UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIŞOARA
FACULTATEA DE AUTOMATICĂ ŞI CALCULATOARE

CONTRIBUŢII LA STABILIZAREA ŞI REGLAREA SISTEMELOR CU SUSTENTAŢIE ELECTROMAGNETICĂ

- TEZĂ DE DOCTORAT -

ing. ALEXANDRU R. TRICA

Conducător ştiinţific:
Prof.dr.ing. TOMA LEONIDA DRAGOMIR

- 1997 -

CUVÂNT ÎNAINTE

In ultimele 7 luni, perioadă în care am scris teza de doctorat, am avut bucuria de a mă reîntâlni cu un subiect de care m-am ocupat o mare parte a carierei mele profesionale: sistemele cu sustentaţie electromagnetică. Scrierea acestei lucrări mi-a redeşeptat amintirile legate de laboratorul de Regulatoare Automate unde am făcut calcule interminabile de funcţii de transfer, proiectare de compensatoare şi estimatoare de stare, unde am conceput scheme electronice pentru sisteme de reglare, traductoare şi comenzi de choppere, amintiri legate de laboratorul de Maşini Electrice în care am văzut pentru prima oară o "roată magnetică" sustentată stabil şi robust, amintiri legate de stadionul din spatele Facultăţii de Electrotehnică unde era amplasută cabina MAGNIBUS-ului şi calea de glisare de 150 m, unde în acel 24 decembrie 1985 am reuşit pentru prima oară, în timp ce afară ningea şi eram îmbrăcaţi în haine groase, să ţinem levitat electromagnetic un vehicul de 4 tone şi unde în vara lui 1986 am fost primul "vatman" al vehiculului pe pernă magnetică MAGNIBUS-01, amintiri legate de laboratorul de Sisteme Electromecanice în care un motor electric se rotea la o turaţie neatinsă până atunci in Facultatea de Electrotehnica, 30000 rpm fără contact mecanic, fără frecare.

Toate acestea nu ar fi fost posibile fără participarea directă, continuă şi tenace a prof.dr.ing. Ioan Boldea şi prof.dr.ing. Toma Leonida Dragomir. Proaspăt inginer, influenţa celor doi profesori asupra personalitaţii mele profesionale este certă şi nu ştiu căruia ar trebui să-i mulţumesc mai mult pentru ceea ce sunt astăzi.

Lucrarea de faţă este în acelaşi timp o sinteză a anilor de activitatea în domeniul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică cât şi o nouă abordare a stabilizării şi reglării acestor sisteme, în contextul progresului tehnologic atât în domeniul echipamentelor de calcul numeric cât şi a electronicii de putere. Teza nu-şi propune să fie încheie cercetările în domeniul levitaţiei electromagnetice, ci mai degrabă să deschidă noi direcţii de cercetare şi experimentare. Din păcate, indiferent că ar fi vorba de un vehicul pe pernă magnetică sau de o maşină electrică cu lagăre cu sustentaţie electromagnetică, construcţia unui model sau prototip este scumpă şi nu se poate face fără sprijinul unei companii interesate într-un astfel de produs. De aceea pe tot parcursul tezei am încercat să subliniez aplicabilitatea practică a metodelor prezentate atât din punct de vedere al implementării cât şi al costului. Modelul de laborator propus în lucrare este un sistem simplu şi ieftin dar adecvat testării algoritmelor atât pentru sisteme cu un electromagnet şi un grad de libertate cât şi a celui cu doi electromagneţi şi un grad de libertate.

Doresc să mulţumesc în mod deosebit prof.dr.ing. Toma Leonida Dragomir pentru sprijinul acordat nu numai în lunile de scriere a tezei şi în anii de concepere a ei, ci încă de la începutul colaborării noastre, pentru observaţiile întotdeauna benefice pentru calitatea lucrării, pentru atenţia cu care a citit întregul material, pentru pasiunea pe care mi-a insuflat-o spre aprofundarea reglării automate.

Doresc să mulţumesc apoi prof.dr.ing. Ioan Boldea pentru posibilitatea oferită de a lucra la MAGNIBUS şi la lagărul cu sustentaţie electromagnetică, pentru toţi anii de colaborare şi pentru îndemnul şi încurajările de la ultima noastră întâlnire din octombrie 1996.

Prof.dr.ing. Nicolae Budişan îi mulţumesc pentru sfaturile utile, discuţiile lungi, aprecierile şi criticile aduse pe parcursul anilor.

Pentru entuziasmul său continuu legat de lagărele cu sustentaţie electromagnetică, nestins chiar şi acum după ani de la încheierea oficială a proiectului, pentru discuţiile aprinse şi constructive avute, îi mulţumesc prietenului ing. Gabriel Schulhoff.

Prietenului şi colegului de mai bine de 20 de ani ing. Mihail Stern îi datorez mulţumiri pentru discuţiile avute în decursul anilor în mai toate subiectele tehnice pe care le-am abordat şi în ultimele luni în special, pentru sprijinul tehnic şi moral în redactarea tezei.

Nu am cuvinte să mulţumesc părinţilor mei pentru grija pe care au avut-o şi o au pentru mine, pentru educaţia pe care mi-au dat-o. Legătura sufletească dintre noi nu poate fi învinsă de nici un ocean.

Soţiei Lia şi fiului meu Alex trebuie să le mulţumesc în mod deosebit pentru răbdarea de care au dat dovadă în special în aceste luni de lucru susţinut, pentru faptul că i-am neglijat aşa de mult. Inţelegerea lui Lia pentru întreaga mea activitate profesională este nepreţuită şi nelimitată. Lui Alex îi mulţumesc şi pentru ajutorul pe care mi l-a dat în redactarea unor desene din teză.

Toronto, iunie 1997

CUPRINS

CAPITOLUL 1

CAPITOLUL 2

ANEXA 2.1.

ANEXA 3.1

ANEXA 3.2

CAPITOLUL 4

CAPITOLUL 7

CAPITOLUL 1

1. Introducere

Utilizarea forţei electromagnetice pentru înfrîngerea atracţiei gravitaţionale datează cel puţin de la începutul secolului XX: în 1912 ideea este patentată de Graemingen şi experimentată pe la mijlocul anilor 1930 de către Kemper. In timp aplicaţiile sustentaţiei electromagnetice s-au extins în cele mai diverse domenii ale tehnicii, de la mijloace de transport pînă în laboratoarele medicale: vehicule cu sustentaţie electromagnetică, lagăre electromagnetice, mese de lucru stabile în medii cu vibraţii puternice, benzi rulante în fabricarea unor produse în medii fără praf - fabricarea semiconductoarelor -, ghidaje pentru lansarea sateliţilor cosmici, sustentaţia plasmei în experimentele pentru fuziunea nucleară, suspendarea fără contact a unor obiecte în tuneluri aerodinamice, baterii electro-mecanice, accelerometru cu sustentaţie magnetică pentru monitorizarea vibraţiilor inimii şi multe altele, lista putîndu-se întinde pe multe pagini. Literatura de specialitate abundă în lucrări dedicate acestui domeniu.

Probabil că cele mai spectaculoase aplicaţii sunt legate de trasportul interurban cu vehicule pe pernă magnetică şi de lagărele magnetice care revoluţionează multe domenii de utilizare limitate, pînă acum, în special de frecări la turaţii foarte ridicate.

Cu titlu informativ se arată în figura 1 vehiculul pe pernă magnetică TRNASRAPID 08 al firmei Thyssen Transrapid System Gmbh., prezentat la tîrgul de la Hanover în aprilie 1997.

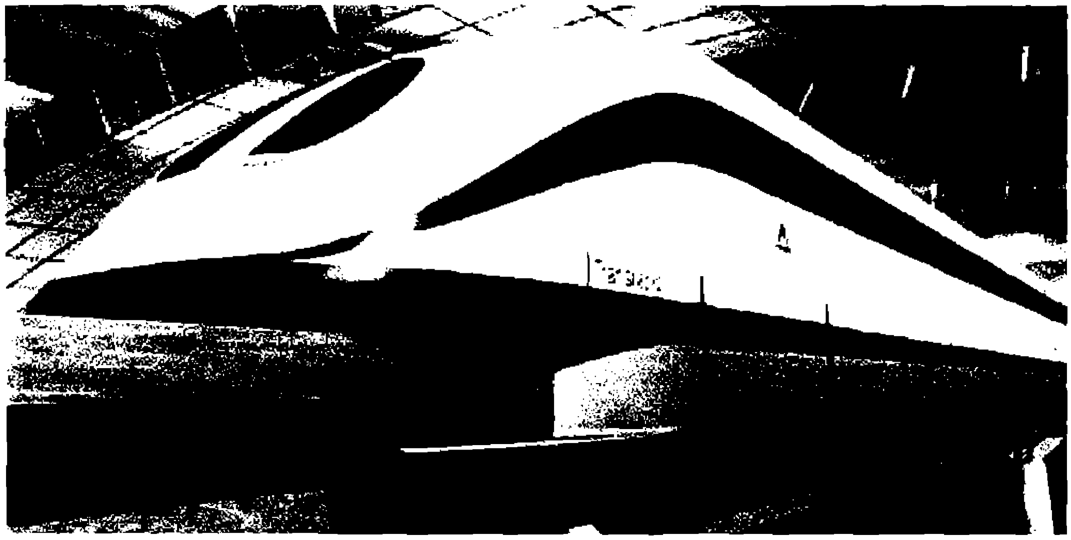


Figura 1.1. TRANSRAPID 08

Acest vehicul are o lungime de 79.7 m, lăţime de 3.7 m, greutate de 188.5 tone şi este capabil de a dezvolta viteze pînă la 550 km/h, viteza de croazieră fiind la 500 km/h.

Probabil că rezultatele cele mai avansate în domeniul lagărelor electromagnetice s-au obţinut la Universitatea ETH Zürich, împreună cu firma MECOS Traxler AG. Aceasta din urma a livrat în ultimii ani industriei, echipamente unicat în care au fost aplicate lagărele cu sustentaţie electromagnetică. Tot ca titlu informativ, în figura 2 se prezintă un model experimental de ax cu lagăre electromagnetice al Universităţii ETH.

Aplicarea lagărelor cu sustentaţie electromagnetică la motoare electrice permite ridicarea turaţiei acestora pînă la viteze de 200000 rpm, cu avantaje legate de durata de viaţă şi costuri de întreţinere certe.

O aplicaţie care a devenit actuală în ultimii ani, odată cu competiţia marilor firme producatoare de autovehicule pentru livrarea către piaţă a primelor vehicule electrice, dar şi pînă în prezent de mare interes pentru industria aeronautică o constituie aşa numitele baterii electro-mecanice. Este vorba de o maşină electrică cu lagăre magnetice, cu inerţie foarte mare. Maşina, pe post de motor este adusă la turaţii extrem de ridicate, inmagazinînd energie sub formă de energie cinetică. Apoi, ca generator, maşina poate furniza energie electrică în contul energiei cinetice înmagazinate [A1].

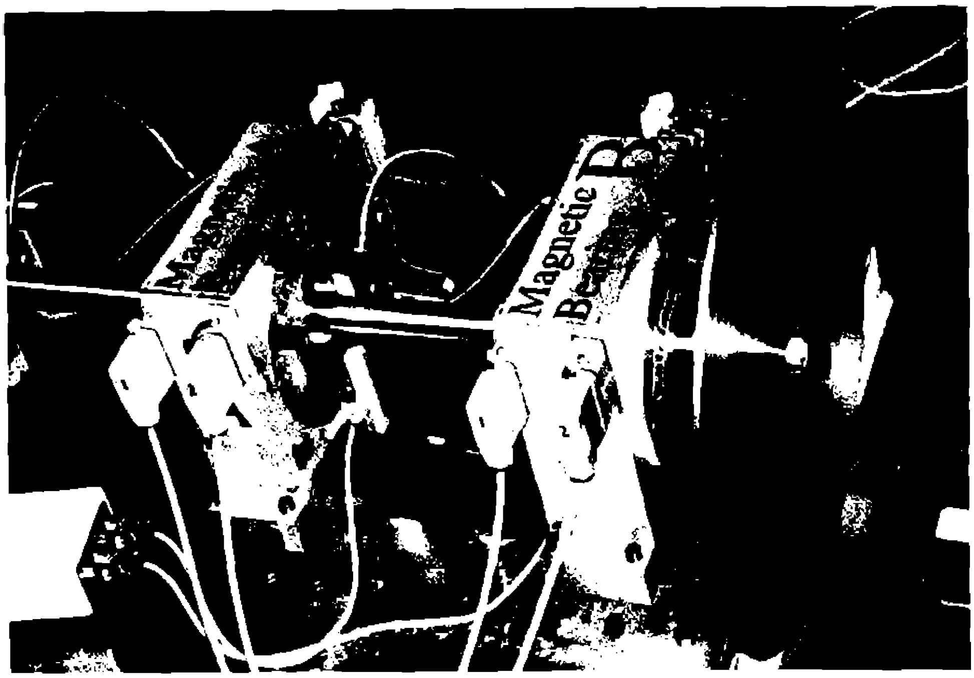


Figura 1.2. Model experimental de ax cu lagăre electromagnetice.

Subiectul sustentaţiei electromagnetice a cunoscut în anii 70 şi 80 un interes deosebit din partea cercetătorilor, interes care cunoaşte o nouă creştere în ultimii doi ani. Astfel revista IEEE on Control Systems Technology dedică numărul din noiembrie 1996 integral lucrărilor care tratează acestă temă. Aplicaţiile sistemelor cu sustentaţie electromagnetică sunt vaste şi multe încă neexplorate. Se pot cita ca lucrări de referinţă [B2], [D4], [G2] şi [J1] pentru vehiculele pe pernă magnetică şi [L1] şi [R1] pentru lagărele cu sustentaţie electromagnetică. Subiectul este însă foarte vast şi fiecare lucrare tratează doar un anumit aspect al problemei în detaliu.

Autorul lucrării de faţă a avut preocupări legate de sustentaţia electromagnetică începînd cu anul 1983, an în care a început colaborarea la proiectul de experimentare a unui vehicul cu sustentaţie electromagnetică la Institutul Politehnic din Timişoara. Pe o durata de aproape 8 ani, munca susţinută desfăşurată de întregul colectiv, a dat satisfacţia membrilor săi de a vedea nu numai un vehicul de 4 tone, levitat complet parcurgind un traseu de 150 m, dar şi un motor de inducţie de 300 W cu lagăre cu sustentaţie electromagnetică rotit la turaţia de 30000 rpm. Rezultatele au fost concretizate şi prin publicarea unui număr de lucrări la conferinţe şi în reviste de specialitate în România şi străinătate şi obţinerea unor brevete de invenţie. Astfel din totalul de 65 de titluri bibliografice consultate în această lucrare, 20 sunt contribuţii ale autorului, ca unic autor sau coautor.

Teza de faţă conţine în egală măsură rezultatele acestor ani de cercetare şi experienţă acumulată, cît şi noi idei de stabilizare şi reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, bazate pe evoluţia tehnologiei atît în domeniul sistemelor de control discrete cît şi a electronicii de putere. Astfel sunt explorate posibilităţile de stabilizare şi reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică utilizînd cu precădere regimurile modal-alunecătoare. Deşi regimurile alunecătoare au fost aplicate lagărelor cu sustentaţie electromagnetică, menţionîndu-se în acest sens în special lucrarea [R1], literatura abordează fie doar un anumit aspect al problemei, fie doar o tratare pur teoretică fără posibilitatea de aplicare practică, fie un model de laborator foarte simplu.

Se apreciază că lucrarea de faţă aduce o contribuţie literaturii de specialitate atât din punct de vedere al reglării şi estimării sistemelor funcţionând în regim alunecător în general, cât şi printr-o descriere detaliată a modelelor matematice ale sistemelor cu sustentaţie electromagnetică şi prin modul de aplicare al regimurilor alunecătoare în stabilizarea şi reglarea acestei clase de sisteme.

In mod natural lucrarea se partiţionează în următoarele capitole

- Capitolul 1. **Introducere** - în care se prezintă motivaţia şi obiectivele lucrării;
- Capitolul 2 **Modelarea sistemelor cu sustentaţie electromagnetică** - în care sunt analizate în detaliu modelarea sistemelor cu 1 electromagnet şi 1 grad de libertate (S1E1GL), a sistemelor cu 2 electromagneţi şi 1 grad de libertate (S2E1GL) şi a sistemelor cu 10 electromagneţi şi 5 grade de libertate (S10E5GL);
- Capitolul 3. **Metode de stabilizare şi reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagentică** - în care se discută modalităţi de stabilizare şi reglare atît pentru sistemele continuale cît şi pentru sistemele discrete de conducere a S1E1GL şi a S2E1GL funcţionînd în regim alunecător;
- Capitolul 4. **Metode pentru estimarea stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică** - în care se studiază posibilităţi de estimare a stării în condiţiile măsurărilor limitate din proces, prezentîndu-se atît estimatoare devenite clasice, de tip linear Luenberger şi filtre Kalman cît şi estimatoare cu funcţionarea în regim alunecător;
- Capitolul 5. **Implementarea regulatoarelor pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică** - în care se prezintă atît probleme ale implementării continuale şi discrete cît şi scheme electronice practice şi implementări software ale algoritmelor de reglare;
- Capitolul 6. **Rezultate experimentale** - legate de cele doua aplicaţii la care autorul a lucrat: vehiculul pe pernă magnetică şi maşina asincronă cu lagăre cu sustentaţie electromagnetică;
- Capitolul 7. **Concluzii** - în care se face o analiză a rezultatelor lucrării şi se propun cîteva direcţii de cercetare viitoare.

CAPITOLUL 2

2. Modelarea sistemelor cu sustentaţie magnetică.

2.1 Modelarea matematică a sistemului cu un electromagnet şi un grad de liberate (S1E1GL)

2.1.1 Analiza S1E1GL

Primul proces cu sustentaţie electromagnetică considerat în lucrare corespunde sistemului fizic din figură:

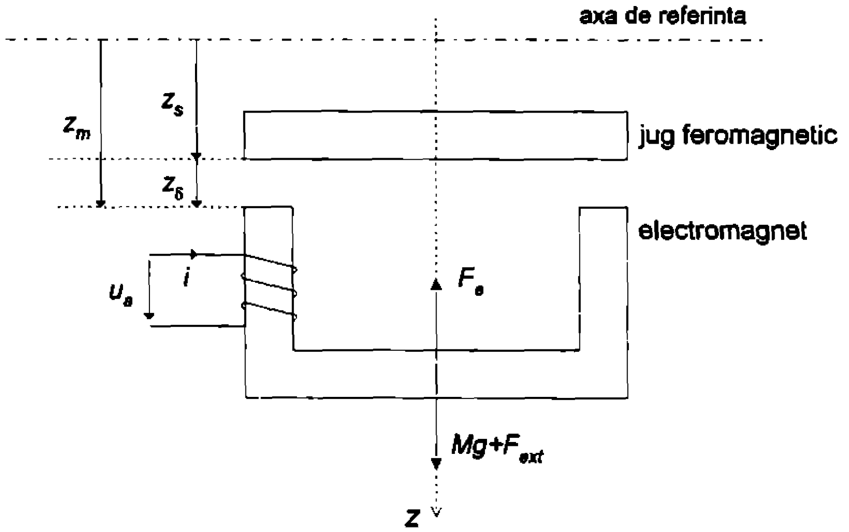


Figura 2.1. Sistemul cu 1 electromagnet şi 1 grad de libertate

Un electromagnet mobil a cărui înfăşurare este alimentată la o tensiune u_a şi este străbătută de un curent i, dezvoltă o forţă electromagnetică F_e care trebuie să compenseze greutatea electromagnetului Mg şi forţele exterioare F_{ext} ce acţionează asupra lui astfel încât să-şi păstreze poziţia, la o distanţă z_δ impusă, de jugul feromagnetic fix. Pentru cazul considerat se presupune că suprafaţa jugului aflată la distanţa z_δ de electromagnet se află într-un plan orizonal, paralel cu axa de referinţă şi la o distanţă z_s arbitrară de ea. Mişcarea electromagnetului are un singur grad de libertate, pe verticală (după axa z). Poziţia absolută a electromagnetului faţă de axa de referinţă este notată cu z_m.

In regim dinamic, ecuaţiile care redau funcţionarea ansamblului descris sunt:

$$
\begin{aligned}
&u_a(t) = R \cdot i(t) + \dot{\Psi}(t) \\
&\Psi(t) = L\big(z_\delta(t), i(t)\big) \cdot i(t) \\
&F_e(t) = -\left.\frac{\partial W_m(t)}{\partial z_\delta(t)}\right|_{i=\text{const}} \\
&W_m(t) = \int_{t_0}^{t} \Psi(t) \cdot \dot{i}(t) \cdot dt \\
&M \cdot \ddot{z}_m(t) = -F_e(t) + M \cdot g + F_{ext}(t) \\
&z_m(t) = z_s(t) + z_\delta(t)
\end{aligned} \tag{2.1}
$$

în care:

R - este rezistența înfășurării electromagnetului a cărei variație în timp datorită încălzirii se neglijează,

L - este inductanța electromagnetului dependentă de întrefier și curent,

Ψ - este fluxul electromagnetic produs de curentul ce străbate electromagnetul,

W_m - este energia electromagnetică înmagazinată în electromagnet.

Aceste ecuații descriu funcționarea unui sistem dinamic având ca mărimi de intrare tensiunea u_a, mărime de comandă și forța exterioară F_{ext} și întrefierul z_s, mărimi perturbatoare, iar ca mărime de ieșire întrefierul z_δ.

Pentru a calcula distribuția spațială a fluxului electromagnetic și a stabilii relații pentru inductanța L, ținând cont de diferite tipuri de material, de curbele de magnetizare ale acestora, de saturația miezului feromagnetic au fost efectuate numeroase studii [G2],[J1],[S1],[S2],[D4]. Practic, se constată că în situațiile reale, la o proiectare corectă a electromagnetului, când fenomenul de satuarație nu apare, permeabilitatea magnetică nu variază cu curentul și inductanța se poate considera, cu o buna aproximație ca o funcție doar de valoarea momentană a întrefierului. Astfel, ecuațiile se pot scrie simplificat:

$$
\begin{aligned}
&u_a(t) = R \cdot i(t) + \dot{\Psi}(t) \\
&\Psi(t) = L\big(z_\delta(t)\big) \cdot i(t) \\
&F_e(t) = -\left.\frac{\partial W_m(t)}{\partial z_\delta(t)}\right|_{i=\text{const}} \\
&W_m(t) = \frac{1}{2} \Psi(t) \cdot i(t) \\
&M \cdot \ddot{z}_m(t) = -F_e(t) + M \cdot g + F_{ext}(t) \\
&z_m(t) = z_s(t) + z_\delta(t)
\end{aligned} \tag{2.2}
$$

In ceea ce priveste inductanța $L(z_\delta)$, s-au efectuat calcule laborioase care au dus la formule complexe, evident toate dependente de forma constructivă a electromagnetului. De exemplu, pentru un electromagnet în forma de U cu înfășurări pe ambele coloane, în [D4] s-a dedus expresia:

$$L(z_\delta)=\frac{N^2}{R_c}\left\{1-\frac{2\frac{R_j}{R_b}(\text{ch }\rho-1)R_l(z_\delta)+\left(R_j+R_l(z_\delta)\right)\text{sh }\rho}{R_c\left[\left(1+\frac{R_j}{R_b^2}R_l(z_\delta)\right)\text{sh }\rho+\frac{R_j+R_l(z_\delta)}{R_b}\text{ch }\rho\right]}\right\} \tag{2.3}$$

cu:

N - numărul de spire pe coloană,

R_c - reluctanţa magnetică a coloanelor,

R_j - reluctanţa magnetică a jugului,

$R_l(z_\delta)$ - reluctanţa magnetică a întrefierului,

$R_b=(R_c \cdot R_\sigma)^{1/2}$

$\rho=(R_c/R_\sigma)^{1/2}$

R_σ - reluctanta magnetică de dispersie.

Expresiile reluctanţelor de mai sus depind de dimensiunile magnetului şi de materialul feromagnetic utilizat.

In cele mai multe lucrări din literatură, pentru inductanţă se admite formula de aproximare [M3], [Y1], [Y2], [S2]:

$$L(z_\delta)=\frac{c}{z_\delta} \tag{2.4}$$

cu c o constantă dependentă de caracteristicile constructive ale electromagnetului (pătratul numărului de spire, suprafaţa străbătută de fluxul magnetic, permeabilitatea μ_0).

Această relaţie însă nu ţine cont de dispersie şi admite la întrefier nul o valoare a inductanţei infinită. In situaţia specială a sistemelor cu sustentaţie magnetică în care scopul controlului este generarea şi menţinerea unui întrefier, aceste aproximări sunt grosiere.

In lucrarea de faţă se propune pentru inductanţă utilizarea relaţiei:

$$L(z_\delta)=\frac{c}{z_\delta+z_0}+L_\infty \tag{2.5}$$

relaţie identică, din puctul de vedere al structurii ei, cu (2.3). Prin identificare se pot determina constantele c, z_0 şi L_∞, c cu semnificaţia din (2.4), z_0 fiind o funcţie de lungimile liniilor de câmp în miezul magnetului şi în jugul electromagnetic raportate la permeabilităţile lor relative şi L_∞, fluxul de dispersie.

Avantajul utilizării unei astfel de relaţii constă în generalitatea ei: ea este valabilă pentru orice formă constructivă a electromagnetului, iar constantele se pot determina cu numai trei măsurări ale inductanţei la întrefieruri diferite. Sigur că precizia determinării valorilor lui c, z_0 şi L_∞ creşte dacă se fac un număr de n măsurări la n întrefieruri diferite şi se aplică o metodă de mediere a rezultatelor.

Un punct de echilibru cvasistaţionar (cvasistaţionar datorită instabilităţii sistemului în acel punct) este caracterizat de mărimile de intrare U_{a0}, F_{ext0} şi z_{s0}. Prin scrierea ecuaţiilor de regim cvasistaţionar se obţine un sistem de ecuaţii neliniar dar compatibil şi determinat, a cărui soluţie este reprezentată de ansamblul tuturor celorlalte mărimi ale sistemului. Având în vedere aceasta proprietate, pentru ca punctul de echilibru să aibe un caracter mai sugestiv, el se poate defini în continuare înlocuind tensiunea U_{a0} cu întrefierul $z_{\delta 0}$. Se obţine astfel punctul $\Delta_0(z_{\delta 0}, z_{s0}, F_{ext0})$. Plecând de la această definiţie, ecuaţiile de regim cvasistaţionar sunt:

$$\begin{aligned}
&U_{a0} = R \cdot I_0 \\
&\Psi_0 = L(z_{\delta 0}) \cdot I_0 \\
&F_{e0} = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot I_0^2 = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z_\delta}\left[\frac{1}{L(z_\delta)}\right]\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \Psi_0^2 \\
&0 = Mg - F_{e0} + F_{ext0} \\
&z_{m0} = z_{s0} + z_{\delta 0}
\end{aligned} \tag{2.6}$$

în care curentul I_0

$$I_0 = \sqrt{\frac{2(Mg + F_{ext0})}{-\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\Big|_{z_\delta = z_{\delta 0}}}} = (z_{\delta 0} + z_0)\sqrt{\frac{2}{c}(Mg + F_{ext0})} \tag{2.7}$$

s-a calculat pornind de la relațiile:

$$\begin{aligned}
&F_{e0} = Mg + F_{ext0} \\
&F_{e0} = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot I_0^2
\end{aligned} \tag{2.8}$$

iar din (2.5)

$$\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta} = -\frac{c}{(z_\delta + z_0)^2} \tag{2.9}$$

Se observă în (2.7) variația liniară cu întrefierul a curentului necesar menținerii electromagnetului într-un punct cvasistaționar. De asemenea atât curentul cât și forța electromagnetică sunt independente în raport cu inductanța de dispersie.

2.1.2 Linearizarea ecuațiilor S1E1GL

2.1.2.1 Obținerea formelor canonice

Modelul matematic (2.2) fiind neliniar dar având toate mărimile continue și derivabile în raport cu timpul, poate fi ușor liniarizat aplicând dezvoltarea în serie Taylor în jurul unui punct de funcționare, cu neglijarea termenilor de ordin superior, începând cu cei de ordinul 2. Fiecare mărime variabilă în timp, se poate scrie ca sumă între valoarea ei în punctul considerat și variația față de aceasta.

Expresia fluxului din (2.2) permite eliminarea din sistem a uneia dintre cele trei variabile: flux, curent, și întrefier. In cele ce urmează se vor stabili doua modele, *unul cu eliminarea fluxului* și *unul cu eliminarea curentului*, modele care descriind același sistem sunt echivalente. În literatura de specialitate se regăsește doar modelul după curent, dar pornind de la lucrarea [M3], în care se arată influența pozitivă a unei bucle de flux într-un sistem de reglare a unui S1E1G, autorul a considerat necesar studiul mai detaliat al acestui aspect, începând cu modelarea sistemului [T5]

Pentru *cazul modelului cu eliminarea fluxului*, liniarizarea conduce la sistemul de ecuaţii:

$$
\begin{aligned}
&U_{a0} + \Delta u_a(t) = R\cdot I_0 + R\cdot\Delta i(t) + \left.\frac{\partial\Psi(t)}{\partial i(t)}\right|_{\Delta_0}\cdot\Delta\dot i(t) + \left.\frac{\partial\Psi(t)}{\partial z_\delta(t)}\right|_{\Delta_0}\cdot\Delta\dot z_\delta(t)\\
&\Psi_0 + \Delta\psi(t) = L(z_{\delta0})\cdot I_0 + L(z_\delta)\big|_{\Delta_0}\cdot\Delta i(t) + \left.\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}i\right|_{\Delta_0}\cdot\Delta z_\delta(t)\\
&F_{e0} + \Delta f_e(t) = -\frac{1}{2}\left.\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\right|_{z_\delta=z_{\delta0}}\cdot I_0^2 + \left.\left(-\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}i\right)\right|_{\Delta_0}\cdot\Delta i(t) +\\
&\qquad + \left.\left(-\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta^2}i\right)\right|_{\Delta_0}\cdot\Delta z_\delta(t)\\
&M\cdot\Delta\ddot z_m(t) = -F_{e0} - \Delta f_e(t) + Mg + F_{ext0} + \Delta f_{ext}(t)\\
&z_{m0} + \Delta z_m(t) = z_{s0} + \Delta z_s(t) + z_{\delta0} + \Delta z_\delta(t)
\end{aligned}
\tag{2.10}
$$

Ţinând cont de relaţiile de regim staţionar (2.6) şi înlocuind în prima ecuaţie fluxul din a doua ecuaţie după derivare, se obţin ecuaţiile valabile în jurul punctului de funcţionare Δ_0:

$$
\begin{aligned}
&\Delta u_a(t) = R\cdot\Delta i(t) + \alpha_I^1\cdot\Delta\dot i(t) + \alpha_\delta^1\cdot\Delta\dot z_\delta(t)\\
&\Delta f_e(t) = \beta_I^1\cdot\Delta i(t) + \beta_\delta^1\cdot\Delta z_\delta(t)\\
&M\cdot\Delta\ddot z_m(t) = -\Delta f_e(t) + \Delta f_{ext}(t)\\
&\Delta z_m(t) = \Delta z_s(t) + \Delta z_\delta(t)
\end{aligned}
\tag{2.11}
$$

în care:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_I^1 = \left.\frac{\partial\Psi}{\partial i}\right|_{\Delta_0} = L(z_\delta), \qquad \alpha_\delta^1 = \left.\frac{\partial\Psi}{\partial z_\delta}\right|_{\Delta_0} = \left.\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\right|_{z_\delta=z_{\delta0}}\cdot I_0\\
&\beta_I^1 = \left.\frac{\partial F_e}{\partial i}\right|_{\Delta_0} = -\left.\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\right|_{z_\delta=z_{\delta0}}\cdot I_0, \qquad \beta_\delta^1 = \left.\frac{\partial F_e}{\partial z_\delta}\right|_{\Delta_0} = -\frac{1}{2}\left.\frac{\mathrm{d}^2L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta^2}\right|_{z_\delta=z_{\delta0}}\cdot I_0^2
\end{aligned}
\tag{2.12}
$$

Ţinând cont de expresia (2.5) a inductanţei, se vede uşor că cei patru coeficienţi au o variaţie neliniară în raport cu întrefierul. Mai mult, trei dintre coeficienţi variază şi cu curentul, ultimul cu pătratul acestuia.

Schema bloc informaţională a modelului liniar dedus este:

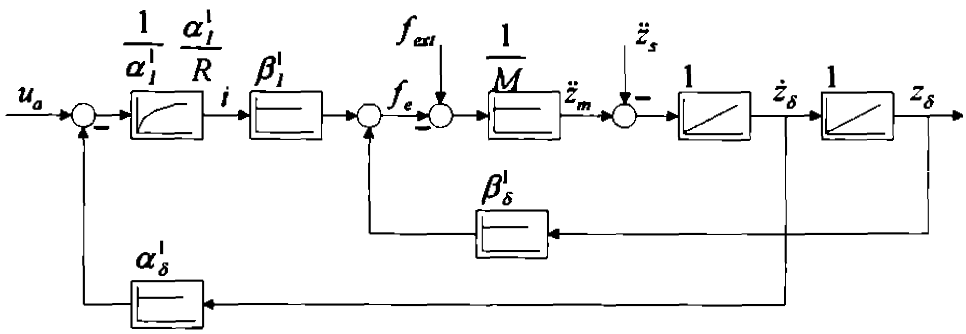


Figura 2.2. Modelul liniar al S1E1GL *cu eliminarea fluxului*

Deşi schema este construită pentru variaţii ale mărimilor sistemului în jurul unui punct de funcţionare staţionară Δ_0 ales, pentru a nu încărca figura s-a omis notaţia pentru variaţie Δ, utilizată în relaţia (2.11), subinţelegându-se faptul că toate mărimile reprezintă variaţii.

Pentru procesul de reglare interesează mai puţin poziţia S1E1G faţă de axa de referinţă, cât mai ales acceleraţia întregului sistem faţă de aceasta, motiv pentru care ultima ecuaţie din (2.11) a fost inclusă în schema bloc după derivarea ei de două ori.

În *cazul modelului cu eliminarea curentului*:

$$
\begin{aligned}
&U_{a0} + \Delta u_a(t) = R \cdot \frac{\Psi_0}{L(z_{\delta 0})} + \frac{R}{L(z_{\delta 0})} \cdot \Delta \psi(t) + R \cdot \frac{d}{dz_\delta} \frac{1}{L(z_\delta)}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \Psi_0 \cdot \Delta z_\delta(t) + \Delta \dot{\psi}(t) \\
&I_0 + \Delta i(t) = \frac{\Psi_0}{L(z_{\delta 0})} + \frac{1}{L(z_{\delta 0})} \cdot \Delta \psi(t) + \frac{d}{dz_\delta} \frac{1}{L(z_\delta)}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \Psi_0 \cdot \Delta z_\delta(t) \\
&F_{e0} + \Delta f_e(t) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dz_\delta} L(z_\delta)\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0^2}{L(z_{\delta 0})^2} - \frac{d}{dz_\delta} L(z_\delta)\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0}{L(z_{\delta 0})^2} \cdot \Delta \psi(t) + \\
&\qquad \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2}{dz_\delta^2} L(z_\delta)\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0^2}{L(z_{\delta 0})^2} + \left(\frac{d}{dz_\delta} L(z_\delta) \right)^2 \bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0^2}{L(z_{\delta 0})^3} \right] \cdot \Delta z_\delta(t) \\
&M \cdot \Delta \ddot{z}_m(t) = -F_{e0} - \Delta f_e(t) + Mg + F_{ext0} + \Delta f_{ext}(t) \\
&z_{m0} + \Delta z_m(t) = z_{s0} + \Delta z_s(t) + z_{\delta 0} + \Delta z_\delta(t)
\end{aligned}
\tag{2.13}
$$

Folosind, din nou, (2.6) se obţine:

$$
\begin{aligned}
&\Delta u_a(t) = \alpha_\psi^2 \cdot \Delta \psi(t) + \Delta \dot{\psi}(t) + \alpha_\delta^2 \cdot \Delta z_\delta(t) \\
&\Delta f_e(t) = \beta_\psi^2 \cdot \Delta \psi(t) + \beta_\delta^2 \cdot \Delta z_\delta(t) \\
&M \cdot \Delta \ddot{z}_m(t) = -\Delta f_e(t) + \Delta f_{ext}(t) \\
&\Delta z_m(t) = \Delta z_s(t) + \Delta z_\delta(t)
\end{aligned}
\tag{2.14}
$$

în care s-au făcut notaţiile:

$$
\begin{aligned}
&\alpha_\psi^2 = \frac{\partial i}{\partial \Psi}\bigg|_{\Delta_0} = \frac{R}{L(z_{\delta 0})} = \frac{1}{T(z_{\delta 0})} \\
&\alpha_\delta^2 = \frac{\partial i}{\partial z_\delta}\bigg|_{\Delta_0} = R \frac{d}{dz_\delta} \frac{1}{L(z_\delta)}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \Psi_0 = -R \frac{dL(z_\delta)}{dz_\delta}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0}{L(z_{\delta 0})^2} \\
&\beta_\psi^2 = \frac{\partial F_e}{\partial \Psi}\bigg|_{\Delta_0} = -\frac{dL(z_\delta)}{dz_\delta}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0}{L(z_{\delta 0})^2} \\
&\beta_\delta^2 = \frac{\partial F_e}{\partial z_\delta}\bigg|_{\Delta_0} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{d^2 L(z_\delta)}{dz_\delta^2}\bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0^2}{L(z_{\delta 0})^2} + \left(\frac{dL(z_\delta)}{dz_\delta} \right)^2 \bigg|_{z_\delta = z_{\delta 0}} \cdot \frac{\Psi_0^2}{L(z_{\delta 0})^3}
\end{aligned}
\tag{2.15}
$$

Schema bloc corespunzătoare ecuaţiilor (2.14) este următoarea

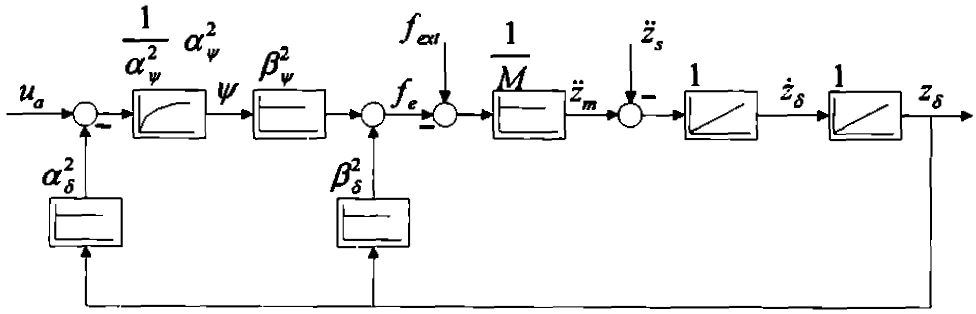


Figura 2.3. Modelul liniar al S1E1GL *cu eliminarea curentului*

Formele canonice (2.11) şi (2.14) ale modelului liniar (ML-S1E1GL), prin modul în care au fost calculate sunt echivalente, ele descriind funcţionarea aceluiaşi sistem în jurul punctului de funcţionare dat Δ_0.

2.1.2.2 Analiza coeficienţilor modelului liniar pentru un sistem neperturbat, în funcţie de punctul de liniarizare

Pentru procesul neperturbat, în regim staţionar forţa electromagnetică trebuie să compenseze exact greutatea sistemului $F_e=Mg$; valorile corespunzătoare ale curentului şi fluxului se pot calcula cu formulele:

$$I_0 = \sqrt{\frac{2Mg}{-\left.\frac{dL(z_\delta)}{dz_\delta}\right|_{z_\delta=z_{\delta 0}}}} \qquad \Psi_0 = \sqrt{\frac{2Mg\cdot L(z_\delta)^2}{-\left.\frac{dL(z_\delta)}{dz_\delta}\right|_{z_\delta=z_{\delta 0}}}} \tag{2.16}$$

Ţinând cont de relaţia (2.5) a inductanţei, pentru coeficienţii α şi β se obţin, după efectuarea calculelor, expresiile:

$$\alpha_I^1 = \frac{c}{z_{\delta 0}+z_0} + L_\infty \qquad \alpha_\delta^1 = -\frac{\sqrt{2Mg\cdot c}}{z_{\delta 0}+z_0}$$
$$\beta_I^1 = \frac{\sqrt{2Mg\cdot c}}{z_{\delta 0}+z_0} \qquad \beta_\delta^1 = -\frac{2Mg}{z_{\delta 0}+z_0} \tag{2.17}$$

$$\alpha_\psi^2 = \frac{R\cdot(z_{\delta 0}+z_0)}{c+L_\infty(z_{\delta 0}+z_0)} \qquad \alpha_\delta^2 = \frac{R\sqrt{2Mg\cdot c}}{c+L_\infty(z_{\delta 0}+z_0)}$$
$$\beta_\varphi^2 = \frac{\sqrt{2Mg\cdot c}}{c+L_\infty(z_{\delta 0}+z_0)} \qquad \beta_\delta^2 = -\frac{2Mg\cdot L_\infty}{c+L_\infty(z_{\delta 0}+z_0)} \tag{2.18}$$

Se observă dependenţa neliniară a coeficienţilor α şi β ai modelului liniarizat de poziţia de funcţionare $z_{\delta 0}$, de greutatea sustentată Mg şi într-o măsură mai mică de rezistenţa electrică R a bobinajului electromagentului.

Dependeța acestor parametrii de mărimile menționate se poate separa după modul în care ele acționează în timpul unei funcționări normale Astfel, variația întrefierului în limite largi are loc doar în perioadele de pornire și oprire a sistemului, atunci când dintr-o poziție de repaus se comandă aducerea magnetului în punctul nominal de funcționare, respectiv, când din punctul nominal de funcționare se comandă aducerea sistemului în starea de repaus. Variația greutății levitate poate avea loc în momente de repaus când sarcina ce trebuie sustentată se modifică (de exemplu în cazul unui vehicul pe pernă magnetică, masa se poate modifica într-o stație în care numărul de călători se modifică). Orice altă modificare a greutății pe parcursul funcționării poate fi interpretată ca o forță exterioară perturbatoare. Rezistența electrică a bobinajului se modifică datorită încălzirii în timpul funcționării. Este însă o variație lentă comparativ cu variația întrefierului și afectează doar doi dintre parametri modelului după flux.

Este interesantă reprezentarea grafică a acestor coeficienți în funcție de întrefier deoarece permite evaluarea domeniului de variație a coeficienților cu întrefierul, precum și modul lor de variație. Din păcate datorită aspectului lor, expresiile analitice (2.17) și (2.18) nu permit o reprezentare analitică normată în raport cu punctul de funcționare (liniarizare) Δ_0.

- Din acest motiv în Anexa 2.1 se analizează coeficienții de liniarizare a doi electromagneți: unul utilizat la vehicule cu sustentație magnetică, cu forța portantă mare și unul utilizat în cadrul unui model de laborator cu forța portantă mult redusă.
- De asemenea în [T5] s-a discutat un alt electromagnet utilizat în cadrul unui stand în laboratorul de Regulatoare Automate și ai cărui parametri se dau în anexă.

Analizând rezultatele din Anexa A2.1 se pot face următoarele observații.

1 Tabelul 2.1 prezintă variațiile procentuale față de punctul nominal de funcționare (10 mm în cazul electromagentului cu forță portantă mare, 5 mm în cazul standului și 1.5 mm pentru modelul de laborator utilizat în lucrarea de față) căruia îi corespund 100 %.

Tabelul 2 1

Coeficient	Vehicul	Stand	Model de laborator
$\alpha_I{}^1$	45.99% - 189 48%	58.42% - 424.89%	62% - 287 18%
$\alpha_\delta{}^1$	40.09% - 199.25%	50.13% - 489.6%	60.15% - 296.3%
$\beta_I{}^1$	40 09% - 199.25%	50.13% - 489.6%	60.15% - 296.3%
$\beta_\delta{}^1$	40.09% - 199.25%	50.13% - 489 6%	60.15% - 296.3%
$\alpha_\psi{}^2$	52.78% - 217.44%	23.54% - 171.19%	34.82% - 161.29%
$\alpha_\delta{}^2$	87.18% - 105 16%	85.82% - 115.23%	97.02% - 103.17%
$\beta_\psi{}^2$	87.18% - 105 16%	85.82% - 115.23%	97.02% - 103.17%
$\beta_\delta{}^2$	87 18% - 105.16%	85.82% - 115.23%	97.02% - 103.17%

Se constată că ordinul de variație al diferiților coeficienți se păstrează de la un electromagnet la altul. De asemenea pentru fiecare model, trei dintre coeficienți au variații identice. Ultimii trei coeficienți ai modelului obținut prin eliminarea curentului au variații semnificativ mai reduse ceea ce ar indica preferarea acestui model celui obținut prin eliminarea fluxului. În fine, cantitativ variațiile sunt diferite de la un electromagnet la altul și nu sunt într-o relație de proporționalitate cu dimensiunile sau inductanța magnetului. Se poate face ipoteza că aceste variații depind atât de caracteristicile magnetului cât și de punctul de liniarizare ales. În paragraful următor se va căuta determinarea unui punct de optim în procesul de liniarizare

2. Se observă că pe intervalul de întrefier considerat, pentru ambii electromagneți, coeficienții corespunzători modelului cu eliminarea curentului au o variație evasiliniară în raport cu întrefierul $z_{\delta 0}$. Pentru ei se pot deduce formule analitice de forma:

$$\alpha\ (,\beta) = m \cdot z_{\delta_0} + n \qquad (2\ 19)$$

cu m şi n deduse în anexă. Aceste relaţii simple ar pute fi utilizate în cazul unei implementări de reglare adaptivă în care, în funcţie de punctul de funcţionare curent, se pot simplu calcula coeficienţii de liniarizare. O altă utilizare a acestor relaţii ar putea fi monitorizarea diferitelor mărimi din proces.

3. Se constată variaţia liniară, în ipoteza funcţionării nesaturate, a curentului şi fluxului în funcţie de întrefier.

2.1.2.3 Definirea şi determinarea unui punct de optim pentru liniarizare

Deşi deduse pentru variaţii în jurul unui punct de funcţionare Δ_0 dat, modelele (2.11) şi (2.14) trebuiesc utilizate pe întreaga plajă de variaţie a mărimilor z_δ, z_s şi F_{ext}. Din acest motiv, în continuare se caută să se stabilească în ce măsură, deduse pentru un punct de funcţionare Δ_0, ele sunt valabile şi la abateri mari ale mărimilor din proces faţă de acesta şi dacă este posibilă determinarea unui punct Δ_0 astfel încât abaterile relaţiilor liniarizate faţă de cele neliniare, exacte, să fie cât mai mici.

Supuse discuţiei vor fi doar primele două ecuaţii ale sistemelor liniarizate ce descriu funcţionarea S1E1G, ultimele două, caracterizând mişcarea fiind din start liniare.

Se analizează pentru început cazul staţionar. Fie Δ_1 un punct de funcţionare staţionară, altul decât Δ_0. Pentru modelul (2.11) se obţine:

$$\begin{aligned}&\left(U_{a1}-U_{a0}\right)=R\cdot\left(I_1-I_0\right)\\&\left(F_{e1}-F_{e0}\right)=\beta_I^1\cdot\left(I_1-I_0\right)+\beta_\delta^1\cdot\left(z_{\delta1}-z_{\delta0}\right)\end{aligned}\tag{2.20}$$

Având în vedere relaţiile de regim staţionar (2.6), prima relaţie este evident identic nulă. Explicitând coeficienţii $\beta_{(\cdot)}^1$ în a doua şi utilizînd relaţiile (2.8) se deduce că:

$$\left(F_{ext1}-F_{ext0}\right)=2\left(z_{\delta1}+\varepsilon\right)\left[\sqrt{Mg+F_{ext0}}\left(\sqrt{Mg+F_{ext1}}-\sqrt{Mg+F_{ext0}}\right)\right]\tag{2.21}$$

Se observă că dacă forţa exterioară nu-şi schimbă valoarea de la un punct la altul şi a doua ecuaţie de liniarizare este valabilă în regim staţionar în orice punct $z_{\delta0}$.

Pentru modelul (2.14):

$$\begin{aligned}&\left(U_{a1}-U_{a0}\right)=\alpha_\psi^2\cdot\left(\Psi_1-\Psi_0\right)+\alpha_\delta^2\cdot\left(z_{\delta1}-z_{\delta0}\right)\\&\left(F_{e1}-F_{e0}\right)=\beta_\psi^2\cdot\left(\Psi_1-\Psi_0\right)+\beta_\delta^2\cdot\left(z_{\delta1}-z_{\delta0}\right)\end{aligned}\tag{2.22}$$

şi prin explicitarea coeficienţilor de liniarizare (2.8), se obţin:

$$\left(F_{ext1}-F_{ext0}\right)=0\,,$$

respectiv

$$\left(F_{ext1}-F_{ext0}\right)=2\frac{L(z_{\delta1})(z_{\delta1}+\varepsilon)}{L(z_{\delta0})(z_{\delta0}+\varepsilon)}\left[\sqrt{Mg+F_{ext0}}\left(\sqrt{Mg+F_{ext1}}-\sqrt{Mg+F_{ext0}}\right)\right]\tag{2.23}$$

În concluzie, în absenţa variaţiilor perturbaţiilor de tip forţă exterioară persistente, modelul liniarizat de ecuaţii (2.11) sau (2.14), în regim permanent constant descrie exact funcţionarea sistemului (2.6) în orice punct $\Delta_0(z_{\delta1}, z_{z1}, 0)$.

În regim dinamic, o tratare analitică este mult mai complexă, deoarece în relațiile (2.11) și (2.14) mărimile ce intervin pot să aibe orice valoare într-un interval dat. Din acest motiv se caută o soluție numerică a problemei. Astfel considerând domeniile admisibile:

$$z_\delta \in Z_\delta, \quad \dot{z}_\delta \in \dot{Z}_\delta, \quad i \in I, \quad \dot{i} \in \dot{I} \tag{2.24}$$

și în ipoteza F_{ext}=0, se aleg șirurile de valori $\{z_{\delta 0,k}\}_{k=0,n_{\delta 0}}$, $\{z_{\delta,k}\}_{k=0,n_\delta}$, $\{\dot{z}_{\delta,k}\}_{k=0,\dot{n}_\delta}$, $\{i_k\}_{k=0,n_i}$ și $\{\dot{i}_k\}_{k=0,\dot{n}_i}$ care să acopere fiecare întregul domeniu admisibil corespunzător. Pentru fiecare valoare $z_{\delta 0,k}$ se calculează de $n_\delta \cdot \dot{n}_\delta \cdot n_i \cdot \dot{n}_i$ ori expresiile:

$$\left|U_{a,lin} - U_{a,nlin}\right| \text{ și } \quad \left|F_{e,lin} - F_{e,nlin}\right| \tag{2.25}$$

în care

$$U_{a,lin} = U_{a0} + \Delta u_a, \quad U_{a0} = Ri(z_\delta) \quad \text{și } \Delta u_a \text{ calculat cu (2.11)}$$

$$U_{a,nlin} = Ri(z_\delta) + \dot{\Psi} = Ri(z_\delta) + L(z_\delta)\dot{i} + \frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}\dot{z}_\delta i$$

$$F_{e,lin} = Mg + \Delta f_e \quad \text{cu } \Delta f_e \text{ calculat cu (2.11)}$$

$$F_{e,nlin} = -\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta)}{\mathrm{d}z_\delta}i^2$$

pentru toate combinațiile posibile ale variabilelor $z_{\delta,k}, \dot{z}_{\delta,k}, i_k, \dot{i}_k$ făcând apoi suma lor, reținând în final acele valori pentru care suma este minimă. Cele două valori $z_{\delta 0U}$ și $z_{\delta 0Fe}$ obținute sunt punctele de funcționare optime pentru liniarizare.

Se repetă apoi algoritmul pentru Δu_a și Δf_e calculate cu (2.14) cu variabilele:

$$z_\delta \in Z_\delta \text{si } \psi \in \Psi \tag{2.26}$$

domeniile pentru întrefier și flux acoperind aceleași valori ca și cele din (2.24).

Anexa 2.2 detaliază procedura de mai sus și prezintă rezultatele obținute pentru cei trei electromagneți descriși în Anexa 2.1. Tabelul 2.2 evidențiază întrefierurile de liniarizare la care se poate găsi un punct de minim:

Tabelul 2.2

Ecuație	Vehicul	Stand	Model de laborator
Tensiune (elim. flux)	3.8 mm	>12 mm	1.4 mm
Forța (elim. flux)	2.8 mm	1.5 mm	0.28 mm
Tensiune (elim. curent)	7 mm	3.5 mm	0.7 mm
Forța (elim. curent)	-	-	-

Concluziile cele mai importante ale analizei din acest paragraf sunt:

1. În orice punct de echilibru cvasistaționar, funcționarea sistemului neliniar este exact descrisă de către ecuațiile liniarizate, indiferent de modelul adoptat, cu eliminarea fluxului sau a curentului.
2. Eroarea introdusă în regim dinamic prin liniarizare este mult redusă în cazul utilizării modelului cu eliminarea curentului față de cel cu eliminarea fluxului; în cazul electromagnetului pentru vehiculul cu sustentație electromagnetică și a modelului de laborator reducerea este de mai bine de 10 ori.

3. Pentru modelul cu eliminarea fluxului există puncte de minim atât pentru ecuaţia tensiunii cât şi pentru ecuaţia forţei dar ele nu sunt identice. În toate cazurile însă, ecuaţia tensiunii are un palier larg pentru care eroarea este apropiată de cea de minim astfel încât se poate găsi un compromis şi anume pentru vehicul la 3mm, pentru stand la 1.5 mm şi la modelul de laborator la 0.7 mm. În cazul modelului cu eliminarea curentului, punctul considerat este cel în care eroarea ecuaţiei tensiunii este minimă. Punctele de optim obţinute pot fi utilizate ca puncte de plecare în alegerea întrefierului de liniarizare.
4. Rezultatele obţinute au un caracter mai mult calitativ decât cantitativ, punctele de optim obţinute sunt afectate în mod seminificativ de domeniile de variaţie admisibile adoptate.

2.1.3 Modele matematice intrare-stare-ieşire

2.1.3.1 Stabilirea modelelor matematice intrare-stare-ieşire

Schemele bloc din figurile 2.2 şi 2.3 sugerează posibilitatea alegerii a trei variante de vectori de stare ce ar putea fi utilizaţi eficient în calculul buclelor de reglare şi anume:

$$x_1 = \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix} \qquad x_2 = \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} \qquad x_3 = \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \psi \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

În literatura de specialitate cel mai des este utilizat vectorul x_1, mai rar x_1, iar după cunoştiinţele autorului x_3 doar în [T5] şi [B3].

Fiecare dintre aceşti vectori de stare au avantaje şi dezavantaje ce vor fi detaliate pe parcursul acestui capitol şi al capitoului 3. În principal, alegerea unuia sau a altuia se face în funcţie de de condiţiile tehnice concrete - de traductoarele disponibile, de calitatea semnalului măsurat - şi de performanţele de reglare obţinute cu sistemul de reglare sintetizat pe baza vectorului de stare ales.

În continuare se precizează modelele matematice corespunzătoare fiecăruia dintre vectorii de stare (2.27), plecând întâi de la relaţiile (2.11) şi apoi de la relaţiile (2.14). Ele sunt:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21}^1 & 0 & a_{23}^1 \\ 0 & a_{32}^1 & a_{33}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3^1 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{v,21}^1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

cu

$$a_{21}^1 = -\frac{\beta_\delta^1}{M}, \quad a_{23}^1 = -\frac{\beta_I^1}{M}, \quad a_{32}^1 = -\frac{\alpha_\delta^1}{\alpha_I^1}, \quad a_{33}^1 = -\frac{R}{\alpha_I^1}$$
$$b_3^1 = \frac{1}{\alpha_I^1}, \quad b_{v,21}^1 = \frac{1}{M} \tag{2.29}$$

apoi

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3^2 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ b_{v,31}^2 & b_{v,32}^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

cu

$$a_{31}^2=-\frac{R\beta_\delta^1}{M\alpha_l^1},\quad a_{32}^2=-\frac{\beta_\delta^1}{M}+\frac{\beta_l^1\alpha_\delta^1}{M\alpha_l^1},\quad a_{33}^2=-\frac{R}{\alpha_l^1}$$
$$b_3^2=-\frac{\beta_l^1}{M\alpha_l^1},\quad b_{v,31}^2=\frac{R}{M\alpha_l^1},\quad b_{v,32}^2=\frac{1}{M} \tag{2.31}$$

şi ultimul

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \psi \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21}^3 & 0 & a_{23}^3 \\ a_{32}^3 & 0 & a_{33}^3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \psi \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}u_a+\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{v,21}^1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

cu

$$a_{21}^3=\frac{\beta_l^1\alpha_\delta^1}{M\alpha_l^1}-\frac{\beta_\delta^1}{M},\quad a_{23}^3=-\frac{\beta_l^1}{M\alpha_l^1},\quad a_{31}^3=\frac{R\alpha_\delta^1}{\alpha_l^1},\quad a_{33}^3=-\frac{R}{\alpha_l^1}$$
$$b_{v,21}^3=\frac{1}{M} \tag{2.33}$$

O observaţie interesantă o constituie forma canonică controlabilă a sistemului (2.30).

Având în vedere echivalenţa sistemelor (2.11) şi (2.14) rămân valabile pentru acesta din urmă ecuaţiile (2.28), (2.30) şi (2.32) în care însă parametrii se modifică:

- pentru (2.28).

$$a_{21}^1=\frac{\beta_\psi^2\alpha_\delta^2}{M\alpha_\psi^2}-\frac{\beta_\delta^2}{M},\quad a_{23}^1=-\frac{R\beta_\psi^2}{M\alpha_\psi^2},\quad a_{32}^1=\frac{\alpha_\delta^2}{R},\quad a_{33}^1=-\alpha_\psi^2$$
$$b_3^1=\frac{\alpha_\psi^2}{R},\quad b_{v,21}^1=\frac{1}{M} \tag{2.34}$$

- pentru (2.30):

$$a_{31}^2=\frac{\beta_\psi^2\alpha_\delta^2-\beta_\delta^2\alpha_\psi^2}{M},\quad a_{32}^2=-\frac{\beta_\delta^2}{M},\quad a_{33}^2=-\alpha_\psi^2$$
$$b_3^2=-\frac{\beta_\psi^2}{M},\quad b_{v,31}^2=\frac{\alpha_\psi^2}{M},\quad b_{v,32}^2=\frac{1}{M} \tag{2.35}$$

- pentru (3.32):

$$a_{21}^3=-\frac{\beta_\delta^2}{M},\quad a_{23}^3=-\frac{\beta_\psi^2}{M},\quad a_{31}^3=-\alpha_\delta^2,\quad a_{33}^3=-\alpha_\psi^2$$
$$b_{v,21}^3=\frac{1}{M} \tag{2.36}$$

Utilizarea reprezentărilor intrare-stare-ieşire în scopul implementării unei strategii de reglare impune analizarea atentă a posibilităţilor de prelevare a variabilelor de stare. Principalele constatări referitoare la acest aspect sunt următoarele:

- *În toate cazurile **măsurarea întrefierului**, care reprezintă mărimea reglată în acest tip de proces, este absolut necesară pentru o reglare performantă.*
- În general ***măsurarea vitezei de variaţie a întrefierului*** este dificilă şi costisitoare, astfel că în mod obişnuit se recurge la estimarea acestei mărimi cu estimatoare de stare [J1].

- ***Măsurarea curentului*** este o soluţie des utilizată, mai ales datorită faptului că traductoarele de curent sunt uzuale şi relativ ieftine.
- ***Acceleraţia absolută*** se măsoară cu traductoare inerţiale cu timbre tensiometrice. Sunt mai scumpe comparativ cu cele de curent, necesită întreţinere periodică şi în cazul sistemelor de dimensiuni reduse se montează incomod. In ultimul timp au apărut traductoare de acceleraţie încapsulate, independente de mediul ambiant, de exemplu ADXL05 al firmei Analog Devices.
- ***Măsurarea fluxului*** a fost multă vreme evitată datorită variaţiei cu temperatura a caracteristicilor sondelor Hall, a sensibilităţii la vibraţii şi a plasării relativ dificile a traductorului în câmpul generat de electromagnet. Noile tehnologii au înlăturat în parte dezavantajele, existând în prezent sonde Hall cu compensarea practic totală a efectului variaţiei cu temperatura. Rămâne însă problema plasării traductorului în câmpul electromagnetic astfel încât să se măsoare fluxul total.

Utilizarea unora sau a altora dintre posibilităţile de măsurare enumerate, se reflectă din punctul de vedere al modelării prin completarea ecuaţiilor de stare de mai sus cu ecuaţiile de ieşire:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix} \quad \text{pentru (2.28)}, \tag{2.37}$$

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} \quad \text{pentru (2.30)}, \tag{2.38}$$

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \psi \end{bmatrix} \quad \text{pentru (2.32)}. \tag{2.39}$$

Pot să apară situaţii în care doar întrefierul este măsurabil, rezultând ecuaţia de ieşire utilizabilă la toate modelele

$$z_\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_i, \quad i = 1,2,3. \tag{2.40}$$

Acest caz necesită însă estimatoare complexe pentru determinarea stărilor nemăsurabile în mod nemijlocit.

De asemenea nu este neobişnuită nici alegerea unui set de ecuaţii de stare şi măsurarea altor mărimi decât mărimile de stare, de exemplu utilizarea ecuaţiilor (2.32) şi măsurarea întrefierului şi a curentului. De data aceasta ecuaţiile de ieşire sunt:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{23}^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \psi \end{bmatrix}, \text{cu } c_{23}^3 = \frac{\alpha_\psi^2}{R} \tag{2.41}$$

Aceasta este situaţia în care se doreşte utilizarea modelului cu eliminarea curentului, dar din considerente practice se dispune doar de măsurarea curentului. Din nou trebuie utilizate estimatoare pentru estimarea vectorului de stare.

Se arată uşor că toate modelele matematice de mai sus descriu un sistem controlabil şi observabil.

Polinomul caracteristic dedus pentru cele trei sisteme de ecuaţii de stare (2.28), (2.30) şi (2.32) are formele:

$$
\begin{aligned}
&\mu_I(s) = s^3 - a_{33}^1 s^2 - (a_{21}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1)s + a_{21}^1 a_{33}^1 \\
&\mu_{\bar{z}_m}(s) = s^3 - a_{33}^2 s^2 - a_{32}^2 s - a_{31}^2 \\
&\mu_{\psi}(s) = s^3 - a_{33}^3 s^2 - a_{21}^3 s + (a_{21}^3 a_{33}^3 - a_{31}^3 a_{23}^3)
\end{aligned}
\tag{2.42}
$$

Anticipând, se afirmă că având în vedere echivalența celor trei modele matematice descrise, polinoamele caracteristice (2.42) sunt identice. De asemenea, tot anticipând, se precizează că S1E1GL este instabil, polinomul caracteristic asociat având o valoare proprie reală pozitivă.

2.1.3.2 Analiza valorilor parametrilor MM-ISI în funcție de punctul de funcționare staționară

Inlocuind în expresiile parametrilor modelelor matematice deduse în paragraful anterior pe α și β cu relațiile (2.17) și (2.18) se obțin:

- pentru (2.29), echivalent cu (2.34)

$$
\begin{aligned}
&a_{21}^1 = \frac{2g}{z_{\delta 0} + z_0}, a_{23}^1 = -\sqrt{\frac{2gc}{M}}\frac{1}{z_{\delta 0} + z_0}, a_{32}^1 = \frac{\sqrt{2Mgc}}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, a_{33}^1 = -\frac{R}{L(z_{\delta 0})} = -\frac{1}{T(z_{\delta 0})} \\
&b_3^1 = \frac{1}{L(z_{\delta 0})}, \quad b_{v,21}^1 = \frac{1}{M}
\end{aligned}
\tag{2.43}
$$

- pentru (2.31), echivalent cu (2.35)

$$
\begin{aligned}
&a_{31}^2 = \frac{2R}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, \quad a_{32}^2 = \frac{2gL_\infty}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, \quad a_{33}^2 = -\frac{1}{T(z_{\delta 0})} \\
&b_3^2 = -\sqrt{\frac{2gc}{M}}\frac{1}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, \quad b_{v,31}^2 = \frac{1}{MT(z_{\delta 0})}, \quad b_{v,32}^2 = \frac{1}{M}
\end{aligned}
\tag{2.44}
$$

- pentru (2.33), echivalent cu (2.36)

$$
\begin{aligned}
&a_{21}^3 = \frac{2gL_\infty}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, a_{23}^3 = -\sqrt{\frac{2gc}{M}}\frac{1}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, a_{31}^3 = -\frac{R\sqrt{2Mgc}}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}, a_{33}^3 = -\frac{1}{T(z_{\delta 0})} \\
&b_{v,21}^3 = \frac{1}{M}
\end{aligned}
\tag{2.45}
$$

Din nou, datorită echivalenței sistemelor (2.11) și (2.14), era de așteptat ca în cele trei cazuri, parametrii deduși pornind de la setul de ecuații (2.11) și cei obținuți cu plecare de la setul (2.14) să aibe expresii identice. Mai mult, indiferent de vectorul de stare ales, înlocuind în expresiile polinomului caracteristic (2.42) parametrii cu expresiile (2.43), (2.44) și (2.45) respectiv, se obține o unică expresie:

$$
\mu(s) = s^3 + \frac{1}{T(z_{\delta 0})}s^2 - \frac{2gL_\infty}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}s - \frac{2Rg}{c + L_\infty(z_{\delta 0} + z_0)}
\tag{2.46}
$$

Anticiparea din finalul paragrafului precedent, referitoare la existenţa unei valori proprii reale pozitive (pol "instabil"), este acum evidentă datorită termenului liber negativ din (2.46), SIEIGL fiind în buclă deschisă instabil.

In anexa A2.3 se analizează variaţia coeficienţilor modelelor (2.28), (2.30) şi (2.32) pentru cei trei electromagneţi consideraţi. Tabelul 2.3 prezintă variaţia procentuală a coeficienţilor, de la valoarea minimă la valoarea maximă pe intervalul de întrefier considerat.

Tabelul 2.3

Coeficient	Vehicul	Stand	Model de laborator
a_{21}^{1}	369.98%	394.73%	392.59%
a_{23}^{1}	369.98%	394.73%	392.59%
a_{32}^{1}	20.63%	29.34%	6.25%
a_{33}^{1}	312.00%	282.50%	363.19%
b_{3}^{1}	312.00%	282.50%	363.19%
a_{31}^{2}	20.63%	29.34%	6.25%
a_{32}^{2}	20.63%	29.34%	6.25%
a_{33}^{2}	312.00%	282.50%	363.19%
b_{3}^{2}	20.63%	29.34%	6.25%
$b_{v,31}^{2}$	312.00%	282.50%	363.19%
a_{21}^{3}	20.63%	29.34%	6.25%
a_{23}^{3}	20.63%	29.34%	6.25%
a_{31}^{3}	20.63%	29.34%	6.25%
a_{33}^{3}	312.00%	282.50%	363.19%

In urma analizei din acest paragraf, precum şi a rezultatelor anexei A2.3 se constată că:

1. În cazul modelului cu variabila de stare curent numărul coeficienţilor variabili este 5, în cazul modelului cu variabila de stare acceleraţie absolută numărul coeficienţilor variabili este tot 5 dintre care unul se referă la perturbaţii, iar în cazul modelului cu variabila de stare flux numărul coeficienţilor variabili este 4.
2. În cadrul tuturor modelelor, coeficientul $a_{33}^{(\cdot)}$ are o variaţie mare şi este proporţional cu constanta de timp a electromagnetului
3. Modelul (2.28) are variaţiile cele mai mari ale coeficienţilor, în timp ce modelul (2.32) are variaţiile cele mai mici.
4. Variaţiile nu depind de dimensiunile magnetului ci mai degrabă de domeniul de întrefier considerat.

2.1.4 Compararea modelelor liniare pe stare cu modelul matematic neliniar prin intermediul răspunsului indicial

Pentru a evalua valabilitatea modelelor linarizate şi pentru a stabilii în ce măsură proiectarea se poate baza pe ele, se compară modelele lineare (2.11) şi (2.14) cu sistemul nelinear de bază (2.2) prin intermediul răspunsului indicial.

Astfel considerând sistemele aflate într-un punct staţionar $\Delta_1(z_{\delta0},0,0)$ se consideră un scenariu constând în aplicarea separată a următoarelor variaţii ale celor trei mărimi de intrare.

$$u_a=u_{a0}+\delta u_a,\ u_a=u_{a0}-\delta u_a,\ f_{ext}=-\delta f_{ext},\ f_{ext}=\delta f_{ext},\ z_x=\delta z_x \text{ şi } z_x=-\delta z_x.$$

Pentru a putea compara efectele acestor variaţii, valoarea lor se va lua astfel încât în regim staţionar toate ar produce o variaţie a forţei dezvoltate de electromagnet de 10% din masa sustentată M.

Simularea sistemelor s-a făcut cu pachetul SIMULINK [*1], diagramele bloc şi rezultatele simulărilor fiind prezentate în anexa A2.4

Analizând rezultatele simulărilor din anexa menţionată, se pot trage concluziile:

1. Modelul liniarizat bazat pe eliminarea curentului aproximează foarte bine comportarea sistemului neliniar, real.

2. Modelul liniarizat bazat pe eliminarea fluxului aproximează într-o măsură mai mică sistemul neliniar: curentul are o variație mult mai lentă decât cel real, toate celelate mărimi având o variație mai energică decât în cazul real.
3. Pe măsură ce întrefierul crește față de punctul de liniarizare, variația mărimilor modelului cu eliminarea curentului devine mai rapidă decât a mărimilor sistemului neliniar real, iar când întrefierul scade, variația este mai lentă.
4. Aceste observații se păstrează pentru ambii electromagneți considerați:
    - pentru vehicul cu levitație magnetică cu forța portanta mare și întrefier nominal mare și
    - pentru modelul de laborator cu forța portantă redusă și întrefier nominal mic.

2.1.5 Caracteristicile de pulsație ale modelului liniar

În continuare se determină expresiile în operațional ale mărimilor modelului matematic liniarizat într-un punct de optim Δ_0 , în sensul definit în paragraful 2.1.2.3, ca funcții de mărimile de intrare. Acestea permit calcularea imediată a funcțiilor de transfer utilizabile pentru trasarea caracteristicilor de pulsație. Având în vedere echivalența celor trei modele liniare deduse, calculul se poate face pentru oricare dintre ele. Asftel, utilizând (2.28) cu (2.34) și plecând de la relația:

$$x(s) = \left(sI - A\right)^{-1}\left[b \cdot u_a(s) + B_v \cdot v(s)\right] \tag{2.47}$$

cu: $x(s)$ - vectorul de stare în operațional
$v(s)$ - vectorul mărimilor perturbatoare în operațional
A - matricea sistemului
b - vectorul coeficienților mărimii de intrare
B_v - matricea coeficienților mărimilor perturbatoare

și efectuând calculele se obține

$$x(s) = \frac{1}{\mu(s)}\begin{bmatrix} a_{23}^1 b_3^1 \\ a_{23}^1 b_3^1 s \\ b_3^1\left(s^2 - a_{21}^1\right) \end{bmatrix} u_a(s) + \frac{1}{\mu(s)}\begin{bmatrix} b_{v,21}^1(s - a_{33}^1) & -(s - a_{33}^1) \\ b_{v,21}^1 s(s - a_{33}^1) & -s(s - a_{33}^1) \\ b_{v,21}^1 a_{32}^1 s & -a_{32}^1 s \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_{ext}(s) \\ \ddot{z}_s(s) \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

în care

$$\mu(s) = s^3 - a_{33}^1 s^2 - (a_{23}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1)s + a_{21}^1 a_{33}^1$$

Cu ajutorul expresiei (2.48) rezultă în continuare:

$$z_\delta(s) = \frac{1}{\mu(s)}\left[a_{23}^1 b_3^1 u_a(s) + b_{v,21}^1 (s - a_{33}^1) f_{ext}(s) - (s - a_{33}^1)\ddot{z}_s(s)\right] \tag{2.49}$$

$$\dot{z}_\delta(s) = \frac{1}{\mu(s)}\left[a_{23}^1 b_3^1 s u_a(s) + b_{v,21}^1 s(s - a_{33}^1) f_{ext}(s) - s(s - a_{33}^1)\ddot{z}_s(s)\right] \tag{2.50}$$

$$i(s) = \frac{1}{\mu(s)}\left[b_3^1(s^2 - a_{21}^1)u_a(s) + b_{v,21}^1 a_{32}^1 s f_{ext}(s) - a_{32}^1 s \ddot{z}_s(s)\right] \tag{2.51}$$

Utilizând relațiile (2.10) și (2.11) se calculează

$$\begin{aligned} \psi(s) &= \alpha_I^1 i(s) + \alpha_\delta^1 z_\delta(s) \\ f_e(s) &= \beta_I^1 i(s) + \beta_\delta^1 z_\delta(s) \\ \ddot{z}_m(s) &= \frac{1}{M}\left(f_{ext}(s) - f_e(s)\right) \end{aligned} \tag{2.52}$$

care conduc la expresiile de detaliu:

$$\psi(s) = \frac{1}{\mu(s)}\left[(s^2 - a_{32}^1 a_{23}^1 a_{21}^1)u_a(s) + \frac{a_{32}^1 a_{33}^1 b_{v,21}^1}{b_3^1} f_{ext}(s) - \frac{a_{32}^1 a_{33}^1}{b_3^1} \ddot{z}_s(s)\right] \qquad (2.53)$$

$$f_e(s) = \frac{1}{\mu(s)}\left[-\frac{a_{23}^1 b_3^1}{b_{v,21}^1} s^2 u_a(s) + \left[-s\left(a_{23}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1\right) + a_{21}^1 a_{33}^1\right] f_{ext}(s) - \right.$$

$$\left. - \frac{-s(a_{23}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1) + a_{21}^1 a_{33}^1}{b_{v,21}^1} \ddot{z}_s(s)\right] \qquad (2.54)$$

$$\ddot{z}_m(s) = \frac{1}{\mu(s)}\left[a_{21}^1 b_3^1 s^2 u_a(s) + b_{v,21}^1 s^2 (s - a_{33}^1) f_{ext}(s) - \right.$$

$$\left. - \left[s(a_{23}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1) - a_{21}^1 a_{33}^1\right] \ddot{z}_s(s)\right] \qquad (2.55)$$

Relațiile (2.49) - (2.55) permit determinarea tuturor funcțiilor de transfer care interesează.

Este interesant de remarcat că în toate relațiile f_{ext} și $\ddot{z}_s$ pot fi prinse ca o singură intrare perturbatoare fictivă de forma

$$b_{v,21} f_{ext}(s) - \ddot{z}_s(s) \qquad (2.56)$$

Această observație poate fi exploatată în cadrul stabilirii modelelor extinse ale S1E1G.

In anexa A2.5 sunt reprezentate caracteristicile de pulsație corespunzătoare relațiilor (2.49)-(2.52), în urma analizei cărora se pot face următoarele observații:

1. Variațiile întrefierului în raport cu tensiunea de alimentare au un caracter proporțional și aperiodic amortizat
2. Variațiile curentului și fluxului în raport cu tensiunea de alimentare au un caracter proporțional dar în timp ce curentul este aperiodic amortizat, fluxul este oscilant amortizat
3. In raport cu forța exterioară și accelerația perturbatoare, curentul are un caracter dublu anticipativ, ceea ce conferă întrefierului un caracter proporțional în raport cu mărimile perturbatoare.
4. Comparând diagramele în raport cu forța exterioară și accelerația perturbatoare se confirmă posibilitatea echivalării intrărilor perturbatoare într-o singură mărime perturbatoare conform relației (2.56).
5. Banda de frecvență a electromagnetului pentru vehicule pe pernă magnetică este limitată la 20-25 Hz, în schimb banda de frecvență a electromagnetului utilizat în modelul de laborator se ridică datorită dimensiunilor mai mici la 100 Hz. De asemenea datorită rezervei de tensiune mult mai ridicată în cazul modelului de laborator, coeficientul de transfer în bucla deschisă în raport cu tensiunea de alimentare este mai mare decât în cazul electromagnetului cu forță portantă mare

2.1.6 Sisteme exogene asociate mărimilor perturbatoare și modelele extinse ale S1E1G

În continuare se analizează mărimile de intrare F_{ext} și $\ddot{z}_s$ cu caracter perturbator, stabilindu-se sistemele exogene corespunzătoare. Se identifică apoi alte posibile surse perturbatoare legate de structura internă a sistemului și în final se scrie modelul extins al S1E1G.

2.1.6.1 Sisteme exogene asociate mărimii F_{ext}

Mărimea perturbatoare F_{ext} corespunde forțelor exterioare care se exercită asupra electromagnetului datorită interacțiunii dintre acesta și mediul înconjurator. În cazul vehiculelor pe pernă magnetică de exemplu, forța F_{ext} se datorează acțiunii vântului asupra cutiei vehiculului, a forțelor centrifuge care apar la mișcarea vehiculului în curbe și pante, a numărului variabil de pasageri. În cazul unei mașini electrice cu lagăre magnetice forțele exterioare se datorează în primul rând sarcinii cuplate la arbore și a presiunii exercitate asupra acestuia, de exemplu în cursul unei prelucrări mecanice atunci când mașina face parte dintr-o mașina unealtă.

Acțiunea forței exterioare se produce în timp aleator, variațiile sale putând fi considerate de tip treaptă, rampă limitată sau exponențială (figura 2.4) [D4], [T5].

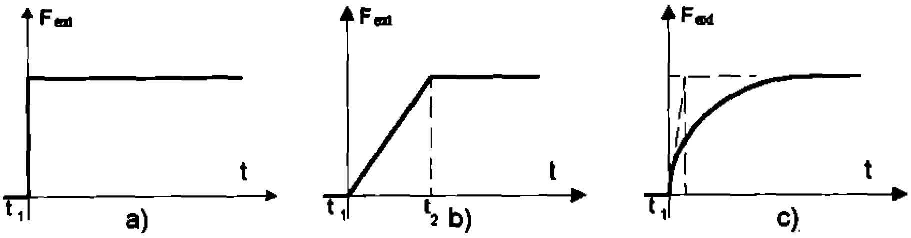


Figura 2.4. Posibile forme de variație a forței exterioare

Ecuațiile asociate celor trei tipuri de variații sunt:

a) $$F_{ext}(t) = F_0 \cdot 1(t_1) \tag{2.57a}$$

b) $$F_{ext}(t) = F_0 \cdot \left[r(t_1) - r(t_2)\right] \tag{2.57b}$$

c) $$F_{ext}(t) = F_0 \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{(t-t_1)}{T_F}\right)\right] \quad , \tag{2.57c}$$

cu 1(t) notându-se semnalul treaptă unitate și cu r(t) semnalul rampă unitate.

Modelele exogene corespunzătoare au ecuațiile:

a) $$\left[F_{ext}\right]' = [0]\left[F_{ext}\right] + \delta(t_1) \tag{2.58a}$$

b) $$\begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \delta(t_2) \end{bmatrix} \tag{2.58b}$$

c) $$\begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{T_F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta(t_1) \\ \delta(t_2) \end{bmatrix}, \tag{2.58c}$$

$\delta(t)$ reprezentând impulsul Dirac unitar.

Se impune precizarea că sistemul (2.58b) poate aproxima prin alegerea adecvată a lui $\delta(t_1)$ și $\delta(t_2)$ atât sistemul (2.58a) cât și (2.58c) așa încât în continuare ne vom referi numai la el.

2.1.6.2 Sisteme exogene asociate mărimii z_r

Mărimea de intrare z_r redă modificarea poziției șinei în raport cu un sistem de referință fix. Ea conține mai multe componente cu caracter diferit (mărime de conducere sau mărime perturbatoare) și de tip diferit (determinist sau aleator) și anume:

1. *componenta utilă z_{su} de tip determinist*, cu caracter de mărime de conducere prin faptul că prin z_{su} se prescrie valoarea lui z_m corespunzătoare variațiilor poziției S1E1G față de axa de referință;
2. *componenta perturbatoare z_{sp1} de tip determinist* datorată variațiilor periodice ale poziției S1E1G față de axa de referință și care în cazul vehiculelor cu sustentație magnetică se datorează arcuirii șinelor sub propria lor greutate și sub greutatea vehiculului în cursul deplasării acestuia, iar în cazul lagărului, rotației sale;
3. *componenta perturbatoare z_{sp2}, de tip aleator*, datorată impreciziilor constructive.

Se consideră că cele trei componente contribuie aditiv la formarea lui z_s:

$$z_s = z_{su} + z_{sp1} + z_{sp2} = z_{su} + z_{sp} \tag{2.59}$$

Literatura de specialitate acorda mult spațiu acestor tipuri de perturbații [D4], [D5], [F1], [S3]. Astfel, pentru componenta deterministă cu caracter de mărime de conducere se asociaza modelul:

$$z_{su}^{(4)} + z_{su}^{(3)} + z_{su}^{(2)} + z_{su}^{(1)} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 \tag{2.60}$$

cu δ(t) impulsul Dirac, căruia îi corespunde modelul

$$\begin{bmatrix} z_{su} \\ \dot{z}_{su} \\ \ddot{z}_{su} \\ \dddot{z}_{su} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{su} \\ \dot{z}_{su} \\ \ddot{z}_{su} \\ \dddot{z}_{su} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

Deoarece pentru modelul stabilit în paragraful 2.1.3 interesează accelerația $\ddot{z}_{su}$, sistemul asociat acestei componente este:

$$\begin{bmatrix} \ddot{z}_{su} \\ \dddot{z}_{su} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_{su} \\ \dddot{z}_{su} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} \tag{2.62}$$

Pentru z_{sp1} se admite o variație sinuisoidală de forma

$$z_{sp1}(t) = Z_{sp1\ max} \cdot \sin(\omega_s t + \varphi_s) \quad , \tag{2.63}$$

cu pulsația ω_s dependentă de viteza de glisare (în cazul vehiculelor pe pernă magnetică) sau de turație (în cazul lagărelor).

Sistemul generator asociat lui z_{sp1} este:

$$\begin{bmatrix} z_{sp1} \\ \dot{z}_{sp1} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_s^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{sp1} \\ \dot{z}_{sp1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(\delta_1, \delta_2) \\ f_2(\delta_1, \delta_2) \end{bmatrix} \tag{2.64}$$

cu f_1 și f_2 două funcții neliniare, având ca variabile independente impulsurile Dirac δ_1 și δ_2 cu momentele de producere și amplitudinile aleatoare, exprimând modificările lui $Z_{sp1\ max}$ și ale lui φ_s.

Forma sistemului exogen (2.64) rămâne valabilă și în cazul utilizării în cadrul vectorului de stare a accelerației $\ddot{z}_{sp1}$ și a derivatei sale.

In fine, componenta perturbatoare de tip aleator se caracterizează prin densitatea spectrală de putere

$$S_{z_{sp1,sp2}}(\Omega) = \frac{\alpha}{\Omega^2} \tag{2.65}$$

în care α este coeficientul de rugozitate spectral şi Ω numărul de unde.

2.1.6.3 S1E1G extins

Analizând sistemele exogene din paragraful precedent, ţinând cont de observaţia referitoare la expresiile funcţiilor de transfer ale mărimilor sistemului în raport cu forţa exterioară şi acceleraţia perturbatoare şi având în vedere poziţia mărimilor F_{ext} şi z_s în schemele bloc informaţionale, se observă că perturbaţiilor $\ddot{z}_{su}$ şi $\ddot{z}_{sp2}$ li se pot asocia forţe exterioare perturbatoare fictive de forma (2.57b) astfel încât ele pot fi înglobate în acest tip de perturbaţii. În consecinţă se poate alege ca model al perturbaţiilor sistemul:

$$\begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_{sp1} \\ \dddot{z}_{sp1} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_s^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_{sp1} \\ \dddot{z}_{sp1} \end{bmatrix}, \tag{2.66}$$

în locul vectorului de intrare sub formă de impulsuri Dirac putându-se considera vectorul condiţiilor iniţiale:

$$\begin{bmatrix} F_{ext_0} & \dot{F}_{ext_0} & \ddot{z}_{sp1_0} & \dddot{z}_{sp1_0} \end{bmatrix}^T \tag{2.67}$$

Asociind sistemul exogen (2.66) cu condiţiile iniţiale (2.67) modelului S1E1G (2.28) se obţine modelul extins al S1E1G

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \\ F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_{sp1} \\ \dddot{z}_{sp1} \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{21}^1 & 0 & a_{23}^1 & b_{v,21}^1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & a_{32}^1 & a_{33}^1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \\ F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_{sp1} \\ \dddot{z}_{sp1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3^1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_a \tag{2.68}$$

Acest sistem poate fi utilizat fie pentru determinarea unor compensatoare cu rejecţia perturbaţiilor, fie în scopul evaluării căilor informaţionale de zgomot pentru a lua măsurile necesare eliminării efectului lor.

2.1.6.4 Vibraţii, şocuri, rezonanţă, zgomot

In studiul sistemelor de reglare din cadrul acestei lucrări se vor lua în considerare pertrubaţii care se pot datora unor efecte exterioare sau pot proveni din interiorul sistemului. Ele toate pot fi cuprinse sub formă de vibraţii, şocuri, rezonanţă şi zgomot.

Vibraţiile sunt perturbaţii care se manifestă ca forţe exterioare perturbatoare. Ele sunt datorate în principal structurii mecanice a sistemului. Sunt de diferite frecvenţe, în general mai ridicate decât banda de frecvenţă utilă a sistemului în buclă închisă.

Şocurile se manifestă şi ele pe canalul forţei exterioare perturbatoare fiind datorate unor astfel de mărimi. Forma lor poate fi descrisă cel mai bine ca un semnal semi-sinus izolat.

Rezonanța este un fenomen datorat structurii interne și condițiilor de funcționare ale sistemului. În general ea poate fi inclusă în schema bloc informațională la ieșirea mărimii reglate (întrefierul) ca un bloc cu funcția de transfer de ordinul 2 cu o amortizare redusă. Un sistem mecanic are într-un punct de funcționare, în mod obișnuit mai multe frecvențe de rezonanță dintre care una este dominantă. Posibilități de eliminare a acestei frecvențe vor fi discutate într-unul din capitolele următoare.

Zgomotul este inerent oricărui sistem de măsură și el se manifestă în acest caz cu o distribuție normală (zgomot alb). În analiza sistemelor de reglare din această lucrare se vor lua în considerare și zgomotele introduse pe diferitele canale de măsură.

2.1.7 Discretizarea modelului extins al S1E1G

Mărimea de comandă de la ieșirea unui regulator numeric este furnizată fie de un convertor numeric-analogic (CNA) fie de un modulator de semnal dreptunghiular (MLP - modulare în lățime de puls). În ambele situații, intrarea procesului studiat este alimentată cu semnale de tip scară, în ultimă instanță de tip treaptă, astfel încât metoda de discretizare trebuie să țină cont de acest fapt. În concret, se obține modelul matematic intrare-stare-ieșire discret extins al S1E1G plecând de la forma (2.68) a sistemului extins prin aplicarea *metodei realizării invariante la semnal treaptă*.

Potrivit acestei metode pentru discretizare se folosesc formulele [D2], [J2]:

$$\begin{aligned} A_d &= e^{-AT_e} = \Phi(T_e) \\ B_d &= \int_0^{T_e}\left(e^{-A\tau}B\right)d\tau = \left(\int_0^{T_e} e^{-A\tau}d\tau\right)B \end{aligned} \tag{2.69}$$

cu $\Phi(t)$ matricea de tranziție, T_e pasul de discretizare și B=constant.

Calculul propriu-zis necesită, pentru început, determinarea polinomului caracteristic al sistemului extins. Rezultă

$$\mu_{\Sigma}(s) = s^2\left(s^2+\omega_s^2\right)\mu_I(s) = s^2\left(s^2+\omega_s^2\right)(s-\alpha)\left[(s+a)^2+\omega^2\right] \tag{2.70}$$

cu $\mu_I(s)$ dedus din (2.42)

Matricea de tranziție a sistemului extins are aspectul:

$$\Phi(s) = \left[\begin{array}{ccccc}
\dfrac{s^2-a_{33}^1 s-a_{32}^1 a_{21}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{s-a_{33}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{a_{23}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{-b_{v,21}^1(s-a_{33}^1)}{s\mu_I(s)} & \dfrac{-b_{v,21}^1(s-a_{33}^1)}{s^2\mu_I(s)} \\
\dfrac{a_{21}^1(s-a_{33}^1)}{\mu_I(s)} & \dfrac{s(s-a_{33}^1)}{\mu_I(s)} & \dfrac{sa_{23}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{-b_{v,21}^1(s-a_{33}^1)}{\mu_I(s)} & \dfrac{-b_{v,21}^1(s-a_{33}^1)}{s\mu_I(s)} \\
\dfrac{a_{21}^1 a_{33}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{sa_{32}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{s^2-a_{21}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{-b_{v,21}^1 a_{32}^1}{\mu_I(s)} & \dfrac{-b_{v,21}^1 a_{32}^1}{s\mu_I(s)} \\
0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{s} & \dfrac{1}{s^2} \\
0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{s} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right.$$

$$
\left.\begin{matrix}
\dfrac{s(s-a_{33}^{1})}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)\mu_{I}(s)} & \dfrac{s-a_{33}^{1}}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)\mu_{I}(s)} \\
\dfrac{s^{2}(s-a_{33}^{1})}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)\mu_{I}(s)} & \dfrac{s(s-a_{33}^{1})}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)\mu_{I}(s)} \\
\dfrac{-b_{v,21}^{1}a_{32}^{1}}{s\mu_{I}(s)} & \dfrac{sa_{33}^{1}}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)\mu_{I}(s)} \\
0 & 0 \\
0 & 0 \\
\dfrac{s}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)} & \dfrac{1}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)} \\
\dfrac{-\omega_{s}^{2}}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)} & \dfrac{s}{\left(s^{2}+\omega_{s}^{2}\right)}
\end{matrix}\right] \tag{2.71}
$$

Pentru determinarea originalului funcției Φ(s), în anexa A2.6 sunt deduse relații generale de calcul al originalului diferitelor funcții raționale ce intră în componența transformărilor Laplace din cadrul matricei de transfer (2.71). Utilizarea lor conduce la o matrice de tranziție în original de forma:

$$
\Phi(t)=\begin{bmatrix}
f_{1}^{11}(t) & f_{1}^{12}(t) & f_{1}^{13}(t) & f_{2}^{14}(t) & f_{3}^{15}(t) & f_{4}^{16}(t) & f_{4}^{17}(t) \\
f_{1}^{21}(t) & f_{1}^{22}(t) & f_{1}^{23}(t) & f_{1}^{24}(t) & f_{2}^{25}(t) & f_{4}^{26}(t) & f_{4}^{27}(t) \\
f_{1}^{31}(t) & f_{1}^{32}(t) & f_{1}^{33}(t) & f_{1}^{34}(t) & f_{2}^{35}(t) & f_{4}^{36}(t) & f_{4}^{37}(t) \\
0 & 0 & 0 & 1 & t & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{5}^{66}(t) & f_{6}^{67}(t) \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{5}^{76}(t) & f_{6}^{77}(t)
\end{bmatrix} \tag{2.72}
$$

Matricea sistemului discret A_d se obține în final cu relația:

$$A_d=\Phi(t)\Big|_{t=T_e}=\Phi(T_e) \qquad \text{cu } T_e = \text{pasul de discretizare}$$

Determinarea lui b_d se face prin efectuarea integralei din (2.69), adică:

$$
\begin{aligned}
{b_d}^{T} &= b_3^{1}\int_{0}^{T_e}\left[f_{1}^{13}(t) \quad f_{1}^{23}(t) \quad f_{1}^{33}(t) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right]dt = \\
&= b_3^{1}\left[f_{2}^{13}(T_e) \quad f_{2}^{23}(T_e) \quad f_{2}^{33}(T_e) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right]
\end{aligned} \tag{2.73}
$$

Un aspect care nu a fost atins în discretizarea de mai sus constă în surprinderea întârzierii introduse chiar de către regulator. În reglarea numerică a unui proces rapid, rareori sistemul de calcul este așa de rapid încât mărimea de comandă să poată fi considerată furnizată procesului simultan cu achiziția mărimilor din proces. De cele mai multe ori există o întârziere între achiziție și generarea comenzii, datorată convertoarelor analog-numerice (CAN), a calculelor efectuate și a CNA. Această întârziere trebuie luată în considerare în procesul de discretizare, ea introducând un pol în originea planului "z".

Astfel, dacă întârzierea introdusă de regulator este $t_R < T_e$ atunci ea poate fi surprinsă din punct de vedere matematic prin introducerea unui timp mort de valoare t_R pe canalul mărimii de comandă u a procesului, sub forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - t_R) \tag{2.74}$$

In condiţii iniţiale x_0 date se obţine

$$x(t) = \exp(At)x_0 + \int_0^t \exp\left[A(t-\tau)\right]Bu(\tau)d\tau \tag{2.75}$$

Aşadar, discretizarea pleacă practic de la:

$$x_{k+1} = \exp\left[A(k+1)T_e\right]x_0 + \int_0^{(k+1)T_e} \exp\left[A(kT_e - \tau)\right]Bu(\tau)d\tau \tag{2.76}$$

Cum u_k se modifică în trepte şi B=const., in ipoteza că $t_R < T_e$ se obţine

$$x_{k+1} = \exp(AT_e)\left[\exp(AkT_e)x_0 + \int_0^{kT_e} \exp\left[A(kT_e - \tau)\right]Bu(\tau)d\tau\right] +$$
$$+\left(\int_{kT_e}^{kT_e+t_R} \exp\left[A(k+1)T_e - \tau\right]d\tau\right)Bu_{k-1} + \left(\int_{kT_e+t_R}^{(k+1)T_e} \exp\left[A(k+1)T_e - \tau\right]d\tau\right)Bu_k$$

rezultând in final

$$x_{k+1} = \exp\left(AT_e\right)x_k + \left(\int_0^{T_e-t_R} \exp(A\tau)d\tau\right)Bu_k + \left(\int_{T_e-t_R}^{T_e} \exp(A\tau)d\tau\right)Bu_{k-1} \tag{2.77}$$

Este uşor de observat că rezultatul discretizării este un proces de un ordin mai mare cu o unitate decât al sistemului în timp continuu de la care s-a plecat. Ecuaţiile (2.77) nu reprezintă un model pe stare în formă canonică, care să surprindă în mod nemijlocit acest lucru. Este necesară introducerea unei noi variabile de stare $x_{n+1}=u_{k-1}$. Rezultă imediat mărirea ordinului sistemului şi introducerea unui pol în origine.

Exemplul de discretizare din acest paragraf a fost parcurs, mai mult, pentru a evidenţia problemele şi complexitatea procesului de discretizare a unui proces. Pe parcursul acestei lucrări, in studiul diferitelor procese se va recurge la metode numerice de discretizare, metode implementate în pachetul MATLAB în funcţiile "c2d" (continuous to discrete) sau "c2dt" (continuous to discrete with delay) [*2].

2.2 Modelarea matematică a sistemului cu doi electromagneţi şi un grad de libertate (S2E1GL)

2.2.1 Modelul matematic neliniar al S2E1GL

Doi electromagneţi fixaţi rigid într-un sistem fizic inerţial dat, definit de axa de referinţă situată la jumătatea distanţei D dintre ei, dezvoltă asupra jugului feromagnetic mobil, prin intermediul curenţilor i_1 şi i_2 produşi în înfăşurări de tensiunile de alimentare u_{a1} şi u_{a2}, forţele de atracţie F_{e1} şi F_{e2} de sensuri contrare. În interiorul sistemului fizic considerat, deplasarea jugului este posibilă doar în lungul axei z (un grad de libertate), iar ansamblul este mobil tot după un singur grad de libertate, dupa axa z, situându-se la distanţa z_m faţă de o axă de referinţă absolută.

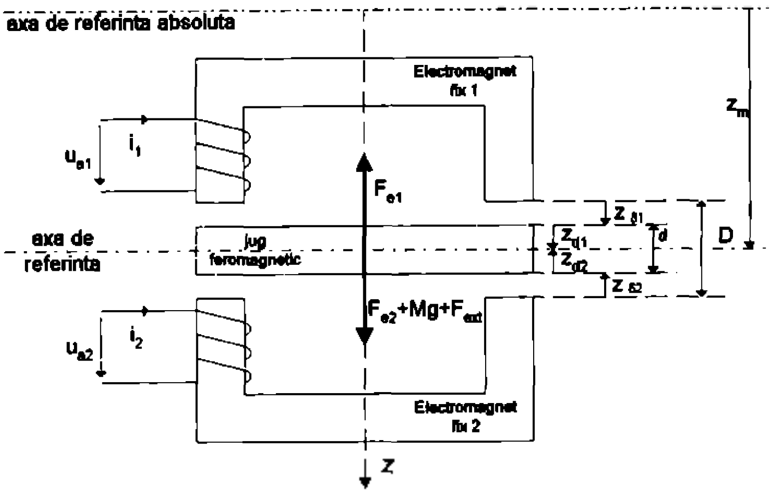


Figura 2.5. Sistemul cu 2 electromagneți și 1 grad de libertate

Asupra jugului feromagnetic se mai exercită forțe exterioare cu caracter perturbator F_{ext} și greutatea proprie Mg. Întrefierurile absolute dintre electromagneți și jugul mobil sunt $z_{\delta1}$ și $z_{\delta2}$, între ele existând relația:

$$z_{\delta1}+z_{d1}=z_{\delta2}+z_{d2}=\frac{D}{2} \tag{2.78}$$

cu $z_{d1}+z_{d2}$ grosimea jugului.

O prelucrare mecanică ideală a jugului înseamnă $z_{d1}+z_{d2}$=d=constant, situație în care poziția dorită a sistemului se exprimă prin condițiile:

$$z_{d1}=z_{d2}=\frac{d}{2} \quad \text{și} \quad z_{\delta1}=z_{\delta2} \tag{2.79}$$

Cum prelucrarea este întotdeauna imperfectă, utilizarea a două bucle de reglare independente pentru fiecare electromagnet, care să stabilească pentru cele două întrefieruri valori prescrise distincte, bucle care să nu țină cont una de alta, este imposibilă datorită rigidității sistemului. Din acest motiv se va considera ca mărime reglată un unic întrefier, *un întrefier diferențial*, cu semnul convențional pozitiv după axa z

$$z_\delta=\frac{1}{2}\left(z_{\delta1}-z_{\delta2}\right) \tag{2.80}$$

care în situația ideală enunțată mai sus va fi nul.

Figura 2.6 redă modelul fizic în care sunt surprinse imperfecțiunile de prelucrare z_{s1} și z_{s2} astfel încât z_{d1} și z_{d2} pot fi exprimate ca:

$$z_{\delta1}=\frac{D-d}{2}+z_{s1}\,,\quad z_{\delta2}=\frac{D-d}{2}+z_{s2}\,,\quad z_\delta=\frac{z_{s1}-z_{s2}}{2} \tag{2.81}$$

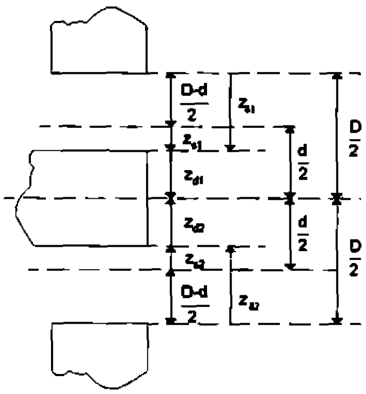


Figura 2.6. Detalii ale notaţiilor legate de dimensiunile geometrice ale S2E1GL

Introducând mărimea (eroarea medie de prelucrare a jugului)

$$z_s = \frac{-z_{s1} + z_{s2}}{2} \tag{2.82}$$

ca o mărime perturbatoare datorată imperfecţiunilor geometrice ale jugului, z_{s1} şi z_{s2} sunt determinate prin z_δ şi z_s:

$$z_{s1} = z_\delta + z_s\,, \quad z_{s2} = z_\delta - z_s\,. \tag{2.83}$$

Se face precizarea că în regim staţionar, prin sistemul de reglare automată jugul se presupune a fi poziţionat simetric faţă de axa de referinţă şi deci

$$z_s = z_{s1} = z_{s2}\,, \quad z_\delta = 0 \tag{2.84}$$

Cu aceste precizări modelul matematic neliniar, în ipoteza μ_{Fe}=constant este:

$$\begin{aligned}
&u_{a1} = i_1 R_1 + \frac{d\psi_1}{dt} && u_{a2} = i_2 R_2 + \frac{d\psi_2}{dt}\\
&\psi_1 = L_1(z_{\delta 1}) i_1 && \psi_2 = L_2(z_{\delta 2}) i_2\\
&F_{e1} = -\frac{1}{2}\frac{dL_1(z_{\delta 1})}{dz_{\delta 1}} i_1^2 && F_{e2} = -\frac{1}{2}\frac{dL_2(z_{\delta 2})}{dz_{\delta 2}} i_2^2\\
&M(\ddot{z}_m + \ddot{z}_\delta) = Mg - F_{e1} + F_{e2} + F_{en}\\
&z_\delta = \frac{z_{s1} + z_{s2}}{2}\\
&z_s = \frac{-z_{s1} + z_{s2}}{2}
\end{aligned} \tag{2.85}$$

Presupunând că electromagneţii sunt identici atât ca dimensiuni geometrice cât şi din punctul de vedere al înfăşurărilor, rezistenţele acestora sunt egale

$$R_1 = R_2 = R \tag{2.86}$$

şi constatnele ce intervin în expresiile inductanţelor sunt de asemenea identice şi în consecinţă

$$L_1(z_{\delta 1}) = L_1(z_{z1}) = \frac{c}{\dfrac{D-d}{2} + z_{s1} + z_0} + L_\infty$$
$$L_2(z_{\delta 2}) = L_2(z_{z2}) = \frac{c}{\dfrac{D-d}{2} + z_{s2} + z_0} + L_\infty \tag{2.87}$$

Notând

$$\frac{D-d}{2} + z_0 = \eta \tag{2.88}$$

se mai poate scrie:

$$L_1(z_{z1}) = \frac{c}{\eta + z_{s1}} + L_\infty \qquad L_2(z_{z2}) = \frac{c}{\eta + z_{s2}} + L_\infty \tag{2.89}$$

In regim staționar, în care s-a presupus valabilitatea relației (2.84) ecuațiile sistemului devin:

$$\begin{aligned}
&U_{a10} = I_{10}R_1 && U_{a20} = I_{20}R_2 \\
&\Psi_{10} = L_1(z_{s0})I_{10} && \Psi_{20} = L_2(z_{s0})I_{20} \\
&F_{e10} = -\frac{1}{2}\frac{dL_1(z_{s0})}{dz_s}I_{10}^2 && F_{e20} = -\frac{1}{2}\frac{dL_2(z_{s0})}{dz_s}I_{20}^2 \\
&0 = Mg - F_{e01} + F_{e02} + F_{ext0} \\
&z_\delta = 0
\end{aligned} \tag{2.90}$$

Aparent, în regim staționar nu are sens dezvoltarea unei forțe F_{e20} decât în situația unor forțe exterioare negative de valoare mare, astfel că în absența acestora I_{20} ar putea fi nul. Totuși, deși cu un consum mai mare de energie, *pentru a obține performanțe dinamice superioare se impune prevederea unei pretensionări a sistemului* în sensul că pentru regimul normal de funcționare, în absența perturbațiilor se alege curentul I_{20} astfel încât forța F_{e20} să fie aproximativ 10% până la 20% din Mg și deci F_{e10} 110%÷120% din greutatea jugului. Pretensionarea diminuează unele manifestări de tip histeresis și de tip inerțial. În situația în care sistemul se află inițial într-un echilibru labil (situația unui ghidaj sau situația modelului de laborator studiat în această lucrare), se dorește o pretensionare a sistemului cu 10%÷20% din sarcina nominală

Se face precizarea că studiul acestui tip de sistem cu sustentație electromagnetică este făcut în vederea utilizării rezultatelor obținute în analiza lagarelor cu sustentație electromagntică (lagăre active), S2E1GI reprezentând "axa unui lagăr" respectiv un proces condus.

2.2.2 Linearizarea S2E1GL și stabilirea modelului matematic intrare-stare-ieșire

Linearizarea sistemului se face după același principiu ca și în paragraful 2.1.2, în jurul unui punct de funcționare $\Delta_0(z_{s1}, z_{s2}, z_m, F_{ext}) = \Delta_0(0, 0, z_{m0}, F_{ext0})$. Linearizarea se poate face din nou prin eliminarea fluxului cât și prin eliminarea curentului. Astfel, *in primul caz* se obține:

$$
\begin{aligned}
&u_{a1} = Ri_1 + \alpha^1_{1l}\dot{i}_1 + \alpha^1_{1\delta}\dot{z}_{s1} && u_{a2} = Ri_2 + \alpha^1_{2l}\dot{i}_2 + \alpha^1_{2\delta}\dot{z}_{s2} \\
&f_{e1} = \beta^1_{1l} i_1 + \beta^1_{1\delta} z_{s1}\beta^1_{1l} && f_{e2} = \beta^1_{2l} i_2 + \beta^1_{2\delta} z_{s2}\beta^1_{1l} \\
&M(\ddot{z}_m + \ddot{z}_\delta) = -f_{e1} + f_{e2} + f_{ext} && \\
&z_\delta = \frac{z_{s1} - z_{s2}}{2} && z_s = \frac{z_{s1} + z_{s2}}{2}
\end{aligned}
\tag{2.91}
$$

în care toate mărimile reprezintă variaţii, renunţându-se pentru simplificare la scrierea simbolului Δ.
Recurgând la relaţiile (2.12) şi (2.17) pentru coeficienţii de liniarizare se constată că:

$$
\begin{aligned}
&\alpha^1_{1l} = \alpha^1_{2l} = \frac{c}{\eta} + L_\infty \quad \alpha^1_{1\delta} = -\frac{c}{\eta^2} I_{10} \qquad \alpha^1_{2\delta} = -\frac{c}{\eta^2} I_{20} \\
&\beta^1_{1l} = \frac{c}{\eta^2} I_{10} \quad \beta^1_{2l} = \frac{c}{\eta^2} I_{20} \quad \beta^1_{1\delta} = -\frac{c}{\eta^3} I^2_{10} \quad \beta^1_{2\delta} = -\frac{c}{\eta^3} I^2_{20}
\end{aligned}
\tag{2.92}
$$

Se observă dependenţa acestor coeficienţi doar de curenţi, adică de greutatea jugului mobil şi de forţa exterioară perturbatoare luată iniţial în considerare, precum şi de dimensiunile geometrice ale sistemului.

Schema bloc informaţională dedusă din relaţiile (2.91) este redată în figura 2.7.

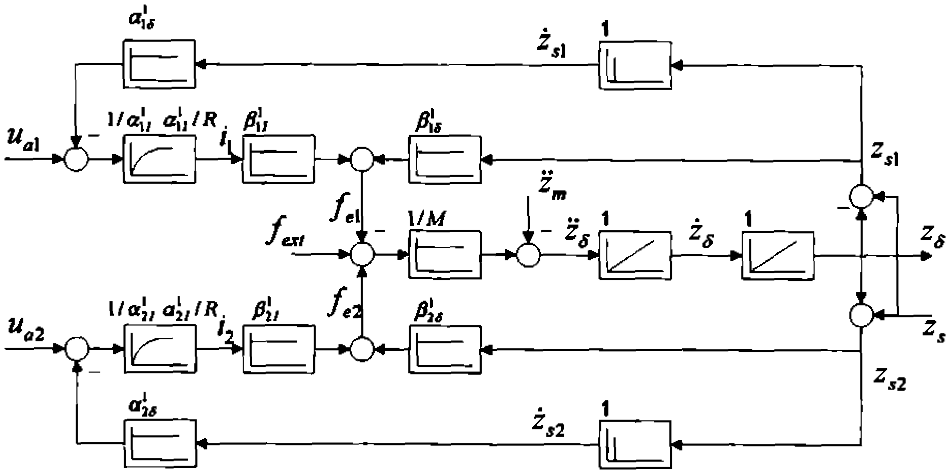


Figura 2.7. Schema bloc informaţională a S2E1GL cu eliminarea fluxului

Modelul matematic intrare-stare-ieşire se deduce ţinând cont de relaţiile (2.83). Se obţine:

$$
\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix}' =
\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a^1_{21} & 0 & a^1_{23} & a^1_{24} \\ 0 & a^1_{32} & a^1_{33} & 0 \\ 0 & a^1_{42} & 0 & a^1_{44} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b^1_3 & 0 \\ 0 & b^1_4 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} u_{a1} \\ u_{a2} \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b^1_{v,21} & b^1_{v,22} & 0 & -1 \\ 0 & 0 & b^1_{v,33} & 0 \\ 0 & 0 & b^1_{v,43} & 0 \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} f_{ext} \\ z_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix}
\tag{2.93}
$$

în care:

$$a_{21}^1 = -\frac{\beta_{1\delta}^1 + \beta_{2\delta}^1}{M} \quad a_{23}^1 = -\frac{\beta_{1I}^1}{M} \quad a_{24}^1 = \frac{\beta_{2I}^1}{M} \quad a_{32}^1 = -\frac{\alpha_{1\delta}^1}{\alpha_{1I}^1} \quad a_{33}^1 = -\frac{R}{\alpha_{1I}^1}$$

$$a_{42}^1 = \frac{\alpha_{2\delta}^1}{\alpha_{2I}^1} \quad a_{44}^1 = -\frac{R}{\alpha_{2I}^1} \quad b_3^1 = \frac{1}{\alpha_{1I}^1} \quad b_4^1 = \frac{1}{\alpha_{2I}^1} \tag{2.94}$$

$$b_{v,21}^1 = \frac{1}{M} \quad b_{v,22}^1 = \frac{-\beta_{1\delta}^1 + \beta_{2\delta}^1}{M} \quad b_{v,33}^1 = -\frac{\alpha_{1\delta}^1}{\alpha_{1I}^1} \quad b_{v,43}^1 = -\frac{\alpha_{2\delta}^1}{\alpha_{2I}^1}$$

sau înlocuind cu (2.92):

$$a_{21}^1 = \frac{c}{M\eta^3}\left(I_{10}^2 + I_{20}^2\right) \quad a_{23}^1 = -\frac{c}{M\eta^2} I_{10} \quad a_{24}^1 = \frac{c}{M\eta^2} I_{20}$$

$$a_{32}^1 = \frac{c}{\eta^2 L_0} I_{10} \quad a_{33}^1 = -\frac{R}{L_0} \quad a_{42}^1 = -\frac{c}{\eta^2 L_0} I_{20} \quad a_{44}^1 = -\frac{R}{L_0} \tag{2.95}$$

$$b_{31}^1 = b_{31}^1 = \frac{1}{L_0} \quad b_{v,21}^1 = \frac{1}{M} \quad b_{v,22}^1 = \frac{c}{M\eta^3}\left(I_{10}^2 - I_{20}^2\right)$$

$$b_{v,33}^1 = \frac{c}{\eta^2 L_0} I_{10} \quad b_{v,43}^1 = \frac{c}{\eta^2 L_0} I_{20} \quad \text{cu} \quad L_0 = \frac{c}{\eta + L_\infty}$$

Se observă că în situația în care sistemul este utilizat într-o aplicație de ghidaj în care nu se face pretensionarea electromagneților așa cum s-a enunțat mai sus, la echilibru curenții în starea de echilibru staționar sunt nuli și doar 2 dintre coeficienții matricei sistemului sunt nenuli. Sistemul devine astfel necontrolabil, cu indicele de controlabilitate ν=2. Cu o pretensionare, se poate ușor arăta că sistemul (2.93) este controlabil.

Similar, liniarizarea cu *eliminarea curentului* conduce la ecuațiile:

$$u_{a1} = \alpha_{1\psi}^2 \psi_1 + \alpha_{1\delta}^2 z_{s1} + \dot{\psi}_1 \qquad u_{a2} = \alpha_{2\psi}^2 \psi_2 + \alpha_{2\delta}^2 z_{s2} + \dot{\psi}_2$$

$$f_{e1} = \beta_{1\psi}^2 \psi_1 + \beta_{1\delta}^2 z_{s1} \qquad f_{e2} = \beta_{2\psi}^2 \psi_2 + \beta_{2\delta}^2 z_{s2}$$

$$M\left(\ddot{z}_m + \ddot{z}_\delta\right) = -f_{e1} + f_{e2} + f_{ext} \tag{2.96}$$

$$z_\delta = \frac{1}{2}\left(z_{s1} - z_{s2}\right) \qquad z_s = \frac{1}{2}\left(z_{s1} + z_{s2}\right)$$

în care coeficienții de liniarizare s-au determinat utilizând relațiile (2.15)

$$\alpha_{1\psi}^2 = \alpha_{2\psi}^2 = \frac{R}{L_0} \quad \alpha_{1\delta}^2 = \frac{Rc}{\eta^2 L_0^2}\Psi_{10} \quad \alpha_{2\delta}^2 = \frac{Rc}{\eta^2 L_0^2}\Psi_{20}$$

$$\beta_{1\psi}^2 = \frac{c}{\eta^2 L_0^2}\Psi_{10} \quad \beta_{2\psi}^2 = \frac{c}{\eta^2 L_0^2}\Psi_{20} \tag{2.97}$$

$$\beta_{1\delta}^2 = -\frac{c}{\eta^3 L_0^2}\left(1 - \frac{c}{\eta L_0}\right)\Psi_{10}^2 \quad \beta_{2\delta}^2 = -\frac{c}{\eta^3 L_0^2}\left(1 - \frac{c}{\eta L_0}\right)\Psi_{20}^2$$

Cu aceasta se poate reprezenta schema bloc informațională a S2E1GL cu eliminarea curentului (figura 2.8).

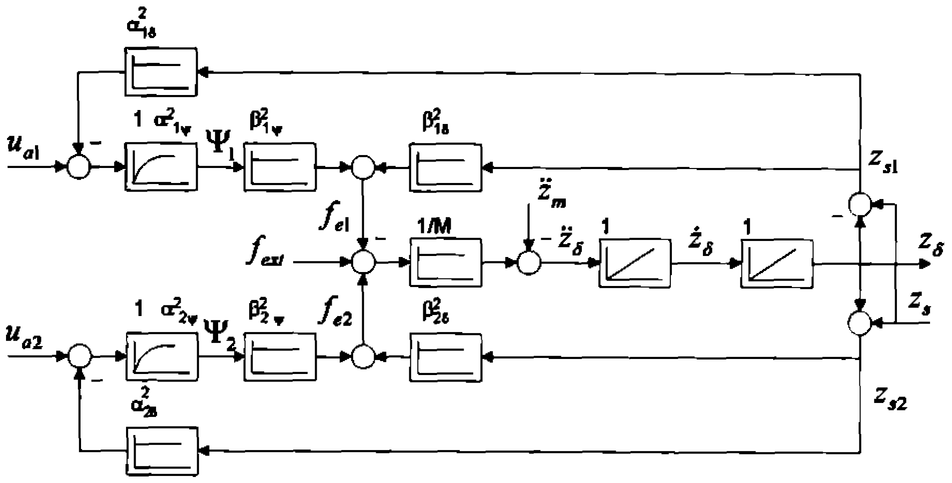


Figura 2.8. Schema bloc informaţională a S2E1GL cu eliminarea curentului

Modelul matematic intrare-stare-ieşire pentru sistemul dedus se poate scrie:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot z_\delta \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}^2 & 0 & a_{23}^2 & a_{24}^2 \\ a_{31}^2 & 0 & a_{33}^2 & 0 \\ a_{41}^2 & 0 & 0 & a_{44}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot z_\delta \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{a1} \\ u_{a2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b_{v,21}^2 & b_{v,22}^2 & -1 \\ 0 & b_{v,32}^2 & 0 \\ 0 & b_{v,42}^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ext} \\ z_s \\ \ddot z_m \end{bmatrix} \tag{2.98}$$

în care coeficienţii s-au dedus din relaţiile (2.97)

$$\begin{aligned} & a_{21}^2 = -\frac{\beta_{1\delta}^2 + \beta_{2\delta}^2}{M} \quad a_{23}^2 = -\frac{\beta_{1\psi}^2}{M} \quad a_{24}^2 = \frac{\beta_{2\psi}^2}{M} \quad a_{31}^2 = -\alpha_{1\delta}^2 \quad a_{33}^2 = -\alpha_{1\psi}^2 \\ & a_{41}^2 = \alpha_{2\delta}^2 \quad a_{44}^2 = -\alpha_{2\psi}^2 \quad b_{v,21}^2 = \frac{1}{M} \quad b_{v,22}^2 = \frac{-\beta_{1\delta}^2 + \beta_{2\delta}^2}{M} \quad b_{v,32}^2 = -\alpha_{1\delta}^2 \quad b_{v,42}^2 = -\alpha_{2\delta}^2 \end{aligned} \tag{2.99}$$

iar înlocuind coeficienţii de liniarizare cu expresiile lor din (2.97) se obţine:

$$\begin{aligned} & a_{21}^2 = \frac{c}{\eta^3 M L_0^2}\left(1 - \frac{c}{\eta L_0}\right)\left(\Psi_{10}^2 + \Psi_{20}^2\right) \quad a_{23}^2 = -\frac{c}{\eta^2 M L_0^2}\Psi_{10} \quad a_{24}^2 = \frac{c}{\eta^2 M L_0^2}\Psi_{20} \\ & a_{31}^2 = -\frac{Rc}{\eta^2 L_0}\Psi_{10} \quad a_{33}^2 = a_{44}^2 = -\frac{R}{L_0} = -\frac{1}{T_0} \quad a_{41}^2 = \frac{Rc}{\eta^2 L_0}\Psi_{20} \quad b_{v,21}^2 = \frac{1}{M} \\ & b_{v,22}^2 = \frac{c}{\eta^3 M L_0^2}\left(1 - \frac{c}{\eta L_0}\right)\left(\Psi_{10}^2 - \Psi_{20}^2\right) \quad b_{v,32}^2 = -\frac{Rc}{\eta^2 L_0}\Psi_{10} \quad b_{v,42}^2 = -\frac{Rc}{\eta^2 L_0}\Psi_{20} \end{aligned} \tag{2.100}$$

Se observă din expresiile coeficienţilor $b_{v,22}^{1}$ şi $b_{v,22}^{2}$ că în situaţia unui sistem de ghidare efectul perturbaţiei z_s asupra vitezei este nul.

Şi în acest caz se poate arăta că în situaţia unui sistem pretensionat, sistemul (2.98) este controlabil.

In ceea ce priveşte ecuaţiile de ieşire, cel mai ieftin într-un astfel de sistem este măsurarea întrefierului şi a celor doi curenţi. Nici măsurarea directă a fluxului în întrefier nu este deosebit de complicată având în vedere existenţa sondelor Hall şi a întrefierului mic considerat.

Din motive de simplitate constructivă şi preţ se preferă utilizarea curenţilor ca mărimi de măsură. Măsurarea întrefierului se face diferenţial pentru a se obţine o liniarizare cât mai bună a semnalului de ieşire a traductorului, fără a mai utiliza circuite de liniarizare suplimentare. Se măsoară astfel chiar z_δ. În consecinţă ecuaţiile de ieşire ale sistemului pentru (2.93) sunt:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \tag{2.101}$$

iar pentru (2.98) ecuaţiile de ieşire conţin şi parametri şi perturbaţii:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_{1\delta}^2 & 0 & \alpha_{1\psi}^2 & 0 \\ \alpha_{2\delta}^2 & 0 & 0 & \alpha_{2\psi}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \psi_1 \\ \psi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_{1\delta}^2 & 0 \\ 0 & -\alpha_{2\delta}^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ext} \\ z_s \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} \tag{2.102}$$

Ecuaţiile de ieşire (2.101) şi (2.102) permit demonstrarea proprietăţii de observabilitate a S2E1GL.

După cum s-a precizat şi în paragraful 2.1 sistemele (2.93) cu (2.101) şi (2.98) cu (2.102) descriu funcţionarea aceluiaşi sistem şi sunt echivalente. Avantajul modelului cu eliminarea fluxului constă în accesul la 3 din 4 variabile de stare prin măsurare directă, în timp ce sistemul obţinut prin eliminarea curentului are avantajul unei perturbaţii "mai puţin", derivata lui z_s. În funcţie de tipul analizei se poate utiliza una sau alta din descrierile S2E1GL liniarizat. O formă controlabilă a sistemului cu variabile de stare care să aibe corespondent fizic în sistem nu este de data aceasta posibilă. Se poate însă oricând găsi o transformare de stare care să aducă S2E1GL la forma canonică controlabilă

2.2.3 Caracterizarea în domeniul pulsaţiilor a S2E1GL

Datorită echivalenţei sistemelor (2.93) şi (2.98), pentru determinarea caracteristicilor de pulsaţie sunt suficiente calcule plecând de la o singură formă a sistemului. În cele ce urmează s-au ales ecuaţiile (2.93).

Polinomul caracteristic este dat de:

$$\begin{aligned} \mu(s) = s^4 - \left(a_{33}^1 + a_{44}^1\right)s^3 + \left(a_{33}^1 a_{33}^1 - a_{24}^1 a_{42}^1 - a_{32}^1 a_{23}^1 - a_{21}^1\right)s^2 + \Big[a_{21}^1\left(a_{33}^1 + a_{44}^1\right) + \\ + a_{24}^1 a_{42}^1 a_{33}^1 + a_{23}^1 a_{32}^1 a_{44}^1\Big]s - a_{21}^1 a_{33}^1 a_{44}^1 \end{aligned} \tag{2.103}$$

El are ca şi în cazul S1E1GL un pol "instabil". Principalele mărimi au expresiile:

$$\begin{aligned} z_\delta(s) = \frac{1}{\mu(s)} \Big\{ a_{21}^1\left(s - a_{44}^1\right)u_{a1}(s) + a_{24}^1\left(s - a_{33}^1\right)u_{a2}(s) + b_{v,21}^1\big[s^2 - (a_{33}^1 + a_{44}^1)s + \\ + a_{33}^1 a_{44}^1\big]f_{ext}(s) + b_{v,22}^1\left[s^2 - (a_{33}^1 + a_{44}^1)s + a_{33}^1 a_{44}^1\right]z_s(s) + \Big[b_{v,33}^1 a_{23}^1\left(s - a_{44}^1\right) + \\ + b_{v,34}^1 a_{24}^1\left(s - a_{33}^1\right)\Big]\dot{z}_s(s) - \left[s^2 - (a_{33}^1 + a_{44}^1)s + a_{33}^1 a_{44}^1\right]\ddot{z}_m(s) \Big\} \end{aligned} \tag{2.104}$$

$$\dot{z}_\delta(s) = \frac{s}{\mu(s)}\Big\{a_{23}^1\left(s - a_{44}^1\right)u_{a1}(s) + a_{24}^1\left(s - a_{33}^1\right)u_{a2}(s) + b_{v,21}^1\Big[s^2 - (a_{33}^1 + a_{44}^1)s +$$
$$+a_{33}^1 a_{44}^1\Big]f_{ext}(s) + b_{v,22}^1\left[s^2 - (a_{33}^1 + a_{44}^1)s + a_{33}^1 a_{44}^1\right]z_s(s) + \Big[b_{v,33}^1 a_{23}^1\left(s - a_{44}^1\right) + \tag{2.105}$$
$$+b_{v,34}^1 a_{24}^1\left(s - a_{33}^1\right)\Big]\dot{z}_s(s) - \left[s^2 - (a_{33}^1 + a_{44}^1)s + a_{33}^1 a_{44}^1\right]\ddot{z}_m(s)\Big\}$$

$$i_1(s) = \frac{1}{\mu(s)}\Big\{b_{31}^1\left[s^3 - a_{44}^1 s^2 - \left(a_{24}^1 a_{42}^1 + a_{21}^1\right)s + a_{21}^1 a_{44}^1\right]u_{a1}(s) + b_{42}^1 a_{24}^1 u_{a2}(s) +$$
$$b_{v,21}^1 a_{32}^1 s\left(s - a_{44}^1\right)f_{ext}(s) + b_{v,22}^1 a_{32}^1 s\left(s - a_{44}^1\right)z_s(s) + \Big[b_{v,33}^1\Big(s^3 - a_{44}^1 s^2 - \tag{2.106}$$
$$\left(a_{24}^1 a_{42}^1 + a_{21}^1\right)s + a_{21}^1 a_{44}^1\Big) + b_{v,43}^1 a_{24}^1 a_{32}^1 s\Big]\dot{z}_s(s) - a_{32}^1 s\left(s - a_{44}^1\right)\ddot{z}_m(s)\Big\}$$

$$i_2(s) = \frac{1}{\mu(s)}\Big\{-b_{31}^1 a_{23}^1 u_{a1}(s) + b_{42}^1\left[s^3 - a_{33}^1 s^2 - \left(a_{23}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1\right)s + a_{21}^1 a_{33}^1\right]u_{a2}(s) +$$
$$b_{v,21}^1 a_{42}^1 s\left(s - a_{33}^1\right)f_{ext}(s) + b_{v,22}^1 a_{24}^1 s\left(s - a_{33}^1\right)z_s(s) + \Big[b_{v,43}^1\Big(s^3 - a_{33}^1 s^2 - \tag{2.107}$$
$$\left(a_{23}^1 a_{32}^1 + a_{21}^1\right)s + a_{21}^1 a_{33}^1\Big) + b_{v,33}^1 a_{23}^1 a_{42}^1 s\Big]\dot{z}_s(s) - a_{42}^1 s\left(s - a_{33}^1\right)\ddot{z}_m(s)\Big\}$$

$$\psi_1(s) = \alpha_{1\delta}^1 z_\delta(s) + \alpha_{1i}^1 i_1(s) - \alpha_{1\delta}^1 z_s(s) \tag{2.108}$$
$$\psi_2(s) = \alpha_{2\delta}^1 z_\delta(s) + \alpha_{2i}^1 i_2(s) - \alpha_{2\delta}^1 z_s(s) \tag{2.109}$$
$$f_{e1}(s) = \beta_{1\delta}^1 z_\delta(s) + \beta_{1i}^1 i_1(s) - \beta_{1\delta}^1 z_s(s) \tag{2.110}$$
$$f_{e2}(s) = \beta_{2\delta}^1 z_\delta(s) + \beta_{2i}^1 i_2(s) - \beta_{2\delta}^1 z_s(s) \tag{2.111}$$

Se observă că trei dintre perturbații, forța exterioară, eroarea de prelucrare medie și accelerația față de referința absolută pot fi cuprinse într-o singură mărime perturbatoare fie de tip forță exterioară, fie de tip accelerație.

Trasarea unora dintre aceste caracteristici de pulsație se va face pentru un model de laborator, prezentat în cele ce urmează.

2.2.4 Descrierea modelului de laborator utilizat în studiul S2E1GL

In figura 2.9 se prezintă schematic modelul de laborator utilizat în studiul S2E1GL.

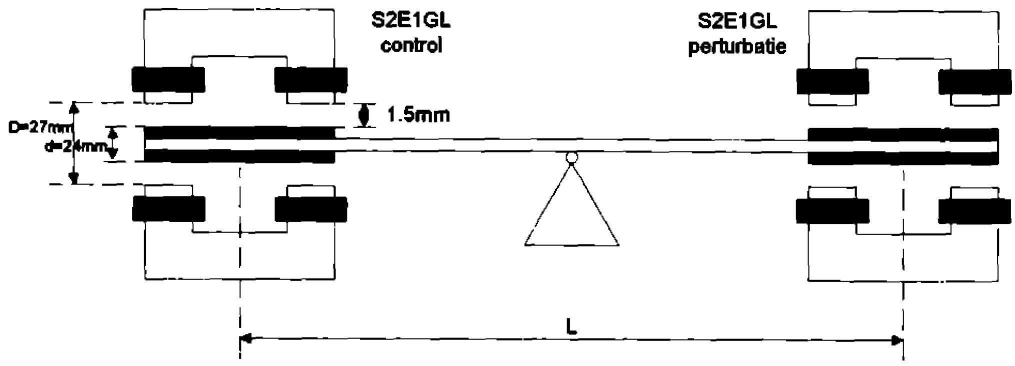


Figura 2.9. Modelul de laborator pentru experimentarea S2E1GL

O pârghie dintr-un material nemagnetic se află în echilibru. La capetele pârghiei sunt plasate pe ambele părţi plăci feromagnetice reprezentând jugul mobil a 4 electromagneţi de tipul celui descris în anexa A2.1, paragraful A2.1.2. În fiecare capăt, ansamblul *electromagneţi - jug* mobil reprezintă câte un sistem cu 2 electromagneţi şi 1 grad de libertate.

Unul dintre aceste două S2E1GL este sistemul luat în studiu, cu titlul de proces condus, pentru care se caută păstrarea unui întrefier z_δ=0, celălalt S2E1GL este utilizat în scopul perturbării echilibrului primului sistem. Forţele dezvoltate de cele două sisteme se consideră că acţionează în două puncte aflate la egală distanţă $L/2$ de centrul pârghiei. Această lungime L este suficient de mare, fiind aleasă astfel încât unghiul de înclinare al pârghiei să fie neglijabil, mişcarea putându-se considera după o singură axă z şi în acelaşi timp suficient de scurtă ca arcuirea pârghiei sub acţiunea forţelor ce acţionează asupra ei să se poată neglija (ultima condiţie depinzând şi de materialul din care este confecţionată pârghia). Întrefierul nominal este 1.5 mm, iar distanţele D şi d necesare calculului coeficienţilor de liniarizare sunt date în figură.

Sistemul perturbator poate genera forţe modulate, ce se pot echivala cu forţe exteriorare perturbatoare dezvoltate în sistemul de control, cu ajutorul lui putându-se simula unele din perturbaţiile ce acţionează în general asupra unui S2E1GL.

Electromagneţii utilizaţi sunt de tipul celui studiat în paragraful 2.1, sub denumirea de electromagnet cu forţă portantă redusă şi caracterisiticile sale sunt date în anexa A2.1.

Sistemul din figura 2.10 are caracteristicile unui sistem de ghidaj şi necesită o pretensionare. Forţele nominale la care trebuie să facă faţă sunt de 20 N, cu o pretensionare de 10% resultând că la echilibru şi în absenţa unor forţe exterioare forţele electromagnetice dezvoltate trebuie să fie de 2 N. Cu această precizare şi cu datele electromagneţilor din anexa A2.1 se pot calcula coeficienţii de liniarizare şi modelele matematice obţinându-se:

$$\alpha_{1I}^1 = \alpha_{2I}^1 = 0.0104\,\mathrm{H} \quad \alpha_{1\delta}^1 = \alpha_{2\delta}^1 = -5.0842\ \mathrm{Wb/m}$$

$$\beta_{1I}^1 = \beta_{2I}^1 = 5.0842\ \mathrm{N/A} \quad \beta_{1\delta}^1 = \beta_{2\delta}^1 = -2.5997\cdot 10^3\ \mathrm{N/m}$$

$$a_{21}^1 = 2.5997\cdot 10^3\ \mathrm{sec}^{-2} \quad a_{23}^1 = -2.5421\ \mathrm{m/A\cdot sec^2} \quad a_{24}^1 = 2.5421\ \mathrm{m/A\cdot sec^2}$$

$$a_{32}^1 = 487.5726\ \mathrm{Wb} \quad a_{33}^1 = -36.4415\ \mathrm{sec}^{-1} \quad a_{42}^1 = -487.5726\ \mathrm{Wb} \quad a_{44}^1 = -36.4415\ \mathrm{sec}^{-1}$$

$$b_3^1 = b_4^1 = 95.8988\ \mathrm{H}^{-1} \quad b_{v,21}^1 = 0.5\ \mathrm{kg}^{-1} \quad b_{v,22}^1 = 0 \quad b_{v,33}^1 = b_{v,43}^1 = 487.5726\ \mathrm{Wb/m}$$

$$\alpha_{1\psi}^2 = \alpha_{2\psi}^2 = 36.4415\ \mathrm{sec}^{-1} \qquad \alpha_{1\delta}^2 = \alpha_{2\delta}^2 = 185.2776\ \mathrm{A/m}$$

$$\beta_{1\psi}^2 = \beta_{2\psi}^2 = 487.5726\ \mathrm{N/Wb} \quad \beta_{1\delta}^2 = \beta_{2\delta}^2 = -120.7126\ \mathrm{N/m}$$

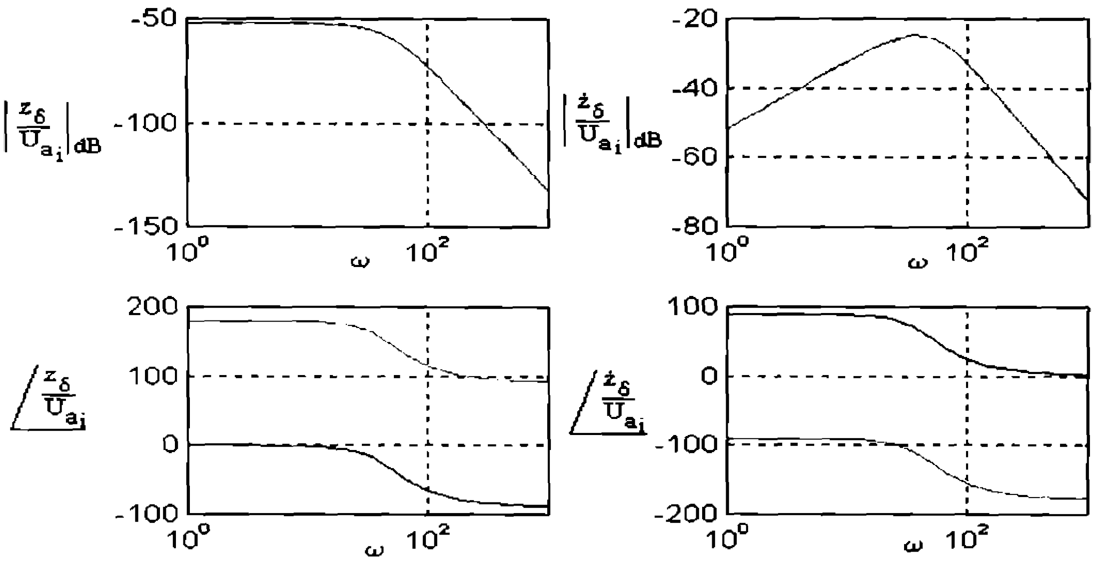
$$a_{21}^2 = 120.7126\ \mathrm{sec}^{-1} \quad a_{23}^2 = -243.7863\ \mathrm{m/Wb\cdot sec^2} \quad a_{24}^2 = 243.7863\ \mathrm{m/Wb\cdot sec^2}$$

$$a_{31}^2 = -185.2776\ \mathrm{Wb/m\cdot sec} \quad a_{33}^2 = a_{44}^2 = -36.4415\ \mathrm{sec}^{-1} \quad a_{41}^2 = 185.2776\ \mathrm{Wb/m\cdot sec}$$

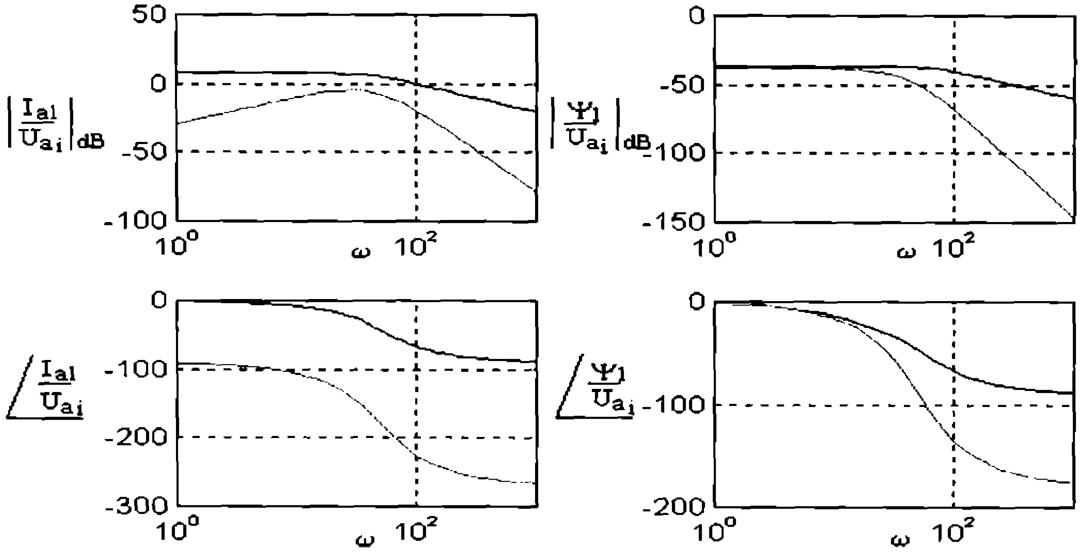
$$b_{v,21}^2 = 0.5\ \mathrm{kg} \quad b_{v,22}^2 = 0 \quad b_{v,32}^2 = b_{v,42}^2 = -185.2776\ \mathrm{Wb/m\cdot sec^{-1}}$$

Fiind un sistem de ghidare se observă că întradevăr influenţa lui z_s asupra vitezei de variaţie a întrefierului echivalent se anulează.

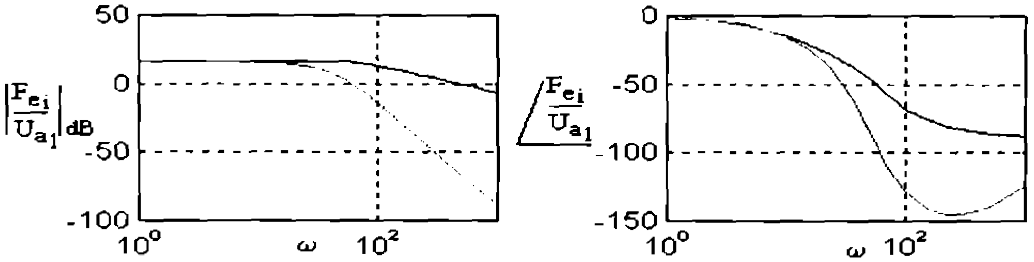
Caracteristicile de pulsaţie ale sistemului sunt redate în figurile 2.10.



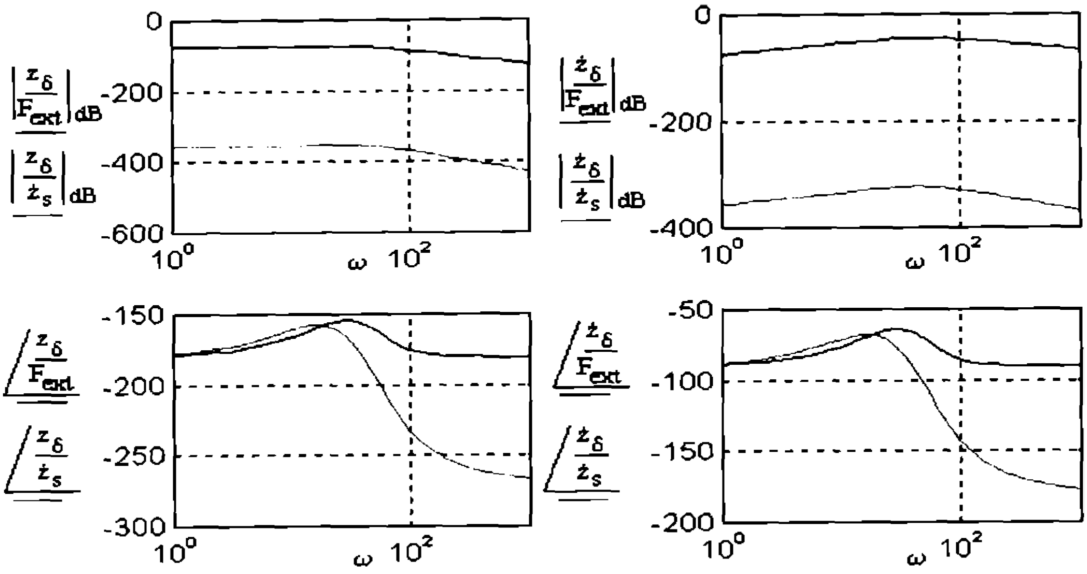
a). Caracteristici de pulsaţie în raport cu tensiunea aplicată electromagneţilor (U_{a1} albastru, U_{a2} roşu)



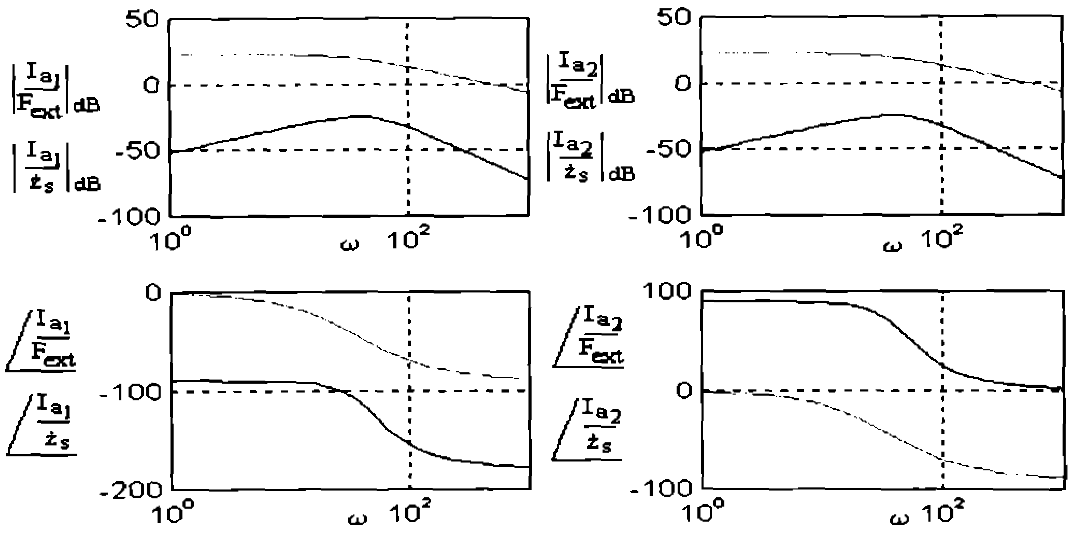
b). Caracteristici de pulsaţie în raport cu tensiunea aplicată (U_{a1} albastru, U_{a2} roşu)



c). Caracteristici de pulsaţie ale forţelor dezvoltate de electromagneţi în raport cu tensiunea aplicată (F_{e1} albastru, F_{e2} roşu)



d). Caracteristici de pulsație în raport cu mărimile perturbatoare (F_{ext} albastru, $\dot{z}_s$ roșu)



e). Caracteristici de pulsație în raport cu mărimile perturbatoare (F_{ext} albastru, $\dot{z}_s$ roșu)

Figura 2.10

Astfel în figura 2.10a sunt representate amplitudinile și fazele întrefierului echivalent și a vitezei sale de variație în funcție de cele două tensiuni de comandă. Se constată că variația amplitudinii este absolut identică, iar fazele sunt în opoziție, ceea ce era de așteptat având în vedere efectul contrar al tensiunilor asupra întrefierului. Se constată de asemenea că banda de frecvență este ceva mai redusă decât în cazul S1E1GL datorită pretensionării de 10%, comparativ cu o tensionare de 100% în cazul S1E1GL.

Datorită simetriei sistemului, în figura 2.10b s-au reprezentat curentul și fluxul unui electromagnet în funcție de cele două tensiuni de comandă. Se constată influența relativ redusă a tensiunii unui electromagnet asupra curentului celuilalt, dar importantă în flux (prin modificarea întrefierului).

Similar fluxului și în cazul forței electromagnetice dezvoltate de electromagmagneți, tensiunea unuia influențează în aproape egală măsură, în special la frecvențe joase cele două forțe (figura 2.10c).

Figurile 2.10d și 2.10e prezintă efectele forței exterioare și a vitezei de variație a lui z_s, considerându-se conform observației din paragraful precedent că z_s și accelerația referinței absolute se pot include în F_{ext}. Se observă că în timp ce asupra întrefierului echivalent și a vitezei sale de variație efectul preponderent este al forței exterioare, asupra curenților efectul mai mare îl are variația lui z_s.

Rezultatele obținute în acest paragraf oferă condiții inițiale pentru sinteza unor sisteme de reglare, sisteme care se vor discuta în capitolele 3 și 4. Tot acolo se va discuta și alegerea unei perioade de eșantionare pentru algoritmele de reglare discretă, discretizarea sistemului făcându-se cu una din metodele oferite de pachetul MATLAB.

2.3 Modelarea sistemului cu 10 electromagneți și 5 grade de libertate

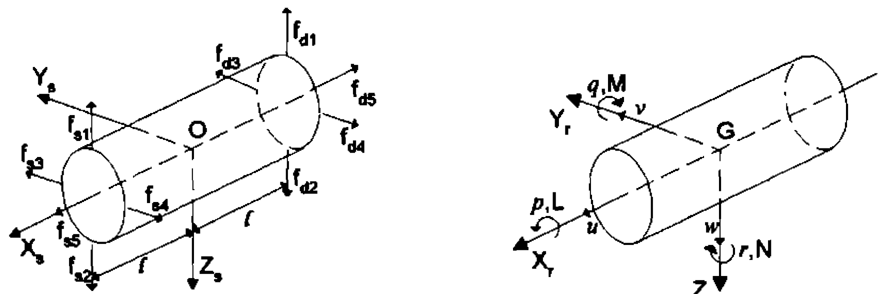
Lagărele magnetice sunt lagăre fără contact mecanic între partea ce se rotește și suportul ei. În lucrarea de față se discută doar cazul lagărelor bazate pe principiul sustentației electromagnetice.

Lagărele cu sustentație electromagnetică pot fi utilizate atât în vid cât și în medii atmosferice cu temperaturi joase sau înalte, de la viteze de roație foarte mici și până la viteze foarte mari, fără a cauza frecare, uzură și zgomot. Aplicația cea mai răspindită o constituie mașinile electrice de turații foarte mari (pâna la 200000 rotații/minut), rotorul acestora fiind montat pe axul cu lagăre magnetice. Se analizează în cele ce urmeaza doar cazul mașinilor cu ax orizontal.

2.3.1 Dezvoltarea modelului S10E5GL

Se consideră o mașină electrică al cărei rotor se sprijină în două lagăre magnetice aflate la capetele sale (numite în continuare capătul stâng și capătul drept). Statorul este echipat cu 10 electromagneți care exercită forțe axiale sau radiale $f_{s1}, \dots f_{s5}, f_{d1}, \dots f_{d5}$ asupra rotorului. În afara acestora, asupra rotorului se exercită și alte forțe și momente exterioare [M1], [D2].

Statorului i se asociază sistemul de coordonate $(OX_sY_sZ_s)$ cu centrul de coordonate în O, iar rotorului sistemul $(GX_rY_rZ_r)$ cu centrul de coordonate în G, centrul de greutate al rotorului (figura 2.11). Față de stator, G are coordonatele (x_s, y_s, z_s).



Coordonate în stator și forțele electromagnetice de atracție

Coordonate in rotor

Figura 2.11. Coordonatele geometrice ale S10E5GL

Se fac notațiile:

u, v, w - componentele vitezei de deplasare a rotorului în lungul axelor de coordonate X_r, Y_r respectiv Z_r,

p, q, r - componentele vitezelor unghiulare în jurul acelorași axe,

X, Y, Z - componentele forțelor exterioare totale exercitate asupra rotorului,

L, M, N - momentele acestor forțe relative la sistemul $(GX_rY_rZ_r)$.

În cazul echilibrului ideal sistemele de coordonate ale statorului şi rotorului coincid. Situaţia reală este reprezentată în figura 2.12. Se poate considera că poziţia axei X_r a rotorului faţă de axa X_s a statorului rezultă printr-o succesiune de trei operaţii:

- translaţie O->G,
- o rotaţie în plan orizontal Ψ şi
- o rotaţie în plan vertical Θ.

Dacă maşina electrică este acţionată, axele Y_r şi Z_r se rotesc în jurul axei de rotaţie X_r cu unghiul Φ. Presupunind că deplasările faţă de situaţia ideală sunt mici se poate scrie:

$$\begin{bmatrix} u & v & w \end{bmatrix}^T = T \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \end{bmatrix}^T$$
$$\begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T = T \cdot \begin{bmatrix} \dot{\Phi} & \dot{\Theta} & \dot{\Psi} \end{bmatrix}^T \quad (2.112)$$

cu

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix}$$

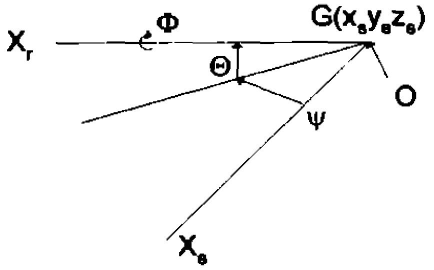


Figura 2.12. Coordonatele statorice şi rotorice

Notând cu m, J_x, J_y şi J_z masa şi momentele de inerţie ale rotorului în raport cu sistemul ($GX_rY_rZ_r$) rezultă ecuaţiile de mişcare:

$$\begin{aligned} m(u + qw - rv) &= X \qquad & J_x p &= L \\ m(v + ru - pw) &= Y \qquad & J_y q + (J_x - J_z) rp &= M \\ m(w + pv - qu) &= Z \qquad & J_z r - (J_x - J_y) pq &= N \end{aligned} \quad (2.113)$$

Toate forţele exercitate asupra rotorului sunt:

- în lungul axei X_s: $f_{s5} - f_{d5} - \beta x_s$
- în lungul axei Y_s: $f_{s3} - f_{s4} + f_{d3} - f_{d4} + \alpha y_s$
- în lungul axei Z_s: $f_{s2} - f_{s1} + f_{d2} - f_{d1} + \alpha z_s + mg$

De asemenea, asupra rotorului se exercită şi următoarele momente:

- în jurul axei X_s: $M_m - \rho p - M_0$
- în jurul axei Y_s: $(f_{s1} - f_{s2} + f_{d2} - f_{d1})l$
- în jurul axei Z_s: $(f_{s3} - f_{s4} + f_{d4} - f_{d3})l$

În aceste ultime relaţii s-au introdus notaţiile:

α - coeficient de proporţionalitate al forţei de atracţie exercitate de stator datorită excentricităţii radiale a rotorului (α>0)

β - coeficient de proporţionalitate al forţei de atracţie ce apare datorită execentricităţii axiale a rotorului (β>0)

M_m - moment activ de rotaţie dezvoltat de motor

ρ - coeficient de proporţionalitate al momentului de amortizare

M_0 - momentul forţei de frecare Coulombiene

l - distanţa de la centrul de greutate G la capetele rotorului.

In consecinţă forţele şi momentele exercitate în lungul, respectiv în jurul axelor rotorului sunt:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{s5} - f_{d5} - \beta x_s \\ f_{s3} - f_{s4} + f_{d3} - f_{d4} + \alpha y_s \\ f_{s2} - f_{s1} + f_{d2} - f_{d1} + \alpha z_s + mg \end{bmatrix} \tag{2.114}$$

respectiv:

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi \\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_m - \rho p - M_0 \\ (f_{s1} - f_{s2} + f_{d2} - f_{d1})l \\ (f_{s3} - f_{s4} + f_{d4} - f_{d3})l \end{bmatrix} \tag{2.115}$$

Notăm cu δ_0 întrefierul dintre rotor şi stator în stare de echilibru. În regim dinamic în dreptul electromagneţilor radiali se măsoară întrefieruri diferite δ_{s1}, δ_{d1}, ... Sunt valabile următoarele relaţii de legătură:

$$\begin{aligned} \delta_{s1} &= \delta_0 + z_s - l\Theta & \qquad \delta_{d1} &= \delta_0 + z_s + l\Theta \\ \delta_{s2} &= \delta_0 - z_s + l\Theta & \delta_{d2} &= \delta_0 - z_s - l\Theta \\ \delta_{s3} &= \delta_0 - y_s - l\Psi & \delta_{d3} &= \delta_0 - y_s + l\Psi \\ \delta_{s4} &= \delta_0 + y_s + l\Psi & \delta_{d4} &= \delta_0 + y_s - l\Psi \end{aligned} \tag{2.116}$$

Sistemul analizat este un sistem neliniar. Se defineşte ca stare de echilibru cvasistaţionară, starea caracterizată de relaţiile:

$$\begin{aligned} & x_s = y_s = z_s = 0, \quad u = v = w = 0, \quad X = Y = Z = 0, \quad L = M = N = 0 \\ & p = \frac{M_m - M_0}{\rho}, \quad \delta_{s1} = \delta_{d1} = \ldots = \delta_0 \\ & q = r = 0, \quad f_{s3} = f_{s4}, \quad \Theta = \Psi = 0, \quad f_{d3} = f_{d4} \\ & \Phi = p \cdot t \ (t = \text{timp}), \quad f_{s1} - f_{s2} = f_{d1} - f_{d2} = \frac{1}{2} mg \end{aligned} \tag{2.117}$$

Liniarizând ecuaţiile ce descriu mişcarea de translaţie în vecinatatea ei şi considerând $J_y = J_z$, relaţiile (2.113) devin:

$$\begin{aligned} m\dot{u} &= X & \qquad J_x \dot{p} &= L \\ m(\dot{v} - pw) &= Y & J_y \dot{q} + (J_x - J_z) rp &= M \\ m(\dot{w} + pv) &= Z & J_z \dot{r} - (J_x - J_y) pq &= N \end{aligned} \tag{2.118}$$

Dacă în prima ecuaţie se înlocuieşte u din (2.112) şi X din (2.114), atunci se obţine:

$$m\ddot{x}_s + \beta x_s = f_{s5} - f_{d5} \tag{2.119}$$

ceea ce arată că în condiţiile micilor variaţii, variabila x_s este independentă de celelalte. Similar se obţine

$$J_x \dot{p} + \rho p = M_m - M_0 \tag{2.120}$$

şi deci nici viteza unghiulară p nu depinde de celelalte variabile.

Aceste două observaţii permit decuplarea problemei forţelor axiale de cea a forţelor radiale. Astfel sistemul cu sustentaţie electromagnetică axial poate fi privit ca un S2E1GL, tratat în paragraful 2.2.

În continuare se va analiza situaţia sistemului de sustentaţie radial în ipotezele x_s=0, u=0 şi p=constant, satisfăcute prin controlarea forţelor f_{s5} şi f_{d5} şi a cuplului M_m.

Eliminând pe v, w, Y, Z şi Φ din (2.112), (2.114) şi (2.118) şi apoi pe q, r, M, N şi Φ din aceleaşi sisteme, se obţin ecuaţiile de mişcare liniarizate în vecinătatea stării de echilibru cvasistaţionar:

$$\begin{bmatrix} y_s \\ z_s \end{bmatrix}'' = \frac{\alpha}{m}\begin{bmatrix} y_s \\ z_s \end{bmatrix} + \frac{1}{m}\begin{bmatrix} f_{s3} - f_{s4} + f_{d3} - f_{d4} \\ f_{s2} - f_{s1} + f_{d2} - f_{d1} + mg \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}'' = \frac{pJ_x}{J_y}\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{\Theta} \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + \frac{1}{J_y}\begin{bmatrix} f_{s1} - f_{s2} + f_{d2} - f_{d1} \\ f_{s3} - f_{s4} + f_{d4} - f_{d3} \end{bmatrix} \quad (2.121)$$

Considerând forţele radiale ca mărimi de intrare şi variaţiile întrefierurilor ca mărimi de ieşire, pe baza ecuaţiilor (2.121) se obţine modelul matematic intrare-stare-ieşire al axului cu lagăre magnetice:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_1 & A_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_1 \end{bmatrix} f$$

$$\delta = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

în care

$$x_1 = \begin{bmatrix} y_s & z_s & \Theta & \Psi \end{bmatrix}^T, \quad x_2 = \dot{x}_1, \quad f = \begin{bmatrix} f_{s1} - f_{s2} - \dfrac{mg}{2} \\ f_{d1} - f_{d2} - \dfrac{mg}{2} \\ f_{s3} - f_{s4} \\ f_{d3} - f_{d4} \end{bmatrix}, \quad \delta = \begin{bmatrix} \delta_{s1} - \delta_0 \\ \delta_{d1} - \delta_0 \\ \delta_{s2} - \delta_0 \\ \delta_{d2} - \delta_0 \end{bmatrix} \quad (2.123\text{-}1)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{\alpha}{m} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\alpha}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & -\dfrac{pJ_x}{J_y} \\ 0 & 0 & \dfrac{pJ_x}{J_y} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dfrac{1}{m} & \dfrac{1}{m} \\ -\dfrac{1}{m} & -\dfrac{1}{m} & 0 & 0 \\ \dfrac{l}{J_y} & -\dfrac{l}{J_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{l}{J_y} & -\dfrac{l}{J_y} \end{bmatrix}, \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -l & 0 \\ 0 & 1 & l & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -l \\ -1 & 0 & 0 & l \end{bmatrix} \quad (2.123\text{-}2)$$

Forţele radiale f se obţin prin intermediul a opt electromagneţi identici. Considerând neglijabilă forţa datorată tensiunii induse în electromagneţi prin rotaţie şi că se operează cu abateri mici în vecinătatea punctului de echilibru cvasistaţionar, pentru un electromagnet "j", j=s1,...,s3,d1,...d4 se scriu ecuaţiile:

$$
\begin{aligned}
u_j &= Ri_j + \Psi_j \\
f_j &= -\left.\frac{\partial W_j}{\partial \delta_j}\right|_{i_j=const}
\end{aligned}
\tag{2.124}
$$

care reprezintă relaţii cunoscute din paragraful 2.1.

In starea de echilibru cvasistaţionar, pentru poziţia orizontală a lagărului şi în absenţa unor alte forţe perturbatoare, tensiunile şi forţele au valorile

$$
\begin{aligned}
&u_{s3} = u_{s4} = u_{d3} = u_{d4} = u_{s2} = u_{d2} = RI_{01} \\
&f_{s3} = f_{s4} = f_{d3} = f_{d4} = f_{s2} = f_{d2} = -\frac{1}{2}\left.\frac{dL(\delta)}{d\delta}\right|_{\delta=\delta_0} I_{01}^2 \\
&u_{s1} = u_{d1} = RI_{02} \\
&f_{s1} = f_{d1} = -\frac{1}{2}\left.\frac{dL(\delta)}{d\delta}\right|_{\delta=\delta_0} I_{02}^2
\end{aligned}
\tag{2.125}
$$

In aceste relaţii curentul I_{01} produce în electromagneţii care nu trebuie să compenseze greutatea axului o pretensionare de 10%÷20% din jumătatea greutăţii rotorului, iar I_{02} produce o forţă care compensează atât greutatea axului cât şi pretensionarea electromagneţilor din partea inferioară a lagărului, adică 110%÷120% din jumătatea greutaţii rotorului (vezi paragraful 2.2, observaţiile referitoare la prestensionarea electromagneţilor de ghidaj).

Prin liniarizarea celor 16 relaţii (2.124) în jurul punctului de echilibru cvasistaţionar, variaţiile în jurul acestuia sunt descrise de:

$$
\begin{aligned}
u_j &= Ri_j + \alpha^1_{ji}i_j + \alpha^1_{1\delta}\delta_j \qquad j = s1,\dots,s4,\dots,d1,\dots d4 \\
f_j &= \beta^1_{ji}i_j + \beta^1_{j\delta}\delta_j
\end{aligned}
\tag{2.126}
$$

în care s-a renunţat la simbolul Δ pentru variaţii, coeficienţii $\alpha^1_{()}$ şi $\beta^1_{()}$ fiind coeficienţii de liniarizare prin eliminarea fluxului, ce pot fi determinati cu relaţiile (2.12).

Sistemul de ecuaţii (2.126) poate fi privit ca descriind un sistem dinamic cu tensiunile de alimentare a electromagneţilor ca mărimi de intrare, întrefierurile, derivatele acestora şi curenţii ca mărimi de stare şi forţele ca mărimi de ieşire. Matriceal acest lucru se pune sub forma:

$$
\begin{aligned}
&\begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \\ i \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_3 \end{bmatrix} u \\
&[f] = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \\ i \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.127}
$$

în care δ are semnificaţia din (2.116) dar cu δ_0 inclus fiind vorba de variaţii, iar vectorii curent şi tensiune sunt:

$$i = \begin{bmatrix} i_{s1} & i_{d1} & i_{s2} & i_{d2} & i_{s3} & i_{d3} & i_{s4} & i_{d4} \end{bmatrix}$$
$$u = \begin{bmatrix} u_{s1} & u_{d1} & u_{s2} & u_{d2} & u_{s3} & u_{d3} & u_{s4} & u_{d4} \end{bmatrix} \tag{2.128}$$

Pentru forțe s-a ales vectorul (2.123-1), adaptat la variații în jurul punctului de echilibru, adică:

$$f = \begin{bmatrix} f_{s1} - f_{s2} \\ f_{d1} - f_{d2} \\ f_{s3} - f_{s4} \\ f_{d3} - f_{d4} \end{bmatrix} \tag{2.129}$$

Matricele sistemului sunt:

$$A_3 = diag\left(-\frac{R}{\alpha^1_{s1l}} \quad -\frac{R}{\alpha^1_{d1l}} \quad \cdots \quad -\frac{R}{\alpha^1_{s4l}} \quad -\frac{R}{\alpha^1_{sdl}} \right)$$
$$A_4 = diag\left(-\frac{\alpha^1_{s1\delta}}{\alpha^1_{s1l}} \quad -\frac{\alpha^1_{d1\delta}}{\alpha^1_{d1l}} \quad \cdots \quad -\frac{\alpha^1_{s4\delta}}{\alpha^1_{s4l}} \quad -\frac{\alpha^1_{d4\delta}}{\alpha^1_{sdl}} \right) \tag{2.130-1}$$
$$B_3 = diag\left(\frac{1}{\alpha^1_{s1l}} \quad \frac{1}{\alpha^1_{d1l}} \quad \cdots \quad \frac{1}{\alpha^1_{s4l}} \quad \frac{1}{\alpha^1_{sdl}} \right)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} \beta^1_{s1\delta} & 0 & -\beta^1_{s2\delta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^1_{d1\delta} & 0 & -\beta^1_{d2\delta} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{s3\delta} & 0 & -\beta^1_{s4\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{d3\delta} & 0 & -\beta^1_{d4\delta} \end{bmatrix}$$
$$C_3 = \begin{bmatrix} \beta^1_{s1l} & 0 & -\beta^1_{s2l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta^1_{d1l} & 0 & -\beta^1_{d2l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{s3l} & 0 & -\beta^1_{s4l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{d3l} & 0 & -\beta^1_{d4l} \end{bmatrix} \tag{2.130-2}$$

Pentru a lega sistemele (2.128) și (2.122) se parcurg următorii pași:

– se rescrie (2.122) pentru variații ale mărimilor în jurul punctului de echilibru cvasistaționar, păstrându-se forma, dar mărimile ce intervin având semnificația de variații;

– se introduc mărimile δ_j, j={vs, vd, os, od}, reprezentînd întrefierurile diferențiale măsurate pe diferitele axe ale lagărului:

$$\delta_{vs} = \delta_{s1} = -\delta_{s2} \qquad \delta_{vd} = \delta_{d1} = -\delta_{d2}$$
$$\delta_{os} = \delta_{s3} = -\delta_{s4} \qquad \delta_{od} = \delta_{d3} = -\delta_{d4} \tag{2.131}$$

δ_j, j={s1, d1, ..., s4, d4} reprezentând variațiile întrefierurilor din (2.116). Se obține astfel în (2.122) ca vector de ieșire vectroul $\delta = \begin{bmatrix} \delta_{vs} & \delta_{vd} & \delta_{os} & \delta_{od} \end{bmatrix}^T$

– se face în (2.122) schimbarea de variabilă de stare

$$x_1 = C_1^{-1}\delta \qquad ; \tag{2.132}$$

– se înlocuieşte ieşirea f din (2.128) în (2.122) ţinând cont de noul vector de stare.

In urma acestor etape, efectuând calculele, se obţine în final sistemul:

$$\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ i\end{bmatrix}' = \begin{bmatrix}0 & I & 0\\ C_1\left(A_1C_1^{-1}+B_1C_4\right) & C_1A_2C_1^{-1} & C_1B_1C_3\\ 0 & A_5 & A_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ i\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ B_3\end{bmatrix}u$$
$$[y]=\begin{bmatrix}I & 0 & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ i\end{bmatrix} \qquad (2.133)$$

în care apar matricele noi:

$$C'_2=\begin{bmatrix}\beta^1_{s1\delta} & 0 & -\beta^1_{s2\delta} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \beta^1_{d1\delta} & 0 & -\beta^1_{d2\delta} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{s3\delta} & 0 & -\beta^1_{s4\delta} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{d3\delta} & 0 & -\beta^1_{d4\delta}\end{bmatrix}$$
$$C'_3=\begin{bmatrix}\beta^1_{s1I} & 0 & -\beta^1_{s2I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \beta^1_{d1I} & 0 & -\beta^1_{d2I} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{s3I} & 0 & -\beta^1_{s4I} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta^1_{d3I} & 0 & -\beta^1_{d4I}\end{bmatrix} \qquad (2.130\text{-}2)$$

Pentru a lega sistemele (2.128) şi (2.122) se parcurg următorii paşi:

- se rescrie (2.122) pentru variaţii ale mărimilor în jurul punctului de echilibru cvasistaţionar, păstrându-se forma, dar mărimile ce intervin având semnificaţia de variaţii;
- se introduc mărimile δ_j, j={vs, vd, os, od}, reprezentând întrefierurile diferenţiale măsurate pe diferitele axe ale lagărului:

$$\delta_{vs}=\delta_{s1}=-\delta_{s2} \qquad \delta_{vd}=\delta_{d1}=-\delta_{d2}$$
$$\delta_{os}=\delta_{s3}=-\delta_{s4} \qquad \delta_{od}=\delta_{d3}=-\delta_{d4} \qquad (2.131)$$

δ_j, j={s1, d1, ..., s4, d4} reprezentând variaţiile întrefierurilor din (2.116). Se obţine astfel în (2.122) ca vector de ieşire vectroul $\delta=\begin{bmatrix}\delta_{vs} & \delta_{vd} & \delta_{os} & \delta_{od}\end{bmatrix}^T$.

– se face în (2.122) schimbarea de variabilă de stare

$$x_1=C_1^{-1}\delta \qquad (2.132)$$

– se înlocuieşte ieşirea f din (2.128) în (2.122) ţinând cont de noul vector de stare.

In urma acestor etape, efectuând calculele, se obţine în final sistemul:

$$\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ i\end{bmatrix}' = \begin{bmatrix}0 & I & 0\\ C_1\left(A_1C_1^{-1}+B_1C_4\right) & C_1A_2C_1^{-1} & C_1B_1C_3\\ 0 & A_5 & A_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ i\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ B_3\end{bmatrix}u$$
$$[y]=\begin{bmatrix}I & 0 & I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\delta\\ \dot{\delta}\\ i\end{bmatrix} \qquad (2.133)$$

în care apar matricele noi:

$$a^{1}_{5,1} = -\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{s1\delta}+\beta^{1}_{s2\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m} \qquad a^{1}_{5,1} = -\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{d1\delta}+\beta^{1}_{d2\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m}$$

$$a^{1}_{6,1} = -\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{s1\delta}+\beta^{1}_{s2\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m} \qquad a^{1}_{5,1} = -\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{d1\delta}+\beta^{1}_{d2\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m}$$

$$a^{1}_{7,3} = -\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{s3\delta}+\beta^{1}_{s4\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m} \qquad a^{1}_{5,1} = -\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{d3\delta}+\beta^{1}_{d4\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m}$$

$$a^{1}_{8,3} = -\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{s3\delta}+\beta^{1}_{s4\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m} \qquad a^{1}_{5,1} = -\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\left(\beta^{1}_{d3\delta}+\beta^{1}_{d4\delta}\right)+\frac{\alpha}{2m}$$

$$a^{1}_{5,7} = -\frac{pJ_x}{2J_y} \qquad a^{1}_{5,8} = \frac{pJ_x}{2J_y} \qquad a^{1}_{6,7} = \frac{pJ_x}{2J_y} \qquad a^{1}_{6,8} = -\frac{pJ_x}{2J_y}$$

$$a^{1}_{7,5} = \frac{pJ_x}{2J_y} \qquad a^{1}_{7,6} = -\frac{pJ_x}{2J_y} \qquad a^{1}_{8,5} = -\frac{pJ_x}{2J_y} \qquad a^{1}_{8,6} = \frac{pJ_x}{2J_y}$$

$$a^{1}_{5,9} = -\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^{1}_{s1l} \qquad a^{1}_{5,10} = -\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^{1}_{d1l} \qquad a^{1}_{5,11} = \left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^{1}_{s2l}$$

$$a^{1}_{5,12} = \left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^{1}_{d2l} \qquad a^{1}_{6,9} = -\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^{1}_{s1l} \qquad a^{1}_{6,10} = -\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^{1}_{d1l}$$

$$a^1_{6,11}=\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{s2l} \qquad a^1_{6,12}=\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{d2l} \qquad a^1_{7,13}=-\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{s3l}$$

$$a^1_{7,14}=-\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{d3l} \qquad a^1_{7,15}=\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{s4l} \qquad a^1_{7,16}=\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{d4l}$$

$$a^1_{8,13}=-\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{s3l} \qquad a^1_{8,14}=-\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{d3l} \qquad a^1_{8,15}=\left(\frac{1}{m}-\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{s4l}$$

$$a^1_{8,16}=\left(\frac{1}{m}+\frac{l^2}{J_y}\right)\beta^1_{d4l}$$

$$a^1_{9,5}=-\frac{\alpha^1_{s1\delta}}{\alpha^1_{s1l}} \qquad a^1_{10,6}=-\frac{\alpha^1_{d1\delta}}{\alpha^1_{d1l}} \qquad a^1_{11,5}=\frac{\alpha^1_{s2\delta}}{\alpha^1_{s2l}} \qquad a^1_{12,5}=\frac{\alpha^1_{d2\delta}}{\alpha^1_{d2l}}$$

$$a^1_{13,7}=-\frac{\alpha^1_{s3\delta}}{\alpha^1_{s3l}} \qquad a^1_{14,8}=-\frac{\alpha^1_{d3\delta}}{\alpha^1_{d3l}} \qquad a^1_{15,7}=\frac{\alpha^1_{s4\delta}}{\alpha^1_{s4l}} \qquad a^1_{16,8}=\frac{\alpha^1_{d4\delta}}{\alpha^1_{d4l}}$$

$$a^1_{9,9}=-\frac{R}{\alpha^1_{s1l}} \qquad a^1_{10,10}=-\frac{R}{\alpha^1_{d1l}} \qquad a^1_{11,11}=-\frac{R}{\alpha^1_{s2l}} \qquad a^1_{12,12}=-\frac{R}{\alpha^1_{d2l}}$$

$$a^1_{13,13}=-\frac{R}{\alpha^1_{s3l}} \qquad a^1_{14,14}=-\frac{R}{\alpha^1_{d3l}} \qquad a^1_{15,15}=-\frac{R}{\alpha^1_{s4l}} \qquad a^1_{16,16}=-\frac{R}{\alpha^1_{d4l}}$$

Având în vedere formele matricelor A şi B_1 şi notând elementele nenule ale matricei intrărilor, de forma $1/\alpha_{jl}$, j=s1, ...,d4 cu $b_{j,j}$, j=1...8, se poate reprezenta schema bloc informaţională a lagărului cu sustentaţie electromagnetică, în ipotezele enunţate în acest paragraf (figura 2.14). Faţă de diferitele mărimi precizate în acest paragraf, în figură s-au inclus şi eventualele forţe exterioare perturbatoare ce acţionează în diferite puncte şi sub diferite direcţii şi a căror rezultante se aplică în dreptul electromagneţilor, în lungul axelor Y_s şi Z_s, notate cu $f_{e,j}$, j={ vs,vd,os,od }.

Analizând elementele matricei A şi figura 2.13 se pot face următoarele observaţii:

1. Subsistemul vertical şi cel orizontal (v şi o) sunt cuplate între ele prin reacţiile de la derivata întrefierului amplificate de blocurile $a_{7,j}$ şi $a_{8,j}$, j=5...8. Dacă turaţia maşinii p este nulă, aceste amplificări sunt nule şi subsistemele sunt independente. Cuplajul devine tot mai pronunţat, proporţional cu turaţia. Influenţa turaţiei poate fi micşorată dacă prin construcţie J_y este mult mai mare ca J_x.
2. Între subsistemele stânga-vertical şi dreapta-vertical (vs şi os) respectiv stânga-orizontal şi dreapta-orizontal, cuplajul se datorează reacţiei de întrefier (blocurile $a_{6,9}$, $a_{6,11}$, $a_{5,10}$, şi $a_{5,12}$, respectiv $a_{8,13}$, $a_{8,15}$, $a_{7,14}$ şi $a_{7,16}$). Se constată că dacă $m = J_y/l^2$ atunci reacţiile pe canalele de curent dispar şi cele pe canalele de întrefier se reduc la coeficienţii $\alpha/2m$. Printr-o prelucrare mecanică corespunzatoare, α poate fi redus, astfel încât şi acest termen să poată fi aproximat cu zero. *În acest fel subsistemele pot fi decuplate.*

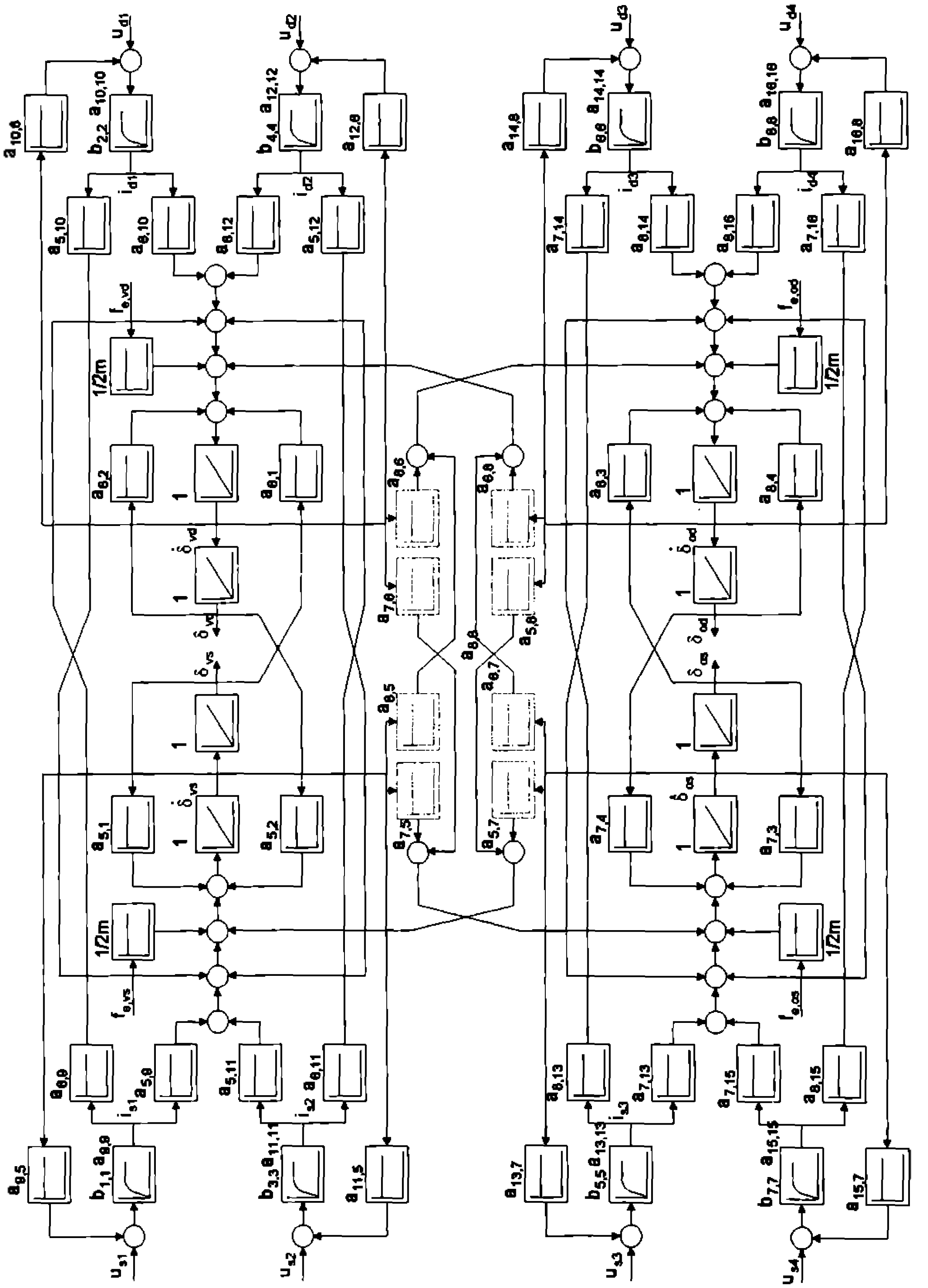


Figura 2.13. Schema bloc informaţională a S10E5GL

În concluzie, în condiţiile în care se construieşte o maşina electrică cu un ax subţire şi lung, astfel încât sa fie indeplinite condiţiile precizate în observaţiile de mai sus, din punct de vedere sistemic lagărul cu sustentaţie electromagnetică poate fi privit ca un ansamblu de cinci subsisteme independente:

- subsistemul axă verticală stânga
- subsistemul axă verticală dreapta
- subsistemul axă orizontală stânga
- subsistemul axă orizontală dreapta
- subsistemul axial.

S-a arătat că subsistemul axial poate fi echivalat cu un S2E1GL tratat în paragraful 2.2. Analog, dacă se neglijează conexiunile între primele patru subsisteme din lista de mai sus, ele sunt tot de tipul S2E1GL având schemele bloc informaţionale de tipul din figură:

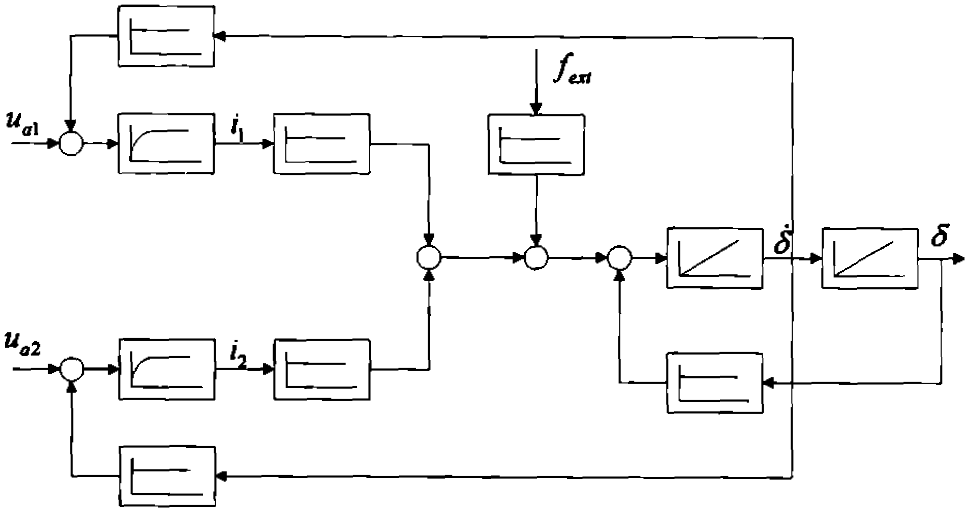


Figura 2.14. Schema bloc informaţională a unei axe a lagărului magnetic

In figură nu s-au mai reprezentat amplificările blocurilor componente.

Ideea este de a controla fiecare subsistem în parte ca un sistem de reglare independent şi apoi de a utiliza un sistem de reglare ierarhic superior pentru a rezolva conexiunile dintre subsisteme.

2.3.2 Analiza efectului giroscopic

O altă problemă ce trebuie rezolvată şi care poate fi înglobată într-un sistem de reglare ierarhic superior sistemului de reglare al unei, axe a fost observată în urma experimetărilor motorului cu lagăre magnetice de la IPTVT:

> Crescând turaţia motorului, la o anumită valoare a ei apare un fenomen de oscilaţie care poate scoate complet din funcţionare sistemul. Trecând de această valoare a turaţiei, oscilaţiile se atenuează până la dispariţie, funcţionarea devenind normală. Aşa cum se arată şi în [M2], această oscilaţie se datorează faptului că axa geometrică a axului motorului şi cu axa de inerţie nu corespund motiv pentru care la o anumită turaţie forţele generate de efectul giroscopic devin comparabile cu cele dezvoltate de electromagneţii de ghidaj, rotorul oscilând între cele două axe. Atunci când forţele giroscopice devin dominante, rotorul se aşează după axa de inerţie şi oscilaţiile dispar.

In funcţie de aplicaţie, axul poate fi lăsat liber să se aşeze dupa axa de inerţie (aplicatii în care important este doar ca axul să se rotească la turaţii mari fără contact mecanic) sau forţele giroscopice trebuie compensate, rotorul trebuind întotdeauna să se rotească după axa geometrică (aplicaţii de prelucrare mecanică, de exemplu un burghiu de mare viteză). În ambele situații există mai multe metode pentru compensarea și eliminarea oscilațiilor la turația critică.

2.4 Concluzii

În cadrul capitolului este abordată problema modelării sistemelor cu sustentație electromagnetică de bază. Aceste sisteme sunt neliniare dar continue și modelarea lor atât prin deducerea ecuațiilor neliniare ce le descriu cât și prin liniarizarea lor după tangentă crează baza dezvoltărilor din capitolele următoare.

Principalele rezultate sunt redate de:

- modelul neliniar al S1E1GL descris prin ecuațiile (2.2)
- modelul S1E1GL liniarizat prin eliminarea fluxului, reprezentat în schema bloc informațională din figura 2.2 și descris de MM-ISI de ecuații (2.28)+(2.37) sau (2.30)+(2.38) sau (2.32)+(2.39)
- modelul S1E1GL liniarizat prin eliminarea curentului, reprezentat în schema bloc informațională din figura 2.3 și descris de MM-ISI de aceeași formă ca cele de mai sus, obținute însă cu alți coeficienți
- analiza detaliată atât a coeficienților de liniarizare pentru cele două modele cât și a coeficienților modelelor matematice corespunzătoare în funcție de întrefierul de liniarizare, precum și relațiile de aproximare stabilite pentru aceștia
- determinarea unui punct de liniarizare optim din punct de vedere al minimizării erorilor între modelul neliniar și modelul liniar pe întreaga plajă de variație a întrefierului
- caracteristicile amplitudine-pulsație și fază-pulsație ale modelului linarizat atât în raport cu intrările utile cât și perturbații
- analiza tipurilor de perturbații, a provenienței lor cât și elaborarea de modele exogene pentru ele
- forma completă a S1E1GL extins cu modelele exogene ale perturbațiilor
- modelul S1E1GL extins discretizat
- modelarea și liniarizarea după tangentă a S2E1GL
- caracteristicile amplitudine-pulsație și fază-pulsație ale modelului S2E1GL
- prezentarea pentru exemplificare a unui model de laborator
- modelarea și liniarizarea după tangentă a S10E5GL - rotor cu lagăre magnetice
- determinarea condițiilor în care S10E5GL poate fi echivalat cu 5 subsisteme de tipul S2E1GL și stabilirea conexiunilor între ele.

Cu aceste rezultate se poate porni la analiza posibilităților de stabilizare și reglare a sistemelor cu sustentație electromagnetică.

ANEXA A2.1

A2.1. Analiza coeficienţilor modelelor liniarizate ale S1E1G

A2.1.1 Cazul unui electromagnet cu forţă portantă mare

Se are în vedere cazul concret al unui vehicul pe pernă magnetică de 4 tone, construit şi experimentat între 1980 şi 1986 la Institutul Politehnic Timişoara, azi Universitatea "Politehnica" din Timişoara. Cei patru electromagneţi de sustentaţie sunt identici şi au forma din figură.

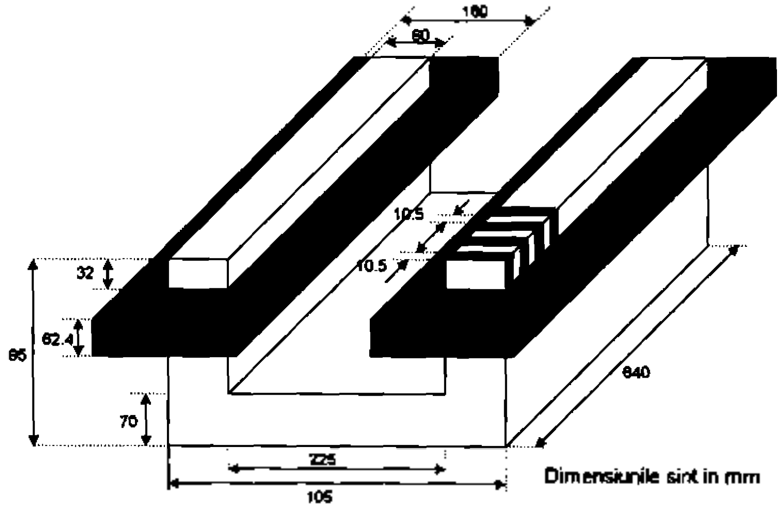


Figura A2.1.1. Electromagnetul cu forţă portantă mare

Construcţia lor specială se datorează faptului că electromagneţii de sustentaţie constituie în acelaşi timp şi înfăşurarea de excitaţie a motorului sincron pentru propulsia vehiculului, pe ei aflându-se şi bobinajul de curent alternativ (acesta fiind motivul apariţiei crestăturilor). Jugul feromagnetic îl reprezintă calea de glisare care datorită acţionării sincrone nu este continuă ci are forma din fig.A2.1.2 :

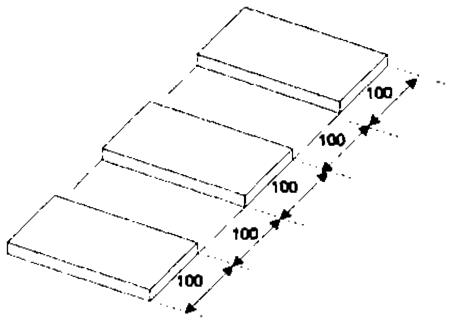


Figura A2.1.2. Calea de glisare

Cu aceste date s-au determinat constantele inductanței din expresia (2.3), confirmate și de metoda experimentală descrisă în paragraful 2.1.1. Astfel la un număr de N=400 spire pe coloană, realizate din sârmă de cupru, s-a obținut:

$$L = \frac{1.594 \cdot 10^{-3}}{z_\delta + 0.038 \cdot 10^{-3}} + 0.01734 \text{ H} \qquad \text{(A2.1.1)}$$

Se prezintă în continuare reprezentarea grafică a coeficienților modelelor liniarizate dați de relațiile (2.17) - figurile A2.1.3 și (2.18) - figurile A2.1.4, pentru un întrefier variind între 5 și 25 mm, raportat la un punct de funcționare nominal considerat a fi la 10mm. Un aspect interesant din analiza curbelor este caracterul relativ linear al variației în raport cu întrefierul a "coeficienților de liniarizare după flux".

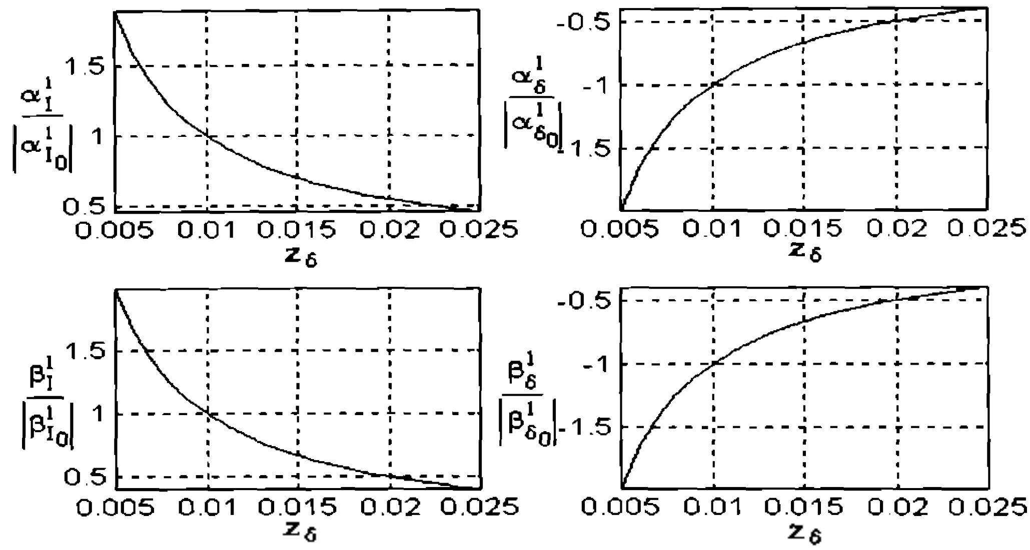


Figura A2.1.3. Variația cu întrefierul a coeficienților de liniarizare prin eliminarea fluxului

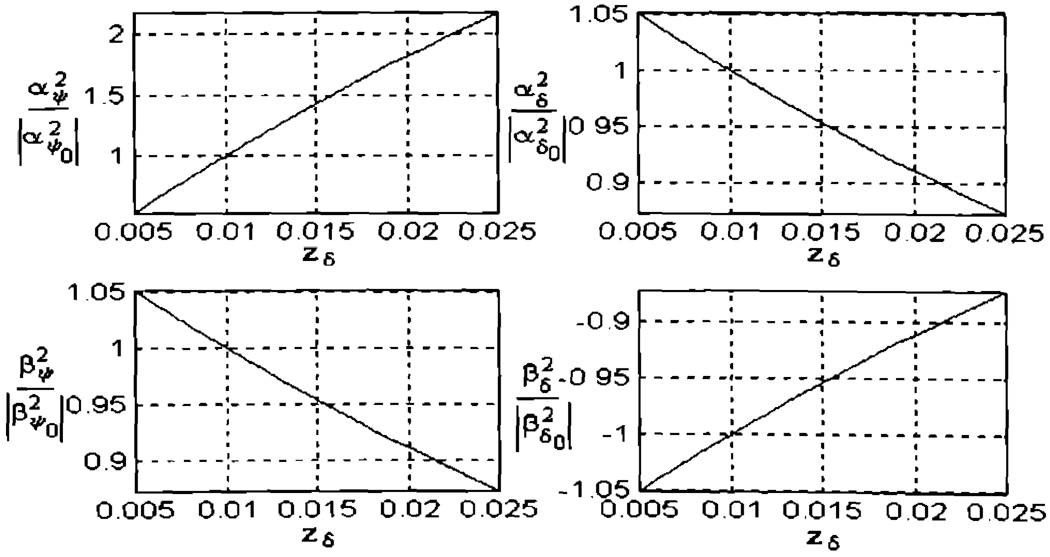


Figura A2.1.4. Variația cu întrefierul a coeficienților de liniarizare prin eliminarea curentului

Variaţiile cvasiliniare ale coeficienţilor din cazul utilizării fluxului ca variabilă de stare independentă permit aproximarea lor cu expresii liniare şi exprimarea analitică, ca funcţii de z_δ. Astfel:

$$
\begin{aligned}
\alpha_\psi^2 &= 466.038 \cdot z_\delta + 0.957 \\
\alpha_\delta^2 &= -26.877 \cdot 10^3 \cdot z_\delta + 3.273 \cdot 10^3 \\
\beta_\psi^2 &= -26.877 \cdot 10^3 \cdot z_\delta + 3.273 \cdot 10^3 \\
\beta_\delta^2 &= 1552 \cdot 10^6 \cdot z_\delta - 1.889 \cdot 10^5
\end{aligned}
\tag{A2.1.2}
$$

Coeficienţii numerici din (A2 1.2) au fost determinaţi utilizând metoda celor mai mici pătrate, pentru minimizarea erorii de aproximare.

Pentru coeficienţii $\alpha, \beta_{\cdot,\cdot}^{1}$, determinarea unor relaţii de aproximare nu-şi are sensul, în eventualitatea că se doreşte calculul lor se folosesc chiar relaţiile (2.17).

In figurile A2.3.5 s-a reprezentat şi modul de variaţie a inductanţei şi a primelor două derivate utilizate în calcul. Din nou se constată caracterul neliniar al variaţiei

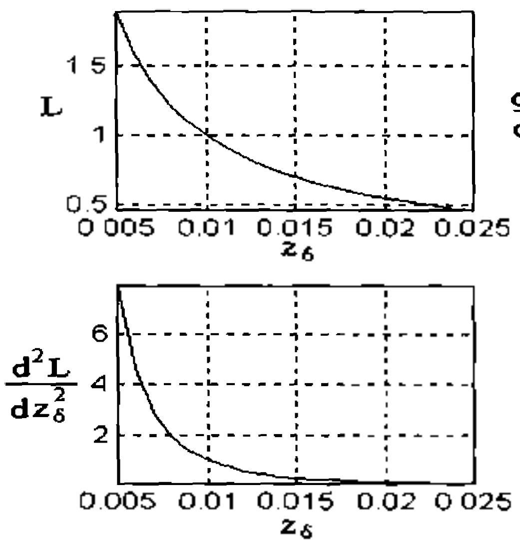


Figura A2.1.5. Variaţia inductanţei şi derivatelor sale cu întrefierul

In fine, figurile A2.1.6 prezintă curentul şi fluxul necesare generării unei forţe portante egală cu greutatea sustentată la diferite valori ale întrefierului. In ipoteza miezului nesaturat, variaţiile sunt liniare.

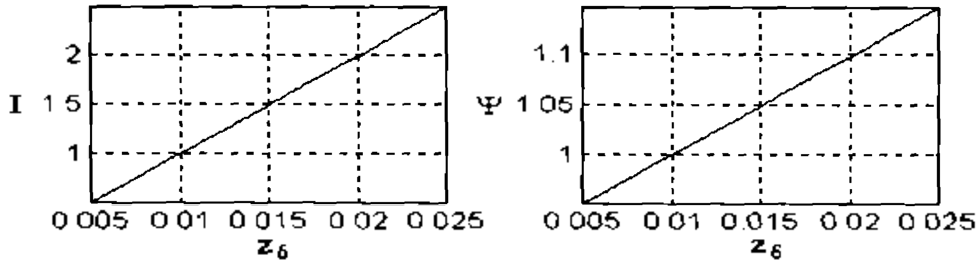


Figura A2.1.6. Variaţia curentului şi a fluxului cu neglijarea saturaţiei miezului

Calculele şi diagramele au fost făcute cu un program scris în limbajul MATLAB.

A2.1.2 Cazul unui electromagnet cu forţă portantă redusă

Se prezintă cazul unui electromagnet din cadrul unui model de laborator utilizat în lucrarea de faţă pentru testarea diferitelor metode de reglare. Materialul feromagnetic din care este construit electromagnetul trebuie să aibe inducţia de saturaţie cât mai mare, putând lucra la frecvenţe mai mari de 20kHz cu pierderi cât mai mici. S-au ales jumătăţi de tor din Metglas 2605-S3 al firmei Magnetics Inc. [*6] realizat din tole de 0.001 inch (0.0254 mm) având inducţia de saturaţie la 1.4 T, frecvenţa maximă de lucru la 100kHz, permeabilitatea absolută la 1 T şi 20 kHz de 10 kGauss/Oersted şi temperatura Curie la 370 °C. In urma calculelor de proiectare a electromagnetului, pentru a dezvolta o forţă maximă de minimum 100 N la un câmp în întrefier de 1.2 T, s-a ales un semi-tor cu secţiunea magnetică efectivă de 3.024 cm^2 şi pentru un întrefier nominal de 1.5 mm la un curent de 5 A, numărul de spire a rezultat a fi N=285. Cu aceste date, forţa maximă ce o poate dezvolta electromagnetul este de 174.18N. In figura A2.1.7 este desenat semitorul utilizat:

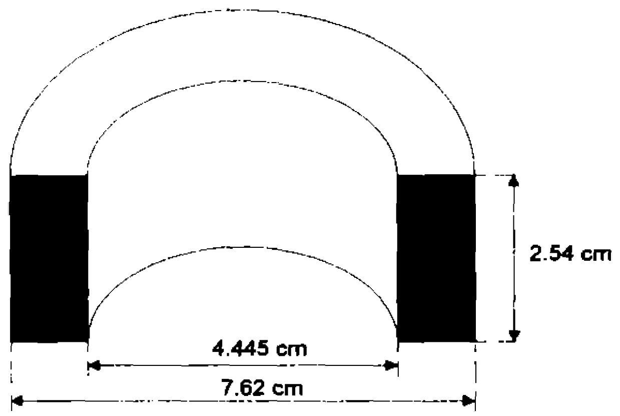


Figura A2.1.7. Electromagnetul cu forţă portantă redusă

Pentru determinarea experimentală a coeficienţilor inductanţei s-au făcut 5 măsurători la diferite întrefieruri cu rezultatele date în tabelul A2.1.1.

Tabelul A2.3.1

Intrefier (mm)	0.28575	0.5715	1.143	1.7145	2.286
Inductanţa (mH)	48.7	24.7	13.6	8.8	6.9

Utilizarea unui program MATLAB care rezolvă consecutiv C_5^3= 10 sisteme de 3 ecuaţii cu 3 necunoscute conduce la valorile medii pentru coeficienţii inductanţei: c=15.099·10^{-6} Hm, z_0=9.434·10^{-6} m şi L_∞=0.4842·10^{-3} H. In figura A2.1.8 se prezintă variaţia inductanţei măsurate în funcţie de întrefier (albastru) şi variaţia inductanţei calculate cu coeficienţii de mai sus (roşu), expresia inductanţei cu coeficienţii deduşi experimental fiind:

$$L = \frac{15.009 \cdot 10^{-6}}{z_\delta + 9.4338 \cdot 10^{-6}} + 0.4842 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{H} \tag{A2.1.3}$$

Se utilizează o sârmă de cupru (AWG14 cu 82.8·10^{-6} Ω/cm corectat la 80°C) rezultând, la lungimea medie a spirei de 15.25 cm, o resistenţă a înfăşurării R=0.36 Ω.

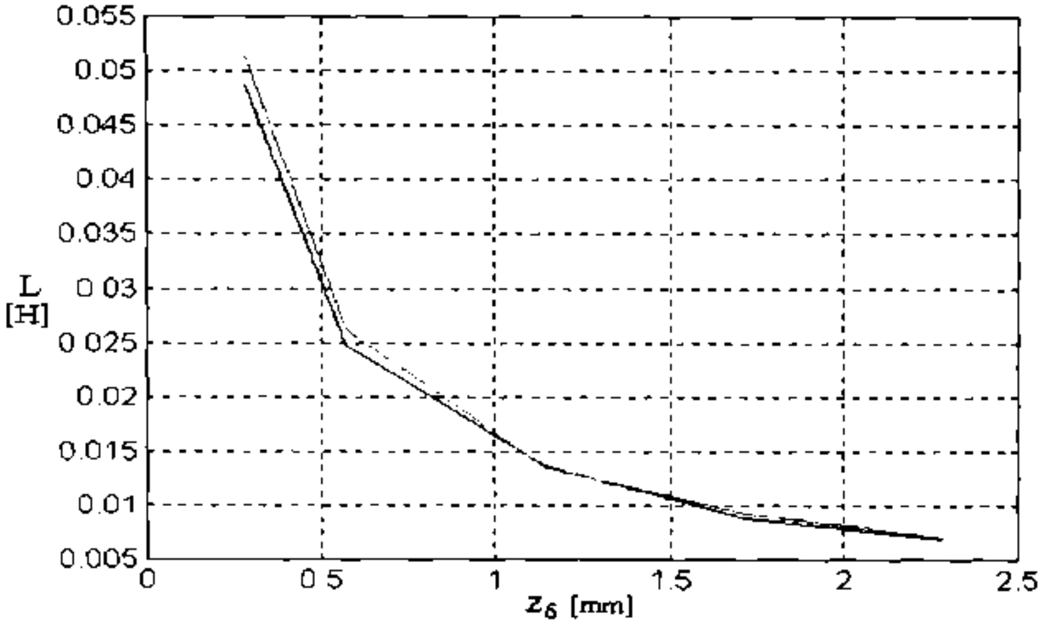


Figura A2.1.8. Variaţia inductanţei cu întrefierul.

Ca şi în cazul electromagnetului cu forţă portantă mare, se prezintă în figurile următoare variaţia "coeficienţilor de liniarizare" în funcţie de punctul nominal de funcţionare, normate la valoarea lor corespunzătoare unui întrefier de 1.5mm. Astfel coeficienţii modelului cu eliminarea fluxului daţi de relaţiile (2.17) sunt reprezentaţi în figura A2.1.9, iar cei rezultaţi din (2.18) prin eliminarea curentului sunt prezentaţi în figura A2.1.10.

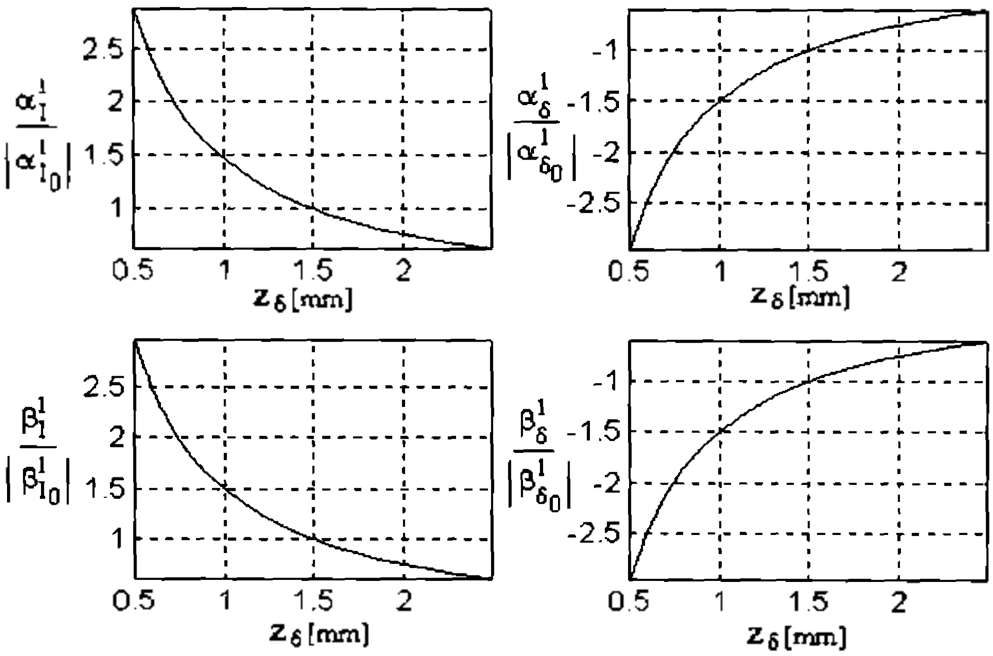


Figura A2.1.9. Variaţia coeficienţilor de liniarizare cu eliminarea fluxului

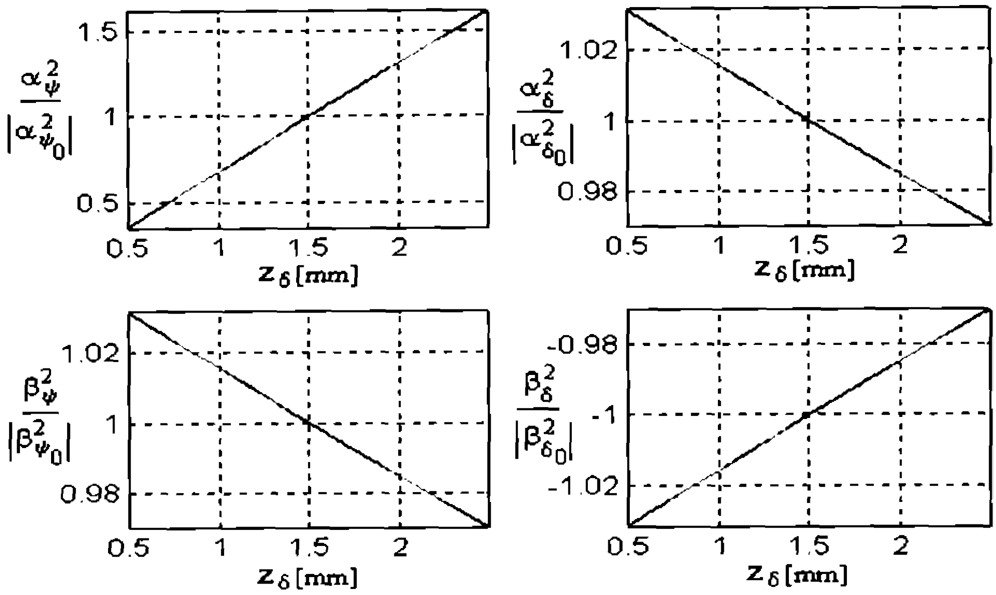


Figura A2.1.10. Variația coeficienților de liniarizare cu eliminarea curentului

Figura A2.1.10 prezintă și dreptele de aproximare ale coeficienților, calculate cu metoada celor mai mici pătrate, relațiile liniare având expresiile:

$$
\begin{aligned}
\alpha_\psi^2 &= 23.036\cdot 10^3 \cdot z_\delta + 1.628 \\
\alpha_\delta^2 &= -18.035\cdot 10^3 \cdot z_\delta + 613.155 \\
\beta_\psi^2 &= -47.461\cdot 10^3 \cdot z_\delta + 1.614\cdot 10^3 \\
\beta_\delta^2 &= 32.158\cdot 10^3 \cdot z_\delta - 1.263\cdot 10^3
\end{aligned}
\qquad \text{(A2.1.4)}
$$

In lucrarea [T6 a fost discutat un alt stand utilizat în laboratorul de Regulatoare Automate de la Catedra de Automatică a Institutului Politehnic din Timișoara. Rezultatele au fost practic aceleași: o neliniaritate pronunțată cu variații mari a coeficienților de liniarizare prin eliminarea fluxului și o variație mult mai mică și liniară a coeficienților de liniarizare prin eliminarea curentului. Intrefierul variază în jurul valorii nominale de 5mm și expresia inductanței cu parametrii determinați experimental este

$$L = \frac{0.293\cdot 10^{-3}}{z_\delta + 26.703\cdot 10^{-6}} + 11.609\cdot 10^{-3}\ \mathrm{H} \qquad \text{(A2.1.5)}$$

ANEXA 2.2.

A2.2. Determinarea unui punct de liniarizare cvasi-optim pentru minimizarea erorii la funcționarea în afara punctului de liniarizare considerat

Calculul analitic al punctului de liniarizare cvasi-optim ar fi prea complicat având în vedere numărul ridicat de variabile. Din acest motiv, după cum s-a menționat în paragraful 2.1.2.3 problema se rezolvă pe cale numerică, iterativ.

Erorile în ecuațiile tensiunii și forței în *modelul cu eliminarea fluxului*, utilizând relațiile deduse în capitolul 2, sunt :

$$\Delta U_a = U_{a,lin} - U_{a,nlin} = \left(U_{a0} + R\Delta i(t) + \alpha_I^1 \Delta \dot{i}(t) + \alpha_\delta^1 \Delta \dot{z}_\delta(t)\right) - \left(Ri(t) + \dot{\Psi}(t)\right) =$$

$$= \left(RI_0 + Ri(t) - RI_0 + \alpha_I^1 \dot{i}(t) + \alpha_\delta^1 \dot{z}_\delta\right) - \left(Ri(t) + L(z_\delta(t))\dot{i}(t) + \frac{\mathrm{d}L(z_\delta(t))}{\mathrm{d}z_\delta(t)} i(t)\dot{z}_\delta(t)\right)$$

$$\Delta F_e = F_{e,lin} - F_{e,nlin} = \left(Mg + \beta_I^1 \Delta i(t) + \beta_\delta^1 \Delta z_\delta(t)\right) - \left(-\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta(t))}{\mathrm{d}z_\delta(t)} i^2(t)\right)$$

respectiv,

$$\Delta U_a = \alpha_I^1 \dot{i}(t) + \alpha_\delta^1 \dot{z}_\delta - L(z_\delta(t))\dot{i}(t) - \frac{\mathrm{d}L(z_\delta(t))}{\mathrm{d}z_\delta(t)} i(t)\dot{z}_\delta(t)$$

$$\Delta F_e = Mg + \beta_I^1\left(i(t) - I_0\right) + \beta_\delta^1\left(z_\delta(t) - z_{\delta 0}\right) + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta(t))}{\mathrm{d}z_\delta(t)} i^2(t) \qquad \text{(A2.2.1)}$$

Aceste relații sunt utilizate în continuare în algoritmul de determinare a punctului de liniarizare cvasi-optim

Similar, pentru *modelul cu eliminarea curentului* se obține

$$\Delta U_a = U_{a,lin} - U_{a,nlin} = \left(U_{a0} + \alpha_\psi^2 \Delta\psi(t) + \alpha_\delta^2 \Delta z_\delta(t) + \Delta\dot{\psi}(t)\right) - \left(Ri(t) + \dot{\Psi}(t)\right)$$

$$\Delta F_e = F_{e,lin} - F_{e,nlin} = \left(Mg + \beta_\psi^2 \Delta\psi(t) + \beta_\delta^2 \Delta z_\delta(t)\right) - \left(-\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta(t))}{\mathrm{d}z_\delta(t)}\left(\frac{\psi(t)}{L(z_\delta(t))}\right)^2\right)$$

rezultând

$$\Delta U_a = \alpha_\psi^2 \psi(t) + \alpha_\delta^2 (z_\delta(t) - z_{\delta 0}) - R\frac{\psi(t)}{L(z_\delta(t))}$$

$$\Delta F_e = Mg + \beta_\psi^2\left(\psi(t) - \Psi_0\right) + \beta_\delta^2\left(z_\delta(t) - z_{\delta 0}\right) + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}L(z_\delta(t))}{\mathrm{d}z_\delta(t)}\left(\frac{\psi(t)}{L(z_\delta(t))}\right)^2 \qquad \text{(A2.2.2)}$$

În continuare trebuie stabilite domeniile de variație admisibilă pentru diferitele variabile ce apar în (A2.2.1) și (A2.2.2). Considerând, din nou, ca prim caz electromagnetul utilizat în cazul vehiculului cu sustentație magnetică descris în Anexa A2.1, se admite că întrefierul poate varia între 1mm și 30 mm. În cazul unei funcționări normale, domeniile pentru curent și flux se pot obține plecând de la relațiile de regim cvasistaționar (2.6). Valoarea maximă a derivatei fluxului se poate estima din ecuația tensiunii, din (2.2), în situația în care curentul este nul și se aplică întreaga tensiune disponibilă (forțajul inițial). De aici se pot estima și extremele derivatei curentului prin raportarea valorii maxime a derivatei fluxului la inductanța minimă. În fine, viteza a fost estimată pe baza unor măsurări efectuate pe vehiculul cu sustentație electromagnetică. Astfel, în calcule s-au considerat domeniile de variație admisibile:

$$Z_{\delta 0} = Z_\delta = \left(1\cdot 10^{-3}, 30\cdot 10^{-3}\right)\mathrm{m}, \quad I = \left(3.455, 99.975\right)\mathrm{A}, \quad \Psi = \left(5.365, 7.039\right)\mathrm{Wb}$$

$$\dot{Z}_\delta = \left(-1, 1\right)\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}, \ \dot{I} = \left(-2400, 2400\right)\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{sec}}, \ \dot{\Psi} = \left(-200, 200\right)\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{sec}}$$

Calculele au fost făcute tot cu un fișier MATLAB

Figura A2.2.1 prezintă diagramele obținute într-o primă etapă de calcul în care, pentru a reduce numărul de iterații întrefierul de liniarizare s-a modificat cu un pas mare (3mm). Erorile sunt absolute, exprimate în "volt" respectiv "newton". Din analiza diagramelor se pot face imediat o serie de observații. Astfel:

- eroarea introdusă prin liniarizare este mult redusă în cazul utilizării modelului cu eliminarea curentului față de cel cu eliminarea fluxului (cu mai bine de un ordin de mărime);
- atât pentru ecuația tensiunii cât și pentru ecuația forței, în cazul modelului cu eliminarea fluxului se pot găsi puncte cvasi-optime de liniarizare dar ele nu sunt identice;
- tot în cazul modelului cu eliminarea fluxului, erorile procentuale față de valoarea maximă a tensiunii și forța nominală pe care trebuie s-o dezvolte electromagnetul sunt ambele în jurul a 10%;
- în cazul modelului cu eliminarea curentului doar ecuația tensiunii are un punct cvasi-optim de liniarizare în timp ce în cazul ecuației forței, eroarea crește cu întrefierul de liniarizare
- rezultatele obținute au mai mult un caracter calitativ decât cantitativ având în vedere că punctele de cvasi-optim obținute sunt serios afectate de domeniile de variație admisibile adoptate.

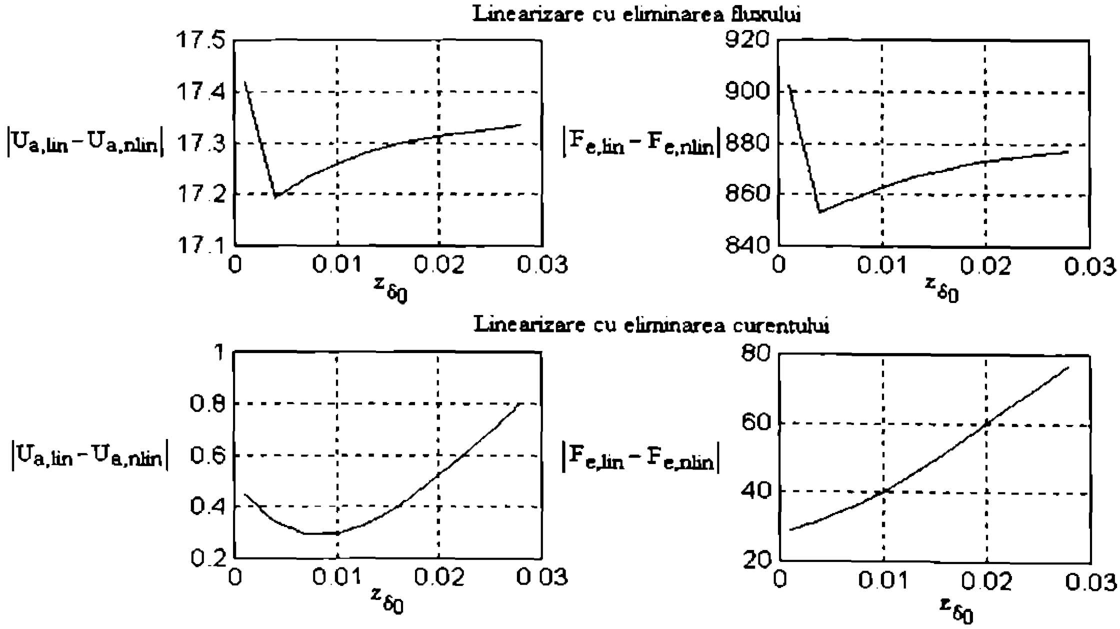


Figura A2.2.1. Eroarea introdusă prin liniarizare prin eliminarea fluxului

Intr-o a doua etapă de calcul, domeniul întrefierului de liniarizare s-a restrâns, iar pasul de calcul a fost redus la 0.2mm. Figura A2.2.2 prezintă în coloana din stânga rezultatele acestor calcule, iar în partea dreaptă detaliul cu punctul cvasi-optim de liniarizare. Se obțin astfel:

- pentru ecuația tensiunii cu eliminarea fluxului $z_{\delta 0,optim}$ = 3.8 mm, dar cu o plajă destul de largă (între 5.6 mm și 8.4 mm) în care eroarea este foarte apropiată de eroarea minimă,
- pentru ecuația forței cu eliminarea fluxului $z_{\delta 0,optim}$ = 2.8 mm, din nou cu o plajă între 2.5 și 5.5mm apropiată de eroarea minimă.
- pentru ecuația tensiunii cu eliminarea curentului $z_{\delta 0,optim}$ = 7 mm cu o eroare relativ redusă până la 10mm.

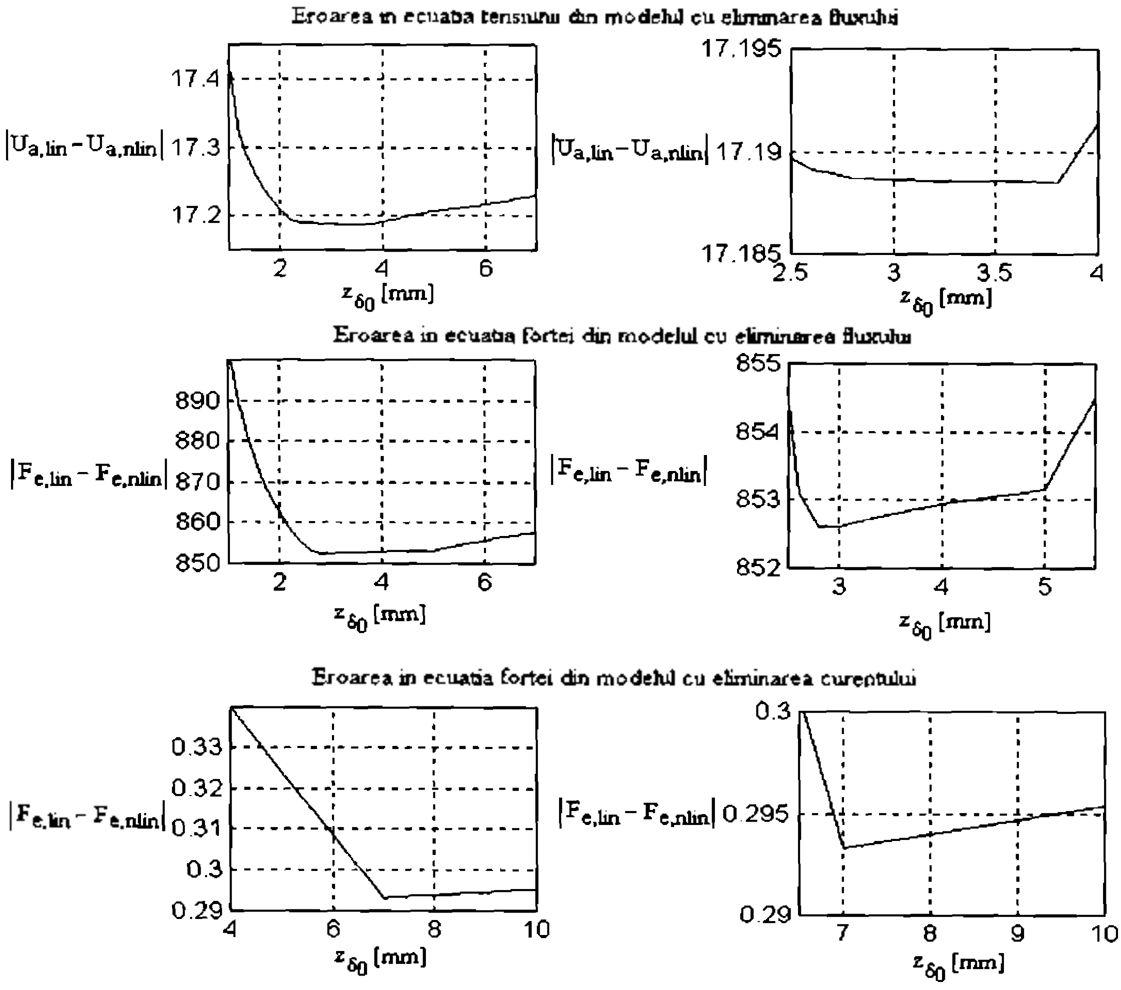


Figura A2.2.2. Erori introduse prin liniarizare pentru electromagnetul cu forță portantă mare

Datorită palierului de minim comun (aproximativ între 3 și 4 mm) din cazul modelului cu eliminarea fluxului, chair dacă punctele de cvasi-optim nu sunt identice se poate alege un punct de liniarizare pentru care ambele ecuații să aibe erorile apropiate de minim. În cazul modelului cu eliminarea curentului, punctul de cvasi-optim este cel în care eroarea de tensiune este minimă.

Similar, pentru electromagnetul utilizat în cadrul standului, se pot determina domeniile de variație admisibile

$$Z_{\delta 0} = Z_\delta = \left(0.5 \cdot 10^{-3}, 12 \cdot 10^{-3}\right)\text{m}, \quad I = \left(0.431, 9.8415\right)\text{A}, \quad \Psi = \left(0.245, 0.354\right)\text{Wb}$$

$$\dot{Z}_\delta = \left(-1, 1\right)\frac{\text{m}}{\text{sec}}, \dot{I} = \left(-1850, 1850\right)\frac{\text{A}}{\text{sec}}, \dot{\Psi} = \left(-40, 40\right)\frac{\text{Wb}}{\text{sec}}$$

pentru care, cu același algoritm se obțin diagramele din figura A2.2.3. Aici, punctul de minim pentru ecuația tensiunii din cadrul modelului cu eliminarea fluxului se pare că este în afara domeniului de întrefier considerat. Pentru ecuația forței cu eliminarea fluxului, minimul este la 1.5mm, iar pentru ecuația tensiunii cu eliminarea curentului minimul se găsește la 3.5mm. De data asta este mai dificilă alegerea unui punct de cvasi-optim comun pentru modelul cu eliminarea fluxului. Criteriul de alegere ar fi minimizarea sumei erorilor relative ale celor două ecuații.

Se observă că și în acest caz eroarea din cazul modelului cu eliminarea curentului este mult mai mică decât cea din cazul modelului cu eliminarea fluxului.

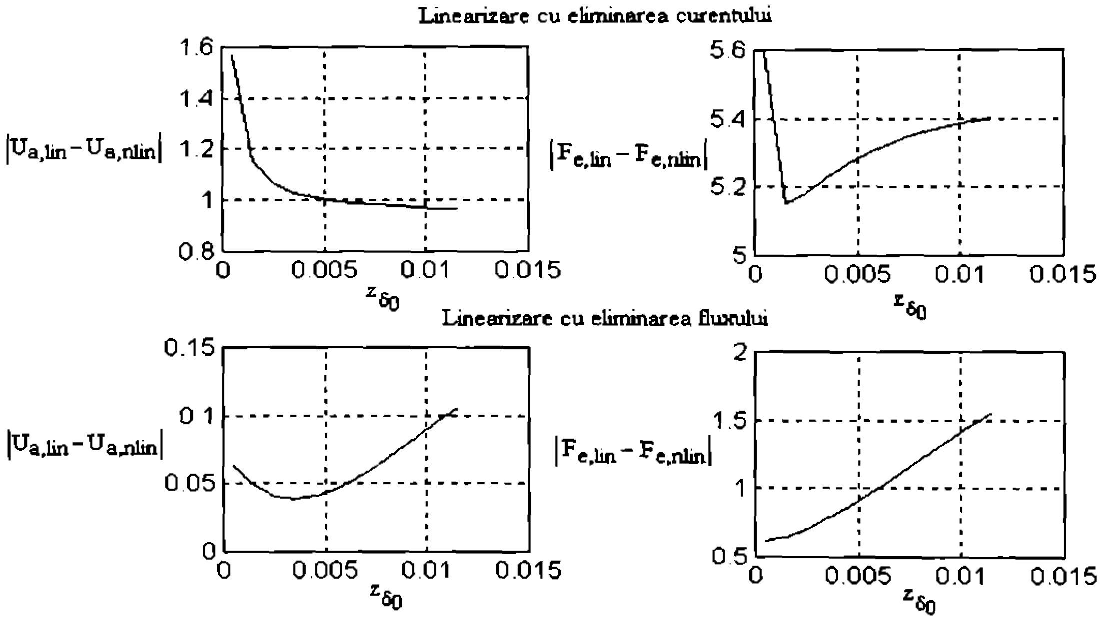


Figura A2.2.3. Erori introduse prin liniarizare pentru electromagnetul cu forță portantă medie

Pentru electromagnetul utilizat în cadrul modelului de laborator domeniile de variație admisibile sunt următoarele:

$$Z_{\delta 0} = Z_\delta = \left(0.1 \cdot 10^{-3}, 3 \cdot 10^{-3}\right)\text{m}, \quad I = \left(0.1769, 4.866\right)\text{A}, \quad \Psi = \left(0.0244, 0.0266\right)\text{Wb}$$

$$\dot{Z}_\delta = \left(-2, 2\right)\frac{\text{m}}{\text{sec}}, \dot{I} = \left(-140000, 140000\right)\frac{\text{A}}{\text{sec}}, \dot{\Psi} = \left(-170, 170\right)\frac{\text{Wb}}{\text{sec}}$$

pentru care se obțin diagramele:

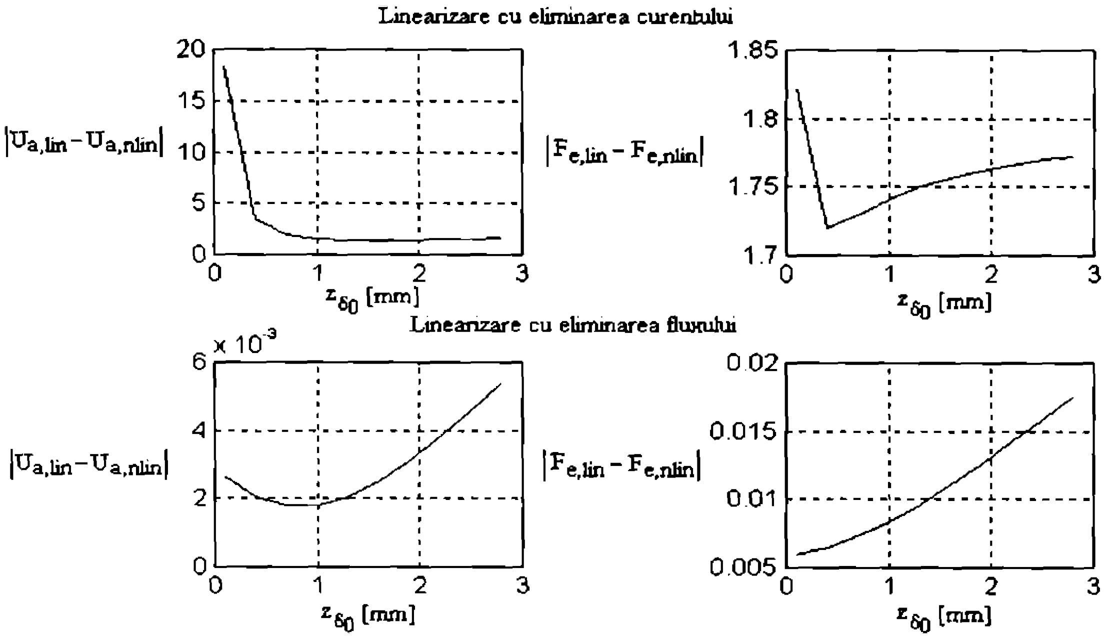


Figura A2.2.4. Erori introduse prin liniarizare pentru electromagnetul cu forţă portantă mică

Minimele obţinute au fost la 1.4 mm, 0.28 mm şi 0.7 mm. Şi aici trebuie găsit un compromis în alegerea unui punct de cvasi-optim în cazul modelului cu eliminarea fluxului.

ANEXA 2.3.

A2.3. Variația coeficienților din modelele matematice ale S1E1G în funcție de întrefierul de liniarizare

Pentru toate cele trei modele matematice intrare-stare-ieșire deduse în paragaraful 2.1.3.1 se reprezintă grafic variațiile coeficienților matricelor în funcție de întrefierul de liniarizare. Prin "întrefier de liniarizare" este denumită valoarea întrefierului corespunzătoare punctului de funcționare în vecinătatea căruia au fost dezvoltate modelele matematice liniarizate.

Astfel, pentru cazul electromagnetului utilizat la vehiculele cu sustentație magnetică, în figurile A2.3.1 sunt reprezentați coeficienții modelului cu a treia variabilă de stare curentul, în figurile A.2.3.2 coeficienții modelului cu a treia variabilă de stare accelerația absolută și în figura A2.3.3 coeficienții modelului cu a treia variabilă de stare fluxul. În toate figurile întrefierul este exprimat în metri. Ca o măsură a neliniarității acestor coeficienți, s-au determinat și drepte de aproximare ale lor, deduse cu metoda celor mai mici pătrate

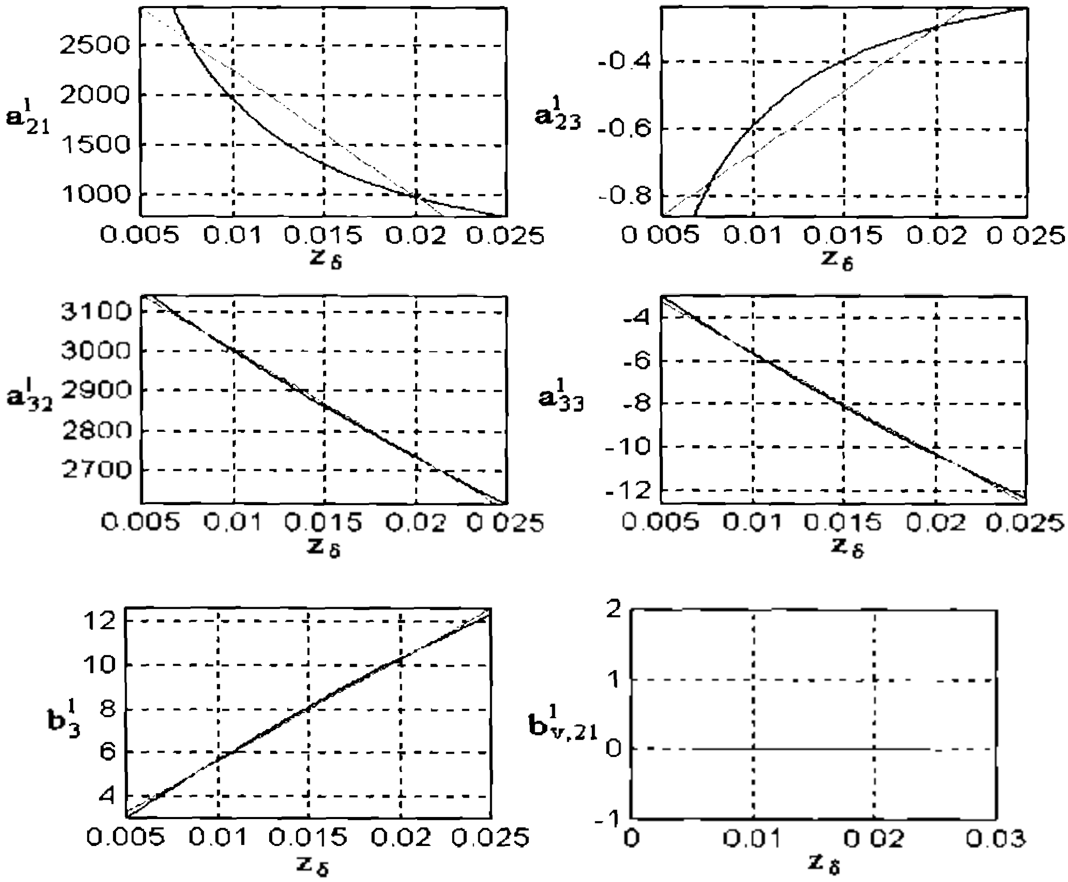


Figura A2.3.1. Variația coeficienților MM-ISI (2.28)

Se observă variația pronunțat neliniară a primilor doi coeficienți în cazul modelului cu a treia variabilă de stare curentul, pentru care aproximarea cu drepte nici nu-și are sensul. Pentru restul coeficienților se pot deduce relațiile:

$$a_{31}^{2} = -99\,467 \cdot 10^{3} \cdot z_{\delta} + 12.104 \cdot 10^{3}$$

$$a_{32}^{1} = -26.887 \cdot 10^{3} \cdot z_{\delta} + 3.273 \cdot 10^{3}$$

$$a_{32}^{2} = -1.7248 \cdot 10^{3} \cdot z_{\delta} + 209.888$$

$$a_{33}^{1} = -466.037 \cdot z_{\delta} - 0.9575$$

$$a_{33}^{2} = -466.037 \cdot z_{\delta} - 0.9575$$

$$b_{3}^{1} = 466.037 \cdot z_{\delta} + 0.9575$$

$$b_{3}^{2} = 29.8851 \cdot z_{\delta} - 3.6367$$

$$b_{v,21}^{2} = -0.5178 \cdot z_{\delta} + 0.0011$$

$$a_{21}^{3} = -1.7248 \cdot 10^{3} \cdot z_{\delta} + 209.886$$

$$a_{23}^{3} = 29.8851 \cdot z_{\delta} - 3.6367$$

$$a_{31}^{3} = 26.897 \cdot 10^{3} \cdot z_{\delta} - 3.273 \cdot 10^{3}$$

$$a_{33}^{3} = -466.0376 \cdot z_{\delta} - 0.9575$$

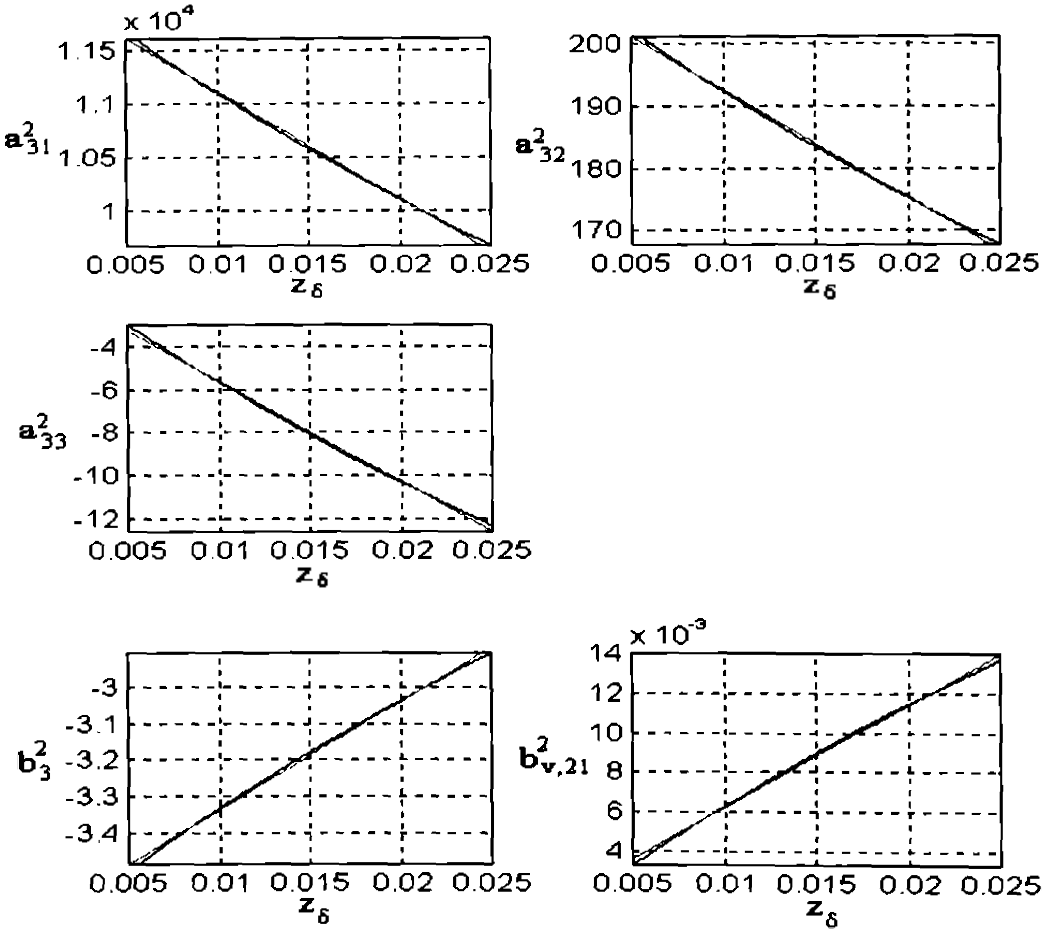


Figura A2.3.2. Variația coeficienților MM-ISI (2.30)

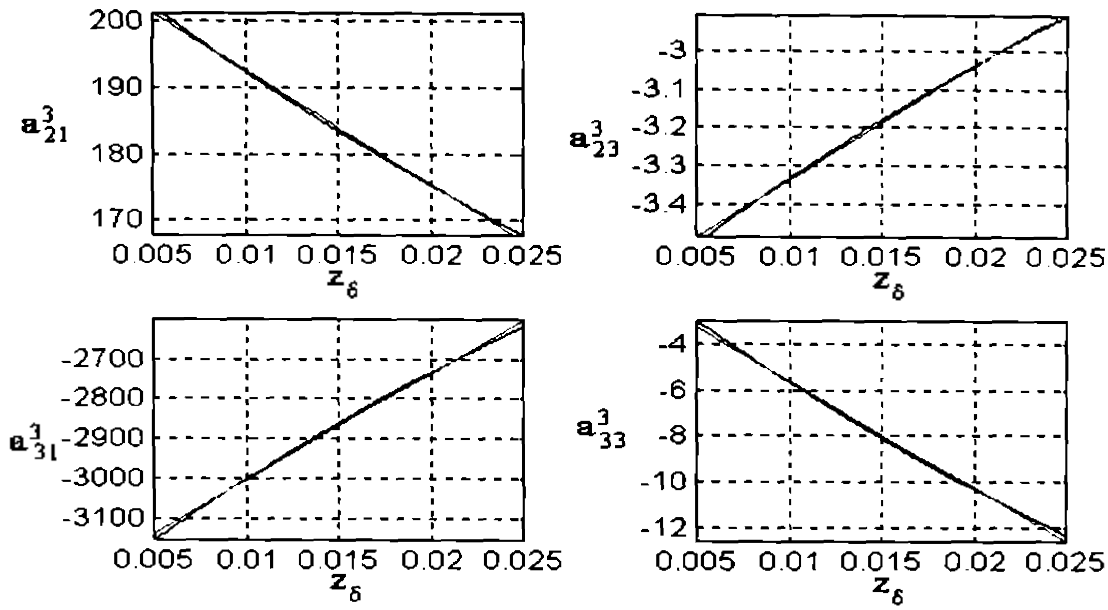


Figura A2.3.3. Variaţia coeficienţilor MM-ISI (2.32)

Aşa cum s-a menţionat, coeficienţii polinomului caracteristic sunt identici pentru toate cele trei modelele şi sunt valorile opuse ale coeficienţilor din cazul modelului cu a treia variabilă de stare acceleraţia absolută (vezi şi figura A2.3.2). Variaţia lor este prezentată în figurile următoare.

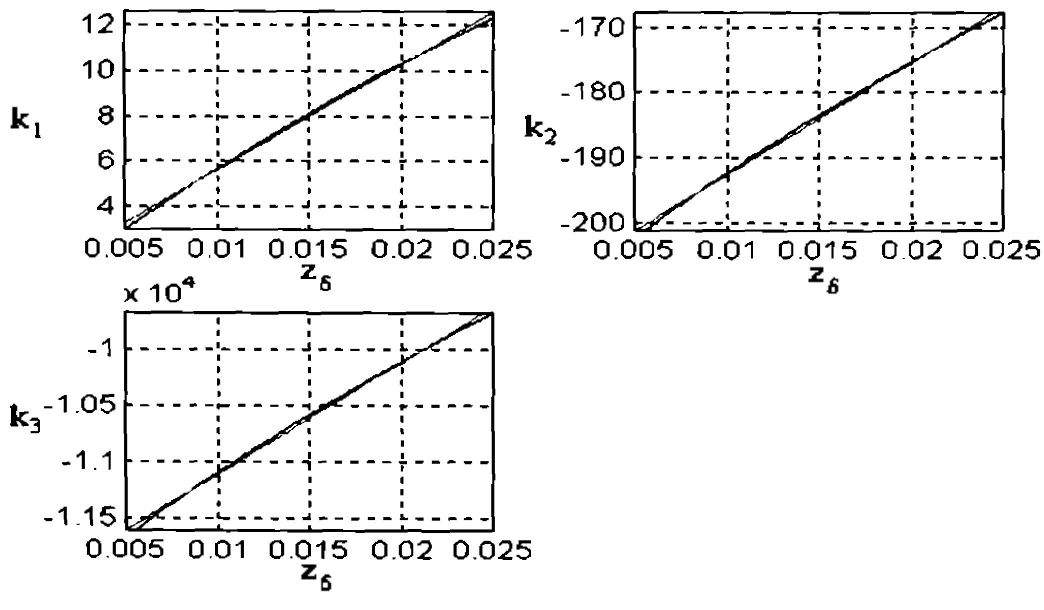


Figura A2.3.4. Variaţia coeficienţilor polinomului caracteristic cu întrefierul de liniarizare

În figura A2.3.5 este trasat locul rădăcinilor sistemului liniarizat trasat pentru $z_{\delta 0}$ între 0 şi 3 mm. Se obervă prezenţa polului real instabil. Se remarcă de asemenea banda de pulsaţie redusă a sistemului, situată sub 20 rad/sec.

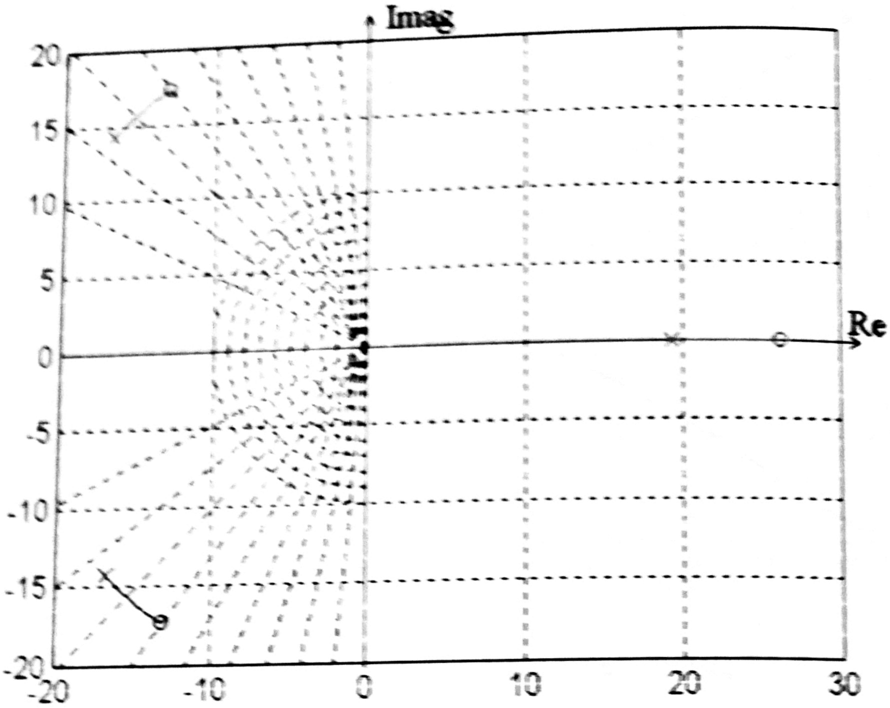
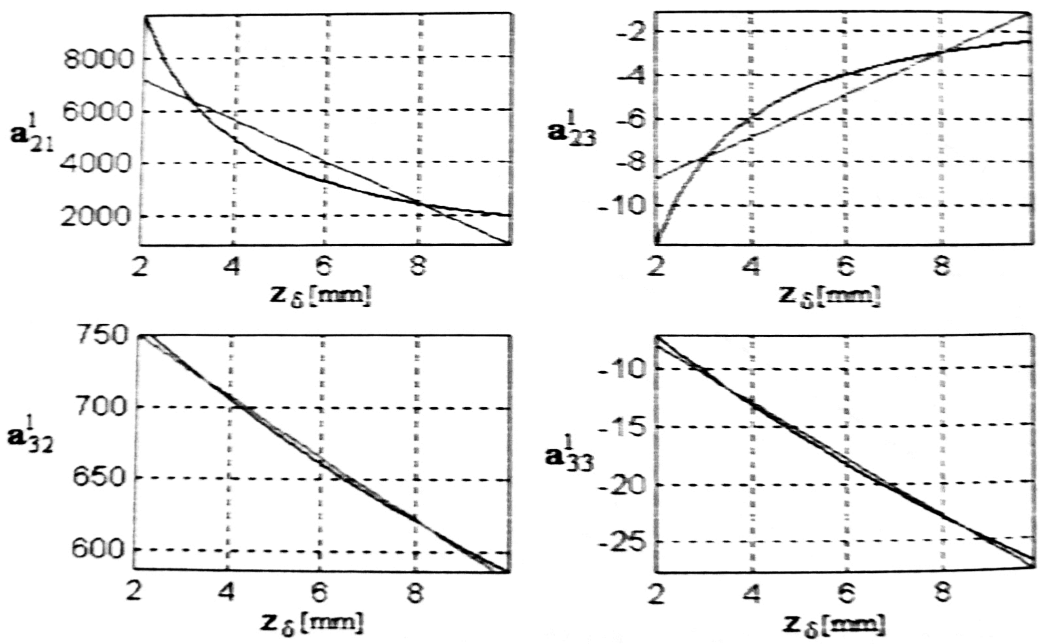


Figura A2.3.5. LR polinomului caracteristic în funcție de întrefierul de liniarizare

Similar se obțin curbele pentru coeficienții modelelor pentru electromagnetul standului:



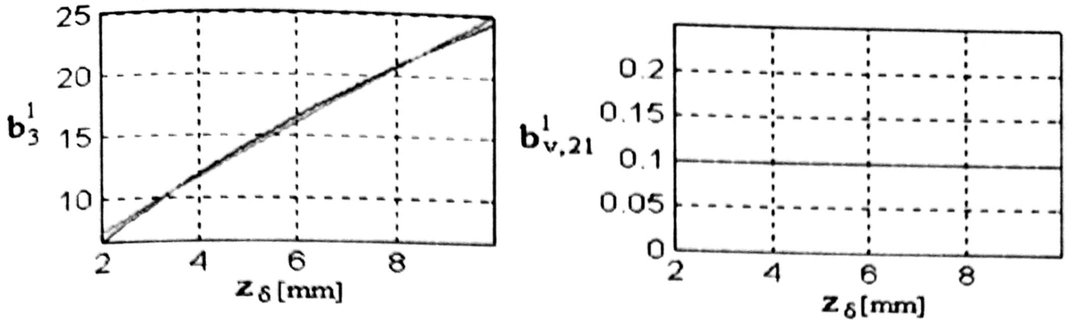


Figura A2.3.6. Variaţia coeficienţilor MM-ISI (2.28) pentru stand

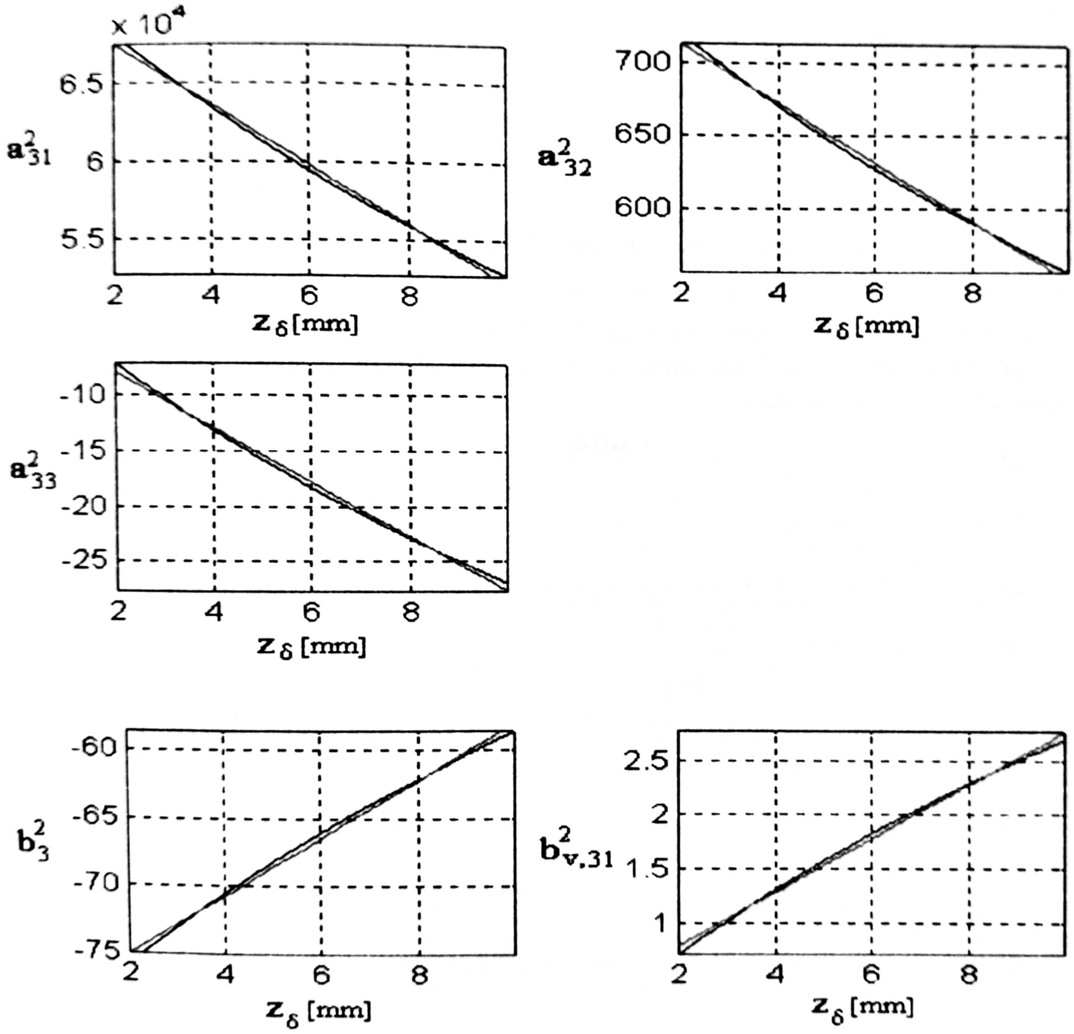


Figura A2.3.7. Variaţia coeficienţilor MM-ISI (2.30) pentru stand

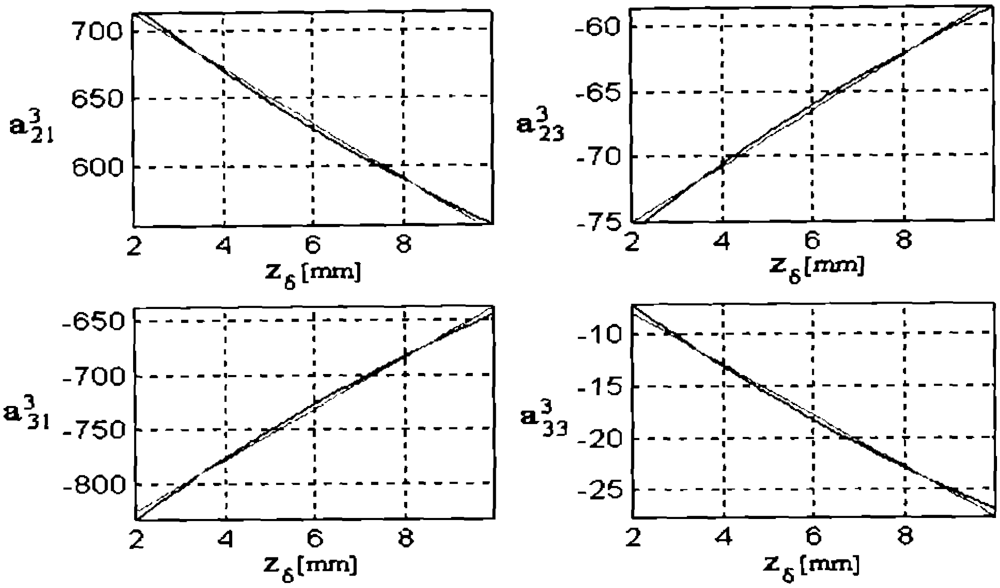


Figura A2.3.8. Variaţia coeficienţilor MM-ISI (2.32) pentru stand

Coeficienţii funcţiei de transfer nu s-au mai reprezentat, ei fiind identici cu cei ai modelului cu a treia variabilă de stare acceleraţia, cu semn schimbat. Locul rădacinilor trasat pentru $z_{\delta 0}$ între 0 şi 15 mm confirmă prezenţa polului real instabil, iar banda de pulsaţii se ridică de data aceasta până la aproape 40rad/sec datorită dimensiunilor mai mici.

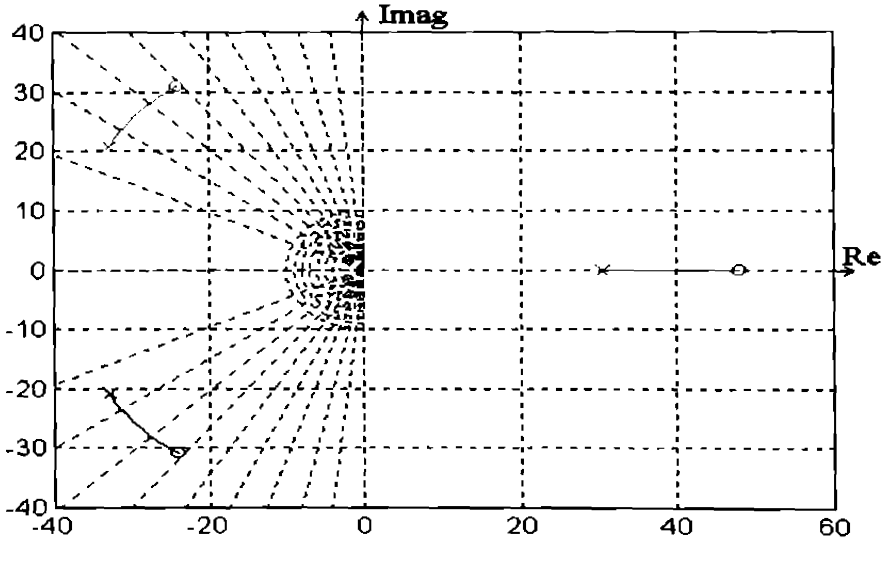


Figura A2.3.9. LR polinomului caracteristic în funcţie de întrefierul de liniarizare în cazul standului

În fine, pentru electromagnetul modelului de laborator:

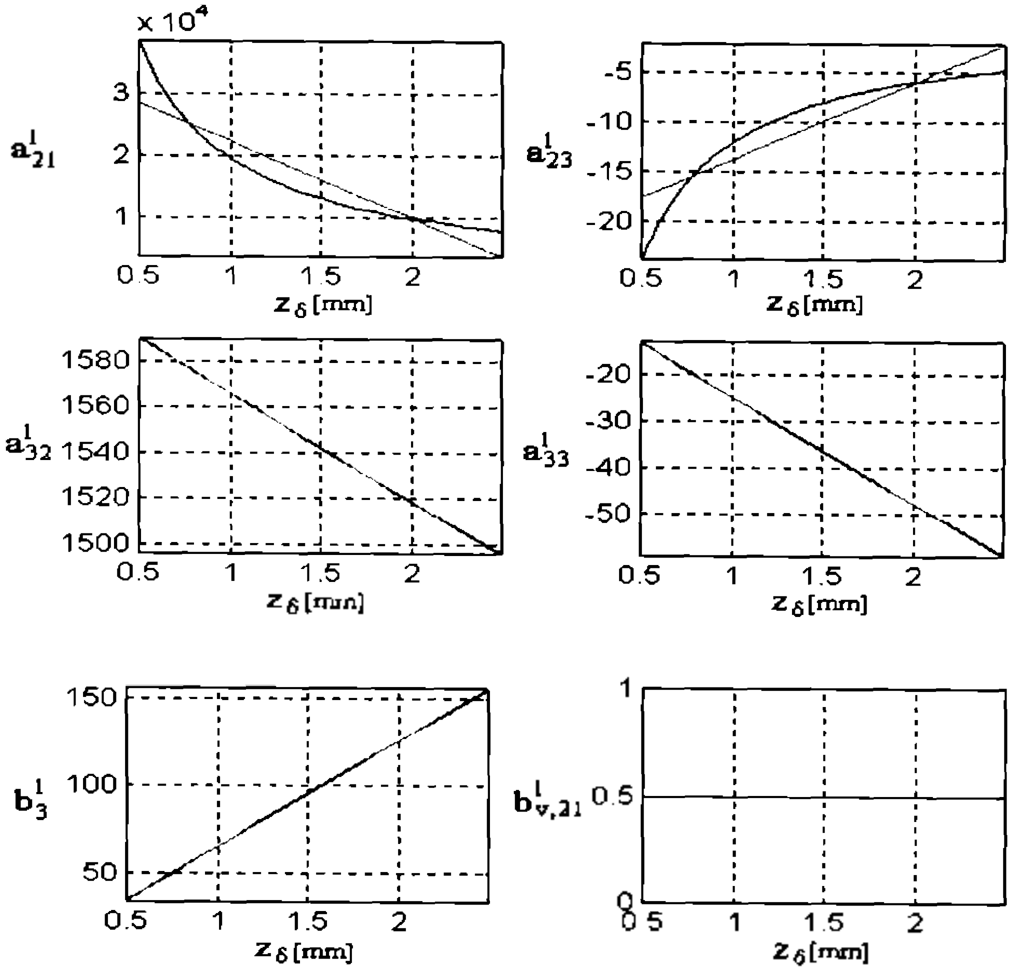
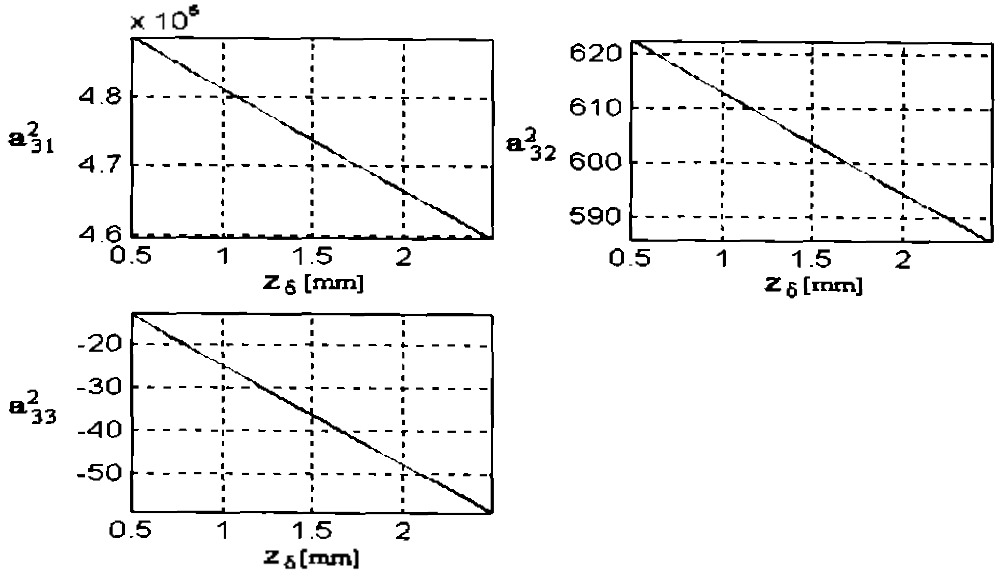


Figura A2.3.10. Variația coeficienților MM-ISI (2.28) pentru modelul de laborator



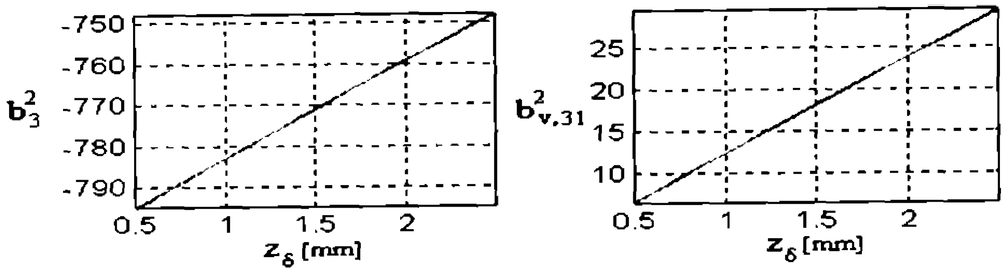


Figura A2.3.11. Variaţia coeficienţilor MM-ISI (2.30) pentru modelul de laborator

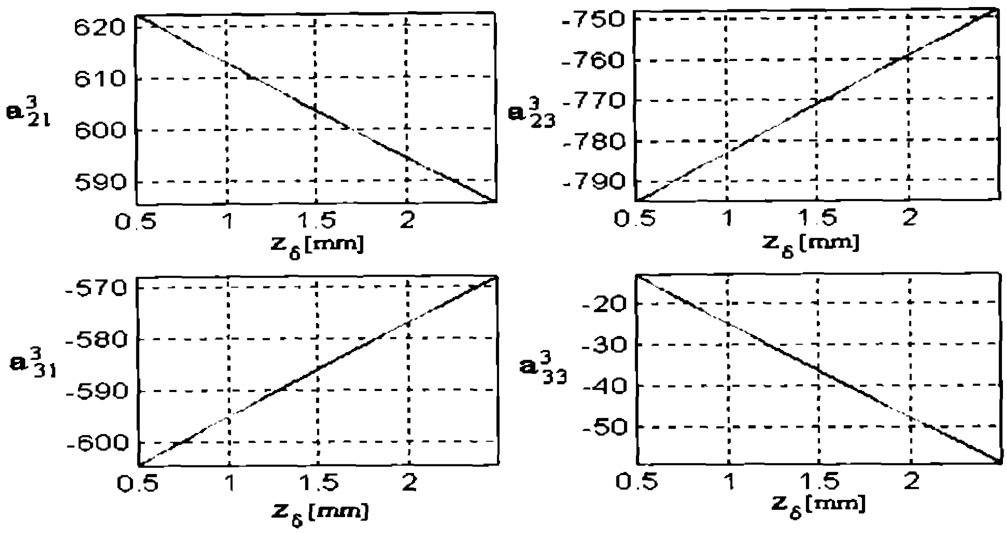


Figura A2.3.12. Variaţia coeficienţilor MM-ISI (2.32) pentru modelul de laborator

Din analiza locului rădăcinilor trasat pentru $z_{\delta 0}$ între 0 şi 3 mm se observă că pulsaţia de tăiere este în jurul a 70 de rad/sec.

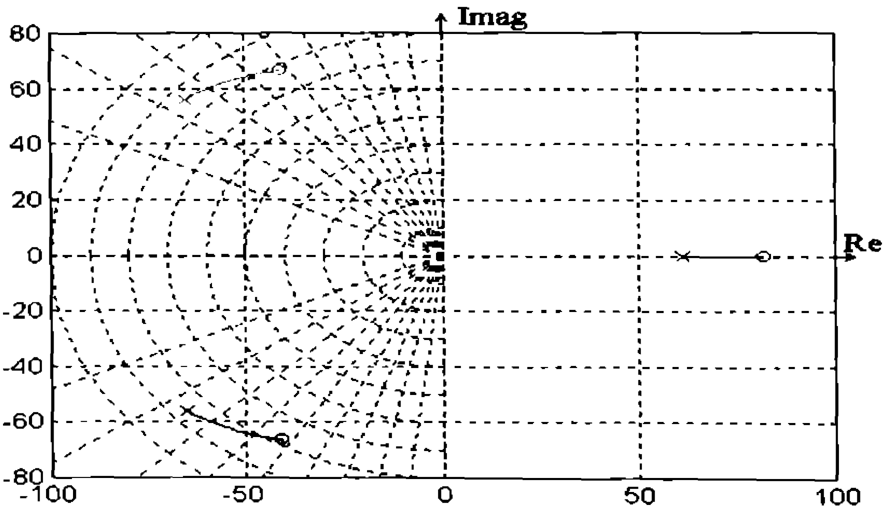


Figura A2.3.13. LR polinomului caracteristic în funcţie de întrefierul de liniarizare pentru modelul de laborator

ANEXA A2.4.

A2.4. Compararea răspunsului sistemului neliniar cu cele ale sistemelor liniarizate pe baza răspunsului indicial

Scopul acestui studiu este de a aprecia şi prin metoda răspunsului indicial cât de bine aproximează modelele linarizate modelul neliniar original. Este suficient a se simula S1E1G cu electromagnet cu forţa portantă mare (vehicul cu sustentaţie electromagnetică) şi cu electromagnet cu forţa portantă redusă (model de laborator).

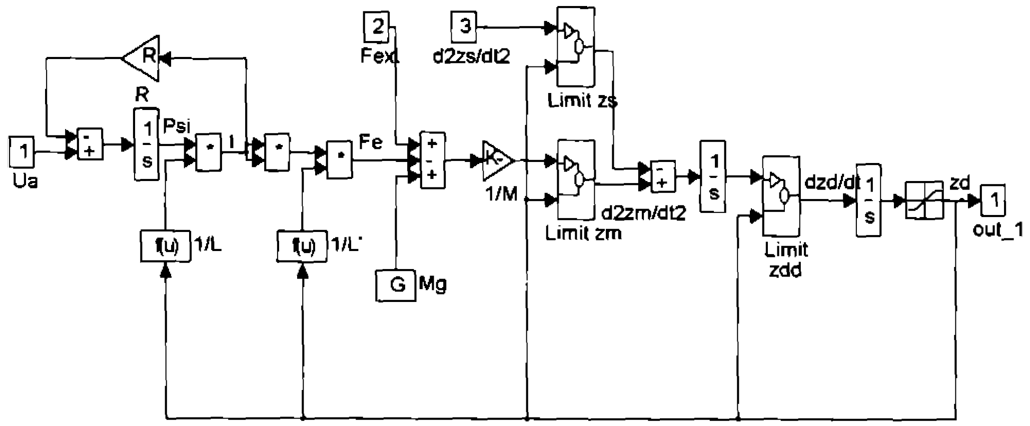
In acest scop se consideră sistemul în echilibru, cu condiţii iniţiale $z_\delta = z_{\delta 0}$, $F_{ext} = 0$, $\ddot{z}_s = 0$, în care întrefierul iniţial este 10 mm pentru primul caz studiat şi 1.5 mm pentru al doilea. Se aplică apoi pe fiecare dintre cele 3 intrări câte un semnal treaptă de o valoare care in condiţii de echilibru ar produce o variaţie a forţei dezvoltate de electromagnet de ±10%, adică:

$$\begin{aligned}
&\Delta U_a = R(I_1 - I_0) = R(z_{\delta 0} + z_0)\left[\sqrt{\frac{2g}{c}(1 \pm 0.1)M} - \sqrt{\frac{2g}{c}M}\right] \\
&\Delta F_{ext} = \mp 0.1 Mg \\
&\Delta \ddot{z}_s = \pm 0.1 g
\end{aligned} \tag{A2.4.1}$$

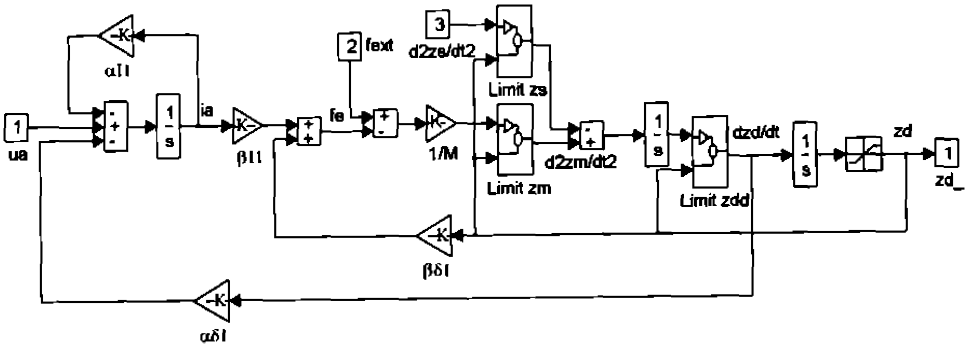
Cele trei modele au fost construite şi simulate în SIMULINK.

Schemele bloc sunt prezentate în figurile A2.4.1. Pentru a reda situaţia reală în care variaţia întrefierului este limitată constructiv s-a utilizat un bloc de saturare pentru întrefier şi câte un bloc de limitare pentru mărimile care în momentul în care întrefierul este limitat devin nule (acceleraţii şi viteză)

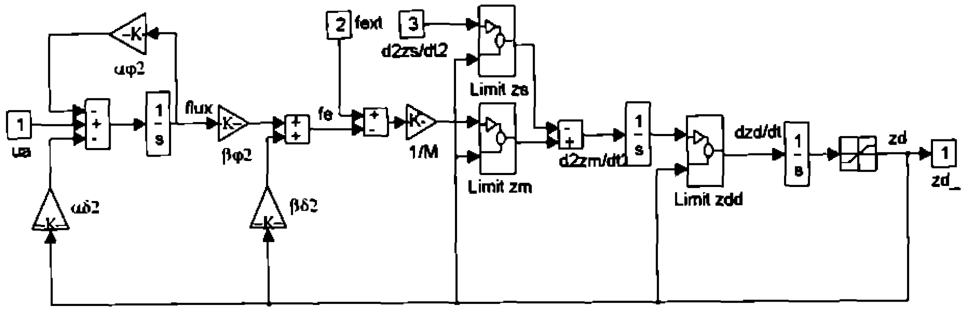
Rezultatele simulărilor pentru variaţiile (A2.4.1) sunt apoi redate în figurile A2.4.2, A2.4.3 şi A2.4.4. Cu *albastru* sunt reprezentate răspunsurile modelului neliniar, cu *roşu* ale sistemului liniarizat bazat pe eliminarea fluxului şi cu *verde* ale modelului liniarizat bazat pe eliminarea curentului.



a) - Modelul neliniar

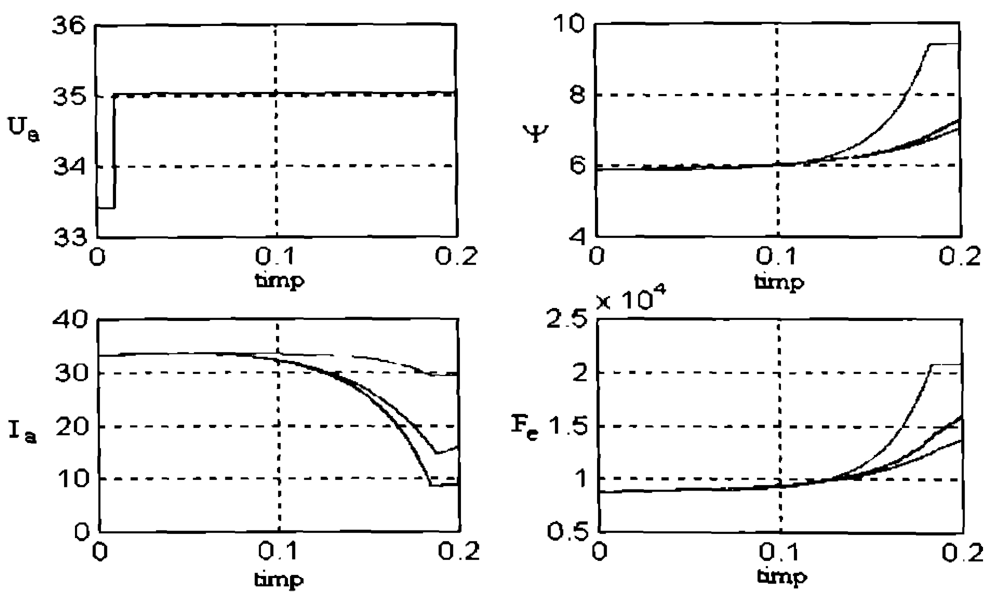


b) - Modelul liniar cu eliminarea fluxului

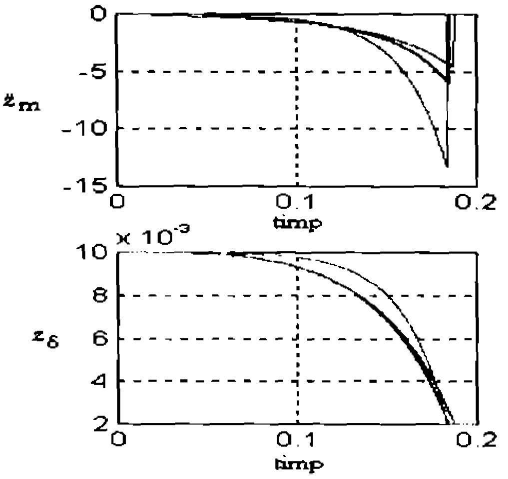


c) - Modelul liniar cu eliminarea curentului

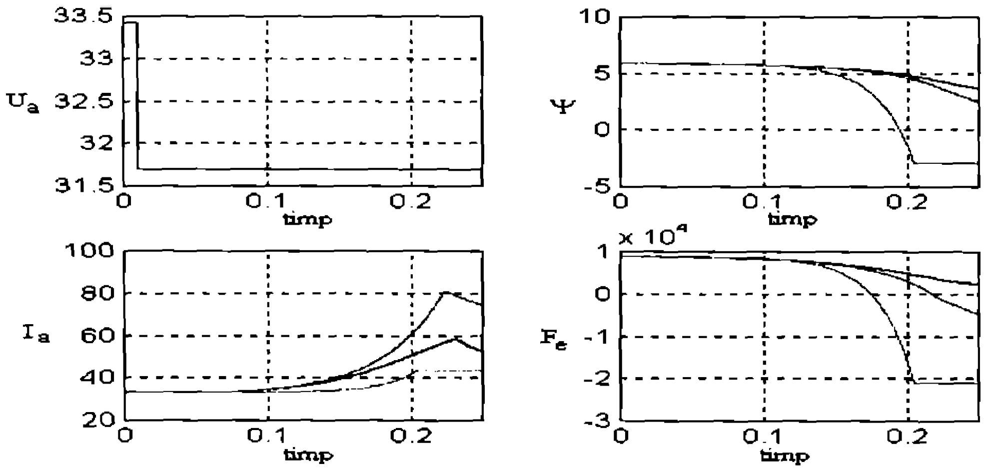
Figura A2.4.1. Schemele bloc pentru simularea S1E1GL



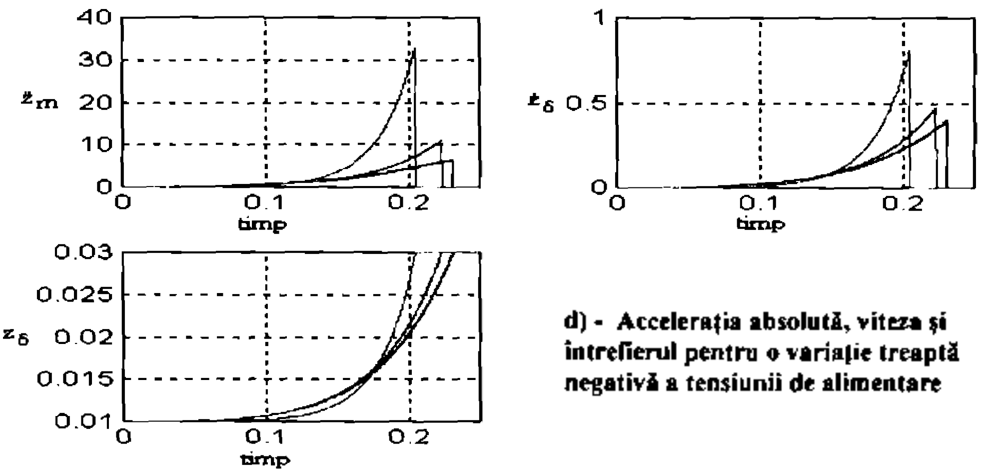
a) - Fluxul, curentul și forța electromagnetică în cele trei modele pentru o variație treaptă pozitivă a tensiunii de alimentare



b) - Acceleraţia absolută, viteza şi întrefierul pentru o variaţie treaptă pozitivă a tensiunii de alimentare

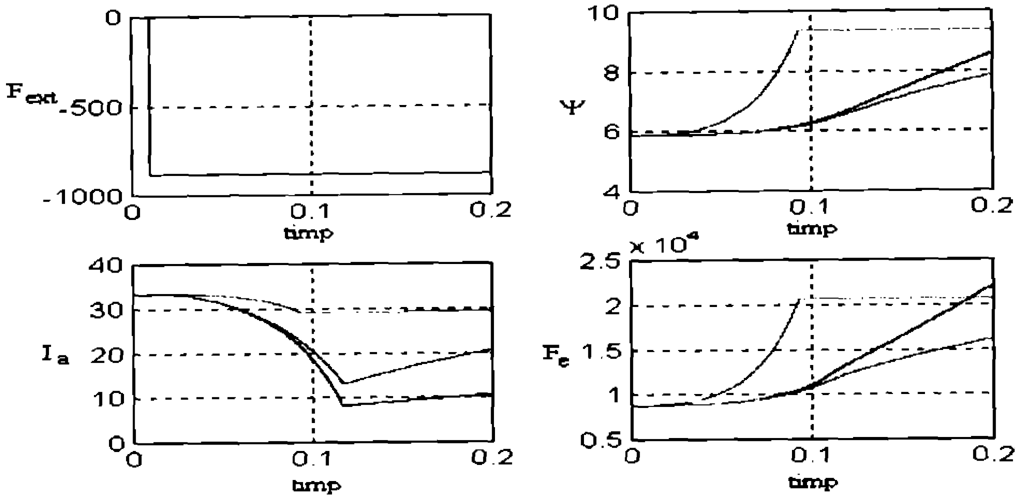


c) - Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie treapată negativă a tensiunii de alimentare

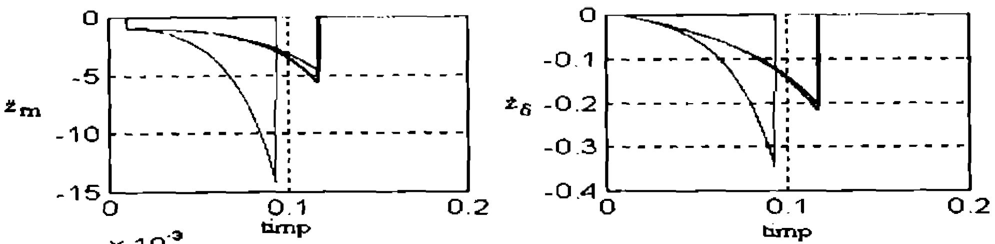


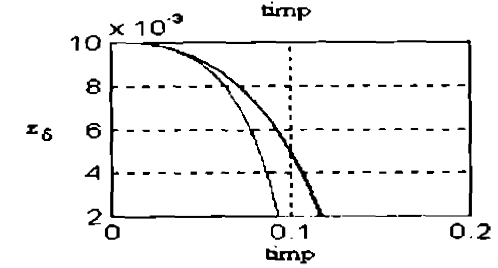
d) - Acceleraţia absolută, viteza şi întrefierul pentru o variaţie treaptă negativă a tensiunii de alimentare

Figura A2.4.2. Comparaţie între răspunsurile modelului neliniar şi ale modelelor liniarizate la variaţii treaptă ale tensiunii de alimentare pentru electromagnetul cu forţă portantă mare

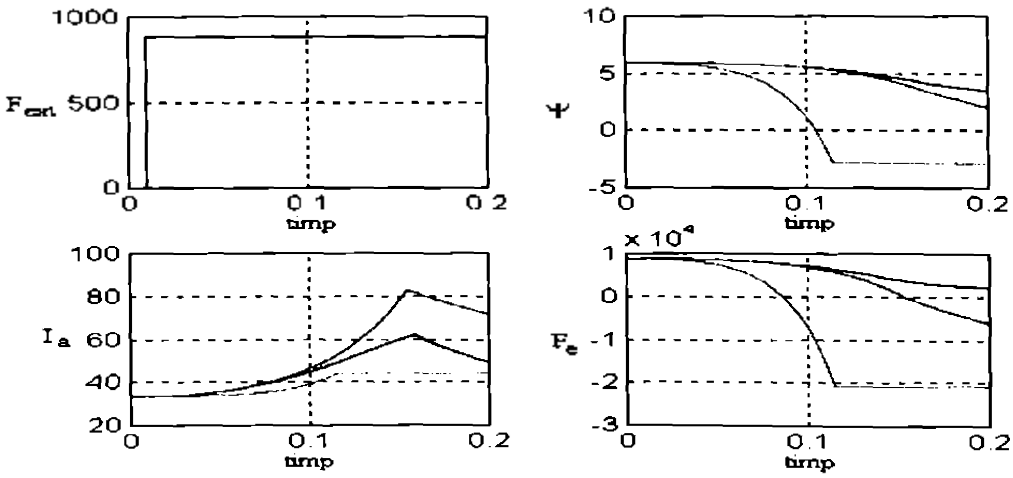


a) - **Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie treaptă negativă a forţei exterioare perturbatoare**

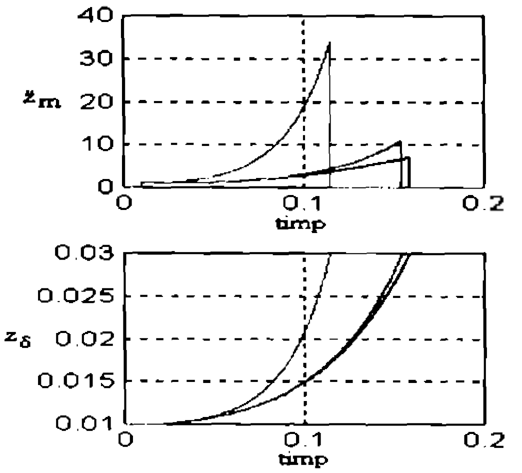




b) - Acceleraţia absolută, viteza şi întrefierul pentru o variaţie treaptă negativă a forţei exterioare

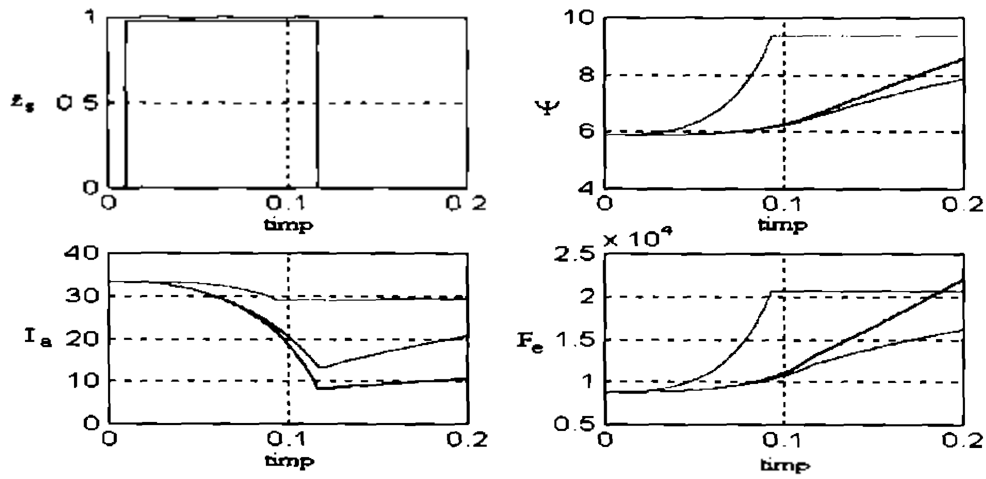


c) - **Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie treaptă pozitivă a forţei exterioare perturbatoare**

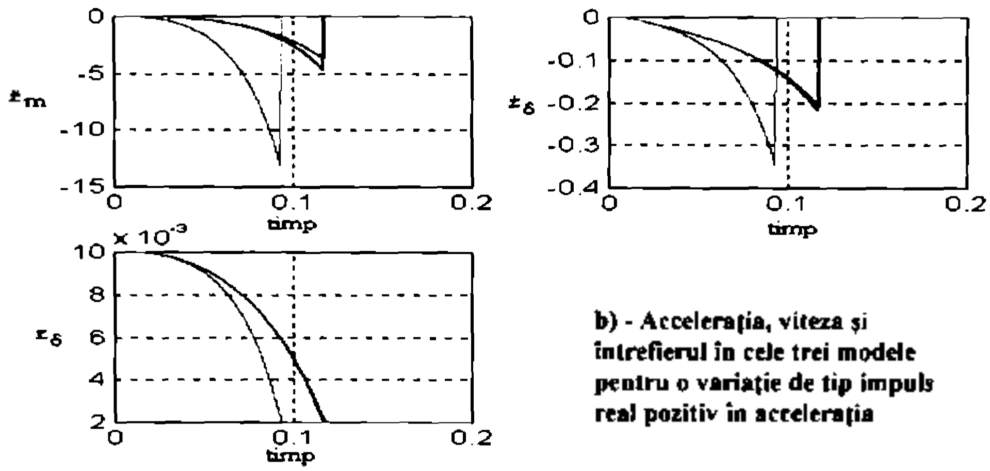


d) - Accelerația absolută, viteza și întrefierul pentru o variație treaptă pozitivă a forței exterioare

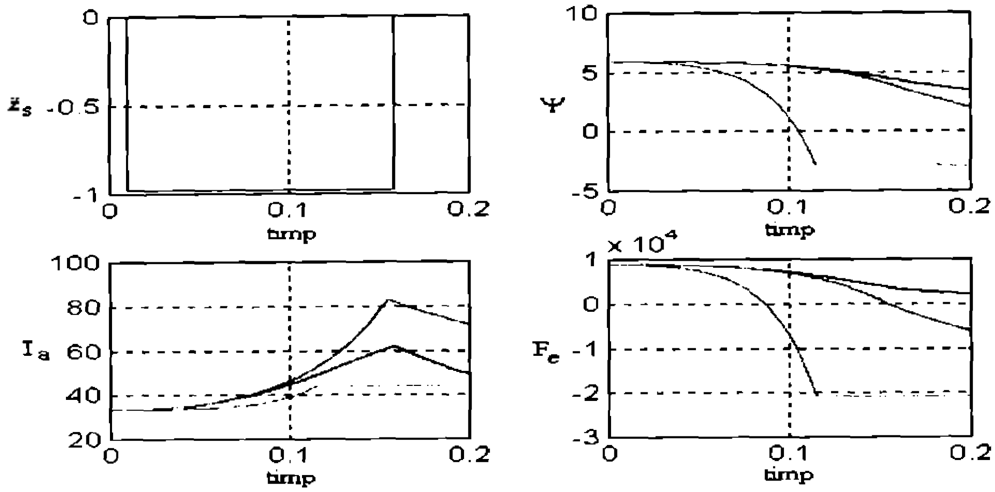
Figura A2.4.3. Comparație între răspunsurile modelului neliniar și ale modelelor liniarizate la variații treaptă ale forței exterioare perturbatoare pentru electromagnetul cu forță portantă mare



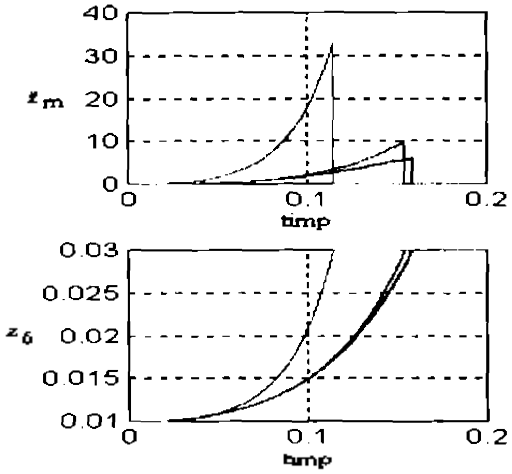
a) - Fluxul, curentul și forța electromagnetică în cele trei modele pentru o variație de tip impuls real pozitiv în accelerația perturbatoare



b) - Accelerația, viteza și întrefierul în cele trei modele pentru o variație de tip impuls real pozitiv în accelerația



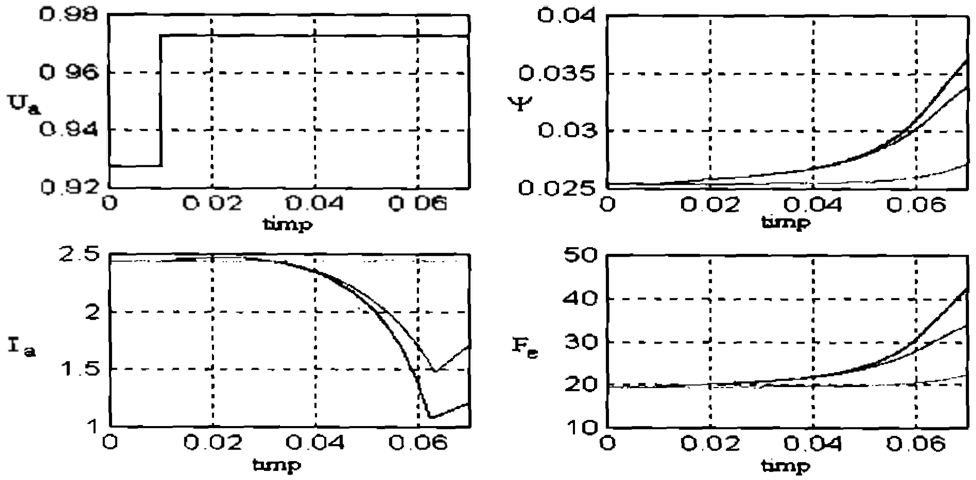
c) - Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie de tip impuls real negativ în acceleraţia perturbatoare



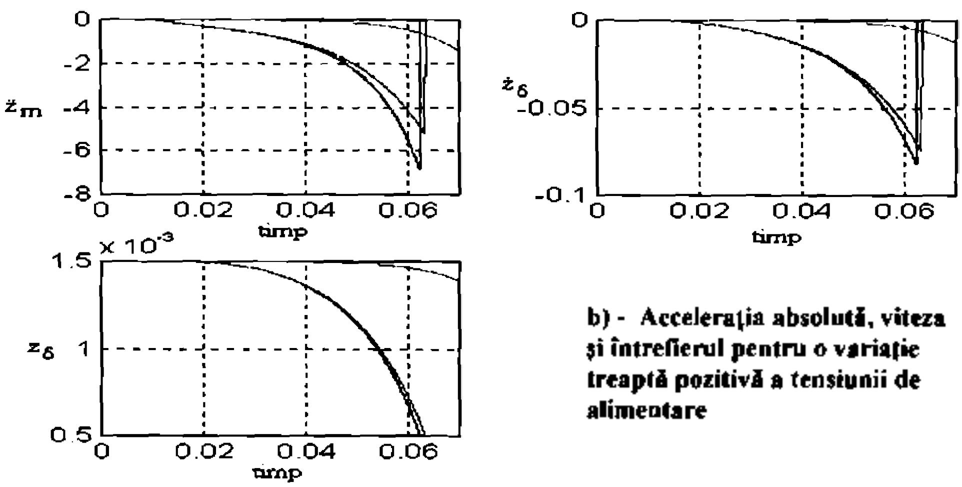
d) - Acceleraţia, viteza şi întrefierul în cele trei modele pentru o variaţie de tip impuls real negativ în acceleraţia perturbatoare

Figura A2.4.4. Comparaţie între răspunsurile modelului neliniar şi ale modelelor liniarizate la variaţii de tip impuls real ale acceleraţiei perturbatoare pentru electromagnetul cu forţă portantă mare

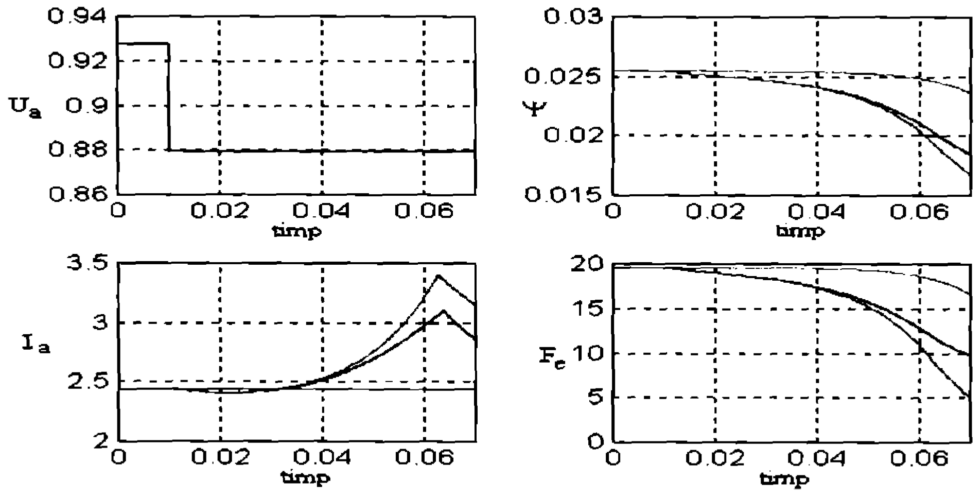
Similar, pentru electromagnetul modelului de laborator s-au trasat diagramele A2.4.5, A2.4.6 şi A2.4.7. Ele diferă doar cantitativ de rezultatele de mai sus.



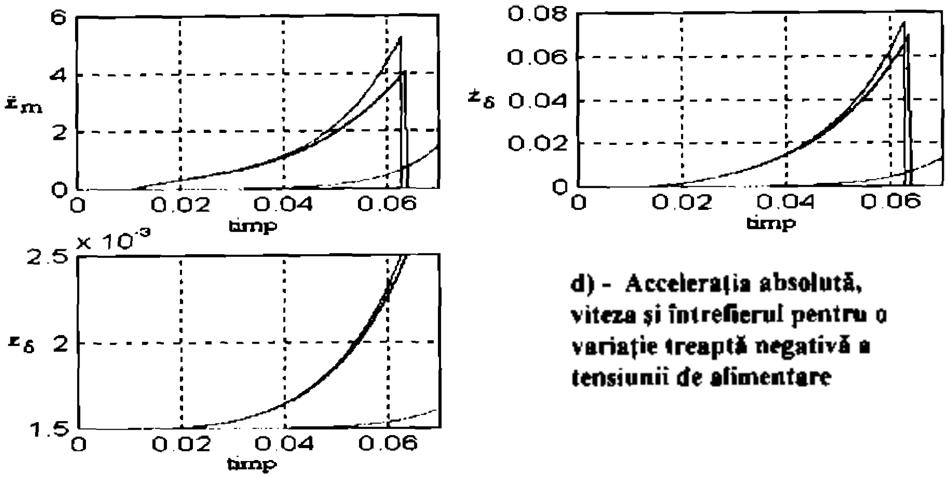
a) - Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie treaptă pozitivă a tensiunii de alimentare



b) - Acceleraţia absolută, viteza şi întrefierul pentru o variaţie treaptă pozitivă a tensiunii de alimentare

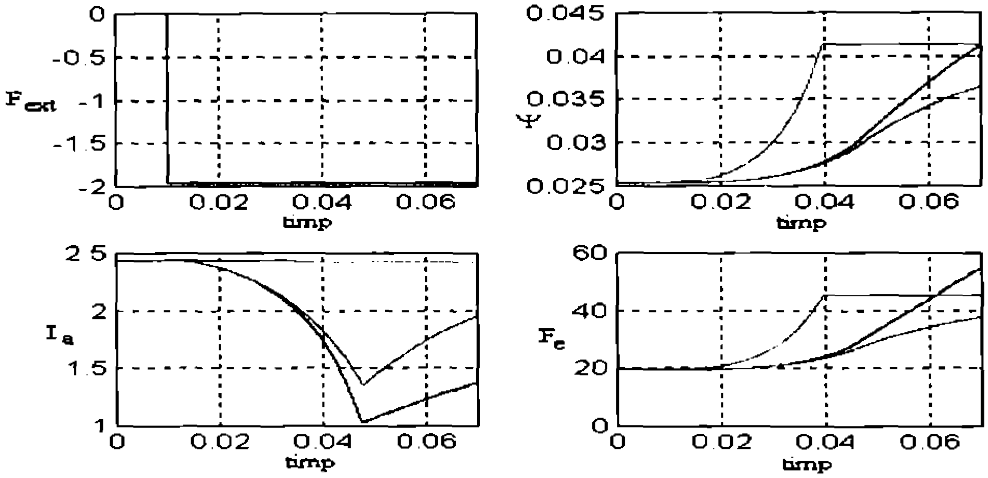


c) - Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie treaptă negativă a tensiunii de alimentare

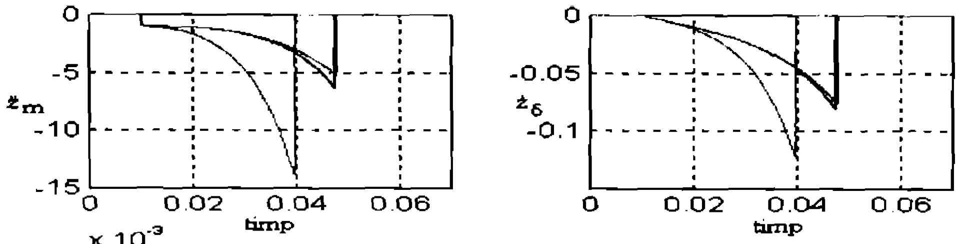


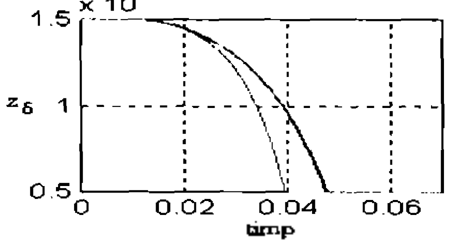
d) - Accelerația absolută, viteza și întrefierul pentru o variație treaptă negativă a tensiunii de alimentare

Figura A2.4.5. Comparație între răspunsurile modelului neliniar și ale modelelor liniarizate la variații treaptă ale tensiunii de alimentare pentru electromagnetul cu forță portantă mică

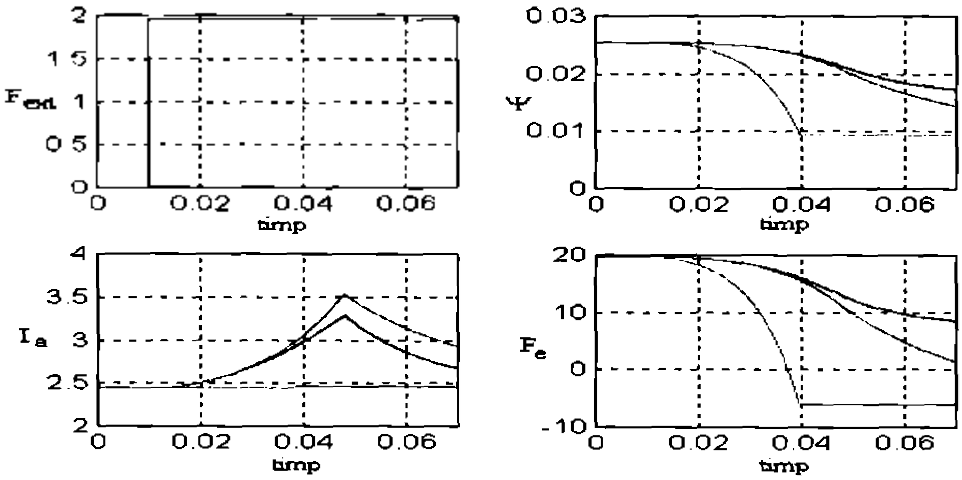


a) - Fluxul, curentul și forța electromagnetică în cele trei modele pentru o variație treaptă negativă a forței exterioare perturbatoare

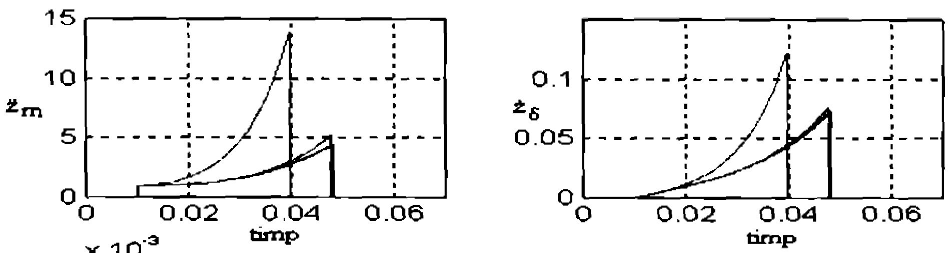


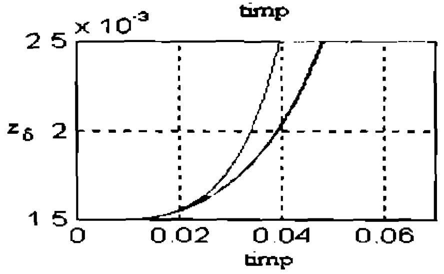


b) - Accelerația absolută, viteza și întrefierul pentru o variație treaptă negativă a forței exterioare



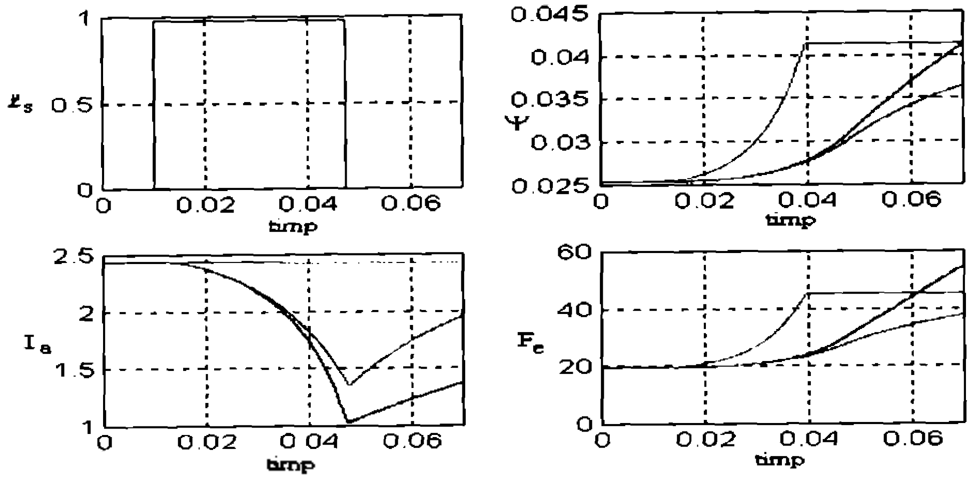
c) - Fluxul, curentul și forța electromagnetică în cele trei modele pentru o variație treaptă pozitivă a forței exterioare perturbatoare



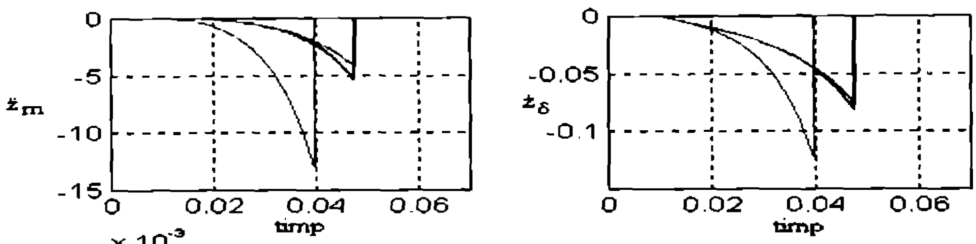


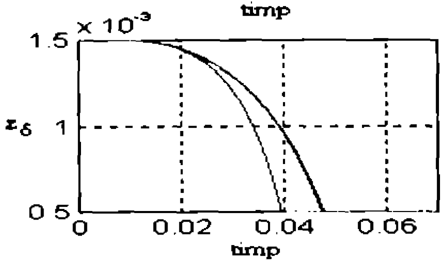
d) - Accelerația absolută, viteza și întrefierul pentru o variație treaptă pozitivă a forței exterioare

Figura A2.4.6. Comparație între răspunsurile modelului neliniar și ale modelelor liniarizate la variații treaptă ale forței exterioare perturbatoare pentru electromagnetul cu forță portantă mică

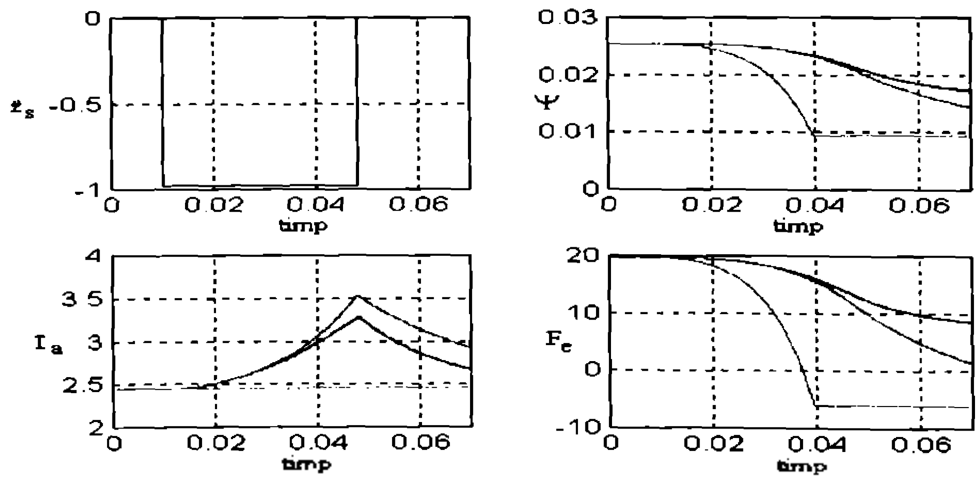


a) - Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie de tip impuls real pozitiv în acceleraţia perturbatoare

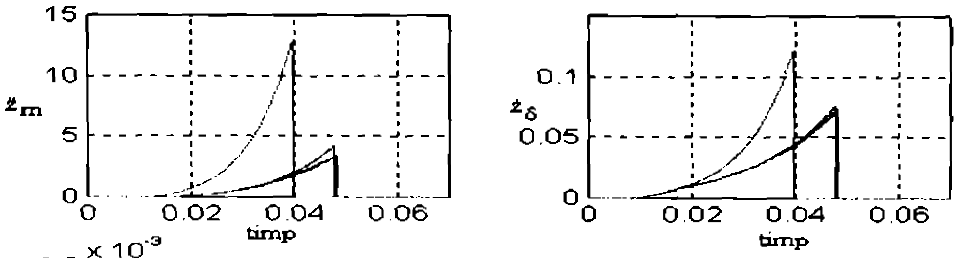


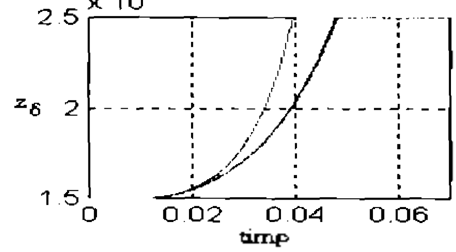


b) - Acceleraţia, viteza şi întrefierul în cele trei modele pentru o variaţie de tip impuls real pozitiv în acceleraţia perturbatoare



c) - Fluxul, curentul şi forţa electromagnetică în cele trei modele pentru o variaţie de tip impuls real negativ în acceleraţia perturbatoare





d) - Accelerația, viteza și întrefierul în cele trei modele pentru o variație de tip impuls real negativ în accelerația perturbatoare

Figura A2.4.7. Comparație între răspunsurile modelului neliniar și ale modelelor liniarizate la variații de tip impuls real ale accelerației perturbatoare pentru electromagnetul cu forță portantă mică

Se constată de la început că modelul cu eliminarea curentului aproximează mult mai bine sistemul neliniar decât modelul cu eliminarea fluxului. Această deosebire este mai pronunțată în cazul electromagnetului pentru modelul de laborator.

De asemenea se poate observa că în modelul cu eliminarea fluxului are în toate situațiile un răspuns foarte energic pentru toate mărimile cu excepția curentului. In cazul modelului cu eliminarea curentului atunci când întrefierul crește sistemul neliniar real are un răspuns mai lent decât sistemele liniarizate și dimpotrivă, atunci când întrefierul scade sistemul neliniar are un răspuns mai rapid

Si rezultatele acestor simulări recomandă utilizarea modelului liniarizat cu eliminarea curentului.

ANEXA 2.5.

A2.5. Caracteristicile de pulsație ale S1E1G

În această anexă se prezintă caracteristicile de pulsație ale S1E1G pentru:

- cazul electromagnetului cu forța portantă mare, utilizat la vehicule pe pernă magnetică
- cazul electromagnetului cu forța portantă redusă din cadrul modelului de laborator.

Sunt trasate diagramele Bode pentru

- întrefier
- viteză
- curent
- flux
- forță electromagnetică
- accelerație absolută

în raport cu cele trei intrări ale sistemului:

- tensiune de alimentare
- forța exterioară perturbatoare
- accelerație perturbatoare

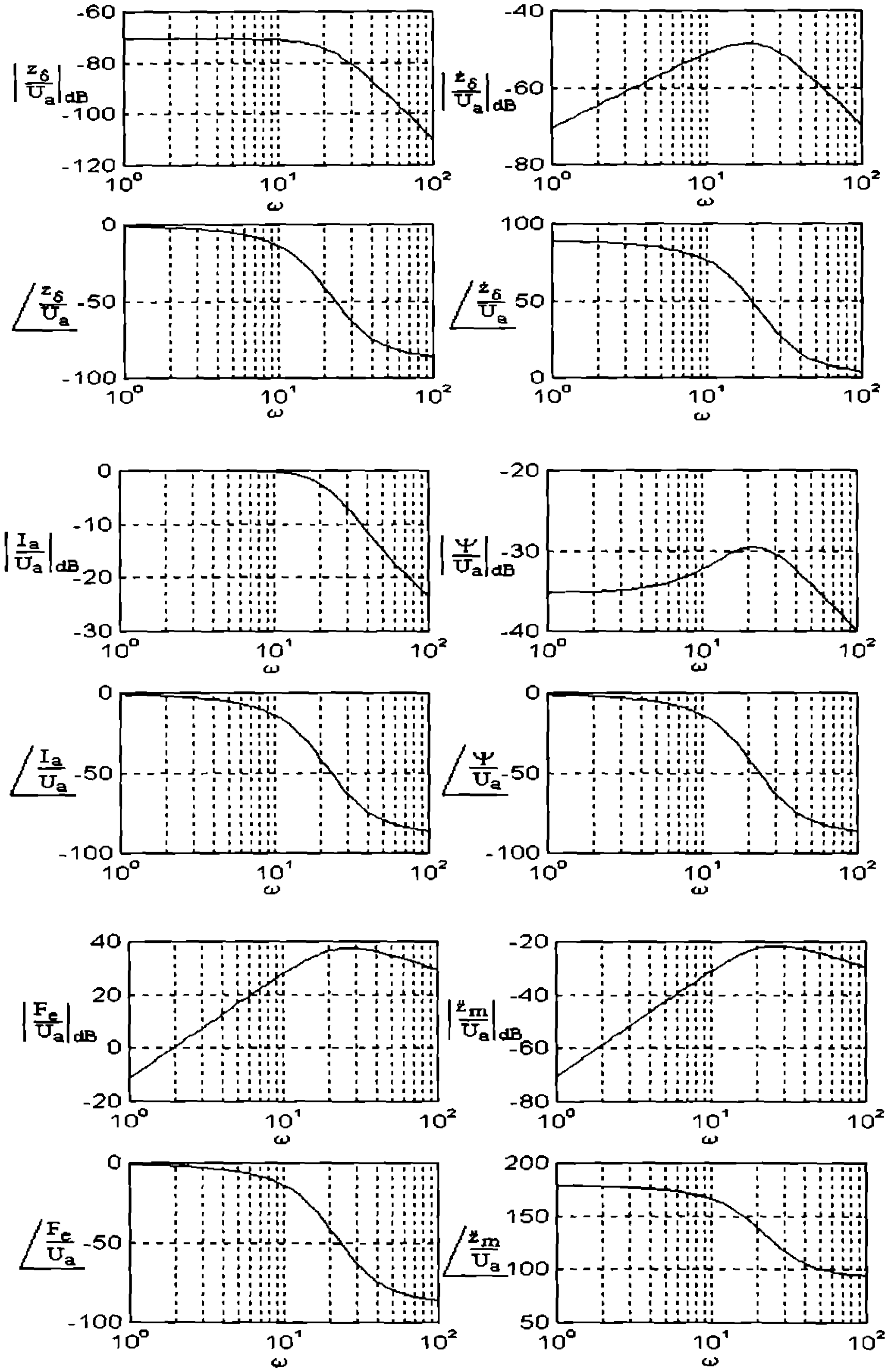
Așa cum s-a menționat sistemele (2.28), (2.30) și (2.32) sunt echivalente. Mai mult, pentru oricare dintre cele trei sisteme se pot utiliza parametrii calculați fie cu coeficienții modelului cu eliminarea fluxului (2.29), (2.31) respectiv (2.33), fie cu coeficienții modelului cu eliminarea curentului (2.34), (2.35) respectiv (2.36), ei fiind identici. Oricare model se alege, calculat cu oricare dintre coeficienți, caracteristicile de pulsație sunt aceleași.

În paragraful 2.1.5, s-a ales modelul (2.28) cu coeficienții (2.29). In cele ce urmează nu s-au utilizat relațiile (2.48), (2.53), (2.54) și (2.55), considerându-se greoaie și s-a preferat utilizarea funcțiilor MATLAB ce permit o calculare elegantă și simplă. Sistemul (2.28) a fost pus sub forma

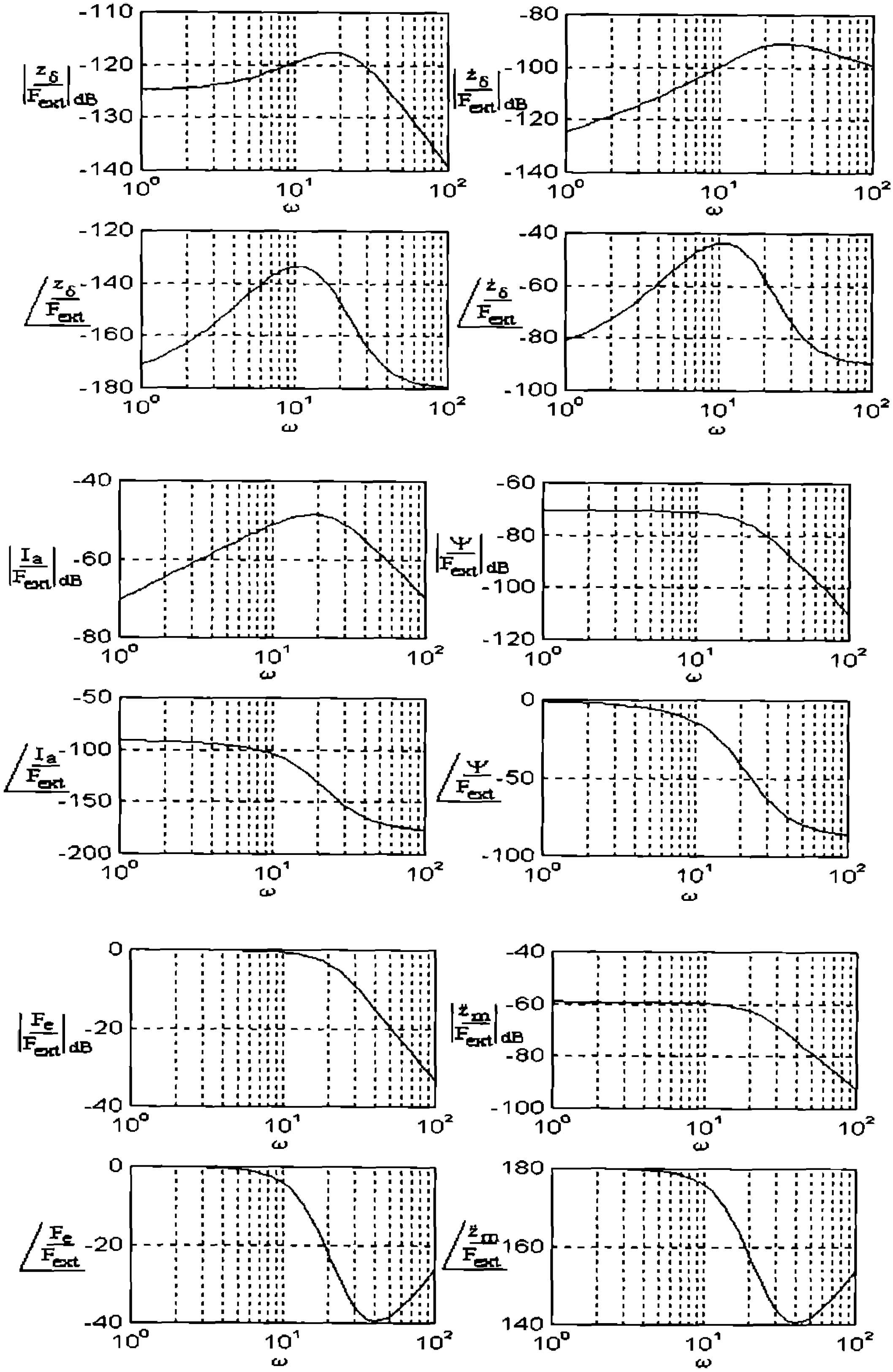
$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix}^{\cdot} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21}^1 & 0 & a_{23}^1 \\ 0 & a_{32}^1 & a_{33}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{v,21}^1 & -1 \\ b_3^1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \\ \psi \\ f_e \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \alpha_I^1 & 0 & \alpha_\delta^1 \\ \beta_I^1 & 0 & \beta_\delta^1 \\ -\dfrac{\beta_I^1}{M} & 0 & -\dfrac{\beta_\delta^1}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a \\ F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{A2.5.1}$$

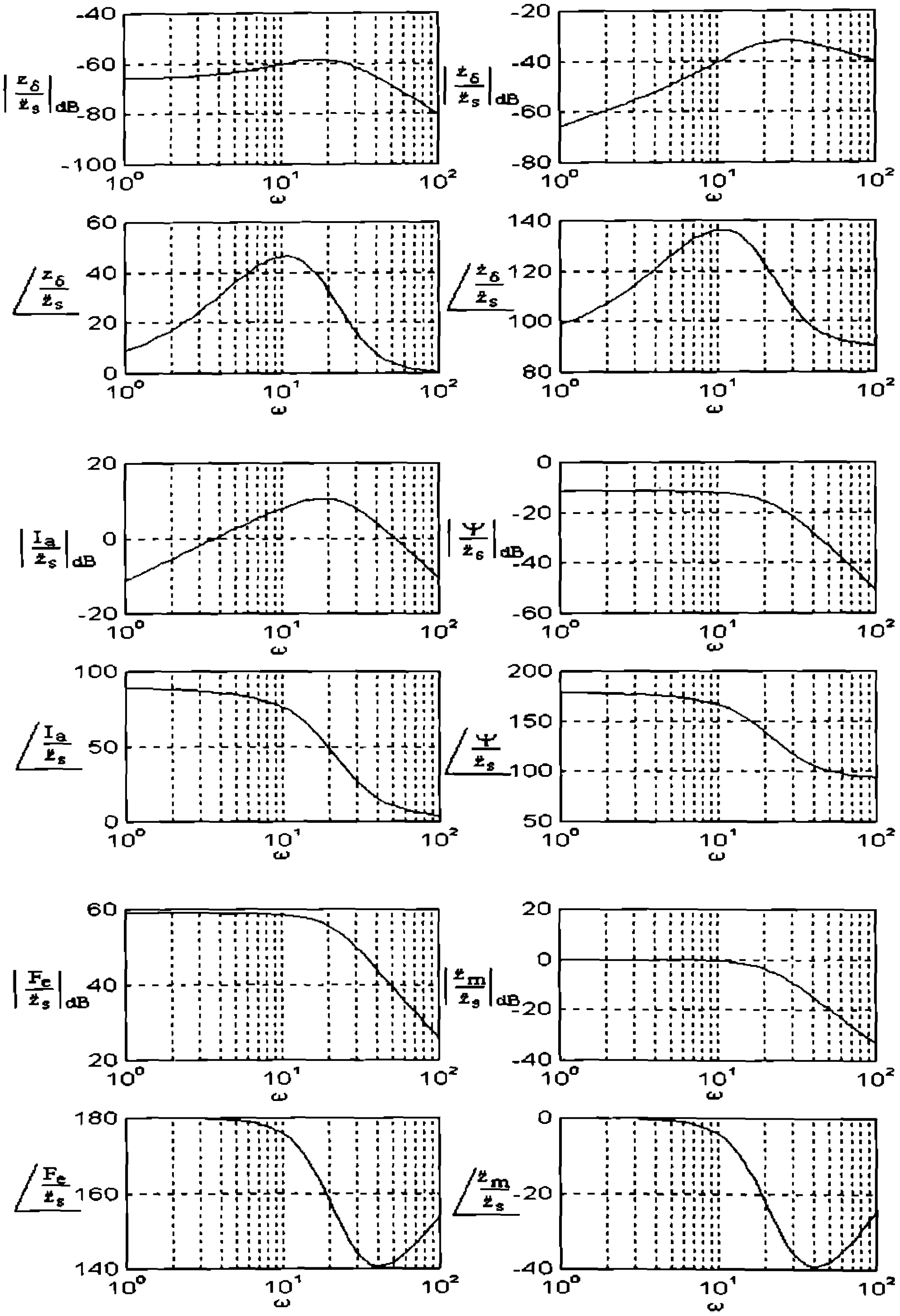
Diagramele Bode pentru *cazul electromagnetului cu forța portantă mare* sunt prezentate în figurile următoare:



a) - Diagramele Bode pentru mărimile procesului liniarizat în raport cu tensiunea de alimentare



b) - Diagramele Bode pentru mărimile procesului liniarizat în raport cu forța exterioară



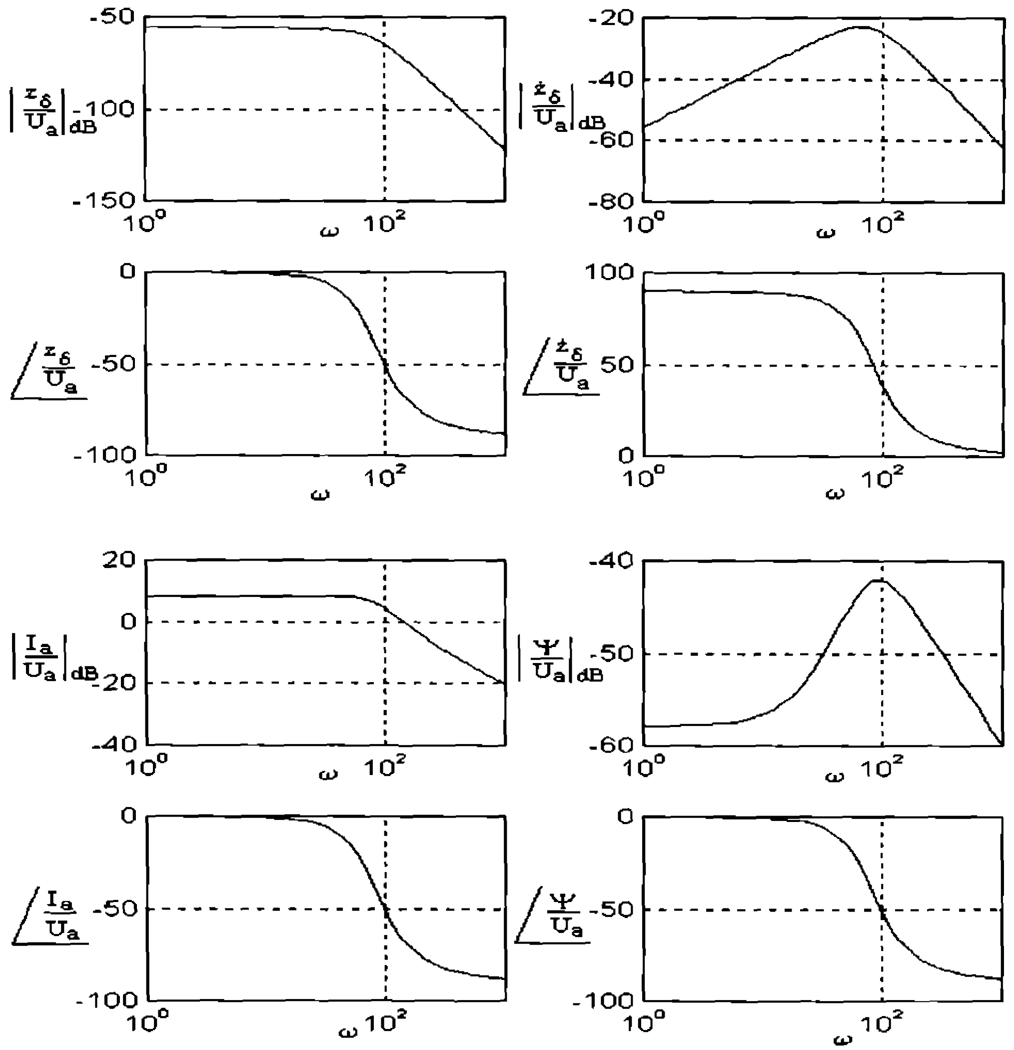
c) - Diagramele Bode pentru mărimile procesului liniarizat în raport cu accelerația perturbatoare

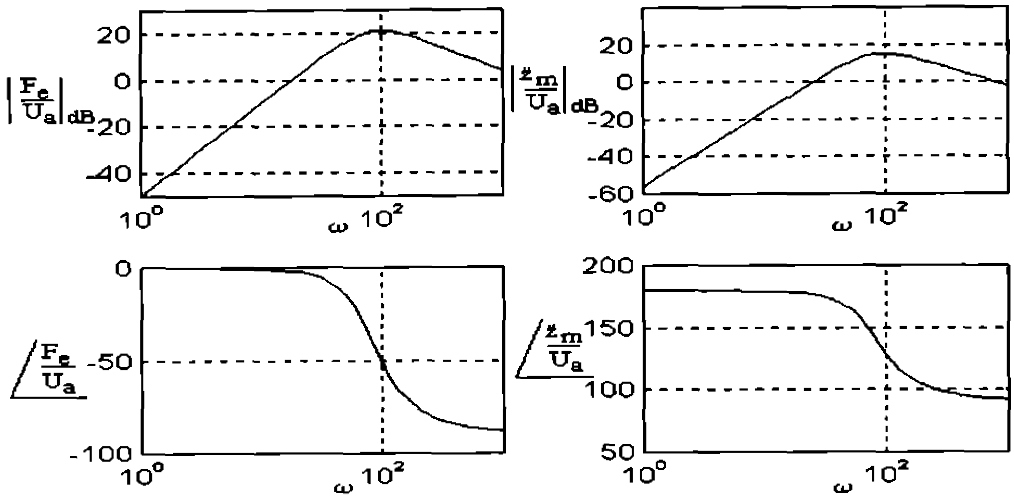
Figura A2.5.1. Diagramele Bode pentru modelul liniarizat al S1E1GL pentru electromagnetul cu forță portantă mare

Analizând diagramele de mai sus se poate observa că banda de pulsație este limitată la 20-25 rad/sec așa cum de altfel s-a anticipat în anexa A2.3.

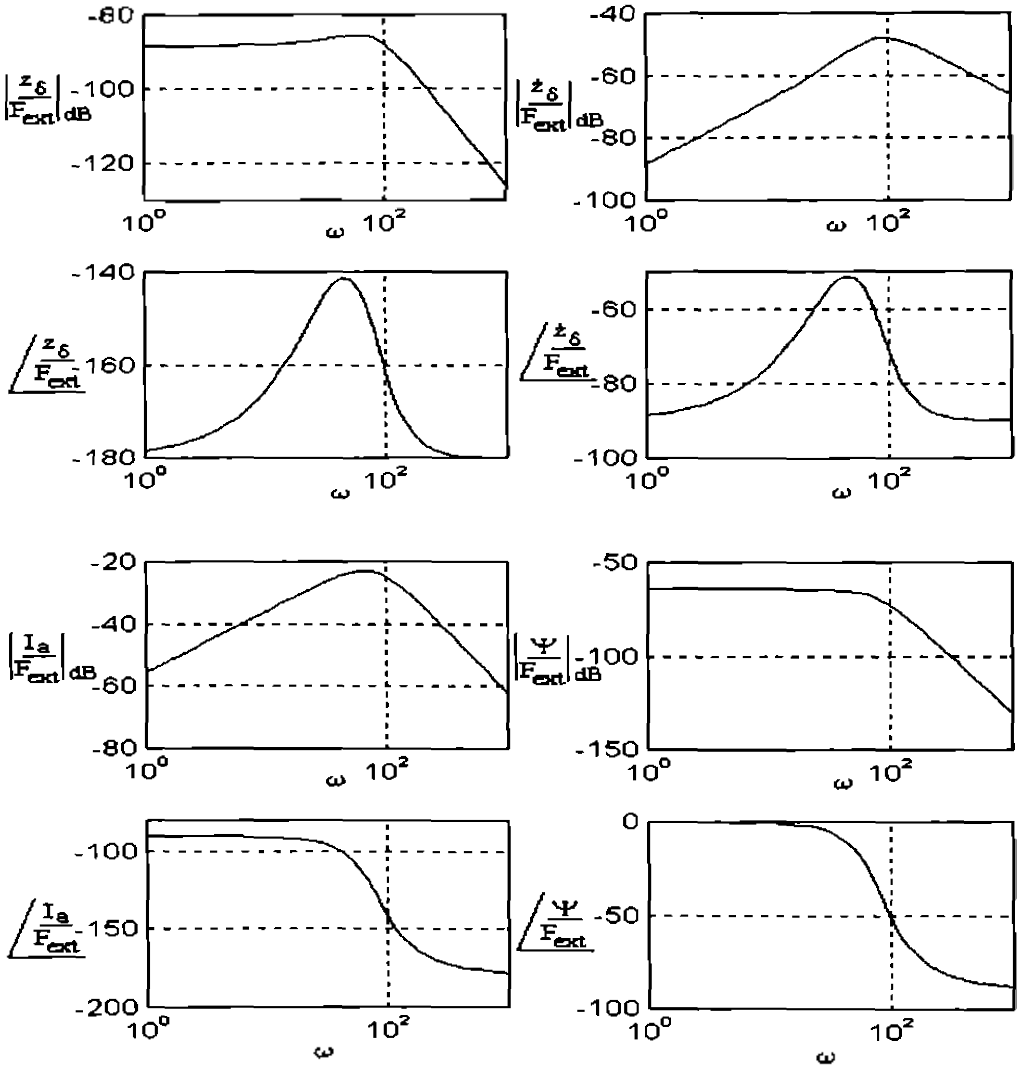
De asemenea, *în raport cu tensiunea de alimentare*, trebuie remarcat caracterul proporțional și aperiodic amortizat în banda de pulsații al întrefierului și evident anticipativ și dublu anticipativ al vitezei și respectiv accelerației (forței electromagnetice). Curentul este și el proporțional și amortizat aperiodic cu tensiunea în limitele benzii de pulsație spre deosebire de flux care este proporțional dar oscilant amortizat. Observația legată de cuprinderea perturbațiilor într-una singură de forma (2.56) se confirmă comparând caracterisiticile de pulsație ale sistemului *în raport cu forța exterioară perturbatoare și accelerația perturbatoare*. Apoi se poate remarca efectul dublu anticipativ în curent al mărimilor perturbatoare, motiv pentru care ele se reflectă neîntîrziat în întrefier. Caracterul instabil al sistemului este subliniat de variațiile de pantă ale fazei (nu evidente în toate diagramele).

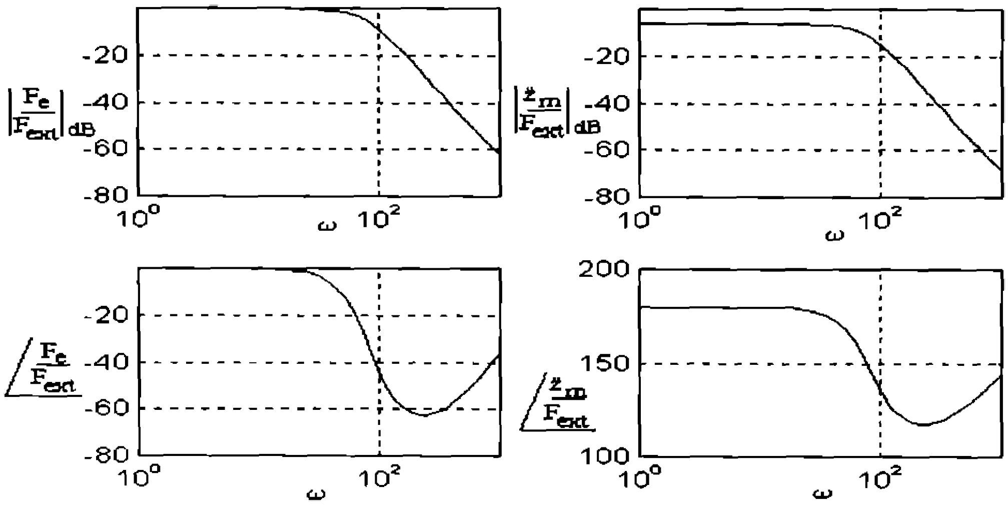
Cu titlu comparativ s-au trasat și caracteristicile de pulsație ale *SIEIG cu electromagnet cu forța portantă redusă* în raport cu tensiunea de alimentare și forța exterioară perturbatoare, prezentate în figurile A2.5.2.





a) - Diagramele Bode pentru mărimile procesului liniarizat în raport cu tensiunea de alimentare





c) - Diagramele Bode pentru mărimile procesului liniarizat în raport cu forța exterioară

Figura A2.5.2. Diagramele Bode pentru modelul liniarizat al S1E1GL pentru electromagnetul cu forță portantă mică

ANEXA 2.6.

A2.6. Determinarea funcțiilor original ale funcțiilor raționale de variabilă complexă "*s*" din imaginea Laplace a funcției de tranziție (2.71)

Pentru calculul matricei discrete a S1E1G extins, în paragraful 2.1.7 s-a dedus imaginea Laplace a funcției (matricei) de tranzitie Φ(s), trebuind calculat în continuare origialul acesteia.

Elementele matricei de tranziție sunt funcții raționale. Ele se pot împărții în câteva tipuri generale pentru care în cele ce urmeaza se deduc expresii generale ale funcțiilor original. Astfel:

a) *Funcții raționale de forma:*

$$\frac{t\cdot s^2+v\cdot s+w}{\mu(s)}=\frac{t\cdot s^2+v\cdot s+w}{(s-\alpha)\left[(s+a)^2+\omega^2\right]},\quad t,v,w\in\Re\,. \tag{A2.6.1}$$

Ele se descompun sub forma:

$$\frac{A}{s-\alpha}+\frac{Bs+C}{(s+a)^2+\omega^2}=A\frac{1}{s-\alpha}+B\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}+\frac{(C-aB)}{\omega}\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2} \tag{A2.6.2}$$

cu $$A=\frac{\alpha^2t+\alpha v+w}{(\alpha+a)^2+\omega^2},\; B=t-A,\; C=\frac{\left(a^2+\omega^2\right)A-w}{\alpha} \tag{A2.6.3}$$

Funcția original rezultă cu formula.

$$f_1(t)=A\exp(\alpha t)+B\exp(-at)\cos(\omega t)+\frac{C-aB}{\omega}\exp(-at)\sin(\omega t) \tag{A2.6.4}$$

b) *Funcții raționale de forma:*

$\dfrac{t\cdot s^2+v\cdot s+w}{s\mu(s)}$ au originalul de forma $f_2(t)=\int\limits_0^t f_1(\tau)d\tau$

rezultând $f_2(t)$ calculat:

$$f_2(t)=\frac{A}{\alpha}\exp(\alpha t)+\exp(-at)\left[\frac{B(a^2+\omega^2)-Ca}{\omega(a^2+\omega^2)}\sin(\omega t)-\frac{C}{(a^2+\omega^2)}\cos(\omega t)\right]-$$
$$-\frac{A}{\alpha}+\frac{C}{(a^2+\omega^2)} \tag{A2.6.5}$$

c) *Funcții raționale de forma:*

$\dfrac{t\cdot s^2+v\cdot s+w}{s^2\mu(s)}$ au originalul de forma $f_3(t)=\int\limits_0^t f_2(\tau)d\tau$

cu $f_3(t)$ calculat:

$$f_3(t)=\frac{A}{\alpha}\exp(\alpha t)+\frac{1}{\omega\left(a^2+\omega^2\right)}\left[aB-\frac{\left(a^2-\omega^2\right)C}{a^2+\omega^2}\right]\exp(-at)\sin(\omega t)-\frac{1}{a^2-\omega^2}\left[B-\frac{2Ca}{a^2+\omega^2}\right]\cdot$$
$$\cdot\exp(-at)\cos(\omega t)-\left(\frac{A}{\alpha}-\frac{C}{a^2+\omega^2}\right)\cdot t-\left[\frac{A}{\alpha^2}-\frac{1}{a^2+\omega^2}\left(B-\frac{2Ca}{a^2+\omega^2}\right)\right] \quad \text{(A2.6.7)}$$

d) *Funcții raționale de forma*:

$$\frac{l\cdot s^3+p\cdot s^2+q\cdot s+r}{\left(s^2+\omega_s^2\right)\mu(s)}=\frac{t\cdot s^2+v\cdot s+w}{\mu(s)}+\frac{D\cdot s+F}{s^2+\omega_s^2}=\frac{t\cdot s^2+v\cdot s+w}{\mu(s)}+$$
$$+D\frac{s}{s^2+\omega_s^2}+\frac{F}{\omega_s}\frac{\omega_s}{s^2+\omega_s^2} \quad \text{(A2.6.8)}$$

având originalul

$$f_4(t)=f_1(t)+D\cos(\omega_s t)+\frac{F}{\omega_s}\sin(\omega_s t) \quad \text{(A2.6.9)}$$

cu

$$D=\frac{\left(p\omega_s^2-r\right)\left(\omega^2+a^2-2a\alpha-\omega_s^2\right)+\left(l\omega_s^2-q\right)\left[\alpha\left(a^2+\omega_s^2\right)+\omega_s^2(2a-\alpha)\right]}{\omega_s^2\left(\omega^2+a^2-2a\alpha-\omega_s^2\right)^2+\left[\alpha\left(a^2+\omega_s^2\right)+\omega_s^2(2a-\alpha)\right]^2}$$

$$F=\frac{q-l\omega_s^2+\left[\alpha\left(a^2+\omega_s^2\right)+\omega_s^2(2a-\alpha)\right]D}{\omega^2+a^2-2a\alpha-\omega_s^2}$$

$$t=-D \quad \text{(A2.6.10)}$$

$$v=1-D(2a-\alpha)F$$

$$w=\frac{r+F\alpha\left(\omega^2+a^2\right)}{\omega_s^2}$$

e) *Funcții raționale de forma*:

$\frac{u\cdot s}{s^2+\omega_s^2}$ având originalul $f_5(t)=u\cos(\omega_s t)$ (A2.6.11)

f) *Funcții raționale de forma*:

$\frac{u}{s^2+\omega_s^2}$ cu originalul $f6(t)=\frac{u}{\omega_s}\sin(\omega_s t)$ (A2.6.12)

Cu aceste funcții se poate determina expresia matricei de tranziție în domeniul timp și prin înlocuirea lui t cu pasul de discretizare T_e se obține matricea sistemului discret. Similar se utilizează funcțiile deduse și în relația de calcul a vectorului b_d.

CAPITOLUL 3

3. Metode de stabilizare şi reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică

3.1 Prezentarea metodelor de reglare utilizate în stabilizarea şi reglarea sistemelor cu sustentaţie electromagnetică

Numeroase studii au fost întreprinse în ultimii ani în special, în scopul stabilizării şi reglării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, începând cu clasicul PID, reglare după stare, reglare adaptivă, regulatoare cu structură variabilă, reglare bazată pe logica fuzzy şi până la metode de control robuste de tipul H_∞ cu sinteza de tip μ. [T6], [W3], [L1], [J1], [B2], [K2], [J3], [T10], [F2].

Sistemele cu sustentaţie electromagnetică sunt procese neliniare şi pe măsură ce numărul de electromagneţi şi grade de libertate cresc, se măresc atât ordinul sistemului cât şi complexitatea sa. De aceea, fiecare dintre metodele de reglare utilizate rezolvă problema de stabilizare şi reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică dintr-un anume punct de vedere. Deşi există firme care au în producţie lagăre cu sustentaţie electromagnetică, încă nu se poate spune că problema este complet rezolvată *performanţele sistemului de reglare se îmbunătăţesc continuu şi preţul unui lagăr activ poate fi scăzut*.

Autorul lucrării de faţă s-a preocupat cu două dintre metodele enumerate mai sus

- reglarea după stare
- reglarea cu regulatoare cu structură variabilă, funcţionând în regim alunecător.

Mai mult, *din motive istorice* (metoda a fost utilizată în cadrul vehiculului experimental pe pernă magnetică MAGNIBUS-01), în cele ce urmează se prezintă pe scurt S1E1GL cu reglare după stare *Partea cea mai mare a capitolului se ocupă însă de reglarea în regim alunecător*.

3.2 Reglarea după stare a S1E1GL

Intregul sistem de comandă şi reglare din cadrul proiectului MAGNIBUS-01 a fost implementat analogic [B5], motiv pentru care şi studiul ce se prezintă în continuare se va ocupa doar de stabilizarea şi reglarea în continual a S1E1GL. Modelul matematic intrare-stare-ieşire al S1E1GL poate fi oricare dintre modelele (2 28), (2.30) sau (2.32) deduse în capitolul 2.

Compararea performanţelor de reglare pentru cei trei vectori de stare (2.27) propuşi în capitolul 2 se poate face prin sinteza a trei sisteme de reglare automată echivalente din punct de vedere al procesului liniarizat.

Astfel, dacă procesul liniarizat este descris de sistemul de ecuaţii.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_0 x + bu \\ y &= Cx \end{aligned} \qquad (3.1)$$

cu matricele A_0 şi b identificate din ecuaţiile (2 28), (2 30) sau (2.32) şi $C = I_3$ (vectorul de stare este măsurabil în totalitate), pentru stabilizare se poate utiliza o structură cu reacţie după stare, $u = f^T x$, de compensator f Pentru proiectarea lui se alege o unică configuraţie poli-zerouri, Δ_0 , în planul complex "s", compensatorul calculându-se printr-o metodă de alocare astfel încât sistemul liniar

$$\dot{x} = A_0 x - bf^T x = \left(A_0 - bf^T\right)x = Ax\ , \tag{3.2-1}$$

să îndeplininească condiția:

$$\sigma(A) = \Delta_0 \tag{3.2-2}$$

Alegând cei trei poli ai sistemului în buclă închisă, egali cu polii cei mai îndepărtați de axa imaginară a unei configurații Butterworth de ordinul 5 cu pulsația naturală ω_0 = 2π8 rad/sec, adică

p_1 = -50.26 rad/sec, p_2 = -10.66+j29.53 rad/sec, p_3 = -10.66-j29.53 rad/sec,

spectrul matricei sistemului are aspectul din figură 3.1. Pentru determinarea compensatorului se poate utiliza clasica formulă Ackerman,

$$f^T = -\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\end{bmatrix} R^{-1}\mu(A)\ , \tag{3.3}$$

în care R este matricea de controlabilitate a sistemului (3.1), iar $\mu(s)$ este polinomul caracteristic al sistemului în buclă închisă

$$\mu(s) = (s - p1)(s - p2)(s - p3). \tag{3.4}$$

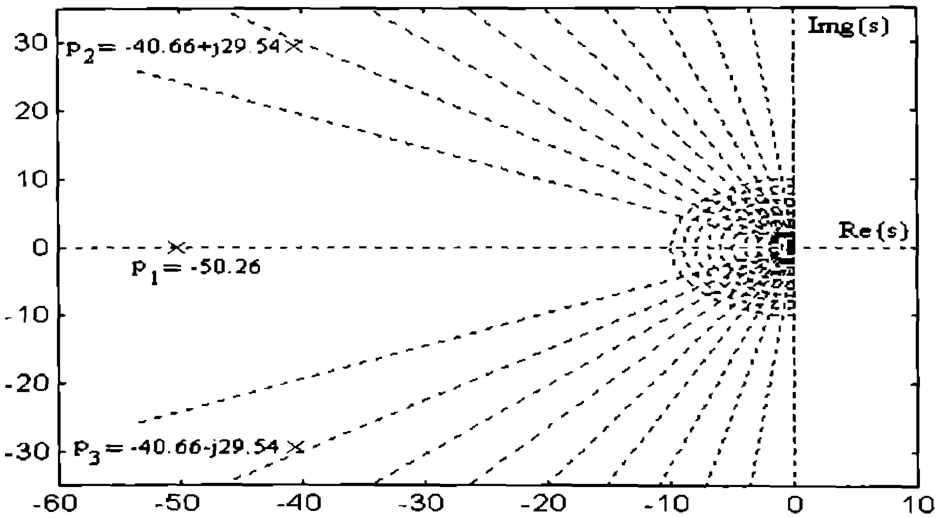


Figura 3.1. Poziția polilor utilizați în problema de alocare

Dacă se ține seama și de mărimea de conducere, prin modificarea legii de comandă sub forma $u = f^T x - gz_{\delta 0}$ precum și de ecuațiile de ieșire, atunci, prin completarea sistemul (3.2) se obține:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + gbz_{\delta 0} \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{3.5}$$

Scalarul g se alege astfel încât coeficientul de transfer al mărimii de ieșire z_δ în raport cu prescrierea $z_{\delta 0}$ să fie unitar:

$$\left.\frac{z_\delta(t)}{z_{\delta 0}(t)}\right|_{t\to\infty} = 1 \tag{3.6}$$

Se pot trasa astfel caracteristicile de pulsație ale sistemului (3.5). Ele au aspectul din fig. 3.2.

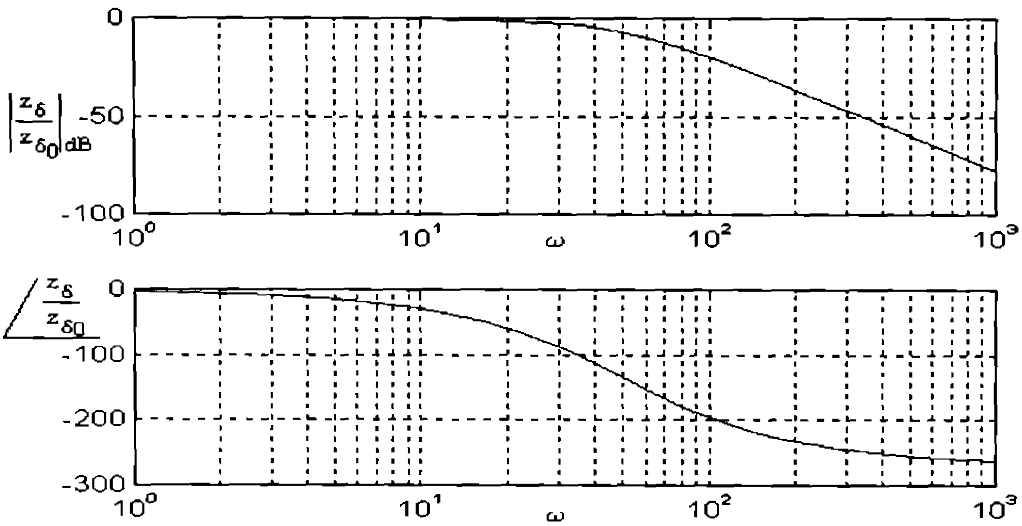


Figura 3.2. Caracteristicile de pulsaţie ale sistemului de reglare (3.5)

Facând calculele pentru cele trei modele dezvoltate, se obţin compensatoarele aferente.
Se prezintă în continuare răspunsurile sistemului în buclă închisă pentru fiecare din cele trei cazuri, în următoarele condiţii (condiţiile 1, 2 şi 3 reprezintă scenariul de simulare):

1. La momentul t=0 se aplică sistemului care se afla în repaus (blocat) la un întrefier de 30 cm, un semnal treaptă la nivelul mărimii de conducere astfel încât să-l levifeze la 10 cm.
2. După 0.5 secunde de la semnalul treaptă de la pct.1, se aplică o forţă exterioară (o perturbaţie) egală cu 25% din greutatea sustentată.
3. După alte 0.25 secunde (0.75 sec. din momentul iniţial) se aplică o perturbaţie sinusoidală pe canalul $\ddot{z}_s$ (tot o perturbaţie) cu amplitudinea 1 m/sec^2 şi de frecvenţă 5 Hz
4. Se utilizează choppere într-un singur cadran, ceea ce limitează tensiunea în intervalul 0÷200V.

Simulările au fost facute în SIMULNK, schema bloc utilizată fiind redată în figura 3.3, iar rezultatele sunt reprezentate în figura 3.4.

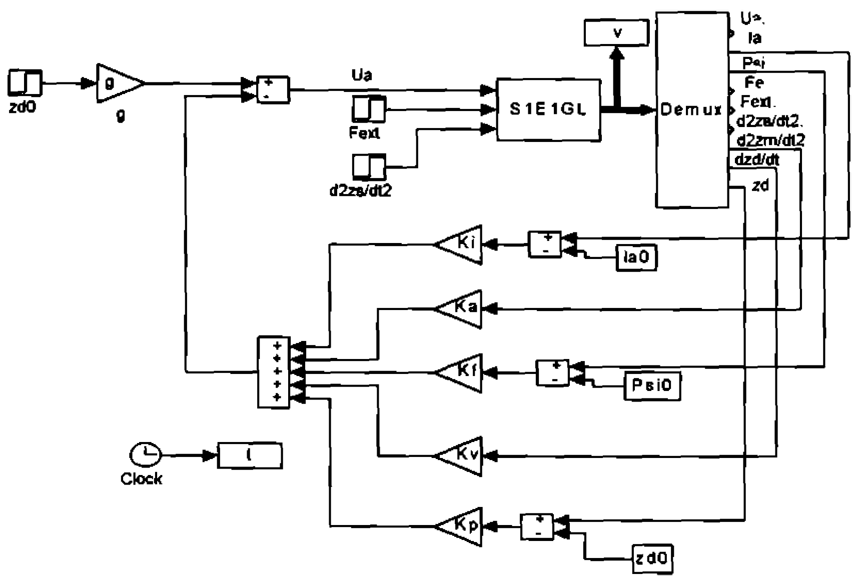


Figura 3.3. Schmea SIMULINK pentru simularea reglării după stare

In schema bloc generală din figură, pentru fiecare model utilizat în simulare sunt validate doar amplificările pe canalele corespunzătoare. Astfel:

- pentru modelul cu variabila de stare curent:

$$f^T = \left[-2.442\cdot10^5 \quad -4.5217\cdot10^3 \quad 33.7685\right] \text{ și deci}$$

$$K_p = -2.442\cdot10^5\,\mathrm{V/m}, K_v = -4.5217\cdot10^3\,\mathrm{V/m\cdot sec^{-1}}, K_a = 0, K_i = 33.7685\,\mathrm{V/A}, K_f = 0$$

- pentru modelul cu variabila de stare accelerație:

$$f^T = \left[-1.3189\cdot10^5 \quad -4.5217\cdot10^3 \quad -57.5\right] \text{ și deci}$$

$$K_p = -1.3189\cdot10^5\,\mathrm{V/m}, K_v = -4.5217\cdot10^3\,\mathrm{V/m\cdot sec^{-1}}, K_a = -57.5\,\mathrm{V/m\cdot sec^{-2}}, K_i = 0, K_f = 0$$

- pentru modelul cu variabila de stare flux:

$$f^T = \left[-1.4295\cdot10^5 \quad -4.5217\cdot10^3 \quad 191.7177\right] \text{ și deci}$$

$$K_p = -1.4295\cdot10^5\,\mathrm{V/m}, K_v = -4.5217\cdot10^3\,\mathrm{V/m\cdot sec^{-1}}, K_a = 0, K_i = 0, K_f = 191.7177\,\mathrm{V/Wb}$$

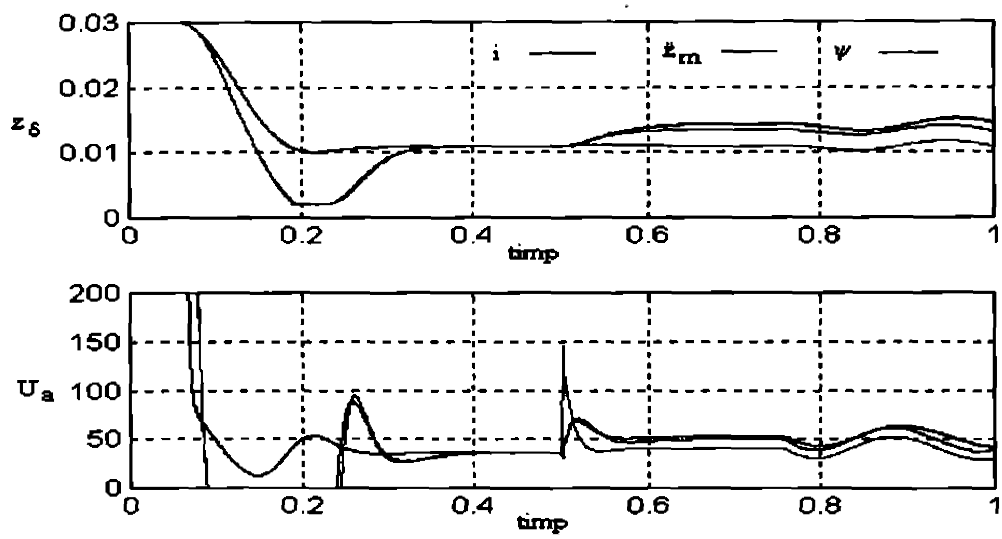


Figura 3.4. Răspunsurile SRA după stare cu proiectare prin alocare cu chopper într-un cadran

Analizând figura 3.4 se observă că:

- *Modelul cu variabila de stare curent* are un răspuns mai rapid și cu variații mai mici ale mărimii de comandă, în schimb este mai sensibil la perturbații de tip forță exterioară.
- *Modelul cu variabila de stare accelerație absolută* și *cel cu variabila de stare flux*, au un suprareglaj pronunțat ajungând chiar în limitare la 2 mm, datorită limitării tensiunii de comandă la zero. Modelul ce utilizează accelerația are în schimb un răspuns foarte rapid și energic în compensarea forței exterioare.

Pentru compararea acestor rezultate cu cele obținute în cazul în care se dispune de choppere în două cadrane, se repetă simulările prin lărgirea domeniului de variație al tensiunii pe electromagnet la [-200V + 200V]. Se obțin diagramele din figura 3.5

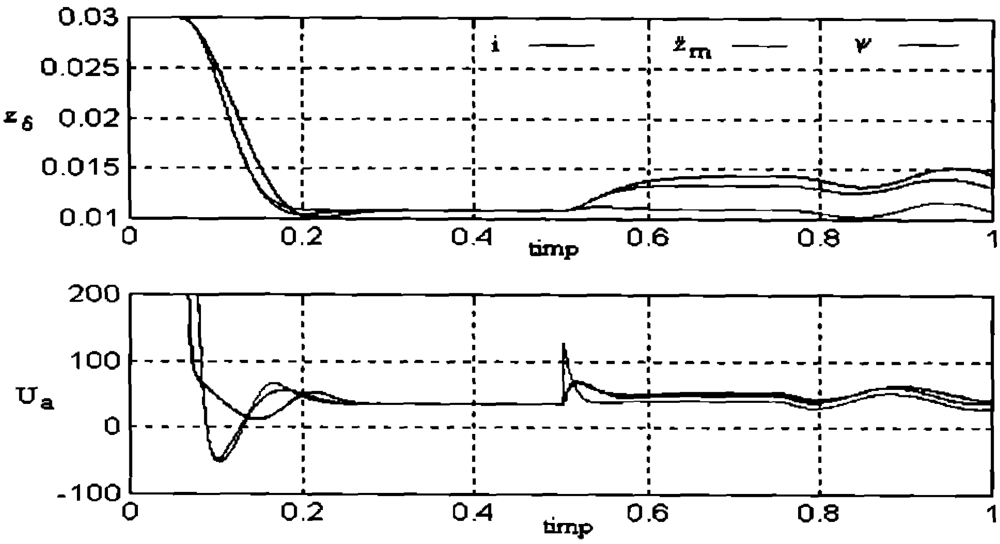


Figura 3.5. Răspunsurile SRA după stare cu proiectare prin alocare cu chopper în două cadrane

Se constată că de data aceasta suprareglajul cel mai mare îl are modelul cu variabila de stare curent. Deşi nu rezultă din aceste grafice, atât în urma unor simulări intensive cât şi a experimentelor efectuate pe vehiculul MAGNIBUS-01, s-a constatat că în timp ce primele două modele au performanţe diferite la întrefieruri diferite, modelul cu variabila de stare flux are avantajul unor performanţe comparabile atât la întrefieruri mari cât şi mici [B3]. Se pot trage concluziile:

1. Modelul cu variabila de stare curent are variaţii mai mici ale mărimii de comandă, concretizate prin consum energetic mai mic; perturbaţiile de tip forţă exterioară afectează semnificativ funcţionarea sistemului.
2. Modelul cu variabila de stare acceleraţie absolută are nevoie, pentru păstrarea aceleaşi benzi de frecvenţă ca şi în cazul modelului de la punctul 1, de valori negative ale tensiunii pe electromagnet, adică de choppere în două cadrane. Având posibilitatea obţinerii de tensiuni pozitive şi negative, răspunsul este mai rapid, cu suprareglaj mai mic şi cu compensare destul de bună a forţei exterioare perturbatoare, toate acestea cu un consum de energie mai ridicat.
3. Modelul cu variabila de stare flux are performanţe stabile pe un domeniu larg al întrefierului de lucru; el necesită însă tensiuni pozitive şi negative precum şi un consum mai mare de energie; perturbaţiile de tip forţă exterioară afectează destul de mult funcţionarea sistemului.

In consecinţă se poate spune că alegerea unui anume vector de stare este determinată de aplicaţie prin analiza:

- domeniului de variaţie al întrefierului de lucru
- performanţelor de reglare,
- consumului de energie disponibil,
- traductoarelor disponibile,
- preţului produsului final (nu în ultimul rând).

In cazul proiectului MAGNIBUS alegerea modelului matematic intrare-stare-ieşire s-a făcut în principal în urma faptului că s-a dispus de traductoare de acceleraţie absolute, preţul întregului proces de măsurare al acceleraţiei fiind mai redus decât al măsurării curentului sau al fluxului. Aşadar ecuaţiile de ieşire având aspectul (2.38), s-a pornit de la sistemul:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3^2 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ b_{v,31}^2 & b_{v,32}^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Proiectarea compensatorului nu se mai face de data asta prin alocare de poli ci prin rezolvarea unei probleme de optimizare, determinându-se un regulator linear pătratic bazat pe cerinţele ce se impun unui vehicul pe perna magnetică. Problema regulatorului linear pătratic se defineşte ca o problemă de minimizare a funcţiei obiectiv de forma [J2]

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_f) S x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left[x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) \right] dt \tag{3.7}$$

supusă restricţiilor

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0, \tag{3.8}$$

cu S şi Q matrice pozitiv semidefinite şi R o matrice positiv definită

Pentru cazul considerat, lucrând cu variaţii ale mărimilor de stare faţa de punctul de liniarizare şi cum $x(t_f)$ poate fi diferit funcţie de întrefierul ţintă, primul termen al funcţiei de transfer nu are sens. De asemenea problema este cu orizont de timp infinit aşa că $t_f \to \infty$.

In problema de minimizare nu interesează practic valoarea funcţiei obiectiv ci doar condiţiile în care ea are o valoare minimă. In consecinţă problema se "normează" şi având în vedere că sistemul este monovariabil la intrare se alege $R = r = 1$, utilizarea mărimii de comandă în funcţia obiectiv penalizând variaţiile acesteia şi deci consumul de energie. Mărimile de stare vor avea variaţiile incluse în funcţia obiectiv ponderate faţă de mărimea de comandă.

Din punct de vedere al unui vehicul pe pernă magnetică, ceea ce interesează este minimizarea variaţiilor întrefierului pentru a asigura o funcţionare cât mai apropiată de ţintă şi minimizarea variaţiilor acceleraţiei ceea va reduce oscilaţiile şi va asigura confortul necesar într-un vehicul de călători. Astfel matricea Q va fi:

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{33}^2 \end{bmatrix},$$

iar pentru a asigura principalul obiectiv al reglării - variaţii ale întrefierului cât mai mici - se alege o pondere q_{11}=10, mult mai mare decât cea a variaţiilor mărimii de comandă. Variaţiile acceleraţiei sunt legate de comfort, un aspect important dar nu vital; aşadar ponderea va fi mai mică decât în cazul întrefierului şi se alege q_{22}=3.

Trebuie avut în vedere că aceste ponderi trebuiesc la rândul lor corectate datorită unitaţilor fizice diferite ale celor trei variabile care apar în funcţia obiectiv. Astfel *întrefierul* este corectat cu coeficientul de transfer al caracteristicii amplitudine - pulsaţie al întrefierului în raport cu tensiunea pe electromagnet şi care este $3 \cdot 10^{-4}$m/V (vezi capitolul 2, anexa 2.5), iar *accelearţia* cu amplitudinea funcţiei de transfer a acceleraţiei absolute raportată la tensiunea pe electromagnet, la frecvenţa de tăiere (0.0857 m·sec^{-2}/V - vezi aceeaşi anexă):

$$Q = \mathrm{diag}\left(q_{11}'^2, 0, q_{33}'^2\right) \quad \text{cu} \quad q_{11}' = \frac{q_{11}}{3 \cdot 10^{-4}}, \quad q_{33}' = \frac{q_{33}}{0.0857}$$

Rezolvarea problemei de optimizare care implică o ecuaţie algebrică Ricatti se face utilizând funcţia LQR2 (linear quadratic regulator) din pachetul MATLAB, rezultând compensatorul

$$f^T = \left[-36.778 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \quad -1.8616 \cdot 10^1 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m\,sec}} \quad -46.7183 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m\,sec}^2} \right],$$

sistemul de reglare autoamtă obţinut având polii
p_1=-118.68 rad/sec şi $p_{2,3}$=-21.38±j21.97 rad/sec.

In figura 3.6 se prezintă răspunsul acestui sistem pentru variaţii treaptă ale prescrierii de la 30 mm la 15, 10 şi respectiv 5 mm.

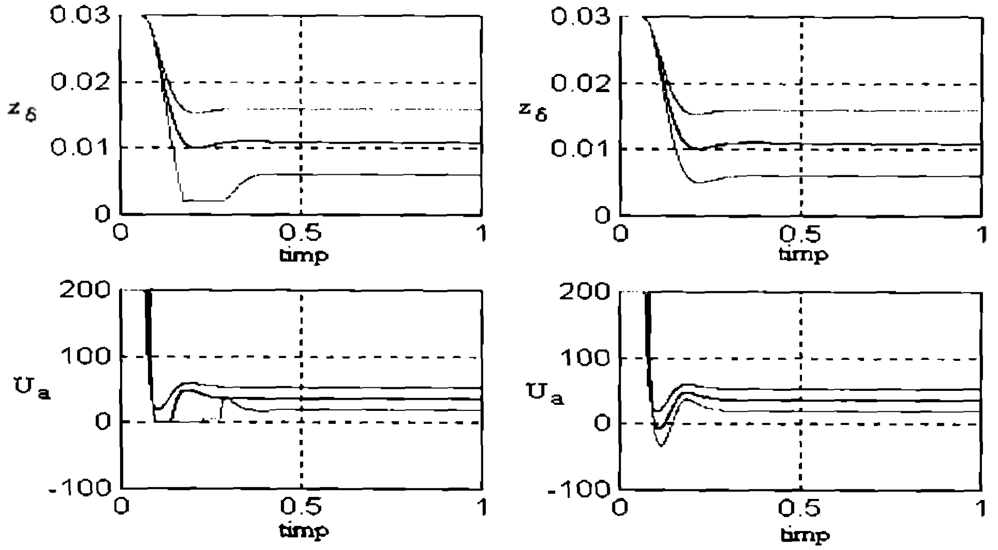


Figura 3.6. Răspunsul SRA proiectat pentru funcţia obiectiv (3.7)

In diagramele din stânga figurii, tensiunea pe electromagnet este limitată la 0 şi se poate constata din nou că pentru valori mici ale întrefierului prescris sistemul ajunge în limitare. In diagramele din dreapta, s-a lărgit domeniul de variaţie al tensiunii de la -200V la 200V, răspunsul fiind în toate situaţiile cel scontat.

Datorită faptului că în cadrul proiectului MAGNIBUS s-a dispus de choppere într-un singur cadran, tensiunea pe electromagnet nu poate avea valori negative.

Analizând răspunsul modelului cu variabila de stare curent din figura 3.4, se observă că tensiunea nu ajunge în limitare şi că decelerarea sistemului are loc mai repede decât în celelalte cazuri. *Se poate trage concluzia că o buclă suplimentară de curent ar putea elimina dezavantajul chopperului într-un cadran.* Plecând de la lucrarea [D7] în care se face o analiză detaliată a sistemelor cu regulatoare bipoziţionale cu histerezis, se insereaza în sistem, în faţa elementului de execuţie, un element bipoziţional fără histerezis, având în vedere întârzierea produsă de inductanţă în variaţia curentului [T3].

Figura 3.7 prezintă rezultatele obţinute cu acest nou sistem de reglare. Sunt studiate cazurile referinţelor la 15 mm, 10 mm şi 5 mm, cu perturbaţii de forţă exterioară şi acceleraţie perturbatoare de amplitudini şi la momente de timp specificate mai sus. Se constată ca deşi tensiunea este limitată la 0 volt, datorită forţajului realizat prin comanda bipoziţioanlă, răspunsul sistemului este rapid, cu un suprareglaj acceptabil şi relativ robust la perturbaţii. Poprietatea din urma se explică tot prin forţajul realizat de comanda bipoziţională aşa cum se poate observa din diagramele de curent şi forţă electromagnetică. Calitatea reglării este însă obţinută în detrimentul unuia din obiectivele problemei de optimizare iniţiale, şi anume a consumului minim de energie. Frecvenţa de comutaţie a elementului bipoziţional depinde de parametrii procesului şi poate fi în unele situatii inacceptabil de mare. Ea poate fi însă limitată superior prin introducerea unui histerezis în elementul bipoziţional.

Reglarea dupa stare are în general dezavantajul unui control cu erorare de regim staţionar, lucru care poate fi observat în prima diagramă a figurii 3.7. Pentru obţinerea unei erori de regim stationar nule, se introduce un termen integral al erorii de prescriere. Constanta de timp de integrare trebuie să fie suficient de mică pentru a aduce sistemul in poziţia dorită într-un timp acceptabil însă suficient de mare pentru a nu influenţa celelalte proprietăţi de reglare. Figura 3.8 prezintă răspunsurile sistemului ce anulează eroarea de regim staţionară, iar în figura 3.9 este redată schema bloc a sistemului de reglare final. Se observă anularea treptată a erorii mărimii reglate.

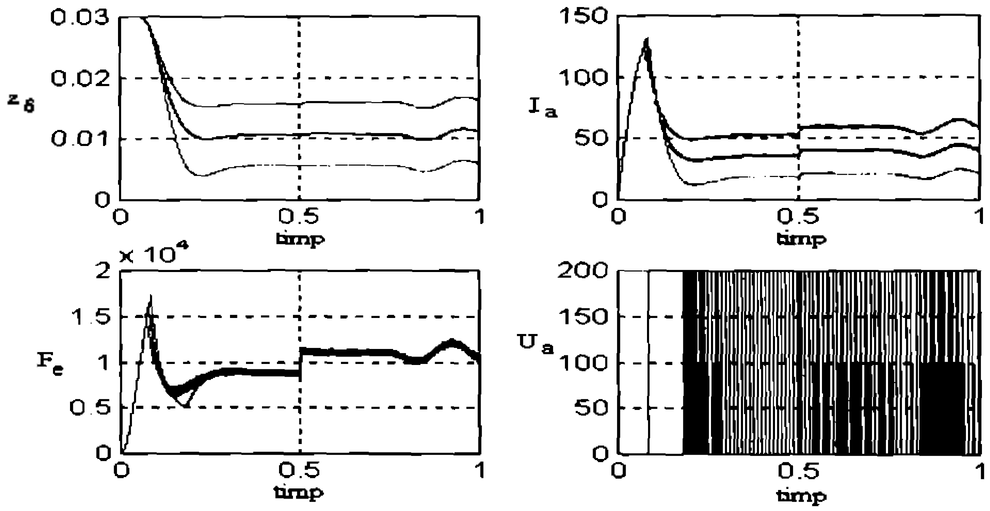


Figura 3.7. Răspunsul SRA cu reglare după stare şi control bipoziţional al chopperului într-un cadran

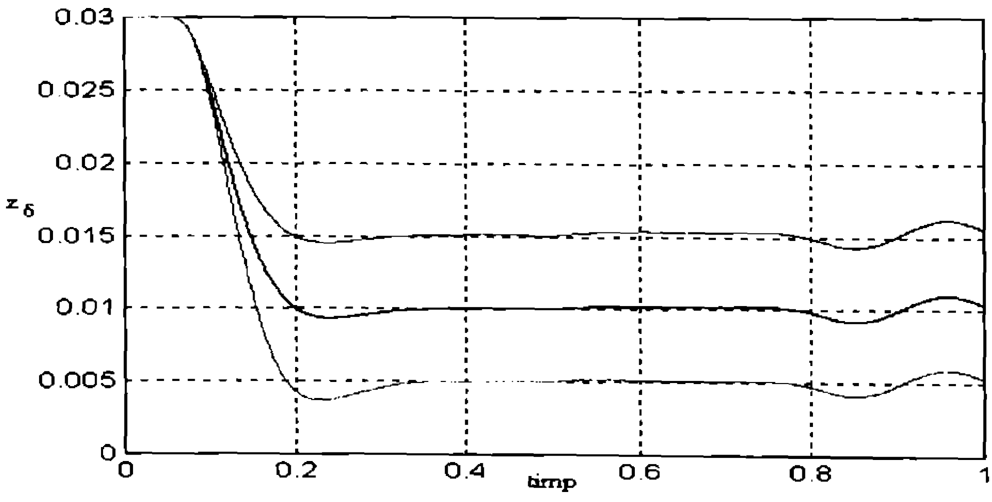


Figura 3.8. Răspunsul SRA cu anularea erorii de regim staţionar

Sistemul de reglare automată obținut în cele de mai sus are proprietați de reglare relativ bune atât din punctul de vedere al indicatorilor de performanță cât și al robusteții la perturbații externe. In cazul sistemelor cu bandă de frecvență mai ridicată s-a constatat însă că este destul de dificil de a găsi un domeniu de stabilitate a sistemului, în special dacă are mai multe grade de libertate. Experiențe efectuate pe un motor electric cu lagăre active au arătat că nu în toate situațiile performanțele sistemului se apropie de cele dorite [B6]. In consecință s-a căutat o altă metodă de reglare și făcând o analogie cu completările ce s-au făcut sistemului de reglare după stare de mai sus, legate de forțajul prin reacția de curent și apoi introducerea elementului integrator, *s-a considerat că un regulator ce ar putea avea rezultate excelente pentru acest tip de proces neliniar ar putea fi un tip de regulator cu structură variabilă, funcționând în regim alunecător.*

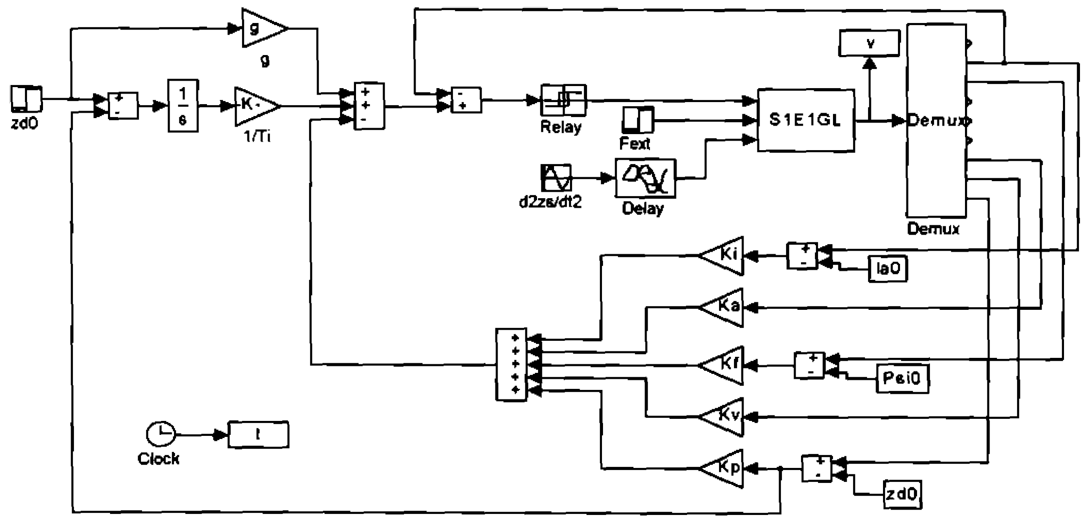


Figura 3.9. SRA cu regulator bipozițional și anularea erorii de regim staționar

3.3 S1E1GL funcționând în regim alunecător.

3.3.1 Funcționarea în regim alunecător.

Sistemele funcționând în regim alunecător fac parte din clasa mai largă a sistemelor cu structură variabilă. Ideea de bază este de a modifica dinamica sistemului în sensul dorit, sub acțiunea unui vector de comandă care are ca rezultat un fenomen de forțare a stării sistemului către o hipercurbă, numită curbă de alunecare sau de comutație, pe care după ce o atinge evoluează un timp nedefinit [U1], [U2], [S4]

Fie clasa proceselor cu modelul matematic pe stare:

$$\dot{x}(t) = f(t,x) + B(t,x)\ u(t) + B_v(t,x)\ v(t) \tag{3.9}$$

cu.

$$x \in \Re^n, u \in \Re^m, v \in \Re^{m_v}, f(\cdot): \Re^1_+ x\Re^n \to \Re^n, B(\cdot): \Re^1_+ x\Re^n \to \Re^{nxm}, B_v(\cdot): \Re^1_+ x\Re^n \to \Re^{nxm_v}$$

Din motive de existență f și B trebuie să fie continue iar din motive de unicitate a soluției ecuației (3.9), f trebuie să fie suficient de netedă.

Hipercurba de comutație este în general un subspațiu $\Re^{n-m}$ al lui $\Re^n$ astfel ales încât traiectoriile sistemului care evoluează în acest subspațiu să aibe comportarea dorită. Fiecărei mărimi de comandă u_i i se asociază o hipersuprafață de comutație $\sigma_i(x) = 0$ iar comanda $u_i(t)$ trebuie astfel determinată încât sub acțiunea ei sistemul să evolueze către hipersuprafața de comutație, iar odată ajuns pe ea să nu o mai părăsească, adică $\sigma_i(x(t)) = 0$. Determinând fiecare element al vectorului de comandă astfel încât sistemul să evolueze pe o hipersuprafață asociată, in final sistemul se va găsi pe intersecția acestor hipersuprafețe, rezultând hipercurba de comutație:

$$\sigma(x) = [\sigma_1(x) \ \dots \ \sigma_m(x)]^T = 0 \tag{3.10}$$

In consecință, pentru implementarea unui regulator cu structură variabilă de acest tip proiectantul trebuie să rezolve două probleme:

- să selecteze hipersuprafețele pe care sistemul odată ajuns să evolueze în sensul dorit;
- să găsească acea comandă care să asigure ca traiectoriile sistemului să intersecteze și să rămână pe hipercurba de intersecție a suprafețelor de comutație.

O etapă deosebit de importantă în proiectarea regulatorului cu structură variabilă este determinarea comenzii astfel încât regimul alunecător să existe în lungul lui $\sigma(x)=0$ și să fie accesibil din orice stare inițială posibilă.

Printr-o analogie cu stabilitatea sistemelor neliniare definită pe baza funcției Liapunov, intuitiv se poate spune că regimul alunecător există în lungul lui $\sigma(x)=0$, dacă sistemul este "stabil în mic" în raport cu $\sigma(x)=0$, iar domeniul de accesibilitate este domeniul $\Omega \subseteq \Re^n$ al stărilor inițiale $x(0)$ din care traiectoriile de stare converg către suprafața de comutație.

Pentru a determina condițiile de existență ale regimunului alunecător se pleacă de la funcția Liapunov pozitiv definită

$$V(\sigma(x)) = \frac{1}{2}\sigma^T(x)\dot{\sigma}(x) > 0 \tag{3.11}$$

In legătură cu aceasta se pot enunța teoremele de baza [U1]:

1. Pentru sistemul (3.9) și hipercurba de comutație (3.10) condiția suficientă pentru existența regimului alunecător este ca:

$$\frac{dV(\sigma(x))}{dt} = \sigma^T(x)\dot{\sigma}(x) < 0 \tag{3.12}$$

în vecinătatea lui $\sigma(x)=0$.

2. Pentru sistemul dat de (3.9) și hipercurba de comutație (3.10), subspațiul de accesibilitate este:

$$\Omega = \{x | \sigma^T(x)\dot{\sigma}(x) < 0 \ \ (\forall) t \in \Re_+\} \tag{3.13}$$

Sarcina proiectantului constă în a alege hipercurba de comutație $\sigma(x)$ ca intersecție a hipersuprafețelor $\sigma_i(x)$, de a găsi comanda care să conducă starea sistemului dintr-o stare inițială $x(0) \in \Omega$ pe $\sigma(x)=0$ și apoi să o mențină pe hipercurba de comutație. De obicei această comandă este o funcție discontinuă dependentă de semnul lui $\sigma_i(x)$, $i = \overline{1,m}$, adică o funcție de forma

$$u_i(x,t) = \begin{cases} u_i^+(x,t) & \text{pentru } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(x,t) & \text{pentru } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \tag{3.14}$$

Teoremele enunțate stipulează că dacă $u_i^+(x,t)$ și $u_i^-(x,t)$ sunt astfel alese încât $\sigma^T\dot{\sigma}$ să fie strict negativă pentru orice x, regimul alunecator există și este accesibil pe $\sigma(x)$=0 pentru întregul spațiu admisibil al stărilor. Sarcina proiectantului este de a găsi aceste funcții.

Atunci când un sistem este adus și menținut pe suprafața $\sigma(x) = 0$ se obține o proprietate interesantă și importantă a sistemelor cu funcționare în regim alunecător: hipersuprafețele $\sigma_i(x)$, furnizează un sistem de m ecuații cu n necunoscute (variabile de stare), compatibil și nedeterminat. O soluție a acestui sistem de forma $x_2 = \varphi(x_1)$ cu $x_2 \in \Re^m$ și $x_1 \in \Re^{n-m}$ poate fi utilizată pentru reducerea vectorului de stare (ordinului sistemului). Astfel ecuațiile de stare devin:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} x_1 \\ \varphi(x_1) \end{bmatrix} = f\left(t, \begin{bmatrix} x_1 \\ \varphi(x_1) \end{bmatrix}\right) + B\left(t, \begin{bmatrix} x_1 \\ \varphi(x_1) \end{bmatrix}\right) u(t) \tag{3.15}$$

și ordinul sistemului se reduce la n-m:

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x_1) + B_1(t, x_1)\, u(t) \tag{3.16}$$

Variabilele de stare eliminate trebuie pe cât posibil astfel alese încât noul sistem să fie cât mai puțin dependent de parametrii incerți și supus cât mai puțin perturbațiilor.

Determinarea comenzii pentru sistemele multivaraibile la intrare se face cu metoda controlului echivalent a lui Filippov. Rezolvând ecuația diferențială

$$\dot{\sigma}(x, u, t) = 0 \tag{3.17}$$

pentru sistemul aflat în regim alunecător, în raport cu comanda u, se obține comanda (controlul) echivalentă u_{eq} care poate fi interpretată ca acea lege de comandă care ar menține condiția (3.17) dacă dinamica sistemului ar fi exact cunoscută. Există diferite metode pentru calculul expresiei comenzii echivalente [U2], [S4] asupra cărora nu se insistă în lucrarea de față. Odată cunoscută această expresie, se pot determina componentele reale ale vectorului de comandă.

Sistemele monovariabile la intrare pot fi tratate într-un mod particular. In cele ce urmează se prezintă metodologia de proiectare a sistemului cu structură variabilă monovariabil la intrare, având în vedere forma procesului cu sustentație electromagnetică analizat în aceasta lucrare.

3.3.2 Proiectarea sistemelor cu structură variabilă, monovariabile la intrare.

In aceste cazuri, unica hipersuprafață de comutație se alege de obicei de forma:

$$\sigma(x) = c^T x = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_{n-1} x_{n-1} + x_n \tag{3.18}$$

Alegerea vectorului c, care determină dinamica și performanțele de reglare ale sistemului se face în funcție de cazul considerat.

Un caz favorabil este acela în care procesul are forma canonică controlabilă. Astfel, notând cu $A(t,x)$ matricea sistemului, cu $b(t,x)$ vectorul mărimii de comandă și cu $B_V(t,x)$ matricea perturbațiilor, acestea trebuie să fie de forma:

$$A(t,x)=\begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & 0 \\ 0 & 0 & & 1 \\ a_1(t,x) & a_2(t,x) & \dots & a_n(t,x) \end{bmatrix} \quad b(t,x)=\begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ g(t,x) \end{bmatrix} \tag{3.19}$$

$$B_v(t,x)=\begin{bmatrix} 0 & 0 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 0 \\ b_{v,1}(t,x) & b_{v,2}(t,x) & \dots & b_{v,m_p}(t,x) \end{bmatrix}$$

Atunci, pentru $\sigma(x)=0$, din (3.18) se poate scrie.

$$x_n = \dot{x}_{n-1} = -c_1x_1 - c_2x_2 - \dots - c_{n-1}x_{n-1} \tag{3.20}$$

şi matricea sistemului redus la ordinul n-1 (în bucla închisă) de forma (3.15) este:

$$A_{R1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & & 1 \\ -c_1 & -c_2 & \dots & -c_{n-1} \end{bmatrix} \quad , \tag{3.21}$$

având valorile proprii în exclusivitate dictate de vectorul c. Sistemul de reglare obţinut este independent de parametrii procesului şi imun la perturbaţii, având teoretic o robusteţe absolută.

Dacă procesul nu este reprezentat în forma canonică, de multe ori se caută transformarea de variabilă de stare $T(x,t)$ care aplicată procesului să-l aducă la forma de mai sus. Aceasta nu este de cele mai multe ori o operaţie simplă. Metode pentru determinarea matricei de transformare se dau în [U2] şi [W1].

A doua fază de proiectare, constă în elaborarea comenzii. Fie legea de comandă de forma:

$$u = \zeta_1 x_1 + \dots + \zeta_n x_n \tag{3.22}$$

Pentru îndeplinirea condiţiei (3.12) din prima teoremă se calculează expresia:

$$\sigma^T\dot{\sigma} = \sigma\dot{\sigma} = \sigma c^T\dot{x} = \sigma c^T[A(t,x)x + b(t,x)u + B_v(t,x)v] \tag{3.23}$$

Cunoscând domeniile de variaţie ale lui $A(t,x)$, $b(t,x)$ şi $B_V(t,x)v(t)$ se poate găsi comanda $u(t)$ de forma (3.21) pentru ca $\sigma\dot{\sigma}<0$.

Proiectarea comenzii este simplă în cazul proceselor liniare neperturbate, aduse la forma canonică controlabilă: (3.23) devine

$$\begin{aligned} \sigma\dot{\sigma} &= \sigma\left(c_1\dot{x}_1 + c_2\dot{x}_2 + \dots + c_{n-1}\dot{x}_{n-1} + \dot{x}_n + g(t,x)u\right) = \\ &= \sigma\left(c_1x_2 + c_2x_3 + \dots + c_{n-1}x_n + a_1(t,x)x_1 + a_2(t,x)x_2 + \dots + a_n(t,x)x_n + g(t,x)u\right) \end{aligned} \tag{3.24}$$

Dacă toate funcțiile $a_i(t,x)$ sunt continuu diferențiabile și mărginite și $g(t,x)$ este la rândul ei continuu diferențialbilă, marginită inferior și i se cunoaște semnul:

$$\begin{aligned} &\left|a_i(t,x)\right| \le \rho_i \ , \quad i=\overline{1,n} \\ &\left|g(t,x)\right| \ge \gamma \end{aligned} \quad ; \tag{3.25}$$

atunci pentru ca

$$\sigma\left[\left(a_1(t,x)+g(t,x)\zeta_1\right)x_1+\left(c_1+a_2(t,x)+g(t,x)\zeta_2\right)x_2+\ldots+\left(c_{n-1}+a_n(t,x)+g(t,x)\zeta_n\right)x_n\right]<0 \tag{3.26}$$

toți termenii din paranteze trebuie să fie negativi adică:

$$\begin{cases} \zeta_1 \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) < -\dfrac{\rho_1}{\gamma} & \text{pentru } \sigma\cdot x_1>0 \\ \zeta_1 \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) > \dfrac{\rho_1}{\gamma} & \text{pentru } \sigma\cdot x_1<0 \end{cases} \tag{3.27}$$

$$\begin{cases} \zeta_i \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) < -\dfrac{\rho_i+c_{i-1}}{\gamma} & \text{pentru } \sigma\cdot x_i>0 \\ \zeta \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right)_1 > \dfrac{\rho_i-c_{i-1}}{\gamma} & \text{pentru } \sigma\cdot x_i<0 \end{cases} \quad i=\overline{2,n} \tag{3.28}$$

Deci o posibilă comandă de forma (3.22) ar putea avea coeficienții:

$$\zeta_i=\begin{cases} \alpha_i & \text{pentru } \sigma\cdot x_i>0 \\ \beta_i & \text{pentru } \sigma\cdot x_i<0 \end{cases} \ , \ i=\overline{1,n} \tag{3.29}$$

în care

$$\begin{aligned} &\begin{cases} \alpha_1 \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) < -\dfrac{\rho_1}{\gamma} \\ \beta_1 \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) > \dfrac{\rho_1}{\gamma} \end{cases} \\ &\begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) < -\dfrac{\rho_i+c_{i-1}}{\gamma} \\ \beta_i \operatorname{sgn}\left(g(t,x)\right) > \dfrac{\rho_i-c_{i-1}}{\gamma} \end{cases} \quad , \quad i=\overline{2,n} \end{aligned} \tag{3.30}$$

Problema se poate rezolva și atunci când sistemul este perturbat. Astfel, dacă (3.24) se completează cu perturbațiile din (3.9), cu matricea perturbațiilor având aspectul din (3.19), se obține:

$$\sigma\dot{\sigma}=\sigma\left(c_1x_2+\ldots+c_{n-1}x_n+a_1(t,x)x_1+\ldots+a_n(t,x)x_n+g(t,x)u+b_{v,1}(t,x)v_1+\ldots+b_{v,m_v}(t,x)v_{m_v}\right) \tag{3.31}$$

Dacă acțiunea perturbațiilor în sistem este mărginită, adică

$$\left|b_{v,i}(t,x)v_i\right| \le \upsilon_i \ , \quad i = \overline{1,m_p} \tag{3.32}$$

comanda se completează cu un termen

$$\begin{aligned} &\Xi \le -\sum_{i=1}^{m_p} \upsilon_i \quad \text{pentru} \quad \sigma < 0 \\ &\Xi \ge \sum_{i=1}^{m_p} \upsilon_i \quad \text{pentru} \quad \sigma > 0 \end{aligned} \tag{3.33}$$

legea de comandă având acum şi un termen liber

$$u = \zeta_1 x_1 + \ \ldots \ + \zeta_n x_n + \Xi \tag{3.34}$$

În multe situaţii ca de exemplu în cazul sistemului cu sustentaţie electromagnetică prezentat în paragraful 3.2, elementul de execuţie este un element bipoziţional (chopper). Atunci o comandă de forma (3.22) nu se regăseşte decât la nivelul mărimii de comandă, nu şi la cel al mărimii de execuţie. Din acest motiv se justifică uneori utilizarea directă a unei comenzi bipoziţionale de forma:

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{pentru} \quad \sigma \operatorname{sgn}(g(t,x)) < 0 \\ u_{min} & \text{pentru} \quad \sigma \operatorname{sgn}(g(t,x)) > 0 \end{cases} \tag{3.35}$$

Această comandă este mult mai energică decât cea precedentă. Ea are avantajul că pentru nivelele u_{min} şi u_{max} corect alese condiţia $\sigma\dot{\sigma} < 0$ este îndeplinită în toate situaţiile. Are însă şi dezavantajul faptului că frecvenţa de lucru a chopper-ului nu este fixă, putându-se ajunge de la frecvenţe de comutaţie foarte joase până la frecvenţe nepermis de ridicate din punct de vedere al elementelor electronice ale chopper-ului. Acest ultim aspect poate fi însă eliminat în cazul în cazul SRA discrete, *limitând superior frecvenţa de comutaţie prin perioada de eşantionare (pasul de discretizare)*.

Oscilaţii de înaltă frecvenţă, în special în vecinătatea punctului de funcţionare staţionară sunt caracteristice sistemelor reale funcţionând în regim alunecător. Acestea se datorează în principal întârzierilor şi histerezisului existent în sistemele reale: starea sistemului nu evoluează continuu pe hipercurba de comutaţie ci are uşoare oscilaţii în vecinătatea ei.

Pentru îmbunătăţirea performanţelor din acest punct de vedere s-au propus mai multe soluţii:

- Unii autori [S6] comută strategia de reglare, atunci când eroarea de reglare scade sub o anumită valoare ε, pe un regulator PI. Această metodă înlătură oscilaţiile de frecvenţă ridicată în jurul punctului de regim staţionar şi asigură şi o reglare astatică. Performanţele de reglare în vecinătatea punctului de regim staţionar sunt însă puternic afectate de parametrii procesului.
- Alţi autori [U2], [S4], [W1] propun utilizarea unei comenzi de forma:

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{pentru} \quad \sigma < -\varepsilon \\ K_R \dfrac{\sigma(t)}{\varepsilon} & \text{pentru} \quad -\varepsilon < \sigma < \varepsilon \\ u_{min} & \text{pentru} \quad \sigma > \varepsilon \end{cases} \quad , \ \varepsilon \text{ un număr real pozitiv} \tag{3.36}$$

Această comandă asigură într-o vecinătate ε suficient de mică a lui $\sigma(x)=0$ o comandă de tip proporţional în raport cu σ, eliminând oscilaţiile mult mai devreme decât în cazul metodei precedente.

condiţia $\sigma(x)$=0 fiind îndeplinită cu aproximaţie mult înaintea instalării regimului staţionar al SRA. Acesta este însă însoţit de o eroare de reglare , cu atât mai mare cu cât raportul K_R/ε este mai mic.

- Un al treilea tip de comandă, propus de autor în [T1] şi utilizat şi în [B8], [B9] este de forma:

$$u = \begin{cases} u_{\max} & \text{pentru} \quad \sigma < -\varepsilon \\ \dfrac{K_R}{\varepsilon}\left(\sigma(t) + \dfrac{1}{T_i}\displaystyle\int \sigma(t)dt\right) & \text{pentru} \quad -\varepsilon < \sigma < \varepsilon \\ u_{\min} & \text{pentru} \quad \sigma > \varepsilon \end{cases} \tag{3.37}$$

Aceasta elimină dezavantajul erorii de regim staţionar din cazul precedent asigurând evoluţia fără oscilaţii a sistemului pe hipercurba de comutaţie cu mult înaite de atingerea ţintei.

Un aspect important îl constituie implementarea practică astfel încât să se evite saturarea componentei integratoare. Cea mai bună metodă este scurtcircuitarea acesteia pentru $|\sigma|<\varepsilon$; analogic aceasta este ceva mai dificil de realizat practic, dar într-o implementare digitală nu constituie o problemă. Astfel:

$$u_k = \begin{cases} u_{\max} & \text{pentru} \quad \sigma_k < -\varepsilon \\ \beta_0 a_k + \beta_1 a_{k-1} + \alpha_1 u_{k-1} & \text{pentru} \quad -\varepsilon < \sigma_k < \varepsilon \\ u_{\min} & \text{pentru} \quad \sigma_k > \varepsilon \end{cases} \tag{3.38}$$

cu coeficienţii β_0 ,β_1 şi α_1 obţinuţi printr-una din metodele de discretizare cunoscute. De exemplu o discretizare cu metoda dreptunghiului a regulatorului PI continual din (3.37) conduce la [D2]:

$$\beta_0 = \frac{K_R}{\varepsilon}\left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right) \ , \ \beta_1 = -\frac{K_R}{\varepsilon} \ , \ \alpha_1 = 1 \tag{3.39}$$

T_e fiind perioada de eşantionare. Saturarea poate fi evitată punând condiţiile:

$$a_k = \sigma_k \ , \ a_{k-1} = \begin{cases} 0 & \text{pentru} \quad |\sigma_k| > \varepsilon \\ \sigma_{k-1} & \text{pentru} \quad |\sigma_k| < \varepsilon \end{cases} \ \text{si} \ u_{k-1} = \begin{cases} 0 & \text{pentru} \quad |\sigma_k| > \varepsilon \\ u_{k-1} & \text{pentru} \quad |\sigma_k| < \varepsilon \end{cases} \tag{3.40}$$

Cazul discret se va discuta în mod mai detaliat într-unul din paragrafele urmatoare.

Pentru $|\sigma|<\varepsilon$, cu o comandă de forma (3.36) sau (3.37) sistemul nu are teoretic robusteţea oferită de cea bipoziţională. Indiferent însă de cauza care produce deplasarea stării în afara "tubului" limitat de $-\varepsilon$ şi ε, reacţia energică a regulatorului prin comenzile u_{min} respectiv u_{max}, readuce sistemul în interiorul vecinătăţii lui σ considerate. In consecinţă dacă ε este suficient de mic, cu o aproximaţie suficient de bună se poate aprecia că $\sigma(x) \cong 0$ şi dinamica sistemului de reglare cu structură variabilă este cea impusă.

Proiectarea coeficientului K_R din (3.36), respectiv a lui K_R şi T_i din (3.37) se poate face considerând că sistemul evoluează pe suprafaţa $\sigma(x)$=0, iar scopul reglării este menţinerea cât mai strânsă a acestei condiţii. Se poate porni în acest scop de la o reprezentare MM-II de forma:

$$\begin{aligned}
&\sigma(s,x(s)) = \overline{C}[I_n - sA(s,x(s))]^{-1}b(s,x(s))u(s)\\
&\text{cu}\quad \overline{C} = c^T = [c_1 \quad c_2 \quad 1]\\
&\qquad x(s) = \mathcal{L}\{x(t)\} \quad , \qquad \mathcal{L}\{\cdot\} \quad \text{- operatorul Laplace}\\
&\qquad u(s) = \mathcal{L}\{u(t)\}\\
&\qquad \sigma(s,x(s)) = \mathcal{L}\{\sigma(t,x(t))\}\\
&\qquad A(s,x(s)) = \mathcal{L}\{A(t,x(t))\}\\
&\qquad b(s,x(s)) = \mathcal{L}\{b(t,x(t))\}
\end{aligned} \tag{3.41}$$

în care s-au neglijat mărimile perturbatoare.

Prin forma particulară de reprezentare a procesului, deci a matricelor A şi b, din (3.19) se poate calcula:

$$\sigma(s) = \frac{g(s,x(s))(c_1 + c_2 s + \ldots + c_{n-1}s^{n-2} + s^{n-1})}{s^n - a_n(s,x(s))s^{n-1} - \ldots - a_2(s,x(s))s - a_1(s,x(s))}u(s) \tag{3.42}$$

Estimând pentru coeficienţii variabili valori constante convenabile de forma $a_i(s,x(s)) \cong \overline{a_i}$ =const., $g(s,x(s)) \cong \overline{b}$ =const., proiectarea se poate face cu una din metodele cunoscute din teoria sistemelor liniare.

Pentru o comandă proporţională, viteza de variaţie a lui σ este dată de o ecuaţie diferenţială omogenă, care în operaţional are expresia:

$$s^n - \overline{a}_n s^{n-1} - \ldots - \overline{a}_1 - \frac{K_R}{\varepsilon}\overline{b}(s^{n-1} + c_{n-1}s^{n-2} + \ldots + c_1) = 0 \tag{3.43}$$

Se poate observa că soluţiile algebrice ale acestei ecuaţii tind pentru $K_R \to 0$ către polii procesului, iar pentru $K_R \to \infty$, către polii sistemului de ordin n-1, funcţionând în regim alunecător pe suprafaţa $\sigma(x)$=0. Acest rezultat care apare menţionat în unele lucrări (de ex. [W1]), dar nu explicit, era de aşteptat: $K_R \to \infty$ este ca efect echivalent cu $\varepsilon \to 0$, adică o comandă de tip bipoziţional. Concluzia ce se poate trage este că dinamica procesului de anulare asimptotică a lui $\sigma(x)$, în vecinătatea $(-\varepsilon,\varepsilon)$ poate fi cel mult la fel de rapidă ca dinamica sistemului funcţionând în regim alunecător.

Alta este situaţia atunci când comanda are în raport cu $\sigma(s)$ o funcţie de transfer de tip PI. Ecuaţia omogenă poate fi pusă sub forma:

$$\left[s^{n+1} - \overline{a}_n s^n - \ldots - \overline{a}_1 s\right] - \frac{K_R}{\varepsilon}\overline{b}\left[s^n + \left(c_{n-1} + \frac{1}{T_i}\right)s^{n-1} + \ldots + \left(c_1 + \frac{1}{T_i}\right)s + \frac{1}{T_i}\right] = 0 \tag{3.44}$$

Pentru K_R =0 apare, faţă de cazul precedent, un pol suplimentar în origine, ceea ce indică o sensibilitate mai ridicată a sistemului, dar pentru $K_R \to \infty$ dinamica de anulare a lui $\sigma(x)$ este dictată de rădăcinile ecuaţiei.

$$s^n + \left(c_{n-1} + \frac{1}{T_i}\right)s^{n-1} + \ldots + \left(c_1 + \frac{1}{T_i}\right)s + \frac{1}{T_i} = 0 \qquad (3.45)$$

Este adevarat că dispunând doar de parametrul T_i variabil, plaja rădăcinilor convenabile este destul de restrânsă. Punând (3.45) sub forma:

$$s\left(s^{n-1} + c_{n-1}s^{n-2} + \ldots + c_1\right) + \frac{1}{T_i}\left(s^{n-1} + \ldots + s + 1\right) = 0 \qquad (3.46)$$

pentru un caz concret, pe baza locului rădăcinilor cu parametru $1/T_i \in [0,\infty)$ se poate alege o valoare T_i care să satisfacă cerințele de dinamică alese de proiectant.

Trebuie observat că relația (3.42) cât și tratarea cazurilor P și PI sugerează posibilitatea utilizării unor regulatoare $u(\sigma)$ mai complexe decât cele analizate. De la caz la caz trebuie apreciată necesitatea unor funcții de comandă mai complicate.

3.3.3 Funcționarea sistemului cu un electromagnet și un grad de libertate (S1E1G) în regim alunecător.

3.3.3.1 Alegerea modelului matematic

După cum s-a arătat în paragraful precedent, algoritmul de proiectare a regulatorului ce asigură funcționarea în regim alunecător are două etape: determinarea suprafeței de comutație și apoi găsirea comenzii care să asigure condiția de accesibilitate a suprafeței de comutație din orice stare inițială posibilă, și condiția de stabilitate a regimului alunecător odata ce el s-a instalat.

Pentru determinarea unicei suprafețe de comutație ca subspațiu a lui $\Re^3$, procesul condus fiind de ordinul trei, trebuiesc stabilite mai întâi variabilele de stare care formează spațiul. In captitolul 2 au fost stabilite trei modele matematice intrare-stare-ieșire echivalente prin liniarizarea ecuațiilor neliniare ale procesului, în jurul unui punct de funcționare, având vectorii de stare:

$$x^T = [\ z_\delta \quad \dot{z}_\delta \quad i\ ]\ ,\ \ x^T = [\ z_\delta \quad \dot{z}_\delta \quad \ddot{z}_m\ ]\ ,\ \ x^T = [\ z_\delta \quad \dot{z}_\delta \quad \psi\ ]$$

Determinarea unei comenzi care să asigure funcționarea sistemului în regim alunecător presupune aducerea modelului matematic intrare-stare-ieșire al procesului la forma canonică controlabilă. Modelul dat de ecuațiile (2.30) și (2.38) are tocmai aceasta formă. Mai mult, și matricea perturbațiilor, cu excepția termenului constant (-1) ce revine accelerației perturbatoare are o formă convenabilă.

Problema s-ar putea rezolva și plecând de la o descriere neliniară a procesului, de forma (3.9). Întrucât există oricum incertitudini în ceea ce privește cunoașterea parametrilor și cum în capitolul 2 s-a făcut o analiză amănunțită a variației coeficienților sistemului pentru diferite puncte de funcționare, putându-se astfel stabili mărginirea acestora, se preferă utilizarea modelului liniarizat.

Un aspect de natură practică ce întărește alegerea reprezentării liniare a procesului, se referă la dificultațile de calcul legate de o descriere matematică neliniară, exactă, adusă la forma canonică controlabilă a procesului. De asemenea, algoritmul de proiectare al regulatorului nu necesită cunoașterea precisă a coeficienților din reprezentarea matematică a procesului ci doar plaja în care aceștia variază, or în capitolul precedent se face o analiză detaliată în acest sens. Astfel alegerea modelului (3.30) cu (3.38) este pe deplin justificată.

Pe baza proprietății sistemelor aduse la forma canonică controlabilă, din analiza ecuațiilor de stare ale S1E1GL (3.30) se constată posibilitatea ca, prin alegerea corectă a suprafeței de comutație, sistemul, funcționând în regim alunecător, să fie independent de parametrii procesului. *Astfel cunoașterea imprecisă a* *acestor parametrii precum și variațiile lor cu întrefierul nu afectează performanțele de reglare.* Forma matricei perturbațiilor arată că în aceleași condiții, sistemul devine imun la perturbații datorate forțelor exterioare. Se păstrează însă efectul perturbațiilor de tipul accelerație perturbatoare, înlăturarea ei făcându-se pe baza altor proprietați, așa cum se va arăta ulterior.

3.3.3.2 Proiectarea SRA a SIEIGL funcționând în regim alunecător

Alegerea suprafeței de comutație - prima etapă de proiectare - impune sistemului o anumită dinamică dorită. Având în vedere că mărimile vectorului de stare sunt variații, suprafața de comutație se alege:

$$\sigma = c_1 \Delta z_\delta + c_2 \dot{z}_\delta + \ddot{z}_m\,, \quad \Delta z_\delta = z_\delta - z_{\delta_0} \tag{3.47}$$

cu z_{δ_0} prescrierea. In continuare pentru simplitatea scrierii se va renunța la notația Δ pentru variații.

Constantele c_1 și c_2 determină dinamica sistemului pe suprafața de comutație. Astfel ecuația diferențială omogenă a subsistemului (sistemul de ordin n-m=3-1=2) funcționând în regim alunecator este:

$$c_1 y^{(2)}(t) + c_2 y^{(1)}(t) + y(t) = 0 \tag{3.48}$$

În funcție de alegerea constantelor $y(t)$ poate avea orice variație din clasa răspunsurilor libere ale sistemelor lineare de ordinul III, de la o formă aperiodică, la o formă exponențială (sistem instabil).

Pentru sistemul cu sustentație electromagnetică se alege o evoluție aperiodică spre punctul țintă. Astfel, alegând:

$$c_1 = \frac{1}{T_1 T_2} \quad \text{si} \quad c_2 = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} \tag{3.49}$$

soluția ecuației diferențiale (3.48) este:

$$y(t) = y_0^1 e^{-\frac{t}{T_1}} + y_0^2 e^{-\frac{t}{T_2}} \tag{3.50}$$

Fie $T_1 = T_2 = T$. Atunci în condițiile inițiale $y(0)=y_0$ (eroarea de întrefier) și $y'(0)=0$ rezultă:

$$y(t) = y_0 (1 + \frac{t}{T}) e^{-\frac{t}{T}} \tag{3.51}$$

Alegând pulsația de bandă a sistemului funcționând în regim alunecător de 25 rad/sec, din (3.48) și (3.49) se obține T=0.04 sec, iar pentru coeficienții funcției de comutație (3.47) valorile c_1=625 rad^2/sec^2 și c_2=50 rad/sec.

Elaborarea comenzii - a doua etapă de proiectare - se face prin evaluarea expresiei:

$$\sigma\,\dot{\sigma} = \sigma\left(c_1 z_\delta + c_2 \dot{z}_\delta + \ddot{z}_m\right)' = \sigma\left[c_1 \dot{z}_\delta + c_2 \ddot{z}_m - c_2 \ddot{z}_s + a_{31} z_\delta + a_{32} \dot{z}_\delta + a_{33} \ddot{z}_m + \right.$$
$$\left. + b_3 u_a + b_{v,31} F_{ext} + b_{v,32} \dot{F}_{ext}\right]$$

sau

$$\sigma\,\dot{\sigma} = \sigma\left[a_{31} z_\delta + \left(c_1 + a_{32}\right)\dot{z}_\delta + \left(c_2 + a_{33}\right)\ddot{z}_m + b_3 u_a + \left(b_{v,31} F_{ext} + b_{v,32} \dot{F}_{ext} - c_2 \ddot{z}_s\right)\right]. \tag{3.52}$$

Precum s-a amintit, parametrii procesului şi perturbaţiile nu trebuiesc cunoscute cu precizie. Este însă necesar ca ele să fie mărginite şi să li se cunoască marginile. Din calculele efectuate în anexa A2.3 pentru coeficienţii de liniarizare rezultă următoarele domenii de valori, la o variaţie a întrefierului între 2 şi 30 mm:

$$92722\frac{1}{\sec^3} \le a_{31} \le 12042\frac{1}{\sec^3}\ ; \qquad 160867\frac{1}{\sec^2} \le a_{32} \le 2088\frac{1}{\sec^2}\ ; \qquad -12508\frac{1}{\sec} \le a_{33} \le -14203\frac{1}{\sec}$$

$$-3618\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}\sec^3} \le b_3 \le -2787\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{V}\sec^3}\ ; \quad 0.0014\frac{1}{\mathrm{kg}\sec} \le b_{v,31} \le 0.0158\frac{1}{\mathrm{kg}\sec}\ ; \quad b_{v,32} = 1/900\frac{1}{\mathrm{kg}}\ .$$

Se analizează în continuare diferite tipuri de comenzi.

3.3.3.2.1 Comanda cu structură variabilă de tip proporţional

Se alege pentru început o comandă de forma (3.22) şi se consideră că sistemul este neperturbat:

$$u_a = \zeta_1(z_\delta - z_{\delta_0}) + \zeta_2\dot{z}_\delta + \zeta_3\ddot{z}_m \tag{3.53}$$

Rezultă condiţiile:

$$\begin{array}{ll}
a_{31} + b_3\zeta_1 > 0 & \text{pentru } \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) < 0 \\
a_{31} + b_3\zeta_1 < 0 & \text{pentru } \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) > 0 \\
a_{32} + c_1 + b_3\zeta_2 > 0 & \text{pentru } \sigma\dot{z}_\delta < 0 \\
a_{32} + c_1 + b_3\zeta_2 < 0 & \text{pentru } \sigma\dot{z}_\delta > 0 \\
a_{33} + c_2 + b_3\zeta_3 > 0 & \text{pentru } \sigma\ddot{z}_m < 0 \\
a_{33} + c_2 + b_3\zeta_3 < 0 & \text{pentru } \sigma\ddot{z}_m > 0
\end{array} \tag{3.54}$$

sau

$$\begin{array}{ll}
\zeta_1 < \min\left(-\dfrac{a_{31}}{b_3}\right) & \text{pentru } \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) < 0 \\
\zeta_1 > \max\left(-\dfrac{a_{31}}{b_3}\right) & \text{pentru } \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) > 0 \\
\zeta_2 < \min\left(-\dfrac{a_{32}+c_1}{b_3}\right) & \text{pentru } \sigma\dot{z}_\delta < 0 \\
\zeta_2 > \max\left(-\dfrac{a_{32}+c_1}{b_3}\right) & \text{pentru } \sigma\dot{z}_\delta > 0 \\
\zeta_3 < \min\left(-\dfrac{a_{33}+c_2}{b_3}\right) & \text{pentru } \sigma\ddot{z}_\delta < 0 \\
\zeta_3 > \max\left(-\dfrac{a_{33}+c_2}{b_3}\right) & \text{pentru } \sigma\ddot{z}_\delta > 0
\end{array} \tag{3.55}$$

în care s-a ţinut cont de semnul negativ al lui b_3. In urma calculelor se obţin:

$$\zeta_1 < 3328.3\frac{\text{V}}{\text{m}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\,(z_\delta - z_{\delta_0}) < 0$$

$$\zeta_1 > 3328.3\frac{\text{V}}{\text{m}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\,(z_\delta - z_{\delta_0}) > 0$$

$$\zeta_2 < 230.4637\frac{\text{V}}{\text{m sec}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta < 0$$

$$\zeta_2 > 281.9408\frac{\text{V}}{\text{m sec}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta > 0$$

$$\zeta_3 < 7.5886\frac{\text{V}}{\text{m sec}^2} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta < 0$$

$$\zeta_3 > 9.4265\frac{\text{V}}{\text{m sec}^2} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta > 0$$

In figura 3.10 se prezintă schema bloc a sistemului de reglare. Blocurile K1...K4 sunt blocuri neliniare având structura din figura 3.11 (i=1...4). Coeficienţii Ki1,2 au valorile determinate pe baza inegalitaţilor (3.54). Schema bloc 3.10, este prevazută şi cu blocul corespunzator constantei ce intervine în legea de comandă cu compensarea perturbaţiilor, situaţie care se va discuta mai jos

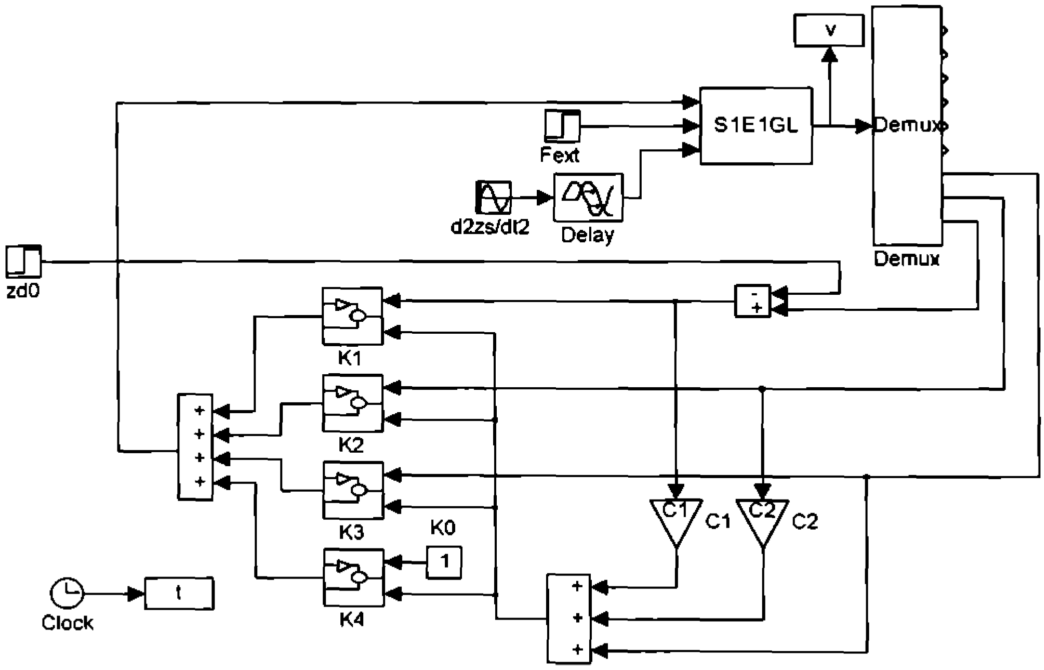


Figura 3.10. Schema bloc a SRA cu regulator cu structură variabilă de tip proporţional

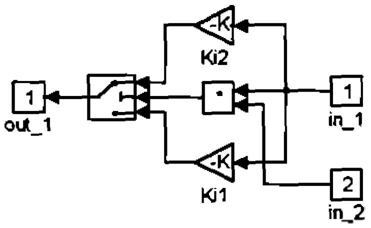


Figura 3.11. Schema blocurilor K_i, i=1,2,3,4

Alegând pentru compensator valorile:

$$\zeta_{11} = 3000\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) < 0$$

$$\zeta_{12} = 3500\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) > 0$$

$$\zeta_{21} = 200\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m\ sec}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta < 0$$

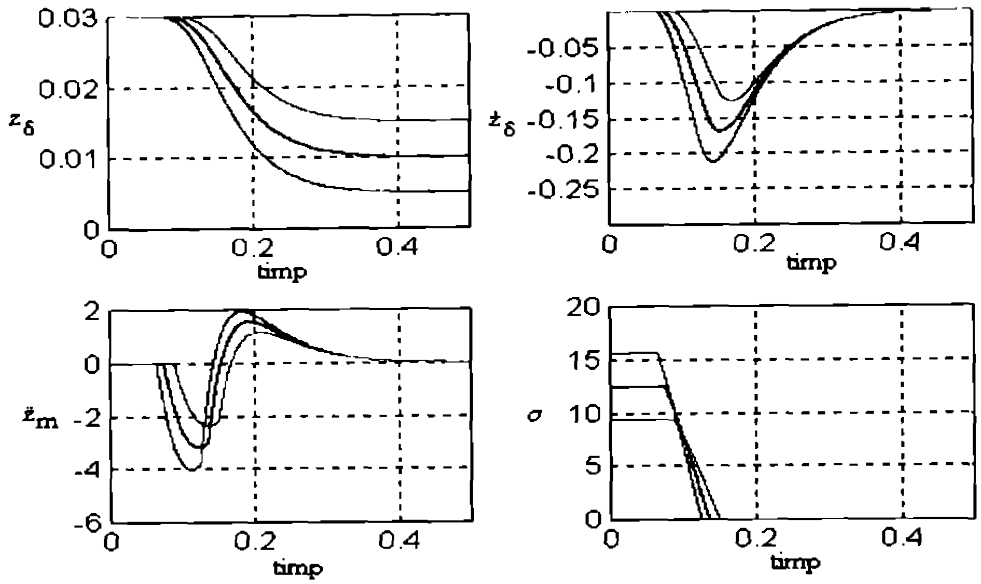
$$\zeta_{22} = 300\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m\ sec}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta > 0$$

$$\zeta_{31} = 6.5\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m\ sec}^2} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta < 0$$

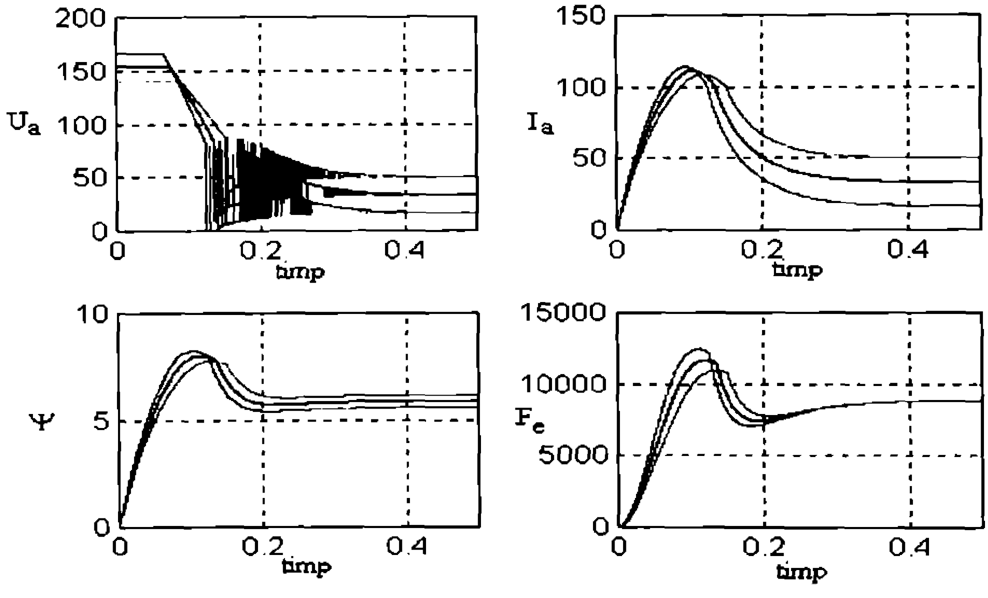
$$\zeta_{32} = 10\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m\ sec}^2} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta > 0$$

şi simulând răspunsul sistemului obţinut pentru prescrierea unei referinţe de 15, 10 si 5 mm, se obţin diagramele din figurile 3.12. Se constată în toate cele 3 situaţii o variaţie asimptotică a întrefierului către punctul ţintă, aşa cum s-a dorit din proiectare. Se observă apoi că după aproximativ 0.15 sec de la momentul iniţial, starea sistemului intersectează suprafaţa de comutaţie (funcţionala de stare σ se anulează), în continuare sistemul evoluând pe ea. Se poate de asemenea remarca modul de variaţie al tensiunii pe electromagnet, de la o valoare mare (în limiatare la începul), urmată de comutări de frecvenţă ridicată a căror amplitudine scade pe măsură ce mărimile de stare se anulează. Este interesant că în cazul reglării după stare, utilizând acelaşi model, în cazul întrefierului prescris de valoare mică sistemul intră în limitare în timp ce în cazul funcţionării în regim alunecător datorită variaţiilor foarte energice ale tensiunii pe electromagnet nici măcar nu se manifestă un suprareglaj: odată ajuns pe suprafaţa de comutaţie, starea sistemului rămâne pe ea, evoluând după legea dată de (3.51).

Pentru cazul studiat, s-a aplicat sistemului, printr-un artificiu, prin blocul K4, tensiunea necesară menţinerii sale în starea de regim staţionar $U_a = RI_a(z_{\delta_0})$.



a) 1 - întrefierul, 2 - viteza, 3 - accelerația absolută, 4 - funcționala de stare



b) 1 - tensiunea, 2 - curentul, 3 - fluxul, 4 - forța electromagnetică

Figura 3.12. Răspunsul SRA cu regulator cu structură variabilă de tip proporțional

În figura 3.13 este reprezentată parțial suprafața de comutație și traiectoria sistemului pentru cazul prescrierii de întrefier de 10 mm. Se observă cum inițial starea sistemului se afla în punctul de coordonate (20, 0, 0), apoi sub acțiunea comenzii se îndreaptă spre suprafața de comutație și din momentul în care o intersectează n-o mai părăsește, evoluând pe ea până în originea sistemului.

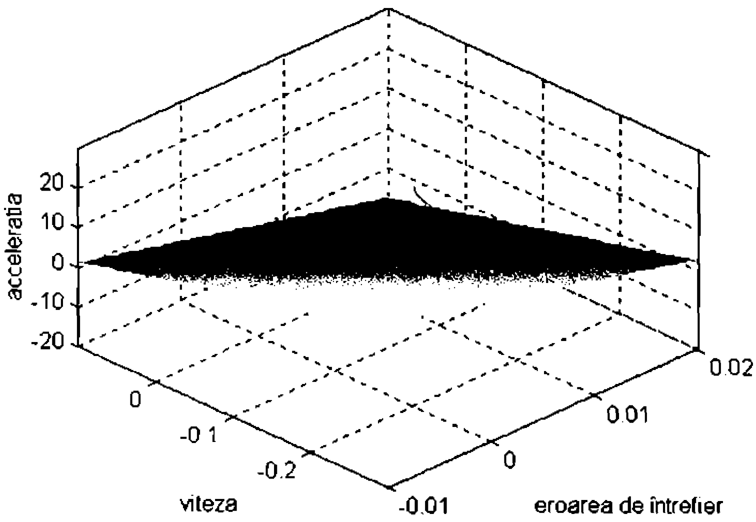


Figura 3.13. Suprafaţa de comutaţie în spaţiul stărilor

In situaţia în care sistemul este perturbat, relaţiile (3.53) se completează cu:

$$
\begin{aligned}
&b_{v,31}F_{ext} + b_{v,32}\dot{F}_{ext} - c_2\ddot{\Xi}_s + \Xi > 0 \quad \text{pentru} \quad \sigma < 0 \\
&b_{v,31}F_{ext} + b_{v,32}\dot{F}_{ext} - c_2\ddot{\Xi}_s + \Xi < 0 \quad \text{pentru} \quad \sigma > 0
\end{aligned}
$$

şi apoi relaţiile (3.55) cu

$$
\begin{aligned}
&\Xi < \min\frac{1}{b_3}(c_2\ddot{\Xi}_s - b_{v,31}F_{ext} - b_{v,32}\dot{F}_{ext}) \quad \text{pentru} \quad \sigma < 0 \\
&\Xi > \max\frac{1}{b_3}(c_2\ddot{\Xi}_s - b_{v,31}F_{ext} - b_{v,32}\dot{F}_{ext}) \quad \text{pentru} \quad \sigma > 0
\end{aligned}
\tag{3.56}
$$

Estimând perturbaţiile potrivit dublelor inegalităţi:

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{2}Mg < F_{ext} < \frac{1}{2}Mg \\
&-\frac{10}{2}Mg < \dot{F}_{ext} < \frac{10}{2}Mg \\
&-\frac{1}{2}g < \ddot{\Xi}_s < \frac{1}{2}g
\end{aligned}
\quad ,
$$

în care M este masa sustentată şi g acceleraţia gravitaţională şi cu domeniile pentru coeficienţi aceleaşi ca mai sus, se obţin relaţiile:

$$
\begin{aligned}
&\Xi < -104.8076 \text{ V} \quad \text{pentru} \quad \sigma > 0 \\
&\Xi > 104.8076 \text{ V} \quad \text{pentru} \quad \sigma < 0
\end{aligned}
$$

cu care se determină coeficienţii K41 = −100 V şi K42 = 100V.

3.3.3.2.2 Comanda cu structură variabilă de tip proporțional pentru sistemul perturbat, cu răspuns oscilant amortizat.

Este interesant de studiat și un caz în care răspunsul sistemului se dorește a avea un caracter oscialant amortizat. Pentru comparație, se alege pentru sistemul în buclă închisă aceeași bandă de pulsație la 25 rad/sec dar coeficientul de amortizare este 0.707. Aceste condiții conduc la coeficienții c_1=625(rad/sec)^2 și c_2=35.35rad/sec. Pentru stabilirea limitelor coeficienților compensatorului se folosesc din nou relațiile (3.55) completate cu (3.56) obținându-se:

$$\zeta_1 < 3328.3\frac{V}{m} \qquad \text{pentru} \quad \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) < 0$$

$$\zeta_1 > 3328.3\frac{V}{m} \qquad \text{pentru} \quad \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) > 0$$

$$\zeta_2 < 230.464\frac{V}{m \cdot sec^{-1}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta < 0$$

$$\zeta_2 > 281.941\frac{V}{m \cdot sec^{-1}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta > 0$$

$$\zeta_3 < 12.843\frac{V}{m \cdot sec^{-2}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta < 0$$

$$\zeta_3 > 13.474\frac{V}{m \cdot sec^{-2}} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta > 0$$

$$\Xi < -130.518\,V \qquad \text{pentru} \quad \sigma > 0$$

$$\Xi > 130.518\,V \qquad \text{pentru} \quad \sigma < 0$$

Se aleg valorile pentru coeficienții compensatorului astfel încât să satisfacă inegalitățile de mai sus:

$$\zeta_{11} = 3000\frac{V}{m} \qquad \text{pentru} \quad \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) < 0$$

$$\zeta_{12} = 3500\frac{V}{m} \qquad \text{pentru} \quad \sigma(z_\delta - z_{\delta_0}) > 0$$

$$\zeta_{21} = 200\frac{V}{m\,sec} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta < 0$$

$$\zeta_{22} = 300\frac{V}{m\,sec} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\dot{z}_\delta > 0$$

$$\zeta_{31} = 12\frac{V}{m\,sec^2} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta < 0$$

$$\zeta_{32} = 14\frac{V}{m\,sec^2} \qquad \text{pentru} \quad \sigma\ddot{z}_\delta > 0$$

$$\Xi_1 = -150\ V \qquad \text{pentru} \quad \sigma > 0$$

$$\Xi_2 = 150\ V \qquad \text{pentru} \quad \sigma < 0$$

In figurile 3.14 sunt reprezentate câteva dintre mărimile răspunsului SIEIGL funcționând în regim alunecător. Se remarcă din nou că variația întrefierului urmărește exact traiectoria prescrisă prin funcționala de stare. Perturbația de tip forță exterioară se manifestă neglijabil în răspunsul sistemului, iar, așa cum era de așteptat, accelerația perturbatoare este vizibilă în variața întrefierului. De data aceasta se constată oscilații de fecvenţă ridicată în tensiune şi care nu se anulează, datorită termenului ce compensează efectul perturbaţiilor. Pentru a nu încărca inutil figura, tensiunea de comandă s-a reprezentat doar pentru cazul amortizat.

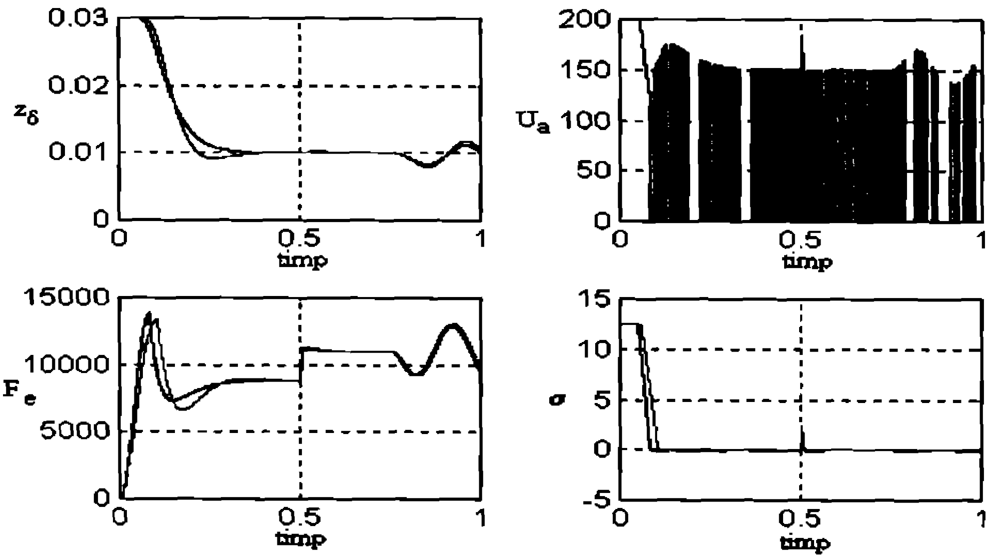


Figura 3.14. Răspunsul SRA cu caracter oscilant amortizat.

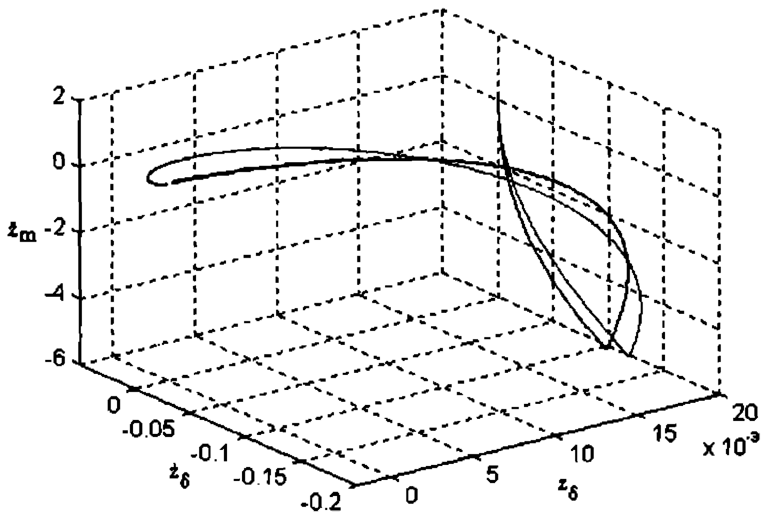


Figura 3.15. Traiectorilor SRA în spaţiul stărilor

In figura 3.15 s-au trasat traiectoriile în spaţiul stărilor pentru cele două cazuri analizate, de la momentul iniţial până la momentul t = 0.5 sec (înainte ca perturbaţiile să afecteze sistemul). Se poate limpede observa că traiectoriile se află în ultima lor parte pe suprafeţe diferite, dictate de valorile coeficienţilor c_1 şi c_2. Se poate observa oscilaţia în jurul originii spaţiului stărilor datorită suprareglajului introdus prin proiectare în acest de al doilea caz considerat.

Cazurile studiate, cu posibile perturbaţii de amplitudini mari, conduc la o comandă care datorită termenului Ξ apropiat de valoarile limită ale comenzii este practic de forma bipoziţională (3.35).

3.3.3.2.3 Comanda bipoziţională ca regulator cu structură variabilă

Un sistem cu sustentaţie electromagnetică cu un electromagnet utilizează ca element de execuţie un chopper cu funcţionare într-unul sau două cadrane. Primul are avantajul preţului de cost redus, al doilea al dinamicii mult mai bune la stingerea curentului, atunci când forţa dezvoltată de electromagnet (proporţională cu pătratul curentului) trebuie micşorată rapid. Se analizează în continuare performanţele sistemului cu o comandă bipoziţională de forma (3.35), în care limita inferioară u_{min} va fi întâi 0, cazul chopperului într-un cadran, iar apoi $-u_{max}$, cazul chopperului în două cadrane. Schema bloc utilizată în simulare este dată în figura 3.16. Semnul funcţionalei de stare determină aplicarea unei comenzi de forma u_{max} sau u_{min}. Trebuie remarcat că acest tip de comandă este cel mai energic tip de comandă care se poate aplica sistemului.

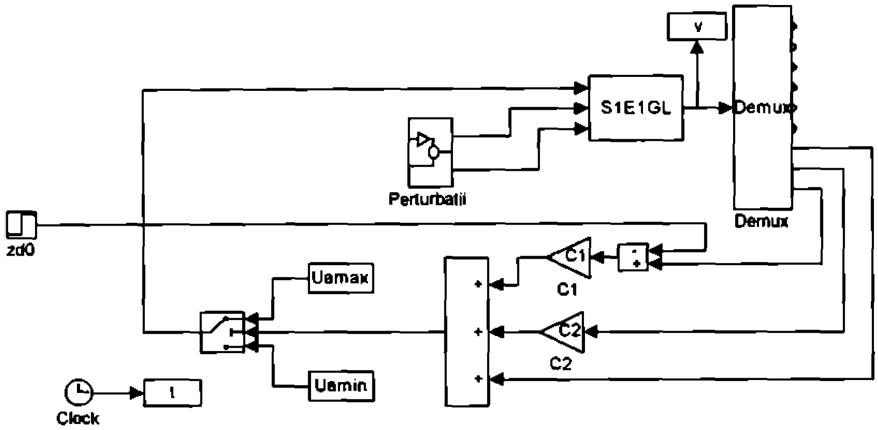
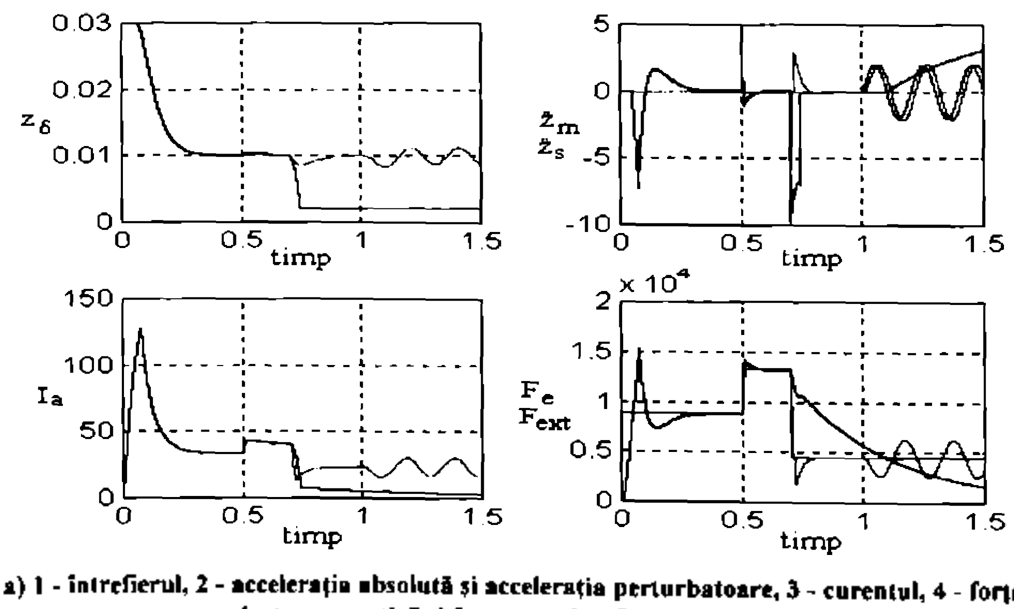


Figura 3.16. SRA cu comandă bipoziţională

Prin blocul "Perturbaţii" se aplică de data aceasta la momentul t=0.5 sec o forţă exterioară de amplitudine $Mg/2$ care după 0.2 sec se modifică la - $Mg/2$, iar începând cu t=1 sec se aplică şi o acceleraţie perturbatoare de amplitudine 2 m/sec^2 şi frecvenţă 5 Hz.

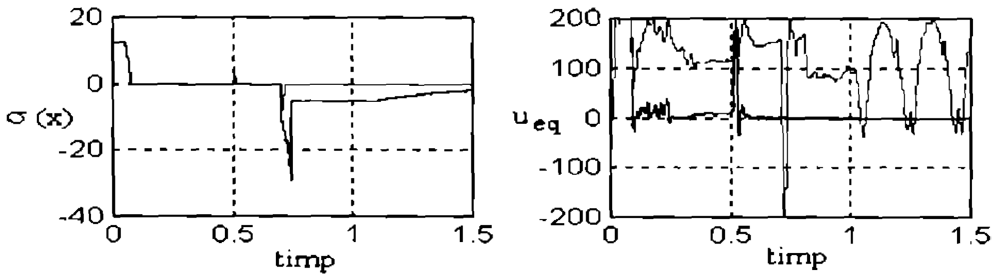
În figurile 3.17 sunt reprezentate rezultatele simulărilor. Cu albastru sunt trasate mărimile din sistem în cazul u_{min}= 0V, cu roşu cele din cazul u_{min}= -200V, iar cu verde perturbaţiile. Pentru ca figura să fie mai clară, reprezentarea forţei exterioare s-a axat pe valoarea Mg.



a) 1 - întrefierul, 2 - acceleraţia absolută şi acceleraţia perturbatoare, 3 - curentul, 4 - forţa electromagnetică şi forţa exterioară perturbatoare

Se observă că în primul caz, ca şi în simulările precedente, sistemul neperturbat are evoluţia scontată şi se comportă foarte bine sub acţiunea perturbaţiilor care cer creşterea curentului (F_{ext}>0). Pentru o perturbaţie semnificativă cu semn negativ însă, atunci când curentul trebuie să scadă rapid, comanda minimă la nivel 0 V nu poate readuce sistemul de reglare la poziţia prescrisă. Deşi curentul scade, întrefierul scade şi el rapid şi cum forţa este invers proporţională cu intrefierul, nu este redusă suficient de repede pentru a preveni impactul cu jugul electromagnetic, limitat la 2mm. *Dacă simularea s-ar fi continuat, în timp forţa electromagnetică ar fi scăzut suficient pentru ca electromagnetul să se desprindă de jug şi apoi să revină la poziţia dorită.*

Atunci când se admite utilizarea unui chopper în două cadrane, adică u_{min}= -200V, se poate observa că, deşi vizibilă în răspununsul întrefierului, perturbaţia nu afectează semnificativ sistemul care revine rapid la poziţia prescrisă. Analizând diagrama funcţionalei de stare din figura 3.17b se observă că sub acţiunea perturbaţiilor de tip forţa exterioară, starea sistemului părăseşte suprafaţa de comutaţie doar pentru o scurtă perioadă la aplicarea treptei perturbatoare. Este interesant de remarcat că sub acţiunea acceleraţiei perturbatoare, funcţioanla de stare se păstrează nulă, deşi efectul ei se manifesta serios în starea sistemului. Acest lucru era de asteptat deoarece din analiza ecuaţiilor de stare (2.30), aşa cum s-a mai menţionat, acceleraţia perturbatoare se manifestă pe altă linie decât ultima linie, matricea perturbaţiilor neavând forma companion în raport cu Ξ_s .



b) funcţionala de stare şi comanda echivalentă

Figura 3.17. Răspunsurile SRA cu comandă bipoziţională

In ultima diagramă din figura 3.17b s-au trasat şi comenzile echivalente, adică valorile medii ale tensiunilor aplicate electromagnetului în cele două situaţii. Se pot observa eforturile de scădere a curentului în cazul chopperului într-un cadran, şi faptul că pentru chopperul în două cadrane, teniunea se află doar pentru puţin timp în limitare Deşi filtrarea a fost făcută cu un filtru trece-jos de ordinul 4 cu frecvenţa de frângere la 100 Hz, variaţiile de tensiune nu sunt netede, indicând regimul de comutaţie ridicată cu frecventă variabilă în care lucrează elementul de execuţie. Aceste oscilaţii ale mărimii de comandă se maifestă cu atât mai pronunţat atunci când se caută a se limita superior frecvenţa de comutaţie şi este continuu prezentă în cazul sistemelor de reglare discrete Pentru înlăturarea acestui efect, care afectează, chiar dacă nu vizibil, întregul sistem se discută în continuare tipuri de algoritme care caută să înlature acest aspect.

3.3.3.2.4 Comandă cu structură variabilă cu acţiune de tip proporţional în vecinătatea lui $\sigma(x,t)$=0

O primă lege de comandă modificată este cea de forma (3.36). Prin alegerea unei constante $\varepsilon > 0$, se determină un "tub" în spaţiul $\Re^3$ al stărilor, o vecinătate a lui $\sigma(x,t)$=0 în care comanda nu mai este de tip bipoziţional ci are o valoare proporţională cu valoarea funcţionalei de stare. Astfel în această vecinătate, sistemul de reglare automată este descris de ecuaţiile:

$$\begin{bmatrix} z_\delta - z_{\delta_0} \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta - z_{\delta_0} \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{K_R}{\varepsilon} c_1 (z_\delta - z_{\delta_0}) & \frac{K_R}{\varepsilon} c_2 \dot{z}_\delta & \frac{K_R}{\varepsilon} \ddot{z}_m \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ b_{v,31} & b_{v,32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{31} + b_3 c_1 \frac{K_R}{\varepsilon} & a_{32} + b_3 c_2 \frac{K_R}{\varepsilon} & a_{33} + b_3 \frac{K_R}{\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta - z_{\delta_0} \\ \dot{z}_\delta \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ b_{v,31} & b_{v,32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{3.57}$$

Determinarea lui K_R se poate face din ecuaţia caracteristică

$$s^3 - (a_{33} + b_3 \frac{K_R}{\varepsilon}) s^2 - (a_{32} + b_3 c_2 \frac{K_R}{\varepsilon}) s - (a_{31} + b_3 c_1 \frac{K_R}{\varepsilon}) = 0 \quad , \tag{3.58}$$

încercând cu ajutorul metodei locului rădăcinilor găsirea unei configuraţii convenabile a polilor, pentru coeficienţii procesului calculaţi în punctul nominal,. In paragraful 3.3.2 s-a arătat însă că dinamica obţinută nu poate fi mai bună decât cea obţinută cu comanda pur bipoziţională. Locul rădăcinilor în raport cu K_R/ε este trasat în figura 3.18, utilizând (3.43).

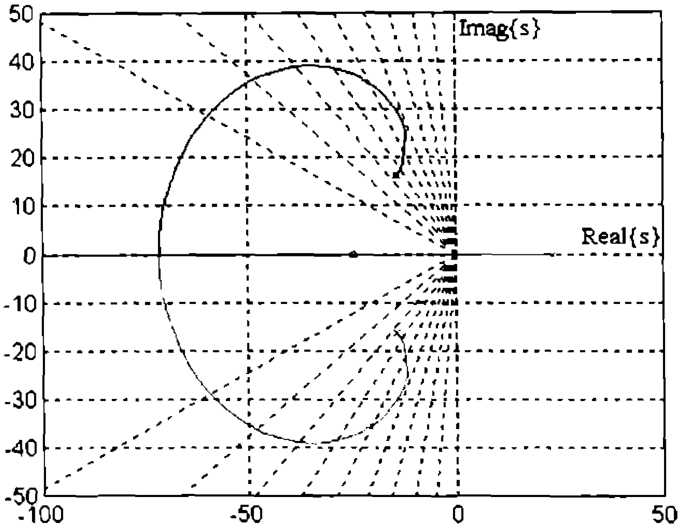


Figura 3.18. LR în raport cu K_R/ε

Se confirmă că pentru $K_R = 0$ se obţin polii procesului (cu un pol real pozitiv), iar pentru $K_R \to \infty$ se ajunge la comandă bipoziţională care menţinând strict starea sistemului pe suprafaţa de comutaţie reduce sistemul la unul de ordinul 2, împingând un pol la infinit, ceilalţi doi fiind reali, egali, la -25 rad/sec, determinaţi prin proiectare. Se remarcă faptul că stabilirea unei anumite lărgimi a "tubului" ε şi o anumită amplificare K_R este formală, cele două mărimi fiind corelate prin raportul lor.

Alegând polul cel mai apropiat de origine la p_1= -23 rad/sec, din (3.57) se obține K_R/ε =1187.4 (în V/m·sec^{-2}) și rezolvând din nou (3.57) în raport cu "s" de data aceasta se determină ceilalți doi poli p_2= -27.4 rad/sec și p_3= -3914 rad/sec, ultimul fiind suficient de depărtat de origine pentru a putea fi considerat un pol dominat. Sistemul de reglare este simulat cu schema bloc din figura 3.19, rezultatele fiind trasate în figurile 3.20. Pentru a putea analiza situația perturbațiilor de amplitudini mari s-a considerat cazul chopperului în două cadrane.

Din studiul diagramelor se constată, în primul rând prin comparație cu figurile 3.17, că acest tip de comandă elimină intradevăr oscilațiile din mărimea de comandă fără a afecta performanețele de reglare. întrefierul atinge valoarea prescrisă în timpul scontat, iar perturbațiile afectează în mod rezonabil sistemul. Ultimele două figuri din 3.19b reprezintă funcționala de stare, prima integral, iar a doua la o scară redusă. Se poate observa că în momentele aplicării forței exterioare treaptă, starea sistemului părăsește pentru scurt timp "tubul" determinat de K_R/ε, lucru evidențiat în tensiunea prescrisă prin comenzile la 200V, respectiv -200V. In regim staționar, funcționala însă nu mai este nulă, sistemul evoluând pe suprafețe paralele la cea dorită

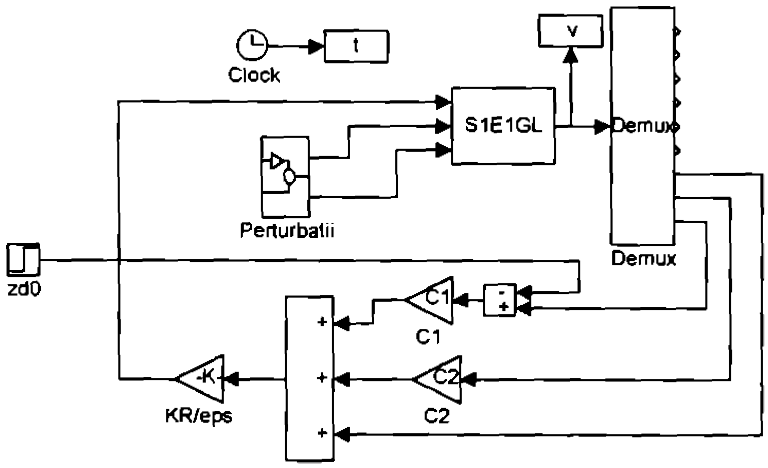
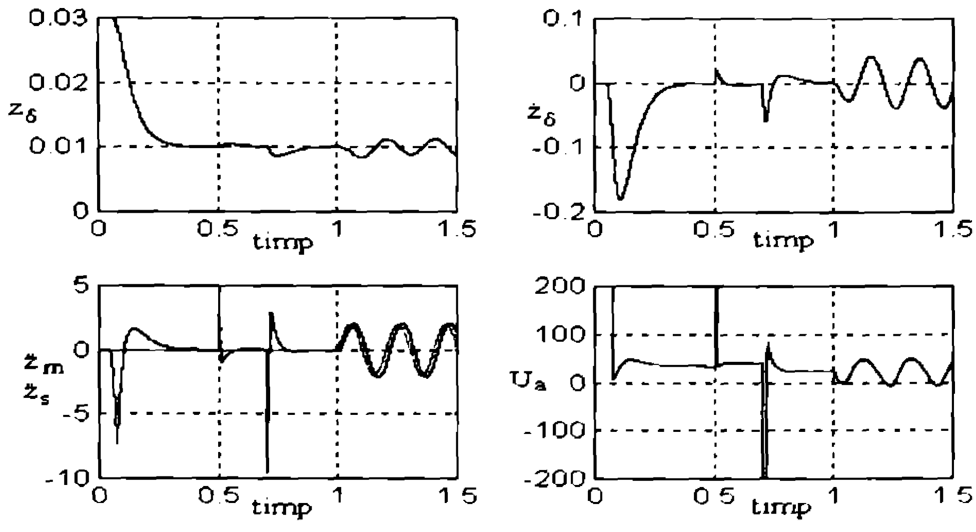
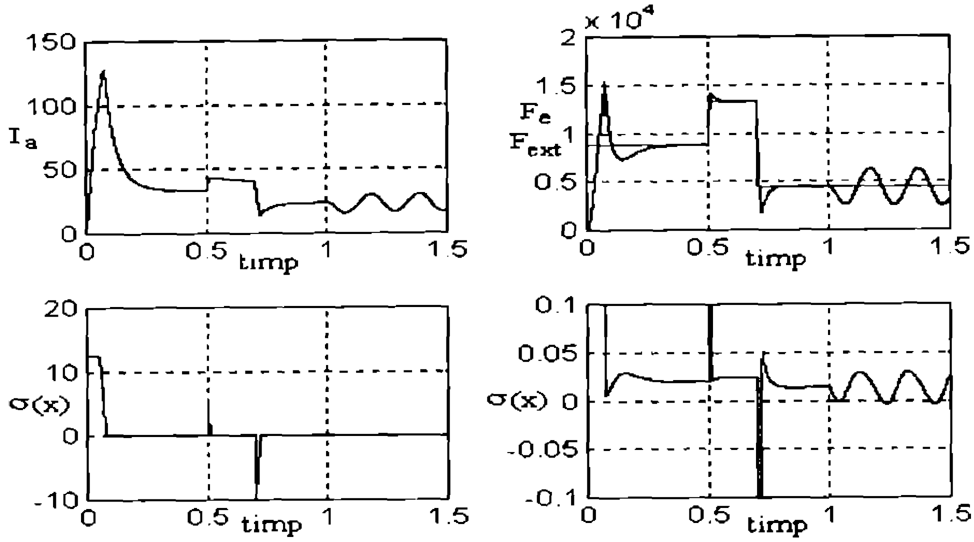


Figura 3.19. SRA cu structură variabilă, cu acțiune de tip proporțional în vecinătatea lui $\sigma(x)$=0



a) 1 - întrefierul, 2 - viteza, 3 - accelerația absolută și perturbatoare, 4 - tensiunea de comandă

BUPT



b) 1 - curentul, 2 - foţa electromagnetică şi forţa exterioară, 3,4 - funcţionala de stare

Figura 3.20. Răspunsul SRA cu acţiune de tip proporţional în vecinătatea lui $\sigma(x)=0$

3.3.3.2.5 Comandă cu structură variabilă cu compensator de stare în vecinătatea lui $\sigma(x,t)=0$

Ecuaţiile (3.57) sugerează şi posibilitatea utilizării în vecinătatea lui $\sigma(x)=0$ a unei legi de comandă după stare de forma

$$u_a = K_1 c_1 (z_\delta - z_{\delta_0}) + K_2 c_2 \dot{z}_\delta + K_3 \ddot{z}_m \tag{3.59}$$

Aceasta ar permite alocarea tuturor celor 3 poli ai polinomului caracteristic rezultant şi ar avea astfel avantajul posibilităţii impunerii unei dinamici mai rapide a sistemului în vecinătatea considerată.

$$s^3 - (a_{33} + K_3 b_3)s^2 - (a_{32} + c_2 K_2 b_3)s - (a_{31} + c_1 K_1 b_3) = 0 \tag{3.60}$$

Comanda (3.59) reprezintă de fapt o reglare după stare convenţională, utilizată însă numai în vecinătatea suprafeţei de comutaţie. În afara "tubului", comanda este de tip bipoziţional, funcţie de semnul funcţionalei de stare.

3.3.3.2.6 Comandă cu structură variabilă cu acţiune de tip PI în vecinătatea lui $\sigma(x,t)=0$

Indiferent de expresia comenzii, în vecinătatea lui $\sigma(x)=0$, fie de forma (3.36) sau de forma (3.59), faptul că funcţionala de stare are în regim staţionar o valoare nenulă se manifestă printr-o eroare de regim staţionar în întrefier. Acest dezavantaj se poate elimina prin introducerea în regulator a unui element integrator. Mai multe procedee s-au prezentat în literatura în acest scop. Din experienţa autorului, rezultatele cele mai bune însă le-a dat o comandă de forma (3.37), modificată din motive de independenţă a parametrilor în proiectare la:

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{pentru} \quad \sigma < -\varepsilon \\ \dfrac{K_R}{\varepsilon}\sigma(t) + \dfrac{1}{T_i}\displaystyle\int \sigma(t)dt & \text{pentru} \quad -\varepsilon < \sigma < \varepsilon \\ u_{min} & \text{pentru} \quad \sigma > \varepsilon \end{cases} \tag{3.61}$$

Sistemul în buclă închisă obținut cu acest tip de regulator este de ordinul 4, datorită termenului integrator din (3.60). Noua variabilă de stare este caracterizată de ecuația

$$\dot{z}_{\delta I} = z_{\delta}$$

modelul matematic intrare-stare-ieșire păstrându-și forma canonică controlabilă:

$$\begin{bmatrix} z_{\delta I} \\ z_{\delta} \\ \dot{z}_{\delta} \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ b_3 \dfrac{c_1}{T_i} & a_{31} + b_3\left(\dfrac{K_R}{\varepsilon} c_1 + \dfrac{c_2}{T_i}\right) & a_{32} + b_3\left(\dfrac{K_R}{\varepsilon} c_2 + \dfrac{1}{T_i}\right) & a_{32} + b_3 \dfrac{K_R}{\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\delta I} \\ z_{\delta} \\ \dot{z}_{\delta} \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ b_{v,31} & b_{v,32} & \dfrac{b_3}{T_i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \dot{F}_{ext} \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{3.62}$$

cu polinomul caracteristic

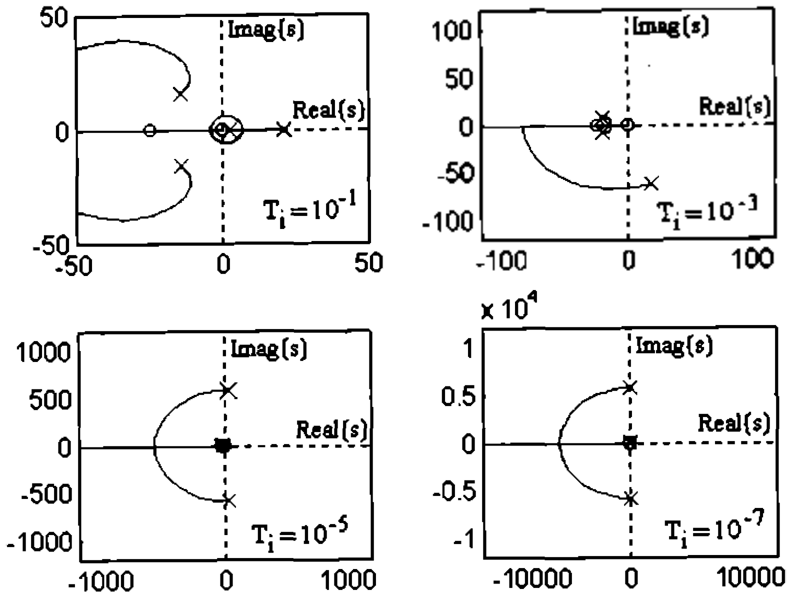
$$\mu(s) = s^4 - \left(a_{33} + b_3 \frac{K_R}{\varepsilon}\right) s^3 - \left[a_{32} + b_3\left(\frac{K_R}{\varepsilon} c_2 + \frac{1}{T_i}\right)\right] s^2 - \left[a_{31} + b_3\left(\frac{K_R}{\varepsilon} c_1 + \frac{c_2}{T_i}\right)\right] s - b_3 \frac{c_1}{T_i}. \tag{3.63}$$

Se observă introducerea unei noi mărimi perturbatoare în sistem, $\dot{z}_s$, cu atât mai pronunțat cu cât constanta de timp integratoare este mai mică. Eliminarea acestui tip de perturbație va face însă obiectul unui alt paragraf.

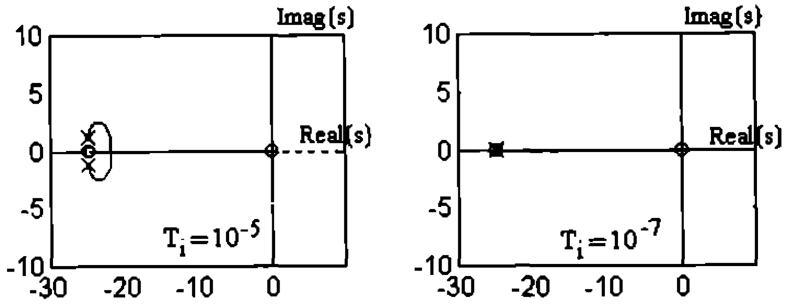
Rearanjând termenii polinomului caracteristic sub forma:

$$\left[s^4 - a_{33} s^3 - \left(a_{32} + b_3 \frac{1}{T_i}\right) s^2 - \left(a_{31} + b_3 \frac{c_2}{T_i}\right) - b_3 \frac{c_1}{T_i}\right] + \frac{K_R}{\varepsilon}\left[s^3 + c_2 s^2 + c_1 s\right] \tag{3.64}$$

se trasează, în figurile 3.21a locurile rădăcinilor în funcție de K_R/ε, cu T_i ca parametru, $T_i = \{10^{-1}, 10^{-3}, 10^{-5}, 10^{-7}\}$. In figurile 3.21b, sunt prezentate detalii în vecinătatea originii pentru ultimele două valori ale lui T_i.



a) LR în raport cu K_R/ε, cu T_i parametru



b) LR în raport cu K_R/ε, cu T_i (detalii)

Figura 3.21. LR în raport cu K_R/ε, cu T_i parametru

Atât relaţia (3.64) cât şi figurile 3.21 confirmă faptul că pentru K_R/ε=0, blocul nou introdus în elaborarea comenzii este pur integrator, având o pereche de poli ce se deplasează spre semiplanul real pozitiv pe măsură ce T_i creşte şi altă pereche care porneşte din semiplanul instabil al planului "s" şi pătrunde în porţiunea stabilă cu creşterea lui T_i, sistemul de reglare automată fiind instabil sau la limita de stabilitate. Pentru $K_R/\varepsilon \rightarrow \infty$, constanta de integrare nu mai are nici un efect în poziţionarea polilor, însă ei i se datorează un pol în origine. Un al doilea pol se deplasează la $-\infty$, rămânând un pol dublu, real, determinat prin proiectare de constantele funcţionalei de stare.

Se observă că pentru valori mici ale constantei de integrare şi valori nu foarte mari ale lui K_R/ε, se obţine o pereche de poli complex conjugaţi mult departaţi de origine, cealaltă perche de poli fiind tot complex conjugată, cu partea imaginară relativ mică (vezi de exemplu prima figură din 3.20b).

In acest sens, alegând K_R/ε=200 V/m·sec^{-2} şi T_i= 10^{-5} m/sec^{-1}V se obţin polii dominaţi (mult departaţi de origine) $p_{3,4}$= -311.33±j487.83 rad/sec şi polii dominanţi $p_{1,2}$= -24.92±j1.19 rad/sec. Se remarcă faptul ca polii dominanţi sunt foarte apropiaţi de cei determinaţi prin coeficienţii funcţionalei de stare.

Simularea sistemului de reglare automată rezultat s-a facut cu schema bloc din figura 3.22.

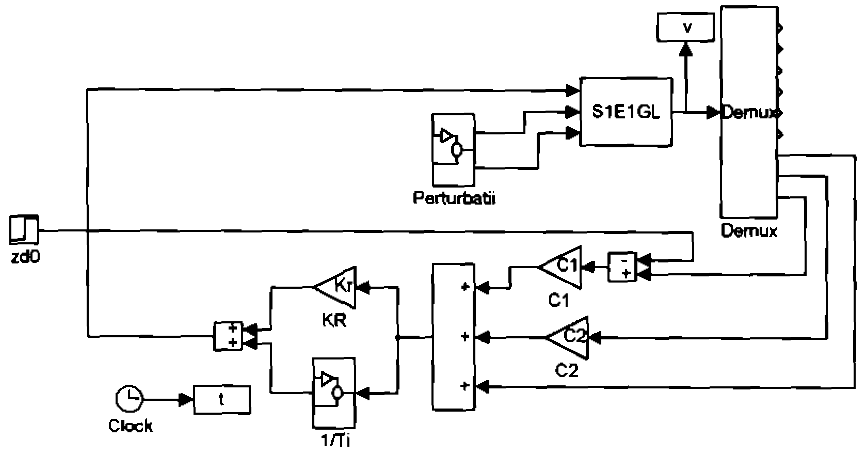


Figura 3.22. SRA cu acțiune de tip PI în vecinătatea lui $\sigma(x,t)=0$

Pentru evitarea saturării blocului integrator și a utilizării sale doar în situația în care $|\sigma(x)| \leq \varepsilon$, blocul notat $1/Ti$ în figură are structura:

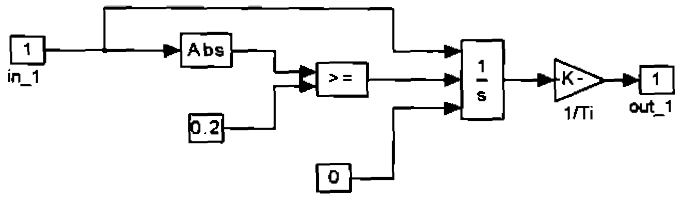


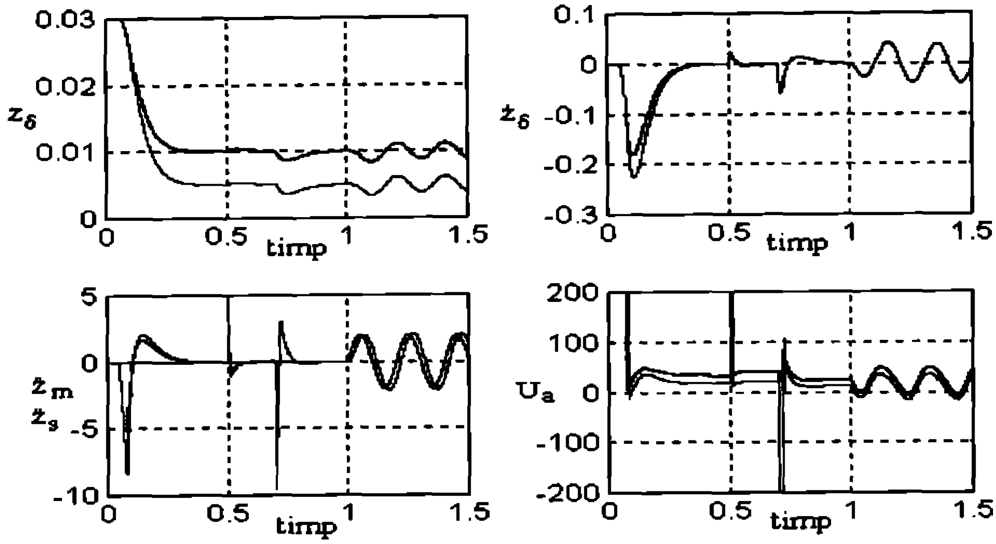
Figura 3.23. Detalierea blocului $1/T_i$

ε având în acest caz valoarea 0.2 m/sec^2 Atunci când a doua intrare a integratorului este diferită de zero, integratorul este resetat, la intrare aplicându-i-se valoarea de pe intrarea a 3-a (0). Așa cum s-a mai menționat, implementarea analogică a acestei scheme este dificilă, dar realizabilă prin utilizarea unor comutatoare analogice.

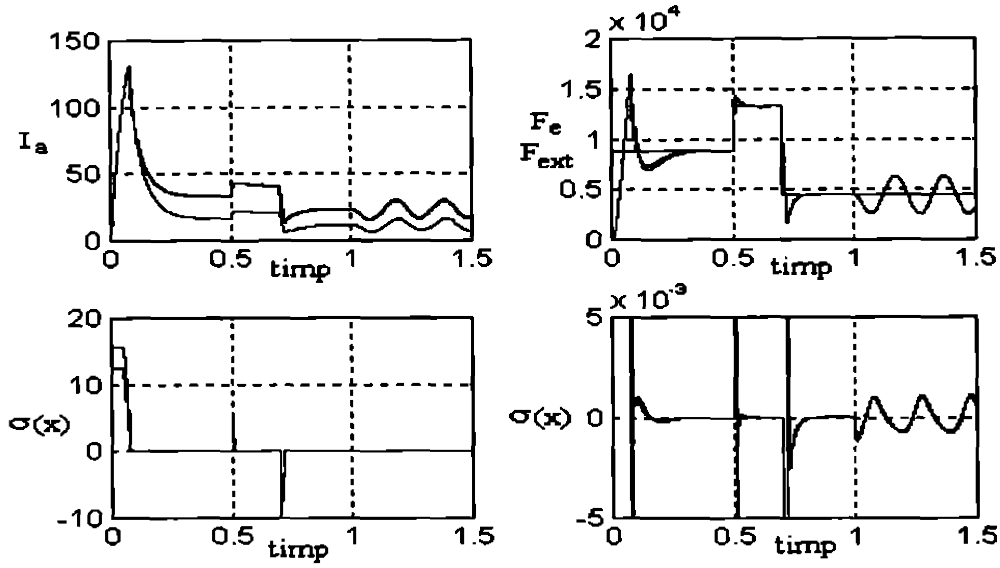
S-au simulat în condițiile acelorași perturbații ca cele din analiza precedentă, două cazuri de întrefier prescris: 10 mm și 5 mm, ultima fiind o situație deosebit de dificilă pentru regulator, în special în prezența perturbației de tip forță exterioară cu semn negativ. Rezultatele sunt redate în figurile 3.24

Prima constatare ar fi aceea că și la un întrefier prescris scăzut și în condițiile unor perturbații de amplitudine mare, sistemul de reglare se comportă excelent Față de cazul precedent are avantajul anulării funcționalei de stare, asigurând în acest mod funcționarea sistemului pe suprafața de comutație preconizată.

Prin utilizarea unei comenzi bipoziționale în afara "tubului" determinat de constanta K_R/ε, și a unei comenzi determinate de funcționala de stare prin filtrarea ei printr-un element de tip PI, s-a obținut un sistem de reglare funcționând în regim alunecător, cu toate proprietățile ce decurg din acest mod și cu avantajul elimininării oscilațiilor de frecvență ridicată datorate comutărilor în jurul suprafeței de comutație. Acest tip de comandă poate fi utilizată, așa cum se va discuta mai jos, și în cazul sistemelor discrete, din nou eliminând dezavantajele legate de comutațiile mult mai evidente și supărătoare, datorate pasului de discretizare.



a) 1 - întrefierul, 2 - viteza, 3 - accelerația absolută și perturbatoare, 4 - tensiunea de comandă



b) 1 - curentul, 2 - forțele electromagnetică și perturbatoare, 3,4 - funcționala de stare

Figura 3.24. Răspunsul SRA cu acțiune de tip PI în vecinătatea lui $\sigma(X)=0$

3.4 Rejecția perturbației $\ddot{z}_s$

In toate simulările efectuate până în acest punct, indiferent de tipul comenzii, oricât de energică ar fi fost ea, prezența accelerației perturbatoare s-a făcut remarcată într-un mod pronunțat. De altfel acest lucru a fost anticipat mai sus, având în vedere poziția acestei mărimi în modelul matematic al procesului.

Pentru rejecția acestui tip de perturbație se pot utiliza mai multe metode.

- Una din metode constă în construcția unui model exogen al perturbației și înglobarea acestuia în procesul extins. Acest aspect a fost analizat pe larg în capitolul 2. Sistemul extins obținut este de ordinul 5, astfel încât și numărul de termeni ai funcționalei de stare crește la 5 *și întreaga proiectare se complică din punct de vedere al calculelor destul de mult.*

- A doua metodă propusă în lucrarea de față, constă în utilizarea în locul variabilei de stare $\ddot{z}_m$ a variabilei $\ddot{z}_\delta$, ceea ce are ca efect eliminarea din modelul ecuațiilor de stare a perturbației $\ddot{z}_s$. Dezavantajul major al metodei este acela că mărimea $\ddot{z}_\delta$ nu este măsurabilă, astfel că va trebui estimată. De asemenea, dispariția lui $\ddot{z}_s$ din ecuațiile de stare nu înseamnă că acest tip de perturbație nu se mai manifestă. Ea se va regăsi cu siguranță în ecuațiile de ieșire ale procesului. Totuși, pentru a confirma faptul că un astfel de sistem rejectează perturbațiile de pe canalul de accelerație, s-a analizat și acest al doilea caz ale cărui rezultate se vor prezenta mai jos.

- A treia metodă propusă, pleacă de la modelul matematic (2.28). Reglarea se face de fapt în cascadă, cu o buclă interioară de curent, iar bucla exterioară este cu regulator cu structură variabilă. In felul acesta bucla exterioară, cu numai două variabile de stare, z_δ și $\dot{z}_\delta$, forțează sistemul într-un regim alunecător în care așa cum va rezulta, sunt rejectate ambele tipuri de perturbație: F_{ext} și $\ddot{z}_s$.

3.4.1 Eliminarea perturbației $\ddot{z}_s$ din ecuațiile de stare ale procesului, prin utilizarea variabilei de stare $\ddot{z}_\delta$

Simularea s-a făcut în condiții identice cu cele din ultimul caz analizat în paragraful 3.3. însă pentru procesul modelat cu $\ddot{z}_\delta$. In figurile 3.25 se prezintă diagramele obținute:

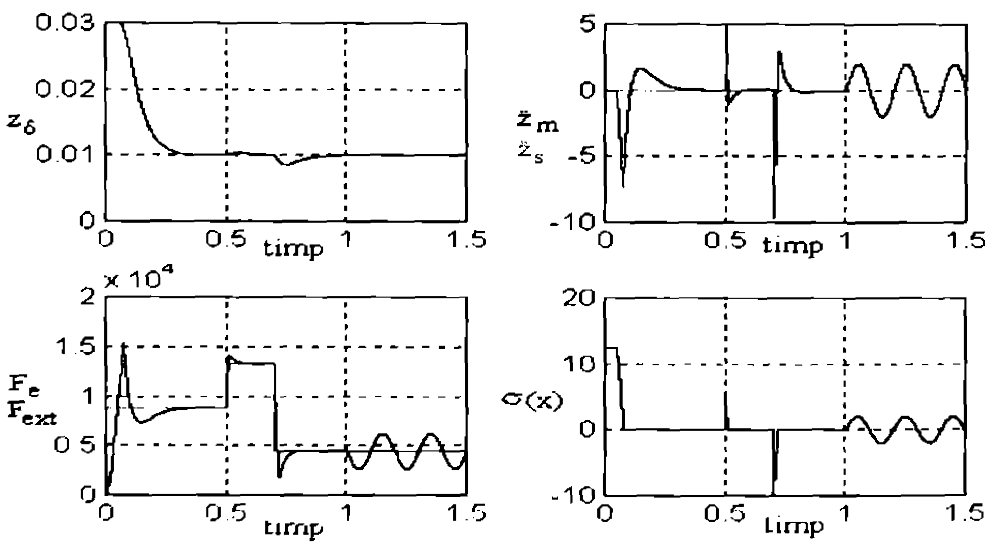


Figura 3.25. Eliminarea perturbației $\ddot{z}_s$ prin utilizarea variabilei de stare $\ddot{z}_\delta$

O primă observație care se impune este că accelerația $\ddot{z}_m$ urmărește perturbația întocmai păstrând astfel eroarea de întrefier nulă. Acest lucru este deranjant atunci când $\ddot{z}_s$ este produsă de cauze ce nu pot fi considerate perturbații: curbe sau modificări de nivel în cazul unui vehicul cu sustentație electomagnetică, modificarea dorită a poziției sculei în cazul unei mașini cu lagăre cu sustentație electromagnetică. Din fericire, aceste fenomene se manifestă prin variații de frecvență coborâtă ale lui $\ddot{z}_s$, astfel încât introducerea în regulator a mărimii $\ddot{z}_\delta$ printr-un filtru trece sus rezolvă această problemă.

Se constată apoi o rejecție excelentă a perturbației din întrefier, variațiile acestuia sub acțiunea ei fiind nesemnificative. In diagrama funcționalei de stare se poate observa de data aceasta efectul de compensare a accelerației perturbatoare, lucru care nu se întâmplă atunci când variabila de stare este $\ddot{z}_m$

In concluzie, dacă variabila $\ddot{z}_\delta$ poate fi măsurată sau estimată, metoda poate fi aplicată cu succes.

3.4.2 Sistem de reglare în cascadă cu buclă interioară de curent

Analizând ecuațiile de stare (2.28) și (2.30) se observă că amândouă se abat de la forma canonică controlabilă, recomandată în cazul reglării cu funcționarea în regim alunecător. În paragrafele anterioare, prin utilizarea modelului (2.30), perturbațiile de tip forță exterioară au fost eliminate implicit prin metoda de reglare, în schimb accelerația perturbatoare se manifestă în continuare în mărimile de ieșire. Modelul (2.28) are "poziționate" perturbațiile pe o singură linie a ecuațiilor de stare, matricea sistemului nefiind însă de formă controlabilă. Se observă că dacă în acest model se utilizează o buclă interioară de curent, mult mai rapidă decât variațiile de întrefier, astfel încât răspunsul în curent să poată fi aproximat la frecvențe joase ca având funcția de transfer:

$$H_I(s) = \frac{i_a(s)}{i_a^*(s)} = K_I \quad , \tag{3.65}$$

în care i_a^* este referința de curent, atunci modelul procesului cu buclă interioară de curent se reduce la:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21}^1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_{23}^1 \end{bmatrix} i_a^* + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{v,21}^1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{3.66}$$

de formă canonică controlabilă. Proiectarea unui regulator cu structură variabilă funcționând în regim alunecător, va elimina de această dată ambele perturbații.

Prima problemă este aceea a proiectării buclei interioare de curent, buclă care trebuie să compenseze constanta de timp a electromagnetului, variabilă și mare în special la întrefieruri mici.

Recurgând la regulatorul de curent bipozițional, utilizat într-unul din cazurile analizate anterior (vezi figura 3.9), și ținând seama de caracterul proporțional-anticipativ al acestuia aplicat unui proces cu funcția de transfer de tip PT1 [D7], se estimează că în acest fel s-ar putea obține pentru bucla interioară de curent o funcție de transfer de tipul (3.65). Teoretic se poate obține un răspuns oricât de rapid în curent. Practic însă, viteza de variație a curentului este limitată energetic, mai exact de valoarea maximă a tensiunii de care se dispune. Astfel, la un semnal treaptă al prescrierii de curent, acesta crește după legea.

$$i_a(t) = i_a(\infty) + \left(i_a(0) - i_a(\infty)\right)\exp\left(-\frac{t}{T(z_\delta)}\right) = \frac{U_{a,\max}}{R} + \left(i_a(0) - \frac{U_{a,\max}}{R}\right)\exp\left(-\frac{t}{T(z_\delta)}\right) \tag{3.67}$$

în care R este rezistența înfășurării iar $T(z_\delta) = L(z_\delta)/R$ este constanta de timp a electromagnetului. Dacă se consideră un caz defavorabil în care inductanța are o valoare constantă mare (cea de la 5 mm) și se dorște ca răspunsul în curent să fie mult mai rapid decât răspunsul sistemului mecanic, pentru o treapta de curent de la 0 la 100 A se obține:

$$U_{a,max} = R\frac{i_a(t_f) - i_a(0)\exp\left(-\frac{t_f}{T(z_{\delta 0})}\right)}{1-\exp\left(-\frac{t_f}{T(z_{\delta 0})}\right)} \tag{3.68}$$

Dacă banda de frecvenţă a sistemului în buclă închisă este limitată la 25 rad/sec, alegând t_f=2π/150 sec = 0.0419 sec, se obţine $U_{a,max}$=847.78 V şi se alege $U_{a,max}$=850 V.

Obţinerea unui răspuns convenabil de rapid poate să conducă la relaţii de proiectare atât pentru tensiunea de alimentare cât şi pentru dimensiunile mecanice şi electromagnetice ale intregului sistem (rezistenţa electrică, inductanţa etc.).

In figura 3.26 se prezintă schema bloc cu care bucla de curent a fost testată: referinţa de curent este limitată la $U_{a,max}/R$ superior şi la 0 inferior, curenţi negativi neputând exista într-un chopper într-unul sau două cadrane. De asemenea un curent negativ nici nu este de dorit având în vedere proporţionalitate forţei cu pătratul curentului. Elementul bipoziţional este fără histerezis şi limitat la $U_{a,max}$ şi $-U_{a,max}$. In fine, curentul se calculează din flux considerând o inductanţă constantă la z_{δ_0}=5 mm. Implementarea acestei bucle se va discuta în detaliu în capitolul 5, menţionându-se deocamdată că implementarea se va face analogic, utilizând circuite integrate specializate.

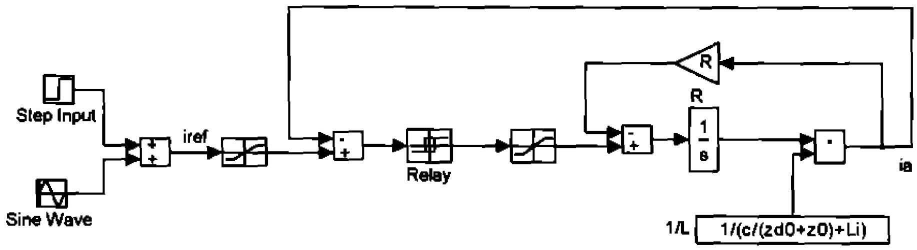


Figura 3.26. Simularea buclei interioare analogice de curent

S-au făcut două simulări: una la o frecvenţă de 250 Hz, rezultată ca o margine superioară la care răspunsul curentului se mai poate aproxima cu un răspuns propoţional, şi una la marginea benzii de frecvenţă a sistemului mecanic, 25 rad/sec. Acestea sunt prezentate în figurile 3.27:

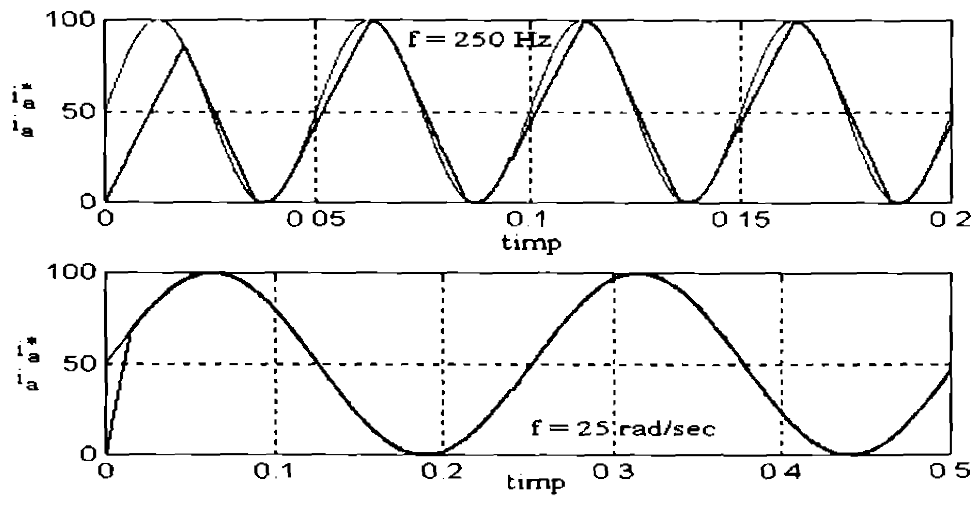


Figura 3.27. Răspunsul buclei analogice de curent

Dacă la frecvența ridicată curentul nu poate urmări exact variațiile rapide ale referinței, la frecvența de lucru maximă referința și mărimea de ieșire sunt identice. *In concluzie, regulatorul de curent conferă buclei interioare proprietățile unui element proporțional.*

In continuare, proiectarea sistemului de reglare automată a SIEIGL se face utilizând modelul simplificat (3.66).

Pentru un sistem de forma (3.66), funcționala de stare va avea forma:

$$\sigma(t,x) = c\left(z_\delta - z_{\delta_0}\right) + \dot{z}_\delta \tag{3.69}$$

Odată ajuns sistemul pe dreapta de comutație, evoluția stării lui va fi descrisă de ecuația:

$$z_\delta(t) = z_{\delta_0}\left(1 - \exp(-ct)\right) \tag{3.70}$$

Utilizând rezultatele paragrafului anterior, pentru eliminarea oscilațiilor în jurul punctului țintă, cu păstrarea erorii de regim staționar nule, se alege o comandă de forma:

$$i_\delta^* = \begin{cases} \dfrac{u_{max}}{\mathrm{R}} & \text{pentru} \quad \sigma < -\varepsilon \\ \dfrac{K_R}{\varepsilon}\sigma(t) + \dfrac{1}{T_i}\int \sigma(t)dt & \text{pentru} \quad -\varepsilon < \sigma < \varepsilon \\ 0 & \text{pentru} \quad \sigma > \varepsilon \end{cases} \tag{3.71}$$

astfel încât, ajuns pe suprafața de comutație, sistemul de reglare este descris de ecuațiile de stare:

$$\begin{bmatrix} z_{\delta I} \\ z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{23}^1 \dfrac{c}{T_i} & a_{23}^1\left(\dfrac{K_R}{\varepsilon}c + \dfrac{1}{T_i}\right) + a_{21}^1 & a_{23}^1 \dfrac{K_R}{\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\delta I} \\ z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_{v,21}^1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{3.72}$$

cu $\dot{z}_{\delta I} = z_\delta$ variabila de stare suplimentară introdusă de componenta integratoare din (3.71). Alegând c=25 rad/sec, adică o bandă de frecvență ca și în cazul precendent, și procedând similar studiului anterior, se poate trasa locul rădăcinilor sistemului (3.72) în raport cu K_R/ε pentru T_i=5·10^{-3}sec. Polinomul cxaracteristic este:

$$\mu(s) = \left[s^3 - \left(\frac{a_{23}^1}{T_i} + a_{21}^1\right)s - a_{23}^1\frac{c}{T_i}\right] - \frac{K_R}{\varepsilon}a_{23}^1\left(s^2 + cs\right)$$

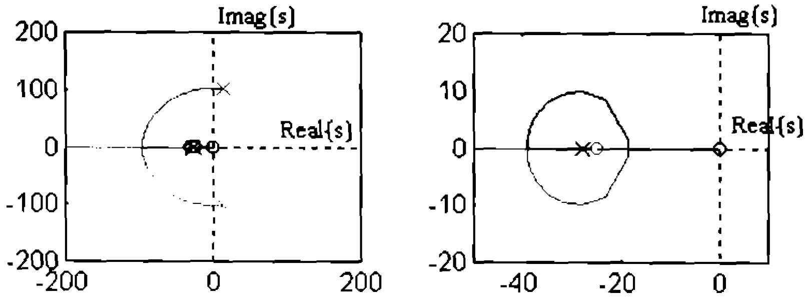


Figura 3.28. LR în raport cu K_R/ε pentru T_i=5·10^{-5}sec

A doua diagramă a figurii 3.27 prezintă un detaliu al locului rădăcinilor. Se observă că există o plajă destul de largă a lui K_R/ε în care sistemul în buclă închisă are un pol mult depărtat de origine şi doi poli dominanţi în jurul intervalul de pulsaţie de la -20 la -40 rad/sec.

Alegând K_R/ε =750 se obţin polii sistemului în regim alunecător: p_1=-388.89 rad/sec şi $p_{2,3}$=-25.77±j9.53 rad/sec.

Schema bloc a sistemului de reglare cu structură variabilă propus este următoarea:

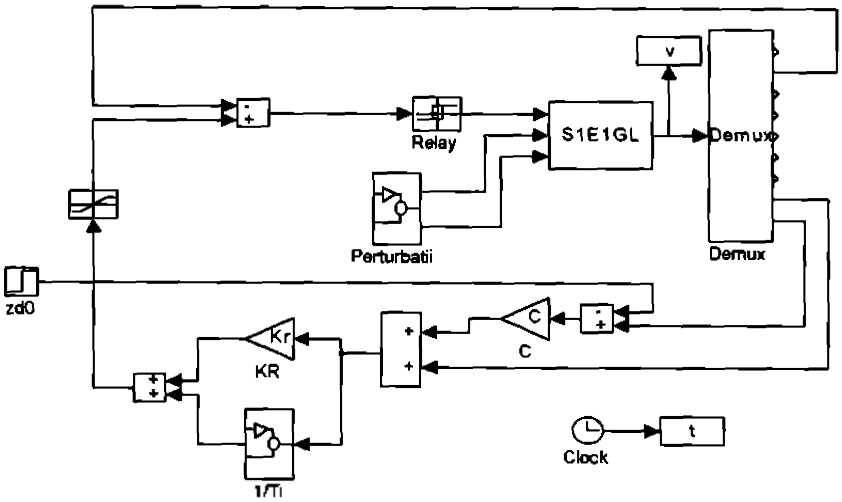
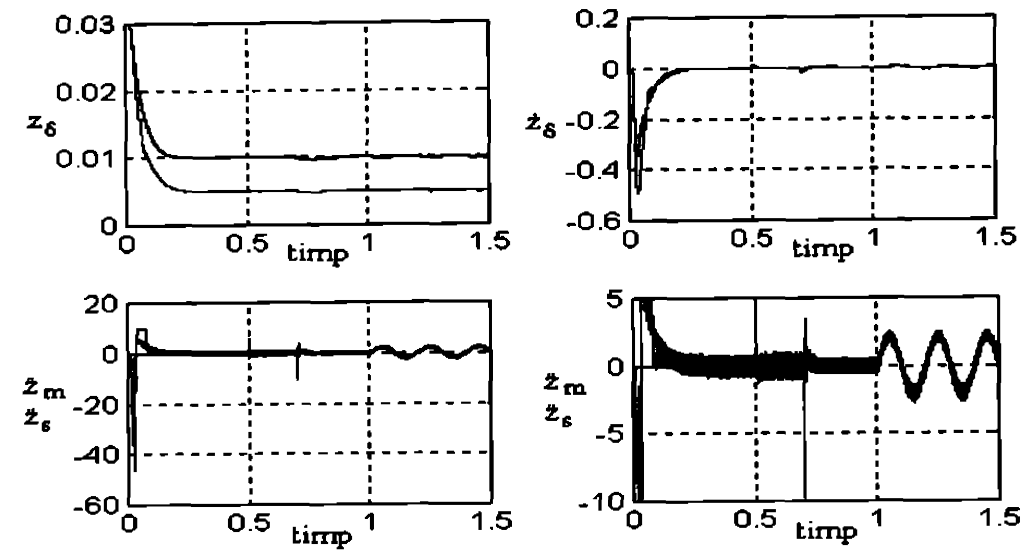


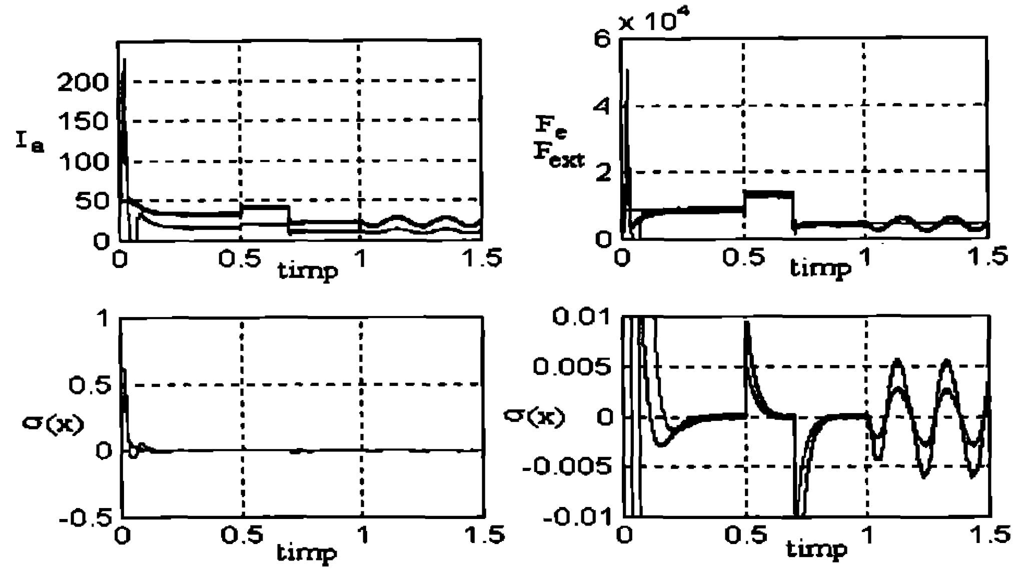
Figura 3.29. SRA cu structură variabilă şi buclă interioară de curent

S-au simulat două situaţii: prescriere la 10 mm şi prescriere la 5 mm, în aceleaşi condiţii ale mărimilor perturbatoare. Figurile 3.30 prezintă rezultatele.

Din diagrama întrefierului se poate constata că, respectând datele de proiectare din funcţionala de stare, timpul de răspuns al sistemului este de aproximativ 0.2 sec. Rejectarea perturbaţiilor este excelentă, micile variaţii datorate atât forţei exterioare cât şi a acceleraţiei perturbatoare se datorează răspunsului finit al curentului. In cele două diagrame din partea de jos a figurii 3.29a sunt prezentate acceleraţiile pentru cele două cazuri şi acceleraţia perturbatoare (pe întreaga plajă de variaţie şi detaliu). Aceasta din urma este urmarită strict de $\ddot{z}_m$, rezultând în rejecţia ei.



a) 1 - întrefierul, 2 - viteza, 3, 4(detaliu) - accelerația absolută și accelerația perturbatoare



b) 1 - curentul, 2 - forța electromagnetică și forța perturbatoare, 3, 4(detaliu) - funcționala de stare

Figura 3.30. Răspunsul SRA cu structură variabilă și buclă interioară de curent

In figurile 3.30b se pot remarca răspunsurile energice ale curentului și forței electromagnetice, precum și funcționala de stare în întregul interval și în detaliu.

Atât în curent, cât și în forța electromagnetică și accelerație se pot observa oscilațiile de înaltă frecvență datorate regulatorului de curent. Ele sunt însă în limite acceptabile, noile tipuri de semiconductoare de putere (IGBT-uri și tranzistoare MOS de putere) putând funcționa la aceste frecvențe.

Pentru a demonstra faptul că performanțele obținute se datorează modului de tratare separată a curentului în bucla de curent și nu doar creșterii tensiunii de alimentare la 850V, s-a simulat cu aceeași tensiune și sistemul din figura 3.22, cu funcționala de stare de ordinul 2. Rezultatele sunt redate în figurile

3.31. Se observă că rezultatele sunt similare cu cele din figurile 3.24, cu un răspuns ceva mai bun în raport cu forța exterioară dar în continuare fără ca sistemul să fie capabil de a rejecta accelerația perturbatoare.

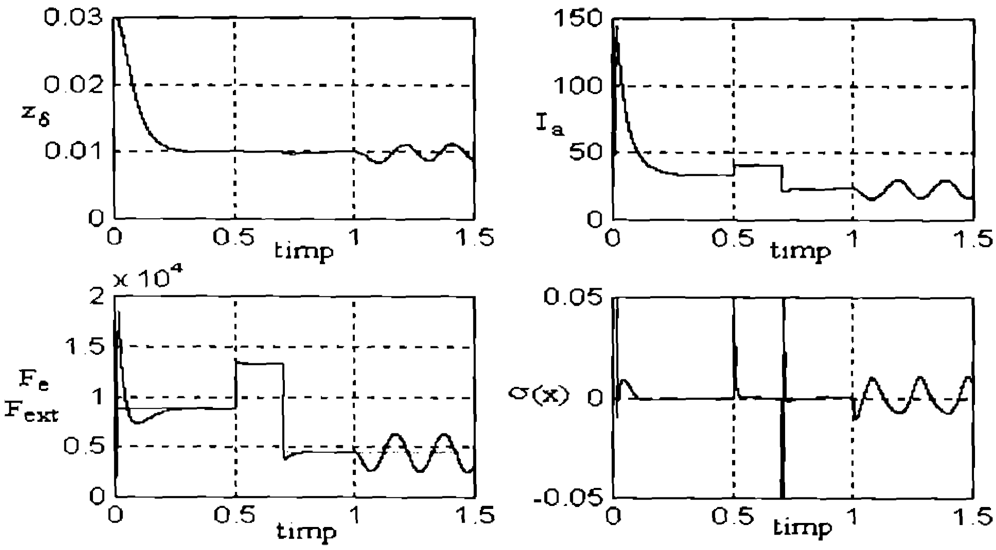


Figura 3.31. Răspunsul SRA fără buclă interioară de curent și tensiune de alimentare mărită

3.5 Concluzii asupra reglării în domeniul contiual a S1E1GL

O analiză a rezultatelor obținute în paragrafele precedente permite desprinderea următoarelor concluzii:

1. Reglarea după stare, cu proiectare prin alocare de poli sau pe baza regulatorului linear pătratic conduce la rezultate diferite în funcție de vectorul de stare ales.
   - Alegerea accelerației absolute ca variabilă de stare reduce acțiunea perturbațiilor în măsură mai mare ca în celelate două cazuri (curent sau flux).
   - Utilizarea curentului ca variabilă de stare are ca rezultat un răspuns mai rapid, necesitând variații mai mici ale tensiunii de alimentare, sistemul putând lucra cu choppere într-un singur cadran.
   - Fluxul, ca variabilă de stare, conferă sistemului o comportare uniformă pe o plajă largă de variație a întrefierului.
2. In toate trei situațiile, pentru performanțe acceptabile se recomandă utilizarea unui element de execuție (chopper) în două cadrane care permite o stingere mai rapidă a curentului și implicit a forței în electromagnet.
3. Rezultate mult îmbunătățite se pot obține prin introducerea unei bucle interioare de curent cu caracter de tip PD, prin utilizarea unui regulator bipozițional. Pentru controlul frecvenței maxime de comutație a elementelor de putere din elementul de execuție se utilizează un element bipozițional cu histerezis.
4. Coroborând rezultatele de până aici se estimează că utilizarea unui regulator cu structură variabilă poate îngloba avantajele și elimina parte din dezavantajele observate în reglarea după stare.
5. Pentru proiectarea regulatorului cu structură variabilă funcționând în regim alunecător se utilizează modelul cu variabilă de stare accelerația absolută, datorită formei cvasi-controlabile pe care o are. Pentru eliminarea oscilațiilor de înaltă frecvență în jurul punctului de regim staționar, proprii reglării cu structură variabilă, și totodată pentru menținerea erorii de regim staționar nulă, se introduce un element de tip PI pe funcționala de stare. Performanțele de reglare sunt excelente, consecvente pe un domeniu larg de variație a întrefierului. Sistemul de reglare elimină aproape în totalitate perturbațiile de tip forță exterioară dar nu are suficient efect asupra accelerației perturbatoare.

6. Dacă se poate măsura sau estima accelerația relativă $\ddot{z}_\delta$, atunci problema accelerației perturbatoare este rezolvată.
7. Pentru eliminarea tuturor perturbațiilor atunci când nu se poate măsura sau estima accelerația relativă se introduce o buclă interioară de curent, mult mai rapidă decât sistemul mecanic, reducând sistemul rezultat la unul de ordinul doi. Regulatorul de curent este realizat cu un element bipozițional fără histerezis și are un caracter proporțional-anticipativ. Proiectând pentru sistemul rezultat un regulator cu structură variabilă funcționând în regim alunecător, cu element de tip PI pe funcționala de stare se obține un sistem de reglare deosebit de robust, din punctele de vedere ale: punctului de funcționare, al variației parametrilor procesului și al eliminării perturbațiilor de tip forță exterioară și de tip accelerație perturbatoare.

Intr-o implementare analogică, chiar și utilizând regulatoare cu structură variabilă, realizarea fizică a regulatorului astfel încât să țină cont de cât mai multe situații posibile (în sensul unei reglări adaptive) este destul de dificilă și de cele mai mult ori nepractică. Una din neliniaritățile de care de multe ori nu se ține cont în proiectare și care se manifestă frecvent este *limitarea energetică*, manifestată prin saturarea elementului de execuție la mărimi de comandă de amplitudine mare. In toate cazurile analizate până acum, banda de frecvență a sistemului în buclă închisă a fost aleasă astfel încât răspunsul să fie "unic" determinat de constantele c_i din funcționala de stare, proiectarea făcându-se pentru cazul cel mai defavorabil.

Adaptarea parametrilor regulatorului cu structură variabilă în funcție de situația concretă ar permite obținerea unor performanțe sporite. Pentru exemplificare se prezintă în figura 3.32 traiectorii ale SIEIGL în planul $(z_\delta, \dot{z}_\delta)$, în buclă deschisă pentru tensiunea de alimentare a electromagnetului la cele două extreme (-200V si 200V) și pentru diferite forțe exterioare. Astfel, aplicând sistemului tensiunea maximă (accelerând) la intrefieruri de 30 , 20 și 10 mm și forțe exterioare 0, 3/4Mg și -3/4Mg se obțin curbele trasate cu roșu, verde și galben. Se observă că odată accelerat, traiectoria nu depinde seminificativ de mărimea forței exterioare. In schimb dacă se dorește decelerarea sistemului, astfel încât să treacă prin origine (curbele trasate cu albastru), efectul mărimii forței exterioare este semnificativ. Observația este deosebit de importantă: pornind de la un întrefier de 20 mm, forța exterioară fiind nulă, sistemul poate fi accelerat cel mult până în punctul A, când comanda trebuie să comute la -200V. Dacă se depășește acest punct, nu se mai poate atinge originea fără suprareglaj. Cu cât se întârzie mai mult cu atât suprareglajul va fi mai mare. Similar, în prezența unei forțe exterioare -3/4Mg care ajută decelerarea, sistemul poate fi accelerat mai mult, până în punctul B, iar în prezența forței perturbatoare 3/4Mg, accelerarea este permisă doar pînă în punctul C.

Utilizarea unei singure curbe de comutație, așa cum s-a făcut în proiectare până acum trebuie să țină cont de situația cea mai nefavorabilă, trebuind aleasă curba $\sigma_1(x)$, când, probabil, răspunsul ar fi putut fi mult mai rapid. Chiar și dacă n-ar exista forțe perturbatoare, utilizarea unei curbe de comutație constante ar duce la $\sigma_2(x)$ care ar putea avea alt aspect la un întrefier de start diferit. O curbă adaptivă $\sigma_a(x)$ pare să dea rezultate mult mai bune.

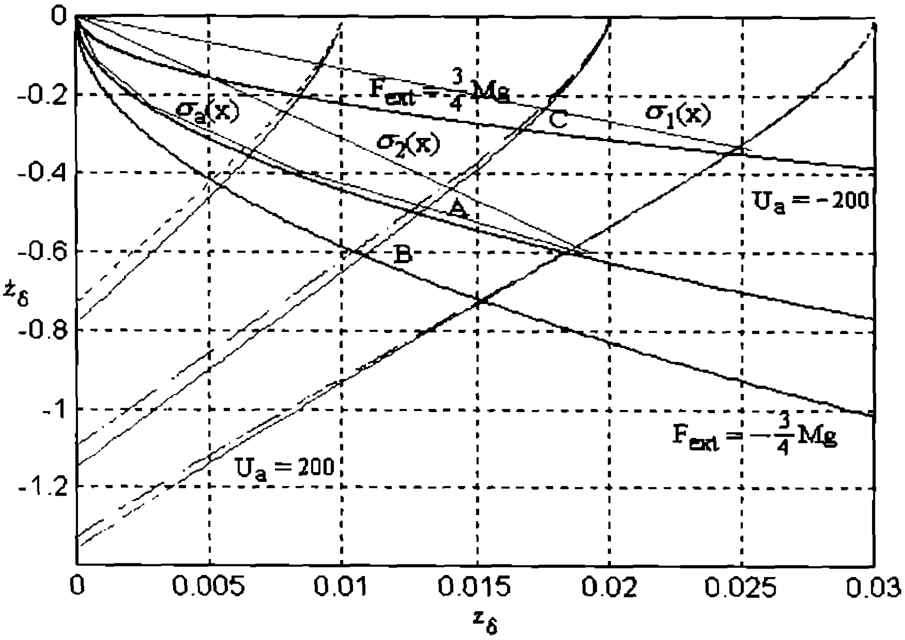


Figura 3.32. Curbe limită pentru S1E1GL

3.6 Reglarea numerică a S1E1GL

Implementarea numerică a sistemelor de reglare automată prezintă avantaje certe asupra implementărilor analogice. Marele lor avantaj este flexibilitatea pe care o permit, iar marele lor dezavantaj este viteza de calcul limitată. Acest dezavantaj poate fi minimizat prin alegerea judicioasă a perioadei de eşantionare, din care împreună cu complexitatea algoritmului de reglare decurge apoi alegerea unui echipament de calcul adecvat. In cele ce uremază se discută condiţiile pentru implementarea digitală a unor algoritme analizate în paragrafele precedente, iar în continuare algoritme noi, cu parametrii de reglare adaptivi.

Dacă în varianta continuală toate simulările au fost făcute pentru un electromagnet cu forţa portantă mare, cazul vehiculului cu sustentaţie electromagnetică, *în cele ce urmează analiza se va face pentru electromagnetul utilizat în cadrul modelului de laborator descris în paragraful 2.2.4 şi ai cărui parametrii au fost discutaţi în anexa A2.1.* Având în vedere condiţiile impuse de o buclă interioară de curent asupra tensiunii de alimentare a electromagnetului, deduse în paragraful 3.4.2, se doreşte de la început determinarea limitei inferioare a lui $u_{a,max}$. Pentru aceasta, plecând de la analiza benzii de pulsaţii a S1E1GL cu forţă portantă redusă din anexa A2.5 se impune pentru sistemul de reglare a acestuia o bandă de pulsaţii limitată la 100 rad/sec. Alegând $T(z_\delta)$= 0.079 sec (un caz defavorabil la 0.5 mm) şi t_f =2π/1000 sec, apoi impunând sistemului să poată răspunde la forţe exterioare de 20 daN la 3 mm, rezultă un curent $i_a(t_f)$=16.28 A. In fine, utilizând relaţia (3.68) se obţine $U_{a,max}$ =80.7275 V. Din motive practice se alege $U_{a,max}$ = 170 V.

Observatie: In determinarea lui $U_{a,max}$ trebuie avut grijă ca într-o funcţionare normală, adică la un curent mult mai mic decât cel rezultat mai sus, factorul de umplere să nu fie exagerat de mic, altfel rezoluţia necesară obţinerii lui devine inacceptabilă din punct de vedere practic. In cazul considerat, în absenţa forţei exterioare şi la un întrefier nominal de 1.5 mm tensiunea medie pe electromagnet trebuie să fie de .9274V, adică un factor de umplere de 0.9274V/170V=.55%, încă realizabil într-o construcţie analogică a regulatorului de curent.

Se analizează în continuare situația reglării numerice a S1E1GL funcționând în regim alunecător cu element de tip PI pe ieșire, bazat pe vectorul de ieșire $y^T = \begin{bmatrix} z_\delta & \dot{z}_\delta & \ddot{z}_m \end{bmatrix}$ și situația reglării numerice a S1E1GL funcționând în regim alunecător cu buclă analogică de curent, cu element de tip PI pe ieșire și vector de ieșire $y^T = \begin{bmatrix} z_\delta & \dot{z}_\delta \end{bmatrix}$.

3.6.1 Reglarea numerică a S1E1GL funcționînd în regim alunecător, cu element PI la ieșire

Schema bloc a sistemului de reglare a S1E1GL considerată este următoarea:

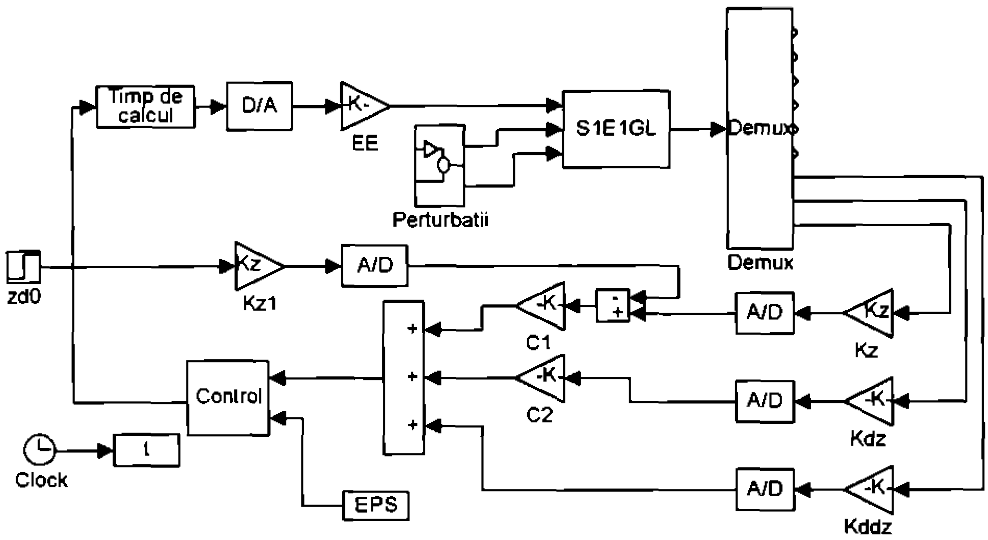


Figura 3.33. Schema bloc a SRA discret

Pentru o simulare cât mai corectă a situației reale s-au luat în considerare traductoarele de întrefier, viteză și accelerație, coeficientul de transfer al elementului de execuție, cât și amplificările introduse de convertorul analog-numeric și numeric-analogic. Astfel, considerând că la intrarea convertorului numeric analogic se aplică semnale între 0 și 5 V, în urma calculului coeficientului de transfer al traductoarelor și a deplasărilor de nivel necesare s-au obținut Kz=1666.7 V/m, Kdz=16.67 V/m·sec^{-1} și Kddz=0.125 V/ m·sec^{-2}. Banda de frecvență a traductoarelor s-a considerat suficient de largă pentru a putea aproxima traductoarele cu elemente proporționale.

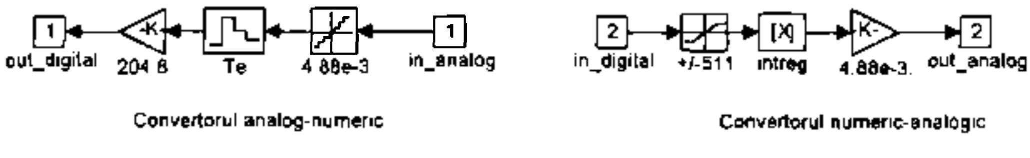


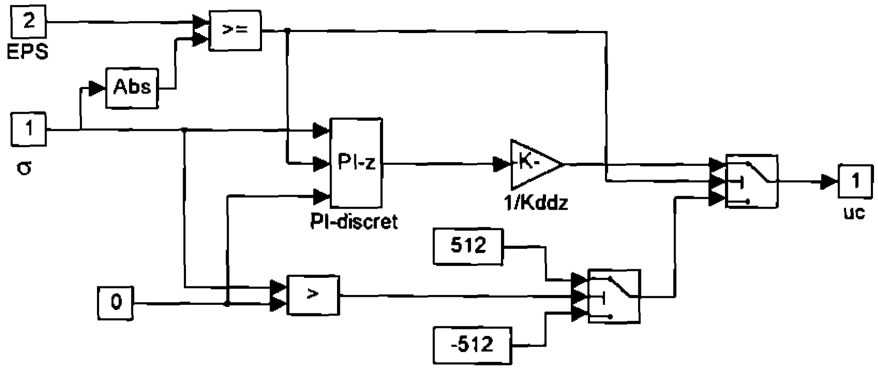
Figura 3.34. Implementarea în SIMULINK a CAN și CNA

Ambele convertoare sunt pe 10 bit, cuanta la achiziție fiind 5/1024=4.88 mV/bit. Achiziția este făcută la fiecare perioadă de eșantionare T_e și amplificarea CAN-ului este 204.8 bit/V. Convertorul numeric-analogic limitează rezultatul calculelor la ±511 bit și cum lucrează cu numere întregi, se ia doar partea întreaga a rezultatului (blocul [X]). Amplificarea CNA-ului este 4.88 mV/bit.

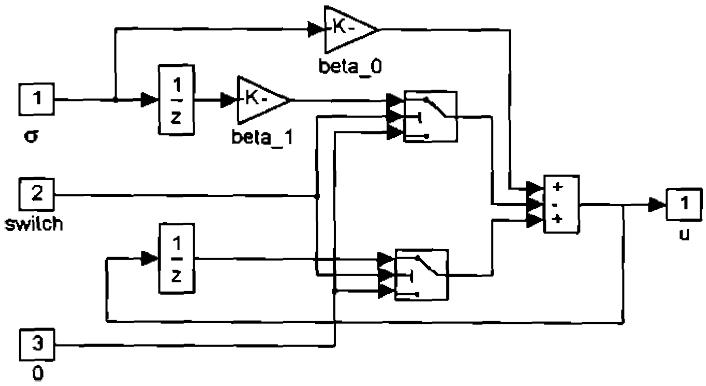
Durata calculelor din momentul achiziției și până la furnizarea comenzii s-a luat în considerare prin blocul de întârziere pură "Timp de calcul" și în cele ce urmează se va nota cu T_d.

Elementul de execuție trebuie să aplice $u_{a,max}$ pentru 5V la intrare, având amplificarea 34 V/V.

Blocul "Control" implementează algoritmul (3.38) cu condițiile (3.40). In figura 3.35a este prezentată schema bloc a "Control"-ului, iar în figura 3.34b este explicitat blocul "PI-discret". Se observă că în funcție de semnul intrării 1 (funcționala de stare) se selectează între valorile extreme +512 sau -512, iar în urma comparării funcționalei de stare cu un prag impus (EPS) se selectează între ieșirea elementului de tip PI sau una din valorile extreme. Atâta timp cât modulul funcționalei de stare este mai mare ca EPS (figura 3.35b) uc_{k-1} și σ_{k-1} sunt forțate la zero.



a) Blocul "Control"



c) Blocul "PI-discret"

Figura 3.35

Proiectarea acestui sistem de reglare presupune alegerea a 5 parametrii:

- perioada de eșantionare T_e și durata calculului algoritmului de reglare T_d - valori care afectează ecuațiile discretizate ale procesului,
- K_r și T_i, coeficientul de transfer și constanta de timp de integrare - valori care determină elementul de tip PI și deci proprietățile de menținere a sistemului pe curba de comutație,
- ε (EPS în schema bloc) - valoare ce determină lărgimea "tubului".

Perioada de eșantionare se alege astfel încât să se respecte *condiția practică* a teoremei eșantionării, adică de cel puțin 10 ori mai mică decât cea mai mică constantă de timp a procesului. Trebuie ţinut cont, de asemenea, că în cazul unui regulator cu structură variabilă, datorită amplificărilor de valori foarte mari, pentru anumite situaţii mărimile în proces pot avea viteze de variaţie mari, comanda neputând reacţiona la alegerea unei perioade de eşantionare la limita superioară, în timp util.

Timpul de întârziere de calcul depinde de complexitatea algoritmului de reglare şi de viteza echipamentului de calcul de care se dispune. Este o mărime care se va determina în urma simulărilor şi a evaluării calculelor necesare. In urma acestei operaţii se va putea selecta hardware-ul necesar implementării practice.
Proiectarea parametrilor elementului de tip PI se face ca şi în cazul continual, plecând de la forma discretă a polinomului caracteristic (3.63). Determinarea acestuia se face cu ajutorul schemei bloc informaţionale:

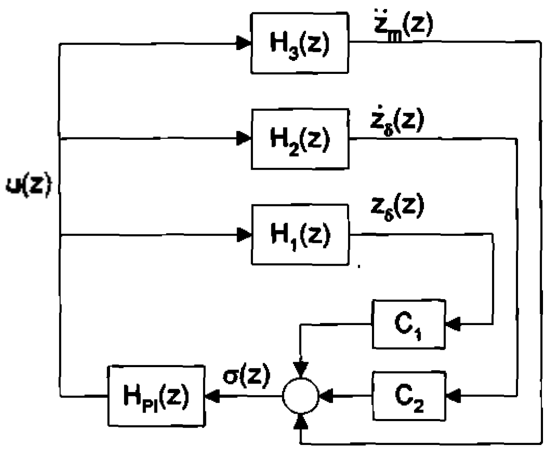


Figura 3.36. Schema bloc a SRA discret in domeiul "z"

Prin discretizarea sistemului (2.30) ca realizare invariantă la semnal treaptă se pot scrie funcţiile de transfer:

$$H_1(z)=\frac{z_\delta(z)}{u_a(z)}=\frac{n_1(z)}{\mu_0(z)},\quad H_2(z)=\frac{\dot{z}_\delta(z)}{u_a(z)}=\frac{n_2(z)}{\mu_0(z)},\quad H_3(z)=\frac{\ddot{z}_m(z)}{u_a(z)}=\frac{n_3(z)}{\mu_0(z)} \qquad (3.73)$$

Pentru elementul PI se poate scrie:

$$H_{PI}(z)=\frac{u_a(z)}{\sigma(z)}=\frac{\beta_0 z-\beta_1}{z-1} \quad \text{cu} \quad \beta_0=K_r+\frac{T_e}{2T_i} \quad \text{şi} \quad \beta_1=K_r-\frac{T_e}{2T_i} \qquad (3.74)$$

In buclă închisă polinomul caracteristic al sistemului de reglare este numărătorul expresiei:

$$1-H_{PI}(z)\left[c_1H_1(z)+c_2H_2(z)+H_3(z)\right] \quad ,$$

adică

$$\mu(z)=\mu_0(z)(z-1)-(\beta_0 z-\beta_1)\left[c_1n_1(z)+c_2n_2(z)+n_3(z)\right]= \qquad (3.75)$$

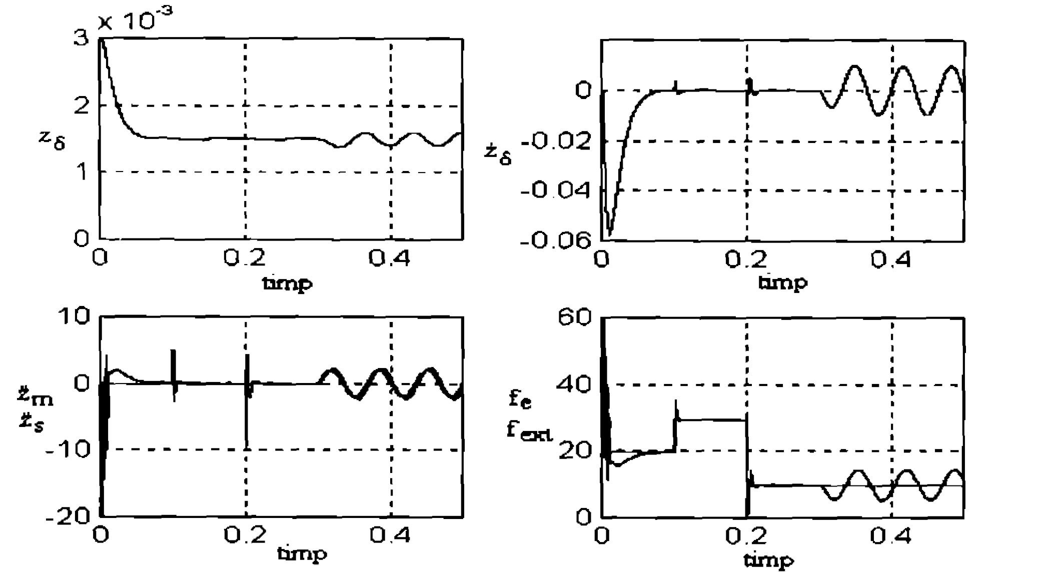
$$=\mu_0(z)(z-1)-\frac{T_e}{2T_i}(z+1)\left[c_1n_1(z)+c_2n_2(z)+n_3(z)\right]-K_r(z-1)\left[c_1n_1(z)+c_2n_2(z)+n_3(z)\right]$$

Polii sistemului în buclă închisă sunt rădăcinile acestui polinom şi ele depind de perioada de eşantionare şi întârzierea de calcul [explicit sau implicit prin $\mu_0(z)$, $n_1(z)$, $n_2(z)$ şi $n_3(z)$] şi de parametrii elementului PI [explicit prin K_r şi T_i]. *In Anexa A3.1 se face o analiză detaliată a modului în care aceşti parametrii influenţează poziţia polilor sistemului de reglare automată.*

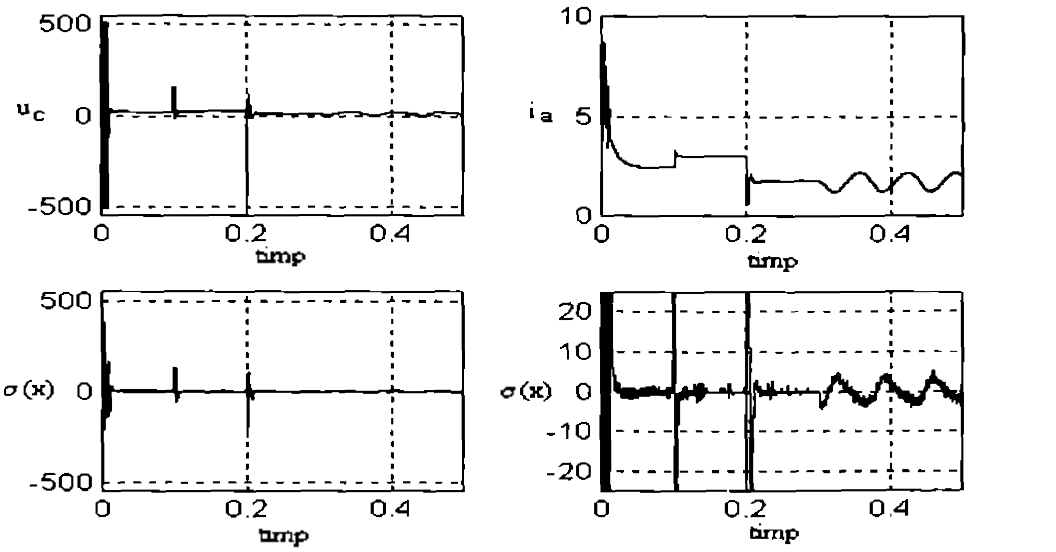
Un prim set de parametrii rezultat în urma acestei analize este dat de T_e=500μsec, T_d =300μsec, K_r= 1.3 şi T_i =3msec.

Un ultim parametru ce trebuie ales este ε. Alegerea valorii acestuia depinde de cât de mult se permite sistemului să se abată de la traiectoria impusă prin funcţionala de stare. Alegerea unei valori mari va conduce la un sistem relaxat, cu variaţii relativ mici ale mărimilor de comandă la variaţii ale perturbaţiilor şi deci cu abateri mai mari de la traiectoria impusă. Alegerea unei valori mici conduce la un sistem rigid, cu un răspuns foarte energic la variaţii mici ale mărimilor perturbatoare. Aceasta are dezavantajul că datorită întârzierii produse de perioada de eşantionare, mărimea de comandă şi deci tensiunea pe electromagnet vor avea iniţial oscilaţii mari.

Figurile 3.37a şi 3.37b prezintă rezultatele simulărilor sistemului din figura 3.32 cu aceşti coeficienţi.



a) 1 - întrefier, 2 - viteză, 3 - acceleraţia absolută şi perturbatoare, 4 - forţa electromagnetică si perturbatoare



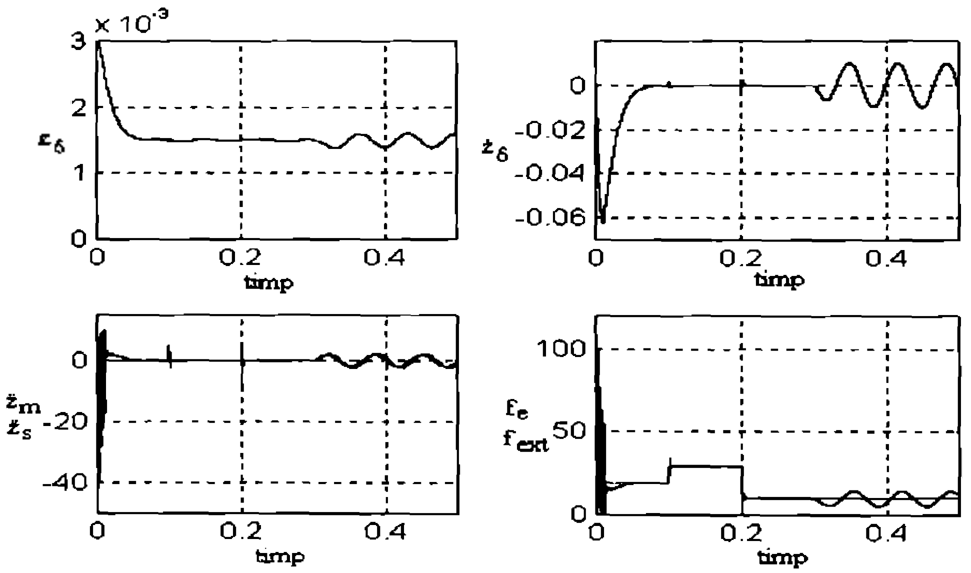
b) 1 - comanda, 2 - curentul , 3,4 (detaliu) - funţionala de stare

Figura 3.37. Răspunsul SRAN a S1E1GL cu T_e=500μsec, T_d=300μsec, K_r= 1.3 şi T_i =3msec.

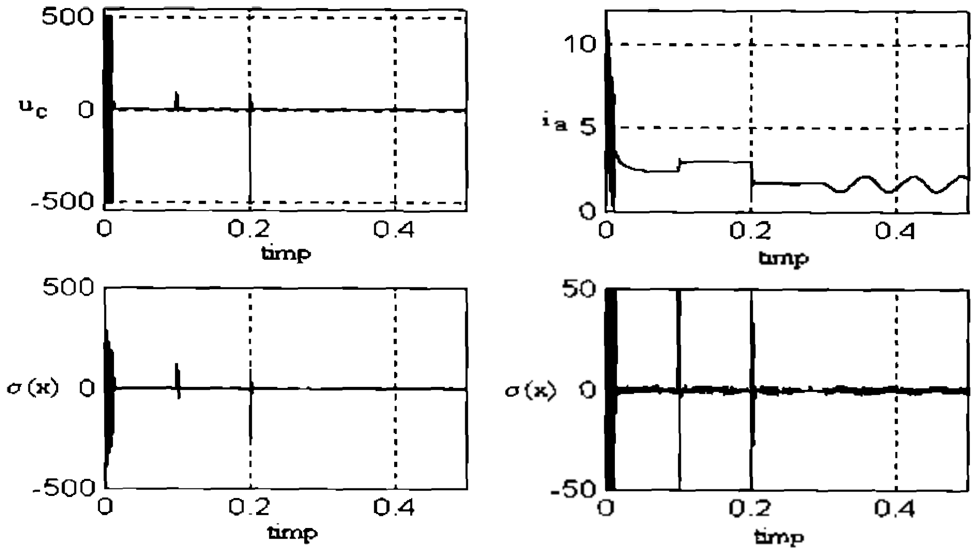
Datorită perioadei de eşantionare şi a timpului de calcul relativ mari, ***a trebuit găsit un compromis între o valoare rezonabilă a lui ε şi tensiunea de alimentare***. Astfel aceasta din urmă a trebuit coborâtă la 80V, reducând din capabilitatea sistemului de a răspunde la perturbaţii de tip forţă exterioară. Astfel, după aplicarea semnalului treaptă de întrefier la momentul t_0=0 şi atingerea regimului staţionar, la momentul t_1=0.1sec se aplică o forţă perturbatoare F_{ext} =0.5Mg. După alte 0.1 sec se aplică o forţă exterioară negativă F_{ext} = -Mg. In fine, la t_3 = 0.3sec se introduce o perturbţie de tip acceleraţie de amplitudine 2 m/sec^2 şi cu frecvenţa de 15 Hz.

Similar cazului continual, diagramele confirmă un răspuns aperiodic în timpul scontat şi o bună rejecţie a perturbaţiei de tip forţă exterioară. Acceleraţia perturbatoare se face însă simţită în toate mărimile, eliminarea ei fiind slabă. In prima figură din 3.37b este reprezentată mărimea de comandă (între -511 şi 511 unitaţi binare), cu oscilaţii de frecvenţă ridicată la aplicarea treptei referinţă, oscilaţii care apoi se regăsesc şi în curent, forţă electromagnetică şi acceleraţie. Atunci când se aplică forţa perturbatoare cu semn negativ, funcţionala de stare depăşeşte pragul impus de ε şi regulatorul răspunde extrem de energic prin aplicarea întregii tensiunii negative procesului. Ultima figură din 3.37b prezintă un detaliu al funcţionalei de stare în care se pot remarca oscilaţii datorate cuantizării convertorului analog numeric şi perioadei de eşantionare.

Un al doilea set de parametrii determinat în anexa A3.1 a fost proiectat pentru o perioadă de eşantionare mai mică, astfel încât să se poată utiliza întreaga tensiune de alimentare de 170V. Aşadar T_e=250μsec, T_d=100μsec, K_r= 2.73 şi T_i =50μsec. Se obţin rezultatele reprezentate în figurile 3.38.



a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - acceleraţia absolută şi perturbatoare, 4 - forţa electromagnetică si perturbatoare



b) 1 - comanda, 2 - curentul , 3,4 (detaliu) - funţionala de stare

Figura 3.38. Răspunsul SRAN a S1E1GL cu T_e=250μsec, T_d=100μsec, K_r= 2.73 şi T_i =50μsec

Simulările au fost făcute în aceleaşi condiţii ale mărimilor de intrare. Mărimile din proces ajung la valori mai mari decât în primul caz datorită rezervei suplimentare de tensiune, crescând robusteţea la perturbaţii.

Observaţie: Proiectarea parametrilor elemetului PI pe ieşire nu determină performanţele de răspuns în timp ale sistemului de reglare. Acestea sunt în continuare stabilite prin constantele funcţionalei de stare c_1 şi c_2. K_r şi T_i determină doar cât de fidel şi de rapid poate urmării sistemul curba de comutaţie, în condiţiile în care se doreşte eliminarea oscilaţiilor de înaltă frecvenţa pe aceasta.

3.6.2 Reglarea numerică a S1E1GL cu buclă de curent analogică.

Schema bloc utilizată în acest caz este:

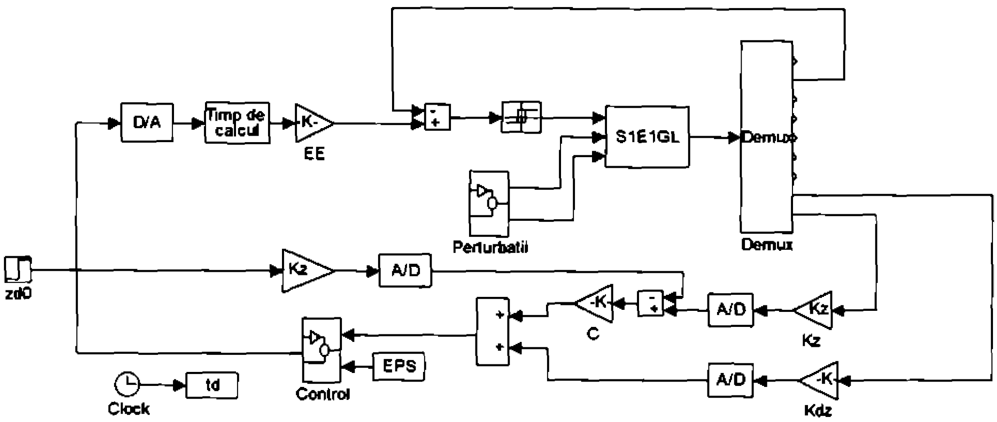


Figura 3.39. SRA discret cu buclă analogică de curent

Blocurile componente sunt cele descrise în paragraful precedent, cu excepţia blocului "Control" în care limita inferioară este fixată la 0, corespunzând la 0 amperi (figura 3.35a). Regulatorul de curent analogic este fără histerezis şi o simulare a buclei interioare de curent cu sistemul din figura 3.26 conduce la rezultatele:

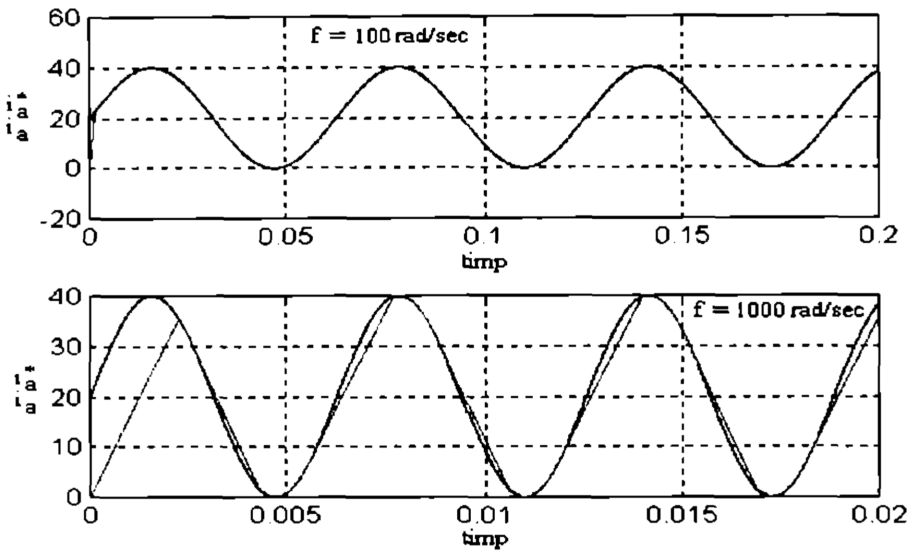


Figura 3.40. Simularea buclei interioare de curent pentru electromagnetul cu forţă portantă redusă

In concluzie curentul poate urmări prescrierea până la cel puţin de 10 ori pulsaţia limită impusă sistemului prin constanta C *a funcţionalei de stare.*

Ca şi în cazul analizat în paragraful precedent *proiectarea constă in alegerea celor cinci parametrii* T_e, T_d, T_i, K_r *şi* ε, *alegere care se face în Anexa A3.1.1, pecând de la schema bloc:*

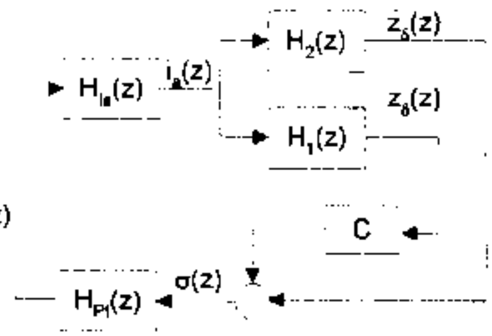


Figura 3.41. SRA discret în domeniul "z"

Prin discretizarea sistemului (3.66) se pot scrie funcţiile de transfer:

$$H_1(z) = \frac{z_\delta(z)}{i_a(z)} = \frac{n_1(z)}{\mu_0(z)}, \quad H_2(z) = \frac{\dot{z}_\delta(z)}{i_a(z)} = \frac{n_2(z)}{\mu_0(z)} \qquad (3.76)$$

Pentru elementul PI se utilizează relaţiile (3.74), iar regulatorul de curent discretizat are funcţia de transfer

$$H_{ia}(z) = \frac{i_a(z)}{i_a^*(z)} \qquad (3.77)$$

de tip PT1 dar cu frecvența așa de ridicată încât poate fi aproximat cu un element de tip proportional.

In buclă închisă polinomul caracteristic al sistemului de reglare are expresia:

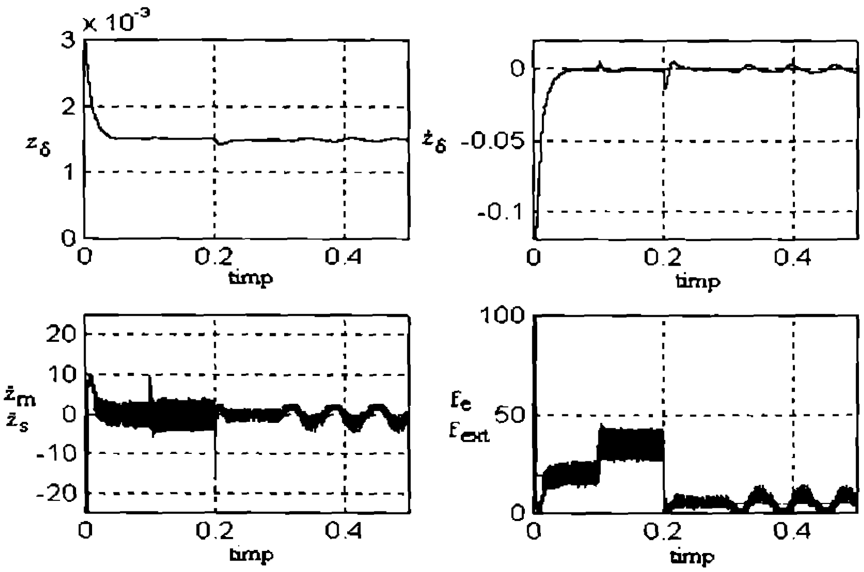
$$\begin{aligned}\mu(z) &= \mu_0(z)(z-1) - (\beta_0 z - \beta_1)[c_1 n_1(z) + n_2(z)] = \\ &= \mu_0(z)(z-1) - \frac{T_r}{2T_i}(z+1)[c_1 n_1(z) + n_2(z)] - K_r(z-1)[c_1 n_1(z) + n_2(z)]\end{aligned} \tag{3.78}$$

O analiză detaliată a polilor acestui polinom se face tot în anexa A3.1.

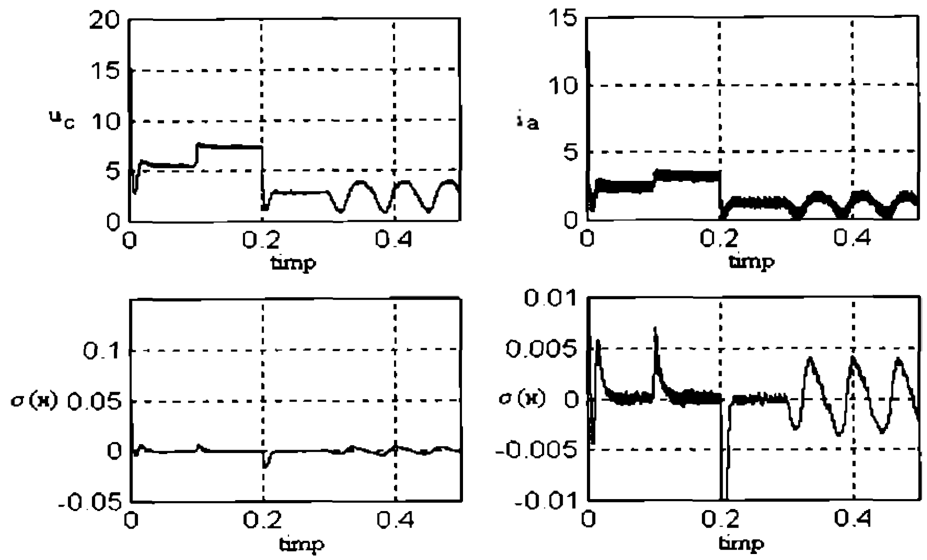
Pentru primul set de parametrii stabilit, adică T_e=500µsec, T_d=250µsec, T_i=50µsec și K_r=90, s-a obținut un răspuns stabil dar datorită perioadei de eșantionare mari, ca și în studiul anterior răspunsul nu a fost cel așteptat. *Spre deosebire de situația anterioara însă, în care efectul perioadei de eșantionare mari a fost catastrofal pentru tensiunea nominală de 170 V, pentru acest sistem s-a obținut un răspuns cu suprareglaj*: reacția sistemului atunci când întrefierul a trecut de țintă a fost foarte energică și după un interval mai lung decât cel proiectat, s-a obținut regimul staționar. Scăzând perioada de eșantionare la 400µsec, cu ceilalți parametri nemodificați s-a obținut răspunsul scontat. Mai mult, forța perturbatoare exterioară cu semnul pozitiv aplicată la 0.1sec de la pornire a putut fi crescută de la 50 la 75% din greutatea ansamblului, iar cea negativă după alte 0.1 sec, la 150%. Diagramele corespunzatoare sunt prezentate în figurile 3.42.

Se constată că răspunsul obținut la prescrierea treaptă este din nou aperiodic, respectând evoluția impusă prin ecuația funcționalei de stare. Perturbațiile sunt eliminate aproape complet, atât din punct de vedere al forței exterioare cât și a accelerației perturbatoare. Ele sunt reprezentate în figurile de pe linia a doua a lui 3.42a (verde). Simulările au fost făcute cu un pas minim impus de 2µsec pentru a obține oscilațiile în curent și apoi în forța electromagnetică și accelerație identice ca amplitudine cu cele reale la o frecvența de choppare de 50 kHz. Atunci când se aplică treapta pozitivă de forță extreioară sistemul funcționează la un curent mai mare, motiv pentru care și oscilațiile sunt mai mari

Pentru majoritatea mărimilor reprezentarea s-a făcut la o astfel de scară încât variațiile lor în apropierea punctului de funcționare staționară și la perturbații să fie vizibilă, tăind din oscilațiile inițiale când regulatorul oscilează între $u_{a,max}$ și $u_{a,min}$.



a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - accelerația absolută și perturbatoare, 4 - forța electromagnetică și perturbatoare



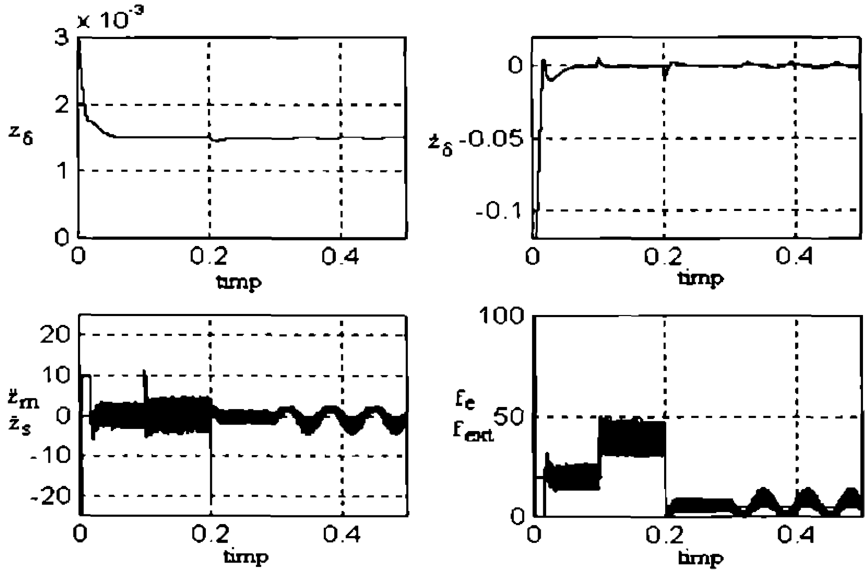
b) 1 - comanda, 2 - curentul , 3,4 (detaliu) - funţionala de stare

Figura 3.42. Răspunsul SRAN a S1E1GL cu T_e=500µsec, T_d=250µsec, T_f=50µsec şi K_r=90

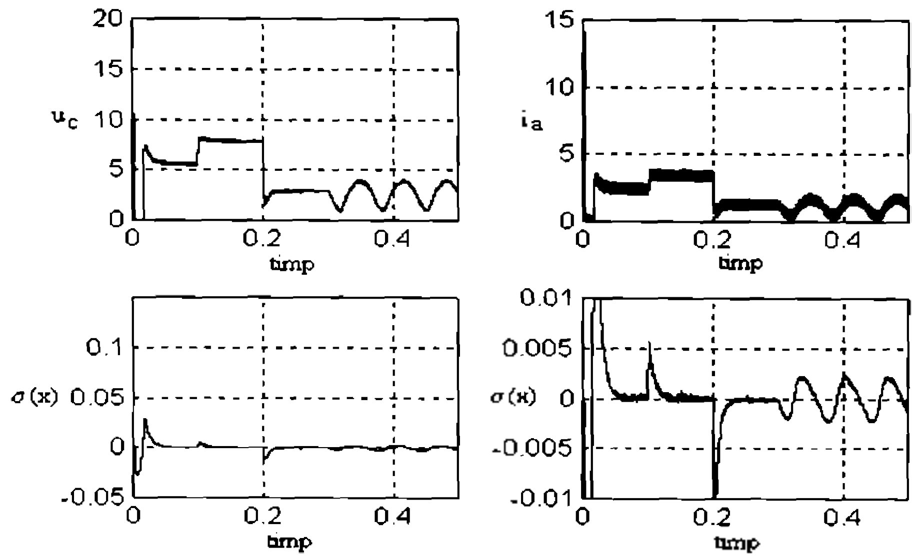
Mărimea de ieşire a elementului PI s-a notat în mod convenţional u_c (mărime de comandă). Ea are la început variaţii între 511 şi 0 (unităţi binare), apoi funcţionala de stare coboară sub pragul ε şi sistemul evoluează în "tubul" impus.

Răspunsul extrem de energic la aplicarea semnalului treaptă de întrefier de referinţă a impiedecat utilizarea unei perioade de eşantionare mai ridicate şi a unui timp de întârziere de calcul mai mare. O alternativă care se va studia ulterior va utiliza o prescriere rampă, cazul real într-un sistem de reglare practic.

Se consideră un al doilea set de parametrii, T_e=250µsec, T_d=100µsec, T_f=6µsec şi K_r=180, pentru care răspunsul sistemului în aceleaşi condiţii de prescriere este reprezentat în figurile 3.43.



a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - acceleraţia absolută şi perturbatoare, 4 - forţa electromagnetică si perturbatoare



b) 1 - comanda, 2 - curentul, 3,4 (detaliu) - funţionala de stare

Figura 3.43. Răspunsul SRAN a S1E1GL cu T_e=250μsec, T_d=100μsec, T_i=6μsec şi K_r=180

Utilizarea unei perioade de eşantionare mai redusă permite aplicarea unor forţe perturbatoare şi mai mari. Astfel treapta pozitivă este 100% din greutatea Mg, iar cea negativa 175%, reducând în final forţa electromagnetică necesară sustentaţiei la 25%.

Comparativ cu rezultatele obţinute anterior se observă că deşi oscilaţiile de curent, forţă şi acceleraţie sunt la fel de mari (lucru normal, frecvenţa de lucru a chopperului fiind aceeaşi), totuşi în funcţionala de stare ele sunt mai mici Si variaţiile funcţionalei la aceleaşi perturbaţii sunt mai reduse, iar răspunsul în întrefier mai curat cu toate că amplitudinea perturbaţiilor este mai mare.

3.6.3 Concluzii legate de reglarea numerică a S1E1GL

In ultimele doua paragrafe s-au studiat performanţele ce se pot obţine în reglarea numerică a S1E1GL cu funcţionare în regim alunecător. Algoritmele de reglare au fost alese pe baza analizei in continual a diferitor tipuri de metode de reglare, toate funcţionând în regim alunecător. S-a considerat că cele mai bune rezultate se pot obţine prin introducerea unui element PI pe funcţionala de stare atunci când valoarea acesteia se află în interiorul unui "tub" de lărgime ε. Apoi, prin utilizarea unui bucle de curent interioare foarte rapide, ecuaţiile procesului se pot pune în mod natural sub formă canonică controlabilă, rejecţia perturbaţiilor fiind din punct de vedere teoretic integrală. In plus se poate reduce ordinul funcţionalei de la 3 la 2, cu avantajul reducerii timpului de calcul.

> **Observaţie**: Aşa cum s-a mai menţionat în această lucrare, atunci când un sistem este forţat să lucreze în regim alunecator şi starea sa se află tot timpul pe o curbă determinată de funcţionala de stare, dinamica sistemului de reglare este fixată: răspunsul sistemului este impus prin coeficienţii lui $\sigma(t,x)$. Utilizarea elementului PI sau a altei structuri între funcţionala de stare şi comandă are ca scop menţinerea cât mai precisă, fără oscilaţii a condiţiei $\sigma(t,x)$=0.

Reanalizând rezultatele din 3.6.1, 3.6.2 şi anexa A3.1 se pot trage următoarele concluzii:

1. Ambele algoritme aduc sistemul neperturbat la referinţa impusă în intervalul de timp scontat, determinat de coeficienţii c_1 şi c_2, respectiv c, anulând funcţionala de stare

2. Valorile determinate în anexa A3.1 pentru perioada de eşantionare, timp de întârziere de calcul şi parametrii elemetului PI sunt confirmate în urma simulărilor atunci când sistemul lucrează în interiorul "tubului". Reacţia deosebit de energică în afara acestui domeniu introduce o nouă neliniaritate de care nu s-a ţinut seama în proiectare. Din acest motiv, în anumite situaţii perioada de eşantionare trebuie scăzută şi implicit şi timpul de întârziere de calcul.
3. Ca şi în cazul continual, rejecţia pertrubaţiei de tip forţă exterioară este mai bună calitativ atunci când se utilizează ca mărime de intrare în control acceleraţia, decât a doua variantă cu buclă interioară de curent. Observaţia nu mai este valabilă cantitativ: atunci când forţa exterioară depăşeşte o anumită limită, sistemul cu măsurarea acceleraţiei nu răspunde suficient de rapid şi ajunge în saturaţie. Acceleraţia perturbatoare nu este sesizată în măsura necesară, motiv pentru care ea se face simţită destul de mult în întrefier.
4. Utilizarea buclei analogice de curent permite sistemului să facă faţă la perturbaţii ale forţei exterioare de amplitudine mult mai mare şi în acelaşi timp este realizată şi rejecţia acceleraţiei. Timpul de întârziere de calcul afectează mai mult acest sistem de reglare datorită faptului că el a fost proiectat în ipoteza unui răspuns extrem de rapid în curent, răspuns întârziat de T_d.
5. In urma a numeroase simulări (nu toate s-au prezentat în lucrare) se observă că *timpul de întârziere de calcul afectează foarte mult calitatea sistemului de reglare*. Este de fapt vorba nu atât de mulţimea calculelor care trebuiesc efectuate cât de intervalul de timp scurs între momentul în care mărimile de ieşire ale procesului sunt achiziţionate şi momentul la care mărimea de comandă este furnizată elementului de execuţie. Performanţele şi calitatea sistemului de reglare pot fi îmbunătăţite dacă în implementare se are în vedere acest fapt: se fac mai întâi calcule legate de mărimile achiziţionate anterior (cele cu indice "*k*-1") şi întârziind achiziţia cât mai mult posibil.

3.7 Reglarea numerică a S2E1GL

In paragraful 2.2 s-a discutat modelarea sistemului cu 2 electromagneţi şi 1 grad de libertate, utilizat în modelul de laborator menţionat în acelaşi paragraf. Tot în capitolul 2, dar în paragraful 2.3, în modelarea unui lagăr magnetic s-a arătat că el poate fi aproximat ca un ansamblu de 5 subsisteme slab interconectate, fiecare susbsistem fiind constituit dintr-un sistem cu 2 electromagneţi şi 1 grad de libertate. Reglarea numerică a S2E1GL este aşadar importantă atât din punctul de vedere al modelului de laborator cât şi prin definirea sistemului de reglare de bază al unei axe a unui lagăr electromagnetic.

Se analizează în cele ce urmează doar sistemul de reglare funcţionând în regim alunecător, cu buclă de curent analogică interioară şi element de tip PI pe funcţionala de stare.

Intregul sistem a fost modelat în SIMULINK, schema bloc fiind cea din figura 3.44. Este de fapt o reluare a schemei bloc din figura 3.39.

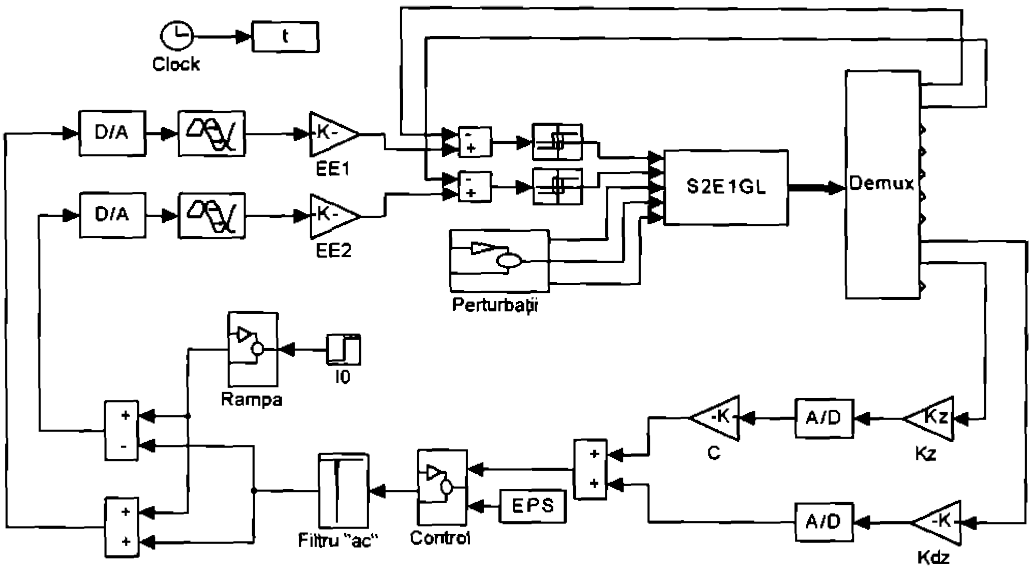


Figura 3.44. Sistemul de reglare numerică a S2E1GL

De data aceasta sistemul de reglare are două bucle interioare de curent, câte una pentru fiecare electromagnet, prescrierea de curent fiind însă comună, unică. Convertoarele analog - numerice, numeric - analogice şi elementele de execuţie au fost descrise în paragraful precedent. Blocul "Control" este de asemenea identic cu cel utilizat în sistemul de reglare anterior. Apar două blocuri noi, unul este "Filtru ac", utilizat în rejecţia oscilaţiilor datorate rezonanţelor mecanice ale sistemului, iar al doilea "Rampă". Acesta din urmă este prezentat în figura 3.45, iar rolul lui este de a pretensiona printr-o rampă sistemul la o valoare a curentului I_0. Este de fapt un simplu integrator cu panta dată de constanta notată $didt$ şi limitată la valoarea prescrisă I_0.

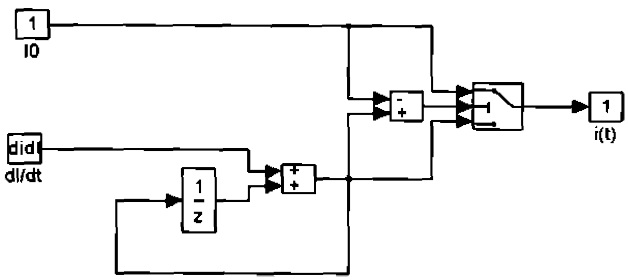


Figura 3.45. Blocul "Rampa"

Procesul este modelat prin blocul S2E1GL, bloc ce se reprezintă în figura 3.46, în care cu linia mai pronunţată este reprezentat vectorul mărimilor de ieşire ale sistemului mecanic. Se respectă ecuaţiile neliniare (2.85), cu cele două ramuri ce determină forţele electromagnetice pentru electromagnetul poziţionat superior F_{e1} şi cel inferior F_{e2} şi cu partea mecanică înglobată în blocul "Mecanic". Asupra sistemului acţionează cele trei tipuri de perturbaţii: forţa exterioară F_{ext}, acceleraţie absolută $\ddot{z}_m$ şi eroarea de prelucrare z_s. Deoarece în continuare chopperele sunt în două cadrane, în sistem nu pot exista curenţi, respectiv fluxuri cu semn negativ. Pentru a ţine cont de acest aspect în simulare, elementele integratoare sunt cu limitare şi resetabile, ele fiind explicitate în figura 3.47. In figura 3.48 este prezentată modelarea părţii mecanice a procesului. Sunt prezente şi aici limitările la zero ale acceleraţiilor şi vitezei atunci când electromagnetul se lipeşte de jugul feromagnetic sau ajunge la limita superioară, fixate la 0 respectiv 3 mm, corespunzând unei variaţii a întrefierului fictiv z_δ între -1.5 şi 1.5 mm

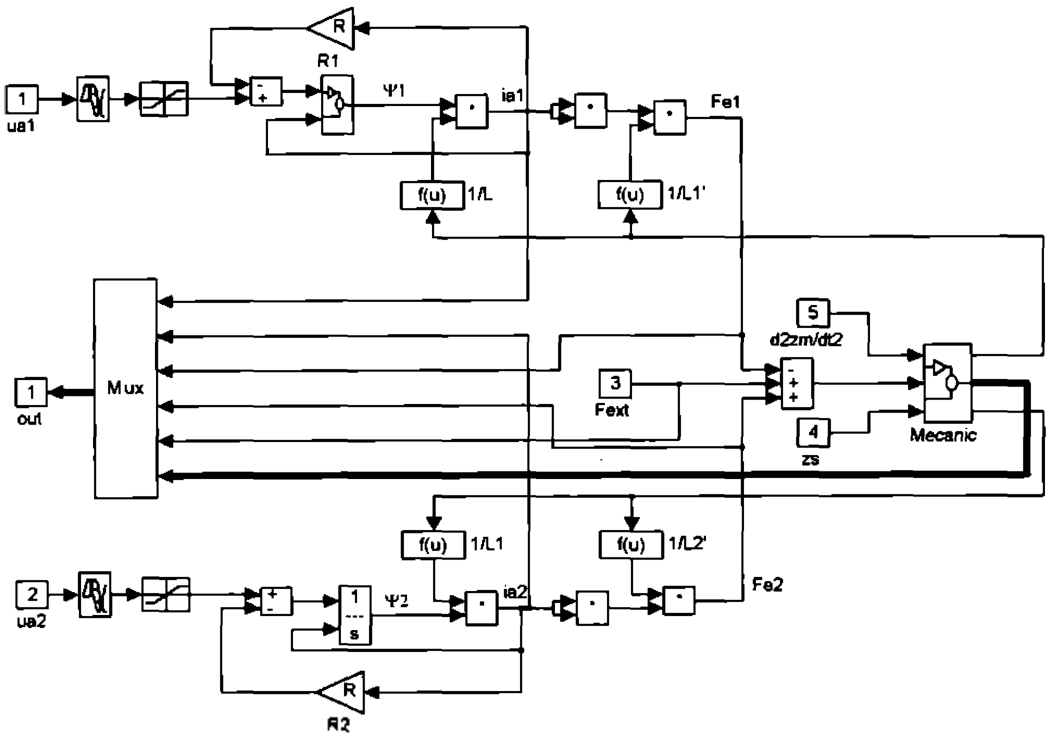


Figura 3.46. Implementarea în SIMULINK a S2E1GL

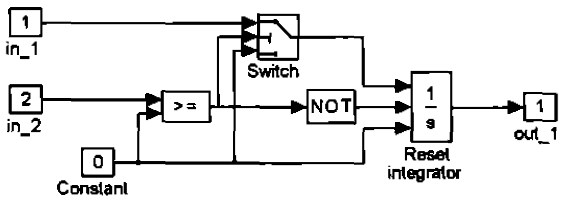


Figura 3.47. Blocurile integratoare din modelul S2E1GL

Ţinând cont de semnele absolute ale erorilor de prelucrare z_{s1} şi z_{s2} faţă de axa z (figura 2.6), sumatorul ce produce pe z_{s2} are ambele intrări luate cu minus.

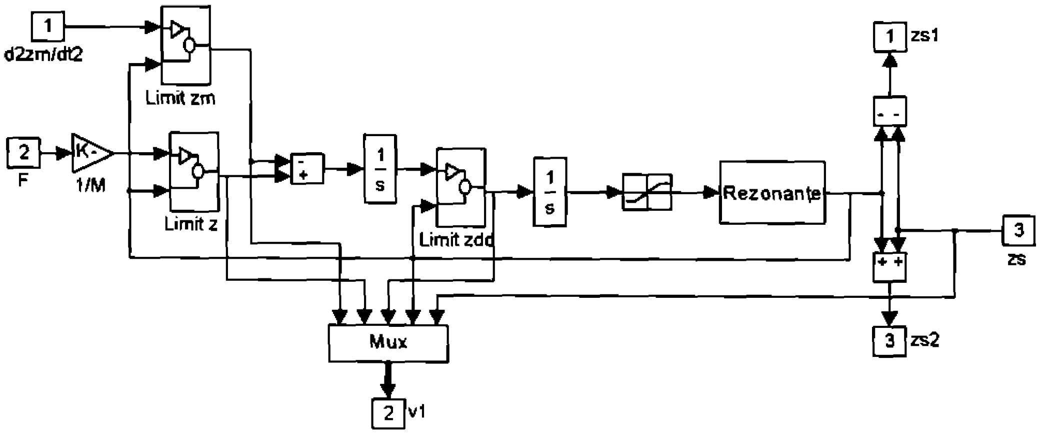


Figura 3.48. Blocul "Mecanic"

Blocul notat "Rezonanțe" este detaliat în figura 3.49: pe canalul de întrefier este intercalat un bloc de tip PT2 cu frecvența de 500, 1000, 2000 sau 3000 Hz și cu o amortizare extrem de redusă (d=0.005). Validarea uneia sau alteia din rezonanțe se face prin blocul amplificator corespunzător. In figură nu este selectată nici o rezonanță, întrefierul fiind adus direct la ieșire.

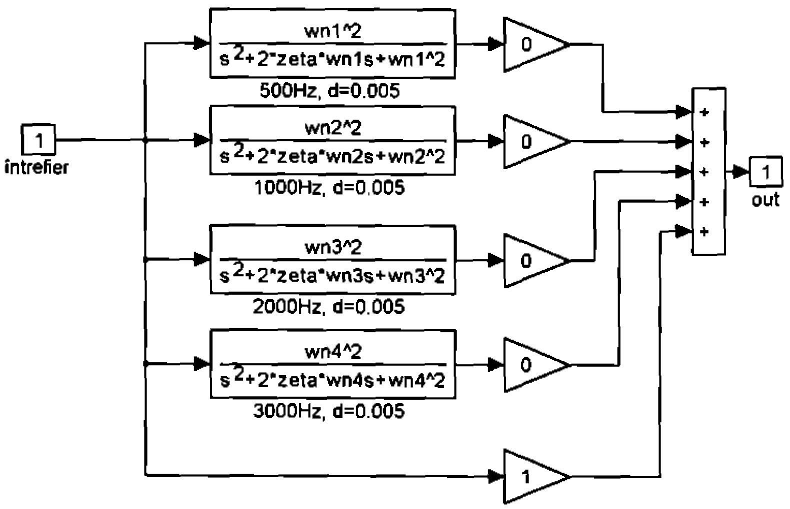


Figura 3.49. Blocul "Rezonanțe"

Prin utilizarea buclelor interioare de curent, mult mai rapide decât restul procesului, ecuațiile (2.93) ce descriu funcționarea S2E1GL se pot reduce la:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_3 - b_4 \end{bmatrix} i_a^* + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{v,21} & b_{v,22} & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ext} \\ z_s \\ \dot{z}_s \\ \ddot{z}_m \end{bmatrix} \tag{3.79}$$

Se observă că prin utilizarea buclelor de curent perturbația $\dot{z}_s$ se pierde, iar sistemul nou obținut are forma canonică controlabilă, recomandată în funcționarea în regim alunecător.

Dacă în cazul S1E1GL sistemul de reglare numerică cu element de tip PI pe funcţionala de stare depindea de perioada de eşantionare, timp de întârziere de calcul, parametrii elemetului PI şi lărgimea "tubului" ε, în cazul S2E1GL apare un al 6-lea parametru, curentul de pretensionare I_0. Cu cât valoarea acestuia este mai mare cu atât banda de frecvenţă a procesului este mai mare, dar din punct de vedere energetic se consumă mai multă energie, chiar şi în situaţii în care sistemul este neperturbat. In anexa A3.2 se discută modalitatea de alegere a celor 6 variabile. In urma acestei proiectări s-au ales I_0=1 A, T_e=250 μsec, T_d=100 μsec, K_r=80, T_i=100 μsec şi ε=1.75.

Şi în acest caz evoluţia stării reduse$\begin{bmatrix} z_\delta & \dot{z}_\delta \end{bmatrix}^T$ a sistemului de reglare este dependentă de alegerea constantei c. Având în vedere banda de frecvenţă a sistemului în buclă deschisă se alege c=1000 rad/sec.

Pretensionarea curentului se face cu o rampă, aleasă în cele ce urmează de 25 A/sec.

Cu aceste date, comportarea sistemului de reglare numerică sub acţiunea diferitelor perturbaţii este testată prin simulări. In figura 3.50 este prezentat blocul "Perturbaţii" în care au fost cuprinse vibraţii mecanice în timpul funcţionării, şocuri, acţiunea periodică a erorilor de prelucrare atunci când de exemplu un lagăr se roteşte la diferite frecvenţe, mişcări ale întregului sistem faţa de axa de referinţă. Din nou validarea uneia sau alteia din pertrubaţii se face prin blocul amplificator (în figură sunt selectate vibraţiile).

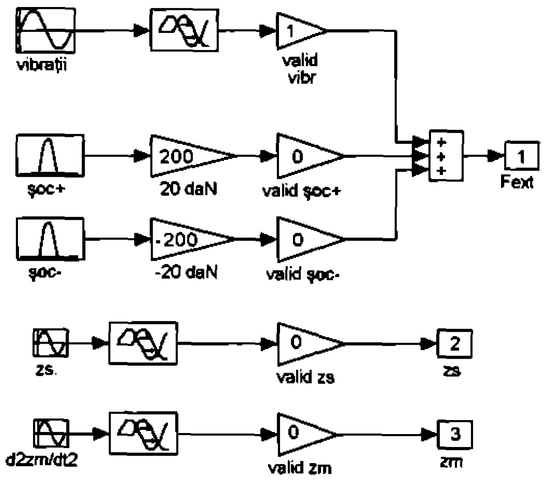
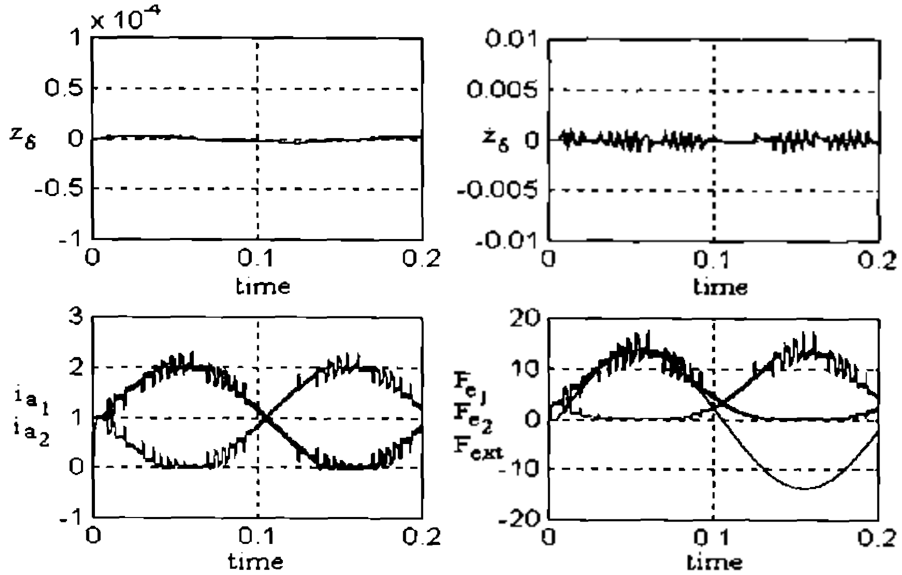


Figura 3.50. Blocul "Perturbaţii"

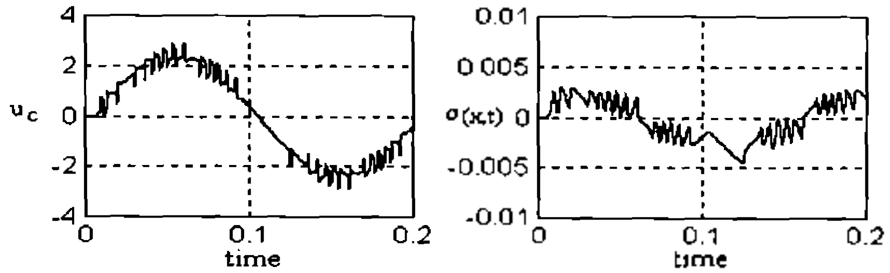
Testul la vibraţii care se exercită asupra jugului feromagnetic (axul lagărului) se face în condiţii deosebit de grele, după o curbă de densitate de putere spectrală utilizată în mod obişnuit în testarea mecanică, nefuncţională, a aparaturii electronice. Astfel, pentru frecvenţe între 5 şi 15 Hz s-a utilizat puterea de densitate spectrală PDS=0.7g, pentru 16-25 Hz, PDS=1.3g şi pentru 26-55Hz, PDS=3g, unde g este acceleraţia gravitaţională. Se studiază cazurile f=5 Hz şi PDS=0.7g (figurile 3.51), f=25 Hz şi PDS=1.3g (figurile 3.52) şi f=55 Hz şi PDS=3g (figurile 3.53).

Amplitudinile oscilaţiilor au fost calculate din relaţiile:

$$\sqrt{f \cdot PDS} = ng$$
$$A = \frac{\sqrt{f \cdot PDS}}{(2\pi f)^2} \qquad (3.80)$$

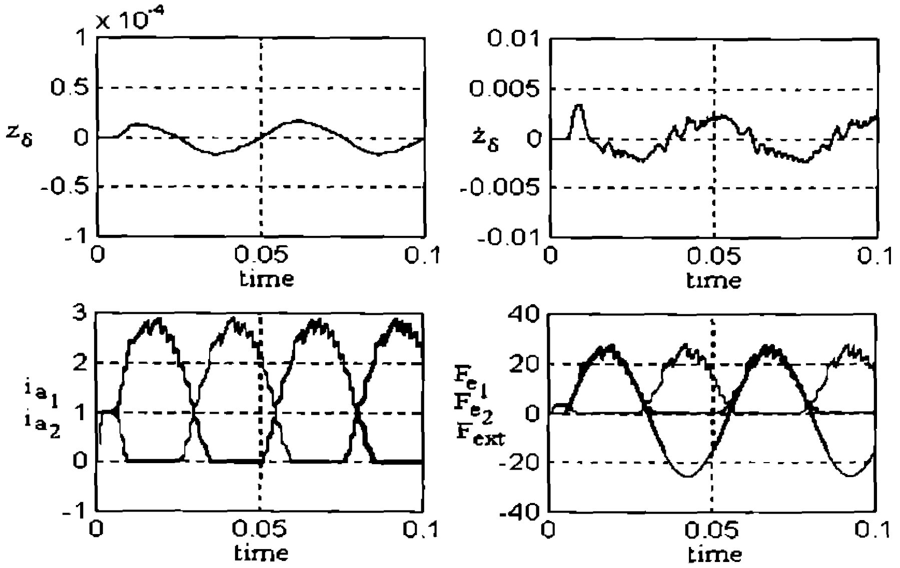


a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - curenţii, 4 - forţele electromagnetice şi forţa perturbatoare

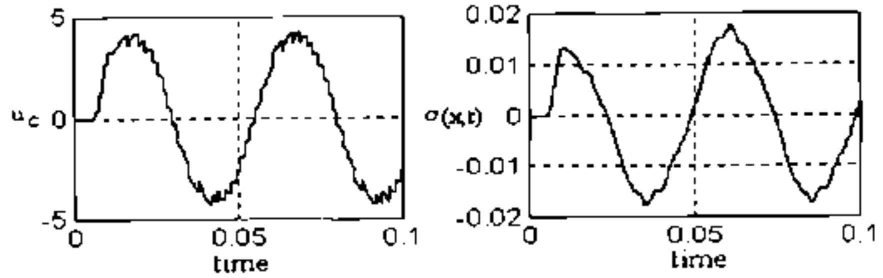


b) 1 - comanda, 2 - funcţionala de stare

Figura 3.51. Răspunsul SRAN a S2E1GL sub acţiunea vibraţiilor cu f=5 Hz şi PDS=0.7g

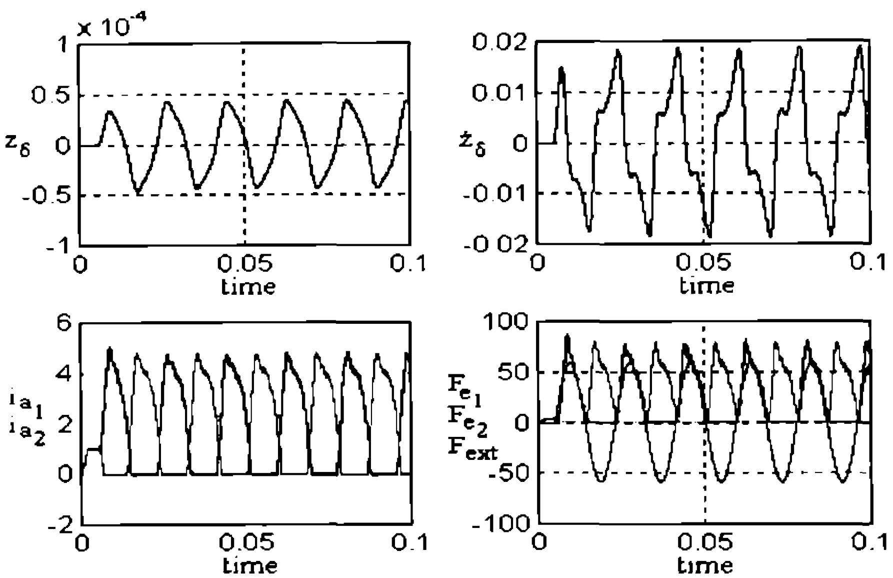


a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - curenţii, 4 - forţele electromagnetice şi forţa perturbatoare

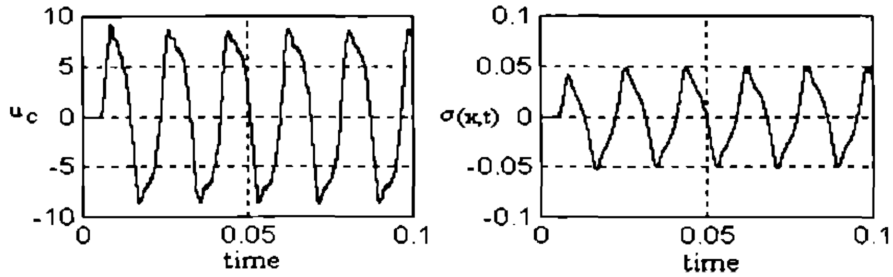


b) 1 - comanda, 2 - funcţionala de stare

Figura 3.52. Răspunsul SRAN a S2E1GL sub acţiunea vibraţiilor cu f=25Hz şi PDS=1.3g



a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - curenţii, 4 - forţele electromagnetice şi forţa perturbatoare



b) 1 - comanda, 2 - funcţionala de stare

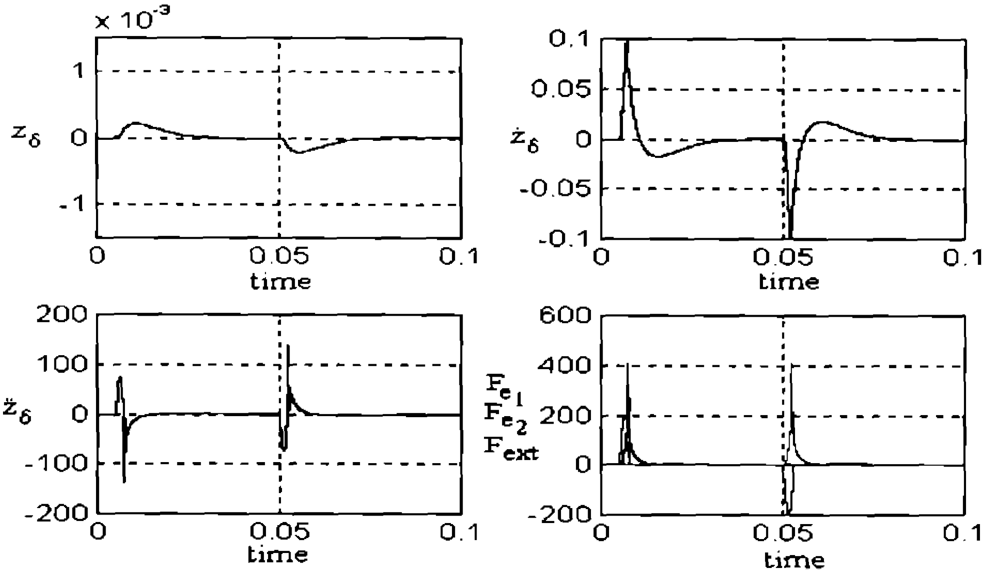
Figura 3.53. Răspunsul SRAN a S2E1GL sub acţiunea vibraţiilor cu f=55 Hz şi PDS=3g

Având în vedere scările de reprezentare, se observă că în cel mai defavorabil caz deplasarea în întrefier nu depăşeşte 50 microni, adică 1.67% din întregul domeniu de întrefier, deci un răspuns excelent. Se observă că atât curenţii cât şi forţele electromagnetice dezvoltate urmăresc îndeaproape perturbaţia reprezentată cu verde. In figuri, u_c este mărimea de comandă, adică mărimea de ieşire a blocului "Control".

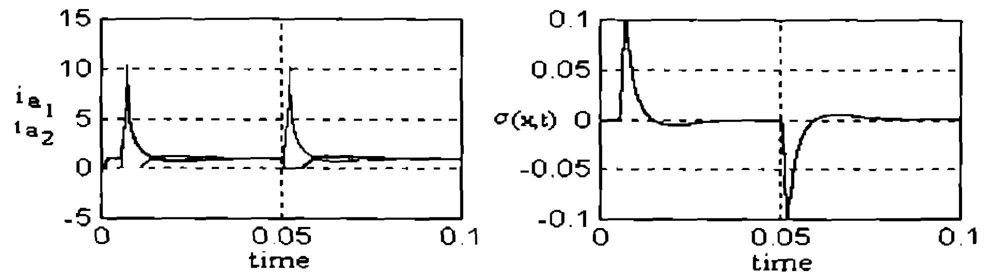
Al doilea tip de perturbaţie este reprezentat de şocuri exercitate asupra jugului feromagnetic (figurile 3.54). Şocul se defineşte ca o forţă exterioară perturbatoare de forma unei semiperioade a unui funcţii sinusoidale de perioadă 6 msec şi amplitudine dată. In paragraful 3.6 s-a ales tensiunea de alimentare a sistemului astfel încât acesta să fie capabil a raspunde la forţe de 20 daN. Aceasta a şi fost amplitudinea şocurilor aplicate sistemului (cu verde în a patra figură din 3.54). S-au aplicat un şoc de valoare pozitivă şi unul de valoare negativă şi răspunsurile, având în vedere simetria sistemului sunt, evident, identice

Se observă răspunsul aperiodic al sistemului de reglare, precum şi abaterea de la întrefierul nominal de amplitudine relativ redusă (sub 0.3 mm adică sub 10%). Din nou comportarea sistemului de reglare sub acţiunea acestei perturbaţii se poate aprecia ca foarte bună.

Se remarcă de asemenea răspunsul extrem de energic şi de scurtă durată în curent şi forţă atunci când valoarea funcţionalei depăşeşte pragul impus de lărgimea "tubului".



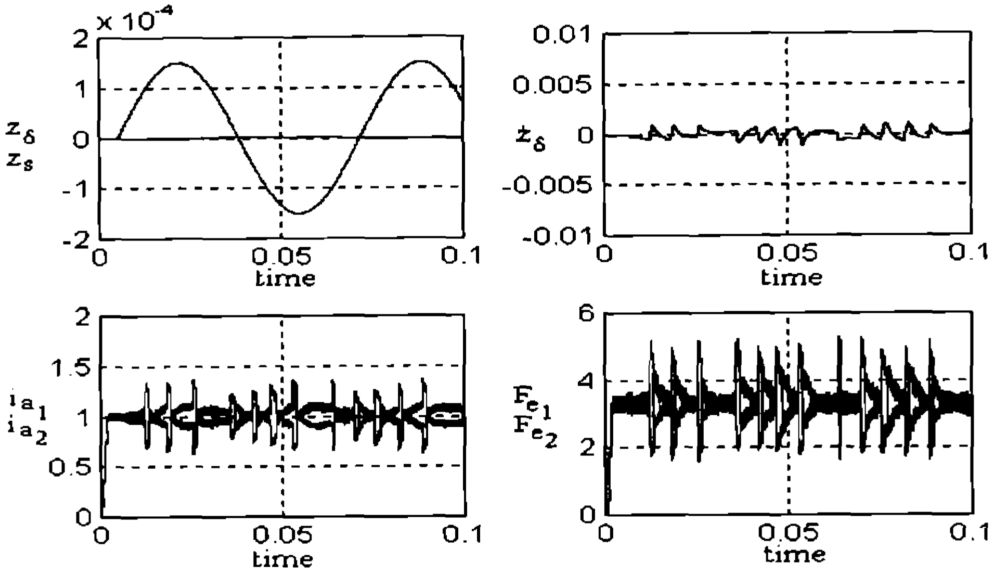
a) 1 - întrefier, 2 - viteza, 3 - acceleraţia, 4 - forţele electromagnetice şi forţa perturbatoare



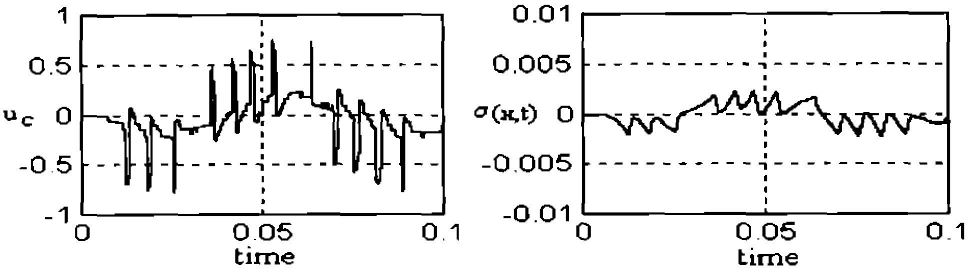
b) 1 - curenţii, 2 - funcţionala de stare

Figura 3.54. Răspunsul SRAN a S2E1GL sub acţiunea şocurilor

Al treilea tip de perturbaţie este determinat de eroarea de prelucrare a axului lagărului electromagnetic, eroare care se manifestă în rotaţia arborelui printr-o perturbaţie sinusoidală pe canalul de măsurare a întrefierului (figurile 3.55 si 3.56).

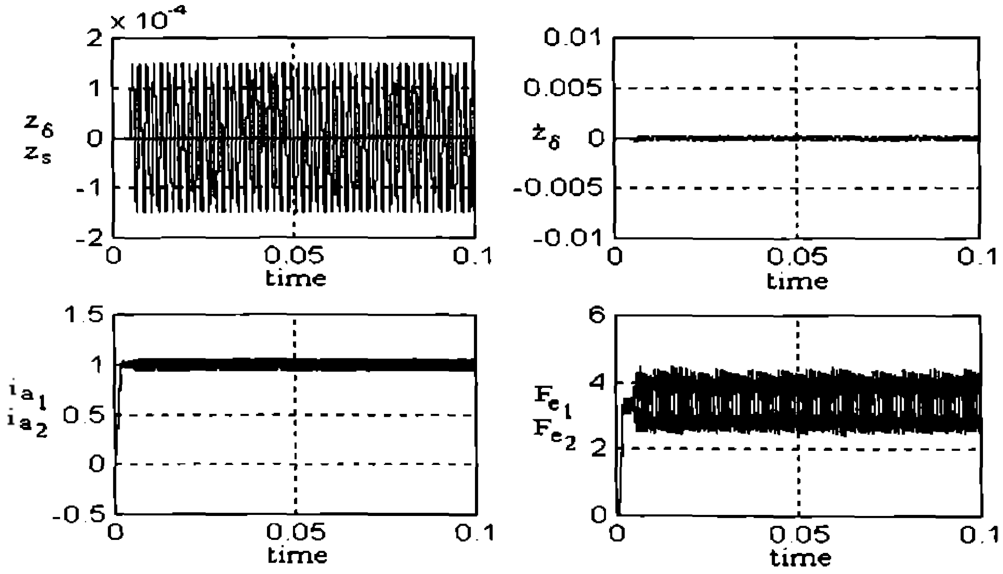


a) 1 - întrefier şi erorarea de prelucrare mecanică, 2 - viteza, 3 - curenţii, 4 - forţele electromagnetice

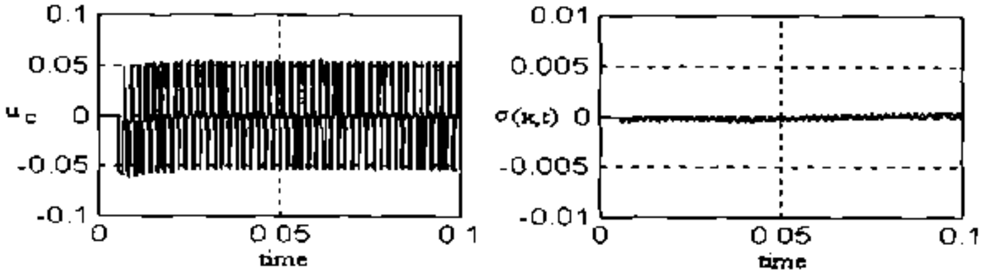


b) 1 - comanda, 2 - funcţionala de stare

Figura 3.55. Răspunsul SRAN a S2E1GL sub acţiunea erorii de prelucrare mecanică la 900 rpm



a) 1 - întrefier şi erorarea de prelucrare mecanică, 2 - viteza, 3 - curenţii, 4 - forţele electromagnetice

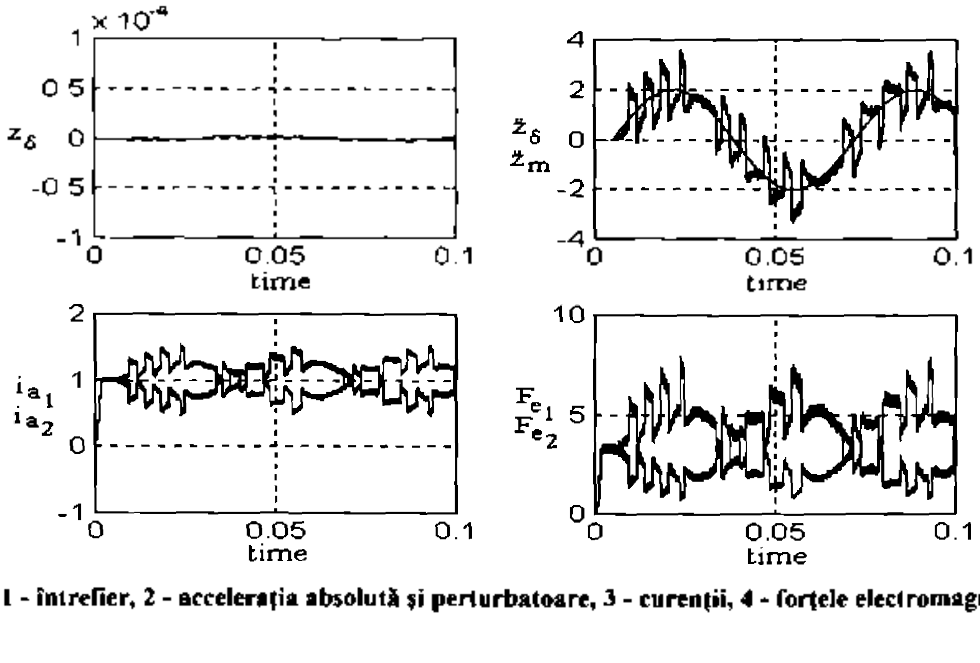


b) 1 - comanda, 2 - funcționala de stare

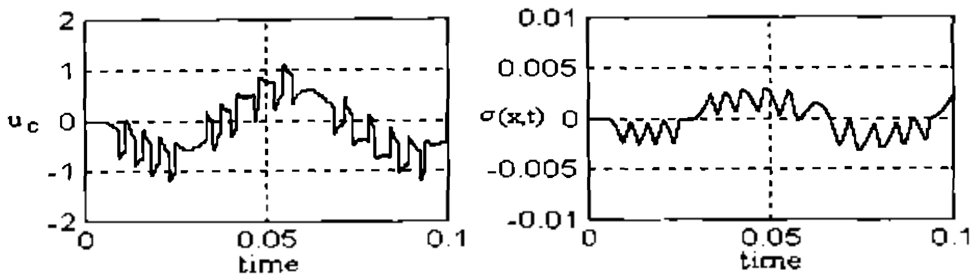
Figura 3.56. Răspunsul SRAN a S2E1GL sub acțiunea erorii de prelucrare mecanică la 30000 rpm

Astfel s-au luat în considerare două cazuri: axul se rotește la o turație joasă de 900 rpm (figurile 3.55) și un al doilea în care axul se rotește la o frecvență ridicată de 30,000 rpm (figurile 3.56). Se constată că în ambele situații, întrefierul nu are de loc de suferit de pe urma acestei perturbații. Mai mult la turații joase sistemul este capabil să răspundă și să rejecteze acest tip de zgomot, iar la turații mari, frecvența mărimii perturbatoare este mult în afara benzii de frecvență a sistemului de reglare și manifestarea ei, deși se regăsește în curenți și mai pronunțat în forțele electromagnetice este uniformă și mult prea rapidă pentru a afecta întrefierul. *Va trebui însă avută în vedere posibilitatea ca aceste mărimi sinusoidale să nu excite în mod supărător de pronunțat frecvențele de rezonanță mecanice ale procesului.*

Al patrulea tip de perturbație se manifestă asupra întregului ansamblu atunci când el se mișcă față de axa de referință absolută z_m. Se consideră că întegul S2E1GL este deplasată față de referința absolută astfel încât sistemul vede o accelerație $\ddot{z}_m$ de amplitudine 2 m/sec^2 și frecvență 15 Hz (figurile 3.57).



a) 1 - întrefier, 2 - accelerația absolută și perturbatoare, 3 - curenții, 4 - forțele electromagnetice



b) 1 - comanda, 2 - funcţionala de stare

Figura 3.57. Răspunsul SRAN a S2E1GL vibrând în raport cu axa de referinţă absolută

Se observă din nou o deplasare a întrefierului nesemnificativă. Oscilaţia se manifestă vizibil în celelate mărimi care caută să menţină întrefierul constant. Şi din acest punct de vedere sistemul de reglare prezintă calităţi deosibite.

Ultimul aspect studiat în acest paragraf se referă la *rezonanţele mecanice din sistem*. De multe ori un sistem de reglare de altfel bine proiectat este compromis din cauza acestor fenomene deseori neglijate. Intr-un regim staţionar ele nu se manifestă, dar sunt excitate atunci când sistemului i se aplică o variaţie a mărimii de comandă, fie datorită modificării prescrierii, fie ca răspuns la acţiunea unei pertrubaţii. Din punctul de vedere al frecvenţei la care apar rezonanţele, ele pot fi împărţite în două categorii: cele care se manifestă în interiorul benzii de frecvenţă a sistemului de reglare şi cele care se manifestă în afara benzii de frecvenţă. Primele pot fi de cele mai multe ori compensate prin însăşi funcţia de transfer a regulatorului şi nu prezintă dificultăţi deosebite. Cele din afara benzii de frecvenţă sunt însă periculoase. Uneori chiar mult depărtate de banda utilă a regulatorului, ele se manifestă semnificativ prin fenomenul de aliere, ca subarmonice. In cazul lagărelor cu sustentaţie electromagnetică frecvenţele de rezonanţă sunt cu atât mai periculoase cu cât pe parcursul accelerării de la zero la turaţia nominală, turaţie ce poate fi foarte ridicată (100.000 rpm corespunde la o frecvenţă de 1667 Hz), sistemul le poate excita pe toate.

Dacă aplicaţia este de aşa natură încât păstrează în timp aceleaşi rezonanţe, situaţia se poate rezolva elegant prin saltul în accelerare peste frecvenţele rezonante cu ajutorul invertorului de tensiune, procedeu larg utilizat în cadrul convertoarelor de frecvenţă variabilă cunoscut sub numele de "salt peste frecvenţe critice". Dacă rezonanţele nu se păstrează sau dacă invertorul nu are o astfel de opţiune, efectul rezonanţelor se poate elimina în mare măsură prin introducerea unui filtru "opreşte bandă" (de rejecţie) cu o caracteristică de tip "ac", adică o bandă de oprire foarte îngustă, axată pe frecvenţa de rezonanţă. Utilizarea unui filtru digital care filtrează mărimea de comandă are avantajul faţă de unul analogic că, pe măsură ce sistemul trece de la o rezonanţă la alta, coeficienţii filtrului pot fi citiţi dintr-un tabel şi filtrul adaptat pentru rejecţia următoarei frecvenţe de rezonanţă. Chiar mai mult, dacă pentru coeficienţii filtrului se pot deduce relaţii de aproximare simple în funcţie de frecvenţa centrală din banda de rejecţie, filtrul poate fi continuu acordat pe frecvenţa de rotaţie a rotorului. In cazuri deosibite se pot utiliza tehnici noi, pentru sinteza filtrelor adaptive. Există deci mai multe metode pentru rezolvarea problemei rezonanţelor mecanice. Alegerea uneia sau a alteia depinde de aplicaţia practică [H1], [B1].

Un aspect de care trebuie ţinut seama în utilizarea filtrelor digitale de rejecţie a rezonanţelor este că în unele situaţii, datorită valorii ridicate a frecvenţei de rezonanţă, perioada de eşantionare utilizată în cadrul sistemului de reglare nu mai satisface pentru calculul filtrului enunţarea practică a teoremei eşantionării. In aceste situaţii, se utilizează *doar pentru calculul filtrului* o supra-eşantionare (multi-rate control): pe durata unei perioade de eşantionare, pentru filtru se utilizează un multiplu al frecvenţei de eşantionare, acest algoritm fiind calculat cu o frecvenţă mai ridicată, multiplu al frecvenţei de eşantionare $1/T_e$

In figura 3.58 se dă schema bloc a filtrului oprește-bandă utilizat în lucrarea de fața. Este un filtru cu timp de răspuns infinit (IIR) de ordinul patru, configurația (Butterworth, Cebâșev, eliptic) precum și frecvența de acordare și banda de oprire putând fi alese prin valorile coeficienților $b_0 \div b_4$ și $a_0 \div a_3$.

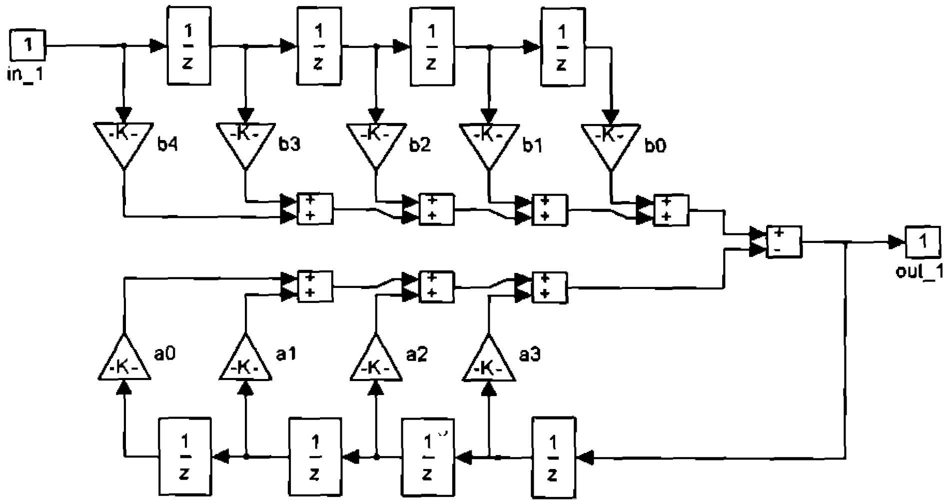


Figura 3.58. Filtru "ac" pentru rejecția rezonanțelor

De exemplu, un filtru Butterworth de ordinul 4 cu frecvența centrală la 500 Hz (echivalentul a 30,000 rpm) și cu o lățime de bandă de 20 Hz are coeficienții:

b_0=0.9565, b_1=-2.7068, b_2=3.8281, b_3=-2.7608, b_4=0.9565

a_0=-2.757, a_1=3.8262, a_2=-2.6467, a_3=0.915 ,

rezultând caracterisiticile amplitudine - pulsație și fază - pulsație reprezentate în figura 3.59

Simulări extensive precum și rezultate experimentale precedente confirmă posibilitatea rejecției rezonanțelor cu ajutorul filtrelor de rejecție de tip "ac".

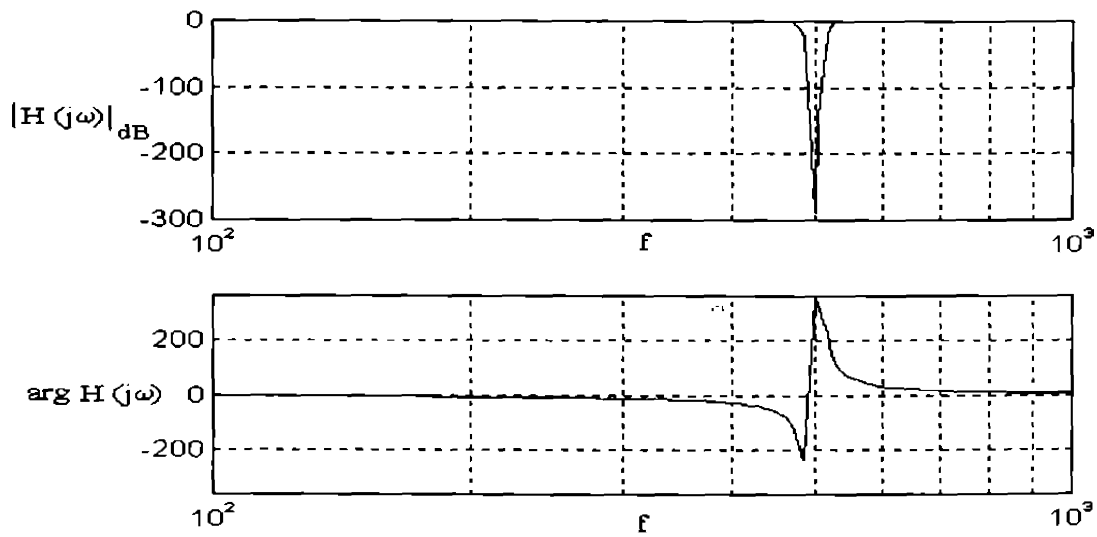


Figura 3.59. Caracterisiticile de frecvență ale filtrului "ac"

3.8 Concluzii

Acest capitol, dedicat reglării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, a abordat mai întâi problema reglării unui sistem de bază de tipul S1E1GL, pe baza a două metode:

- reglarea după stare cu compensator
- reglarea modal alunecătoare (sisteme funcţionând în regim alunecător).

In primul caz s-a discutat numai cazul continual, utilizând ca metode de proiectare alocarea de poli şi metoda regulatorului liniar pătratic.

Pentru reglarea modal alunecătoare s-a utilizat mai întâi un model al procesului cât mai apropiat de forma canonică controlabila, reglarea utilizând metode consacrate pentru sistemele monovariabile la intrare. Apoi, ţinând cont de particularitatea sistemului, de faptul că el este compus dintr-un subsistem electric rapid şi unul mecanic mai lent, s-a utilizat pentru subsistemul electric o buclă interioară foarte rapidă, astfel încât din punct de vedere al subsistemului mecanic răspunsul electric este instantaneu. Aceasta a permis simplificarea ecuaţiilor procesului şi aducerea lui la forma canonică controlabilă, sistemul de reglare rezultant având toate calităţile reglării cu funcţionare în regim alunecător.

Simulările şi experimentele efectuate pentru S1E1GL cu reglare după stare au demonstrat posibilitatea utilizării unui astfel de algoritm de reglare în sistemele cu sustentaţie electromagnetică. S-a arătat că pentru îmbunătăţirea performanţelor se impune fie utilizarea unui chopper în două cadrane, fie un regluator bipoziţional de curent, cu caracter anticipativ. Din punct de vedere al robusteţii la pertrubaţii s-a văzut că atunci când acestea nu sunt exagerat de mari, rejecţia lor este satisfăcătoare. S-a constatat că pentru îmbunătăţirea radicală a performanţelor de reglare şi imunitate la variaţia parametrilor procesului şi perturbaţii, metoda de reglare tinde către aşa numitele regulatoare cu structură variabilă funcţionând în regim alunecător, motiv pentru care o clasă a acestora s-a studiat în continuare.

Reglarea modal alunecătoarea a S1E1GL s-a început pentru cazul continual, analizând mai întâi proiectarea clasică. Având în vedere rezultatele excelente obţinute comparativ cu reglarea după stare, s-au reproiectat coeficienţii regulatorului pentru variaţii ale parametrilor procesului şi perturbaţii mai mari. S-a constatat că rezultă o comandă foarte apropiată de o comandă bipoziţională, cel mai energic tip de comadă posibilă energetic. Intr-adevăr şi simulările efectuate în această situaţie au dus la rezultate remarcabile. Singurul dezavantaj observat a fost oscialţia de înaltă frecvenţă a mărimii de comandă de îndată ce funcţionala de stare intersectează hipercurba de comutaţie, transmise şi în celelate mărimi ale sistemului. In scopul eliminării acestora s-a admis o abatere a stării sistemului de la hipercurba de comutaţie în interiorul unui "tub" de mărime ε. Eliminarea acestui dezavantaj a introdus însă un altul: o eroare de regim staţionar în întrefier $\leq \varepsilon$. S-a imaginat în continuare introducerea unui element de tip PI pe funcţionala de stare astfel încât păstrând "tubul", prin elementul integrator, în regim staţionar funcţionala de stare să se anuleze, asigurând în acest fel reglarea fără eroare. *Ideea de bază este că dacă se pot determina parametrii elemetului de tip PI astfel încât procesul de anulare al funcţionalei să aibe o dinamică mai rapidă decât restul sistemului, se asigură că la scurt timp după ce starea sistemului pătrunde în "tub", ea va evolua pe o traiectorie care satisface ecuaţia hipercurbei de comutaţie, sistemul de reglare funcţionând în regim alunecător.* Simulările efectuate au demonstrat valabilitatea acestei metode.

Una din problemele pe care sistemul de reglare de mai sus nu a putut s-o rezolve a fost rejecţia perturbaţiei de tip acceleraţie perturbatoare. Aceasta este de altfel singura mărime care face ca sistemul să se abată de la forma canonică controlabilă, formă pentru care se asigură robusteţea la variaţii ale parametrilor procesului şi perturbaţii externe. Una din metodele analizate este utilizarea unei alte variabile de stare care să asigure forma canonică controlabilă. Acesta este însă o mărime care în mod normal nu poate fi măsurată aşa că metoda depinde de acurateţea cu care ea poate fi estimată. Se demonstrează astfel rejecţia tuturor perturbaţiilor, prin simulare în aceleaşi condiţii ca în cazurile precedente. O a doua metodă, menţionată deja este introducerea unei bucle de curent interioare, mult mai rapidă decât restul sistemului. Acesta permite rescrierea ecuaţiilor procesului într-o formă canonică controlabilă. Păstrând proiectarea anterioară cu elemet de tip PI pe funcţionala de stare se obţin rezultatele sconatate. Mai mult, prin utilizarea unei rezerve suplimentare de tensiune, sistemul este capabil de a-şi păstra performanţele de reglare chiar şi în prezenţa unor perturbaţii de tip forţă exterioară sporite.

In continuare s-a discutat modalitatea de proiectare a celor două tipuri de regulatoare cu funcţionare în regim alunecător studiate în domeniul discret, pregătind astfel implementarea digitală a algoritmelor. Metoda este bazată pe locul rădăcinilor, facându-se o analiză detaliată a influenţei perioadei de eşantionare, timpului de întârziere de calcul şi parametrilor elementului de tip PI. S-a ţinut cont de existenţa convertoarelor analog - numerice şi numeric - analogice şi a efectului de cuantizare. Din nou sistemele proiectate au fost testate prin simulări extensive, rezultatele fiind similare cazului continual. In fine, un ultim paragraf extrem de important prin implicaţiile sale în proiectarea sistemelor de reglare pentru lagăre electromagnetice a fost consacrat sistemelor cu 2 electromagneţi şi un grad de libertate. Bazat pe modelul de proces original dezvoltat în capitolul 2 al acestei lucrări şi utilizând experienţa acumulată în stabilizarea şi reglarea S1E1GL, acesta utilizează două bucle interioare de curent, analogice, câte una pentru fiecare electromagnet, cu o prescriere unică în amplitudine dar de semne diferite. Această prescriere este mărimea de comandă furnizată de regulatorul funcţionând în regim alunecător cu element PI pe ieşire. Aceasta este de fapt unica soluţia pentru S2E1GL, în ecuaţiile căruia apar cei doi curenţi astfel încât determinarea unui model sub formă canonică controlabilă astfel încât mărimile de stare sa aibe o semnificaţie fizică este imposibilă. Se arată apoi importanţa curentului de pretensionare în determinarea benzii de frecvenţa a procesului. Proiectarea se face tot cu metoda locului rădăcinilor.

Observaţie. Majoritatea sistemelor se pot aduce la forma canonică controlabilă printr-o transformare de stare. In urma acesteia se poate proiecta un sistem cu structură variabilă care să fie independent la variaţii ale parametrilor. Aceasta însă nu asigură faptul că în implementarea practică se obţin aceleaşi rezultate: transformarea de stare depinde în majoritatea cazurilor la rândul ei de parametrii din proces, noile variabile de stare trebuiesc estimate pe baza vechii stări şi se ajunge din nou la ecuaţii dependete de parametrii necunoscuţi.

În continuare se determină robusteţea sistemului la perturbaţii. Astfel se analizează efectul vibraţiilor la diferite frecvenţe şi densităţi de putere spectrală, şocuri mecanice extrem de dure, mişcări pulsatorii ale întregului ansamblu faţă de axa de referinţa absolută, erori de prelucrare mecanică şi efectul lor. Un ultim aspect care se discută în detaliu este efectul şi modalităţile de rejecţie a rezonanţelor mecanice care pot fi excitate pe parcusul funcţionării.

În toate situaţiile sistemul de regalre numerică proiectat are o comportare excelentă, creând premizele pentru implementarea unui sistem de reglare al unui întreg lagăr electromagnetic.

ANEXA 3.1.

A3.1. Analiza locului rădăcinilor pentru sistemul de reglare automată a S1E1GL discret.

Sistemele discrete discutate în paragraful 6 al capitolului 3 sunt dependente de cinci parametrii:

- perioada de eşantionare T_e
- întârzierea de calcul T_d
- coeficientul de transfer K_r al componentei proporţionale a elemetului PI
- constanta de timp de integrare T_i a elementului PI
- laţimea "tubului" ε.

Doar primii patru din aceştia afectează polinomul caracterisitic al sistemului de reglare atunci când funcţionarea se desfăşoară în interiorul "tubului" ε. Astfel, perioada de eşantionare apare explicit în expresia polinomului caracteristic dar afectează şi implicit ceilalţi coeficienţi datoraţi procesului, timpul de întârziere afectează numai implicit aceşti coeficienţi, iar K_r şi T_i apar numai explicit

Analiza din această anexă se referă la cele două tipuri de sisteme discrete discutate în paragraful 3.6:

- sistem discret funcţionând în regim alunecător cu element de tip PI pe funcţionala de stare de ordinul 3
- sistem discret cu buclă interioară de curent analogică, funcţionând în regim alunecător cu elemet de tip PI pe funcţionala de stare de ordinul 2

A3.1.1 Sistem discret funcţionând în regim alunecător cu funcţionala de stare de ordinul 3

In primul caz, polinomul caracterisitic al sistemului în buclă închisă este dat de expresia (3 75)

$$\mu(z) = \mu_0(z)(z-1) - \frac{T_e}{2T_i}(z+1)\left[c_1n_1(z) + c_2n_2(z) + n_3(z)\right] - K_r(z-1)\left[c_1n_1(z) + c_2n_2(z) + n_3(z)\right]$$

în care $\mu_0(z)$ este polinomul caracteristic al S1E1GL discret, $n_i(z)$, $i = 1,2,3$ sunt numărătorii funcţiilor de transfer ai întrefierului, vitezei şi acceleraţiei respectiv pentru S1E1GL în raport cu intrarea u_a şi c_1, c_2 coeficienţii funcţionalei de stare Facând notaţiile

$$\begin{aligned}
D(z) &= \mu_0(z)(z-1) \\
N_T(z) &= -\frac{T_e}{2}(z+1)\left[c_1n_1(z) + c_2n_2(z) + n_3(z)\right] \qquad \text{(A3 1.1)} \\
N_K(z) &= -(z-1)\left[c_1n_1(z) + c_2n_2(z) + n_3(z)\right]
\end{aligned}$$

polinomul caracteristic al sistemului de reglare automată se poate pune sub forma

$$\mu(z) = D(z) + \frac{1}{T_i}N_T(z) + K_rN_K(z) \qquad \text{(A3 1.2)}$$

Analiza se face descompunând problema alegerii cvartetului (T_e, T_d, T_i, K_r) în mai multe probleme de trasare a locului rădăcinilor (LR). Astfel, presupunând că alegerea lui K_r se va face prin metoda locului rădăcinilor a lui (A3 1 2), se face întâi un studiu asupra polilor acestui LR, adică asupra rădăcinilor expresiei

$$D(z) + \frac{1}{T_i} N_T(z) \qquad \text{(A3.1.3)}$$

tot ca o problemă de LR cu $1/T_i$ parametru. Intrebarea la care se caută răspunsul este cum se modifică poziţia polilor şi a zerourilor locului rădăcinilor pentru polinomul (A3.1.2) cu T_e, T_d şi T_i variabili.

Fie pentru început T_e=500μsec. In tabelul TA3.1.1 sunt listaţi polii, iar în tabelul TA3.1.2 zerourile polinomului (A3.1.3) în funcţie de T_d, pentru patru valori ale lui T_d: 0, 100, 200 şi 300 μsec.

Tabelul TA3.1.1

	p_1	$p_{2,3}$	p_4	p_5
T_d = 0 μsec	0	0.9733±j0.0307	1	1.0355
T_d = 100 μsec	0	0.9733±j0.0307	1	1.0355
T_d = 200 μsec	0	0.9733±j0.0307	1	1.0355
T_d = 300 μsec	0	0.9733±j0.0307	1	1.0355

Tabelul TA3.1.2

	z_1	z_2	z_3	z_4
T_d = 0 μsec	-1	0	0.9505	0.9519
T_d = 100 μsec	-1	-0.2605	0.9511	0.9513
T_d = 200 μsec	-1	-0.6946	0.9512-j0.0005	0.9512+j0.0005
T_d = 300 μsec	-1	-1.5624	0.9512-j0.0005	0.9512+j0.0005

Se observă că $D(z)$ are rădăcinile independente de variaţia lui T_d (ceea ce era de altfel de aşteptat) $N_T(z)$ are o rădăcină fixă z_1= -1 şi două rădăcini care se modifică foarte puţin cu T_d, rădăcinile $z_{3,4}$. In schimb z_2 parcurge o plajă largă a axei reale negative.

Se prezintă în figurile A3.1.1 LR pentru polinomul (A3.1.3) cu T_i parametru.

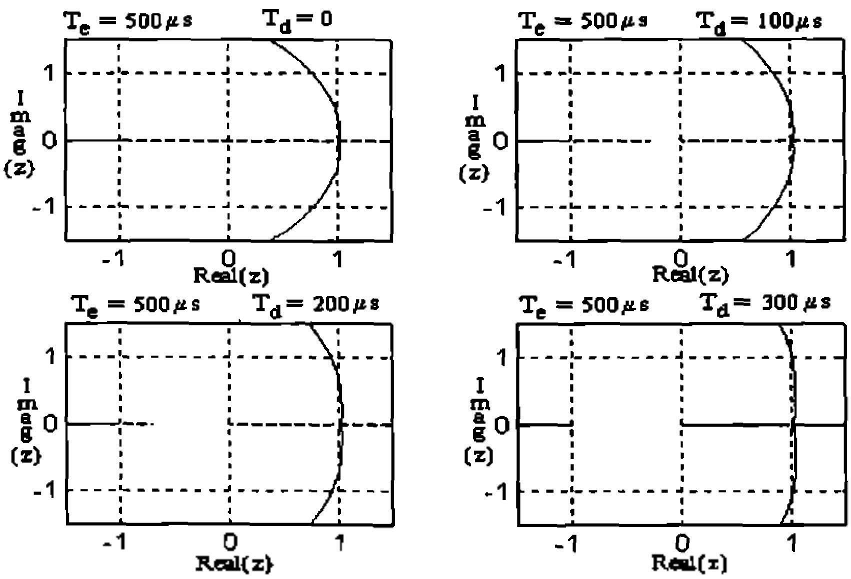


Figura A3.1.1. LR pentru polinomul (A3.1.3) cu T_i ca parametru

Aceleaşi evaluări se fac şi pentru T_e=250 µsec, cu T_d = 0 şi 100 µsec, rezultatele fiind date în tabelele TA3.1.3 şi TA3.1.4, iar în figurile A.3.1.2 sunt trasate LR cu T_i parametru.

Tabelul TA3.1.3

	p_1	$p_{2,3}$	p_4	p_5
T_d = 0 µsec	0	0.9867±j0.0156	1	1.0176
T_d = 100 µsec	0	0.9867±j0.0156	1	1.0176

Tabelul TA3.1.4

	z_1	z_2	z_3	z_4
T_d = 0 µsec	-1	0	0.9751	0.9755
T_d = 100 µsec	-1	-0.6805	0.9753-j0.0001	0.9753+j0.0001

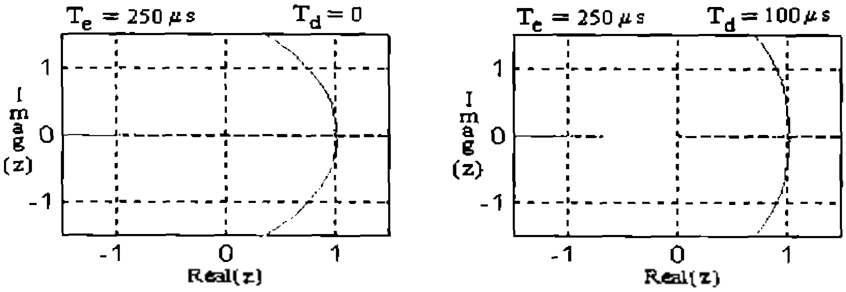


Figura A3.1.2. LR pentru polinomul (A3.1.3) cu T_i ca parametru

Se poate constata din nou independenţa rădăcinilor lui $D(z)$ de timpul de întârziere şi doar o mică deplasare a lor în funcţie de perioada de eşantionare. Observaţiile anterioare la rădăcinile lui $N_T(z)$ sunt în continuare valabile: doar z_2 se modifică mult cu timpul de calcul, celelalte rămânând constante (-1) sau modificându-se foarte puţin.

Se pot formula concluziile:

- $D(z)$ are doi poli independenţi de T_e şi T_d: p_1=0, datorat existenţei lui T_d, şi p_4=1, datorat componentei integratoare a elementului PI; apoi o pereche de rădăcini complex conjugate în interiorul cercului unitate, cu parte reală pozitivă apropiată de 1 şi cu partea imaginară aproape nulă, rădăcini date de polii stabili ai procesului, ultima rădăcină este dată de polul instabil al procesului continuu, reală pozitivă. Nici una din aceste ultime trei rădăcini nu se modifică decât în limite foarte mici în funcţie de T_e şi T_d.
- $N_T(z)$ are o rădăcină la -1 constantă dată de termenul $(z+1)$ din expresia (3.75); are un pol real negativ puternic dependent de T_d, plecând de la 0 şi până la valori mari ; ultimii doi poli sunt poziţionaţi într-o regiune restrânsă a planului "z", în funcţie de T_d putând fi reali sau complex conjugaţi cu partea reală cuprinsă între 0.95 şi 1 şi cu partea imaginară foarte apropiată de 0. Aceşti doi poli sunt întotdeauna la stânga polilor complex conjugaţi ai lui $D(z)$.
- $N_K(z)$ are exact aceleaşi rădăcini cu $N_T(z)$ cu excepţia rădăcinii -1 care este înlocuită de z_1=1, afirmaţie care se face pe baza relaţiilor (A3.1.1).
- LR trasate în figurile de mai sus indică poziţionarea posibilă a rădăcinilor polinomului din (A3.1.3) :
  - un pol real negativ cuprins între -1 şi 0 dat de perechea (p_1, z_2)
  - 2 poli complex conjugaţi sau reali cuprinşi într-o zonă restrânsă a planului "z" cu partea reală pozitivă cuprinsă în intervalul (0.95,1) şi cu parte imaginară foarte apropiată de zero, daţi de perechile $(p_{2,3}, z_{3,4})$

- doi poli care se modifică mult cu T_i dați de p_4 și p_5 și de z_1 și un zero la infinit: pentru valori mari ale lui T_i (mici ale lui $1/T_i$) polii sunt pozitivi, reali și mai mari ca 1, apoi se ramifică pe două ramuri complex conjugate care trec prin cercul unitate cu atât mai mult cu cât T_d este mai mic; pentru valori mici ale lui T_i (mari ale lui $1/T_i$) devin din nou reali, negativi și mai mici ca -1.
- figura A3.1.3 prezintă locația posibilă a polilor pentru diferite valori ale lui T_i.

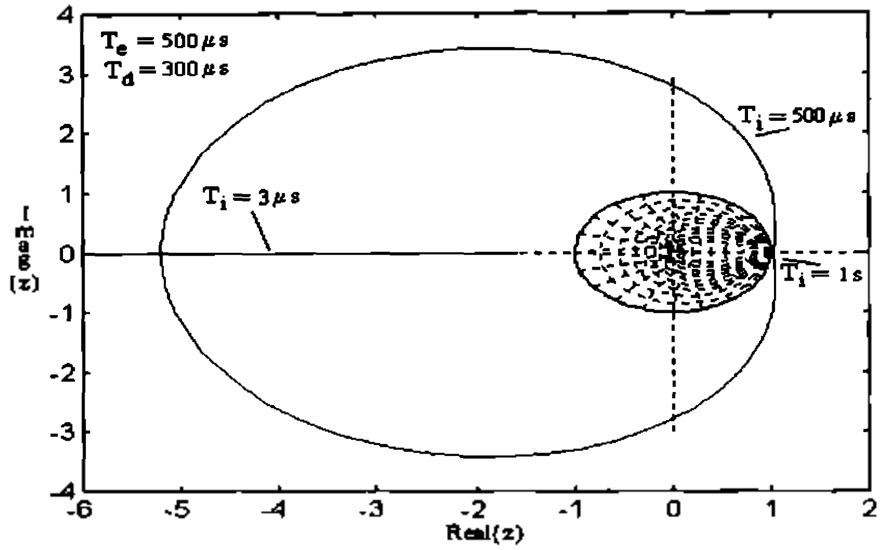


Figura A3.1.3. LR pentru $D(z)+1/T_iN_T(z)$ în raport cu T_i

Se desprind 3 tipuri de posibile configurații ale LR polinomului (3.75) pentru cazul considerat. Astfel pentru T_e=500μsec și T_d=300μsec se analizează trei cazuri tipice:

1. T_i are valori mari, de exemplu T_i =1sec. In funcție de K_r se obține locul rădăcinilor:

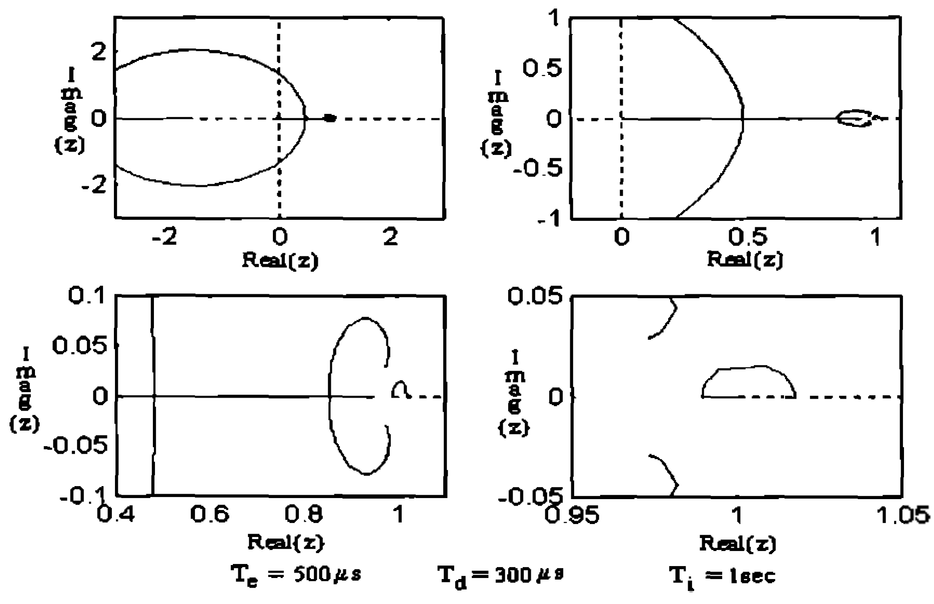


Figura A3.1.4. LR pentru μ(z) cu T_i= 1 sec și K_r parametru

In figură este trasat acelaşi LR la diferite scări. Se obţin configuraţii stabile ale sistemului de reglare automată pentru K_r luând valori de la K_r = 0.55 (p_1=0.0126, $p_{2,3}$=0.9814±j0.0377 şi $p_{4,5}$=0.9991±j0.0165), când două rădăcini complex conjugate cu parte reală pozitivă pătrund în cercul de rază unitate şi până la K_r = 4.24, când alte două rădăcini complex conjugate părăsesc cercul de rază unitate ($p_{1,2}$=0.2092±j0.999, p_3=0.9408, p_4=0.9584 şi p_5=0.9999). Plaja pentru K_r pentru care sistemul este stabil nu este foarte mare şi nici una din valori nu determină o configuraţie convenabilă din punct de vedere al stabilităţii. Astfel una dintre cele mai stabile configuraţii este dată de K_r =0.15 (p_1=0.0357, $p_{2,3}$=0.9724±j0.0623, p_4=0.9852 şi p_5=0.9928) dar şi în acest caz două dintre rădăcini sunt inadmisibil de apropiate de 1.

2. T_i are valori medii, de exemplu T_i =500µsec. LR obţinut este următorul

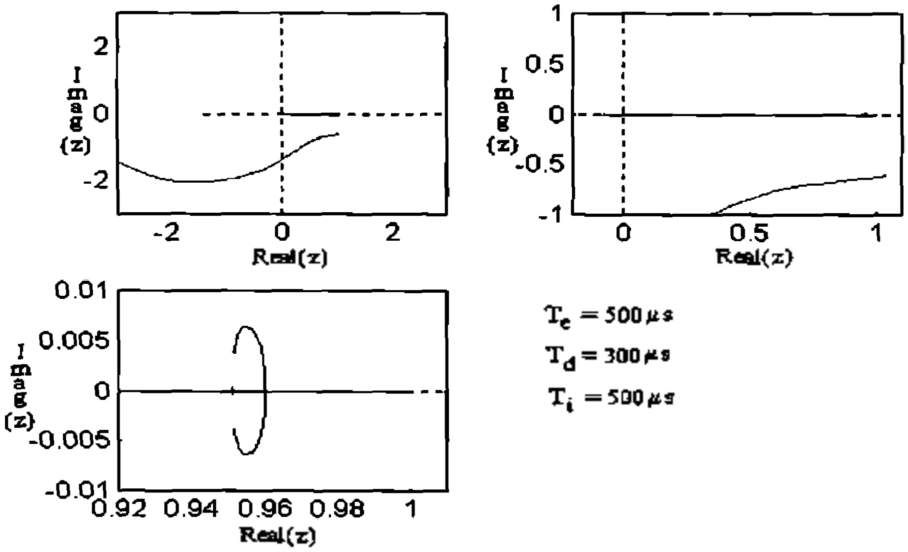


Figura A3.1.5. LR pentru µ(z) cu T_i= 500 µsec şi K_r parametru

Din nou sunt prezentate detalii ale aceluiaş LR. Se obţin configuraţii stabile pentru K_r luând valori între K_r = 0.266 (p_1=-0.0412, $p_{2,3}$=0.9517±j0.0038 şi $p_{4,5}$=0.9999±j0.6249), când două rădăcini complex conjugate intră în cercul de rază unitate şi K_r = 3.77 (p_1=0.7135, $p_{2,3}$=0.9518±j0.0041 şi $p_{4,5}$=0.3479±j0.9999), când aceleaşi două rădăcini părăsesc din nou cercul de rază unitate. Se observă că şi în acest caz plaja în care parametrul poate varia pentru a obţine o configuraţie stabilă nu este foarte largă. Una dintre cele mai bune valori pentru K_r ar fi 2.36 pentru care se obţine o configuraţie stabilă dar puternic oscilantă (p_1=0.4855, $p_{2,3}$=0.9518±j0.0040 şi $p_{4,5}$=0.5725±j0.7806).

3. T_i are valori mici, de exemplu T_i =3 µsec. LR obţinut este:

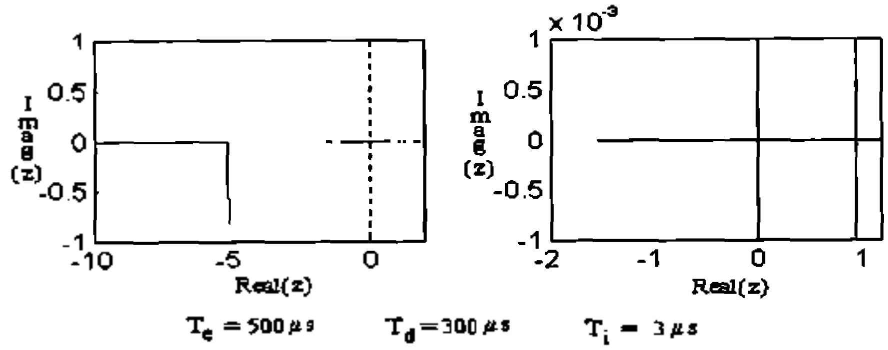


Figura A3.1.6. LR pentru μ(z) cu T_i= 3 μsec și K_r parametru

Se poate vedea că în această situaţie nu există nici o valoare a parametrului K_r pentru care sistemul să fie stabil, având cel puţin doi poli cu parte reală negativă întotdeauna mai mici ca -1.

Analizând cele trei cazuri considerate se poate estima că pentru valori între 500 μsec şi 1 sec ale constantei de timp de integrare, trebuie să existe situaţii mai favorabile decât cele anterioare. Astfel alegând T_i de ordinul milisecundei, de exemplu T_i =3msec, se obţine LR:

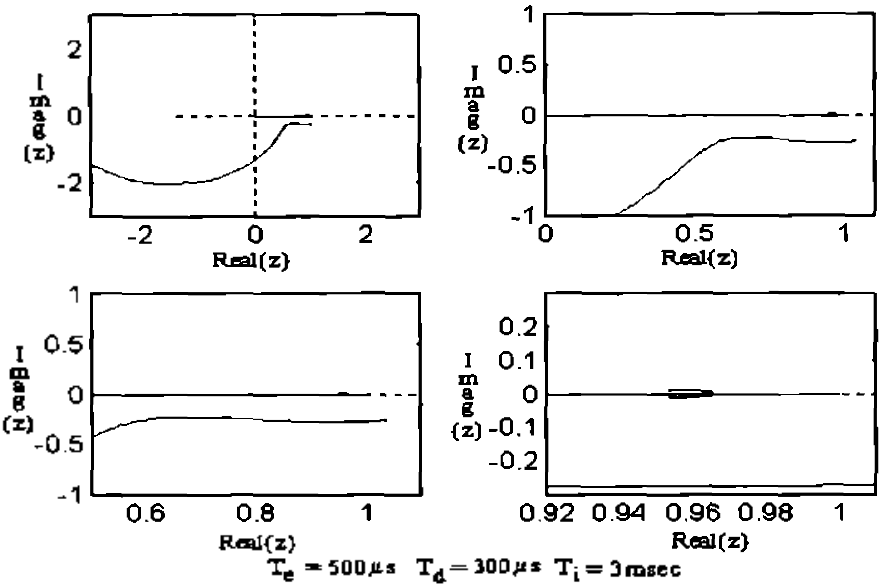


Figura A3. 1.7. LR pentru μ(z) cu T_i= 3 msec şi K_r parametru

Valoarea constantei de timp de integrare este încă suficient de mică pentru a aduce la zero funcţionala de stare în timp util dar în acelaşi timp destul de mare pentru a asigura o configuraţie de poli confortabilă. Pentru K_r = 0.21, sistemul este la limita de stabilitate cele două rădăcini complex conjugate pătrunzând în cercul de rază unitate (p_1=0.287, $p_{2,3}$=0.9537±j0.0086 şi $p_{4,5}$=1.0000±j0.2718), iar pentru K_r = 4.185 (p_1=0.9323, $p_{2,3}$=0.9625±j0.0082 şi $p_{4,5}$=0.2279±j1.0000), ele ies din nou. Domeniul de stabilitate a lui K_r este mai mare de data aceasta şi se poate găsi o valoare care să conducă la poli acceptabili. Astfel în figura A3.1.8 este prezentată configuraţia obţinută pentru K_r = 1.3 (p_1=0.7326, $p_{2,3}$=0.9550±j0.0096 şi $p_{4,5}$=0.5614±j0.2970):

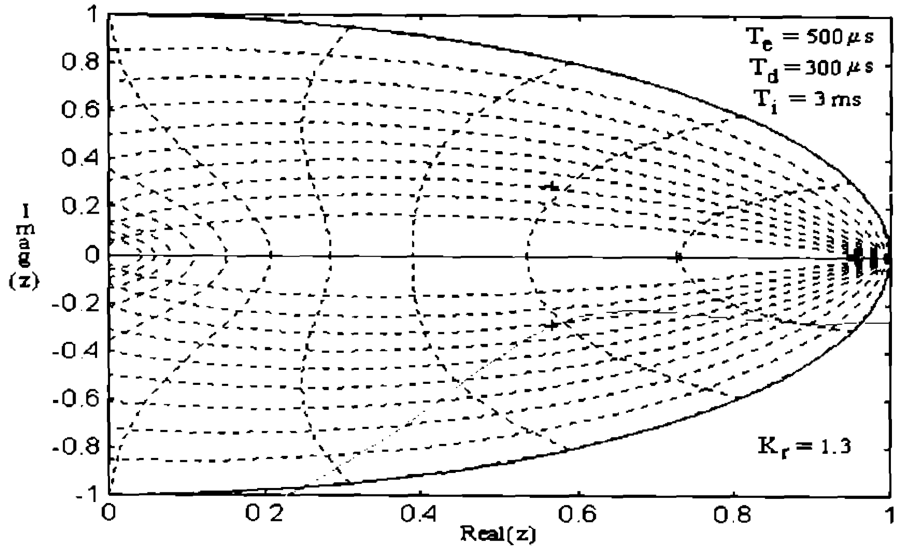


Figura A3.1.8. Configurația poli zerouri utilizată în SRAN cu T_e=500 μsec

Acest set de parametrii, T_e**=500 μsec,** T_d**=300 μsec,** T_i**=3 msec și** K_r**=1.3**, au fost utilizați pentru simularea sistemului de reglare automată (capitolul 3, paragraful 6).

Studiul efectuat a fost utilizat și la găsirea unui set de parametrii alternativi, pentru T_e**=250 μsec,** T_d**=100μsec,** T_i**=500 μsec și** K_r**=2.73**. Astfel configurația obținută este prezentată în figura A3.1.9:

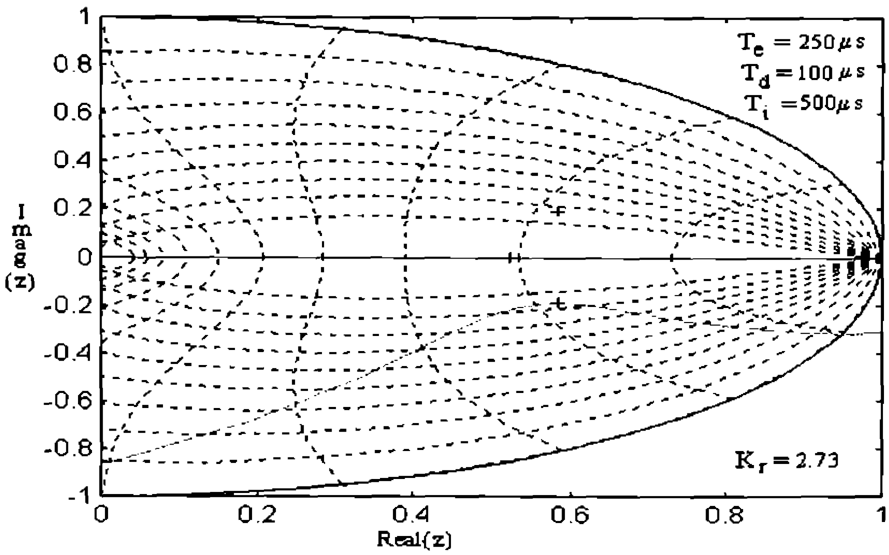


Figura A3.1.9. Configurația poli zerouri utilizată în SRAN cu T_e=250 μsec

polii fiind p_1**=0.5228,** $p_{2,3}$**=0.9756±j0.0021** și $p_{4,5}$**=0.5841±j0.1910**. *Acest nou set a permis ridicarea tensiunii de alimentare la valoarea nominală $u_{a,max}$ 170 V, fără a mai avea probleme de suprareglaj sau oscilații permanente ale mărimii de comandă.*

A3.1.2 Sistem discret funcționând în regim alunecător cu funcționala de stare de ordinul 2

Se discuta în continuare problema sistemului discret cu buclă interioară de curent analogică, funcționând în regim alunecător cu element de tip PI pe funcționala de stare de ordinul 2. Polinomul caracteristic este dat de (3.78)

$$\mu(z)=\mu_0(z)(z-1)-\frac{T_e}{2T_i}(z+1)\left[c_1n_1(z)+n_2(z)\right]-K_r(z-1)\left[c_1n_1(z)+n_2(z)\right]$$

în care $\mu_0(z)$ este polinomul caracteristic al SIEIGL discret, $n_i(z)$, $i=1,2$ sunt numărătorii funcțiilor de transfer ai întrefierului și vitezei respectiv pentru SIEIGL în raport cu intrarea i_a și c este coeficientul funcționalei de stare. Făcând același tip de notații ca mai sus:

$$\begin{aligned}
D(z)&=\mu_0(z)(z-1)\\
N_T(z)&=-\frac{T_e}{2}(z+1)\left[c_1n_1(z)+n_2(z)\right]\\
N_K(z)&=-(z-1)\left[c_1n_1(z)+n_2(z)\right]
\end{aligned}\qquad \text{(A3.1.4)}$$

polinomul caracteristic al sistemului de reglare automată se poate pune din nou sub forma

$$\mu(z)=D(z)+\frac{1}{T_i}N_T(z)+K_rN_K(z) \qquad \text{(A3.1.5)}$$

Se analizeaza aceleași două cazuri pentru T_e=500 µsec și mai apoi pentru T_e=250 µsec. În tabelele TA3.1.5 și TA3.1.7 sunt listați polii, iar în tabelul TA3.1.6 și TA3.1.8 zerourile polinomului (A3.1.3) cu $D(z)$ și $N_T(z)$ date de (A3.1.4) în funcție de T_d, pentru cele două valori ale perioadei de eșantionare.

Tabelul A3.1.5

	p_1	p_2	p_3	p_4
T_d = 0 µsec	0	0.9446	1	1.0587
T_d = 100 µsec	0	0.9446	1	1.0587
T_d = 200 µsec	0	0.9446	1	1.0587
T_d = 300 µsec	0	0.9446	1	1.0587

Tabelul A3.1.6

	z_1	z_2	z_3
T_d = 0 µsec	-1	0	0.9512
T_d = 100 µsec	-1	-0.2563	0.9512
T_d = 200 µsec	-1	-0.6835	0.9512
T_d = 300 µsec	-1	-1.15380	0.9512

Tabelul A3.1.7

	p_1	p_2	p_3	p_4
T_d = 0 µsec	0	0.9719	1	1.0289
T_d = 100 µsec	0	0.9719	1	1.0289

Tabelul A3.1.8

	z_1	z_2	z_3
$T_d = 0$ µsec	-1	0	0.9753
$T_d = 300$ µsec	-1	-0.675	0.9753

Locurile rădăcinilor asociate polinomului (A.3.1.3) în raport cu constanta de timp de integrare sunt reprezentate în figurile A3.1.10 şi A3.1.11 respectiv:

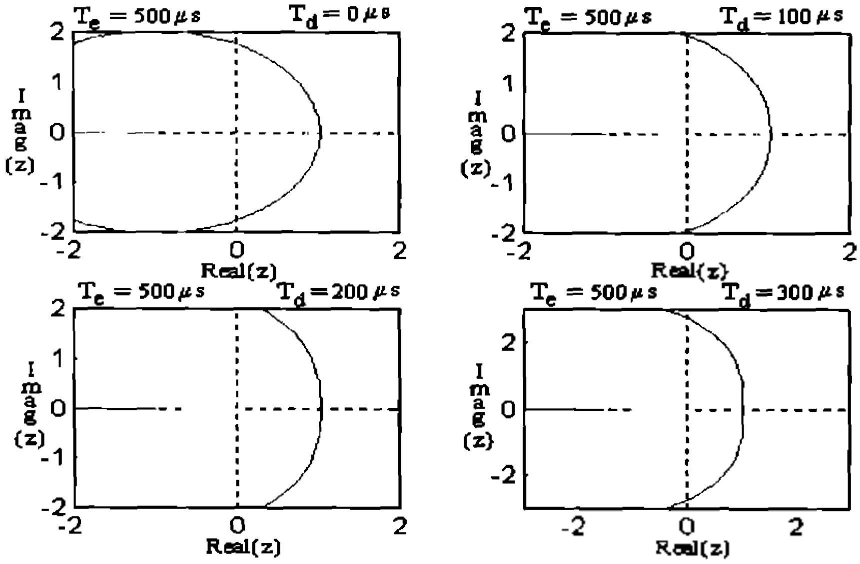


Figura A3.1.10. LR pentru polinomul (A3.1.3) cu T_i ca parametru

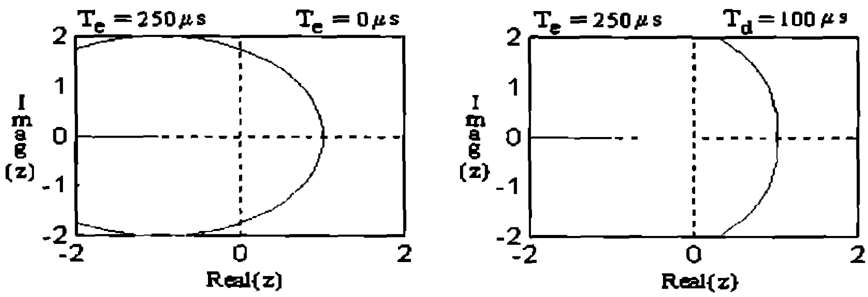


Figura A3.1.11. LR pentru polinomul (A3.1.3) cu T_i ca parametru

Din analiza acestor tabele şi diagrame se pot trage concluziile legate de rădăcinile polinoamelor din (A3.1.4):

- *$D(z)$ are la o perioadă de eşantionare fixă rădăcinile constante în funcţie de timpul de calcul T_d; variaţia lor este minimală la modificarea lui T_e*, se regăsesc o radăcină în origine, datorată existenţei unei întârzieri în calcul, o rădăcină în punctul real 1 datorată elementului integrator, şi două rădăcini reale pozitive foarte apropiate de 1, una în interiorul şi una în exteriorul cercului de rază unitate; acestea din urmă sunt datorate procesului redus la un sistem de ordinul doi.
- $N_T(z)$ are o singură rădăcină care se modifică relativ mult cu timpul de calcul, din nou pe axa reală negativă plecând din origine şi deplasându-se spre $-\infty$ cu creşterea lui T_d, o a doua

rădăcină este datorată termenului $(z+1)$ din (A3.1.4) şi este constantă şi o a treia rădăcină este reală, pozitivă în interiorul cercului de rază unitate dar apropiată de 1.

- $N_K(z)$ are aceleaşi rădăcini cu $N_T(z)$ cu excepţia celei din punctul -1, înlocuit de o rădăcină în punctul 1.
- Locului rădăcinilor polinomului caracteristic (A3.1.5) în raport cu K_r poate avea polii plasaţi în funcţie de T_i astfel:

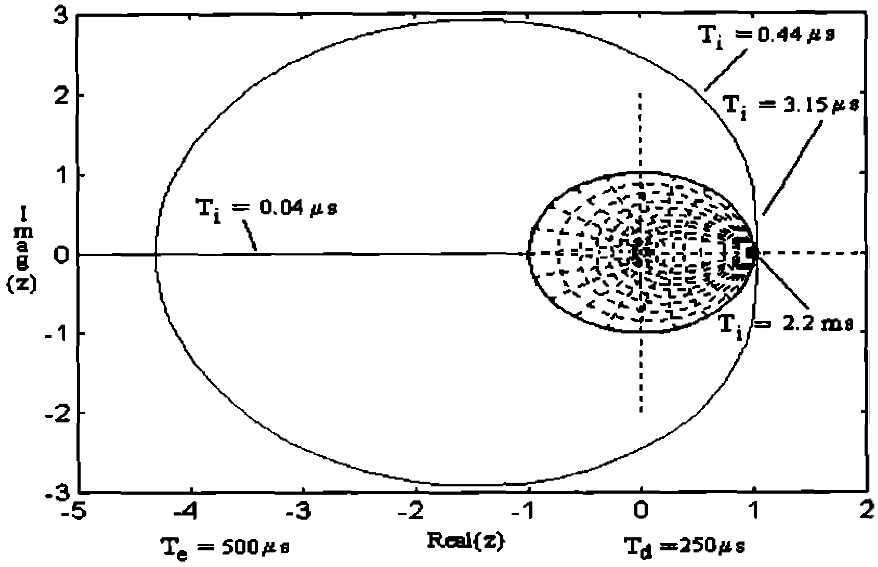


Figura A3.1.12. LR pentru $D(z)+1/T_iN_T(z)$ în raport cu T_i

- pentru valori mari (mai mari ca 10msec) ale lui T_i (mici ale lui $1/T_i$) polii locului rădăcinilor polinomului caracteristic $\mu(z)$ sunt:
  - un pol real negativ apropiat de 0
  - un pol real pozitiv, stabil apropiat de 0.9
  - doi poli reali pozitivi mai mari ca 1 şi apropiaţi de 1

LR are aspectul:

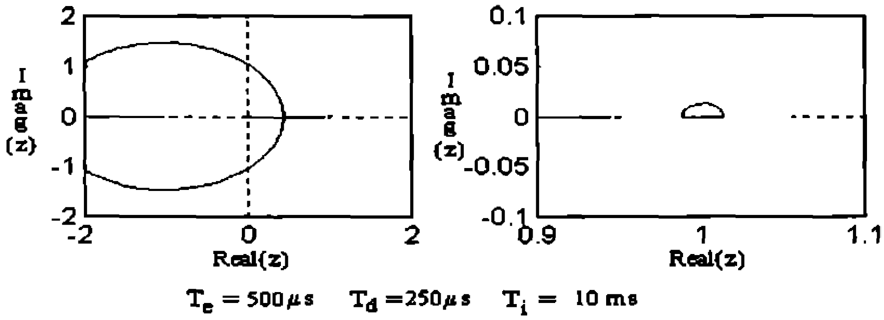


Figura A3.1.13. LR pentru $\mu(z)$ cu T_i= 10 sec şi K_r parametru

Analizând cele două diagrame se constată că există o plajă a lui K_r pentru care să se obţină valori stabile. Astfel pentru K_r =16 cei doi poli iniţial reali instabili şi care pe masură ce K_r creşte se transformă în poli complex conjugaţi, pătrund în cercul de rază unitate (p_1=0.0338, p_2=0.9370 şi $p_{3,4}$=0.9999±j0.0128), iar pentru K_r =480 alţi doi poli complex conjugaţi care se formează părăsesc cercul de rază unitate

(p_1=0.9516, p_2=0.9999 și $p_{3,4}$=0.0374±j0.9999). Din păcate în întregul domeniu de stabilitate există o rădăcină reală pozitivă inacceptabil de apropiată de 1.

- pentru valori de ordinul zecilor de μsec polii LR sunt:
  - un pol real negativ apropiat de 0
  - un pol real pozitiv stabil între 0.9 și 1
  - doi poli complex conjugați cu partea reală pozitivă apropiată de 1 și parte imaginară redusă.

Luând ca exemplu T_i =50μsec se obține LR:

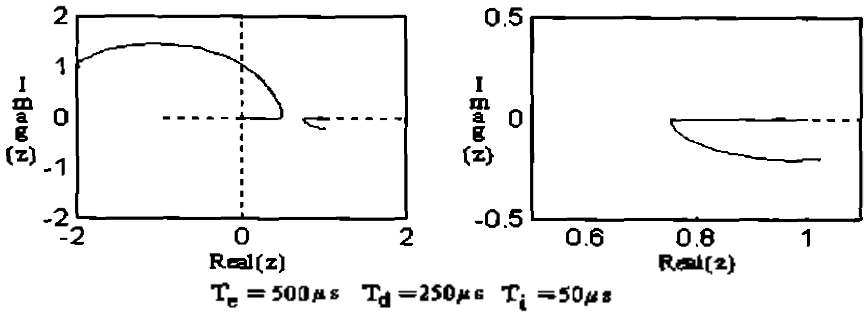


Figura A3.1.14. LR pentru μ(z) cu T_i= 50 μsec și K_r parametru

Se găsește în acest caz o plajă largă a lui K_r pentru care se poate obține o configurație stabilă. Astfel pentru K_r =13.1 cei doi poli complex conjugați inițiali intră în cercul de raza unitate (p_1=0.0163, p_2=0.9504 și $p_{3,4}$=0.9999±j0.2030), iar pentru K_r =475.1 ceilalți doi poli complex conjugați care se formează ies din cercul de rază unitate (p_1=0.9519, p_2=0.9781 și $p_{3,4}$=0.0481±j0.9999). De data aceasta se pot obține mai multe configurații de poli care să satisfacă suficient stabilitatea sistemului.

- pentru valori de ordinul μsec polii LR sunt:
  - un pol real negativ cuprins între -1 și 0
  - un pol real negativ cuprins între 0.9 și 1
  - doi poli complex conjugați cu partea imaginară mai mare ca 1 și partea reală cuprinsă între 0.7 și 1

De exemplu pentru T_i =50μsec se obține LR:

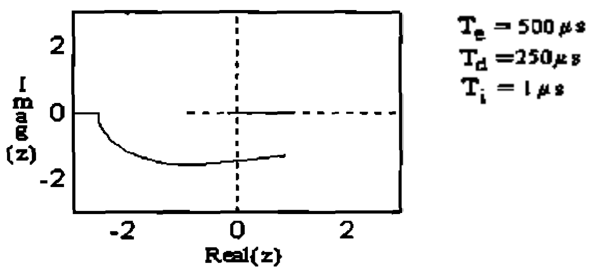


Figura A3.1.15. LR pentru μ(z) cu T_i= 1 μsec și K_r parametru

Se constată că rădăcinile polinomului caracteristic au întotdeauna cel puțin un pol instabil.

In concluzie se alege o configurație cu valori destul de mici ale constantei de timp de integrare care are aspectul din figura A3.1.16. Polii obținuți pentru K_r=90 sunt p_1=0.2789, p_2=0.9499 și $p_{3,4}$=0.7906±j0.1086.

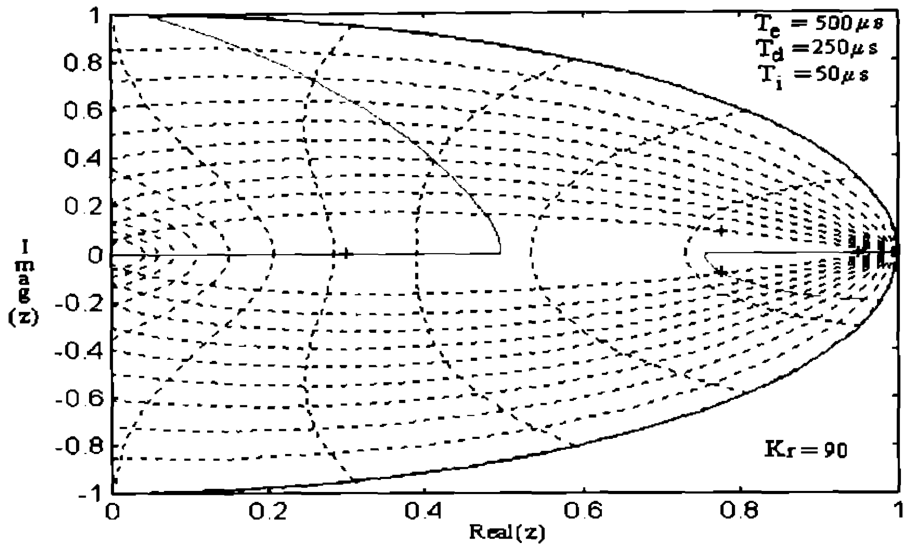


Figura A3.1.16. Configuraţia poli zerouri utilizată în SRAN cu T_e=500 µsec

Pentru a putea compara rezultatele cu cele din studiul sistemului anterior s-a analizat şi situaţia în care perioada de eşantionare este 250 µsec şi timpul de întârziere datorat calculului este 100 µsec. Având în vedere modul de variaţie al polilor LR al polinomului caracteristic cu constanta de timp de integrare, similar cu reprezentarea din figura A3.1.12 este necesară alegerea unei constante de timp T_i destul de mică. Astfel această valoare s-a ales 6 µsec şi locul rădăcinilor pentru polinomul caracteristic (A3.1.15) în raport cu amplificarea K_r este trasat în figură A3.1.17.

Tot în această figură s-au marcat şi polii sistemului de reglare automată obţinuţi pentru K_r =180, valorile lor fiind p_1=0.7870, p_2=0.9752 şi $p_{3,4}$=0.4366±j0.2820.

Rezultatele simulărilor obţinute cu valorile determinate în această anexă sunt analizate în capitolul 3, paragrafele 6.1 şi 6.2.

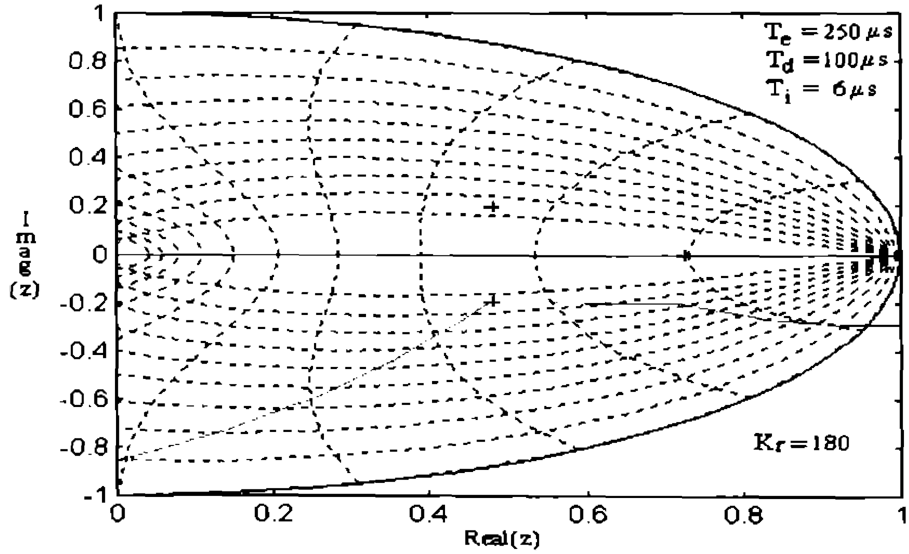


Figura A3. 1.17. Configuraţia poli zerouri utilizată în SRAN cu T_e=250 µsec

ANEXA 3.2.

A3.2. Analiza locului rădăcinilor pentru sistemul de reglare automată a S2E1GL discret

Sistemul de reglare numerică a S2E1GL discutat în 3.7 este dependent de 6 parametrii:

- curentul de pretensionare I_0
- perioada de eşantionare T_e
- întârzierea de calcul T_d
- coeficientul de transfer K_r al componentei proporţionale a elemetului PI
- constanta de timp de integrare T_i a elementului PI
- laţimea "tubului" ε

In urma experienţei dobândite în proiectarea S1E1GL, din start se aleg pentru perioada de eşantionare valoarea de 250 µsec şi pentru timpul de întârziere de calcul 100 µsec. Aceasta va permite utilizarea unui unic procesor pentru reglarea a două axe perpendiculare, deci a unui întreg lagăr magnetic

Pentru sistemul discret cu buclă interioară de curent analogică, funcţionând în regim alunecător cu element de tip PI pe funcţionala de stare de ordinul 2, polinomul caracteristic este dat şi în acest caz de (3.78)

$$\mu(z) = \mu_0(z)(z-1) - \frac{T_e}{2T_i}(z+1)\left[c_1 n_1(z) + n_2(z)\right] - K_r(z-1)\left[c_1 n_1(z) + n_2(z)\right] \qquad \text{(A3.2.1)}$$

în care: $\mu_0(z)$ este însă polinomul caracteristic al S2E1GL discret, $n_i(z), i = 1,2$ sunt numărătorii funcţiilor de transfer ale întrefierului şi vitezei respectiv pentru S2E1GL în raport cu intrarea i_a iar c este coeficientul funcţionalei de stare. Cu notaţile cunoscute:

$$\begin{aligned} D(z) &= \mu_0(z)(z-1) \\ N_T(z) &= -\frac{T_e}{2}(z+1)\left[c_1 n_1(z) + n_2(z)\right] \\ N_K(z) &= -(z-1)\left[c_1 n_1(z) + n_2(z)\right] \end{aligned} \qquad \text{(A3.2.2)}$$

polinomul caracteristic al sistemului de reglare automată se poate pune din nou sub forma

$$\mu(z) = D(z) + \frac{1}{T_i} N_T(z) + K_r N_K(z) \qquad \text{(A3.2.3)}$$

In afară de T_e şi T_d, cele trei polinoame din (A3.2.2) depind în acest caz şi de curentul I_0. Curentul de pretensionare este un element nou faţă de S1E1GL şi în captolul 2 s-a arătat că în absenţa lui, S2E1GL este necontrolabil. In acelaşi timp valoarea lui I_0 modifică şi banda de pulsaţie a procesului: cu cât este mai mare cu atât banda de pulsaţie este mai extinsă. Cu cât însă I_0 este mai mare cu atât consumul de energie este mai mare şi sistemul poate deveni neeconomic în special atunci când S2E1GL este într-un regim staţionar. Ca mai totdeauna şi aici trebuie găsit un compromis între lăţimea benzii de frecvenţă şi consumul energetic admisibil în regim staţionar. *Este o problemă care se rezolvă în funcţie de aplicaţia concretă, în care banda de pulsaţie a sistemului de reglare poate fi una din datele impuse prin proiectare.*

In figura A3.2.1 se dau caracteristicile amplitudine - pulsaţie şi fază - pulsaţie pentru sistemul discret (3.79) în raport cu referinţa de curent, pentru diferite valori ale lui I_0. Se constată că întradevăr banda de pulsație a sistemului crește cu valoarea curentului de pretensionare, de la aproximativ 7 rad/sec la I_0 =0.1 A și până la aproximativ 300 rad/sec pentru 5 A. Un compromis între banda de frecvențe și energia utilizată se obține pentru I_0 =1 A, valoare la care pulsația de frângere este aproxiamtiv 60 rad/sec, iar în repaus, energia disipată în înfășurarea electromagnetului și elemetele semiconductoare de putere utilizate în chopper este încă relativ redusă.

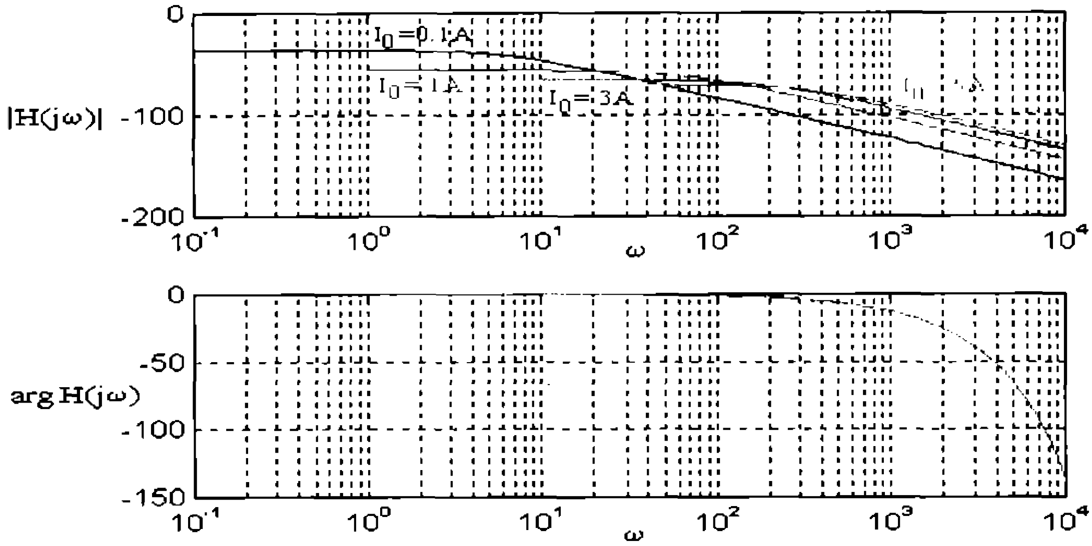


Figura A3.2.1. Diagramele Bode pentru sistemul (3.79) cu I_0 ca parametru

În tabelele T A3.2.1 și T A3.2.2 se dau valorile rădăcinilor lui $D(z)$ și $N_7(z)$ respectiv pentru câteva valori ale curentului de pretensionare.

Tabelul T A3.2.1

	p_1	p_2	p_3	p_4
I_0 = 0.1 A	0	0.9983	1	1.0017
I_0 = 1 A	0	0.9836	1	1.0167
I_0 = 3 A	0	0.9517	1	1.0508
I_0 = 5 A	0	0.9207	1	1.0861

Tabelul T A3.2.2

	z_1	z_2	z_3
I_0 = 0.1 A	-1	-0.7560	0.7793
I_0 = 1 A	-1	-0.7560	0.7793
I_0 = 3 A	-1	-0.7560	0.7793
I_0 = 5 A	-1	-0.7559	0.7792

Se observă că două din rădăcinile lui $D(z)$ se modifică pe măsură ce curentul crește, iar două sunt constante, p_1=0 corespunzătoare timpului de întârziere de calcul și p_2=1 corespunzătoare elementului integrator din elementul PI. Rădăcinile lui $N_7(z)$ se modifică cu totul nesemnificativ, iar cele ale lui $N_K(z)$ sunt identice cu cele ale lui $N_7(z)$ cu excepția celei din punctul 1, în locul lui -1, lucru evident din (A3.2.2).

Descompunând problema alocării polilor lui $\mu(z)$ din (A3.2.3) similar procedeului utilizat în anexa A3.1, se determină în primul rând poziția posibilă a rădăcinilor lui

$$D(z)+\frac{1}{T_i}N_T(z) \qquad \text{(A3.2.4)}$$

în raport cu $1/T_i$. Astfel, trasând locul rădăcinilor polinomului (A3.2.4) în raport cu acest coeficient se obține diagrama din figura A3.2.2

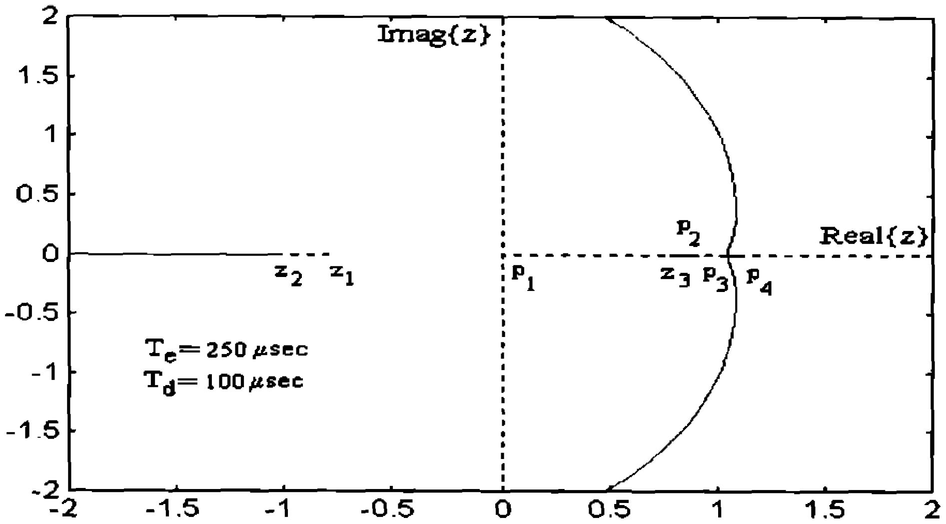


Figura A3.2.2. LR pentru (A3.2.4) cu T_i ca parametru

Se observă că o rădăcină va fi poziționată pe segmentul axei reale negative dintre p_1 și z_1, o alta pe segmentul axei reale pozitive între p_3 și z_3. Alte două, pentru valori mari ale lui T_i se găsesc tot pe axa reală pozitivă într-o zonă foarte apropiată de 1, pentru valori medii ale constantei de integrare pe cele două ramuri complex conjugate care se ramifică în zona lui (1,0) și care apoi devin din nou reale undeva pe axa reală negativă, în jurul valorii (-5,0), iar pentru valori foarte mici ale lui T_i una se va afla pe axa reală negativă între -5 și -1 și a doua pe axa reală negativă, tinzând spre infinit. Această poziționare a rădăcinilor polinomului (A3.2.4) este similară cu cele determinate în anexa A3.2.1, astfel încât, pe baza celor determinate anterior se apreciază că cei doi poli, care variază mult, ai locului rădăcinilor determiant pentru

$$D(z)+\frac{1}{T_i}N_T(z)+K_rN_K(z) \qquad \text{(A3.2.5)}$$

în raport cu coeficientul K_r, trebuie să se afle pe cele două ramuri complex conjugate, în prima porțiune a acesteia. Se alege valoarea **T_i=100 µsec**.

Se trasează apoi LR pentru (A3.2.5):

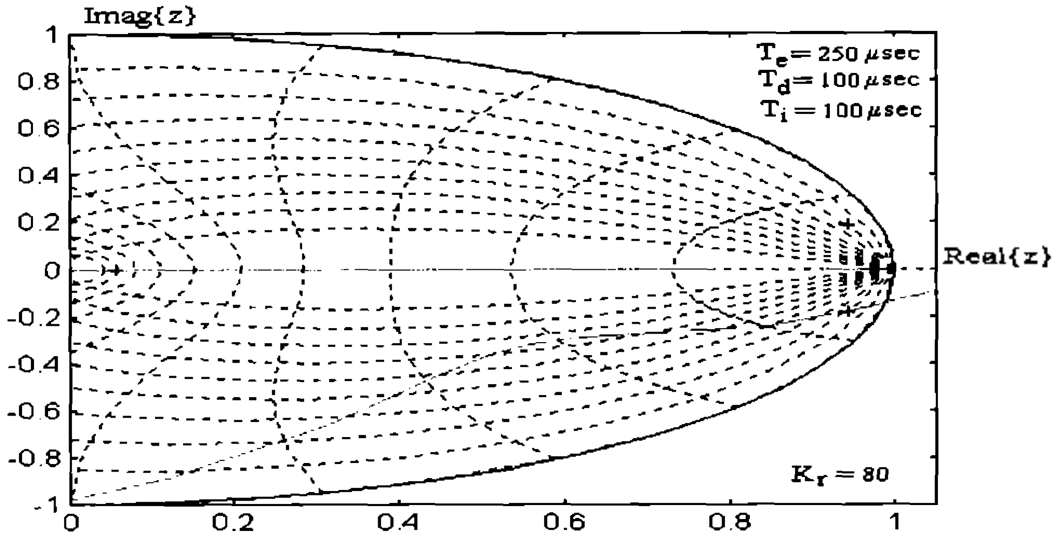


Figura A3.2.3. Configurația poli zerouri pentru T_e = 250 µsec

Alegerea uneia din cele mai convenabile configurații determină valoarea lui K_r=80, valoare pentru care se obțin pentru polinomul caracteristic al sistemului de reglare numerică rădăcinile: 0.0549, 0.96499 și 0.9446±j0.1819, adică un pol foarte apropiat de 0 (pol dominat) și trei poli dominanți, cu parte reală pozitivă, doi cu parte imaginară dar destul de mică, asigurând nu numai stabilitatea sistemului dar și performanțe de răspuns relativ rapide și fără un suprareglaj exagerat.

CAPITOLUL 4

4. Metode pentru estimarea stării sistemelor cu sustentație electromagnetică

4.1 Enunțarea problemei

Sistemele de reglare sintetizate în capitolul precedent utilizează în calculul mărimii de comandă diferite variabile ale procesului, variabile considerate a fi la dispoziția proiectantului. In realitate, doar un număr redus de mărimi din proces pot fi măsurate, fie datorită dificultăților tehnice, fie datorită complexității măsurării și deci a prețului prohibitiv. De exemplu, măsurarea fluxului în întrefier va fi puternic influențată de dispersie. Este extrem de dificil, dacă nu imposibil de a separă fluxul de dispersie de fluxul "util", flux care produce forța electromagnetică. Apoi măsurarea directa a forței, fără contact mecanic între electromagnet și jugul feromagnetic necesită traductoare de forță cu totul deosebite de cele utilizate în mod obișnuit, prețul lor fiind foarte ridicat.

In capitolul 2 s-au dedus modele matematice intrare-stare-ieșire în care s-a presupus posibilitatea de măsurare a trei tipuri de mărimi ale procesului: întrefier, accelerație absolută și curentul (curenții) prin electromagneți.

S-au experimentat diferite *metode de măsurare fără contact mecanic a poziției jugului electromagnetic față de electromagnet*: metode bazate pe variație de inductanță, variație de capacitate electrică, ultrasunete, piezoelectrice etc. Fiecare dintre ele are însă dezavantaje: unele sunt neliniare, altele variază în timp, sunt dependente de mediul ambiant, sunt prea scumpe, măsoară pe domenii prea mici, extrem de ușor perturbabile. *In urma analizei avantajelor și dezavantajelor diferitelor metode și a experimetelor efectuate în decursul timpului, s-a decis utilizarea traductoarelor inductive.* Acestea sunt independete de mediul ambiant, nu variază în timp, prețul lor este rezonabil și se pot obține variații semnificative ale tensiunii de ieșire în raport cu variația întrefierului. Au însă doua dezavantaje mari: tensiunea la ieșire este neliniară în raport cu întrefierul și, deoarece sunt bazate pe fenomene de inducție electromagnetică într-un mediu extrem de poluat cu radiație electromagnetică datorită chopperelor, pot avea un zgomot ridicat. Primul dezavantaj se poate remedia prin utilizarea unei curbe a traductorului care să compenseze neliniaritatea. In [T2] se prezintă construcția unui astfel de traductor. In situații în care reglarea este numerică și se dispune de un echipament de calcul numeric se poate face o calibrare numerică a traductorului. Zgomotul traductorului poate fi mult redus prin plasarea lui într-un punct în care perturbația electromagnetică să fie redusă.

Traductoarele de accelerație sunt inerțiale, utilizând timbre tensiometrice plasate pe o parte și alta a unei tije fixe la un capăt și cu o masă mobilă cunoscută la celălalt, totul cufundat într-un lichid cu vâscozitate relativ ridicată. Ele au câteva mari dezavantaje: sunt dependente de temperatură (vâscozitatea este dependentă de temperatura mediului), necesită întreținere periodică (vâzcozitatea lichidului se modifică în timp) și sunt de dimensiuni relativ mari. In ultimul timp însă, au apărut trdaductoare încapsulate de dimensiuni relativ reduse care nu mai au nevoie nici de întreținere și nu mai depind de condițiile mediului ambiant. Utilitatea traductoarelor de accelerație a fost clar dovedită în cadrul proiectului MAGNIBUS, datorită dimensiunilor însă, nu au putut și nu pot fi folosite deocamdată în cazul lagărelor magnetice.

Măsurarea curentului, mărime cvasicontinuă, a constituit o problemă în trecut datorită necesității decuplării galvanice între șuntul rezistiv și circuitele de control. In prezent, existența traductoarelor de curent bazate pe sonde Hall cu compensare de temperatură, în buclă închisă. permițând măsurarea curentului într-o bandă de frecvență de la 0 la câteva sute de kHz rezolvă complet această problemă.

In concluzie, având în vedere sistemele de reglare analizate în capitolul 3, problema estimării stării proceselor cu sustentație electromagnetică discutate în această lucrare poate fi:

- *estimarea vitezei*, atunci când se măsoară întrefierul și accelerația absolută

- estimarea vitezei şi acceleraţiei, atunci când se măsoară întefierul şi curentul
- *estimarea vitezei*, atunci când se măsoară întrefierul şi curentul.

Estimarea unei variabile a unui proces reprezintă de fapt o metodă de măsurare indirectă: pe baza altor mărimi din proces, prin calcul, se determină o mărime dorită, nemăsurabilă în mod direct. Măsurarea indirectă este uneori facută printr-un calcul direct bazat în exclusivitate pe mărimile măsurabile şi parametrii procesului, alteori prin ceea ce în teoria sistemelor se cunoaşte sub denumirea de estimator de stare şi mai nou prin metode aproximative, bazate pe logica fuzzy sau reţele neuronale. In cele ce urmează se consideră că pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică, cele mai potrivite metode de estimare sunt cele tratate de teoria sistemelor: calculul direct este uşor perturbabil prin zgomote şi variaţii ale parametrilor, iar metodele bazate pe logica fuzzy şi derviate ale acesteia necesită un efort de calcul prea mare pentru viteza la care se desfaşoară procesele cu sustentaţite electromagnetică.

4.2 Estimatoare de stare

Estimatoarele de stare sunt bazate pe teoria filtrelor în domeniul frecvenţă dezvoltată de Wiener şi apoi, la începutul anilor 1960 transpusă de Kalman în spaţiul stărilor, în ceea ce se cunoaşte sub denumirea de filtre Kalman. Particularizarea acestor filtre de către Luenberger [L3], [L4] la sistemele liniare a constituit o simplificare cu aplicatii extrem de utile in teoria reglarii sistemelor linare. Studiile pentru determinarea unor estimatoare cât mai simple şi robuste continuă. In lucrarea de faţă sunt discutate atât filtrele Kalman, estimatoarele de tip Luenbereger, cât şi un tip de estimator bazat pe funcţionarea în regim alunecător.

4.2.1 Estimatoare de stare liniare

O tratare extrem de completă şi riguroasă matematic a estimatoarelor de stare liniare este făcută în [I1]. Se enunţă pe scurt problema estimatorului de stare aşa cum apare în volumul menţionat.

Pe baza mărimilor de intrare ale procesului u şi ale celor de ieşire y se poate determina un **estimator de Fx**. Un estimator de Fx are drept scop sinteza unei mărimi w astfel încât:

$$\lim_{t\to\infty}\big(w(t)-Fx(t)\big)=0$$

în cazul continual şi

$$\lim_{k\to\infty}\big(w_k-Fx_k\big)=0$$

în cazul discret.

Figura .14.1. Estimator de Fx

Se consideră procesul (A,B,C) şi estimatorul (J,H,M,K,N,P) descrise de ecuaţiile:

$$\begin{aligned}&\dot{x}=Ax+Bu\,,\quad \text{cu}\quad x(0)=x_0\in\mathfrak{X}_0\\&y=Cx\\&\qquad \text{cu}\ \ x\in\Re^n\,,\,u\in\Re^m\,,\,y\in\Re^p\end{aligned}\tag{4.1}$$

$$\begin{aligned}&\dot{z}=Jz+Hy+Mu\,,\quad \text{cu}\quad z(0)=z_0\\&w=Kz+Ny+Pu\\&\qquad \text{cu}\ \ z\in\Re^{n_e}\,,\,w\in\Re^l\end{aligned}\tag{4.2}$$

matricele celor două sisteme având ordine corespunzătoare.

(i) Sistemul (4.2) este întradevăr un estimator de Fx dacă

$$\lim_{t\to\infty}\left(w(t)-Fx(t)\right)=0 \text{ în cazul continual}$$

$$\lim_{k\to\infty}\left(w_k-Fx_k\right)=0 \qquad \text{în cazul discret} \tag{4.3}$$

$$\forall x_0 \in \mathcal{X}_0 \text{ si } \forall z_0 \in \Re^{n_z}$$

(ii) dacă $\sigma(J)\subset C^S$ (domeniul de stabilitate al planului "s" sau "z") estimatorul se numeşte stabil

(iii) dacă $\sigma(J)=\Lambda_{ES}$ cu $\Lambda_{ES}\subset C^S$ un set simetric arbitrar de numere, estimatorul se numeşte şi alocabil.

Cazul general ia forme particulare astfel:

- dacă $F=I_n \rightarrow$ estimator de stare şi $w=x$
- dacă $l=m \rightarrow$ lege de comandă şi $w=Fx$
- dacă $l=1 \rightarrow$ lege de comandă pentru cazul proceselor monovariabile la intrare şi $w=u=f^Tx$ sau funcţională liniară de stare $w=f^Tx$.

Proiectarea unui estimator de stare constă în stabilirea ordinului estimatorului adică a lui n_z şi determinarea matricelor J, H, M, K, N şi P. Introducând eroarea de estimare

$$e=z-Vx\,, \quad \text{cu} \quad e(0)=e_0=z_0-Vx_0 \tag{4.4}$$

cu V o matrice deocamdată neprecizată, înlocuind în ecuaţiile (4.2) şi punând condiţia ca eroarea de estimare să tindă asimptotic la zero, adică sistemul să se simplifice la:

$$\begin{aligned} &\dot{e}=Je \qquad e_0=z_0-Vx_0\\ &w-Fx=Ke \end{aligned} \tag{4.5}$$

se obţin condiţiile de existenţă ale estimatorului:

$$\begin{aligned} &JV+HC=VA\\ &KV+NC=F\\ &M=VB\\ &P=0\\ &K\Phi_J \rightarrow 0 \text{ cand } \quad t(\text{sau } k)\rightarrow\infty \end{aligned} \tag{4.6}$$

cu Φ_J matricea de tranziţie a primei ecuaţii din (4.5).
Dacă spectrul lui $J:\sigma(J)\subset C^S$ ultima condiţie din (4.6) este superfluă, iar dacă spectrul lui J este complet alocabil, atunci condiţia menţionată se înlocuieşte cu $\sigma(J)=\Lambda_{ES}\subset C^S$.

Dacă în (4.6) se impune N=0, estimatorul se numeşte de tipul 1, altfel de tipul 2.

Condiţiile (4.6) constituie totodată şi relaţiile de proiectare ale estimatorului, necunoscutele fiind matricele estimatorului, matricea V şi ordinul n_z. In majoritatea cazurilor numărul necunoscutelor scalare rezultate este mai mare decât numărul ecuaţiilor scalare conţinute în ele, problema fiind nedeterminată, existând principial o infinitate de soluţii. Metodele de proiectare diferă între ele doar prin modul de utilizare a gradelor de libertate.

In aplicațiile de reglare estimatorul se poate utiliza în două moduri echivalente:

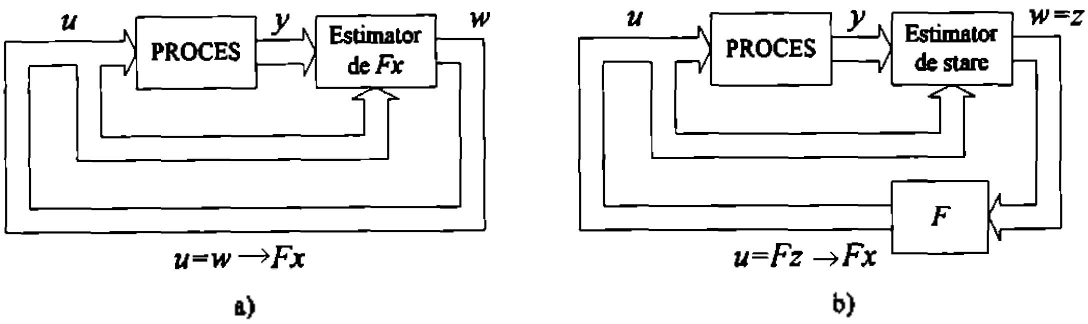


Figura 4.2. Schemele bloc ale estimatorului de Fx și estimatorului de stare

Diferența constă în faptul că în timp ce în primul caz se estimează direct u, variabilă de stare z neavând nici o semnificație (doar mărime de calcul), în al doilea caz se estimează starea x, vectorul z reprezentând estimata vectorului de stare, iar legea de comandă se obține din produsul compensatorului de stabilizare cu vectorul de stare estimat. In ambele cazuri, ecuațiile de stare ale sistemului astfel obținut pot fi aduse la forma:

$$\begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} A+BF & K \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \tag{4.7}$$

evidențiând proprietatea cunoscută sub denumirea de *teorema separării spectrelor*: spectrul sistemului (4.7) se obține ca reuniune disjunctă a spectrului sistemului de reglare (proces + reacție după stare) și cel al estimatorului:

$$\sigma\left(\begin{bmatrix} A+BF & K \\ 0 & J \end{bmatrix}\right) = \sigma(A+BF) \mathring{\cup} \sigma(J) \tag{4.8}$$

Se observă că

$$\sigma(J) = \sigma(A - HC) = \Lambda_{ES} \tag{4.9}$$

Problema de alocare (4.9) are soluție dacă și numai dacă perechea (C,A) este observabilă.
Estimatorul de stare din figura 4.1b se obține prin particularizarea condițiilor de existență (4.6) prin $K=V=I_n$, $N=0$ și eliminând a doua condiție:

$$\begin{aligned} & J + HC = A \\ & M = B \\ & \sigma(J) = \Lambda_{ES} \subset C^{-} \end{aligned} \tag{4.10}$$

Nu în toate situațiile este necesară construcția unui estimator de stare de ordin complet ($n_z=n$). Atunci când o parte a vectorului de stare este măsurabilă se poate construi un estimator cu $n_z<n$, cu

evidente avantaje în timpul de calcul și preț de cost. Notând cu $x^T = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}$ cu $x_1 \in \Re^{n-q}$ starea nemăsurabilă și cu $x_2 \in \Re^q$ starea măsurabilă procesul se poate pune sub forma:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}' &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ 0 & I_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.11}$$

In cazul estimatorului de Fx de ordin redus:

$$Fx = \begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

ecuațiile acestuia sunt:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Jz + H_1 y_1 + H_2 x_1 + Mu \\ w &= Kz + N_1 y_1 + N_2 x_2 + Pu \end{aligned} \tag{4.13}$$

Pentru ca estimatorul de Fx de ordin redus să îndeplinească condițiile

$$\begin{aligned} &\lim_{t \to \infty} \left(w(t) - F_1 x_1(t) \right) = 0 \qquad \text{în cazul continual} \\ &\lim_{k \to \infty} \left(w_k - F_1 x_{1,k} \right) = 0 \qquad \text{în cazul discret} \end{aligned} \tag{4.14}$$

facând schimbarea de variabilă

$$e = z - Vx_1 \tag{4.15}$$

se obțin condițiile de existență ale estimatorului de Fx de ordin redus:

$$\begin{aligned} &JV + H_1 C_1 = VA_{11} \\ &H_1 C_2 + H_2 = VA_{12} \\ &M = VB_1 \\ &KV + N_1 C_1 = F_1 \\ &N_1 C_2 + N_2 = 0 \\ &P = 0 \\ &\sigma(J) = \Lambda_{ES} \subset C^s \end{aligned} \tag{4.16}$$

Atunci ecuațiile estimatorului de Fx de ordin redus sunt:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Je \\ w - F_1 x_1 &= Ke \end{aligned} \tag{4.17}$$

Si aici se poate deduce estimatorul de stare de ordin redus prin impunerea condiţiilor $K=V=I_{n-q}$, $N_1=N_2=0$ obţinându-se:

$$
\begin{aligned}
&J + H_1C_1 = A_{11} \\
&H_1C_2 + H_2 = A_{12} \\
&M = B_1 \\
&P = 0 \\
&\sigma(J) = \sigma(A_{11} - H_1C_1) = \Lambda_{ES} \subset C^{s}
\end{aligned}
\tag{4.18}
$$

Ultima relaţie din (4.18) reprezintă o problemă de alocare care are soluţie dacă şi numai dacă perechea (C_1, A_{11}) este observabilă.

In cazul sistemelor monovariabile la intrare se vorbeşte de estimator de funcţională liniară de stare, caz particular al estimatoarelor de Fx:

$$
\begin{aligned}
&\dot{z} = Jz + Hy + mu \\
&w = k^T z + n^T y
\end{aligned}
\tag{4.19}
$$

cu condiţiile de existenţă (şi proiectare)

$$
\begin{aligned}
&JV + HC = VA \\
&k^T V + n^T C = f^T \\
&m = Vb \\
&\sigma(J) = \Lambda_{ES}
\end{aligned}
\tag{4.20}
$$

Pentru sistemele monovariabile la intrare se pot construi estimatoare de stare de ordin minimal alocabile. In acest sens se poate enunţa teorema.:

> Pentru procesul observat (A, b, C) există întotdeauna un estimator de funcţională liniară de stare de tipul 1 care are rangul ν şi unul de tipul 2 de rang $\nu-1$, unde ν este indicele de observabilitate al sistemului, adică cel mai mic întreg pentru care matricea
>
> $$\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{\nu-1} \end{bmatrix}$$
>
> are rangul n.

Estimatorul de Fx prezentat este bazat pe ipoteza că sistemul estimat este constant, invariant în timp şi neperturbat. Aceste supoziţii constituie un handicap în aplicarea lor în cazul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, în care matricele sistemului sunt în mare măsură dependente de starea acestuia, iar procesul este perturbat. Totuşi pentru acest caz particular, în [D4] se dă construcţia unui estimator de stare liniar, independent de parametrii procesului şi relativ invariant la perturbaţii, aşa cum se va vedea într-unul din paragrafele următoare.

4.2.2 Filtre Kalman

Filtrele Kalman - cunoscute şi sub denumirile de "estimatoare Kalman", sau "filtre Kalman -Bucy" - au fost dezvoltate în contextul problemei regulatorului linear pătratic gaussian. Astfel filtrul Kalman înlocuieşte compensatorul utilizat în reacţia după stare printr-o combinaţie compensator-estimată a stării procesului. Problema determinării filtrului Kalman este o problemă de optimizare, de determinare a unei estimate a stării sistemului în condiţiile minimizării erorii medii pătratice de estimare. Problema se defineşte pornind de la procesul stohastic liniar [D1], [G3]:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) + D(t)\dot{v}(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) \\ \dot{z}(t) &= C(t)x(t) + \dot{w}(t) \end{aligned} \tag{4.21}$$

cu $x \in \Re^n, y \in \Re^p, u \in \Re^m, v \in \Re^q, w \in \Re^p, z \in \Re^p$, în care prima ecuaţia reprezintă ecuaţiile de stare ale modelului stohastic, a doua ecuaţiile de ieşire, iar a treia ecuaţiile observate (măsurate) în care ieşirii i se aduagă zgomote. Se fac ipotezele:

Matricele procesului $A(t) \in \Re^{n\times n}, B(t) \in \Re^{n\times m}, C(t) \in \Re^{p\times n}, D(t) \in \Re^{n\times q}$ sunt considerate lineare pe porţiuni.

Starea iniţială x_0=$x(0)$ are valoarea medie $E\{x_0\} = m_0 = 0 \in \Re^n$ şi satisface egalitatea

$$\text{cov}[x_0, x_0] = P_0 \in \Re^{n\times n} \tag{4.22}$$

cu P_0 dată *a priori*.

Zgomotul procesului $v(\cdot) \in \Re^q$ şi zgomotul de măsură $w(\cdot) \in \Re^p$ au media nulă, sunt necorelate şi au covarianţele:

$$\text{cov}[v(t), v(t)] = Qt \quad \text{respectiv} \qquad \text{cov}[w(t), w(t)] = \int_0^t R(\tau)d\tau \tag{4.23}$$

Q fiind o matrice constantă, diagonală şi pozitiv semidefinită.

Atunci estimatorul optimal care minimizează eroarea medie patratică

$$\langle e(t), e(t)\rangle = E\left[e^T(t)e(t)\right] \quad , e(t) = x(t) - \hat{x}(t|t) \tag{4.24}$$

este dat de ecuaţia diferenţială stohastică:

$$\dot{\hat{x}}(t|t) = A(t)\hat{x}(t|t) + K(t)\left(\dot{z}(t) - C(t)\hat{x}(t|t)\right) + B(t)u(t) \tag{4.25}$$

unde $\hat{x}(t_0|t_0) = E[x(t_0)] = m_0$, iar matricea Kalman

$$K(t) = P(t)C^T(t)R^{-1}(t) \quad , t \ge t_0 \tag{4.26}$$

Matricea de covarianţă a erorii de estimare $P(t)=E\left[e^T(t)e(t)\right]$ satisface ecuaţia diferenţială matriceală Riccati:

$$\dot{P}(t)=A(t)P(t)+P(t)A^T(t)+D(t)QD^T(t)-P(t)C^T(t)R^{-1}(t)C(t)P(t) \qquad (4.27)$$

cu condiţia iniţială

$$P(t_0)=P_0=\mathrm{cov}\left[x_0,x_0\right] \qquad (4.28)$$

Schema bloc informaţională a estimatorului Kalman este dată în figura 4.3:

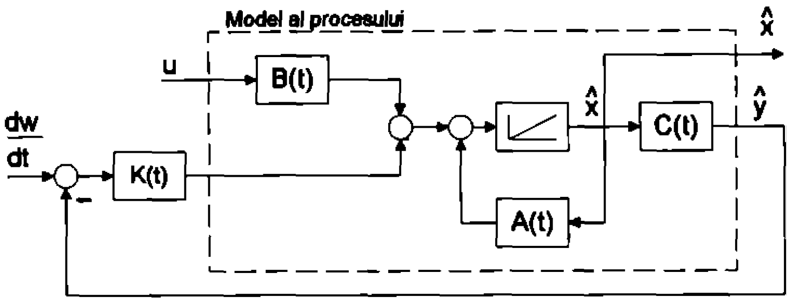


Figura 4.3. Schema bloc a filtrului Kalman

Procedura de calcul a estimatorului presupune rezolvarea la fiecare moment $t > t_0$ a ecuaţiei diferenţiale matriceale Riccati (4.27), calculul amplificării Kalman (4.26) şi apoi determinarea stării estimate cu (4.25). Sigur că pentru acest caz general acest algoritm este rareori posibil de implementat practic. Particularizând însă pentru sisteme invariante în timp se obţine filtrul Kalman invariant în timp cu numeroase aplicaţii practice. Astfel se poate enunţa teorema:

Fie sistemul (4.21) invariant în timp, cu sursele de zgomot staţionare ($Q\geq 0$ şi $R>0$ constante) şi necorelate:

(i) Dacă sistemul (4.21) este detectabil şi stabilizabil din punctul de vedere al zgomotului procesului atunci soluţia ecuaţiei diferenţiale matriceale Riccati tinde către valoarea unică constantă P pentru orice $P_0\geq 0$.

(ii) Dacă matricea P există atunci ea este soluţia simetrică pozitiv semidefinită a ecuaţiei algebrice Riccati

$$AP+PA^T+DQD^T-PC^TR^{-1}CP=0 \qquad (4.29)$$

Dacă sistemul este detectabil şi stabilizabil atunci P este soluţia unică pozitiv semidefinită a ecuaţiei algebrice Riccati (4.29).

(iii) Dacă matrice $Q>0$ şi matricea P există atunci ea este pozitiv definită dacă şi numai dacă sistemul este complet controlabil.

(iv) Filtrul Kalman invariant în timp este asimptotic stabil dacă şi numai dacă sistemul este detectabil şi stabilizabil.

Demonstraţia acestei teoreme este dată în numeroase lucrări, de exemplu [K3].

Domeniul în care filtrul Kalman şi-a găsit cu precădere aplicaţie este reglarea sistemelor discrete. *Atât estimatorul variant cât şi cel invariant pot fi uplicate sub diferite forme care se vor defini în continuare.*

Fie procesul (4.30) rezultat din (4.21) prin discretizare ca realizare invariantă la semnal treaptă.

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A_k x_k + B_k u_k + D_k v_k \\ z_k &= y_k + w_k = C_k x_k + w_k \end{aligned} \tag{4.30}$$

Zgomotul procesului şi al mărimilor măsurate sunt presupuse cu valoare medie nulă şi albe, adică:

$$\begin{aligned} &\mathrm{cov}\left[v_k, v_l\right] = Q_k \delta_{kl} \\ &\mathrm{cov}\left[w_k, w_l\right] = R_k \delta_{kl} \qquad \text{cu } \delta_{k,l} = \begin{cases} 1 & \text{pentru} \quad l = k \\ 0 & \text{pentru} \quad l \neq k \end{cases} \\ &\mathrm{cov}\left[v_k, w_k\right] = 0 \end{aligned} \tag{4.31}$$

şi

$$E\left[v_k\right] = 0 \quad , E\left[w_k\right] = 0 \tag{4.32}$$

$Q_k \geq 0$ şi $R_k > 0$ sunt matrice de covarianţă simetrice.

Vectorul stării iniţiale se presupune a fi necorelat cu zgomotul procesului, cu covarianţa iniţială P_0 şi media m_0:

$$m_0 = E\left[x_0\right] \quad , P_0 = E\left[\left(x_0 - m_0\right)\left(x_0 - m_0\right)^T\right]$$

Definind eroarea de estimare

$$e_{k|k-1} = x_k - \hat{x}_{k|k-1} \tag{4.33}$$

filtrul linear optimal discret care minimizeză funcţia obiectiv a eroarii:

$$\left\langle e_{k|k-1}, e_{k|k-1} \right\rangle = E\left[e_{k|k-1} e_{k|k-1}^T\right] \tag{4.34}$$

are ecuaţiile:

$$\hat{x}_{k+1|k} = A_k \hat{x}_{k|k-1} + K_k\left(z_k - C_k \hat{x}_{k|k-1}\right) + B_k u_k \tag{4.35}$$

cu:

$$K_k = A_k P_{k|k-1} C_k^T \left[C_k P_{k|k-1} C_k^T + R_k\right]^{-1} \tag{4.36}$$

covarianţa *a priori*

$$P_{k+1|k} = A_k P_{k,k-1} A_k^T + D_k Q_k D_k^T - A_k P_{k,k-1} C_k^T \left[C_k P_{k|k-1} C_k^T + R_k\right]^{-1} C_k P_{k,k-1} A_k^T \tag{4.37}$$

şi condiţii iniţiale

$$\begin{aligned} \hat{x}_{1|0} &= A_0 m_0 \\ P_{1|0} &= A_0 P_0 A_0^T + D_0 Q_0 D_0^T \end{aligned} \tag{4.38}$$

O altă formă a ecuaţiei recurente (4.37) mai mult utilizată în practică este:

$$P_{k+1|k} = \left[A_k - K_k C_k\right] P_{k|k-1} \left[A_k - K_k C_k\right]^T + D_k Q_k D_k^T + K_k R_k K_k^T \tag{4.39}$$

care deşi cere un efort de calcul mai mare, poate calcula $P_{k+1|k}$ cu acurateţe mai bună chiar şi în prezenţa erorilor de trunchiere.

Acest tip de estimator poartă şi denumirea de "predictor într-un pas" datorită faptului că starea la momentul k+1 depinde doar de istoria estimatorului, nu şi de stările curente. Estimatorul Kalman poate fi definit şi utilizând măsurări prezente. In acest caz funcţia obiectiv ce trebuie minimizată se defineşte:

$$J = \left\langle e_{k|k}, e_{k|k} \right\rangle = E\left[e_{k|k} e_{k|k}^T\right] \quad \text{cu eroarea} \quad e_{k|k} = x_k - \hat{x}_{k|k} \tag{4.40}$$

Ecuaţiile filtrului Kalman discret sunt:

$$\hat{x}_{k|k} = A_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + K_k\left(z_k - C_k A_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1}\right) + B_{k-1}u_{k-1} \tag{4.41}$$

cu

$$K_k = P_{k|k-1} C_k^T \left[C_k P_{k|k-1} C_k^T + R_k\right]^{-1} \tag{4.42}$$

covarianţa *a priori*

$$P_{k+1|k} = A_k P_{k|k-1} A_k^T + D_k Q_k D_k^T \tag{4.43}$$

covarianţa *a posteriori*

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - K_k C_k P_{k|k-1} \tag{4.44}$$

şi condiţii iniţiale

$$\begin{aligned} \hat{x}_{1|0} &= m_0 \\ P_{0|0} &= P_0 \end{aligned} \tag{4.45}$$

Analiza ecuaţiilor filtrului Kalman permite scrierea ecuaţiilor într-o a treia formă de tipul predictor-corector. Astfel dacă se notează cu $\overline{v}_k = E\left[v_k\right]$ şi $\overline{w}_k = E\left[w_k\right]$ predictorul are ecuaţiile:

$$\hat{x}_{k+1|k} = A_k\hat{x}_{k|k} + B_k u_k + D_k\overline{v}_k \tag{4.46}$$

cele ale filtrului Kalman sunt

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = \hat{x}_{k+1|k} + K_{k+1}\left(z_{k+1} - C_{k+1}\hat{x}_{k+1|k} - \overline{w}_k\right) \tag{4.47}$$

cu amplificarea

$$K_{k+1} = P_{k+1|k} C_{k+1}^T \left[C_{k+1} P_{k+1|k} C_{k+1}^T + R_{k+1}\right]^{-1} \tag{4.48}$$

covarianţa *a priori*

$$P_{k+1|k} = A_k P_{k|k} A_k^T + D_k Q_k D_k^T \tag{4.48}$$

covarianţa *a poseriori*

$$P_{k+1|k+1} = P_{k+1|k} - K_{k+1} C_{k+1} P_{k+1|k} \tag{4.49}$$

şi condiţii iniţiale

$$\begin{aligned} \hat{x}_{1|0} &= m_0 \\ P_{0|0} &= P_0 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Ca şi în cazul continual, dacă matricele procesului sunt invariante şi zgomotele sunt staţionare ($Q\geq 0$ şi $R>0$ constante) estimatorul Kalman se reduce la un filtru invariant în timp. Acesta este echivalentul unui filtru optimal discret care sub forma unei funcţii de transfer este cunoscut sub numele de filtru Wiener. Astfel pentru procesul invariant

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + Dv_k \\ z_k &= y_k + w_k = Cx_k + w_k \end{aligned} \tag{4.51}$$

estimatorul Kalman are ecuaţiile:

$$\hat{x}_{k+1|k+1} = A\hat{x}_{k|k} + K\left(z_{k+1} - CA\hat{x}_{k|k}\right) + Bu_{k|1} \tag{4.52}$$

cu amplificarea Kalman

$$K = PC^T\left(CPC^T + R\right)^{-1} \tag{4.53}$$

şi P soluţia ecuaţiei algebrice Riccati

$$P = APA^T - APC^T\left(CPC^T + R\right)^{-1}CPA^T + DQD^T \tag{4.54}$$

Această scurtă trecere în revistă a filtrelor Kalman va permite într-unul din paragrafele următoare selectarea unuia sau a altuia, în funcţie de modul în care se pretează în estimarea stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică în bucle de reglare continuale sau discrete.

4.2.3 Estimatoare cu funcţionare în regim alunecător

In acest paragraf se caută a se face o generalizare a estimatorului de stare cu funcţionare în regim alunecător descris în [W1] şi [Y3] şi care se referea la estimarea completă a stării unor procese neperturbate pe canalele de ieşire. Parţial această generalizare a fost concepută dar nefinalizată în [T6].

4.2.3.1 Preliminarii

Fie clasa proceselor reprezentate prin sistemul de ecuaţii:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(x,t)x(t) + B(x,t)u(t) + v(t,x,u) \\ y(t) &= C(x,t)x(t) + w(t,x,u) \end{aligned} \tag{4.55}$$

în care:

- $x \in \Re^n, u \in \Re^m, y \in \Re^p$,
- matricele $A(x,t) \in \Re^{n\times n}, B(x,t) \in \Re^{n\times m}, C(x,t) \in \Re^{n\times p}$ pot fi funcţii variabile în timp, dependente de starea şi parametrii procesului,
- funcţiile $v(t,x,u): \Re^1_+ \times \Re^n \times \Re^m \to \Re^n$ şi $w(t,x,u): \Re^1_+ \times \Re^n \times \Re^m \to \Re^p$ pot fi interpretate ca neliniarităţi şi perturbaţii pe intrări.

Dacă

(1) se pot separa:

$$
\begin{aligned}
A(x,t) &= A + \Delta A(x,t)\\
B(x,t) &= B + \Delta B(x,t)\\
C(x,t) &= C + \Delta C(x,t)
\end{aligned}
\tag{4.56}
$$

în care A, B și C sunt matrice invariante cu rangul lui C=p;

(2) există matricele $E_1 \in \Re^{n\times n}$, $E_2 \in \Re^{p\times p}$ constante și cu rangurile n respectiv p, și funcțiile:

$$
\begin{aligned}
f_1(t,x)&:\Re_+^1 \times \Re^n \to \Re^n\\
f_2(t,x)&:\Re_+^1 \times \Re^m \to \Re^n\\
f_3(t,x,u)&:\Re_+^1 \times \Re^n \times \Re^m \to \Re^n
\end{aligned}
\quad \text{și} \quad
\begin{aligned}
g_1(t,x)&:\Re_+^1 \times \Re^n \to \Re^p\\
g_2(t,x,u)&:\Re_+^1 \times \Re^n \times \Re^m \to \Re^p
\end{aligned}
\tag{4.57}
$$

astfel încât să se poată scrie.

$$
\begin{aligned}
\Delta A(x,t)x(t) &= E_1 f_1(t,x)\\
\Delta B(x,t)u(t) &= E_1 f_2(t,x)\\
v(t,x,u) &= E_1 f_3(t,x,u)
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
\Delta C(x,t)x(t) &= E_2 g_1(t,u)\\
w(t,x,u) &= E_2 g_2(t,x,u)
\end{aligned}
\tag{4.58}
$$

(3) făcând notațiile:

$$
\begin{aligned}
f(t,x,u) &= f_1(t,x) + f_2(t,x) + f_3(t,x,u)\\
g(t,x,u) &= g_1(t,x) + g_2(t,x,u)
\end{aligned}
\tag{4.59}
$$

cu $f(t,x,u)$ și $g(t,x,u)$ funcții continue și mărginite superior,

atunci sistemul (4.55) se poate rescrie sub forma:

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + E_1 f(t,x,u)\\
y(t) &= Cx(t) + E_2 g(t,x,u)
\end{aligned}
\tag{4.60}
$$

Se dorește construcția unui estimator de Fx pentru sistemul (4.60) astfel încât:

$$\lim_{t\to\infty}\left(w(t) - Fx(t)\right) = 0 \qquad \text{pentru cazul contiunal}$$

respectiv (4.61)

$$\lim_{k\to\infty}\left(w_k - Fx_k\right) = 0 \qquad \text{pentru cazul discret}$$

Se fac următoarele *ipoteze*:

(i) Perechea (A,C) este detectabilă, existând matricea $H \in \Re^{n\times p}$ astfel încât

$$\sigma\left((VA - HC)V^{-1}\right) = \Lambda_{ES} \subset C^s$$

cu $V \in \Re^{n\times n}$ o matrice inversabilă ce se va determina ulterior.

(ii) Există o matrice $Q \in \Re^{n\times n}$ simetrică și pozitiv definită și matricele $E \in \Re^{n\times n}$, $G \in \Re^{n\times p}$ și $T_1, T_2 \in \Re^{n\times n}$ astfel încât

$$ET_1 = VE_1$$
$$ET_2 = (VA - HC)E_2 \qquad (4.62)$$
$$C^T G^T = PE$$

| matricea E poat fi privită ca cel mai
| mare divizor comun al matricelor
| VE_1 şi $(VA\text{-}HC)E_2$

în care $P \in \Re^{n \times n}$ este soluţia unică, pozitiv definită a ecuaţiei Liapunov

$$V^{-T}(VA - HC)^T P + P(VA - HC)V^{-1} = -Q \tag{4.63}$$

(iii) Există două funcţii scalare $\rho(t,u)$ şi $\eta(t,u)$ astfel încât

$$\begin{aligned} &\|f(t,x,u)\| \le \rho(t,u) \quad ,\forall t \in \Re_+, x \in \Re^n, u \in \Re^m \\ &\|g(t,x,u)\| \le \eta(t,u) \quad ,\forall t \in \Re_+, x \in \Re^n, u \in \Re^m \end{aligned} \tag{4.64}$$

Notând cu $z \in \Re^n$ starea estimatorului de Fx şi cu $e \in \Re^n$ eroarea de estimare $e = z - Vx$, se construiesc ecuaţiile estimatorului:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Jz + Hy + Mu - S(t,z,x,\rho,\eta) \\ w &= Kz + Ny + Pu \end{aligned} \tag{4.65}$$

In (4.65) se poate identifica din nou estimatorul de Fx de tip Luenberger, la care se adaugă funcţia S, funcţie ce se va determina în continuare.

Se pot imediat obţine condiţiile de existenţă ale estimatorului:

$$\begin{aligned} &JV + HC = VA \\ &M = VB \\ &KV + NC = F \\ &P = 0 \\ &\sigma(J) = \Lambda_{ES} \subset C^s \\ &NE_2 g(t,x,u) = 0 \\ &S(t,z,x,\rho,\eta) + VE_1 f(t,x,u) - JVE_2 g(t,x,u) \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} 0 \end{aligned} \tag{4.66}$$

recunoscând în primele cinci condiţiile de existenţă ale estimatorului liniar de Fx.

Ultimele două relaţii sunt proprii acestui tip de estimator. Prima dintre ele poate fi satisfacută în mai multe situaţii:

- se poate determina N astfel încât NE_2=0
- ecuaţiile de ieşire sunt neperturbate $y = Cx$ şi $g(t,x,u)$ =0
- estimatorul este de tipul 1, adică N =0

Se caută în continuare a se determina funcţia S astfel încât să fie îndeplinită şi ultima condiţie din (4.66) care cu ipotezele făcute anterior se poate rescrie:

$$S(t,z,x,\rho,\eta) + Eh(t,x,u) \underset{t\to\infty}{\longrightarrow} 0$$

cu

$$h(t,x,u) = T_1 f(t,x,u) + T_2 g(t,x,u) \tag{4.67}$$

cu proprietatea

$$\|h(t,x,u)\| \le \|T_1\|\rho(t,u) + \|T_2\|\eta(t,u) = \chi(t,u) \quad ,\forall t \in \Re_+, x \in \Re^n, u \in \Re^m \tag{4.68}$$

rezultată din (4.64).

Fie funcţia Liapunov

$$V_L(e) = \frac{1}{2}e^T Pe \tag{4.69}$$

Originea este un punct asimptotic stabil pentru sistemul (4.60) dacă pentru oricare stare iniţială a erorii e_0 derivata funcţiei Liapunov este strict negativă pentru oricare $t \geq 0$.

$$\dot{V}_L = \frac{1}{2}\left(\dot{e}^T Pe + e^T P\dot{e}\right) = \frac{1}{2}\left[e^T J^T - S^T(t,z,x,\chi) - h^T(t,x,u)E^T\right]Pe +$$
$$+\frac{1}{2}e^T P\left[Je - S(t,z,x,\chi) - Eh(t,x,u)\right] = \frac{1}{2}e^T\left[J^T P + PJ\right]e -$$
$$-\frac{1}{2}\left[S^T(t,z,x,\chi)Pe + e^T PS(t,z,x,\chi)\right] - \frac{1}{2}\left[h^T(t,x,u)E^T Pe + e^T Ph(t,x,u)\right]$$

Ţinând cont de relaţiile (4.62), (4.66), (4.67) şi (4.68):

$$\left\|h^T(t,x,u)E^T Pe + e^T PEh(t,x,u)\right\| \le 2\|GCe\|\chi(t,u) \tag{4.70}$$

şi utilizând şi (4.63) se poate scrie

$$\dot{V}_L(e) \le -\frac{1}{2}e^T Qe - \frac{1}{2}\left[S^T(t,z,x,\chi)Pe + e^T PS(t,z,x,\chi)\right] + \|GCe\|\chi(t,u).$$

Se defineşte acum

$$S(t,z,x,\chi) = S(t,e,\chi) = \begin{cases} \dfrac{EGCe}{\|GCe\|}\chi(t,u) & \text{pentru } GCe \neq 0 \\ 0 & \text{pentru } GCe = 0 \end{cases} \tag{4.71}$$

Se analizează cazul $GCe \neq 0$, demonstraţia pentru $GCe = 0$ fiind imediată. Utilizând din nou (4.62) şi (4.66) rezultă:

$$S^T(t,e,\chi)Pe + e^T PS(t,e,\chi) = \frac{e^T C^T G^T E^T}{\|GCe\|}\chi(t,u)Pe + e^T P\frac{EGCe}{\|GCe\|}\chi(t,u) =$$
$$= 2\frac{e^T C^T G^T G_1 Ce}{\|GCe\|}\chi(t,u) = 2\|GCe\|\chi(t,u)$$

Inlocuind în expresia derivatei funcţiei Liapunov se obţine:

$$\dot{V}_L(e) \le -\frac{1}{2}e^T Qe$$

rezultând stabilitatea asimptotică a estimatorului.

Se observă că hipersuprafaţa $GCe=0$ este în mod implicit hipersuprafaţa de comutaţie în spaţiul erorilor de estimare.

Se determină în continuare viteza de variaţie a erorii de estimare spre zero. Astfel, fie matricea $\overline{P}$ nesingulară astfel încât $P = \overline{P}^T\overline{P}$. Atunci se poate scrie:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left\|\overline{P}e\right\|^2 \le -e^TQe \le -\lambda_{\min}(Q)\|e\|^2 \le -\lambda_{\min}(Q)\frac{\left\|\overline{P}e\right\|^2}{\left\|\overline{P}\right\|^2} = \le -\frac{\lambda_{\min}(Q)}{\lambda_{\max}(P)}\left\|\overline{P}e\right\|^2 \tag{4.72}$$

în care cu $\lambda_{\min}(Q)$ s-a notat cea mai mică valoare proprie a lui Q, iar cu $\lambda_{\max}(P)$ cea mai mare valoare proprie a lui P. Relaţia (4.72) arată că în spaţiul de coordonate al erorilor eroarea scade exponenţial şi deci în toate sistemele de coordonate. Se arată în [Y3] că variaţia maximă se obţine pentru Q matricea unitate.

Se studiază în continuare proprietăţile regimului alunecător, ale traiectoriilor erorii în raport cu suprafaţa de comutaţie implicită $\left\{e \middle| GCe = 0\right\}$, identică din (4.62) cu $\left\{e \middle| E^TPe = 0\right\}$.

Fie funcţia de comutaţie:

$$\phi(e) = GCe = E^TPe \tag{4.73}$$

Se poate scrie:

$$\frac{1}{2}\frac{d}{dt}\|\phi\|^2 = \phi^T\dot{\phi} = \phi^TE^TP\dot{e} = \phi^TE^TPJe - \frac{\phi^TE^TPE\phi}{\|\phi\|}\chi(t,u) - \phi^TE^TPEh(t,x,u) \le$$
$$\le \|\phi\|\left\|E^TPJe\right\| - \lambda_{\min}\left(E^TPE\right)\|\phi\|\chi(t,u) + \lambda_{\max}\left(E^TPE\right)\|\phi\|h(t,x,u)$$

astfel condiţia de regim alunecător $\phi^T\dot{\phi} < 0$ este îndeplinită atunci când

$$\frac{\lambda_{\max}\left(E^TPE\right)}{\lambda_{\min}\left(E^TPE\right)}\|h(t,x,u)\| + \frac{\left\|E^TPJe\right\|}{\lambda_{\min}\left(E^TPE\right)} < \chi(t,u) \tag{4.74}$$

Estimatorul de Fx dezvoltat este complex şi impunând un număr destul de mare de condiţii ce trebuiesc îndeplinite, poate să nu aibe soluţie sau construcţia sa să fie impractică. Importanţa rezultatului este însă în primul rând datorată modului în care prin particularizări se pot obţine echivalenţe ale estimatorului cu funcţionare în regim alunecător, cu diferitele tipuri de estimatoare definite în teoria sistemelor liniare.

4.2.3.2 *Estimator de stare de ordin complet.*

Se caută un estimator de stare de ordin complet care să asigure

$$\lim_{t\to\infty}\left(z(t) - x(t)\right) = 0 \quad \text{pentru cazul continual}$$
$$\lim_{k\to\infty}\left(z_k - x_k\right) = 0 \quad \text{pentru cazul discret} \tag{4.75}$$

In aceleaşi condiţii (i)...(iii), făcând $K=V=F=I_n$ se obţine estimatorul de stare de ordin complet

$$\dot{z} = Jz + Hy + Bu - S(t,e,\chi) \tag{4.76}$$

cu condițiile de existență

$$\begin{aligned}
&J + HC = A \\
&M = B \\
&N = 0 \\
&P = 0 \\
&\sigma(J) = \Lambda_{ES} \subset C^{s} \\
&S(t,e,\chi) + Eh(t,x,u) \underset{t\to\infty}{\rightarrow} 0
\end{aligned} \tag{4.77}$$

în care funcția $S(t,e,\chi)$ are definiția (4.71).

In particular, dacă sistemul (4.55) este neperturbat pe canalele de ieșire, adică $\Delta C(x,t) \equiv 0$ și $w(t,x,u) \equiv 0$ se obține estimatorul de stare determinat în [W1] și [Y3], ipotezele (i)...(iii) simplificându-se astfel:

(i1) perechea (A,C) este detectabilă, existând matricea $H \in \Re^{n\times p}$ astfel încât

$$\sigma(A - HC) = \Lambda_{ES} \subset C^{s}$$

(ii1) există o matrice $Q \in \Re^{n\times n}$ simetrică și pozitiv definită și matricea $G \in \Re^{n\times p}$ astfel încât

$$C^{T}G^{T} = PE \tag{4.78}$$

în care $P \in \Re^{n\times n}$ este soluția unică, pozitiv definită a ecuației Liapunov

$$(A - HC)^{T} P + P(A - HC) = -Q \tag{4.79}$$

(iii1) există funcția scalară $\chi(t,u)$ astfel încât

$$\|f(t,x,u)\| \le \chi(t,u) \quad , \forall t \in \Re_{+}, x \in \Re^{n}, u \in \Re^{m} \tag{4.80}$$

păstrându-se forma (4.76) a estimatorului de stare cu condițiile de existență (4.77) și funcția S definită în (4.71).

4.2.3.3 *Estimator de* Fx *de ordin redus.*

Atunci când o parte a vectorului de stare este direct măsurabilă, în ipoteza că pe canalul de măsurare nu este zgomot, se poate construi și în cazul estimatorelor cu funcționare în regim alunecător un estimator de Fx de ordin redus. Astfel dacă sistemul (4.56) se aduce la forma

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}' &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{12} \end{bmatrix} f(t,x,u) \\
\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \\ 0 & I_{n-q} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{21} \\ 0 \end{bmatrix} g(t,x,u)
\end{aligned} \tag{4.81}$$

se caută estimatorul de Fx_1 care să satisfacă:

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\left(z(t)-Fx_1(t)\right)=0 \quad \text{pentru cazul continual}\\&\lim_{k\to\infty}\left(z_k-Fx_{1,k}\right)=0 \quad \text{pentru cazul discret}\end{aligned} \tag{4.82}$$

Se presupun din nou *ipotezele*:

(i) Perechea (A_{11},C_1) este detectabilă, existând matricea $H_1\in\Re^{n-q\times p-q}$ astfel încât

$$\sigma\left(\left(VA_{11}-H_1C_1\right)V^{-1}\right)=\Lambda_{ES}\subset C^s$$

cu $V\in\Re^{n-q\times n-q}$ o matrice inversabilă ce se va determina ulterior.

(ii) Există o matrice $Q\in\Re^{n-q\times n-q}$ simetrică şi pozitiv definită şi matricele $G\in\Re^{n-q\times p-q}$, $E\in\Re^{n-q\times p-q}$ şi $T_1,T_2\in\Re^{n-q\times n-q}$ astfel încât

$$\begin{aligned}&C_1^TG_1^T=PVE_{11}\\&C_1^TG_2^T=P\left(VA_{11}-H_1C_1\right)E_{21}\\&G_1=T_1G\\&G_2=T_2G\end{aligned} \tag{4.83}$$

în care $P\in\Re^{n-q\times n-q}$ este soluţia unică, pozitiv definită a ecuaţiei Liapunov

$$V^{-T}\left(VA_{11}-H_1C_1\right)^TP+P\left(VA_{11}-H_1C_1'\right)V^{-1}=-Q \tag{4.84}$$

(iii) Există două funcţii scalare $\rho(t,u)$ şi $\eta(t,u)$ astfel încât

$$\begin{aligned}&\|f(t,x,u)\|\le\rho(t,u) \quad ,\forall t\in\Re_+,x\in\Re^n,u\in\Re^m\\&\|g(t,x,u)\|\le\eta(t,u) \quad ,\forall t\in\Re_+,x\in\Re^n,u\in\Re^m\end{aligned} \tag{4.85}$$

Notând cu $z\in\Re^{n-q}$ starea estimatorului de Fx_1 şi cu $e\in\Re^{n-q}$ eroarea de estimare $e=z-Vx_1$ se construiesc ecuaţiile estimatorului:

$$\begin{aligned}&\dot{z}=Jz+H_1y_1+H_2x_2+Mu-S(t,e,\chi)\\&w=Kz+N_1y_1+N_2y_2+Pu\end{aligned} \tag{4.86}$$

Se pot obţine din nou condiţiile de existenţă ale estimatorului de ordin redus:

$$\begin{aligned}&JV+H_1C_1=VA_{11}\\&H_2C_2+H_2=VA_{12}\\&M=VB_1\\&KV+N_1C_1=F\\&N_1C_2+N_2=0\\&P=0\\&\sigma(J)=\Lambda_{ES}\subset C^s\\&N_1E_{21}g(t,x,u)=0\\&S(t,e,\chi)+E_1h(t,x,u)\underset{t\to\infty}{\rightarrow}0\end{aligned} \tag{4.87}$$

4.2.3.4 *Estimator de stare de ordin redus*

Pentru estimatorul de stare de ordin redus se particularizează estimatorul de ordin redus de Fx_1 prin V=F=K=I_{n-q}. Pentru a satisface asimptotic condiţiile:

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty}\left(z(t)-x_1(t)\right)=0 \quad \text{pentru cazul continual} \\ &\lim_{k\to\infty}\left(z_k-x_{1,k}\right)=0 \quad \text{pentru cazul discret} \end{aligned} \tag{4.88}$$

cu estimatorul de stare de ordin redus

$$\dot{z}=Jz+H_1y_1+H_2x_2+Mu-S(t,e,\chi) \tag{4.89}$$

trebuiesc satisfăcute condiţiile

$$\begin{aligned} &J+H_1C_1=A_{11} \\ &H_2C_2+H_2=A_{12} \\ &M=B_1 \\ &\sigma(J)=\Lambda_{ES}\subset C^s \\ &S(t,e,\chi)+E_1h(t,x,u)\underset{t\to\infty}{\to}0 \end{aligned} \tag{4.90}$$

plecând de la ipotezele:

(i) perechea (A_{11},C_1) este detectabilă, existând matricea $H_1\in\Re^{n-q\times p-q}$ astfel încât

$$\sigma\left(A_{11}-H_1C_1\right)=\Lambda_{ES}\subset C^s;$$

(ii) există o matrice $Q\in\Re^{n-q\times n-q}$ simetrică şi pozitiv definită şi matricele $G_1,G_2,G\in\Re^{n-q\times p-q}$ şi $T_1,T_2\in\Re^{n-q\times n-q}$ astfel încât

$$\begin{aligned} &C_1^TG_1^T=PVE_{11} \\ &C_1^TG_2^T=P\left(VA_{11}-H_1C_1\right)E_{21} \\ &G_1=T_1G \\ &G_2=T_2G \end{aligned} \tag{4.91}$$

în care $P\in\Re^{n-q\times n-q}$ este soluţia unică, pozitiv definită a ecuaţiei Liapunov

$$\left(A_{11}-H_1C_1\right)^TP+P\left(A_{11}-H_1C_1\right)=-Q \quad ; \tag{4.92}$$

(iii) există două funcţii scalare $\rho(t,u)$ şi $\eta(t,u)$ astfel încât

$$\begin{aligned} &\|f(t,x,u)\|\le\rho(t,u) \quad ,\forall t\in\Re_+,x\in\Re^n,u\in\Re^m \\ &\|g(t,x,u)\|\le\eta(t,u) \quad ,\forall t\in\Re_+,x\in\Re^n,u\in\Re^m \end{aligned}$$

Funcţia S şi funcţia de comutaţie îşi pastrează forma anterioară.

4.2.3.5 Estimator de funcţională liniară de stare

Ca şi cazuri particulare ale estimatorului de Fx, pentru sistemele monovariabile la intrare se pot defini estimatoare de funcţională liniară de stare de ordin complet, de ordin redus, de tipul 1 şi de tipul 2. Ca o exemplificare, şi pentru că din punct de vedere al problemelor de stabilizare şi reglare este de interes mai ales estimatorul de tipul 1, se scriu mai jos ecuaţiile estimatorului pentru un sistem cu indicele de observabilitate ν.

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Jz + H_1 y_1 + H_2 x_2 + mu - S(t,e,\chi) \\ w &= kz \end{aligned} \tag{4.93}$$

Particularizarea ipotezelor de construcţie, a condiţiilor de existenţă şi a funcţiilor S şi de comutaţie sunt imediate.

In finalul acestui paragraf se defineşte o formă echivalentă a estimatorului (4.65) care se pretează mai uşor unei implementări practice. Astfel, se notează cu

$$\overline{C} = \begin{bmatrix} \overline{c}_1^T & \cdots & \overline{c}_m^T \end{bmatrix}^T = GC \quad \text{cu } \overline{c}_i^T \in \Re^{1\times m} \tag{4.94}$$

şi

$$h(t,x,u) = \begin{bmatrix} h_1(t,x,u) \\ \vdots \\ h_m(t,x,u) \end{bmatrix} \quad \chi(t,u) = \begin{bmatrix} \chi_1(t,u) \\ \vdots \\ \chi_m(t,u) \end{bmatrix} \quad , \quad \text{cu} \quad |h_i(t,x,u)| < \chi_i(t,u) . \tag{4.95}$$

Fie funcţia

$$\overline{E}(e,\chi) = E \begin{bmatrix} z_1(e,\chi) \\ \vdots \\ z_m(e,\chi) \end{bmatrix} \quad \text{cu} \quad z_i(e,\chi) = \begin{cases} \chi_i(t,u)\,\mathrm{sgn}(\overline{c}_i e) & \text{pentru} \quad \overline{c}_i e \neq 0 \\ 0 & \text{pentru} \quad \overline{c}_i e = 0 \end{cases}; \tag{4.96}$$

atunci se poate defini estimatorul neliniar de Fx cu funcţionare în regim alunecător

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Jz + Hy + Mu - \overline{E}(t,e,\chi) \\ w &= Kz + Ny + Pu \end{aligned} \tag{4.97}$$

care să asigure

$$\begin{aligned} &\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{t\to\infty}\big(z(t) - x_1(t)\big) = 0 \quad \text{pentru cazul continual} \\ &\lim_{k\to\infty} e_k = \lim_{k\to\infty}\big(z_k - x_{1,k}\big) = 0 \quad \text{pentru cazul discret} \end{aligned} \tag{4.98}$$

Eliminarea oscilaţiilor de inalta frecvenţă în vecinatatea originii se poate şi în acest caz face prin introducerea unui "tub" de dimensiuni ε în care sistemul devine liniar, prin modificarea funcţiei $z(e,\chi)$:

$$z_i(e,\chi) = \begin{cases} \chi_i(t,u)\,\mathrm{sgn}(\overline{c}_i e) & \text{pentru} \quad |\overline{c}_i e| \geq \varepsilon_i \\ \dfrac{\chi_i(t,u)\overline{c}_i e}{\varepsilon_i} & \text{pentru} \quad \overline{c}_i e < \varepsilon_i \end{cases} \tag{4.99}$$

şi din nou poate apare problema de eroare în regim staţionar care se poate rezolva prin introducerea unui termen integral în (4.99)

$$z_i(e,\chi)=\begin{cases}\chi_i(t,u)\operatorname{sgn}(\bar{c}_i e) & \text{pentru} \quad |\bar{c}_i e|\geq\varepsilon_i\\ \dfrac{\chi_i(t,u)\bar{c}_i e}{\varepsilon_i}+\dfrac{1}{T_i}\displaystyle\int\chi_i(t,u)\bar{c}_i e\,dt & \text{pentru} \quad \bar{c}_i e<\varepsilon_i\end{cases} \tag{4.100}$$

In partea a doua a acestui capitol se vor studia cazuri particulare ale acestui tip de estimator neliniar, aplicabile sistemelor cu sustentaţie electromagnetică.

4.3 Estimatoare de stare utilizate pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică

După cum s-a arătat în capitolele precedente, sistemele cu sustentaţie electromagnetică sunt sisteme neliniare, putându-se pune sub formă matematică intrare-stare-ieşire cu matricele dependente de starea procesului. Ele sunt de asemenea sisteme perturbate cu perturbaţii atât de tip determinist cât şi nedeterminist. In stabilizarea şi reglarea lor se utilizează atât variabile direct măsurabile cât şi variabile care trebuiesc estimate. In cele ce urmează se analizează diferitele tipuri de estimatoare discutate în paragrafele anterioare, din punct de vedere al performanţelor în sistemele de reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică.

4.3.1 Estimatoare de stare liniare

Estimarea stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică cu estimatoare de tip Luenberger are două aspecte:

- estimarea stării procesului de bază
- estimarea stării sistemului exogen al perturbaţiilor

Cele două probleme pot fi separate şi tratarea lor se va face independent.

4.3.1.1 Estimarea stării

După cum s-a menţionat în paragraful 4.2.1, estimatorul de tip Luenberger este puternic dependent de parametrii procesului. Indiferent de forma la care se aduce un sistem cu sustentaţie electromagnetică, coeficienţii matricelor modelului matematic variază mult în funcţie de punctul de liniarizare. Aplicarea practică a unui astfel de estimator conduce la erori de estimare nepermis de mari.

In urma unui artificiu datorat măsurării acceleraţiei absolute, în situaţia S1E1GL aplicat vehiculelor cu sustentaţie electromagnetică, în [D4] se dezvoltă un estimator de stare de ordin redus pentru estimarea vitezei, pornind de la un model redus al procesului, independent de parametrii săi. Astfel se poate scrie modelul matematic ce descrie procesul de poziţionare:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ddot{z}_m+\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}\ddot{z}_s \tag{4.101}$$

completat pentru cazul S1E1GL cu acceleraţia perturbatoare. In lucrarea menţionată se defineşte estimatorul de stare:

$$\begin{bmatrix}\hat{z}_\delta \\ \hat{\dot{z}}_\delta\end{bmatrix}' = \begin{bmatrix}-2\varsigma\omega_{ES} & 1 \\ -\omega_{ES}^2 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\hat{z}_\delta \\ \hat{\dot{z}}_\delta\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}2\varsigma\omega_{ES} & 0 \\ \omega_{ES}^2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_\delta \\ \ddot{z}_m\end{bmatrix} \tag{4.102}$$

cu ζ şi ω_{ES} astfel alese încât rădăcinile polinomului caracterisitic al sistemului (4.67)

$$\mu_{ES}(s) = s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2 \tag{4.103}$$

să fie "puţin la stânga" polilor sistemului de reglare automată a S1E1GL.

O analiză a funcţiilor de transfer ale diferitelor mărimi ce apar în sistemul (4.102), pornind de la schema bloc informaţională dată în figura 4.4 conduce la rezultate deosebit de interesante.

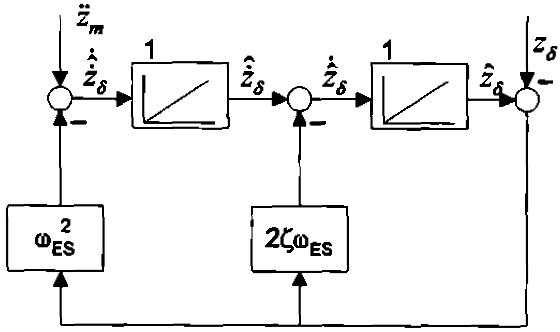


Figura 4.4. Estiamtor de stare pentru un proces de poziţionare

$$\begin{aligned}
\hat{z}_\delta(s) &= \frac{2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2} z_\delta(s) + \frac{1}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2}\ddot{z}_m(s) \\
\hat{\dot{z}}_\delta(s) &= \frac{s\omega_{ES}^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2} z_\delta(s) + \frac{s + 2\varsigma\omega_{ES}}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2}\ddot{z}_m(s) \\
\dot{\hat{z}}_\delta(s) &= \frac{s\left(2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2\right)}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2} z_\delta(s) + \frac{s}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2}\ddot{z}_m(s) \\
\dot{\hat{\dot{z}}}_\delta(s) &= \frac{s^2\omega_{ES}^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2} z_\delta(s) + \frac{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2}\ddot{z}_m(s) \\
\hat{z}_\delta(s) - z_\delta(s) &= -\frac{s^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2} z_\delta(s) + \frac{1}{s^2 + 2\varsigma\omega_{ES}s + \omega_{ES}^2}\ddot{z}_m(s)
\end{aligned} \tag{4.104}$$

Se observă în primul rând că în absenţa acceleraţiei perturbatoare şi dacă măsurările ar fi liniare, fără zgomote şi erori, atunci $\ddot{z}_m(s) = \ddot{z}_\delta(s) = s^2 z_\delta(s)$ şi estimarea ar fi perfectă. Pe de alta parte, polinomul de ordinul 2 de la numitor limitează banda de frecvenţă a estimatorului, eliminând în mare măsură zgomotele de înaltă frecvenţă de pe canalele de măsură.

In al doilea rând, prin utilizarea acceleraţiei absolute care conţine şi informaţii legate de perturbaţia $\ddot{z}_s$ efectul acesteia poate fi redus în sistemul de reglare. Mai mult, analizând a treia ecuaţie din (4.104) se observa că mărimea $\hat{\ddot{z}}_\delta$, ar putea fi interpretată ca o estimată a accelerației $\ddot{z}_\delta$ și dacă poate fi utilizată, după cum s-a demonstrat în capitolul 3 eliminarea accelerației perturbatoare este asigurată.

După cum se va vedea însă, zgomotele de măsură, în special pe canalul de accelerație constituie un dezavantaj al acestui estimator.

Un aspect important al estimatoarelor de stare în alegerea benzii de frecvență îl constituie faza mărimilor estimate: utilizarea unei benzi de frecvență pentru estimator care să asigure un defazaj apropiat de zero în întreaga bandă de frecvență a procesului presupune fie o pulsație de frângere ridicată ceea ce permite introducerea zgomotelor de măsură în sistem, fie o amortizare scăzută care poate facilita excitarea rezonanțelor sistemului, favorizând și o anumită porțiune a spectrului zgomotului. Trebuie găsit și aici un compromis. Astfel, admițând un defazaj maxim în banda de frecvență de 15° și o amortizare de 0.707 se aleg pentru cazul S1E1GL cu forță portantă mare ζ=0.707 și ω_{ES}=100 rad/sec. In figurile 4.5 și 4.6 se reprezintă diagramele Bode pentru primele trei funcții de transfer ale lui (4.104) în raport cu întrefierul și accelerația absolută respectiv. Se observă pantele de 20 și 40 dB/dec, respectiv -40 și -20 dB/dec.

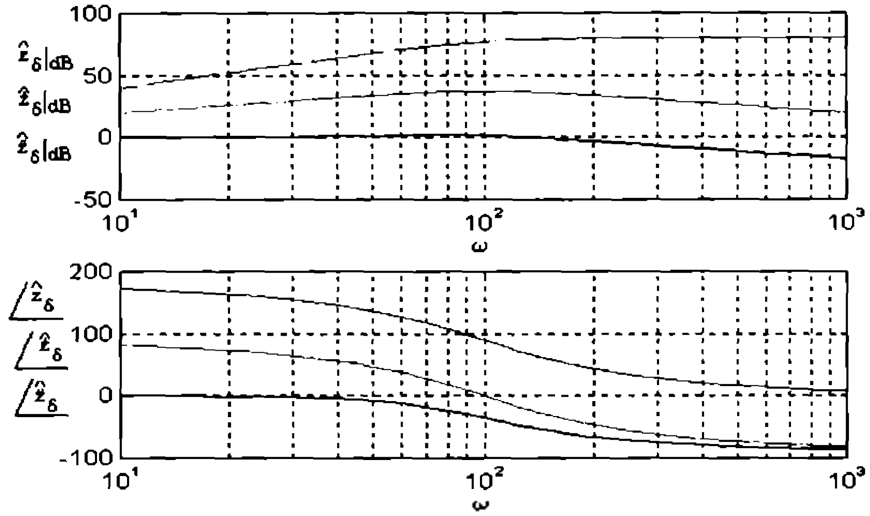


Figura 4.5. Diagramele Bode ale estimatorului în raport cu întrefierul

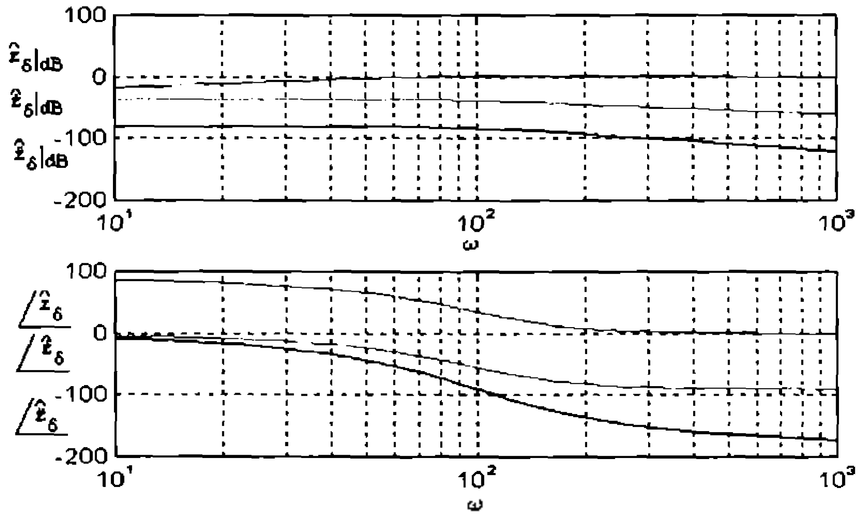


Figura 4.6. Diagramele Bode ale estimatorului în raport cu accelerația perturbatoare

In figura 4.6 curba amplitudine - pulsaţie a acceleraţiei estimate este aproximativ 80dB constant pentru frecvenţele ridicate (comportare de filtru trece sus), amplificând zgomotele de frecvenţă mare. Şi în cazul celei de-a doua intrări la frecvenţe ridicate nu există un efect de filtrare. *De aici se poate trage concluzia că utilizarea unei astfel de estimate a acceleraţiei întrefierului poate fi utilizată numai în cazurile în care se poate obţine un semnal de măsură foarte puţin perturbat sau, în cazul reglării numerice, utilizarea unui filtru digital de tip trece jos care să taie din start semnalului* $\ddot{z}_m(s)$ *componentele de frecvenţă aflate în afara benzii de frecvenţă a estimatorului.*

În estimatele întrefierului şi vitezei se poate observa că ponderea acceleraţiei este redusă (-30dB şi -85dB respectiv), putând fi interpretată ca un factor de corecţie la frecvenţe ridicate.

În figura 4.7 este reprezentat modelul de estimator construit în SIMULINK cu care se studiază proprietăţile sale, respectând structura de bază dată mai sus.

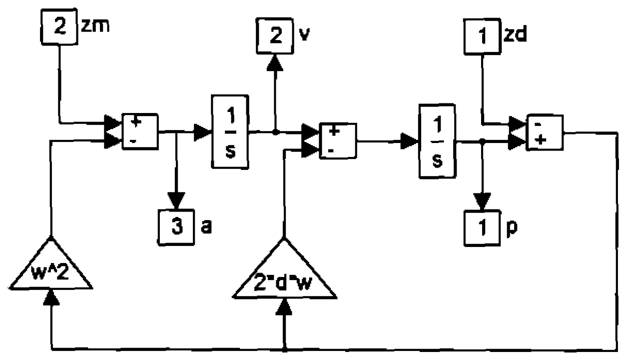


Figura 4.7. Modelul SIMULINK al estimatorului de stare

În figurile 4.8 s-au reprezentat mărimile măsurate şi estimate precum şi eroarea de estimare pentru întrefier, la o variaţie sinusoidală a acestuia cu amplitudinea de 5mm şi de frecvenţă egală cu frecvenţa de frângere a benzii de pulsaţie a sistemului de reglare automată la 25 rad/sec. Cu albastru s-au reprezentat mărimile măsurate şi cu roşu cele estimate.

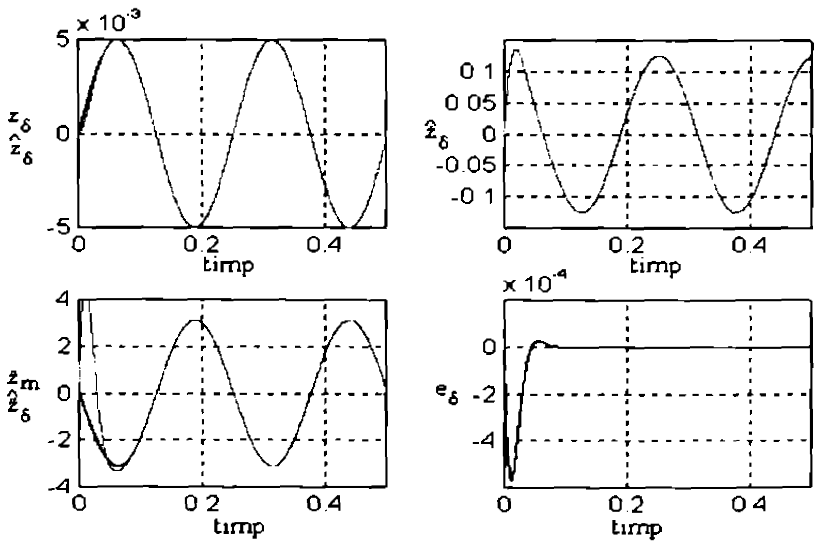


Figura 4.8. Mărimile măsurate şi estimate

Se remarcă eroarea de la începutul diagramelor datorată inițializării cu 0 a stărilor estimatorului de stare. Atât amplitudinea cât și defazajele sunt neglijabile și nu vor avea nici un efect în aplicarea estimatorului în sistemul de control.

Problema se schimbă atunci când mărimile măsurate sunt afectate de zgomot. De exemplu, dacă pe canalul de întrefier există un zgomot alb având deviația standard nu mai mult de 3% din amplitudinea mărimii măsurate, estimata accelerației este inacceptabilă, zgomotul având o deviație standard de 1.48, reprezentând 48% din semnal. Dimpotrivă în estimata întrefierului, datorită efectului de filtrare care s-a discutat mai sus, zgomotul reprezintă doar 0.17% din semnal, iar din viteză doar 2.34%. Lucrurile stau mult mai bine atunci când zgomotul este pe canalul de măsurare a accelerației. Astfel cu același procent de zgomot, 3% din amplitudinea semnalului, estimata accelerației vede tot același procent de zgomot, în timp ce în viteză se regăsește doar 2.35%, iar în întrefier doar 0.15%. Se poate concluziona că în cazul în care pe canalul de măsurare a întrefierului există zgomot alb într-o proporție de ordinul procentului, estimata accelerației nu mai poate fi folosită, recomandându-se utilizarea în control a mărimii măsurate. Dimpotrivă, întrefierul estimat are un același conținut de informație utilă ca și cel măsurat, dar mult mai sărac în zgomot.

Observație: Calculele au fost făcute prin simularea estimatorului cu modelul din figura 4.7 și din rezultate a fost eliminată pulsația de 25 rad/sec utilizând transformata Fourier.

Analiza legată de perturbații stohastice pe canalele de măsură s-a făcut având în vedere și situațiile în care accelerația nu este măsurabilă. Se demonstrează astfel că dacă intrarea de întefier este doar într-o măsură foarte mică perturbată, estimatorul de stare poate furniza atât o estimată a vitezei cât și a accelerației. Se prezintă în figura 4.9 rezultatele estimării atunci când singura intrare este întrefierul măsurat și zgomotul are o pondere de doar 0.5%.

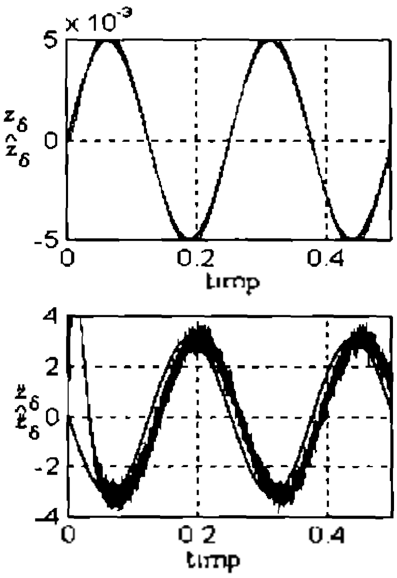


Figura 4.9. Estimarea cu zgomot de măsură

In figură s-a reprezentat cu albastru și care ar trebui să fie accelerația întrefierului. Se observă că zgomotul pe accelerație este prezent dar nu inacceptabil. De asemenea se constantă că observația de mai sus legată de faptul că accelerația are mai mult un rol de corecție la frecvențe ridicate este întemeiată: apare un defazaj vizibil atât în estimata întrefierului cât și accelerației, reducerea acestuia necesitând creșterea benzii de frecvență a estimatorului.

In [T4] se dă o generalizare a estimatorului de stare pentru procesul dublu integrator, în care se măsoară doar mărimea de ieșire, pentru un proces multi-integrator.

Pentru sistemele discrete, estimatorul de stare discutat poate fi implementat prin simpla discretizare a sa. Astfel pornind de la ecuațiile de stare (4.102) și utilizând metoda de discretizare invariantă la semnal treaptă se obține estimatorul de stare discret:

$$\begin{bmatrix} \hat{z}_{\delta,k+1} \\ \hat{\dot{z}}_{\delta,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_{\delta,k} \\ \hat{\dot{z}}_{\delta,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{\delta,k} \\ \ddot{z}_{m,k} \end{bmatrix} \tag{4.105}$$

cu elementele celor două matrice determinate din funcția de tranziție.

In figura 4.10 este prezentată schema bloc a estimatorului discret implementat în SIMULINK. Este respectată întocmai structura descrisă de ecuațiile (4.106).

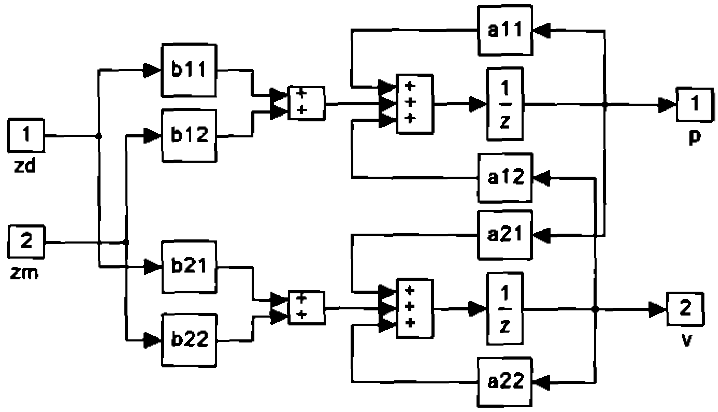


Figura 4.10. Estimator de stare discret

In figurile 4.11 s-au reprezentat estimatele întrefierului și vitezei, la intrări aplicându-se mărimile măsurate, fiecare cu un zgomot de măsură de 3%. S-a reprezentat atât situația în care perioada de eșantionare este cea utilizată în sistemul de reglare (T_e=400μsec) cât și situația în care s-ar utiliza o perioadă de eșantionare de 4 msec

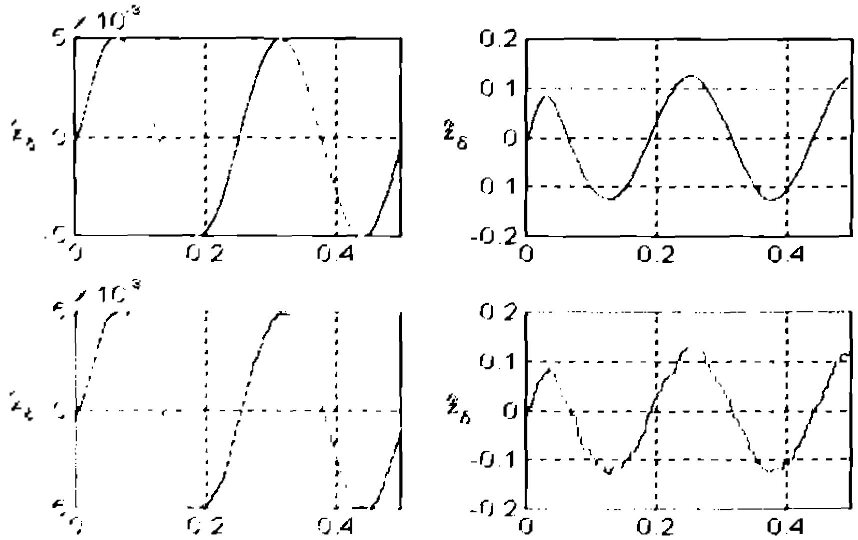


Figura 4.11. Răspunsul estimatorului de stare discret cu: 1 - T_e=400 μsec, 2 - T_e= 4 msec

In ambele situații se constată că estimatele sunt corecte, influența zgomotului fiind mai serioasă în cazul perioadei de eșantionare de valoare mare.

Estimatorul continual a fost aplicat S1E1GL cu electromagnet cu forță portantă mare în schema din figura 4.12. Simulările au fost făcute pentru două valori ale lui ω_{ES} la 100 rad/sec și 1000 rad/sec. De asemenea au fost studiate atât cazul în care în funcționala de stare este utilizată accelerația măsurată cât și cel în care se folosește accelerația estimată. In figurile 4.13 se dau rezultatele acestor simulări. Cu albastru s-au trasat mărimile procesului, cu roșu mărimile estimate atunci când se utilizează accelerația măsurată și cu verde cele obținute cu accelerația estimată.

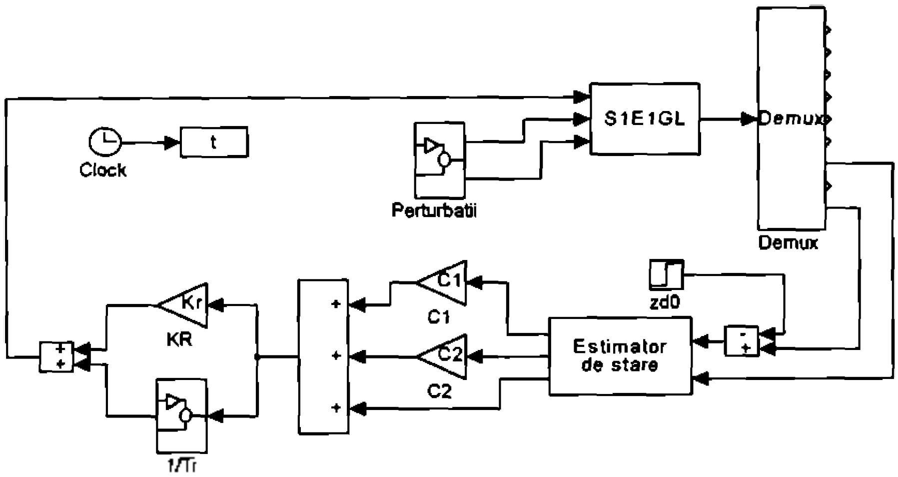


Figura 4.12. SRA continual cu estiamtor de stare

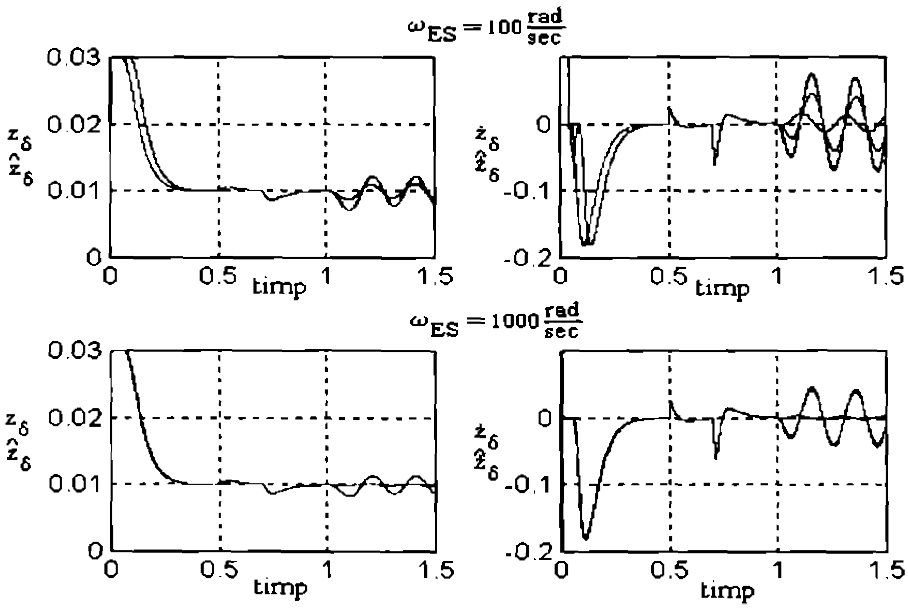


Figura 4.13. Răspunsul SRA cu estiamtor de stare 1 - ω_{ES}=100 rad/sec, 2 - ω_{ES}=1000 rad/sec

Se observă că din punctul de vedere al răspunsului la semnal treaptă și perturbație de tip forță exterioară rezultatele sunt practic identice în funcție de cele doua tipuri de accelerații folosite. O oarecare întârziere se manifestă la început în răspunsul la semnal treapta atunci când pulsația estimatorului este 100 rad/sec. In schimb utilizarea accelerației estimate are un efect semnificativ asupra eliminării perturbației de tip accelerație perturbatoare. Cu o pulsație mare a estimatorului accelerația estimată este întradevăr accelerația întrefierului și perturbația este practic eliminată.

Se reprezintă în figura 4.14 răspunsul S1E1GL pentru electromagnetul cu forța portantă redusă atunci când întrefierul și viteza sunt estimate cu estimatorul discret de mai sus în condițiile descrise în capitolul 3, sistemul de reglare fiind cel din figura 3.32.

In simulare estimatorul a fost inițializat cu valorile inițiale $\left[z_\delta - z_\delta^* \quad 0\right]^T$.

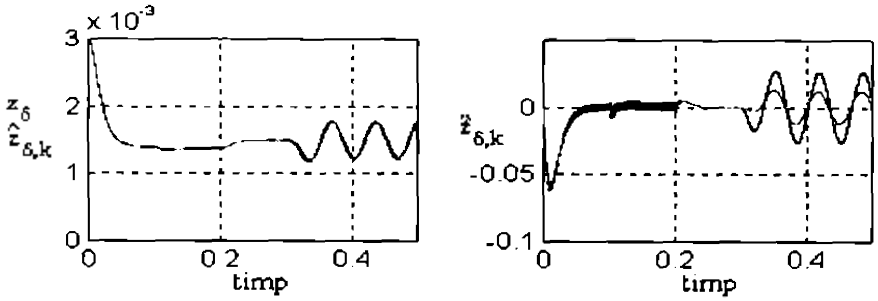


Figura 4.14. Răspunsul SRAN cu estimator de stare numeric

Se observă că dacă estimata întrefierului este practic suprapusă peste întrefierul real pe întregul domeniu de simulare (ele au fost reprezentate la aceeași scară), estimata vitezei are amplitudinea mai mică decât cea reală atunci când acționează accelerația perturbatoare și este "un pic" defazată în față. Se impune utilizarea unei frecvențe de frângere a estimatorului ceva mai ridicată.

Observație: In unele aplicații de reglare numerică se folosește ca estimată a vitezei de variație a erorii mărimii de ieșire, o formă a derivatei acesteia, numită "variația erorii", sub forma:

$$ve_k = e_k - e_{k-1} \tag{4.107}$$

Datorită erorilor de măsurare și a zgomotelor pe canalul de măsură, forma (4.107) se poate însă folosi numai atunci când există posibilitatea unei filtrări serioase a mărimii achiziționate. Cu alte cuvinte achiziția trebuie făcută de mai multe ori într-o perioadă, eșantioanele filtrate conduc la un rezultat care este considerat ca mărime de măsură la momentul "k". Nu este cazul în situația sistemelor cu sustentație electromagnetică, sisteme prea rapide pentru a permite o supraeșantionare.

4.3.1.2 Estimarea perturbațiilor deterministe

Modelele exogene determinate în capitolul 2 se pot adăuga sistemului S1E1GL de bază, încercându-se pe baza lor eliminarea perturbațiilor persistente descrise [T7]. Fiecărui model îi sunt asociate un număr de variabile de stare care în mod evident nu pot fi măsurate, ele trebuind deci estimate. In [D5] se proiectează un estimator de stare complet pentru sistemul exogen al forței exterioare perturbatoare din cadrul S1E1GL. Alte estimatoare similare sunt dezvoltate în [C1], [L2]. Se constată din nou dependența pronunțată a coeficienților estimatorului de parametrii variabili ai porcesului, motiv pentru care se consideră că utilizarea directă a acestui estimator nu poate conduce la rezultate comparabile cu alte moduri de rejecție a perturbațiilor.

O posibilitate de aplicare cu succes a estimatorului stării modelelor exogene ar fi utilizarea relațiilor de aproximare a coeficienților de liniarizare determinați în capitolul 2 și corectarea coeficienților estimatorului cu acestea. Lucrarea de față nu se ocupă cu această soluție ce ar putea face obiectul unui studiu viitor.

4.3.2 Estimatoare Kalman

Studiind diferitele variante ale filtrelor Kalman şi având în vedere aplicaţia lor la sistemele cu sustentaţie electromagnetică se poate trage concluzia că ele pot fi implementate în mai multe moduri. Astfel un prim estimator de tip Kalman se va proiecta într-o variantă similară estimatorului pentru procesul dublu integrator discutat în paragraful 4.3.1.1. Considerând acceleraţia absolută ca mărime de intrare a procesului şi zgomotul suprapus pe ea ca zgomot al procesului, ca mărime de ieşire întrefierul, iar ca mărime observată (măsurată) întrefierul cu zgomotul de măsura adăugat, se poate discuta pentru început un filtru Kalman continual şi invariant în timp.

Neglijând acceleraţia perturbatoare deterministă modelul procesului poate fi pus sub forma:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ddot{z}_m + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\nu \tag{4.108}$$

pentru ecuatiile de stare, in care ν reprezinta zgomotul procesului (de fapt zgomotul de măsurare al acceleraţiei) şi

$$y_\delta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} + w \tag{4.109}$$

cu w zgomotul de măsurare al întrefierului şi y_δ întrefierul măsurat.

Considerând ca şi în analiza din paragraful precedent că zgomotele au o pondere de 3% din amplitudinea mărimilor, la un semnal de test pentru estimator de $5\cdot10^{-3}$ mm la o pulsaţie de 25 rad/sec şi cu amplitudinea acceleraţiei de $5\cdot10^{-3}\cdot25^2$ mm/sec^2, deviaţia standard a zgomotului de pe canalul de întrefier este $0.15\cdot10^{-3}$, iar pe canalul de acceleraţie de $93.8\cdot10^{-3}$. Aceste valori permit determinarea matricelor de covarianţă Q şi R, in acest caz scalari cu valorile

$$q = \sqrt{93.8\cdot10^{-3}} = 8.8\cdot10^{-3} \quad \text{şi} \quad r = \sqrt{0.15\cdot10^{-3}} = 2.25\cdot10^{-8}.$$

Utilizând ecuaţia algebrică Riccati (4.29) cu expresiile matricelor din (4.108) si (4.109) şi cu covarianţele calculate, în urma rezolvării ei se determină valoarea staţionara a matricei P:

$$P = \begin{bmatrix} 7.957\cdot10^{-7} & 1.407\cdot10^{-5} \\ 1.407\cdot10^{-5} & 4.976\cdot10^{-4} \end{bmatrix}$$

Amplificarea Kalman se determină apoi din expresia staţionară a lui (4.26):

$$k = \begin{bmatrix} 35.3658 \\ 625.3333 \end{bmatrix}$$

cu care se pot scrie ecuaţiile estimatorului:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + k\left(y_\delta - C\hat{x}\right) + bu$$

sau explicitind:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_\delta &= \hat{\dot{z}}_\delta + k_1\left(y_\delta - \hat{z}_\delta\right)\\ \dot{\hat{\dot{z}}}_\delta &= k_2\left(y_\delta - \hat{z}_\delta\right) + \ddot{z}_m\end{aligned} \tag{4.110}$$

Construind schema bloc informaţională pentru acest estimator pe baza ecuaţiilor (4.110) se obţine:

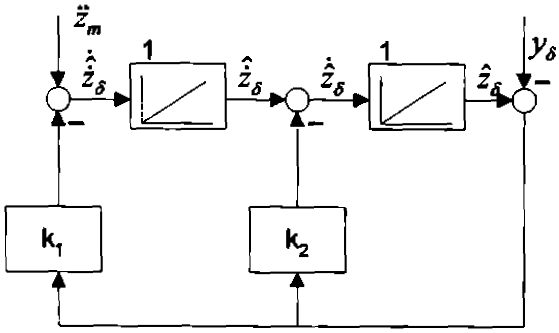


Figura 4.15. Schema bloc a filtrului Kalman continual, invariant

Comparând-o cu schema bloc din figura (4.4) se constată că de fapt are aceeaşi structură. Se pot chiar identifica parametrii estimatorului din (4.4) cu k_1 şi k_2. Astfel se obţine pentru ω_{ES} =25.0067 rad/sec şi pentru amortizare ζ=0.7071, adică exact $\sqrt{2}/2$, valoare utilizată şi pentru estimatorul Luenberger. Filtrul Kalman proiectat nu face altceva decât să coboare frecvenţa de frângere a estimatorului în funcţie de matricele de covarianţă. Utilizarea acestui estimator în schema de reglare nu poate avea alte rezultate decât cele obţinute cu estimatorul Luenberger studiat mai sus, continuarea analizei neavând sens.

Problema construcţiei unui estimator variant în timp pentru sistemul de reglare continual al S1E1GL nu se pune datorită dificultaţilor de implementare practică în calculul matricelor P şi k.

Rezultatul obţinut pentru sisteme invariante în cazul continual, sugerează că şi în cazul discret construcţia unui estimator Kalman discret va conduce la ecuaţii echivalente cu cele din (4.105) şi structura practic identică cu cea din figura 4.10, cu aceleaşi rezultate.

Se dicută în continuare situaţia estimării stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică cu filtre Kalman discrete, variante în timp. Pentru procesul S1E1GL care are ca mărimi măsurate întrefierul şi curentul prin elctromagnet, se doreşte construcţia unui predictor Kalman într-un pas, având ca mărimi estimate întrefierul, viteza de variaţie a întrefierului şi curentul. Modelul matematic intrare-stare-ieşire este descris de ecuaţiile (2.28) şi (2.37), discretizat. La fiecare pas de calcul k coeficienţii matricelor modelului sunt determinate pe baza relaţiilor (2.21) sau (2.43) sau pot fi calculate cu relaţiile de aproximare determinate în anexa A2.3. In cazul relaţiilor (2.21), (2.43), se pot tabela un număr relativ redus de valori şi în funcţie de valoarea mometană a întefierului, prin interpolare se poate determina valoarea coeficienţilor.

Presupunând că mărimile de ieşire sunt perutrbate de zgomote datorate traductoarelor şi conversiei analog - numerice şi că mărimea de intrare a procesului este la rândul său perturbată de un zgomot datorat erorilor de trunchiere ale convertorului numreic - analogic şi a impreciziilor elementului de execuţie, zgomote gaussiene necorelate, se aleg matricele de covarianţa:

$$q = (0.1)^2 \quad \text{şi} \quad R = \begin{bmatrix}\left(0.15\cdot 10^{-3}\right)^2 & 0\\ 0 & (0.1)^2\end{bmatrix}$$

Notând cu $A_{d,k}$ matricea sistemului discret şi cu $b_{d,k}$ matricea de intrare la momentul k se iniţializează starea estimată $\hat{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ şi matricea P_0 cu $P_0 = b_{d,0} q b_{d,0}^T$. In continuare alogritmul de calcul la fiecare moment k este:

1. se măsoară întrefierul şi curentul
2. se determină pe baza tabelelor şi a interpolarii liniare matricele $A_{d,k}$ şi $b_{d,k}$
3. se calculează cu (4.36) matricea K_k
4. noua estimată, pentru pasul $k+1$ este determinată pe baza relaţiei (4.35)
5. se determină matricea P_{k+1} necesară în pasul următor cu relaţia (4.37)

Se constată că algoritmul este extrem de laborios, o realizare practică a acestui filtru fiind foarte costisitoare în timp de calcul. In special pentru sistemele rapide din a căror clasă fac parte şi sistemele cu sustentaţie electromagnetică, sunt necesare procesoare de semnal cu virgulă flotantă, utilizarea lor precum şi a periferiei tot rapide din jurul lor, ridicând în mod seminifcativ preţul de cost al unui astfel de sistem de reglare.

Din studiul efectuat referitor la aplicarea filtrelor Kalman sistemelor cu sustentaţie electromagnetică se desprinde faptul că estimatoarele invariante (staţionare) pot fi aplicate sistemelor cu levitaţie electromagnetică care au ca mărimi de ieşire întrefierul şi acceleraţia absolută, cu rezultate echivalente cu cele ale estimatorului de tip Luenberger analizat în paragraful 4.3.1.1, iar în cazul în care mărimile de ieşire sunt întrefierul şi curentul este necesară aplicarea filtrului Kalman discret nestaţionar, cu complicaţii serioase în implementarea practică care limitează în mod semnificativ utilizarea lor.

4.3.3 Estimatoare cu funcţionare în regim alunecător

4.3.3.1 Estimator de stare de ordin complet funcţionând în regim alunecător

Se caută a se construi un estimator de stare de ordin complet funcţionând în regim alunecător, pentru S1E1GL al cărui model matematic este dat de relaţiile (2.28) şi (2.37):

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i_a \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ a_{21}^1 & 0 & a_{23}^1 \\ 0 & a_{32}^1 & a_{33}^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3^1 \end{bmatrix} u_a + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{v,21}^1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \\ i_a \end{bmatrix} \tag{2.37}$$

Separând în ecuaţiile de stare partea liniară şi invariantă în timp se obţine:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ a_{21}^1 & 0 & a_{23}^1\\ 0 & a_{32}^1 & a_{33}^1\end{bmatrix}$$

$$b=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ b_3^1\end{bmatrix} \qquad v(t,x,u)=\begin{bmatrix}0 & 0\\ b_{v,21}^1 & -1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_{ext}\\ \ddot{z}_s\end{bmatrix} \tag{4.111}$$

$$C=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \qquad w(t,x,u)=0$$

Identificând procesul cu situațiile discutate în paragraful 4.2.3, se constată că este un sistem cu matricele A, b neliniare, funcții de întefierul curent, cu perturbații la nivelul procesului dar liniar, invariant și neperturbat în ecuațiile de ieșire. Se pot face notațiile:

$$f_1(t,x)=\begin{bmatrix}0\\ a_{21}^1 z_\delta + a_{23}^1 i_a\\ a_{32}^1 \dot{z}_\delta + a_{33}^1 i_a\end{bmatrix},\quad f_2(t,u)=\begin{bmatrix}0\\ 0\\ b_3^1 u_a\end{bmatrix},\quad f_3(t,x,v)=\begin{bmatrix}0 & 0\\ b_{v,21}^1 & -1\\ 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F_{ext}\\ \ddot{z}_s\end{bmatrix}, \tag{4.112}$$

sistemul rescriindu-se:

$$\begin{bmatrix}z_\delta\\ \dot{z}_\delta\\ i_a\end{bmatrix}'=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}z_\delta\\ \dot{z}_\delta\\ i_a\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}e_{11} & 0 & 0\\ e_{12} & 1 & 0\\ e_{13} & 0 & 1\end{bmatrix}\left(f_1(t,x)+f_2(t,u)+f_3(t,x,v)\right) \tag{4.113}$$

cu

$$E=\begin{bmatrix}e_{11} & 0 & 0\\ e_{21} & 1 & 0\\ e_{31} & 0 & 1\end{bmatrix}$$

elementele de pe prima coloană putând fi oarecare. Sistemul își păstrează ecuațiile de ieșire.

Se poate ușor constata că și cu noua matrice A sistemul ramâne observabil, condiție în care estimatorul este alocabil. O altă condiție care se pune pentru a putea construi acest tip de estimator este ca rangul lui C să fie 2, și ea îndeplinită.

Se proiectează întâi partea liniară a estimatorului utilizând condițiile de existență (4.10) determinate în paragraful 4.2.1. Astfel impunând și în acest caz pentru estimator un spectru care să se afle "puțin la stânga" spectrului sistemului de reglare, cu pulsația ω_{ES}=150 rad/sec se alege

$$\Lambda_{ES}=\left\{-\omega_{ES},-\omega_{ES}\left(\cos\frac{\pi}{6}-j\sin\frac{\pi}{6}\right),-\omega_{ES}\left(\cos\frac{\pi}{6}+j\sin\frac{\pi}{6}\right)\right\} \tag{4.114}$$

toți polii fiind pe un cerc de raza ω_{ES}=150 rad/sec, cu partea imaginară nu foarte mare. Se poate determina matricea estiamtorului J, calcul matricei H fiind apoi imediat

$$J=\begin{bmatrix} -2\cos\frac{\pi}{6}\omega_{ES} & 1 & 0 \\ -\omega_{ES}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_{ES} \end{bmatrix},\quad H=\begin{bmatrix} 2\cos\frac{\pi}{6}\omega_{ES} & 0 \\ \omega_{ES}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{ES} \end{bmatrix} \tag{4.115}$$

Astfel estimatorul de stare are ecuațiile:

$$\dot{z}=Jz+Hy+\overline{E}(t,e,\chi) \tag{4.116}$$

trebuind determinată acum funcția $\overline{E}$, variantă practică (4.96) a funcției S. Astfel în [Y3] se utilizează următorul algoritm:

- se determină din ecuația $C^T G^T = PE$ elementele lui P în funcție de elementele lui G astfel încât să se păstreze simetria lui P
- se calculează matricea Q din ecuația Lyapunov (4.79) în funcție de elementele lui G și P
- se aleg elemetele lui Q astfel încât să fie pozitiv definită și simetrică, rezultând parțial coeficienți ai matricelor P și G
- se aleg restul elementelor lui P și G

Algoritmul este destul de greoi, iar matricea Q are valori proprii parțial sau în totalitate determinate de elementele matricelor P și G. *Sunt însă situații în care acest algoritm este singura alternativă.*

In proiectarea estimatorlui (4.116) se caută însă o variantă mai simplă. Astfel, ținând cont de observația că eroarea de estimare are cea mai rapidă variație spre zero atunci când matricea Q este matricea unitate, se rezolvă ecuația Lyapunov (4.79) în acestă situație și se obține:

$$P=\begin{bmatrix} 43.3032 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 0.0077 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0033 \end{bmatrix}$$

Inlocuind acum în ecuația $C^T G^T = PE$ rezultă un sistem compatibil și nedeterminat care se poate rezolva obținându-se:

$$G=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0.1667 & 0 \\ 0 & 0.0033 \end{bmatrix},\quad E=\begin{bmatrix} 0.0924 & 0.0154 & 0 \\ 5.9987 & 1 & 0 \\ 300 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.117}$$

Funcția de comutație obținută implicit este:

$$GCe=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ .1667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & .0033 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \hat{z}_\delta - z_\delta \\ \hat{\dot{z}}_\delta - \dot{z}_\delta \\ \hat{i}_a - i_a \end{bmatrix}.$$

Utilizând notația din (4.94) se identifică:

$$\bar{c}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{c}_2 = \begin{bmatrix} 0.1667 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \bar{c}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.0033 \end{bmatrix} \tag{4.118}$$

Un aspect interesant al acestui tip de estimator este că până în acest punct în nici o etapă a proiectării nu au intervenit parametrii procesului. Doar în acest punct, în alegerea funcțiilor de mărginire χ se vor aprecia doar intervalele de variație ale funcției $f(t,x,u,v)$, sumă a funcțiilor din (4.113). Astfel, pe baza analizei făcute în capitolul de modelare, pentru electromagnetul cu forța portantă mare utilizat în vehiculele cu sustentație electromagnetică, se apreciază:

$$\begin{aligned}
&\left|a_{21}^1 z_\delta\right| < \left(3000 \cdot \sec^{-2}\right)\cdot\left(30\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}\right), \quad \left|a_{23}^1 i_a\right| < \left(0.9\cdot \mathrm{m/A}\cdot \sec^2\right)\cdot\left(100\mathrm{A}\right)\\
&\left|a_{32}^1 \dot{z}_\delta\right| < \left(3200\cdot \mathrm{A/m}\right)\cdot\left(0.3\cdot \mathrm{m/sec}\right), \quad \left|a_{33}^1 i_a\right| < \left(15\cdot \sec^{-1}\right)\cdot\left(100\mathrm{A}\right)\\
&\left|b_3^1 u\right| < \left(15\cdot(\Omega\cdot\sec)^{-1}\right)\cdot\left(200\cdot \mathrm{V}\right), \quad \left|b_{v,21}^1 F_{ext}\right| < \frac{\left|F_{ext}\right|}{M} < g = 9.81\cdot\frac{\mathrm{m}}{\sec^2}, \quad \left|\ddot{z}_s\right| < g = 9.81\cdot\frac{\mathrm{m}}{\sec^2}
\end{aligned}$$

obținându-se:

$$\begin{aligned}
&\chi_1 = 0\\
&\chi_2(t,x,v) = 120 < \left|a_{21}^1 z_\delta\right| + \left|a_{23}^1 i_a\right| + \left|b_{v,21}^1 F_{ext}\right| + \left|\ddot{z}_s\right|\\
&\chi_3(t,x,u) = 5500 < \left|a_{32}^1 \dot{z}_\delta\right| + \left|a_{33}^1 i_a\right| + \left|b_3^1 u_a\right|
\end{aligned}$$

Se definesc funcțiile:

$$\begin{aligned}
&z_1 = 0\\
&z_2 = \begin{cases} 120\,\mathrm{sgn}\left[0.166\left(\hat{z}_\delta - z_\delta\right)\right] & \text{pentru} \quad \bar{c}_2 e \neq 0\\ 0 & \text{pentru} \quad \bar{c}_2 e = 0 \end{cases}\\
&z_3 = \begin{cases} 5500\,\mathrm{sgn}\left[0.0033\left(\hat{\dot{z}}_\delta - \dot{z}_\delta\right)\right] & \text{pentru} \quad \bar{c}_3 e \neq 0\\ 0 & \text{pentru} \quad \bar{c}_3 e = 0 \end{cases}
\end{aligned}$$

e fiind eroarea de estimare. In final se obține termenul neliniar al estimatorului de stare:

$$\overline{E} = E\begin{bmatrix} 0 & z_1 & z_2 \end{bmatrix}^T \tag{4.119}$$

Estimatorul a fost implementat în SIMULINK, schema bloc având aspectul din figura 4.16.

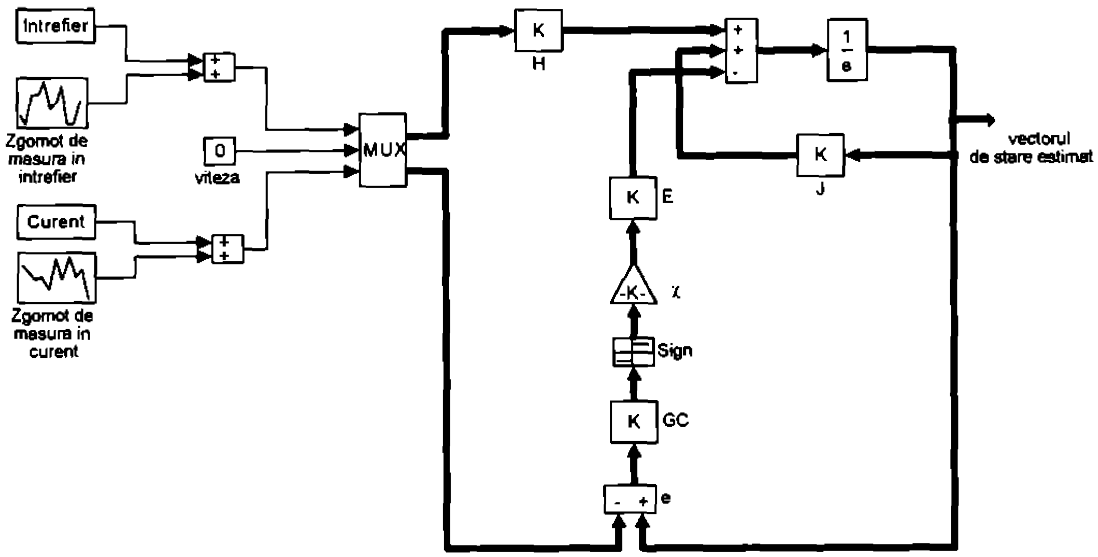


Figura 4.16. Estimator de stare de ordin complet funcţionând în regim alunecător

Din motive de simetrie s-a introdus în blocul multiplexor al mărimilor de ieşire din proces şi viteza ca o constantă nulă. Multiplexorul are două ieşiri, prima cu doar două componente: întrefierul şi curentul, a doua cu toate cele *trei* variabile (viteza nulă) astfel încât să se poată aduna la vectorul *e* (eroarea de estimare) cu trei dimensiuni.

Utilizând datele de simulare obţinute în capitolul 3 şi reprezentate în figurile 3.23 pentru un întrefier prescris de 10 mm, s-au aplicat la intrările estimatorului funcţionând în regim alunecător întrefierul şi curentul măsurate. S-a testat estimatorul obţinut într-o primă etapă, fără a adăuga zgomote de măsură pe cele două canale de intrare. Rezultatele sunt trasate în figurile 4.17, cu *albastru* mărimea reală din proces şi cu *roşu* mărimea estimată:

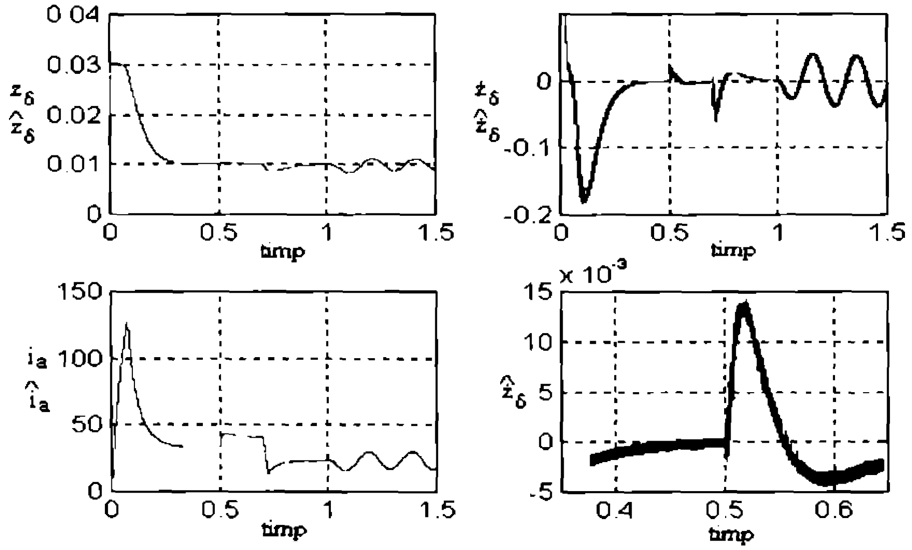


Figura 4.17. Răspunsul estimatorului de stare de ordin complet

Se constată că în ceea ce priveşte *întrefierul* şi *curentul nu* există eroare între mărimile din proces şi cele estimate, curbele cu roşu şi albastru fiind suprapuse. In cazul vitezei se observă un puls pozitiv la momentul iniţial datorat curentului nul, ceea ce ar avea ca efect ca sub acţiunea greutăţii, electromagnetul să-şi mărească întrefierul. Această eroare de estimare este rapid corectată din momentul în care valoarea curentului este suficientă, ca prin forţa dezvoltată să compenseze greutatea. In restul estimării se constată un uşor defazaj între mărimea reală şi cea estimată, dar eroarea este neglijabilă. Având în vedere că pulsaţia estimatorului este însă doar 150 rad/sec, rezultatul este semnificativ mai bun ca în cazul estimatorului de stare de tip Luenberger analizat mai sus (vezi figurile 4.13). In ultima figură din 4.17 a fost reprezentat un detaliu al vitezei estimate pentru a evidenţia oscilaţiile de înaltă frecvenţă datorate funcţiei de comutaţie şi care se manifestă în acest tip de estimator în special în mărimile care nu au echivalent în vectorul de măsură. Amplitudinea oscilaţiilor este mică datorită integratorului dar se poate anticipa că într-o implementare discretă, datorită perioadei de eşantionare finită, ele vor fi mult mai pronunţate, necesitând introducerea unui "tub" proporţional

Aceleaşi simulări au fost făcute cu zgomote de măsură pe canalele de intrare. Astfel pe întrefier s-a introdus un zgomot cu deviaţia standard de 3% din variaţia maximă a întrefierului de 30 mm, iar pe canalul de curent zgomotul are o deviaţie standard echivalentă cu un curent de 5 A. Rezultatele sunt redate în figurile 4.18:

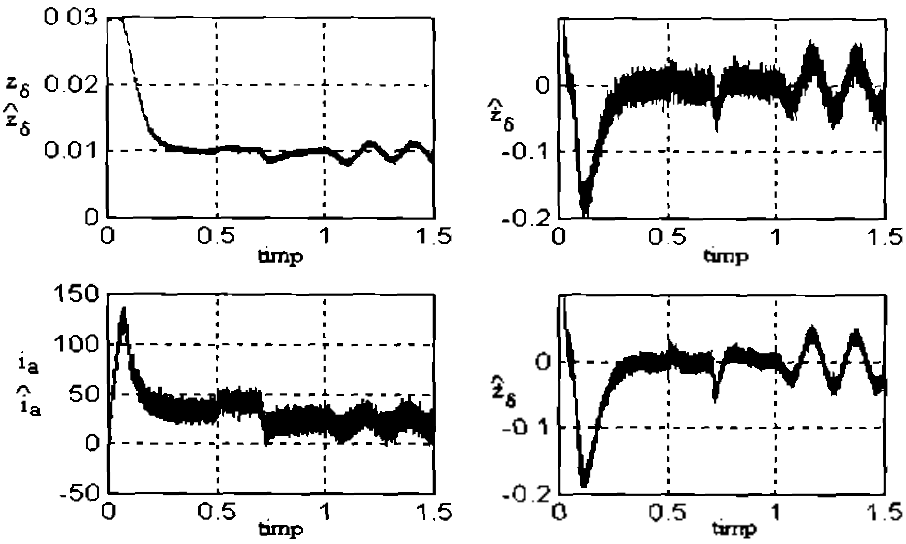


Figura 4.18. Răspunsul estimatorului de stare de ordin complet cu zgomote pe canalele de măsură

Se observă atenuarea zgomotului în întrefier, nici pe departe însă nu aşa de spectaculoasă ca rejecţia de zgomot de pe canalul de curent. In ceea ce priveşte viteza estimată, în figura de pe rândul superior se constată prezenţa semnificativă a zgomotului, în figura de pe rândul al doilea fiind reprezentată viteza estimată în situaţia în care perturbaţia acţionează numai pe întrefier. Comparând cele două diagrame se concluzionează că erorile datorate zgomotului se datorează în mare măsură celui de pe curent decât celui de pe întrefier. Indiferent de situaţie, viteza estiamtă este afectată semnificativ de zgomotele de măsură, recomandându-se utilizarea unor filtre digitale de tip trece jos pentru rejecţia lor.

4.3.3.2 Discretizarea estimatorului de stare de ordin complet funcţionând în regim alunecător

Pentru a obţine forma discretă a estimatorului, cea mai simplă variantă este de a discretiza ecuaţiile estimatorului continual priectat mai sus. Astfel considerând ca mărimi de intrare ale estimatorului mărimile măsurate împreună cu funcţiile z_1 şi z_2, ecuaţiile sale se pot rescrie.

$$\begin{bmatrix} \hat{z}_\delta \\ \dot{\hat{z}}_\delta \\ \hat{i}_a \end{bmatrix}' = J \begin{bmatrix} \hat{z}_\delta \\ \dot{\hat{z}}_\delta \\ \hat{i}_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H \; E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta & i_a & z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix}^T \qquad , \qquad (4.120)$$

cu J şi H din (4.115) şi E din (4.117). Discretizând acest sistem liniar se obţin matricele J_d şi $[H\ E]_d$ din care se pot extrage H_d şi E_d. Se obţin:

$$J_d = \begin{bmatrix} 0.9364 & 0.0002 & 0 \\ -5.4449 & 0.9993 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9632 \end{bmatrix}, H_d = \begin{bmatrix} 0.0636 & 0 \\ 5.4449 & 0 \\ 0 & 0.0368 \end{bmatrix}, E_d = \begin{bmatrix} 0.0225 & 0.0038 & 0 \\ 1.4358 & 0.2393 & 0 \\ 73.6112 & 0 & 0.2454 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Aşa cum s-a menţionat, proiectarea este independentă de parametrii procesului, aşa încât *doar în acest punct trebuiesc specificate datele procesului*. Pentru estimatorul discret se consideră S1E1GL cu electromagnet cu forţa portantă mică. Utilizând datele determinate în capitolul 2 anexa 2.3 şi estimând variaţiile maxime ale mărimilor din proces se scriu inegalităţile:

$$\begin{aligned} &\left|a_{21}^1 z_\delta\right| < \left(40000 \cdot \sec^{-2}\right) \cdot \left(3 \cdot 10^{-3}\mathrm{m}\right), \quad \left|a_{23}^1 i_a\right| < \left(25 \cdot \mathrm{m / A} \cdot \sec^2\right) \cdot (10\mathrm{A}) \\ &\left|a_{32}^1 \dot{z}_\delta\right| < (1600 \cdot \mathrm{A / m}) \cdot (0.2 \cdot \mathrm{m / sec}), \quad \left|a_{33}^1 i_a\right| < \left(60 \cdot \sec^{-1}\right) \cdot (10\mathrm{A}) \qquad (4.121) \\ &\left|b_3^1 u\right| < \left(180 \cdot (\Omega \cdot \sec)^{-1}\right) \cdot (20 \cdot \mathrm{V}), \quad \left|b_{v,21}^1 F_{ext}\right| < \frac{\left|F_{ext}\right|}{M} < g = 9.81 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\sec^2}, \quad \left|\ddot{z}_s\right| < g = 9.81 \cdot \frac{\mathrm{m}}{\sec^2} \end{aligned}$$

Se obţin astfel funcţiile de mărginire:

$$\begin{aligned} &\chi_1 = 0 \\ &\chi_2(t, x, v) = 400 < \left|a_{21}^1 z_\delta\right| + \left|a_{23}^1 i_a\right| + \left|b_{v,21}^1 F_{ext}\right| + \left|\ddot{z}_s\right| \\ &\chi_3(t, x, u) = 5000 < \left|a_{32}^1 \dot{z}_\delta\right| + \left|a_{33}^1 i_a\right| + \left|b_3^1 u_a\right| \end{aligned}$$

şi apoi funcţiile de comutaţie z_i

$$\begin{aligned} &z_1 = 0 \\ &z_2 = \begin{cases} 400 \operatorname{sgn}\left[0.166\left(\hat{z}_\delta - z_\delta\right)\right] & \text{pentru} \quad \bar{c}_2 e \neq 0 \\ 0 & \text{pentru} \quad \bar{c}_2 e = 0 \end{cases} \\ &z_3 = \begin{cases} 5000 \operatorname{sgn}\left[0.0033\left(\hat{z}_\delta - z_\delta\right)\right] & \text{pentru} \quad \bar{c}_3 e \neq 0 \\ 0 & \text{pentru} \quad \bar{c}_3 e = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

în care $\bar{c}_i$, i=1,2,3 sunt date de aceleaşi expresii (4.118)

In fine termenul neliniar aplicat estimatorului de stare este dat de (4.119) cu funcţiile de mai sus şi înlocuind matricea E cu E_d.

Inlocuind valorile matricelor discretizate direct în schema bloc din figura 4.16 şi utilizând ca date de intrare rezultatele simulării din capitolul 3 (figurile 3.37) se obţin diagramele din figura 4.19, în care cu *albastru* s-au reprezentat mărimile reale din proces şi cu *roşu* mărimile estimate.

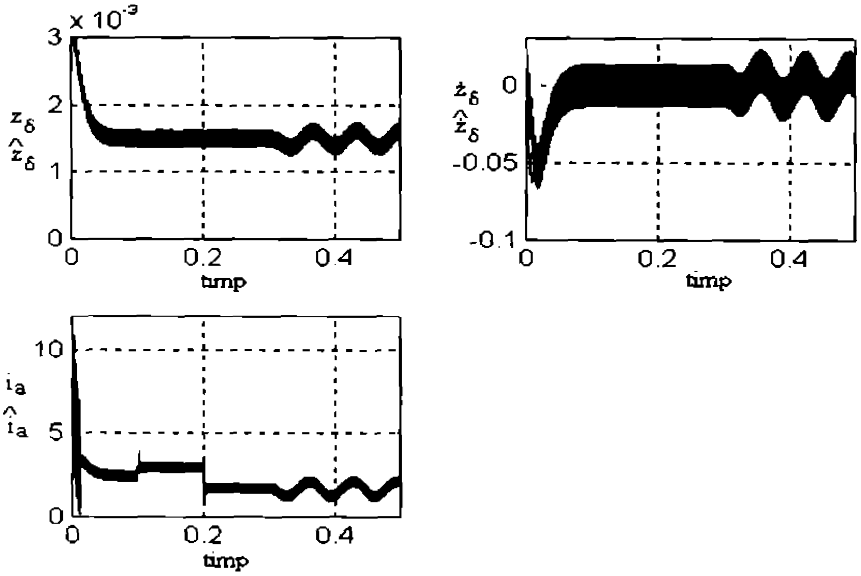


Figura 4.19. Răspunsul estimatorului de stare cu funcţionare în regim alunecător discret

Deşi se poate observa că estimarea este corectă, aşa cum s-a anticipat mai sus, în prezenţa unei perioade de eşantionare finite, oscilaţiile de înaltă frecvenţa sunt prezente în toate mărimile estimate. Din acest motiv este necesară introducerea unui "tub" în care funcţiile z_i sunt de forma (4.99).

In figura 4.20 este dată schema bloc a estimatorului modificat.

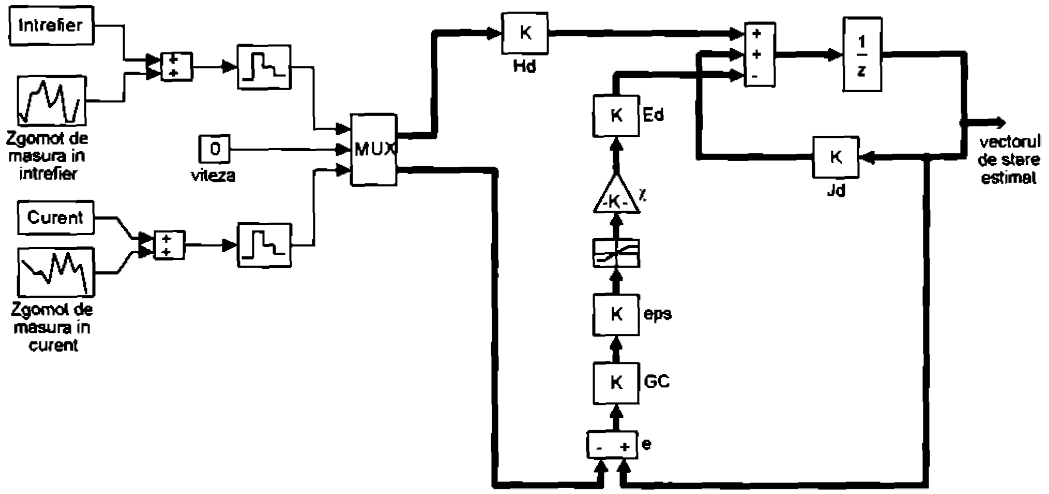


Figura 4.20. Estimator de stare discret funcţionând în regim alunecător cu componentă proporţională

Forma (4.99) a funcţiilor z_i a fost realizată prin înlocuirea blocului "Sign" cu un bloc de saturare cu limitele de saturaţie la ± 1 şi cu un bloc amplificator cu amplificări $1/\varepsilon_i$. De asemenea ca valori inţiale în blocul $1/z$ a fost utilizat vectorul $\begin{bmatrix} 30 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$ evitându-se în acest fel pulsul pozitiv de la momentul iniţial în viteza estimată. Rezultatele sunt reprezentate în figura 4.21.

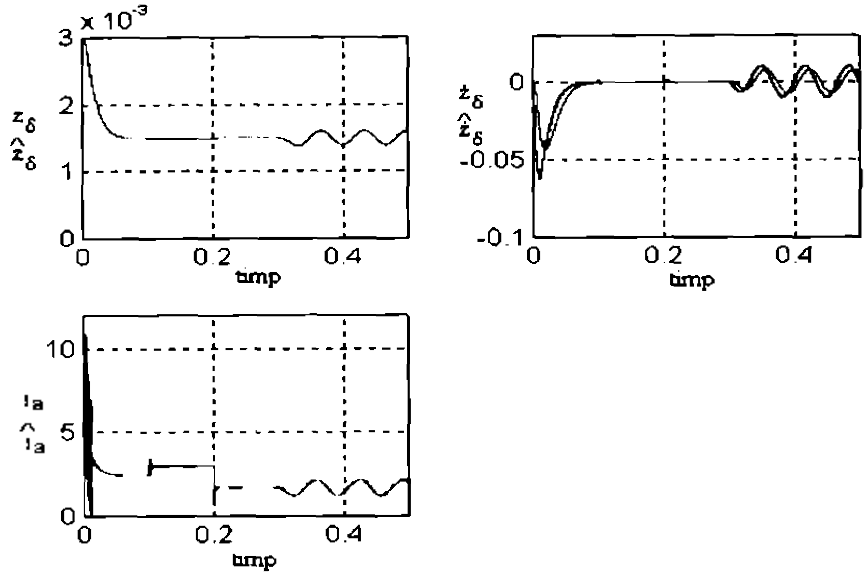


Figura 4.21. Răspunsul estimatorului de stare discret cu componentă proporţională

Introducerea "tubului" a înlăturat întradevar oscilaţiile de înaltă frecvenţă. Se constată că în afara unui defazaj în viteză, defazaj care se poate micşora prin alegerea unei benzi de fecvenţă mai largă pentru partea liniară a estimatorului, determinarea noilor valori pentru vectorul de stare satisface întru totul.

Problema unui estimator de stare de ordin redus nu se poate pune pentru procesul considerat, perechea (A_{11}, C_1) care ar rezulta în acest caz nefiind detectabilă.

4.3.3.3 Estimator de stare pentru procesul redus, discret, funcţionând în regim alunecător

Ultimul estimator de stare cu funcţionare în regim alunecător care se construieşte este pentru sistemul de reglare numerică a S1E1GL cu buclă interioară de curent analogică. Ecuaţiile procesului sunt în acest caz:

$$\begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21}^1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_{23}^1 \end{bmatrix} i_a + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b_{v.21}^1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ \ddot{z}_s \end{bmatrix} \qquad (3.66)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_\delta \\ \dot{z}_\delta \end{bmatrix} \qquad (4.122)$$

Si în acest caz se proiectează întâi estimatorul analogic care apoi se discretizează. Astfel se indetifică:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, f_1(t,x) = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{21}^1 z_\delta \end{bmatrix}, f_2(t,x,u) = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{23}^1 i_a \end{bmatrix}, f_3(t,x,v) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_{v.21}^1 F_{ext} - \ddot{z}_s \end{bmatrix} \qquad (4.123)$$

Perechea (A, C) este şi în acest caz controlabilă, iar rangul lui C este 1. Se impune pentru partea liniară a estimatorului spectrul

$$\Lambda_{ES} = \left\{ -\omega_{ES}\left(\cos\frac{\pi}{6} - j\sin\frac{\pi}{6}\right), -\omega_{ES}\left(\cos\frac{\pi}{6} + j\sin\frac{\pi}{6}\right) \right\} \tag{4.124}$$

cu ω_{ES} de data aceasta cu o valoare mai mare pentru a compensa defazajul remarcat în situația anterioară (ω_{ES} =1200 rad/sec) și alegând matricea J de o formă similară cu cea din (4.115) se poate calcula și matricea H:

$$J = \begin{bmatrix} -2\cos\frac{\pi}{6}\omega_{ES} & 1 \\ -\omega_{ES}^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 2\cos\frac{\pi}{6}\omega_{ES} \\ \omega_{ES}^2 \end{bmatrix} \tag{4.125}$$

Forma (4.140) a funcțiilor neliniare conduce la o matrice E de forma:

$E = \begin{bmatrix} e_{11} & 0 \\ e_{12} & 1 \end{bmatrix}$ în care e_{1i} sunt grade de libertate ce se vor determina ulterior.

Din nou se alege $Q = I_2$ matrice unitate și rezolvând ecuația Lyapunov (4.79) se obține

$$P = \begin{bmatrix} 346.4104 & -0.5 \\ -0.5 & 0.001 \end{bmatrix}$$

Rezolvând acum ecuația $C^T G^T = PE$ și alegând pentru gradele de libertate existente valori corespunzatoare, se obțin:

$$G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.1667 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0.0115 & 0 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}$$

In urma discretizării ecuațiilor estimatorului scrise similar formei (4.118) se obțin matricele discrete:

$$J_d = \begin{bmatrix} 0.5629 & 0.0002 \\ -276.592 & 0.9622 \end{bmatrix}, \quad H_d = \begin{bmatrix} 0.4371 \\ 276.592 \end{bmatrix}, \quad E_d = \begin{bmatrix} 0.0024 & 0.0004 \\ 1.0432 & 0.1739 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

Păstrând estimările (4.121) legate de mărginirea produselor neliniare se determină funcțiile

$$\chi_1 = 0$$
$$\chi_2(t,x,v) = 120 < \left|a_{21}^1 z_\delta\right| + \left|a_{23}^1 i_a\right| + \left|b_{v,21}^1 F_{ext}\right| + \left|\ddot{z}_s\right|$$

iar funcțiile de comutație vor fi:

$$z_1 = 0$$
$$z_2 = \begin{cases} 400\,\mathrm{sgn}\left[0.166\left(\hat{z}_\delta - z_\delta\right)\right] & \text{pentru} \quad \overline{c}_2 e \neq 0 \\ 0 & \text{pentru} \quad \overline{c}_2 e = 0 \end{cases}$$

Ecuațiile estimatorului sunt în consecință:

$$\begin{bmatrix} \hat{z}_{\delta,k+1} \\ \hat{\dot{z}}_{\delta,k+1} \end{bmatrix} = J_d \begin{bmatrix} \hat{z}_{\delta,k} \\ \hat{\dot{z}}_{\delta,k} \end{bmatrix} + H_d z_{\delta,k} + E_d \begin{bmatrix} 0 \\ z_2 \end{bmatrix} \tag{4.126}$$

Implementarea în SIMULINK este redată în figura 4.22

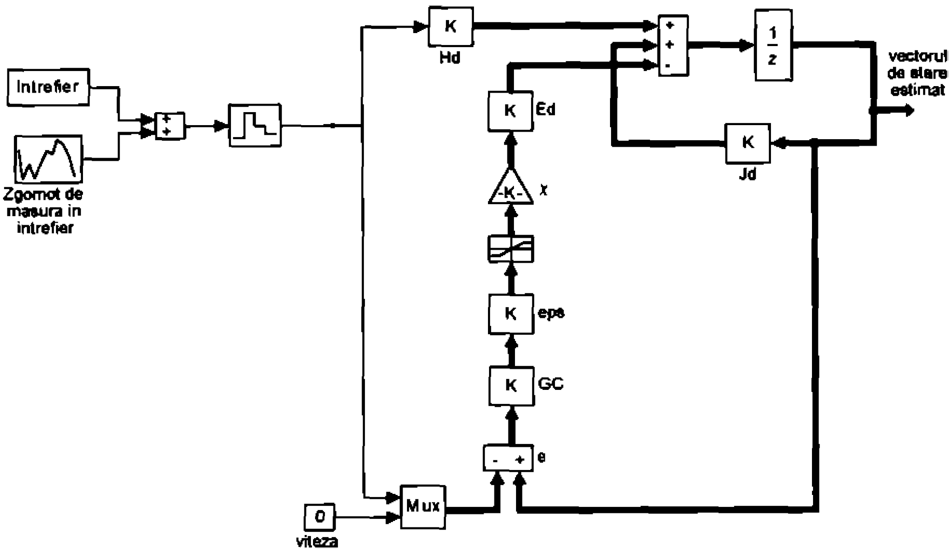


Figura 4.22. Estimator de stare de ordin redus, discret, cu funcționare în regim alunecător

Simulările au fost făcute pe baza rezultatelor determinate în capitolul 3 și care au fost reprezentate în figurile 3.41. Intr-o primă simulare a estimatorului, lărgimea "tubului" a fost facută foarte mică, astfel încât comportarea blocului amplificator "eps" și a blocului limitator să fie practic cea a unui bloc de tip "Sign". Cu acestea se obțin răspunsurile de pe prima linie a figurii 4.23, în care se poate vedea efectul pronunțat al oscilațiilor de înaltă frecvență, mai ales pe viteză. (Din nou s-au reprezentat cu *albastru* mărimile *procesului* și cu *roșu* mărimile estimate.) Chiar și așa se poate observa că înfășuratoarea oscilațiilor urmărește îndeaproape viteza reală. Atunci când se lărgește "tubul" astfel încât să se înlăture oscilațiile, se obțin rezultate reprezentate pe linia a doua a figurii 4.23.

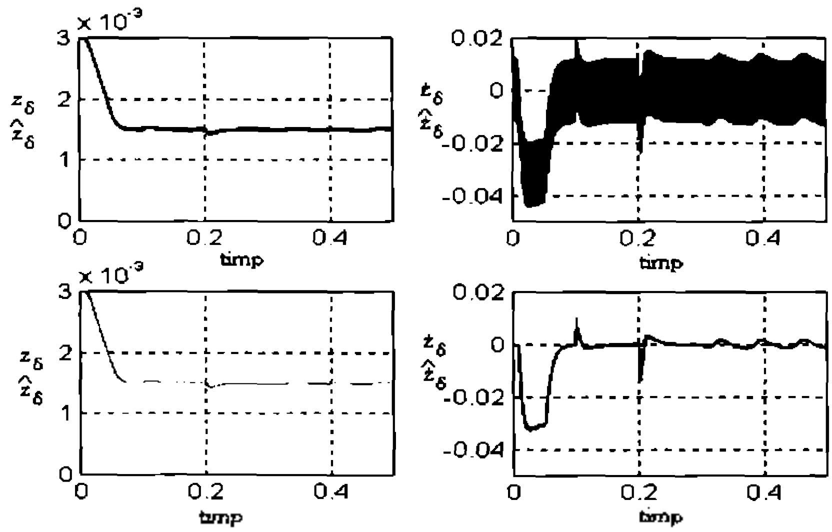


Figura 4.23. Răspunsul estimatorului de stare de ordin redus, discret

Diagramele confirmă o estimare excelentă atât din punctul de vedere al întrefierului (curbe practic suprapuse) cât şi al vitezei, din care defazajul remarcat în simulările anterioare a dispărut aproape integral prin lărgirea benzii de frecvenţă a părţii liniare a estimatorului.

Se poate concluziona că estimarea stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică cu estimatoare funcţionând în regim alunecător rezolvă problema variaţiei parametrilor procesului şi a perturbaţiilor deterministe ce acţionează asupra lui. In acest paragraf a fost determinat atât un estimator de stare de ordin complet în continual cât şi două estimatoare tot de ordin complet în discret, prin discretizarea ecuaţiilor de stare a sistemului continual. Atunci când estimarea este analogică (continual) oscilaţiile de înaltă frecvenţă proprii acestui tip de estimator nu deranjează prea mult, dar implementarea lor practică nu este foarte simplă. Estimarea cu sisteme digitale impune utilizarea unui "tub" de lăţime ε pentru înlăturarea acestor oscilaţii, mult mai pronunţate datorită perioadei de eşantionare finite. Nu a fost cazul introducerii şi a unui termen integral, dar pot exista situaţii în care datorită caracterului strict proporţional se păstrează o eroare de estimare chiar şi în regim staţionar şi atunci prezenţa elementului integrator este necesară

4.4 Concluzii legate de estimarea stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică.

In acest capitol au fost analizate posibilităţi şi variante de estimare în sistemele cu sustentaţie electromagnetică. Astfel s-au analizat estimatoare liniare invariante, filtre Kalman şi estimatoare lucrând în regim alunecător. Ele au fost studiate atât pentru cazul continual cât şi pentru cazul discret, desprinzându-se următoarele concluzii:

1. Determinarea unui estimator liniar şi invariant pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică construit pe baza condiţiilor de existenţă (4.6) conduce la un sistem dependent de parametrii procesului. Utilizarea sa în aplicaţii în care întrefierul se poate modifica în limite largi va conduce la erori semnificative. In plus, dacă identificarea parametrilor ce intervin în aceşti coeficienţi este eronată, estimarea este de la început şi în orice punct compromisă.
2. In cazul în care una din mărimile măsurate este acceleraţia absolută se poate determina un estimator independent de parametrii procesului, de ecuaţii (4.102). Acest estimator poate avea atât o implementare analogică cât şi digitală cu aceleaşi performanţe bune. Utilizarea sa conduce la estimarea vitezei şi o estimată a întrefierului cu proprietăţi de filtrare foarte bune a zgomotelor de măsură în afara benzii de frecvenţe impuse estimatorului.
3. Chiar şi atunci când acceleraţia absolută nu este măsurabilă, acelaşi estimator poate fi utilizat în estimarea vitezei, făcând intrarea de acceleraţie nulă. Pentru a obţine rezultate bune însă, banda de frecvenţe a estimatorului trebuie crescută pentru a compensa lipsa acceleraţiei, mărime care în estimatorul (4.102) are un efect de corecţie a valorilor estimate la frecvenţe ridicate.
4. Datorită dificultăţilor de implementare, construcţia unui filtru Kalman în domeniul continual, pentru estimarea stării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică este posibilă doar sub forma invariantă. S-a arătat însă că aceasta este echivalentă ca şi structură cu estimatorul de stare liniar bazat pe măsurarea acceleraţiei şi întrefierului, banda de frecvenţă a filtrului rezultând din covarianţele considerate pentru zgomotele de măsură.
5. Construcţia unui filtru Kalman variant în timp, ca funcţie de întrefier în principal, este posibilă în cazul discret. Se constată însă că implementarea practică necesită o putere de calcul nejustificată pentru această aplicaţie.
6. Problema variaţiei parametrilor procesului în timp şi/sau funcţie de stare este rezolvabilă prin utilizarea estimatoarelor cu funcţionare în regim alunecător. Astfel s-a arătat că atunci când o serie de condiţii sunt îndeplinite, este posibilă construcţia unui estimator de Fx cu funcţionare în regim alunecător. Prin particularizări apoi s-au obţinut estimatoare de stare de ordin complet, estimatoare de Fx de ordin redus, estimatoare de stare de ordin redus şi funcţionale liniare de stare. Proiectarea nu este neapărat simplă dar rezultatele justifică efortul depus
7. Pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică s-au construit estimatoare de stare de ordin complet atât în continual cât şi în discret, pornind de la modelul cu măsurarea întrefierului şi

curentului, ecuațiile sistemului fiind dependente atât de parametrii procesului cât și de intrări perturbatoare. In ambele situații, estimările au fost corecte

8. Toate tipurile de estimatoare discutate sunt sensibile la zgomot alb pe canalul de măsurare al întrefierului. In situațiile analizate zgomotul intrefierului aplicat pe intrarea estimatorului trebuie să aibe o deviație standard de cel mult 3% din variația maximă absolută a întrefierului. Din acest motiv se recomandă ca atunci când zgomotele sunt nepermis de mari să se utilizeze metode speciale de filtrare a lor, fie la nivelul traductorului fie în cadrul sistemului de reglare

CAPITOLUL 5

5. Implementarea regulatoarelor pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică

In capitolele precedente, începând cu modelarea, s-au avut continuu în vedere posibilităţile de implementare practică a algoritmelor de reglare dezvoltate. In acest sens s-a ţinut cont atât de natura procesului, de tipul traductoarelor, de elementul de execuţie, cât şi de domeniul continual sau discret în care se face reglarea. Capitolul de faţă se ocupă cu precizarea detaliilor de implementare practică a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică. Astfel se vor discuta scheme analogice de construcţie a regulatoarelor şi estimatoarelor discutate şi se vor detalia algoritmii de reglare numerică precizând modul de implementare soft şi hard. Considerând a fi parte integrantă a procesului, se vor discuta şi elementele de execuţie, chppere în două cadrane de puteri diferite în funcţie de tipul electromagnetului utilizat în procesul de sustentaţie.

Tratarea sistemelor de reglare analogice se va face considerând situaţia sistemelor cu sustentaţie electromagnetică cu electromagneţi cu forţă portantă mare (vehicul pe pernă magetică), iar pentru reglarea numerică se vor avea în vedere electromagneţi cu forţă portantă mică (model de laborator şi lagăre cu sustentaţie magnetică). Pe baza celor două procese se va încerca exemplificarea implementării a cât mai multe din sistemele studiate în capitolele 3 şi 4.

5.1 Implementarea sistemelor de reglare continuale

In cele ce urmează se vor discuta două tipuri de sisteme de reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică. Primul se referă la o reglare după stare cu compensatorul determinat fie prin alocare de poli fie după principiul regulatorului liniar pătratic, cu întefierul şi acceleraţia măsurate şi cu un estimator de stare de ordin complet, elementul de execuţie fiind un chopper în două cadrane. Al doilea este o reglare în regim alunecător adaptată implemetării analogice, cu măsurarea întrefierului şi curentului, cu buclă interioară de curent şi cu estimator de stare de ordin complet.

5.1.1 Sistem de reglare continual cu compensator după stare

Schema bloc a regulatorului considerat este dată în figura 5.1, în care s-au reprezentat estimatorul de stare de ordin complet cu măsurarea întrefierului şi acceleraţiei şi compensatorul cu amplificările corespunzătoare pe canalele de întrefier, viteză şi poziţie.

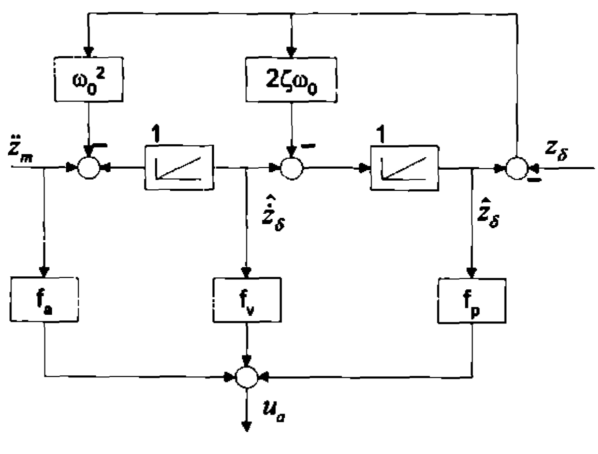


Figura 5.1. Schema bloc a regulatorului după stare: estimator + compensator

Prima etapa în implementarea sistemelor de reglare continuale sau numerice, înainte de a concepe o schemă electronică sau a alege un echipament de calcul numeric este *conversia coeficienților regulatorului de la mărimile fizice în care au fost proiectate la mărimi inginerești*. Această conversie se face pe baza coeficienților de transfer ai traductoarelor, convertoarelor analog - numerice, numeric - analogice, elementelor de execuție. De cele mai multe ori această conversie se rezolvă relativ simplu pe baza algebrei schemelor bloc. Astfel notând cu k_{Tp} coeficientul de transfer al traductorului de întrefier, k_{Ta} cel al traductorului de accelerație și cu k_{ee} coeficientul de transfer al elementului de execuție, schema de reglare ce trebuie realizată este dată în figura 5.2., în care cu albastru este reprezentat regulatorul.

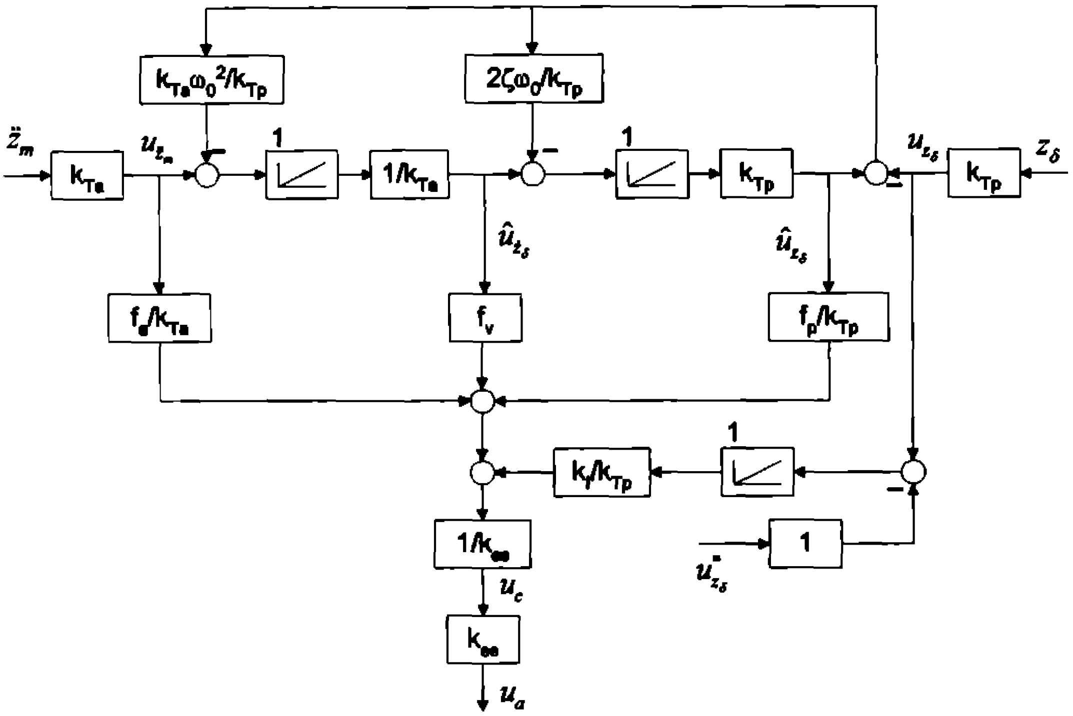


Figura 5.2. Schema bloc a regulatorului cu traductoare înglobate.

Față de schema din figura 5.1. s-a introdus un nou termen ce constituie prescrierea sistemului $u^*_{z_\delta}$. Prescrierea se aplică printr-o rampă care integrează eroarea mărimii de ieșire (întrefierul) cu pantă dată de coeficientul k_I. Acest termen asigură și anularea erorii de regim staționar, deficiență a sistemelor de reglare după stare.

In realizarea acestei scheme cu amplificatoare operaționale trebuie avute în vedere câteva reguli:

- amplificările să fie cuprinse între cel puțin 0.1 V/V și ce mult 10 V/V - amplificări prea mici (atenuări prea mari) coboară nivelul semnalului util la nivelul zgomotului; amplificări prea mari necesită amplificatoare operaționale cu rata de variație (V/µsec) mare, cu preț de cost ridicat
- valorile rezistențelor să fie între 1 kΩ și 100 kΩ - valori prea mici necesită curenți pe care operaționalele s-ar putea să nu le poată furniza, iar valori prea mari reduc precizia amplificării, curenții de intrare în amplificator - considerați neglijabili - putând deveni comparabili cu cei prin rezistențe
- condensatorii nepolarizați să fie până la 1 µF, valoare uzuală.

Alegând pentru coeficienți valorile k_{Tp}=20 V/30 mm, k_{Ta}=10 V/5 m-sec^{-2}, k_{ee}=200 V/20 V, k_I=0.25 V/sec și f_p, f_v și f_a determinate în capitolul 3, utilizând pentru estimatorul de stare pulsația

ω_{ES}=100 rad/sec şi amortizarea ζ=0.707, şi respectând condiţiile de mai sus, în urma aplicării algebrei schemelor bloc s-a obţinut pentru regulator schema din figura 5.3.

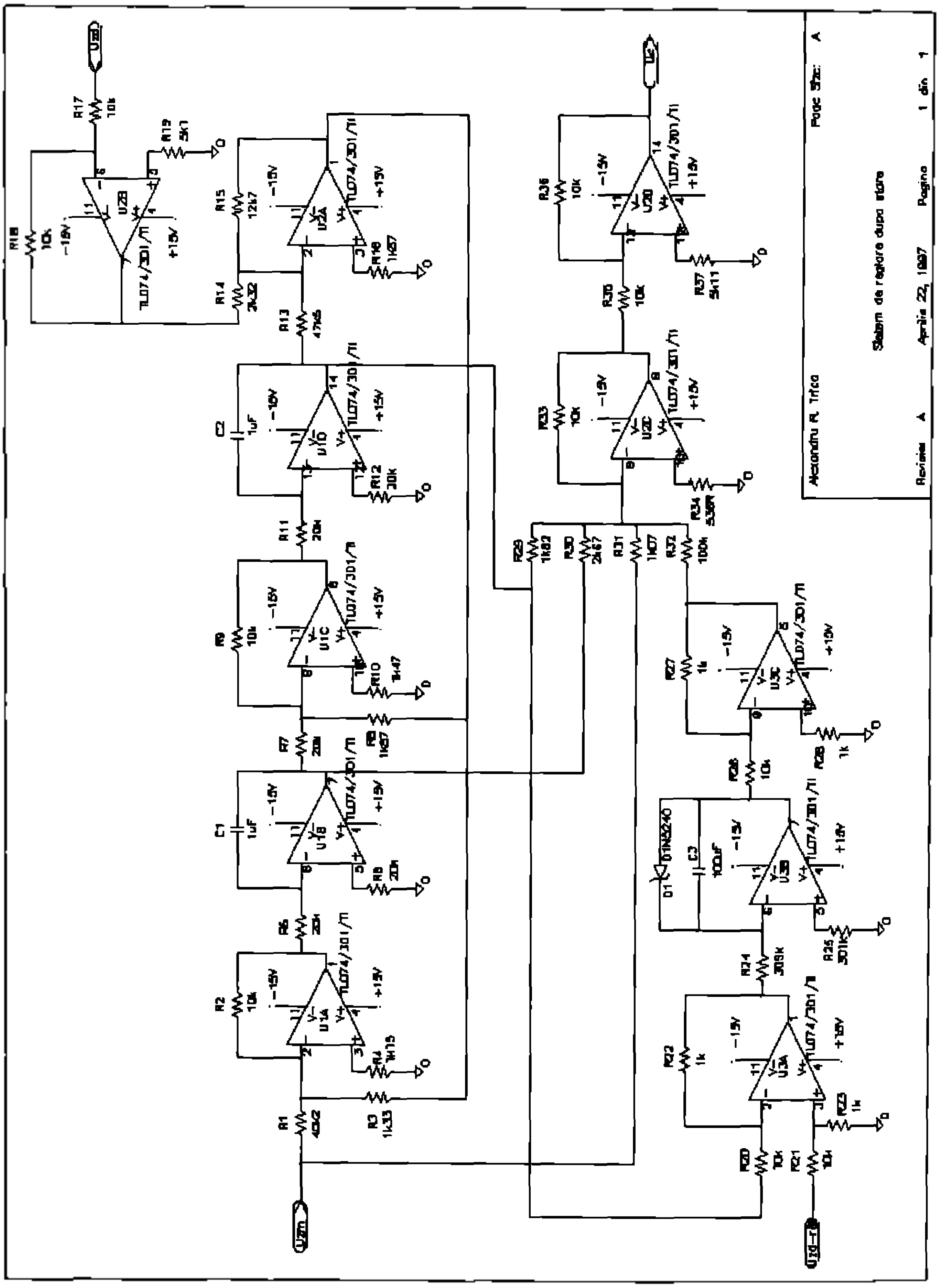


Figura 5.3. Schema circuitului pentru reglarea după stare cu estimator de stare de ordin complet

S-au utilizat amplificatoare operaţionale TL074N (Texas Instruments) cu JFET-uri pe intrare, 4 într-o capsulă, cu preţ de cost redus. Rezistenţele sunt realizate în tehnologie film metalizat, de precizie 1% din clasa E96. Condensatoarele nepolarizate sunt de tipul poliester metalizat. Cum prescrierea este întotdeauna pozitivă, integratorului U3B i s-a putut asocia un condensator polarizat de valoare mare, limitarea operaţionalului fiind asigurată prin dioda Zener de 10V din reacţie.

Această schemă a fost practic implementată şi testată cu succes în stabilizarea şi reglarea "roţilor magnetice" din cadrul proiectului MAGNIBUS [B4], [B5], [B7].

Pentru că elementele de execuţie utilizate la vehiculul cu pernă magnetică de la Institutul Politehnic Timişoara au fost choppere într-un cadran cu tiristoare, în anexa A5.1 se prezintă schema electronică a unui chopper în două cadrane realizat cu IGBT-uri, chopper ce în situaţia reluării proiectului se poate utiliza pentru tensiuni de până la 800 V şi curenţi de 200 A [*5]. Preţul unui astfel de chopper se estimează cu tot cu circuitul de comandă la aproximativ 1000$ CDN. Dacă tensiunea de alimentare trebuie să fie mai mare atunci se pot înlocui IGBT-urile utilizate cu cele de 1700V care încep să devină tot mai accesibile din punct de vedere al preţului.

5.1.2 Sistem de reglare continual cu funcţionare în regim alunecător, cu buclă interioară de curent

Deşi funcţionarea în regim alunecător presupune utilizarea unor elemente neliniare, greu de realizat în scheme analogice, regulatorul poate fi implementat în varianta cu element de tip PI la ieşirea funcţionalei de stare destul de simplu. Astfel schema bloc a regulatorului şi estimatorului de stare sunt date în figura 5.4:

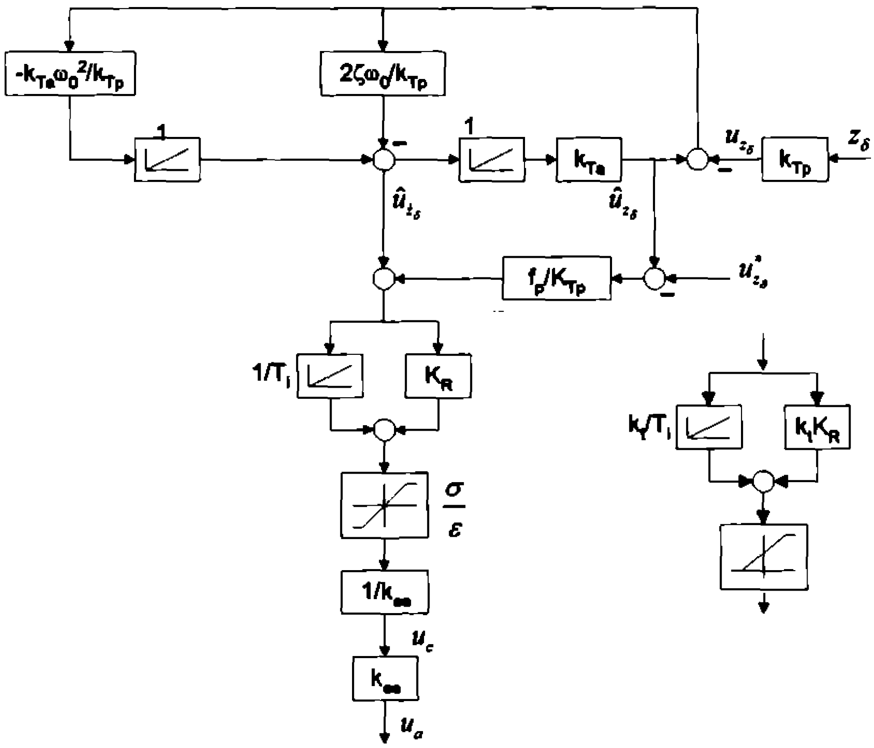


Figura 5.4. Schema bloc a regulatorului cu funcţionare în regim alunecător şi a estimatorului de stare

Datorită particularităţii circuitului de comandă a chopperului utilizat, circuit care va fi utilizat în bucla de curent interioară, tensiunea de comandă u_c trebuie limitată între 0 şi 4.5 V. Acest aspect este prins în partea dreaptă a figurii în care se remarcă deplasarea de nivel, amplificările fiind înglobate în blocurile P şi I prin coeficientul k_I.

Pentru electromagnetul cu forța portantă redusă, coeficienții traductorului de întrefier și elementului de execuție sunt: k_{Tp}=20 V/3 mm și k_{ee}=170 V/4.5 V. Utilizând o pulsație de 200 rad/sec cu aceeași amortizare de 0.707, pe baza algebrei schemelor bloc se poate, din nou, determina schema electronică a cărui circuit este reprezentat în figura 5.5. S-au utilizat același tip de amplificatoare operaționale, rezistențe și condensatoare ca și în schema precedentă. Elementul PI a fost realizat cu un singur amplificator U2C. Referința utilizată în deplasarea de nivel este ajustată cu amplificatorul U3C.

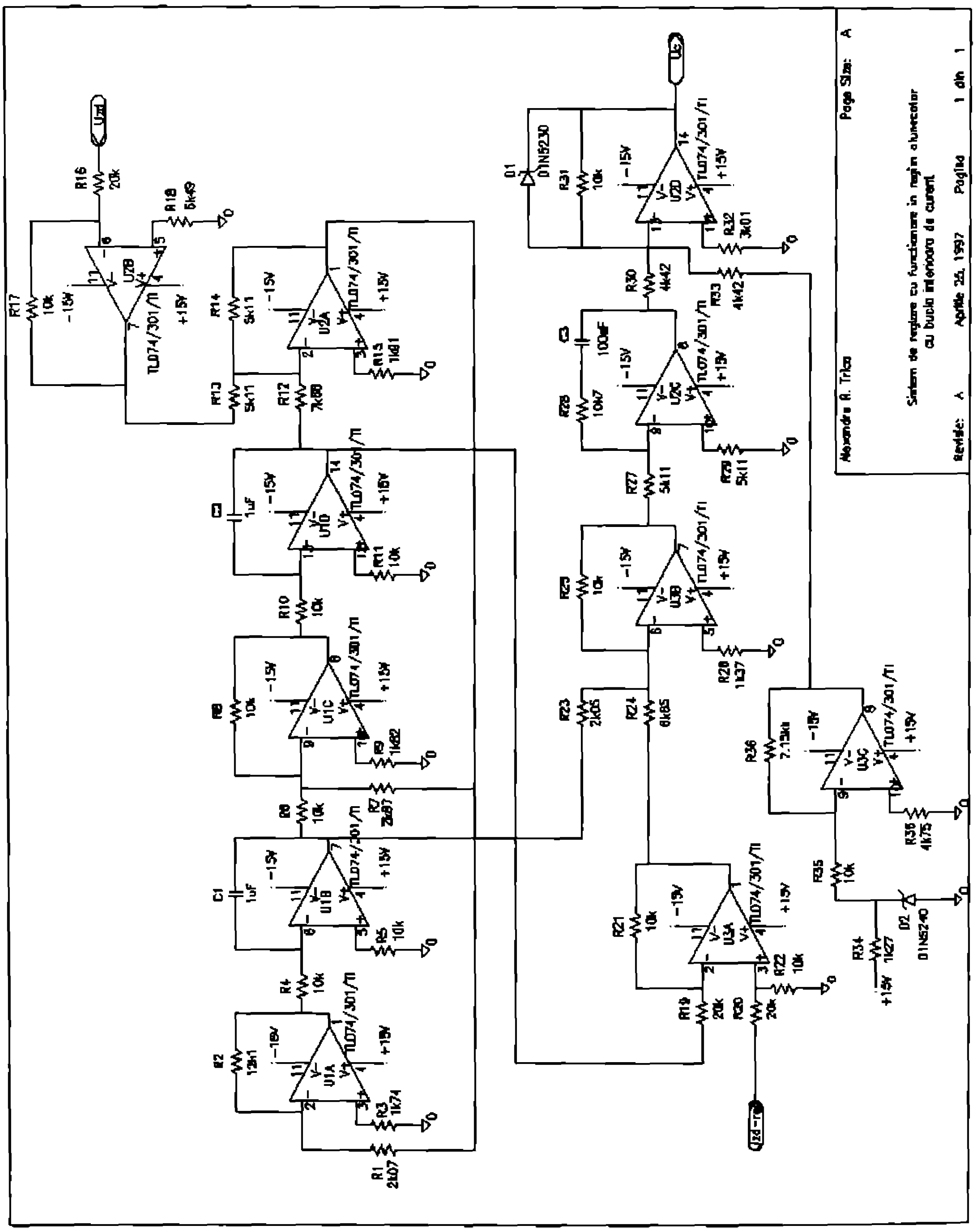


Figura 5.5. Schema electrica a regulatorului functionind in regim alunecator + estimator de stare

In schema nu s-au prevăzut rezistenţe variabile dar dacă este necesară o acordare practică a regulatorului se pot utiliza potenţiometre. De exemplu lăţimea "tubului" ε, stabilit în schemă la 1V, se poate face modificând rezistenţa R30 (nu R31 care ar avea ca efect secundar modificarea nivelului de tensiune continuă aplicată amplificatorului U2D).

O variantă a acestei scheme a fost utilizată în cadrul circuitului pentru stabilizarea şi reglarea fiecărei axe a lagărului magnetic proiectat şi testat la Institutul Politehnic Timişoara [B6].

Bucla analogică de curent poate fi implemetată cu succes utilizând circuite specializate pentru surse de alimentare în comutaţie cu regulator de curent şi tensiune. Principiul după care acestea funcţioneaza este reprezentat simplificat în figura 5.6:

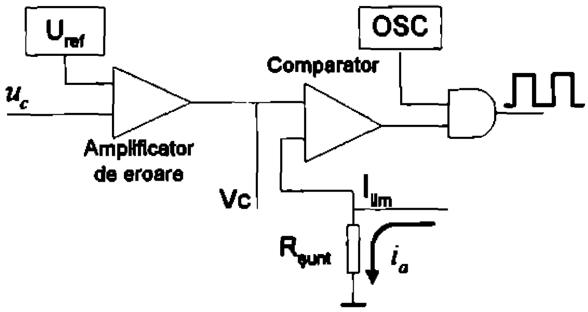


Figura 5.6. Schema de principiu a regulatorului de curent

Amplificatorul de eroare este un amplificator transconductanţă, pe pinul V_c (control) conectându-se circuitul de compensare în frecvenţă. Acest ansamblu constituie regulatorul de tensiune, ieşirea lui reprezentând prescrierea de curent. Măsurarea curentului se face prin şuntul $R_{şunt}$. La fiecare ciclu, curentul prin sarcina inductivă creşte liniar până ce tensiunea de pe şunt atinge valoarea prescrierii de curent, moment în care comparatorul basculează pe zero. Frecvenţa şi durata maximă a modulării în lăţime de puls de la ieşire sunt controlate de oscilator. Circuite suplimentare, care nu s-au mai reprezentat, limitează valoarea maximă a curentului unui puls, generează referinţe utilizate la pornirea lentă a montajului (soft-start), protejează la suprasarcină şi nu în ultimul rând amplifică pulsurile pentru comanda directă a MOS-urilor de putere sau IGBT-urilor, sau pot reprezenta comanda un transformator de impulsuri.

Analizând funcţionarea circuitului se constată că principiul de funcţionare poate fi utilizat la realizarea regulatorului cu buclă interioară de curent, generând pulsurile modulate în lăţime de puls necesare comenzii chopperului în două cadrane şi asigurând în acelaşi timp atât limitarea curentului la pornire cât şi protecţiile de curent necesare. Pe amplificatorul de eroare se aduce în locul reacţiei de tensiune, tensiunea de comandă şi eliminându-se din circuitul de compensare componente integratoare, referinţa de tensiune U_{ref} poate fi privită doar ca o deplasare de nivel. Privind mai îndeaproape circuitul se constată că de fapt este vorba tot de un regulator bipoziţional fără histerezis, dar cu frecvenţa constantă.

Fără a intra în detalii s-au considerat două circuite, unul devenit în timp clasic şi construit de numeroase companii este de exemplu de la Unitrode circuitul UC1843. Cu acesta s-a conceput schema de comandă a chopperului în două cadrane realizat cu MOS-uri, pentru alimentarea electromagnetului cu forţa portantă redusă şi care a fost simulat în pachetul PSPICE 7.1 dar poate fi utilizată şi la comanda chopperelor cu IGBT-uri. Schema este dată în figura 5.7, iar diagramele în figurile 5.8. Ceea ce s-a dorit a fost demonstrarea a două lucruri: că circuitul poate fi utilizat în această aplicaţie şi că viteza de variaţie a curentului este cea dorită şi evaluată în capitolul 3, adică atât de rapidă încât, din punct de vedere al sistemului mecanic, să fie practic instantanee.

Amplitudinea sursei dreptunghiulare V_{pulse} a fost astfel aleasă încât curentul să se modifice între 0.6 şi 4 A. Deplasarea de nivel necesară pentru compatibilitatea cu referinţa internă a circuitului UC1843 a fost asigurată prin V_{ref}. Interesant este că pentru o funcţionare stabilă în lăţimea de puls, frecvenţa de choppare este condiţionată de valoarea maximă a curentului şi de constanta de timp a electromagnetului: astfel pentru tensiunea de V_{bus}=170 V utilizată în simulări şi la parametrii electromagnetului considerat, pentru a avea oscilaţii sub 0.1 A, frecvenţa a fost crescută la 100 kHz, frecvenţă de lucru uzuală pentru MOSFET-urile din schemă.

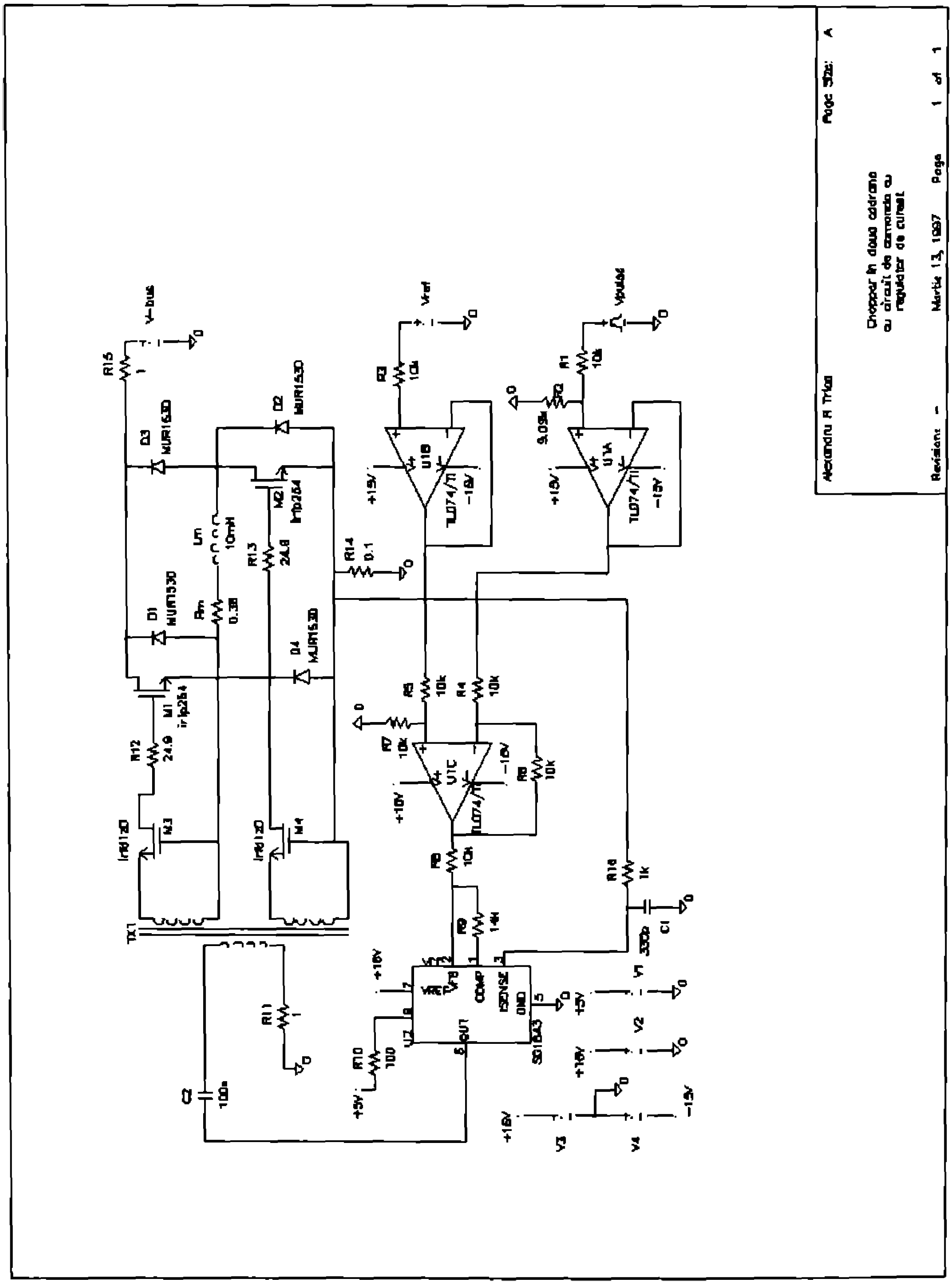


Figura 5.7. Schema utilizată în simularea buclei de curent

Răspunsul în curent al circuitului are viteza scontată: se pot măsura pantele de creştere şi scădere a curentului la 15.95 A/μsec, respectiv 14.995 A/μsec, timpii în care curentul ajunge la valoarea prescrisă fiind 211.8 μsec şi 225.65 μsec, adică echivalentul unei frecvenţe de răspuns de aproximativ 5 kHz.

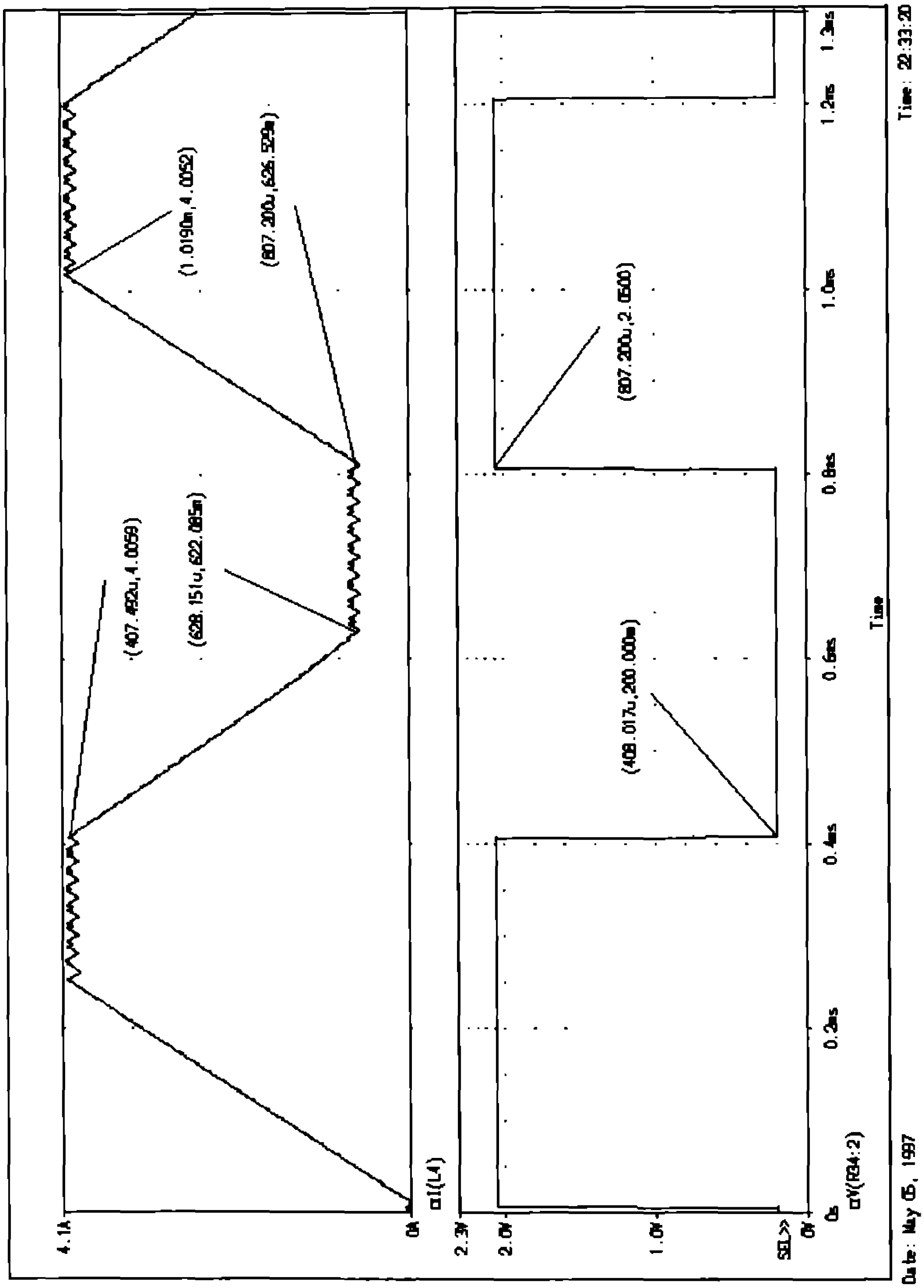


Figura 5.8. Rezultatele simulărilor: curentul şi prescrierea de curent

Utilizarea circuitului UC1843 în simulări se datorește faptului că acesta este definit în biblioteca de componente a pachetului PSPICE. In circuitul construit practic s-a utilizat o variantă mai evoluată și anume circuitul LT1105 de la Linear Techology. Acesta are mai multe îmbunătățiri față de circuitele clasice dintre care pentru aplicația considerată două sunt importante:

- datorită sarcinii stocate în joncțiunile diodelor de nul, atunci când ele se blochează apare un vârf de curent de foarte scurtă durată (zeci până la sute de nano-secunde, în funcție de tipul diodei folosite) dar de amplitudine foarte mare care ar putea produce basculare a comparatorului din figura 5.6. In general în paralel cu șuntul se pune un condensator pentru a filtra acest impuls. Circuitul LT1105 este prevăzut cu un bloc care decuplează reacția de curent pentru 500 nanosecunde astfel încât impulsul de curent nu este luat în considerare și în continuare reacția de curent nu mai trebuie filtrată.
- reacția de curent de tipul PWM este inerent instabilă pentru un fator de umplere mai mare decât 0.5 [*4], motiv pentru care trebuie utilizată o așa-numită "compensare de pantă". Circuitul LT1105 are un circuit de compensare a pantei înglobat, astfel încât funcționează stabil fără componente externe la orice factor de umplere.

Schema electrică a circuitului practic utilizat este dată în anexa A5.2, iar în figura 5.9 se arată referința de curent și curentul prin electromagnetul cu forță portantă redusă.

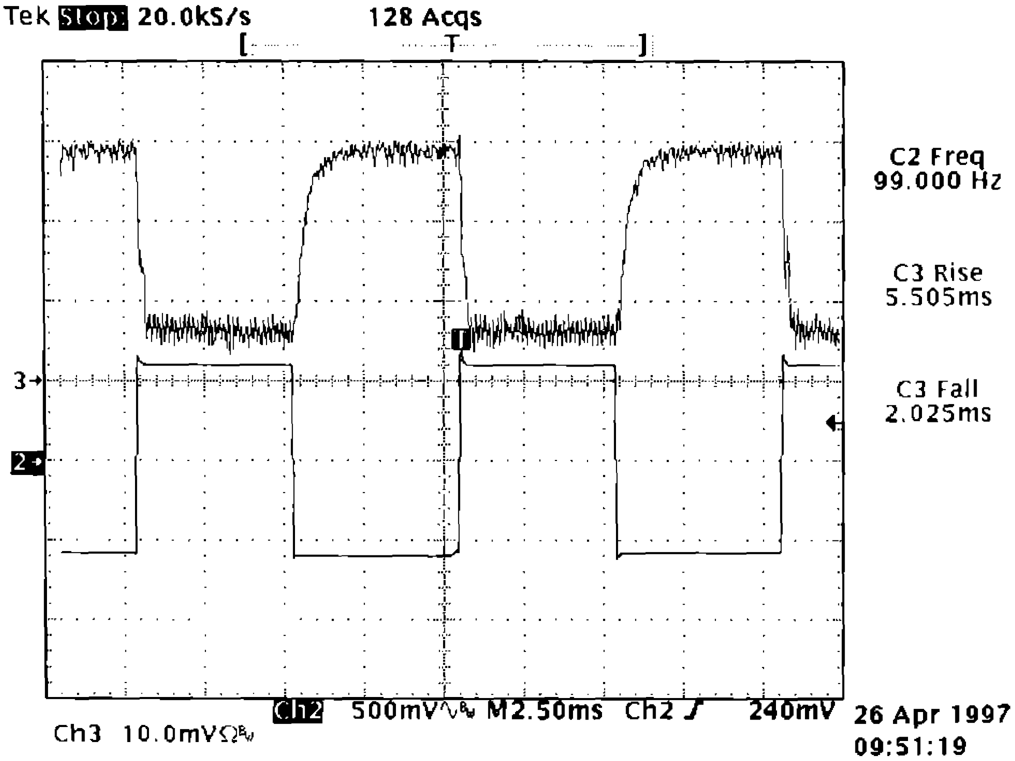


Figura 5.9. Prescrierea de curent și curentul în bucla de reglare analogică de curent

Pe canalul 2 s-a măsurat tensiunea de referință, un semnal dreptunghiular de frecvență 100 Hz și variație 1.5 Vv-v. Acest semnal a fost aplicat în locul tensiunii de comandă u_c. Un șunt de 0.3 Ω pus în serie cu inductanța electromagnetului este utilizat pentru vizualizarea curentului, reprezentat pe canalul 3 în figură. S-a utilizat o sondă diferențială cu atenuare 1:50, curentul variind între 0.8 și 5 A. Din păcate, din motive practice, tensiunea de alimentare nu a putut fi crescută mai mult de 48 V astfel încât timpii de creștere și cădere sunt mai mari decât cei care s-ar fi obținut la 170 V. Chiar și așa, la un timp de ridicare de 5.5 msec și timp de cădere de 2.2 msec, răspunsul este suficient de rapid pentru scopul aplicației.

5.2 Implementarea sistemelor de reglare discrete

Alegerea echipamentului de calcul pentru un sistem de reglare numerică se face în urma analizei complexității algoritmului și legat de aceasta a volumului și vitezei calculelor ce trebuiesc efectuate pe durata unui pas de eșantionare. In acest sens, în cele ce urmează se analizează două sisteme numerice:

- reglarea numerică a modelului de laborator de tip "balanță" (vezi paragraful 2.2.4) în care un S2E1GL caută să mențină un întrefier constant de 1.5 mm în prezența a diferite tipuri de perturbații introduse cu cel de-al doilea S2E1GL. Algoritmul de reglare constă în măsurarea întrefierului și accelerației, estimarea vitezei și întrefierului, determinarea funcționalei de stare și elaborarea comenzii în urma calculului elementului PI.
- reglarea numerică a unui lagăr magnetic, compus din două axe perpendiculare, fiecare axă fiind constituită dintr-un S2E1GL. Se consideră sistemul cu buclă interioară analogică de curent. Pentru fiecare axă, cu un singur micro-controller trebuie măsurat întrefierul și curentul, estimată viteza și întrefierul, calculată funcționala de stare și apoi comanda în urma elementului de tip PI.

5.2.1 Sistem de reglare numeric pentru modelul de laborator

Și în cazul implementării sistemelor discrete se pune problema conversiei din unități fizice în unități ingineresți, de data asta unități binare (ub). In afara coeficienților de transfer ai traductoarelor, în sistemele discrete apar și cei ai convertoarelor anaolg-numerice și numeric-analogice, astfel că schema bloc a sistemului de reglare arată astfel:

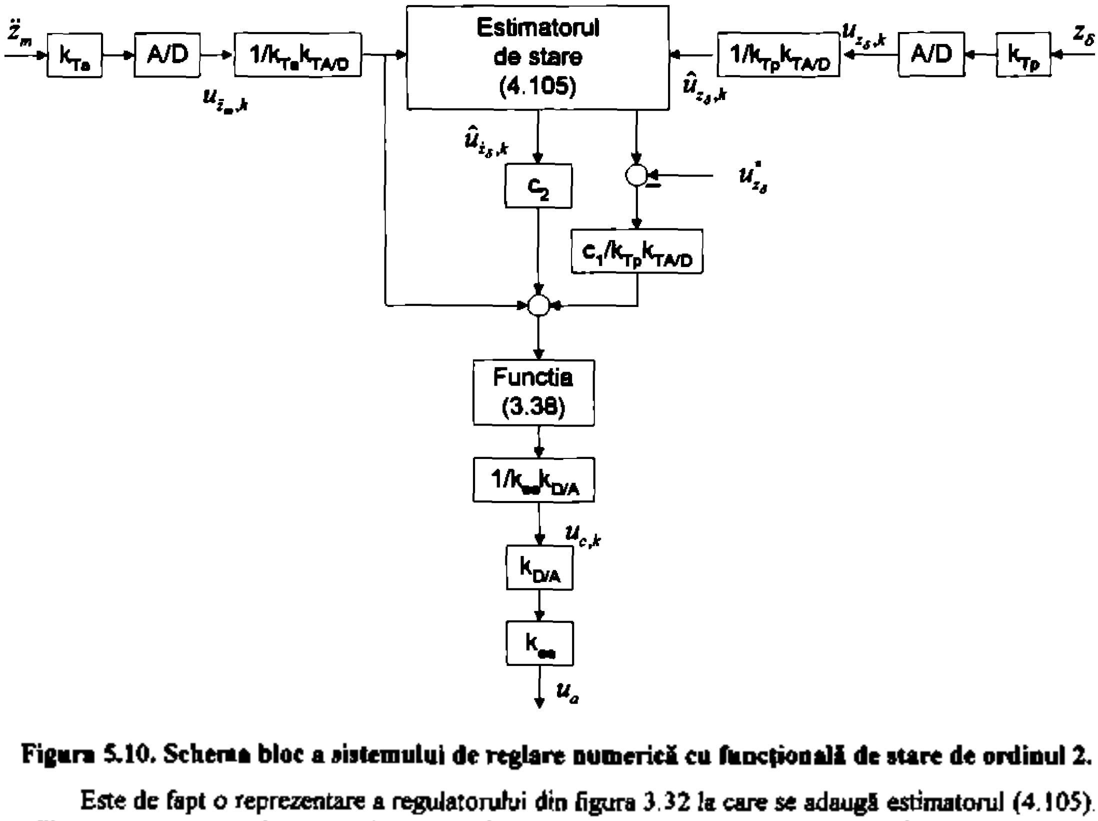


Figura 5.10. Schema bloc a sistemului de reglare numerică cu funcțională de stare de ordinul 2.

Este de fapt o reprezentare a regulatorului din figura 3.32 la care se adaugă estimatorul (4.105). S-au utilizat convertoare analog-numerice pe 10 bit cu semnal de intrare între 0 și 5V, astfel încât traductoarele tebuie să asigure semnale de măsură cuprinse în acest domeniu. Convertorul numeric-analogic este pe 12 bit cu referința astfel aleasă încât să furnizeze o tensiune compatibilă cu elementul de execuție, în acest caz un chopper în două cadrane comandat în tensiune. Astfel, traductorul de întrefier este de tipul diferențial, măsurând diferența întrefierului pe cele două părți ale electromagnetului, adică tocmai pe z_δ. Ajustând circuitul de ieşire pentru domeniul specificat de tensiune, rezultă k_{Tp}=5 V/3 mm. Pentru traductorul de acceleraţie s-a ales un circuit specializat de la Analog Devices şi anume ADXL05 pus într-o configuraţie de măsurare până la ±2 g (acceleraţie gravitaţională) într-o bandă de frecvenţe de la 0 Hz la 1000 Hz, cu o precizie de 0.2%. Accelerometrul este încapsulat şi nu depinde de condiţiile ambiante. Coeficientul de transfer al traductorului este k_{Ta}=200 mV/g. Având în vedere că într-un electromagnet alimentat de un chopper în două cadrane, regimul de curent neîntrerupt se stabileşte doar pentru un factor de umplere al pulsurilor mai mare de 0.5, circuitul de comandă este astfel conceput încât factorul de umplere să se modifice între 0.5 şi 0.99 atunci când tensiunea de comandă se modifică între 0 şi 10 V. Pentru o tensiune de alimentare de 170 V, coeficientul de transfer al elementului de execuţie este k_{ee}=170 V/ 10 V.

Implementarea unui regulator numeric poate fi făcută în virgulă flotantă sau virgulă fixă. In primul caz se utilizează fie un procesor puternic din categoria procesoarelor de semnal care să aibe înglobat sau separat un coprocesor capabil a face operaţii în virgulă mobilă, caz în care preţul de cost al sistemului se ridică substanţial, fie un procesor mai ieftin care are o bibliotecă software de calcul în virgulă mobilă, caz în care timpul necesar calculelor este nepermis de mare. In cazul în care se utilizează virgula fixă - variantă utilizată în această lucrare - trebuie avute în vedere conversii ale coeficienţilor ce intră în calcul, precum şi posibilitatea de a lucra la cea mai mare rezoluţie posibilă, fără a avea vreodată depăşire de capacitate de regiştrii. Această operaţie este de multe ori laborioasă şi în lucrarea de faţă s-a optat, pentru rezolvarea optimă a problemei, la utilizarea bibliotecii de calcul cu virgulă fixă din SIMULINK.

Astfel, pentru exemplificarea proceduri, în figura 5.11 se dă schema utilizată pentru verificarea estimatorului de stare. Toţi coeficienţii au fost reprezentaţi pe 16 bit (un "cuvânt" binar), înmulţirile sunt de tipul 16x16 cu rezultatul pe 32 bit. Adunările produselor sunt făcute pe 32 de bit şi înainte de o nouă înmulţire, rezultatul este trunchiat din nou la 16 bit. In blocurile amplificatoare, pe rândul de sus este reprezentat coeficientul rotunjit la 16 bit, iar pe rândul de jos este specificată eroarea de rotunjire. Sunt situaţii în care eroarea de rotunjire devine comparabilă cu valoarea coeficientului. In astfel de cazuri se aplică din nou algebra schemelor bloc pentru a aduce valorile coeficienţilor la valori acceptabile.

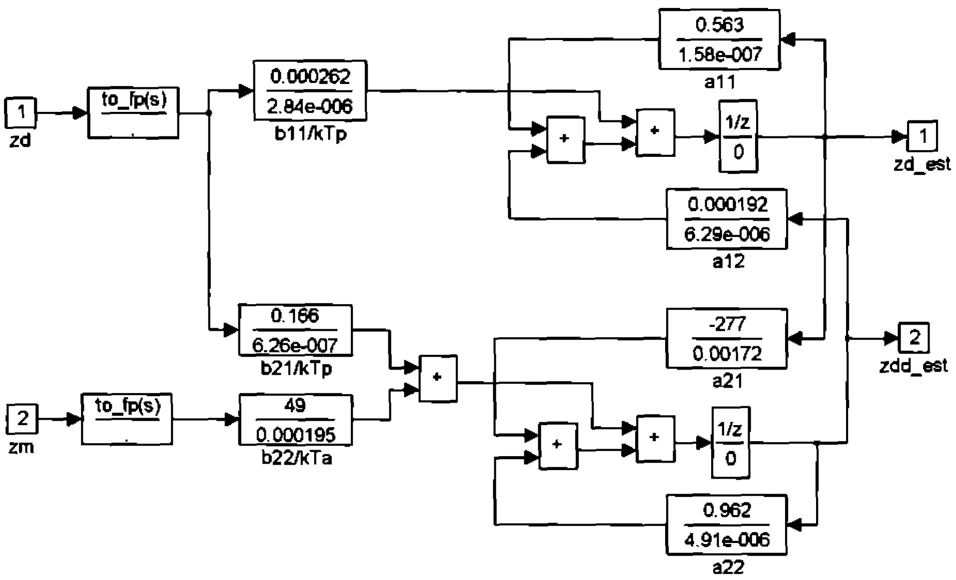


Figura 5.11. Estimatorul de stare în virgulă fixă

In mod similar se construieşte întregul regulator. Pe intrări se aplică apoi semnale sinusoidale de frecvenţe necorelate, cu amplitudinea 511 u.b. şi se urmăreşte dacă apar depăşiri. Intr-o asemenea situaţie se reduce amplificarea, utilizând din nou algebra schemelor bloc, până ce rezultatele sunt corecte.

In continuare este simplu de a evalua numărul de operaţii ce trebuiesc efectuate. Astfel se identifică:

- estimatorul - 7 operaţii de înmulţire şi 5 adunări

- regulatorul cu structură variabilă - 5 operaţii de înmulţire, 4 operaţii de adunare, 2 comparări.

deci un total de 12 operaţii de înmulţire, 9 operaţii de adunare şi două comparări la care sa adaugă durata achiziţiei, a elaborării valorii pentru convertorul numeric-analogic şi diferite alte servicii. Pentru acest număr de operaţii selecţia de micro-controllere ce ar putea fi utilizate este largă: operaţii de bază pe 16 bit, viteză de lucru între 12 şi 20 MHz, de preferat cel puţin două canale analogice de intrare. Aproape oricare membru al familiei MCS-96 Intel care are convertor analog-numeric înglobat satisface aceste cerinţe, apoi 68HC16 Motorla şi altele. In lucrarea de faţă s-a utilizat un micro-controller al lui Intel şi anume 80C196MC, autorul având la dispoziţie pentru testare o placă de evaluare EV80C196MC. Lucrând cu o perioadă de 125 nsec pe ciclu-maşină, acest micro-controller execută o operaţie de înmulţire 16x16 bit cu rezultat pe 32 bit în 1.75 μsec, un algoritm de adunare 32+32 cu rezultat pe 32 bit în 2 μsec şi o comparare 16 cu 16 bit în 1.125 μsec, rămânând suficient timp pentru celelalte operaţii asociate rutinei de reglare. Convertorul analog-numeric de 10 bit are un multiplexor de 12 canale la intrare, satisfăcând şi această condiţie.

In primul paragraf al anexei A5.3 este listat programul subrutinei de reglare scris în limbajul C şi apoi, pentru comparare se dă şi sursa scrisă în asamblare. Aceste programe au fost compilat respectiv asamblat cu pachetul oferit de firma BSO Tasking (asamblor A-196, compilator C-196, linkeditor RL-196 şi bibliotecar LIB-196) şi testate apoi cu placa de evaluare menţionată. Se constată în ambele cazuri timpul de întârziere de calcul considerat în proiectare este mai mare decât cel realizat în implementare, fapt îmbucurător având în vedere că în simulările efectuate în capitolul 3 s-a observat că sistemul este cu atât mai stabil cu cât această durată este mai scurtă. Implementarea algoritmului poate fi în continuare optimizată dar câştigul în viteza de execuţie nu este spectaculos.

Intr-o altă buclă de întrerupere, tot la fiecare 250 μsec se generează semnalul de comandă al chopperului care acţionează electromagnetul ce constituie perturbaţia. Se pot obţine semnale dreptunghiulare, sinusoidale sau de tip rampă, la diferite frecvenţe.

In anexa A5.4 este dată schema electronică pentru comanda modelului de laborator. Având în vedere tensiunea şi curentul necesare sustentării electromagneţilor, chopperele în două cadrane sunt realizate cu MOSFET-uri de putere, cu frecvenţa de comutaţie la 100 kHz, ca şi în simulările de mai sus.

5.2.2 Sistem de reglare numerică pentru o axă a unui lagăr magnetic

O axă a unui lagăr magetic este aşa cum s-a arătat în capitolele 2 şi 3 un sistem cu 2 electromagneţi şi 1 grad de libertate. Plasarea unui traductor de acceleraţie pe axul lagărului este practic imposibilă aşa că sunt posibile doar măsurarea întrefierului şi a curenţilor prin cei doi electromagneţi. In consecinţă se utilizează schema de reglare cu buclă interioară de curent analogică şi regulator cu structură variabilă cu funcţioanlă de stare de ordinul 1 dat în figura 3.43, estimarea vitezei făcându-se cu estimatorul de stare cu functionare în regim alunecător dat de ecuaţiile (4.126). Schema bloc a sistemului de reglare este dată în figura 5.12.

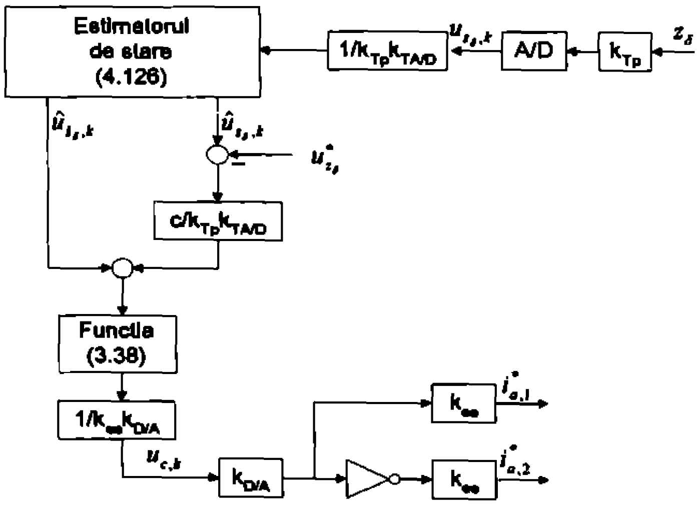


Figura 5.12. Sistem de reglare a unei axe a unui lagăr magnetic

Utilizând acelaşi tip de traductor de întrefier diferenţial cu coeficientul de transfer 5 V/3 mm şi utilizând şunturi pentru măsurarea curentului de 0.1 Ω, urmate de un amplificator diferenţial cu amplificarea 5 V/ 1V, se obţine pentru diferenţa curenţilor un coeficient de transfer k_{di}= 5 V/10 A.

Cu acelaşi algoritm utilizat în paragraful precedent, se construieşte în virgulă fixă în SIMULINK întregul sistem de control şi se determină coeficienţii astfel încât să se obţină rezoluţia maximă, fără a avea depăşiri. Numărul operaţiilor ce trebuiesc efectuatea în 100 µsec sunt:

- înmulţiri. 11
- adunări 9 (în care s-au înglobat scăderile)
- comparări 6

din nou mirco-controllerul 80C196MC fiind suficient de rapid pentru a putea rula un astfel de algoritm. In a doua parte a anexei A5.3 se dau programele de implementare a algoritmului în C şi asamblare. Timpii de calcul nu sunt mult diferiţi şi având în vedere că din nou timpul de întârziere de calcul este mai mic decât cel considerat în proiectare este foarte probabil că perioada de eşantionare să poată fi crescută.

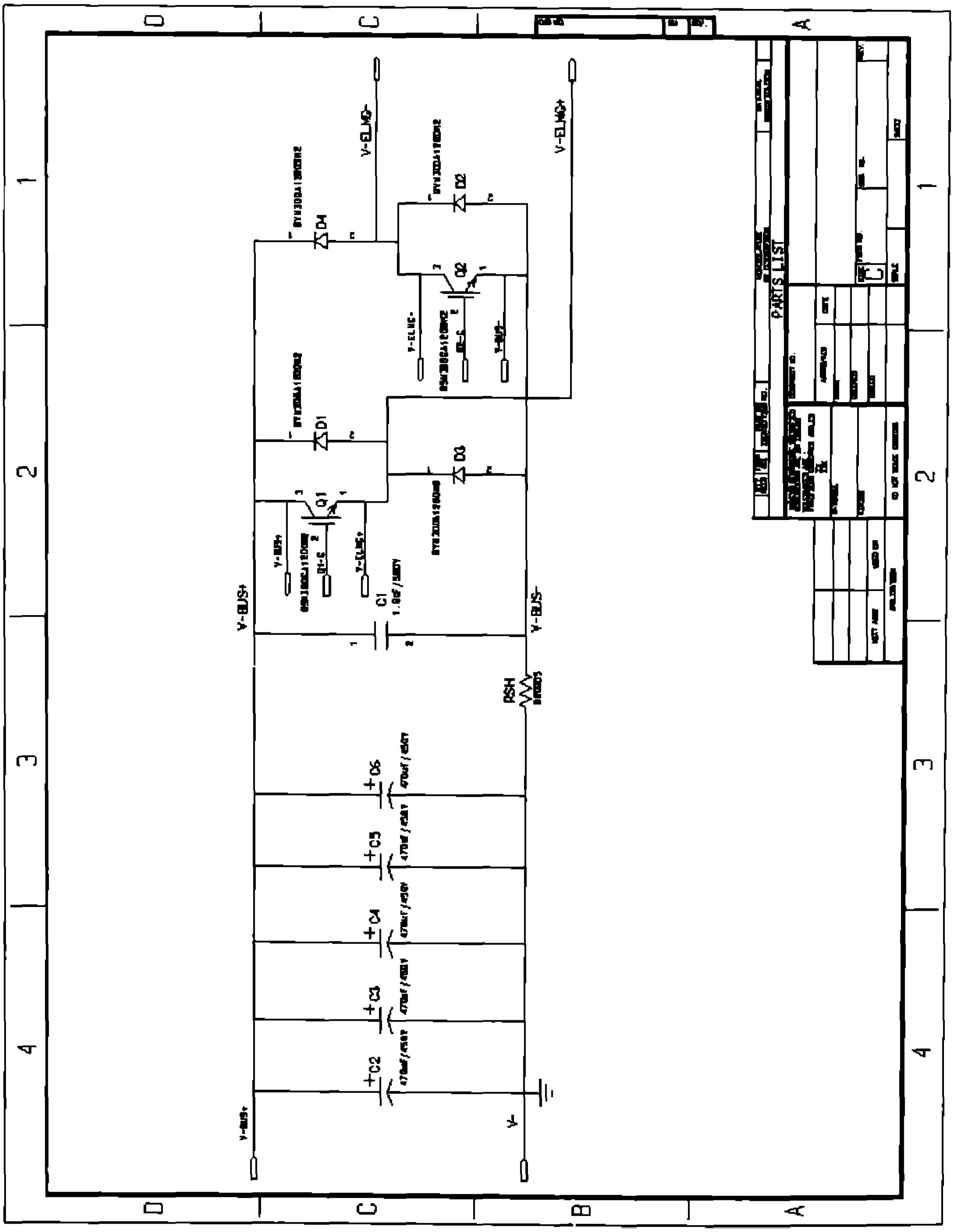
Având în vedere că un lagăr magnetic este compus din două S2E1GL şi că timpul de calcul este sub 100 µsec, acelaşi sistem poate fi utilizat pentru ambele axe perpendiculare. Sincronizând cele două rutine de tratare a întreruperii de timp astfel încât pe duarata unei perioade de eşantionare una să fie lansată la momentul T_e, iar a doua la momentul T_e+125 µsec, ramâne încă timp de calcul pentru diferitele servicii. Mai mult, utilizarea unui procesor mai rapid, de exemplu un membru al familiei 60C3xx, pe 32 de bit, lucrând la 16 sau 20 MHz sau ultimul membru al familiei MCS-96 şi anume 80C296 care lucrează la 50 MHz şi are înglobate funcţii DSP ar putea scădea şi mai mult timpul de calcul şi întregul S10E5GL, constituit de 5 axe de tipul studiat, ar putea fi stabilizat cu un unic micro-controller.

Modalităţile de implementare a sistemelor de reglare pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică sunt diverse şi exemplele prezentate în acest capitol nu exculd alte variante. Au fost prezentate doar acele implementări practic utilizate de autor, iar continuare studiilor, în special pe modelul de laborator propus, va aduce cu sine noi soluţii, cu performanţe de timp de calcul sporite prin optimizarea algoritmelor de calcul şi a procesoarelor utilizate.

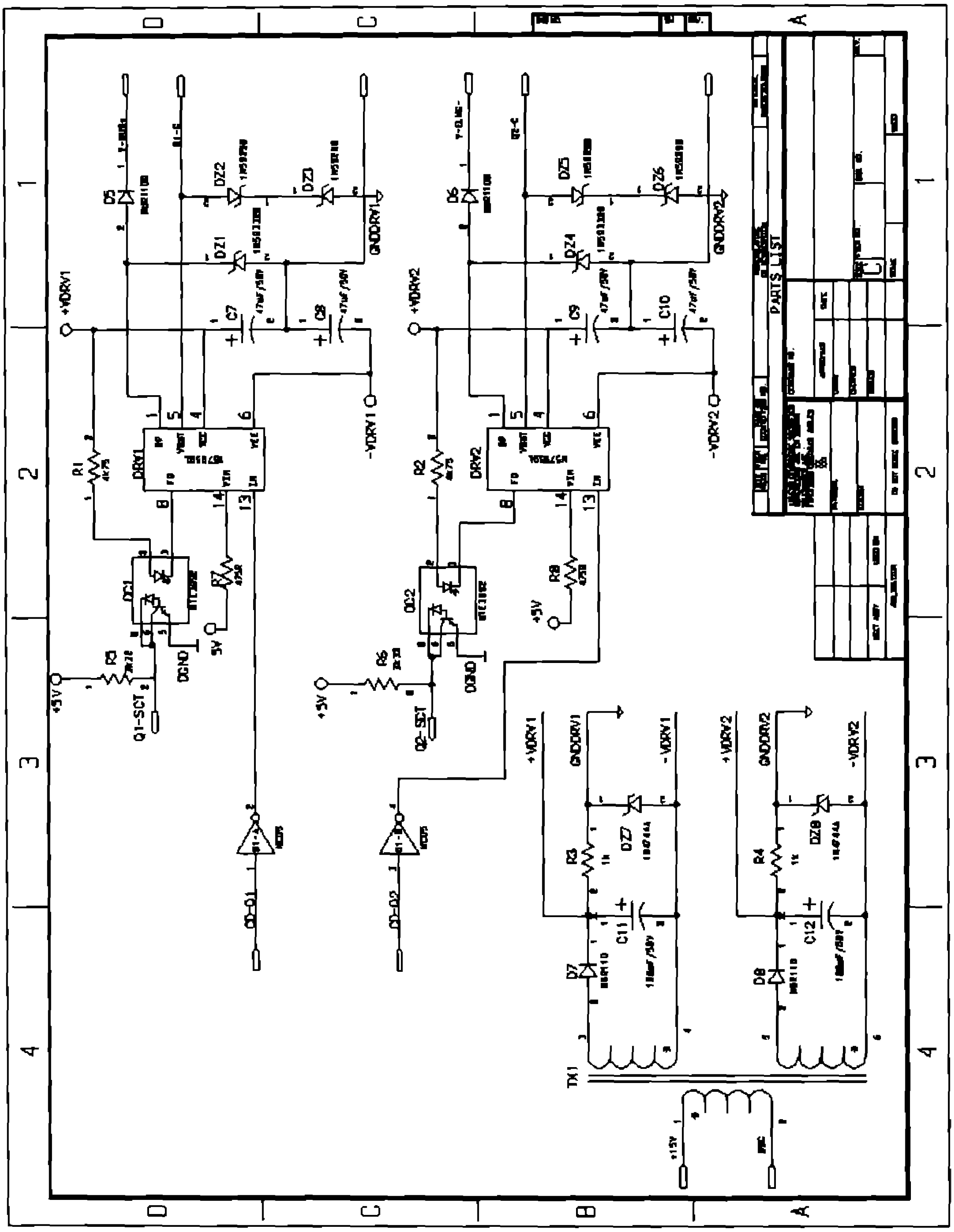
ANEXA A5.1

A5.1. Chopper în două cadrane cu IGBT-uri

Se prezintă schema electronică a unui chopper în două cadrane cu IGBT-uri, chopper dedicat alimentării unei "roţi magnetice" a unui vehicul cu sustentaţie electromagnetică.



Curentul limită al componentelor de putere ale firmei EUPEC este de 400 A la o tensiune de 1200V [*5]. Condensatorul C1 este utilizat pentru filtrarea vârfurilor de tensiune introduse prin comutaţie în inductanţele parazite ale conexiunilor. Condesatorii C2-C6 sunt cu ripiu mare de curent, ei trebuind să asigure curenţii de frecvenţă mare necesari chopperului, pe care IGBT-urile nu le pot lua din sursa de tensiune neideală de la intrare.



Circuitele de comandă ale celor doua IGBT-uri sunt identice, utilizând circuite specializate POWEREX, cu protecţie la scurtcircuit, decuplate galvanic de circuitul de comandă. Ele necesită tensiuni de alimentare speciale, obţinute printr-un transformator de impulsuri TX1.

Chopperul lucrează cu modulare în lăţime de puls la frecvenţe de pîna la 16 kHz, radiatorul pe care componentele sunt amplasate trebuind să fie proiectat în mod corespunzator.

ANEXA A5.2

A5.2. Chopper în două cadrane cu buclă interioară de curent

Se prezintă mai jos schema electronică utilizată în testarea vitezei de răspuns în curent a chopperului în două cadrane cu buclă interioară de curent. Alimentarea chopperului se face de la o sursă de tensiune de 48 V, iar circuitul de comandă cu circuitul LT1105CN8 este excitat de la un generator de semnal cu o tensiune dreptunghiulară cu frecvența de 100 Hz, amplitudine 0.75 V, axat pe o componentă continuă de 2.2 V. Inductanța este cea a electromagnetului utilizat în modelul de laborator descris în capitolul 2.

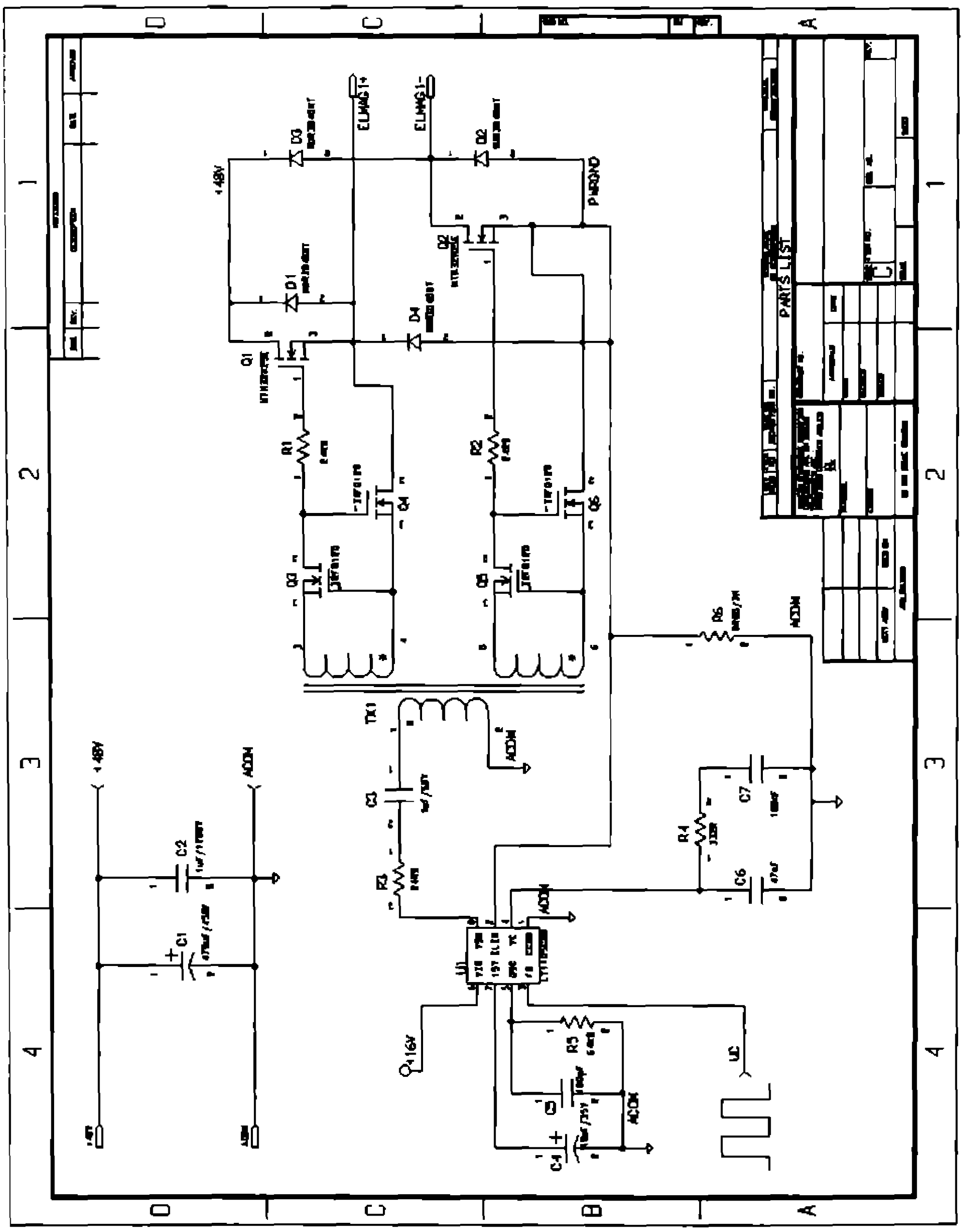


Figura 5.2.1. Circuitul pentru testarea buclei interioare de curent

ANEXA 5.3.

A5.3. Programele pentru subrutinele de reglare numerică

În aceasta anexă sunt listate subrutinele de reglare pentru cazurile studiate în lucrare. Pentru fiecare algoritm sunt date, pentru comparaţie atât sursa scrisă în C cât şi sursa scrisă în asamblare. Se evaluează apoi timpii de calcul şi se compară

A5.3.1 Program pentru reglarea numerică cu regulator cu structură variabilă şi estimator de stare de ordinul 2

Operaţiile ce trebuie efectuate sunt:

- reprogramarea ceasului de timp real: la o perioadă de eşantionare de 250 µsec şi cu o rezoluţie de 125 nsec; valoarea ce trebuie înscrisă în numărătorul **Timer0** utilizat ca ceas de timp real tebuie să fie 2000.
- calculul estimatorului de stare cu relaţiile

  $$\hat{x}_{\delta,k+1} = a_{11}\hat{x}_{\delta,k} + a_{12}\hat{\dot{x}}_{\delta,k} + b_{11}x_{\delta,k}$$

  $$\hat{\dot{x}}_{\delta,k+1} = a_{21}\hat{x}_{\delta,k} + a_{22}\hat{\dot{x}}_{\delta,k} + b_{21}x_{\delta,k} + \ddot{x}_{m,k}$$

  în care s-a ţinut cont de coeficienţii nuli sau unitari. Având în vedere că până după achiziţie nu se cunosc nici întrefierul şi nici acceleraţia, pe duarta achiziţiilor se fac restul calculelor, astfel încât aceasta etapă este împărţită în paşii:
  - programarea convertorului analog-numeric pentru achiziţia întrefierului; în prealabil, în secvenţa de iniţializare - care nu se mai detaliază - tebuie specificate în registrul **Ad_Time** durata timpului de eşantionare al semnalului analogic şi durata conversiei, în cazul de faţă 3.125 µsec, respectiv 10.1875 µsec, astfel încât o achiziţie analogică durează, rotunjit superior 13.5 µsec, adică 108 ciclii maşină (125 nsec/ciclu),
  - pe durata achiziţiei se fac primele două înmulţiri din prima ecuaţie şi apoi suma lor, rezultatul memorându-se într-o variabilă auxiliară pe 32 bit (**_calc1** în program),
  - se aşteaptă într-o buclă de testare a sfârşitului achiziţiei, după preluarea rezultatului, se declanşează a doua achiziţie pentru acceleraţie;
  - pot fi efectuate ultimele două operaţii - înmulţire+adunare pentru noua estimată de întefier şi se fac cele trei înmulţiri şi două adunări (**_calc2**) pentru estimata de întrefier;
  - se aşteaptă într-o buclă până ce achiziţia de acceleraţie este şi ea sfârşită;
  - se efectueaza ultima operaţie de adunare,
- se calculează funcţionala de stare de ordinul doi

  $$\sigma = C_1\hat{x}_{\delta,k} + C_2\hat{\dot{x}}_{\delta,k} + C_3\ddot{x}_{m,k}$$

  coeficienţii fiind cei rezultaţi în urma adăugării coeficienţilor de transfer ai traductoarelor şi convertorului analog - numeric şi aplicarea algebrei schemelor bloc,
- se evaluează valoarea funcţionalei de stare:
  - dacă funcţionala este mai mare ca ε comanda u_c ia valoarea maximă pozitivă ce o poate furniza convertorul numeric - analogic pe 12 bit, adica 2048 u.b.
  - dacă funcţionala este mai mică decât -ε, valoarea comenzii va fi -2048 u.b
  - altfel se calculează comanda ca ieşire a elementului PI

    $$u_c = \beta_0\sigma_k - \beta_1\sigma_{k-1} + u_{k-1};$$

- se memorează valorile de la momentul k pentru a fi utilizate în pasul următor,
- se limitează comanda la ±2048 u.b. şi apoi se transformă din complement faţă de 2 în cod binar natural, cod în care lucrează convertorul numeric - analogic.

In continuare este listată sursa în C, urmată de sursa în asamblare generată de compilator. In "regvars.h: au fost declarate variabilele şi constantele proprii sistemului de reglare.

```
C196 Compiler  REGSTARE                                    30-Apr-97 21:52:18  Page  1

80C196 C compiler v4.0 r5          1995 Tasking Software BV
Object module placed in regstare.obj
Compiler invoked by: C:\MC\C196\BIN\C196.EXE regstare.c code

 Line Level  Incl

        /*****************************************************************/
        /*    Subrutina de reglare cu regulator cu structura variabila     */
        /*    si estimator de stare de ordinul 2                           */
        /*****************************************************************/


        #pragma model(mc)                  /* control pentru generare de cod 196MC */
        #pragma optimize(2)                /* control pentru optimizare nivel 3 */
        #pragma noreentrant                /* functie ne-reentranta */
        #pragma interrupt (regstare = 0)   /* declararea functiei "regstare" ca o subrutina de tratare
                                              a intreruperii declansata de TIMER 0/1 */

        #include <mc_sfrs.h>               /* declararea registrilor cu functii speciale */
        #include <mc_funcs.h>              /* declararea functiilor specifice */

        #include "regvars.h"               /* declararea variabilelor proprii functiei */


        void regstare(void)
           {
  1        long int _calc1,_calc2;
  1
  1        timer1 += 2000;                 /* reincarcarea numaratorului cu 800 pentru
  1                                           generarea unei noi intreruperi dupa 2000 usec */
  1        ad_command = 0x10;              /* declansarea unei achizitii normale, pe 10 bit pe canalul
  1                                           de intrefier - canalul 0 */
  1        /* se incep calcule care pot fi facute inainte ca achizitia de intrefier sa fie terminata */
  1        _calc1 = a11*zd_est+ a12*zdd_est;
  1
  1        while (!(ad_result & 0x10));    /* se testeaza terminarea achizitiei */
  1
  1        ad_command = 0x11;            /* declansarea achizitiei pe canalul de acceleratie - canalul 1*/
  1
  1        zd_k = ad_result>>6;            /* memorarea intefierului achizitionat */
  1
  1        /* se pot continua calculele pentru determinarea intrefierului estimat */
  1        _calc1 += b11*zd_k;
  1
  1        /* se incep si calcule pentru calculul estimatei vitezei*/
  1        _calc2 = b21*zd_k+a21*zd_est+a22*zdd_est;
  1
  1        /* se poate determina noua valoare estimata a intrefierului*/
  1        zd_est = (int)(_calc1>>16);     /* cuvintul superior al lui _calc1*/
  1
  1        /* se testeaza daca achizitia pe canalul de acceleratie s-a terminat */
  1        while (!(ad_result & 0x10));
  1
  1        zm_k = ad_result>>6             /* memorarea acceleratiei absolute achizitionate*/
```

```
49    1
50    1         _calc2 += zm_k;                    /* continuarea calulcielor */
51    1
52    1         zdd_est = (int)(_calc2>>16);       /* noua valoare a vitezei estimate */
53    1
54    1         /* sfirsitul secventei de calcul a estimatorului de stare */
55    1         /*****************************************************/
56    1
57    1         /* caculul functioanlei de stare */
58    1         _calc1 = C1*zd_est+C2*zdd_est+C3*zm_k;   /* C1, C2 si C3 au rezultat in urma
59    1                              utilizarii algebrei schemelor bloc */
60    1         sigma_k = (int)(_calc1>>16);       /* functionala este cuvintul superior al rezultatului */
61    1         if (sigma_k > EPS)                 /* daca sigma>EPS comanda ia valoarea maxima*/
62    1            {
63    2            uc_k = UMAX;                    /* este anulata istoria */
64    2            uc_k_1 = 0;
65    2            sigma_k_1 = 0;
66    2            }
67    1         else if (sigma_k < -EPS)           /* daca sigma<-EPS comanda ia valoarea minima*/
68    1            {
69    2            uc_k = UMIN;                    /* este anulata istoria */
70    2            uc_k_1 = 0;
71    2            sigma_k_1 = 0;
72    2         }
73    1         else                               /* se calculeaza elementul PI */
74    1            {
75    2            _calc1 = beta0*sigma_k-beta1*sigma_k_1+uc_k_1;
76    2         uc_k = (int)(_calc1>>16);
77    2            sigma_k_1 = sigma_k;            /* se memoreaza istoria */
78    2            uc_k_1 = uc_k;
79    2
80    2            if (uc_k > UMAX)                /* limitarea comenzii la 12 bit */
81    2               uc_k = UMAX;
82    2            else if (uc_k < UMIN)
83    2               uc_k = UMIN;
84    2            }
85    1
86    1         /* sfirsitul secventei de calcul al comenzii */
87    1         /******************************************/
88    1
89    1         uc_k ^= 0x200;                     /* conversia comenzii din complement fata de doi */
90    1                                            /* in cod binar direct utilizat de CNA */
91    1         *ptr_CNA = uc_k;                   /* depunerea valorii la adresa CNA */
92    1
93    1         /* sfirsitul rutinei de calcul a regulatorului */
94    1         /*************************************************************************/
95    1      }
```

Assembly Listing of Object Code

```
                          cseg
                          ; Statement   20
0000                                regstare:                           ;4+39+16, sum=59
0000 F4                             pusha                               ;12
0001 C81C                           push     Tmp0                       ;6
0003 C81E                           push     Tmp2                       ;6
0005 C820                           push     Tmp4                       ;6
0007 C822                           push     Tmp6                       ;6
0009 69040018                       sub      SP,#4                      ;5
000D C800                      E    push     ?FRAME01                   ;6
000F A01800                    E    ld       ?FRAME01,SP                ;4
                          ; Statement   23
0012 A30100001C                E    ld       Tmp0,timer1                ;5
0017 65D0071C                       add      Tmp0,#7D0H                 ;5
001B C30100001C                E    st       Tmp0,timer1                ;5 sum1=66, sum=125
                          ; Statement   25
```

```
0020 B1101C                 ldb    Tmp0,#10H                  ;4
0023 C70100001C        E    stb    Tmp0,ad_command            ;5 sum2=9, sum=134
                   ; Statement  28
0026 FE4D6200041C      R    mul    Tmp0,zd_est,#62H           ;17
002E FE4D02000620      R    mul    Tmp4,zdd_est,#2H           ;17
0034 A01C00            R    ld     _calc1,Tmp0                ;4
0037 A01E02            R    ld     _calc1+2,Tmp2              ;4
003A 642000            R    add    _calc1,Tmp4                ;4
003D A42202            R    addc   _calc1+2,Tmp6              ;4 sum3=50, sum=184
                   ; Statement  30
0040                   @0003:
0040 A30100001C        E    ld     Tmp0,ad_result             ;108-50=58
0045 341CF8                 bbc    Tmp0,4,@0003               ;5
                   ; Statement  32
0048 B1111C                 ldb    Tmp0,#11H                  ;4
004B C70100001C        E    stb    Tmp0,ad_command            ;5 sum4=122, sum=306
                   ; Statement  34
0050 A301000000        E    ld     zd_k,ad_result             ;5
                   ; Statement  37
0055 FE4D2500001C      R    mul    Tmp0,zd_k,#25H             ;17
005B 641C00            R    add    _calc1,Tmp0                ;4
005E A41E02            R    addc   _calc1+2,Tmp2              ;4
                   ; Statement  40
0061 FE4DDA00001C      R    mul    Tmp0,zd_k,#0DAH            ;17
0067 FE4D04000420      R    mul    Tmp4,zd_est,#4H            ;17
006D 64201C                 add    Tmp0,Tmp4                  ;4
0070 A4221E                 addc   Tmp2,Tmp6                  ;4
0073 FE4DA6000620      R    mul    Tmp4,zdd_est,#0A6H         ;17
0079 64201C                 add    Tmp0,Tmp4                  ;4
007C A4221E                 addc   Tmp2,Tmp6                  ;4
007F C300021C          E    st     Tmp0,_calc2[?FRAME01]      ;6
0083 C300041E          E    st     Tmp2,_calc2+2[?FRAME01]    ;6
                   ; Statement  43
0087 A00204            R    ld     zd_est,_calc1+2            ;4 sum5=113, sum=409
                   ; Statement  46
008A                   @0006:
008A A30100001C        E    ld     Tmp0,ad_result             ;5
008F 341CF8                 bbc    Tmp0,4,@0006               ;5 sum6=10, sum=419
                   ; Statement  48
0092 A301000002        E    ld     zm_k,ad_result             ;5
                   ; Statement  50
0097 A0021C            R    ld     Tmp0,zm_k                  ;4
009A 061C                   ext    Tmp0                       ;4
009C 6700021C          E    add    Tmp0,_calc2[?FRAME01]   ;6
00A0 A700041E          E    addc   Tmp2,_calc2+2[?FRAME01]    ;6
00A4 C300021C          E    st     Tmp0,_calc2[?FRAME01]      ;6
00A8 C300041E          E    st     Tmp2,_calc2+2[?FRAME01]    ;6
                   ; Statement  52
00AC A3000406          E    ld     zdd_est,_calc2+2[?FRAME01] ;6
                   ; Statement  58
00B0 FE4D2017041C      R    mul    Tmp0,zd_est,#1720H         ;17
00B6 FE4DDB000620      R    mul    Tmp4,zdd_est,#0DBH         ;17
00BC 64201C                 add    Tmp0,Tmp4                  ;4
00BF A4221E                 addc   Tmp2,Tmp6                  ;4
00C2 FE4D51000220      R    mul    Tmp4,zm_k,#51H             ;17
00C8 A01C00            R    ld     _calc1,Tmp0                ;4
00CB A01E02            R    ld     _calc1+2,Tmp2              ;4
00CE 642000            R    add    _calc1,Tmp4                ;4
00D1 A42202            R    addc   _calc1+2,Tmp6              ;4
                   ; Statement  60
00D4 A00208            R    ld     sigma_k,_calc1+2           ;4 sum7=122, sum=621
                   ; Statement  61
00D7 89800008          R    cmp    sigma_k,#80H               ;5
00DB DA06                   ble    @0008                      ;5
                   ; Statement  63
00DD A1FF070C          R    ld     uc_k,#7FFH
00E1 200A                   br     @000F
```

```
                      ; Statement  67
00E3                      @0008:
00E3 8980FF08             R    cmp    sigma_k,#0FF80H          ;5
00E7 D60A                      bge    @000A                    ;5 sum8=20, sum=641
                      ; Statement  69
00E9 A100F80C             R    ld     uc_k,#0F800H
00ED                      @000F:
                      ; Statement  70
00ED 010E                 R    clr    uc_k_1
                      ; Statement  71
00EF 010A                 R    clr    sigma_k_1
                      ; Statement  73
00F1 2042                      br     @0009
00F3                      @000A:
                      ; Statement  75
00F3 FE4D2903081C         R    mul    Tmp0,sigma_k,#329H       ;17
00F9 FE4D6F300A20         R    mul    Tmp4,sigma_k_1,#0F3H     ;17
00FF 68201C                    sub    Tmp0,Tmp4                ;4
0102 A8221E                    subc   Tmp2,Tmp6                ;4
0105 A00E20               R    ld     Tmp4,uc_k_1              ;4
0108 0620                      ext    Tmp4                     ;4
010A A01C00               R    ld     _calc1,Tmp0              ;4
010D A01E02               R    ld     _calc1+2,Tmp2            ;4
0110 642000               R    add    _calc1,Tmp4              ;4
0113 A42202               R    addc   _calc1+2,Tmp6            ;4
                      ; Statement  76
0116 A0020C               R    ld     uc_k,_calc1+2            ;4
                      ; Statement  77
0119 A0080A               R    ld     sigma_k_1,sigma_k        ;4
                      ; Statement  78
011C A00C0E               R    ld     uc_k_1,uc_k              ;4
                      ; Statement  80
011F 89FF070C             R    cmp    uc_k,#7FFH               ;5 sum=83, sum=724
0123 DA06                      ble    @000C                    ;8
                      ; Statement  81
0125 A1FF070C             R    ld     uc_k,#7FFH
                      ; Statement  82
0129 200A                      br     @0009
012B                      @000C:
012B 8900F80C             R    cmp    uc_k,#0F800H             ;5
012F D604                      bge    @0009                    ;5
                      ; Statement  83
0131 A100F80C             R    ld     uc_k,#0F800H             ;5
0135                      @0009:
                      ; Statement  89
0135 8500020C             R    xor    uc_k,#200H               ;5
                      ; Statement  91
0139 C2100C               R    st     uc_k,[ptr_CNA]           ;10 sum=38, sum=762
                      ; Statement  95
013C CC00                 E    pop    ?FRAME01                 ;6
013E 6504001B                  add    SP,#4                    ;5
0142 CC22                      pop    Tmp6                     ;6
0144 CC20                      pop    Tmp4                     ;6
0146 CC1E                      pop    Tmp2                     ;6
0148 CC1C                      pop    Tmp0                     ;6
014A F5                        popa                            ;12
014B F0                        ret                             ;14 sum=63, sum=825

    ; Function Statistics for: regstare
    ;   Code Size :    332      Parameter Count:  0
    ;   Stack Size:      4      Parameter Size :  0
    ;   OReg Size :      4      Stack Depth    :  20

                      end

Module Information:
```

```
Code Area Size                 =  014CH     332D
Constant Area Size             =  0000H      0D
Data Area Size                 =  0000H      0D
Static Regs Area Size          =  0012H     18D
Overlayable Regs Area Size     =  0004H      4D
Maximum Stack Size             =  0014H     20D

C196 Compilation Complete.     0 Warnings,    0 Errors
```

Analizând din punctul de vedere al vitezei de execuție, s-a evaluat - prin scrierea numărului de ciclii mașină pentru fiecare instrucție - cea mai defavorabilă situație, astfel s-a considerat că subrutina întrerupe cea mai lungă instrucție, instrucția de normalizare (norm) care ia 39 de ciclii mașină și deci din momentul declanșării întreruperii până când rutina începe să se execute trec 59 ciclii mașină. Se observă apoi că 58 de ciclii mașină se mai pierd așteptând sfârșitul conversiei pentru întrefier. La începutul secvenței se salvează în stivă 4 regiștrii tampon dar într-un alt mod de a scrie programul - în asamblare -, nu de toți ar fi nevoie. Sigur că programul se poate optimiza (de exemplu în perioada de așteptare pentru terminarea achiziției se poate parțial calcula funcționala de stare), pentru claritate însă s-a preferat scrierea de mai sus. Chiar și așa în întregime execuția programului ia 103.125 µsec, mult sub perioada de eșantionare utilizată, iar din momentul declanșării primei achiziții și până la generarea comenzii 628 ciclii mașină, adică 78.5 µsec, sub limita de 100 µsec considerată în proiectare și simulări.

Se dă în continuare același program, cu respectarea ordinii de execuție, optimizat din punct de vedere al codului, scris în asamblare.

```
80C196 MACRO ASSEMBLER    REGSTARE                         01-May-97 19:15:08   PAGE   1

80C196 macro assembler v4.0 r5            1995 Tasking Software BV

SOURCE FILE: regstare.asm
OBJECT FILE: regstare.obj
CONTROLS SPECIFIED IN INVOCATION COMMAND: <none>

LOC    OBJECT          STMT      SOURCE STATEMENT
                          1  ;**************************************************************
                          2  ;*  Subrutina de reglare cu regulator cu structura variabila   *
                          3  ;*     si estimator de stare de ordinul 2                      *
                          4  ;**************************************************************
                          5  $nolist
                        345
 00000457               346  C1        EQU    1720H       ;coeficientii functionale de stare
 000008AE               347  C2        EQU    08DBH
 00000D05               348  C3        EQU    0051H
                        349
 000015B3               350  B11       EQU    0025H       ;coeficientii estimatorului
 00001A0A               351  B12       EQU    0002H

 00001E61               352  B21       EQU    00DAH

 0000115C               353  A11       EQU    0062H
 000022B8               354  A12       EQU    0002H
 0000270F               355  A21       EQU    0004H
 000004D2               356  A22       EQU    00A6H
                        357
 0000103B               358  BETA0     EQU    0329H       ;coeficeintii elementului PI
 00000998               359  BETA1     EQU    00F3H
                        360
 0000F002               361  ptr_CNA   EQU    0F002H
                        362
0000                    363                     rseg
                        364  extrn     Tmp0:           word
```

```
                    extrn   Tmp2:           word
                    extrn   Tmp4:           word
                    extrn   Tmp6:           word
0000                _calc1: dsl     1
0004                _calc2: dsl     1
                    extrn   zd_est:         word
                    extrn   zdd_est:        word
                    extrn   zd_k:           word
                    extrn   zm_k:           word
                    extrn   sigma_k:        word
                    extrn   sigma_k_1:      word
                    extrn   uc_k:           word
                    extrn   uc_k_1:         word
0000                                       cseg                          ;4+39+16 sum=59
0000 F4                       regstare: pusha                            ;12
0001 B17B14                             ldb     wsr,#7BH                 ;4
0004 65D007FA                           add     timer1_7b,#2000          ;5 sum1=21, sum=70
0008 B17D14                             ldb     wsr,#7DH                 ;4
000B B110EC                             ldb     ad_command_7d,#10H       ;5 sum2=9, sum=79
000E C800             E                 push    Tmp0                     ;6
0010 C800             E                 push    Tmp2                     ;6
0012 FE4D5C110000     E                 mul     _calc1,zd_est,#A11       ;17
0018 FE4DB8220000     E                 mul     Tmp0,zdd_est,#A12        ;17
001E 640000           E                 add     _calc1,Tmp0              ;5
0021 A40002           E                 addc    _calc1+2,Tmp2            ;4 sum3=49, sum=128
0024 34EAFD                   adc_1:    bbc     ad_result_7d,4,adc_1     ;5+100-49=64
0027 B111EC                             ldb     ad_command_7d,#11H       ;4 sum4=68,sum=196
002A A0EA00           E                 ld      zd_k,ad_result_7d        ;5
002D 080600           E                 shr     zd_k,#06                 ;12
0030 FE4DB3150000     E                 mul     Tmp0,zd_k,#B11           ;17
0036 640000           E                 add     _calc1,Tmp0              ;4
0039 A40002           E                 addc    _calc1+2,Tmp2            ;4
003C FE4D611E0004     E                 mul     _calc2,zd_k,#B21         ;17
0042 FE4D0F270000     E                 mul     Tmp0,zd_est,#A21         ;17
0048 640000           E                 add     _calc1,Tmp0              ;4
004B A40002           E                 addc    _calc1+2,Tmp2            ;4
004E FE4DD2040000     E                 mul     Tmp0,zdd_est,#A22        ;17
0054 640000           E                 add     _calc1,Tmp0              ;4
0057 A40002           E                 addc    _calc1+2,Tmp2            ;4
005A A00200           E                 ld      zd_est,_calc1+2          ;5 sum5=114, sum=310
005D 34EAFD                   adc_2:    bbc     ad_result_7d,4,adc_2     ;5 sum6=5, sum=315
0060 A0EA00           E                 ld      zm_k,ad_result_7d        ;5
0063 1114                               clrb    wsr                      ;4
0065 080600           E                 shr     zm_k,#06                 ;12
0068 640004           E                 add     _calc2,zm_k              ;4
006B A5000006         R                 addc    _calc2+2,#0              ;5
006F A00600           E                 ld      zdd_est,_calc2+2         ;4
0072 FE4D57040000     E                 mul     _calc1,zd_est,#C1        ;17
0078 FE4DAE080000     E                 mul     Tmp0,zdd_est,#C2         ;17
007E 640000           E                 add     _calc1,Tmp0              ;4
0081 A40002           E                 addc    _calc1+2,Tmp2            ;4
0084 FE4D050D0000     E                 mul     Tmp0,zm_k,#C3            ;17
008A 640000           E                 add     _calc1,Tmp0              ;4
008D A40002           E                 addc    _calc1+2,Tmp2            ;4
0090 A00200           E                 ld      sigma_k,_calc1+2         ;4 sum7=101, sum=416
0093 89800000         E                 cmp     sigma_k,#80H             ;5
0097 DA06                               ble     nolim1                   ;5
0099 A1FF0700         E                 ld      uc_k,#7FFH
009D 200A                               br      limit1
009F 8980FF00         E       nolim1:   cmp     sigma_k,#0FF80H          ;5
00A3 D60A                               bge     nolim2                   ;5 sum8=20, sum=436
```

```
00A5  A100F800          E    432             ld      uc_k,#0F800H
00A9  0100              E    433  limit1:    clr     uc_k_1
00AB  0100              E    434             clr     sigma_k_1
00AD  2038                   435             br      output
00AF  FE4D3B100000      E    436  nolim2:    mul     _calc1,sigma_k,#BETA0     ;17
00B5  FE4D98090000      E    437             mul     Tmp0,sigma_k_1,#BETA1     ;17
00BB  680000            E    438             sub     _calc1,Tmp0               ;4
00BE  A80002            E    439             subc    _calc1+2,Tmp2             ;4
00C1  640000            E    440             add     _calc1,uc_k_1             ;4
00C4  A5000002          R    441             addc    _calc1+2,#0               ;4
00C8  A00200            E    442             ld      uc_k,_calc1+2             ;4
00CB  A00000            E    443             ld      sigma_k_1,sigma_k         ;4
00CE  A00000            E    444             ld      uc_k_1,uc_k               ;4
00D1  89FF0700          E    445             cmp     uc_k,#7FFH                ;5 sum9=67, sum=503
00D5  DA06                   446             ble     nolim3                    ;8
00D7  A1FF0700          E    447             ld      uc_k,#7FFH
00DB  200A                   448             br      output
00DD  8900F800          E    449  nolim3:    cmp     uc_k,#0F800H              ;5
00E1  D604                   450             bge     output                    ;5
00E3  A100F800          E    451             ld      uc_k,#0F800H              ;5
00E7  85000200          E    452  output:    xor     uc_k,#200H                ;5
00EB  C30102F000        E    453             st      uc_k,ptr_CNA[0]           ;10 sum10=38, sum=541
00F0  CC00              E    454             pop     Tmp2                      ;6
00F2  CC00              E    455             pop     Tmp0                      ;6
00F4  F5                     456             popa                              ;12
00F5  F0                     457             ret                               ;14 sum11=38, sum=579
                             458
00F6                         459  end

ASSEMBLY COMPLETED,  NO ERROR(S) FOUND.
```

Durata acestei secvenţe a scăzut la 72.375 μsec, iar timpul de întârziere între momentul declanşării primei achiziţii şi elaborarea comenzii este de 462 ciclii maşină adică 57.75 μsec. Această îmbunătăţire a fost obţinută prin folosirea mai eficientă a regiştrilor şi utilizarea tehnicii de programare în "fereastră" a regiştrilor cu funcţii speciale a familiei 196. Din simulările efectuate în capitolul 3 se cunoaşte că sistemul este cu atât mai stabil cu cât timpul de întârziere de calcul este mai mic. *Iată că acesta se poate reduce aproape la jumatatea valorii luată în considerare în proiectare.*

A5.3.2 Program pentru reglarea numerică cu regulator şi estimator de stare cu structură variabilă.

Operaţiile ce trebuie efectuate sunt:

- reprogramarea ceasului de timp real;
- declanşarea achiziţiei pe canalul de întrefier;
- calculul estimatorului de stare cu funcţionare în regim alunecător de tipul (4.126)

$$\hat{z}_{\delta,k+1} = j_{11}\hat{z}_{\delta,k} + j_{12}\hat{\hat{z}}_{\delta,k} + h_1 z_{\delta,k}$$

$$\hat{\hat{z}}_{\delta,k+1} = j_{21}\hat{z}_{\delta,k} + j_{22}\hat{\hat{z}}_{\delta,k} + h_2 z_{\delta,k} + g_2 z_2$$

  - pentru ambele ecuaţii se calculează mai întâi produsele cu valorile cunoscute adică cele în care intervin coeficienţii $j_{i,j}$;
  - se verifică dacă achiziţia de întrefier este terminată;
  - se calulează restul ecuaţiilor, cu algoritmul pentru z_2 de tipul cu introducerea unei zone proporţionale;
  - se calculează funcţionala de stare de ordinul 1,
  - se determină valoarea funcţionalei în raport cu ε şi se decide valoarea comenzii (max, min sau utilizarea elementului PI - vezi algoritmul din paragraful anterior);

- se furnizează valoarea comenzii convertorului numeric - analogic.

Algoritmul a fost implementat în C şi în limbaj de asamblare iar fişierele de ieşire ale celor două programe sunt listate în continuare. Se observă că durata subrutinei de întrerupere scrisă în C este de 80.625 µsec cu un timp de întârziere de calcul, evaluat din momentul declanşării achiziţiei de întrefier şi până la aplicarea unei noi valori convertorului numeric - analogic de 60.875 µsec, iar durata subrutinei scrisă în asamblare cu optimizarea codului este de 72.25 µsec, cu un timp de întârziere de calcul de 57.625 µsec.

O observaţie valabilă pentru toate programele scrise se referă la perioada de eşantionare reală, *având în vedere că de la momentul întreruperii şi până la reprogramarea ceasului de timp real se pierd ciclii maşină cu deservirea întreruperii şi salvarea unor regiştrii în stivă, perioada de eşantionare reală este mai lungă decât cea considerată în proiectare.* Acest aspect poate fi însă corectat prin înscrierea în **Timer0** a unui număr care să ţină cont de ciclii maşină pierduţi. De exemplu pentru programul ce urmează, din momentul întreruperii şi până la reprogramarea ceasului de timp real pot trece între 98 ciclii maşină (întreruperea unei instrucţii de 39 ciclii maşină) şi 63 ciclii maşină (întreruperea unei instrucţii de 4 ciclii maşină). Luând ca medie întreruperea unei instrucţii de 6 ciclii maşină, din valoarea 2000 ce se înscria în numărător se poate înscrie 2000-65=1935. În acest fel pentru cea mai scurtă instrucţie de 4 ciclii perioada de eşantionare reală va fi de 249 5 µsec (eroare de 0 5 µsec, adică 0,2%), iar pentru cea mai lungă de 39 ciclii maşină, perioada reală va fi 245.875 µsec (eroare de 4.125 µsec, adică 1.65%).

Algoritmul scris în C este următorul.

```
C196 Compiler  REGAL                                   01-May-97 20:36:31  Page  1

80C196 C compiler v4.0 r5        1995 Tasking Software BV
Object module placed in regal.obj
Compiler invoked by: C:\MC\C196\BIN\C196.EXE regal.c code

Line Level Incl

        /**********************************************************************/
        /*    Subrutina de reglare cu regulator  si estimator de stare        */
        /*    cu structura variabila                                          */
        /**********************************************************************/


        #pragma model(mc)                  /* control pentru generare de cod 196MC */
        #pragma optimize(2)                /* control pentru optimizare nivel 3 */
        #pragma noreentrant                /* functie ne-reentranta */
        #pragma interrupt (regstare = 0)   /* declararea functiei "regstare" ca o subrutina de
                                           /* tratare a intreruperii declansata de TIMER 0/1 */

        #include <mc_sfrs.h>               /* declararea registrilor cu functii speciale */
        #include <mc_funcs.h>              /* declararea functiilor specifice */

        #include "regvars.h"               /* declararea variabilelor proprii functiei */


        void regstare(void)
            {
  1          long int _calc1,_calc2,_calc3;
  1
  1          timer1 += 2000;               /* reincarcerea numaratorului cu 800 pentru
  1                                        generarea unei noi intreruperi dupa 2000 usec */
  1          ad_command = 0x10;            /* declansarea unei achizitii normale, pe 10 bit pe
  1                                               canalul de intrefier - canalul 0 */
  1          /* se incep calcule care pot fi facute inainte ca achizitia de intrefier sa fie terminata */
  1          _calc1 = j11*zd_est + j12*zdd_est;
  1          _calc2 = j21*zd_est + j21*zdd_est;
```

```
1
1       while (!(ad_result & 0x10));   /* se testeaza terminarea achizitiei */
1       zd_k = ad_result>>6;              /* memorarea intefierului achizitionat */
1
1       /* se pot continua calculele pentru determinarea marimilor estimate */
1       _calc1 += h1*zd_k;
1       _calc2 += h2*zd_k;
1
1       /* calculul functionalei pentru estimator */
1       _calc3 = g2*(zd_est - zd_k);
1       if (_calc3 > EPS_EST)
1       _calc3 = PRAG_LIMITARE;
1       else if (_calc3 < EPS_EST)
1       _calc3 = -PRAG_LIMITARE;
1
1       _calc2 += _calc3;
1
1       /* stabilirea noilor marimi estimate */
1       zd_est = (int)(_calc1>>16);
1       zdd_est = (int)(_calc2>>16);
1
1       /* sfirsitul secventei de calcul a estimatorului de stare */
1       /*******************************************************/
1
1       /* caculul functioanlei de stare */
1       _calc1 = C1*zd_est+C2*zdd_est;          /* C1 si C2 au rezultat in urma utilizarii algebrei
1                                  schemelor bloc */
1       sigma_k = (int)(_calc1>>16);            /* functionala este cuvintul superior al rezultatului */
1       if (sigma_k > EPS)                      /* daca sigma>EPS comanda ia valoarea maxima*/
1          {
2          uc_k = UMAX;                         /* este anulata istoria */
2          uc_k_1 = 0;
2          sigma_k_1 = 0;
2          }
1       else if (sigma_k < -EPS)                /* daca sigma<-EPS comanda ia valoarea minima*/
1          {
2          uc_k = UMIN;                         /* este anulata istoria */
2          uc_k_1 = 0;
2          sigma_k_1 = 0;
2       }
1       else                                    /* se calculeaza elementul PI */
1          {
2          _calc1 = beta0*sigma_k-beta1*sigma_k_1+uc_k_1;
2       uc_k = (int)(_calc1>>16);
2          sigma_k_1 = sigma_k;                 /* se memoreaza istoria */
2          uc_k_1 = uc_k;
2
2          if (uc_k > UMAX)                     /* limitarea comenzii la 12 bit */
2             uc_k = UMAX;
2          else if (uc_k < UMIN)
2             uc_k = UMIN;
2          }
1
1       /* sfirsitul secventei de calcul al comenzii */
1       /*******************************************/
1
1       uc_k ^= 0x200;                          /* conversia comenzii din complement fata de doi */
1                                               /* in cod binar direct utilizat de CNA */
1       *ptr_CNA = uc_k;                        /* depunerea valorii la adresa CNA */
1
1       /* sfirsitul rutinei de calcul a regulatorului */
1       /*****************************************************************************/
1    }
```

Assembly Listing of Object Code

```
                        cseg
                        ; Statement  20
0000                    regstare:                                  ;4+39+16, sum=59
0000 F4                          pusha                             ;12
0001 C81C                        push Tmp0                         ;6
0003 C81E                        push Tmp2                         ;6
0005 C820                        push Tmp4                         ;6
0007 C822                        push Tmp6                         ;6
                        ; Statement  23
0009 A30100001C            E     ld    Tmp0,timer1                 ;5
000E 65D00071C                   add   Tmp0,#7D0H                  ;5
0012 C30100001C            E     st    Tmp0,timer1                 ;5 sum1=39, sum=98
                        ; Statement  25
0017 B1101C                      ldb   Tmp0,#10H                   ;5
001A C70100001C            E     stb   Tmp0,ad_command             ;5 sum2=10, sum=108
                        ; Statement  28
001F FE4DFA00021C          R     mul   Tmp0,zd_est,#0FAH           ;17
0025 FE4DE4180420          R     mul   Tmp4,zdd_est,#18E4H         ;17
002B A01C00                R     ld    _calc1,Tmp0                 ;4
002E A01E02                R     ld    _calc1+2,Tmp2               ;4
0031 642000                R     add   _calc1,Tmp4                 ;4
0034 A42202                R     addc  _calc1+2,Tmp6               ;4
                        ; Statement  29
0037 FE4D0300021C          R     mul   Tmp0,zd_est,#3              ;17
003D FE4D03000420          R     mul   Tmp4,zdd_est,#3             ;17
0043 A01C04                R     ld    _calc2,Tmp0                 ;4
0046 A01E06                R     ld    _calc2+2,Tmp2               ;4
0049 642004                R     add   _calc2,Tmp4                 ;4
004C A42206                R     addc  _calc2+2,Tmp6               ;4 sum3=100, sum=208
                        ; Statement  31
004F                    @0003:
004F A30100001C            E     ld    Tmp0,ad_result              ;108-100=8
0054 341CF8                      bbc   Tmp0,4,@0003                ;5 sum4=13, sum=221
                        ; Statement  32
0057 A301000000            E     ld    zd_k,ad_result              ;5
005C 080600                R     shr   zd_k,#6                     ;12
                        ; Statement  35
005F ADDE1C                      ldbzeTmp0,#0DEH                   ;4
0062 FE6C001C              R     mul   Tmp0,zd_k                   ;14
0066 641C00                R     add   _calc1,Tmp0                 ;4
0069 A41E02                R     addc  _calc1+2,Tmp2               ;4
                        ; Statement  36
006C FE4DA224001C          R     mul   Tmp0,zd_k,#24A2H            ;17
0072 641C04                R     add   _calc2,Tmp0                 ;4
0075 A41E06                R     addc  _calc2+2,Tmp2               ;4
                        ; Statement  39
0078 4800021C              R     sub   Tmp0,zd_est,zd_k            ;5
007C FE4D03271C08          R     mul   _calc3,Tmp0,#2703H          ;17
                        ; Statement  40
0082 A00A1E                R     ld    Tmp2,_calc3+2               ;4
0085 491000081C            R     sub   Tmp0,_calc3,#10H            ;6
008A A8001E                      subc  Tmp2,R0                     ;4
008D DA06                        ble   @0005                       ;8 sum5=129, sum=350
                        ; Statement  41
008F A1020208              R     ld    _calc3,#202H
0093 2011                        br    @000F
                        ; Statement  42
0095                    @0005:
0095 A00A1E                R     ld    Tmp2,_calc3+2               ;4
0098 491000081C            R     sub   Tmp0,_calc3,#10H            ;6
009D A8001E                      subc  Tmp2,R0                     ;4
00A0 D606                        bge   @0006                       ;5
                        ; Statement  43
00A2 A17EFD08              R     ld    _calc3,#0FD7EH              ;5
00A6                    @000F:
```

```
00A6 0600                  R   ext  _calc3                      ;4
00A8              @0006:
                  ; Statement  45
00A8 640004                R   add  _calc2,_calc3               ;4
00AB A40A06                R   addc _calc2+2,_calc3+2           ;4
                  ; Statement  48
00AE A00202                R   ld   zd_est,_calc1+2             ;4
                  ; Statement  49
00B1 A00604                R   ld   zdd_est,_calc2+2            ;4
                  ; Statement  55
00B4 FE4DEB02021C          R   mul  Tmp0,zd_est,#2EBH           ;17
00BA FE4D13000420          R   mul  Tmp4,zdd_est,#13H           ;17
00C0 A01C00                R   ld   _calc1,Tmp0                 ;4
00C3 A01E02                R   ld   _calc1+2,Tmp2               ;4
00C6 642000                R   add  _calc1,Tmp4                 ;4
00C9 A42202                R   addc _calc1+2,Tmp6               ;4
                  ; Statement  57
00CC A00206                R   ld   sigma_k,_calc1+2            ;4
                  ; Statement  58
00CF 89800006              R   cmp  sigma_k,#80H                ;5
00D3 DA06                      ble  @0008                       ;8 sum6=111, sum=461
                  ; Statement  60
00D5 A1FF070A              R   ld   uc_k,#7FFH
00D9 200A                      br   @0010
                  ; Statement  64
00DB              @0008:
00DB 8980FF06              R   cmp  sigma_k,#0FF80H             ;5
00DF D60A                      bge  @000A                       ;8 sum7=13, sum=474
                  ; Statement  66
00E1 A100F80A              R   ld   uc_k,#0F800H
00E5              @0010:
                  ; Statement  67
00E5 010C                  R   clr  uc_k_1
                  ; Statement  68
00E7 0108                  R   clr  sigma_k_1
                  ; Statement  70
00E9 2042                      br   @0009
00EB              @000A:
                  ; Statement  72
00EB FE4D2602061C          R   mul  Tmp0,sigma_k,#226H          ;17
00F1 FE4D82020820          R   mul  Tmp4,sigma_k_1,#282H        ;17
00F7 68201C                    sub  Tmp0,Tmp4                   ;4
00FA A8221E                    subc Tmp2,Tmp6                   ;4
00FD A00C20                R   ld   Tmp4,uc_k_1                 ;4
0100 0620                      ext  Tmp4                        ;4
0102 A01C00                R   ld   _calc1,Tmp0                 ;4
0105 A01E02                R   ld   _calc1+2,Tmp2               ;4
0108 642000                R   add  _calc1,Tmp4                 ;4
010B A42202                R   addc _calc1+2,Tmp6               ;4
                  ; Statement  73
010E A0020A                R   ld   uc_k,_calc1+2               ;4
                  ; Statement  74
0111 A00608                R   ld   sigma_k_1,sigma_k           ;4
                  ; Statement  75
0114 A00A0C                R   ld   uc_k_1,uc_k                 ;4
                  ; Statement  77
0117 89FF070A              R   cmp  uc_k,#7FFH                  ;5
011B DA06                      ble  @000C                       ;8 sum8=91, sum=565
                  ; Statement  78
011D A1FF070A              R   ld   uc_k,#7FFH
                  ; Statement  79
0121 200A                      br   @0009
0123              @000C:
0123 8900F80A              R   cmp  uc_k,#0F800H                ;5
0127 D604                      bge  @0009                       ;5
                  ; Statement  80
0129 A100F80A              R   ld   uc_k,#0F800H                ;5
```

```
012D                @0009:
                    ; Statement  86
012D 8500020A           R    xor  uc_k,#200H              ;5
                    ; Statement  88
0131 C20E0A             R    st   uc_k,[ptr_CNA]          ;10 sum9=30, sum=595
                    ; Statement  92
0134 CC22                    pop  Tmp6                    ;6
0136 CC20                    pop  Tmp4                    ;6
0138 CC1E                    pop  Tmp2                    ;6
013A CC1C                    pop  Tmp0                    ;6
013C F5                      popa                         ;12
013D F0                      ret                          ;14 sum10=50, sum=645

    ; Function Statistics for: regstare
    ;   Code Size :   318       Parameter Count:    0
    ;   Stack Size:   0         Parameter Size :    0
    ;   OReg Size :   12        Stack Depth    :    14

                    end

Module Information:

    Code Area Size              =  013EH     318D
    Constant Area Size          =  0000H     0D
    Data Area Size              =  0000H     0D
    Static Regs Area Size       =  0010H     16D
    Overlayable Regs Area Size  =  000CH     12D
    Maximum Stack Size          =  000EH     14D

C196 Compilation Complete.    0 Warnings.    0 Errors
```

Algortimul scris în asamblare:

```
80C196 MACRO ASSEMBLER    REGAL                          01-May-97 23:03:32   PAGE   1

80C196 macro assembler v4.0 r5              1995 Tasking Software BV

SOURCE FILE: regal.asm
OBJECT FILE: regal.obj
CONTROLS SPECIFIED IN INVOCATION COMMAND: <none>

LOC    OBJECT          STMT     SOURCE STATEMENT
                         1  ;**********************************************************************
                         2  ;*  Subrutina de reglare cu regulator  si estimator de stare          *
                         3  ;*     cu structura variabila                                         *
                         4  ;**********************************************************************
                         5  $nolist
                       345
                       346
 000000FA              347  J11              EQU    00FAH      ;coeficientii estimatorului
 000018E4              348  J12              EQU    18E4H
 00000003              349  J21              EQU    0003H
 00000102              350  J22              EQU    0102H
 000000DE              351  H1               EQU    00DEH
 000024A2              352  H2               EQU    24A2H
 00002703              353  G2               EQU    2703H
                       354
 00000010              355  EPS_EST          EQU    0010H
 00000282              356  PRAG_LIMITARE    EQU    0282H
                       357
 000002EB              358  C1               EQU    02EBH      ;coeficientii functionale de stare
 00000013              359  C2               EQU    0013H
```

```
                        360
 00000226               361  BETA0             EQU   0226H      ;coeficientii elementului PI
 00000202               362  BETA1             EQU   0202H
 00000080               363  EPS               EQU   128
                        364
 000003FF               365  U_MAX             EQU   1023
 FFFFFC00               366  U_MIN             EQU   -1024
                        367
 0000F002               368  ptr_CNA           EQU   0F002H
                        369
0000                    370               rseg
                        371  extrn    Tmp0:word
                        372  extrn    Tmp2:word
                        373  extrn    Tmp4:word
                        374  extrn    Tmp6:word
0000                    375  _calc1:  dsl   1
0004                    376  _calc2:  dsl   1
0008                    377  _calc3:  dsl   1
                        378
                        379  extrn    zd_est:       word
                        380  extrn    zdd_est:      word
                        381  extrn    zd_k:         word
                        382  extrn    sigma_k:      word
                        383  extrn    sigma_k_1:    word
                        384  extrn    uc_k:         word
                        385  extrn    uc_k_1:       word
                        386
                        387
                        388
0000                    389              cseg
                        390

LOC  OBJECT                 STMT   SOURCE STATEMENT                           ;4+39+16 sum=59
0000 F4                     391  regel:     pusha                             ;12
0001 B17B14                 392             ldb    wsr,#7BH                   ;4
0004 A1D007FA               393             ld     timer1_7b,#2000            ;5 sum1=21, sum=70
0008 B17D14                 394             ldb    wsr,#7DH                   ;4
000B B110EC                 395             ldb    ad_command_7d,#10H         ;5 sum2=9, sum=79
000E C800           E       396             push   Tmp0                       ;6
0010 C800           E       397             push   Tmp2                       ;6
0012 FE4DFA000000   E       398             mul    Tmp0,zd_est,#J11           ;17
0018 FE4DE4180000   E       399             mul    _calc1,zdd_est,#J12        ;17
001E 640000         E       400             add    _calc1,Tmp0                ;4
0021 A40002         E       401             addc   _calc1+2,Tmp2              ;4
0024 FE4D03000000   E       402             mul    Tmp0,zd_est,#J21           ;17
002A FE4D02010004   E       403             mul    _calc2,zdd_est,#J22        ;17
0030 640004         E       404             add    _calc2,Tmp0                ;4
0033 A40006         E       405             addc   _calc2+2,Tmp2              ;4 sum3=96, sum=175
0036 34EAFD                 406  end_conv:  bbc    ad_result_7d,4,end_conv    ;108-96+5=17
0039 A301AA1F00     E       407             ld     zd_k,ad_result             ;5
003E 080600         E       408             shr    zd_k,#6                    ;12
0041 FE4DDE000000   E       409             mul    Tmp0,zd_k,#H1              ;17
0047 640000         E       410             add    _calc1,Tmp0                ;4
004A A40002         E       411             addc   _calc1+2,Tmp2              ;4
004D FE4DA2240000   E       412             mul    Tmp0,zd_k,#H2              ;17
0053 640004         E       413             add    _calc2,Tmp0                ;4
0056 A40006         E       414             addc   _calc2+2,Tmp2              ;4
0059 48000008       E       415             sub    _calc3,zd_est,zd_k         ;5
005D FE6D032708     R       416             mul    _calc3,#G2                 ;17
0062 A00A00         E       417             ld     Tmp2,_calc3+2              ;4
0065 4910000800     E       418             sub    Tmp0,_calc3,#EPS_EST       ;5
006A A80800         E       419             subc   Tmp2,R0                    ;4
006D DA06                   420             ble    nolimit1                   ;8 sum4=127, sum=302
006F A1620208       R       421             ld     _calc3,#PRAG_LIMITARE
0073 2011                   422             br     cont1
0075 A00A00         E       423  nolimit1:  ld     Tmp2,_calc3+2              ;4
0078 4910000800     E       424             sub    Tmp0,_calc3,#EPS_EST       ;5
```

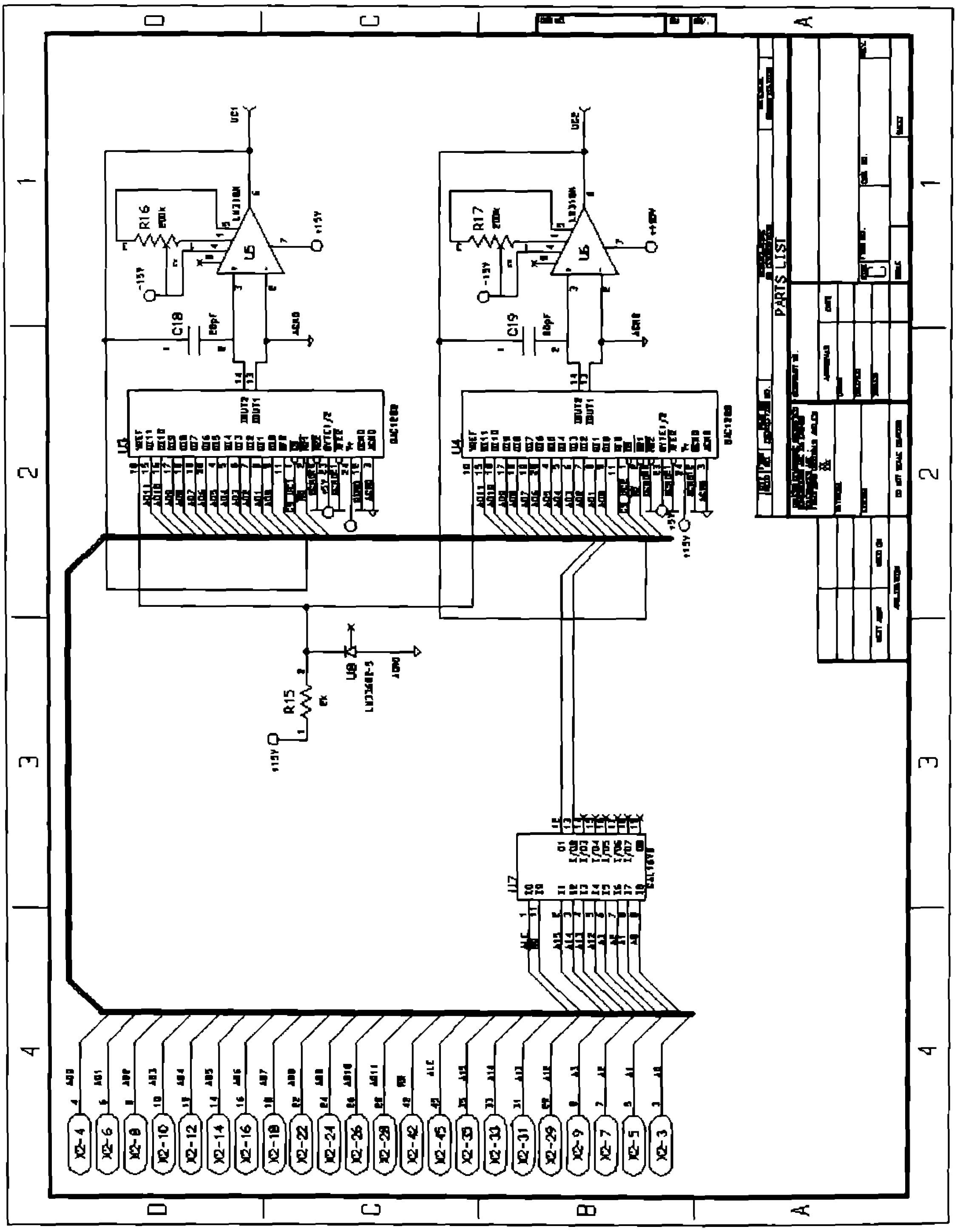
```
007D  A80000        E   425              subc   Tmp2,R0                  ;4
0080  D606              426              bge    nolimit2                 ;5
0082  A17EFD08      R   427              ld     _calc3,#(-PRAG_LIMITARE) ;5
0086                    428  cont1:
0086  0608          R   429              ext    _calc3                   ;4
0088  640804        R   430  nolimit2:   add    _calc2,_calc3            ;4
008B  A40A06        R   431              addc   _calc2+2,_calc3+2        ;4
008E  A00200        E   432              ld     zd_est,_calc1+2          ;4
0091  A00600        E   433              ld     zdd_est,_calc2+2         ;4
                        434
0094  FE4DEB020000  E   435              mul    _calc1,zd_est,#C1        ;17
009A  FE4D13000000  E   436              mul    Tmp0,zdd_est,#C2         ;17
00A0  640000        E   437              add    _calc1,Tmp0              ;4
00A3  A40002        E   438              addc   _calc1+2,Tmp2            ;4
00A6  A00200        E   439              ld     sigma_k,_calc1+2         ;4
00A9  89000000      E   440              cmp    sigma_k,#EPS             ;5
00AD  DA06              441              ble    nolimit3                 ;8 sum5=102, sum=404
00AF  A1FF0300      E   442              ld     uc_k,#U_MAX
00B3  200A              443              br     cont2
00B5                    444  nolimit3:
00B5  8900FF00      E   445              cmp    sigma_k,#(-EPS)          ;5
00B9  D60A              446              bge    nolimit4                 ;8
00BB  A100FC00      E   447              ld     uc_k,#U_MIN
00BF                    448  cont2:
00BF  0100          E   449              clr    uc_k_1
00C1  0100          E   450              clr    sigma_k_1
00C3  203C              451              br     output
00C5  FE4D26020000  E   452  nolimit4:   mul    _calc1,sigma_k,#BETA0    ;17
00CB  FE4D02020000  E   453              mul    Tmp0,sigma_k_1,#BETA1    ;17
00D1  680000        E   454              sub    _calc1,Tmp0              ;4
00D4  A80002        E   455              subc   _calc1+2,Tmp2            ;4
00D7  A00000        E   456              ld     Tmp0,uc_k_1              ;4
00DA  0600          E   457              ext    Tmp2                     ;4
00DC  640000        E   458              add    _calc1,Tmp0              ;4
00DF  A40002        E   459              addc   _calc1+2,Tmp2            ;4
00E2  A00200        E   460              ld     uc_k,_calc1+2            ;4
00E5  A00000        E   461              ld     sigma_k_1,sigma_k        ;4
00E8  A00000        E   462              ld     uc_k_1,uc_k              ;4
00EB  89FF0300      E   463              cmp    uc_k,#U_MAX              ;5
00EF  DA06              464              ble    nolimit5                 ;8 sum=96, sum=500
00F1  A1FF0300      E   465              ld     uc_k,#U_MAX
00F5  200A              466              br     output
00F7  8900FC00      E   467  nolimit5:   cmp    uc_k,#U_MIN              ;5
00FB  D604              468              bge    output                   ;5
00FD  A100FC00      E   469              ld     uc_k,#U_MIN              ;5
0101                    470  output:
0101  85000200      E   471              xor    uc_k,#200H               ;5
0105  C30102F000    E   472              st     uc_k,ptr_CNA[0]          ;20 sum=40, sum=540
010A  CC00          E   473              pop    Tmp2                     ;6
010C  CC00          E   474              pop    Tmp0                     ;6
010E  F5                475              popa                            ;12
010F  F0                476              ret                             ;14 sum=38, sum=578
                        477
0110                    478  end
```

ASSEMBLY COMPLETED,   NO ERROR(S) FOUND.

ANEXA A5.4

A5.4. Schema electonică a modelului de laborator

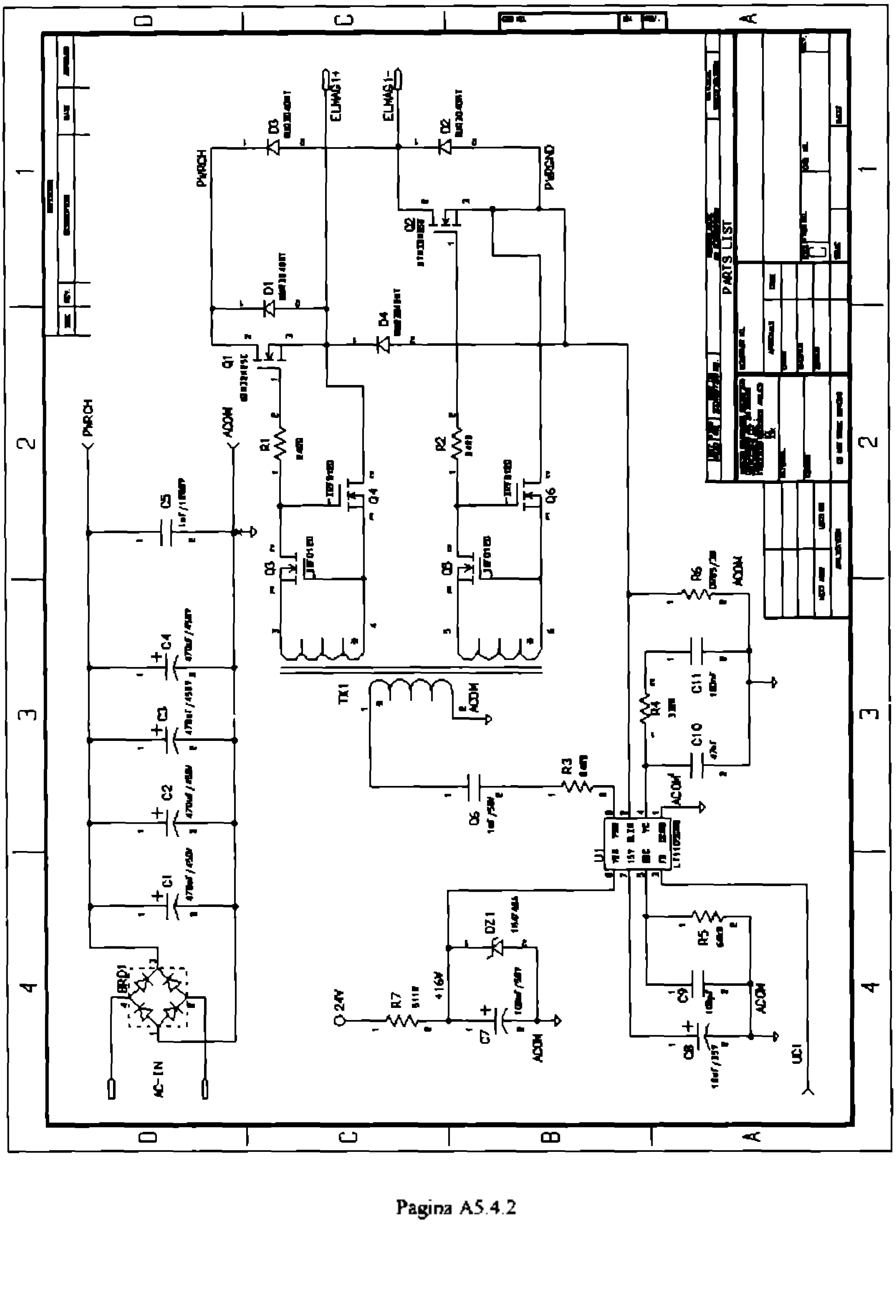
In această anexă sunt prezentate schemele electronice utilizate în comanda modelului de laborator descris în capitolul 2. In prima sunt reprezentate circuitele de comandă ale celor doua choppere utilizate.

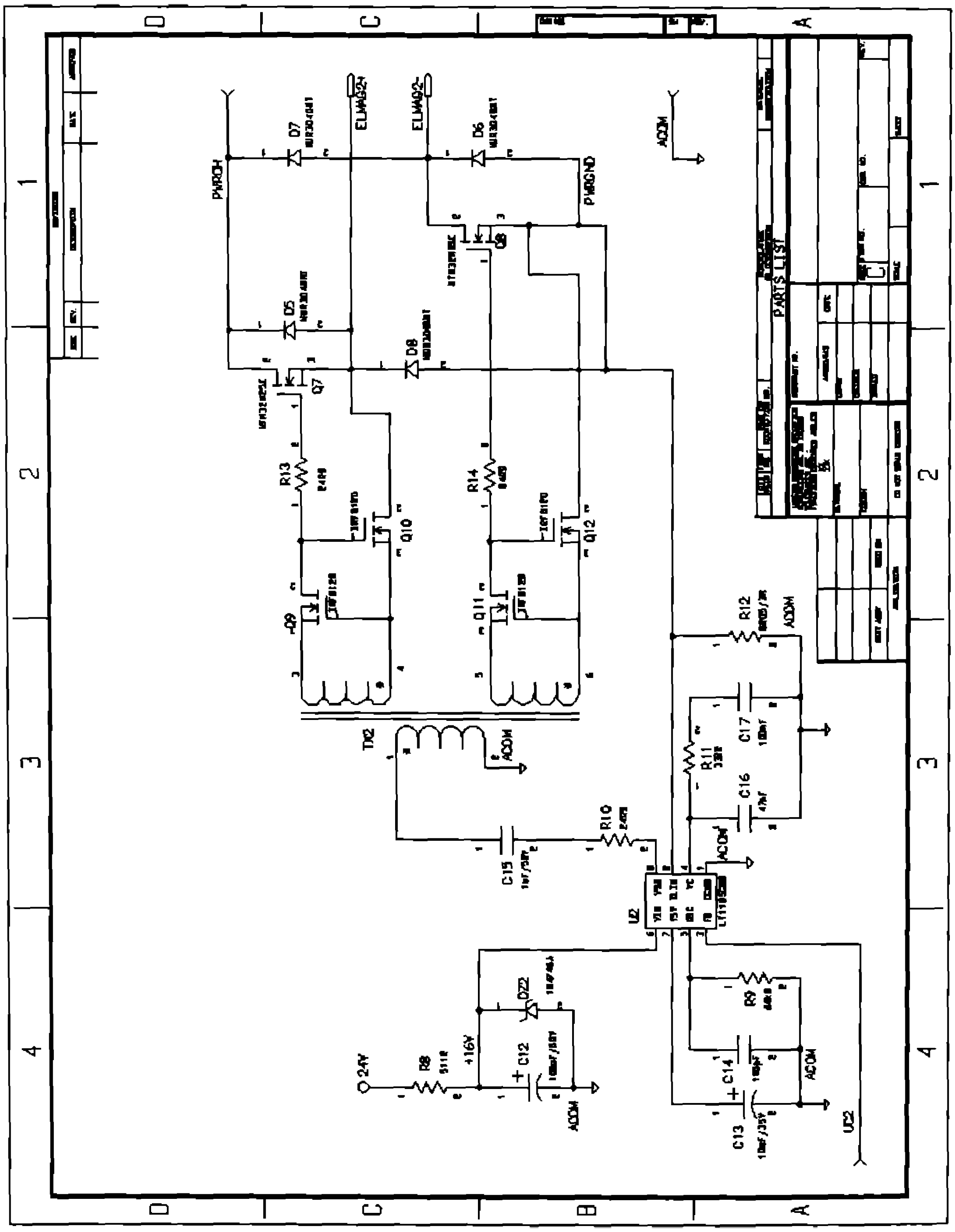


In plus față de circuitele prezentate în anexă, s-a utilizat un sistem de evaluare a micro-controller-ului 80C196MC la care se pot atașa diferite alte circuite prin doi conectori de 72 de pini. Unul din acești conectori, utilizat în schema descrisă, este notat cu X2 și oferă accesul la magistralele de date și adrese.

Un GAL16V8 a fost folosit pentru generarea diferitelor selecții din montaj.

Două convertoare numeric-analogice de 12 bit, paralele, cu referința de 5V generată cu referința de tensiune LM336BZ-5, toate de la National Semiconductor au fost utilizate pentru generarea comenzii analogice a chopperelor în doua cadrane.





Pentru fiecare electromagnet din cei patru ai sistemului, este utilizat câte un chopper în patru cadrane. Comanda perechii de choppere, corespunzătoare electromagneţilor utilizaţi în sustentaţie este notată cu UC1, mărime furnizată de sistemul de reglare numerică, iar comanda perechii de choppere, corespunzătoare electromagneţilor utilizaţi ca sistem perturbator este notată cu UC2, generată de acelaşi sistem de calcul. În figuri nu s-au reprezentat decât câte un chopper asociat fiecărei perechi de electromagneţi.

CAPITOLUL 6

6. Rezultate experimentale

Pe parcursul acestei lucrări au fost menţionate în repetate rânduri două aplicaţii principale ale sistemelor cu sustentaţie electromagnetică: vehicule pe pernă magnetică şi lagăre cu sustentaţie electromagnetică. Accentuarea acestora se datoreşte preocupărilor autorului pe parcusul anilor legate de studiul sustentaţiei electromagnetice cu aplicaţie în special la vehiculele cu sustentaţie electromagnetică şi motoare electrice cu lagăre magnetice.

In cadrul unui contract de lungă durată cu Electroputere Craiova, Institutul Politehnic Timişoara, catedra de Maşini Electrice cu sprijinul mai multor colective din IPT, printre care şi a celui de automatică, a avut ca sarcină proiectarea, construcţia şi experimentarea prototipului unui vehicul pe pernă magnetică, MAGNIBUS-01. La finalizarea acestuia, experienţa acumulată pe parcursul a numeroşi ani de muncă a fost folosită cu succes în cadrul unui al doilea contract cu ICSIT Titan, filiala Timişoara, în proiecarea, construcţia şi experimentarea prototipului unui motor asincron de mare viteză cu lagăre cu sustentaţie electromagnetică. Pe scurt, în cele ce urmează se vor prezenta principalele date şi rezultate experimentale ale celor doua aplicaţii [B4], [B5], [B6], [B7], [D6], [T2].

6.1 Vehiculul cu sustentaţie electromagnetică, MAGNIBUS-01.

MAGNIBUS-01 este un vehicul de 4 m lungime şi greutate de 4 tone, cu patru electromagneţi de sustentaţie de 140 kg fiecare, dezvoltând la un întrefier de 12 mm câte o forţă de 1 tonă. Datele electromagneţilor au fost date în capitolul 2 şi pe parcursul lucrării s-au făcut repetate referiri la ei sub denumirea de "electromagnet cu forţă portantă mare". Motoarele liniare utilizate pentru propulsie au fost motoare sincrone homopolare, fluxul practic continuu dezvoltat în electromagneţii de sustentaţie constituind excitaţia motorului sincron. Vehiculul este autonom, având electromagneţii, motorele, electronica de putere (choppere, invertor de curent) şi circuitele de comandă şi auxiliare la bord.

Vehiculul a fost prevăzut cu un control primar descentralizat al electromagneţilor, fiecare fiind considerat ca un S1E1GL. Schema bloc a controlului unei "roţi magnetice" este dată în figura 6.1.

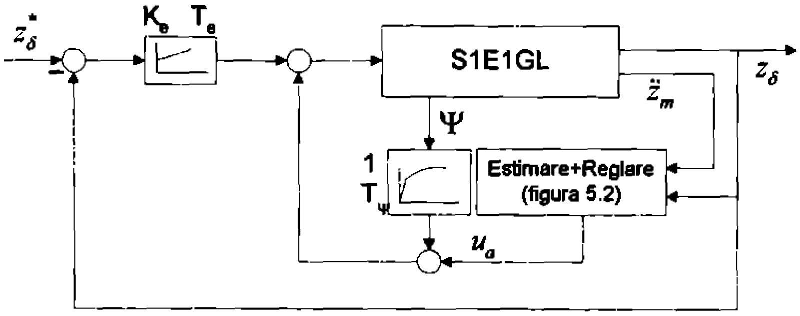


Fig. 6.1. "Roata magnetică"

Estimatorul de stare este de ordinul 2 cu măsurarea întrefierului şi a acceleraţiei de ecuaţii (4.102). Regulatorul este de tipul compensator cu coeficienţii calculaţi pe baza problemei regulatorului liniar pătratic cu funcţie obiectiv de tipul (3.7). Pentru a creşte domeniul de stabilitate pe întreaga plajă de variaţie a întrefierului, s-a introdus un termen după flux. Fluxul s-a obţinut din derivata sa indusă într-o bobină de măsură şi integrată apoi printr-un element de tip PT1 cu constanta de timp de ordinul secundelor, în acest fel asigurându-se eliminarea unei componente continue de drift.

Elementul de execuţie a fost un chopper cu tiristoare într-un singur cadran dar cu o comandă de tip bipoziţional cu care s-a reuşit într-o mare măsură compensarea constantei de timp a electromagnetului.

Se prezintă în figurile 6.2 tensiunea pe electromagnet, curentul şi întrefierul măsurate pe parcursul ridicării unei "roţi magnetice" (nr.2 - faţă dreapta) din repaus (20 mm) la un întrefier de 12.5 mm şi apoi coborârii sale din nou în repaus. Se observă creşterea treaptată a curentului până ce forţa dezvoltată este suficientă pentru a compensa masa ce trebuie levitată şi apoi scăderea curentului pe măsură ce întrefierul scade spre valoarea prescrisă.

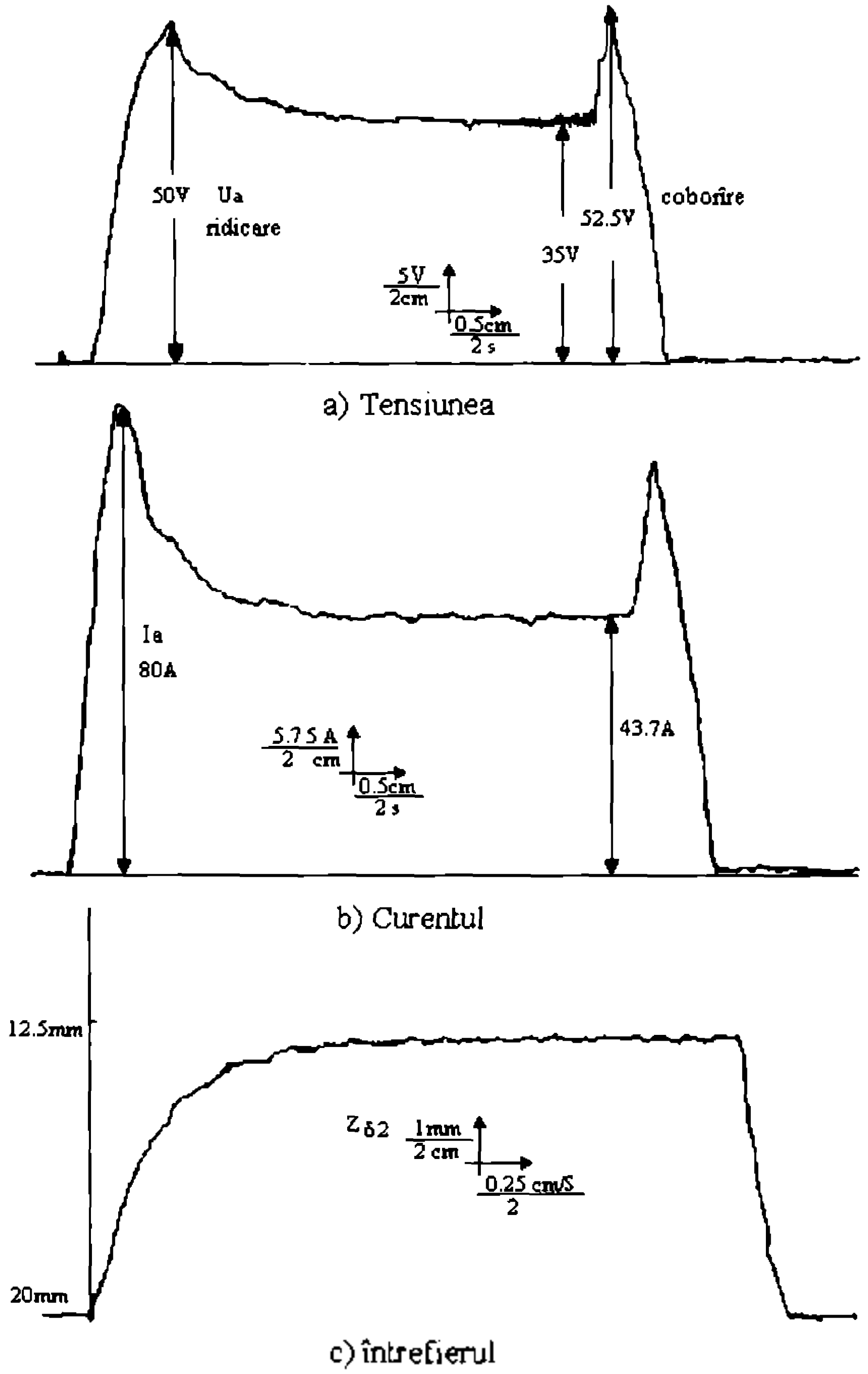


Fig. 6.2. Ridicarea şi coborârea unui electromagnet

In urma experimentărilor cu toţi electromagneţii sustentaţi s-a constatat necesitatea introducerii unei componente centralizate pe diagonale: platforma pe care sunt montaţi electromagneţii are o tendinţa de oscilaţie pe diagonală astfel încât este necesară o reacţie anticipativă a acestei mişcări. S-a introdus pe fiecare colţ o reacţie pozitivă după viteza de variaţie a întrefierului din colţul opus. Cu această modificare sustentarea întregului vehicul s-a putut face în condiţii de stabilitate la orice întrefier. Pentru testarea stabilităţii şi a calităţii reglării, s-a urmărit influenţa asupra unui electromagnet (nr.2 faţă dreapta) a oscilaţiilor unui electromagnet vecin. Astfel pe prescrierile electromagneţilor nr.1 (faţă stânga) şi apoi nr.3 (spate dreapta) s-au aplicat tensiuni sinusoidale de frecvenţe diferite, măsurându-se efectul asupra electromagnetului sub test. In figurile 6.3. s-au reprezentat situaţiile corespunzătoare la 4 Hz şi 1 Hz. Se observă că frecvenţa de 4 Hz este destul de mult filtrată încă în prescriere datorită benzii de frecvenţă reduse a sistemului de reglare. Amplitudinea oscilaţiilor perturbatoare la 1 Hz au fost de aproximativ ± 5 mm la un întrefier nominal de 12 mm. Se constată o rejecţie excelentă a acestor perturbaţii de către electromagnetul testat $\left(z_{\delta 2}\right)$.

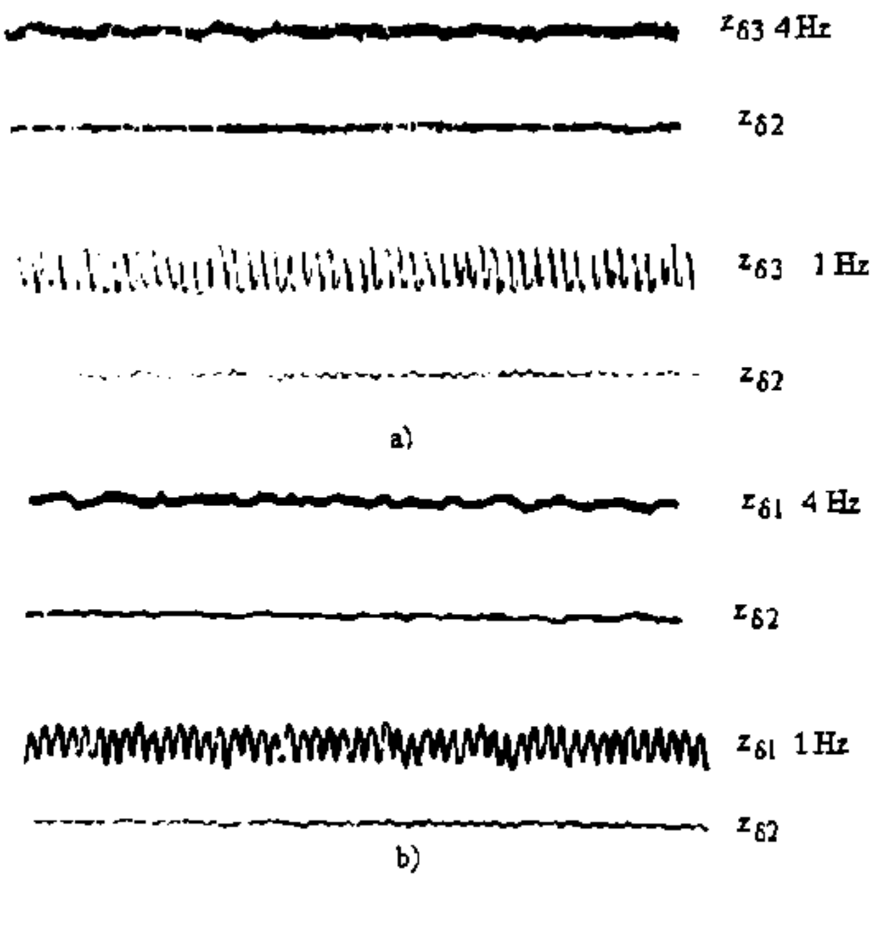


Fig. 6.3. Răspunsul electromagnetului nr. 2 (cu întrefierul $z_{\delta 2}$) la perturbarea electromagneţilor vecini

Propulsia, asigurată printr-un invertor de curent a avut de suferit datorită unei deficienţe de construcţie şi anume neconcordanţa dimensiunilor electromagneţilor cu calea de glisare (vezi figurile A2.1.1 şi A2.1.2 din anexa A2.1). Din acest motiv întregul vehicul are tendinţa de a se poziţiona în punctele de energie potenţială minimă, puncte în care electromagneţii "văd" o suprafaţă maximă de material feromagnetic din calea de glisare. Această deficienţă a condus la o pornire a vehiculului - întotdeauna dintr-o poziţie de energie potenţială minimă - dificilă şi cu oscilaţii relativ mari, fapt ce poate fi remarcat în figura 6.4 în care se prezintă pornirea, oprirea şi reversarea vehiculului pe o distanţă scurtă.

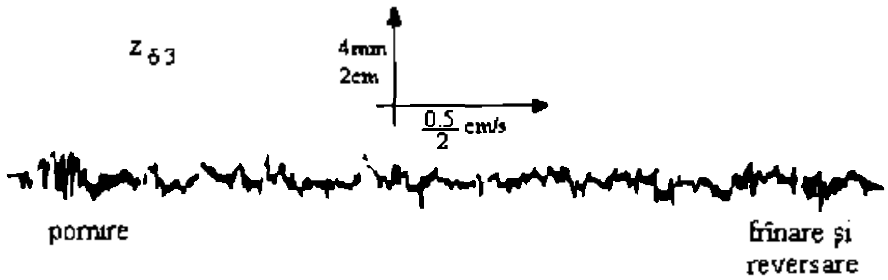


Fig. 6.4. Intrefierul unei roţi magnetice pe parcursul accelerării şi opririi, la viteze mici

Toate măsurările au fost făcute cu un înregistrator X-Y cu două canale, fiind repetate de mai multe ori.

In ultimele luni de testare a prototipului, experimentările s-au făcut pe calea de glisare de 150 m de la Institutul Politehnic din Timişoara, vitezele maxime atinse limitându-se la 15 m/sec datorită traseului scurt.

Reluarea acestui proiect, în condiţiile avansului tehnologic din ultimii 10 ani atât în domeniul electronicii de putere (IGBT-uri, MOSFET-uri de curenţi mare) cât şi a sistemelor de control digitale ar putea conduce la rezultate spectaculoase, mai ales datorită soluţiei originale adoptate la concepţia acestui tip de vehicul, diferită de tipurile de vehicule pe pernă magnetică construite în Germania, Japonia sau Marea Britanie. De asemenea, dacă în ultimii ani, interesul legat de vehicule cu sustentaţie electromagnetică scăzuse, în prezent se face simţită o reânvigorare a temei pe plan mondial.

6.2 Motor de inducţie de mare viteză cu lagăre cu sustentaţie electromagnetică

Experienţa în domeniul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică acumulată pe parcursul desfăşurării proiectului MAGNIBUS-01 a fost în continuare folosită cu succes în proiectarea, construcţia şi experimentarea unui prototip de motor de inducţie de 300W cu turaţie nominală de 25000 rpm, cu lagăre cu sustentaţie electromagnetică radiale şi axiale.

In figura 6.5 este prezentat sistemul cu 10 electromagneţi şi 5 grade de libertate considerat.

Sistemul este constituit dintr-un motor de inducţie, două lagăre radiale şi unul axial. Motorul este alimentat cu un invertor de tensiune cu undă de ieşire rectangulară, iar electromagneţii lagărelor cu choppere în două cadrane cu tranzistoare de putere funcţionând la 20 kHz

Prototipul a fost construit pentru o aplicaţie de găurire la mare viteză şi precizie. Din acest motiv cele două lagăre radiale sunt diferite: cel anterior, în dreptul căruia este montată scula este mai mare şi dezvoltă forţe mai mari. De asemenea întrefierurile nominale sunt diferite: magnetul anterior are un întrefier de 0.5 mm, iar cel posterior de 0.8 mm. Intrefierurile relativ mari utilizate se datoresc imperfecţiunilor de construcţie mecanică a rotorului. Intr-o construcţie îngrijită acestea ar putea fi scăzute la 0.25 mm.

Controlul analogic al fiecărei axe este asigurat prin măsurarea întrefierului diferenţial cu un traductor inductiv, estimarea vitezei şi acceleraţiei cu un estimator de tipul (4.102) din care însă lipseşte intrarea de acceleraţie absolută - variantă discutată în capitolul 4, apoi calculul funcţionalei de stare pentru generarea comenzii ce forţează sistemul într-un regim alunecător şi elementul PI pentru înlăturarea oscilaţiilor de înaltă frecvenţă din apropierea ţintei şi a erorii de regim staţionar. Schemele electronice sunt în mare măsură cele prezentate în capitolul 5, figurile 5.3 şi 5.5. Deşi s-au utilizat choppere în două cadrane, experienţa a arătat că introducerea unui element bipoziţional cu histerezis (pentru limitarea frecvenţei de lucru) în circuitul de comandă a chopperului conduce la răspunsuri mai rapide şi performanţe de reglare mai bune.

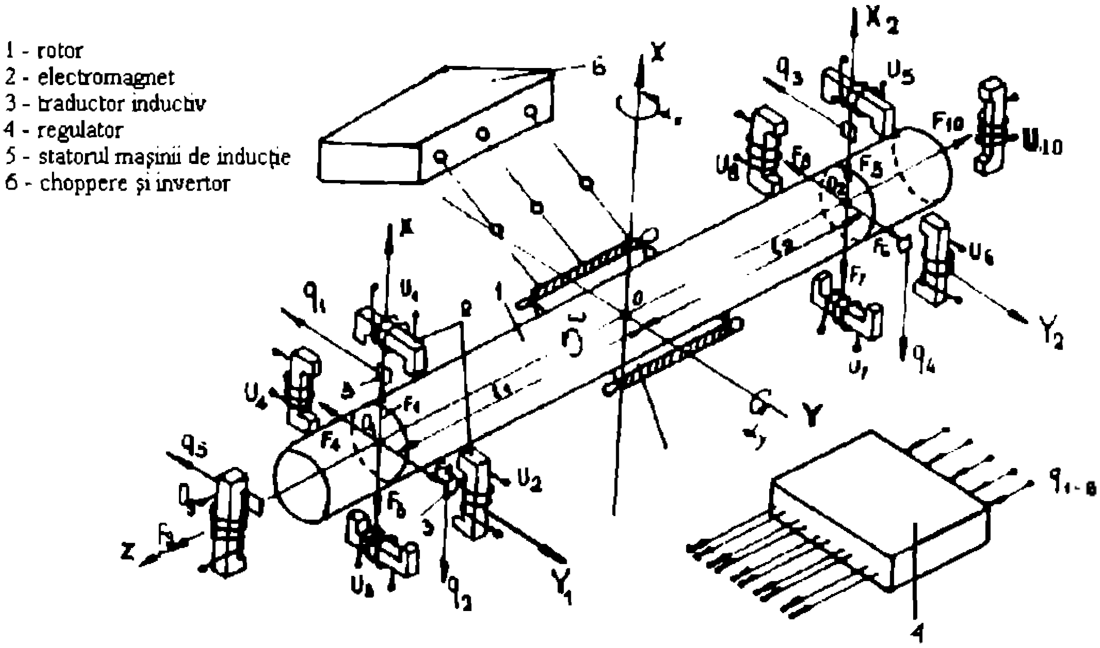
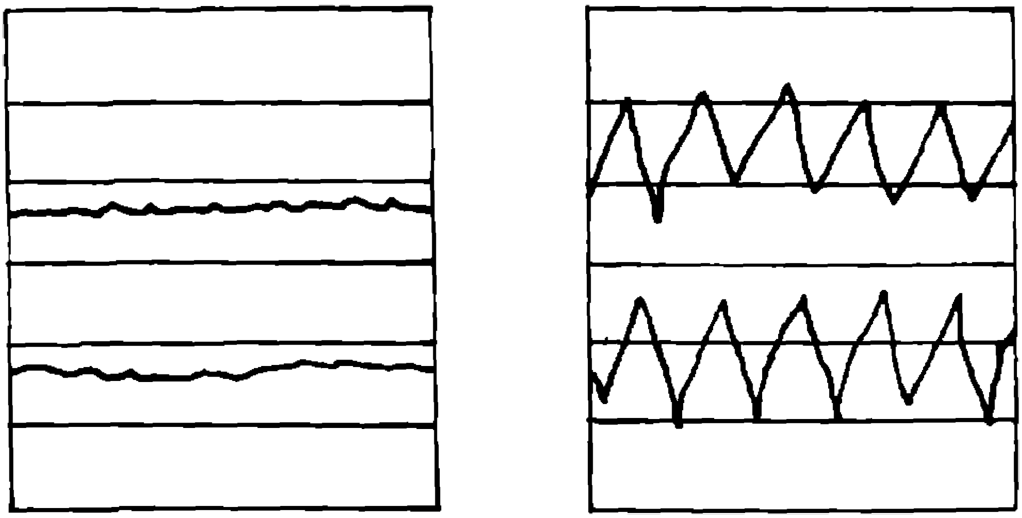


Fig. 6.5. Sistemul cu 10 electromagneţi şi 5 grade de libertate.

In figurile 6.6 sunt reprezentate diagrame ale întrefierurilor celor doua axe perpendiculare ale lagărului frontal în repaus şi la 25000 rpm



(a) 1div = 20μm (b) 1div = 20μm

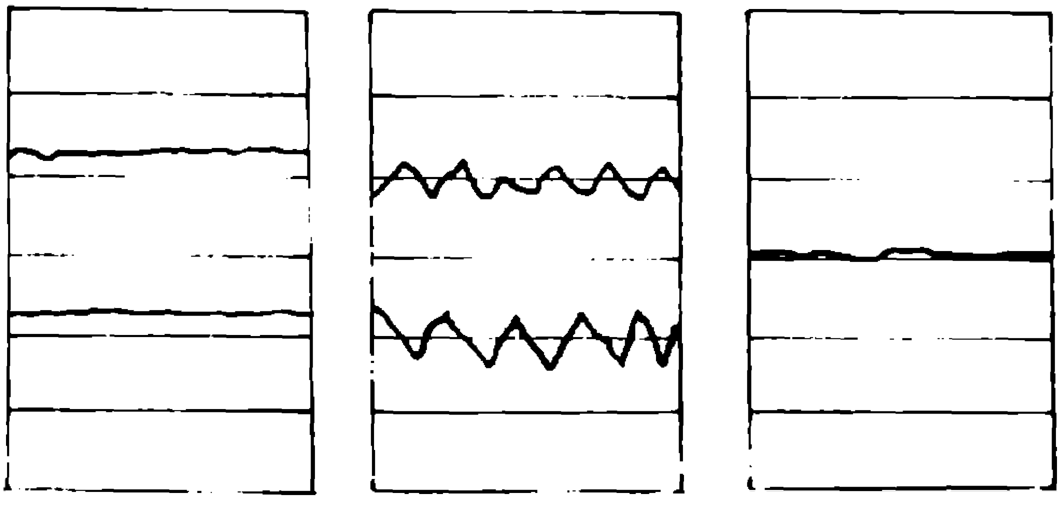
Fig.6.6. Variaţia întrefierului pe lagărul radial frontal: a) regim staţionar, b) la 25000 rpm

Dacă în repaus variaţia de întrefier este de sub 5 µm, la turaţie ridicată apar oscilaţii de frecvenţă egală cu frecvenţa de rotaţie a rotorului care se manifestă în întrefier cu valori de până la 30 µm vârf la vârf. In general una din problemele întâmpinate şi care a fost menţionată în capitolul 3 a fost intrarea în rezonanţă a sistemului la diferitele frecvenţe de rezonanţă mecanice, excitate nu atât prin sistemul de comandă cât prin imperfecţiunile de prelucrare mecanică manifestate sincron cu turaţia. Este foarte dificil într-un sistem analogic de a elimina această perturbaţie prin filtrare. Intr-o implementare digitală însă, în care controlul este integrat în acelaşi sistem cu invertorul şi frecvenţa de rotaţie este destul de precis cunoscută (la turaţii aşa de ridicate alunecarea motorului asincron poate fi neglijată) este posibilă o acordare continuă a filtrului digital pentru rejecţia rezonanţei.

In cazul considerat întreaga comandă fiind analogică s-a optat pentru utilizarea unui filtru doar pentru o singură frecvenţă critică, frecvenţă legată nu de o rezonanţă mecanică ci de un punct în care forţele giroscopice devin comparable cu forţele electromagnetice cu care se acţionează asupa axului. Axele geometrice şi de inerţie nefiind identice datorită prelucrării mecanice şi a omogenităţii imperfecte a rotorului apare o oscilaţie care poate fi catastrofală. Din fericire turaţia la care fenomenul s-a manifestat a fost la 10000 rpm, diferită de turaţia nominală (25000 rpm) astfel încât prin filtrarea comenzii la acestă frecvenţă, după trecerea peste acest punct, accelerarea în continuare a maşinii a decurs fără probleme. Aşa cum s-a menţionat în lucrare, o comandă digitală a invertorului de tensiune poate "sării" peste acest domeniu destul de îngust de frecvenţe, eliminând parţial sau chiar integral fenomenul descris.

Similar figurilor de mai sus, în figurile 6.7 sunt prezentate înregistrări ale întrefierurilor celor două axe perpendiculare ale lagărului posterior (figurile a şi b) şi a lagărului axial (figura c). Se constată o variaţie mai mică a întrefierului la turaţia nominală, electromagneţii dezvoltând forţe mai mici, şi efectul rezonanţei mecanice fiind limitat.

Oprirea maşinii asincrone de la turaţia de 25000 rpm s-a făcut prin oprirea alimentării, timpul scurs până la repaus fiind de 3 minute, indicând curenţi turbionari reduşi.



1 div = 20 μm

a) b) c)

Fig. 6.7. Variaţia întrefierului lagărului radial posterior: a) regim staţionar, b) la 25000 rpm. c) Variaţia întrefierului lagărului axial în ambele situaţii.

Anii în care aplicaţia prezentată a fost construită şi experimentată (1986 - 1989) au fost ani de pionerat în domeniu. Nici în prezent nu există după cunoştiinţele autorului decât două firme producătoare de lagăre electromagnetice: Actidine (Franţa) şi Traxler A.G. (Elveţia) producând unicate pentru diferite aplicaţii. Există însă multe colective de cercetare în care se studiază acest subiect.

Utilizarea lagărelor magnetice în aplicaţii de viteză de rotaţie foarte ridicată sau sisteme rotative în care frecările trebuiesc eliminate cunoaşte în momentul de faţă un interes crescând şi reluarea acestui proiect cu sistemele digitale care sunt la dispoziţie, utilizarea unor choppere cu MOSFET-uri cu frecvenţe de modulare de 100 kHz şi invertoare de tensiune tot cu MOSFET-uri ar putea conduce la rezultate rapide şi deosibit de performante.

CAPITOLUL 7.

7. Concluzii

In finalul acestei lucrări, după parcurgerea a 6 capitole, în capitolul de faţă se discută modul în care obiectivele iniţial stabilite au fost atinse, concluziile care s-au desprins şi se prezintă opiniile autorului privind direcţiile de cercetare viitoare asociabile problematicii tezei.

7.1 Rezultatele lucrării

In capitolul 1 s-a arătat care este scopul lucrării şi care sunt obiectivele pe care le urmăreşte: explorarea posibilităţilor de stabilizare şi reglare a sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, utilizînd în special tehnici ce forţează sistemul condus în regimuri alunecătoare, găsirea de soluţii practice, realizabile în condiţiile tehnologiei de azi la un preţ de cost cît mai redus şi cu performanţe cît mai ridicate.

In capitolul 2 s-a analizat în detaliu procesul de sustentaţie electromagnetică. După modelarea şi identificarea sistemului cu 1 electromagnet şi 1 grad de libertate (S1E1GL) cu utilizare practică la vehiculele cu sustentaţie electromagnetică, s-a analizat sistemul cu 2 electromagneţi şi 1 grad de libertate (S2E1GL) anticipînd faptul că sistemele cu 10 electromagneţi şi 5 grade de libertate (S10E5GL) analizate în finalul capitolului pot fi echivalate cu 5 subsisteme de tipul S2E1GL, cu interconexiuni cunoscute. Astfel:

- S-au dedus ecuaţiile de regim dinamic şi staţionar ale S1E1GL. Se consideră ca o contribuţie originală modul de tratare a inductanţei electromagnetului în funcţie de întrefier: unele lucrări utilizează o relaţie mult simplificată care la rîndul ei simplifică întregul proces într-un mod considerat - de către autor -inacceptabil, altele utilizează relaţii complexe, ţinînd cont de geometria electromagnetului, greoaie în manipulare în modelarea procesului. Echivalarea acestora din urmă într-o formă simplă, cu determinarea experimentală a coeficienţilor ce intrevin în relaţie, metodă exemplificată în anexa A2, paragraful 1.2, conduce la o relaţie simplă şi în acelaşi timp precisă a dependenţei inductanţei de întrefier.

- Sistemele cu sustentaţie electromagnetică sunt descrise de modele neliniare dar continue şi diferenţiabile astfel încît ele pot fi liniarizate în vecinătatea unui punct de funcţionare după tangentă. Dacă în literatură, atunci cînd se discută linearizarea, sunt utilizate ca variabile independente întrefierul şi curentul în ipoteza miezului electromagnetic nesaturat, în lucrare se utilizează şi o a doua metodă, în care ca variabile independente sunt considerate întrefierul şi fluxul electromagnetic. Ideea utilizării fluxului ca variabilă în ecuaţiile liniarizate este originală, neîntîlnită în literatură. Din analizele prezentate în anexa A2.1 se confirmă că modelul astfel linearizat este mult mai apropiat de modelul neliniar, explicaţia fiind aceea că fluxul înglobează neliniaritatea principală a sistemului cu sustentaţie electromagnetică, reprezentată de inversa amplitudinii întrefierului.

- In anexa A2.1 se face o analiză de detaliu a variaţiei coeficienţilor modelelor liniarizate cu *eliminarea fluxului* şi cu *eliminarea curentului*, în raport cu întrefierul de liniarizare. Se determină plajele lor de variaţie, gradul de neliniaritate şi se stabilesc în scopul unei posibile reglări adaptive, cu metoda celor mai mici pătrate, dreptele care aproximează cel mai bine variaţia lor.

- O altă idee originală este aceea că pentru fiecare proces cu sustentaţie electromagnetică de tipul S1E1GL exista un punct de liniarizare optim în sensul minimizării erorilor în regim dinamic, dintre modelul neliniar şi modelul linarizat. Astfel în anexa A2.2 se determină prin calcul puncte de cvasi-optimum în sensul arătat, puncte care apoi, dacă convin pot fi utilizate ca puncte de funcționare nominală.

- Modelele linarizate permit descrierea matematică în spațiul stărilor a procesului. Prin alegerea setului de trei variabile de stare, pentru proceul de ordinul 3 se pot scrie modelele matematice intrare-stare-ieșire. Sunt derivate atît modelele larg utilizate în literatură în care pe lîngă întrefier și viteza de variație a întrefierului se utilizează ca a treia variabilă de stare curentul respectiv accelerația și, ca o contribuție originală, un al treilea model în care a treia variabilă de stare este fluxul util al cîmpului electromagnetic. Toate aceste sisteme sunt controlabile și observabile condiții necesare pentru proiectarea unui sistem de reglare cu implementare practică, bazat pe reacție după stare.

- Se arată prin calcul că datorită metodei de linarizare, indiferent de modelul liniar folisit, fie liniarizat cu *eliminarea fluxului*, fie liniarizat cu *eliminarea curentului*, modele matematice intrare-stare-ieșire descrise de aceleași variabile de stare sunt identice, iar prin comportare la nivelul stărilor toate modelele sunt echivalente.

- Se efectuează o a doua analiză de detaliu a variației coeficienților modelelor matematice pe stare în funcție de întrefierul de liniarizare și se constată că variația ce mai mică o au coeficienții modelului cu a treia variabilă de stare fluxul. Se determină din nou cu metoda celor mai mici pătrate relații de aproximare liniare ale coeficienților în raport cu întrefierul.

- S-au comparat, din nou, pe baza răspunsului indicial, printr-o metodă originală modelele liniarizate cu modelul neliniar. Simulările au reconfirmat rezultatele anterioare care indicau o aproximare mai bună a sistemului original de către modelul liniarizat prin eliminarea curentului.

- Scrierea funcțiilor de transfer ale tuturor mărimilor fizice din proces în raport cu intrarea utilă - tensiunea de alimentare a electromagnetului - și cele două perturbații - forța exterioară și accelerația perturbatoare - permite atît stabilirea benzii de pulsație a proceselor considerate cît și o evaluare a acțiunii pe care aceste intrări o au asupra diferitelor mărimi. Se remarcă astfel, fapt negljat în literatură că din punct de vedere al relației intrare-ieșire, efectul perturbațiilor poate fi cumulat într-o singură mărime (relația (2.56)).

- Sunt identificate apoi, de o manieră mai elaborată decât ceea ce se găsește în prezent în literatură, tipurile de variație și cauzele mărimilor de intrare perturbatoare și sunt derivate sisteme exogene pentru acestea.

- In finalul paragrafului de tratare a S1E1GL se discută problema discretizării sistemului liniar, analizându-se un aspect deseori neglijat atît în lucrările academice cît și în practică și anume efectul timpului de întîrziere de calcul asupra ordinului și aspectului sistemului discret.

- Modelarea sistemului cu 2 electromagneți și 1 grad de libertate este o idee cu totul originală, literatura ocupîndu-se fie doar cu modelarea S1E1GL fie direct cu S10E5GL. Abordarea acestui sistem s-a dovedit extrem de utilă în tratarea celor 5 subsisteme ale S10E5GL. Se ține cont în modelare atît de perturbații datorate mediului - forțe exterioare, șocuri, vibrații - cît și a prelucrării mecanice deficitare, aspect practic de neevitat.

- S-au stabilit și pentru acest proces modelele liniarizate cu eliminarea curentului și eliminarea fluxului și s-au derivat relații de calcul pentru coeficienții de liniarizare. Modelul matematic intrare - stare - ieșire obținut este de ordinul 4, iar ca un element de noutate, se demonstrează că pentru ca sistemul sa fie controlabil și observabil în situația utilizării S2E1GL în aplicații de ghidaj, este necesară pretensionarea electromagneților cu un procent din curentul de funcționare nominal.
- In urma calculului și analizei funcțiilor de transfer ale mărimilor din proces în raport cu intrările, se poate din nou concluziona că la nivelul intrare-ieșire, perturbațiile de tip forță exterioară, eroarea de prelucrare medie și accelerația față de referința absolută pot fi înglobate într-o singură variabilă cu caracter de mărime perturbatoare complexă.

- S-a imaginat apoi un model de laborator destinat experimentarilor constituit dintr-o pîrghie ce are la capete două S2E1GL, unul ce caută printr-un sistem de reglare să mențină pîrghia în echilibru și un al doilea, generator de perturbații, ajustabile ca amplitudine și formă prin prescriere.

- In fine, al treilea paragraf al capitolului se ocupă de modelarea, identificarea și scrierea modelului matematic liniar pentru un ax cu lagăre magnetice, adică un S10E5GL. Plecînd de la rezultate prezentate în literatură, se arată că S10E5GL poate fi echivalat cu un ansamblu de 5 susbsisteme de tipul S2E1GL cu interconexiuni. Aceste conexiuni pot fi reduse substanțial în condițiile unei prelucrări mecanice îngrijite, a alegerii dimensiunilor mecanice corespunzatoare și a înlăturării cuplajului datorat turației printr-un sistem de control adecvat.

In <u>capitolul 3</u> s-au discutat metode de stabilizare și reglare a sistemelor cu sutentație electromagnetică. S-au prezentat metode pentru reglarea S1E1GL și pentru reglarea S2E1GL atît în domeniul continual cît și în cel discret. Pentru început s-au arătat rezultate obținute în cazul unei reglări după stare, accentul punîndu-se în continuare pe reglare prin forțarea sistemului în regim alunecător.

- Intr-un prim paragraf sunt proiectate două sisteme de reglare după stare, unul prin alocare de poli și unul utilizînd problema regulatorului liniar pătratic cu o funcție obiectiv care minimizează variațiile de întrefier, variațiile de accelerație - pentru asigurarea confortului în cazul unui vehicul pe perna magnetică - și minimizarea variațiilor de energie prin comandă.

- Ca un element de noutate se compară efectul elementului de execuție, atunci cînd funcționarea lui este într-un cadran și atunci cînd se desfășoară în două cadrane și se identifică cauzele pentru care chopperul într-un cadran are rezultate mai slabe.

- Un element cu totul original îl constituie introducerea unui element bipozițional în circuitul de comandă al chopperului, element care prin efectul derivativ pe care îl introduce compensează parțial constanta de timp mare și variabilă a electromagnetului. Se arată că în acest fel se asigură o variație mult mai rapidă a curentului, ceea ce permite obținerea de rezultate comparabile pentru cazurile *chopper într-un singur cadran cu element bipozițional* și *chopper în două cadrane*.

- Avînd în vedere că sistemele cu sustentaţie electromagnetică sunt monovariabile la intrare, în prima parte a paragrafului 3 se face o sinteză a proiectării regulatoarelor cu structură variabilă ce induc regimul alunecător în sisteme monovariabile la intrare. Se arată că aceste regulatoare introduc in sistem, în vecinătatea originii spaţiului stărilor oscilaţii de inalta frecvenţă. Este larg acceptată în literatură ideea că eliminarea acestor oscilaţii se poate face prin introducerea unui "tub" de lăţime arbitrară $\varepsilon >0$, în locul suprafeţei de comutaţie, în interiorul căreia regulatorul este de fapt un compensator de stare. Această metodă are ca dezavantaj faptul că sistemul de reglare are o eroare de regim staţionar, cu atît mai mare cu cît valoarea lui ε este mai mare, iar ca un al doilea dezavantaj, se pierde din robusteţea sistemului de reglare. In lucrare s-a prezentat o metodă originală pentru înlăturarea erorii de regim staţionar, indiferent de lăţimea "tubului", prin introducerea alături de elementul proporţional, a unui element integrator care să forţeze anularea funcţionalei de stare şi deci a erorii de regim staţionar. S-a arată că această metodă permite aducerea lină, fără oscilaţii a stării sistemului pe suprafaţă de comutaţie şi apoi *alunecarea* pe suprafaţă de comutaţie, fără oscilaţii pînă în originea spaţiului stărilor. S-au dat soluţii pentru proiectarea elementului de tip PI care conferă sistemului proprietăţile menţionate şi s-a generalizat metoda, arătînd că, în funcţie de cazul concret, în locul unui element de tip PI se poate introduce o funcţie de transfer de o formă oarecare.

- Pentru S1E1GL s-au proiectat apoi mai multe variante de regulatoare cu structură variabilă, alegînd din cele trei modele matematice intrare-stare-ieşire, cel mai potrivit acestui tip de reglare, cel care prin aspect se apropie cel mai mult de forma canonică controlabilă. Tinînd cont de variaţiile parametrilor procesului în funcţie de întrefier, variaţii determinate în capitolul 2 şi impunînd domenii de variaţie admisibile pentru perturbaţii s-au proiectat pentru început în domeniul continual
    - un sistem de reglare funcţionînd în regim alunecător, nesupus pertruabţiilor
    - un sistem de reglare funcţionînd în regim alunecător cu pertrubaţii semnificative pe canalele de forţă exterioară şi acceleraţie perturbatoare; s-a estimat şi s-a confirmat prin simulările efectuate că datorită poziţiei nefavorabile a acceleraţiei perturbatoare în modelul procesului, această mărime nu este rejectată din răspuns
    - datorită domeniile mari de variaţie a perturbaţiilor, comanda trebuie să oscileze între două valori apropiate de maximul şi minimul tensiunii de alimentare, astfel încît, pentru simplificarea algoritmului, are sens utilizarea unei funcţii de tip releu ideal cu pragurile u_{max} şi u_{min}; robusteţea sistemului creşte în detrimentul unui consum mai mare de energie.
    - în scopul înlăturării oscilaţiilor de frecvenţă ridicată din comandă, ce se fac resimţite în întregul sistem, s-a proiectat regulatorul cu structură variabilă cu zona de proporţionalitate în vecinătatea funcţiei de comutaţie. Pe parcursul proiectării s-a făcut o analiză a modului în care parametrul K_R/ε afectează performanţele de reglare. Ca un element de noutate se arată că de fapt, avînd un singur grad de libertate, prin alegerea lăţimii "tubului" ε se alege implicit amplificarea K_r şi reciproc, selectarea unei valori pentru amplificare, determină implicit lăţimea "tubului". Se subliniază eroarea de regim staţionar proprie acestui algoritm de reglare.
    - eliminarea erorii de regim staţionar şi a oscilaţiilor de frecvenţă ridicată se face prin proiectarea unui sistem ce utilizează un element PI la ieşirea blocului de calcul al funcţionalei de stare. Se face o analiză detaliată a performanţelor de reglare în funcţie

de parametrii K_R/ε şi T_i ai elementului PI. In urma simulărilor efectuate se arată că această metodă originală conferă sistemului performanţe excelente, elimină oscilaţiile de înaltă frecvenţă pe întreg parcusul răspunsului tranzitoriu şi în regim staţionar, sistemul astatic obţinut comportîndu-se similar pe întreaga plajă de variaţie a întrefierului. Perturbaţiile de tip forţă exterioară sunt complet rejectate, sistemul este insensibil la variaţiile parametrilor procesului. După cum era de asteptat, rezultate mai slabe sunt obţinute în ceea ce priveşte rejecţia acceleraţiei perturbatoare.

- S-a arătat cu ocazia simulării sistemelor de mai sus că prin alegerea constantelor c_1 şi c_2 ale funcţioanlei de stare, se poate impune sistemului de reglare dinamica dorită.
- Un subiect separat îl face problema rejecţiei acceleraţiei perturbatoare. Astfel în lucrare s-au propus două metode
  - rejecţia perturbaţiei din răspunsul întrefierului este absolută atunci cînd este posibilă utilizarea ca variabilă de stare în locul acceleraţiei absolute a acceleraţiei de variaţie a întrefierului. Sunt situaţii speciale în care această măsurare este posibilă sau estimarea acestei mărimi este posibilă. In funcţie de acurateţea măsurării, respectiv a estimării, a benzii de frecvenţă în care mărimea este disponibilă, raportată la variaţiile perturbaţiei, acestă metodă poate fi utilizată cu mai mult sau mai puţin succes.
  - a doua metodă propusă în lucrare, metodă originală, niciodată - dupa cunostiintele autorului - amintită în literatură consta în utilizarea unei bucle interioare pentru reglarea curentului. Se arumentează, în lucrare, teoretic şi se confirmă prin simulări că, atunci cînd bucla de curent este mult mai rapidă decît dinamica procesului de poziţionare, este posibilă o decuplare a sistemului, regulatorul de curent şi regulatorul pentru poziţionare pot fi proiectate independent. Astfel
    - pentru regulatorul de curent s-au determinat condiţiile în care viteza de răspuns în curent poate fi considerată mult mai rapidă decît variaţia părţii mecanice a procesului. Se obţine astfel ca un nou element de noutate, o condiţie de alegere a tensiunii de alimentare a electromagnetului. In mod obişnuit tensiunea era un element nespecificat decît prin "rezerva de tensiune" pentru regimul dinamic, în cele mai multe situaţii aleasă în funcţie de disponibilităţi. Metoda propusă în lucrare stabileşte premizele pentru proiectarea unui electromagnet (inductanţă, rezistenţă) legat de tensiunea de alimentare şi de dinamica procesului de poziţionare (banda de pulsaţii a regulatorului de curent mult mai largă decît cea a porcesului).
    - echivalarea buclei de curent rapide cu un element proporţional, permite rescrierea ecuaţiilor procesului şi reducerea modelului la un sistem de ordinul 2, de data aceasta într-o formă controlabilă. Proiectarea unui regulator cu structură variabilă conduce la un răspuns al sistemului de reglare excelent, cu rejecţia practic totală a perturbaţiilor.
    - Frecvenţa de choppare ridicată (IGBT-uri pentru curenţi mari şi MOSFET-uri pentru curenţi mai mici de 100 A) reduce oscilaţiile de curent în electromagnet în mod semnificativ.

- Intr-o a doua parte a capitolului s-a tratat problema reglării în domeniul discret al SIEICL Din punctul de vedere al regulatorului cu structură variabilă, în urma rezultatelor obţinute în domeniul continual s-a considerat doar cazul funcționalei de stare cu element de tip PI pe ieșire. S-a arătat că în continuare dinamica procesului este dată de coeficienții funcționalei de stare, iar performanțele de regim staționar atît din punctul de vedere al întregului ansamblu cît și al anulării funcționalei de stare sunt date de un număr de 5 parametrii K_R, ε, T_i, T_e și T_d. Utilizarea unei zone liniare în vecinătatea lui $\sigma(x)=0$ elimină din start o problemă subliniată în literatură, legată de oscilațiile semnificative ale comenzii sistemelor cu structură variabilă datorate perioadei de eșantionare.

- In paragraful 3.6.1. s-a analizat cazul sistemului fără buclă interioară de curent, funcționala de stare fiind de ordinul 2, iar în paragraful 3.6.2. cazul sistemului cu buclă interioară de curent analogică și funcțională de stare de ordinul 1. S-a facut pentru ambele situații o analiză detaliată a efectului celor 5 parametrii asupra performanțelor de reglare. Modul de tratare al problemei se consideră a fi original, rezultatele obținute confirmînd justețea algoritmului de proiectare folosit.

- Una din constatările importante ale acestei analize se referă la timpul de întirziere de calcul T_d: cu cît acesta este mai mare cu atît perioada de eșantionare trebuie micșorată. Acesta observație este extrem de importantă din punct de vedere al implementării practice. Scrierea unui program care să minimizeze timpul de întirziere de calcul permite utilizarea unei perioade de eșantionare mai mari și deci implementarea cu sisteme de calcul mai ieftine.

- Comparînd cele două sisteme de reglare numerice s-a constatat o comportare mai robustă, cu rejecția perturbațiilor într-o plaja mai largă, a sistemului cu buclă interioară de curent, motiv pentru care acestă metodă a fost preferată în reglarea S2E1GL tratat în continuare.

- S2E1GL este subsistemul de bază în reglarea lagărelor magnetice, motiv pentru care studiul său a fost considerat extrem de important. Deși cu o comandă unică, structura sistemului de reglare este constituită din două bucle de curent analogice, cîte una pentru fiecare electromagnet. Studiul întreprins a condus la un proces de poziționare abordabil pe baza unui model simplificat, redus la un sistem de ordinul doi, sub formă canonică controlabil în raport cu toate intrările utile sau perturbatoare, creînd premizele pentru proiectarea unui sistem cu structură variabilă robust atît la variațiile parametrilor cît și perturbații externe.

- Proiectarea regulatorului cu structură variabilă s-a făcut, în anexa A3.2, din nou printr-o analiză detaliată a efectului gradelor de libertate asupra perfomanțelor de reglare. Unul din aspectele importante subliniate în acesta analiză s-a referit la importanța curenților de pretensionare a electromagneților. Se arată astfel, ca un element de noutate, că banda de frecvență a procesului și a întregului sistem de reglare poate fi modificată prin curenții de pretensionare.

- Un alt aspect original al lucrării, îl constituie modul în care mărimile perturbatoare sunt echivalate cu perturbații întîlnite în practică: șocuri, vibrații, oscilații în raport cu axa de referință. Prin simulări extensive se demonstrează robustețea acestui sistem de reglare în raport cu ele.

- Se discută apoi problema rezonanțelor proprii sistemului, din nou un element care rareori este subliniat în literatură. S-a identificat că în cazul lagărelor cu sustentaţie electromagnetică, una din cauzele majore ale rezonanţelor o constituie efectul giroscopic. Se dau soluţii legate de filtre de tip "ac" pentru rejecţia acestora, filtre ce îşi adaptează frecvenţa centrală în funcţie de turaţia axului.

In capitolul 4 s-au discutat tipuri de estimatoare de stare, necesare în cazul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, avînd în vedere că starea procesului nu este complet măsurabilă. S-a pornit de la problema estimatoarelor de Fx care apoi poate fi particularizată la estimatoare de stare de ordin complet, estimatoare de Fx de ordin redus, estimatoare de stare de ordin redus şi estimatoare de funcţională liniară de stare.

- Pentru început s-au discutat estimatoare de Fx liniare de tip Luenberger şi prin particularizare s-au identificat cele care îşi găsesc aplicaţia în sistemele cu sustentaţie electromagnetică.

- Similar, după ce s-au definit estimatoarele (filtrele) Kalman, s-a arătat că pentru sistemele cu sustentaţie electromagnetică pot fi utilizate, pentru cazul continual doar filtrele invariante, iar pentru cazul discret şi cele variante în timp.

- Pornind de la două lucrări în care sunt discutate probleme ale estimării stării cu sisteme cu structură variabilă, ca o contribuţie originală a acestei lucrări se face o generalizare a problemei estimatoarelor de Fx pentru sisteme cu parametrii variabili, cu perturbaţii atit in cadrul ecuaţiilor de stare cît şi în ecuaţiile de ieşire. Problema, complexă din punct de vedere matematic, este utilă mai puţin prin aplicarea practică - condiţiile care trebuiesc îndeplinite pentru existenţa şi construcţia estimatorului fiind destul de restrictive - dar relevant de utilă prin particularizările care se pot face pentru toate tipurile de estimatoare menţionate mai sus, cu aplicaţii şi în cazul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică. Prin modul de construcţie al estimatorului, toate elementele incerte - parametrii variabili ai proceslui, perturbaţii - sunt înglobate în cadrul ecuaţiilor într-un termen care în timp se anulează, în acest sens estimatorul fiind extrem de robust.

- S-au facut apoi simulări pentru tipurile de estimatoare discutate. Astfel:

  - S-a construit un estimator de stare de tip Luenberger, independent de parametrii procesului, print-un artificiu datorat măsurării acceleraţiei absolute. Prin simulări s-a arătat nu numai validitatea estimatorului dar s-au studiat şi efectele zgomotelor de măsură asupra mărimilor estimate. Se constată astfel că zgomotele introduse pe canalul de măsurare a întrefierului afectează substanţial estimată acceleraţiei. S-au stabilit asftel condiţii de care trebuie ţinut cont în prelucrarea semnalului de întrefier (filtrare). Se compară apoi răspunsul S1E1GL cu estimarea întrefierului şi acceleraţiei cu răspunsul S1E1GL în care s-a considerat întreaga stare măsurabilă, constatîndu-se diferenţe minore. Structura estimatorului poate fi păstrată şi în cazul reglării numerice prin simpla discretizare a ecuaţiilor estimatorului s-a obţinut un estimator discret, simulările arătînd din nou, prin modul de proiectare, diferenţe mici între mărimile reale şi cele estimate.

  - S-a sintetizat un filtru Kalman continual şi invariant şi s-a arătat că de fapt se regăseşte aceeaşi structură ca şi în cazul estimatorului Luenberger, diferenţa constînd doar în modul de alegere a datelor de proiectare. Astfel se arată că prin alegerea unor matrice de covarianţă pentru zgomotele de pe canalele de măsură, caracterizînd zgomote pronunţate, de fapt se coboară frecvenţa de frîngere a estimatorului Kalman, denumirea de "filtru" Kalman găsindu-şi pe deplin justificarea. S-au discutat apoi pe scurt problemele legate de implementarea practică a unor estimatoare Kalman discrete şi variante şi s-a considerat că în cazul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică, sisteme considerate rapide, volumul de calcule necesar pentru rezolvarea problemei necesită un echipament de calcul nejustificat de scump, avînd în vedere că exista şi alte soluţii mai ieftine.

♦ Prin particularizarea estimatorului de FX cu funcţionare în regim alunecător, în prima parte a capitolului, s-au construit estimatoare de stare pentru sistemul de reglare cu funcţioanlă de stare de ordinul 2, în care procesul are ordinul 3 şi estimatoare de stare pentru sistemul de reglare cu funcţională de stare de ordinul 1, proprie sistemului cu buclă interioară de curent. Asftel
  * se construieşte pentru cazul continual un prim estimator de stare de ordinul 3 complet, testat apoi prin simulare în situaţia în care măsurările nu sunt afectate de zgomote şi în cazul în care pe canalele de măsură sunt prezente zgomote albe. Se constată că estimarea întrefierului şi a curentului este extrem de precisă şi rejecţia zgomotului de măsură este spectaculoasă. Viteza estimată este doar uşor defazată în urma mărimii reale a procesului, defazaj care poate fi redus prin creşterea benzii de frecvenţă a estimatorului.
  * în literatura de specialitate nu se discută aspecte ale discretizării unui astfel de estimator şi în lucrarea de faţă se prezintă o metodă originală care se caracterizează în special prin simplitate. Se arată apoi că datorită perioadei de eşantionare finite, oscilaţiile care apar datorită elementului neliniar sunt cu atît mai pronunţate cu cît perioada de eşantionare este mai mare, motiv pentru care este necesară introducerea "tubului" utilizat şi în algoritmul de reglare. Se demonstrează astfel prin simulări că este suficient a utiliza doar o componenta proporţională la ieşirea funcţionalei de stare, eroarea de regim staţionar putînd, în acest caz, fi neglijată. Rezultatele sunt similare cu cele din cazul continual, introducerea "tubului" asigurînd la ieşire mărimi chiar mai netede decât în cazul continual.
  * un ultim estimator cu funcţioanre în regim alunecător este construit pentru cazul sistemului cu buclă interioară de curent, pentru cazul discret. Banda de frecvenţe a estimatorului a fost crescută pentru a micşora defazajul între viteza estimată şi viteza reală. Prin simulări, cu şi fără element proporţional la ieşirea funcţionalei de stare de ordinul 1, se demonstrează comportarea excelentă a estimatorului.

♦ Metoda utilizată în proiectarea estimatoarelor s-a abatut de la cea precizată în partea teoretică şi constituie un alt element de originalitate al lucrării. S-a considerat ca o posibilă soluţie, mult mai puţin laborioasă, dar nu întotdeauna aplicabilă, alegerea matricei Q de tip unitate, astfel încît să se poată determina direct o soluţie numerică a ecuaţiei algebrice Ricatti. Această abordare are şi avantajul că asigură cea mai rapidă scădere a erorii către zero.

♦ Se apreciază că mare parte a acestui capitol, legat în special de estimarea în regim alunecător este originală oferind soluţii şi metode noi de aborbare a conducerii sistemelor cu sustentaţie electromagnetică. Numai o parte a estimatoarelor care pot fi derivate din cazul general au fost implementate, existînd numeroase alte variante, atît din punct de vedere al structurii cît şi al mărimilor care pot fi utilizate ca mărimi măsurate şi cel al mărimilor care pot fi estimate.

In capitolul 5 s-au arătat modalităţi de implementare practică a regulatoarelor pentru sisteme cu sustentaţie electromagnetică. Se discută atît elemente legate de implementarea regulatorului propriu-zis în domeniul continual şi în domeniul discret cît şi a elementului de execuţie, considerat parte integrantă a procesului condus.

- O prima schemă de reglare analogică, realizată cu amplificatoare operaţionale este construită pentru sistemul de reglare după stare, cu estimator liniar de tip Luenberger. Schema a fost aplicată pentru stabilizarea şi reglarea unei roţi magnetice în cadrul proiectului MAGNIBUS.

- O a doua schemă de reglare, utilizată în stabilizarea unei axe a rotorului cu lagăre electromagnetice este realizată tot cu amplificatoare operaţionale. Estimatorul de ordinul 2 are doar o intrare - întrefierul - şi regulatorul este de tipul cu structură variabilă. Este o metodă originală de implementare analogică a unui regulator cu structură cvasi-variabilă, fără comutatoare analogice.

- Un element de noutate în implementare îl constituie ideea utilizării circuitelor specializate pentru surse de alimentare în comutaţie, ca regulator în bucla interioară de curent. S-a demonstrat prin simularea circuitului analogic, posibilitatea utilizării unui astfel de circuit, simplificînd mult circuitul de comandă al chopperului.

- Sunt prezentate apoi ca şi elemente de execuţie scheme electronice a chopperului în două cadrane, într-o varianta dedicată sistemelor cu curenţi mari (vehicule pe perna magnetică) cu IGBT-uri şi o a doua pentru sisteme de curent relativ redus (lagăre cu sustentatei electromagnetică) cu MOSFET-uri de putere. Schemele sunt utilizate în aplicaţii de control industrial, adaptate în lucrarea de faţă sistemelor considerate.

- S-au scris apoi programele în C pentru două algoritme legate de reglarea numerică cu funcţionare în regim alunecător. S-au căutat combinaţii regulator-estimator care să curpindă cît mai multe elemente prezentate în lucrare. Astfel, primul algortim s-a scris pentru cazul funcţioanlei de stare de ordinul 2, cu estimator de stare linear de tip Luenberger, iar al doilea presupune existenţa buclei de curent analogice, estimator de stare cu funcţionare în regim alunecător şi regulator cu funcţională de stare de ordinul 1.

- Contorizînd apoi intervalul scurs din momentul declanşării primei achiziţii şi pînă la generarea comenzii se apreciază întîrzierea de calcul pentru rularea programului pe un micro-controller din familia Intel MCS-96 cu ceasul de 16 MHz, adică un ciclu maşină de 125 nsec. Se constată că întîrzierea de calcul este mai mică decît cele 100 µsec luate în considerare în proiectare

- Se arată că optimizarea sursei prin scrierea programului la nivel de limbaj de asamblare reduce semificativ acest interval de timp.

- Asa cum s-a menţionat mai sus, optimizarea programului din punctul de vedere al minimizării timpului de întîrziere de calcul este probabil cel mai important aspect al implemetării software. Aceasta permite lucrul cu o perioadă de eşantionare mai mare şi deci utilizarea unui micro-controller mai ieftin. Acest aspect este privit în lucrare şi din alt punct de vedere: utilizarea unui echipament de calcul performant şi optimizarea programului, utilizarea apoi a unei perioade de eşantionare mai mari, permite reglarea unui întreg ansamblu al unui S10E5GL cu un singur microprocesor, soluţie care evident ieftineşte întregul sistem.

In capitolul 6 s-au prezentat cele mai reprezentative rezultate experimentale obţinute de autor în decursul anilor în domeniul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică:

- Au fost reprezentate şi comentate rezultate experimentale legate de vehiculele cu sustentaţie electromagnetică, măsurările făcîndu-se pe prototipul MAGNIBUS-01. Multe dintre subansamblele acestui vehicul sunt contribuţii originale ale autorului lucrării de faţă, plecînd de la traductoarele de intefier şi choppere şi pînă la părţi din proiectarea şi implementarea sistemului de control.

- Un al doilea set de rezultate experimentale s-a referit la maşina de inducţie cu lagăre electromagnetice. Se apreciază că realizarea unui astfel de model, cu performanţele dinamice de proiectare satisfăcute la 20000 rpm, în condiţiile de prelucrare mecanică a rotorului şi a componentelor electronice avute la dispoziţie constituie un succes deosebit.

Un aspect care trebuie subliniat este că pe parcursul întregii lucrări, s-au avut continuu în vedere posibilităţile practice de implementare astfel încît, plecînd de la rezultatele stabilite, drumul către un produs care să poată fi oferit pieţei sa fie cît mai scurt.

7.2 Direcţii de cercetare viitoare

Ca întotdeauna la sfîrşitul unei lucrări, s-au cristalizat idei care ar putea ridica în continuare calitate stabilizării şi reglării sistemelor cu sustentaţie electromagnetică. De la început lucrarea nu a avut ambiţia de a avea ultimul cuvînt în sustentaţia electromagnetică, ci doar să aducă o contribuţie la numeroasele studii care s-au facut şi se vor face şi mai departe. Se sugerează în continuare cîteva direcţii de cercetare viitoare:

- In paragraful 3.5 se discută posibilitatea unei reglări adaptive, din punct de vedere al curbei de comutaţie, care sa ţină cont de poziţia iniţială şi încărcarea sistemului ce trebuie adus în starea finală. In [T8], [T9] s-a facut un astfel de studiu legat tot de un proces de poziţionare şi rezultatele au fost extrem de promiţătoare, iar în [L5] şi [W5] se discută o problemă asemănătoare. Ideea directoare este că prin utilizarea unui algoritm bazat pe logică fuzzy, neliniaritatea sistemului cu sustentaţie electromagnetică poate fi compensată prin modul de alegere al funcţiilor de apartenenţa fuzzy. Astfel în figura 7.1 este prezentată o traiectorie reprezentativă în planul (*poziţie,viteză*) atunci cînd erorea de poziţie este adusă dintr-o stare iniţială de repaus, de la 1000 de paşi elementari la zero (curba trasată cu verde). Comanda regulatorului fuzzy are doar 3 stări (valori lingvistice) delimitate de dreptunghiurile trasate cu mov: "negativ mare" - porţiunea de sub ariile delimitate de dreptunghiuri, "zero" - interiorul dreptunghiurilor şi "pozitiv mare" - porţiunea de deasupra ariilor delimitate de dreptunghiuri. Cu albastru deschis sunt trasate traiectroiile limită, acele traiectorii care corespund unor comenzi de tipul $u_{c,max}$ (pleacă din punctele de coordonate (1000,0), (500,0), (100,0), (50,0) şi (10,0)) respectiv de tipul $u_{c,min}$, unica traiectorie care aduce sistemul în origine.

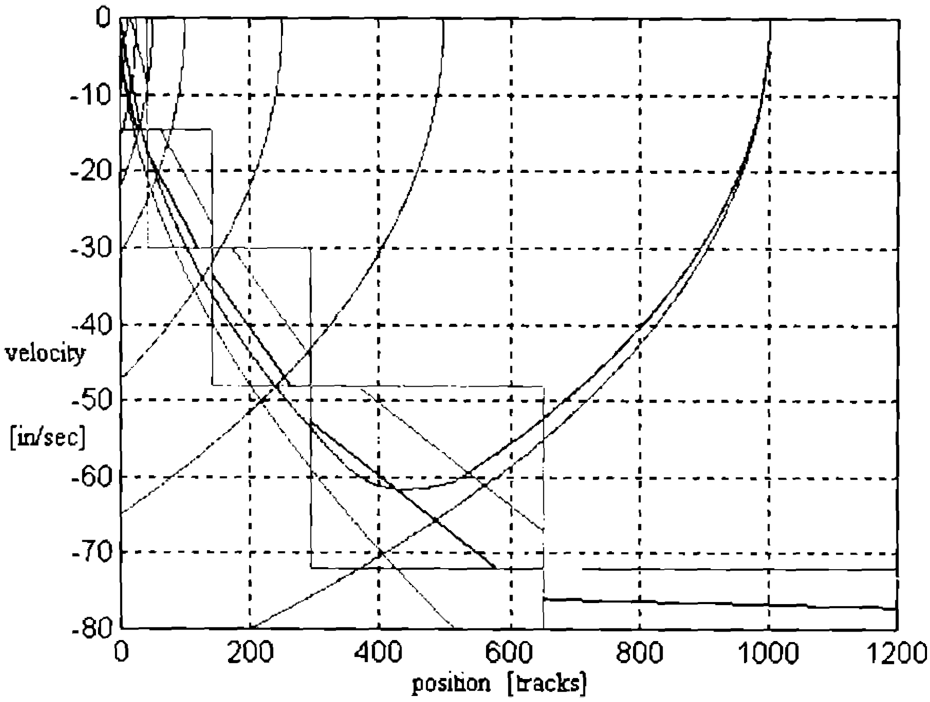


Figura 7.1. Evoluţia în planul stărilor a unui sistem de poziţionare bazat pe logica fuzzy

Funcţiile de apartenenţă pentru comandă sunt astfel alese încît valoarea comenzii este $u_{c,max}$ atunci cînd starea sistemului este deasupra curbei delimitate cu roşu şi $u_{c,min}$ atunci cînd starea este dedesubtul curbei delimitate cu albastru, curba trasată cu galben reprezentînd o comandă nulă.

Se poate observa că întreagul algoritm este o combinaţie a unei probleme de optimizare cu timp minim (curbe limită) şi a unei probleme de reglare în regim alunecător cu o lăţime a "tubului" cuprinsă între curba albastră şi cea roşie.

Reţinerea avută in utilizarea acestei metode în lucrare, se datorează calculelor extensive proprii algoritmelor fuzzy. Este însă posibil ca in scurt timp, procesoare sau co-procesoare "fuzzy" să facă posibilă rularea unui astfel de algoritm in timp suficient de scurt ca el sa poată fi aplicat sistemelor cu sustentaţie electromagnetică.

- O a doua problemă care ar putea fi studiată se referă la determinarea unor algoritme pentru sisteme de reglare ierarhic superioare sistemului de reglare de bază de tipul S1E1GL sau S2E1GL. Astfel centralizarea datelor de la toate "roţile magnetice" - în cazul vehiculului cu perna magnetică - respectiv de la toate axele unui rotor cu lagăre electromagnetice ar putea fi utilizate în generarea unor prescrieri pentru aceste subsisteme. Avînd în vedere complexitatea problemei, dificultăţile legate de a descrie matematic comportarea întregului sistem în diferite situaţii, apreciem că acest algoritm ar putea fi bazat pe logica fuzzy sau reţele neuronale.

- Aşa cum s-a menţionat, au fost testate doar un număr limitat al variantelor de estimatoare de Fx funcţionînd în regim alunecător. O comparaţie a tuturor tipurilor posibile ar fi probabil de interes.

- In fine, este foarte posibil ca în urma unor experimentări extensive, atît pe modelul de laborator descris în lucrare cît şi mai tîrziu pe prototipuri de vehicule cu pernă magnetică sau lagăre magnetice să ridice noi probleme cărora va trebuie să li se găseasca soluţie. Dacă modelul de laborator nu ridică probleme complexe în construcţie, preţul unui prototip din cele menţionate este însă semnificativ, motiv pentru care ar trebui găsit un sponzor interesat în domeniu.

In mod sigur cititorii acestei lucrări vor avea mult mai multe idei decît cele menţionate mai sus.

Bibliografie:

[A1]: Ahrens,M., Kučera,L., Larsonneur,R. - *Performance of a Magnetically Suspended Flywheel Energy Storage Device*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.4, No. 5, Sept. 1996, pag 494-502

[B1]: Bleuler,H., Gähler,C., Herzog,R.,Larsonneur,R., Mizuno,T., Siegwart,R., Woo,S. - *Application of Digital Signal processors for Industrial Magnetic Bearings*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.2, No. 4, Dec. 1994, pag.280-289

[B2] Boldea,I - *Vehicule pe pernă magnetică*, Ed. Academiei RSR, 1981

[B3]: Boldea,I, **Trica,A.R.**, Papusoiu,G. - *Preliminary Field Tests on Magnibus-01, a Maglev with Passive Guideway Linear Inductor Motors*, The 2-nd Intern. Conf. on Electrical Drives - Poiana Brasov, 1988, pag. C.4.5.1-C.4.5.10

[B4]: Boldea,I., Dragomir,T.L., Hauler,E., **Trica,A.R.** - *Magnibus - The Romanian Linear Induction (Synchronous) Motor (Passive Guideway) Maglev*, Int. Conf. on Maglev Transport, Birmingham, pag. 149-154

[B5]: Boldea,I., **Trica,A.R.**, Papusoiu,G. - *Magnibus-01, the Romanian Maglev Vehicul*, IEEE Trans. on Vehicular Technology, Nov. 1988, vol.37, No.4 pag.213-219.

[B6]: Boldea,I., Morcov,N., **Trica,A.R.**, Schulhoff,G - *High Speed Induction Motor Drive with Active Magnetic Bearings and Sliding Mode Descentralized Control*, Electric Machines and Power Systems, No.4-5, vol.18, 1990, p.375-382

[B7]: Boldea,I., **Trica.A.R.** - *Sistem integrat pentru reglarea levitației și propulsiei la vehicule pe pernă magnetică*, Brevet de Inventie nr. 94795/1986

[B8]: Boldea,I., Pfeiffer,I., **Trica.A.R.** - *Modified Sliding Mode Versus PI Control of a Current Controlled Feild Oriented Induction Motor Drive*, Electric Machines and Power Systems, Vol.16, No.3 1989, pag. 209-223

[B9]: Boldea,I., **Trica.A.R.** - *Torque Vector Controlled (TVC) Voltage-Fed Induction Motor Drives - Very Low Speed Performance Via Sliding Mode Control*, International Conference on Electrical Machine, ICEM, 13-15 August, 1990 MIT, Cambridge/Massachusetts, pag.1212-1217

[C1]: Crämer,W, Roche,C. - *Einsatzerweiterter Zustandsbeobachter zur Verbesserung des Verhaltens von Magnetfahrzeugen*, Frankfurt/M, VDI/VDE Geselschaft für Mess- und Regelungstechnik, Februar 1975

[D1]: Davis,M.H., Vinter,R.B. - *Stochastic Modeling and Control*, Chapman and Hall, New York, 1979

[D2]: Dragomir,T.L. - *Regulatoare Autoamte*, vol. I, curs, IPTVT 1986

[D3]: Dragomir,T.L., Preitl,S., **Trica,A.R.** - *Regulatoare Automate*, vol. II, curs, IPTVT, 1989

[D4]: Dragomir,T.L. - *Sisteme cu mașini electrice cu levitație electromagnetică*, Teza de doctorat, IPTVT. 1982

[D5]: Dragomir,T.L., **Trica,A.R.** - *Asupra unor metode pentru compensarea forțelor exterioare perturbatoare la vehicule cu sustentație electromagnetică*, Simpozion Craiova 1986, vol.I, pag.124-129

[D6]: Dragomir,T.L., **Trica,A.R.** - *Vibrator cu capacitate portantă mare*, Brevet de inventie Nr. 94076/1986

[D7]: Dragomir,T.L., **Trica,A.R.** - *Über einen Zweipunktregelkreis*, Bul. St. și Teh. IPTVT, Timișoara, Tom 30 (44)/1085, pag 103-106

[F1]: Fearnsides,J.J., Hedrick,J.K., Firouztach,H. - *Specification of Ride Quality Criteria for Transportation Systems: The State of the Art and a New Approach*, High Speed Ground Transportation Journal, Vol.8, No.2, 1974, pag. 125-132

[F2]: Fujita,M, Namerikawa,T., Matsumura,F, Uchida,K. - *μ-Synthesis of an Electromagnetic Suspension System*, IEEE Trans. on Automatic Control, vol.40, No.3, pag.530-536, March 1995

[G1]: Gao,W., Wang,Y., Homaifa,A - *Discrete-Time Variable Strucutre Control Systems*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.42, No.2, Apr.1995, pag.117-122

[G2]. Gottzein,E. - *Das "Magnetische Rad" als autonome Funktionseinheit, modulärer Trag - und Führsysteme für Magnetbahnen*, VDI Meß, - Steuerung - und Regelungstechnik, 1984

[G3]: Grimble,M., Johnson,M. - *Optimal Control and Stochastic Estimation: Theory and Applications*, John Wiley & Sons, Chichester, 1988
[H1]: Herzog,R., Bühler,P., Gähler,C., Larsonneur,R. - *Unbalance Compensation Using Generalized Notch Filters in the Multivariable Feedback of Magnetic Bearings*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.4, No. 5, Sept 1996, pag.580-586
[I1]: Ionescu,V - *Teoria sistemelor*, vol. 1, Ed. Did. şi Ped., Bucureşti, 1985
[J1]: Jayawant,B.V. - *Development of 1-Ton Magnetiaclly Suspended Vehicle Using Controlled DC Electromagnets*, Proc. IEE, Vol.123, No.9, Sept.1976, pag.941-948
[J2]: Jamshidi,M., Tarokh,M., Shafai,B. - *Computer-Aided Analysis and Design of Linear Control Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
[J3]: Joo,S., Seo,J. - *Design and Analysis of the Nonlinear Feedback Linearization Control for an Electromagnetic Suspension System*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.5, No. 1, January 1997, pag 135-144
[K1]: Kachroo,P., Tomizuka,M. - *Chattering Reduction and Error Convergence in the Sliding-Mode Control of a Class of Nonlinear Systems*, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol.41, No. 7, July 1996, pag.1063-1068
[K2]: Kim,C.-H., Lee,C.-W - *In Situ Runout Identification in Acive Magnetic Bearing System by Extended Inflnence Coefficient Method* IEEE Trans on Mechatronics, Vol.2, No. 1, March 1997, pag.51-57
[K3]: Kwakernaak,H, Sivan,R. - *Linear Optimal Control Systems*, Wiley Interscinece, New York, 1972
[L1]: Larsonneur,R. - *Design and Control of Active Magnetic Bearing Systems for High Speed Rotation*, Dissertation, ETH No.1940, Zürich
[L2]: Lu,Y, Chen,J - *Design of a Perturbation Estiamtor Using the Theory of Variable-Structure Systems and Its Application to Magnetic Levitation Systems*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.42, No. 3, June 1995, pag.281-289
[L3]: Luenberger,D.G. - *Observing th State of a Linear System*, IEEE Trans. on ME, 1964 pg.74
[L4]: Luenberger,D.G. - *Introduction to Dynamic Systems*, J Wiley & Sons, New York, 1979
[L5]: Lung,Y., Chen,J. - *A Self-Organizing Fuzzy Sliding-Mode Contoller Design for a Class of Nonlinear Servo-Systems*, IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.41, No. 5, Oct. 1994, pag.492-502
[M1]: Matsumura,F., Kobayashi,H., Akiyama,Y. - *Fundamental Equation for Horizontal Shaft Magnetic Bearing and ITS Control System Design*, Electrical Engineering in Japan, Vol.101, No.3, 1981, pag.123-130
[M2]: Mohamed,A., Busch-Vishniac,I. - *Imbalance Compensation and Automation Balancing in Magnetic Bearing Systems Using the Q-Parameterization Theory*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.3, No 3, June 1995, pag.202-211
[M3]: Morishita,M., Ida,T. - *Constant Gap Width Control of Magnetic Levitation Systems by Attractive Force*, Electrical Engineering in Japan, Vol.103, No.3, 1983, pag.91-99.
[R1]: Rundell,A.E., Drakunov,S., DeCarlo,R.A. - *A Sliding Mode Observer and Controller for Stabilization of Rotational Motion of a Vertical Shaft Magnetic Bearing*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.4, No. 5, Sept 1996, pag.598-608
[S1]: Senatori,L. - *Rechenmodele zur Simulation des Systemes Magnet-Schiene für Schnellbahnen*, ETZ-a Band 97, Heft 3, 1976, pag.137-176
[S2]: Shinha,P.K - *Electromagnetic Suspension. Dynamics & Control* - Peter Peregrinus Ltd., London, 1987
[S3]: Shinha,P.K. - *Some Structural Properties of the Electromagnetic Suspension Systems*, 1988
[S4]: Slotine,J., Li,W. - *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey
[S5] Slotine,J., Hedrick,J,K, Misawa,E.A. - *On Sliding Observers for Nonlinear Systems*, IEEE Proceedings, Dec. 1986, pag.:1794-1800
[T1]. **Trica,A.R.**, Boldea,I. - *New Sliding Mode Versus State-Feedback Control of Electromagnetic Levitation Systems*, The 2-nd International Conference on Electrical Drives - Poiana Brasov, 1988, pag.D1.7.1-D1.7.10
[T2]: **Trica,A.R.** - *Traductor inductiv pentru măsurarea întrefierului cu aplicaţii la vehicule cu sustentaţie electromagnetică*, Simpozion Craiova, 1986, vol.3, pag.396-400

[T3]: **Trica,A.R.**, Dragomir,T.L. - *Sistem de comandă bipoziţională pentru acţionarea chopperului unei roţi magnetice*, Brevet de inventie, Nr.94967/1986
[T4]: **Trica,A.R.**, Dragomir,T.L. - *Estimator de stare pentru un proces multi-integrator*, Simpozionul de Calculatoare, Timişoara, 1989, vol.II, pag.117-118
[T5]: **Trica,A.R.** - *Modelarea proceselor conduse din cadrul sistemelor cu sustentaţie electromagnetică*, Referat de doctorat, IPTVT, ianuarie 1992.
[T6]: **Trica, A.R.** - *Reglarea sistemelor cu sustentaţie electromagnetică*, Referat de doctorat, IPTVT, aprilie 1993.
[T7]: **Trica,A.R.**, Precup,E., Popescu,M. - *Ingineria reglării automate şi tehnici avansate*, Lucrări de laborator, UTT, Timişoara 1995
[T8]: **Trica,A.R.** - *Head Positioning Servo-System for HDD - The Sliding Mode Control* - Internal Report, Mentalogic Systems Inc., Markham, May 1995
[T9]: **Trica,A.R.** - *Head Positioning Servo-System for HDD - The Fuzzy Logic Control* - Internal Report, Mentalogic Systems Inc., Markham, January 1996
[T10]: Traxler,A., Schweitzer,G. - *Measurement of Force Characteristics of a Contactless Electromagnetic Rotor Bearing*, Institut for Mechanics, ETH, Zurich, 1984, pag.187-191
[U1]: Utkin,V.I. - *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, MIR Publishers, Moscow 1978
[U2]: Utkin,V.I. - *Sliding Modes in Control and Optimization*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1992
[W1]: Walcott,L.B., Zak,S.H - *Observation and Control of Nonlinear Uncertain Systems: A Variable Structure Approach*, Report, Purdue University, 1986
[W2] Wang,J., Lee,T., Juang,Y. - *New Methods to Design a Variable Sturcture Controller*, IEEE on Transaction Control, Vol.41, No.1, Jan. 1996, Pag.140-143
[W3]: Westkämpfer,E., Hörseman,W. - *Hochgeschwindigkeits - Innenrundschleifen mit aktiv magnetgelagerten Spindeln*, DIMA, No.6, 1990, pag.60-65
[W4]: Willems,J.C. - *Stability Theory of Dynamical Systems*, John Wiley & Sons, New York, 1970
[W5]: Wu,J., Liu,T. - *A Sliding Mode Approach to Fuzzy Control Design*, IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol.4, No. 2, March 1996, pag.141-151
[Y1]: Yamamaura,S., Abe,S., Hayagashi,T. - *Attractive Electromagnet Levitation of Vehicles*, Electrical Engineering in Japan, Vol.94, No.3, 1974, pag.72-9
[Y2] Yamamura,S. Abe,S., - *Control and Speed Characteristics of Magentically Levitated Vehicles of Attractive-Magnet Type*, Electrical Engineering in Japan, Vol.96, No.3, 1976
[Y3]: Young,K. (editor) - *Variable Structure Control for Robotics and Aerospace Applications*, Elsevier Science Publishers, 1993
[*1]: *** - *SIMULINK - Dynamic System Simulation Software*, V1.3, The MathWorks Inc., 1995
[*2]: *** - *Control System Toolbox*, User's Guide, V1.2, The MathWorks Inc., 1994
[*3]: *** - *Fixed-Point Blockset*, User's guide, The MathWorks Inc., 1996
[*4]: *** - *Linear Technology - 1994 Linear Databook*
[*5]: *** - *Eupec - 1997 Databook*
[*6]: *** - *Nickel-Iron and Supermandur Cut Cores*- Magnetics Inc.