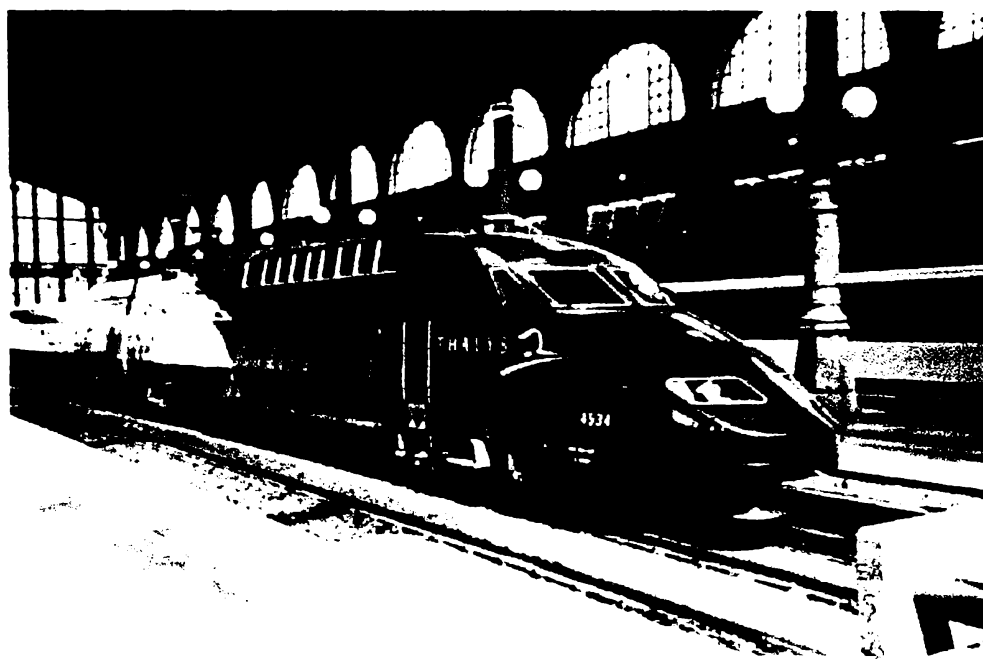


MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA  
FACULTATEA DE MECANICĂ

*ING. LIVIU SEVASTIAN BOCÎI*

## **TEZA DE DOCTORAT**

CONTRIBUȚII LA FRÂNAREA VAGOANELOR  
DE CĂLĂTORI DE MARE VITEZĂ



CONDUCĂTOR ȘTIINȚIFIC: **PROF.DR.ING. VASILE HOANCĂ**

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

**1997**

## **PREFAȚĂ**

*Frânarea vehiculelor feroviare de mare viteză este un domeniu vast de cercetare datorită multitudinii și diversității fenomenelor care apar în acest regim. Principalele sisteme de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză sunt sistemul mecanic și sistemul electric.*

*În lucrarea de față se prezintă un studiu teoretic și experimental asupra frânării de la viteze mari, accentuând asupra coeficientului de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare și asupra temperaturii elementelor cuplelor de frecare sabot - roată și garnitură de frecare - disc de frână.*

*Rezultatele obținute pot fi valorificate și diversificate atât de către viitorii cercetători în domeniu cât și de fabricanții de vehicule feroviare de mare viteză.*

*Alegerea subiectului tezei de doctorat o datorez distinșilor mei profesori de la Catedra de Material Rulant de Cale Ferată din cadrul Facultății de Mecanică a Universității "Politehnica" din Timișoara.*

*Lucrarea a fost realizată sub îndrumarea permanentă, de înaltă ținută științifică a domnului Prof. Dr. Ing. Vasile Hoancă.*

*Pentru înțelegerea și răbdarea cu care m-a sfătuit și m-a îndrumat pe parcursul elaborării tezei îi acord întreg respectul meu, sincere mulțumiri și aleasă considerație.*

*Gândurile mele de mulțumire se îndreaptă, de asemenea, spre domnii Prof. Dr. Ing. Mircea Corneliu Dungan, șeful Catedrei de Material Rulant de Cale Ferată din cadrul Facultății de Mecanică a Universității "Politehnica" Timișoara și Prof. Dr. Ing. Ioan Sebeșan, șeful Catedrei de Material Rulant de Cale Ferată din cadrul Facultății de Transporturi a Universității "Politehnica" București, care, cu o deosebită bunăvoință, mi-au fost întotdeauna buni sfătuitori, împărtășindu-mi din vasta lor experiență.*

*De asemenea mulțumesc domnilor Dr. Ing. Dumitru Mihăilescu, Ing. Lie I., Ing. Mircea Roman (Regia Autonomă "Registrul Feroviar Român" București) și Ing. Ioan Velescu (ICPV Arad) pentru ajutorul și prețioasele îndrumări acordate la efectuarea încercărilor experimentale.*

*Mulțumesc pe această cale colegilor spanioli Prof. Dr. Ernesto García Vadillo, Prof. Dr. Rafael Aviles Gonzales, Prof. Dr. José Ignacio Llorente care pe perioada specializării mele în cadrul Departamentului de Inginerie Mecanică al Universității din Bilbao (Universidad del País Vasco) mi-au acordat tot sprijinul pentru realizarea programului de cercetare în domeniul frânării vehiculelor feroviare de mare viteză.*

*Gândurile mele de recunoștință se îndreaptă spre toți Dascălii mei care m-au format ca specialist îndrumându-mi pașii spre un domeniu atât de interesant al tehnicii.*

*Pentru înțelegerea arătată pe perioada elaborării tezei mulțumesc fiului meu Mihai Alexandru și părinților mei.*

**Ing. Liviu Sevastian Bocii**

## CUPRINS

1.INTRODUCERE.....	1
1.1. Trenuri de mare viteză.....	1
1.2. Rețele feroviare de mare viteză.....	6
2.SISTEME DE FRÂNARE UTILIZATE PE VEHICULELE FERROVIARE DE MARE VITEZĂ.....	9
2.1. Definirea unui sistem de frânare.....	9
2.2. Funcțiile unui sistem de frânare.....	9
2.3. Clasificarea sistemelor de frânare.....	10
2.4. Condițiile impuse sistemelor de frânare ale vehiculelor feroviare de mare viteză.....	11
2.5. Soluții constructive ale frânelor vehiculelor feroviare de mare viteză.....	12
2.5.1. Sistemele de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză.....	12
2.5.1.1. Frâna cu saboți.....	14
2.5.1.2. Frâna electromagnetă pe șină.....	19
2.5.1.3. Frâna cu disc.....	23
2.6. Dispozitive complementare sistemelor de frânare de la viteze mari.....	35
2.7. Analiza comparativă a soluțiilor constructive de frâne aplicate la vehiculele feroviare de mare viteză.....	42
2.8. Concluzii.....	51
3.CALCULUL ENERGIEI DISIPATE LA FRÂNAREA VAGOANELOR DE CĂLĂTORI DE MARE VITEZĂ.....	54
3.1. Generalități.....	54
3.2. Determinarea energiei disipate la frânarea de oprire cu ajutorul frânei cu saboți.....	57
3.3. Calculul puterii de frânare.....	63
3.4. Calculul energiei disipate la frânarea de oprire cu ajutorul frânei cu disc.....	69

3.5. Calculul puterii de frânare în cazul frânării de oprire cu ajutorul frânei cu disc.....	74
4.DETERMINAREA TEMPERATURII ELEMENTELOR CUPLELOR DE FRECARĂ ÎN CAZUL FRÂNĂRII DE OPRIRE.....	78
4.1. Determinarea temperaturii elementelor cuplei de frecare sabot-roată.....	78
4.1.1. Stabilirea ecuației căldurii (Fourier) pentru frânarea de oprire.....	78
4.1.2. Rezolvarea ecuației lui Fourier în cazul frânării de oprire.....	80
4.1.3. Variația temperaturii în timpul răcirii.....	90
4.1.4. Repartiția căldurii pe sabot și pe roată.....	93
4.1.5. Formule de calcul ale temperaturii utilizate în program.....	94
4.1.6. Programul de calcul.....	97
4.1.7. Interpretarea rezultatelor.....	98
4.1.8. Concluzii.....	99
4.2. Determinarea temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare garnitura de frecare - disc de frână.....	107
4.2.1. Determinarea temperaturii suprafeței de frecare prin metoda lui Hasselgruber.....	107
4.2.2. Analiza critică a metodei lui Hasselgruber.....	137
4.2.3. Determinarea temperaturii suprafeței a elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc.....	137
4.2.3.1. Variația proprietăților fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare disc de frână-garnitura de frecare.....	138
4.2.3.2. Influența variației cu temperatura a proprietăților fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc.....	145
4.2.3.3. Determinarea temperaturii medii a suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc.....	147
5.ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE.....	161
5.1. Determinarea experimentală a coeficientului de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare.....	161

5.1.1. Prelucrarea și interpretarea rezultatelor.....	163
5.2. Determinarea experimentală a temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână.....	170
5.2.1. Standul pentru încercarea frânei cu saboți și frânei cu disc.....	170
5.2.2. Desfășurarea încercărilor.....	172
5.2.3. Rezultate experimentale obținute și concluzii.....	174
6.CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII .....	178
6.1. Concluzii .....	178
6.2. Contribuții .....	182
BIBLIOGRAFIE.....	184
ANEXE (4.1, 4.2, 5.1, ..., 5.9)	

# 1. INTRODUCERE

## 1.1 Trenuri de mare viteză

Unul dintre principalele obiective ale unei administrații de cale ferată este mărirea vitezelor de circulație ale trenurilor, în special ale celor de călători, astfel încât călătoria să aibă o durată minimă, un confort sporit și să se facă în condiții foarte bune de siguranța circulației.

Dezvoltarea sistemelor de tracțiune și frânare precum și perfecționarea celor existente au permis realizarea acestui obiectiv, de către unele administrații de cale ferată (SNCF, JR, RENFE, DB, BR, SJ, FS), iar într-un viitor apropiat și de către SNCFR.

Preocupări privind mărirea vitezei de circulație au existat, pe plan mondial, încă din 1829 când locomotiva *ROCKET (La Fusée)* proiectată și executată de Stephenson a atins viteza de 85 km/h depășind astfel viteza de 47 km/h considerată mare la acea vreme.

La 11 iulie 1846 locomotiva *Great Western*, remorcând un tren de 45 tone, a stabilit recordul de 108 km/h pe secția de remorcare Londra - Didcot (Anglia).

La 20 iunie 1890 o locomotivă *Crampton (Crampton 604)* stabilește, între localitățile franceze Laroche și Montereau, un record de viteză atingând 144 km/h cu o sarcină remorcată de 157 tone.

Acest ultim record a fost depășit la 27 august 1891, în S.U.A., de către o locomotivă a societății "Philadelphia and Reading", care a circulat cu o viteză de 146 km/h remorcând un tren de 137 tone. În luna decembrie a aceluiași an (1891) o locomotivă a companiei "Central Railroad" din New Jersey atinge 156 km/h, iar în 1893 la 9 mai locomotiva nr. 299 a companiei "New York Central", remorcând un tren de 164 tone, realizează o viteză de 165 km/h.

Apariția unui nou sistem de tracțiune, și anume sistemul electric, a favorizat depășirea vitezei de 200 km/h. Astfel, la 18 octombrie 1903, o ramă electrică a atins, pe o cale de încercare militară situată între localitățile germane Marienfeld și Zossen, viteza de 210 km/h.

Replica celorlalte sisteme de tracțiune nu a întârziat să apară, astfel la 3 iulie 1938 locomotiva cu abur *Pacific Mallard* atinge viteza de 202 km/h remorcând un tren de 244 tone, această viteză reprezentând recordul mondial pentru tracțiunea cu abur.

La 23 iunie 1939 pe linia Berlin - Hamburg un automotor diesel a atins viteza de 215 km/h care a rezistat datorită întreruperii cercetărilor și experimentărilor cauzate de cel de-al doilea război mondial.

La 18 ianuarie 1944 a avut loc un eveniment de o mare semnificație pentru căile ferate spaniole și anume punerea în circulație a trenului *Talgo I* (tren articulad ligero Goicoechea Oriol) care a atins viteza de 135 km/h, inferioară recordului din acea perioadă dar care a constituit model pentru proiectanții și constructorii de trenuri de mare viteză datorită soluțiilor sale constructive.

De atunci și până în zilele noastre s-au proiectat și construit încă patru tipuri de *Talgo* (*Talgo II*, *Talgo III*, *Talgo RD*, *Talgo Pendular*) fiecare dintre aceste soluții tehnice aducând perfecționări primului model.

După al doilea război mondial, la 21 februarie 1954, s-a realizat corectarea recordului de viteză stabilit în 1939 (215 km/h), între localitățile Dijon și Beaune, de către un tren remorcat de locomotiva *CC 7121* a S.N.C.F., care a atins viteza de 243 km/h. Acesta a fost corectat la 29 martie 1955 de către un tren de călători remorcat de locomotiva *BB 9004* a S.N.C.F care a circulat cu o viteză de 331 km/h, între localitățile franceze Lamothe-Morcenx, cea mai mare realizare mondială în domeniul vitezei pentru sistemul roată-șină până la acea vreme.

Acest record avea să fie corectat tot de către S.N.C.F, prin apariția *TGV* (le train de grande vitessé) , la 26 februarie 1981 când s-a atins viteza de 380 km/h, marea viteză feroviară luând amploare în Europa circulându-se în acea perioadă cu viteza comercială de 200 km/h (JR, S.N.C.F, DB).

În tabelul 1.1 se prezintă principalele trenuri de mare viteză din lume care au circulat până în 1984, unele dintre ele continuând să circule și în prezent.

Tabelul 1.1

Nr. crt.	Țara (Adm. C.F)	Viteza maximă [km/h]	Trenul de mare viteză [nr./relație]	Relația pe care circulă	Distanța [km]	Durata [min]	Viteza pe relație [km/h]
1.	Franța (S.N.C.F)	270	4TGV	Paris - Maçon	363,2	101	215,8
			2TGV	Lyon Part Dieu - Paris	426,9	120	213,5
			1TGV	Paris - Maçon	363,2	103	211,6
			3TGV	Paris - Le Creusot	303,0	86	211,4
			3TGV	Paris - Lyon Part Dieu	426,3	120	213,2
			3TGV	Paris - Lyon Part Dieu	426,3	122	209,6
			5TGV	Maçon - Paris	363,8	105	207,9
			1TGV	Paris - Le Creusot	303,0	88	206,6
			9TGV	Lyon Part Dieu - Paris	426,9	124	206,6
			4TGV	Paris - Lyon Part Dieu	426,3	124	206,3
			4TGV	Le Creusot - Paris	303,6	89	204,7
			1TGV	Paris - Lyon Part Dieu	426,3	125	204,6
			1TGV	Paris - Montbard	223,0	66	202,7
2.	Japonia (JR)	210	1Hikari	Nagoya - Yokohama	316,5	105	180,9
			1Hikari	Nagoya - Odawara	265,3	89	178,8
			1Hikari	Nagoya - Shizouka	174,6	59	177,5
			1Hikari	Yokohama - Nagoya	316,5	107	177,5
			1Hikari	Odawara - Nagoya	265,3	90	176,9
			1Hikari	Shizouka - Nagoya	174,6	61	171,7
			2Hikari	Yokohama - Shizouka	141,9	50	170,3
			99Hikari	Tokyo - Nagoya	342,0	121	170,0
3.	Marea Britanie (B.R)	200	2HST	Peterborough - Stevenage	78,6	29	162,6
			1HST	Swindon - Reading	66,6	25	159,8
			5HST	Londra - Newark	193,4	73	158,9
			2HST	Doncaster - Londra	151,2	95	158,6
			1HST	Londra - Bristol Park	179,8	68	158,6
			22HST	Londra - Reading	57,8	22	157,7
			5HST	Doncaster - Grantham	81,3	31	157,3
			5HST	Londra - Doncaster	251,2	96	157,0
			4HST	Londra - Grantham	169,9	65	156,8
			1HST	Newark - Londra	193,4	74	156,8
			1HST	Londra - Bristol Park	179,8	69	156,3
			1HST	Reading - Bristol Park	122,2	47	156,0
4.	Germania (D.B)	200	6 trenuri	Hamm - Bielefeld	67,1	26	154,8
			4 trenuri	Uelzen - Celle	52,3	21	149,4
			11trenuri	Dortmund - Bielefeld	98,2	40	147,7
			2 trenuri	Celle - Uelzen	52,3	22	142,5
			6 trenuri	Freiburg - Baden Baden	102,9	44	140,3
			11trenuri	Bielefeld - Dortmund	98,2	42	140,3



Continuare tabel 1.1

Nr. crt.	Țara (Adm. C.F)	Viteza maximă [km/h]	Trenul de mare viteză [nr./relație]	Relația pe care circulă	Distanța [km]	Durata [min]	Viteza pe relație [km/h]
5.	S.U.A	195	9 trenuri	Wilmington - Baltimore	110,1	41	161,1
			11 trenuri	Wilmington - Baltimore	110,1	45	146,8
			5 trenuri	Wilmington - Baltimore	110,1	46	143,6
			3 trenuri	Albany - Hudson	45,1	19	142,4
			2 trenuri	Metro Park - Trenton	54,6	23	142,4
			1 tren	Wilmington - Aberdeen	61,7	26	142,4
			12 trenuri	Newark - Philadelphia	129,6	55	141,4
			5 trenuri	Wilmington - Baltimore	110,1	47	140,4
6.	Italia (F.S)	180	2 trenuri	Roma - Chiusi	148,0	66	134,5
			1 tren	Roma - Chiusi	148,0	67	132,5
			1 tren	Chiusi - Roma	148,0	71	125,0
			1 tren	Chiusi - Roma	148,0	72	123,3
			1 tren	Milano - Bologna	218,2	107	122,3
			1 tren	Parma - Bologna	89,7	44	122,3
7.	Canada	155	Exec	Brockville - Kingston	81,3	36	135,5
			York	Cornwall - Kingston	174,1	78	133,9
			Renaissance	Dorval - Kingston	267,0	120	133,5
			3 trenuri	Guildwood - Kingston	233,6	105	133,4
			Meridian	Cornwall - Kingston	174,1	79	132,1
			Exec	Kingston - Guildwood	233,6	107	131,0
			2 trenuri	Kingston - Dorval	267,0	123	130,2

Recordul de viteză stabilit în 1981 ( 380 km/h ) de către S.N.C.F cu *TGV* circulând ca o ramă de tip închis (L+8V+L) a fost "pus în pericol" de către alte administrații de cale ferată (DB, JR, RENFE). Astfel la 1 mai 1988 între Fulda și Würzburg trenul de mare viteză german *ICE* (Inter City Expres) a atins viteza de 406,9 km/h. Acest record a fost corectat de către rama 325 a *TGV - Atlantique* care la 18 mai 1990 a atins viteza de 515,3 km/h pe linia Paris - Tours.

Vitezele obținute de alte administrații de cale ferată din 1990 până în prezent au fost inferioare recordului mondial stabilit de S.N.C.F. pentru sistemul roată - șină, dar totuși semnificative. Astfel la 24 mai 1991 trenul de mare viteză italian *ETR X500* atinge o viteză de 319 km/h pe linia de mare viteză ce face legătura între Roma și Milano (Direttissima).






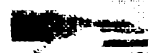
Recordul actual de viteză japonez a fost atins la 8 august 1992 de către trenul experimental de mare viteză *WIN 350* al JR East care a circulat cu o viteză de 350,4 km/h.

Recordul spaniol de viteză a fost stabilit la 23 aprilie 1993 de trenul de mare viteză *AVE* (Alta Velocidad Española) care a circulat cu o viteză de 356,8 km/h, și poate fi considerat record mondial de viteză întrucât rama *AVE* nr.15 nu era experimentală ci în componere completă pentru exploatare.






Dintr-o colaborare a trei administrații de cale ferată (S.N.C.F, BR,S.N.C.B) a luat naștere, pentru deservirea Eurotunelului, vehiculul de mare viteză *Eurostar*, care din 1994 într-o componere L+18V+L parcurge distanța Paris - Londra în trei ore și Bruxelles - Londra în trei ore și 15 minute într-un confort optim și condiții elevate de siguranța circulației.

În tabelul 1.2 se prezintă principalele trenuri de mare viteză care circulă pe rețelele feroviare de mare viteză din lume.

**Tabelul 1.2**

Nr. Crt	Trenul de mare viteză	Anul intrării în serviciu	Compunere	Viteza maximă	Administrația de cale ferată deținătoare	Număr de rame	Număr de locuri pe ramă
1	TGV-PSE 	1981	L+8V+L	270 km/h	SNCF	108	368
2	TGV-Atlantique 	1989	L+10V+L	300 km/h	SNCF	105	485
3	IC 225 	1989	L+8/9V Mark IV +V DVT cu cabină de conducere	225 km/h	BR	31	550
4	X 2000 	1990	L+ 4V+V cu cabină de conducere	220 km/h	SJ	20	198
5	ICE 	1991	L+13V+L	280 km/h	DB	60	615
6	TGV-R 	1992	L+8V+L	300 km/h	SNCF	50	375

Continuare tabel 1.2

Nr. Crt	Trenul de mare viteză	Anul intrării în serviciu	Compunere	Viteza maximă	Administrația de cale ferată deținătoare	Număr de rame	Număr de locuri pe ramă
7	AVE 	1992	L+8V+L	300 km/h	RENFE	16	329
8	EUROSTAR 	1994	L+18V+L	300 km/h	SNCF, BR, SNCB	38	794
9	WIN 350 	1994	L+6V+L	350 km/h	JR	-	-
10	ETR 450 PENDOLINO 	1994	L+9V+L	250 km/h	FS	15	396
11	ETR 500 	1995	L+11V+L	300 km/h	FS	2	590
12	VFT	1996	-	350 km/h	Australia	-	-

## 1.2 Rețele feroviare de mare viteză

Prima rețea feroviară de mare viteză din lume s-a construit în Japonia în anul 1964 când pe un tronson de 515 km s-a circulat cu o viteză de 210 km/h, între localitățile Tokyo și Osaka. Puțin timp după aceea s-a deschis tronsonul Tokyo - Kobe pe care s-a circulat cu aceeași viteză.

În 1981 Franța a fost prima țară din Europa care dispunea de o rețea de mare viteză în partea de sud - est a teritoriului.

În lume, la ora actuală, se circulă cu viteze mari și chiar foarte mari ( $V > 200$  km/h) pe rețele de cale ferată special amenajate de aproximativ 12000 km lungime dintre care 2400 km nou construită.

În tabelul 1.3 se prezintă lungimile rețelelor feroviare pe care se poate circula cu o viteză mai mare de 250 km/h.

**Tabelul 1.3**

Nr. crt.	Administrația de cale ferată (țara)	Lungimea rețelei [km]
1.	J.R (Japonia)	2000
2.	S.N.C.F (Franța)	1232
3.	R.E.N.F.E (Spania)	471
4.	D.B (Germania)	427
5.	F.S (Italia)	262

În tabelul 1.4 se prezintă lungimile rețelelor feroviare din lume pe care se circulă cu viteze inferioare vitezei de 250 km/h.

**Tabelul 1.4**

Nr. crt.	Administrația de cale ferată (țara)	Lungimea rețelei [km]
1.	S.N.C.F (Franța)	4268
2.	D.B (Germania)	1755
3.	F.S (Italia)	1682
4.	S.J (Suedia)	1089
5.	B.R (Marea Britanie)	777
6.	Ö.B.B (Austria)	700
7.	S.N.C.B (Belgia)	249
8.	EUROTUNEL	50

Deoarece mărirea vitezei de circulație impune îmbunătățirea sau chiar schimbarea totală a infra și suprastructurii căii de rulare, pentru realizarea unei rețele de mare viteză în țara noastră va trebui să se examineze strict rețeaua existentă trecându-se apoi la:

- perfecționarea liniilor existente pentru a permite circulația cu viteze de 200 km/h;
- construirea de linii noi specifice marilor viteze;
- construirea unor linii de conexiune care vor face legătura între cele prezentate mai sus.

## 2. SISTEME DE FRÂNARE UTILIZATE PE VEHICULELE FERROVIARE DE MARE VITEZĂ

### 2.1 Definirea unui sistem de frânare

**Sistemul de frânare** este principalul sistem care intervine între două stări energetice ale unui vehicul în mișcare modificând parametrii stării energetice inițiale (energia cinetică  $E_c$  și viteza  $V$ ).

La majoritatea sistemelor de frânare utilizate la vehiculele feroviare de mare viteză, energia cinetică pe care o posedă vehiculul la începutul frânării se transformă în lucru mecanic de deformare (elastică și plastică) și apoi în căldură. Efectul acestei transformări este creșterea temperaturii elementelor aflate în contact direct (de exemplu roată-sabot sau disc de frână-garnitură de frecare).

### 2.2 Funcțiile unui sistem de frânare

Modificarea stării energetice a unui vehicul feroviar este posibilă datorită funcțiilor principale ale unui sistem de frânare, prezentate în schema din figura următoare:

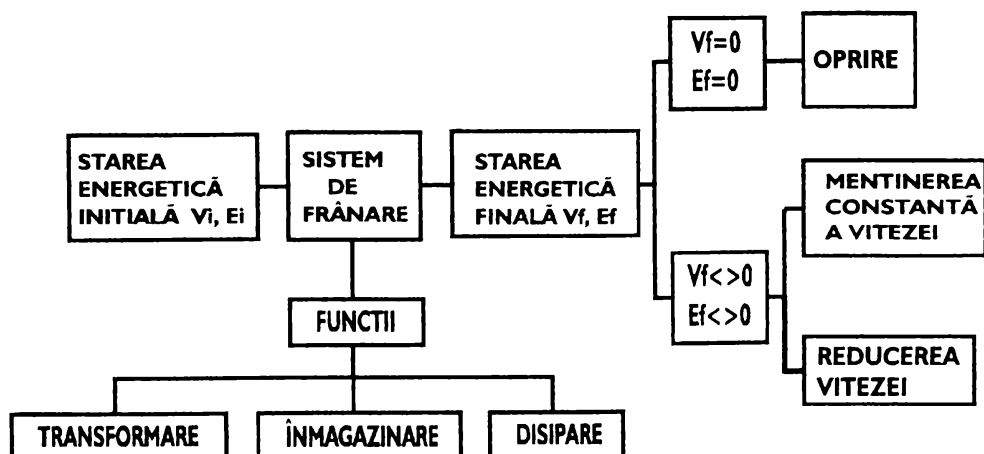


Figura 2.1

Din această schemă se observă că un sistem de frânare este elementul care modifică energia vehiculului din momentul în care intră în acțiune, fie până la anularea ei, cazul opririi, fie până la energia cinetică dată de viteza ce trebuie menținută constantă pe o pantă sau de viteza impusă pe o anumită secție de remorcare.

Principalele funcții ale unui sistem, de frânare sunt următoarele:

- funcția de transformare a energiei cinetice a vehiculului feroviar de mare viteză;
- funcția de înmagazinare a rezultatului transformării energiei cinetice (căldura);
- funcția de disipare a căldurii rezultate prin frecarea (uscată sau umedă) dintre elementele cuplei de frecare.

Aceste funcții pot fi îndeplinite fie de către un element al sistemului fie de către toate elementele.

## 2.3 Clasificarea sistemelor de frânare

Dacă se consideră rezistența totală la înaintarea trenului de mare viteză ca o frână continuă involuntară, în schema din figura 2.2 se prezintă o clasificare a sistemelor de frânare după criteriul fenomenului fizic care determină forța de frânare.

Dintre toate aceste sisteme de frânare, forța de frânare nu depinde de aderența roată-șină doar la frâna electromagnetică pe șină (sistemul mecanic de frânare), frâna cu curenți Foucault liniară și la frâna aerodinamică. De asemenea, se observă că toate sistemele de frânare prezentate în schema din figura 2.2, cu excepția frânei electrice recuperative, transformă în cele din urmă energia vehiculului în căldură care ridică temperatura elementelor aflate în contact direct.

Astfel, un criteriu pentru utilizarea unei frâne pe un vehicul feroviar de mare viteză este chiar **regimul termic** la care sunt supuse elementele cuplei de frecare în timpul frânării.

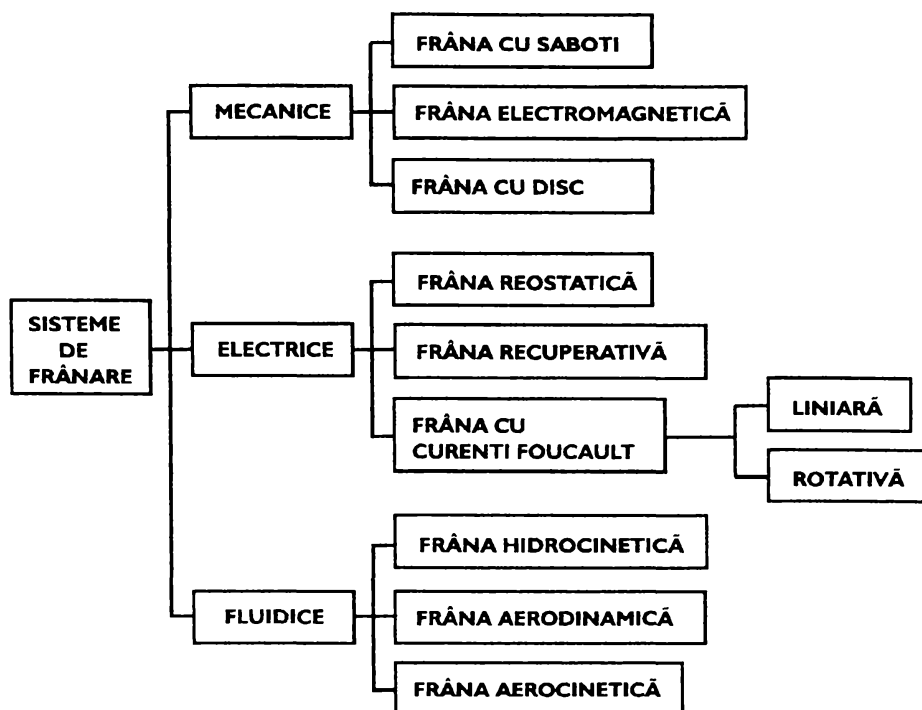


Figura 2.2

## 2.4 Condițiile impuse sistemelor de frânare ale vehiculelor feroviare de mare viteză

Principalele condiții care se impun sistemelor de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză sunt:

- simplitate din punct de vedere constructiv (gabarit, volum și greutate reduse);
- să asigure o frânare rapidă dar lină în limitele decelerațiilor admise;
- să asigure frânarea într-un spațiu de frânare cât mai redus;
- să prezinte o mare siguranță în funcționare;
- să necesite forțe reduse de acționare prin folosirea de echipamente compacte și ușoare;
- să excludă apariția fenomenului de autofrânare.



## **2.5 Soluții constructive ale frânelor vehiculelor feroviare de mare viteză**

Pentru a se putea frâna de la viteze mari și foarte mari, se utilizează sisteme de frânare a căror acțiune este dependentă de aderența roată-șină (de exemplu sistemul mecanic) împreună cu sisteme de frânare cu acțiunea independentă de aderență (sistemul electric).

Astfel se poate afirma că la vehiculele feroviare de mare viteză, combinarea sistemelor de frânare prezentate în schema din figura 2.2 este foarte importantă deoarece un singur sistem de frânare nu poate asigura o forță de frânare (limitată de aderență) necesară acoperirii întregii game de viteze cu care circulă aceste vehicule.

În ceea ce privește comanda sistemelor de frânare, în cazul vehiculelor feroviare de mare viteză s-a trecut la o comandă simplă prin acționarea unui singur organ de comandă (de exemplu un robinet special al mecanicului), intrarea în acțiune a frânelor (din sisteme diferite) putându-se face simultan sau consecutiv în timp.

În continuare se vor prezenta soluțiile constructive ale frânelor principalelor trenuri de mare viteză care circulă cu viteze  $V > 200$  km/h.

### **2.5.1 Sistemele de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză**

În tabelul 2.1 se prezintă sintetic sistemele de frânare ale principalelor trenuri de mare viteză din Europa. Din acest tabel se observă că principalele sisteme de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză sunt:

- sistemul mecanic;
- sistemul electric.

Tabelul 2.1

Nr. Crt	Trenul de mare viteză	Viteza maximă [km/h]	Sistem de frânare		
			Vehicul motor	Vehicule remorcate	Vehicule cu cabină de conducere
1	TGV-PSE	280	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (reostatică);</li> <li>• Frâna cu saboți (sinterizați).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (4 discuri pe osie, garnituri de frecare organice);</li> <li>• Frâna cu saboți.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (reostatică);</li> <li>• Frâna cu saboți sinterizați.*</li> </ul>
2	TGV-Atlantique	300	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (reostatică);</li> <li>• Frâna cu saboți (sinterizați).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (4 discuri pe osie, garnituri de frecare sinterizate);</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (reostatică);</li> <li>• Frâna cu saboți sinterizați.*</li> </ul>
3	ICE	280-300	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (2 discuri/osie, garnituri sinterizate).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (4 discuri pe osie, garnituri de frecare sinterizate);</li> <li>• Frâna electromagnetică pe șină.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (2 discuri/osie, garnituri sinterizate). *</li> </ul>
4	ICE-V	300-350	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (3 discuri/osie, garnituri sinterizate).</li> <li>• Frâna cu curenți Foucault.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (2 discuri pe osie, garnituri de frecare sinterizate);</li> <li>• Frâna electromagnetică pe șină.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (3 discuri/osie, garnituri sinterizate).</li> <li>• Frâna cu curenți Foucault. *</li> </ul>
5	ICE 2	280	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (2 discuri/osie, garnituri sinterizate).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (4 discuri pe osie, garnituri de frecare sinterizate);</li> <li>• Frâna electromagnetică pe șină. (dispusă numai pe un boghiu al fiecărui vagon).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (2 discuri/osie, garnituri sinterizate). *</li> </ul>
6	X2000	210	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna electrodinamică (recuperativă);</li> <li>• Frâna cu disc (disc de frână montat pe roată);</li> <li>• Frâna cu saboți (de staționare).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (2 discuri pe osie);</li> <li>• Frâna electromagnetică pe șină.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Frâna cu disc (2 discuri pe osie);</li> <li>• Frâna electromagnetică pe șină.</li> </ul>

\* = vagon motor.

În continuare se va face o prezentare detaliată a frânelor celor două sisteme care au dat rezultate foarte bune atât la încercări cât și în exploatare.

### 2.5.1.1 Frâna cu saboți

În cazul vehiculelor feroviare de mare viteză, frâna cu saboți este o frână suplimentară de staționare. Caracteristic frânei cu saboți (în majoritatea cazurilor confecționați din materiale nemetalice sinterizate) este eliminarea timoneriei clasice, dispusă sub întreg vehiculul, care pe lângă zgomotul produs mărea considerabil masa vehiculului, și înlocuirea acesteia prin blocuri compacte de frânare care deservesc o roată, formate din: cilindrul de frână, timonerie, regulator de timonerie, portsabotul cu atârănătorul său și conexiunea la frâna de mână. Aceste blocuri de frânare de masă redusă ( $m_b < 100$  kg) dezvoltă forțe de frânare cuprinse în intervalul (30 .. 100) kN.

Pentru a modifica forța de frânare există două posibilități și anume:

- modificarea raportului de amplificare al timoneriei;
- adoptarea unui alt diametru al cilindrului de frână.

În figura 2.3 se prezintă frâna cu saboți utilizată ca frână de staționare pe primele rame TGV :

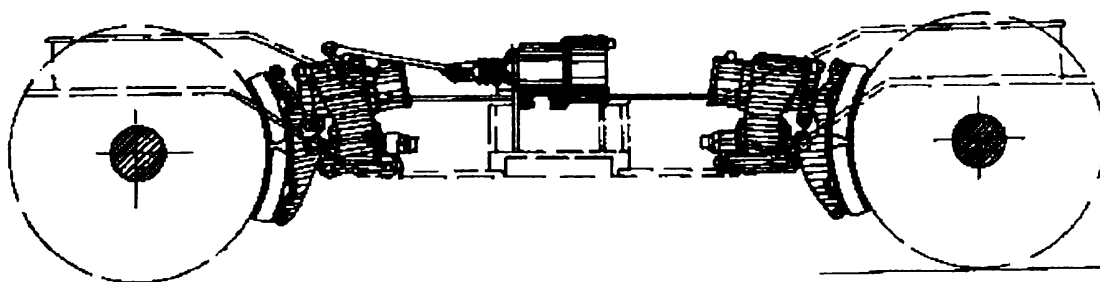
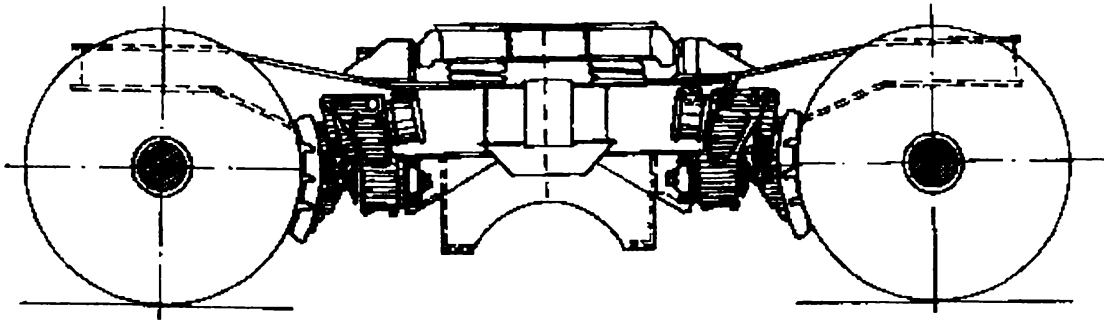


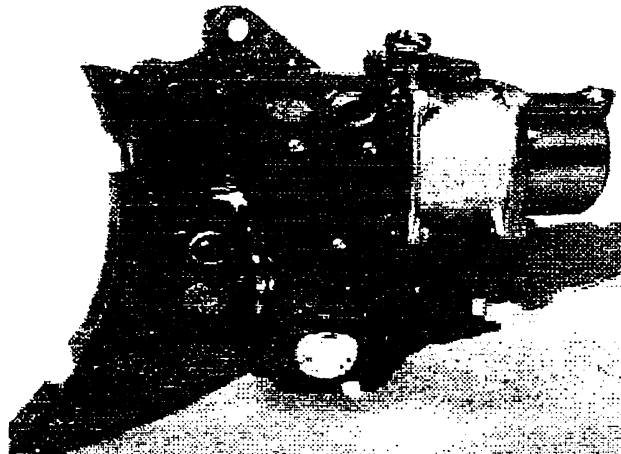
Figura 2.3

Blocurile de frânare au cunoscut o dezvoltare rapidă și o diversificare în funcție de caracteristicile vehiculului pe care se vor monta. Astfel în figura 2.4 se prezintă blocurile de frânare BF2 (fabricate de firma SAB) montate pe un boghiu al unui tren de mare viteză francez.



**Figura 2.4**

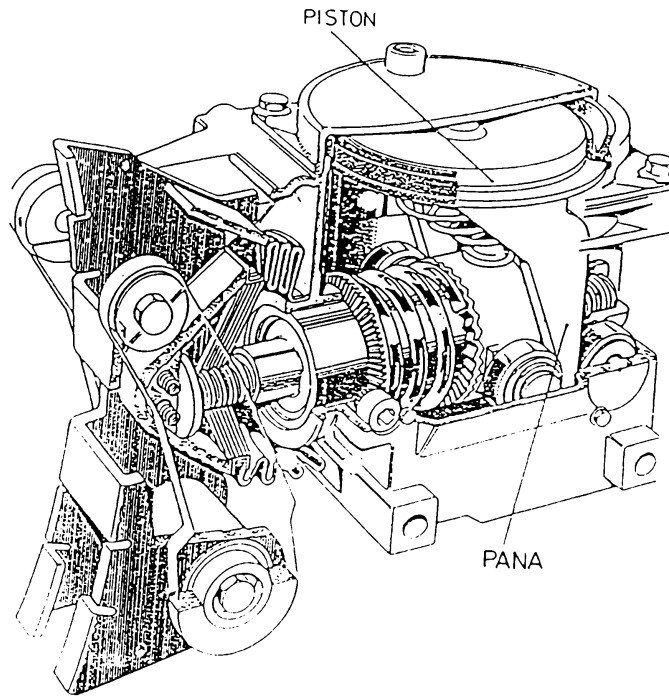
Aceste blocuri de frânare de tipul BF2, BF2L, BF2L-FPX (vezi figurile 2.3 și 2.4) utilizate pe TGV-Atlantique și TGV-R se confecționează atât pentru montare verticală (deasupra roții) cât și orizontală (clasică).



**Figura 2.5**

În figurile 2.6, 2.7, 2.8 se prezintă elementele componente ale blocurilor de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză spaniole. Astfel se observă tendința de eliminare a timoneriei frânei cu saboți, grea și spațioasă, compactizând toate elementele care concură la frânare într-un bloc cu masă și volum reduse. Cu toate acestea frâna cu saboți se utilizează restrâns pentru echiparea trenurilor de mare viteză, servind numai ca frână suplimentară de staționare.

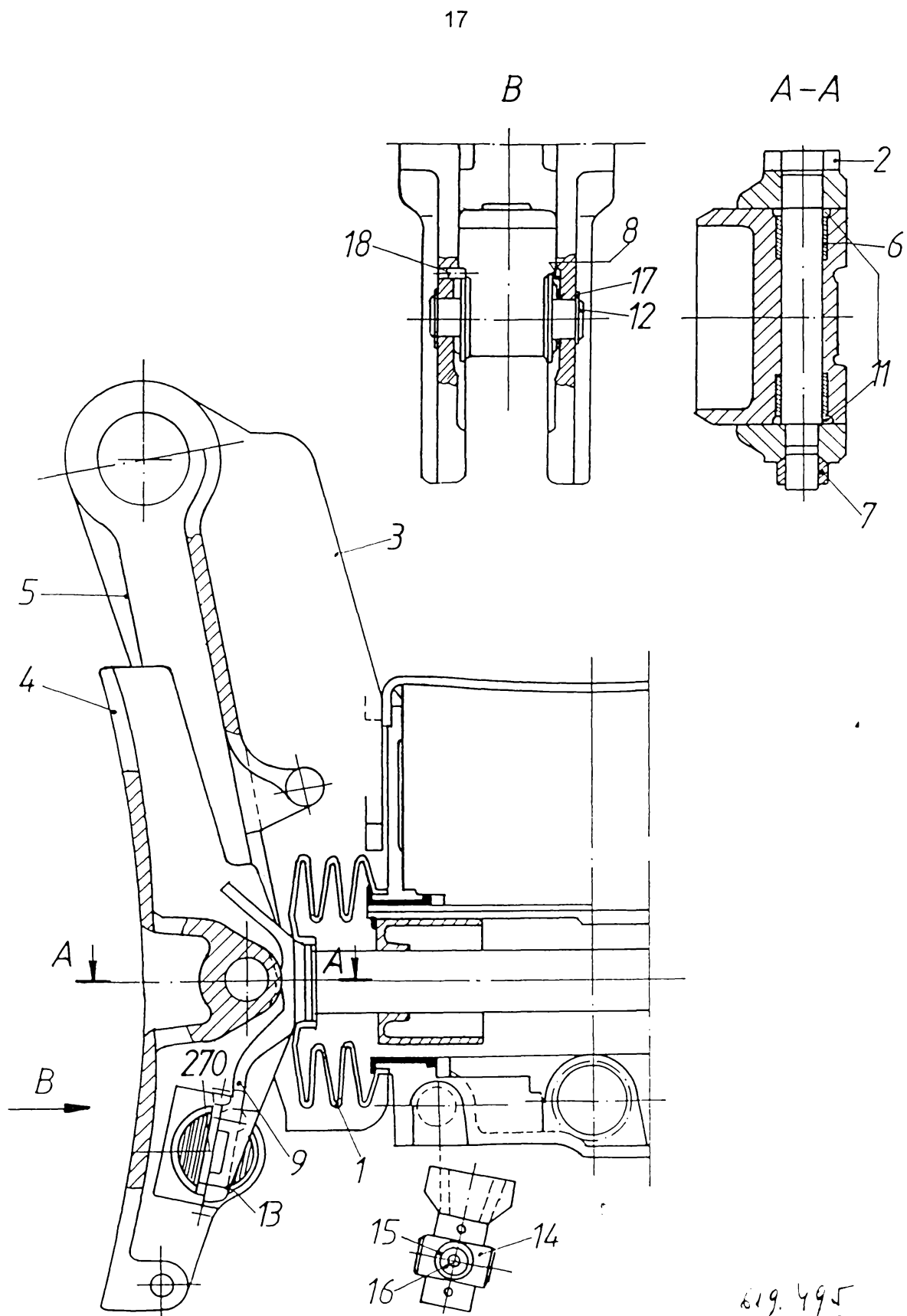
16



**Figura 2.6**

În figurile 2.7 și 2.8 s-au făcut următoarele notații:

- |                             |   |
|-----------------------------|---|
| 1 - burduf;                 | 16 - șaibă;                             |
| 2 - bulon al portsabotului; | 17 - inel elastic;                      |
| 3 - parte fixă a blocului;  | 18 - canal;                             |
| 4 - portsabot;              | 19 - bolț;                              |
| 5 - atârănător;             | 20 - bucșă;                             |
| 6 - bucșă de uzură;         | 21 - bucșă de uzură;                    |
| 7 - piuliță;                | 22 - arc de rapel;                      |
| 8 - șaibă arc;              | 23 - piuliță;                           |
| 9 - capul pivotului;        | 24 - bolț;                              |
| 10 - bolț;                  | 25 - bulon;                             |
| 11 - inel toroidal;         | 26 - șaibă;                             |
| 12 - segment;               | 27 - bucșă filetată;                    |
| 13 - nit;                   | 28 - bucșă;                             |
| 14 - piesă de frecare;      | 29 - piuliță;                           |
| 15 - inel toroidal;         | 30 - partea fixă a blocului de frânare. |



619.495  
 366 C

Figura 2.7

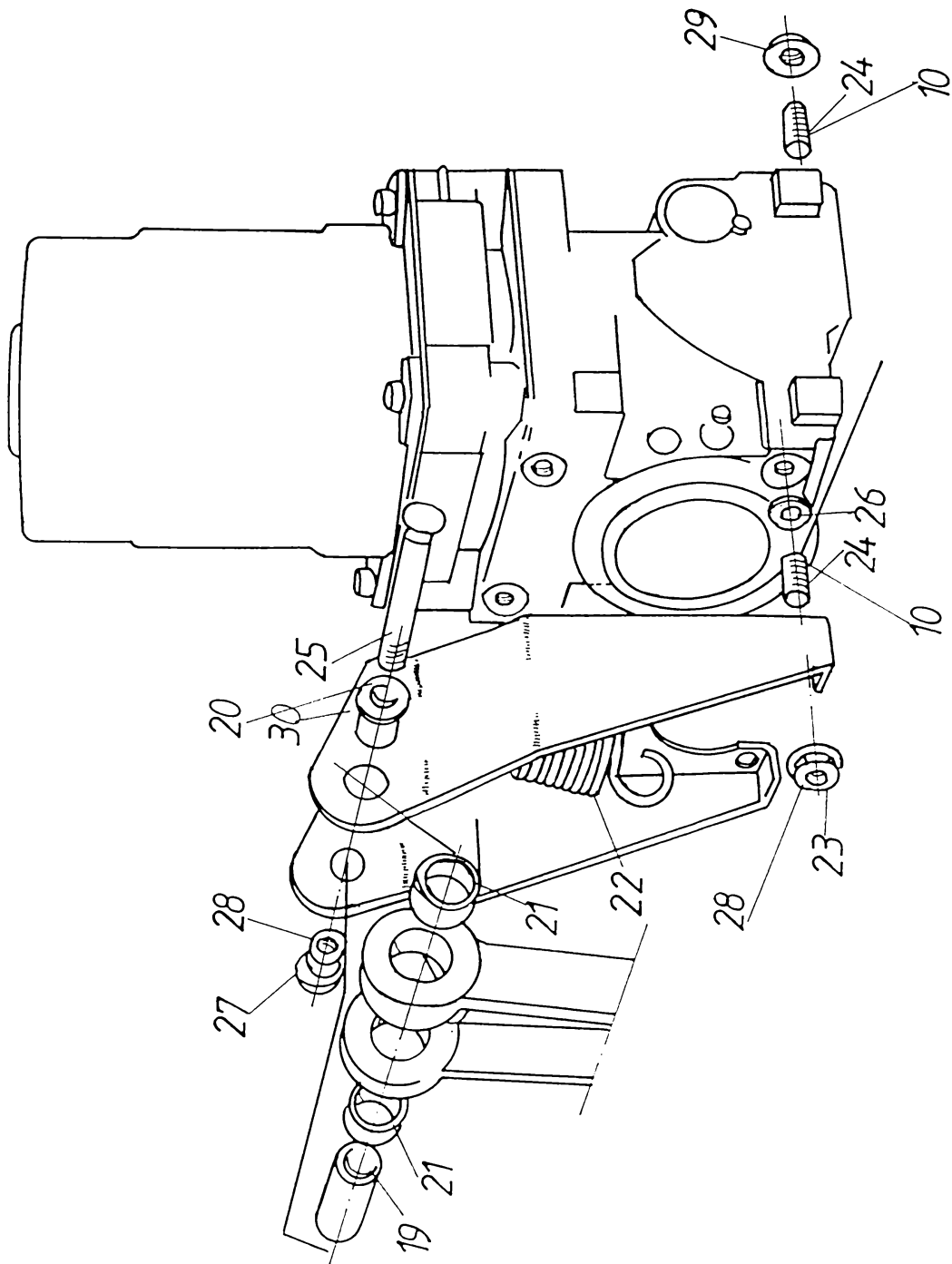


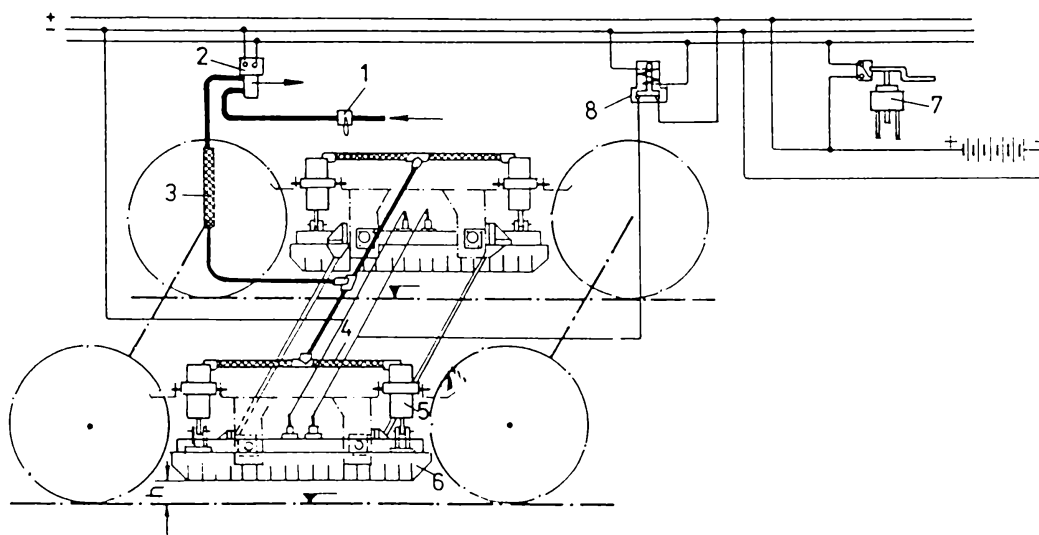
Figura 2.8

### 2.5.1.2 Frâna electromagnetică pe șină

Frânarea vehiculelor feroviare de la viteze mari (200...300 km/h) cu ajutorul frânei cu saboți sau frânei cu disc ar conduce la încălzirea excesivă a elementelor cuplei de frecare (sabot-roată, disc de frână-garnitură de frecare) cu efecte negative asupra proprietăților materialelor acestora.

Forța de frânare, în cazul frânei electromagnetice pe șină, ia naștere datorită frecării dintre partea superioară a ciupercii șinei și piesele de uzură ale electromagneților frânei nefiind limitată de aderența dintre roată și șină.

În principiu, frâna electromagnetică pe șină (vezi figura 2.9) se compune dintr-un ventil magnetic de acționare 2, alimentat cu aer comprimat de la rezervorul principal prin robinetul de izolare 1. Aerul comprimat trece prin acuplările flexibile 3 și 4 la cilindrii de acționare 5. Electromagneții frânei 6 sunt menținuți la o distanță  $h$  deasupra ciupercii șinei.



**Figura 2.9**

Comanda frânei electromagnetice se realizează prin robinetul mecanicului 7 care conține contacte electrice. Tendințele actuale în ceea ce



privește comanda frânelor trenurilor de mare viteză converg spre eliminarea acestui organ de comandă - robinetul mecanicului, mecanicul având simpla misiune de a apăsa un buton de comandă iar microprocesorul comandă o anumită presiune în cilindrii de frână și acționarea frânei electromagnetice (dacă s-a atins viteza prescrisă pentru această frână), având la dispoziție toți parametrii vehiculului.

Astfel, la vagonul AVA 200 construit la S.C."Astra Vagoane" S.A. sub licență De Dietrich, intrarea în acțiune a frânei electromagnetice se face la comanda mecanicului de locomotivă printr-un robinet special numai dacă viteza de circulație este de 160 km/h (pentru viteze inferioare, la comanda frânării acționează doar frâna cu disc).

Se cunosc două tipuri principale de frâne electromagnetice pe șină:

- frâna electromagnetică pe șină cu suspensie joasă ( $h=8 \dots 10$  mm) utilizată frecvent la vehiculele urbane;
- frâna electromagnetică pe șină cu suspensie înaltă ( $h=60 \dots 150$  mm) utilizată la vehiculele de mare viteză.

**Frâna electromagnetică pe șină cu suspensie înaltă** este frecvent folosită la vehicule de mare viteză deoarece o înălțime  $h$  mică de suspendare a electromagneților, la viteze mari, ar periclita siguranța circulației.

În acest caz, aplicarea electromagneților pe șină, datorită întrefierului mare, nu se poate realiza numai prin acțiune electromagnetică fiind necesară o instalație pneumatică pentru acționarea frânei.

Echipamentul mecanic al frânei electromagnetice pe șină cu suspensie înaltă este prezentat în figura 2.10 de pe pagina următoare și cuprinde electromagneții de cale 1 suspendați deasupra ciupercii șinei. Fiecare electromagnet este susținut de câte doi cilindrii de acționare 7 montați astfel încât să urmărească mișcarea boghiului, înlăturându-se astfel posibilitatea ca electromagneții să apese neaxial pe șină. În interiorul cilindrilor de acționare se găsesc două arcuri 15, montate concentric care mențin pistoanele acestor cilindrii în poziție superioară.

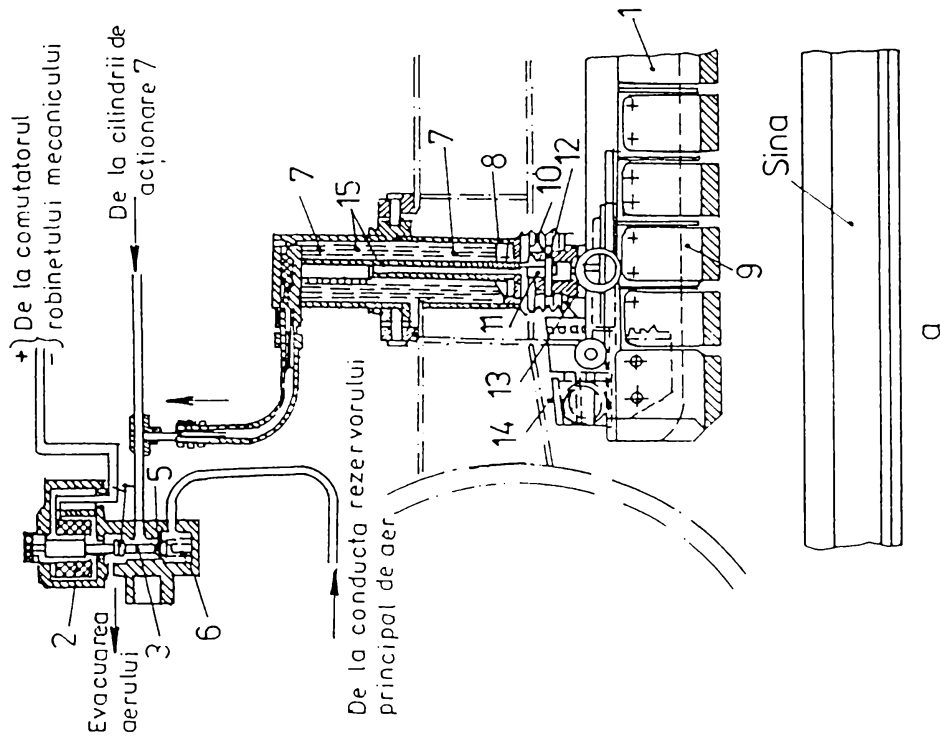
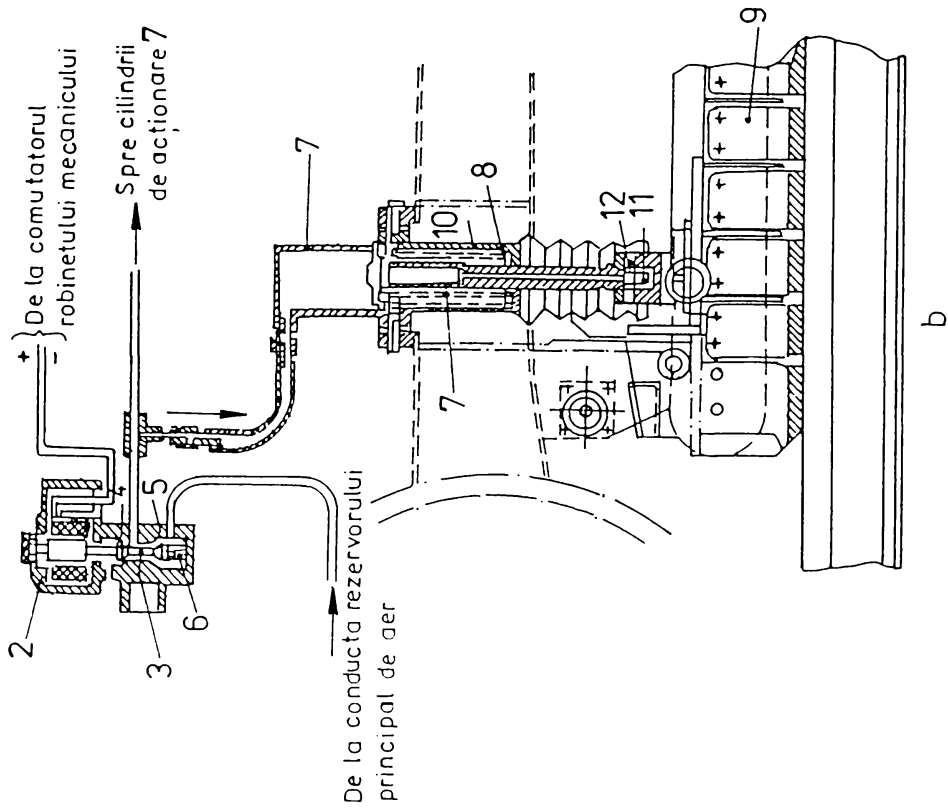


Figura 2.10

În cazul unei frânări rapide, se închid contactele întrerupătorului automat de la robinetul mecanicului, iar bobina ventilului magnetic 2 este excitată. Astfel, supapa 3 este deplasată în jos, prin învingerea tensiunii arcului 6, iar supapa 4 se închide și 5 se deschide (4 și 5 aflându-se pe aceeași tijă) dând posibilitatea aerului comprimat ( $p=8,5 \dots 10 \text{ daN/cm}^2$ ) să ajungă printr-un tub flexibil în cilindrii de acționare. În aceștia, aerul comprimat apasă asupra pistoanelor, învingând tensiunea arcurilor 15, determină deplasarea în jos și aplicarea pe sine a electromagneților (vezi figura din dreapta). La sfârșitul cursei, forței date de presiunea aerului din cilindrii de acționare i se adaugă forța electromagnetică.

Datorită acestor forțe ia naștere o forță de frecare, care este transmisă boghiului ca forță de frânare prin intermediul elementelor de legătură 13 și 14.

În momentul trecerii robinetului mecanicului în poziția de alimentare (comandarea slăbirii și alimentării frânei) contactele electrice ale acestuia întrerup alimentarea bobinei 2. Astfel, arcul 6 împinge supapa 3 în poziția sa superioară, închizând supapa 5 și deschizând supapa 4. În acest fel se întrerupe comunicația dintre rezervorul principal și cilindrii de acționare, care sunt puși în comunicație cu atmosfera. Aerul comprimat care se afla deasupra pistoanelor cilindrilor de acționare, iese în atmosferă astfel permițând electromagneților să se ridice în poziția lor superioară de mers.

La frânele electromagnetice pe șină utilizate pe vehicule moderne de mare viteză, aerul comprimat servește numai pentru apăsarea electromagneților pe șine, în timp ce ridicarea și menținerea lor în poziție superioară de mers, se realizează cu ajutorul unor arcuri elicoidale și a unui dispozitiv de înzăvorâre a tijei pistonului (notat cu 8 pe figura precedentă). În acest fel se elimină posibilitatea apariției unor accidente, cauzate de lipsa aerului comprimat (ruperea unor conducte de aer), frecvent întâlnite la frâna electromagnetică cu dispozitiv pneumatic de apăsare și ridicare a electromagneților.

Comanda frânei electromagnetice se poate face în următoarele moduri în funcție de momentul intrării ei în acțiune față de frâna principală (frâna cu disc, etc):

- comandă unică (dată de mecanic prin organul de comandă a frânelor - robinetul mecanicului) cu intrare simultană în acțiune;
- comandă unică cu intrare consecutivă (în funcție de viteza trenului) în acțiune;
- comandă separată care nu se mai utilizează întrucât în prezent la vehiculele de mare viteză, toți parametrii de frânare sunt dați de un microprocesor de frânare (sau unul care cuprinde și partea de frânare) mecanicul executând doar o simplă apăsare pe un buton de comandă ce se află în cabina de conducere.

În cazul primelor două moduri de comandă se utilizează robinete ale mecanicului uzuale, de exemplu Knorr D6, fie robinete de construcție specială ca și Knorr St 113 a Mg, Knorr St 60, etc, care sunt adaptate comenzilor electrice.

La unele construcții de vehicule feroviare, comanda frânei electromagnetice se realizează direct de către distribuitorul KE al frânei pneumatice de construcție specială (tip KEs-KZ-14). În acest caz, la frânarea rapidă, aerul din conducta generală este trimis în cilindrii de acționare și conectează circuitul curentului pentru bobinele electromagneților.

La scăderea vitezei sub o anumită limită, automatul de reglare a presiunii, montat de obicei în capul osiei, dă un impuls de comandă care deconectează circuitul electric al electromagneților care sunt astfel ridicați de pe șină.

Frâna electromagnetică pe șină se construiește de obicei pentru tensiuni de excitație de 24 .. 80 V și pentru curenți de 60 .. 200 A (curent continuu).

### **2.5.1.3 Frâna cu disc**

Frâna cu disc este utilizată ca frână principală pe vehiculele feroviare de mare viteză, datorită următorilor factori:

- coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare variază în limite restrânse cu viteza, forța de apăsare, temperatura și umiditatea;
- simplitate constructivă;
- spații de frânare și decelerații reduse obținute la frânarea de la viteze mari;
- temperatura elementelor cuplei de frecare a frânei cu disc este mult mai redusă față de temperatura cuplei frânei cu saboți la același regim de exploatare;
- siguranță mai mare și fiabilitate ridicată în exploatare;
- eliminarea zgomotului produs de frâna cu saboți în timpul frânării;
- forțe de acționare reduse;
- masa echipamentului de frânare (disc de frână, garnitură de frecare, timoneria de frână, etc) este mult mai redusă decât în cazul frânei cu saboți.

În cazul frânei cu disc, efectul de frânare se obține prin frecarea care ia naștere între discul de frână 1 și garniturile de frecare fixate în portgarniturile 2 (vezi figura 2.11) datorită forței care apare la tija pistonului cilindrului de frână 3, amplificată de barele și levierul timoneriei de frână 4.

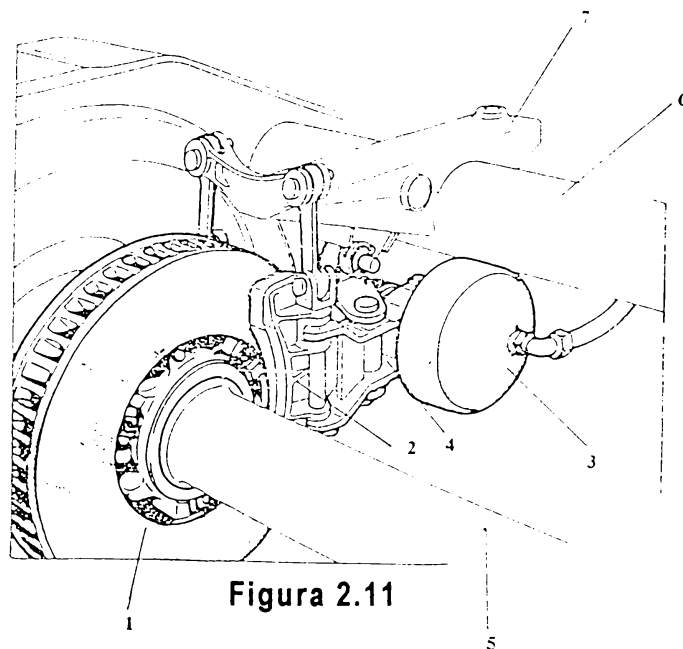


Figura 2.11

Pe figura 2.11 s-au mai făcut următoarele notații:

5 - osia montată;

6 - traversă tubulară;

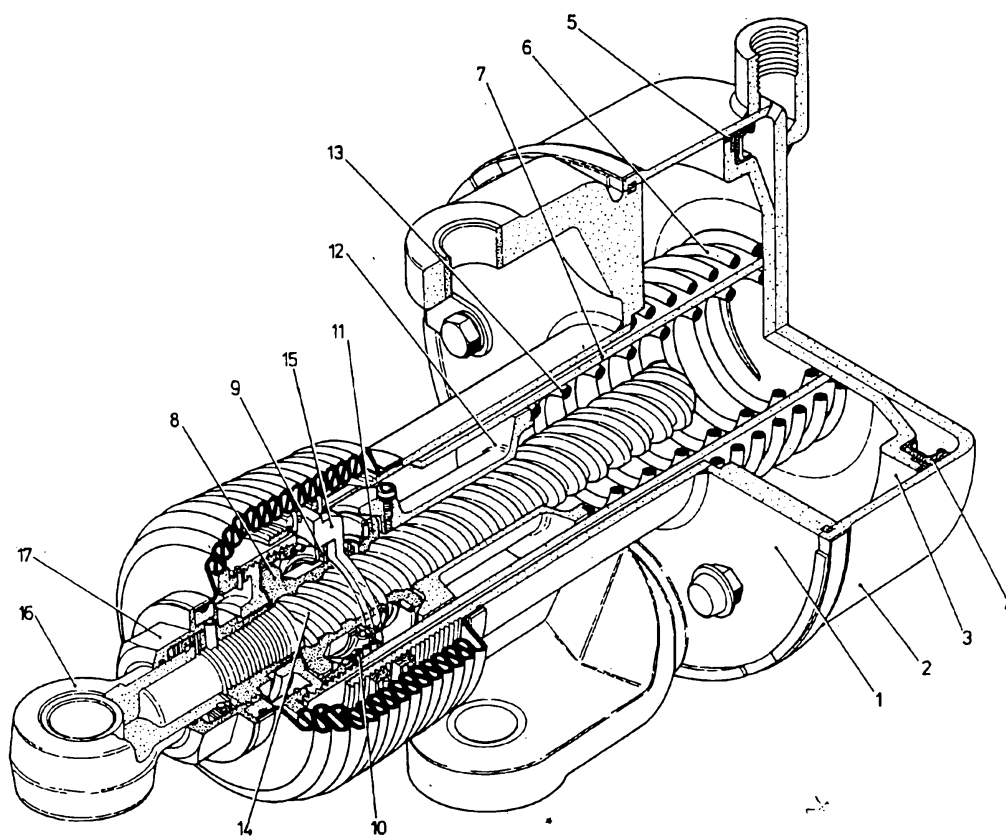
7 - consolă pentru fixarea atârănătorilor de portgarnituri.

Pe vehiculele feroviare de mare viteză, se utilizează frâna cu discul amplasat pe corpul osiei (vehicule remorcate) și frâna cu discul amplasat pe roțile osiilor montate (vehicule motoare). La ambele moduri de amplasare a discului de frână pe osia montată, se obține o construcție mai simplă a timoneriei de frână. Aceasta este acționată, la majoritatea vehiculelor de mare viteză, de către un cilindru de frână pentru fiecare disc. Cilindrul de frână este de tipul cu regulator de timonerie încorporat (vezi figura 2.12), permițând menținerea constantă a jocului dintre discul de frână și garnitura de frecare.



**Fig. 2.12**

O secțiune prin cilindrul de frână cu regulator de timonerie încorporat este prezentată în figura 2.13.



- |                                  |                             |
|----------------------------------|-----------------------------|
| 1 - capul cilindrilor;           | 10 - arc de presiune;       |
| 2 - corpul cilindrilor;          | 11 - piulită;               |
| 3 - piston;                      | 12 - manson de cuplare;     |
| 4 - manseta pistonului;          | 13 - arc de presiune;       |
| 5 - inelul de glisare;           | 14 - ax filetat;            |
| 6 - arc de presiune;             | 15 - limitator de cursă;    |
| 7 - tub de conducere;            | 16 - capul tije pistonului; |
| 8 - piulută filetată de presare; | 17 - piulită de revenire.   |
| 9 - lagăr cu rulment             |                             |

**Figura 2.13**

În figura 2.14 se prezintă schematic timoneria de frână a vagonului de mare viteză AVA 200 iar în figura 2.15 se prezintă elementele componente ale echipamentului de frânare pentru un disc :

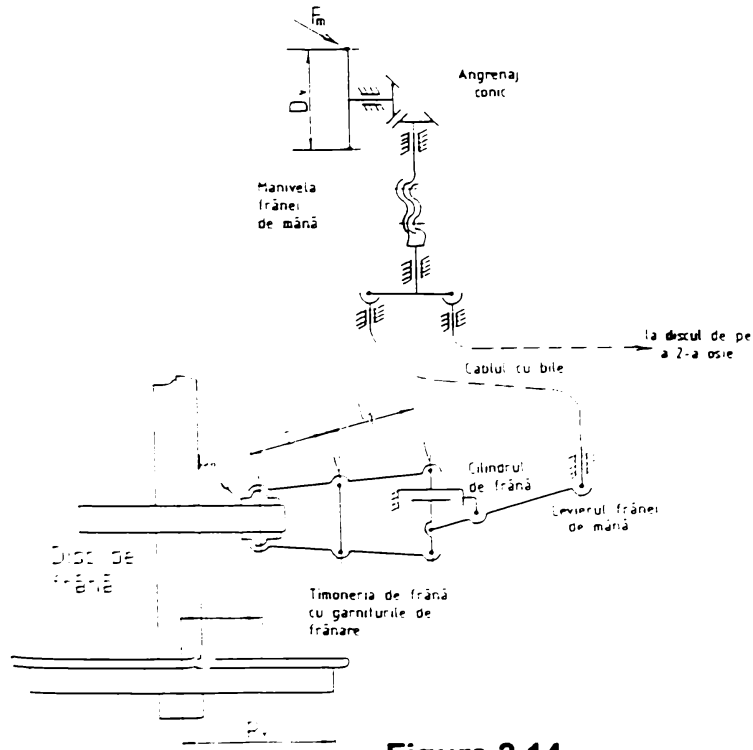


Figura 2.14

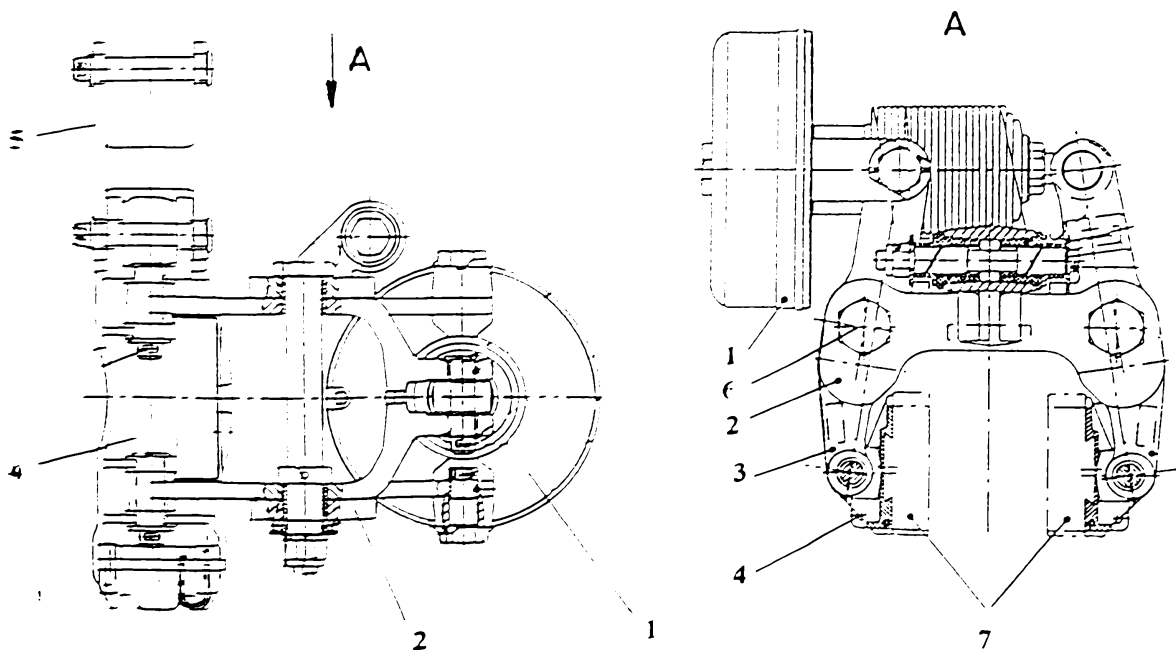
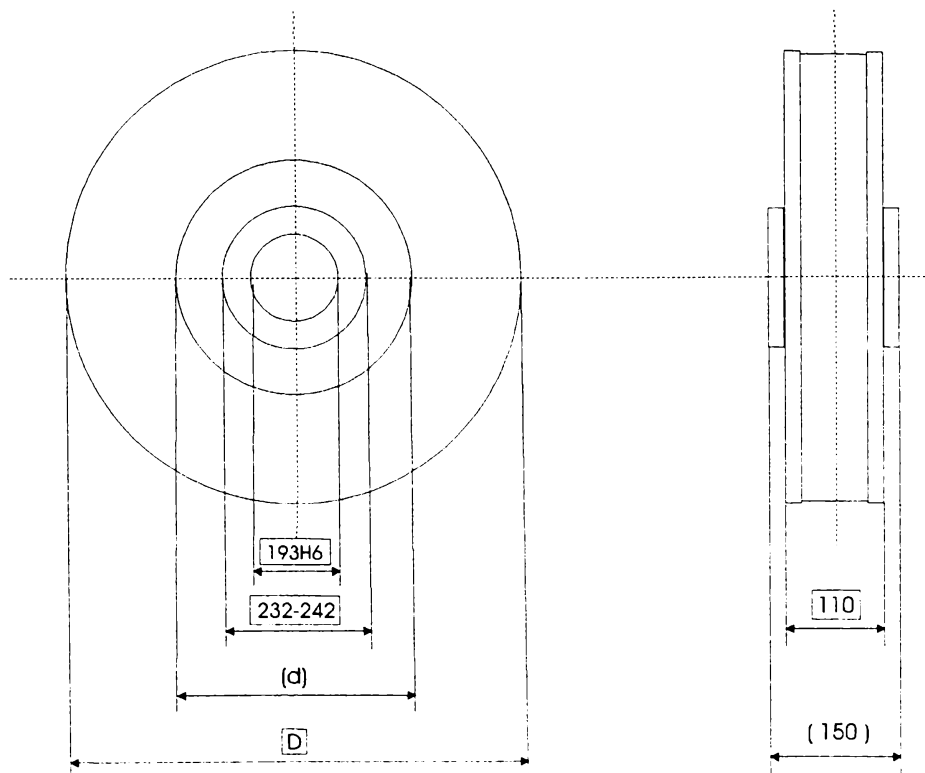


Figura 2.15



- |                        |                                |
|------------------------|--------------------------------|
| 1 - cilindru de frână; | 5 - atârănători portgarnitură; |
| 2 - bară de conexiune; | 6 - bulon;                     |
| 3 - levier vertical;   | 7 - garnituri de frecare       |
| 4 - portgarnitură;     |                                |

Elementul caracteristic al frânei cu disc de care depinde în mare măsură capacitatea de frânare este **discul de frână**. Din punct de vedere al dimensiunilor de gabarit, discul de frână se caracterizează prin diametrul exterior  $D$  și diametrul interior  $d$ . Conform fișei UIC 541-3 (anexa 9) pentru aceste diametre există următoarele cote obligatorii □ și maximele ( ), prezentate în figura 2.16:



**Figura 2.16**

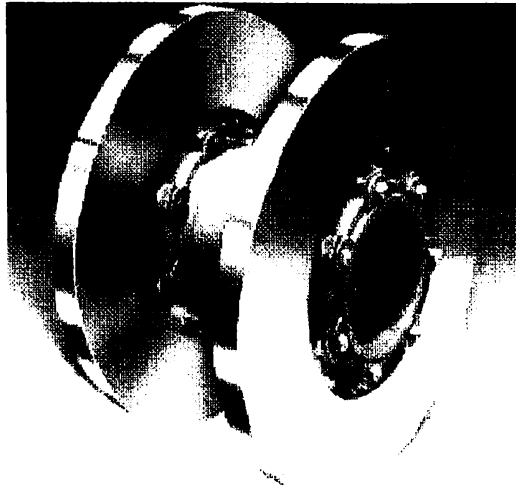
**Tabelul 2.2**

D [mm]	d [mm]
640	350
590	315 .. 330

Utilizarea discurilor de frână autoventilate pe vehiculele feroviare de mare viteză ridică unele probleme mai ales la viteze mai mari de 200 km/h. Dintre aceste probleme se pot aminti:

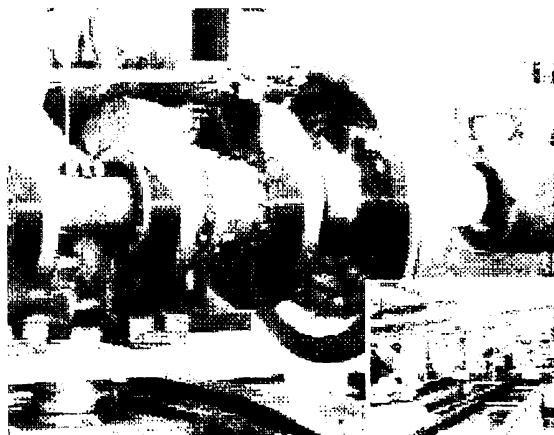
- masa unui disc de frână este mare datorită faptului că se confecționează din fontă cenușie, material ce este caracterizat prin densitate mare;
- mărirea numărului de discuri autoventilate pe osie conduce la o scădere a temperaturii acestora dar și la o mărire a masei nesuspendate a osiei montate care are ca efect micșorarea durabilității osiei;
- rezistența aerodinamică datorită mișcării de rotație a unui disc de frână autoventilat cu palete radiale, în regim de tracțiune, necesită un consum suplimentar din puterea instalată pentru tracțiune;
- utilizarea discurilor de frână autoventilate cu nuturi între suprafețele de frecare reduce acest consum de putere dar nu-l elimină.

Astfel, pentru rezolvarea problemelor enumerate s-a adoptat o nouă soluție constructivă și anume *discul de frână neventilat*. Acest tip de disc prezentat în figura 2.17 este utilizat pe trenul de mare viteză francez TGV-Atlantique, dând rezultate foarte bune atât la încercări cât și în exploatare.



**Figura 2.17**

Aceste performanțe sunt datorate materialului din care este confecționat, și anume un oțel aliat cu limită de elasticitate superioară și densitate mică, configurației geometrice ( $D=610\text{mm}$ , grosimea  $45\text{mm}$ ) precum și posibilității amplasării unui număr mai mare de discuri pe osie fără a mări prea mult masa nesuspendată a osiei (pe TGV-Atlantique sunt amplasate 4 discuri pe osie ca în figura 2.18).

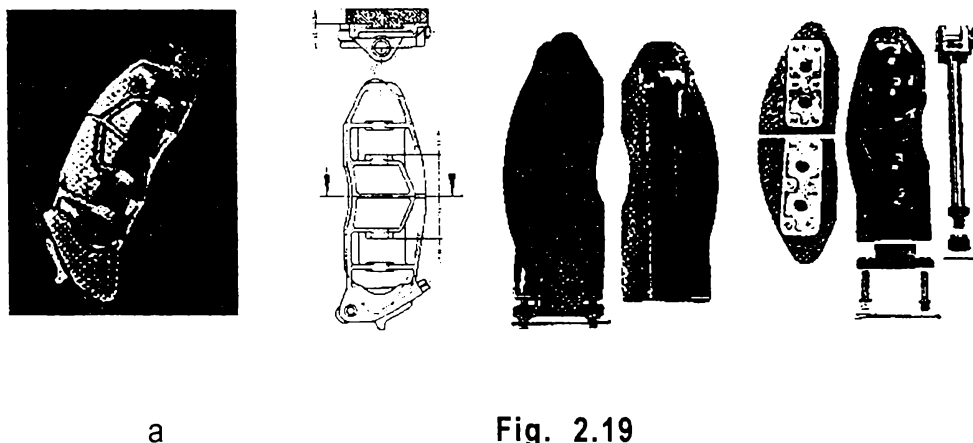


**Figura 2.18**

Se observă că prin adoptarea acestui tip de disc de frână, pentru fixarea pe osie nu este necesară calarea unui număr mai mare de butuci, putându-se fixa pe un butuc două discuri neventilate. Acest lucru constituie un mare avantaj întrucât un număr mare de porțiuni de îmbinare cu strângere pe osie ar conduce la concentratori de tensiuni, micșorând durabilitatea osiei montate și deci siguranța circulației.

**Garnitura de frecare** este un alt element important al frânei cu disc, care a cunoscut ca și discul de frână, multe perfecționări atât din punct de vedere al materialelor utilizate cât și din punct de vedere constructiv. Aceste garnituri au o formă specială prezentată în figura 2.20, suprafața de frecare plană, iar prinderea de portgarnitură se realizează prin împănare în coadă de rândunică, asigurarea făcându-se prin știfturi filetate.

Astfel, în figura 2.19 a se prezintă garnituri de frecare dintr-o bucată asigurate în portgarnituri printr-un știft iar în figura 2.19 b garnituri de frecare din două bucăți asigurate în partea de jos prin două știfturi filetate, care au avantajul unei mai bune disipări a căldurii rezultată prin frecare la frânare.



Compoziția materialului garniturii de frecare trebuie să asigure un compromis între:

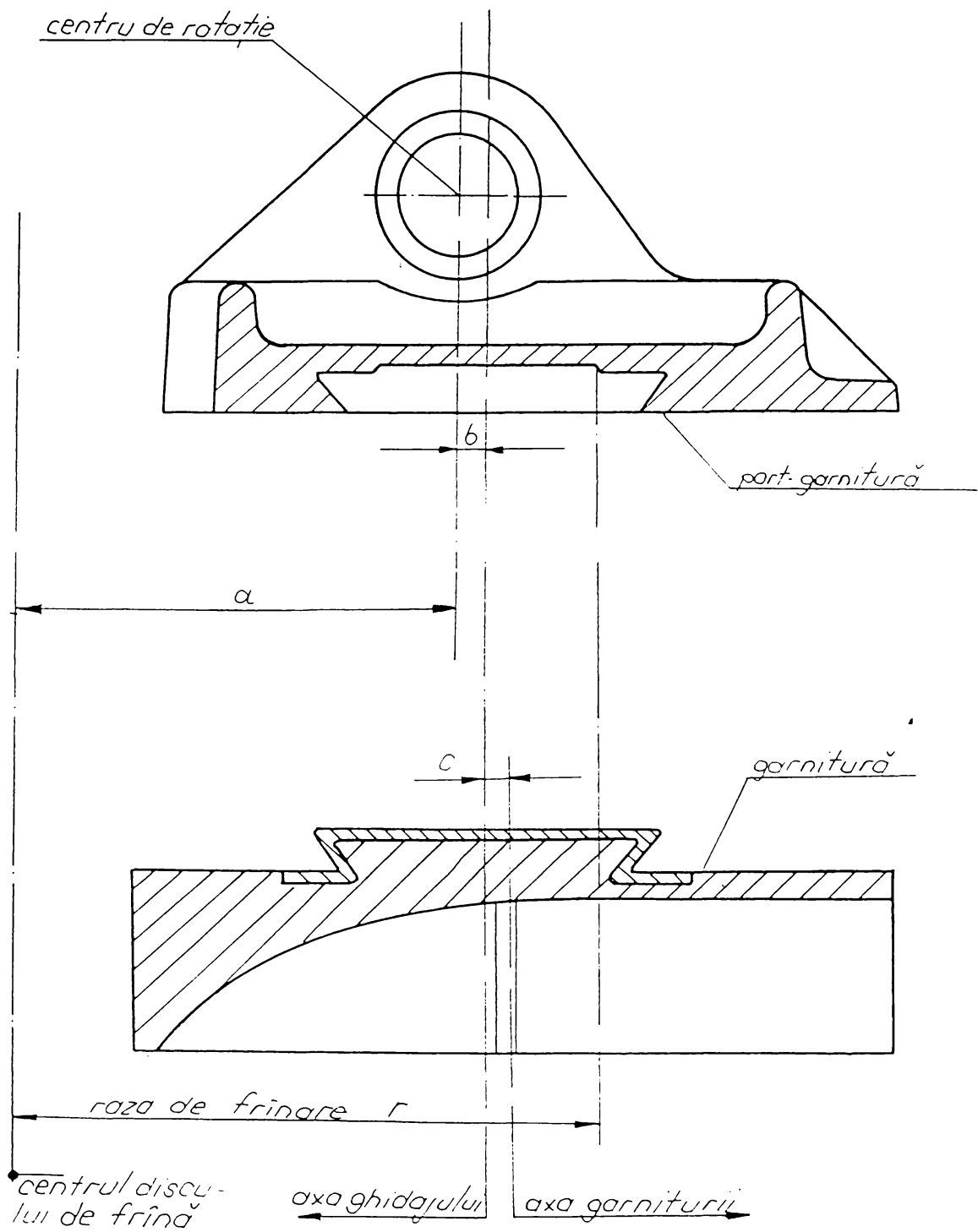


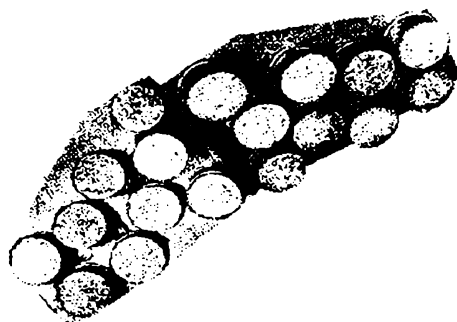
Figura 2.20

- caracteristicile de frânare;
- uzura și durata de viață a garniturii;
- "agresivitatea" garniturii față de discul de frână.

Materialele care au asigurat acest compromis și care sunt utilizate frecvent la confecționarea garniturilor de frecare sunt materialele compozite.

Odată cu introducerea discurilor de frână neventilate pentru o cât mai bună disipare a căldurii, s-au făcut încercări și chiar s-au dat în exploatare (TGV-Atlantique, TGV-2N, etc) garnituri de frecare speciale (*fretate*).

Acest tip de garnituri prezentat în figura 2.21 sunt formate dintr-o placă suport pe care sunt sudate (sau lipite) ploturi din materiale cu caracteristici de frecare foarte bune și care nu au efect distructiv asupra discului de frână.



**Figura 2.21**

Coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare trebuie să fie independent de viteza inițială de frânare, de forța de apăsare, de temperatură și de condițiile atmosferice.

Astfel conform fișei UIC 541-3 (anexa 2) coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare trebuie să aibă valoarea de 0,35 în stare rodată și uscată, iar în exploatare, în celelalte stări (șină umedă, gheață, etc) să se mențină în intervalul 0,28 .. 0,42.

În tabelul 2.3 se prezintă garniturile de frecare pentru vehiculele de mare viteză, admise în trafic international, conform fișei UIC 541-3 (anexa 10):

Tabelul 2.3

Nr. Crt.	Tipul garniturii (Firma producătoare)	Anul aditerii în trafic internațional	Viteza inițială de frânare [km/h]	Administrația de cale ferată utilizatoare
1	824 (Becorit)	1979	200	DB
2	E 215 (Bremskerl)	1979	200	DB
3	T 513* (Textar)	1979	200	DB
4	ABEX 1094* (Abex)	1979	200	SNCF
5	BECORIT 823 (Becorit)	1979	140	DB
6	HERSOT 665* (Hersot)	1979	200	SNCF
7	JURID 874* (Jurid)	1979	200	SNCF
8	AZBEST-JURID 874* (Azbest Kardeljevo)	1979	200	JZ
9	KLINGER 824* (Klinger - Becorit)	1982	200	ÖBB
10	JURID 869* (Jurid)	1984	200	SNCF
11	BECORIT 918 (Becorit)	1986	200	DB
12	SA 918* (Socimi - Becorit)	1989	200	FS
13	ID 425 L* (Ferodo)	1989	200	FS
14	5818* (Bremskerl)	1989	200	FS
15	918* (Klinger - Becorit)	1989	200	ÖBB
16	6792 (Bremskerl)	1989	160	DB
17	877 (Jurid)	1989	200	DB
18	3339, SP 201/11 (Osinek - Frenodo)	1989	160, 200	CSD, FS
19	7240 (Bremskerl)	1990	200	DB
20	2126* (Frenodo)	1990	200	FS
21	FR 20 H (Frenoplast)	1992	200	PKP
22	T 543* (Faist - Textar)	1993	200	FS
23	ICER 918* (Icer)	1994	200	RENFE

## 2.6 Dispozitive complementare sistemelor de frânare de la viteze mari

Aderența dintre roată și șină se modifică considerabil în special la circulația cu viteze mari și pe timp nefavorabil (ploaie, gheață, etc). Dacă forța de frânare a unui vehicul depășește forța de aderență apare tendința de blocare a roților cu efecte negative asupra suprafețelor de rulare și ciupercii șinei.

Pentru a profita cât mai mult de aderența roată-șină, în special la viteze mari, vehiculele feroviare sunt dotate cu *dispozitive antipatinaj* destinate să suprimă, prin reducerea forței de frânare, alunecarea osiei care se produce în timpul frânării.

Prin intermediul acestor dispozitive (mecanice sau electronice) se poate exploata la maximum aderența roată-șină. Viteza unghiulară a osiei este detectată de către un captator de viteză și modificată prin intermediul unui dispozitiv de reglare (regulator).

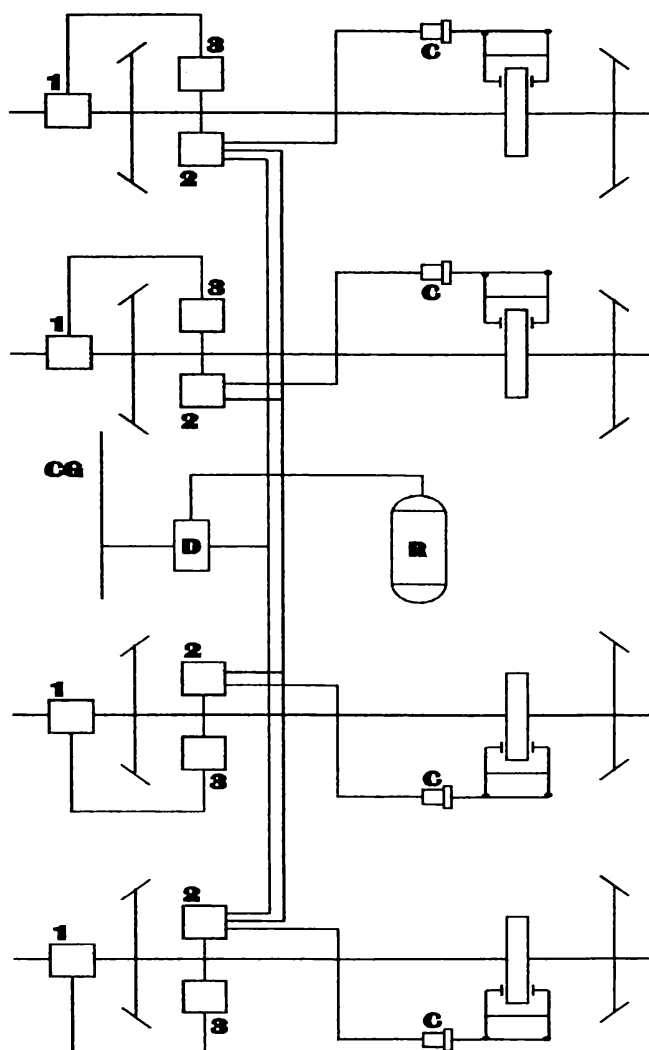
În cazul unei alunecări mari a osiei, cilindrii de frână sunt puși în legătură cu atmosfera, fiind goliți total sau parțial de aer și apoi realimentați prin intermediul valvelor antipatinaj.

Pe vehiculele feroviare de mare viteză se utilizează două tipuri de dispozitive antipatinaj:

- mecanice;
- electronice.

În figura 2.22 se prezintă schematic dispunerea dispozitivului antipatinaj mecanic pe un vehicul de mare viteză. Acest tip de dispozitiv s-a utilizat pe vehicule de mare viteză remorcate care nu au sursă proprie de alimentare cu energie electrică.





**Figura 2.22**

Pe această figură s-au făcut următoarele notații:

- 1 - regulator antipatinaj;
- 2 - valvă antipatinaj;
- 3 - dispozitiv de protecție împotriva ruperii elementelor flexibile de legătură;
- C - cilindrii de frână;
- CG - conducta generală de aer;
- D - distribuitor;
- R - rezervor auxiliar.

Dispozitivele antipatinaj electronice permit o reglare permanentă a presiunii cilindrilor de frână în funcție de viteza vehiculului și în special în funcție de viteza unghiulară a osiei montate.

Dispozitivele antipatinaj electronice pot fi alimentate de la bateriile de acumulare ale vehiculului sau de la un sistem propriu de alimentare cu energie electrică.

În tabelul 2.4 se prezintă dispozitivele antipatinaj admise în trafic internațional conform fișei UIC 541-05 (anexa 5):

**Tabelul 2.4**

Nr. Crt.	Dispozitivul antipatinaj (Firma producătoare)	Tipul dispozitivului antipatinaj	Viteza ini- țială de frâ- nare [km/h]	Anul aditerii în trafic internațional	
				Frâna cu saboți	Frâna cu disc
1	4GS1 (Oerlikon)	Mecanic	< 160	1968	1975
2	GSA (Oerlikon)	Mecanic	< 160	1968	1975
3	MWX (Knorr)	Mecanic	< 160	1975	1975
4	D1 (Westinghouse)	Electronic	> 160	1970	1969
5	WG (Westinghouse)	Electronic	> 160	-	1973
6	WGK (Westinghouse)	Electronic	> 160	1973	-
7	SP (Girling)	Electronic	> 160	-	1970
8	GSE 100 (Oerlikon)	Electronic	> 160	1972	1972
9	447 (Parizzi)	Electronic	> 160		1973

Continuare tabel 2.4

Nr. Crt.	Dispozitivul antipatinaj (Firma producătoare)	Tipul dispozitivului antipatinaj	Viteza ini- țială de frâ- nare [km/h]	Anul aditerii în trafic internațional	
				Frâna cu saboți	Frâna cu disc
10	GR (Knorr)	Electronic	> 160	1973	-
11	DAKO (Kovolis)	Electronic	> 160	1977	1977
12	K MICRO (Krauss - Maffei)	Electronic	> 160	1979	1979
13	GSE 200 (Oerlikon)	Electronic	200	1980	1980
14	MGS 1 (Knorr)	Electronic	200	-	1981
15	WGMC 19 (Wabco - Westinghouse)	Electronic	> 160	-	1982
16	AEF 83 C (Faiveley)	Electronic	> 160	-	1983
17	GSE 201 (Oerlikon)	Electronic	200	-	1984
18	GSE 202 (Oerlikon)	Electronic	200	-	1984
19	AEF 83 p.1 (Faiveley)	Electronic	> 160	-	1984
20	AEF 83 p.2 (Faiveley)	Electronic	> 160	1984	-
21	OMG 202 (Oerlikon)	Electronic	> 160	-	1986
22	WUPAR 83 (Parizzi)	Electronic	> 160	-	1986

**Continuare tabel 2.4**

Nr. Crt.	Dispozitivul antipatinaj (Firma producătoare)	Tipul dispozitivului antipatinaj	Viteza ini- țială de frâ- nare [km/h]	Anul aditerii în trafic internațional	
				Frâna cu saboți	Frâna cu disc
23	WGMC 19/1 (Wabco - Westinghouse)	Electronic	> 160	-	1987
24	AEF 91 P1 (P2) (Faiveley)	Electronic	> 160	1992	1992
25	MRP - GMC 29 (Mannesmann)	Electronic	> 160	-	1993

În continuare se va prezenta dispozitivul antipatinaj cu microprocesor MGS 1, cu care este dotat vagonul de mare viteză AVA 200. Acest dispozitiv antipatinaj construit în 1981 de către firma Knorr și adaptat unor viteze elevate ( $V > 200$  km/h) se compune din următoarele elemente:

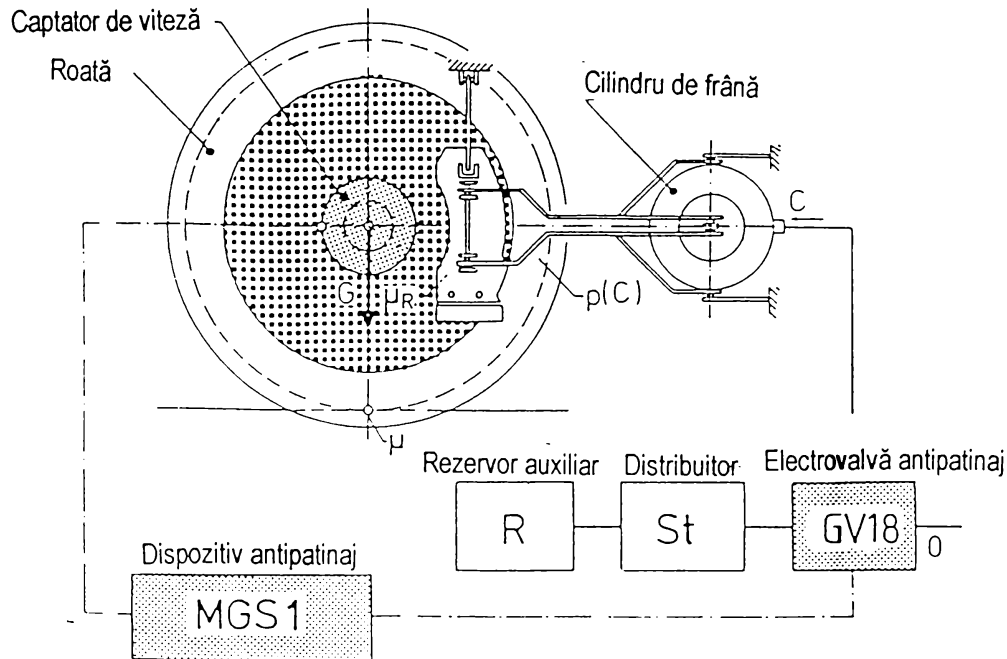
- un captator de viteză pe osie;
- un cofret electronic cu microprocesor;
- o valvă de control a presiunii din cilindrii de frână pe osie.

Dispozitivul antipatinaj cu microprocesor MGS 1 formează împreună cu sistemul de frânare și osia montată o buclă de reglare prezentată în figura 2.23.

Captatorul de viteză măsoară fără contact numărul de rotații ale osiei și transmite circuitului electronic de reglare un semnal de frecvență proporțional cu viteza unghiulară a osiei. Frecvențele tuturor captatorilor de viteză ai unui vehicul sunt transmise electrovalvelor antipatinaj sub forma unor semnale de comandă pentru controlul presiunii din cilindrii de frână.

Captatorul de viteză utilizat la acest dispozitiv măsoară fără uzură viteza unghiulară a osiei. Elementul de captare îl constituie o placă de câmp magnetic polarizat situată în generatorul de impulsuri care eliberează o

tensiune alternativă sinusoidală de amplitudine redusă și o transmite unui amplificator.

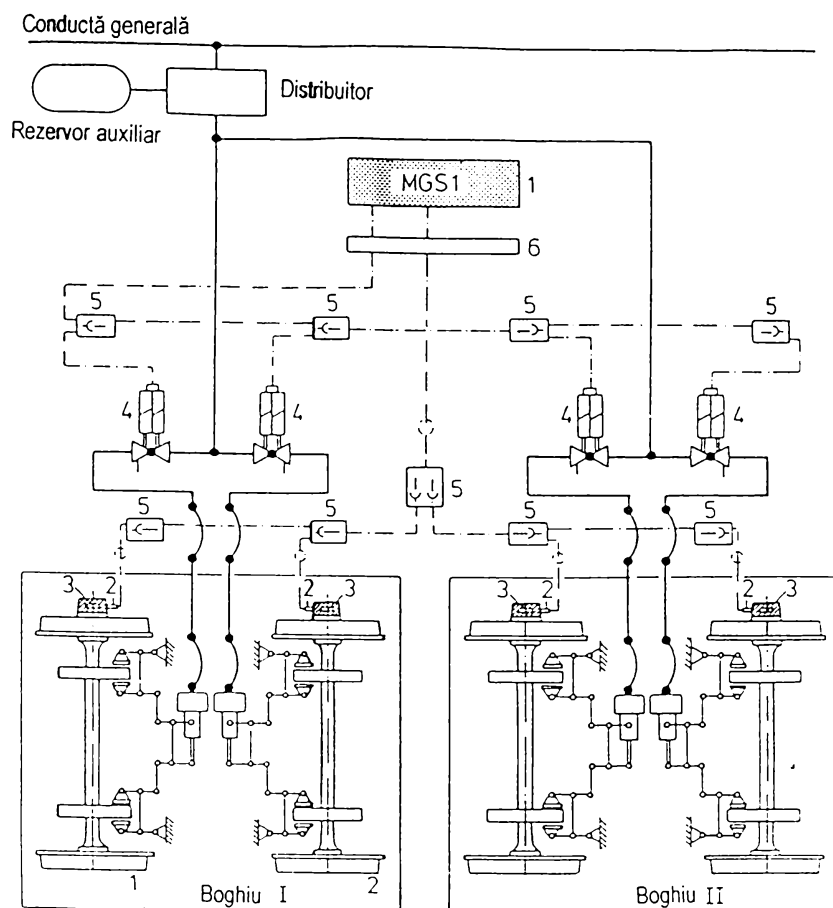


**Figura 2.23**

Elementul de captare produce 80 de impulsuri pentru o rotație a osiei, partea electronică a acestuia conținând protecții la inversiunile de polaritate și la scurtcircuite. Roata polară are 80 de dinți fiind aplicabilă universal, într-o plajă mare de viteze începând cu tramvaiul cu 80 km/h până la trenul de mare viteză care circulă cu 300 km/h.

În figura 2.24 este prezentată schema dispozitivului antipatinaj cu microprocesor MGS 1. Pe această figură s-au făcut următoarele notații:

- 1 - microprocesor MGS 1;
- 2 - generator de impulsuri;
- 3 - roată polară;
- 4 - electrovalvă antipatinaj;
- 5 - cutie racorduri;
- 6 - bară pentru racorduri.



**Figura 2.24**

Dispozitivul antipatinaj cu microprocesor MGS 1 prezintă posibilitatea detectării automate și afișării defectelor sistemelor de frânare ale vehiculului de mare viteză apărute în timpul exploatării. Defectele constatate de către sistemul de supraveghere sunt înmagazinate într-o memorie și afișate printr-un cod de două cifre pe fața frontală a cofretului electronic.

Avantajele acestui dispozitiv antipatinaj cu microprocesor MGS 1 sunt:

- sporirea siguranței circulației prin supravegherea permanentă de către microprocesor (sistemul de supraveghere) a tuturor dispozitivelor antipatinaj ale vehiculului și scoaterea selectivă în afara circuitului a dispozitivelor cu funcționare defectuoasă;
- afișarea defectelor apărute în timpul exploatării sistemelor de frânare elimină timpul afectat căutării acestora reducând astfel timpul de reparație.

## 2.7. Analiza comparativă a soluțiilor constructive de frâne aplicate la vehiculele feroviare de mare viteză

Frânarea vehiculelor feroviare de la viteze mari se face cu ajutorul unor sisteme de frânare a căror acțiune este dependentă (frâna cu disc, frâna cu curenți Foucault rotativă, etc.) sau independentă (frâna electromagnetică pe șină, frâna cu curenți Foucault liniară, etc.) de aderența roată - șină. Pentru a utiliza cât mai bine coeficientul de aderență vagoanele de călători de mare viteză au fost prevăzute cu o combinație a acestor sisteme de frânare, de obicei o frână dependentă de aderență (frâna cu disc) și o frână a cărei acțiune este independentă de aderență (frâna electromagnetică pe șină).

Principalele condiții care se impun sistemelor de frânare pentru vehiculele feroviare de mare viteză sunt următoarele:

- să asigure o frânare lină în limitele decelerațiilor admise;
- să asigure frânarea în spații de frânare cât mai reduse;
- să necesite forțe de acționare cât mai mici;
- să prezinte siguranță în funcționare și fiabilitate mare;
- să fie simple din punct de vedere constructiv și în același timp ieftine;
- să excludă apariția fenomenului de autofrânare.

Aceste condiții, uneori antagoniste, pot fi respectate printr-o optimizare a elementelor sistemelor de frânare atât din punct de vedere al materialelor utilizate cât și din punct de vedere constructiv.

Analiza comparativă a sistemelor de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză se face pe baza următorilor parametri:

- coeficientul de frecare dintre elementele cuplei de frecare a sistemului de frânare;
- coeficientul de absorbție, a energiei vehiculului, de către elementele cuplei de frecare ale sistemului de frânare ( $\epsilon_a$ );
- spațiul de frânare realizat de către un vehicul sau un tren de mare viteză cu sistemele de frânare prezentate;
- decelerația vehiculului sau trenului de mare viteză;

- temperatura suprafeței de frecare, a elementelor cuplei de frecare, obținută la frânarea de oprire utilizând sistemele de frânare prezentate;
- uzura elementelor cuplei de frecare.

În figura 2.25 se prezintă dependența de viteză a **coeficientului de frecare** dintre elementele cuplei de frecare ale sistemelor de frânare mecanic (cu o treaptă și cu două trepte), electric (frâna reostatică, frâna cu curenți Foucault rotativă și liniară):

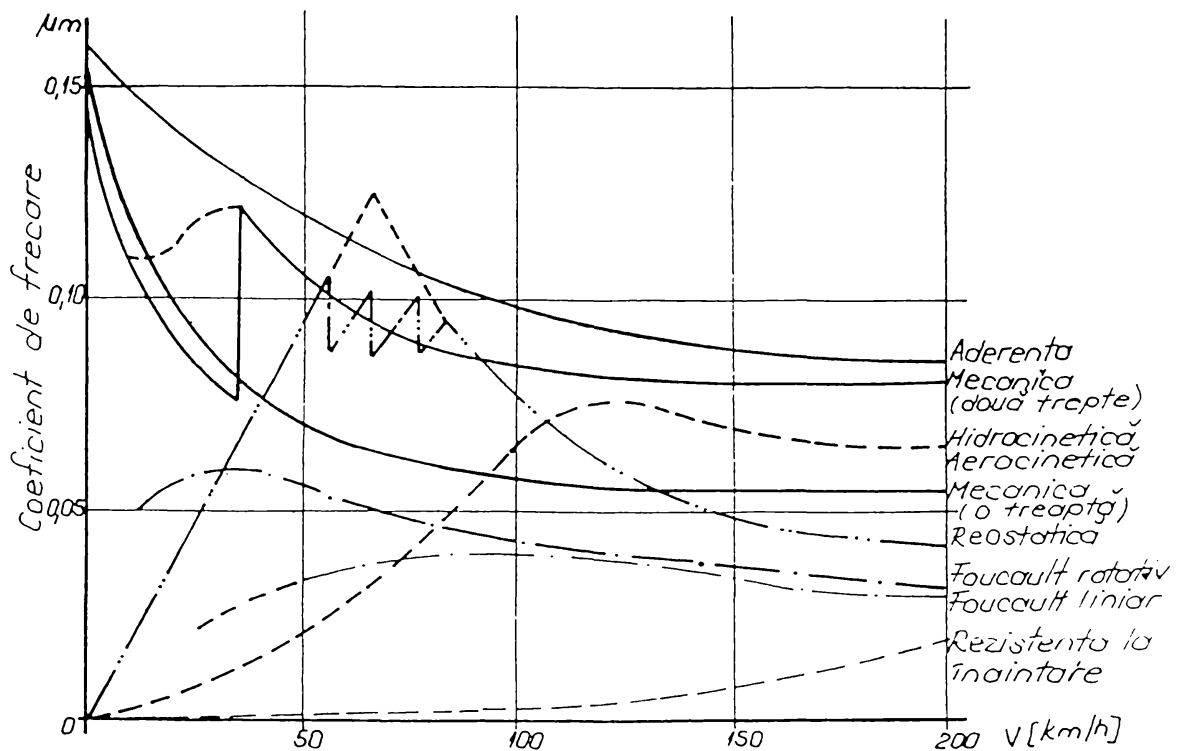


Figura 2.25

Urmărind figura se observă că sistemele de frânare, a căror acțiune este independentă de aderența roată - șină, nu pot fi utilizate ca frâne principale ci numai suplimentare întrucât pe anumite intervale de viteză variația coeficientului de frecare nu permite oprirea vehiculului.



Coefficientul de frecare dintre elementele cuplei de frecare ale acestor sisteme de frânare descrește brusc sau lent spre zero ( de exemplu la frâna reostatică se observă o descreștere liniară spre zero începând cu viteza de aproximativ 70 km/h) impunându-se utilizarea de la aceste viteze a unei frâne din sistemul mecanic de frânare ( de exemplu frâna cu disc) a cărei curbă are alura asemănătoare cu a coeficientului de aderență.

Din figura 2.25 reiese deci faptul că singurul sistem de frânare care poate să oprească efectiv vehiculul feroviar de mare viteză este cel mecanic al cărui efect optim se manifestă pe intervalul de viteză ( 0.....50) km/h.

Pentru a profita cât mai mult posibil de aderența dintre roată și șină în anumite condiții de climă ( șină umedă sau acoperită cu o pojghiță de gheață sau pată de ulei) vehiculele de mare viteză sunt prevăzute cu dispozitive antipatinaj care intră în acțiune în momentul în care forța de frânare depășește forța de aderență.

Vehiculele motoare de mare viteză sunt prevăzute cu trei tipuri de frâne ( electrică reostatică sau recuperativă, frâna cu disc, frâna cu curenți Foucault) având, astfel, posibilitatea opririi cu cel puțin două din aceste frâne datorită utilizării pentru tracțiune a motoarelor electrice asincrone care permit o frânare electrică ( reostatică sau recuperativă) până la oprire.

**Coeficientul de absorbție a energiei cinetice a vehiculului feroviar ( $\epsilon_a$ )** este raportul dintre energia cinetică a vehiculului care urmează să fie anulată prin frânarea de oprire și energia cinetică totală:

$$\epsilon_a = \frac{E_{cf}}{E_c} \quad (2.1)$$

Considerând o frânare de oprire, în aliniament și palier, și utilizând expresiile stabilite pentru energia cinetică se obține relația de definiție a coeficientului de absorbție:

$$\epsilon_a = \frac{\frac{(1+\gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2} - 10 \cdot S_f \cdot R_t}{\frac{(1+\gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2}} = 1 - \frac{20 \cdot S_f \cdot R_t}{(1+\gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2} \quad [\text{adimensional}] \quad (2.2)$$

Dacă se înlocuiesc expresiile spațiului de frânare și rezistenței la înaintare în relația 2.2 expresia coeficientului de absorbție devine:

$$\varepsilon_a = 1 - \frac{20 \cdot \left[ \frac{3,93 \cdot (1+\gamma) \cdot V^2}{g \cdot \mu_s \cdot \delta + r_T} + \frac{V \cdot t}{7,2} \right] \cdot (a + b \cdot V + c \cdot V^2)}{(1+\gamma) \cdot m \cdot \left( \frac{V}{3,6} \right)^2} \quad (2.3)$$

Cu ajutorul relației 2.3 în tabelul următor 2.5 se prezintă valorile calculate ale coeficientului de absorbție a energiei cinetice pentru vagonul de mare viteză AVA 200 construit la S.C "Astra - Vagoane" S.A. Arad:

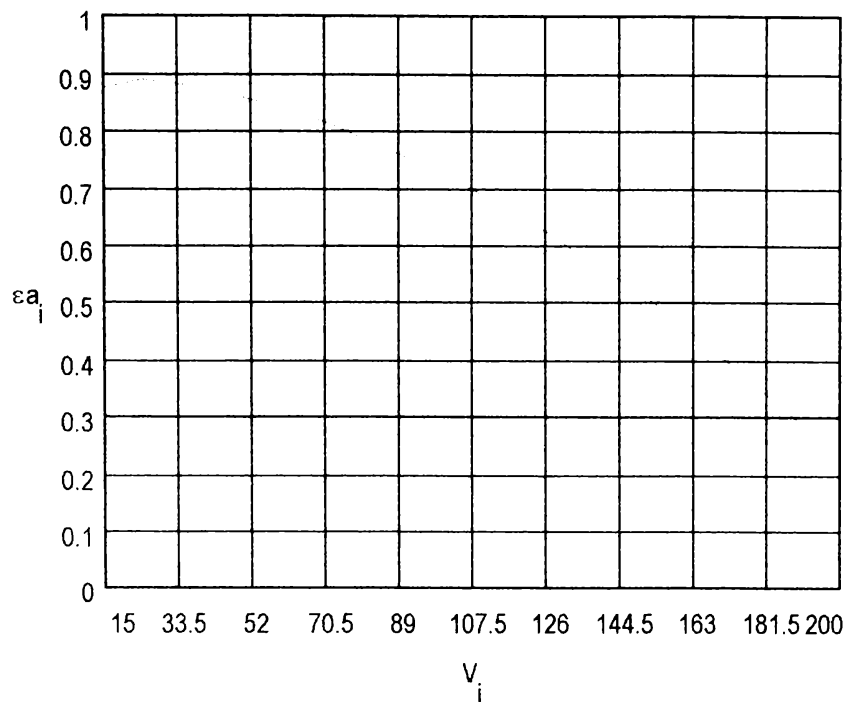
**Tabelul 2.5**

Viteza [km/h]	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
<b>Coeficientul de absorbție (<math>\varepsilon_a</math>)</b>	0,910	0,901	0,874	0,836	0,781	0,731	0,665	0,589	0,504	0,31

În figura 2.26 s-a reprezentat variația coeficientului de absorbție a energiei cinetice a vagonului de mare viteză AVA 200 în funcție de viteză.

Analizând tabelul 2.5 și diagrama din figura 2.26 se observă o descreștere a coeficientului de absorbție a energiei cinetice a vagonului respectiv odată cu creșterea vitezei.

Această alură a coeficientului de absorbție a energiei cinetice a vehiculului este justificată prin variația energiei cinetice cu pătratul vitezei.



**Figura 2.26**

În ceea ce privește **spațiul de frânare** se observă o micșorare a acestuia odată cu combinarea sistemelor de frânare cu care este prevăzut vehiculul de mare viteză respectiv.

Pentru comparație în tabelul 2.6 s-a prezentat spațiul de frânare determinat pentru vagonul de mare viteză AVA 200 în trei situații:

- utilizarea numai a frânei cu disc pentru o forță de apăsare  $F_b = 20\text{KN}$  ( $S_{fd}$ );
- utilizarea numai a frânei electromagnetice pe șină ( $S_{fem}$ );
- utilizarea ambelor tipuri de frână ( $S_{fc}$ ).

**Tabelul 2.6**

Viteza [km/h]	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Spațiul de frânare $S_{fd}$ [m]	19	57	127	227	353	517	687	877	1080	1300
Spațiul de frânare $S_{fem}$ [m]	18	53	147	257	413	633	853	1107	1393	1687
Spațiul de frânare $S_{fc}$ [m]	15	33	67	127	200	293	413	547	700	853

Cu valorile calculate din tabelul 2.6 în figura 2.27 s-au reprezentat variațiile spațiului de frânare cu viteză în cele trei situații.

Din această figură se observă că utilizând, simultan sau consecutiv în timp, ambele sisteme de frânare se pot obține spații de frânare mai mici în limitele decelerațiilor admise.

De asemenea se observă că utilizând doar frâna cu disc se poate respecta distanța de semnalizare (de avertizare) de 1000m numai la circulația cu viteze mai mici de 160 km/h. În cazul utilizării și frânei electromagnetice pe șină la aceleași viteză se obține o micșorare a spațiului de frânare cu aproximativ 330m, iar la viteza de 200 km/h cu aproximativ 500 m.

În tabelul 2.7 s-au prezentat valorile **decelerațiilor** pentru vagonul amintit cu care s-au obținut spațiile de frânare din tabelul 2.6.

**Tabelul 2.7**

Viteza $V$ [km/h]	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
$a_{fd}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,382	0,563	0,674	0,739	0,771	0,811	0,805	0,797	0,784	0,77
$a_{fem}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,446	0,685	0,818	0,891	0,956	1,009	1,025	1,031	1,034	1,021
$a_{fc}$ [m/s <sup>2</sup> ]	0,112	0,174	0,242	0,314	0,374	0,407	0,443	0,463	0,48	0,481

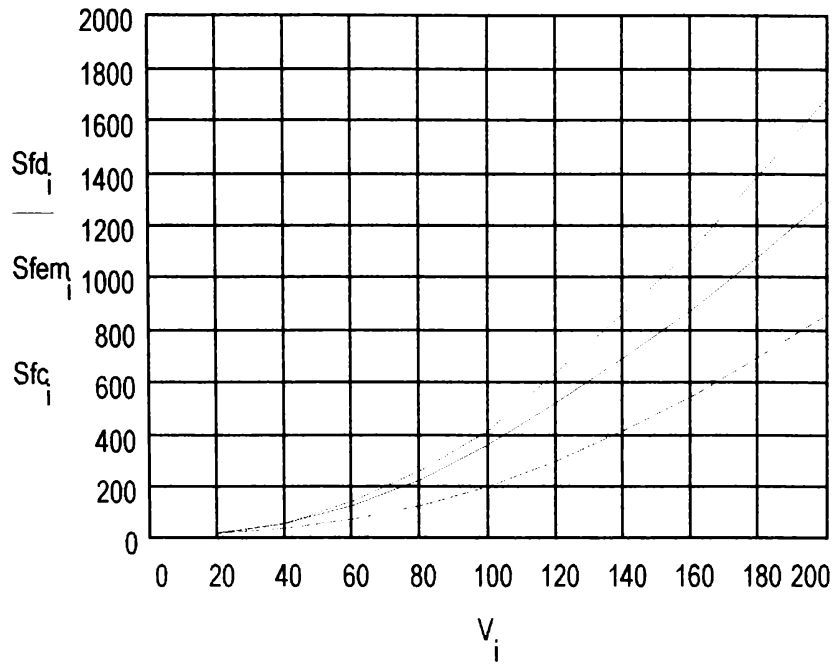


Figura 2.27

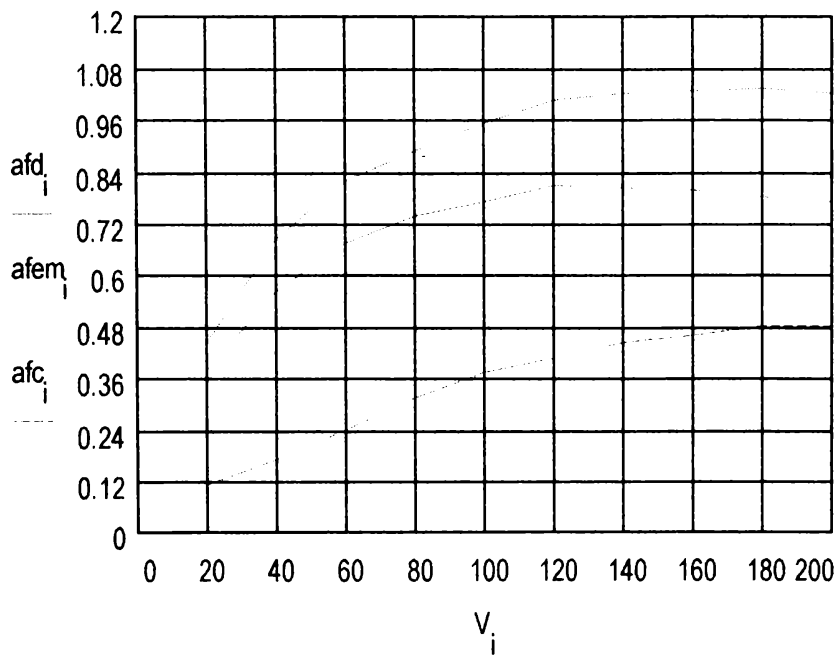


Figura 2.28

Cu ajutorul valorilor calculate în figura 2.28 s-a reprezentat decelerația în funcție de viteză în situațiile prezentate (frânarea numai cu frâna cu disc  $a_{fd}$ , frânarea numai cu frâna electromagnetică pe șină  $a_{fem}$  și frânarea combinată  $a_{fc}$ ).

Din această figură reiese faptul că la utilizarea numai a frânei electromagnetice pe șină decelerațiile obținute sunt mari atingându-se  $1,034 \text{ m/s}^2$  la o viteză de 180 km/h. La aceeași viteză însă prin utilizarea ambelor frâne ( frâna cu disc și frâna electromagnetică pe șină ) se obține o decelerație  $a_{fc} = 0,48 \text{ m/s}^2$ , cu aproximativ 50 % mai mică decât  $a_{fem}$ .

Utilizarea numai a frânei cu disc nu ar crea mari probleme din punct de vedere al decelerațiilor, care se încadrează în limitele impuse de UIC, dar elementele cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare sunt supuse unui regim termic care le alterează proprietățile fizico - mecanice.

**Temperatura** elementelor cuplei de frecare ale unei frâne este unul dintre criteriile importante de utilizare a acestei frâne pe vehiculele feroviare de mare viteză.

Tendențele actuale în proiectarea și construcția vehiculelor de mare viteză converg spre:

- reducerea cât mai mult posibil a greutateii vehiculului;
- o formă aerodinamică a vehiculului care să nu necesite consum mare al puterii instalate pentru tracțiune;
- utilizarea unor materiale cu caracteristici mecanice și fizico - chimice care să asigure siguranță maximă în exploatare și o mare fiabilitate.

În capitolul 4, al acestei lucrări, s-a prezentat un calcul al temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplelor de frecare sabot - roată și garnitură de frecare - disc de frână.

Deoarece principalele funcții ale roții de rulare sunt susținerea și ghidarea și datorită temperaturilor destul de mari atinse la frânarea de la viteze mai mari de 160 km/h, frâna cu saboți nu se pretează a fi utilizată pe vehicule feroviare de mare viteză ca frână principală ci numai ca frână suplimentară (de staționare).

Pentru exemplificare la o frânare de oprire cu o durată  $t_b = 30 \text{ s}$  a unui vehicul cu sarcina pe osie  $2Q = 20\,000 \text{ daN}$  temperatura elementelor cuplei de frecare a frânei cu saboți este de aproximativ  $315^\circ \text{ C}$  iar pentru elementele cuplei de frecare a frânei cu disc, în aceleași condiții, considerând două discuri pe osie, temperatura este de aproximativ  $177^\circ \text{ C}$  ( $V = 160 \text{ km/h}$ ). Se

observă o reducere cu aproximativ 56 % a temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei frânei cu disc, care conduce la o fiabilitate mai mare a acestora și o siguranță foarte bună în exploatare, eliminându-se astfel pericolul încălzirii roții cu efecte negative în cazul utilizării frânei cu saboți.

Micșorarea temperaturii elementelor cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare se poate realiza prin:

- mărirea numărului de discuri pe osie;
- utilizarea unor discuri cu configurație deosebită (neventilate) și din materiale cu densitate mică (aliaje pe bază de aluminiu);
- utilizarea frânei cu disc împreună cu o frână a cărei acțiune este independentă de aderența roată - șină.

Prin mărirea numărului de discuri autoventilate, confecționate din fontă, amplasate pe osie se mărește masa nesuspendată a vehiculului cu efecte negative asupra duratei de viață a osiei montate și indirect asupra vehiculului în ansamblu.

Prin utilizarea discurilor neventilate din oțel aliat cu înaltă limită de elasticitate se obțin temperaturi mai mici în comparație cu cele obținute cu discurile autoventilate precum și reducerea considerabilă a rezistenței aerodinamice dată de mișcarea de rotație a discurilor de frână autoventilate în regim de tracțiune (această rezistență conduce la un consum de aproximativ 3 % din puterea instalată pentru tracțiune). Pentru exemplificare utilizarea discului B cu caracteristicile prezentate în subcapitolul 4.2 pe un vehicul feroviar de mare viteză cu sarcina pe osie  $2Q = 15\ 000$  daN, cu două discuri pe osie, la o frânare de oprire de la 200 km/h cu o durată a frânării de 30 secunde conduce la o temperatură de aproximativ 267° C. Dacă se utilizează în aceleași condiții două discuri de fontă (discul A cu caracteristicile prezentate în subcapitolul 4.2) temperatura care se obține este de aproximativ 390° C. Se observă o reducere a temperaturii cu aproximativ 68 % în cazul utilizării discului de frână neventilat și posibilitatea unei scăderi și mai pronunțate prin utilizarea a trei sau chiar patru discuri pe osie, cu o masă net inferioară discurilor din fontă.

Un alt criteriu important al utilizării unei frâne dintr-un sistem de frânare (în special din sistemul mecanic de frânare) pe un vehicul de mare viteză este **uzura** elementelor cuplei de frecare a frânei respective.

Odată cu creșterea vitezelor de circulație coeficientul de frecare dintre elementele cuplei de frecare a frânei cu saboți are tendința de scădere în timp ce uzura are tendința de creștere. Astfel utilizarea frânei cu saboți pe vehiculele feroviare de mare viteză ar conduce deci la temperaturi mari ale elementelor cuplei de frecare și la creșterea intensității de uzare care prezintă un maxim în intervalul de temperaturi  $(250 - 350)^{\circ} \text{C}$  [100].

Prin utilizarea frânei cu disc coeficientul de frecare are o variație mai lină cu viteza de circulație, menținându-se aproximativ constant pe intervale mari de viteză (fenomen verificat practic prin cercetările experimentale prezentate în această lucrare în subcapitolul 5.1). Acest lucru se reflectă și într-o uzură mai mică a elementelor cuplei de frecare, ajungându-se la o durată de viață a unui disc de frână de aproximativ 20 - 30 ani. Durabilitatea discului de frână este determinată și de materialul din care sunt confecționate garniturile de frecare care pot să uzeze mai mult sau mai puțin suprafața de frecare a discului. Determinările experimentale efectuate în acest scop și prezentate în [100] au condus la o uzură de aproximativ 2 mm/h la o presiune între discul de frână și garnitura de frecare de  $6 \text{ daN/cm}^2$  la o viteză a vehiculului de 200 km/h.

## 2.8.Concluzii

Principalele sisteme de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză, motoare și remorcate, sunt:

- sistemul mecanic;
- sistemul electric.

Din cadrul acestor sisteme de frânare pe vehiculele motoare de mare viteză se utilizează:

- frâna cu disc;
- frâna electrodinamică ( reostatică și recuperativă);
- frâna cu curenți Foucault ( liniară și rotativă).



Pe vagoanele de călători de mare viteză se utilizează ca frână principală frâna cu disc (cu două, trei sau chiar patru discuri pe osie) precum și frâna electromagnetică pe șină. Ca frână de siguranță (staționare) se utilizează frâna cu saboți.

Ținând cont de performanțele acestor frâne publicate în literatura de specialitate [21],[22], [29], [35], [41], [45], [46], [47], [52], [53], [57], [61], [67], [68], [88], [96] și de analiza comparativă prezentată mai sus (subcapitolul 2.7), se pot desprinde următoarele concluzii:

- la vehiculele motoare de mare viteză utilizarea motoarelor electrice de tracțiune asincrone permite frânarea electrică până la oprire, măbind în acest fel siguranța circulației și durata de viață a elementelor celorlalte frâne;
- frâna cu curenți Foucault, față de frâna electromagnetică pe șină, dezvoltă un efort decelerator aproximativ dublu la aceleași caracteristici constructive ale patinei, evitând în același timp frecarea și deci uzura;
- cerințele de putere ale frânei cu curenți Foucault sunt de aproximativ de zece ori mai mari la același efort decelerator, motiv pentru care se utilizează numai pe vehiculele motoare oferind reale posibilități de a folosi de două ori același curent pentru frânare (o dată de către motoarele electrice de tracțiune funcționând în regim de generator și a doua oară de către frâna cu curenți Foucault care funcționează cu curenți dați de aceste generatoare);
- frâna cu curenți Foucault prezintă avantajul că nu are piese în frecare, uzura fiind practic nulă, iar reglajul se face ușor prin variația curenților de excitație;
- frâna cu saboți se utilizează pe vehiculele de mare viteză doar ca frână suplimentară de siguranță (staționare);
- performanțele frânei cu disc sunt superioare în comparație cu ale frânei cu saboți (coeficient de frecare, coeficient de absorbție, spațiu de frânare, decelerație, temperatură, uzură, etc.) justificând utilizarea acestei frâne ca frână principală a vehiculelor feroviare de mare viteză;
- frâna cu disc este mai simplă din punct de vedere constructiv și mai ușoară ceea ce conduce la un preț de cost mai scăzut;
- căldura produsă prin transformarea energiei cinetice a vehiculului la frânare nu se mai transmite roții de rulare ci discului de frână și garniturilor de frecare evitând astfel

posibilitatea apariției defectelor pe suprafața de rulare ( exfolieri, fisuri,etc.) care pereclitează siguranța circulației;

- rezistența aerodinamică dată de mișcarea de rotație a discurilor de frână autoventilate cu palete radiale, în regim de tracțiune, conduce la un consum de aproximativ 3 % din puterea instalată pentru tracțiune;
- reducerea consumului de putere datorită rezistenței aerodinamice a discurilor de frână autoventilate s-a realizat prin înlocuirea paletelor radiale cu nuturi amplasate între suprafețele de frecare ale discului, care permit o răcire mai bună în ambele sensuri de mers;
- diminuarea până la eliminarea completă a acestui consum de putere s-a obținut prin utilizarea discurilor neventilate cu grosime mică (aproximativ 45 - 50 mm), ușoare, permițând în același timp și mărirea numărului de discuri pe osie (patru discuri neventilate pe osie la TGV - Atlantique),regimul termic al elementelor cuplei de frecare fiind mai redus;
- utilizarea frânei electromagnetice pe șină împreună cu frâna cu disc conduce la spații de frânare mai mici și decelerații în limitele celor admise de către U.I.C;
- frâna electromagnetică pe șină utilizată pe vehiculele feroviare de mare viteză are electromagneții alcătuiți din poli articulați iar suspensia este înaltă ( distanța la care sunt suspendați electromagneții în timpul mersului este cuprinsă în intervalul 60 - 150 mm);
- pentru un control permanent al parametrilor frânării pe vehiculele feroviare de mare viteză s-a prevăzut un microprocesor asigurându-se pe lângă o protecție antipatinaj la coeficient de aderență scăzut ( condiții atmosferice nefavorabile) și un control automat al traductorilor de viteză, consum de aer comprimat mic, afișarea erorilor și a defecțiunilor.

### 3. CALCULUL ENERGIEI DISIPATE LA FRÂNAREA VAGOANELOR, DE CĂLĂTORI, DE MARE VITEZĂ

#### 3.1 Generalități

Frânarea, vehiculelor feroviare poate fi de două feluri :

- **frânarea de oprire** când viteza vehiculului tinde la zero, într-o perioadă de timp scurtă (frânarea de urgență, oprirea într-o stație, etc) în limitele admise;

- **frânarea de durată** necesară pentru coborârea unor pante lungi sau pentru menținerea constantă a vitezei pe o anumită secție de remorcare.

Indiferent de tipul frânării vehiculului feroviar energia cinetică a acestuia este disipată prin intermediul elementelor sistemului de frânare (mecanic, electric, fluidic, etc). În cazul vehiculelor de mare viteză a căror frână principală în majoritatea cazurilor face parte din sistemul mecanic de frânare, transformarea energiei cinetice a acestora se face prin intermediul elementelor cuplelor de frecare conform schemei următoare :

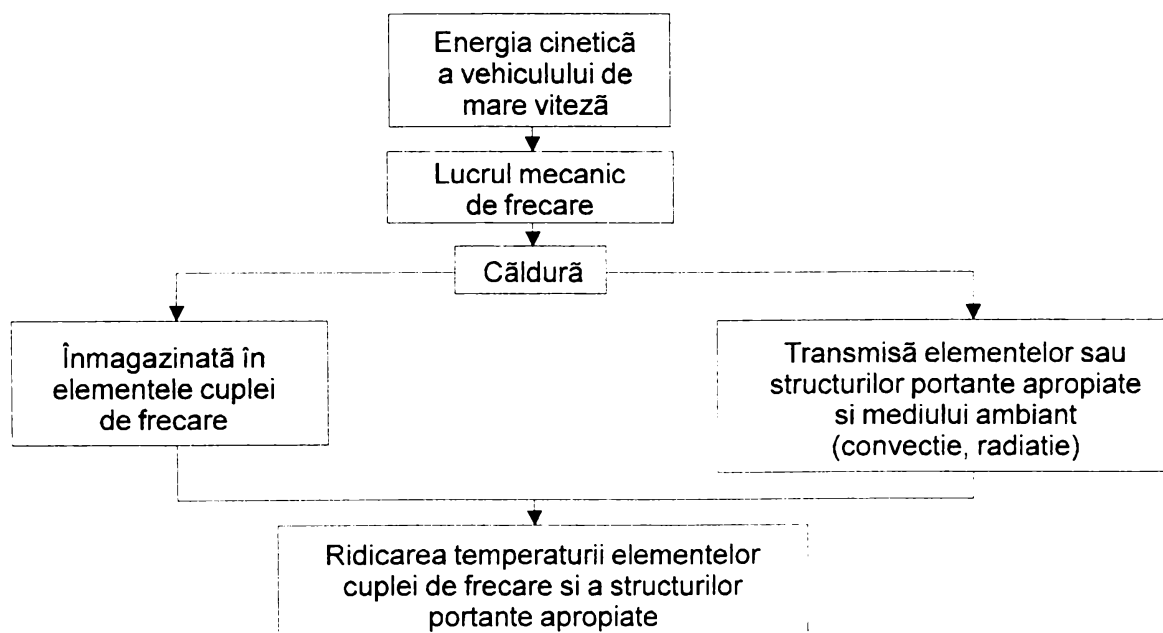


Figura 3.1

La o analiză microscopică a suprafețelor, elementelor cuplei de frecare, care vin în contact direct, s-a constatat că acestea sunt formate din "micromunți" (proeminențe) și "microvăi" (adâncituri) (figura 3.2) :

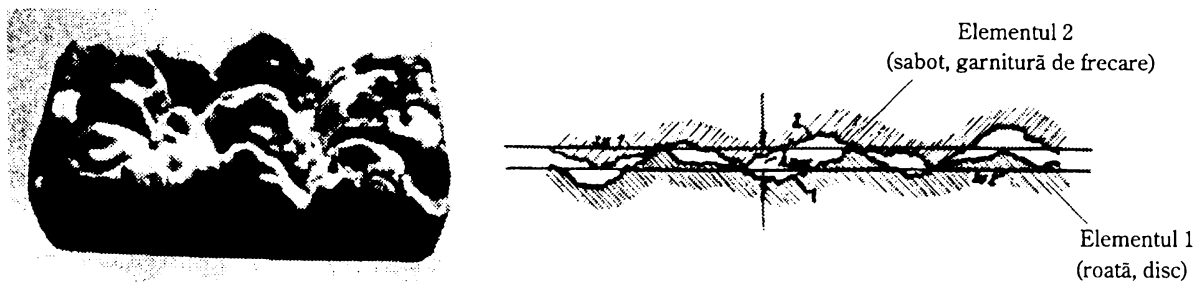


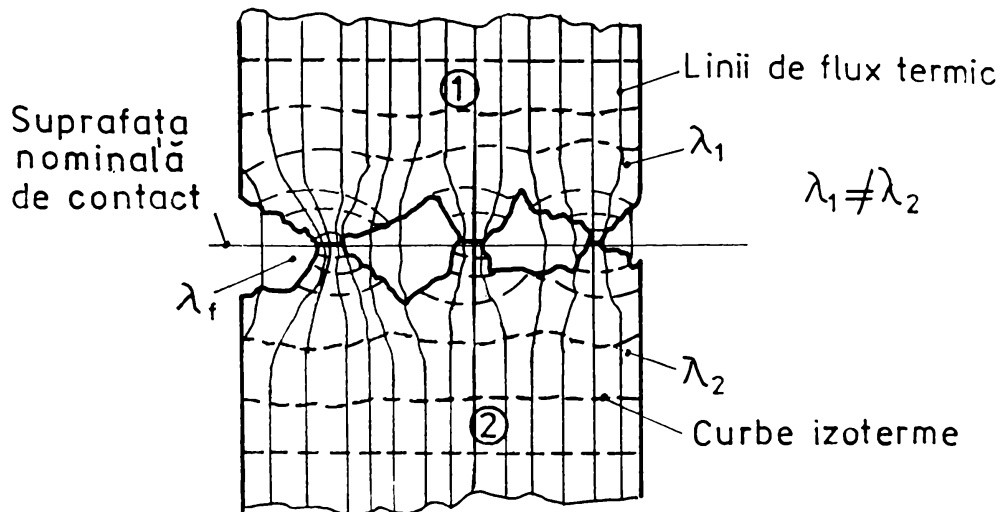
Figura 3.2

Rezultă deci că energia cinetică a vehiculului este transformată în primul rând în lucru mecanic de deformare (elastică și plastică) a acestor proeminențe și în final în căldură, măriindu-se astfel temperatura elementelor cuplei de frecare. De asemenea, se remarcă faptul că suprafața efectivă de contact a celor două elemente este diferită de suprafața nominală și anume constituie numai o parte din aceasta determinată de suma suprafețelor proeminențelor în contact :

$$S_e = S_1 + S_2 + \dots + S_n = \sum_{i=1}^n S_i \quad (3.1)$$

Întrucât circulația la viteze mari implică energii cinetice ale vehiculelor de asemenea mari este foarte importantă stabilirea regimului termic al elementelor cuplei de frecare care vin în contact direct și care sunt elemente înmagazinatoare și disipatoare de căldură.

În figura 3.3 s-a prezentat la o scară mărită zona de contact a două corpuri solide diferite ca material evidențiindu-se liniile de flux termic :



**Figura 3.3**

Se observă că suprafața de contact efectivă este net inferioară celei nominale, transferul de căldură făcându-se aproape în totalitate prin intermediul proeminențelor celor două suprafețe. Interstițiile dintre zonele în contact au forme mai mult sau mai puțin regulate, în acestea găsindu-se în cazul de față aerul.

Astfel se poate afirma că transferul de căldură între două corpuri solide din materiale diferite ( $\lambda_1 \neq \lambda_2$ ) are loc printr-un mecanism combinat și anume :

- conducție prin zonele de contact real;
- conducție prin fluidul (aer) din interstiții;
- convecție și radiație prin acest fluid.

Datorită dimensiunilor reduse ale interstițiilor și presiunii de contact mari, efectul convecției în aerul din acestea se poate neglija. De asemenea, existența unei diferențe mici de temperatură între cele două suprafețe produce o diminuare a ponderii radiației termice. Ca urmare, transferul de căldură între două corpuri solide în contact are loc, în principal, prin conducție atât prin zonele efective de contact, cât și prin fluidul din interstiții.

### 3.2 Determinarea energiei disipate la frânarea de oprire cu ajutorul frânei cu saboți

Experimentele efectuate de către unele administrații de cale ferată (SNCF, JNR, DB, FS, RENFE, SJ, etc.) la viteze ridicate au demonstrat că frâna cu saboți necesită spații de frânare foarte lungi și că în condițiile menținerii actualului spațiu de frânare, este necesară o frânare mult mai puternică, cu efecte negative asupra siguranței circulației și confortului călătorilor.

Creșterea continuă a vitezelor de circulație a determinat cercetări pentru sporirea eficacității și perfecționarea frânei cu saboți, concomitent cu construcția și încercarea experimentală a unui nou tip de frână [2], [4], [5], [8], [9], [23], [24], [25], [26], [29], [42], [55], [56], [57], [61], [64], [67], [68], [73]. Sporirea eficacității frânei cu saboți s-a realizat prin utilizarea saboților de construcție specială [13], [27], [36], prin introducerea treptelor de frânare și prin montarea pe fiecare vehicul a dispozitivelor antipatinaj indispensabile la echiparea unui vagon de călători de mare viteză.

Perfecționarea frânei clasice cu saboți s-a realizat prin introducerea comenzii electrice și a distribuitorilor moderne care asigură caracteristici de frânare mai bune. Dezavantajul principal al frânei cu saboți este cantitatea mare de căldură, produsă prin frecare, care nu poate fi disipată corespunzător de către elementele cuplei de frecare ale acestei frâne (sabotul și roata).

În timpul mișcării unui tren pe un profil de cale ferată, forța de tracțiune se consumă atât pentru învingerea rezistențelor la înaintare cât și pentru imprimarea unei mișcări accelerate acestuia. Odată cu întreruperea procesului de transmitere a momentului motor la osii, forța de tracțiune se anulează, asupra trenului acționând numai rezistența la înaintare. Dacă se acționează frâna, saboții se strâng pe roți dând naștere unei forțe de frânare, astfel încât se poate scrie egalitatea dintre energia cinetică înmagazinată în masa trenului și lucrul mecanic al forțelor rezistente:

$$(1 + \gamma) \cdot \frac{m}{2} \cdot (V_1^2 - V_2^2) = S_f \cdot (F_b \cdot \mu_s + R_t \pm i \cdot G_t) \quad (3.2)$$

unde:  $(1+\gamma)$  - factor care ține seama de masele aflate în mișcare de rotație ;

$m$  - masa trenului [Kg];

$V_1, V_2$  - viteza inițială și finală a trenului [m/s];

$S_f$  - spațiul de frânare [m];

$F_b$  - forța de apăsare a saboților pe roți [daN];

$\mu_s$  - coeficientul de frecare dintre sabot și roată;

$R_t$  - rezistența totală la înaintare a trenului [daN];

$G_t$  - greutatea trenului [daN];

$i$  - declivitatea [‰].

Considerând o frânare de oprire în aliniament și palier relația 3.2 devine:

$$(1 + \gamma) \cdot \frac{m}{2} \cdot v^2 = S_f \cdot (F_b \cdot \mu_s + R_t) \quad (3.3)$$

Se observă că energia cinetică înmagazinată într-un tren, până la o anumită viteză ( $V$ ) de la care trenul este frânat, se transformă în lucru mecanic al forțelor rezistente și apoi în căldură.

Energia cinetică disipată la frânarea de oprire cu ajutorul frânei cu saboți se calculează cu relația:

$$E_{cf} = (1 + \gamma) \cdot \frac{m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2} - 10 \cdot S_f \cdot R_t \quad [\text{J}] \quad (3.4)$$

Pentru exemplificare se consideră un tren format din două locomotive BB 22200 și șase vagoane cu o masă totală de 456 t și o lungime de 188 m, a cărei rezistență totală la înaintare a fost determinată experimental prin încercări pe linie curentă și este de forma:

$$R_t = 462 + 3,9 \cdot V + 0,0906 \cdot v^2 \quad [\text{daN}] \quad (3.5)$$

Spațiul de frânare ( $S_f$ ) s-a calculat cu relația lui Pedeluq [32], bazată pe cercetări experimentale efectuate la SNCF și prescripțiile fișei UIC 546 (ediția a III -a):

$$S_f = \frac{\varphi \cdot v^2}{1,09375 \cdot b + 0,127} \quad [\text{m}] \quad (3.6)$$

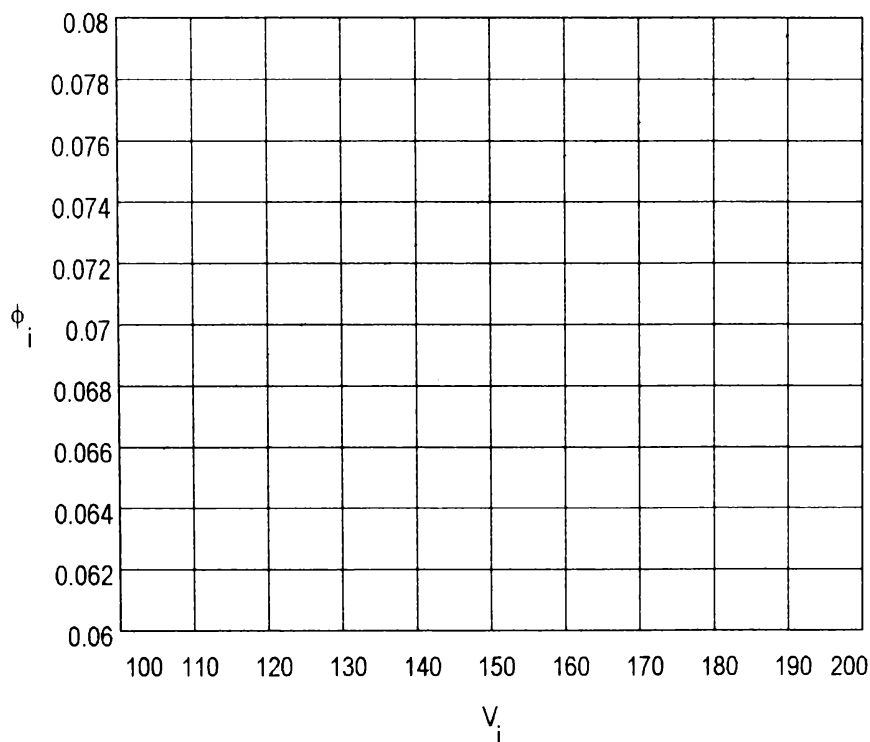
unde:  $\varphi$  - coeficient care ține seama de viteză, determinat experimental, ale cărui valori sunt prezentate în tabelul 3.1;

$b$  - procentul de frânare [‰]

Înlocuind relațiile 3.5 și 3.6 în relația 3.4 se obține următoarea expresie a energiei cinetice:

$$E_{cf} = (1 + \gamma) \cdot \frac{m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2} - 10 \cdot \frac{\varphi \cdot V^2}{1,09375 \cdot b + 0,127} \cdot (462 + 3,9 \cdot V + 0,0906 \cdot V^2) \text{ [J]} \quad (3.7)$$

Considerând un procent de frânare  $b = 100\%$  cu ajutorul relației 3.7 s-au determinat valorile energiei cinetice ( $E_{cf}$  - energia cinetică a trenului,  $E_{cfo}$  - energia cinetică ce revine unei osii,  $E_{cfr}$  - energia cinetică ce revine unei perechi de saboți), pentru diferite viteze inițiale de frânare  $V \in [100, 200]$  Km/h, prezentate în tabelul 3.1. În figurile 3.4 .. 3.7 s-au reprezentat variațiile cu viteza ale mărimilor calculate ( $R_t$  [daN],  $S_f$  [m],  $E_{cf}$ ,  $E_{cfo}$ ,  $E_{cfr}$  [J]).



**Figura 3.4**



Tabelul 3.1

	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Viteza V [Km/h]											
Coefficientul $\phi$	0,0648	0,0667	0,069	0,0711	0,0726	0,0742	0,0755	0,0766	0,0775	0,0785	0,079
Rezistența la înaintare Rt [daN]	1758	1987,26	2234,64	2500,14	2783,76	3085,5	3405,36	3743,34	4099,44	4473,66	4866
Spațiul de frânare Sf [m]	530,82	661,12	813,92	984,30	1165,64	1367,60	1583,28	1813,42	2056,93	2321,40	2588,5
Energia cinetică a trenului Ecf [MJ]	175,390	210,375	247,811	287,571	329,606	373,427	418,972	465,964	514,177	562,995	612,92
Energia cinetică ce revine unei osii Ecf <sub>o</sub> [MJ]	4,3847	5,2593	6,1952	7,1892	8,2401	9,3356	10,4743	11,6491	12,8544	14,0748	15,323
Energia cinetică ce revine unei roți Ecf <sub>r</sub> [MJ]	2,1923	2,6296	3,0976	3,5946	4,1200	4,6678	5,2371	5,8245	6,4272	7,0374	7,6616

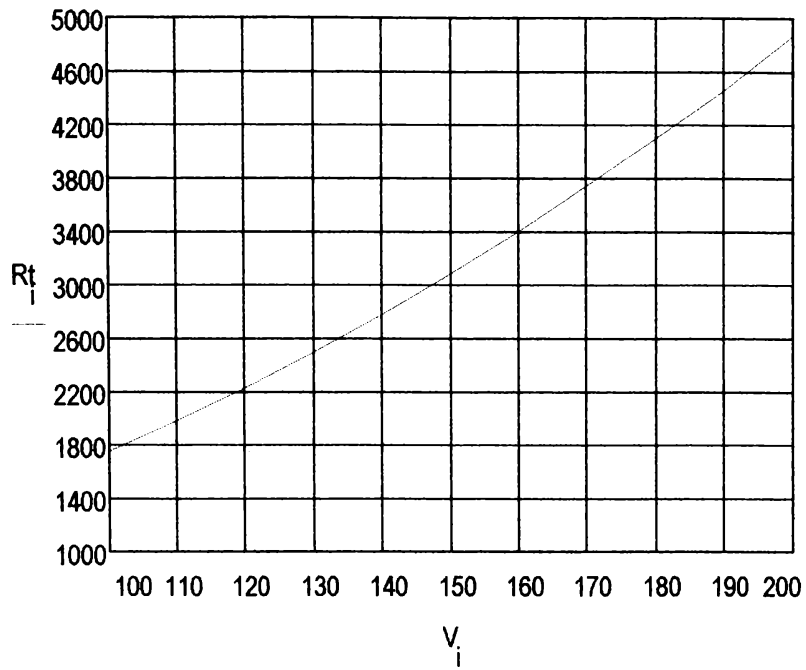


Figura 3.5

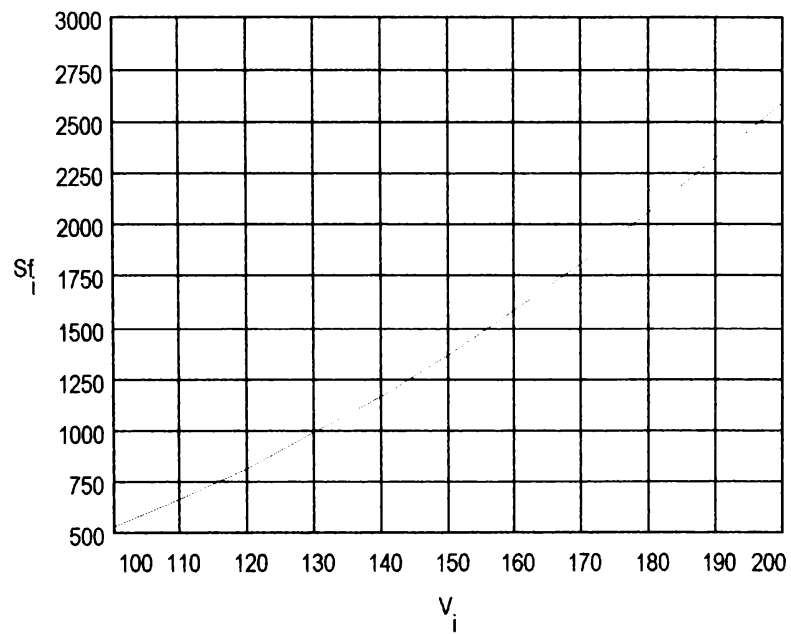


Figura 3.6

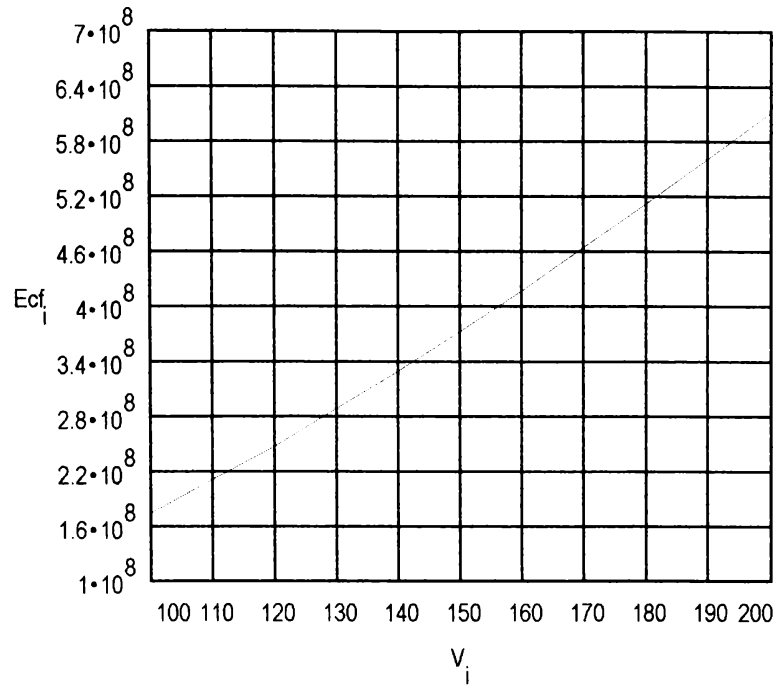


Figura 3.7

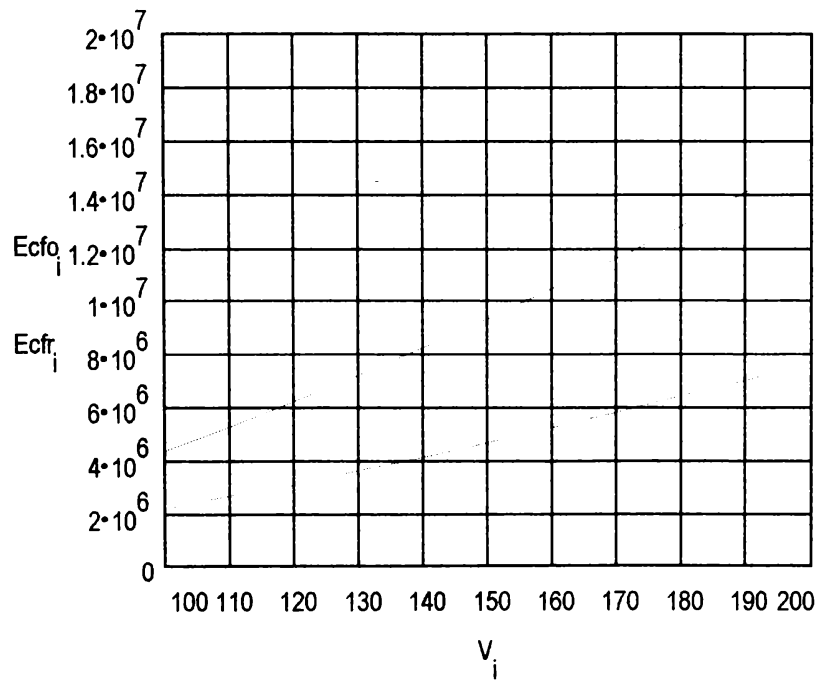


Figura 3.8

### 3.3. Calculul puterii de frânare

Energia cinetică, a ramei considerate, care trebuie anulată prin frânare ( $E_{cf}$ ) corespunde unei puteri medii de frânare care are următoarea expresie :

$$P_{mf} = \frac{E_{cf}}{tb} \quad [W] \quad (3.8)$$

Înlocuind în relația (3.8) expresia energiei cinetice dată de relația (3.7) se obține puterea medie de frânare :

$$P_{mf} = \frac{(1+\gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2tb} - \frac{10}{tb} \cdot \frac{\varphi \cdot V^2}{1,09375 \cdot b + 0,127} \cdot (462 + 3,9 \cdot V + 0,0906 \cdot V^2) \quad [W] \quad (3.9)$$

Considerând că se execută o frânare de oprire utilizând numai frâna cu saboți, puterea de frânare pe osie este dată de relația :

$$P_{mf_0} = \frac{(1+\gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2tb \cdot n_0} - \frac{10}{tb \cdot n_0} \cdot \frac{\varphi \cdot V^2}{1,09375 \cdot b + 0,127} \cdot (462 + 3,9 \cdot V + 0,0906 \cdot V^2) \quad [W] \quad (3.10)$$

Rama de mare viteză considerată are o compunere cunoscută : (L+6V+L), numărul osiilor determinându-se astfel :

$$n_o = n_b \cdot n_{ob} = 20 \cdot 2 = 40 \text{ osii}$$

unde  $n_b$  - numărul boghiurilor ramei (8 motoare și 12 nemotoare).

În acest caz, puterea de frânare pe osie se calculează cu relația (3.10) unde  $n_0 = 40$ .

Puterea de frânare pe sabot se determină considerând acționarea simetrică a saboților pe roți (2 saboți / roată), cu următoarea relație :

$$P_{mf_s} = \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2tb \cdot n_0 \cdot n_s} - \frac{10}{tb \cdot n_0 \cdot n_s} \cdot \frac{\varphi \cdot V^2}{1,09375 \cdot b + 0,127} \cdot (462 + 3,9 \cdot V + 0,0906 \cdot V^2) \quad [W] \quad (3.11)$$

Cu ajutorul relațiilor 3.8 .. 3.11 se calculează puterea de frânare a ramei de mare viteză pentru diferite viteze de început al frânării  $V \in [100 .. 200]$  km/h.

De asemenea s-au mai calculat pentru același interval de viteze :

- coeficientul de aderență cu ajutorul relației lui Curtius-Kniffler :

$$f_a = \frac{7,5}{V + 44} + 0,161$$

- forța activă la tija pistonului cilindrului de frână :

$$F_c = p_c \cdot \frac{\pi \cdot d_c^2}{4} - Fr \quad [daN]$$

În calcul s-a considerat un cilindru de frână de 10" cu presiunea maximă  $p_c = 3,8$  daN/cm<sup>2</sup>, care acționează patru saboti ( $n_s = 4$ ) și că forța de readucere  $Fr = 150$  daN, rezultând :

$$F_c = 3,8 \cdot \frac{\pi \cdot 25,4^2}{4} - 150 = 1775,4884 \quad [daN]$$

- forța de apăsare a sabotului de frână pe roată (pentru o timonerie de frână cu randamentul  $\eta_t = 0,90$  și raportul de amplificare  $i = 10$ ) :

$$F_b = \eta_t \cdot F_c \cdot \frac{i}{n_s} = 0,9 \cdot 1,775,4884 \cdot \frac{10}{4} = 3994,8489 \quad [daN]$$

- coeficientul de frecare dintre roată și sabotul de frână (confecționat din fontă cenușie modificată) :

$$\mu_s = 0,43 \cdot \frac{16 \cdot F_b + 100}{32 \cdot F_b + 100} \cdot \frac{V + 100}{6 \cdot V + 100}$$

- forța de frânare :

$$F_f = \delta \cdot G_t \cdot \mu_s \quad [\text{N}]$$

unde :  $\delta$  = coeficientul de frânare;

$G_t$  = greutatea ramei [N]

Valorile calculate se prezintă în tabelul 3.2, cu ajutorul acestora în figurile 3.9 .. 3.14 s-a reprezentat variația cu viteza a coeficientului de frecare (fig. 3.9), a forței de frânare (fig. 3.10), a puterii de frânare a ramei (Pmf) pentru  $t_b = 30\text{s}, 40\text{s}, 50\text{s}, 60\text{s}$  (fig. 3.11), a puterii de frânare ce revine unei osii (Pmfo) și a puterii de frânare ce revine unei perechi de sabotji (Pmfr) pentru aceleași durate ale frânării (fig. 3.12).

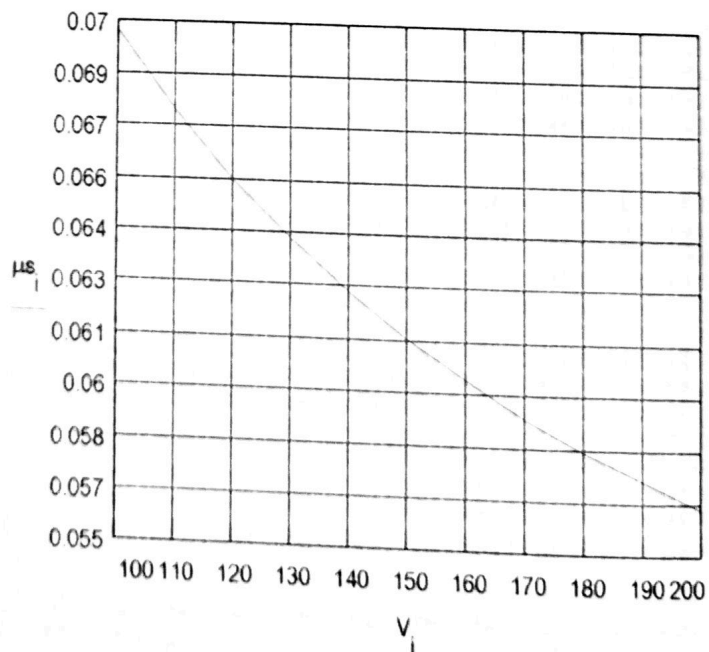


Figura 3.9

Tabelul 3.2

Viteza Coefficientul frecare	V [Km/h]	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
de frânare		0,06972	0,06743	0,06547	0,06378	0,06231	0,06101	0,05986	0,05883	0,05791	0,05707	0,05632
forța de frânare		311820	301562	292806	285244	278647	272842	267694	263098	259969	255239	251854
tt [N]												
tb=30 s	Pmf [KW]	5840,34	7012,51	8260,38	9585,71	10986,8	12447,5	13965,7	15532,1	17139,2	18766,5	20430,9
	Pmfo [KW]	146,158	175,312	206,509	239,642	274,672	311,189	349,143	388,303	428,481	469,163	510,774
	Pmfr [KW]	73,0793	87,6564	103,294	119,821	137,336	155,594	174,571	194,151	214,240	234,581	255,387
	Pmf [KW]	4,884,75	5,259,38	6,195,29	7,189,28	8,240,17	9,335,69	10,474,3	11,649,1	12,854,4	14,074,8	15,323,2
tb=40 s	Pmfo [KW]	109,618	131,484	154,882	179,732	206,004	233,392	261,857	291,227	321,360	351,872	383,080
	Pmfr [KW]	54,8094	65,7423	77,4411	89,8661	103,002	116,696	130,928	145,613	160,680	175,936	191,540
	Pmf [KW]	3507,80	4207,51	4936,23	5751,43	6592,13	7468,55	8379,44	9319,29	10283,5	11259,9	12258,5
tb=50 s	Pmfo [KW]	87,6951	105,187	123,905	143,785	164,803	186,713	209,486	232,982	257,088	281,497	306,464
	Pmfr [KW]	43,8475	52,5938	61,9529	71,8928	82,4017	93,3569	104,743	116,491	128,544	140,748	153,232
	Pmf [KW]	2923,17	3506,25	4130,19	4792,85	5493,44	6223,79	6982,86	7766,07	8569,62	9383,26	10215,4
tb=60 s	Pmfo [KW]	73,0793	87,6564	103,294	119,821	137,336	155,594	174,571	194,151	214,240	234,581	255,387
	Pmfr [KW]	36,5396	43,8282	51,6274	59,9107	68,6680	77,7974	87,2858	97,0759	107,120	117,290	127,693

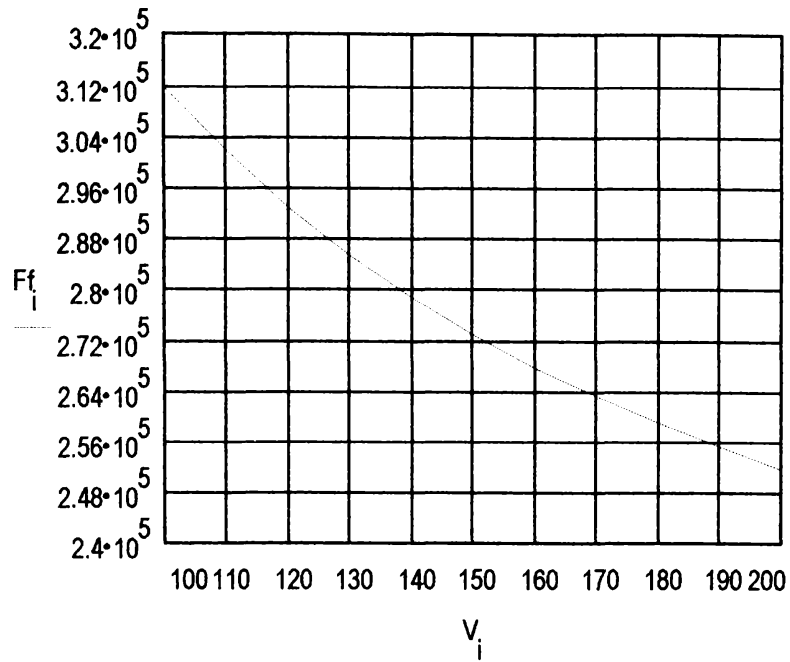


Figura 3.10

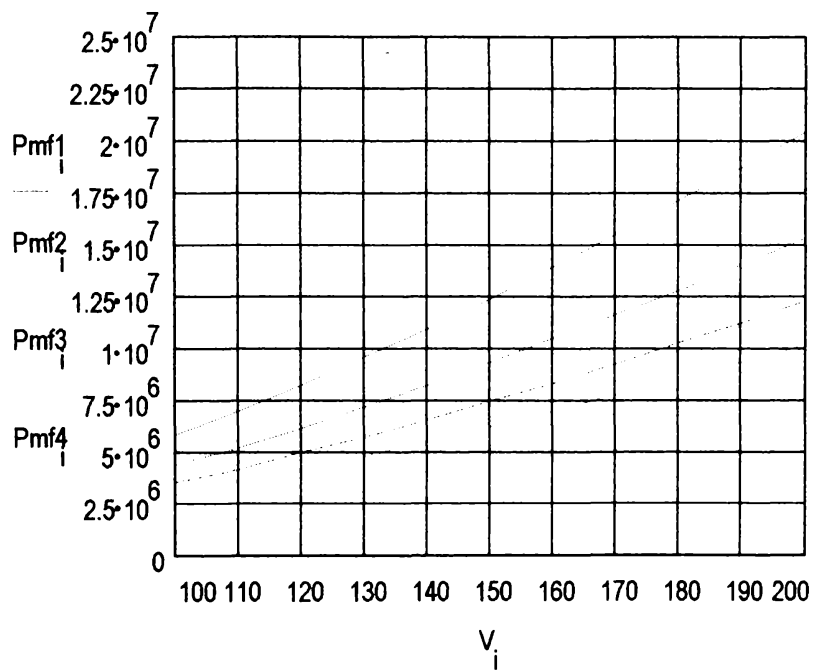


Figura 3.11



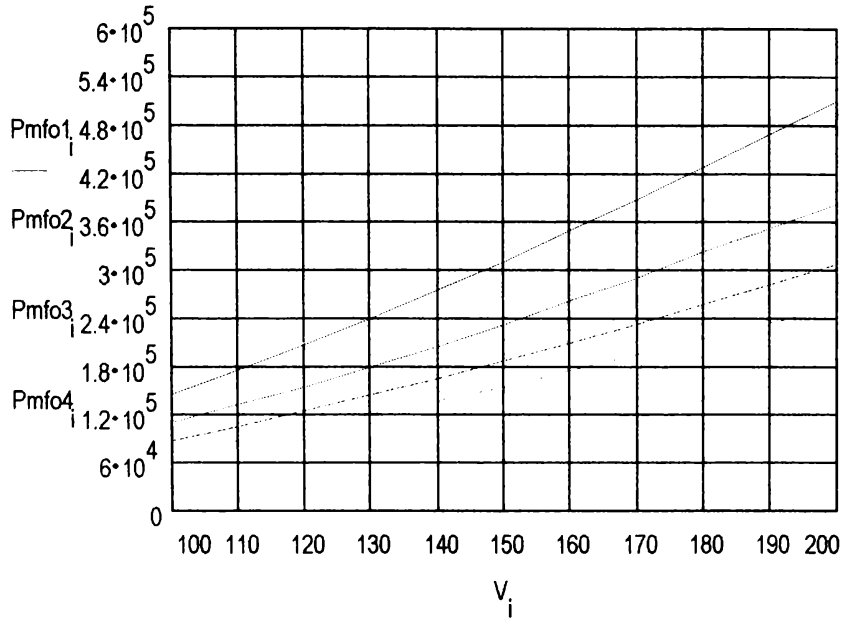


Figura 3.12

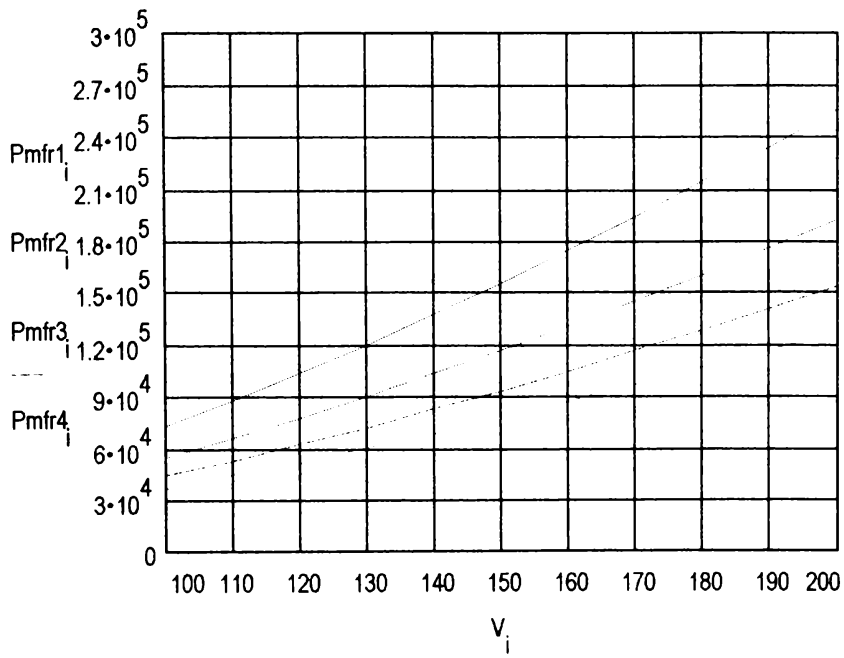


Figura 3.13

### 3.4 Calculul energiei disipate la frânarea de oprire cu ajutorul frânei cu disc

Proiectarea unui vehicul de mare viteză (sistemul de tracțiune, sistemul de frânare, etc.) se face cunoscând profilul liniei pe care va circula.

Întrucât în lume la ora actuală se circulă cu viteze comerciale de 200 -- 250 Km/h, rețelele de mare viteză au un profil predominant în aliniament și palier, și curbe cu raze foarte mari.

Astfel, în cele ce urmează se va determina energia cinetică în cazul frânării de oprire, regim predominant la viteze mari în comparație cu frânarea de durată.

La frânarea de oprire, energia cinetică a trenului de mare viteză, echipat cu frână cu disc se transformă în lucru mecanic al forțelor rezistente și apoi în căldură ridicând astfel temperatura elementelor cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare.

Energia cinetică ce urmează să fie anulată prin frânare în timpul  $t_b$  (durata frânării) este dată de relația:

$$E_{cf} = \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2 - 20 \cdot Sf \cdot Rt}{2} \quad [J] \quad (3.12)$$

Pentru exemplificare se va considera un tren de mare viteză (TGV - PSE) a cărui rezistență totală la înaintare a fost determinată experimental [42] pentru o compunere L + 8 V + L și o masă totală de 390 t.

Spațiul de frânare din relația 3.12 are următoarea expresie:

$$Sf = \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2}{g \cdot \mu_s \cdot \delta + rt} + \frac{V \cdot t_u}{7,2} \quad [m] \quad (3.13)$$

În această relație s-au făcut următoarele notații:

- $\mu_s$  - coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare;
- $\delta$  - coeficientul de frânare;
- $rt$  - rezistența specifică la înaintarea trenului [N/KN]

(în calcule  $r_t = 20\text{N}/\text{KN}$ );

--  $t_u$  - timpul de umplere a cilindului de frână cu aer comprimat [s].

Înlocuind 3.13 în 3.12 se obține energia cinetică, ce trebuie anulată prin frânare, a trenului de mare viteză considerat, la circulația în aliniament și palier (relația 3.14):

$$E_{cf} = \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2} - 10 \cdot \left[ \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2}{g \cdot \mu_s \cdot \delta + r_t} + \frac{V \cdot t_u}{7,2} \right] \cdot (a + b \cdot V + c \cdot V^2) \quad [\text{J}] \quad (3.14)$$

Cu ajutorul acestei relații și a următorilor parametri:

- timpul de umplere a cilindului de frână cu aer comprimat  $t_u = 4\text{s}$ ;
- coeficientul de frânare  $\delta = 0,35$ ;
- diametrul roții de rulare  $D = 920\text{ mm}$ ;
- raza medie de frânare a discului de frână  $r_m = 215\text{ mm}$ ;
- coeficientul de aderență  $f_a$  calculat cu relația lui Curtius-Kniffler [54]:

$$f_a = \frac{7,5}{V + 44} + 0,161$$

se calculează pentru diferite viteze de început al frânării,  $V \in [0, 200]$  Km/h, spațiul de frânare ( $S_f$ ), energia cinetică ( $E_{cf}$ ) a trenului respectiv, energia cinetică preluată de o osie ( $E_{cfo}$ ) și energia cinetică preluată de un disc de frână ( $E_{cfd}$ ).

Valorile calculate sunt prezentate în tabelul 3.3 iar în figurile 3.14, ..., 3.17 sunt reprezentate variațiile cu viteza ale mărimilor calculate ( $V$  [Km/h],  $S_f$  [m],  $E_{cf}$  [J]).

Tabelul 3.3

	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
Viteza V [Km/h]											
Coefficientul de aderență fa	0,3314545	0,2781875	0,2502857	0,2331153	0,2214838	0,2130833	0,2067317	0,2017608	0,1977647	0,1944821	0,191737
Coefficientul de frecare μs	0,4221461	0,3960331	0,3771237	0,3627984	0,3515705	0,3425334	0,3351028	0,3288855	0,3236066	0,3190685	0,315125
Rezistența la înaintare Rt [daN]	250	338	471,76	651,28	876,56	1147,6	1464,4	1826,96	2235,28	2689,36	3189,2
Spațiul de frânare Sf [m]	0	23,07791	72,453034	150,74475	259,73333	400,67100	574,46423	781,78534	1023,1435	1298,9315	1609,457
Energia cinetică frânată Ecf [KJ]	0	63116,44	252435,97	567768,22	1008834,3	1575263,1	2266587,5	3082244,8	4021574,3	5083817	6268115
Energia cinetică pe osie Eco [KJ]	0	445,8172	1781,140	3992,373	7059,599	10956,28	15649,11	21097,84	27255,30	34067,28	41472,54
Energia cinetică pe disc Ecd [KJ]	0	148,6057	593,7136	1330,791	2533,531	3652,095	5216,370	7032,616	9085,102	11355,76	13824,18

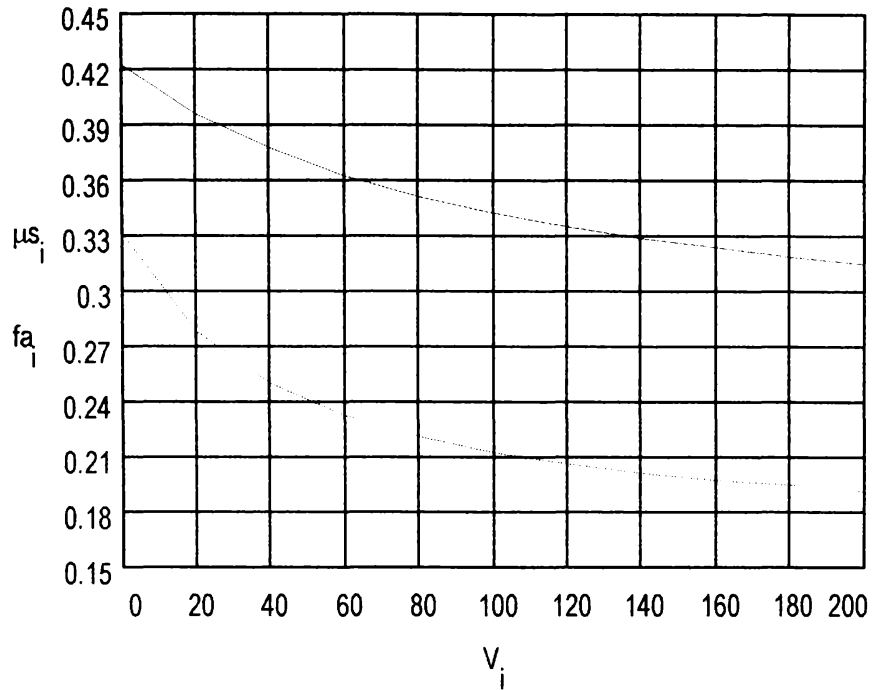


Figura 3.14

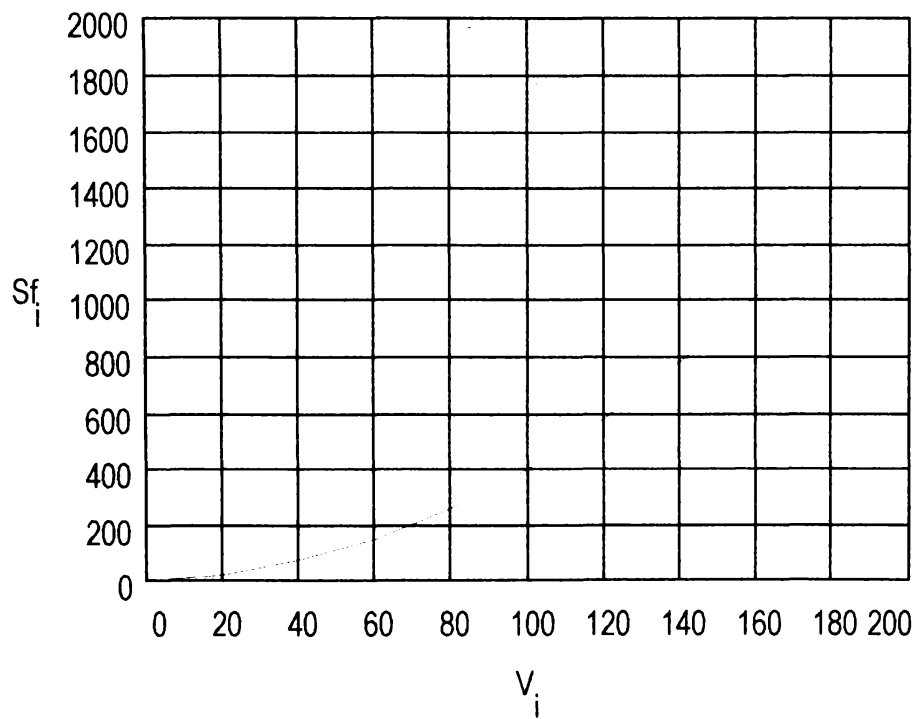


Figura 3.15

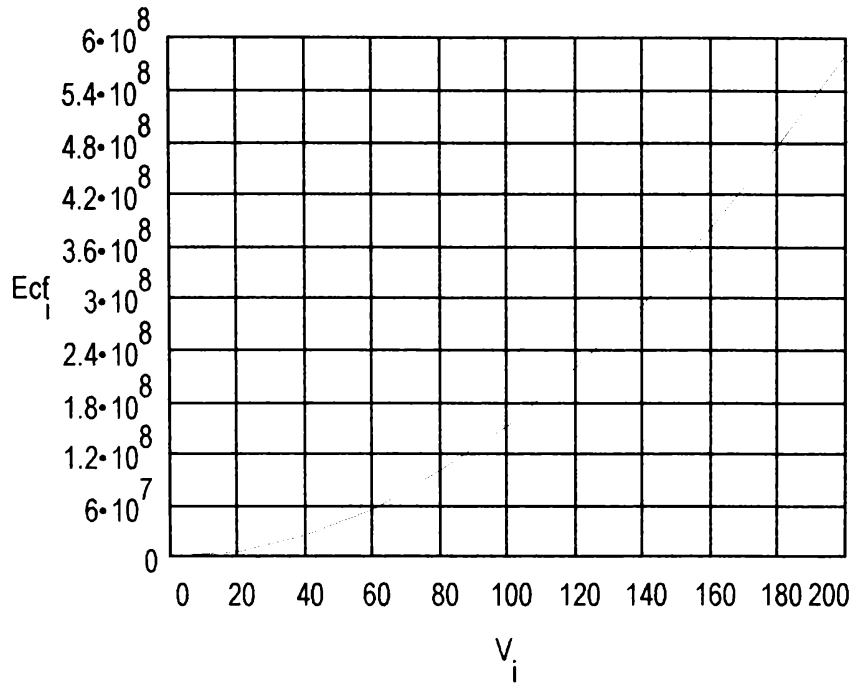


Figura 3.16

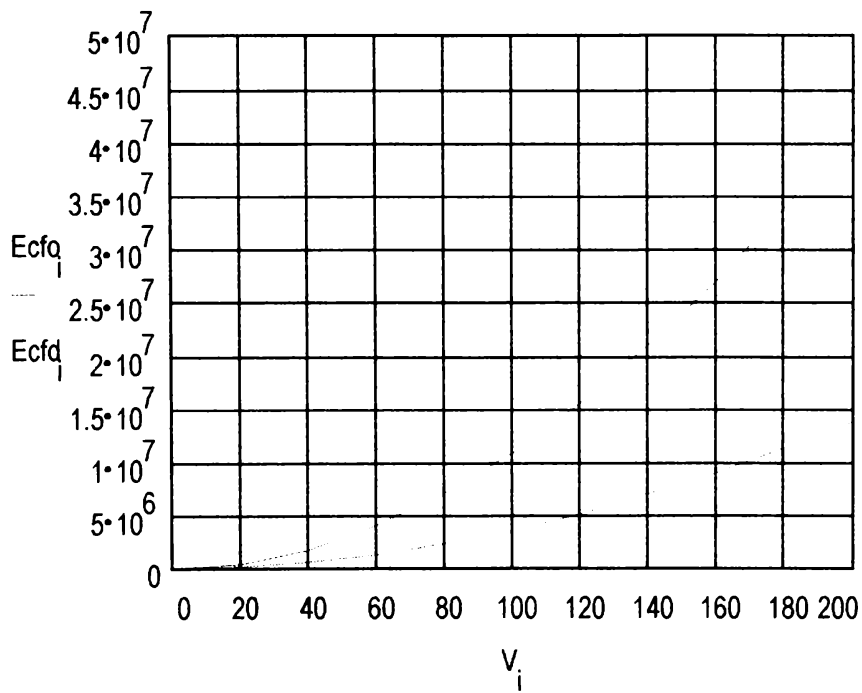


Figura 3.17

### 3.5 Calculul puterii de frânare în cazul frânării de oprire cu ajutorul frânei cu disc

Energiei cinetice a trenului de mare viteză considerat îi corespunde o putere medie de frânare dată de relația:

$$P_{mf} = \frac{E_{cf}}{t_b} \quad [W] \quad (3.15)$$

Înlocuind în relația 3.15 expresia energiei cinetice dată de relația 3.14 se obține puterea medie de frânare (relația 3.16):

$$P_{mf} = \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2 \cdot t_b} - \frac{10}{t_b} \cdot \left[ \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2}{g \cdot \mu_s \cdot \delta + r_t} + \frac{V \cdot t_u}{7,2} \right] \cdot (a + b \cdot V + c \cdot V^2) \quad [W] \quad (3.16)$$

Considerând că se execută o frânare de oprire utilizând numai frâna cu disc, puterea de frânare pe disc se obține din relația 3.17:

$$P_{mf} = n_d \cdot P_{mfd} \quad \Rightarrow \quad P_{mfd} = \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V}{3,6}\right)^2}{2 \cdot t_b \cdot n_d} - \frac{10}{t_b \cdot n_d} \cdot \left[ \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2}{g \cdot \mu_s \cdot \delta + r_t} + \frac{V \cdot t_u}{7,2} \right] \cdot (a + b \cdot V + c \cdot V^2) \quad [W] \quad (3.17)$$

Întrucât trenul de mare viteză are o compunere cunoscută - 6 boghiuri motoare și 7 boghiuri nemotoare, numărul de discuri  $n_d$ , considerând 3 discuri pe osie, este:

$$n_d = 3 \cdot n_b \cdot n_{ob} = 3 \cdot 7 \cdot 2 = 42$$

discuri de frână autoventilate.

În acest caz puterea de frânare pe discul de frână se calculează cu relația 3.17 unde  $n_d = 42$  discuri.

Valorile calculate se prezintă în tabelul 3.4, iar cu ajutorul acestora în figurile 3.18, 3.19 și 3.20 s-a reprezentat variația puterii de frânare a trenului de mare viteză ( $P_{mf}$  - puterea de frânare totală,  $P_{mfo}$  - puterea de frânare pe osie,  $P_{mfd}$  - puterea de frânare pe disc) în funcție de viteză, pentru diferite durate ale frânării ( $t_b = 30; 40; 50; 60$  secunde).

Tabelul 3.4

Viteza	V [Km/h]	0										
		0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
tb=30 s	Pmf [KW]	0	208,0480	831,1991	1863,107	3294,479	5112,933	7302,918	9845,662	12719,14	15898,06	19353,8
	Pmfo [KW]	0	14,86057	59,37136	133,0791	235,3199	365,2095	521,6370	703,2616	908,5102	1135,576	1382,41
	Pmfd [KW]	0	4,953524	19,79045	44,35970	78,43999	121,7365	173,8790	234,4205	302,8367	378,5254	460,806
tb=40 s	Pmf [KW]	0	156,0360	623,3993	1397,330	2470,859	3834,700	5477,188	7384,246	9539,358	11923,55	14515,3
	Pmfo [KW]	0	11,23829	44,93543	100,9781	179,2003	279,3810	401,2425	544,4496	708,6090	893,2690	1097,91
	Pmfd [KW]	0	3,715174	14,84284	33,26977	58,82999	91,30238	130,4092	175,8154	227,1275	283,8940	345,604
tb=50 s	Pmf [KW]	0	124,8288	498,7194	1117,864	1976,687	3067,760	4381,750	5907,397	7631,486	9538,841	11612,3
	Pmfo [KW]	0	8,91634	35,6228	79,8474	141,1919	219,1257	312,9822	421,9569	545,1061	681,3445	829,450
	Pmfd [KW]	0	2,972114	11,8742	26,6158	47,0639	73,0419	104,3274	140,6523	181,702	227,1152	276,483
tb=60 s	Pmf [KW]	0	104,0240	415,5995	931,5538	1647,239	2556,466	3651,459	4922,831	6359,572	7949,034	9676,92
	Pmfo [KW]	0	7,430287	29,68568	66,53955	117,6599	182,6047	260,8185	351,6308	454,2551	567,7881	691,209
	Pmfd [KW]	0	2,47676	9,89522	22,1798	39,2199	60,8682	86,9395	117,210	151,418	189,262	230,403



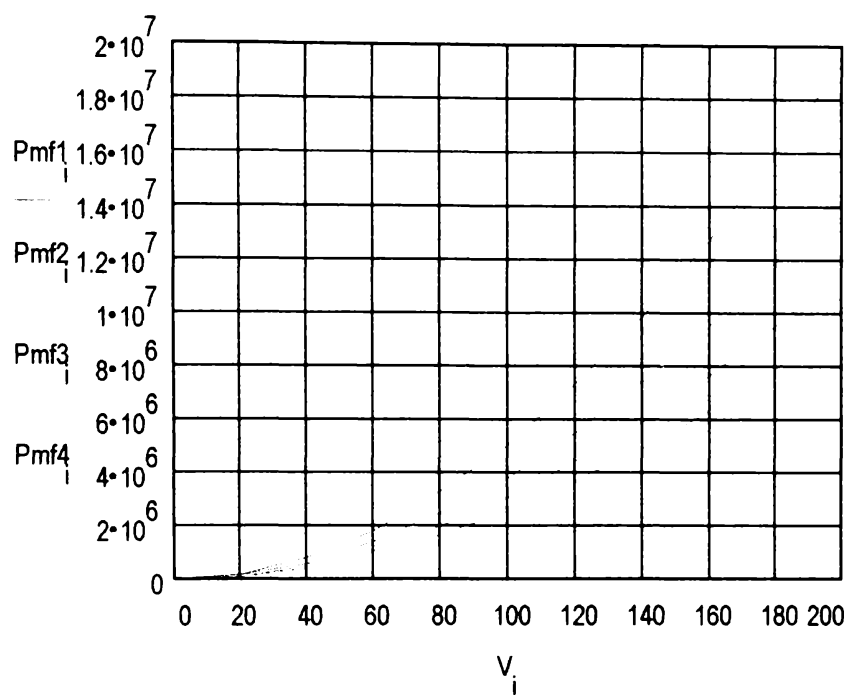


Figura 3.18

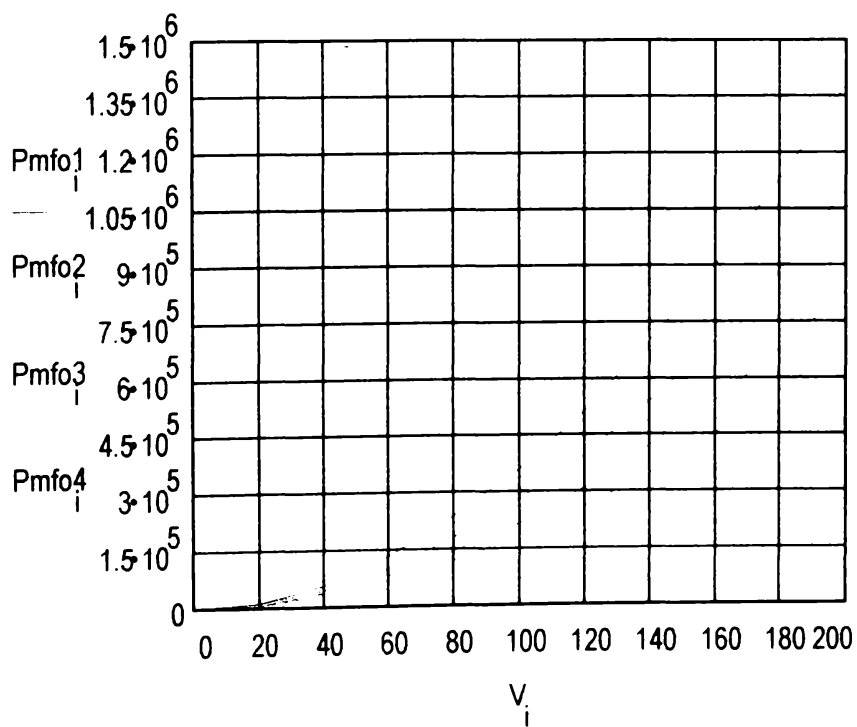
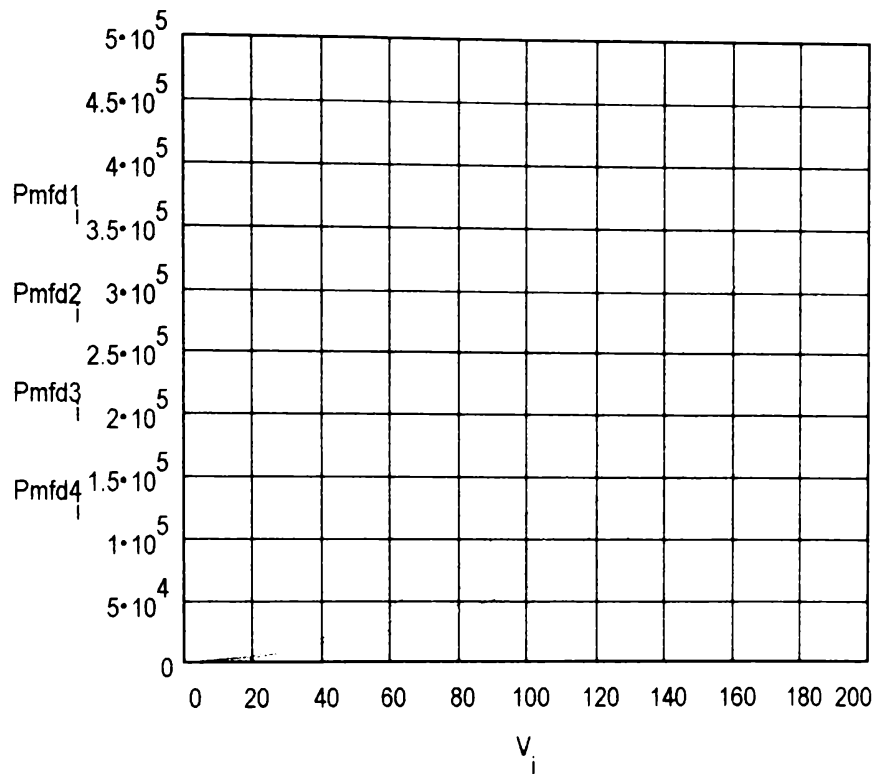


Figura 3.19



**Figura 3.20**

La reprezentarea grafică a puterii de frânare în funcție de viteza trenului s-a utilizat ca unitate de măsură wattul și următoarele prescurtări:

- Pmf1, Pmfo1, Pmfd1 - puterile de frânare corespunzătoare duratei  $t_{b1} = 30$  s;
- Pmf2, Pmfo2, Pmfd2 - puterile de frânare corespunzătoare duratei  $t_{b2} = 40$  s
- Pmf3, Pmfo3, Pmfd3 - puterile de frânare corespunzătoare duratei  $t_{b2} = 50$  s
- Pmf4, Pmfo4, Pmfd4 - puterile de frânare corespunzătoare duratei  $t_{b2} = 60$  s

## 4. DETERMINAREA TEMPERATURII ELEMENTELOR CUPLELOR DE FRECARĂ ÎN CAZUL FRÂNĂRII DE OPRIRE

### 4.1. Determinarea temperaturii elementelor cuplei de frecare *sabot - roată*

#### 4.1.1. Stabilirea ecuației căldurii (Fourier) pentru frânarea de oprire

După ipotezele și cercetările lui Hasselgruber și Ehlers [35], [46], [47], principalul mod de transmitere al căldurii, în cazul frânării de oprire este conducția, întrucât căldura transmisă prin convecție și radiație este foarte mică (mai ales la frânarea de la viteze mari) și nu afectează în mare măsură temperatura elementelor cuplei de frecare roată-sabot.

**Conducția** este procesul de transmitere al căldurii în interiorul unui corp sau între corpuri aflate în contact direct, de la particulă la particulă (la nivel atomic).

În cazul frânării de oprire a vehiculelor feroviare de mare viteză echipate cu frâna cu saboți, conducția are loc între roată (monobloc sau cu bandaj) și saboții de frână, două corpuri diferite ca material și proprietăți fizico - mecanice.

Câmpul de temperaturi în acest caz se scrie cu ecuația diferențială a căldurii considerând că transmiterea căldurii de la suprafața de frecare se face numai în direcție perpendiculară pe aceasta.

Astfel dacă considerăm un element de volum infinitesimal (figura 4.1) cu suprafața  $dS$  și grosimea  $dx$  (dintr-o bară de lungime  $x$ ) și presupunând o variație liniară [46] de temperatură în lungul lui  $dx$  vom obține:

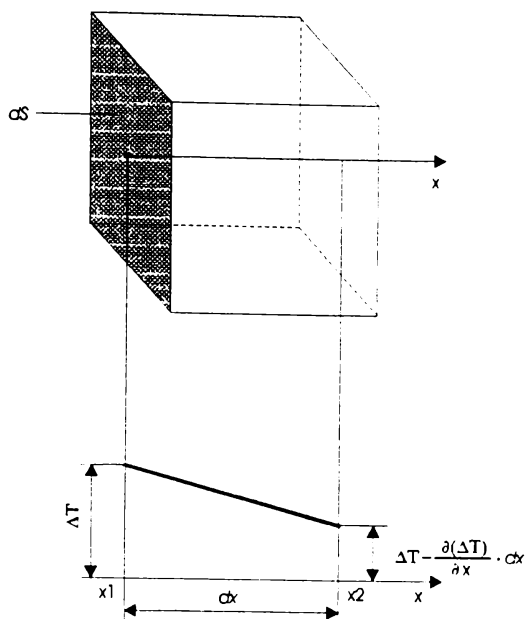


Figura 4.1

- cantitatea de căldură intrată în elementul de volum considerat în unitatea de timp este dată de relația:

$$dQ_1 = \lambda \cdot \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} \cdot dS \quad (4.1)$$

- cantitatea de căldură ce iese din elementul ( $x_2$ ) este :

$$dQ_2 = \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( \Delta T - \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dS \quad (4.2)$$

unde  $\lambda$  este coeficientul de conductibilitate termică interioară a corpului;

- căldura înmagazinată în volumul elementar considerat este dată de diferența primelor două:

$$\begin{aligned} dQ_1 - dQ_2 &= \lambda \cdot \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} \cdot dS - \lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x} \cdot \left( \Delta T - \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} \cdot dx \right) \cdot dS \\ &= \lambda \cdot \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} \cdot dS - \lambda \cdot \frac{\partial(\Delta T)}{\partial x} \cdot dS + \lambda \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} \cdot dx \cdot dS = \lambda \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} \cdot dx \cdot dS \end{aligned}$$

Deci :

$$dQ_1 - dQ_2 = \lambda \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} \cdot dx \cdot dS.$$

Căldura înmagazinată în volumul elementar, ținând cont de caracteristicile materialului din care este confecționat corpul, este dată de relația :

$$dQ = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} \cdot dx \cdot dS \quad (4.3)$$

unde : -  $\rho$  este densitatea materialului respectiv;

-  $c$  este căldura specifică a corpului în punctul considerat.

Deci :

$$dQ_1 - dQ_2 = dQ \Leftrightarrow \lambda \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} \cdot dx \cdot dS = \rho \cdot c \cdot \frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} \cdot dx \cdot dS$$

care devine:

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c} \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} \quad (4.4)$$

Ținând cont că:  $\frac{\lambda}{\rho \cdot c} = a$ - coeficientul de difuzivitate a temperaturii vom obține:

$$\frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2} \quad (4.5)$$

Această ecuație diferențială cu derivate parțiale de ordinul II este ecuația căldurii pentru un corp neomogen dar izotrop.

#### 4.1.2. Rezolvarea ecuației lui Fourier în cazul frânării de oprire

Ecuația lui Fourier  $\frac{\partial(\Delta T)}{\partial t} = a \cdot \frac{\partial^2(\Delta T)}{\partial x^2}$  descrie fenomenul conducției într-o forma generală.

Se caută pentru rezolvarea acestei ecuații soluții particulare netriviiale (care nu sunt identic nule) de forma următoare:

$$\Delta T(t, x) = X(x) \cdot T(t) \quad (4.6)$$

care satisfac condițiile la limită spațiale:

$$\Delta T(t, 0) = \Delta T(t, l) = 0.$$

Presupunând că  $T$  depinde exclusiv de  $t$  iar  $X$  numai de  $x$  și substituind 4.6 în 4.5 se obține:

$$X(x) \cdot T'(t) = a \cdot X''(x) \cdot T(t)$$

sau

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = \frac{T'(t)}{a \cdot T(t)} = \text{constantă} = -\mu^2 \quad (4.7)$$

În 4.7, membrul stâng nu depinde de  $t$  iar membrul drept nu depinde de  $x$ , prin urmare  $\frac{X''(x)}{X(x)}$  și  $\frac{T'(t)}{T(t)}$  nu depind nici de  $x$  și nici de  $t$ , deci sunt egale cu o constantă.

În acest fel ecuația 4.7 se descompune în două ecuații (una în funcție de  $t$ , iar cealaltă în funcție de  $x$ ), deci variabilele s-au separat, obținându-se:

$$\begin{cases} X''(x) + \mu^2 \cdot X(x) = 0 \\ T'(t) + a \cdot \mu^2 \cdot T(t) = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

Formulele care dau soluția generală reală a ecuației :

$$X''(x) + \mu^2 \cdot X(x) = 0$$

au o formă diferită în funcție de dependența de zero a constantei utilizate. Pentru constanta negativă se obține soluția generală a ecuației de forma:

$$X(x) = C_1 \cdot \cos \mu x + C_2 \cdot \sin \mu x \quad (4.9)$$

Punând condițiile la limită (spațiale) obținem:

$$\begin{aligned} X(x) = 0 &\Rightarrow C_1 = 0 \\ X(l) = 0 &\Rightarrow C_2 \cdot \sin \mu l = 0 \Rightarrow \sin \mu l = 0 \Rightarrow \mu l = k \cdot \pi \Rightarrow \mu = \frac{k\pi}{l} \end{aligned}$$

cu  $k \in \mathbb{Z}$ ,  $k \neq 0$  deoarece s-a presupus constanta negativă.

A doua ecuație din sistemul 4.8 are soluția generală:

$$T(t) = C_3 \cdot e^{-a\mu^2 t} \quad (4.10)$$

iar soluțiile particulare ale sistemului sunt de forma:

$$\Delta T(t, x, \mu) = [A(\mu) \cdot \cos \mu x + B(\mu) \cdot \sin \mu x] \cdot e^{-a\mu^2 t} \quad (4.11)$$

unde A și B sunt funcții arbitrare de parametrul real  $\mu$  ( $0 \leq \mu \leq +\infty$ ).

Dacă se înmulțește relația 4.11 cu  $d\mu$  și se integrează de la 0 la  $+\infty$  rezultă:

$$\Delta T(x, t) = \int_0^{\infty} \Delta T(x, t, \mu) \cdot d\mu = \int_0^{\infty} [A(\mu) \cdot \cos \mu x + B(\mu) \cdot \sin \mu x] \cdot e^{-a\mu^2 t} \cdot d\mu \quad (4.12)$$

Considerând repartiția temperaturii în lungul barei exprimată prin funcția  $g(x)$  la timpul  $t=0$ :

$$g(x) = (\Delta T)_{t=0} \quad (4.13)$$

care trebuie să fie absolut integrabilă de la zero la  $+\infty$  și netedă pe porțiuni, condiția 4.13 conduce la integrala Fourier a funcției  $g(x)$ :

$$g(x) = \int_0^{\infty} [A(\mu) \cdot \cos \mu x + B(\mu) \cdot \sin \mu x] \cdot d\mu \quad (4.14)$$

unde  $A(\mu)$  și  $B(\mu)$  sunt date de integralele convergente:

$$A(\mu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} g(v) \cdot \cos \mu v \cdot dv \quad (4.15)$$

$$B(\mu) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} g(v) \cdot \sin \mu v \cdot dv \quad (4.16)$$

Dacă se introduc expresiile 4.15 și 4.16 în 4.12 se obține forma soluției generale:

$$\Delta T(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} d\mu \cdot \int_0^{\infty} g(v) \cdot \cos \mu \cdot (x - v) \cdot e^{-a\mu^2 t} \cdot dv \quad (4.17)$$

Schimbând ordinea de integrare în relația precedentă, se obține:

$$\Delta T(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} g(v) \cdot dv \cdot \int_0^{\infty} e^{-a\mu^2 t} \cdot \cos \mu(x - v) \cdot d\mu \quad (4.18)$$

Se ia separat a doua integrală din relația 4.18 și cu ajutorul substituțiilor:

$$\begin{aligned} z &= \mu \cdot \sqrt{a \cdot t} & v \cdot z &= \mu \cdot (x - v) \\ d\mu &= \frac{dz}{\sqrt{a \cdot t}} & v &= \frac{x - v}{\sqrt{a \cdot t}} \end{aligned}$$

se obține relația:

$$\int_0^{\infty} e^{-a\mu^2 t} \cdot \cos \mu(x-v) \cdot d\mu = \frac{1}{\sqrt{a \cdot t}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-z^2} \cdot \cos v \cdot z \cdot dz = \frac{1}{\sqrt{a \cdot t}} \cdot I(v) \quad (4.19)$$

Derivând relația 4.19 în raport cu  $v$  de sub semnul integrală:

$$I'(v) = -\int_0^{\infty} e^{-z^2} \cdot z \cdot \sin vz \cdot dz \quad (4.20)$$

și integrând prin părți se obține relația:

$$I'(v) = \frac{1}{2} \cdot e^{-z^2} \cdot \sin vz \Big|_0^{\infty} - \frac{v}{2} \int_0^{\infty} e^{-z^2} \cdot \cos vz \cdot dz = -\frac{v}{2} \cdot I(v) \quad (4.21)$$

Făcând raportul  $\frac{I'(v)}{I(v)}$  rezultă din relația 4.21:

$$\frac{I'(v)}{I(v)} = -\frac{v}{a},$$

și integrând se obține:

$$I(v) = c \cdot e^{-\frac{v^2}{4}} \quad (4.22)$$

Constanta de integrare ( $c$ ) se determină făcând pe  $v = 0$  în relația 4.22:

$$I(0) = c.$$

Introducând pe  $I(0)=c$  în relația 4.19, rezultă:

$$c = I(0) = \int_0^{\infty} e^{-z^2} \cdot dz = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \quad (4.23)$$

care se deduce din integrala Euler-Poisson:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} \cdot dz = \sqrt{\pi}$$

Deci,  $I(v)$  este de forma:

$$I(v) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot e^{-\frac{v^2}{4}} \quad (4.24)$$

Dacă se introduce  $I(v)$  în relația 4.19 se va obține:

$$\int_0^{\infty} e^{-a\mu^2 t} \cdot \cos \mu(x-v) \cdot d\mu = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a \cdot t}} \cdot e^{-\frac{(x-v)^2}{4 \cdot a \cdot t}} \quad (4.25)$$



Cu aceasta, soluția generală dată de relația 4.18 va deveni:

$$\Delta T(x,t) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot t}} \int_0^{\infty} g(v) \cdot e^{-\frac{(x-v)^2}{4 \cdot a \cdot t}} \cdot dv \quad (4.26)$$

Considerând pentru  $g(v)$  valorile:

$$\begin{aligned} g(v) &= 0, & v &\in (0, \infty) - (0, dx) \\ g(v) &= \text{const.} & v &\in (0, dx) \end{aligned} \quad (4.27)$$

se va obține următoarea distribuție de temperatură în bara semiinfinită:

$$\Delta T(x,t) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot t}} \cdot \int_0^{dx} \text{const} \cdot e^{-\frac{(x-v)^2}{4 \cdot a \cdot t}} dv$$

Aplicând prima formulă de medie din calculul integral:

$$\int_{\alpha}^{\beta} F(x) \cdot dx = (\beta - \alpha) \cdot F(\gamma)$$

unde  $\alpha \leq \gamma \leq \beta$ , se obține:

$$\Delta T(x,t) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\pi \cdot a \cdot t}} \cdot e^{-\frac{(x-v)^2}{4 \cdot a \cdot t}} \cdot dx \cdot \text{const} \quad (4.28)$$

Relația 4.28 este valabilă pentru  $dx$  mic în jurul originii ( $x=0$ ), temperatura  $g(v)$  în intervalul mic  $(0, dx)$  este constantă, iar  $t$  oarecare.

Dacă se consideră fluxul termic  $q$  și  $t=t_b$  rezultă temperatura:

$$\Delta T(x, t_b) = \frac{q}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{t_b}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t_b}} \quad (4.29)$$

Mărimile  $\lambda$  (conductivitatea termică),  $\rho$  (densitatea),  $c$  (căldura specifică) și  $a$  (coeficientul de difuzivitate a temperaturii) sunt valori ale materialelor corpurilor în contact direct,  $t_b$  este durata de frânare iar  $x$  distanța de la suprafața de frecare.

Notând cu  $b$  lățimea sabotului de frână, coeficientul Fourier este dat de relația:

$$F_0 = \frac{a \cdot t_b}{b^2} \quad (4.30)$$

Din expresia coeficientului Fourier se observă că  $F_0 \approx 0$  pentru  $b \rightarrow \infty$  iar  $tb$  și  $a$  deosebit de mici, lucru care nu se poate aplica în practică.

Valabilitatea ecuației 4.29 se exprimă prin cerința ca  $F_0$  să rămână mic. La frânarea de oprire, trebuie să-i fie asociate în timp mici concentrări de căldură de forma  $q(\tau) \cdot d\tau$  (vezi figura 4.2) care produc la timpul  $t$ , temperatura:

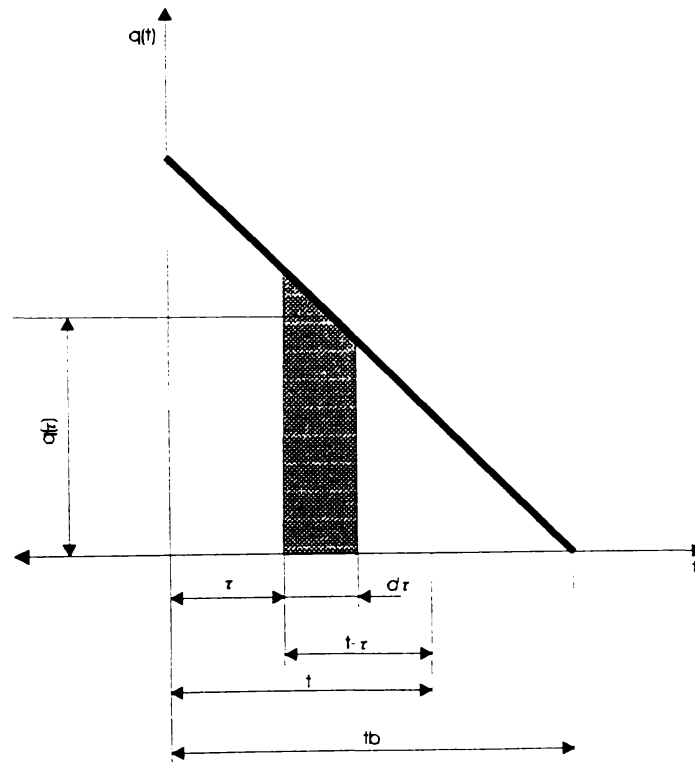


Figura 4.2

$$d(\Delta T) = \frac{q(\tau) \cdot d\tau}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{t - \tau}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot (t - \tau)}} \quad (4.31)$$

Prin integrare, se obține temperatura la timpul  $t$ :

$$\Delta T = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \int_0^t q(\tau) \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot (t - \tau)}}}{\sqrt{t - \tau}} d\tau = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot A,$$

unde:

$$A = \int_0^t q(\tau) \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot (t - \tau)}}}{\sqrt{t - \tau}} d\tau.$$

Pentru rezolvarea acesteia, se vor face substituțiile:

$$z = \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (t - \tau)}} \Rightarrow z^2 = \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot (t - \tau)} \Rightarrow \tau = t - \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2}$$

$$d\tau = \frac{2 \cdot x^2}{4 \cdot a \cdot z^3} \cdot dz \quad \sqrt{t - \tau} = \frac{x}{2 \cdot \sqrt{a} \cdot z}$$

$$z = \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \text{ pentru } \tau = 0 \text{ și } z = \infty \text{ pentru } \tau = t.$$

Cu acestea, expresia lui A va deveni:

$$A = \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} q \left( t - \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2} \right) \cdot \frac{e^{-z^2} \cdot 2 \cdot \sqrt{a} \cdot z \cdot 2 \cdot x^2}{x \cdot 4 \cdot a \cdot z^3} \cdot dz$$

$$A = \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} q \left( t - \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2} \right) \cdot \frac{e^{-z^2} \cdot x}{\sqrt{a} \cdot z^2} \cdot dz = \frac{x}{\sqrt{a}} \cdot B$$

La frânarea de oprire considerând o scădere liniară a căldurii:

$$q(\tau) = q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot \tau$$

unde  $q_a$  este fluxul termic la începutul frânării.

Făcând schimbarea de variabilă  $\tau = t - \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2}$ , expresia lui  $q(\tau)$  se poate scrie sub forma:

$$q \left( t - \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2} \right) = q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2}$$

Cu acestea, integrala B va fi exprimată cu relația:

$$B = \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2} \right] \cdot \frac{e^{-z^2}}{z^2} \cdot dz = \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \right] \cdot C + \frac{q_a \cdot x^2}{t_b \cdot 4 \cdot a} \cdot D$$

în care:  $C = \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} \frac{e^{-z^2}}{z^2} \cdot dz$ , dar  $\frac{d\left(\frac{1}{z}\right)}{dz} = -\frac{1}{z^2} \Rightarrow \frac{1}{z^2} \cdot dz = -d\left(\frac{1}{z}\right)$

$$C = \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} -e^{-z^2} \cdot d\left(\frac{1}{z}\right) = - \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} u \cdot dv = -[u \cdot v - \int v \cdot du]$$

Aplicând formula de integrare prin părți, se obține:

$$u = e^{-z^2} \quad v = \frac{1}{z} \quad w = -z^2$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{du}{dw} \cdot \frac{dw}{dz} \quad \text{dar} \quad \frac{du}{dw} = e^w = e^{-z^2} \quad \text{iar} \quad \frac{dw}{dz} = -2 \cdot z$$

Rezultă:

$$\frac{du}{dz} = -2 \cdot z \cdot e^{-z^2} \quad \text{și} \quad C = \left[ \frac{e^{-z^2}}{z} \Big|_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} - 2 \cdot \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} e^{-z^2} dz \right]$$

$$C = \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}} - 2 \cdot \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} e^{-z^2} dz \quad \text{sau deoarece:} \quad \int_{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}^{\infty} = \int_0^{\infty} - \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}}$$

$$C = \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}} - 2 \cdot \int_0^{\infty} e^{-z^2} \cdot dz + 2 \cdot \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}} e^{-z^2} dz$$

Expresia  $2 \cdot \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}} e^{-z^2} \cdot dz$  se exprimă prin funcția erorilor lui Gauss:

$$\Phi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}} e^{-z^2} \cdot dz$$

astfel încât:

$$C = \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}} - \sqrt{\pi} \cdot \left[ \Phi(\infty) - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}\right) \right]$$

unde:  $\Phi(\infty) = 1$

$$C = \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}} - \sqrt{\pi} \cdot \left[ 1 - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}\right) \right]$$

Integrând prin părți pe D se obține o relație care se va exprima cu ajutorul expresiei lui C:

$$\frac{d\left(\frac{1}{z^3}\right)}{dz} = -\frac{3}{z^4} \Rightarrow \frac{1}{z^4} \cdot dz = -\frac{1}{3} \cdot d\left(\frac{1}{z^3}\right)$$

$$D = -\frac{1}{3} \cdot \int_{\frac{x}{\sqrt{4at}}}^{\infty} e^{-z^2} \cdot d\left(\frac{1}{z^3}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \left[ \int u \cdot dv \right] = -\frac{1}{3} \cdot \left[ u \cdot v - \int v \cdot du \right]$$

$$u = e^{-z^2} \Rightarrow du = -2 \cdot z \cdot e^{-z^2} \cdot dz, \quad v = \frac{1}{z^3}$$

$$D = -\frac{1}{3} \cdot \left[ \frac{e^{-z^2}}{z^3} \right]_{\frac{x}{\sqrt{4at}}}^{\infty} - 2 \cdot \int_{\frac{x}{\sqrt{4at}}}^{\infty} \frac{e^{-z^2}}{z^2} \cdot dz = -\frac{1}{3} \cdot \left[ \frac{e^{-z^2}}{z^3} \right]_{\frac{x}{\sqrt{4at}}}^{\infty} + 2 \cdot C =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \left[ \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \right]^3 \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} - \frac{2}{3} \cdot C$$

Cu acestea B va deveni:

$$B = \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \right] \cdot C + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a} \cdot \left[ \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \right)^3 \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} - \frac{2}{3} \cdot C \right] =$$

$$= C \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t - \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{2 \cdot x^2}{3 \cdot 4 \cdot a} \right] + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left( \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \right)^3 \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} =$$

$$= \frac{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}{x} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot x^2}{3 \cdot 4 \cdot a \cdot t} \right) \right] -$$

$$-\sqrt{\pi} \cdot \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \right) \right] \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot x^2}{3 \cdot 4 \cdot a \cdot t} \right) \right] + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{2 \cdot t \cdot \sqrt{a \cdot t}}{3 \cdot x} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}}$$

Având determinată expresia lui B pentru A se găsește relația:

$$A = 2 \cdot \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 - \frac{2 \cdot x^2}{3 \cdot 4 \cdot a \cdot t} \right) \right] -$$

$$-\frac{x \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{a}} \cdot \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \right) \right] \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 + \frac{2 \cdot x^2}{3 \cdot 4 \cdot a \cdot t} \right) \right] + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{2}{3} \cdot t \cdot \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}}$$

În final rezultă temperatura căutată în funcție de spațiu (x) și de timp (t):

$$\Delta T(x,t) = \frac{2 \cdot \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \left[ q_a - \frac{2}{3} \cdot \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] - \frac{x}{\lambda} \cdot \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \right) \right] \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] \quad (4.32)$$

Pentru frânarea de oprire, ecuația 4.32 devine:

$$\Delta T(t,x) = \frac{2 \cdot \sqrt{t} \cdot q_a \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] - \frac{x \cdot q_a}{\lambda} \cdot \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] \quad (4.33)$$

În multe cazuri este suficientă cunoașterea temperaturii suprafețelor de frecare, adică  $\Delta T(t,0)$ . Rezultă:

$$\Delta T(t,0) = \frac{2 \cdot q_a \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \right) \quad (4.34)$$

Pentru a obține timpul după care se atinge temperatura maximă a suprafețelor de frecare se diferențiază relația 4.34:

$$\frac{d(\Delta T(t,0))}{dt} = \frac{2 \cdot q_a}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{t}} - \frac{2 \cdot q_a}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{t}}{2}$$

$$\frac{d(\Delta T(t,0))}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{2 \cdot q_a}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \left( \frac{1}{2 \cdot \sqrt{t}} - \frac{\sqrt{t}}{t_b} \right) = 0$$

dar

$$\frac{2 \cdot q_a}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \neq 0 \Rightarrow \frac{t_b - 2 \cdot t}{2 \cdot \sqrt{t} \cdot t_b} = 0 \Rightarrow t = \frac{t_b}{2} \quad (\text{orientativ}) \quad (4.35)$$

Pentru determinarea temperaturii maxime a suprafețelor de frecare se va înlocui 4.35 în 4.34 obținându-se:

Din relația 4.14 reiese faptul că la frânarea de oprire și  $F_0 \approx 0$  temperatura maximă la suprafețele de frecare nu apare la sfârșitul frânării ci este atinsă aproximativ la jumătatea duratei frânării:

$$t = \frac{1}{2} \cdot t_b$$

Temperatura finală a suprafețelor de frecare se determină din relația 4.34 unde vom înlocui  $t = t_b$ :

$$\Delta T(t = t_b, 0) = \frac{2 \cdot q_a \cdot \sqrt{t_b}}{3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \quad (4.37)$$

Raportul dintre temperatura maximă și temperatura finală va fi:

$$\frac{\Delta T_{0max}}{\Delta T} = \frac{\sqrt{8} \cdot q_a \cdot \sqrt{t_b}}{3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \frac{3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}}{2 \cdot q_a \cdot \sqrt{t_b}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}. \text{ Deci } \frac{\Delta T_{0max}}{\Delta T} = \sqrt{2} \quad (4.38)$$

### 4.1.3. Variația temperaturii în timpul răcirii

Deoarece la  $t = t_b$  producerea de căldură se termină, pentru determinarea temperaturii la  $t > t_b$  se integrează ecuația 4.39 între limitele  $\tau = 0$  și  $\tau = t_b$ :

$$\int_0^t d(\Delta T) = \int_0^t \frac{q(\tau) \cdot d\tau}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{t - \tau}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a(t-\tau)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta T = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c} \cdot \sqrt{t - \tau}} \cdot \int_0^t q(\tau) \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{4a(t-\tau)}}}{\sqrt{t - \tau}} \cdot d\tau = \frac{1}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot A.$$

Soluția matematică a integralei A se găsește prin metoda schimbării variabilei:

$$A = \int_0^t q(\tau) \cdot \frac{e^{-\frac{x^2}{4a(t-\tau)}}}{\sqrt{t-\tau}} \cdot d\tau.$$

Făcând substituția:  $z = \frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-\tau)}}$  rezultă:

$$z = \frac{x}{\sqrt{4at}} \text{ pentru } \tau \rightarrow 0 \quad \text{și}$$

$$z = \frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t_b)}} \text{ pentru } \tau = t_b.$$

Integrala va deveni :

$$A = \int_{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot t}}}^{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t_b)}}} q\left(t - \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2}\right) \cdot \frac{e^{-z^2} \cdot x}{\sqrt{a \cdot z^2}} \cdot dz = \frac{x}{\sqrt{a}} \cdot B$$

unde :

$$B = \int_{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot t}}}^{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t_b)}}} \left[ q_a - \frac{q_a \cdot t}{t_b} + \frac{q_a}{t_b} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot z^2} \right] \cdot \frac{e^{-z^2}}{z^2} \cdot dz = \left( q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot t \right) \cdot C + \frac{q_a \cdot x^2}{4 \cdot a \cdot t_b} \cdot D$$

unde :

$$C = \int_{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot t}}}^{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t_b)}}} \frac{e^{-z^2}}{z^2} \cdot dz = \frac{2 \cdot \sqrt{a}}{x} \left[ \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a \cdot t}} - \sqrt{t-t_b} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a \cdot (t-t_b)}} \right] - \sqrt{\pi} \cdot \left[ \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (t-t_b)}}\right) - \Phi\left(\frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}}\right) \right]$$

iar

$$D = \int_{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot t}}}^{\frac{x}{\sqrt{4a \cdot (t-t_b)}}} \frac{e^{-z^2}}{z^4} \cdot dz = \frac{8 \cdot a \cdot \sqrt{a}}{3 \cdot x^3} \left[ \sqrt{t^3} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} - \sqrt{(t-t_b)^3} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a(t-t_b)}} \right] - \frac{2}{3} \cdot C.$$



Rezultă deci că:

$$B = \frac{2\sqrt{a}}{x} \left\{ \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} \left[ q_a - \frac{2q_a}{3t_b} \cdot t \left( 1 + \frac{x^2}{4at} \right) \right] - \sqrt{t-t_b} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a(t-t_b)}} \cdot \left[ q_a - \frac{2q_a}{3t_b} \left( 1 + \frac{x^2}{4at} + \frac{1}{2} \cdot \frac{t_b}{t} \right) \right] \right\} -$$

$$- \sqrt{\pi} \cdot \left[ \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4a(t-t_b)}} \right) - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4at}} \right) \right] \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{4at} \right) \right].$$

Dar :

$$A = \frac{x}{\sqrt{a}} \cdot B = 2 \cdot \left\{ \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4at}} \left[ q_a - \frac{2}{3} \cdot q_a \cdot \frac{t}{t_b} \left( 1 + \frac{x^2}{4at} \right) \right] - \sqrt{t-t_b} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a(t-t_b)}} \cdot \right.$$

$$\cdot \left[ q_a - \frac{2}{3} \cdot \frac{q_a}{t_b} \cdot t \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{t_b}{t} \right) \right] - \frac{x \cdot \sqrt{\pi}}{\sqrt{a}} \cdot \left[ \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (t-t_b)}} \right) - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \right) \right] \cdot$$

$$\left. \cdot \left[ q_a - \frac{q_a}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] \right\}$$

Astfel ecuația care va da variația temperaturii în timpul răcirii pentru  $t > t_b$  va avea forma:

$$\Delta T(t > t_b, x) = \frac{2 \cdot q_b}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \left\{ \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \left( 1 + \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{t-t_b} \cdot e^{-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot (t-t_b)}} \cdot \left[ 1 - \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] \right\} - \frac{x \cdot q_a}{\lambda} \cdot \left[ \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (t-t_b)}} \right) - \Phi \left( \frac{x}{\sqrt{4 \cdot a \cdot t}} \right) \right] \cdot$$

$$\cdot \left[ 1 - \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] \quad (4.40).$$

Pentru  $x = 0$  se va obține din ecuația 4.40 temperatura suprafețelor de frecare în cazul  $t > t_b$ :

$$\Delta T(t > t_b, 0) = \frac{2 \cdot q_a}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}} \cdot \left\{ \sqrt{t} \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \right) - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{t - t_b} \cdot \left( 1 - \frac{t}{t_b} \right) \right\} \quad (4.41).$$

#### 4.1.4. Repartiția căldurii pe sabot și pe roată

În stratul limită de contact roată și sabotul au aceeași temperatură, deoarece pe locul de producere a căldurii au aceeași suprafață.

Astfel, conform relației 4.34 la frânarea de oprire, pe partea sabotului rezultă temperatura:

$$\Delta T(t, 0) = \frac{2 \cdot q_{aK} \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \right] \quad (4.42)$$

iar pe partea roții:

$$\Delta T(t, 0) = \frac{2 \cdot q_{aR} \cdot \sqrt{t}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \right] \quad (4.43)$$

Expresia  $\sqrt{\lambda \cdot \rho \cdot c}$  reprezintă o valoare ce depinde exclusiv de material.

Pentru același coeficient Fourier cu relațiile 4.42 și 4.43 se obține repartizarea căldurii pe sabot și roată:

$$\frac{q_{aK}}{q_{aR}} = \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}} \quad (4.44).$$

Dacă ținem seama însă de neegalitatea coeficienților Fourier pentru sabot și roată, rezultă pentru repartiția căldurii:

$$\frac{q_{aK}}{q_{aR}} = \frac{1}{f_{F_{OK}}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}} \quad (4.45)$$

unde  $f_{F0K}$  este factorul de corecție definit ca fiind raportul dintre temperaturile medii ale suprafeței de frecare pentru  $F_0 \approx 0$  și  $F_0 > 0$ .

Din relațiile 4.45 și  $q_a = q_{aK} + q_{aR}$  rezultă partea căldurii care revine roții:

$$q_{aR} = \frac{q_a}{1 + \frac{1}{f_{F0K}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}}} \quad (4.46)$$

#### 4.1.5. Formule de calcul ale temperaturii utilizate în program

La frânarea de oprire variația temperaturii roții în raport cu temperatura ambiantă ( $\Delta T$ ), pentru un timp inferior duratei de frânare ( $t < t_b$ ) este dată de relația:

$$\Delta T(t < t_b, 0) = \frac{2 \cdot q_a \cdot \sqrt{t} \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b}\right)}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R} \cdot \left(1 + \frac{1}{f_{F0K}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}}\right)} \quad (4.47)$$

Temperatura maximă a suprafețelor de frecare ale elementelor cuplei de frecare este obținută prin înlocuirea lui  $t$  cu  $t = \frac{1}{2} \cdot t_b$ :

$$\Delta T_{\max} = \Delta T\left(t = \frac{1}{2} \cdot t_b, 0\right) = \frac{\sqrt{8} \cdot q_a \cdot \sqrt{t_b}}{3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R} \cdot \left(1 + \frac{1}{f_{F0K}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}}\right)} \quad (4.48)$$

Temperatura suprafețelor de frecare la sfârșitul frânării este dată de expresia :

$$\Delta T(t = t_b, 0) = \frac{2 \cdot q_a \cdot \sqrt{t_b}}{3 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R} \cdot \left(1 + \frac{1}{f_{F0K}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}}\right)} \quad (4.49)$$

În cazul răcirii ( $t > t_b$ ) variația temperaturii suprafețelor de frecare, ale roții și sabotului, va fi dată de relația :

$$\Delta T(t > t_b, 0) = \frac{2 \cdot q_a \cdot \left[ \sqrt{t} \cdot \left( 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \right) - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{t - t_b} \cdot \left( 1 - \frac{t}{t_b} \right) \right]}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R} \cdot \left( 1 + \frac{1}{f_{\text{ok}}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}} \right)} \quad (4.50)$$

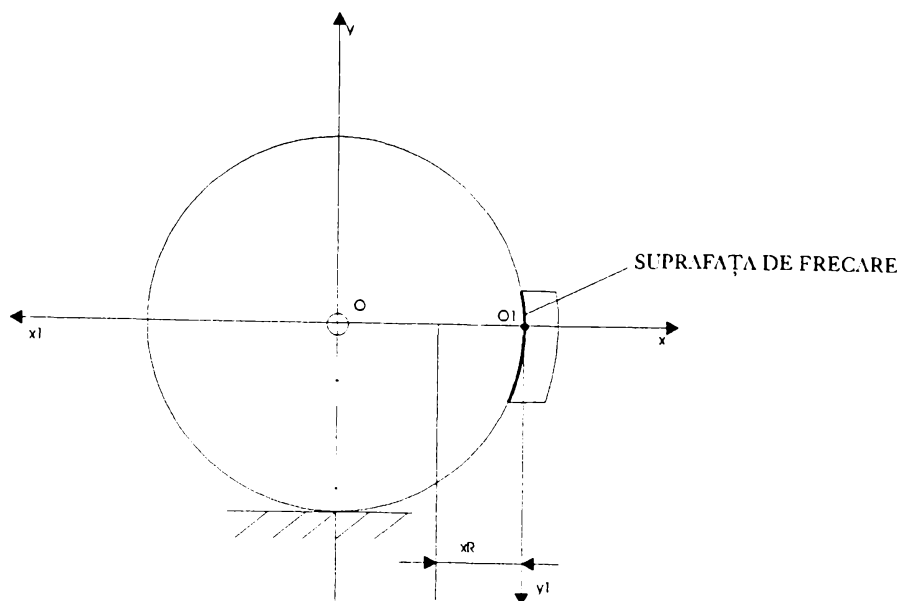
În cazul în care se dorește determinarea variației temperaturii într-un punct situat la o distanță  $x_R$  ( $x_R > 0$  pe sistemul local de coordonate) față de suprafața de frecare (vezi figura 4.3) se utilizează relațiile de mai jos:

1. Pentru  $t < t_b$ :

$$\Delta T(t < t_b) = \frac{q_a}{1 + \frac{1}{f_{\text{ok}}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}}} \left\{ \frac{2 \cdot \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x_R^2}{4 \cdot a \cdot t}}}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{x_R^2}{4 \cdot a \cdot t} \right) \right] - \frac{x_R}{\lambda_R} \left[ 1 - \Phi \left( \frac{x_R}{\sqrt{4 \cdot a_R \cdot t}} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x_R^2}{4 \cdot a_R \cdot t} \right) \right] \right\} \quad (4.51)$$

2. Pentru  $t > t_b$ :

$$\Delta T(t > t_b, x_R) = \frac{q_a}{1 + \frac{1}{f_{\text{ok}}} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K}}{\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}}} \cdot \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}} \cdot \left[ \sqrt{t} \cdot e^{-\frac{x_R^2}{4 \cdot a_R \cdot t}} \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{x_R^2}{4 \cdot a_R \cdot t} \right) \right] - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{t - t_b} \cdot e^{-\frac{x_R^2}{4 \cdot a_R \cdot (t - t_b)}} \cdot \left[ 1 - \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{x_R^2}{4 \cdot a_R \cdot t} \right) \right] \right] - \frac{x_R}{\lambda_R} \cdot \left[ \Phi \left( \frac{x_R}{\sqrt{4 \cdot a_R \cdot (t - t_b)}} \right) - \Phi \left( \frac{x_R}{\sqrt{4 \cdot a_R \cdot t}} \right) \right] \right\} \cdot \left[ 1 - \frac{t}{t_b} \cdot \left( 1 + \frac{2}{3} \cdot \frac{x_R^2}{4 \cdot a_R \cdot t} \right) \right] \quad (4.52)$$



**Figura 4.3**

Valoarea fluxului termic specific care apare la începutul frânării ( $q_a$ ) este dată de relația:

$$q_a = \frac{(1 + \gamma) \cdot G_R \cdot v^2}{g \cdot S_{oR} \cdot t_b} \quad (4.53)$$

unde :  $-1 + \gamma$  : factorul de masă determinat experimental;

-  $v$  : viteza [m/s];

-  $g$  : accelerația gravitațională [m/s<sup>2</sup>];

-  $t_b$  : timpul de frânare (durata frânării) [s];

-  $G_R$  : sarcina pe roată [daN];

-  $S_{oR}$  : suprafața de frecare a roții [m<sup>2</sup>].

Pentru introducerea vitezei în km/h relația 4.53 ia forma :

$$q_a = \frac{(1 + \gamma) \cdot G_R \cdot V^2 \cdot 3600}{427 \cdot g \cdot S_{oR} \cdot t_b \cdot 3,6^2} \quad [W/m^2]$$

Factorul de corecție  $f_{F_0}$  se determină cu relația :

$$f_{F_0} = \frac{5\sqrt{\pi}}{12\sqrt{F_0}} \cdot \left[ F_0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{15 \cdot F_0} \right]$$

Coeficientul Fourier necesar pentru determinarea factorului de corecție rezultă din relația :

$$F_{o(K,R)} = \frac{a_{K,R} \cdot t_b}{b_{K,R}^2}$$

unde indicele K reprezintă sabotul iar indicele R roata.

#### 4.1.6 Programul de calcul

Programul de calcul al temperaturilor suprafețelor de frecare ale elementelor cuplei de frecare sabot - roată a fost întocmit în limbajul TURBO PASCAL 6.0 și conține următoarele proceduri :

*INTRODATEINIȚIALE*

*CALCULEPREG*

*CALCULULTEMP*

*GRAFICA*

*REZULTATE*

Programul de calcul este prezentat în anexa 4.1.

Datele inițiale necesare calculului temperaturii (și reprezentării acesteia) cu ajutorul acestui program sunt următoarele:

- sarcina pe roată :  $G_R$  [daN];
- factorul de masă :  $\gamma$  (adimensional);
- viteza :  $V$  [km/h];
- lățimea sabotului [m];
- grosimea sabotului [m];
- decelerația [m/s<sup>2</sup>];

- coeficientul de conductibilitate pentru ambele elemente ale cuplei de frecare:  $\lambda_R, \lambda_K$  [W/(m °C)];
- densitatea :  $\rho_R, \rho_K$  [kg/m<sup>3</sup>];
- căldura specifică :  $c_R, c_K$  [J/(kg °C)];

#### 4.1.7. Interpretarea rezultatelor

Principalele rezultate afișate de acest program sunt:

- durata frânării :  $t_b$  [s];
- suprafața de frecare :  $S$  [m<sup>2</sup>];
- fluxul termic :  $q$  [W/m<sup>2</sup>];
- constantele de material ale celor două elemente ale cuplei de frecare:

$$\sqrt{\lambda_R \cdot \rho_R \cdot c_R}, \sqrt{\lambda_K \cdot \rho_K \cdot c_K};$$

- coeficientul de difuzivitate al celor două elemente :  $a_R, a_K$  [m<sup>2</sup>/h];
- coeficientul Fourier :  $F_0$  (adimensional);
- factorul de corecție :  $f_{F_0}$  (adimensional);
- temperatura :  $T$  [°C].

După calculul și afișarea tabelară a acestor rezultate programul urmează procedura "GRAFICA" reprezentând grafic rezultatele calculelor în ipotezele date.

Astfel, în coordonate temperatură ( $f(x)$ )-timp ( $x$ ) s-a reprezentat influența sarcinii pe roată asupra temperaturii roții la viteză constantă (figurile 4.4, ..., 4.8), după care s-a trecut la prezentarea grafică a influenței decelerației ( $a$ ) asupra temperaturii la viteze constante (figurile 4.9, ..., 4.13).

În figurile (4.14, ..., 4.16) s-a prezentat influența vitezei de început al frânării asupra temperaturii roții la sarcini pe roată constante ( $G_r=5000, 7500, 10000$  daN).

Din figurile 4.4, ..., 4.8 se observă că odată cu creșterea vitezei de început al frânării la variația sarcinii pe roată crește temperatura suprafeței de frecare a roții atingând maximum de aproximativ 565 °C (564,4 °C) la o frânare de la 200 km/h cu sabot din fontă (caracteristicile prezentate anterior) cu o sarcină pe roată de 10000 daN ( $2Q=20$  tf).

Variația decelerației influențează durata de frânare  $t_b$  întrucât se află la numitorul expresiei acesteia. Decelerațiile admise pentru calcul și reprezentarea grafică sunt cuprinse în intervalul  $a \in (0,8 \dots 1,3)$  m/s<sup>2</sup> fiind în perfectă concordanță cu fișele U.I.C. în vigoare.

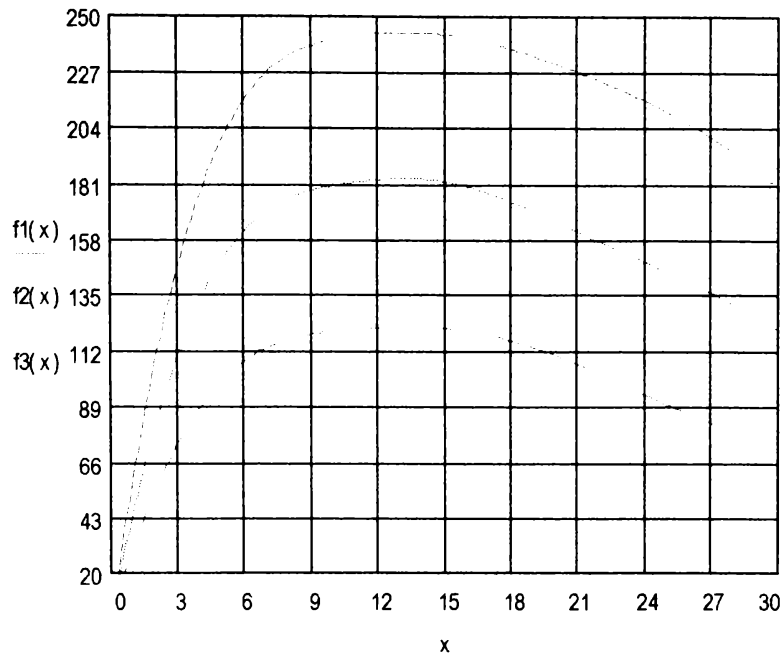
### 4.1.8. Concluzii

Din analiza diagramelor prezentate în paragrafele 3.2 și 3.3 (figurile 3.4, ..., 3.8; 3,9 .. 3,13) precum și în paragraful 4.1 (figurile 4.4, ..., 4.16) rezultă următoarele concluzii:

- energia cinetică a trenului ce trebuie anulată prin frânare de la viteza elevată (cca.200 km/h) este foarte importantă  $E_{cf} = 612,92$  MJ și determină temperaturi foarte mari ale elementelor cuplei de frecare sabot de frână-roată (aproximativ 565 °C la o sarcină pe roată  $G_R=10000$  daN);
- acestei energii cinetice îi corespunde o putere de frânare de valori considerabile care însă nu trebuie să depășească valoarea limită de 1500 kW pe osie;
- utilizarea frânei cu saboti la trenurile destinate să circule cu viteze mari duce la o mărire considerabilă a spațiului de frânare (se obține un spațiu de frânare de aproximativ 3000 m la viteza de 200 km/h) ceea ce prejudiciază simțitor siguranța circulației;
- odată cu creșterea sarcinii pe roată crește temperatura elementelor cuplei de frecare. Astfel, de exemplu, la o viteză de început a frânării de 160 km/h, la o durată a frânării de oprire de  $t_b=30$  s, pentru o sarcină pe roată  $G_r=10000$  daN se obține o temperatură de aproximativ 322 °C (321,92 °C) iar pentru  $G_r=5000$  daN o temperatură de aproximativ 161 °C (160,96 °C);
- **deoarece temperatura elementelor cuplei de frecare sabot de frână - roată condiționează strict acest tip de frână pentru echiparea trenurilor de mare viteză, se poate afirma că frâna cu saboti se pretează a fi utilizată fără prea mari probleme până la viteze de 160 km/h, în limitele decelerațiilor admise;**
- temperaturile elementelor cuplei de frecare sabot de frână - roată, la frânări de oprire de la viteze superioare vitezei de 160 km/h sunt inadmisibile (la frânarea de la 200 km/h a unui tren de 456 t considerând o sarcină pe roată de 10000 daN se obține o temperatură de 565 °C) având în vedere procedeele tehnologice de fabricare a osiei montate (fretare, calare, etc.);
- micșorarea decelerației la frânare conduce la scăderea temperaturii elementelor cuplei de frecare roată - sabot de frână, dar și la mărire spațiului de frânare (la o decelerație de 0,8 m/s<sup>2</sup>).

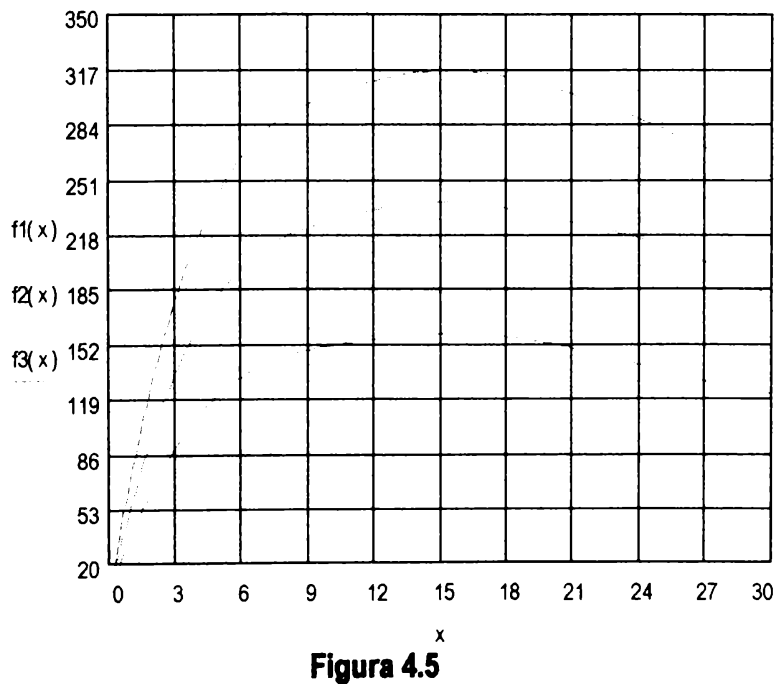


**V = 120 km/h, Gr<sub>1</sub> = 5000 daN, Gr<sub>2</sub> = 7500 daN, Gr<sub>3</sub> = 10000 daN**



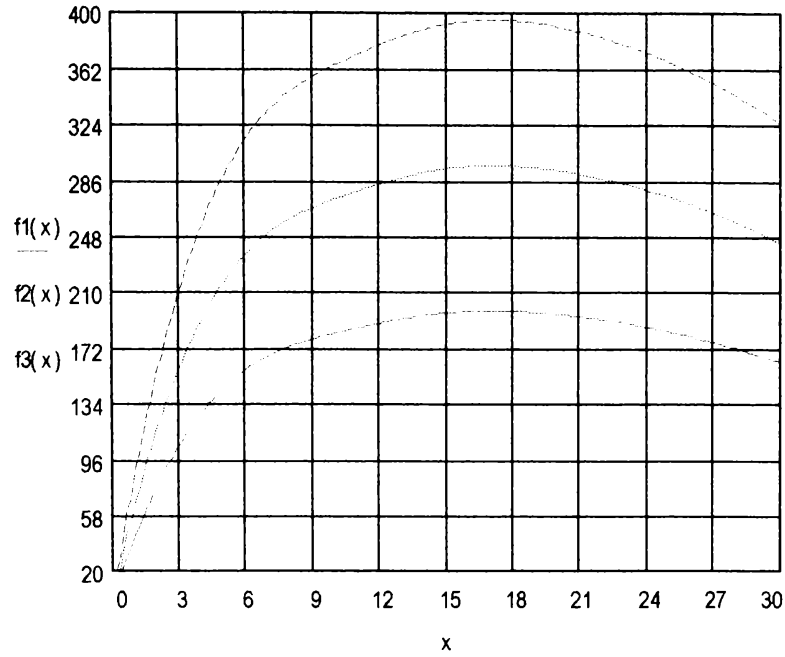
**Figura 4.4**

**V = 140 km/h, Gr<sub>1</sub> = 5000 daN, Gr<sub>2</sub> = 7500 daN, Gr<sub>3</sub> = 10000 daN**



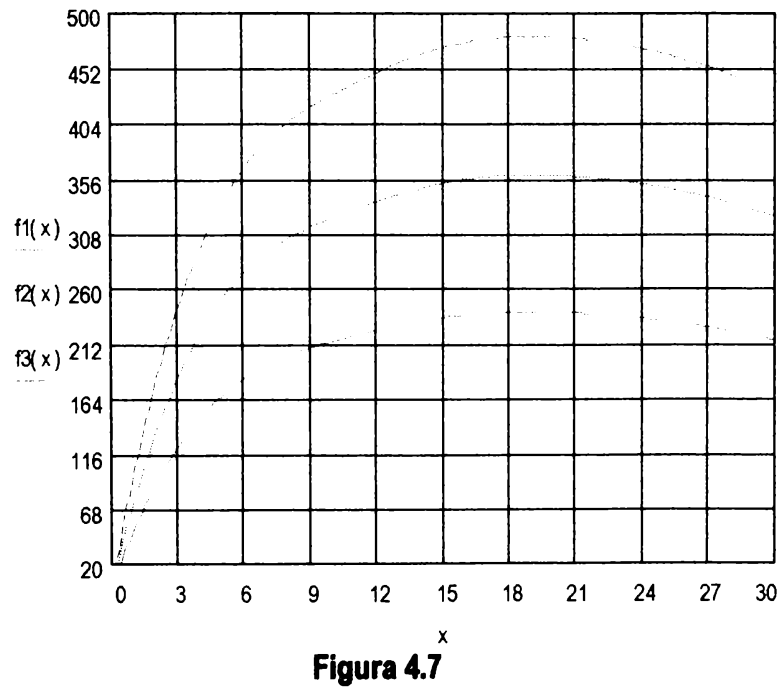
**Figura 4.5**

**V = 160 km/h,  $Gr_1 = 5000$  daN,  $Gr_2 = 7500$  daN,  $Gr_3 = 10000$  daN**



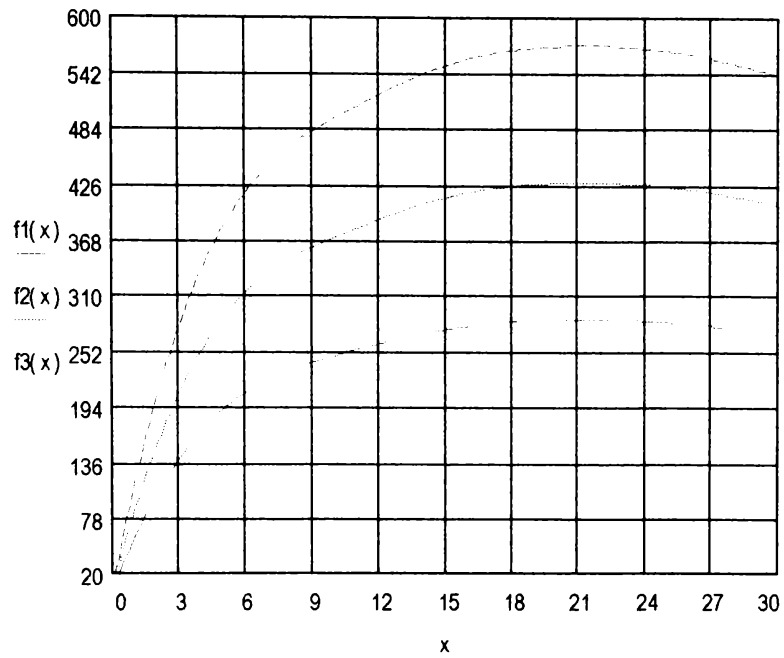
**Figura 4.6**

**V = 180 km/h,  $Gr_1 = 5000$  daN,  $Gr_2 = 7500$  daN,  $Gr_3 = 10000$  daN**



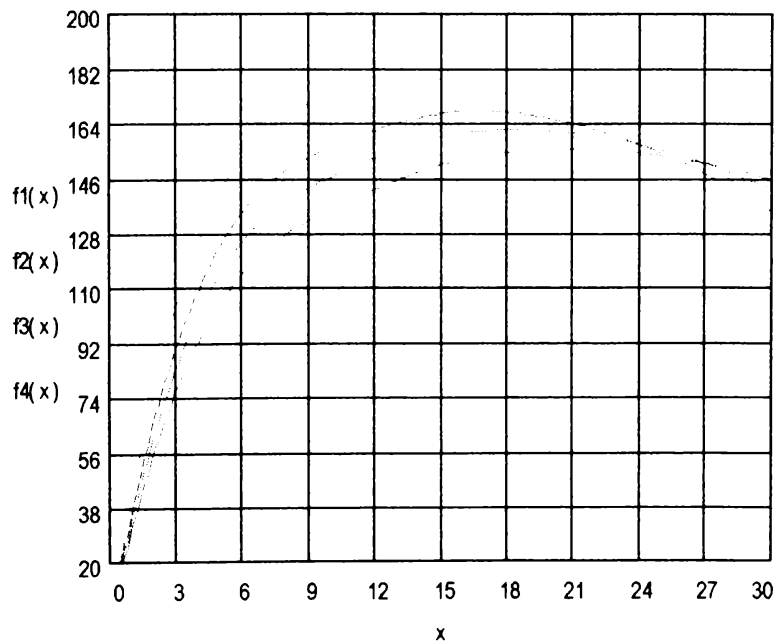
**Figura 4.7**

**V = 200 km/h, Gr<sub>1</sub> = 5000 daN, Gr<sub>2</sub> = 7500 daN, Gr<sub>3</sub> = 10000 daN**



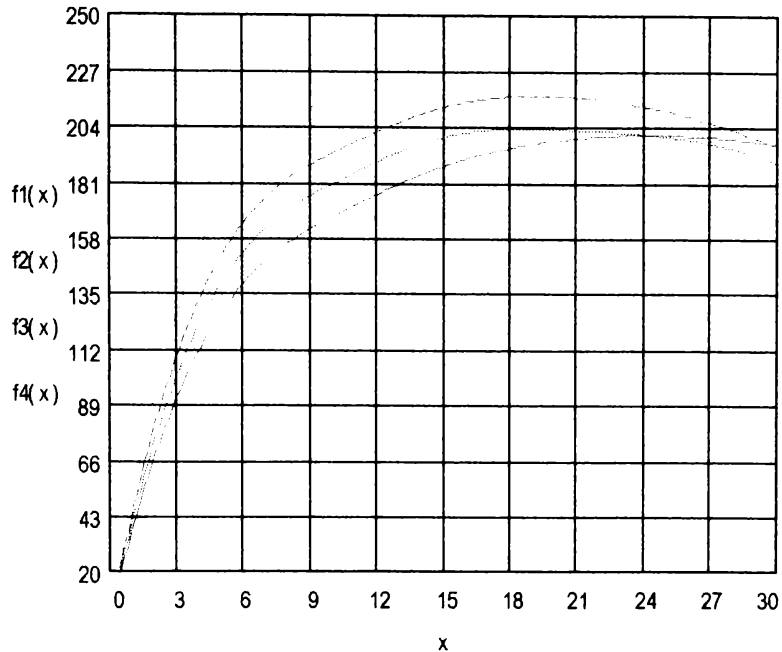
**Figura 4.8**

**V = 120 km/h, Gr = 7500 daN, a<sub>1</sub> = 0,8 m/s<sup>2</sup>, a<sub>2</sub> = 0,9 m/s<sup>2</sup>, a<sub>3</sub> = 1 m/s<sup>2</sup>, a<sub>4</sub> = 1,2 m/s<sup>2</sup>**



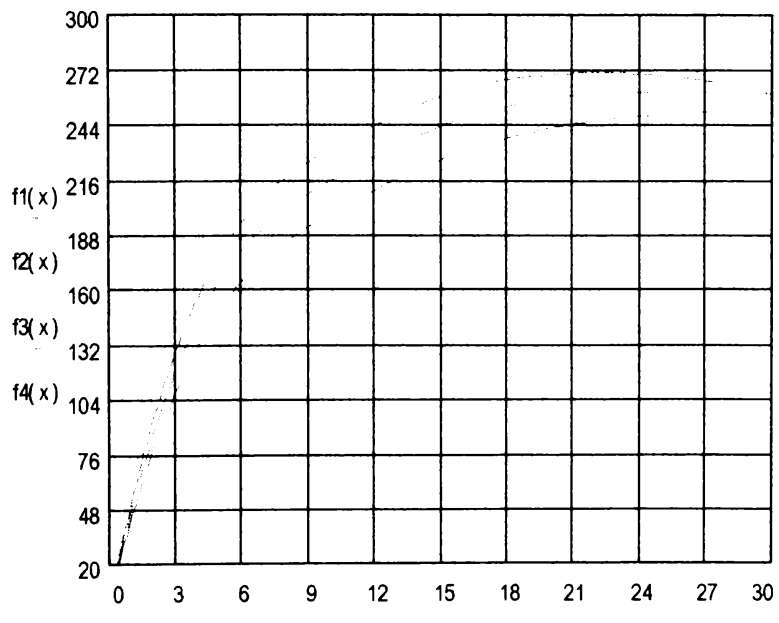
**Figura 4.9**

**V = 140 km/h, Gr = 7500 daN,  $a_1 = 0,8 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,9 \text{ m/s}^2$ ,  $a_3 = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $a_4 = 1,2 \text{ m/s}^2$**



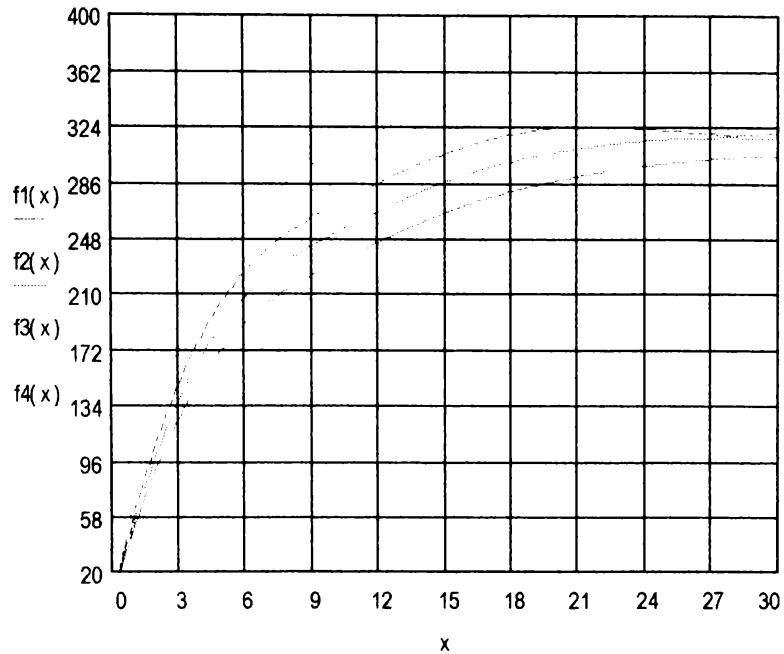
**Figura 4.10**

**V = 160, Gr = 7500 daN,  $a_1 = 0,8 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,9 \text{ m/s}^2$ ,  $a_3 = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $a_4 = 1,2 \text{ m/s}^2$**



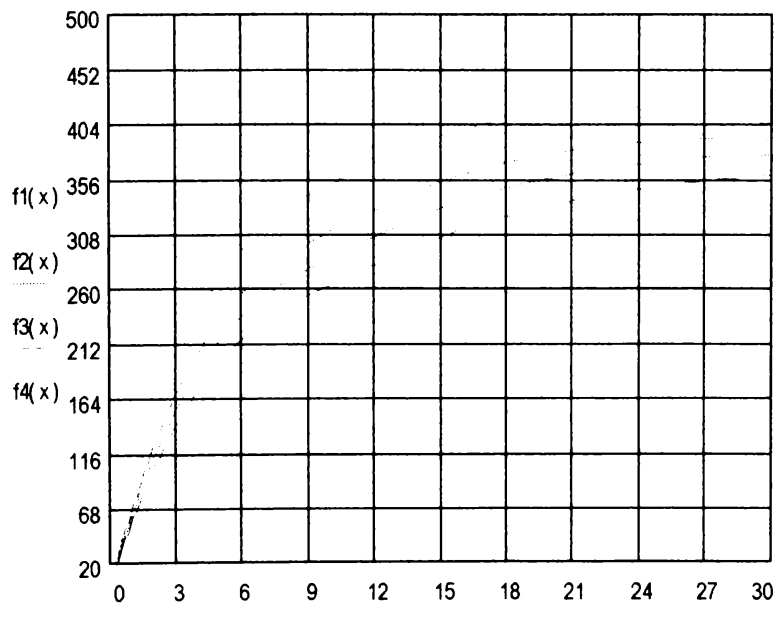
**Figura 4.11**

**V = 180 km/h, Gr = 7500 daN,  $a_1 = 0,8 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,9 \text{ m/s}^2$ ,  $a_3 = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $a_4 = 1,2 \text{ m/s}^2$**



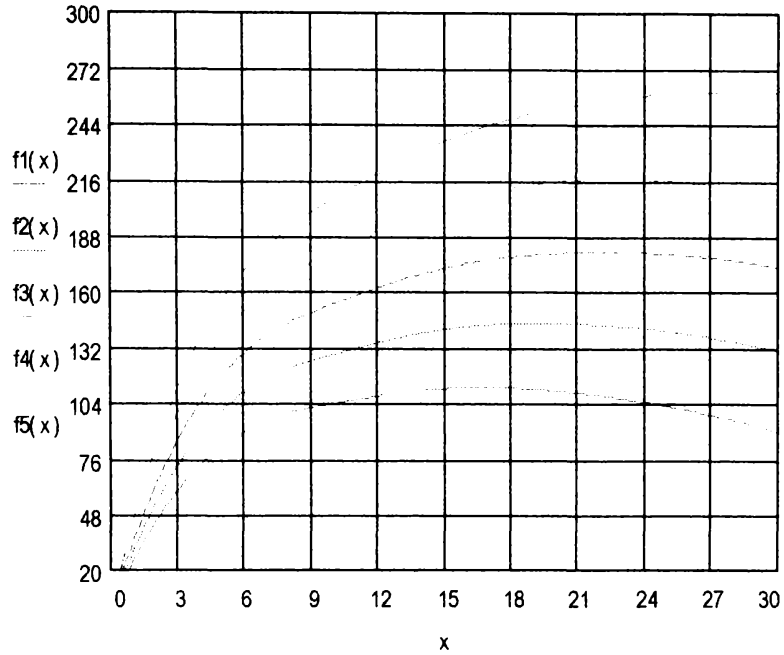
**Figura 4.12**

**V = 200 km/h, , Gr = 7500 daN,  $a_1 = 0,8 \text{ m/s}^2$ ,  $a_2 = 0,9 \text{ m/s}^2$ ,  $a_3 = 1 \text{ m/s}^2$ ,  $a_4 = 1,2 \text{ m/s}^2$**



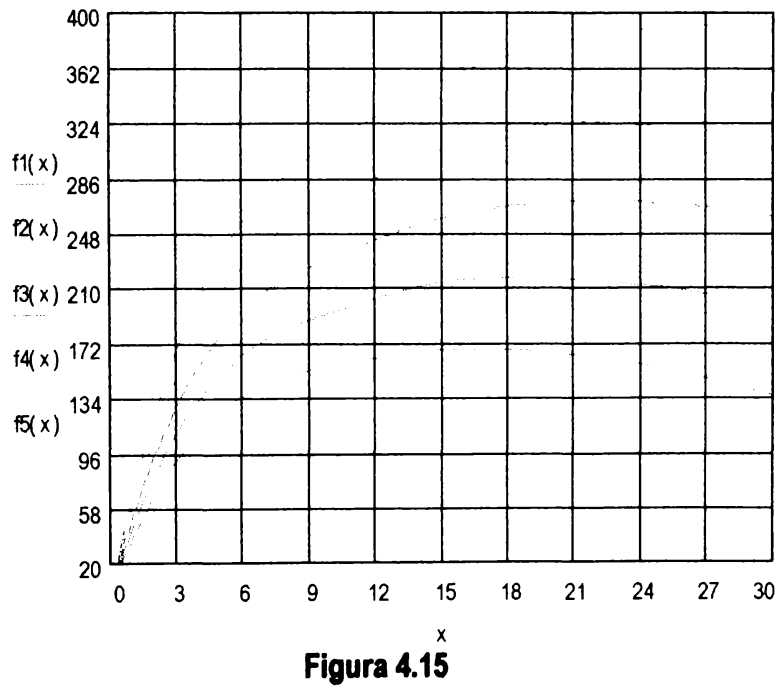
**Figura 4.13**

**Gr = 5000 daN, a = 1 m/s<sup>2</sup>, V=120;140;160;180;200 km/h**



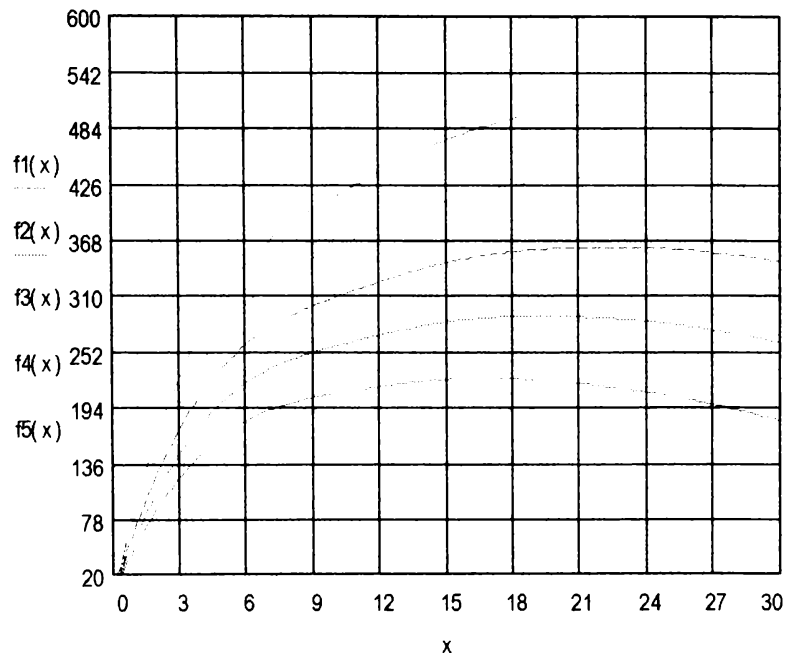
**Figura 4.14**

**Gr = 7500 daN, a = 1 m/s<sup>2</sup>, V=120;140;160;180;200 km/h**



**Figura 4.15**

**Gr = 10000 daN, a = 1 m/s<sup>2</sup>, V=120;140;160;180;200 km/h**



**Figura 4.16**

## 4.2 Determinarea temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare garnitură de frecare - disc de frână

### 4.2.1. Determinarea temperaturii suprafeței de frecare prin metoda lui Hasselgruber

Variația temperaturii elementelor cuplei de frecare garnitură de frecare - disc de frână a fost cercetată de diferiți autori [35],[46],[47], în funcție de timp și de distanța față de suprafața de frecare a celor două elemente ale cuplei (garnitură de frecare - disc de frână).

Dintre ipotezele stabilite de către Hasselgruber la determinarea temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare se remarcă următoarele:

- a considerat liniară variația puterii de frânare cu viteza vehiculului;
- proprietățile fizice (densitatea, căldura specifică, conductivitatea termică ) ale materialelor elementelor cuplei de frecare au fost considerate constante la variația temperaturii;
- a considerat că temperatura maximă a suprafeței de frecare se atinge la jumătatea duratei frânării ( $\Delta T_{\max}$  pentru  $t = t_b / 2$ ).

Ținând cont de ipotezele enumerate Hasselgruber a stabilit, pentru temperatura suprafeței de frecare a elementelor cuplei, următoarea relație:

$$\Delta T_{\max} = \sqrt{\frac{8 \cdot t_b}{9 \cdot \pi \cdot \rho_d \cdot c_d \cdot \lambda_d}} \cdot f_m \cdot q \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (4.54)$$

unde:  $t_b$  - durata frânării [s];

$\rho_d$  - densitatea materialului discului de frână [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

$c_d$  - căldura specifică a materialului discului de frână [ $\text{J}/\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C}$ ];

$\lambda_d$  - conductivitatea termică a discului de frână [ $\text{W}/\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$ ];

$f_m$  - factor de material (adimensional);

$q$  - fluxul termic [ $\text{W} / \text{m}^2$ ].



În această relație factorul  $f_m$  ține seama de distribuția căldurii pe garnitură și pe disc și este dat de următoarea relație :

$$f_m = \frac{2}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot \lambda_g \cdot c_g}}{\sqrt{\rho_d \cdot \lambda_d \cdot c_d}}} \quad (4.55)$$

unde:  $\rho_g$  - densitatea materialului garniturii de frecare [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

$c_g$  - căldura specifică a materialului garniturii de frecare [ $\text{J} / \text{kg} \cdot ^\circ\text{C}$ ];

$\lambda_g$  - conductivitatea termică a materialului garniturii de frecare [ $\text{W} / \text{m} \cdot ^\circ\text{C}$ ];

Fluxul termic la începutul frânării  $q$  pentru două suprafețe de fricțiune ale unui disc este dat de relația :

$$q = \frac{0,1891425 \cdot (1 + \gamma) \cdot Q_d \cdot V^2}{g \cdot S_d \cdot t_b} \quad [\text{W}/\text{m}^2] \quad (4.56)$$

unde :  $Q_d$  - cota parte din sarcina pe osie care revine unui disc [ $\text{daN}$ ];

$S_d$  - suprafața de frecare a discului de frână [ $\text{m}^2$ ];

$t_b$  - durata frânării [ $\text{s}$ ].

$(1 + \gamma)$  - coeficient care ține seama de masele în mișcare de rotație;

0,1891425 - coeficient rezultat din bilanțul dimensional;

Înlocuind relațiile 4.55 și 4.56 în relația 4.54 se obține temperatura suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare ( $\Delta T = T_{amb} + T$ , unde  $T_{amb}$  se consideră  $20^\circ\text{C}$ ) :

$$\Delta T_{\max} = \sqrt{\frac{8 \cdot t_b}{9 \cdot \pi \cdot \rho_d \cdot c_d \cdot \lambda_d}} \cdot \frac{0,3782851}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot \lambda_g \cdot c_g}}{\sqrt{\rho_d \cdot \lambda_d \cdot c_d}}} \cdot \frac{(1 + \gamma) \cdot Q_d \cdot V^2}{S_g \cdot g \cdot t_b} \quad [^\circ\text{C}] \quad (4.57)$$

Pentru aplicarea relației 4.57 este necesară respectarea condiției :

$$F_o = \frac{a_d \cdot t_b}{\delta^2} = \frac{\lambda_d}{\rho_d \cdot c_d} \cdot \frac{t_b}{\delta^2} < 1$$

unde :  $F_o$  - coeficientul lui Fourier;

$a_d = \frac{\lambda_d}{\rho_d \cdot c_d}$  - coeficientul de difuzivitate termică;

$\delta$  - grosimea peretelui discului;

$t_b$  - durata frânării.

Dacă  $F_o > 1$  temperatura suprafeței de frecare se va calcula cu ajutorul formulei de corectare :

$$\Delta T_{\max_{cor}} = \Delta T_{\max} \cdot \sqrt{\frac{9 \cdot \pi}{8 \cdot F_o}} \cdot \left( \frac{F_o}{2} + \frac{7}{90 \cdot F_o} \right) \quad (4.58)$$

La sfârșitul duratei frânării, temperatura suprafețelor de frecare se va calcula ținând seama că  $t = t_b / 2$  cu relația :

$$\Delta T_f = \sqrt{\frac{4 \cdot t_b}{9 \cdot \pi \cdot \rho_s \cdot c_s \cdot \lambda_s}} \cdot f_m \cdot q = \sqrt{\frac{4 \cdot t_b}{9 \cdot \pi \cdot \rho_s \cdot c_s \cdot \lambda_s}} \cdot \frac{0,3782851}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot \lambda_g \cdot c_g}}{\sqrt{\rho_d \cdot \lambda_d \cdot c_d}}} \cdot \frac{(1 + \gamma) \cdot Q_d \cdot V^2}{S_d \cdot g \cdot t_b} \quad [^{\circ}\text{C}] \quad (4.59)$$

Raportul dintre temperatura maximă și temperatura suprafeței de frecare a elementelor cuplei la sfârșitul frânării determină următoarea legătură între cele două temperaturi :

$$\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_f} = \frac{\sqrt{\frac{8 \cdot t_b}{9 \cdot \pi \cdot \rho_d \cdot c_d \cdot \lambda_d}} \cdot \frac{0,3782851}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot \lambda_g \cdot c_g}}{\sqrt{\rho_d \cdot \lambda_d \cdot c_d}}} \cdot \frac{(1 + \gamma) \cdot Q_d \cdot V^2}{S_d \cdot g \cdot t_b}}{\sqrt{\frac{4 \cdot t_b}{9 \cdot \pi \cdot \rho_s \cdot c_s \cdot \lambda_s}} \cdot \frac{0,3782851}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot \lambda_g \cdot c_g}}{\sqrt{\rho_d \cdot \lambda_d \cdot c_d}}} \cdot \frac{(1 + \gamma) \cdot Q_d \cdot V^2}{S_d \cdot g \cdot t_b}}$$

$$\frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_f} = \sqrt{2} \Rightarrow \Delta T_{\max} = \sqrt{2} \cdot \Delta T_f \quad (4.60)$$

Utilizând relațiile 4.56,4.57 în tabelele 4.1..4.6 se prezintă valorile calculate ale fluxului termic și temperaturii maxime (după Hasselgruber) pentru două tipuri de discuri de frână și anume :

- disc de frână autoventilat din fontă cenușie perlitică (A) cu următoarele caracteristici :

$$\begin{aligned} - \rho_{d1} &= 7330 \quad \text{kg / m}^3 \\ - c_{d1} &= 753,66 \quad \text{J / kg}\cdot\text{°C} \\ - \lambda_{d1} &= 29,2 \quad \text{W / m}\cdot\text{°C} \end{aligned}$$

- disc de frână neventilat din oțelul aliat 30MoCrNi20 (B) cu următoarele caracteristici :

$$\begin{aligned} - \rho_{d2} &= 7840 \quad \text{kg / m}^3 \\ - c_{d2} &= 465 \quad \text{J / kg}\cdot\text{°C} \\ - \lambda_{d2} &= 49,8 \quad \text{W / m}\cdot\text{°C} \end{aligned}$$

Compoziția tipurilor de garnituri de frecare este atât de diferită încât și caracteristicile materialelor diferă mult între ele. Pentru calcul s-au considerat caracteristici ale materialelor garniturilor din următoarele domenii de dispersare [35], [46 ], [47] :

$$\begin{aligned} - \rho_g &= (1000 \div 2800) \quad \text{kg / m}^3 \\ - c_g &= (628,05 \div 2093,5) \quad \text{J / kg}\cdot\text{°C} \\ - \lambda_g &= (0,16282 \div 1,01181) \quad \text{W / m}\cdot\text{°C} \end{aligned}$$

În tabelele 4.1 .. 4.6 se prezintă valorile fluxului termic  $q$  [ $\text{KW/m}^2$ ] și ale temperaturii maxime a elementelor cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare, pentru cele două discuri (A, B) și garniturile de frecare 1 și 2 la diverse sarcini ce revin unui disc de frână din sarcina maximă admisă pe osie ( $Q_{d1} \dots Q_{d7}$ ), pe intervalul de viteze  $v \in [100,200]$  km/h. Cu ajutorul acestor valori calculate în figurile 4.17 .. 4.56 s-au reprezentat variațiile temperaturii elementelor cuplei de frecare astfel :

- temperatura în funcție de viteză pentru durata frânării constantă ( $t_b = 30;50$  s) și diferite suprafețe de frecare (4.17.. 4.28) precum și pentru suprafața de frecare constantă ( $S_d = 0,2;0,3$  m<sup>2</sup>) și diferite durate ale frânării (4.29 .. 4.34 );

- temperatura în funcție de durata frânării pentru suprafața de frecare constantă ( $S_d = 0,2; 0,3 \text{ m}^2$ ) la diferite viteze de început al frânării (4.35 .. 4.39 );
- temperatura în funcție de suprafața de frecare pentru durata frânării constantă ( $t_b = 30; 50 \text{ s}$ ) la diferite viteze de început al frânării (4.40 .. 4.56).

Reprezentarea grafică s-a făcut cu ajutorul unui program elaborat de autorul lucrării în limbajul Turbo - Pascal 6.0 și prezentat în anexa 4.2 .

**DISCUL A** ( $\rho_d = 7330 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_d = 753,66 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_d = 29,2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
**GARNITURA DE FRECARE NR. 1** ( $\rho_g = 2800 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_g = 2093,5 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_g = 1,01181 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 $f_m = 1,6782053$ ;  $F_o = 0,099107$ ;  $S_d = 0,2 \text{ m}^2$ ;  $t_b = 30\text{s}$

Tabelul 4.1

Viteza	V [km/h]	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Fluxul termic $q$ [kW/m <sup>2</sup> ]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	168,762	204,202	243,018	285,208	330,774	379,716	432,032	487,724	546,791	609,233	675,050
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	253,144	306,304	364,527	427,813	496,162	569,574	648,048	731,586	820,186	913,850	1012,57
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	337,525	408,405	486,036	570,417	661,549	759,432	864,065	975,448	1093,58	1218,46	1350,10
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	421,906	510,507	607,545	713,022	826,937	949,290	1080,08	1219,31	1366,97	1523,08	1687,62
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	506,288	612,608	729,054	855,626	992,324	1139,14	1296,09	1463,17	1640,37	1827,70	2025,15
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	590,669	714,710	850,564	998,231	1157,71	1329,00	1512,11	1707,03	1913,76	2132,31	2362,67
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	675,050	816,811	972,073	1140,83	1323,09	1518,86	1728,13	1950,89	2187,16	2436,93	2700,20
Temperatura maximă a elementelor cuplei de frecare $\Delta T_{\text{max}}$ [°C]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	64,9680	78,6113	93,5539	109,795	127,337	146,178	166,318	187,757	210,496	234,534	259,872
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	97,4520	117,917	140,331	164,694	191,006	219,267	249,477	281,636	315,744	351,801	389,808
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	129,936	157,222	187,107	219,591	254,674	292,356	332,636	375,515	420,992	469,069	519,744
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	162,420	196,528	233,884	274,489	318,343	365,445	415,795	469,394	526,241	586,336	649,680
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	194,904	235,833	280,661	329,387	382,012	438,534	498,954	563,272	631,489	703,603	779,616
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	227,388	275,139	327,438	384,285	445,680	511,623	582,113	657,151	736,737	820,871	909,552
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	259,872	314,445	374,215	439,183	509,349	584,712	665,272	751,030	841,985	938,138	1039,48

**DISCUL A** ( $\rho_d = 7330 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_d = 753,66 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_d = 29,2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
**GARNITURA DE FRECARE NR. 1** ( $\rho_g = 2800 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_g = 2093,5 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_g = 1,01181 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 $f_m = 1,6782053$ ;  $F_o = 0,099107$ ;  $S_d = 0,2 \text{ m}^2$ ;  $t_b = 40\text{s}$

**Tabelul 4.2**

Viteza	V [km/h]	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Fluxul termic $q$ [KW/m <sup>2</sup> ]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	126,572	153,152	182,263	213,906	248,081	284,787	324,024	365,733	410,093	456,924	506,288
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	189,858	229,728	273,395	320,860	372,121	427,180	486,036	548,689	615,139	685,387	759,432
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	253,144	306,304	364,527	427,813	496,162	569,574	648,048	731,586	820,186	913,849	1012,57
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	316,430	382,880	455,659	534,766	620,202	711,967	810,061	914,482	1025,23	1142,31	1265,72
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	379,716	459,456	546,791	641,720	744,243	854,361	972,072	1097,37	1230,27	1370,77	1518,86
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	443,002	536,032	637,923	748,673	868,284	996,754	1134,08	1280,27	1435,32	1599,23	1772,00
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	506,288	612,608	729,054	855,626	992,324	1139,14	1296,09	1463,17	1640,37	1827,70	2025,15
Temperatura maximă a elementelor cuplei de frecare $\Delta T_{max}$ [°C]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	56,2639	68,0793	81,0201	95,0860	110,277	126,593	144,035	162,602	182,295	203,112	225,055
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	84,3959	102,119	121,530	142,629	165,416	189,890	216,053	243,904	273,442	304,669	337,583
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	112,527	136,158	162,040	190,172	220,554	253,187	288,071	325,205	364,590	406,225	450,111
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	140,659	170,198	202,550	237,715	275,693	316,484	360,089	406,507	455,738	507,782	562,639
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	168,791	204,238	243,060	285,258	330,832	379,781	432,107	487,808	546,885	609,338	664,167
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	196,923	238,277	283,570	332,801	385,970	443,078	504,135	569,110	638,033	710,895	787,695
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	225,055	272,317	324,080	380,344	441,109	506,375	576,143	650,411	729,181	812,451	900,223

DISCUL A ( $\rho_d = 7330 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_d = 753,66 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_d = 29,2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 GARNITURA DE FRECARE NR. 1 ( $\rho_g = 2800 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_g = 2093,5 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_g = 1,01181 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 $f_m = 1,6782053$ ;  $F_o = 0,1305113$ ;  $S_d = 0,2 \text{ m}^2$ ;  $t_b = 50\text{s}$

Tabelul 4.3

Viteza	V [km/h]	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Fluxul termic $q$ [KW/m <sup>2</sup> ]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	101,257	122,521	145,810	171,125	198,464	227,829	259,219	292,634	328,074	365,540	405,030
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	151,886	183,782	218,716	256,688	297,697	341,744	388,829	438,951	492,112	548,310	607,545
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	202,515	245,043	291,621	342,250	396,929	455,659	518,439	585,269	656,149	731,080	810,061
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	253,144	306,304	364,527	427,813	496,162	569,574	648,048	731,586	820,186	913,850	1012,57
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	303,772	367,565	437,432	513,376	595,394	683,488	777,658	877,903	984,224	1096,62	1215,09
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	354,401	428,826	510,338	598,938	694,627	797,403	907,268	1024,22	1148,26	1279,39	1417,60
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	405,030	490,086	583,243	684,501	793,859	911,318	1036,87	1170,53	1312,29	1462,16	1620,12
Temperatura maximă a elementelor cuplei de frecare $\Delta T_{\text{max}} [^\circ\text{C}]$	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	50,3240	60,8921	72,4666	85,0476	98,6351	113,229	128,829	145,436	163,049	181,669	201,296
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	75,4860	91,3381	108,699	127,571	147,952	169,843	193,244	218,154	244,574	272,504	301,944
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	100,648	121,784	144,933	170,095	197,270	226,458	257,659	290,872	326,099	363,339	402,592
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	125,810	152,230	181,166	212,619	246,587	283,072	322,073	363,591	407,624	454,174	503,240
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	150,972	182,676	217,399	255,142	295,905	339,687	386,488	436,309	489,149	545,009	603,888
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	176,134	213,122	253,633	297,666	345,222	396,301	450,903	509,027	570,674	635,844	704,536
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	201,296	243,568	289,866	340,190	394,540	452,916	515,318	581,745	652,199	726,679	805,184

DISCUL B ( $\rho_d = 7840 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_d = 465 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_d = 49,8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 GARNITURA DE FRECARE NR. 2 ( $\rho_g = 1900 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_g = 1360,77 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_g = 0,587315 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 $f_m = 1,8324168$ ;  $F_o = 0,2023748$ ;  $S_d = 0,3 \text{ m}^2$ ;  $t_b = 30\text{s}$

**Tabelul 4.4**

Viteza	V [Km/h]																
	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200						
Fluxul termic $q$ [KW/m <sup>2</sup> ]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	112,508	136,135	162,012	190,139	220,516	253,144	288,021	325,149	364,527	406,155	450,033					
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	168,762	204,202	243,018	285,208	330,774	379,716	432,032	487,724	546,791	609,233	675,050					
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	225,016	272,270	324,024	380,278	441,033	506,288	576,043	650,298	729,054	812,311	900,067					
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	281,271	340,338	405,030	475,348	551,291	632,860	720,054	812,873	911,318	1015,38	1125,08					
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	337,525	408,405	486,036	570,417	661,549	759,432	864,065	975,448	1093,58	1218,46	1350,10					
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	393,779	476,473	567,042	665,487	771,808	886,004	1008,07	1138,02	1275,84	1421,54	1575,11					
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	450,033	544,541	648,048	760,557	882,066	1012,57	1152,08	1300,59	1458,10	1624,62	1800,13					
Temperatura maximă a elementelor cuplei de frecare $\Delta T_{\text{max}}$ [°C]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	44,5779	53,9392	64,1921	75,3366	87,3726	100,300	114,119	128,830	144,432	160,926	178,311					
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	66,8668	80,9088	96,2882	113,004	131,059	150,450	171,179	193,245	216,648	241,389	267,467					
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	89,1558	107,878	128,384	150,673	174,745	200,600	228,238	257,660	288,864	321,852	356,623					
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	111,444	134,848	160,480	188,341	218,431	250,750	285,298	322,075	361,081	402,315	445,779					
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	133,733	161,817	192,576	226,009	262,118	300,900	342,358	386,490	433,297	482,778	534,934					
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	156,022	188,787	224,672	263,678	305,804	351,051	399,418	450,905	505,513	563,241	624,090					
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	178,311	215,757	256,768	301,346	349,490	401,201	456,477	515,320	577,729	643,704	713,246					



DISCUL B ( $\rho_d = 7840 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_d = 465 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_d = 49,8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 GARNITURA DE FRECARE NR. 2 ( $\rho_g = 1900 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_g = 1360,77 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_g = 0,587315 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 $f_m = 1,8324168$ ;  $F_o = 0,2698331$ ;  $S_d = 0,3 \text{ m}^2$ ;  $t_b = 40\text{s}$

Tabelul 4.5

Viteza	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Fluxul termic $q$ [KW/m <sup>2</sup> ]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	84,3813	102,101	121,509	142,604	165,387	189,857	216,016	243,861	304,616	337,525
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	126,571	153,152	182,263	213,906	248,081	284,786	324,024	365,792	456,924	506,287
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	168,762	204,202	243,018	285,208	330,774	379,715	432,032	487,723	546,790	609,232
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	210,953	255,253	303,772	356,510	413,468	474,644	540,040	609,654	683,488	761,541
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	253,143	306,304	364,527	427,813	496,162	569,573	648,048	731,585	820,186	913,849
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	295,334	357,354	425,281	499,115	578,855	664,502	756,056	853,516	956,883	1066,15
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	337,525	408,405	486,036	570,417	661,549	759,431	864,064	975,447	1093,58	1218,46
Temperatura maximă a elementelor cuplei de frecare $\Delta T_{max}$ [°C]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	38,6056	46,7127	55,5920	65,2434	75,6669	86,8625	98,8302	111,570	125,082	139,366
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	57,9083	70,0691	83,3880	97,8651	113,500	130,293	148,245	167,355	187,623	209,049
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	77,2111	93,4254	111,184	130,486	151,333	173,725	197,660	223,140	250,164	278,732
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	96,5139	116,781	138,980	163,108	189,167	217,156	247,075	278,925	312,705	348,415
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	115,816	140,138	166,776	195,730	227,000	260,587	296,490	334,710	375,246	418,098
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	135,119	163,494	194,572	228,351	264,834	304,018	345,905	390,495	437,787	487,781
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	154,422	186,850	222,368	260,973	302,667	347,450	395,321	446,280	500,328	557,464

DISCUL B ( $\rho_d = 7840 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_d = 465 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_d = 49,8 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 GARNITURA DE FRECARE NR. 2 ( $\rho_g = 1900 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_g = 1360,77 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$ ;  $\lambda_g = 0,587315 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ )  
 $f_m = 1,8324168$ ;  $F_o = 0,3372914$ ;  $S_d = 0,3 \text{ m}^2$ ;  $t_b = 50\text{s}$

Tabelul 4.6

Viteza	V [Km/h]	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
Fluxul termic $q$ [KW/m <sup>2</sup> ]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	67,5050	81,6811	97,2073	114,083	132,309	151,886	172,813	195,089	218,716	243,693	270,020
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	101,257	122,521	145,810	171,125	198,464	227,829	259,219	292,634	328,074	365,540	405,030
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	135,010	163,362	194,414	228,167	264,619	303,772	345,626	390,179	437,432	487,386	540,040
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	168,762	204,202	243,018	285,208	330,774	379,714	432,030	487,722	546,788	609,230	675,048
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	202,514	245,042	291,620	342,249	396,928	455,657	518,436	585,266	656,146	731,076	810,057
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	236,266	285,882	340,224	399,290	463,082	531,600	604,843	682,811	765,504	852,923	945,067
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	270,019	326,723	388,827	456,332	529,237	607,543	691,249	780,355	874,862	974,769	1080,07
Temperatura maximă a elementelor cuplei de frecare $\Delta T_{\text{max}}$ [°C]	$Q_{d1}=5000 \text{ daN}$	34,5299	41,7811	49,7230	58,3555	67,6786	77,6922	88,3965	99,7914	111,876	124,652	138,119
	$Q_{d2}=7500 \text{ daN}$	51,7948	62,6717	74,5845	87,5333	101,517	116,538	132,594	149,687	167,815	186,979	207,179
	$Q_{d3}=10000 \text{ daN}$	69,0598	83,5623	99,4461	116,711	135,357	155,384	176,793	199,582	223,753	249,305	276,239
	$Q_{d4}=12500 \text{ daN}$	86,3247	104,452	124,307	145,888	169,196	194,229	220,990	249,477	279,691	311,631	345,297
	$Q_{d5}=15000 \text{ daN}$	103,589	125,343	149,168	175,065	203,034	233,075	265,188	299,373	335,629	373,957	414,357
	$Q_{d6}=17500 \text{ daN}$	120,854	146,233	174,029	204,243	236,874	271,921	309,386	349,268	391,567	436,283	483,416
	$Q_{d7}=20000 \text{ daN}$	138,119	167,124	198,891	233,421	270,713	310,767	353,584	399,164	447,505	498,609	552,476

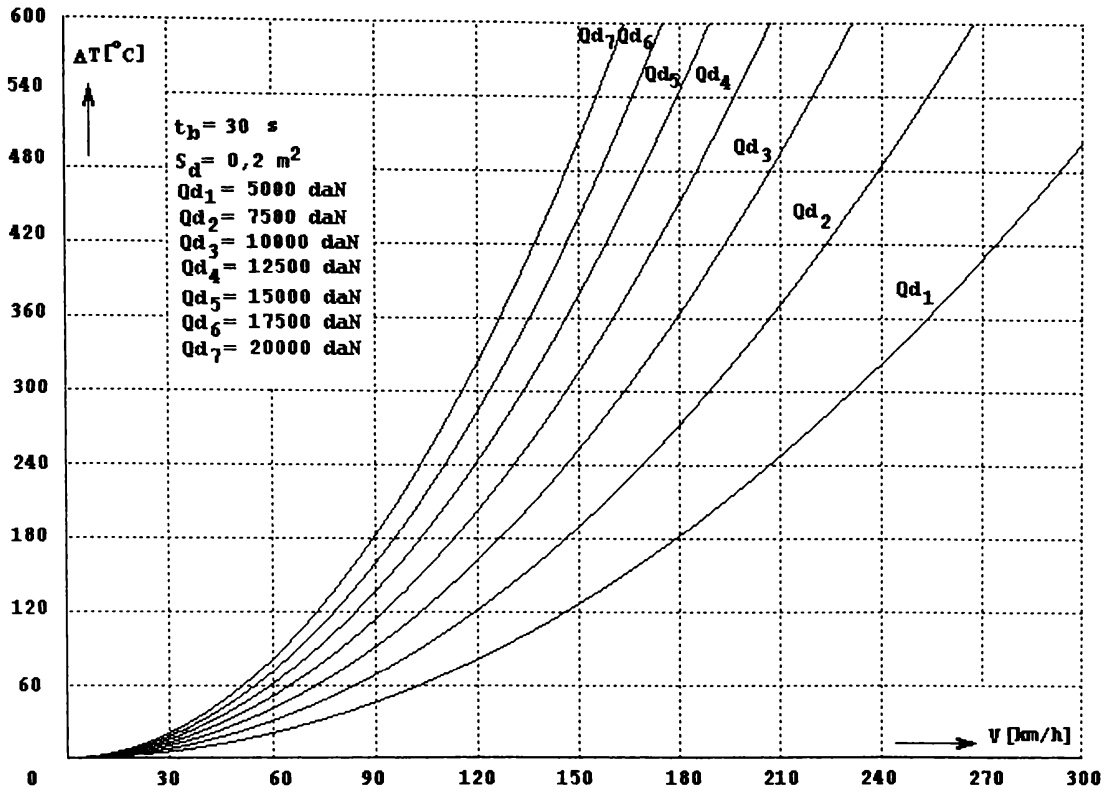


Figura 4.17

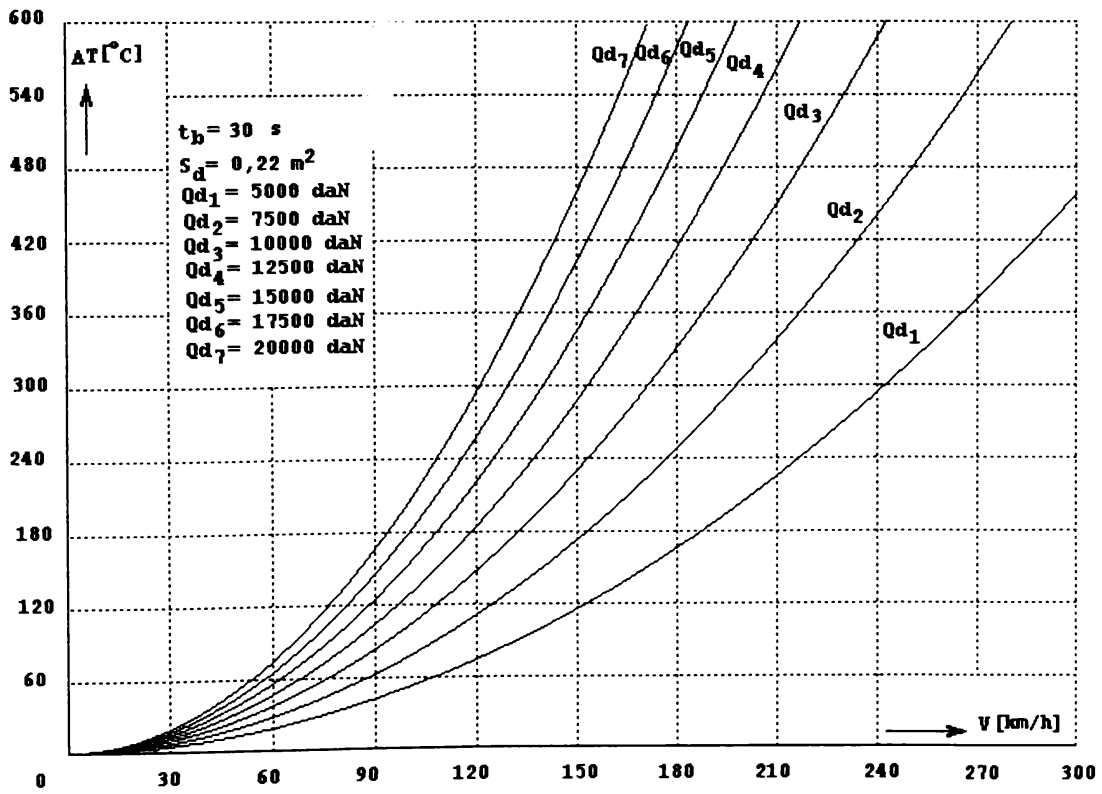


Figura 4.18

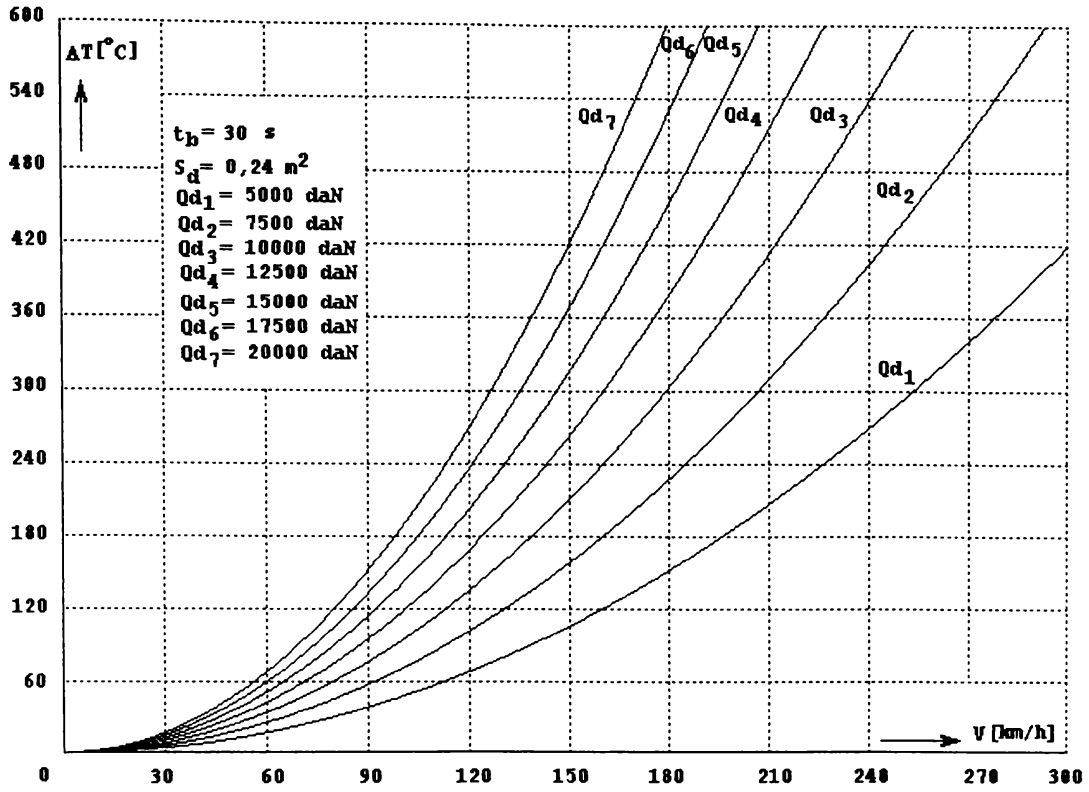


Figura 4.19

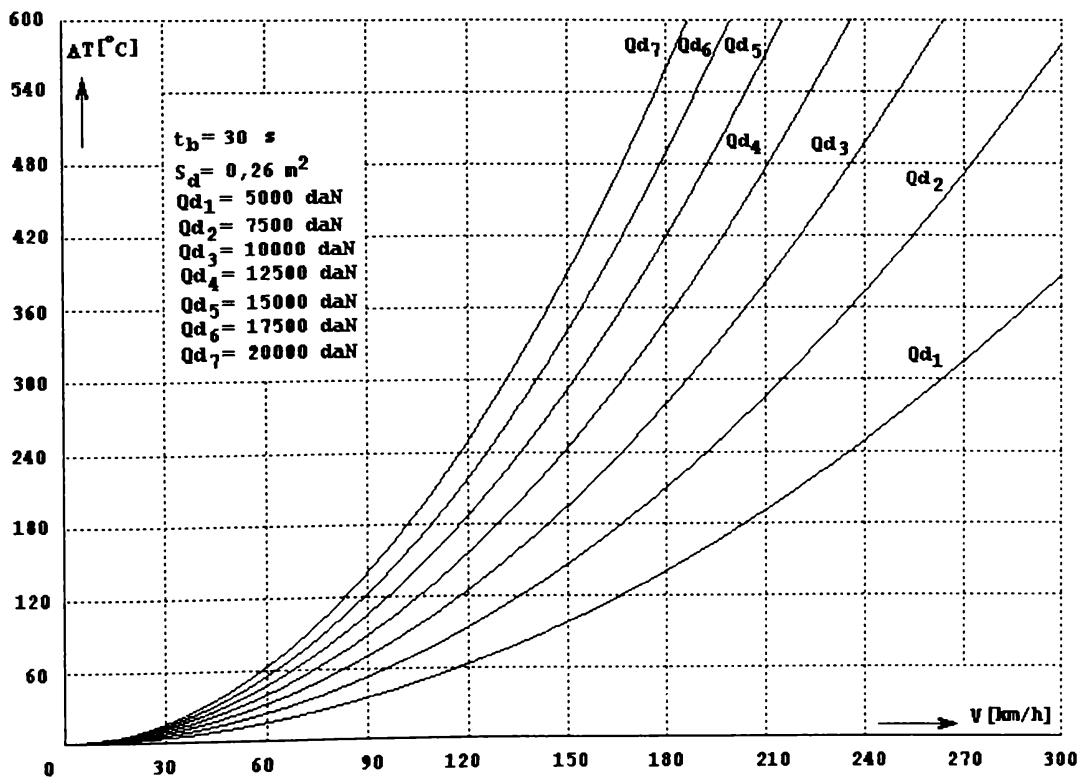


Figura 4.20

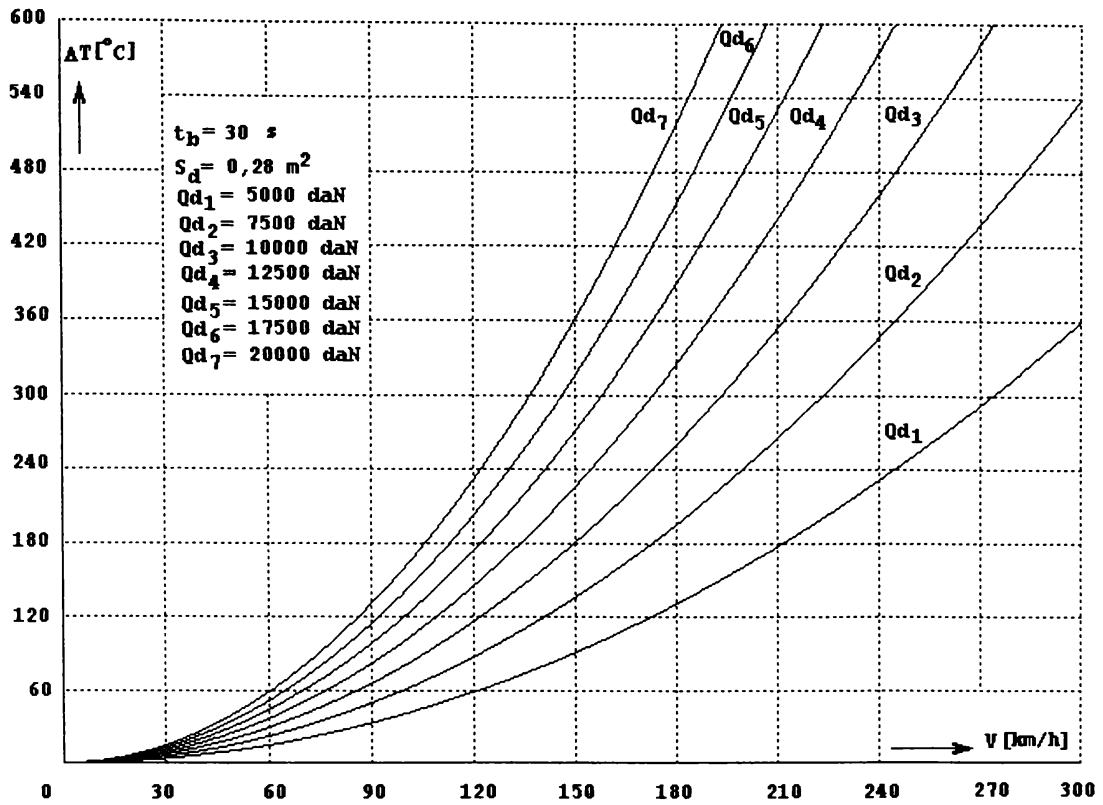


Figura 4.21

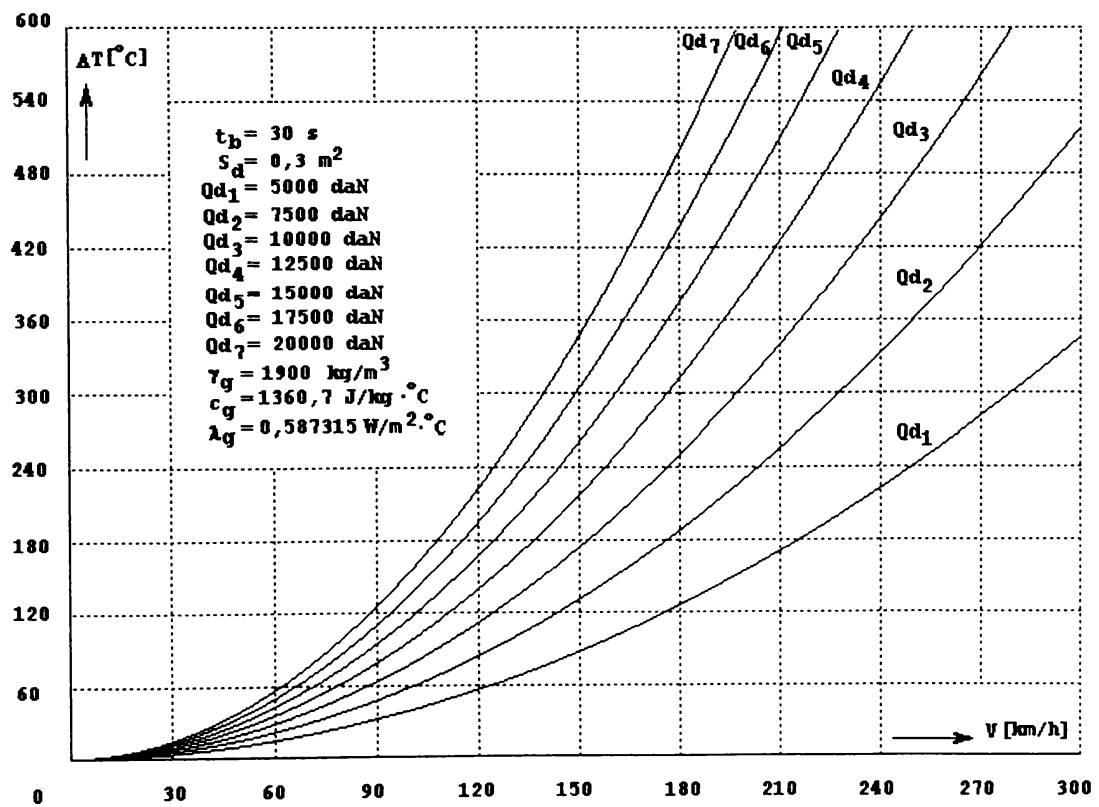


Figura 4.22

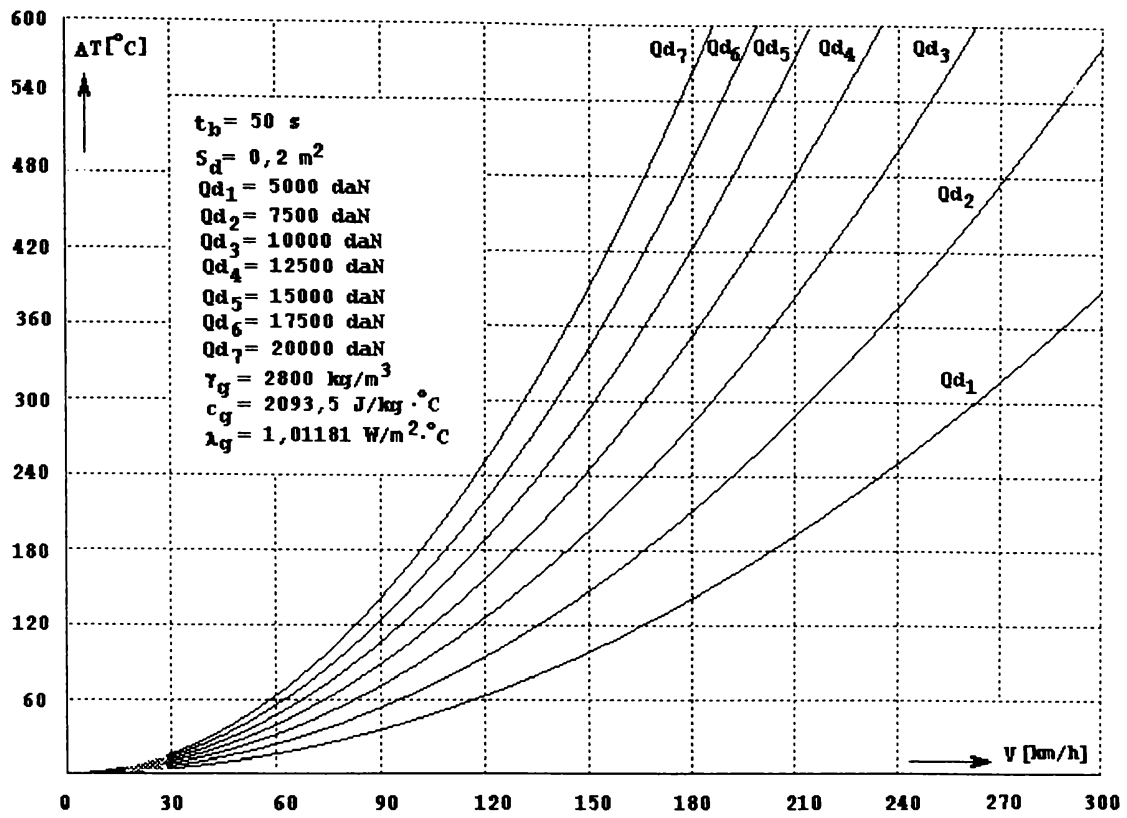


Figura 4.23

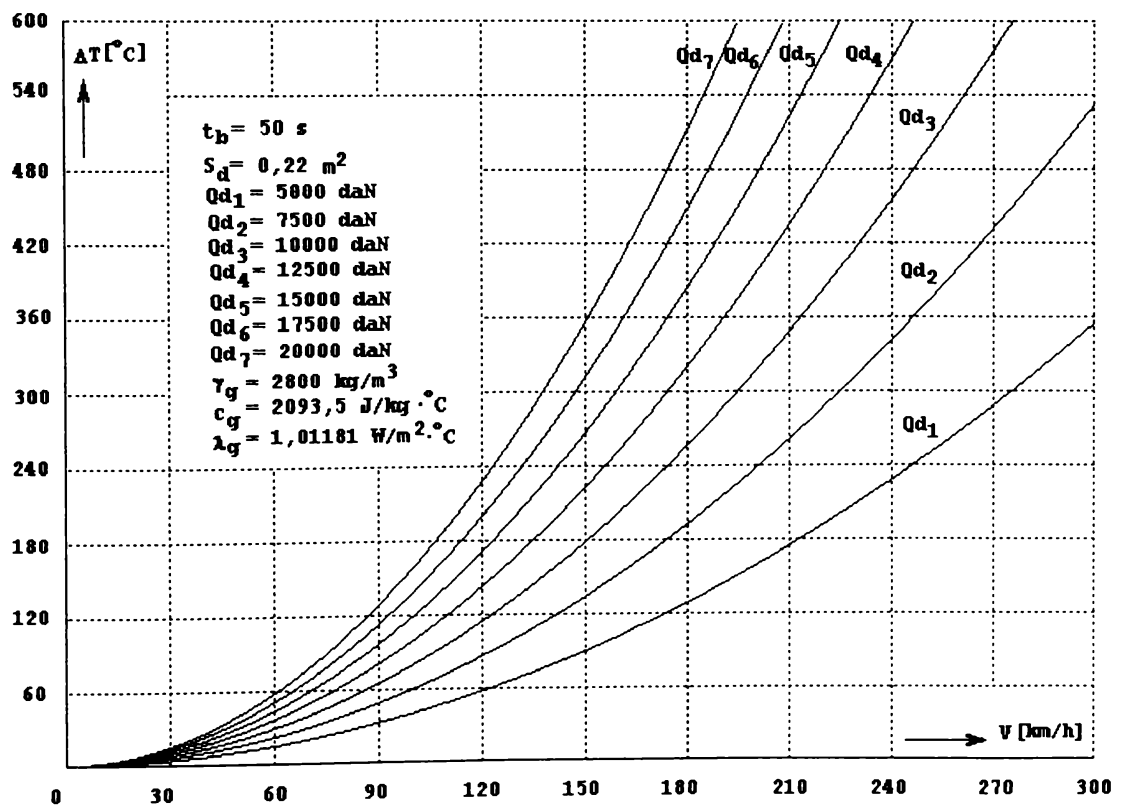


Figura 4.24

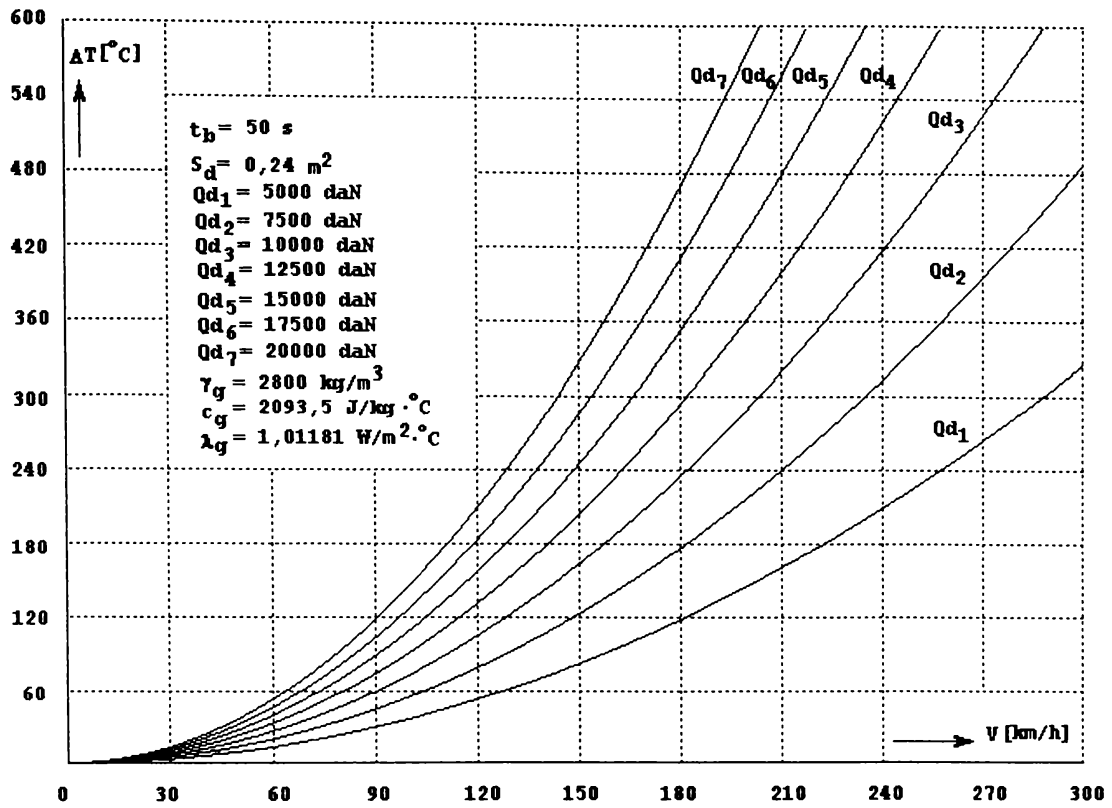


Figura 4.25

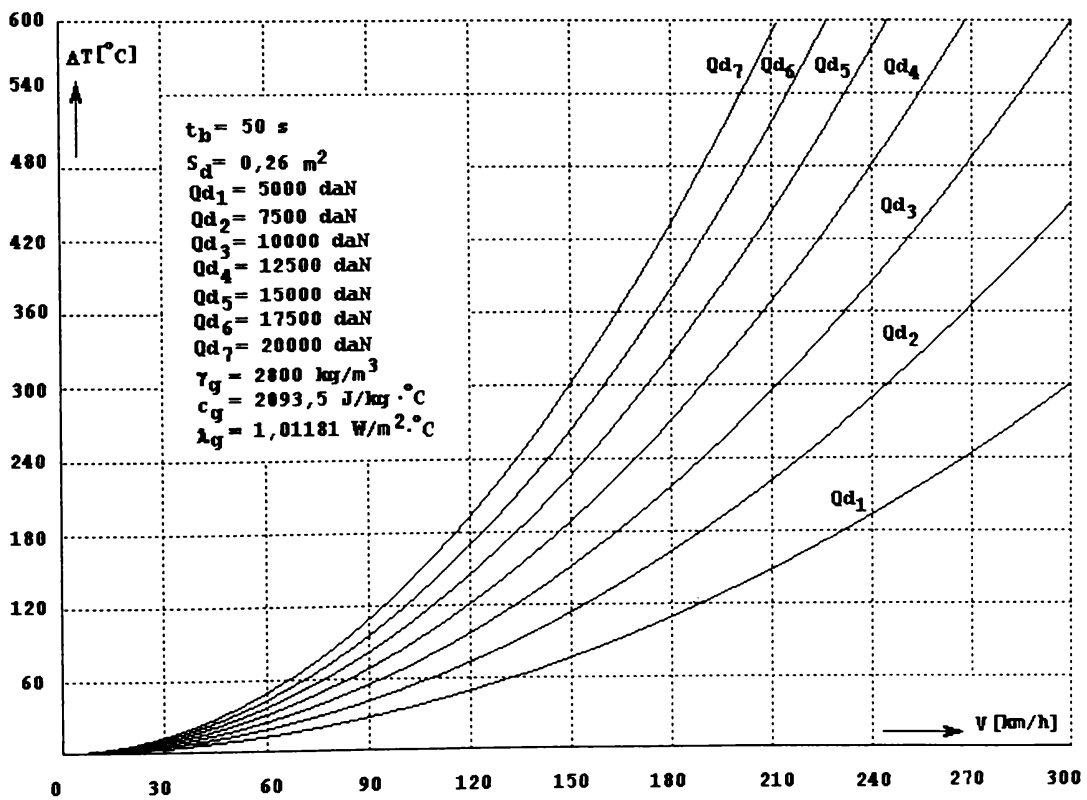


Figura 4.26

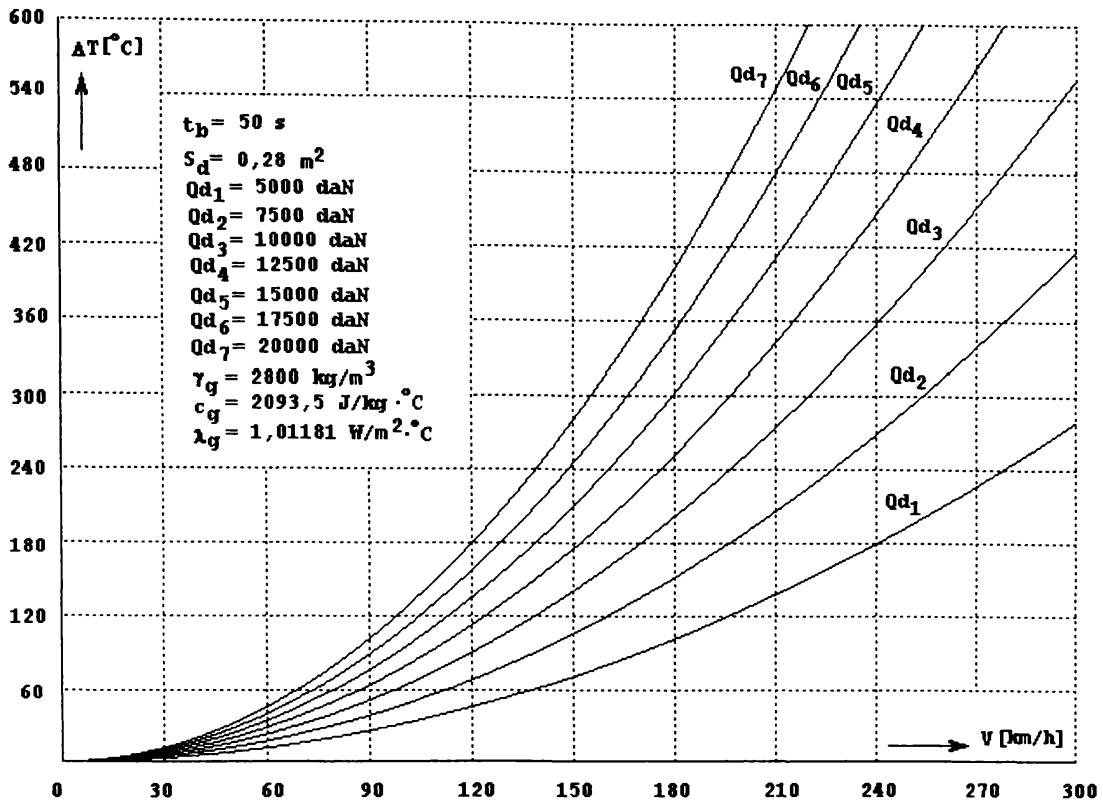


Figura 4.27

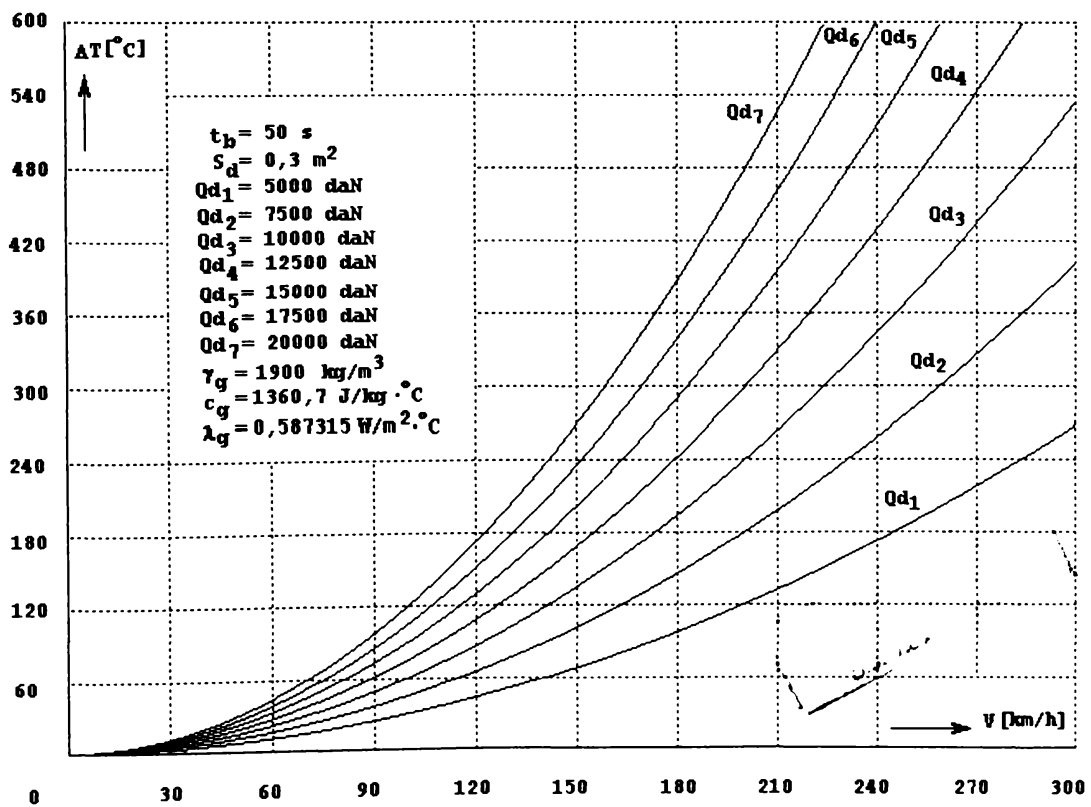


Figura 4.28



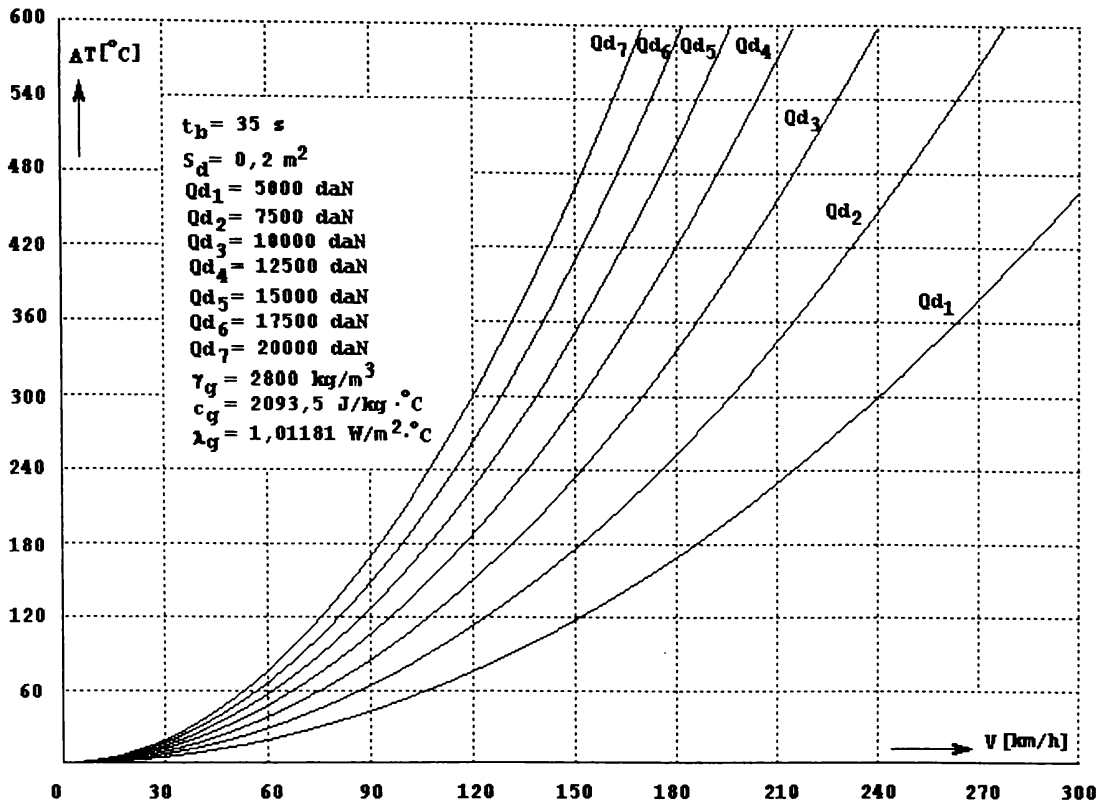


Figura 4.29

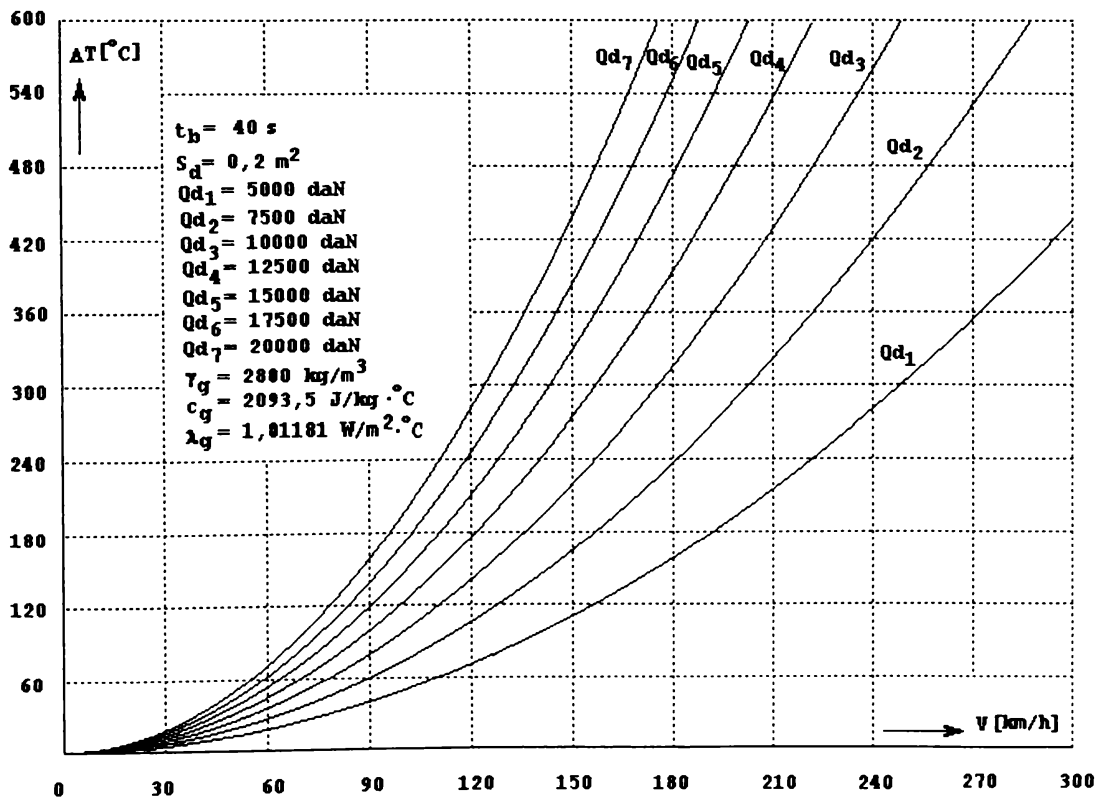


Figura 4.30

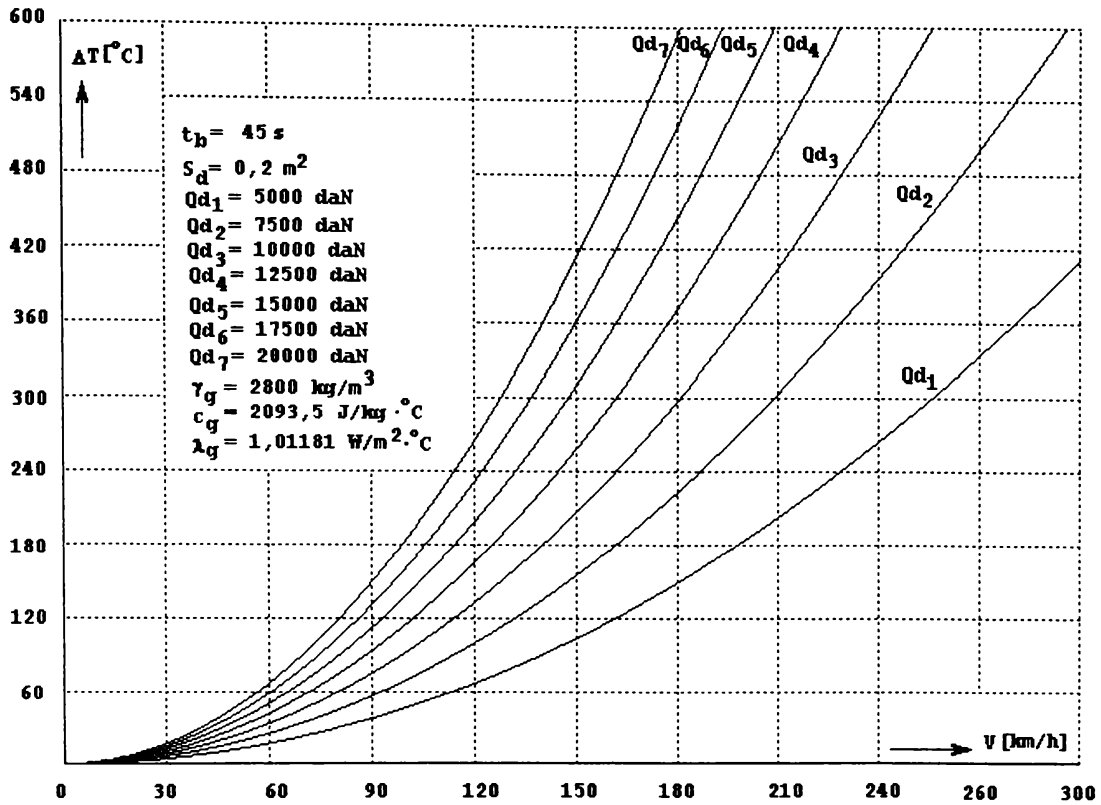


Figura 4.31

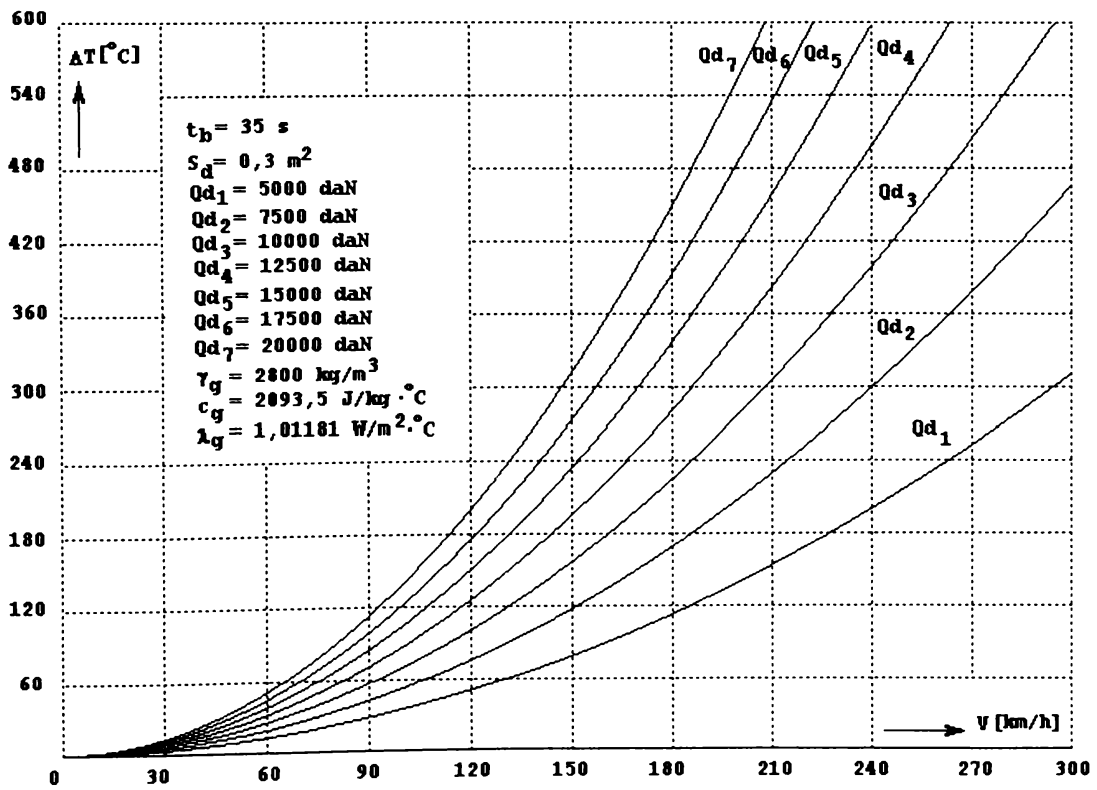


Figura 4.32

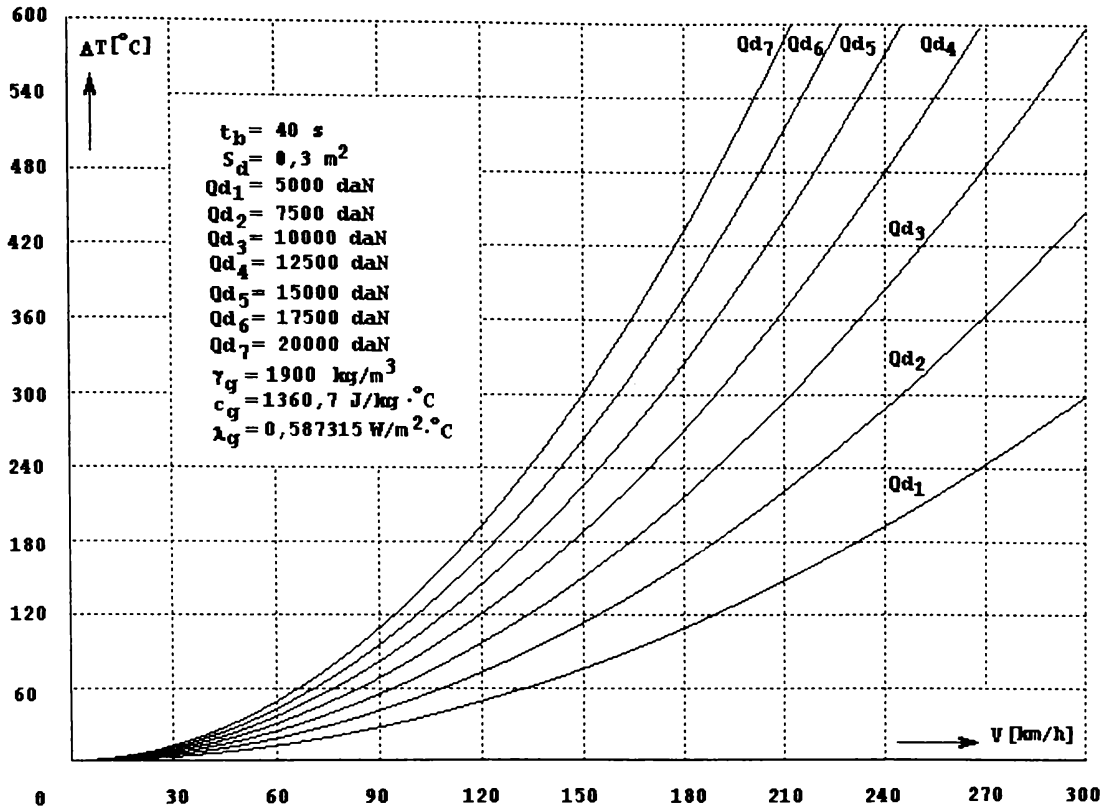


Figura 4.33

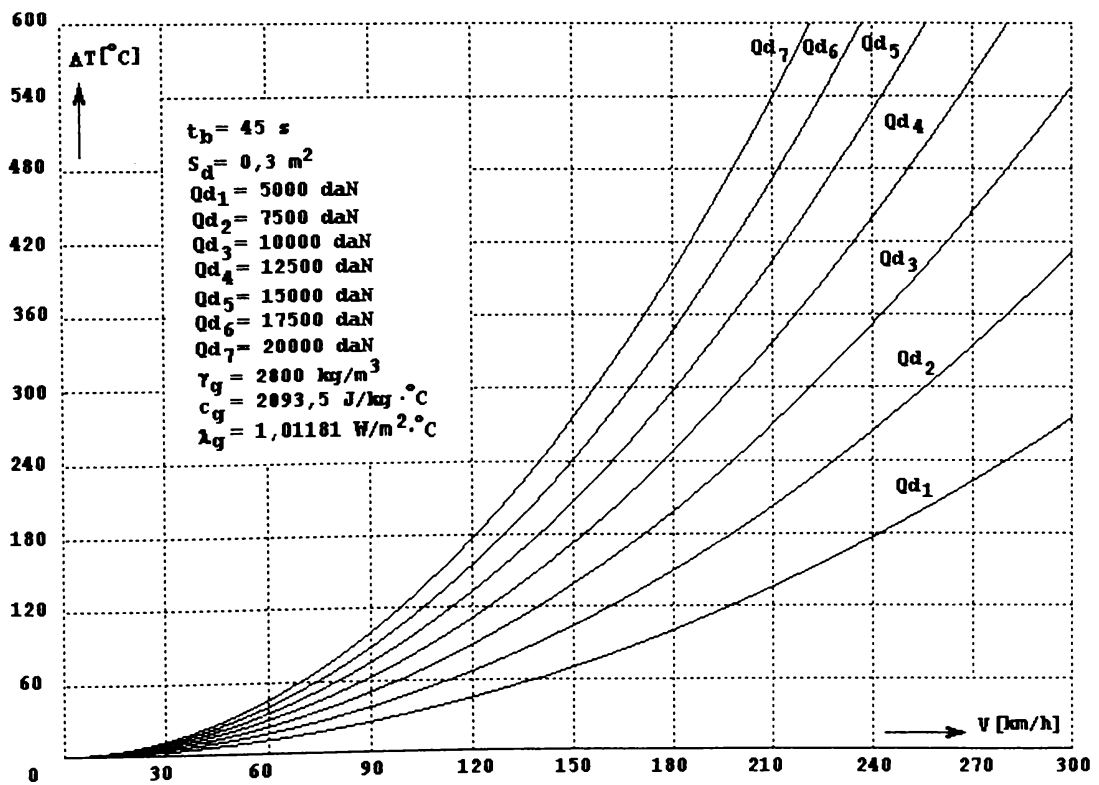


Figura 4.34

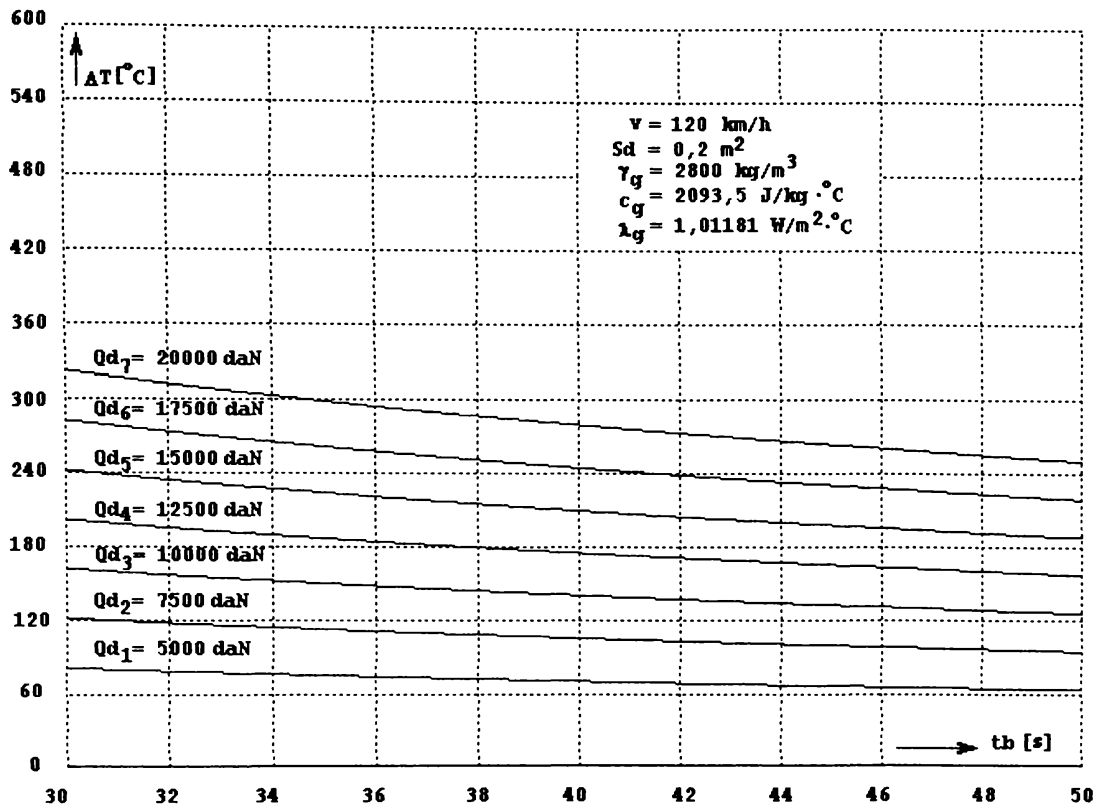


Figura 4.35

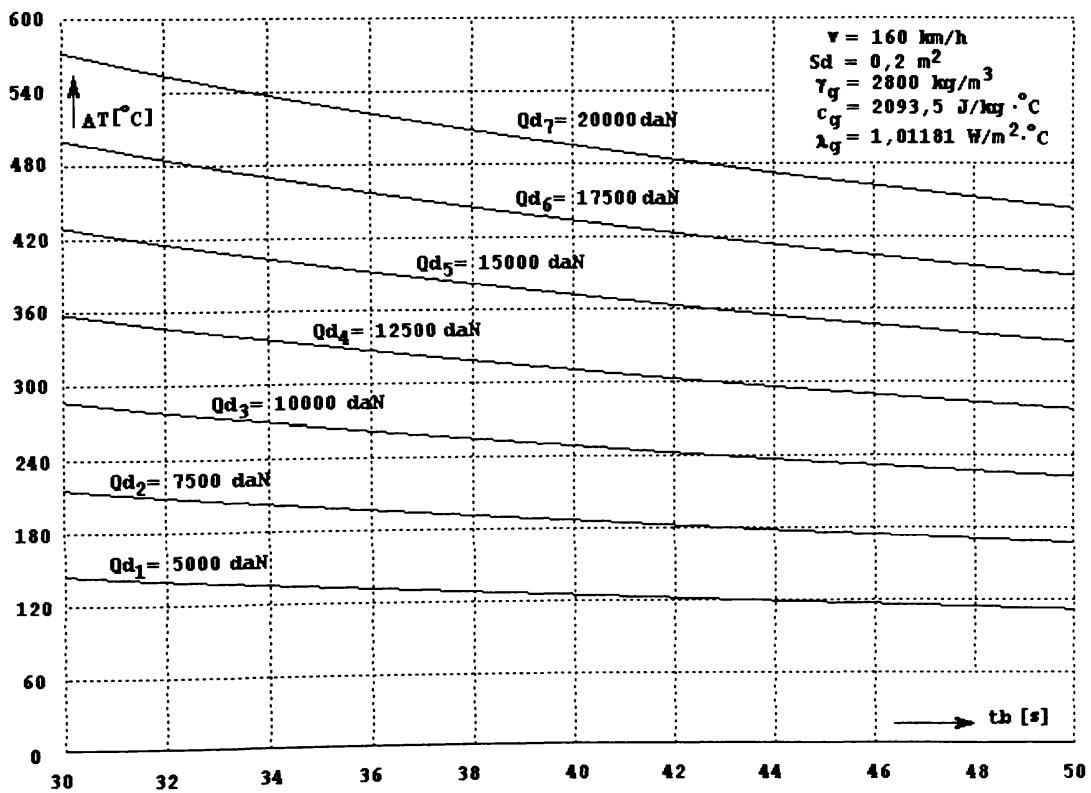


Figura 4.36

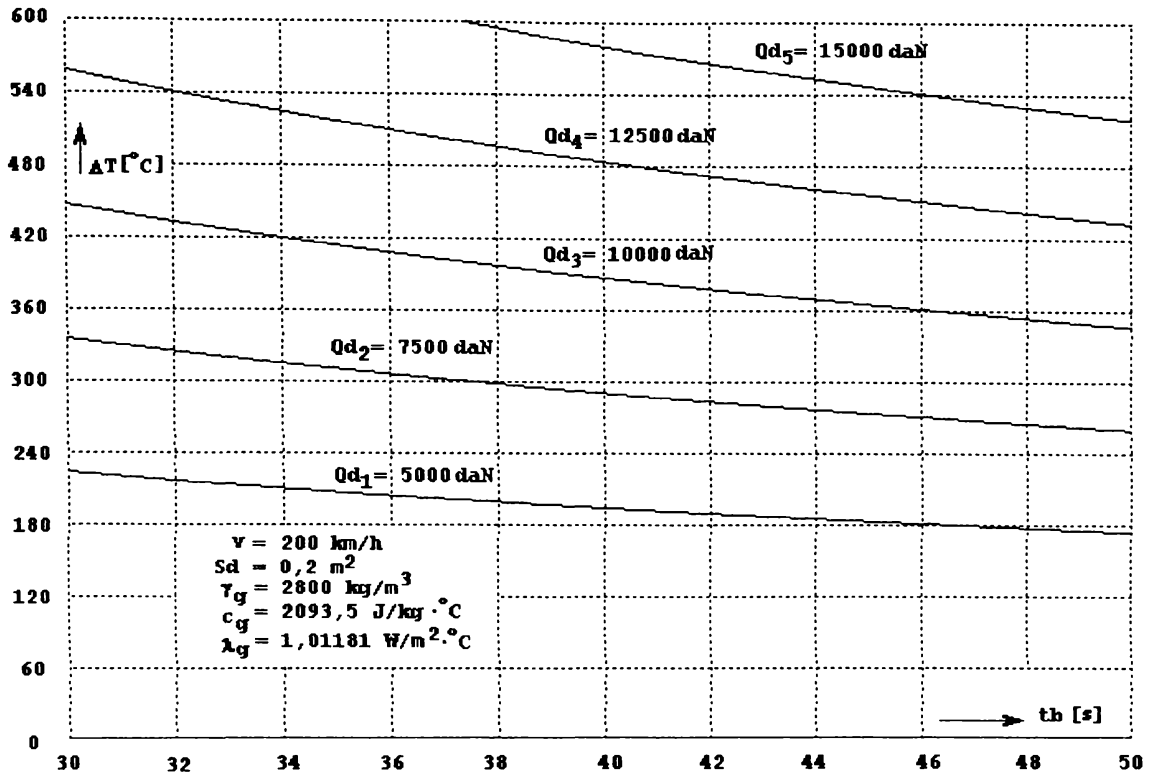


Figura 4.37

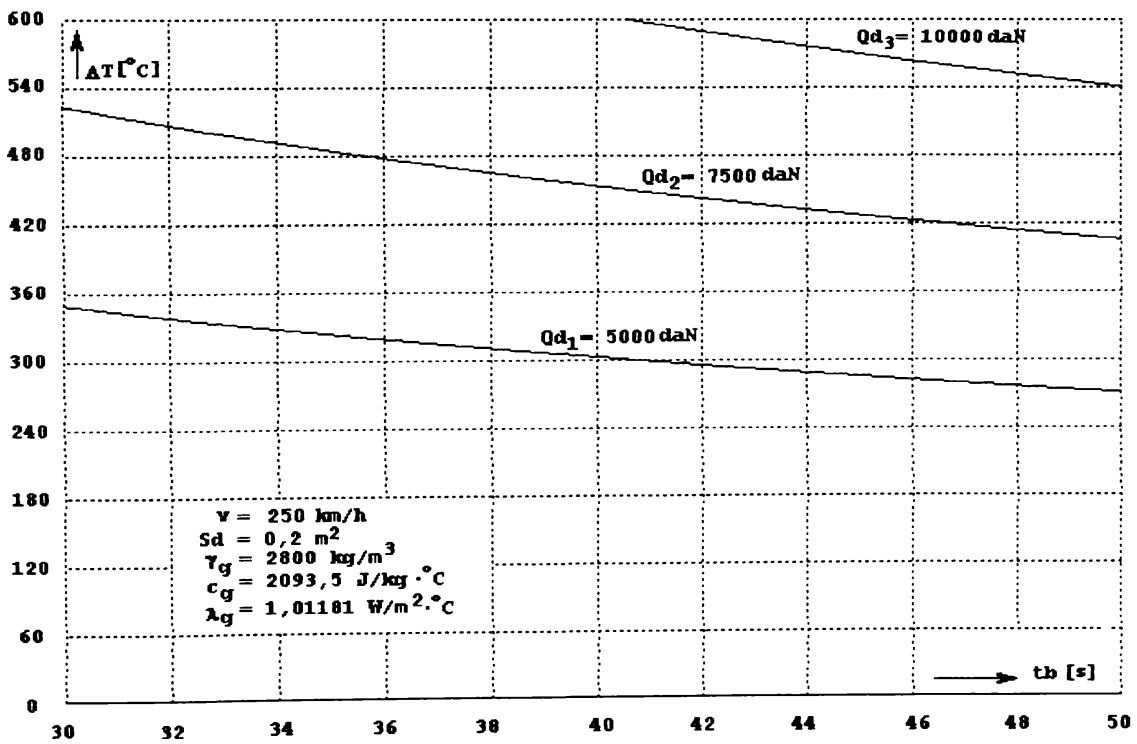


Figura 4.38

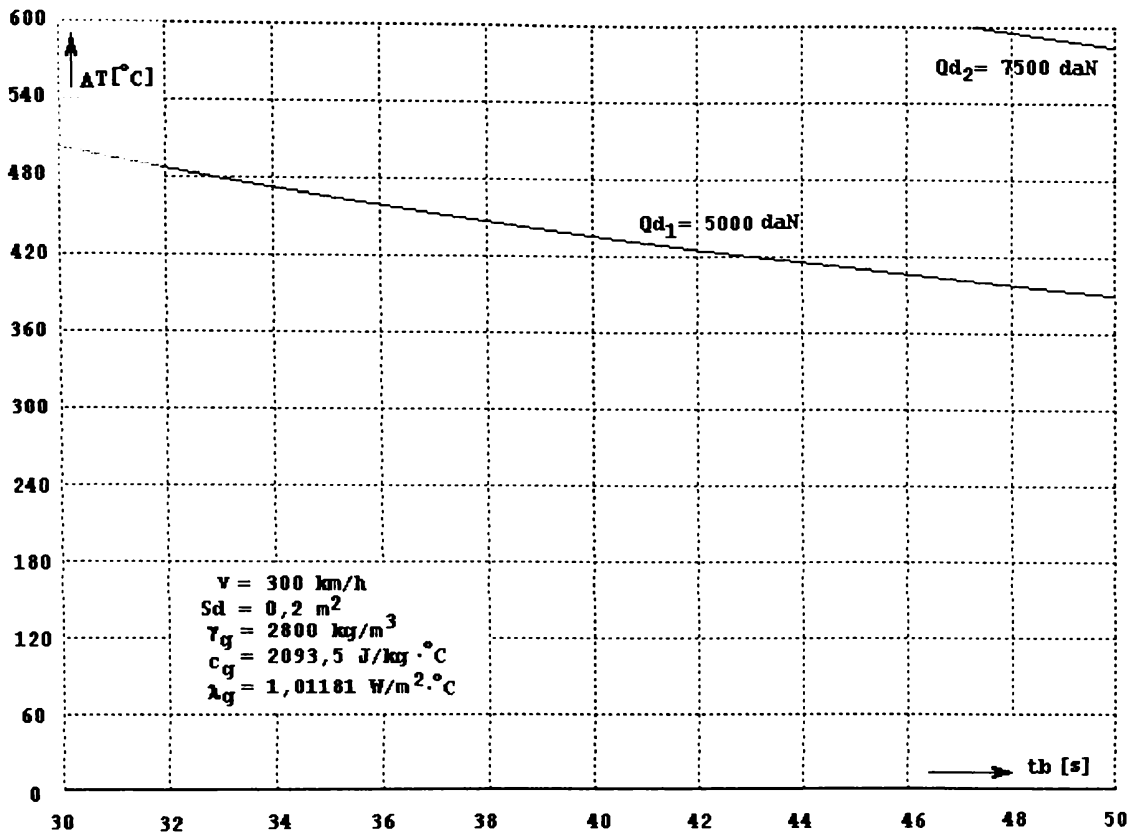


Figura 4.39

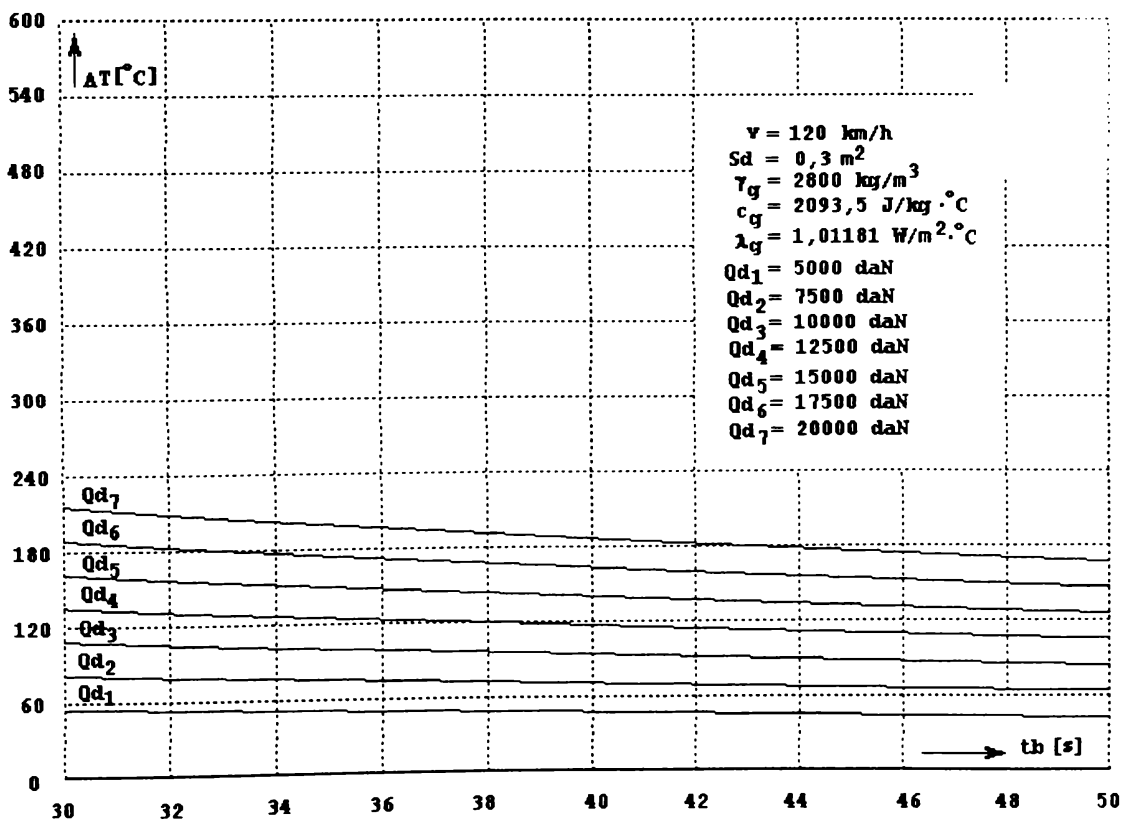


Figura 4.40

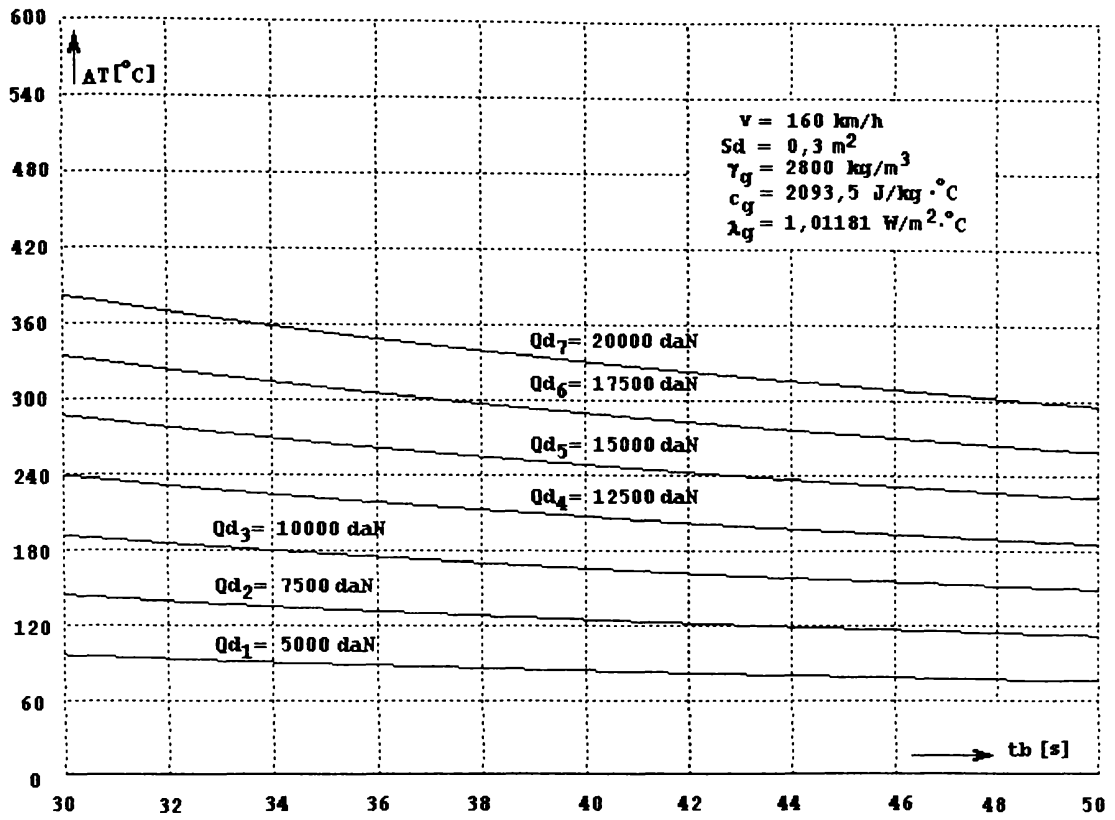


Figura 4.41

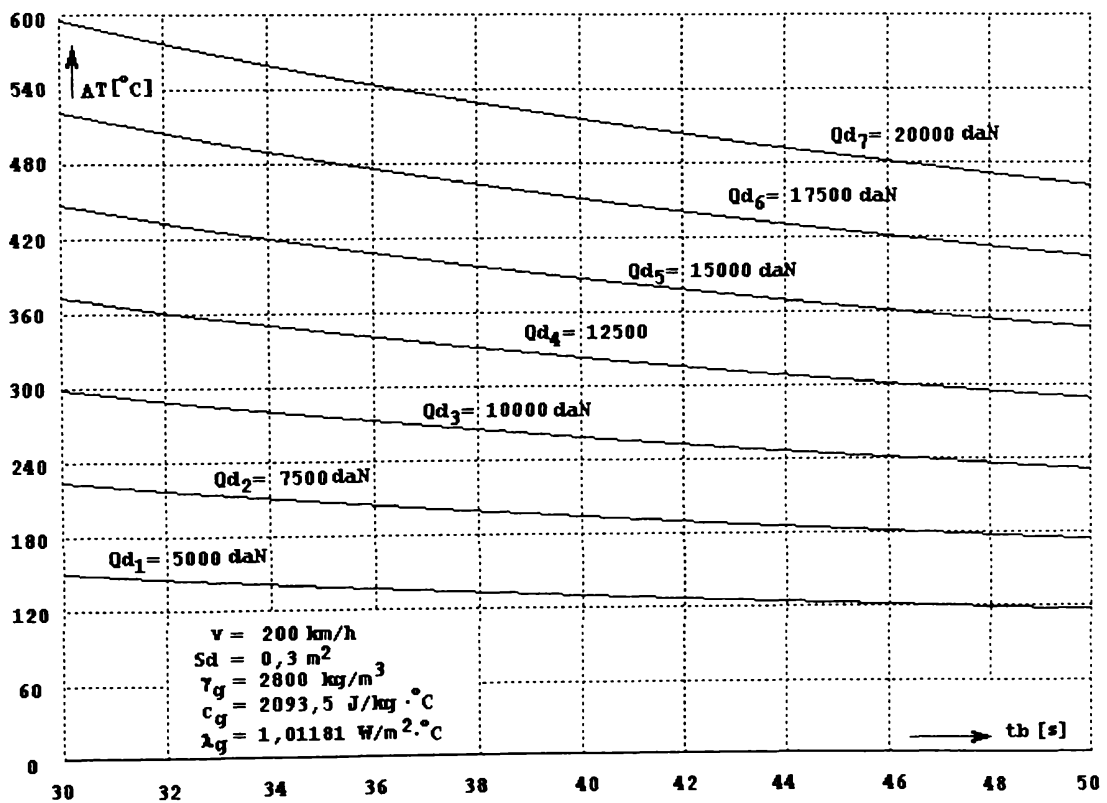


Figura 4.42

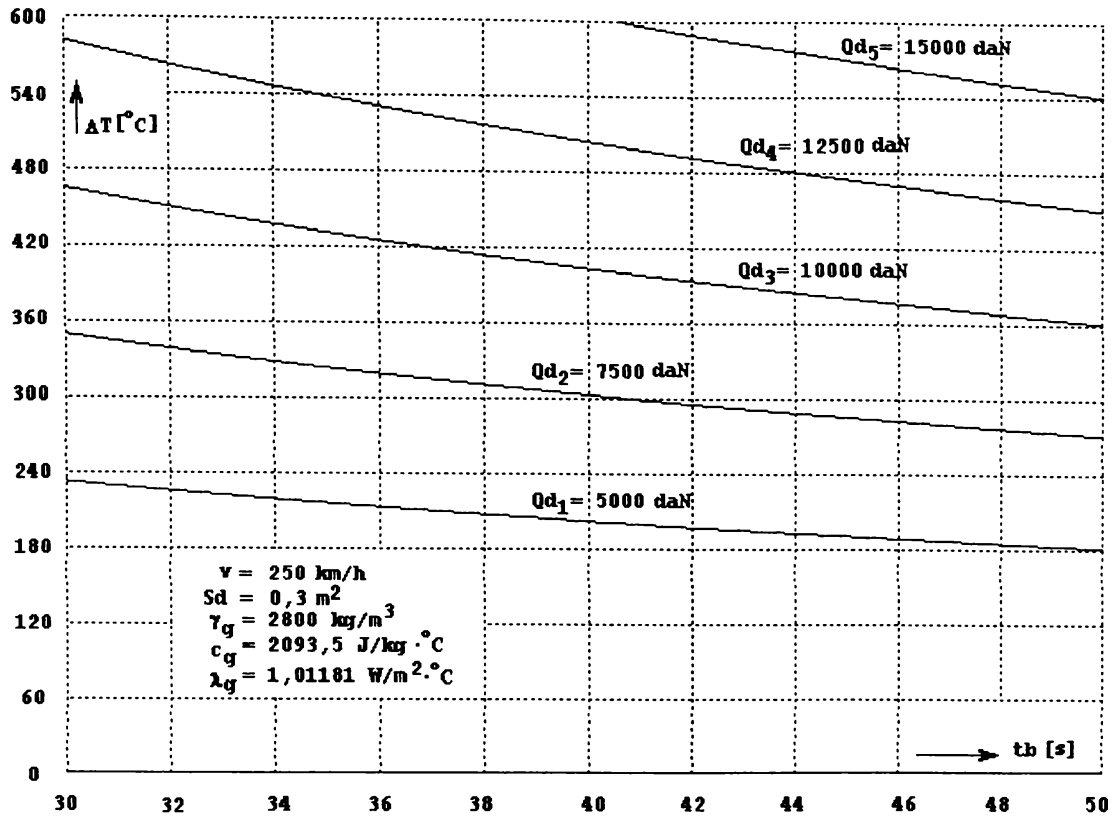


Figura 4.43

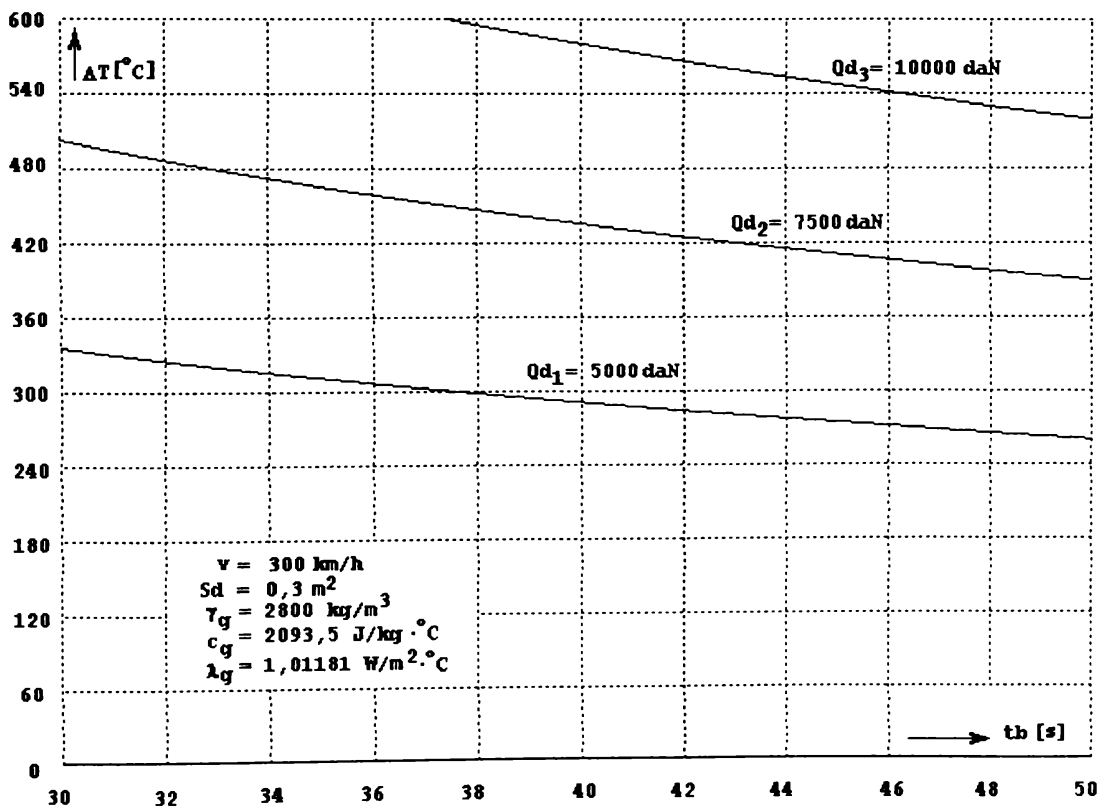


Figura 4.44



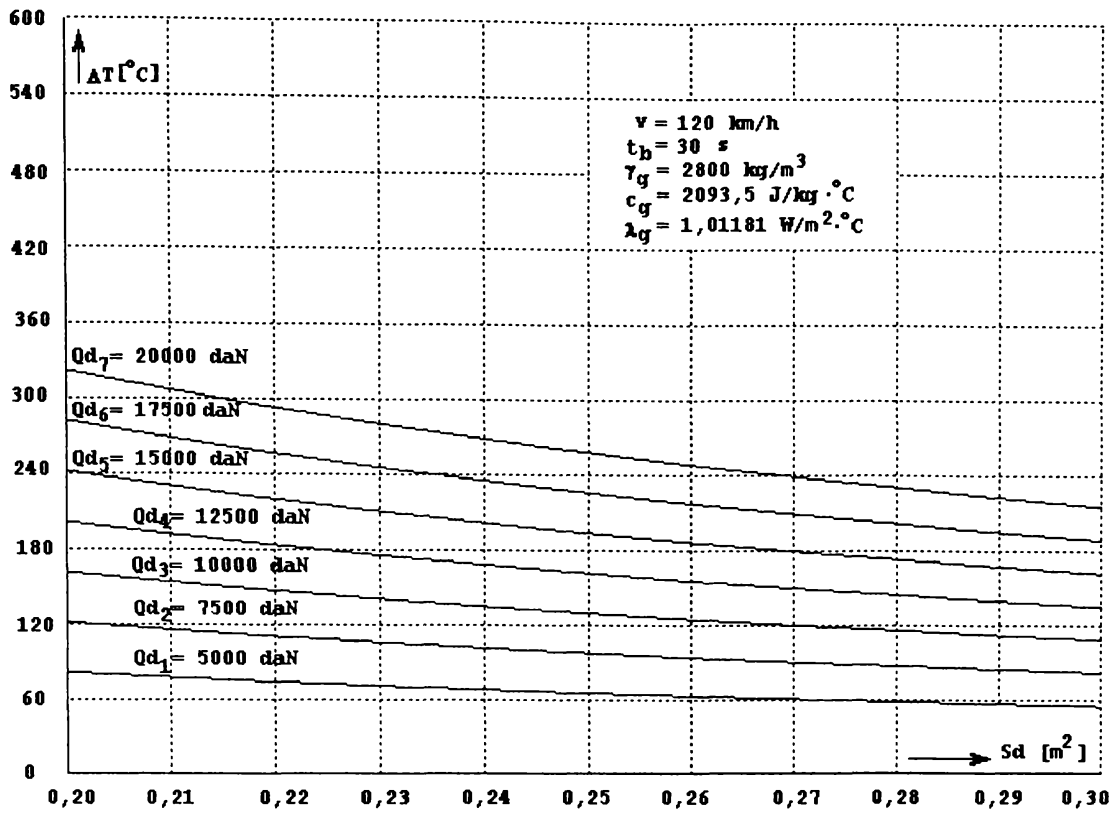


Figura 4.45

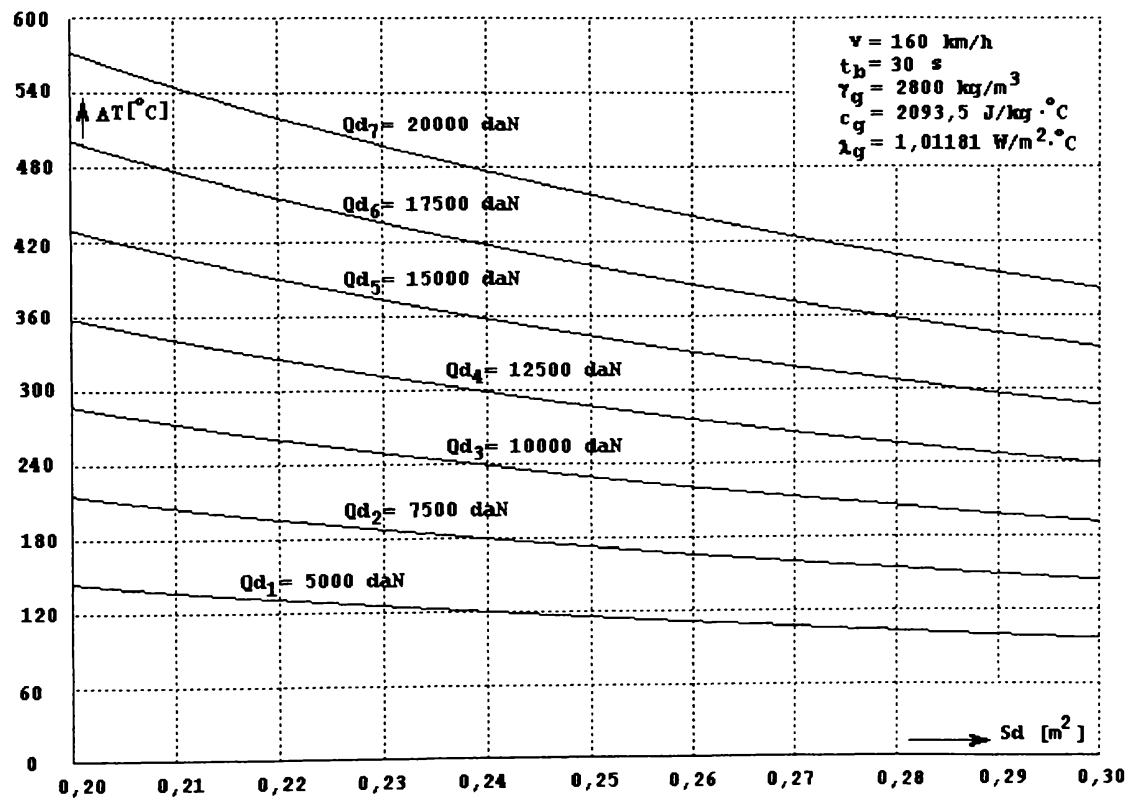


Figura 4.46

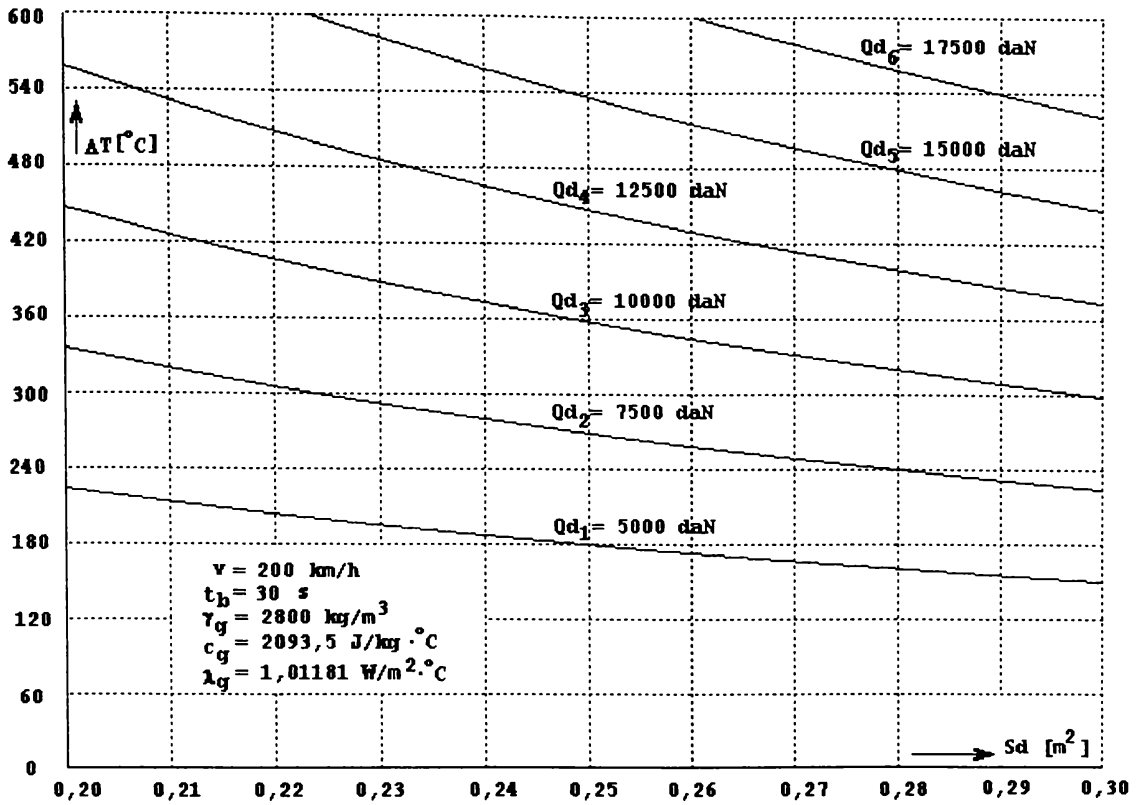


Figura 4.47

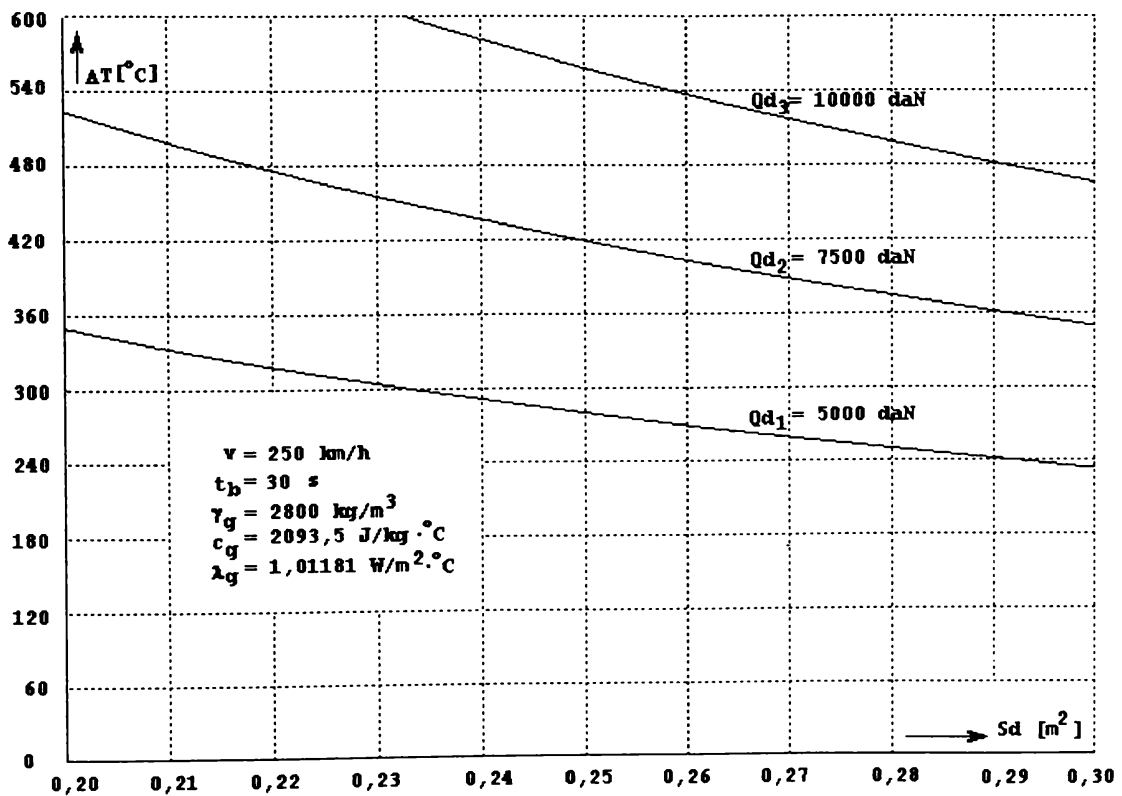


Figura 4.48

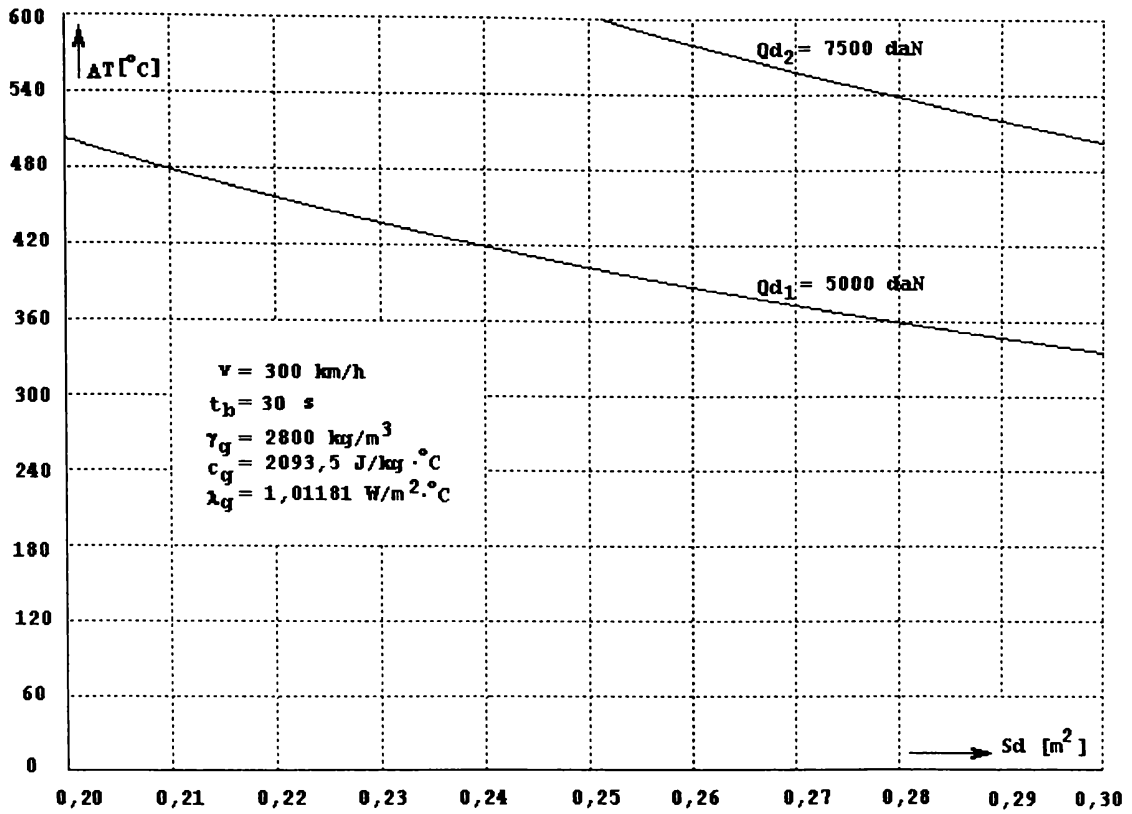


Figura 4.49

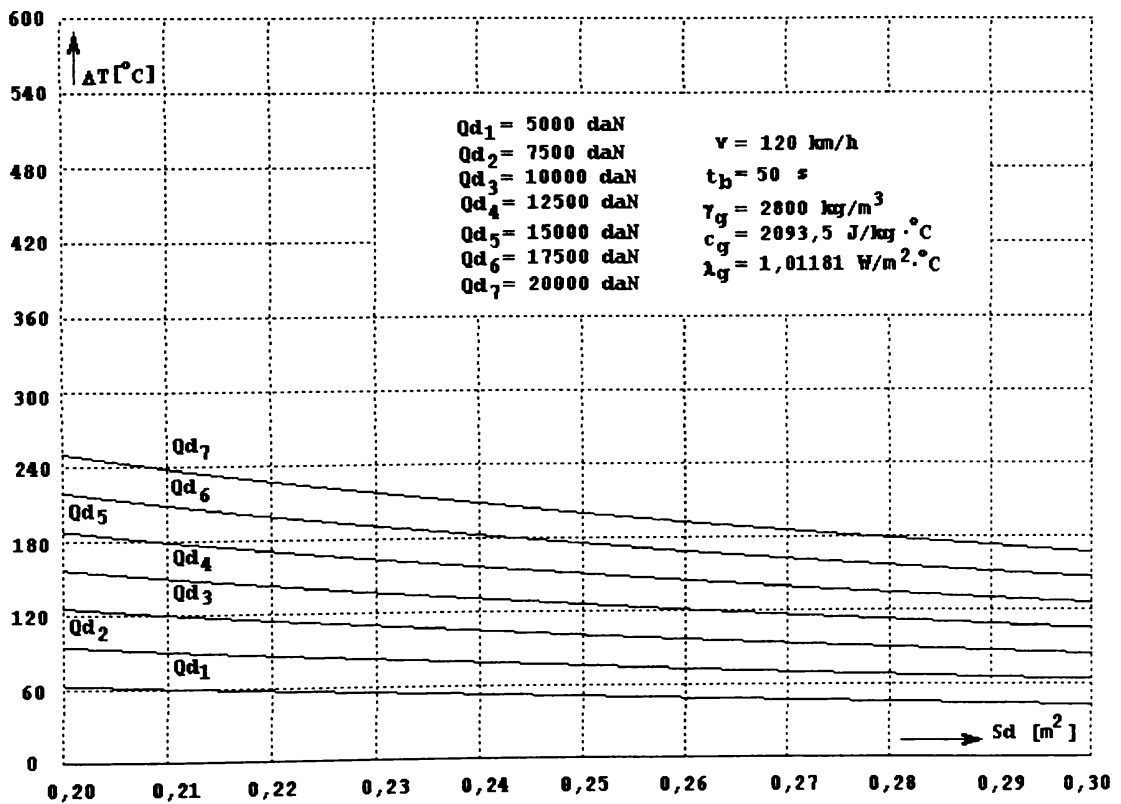


Figura 4.50

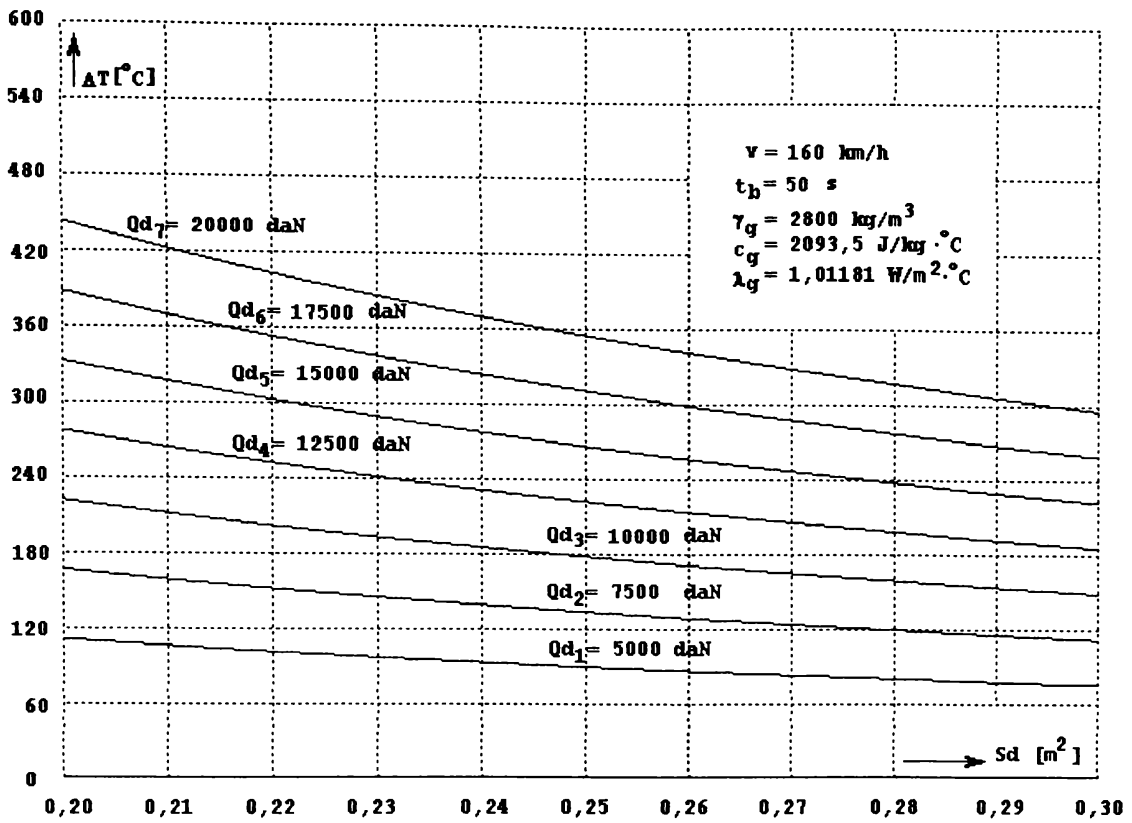


Figura 4.51

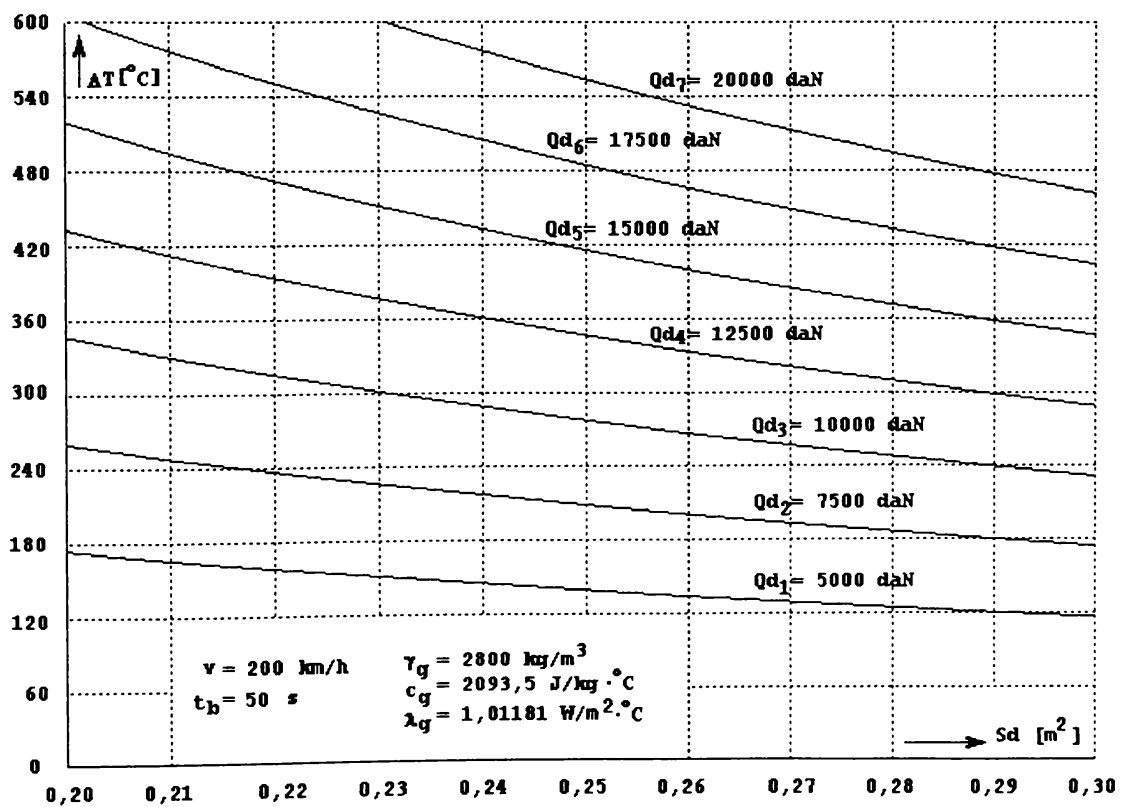


Figura 4.52

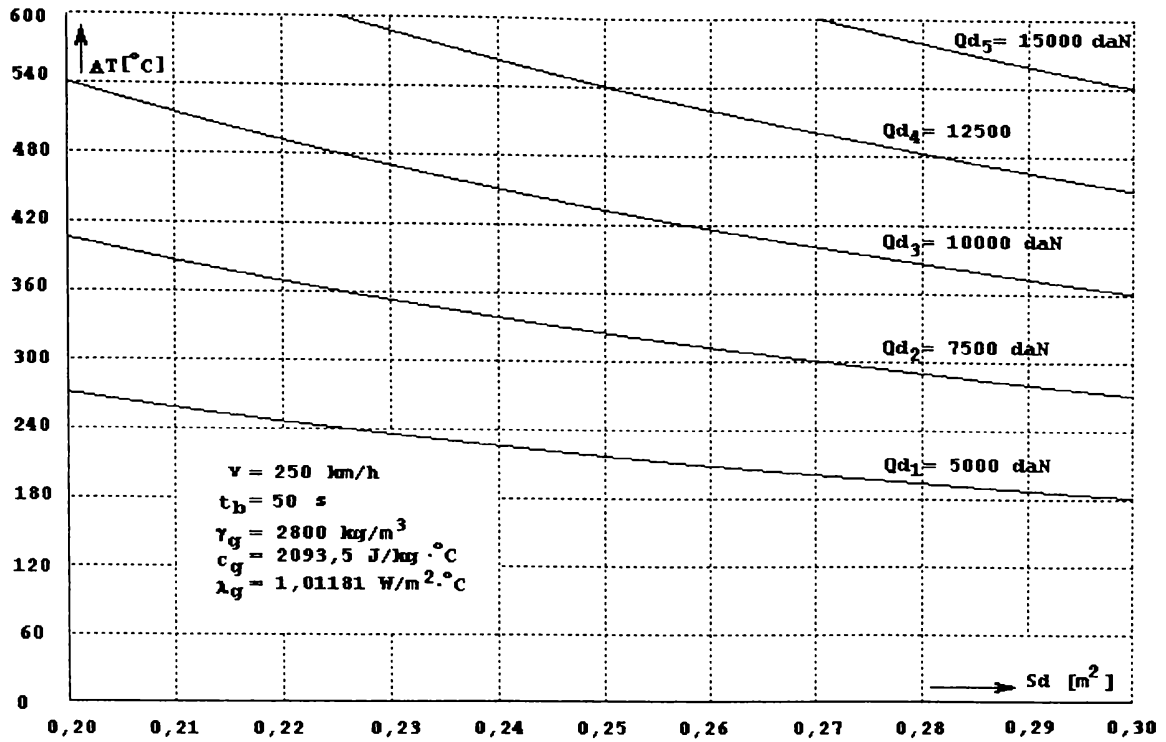


Figura 4.53

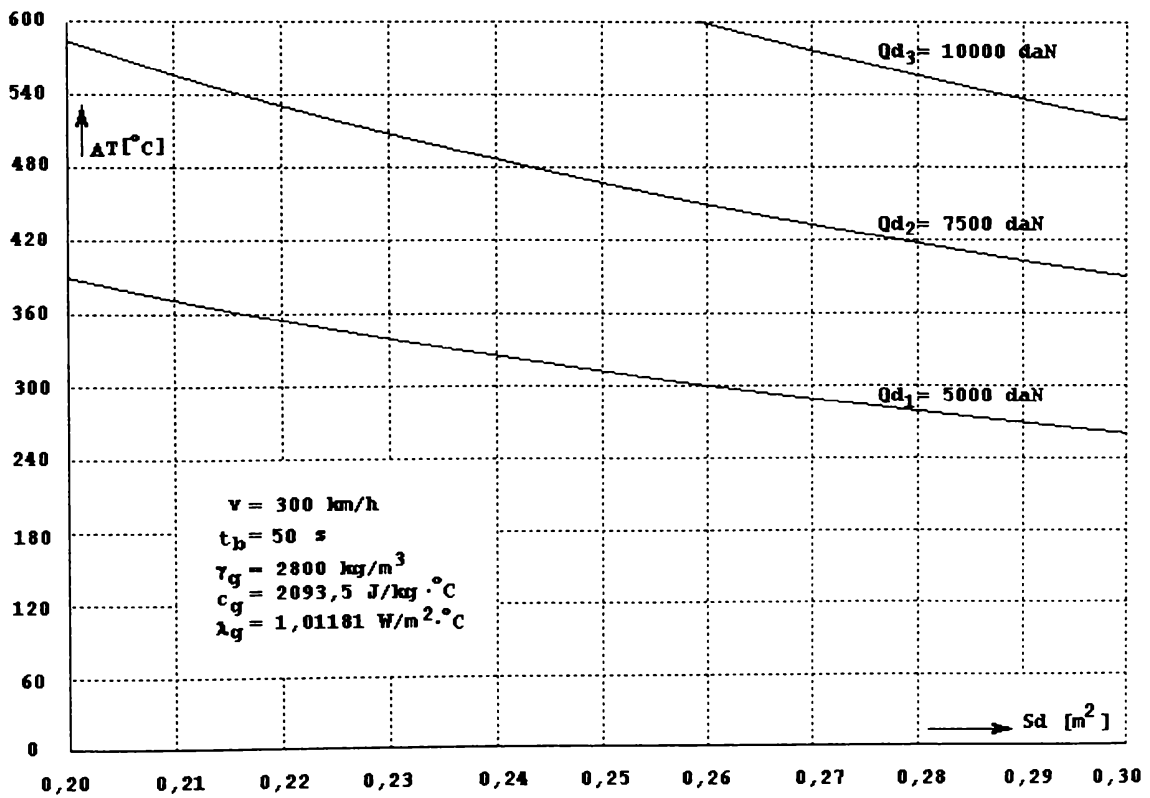


Figura 4.54

#### 4.2.2. Analiza critică a metodei lui Hasselgruber

Metoda de determinare a temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână , propusă de Hasselgruber [46], [47] prezintă o serie de deficiențe și anume:

- proprietățile fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare (densitatea, căldura specifică, conductivitatea termică) s-au considerat constante cu variația temperaturii, fapt care nu s-a confirmat prin încercările experimentale efectuate ulterior;
- în relațiile propuse pentru determinarea fluxului termic și temperaturii la frânare, Hasselgruber nu a luat în considerare variația vitezei vehiculului cu timpul;
- s-a considerat o variație liniară a puterii de frânare în funcție de viteză, lucru care nu corespunde realității.

Ținând seama de aceste deficiențe, autorul lucrării de față completează metoda propusă de Hasselgruber. În acest sens se consideră variația cu temperatura a căldurii specifice  $c_d$  ,  $c_g$  și a conductivității termice  $\lambda_d$  și  $\lambda_g$  ale discului și garniturii de frecare. De asemenea, se consideră variația puterii de frânare cu viteza cât și variația vitezei cu timpul de frânare la o frânare de oprire.

Justețea completărilor aduse prin metoda propusă în lucrare s-a confirmat prin concordanța dintre rezultatele teoretice și cele obținute în urma încercărilor experimentale efectuate pe standul de probă din cadrul Regiei Autonome “ Registrul Feroviar Român” București.

#### 4.2.3. Determinarea temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc

La determinarea temperaturii suprafeței de frecare, a elementelor cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare, s-au luat în considerare următoarele ipoteze:

- viteza vehiculului variază liniar cu timpul la o frânare de oprire;
- proprietățile fizice (căldura specifică și conductivitatea termică ) ale materialelor elementelor cuplei de frecare variază în funcție de temperatură (vezi paragraful 4.2.3.1.);

- durata optimă a frânării s-a considerat  $t_b = 60$  s , ținând seama de spațiile de frânare și de decelerațiile admise;
- variația puterii de frânare în funcție de viteză este determinată de alura diagramei  $V = f(t)$  (vezi paragraful 4.2.3.3.);
- neglijarea influenței radiației și convecției căldurii la frânarea de oprire datorită duratei mici a acesteia;
- densitățile materialelor din care sunt confecționate elementele cuplei de frecare s-au considerat constante cu temperatura . În intervalul 0 - 350° C acestea variază neesențial cu temperatura;
- coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitură determinat cu ajutorul formulei lui Karwatsky pentru trei forțe de apăsare a garniturii pe disc:  $F_{b1} = 20$  KN ,  $F_{b2} = 45$  KN ,  $F_{b3} = 50$  KN (forța  $F_{b2}$  este forța de apăsare la încercările experimentale de pe standul de încercări al Regiei Autonome " Registrul Feroviar Român " București );
- determinarea temperaturii suprafeței de frecare pe baza metodei propusă de autor s-a făcut pentru aceleași elemente ale cuplei de frecare utilizate la încercările experimentale ( disc de frână  $\Phi \times b = 640 \times 110$  mm, garnitură de frecare Jurid 874 cu suprafața de frecare de 800 cm<sup>2</sup> ).

#### **4.2.3.1. Variația proprietăților fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare cu temperatura**

Proprietățile fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc (căldura specifică, conductivitatea termică) prezintă o anumită variație în funcție de temperatură și de natura constituenților structurali fapt care nu poate fi neglijat la determinarea temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei amintite.

Așa cum s-a arătat mai sus pentru a pune în evidență concordanța dintre cercetările teoretice și cele experimentale la calculul temperaturii, prin metoda propusă în prezenta lucrare, s-au considerat în calcul aceleași materiale ale elementelor cuplei ca și cele utilizate pentru încercări și anume:

- pentru discul de frână fonta cenușie perlitică ( Fc 250 STAS 8541-86);

- pentru garnitura de frecare materialul compozit JURID 874.

Cercetările teoretice și experimentale prezentate în [85], [86] demonstrează că **densitatea** ( $\rho$ ) a fontelor cenușii, cu matrice feritică și perlitică, are o anumită variație cu temperatura în domeniul temperaturilor înalte  $T > 1000^\circ \text{C}$  (descrește liniar de la  $1000^\circ \text{C}$  până la aproximativ  $1150^\circ \text{C}$ , crește pronunțat până la  $1175^\circ \text{C}$  și apoi descrește liniar peste această temperatură).

Ținând cont de faptul că la o frânare de oprire de la  $200 \text{ Km / h}$ , în limitele decelerațiilor admise, într-un timp de  $60 \text{ s}$ , nu se ating temperaturi, ale suprafețelor de frecare ale frânei cu disc, mai mari de  $400^\circ \text{C}$  în calcul s-a considerat densitatea, materialului discului de frână, constantă ( $\rho_d = 7330 \text{ Kg / m}^3$ ).

În ceea ce privește densitatea materialelor garniturilor de frecare, cercetările experimentale efectuate de către Ehlers [35] au scos în evidență următorul domeniu de dispersare:  $\rho_g = (1000 - 2800) \text{ Kg / m}^3$ . De asemenea, Ehlers a stabilit pentru garnitura de frecare Jurid 874, la o frânare de durată o scădere a greutateii acesteia aproape neglijabilă ( $0,5\%$ ) la temperaturi până la  $150^\circ \text{C}$  și o scădere importantă la temperaturi de peste  $400^\circ \text{C}$ . Astfel, pentru garnitura de frecare utilizată, în calcule s-a adoptat densitatea determinată experimental de către Ehlers și prezentată în [35] și anume:  $\rho_g = 2500 \text{ Kg / m}^3$ .

**Căldura specifică** ( $c$ ) a fontelor cenușii crește cu creșterea temperaturii, având loc un salt la temperatura de transformare  $\alpha \rightarrow \gamma$  (aproximativ  $720^\circ \text{C}$ ) (vezi [85], [86]).

Alegerea fontei cenușii ca material pentru confecționarea discurilor de frână autoventilate s-a făcut și datorită faptului că fonta cenușie perlitică are căldura specifică cu aproximativ  $60\%$  mai mare decât a oțelului turnat. Acest lucru are un efect pozitiv asupra capacității de înmagazinare a căldurii la discul de frână din fontă cenușie.

Căldura specifică a materialului garniturii de frecare a fost determinată experimental și prezentată în [35] aceasta încadrându-se în domeniul de dispersie:  $c_g = (628 - 2094) \text{ J / Kg} \cdot ^\circ \text{C}$  la variația temperaturii.

Utilizând căldurile specifice ale materialelor elementelor cuplei de frecare prezentate în literatura de specialitate [35], [85], [86] s-au calculat coeficienții polinoamelor de aproximare a funcțiilor  $c_d = f(T)$  și  $c_g = f(T)$  prin metoda celor mai mici pătrate.

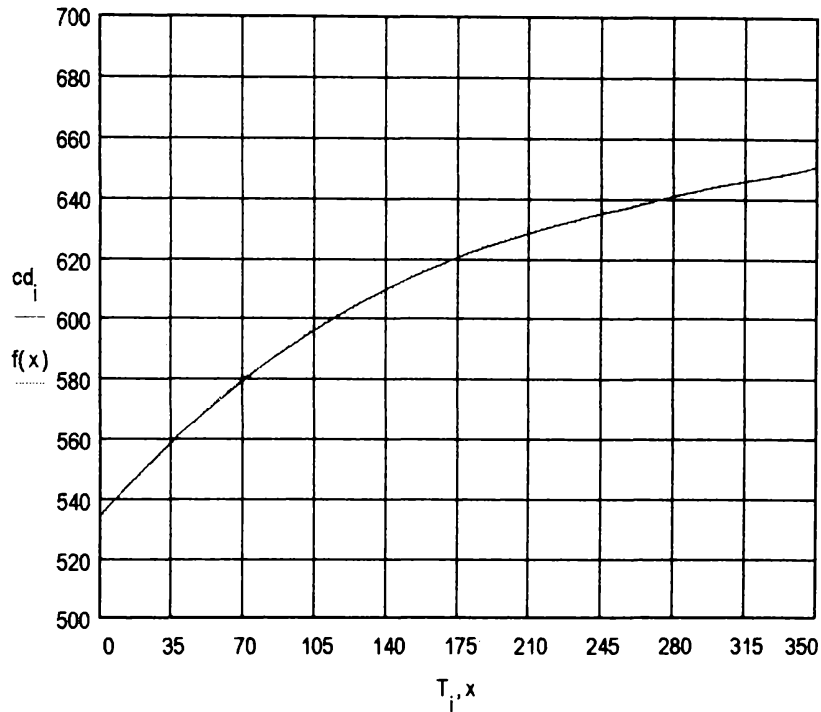
Coeficienții polinomului de aproximare de grad  $m$ :

$$c_1 + c_2 \cdot T_i + c_3 \cdot T_i^2 + \dots + c_{m+1} \cdot T_i^m \quad (4.61)$$

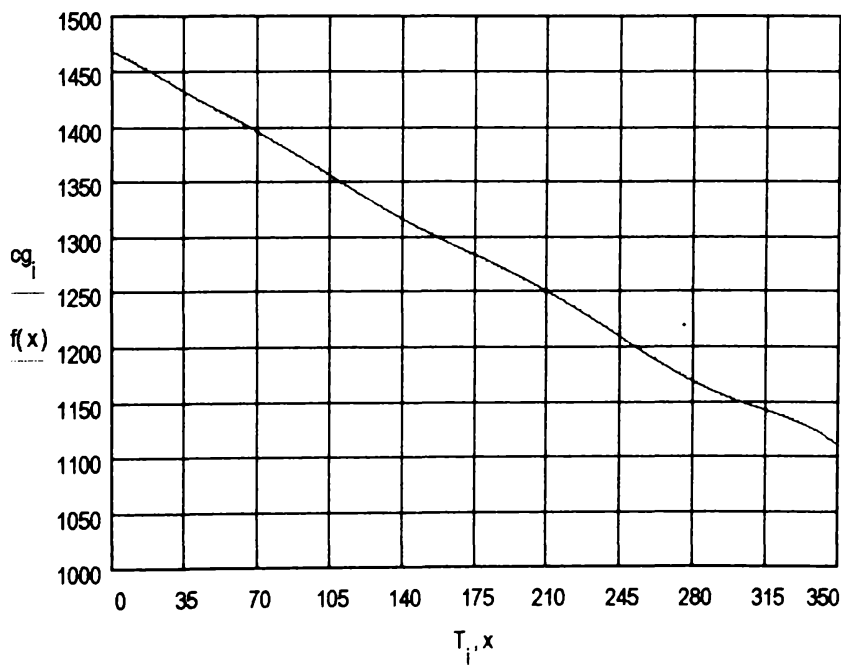




În figurile 4.57 , 4.58 , s-au reprezentat variațiile căldurii specifice ( [J/Kg·°C] ) pentru materialele elementelor cuplei de frecare pe intervalul de temperaturi (0 - 350)° C, cu ajutorul funcțiilor de interpolare spline cubice.



**Figura 4.57**



**Figura 4.58**

Analizând figurile anterioare se observă o variație complet diferită cu temperatura a căldurii specifice pentru cele două materiale ale elementelor cuplei de frecare (alura crescătoare cu temperatura a căldurii specifice a materialului discului de frână și descrescătoare a căldurii specifice a materialului garniturii de frecare). Aceste variații ale căldurii specifice au o influență foarte mare asupra regimului termic al suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc.

**Conductivitatea termică ( $\lambda$ )** a fontelor este dependentă atât de structura masei metalice cât și de temperatură. O influență importantă asupra conductivității termice a fontei o au conductivitățile principalilor constituenți structurali (grafit, perlită, ferită) și forma sub care se găsește grafitul în structură (fonta cenușie cu grafit lamelar are conductivitatea termică mai mare decât fonta cu grafit modular). Asupra conductivității termice a fontei mai acționează și conținutul de carbon și elementul de aliere. Astfel, creșterea conținutului de carbon poate conduce la micșorarea sau creșterea conductivității termice în funcție de constituenții pe care-i avantajează această creștere. Pentru exemplificare, creșterea cantității de perlită și cementită conduce la micșorarea conductivității termice în timp ce creșterea cantității de grafit determină creșterea conductivității termice.

Elementele de aliere (siliciul, manganul, aluminiul, cromul, cuprul, nichelul, wolframul, molibdenul, vanadiul, etc.) au o influență diferită asupra conductivității termice pe intervale determinate de temperaturi [85] (siliciul, manganul, aluminiul, cuprul și nichelul conduc la micșorarea conductivității termice iar cromul, molibdenul și wolframul determină creșterea acesteia).

Conductivitatea termică a materialului garniturii de frecare se încadrează, la variația cu temperatura, în domeniul de dispersie:  $\lambda g = (0,16282 - 1,01181) \text{ W / m} \cdot ^\circ \text{C}$ .

Utilizând conductivitățile termice ale materialelor elementelor cuplei de frecare, pentru diferite temperaturi, prezentate în literatura de specialitate [35], [85], [86] s-au determinat coeficienții polinoamelor de aproximare a funcțiilor  $\lambda d = f(T)$  și  $\lambda g = f(T)$  prin metoda celor mai mici pătrate.

Determinarea coeficienților polinoamelor de aproximare se face utilizând sistemul algebric liniar 4.62 unde:

$$S_k = \sum_{i=1}^n T_i^{k-1} \quad , \quad k = 1, 2, \dots, 2m+1$$

$$b_k = \sum_{i=1}^n \lambda d_i \cdot T_i^{k-1} \quad \text{sau} \quad b_k = \sum_{i=1}^n \lambda g_i \cdot T_i^{k-1}$$

$$k = 1, 2, \dots, m+1$$

$m$  = gradul polinomului de aproximare

Cu ajutorul programului de calcul în MathCAD, prezentat în anexa 4.3, s-au determinat valorile coeficienților polinomului de aproximare prezentate în tabelul 4.8:

**Tabelul 4.8**

Coeficienții polinomului de aproximare	$\lambda_d = f(T)$ ( $m = 8$ )	$\lambda_g = f(T)$ ( $m = 9$ )
C <sub>1</sub>	49,98876826936612	0,88662325560199
C <sub>2</sub>	0,196361989452271	0,004346684328084
C <sub>3</sub>	- 0,003016241846126	-2,533914482683031·10 <sup>-5</sup>
C <sub>4</sub>	1,496364251352134·10 <sup>-5</sup>	-5,661058803951846·10 <sup>-7</sup>
C <sub>5</sub>	- 1,006962588867566·10 <sup>-7</sup>	9,6307729569034·10 <sup>-9</sup>
C <sub>6</sub>	6,129165092128019·10 <sup>-10</sup>	-6,692757979764874·10 <sup>-11</sup>
C <sub>7</sub>	-1,773622813558157·10 <sup>-12</sup>	2,403940736319461·10 <sup>-13</sup>
C <sub>8</sub>	2,086854130391733·10 <sup>-15</sup>	0
C <sub>9</sub>	0	0
C <sub>10</sub>	0	0

În figurile 4.59, 4.60 s-au reprezentat variațiile conductivităților termice ( $[W / m \cdot ^\circ C]$ ), pentru materialele elementelor cuplei de frecare, pe intervalul de temperaturi amintit, cu ajutorul funcțiilor de interpolare spline cubice. Se observă din aceste diagrame variații diferite în funcție de temperatură ale conductivității termice ceea ce conduce la o variație a factorului de material ( $f_m$ ) în funcție de temperatură cu influențe asupra regimului termic al suprafețelor de frecare ale elementelor cuplei frânei cu disc.

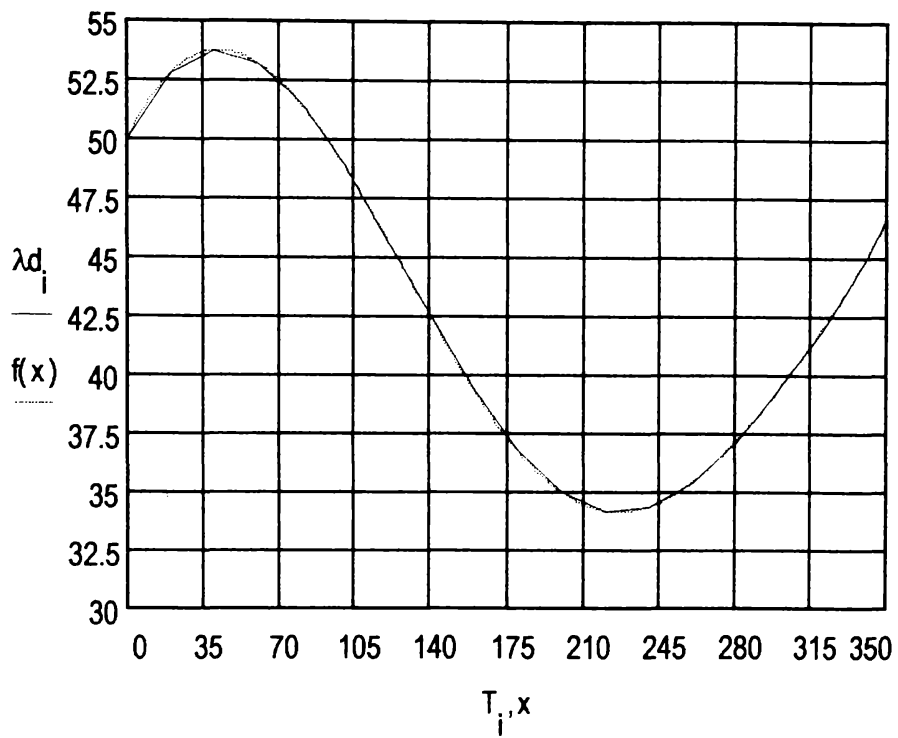


Figura 4.59

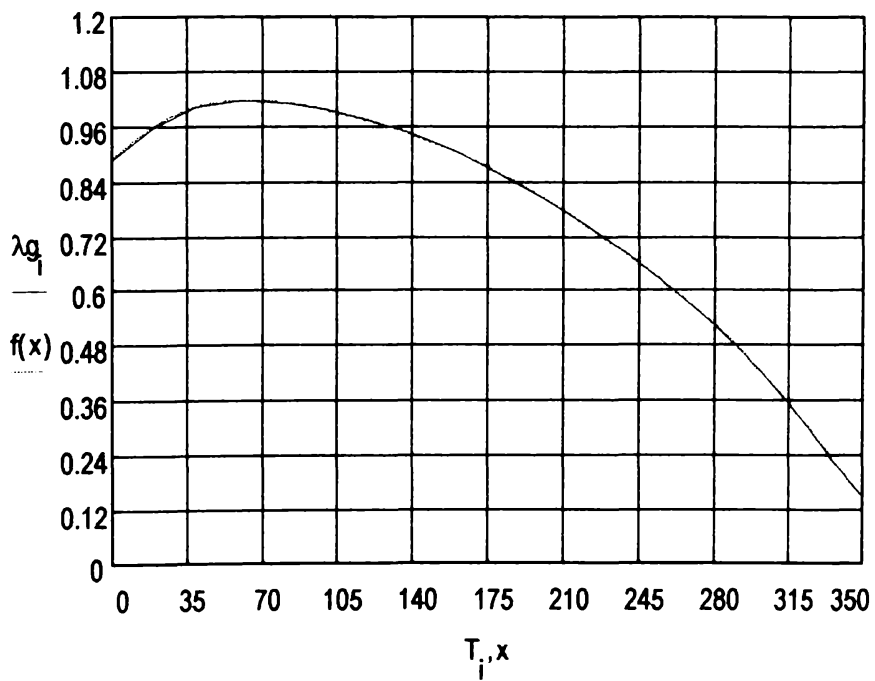


Figura 4.60

#### 4.2.3.2. Influența variației cu temperatura a proprietăților fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc

Căldura specifică și conductivitatea termică a materialelor elementelor cuplei de frecare variază mult cu temperatura, lucru care influențează mărimea temperaturii medii a suprafețelor de frecare ale discului de frână și garniturii de frecare.

Factorul de material **fm** [46], [47] considerat constant cu temperatura s-a reconsiderat ținând cont de modificarea căldurii specifice (*c*) și conductivității termice ( $\lambda$ ) la variația temperaturii. Astfel factorul *fm* nu mai este constant cu temperatura ci depinde de aceasta. Relația de calcul a acestuia este următoarea:

$$f_m(T) = \frac{2}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot c_g(T) \cdot \lambda_g(T)}}{\sqrt{\rho_d \cdot c_d(T) \cdot \lambda_d(T)}}} \quad (4.63)$$

unde :  $c_g(T)$  ,  $c_d(T)$  - legile de variație ale căldurilor specifice, ale materialelor garniturii de frecare și discului de frână, cu temperatura;

$\lambda_g(T)$  ,  $\lambda_d(T)$  - legile de variație ale conductivităților termice, ale materialelor garniturii de frecare și discului de frână, cu temperatura;

$\rho_g$  ,  $\rho_d$  - densitățile materialelor discului de frână și garniturii de frecare considerate constante cu variația temperaturii.

Cu ajutorul relației (4.63) și a legilor de variație ale proprietăților fizice cu temperatura s-au determinat valorile factorului de material, pentru intervalul de temperaturi (0 - 350)° C , prezentate în tabelul 4.9 , iar diagrama din figura 4.61 s-a reprezentat variația acestui factor în funcție de temperatură.

Tabelul 4.9

Temperatura [°C]	Factorul de material $f_m$ [adimensional]
0	1,7675546671
20	1,7692311740
40	1,7707183180
60	1,7718700944
80	1,7724014406
100	1,7721022945
120	1,7709978086
140	1,7695004282
160	1,7684867293
180	1,7692154797
200	1,7730164523
220	1,7807997443
240	1,7926605546
260	1,8079457788
280	1,8258685995
300	1,8463290917
320	1,8704250923
340	1,8999820460
350	1,9168198656

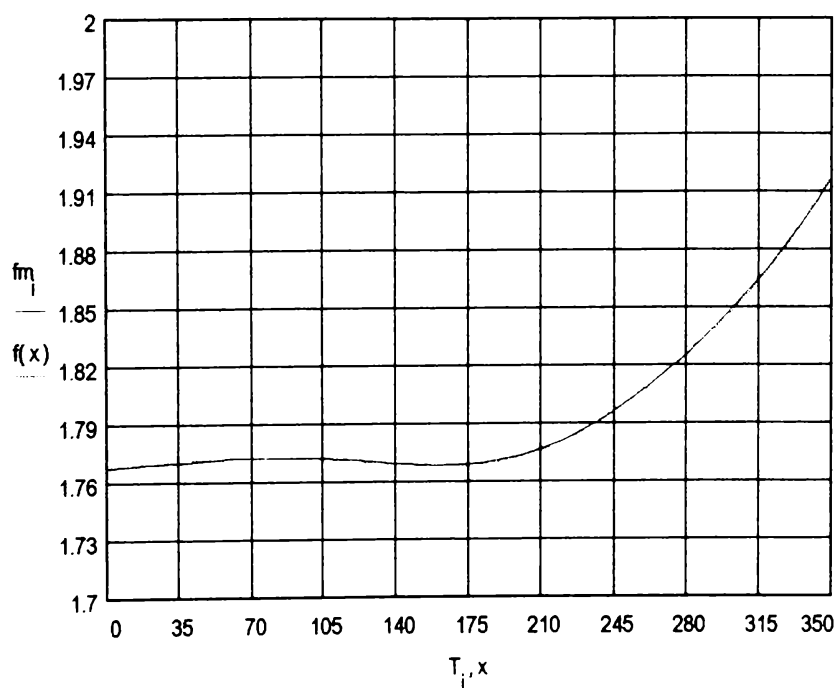


Figura 4.61

#### 4.2.3.3. Determinarea temperaturii medii a suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc

Factorii de care mai depinde temperatura suprafeței de frecare, pe lângă variația proprietăților fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc, sunt:

- fluxul termic unitar ( $q$ ) determinat de frecarea plană, uscată a celor două corpuri (garnitura de frecare și discul de frână);
- durata frânării care influențează foarte mult regimul termic al suprafeței de frecare care poate fi staționar (temperatura se menține constantă în timp) sau nestaționar, tranzitoriu (temperatura variază atât în funcție de timp cât și în funcție de spațiu).

Ținând cont de acești factori , precum și de influența variației proprietăților fizice ale materialelor elementelor cuplei de frecare disc de frână - garnitură de frecare, în funcție de temperatură , pentru temperatura suprafeței de frecare se propune expresia următoare:

$$T_m = \text{const} \cdot f(T) \cdot f_m(T) \cdot q(T) \quad (4.64)$$

unde:  $T_m$  - temperatura medie a suprafeței de frecare, determinată ținând cont de variația proprietăților fizice;

$f(T)$  - funcție de temperatură dată de variația căldurii specifice și a conductivității materialului discului de frână cu temperatura;

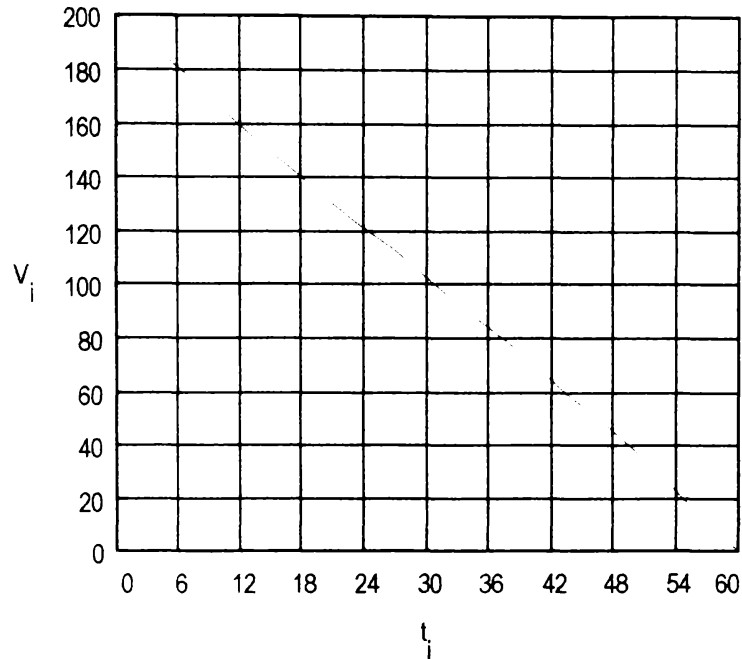
$f_m(T)$  - factorul de material ;

$q(T)$  - fluxul termic determinat cu considerarea variației vitezei în funcție de timp.

Având în vedere încercările experimentale efectuate cu trenuri de mare viteză prezentate în [2], [4], [5], [29], [41], [42], [53], [67], [77], [92], [93], [101], s-a constatat că la o frânare de oprire de la viteza maximă, viteza trenului scade aproximativ liniar cu timpul (durata frânării), astfel se poate considera că trenul de mare viteză, la frânarea de oprire execută o mișcare uniform decelerată, la care :  $V = a \cdot t$  unde  $a$  = decelerația (constantă).

Dacă viteza de început a frânării este  $V = 200 \text{ Km / h}$  și durata frânării  $t_b = 60 \text{ s}$  , cu ajutorul programului de calcul prezentat în anexă s-au calculat coeficienții polinomului de aproximare a funcției  $V = f(t)$  prin metoda celor mai mici pătrate, iar în figura 4.62 s-a reprezentat această funcție cu ajutorul funcțiilor spline cubice de interpolare.





**Figura 4.62**

Spațiul de frânare corespunzător variației lui  $V(t)$  este dat de relația:

$$S_f = \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2(t)}{g \cdot \mu_s(t) \cdot \delta + r_t} + \frac{V(t) \cdot t_u}{7,2} \quad [m] \quad (4.65)$$

unde:  $(1+\gamma)$  - factor care ține seama de masele aflate în mișcare de rotație ale vehiculului (în calcule  $1+\gamma=1,05$ );

$g$  - accelerația gravitațională (în calcule s-a considerat  $g = 9,80665 \text{ m / s}^2$ );

$\delta$  - coeficient de frânare (în calcule  $\delta = 0,35$ );

$t_u$  - timpul de umplere a cilindrilor de frână cu aer comprimat (în calcule  $t_u = 4 \text{ s}$ );

$r_t$  - rezistența specifică la înaintare a vehiculului considerat ( în calcule  $r_t = 20 \text{ N / KN}$ );

$\mu_s$  - coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare.

Pentru determinarea spațiului de frânare cu relația 4.65 s-a calculat cu ajutorul formulei lui Karwatsky [24], [41], [54], coeficientul de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare pentru diferite forțe de apăsare a garniturii pe disc:

$$\mu_s(t) = 0,1177 \cdot \frac{F_b + 200}{F_b + 80} \cdot \frac{V(t) + 171,8}{V(t) + 105} \quad (4.66)$$

Valorile coeficientului de frecare și ale spațiului de frânare, calculate pentru trei forțe de apăsare ( $F_b = 20 \text{ KN}$ ,  $F_b = 45 \text{ KN}$  și  $F_b = 50 \text{ KN}$ ) sunt prezentate în tabelele 4.10.. 4.12:

 **$F_b = 20 \text{ KN}$** **Tabelul 4.10**

Viteza $V \text{ [Km / h]}$	Coeficientul de frecare $\mu_s$	Spațiul de frânare $S_f \text{ [ m ]}$
0	0,42214618	0
20	0,39603319	23,078
40	0,37712378	72,453
60	0,36279848	150,745
80	0,35157053	259,733
100	0,34253341	400,671
120	0,33510288	574,464
140	0,32888550	781,785
160	0,32360660	1023,144
180	0,31906859	1298,932
200	0,31512573	1609,457

 **$F_b = 45 \text{ KN}$** **Tabelul 4.11**

Viteza $V \text{ [Km / h]}$	Coeficientul de frecare $\mu_s$	Spațiul de frânare $S_f \text{ [ m ]}$
0	0,37609387	0
20	0,35282957	24,519
40	0,33598301	78,498
60	0,32322046	164,867
80	0,31321738	285,613
100	0,30516612	442,138
120	0,29854620	635,453
140	0,29300708	866,309
160	0,28830406	1135,276
180	0,28426111	1442,791
200	0,28074838	1789,198

$F_b = 45 \text{ KN}$ 

Tabelul 4.12

Viteza $V$ [Km / h]	Coefficientul de frecare $\mu_s$	Spațiul de frânare $S_f$ [ m ]
0	0,36900890	0
20	0,34618286	24,772
40	0,32965366	79,560
60	0,31713153	167,346
80	0,30731690	290,158
100	0,29941731	449,418
120	0,29299210	646,160
140	0,28748733	881,148
160	0,28287290	1154,961
180	0,27890611	1468,045
200	0,27545955	1820,749

Cu ajutorul valorilor calculate în figurile 4.63 ,4.64 s-au reprezentat variațiile cu viteza ale coeficientului de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare precum și ale spațiului de frânare( [m] ) pentru cele trei forțe de apăsare prezentate ( $\mu_{s1} \rightarrow F_b = 20 \text{ KN}$ ,  $\mu_{s2} \rightarrow F_b = 45 \text{ KN}$ ,  $\mu_{s3} \rightarrow F_b = 50 \text{ KN}$ ):

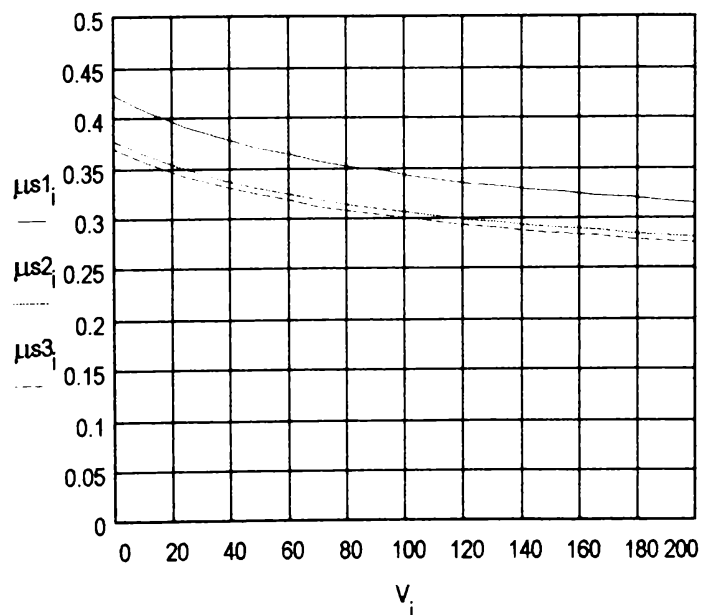


Figura 4.63

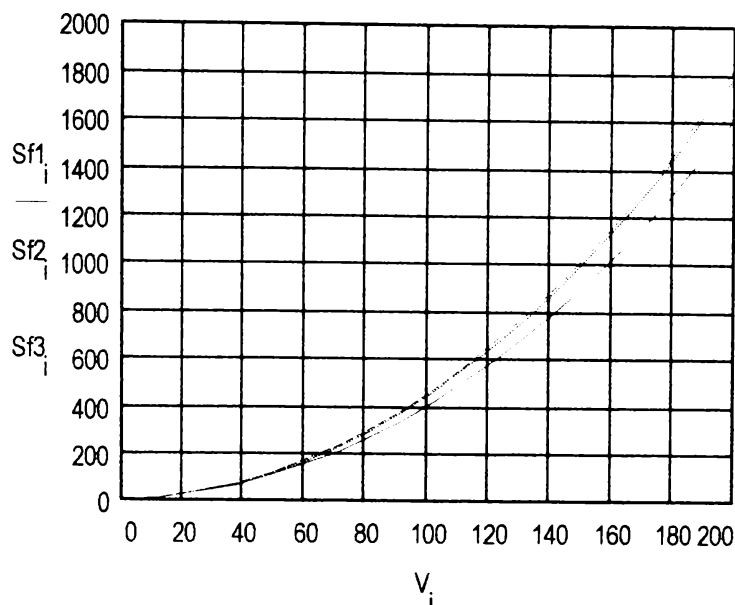


Figura 4.64

Decelerațiile cu care s-au obținut aceste spații de frână, la o variație liniară a vitezei cu timpul, se determină cu relația:

$$a = \frac{\left(\frac{V(t)}{3,6}\right)^2}{2 \cdot Sf} \quad [m/s^2] \quad (4.66)$$

Valorile decelerațiilor, pentru cele trei forțe de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână, sunt prezentate în tabelul 4.13

Tabelul 4.13

Viteza V [Km / h]	Decelerația a [m / s <sup>2</sup> ]		
	Fb = 20 KN	Fb = 45 KN	Fb = 50 KN
0	0	0	0
20	0,668696	0,629382	0,62295
40	0,851978	0,78636	0,775866
60	0,921351	0,84243	0,829946
80	0,950643	0,864502	0,850962
100	0,962891	0,872583	0,858447
120	0,967085	0,874267	0,859779
140	0,962738	0,872867	0,858167
160	0,965314	0,869969	0,855141
180	0,962329	0,866377	0,851473
200	0,958839	0,862515	0,847569

Cu ajutorul acestor valori în figura 4.65 s-au reprezentat variațiile decelerațiilor în funcție de viteza de circulație a vehiculului.

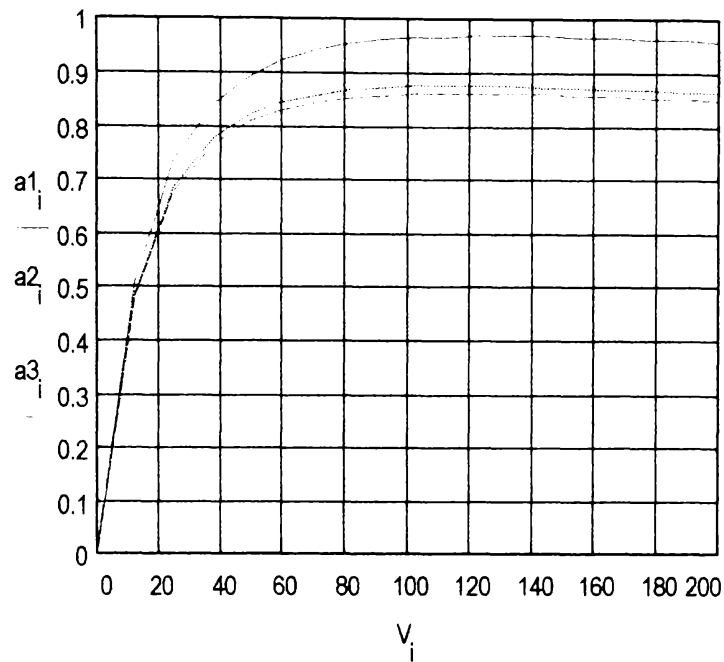


Figura 4.65

Se observă că odată cu mărirea forței de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână, decelerația scade (la 180 km/h și  $F_b = 20$  kN decelerația este  $a = 0,962329$  iar pentru  $F_b = 45$  kN, decelerația scade la  $a = 0,866377$ ). De asemenea, din diagramele de mai sus rezultă că decelerația este constantă cu variația vitezei, vehiculul efectuând o mișcare uniform decelerată.

**Fluxul termic unitar ( $q$ )** pe suprafața de frecare, a elementelor cuplei de frecare, la variația liniară a vitezei cu timpul (durata frânării), se determină cu relația:

$$q = \frac{P_{mfd}}{S_d} \quad [\text{W/m}^2] \quad (4.67)$$

unde:  $P_{mfd}$  - puterea de frânare care revine unui disc de frână [W];

$S_d$  - suprafața totală de frecare a discului de frână [m<sup>2</sup>].

Dacă în relația 4.67 se înlocuiește expresia puterii de frânare, stabilită în capitolul trei al prezentei lucrări, se obține următoarea relație pentru fluxul termic unitar:

$$q = \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V(t)}{3,6}\right)^2}{2 \cdot t_b \cdot n_d \cdot S_d} - \frac{10}{t_b \cdot n_d \cdot S_d} \cdot \left[ \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2(t)}{g \cdot \mu_s(t) \cdot \delta + r t} + \frac{V(t) \cdot t_u}{7,2} \right] \cdot (a + b \cdot V(t) + c \cdot V^2(t)) \quad [W/m^2] \quad (4.68)$$

unde:

- m - masa vehiculului;
- t<sub>b</sub> - durata frânării;
- n<sub>d</sub> - numărul de discuri;
- (a + b · V(t) + c · V<sup>2</sup>(t)) - expresia generală a rezistenței la înaintare a vehiculului feroviar ai cărei coeficienți se determină pe cale experimentală ([34], [42]).

Cu ajutorul relației 4.68 s-au determinat fluxurile termice unitare([W/m<sup>2</sup>]) prezentate în tabelul 4.14, iar în figura 4.66 s-a reprezentat variația acestora cu viteza (q<sub>11</sub> → t<sub>b</sub>= 30 s, μ<sub>s1</sub>; q<sub>12</sub> → t<sub>b</sub>=30 s, μ<sub>s2</sub>; q<sub>13</sub> → t<sub>b</sub>=30 s, μ<sub>s3</sub>; q<sub>21</sub> → t<sub>b</sub>=40 s, μ<sub>s1</sub>; q<sub>31</sub> → t<sub>b</sub>= 50 s, μ<sub>s1</sub>; q<sub>41</sub> → t<sub>b</sub>=60 s, μ<sub>s1</sub>).

Se observă că la aceeași suprafață de frecare a discului de frână, fluxul termic scade odată cu creșterea duratei frânării, favorizând creșterea spațiului de frânare, și crește odată cu micșorarea forței de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână. Pentru exemplificare, la o durată a frânării t<sub>b</sub> = 30 s și un coeficient de frecare determinat pentru o forță de apăsare F<sub>b</sub> = 20 kN se obține un flux termic unitar q = 388198 W/m<sup>2</sup> la 200 km/h. La aceeași durată a frânării odată cu mărirea forței de apăsare la F<sub>b</sub> = 45 kN, se obține un flux termic unitar q = 313683 W/m<sup>2</sup> la aceeași viteză de 200 km/h. Mărind durata frânării, la t<sub>b</sub> = 40 s și V = 200 km/h, la o forță de apăsare F<sub>b</sub> = 20 kN se obține fluxul termic q = 291148 W/m<sup>2</sup>.

Această variație a fluxului termic unitar cu durata frânării și coeficientul de frecare, s-ar explica prin faptul că odată cu creșterea forței de apăsare a garniturii pe disc, scade coeficientul de frecare și totodată suprafața efectivă de transmitere a căldurii spre cele două elemente ale cuplei de frecare.

Odată cunoscut fluxul termic unitar de suprafață, se poate determina temperatura medie a suprafeței de frecare:

$$T_m = \text{const} \cdot f(T) \cdot f_m(T) \cdot q(T) \quad [^\circ\text{C}]$$

Fluxul termic unitar ( $q$ ) [ $W/m^2$ ]

**Tabelul 4.14**

Viteza	V [km/h]	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
		<b>tb = 30 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	9507	37677	82006	138908	203621	270023	330880	377572
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	9441	37294	80781	135909	197371	258334	310724	344910	350109	313683
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	9429	37226	80565	135383	196273	256282	307185	339175	341270	300601
<b>tb = 40 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	7130	28257	61504	104181	152715	202517	248160	283179	300335	291148
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	7081	27970	60585	101932	148028	193751	233043	258682	262581	235262
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	7072	27920	60424	101537	147205	192211	230389	254381	255953	225450
<b>tb = 50 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	5704	22605	49203	83344	122172	162014	198528	226543	240268	232919
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	5664	22376	48468	81545	118422	155000	186434	206946	210065	188210
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	5658	22336	48340	81230	117764	153770	184311	203505	204763	180361
<b>tb = 60 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	4754	18838	41003	69454	101810	135011	165440	188786	200224	194099
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	4720	18647	40391	67955	98686	129167	155362	172455	175055	156842
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	4715	18613	40283	67692	98137	128141	153593	169588	170635	150301

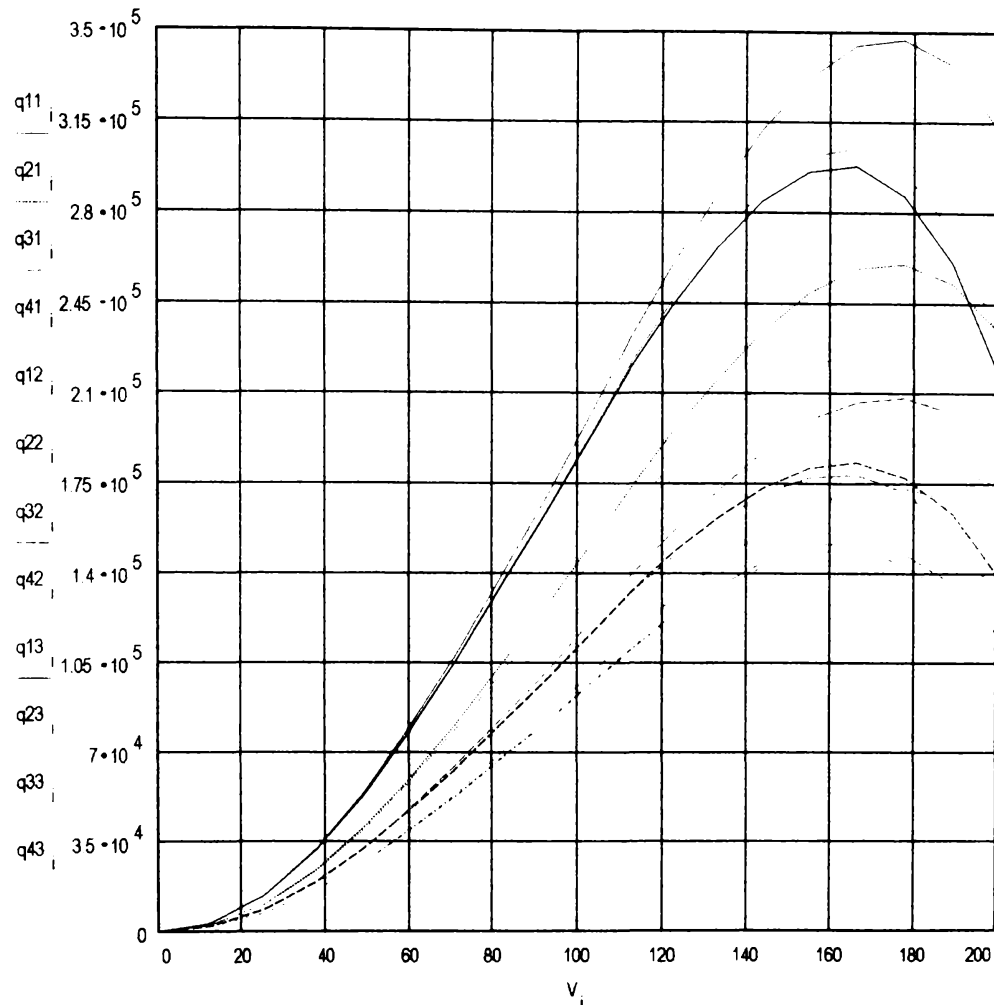


Figura 4.66

Utilizând expresiile mărimilor din relația de mai sus, și ținând cont de variația acestora cu temperatura, se obține următoarea expresie a temperaturii medii a suprafeței de frecare a discului de frână:

$$T_m = \text{const} \cdot f(T) \cdot \frac{2}{1 + \frac{\sqrt{\rho_g \cdot c_g(T) \cdot \lambda_g(T)}}{\sqrt{\rho_d \cdot c_d(T) \cdot \lambda_d(T)}}}$$

$$\left\{ \frac{(1 + \gamma) \cdot m \cdot \left(\frac{V(t)}{3,6}\right)^2}{2 \cdot t_b \cdot n_d \cdot S_d} - \frac{10}{t_b \cdot n_d \cdot S_d} \left[ \frac{3,93 \cdot (1 + \gamma) \cdot V^2(t)}{g \cdot \mu_s(t) \cdot \delta + r t} + \frac{V(t) \cdot t_u}{7,2} \right] \right\} \cdot (a + b \cdot V(t) + c \cdot V^2(t)) \quad [^\circ\text{C}] \quad (4.69)$$



Pentru mărimile din relația 4.69 s-au considerat următoarele valori utilizate la calculul efectiv al temperaturii medii a suprafeței de frecare a discului de frână:

- valorile funcției  $f(T)$  pentru duratele frânării menționate mai sus, sunt prezentate în tabelul 4.15:

Tabelul 4.15

Temperatura [°C]	$f(T)$ (tb = 30 s)	$f(T)$ (tb = 40 s)	$f(T)$ (tb = 50 s)	$f(T)$ (tb = 60 s)
0	0	0	0	0
20	7,0805817340	8,1759515403	9,1409917124	10,013454717
40	2,7061299695	3,1247697327	3,4935987682	3,8270457044
60	1,7677242501	2,0411921433	2,2821221938	2,4999396090
80	1,3617481003	1,5724112646	1,7580092388	1,9258026320
100	1,0966455677	1,2662972274	1,4157633401	1,5508911035
120	0,8863786770	1,0235019356	1,1443099515	1,2535287464
140	0,7394477629	0,8538407299	0,9546229570	1,0457370550
160	0,6279494939	0,7250936187	0,8106793107	0,888054690
180	0,5509594279	0,6361931480	0,7112855629	0,7791742953
200	0,4907731805	0,5666960557	0,6335854516	0,6940580879
220	0,4479153827	0,5172081335	0,5782562725	0,6334480090
240	0,4123332174	0,4761213882	0,5323198947	0,5831272283
260	0,3852003792	0,4447910814	0,4972915469	0,5447555958
280	0,3659195272	0,4225274751	0,4724000783	0,5174883581
300	0,3544427698	0,4092752571	0,4575836482	0,5012577721
320	0,3527177578	0,4072833848	0,4553566673	0,4988182368
340	0,3682345936	0,4252006835	0,4753888162	0,5207623564
350	0,4079264320	0,4710328706	0,5266307592	0,5768950926

- timpul de umplere cu aer comprimat a cilindrului de frână  $t_u = 4$  secunde;
- suprafața totală de frecare a discului de frână  $S_d = 0,4$  m<sup>2</sup>;
- rezistența specifică la înaintare  $r_t = 20$  N/KN;
- forța de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână  $F_b = 20$  KN,  $F_b = 45$  KN,  $F_b = 50$  KN;

**Temperatura medie a suprafeței de frecare [°C]**

**Tabelul 4.16**

Timpul	t[s]	0	3,333	6,667	10	13,333	16,667	20	23,333	26,667	30
<b>tb = 30 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	101,757	173,583	260,178	332,953	386,862	427,166	458,095	480,259	499,524
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	101,101	172,180	257,460	328,587	380,617	418,629	446,874	465,902	481,535
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	100,986	171,934	256,982	327,821	379,521	417,130	444,903	463,381	478,376
<b>tb = 40 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	88,124	150,327	225,321	288,346	335,032	369,936	396,722	415,917	432,601
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	87,556	149,112	222,967	284,565	329,624	362,543	387,004	403,483	417,021
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	87,456	148,899	222,553	283,901	328,674	361,245	385,298	401,300	414,286
<b>tb = 50 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	78,820	134,457	201,533	257,904	299,662	330,881	354,839	372,007	386,930
	$\mu_s$ (Fb=45)	0	78,312	133,370	199,427	254,523	294,825	324,268	346,147	360,886	372,995
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	78,223	133,179	199,058	253,929	293,975	323,107	344,621	358,933	370,548
<b>tb = 60 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	0	71,953	122,742	183,974	235,433	273,552	302,052	323,922	339,594	353,217
	$\mu_s$ (Fb=45) *	0	<b>71,489</b>	<b>121,750</b>	<b>182,051</b>	<b>232,346</b>	<b>269,137</b>	<b>296,015</b>	<b>315,987</b>	<b>329,442</b>	<b>340,496</b>
	$\mu_s$ (Fb=50)	0	71,407	121,575	181,714	231,804	268,361	294,955	314,594	327,660	338,263
	$\mu_s$ (Fb=45) **	0	<b>65,4</b>	<b>121,6</b>	<b>183,018</b>	<b>227,2</b>	<b>265,6</b>	<b>296,226</b>	<b>312,8</b>	<b>327,2</b>	<b>339,622</b>

\* Temperatura medie a suprafeței de frecare calculată cu ajutorul metodei propuse în prezenta lucrare (Tmcalc)

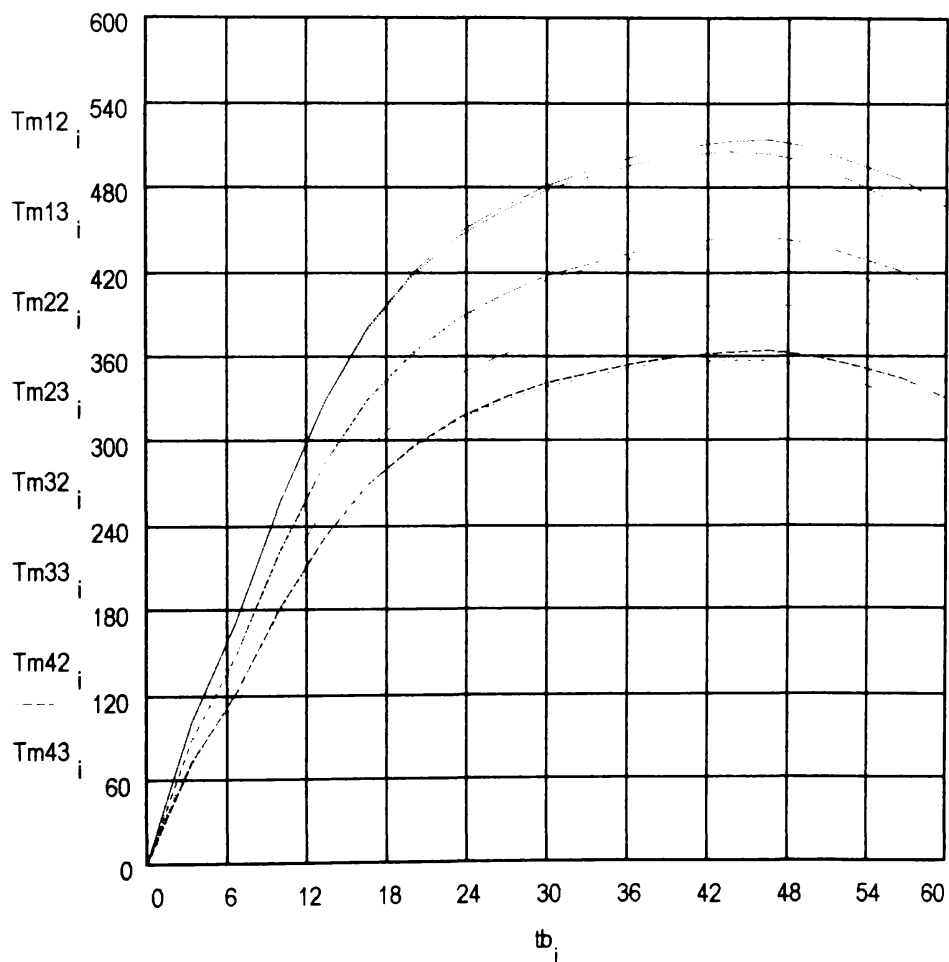
\*\* Temperatura medie a suprafeței de frecare determinată experimental (Tmex)

Continuare tabel 4.16

Timpul	t[s]	33,333	36,667	40	43,333	46,667	50	53,333	56,667	60
<b>tb = 30 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	514,871	529,396	541,871	554,248	565,718	575,085	583,781	601,034	624,757
	$\mu_s$ (Fb=45)	492,574	502,111	507,860	512,605	513,403	508,673	497,344	485,902	466,013
	$\mu_s$ (Fb=50)	488,660	497,320	501,992	505,294	504,219	497,014	482,170	465,691	438,147
<b>tb = 40 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	445,891	458,470	468,767	479,993	489,926	498,038	505,569	520,511	541,055
	$\mu_s$ (Fb=45)	426,582	434,840	439,820	443,929	444,620	440,523	430,712	420,803	403,579
	$\mu_s$ (Fb=50)	423,192	430,692	434,738	437,597	436,666	430,427	417,571	403,300	379,446
<b>tb = 50 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	398,817	410,068	419,278	429,319	438,203	445,458	452,195	465,559	483,935
	$\mu_s$ (Fb=45)	381,546	388,933	393,387	397,062	397,680	394,016	385,241	376,378	360,972
	$\mu_s$ (Fb=50)	378,514	385,222	388,841	391,399	390,566	384,985	373,487	360,722	339,387
<b>tb = 60 s</b>	$\mu_s$ (Fb=20)	364,068	374,339	382,746	391,912	400,023	406,696	412,795	424,995	441,770
	$\mu_s$ (Fb=45) *	<b>348,303</b>	<b>355,046</b>	<b>359,111</b>	<b>362,466</b>	<b>363,031</b>	<b>359,686</b>	<b>351,675</b>	<b>343,584</b>	<b>329,521</b>
	$\mu_s$ (Fb=50)	345,535	351,658	354,962	357,297	356,536	351,442	340,945	329,293	309,816
	$\mu_s$ (Fb=45) **	<b>345,6</b>	<b>355,68</b>	<b>358,49</b>	<b>361,6</b>	<b>360</b>	<b>358,49</b>	<b>355,2</b>	<b>344</b>	<b>333,962</b>

- durata frânării  $t_b = 30$  s,  $t_b = 40$  s,  $t_b = 50$  s,  $t_b = 60$  s;
- rezistența la înaintare, determinată experimental, este  $R_t = 250 + 3,256 \cdot V(t) + 0,0572 \cdot V^2(t)$ .

Valorile calculate cu ajutorul metodei propuse sunt prezentate în tabelul 4.16, iar în figura 4.67 s-a reprezentat variația temperaturii în funcție de timp (durata frânării) ( $T_{m12} \rightarrow q_{12}$ ,  $T_{m13} \rightarrow q_{13}$ ,  $T_{m22} \rightarrow q_{22}$ ,  $T_{m23} \rightarrow q_{23}$ ,  $T_{m32} \rightarrow q_{32}$ ,  $T_{m33} \rightarrow q_{33}$ ,  $T_{m42} \rightarrow q_{42}$ ,  $T_{m43} \rightarrow q_{43}$ ).



**Figura 4.67**

Comparând valorile temperaturii calculate după metoda propusă ( $T_{m42} = T_{mcalc}$ ) cu cele determinate experimental ( $T_{mex}$ ) pe standul Regiei Autonome "Registrul Feroviar Român" București și arătate în figura 4.68 se constată o bună suprapunere ceea ce scoate în evidență justetea ipotezelor și metodei propuse de autor în cadrul lucrării de față.

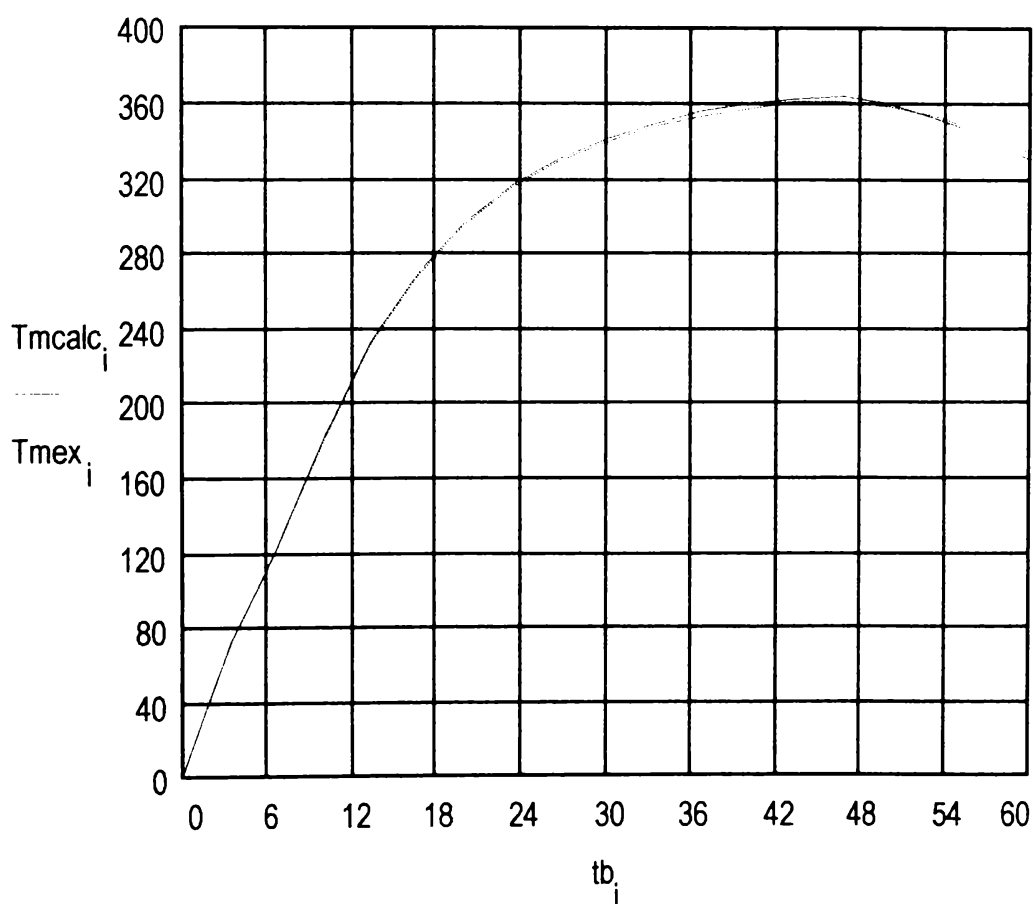


Figura 4.68

## 5. ÎNCERCĂRI EXPERIMENTALE

În prezenta lucrare se prezintă două tipuri de încercări experimentale și anume :

- determinarea, în regim dinamic, a coeficientului de frecare dintre garnitura de frecare și discul de frână, utilizând un tren de probă format dintr-o locomotivă și un vagon laborator;
- determinarea temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână, pe standul de încercare din cadrul Regiei Autonome “ Registrul Feroviar Român “ din București.

Încercările experimentale efectuate au avut drept scop verificarea rezultatelor teoretice privind coeficientul de frecare și temperatura suprafeței de frecare a discului de frână, confirmându-se în acest fel valabilitatea relațiilor de calcul ale temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână propuse în cadrul tezei.

### 5.1. Determinarea experimentală a coeficientului de frecare dintre garnitura de frecare și discul de frână

Pentru determinarea în regim dinamic a coeficientului de frecare dintre garniturile de frecare și discurile de frână s-a utilizat un tren de probă format dintr-o locomotivă și un vagon laborator (vagonul laborator 011 din dotarea Laboratorului de cercetare al I.C.P.V. Arad, prezentat în fotografia din figura 5.1). Încercările s-au efectuat pe secția de remorcare Arad - Radna, viteza maximă de circulație pe această secție fiind 100 km/h.

Elementele principale ale instalației experimentale pentru determinarea coeficientului de frecare dintre garniturile de frecare și discurile de frână sunt dozele de măsură pentru încercări dinamice (poziția 1 pe fotografia din figura 5.3) care sunt montate pe portgarnituri (câte trei doze pe portgarnitură).

Cu ajutorul acestor doze de măsură se determină valorile forțelor de apăsare a garniturii pe disc (notate cu  $F_N$  pe diagramele experimentale), forțele de frecare dintre garnitură și discul de frână ( $F_T$ ) în regim dinamic.

Pe lângă dozele de măsură s-au mai utilizat :

- un compensator manual de tip MK - HBM pentru etalonarea dozelor;
- amplificator tensometric de tip IEMI N 2314 - analog, cu șase canale prezentat în fotografia din figura 5.5;
- înregistrator cu bandă magnetică tip TESLA EAM 500 cu 14 canale prezentat în fotografia din figura 5.6;
- înregistrator grafic X Y tip 622.01.

Portgarniturile cu dozele de măsură pentru încercări dinamice montate au fost supuse etalonării utilizând compensatorul manual tip MK - HBM, și unei verificări prin vibrație pe masa de vibrat. Nu s-a constatat nici un efect mecanic al vibrației (destrângeri de șuruburi, fisuri ale portgarniturii, etc.)

Pentru experimentare s-au utilizat garnituri de frecare tip BECORIT 824 admise în trafic internațional în anul 1979 pentru viteze inițiale de frânare de până la 200 km/h, și discuri de frână autoventilate (două discuri pe osie) din fontă cenușie perlitică (Fc 250).

Dozele de măsură pentru încercări dinamice au echipat o osie a vagonului laborator 011 așa cum se observă în fotografiile din figurile 5.2, 5.3 și 5.4.

Semnalele dozelor de măsură (opt semnale pentru forțe și un semnal pentru presiunea aerului comprimat din cilindrul de frână) au fost preluate de amplificatoarele tensometrice tip IEMI N 2314 (vezi figura 5.5) și apoi înregistrate de un magnetofon TESLA tip EAM 500 cu 14 canale (vezi figura 5.6).

Utilizând un filtru RFT tip 01015 și un înregistrator grafic X Y tip 622.01 s-au trasat următoarele diagrame experimentale (vezi anexele 5.1,...,5.9):

- forța de apăsare normală a garniturii pe disc în funcție de timp ( $F_N = f(t)$ );
- forța tangențială în funcție de timp ( $F_T = f(t)$ );
- presiunea aerului comprimat din cilindrul de frână în funcție de timp ( $p = f(t)$ );
- forța tangențială în funcție de forța normală ( $F_T = f(F_N)$ ) care reprezintă chiar valoarea coeficientului de frecare dinamic.

### 5.1.1. Prelucrarea și interpretarea rezultatelor experimentale

Coeficienții de frecare obținuți experimental, în regim dinamic, sunt prezentați în tabelul 5.1:

**Tabelul 5.1**

Viteza	[km/h]	40	80	100
Coeficientul de frecare $\mu$	Doza 1	0,284	0,284	0,32
	Doza 2	0,295	0,309	0,325
	Doza 3	0,436	0,435	0,436
	Doza 4	0,325	0,325	0,325

Diagramele experimentale  $F_N$ ,  $F_T = f(t)$  și  $p = f(t)$  sunt prezentate în anexele 1, ..., 9.

Analizând rezultatele experimentale se pot trage următoarele concluzii:

- coeficientul de frecare determinat în regim dinamic, pe linie curentă, este aproximativ constant cu variația vitezei;
- diferențele dintre coeficienții de frecare obținuți la aceeași viteză cu cele patru doze sunt datorate gradului de uzură diferit al celor două discuri de frână și variației forței de apăsare normală pe garniturile de frecare;
- coeficientul de frecare dinamic determinat cu ajutorul dozelor 1 și 3 se încadrează în limitele impuse de UIC prin fișa 541-3 (anexa 2) în sensul că valorile obținute experimental sunt cuprinse în domeniul  $\mu = 0,28 \dots 0,46$  (vezi figura 5.7).





Figura 5.1

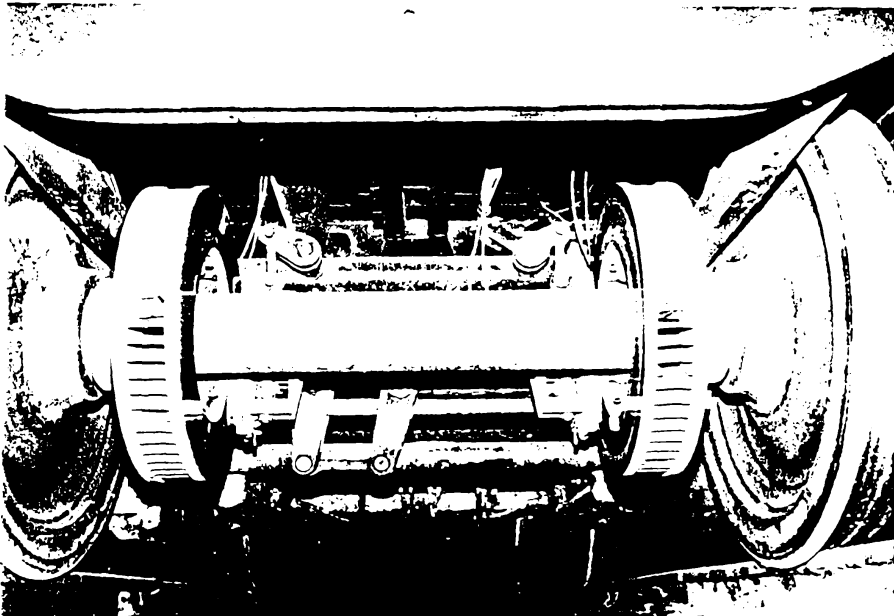


Figura 5.2



1 (doze de măsură pentru încercări dinamice)

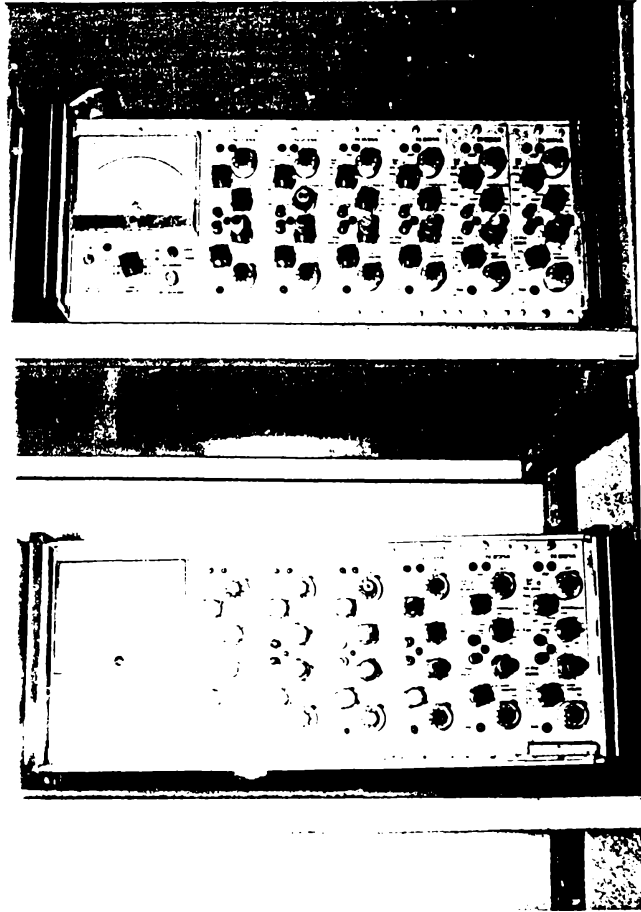
2 (disc de frână)

Figura 5.3



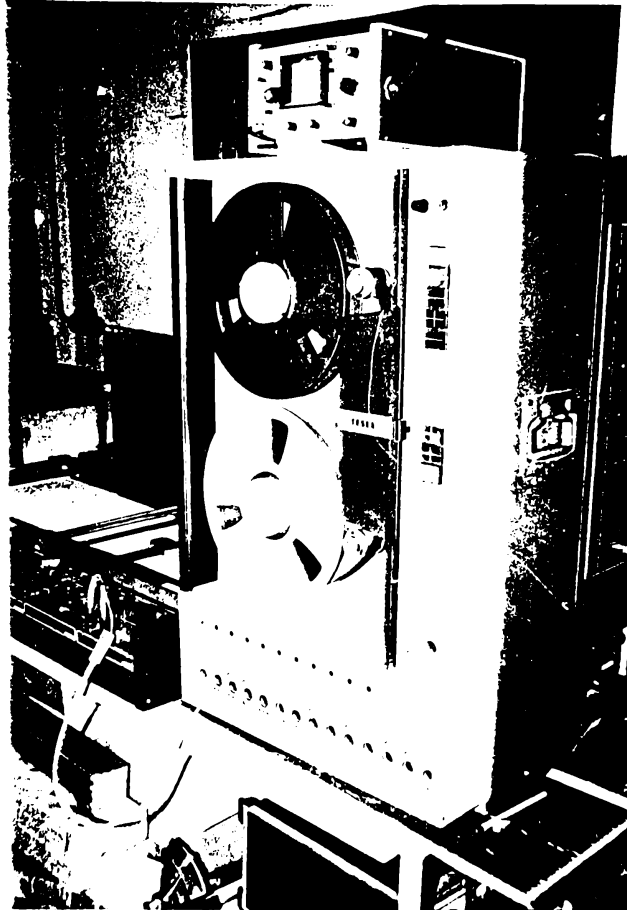
Cabluri de conexiune la amplificatoarele tensometrice

**Figura 5.4**



Amplificatoare tensometrice tip IEMl cu şase canale

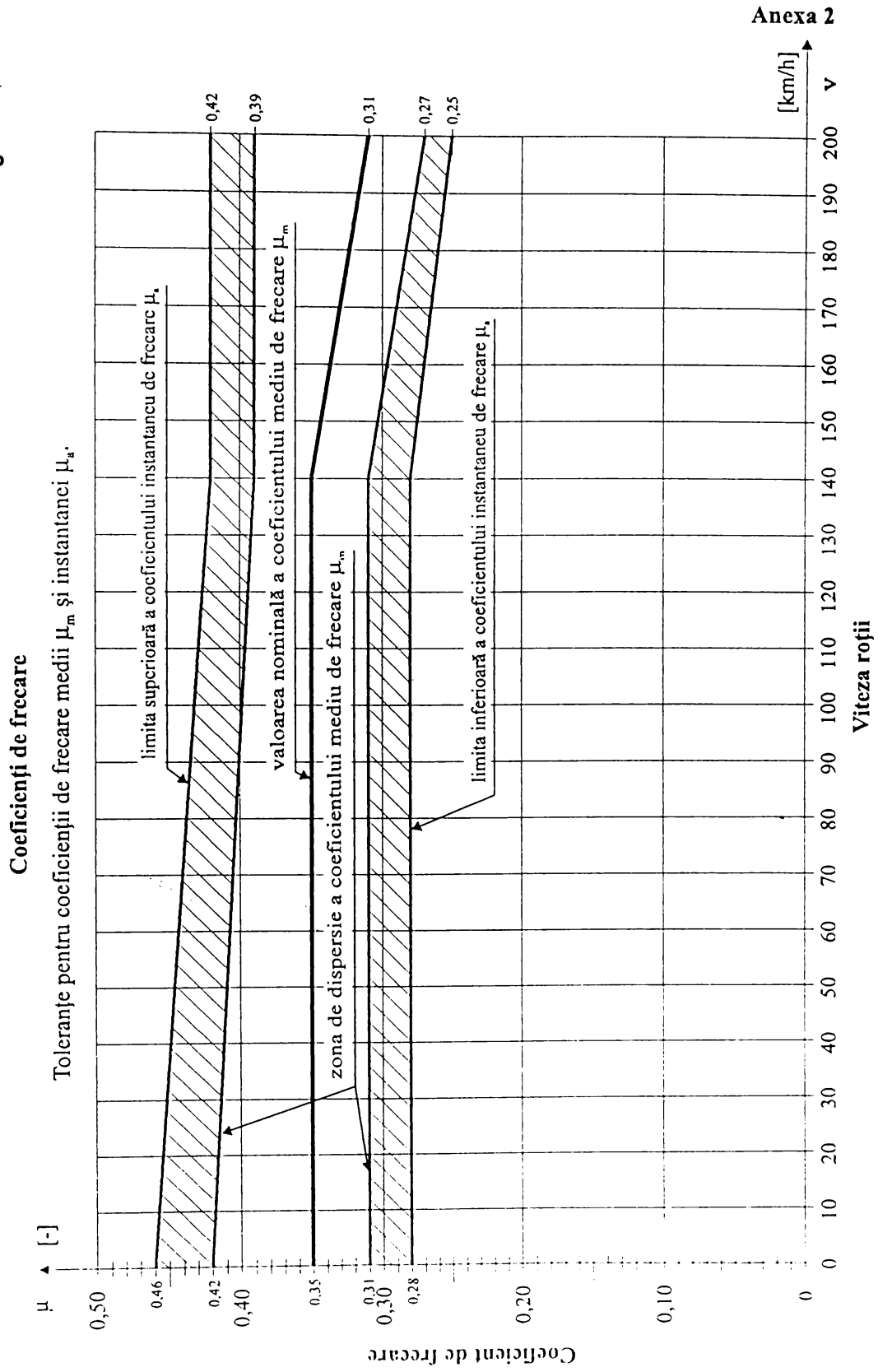
Figura 5.5



Înregistrator cu bandă magnetică tip TESLA EAM 500

Figura 5.6

Figura 5.7



## 5.2 Determinarea experimentală a temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână

Verificarea experimentală a rezultatelor obținute prin calcul privind valorile temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână s-a făcut pe standul pentru încercarea frânei cu disc din cadrul Regiei Autonome " Registrul Feroviar Român " București.

### 5.2.1. Standul pentru încercarea frânei cu saboți și frânei cu disc

În figura 5.8 s-a prezentat schematic standul pe care s-a determinat experimental temperatura suprafeței de frecare a discului de frână. Ansamblul standului se compune din următoarele subansamble:

- motorul electric de curent continuu (poziția 2 pe figura 5.8) cu o putere maximă de 400 KW și o turație de 1350 rot/min;
- axul principal al standului 1 acționat, prin intermediul unui cuplaj cu dinți, de către motorul electric 2;
- un grup mic de volanți 4 cu diametrul de 1500 mm format din trei volanți ale căror momente de inerție sunt:  $I_1 = 285 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $I_2 = 300 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $I_3 = 580 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ ;
- un grup mare de volanți 5 cu diametrul de 1900 mm format din trei volanți ale căror momente de inerție sunt:  $I_4 = 1200 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $I_5 = 1180 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $I_6 = 2400 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ ;
- instalație de ventilație a motorului electric de antrenare a standului;
- instalație electrică de comandă și protecție a standului;
- frână de siguranță 3 montată pe axul grupului mic de volanți.

Motorul electric de curent continuu 2 antrenează axul principal al standului punând astfel în mișcare de rotație discul de frână din postul pentru încercarea frânei cu disc sau roata de rulare din postul pentru încercarea frânei cu saboți.

Legătura dintre cele două grupuri de volanți se face prin intermediul unui cuplaj cu dinți. Cu ajutorul acestor grupuri de volanți se pot realiza momente de inerție până la  $I_{\max} = 6100 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ . Numărul total de combinații care se pot realiza cu ajutorul volanților este de 20 fără a mai ține seama de inerția rotorului motorului electric de antrenare.

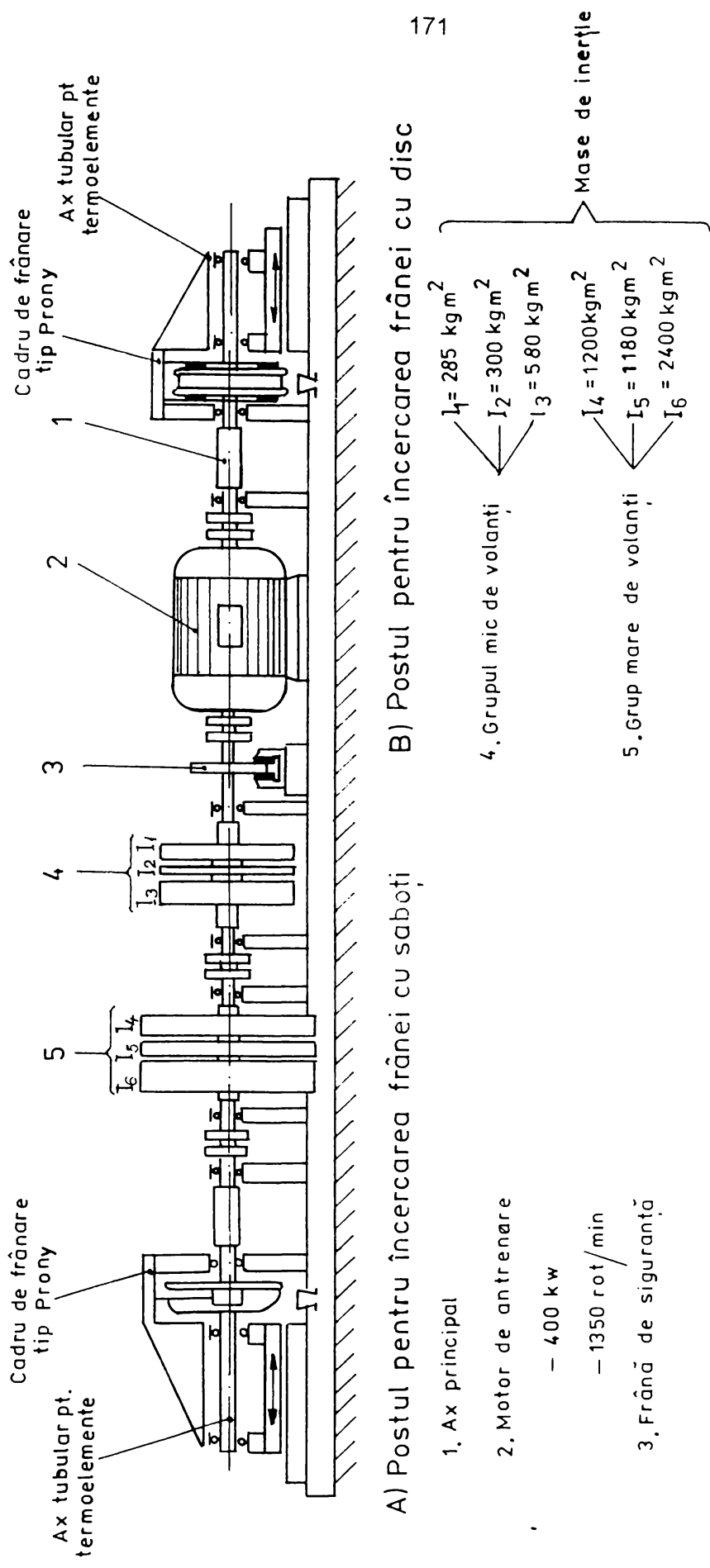


Figura 5.8



Timoneria de frână a frânei cu disc este acționată prin intermediul unui cilindru de frână alimentat cu aer comprimat de la rețeaua internă a Regiei Autonome "Registrul Feroviar Român" București.

Standul pentru încercarea frânei cu saboți și frânei cu disc permite efectuarea măsurătorilor prezentate în tabelul 5.2.

Tabelul 5.2

Mărimea de măsurat	Metode de măsurare
Forța normală de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână	Prin intermediul presiunii aerului din cilindrul de frână
Forța tangențială dintre garnitură și disc (forța de frânare)	Timbre tensometrice (Hottinger) amplasate pe atârnatorii de portgarnituri
Momentul de frânare	Arbore de măsurare a momentului de frânare
Spațiul de frânare Viteza	Generator de impulsuri (1000 impulsuri/rotație)
Cursa pistonului cilindrului de frână	Traductor inductiv de deplasare
Presiunea în cilindru de frână	Traductor de presiune
Temperatura aerului din incinta standului	Termocuple fixate pe structura de rezistență a standului
Temperatura suprafeței de frecare a discului de frână	Șase puncte de măsurare dispuse pe cele două fețe ale discului de frână

### 5.2.2. Desfășurarea încercărilor

Determinarea temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână pe standul pentru încercarea frânei cu saboți și frânei cu disc din cadrul Regiei Autonome "Registrul Feroviar Român" București, s-a făcut utilizând:

- un disc de frână autoventilat cu diametrul de 640 mm și lățimea 110 mm, confecționat din fontă cenușie (Fc 250 STAS 8541-86);

- garnituri de frecare JURID 874;
- termocuple Ni - Cr - Ni fixate în nituri de cupru, transmiterea semnalului făcându-se prin cabluri trecute prin axul tubular pentru termoelemente, la colector;
- colector de semnal (perie - inel) confecționat din argint;
- amplificator de semnal necesar pentru ridicarea nivelului semnalului preluat de colector la valori la care influențele exterioare sunt ne semnificative. De asemenea amplificatorul realizează liniarizarea caracteristicii termocuplelor precum și compesarea temperaturii, făcându-se astfel citiri ale temperaturii în valori absolute;
- calculator IBM - PC 586 prevăzut cu convertor (interfață) analogic - digital.

Termocuplele Ni - Cr - Ni, fixate în nituri de cupru, sunt amplasate pe discul de frână la o distanță de 1 ÷ 2 mm față de suprafața de frecare a acestuia. Modul de amplasare este prezentat în figura 5.9.

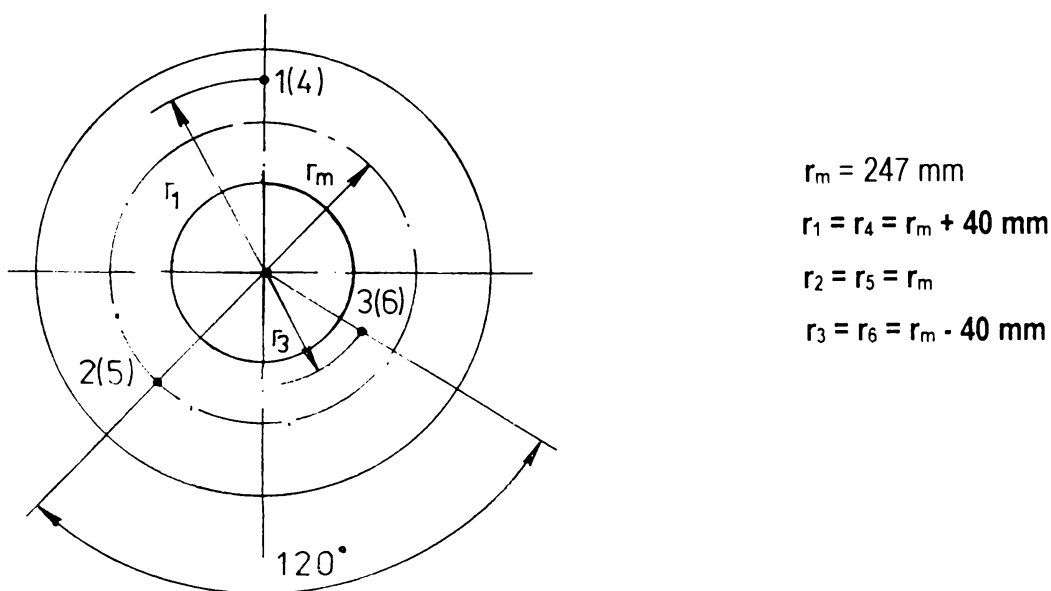


Figura 5.9

Colectarea semnalelor termocuplelor s-a realizat prin intermediul unui colector (perie - inel) confecționat din argint, material care asigură o rezistență electrică de ordinul  $0,1 \text{ m}\Omega$  cu influențe negative neglijabile asupra rezultatelor măsurătorilor. Colectorul este pus în legătură cu un amplificator de semnal. Semnalele amplificate au fost introduse și stocate, prin intermediul convertorului analogic - digital, în memoria calculatorului putând fi prelucrate și interpretate cu ajutorul unor programe specializate.

### 5.2.3. Rezultate experimentale obținute și concluzii

În cadrul programului de încercări experimentale realizate pe standul pentru încercări din cadrul Regiei Autonome " Registrul Feroviar Român " București s-au executat un număr de două frânări de oprire de la viteza maximă  $V_{\max} = 200 \text{ Km/h}$  ( $n_{\max} \approx 1154 \text{ rot/min}$ ).

Rezultatele au fost prezentate în tabelele 5.3 și 5.4 iar în diagramele din figurile 5.10 și 5.11 s-au reprezentat variațiile cu timpul (durata frânării) ale temperaturilor determinate experimental în cele șase puncte de măsurare de pe suprafețele de frecare ale discului de frână.

Analizând diagramele din figurile 5.10 și 5.11 se observă diferențe între valorile temperaturii determinate în cele șase puncte de pe suprafața de frecare, care ar putea fi explicate prin poziția punctelor de măsurare față de raza de frânare, variația presiunii dintre garnitura de frecare și discul de frână (presiune mică pentru raze mai mari decât raza de frânare și presiune mare la raze mai mici decât raza de frânare), precum și prin uzura neuniformă a elementelor cuplei de frecare (disc de frână, garnitură de frecare). De asemenea se observă o creștere a temperaturii până la aproximativ  $2/3$  din durata frânării ( $t_b = 50 \text{ s}$  la prima frânare și  $t_b = 60 \text{ s}$  la a doua frânare), după care urmează o ușoară scădere.

Frânare de oprire de la  $V_{\max} = 200 \text{ Km/h}$   
 Durata frânării  $t_b = 50 \text{ s}$   
 Diametrul discului de frână  $\Phi_d = 640 \text{ mm}$   
 Raza de frânare  $r_m = 247 \text{ mm}$   
 Forța de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână  $F_b = 44 \text{ KN}$   
 Momentul de inerție  $I = 1512 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$

Tabelul 5.3

Durata frânării [s]	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Temperatura $T_1$ [°C]	20	65	140	402	490	481	455	436	422	407	388
Temperatura $T_2$ [°C]	20	75	195	319	411	458	466	440	404	378	358
Temperatura $T_3$ [°C]	20	109	229	296	330	347	352	353	350	344	335
Temperatura $T_4$ [°C]	20	102	182	221	245	261	273	282	286	289	290
Temperatura $T_5$ [°C]	20	63	85	106	128	154	185	220	255	286	305
Temperatura $T_6$ [°C]	20	58	74	115	167	212	248	279	303	323	335
Temperatura medie [°C]	20	78,6	150,8	243,1	295,1	318,8	329,8	335	336,6	337,8	335,1

Frânare de oprire de la  $V_{\max} = 200 \text{ Km/h}$

Durata frânării  $t_b = 60 \text{ s}$

Diametrul discului de frână  $\Phi_d = 640 \text{ mm}$

Raza de frânare  $r_m = 247 \text{ mm}$

Forța de apăsare a garniturii de frecare pe discul de frână  $F_b = 45 \text{ KN}$

Momentul de inerție  $I = 1512 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$

Tabelul 5.4

Durata frânării [s]	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Temperatura $T_1$ [°C]	20	74,07	108,61	131,08	149,81	168,53	189,13	209,73	230,33	250,93	264,04	277,15	282,7
Temperatura $T_2$ [°C]	20	78,70	134,83	176,02	213,48	245,31	280,89	309,92	333,33	351,76	340,82	329,58	308,9
Temperatura $T_3$ [°C]	20	68,51	136,70	213,48	284,64	333,33	367,04	382,02	393,25	397,00	394,38	387,64	367,0
Temperatura $T_4$ [°C]	20	95,37	207,86	282,77	323,97	342,69	352,05	355,80	355,80	352,99	348,31	333,33	322,1
Temperatura $T_5$ [°C]	20	111,11	235,95	337,07	398,87	421,34	430,71	428,83	428,83	426,96	417,60	402,62	380,1
Temperatura $T_6$ [°C]	20	131,48	276,89	365,16	406,36	415,73	415,73	408,23	398,87	389,51	372,65	355,80	338,9
Temperatura medie [°C]	20	93,20	183,01	250,93	296,22	321,15	339,62	349,08	356,80	361,52	356,3	347,68	333,9

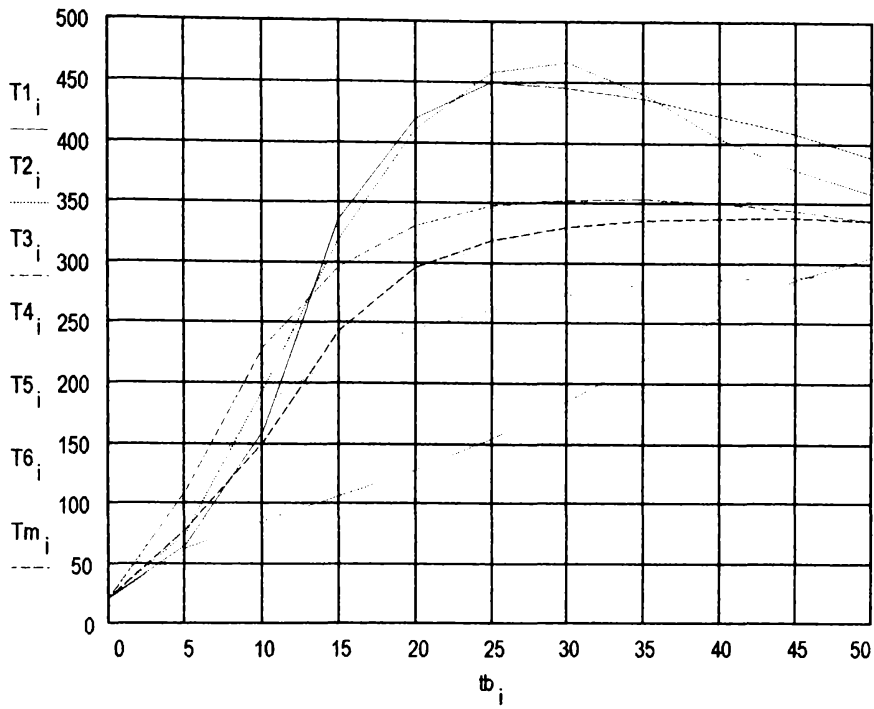


Figura 5.10

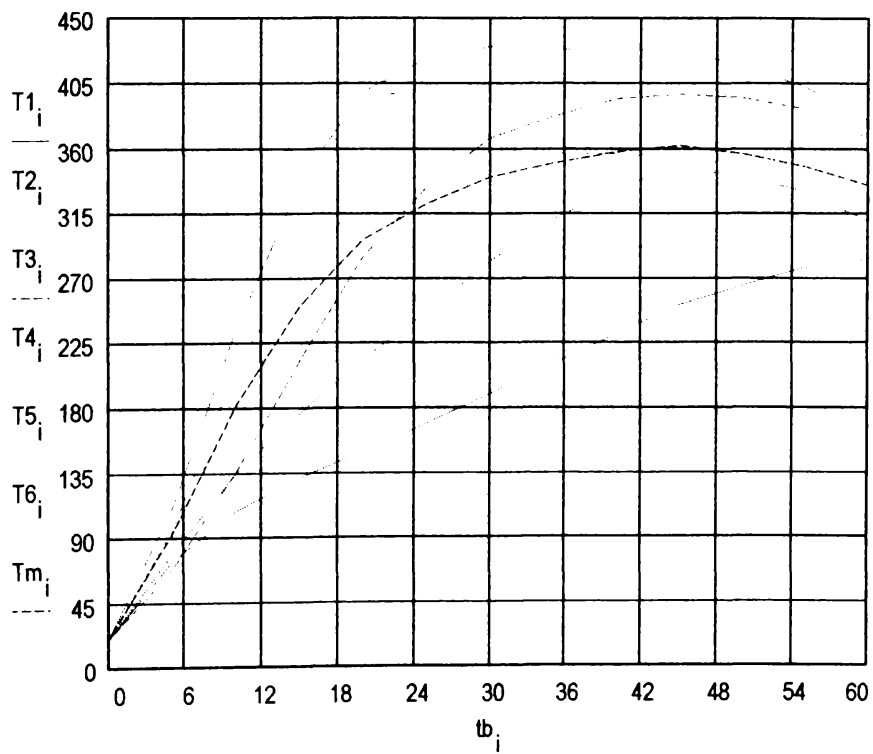


Figura 5.11

## 6. CONCLUZII ȘI CONTRIBUȚII

### 6.1. Concluzii

Mărirea vitezei de circulație a trenurilor, în special a celor de călători, reprezintă principalul obiectiv al unei administrații de cale ferată.

Dezvoltarea sistemelor de tracțiune și frânare precum și perfecționarea celor existente au permis realizarea acestui obiectiv de către unele administrații de cale ferată (SNCF, JR, DB, RENFE, BR, SJ, FS) iar într-un viitor apropiat și de către SNCFR.

Trenurile de mare viteză (v. tabelele 1.1 și 1.2) circulă la ora actuală pe rețele feroviare de mare viteză (v. tabelele 1.3 și 1.4) cu viteze de 200 ÷ 250 Km/h, asigurând astfel pe lângă o durată minimă a călătoriei, un confort sporit și condiții elevate de siguranță a circulației.

Recordul mondial de viteză de 515,3 Km/h stabilit de rama TGV - Atlantique nr. 325 (SNCF), la 18 mai 1990, a demonstrat primordialitatea sistemului de transport pe calea ferată față de celelalte sisteme de transport (rutier, aerian, naval, etc.) atât din punct de vedere al siguranței circulației cât și din punct de vedere economic. Deoarece mărirea vitezei de circulație a trenurilor impune îmbunătățirea sau chiar schimbarea totală a infra și suprastructurii căii de rulare, pentru racordarea României la rețeaua paneuropeană de mare viteză va trebui să se examineze cu atenție rețeaua feroviară existentă trecându-se apoi la:

- perfecționarea liniilor existente pentru a permite circulația cu viteze de 200 Km/h;
- construirea de linii noi specifice marilor viteze;
- construirea unor linii de conexiune care vor face legătura între cele prezentate mai sus;
- proiectarea și construcția unor vehicule feroviare pentru viteze de circulație mari ( $V > 140$  Km/h).

În lucrarea de față se prezintă rezultatele unui studiu teoretic și experimental asupra frânării de la viteze mari, în special asupra coeficientului de frecare dintre discul de frână și garnitura de frecare și asupra temperaturii elementelor cuplelor de frecare *sabot - roată* și *garnitura de frecare - disc de frână*.

S-au analizat sistemele de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză precizându-se:

- definiția unui sistem de frânare;
- funcțiile unui sistem de frânare;
- clasificarea sistemelor de frânare;
- condițiile impuse sistemelor de frânare pentru vehiculele feroviare de mare viteză.

Principalele sisteme de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză sunt sistemul mecanic (frâna cu saboți, frâna cu disc, frâna electromagnetică pe șină) și sistemul electric (frâna reostatică, frâna recuperativă, frâna cu curenți Foucault). Dintre aceste frâne s-au prezentat detaliat frânele care au dat rezultate foarte bune atât la încercări (pe stand sau în linie curentă) cât și în exploatare (frâna cu saboți, frâna cu disc, frâna electromagnetică pe șină).

Pentru a utiliza cât mai mult aderența dintre roată și șină, în special la viteze mari, vehiculele feroviare (motoare și remorcate) sunt prevăzute cu dispozitive antipatinaj, mecanice sau electronice, destinate să suprimă, prin reducerea forței de frânare, alunecarea osiei care se produce în timpul frânării, cu efecte negative asupra aparatului de rulare, șinei și asupra spațiului de frânare.

Analiza comparativă a soluțiilor constructive de frâne aplicate la vehiculele feroviare de mare viteză s-a făcut, în cadrul lucrării, pe baza următorilor parametri:

- coeficientul de frecare dintre elementele cuplelor de frecare ale sistemelor de frânare;
- coeficientul de absorbție ( $\varepsilon_a$ ) a energiei cinetice a vehiculului;
- spațiul de frânare;
- decelerația trenului;
- temperatura suprafeței de frecare a elementelor cuplelor de frecare;
- uzura elementelor cuplelor de frecare.

Principalele concluzii care se desprind din această analiză sunt:

- frâna cu saboți se utilizează pe vehiculele feroviare de mare viteză doar ca frână suplimentară, de siguranță (staționare);



- performanțele frânei cu disc sunt superioare în comparație cu ale frânei cu saboți, justificând utilizarea acestei frâne ca frână principală a vehiculelor feroviare de mare viteză;
- frâna cu disc este mai simplă din punct de vedere constructiv și mai ușoară ceea ce conduce la un preț de cost mai scăzut;
- căldura produsă prin transformarea energiei cinetice a vehiculului la frânarea de oprire nu se mai transmite roții de rulare ci discului de frână și garniturilor de frecare evitând astfel posibilitatea apariției defectelor pe suprafața de rulare (exfolieri, fisuri, etc.) care pereclitează siguranța circulației;
- utilizarea frânei electromagnetice pe șină împreună cu frâna cu disc conduce la spații de frânare mai mici și decelerații în limitele celor impuse de către UIC;
- frâna electromagnetică pe șină utilizată pe vehiculele feroviare de mare viteză este de tipul cu suspensie înaltă iar electromagneții sunt alcătuiți din poli articulați;
- pentru un control permanent al parametrilor frânării pe vehiculele feroviare de mare viteză s-a prevăzut un microprocesor asigurându-se, pe lângă o protecție antipatinaj la un coeficient de aderență scăzut (condiții atmosferice nefavorabile), un control automat al traductorilor de viteză, consum de aer comprimat mic, afișarea erorilor și a defecțiunilor instalației de frânare.

Pentru alegerea unui anumit tip de frână este necesar să se cunoască energia care trebuie disipată de către elementele cuplei de frecare la o frânare de oprire de la viteze mari.

După stabilirea relațiilor de calcul ale energiei cinetice disipate (v. relațiile 3.7 și 3.14) și puterii medii de frânare corespunzătoare acestei energii pentru ambele tipuri de frâne (frâna cu saboți și frâna cu disc) (v. relațiile 3.9 și 3.17) s-a trecut la calculul efectiv al acestor mărimi considerându-se două trenuri de mare viteză cu caracteristicile constructiv - funcționale cunoscute: un tren format din două locomotive BB 22200 și șase vagoane, echipat cu frână cu saboți și rama de mare viteză TGV - PSE, echipată cu frână cu disc.

Unul dintre criteriile importante de utilizare a unei frâne pe vehiculele feroviare de mare viteză este **regimul termic** al elementelor cuplelor de frecare (sabot - roată, garnitura de frecare - discul de frână).

După rezolvarea ecuației căldurii (Fourier) pentru cazul frânării de oprire s-a trecut la calculul temperaturii suprafeței de frecare dintre sabotul de frână și roată, după metoda propusă de Ehlers [35], cu ajutorul programului de calcul CIBVCMV (v. anexa 4.1) elaborat de autorul lucrării în limbajul Turbo Pascal 6.0. Utilizând metoda lui Hasselgruber [46], [47] s-a calculat și reprezentat grafic, cu ajutorul unui program de calcul elaborat în același limbaj (v. anexa 4.2), temperatura suprafeței de frecare a discului de frână observându-se diferențe față de alura temperaturii determinate experimental datorate deficiențelor acestei metode.

Calculul temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână luând în considerare variația proprietăților fizico-mecanice, ale materialelor elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc, s-a realizat după o analiză critică a metodei lui Hasselgruber. Analizând diagramele prezentate în subcapitolele 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 4.1, 4.2 (v. figurile 3.4, .., 3.13, 3.14, ..., 3.20, 4.17, ..., 4.54, 4.67, 4.68) rezultă următoarele concluzii:

- energia cinetică a trenului care trebuie disipată de către elementele cuplei de frecare sabot - roată, la o frânare de oprire de la viteza de 200 Km/h, este foarte importantă  $E_{cf} = 612,92$  MJ și determină o temperatură la suprafața de frecare de aproximativ 565 °C la o sarcină pe roată de 10000 daN;
- acestei energii cinetice îi corespunde o putere medie de frânare pe osie  $P_{mfo} = 510,774$  KW dificil de realizat practic;
- utilizarea frânei cu saboți la trenurile destinate să circule cu viteze mari conduce la o mărire considerabilă a spațiului de frânare ( se obține un spațiu de frânare de aproximativ 3000 m la o viteză de 200 Km/h) ceea ce prejudiciază simțitor siguranța circulației;
- odată cu creșterea sarcinii pe osie crește temperatura elementelor cuplelor de frecare;
- deoarece temperatura elementelor cuplei de frecare sabot de frână - roată condiționează strict acest tip de frână pentru echiparea trenurilor de mare viteză, se poate afirma că frâna cu saboți se pretează a fi utilizată numai până la viteza de 160 Km/h, în limitele decelerațiilor admise;
- micșorarea decelerației la frânare conduce la scăderea temperaturii elementelor cuplelor de frecare dar și la mărire spațiului de frânare;

- mărirea numărului de discuri de frână pe osie conduce la scăderea temperaturii elementelor cuplei de frecare și la mărirea masei nesuspendate a vehiculului cu efecte negative asupra durabilității osiei montate;
- rezistența aerodinamică dată de mișcarea de rotație a discurilor de frână autoventilate cu palete radiale, în regim de tracțiune, conduce la un consum de aproximativ 3 % din puterea instalată pentru tracțiune [17];
- diminuarea până la eliminarea completă a acestui consum de putere s-a realizat prin utilizarea discurilor neventilate cu grosime mică (aproximativ 45 - 50 mm), ușoare (confectionate din oțel și aliaje ale aluminiului), permițând în același timp și mărirea numărului de discuri pe osie, regimul termic al elementelor cuplei de frecare fiind mai redus.

Verificarea experimentală a rezultatelor teoretice privind coeficientul de frecare (dintre discul de frână și garnitura de frecare) și temperatura suprafeței de frecare a discului de frână s-a realizat prin încercări pe linie curentă (Arad - Radna) utilizând un tren de probă format dintr-o locomotivă și un vagon laborator (ICPV Arad) și pe standul pentru încercarea frânei cu saboți și frânei cu disc din cadrul Regiei Autonome "Registrul Feroviar Român" București.

Analizând rezultatele experimentale (v. tabelele 5.1, 5.3, 5.4) se pot trage concluziile:

- coeficientul de frecare determinat în regim dinamic este constant cu variația vitezei încadrându-se în limitele impuse prin fișa UIC 541-3 (anexa 2) prezentată în figura 5.7;
- comparând valorile temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână calculate după metoda propusă de autorul lucrării cu valorile determinate experimental (v. tabelul 4.16 și diagrama din figura 4.68) pe standul Regiei Autonome "Registrul Feroviar Român" București, se constată o bună suprapunere ceea ce scoate în evidență justetea ipotezelor și metodei propuse de autor în cadrul lucrării de față.

## 6.2 Contribuții

Contribuțiile principale ale autorului sunt:

- stabilirea condițiilor impuse unui sistem de frânare pentru vehiculele feroviare de mare viteză (v. subcapitolul 2.4);

- prezentarea sintetică a sistemelor de frânare utilizate pe vehiculele feroviare de mare viteză care circulă la ora actuală în lume (v. tabelul 2.1);
- introducerea coeficientului de absorbție ( $\epsilon_a$ ), a energiei cinetice a vehiculului și stabilirea relației de calcul a acestuia, pentru a caracteriza eficacitatea unui sistem de frânare de pe un vehicul feroviar de mare viteză (v. subcapitolul 2.7, relația 2.3);
- analiza comparativă a soluțiilor constructive de frâne aplicate la vehiculele feroviare de mare viteză, cu scoaterea în evidență a avantajelor frânei cu disc (v. subcapitolul 2.7);
- elaborarea unor programe de calcul, în limbajul Turbo Pascal 6.0, pentru determinarea temperaturii suprafeței de frecare a elementelor cuplei de frecare a frânei cu saboți (programul CIBVMV prezentat în anexa 4.1) și a frânei cu disc (v. anexa 4.2), precum și a unor programe de reprezentare grafică în utilitarul MathCAD și în Turbo Pascal 6.0;
- metoda de calcul a temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână (v. relația 4.69), ținând cont de variația cu temperatura a proprietăților fizico - mecanice ale materialelor elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc. Până în prezent, așa cum rezultă din literatura de specialitate, nu s-a considerat variația acestora cu temperatura;
- utilizarea programelor de calcul și reprezentare grafică menționate mai sus la calculul temperaturii suprafeței de frecare a cuplelor de frecare sabot - roată (v. diagramele din figurile 4.4,...,4.16) și garnitură de frecare - disc de frână (v. tabelul 4.16 și diagramele din figura 4.67);
- determinarea dependenței dintre fluxul termic unitar ( $q$ ) și viteza de circulație pentru diferite forțe de apăsare normală a garniturii pe discul de frână și pentru diferite durate ale frânării (v. relația 4.68 și diagramele din figura 4.66);
- aplicarea metodologiei de calcul propusă de autor în cazul unor frâne cu disc cu alte dimensiuni ale cuplei de frecare (diametrul discului, suprafața de frecare a discului, etc.) și alte materiale utilizate la fabricarea elementelor cuplei de frecare ale frânei cu disc (garnitura de frecare - discul de frână);
- valabilitatea ipotezelor și metodei propuse de autor s-a confirmat prin concordanța dintre valorile temperaturii suprafeței de frecare a discului de frână calculate și cele determinate experimental.

**BIBLIOGRAFIE**

- [1] Adamsen , J. - " Heating and cooling of Friction Brakes", Seminar on Braking , London 1986;
- [2] Alexandersson , J. - " X 2. Le train a grande vitesse suédois avec voitures a caisse inclinable " Schienen der Welt nr. 5/1991
- [3] Anderson , I.T.  
Saunders , O.A. - "Convection from an isolated heated horizontal cylinder rotating about its axis" Proceedings of the Royal Society London , vol. A, nr. 217/1953;
- [4] Arenillas , J. - " La evolución de los récords de velocidad españoles " Lineas del tren nr. 62, mai 1993;
- [5] Aurignac , A. - " Les trains a grande vitesse Paris - Bruxelles - Londres " Revue Générale des Chemins de Fer , ianuarie 1982;
- [6] Barral , A. - " Le moteur synchrone autopilote applique a la traction et compare aux autres moteurs" Revue Générale de Chemins de Fer, mai 1983;
- [7] Bakhvalov , N. - " Methodes numerique " Editions de Moscou , traduit du russe;
- [8] Battisse , F. - " Les reseaux a grande vitesse dans le monde "Revue Générale de Chemins de Fer , aprilie 1988;
- [9] Bianchi , C. - " Die Führerraumsignalisierung auf der Direttissima Rom - Florenz" Signal und Draht 77 nr. 1 / 2 , 1985;
- [10] Bielecke , W. - " Wärmetechnische Nachrechnung von Krafftfahrzeug Reibungsbremsen" A.T.Z nr. 58 , septembrie 1956;
- [11] Bocîi , L.S. - " Considerații asupra evoluției sistemelor de frânare ale vagoanelor călători de mare viteză " Sesiunea de Comunicări Științifice a Universității "Constantin Brâncuși " Târgu-Jiu , mai 1993;
- [12] Bocîi , L.S.  
Dungan , M. C. - " Sisteme de frânare la vehiculele feroviare de viteze mari și foarte mari " Sesiunea de Comunicări Științifice a Universității " Aurel Vlaicu " Arad , mai 1994;

- [13] Bocîi , L.S.  
Lammert , F.  
Dungan , M. A. - " Materiale utilizate la cuplele de frecare ale sistemului de frânare mecanic al vehiculelor feroviare de mare viteză " Sesiunea de Comunicări Științifice a Universității " Aurel Vlaicu " Arad , mai 1994;
- [14] Bocîi , L.S. - " Frânarea vehiculelor feroviare de mare viteză " Referat doctorat , Timișoara 1994;
- [15] Bocîi , L.S.  
Vadillo , E.G.  
Dungan , M.C.  
Sandner , C. - " Determinación de las temperaturas de las ruedas de los vehículos ferroviarios a gran velocidad aplicados a la frenada de parada mediante el freno con los zapatos " Analele Univesității " Constantin Brâncuși " Târgu - Jiu, seria B nr. 1 / 1994;
- [16] Bocîi , L.S.  
Hoancă , V.  
Dungan , M.C. - " Influența timpului de umplere a cilindrului de frână asupra spațiului de frânare în cazul utilizării frânei cu disc pentru frânarea de la viteze mari " Analele Univesității " Constantin Brâncuși " Târgu - Jiu, seria B nr. 2 / 1995;
- [17] Bocîi , L.S. - " Calculul energiei dezvoltate la frânarea vagoanelor de călători de mare viteză " Referat doctorat, Timișoara 1995;
- [18] Bocîi , L.S. - " Soluții constructive privind sistemele de frânare ale vehiculelor feroviare de mare viteză " Referat doctorat Timișoara 1996;
- [19] Bocîi , L.S.  
Dungan , M.C. - " Determinarea energiei disipate la frânarea de oprire ajutorul frânei cu disc " Proceedings of the scientific communications meeting of " Aurel Vlaicu " University ,Arad mai 1996;
- [20] Bocîi , L.S.  
Dungan , M.C. - " Calculul puterii de frânare în cazul frânării de oprire cu ajutorul frânei cu disc " Proceedings of the scientific communications meeting of " Aurel Vlaicu " University, Arad mai 1996;

- [21] Dungan , M.C.  
Mădăras , L.  
Bocîi , L.S. - " Studiul comparativ al eficacității frânării cu saboți și cu frâna cu disc la vehiculele feroviare " Simpozionul al VI lea de Organe de Mașini , Timișoara 1992;
- [22] Mădăras , L.  
Dungan , M.C.  
Bocîi , L.S. - " Momentul de frânare al frânei cu disc utilizată la vagoanele de cale ferată " Simpozionul al VI lea de Organe de Mașini , Timișoara 1992;
- [23] Bogott , H. - " Anforderungen an Triebfahrzeuge höherer Geschwindigkeiten " Schienenfahrzeuge nr. 3 / 1990;
- [24] Boiteux , M. - " Le probleme de l'adherence en freinage " Revue Générale de Chemins de Fer , februarie 1986;
- [25] Boiteux , M. - " Influence de l'energie de glissement sur l'adherence exploitable en freinage " Revue Générale de Chemins de Fer, octombrie 1987;
- [26] Boiteux , M. - "Influence de la vitesse et de differentes parametres constructif sur l'adherence en freinage "Revue Générale de Chemins de Fer iulie / august 1990;
- [27] Boiteux , M. - "Recherches en vue de l'optimisation de la regeneration de l'adherence en freinage " Revue Générale de Chemins de Fer, februarie 1993;
- [28] Bouley , J. - " TES - Un reseau europeen de chemin de fer a grande vitesse " Revue Générale de Chemins de Fer, aprilie 1986;
- [29] Casini , C. - " Sperimentazione ad alta velocita " La tecnica professionale nr. 7 / 8 , 1992;
- [30] Cavell , B.G. - " Sistemas modernos de unidad de freno de estacionamiento " A.I.T nr. 9 , aprilie 1976;
- [31] Demidovitch , B.  
Maran , I. - " Elements de calcul numeriques " Editions de Moscou traduit du russe
- [32] Donciu , T.  
Porumb , Gh.  
Ghițescu , V. - " Îndrumător pentru calcule de tracțiune și de frânare a trenurilor M.T.Tc. Direcția tracțiune și vagoane . București 1974;

- [33] Dunais , J.M. - " Equipement de frein mixte pour locomotives " Revue Générale de Chemins de Fer, mai 1989;
- [34] Dungan , M.C. - " Vagoane și frâne "Curs litografiat Universitatea Tehnică Timișoara 1990;
- [35] Ehlers , H.R. - " Die thermische Berechnung der Klotzbremse " Sonderdruck aus Archiv für Eisenbahntechnik, Folge 18;
- [36] Fall , S. - " Les semelles de frein en fonte grise phosphoreuse " Revue Générale de Chemins de Fer, mai 1989;
- Mager , G.
- [37] Gârbea , D. - " Utilizarea analizei prin elemente finite în probleme de schimb de căldură prin conducție "Revista Transporturilor și Telecomunicațiilor nr. 1 / 1979;
- [38] Gârbea , D. - " Posibilități de simulare prin analiza cu elemente finite a încălzirii roților de cale ferată rulând în regim de frânare " Revista Transporturilor și Telecomunicațiilor nr. 4 / 1980;
- [39] Gârbea , D. - " Folosirea metodei elementelor finite pentru problemelor termice tranzitorii " Revista Transporturilor și Telecomunicațiilor nr. 1 / 1983;
- [40] Gârbea , D. - " Analiza cu elemente finite " Editura Tehnică , București 1990;
- [41] Gimenez , C.F. - " Contribución al estudio de los parametros que definen elfrenado mecanico de vehiculos ferroviarios " A.I.T nr.9 , aprilie 1976;
- [42] Guiheu , C. - " La résistance a l'avancement des rames TGV - PSE. Bilan des études et des résultats des mesures " Revue Générale des Chemins de Fer , ianuarie 1982;
- [43] Gunnar , D. - " Stresses an Cracks in Brake Discs " Transactions of Machine Elements Division, Lund Technical University, Sweden 1976;



- [44] Hadnagy , C.  
Izvercian , P.N.  
Popescu , M.
- [45] Hanenbergh , H.
- [46] Hasselgruber , H.
- [47] Hasselgruber , H.
- [48] Iordache , O.  
Smigelschi , O.
- [49] Kasiske , H.
- [50] Kirschstein , H.
- [51] Kirschstein , H.
- [52] Kirschstein , H.
- [53] Kirschstein , H.
- [54] Kniffler , H.
- " Elemente de analiză matematică "Vol. I,II. Litografia I.P.T.V. Timișoara 1980;
  - " De snelste treinen een Wereldranglijst " Openbaar Vervoer , ianuarie 1984;
  - " Zur Berechnung der Wärmespannungen in der Bremsstrommeln von Kraftfahrzeugen beim Haltbremsvorgang " A. T. Z nr. 2 / 1954;
  - " Temperaturberechnungen für mecanische Reibkupplungen " Wieweg 1959;
  - " Ecuatiile fenomenelor de transfer de masă și căldură " Editura Tehnică București;
  - " Reisezugwagen für den Hochgeschwindigkeitverkehr " Schienenfahrzeuge nr. 1 /1990;
  - " Die Bremstechnik bei den Eisenbahnen der Vereinigten Staaten von Amerika "Archiv für Eisenbahntechnik , Folge 17 , decembrie 1962;
  - " Bremsanlagen für schnelle lokomotiv-beförderte Reisezüge " Eisebahntechnische Rundschau, iulie - august 1964;
  - " Ursprung , Wege und Grenzen der Eisenbahnbremsstechnik und deren wechsel-beziehung zur Eisebahnbetriebsentwicklung " Archiv für Eisenbahntechnik, Folge 21, decembrie 1966;
  - " Versuche und Untersuchungen zur Frage der möglichen Fahrgeschwindigkeiten lokomotiv-beförderter Reisezüge mit scheiben-gebremsten Wagen " Archiv für Eisenbahntechnik , Folge 25 , 1970;
  - " Zugförderung und Fahrzeugpark der DB für höhere Geschwindigkeiten " Eisebahntechnische Rundschau, 1968;

- [55] Lacôte , F. - " La nouvelle génération de matériel a grande vitesse de la SNCF. Le matériel TGV - Atlantique " Revue Générale des Chemins de Fer , decembrie 1986;
- [56] Lacôte , F. - " Les trains a grande vitesse de la SNCF "Revue Générale des Chemins de Fer , octombrie 1991;
- [57] Lankes , P. - " Die neue Generation: Der ICE 2 "Eisenbahntechnische Rundschau nr. 4, septembrie 1994;
- [58] Lübke , D.  
Jänsch , E. - " Die ICE-Familie im internationalen Hochgeschwindigkeitsverkehr ( H G V ) " Eisenbahntechnische Rundschau nr. 42 , iulie - august 1993;
- [59] Malberck , M. - " Systemes de freinage ferroviaires " Revue Générale des Chemins de Fer , mai 1989;
- [60] Metzler , J. M. - " La traction électrique monophasée en France. Quelques idées sur l'avenir " Revue Générale des Chemins de Fer , februarie 1983;
- [61] Mochizuki , A. - " A new serie of the Shinkansen , EMU Train Mode its Debut " Japanese Railway Engineering nr.94 , iunie 1985;
- [62] Morton , A. - " Une grande aventure franco - britannique "Revue Générale des Chemins de Fer, decembrie 1993;
- [63] Möller , E. - " Die Eisenbahnbremse Möglichkeiten und Auswirkungen ihrer Leistungssteigerung " Glasers Annalen , august 1960;
- [64] Möller , E. - " Schnellverkehr und Bremsverzögerung " Glasers Annalen nr. 10 , 1965;
- [65] Muntean , G. - " Tracțiunea trenurilor " Litografia I.P.T.V. Timișoara 1977;
- [66] Neury , H. - " Regleurs de freins " Revue Générale des Chemins de Fer , mai 1989;

- [67] Panagin , R. - " La dinamica del veicolo ferroviario "  
Libreria Editrice Universitaria Levrotto & Bella, Torino  
1990;
- [68] Petit , G. - " TGV - Atlantique. La maîtrise du 300 km/h "  
Revue Générale des Chemins de Fer , octombrie 1991;
- [69] Popa , A.  
Chimu , N.  
Neagu , A. - " Tracțiunea trenurilor " Editura Didactică și Pedagogică ,  
București 1965;
- [70] Popoviciu , G.  
Tilea , D.  
Uță , C. - " Frâne moderne pentru locomotive "  
M.T.Tc. Centrul de documentare și publicații tehnice,  
București 1971;
- [71] Preller , F. - " Die Leistungsfähigkeit von Reibungsbremsen, vor allem  
von Scheibenbremsen für Schienenfahrzeuge "  
Glasers Annalen nr. 2 / 1966;
- [72] Raison , J. - " Les matériaux de freinage " Revue Générale des  
Chemins de Fer , iulie / august 1991;
- [73] Rahn , Th.  
Kurz , H.R. - " Le train a grande vitesse InterCityExpress du chemins  
de fer allemand " Revue Générale des Chemins de Fer ,  
decembrie 1991;
- [74] Romestain , P.  
Avouac , G. - " Les équipements de freinage des futures rames "  
Revue Générale des Chemins de Fer, decembrie 1976;
- [75] Sander , K. - " Scheibenbremse für Schienenfahrzeuge "  
Technische Rundschau nr. 18 / 1978;
- [76] Sargenton , D. - " Le freinage " Revue Générale des Chemins de Fer ,  
noiembrie 1984;
- [77] Saumweber , E. - " Leistungsgrenzen Kombiniertes Bremssysteme "  
Glasers Annalen nr.7 / 8 , 1974;
- [78] Sauthoff , F.  
Schmidt , E. - " Die Schiebenbremse für Schienenfahrzeuge und ihre  
Bremsbeläge "  
Glasers Annalen ,aprilie 1959;

- [79] Sauvage , G.  
Fortin , J.P. - " La trainee de roulement des vehicules de chemin de fer  
"Revue Générale des Chemins de Fer , iulie / august  
1982;
- [80] Scheiber, E.  
Lixândroi, D. - "MathCAD. Prezentare și probleme rezolvate"  
Editura Tehnică, București 1994;
- [81] Schmücker , B. - " Scheibenbremsen an Schienenfahrzeugen der  
Bundesbahn und ihre Bewährung "  
Glasers Annalen nr.3 / 1966;
- [82] Sebeșan , Șt.  
Tilea , D. - " Frânarea trenurilor "  
Editura Transporturilor și Telecomunicațiilor , București  
1963;
- [83] Sebeșan , I. - " Dinamica vehiculelor de cale ferată "  
Editura Tehnică , București 1995;
- [84] Shore , A.G.L. - " Freno hidrocinetico para el tren de pasajeros de alta  
velocidad ( APT ) proyectado por British Railways " A.I.T  
nr. 11 , august 1976;
- [85] Sofroni , L.  
Ripoșan , I.  
Brabie , V.  
Chișamera , M. - " Turnarea fontei " Editura Didactică și Pedagogică ,  
București 1985;
- [86] Sofroni , L.  
Brabie , V.  
Bratu , C. - " Bazele teoretice ale turnării "Editura Didactică și  
Pedagogică , București 1980;
- [87] Sonder , E.  
Kühl , H. - " Untersuchung der Bremskomponenten bei den  
Schnellfahrten bis 250 km/h auf der Verssuchsstreche  
Gütersloh-Neubeckum "  
Leichtbau der Verkehrsfahrzeuge, nr. 2 / 3, 1977;
- [88] Taschinger , H. - " Kunststoffbelagbremsen unter besonderer  
Berücksichtigung der Scheibenbremse "  
Eisenbahntechnische Rundschau 153 , Heft 12;
- [89] Teodorescu , N.  
Olariu , V. - " Ecuatii diferențiale și cu derivate parțiale "  
Vol. I, II, III. Editura Tehnică, București 1979;

- [90] Tickle , C.J.F.  
Watson , J.C.
- [91] Val , Y.
- [92] Val , Y.
- [93] Val , Y.
- [94] Vila , J.
- [95] Velu , J.C.
- [96] Zăgănescu , I.  
Gheorghiu , O.  
Dungan , M.C.
- [97] Zăgănescu , I.
- [98] \*\*\*\*\*
- [99] \*\*\*\*\*
- [100] \*\*\*\*\*
- [101] \*\*\*\*\*
- " Testing railway friction brakes "  
Railway Engineer International , nr.6 / 1980;
  - " Proyecto para enlazar Sidney y Melbourne a 300 km/h "  
" Via Libre nr.326, martie 1991;
  - " Entra en servicio comercial el tren ICE alemán " Via  
Libre nr. 329 , iunie 1991;
  - " Japón presenta un tren *bala* a 350 km/h "  
Via Libre nr.340 , mai 1992;
  - " Una rama sin modificaciones batió el récord de  
velocidad "  
Lineas del tren nr.62 , mai 1993;
  - " La semelle composite " Revue Générale des Chemins  
de Fer , mai 1989;
  - " Studiul cauzelor rotirii bandajelor roților la locomotivele  
electrice de 5100 Kw livrate de Uzinele Electroputere  
Craiova, Căilor Ferate  
Iugoslave " Timișoara 1973;
  - " Locomotive și automotoare cu motoare termice "  
Editura Didactică și Pedagogică , București 1972;
  - " Norma técnica de mantenimiento. Bloques de freno  
"RENFE, Dirección de Material Rodante, UTS / 446;
  - " Puissance limite de freinage du frein a disques "ERRI  
B 126 , Raport nr. 9 , aprilie 1985;
  - " Cercetări privind introducerea frânelor de mare putere  
pentrufrânarea trenurilor. Frâna cu disc "I.S.C.P.T  
București 1972;
  - " Die Bremsen des TGV und des ICE "  
Schienenfahrzeuge nr. 3 / 1990.

```

program CIBVMV; { Calculul temperaturii bandajului}

uses crt,graph;

type
  FiR11=array[1..9, 1..6] of real;
  FiR22=array[1..9, 1..6] of real;
var
  (*****)
  Gr ,CsiM ,V ,dR ,DltK ,bK ,Dcc ,LdR ,           { date init }
  GmR , Cr , LdK , GmK ,Ck ,Vl ,Xr,t           :real;
  tb ,Sor ,Qa ,Cb ,Cs ,aR ,aK ,FoK ,fK ,       { calc preg }
  R1 ,R2                                       :real;
  FiR1                                         :FiR11;
  FiR2                                         :FiR22;
  A0,A1,A2,A3,B0,B1,B2,B3,C0,C1,C2,C3,D3,
  AA1,AA2,AA3,BB1,BB2,BB3,CC1,CC2,CC3,DD1,DD2,DD3,
  EE1,EE2,EE3,FF3,GG3,HH3                   :real;
  FrinareOprire                             :boolean;
  DltV                                        :real;   { calc temp }
  Tz,Tw,Tx,Code,xx,yy,zz,qq,qwe            :integer;
  F                                           :File of Real;
  a,b                                         :Real;
  Mid,s1,s2,s3,s4                           :string;
  gd,gm,maxx,maxy,i,j                       :Integer;

  (*****)
procedure Intro;
var ch:char;
    p,o:integer;
begin
  Clrscr;
  Writeln('                               Tipul Frinarii ');
  Writeln;
  Writeln('   Pentru ce tip de frinare se introduc datele ?');
  Writeln;
  Writeln('   1.) Frinare de oprire .');
  Write('   2.) Frinare de durata .');
  repeat
    ch:=readkey;
  until (ch='1') or (ch='2');
  if ch='1' then FrinareOprire := true
    else FrinareOprire := false;
  for p:=1 to 6 do
    begin
      for o:=1 to 9 do
        begin
          FiR2[o,p]:=0;
        end;
      end;
    end;
end;

procedure DateInitiale;
begin
  Clrscr;
  Writeln('                               Introducere date initiale ');
  Writeln;
  Write('   Sarcina pe roata [KgF] :');Readln(Gr);
  Write('   Factorul de masa      :');Readln(CsiM);
  Write('   Viteza [Km/h]             :');Readln(V);
  Write('   Diametrul rotii [m]       :');Readln(dR);
  Write('   Latimea sabotului [m]     :');Readln(DltK);
  Write('   Grosimea sabotului [m]    :');Readln(bK);

```

```

Write(' Deceleratia [m/s2]      :');Readln(Dcc);
Writeln;
Writeln('                          Date pentru roata ');
Writeln;
Write(' Coeficientul de conductibilitate [Kcal/m·h·°C] :');Readln(LdR);
Write(' Greutatea specifica [KgF/m·m2]      :');Readln(GmR);
Write(' Caldura specifica [Kcal/KgF·°C]      :');Readln(Cr);
Writeln;
Writeln('                          Date pentru sabot ');
Writeln;
Write(' Coeficientul de conductibilitate [Kcal/m·h·°C] :');Readln(LdK);
Write(' Greutatea specifica [KgF/m·m2]      :');Readln(GmK);
Write(' Caldura specifica [Kcal/KgF·°C]      :');Readln(Ck);
Writeln('-----');
Write(' Temperatura aerului [°C]          :');Readln(V1);
nd;

```

```

procedure CalculePreg;
begin
  tb := round(V/(Dcc*3.6));
  Sor := Pi*dR*DltK;
  Qa := (CsiM*Gr*V*V*0.066346)/(tb*Sor);
  Cb := sqrt(LdR*GmR*Cr);
  Cs := sqrt(LdK*GmK*Ck);
  aR := LdR/(GmR*Cr);
  aK := LdK/(GmK*Ck);
  FoK := (aK*tb)/(bk*bk*3600);
  fK := ((5*sqrt(pi))*(FoK+0.5+(1/(15*FoK)))/(12*sqrt(FoK)));
  If Xr>0 then R1 := (Xr*60)/sqrt(4*aR*t)
  else R1 := 0;
  If t>tb then R2 := (Xr*60)/sqrt(4*aR*(t-tb))
  else R2 := 0;
  Clrscr;
nd;

```

```

procedure CalcululTemp;
begin
  If FrinareOprire then
  begin
    If Xr=0 then
    begin
      If t<tb then
      begin
        A0:=2*Qa*sqrt(t)*(1-2*t/3/tb);
        B0:=sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
        C0:=(1+Cs/fK/Cb);
        DltV := A0/B0/C0;
      end;
      If t=0.5*tb then
      begin
        A1:=sqrt(8)*Qa*sqrt(tb);
        B1:=3*sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600)*Cb;
        C1:=(1+Cs/fK/Cb);
        DltV:=A1/B1/C1;
      end;

      If t=tb then
      begin
        R2:=0;
        A2:=2*Qa*sqrt(t);
        B2:=3*sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
        C2:=(1+Cs/fK/Cb);
        DltV := A2/B2/C2;
      end;
    end;
  end;

```

```

    If t>tb then
    begin
        A3:=2*Qa*sqrt(t)*(1-2*t/3/tb);
        B3:=4*Qa*sqrt(t-tb)*(1-t/tb)/3;
        C3:=sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
        D3:=(1+Cs/fK/Cb);
        DltV :=(A3-B3)/C3/D3;
    end;
end
Else
begin
    If t<=tb then
    begin
        R1 := (Xr*60)/sqrt(4*aR*t);R2:=0;
        gotoxy(1,19);Writeln('Raportul R1 : ',R1:10:10);
        xx:=round(t/5); yy:=round(xr*100);
        zz:=0; qq:=0;
        gotoxy(28,19);write('Integrala erorilor a lui Gauss ,  $\phi(R1)$  : ');
        readln(FiR1[xx,yy]);
        AA2:=Qa/(1+Cs/fK/Cb);
        BB2:=2*sqrt(t)*exp((-1)*R1*R1)/sqrt(pi)/sqrt(3600)/Cb;
        CC2:=1-2/3*(1+R1*R1)*t/tb;
        DD2:=Xr*(1-FiR1[xx,yy])/LdR;
        EE2:=1-t/tb*(1+2*R1*R1/3);
        DltV :=AA2*(BB2*CC2-DD2*EE2);
    end;

    If t>tb then
    begin
        R1 := (Xr*60)/sqrt(4*aR*t);
        R2 := Xr*60/sqrt(4*aR*(t-tb));
        gotoxy(1,19);Writeln('Raportul R1 : ',R1:10:10);
        xx:=round(t/5); yy:=round(xr*100);
        gotoxy(28,19);write('Integrala erorilor a lui Gauss ,  $\phi(R1)$  : ');
        readln(FiR1[xx,yy]);
        gotoxy(1,20);Writeln('Raportul R2 : ',R2:10:10);
        zz:=round(t/5); qq:=round(xr*100);
        gotoxy(28,20);write('Integrala erorilor a lui Gauss ,  $\phi(R2)$  : ');
        readln(FiR2[zz,qq]);
        AA3:=Qa/(1+Cs/fK/Cb);
        BB3:=2/sqrt(pi)/Cb;
        CC3:=sqrt(t)/sqrt(3600)*exp((-1)*R1*R1);
        DD3:=1-2/3*t/tb*(1+R1*R1);
        EE3:=2/3*sqrt(t-tb)/sqrt(3600)*exp((-1)*R2*R2);
        FF3:=1-t/tb*(1+R1*R1);
        GG3:=Xr*(FiR2[zz,qq]-FiR1[xx,yy])/LdR;
        HH3:=1-t/tb*(1+2*R1*R1/3);
        DltV :=AA3*(BB3*(CC3*(DD3-EE3*FF3))-GG3*HH3);
    end;
end;
end;
end;

procedure Grafica;
var a:char;
begin
    writeln;
    writeln('          Press <ENTER> to continue');
    repeat
        a:=readkey;
    until a=#13;
    detectgraph(gd,gm);
    initgraph(gd,gm,'');

```



```

Maxx:=Getmaxx; Maxy:=Getmaxy;
setcolor(4);
Rectangle(0,0,Maxx-1,Maxy-1);
setcolor(5);
Line(100,60,100,430);Line(100,430,600,430);
Line(100,60,97,68);Line(100,60,103,68);
Line(600,430,590,427);line(600,430,590,433);
for i:=0 to 18 do
  begin
    line(100+25*i,428,100+25*i,432);
    str(25*i,s2);
    outtextxy(90+25*i,435,s2);
  end;
outtextxy(595,435,'t [s]');
outtextxy(87,60,'T [°C]');
xr:=0;
t:=0;
Repeat
  t:=t+0.5;
  begin
    If t=tb then R2 := 0;
    If Xr=0 then
      begin
        If t<tb then
          begin
            A0:=2*Qa*sqrt(t)*(1-2*t/3/tb);
            B0:=sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
            C0:=(1+Cs/fK/Cb);
            DltV := A0/B0/C0;
          end;

          If t=0.5*tb then
            begin
              A1:=sqrt(8)*Qa*sqrt(tb);
              B1:=3*sqrt(pi)*sqrt(3600)*Cb;
              C1:=(1+Cs/fK/Cb);
              DltV:=A1/B1/C1;
            end;

          If t=tb then
            begin
              A2:=2*Qa*sqrt(t);
              B2:=3*sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
              C2:=(1+Cs/fK/Cb);
              DltV := A2/B2/C2;
            end;

          If t>tb then
            begin
              A3:=2*Qa*sqrt(t)*(1-2*t/3/tb);
              B3:=4*Qa*sqrt(t-tb)*(1-t/tb)/3;
              C3:=sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
              D3:=(1+Cs/fK/Cb);
              DltV :=(A3-B3)/C3/D3;
            end;
          end;
    Putpixel(100+round(t),479-round(dltv)-7,10);
    case round(t) of
      5,10,20,25,30,35,40,45 :begin
        setcolor(14);
        line(100,472-round(dltv),100+round(t),472-round(
        line(100+round(t),472-round(dltv),100+round(t),4
        end;
      15 :begin

```

```

                                setcolor(14);
                                line(100,472-round(dltv),100+round(t),472-round(
                                line(100+round(t),472-round(dltv),100+round(t),4
                                str(round(dltv),s3);
                                setcolor(5);
                                outtextxy(70,470-round(dltv),s3);
                                end;
                                end;
                                setcolor(3);
                                outtextxy(300,100,'Xr = 0,0'+chr(round(48+xr))+ ' mm');
                                end;
                                until t>450;
                                setcolor(4);
                                setttextstyle(gothicfont,horizdir,2);
                                outtextxy(230,120,'Press <ENTER> to continue ');
                                repeat
                                a:=readkey;
                                until a=#13;
                                cleardevice;
                                {*****}
                                setttextstyle(defaultfont,horizdir,1);
                                setcolor(4);
                                Rectangle(0,0,Maxx-1,Maxy-1);
                                setcolor(5);
                                Line(100,60,100,430);Line(100,430,600,430);
                                Line(100,60,97,68);Line(100,60,103,68);
                                Line(600,430,590,427);line(600,430,590,433);
                                for i:=0 to 9 do
                                begin
                                line(100+25*i,428,100+25*i,432);
                                str(5*i,s2);
                                outtextxy(90+25*i,435,s2);
                                end;
                                outtextxy(595,435,'t [s]');
                                outtextxy(87,60,'T [°C]');
                                xr:=0;
                                t:=0;
                                Repeat
                                t:=t+0.5;
                                begin
                                If t=tb then R2 := 0;
                                If Xr=0 then
                                begin
                                If t<tb then
                                begin
                                A0:=2*Qa*sqrt(t)*(1-2*t/3/tb);
                                B0:=sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
                                C0:=(1+Cs/fK/Cb);
                                DltV := A0/B0/C0;
                                end;

                                If t=0.5*tb then
                                begin
                                A1:=sqrt(8)*Qa*sqrt(tb);
                                B1:=3*sqrt(pi)*sqrt(3600)*Cb;
                                C1:=(1+Cs/fK/Cb);
                                DltV:=A1/B1/C1;
                                end;

                                If t=tb then
                                begin
                                A2:=2*Qa*sqrt(t);
                                B2:=3*sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
                                C2:=(1+Cs/fK/Cb);

```

```

    DltV := A2/B2/C2;
end;

    If t>tb then
begin
    A3:=2*Qa*sqrt(t)*(1-2*t/3/tb);
    B3:=4*Qa*sqrt(t-tb)*(1-t/tb)/3;
    C3:=sqrt(pi)*Cb*sqrt(3600);
    D3:=(1+Cs/fK/Cb);
    DltV :=(A3-B3)/C3/D3;
end;
end;
Putpixel(100+5*(round(t)),479-round(dltv)-7,10);
case round(t) of
    5,10,20,25,30,35,40,45 :begin
        setcolor(14);
        line(100,472-round(dltv),100+5*(round(t)),472-ro
        line(100+5*(round(t)),472-round(dltv),100+5*(rou
        end;
    15 :begin
        setcolor(14);
        line(100,472-round(dltv),100+5*(round(t)),472-ro
        line(100+5*(round(t)),472-round(dltv),100+5*(rou
        str(round(dltv),s3);
        setcolor(5);
        outtextxy(70,470-round(dltv),s3);
        end;

    end;
    setcolor(3);
    outtextxy(300,100,'Xr = 0,0'+chr(round(48+xr))+ ' mm');
end;
until t>45;
setcolor(4);
settextstyle(gothicfont,horizdir,2);
outtextxy(230,120,'Press <ENTER> to continue ');readln;
repeat
    a:=readkey;
until a=#13;
settextstyle(defaultfont,horizdir,1);
CloseGraph;
end;

procedure Grafical;
var a:char;
begin
    writeln;
    writeln('                Press <ENTER> to continue');
    repeat
        a:=readkey;
    until a=#13;
    detectgraph(gd,gm);
    initgraph(gd,gm,'');
    Maxx:=Getmaxx; Maxy:=Getmaxy;
    Xr:=0;
    R1:=0; R2:=0;
    repeat
        setcolor(4);
        Rectangle(0,0,Maxx-1,Maxy-1);
        setcolor(5);
        Line(100,60,100,430);Line(100,430,600,430);
        Line(100,60,97,68);Line(100,60,103,68);
        Line(600,430,590,427);line(600,430,590,433);
        for i:=0 to 18 do
            begin

```

```

    line(100+25*i,428,100+25*i,432);
    str(25*i,s2);
    outtextxy(90+25*i,435,s2);
end;
outtextxy(595,435,'t [s]');
outtextxy(87,60,'T [°C]');
xr:=xr+1;
t:=0;
Repeat
    t:=t+5;
begin
    If t<=tb then
    begin
        R1 := (Xr*60/100)/sqrt(4*aR*t);
        xx:=round(t/5); yy:=round(xr);
        AA2:=Qa/(1+Cs/fK/Cb);
        BB2:=2*sqrt(t)*exp((-1)*R1*R1)/sqrt(pi)/sqrt(3600)/Cb;
        CC2:=1-2/3*(1+R1*R1)*t/tb;
        DD2:=Xr/100*(1-FiR1[xx,yy])/LdR;
        EE2:=1-t/tb*(1+2*R1*R1/3);
        Dltv :=AA2*(BB2*CC2-DD2*EE2);
    end;

    If t>tb then
    begin
        R1 := (Xr*60/100)/sqrt(4*aR*t);
        R2 := (Xr*60/100)/sqrt(4*aR*(t-tb));
        xx:=round(t/5); yy:=round(xr);
        zz:=round(t/5); qq:=round(xr);
        AA3:=Qa/(1+Cs/fK/Cb);
        BB3:=2/sqrt(pi)/Cb;
        CC3:=sqrt(t)/sqrt(3600)*exp((-1)*R1*R1);
        DD3:=1-2/3*t/tb*(1+R1*R1);
        EE3:=2/3*sqrt(t-tb)/sqrt(3600)*exp((-1)*R2*R2);
        FF3:=1-t/tb*(1+R1*R1);
        GG3:=Xr/100*(FiR2[zz,qq]-FiR1[xx,yy])/LdR;
        HH3:=1-t/tb*(1+2*R1*R1/3);
        Dltv :=AA3*(BB3*(CC3*(DD3-EE3*FF3))-GG3*HH3);
    end;
Putpixel(100+4*(round(t)),479-round(dltv)-7,10);
case round(t) of
    5,10,20,25,30,35,40,45 :begin
        setcolor(14);
        line(100,472-round(dltv),100+4*(round(t)),472-ro
        line(100+4*(round(t)),472-round(dltv),100+4*(rou
        end;
    15 :begin
        setcolor(14);
        line(100,472-round(dltv),100+4*(round(t)),472-ro
        line(100+4*(round(t)),472-round(dltv),100+4*(rou
        str(round(dltv),s3);
        setcolor(5);
        outtextxy(70,470-round(dltv),s3);
        end;

    end;
setcolor(3);
outtextxy(300,100,'Xr = 0,0'+chr(round(48+xr))+ ' mm');
end;
until t>40;
readln;
cleardevice;
until xr>5;
readln;
setcolor(4);

```

```

settextstyle(gothicfont,horizdir,2);
outtextxy(230,120,'Press <ENTER> to continue ');readln;
repeat
  a:=readkey;
until a=#13;
settextstyle(defaultfont,horizdir,1);
closegraph;
end;

procedure Rezultate;
begin
  tb:=round(tb);
  Writeln('
  Writeln('
  Writeln;HighVideo;
  Writeln('
  Writeln('
  Writeln;NormVideo;
  Writeln(' Durata frinarii : ',tb:10:10,' [s]');
  Writeln(' Suprafata de frecare a bandajului : ',Sor:10:10,' [m2]');
  Writeln(' Sarcina termica specifica : ',Qa:10:10,' [Kcal/m2·h]');
  Writeln(' Constanta de material a bandajului : ',Cb:10:10,' [Kcal/m2·°C·√h]');
  Writeln(' Constanta de material a sabotului : ',Cs:10:10,' [Kcal/m2·°C·√h]');
  Writeln;
  Writeln(' - bandajului : ',aR:10:10,' [m2/
  Writeln(' Coeficientul de difuzivitate al: <');
  Writeln(' - sabotului : ',aK:10:10,' [m2/
  Writeln;
  Writeln(' Coeficientul Fourier : ',Fok:10:10,' - Adimensional ');
  Writeln(' Factorul de corectie : ',fK:10:10,' - Adimensional ');
  Writeln;
  HighVideo;
  Writeln(' Temperatura bandajului : ',DltV:10:10);
  NormVideo;
end;

procedure Rezultate3;
begin
  tb:=round(tb);
  Writeln('
  Writeln('
  Writeln;HighVideo;
  Writeln('
  Writeln('
  Writeln;NormVideo;
  Writeln(' Durata frinarii : ',tb:10:10,' [s]');
  Writeln(' Suprafata de frecare a bandajului : ',Sor:10:10,' [m2]');
  Writeln(' Sarcina termica specifica : ',Qa:10:10,' [Kcal/m2·h]');
  Writeln(' Constanta de material a bandajului : ',Cb:10:10,' [Kcal/m2·°C·√h]');
  Writeln(' Constanta de material a sabotului : ',Cs:10:10,' [Kcal/m2·°C·√h]');
  Writeln;
  Writeln(' - bandajului : ',aR:10:10,' [m2/
  Writeln(' Coeficientul de difuzivitate al: <');
  Writeln(' - sabotului : ',aK:10:10,' [m2/
  Writeln;
  Writeln(' Coeficientul Fourier : ',Fok:10:10,' - Adimensional ');
  Writeln(' Factorul de corectie : ',fK:10:10,' - Adimensional ');
  gotoxy(4,19);Writeln('Raportul R1 : ',R1:10:10);
  gotoxy(35,19);writeln('Integrala erorilor , φ(R1) : ',FiR1[xx,yy]:10:10);
  gotoxy(4,20);Writeln('Raportul R2 : ',R2:10:10);
  gotoxy(35,20);write('Integrala erorilor , φ(R2) : ',FiR2[zz,qq]:10:10);
  Writeln;
  HighVideo;
  Writeln(' Temperatura bandajului : ',DltV:10:10);

```

```

NormVideo;
end;

begin
Intro;
DateInitiale;
For Tw := 0 to 6 do
begin
Xr := Tw/100;
For Tz := 1 to 9 do
begin
case tw of
0:begin
HighVideo;
Gotoxy(1,24);
Write('Introduceti timpul pentru Xr = ',tw/100:2:2,' : ');Read(t);
NormVideo;
CalculePreg;
CalcululTemp;
Clrscr;
Rezultate;
end;
1..6: begin
HighVideo;
Gotoxy(1,24);
Write('Introduceti timpul pentru Xr = ',tw/100:2:2,' : ');Read(t);
NormVideo;
CalculePreg;
CalcululTemp;
Clrscr;
Rezultate3;
end;
end;
end;
end;
Grafica;
end.

```

## ANEXA 4.2

```
Program Graphics;
```

```
Uses Crt, graph;
```

```
var
```

```
  A, B, C, D : Real;
  lg,ld,g,Psim :Real;
  Sd, Tz, v, cg, cd, gg, gd, Qd, tb :Integer;
  x1,x2,y1,y2 :Integer;
  sadmin,sdmax,ymin,ymax :Real;
  x,y,_Dt :Real;
  xev,yev,x0,y0,xe,ye,xs,ys,xx,yy,i :Integer;
```

```
procedure GrInit;
```

```
var
```

```
  Ggd, Ggm :Integer;
begin
  Ggd :=Detect;
  InitGraph(Ggd,Ggm,'c:\tp\bgi');
end;
```

```
function Dt(_Sd :Real) :Real;
```

```
begin
```

```
  A := 2/(1+sqrt((lg*gg*cg)/(ld*gd*cd)));
  B := sqrt((8*tb)/(9*pi*ld*gd*cd));
  C := Psim*Qd*v*v*3600;
  D := 4*427*g*_Sd*tb*3.6*3.6;
  Dt := B*A*(C/D);
end;
```

```
begin
```

```
  GrInit;
  gg := 2800; { 1000..2800 }
  cg := 2094; { 628..2094 }
  lg := 1.01181; { 0.16282..1.01181 }
  gd := 7330;
  cd := 754;
  ld := 29.2;
  v := 120;
  sadmin := 0.2;
  sdmax := 0.3;
  g := 9.80665;
  Psim := 1.05;
  tb := 50;
  Qd := 5000;
```

```
  Ymin := Dt(Sdmin);
```

```
  Ymax := Ymin;
```

```
  Qd := 2500;
```

```
  For Tz := 1 to 7 do begin
```

```
    { Valori reale Ymin si Ymax }
```

```
    Qd := Qd + 2500;
```

```
    For Sd := 20 to 30 do begin
```

```
      _Dt := Dt(Sd/100);
```

```
      If _Dt > Ymax Then Ymax := _Dt;
```

```
      If _Dt < Ymin Then Ymin := _Dt;
```

```
    end;
```

```
  end;
```

```
  Ymin := 0;
```

```
  Ymax := 600;
```

```
  x1 := 40;
```

```
  y1 := 40;
```

```

x2 := GetMaxX-20;
y2 := GetMaxY-20;

SetBkColor(White);
SetColor(DarkGray);
SetLineStyle(DottedLn,0,NormWidth);

y2 :=GetMaxY-y2;           { Dreptunghi de incadrare }
y1 :=GetMaxY-y1;         { Inversare axa y }

Rectangle(x1,y2,x2,y1);
ys :=Round((y1-y2)/10);   { y seed }
xs :=Round((x2-x1)/10);   { x seed }
yy :=y2;
xx :=x1;
For Tz :=1 to 9 do begin  { Trasare 9 linii pe x }
  Inc(yy,ys);
  Line(x1,yy,x2,yy);
end;
For Tz :=1 to 9 do begin  { Trasare 9 linii pe y }
  Inc(xx,xs);
  Line(xx,y1,xx,y2);
end;

SetColor(LightRed);
SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);

x0 :=Round((sdmax*x1-sdmin*x2)/(sdmax-sdmin));           { Axele de coordonate }
If (sdmin<=0) and (0<=sdmax) Then Line(x0,y2,x0,y1);
y0 :=Round((ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
If (ymin<=0) and (0<=ymax) Then Line(x1,y0,x2,y0);

SetColor(DarkGray);
SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);

Qd := 2500;

For Tz := 1 to 7 do begin
  Qd := Qd + 2500;
  xev :=Round((x2-x1)*sdmin/(sdmax-sdmin)+(sdmax*x1-sdmin*x2)/(sdmax-sdmin));
  yev :=Round((y2-y1)*Dt(sdmin)/(ymax-ymin)+(ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
  For i := 0 to (x2-x1) do begin
    x := sdmin+i*(sdmax-sdmin)/(x2-x1);
    xe := Round((x2-x1)*x/(sdmax-sdmin)+(sdmax*x1-sdmin*x2)/(sdmax-sdmin));
    y := Dt(x);
    ye := Round((y2-y1)*y/(ymax-ymin)+(ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
    If y <= 600 Then begin
      MoveTo(xe,ye);
      LineTo(xev,yev);
      xev := xe;
      yev := ye;
    end;
  end;
end;

Readln;
CloseGraph;
end.

```



```

Program Graphics;
Uses Crt, graph;

Var
  A, B, C, D : Real;
  Sd, lg, ld, g, Psim : Real;
  Tz, v, cg, cd, gg, gd, Qd, tb : Integer;
  x1,x2,y1,y2 : Integer;
  tbmin,tbmax,ymin,ymax : Real;
  x,y,_Dt : Real;
  xev,yev,x0,y0,xe,ye,xs,ys,xx,yy,i :Integer;

Procedure GrInit;
Var
  Ggd, Ggm :Integer;
begin
  Ggd :=Detect;
  InitGraph(Ggd,Ggm,'c:\tp7\bgi');
end;

Function Dt(_tb :Real) :Real;
begin
  A := 2/(1+sqrt((lg*gg*cg)/(ld*gd*cd)));
  B := sqrt((8*_tb)/(9*pi*ld*gd*cd));
  C := Psim*Qd*v*v*3600;
  D := 4*427*g*Sd*_tb*3.6*3.6;
  Dt := B*A*(C/D);
end;

begin
  GrInit;
  gg := 2800;           { 1000..2800 }
  cg := 2094;          { 628..2094 }
  lg := 1.01181;       { 0.16282..1.01181 }
  gd := 7330;
  cd := 754;
  ld := 29.2;
  v := 300;
  tbmin := 30;
  tbmax := 50;
  g := 9.80665;
  Psim := 1.05;
  Qd := 5000;
  Sd := 0.3;

  Ymin := Dt(tbmin);
  Ymax := Ymin;

  Qd := 2500;
  For Tz := 1 to 7 do begin
    Qd := Qd + 2500;           { Valori reale Ymin si Ymax }
    For tb := 30 to 50 do begin
      _Dt := Dt(tb);
      If _Dt > Ymax Then Ymax := _Dt;
      If _Dt < Ymin Then Ymin := _Dt;
    end;
  end;
  Ymin := 0;
  Ymax := 600;
  x1 := 40;
  y1 := 40;
  x2 := GetMaxX-20;
  y2 := GetMaxY-20;

```

```

SetBkColor(White);
SetColor(DarkGray);
SetLineStyle(DottedLn,0,NormWidth);

y2 :=GetMaxY-y2;
y1 :=GetMaxY-y1;                                ( Dreptunghi de incadrare )
                                                ( Inversare axa y )

Rectangle(x1,y2,x2,y1);
ys :=Round((y1-y2)/10);                          ( y seed )
xs :=Round((x2-x1)/10);                          ( x seed )
yy :=y2;
xx :=x1;
For Tz :=1 to 9 do begin                          ( Trasare 9 linii pe x )
  Inc(yy,ys);
  Line(x1,yy,x2,yy);
end;
For Tz :=1 to 9 do begin                          ( Trasare 9 linii pe y )
  Inc(xx,xs);
  Line(xx,y1,xx,y2);
end;

SetColor(LightRed);
SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);

x0 :=Round((tbmax*x1-tbmin*x2)/(tbmax-tbmin));    ( Axele de coordonate
If (tbmin<=0) and (0<=tbmax) Then Line(x0,y2,x0,y1);
y0 :=Round((ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
If (ymin<=0) and (0<=ymax) Then Line(x1,y0,x2,y0);

SetColor(DarkGray);
SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);

Qd := 2500;

For Tz := 1 to 7 do begin
  Qd := Qd + 2500;
  xev :=Round((x2-x1)*tbmin/(tbmax-tbmin)+(tbmax*x1-tbmin*x2)/(tbmax-tbmin));
  yev :=Round((y2-y1)*Dt(tbmin)/(ymax-ymin)+(ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
  For i := 0 to (x2-x1) do begin
    x := tbmin+i*(tbmax-tbmin)/(x2-x1);
    xe := Round((x2-x1)*x/(tbmax-tbmin)+(tbmax*x1-tbmin*x2)/(tbmax-tbmin));
    y := Dt(x);
    ye := Round((y2-y1)*y/(ymax-ymin)+(ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
    If y <= 600 Then begin
      MoveTo(xe,ye);
      LineTo(xev,yev);
      xev := xe;
      yev := ye;
    end;
  end;
end;

Readln;
CloseGraph;
1.

```

```

$F+)
Program Graphics;
uses Crt, Graph;
const
  gd=7330;
  cd=754;
  ld=29.2;
type
  Functie = Function(x :Real) :Real;
var
  x1,x2,y1,y2 :Integer;
  xmin,xmax,ymin,ymax :Real;
  x,y,fc,lg,g,Psim,Sd :Real;
  gg,cg,Qd,tb :Integer;
  xev,yev,x0,y0,xe,ye,xs,ys,xx,yy,Tz,i :Integer;
function qm(v :Real) :Real;
begin
  qm :=(Psim*Qd*sqr(v)*3600)/(427*4*g*Sd*tb*sqr(3.6));
end;

function Dt(v :Real) :Real;
begin
  Dt :=sqrt((8*tb)/(9*pi*gd*ld*cd))*fc*qm(v);
end;

procedure GrInit;
var
  Gd, Gm :Integer;
begin
  Gd :=Detect;
  InitGraph(Gd,Gm,'c:\tp7\bgi');
end;

procedure Graphic(Dt :Functie; xmin,xmax :Real; x1,y1,x2,y2 :Integer);
begin
  fc :=2/(1+sqrt(gg*lg*cg)/sqrt(gd*ld*cd));      { Calculul lui fc }

  SetBkColor(White);
  SetColor(DarkGray);
  SetLineStyle(DottedLn,0,NormWidth);

  y2 :=GetMaxY-y2;      { Dreptunghi de incadrare }
  y1 :=GetMaxY-y1;      { Inversare axa y }
  Rectangle(x1,y2,x2,y1);
  ys :=Round((y1-y2)/10);      { y seed }
  xs :=Round((x2-x1)/10);      { x seed }
  yy :=y2;
  xx :=x1;
  For Tz :=1 to 9 do begin      { Trasare 9 linii pe x }
    Inc(yy,ys);
    Line(x1,yy,x2,yy);
  end;
  For Tz :=1 to 9 do begin      { Trasare 9 linii pe y }
    Inc(xx,xs);
    Line(xx,y1,xx,y2);
  end;

  Qd := 5000;

  ymin :=Dt(xmin);      { Valori initiale ymin, ymax }
  ymax :=ymin;

  Qd :=5000;      { Calcul ymin, ymax reale pt }
  For Tz :=1 to 7 do begin      { cele 4 valori ale lui Qd }

```

```

For i :=0 to (x2-x1) do begin
  x :=xmin+i*(xmax-xmin)/(x2-x1);
  y :=Dt(x);
  if y>ymax Then ymax :=y;
  if y<ymin Then ymin :=y;
end;
Qd :=Qd+2500;
end;
ymax :=600;

SetColor(LightRed);
SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);

x0 :=Round((xmax*x1-xmin*x2)/(xmax-xmin));           { Axele de coordonate }
If (xmin<=0) and (0<=xmax) Then Line(x0,y2,x0,y1);
y0 :=Round((ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
If (ymin<=0) and (0<=ymax) Then Line(x1,y0,x2,y0);

SetColor(DarkGray);
SetLineStyle(SolidLn,0,NormWidth);

Qd :=5000;
For Tz :=1 to 7 do begin                               { Trasarea functiei }
  xev :=Round((x2-x1)*xmin/(xmax-xmin)+(xmax*x1-xmin*x2)/(xmax-xmin));
  yev :=Round((y2-y1)*Dt(xmin)/(ymax-ymin)+(ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
  For i :=0 to (x2-x1) do begin
    x :=xmin+i*(xmax-xmin)/(x2-x1);
    xe :=Round((x2-x1)*x/(xmax-xmin)+(xmax*x1-xmin*x2)/(xmax-xmin));
    y :=Dt(x);
    ye :=Round((y2-y1)*y/(ymax-ymin)+(ymax*y1-ymin*y2)/(ymax-ymin));
    If y<=600 Then begin
      MoveTo(xe,ye);
      LineTo(xev,yev);
      xev :=xe;
      yev :=ye;
    end;
  end;
  Qd :=Qd+2500;
end;
id;

sgin
gg :=2800;           { 1000..2800 }
cg :=2094;           { 628..2094 }
lg :=1.01181;       { 0.16282..1.01181 }
Sd :=0.28;
tb :=50;
g :=9.80665;
Psim :=1.05;

ClrScr;
Writeln('Intervalul [Vmin,Vmax] ? ');
Writeln;
Write('Viteza minima = '); Readln(xmin);
Write('Viteza maxima = '); Readln(xmax);

GrInit;
Graphic(Dt,xmin,xmax,40,40,GetMaxX-20,GetMaxY-20);
Readln;
CloseGraph;
id.

```

### ANEXA 4.3

ORIGIN  $\equiv 1$

Date de aproximare

$$x := \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad y := \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$n := \text{length}(x)$

Gradul polinomului de aproximare este  $m$ ;  $m \in \mathbb{N}$

$i := 1 \dots n$

$k := 1 \dots 2m + 1$

$$S_k := \sum_{i=1}^n x_i^{k-1}$$

$k := 1 \dots m + 1$

$$b_k := \sum_{i=1}^n y_i \cdot x_i^{k-1}$$

$i := 1 \dots m + 1 \quad j := 1 \dots m + 1$

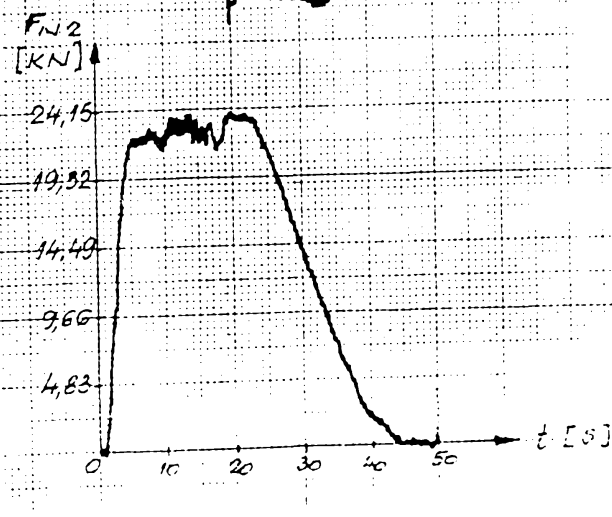
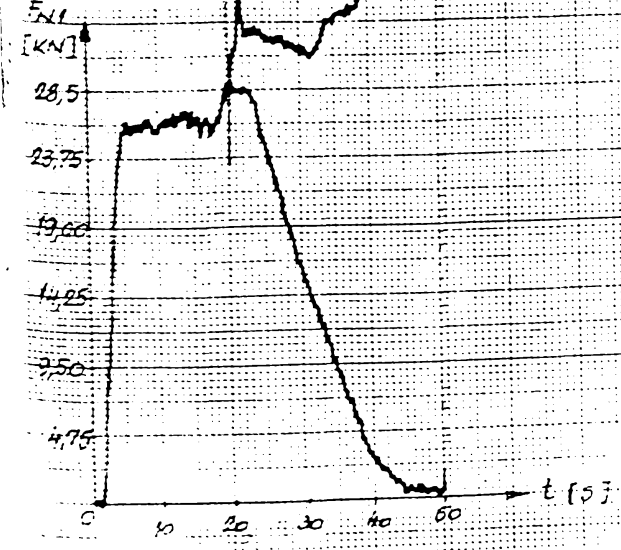
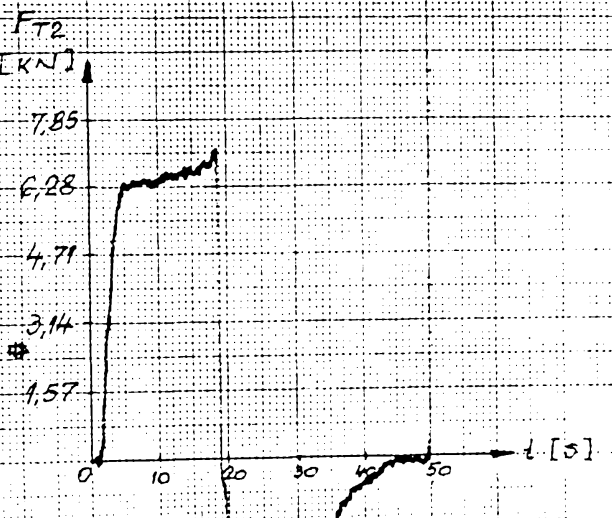
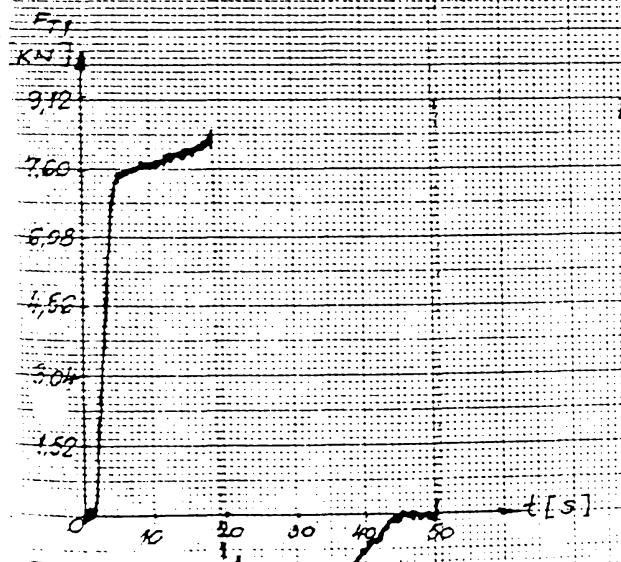
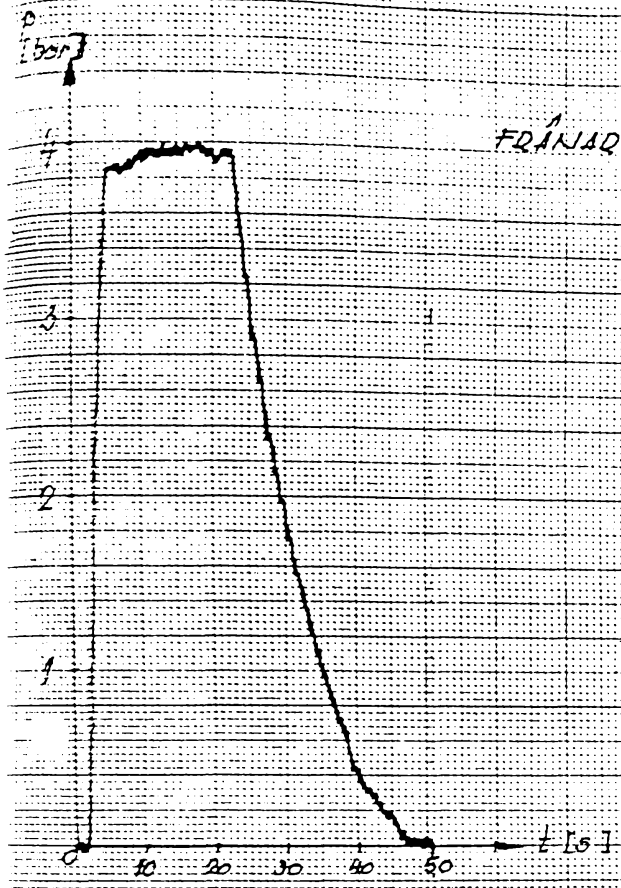
$$a_{i,j} := S_{i+j-1}$$

$$c := a^{-1}b$$

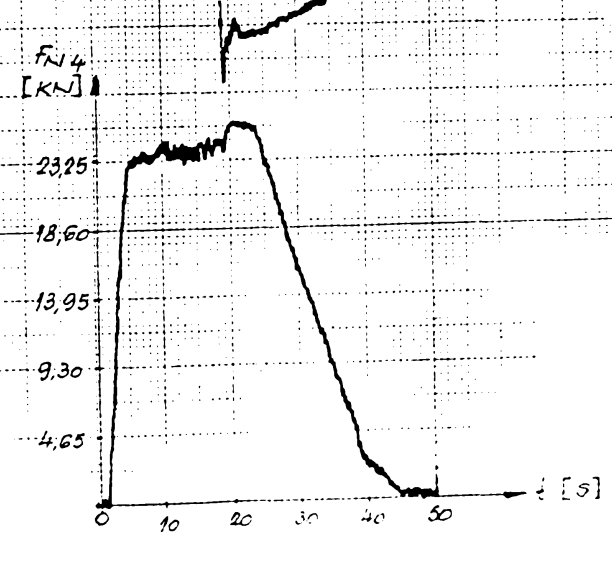
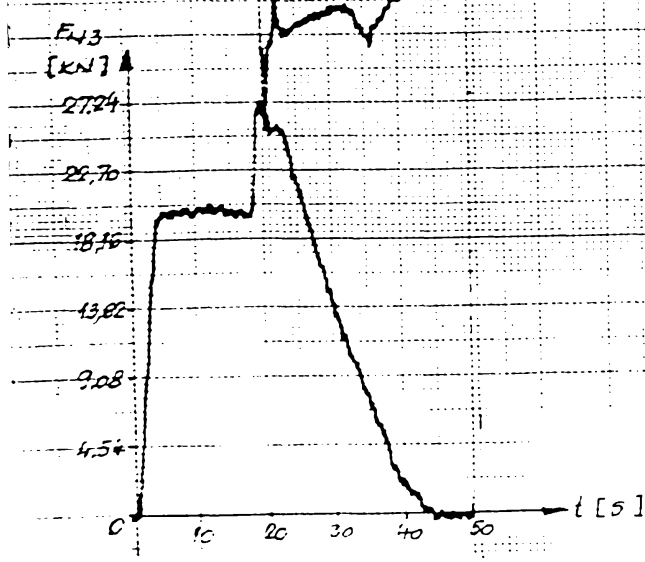
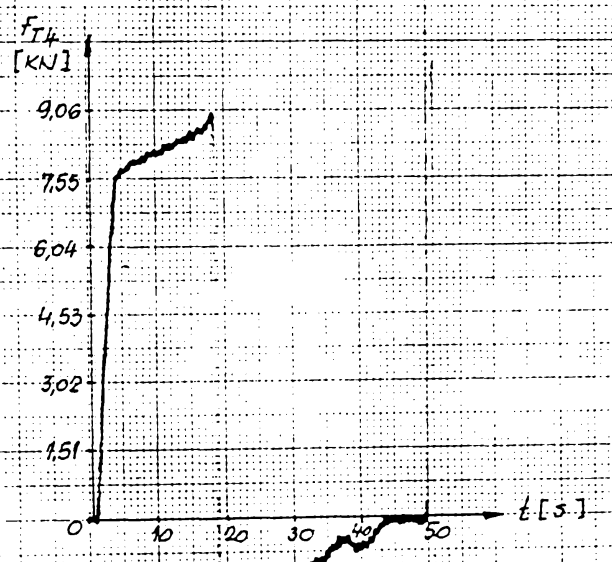
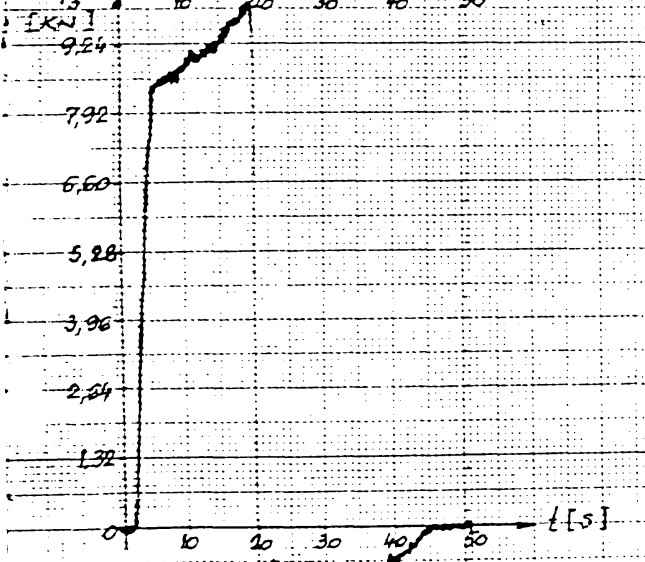
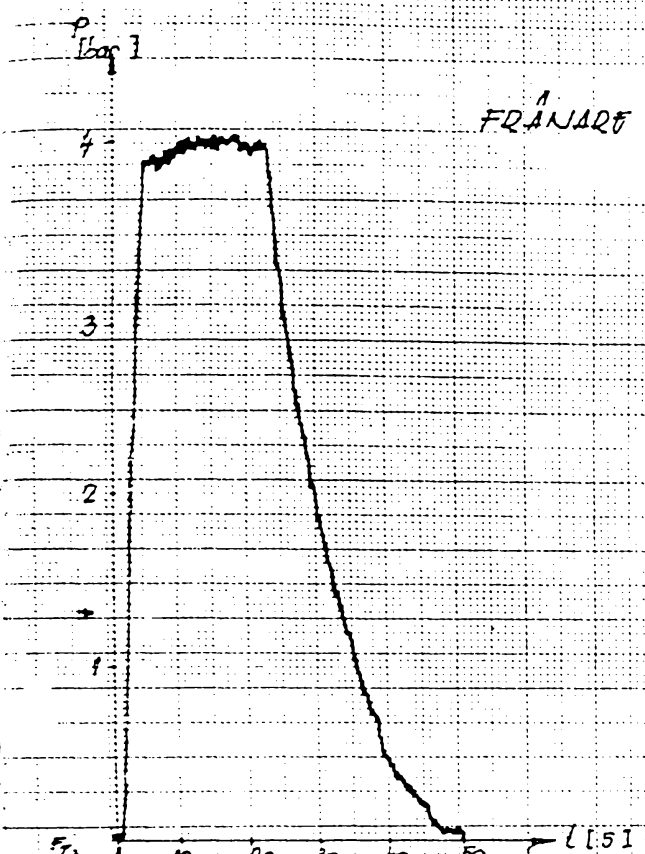
Coeficienții polinomului de aproximare sunt:

$$c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{bmatrix}$$

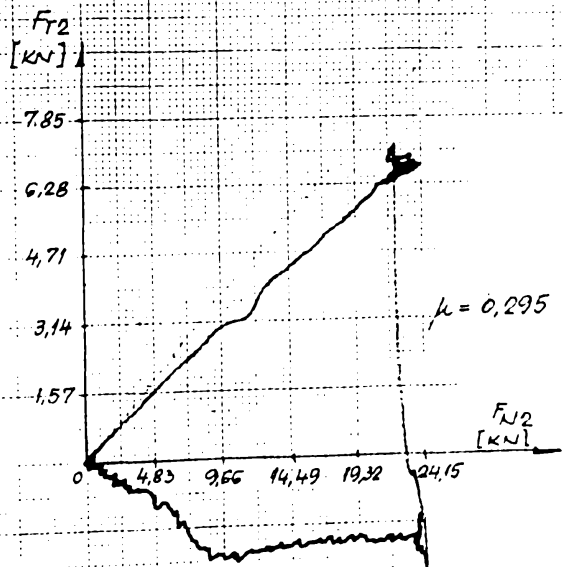
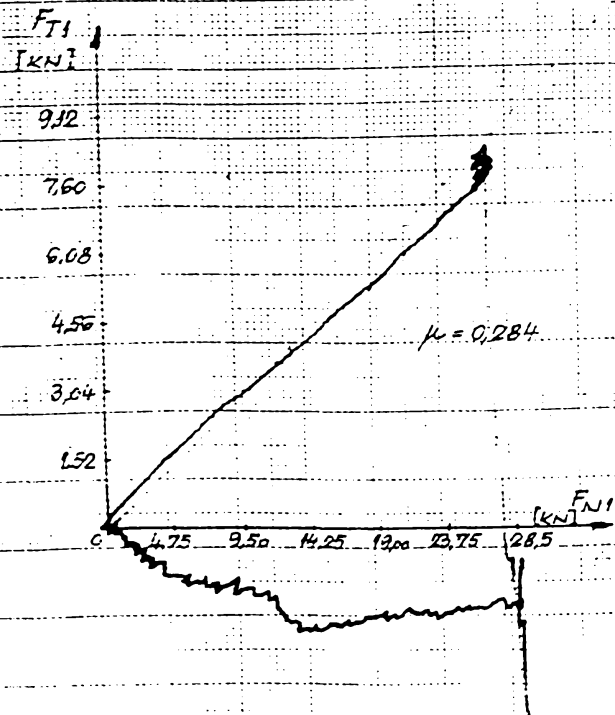
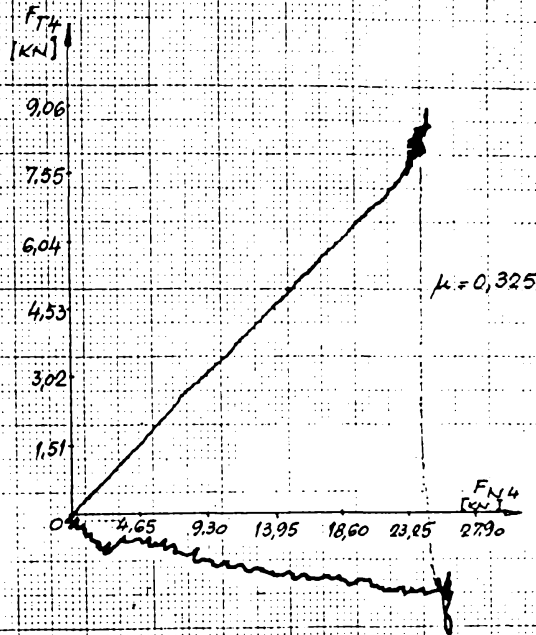
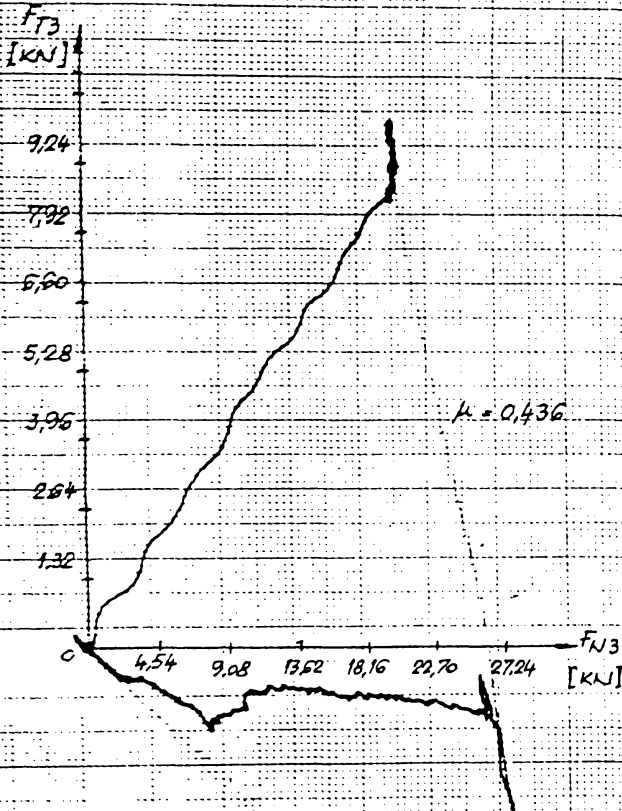
### FRÂNARE DE LA 40 km/h



### FRÂNARE DE LA 40 km/h

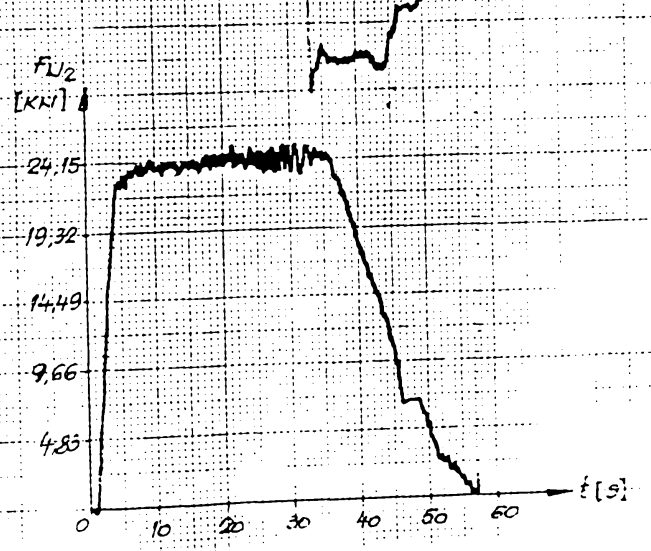
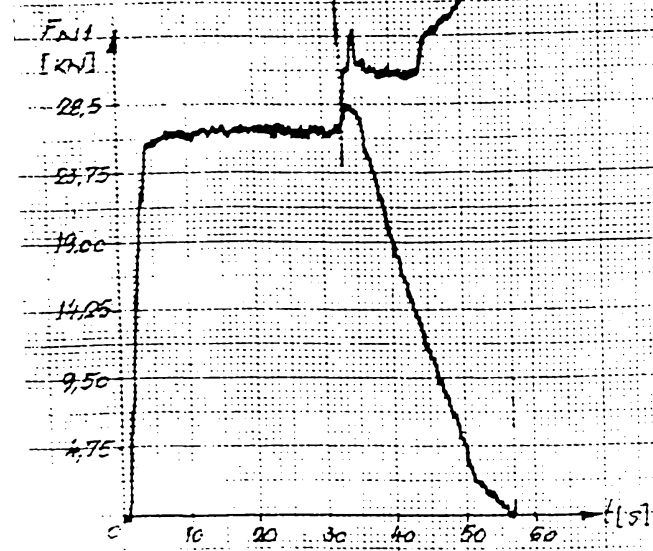
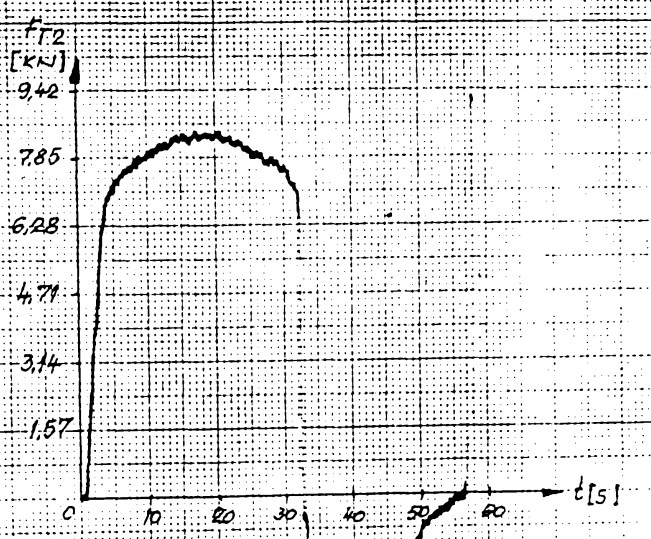
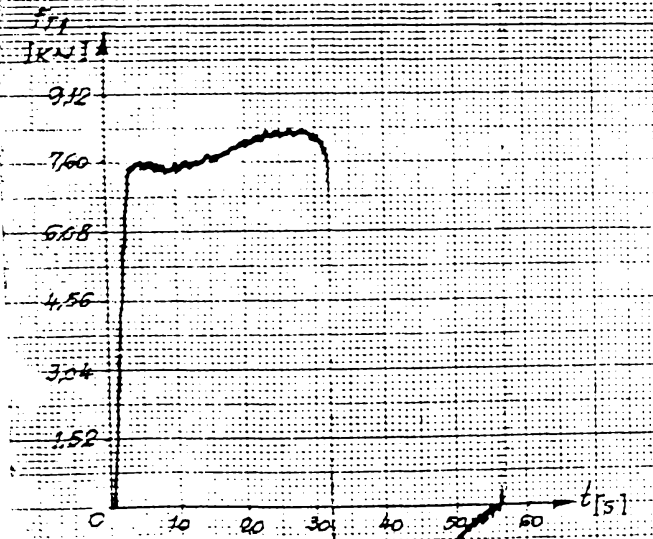
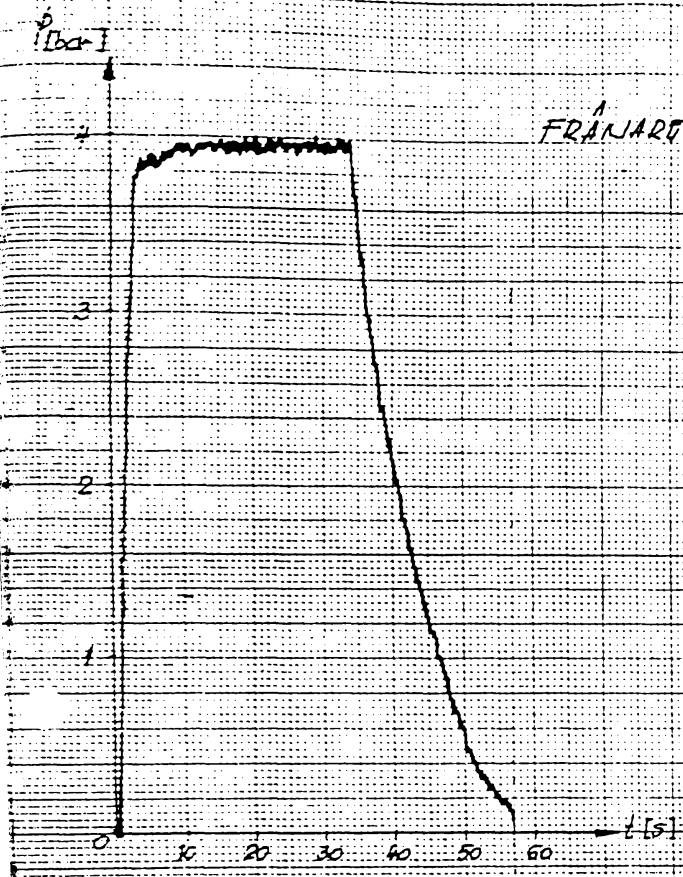


FRÂNARE DE LA 40 km/h

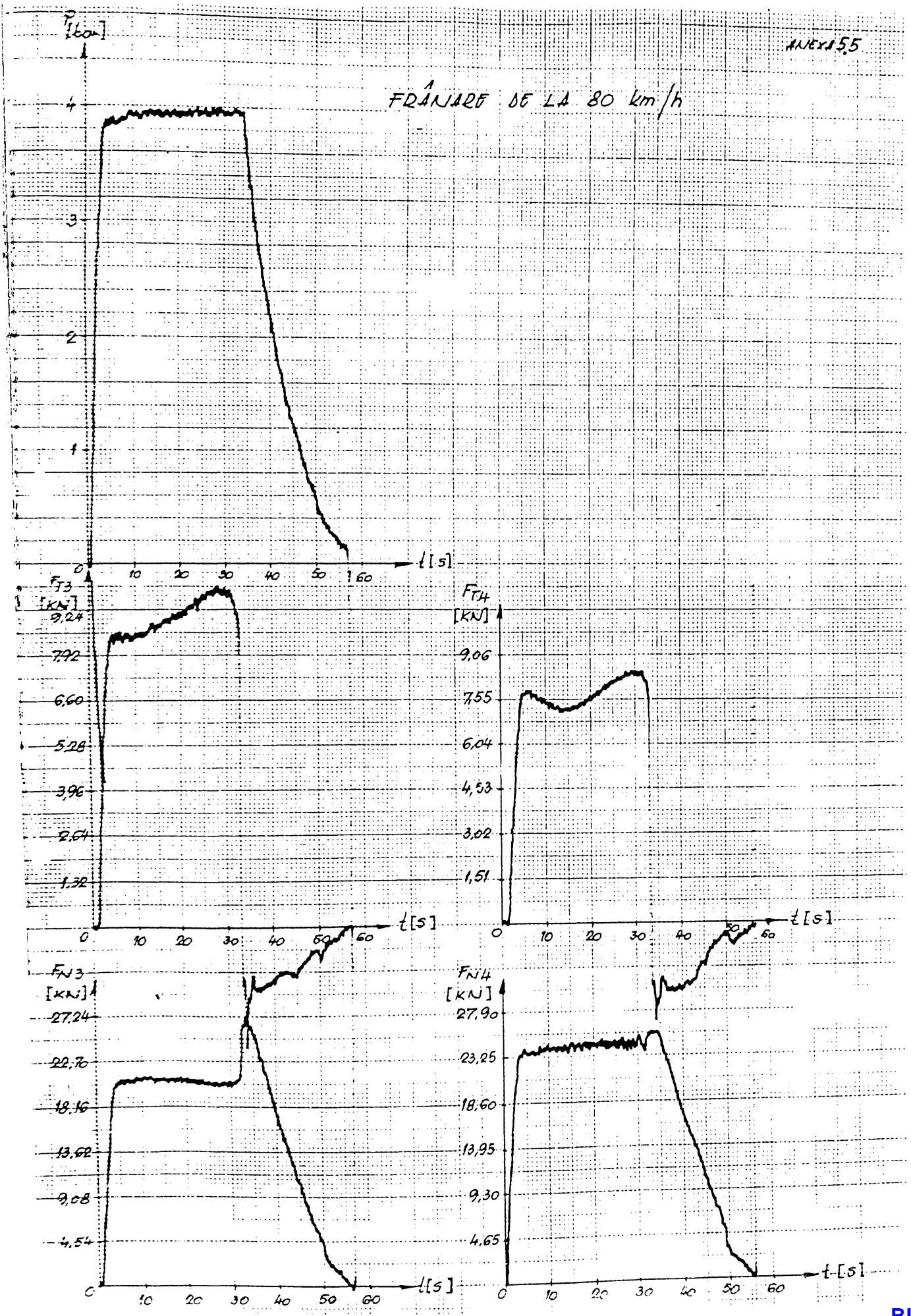




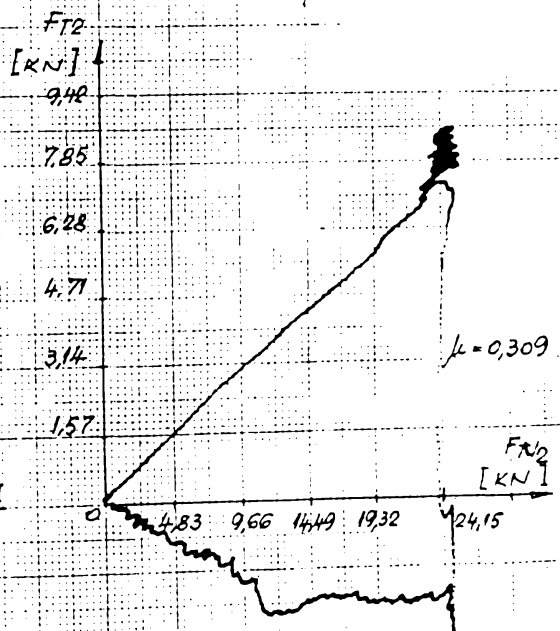
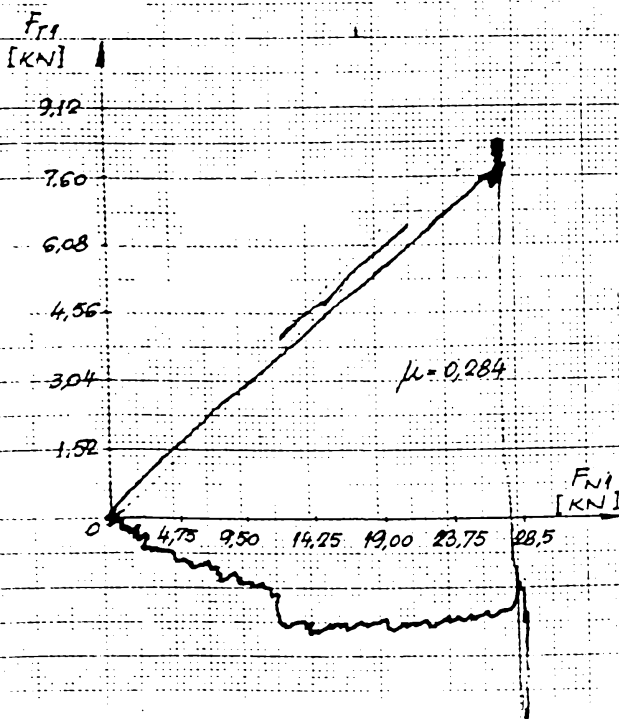
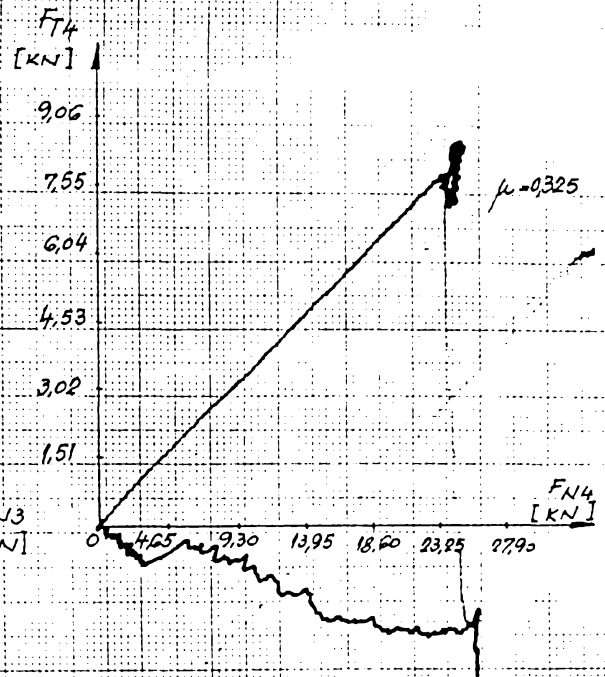
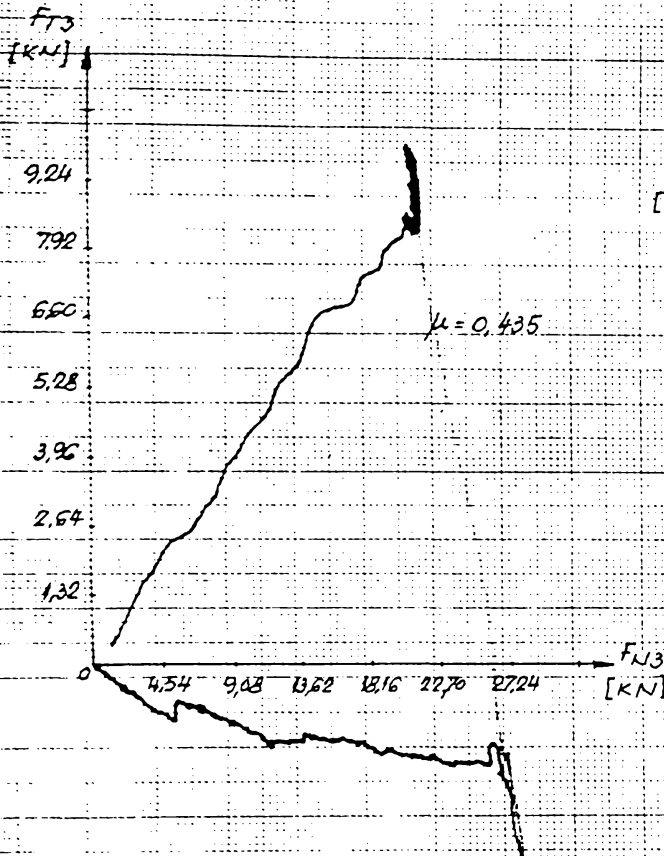
FRANARE DE LA 80 km/h



### FRANARE DE LA 80 km/h

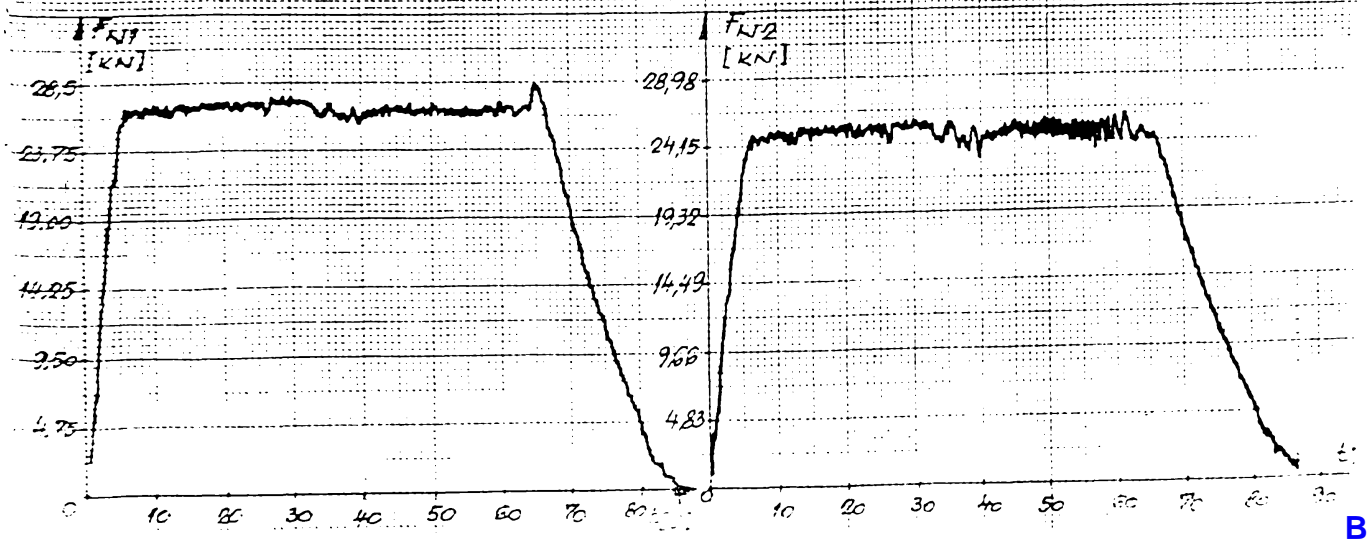
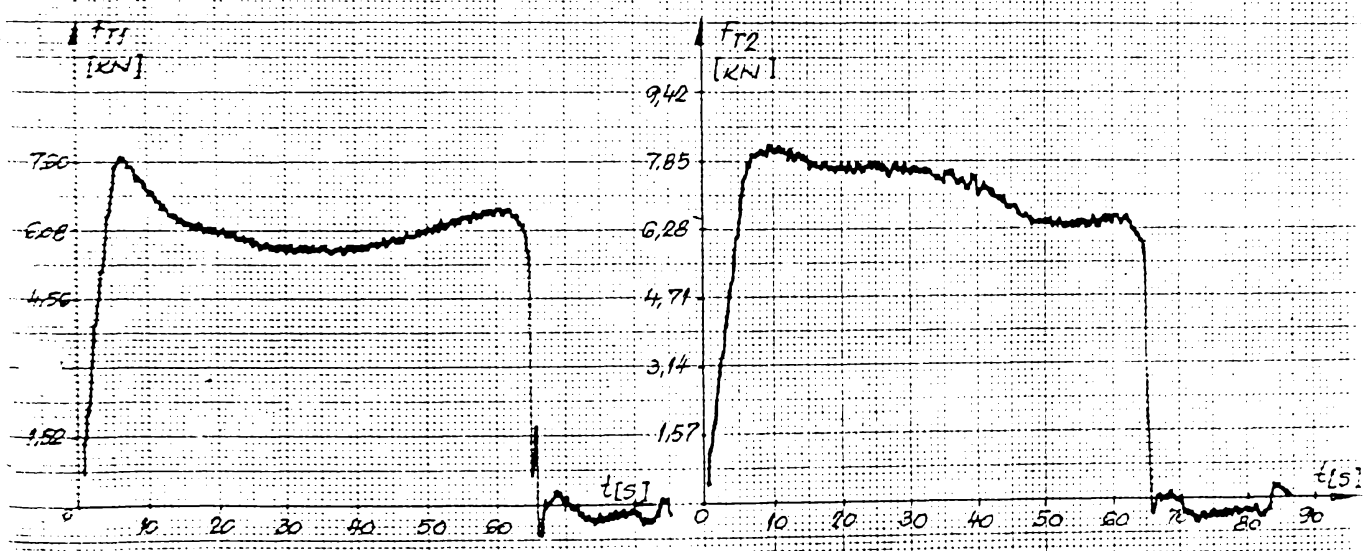


FRÅNARE 05 LA 80 km/h



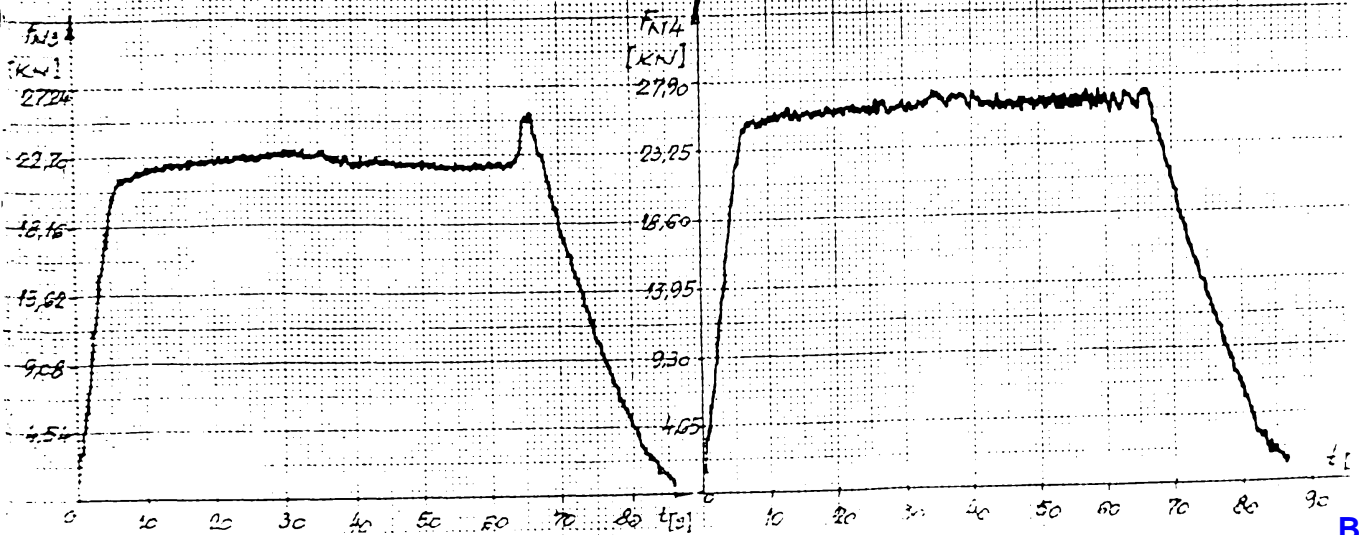
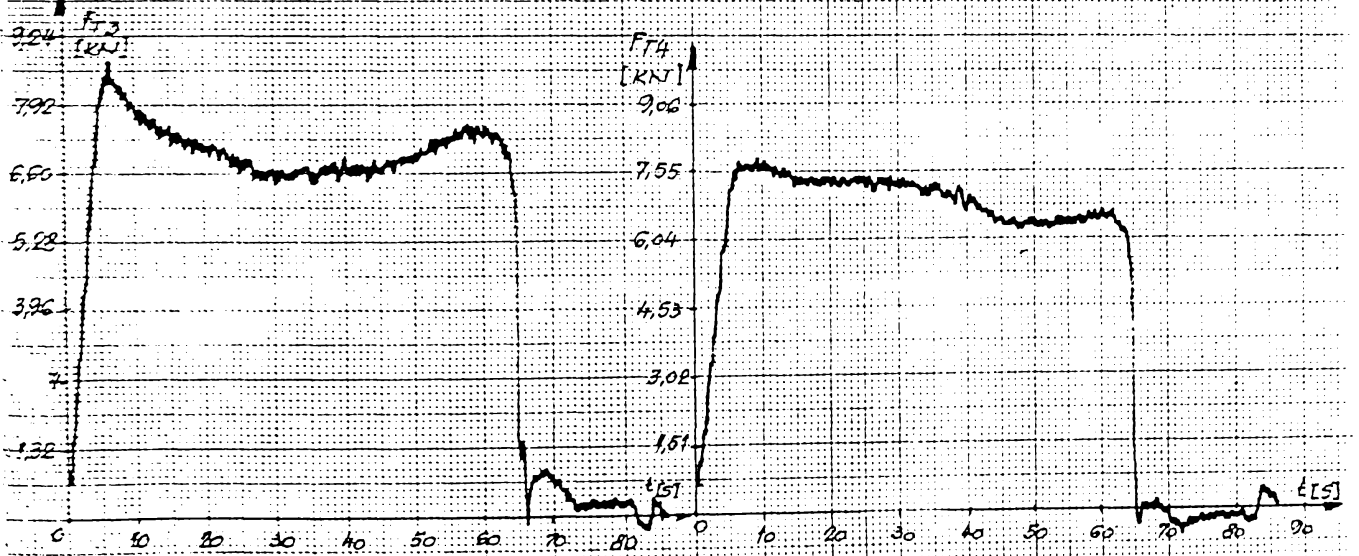
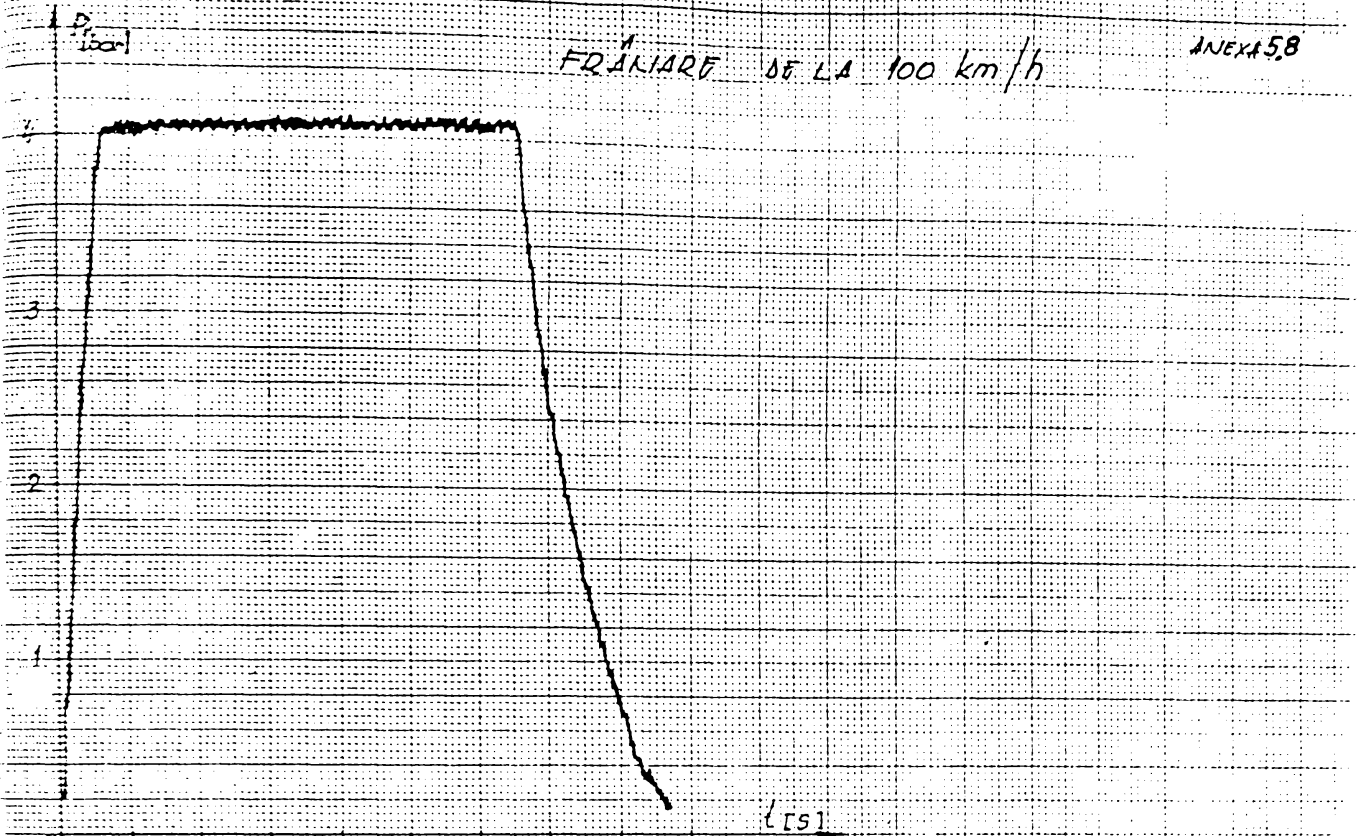
# FRANIZADO DE LA 100 km/h

ANEXA 5.7



# FRĂNARE DE LA 100 km/h

ANEXA 5.8



FORNARE DE LA 100 km/h

