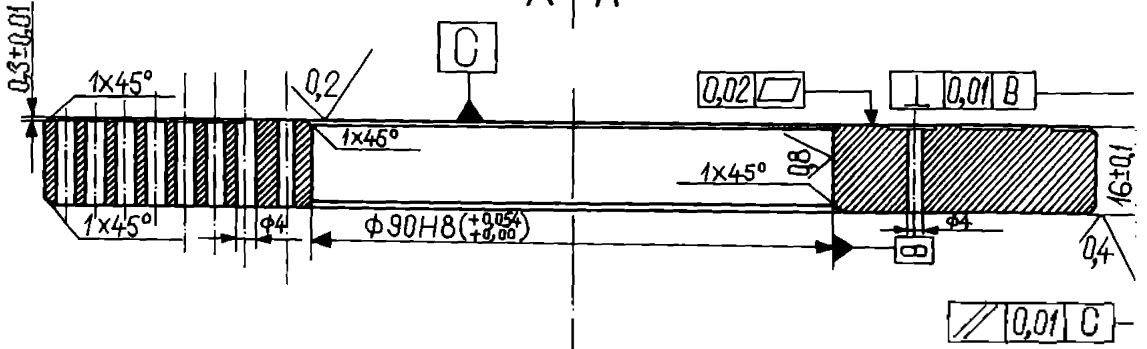
Materialul utilizat pentru realizarea "suprafeței" canelate a lagărului axial cu canale spirale a fost aliaj pe bază de Cu (bronzuri), STAS 1512-85. Desenele de execuție pentru cele patru variante de suprafețe canelate, (9.4.1.1.a, ..., 9.4.1.1.d), sunt prezentate pe Planșele nr. 1, 2, 5, 6, din [157] și sunt prezentate, prin câteva proiecții, în fig. nr. 9.4, 9.5, 9.6 și 9.7.

9.4.1.2. Suprafața netedă a lagărului axial cu canale spirale

Pentru diversificarea cercetărilor experimentale și în concordanță cu cele patru tipuri de lagăre axiale cu canale spirale, -pentru care au fost proiectate suprafețele canelate, (subcap. 9.4.1.1.)-, au fost proiectate și realizate două suprafețe netede, astfel:

a) Lagăre axiale cu canale spirale și cu pompărie interioară, -Varianta 1-, pompărie exterioară și fără curgere transversală, Varianta ϕ 90mm. Materialul utilizat

A + A



SCARA 1:1

Figura nr. 9.4. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I. Desen de execuție.

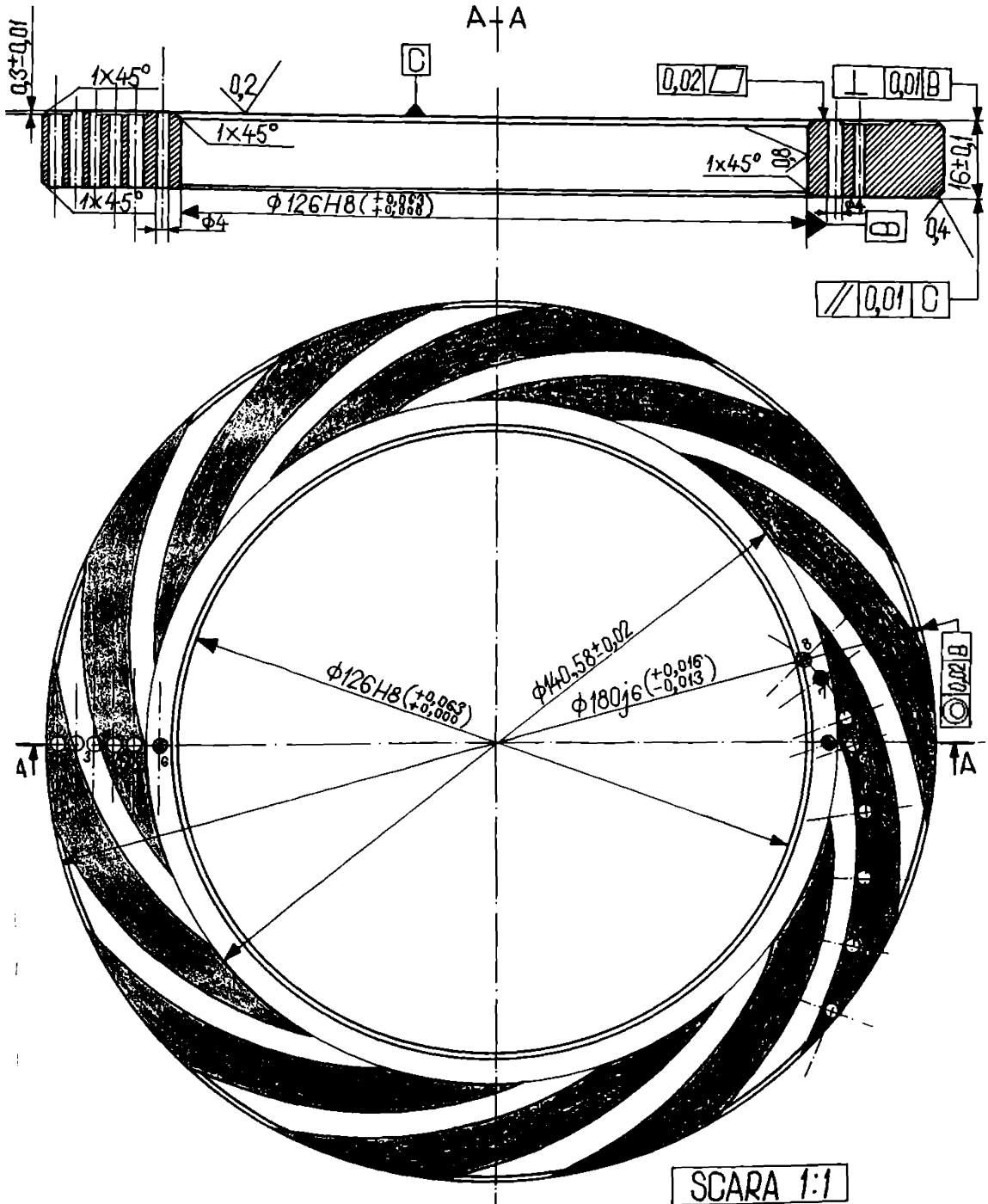
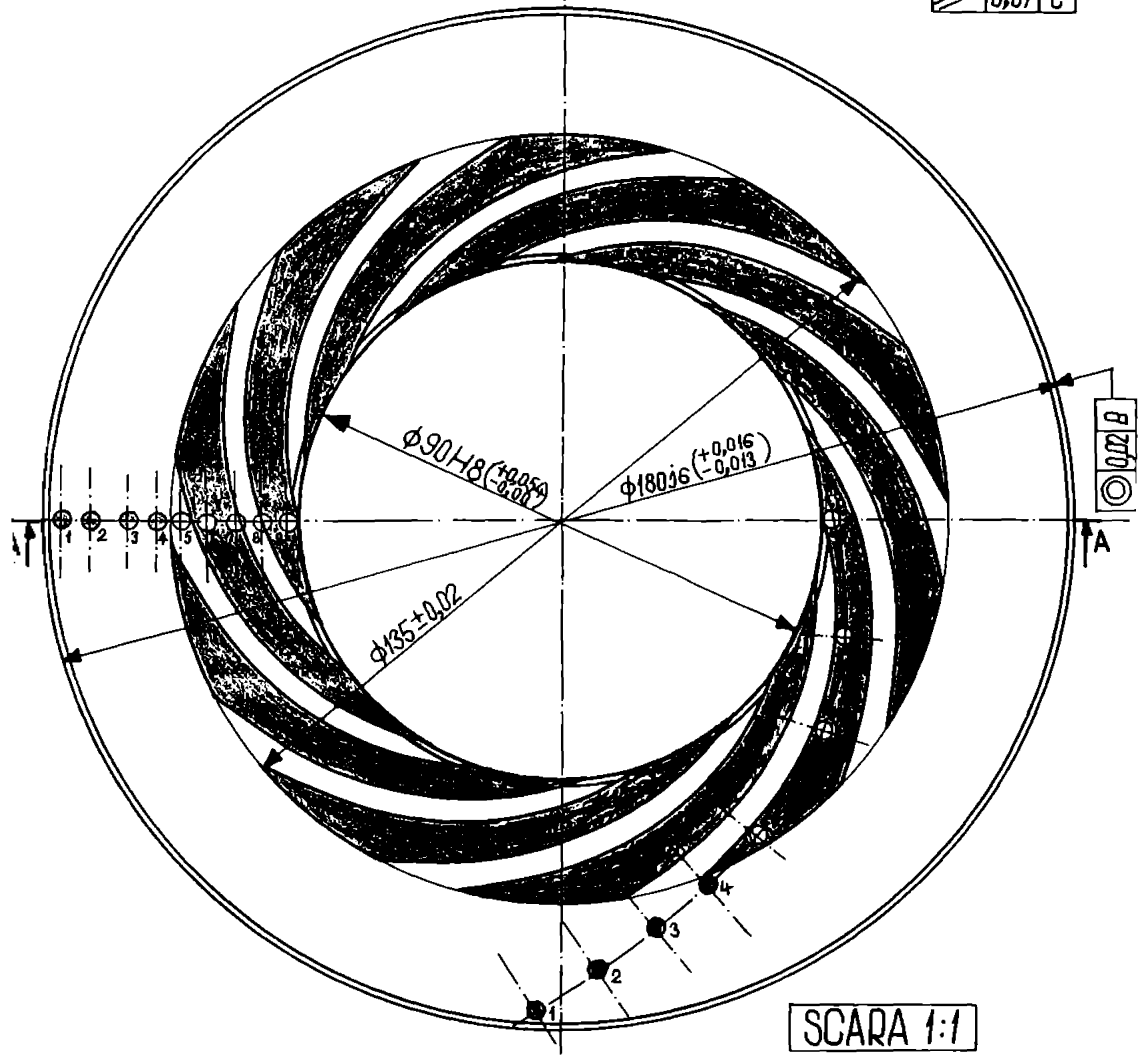
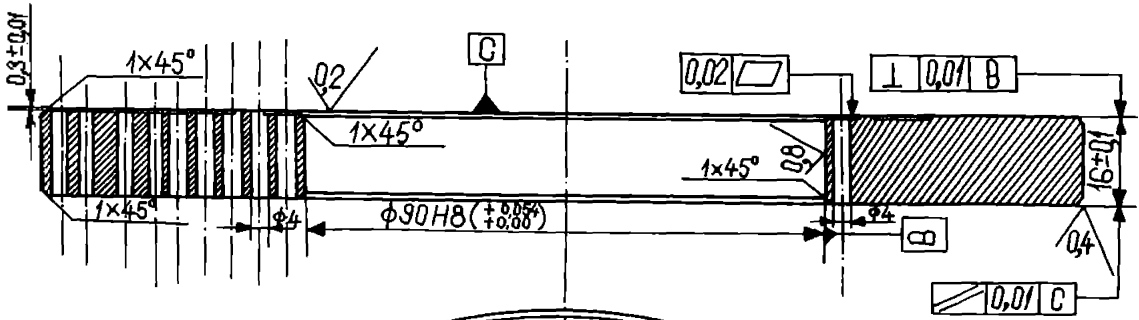


Figura nr. 9.5. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta a-II-a. Desen de execuție.

A+A

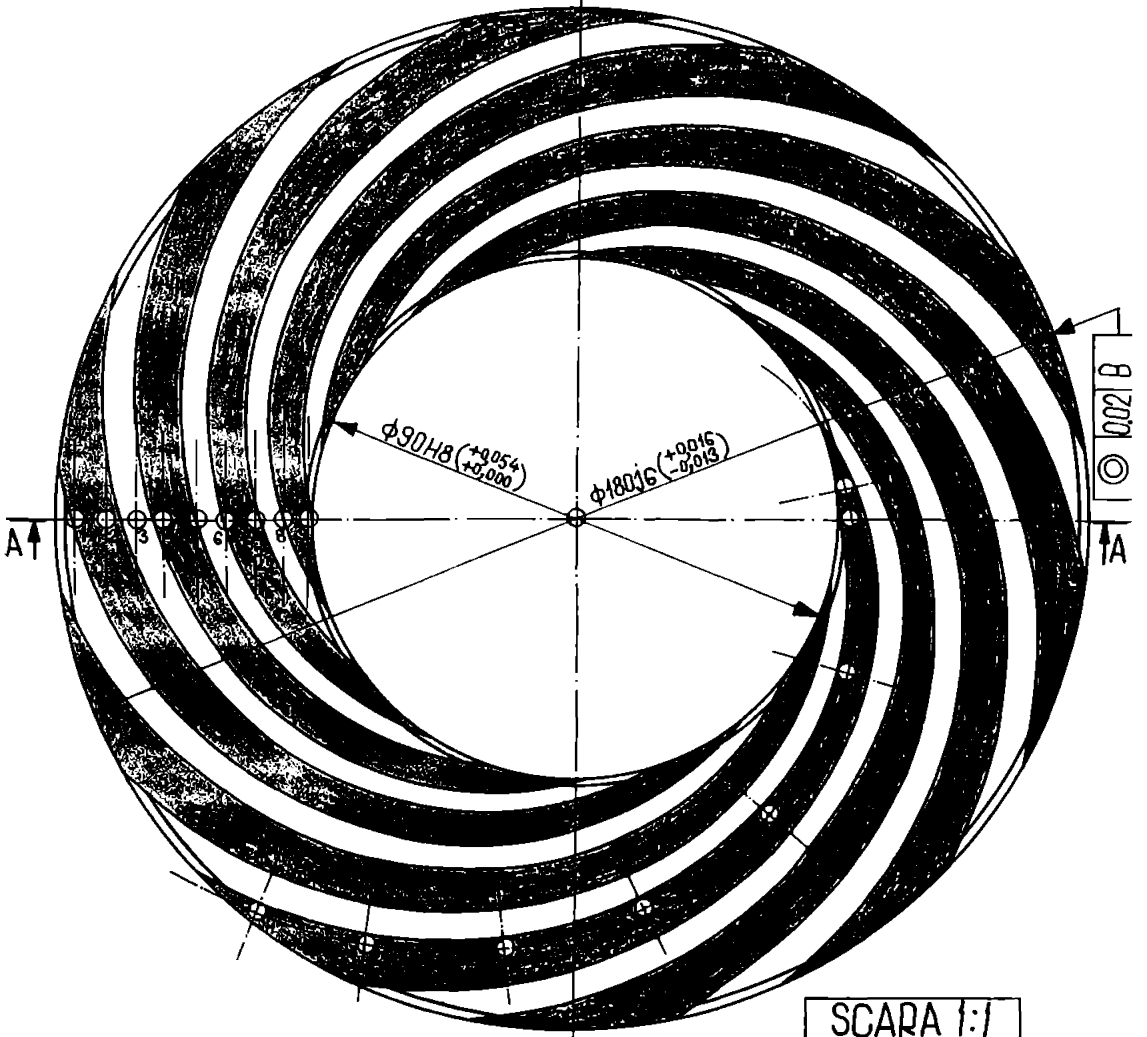
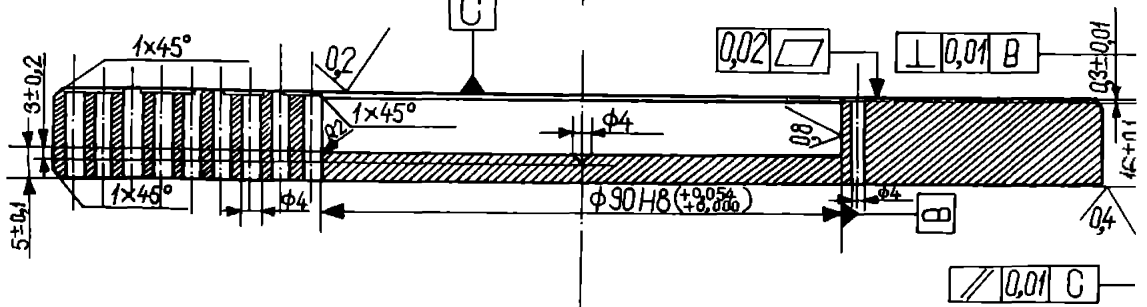


SCARA 1:1

Figura nr. 9.6. Lagărul axial autoportant cu canale spirale și cu pompare exterioară. Desen de execuție.

201

A + A



SCARA 1:1

Figura nr. 9.7. Lagărul axial autoportant cu canale spirale fără curgere transversală, (debit pompat zero). Desen de execuție.

a fost 12C130, STAS 3583-84. Desenul de execuție al suprafeței netede Varianta ϕ 90mm, este prezentat pe Planșa nr. 11 din referința bibliografică [157].

b). Lagărul axial cu canale spirale și cu pompă interioară, -Varianta a-II-a, cu Varianta ϕ 126mm. Materialul utilizat a fost 12C130, STAS 3583-84. Desenul de execuție al acestei variante de patine este prezentat pe Planșa nr. 10 din [157].

9.4.1.3. Arborele principal al lagărului axial autoportant cu canale spirale

Din considerentele expuse în subcap. 9.4.1.2, și această componentă a lagărului axial cu canale spirale a fost proiectată și realizată în două variante, astfel:

a). Varianta I, -varianta ϕ 90mm. Materialul utilizat a fost OL50, STAS 500-88. Desenul de execuție este prezentat pe Planșa nr. 9 din [157].

b). Varianta a-II-a, -varianta ϕ 126mm. Materialul utilizat a fost OL50, STAS 500-88. Desenul de execuție al arborelui principal -Varianta ϕ 126mm-, este prezentat pe Planșa nr.8 din [157].

9.4.1.4. Baia de ulei a lagărului axial autoportant cu canale spirale

La calculul și proiectarea băii de ulei a lagărului s-a ținut seama ca aceasta să aibă o capacitate suficient de mare, pentru a asigura răcirea naturală a lagărului și a lichidului de lucru. De asemenea, la calculul și proiectarea băii de ulei, -baia propriu-zisă și capacul băii-, s-a ținut seama de faptul că, aceasta poate contribui la ridicarea calității și acurateții rezultatelor cercetării experimentale, dacă permite observarea mișcării lubrifiantului în lagăr, a spectrului hidrodinamic al mișcării.

Din acest motiv, am considerat că, materialul cel mai indicat pentru realizarea ansamblului băii de ulei a lagărului este plexiglasul transparent, STAS 2618-87.

Desenul de execuție al ansamblului băii de ulei a lagărului este prezentat pe Planșa nr. 3 din [157].

9.4.1.5. Suportul lagărului axial autoportant cu canale spirale

A constituit cea mai complexă componentă a lagărului axial cu canale spirale, atât ca geometrie și execuție-prelucrare mecanică cât și ca gabarit. De aceea, am considerat că, este incomparabil mai simplu, ieftin și rapid să se proiecteze și să se

realizeze doar o singură variantă de suport, deși, în mod normal, erau necesare două variante, -o variantă ϕ 90mm și o variantă ϕ 126mm.

Astfel, s-a considerat că, după încheierea studiului experimental al variantei ϕ 126mm, suportul lagărului axial va fi prelucrat mecanic în mod corespunzător, realizându-se, în acest fel, varianta a doua de suport necesar, adică, varianta ϕ 90mm.

Materialul utilizat a fost OL42, STAS 500/2-88. Desenul de execuție al suportului lagărului axial cu canale spirale este prezentat pe Planșa nr. 4 din [157].

9.4.1.6. Prizele de presiune și legăturile la elementul secundar

Prizele de presiune și legăturile la piezometrul multiplu, respectiv manometrele de clasă au fost realizate din aliaj de cupru / țevă de cupru, STAS 198/1-86, fiind realizate conform Planșei nr. 7 din [157]. Realizarea efectivă a legăturilor dintre prizele de presiune și aparatele pentru măsurarea presiunii, (manometre de clasă; piezometru multiplu), s-a făcut conform norme, [4], [150], ș.a.

9.5. Posibilități de cercetare și limitele funcționale ale instalației experimentale realizate

Instalația experimentală proiectată și realizată, incluzând și lagărul axial cu canale spirale, permite studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile atât în lagărele axiale cu canale spirale, cât și în lagărele axiale cu mișcare de rotație, la care suprafața fixă are și alte configurații geometrice decât cea cu canale spirale.

Prin urmare, instalația permite rezolvarea obiectivelor propuse a fi studiate în partea experimentală a tezei de doctorat, și anume:

- a). Studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu canale spirale, în regim laminar;
- b). Studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu canale spirale, în regim turbulent;
- c). Determinarea distribuției de presiuni în lagăr;
- d). Determinarea distribuțiilor de temperaturi în lagăr;
- e). Studiul geometriei filmului fluid în regim staționar / nestaționar;
- f). Punerea în evidență a efectelor forțelor de inerție și influența acestora asupra spectrului hidro-termodinamic al curgerii în lagăr, ș.a.;

De asemenea, instalația permite și poate fi pregătită pentru efectuarea unor studii și cercetări de laborator didactice la diferite discipline, care abordează problemele legate de dinamica fluidelor vâscoase în regim laminar și turbulent, atât în regimuri staționare cât și în regimuri tranzitorii și, în general, problemele care vizează mișcarea fluidelor vâscoase în straturi subțiri.

Limitele funcționale ale instalației experimentale sunt impuse de:

- a). Domeniul de turații al arborelui principal al instalației, respectiv al lagărului axial cu canale spirale, (pot fi realizate 8 trepte de turații, în domeniul $n \in (0, \dots, 1400] \frac{\text{rot}}{\text{min}}$);
- b). Dimensiunile de gabarit, în plan orizontal, ale lagărului axial cu canale spirale, respectiv ale bazei lagărului; (masa-suport a instalației, pe care se fixează ansamblul lagărului axial, are dimensiunea maximă utilă de ϕ 320mm, deci, lagărul axial supus încercării va trebui să aibă dimensiuni mai mici);
- c). În condiții de cercetare de laborator, nu există limite de gabarit pe verticală, pentru instalația experimentală realizată;
- d). Unele limite impuse de aparatura de măsură folosită în instalație, în special, de piezometrele multiple folosite pentru măsurarea presiunilor în filmul fluid, în sensul că, nu se pot realiza încărcări și turații ale lagărului oricât de mari, care generează presiuni mari, ce ar putea depăși domeniul de utilizare al piezometrelor multiple directe cu ulei. La presiuni mari, piezometrele multiple pot fi înlocuite cu manometre de clasă de precizie și domeniu corespunzătoare;
- e). Unele limite tehnologice, de rigiditate și stabilitate a instalației experimentale, ș.a.

CAPITOLUL 10

STUDIUL EXPERIMENTAL AL MIȘCĂRII FLUIDELOR VÂSCOASE ÎN LAGĂRELE AXIALE AUTOPORTANTE CU CANALE SPIRALE

Studiul experimental al mișcării fluidelor vâskoase în lagărele cu canale spirale a presupus, pe lângă proiectarea instalației experimentale, și realizarea / montarea, respectiv punerea în funcțiune a acesteia și eliminarea / remedierea deficiențelor apărute în timpul probelor funcționale.

10.1. Studiul și analiza funcționării instalației experimentale, în ansamblul ei și pe principalele subsisteme componente

Funcționarea instalației experimentale, -figura nr. 9.2-, este impusă și influențată de funcționarea mașinii de găurit cu coloană, pe structura căreia a fost realizată.

Prin urmare, funcționarea în ansamblu a instalației este asigurată de funcționarea fiecăruia dintre subsistemele componente și anume: subsistemul de antrenare / rotație a arborelui lagărului axial; subsistemul de încărcare (apropiere / îndepărtare) a lagărului axial; subsistemul de reglare în trepte a turației de antrenare a ansamblului rotitor al lagărului axial; subsistemul de ungere-răcire a lagărului axial; ansamblul de aparate și instrumente folosite pentru măsurarea presiunilor, temperaturilor, deplasărilor liniare, grosimii filmului fluid; ș.a.

Funcționarea instalației în condiții normale se realizează având grijă ca, înainte de a se pune lagărul axial în mișcare de rotație, să existe un strat de lubrifianț între suprafețele lagărului, lucru realizabil foarte simplu prin ridicarea ansamblului rotitor al lagărului de pe suprafața fixă a acestuia. Se evită, în acest fel, contactul direct dintre cele două suprafețe ale lagărului, deci, condițiile unei frecări uscate, cu toate consecințele negative care decurg de aici.

După această fază cu caracter pregătitor, se pornește efectiv instalația experimentală, modificându-se turația și încărcarea lagărului, corespunzător regimului de încercare dorit al lagărului axial, (regim laminar; regim turbulent; etc.).

La fiecare regim de încercare (turație; grosimi h_1 , h_2 ; ș.a.), se măsoară valorile presiunilor, temperaturii și se verifică grosimea filmului fluid h . Orice creștere a temperaturii fluidului, în afara limitelor normale, exprimă o funcționare anormală și, în consecință, impune oprirea instalației experimentale și remedierea deficiențelor.

10.1.1. Principalele probleme apărute în funcționarea instalației experimentale privind măsurarea presiunilor la turații mari ale lagărului și soluțiile constructive adoptate pentru eliminarea lor

Realizarea instalației experimentale, mergând de la faza de proiectare și până la montarea și punerea ei în funcțiune, a ridicat o serie de probleme extrem de complexe.

Primele dintre ele au fost legate de execuția propriu-zisă a instalației / lagărului axial cu canale spirale, în special, de execuția celor patru variante geometrice de canale spirale, corespunzătoare celor patru tipuri de lagăre axiale.

Astfel, neexistând posibilitatea fizică de a realiza aceste canale spirale prin eroziune electrică, -procedeu precis și rapid-, s-a recurs la varianta executării lor prin frezare pe mașini specializate cu comandă program. Această soluție de realizare a canalelor spirale a necesitat, în mod inevitabil, o derogare de la desenele de execuție, [157], la variantele de lagăre axiale cu pompare interioară / exterioară. Este vorba de realizarea unei degajări de formă inelară de lățime mică (circa 3 : 5mm) în zona finală a canalelor spirale, asigurându-se, în acest fel, "ieșirea" sculei așchietoare (frezei deget). Este evident că, această degajare va influența nefavorabil, într-o oarecare măsură, rezultatele experimentale, în special, în zona de ieșire din canale, măbind diferența dintre aceste rezultate experimentale și rezultatele teoretice.

De asemenea, au trebuit găsite soluții pentru executarea unor prelucrări mecanice complexe, precise și pretențioase la butucul lagărului axial, arborele de antrenare, baia lagărului, execuția, montarea și racordarea prizelor de presiune.

Domeniul relativ mare al turațiilor, $n \in (0, \dots, 1400]$ rot / min, în care s-a dorit studiul experimental al lagărelor axiale cu canale spirale, a impus găsirea de soluții pentru măsurarea unui domeniu cel puțin la fel de extins de presiuni, (de la câteva mii de $\frac{N}{m^2}$ și până la câțiva bar). Prin urmare, au trebuit găsite soluții care să permită măsurarea unor asemenea presiuni, fiind necesară înlocuirea piezometrelor multiple directe cu manometre de clasă și domenii de măsură corespunzător și racordarea succesivă a prizelor de presiune atât la piezometre multiple directe, (pentru turații mici și presiuni mici), cât și la manometre de clasă, (pentru turații mari, respectiv presiuni mari).

De asemenea, au trebuit respectate la montaj, cu strictețe, toate condițiile tehnice prevăzute, [157], privind perpendicularitatea arborelui față de suprafețele lagărului, coaxialitatea arborelui cu butucul și suprafețele lagărului axial, ș.a.

10.2. Rezultate experimentale privind mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale

Cercetările experimentale au vizat, în primul rând, determinarea distribuțiilor de presiuni în lungul direcției curbilunii ψ , pentru cele patru variante de lagăre cu canale spirale, funcționând atât în regim laminar, cât și în regim turbulent și permanent.

Realizarea diferitelor regimuri de funcționare laminar / turbulent s-a făcut prin modificarea parametrică a raportului $\frac{h_1}{h_2}$, respectiv a turației de antrenare a lagărului axial cu canale spirale, $n \in (0, \dots, 1400]$ rot/min, -conform subcap. 3.7, 4.7, 5.6.

În timpul încercărilor, s-au măsurat mărimile precizate în subcap 9.2, aparatura utilizată fiind cea precizată, de asemenea, în subcap. 9.2 și s-a avut în vedere ca parametrii lichidului de lucru să fie nemodificați, (sub influența temperaturii), iar regimul de mișcare în lagăr să fie staționar, (eliminarea oricăror vibrații și oscilații ale lagărului sau a condițiilor grele de încărcare, care ar fi putut determina deformații termice ale suprafețelor lagărului axial).

Pentru determinarea distribuțiilor de presiuni în lungul direcției curbilunii ψ , au fost realizate opt prize de presiune cu diametrul de ϕ 2mm, pe toată suprafața lagărului în lungul direcției ψ , cât mai aproape posibil de interfața canal spiral-prag, iar în zona treptei radiale a lagărului, dispusă la raza $r \cong r_c$, cele două prize de presiune adiacente au fost amplasate cât mai aproape de această treaptă, cu scopul de a putea măsura cât mai exact saltul de presiune care se produce în dreptul treptei, datorită prezenței efectelor inerțiale.

Dimensiunile prizelor de presiune și modul de amplasare al acestora, - numerotate de la 1 la 8-, sunt prezentate în figura nr. 10.1.

O parte din rezultatele experimentale obținute, [157], sunt prezentate în fig. nr. 10.2, ..., 10.6 și sunt prezentate / suprapuse împreună cu rezultatele teoretice corespunzătoare în fig. nr. 10.7, ..., 10.10.

Încercările lagărelor axiale cu canale spirale au fost efectuate, -după cum rezultă și din fig. nr. 10.2, ..., 10.6-, la turațiile efectiv oferite de instalația experimentală prezentată în fig. nr. 9.2 și derivată din mașina de găurit tip 4GCO-R2, și anume: $n=185; 300; 468; 756$ rot/min.

Se constată că, aceste trepte de turații diferă de cele utilizate în calculul teoretic, și anume: $n'=180; 280; 450; 710; 900; 1400$ rot/min.

Pentru a putea compara distribuțiile de presiuni determinate pe cale teoretică cu cele obținute pe cale experimentală, este absolut obligatoriu ca acestea să fie obținute la aceeași turație n și, evident, la aceeași geometrie a lagărului, ($\frac{h_1}{h_2}; r_1; r_c; r_c$). Prin

urmare, s-a impus transpunerea rezultatelor (presiunilor) obținute la aceeași turație n . Ținând seamă că, lagărele axiale cu canale spirale prezintă unele similitudini constructiv-geometrice și funcționale cu rotoarele deschise ale pompelor centrifuge

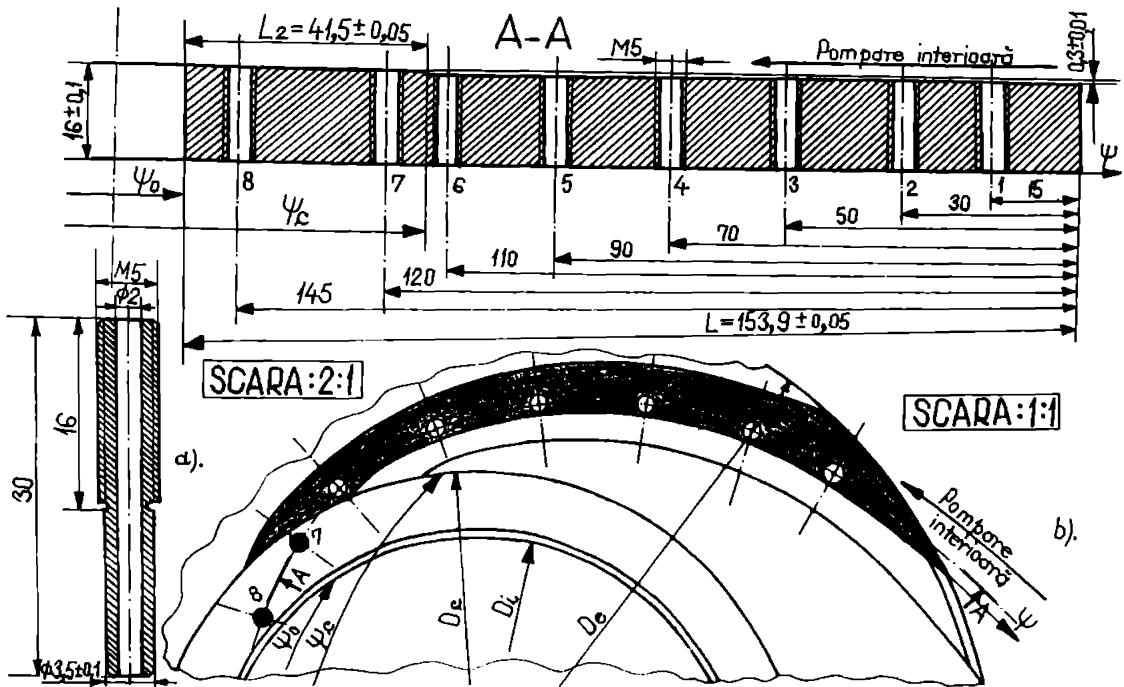


Figura nr. 10.1. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I. a) -Priza de presiune-suport; b) -Amplasarea prizelor de presiune.

speciale, [135], [136]. -cap. 2-, am considerat că, pentru transpunerea rezultatelor (presiunilor) la aceeași turație n , pot fi utilizate relațiile de asemănare / similitudine din domeniul turbopompelor, [54], ș.a., astfel:

$$\frac{H'}{H} = \left(\frac{\omega'_1}{\omega_1}\right)^2 = \left(\frac{n'}{n}\right)^2, \quad (10.1)$$

unde: H ; H' = înălțimea de pompare.

Acceptând că, în timpul încercărilor, condițiile de încercare și proprietățile fizice ale lichidului de lucru (ρ, η) nu se modifică, atunci, relația (10.1) devine:

$$\frac{p'}{p} \cong \left(\frac{n'}{n}\right)^2; \quad (10.2)$$

Cu relația (10.2), au fost recalulate valorile presiunilor obținute pe cale experimentală corespunzătoare turațiilor folosite în calculul teoretic al distribuțiilor de presiuni, adică: $n' = 180; 280; 450; 710$ rot/min. În acest fel, au putut fi comparate, [157], distribuțiile de presiuni $p(\psi)$ determinate pe cale teoretică și experimentală.

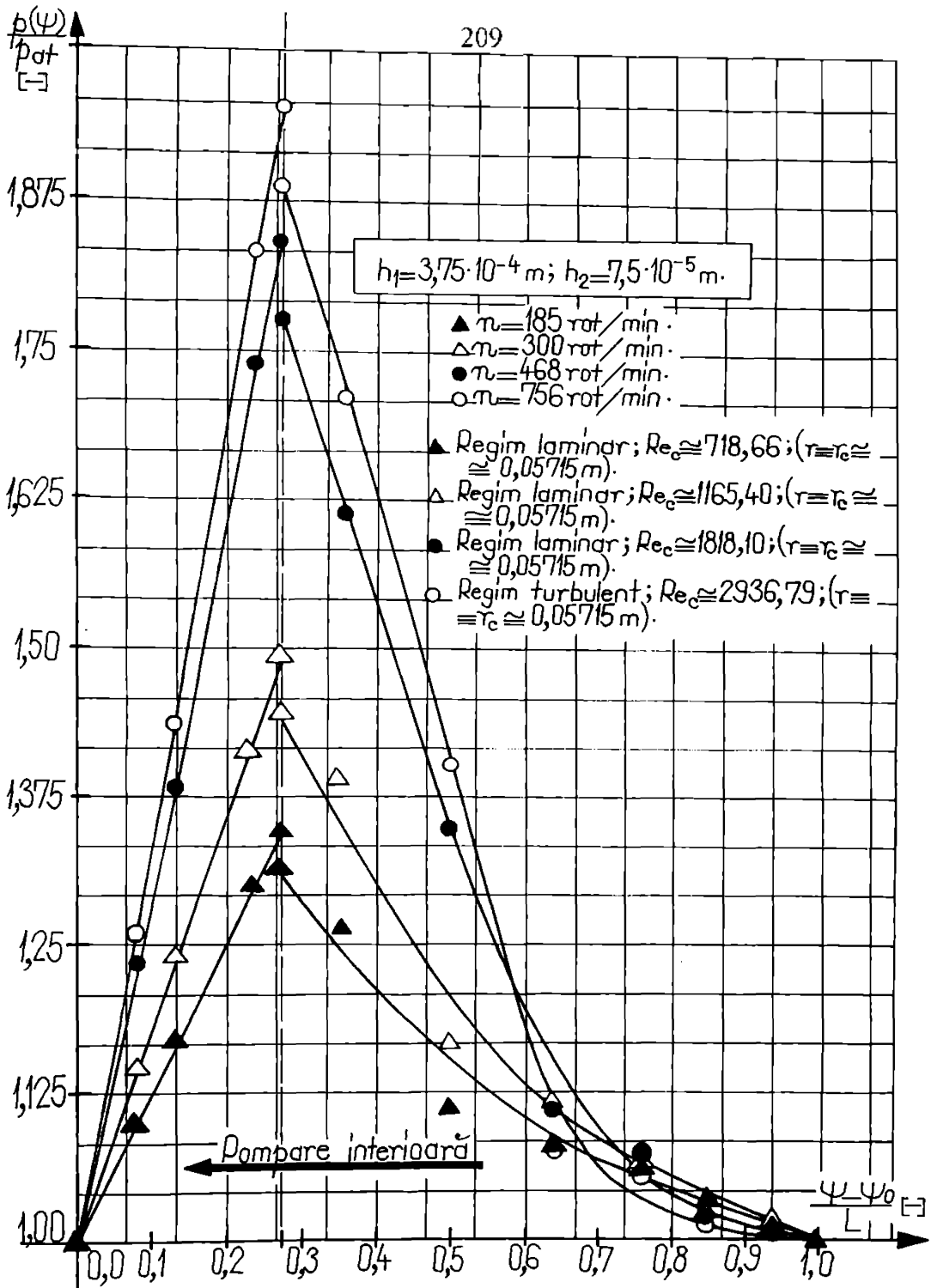


Figura nr. 10.2. Experimental. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

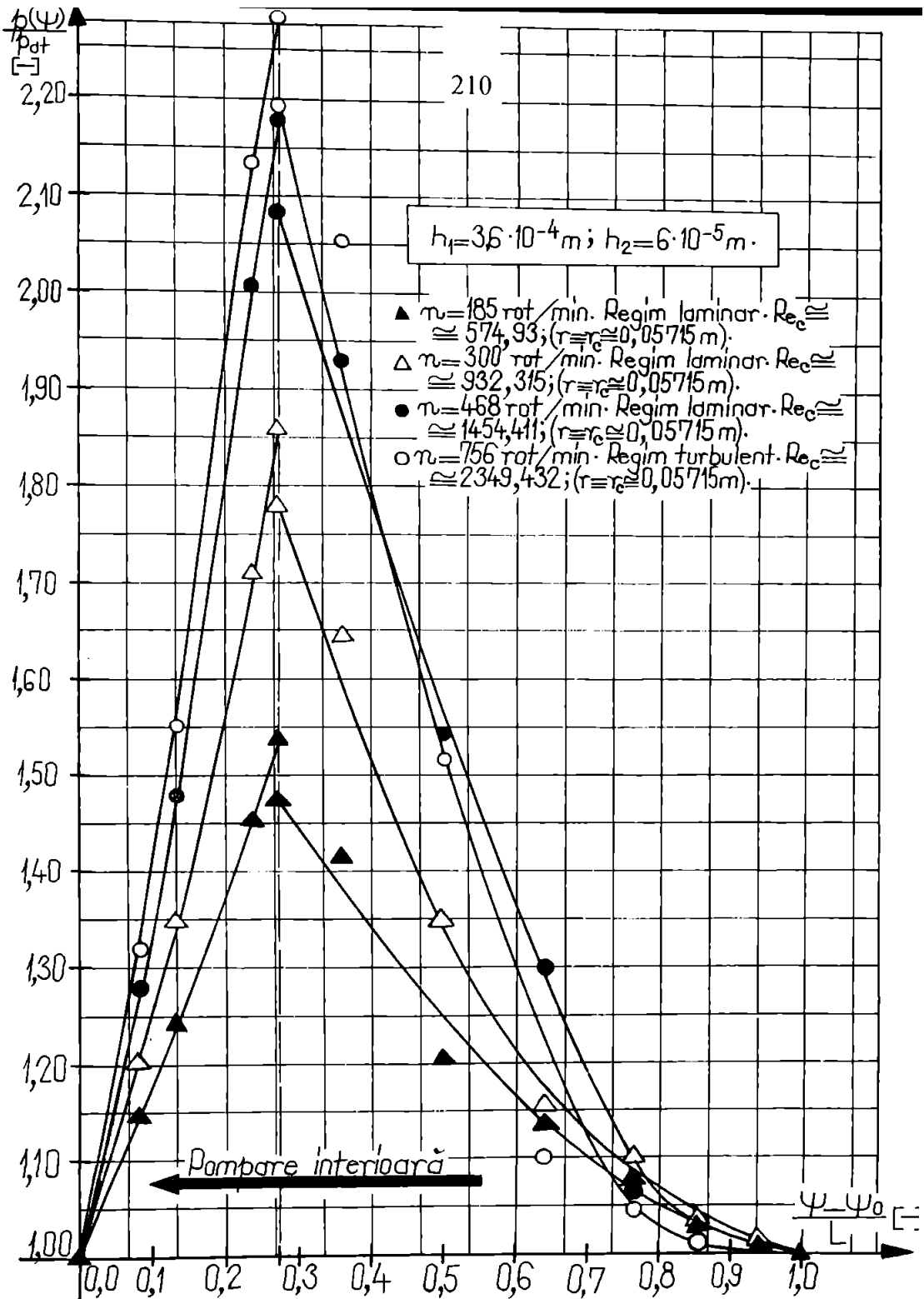


Figura nr. 10.3. Experimental. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

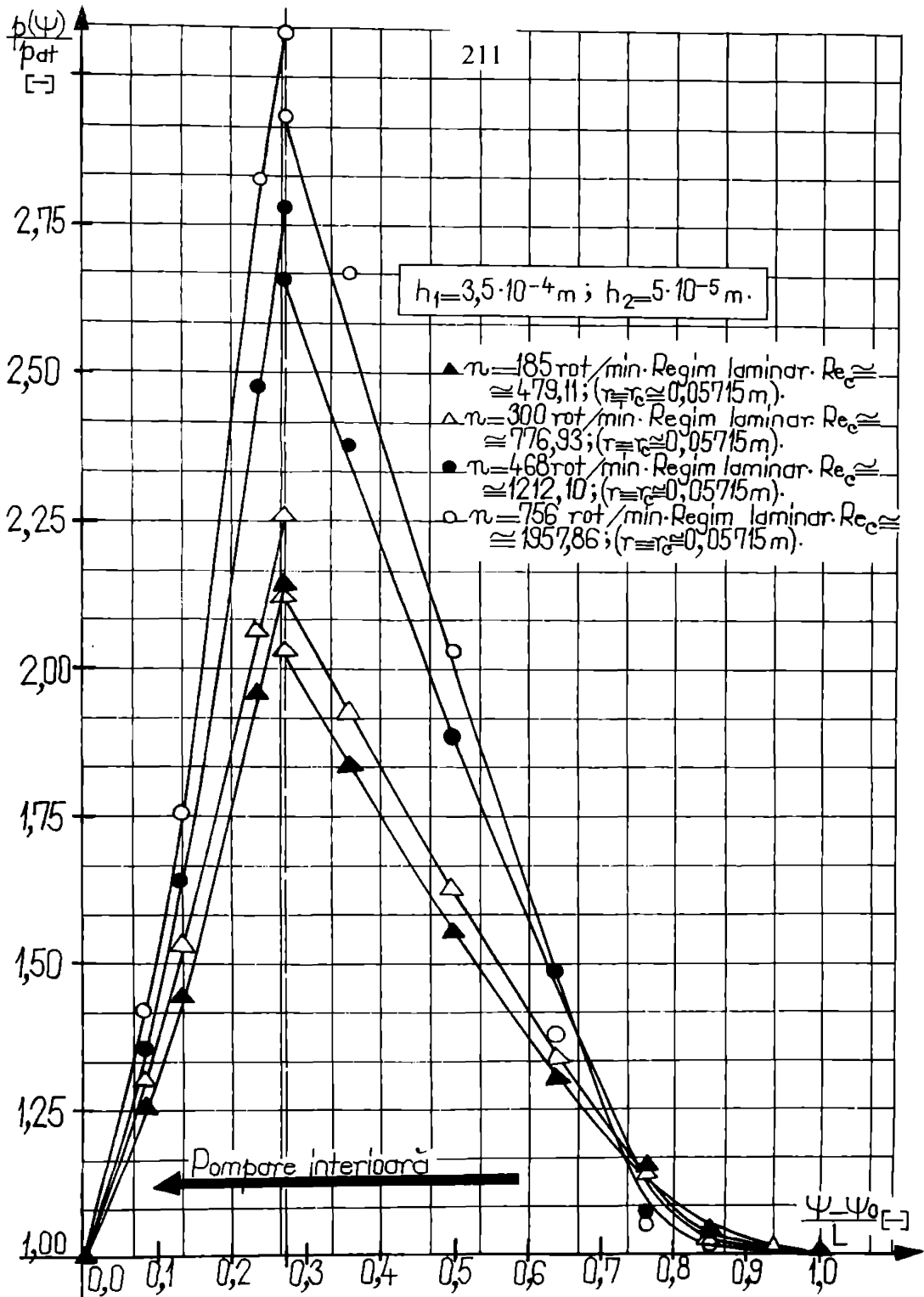


Figura nr. 10.4. Experimental. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

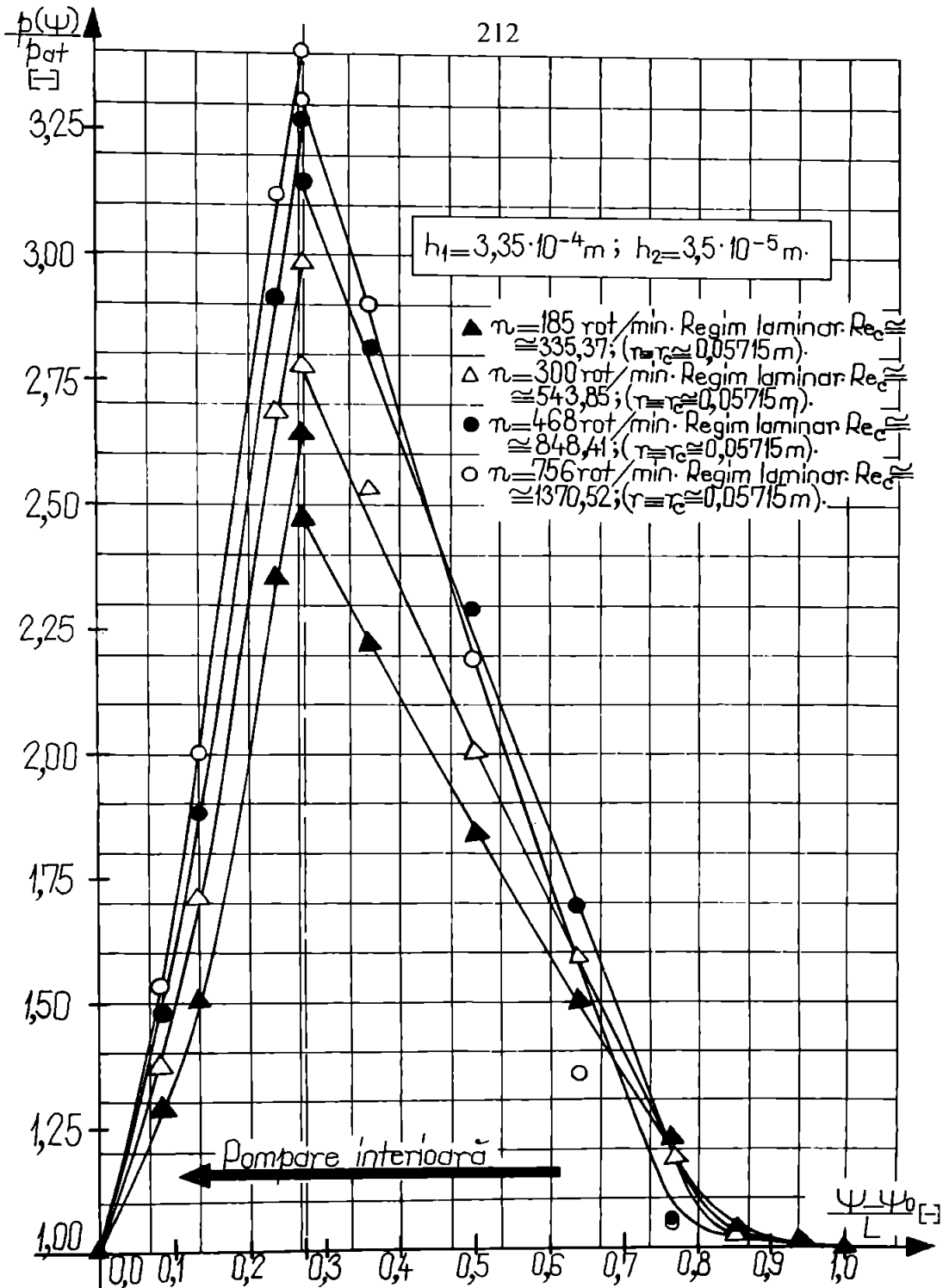


Figura nr. 10.5. Experimental. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

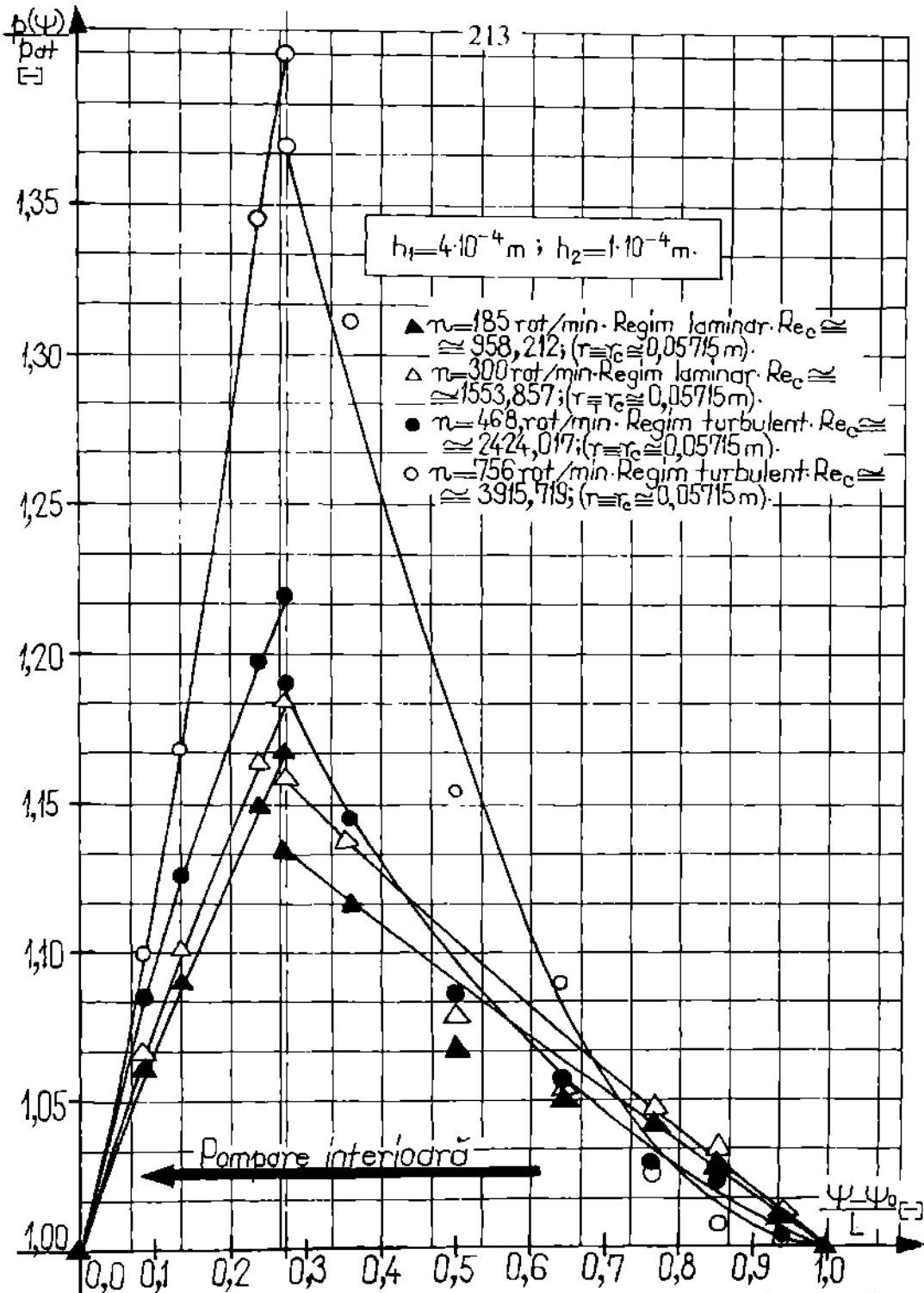


Figura nr. 10.6. Experimental. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompare interioară. Varianta I.

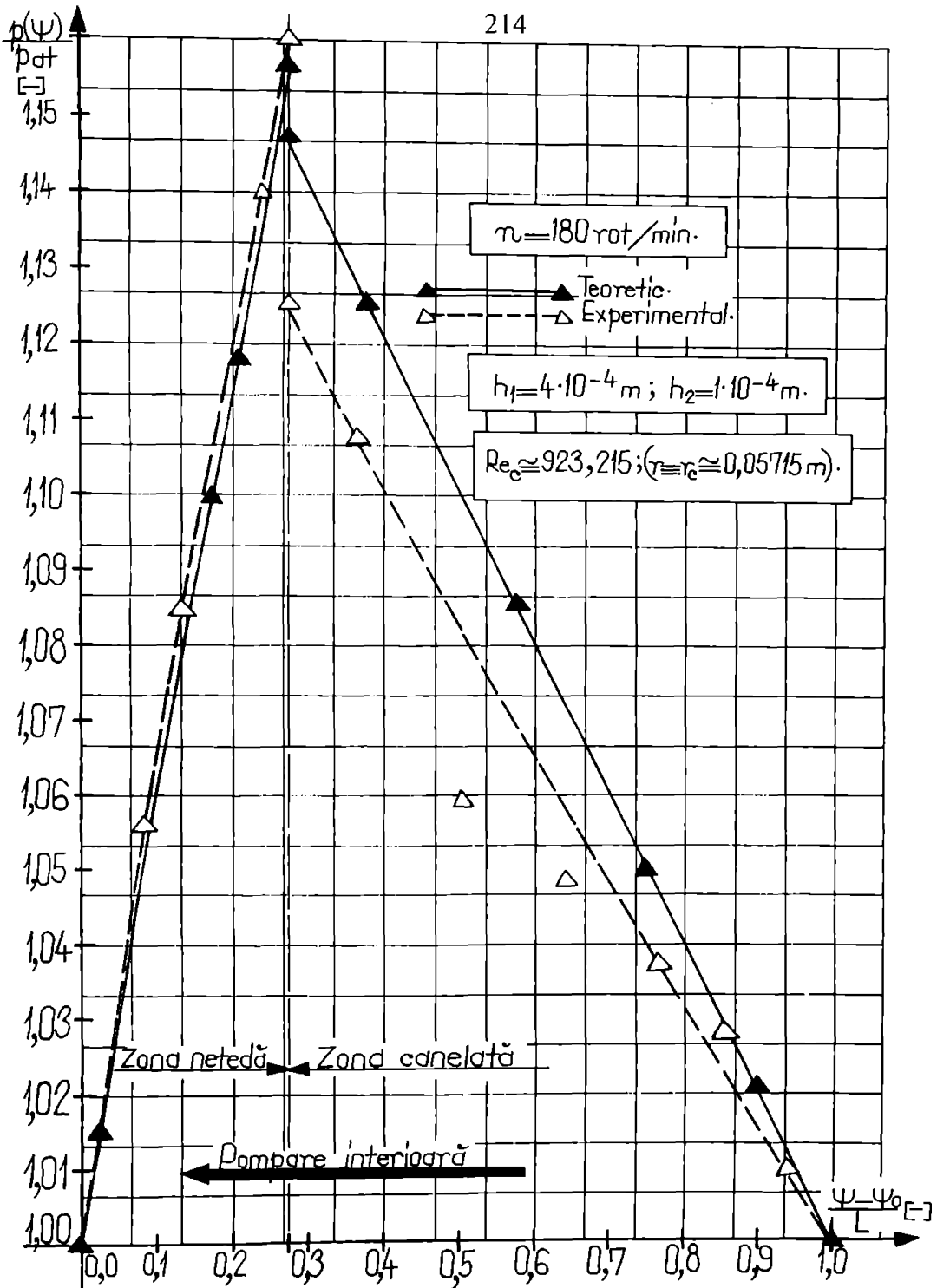


Figura nr. 10.7. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompaj interioră. Varianta I. Comparăție între teorie și experiment.

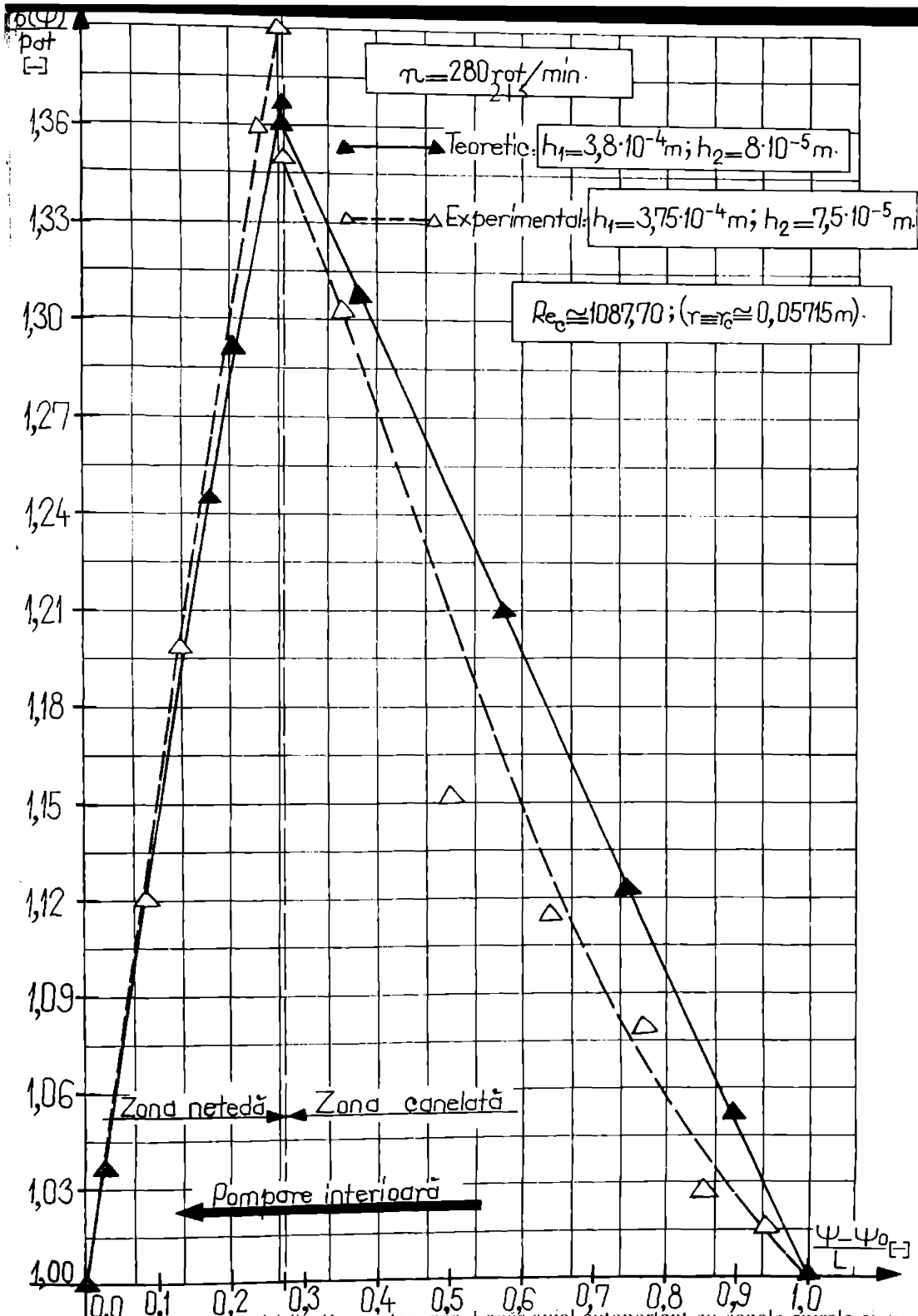


Figura nr. 10.8. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompă interioară. Varianta I. Comparatie între teorie și experiment.

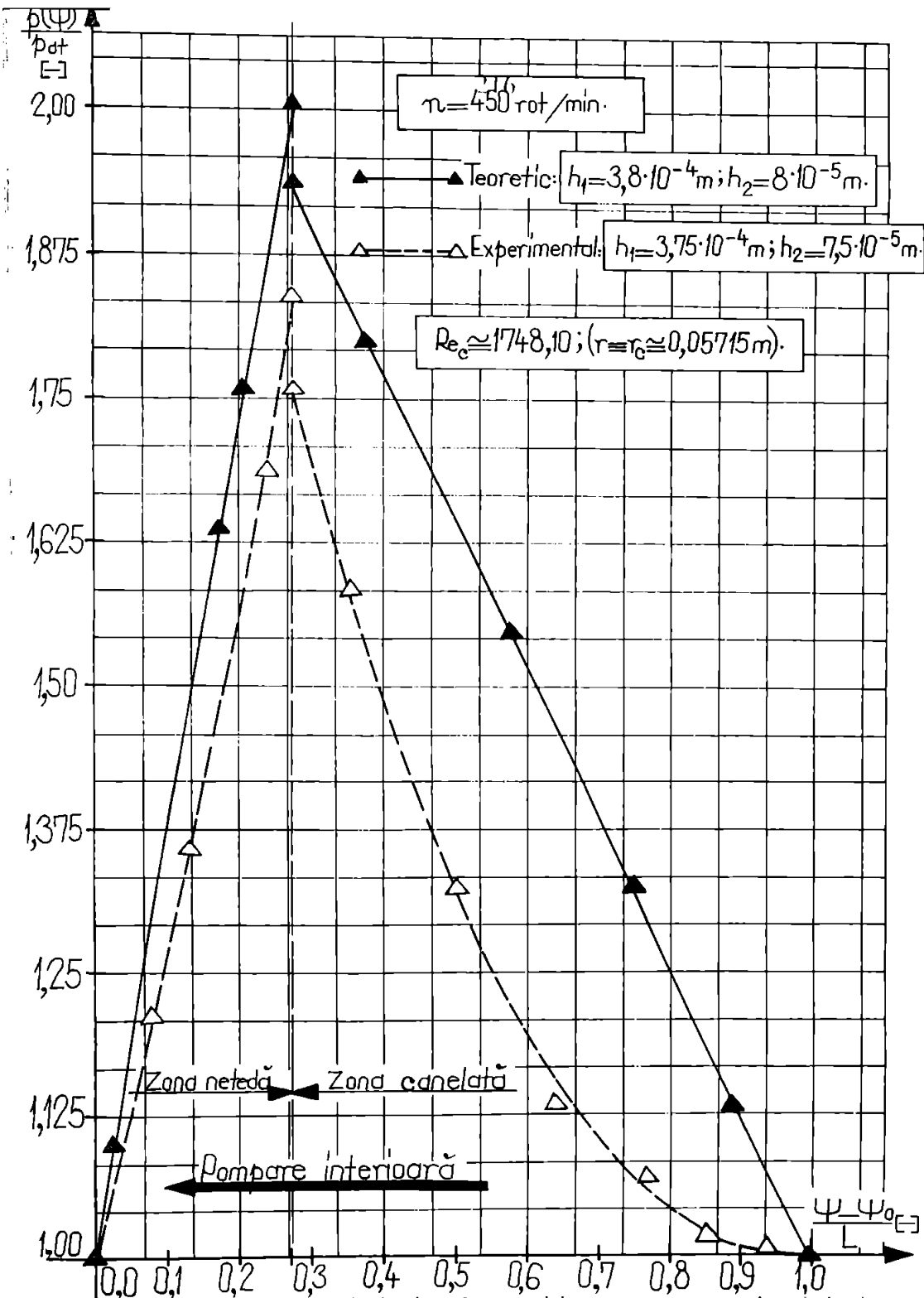


Figura nr. 10.9. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară. Varianta I. Comparăție între teorie și experiment.

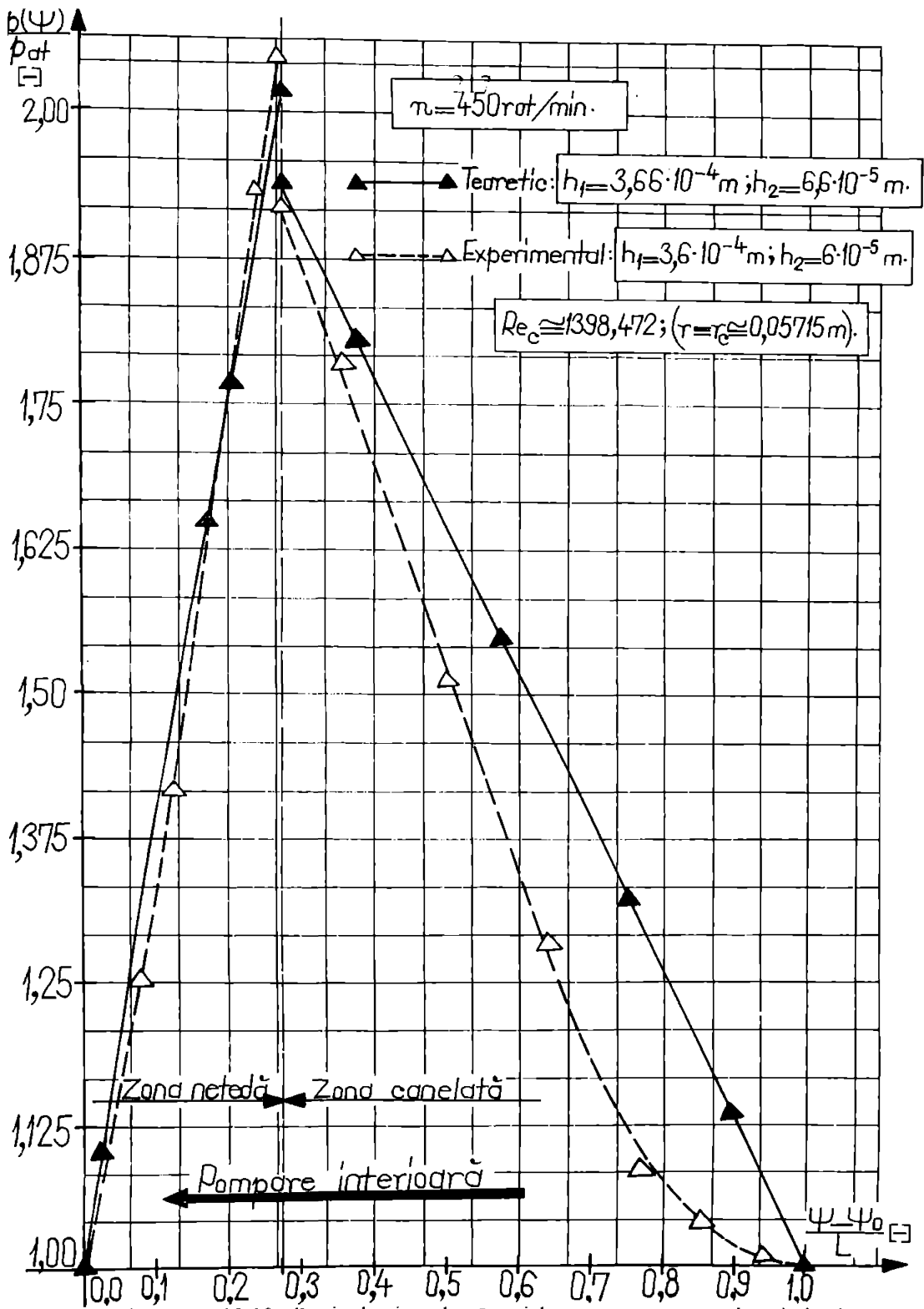


Figura nr. 10.10. Regim laminar. Lagăr axial autoportant cu canale spirale și cu pompărie interioară. Varianta I. Comparăție între teorie și experiment.

10.2.1. *Comparație cu rezultatele teoretice proprii*

Rezultatele experimentale obținute au fost prelucrate și reprezentate grafic, fiind suprapuse peste rezultatele obținute pe cale teoretică, la aceleași valori ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, aceleași turații n și, evident, la aceeași variantă de lagăr. O parte din aceste rezultate experimentale și teoretice suprapuse sunt prezentate în fig. nr. 10.7, ..., 10.10.

Analiza comparativă a rezultatelor teoretice și experimentale obținute face posibilă formularea unor concluzii, cu privire la măsura în care modelele matematice stabilite descriu mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, dovedind, astfel, valabilitatea ipotezelor de studiu admise.

10.2.2. *Concluzii*

Din rezultatele experimentale obținute, analizate "singular", (fig. nr. 10.2, ..., 10.6), sau comparativ cu rezultatele teoretice corespunzătoare, (fig. nr. 10.7, ..., 10.10), se desprind următoarele concluzii succinte:

1. Creșterea performanțelor hidrodinamice ale lagărului cu pompă interioară, pentru aceleași dimensiuni ale suprafeței lagărului $\{r_1; r_c; r_e\}$, se realizează, în mare măsură, prin creșterea turației, n , și mai puțin prin modificarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$.

2. Lagărul axial cu pompă interioară Varianta I realizează performanțe hidrodinamice mult superioare lagărului cu pompă interioară Varianta a-II-a, pentru toată gama de turații, n , și rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ încercate. Prin urmare, se confirmă faptul că, esențială, pentru realizarea unor presiuni mari în lagăr, este mărima suprafeței lagărului, în special a zonei cancelate, definită de razele $\{r_1; r_c; r_e\}$.

3. Se confirmă, [157], de asemenea, că, lagărele cu pompă interioară realizează performanțe hidrodinamice superioare lagărelor axiale cu pompă exterioară, la aceleași dimensiuni de gabarit, $\{r_1; r_c\}$ și aceleași valori ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$ și turației n , atât în regim laminar cât și în regim turbulent.

4. Se confirmă, [157], de asemenea, faptul că, lagărele cu pompă interioară / exterioară realizează performanțe funcționale, (presiuni, încărcări, ș.a.), mai ridicate în regim turbulent comparativ cu regimul laminar, ș.a.

5. Din analiza comparativă a rezultatelor experimentale și teoretice obținute, rezultă că, există o bună concordanță, în special, la turații mici și la valori mijlocii ale

raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} \sim 10^{-4}$). Diferențe mai mari, deci, o "apropiere" mai slabă între rezultatele teoretice și experimentale se înregistrează la turații mari și la valori extreme ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, precum și în zona treptei radiale a lagărului, $r \approx r_c$, începând de la intrare în lagăr. Aceste diferențe sunt explicabile, în primul rând, prin faptul că, execuția lagărelor, în special, a canalelor spirale, nu a putut să fie realizată riguros, conform documentației tehnice de execuție, fiind necesară, -datorită dificultăților majore de prelucrare mecanică-, admiterea unor derogări, -conf. subcap. 10.1.1).

De asemenea, realizarea și amplasarea prizelor de presiune au fost dificile, datorită dimensiunilor și spațiului disponibil reduse.

6. Diferențele între rezultatele teoretice și experimentale sunt determinate și de necesitatea transunerii rezultatelor obținute la aceeași turație n , utilizând relațiile de similitudine din domeniul turbopompelor, în condițiile în care, un lagăr cu pompă interioară / exterioară nu este decât „în principiu” asemenea geometric cu o pompă centrifugă specială cu rotor deschis.

7. Analiza comparativă a rezultatelor experimentale și teoretice obținute scoate în evidență, de asemenea, diferențe mai mari la turații mai mari, ($n > 200$ rot/min), în special la intrare în lagărul cu pompă interioară. În această zonă a lagărului, au fost evidențiate, cu ajutorul unor piezometre directe racordate la primele prize de presiune, -v. fig. nr. 10.1-, presiuni apropiate de presiunea atmosferică și chiar ușoare depresiuni, la anumite valori ale turației n și raportului $\frac{h_1}{h_2}$. Considerăm că, aceste

valori scăzute ale presiunilor sunt datorate efectului de centrifugare a lichidului, la intrare în lagărul cu pompă interioară.

8. Cercetările experimentale au evidențiat faptul că, sub o anumită valoare a raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} < 2$, de exemplu), indiferent de tipul și varianta de lagăr și la toate turațiile investigate, presiunile realizate în lagăr scad în mod substanțial, tinzând foarte rapid la zero când raportul $\frac{h_1}{h_2} \rightarrow 1$. În asemenea situații, diferențele între rezultatele

experimentale și teoretice sunt foarte mari, inacceptabile, deoarece, relațiile stabilite în cap. 3, 4, 5, 6 oferă distribuții de presiuni teoretice pentru orice pereche de valori

$\{h_1; h_2\}$ care satisfac condiția $\frac{h_1}{h_2} > 1$, oricât de mare ar fi grosimea filmului fluid h_2 . În

concluzie, rezultatele teoretice și experimentale, respectiv, modelele matematice elaborate și studiile experimentale sunt în bună concordanță pentru un domeniu extins de turații și pentru valori ale raportului $\frac{h_1}{h_2} \approx 4$.

9. O altă cauză care a dus la diferențe între rezultatele teoretice și cele experimentale o constituie lichidul de lucru, deoarece, în calculul teoretic a fost utilizat

un anumit lichid ($\rho; \eta$), iar, la încercările experimentale s-a utilizat un ulei mineral aditivat cu alte proprietăți, ($\rho'; \eta'; \rho \neq \rho'; \eta \neq \eta'$). De asemenea, neglijarea efectelor termodinamice în totalitate a condus la accentuarea diferențelor între rezultatele teoretice și experimentale, în special, la încercări mari (rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ mari) și turații corespunzătoare mari.

De aici, se poate concluziona că, rezultate cât mai concordante se pot obține ținând seamă, în studiul teoretic, și de efectele termodinamice, pe lângă celelalte efecte hidrodinamice analizate în cadrul lucrării de doctorat.

CAPITOLUL II

INTERPRETAREA REZULTATELOR OBTINUTE. CONCLUZII

Rezultatele teoretice și experimentale obținute în lucrarea de doctorat, privind studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile / compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale, oferă informații importante asupra curgerii în lagăr în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare. Pe baza acestor informații, pot fi formulate concluzii ce vizează parametrii geometrici și funcționali optimi ai lagărelor axiale autoportante, în general, regimul de curgere, interdependența acestora și condițiile de optim funcțional al lagărelor.

Cele mai importante aspecte, desprinse din studiul teoretic și experimental, sunt sintetizate în cele ce urmează.

11.1. Concluzii generale

Lagărele axiale autoportante sunt lagăre hidrodinamice și fac parte din categoria lagărelor cu alunecare, fiind caracterizate de o mare complexitate constructiv-geometrică și funcțională, căreia îi corespunde o diversitate eel puțin la fel de mare constructiv-dinensională.

Studiile teoretice, dar și cele experimentale, -mai puține-, existente în literatură, [19], [21], [25], [37], [39], [45], [101], [108], [135], [136], [138], [160], [163], [166], [169], [170], [172], ș.a., au demonstrat că, esențială pentru stabilirea proprietăților, particularităților și caracteristicilor tehnico-funcționale ale lagărelor cu alunecare, în general, este cunoașterea mișcării fluidului vâscos incompresibil / compresibil din pelicula de lubrifianț. Mișcarea fluidului vâscos în lagăr este o mișcare vâsco-inertială în straturi subțiri, în care, pe lângă efectele termodinamice, compresibilității fluidului, ș.a., un rol determinant îl au forțele de inerție și tensiunile vâscoase, -efecte ce coexistă întotdeauna.

Deși, primul tip de lagăr axial autoportant, -lagăr axial în trepte-, a fost creat și studiat încă din anul 1914 de către Lordul Rayleigh, [101], studiul teoretic și, mai cu seamă, experimentale în domeniul lagărelor cu alunecare sunt extrem de puține, astfel că, primele studii teoretice mai importante asupra lagărelor cu alunecare mai complexe datează din anii '70, fiind elaborate de Constantinescu, V. N., [22], [24], [26], Hsing, F. C., Malanoski, S. B., [60], Malanoski, S. B., Pan, C. H. T., [81], Muijderland, E. A., [84], Rodkiewicz, C. M., Hinds, J. C., Dayson, C., [108], Wachmann, C., Malanoski, S. B., Vohr, J. H., [166], Whipple, R. T. P., [169], [170], ș.a.

Cunoașterea profundă a complexelor fenomene hidrotermodinamice din funcționarea lagărelor cu alunecare necesită, în continuare, analiza mișcării în stratul de lubrifianț, înănd seamă de toate efectele ce caracterizează mișcarea: efectele

inerțiale; efectele termice; efectele compresibilității fluidului, efectele variației vâscozității fluidului; tensiunile vâscoase; diversitatea constructiv-geometrică și funcțională; ș.a.

Prezenta lucrare de doctorat se încadrează în aceste eforturi de cercetare teoretică și experimentală a mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante caracterizate de o configurație geometrică complexă, atât în regim laminar cât și în regim turbulent și permanent / nepermanent și luând în considerare “complexul” de efecte hidrotermodinamice care sunt specifice mișcărilor în straturi subțiri.

Din dorința de a fi cât mai pragmatici, ne-am propus ca obiectivele tezei de doctorat să vizeze, în special, mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale (cu pompă interioară; cu pompă exterioară; cu debit pompat zero), atât în regim laminar cât și în regim turbulent și în condițiile unui regim permanent de lubrificație. Pentru a obține rezultate cât mai concordante, studiul mișcării fluidelor vâscoase în lagărele cu canale spirale s-a făcut atât teoretic cât și experimental, dintre efectele hidrotermodinamice caracteristice mișcării, s-a ținut seamă, -în studiul teoretic-, numai de efectele hidrodinamice, iar, între acestea, de interes maxim s-au bucurat efectele inerțiale.

Pentru atingerea acestor deziderate, autorul a elaborat modele matematice originale, specifice regimurilor de lubrificație laminar / turbulent și a structurat, proiectat și realizat-adaptat o instalație experimentală complexă, respectiv, patru variante de lagăre axiale autoportante cu canale spirale, toate de concepție proprie și folosind metode de calcul și proiectare originale, [157].

Rezultatele teoretice și experimentale obținute în lucrare reprezintă o parte din efortul și preocupările autorului în domeniu, începute cu mai bine de un deceniu în urmă, -primele lucrări fiind publicate la sfârșitul anului 1990, [135], [136], ș.a.

Astfel, într-o primă etapă, am fost preocupat de stabilirea unor posibile valori optime ale parametrilor geometrici ai lagărelor hidrodinamice, în general, și ai lagărelor axiale autoportante, în special, remarcând faptul că, preocupări similare există de mai mulți ani și în literatură, [9], [10], [19], [21], [24], [26], [53], [60], [81], [89], [101], [160], [162], [166], [169], [172], ș.a.

Pe această bază și prelucrând unele rezultate existente în literatură, [10], [21], [23], [53], [81], [84], ș.a., am ajuns la concluzia că, valorile optime ale parametrilor geometrici principali ai lagărelor axiale autoportante pot fi următoarele, [135], [136],..., [141], ș.a.:

lagăre axiale cu canale înclinate, [137], [138]:

$$(\beta_0)_{\text{optim}} \cong 35^\circ; \left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 2,5; \left(\frac{l_1}{l}\right)_{\text{optim}} \cong 0,5;$$

lagăre axiale în trepte, simple, [19], [21], ș.a.:

$$\beta_0 = 90^\circ; \left(\frac{h_1}{h_2}\right)_{\text{optim}} \cong 4; \left(\frac{l_1}{l}\right)_{\text{optim}} \cong 0,7;$$

lagăre axiale cu canale spirale, [135], [136]:

$$(\alpha)_{\text{optim}} = \frac{a_1}{a_1 + a_2} \cong 0,615; (\beta_o)_{\text{optim}} \cong 17^\circ; (\bar{Y})_{\text{optim}} = \frac{r_c - r_i}{r_c - r_j} \cong 0,73; \left(\frac{h_1}{h_2} \right)_{\text{optim}} \cong 4;$$

Este de subliniat faptul că, valorile optime ale principalilor parametri geometrici ai lagărelor axiale autoportante stabilite de autor sunt total “integrate” între valorile acelorași parametri folosite de diverși cercetători în studii teoretice și experimentale, [19], [21], [60], [89], [166], ș.a. (Tabelul nr. 9.1).

Menționăm, de asemenea, că, aceste valori optime ale principalilor parametri geometrici au fost utilizate, [157], la calculul, proiectarea și realizarea celor patru variante de lagăre axiale cu canale spirale și a instalației experimentale, în ansamblu.

Proiectarea și execuția / realizarea celor patru variante de lagăre axiale cu canale spirale s-au făcut după metode și soluții originale, fiind pentru prima dată când se realizează asemenea lagăre speciale în țară și existând puține realizări de acest fel pe plan mondial.

La proiectarea celor patru variante de lagăre axiale cu canale spirale, s-a plecat de la ideea / necesitatea realizării acestora cu un număr cât mai mic de repere diferite de la un tip de lagăr la altul, atât din motive economice / tehnologice, cât și din considerente de generalizare / interpretare a rezultatelor experimentale obținute și de extindere a domeniului de încercare al instalației experimentale, în ansamblu.

Menționăm că, cele patru variante de lagăre axiale cu canale spirale au aceleași dimensiuni de gabarit, $\{r_i, r_c\}$, ele diferențându-se doar prin geometria suprafeței profilate, (canalelor spirale).

Metoda adoptată pentru realizarea canalelor spirale, -prin frezare pe mașini specializate cu comandă program-, s-a dovedit mai eficientă, productivă (execuția propriu-zisă) și ieftină, comparativ cu soluția cea mai recomandată, -prelucrare prin eroziune electrică-, dar mai puțin precisă, ea necesitând unele derogări de la desenul de execuție, -la variantele de lagăre cu canale spirale și cu pompă interioară / exterioară-, derogări impuse de asigurarea condițiilor de “ieșire” a frezei deget, la finalizarea prelucrării canalului spiral.

Instalația experimentală structurată și realizată-adaptată pentru încercarea lagărelor axiale cu canale spirale, prin gama extinsă de turații pe care o asigură, $n \in (0, \dots, 1400)$ rot/min, în trepte și combinații diferite, permite încercarea lagărelor atât în regim laminar cât și în regim turbulent, dovedindu-se, și din acest punct de vedere, o soluție corespunzătoare și deosebit de eficientă adoptată de autor.

Funcționarea / încercarea lagărelor axiale cu canale spirale, necesitând, evident, deplasarea pe verticală a arborelui și suprafeței rotitoare a lagărului, a impus găsirea unei modalități speciale pentru măsurarea turației lagărului. Soluția utilizării unui tahometru electronic, având discul cu 60 fante dreptunghiulare mobil, fixat pe arbore și partea electronică fixată pe un braț rabatabil, s-a dovedit eficientă, ingenioasă și ușor de realizat.

În ceea ce privește modelele matematice elaborate, rezultatele numerice obținute cu aceste modele și rezultatele experimentale stabilite, au fost formulate, pe parcursul elaborării lucrării, (subcap. 3.8, 4.9, 5.7, 7.1, 8.2, 10.2.2, ș.a), unele observații și concluzii privind mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale

spirale.

În acest capitol de sinteză, sunt menționate cele mai importante observații și concluzii, reieșite din analiza comparativă a rezultatelor teoretice și experimentale obținute prin studiul mișcării fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale cu canale spirale, în regim laminar / turbulent și permanent de funcționare.

Modelele matematice, stabilite pentru regim laminar / turbulent și permanent de mișcare, au permis calculul distribuțiilor de presiuni și de viteze în lungul direcției curbilini ψ din lagăr. Analiza acestor rezultate teoretice a condus la concluzia că, lagărul cu pompare interioară Varianta I realizează performanțe funcționale mult superioare celor realizate de lagărul cu pompare interioară Varianta a-II-a, pentru toată gama de turații și rapoarte geometrice $\frac{h_1}{h_2}$ studiate. De aici, rezultă că, importantă, pentru realizarea unor presiuni mari în lagăr, este mărimea suprafeței lagărului, respectiv, razele r_i , r_c , r_e .

De asemenea, creșterea performanțelor funcționale ale lagărului cu pompare exterioară / interioară, pentru aceleași dimensiuni ale lagărului, $\{r_i, r_c, r_e\}$, se realizează, în mod hotărâtor, prin mărirea turației de antrenare, n și mai puțin prin modificarea raportului $\frac{h_1}{h_2}$. Cum valorile turației și raportului $\frac{h_1}{h_2}$ sunt limitate atât inferior, -din considerente funcționale specifice mecanismului autoportant-, cât și superior, -din considerente fizice, tehnologice și de funcționare / exploatare normală-, rezultă că, performanțele funcționale ale acestor lagăre sunt determinate tocmai de limitele tehnologice, privind materiale, execuție, lubrificați, etc.

Se demonstrează că, lagărul cu pompare interioară realizează presiuni superioare lagărului-pompare exterioară, la aceleași valori ale turației de antrenare n , raportului $\frac{h_1}{h_2}$ și aceleași dimensiuni, $\{r_i, r_c\}$, [16], [61], [81], [166], ș.a. Analiza rezultatelor teoretice și experimentale obținute a condus la concluzia că, lagărele cu pompare interioară / exterioară realizează presiuni mai mari în regim turbulent comparativ cu regimul laminar de funcționare, pentru aceleași valori ale turației de antrenare și ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$. Din analiza comparativă a rezultatelor experimentale și teoretice, se constată că, există o bună concordanță, în special, la turații de antrenare mici și la valori mijlocii ale raportului $\frac{h_1}{h_2}$, ($\frac{h_1}{h_2} \approx 4$).

Diferențele între rezultatele teoretice și experimentale, în special în zona treptei radiale a lagărului, (presiunile p_s și p_s), sunt datorate și imposibilității de amplasare a prizelor de presiune respective chiar în treapta radială, care, teoretic, este de "lățime" nulă, la L_2^- și L_2^+ , respectiv, L_1^- și L_1^+ .

Lagărele cu canale spirale, funcționând cu fluide incompresibile, realizează

performanțe mult superioare, ($\sim \frac{\rho_{\text{lichid}}}{\rho_{\text{gaz}}}$), comparativ cu aceleași lagăre, dar funcționând cu fluide compresibile, [81], ș.a.

O parte din “soluțiile” experimentale și modelele matematice în mod deosebit, obținute în cadrul lucrării de doctorat, sunt valabile, prin particularizare, pentru oricare alt tip de lagăr care funcționează pe baza mecanismului autoportant, (lagăre hidrodinamice).

În sfârșit, suntem convingși că, aplicarea în practică a rezultatelor teoretice și experimentale obținute în lucrare, împreună cu o tehnologie de execuție performantă, pot aduce un aport important la realizarea unor lagăre axiale cu canale spirale cu calități tehnico-funcționale superioare, corespunzătoare echipamentelor și domeniilor de vârf în care își găsește destinația.

11.2. Contribuții personale

Lucrarea de doctorat abordează o tematică actuală din acest domeniu extrem de vast și complex al dinamicii fluidelor vâscoase în straturi subțiri, un domeniu nou, interdisciplinar, situat la granița dintre Mecanica fluidelor, Tribologie-lubrificație, Organe de mașini, Teoria stratului limită hidrodinamic și termodinamic incompresibil / compresibil, laminar / turbulent și staționar / nestaționar, Lubrificația elasto-hidrodinamică, ș.a., și aflat la început pe plan național și chiar pe plan mondial.

În aceste condiții, multe din problemele stabilite pentru studiu, căile și metodele de rezolvare, ca și rezultatele obținute se constituie în contribuții personale, originale. Dintre acestea, pot fi menționate următoarele:

1. Lucrarea de doctorat tratează, teoretic și experimental, problema mișcării fluidelor vâscoase incompresibile / compresibile în lagărele axiale autoportante cu canale spirale.

2. Pentru studiul teoretic al mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile, în regim laminar / turbulent și permanent / nepermanent de lubrificație, am stabilit modele matematice originale, care iau în considerare efectele inerțiale, compresibilitatea fluidului, particularitățile constructiv-geometrice ale lagărelor axiale autoportante cu canale spirale, ș.a. Aceste modele matematice au fost elaborate atât pentru lagărele cu pompă interioară, cât și exterioară.

Din structura modelelor matematice stabilite, sunt de remarcat relațiile noi stabilite de autor pentru calculul presiunilor extreme, p_s și $p_{s,c}$, și debitului volumic de fluid Q_{ψ} , care permit calculul distribuțiilor de viteze din lagăr, independent de distribuțiile de presiuni.

3. Calculul distribuțiilor de presiuni și de viteze, pe baza modelelor matematice stabilite, a presupus cunoașterea completă a geometriei lagărelor axiale cu canale spirale. În acest scop, autorul a stabilit valorile optime ale parametrilor constructiv-geometrici principali, pentru cele mai frecvent utilizate tipuri de lagăre axiale autoportante, în general, și pentru lagărele axiale cu canale spirale, în special.

4. Toate elementele geometrice, ale celor patru variante de lagăre axiale cu canale spirale proiectate și realizate, au fost determinate prin calcule analitice riguroase, utilizând relații particulare stabilite de autor plecând de la relații generale din domeniul Analizei matematice și al Matematicilor speciale.

5. Algoritmii pentru determinarea distribuțiilor de presiuni și viteze în lungul direcției ψ , pentru lagărele cu pompărie interioară / exterioară în regim laminar / turbulent, au fost elaborați în totalitate de autor.

6. Am acordat o atenție deosebită studiului teoretic și experimental al lubrificației în regim turbulent, în general, și în cazul lagărelor cu canale spirale, în mod deosebit. Astfel, în urma unui volum apreciabil de calcule numerice, având la bază modelul matematic elaborat pentru regimul turbulent de lubrificație și utilizând relațiile existente în literatură, [21], [25], [29], [49], [58], [85], ș.a., pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă, am ajuns la concluzia că, distribuțiile de presiuni, respectiv valorile obținute pentru presiuni, în special la turații mijlocii și mari, ($n > 300$ rot / min), sunt nerealiste. Analizând modelul matematic folosit pentru calcule, am ajuns la concluzia că, relațiile pentru calculul coeficienților globali de lubrificație turbulentă existente în literatură sunt susceptibile de amendamente, ele oferind, după părerea noastră, valori mult prea mari, - (200-300 ori mai mari decât în cazul regimului laminar) -, pentru acești coeficienți.

În aceste condiții, am stabilit și propunem relații noi pentru calculul coeficienților locali și globali de lubrificație turbulentă, $k_{\psi}^o, k_{\xi}^o, k_{\psi}, k_{\xi}$. Refăcând o parte din calculele numerice cu relațiile propuse de noi pentru coeficienții k_{ψ}, k_{ξ} , au fost obținute valori ale acestor coeficienți și distribuții de presiuni mult mai realiste, mai apropiate de cazul regimului laminar.

7. În ceea ce privește partea experimentală, autorul a structurat, proiectat și realizat o instalație experimentală originală pentru încercarea lagărelor axiale cu mișcare de rotație, în general, și lagărelor axiale cu canale spirale, în special.

De asemenea, am studiat, proiectat și realizat, după o metodă originală, patru variante de lagăre axiale cu canale spirale. Dintre elementele de noutate și care constituie soluții originale, prin care am rezolvat problemele dificile care au apărut la realizarea instalației experimentale și, în mod deosebit, a celor patru variante de lagăre axiale cu canale spirale, menționăm: realizarea unui număr cât mai mic de repere diferite de la o variantă de lagăr la alta; executarea celor patru variante de canale spirale; realizarea arborelui de antrenare și a butucului lagărelor; realizarea și amplasarea prizelor de presiune într-un spațiu mic; racordarea prizelor de presiune la aparatele de măsurare a presiunilor; alegerea celor mai potrivite instrumente / aparate de măsurare a presiunilor, dat fiind domeniul relativ mare al presiunilor realizate de lagăre, (0, ... , ~10bar), ș.a.

8. Instalația experimentală echipată cu aparate/instrumente de clasă și realizată pe structura unei mașini de găurit cu coloană existentă în atelierul Catedrei de mașini hidraulice, constituie, de asemenea, o decizie eficientă, operativă și originală a autorului. Prin domeniul larg de turații oferit, [$n \in (0, \dots, 1400$ rot/min)], și prin posibilitatea de a modifica controlat încărcarea lagărului axial încercat, instalația experimentală realizată oferă posibilitatea efectuării unor cercetări "extinse",

cuprinzând atât regimul laminar cât și regimul turbulent de lubrificație.

9. Modalitatea de aliniere-centrare a băii lagărului axial, -realizată din plexiglas transparent-, și, apoi, a ansamblului lagărului după axul principal al mașinii de găurit, realizarea și montarea arborelui lagărului în alezajul conic al axului mașinii s-a dovedit judicioasă, corectă și deosebit de economică. În acest fel, au fost respectate riguros cerințele extrem de severe legate de montarea lagărului, privind condițiile de perpendicularitate, coaxialitate și paralelism între diferitele componente ale lagărului axial supus încercării, [157].

10. Soluția adoptată pentru măsurarea / verificarea turației lagărului axial este una personală, utilizând un tahometru electronic "cvasistaționar", în condițiile speciale, când poziția pe verticală a arborelui lagărului axial se modifică de la un regim de încercare la altul; astfel, discul circular cu 60 fante dreptunghiulare a fost fixat, evident, pe arborele lagărului axial, iar partea electronică a tahometrului a fost fixată pe un braț rabatabil, fixat pe baia lagărului axial, ș.a.

11.3. Perspective

Ținând seamă că, tematica abordată în lucrare este de dată recentă, -cel puțin pe plan național-, și că, în teză au fost analizate numai o mică parte din aspectele fundamentale care guvernează mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante, în general, și în lagărele axiale cu canale spirale, în mod deosebit, considerăm că, problema mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante trebuie să se bucure, în continuare, de o atenție deosebită. Astfel, dintre aspectele specifice mișcărilor în straturi subțiri, care se regăseseră și în funcționarea lagărelor axiale autoportante și care necesită, pe mai departe, studii teoretice și, deopotrivă, cercetări experimentale, menționăm:

1. Hidrodinamica fluidelor vâscoase compresibile în lagărele axiale autoportante cu geometrie complexă, în special, la încărcări mari (rapoarte $\frac{h_1}{h_2}$ mari) și la turații mari

și foarte mari, acordând o atenție specială efectelor marginale și compresibilității.

2. Abordarea completă, hidrotermodinamică a mișcării fluidelor vâscoase incompresibile și compresibile în lagărele axiale autoportante, "atașând", la ecuațiile stabilite în lucrarea de doctorat, ecuația energiei, ecuațiile de schimb de căldură, ecuația Clapeyron, ș.a., în regim permanent / nepermanent.

3. Intensificarea cercetărilor experimentale, în special în regim turbulent de lubrificație și diversificarea tipo-dimensională a lagărelor axiale autoportante, respectiv, a instalațiilor experimentale aferente. Pe această cale, pot fi verificate o serie de rezultate teoretice deja existente și care nu dau întotdeauna satisfacție, respectiv, se pot obține rezultate noi.

4. Studii în regim turbulent de lubrificație și stabilirea unor relații cât mai concordante pentru coeficienții globali de lubrificație turbulentă.

5. Analiza mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante, utilizând modele matematice adecvate, în condițiile limită când grosimea filmului fluid devine foarte mică, ($h_2 \rightarrow 0$). În acest fel, s-ar putea obține o mai mare generalizare a modelelor matematice stabilite în lucrarea de doctorat.

6. Stabilirea și elaborarea unor tehnologii de execuție a canalelor spirale, care să nu mai necesite derogări de la documentația tehnică, stabilită prin calcule hidrodinamice riguroase. O soluție precisă, dar încă scumpă, este prelucrarea canalelor spirale prin eroziune electrică.

7. Abordarea teoretică și experimentală, de o manieră nouă, a lagărelor axiale autoportante cu canale spirale și cu debit pompat zero, adică, studiate ca niște etanșări complexe. Asemenea etanșări complexe, deși scumpe, își pot găsi utilitatea și se vor dovedi ca fiind soluțiile cele mai eficiente la multe instalații, echipamente, aparate și sisteme, unde sunt sarcini nuci și mijlocii, turații mari și foarte mari și unde una sau ambele suprafețe se rotesc în același sens sau în sensuri diferite, cu turații egale sau diferite, ș. a. m. d.

BIBLIOGRAFIE

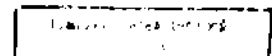
(Tratate; Monografii; Culegeri de articole).

1. **Archibald, F.R.;** A Simple Hydrodynamic Thrust Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 72, pp. 393-400, 1950.
2. **Ausman, J.S.;** An Approximate Analytical Solution for Self-Acting Gas Lubrication of Stepped Thrust Bearings. Trans. ASME, Series F, Volume 4, pp. 304-314, 1961.
3. **Banerjee, B.N., Burton, R.A.;** An Instability For Parallel Sliding of Solid Surfaces Separated by a Viscous Liquid Film. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 1, January, 1976.
4. **Bărglăzan, M.;** Măsurări hidraulice și pneumatice. Curs litografiat. Litografia U.T.T., 1992.
5. **Bein, M., Shavit, A., Solan, A.;** Nonaxisymmetric Flow in the Narrow Gap Between a Rotating and a Stationary Disk. Journal of Fluids Engineering, Trans. ASME, Series I, Volume 98, Number 2, June, 1976.
6. **Black, H. F.;** Empirical Treatment of Hydrodynamic Journal Bearing Performance in the Superlaminar Regime. Journal of Mechanical Engineering Science, Volume 12, Number 2, 1970.
7. **Brătianu, C.;** Metode cu elemente finite în dinamica fluidelor. Editura Academiei R.S.R., București, 1983.
8. **Burgdorfer, A.;** The Influence of the Molecular Mean Free Path on the Performance of Hydrodynamic Gas-Lubricated Bearings. Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, Volume 80, Number 1, Mar , 1959, pp. 94.
9. **Burton, R.A.;** An Experimental Study of Turbulent Flow in a Spiral-Groove Configuration. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 2, April, 1968.
10. **Burton, R.A., Carper, J.H.;** An Experimental Study of Annular Flows, with Applications in Turbulent Film Lubrication. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 89, Number 3, July, 1967, pp 381-389.
11. **Burton, R.A., and Hsu, Y. C.;** Fundamental Investigation of Liquid-Metal Lubricated Journal Bearings. Final Report Sw RI-1228 P8-30, Southwest Research Institute, San Antonio, Texas, 1967.
12. **Burton, R.A.;** On the Close Relationship Between Turbulent Plane-Couette and Pressure Flows. Journal of Aerospace Science, Volume 29, 1962.
13. **Burton, R.A., and Carper, J.H.;** An experimental study of annular flows

with applications in turbulent film lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 89, Number 3, July, 1967, pp. 381-389.

14. **Castelli, V., Stevenson, C.H.;** Semi - Implicit Numerical Methods For Treating the Time-Transient Gas-Lubrication Equation. *Journal of Lubrication Technology*, Trans ASME, Series F, Volume 90, Number 1, January, 1968.
15. **Cheng, H.S., Chow, C.Y., Wilcock, D.F.;** Behavior of Hydrostatic and Hydrodynamic Noncontacting Face Seals. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 2, April, 1968.
16. **Cheng, H.S., Castelli, V., Chow, C.Y.;** Performance Characteristics of Spiral-Groove and Shrouded Rayleigh Step Profiles For High-Speed Noncontacting Gas Seals. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
17. **Coleman, R., Snider, A.D.;** Linearization For Numerical Solution of the Reynolds Equation. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 3, July, 1969.
18. **Coleman, R.;** The Numerical Solution of Linear Elliptic Equations. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 4, October, 1968.
19. **Constantinescu, V. N.;** *Dinamica fluidelor vâscoase în regim laminar*. Editura Academiei Române, București, 1987.
20. **Constantinescu, V. N.;** *Dinamica fluidelor vâscoase. Stabilitatea mișcărilor laminare*. Editura Academiei Române, București, 1993.
21. **Constantinescu, V. N., Nica, A., Pascovici, M. D., ș.a.;** *Lagăre cu alunecare*. Editura Tehnică, București, 1980.
22. **Constantinescu, V. N.;** Note on the Influence of the Heat Transfer, Between the Surfaces as a Secondary Effect in Gas Lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
23. **Constantinescu, V. N., Găletuse, S.;** Pressure Drop Due to Inertia Forces in Step Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 1, January, 1976.
24. **Constantinescu, V. N., Găletuse, S., Kennedy, F.;** On the Comparison Between Lubrication Theory, Including Turbulence and Inertia Forces, and Some Existing Experimental Data. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 97, Number 3, July, 1975.
25. **Constantinescu, V. N.;** Basic Relationships in Turbulent Lubrication and Their Extension to Include Thermal Effects. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 2, April, 1973, pp. 147-154.
26. **Constantinescu, V. N., Castelli, V.;** On the Local Compressibility Effect in Spiral-Groove Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
27. **Constantinescu, V. N., Dimofte, F.;** On the Influence of Magnetic and Electrical

- Fields in Gas Lubrication. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
28. **Constantinescu, V. N.;** Gas Lubrication, (în L. română), Publishing House of the Romanian Academy, Bucharest, 1963.
 29. **Constantinescu, V. N.;** Teoria lubrificației în regim turbulent. Editura Academiei Române, București, 1965.
 30. **Constantinescu, V. N., Pan, C. H. T., and Hsing, F. C.;** A Procedure for the Analysis of Bearings Operating in the Transition Range Between Laminar and Fully Developed Turbulent Flow. MTI Report 1970, Mechanical Technology Inc., Latham, N. Y.;
 31. **Constantinescu, V. N., and Găletuse, S.;** On the Possibilities of Improving the Accuracy of the Evaluation of the Inertia Forces in Laminar and Turbulent Films. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 96, Number 1, January, 1974, pp. 69-77.
 32. **Constantinescu, V. N.;** Criterii de similitudine în funcționarea lagărelor lubrificate cu lichide sau gaze. Studii și cercetări de mecanică aplicată, 12,2, București, 1961, pag. 343-361.
 33. **Coyne, J. C., Elrod, H. G., Jr.;** Conditions for the Rupture of a Lubricating Film, -Part. II New Boundary Conditions for Reynolds Equation. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 93, Number 1, January, 1971.
 34. **Crosby, W. A., Badawy, E. M.;** On the Performance of Journal Bearings Under Conditions of Film Rupture, Part. I Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 97, Number 4, October, 1975.
 35. **Crosby, W. A., Badawy, E. M.;** On the Performance of Journal Bearings Under Conditions of Film Rupture, Part. II. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 97, Number 4, October, 1975.
 36. **Cucoș, T., Triponescu, I.;** Un nou tip de lagăr axial. Simpozion MTM, Reșița, 1976.
 37. **DiPrima, R. C.;** Asymptotic Methods for an Infinitely Long Slider Squeeze-Film Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 1, January, 1968, pp. 173-183
 38. **DiPrima, R. C.;** Higher Order Approximations in the Asymptotic Solution of the Reynolds Equation for Slider Bearings at High Bearing Numbers. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
 39. **DiPrima, R. C.;** Asymptotic Methods for an Infinitely Long Step Slider Squeeze Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 2, April, 1973.
 40. **Dragoș, L.;** Principiile mecanicii mediilor continue. Editura Tehnică, București, 1981.
 41. **Drăghici, I., Pascovici, M., ș.a.;** Îndrumător de proiectare în construcția de mașini. Editura Tehnică, București, 1981, Volumul I.



42. **Drăghici, I., Bejan, C., Moldovean, Gh.;** Îndrumător de proiectare în construcția de mașini. Volumul II. Editura Tehnică, București, 1982.
43. **Eidelberg, B. E., Booker, J. F.;** Applications of Finite Element Methods to Lubrication: Squeeze Films Between Porous Surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 1, January, 1976.
44. **Elkoush, A. F.;** Fluid Inertia Effects in Non-Newtonian Squeeze Films. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 3, July, 1976.
45. **Elrod, H. G., Chu, T. Y.;** Inertia and Energy Effects in the Developing Gas Film Between Two Parallel Flat Plates. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 4, October, 1973.
46. **Elrod, H. G.;** Thin-Film Lubrication Theory for Newtonian Fluids With Surfaces Possessing Striated Roughness or Grooving. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 4, October, 1973.
47. **Etsion, I., Pinkus, D.;** Solutions of Finite Journal Bearings With Incomplete Films. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 97, Number 1, January, 1975.
48. **Ezzat, H. A., Rohde, S. M.;** A Study of the Thermohydrodynamic Performance of Finite Slider Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 3, July, 1973.
49. **Elrod, H. G., and Ng, C. W.;** A Theory For Turbulent Fluid Films and Its Application to Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 89, Number 3, July, 1967, pp. 356-363.
50. **Fitero, I., Gyulai, Fr.;** Considerații teoretice asupra transferului de energie în pompele PCNS. *Buletin științific și tehnic al Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara. Seria Mecanică. Tom 25(39). Fascicula 2-1980, pag. 79-87.*
51. **Foster, D. J., Carow, D., Benson, D.;** An Approximate Theoretical Analysis of the Static and Dynamic Characteristics of the Herringbone Grooved, Gas Lubricated Journal, Bearing, and Comparison With Experiment. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
- 51.1. **Frene, J., Nicolas, D., Degueurce, B., Berthe, D., Godet, M.;** Lubrication hydrodynamique des paliers des machines tournantes EDF-DER, Electricité de France, Janvier 1997.
52. **Garrison, P. W., Harvey, D. W., Catton, I.;** Laminar Compressible Flow

- Between Rotating Disks. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 3, September, 1976.
53. **Găletuse, S.;** Experimental Study of the Interference of Inertia Forces and Friction Forces in Turbulent Lubrication. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 96, Number 1, January, 1974, pp. 164-167
 54. **Gyulai, Fr.;** Pompe, ventilatoare, compresoare. Curs litografiat. Vol. I, Vol. II. Ediția a-II-a. Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" din Timișoara, 1988.
 55. **Georgescu, G. S.;** Îndrumător pentru ateliere mecanice. Ediția a-VI-a, revizuită și completată. Editura Tehnică, București, 1978; (cap.3; cap. 7; cap. 9; cap. 17; cap. 19; cap. 20; cap. 21).

 56. **Hahn, E. J., and Kettleborough, C. F.;** Solution for the Pressure and Temperature in an Infinite Slider Bearing of Arbitrary Profile. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 89, Number 4, October, 1967, pp. 445.
 57. **Hirs, G. G.;** Fundamentals of a Bulk-Flow Theory for Turbulent Lubricant Films. Doctoral Thesis University of Technology Delft, June, 1970, Available From TNO, P.O. Box 29, Delft, The Netherlands.
 58. **Hirs, G. G.;** A Bulk - Flow Theory For Turbulence in Lubricant Films. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 2, April, 1973.
 59. **Hâncu, S.;** Îndreptar pentru calcule hidraulice. (Sub redacția lui P. G. Kiselev). Editura Tehnică, București, 1988
 60. **Hsing, F. C., Malanoski, S. B.;** Mean Free Path Effect in Spiral-Grooved Thrust Bearings. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1969.
 61. **Hsing, F. C.;** Formulation of a Generalized Narrow Groove Theory for Spiral Grooved Viscous Pumps. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 94, Number 1, 1972, pp. 81-85.
 62. **Holt, M., (Ed.);** Numerical methods in fluid dynamics. Springer, Berlin, 1977.
 63. **Hough, G. R., (Ed.);** Viscous flow drag reduction, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 72, 1981.
 64. **Huang, F. Y., Mote, C. D.;** On the Instability Mechanisms of a Disk Rotating Close to a Rigid Surface. Trans. ASME, Journal of Applied Mechanics, Volume, 62, Number 3, September, 1995, pp. 764-771.
 65. **Ho, M. K., and Vohr, J. H.;** Application of Energy Model of Turbulence to Calculation of Lubrication Flows. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 96, Number 1, January, 1974, pp. 95-102

 66. **Idelcik, I. E.;** Îndrumar pentru calculul rezistențelor hidraulice. Editura

- Tehnică, București, 1984. (Traducere din limba rusă după ediția a doua, revăzută și completată).
67. **Ionescu, G. D.;** Introducere în hidraulică. Editura Tehnică, București, 1977.
 68. **Ionescu, G. D., Matei, P., Todicescu, A., Ancușa, V., ș.a.;** Mecanica fluidelor și mașini hidraulice. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1983.
 69. **Iacob, C., Homentcovschi, N. D., Marcov, N., Nicolau, A.;** Matematici clasice și moderne. Vol. I, II, III, IV. Editura Tehnică, București, 1983, (Vol. IV).
 70. **Iacob, C.;** Introducere matematică în mecanica fluidelor, Editura Academiei Române, București, 1952; Introduction mathématique à la mécanique des fluides. Editions de l'Académie Roumaine et Gauthier-Villars, Bucarest et Paris, 1959.
 71. **Ishizawa, S., Watanabe, Toorn, Takahashi, Koji.;** Unsteady Viscous Flow Between Parallel Disks With a Time-Varying Gap Width and a Central Fluid Source. Journal of Fluids Engineering, Trans. ASME, Series I, Volume 109, Number 4, December, 1987.
 72. **Ispas, Șt., Nica, Al., ș.a.;** Sisteme de lubrificație alimentate cu carburant și fluide hidraulice pentru construcțiile aerospațiale. Editura Academiei Române, București, 1976.
 73. **Joseph, D. D.;** Stability of fluid motions. Vol. I, Vol. II, Springer, Berlin, 1976.
 74. **Kahlert, W.;** Der Einfluss der Tragheitskräfte bei der Hydrodynamischen Schmiermittelftheorie. Ingenieur-Archiv, Vol. 16, 1948, p. 321.
 75. **Kocin, N. E., Kibel, I. A., Rose, N.V.;** Teoreticeskaja gidrodinamika, 2 vol. Fizmatgiz, Moskva, 1963; Teoretische Hydrodynamik, Hydromechanik, 2 vol., Akad. Verlag, Berlin, 1948; Hidromecanică Teoretică, Editura Tehnică, București, 1951.
 76. **Kocin, N. E.;** Calcul vectorial și bazele calculului tensorial, (Trad. L. rusă). Editura Tehnică, București, 1954.
 77. **Larionescu, Dan;** Metode numerice. Editura Tehnică, București, 1989.
 78. **Lavrentiev, M., Chabat, B.;** Effets hydrodynamiques et modèles mathématiques. Ed. Mir, Moscou, 1980.
 79. **Maday, C. J.;** The One - Dimensional Optimum Hydrodynamic Gas Slider

- Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 1, January, 1968.
80. **Maday, C. J.;** A Bounded Variable Approach to the Optimum Slider Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 1, January, 1968.
 81. **Malanoski, S.B., and Pan, C. H. T.;** The static and dynamic characteristics of the spiral-grooved thrust bearing. Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, Volume 87, Number 3, September, 1965, pp. 547-558.
 82. **Marinescu, Gh., Rizzoli, I., Popescu, I., Ștefan, C.;** Probleme de analiză matematică rezolvate cu calculatorul. Editura Academiei Române, București, 1987.
 83. **Mikhailov, M. D.;** Finite difference method by using Mathematica. Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 37, Suppl. 1, 1994, pp. 375-379.
 84. **Muijdermann, E. A.;** Spiral Groove Bearings. Philips Res. Rep. Suppl. No. 2, 1964, London, Mc. Millan, 1966.
 85. **Ng, C. W., Pan, C. H. T.;** A Linearized Turbulent Lubrication Theory. Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, Volume 87, Number 3, December, 1965, pp. 675-688.
 86. **Nica, Al., Pascovici, M. D.;** Modele experimentale pentru studiul lagărelor de la motoarele cu piston. Revista "Construcția de mașini XXI", Nr. 3, 1979.
 87. **Oroveanu, Th.;** Mecanica fluidelor vâskoase. Editura Academiei Române, București, 1967.
 88. **Oroveanu, Th.;** Hidraulica și transportul produselor petroliere. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1966.
 89. **Pan, C. H. T., Sternlicht, B.;** Thermal Distortion of Spiral - Grooved Gas -Lubricated Thrust Bearing Due to Self-Heating. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 89, Number 2, April, 1967.
 90. **Pavelescu, D.;** Tribologie. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1977.
 91. **Petrila, T.;** Lecții de mecanica mediilor continue. Litografia Universității "Babeș-Bolyai", Cluj, 1980.
 92. **Pinkus, O., Sternlicht, B.;** Theory of hydrodynamics lubrication, Mc Graw Hill, Book co., New York, 1961.
 93. **Pinkus, O.;** The Influence of Fluid Inertia on the Dynamic Properties of Journal Bearings. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 97, Number 2, April, 1975.
 94. **Pinkus, O., Etsion, I.;** Leakage - Free Journal Bearings. Journal of Lubrication

- Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 3, July, 1976.
95. **Pocioianu, Fl.;** Contribuții la studiul apariției cavitației în lagăre cu alunecare. Teză de doctorat, Institutul Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1976.
 96. **Polderman, H. G., Velraeds, G., Knot, W.;** Turbulent Lubrication Flow in an Annular Channel. Journal of Fluids Engineering, Trans. ASME, Series I, Volume 108, Number 2, June, 1986.
 97. **Popa, O.;** Mecanica fluידelor, Curs. Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Vol. I, 1975.
 98. **Popa, O.;** Mecanica fluידelor și măsuri hidraulice, Curs. Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, Volumul II, Partea I-a, Partea a-II-a, 1980.
 99. **Popa, O.;** Mișcări potențiale și teoria hidrodinamicii rețelelor de profile, Curs. Litografia Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara, 1980.
 100. **Precupețu, P., Dale, C., Nițulescu, Th.;** Desen tehnic industrial pentru construcții de mașini. Editura Tehnică, București, 1982.

 101. **Rayleigh, L.;** Notes on the Theory of Lubrication. Philosophical Magazine, Vol. 35, January, 1918, pp. 1-12.
 102. **Rădulescu, Gh., Miloiu, Gh., Gheorghiu, N., ș.a.;** Îndrumător de proiectare în construcția de mașini. Vol.II. Editura Tehnică, București, 1986.
 103. **Rădulescu, Gh., Miloiu, Gh., Gheorghiu, N., ș.a.;** Îndrumător de proiectare în construcția de mașini. Vol.I. Vol. III. Editura Tehnică, București, 1986.
 104. **Răduleț, R., Opaschi, M.;** Hidrogeneratoare verticale sincrone. Vol. I. Editura Tehnică, București, 1981.
 105. **Reddi, M. M.;** Finite - Element Solution of the Incompressible Lubrication Problem. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 3, July, 1969.
 106. **Reynolds, A. J.;** Turbulent flows in engineering, John Wiley, New York, 1974; Curgeri turbulente în tehnică, Editura Tehnică, București, 1982.
 107. **Rodkiewicz, C. M., Anwar, M. I.;** Inertia and Convective Effects in Hydrodynamic Lubrication of a Slider Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 93, Number 2, April, 1971.
 108. **Rodkiewicz, C. M., Hinds, J. C., Dayson C.;** Inertia, Convection, and Dissipation Effects in the Thermally Boated Oil Lubricated Sliding Thrust Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 97, Number 1, January, 1975, p. 121-129.
 109. **Rond, D. A., Young, L. S., (Eds.);** Dynamical systems and turbulence, Springer, Berlin, 1981.
 110. **Rood, L. II.;** Investigation of the Step - Thrust Gas Bearing Without Feed Grooves For Two Directions of Shaft Rotation. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 4, October, 1969.
 111. **Roy, M.;** Mecanique des milieux continus et déformables, Gauthiers-Villars,

Paris, 1970.

112. **Sabir, H., Suen, K. O., Vinnicombe, G. A.;** Investigation of Effects of wave motion on the performance of falling film absorber. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 39, Nr. 12, 1996, pp. 2463-2472.
113. **Schmitt, J. A., DiPrima, R. C.;** Asymptotic Methods for an Infinite Slider Bearing With a Discontinuity in Film Slope. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 3, July, 1976.
113. **Scholtz, N.;** *Aerodynamik der Schaufelgitter*. I. Karlsruhe. Braun, 1967.
114. **Serrin, J.;** *Mathematical Principles of Classical Fluid Mechanics*, in *Handbuch der Physik*, (edit. S. Flügge), Vol. VIII / 1, Berlin-Göttingen-Heidelberg, Springer, 1959.
115. **Slezkin, N. A., Targ, S. M.;** The Generalized Equation of Reynolds. *Comptes Rendus De L'Academie des Science USSR*, Vol. 54, 1946, p. 205.
116. **Sneck, H. J.;** Reversed Flow in Face Seals. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 3, July, 1969.
117. **Sneck, H. J.;** Thermal Effects in Face Seals. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 3, July, 1969.
118. **Sneck, H. J.;** The Eccentric Face Seal With a Tangentially Varying Film Thickness. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 4, October, 1969.
119. **Sneck, H. J.;** The Misaligned, Eccentric Face Seal. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 4, October, 1969.
120. **Sneck, H. J.;** The Effects of Geometry and Inertia On Face Seal Performance-Laminar Flow. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 2, April, 1968.
121. **Sneck, H. J.;** The Effects of Geometry and Inertia On Face Seal Performance-Turbulent Flow. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 2, April, 1968.
122. **Sneck, H. J., Mc. Govern, J. F.;** Analytical Investigation of the Spiral Groove Face Seal. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 4, October, 1973.
123. **Snyder, W. T.;** The Nonlinear Hydrodynamic Slider Bearing. *Journal of Basic Engineering*, Trans. ASME, Series D, Volume 85, Number 3, September, 1963, pp. 429.
124. **Succo, J.;** The double integral method applied to separation calculation. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*. Volume 38, Nr. 15, 1995, pp. 2771-2777.
125. **Steve, M. Rohde;** Bounds For the Solution of Reynolds Equation. *Journal of Lubrication Technology*, Trans. ASME, Series F, Volume 95, Number 1, January, 1973.
126. **Swinney, H. L., Gollub, J. P., (Eds.);** *Hydrodynamic instabilities and the*

(transition to turbulence, Topics in Applied Physics, Volume 45, Springer, Berlin, 1981.

127. **Terrill, R. M.;** The Flow Between Two Parallel Circular Disks, One of Which Is Subject to a Normal Sinusoidal Oscillation. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 1, January, 1989.
128. **Ting, L. L., Mayer, J. E. Jr.;** The Effects of Temperature and Inertia On Hydrostatic Thrust Bearing Performance. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 93, Number 2, April, 1971
129. **Tipei, N., Constantinescu, V. N., Nica, Al., ș.a.;** Lagăre cu alunecare: calcul, proiectare, ungere. Editura Academiei Române, București, 1961.
130. **Tipei, N., Constantinescu, V. N., Nica, Al., ș.a.;** Calculul lagărelor cu alunecare. Studii și cercetări de mecanică aplicată, 11,6, București, 1960, p. 1377-1395.
131. **Tipei, N.;** Hidro - aerodinamica lubrificației. Editura Academiei Române, București, 1957.
132. **Tipei, N., Nica, Al.;** Cercetări asupra regimurilor de funcționare ale lagărelor. I. Influența variației vâscozității. Studii și cercetări de mecanică aplicată, 10, 3, București, 1959, p. 737-754.
133. **Toma, D., Odăgescu, I.;** Metode numerice și subrutine. Editura Tehnică, București, 1980.
134. **Truckenbrodt, E.;** Fluid Mechanik, 2 vol., Springer, Berlin, 1980.

135. **Velescu, C.;** Unele considerații teoretice asupra lagărelor axiale autoportante cu canale spirale. Conferința Națională de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara. 15-17 noiembrie, 1990, Vol. 2, p. 116-122.
136. **Velescu, C.;** Influența parametrilor geometrici și funcționali asupra performanțelor lagărelor axiale autoportante cu canale spirale. Conferința Națională de Mașini hidraulice și Hidrodinamică, Timișoara. 15-17 noiembrie, 1990, Vol. 2, p. 123-130.
137. **Velescu, C.;** Determinarea distribuției de presiuni în lagărele axiale autoportante cu canale înclinate. Sesiunea de Comunicări tehnico-științifice. Universitatea "Eftimie Murgu", Reșița. 22-23 octombrie, 1993.
138. **Velescu, C.;** Influența geometriei lagărelor axiale autoportante cu canale înclinate asupra efectului de autopompăre. Sesiunea de Comunicări tehnico-științifice. Universitatea "Eftimie Murgu", Reșița. 22-23 octombrie, 1993.
139. **Velescu, C.;** Studiul caracteristicilor de funcționare ale lagărelor axiale autoportante cu canale înclinate. Sesiunea de Comunicări tehnico-științifice. Universitatea "Eftimie Murgu", Reșița. 22-23 octombrie, 1993.
140. **Velescu, C.;** Calculul caracteristicilor de funcționare ale lagărelor axiale autoportante cu canale înclinate. Sesiunea de Comunicări tehnico-științifice. Universitatea "Eftimie Murgu", Reșița. 22-23 octombrie, 1993.

141. **Velescu, C.;** Determinarea curbelor caracteristice teoretice ale lagărelor axiale autoportante cu canale înclinate. Sesiunea de Comunicări tehnico-științifice. Universitatea "Eftimie Murgu", Reșița. 22+23 octombrie, 1993.
142. **Velescu, C.;** Mașini vâsco - inerțiale ale fluidelor în lagărele axiale autoportante cu mișcare de rotație și suprafețe paralele, (evaporabile). Sesiunea de Comunicări științifice. Institutul de Marină Civilă, Constanța. 29+30 octombrie, 1993.
143. **Velescu, C.;** Mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale de rotație cu considerarea forțelor de inerție. Sesiunea de Comunicări științifice. Universitatea din Oradea. 27+28 mai, 1994.
144. **Velescu, C.;** Mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele axiale de translație cu considerarea forțelor de inerție. Sesiunea de Comunicări științifice. Universitatea din Oradea. 27+28 mai, 1994.
145. **Velescu, C.;** Mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele radial-axiale sferice cu considerarea forțelor de inerție. Sesiunea de Comunicări științifice. Universitatea din Oradea. 27+28 mai, 1994.
146. **Velescu, C.;** Mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele radiale cilindrice cu considerarea forțelor de inerție. Sesiunea de Comunicări științifice. Universitatea din Oradea. 27+28 mai, 1994.
147. **Velescu, C.;** Mișcarea fluidelor vâscoase incompresibile în lagărele radial-axiale conice cu considerarea forțelor de inerție. Sesiunea de Comunicări științifice. Universitatea din Oradea. 27+28 mai, 1994.
148. **Velescu, C.;** Efectele vâsco - inerțiale și termice în lagărele cu alunecare autoportante radiale cilindrice. Sesiunea Aniversară de Comunicări științifice. Universitatea "Politehnica" din Timișoara, Facultatea de Inginerie Hidroaerodinamică. 12+13 octombrie, 1995. Vol.IV, p. 32+47.
149. **Velescu, C.;** Efectele vâsco - inerțiale și termice în lagărele cu alunecare autoportante axiale de rotație. Sesiunea Aniversară de Comunicări științifice. Universitatea "Politehnica" din Timișoara, Facultatea de Inginerie Hidroaerodinamică. 12+13 octombrie, 1995. Vol.IV, p. 47+61.
150. **Velescu, C., Bărglăzan, M.;** Măsurări hidraulice și pneumatice. Diafragme, Ajutaje, Tuburi Venturi. Îndrumător de proiectare. Ediția I-a. Litografia U. T. Timișoara, 1995.
151. **Velescu, C.;** Efectele vâsco - inerțiale și termice în lagărele cu alunecare autoportante axiale de translație. Sesiunea Jubiliară "Un sfert de veac de la fondarea învățământului superior la Reșița." Universitatea "Eftimie Murgu", din Reșița. 25+26 octombrie, 1996.
152. **Velescu, C.;** Theoretically Remarks on the Thermal and Visco-Inertial Effects in the Self-Acting Sliding Conically Radially-Thrust Bearings. International Symposium on Fluid Machinery and Fluid Engineering (ISFMFE), September 9+12, 1996. Beijing, P. R. China.
153. **Velescu, C.;** Considerații teoretice asupra efectelor vâsco-inerțiale și termice în lagărele cu alunecare autoportante radial-axiale sferice. Sesiunea Jubiliară "Un sfert de veac de la fondarea învățământului superior la Reșița." Universitatea "Eftimie Murgu", din Reșița. 25+26 octombrie, 1996.

154. **Velescu, C.;** Theoretically remarks on the stationary and homocore movement of the viscous fluids in the self-acting thrust bearings with spiral grooves, working in turbulent regimes. 8th International Conference, CMEM 97, Computational Methods and Experimental Measurements. 21-23 May, 1997. Rhodes, Greece.
155. **Velescu, C.;** Studiul actual al rezolvării problemei mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante. Referatul nr. 1 pentru doctorat. Universitatea Tehnică Timișoara, Facultatea de mecanică, Catedra de Mașini hidraulice. Timișoara, Februarie, 1995.
156. **Velescu, C.;** Soluții analitice și numerice în rezolvarea problemei mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale. Referatul nr. 2 pentru doctorat. Universitatea "Politehnica" din Timișoara, Facultatea de mecanică, Catedra de Mașini hidraulice. Timișoara, Mar, 1997.
157. **Velescu, C.;** Studiul și proiectarea instalației pentru cercetarea experimentală a mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale. Referatul nr. 3 pentru doctorat. Universitatea "Politehnica" din Timișoara, Facultatea de mecanică, Catedra de Mașini hidraulice. Timișoara, Mai, 1997.
- 157.1 **Velescu, C.;** The theoretical study of the stationary and homocore movement of the viscous fluids in the self-acting thrust bearings with spiral grooves and with inner pumping, working in laminar regimes. Buletinul Științific al Universității "Politehnica" din Timișoara. Tom (43)57, Seria Mecanică, pag. 77-86, 1998.
- 157.2 **Velescu, C.;** The theoretical study of the stationary and homocore movement of the viscous fluids in the self-acting thrust bearings with spiral grooves and with external pumping, working in laminar regimes. Buletinul Științific al Universității "Politehnica" din Timișoara. Tom (43)57, Seria Mecanică, pag. 87-96, 1998.
- 157.3 **Velescu, C.;** Ecuațiile diferențiale ale mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și mișcare de rotație, funcționând în regim laminar. Sesiunea Anuală de Comunicări Științifice: "35 de ani de învățământ superior continuu la Oradea". "200 de ani de la înființarea învățământului superior la Oradea". 28-30 mai, 1998.
- 157.4 **Velescu, C.;** Ecuațiile diferențiale ale mișcării fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și mișcare de rotație, funcționând în regim turbulent. Sesiunea Anuală de Comunicări Științifice: "35 de ani de învățământ superior continuu la Oradea". "200 de ani de la înființarea învățământului superior la Oradea". 28-30 mai, 1998.
- 157.5 **Velescu, C.;** Saltul de presiune în mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompă interioară, funcționând în regim turbulent. Sesiunea Anuală de Comunicări Științifice: "35 de ani de învățământ superior continuu la Oradea". "200 de ani de la înființarea învățământului superior la Oradea". 28-30 mai, 1998.

- 157.6 **Velescu, C.;** Saltul de presiune în mișcarea fluidelor vâscoase în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare exterioară, funcționând în regim turbulent. Sesiunea Anuală de Comunicări Științifice: "35 de ani de învățământ superior continuu la Oradea". "200 de ani de la înființarea învățământului superior la Oradea". 28-30 mai, 1998.
- 157.7 **Velescu, C.;** Debitul de fluid, Q_m , în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare interioară, funcționând în regim turbulent. Sesiunea Anuală de Comunicări Științifice. "35 de ani de învățământ superior continuu la Oradea". "200 de ani de la înființarea învățământului superior la Oradea" 28-30 mai, 1998.
- 157.8 **Velescu, C.;** Debitul de fluid, Q_m , în lagărele axiale autoportante cu canale spirale și cu pompare exterioară, funcționând în regim turbulent. Sesiunea Anuală de Comunicări Științifice: "35 de ani de învățământ superior continuu la Oradea". "200 de ani de la înființarea învățământului superior la Oradea" 28-30 mai, 1998.
- 157.9 **Velescu, C.;** Theoretical remarks on the stationary and homocore movement of the viscous fluids in the self-acting thrust bearings with spiral grooves working in laminar regimes. Seventh International Conference on Hydraulic Engineering Software, HYDROSOFI 98, 16-18 September, 1998, Como, Italy.
158. **Verba, A., Szabó, Á.;** Typical Characteristics of Radial-Flow Pumps Depending on Size of Clearance Between Rotating Cascade of ulic Machines, Technical University, Budapest. January, 1959, pp. 323-347.
159. **Vohr, H. John, Chow, C. Y.;** Theoretical Analysis of Spiral-Grooved Screw Seal For Turbulent Operation. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 91, Number 4, October, 1969.
160. **Vohr, J. H., and Chow, C. Y.;** Characteristics of Herringbone-Grooved, Gas-Lubricated Journal Bearings. Journal of Basic Engineering, Trans. ASME, Series D, Volume 87, Number 3, September, 1965, pp. 568-578.
161. **Vohr, J.H. and Chow, C. Y.;** Analyses of Spiral Grooved, Floating Ring, Journal Bearing Operating in the Turbulent Regime, MTI Technical report MTI 68 TR 16. Prepared for Wright Patterson Air Force Base Under Contract AF 33(615)-3238.
162. **Vohr, J.H.;** An Experimental Study of Taylor Vortices and Turbulence in Flow Between Eccentric Rotating Cylinders. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 1, January, 1968, pp. 285-296.
163. **Vohr, J.H., and Pan, C. H. T.;** On the Spiral-Grooved Self-Acting, Gas-Bearing, MTI Report No. 63TR52, Office of Naval Research. January, 1964.
164. **Voinea, P.R., Voiculescu, D., Florian, P. S.;** Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie. Editura Academiei Române, București, 1989.
165. **Vraciu, G., Popa, A.;** Metode numerice cu aplicații în tehnica de calcul. Vol. I. Editura "Serisul Românesc", Craiova, 1982.

- 165.1 **Vialettes, J.M.;** Les bancs d'essais de paliers de la der. EDF-DER, Electricité de France, Janvier, 1997.
- 165.2 **Vialettes, J.M., Kozanecki, Z., Kozanecka, D.;** Paliers a gas. Technologies et applications industrielles. EDF-DER, Electricité de France, Janvier, 1997.
166. **Wachmann, C., Malanoski, S. B., Vohr J. II.;** Thermal Distortion of Spiral-Grooved Gas-Lubricated Thrust Bearings. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 93, Number 1, January, 1971.
167. **Walowit, J. A., Anno, H. N.;** Modern developments in lubrication mechanics, Applied Sci. Publishers, London, 1975.
168. **Wilcock, D. F., Booser, R. E.;** Bearing design and application, Mc Graw Hill Book Co., New York, 1957.
169. **Whipple, R. T. P.;** Theory of the Spiral Thrust Bearing With Liquid or Gas Lubricant, AERE T/R, 1951, Herringbone Pattern Thrust Bearings. AERE T/M 29, 1949.
170. **Whipple, R. T. P.;** Herringbone Pattern Thrust Bearing. Atomic Energy Research Establishment, Harwell, Berkshire, England, TIM 29, 1951.
171. **Whiteman, J. R.;** The mathematics of finite elements and applications, Academic Press, New York, 1973.
172. **Wildmann, M.;** On the Behavior of Grooved Plate Thrust Bearings With Compressible Lubricant. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 90, Number 1, January, 1968.
173. **Wildmann, M.;** Grooved Plate Gas Lubricated Thrust Bearings With Special Reference to the Spiral Groove Bearing. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 64, Number 4, October, 1964.
174. **Woodhead, R. W., and Kettleborough, C. F.;** Solution of Navier - Stokes Equations for the Non-Linear Hydrodynamic Slider by Matrix Algebra Methods. Journal of Mechanical Engineering Science, Volume5, Number 2, 1963.
175. **Zienkiewicz, O. C.;** The finite element method in structural and continuum mechanics, McGraw Hill Book Co., New York, 1967.
176. **Zweig, J. E., Sneck, H. J.;** Two-Fluid Flow Between Rotating Annular Disks. Journal of Lubrication Technology, Trans. ASME, Series F, Volume 98, Number 2, April, 1976.
177. *****STAS 6526-90.;** Manometre diferențiale cu tub în formă de U. Condiții tehnice generale de calitate, (M-SR 10/86).
178. *****STAS 7347/4-74.;** Legături între elementul primar și secundar ale

mijloacelor de măsurare.

179. *****Standarde de stat pentru materiale:** STAS 886-68; STAS 568-75; STAS 6071-82; STAS 569-70; STAS 600-74; STAS 1773-76; STAS 500/1-68; STAS 500 2-68; (STAS 2880-84); STAS 500-68; STAS 880-88; STAS 1350-67; STAS 791-88; (STAS 2880-75); STAS 3583-80; STAS 197/1-80; STAS 197/2-83; STAS 198/1-80; STAS 95-90; STAS 201/2-80; ș.a.;