

**UNIVERSITATEA POLITEHNICA DIN TIMISOARA
FACULTATEA DE MECANICA**

ing. ANDREI COVACIU (jr)

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI
GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA
LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

TEZA DE DOCTORAT

**BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA**

conducator stiintific :

**Prof.Dr.Doc.ing.Gheorghe Silas
membru corespondent al Academiei Romane**

1997

Timisoara
TIMISOARA
BIBLIOTECA CENTRALA
nr. inv. 613.651
1997 366 B

Dedic aceasta lucrare in memoria tatalui meu

Prof. dr.ing. Covaciu Andrei

Introducere

Dezvoltarea traficului modern atât în domeniul vehiculelor feroviare cât și domeniul vehiculelor urbane și suburbane impune cerințe din ce în ce mai mari. Astfel, în contextul actual al situației *energetice* din lume, dezvoltarea vehiculelor feroviare are tendința de a aborda o nouă concepție.

Dacă până acum în competiția cu celelalte sisteme de transport cale ferată și-a orientat dezvoltarea spre : mărirea vitezei, construcții ușoare, confort, întreținere ușoară și puteri sporite, astăzi a sosit momentul realizării acestor deziderate pe considerentul unei circulații cu energie minimă.

Cele două tendințe de dezvoltare au fost : viteza și puterea, dezvoltarea lor însă nefăcându-se întodeauna în cadrul energiei minime. Având în vedere rezultatele obținute la diverse vehicule cu viteze de circulație mari se pune problema dacă ele se pot rezolva și pentru dezideratul unei circulații cu minimum de energie.

Această problemă apare din motive obiective atât din punct de vedere tehnic cât și economic.

Dacă 1970 s-a putut considera anul în care a început construirea de locomotive diesel electrice de concepție proprie din gama de putere 1000-4000CP pentru intern și export, 1992-1996 se poate considera perioada de consolidare a studiilor în vederea realizării unei baze practice și teoretice absolut necesară conceperii unui vehicul feroviar având în componență osii cu tendință de dispunere radială.

Subiectul tezei îl datorez celui ce a impus concepția românească de locomotive pe plan mondial prin exportul realizat atât în țări vest europene de renume în domeniu cât și în fostele țări ale CAER -ului celui ce nu mi-a fost doar tată, ci și un deosebit îndrumător în probleme tehnice. Realizarea și finalizarea acestei lucrări însă o datorez distinsului meu profesor și conducător științific prof.dr.doc.ing.Silaș Gheorghe membru corespondent al Academiei Române. Doresc ca pe aceasta cale să-i aduc modestele mele mulțumiri, pentru felul cum am fost îndrumat, pentru sprijinul acordat cu multă generozitate și competență pe tot parcursul pregătirii doctoratului.

Aduc pe aceasta cale mulțumirile mele conducerii U.C.M.R.-S.A și îndeosebi conducerii direcției de cercetare și proiectare cât și noului colectiv pentru sprijinul acordat realizării diverselor lucrări publicate ce vizau direct tema prezentei lucrări.

Tot pe aceasta cale aș dori să sensibilizez și factorii de decizie pe linie industrială din acest domeniu de a acorda o atenție deosebită temei prezentate deoarece, așa cum am amintit, ea constituie un pas hotărâtor necesar a fi realizat pentru vehicule ce urmează a fi concepute în vederea exportului de vehicule feroviare de concepție proprie.

C U P R I N S

Cap. 1 Introducere

- 1.1 Istoricul principiului dispunerii radiale la vehicule feroviare motoare și
purtatoarepag.1
1.2 Analiza principalelor probleme ce se pun in cazul dispunerii radiale.....pag.3
1.3 Ipoteze simplificatoare.....pag.6

Cap.2 Aspecte privind poziția polului la circulația în curbă

- 2.1 Poziția polului de rotație la inscrierea geometrică la un boghiu cu osii
ghidate rigid. Criteriul de inscriere geometric.....pag.8
2.2 Stabilirea ecuației polului geometric la dispunerea radială a osiei
montate.....pag.11
2.3 Determinarea poziției polului dinamic pentru osia cu posibilitate de
dispunere radialăpag.19
2.4 Influența forței de tracțiune și /sau a variației sarcinii pe roțile
aceleiași osii asupra poziției polului instantaneu de rotație.....pag.25

**Cap.3 Studiul circulației în curba prin metoda graf o –analitică
Heumann-Vogel**

- 3.1 Condiția generală de echilibru la circulația în curbă.....pag.33
3.2 Curba M_{rot} ca forma de calcul.....pag.37
3.3 Interpretarea geometrică a condiției generale de echilibru a unui
vehicul feroviar .Curbele auxiliare D și Z.....pag.40
3.4 Influența variației coeficientului de frecare asupra momentelor
rezistente de tipul M_{rot} pag.45
3.5 Influența variației sarcinii pe osii asupra valorilor forțelor directe ,
determinate cu diagrama Heumann-Vogelpag.49
3.6 Influența variației coeficientului de frecare roată-șină și a variației
sarcinii pe osie în diagramele Heumann-Vogel.....pag.53
3.7 Stabilitatea factor esențial în tendința de dispunere radială apreciat cu
diagrame Heumann -Vogel.....pag.56

Cap.4 Metoda analitică

4.1 Scopul metodei	pag.65
4.2 Forțele intrinseci construcției care solicită vehiculul in timpul circulației prin curbe.....	pag.65
4.3 Tendința de dispunere radială ca efect al echilibrului osiilor montate cuprinse in aceiasi ramă	pag.71

Cap.5 Determinarea caracteristicii universale de funcționare a osiei montate ghidate elastic cu tendință de dispunere radială

5.1 Mersul sinuos proprietate intrinsecă a osiilor montate cu profile conice.....	pag.77
5.2 Noțiuni generale de contact la circulația pe cale a osiei montate.....	pag.84
5.3 Tendința de dispunere radială la contactul in două puncte.....	pag.86
5.4 Contactul in trei puncte o necesitate in realizarea tendinței de dispunere radială in curbe stânte.....	pag.89
5.4.1 Determinarea vitezelor in cele trei puncte de contact.....	pag.89
5.4.2 Determinarea forțelor in cele trei puncte de contact.....	pag.93
5.5 Ecuatiile de echilibru ale osiei montate ghidate elastic cu profile conice la contactul in trei puncte.....	pag.98
5.6 Determinarea caracteristicii universale $\frac{M_W}{Q} = \frac{M_W}{Q}(\alpha)$	pag.99

Cap.6 Funcția de disipare a energiei pentru osia montata ghidată elastic prevazută cu amortizori

6.1 Modelul mecano-energetic echivalent	pag.102
6.2 Determinarea forțelor generalizate la contactul mutual al profilelor curbilunii. Caracteristica gravitațională.....	pag.104
6.3 Determinarea funcției potențial cinetic L	pag.111
6.4 Ecuatiile lui Lagrange ca formă de conservare disipare a energiei pentru osia montată ghidată elastic.....	pag.112
6.5 Determinarea formei generale a funcției de disipare a energiei pentru hunting-ul osiei montate ghidate elastic prevazută cu amortizori in prima treaptă de suspensie	pag.115

**Cap.7 Funcția de disipare a energiei pentru un boghiu Bo-Bo cu
osii montate ghidate elastic**

- 7.1 Modelul mecano-energetic echivalentpag.117
7.2 Ecuațiile generale ale mișcării boghiului in plan orizontal fără
includerea suspensiei secundare.....pag.118
7.3 Funcția de disipare pentru un boghiu Bo-Bo ce are in componență
osii cu tendința de dispunere radială.....pag.121

**Cap.8 Studiul stabilității osiei montate cu tendința de dispunere
radială la circulația in curbă**

- 8.1 Parametri constructivi esențiali in studiul stabilitățiipag.123
8.2 Influența rigidității transversale a ghidării și suspensiei asupra
stabilității in plan orizontal.Determinarea pulsației proprii și a legii
de mișcare la deplasarea laterală pag.126
8.3 Necesitatea introducerii amortizorilor in vederea realizării stabilității
osiei montate cu tendință de dispunere radială in plan orizontal.....pag.131
8.4 Studiul stabilității osiei montate ghidate elastic fără a fi prevazută cu
amortizori.Calculul vitezei și conicității critice.....pag.135
8.5 Studiul stabilității osiei montate ghidate elastic prevazută cu
amortizori in prima treaptă de suspensiepag.140

**Cap.9 Studiul stabilității osiilor montate in cadrul unui boghiu tip
Bo-Bo**

- 9.1 Aspectul geometric.....pag.144
9.2 Aspectul fizic.....pag.145
9.3 Stabilirea expresiei unghiului de rotire a ramei boghiuluipag.147
9.4 Stabilirea ecuației diferențiale a mișcării unui boghiu tip Bo-Bo in
plan orizontal ce are in componență osii cu tendința de dispunere
radială.Analiza stabilității funcție de tipul ghidării.....pag.151

Concluzii propuneri și contribuții personale.....pag.173

Bibliografiepag.177

&1.1 Istoricul principiului dispunerii radiale la vehicule feroviare mo- toare și purtătoare

Concepția și fabricația proprie românească de material rulant performant la nivelul piețelor mondiale în acest domeniu, a început în țara noastră odată cu asimilarea licențelor pentru locomotivele 060-DA de la firma S.L.M -Elveția și LE 5100KW de la firma ASE, actualmente A.B.B. În urma acestui proces de asimilare s-au cimentat o serie de relații pe baza cărora concepția de vehicule feroviare din țară era în interdependență cu piețele mondiale. Grație eforturilor întreprinse în țară dar și de către foști parteneri de afaceri în acest domeniu, România ajunge în anii '80 ca fiind cotate între primele 7 țări fabricante de material rulant din lume.

Astfel, în jurul anului '85 chiar la nivelul țărilor vest-europene se manifestă o tacită criză la nivelul pieței europene, criză apărută ca urmare a unei stagnări a concepției la nivelul boghiurilor vehiculelor. În acest sens tot mai multe firme cu tradiție în domeniul feroviar încearcă abordarea unui nou principiu în domeniu cel al *dispunerii radiale a osiilor în curbă*. Abordarea acestui principiu, se datorește și faptului că, doar o atingere a unei viteze sporite pe liniile europene în jur de 200-300 [km/h] (I.C.E, T.G.V) nu mai constituia un fapt deosebit atât timp cât apareau uzuri relativ costisitoare ale buzei bandajului la circulația în curbă și un consum de energie ridicat. De asemenea, în cazul vehiculelor suburbane de tip tramvai și metrou ce circulau pe linii cu raze de curbă frecvent <300[m] apare aceeași problemă cea a uzurilor relativ costisitoare ale buzei bandajului. Astfel, apare necesitatea studiului performant combinativ, cu aspect *dual, viteză sporită - uzură minimă*. În acest sens aspectul economic a obligat la dezvoltarea aspectului tehnic.

În ceea ce privește locomotivele, în anul 1976, au fost realizați primii pași în cadrul căilor ferate germane D.B.B prin cercetările lui Andreas Schaefer, din cadrul firmei Krauss-Mafei, care ocupându-se de locomotivele BR 120 prevăzute constructiv cu o viteză maximă $v_{max}=220$ [km/h], realizează un prim prototip în vederea dispunerii radiale a osiilor în curbă.

În anii 1986-1987 firma S.L.M realizează o altă variantă constructivă în vederea dispunerii radiale a osiilor. Astfel, sunt dotate 6 locomotive tip Re 4/4 ale căilor ferate particulare elvețiene, firme ce se ocupă cu transportul suburban. Aceste locomotive electrice înlocuind automotoarele care aveau în medie 25 ani de exploatare. În decursul anilor 1988-1989 este dotată și calea ferată elvețiană S.B.B, prin modificarea locomotivelor 450. Toate aceste cercetări și realizări facându-se sub auspiciile Biroului Federal Elvețian pentru Transport (F.O.T)

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Incepând cu anul 1990 Wilhelm Saliger consilier tehnic al O.R.E și Rolland Müller prezintă într-un articol al publicației S.I.G problema dispunerii radiale ca o problema de perspectivă ce trebuie sa fie cuprinsă in programul organizațiilor internaționale (O.R.E, U.I.C) de profil feroviar.

La vehiculele feroviare urbane, de tip tramvaie și metrouri trei firme și-au impus soluțiile constructive in anii '86. Este vorba de firmele S.G.P, Duwag și Plasser & Theurer. Folosind dependențele din figurile de mai jos :

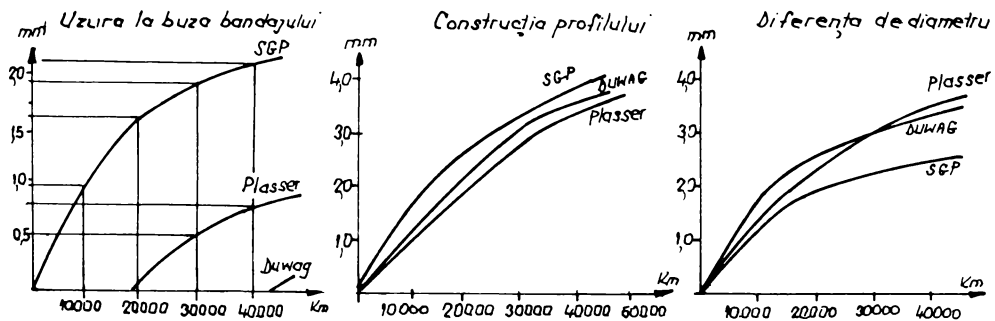


Fig.1 Variațiile uzurilor la buza bandajului, a construcției profilului și a diferențelor pe diametrele de rulare a soluțiilor firmelor Plasser, Duwag, S.G.P

s-a considerat că boghiurile firmei Plasser & Theurer (principiul Scheffel) vor echipa metroul vienez.

In țara noastră problema este in curs de studiu. O serie de studii privind acest fenomen s-au realizat in lucrările [13], [18], [19], [21], [28]. Rolul lucrării de față fiind tocmai acela de a prezenta cercetări și studii indispensabile proiectării unui astfel de vehicul.

De remarcă că țările ce studiază acest fenomen realizează in primă faza prototipuri pe vagoane purtătoare.

&1.2 Analiza principalelor probleme ce se pun in cazul dispunerii radiale

Scopul principiului dispunerii radiale in proiectarea vehiculelor feroviare este de a realiza :

- construcții de vehicule cu uzuri minime ale buzei bandajului și ale profilului de rulare
- construcții cu întreținere usoară
- construcții ce asigură un nivel fonic scăzut asigurând totodată calități de rulare bune și confort sport

la nivelul vitezelor actuale pe cale.

Tinând seama de rezultatele obținute de diverse firme, care au realizat o micșorare considerabilă a unghiului de atac la circulația in curbă asigurând totodată o rulare fără modificarea uzurii la circulația in aliniament și palier, nu incapa nici o indoială că este posibilă o circulație rapidă cu proprietăți de mers bune.

Totuși in țara noastră pentru astfel de vehicule trebuie cunoscute cu exactitate posibilitățile căii de rulare. O problema deosebită o va reprezenta calea de rulare pentru vehicule suburbane de tip tramvai și metrou.

Sporirea vitezelor de circulație pentru raze strâmte < 300 [m] are implicatii deosebite asupra timpilor de mers. O mărire a vitezelor de circulație față de cele actuale, la circulația in curbă presupune apariția unor energii suplimentare, energii ce trebuiesc reduse prin măsuri constructive.

Plecând de la principiul clasic de circulație in curbă prezentat in figura de mai jos:

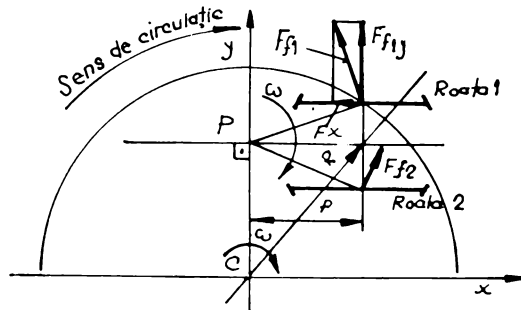


Fig.2 Circulația clasică a osiei montate in curbă in cadrul boghiului

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

in care :

P - polul instantaneu al boghiului la circulația in curbă in ipotezele lui Heumann

C - centrul curbei prin care circula vehiculul

R - raza medie a curbei

ω - modulul vitezei de rotație medie a osiei in jurul centrului curbei C

p - distanța polară a osiei

Având in vedere considerentele teoriei clasice de circulație in curbă pentru care viteza de rotație a osiei față de centrul curbei și viteza de rotație față de polul P sunt egale, se poate exprima energia in mișcare de rotație a osiei prin curba de raza R folosind formula :

$$E = \frac{1}{2} J_p \omega^2 \quad (1)$$

unde:

J_p - reprezintă momentul de inerție al osiei in raport cu polul P

ω - reprezintă viteza de rotație in jurul polului P

Pe baza teoremei lui Steiner momentul de inerție J_p se poate exprima prin :

$$J_p = J_0 + m_0 p^2 \quad (2)$$

Folosind considerațiile de mai sus se vor calcula energiile pentru curbele de raze :

$$R=100 \text{ [m]}$$

$$R=150 \text{ [m]}$$

$$R=200 \text{ [m]}$$

$$R=300 \text{ [m]}$$

ținând seama că vitezele maxime posibile sunt :

$$v_{\max} = 35 \text{ [km/h]} \text{ pentru } R=100 \text{ [m]}$$

$$v_{\max} = 40 \text{ [km/h]} \text{ pentru } R=150 \text{ [m]}$$

$$v_{\max} = 50 \text{ [km/h]} \text{ pentru } R=200 \text{ [m]}$$

$$v_{\max} = 70 \text{ [km/h]} \text{ pentru } R=300 \text{ [m]}$$

după R.E.T. Astfel, pe baza relației (1) se obțin următoarele valori ale energiilor :

$$E_{100} = 4,726 \cdot 10^{-3} J_p \quad (3)$$

$$E_{150} = 2,743 \cdot 10^{-3} J_p \quad (4)$$

$$E_{200} = 2,411 \cdot 10^{-3} J_p \quad (5)$$

respectiv $E_{300} = 2,100 \cdot 10^{-3} J_p$ (6)

$$E_{100} = 2,25 E_{300} \quad (7)$$

$$E_{150} = 1,3 E_{300} \quad (8)$$

$$E_{200} = 1,14 E_{300} \quad (9)$$

Astfel, relațiile (7) ,(8) și (9) arată că dacă momentele de inerție ar fi reduse în proporție de :

- 2,25 pentru R =100 [m]
- 1,3 pentru R=150 [m]
- 1,14 pentru R=200 [m]

energia mișcării necesară înscrierii în curbele de raze 100,150,200 ar fi aceeași cu energia necesară înscrierii în curba de raza R=300 [m] .

Relația (2) oferă o primă soluție de reducere a momentului de inerție prin micșorarea distanței polare a osiei. Aceasta este de fapt problema ce o pune dispunerea radiala spre rezolvare atât din punct de vedere teoretic cât și practic . O alta soluție rezidă tot în relația (2) prin micșorarea masei osiei montate m_0 .Aceasta problema mai este cunoscută și sub numele de reducerea maselor nesuspendate, problema ce a preocupat din totdeauna cercetătorii și proiectanții de vehicule feroviare, rezolvarea ei fiind mai mult de natura constructivă. Amintim câteva posibilități pe care constructorii le-au abordat deja pentru reducerea maselor nesuspendate:

- motoare de tracțiune complet suspendate ;
- construcții de osii montate suple și chiar tubulare ;
- introducerea roților elastice în special la tramvaie și metrouri ;

Mărirea vitezei de circulație conduce la sporirea impulsurilor perturbatoare astfel energiile cresc, la fel și frecvența lor. Se cunoaște însă că o masă a vehiculului redusă prin realizare unei construcții mai ușoare va fi accelerată mai mult de același impuls perturbator decât o masa mai grea . Astfel, trebuie realizată o optimizare între masele nesuspendate și soluțiile constructive alese pentru un boghiu în vederea realizării unui grad de confort sporit.

&1.3 Ipoteze simplificatoare

Circulația în curbă a vehiculelor feroviare poate fi analizată grafo-analitic sau analitic numai reducând fenomenul real prin anumite ipoteze. Ipotezele în care au lucrat Heumann și Borgeaud sunt:

1. Suprafața de rulare a bandajelor roților se consideră cilindrică
2. Forțele ce apar în punctele de interacțiune dintre buza bandajului și cale dirijate după normala comună a celor două suprafețe în contact se înlocuiesc prin componentele orizontale și verticale.

Folosind figurile 3 și 4 se pot stabili expresiile forțelor directoare, astfel:

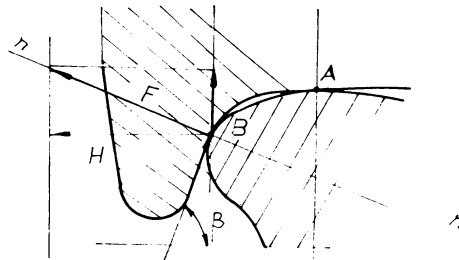


Fig.3 Bicontactul roata - sina

atât forța F cât și componenta sa în planul orizontal, H sunt considerate ca fiind situate în același plan vertical radial ce trece prin centrul curbei prin care circulă vehiculul.

Deci:

$$H = F \sin \beta \quad (10)$$

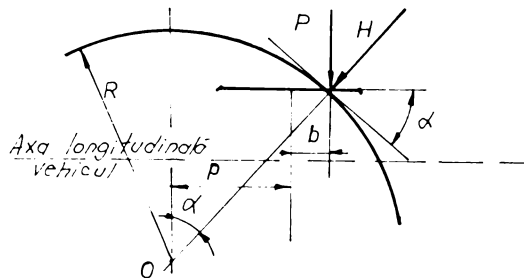


Fig.4 Modul de realizare a forței directoare

Din fig.4 rezultă expresia forței directoare ca fiind:

$$P = H \cos \alpha \quad (11)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

3. Avansul la atac "b" fiind mic, acesta se neglijează considerându-se că forțele directoare și conducătoare acționează în planul vertical transversal ce conține axa osiei .

4. Viteza de circulație se consideră constantă.

5. Sarcinile pe roți se consideră egale între ele și egale cu sarcina statică ^{pe roată}.

6. Calea de rulare are o formă perfect circulară pentru o rază de curbă dată.

7. Se consideră că circulația se face fără forță de tracțiune sau frânare.

8. Atât calea cât și vehiculul se consideră nedeformabile după direcția axei OY.

9. Contactul roată-șină este într-un singur punct (monocontact)

10. Coeficientul de frecare roată -șină se consideră constant.

A rezolva echilibrul vehiculului netinând seama de una din aceste ipoteze înseamnă, o mai mare apropiere de realitate a valorilor forțelor directoare obținute prin calcul.

Tendința de dispunere radială a osiei este un fenomen ce obligă atacarea ipotezelor 1, 2, 3, 5, 7, 9, 10. Pe acest considerent se poate afirma că un vehicul ce posedă osii cu tendință de dispunere radială este studiat și calculat în ipoteze reale. Astfel, o soluție constructivă a boghiului în aceste ipoteze la circulația pe un traseu stabilit, reprezintă complet principiul : **energie minimă pentru un traseu dat**.

O formă de apreciere a energiei necesară trecerii prin curbă a unui vehicul a fost introdusă de **Borgeaud**, prin produsul dintre forța directoare și unghiul de atac corespunzător, produs cunoscut sub numele de criteriu de uzură. Din această noțiune rezultă că un factor *esențial* pentru determinarea energiei unui vehicul este cunoașterea nivelului forțelor directoare pentru o serie de curbe. Aceasta este justificarea faptului că în continuare se va prezenta algoritmul grafo-analitic și analitic pentru calculul forțelor directoare. Se va specifica de fiecare dată când situația impune, consecințe esențiale ale tendinței de dispunere radială asupra modului de tratare și înțelegere a dinamicii vehiculelor cu astfel de proprietăți.

Pentru determinarea forțelor directoare atât analitic cât și grafo-analitic de o deosebită importanță este cunoașterea poziției polului boghiului, deoarece toate studiile efectuate se bazează pe pozițiile succesive pe care le ocupa boghiul în curba. Poziția boghiului în curbă se consideră cunoscută dacă se cunoaște *poziția polului* acestuia.

Asfel, se poate concluziona că primul capitol a prezentat problemele principale ce apar în cazul tendinței de dispunere radiale și implicațiile acestora asupra ipotezelor simplificatoare ale dinamicii vehiculelor feroviare.

În capitolul ce urmează se vor prezenta o serie de studii asupra poziției polului instantaneu al boghiului la tendința de dispunere radială a osiei montate ghidată în rama boghiului.

Cap.2 Aspecte privind poziția polului la circulația în curbă

&2.1 Poziția polului de rotație la inscrierea geometrică la un boghiu cu osii ghidate rigid. Criteriul de inscriere geometric.

Cunoașterea poziției geometrice a polului de rotație a unui vehicul feroviar față de prima osie înseamnă, în cazul ghidării rigide, a cunoaște poziția boghiului în curbă.

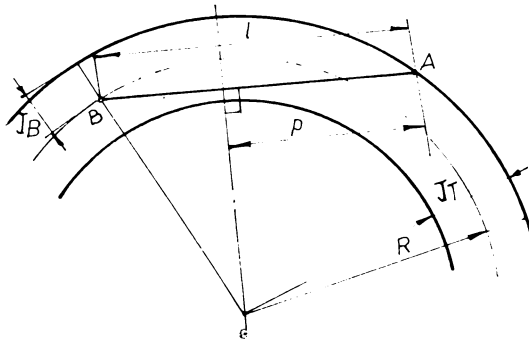
Un boghiu cu osii ghidate rigid reprezintă în esență un vehicul pentru care la circulația în curbă se pastrează cu rigurozitate paralelismul dintre osii.

Pentru determinarea distanței polare față de osia 1 se lucrează în ipotezele prezentate în &1.3, în plus vehiculul se consideră în reprezentare monoaxială iar distanța fixă între cele două roți ale aceleiași osii nu se reprezintă.

Astfel, din fig.5 se poate determina cu ușurință expresia distanței polare p [20]:

$$p = \frac{l}{2} + \frac{R \cdot j}{l} \quad (12)$$

unde:



p -distanța polară a osiei 1
 l -ampatamentul boghiului
 R -raza curbei
 j -jocul la buza bandajului corespunzător osiei ce termină ampatamentul boghiului

Fig.5 Determinarea clasică a distanței polare

Particularizând relația (12) după cum urmează se obține:

$$a) \text{ dacă } j=j_T \text{ atunci } p \rightarrow p_d = \frac{l}{2} + \frac{R \cdot j_T}{l} \quad (13)$$

în care j_T -reprezintă jocul total în curba de rază R

Valoarea distanței polare calculată cu relația (13) corespunde circulației în diagonală pentru un boghiu cu osii ghidate rigid

$$b) \text{ dacă } j=j_B \text{ atunci } p \rightarrow p_i = \frac{l}{2} + \frac{R \cdot j_B}{l} \quad (14)$$

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

in care $0 < j_B < j_T$ -reprezintă o valoare a jocului la buza bandajului ce caracterizează poziția intermediară . Astfel p_i este distanța polară a osiei 1 corespunzătoare poziției intermediare de joc j_B .

c) dacă $j = 0$ atunci $p \rightarrow p_c = \frac{l}{2}$ (15)

Valoarea distanței polare calculată cu relația (15) corespunde circulației in coarda pentru un boghiu cu osii ghidate rigid.

Din fig.5 se poate exprima unghiul α de atac intr-un mod aproximativ prin :

$$\sin \alpha \approx \alpha = \frac{p}{R} \quad (16)$$

Dacă se atacă ipoteza paralelismului osiilor, presupunând că există un sistem de cuplare a osiilor care să asigure rotirea osiei 1, atunci din punct de vedere geometric pentru a realiza tendința de dispunere radială peste poziția coardă inseamnă că distanța polara a osiei 1 să scadă sub valoarea $\frac{l}{2}$.

In practică problema poziției polului boghiului față de osia 1 se formulează astfel : *cunoscând ampatamentul vehiculului, raza curbei și supralărgirea aferentă, vehiculul circulă sau nu in diagonală?* Un răspuns rapid la aceasta problemă se poate obține folosind modelul din figura de mai jos :

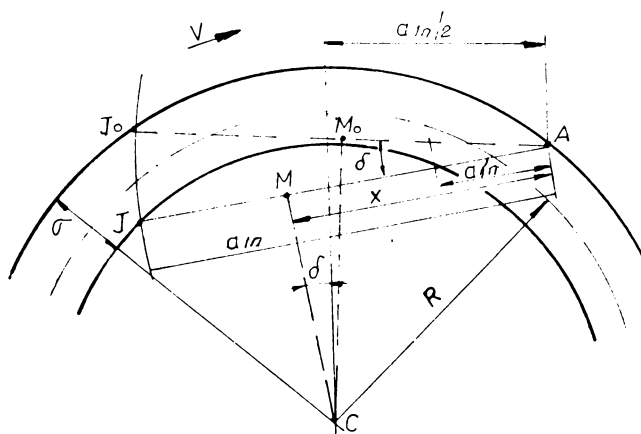


Fig.6 Circulația unui vehicul cu n osii

Fie un vehicul cu "n" osii ca in fig.6 unde:

σ -reprezintă jocul total in curba de rază R

a_{1n} -reprezintă distanța dintre osia 1 și n (considerate ambele cu ghidare rigidă)

M -reprezintă polul pentru circulația in diagonală

M_0 -reprezintă polul pentru circulația in coardă

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

δ -reprezintă unghiul de rotire al boghiului realizat între pozițiile diagonală și coardă ale acestuia

Astfel, într-o bună aproximație se poate scrie :

$$\delta = \frac{\sigma}{a_{1n}} \quad (17)$$

Aplicând relația (12) pentru un vehicul cu "n" osii se obține:

$$x = \frac{a_{1n}}{2} + \frac{R \cdot \sigma}{a_{1n}} \quad (18)$$

Folosind noțiuni de geometrie elementară se poate scrie:

$$a'_{1n} = a_{1n} - 2 \cdot (a_{1n} - x) \quad (19)$$

Inlocuind (18) în (19) se obține:

$$a'_{1n} = \frac{2 \cdot R \cdot \sigma}{a_{1n}} \quad (20)$$

deci :

$$a_{1n} + a'_{1n} = 2 \cdot x \quad (21)$$

și

$$a_{1n} \cdot a'_{1n} = 2 \cdot R \cdot \sigma \quad (22)$$

Dacă în relațiile (21) și (22) se privesc a_{1n} și a'_{1n} ca rădăcini ale unei ecuații de gradul 2, atunci ecuația corespunzătoare în variabila A are forma:

$$A^2 - 2 \cdot x \cdot A + 2 \cdot R \cdot \sigma = 0 \quad (23)$$

Condiția ca ecuația (23) să aibe rădăcini reale și distincte este dată prin relația:

$$x > \sqrt{2 \cdot R \cdot \sigma} \quad (24)$$

Deci, dacă distanța polară x respecta condiția (24) atunci vehiculul circulă în diagonală, dacă însă $x < \sqrt{2 \cdot R \cdot \sigma}$ atunci vehiculul cu osii ghidate rigid circula liber

În practica condiția (24) se aplica sub forma :

$$a_{1n} > \sqrt{2 \cdot R \cdot \sigma} \quad (25)$$

cunoscută și sub numele de "criteriu de înscriere geometric" într-o curbă dată. Relația (25) se poate enunța astfel:

Un vehicul cu osii ghidate rigid circulă, din punct de vedere geometric printr-o curbă de rază R dată, în diagonală, dacă și numai dacă, ampatamentul vehiculului este mai mare decât rădăcina pătrată a dublului produsului dintre raza curbei R și jocul maxim admis la buza bandajului aferent acestei raze.

&2.2 Stabilirea ecuației polului geometric la dispunerea radială a osiei montate

Osiea montată cu tendință de dispunere radială la circulația pe calea ferată are două grade de libertate anume:

1. o deplasare laterală ce are valoarea maximă egală cu jocul la buza bandajului
2. o rotire în plan orizontal ce are valoarea maximă din punct de vedere teoretic măsura unghiului de atac.

Considerând un vehicul circulând printr-o curbă de rază R dată, problema dispunerii radiale din punct de vedere geometric se formulează astfel :

Care este evoluția polului instantaneu al vehiculului în situația în care osia montată consumă simultan jocul la buza bandajului și unghiul de atac aferent la circulația printr-o curbă de rază R dată?

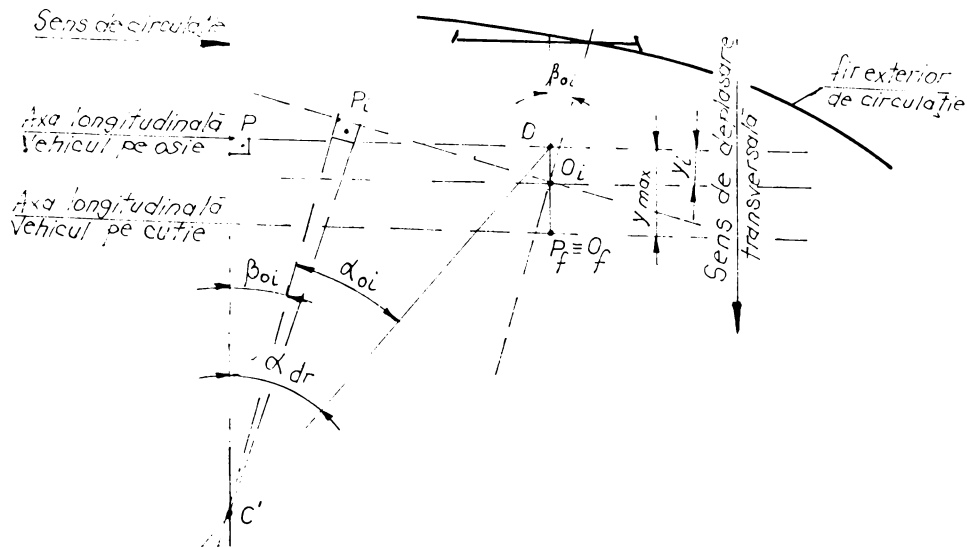


Fig.7 Modificarea poziției polului la mișcarea de hunting a osiei într-o curbă dată

O poziție intermediară " i " se caracterizează prin :

- a) deplasarea laterală a mijlocului osiei montate
- b) rotirea axei osiei montate față de poziția inițială

Notățiile din figura de mai sus au următoarele semnificații:

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- y_i - reprezintă deplasarea laterală a osiei montate corespunzătoare celei de-a " i " poziții intermediare
- y_{max} - reprezintă deplasarea laterală maximă a osiei, egală cu jocul maxim la buza bandajului
- α_{dr} - valoarea unghiului de atac ce trebuie consumată pentru realizarea dispunerii radiale a osiei montate
- β_{0i} - unghiul pozitiv cu care s-a rotit osia la o deplasare laterală a acesteia cu y_i
- α_{0i} - unghiul de atac rămas a mai fi consumat după o rotire a osiei cu β_{0i}
- P - poziția inițială a polului geometric
- P_i - poziția polului geometric corespunzătoare poziției intermediare " i " a osiei

Din fig.7 se poate observa că pentru realizarea dispunerii radiale polul evoluează de la cazul rigid caracterizat prin punctul P , poziția inițială, spre poziția finală $O_f \equiv P_f$, când pentru raza de curbă dată R s-a consumat în întregime unghiul de atac aferent (momentan).

Se observă că determinarea polului geometric păstrează aceeași regulă, anume: la o deplasare laterală y_i a osiei montate, aceasta se rotește cu un unghi β_{0i} , mijlocul osiei deplasându-se din O în O_i ; în O_i se ridică o perpendiculară pe axa rotită a osiei, pe care se coboară o altă din centrul curbei C , obținându-se astfel la intersecția celor două perpendiculare noua poziție a polului geometric P_i al osiei 1.

Pentru a analiza problema mai exact și mai ușor se vor considera deplasările și rotirile raportate la un sistem de axe rectangular XOY ca în fig.8. Sistemul se consideră cu originea $C(0,0)$ în centrul curbei, axa OY reprezentând chiar perpendiculara dusă din centrul curbei pe axa vehiculului ce determină poziția polului P .

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

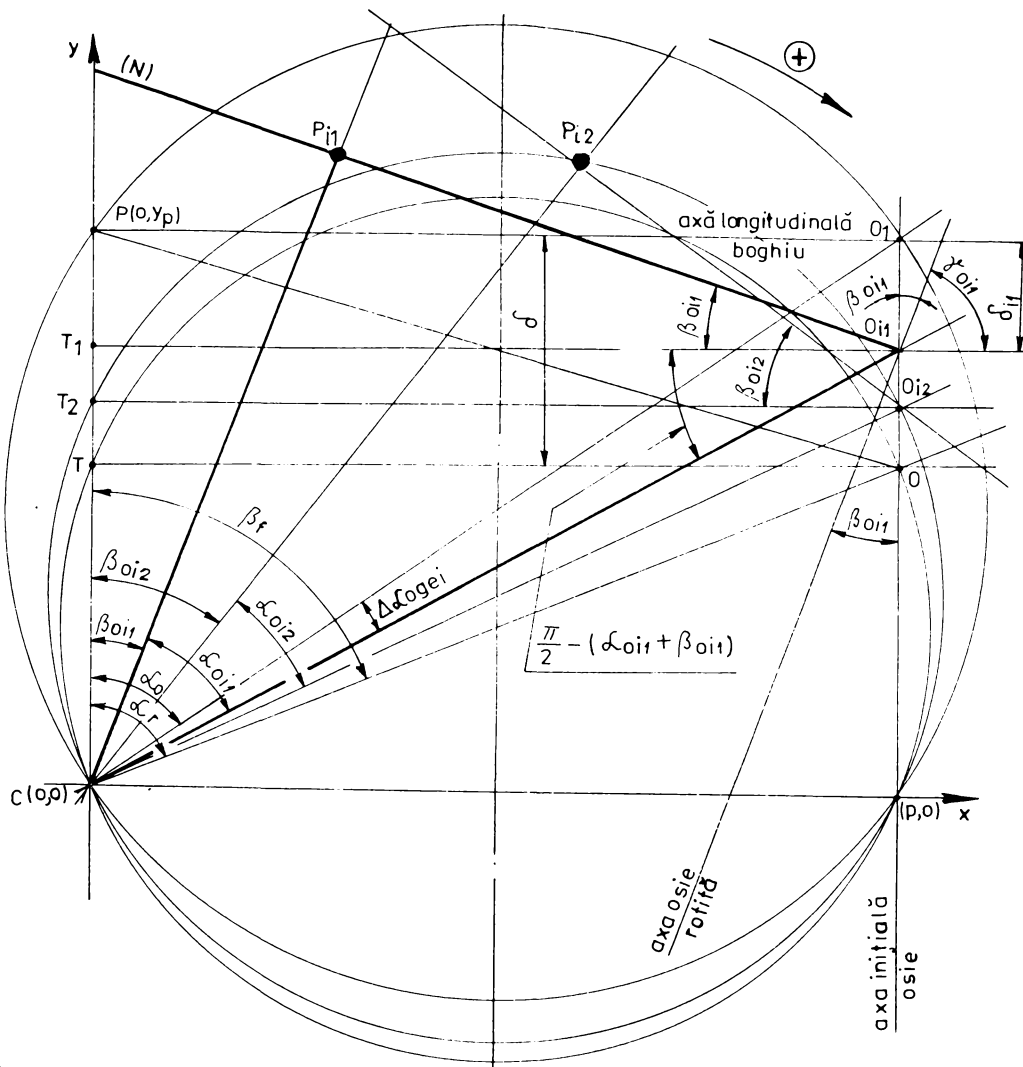


Fig.8 Modelul pentru calculul analitic a ecuației polului la tendința de dispunere radiala

In fig 8 intervin urmatoarele mărimi:

- δ_{ij} - valoarea deplasării laterale a osiei montate corespunzătoare poziției intermediare j
- β_{0ij} - unghiul de rotație al osiei montate măsurat de la axa OY spre axa OX (astfel se stabilește sensul pozitiv de rotație al osiei)
- i - arată că pozițiile osiei sunt de tip intermediar, adică osia se afla in tendință de dispunere radială

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- j - reprezintă numărul poziției intermediare a osiei montate în timpul fenomenului de dispunere radială
- α_{0ij} - reprezintă unghiul de atac rămas a mai fi consumat în urma rotirii osiei cu unghiul β_{0ij} (cei doi indici având aceeași semnificație)
- γ_{0ij} - reprezintă complementul unghiului β_{0ij} de rotire al osiei
- P_{ij} - reprezintă polii ce se formează în cea de-a " j " poziție de tip intermediar a osiei montate (deci indicii i, j au aceeași semnificație ca și în notațiile unghiurilor de mai sus)
- α_0 - reprezintă unghiul de atac, înainte de începerea dispunerii radiale, fiind egal cu unghiul de atac realizat cu o ghidare rigidă.
- α_r - reprezintă unghiul necesar a fi consumat prin rotirea osiei pentru a realiza dispunerea radială completă
- O_1 - reprezintă poziția inițială a centrului osiei
- O_{ij} - reprezintă poziții de tip intermediar ale centrului O_1 corespunzătoare celei de-a " j " poziții ale osiei montate
- T, T_1, T_2 - reprezintă proiecții ale centrului osiei pe axa OY a sistemului rectangular XOY
- $\Delta\alpha_{0gei}$ -reprezintă unghiul cu care s-a rotit raza vectoare CO_1 la o deplasare laterală δ_i a osiei montate ghidate elastic

Până în momentul începerii fenomenului de dispunere radială polul geometric a constituit și pol dinamic pentru boghiu. Deoarece, în momentul realizării dispunerii radiale complete distanțele polare ale osiilor cuprinse în aceeași ramă devin nule, rezultă că din momentul începerii tendinței de dispunere radiale trebuie să se facă distincție între polii geometrici ai fiecărei osii, cât și între polii geometrici și cei dinamici. Astfel, problema polului dinamic va fi tratată separat.

Se poate afirma că : stabilirea ecuației polului geometric constituie o problemă de loc geometric . Cele doua probleme, directă și inversă formulându-se astfel:

Problema directă

Dacă polii P_{ij} au proprietatea locului geometric, (proprietatea locului este dată prin modul de construcție al polului geometric) atunci ei aparțin locului geometric căutat (determinarea locului)

Problema inversă

Dacă polii P_{ij} se găsesc pe locul geometric determinat apriori , atunci ei au proprietatea acestuia (adică se obțin ca intersecție a celor două perpendiculare)

Pentru rezolvarea ` problemei directe în reperul cartezian XOY se cunosc coordonatele punctelor P și O_1 , anume:

$$P (0 , y_p) \text{ și } O_1 (p , y_p) \text{ unde :}$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

p - reprezintă distanța polară a osiei 1 înainte de începerea fenomenului de dispunere radială

Din fig.8 se pot determina cu ușurință coordonatele punctelor $O_{ij} (x_i, y_i)$, prin relațiile:

$$x_1 = p \quad (26)$$

$$y_1 = y_p - \delta_i \quad (27)$$

Atunci, ecuația axei osiei montate rotite la o deplasare laterală δ_i este :

$$y - y_1 = tg \gamma_{0ij} \cdot (x - x_1) \quad (28)$$

Ecuația normalei la axa rotită a osiei cu β_{0ij} este dată de relația :

$$y - y_1 = - \frac{1}{tg \gamma_{0ij}} \cdot (x - x_1) \quad (29)$$

Ecuația unei drepte paralele cu axa osiei rotite ce trece prin centrul curbei $C(0,0)$ are forma :

$$y = tg \gamma_{0ij} \cdot x \quad (30)$$

Plecând de la ideea ca polul geometric se obține prin intersecția dintre perpendiculara coboară din centrul curbei pe normala la axa rotită a osiei, rezultă ca polurile P_{ij} pentru diverse poziții de tip intermediar sunt soluții ale sistemului:

$$y - y_1 = - \frac{1}{tg \gamma_{0ij}} \cdot (x - x_1) \quad (31)$$

$$y = tg \gamma_{0ij} \cdot x$$

adică $P_{ij} (x_i, y_i)$ verifică ambele ecuații ale sistemului (31). Astfel, se obține sistemul ale cărui necunoscute constituie coordonatele polurilor pozițiilor de tip intermediar, anume:

$$y_i - y_1 = - \frac{1}{tg \gamma_{0ij}} \cdot (x_i - x_1) \quad (32)$$

$$y_i = tg \gamma_{0ij} \cdot x_i$$

Soluțiile sistemului (32) sunt :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$x_i = \frac{x_1 + y_1 \cdot tg\gamma_{0ij}}{1 + tg^2\gamma_{0ij}} \quad (33)$$

și

$$y_i = \frac{tg\gamma_{0ij}}{1 + tg^2\gamma_{0ij}} \cdot (x_1 + y_1 \cdot tg\gamma_{0ij}) \quad (34)$$

Relațiile (33) și (34) constituie într-o primă formă ecuațiile parametrice ale locului geometric a polilor P_{ij} .

Pentru ca aceste relații să constituie o modalitate practică de calcul, se vor transforma tinându-se seama de următoarele relații:

$$\sin^2\gamma_{0ij} = \frac{tg^2\gamma_{0ij}}{1 + tg^2\gamma_{0ij}} \quad (35) \quad \text{și} \quad \cos^2\gamma_{0ij} = \frac{1}{1 + tg^2\gamma_{0ij}} \quad (36)$$

Astfel, ca ecuații parametrice ale polului geometric a osiei montate în dispunere radială se obțin două suprafețe date prin ecuațiile :

$$x_i(\gamma_{0ij}, \delta_i) = \frac{1}{2}[p(1 + \cos 2\gamma_{0ij}) + (y_p - \delta_i)\sin 2\gamma_{0ij}] \quad (37)$$

$$y_i(\gamma_{0ij}, \delta_i) = \frac{1}{2}[p \sin 2\gamma_{0ij} + (y_p - \delta_i)(1 - \cos 2\gamma_{0ij})] \quad (38)$$

Relațiile (37) și (38) descriu succesiv două suprafețe care au ca parametri complementul unghiului de rotație al osiei și deplasarea laterală momentană. Cu aceste relații din punct de vedere analitic ecuația curbei polului geometric este complet determinată. Rămâne de analizat în continuare problema inversă.

Este evident că polii P_{ij} ce verifică ecuațiile (37) și (38), au proprietatea locului geometric. Problema inversă neprezentând o importanță deosebită.

Problema care apare însă, este cea a condițiilor la limită, fenomenul de dispunere radială trebuind să constituie un proces ireversibil într-o anumită curbă. Se pune întrebarea chiar din punct de vedere geometric, dacă fenomenul se poate realiza complet după relațiile (37) și (38).

Astfel, pentru $\gamma_{0ij} = \frac{\pi}{2}$ și $\delta_i = 0$ trebuie să se obțină prin înlocuire în ecuațiile parametrice ale locului chiar coordonatele punctului P. Calculând se obține:

$$x_i\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = \frac{1}{2}\left[p\left(1 + \cos 2\frac{\pi}{2}\right) + (y_p - 0)\sin 2\frac{\pi}{2}\right] = 0 \quad (39)$$

$$y_i\left(\frac{\pi}{2}, 0\right) = \frac{1}{2}\left[p \sin 2\frac{\pi}{2} + (y_p - 0)(1 - \cos 2\frac{\pi}{2})\right] = y_p \quad (40)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Deci se poate afirma că locul geometric determinat respectă riguros condițiile inițiale, deci implicit și fenomenul de dispunere radială prezintă aceasta rigurozitate din punct de vedere geometric.

Similar se verifică pentru :

$$\gamma_{0ij} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{P}{\sqrt{P^2 + (y_p - y_{\max})^2}}$$

și

$\delta_i = y_{\max}$ coordonate ce caracterizează poziția finală a punctelor P_{ij} .

Astfel, prin transformări simple succesive se obține :

$$x_i \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{P}{\sqrt{P^2 + (y_p - y_{\max})^2}}, y_{\max} \right) = P \quad (41)$$

și

$$y_i \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{P}{\sqrt{P^2 + (y_p - y_{\max})^2}}, y_{\max} \right) = y_p - y_{\max} \quad (42)$$

Deci se poate afirma că locul geometric determinat respectă cu rigurozitate și condițiile finale din punct de vedere geometric.

Din punct de vedere matematic, curba locului obținută ca intersecție a două suprafețe este complet determinată, totuși aceste relații parametrice nu dau o imagine practică a fenomenului. De aceea relațiile (37) și (38) prin transformări simple pot fi scrise astfel:

$$x_i(\gamma_{0ij}, \delta_i) = \cos \gamma_{0ij} [P \cos \gamma_{0ij} + (y_p - \delta_i) \sin \gamma_{0ij}] \quad (43)$$

$$y_i(\gamma_{0ij}, \delta_i) = \sin \gamma_{0ij} [P \sin \gamma_{0ij} + (y_p - \delta_i) \sin \gamma_{0ij}] \quad (44)$$

Adunând relațiile (43) și (44) ridicate la pătrat se obține:

$$x_i^2 + y_i^2 = [P \cos \gamma_{0ij} + (y_p - \delta_i) \sin \gamma_{0ij}]^2 \quad (45)$$

Relația (45) reprezintă forma explicită a locului geometric, formă ce este definită prin ecuația unui cerc cu rază variabilă, adică o *spirală*. Condițiile inițiale și finale ale fenomenului de dispunere radială limitează însă locul geometric dat de relația (45), acesta devenind doar un arc din această spirală.

Relația (45) poate fi scrisă și sub forma:

$$x_i^2 + y_i^2 = (y_p - \delta_i)^2 \sin^2 \gamma_{0ij} \left[\frac{P}{(y_p - \delta_i)} \operatorname{ctg} \gamma_{0ij} + 1 \right]^2 \quad (46)$$

Folosind fig.8 se poate scrie :

$$\operatorname{tg}(\alpha_{0ij} + \beta_{0ij}) = \frac{P}{y_p - \delta_i} \quad (47)$$

și

$$\gamma_{0ij} = \frac{\pi}{2} - \beta_{0ij} \quad (48)$$

Inlocuind (47) și (48) în relația (46) rezultă prin transformări simple:

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$x_i^2 + y_i^2 = (y_p - \delta_i)^2 \cdot \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \beta_{0ij}}{[1 - \operatorname{tg} \alpha_{0ij} \operatorname{tg} \beta_{0ij}]^2} \quad (49)$$

Relația (49) dă interdependența între deplasarea laterală δ_i , rotirea osiei β_{0ij} și unghiul de atac aferent α_{0ij} pentru orice poziție de tip intermediar în timpul dispunerii radiale a osiei montate.

Pentru un boghiu, ce are în componență osii cu tendința de dispunere radială, trebuie analizată evoluția polului din punct de vedere geometric atât pentru osia din față cât și pentru cea din spate folosind metoda analitică de mai sus. În urma acestei analize putându-se determina ecuațiile celor doi poli aferenți celor două osii. Aceasta analiză însă este valabilă din punct de vedere real numai atunci când soluția constructivă adoptată nu cuprinde osiile în aceeași rama.

Se poate concluziona că pentru a realiza dispunerea radială a unei osii montate din punct de vedere geometric, polul geometric parcurge un arc de spirală.

În continuare se ridică aceeași problemă din punct de vedere dinamic. O metodă pentru soluționarea problemei din punct de vedere dinamic se va prezenta în continuare.

&2.3 Determinarea poziției polului dinamic pentru osia cu posibilitate de dispunere radială

La vehiculele feroviare prevăzute cu ghidare rigidă atât pentru circulația în aliniament cât și pentru circulația în curbă, ecuațiile de echilibru pe boghiu se scriu în raport cu polul geometric.

Dacă se construiește însă un vehicul cu osii ce au tendință de dispunere radială, se poate observa chiar din paragraful precedent că polul geometric diferă esențial de cel în cazul ghidării rigide.

Din punct de vedere dinamic scopul osiilor ce au tendință de dispunere radială este:

1. în aliniament osia să circule astfel încât buza bandajului să nu atingă nici unul din fire
2. în curbă suspensia și ghidarea osiei să micșoreze unghiul de atac aferent cât mai mult posibil.

Realizarea acestor deziderate, presupune, cunoașterea în fiecare moment a poziției unui punct în raport cu axa osiei față de care suma tuturor forțelor și momentelor ce acționează pe osie este 0. Un astfel de punct este cunoscut sub denumirea de pol dinamic al osiei.

Pentru determinarea poziției polului dinamic se va considera o osie ghidată elastic în rama boghiului ca în fig.9, cu cele două grade de libertate intrinseci :

y_0 - reprezentând deplasarea laterală momentană a osiei

ψ_0 - reprezentând rotirea osiei corespunzătoare deplasării y_0

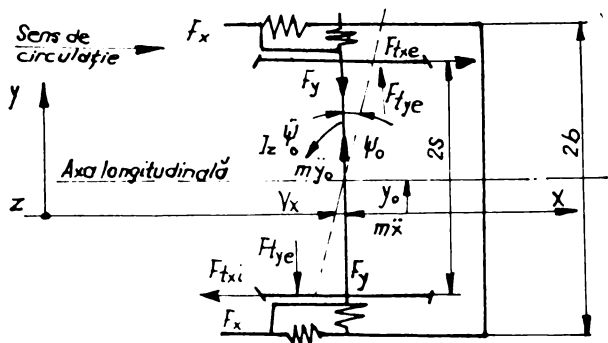


Fig.9 Mărimile esențiale ce determină dinamica mișcării de hunting

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

In fig.9 mai intervin urmatoarele notații:

- XYZ -reprezintă reperul tridimensional drept legat de osie
- 2s -reprezintă distanța între planele cercurilor de rulare
- k_x, k_y -rigiditatea longitudinală respectiv transversală pe un lagăr al osiei
- $F_{txe,i}$ -reprezintă forțele tangențiale din planul de contact de pe roata exterioară respectiv de pe roata interioară a osiei pe direcția axei OX a reperului XYZ
- $F_{tye,i}$ -reprezintă forțele tangențiale din planul de contact de pe roata exterioară respectiv interioară a osiei in direcția axei OY a reperului XYZ
- 2b -reprezintă distanța între lagărele suspensiei primare ale aceleiași osii
- V_x -reprezintă viteza de inaintare a vehiculului in lungul axei OX a reperului XYZ
- m - reprezintă masa osiei montate
- J_z - reprezintă momentul de inerție masic in raport cu axa OZ a reperului XYZ
- F_x, F_y - reprezintă forțele elastice ce se formează in direcție longitudinală respectiv transversală pe un lagăr al osiei

Ecuatiile de echilibru dinamic ale osiei montate ghidate elastic sunt:

$$\sum M_z = 0 : J_z \cdot \ddot{\psi}_0 + 2k_x \cdot b^2 \cdot \psi_0 + (F_{txe} + F_{txi}) \cdot s = 0 \quad (50)$$

$$\sum F_x = 0 : m \cdot \ddot{x} + 2k_x \cdot a \cdot (\psi_0 - \psi_0) + (F_{txe} - F_{txi}) = 0 \quad (51)$$

$$\sum F_y = 0 : m \cdot \ddot{y}_0 + 2k_y \cdot y_0 + (F_{tye} + F_{tyi}) = 0 \quad (52)$$

Considerând $F_{txe} = F_{txi} = F_{tx}$ și $F_{tye} = F_{tyi} = F_{ty}$ sistemul format din ecuațiile (50), (51), (52) devine:

$$J_z \cdot \ddot{\psi}_0 + 2k_x b^2 \psi_0 + 2F_{tx} s = 0 \quad (53)$$

$$m \cdot \ddot{y}_0 + 2k_y y_0 + 2F_{ty} = 0 \quad (54)$$

O condiție necesară și suficientă, pentru rezolvarea sistemului format din ecuațiile (53) și (54) este cunoașterea expresiilor forțelor tangențiale F_{tx}, F_{ty} funcție de alunecările specifice, evaluate după direcțiile X,Y ale reperului XYZ.

Kalker [5], este cel care stabilește relațiile pentru forțele tangențiale din planul de contact ținând seama de, sarcina pe roată, de alunecările longitudinale și transversale, cât și de gradientul acestora, prin :

$$F_{tx} = \chi_x \cdot \varepsilon_x \cdot Q \quad (55)$$

$$F_{ty} = \chi_y \cdot \varepsilon_y \cdot Q + \chi_z \cdot \varepsilon_z \cdot Q \quad (56)$$

unde:

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$\chi_{x,y,z}$ - reprezinta valori le componentelor gradientului
alunecărilor specifice pe direcțiile X , Y , Z
corespunzatoare punctului momentan de contact

ε_x -reprezintă alunecarea specifică a roții unei osii in direcția
axei X (creep - longitudinal)

ε_y - reprezintă alunecarea specifică a roții unei osii in
direcția axei Y (creep - transversal)

ε_z - reprezintă alunecarea specifică datorita tendinței de
rotatie a roții unei osii in jurul axei Z (spin)

Q - reprezintă sarcina pe roată a vehiculului

Relațiile (55) și (56) sunt valabile când valorile alunecărilor specifice $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ sunt mici, valoarea componentei χ_z a gradientului alunecărilor specifice fiind aproximativ nula, atunci valorile frecvențelor de oscilație se găsesc in domeniul mersului stabil [4]. Aceasta este situația circulației in aliniament .

Cum in tendința de dispunere radială mersul in curbă trebuie să fie stabil rezulta ca osia trebuie să circule in curbă sub aceleași valori ale alunecărilor realizate in aliniament.

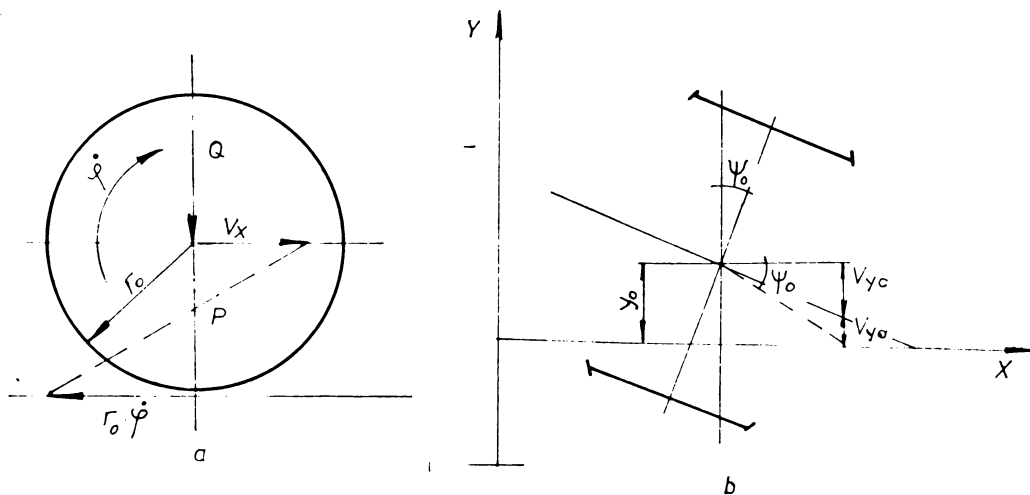
Astfel, relațiile (55) și (56) devin:

$$F_{ix} = \chi_x \cdot \varepsilon_x \cdot Q \quad (57)$$

$$F_{iy} = \chi_y \cdot \varepsilon_y \cdot Q \quad (58)$$

valabile și pentru o circulație stabilă in curbă.

Pentru determinarea efectivă a forțelor tangențiale $F_{ix,y}$ se vor evalua alunecările $\varepsilon_{x,y}$ pe baza figurilor 10 a),b),c) :



STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

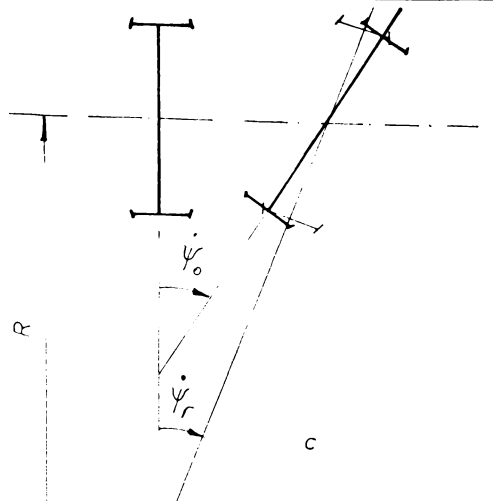


Fig.10 Efectul creepului la tendința de dispunere radială
in care :

- $\dot{\varphi}$ - viteza unghiulară a osiei
- r_0 - raza cercului de rulare
- \bar{v}_{ye} - viteza transversală a roții provenită dintr-o rulare conică pură a osiei
- \bar{v}_{ya} - viteza transversală a roții provenită din alunecarea osiei
- $\dot{\psi}_r$ - viteza unghiulară față de centrul curbei necesară osiei montate pentru a se dispune radial

Astfel, pseudo-alunecarea în direcție longitudinală (creep-ul longitudinal) se definește [7],[9],[22],[28],[30],[33],[38],[45] cu viteze conform fig 10 a) prin relația :

$$\epsilon_x = \frac{r_0 \cdot \dot{\varphi} - v_x}{v_x} \quad (59)$$

Dacă însă creep-ul longitudinal este văzut prin prisma fenomenului de dispunere radială atunci relația (59) devine:

$$\epsilon_x = \frac{s \cdot (\dot{\psi}_0 - \dot{\psi}_r)}{v_x} \quad (60)$$

Dacă osia montată cu roți profilate de conicitate γ circulă printr-o curbă de rază R cu viteza V_x , conform fig.10 c), atunci valoarea vitezei unghiulare $\dot{\psi}_r$ necesară osiei montate a se dispune radial la o deplasare laterală y_0 este dată de relația :

$$\dot{\psi}_r = \frac{v_x}{R} \quad (61)$$

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Se cunoaște că inversul razei curbei, prin care circulă un vehicul ale cărui osii sunt dispuse radial, este dat de relația :

$$\frac{1}{R} = - \frac{\gamma \cdot y_0}{r_0 \cdot s} \quad (62)$$

Tinând seama de relația (62) expresia creep-ului longitudinal (60) devine:

$$\varepsilon_x = \frac{s \cdot \dot{\psi}_0}{v_x} + \frac{\gamma \cdot y_0}{r_0} \quad (63)$$

Creep-ul transversal pentru o deplasare laterală y_0 a osiei în timpul căreia se realizează o rotire ψ_0 a osiei se evaluează cu relația :

$$\varepsilon_v = \frac{v_{va}}{v_x} \quad (64)$$

Din fig.10 c), viteza de alunecare transversală poate fi exprimată prin:

$$v_{va} = \dot{y}_0 - v_x \cdot \dot{\psi}_0 \quad (65)$$

Tinând seama de relația (65) creep-ul transversal devine o funcție de rotirea osiei ψ_0 și de deplasarea laterală momentană y_0 , dat prin relația :

$$\varepsilon_v = \frac{y_0 - v_x \cdot \dot{\psi}_0}{v_x} \quad (66)$$

Cunoscând expresiile creep-ului longitudinal și transversal sistemul format din ecuațiile de echilibru (53) și (54) devine:

$$J_z \ddot{\psi}_0 + 2k_x b^2 \psi_0 + 2\chi_x Q s^2 \left(\frac{\dot{\psi}_0}{v_x} + \frac{\gamma y_0}{r_0 s} \right) = 0 \quad (67)$$

$$m \ddot{y}_0 + 2k_y y_0 + 2\chi_v Q \left(\frac{\dot{y}_0}{v_x} - \dot{\psi}_0 \right) = 0 \quad (68)$$

Presupunând că efectul de inerție este preluat numai de forțele elastice din sistemul de ghidare, din ecuația (59) a sistemului de mai sus se poate explicita rotirea osiei prin:

$$\dot{\psi}_0 = \frac{2k_y - m\omega^2}{2\chi_v Q} y_0 + \frac{\dot{y}_0}{v_x} \quad (69)$$

in care :

ω - pulsația mișcării de deplasare laterală a osiei montate cu profile conice ghidată elastic în rama boghiului, rulând pe cale cu viteza V_x

Tinând seama de relația (69) ecuația (67) devine:

$$\frac{2\chi_x Q s^2}{v_x^2} \ddot{y}_0 + [(2k_x b^2 - J_z \omega^2) + \frac{\chi_x}{\chi_v} s^2 (2k_y - m\omega^2)] \frac{\dot{y}_0}{v_x} +$$

$$+ [(2k_x b^2 - J_z \omega^2) \left(\frac{2k_y - m\omega^2}{2\chi_v Q} \right) + 2\chi_x Q s^2 \cdot \frac{\gamma}{r_0 s}] y_0 = 0 \quad (70)$$

Cum osia ghidată elastic nu este prevăzută din construcție cu amortizoare horizontale longitudinale sau transversale, atunci în relația (70) coeficientul ce caracterizează amortizarea trebuie să se anuleze, adică :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$(2k_x b^2 - J_z \omega^2) + \frac{\chi_x}{\chi_y} s^2 (2k_y - m \omega^2) = 0 \quad (71)$$

Ecuatia (71) poate fi privită și sub aspect energetic in forma :

$$\frac{1}{2} [J_z + \frac{\chi_x}{\chi_y} m s^2] \omega^2 = k_x b^2 + \frac{\chi_x}{\chi_y} k_y s^2 \quad (72)$$

Se poate observa ușor că membrul stâng al relației (72) reprezintă chiar energia cinetică în mișcare de rotație, a osiei montate cu tendința de dispunere radială ghidată elastic în rama boghiului .

Deoarece expresia (72) conține, atât termeni ce caracterizează elasticitatea sistemului (termeni conservativi) cât și termeni ce caracterizează disiparea energiei (termeni neconservativi, disipativi), se poate afirma că ea constituie un mod practic de "conservare / disipare " al energiei osiei montate ghidată elastic în rama boghiului .Faptul că expresia (72) conține și termeni de disipare, face ca pentru anumite vehicule ce conțin osii cu tendința de dispunere radială, soluția constructivă să nu necesite amortizori longitudinali .

Deoarece la circulația în aliniament valorile coeficienților de creep longitudinali și transversali sunt aproximativi egali, din relația (72) rezultă clar **conservarea energiei** . Din diverse studii [1], [2], [4], [7], [11], [12], [15], [17], [19], [26], [27],[28], [32], [34], [38], [44] este cunoscut faptul că înscrierea osiei în curbă se datorește în principiu variației forțelor de conducere cu alunecările din planul de contact .Deci, pentru circulația stabilă în curbă, ecuația (72) oferă posibilitatea de a afirma că : **creep-ul transversal devine preponderent față de cel longitudinal** .

Deoarece membrul stâng al relației (72) conține doar energie ce caracterizează mișcarea de rotație a osiei, rezultă că : **chiar înaintarea osiei se produce ca urmare a rotirii acesteia** . Aceasta afirmație arată că în esență mișcarea osiei pe cale este o mișcare de rotație, deci osia prin concepția intrinsecă a sa posedă tendința de dispunere radială.

Pe baza teoremei lui Steiner se poate determina din relația (72) poziția polului dinamic al osiei, anume:

$$d_p = \sqrt{\frac{\chi_x}{\chi_y}} \cdot s \quad (73)$$

Cunoscând din paragrafele anterioare, că tendința de dispunere radială a osiei în curbă presupune micșorarea distanței polare, rezultă din relația (73) că fenomenul de dispunere radială se realizează cu precădere atunci când **componenta în lungul axei OY a gradientului funcției alunecărilor specifice este o funcție crescătoare**.

&2.4 Influența forței de tracțiune și / sau a variației sarcinii pe roțile aceleiași osii asupra poziției polului instantaneu de rotație

2.4.1 Generalități

Se consideră, un boghiu motor tip Bo - Bo circulând printr-o curbă de rază R data, ca în fig. 11 :

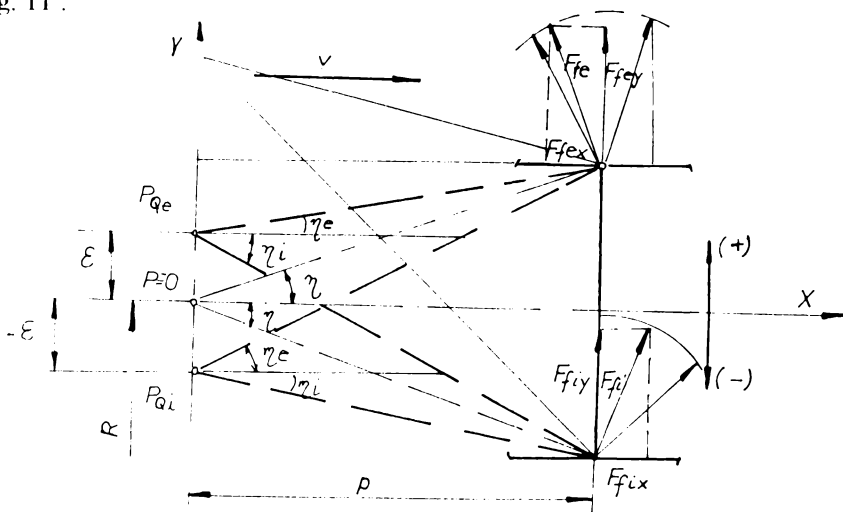


Fig.11 Influența sarcini pe roți asupra poziției polului boghiului
În continuare se vor folosi următoarele notații:

- (e) - indicele ce caracterizează elementele corespunzătoare roții ce circula pe firul exterior al curbei
- (i) - indicele ce caracterizează elementele corespunzătoare roții ce circula pe firul interior al curbei
- F_f - forța de frecare corespunzătoare unei roți a osiei
- r - raza momentană de rulare
- Q - sarcina pe o roată a osiei
- η - unghiuri de frecare ale roților datorită variației sarcinilor pe roți (se formează de fiecare dată între brațul forței de frecare față de pol și axa longitudinală a vehiculului)
- ξ - unghiuri de frecare ale roților datorită variației forței de tracțiune
- P - polul instantaneu de rotație al boghiului la circulația fără forță de tracțiune sau frânare în ipoteza egalității sarcinilor pe cele două roți ($Q_i = Q_e$)

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- p - distanța polară a polului P măsurată față de osia 1 a boghiului
- $F_{rx,y}$ - componentele forțelor de frecare pe o roată în lungul axei OX respectiv OY a reperului XYZ legat de vehicul
- μ - coeficientul de frecare roată - șină considerat în această analiză constant
- ε - deplasarea polului instantaneu datorită variației sarcinii pe roți
- e - deplasarea polului instantaneu datorită variației forței de tracțiune
- P_o - poziția polului instantaneu ca urmare a variației sarcinii pe roată
- P_z - poziția polului instantaneu ca urmare a efectului forței de tracțiune
- Z - forța de tracțiune

Studiul poziției polului sub influența forței de tracțiune respectiv sub influența variației sarcinilor pe roțile aceleiași osii ca două fenomene ce sunt în directă interdependență, se impune, deoarece :

1. variația sarcinilor pe roțile aceleiași osii este limitată prin diverse criterii de siguranță la deraiere
2. valoarea forței de tracțiune este de asemenea limitată pe osii prin posibilitățile de aderență ale vehiculului (dacă soluția constructivă a vehiculului posedă dispozitive ce reglează sarcinile pe osii la demaraj)

Astfel, apare problema determinării dependenței $\varepsilon = \varepsilon\left(\frac{Q_e}{Q_i}\right)$ cât și a raportului $\frac{Z}{\mu T}$

($T = Q_e + Q_i$) pentru $Q_e \neq Q_i$.

Se observă că rezolvarea acestor două probleme apropie vehiculul cu ipotezele simplificatoare din &1.3 și mai mult de cazul real, oferind totodată informații asupra avantajelor oferite de o nouă concepție a vehiculelor, cea a tendinței de dispunere radială a osiilor.

2.4.2 Determinarea dependenței $\varepsilon = \varepsilon\left(\frac{Q_e}{Q_i}\right)$ pentru $Z = 0$

De la bun început, trebuie observat că apar două cazuri distincte anume:

- a) $\frac{Q_e}{Q_i} > 1$ adică, sarcina pe roata exterioară mai mare decât pe cea interioară, a aceleiași osii
- b) $\frac{Q_e}{Q_i} < 1$ adică, sarcina pe roata interioară mai mare decât pe cea exterioară, a aceleiași osii

a) Cum avansul la atac se neglijează, componentele transversale ale forțelor de frecare vor fi egalate de reacțiunea din șină, producându-se astfel forța de conducere a vehiculului. Variația sarcinilor de pe roțile aceleiași osii se pot evalua prin ecuațiile de echilibru a componentelor orizontale ale forțelor de frecare.

Astfel:

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow \mu Q_i \sin \eta_i - \mu Q_e \sin \eta_e = 0 \quad (74)$$

Echilibrul dat prin relația (74) se păstrează dacă și numai dacă se modifică valoarea unghiurilor de frecare η corespunzătoare celor două roți. In această situație ecuația (74) devine :

$$\frac{Q_i}{Q_e} = \frac{\sin \eta_e}{\sin \eta_i} \quad (75)$$

Pentru ca relația (75) să constituie o egalitate riguroasă, practic trebuie ca polul instantaneu să se deplaseze cu cantitatea ε spre exteriorul curbei ca in fig.11.

Notând raportul $\frac{Q_i}{Q_e} = \frac{1}{k}$ și ținând seama de geometria sistemului conform fig.11 relația (75) devine :

$$\frac{1}{k} = \frac{s + \varepsilon}{s - \varepsilon} \sqrt{\frac{p^2 + (s - \varepsilon)^2}{p^2 + (s + \varepsilon)^2}} \quad (76)$$

Tot folosind fig.11 se pot exprima $\operatorname{tg} \eta_e$ și $\operatorname{tg} \eta_i$ prin :

$$\operatorname{tg} \eta_e = \frac{s - \varepsilon}{p} \quad (77) \quad \text{și} \quad \operatorname{tg} \eta_i = \frac{s + \varepsilon}{p} \quad (78)$$

Adunând relațiile (77) și (78) se obține :

$$p(\operatorname{tg} \eta_i + \operatorname{tg} \eta_e) = 2s \quad (79)$$

Relațiile (75) și (79) formează un sistem ale cărui necunoscute sunt unghiurile de frecare η_i și η_e . Exprimând una din cele două necunoscute ale sistemului, se poate calcula apoi deplasarea ε printr-una din relațiile :

$$\varepsilon = s - p \operatorname{tg} \eta_e \quad (80)$$

sau

$$\varepsilon = p \operatorname{tg} \eta_i - s \quad (81)$$

b) Analog cazului a) se deduce raportul :

$$k = \frac{Q_e}{Q_i} = \frac{s - \varepsilon}{s + \varepsilon} \sqrt{\frac{p^2 + (s + \varepsilon)^2}{p^2 + (s - \varepsilon)^2}} \quad (82)$$

și se formează un sistem de tipul celui de la punctul a) din care apoi se deduce unul dintre unghiurile de frecare, în final obținându-se valoarea deplasării ε . Singura deosebire în acest caz fiind faptul că deplasarea ε are valoare negativă.

Analizând relațiile (76) și (82) ținând seama că raportul k respectiv $1/k$ sunt întodeauna pozitive rezultă următoarea concluzie esențială:

Prin variația sarcinilor pe roțile aceleiași osii, polul nu se poate deplasa spre exteriorul curbei, respectiv spre interiorul curbei, mai mult de jumătatea distanței dintre planele cercurilor de rulare s .

Din punct de vedere practic, pentru a lucra în limitele de siguranță, se calculează variația sarcinilor pe roțile aceleiași osii din criteriul contra deraierii a lui Heumann; aceasta valoare se repartizează egal pe cele două roți obținându-se astfel Q_i și Q_e , cu ajutorul cărora se poate rezolva sistemul ale cărui necunoscute sunt unghiurile de frecare. Această modalitate de calcul constituie o metodă imediată de estimare a

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

deplasării ε , metodă ce va fi folosită pentru determinarea sarcinilor pe cele două roți în cadrul tendinței de dispunere radială.

Algoritmul de calcul prezentat mai sus impune drept criteriu de apreciere a siguranței circulației pe cale criteriul lui Heumann. Criteriul lui Nadal nu este suficient de puternic pentru a fi folosit în calculul osiilor cu tendință de dispunere radială, devenind doar un mod de apreciere cantitativă a siguranței circulației pe cale pentru boghiurile ce au în componență osii cu tendință de dispunere radială.

2.4.3 Influența forței de tracțiune Z asupra poziției polului instantaneu

În primă fază se va analiza influența forței de tracțiune Z considerând sarcinile pe roți egale iar coeficientul de frecare roată - șină constant.

În principiu forța de tracțiune se produce datorită existenței forței de frecare (reacțiunii din planul de contact). Deci o modificare a vectorului forței de frecare implică modificări ale posibilităților de dezvoltare și exploatare a forței de tracțiune. Cum orice vector se caracterizează prin modul, direcție și sens rezultă ca o modificare asupra unuia dintre aceste elemente implică modificarea vectorului. Astfel forța de tracțiune dezvoltată pe roată obținută în fiecare moment este și rezultatul variației direcției forței de frecare.

Heumann și Kail în [1],[3] prevăd o deplasare a polului instantaneu de rotație spre exteriorul curbei pentru o osie acționată de moment de tracțiune, cât și o deplasare spre interiorul curbei a acestuia pentru osia frână.

Din fig.12 se poate observa că forța de tracțiune pentru sarcini pe roți egale și coeficient de frecare constant este efectul variației direcției rezultantei forței de frecare pe roată.

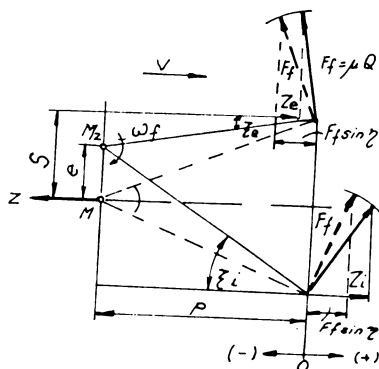


Fig.12 Efectul forței de tracțiune asupra osiei montate

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATIILE A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Echilibrul forțelor pe osie conduce la următoarele ecuații :

$$-\mu Q \sin \eta + Z_e = -\mu Q \sin \xi_e \quad (83)$$

$$\mu Q \sin \eta + Z_i = \mu Q \sin \xi_i \quad (84)$$

Cum $Z = Z_e + Z_i$, din relațiile (83) și (84) se poate evalua raportul:

$$\frac{Z}{\mu Q} = \sin \xi_i - \sin \xi_e \quad (85)$$

Explicînd $\sin \xi_{i,e}$ conform fig. 12 relația (85) devine :

$$\frac{Z}{\mu Q} = \frac{s+e}{\sqrt{p^2 + (s+e)^2}} - \frac{s-e}{\sqrt{p^2 + (s+e)^2}} \quad (86)$$

Relația (86) face posibilă analiza influenței variației sarcini pe roți simultan cu variația forței de tracțiune Z pe osie.

Astfel, apar două cazuri distincte:

1. $Q_i > Q_e$
2. $Q_e > Q_i$

1. Sarcina pe roata interioară mai mare decât sarcina pe roata exterioră ($Q_i > Q_e$)

Asupra osiei in aceasta situație există posibilitatea acționării a unui moment motor (tracțiune) sau a unui moment de rezistent (frianare), moment ce poate produce un efect mai mare respectiv mai mic decât cel al variației sarcinii pe roți.

Astfel, apar cazurile:

$$-\varepsilon < -e < 0 \quad ; \quad 0 < e < s \quad ; \quad s < e < \infty$$

Aceste situații sunt prezentate in fig. 13 a), b), c)

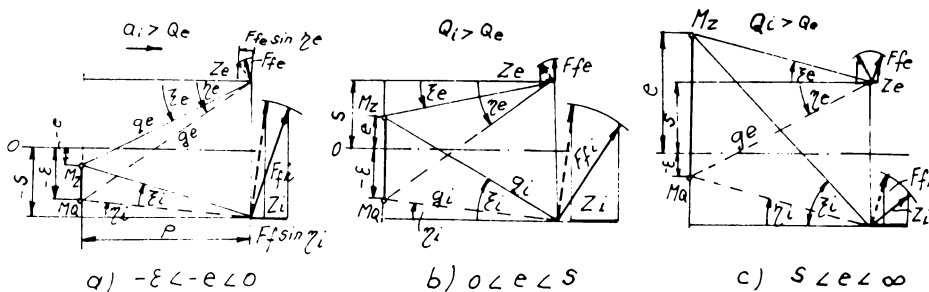


Fig.13 Studiul combinat al efectului forței de tracțiune și al variației sarcini pe roți
 $Q_i > Q_e$

STUDII ASUPRA COMPORȚĂRII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC ÎN
TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALĂ LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Deoarece sarcinile pe roți diferă, iar componentele transversale sunt egale de reacțiunea din sină echilibrul forțelor este dat de sistemul format din ecuațiile:

$$\mu Q_e \sin \eta_e - Z_e = \pm \mu Q_i \sin \xi_i \quad (87)$$

$$\mu Q_i \sin \eta_i + Z_i = \mu Q_e \sin \xi_e \quad (88)$$

ale cărui necunoscute sunt sarcinile pe roți Q_e, Q_i .

Adunând relațiile (87) și (88) ținând seama de faptul ca $Z = Z_i + Z_e$, cât și de relațiile (75) și (82) se obține:

$$-Z = \mu(-Q_i \sin \xi_i \pm Q_e \sin \xi_e) \quad (89)$$

sau:

$$-Z = \mu Q_i(-\sin \xi_i \pm k \sin \xi_e) \quad (90)$$

adică :

$$Q_i = \frac{-Z}{\mu(-\sin \xi_i \pm k \sin \xi_e)} \quad (91)$$

Similar :

$$Q_e = \frac{-Z}{\mu(-\frac{1}{k} \sin \xi_i \pm \sin \xi_e)} \quad (92)$$

Pentru a determina funcția $\frac{Z}{\mu T}$ se fac următoarele notații:

$$-\sin \xi_i = \frac{-s \pm e}{\sqrt{p^2 + (s + e)^2}} = A \quad (93)$$

și

$$\sin \xi_e = \frac{s \pm e}{\sqrt{p^2 + (s \pm e)^2}} = B \quad (94)$$

Astfel relațiile (91) și (92) devin:

$$Q_i = \frac{-Z}{\mu(-A \pm kB)} \quad (95)$$

respectiv :

$$Q_e = \frac{-Z}{\mu(-\frac{1}{k}A \pm B)} \quad (96)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Astfel, se poate calcula valoarea sarcini pe osie ținând seama de influența forței de tracțiune Z cât și de variația sarcinii pe roți, prin:

$$T = Q_i + Q_e = \frac{-Z}{\mu(-\frac{1}{k}A \pm B)} + \frac{-Z}{\mu(-A \pm kB)} \quad (97)$$

Prin transformări simple succesive se obține:

$$T = \frac{-Z}{\mu} \cdot \frac{A(1+k) \pm kB(1+k)}{-A^2 \pm 2AkB - k^2B^2} \quad (98)$$

respectiv :

$$\frac{Z}{\mu T} = \frac{-\frac{1}{k}A^2 \pm 2AB - kB^2}{(1+k)(-\frac{1}{k}A \pm B)} \quad (99)$$

Relația (99) reprezintă dependența $\frac{Z}{\mu T}$ pentru cazul $Q_i > Q_e$. Se observă că raportul $\frac{Z}{\mu T} = f(A, B)$. Cum în relațiile (93) și (94) singura variabilă pentru cazul unei ghidări rigide este deplasarea "e" a polului instantaneu provocată de forța de tracțiune Z , rezultă ca relația (99) poate constitui expresia exploatării forței de tracțiune la variația sarcinilor pe roți în tendința de dispunere radială a osiei montate, dacă și numai dacă în relațiile (93) și (94) se consideră variabilă și distanță polară p .

Forțele de tracțiune individuale putând fi calculate din relațiile (87) și (88) prin :

$$-Z_e = \mu Q_e (-\sin \eta_e \pm \sin \xi_e) \quad (100)$$

și

$$Z_i = \mu Q_i (\sin \xi_i - \sin \eta_i) \quad (101)$$

2. Sarcina pe roata exterioară mai mare decât sarcina pe roata interioară ($Q_e > Q_i$)

Că și pentru cazul anterior raportul $\frac{1}{k} \in (0, 1)$ iar $\epsilon > 0$. O variație a sarcinilor pe roți de acest tip producând deplasarea polului instantaneu în sensul pozitiv al axei OY.

Posibilitățile de analiză ce apar sunt:

1. Forța de tracțiune provoacă o deplasare a polului instantaneu mai mare decât cea a variației sarcinii pe roți dar nu mai mare decât jumătatea ecartamentului, adică :

$$\epsilon < e < s$$

2. Forța de tracțiune provoacă o deplasare a polului mai mare decât jumătatea ecartamentului, adică :

$$s < e < \infty$$

Aceste două cazuri sunt prezentate în figurile 14 a), b) de mai jos :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

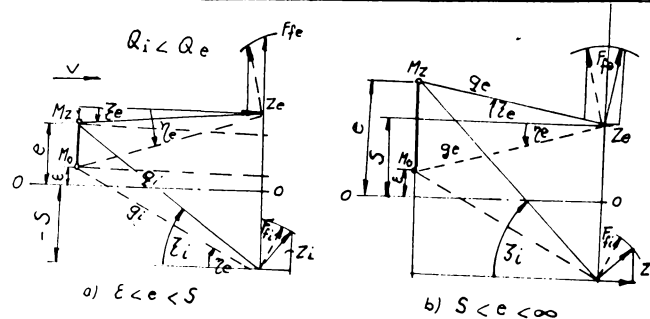


Fig.14 Influenta forței de tracțiune combinată cu variația sarcinilor pe roți

$$Q_e > Q_i$$

Se face o analiza similară cu a cazului $Q_i > Q_e$, determinându-se raportul :

$$\frac{Z}{\mu T} = \frac{-\frac{1}{k}A^2 \pm 2AB - kB^2}{(1+k)(-\frac{1}{k}A \pm B)} \quad (102)$$

Comparaând relațiile (99) și (102) se poate observa că ele sunt identice, acest fapt atestă că modul de variație al forței de tracțiune pe osie nu depinde de modul de variație al sarcinii pe roți, ci doar de poziția polului instantaneu al boghiului prin distanța polară " p ", respectiv de efectele produse de forța de tracțiune și variația sarcinilor pe roți prin mărimile " e " și " ε ".

Astfel, din studiul poziției polului la circulația în curbă se pot concluziona următoarele:

1. Ecuația (49) dă posibilitatea analizei concomitente a evoluției polului instantaneu și a unghiului de atac în mod iterativ, știind că un astfel de sistem trebuie să lucreze în domeniul liniar. Cunoașterea exactă a poziției geometrice a polului dă un prim criteriu de comparare a progresului în realizarea tendinței de dispunere radiale între două furnituri ce circulă prin aceeași rază de curbă.

2. Sistemul format din ecuațiile (67) și (68) dă posibilitatea decuplării mișcării de deplasare transversală a osiei și de rotire a acesteia prin modul de abordare al sistemului amintit. Acest fapt conferă metodei posibilitatea de apreciere a modului de vibrație în direcție transversală și a modului de vibrație la rotire al osiei.

3. Din analiza influenței forței de tracțiune și a variației sarcinii pe osie rezultă că pentru realizarea tendinței de dispunere radială distanța polară $p \rightarrow 0$ termenii A, B $\rightarrow 1$ iar limita funcției, $\frac{Z}{\mu T} \rightarrow 1$, prin valori mai mici decât 1. Acest fapt arată că realizarea tendinței de dispunere radială prin alegerea de caracteristici adecvate ale suspensiei primare și printr-o exploatare corectă a treptelor de putere conduce la rapoorturi $\frac{Z}{\mu T}$ ce micșorează considerabil apariția stick-slipului pe parcursul mișcării.

Cap3. Studiul circulației in curbă prin metoda grafo-analitica Heumann - Vogel

&3.1 Condiția generală de echilibru la circulația in curba

Sub influența forțelor și momentelor ce acționează asupra unui vehicul, acesta poate să aibe o singură poziție într-o curbă dată, poziție ce se zice de echilibru.

Pentru studiul ce se va face sunt importante următoarele două supoziții :

- bandajele roților sunt cilindrice
- buza bandajelor este înlocuită cu role laterale de presiune

Structura de baza ca model matematico - mecanic a unui vehicul se considera conform figurii de mai jos :

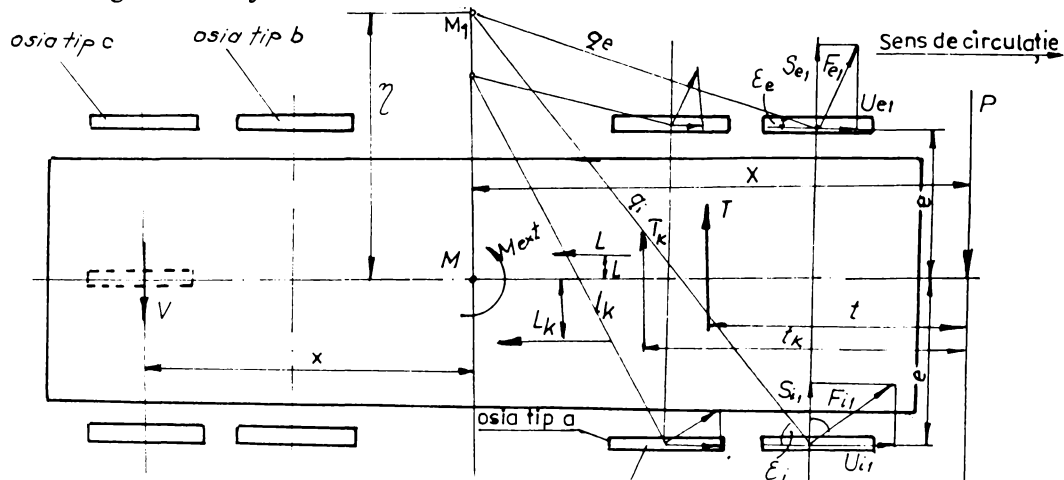


Fig.15 Modelul pentru un vehicul general

Fig.15 arată că in practica pot fi întâlnite trei tipuri de osii montate :

Tip a Acestea sunt osiile alergătoare, care datorită unui joc lateral suficient de mare in lagăre pot ghida lateral . La o soluție constructivă bazată pe acest principiu rama va prelua numai componentele longitudinale (componentele de tip U) in timp ce componentele transversale (componentele de tip S) vor fi preluate de roată conducătoare .

Tip b Acestea sunt osiile montate fixe si care sunt ghidate complet de rama. Dacă in componența vehiculului există numai osii de tip b se poate afirma că se realizează un paralelism riguros între acestea. In cazul acestui tip de osii forțele de frecare vor fi preluate integral de rama boghiului .

Tip c Acestea sunt osiile montate destinate la acționarea vehiculelor prin cremalieră . Ele sunt osii montate de aderență, iar rama preia in acest caz numai forțele transversale, osia puându-se deplasa lateral.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

In continuare se fac o serie de precizări relative la fig. 15 :

- P - reprezintă forța de ghidare a vehiculului ;
- T_k - reprezintă forțele exterioare transversale ce acționează asupra ramei (sasiului , functie de solutia constructiva ; $k = 1, n$);
- L_k - reprezintă forțele longitudinale exterioare ce acționează asupra șasiului
- M_{ext} - reprezintă un moment rezultat exterior de tip rapel
- t_k - reprezintă distanțele de la forțele transversale T_k la punctul de ghidare al vehiculului
- l_k - reprezintă distanțele de la forțele laterale L_k la axa longitudinală a vehiculului
- M - reprezintă polul instantaneu al boghiului la circulația fără forță de tracțiune
- M_1 - reprezintă poziția polului instantaneu al boghiului la circulația cu forță de tracțiune
- $q_{1, e}$ - reprezintă brațele forțelor de frecare față de polul instantaneu al boghiului
- q - reprezintă brațele de frecare a roților aceleiași osii (se folosește in aceasta formă doar sub semnul \sum intelegându-se ca intra atât brațele roților exterioare cât și a celor interioare)
- T - reprezintă rezultanta forțelor transversale T_k
- t - reprezintă poziția rezultantei față de punctul de ghidare al vehiculului
- L - reprezintă rezultanta forțelor longitudinale L_k
- l - reprezintă poziția rezultantei față de axa longitudinală a vehiculului
- e - semicartamentul
- η - reprezintă distanța pe care se deplasează polul instantaneu M la circulația cu forță de tracțiune
- $F_{e,j}$ - reprezintă forța de frecare de pe roata exterioară a osiei j
- $F_{i,j}$ - reprezintă forța de frecare de pe roata interioară a osiei j
- $U_{i,j}$ - reprezintă componentele longitudinale ale forțelor de frecare $F_{i,j}$
- $U_{e,j}$ - reprezintă componentele longitudinale ale forțelor de frecare $F_{e,j}$
- $S_{i,j}$ - reprezintă componentele transversale ale forțelor de frecare $F_{i,j}$
- $S_{e,j}$ - reprezintă componentele transversale ale forțelor de frecare $F_{e,j}$

In cele ce urmează se vor scrie ecuatiile globale de echilibru ale vehiculului . Se va intelege prin q, cum am amintit, brațele de frecare aferente atât forțelor de frecare exterioare cât și interioare, iar prin F, forțele de frecare globale pe roți exterioare și interioare.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Astfel condițiile de echilibru devin :

$$\sum F_X = 0 : \sum U - \sum L = 0 \quad (103)$$

$$\sum F_Y = 0 : \sum_{(2b)} S + \sum_{(c)} V + \sum T - P = 0 \quad (104)$$

$$\begin{aligned} \sum M_Z = 0 : \sum_{(2b)} (Fq - \eta U) + e \sum_{(a)} (U_{ij} - U_{ej}) + \sum_{(c)} xV + \\ + \sum M_{ext} + \sum (X - t)T + \sum IL - PX = 0 \quad (105) \end{aligned}$$

unde :

$\sum_{(2b)}$ - semnifică faptul că sub semnul \sum se scriu forțele de pe fiecare roată a unei osii de tip b .

$\sum_{(a)}$ - semnifică faptul că sub semnul \sum se scriu forțele pe o roată a unei osii de tip a

Acest mod de scriere nu trebuie înțeles numai ca o sumă din punct de vedere matematic, după un anumit indice ci și pentru un anumit tip de osie, cât mai ales ca efect global din punct de vedere mecanic asupra vehiculului, astfel:

$\sum_{(2b)} (Fq - \eta U)$ - reprezintă momentul forțelor de frecare al fiecărei roți al unei osii de tip "b" față de punctul M_1

$e \sum_{(a)} (U_{ij} - U_{ej})$ - reprezintă momentul componentelor orizontale ale forțelor de frecare a osiilor de tipul "a" față de polul M

$\sum_{(c)} xV$ - reprezintă momentul forțelor de frecare transversale a osiilor de tip "c" față de polul M

Ecuțiile (103),(104),(105) se mai pot scrie :

$$\sum U = \sum L \quad (106)$$

$$\sum_{(2b)} S + \sum_{(c)} V + \sum T = P \quad (107)$$

$$\sum_{(2b)} (Fq - \eta U) + e \sum_{(a)} (U_{ij} - U_{ej}) + \sum_{(c)} xV + \sum M_{ext} + \sum (X - t)T + \sum IL = PX \quad (108)$$

Amplificând relația (107) cu X se obține:

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$X \sum_{(2b)} S + X \sum_{(c)} V + X \sum T = PX \quad (109)$$

Tinând seama de relația (109), relația (108) devine :

$$\sum_{(2b)} (Fq - \eta U) + e \sum_{(a)} (U_{ij} - U_{ej}) + \sum_{(c)} xV = X \sum_{(2b)} S + X \sum_{(c)} V - \sum M_{ext} - \sum IL + \sum tT \quad (110)$$

in care se notează :

$$1. M_{roți} = \sum_{(2b)} (Fq - \eta U) + e \sum_{(a)} (U_{ij} - U_{ej}) + \sum_{(c)} xV \quad (111)$$

reprezentând momentul forțelor roților asupra ramei boghiului , față de polul M. Expresia (111) depinde numai de distanțele osiilor montate , nefiind influențată de forța directoare P.

$$2. D = X \sum_{(2b)} S + X \sum_{(c)} V \quad (112)$$

reprezentând momentul care va fi exercitat asupra ramei din partea forțelor de ghidare P și care este condiționat de existența osiilor montate de tipul "b" și "c"

$$3. M_{T ext} = \sum tT - \sum M_{ext} - \sum IL \quad (113)$$

reprezentând momentul ce cuprinde toate influențele exterioare asupra ramei

Pe aceste considerente ecuația (110) arată că **poziția de echilibru există** , când este îndeplinită condiția:

$$M_{roți} = D + M_{T ext} \quad (114)$$

respectiv **dacă în fiecare moment efectul momentului forțelor transversale (tip S și V) și momentele exterioare sunt echilibrate de momentul de frecare din planul de contact.**

Relația (114) se numește condiția generală de echilibru a unui vehicul feroviar. Ea pune în concordanță momentele rezistente cu momentele motoare ce realizează înscrierea vehiculului într-o curbă de rază R dată .

&3.2 Curba M_{roti} ca formă de calcul

Forma (110) este o relație generală pentru evaluarea momentului rezistent. Este clar ca M_{roti} reprezintă efectul forțelor de frecare pe osii de tipul "a", "b", "c". Plecând de la aceasta idee momentului M_{roti} i se poate asocia forma :

$$M_{roti} = \sum_{(2b)} F \cdot m + \sum_{(2a)} F \cdot u + \sum_{(c)} xV \quad (115)$$

unde :

F - reprezintă forțele de frecare pe roțile osiilor de tip "a" respectiv "b"

m, u - reprezintă coeficienții de influență a forțelor de frecare pe cele două tipuri de osii, coeficienți ce urmează a fi determinați

Pentru determinarea acestor coeficienți se va folosi fig. 16

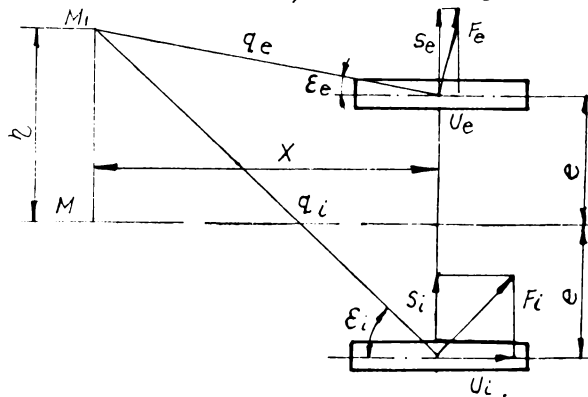


Fig.16 Forțele ce formează curba M_{roti} pe osie
in care mărimile ce intervin au aceeași semnificație ca și în fig.15 .
Astfel, se poate scrie :

$$S = S_i + S_e \quad (116)$$

cum :

$$S_e = F_e \cdot \frac{X}{\sqrt{X^2 + (\eta - e)^2}} \quad (117) \quad \text{și} \quad S_i = F_i \cdot \frac{X}{\sqrt{X^2 + (\eta + e)^2}} \quad (118)$$

inlocuite în (116) dau relația componentei transversale pe osie :

$$S = F_e \cdot \frac{X}{\sqrt{X^2 + (\eta - e)^2}} + F_i \cdot \frac{X}{\sqrt{X^2 + (\eta + e)^2}} \quad (119)$$

Similar :

$$U = U_e + U_i \quad (120)$$

Respectiv în forma finală :

STUDII ASUPRA COMPARTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$U = F_e \cdot \frac{\eta - e}{\sqrt{X^2 + (\eta - e)^2}} + F_i \cdot \frac{\eta + e}{\sqrt{X^2 + (\eta + e)^2}} \quad (121)$$

Urmare a egalității forței de tracțiune dezvoltată pe fiecare roată, cât și a echilibrului componentelor orizontale ale forțelor de frecare rezultă următoarea notație :

$$\lambda = \frac{Q_e}{Q_i} = \frac{F_e}{F_i} \quad (122)$$

Se consideră forța de frecare $F = F_e + F_i = f 2Q$ în care :

f - reprezintă coeficientul de frecare roată - șină

$2Q$ - reprezintă sarcina pe osie

Atunci se pot defini :

$$\varphi = \frac{U_e + U_i}{F} = \frac{U}{F} \quad (123)$$

ce reprezintă prefixul pentru forța de tracțiune, iar

$$\psi = \frac{S_e + S_i}{F} = \frac{S}{F} \quad (124)$$

ce reprezintă prefixul pentru forța transversală S

Pe baza relațiilor (119) (121) și (122) cele două prefixe pot fi explicitate sub forma :

$$\varphi = \frac{1}{1 + \lambda} \left[\frac{\lambda(\eta - e)}{\sqrt{X^2 + (\eta - e)^2}} + \frac{\eta + e}{\sqrt{X^2 + (\eta + e)^2}} \right] \quad (125)$$

iar

$$\psi = \frac{1}{1 + \lambda} \left[\frac{X}{\sqrt{X^2 + (\eta - e)^2}} + \frac{X}{\sqrt{X^2 + (\eta + e)^2}} \right] \quad (126)$$

Astfel , expresia raportului sarcinilor pe roți este dată de relațiile :

$$\lambda = \frac{\sin \varepsilon_i - \varphi}{\varphi - \sin \varepsilon_e} = \frac{\cos \varepsilon_i - \psi}{\psi - \cos \varepsilon_e} \quad (127)$$

Notând :

$$\mu = \frac{U_i - U_e}{F} \quad (128)$$

din relația (115) se pot scrie coeficienții m , u prin relațiile :

$$u = \frac{U_i - U_e}{F} e = \mu \cdot e \quad (129)$$

iar

$$m = \frac{\lambda q_e + q_i}{1 + \lambda} - \eta \varphi \quad (130)$$

Pe baza relațiilor (129) și (130) expresia generală a momentului M_{rod} devine o expresie calculabilă prin relația :

STUDII ASUPRA COMPARTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$M_{roți} = \sum_{(2b)} f \cdot 2Q \left(\frac{\lambda q_e + q_i}{1 + \lambda} - \eta \varphi \right) + \sum_{(2a)} f \cdot 2Q \cdot \mu \cdot e + \sum_{(c)} xV \quad (131)$$

Dacă în componența vehiculului nu există decât osii de tipul "a" și "b" atunci expresia momentului roților devine :

$$M_{roți} = \sum_{(2b)} f \cdot 2Q \left(\frac{\lambda q_e + q_i}{1 + \lambda} - \eta \cdot \varphi \right) + \sum_{(2a)} f \cdot 2Q \cdot \mu \cdot e \quad (132)$$

Relația (132) este specifică construcțiilor existente la noi în țară, înglobând atât influența forței de tracțiune cât și variația sarcinii pe roți .

Particularizând relația (132) pentru circulația fără forță de tracțiune se obține doar influența variației sarcinilor pe roți, anume :

$$M_{roți} = \sum_{(2b)} f \cdot 2Q \left(\frac{\lambda q_e + q_i}{1 + \lambda} \right) \quad (133)$$

iar dacă și sarcinile pe roți sunt egale, atunci $q_e = q_i = q$ și se va regăsi expresia momentului rezistent a lui Heumann, adică :

$$M_{roți} = \sum_{(2b)} f \cdot 2Q \cdot q \quad (134)$$

Osiile ce au tendință de dispunere radială trebuie să funcționeze ca și osii de tip "b" . Dacă am presupune un vehicul având în componență osii ce au tendință de dispunere radială, circulând printr-o curbă de rază R fără forță de tracțiune, atunci pentru calculul $M_{roți}$ în relația (132) η este ordonata polului geometric calculată în &2.2 .

&3.3 Interpretarea geometrică a condiției generale de echilibru a unui vehicul feroviar. Curbele auxiliare D și Z

Fără a restrânge generalitatea rezultatelor se consideră un vehicul ce are în componență numai osii de tipul "a" și "b", atunci expresia momentului rezistent este:

$$M_{roți} = \sum_{(2b)} (Fq - \eta U) + e \sum_{(a)} (U_{ij} - U_{ej}) \quad (135)$$

Circulația în curbă a vehiculelor feroviare ridică două probleme esențiale, cunoscute în literatura de specialitate [1], [2], [8] sub denumirea, de *problema directă* și *problema reciprocă*. În cele ce urmează se vor enunța cele două probleme în formularea lui Borgeaud :

Problema directă

Se presupune poziția vehiculului cunoscută, atunci trebuie determinată distanța polară X și mărimile forțelor ce acționează asupra vehiculului din partea căii

Problema reciprocă

Se presupun cunoscute mărimile forțelor ce acționează asupra vehiculului, atunci trebuie determinată distanța polară X cât și poziția vehiculului în curbă.

Aceste două probleme rămân de rezolvat și în cazul boghiurilor ce au în componență osii **motoare** cu tendința de dispunere radială ghidate în aceeași ramă.

Ați problema directă cât și cea reciprocă pot fi rezolvate prin metoda grafică.

Pentru a determina valoarea dependenței de distanța polară X, a momentului rezistent dat de relația (135), se va calcula derivată parțială după aceasta variabilă, anume :

$$\frac{\partial M_{roți}}{\partial X} = \sum_{(2b)} \left(\frac{\partial F}{\partial X} q + \frac{\partial q}{\partial X} F \right) - \sum_{(2b)} \left(\frac{\partial \eta}{\partial X} U + \eta \frac{\partial U}{\partial X} \right) + e \sum_{(a)} \frac{\partial (U_{ij} - U_{ej})}{\partial X} \quad (136)$$

Din fig. 15 se poate scrie următoarea relație geometrică :

$$q_{e,i} = \sqrt{(X - n_j)^2 + (\eta \pm e)^2} \quad (137)$$

unde :

n_j - reprezintă distanța osiei j față de punctul de ghidare al vehiculului

Cum:

$$\frac{\partial q_{(e,i)j}}{\partial X} = \frac{X - n_j}{q_{(e,i)j}} + \frac{\eta \pm e}{q_{(e,i)j}} \cdot \frac{d\eta}{dX} \quad (138)$$

Înlocuind (138) în (136) se obține :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$\frac{\partial M_{roți}}{\partial X} = \sum_{(2b)} (q \frac{\partial F}{\partial X} + F_{(e,i)j} \cos \varepsilon_{(e,i)j} + F_{(e,i)j} \sin \varepsilon_{(e,i)j} \frac{d\eta}{dX}) - \sum_{(2b)} U \frac{d\eta}{dX} - \sum_{(2b)} \eta \frac{\partial U}{\partial X} + e \sum_{(a)} \frac{\partial (U_{ij} - U_{ej})}{\partial X} \quad (139)$$

Termenii $F_{(e,i)j} \cos \varepsilon_{(e,i)j}$ respectiv $F_{(e,i)j} \sin \varepsilon_{(e,i)j}$ reprezintă componentele transversale respectiv longitudinale ale forțelor de frecare de pe osia "j". Astfel, relația (139) devine :

$$\frac{\partial M_{roți}}{\partial X} = \sum_{(2b)} (q \frac{\partial F}{\partial X} + S_{(e,i)j}) + \sum_{(2b)} U_{(e,i)j} \frac{d\eta}{dX} - \sum_{(2b)} U \frac{d\eta}{dX} - \sum_{(2b)} \eta \frac{dU}{dX} + e \sum_{(a)} \frac{\partial (U_{ij} - U_{ej})}{\partial X} \quad (140)$$

Cum însă :

$$\sum_{(2b)} U_{(e,i)j} \frac{d\eta}{dX} = \sum_{(2b)} U \frac{d\eta}{dX} \quad (141) \quad \text{și} \quad \sum_{(2b)} S_{(e,i)j} = \sum_{(2b)} S \quad (142)$$

Expresia generală de variație a pantei tangentei la curba momentelor rezistente pentru un vehicul, ce are în componență, atât osii de avans de tip "a", cât și osii de tip "b" devine :

$$\frac{\partial M_{roți}}{\partial X} = \sum_{(2b)} S + \sum_{(2b)} q \frac{\partial F}{\partial X} - \sum_{(2b)} \eta \frac{\partial U}{\partial X} + e \sum_{(a)} \frac{\partial (U_{ij} - U_{ej})}{\partial X} \quad (143)$$

Din relația (143) se poate observa că dacă, în componența vehiculului nu există osii de tip "a", dacă coeficientul de frecare nu variază cu pseudo-alunecarea, iar vehiculul circulă cu forță de tracțiune constantă atunci:

$$\frac{\partial M_{roți}}{\partial X} = \sum_{(2b)} S \quad (144)$$

Tinând seama de relația (107) echilibrul forțelor transversale devine:

$$\frac{\partial M_{roți}}{\partial X} + \sum T = P \quad (145)$$

Importanța relației (145) va fi evidențiată în cadrul procedurii geometrice (grafo-analitic) pentru determinarea forțelor directoare, folosind condiția generală de echilibru a unui vehicul feroviar.

Pentru a demonstra modul de aplicare a considerentelor expuse până acum asupra circulației în curbă și implicit asupra calculului forțelor directoare, se va considera un

vehicul tip Bo - Bo pe care se dezvoltă atât forțe de tip transversal și longitudinal, cât și momente de tip M_{ext} , având în componență doar osii de tip "b".

Astfel, condiția generală de echilibru devine :

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

$$M_{roți} = PX + \sum(t-X)T - \sum M_{ext} - \sum IL \quad (146)$$

Notând :

$$\sum M_{ext} + \sum IL = M_0 \quad (147)$$

relația (146) devine :

$$M_{roți} = PX + \sum(t-X)T - M_0 \quad (148)$$

in care M_0 reprezintă momentul de rapel realizat pe vehicul, atât prin suspensii cât și prin alte dispozitive existente pe vehicul in acest scop.

Pe aceste considerente se construiește diagrama de echilibru de mai jos :

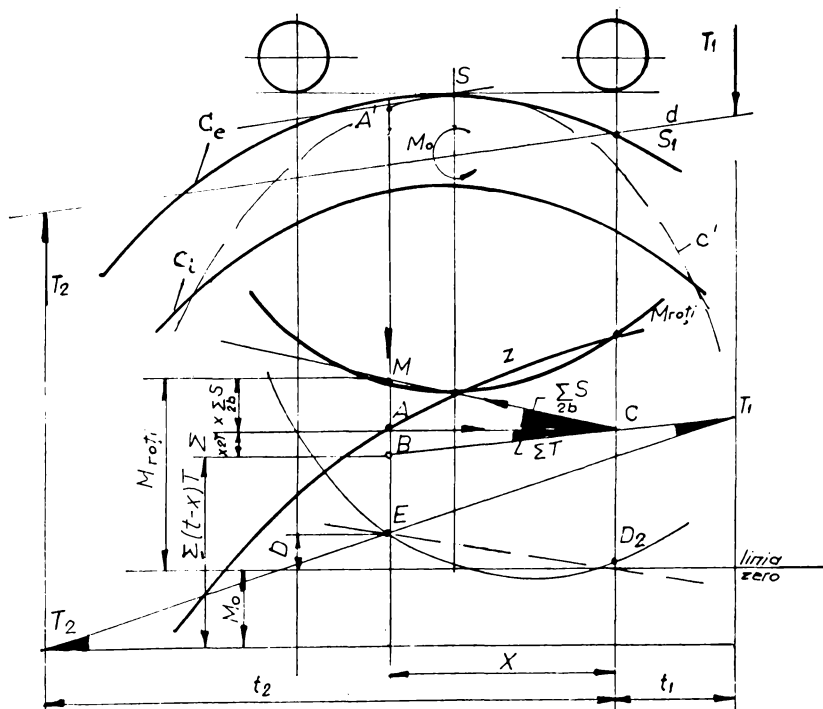


Fig.17 Echilibrul vehiculului cu moment de rapel și forțe exterioare

in care :

$C_{e,i}$ - reprezintă elipsele corespunzătoare firului exterior respectiv interior

C' - reprezintă curba auxiliară obținută prin dublarea ecuației firului exterior

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

M_{roti} - reprezintă curba momentelor rezistente

$T_{1,2}$ - reprezintă forțe de tip transversal, exterioare ce au suporturile situate la distanțele $t_{1,2}$ față de punctul de ghidare

Se poate observa cu ușurință că diagrama din fig.17 combina curbele momentelor rezistente ale roților M_{roti} (curbele lui Heumann) și curbele Vogel folosite la inscrierea statică, obținându-se astfel metoda combinată stabilită de Heumann [1] numită "**combinata Heumann - Vogel**". Aceasta este metoda grafo - analitică cu care se va rezolva atât problema directă cât și problema reciprocă .

Se presupune poziția vehiculului cunoscută, însă, pentru determinarea precisă a distanței polare X nu mai este satisfăcător procedeul de trasare al tangentei din cadrul minimumului lui Heumann. Punctul de tangentă M din fig.17 trebuind să fie stabilit exact pentru a se obține rezultate cât mai apropiate de cele reale. Poziția acestui punct este dificil de stabilit doar cu noțiunile prezentate până acum. Se impune evident introducerea unor mărimi care să reglementeze exact trasarea dreptei CM din fig.17. Pentru aceasta se revine la ecuația (148) de echilibru, corespunzătoare fig.17, în care se va înlocui relația :

$$P = \sum_{(2b)} S + \sum T \quad (149)$$

obținându - se astfel pentru momentul M_{roti} următoarea expresie :

$$M_{roti} = X \sum_{(2b)} S + \sum tT - M_0 \quad (150)$$

În relația (150) termenul $X \sum_{(2b)} S$ reprezintă curba " D ", ale cărei ordonate se obțin dând valori distanței polare X și calculând de fiecare dată forțele S , specifice fiecărui tip de vehicul. Alături de principiu a unei astfel de curbe este prezentată în fig.17.

Astfel cu ajutorul curbei D se poate determina punctul C , ordonata sa fiind data de distanța dintre curbele M_{roti} și D în punctul M . Cu acestea tangenta CM devine complet determinată .

Se poate observa că modul de construcție prezentat mai sus este impus de relațiile (144) și (146) care practic arată că, panta tangentei la curbă pentru orice abscisa X este chiar suma algebrică a forțelor de tip S pe osii de tip " b " .

Ca primă concluzie se poate afirma că prin curba D se poate determina cu exactitate poziția tangentei CM .

Pentru determinarea forțelor directoare cât și a altor forte, cu diagrame de tip Heumann - Vogel se va aplica următoarea afirmație:

Cunoscând direcția și sensul forței, valoarea sa se obține, prin împartirea segmentului omolog unghiului corespunzător forței măsurat la scara momentelor, la distanța măsurată pe orizontală de la virful unghiului la punctul în care s-a măsurat pe verticală segmentul omolog (brațul forței).

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Pe baza afirmațiilor de mai sus se poate considera că problema directă este rezolvată .

S-a prezentat modul de calcul și de lucru cu curba D deoarece aceasta modalitate este aplicată în cadrul diverselor firme de renume din domeniu ca : A.B.B (ASEA și Brown - Boveri), S.L.M etc

Totuși din relația generală de echilibru (150), se mai poate construi o curba ajutatoare, anume :

$$Z = M_{roți} - D \quad (151)$$

cu ajutorul căreia conform săgeților din fig.17 se poate de asemenea determina cu exactitate ordonata punctului C și implicit tangenta CM .

Relația (151) constituie totodată definiția generală a curbei Z, aceea ca ea reprezintă **momentul rezistent al tuturor forțelor exterioare față de osia 1.**

Deoarece curba Z reprezintă un moment de tip rezistent, din relația (151) rezultă că, în esență și curba D este tot o curbă de tip rezistent . Curba D reprezintă **momentul tuturor componentelor transversale ale forțelor de frecare, ce contribuie la echilibrarea forței de ghidare P , calculat în raport cu osia 1.**

Pentru rezolvarea problemei reciproce este foarte utilă curba D. Cum valorile forțelor ce acționează pe vehicul sunt cunoscute, folosind fig.17 se poate trasa dreapta DE .Cunoscând poziția punctului E, se construiește o perpendiculară din E pe "linia zero" a momentelor, care prelungită intersectează curba C în A .

Unind S cu punctul A , se obține conform fig.17 dreapta SA . Poziția vehiculului se determină construind prin punctul S₁ , de ghidare al vehiculului, o paralelă la dreapta SA , obținându - se astfel dreapta d . Dreapta d constituie poziția vehiculului în curba pentru nivelul de forțe directe date în diagrama 17.

&3.4 Influenta variatiei coeficientului de frecare asupra momentelor rezistente de tipul M_{roti}

Pentru stabilirea caracteristicilor unei suspensii primare multifuncționale, ce trebuie să asigure posibilitatea realizării tendinței de dispunere radială, o condiție necesară constă în cunoașterea cât mai exactă a curbei M_{roti} . Numai cunoscând cât mai exact curba momentelor rezistente ale roților, se pot obține din diagramele Heumann - Vogel valori ale forțelor directoare ce aproximează bine realitatea.

În &1.3 s-a specificat faptul că studiul circulației în curbă presupune o serie de ipoteze simplificatoare printre care și cea a coeficientului de frecare roată - șină constant respectiv cea a egalității sarcinilor pe osii și roți.

În prima fază se va studia influența variației coeficientului de frecare asupra curbelor M_{roti} , Z .

Se considera un vehicul tip Bo-Bo ca în figura de mai jos:

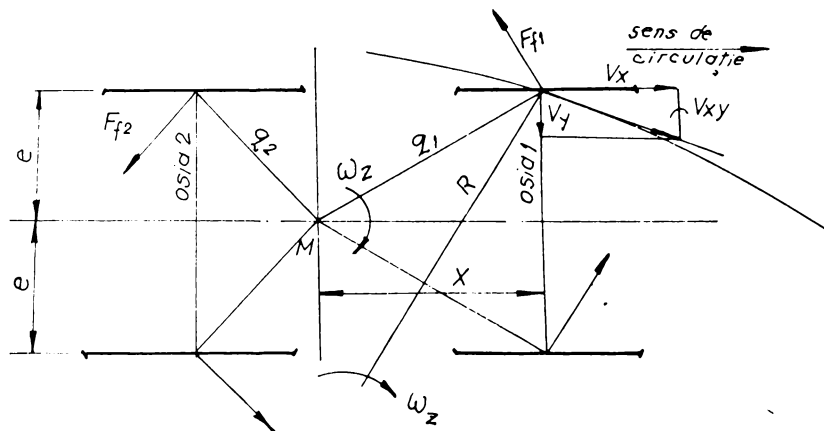


Fig.18 Distribuția forțelor de frecare pe boghiu

Curba M_{roti} se obține însumând momentele rezistente de pe fiecare osie, deci trebuie-esc evaluate în primă fază momentele de frecare de pe fiecare osie, astfel:

$$M_{r1,2} = 2 \cdot \mu_{1,2} \cdot Q \quad (152)$$

în care :

$M_{r1,2}$ - reprezintă momentul roților osiei 1 respectiv 2

Q - reprezintă sarcina pe roată a osiei

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC ÎN
TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALĂ LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$\mu_{1,2}$ - reprezintă coeficienții de frecare roată - șină pe cele
două osii

Variația coeficientului de frecare se datorează în principiu pseudo - alunecărilor din planul de contact. Pentru a explicita pseudo - alunecarea se consideră vehiculul înaintând printr-o curbă de rază R dată, cu viteza v și totodată rotindu -se, cu aceeași viteză unghiulară ω_Z atât față de centrul curbei, cât și față de centrul de frecare M . În această situație sunt valabile relațiile :

$$v_x = e \cdot \omega_Z \quad (153)$$

$$v_y = X \cdot \omega_Z \quad (154)$$

în care :

v_x - reprezintă componenta longitudinală a vitezei de înaintare

v_{xy} a osiei în punctul de contact

v_y - reprezintă componenta transversală a vitezei de înaintare

v_{xy} a osiei în punctul de contact

Ridicând relațiile (153) și (154) la pătrat și adunându-le se obține :

$$v_{xy}^2 = \omega_Z^2 \cdot (e^2 + X^2) \quad (155)$$

dar

$$e^2 + X^2 = q_1^2 \quad (156)$$

adică

$$v_{xy} = \omega_Z \cdot q_1 \quad (157)$$

Cum viteza unghiulară față de centrul curbei se considera aceeași :

$$v = \omega_Z \cdot R \quad (158)$$

Raportând relația (157) la (158) se obține pseudo - alunecarea roții 1 prin :

$$y = \frac{v_{xy}}{v} = \frac{q_1}{R} \quad (159)$$

y - se va numi coeficient de pseudo - alunecare

Se poate observa cu ușurință că pentru aceeași rază de curbă R , coeficientul de pseudo - alunecare depinde doar de poziția centrului de frecare M (polului instantaneu al boghiului).

Cum pentru a realiza tendința de dispunere radială a osiei montate trebuie ca distanța polară X să scadă, rezultă din relația (159) că odată cu realizarea acestui deziderat coeficientul de pseudo - alunecare y scade .

Dacă soluția constructivă pentru tendința de dispunere radială este concepută pentru osii cuprinse în aceeași ramă, atunci distanța polară a osiei 2 va crește, deci implicit și pseudo - alunecările la aceasta osie.

Se pune evident întrebarea, cum se stabilește coeficientul de frecare ținând seama de pseudo - alunecare.

Pe baza cercetărilor efectuate de **Levi, Carter, Müller, Labrijn** s-au ridicat curbele experimentale de mai jos :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

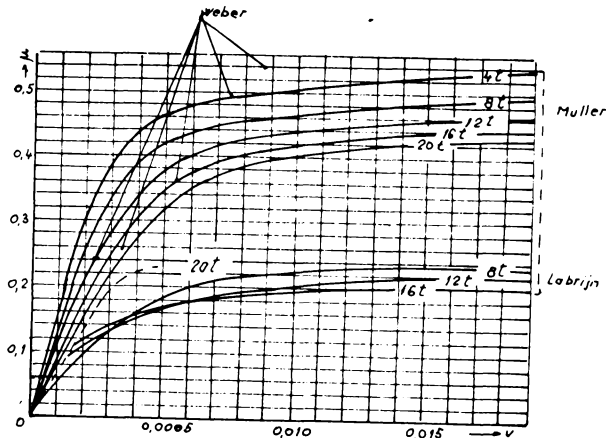


Fig.19 Dependența coeficientului de frecare de pseudo-alunecare Borgeaud, arată în [2] că, aceste curbe sunt approximate foarte bine de funcții de tipul :

$$\left(\frac{1}{\mu}\right)^n = \left(\frac{1}{\mu_\infty}\right)^n + \left(\frac{1}{kv}\right)^n \quad (160)$$

in care :

- μ - coeficientul de frecare ținând seama de pseudo - alunecare
- μ_∞ - coeficientul de frecare maximal (la limita de aderență)
- $\mu_\infty = \frac{Z_{\max}}{N}$ unde :
 - Z_{\max} - forța de tracțiune la limita de aderență
 - N - forța de apăsare normala (cazul static)
- k - reprezintă înclinarea asimptotei ce trece prin origine și care se suprapune cu porțiunea aproximativ liniară a curbei
- n - exponent necunoscut
- ν - pseudo - alunecarea

Pentru a găsi dependența analitică dată de relația (160), cunoscând curbele experimentale, se procedează astfel:

Fie trei puncte $P_1(\nu_1, \mu_1)$, $P_2(\nu_2, \mu_2)$, $P_3(\nu_3, \mu_3)$ care se găsesc pe curba corespunzătoare sarcinii pe osie a vehiculului considerat, atunci ele verifică relația (160).

Eliminând termenul $\left(\frac{1}{\mu_\infty}\right)^n$ se obțin pentru k următoarele expresii :

$$k = \left(\frac{\mu_1 \mu_3}{\nu_1 \nu_3}\right) \cdot \sqrt[n]{\frac{\nu_3^n - \nu_1^n}{\mu_3^n - \mu_1^n}} \quad (161)$$

$$k = \left(\frac{\mu_1 \mu_2}{\nu_1 \nu_2}\right) \cdot \sqrt[n]{\frac{\nu_2^n - \nu_1^n}{\mu_2^n - \mu_1^n}} \quad (162)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$k = \left(\frac{\mu_2 \mu_3}{v_2 v_3} \right) \cdot \sqrt{\frac{v_3^n - v_2^n}{\mu_3^n - \mu_2^n}} \quad (163)$$

Eliminând k între primele două egalități (de exemplu) se obține o ecuație pentru determinarea lui n , anume:

$$\left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^n \left(\frac{v_1}{v_3} \right)^n - \left(\frac{\mu_1}{\mu_3} \right)^n \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n - \left(\frac{\mu_1}{\mu_2} \right)^n + \left(\frac{\mu_1}{\mu_3} \right)^n + \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^n - \left(\frac{v_1}{v_3} \right)^n = 0 \quad (164)$$

Determinând pe n din relația (164) și înlocuind într-una din relațiile (161), (162) sau (163) se poate obține k . În fine n și k odată determinați permit determinarea termenului $\left(\frac{1}{\mu_\infty} \right)^n$ folosind relația (160). Astfel, cunoscând parametri n , k și valoarea termenului $\left(\frac{1}{\mu_\infty} \right)^n$ pentru o anumită sarcină pe osie, funcția dată de relația (160) se considera cunoscută. Repetând procedura de calcul și pentru alte sarcini pe osie se determina expresii analitice concrete de tipul (160).

Astfel, cunoscând dependențele analitice $\mu = \mu(v)$ se calculează pentru fiecare poziție X a polului brațele q_i ale roților fiecărei osii, pseudo-alunecările v_i , iar apoi momentele $M_{r1,2}$ care însumate dau curba momentelor rezistente M_{rod} pentru μ -variabil și Q -constant.

Tinând seama de aceste dependențe se poate calcula și trasa curba M_{rod} tinând seama de variația coeficientului de frecare cu pseudo-alunecarea, curba esențială în determinarea forțelor directoare prin metoda Heumann - Vogel.

&3.5 Influența variației sarcinii pe osii asupra valorilor forțelor directoare determinate cu diagrama Heumann - Vogel

Pentru determinarea grafică a forțelor directoare pentru situația când sarcinile pe osii difera se desenează în reprezentare semischelet vehiculul și se construiesc liniile de momente M_1 , M_2 și M pentru sarcinile Q_1 , Q_2 respectiv Q . Liniile M_1 , M_2 și M reprezintă momente de tipul M_{rot} ale aceluiași vehicul având sarcinile pe roțile aceleiași osii egale cu Q_1 , Q_2 respectiv cu Q , sarcina pe roată impusă prin tema de proiectare.

Liniile sumelor momentelor M_1 , M_2 și M sunt reprezentarea grafică a sumelor momentelor rezistentelor de frecare de alunecare în unități $2\mu Q_1$, $2\mu Q_2$ respectiv $2\mu Q$ pentru diferite poziții ale centrului de frecare pe axa longitudinală a vehiculului, astfel :

$$M = \sum_{i=1}^n 2 \cdot \mu \cdot Q_i \cdot q_i \quad (165)$$

in care :

i - reprezintă numărul osiei din boghiu

Astfel, pentru un boghiu cu două osii tip Bo - Bo expresia (165) devine :

$$M = 2\mu Q_1 q_1 + 2\mu Q_2 q_2 \quad (166)$$

Expresia (166) în unități $2\mu Q_1$ reprezintă curba M_1 , adică :

$$\frac{M_1}{2\mu Q_1} = q_1 + q_2 \cdot \frac{Q_2}{Q_1} = q_1 + q'_2 \quad (167)$$

iar în unități $2\mu Q_2$ reprezintă curba M_2 , adică:

$$\frac{M_2}{2\mu Q_2} = q_1 \cdot \frac{Q_1}{Q_2} + q_2 = q'_1 + q_2 \quad (168)$$

Valoarea reală a brațelor q_1 și q_2 se deduc după cum urmează folosind fig.20. Presupunem $Q_1 < Q_2$; AS reprezintă semidistanța dintre cercurile de rulare

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

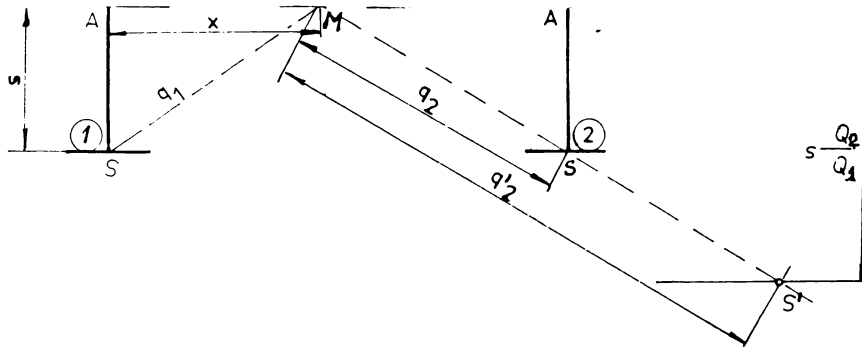


Fig.20 Determinarea brațului de frecare redus al osiei 2

Din fig.20 se obține lungimea q_2 ducând o paralela la axa longitudinală a vehiculului la o distanță $s \cdot \frac{Q_2}{Q_1}$. Prolungind brațul de frecare $q_2 = MS$ peste punctul S se obține punctul de intersecție S' . Se determină astfel segmentul de dreaptă MS' , care reprezintă *brațul de frecare redus* q_2' , deoarece:

$$MS' = MS \cdot \frac{Q_2}{Q_1} = q_2 \cdot \frac{Q_2}{Q_1} \quad (169)$$

Similar se procedează pentru cazul când $Q_1 > Q_2$, ca în fig. 21 :

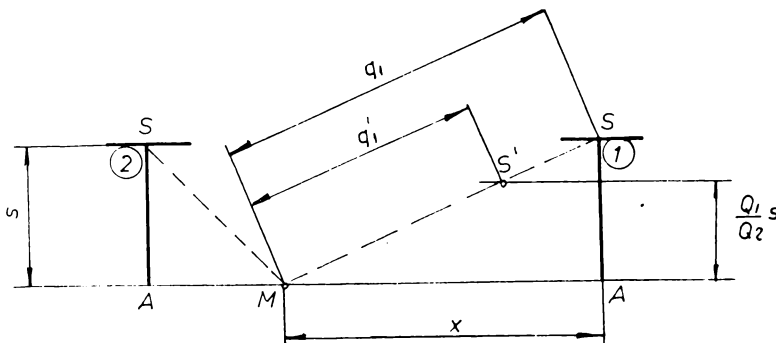


Fig.21 Determinarea brațului redus al osiei 1

în care se deduce *brațul redus* q_1' . În acest caz paralela se va duce la distanța $s \cdot \frac{Q_1}{Q_2}$.

Cele două curbe astfel obținute sunt *diferite* de curba M, curbă ce se calculează pentru sarcina pe roată Q.

Pentru a evalua cât mai corect forțele directoare $P_{1,2}$ corespunzătoare osiilor 1 respectiv 2, trebuie folosită una din curbele auxiliare Z sau D. În cele ce urmează se va folosi curba Z.

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

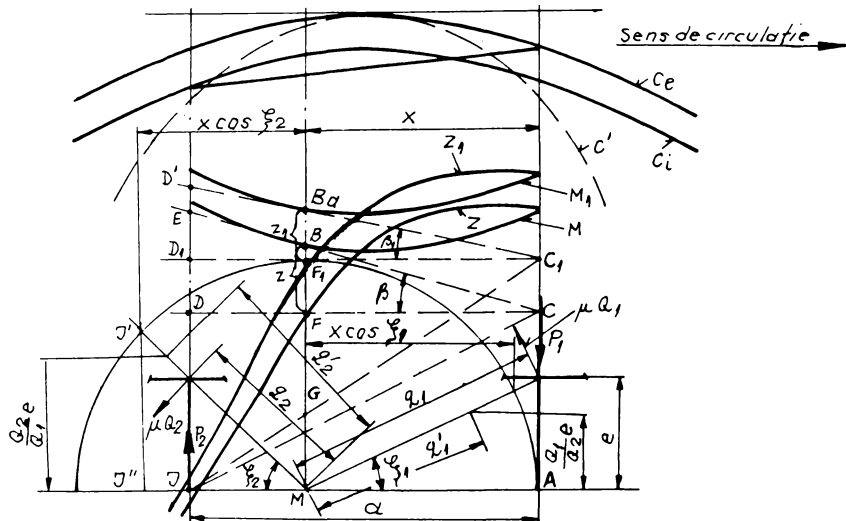


Fig.22 Trasarea curbelor M,Z la variația sarcinilor pe osii

Din fig.22 pentru poziția de circulație în diagonală, se pot scrie relațiile:

$$P_1 - P_2 - 2\mu Q \cos \xi_1 + 2\mu Q \cos \xi_2 = 0 \quad (170)$$

$$\frac{P_1 - P_2}{2\mu Q} = \cos \xi_1 - \cos \xi_2 \quad (171)$$

dar

$$\frac{P_1}{2\mu Q} = \frac{BG}{x} = \frac{EJ}{a} \quad (172)$$

$$\frac{P_2}{2\mu Q} = \frac{MG}{a-x} = \frac{AC}{a} \quad (173)$$

Inclinația tangentei în punctul B este:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{ED}{a} = \frac{EJ}{a} - \frac{DJ \equiv AC}{a} = \frac{P_1 - P_2}{2\mu Q} \quad (174)$$

Din relația (170) se observă că :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{P_1 - P_2}{2\mu Q} = \cos \xi_1 - \cos \xi_2 \quad (175)$$

Din fig.22 se observă că punctul F ca rezultat al intersecției ordonatei momentului rezistent M cu linia de delimitare a unghiului β , determină segmentul BF, existând relația :

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{BF}{x} \Rightarrow BF = x \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (176)$$

Segmentul BF se va nota cu z și reprezintă ordonata curbei Z măsurată față de curba momentelor rezistente M, adică :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC ÎN
TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALĂ LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$z = x \operatorname{tg} \beta = x \cos \xi_1 - x \cos \xi_2 \quad (177)$$

Relația (177) constituie un nou mod de construcție al curbei Z conform fig.22.

Păstrând principiul aplicat în cazul când $\mu = \text{const.}$ și $Q = \text{const.}$, se va determina, pe același principiu pe care s-au stabilit relațiile (175), (176), (177), curba Z pentru sarcina Q_1 respectiv pentru Q_2 .

Astfel, pentru circulația în diagonală în ipotezele $Q_1 \neq Q_2$ și $\mu = \text{const.}$ ecuația de echilibru se scrie :

$$P_1 - P_2 - 2\mu Q_1 \cos \xi_1 + 2\mu Q_2 \cos \xi_2 = 0 \quad (178)$$

$$\frac{P_1 - P_2}{2\mu Q_1} = \cos \xi_1 - \frac{Q_2}{Q_1} \cos \xi_2 \quad (179)$$

Din fig.22 rezultă :

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{B_a F_1}{x} = \frac{D' D_1}{a} = \frac{D' J - D_1 J}{a} = \frac{P_1 - P_2}{2\mu Q} \quad (180)$$

Deci

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \cos \xi_1 - \frac{Q_2}{Q_1} \cos \xi_2 \quad (181)$$

iar

$$z_1 = B_a F_1 = x \operatorname{tg} \beta_1 = x \cos \xi_1 - x \frac{Q_2}{Q_1} \cos \xi_2 \quad (182)$$

Astfel relația (182) arată că pentru trasarea curbei Z_1 nu se poate utiliza numai metoda grafică, ci trebuie introdus (precalculat) raportul sarcinilor pe osii $\frac{Q_2}{Q_1}$.

Folosind același principiu se poate ridica și curba Z_2 , ajungând apriori la aceeași concluzie, aceea că pentru analiza grafică a forțelor directoare în cazul variației sarcinilor pe rotile osii trebuie antecalculat raportul acestora.

Analizând relația (181) se poate concluziona :

- curba Z în cazul boghiului cu două osii cu sarcini inegale se modifică față de același tip de boghiu cu sarcini egale
- modificarea curbei Z conduce în mod implicit la alt pol de frecare ; pol de natura dinamică, ce se obține ca urmare a modificării valorilor forțelor directoare. Astfel diagrama Heumann - Vogel poate cuprinde parțial dinamica sistemului .
- trasarea curbei Z pentru un vehicul Bo - Bo se poate face prin amplificarea cu raportul sarcinilor pe osie a cosinusului unghiului de frecare a osiei cu sarcină mai mare.

&3.6 Influenta variației coeficientului de frecare roata - sina și a variației sarcinii pe osie in diagramele Heumann - Vogel

Dupa cum s-a aratat și in lucrarea de față, cât și in cadrul cercetărilor efectuate de Lipsius, Weber, Borgeaud, Müller, rezultă că nu se poate considera coeficientul de frecare roată - șină constant .

Este deosebit de important a se preciza că momentele de frecare își schimbă aliura functie de mărimea curbei prin care circulă vehiculul . Ca atare coeficientul de frecare, ca valoare, depinde de mărimea curbei prin care circulă vehiculul . Coeficientul de frecare depinde și de mărimea sarcinilor pe osii.

Dupa Steiner definiția coeficientului de aderență este dată prin relația :

$$\mu = \frac{Z}{Q'} \quad (183)$$

in care:

Z - reprezintă forța de tracțiune dezvoltată la obadă

Q' - reprezintă sarcina momentană pe osie sau pe roată (după cum s-a considerat forța de tracțiune Z , pe osie sau pe roată)

Aceasta sarcină momentană însă se compune din :

- sarcina statică pe roată
- sarcina modificată datorită geometriei vehiculului
- sarcina modificată datorită sarcinilor dinamice

adică :

$$Q' = Q_s \pm d_1 Q_g \pm d_2 Q_d \quad (184)$$

in care :

d_1 - reprezintă coeficientul de corecție dat de geometria sistemului

d_2 - reprezintă coeficientul dinamic considerat (se alege funcție de calitatea liniei)

Astfel, coeficientul de aderență reprezintă un element complex, iar determinarea lui prezintă dificultăți mai ales datorită faptului că modificarea sarcinilor pe roată cauzate de forțele dinamice este practic imposibilă de măsurat.

Se poate astfel aprecia cât de mult valorile forțelor directe se aproprie de realitate prin considerarea atât a coeficientului de frecare variabil cât și a sarcinii pe osie variabilă .

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Pentru un vehicul Bo - Bo relația momentelor rezistente devine :

$$M = 2\mu_1 Q_1 q_1 + 2\mu_2 Q_2 q_2 \quad (185)$$

Reprezentarea liniei sumei momentelor se poate face după cum se știe :

- în unități $2\mu_1 Q_1$

- în unități $2\mu_2 Q_2$

Astfel, pentru reprezentarea în unități $2\mu_1 Q_1$ relația (185) devine :

$$\frac{M}{2\mu_1 Q_1} = q_1 + \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{Q_2}{Q_1} \cdot q_2 = q_1 + q'_2 \quad (186)$$

iar pentru reprezentarea în unități $2\mu_2 Q_2$ devine :

$$\frac{M}{2\mu_2 Q_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot \frac{Q_1}{Q_2} \cdot q_1 + q_2 = q'_1 + q_2 \quad (187)$$

brațele q_1 , q_2 deducându-se după cum urmează : în funcție de raportul $\frac{q}{R}$ se determină din diagramele Müller fig.19 mărimea coeficientului de frecare atât pentru osia 1 cât și pentru osia 2 .Deci pentru fiecare poziție a polului de frecare, se poate determina raportul $\frac{\mu_2}{\mu_1}$ respectiv $\frac{\mu_1}{\mu_2}$, raport ce amplifică bratul MS ca în fig.23, obținându-se bratul de frecare real MS' .

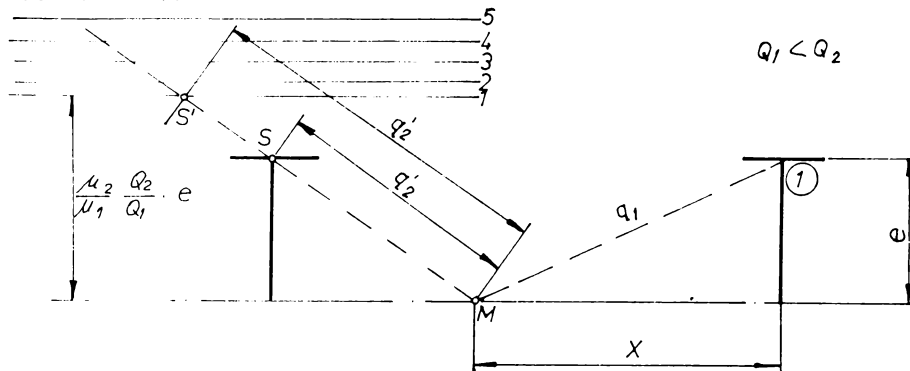


Fig.23 Influența variației coeficientului de frecare asupra mărimii brațului de frecare

Cum raportul $\frac{Q_2}{Q_1}$ se consideră o mărime constantă se poate imagina o familie de drepte paralele cu axa vehiculului . Fiecare dreaptă corespunzând unui anumit raport $\frac{\mu_2}{\mu_1}$.

Astfel, dreptele 1 - 4 din figura 23, corespund pozițiilor 1-4 ale polului de frecare . Deci pentru o anumită poziție a polului de frecare se prelungeste dreapta MS până intersectează dreapta paralelă ce corespunde poziției respective a polului. În acest fel brațul de frecare q_2 este precis determinat .

Raționamentul în diagramele Heumann - Vogel se face analog cu cel din &3.5, cu observația că ordonata z față de curba momentelor rezistente va fi dată de relația :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$z = x \operatorname{tg} \beta = x \cos \xi_1 - \frac{\mu_2}{\mu_1} \cdot \frac{Q_2}{Q_1} \cdot x \cos \xi_2 \quad (188)$$

Cu aceasta se poate afirma că determinarea forțelor directoare cu diagrame tip Heumann - Vogel se poate face suficient de exact, pentru a putea calcula o suspensie primară ce realizează dezideratele impuse prin tendința de dispunere radială .

&3.7 Stabilitatea factor esențial in tendința de dispunere radială apreciat cu diagrame Heumann - Vogel

Se pun evident întrebările: cum rezultă și cum se analizează pe diagramele tip Heumann - Vogel posibilitatea de dispunere radială ?

Pentru a demonstra existența posibilității de dispunere radială, se consideră un vehicul având trei osii, care :

- circulă printr-o curba de rază R, fără forță de tracțiune [2] ;
- are sarcinile pe roți egale [2] ;
- are un coeficient de corecție dat de geometria sistemului de valoare 0,2 [2] ;

Atunci folosind procedeul derivat al curbelor duble, in conformitate cu fig .24 :

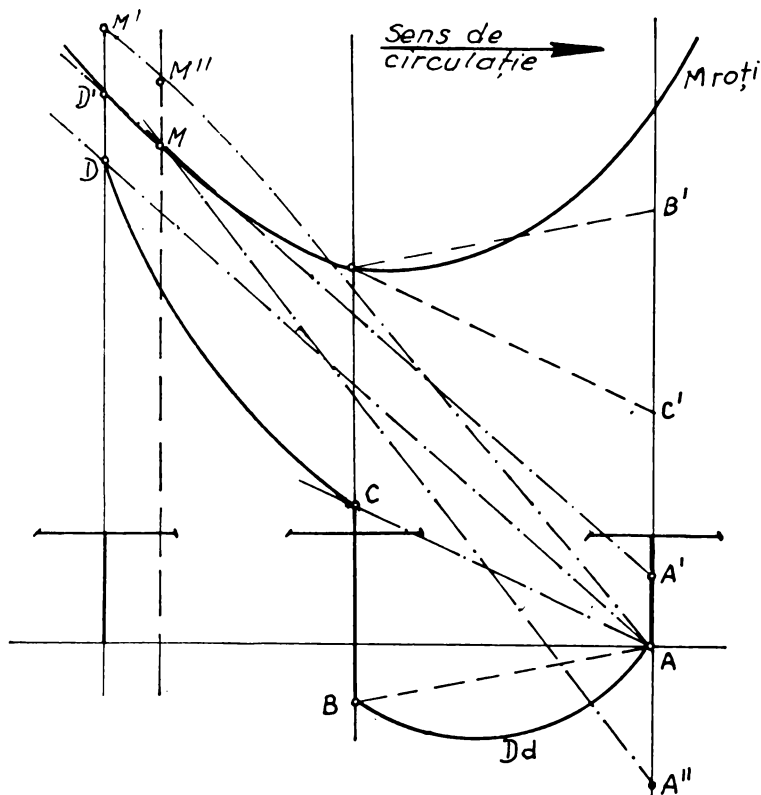


Fig. 24 Curba dublă D_d ce evidențiază existența momentelor concentrate pe fiecare osie

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

reiese că fiecare osie montată prezintă o tendință *clară* de a funcționa radial. Spre exemplu se va considera osia 1 unde, momentul rezultat al forțelor exterioare are valoarea segmentului $A'A''$ evaluat la scara momentelor. Se observă că segmentul $A'A''$ este format din segmentele AA' și AA'' . Primul segment constituind un moment de tip motor (pentru tendința de dispunere radială), cel de-al doilea constituind un moment rezistent (pentru tendința de dispunere radială). Aceste tipuri de momente ce apar simultan pe osie se datorează, în principiu, faptului că osiile sunt cuprinse în aceeași ramă. Apariția acestor momente, la soluția constructivă ce cuprinde osiile în aceeași rama, se numește *efectul vehiculului* asupra unei osii montate din componența acestuia. Pentru diagrama din fig.24 prin liniile $M'A$, MA' , DA , MA'' se poate aprecia efectul vehiculului ca influența osie 3 asupra osiei 1. Pe fig.24 mai intervin următoarele notații necesare înțelegerii diagramei:

- D_d - reprezintă curba dubla tip D
- BC - reprezintă momentul concentrat propriu osiei 2, rezultat din calculul curbei D_d
- DM' - reprezintă momentul concentrat propriu osiei 3, rezultat din calculul curbei duble D_d
- $B'C'$ - reprezintă momentul concentrat propriu osiei 2 la nivelul osiei 1 (dacă soluția constructivă prevede cuplarea osiilor 2 și 1, de exemplu, atunci acest moment trebuie luat în calculul suspensiei osiei 1)

Pentru a realiza pur mecanic, tendința de dispunere radială, adică soluționarea unei suspensii în corelare cu un mecanism, ce oferă osiilor astfel de proprietăți trebuie abordat calculul parcurgându-se următoarele etape :

1. din studiul contactului roată - șină se stabilește caracteristica universală de funcționare a osiei, adică dependența $M_w = M_w(\alpha)$ (ce reprezintă dependența momentului concentrat ce acționează asupra osiei funcție de unghiul de atac α) [19]

2. determinarea valorilor rigidităților longitudinale și transversale din condiții de vibrații (vezi cap.9) cunoscând dependența de la pct.1

Indiferent de soluția constructivă aleasă, se pune apriori problema modului de circulație în curbă a osiilor montate din componența boghiului, corelată cu posibilitatea de evaluare a stabilității poziției respective în curba de rază R dată.

În continuare se va prezenta modalitatea de evaluare a stabilității la acțiunea unei forțe transversale, folosind diagramele de tip Heumann -Vogel. Aceasta deoarece esențiale, în producerea tendinței de dispunere radială, sunt forțele de tip transversal ce acționează asupra vehiculului.

Se consideră un boghiu tip Bo - Bo asupra căruia acționează o forță transversală de ghidare ca în diagramele de mai jos :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

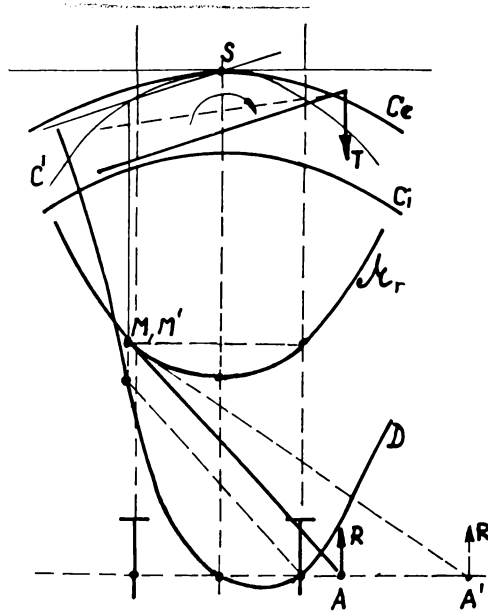


Fig.25 Poziție de funcționare stabilă

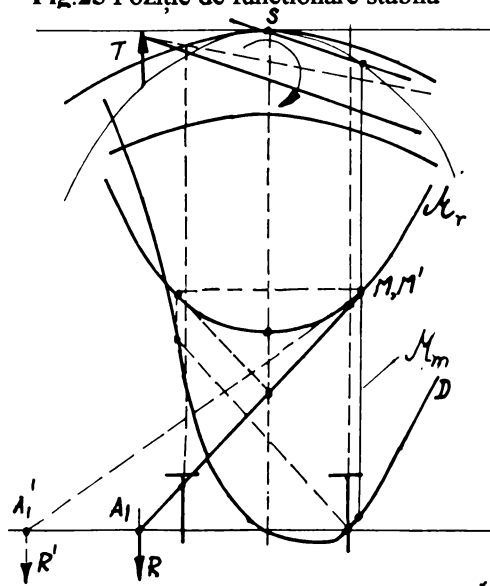


Fig.26 Poziție de funcționare instabilă

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

in care :

M_r - reprezintă momentul M_{rot} , fiind un moment de tip rezistent

M_m - reprezintă momentul produs de forța transversală R, fiind un moment de tip motor

Condiția generală de stabilitate, la o poziție arbitrară a vehiculului, caracterizată prin polul M , este dată prin relația :

$$\left(\frac{dM_r}{dx}\right)_{M'} > \left(\frac{dM_m}{dx}\right)_{M'} \quad (189)$$

Din fig .25 și 26 se poate observa că în timp ce poziția forței de ghidare transversala T rămâne neschimbată, rezultanta R se deplasează în față dacă vehiculul va fi rotit în sensul acelor de ceasornic și în spate la o rotire inversă. Aceasta deplasare a forței de frecare rezultante R, cauzează imediat un moment care influențează asupra ramei boghiului, și în cazul unei ghidări din față acest moment încearcă să aducă vehiculul în poziția sa inițială. În cazul unei ghidări din spate însă, momentul cauzează o nouă dereglare.

Astfel, folosind condiția de stabilitate generală dată prin relația (189) și impunând succesiv două mici deplasări ale polului instantaneu M față de poziția sa actuală, se poate evalua stabilitatea celor două situații date prin figurile 25 și 26

Dintr-o astfel de analiză rezultă că, poziția de echilibru a ghidării din față este stabilă (fig.25) în timp ce poziția ghidării din spate (fig.26) este o poziție de echilibru labilă.

Pentru un studiu complet mai trebuie verificat cum se modifică poziția unui vehicul pentru o anumită curbă dacă se lasă să acționeze pe acesta o forță transversală T, a cărei valoare va fi schimbată, respectiv marită treptat. Dintre toate cazurile posibile se vor analiza numai acelea pentru care forța transversală acționează în mijloc.

Pentru claritatea expunerii se introduc următoarele notații pentru pozițiile osiilor montate :

A - dacă osia montată începe mișcarea dinspre firul exterior

J - dacă osia montată începe mișcarea dinspre firul interior

R - dacă osia montată se dispune radial

F - dacă osia montată rulează liber

R_f - dacă osia montată se afla în poziție radială și se deplasează liber

R_j - dacă osia montată se afla în poziție radială și se deplasează la șina interioară

Deoarece se presupune că suspensia primară prezintă o rigiditate longitudinală ce permite realizarea tendinței de dispunere radială, pentru studiul circulației în curbă apar o serie de situații noi atât la boghiul din față cât și la boghiul din spate ce trebuie analizate.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Cazul 1 Osia montata din fața cât și cea din spate încep mișcarea
dinspre firul interior ; (J - J)

In studiul ce urmează pentru determinarea exactă a poziției tangentei la curba momentelor rezistente se va folosi curba auxiliară D.

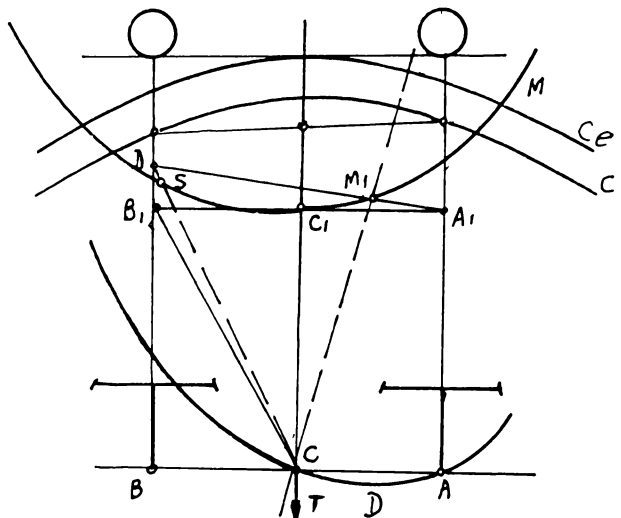


Fig.27 Poziția J-J a boghiului

In fig.27 atât osia montată din fața cât și cea din spate încep mișcarea dinspre firul interior. Aceasta poziție este cunoscută și sub numele de "coarda interioară". Dacă osiile sunt cuprinse în aceeași ramă, atunci se poate observa că polul vehiculului are aceeași poziție ca și în cazul ^{poziției} coarda a aceluiași vehicul prevăzut însă cu ghidare rigidă.

Astfel, mărimea forței transversale T este cuprinsă de unghiul B_1CB . Forța directoare de la osia din față în acest caz este nulă, se spune că buza bandajului nu apasă șina pentru această poziție. Unind B_1 cu C se obține linia de influență a forței transversale T . Între A_1B_1 și B_1C se formează un unghi prin care se evaluează forța directoare a osiei 2.

Se pune evident în continuare întrebarea, cum se modifică valorile forțelor pe vehicul dacă forța transversală T crește. O creștere a forței transversale T este echivalent pentru diagrama din fig.27 cu mărirea unghiului BCB_1 , adică cu deplasarea punctului B_1 în D . Astfel se poate observa că se formează unghiul B_1A_1D ce arată apariția forței directoare la osia 1.

Dreapta CD poate fi privită în raport cu osia 2 ca și un cuplu motor deci prin intersecția sa cu momentul rezistent M s-ar obține un punct de funcționare stabil S . Inclinarea dreptei A_1D față de A_1B_1 constituie influența forței T asupra osiei 1. Astfel dreapta CM_1 poate fi privită ca și un cuplu motor pentru osia 1 în raport cu momentul

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

rezistent M_1 al intregului boghiu (osiile fiind cuprinse in aceiași ramă) . Punctul M_1 constituie un punct de funcționare *instabilă*.

Cazul 2 **Pozitie inițială** - Osia din față circulă pe firul interior, cea din spate rulează liber

Pozitie finală - Osia din față continuă să circule pe firul interior, in timp ce osia din spate se dispune radial spre firul interior (JF - JR_j)

Știind că suspensia osiei trebuie astfel proiectată încât să permită realizarea tendinței de dispunere radială, atunci prin modul de atac al osiei din spate, forța P_2 obtinuta prin creșterea forței transversale T poate duce osia din spate in poziție radială, osia din fata circulând încă pe firul interior, conform fig.28 .

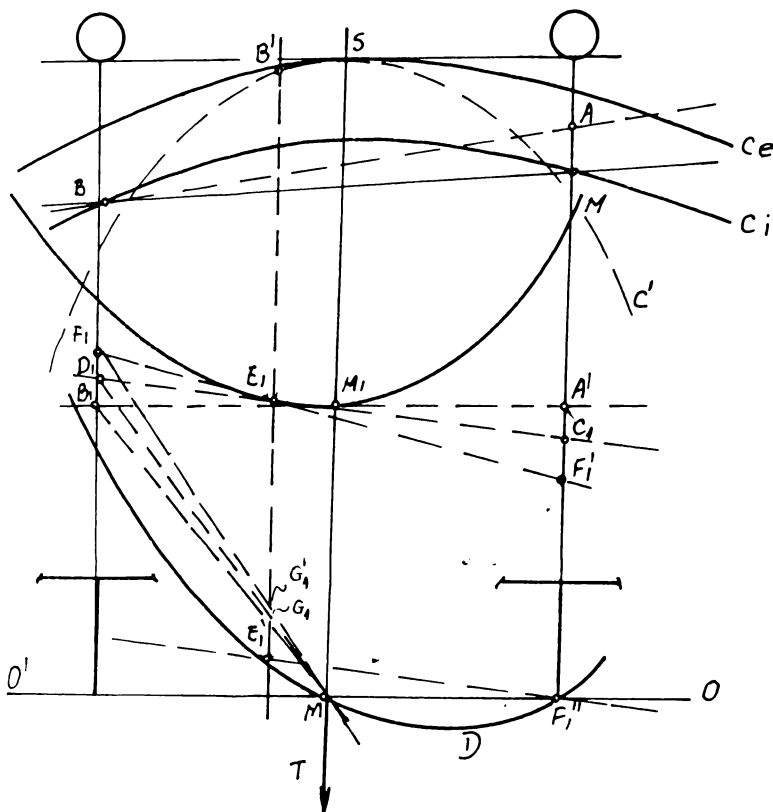


Fig.28 Poziția JF-JR_j a boghiului

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

In fig.28 se cunoaște poziția vehiculului AB, poziția polului B` obținându-se ducând o paralela la axa vehiculului prin S și intersectând curba C`. Proiectând punctul B` pe linia OO` se obțin punctele E₁ respectiv E`₁. Măsurând segmentul E₁E`₁ pe axa momentelor in dreptul osiei 1 se obține segmentul C₁F`₁.

Prelungind tangenta C₁E₁ se obține punctul D₁ care unindu-l cu punctul M se obține dreapta MD₁ ce reprezintă linia de influență a forței transversale T.

La creșterea forței T, punctul D₁ se deplasează in punctul F₁, astfel forța P₂ scade deoarece segmentul E₁G₁ devine E₁G`₁. Scăderea forței P₂ arată că osia din spate incepe sa se dispună radial, in timp ce osia 1 circulă pe firul interior fără a se realiza forță directoare.

Se spune că, pentru un vehicul cu ghidare rigidă din punct de vedere al circulației in curba apare o conducere inversă, pe când pentru un vehicul cu osii ce au tendința de dispunere radială se spune că apare efectul auto-orientabilității.

Cazul 3 Poziție inițială - Osia din față rulează liber in timp ce osia din spate incepe mișcarea dinspre firul exterior (FA)

Poziție finală - Osia din față se dispune radial in timp ce osia din spate incepe mișcarea dinspre firul interior (R, J)

(FA - R, J)

Acest caz prezintă o importanță deosebită, după cum se observă in poziția finală prima osie ce se dispune radial este osia din față. Aceasta idee ar conduce la posibilitatea realizării tendinței de dispunere radială fără existența unui mecanism de cuplare a celor doua osii. O soluție de acest tip a fost propusă și de O.R.E și chiar realizată, fiind prima soluție constructivă in aceasta nouă ramură a vehiculelor cu osii in tendința de dispunere radială.

Problema esențială ce trebuie rezolvată pentru aceasta soluție constructivă rezultă analizind diagrama din fig. 29

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

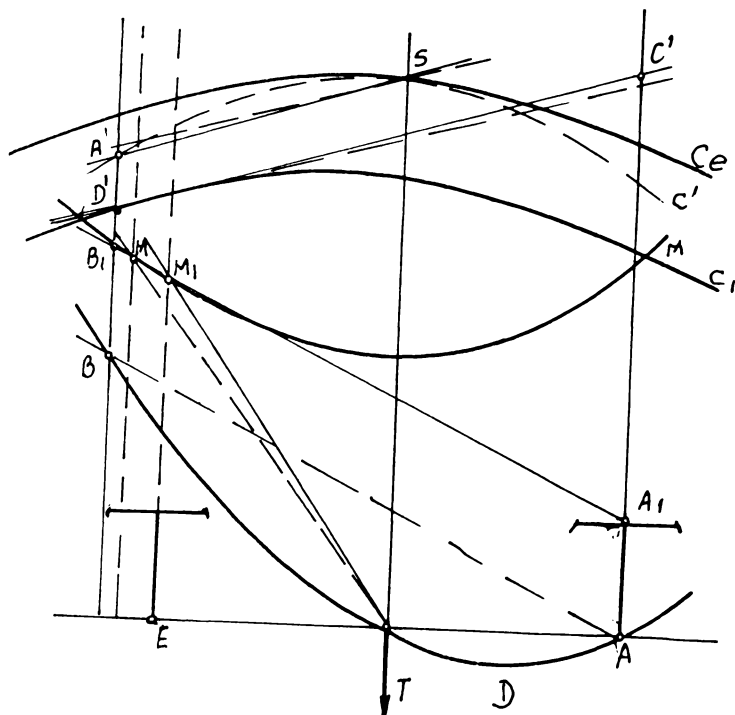


Fig.29 Poziția FA-R, J a boghiului

Se observă că pentru această poziție a boghiului polul se afla în afara sa. Cum pentru vehicule cu ghidare rigidă relația pentru determinarea distanței polare este :

$$p = \frac{l}{2} + \frac{R\sigma}{l} \quad (190)$$

discuțată pe larg în &2.1, rezultă că deoarece $p > l$ (ampatamentul boghiului) practic se realizează :

$$\frac{l}{2} < \frac{R\sigma}{l} \quad (191)$$

adică

$$l < \sqrt{2R\sigma} \quad (192)$$

Relația (192) conform criteriului geometric de înscriere în curbă a lui Heumann discutat în &2.1, arată că vehiculul nu circulă în diagonală. Totuși din studiul circulației în curbă a vehiculelor cu ghidare rigidă este bine cunoscut că atunci când polul se afla în

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

afara boghiului acesta circulă in diagonală .Astfel apare *contradicția* între criteriul geometric a lui Heumann dat prin relația (182) și criteriul de apreciere a poziției unui vehicul cu ghidare rigidă in curbă prin calculul distanței polare.

Aceasta contradicție poate fi însă valorificată prin situația ce o oferă diagrama din fig.29 anume, osia2 posedând forță directoare in timp osia 1 se dispune radial, forța directoare de la aceasta osie fiind nulă . Totuși existând o contradicție este evident ca pentru a realiza practic o astfel de situație, se impun proiectarea de noi soluții constructive ale ghidării și suspensiei osiei.

Din analiza prezentată in diagrama din fig.29 rezultă că teoretic un fenomen de dispunere radială a osiei din față inaintea osiei din spate este posibil.

Din punct de vedere practic însă, acest fenomen este considerat a fi posibil de realizat dacă și numai dacă aceasta poziție este o poziție de echilibru stabil .

Presupunând că forța transversală T scade, atunci punctul M_1 de funcționare in comun a dispozitivului ce produce forța transversală T cu momentul rezistent al boghiului se deplasează spre exterior până in M . Deci pe măsură ce forța transversală T scade punctul de funcționare se deplasează mai mult spre exterior, adică stabilitatea scade.Se poate concluziona că aceasta poziție de circulație este o poziție de echilibru labil . Astfel aceasta situație devine din punct de vedere practic greu de realizat, nu însă imposibilă .

Analiza circulației in curba cu diagrame Heumann - Vogel a osiilor cu tendința de dispunere radială conduce la urmatoarele concluzii :

1. circulația in poziție radială a unei osii montate este din punct de vedere practic imposibilă, de unde și expresia ce guvernează acest fenomen pe parcursul expunerii aceia a " tendinței de dispunere radială a osiei "

2. problema esențială, rezultată ca urmare a analizei de principiu a circulației in curba la osiile cu tendința de dispunere radială, ce trebuie rezolvată pentru a obține rezultate practice bune și foarte bune in aceasta direcție, o constituie stabilitatea in plan orizontal a osiei montate .

Cap 4 Metoda analitică

&4.1 Scopul metodei

Interacțiunea dinamică dintre vehicul și cale constituie a doua problemă importantă a dinamicii vehiculelor feroviare. Metoda combinată Heumann - Vogel după cum s-a arătat, oferă posibilitatea determinării forțelor directoare ținând seama de variația sarcinii pe osie cât și de variația coeficientului de frecare μ funcție de pseudoalunecarea v . În studiul dinamic al unui vehicul metoda combinată reprezintă calea grafică pentru determinarea valorilor forțelor directoare.

Cea de-a doua metodă, cea analitică are acelaș scop ca și metoda grafică, acela de a determina forțele de conducere, directoare (ghidare) ce apar între buzele bandajelor osiilor și cele două fire ale căii.

Valorile acestor forțe depinzând de viteza de circulație, se pot stabili anumite valori limită, astfel încât în timpul circulației în curba să nu apară pericolul de deraiere.

& 4.2 Forțele intrinseci construcției care solicită vehiculul în timpul circulației prin curbe

Titlul vrea să sublinieze faptul că, în calcul nu se iau decât acele forțe care sunt proprii construcției vehiculului motor și nu alte forțe ce pot apărea în timpul circulației pe cale datorită remorcării.

Astfel calculul forțelor ce acționează asupra vehiculului se face ținând seama de ipotezele simplificatoare prezentate în &1.3.

Deoarece soluționarea, atât din punct de vedere teoretic cât și ca soluție constructivă în fază finală, se va face pe un vehicul de tip Bo - Bo, în cele ce urmează pentru analiză se va considera un vehicul tip Bo - Bo.

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

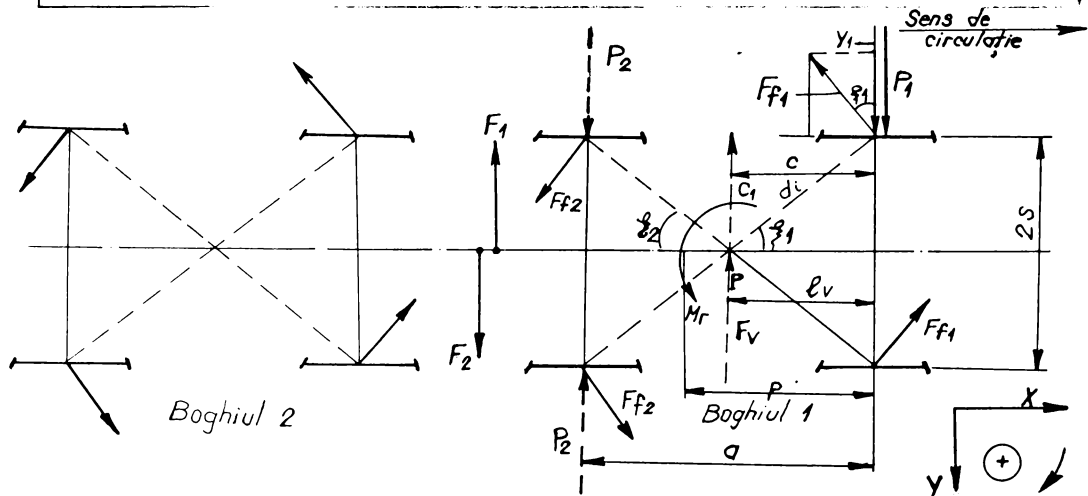


Fig.30 Forțele și momentele de pe boghiu considerate în calculul forțelor directoare
La circulația unui vehicul printr-o curbă de rază R dată conform fig. 30 apar următoarele forțe :

1. Forțele directoare P_i ($i=1,n$)

i - reprezintă numărul osiei din boghiu pentru care se calculează forța directoare.

Ele apar în punctele de contact buză bandaj - șină și realizează rotirea boghiului în curbă. La tendința de dispunere radială a osiei 1, această forță dă naștere unui moment considerat motor pentru fenomenul de dispunere radială.

Existența acestor forțe la o osie sau alta depinde de :

- viteza de circulație prin curba respectivă
- ampatamentul boghiului
- raza curbei
- soluția constructivă a boghiului

2. Forțele de frecare F_{f1} $i=1,n$

Ele apar în punctele de reazem ale roților pe șină, datorită rotirii boghiului în curbă în jurul polului instantaneu P conform fig.30. În esență reprezintă reacțiunea șinei asupra vehiculului.

3. Forțele de conducere și variația sarcinilor pe roți

Forța de conducere a unei osii reprezintă suma algebrică dintre forța directoare corespunzătoare acelei osii și componenta transversală a forței de frecare, producând apăsarea reală a vehiculului asupra șinei conform fig.31

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

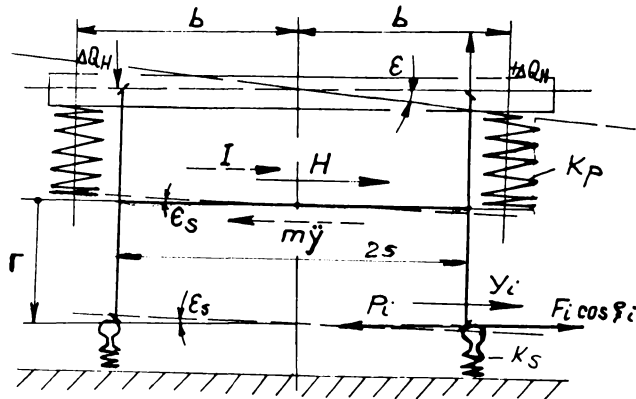


Fig.31 Forțele din planul orizontal ce determină variații ale sarcinilor in suspensia primara
Conform fig.31, expresia forțelor de conducere la osia "i" a vehiculului este dată de relația :

$$- Y_i = - P_i \pm F_{\beta i} \cos \xi_i \quad (193)$$

Forța ce se transmite însă la osie după [1] este dată de relația :

$$H = P_1 - 2F_{\beta 1} \cos \xi_1 \quad (194)$$

pentru osia 1 a boghiului din față .

Pentru realizarea tendinței de dispunere radială, practic nu trebuie omis însă efectul de inerție in direcție transversală, astfel forța ce se transmite efectiv la prima osie este dată de relația :

$$I = H - m \ddot{y} \quad (195)$$

relație ce reprezintă totodată și forța ce va fi transmisă suspensiei primare ținând seama de accelerațiile transversale necompensate .

Pentru o compensare totală a forței centrifugi pe osie relația (195) devine :

$$I = H \quad (196)$$

In acest caz se vor determina variațiile sarcinilor pe roți ținând seama de faptul ca, rigiditatea verticală a suspensiei primare pe un lagăr este k_p , iar caracteristica verticala a șinei k_s , conform fig. 31 .

Din fig.31 ecuația de echilibru a momentelor se scrie :

$$H \cdot r = s \cdot \epsilon_s \cdot k_s \cdot 2s + b \cdot \epsilon \cdot k_p \cdot 2b \quad (197)$$

in care :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- r - raza cercului de rulare
- ε_s - unghiul ce caracterizează elasticitatea căii
- ε - unghiul de rotire al ramei boghiului in plan vertical datorită variației sarcinilor pe roți
- $2s$ - distanța între planele cercurilor de rulare
- k_s - rigiditatea verticală a șinei
- $2b$ - distanța între planele suspensiei primare
- k_p - rigiditatea verticală a suspensiei primare

Dacă vehiculul circulă în aliniament și palier, atunci variațiile sarcinilor de pe suspensia primară se datoresc doar deformațiilor din cale, adică :

$$H \cdot r = \varepsilon \cdot (k_s \cdot 2s^2 + k_p \cdot 2b^2) \quad (198)$$

dar

$$\pm \Delta Q_H = s \cdot \varepsilon \cdot k_s \quad (199)$$

adică :

$$\varepsilon = \frac{\pm \Delta Q_H}{s \cdot k_s} \quad (200)$$

Tinând seama de relația (200) relația (198) devine :

$$H \cdot r = \frac{2 \cdot \Delta Q_H}{s} \cdot (s^2 + \frac{k_p}{k_s} \cdot b^2) \quad (201)$$

astfel variația sarcinii pe roțile unei osii, în fiecare moment, datorită modului de formare al forței H , va fi dată prin relația :

$$\Delta Q_H = \frac{Hr}{s} \cdot \frac{1}{1 + \frac{k_p}{k_s} \cdot (\frac{b}{s})^2} \quad (202)$$

Raportul $\frac{1}{1 + \frac{k_p}{k_s} (\frac{b}{s})^2}$ se va nota cu λ și reprezintă influența rigidității șinei prin

elasticitatea suspensiei primare, tinând seama de modul de amplasare al acesteia prin raportul $\frac{b}{s}$, asupra variației sarcinilor pe roțile aceleiași osii .

Astfel :

$$\Delta Q_H = \frac{Hr}{s} \cdot \lambda \quad (203)$$

Se poate observa că, o influență importantă asupra coeficientului λ și impli cit asupra variației sarcinii pe roți o are poziția suspensiei primare față de distanța dintre cercurile de rulare .

Se deduce că soluția constructivă cu lagăre exterioare produce o variație dublă a sarcinii pe roți in comparație cu soluția de ghidare cu lagăre interioare .

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Pentru constructorii de vehicule feroviare cu osii ce posedă tendința de dispunere radială, această concluzie este deosebit de importantă atât în alegerea soluției constructive, cât și în calculul acestora.

4. Forta centrifuga C

Apare, ca urmare a rotirii vehiculului în jurul centrului curbei cu viteza de circulație v , conform fig. 32:

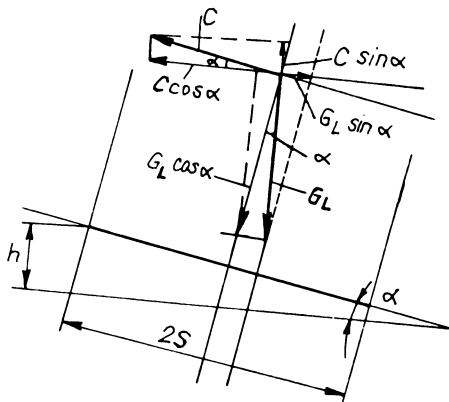


Fig.32 Modul de formare al forței centrifuge pe boghiu

Expresia utilizată în calculul acestora este dată în relația de mai jos:

$$C = m_L \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{G_L}{g} \cdot \frac{v^2}{R} \quad (204)$$

în care :

- m_L - reprezintă masa locomotivei
- v - reprezintă viteza de circulație prin curba de rază R
- R - reprezintă raza curbei prin care circulă vehiculul
- g - reprezintă accelerația gravitațională

Astfel conform fig.32, prin suprainălțarea căii cu h se poate diminua forța centrifuga parțial sau total. Se spune astfel că forța centrifugă este compensată parțial sau total.

Valoarea forței centrifuge necompensate rezultă conform fig.32 din relația:

$$C_R = C \cdot \cos \alpha - G_L \cdot \sin \alpha \quad (205)$$

Marimea C_R va tinde să supraincarce roțile ce circulă pe firul exterior al curbei.

Valoarea suprainălțării h pentru care forța centrifugă devine total compensată se obține astfel :

$$\frac{v^2}{Rg} = \frac{h}{2s} \Leftrightarrow h = \frac{2s}{Rg} \cdot v^2 \cong 11,8 \cdot \frac{v^2}{R} \quad (206)$$

Din relația (206) se poate explicita viteza, obținându-se totodată o modalitate practică suficient de exactă pentru determinare vitezei de circulație atunci când se cunoaște suprainălțarea h a curbei.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Dacă forța centrifugă nu este compensată total atunci ea se calculează practic folosind expresia :

$$C_R = \frac{G_L}{g} \cdot \left(\frac{v^2}{R} - \frac{gh}{2s} \right) \quad (207)$$

Relația (207) constituie punctul de plecare în dimensionarea caracteristicii laterale a unei trepte de suspensie a unui vehicul feroviar.

5. Forța vântului

Urmare a presiunii laterale exercitate de vânt asupra vehiculului, rezultă o forță transversală, ce trebuie luată în calcul deoarece poate conduce la schimbări de sarcini pe osii și roți deosebit de importante. Forța vântului se calculează cu relația :

$$F_v = p_v \cdot S_l \quad (208)$$

în care:

p_v - reprezintă presiunea vântului ; la noi în țară se admite între valorile 50 - 65 daN/cm²

S_l - reprezintă suprafața laterală a părții din vehicul pe care acționează vântul (se consideră în calcul de fiecare dată situația cea mai defavorabilă echilibrului vehiculului)

6. Forța și momentul de rapel

Dispozitivele de rapel trebuie astfel construite, încât să realizeze readucerea cutiei în axa boghiului. Forțele și momentele de rapel se calculează funcție de soluția constructivă adoptată. Trebuie remarcat însă că aceste dispozitive întodeauna îngreunează înscrierea primului boghiu în curbă usurând în schimb revenirea celui de - al doilea în axa vehiculului .

& 4.3 Tendința de dispunere radială ca efect al echilibrului osiilor montate cuprinse in aceeași ramă

Se va analiza echilibrul unui boghiu ce aparține unui vehicul, care in soluția sa constructivă nu are prevăzută cupla transversală . Aceasta deoarece, prin realizarea tendinței de dispunere radială se urmărește și modificarea soluțiilor constructive din varianta cu cuplă transversală in varianta fără cuplă . Se poate observa ca prim avantaj al realizării constructive a osiilor având tendință de dispunere radială, simplificarea construcției vehiculului și implicit micșorarea greutății acestuia .

Tendința de dispunere radială se consideră rezolvată din punct de vedere practic *elegant*, atunci când nu mai sunt necesare pe vehicul alte dispozitive ce urmaresc micșorarea forțelor directoare.

Echilibrul vehiculului, prin ecuațiile de forțe și moment, conform fig.30 devine :

$$-P_1 \pm P_2 - C - F_v - 2Q \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i = 0 \quad (209)$$

$$P_1 p \pm P_2 (a - p) - C(p - c) - F_v(p - l_v) - M_r - 2Q \sum_{i=1}^n \mu_i d_i = 0 \quad (210)$$

in care :

$i = 1 - 4$ reprezintă numărul de roți ale boghiului

p - distanța polară față de osia 1

a - reprezintă ampatamentul boghiului

l_v - reprezintă poziția punctului de aplicație al forței vântului față de osia 1

d_i - reprezintă brațele de frecare aferente fiecărei roți

c - reprezintă punctul de aplicație al forței centrifuge

Sistemul format din ecuațiile (209) și (210) este compatibil dar nedeterminat . Astfel, ca necunoscute principale se vor considera forțele directoare P_1 și P_2 celelalte fiind necunoscute secundare .

Rezolvând sistemul de mai sus in raport cu P_1 se obține :

$$P_1 = \frac{1}{a} \{ C(a - c) + F_v(a - l_v) + M_r + 2Q[(a - p) \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i + \sum_{i=1}^n \mu_i d_i] \} \quad (211)$$

iar prin rezolvarea in raport cu P_2 se obține :

$$-P_2 = \pm \frac{1}{a} \{ Cc + F_v l_v - M_r - 2Q[p \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i - \sum_{i=1}^n \mu_i d_i] \} \quad (212)$$

Necunoscutele secundare se calculează pe baza considerentelor prezentate in &4.2

Se va analiza inscrierea dinamică prin metoda analitică, tirând seama in primă fază, ca vehiculul evoluează de la poziția diagonală la poziția coardă . Acesta după cum s-a

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

arătat și la metoda combinată este cazul ghidării rigide când paralelismul osiilor este riguros respectat .

Posibilitățile de dispunere radială a osiilor montate pentru situația când boghiurile circulă liber (fără cuplă transversală) au fost prezentate în cadrul & 3.7 . Reamintim ca pozițiile boghiului pentru care una dintre osii se poate dispune radial sunt

- intermediară - în care osia 1 conduce interior osia 2 dispunându-se radial (JF -JR_j)
- intermediară - în care osia 2 conduce la început exterior iar la final interior, osia 1 dispunându-se radial (FA -R_j)

a) Circulația în poziție diagonală a boghiului

Pentru aceste poziții, polul instantaneu este dat de relația :

$$p_{\max} = \frac{a}{2} + \frac{R\sigma}{a} \quad (213)$$

în care :

R - reprezintă raza curbei prin care circulă vehiculul
 σ - reprezintă jocul la buza bandajului prevăzut în R.E.T
sau impus prin tema de proiectare pentru curba respectivă

Se presupune ca osia 2 nu mai apasă cu buza pe firul interior ,adică vehiculul se află în momentul desprinderii din poziția diagonală, atunci :

$$P_2 = 0 \quad (214)$$

iar relația (212) devine :

$$M_r + 2Q\left(\sum_{i=1}^n \mu_i d_i - p_{\max} \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i\right) = Cc + F_v l_v \quad (215)$$

Folosind relația (215) se poate determina expresia forței centrifuge pe boghiu prin :

$$C = \frac{1}{c} [M_r - F_v l_v + 2Q\left(\sum_{i=1}^n \mu_i d_i - p_{\max} \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i\right)] \quad (216)$$

Cu aceasta valoare a forței centrifuge boghiul ar trebui să se desprindă din poziția diagonală . Valoarea vitezei corespunzătoare acestui fenomen se notează cu v_d și se obține prelucrând relația :

$$v^2 = Rg \cdot \left(\frac{h}{2s} + \frac{2C}{G_L}\right) \quad (217)$$

prin înlocuirea relației (216) în relația (217), astfel :

$$v_d^2 = Rg \left\{ \frac{h}{2s} + \frac{2}{G_L} \frac{1}{c} [M_r - F_v l_v + 2Q\left(\sum_{i=1}^n \mu_i d_i - p_{\max} \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i\right)] \right\} \quad (218)$$

Apriori, s-a afirmat că la această valoare a vitezei vehiculul ar trebui să se desprindă din poziția diagonală .

Această valoare a vitezei v_d^2 se calculează întodeauna la construcția respectiv la verificarea unui vehicul feroviar. Experiența proiectanților din acest domeniu arată că, deseori s-au obținut valori negative ale acesteia. Astfel, apare următoarea întrebare: **cum circula vehiculul în această situație și ce implicații constructive poate avea acest rezultat?**

Pentru a răspunde la această problemă se vor aborda cele două situații ce apar în practică, anume:

$$1. \quad v_d^2 > 0 \quad (219)$$

$$2. \quad v_d^2 < 0 \quad (220)$$

1. Astfel, dacă pătratul vitezei de desprindere este pozitiv atunci există o rădăcină pozitivă, fapt care din punct de vedere practic atestă că boghiul cu datele constructive alese circulă în poziția diagonală.

Dând valori vitezei în intervalul $[0, v_d]$, pentru suprainălțarea h corespunzătoare razei de circulație R , iar $p = p_{\max}$, se poate calcula valoarea forței centrifuge pe boghiu pentru fiecare viteză, folosind relația:

$$C = \frac{G_L}{2g} \cdot \left(\frac{v^2}{R} - \frac{gh}{2s} \right) \quad (221) \quad v \in [0, v_d]$$

Cu valorile forței centrifuge astfel determinate se revine în relațiile (211) și (212) determinând dependențele P_1 și P_2 ca $f(v)$ ^{distanță polară} păstrându-se însă valoarea p_{\max} . Astfel, calculul forțelor directoare se consideră rezolvat pentru acest caz.

2. Dacă însă pătratul vitezei de desprindere este negativ, relația (218) poate fi privită ca o funcție de distanța polară. În relația (218) $p_{\max} \rightarrow x$, obținându-se astfel dependența $v_d^2 = v_d^2(x)$ $x \in [0, a]$. Folosind această dependență se determină acea valoare a distanței polare la care $v_d^2 = 0$ ca în fig de mai jos:

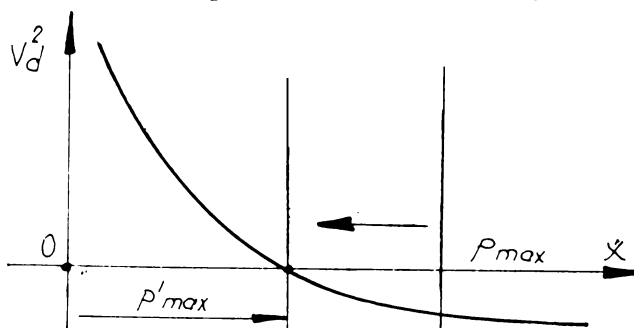


Fig.33 Tendința de dispunere radială ca rezultat al variației vitezei de desprindere

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Dând valori in sens invers, adică de la p_{\max} spre p'_{\max} până la 0, se calculează de fiecare dată valoarea forței centrifuge pe boghiu cu relația (221) și se înlocuiește în relațiile (211) și (212) determinându-se de fiecare dată dependențele P_1 și P_2 ca $f(v)$.

Impunând condiția $P_2 = 0$ se obține aceea valoare a distanței polare pentru care vehiculul s-a desprins din poziția diagonală. Dacă valoarea astfel determinată $\in [p'_{\max}, p_{\max}]$, atunci vehiculul **nu circulă** în diagonală. Dacă însă această valoare este $< p'_{\max}$ atunci vehiculul **circulă** în diagonală.

Se observă că $p'_{\max} < p_{\max}$, fapt ce conduce la ideea că, la anumite date geometrico-constructive ale unui vehicul și o anumită distribuție de forțe și momente apare fenomenul de micșorare a distanței polare. Din studiile prezentate până acum se poate remarca că această proprietate **de micșorare a distanței polare** aparține tendinței de dispunere radială a osiilor montate ghidate în aceeași ramă de boghiu. Cum distanța polară care se calculează este cea a osiei din față înseamnă că tendința de dispunere radială aparține acestei osii.

Se remarcă faptul că, analiza s-a realizat pentru un vehicul cu ghidare rigidă. Această observație conduce la o primă concluzie, anume: *aparitia fenomenului tendinței de dispunere radială a osie are ca factor esențial, modul de alegere a datelor geometrico-constructive ale vehiculului în directă dependență cu sarcina pe osie a vehiculului.*

Faptul că pentru un vehicul dat $v_d^2 < 0$, nu înseamnă că vehiculul respectiv nu este suficient de bine conceput din punct de vedere al dinamicii sau că nu circulă în diagonală, ci acest rezultat arată că un astfel de vehicul este propice a fi dotat cu osii care au posibilitatea de a realiza tendința de dispunere radială.

O soluție constructivă adecvată, poate exploata bine acest fenomen în cazul vehiculelor de tip Bo - Bo printr-un mecanism adecvat ce poate asigura și tendința de dispunere radială a osiei din spate.

Pentru analiza cu diagrame Heumann - Vogel această situația reprezintă cazul FA - JR₁.

Această analiză arată că o construcție adecvată a vehiculului, cât și circulația printr-o curba de o anumită rază R poate face ca una din osiile montate ale boghiului ghidate în aceeași ramă să aibe tendința de dispunere radială.

Astfel, tendința de dispunere radială pentru anumite date geometrico-constructive ale boghiului constituie un fenomen mecanic intrinsec al construcțiilor cu osii montate ghidate în aceeași ramă.

b. Circulația în poziție liberă a boghiului Viteza limită superioară de circulație pentru un boghiu ale cărui osii au o ghidare rigidă în poziție liberă se notează cu v_c și se obține cu relația (218) în care $p_{\max} \rightarrow p_{\min}$, obținându-se astfel relația:

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$v_c^2 = Rg \left\{ \frac{h}{2s} + \frac{2}{G_L} \frac{1}{c} [M_r - F_v l_v + 2Q \left(\sum_{i=1}^n \mu_i d_i - p_{\min} \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i \right)] \right\} \quad (222)$$

in care :

$$p_{\min} = \frac{a}{2} - \text{reprezentând valoarea distanței polare pentru}$$

circulația în poziția coardă

Relația (222) se obține considerând că boghiul se află la limita de circulație în poziția liberă, adică din punct de vedere geometric se află în coardă iar dinamic $P_2 = 0$.

Relația (222) este valabilă în situația în care conduce osia din față a boghiului, dacă însă în poziția liberă se presupune că ar conduce osia din spate atunci :

$$P_1 = 0 \quad (223)$$

și

$$C = -\frac{1}{(a-c)} \{ F_v(a-l_v) + M_r + 2Q[(a-p) \sum_{i=1}^n \mu_i \cos \xi_i + \sum_{i=1}^n \mu_i d_i] \} \quad (224)$$

Se observă că în această situație forța centrifugă devine centripetă, fapt ce vine în contradicție cu creșterea vitezei de la v_d la v_c . Astfel, pentru o ghidare rigidă o situație de acest gen este practic imposibilă.

Dacă însă, osiile au tendința de dispunere radială chiar dacă se află ghidate în aceeași ramă efectul forței centrifuge va fi preluat sub forma de moment concentrat de către osia din spate, moment ce favorizează tendința de dispunere radială a acestei osii. Deci a trata, efectul forței centrifuge doar prin prisma anulării forței directoare de la osia din față se dovedește a fi o eroare, pentru construcții cu suspensii ce permit posibilitatea de realizare a tendinței de dispunere radială.

Este interesant de observat și faptul că, pentru o ghidare rigidă a osiilor în aceeași ramă odată cu creșterea vitezei distanța polară a osiei din față scade pe când cea a osiei din spate crește. Astfel, rezultă foarte clar că osia 1 realizează un proces de evoluție continuă a micșorării distanței polare cu creșterea vitezei pe când osia 2 este limitată prin construcția suspensiei și ghidării.

c. Circulația boghiului în poziția coardă

După cum s-a prezentat la metoda grafică apare și o poziție numită coardă interioară, aceasta însă nu apare decât în situația în care suspensia și ghidare nu sunt rigide. Pentru un vehicul ce are însă osii ghidate rigid poziția coardă nu poate fi decât de tipul *exterioră*, adică forțele directoare se formează în contact cu firul exterior al curbei pentru ambele osii. Astfel, dând valori vitezei în intervalul $[v_c, v_{\max}]$ se pot determina dependențele forțelor directoare de viteză, calculând apriori valorile forței centrifuge pentru fiecare viteză din intervalul amintit.

Se spune că în acest moment se poate cunoaște pașaportul dinamic orizontal al vehiculului.

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

In urma acestei analize rezultă pentru un vehicul dat valorile forțelor directoare cu care se vor dimensiona suspensia primară și ghidarea . Pentru un vehicul in care se incorporează osii cu tendință de dispunere radială, trebuie să se aibe in vedere realizarea condiției de circulație cu $v_d^2 < 0$ pentru vehiculul echivalent cu osii ghidate rigid.

Astfel, se poate concluziona că s-a realizat un prim studiu asupra posibilităților realizării tendinței de dispunere radială și s-au stabilit implicațiile acestui fenomen asupra alegeri datelor geometrico-constructive ale vehiculului, asupra metodelor grafo-analitice și analitice in vedere calculului forțelor directoare la un astfel de vehicul.

In cele ce urmează se va prezenta metoda de stabilire a caracteristicii universale la funcționarea osiei montate cu tendință de dispunere radială in diverse curbe.

Cap.5 Determinarea caracteristicii universale de funcționare a osiei montate ghidate elastic cu tendință de dispunere radială

&5.1 Mersul sinus proprietate intrinsecă a osiilor montate cu profile conice

Se studiază dintre toate mișcările ce apar în timpul mersului pe cale, mersul sinus, deoarece aceasta este mișcarea osiei care inițiază tendința de dispunere radială a osiei montate. În cele ce urmează se va deduce modelul mecanic cu ajutorul căruia se poate analiza global mersul sinus tirând seama de efectul de creep.

Se consideră osia montată cu profile conice ca în figura de mai jos :

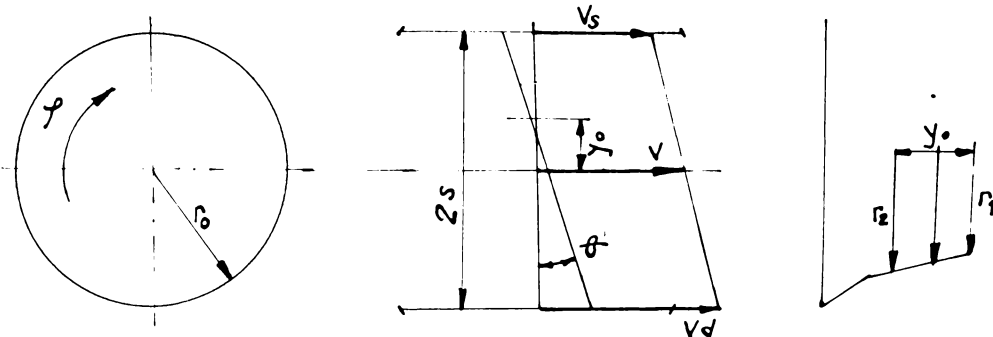


Fig. 34 Mersul sinus al osiei montate rezultat al
efectului de creep

în care:

- d - indicele ce caracterizează roata din dreapta
- s - indicele ce caracterizează roata din stînga
- v_d - viteza momentana a roții din dreapta
- v_s - viteza momentană a roții din stînga
- v - viteza de înaintare a vehiculului
- $2s$ - distanța între cercurile de rulare
- y' - deplasarea inițială a osiei (deformarea șinei în direcție transversală, amplitudine impulsului dat de neregularitățile șinei)
deformata
- y - deplasarea finală a osiei tirînd seama de conicitatea bandajului

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CUOSII MOTOARE

y_0 -deplasarea efectivă a osiei față de poziția inițială ($y_0 = y - y'$)

γ -conicitatea bandajului (constructivă)

ε_x -patinarea relativă în direcția de mers (creep longitudinal)

ε_y -patinarea relativă în direcție transversală (creep transversal)

F_{fy} -componenta transversală a forței de frecare pe o roată

F_{fx} -componenta longitudinală a forței de frecare pe o roată

r_0 - raza cercului de rulare

θ - unghiul de rotire al osiei

ϕ - unghiul plan momentan realizat de raza vectoare r_0

Cu aceste notații viteza roții din dreapta este dată de relația :

$$v_d = v + s \dot{\theta} \quad (225)$$

iar raza cercului de rulare pe care rulează roata are valoarea dată prin :

$$r_d = r_0 - \gamma (y - y') \quad (226)$$

Creep-ul realizat pe roata din dreapta în direcția de mers este dat prin :

$$\varepsilon_{xd} = \frac{v + s \dot{\theta} - r_0 \dot{\phi} + \dot{\phi} \gamma (y - y')}{\dot{\phi} [r_0 - \gamma (y - y')]} \quad (227)$$

cum :

$$v = r_0 \dot{\phi} \quad (228)$$

iar :

$$\gamma (y - y') \ll r_0 \quad (229)$$

expresia forței de frecare, în direcție longitudinală pe roata din dreapta, ținând seama de creep-ul longitudinal devine :

$$F_{fxd} = -K_0 \left[\frac{\gamma}{r_0} (y - y') + \frac{s}{v} \dot{\theta} \right] \quad (230)$$

Prin analogie pentru roata din stânga se obține :

$$F_{fxs} = K_0 \left[\frac{\gamma}{r_0} (y - y') + \frac{s}{v} \dot{\theta} \right] \quad (231)$$

în care :

K_0 - constanta de proporționalitate

Cunoscând expresiile componentelor forțelor de frecare longitudinale obținute prin prisma creep-ului, se poate calcula valoarea momentului ce încarcă osia datorită acestui fenomen. Astfel :

$$M = -2sK_0 \left[\frac{\gamma}{r_0} (y - y') + \frac{s}{v} \dot{\theta} \right] \quad (232)$$

Exprimând creep-ul transversal după [17] prin :

$$\varepsilon_y = \frac{\dot{y} - \theta v}{r_0 \dot{\phi}} \quad (233)$$

atunci componenta forței de frecare transversale F_{fy} pe osie va fi dată de expresia :

$$F_{fy} = -2K_0\left(\frac{\dot{y}}{v} - \theta\right) \quad (234)$$

Relațiile (232) și (234) constituie expresiile momentului și a forței transversale globale pe osie ca urmare a creep-ului longitudinal respectiv transversal .

Daca se consideră situația cea mai simplă, când asupra osiei montate nu acționează forțe sau momente iar efectul de inerție se neglijează atunci ecuațiile (232) și (234) in forma :

$$-2sK_0\left[\frac{y}{r_0}(y - y') + \frac{s}{v}\dot{\theta}\right] = 0 \quad (235)$$

$$2K_0\left(\frac{\dot{y}}{v} - \theta\right) = 0 \quad (236)$$

devin ecuații de echilibru pentru osia montată liberă cu profile conice.

Pentru varianta ghidării elastice a osiei montate in rama boghiului, momentul M dat de expresia (232) și forța transversală F_{fy} dată prin relația (234) se vor echilibra prin momentul elastic echivalent pe osie respectiv prin forța transversală rezultantă pe osie calculate cu relații date in [18] :

Exprimând θ din ecuația (236) se obține :

$$\frac{\dot{y}}{v} = \theta \quad (237)$$

respectiv

$$\frac{\ddot{y}}{v} = \dot{\theta} \quad (238)$$

Astfel inlocuind relația (238) in (235) se obțin succesiv relațiile :

$$-2sK_0\left[\frac{y}{r_0}(y - y') + \frac{s}{v^2}\ddot{y}\right] = 0 \quad (239)$$

respectiv

$$\ddot{y} + \frac{v^2\gamma}{sr_0}(y - y') = 0 \quad (240)$$

Dacă șina nu prezintă abateri geometrice (denivelari transversale de execuție) atunci relația (240) devine:

$$\ddot{y} + \frac{v^2\gamma}{sr_0} y = 0 \quad (241)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CUOSII MOTOARE

Ecuatia (241) constituie o ecuație diferențială liniară și omogenă cu soluția generală de forma :

$$y = e^{-\alpha t} (C_1 \sin \beta t + C_2 \cos \beta t) \quad (242)$$

in care :

$$\alpha = 0 \quad (243)$$

$$\beta = v \sqrt{\frac{\gamma}{sv_0}} \quad (244)$$

In aceste condiții soluția generală (242) devine :

$$y = C_1 \sin v \sqrt{\frac{\gamma}{sv_0}} t + C_2 \cos v \sqrt{\frac{\gamma}{sv_0}} t \quad (245)$$

Cum la momentul inițial $t=0$ se presupune că osia are o deplasare laterală y_0 conform fig.34 rezultă :

$$y_0 = C_2 \quad (246)$$

Fenomenul de atingere a șinei de către buza bandajului trebuie privit din punct de vedere mecanic ca și o ciocnire cu un perete. Astfel, dacă la $t=0$ se realizează atingerea firului de către buza bandajului, in acelaș moment se poate considera că are loc schimbarea *sensului* vitezei transversale. O schimbare de sens a vitezei, nu se poate realiza fără anularea acesteia, fapt ce implică apariția condiției :

$$\dot{y}(0) = 0 \quad (247)$$

prin care se determină valoarea constantei de integrare C_1 . Astfel se obține :

$$C_1 = 0 \quad (248)$$

Tinând seama de valorile constantelor C_1, C_2 determinate apriori soluția generală a ecuației (242) poate fi explicitată in forma :

$$y = e^{-\alpha t} C_1 \sin \beta t \left(1 + \frac{C_2}{C_1} \operatorname{ctg} \beta t \right) \quad (249)$$

in care notând :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CUOSII MOTOARE

$$\frac{C_2}{C_1} = \operatorname{tg} \rho \quad (250)$$

forma (249) devine:

$$y = e^{-\alpha t} \frac{C_1}{\cos \rho} \sin(\beta t + \rho) \quad (251)$$

Astfel, no \hat{t} nd :

$$A = \frac{C_1}{\cos \rho} \quad (252)$$

si tir \hat{a} nd seama de rela \hat{t} ia :

$$\cos \rho = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \rho}} \quad (253)$$

se ob \hat{t} ine pentru amplitudinea mi \hat{s} c \hat{a} rii bine cunoscuta rela \hat{t} ie din cadrul analizei vibra \hat{t} iilor libere neamortizate, anume :

$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2} \quad (254)$$

Tir \hat{a} nd seama de valorile constantelor C_1, C_2 determinate apriori, amplitudinea A are valoarea :

$$A = y_0 \quad (255)$$

Astfel, forma general \hat{a} de mi \hat{s} c \hat{a} re a osiei montate (29) devine :

$$y = e^{-\alpha t} y_0 \sin(\beta t + \rho) \quad (256)$$

Consider \hat{a} nd defazajul $\rho = 0$ \hat{s} i tir \hat{a} nd seama de valorile lui α, β determinate apriori forma (256) devine :

$$y = y_0 \sin v \sqrt{\frac{\gamma}{s r_0}} t \quad (257)$$

Rela \hat{t} ia (257) arat \hat{a} c \hat{a} mi \hat{s} c \hat{a} rea osiei montate in plan orizontal pe cale este de tip sinusoidal.

Folosind forma (240) a ecua \hat{t} iei diferen \hat{t} iale generale a mi \hat{s} c \hat{a} rii rezult \hat{a} c \hat{a} mi \hat{s} c \hat{a} rea osiei pe cale este o mi \hat{s} c \hat{a} re neamortizat \hat{a} de pulsa \hat{t} ie proprie :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CUOSII MOTOARE

$$\omega_0 = v \sqrt{\frac{\gamma}{sr_0}} \quad (258)$$

respectiv de frecvență :

$$f_0 = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma}{sr_0}} \quad (259)$$

Relația (259) este aceeași cu relația lui Klinger pentru frecvența de mișcare a osiei montate cu profile conice. Este interesant de remarcat că o deducție de tip dinamic, dă aceleași rezultate cu cele ale unei deducții geometrice ca cea a lui Klinger. Astfel, se poate considera cazul prezentat mai sus ca o particularizare a situației dinamice, particularizare ce se efectuează prin considerarea forțelor și momentelor exterioare ce acționează asupra osiei ca fiind nule cât și prin neglijarea efectului de inerție .

Relația (240) oferă posibilitatea analizei osiei montate cu profile conice ca un sistem masă - arc neamortizat reprezentat în fig de mai jos :

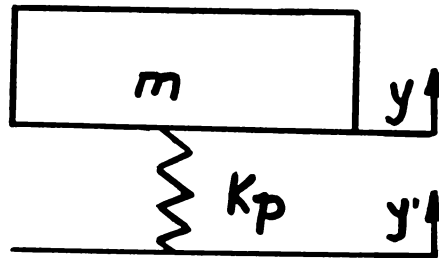


Fig.35 Sistemul masa-arc echivalent

Știind că pulsația oricărei mișcări este rezultatul unei relații de forma :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p}{m}} \quad (260)$$

în care :

k_p - constanta elastică echivalentă (rigiditatea) a sistemului

m - masa sistemului

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC ÎN
TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALĂ LA BOGHIURI CUOSII MOTOARE

În aceste condiții se poate determina rigiditatea sistemului osie montată - șină rigiditate care se va numi constantă de elasticitate dată de profilul bandajului.

Astfel:

$$k_p = m\omega_0^2 = mv^2 \frac{Y}{sr_0} \quad (261)$$

Relația (261) constituie o modalitate practică pentru calculul constantei elastice a unui profil conic. Modelul atașat sistemului osie montată -șină din fig.35^{poziția} privit și din punct de vedere al unui impuls primit de osia montată de la cale. Considerând în cele ce urmează că impulsul exterior are pulsația ω , factorul de amplificare, mărime esențială în determinarea gradului de confort, are expresia :

$$\frac{y}{y'} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (262)$$

Relația (262) oferă un plus de informații, demonstrând că osia montată liberă reacționează în acelaș mod pe un anumit segment de șină (tronson de cale). Totodată relația (262) arată că pentru a se obține proprietăți bune de mers în direcție transversală, sistemul trebuie prevăzut cu amortizoare. Această primă analiză pune în evidență necesitatea studiului comportării la vibrații a osiei montate în tendință de dispunere radială cât și strinsa legătura între forțele date de creep, valoarea rigidității suspensiei primare, forma mișcării generale a osiei montate pe cale și necesitatea introducerii amortizorilor în cadrul primei trepte de suspensie în situația în care osiile nu-și mențin permanent paralelismul în rama boghiului .

&5.2 Notiuni generale de contact la circulatia pe cale a osiei montate

In virtutea profilului conic al bandajului apar o serie de notiuni relative la contactul roată-șină specifice rulării pe cale.

Pentru prezentarea acestor notiuni se va considera o osie montată liberă ce circulă printr-o curbă de rază $R[m]$ conform figurii 36

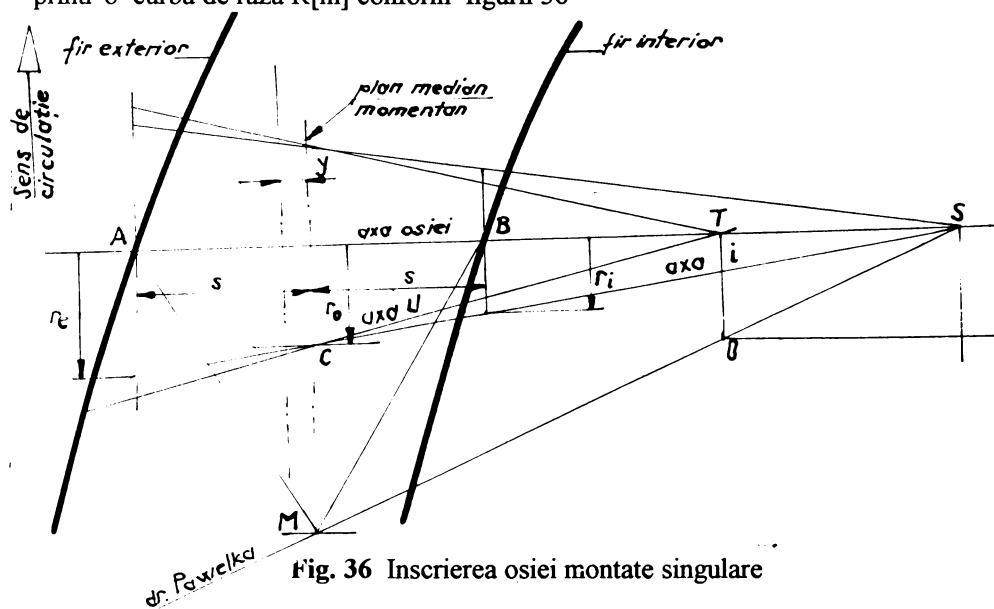


Fig. 36 Inscrierea osiei montate singulare

in care:

- axa "i" - reprezintă dreapta ce unește punctele de contact momentane de pe fiecare roată
- axa "u" - reprezintă dreapta ce se obține din punct de vedere geometric prin unirea proiecției centrului curbei pe axa osiei (T) cu punctul ce se obține prin intersecția dintre mijlocului osiei cu axa "i"
- M - centrul de frecare *perpendiculara ridicată în*

Conul cercului de rulare - este generat din punct de vedere geometric prin rotirea axei "i" în jurul axei osiei (vârful S al conului obținându-se prin intersecția axei "i" cu axa osiei)

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Conul de rostogolire - este generat din punct de vedere geometric prin rotirea axei "u" in jurul axei osiei (vârful U al conului obținându-se prin intersecția axei "u" cu axa osiei)

Dreapta Pawelka - se obține unind vârful S al conului efectiv de rulare cu centrul O al curbei

Pol (centru) de frecare - indiferent de regimul de circulație (tracțiune sau frinare) se obține prin intersecția dreptei lui Pawelka cu axa longitudinală a vehiculului [1], [2], [18], [20], [28]

Folosind aceste noțiuni in [18] se determină criteriul geometric pentru tendința de dispunere radială. Acest criteriu se enunță astfel: **există posibilitatea tendinței de dispunere radială a osiei montate din condiții geometrice dacă și numai dacă înălțimea conului de rulare este mai mare decât cea a conului de rostogolire.**

Privind circulația, însă prin prisma contactului se poate observa că : chiar in timpul circulației in aliniament atunci când se realizează maximele sinusoidei buza bandajului atinge șina. Deci, chiar in aliniament are loc trecerea de la contactul in două puncte la contactul in trei puncte.

Astfel, partea dinamică a fenomenului tendinței de dispunere radială presupune cunoașterea mecanismului de compunere - descompunere a vitezelor, respectiv forțelor, in punctele de contact momentan.

Se va prezenta doar modalitatea de compunere - descompunere a vectorului viteza in punctul U conform figurii 37. Aceasta, deoarece viteza rezultantă in punctul U nu are direcția conținută in planul de contact, ci in planul radial momentan normal pe buza bandajului

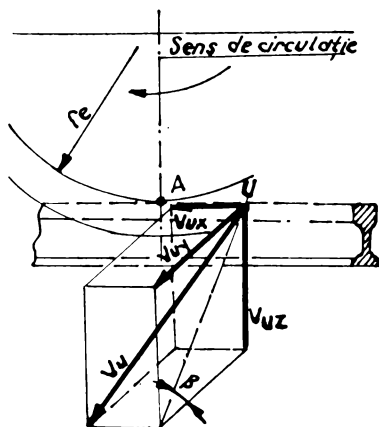


Fig. 37 Mecanismul de compunere - descompunere al vitezei rezultante

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Pentru punctele de reazem A, A' se va face un raționament analog, cu observația că vitezele rezultante din aceste puncte se consideră vectori conținuți în planul de contact .

& 5.3 Tendința de dispunere radială la contactul in două puncte

Dupa [1] osia rulează în curbă de rază R pe firul exterior fără deplasări transversale de la axa longitudinală a căii atunci când :

1. axa osiei se afla în poziție exact radială $\alpha = 0$
2. diferența dintre ambele raze ale cercurilor de rulare este :

$$\Delta r = 2s \frac{r_o}{R} \quad (263)$$

conform figurii 38

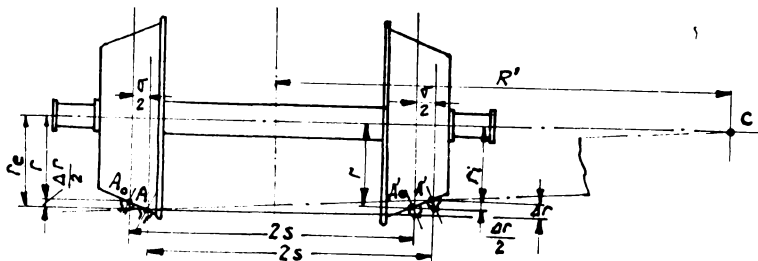


Fig.38 Osia singulară la circulația în curbă

in care:

r_o - reprezintă raza cercului de rulare

Atunci, raza de la care osia rulează pe firul exterior este dată de expresia :

$$R = 2s \frac{r_o}{\Delta r} \quad (264)$$

Dacă osia, însă la circulația în curbă consumă jocul σ la buza bandajului atunci :

$$\Delta r = \sigma \cdot \gamma \quad (265)$$

in care :

γ - conicitatea constructivă a bandajului

Pentru ca osia să se dispună radial la contactul în două puncte trebuie ca după consumarea jocului σ la buza bandajului, înălțimea conului de rulare să coincidă cu raza

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

curbei. Pentru această situație se va calcula o noua rază R' tirând seama de relațiile (264) și (265), anume :

$$R' = 2s \frac{r_o}{\sigma \cdot \gamma} \quad (266)$$

raza R' numindu-se raza de rulare .

In cele ce urmează se va analiza relația (266) pentru o serie de vehicule (locomotive, vehicule suburbane) anume :

Tabelul nr.1

Denumire vehiculul	Distanța între planele cercurilor de rulare $2s$ [mm]	Diametrul cer-cului de rulare D_r [mm]	Jocul la buza bandajului σ [mm]	Conici-tatea con-structivă γ	Raza de rulare R' [m]
L.D.E 2100CP	1500	1100	10	1:20	1650
L.E 5100KW	1500	1250	10	1:20	1875
L.D.E 4000CP Grecia	1500	1100	10	1:20	1 650
L.D.E 3500 Brush	1500	1100	10	1:20	1650
LE 4000KW	1500	1250	10	1:20	1875
Metrou Bucuresti	1500	910	10	1:20	1365
Tramvai V3A-C	1472	686	10	1:20	1010

Conform tabelului nr.1 se poate face o primă distincție între valoarea razei de rulare in cazul locomotivelor și valoarea aceleiași raze pentru vehicule suburbane de tip tram-vai, metrou .

In ceea ce privește problema jocului la buza bandajului considerat se face urmatoarea precizare : pentru valori ale razelor de curbura > 300 [m] supralărgirea in curbă devine 0. Analiza din tabelul nr.1 s-a făcut considerând un profil de rulare nou cu conicitatea 1:20 .

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC ÎN TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALĂ LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Din relația (266) se poate observa că o creștere a conicității γ este defavorabilă mărimii razei de rulare R' ; în sensul că pe măsură ce conicitatea crește raza necesară realizării dispunerii radiale crește. În schimb micșorarea acesteia duce la o scădere a razei de rulare R' .

Astfel, se poate concluziona că o scădere a conicității constructive γ are un efect benefic asupra tendinței de dispunere radiale a osiei montate cu profile conice.

Jocul σ la buza bandajului nu se analizează deoarece acesta este o mărime impusă prin tema de proiectare, nefiind deci permis a fi modificat de către constructorul vehiculului.

O mărime geometrică ce caracterizează contactul în relația (266) o constituie raza de rulare r_0 . Conform tabelului nr.1 o creștere a acesteia în cazul locomotivelor nu creează modificări de la simplu la dublu ale razei de rulare R' cum s-ar obține prin modificarea conicității γ (1 : 40, 1:10). Totuși între locomotive și vehicule suburbane de tip tramvai, metrou apare o micșorare importantă a razei de rulare R' .

O altă mărime ce influențează raza de rulare R' ar fi distanța între cercurile de rulare $2s$. Acest efect denumit *efectul ecartamentului* poate fi pus în evidență doar prin compararea rezultatelor obținute pentru locomotive cu cele pentru vehicule suburbane.

Analiza de mai sus arată ca, dispunerea radială a osiei după consumarea jocului σ la buza bandajului, cu păstrarea contactului în două puncte se realizează în general pentru raze de curbură mari.

În toate curbele cu raze $R < R'$ osia are o mișcare combinată de rulare și alunecare longitudinală în contradicție cu forma de con a suprafețelor de rulare, când pentru unghiuri de atac $\alpha = 0$ (dispunere radială) ea ar trebui doar să ruleze.

Astfel, apare necesitatea studiului contactului în trei puncte pentru stabilirea atât a ecuațiilor de echilibru ale osiei montate cu profile conice cât și a caracteristicilor de ghidare și amortizare (funcția de disipare) ale acesteia.

&5.4 Contactul in trei puncte o necesitate in realizarea tendinței de dispunere radială in curbe strâmte

5.4.1 Determinarea vitezelor in cele trei puncte de contact

Din cele expuse anterior se vor considera curbe strâmte toate acele curbe cu raze $R < R'$. Astfel, se poate afirma că majoritatea parcurșurilor privite din punct de vedere al tendinței de dispunere sunt compuse din curbe strâmte. Din acest motiv, contactul in trei puncte prezintă o importanță deosebită in studiul osiilor montate profilate conic cu tendinta de dispunere radială.

Pentru determinarea vitezelor in cele trei puncte de contact se va folosi ca element geometric de referință axa "u" conform figurii de mai jos :

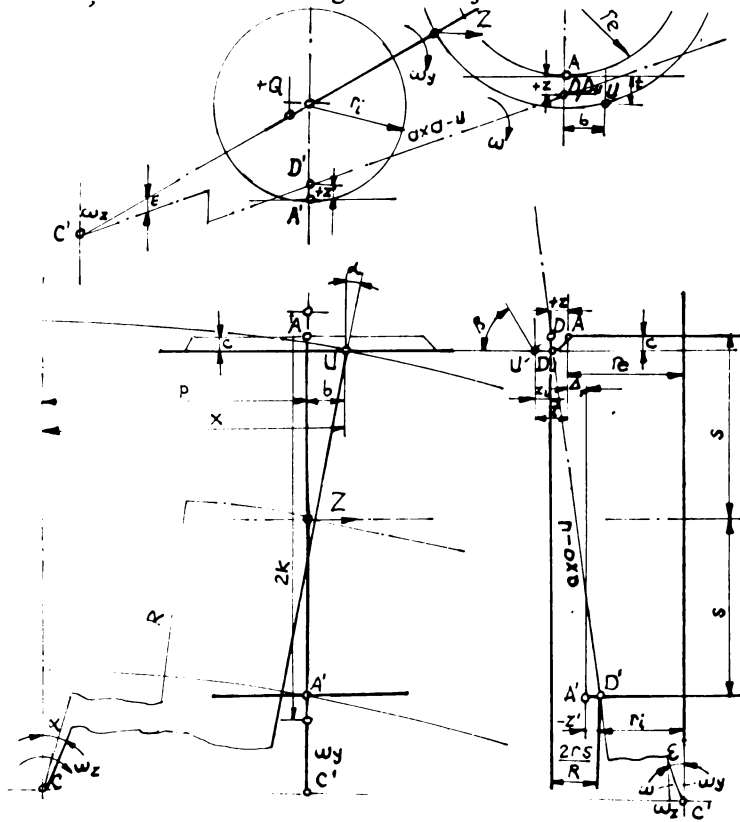


Fig. 39 Axa u element de referință in analiza contactului roată -șină

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

in care :

- XYZ - reperul tridimensional drept legat de osie -
- ω - viteza unghiulară a osiei in jurul axei "u"
- ω_y - viteza unghiulară a osiei in jurul axei longitudinale a osiei (in direcție transversală in lungul axei Y a reperului XYZ)
- ω_z - viteza unghiulară dată de mișcarea de rotație a osiei față de centrul C al curbei conform fig.39
- ε - semiunghiul la virful conului de rostogolire
- b - avansul la atac
- r_e - raza de rulare a roții de pe firul exterior
- r_i - raza de rulare a roții de pe firul interior
- p - distanța polară a osiei
- R - raza curbei
- C' - vârful conului de rostogolire
- C - centrul curbei
- A, A' - punctele de contact de pe bandajele roții ce circulă pe firul exterior respectiv interior
- U - punctul de contact de pe buza bandajului roții exterioare
- D, D' - punctele de intersecție ale axei "u" cu planele cercurilor de rulare ale roții exterioare respectiv interioare
- D_U - punctul de intersecție al axei "u" cu planul interior al bandajului roții exterioare
- t - distanța între punctul A de reazem și proiecția punctului U pe normala ridicată in A pe planul de contact
- z - distanța dintre punctul A de reazem și punctul D
- $-z'$ - distanța dintre punctul de reazem A' și punctul D' măsurată in plan vertical
- z_U - distanța între proiecția punctului U pe normala ridicată in punctul A pe planul de contact și punctul D
- v, v' - vitezele rezultante in punctele A respectiv A'
- v_U - viteza rezultantă in punctul U

Stiind că, viteza unghiulară rezultantă ω in jurul axei "u" se obține ca urmare a compunerii vitezelor unghiulare ω_y, ω_z modulul acestei viteze fiind dat prin relația:

$$\omega = \sqrt{\omega_y^2 + \omega_z^2} \quad (267)$$

sau

$$\omega = \omega_y \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_z}{\omega_y}\right)^2} \quad (268)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALALA BOGHIURI CU OSII MOTOARE
--

Tinând seama de asemanarea dintre triunghiul vitezelor unghiulare și triunghiul determinat de raza curbei R și raza fictivă de rulare r_0 in planul median momentan [1] se obține :

$$\omega = \omega_y \sqrt{1 + \left(\frac{r_0}{R}\right)^2} \quad (269)$$

respectiv conform figurii 39

$$\omega = \frac{\omega_y}{\cos \varepsilon} \quad (270)$$

Aplicând definiția vitezei periferice $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$, se obțin pentru componentele vitezei din lungul axei X a reperului XYZ următoarele expresii :

$$v_{Ux} = \pm z_U \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon \quad (271)$$

$$v_x = z \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon \quad (272)$$

$$v_y = \pm z' \cdot \omega \cdot \cos \varepsilon \quad (273)$$

Inlocuind ω din relația (269) se obține :

$$v_{Ux} = \pm z_U \cdot \omega_y \quad (274)$$

$$v_x = z \cdot \omega_y \quad (275)$$

$$v_y = \pm z' \cdot \omega_y \quad (276)$$

Relațiile (274),(275),(276) se pot exprima funcție de viteza unghiulară ω_z dacă se ține seama de relația :

$$\omega_y = \omega_z \frac{R}{r} \quad (277)$$

Pentru vitezele v, v' nu se pune problema componentelor pe axa Z deoarece s-a presupus că aceste viteze sunt conținute in planul de contact. Pentru viteza rezultantă v_U , componenta in lungul axei Z este dată prin relația :

$$v_{Uz} = b \cos \varepsilon \cdot \omega = b \cdot \omega_z \frac{R}{r} \quad (278)$$

Componentele transversale (in lungul axei Y a reperului XYZ) ale vitezelor v, v' sunt date de relațiile :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALALA BOGHIURI CU OSII MOTOARE
--

$$v_y = v'_y = p \cdot \omega_z \quad (279)$$

Pentru punctul U de contact trebuie avut însă in vedere faptul că distanța față de polul de frecare este $(p+b)$, atunci viteza in lungul axei Y este :

$$v_{Uy} = (p + b) \cdot \omega_z \quad (280)$$

Dupa Heumann avansul la atac este dat de relația :

$$b = r \cdot \alpha \cdot \operatorname{tg}\beta \quad (281)$$

in care :

r - raza cercului de rulare

β - unghiul de inclinare al buzei bandajului

Conform fig.37 modulul vectorilor v, v' respectiv v_U este dat de relațiile:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (282)$$

$$v' = \sqrt{v'_x{}^2 + v'_y{}^2} \quad (283)$$

$$v_U = \sqrt{v_{Ux}^2 + v_{Uy}^2} \quad (284)$$

Tinând seama de relațiile (274) - (280), cât și de faptul că distanța polară este egală cu produsul dintre raza curbei R și unghiul de atac α relațiile (282) ÷ (284) devin :

$$v = R\omega_z \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z}{r}\right)^2} \quad (285)$$

$$v' = R\omega_z \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z'}{r}\right)^2} \quad (286)$$

$$v_U = R \frac{\omega_z}{\cos \beta} \sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z_U}{r} \cos \beta\right)^2} \quad (287)$$

Astfel, relațiile (285) ÷ (287) definesc vitezele in cele trei puncte de contact A, A' și U in ideea tratării distribuției totale de viteze printr-o viteză rezultantă. Această analiza de tip vectorial oferă rezultate globale ale fenomenului, rezultate dependente atât de datele constructive ale vehiculului cât și de geometria contactului roată - șină .

&5.4.2 Determinarea forțelor in cele trei puncte de contact

In timpul circulației in curbe cu raza $R < R'$, contactul după cum s-a arătat se realizeaza in punctele A, A' și U . Astfel, datorită poziției forței directe P contactul roata - șină va dezvolta atât forțe de tip motor cât și forțe de tip rezistent din punct de vedere al tendinței de dispunere radială. Forțele care apar in cele trei puncte sunt prezentate in fig.40

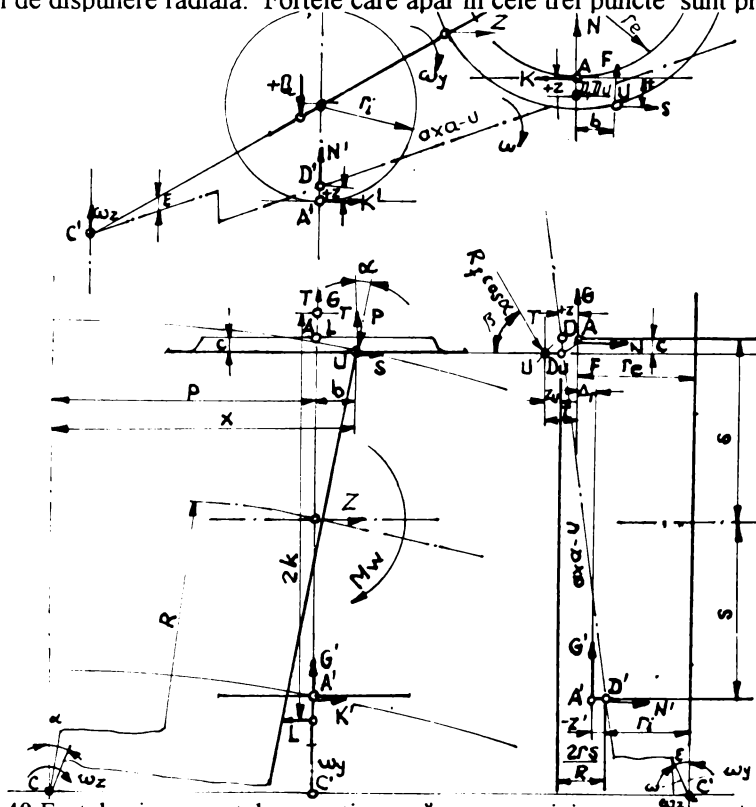


Fig.40 Forțele și momentele ce acționează asupra osiei montate rezultate din contactul roată-șină

in care :

- R_f - forța de frecare rezultantă in punctul U
- S - componenta forței R_f in lungul axei X reperului XYZ
- T - componenta forței R_f in lungul axei Y reperului XYZ
- F - componenta forței R_f in lungul axei Z reperului XYZ
- N, N' - reacțiunile normale in punctele de reazem A, A'

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

K, K' - componentele longitudinale ale forțelor de frecare din punctele A, A'

G, G' - componentele transversale ale forțelor de frecare din punctele de reazem A, A'

Aceste mărimi sunt necesare a fi determinate. Astfel, în cele ce urmează se presupune că formarea componentelor S, T, F respectă un mecanism de compunere -descompunere similar cu cel al vitezelor, mecanism prezentat în figura de mai jos:

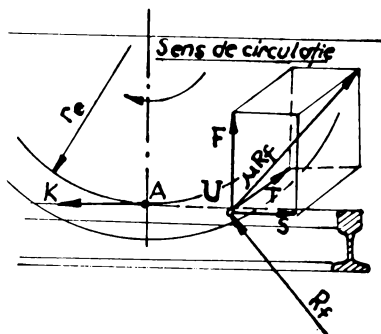


Fig.41 Mecanismul de compunere - descompunere al
rezultantei din punctul de contact de pe buza bandajului

Pe lângă mărimile nedeterminate ale componentelor forțelor din punctele A, A' și U în fig.40 mai intervin următoarele mărimi :

- Z - forța de tracțiune pe o osie a vehiculului
- Q' - sarcina pe un lagăr al osiei
- Q - sarcina pe o roată a osiei
- $2s$ - distanța între planele cercurilor de rulare
- $2k$ - distanța între lagărele suspensiei primare
- α - unghiul de atac momentan

Reunind mecanismele din figurile 37 și 41 se obține :

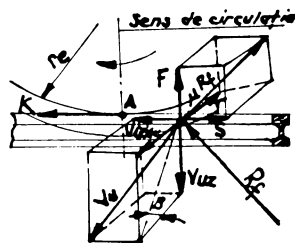


Fig.42 Mecanismul vitezelor și al forțelor în punctul de contact

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

ce reprezintă interdependența dintre distribuția vitezelor și a forțelor în punctul de contact U.

Astfel, conform fig.42 se pot scrie următoarele relații :

$$S = \mu_b \cdot R_f \cdot \frac{v_{Ux}}{v_U} \quad (288)$$

$$T = \mu_b \cdot R_f \cdot \frac{v_{Uy}}{v_U} \quad (289)$$

$$F = \mu_b \cdot R_f \cdot \frac{v_{Uz}}{v_U} \quad (290)$$

în care :

μ_b - coeficientul de frecare buză bandaj-șină

Dacă se consideră că rezultanta dintre forța normală în punctele A respectiv A' și componenta longitudinală a forței de frecare din aceleași puncte, reprezintă generatoarea conului de frecare în fiecare moment atunci se poate scrie egalitatea :

$$\mu_b = \mu = \operatorname{tg} \rho \quad (291)$$

în care :

μ - coeficientul de frecare roată - șină

μ_b - coeficientul de frecare buza bandaj-șină

ρ - reprezintă unghiul conului de frecare

Această ipoteză fiind valabilă doar pentru situația :

$$\alpha \geq 0,00876 \quad (292)$$

Raționamentul în continuare se va face în ipoteza dată de relația (291). Aceasta deoarece este interesant de a găsi o modalitate de abordare a fenomenului până la valoarea limită dată de relația (292)

Tirând seama de relațiile (274),(277),(278),(280),(281),(287) componentele S,T,F date prin expresiile (288)÷(290) devin :

$$S = \mu \cdot R_f \cdot \frac{\frac{z_u}{r} \cos \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z_u}{r} \cos \beta\right)^2}} \quad (293)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$T = \mu \cdot R_f \cdot \frac{\alpha \cdot \cos \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z_u}{r} \cos \beta\right)^2}} \quad (294)$$

$$F = \mu \cdot R_f \cdot \frac{\alpha \cdot \sin \beta}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z_u}{r} \cos \beta\right)^2}} \quad (295)$$

Printr-un raționament analog în punctele de reazem A, A' (punctele de contact normale) pentru componentele longitudinale și transversale se pot scrie următoarele relații :

$$K = \mu \cdot N \cdot \frac{v_x}{v} = \mu \cdot N \cdot \frac{\frac{z}{r}}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z}{r}\right)^2}} \quad (296)$$

$$G = \mu \cdot N \cdot \frac{v_y}{v} = \mu \cdot N \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z}{r}\right)^2}} \quad (297)$$

$$K' = \mu \cdot N' \cdot \frac{v'_x}{v} = \mu \cdot N' \cdot \frac{\frac{z'}{r}}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z'}{r}\right)^2}} \quad (298)$$

$$G' = \mu \cdot N' \cdot \frac{v'_y}{v} = \mu \cdot N' \cdot \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \left(\frac{z'}{r}\right)^2}} \quad (299)$$

Cum raza curbei prin care circulă vehiculul are valoarea $R < R'$ pentru aceeași poziție a polului se obțin unghiuri de atac $\alpha > \alpha'$. În această situație alunecările transversale în punctele A, A' sunt preponderente iar alunecările înclinate ale punctului U sunt aproape într-un plan transversal. Sarcina normală de pe roata interioară N' se poate considera în bună aproximație egală cu sarcina Q de pe o roată a osiei.

Pe baza acestor considerente relațiile (293) ÷ (299) devin :

$$S \approx \mu \cdot \frac{R_f}{\alpha} \cdot \frac{z_U}{r} \cos \beta \quad (300)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$T \approx \mu \cdot R_f \cdot \cos \beta \quad (301)$$

$$F \approx \mu \cdot R_f \cdot \sin \beta \quad (302)$$

$$K \approx \mu \cdot \frac{N}{\alpha} \cdot \frac{z}{r} \quad (303)$$

$$G \approx \mu \cdot N \quad (304)$$

$$K' \approx \mu \cdot \frac{Q}{\alpha} \cdot \frac{z'}{r} \quad (305)$$

$$G' \approx \mu \cdot Q \quad (306)$$

Folosind mecanismul de compunere - descompunere prezentat in fig.41 se pot determina vectorii fortelor rezultante din punctele A, A', U de contact .

& 5.5 Ecuațiile de echilibru ale osiei montate ghidate elastic cu profile conice la contactul în trei puncte

Conform fig.40 forțele și momentele introduse de ghidarea elastică a osiei sunt :

L - forța elastică longitudinală corespunzătoare unui lagăr
M_w - momentul elastic creat de forțele longitudinale pe osie

Dacă se consideră că forțele N, N' au poziții perpendiculare față de planul de contact iar sarcinile pe lagăre sunt egale atunci ecuațiile de echilibru pentru forțe sunt :

$$Z + S - K + K' - R_f \sin \beta \sin \alpha = 0 \quad (307)$$

$$T + G + G' - R_f \sin \beta \cos \alpha = 0 \quad (308)$$

$$-R_f \cos \beta - F - N - N' + 2Q = 0 \quad (309)$$

Pentru momente ecuațiile se scriu față de o axă paralelă cu axa longitudinală a osiei respectiv față de o axă perpendiculară pe axa osiei, ambele trecând prin punctul U de contact.

Astfel, se obțin ecuațiile :

$$Z(r_e + t) + Nb + N'b - 2Qb - Kt + K'(t + \Delta r) = 0 \quad (310)$$

$$-Z(s - c) + M_w + (G + G')b - Kc - K'(2s - c) = 0 \quad (311)$$

în care :

c - reprezintă lățimea bandajului

Relațiile (307) ÷ (309) reprezintă ecuațiile de echilibru ale osiei montate ținând seama de faptul că distribuția de forțe respectă mecanismul de compunere- descompunere prezentat apriori pentru cele trei puncte de contact A, A' și U

& 5.6 Determinarea caracteristicii universale $\frac{M_w}{Q} = \frac{M_w}{Q}(\alpha)$ -

Folosind cea de-a doua ecuație de echilibru pentru momente din paragraful anterior, ecuația (311), se poate exprima într-o formă generală momentul elastic necesar echilibrării forțelor din planul de contact prin :

$$M_w = Z(s - c) - (G + G')b + K'(2s - c) + Kc \quad (312)$$

Se poate observa că, pentru determinarea expresiei momentului M_w , trebuie să calculăm momentele parțiale ce intră în componența relației (312). Astfel, pe baza ipotezelor făcute în paragrafele anterioare se obține pentru momentul produs de forța de tracțiune următoarea expresie :

$$Z(s - c) \approx \alpha \cdot 2Q \cdot \frac{tg\rho(1 + tg\beta tg\rho)}{1 + tg^2\rho}(s - c) \quad (313)$$

De asemenea cu relația (313) cât și pe baza expresiei stabilită în [1], [19] :

$$-z' = \frac{1 - tg^2\rho}{2} \left(\frac{2rs}{R} - \Delta r \right) - t \frac{tg\rho}{tg\beta} - \alpha^2 r tg\rho tg\beta \quad (314)$$

se obține pentru momentul produs de componenta longitudinală a forței de frecare din A' față de axa perpendiculară în punctul U de contact, următoarea expresie:

$$K'(2s - c) = tg\rho \frac{Q}{2r} (2s - c) \left[\frac{1 - tg^2\rho}{2} \left(\frac{2sr}{R} - \Delta r \right) - t \frac{tg\rho}{tg\beta} \right] - \alpha Q tg^2\rho tg\beta (2s - c) \quad (315)$$

Suma forțelor transversale G și G' fiind dată de relația :

$$G + G' = Q \frac{2tg\rho}{1 + tg^2\rho} \left[1 - \frac{tg\rho}{tg\beta} \right] = Q \frac{2tg\rho \cdot (tg\beta - tg\rho)}{tg\beta(1 + tg^2\rho)} \quad (316)$$

iar avansul la atac b fiind aproximat prin :

$$b \approx (r + t) \cdot \alpha \cdot tg\beta \quad (317)$$

în aceste condiții momentul forțelor transversale devine :

$$(G + G')b \approx Q \frac{2tg\rho}{1 + tg^2\rho} (tg\beta - tg\rho) \cdot \alpha \cdot (r + t) \quad (318)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Neglijind valoarea momentului produs de componenta longitudinală K a forței de frecare din punctul A, în raport cu momentele produse de forța de tracțiune Z, de componentele transversale G și G' cât și de componenta longitudinală a forței de frecare din punctul A'; se obține prin înlocuirea relațiilor (313), (314) și (318) în relația (312) pentru momentul elastic M_w următoarea expresie :

$$M_w = \frac{Q \operatorname{tg} \rho}{\alpha r} (2s - c) \left[\left(\frac{2sr}{R} - \Delta r \right) \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \rho}{2} - t \frac{\operatorname{tg} \rho}{\operatorname{tg} \beta} \right] - \alpha Q \operatorname{tg} \rho \{ \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \beta (2s - c) - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \rho} [(1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \rho)(s - c) - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \rho)(r + t)] \} \quad (319)$$

Relația (319) poate fi privită și ca o evaluare a momentului elastic M_w în raport cu sarcina pe roată Q prin unghiul de atac α în forma :

$$\frac{M_w}{Q} = \frac{1 \operatorname{tg} \rho}{\alpha r} (2s - c) \left[\left(\frac{2sr}{R} - \Delta r \right) \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \rho}{2} - t \frac{\operatorname{tg} \rho}{\operatorname{tg} \beta} \right] - \alpha \operatorname{tg} \rho \{ \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \beta (2s - c) - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \rho} [(1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \rho)(s - c) - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \rho)(r + t)] \} \quad (320)$$

ce constituie o dependență de forma $\frac{M_w}{Q} = \frac{M_w}{Q}(\alpha)$.

Pentru analiza relației (316) într-un sistem de axe rectangulare, în care pe ordonată se reprezintă raportul $\frac{M_w}{Q}$ iar pe abscisa unghiul α de atac, se va calcula produsul $\frac{M_w}{Q} \cdot \alpha$ prin relația :

$$\frac{M_w}{Q} \cdot \alpha = \frac{\operatorname{tg} \rho}{r} (2s - c) \left[\left(\frac{2sr}{R} - \Delta r \right) \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \rho}{2} - t \frac{\operatorname{tg} \rho}{\operatorname{tg} \beta} \right] - \alpha^2 \operatorname{tg} \rho \{ \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \beta (2s - c) - \frac{2}{1 + \operatorname{tg}^2 \rho} [(1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \rho)(s - c) - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \rho)(r + t)] \} \quad (321)$$

În relația (317) din punct de vedere valoric, chiar pentru tendința de dispunere radială termenul ce conține pe α^2 se poate neglija. Astfel, relația ce se va reprezenta grafic va avea forma :

$$\frac{M_w}{Q} \cdot \alpha = \frac{\operatorname{tg} \rho}{r} (2s - c) \left[\left(\frac{2sr}{R} - \Delta r \right) \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \rho}{2} - t \frac{\operatorname{tg} \rho}{\operatorname{tg} \beta} \right] \quad (322)$$

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Se observă că pentru o rază de curbă R dată, in ipotezele considerate anterior relația (322) reprezintă in bună aproximație o hiperbolă echilaterală .

Reprezentind relația (322) pentru diverse raze de curbura se obțin urmatoarele aliuri de curbe :

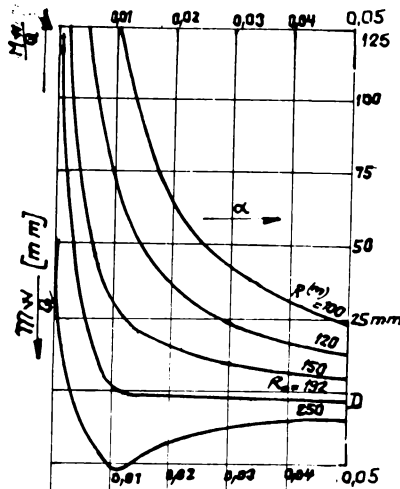


Figura43 Caracteristica universală a osiei montate ghidate elastic
in tendință de dispunere radială

Dependența din fig.43 se va numi **caracteristica universală** a osiei montate ghidate elastic cu profile conice .

Deoarece in analiza depedenței de mai sus ca variabilă se consideră doar unghiul de atac, din punct de vedere matematic se obține o funcție de o singură variabilă. Astfel, prin anularea primei derivate a expresiei (321) se obține expresia generală pentru abscisele punctelor de minim, adică :

$$\alpha^2 = - \frac{(2s - c) \left[\left(\frac{2sr}{R} - \Delta r \right) \frac{1 - tg^2 \rho}{2} - t \frac{tg \rho}{tg \beta} \right]}{r \left\{ tg \rho tg \beta (2s - c) - \frac{2}{1 + tg^2 \rho} [(1 + tg \beta tg \rho)(s - c) - (tg \beta - tg \rho)(r + t)] \right\}} \quad (323)$$

Se observă că o echilibrare a osiei montate după caracteristica prezentată in fig.43 asigură totodată o exploatare judicioasă a caracteristicii vehiculului $F=F(v)$.

Astfel, pe baza considerațiilor prezentate referitoare la influența forței de tracțiune asupra circulației in curbă cât și ținând seama de rezultatele prezentate in fig.43 se poate concluziona că tendința de dispunere radială conduce la o exploatare judicioasă a forței de tracțiune și implicit a eforturilor din planul de contact, obținându-se valori ale eforturilor ce evită apariția de exfolieri ale materialului bandajului respectiv roții .

Cap.6 Funcția de disipare a energiei pentru osia montată ghidată elastic prevăzută cu amortizori

& 6.1 Modelul mecano-energetic echivalent

De principiu, a determina influența contactului roată -șina asupra caracteristicilor de amortizare din primar înseamnă determinarea funcției de disipare a energiei pentru o osie montată ținând seama de expresiile forțelor rezultate din contactul mutual al profilelor de tip curb-concav.

Pentru tendința de dispunere radială, a osiei montate trebuie realizată anizotropia caracteristicilor suspensiei primare pe direcțiile longitudinale și transversale. Modul de echilibrare a osiei montate cu ghidare anizotropă se realizează atât prin momentele dezvoltate în planul de contact (caracter disipativ) cât și prin momentele realizate pe vehicul (caracter conservativ).

Apare astfel întrebarea : sunt suficiente rezistențele din planul de contact pentru menținerea echilibrului și stabilității osiei montate la diverse viteze de circulație ?

Pentru a da un răspuns cu caracter general (principal) trebuie stabilită forma generală a funcției de disipare pe boghiu. Studiul disipării energiei cu elemente suplimentare montate pe vehicul presupune elaborarea unui model mecano-energetic pentru studiu. Se propune ca model pentru osia montată schema din figura de mai jos:

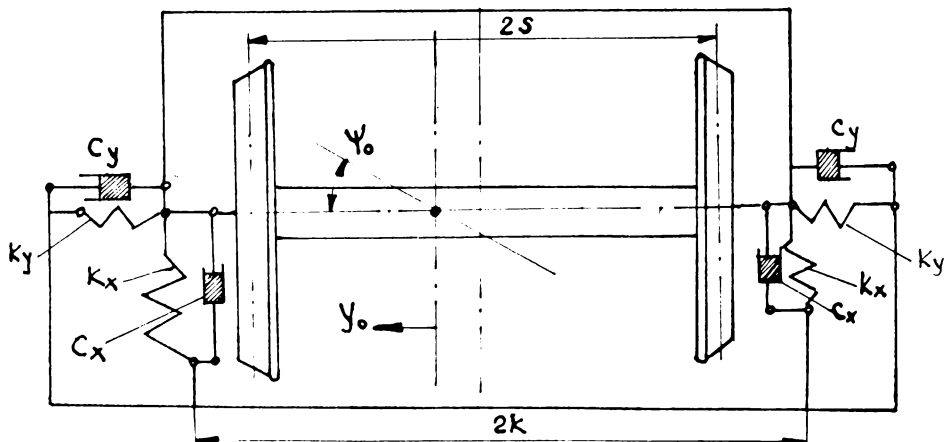


Fig.44 Modelul mecano-energetic al osiei montate prevăzută cu amortizori

in care :

k_x - reprezintă rigiditatea suspensiei primare pe un lagăr in direcție longitudinală

k_y - reprezintă rigiditatea suspensiei primare pe un lagăr in direcție transversală

C_x - reprezintă coeficientul de amortizare (caracteristica amortizorului) pe un lagăr in direcție longitudinală

C_y - reprezintă coeficientul de amortizare (caracteristica amortizorului) pe un lagăr in direcție transversală

Este important de reținut că amortizorii folosiți in suspensia primară sunt de tip vâscos, adică realizează urmărirea mișcărilor osiei montate generând o forță de amortizare proporțională cu viteza de mișcare a masei pe direcția respectivă.

Deoarece studiul energetic al sistemului se va face folosind ecuațiile lui Lagrange de speța II-a o condiție necesară este analizarea sistemului in coordonate generalizate. Astfel, coordonatele generalizate independente sunt :

$q_1 \equiv y_0$ - deplasarea laterală momentană a osiei montate

$q_2 \equiv \psi_0$ - rotirea corespunzătoare deplasării y_0

Studiul amortizării se face din ecuațiile lui Lagrange fapt ce presupune cunoașterea forțelor generalizate realizate prin contactul mutual al profilului roții cu cel al șinei.

& 6.2 Determinarea forțelor generalizate la contactul mutual al profilelor curbilini. Caracteristica gravitațională

Așa cum reiese chiar din titlul acestui paragraf se va adopta pentru determinarea forțelor generalizate un profil mutual de tip curb - concav, bandajul având o rază constantă R_b iar șina o rază la ciuperca R_s .

Pentru poziția mediană conform figurii de mai jos :

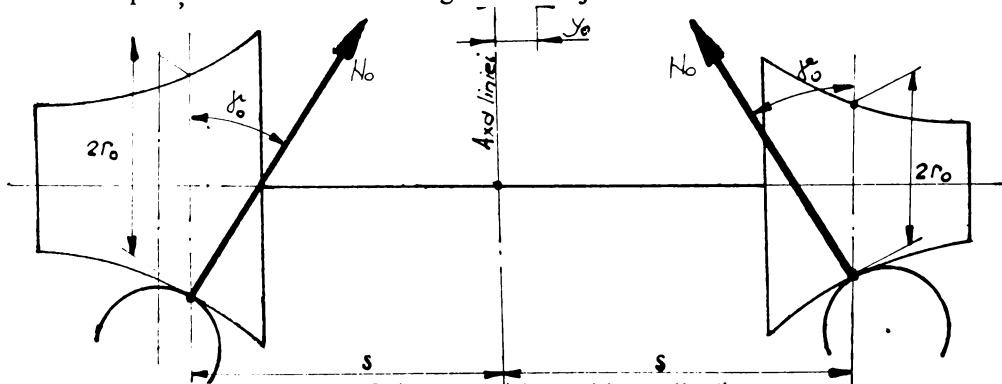


Fig.45 Osia montată în poziție mediană

osia montată prezintă următoarele mărimi caracteristice mărimi esențiale în determinarea forțelor generalizate :

- γ_0 - unghiul de inclinație al planului tangent celor două profile măsurat față de planul orizontal
- r_0 - raza cercului de rulare
- s - semidistanța între planele cercurilor de rulare
- N_0 - reacțiunile normale în punctul de contact

În cursul deplasării laterale y_0 a osiei față de șină (coordonata generalizată q_1) mărimile prezentate mai sus se modifică conform fig.46

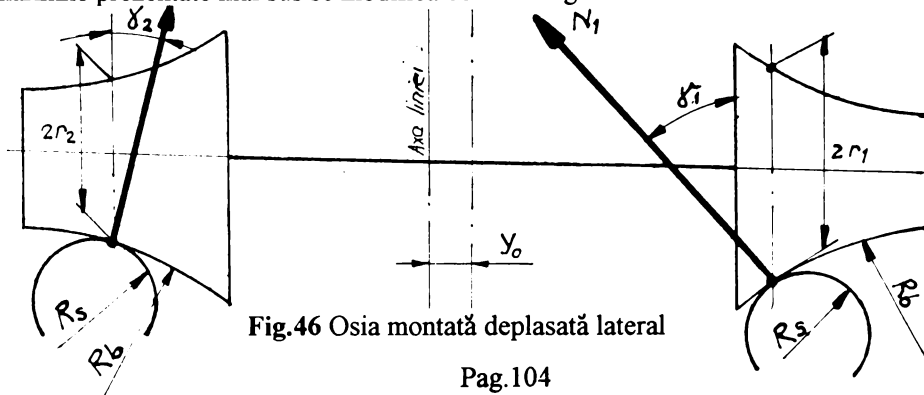


Fig.46 Osia montată deplasată lateral

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Mărimea esențială pentru inițializarea fenomenului tendinței de dispunere radiale la circulația în curba [18] o constituie deplasarea laterală y_0 .

Astfel, deplasarea laterală conform fig.47:

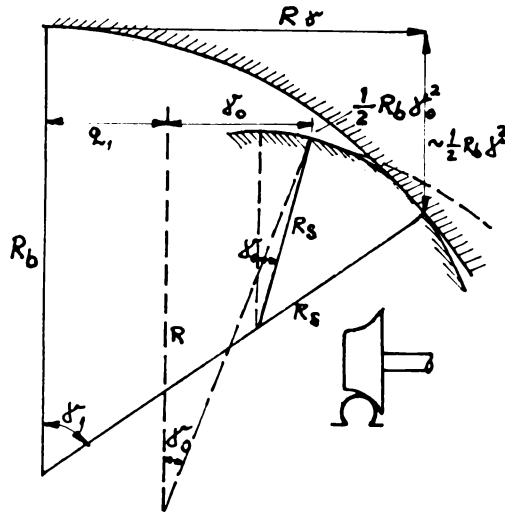


Fig. 47 Contactul mutual a două profile de tip curb-concav se poate exprima prin expresia :

$$y_0 = (R_b - R_s)(\gamma_1 - \gamma_0) \quad (324)$$

Folosind notația lui Pater :

$$\varepsilon = \frac{s}{R_b - R_s} \quad (325)$$

din relația (324) se poate exprima unghiul de înclinație a noi poziții a normalei pe planul de contact prin :

$$\gamma_1 = \gamma_0 + \frac{\varepsilon y_0}{s} \quad (326)$$

Similar

$$\gamma_2 = \gamma_0 - \frac{\varepsilon y_0}{s} \quad (327)$$

Conform fig.47, diferența între razele de rulare pe profilul bandajului după Vickens se poate exprima prin :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$r_1 - r_0 = \frac{R_b}{2} \cdot (\gamma_1^2 - \gamma_0^2) \quad (328)$$

adică :

$$r_1 - r_0 = \frac{R_b}{2} \cdot (\gamma_1 - \gamma_0)(\gamma_1 + \gamma_0) \quad (329)$$

Tinând seama de relația (326) relația (329) devine :

$$r_1 - r_0 = \frac{R_b}{2} \cdot \frac{\epsilon y_0}{s} (2\gamma_0 + \frac{\epsilon y_0}{s}) \quad (330)$$

Cum :

$$\frac{\epsilon y_0}{s} = \frac{y_0}{R_b - R_s} \quad (331)$$

care pentru valori curente ale profilelor roții și ale șinei se poate neglija.

Astfel, diferența $\Delta r = r_1 - r_0$ dată prin relația (330) devine:

$$\Delta r = \frac{R_b \epsilon y_0}{s} \gamma_0 \quad (332)$$

Folosind notația lui Pater relația (332) devine:

$$\Delta r = \frac{R_b}{s} \frac{s}{R_b - R_s} y_0 \gamma_0 \quad (333)$$

sau :

$$r_1 = r_0 + \frac{R_b}{R_b - R_s} \cdot y_0 \gamma_0 \quad (334)$$

Cum $y_0 = q_1$ în notațiile lui Lagrange, raza momentană de rulare r_1 are expresia

$$r_1 = r_0 + \lambda \cdot q_1 \quad (335)$$

in care :

$$\lambda = \frac{R_b}{R_b - R_s} \cdot \gamma_0 \quad (336)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

reprezentând conicitatea efectivă a bandajului.

Pentru roți profilate conic λ reprezintă conicitatea bandajului. Cunoscând modalitatea practică, pentru evaluarea unghiurilor de înclinare momentane γ_1, γ_2 la contactul a două profile arbitrare de raze R_b, R_s există posibilitatea determinării reacțiunilor N_1, N_2 de pe cele două roți.

În calculul reacțiunilor N_1, N_2 se va lua în considerare atât efectul de inerție cit și efectul amortizării în direcție transversală. Modelul mecanic pentru calcul este prezentat în figura de mai jos:

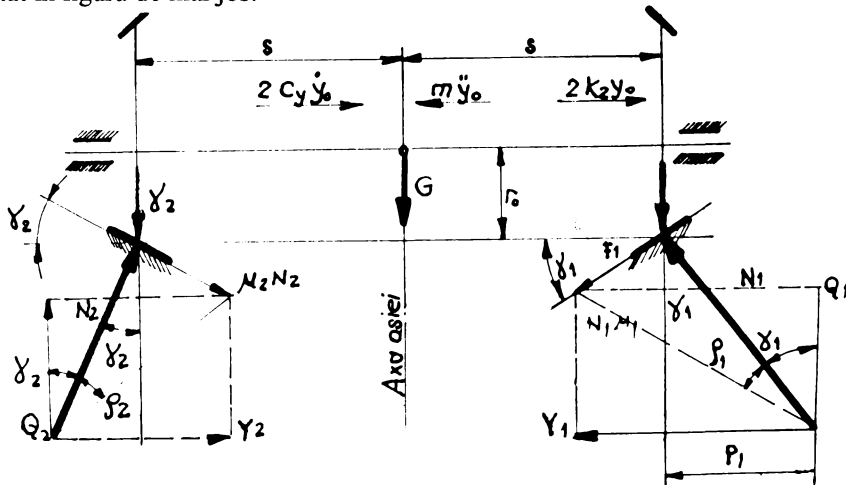


Fig.48 Forțele ce acționează în plan vertical

Conform fig.48 ecuațiile de echilibru scrise succesiv în raport cu cele două puncte de reazem sunt :

$$N_1 \cos \gamma_1 \cdot 2s + m \ddot{y}_0 \cdot r_0 + 2C_y \dot{y}_0 \cdot r_0 + 2k_2 \cdot y_0 \cdot r_0 - Q \cdot 2s = 0 \quad (337)$$

$$N_2 \cos \gamma_2 \cdot 2s - m \ddot{y}_0 \cdot r_0 - 2C_y \dot{y}_0 \cdot r_0 - 2k_2 \cdot y_0 \cdot r_0 + Q \cdot 2s = 0 \quad (338)$$

în care :

m - masa osii montate

Exprimând succesiv N_1, N_2 din relațiile (337) și (338) se obțin expresiile :

$$N_1 = - \frac{1}{2s \cos \gamma_1} [m \ddot{y}_0 \cdot r_0 + 2C_y \dot{y}_0 \cdot r_0 + 2k_2 \cdot y_0 \cdot r_0 - Q \cdot 2s] \quad (339)$$

$$N_2 = - \frac{1}{2s \cos \gamma_2} [m \ddot{y}_0 \cdot r_0 + 2C_y \dot{y}_0 \cdot r_0 + 2k_2 \cdot y_0 \cdot r_0 + Q \cdot 2s] \quad (340)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Rezultanta proiecțiilor reacțiilor normale N_1, N_2 în planul de contact care apare datorită rulării pe profile conice este dată în orice moment prin relația :

$$R_N = -\frac{1}{2s} [m \ddot{y}_0 \cdot r_0 + 2C_y \dot{y}_0 \cdot r_0 + 2k_2 \cdot y_0 \cdot r_0](tg\gamma_1 + tg\gamma_2) + Q(tg\gamma_2 - tg\gamma_1) \quad (341)$$

Cum $tg\gamma_2 \cong \gamma_2$ și $tg\gamma_1 \cong \gamma_1$ atunci conform relațiilor (326) și (327) se obțin :

$$\gamma_1 + \gamma_2 = 2\gamma_0$$

$$\gamma_2 - \gamma_1 = -2\frac{\epsilon y_0}{s}$$

Astfel, relația (341) devine :

$$R_N = \frac{\gamma_0 r_0}{s} [m \ddot{y}_0 + 2C_y \dot{y}_0 + 2k_2 \cdot y_0] - \frac{2Q\epsilon y_0}{s} \quad (342)$$

Deoarece în relația (342) primul membru include chiar ecuația generală a vibrațiilor unei mase m prevăzută cu amortizare vâscoasă, ea oferă posibilitatea analizei valorii rezultantei R_N ținând seama de tipul de impuls transversal primit de la cale.

Scriind relația (342) în forma :

$$R_N = \frac{\gamma_0}{r_0 s} m r_0^2 [\ddot{y}_0 + 2\alpha_y \dot{y}_0 + \omega_y^2 \cdot y_0] - \frac{2Q\epsilon y_0}{s} \quad (343)$$

se pot identifica următoarele mărimi specifice studiului vibrațiilor sistemului osie montată - șină :

$$2\alpha_y = \frac{2C_y}{m} \quad \text{- coeficientul de amortizare în plan transversal}$$

$$\omega_y^2 = \frac{2k_2}{m} \quad \text{- pulsația de oscilație în direcție transversală a osiei montate ghidată elastic}$$

$$\text{Notând } \frac{\gamma_0}{r_0 s_0} = \left(\frac{\omega_l}{v}\right)^2 \quad \text{în care :}$$

ω_l - pulsația osiei libere cu profile conice

în mișcare de șerpuire dată de Klinger

v - viteza de înaintare a vehiculului

Pe baza considerentelor de mai sus forma rezultantei R_N devine :

$$R_N = k_l \left(\frac{r_0}{v}\right)^2 [\ddot{y}_0 + 2\alpha_y \dot{y}_0 + \omega_y^2 \cdot y_0] - \frac{2Q\epsilon y_0}{s} \quad (344)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

unde :

$k_l = m\omega_l^2$ - reprezintă rigiditatea echivalentă dată de profilul conic
al bandajului la rularea osiei montate libere pe cale

Dacă se consideră că osia montată nu primește impulsuri de la cale respectiv există o circulație în care buza bandajului nu atinge șina expresia rezultantei R_N devine :

$$R_N = -\frac{2Q\epsilon y_0}{s} \quad (345)$$

Relația (345) arată că una dintre condițiile circulației optime pe cale (prima condiție pe care trebuie să o îndeplinească o suspensie pentru circulația optimă în aliniament) se poate realiza grație rezultantei reacțiunilor normale din punctele de contact ce reprezintă o forță de readucere proporțională cu deplasarea y_0 . Membrul drept al relației (345) este cunoscut în literatura de specialitate sub denumirea de caracteristica gravitațională. În coordonate generalizate relația (345) devine :

$$R_N = -\frac{2Q\epsilon q_1}{s} \quad (346)$$

Determinarea forțelor generalizate se va face considerând că efectul variației reacțiunii normale datorat mișcării osiei montate este neglijabil asupra fenomenului de creep.

Astfel, considerând osia montată cu profile conice conform figurii de mai jos:

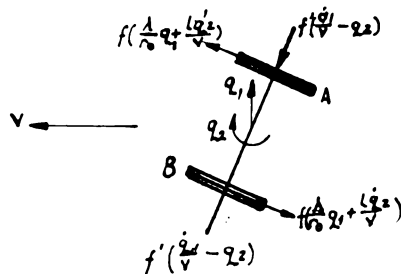


Fig.49 Modelul de explicitare a creepului

în care :

q_1, q_2 - reprezintă coordonatele generalizate de tip Lagrange

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

v - viteza de inaintare a vehiculului

Pentru un interval mic de timp, deplasările longitudinale și transversale pentru roata A respectiv pentru roata B sunt :

$$\begin{array}{lll} \text{roata A} & vdt - sdq_2 & dq_1 \\ & & \end{array} \quad (347)$$

$$\begin{array}{lll} \text{roata B} & vdt + sdq_2 & dq_1 \end{array}$$

Componentele vitezelor periferice pe cele două roți A, B se exprimă după Vicens prin :

$$\begin{array}{lll} \text{roata A} & (r_0 + \lambda q_1) \frac{vdt}{r_0} & q_2 vdt \\ & & \end{array} \quad (348)$$

$$\begin{array}{lll} \text{roata B} & (r_0 - \lambda q_1) \frac{vdt}{r_0} & q_2 vdt \end{array}$$

In aceste ipoteze alunecările longitudinale respectiv transversale pe cele două roți devin :

$$\begin{array}{lll} \text{roata A} & \varepsilon_x = -\frac{\lambda}{r_0} q_1 - \frac{s}{v} \dot{q}_2 & \varepsilon_y = \frac{\dot{q}_1}{v} - q_2 \\ & & \end{array} \quad (349)$$

$$\begin{array}{lll} \text{roata B} & \varepsilon_x = \frac{\lambda}{r_0} q_1 + \frac{s}{v} \dot{q}_2 & \varepsilon_y = \frac{\dot{q}_1}{v} - q_2 \end{array}$$

Tinând seama de faptul că, forțele de creep se obțin ca urmare a produsului dintre coeficientul de creep și alunecarea pe o anumită direcție, forțele generalizate după cele doua coordonate devin:

$$Q_1 = -\frac{2f \dot{q}_1}{v} + 2f q_2 - 2Q\varepsilon \cdot \frac{q_1}{s} \quad (350)$$

$$Q_2 = -\frac{2fs^2 \dot{q}_2}{v} - \frac{2f \cdot \lambda \cdot s}{r} \cdot q_1 \quad (351)$$

in care :

f - coeficientul de creep in direcția longitudinală

f' - coeficientul de creep in direcția transversală

Expresiile (350) și (351) se vor folosi in continuare pentru determinare funcției de disipare. Este important de remarcat faptul că in deducția forțelor generalizate s-a folosit conicitatea echivalentă λ fapt ce conferă metodei o anumită generalitate (metoda putându-se aplica și profilelor de uzură).

& 6.3 Determinarea funcției potențial-cinetic L

Pentru determinarea potențialului cinetic al osiei montate ghidate elastic prevazuta cu amortizori longitudinali și transversali se va folosi modelul mecano-energetic prezentat în figura 44. Stabilirea funcției L presupune în primul rând cunoașterea tipului de coordonate generalizate. Pentru osia montată ghidată elastic cu tendință de dispunere radiala, chiar din analizele anterioare se poate observa apariția a două grade de libertate, anume :

y_0 - deplasarea laterală

ψ_0 - rotirea osiei în jurul axei normale pe planul de contact ridicată în centrul de greutate a acesteia

Deplasarea laterală y_0 este limitată prin jocul impus la circulația în aliniament de administrația căii ferate pe care va circula osia iar pentru circulația în curba valoarea maximă a jocului se calculează prin $j_t = j_a + j_c$, în care:

j_a - reprezintă jocul în aliniament

j_c - reprezintă supralargirea în curba

Rotirea ψ_0 a osiei de asemenea nu poate depăși o anumită amplitudine deoarece apare lovirea buzei bandajului de șina. Astfel, deplasarea laterală q_1 și rotirea q_2 fiind independente ecuațiile lui Lagrange folosite sunt cele de speța a II-a.

Funcția potențial cinetic L este dată de relația :

$$L = E_C - E_P \quad (352)$$

în care :

E_C - reprezintă energia cinetică a sistemului

E_P - reprezintă energia potențială a sistemului fiind dată de forțele conservative ale sistemului

Pe baza modelului din figura 44 se pot exprima energiile cinetice și potențiale ale sistemului, energii care însumate conform relației (352) formează funcția lui Lagrange.

Astfel :

$$E_C = \frac{1}{2}m \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}J \dot{q}_2^2 = \frac{1}{2}(m \dot{q}_1^2 + J \dot{q}_2^2) \quad (353)$$

în care :

m - masa osiei montate

J - momentul de inerție propriu (în jurul axei OZ)

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Rigiditățile longitudinale și transversale ale arcurilor montate in suspensia primară conferă sistemului aspectul conservativ prin :

$$E_p = +[k_1(bq_2)^2 + k_2q_1^2] \quad (354)$$

Folosind ecuațiile (352),(353),(354) se obține forma generală a potențialului cinetic prin :

$$L = \frac{1}{2}(m \dot{q}_1^2 + J \dot{q}_2^2) - [k_1(bq_2)^2 + k_2q_1^2] \quad (355)$$

&6.4 Ecuațiile lui Lagrange ca forma de conservare -disipare a energiei pentru osia montată ghidată elastic

Analizând relațiile (350) și (351) pentru forțele generalizate se poate observa că in componența lor apar coeficienții de creep longitudinali și transversali . Grație acestei observații sistemul de ecuații diferențiale a lui Lagrange va avea un caracter disipativ. Aspectul disipativ fiind deci o proprietate intrinsecă a osiei montate ghidate elastic.

Dacă in modelul mecanic din fig.44 se presupune $C_x = C_y = 0$ adică lipsa amortizării in prima treaptă de suspensie, atunci folosind ecuațiile lui Lagrange in forma :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (356)$$

in care :

L - potențialul cinetic al osiei montate ghidate elastic

Q_i - forțele generalizate ce nu conțin termeni corespunzători forțelor conservative

Astfel, se obține pentru osia montată ghidată elastic următorul sistem de ecuații diferențiale :

$$m \ddot{q}_1 + 2k_2q_1 = Q_1 \quad (357)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2k_1b^2q_2 = Q_2 \quad (358)$$

Folosind relațiile (350),(351) sistemul format din ecuațiile (357) , (358) devine :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$m \ddot{q}_1 + 2k_2 q_1 = -\frac{2f'}{v} \dot{q}_1 + 2f' q_2 - 2Q\varepsilon \frac{q_1}{s} \quad (359)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2k_1 b^2 q_2 = -\frac{2f}{v} s^2 \dot{q}_2 - \frac{2f\lambda s}{r_0} q_1 \quad (360)$$

Dacă termenii ce conțin vitezele generalizate se scriu în membrul din stânga ecuațiilor (359) și (360) se obține :

$$m \ddot{q}_1 + \frac{2f'}{v} \dot{q}_1 + 2k_2 q_1 = 2f' q_2 - 2Q\varepsilon \frac{q_1}{s} \quad (361)$$

$$J \ddot{q}_2 + \frac{2f}{v} s^2 \dot{q}_2 + 2k_1 b^2 q_2 = -\frac{2f\lambda s}{r_0} q_1 \quad (362)$$

Ecuațiile (361), (362) reprezintă vibrații forțate amortizate. Coeficienții de amortizare după cele două coordonate generalizate sunt dați de relațiile:

$$C_m = \frac{2f'}{mv} \quad C_J = \frac{2fs^2}{Jv} \quad (363)$$

Pentru determinarea pulsațiilor proprii sistemul format din ecuațiile (361), (362) nu trebuie să conțină în membrii din dreapta forțe conservative. Astfel, ținând seama de faptul că prin caracteristica gravitațională se dezvoltă o forță de rapel adică o forță conservativă, sistemul de ecuații diferențiale devine :

$$m \ddot{q}_1 + \frac{2f'}{v} \dot{q}_1 + (2k_2 + \frac{2Q\varepsilon}{s}) q_1 = 2f' q_2 \quad (364)$$

$$J \ddot{q}_2 + \frac{2f}{v} s^2 \dot{q}_2 + 2k_1 b^2 q_2 = -\frac{2f\lambda s}{r_0} q_1 \quad (365)$$

Pentru determinarea pulsațiilor proprii nu vom lua în considerare forțele de amortizare și creep. În aceste condiții pulsațiile proprii vor fi date de relațiile :

$$\omega_m = (2k_2 + \frac{2Q\varepsilon}{s}) \cdot \frac{1}{m} \quad (366)$$

$$\omega_J = \frac{2k_1 b^2}{J}$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Integrarea sistemului format din ecuațiile (364) și (365) conduce la determinarea legii de vibrație după cele două coordonate generalizate. Acest aspect însă nu este esențial în această analiză. Important însă, este faptul că prin construcția intrinsecă a osiei montate ghidate elastic se asigură o **amortizare** dată de relațiile (363).

Dacă în relațiile (364) și (365) se procedează la separarea termenilor conservativi de cei disipativi se obțin relațiile:

$$m \ddot{q}_1 + (2k_2 + \frac{2Q\varepsilon}{s})q_1 = -\frac{2f'}{v} \dot{q}_1 + 2f'q_2 \quad (367)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2k_1 b^2 q_2 = -\frac{2f\lambda s}{r_0} q_1 - \frac{2fs^2}{v} \dot{q}_2 \quad (368)$$

care atestă echilibrul energetic între forțele conservative și cele disipative. Această observație atestă faptul că ecuațiile lui Lagrange trebuie privite în această situație ca o modalitate de *conservare - disipare a energiei osiei montate ghidate elastic*.

& 6.5 Determinarea formei generale a funcției de disipare a energiei pentru hunting-ul osiei montate ghidată elastic prevazută cu amortizori in prima treaptă de suspensie

Deoarece pentru realizarea tendinței de dispunere radială a osiei montate suspensia primară trebuie proiectată cu rigiditate longitudinală *scăzută*, apare un surplus de energie, ce trebuie diminuat prin montarea de amortizori longitudinali, respectiv transversali, in prima treaptă de suspensie. Acest aspect al introducerii amortizorilor longitudinali și transversali este dictat și de *stabilitatea* osiei montate. Interdependența dintre fenomenul de amortizare și stabilitate se va analiza pe larg începând cu capitolul 8 .

In cele ce urmează se va determina forma funcției de disipare pentru osia montata prevazută cu amortizare in prima treaptă de suspensie, tirând seama ca acest ansamblu este un sistem mecanic cu două grade de libertate independente. Deoarece amortizorii ce se vor monta in suspensia primară sunt hidraulici, forțele de amortizare pe care le produc se vor anula odată cu anularea vitezelor generalizate. Valoarea energiei disipate in căldură de aceste forțe intr-un interval de timp infinitesimal dt va fi egal cu valoarea lucrului mecanic elementar al acestor forțe având forma :

$$dE = dL_{mec} = 2Ddt \quad (369)$$

in care D este o expresie esențial pozitivă care se anulează odată cu vitezele la fel ca și energia cinetică E_c , numită de către **Rayleigh** funcția de disipare a energiei. Pentru vibrațiile mici in jurul poziției de echilibru se va păstra din funcția D partea sa principală. Aceasta nu poate fi constantă diferită de zero deoarece D se anulează odată cu vitezele și nici funcție liniară de viteze deoarece D este o funcție esențial pozitivă. Astfel, partea principală a funcției D , exact ca și in cazul energiei cinetice este de *gradul 2* și se prezintă sub aspectul unei *forme pătratice pozitiv definite* de vitezele sistemului :

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i,l} C_{il} \dot{x}_i \dot{x}_l \quad (370)$$

Folosind formula lui **Euler** forma pătratică D se mai poate scrie :

$$D = \frac{1}{2} \sum_i \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} \dot{x}_i \quad (371)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Astfel valoarea energiei disipată devine :

$$dE = \left(\sum_i \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} \dot{x}_i \right) dt = \sum_i \frac{\partial D}{\partial \dot{x}_i} dx_i \quad (372)$$

adică funcția de disipare este o funcție omogenă cu grad de **omogeneitate 2**. Pentru determinarea formei acestei funcții se vor folosi ecuațiile lui Lagrange sub forma :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2 \quad (373)$$

Folosind modelul din figura 44 cât și în baza considerațiilor generale stabilite pentru funcția **D** ecuațiile (373) devin :

$$m \ddot{q}_1 + 2C_y \dot{q}_1 + 2k_2 q_1 = -2f' \left(\frac{\dot{q}_1}{v} - q_2 \right) - \frac{2Q\epsilon q_1}{s} \quad (374)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2C_x b \dot{q}_2 + 2k_1 b^2 q_2 = -2f \left(\frac{s\lambda}{r_0} q_1 - \frac{s^2}{v} \dot{q}_2 \right) \quad (375)$$

sau

$$\ddot{q}_1 + \dot{q}_1 \left(\frac{2C_y}{m} + \frac{2f'}{mv} \right) + \frac{2k_2 q_1}{m} - \frac{2f'}{m} q_2 = - \frac{2Q\epsilon q_1}{ms} \quad (376)$$

$$\ddot{q}_2 + \dot{q}_2 \left(\frac{2C_x}{J} + \frac{2f}{Jv} s^2 \right) + \frac{2k_1 b^2 q_2}{J} + \frac{2fs\lambda}{Jr_0} q_1 = 0 \quad (377)$$

Aplicând relația (371) se obține pentru funcția de disipare expresia :

$$D = \frac{1}{2} \left(2C_y + \frac{2f'}{v} \right) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} \left(2C_x + \frac{2fs^2}{v} \right) \dot{q}_2^2 \quad (378)$$

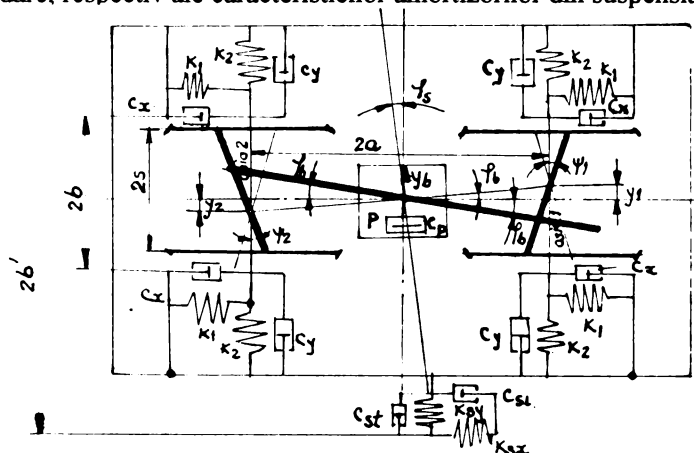
(378) constituie **forma generală a funcției de disipare pentru osia montată ghidată elastic în tendința de dispunere radială**. În continuare o problemă la fel de importantă o constituie determinarea funcției de disipare pentru ansamblul boghiu motor Bo-Bo.

Cap.7 Funcția de disipare a energiei pentru un boghiu Bo-Bo cu osii montate ghidate elastic independent

& 7.1 Modelul mecano-energetic echivalent

Modelul mecano-energetic ce va fi prezentat în continuare se va folosi atât pentru determinarea ecuațiilor generale ale mișcării boghiului fără includerea suspensiei secundare cât și pentru determinarea ecuațiilor de mișcare cu includerea efectului suspensiei secundare (suspensie tip flexicoil).

Această dublă analiză obținându-se prin particularizarea valorilor rigidităților suspensiei secundare, respectiv ale caracteristicilor amortizorilor din suspensia secundară.



- Fig. 50 Modelul mecano-energetic echivalent al ansamblului boghiu Bo-Bo
 în care :
- 2a - ampatamentul boghiului
 - 2b - distanța între lagărele suspensiei primare
 - 2s - distanța între planele cercurilor de rulare
 - p - pivotul vehiculului
 - c_x - caracteristica de amortizare longitudinală pe un lagăr al suspensiei secundare de o parte și de alta a boghiului
 - 2b' - distanța între punctele de amplasare a suspensiei secundare de o parte și de alta a boghiului
 - $y_{1,2}$ - deplasarea laterală a osiei 1, respectiv 2 față de poziția mediană
 - y_b - deplasarea laterală a ramei boghiului corespunzătoare deplasărilor $y_{1,2}$ a osiilor
 - φ_b - rotirea ramei boghiului corespunzătoare deplasărilor $y_{1,2}$ a osiilor
 - c_{st} - caracteristica amortizorilor transversali montați între cutie și ramă
 - φ_s - rotirea suspensiei secundare în jurul axei normale pe planul de rulare, ridicată în P

k_{sx} - rigiditatea suspensiei secundare in direcție longitudinală

k_{sy} - rigiditatea suspensiei secundare in direcție transversală

& 7.2. Ecuațiile generale ale mișcării boghiului in plan orizontal fără includerea suspensiei secundare

Pentru stabilirea ecuațiilor generale ale mișcării nu se va exclude caracteristica amortizării suspensiei secundare și totodată se presupune că cutia nu execută mișcare de serpuire.

Forțele generalizate pe osie se vor scrie pe baza relațiilor (350) și (351).
Astfel :

$$Q_{1y_1} = - 2f' \left(\frac{\Delta \dot{y}_1}{v} - \Delta \psi_1 \right) - \frac{2Q}{s} \cdot \varepsilon \cdot \Delta y_1 \quad (379)$$

$$Q_{1\psi_1} = - 2f' \left(\frac{\lambda s}{r_o} \cdot \Delta y_1 + \frac{s^2 \Delta \dot{\psi}_1}{v} \right) \quad (380)$$

$$Q_{2y_2} = - 2f' \left(\frac{\Delta \dot{y}_2}{v} - \Delta \psi_2 \right) - \frac{2Q}{s} \cdot \varepsilon \cdot \Delta y_2 \quad (381)$$

$$Q_{2\psi_2} = - 2f' \left(\frac{\lambda s}{r_o} \cdot \Delta y_2 + \frac{s^2 \Delta \dot{\psi}_2}{v} \right) \quad (382)$$

in care primul indice reprezintă numărul osiei de boghiu, iar cel de-al doilea tipul coordonatei generalizate corespunzator celor doua grade de libertate aferente ficarei osii.

In primă fază se stabilesc ecuațiile de mișcare ale boghiului deoarece, cum s-a observat și in cazul osiei singulare, funcția de disipare se poate obține numai dacă se cunosc toți termenii de natură disipativă.

In stabilirea ecuațiilor de mișcare se folosesc de asemenea ecuațiile diferențiale ale lui Lagrange in forma :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial Ec}{\partial q_i} + \frac{\partial Ep}{\partial q_i} = Q_i \quad (383)$$

in care : $q_1 = \Delta y_1$ pentru osia 1
 $q_2 = \Delta \psi_1$

<p>STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE</p>
--

iar $q_3 = \Delta y_2$ pentru osia 2
 $q_4 = \Delta \psi_2$

Scrierea ecuațiilor boghiului cu osii montate ghidate elastic folosind relația (383) presupune cunoașterea energiilor cinetice și potențiale ale osiilor montate ținând seama și de posibilitățile de deplasare ale ramei boghiului.

Considerând că suspensia secundară compensează în fiecare moment rotirea boghiului, adică :

$$\varphi_s = \varphi_b \quad (384)$$

rezultă că pentru o anumită suspensie secundară tip flexicoil dată, variațiile deplasărilor laterale pentru realizarea tendinței de dispunere radială sunt :

$$\text{pentru osia 1 } \Delta y_1 = y_1 - (y_b + a\varphi_b) \quad (385)$$

$$\text{pentru osia 2 } \Delta y_2 = y_2 - (y_b - a\varphi_b)$$

iar variațiile elongațiilor unghiulare în vederea re poziționării :

$$\Delta \psi_1 = \psi_1 - \varphi_b \quad (386)$$

$$\Delta \psi_2 = \psi_2 - \varphi_b$$

În aceste condiții expresiile energiilor cinetice și potențiale pentru fiecare osie sunt:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} J \dot{\psi}_1^2 \quad (387)$$

$$E_{pv1} = \frac{1}{2} k_y \Delta y_1^2 \quad (388)$$

$$E_{p\psi_1} = \frac{1}{2} k_\psi \Delta \psi_1^2 \quad (389)$$

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} J \dot{\psi}_2^2 \quad (390)$$

$$E_{pv2} = \frac{1}{2} k_y \Delta y_2^2 \quad (391)$$

$$E_{p\psi_2} = \frac{1}{2} k_\psi \Delta \psi_2^2 \quad (392)$$

în care :

$\Delta y_1, \Delta \psi_1, \Delta y_2, \Delta \psi_2$ se calculează cu relațiile (385) respectiv (386) iar k_y, k_ψ reprezintă rigiditățile transversale respectiv unghiulare echivalente pe osie ce se calculează după [18]. Folosind relația (383) cât și relațiile (387) ÷ (392) ecuațiile de mișcare în plan orizontal ale osiei montate ghidate elastic devin :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$m \ddot{y}_1 + \frac{2f'}{v} \Delta \dot{y}_1 + (k_y + \frac{2Q}{s} \varepsilon) \Delta y_1 + 2C_y \Delta \dot{y}_1 - 2f' \Delta \psi_1 = 0 \quad (393)$$

$$J \ddot{\psi}_1 + \frac{2f}{v} s^2 \Delta \dot{\psi}_1 + 2C_x \Delta \Psi_1 + k_\psi \psi_1 + 2f \frac{\lambda s}{r} y_1 = 0 \quad (394)$$

$$m \ddot{y}_2 + \frac{2f'}{v} \Delta \dot{y}_2 + 2C_y \Delta y_2 + (k_y + \frac{2Q}{s} \varepsilon) \Delta y_2 - 2f' \Delta \psi_2 = 0 \quad (395)$$

$$J \ddot{\psi}_2 + \frac{2f}{v} s^2 \Delta \dot{\psi}_2 + 2C_x \Delta \Psi_2 + k_\psi \psi_2 + 2f \frac{\lambda s}{r} \Delta y_2 = 0 \quad (396)$$

Pentru partea suspendată a boghiului energiile cinetice și potențiale au expresiile :

$$E_{cb} = \frac{1}{2} m_b \dot{x}_b^2 + \frac{1}{2} m_b \dot{y}_b^2 + \frac{1}{2} J_b \dot{\varphi}_b^2 \quad (397)$$

$$E_{pyb} = E_{py_1} + E_{py_2} + \frac{1}{2} k_{yb} y_b^2 \quad (398)$$

$$E_{p\psi b} = E_{p\psi_1} + E_{p\psi_2} + \frac{1}{2} k_{\psi b} \varphi_b^2 \quad (399)$$

in care :

m_b - masa părții suspendate a boghiului

J_b - momentul de inerție al părții suspendate a boghiului in raport cu axa OZ

y_b - deplasarea laterală a părții suspendate a boghiului (la soluția cu arcuri flexicoil reprezintă deplasarea laterală a pivotului)

ψ_b - rotirea ramei boghiului in jurul axei Z

k_{yb} - rigiditatea transversală echivalentă pe boghiu

$k_{\psi b}$ - rigiditatea unghiulară pe boghiu

Ținând seama de relațiile (397) ÷ (399) ecuațiile părții suspendate ale boghiului in plan orizontal sunt :

$$m_b \ddot{y}_b + 2k_y \cdot y_b + k_{yb} y_b + k_y (\Delta y_1 - \Delta y_2) = 0 \quad (400)$$

$$J_b \ddot{\psi}_b + 2k_y a^2 \varphi_b + 2k_\psi \varphi_b - k_\psi \varphi_b - k_\psi (\psi_1 + \psi_2) - k_y (y_1 + y_2) a + k_{\psi b} \varphi_b = 0 \quad (401)$$

Relațiile (393) , (394) , (395), (396) , (400) și (401) constituie ecuațiile generale de mișcare in plan orizontal ale unui boghiu ce are in componență osii cu tendința de dispunere radială, fără luarea in considerare a suspensiei secundare și nici a amortizării din cele două trepte de suspensie.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

In cazul in care vehiculul este conceput cu suspensie secundară tip flexicoil elementele elastice din pivot au și rolul de amortizori pentru mișcarea de clătinare a maselor suspendate. Conform fig.50 caracteristica de amortizare a elementelor elastice din pivot este notată cu C_p . Neintroducerea amortizorilor in ecuațiile de mișcare arată că la proiectarea vehiculului se vor calcula apriori rigiditățile celor două trepte fără luarea in considerare a amortizorilor. Introducerea amortizorilor din punct de vedere practic realizează doar o "netezire" respectiv o filtrare a vârfurilor amplitudinilor pentru treapta doua de suspensie. Această observație permite o analiză completa dacă s-ar folosi metoda analogică. Pentru o analiza de acest tip fiind necesare calculatoare specializate. Aceasta metodă este des folosită in analiza vibrațiilor unor sisteme de acest gen.

Important este faptul că pentru prima treaptă de suspensie amortizorii pe lingă realizarea unui mers liniștit trebuie să realizeze și stabilitatea acestui subsansamblu.

& 7.3 Funcția de disipare pentru un boghiu Bo-Bo ce are in componentă osii cu tendința de dispunere radială

Conform fig.50 osiile sunt ghidate elastic independent in rama boghiului. Astfel pe baza considerentelor din &6.5 funcția de disipare globală se obține grație liniarității operatorului de integrare prin integrare in raport cu adunarea. Funcția de disipare obținându-se prin simpla adunare a funcțiilor de disipare de pe fiecare osie la care se mai adaugă influența amortizării masei suspendate a boghiului prin caracteristicile amortizorilor echivalenți existenți in lagărul pivotului. Astfel, funcțiile de disipare parțiale sunt :

$$\text{pentru osia 1} \quad D_1 = \frac{1}{2}(2C_y + \frac{2f'}{v})\Delta \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}(2C_x b + \frac{2fs^2}{v})\Delta \dot{\psi}_1^2 \quad (402)$$

$$\text{pentru osia 2} \quad D_2 = \frac{1}{2}(2C_y + \frac{2f'}{v})\Delta \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}(2C_x b + \frac{2fs^2}{v})\Delta \dot{\psi}_2^2 \quad (403)$$

$$\text{pentru partea suspendată} \quad D_b = \frac{1}{2}2C_{py} \dot{y}_b^2 \quad (404)$$

Atunci funcția de disipare se obține prin :

$$D = D_1 + D_2 + D_3 \quad (405)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Inlocuind (402),(403) și (404) in relația (405) se obține forma generală a funcției de disipare a unui boghiu având in componența osii cu tendința de dispunere radială fără includerea amortizării din treapta doua de suspensie.

Cunoscând modul de abordare al studiului rigidității longitudinale cât și modalitatea de abordare a funcției de disipare pentru realizarea tendinței de dispunere radială se pune in final problema modalității de abordare a stabilității sistemului. In capitolele 8 și 9 se vor prezenta factori esențiali in studiul stabilității cât și o metodă practică de stabilire a rigidităților longitudinale și transversale din condiții de vibrații in vederea realizării tendinței de dispunere radială.

Cap.8 Studiul stabilității osiei montate cu tendința de dispunere radială la circulația în curbă

&8.1 Parametrii constructivi esențiali în studiul stabilității

Pentru a determina parametrii constructivi ce influențează stabilitatea trebuie găsită aceea expresie generală a vitezei critice pentru un boghiu tip Bo-Bo cu ajutorul căreia se obțin valorile cele mai apropiate de realitate. În cele ce urmează se va considera, pentru un studiu global, modelul mecanic de mai jos :

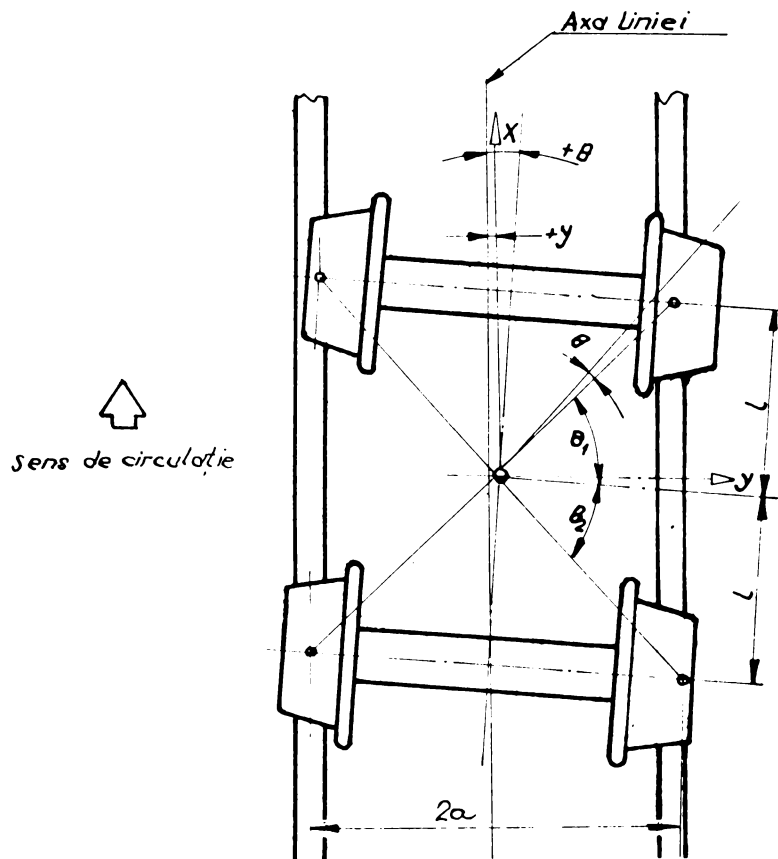


Fig. 51 Modelul pentru analiza globală a huntingului

în care :

y - deplasarea laterală momentană a osiei montate

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

θ - rotirea osiei montate în raport cu pivotul vehiculului

γ - conicitatea efectivă a bandajelor

m - masa osiei montate

J - momentul de inerție propriu în raport cu axa Z a reperului XYZ legat de vehicul

a - semiecartamentul căii

$2l$ - ampatamentul vehiculului

k_y - rigiditatea transversală (în direcția axei Oy) a ghidării și suspensiei unei osii (se calculează practic după [18])

k_θ - rigiditatea unghiulară a ghidării și suspensiei unei osii (se calculează practic după [18])

$D_{y,\theta}$ - coeficientul echivalent de amortizare la deplasarea laterală respectiv la rotire

Folosind metoda analitică a lui Lagrange se determină, pe baza modelului prezentat mai sus, ecuațiile de mișcare generale ale osiei montate ghidată elastic în forma :

$$m \ddot{y} + \frac{1}{v}[\Sigma 2f + vD_y] \dot{y} + k_y \cdot y + \frac{1}{v}(\Sigma 2fl) \dot{\theta} - \Sigma(2f)\theta = 0 \quad (406)$$

$$J \ddot{\theta} + \frac{1}{v}[\Sigma 2fl^2 + a^2 \Sigma 2f + vD_\theta] \dot{\theta} + [\alpha \gamma \Sigma \frac{2l}{r} - \Sigma 2fl + k_\theta]\theta + \frac{1}{v}(\Sigma 2fl) \dot{y} + \alpha \gamma (\Sigma \frac{2f}{r})y = 0 \quad (407)$$

Deoarece y, θ îndeplinesc condițiile unor funcții de tip original sistemul format din ecuațiile (406) și (407) se poate rezolva operațional. Astfel, aplicând teorema derivării originalului se obține un sistem de ecuații omogen. Soluțiile acestui sistem sunt stabil neutre dacă și numai dacă determinantul sistemului de variabilă complexă se anulează. Prin anularea determinantului sistemului se obține ecuația caracteristică în planul complex dată prin relația :

$$p^4 + \left[\frac{AJ + Bm}{mJv} \right] p^3 + \left[\frac{k_\theta m + k_y J}{mJ} + \frac{AB}{mJv^2} \right] p^2 + \left[\frac{Ak_\theta + Bk_y}{mJv} \right] p + \frac{1}{mJ} [k_y k_\theta + \frac{\alpha \gamma}{r} (\Sigma 2f)^2] = 0 \quad (408)$$

în care :

$$A = \Sigma 2f + vD_y$$

$$B = (l^2 + a^2) \Sigma 2f + vD_\theta \quad (409)$$

Rezolvând ecuația (408) și impunând condiția de trecere la instabilitate se obține pentru viteza critică relația [10]:

$$v_c^2 = \frac{AB(AJ + Bm)(Ak_\theta + Bk_y)}{(AJ + Bm)^2 \frac{\alpha \gamma}{r} (\Sigma 2f)^2 - AB(mk_\theta - Jk_y)^2} \quad (410)$$

Deoarece $(AJ + Bm)^2 \frac{\sigma_Y}{r} (\Sigma 2f)^2 \gg AB(mk_\theta - Jk_y)$ expresia vitezei critice devine

$$v_c^2 = \frac{AB(Ak_\theta + Bk_y)}{(AJ + Bm) \frac{\sigma_Y}{r} (\Sigma 2f)^2} \quad (411)$$

Daca se consideră in prima aproximatie constantele de amortizare a mișcărilor transversale și unghiulare nule, expresia (411) devine :

$$v_c^2 = \frac{(l^2 + a^2)[k_\theta + (l^2 + a^2)k_y]}{[J + (l^2 + a^2)m] \frac{\sigma_Y}{r}} \quad (412)$$

Ecuatia (412) se poate folosi pentru determinarea primei valori a vitezei critice. Inlocuind această valoare in membrul stâng al relației (411) se obține cea de-a doua valoare a vitezei critice conținută in A și B.

In urma calculelor efectuate de către proiectanții de vehicule feroviare pentru diverse furnituri s-a observat că cele doua valori diferă puțin. Astfel, se poate concluziona că amortizarile transversale și unghiulare au efect redus asupra vitezei critice.

Analizind relația (412) se poate afirma că parametrii constructivi esențiali ce influentează viteza critică sunt :

- masa și momentul de inerție al osiei montate
- ampatamentul vehiculului
- rigiditățile transversale și unghiulare ale suspensiei și ghidării osiei montate
- conicitatea bandajelor

**&8.2 Influența rigidității transversale a ghidării și suspensiei
 asupra stabilității în plan orizontal. Determinarea pulsației proprii
 și a legii de mișcare la deplasarea laterală**

În vederea studiului influenței rigidității transversale a ghidării și suspensiei în plan orizontal la circulația în curbă, se consideră următorul model mecanic echivalent :

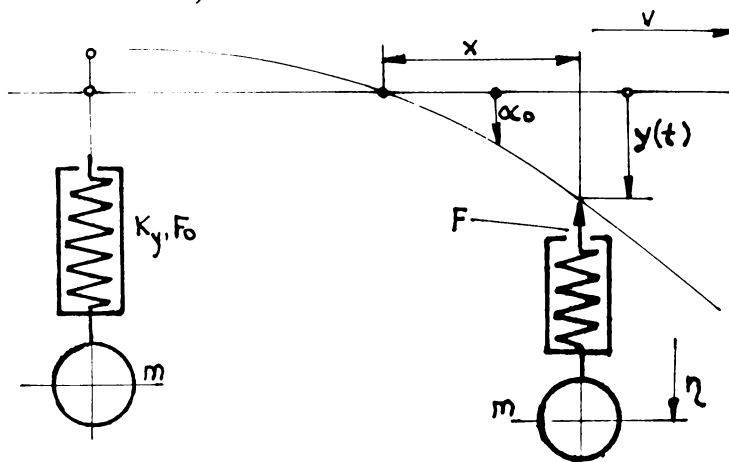


Fig. 52 Modelul mecanic echivalent la deplasarea transversală

în care :

- y - deplasarea laterală ca urmare a contactului permanent, la circulația în curbă, între buza bandajului și firul exterior
- k_y - rigiditatea transversală a ghidării și suspensiei osiei montate
- m - masa osiei montate
- α_0 - unghiul de atac momentan realizat de osia montată la circulația în curbă
- η - coordonata centrului de greutate al osiei montate, ce descrie mișcarea în plan transversal
- v - viteza de circulație în curbă a vehiculului
- R - raza curbei prin care circulă vehiculul
- F_0 - forța de pretensionare pe osie a elementelor elastice din ghidare ce funcționează la deplasarea laterală a osiei montate

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINȚA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Ecuția de mișcare a punctului de contact normal între roată și șină are forma :

$$y(x) = xt g \alpha_0 + \frac{x^2}{2R} \quad (413)$$

Relația (413) se consideră din momentul când $x=0$, adică din momentul când s-a realizat contactul în trei puncte pe firul exterior [1], [19]. Deoarece viteza de circulație prin curbă trebuie să rămână aceeași, cu cea din momentul atacului, se poate evalua deplasarea în direcție longitudinală prin :

$$x = v \cdot t \quad (414)$$

Astfel, ecuația (413) devine :

$$y(t) = v \cdot t \cdot t g \alpha_0 + \frac{v^2 t^2}{2R} \quad (415)$$

Considerând că, la începutul contactului respectiv la $t=0$ comprimarea arcului și ordonata η a masei sunt nule, sageata dinamică va fi dată de relația :

$$f = y(t) - \eta = t(vt g \alpha_0) + \frac{(vt)^2}{2R} - \eta \quad (416)$$

Presupunând că elementele elastice din ghidare sunt montate cu pretensionarea F_0 rezultă că forța în urma deplasării pe firul exterior va fi dată de relația :

$$F = F_0 + k_y f = F_0 + k_y [t(vt g \alpha_0) + \frac{(vt)^2}{2R} - \eta] \quad (417)$$

În aceste condiții echilibrul (dinamic) va fi dat de relația :

$$m \ddot{\eta} = F_0 + k_y [t(vt g \alpha_0) + \frac{(vt)^2}{2R} - \eta] \quad (418)$$

Notând :

$$\omega_0^2 = \frac{k_y}{m} \quad \text{si} \quad f_0 = \frac{F_0}{k_y} \quad (419)$$

în care :

ω_0 - pulsația proprie a osiei montate ghidată elastic, fără amortizare, în direcție transversală

f_0 - sageata de pretensionare a elementelor elastice din ghidare

ecuția (418) devine :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$\ddot{\eta} + \omega_0^2 \eta = \omega_0^2 \left[f_0 + t(vtg\alpha_0) + \frac{(vt)^2}{2R} \right] \quad (420)$$

Relația (420) constituie o ecuație diferențială liniară dar neomogenă însă cu coeficienți constanți pentru un anume moment t . Se cunoaște că, soluția unei astfel de ecuații se obține prin suprapunerea dintre soluția ecuației omogene aferente ecuației (420) și soluția particulară a aceleiași ecuații.

Pentru rezolvare ecuația (420) se scrie în forma :

$$\ddot{\eta} + \omega_0^2 \eta = \omega_0^2 \frac{(vt)^2}{2R} + \omega_0^2 (vtg\alpha_0) \cdot t + \omega_0^2 f_0 \quad (421)$$

Notând :

$$A = \frac{\omega_0^2 v^2}{2R} \quad B = \omega_0^2 vtg\alpha_0 \quad C = \omega_0^2 f_0 \quad (422)$$

Ecuația (420) devine :

$$\ddot{\eta} + \omega_0^2 \eta = At^2 + Bt + C \quad (423)$$

Ecuația omogenă asociată are expresia :

$$\ddot{\eta} + \omega_0^2 \eta = 0 \quad (424)$$

Soluțiile ecuației caracteristice fiind pur imaginare, forma generală a soluției ecuației omogene după Euler are expresia :

$$\eta_0 = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t \quad (425)$$

Este binecunoscut din modalitatea de rezolvare a ecuațiilor generale că soluția particulară se caută ca un polinom de forma termenului liber al ecuației diferențiale neomogene. Astfel, se poate considera soluția particulară de forma:

$$\eta_p = \lambda_0 t^2 + \lambda_1 t + \lambda_2 \quad (426)$$

Înlocuind η_p în ecuația (423) se obțin prin identificare următoarele egalități :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$\begin{aligned}\omega_0^2 \lambda_0 &= A \\ \omega_0^2 \lambda_1 &= B \\ \omega_0^2 \lambda_2 + 2\lambda_0 &= C\end{aligned}\quad (427)$$

Folosind relația (427) se obțin pentru valorile coeficienților soluției particulare următoarele valori :

$$\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{v^2}{2R} \\ \lambda_1 &= vtg\alpha_0 \\ \lambda_2 &= f_0 - \frac{v^2}{\omega_0^2 R}\end{aligned}\quad (428)$$

Astfel, soluția completă a ecuației (421) are expresia :

$$\eta = C_1 \cos \omega_0 t + C_2 \sin \omega_0 t + \frac{v^2}{2R} t^2 + vtg\alpha_0 t + \left(f_0 - \frac{v^2}{\omega_0^2 R}\right) \quad (429)$$

Știind că osia are o pornire centrică adică :

$$t = 0 \quad \rightarrow \quad \eta(0) = 0 \quad \dot{\eta}(0) = 0 \quad (430)$$

se pot obține expresiile constantelor C_1 respectiv C_2 în forma :

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{v^2}{\omega_0^2 R} - f_0 \\ C_2 &= -\frac{v}{\omega_0} tg\alpha_0\end{aligned}\quad (431)$$

Pe baza relației (431) și (429) se determină complet legea de mișcare în direcție transversală în forma :

$$\eta = vtg\alpha_0 \left(t - \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0}\right) + \left(f_0 - \frac{v^2}{\omega_0^2 R}\right) (1 - \cos \omega_0 t) + \frac{(vt)^2}{2R} \quad (432)$$

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Pentru aprecierea stabilității soluției dată prin relația (432) este suficient a avea în vedere următoarele observații :

1. Forma ecuației (421) atestă că fenomenul este neamortizat iar vibrațiile sunt produse de o forță perturbatoare a cărei expresie este un polinom de gradul II. Vibrațiile de acest gen nu se sting în timp adică nu sunt stabile.

2. Analizând expresia (429) rezultă că : pentru orice $t > 0$ și o pretensionare f_0 de ordinul [mm] termenii polinomului de gradul II satisfac relațiile:

$$\frac{v^2}{2R} > 0$$

$$vtg\alpha_0 > 0$$

$$f_0 > \frac{v^2}{\omega_0^2 R}$$

ceea ce arată că mișcarea armonică dată de soluția ecuației omogene este amplificată cu valoarea unui polinom de gradul II în timp .

Pe baza acestor observații se poate afirma că modelul mecanic în această formă *nu* atestă stabilitatea mișcării în direcție transversală . Astfel, pentru a realiza stabilitate în direcție transversală sunt necesare introducerea amortizorilor transversali [10]. În cele ce urmează se va analiza influența amortizării transversale asupra stabilității mișcării osiei montate cu tendința de dispunere radială.

&8.3 Necesitatea introducerii amortizorilor in vederea realizării stabilității a osiei montate cu tendința de dispunere radială in plan orizontal

Studiul efectului amortizorilor transversali din prima treaptă de suspensie se face pe baza modelului mecanic din fig.53

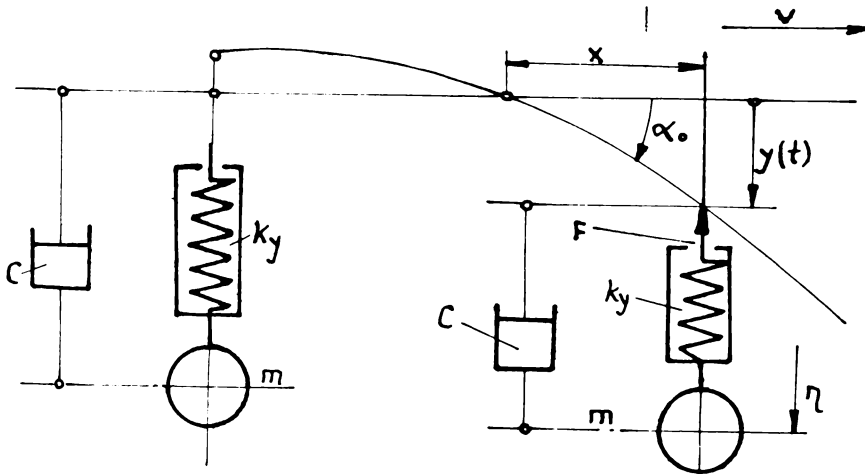


Fig.53 Circulația centrică a unei mase peste un arc prevăzută cu amortizare

in care :

C - reprezintă coeficientul de amortizare echivalent pe osie

Pentru simplificarea calculului in cele ce urmează se va presupune ca elementele elastice nu sunt montate pretensionat in ghidarea osiei astfel ecuația de echilibru (dinamic) are forma :

$$m \ddot{\eta} = k_y f + C \frac{df}{dt} \quad (433)$$

cum expresia săgeții ținând seama de ecuația firului exterior este :

$$f = t(v/g\alpha_0) + \frac{(vt)^2}{2R} - \eta \quad (434)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Tirând seama de relația (433) ecuația (434) devine :

$$m \ddot{\eta} = k_y [t(\text{vtg}\alpha_0) + \frac{(\text{vt})^2}{2R} - \eta] + C[\text{vtg}\alpha_0 + \frac{\text{vt}}{R} - \dot{\eta}] \quad (435)$$

Notând :

$$\frac{k_y}{m} = \omega_0^2 \quad (436)$$

$$\frac{C}{m} = 2\alpha$$

din relația (435) se obține expresia celei de-a doua derivate a ordonatei η , anume :

$$\ddot{\eta} = \omega_0^2 [t(\text{vtg}\alpha_0) + \frac{(\text{vt})^2}{2R} - \eta] + 2\alpha [\text{vtg}\alpha_0 + \frac{\text{vt}}{R} - \dot{\eta}] \quad (437)$$

Ordonând după ordinul derivatei ordonatei centrului de greutate se obține ecuația diferențială :

$$\ddot{\eta} + 2\alpha \dot{\eta} + \omega_0^2 \eta = \frac{\omega_0^2 v^2}{2R} t^2 + (\omega_0^2 \text{tg}\alpha_0 + \frac{2\alpha}{R}) \text{vt} + 2\alpha \text{vtg}\alpha_0 \quad (438)$$

ce guvernează mișcarea osiei montate prevazută cu amortizori in direcție transversală . Notând ca și in paragraful precedent :

$$A = \frac{\omega_0^2 v^2}{2R} \quad B = (\omega_0^2 \text{tg}\alpha_0 + \frac{2\alpha}{R})v \quad C = 2\alpha \text{vtg}\alpha_0 \quad (439)$$

ecuația (438) devine :

$$\ddot{\eta} + 2\alpha \dot{\eta} + \omega_0^2 \eta = At^2 + Bt + C \quad (440)$$

Din ecuația(440) rezultă că pseudo-pulsatja vibrației forțate amortizate dată de relația (440) are expresia :

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (441)$$

In aceste condiții solutia generală a ecuației (440) se determină ca și in paragraful anterior având expresia :

$$\eta = e^{-\alpha t} [(\frac{v^2 \alpha}{\omega_0^2 R} - \text{vtg}\alpha_0) \frac{\sin \omega_d t}{\omega_d} + \frac{v^2}{\omega_0^2 R} \cos \omega_d t] - \frac{v^2}{\omega_0^2 R} + (\text{vtg}\alpha_0)t + \frac{(\text{vt})^2}{2R} \quad (442)$$

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Pentru circulația în aliniament expresia formei de mișcare a centrului osiei montate cu tendință de dispunere radială este :

$$\eta = vtg\alpha_0 \left[t - e^{-\alpha} \frac{\sin \omega_d t}{\omega_d} \right] \quad (443)$$

Stabilitatea mișcării dată de relația (442) privită prin prisma tendinței de dispunere radială se obține calculând limita :

$$\lim_{\alpha_0 \rightarrow 0} e^{-\alpha} \left[\left(\frac{v^2 \alpha}{\omega_0^2 R} - vtg\alpha_0 \right) \frac{\sin \omega_d t}{\omega_d} + \frac{v^2}{\omega_0^2 R} \cos \omega_d t \right] - \frac{v^2}{\omega_0^2 R} + (vtg\alpha_0)t + \frac{(vt)^2}{2R} \quad (444)$$

Cum $v^2 \ll \omega_0^2 R$ și $(vt)^2 \ll 2R$ valoarea limitei (444) este :

$$\frac{v^2}{\omega_0^2 R} e^{-\alpha} \left[\alpha \frac{\sin \omega_d t}{\omega_d} + \cos \omega_d t \right] \quad (445)$$

Relația (445) constituie forma generală de mișcare pentru centrul osiei montate cu tendință de dispunere radială într-o curbă de raza R. Astfel, coordonata η va avea expresia :

$$\eta_{t,d,r} = \frac{v^2}{\omega_d \omega_0^2 R} e^{-\alpha} \alpha \left[\sin \omega_d t + \frac{\omega_d}{\alpha} \cos \omega_d t \right] \quad (446)$$

Notând :

$$tg \varphi = \frac{\omega_d}{\alpha} \quad (447)$$

relația (446) devine :

$$\eta_{t,d,r} = \frac{v^2}{\omega_d \omega_0^2 R} e^{-\alpha} \alpha \left[\sin \omega_d t + \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} \cos \omega_d t \right] \quad (448)$$

respectiv :

$$\eta_{t,d,r} = \frac{v^2}{\omega_d \omega_0^2 R} e^{-\alpha} \alpha \left[\frac{\sin \varphi \cos \omega_d t + \cos \varphi \sin \omega_d t}{\cos \varphi} \right] \quad (449)$$

În relația (449) se impune notația :

$$A_0 = \frac{v^2}{\omega_d \omega_0^2 R \cos \varphi} \alpha \quad (450)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

notație ce arată că mișcarea în direcție transversală are forma generală :

$$\eta_{t.d.r} = A_0 e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad (451)$$

Relația (451) arată că mișcarea este oscilatorie amortizată de pseudo- pulsație ω_d și defazaj φ .

Modul de amortizare al mișcării este dat de decrementul logaritmic al mișcării, decrement ce se obține prin calculul raportului $\frac{\eta_{t.d.r}(t)}{\eta_{t.d.r}(t + T_p)}$ în care $T_p = \frac{2\pi}{\omega_d}$

Astfel, se obține :

$$\delta = 2\pi \frac{\alpha}{\omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_{cr}}\right)^2}} \quad (452)$$

fapt ce atestă că pentru a realiza stabilitatea în direcție transversală, este necesară introducerea de amortizori hidraulici în direcție transversală în prima treaptă de sus-pensie .

&8.4 Studiul stabilității osiei montate ghidate elastic fără a fi prevăzută cu amortizori. Calculul vitezei și conicității critice

În vederea analizării stabilității osiei montate ghidate elastic se va folosi modelul din figura de mai jos:

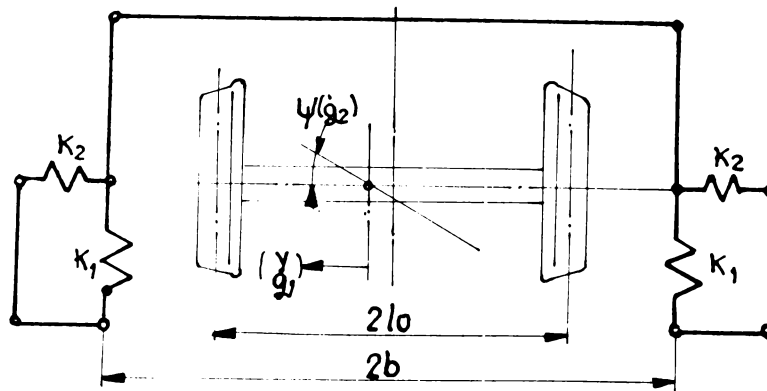


Fig. 54 Osia montată ghidată elastic

Folosind considerațiile din cap.6, cu privire la rezultatele obținute asupra forțelor din planul de contact cât și tirând seama de ecuațiile lui Lagrange de speța a II-a, se determina ecuațiile de mișcare ale osiei montate ghidate elastic neprevăzută cu amortizori în prima treaptă de suspensie în forma :

$$m \ddot{q}_1 + 2k_2 q_1 = -2f' \left(\frac{\dot{q}_1}{v} - q_2 \right) - \frac{Q}{l_0} \varepsilon \cdot q_1 \quad (453)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2b^2 k_1 q_2 = -2f' \left(\frac{\lambda_0}{r_0} + l_0^2 \frac{\dot{q}_2}{v} \right) \quad (454)$$

Sistemul format din ecuațiile (453) și (454) pot fi scrise în forma :

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII AOSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$m \ddot{q}_1 + \frac{2f'}{v} \dot{q}_1 + (2k_2 + \frac{Q}{l_0} \epsilon) q_1 - 2f' q_2 = 0 \quad (455)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2f \frac{l_0^2}{Jv} \dot{q}_2 + 2b^2 k_1 q_2 + 2f \lambda \frac{l_0}{r_0} q_1 = 0 \quad (456)$$

Aplicând transformata Laplace ecuațiilor (455) și (456) cât și ținând seama de faptul că mișcarea are condiții inițiale nule, adică :

$$q_1(0) = 0 \quad \dot{q}_1(0) = 0 \quad q_2(0) = 0 \quad \dot{q}_2(0) = 0 \quad (457)$$

osia plecând din poziție centrică, se obține sistemul algebric simplu in planul complex dat de relațiile :

$$p^2 Q_1(p) + \frac{2f'}{mv} p Q_1(p) + (2k_2 \frac{1}{m} + \frac{Q}{ml_0} \epsilon) Q_1(p) - \frac{2f'}{m} Q_2(p) = 0 \quad (458)$$

$$p^2 Q_2(p) + 2f \frac{l_0^2}{Jv} p Q_2(p) + 2b^2 k_1 \frac{1}{J} Q_2(p) + 2f \lambda \frac{l_0}{Jr_0} Q_1(p) = 0 \quad (459)$$

Notând [7] :

$$\alpha = \frac{\lambda l_0}{r_0} \quad n_1 = \frac{2f'}{mv} \quad n_2 = \frac{2f}{Jv} \quad n_3 = n'_3 + n''_3 = \frac{2k_2}{m} + \frac{Q\epsilon}{ml_0} \quad n_4 = \frac{2b^2 k_1}{J} \quad (460)$$

Sistemul format din ecuațiile (458) și (459) cu notațiile (460) devine :

$$(p^2 + n_1 p + n_3) Q_1(p) - n_1 v Q_2(p) = 0 \quad (461)$$

$$(p^2 + n_2 l_0^2 p + n_4) Q_2(p) + \alpha n_2 v Q_1(p) = 0 \quad (462)$$

care pentru a avea soluții diferite de cele banale trebuie ca :

$$\begin{vmatrix} p^2 + n_1 p + n_3 & -n_1 v \\ n_2 \cdot \alpha \cdot v & p^2 + n_2 l_0^2 p + n_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (463)$$

Prin anularea determinantului dat de relația (463) se obține ecuația caracteristică a pulsațiilor proprii in planul complex dată de relația :

$$p^4 + (n_1 + n_2 l_0^2) p^3 + (n_3 + n_1 n_2 l_0^2 + n_4) p^2 + (n_2 n_3 l_0^2 + n_1 n_4) p + (n_3 n_4 + n_1 n_2 \alpha v^2) = 0 \quad (464)$$

Notând coeficienții ecuației după [7] prin :

$$\begin{aligned}
 A &= 1 \\
 B &= n_1 + n_2 l_i \\
 C &= n_3 + n_1 n_2 l_0^2 + n_4 \\
 D &= n_2 n_3 l_0^2 + n_1 n_4 \\
 E &= n_3 n_4 + n_1 n_2 \alpha v^2
 \end{aligned}
 \tag{465}$$

Cu aceste notații, ecuația caracteristică devine o ecuație de grad IV completă de forma :

$$Ap^4 + Bp^3 + Cp^2 + Dp + E = 0 \tag{466}$$

Ținând seama de faptul că, valoarea coeficienților de creep este mult mai mare decât caracteristica laterală a suspensiei primare și a forțelor de inerție coeficienții C și E se pot considera de forma :

$$C = n_1 n_2 l_0^2 \tag{467}$$

$$E = n_1 n_2 \alpha v^2$$

In urma unor transformări simple cât și ținând seama de considerațiile din relația (467) ecuația (466) poate lua forma :

$$(Ap^2 + Bp + C)(p^2 + \frac{CD - BE}{C^2}p + \frac{E}{C}) = 0 \tag{468}$$

Astfel, rezolvând primul termen, adică ecuația :

$$p^2 + (n_1 + n_2 l_0^2)p + n_1 n_2 l_0^2 = 0 \tag{469}$$

se obțin rădăcinile :

$$p_1 = -n_1 \quad \text{si} \quad p_2 = -n_2 l_0^2 \tag{470}$$

Cele două rădăcini reale și negative atestă existența a două mișcări aperiodeice deoarece partea imaginară este nulă . Revenind la notațiile (460) se evaluează cele două rădăcini prin :

$$p_1 = -\frac{2f}{mv} \quad \text{respectiv} \quad p_2 = -\frac{2f}{Jv} l_0^2 \tag{471}$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Deoarece rădăcinile sunt reale, ele constituie forțe de amortizare a mișcării de translație în direcție transversală respectiv a mișcării de rotație în jurul axei Z.

După Vickens, însă acest mod de amortizare este adevărat dacă atunci când se amortizează translația în direcție transversală se neglijează rotația osiei și reciproc.

Analizând cel de-al doilea termen al relației (468) se poate considera că acesta constituie erorile unei mișcări oscilatorii libere, fapt ce impune un coeficient de amortizare dat de relația :

$$\frac{v}{2ff'l_0} \left\{ \frac{[(Q\epsilon l_0 + 2k_2 l_0^2)f + f'2b^2k_1] \cdot l_0}{f'J + fml_0^2} - \alpha v^2 \right\} \quad (472)$$

Înainte de a analiza relația (472) aș dori să precizez că, dacă Vickens a considerat că cele două rădăcini reale ar caracteriza independent fiecare mișcare atunci se poate considera că cea de-a doua parte a ecuației (468) constituie o combinație a celor două mișcări. Astfel această a doua parte a ecuației (468) se poate numi "termen de cuplare" respectiv termen ce caracterizează mișcarea reală de hunting.

Pe baza observației de mai sus proiectantul unui vehicul ce are în componență osii cu tendința de dispunere radială nu trebuie să analizeze stabilitatea mișcării libere a osiei montate după termenul ce caracterizează mișcările în mod independent ci după termenul de cuplare.

Revenind la relația (472) se poate determina limita stabilității în viteze, adică viteza critică, prin anularea coeficientului de amortizare (deoarece în prima treaptă de suspensie nu au fost prevăzuți amortizori). Astfel, se obține pentru viteza critică expresia :

$$v_c^2 = \frac{r_0 l_0}{\lambda} \left[\frac{2b^2 k_1 + \frac{f}{f'}(Q\epsilon l_0 + 2k_2 l_0^2)}{J + \frac{f}{f'} m l_0^2} \right] \quad (473)$$

Din relația (468) raportul $\frac{E}{C}$ caracterizează pulsația mișcării osiei montate, adică :

$$\omega = v \sqrt{\frac{\lambda}{l_0 r_0}} \quad (474)$$

Dacă în relația (474) viteza atinge valoarea dată de (473) se determină pulsația critică a mișcării respectiv frecvența critică. Astfel înlocuind (473) în (474) se obține pentru calculul pulsației critice a mișcării de hunting expresia :

$$\omega_c^2 = \frac{2b^2 k_1 + \frac{f}{f'}(Q\epsilon l_0 + 2k_2 l_0^2)}{J + \frac{f}{f'} m l_0^2} \quad (475)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Relația (475) arată că forțele de inerție au o influență nestabilizantă, deoarece odată cu mărirea lor are loc creșterea perioadei de oscilație.

Din relația (473) rezultă că vitezei critice este invers proporțional cu conicitatea efectivă a suprafeței de rulare și deci va exista o **conicitate efectivă critică** care are expresia :

$$\lambda_c = \frac{r_0 l_0}{v_c^2} \left[\frac{2b^2 k_1 + \frac{f}{\rho} (Q \epsilon l_0 + 2k_2 l_0^2)}{J + \frac{f}{\rho} m l_0^2} \right] \quad (476)$$

adică :

$$\lambda_c = \frac{r_0 l_0}{v_c^2} \omega_c^2 \quad (477)$$

Pe baza relației (475) rezultă următoarele aspecte:

1. Conicitatea bandajului este direct proporțională cu ^{perimetrului} frecvenței sistemului, deci creșterea conicității bandajului va fi urmată de creșterea frecvenței mișcării deci de reducerea perioadei acesteia. Astfel, efectul conicității devine stabilizant.

2. Pentru aceleași mărimi inerțiale (m, J) frecvența osiei montate depinde de caracteristicile de ghidare. Astfel, prin scăderea caracteristicilor de ghidare, frecvențele vor avea valori mai scăzute și deci perioade de oscilație mai mari. Aceasta este explicația faptului că în anumite condiții ghidarea poate da un efect *destabilizator*.

Rezultă că și concluzie generală a acestui capitol ca, necesitatea studiului comportării la vibrație a osiei montate în tendință de dispunere radială este o condiție necesară în vederea proiectării unui sistem de suspensie primară pentru un vehicul cu astfel de proprietăți.

&8.5 Studiul stabilității osiei montate ghidate elastic prevăzută cu amortizori in prima treaptă de suspensie

Studiul sistemului prevăzut cu amortizoare transversală și longitudinale se va face pe baza modelului prezentat in figura de mai jos :

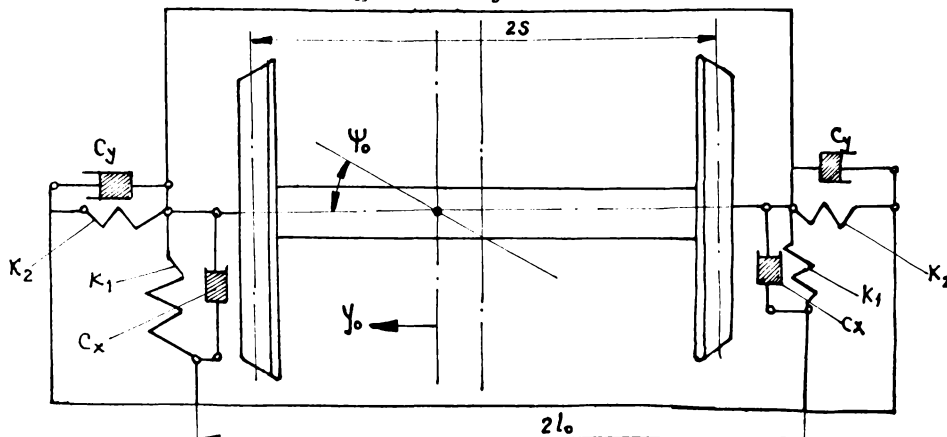


Fig. 55 Osia montată ghidată elastic prevăzută cu amortizori

Acest caz constituie de fapt cazul general al studiului stabilității osiei montate cu profile conice.

Ecuatiile de mișcare stabilite pe baza ecuațiilor lui Lagrange vor avea forma :

$$m \ddot{q}_1 + 2C_y \dot{q}_1 + 2k_2 q_1 = Q_1^* \quad (478)$$

$$J \ddot{q}_2 + 2bC_x \dot{q}_2 + 2b^2 k_1 q_2 = Q_2^* \quad (479)$$

Pe baza relațiilor (350),(351) forțele generalizate au expresiile :

$$Q_1^* = -2f' \left(\frac{\dot{q}_1}{v} - q_2 \right) - \frac{Q}{l_0} \varepsilon q_1 \quad (480)$$

$$Q_2^* = -2f \left(\frac{\lambda l_0}{r_0} q_1 + l_0^2 \frac{\dot{q}_2}{v} \right) \quad (481)$$

in care :

- C_x - caracteristica de amortizare in direcția axei X-X (longitudinală)
- C_y - caracteristica de amortizare in direcția axei Y-Y (transversală)

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

k_1, k_2 -rigiditatea longitudinală respectiv transversală a ghidării osiei
 f, f' -coeficienții de creep în direcție longitudinală respectiv transversală

Tirând seama de relațiile (480) și (481) relațiile (478) și (479) devin :

$$m \ddot{q}_1 + (2C_y + \frac{2f'}{v}) \dot{q}_1 + (2k_2 + \frac{Q\varepsilon}{l_0})q_1 - 2f'q_2 = 0 \quad (482)$$

$$J \ddot{q}_2 + (2b^2C_x + \frac{2f l_0^2}{v}) \dot{q}_2 + 2b^2k_1q_2 + \frac{2f \lambda J_0}{r_0}q_1 = 0 \quad (483)$$

Admițând soluții de forma :

$$q_k = \phi_k e^{\omega t} \quad (484)$$

ecuațiile (482) și (483) devin:

$$[\omega^2 + (\frac{2C_y}{m} + \frac{2f'}{mv})\omega + (\frac{2k_2}{m} + \frac{Q\varepsilon}{ml_0})]\phi_1 - 2f' \frac{1}{m} \phi_2 = 0 \quad (485)$$

$$[\omega^2 + (2b^2C_x \frac{1}{J} + \frac{2f l_0^2}{Jv})\omega + 2b^2k_1 \frac{1}{J}]\phi_2 + \frac{2f \lambda J_0}{Jr_0} \phi_1 = 0 \quad (486)$$

Rationând similar paragrafului anterior, se vor introduce notațiile :

$$\alpha = \frac{\lambda J_0}{r_0} \quad n_1 = \frac{2f'}{mv} \quad n_2 = \frac{2f}{Jv} \quad n_3 = \frac{2k_2}{m} + \frac{Q\varepsilon}{l_0} \quad n_4 = \frac{2k_1 b^2}{J} \quad n_5 = \frac{2C_y}{m} \quad n_6 = \frac{2b^2 C_x}{J} \quad (487)$$

Sistemul format cu ecuațiile (485) și (486) are soluții diferite de cele banale dacă și numai dacă determinantul sistemului se anulează. Astfel, în urma anulării determinantului se obține ecuația caracteristică a sistemului de forma :

$$p_4 \omega^4 + p_3 \omega^3 + p_2 \omega^2 + p_1 \omega + p_0 = 0 \quad (488)$$

Coeficienții ecuației având următoarele valori :

$$p_4 = 1$$

$$p_3 = n_1 + n_2 l_0^2 + n_5 + n_6$$

$$p_2 = n_3 + n_4 + (n_5 + n_1)(n_6 + n_2 l_0^2) \quad (489)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$p_1 = n_4(n_1 + n_5) + n_3(n_6 + n_2l_0^2)$$

$$p_0 = n_3n_4 + n_1n_2\alpha v^2$$

La fel ca și în cazul osiei montate ghidate elastic fără amortizoare, sistemul prevăzut cu amortizori are în principiu două forme de oscilație, ambele amortizate și cu frecvențe (pulsatii) proprii diferite. Amortizarea uneia din formele de vibrație este foarte înaltă, oscilația fiind aperiodică, prezentând interes doar cea de-a doua pereche de rădăcini complex conjugate.

Aproximând ca și în paragraful anterior coeficienții p_2, p_0 prin :

$$p_2 = n_1n_2l_0^2 \tag{490}$$

$$p_0 = n_1n_2\alpha v^2$$

pe motivul că mărimea coeficienților de creep este mult mai mare în raport cu rigiditatea laterală a suspensiei primare iar amortizarea introdusă în raport cu creep-ul este mică. Se obține astfel pentru ecuația caracteristică(488) o nouă formă, anume:

$$(p_4\omega^2 + p_3\omega + p_2)(\omega^2 + \frac{p_2p_1 - p_3p_0}{p_2^2}\omega + \frac{p_0}{p_2}) = 0 \tag{491}$$

Forma (491) se poate scrie :

$$(\omega + \mu_1)(\omega + \mu_2)(\omega^2 + 2\mu_3\omega + v^2) = 0 \tag{492}$$

în care rădăcinile μ_1, μ_2 caracterizează mișcările de translație respectiv de rotație considerate independente după Vickens . Pulsatia proprie a mișcării de hunting a osiei montate prevăzută cu amortizori orizontali în prima treaptă de suspensie este dată de relația :

$$v^2 = \frac{p_0}{p_2} = \frac{\lambda v^2}{r_0l_0} \tag{493}$$

O primă concluzie rezultă analizând relația (474) și (493) . Faptul că cele două relații sunt identice arată că amortizarea introdusă în prima treaptă de suspensie nu modifică valoarea pulsației *cinematice*, valoare stabilită și în cadrul dinamicii osiei libere de către Klinger. Acest fapt atestă că atât pentru osia ghidată elastic cât și pentru osia liberă pulsația mișcării de hunting este aceeași. Astfel, prioritară pentru studiu devine problema stabilității mișcării . Pentru determinarea vitezei critice similar cazului anterior se anulează coeficientul amortizării din ecuația (492). Acesta modalitate de determinare a vitezei critice pentru un sistem prevăzut cu amortizare se justifică pe baza faptului că la instabilitate mișcarea devine neamortizată, afirmație echivalentă din punct de vedere matematic cu relația :

$$2\mu_3 = 0 \quad (494)$$

Notând :

$$\begin{aligned} n_1 + n_5 &= \varepsilon_1 \\ n_2 l_0^2 + n_6 &= \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (495)$$

viteza critică pentru osia montată prevăzută cu amortizori în prima treaptă de suspensie va avea expresia :

$$v_c^2 = \frac{l_0^2}{\alpha} \left[\frac{n_4 \varepsilon_1 + n_3 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} \right] \quad (496)$$

adică viteza critică se obține ținând seama de relația (496) prin :

$$v_c^2 = \frac{r_0 l_0}{\lambda} \cdot \frac{p_1}{p_3} \quad (497)$$

Relația (497) dă un mod de calcul imediat al vitezei critice cunoscând doar coeficienții ecuației caracteristice (488). Din relația (497) se poate obține totodată și pătratul pulsației critice prin $\frac{p_1}{p_3}$. Astfel, atât viteza cât și pulsația critică se pot calcula doar cunoscând ecuația caracteristică fapt esențial pentru proiectare.

Se poate astfel concluziona că, pentru aprecierea stabilității în plan orizontal a unei osii ghidate elastic prevăzută cu amortizori având tendința de dispunere radială este suficientă cunoașterea ecuației caracteristice a mișcării de hunting.

**Cap9 Studiul stabilității osiilor montate cu tendință de
 dispunere radială ghidate independent in rama unui
 boghiu Bo-Bo**

&9.1 Aspectul geometric

In cele ce urmează, se va prezenta o *metodologie* pentru analiza modalității de variație a decrementului logaritm al mișcărilor osiilor montate independente cu tendința de dispunere radială in rama unui boghiu Bo-Bo, funcție de valorile rigidităților longitudinale și transversale a ghidajului lagărului osiei. Această metodologie fiind indispensabilă proiectanților de vehicule feroviare ce au in componența osii cu tendința de dispunere radială.

Pe intreg parcursul studiului se va folosi modelul de mai jos:

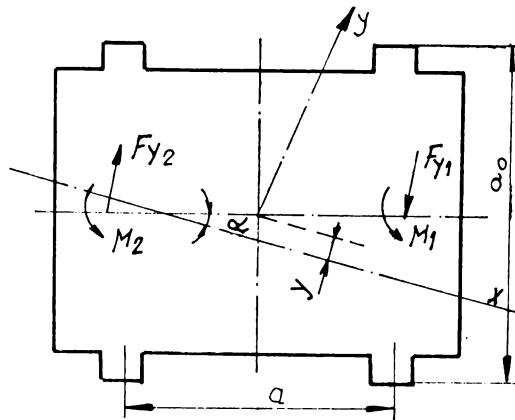


Fig. 56 Modelul echivalent al ansamblului boghiu Bo-Bo având in componența osii cu tendința de dispunere radială

in care :

- y_1 -deplasarea laterală a osiei 1
- y_2 -deplasarea laterală a osiei 2
- α_1, α_2 - unghiul de rotire al osiei 1 respectiv 2
- M_1, M_2 - momentele produse de forțele din planul de contact asupra osiilor montate 1,2

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
 IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- α - unghiul de rotire al ramei boghiului
- k_x - rigiditatea suspensiei și ghidării pe un lagăr al osiei în direcție longitudinală (direcția de mers)
- k_y - rigiditatea suspensiei și ghidării pe un lagăr al osiei în direcție transversală
- a - ampatamentul boghiului
- a_0 - distanța între lagărele osiilor
- s - distanța între planele cercurilor de rulare
- y - deplasarea din pivot ca urmare a sistemului de forțe și momente provenite din suspensie și ghidare asupra ramei boghiului
- $F_{x,y}$ - forțele din planul de contact în direcție longitudinală și transversală

În general, aspectul geometric al unei probleme constă în stabilirea unor relații ce dau legătura între deplasări respectiv rotiri ce vor constitui relații indispensabile rezolvării problemei dinamice.

În cazul de față se vor exprima conform figurii 56 deplasările transversale ale osiilor montate ca funcție de deplasarea laterală a ramei boghiului.

Astfel :

$$\text{deplasarea osiei 1} \quad d_1 = y_1 - (y + \frac{a}{2}\alpha) \quad (498)$$

iar

$$\text{deplasarea osiei 2} \quad d_2 = y_2 - (y - \frac{a}{2}\alpha) \quad (499)$$

Relațiile (498) și (499) prezintă o importanță deosebită în analiza osiilor montate ghidate în rama boghiului având tendința de dispunere radială deoarece permit exprimarea forțelor elastice globale pe osii atât funcție de deplasările laterale ale osiilor montate y_1 , y_2 cât și funcție de deplasările din pivot cuprinzând astfel și efectul ramei asupra osiilor montate.

&9.2 Aspectul fizic

Este binecunoscut că prin aspectul fizic al problemei se înțelege stabilirea expresiilor forțelor și momentelor ce acționează asupra sistemului respectiv. Astfel, pe baza considerentelor prezentate în cap.5 forțele și momentele ce provin din planul de contact și urmează să încarce cele două osii au expresiile :

$$F_{y1} = -2F_0(\frac{1}{v} \dot{y}_1 - \alpha_1) \quad (500)$$

$$F_{y2} = -2F_0(\frac{1}{v} \dot{y}_2 - \alpha_2) \quad (501)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$M_1 = - \frac{F_0 s^2}{2} \cdot \left[\frac{2\gamma}{r_0 s} y_1 + \frac{1}{v} \dot{\alpha}_1 \right] \quad (502)$$

$$M_2 = - \frac{F_0 s^2}{2} \cdot \left[\frac{2\gamma}{r_0 s} y_2 + \frac{1}{v} \dot{\alpha}_2 \right] \quad (503)$$

in care :

F_0 - coeficientul de creep considerat același in direcție longitudinală și transversală

γ - conicitatea bandajului

r_0 - raza cer rului de rulare

De asemenea, forțele transversale trebuie echilibrate de forțele elastice din ghidare și suspensie, forțe ce au expresiile :

$$F_{y1gs} = 2k_y d_1 \quad (504)$$

$$F_{y2gs} = 2k_y d_2 \quad (505)$$

Momentele M_1 , M_2 trebuie să fie echilibrate de momentele provenite din suspensie și ghidare, momente ce au expresiile :

$$M_{1gs} = \frac{1}{2} a_0^2 k_x (\alpha_1 - \alpha) \quad (506)$$

$$M_{2gs} = \frac{1}{2} a_0^2 k_x (\alpha_2 - \alpha) \quad (507)$$

Modul de exprimare al momentelor elastice date prin relațiile (506) respectiv (507) arată rolul esențial al suspensiei primare, acela de readucere al osiei montate in pozitie inițială (rapel)

Notând :

$$a' = - \frac{F_0 s^2}{2} \cdot \frac{2\gamma}{r_0 s} \quad (508)$$

$$b = - \frac{F_0 s^2}{2} \cdot \frac{1}{v} \quad (509)$$

$$c = -2F_0 \frac{1}{v} \quad (510)$$

$$d = 2F_0 \quad (511)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$e = k_x \frac{a_0^2}{2} \quad (512)$$

$$g = 2k_y \quad (513)$$

$$h = \frac{a}{2} \quad (514)$$

Cu notațiile de mai sus forțele și momentele provenite din planul de contact cât și forțele și momentele elastice din ghidare și suspensie devin :

$$M_1 = a'y_1 + b \dot{\alpha}_1 \quad (515)$$

$$M_2 = a'y_2 + b \dot{\alpha}_2 \quad (516)$$

$$F_{y1} = c\dot{y}_1 + d\alpha_1 \quad (517)$$

$$F_{y2} = c\dot{y}_2 + d\alpha_2 \quad (518)$$

$$M_{1gs} = e\alpha_1 - e\alpha \quad (519)$$

$$M_{2gs} = e\alpha_2 - e\alpha \quad (520)$$

$$F_{y1gs} = gy_1 - gy - gha \quad (521)$$

$$F_{y2gs} = gy_2 - gy + gha \quad (522)$$

&9.3 Stabilirea expresiei unghiului de rotire a ramei boghiului

Conform figurii 56 se pot scrie următoarele ecuații de echilibru pe boghiu in plan orizontal :

$$F_{y1gs} + F_{y2gs} = 0 \quad (523)$$

$$M_1 + M_2 + hF_{y1gs} - hF_{y2gs} = 0 \quad (524)$$

Cum ghidarea și suspensia trebuie să creeze forțe și momente care să asigure rapelul rezultă următoarele egalități :

$$a'y_1 + b \dot{\alpha}_1 = e\alpha_1 - e\alpha \quad (525)$$

$$a'y_2 + b \dot{\alpha}_2 = e\alpha_2 - e\alpha \quad (526)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$c\dot{y}_1 + d\alpha_1 = gy_1 - gy - gh\alpha \quad (527)$$

$$c\dot{y}_2 + d\alpha_2 = gy_2 - gy + gh\alpha \quad (528)$$

Folosind ecuațiile (527),(528) cât și ecuația (523) se obțin relațiile :

$$c(\dot{y}_1 + \dot{y}_2) + d(\alpha_1 + \alpha_2) = 0 \quad (529)$$

$$g(y_1 + y_2) - 2gy = 0 \quad (530)$$

Astfel, din relația (530) se poate obține relația de calcul a deplasării din pivot prin :

$$y_1 + y_2 = 2y \quad (531)$$

respectiv :

$$\dot{y}_1 + \dot{y}_2 = 2\dot{y} \quad (532)$$

Inlocuind relația (532) in relația (529) se obtine relația :

$$c2\dot{y} + d(\alpha_1 + \alpha_2) = 0 \quad (533)$$

din care se poate exprima suma unghiurilor de atac de pe cele două osii prin :

$$(\alpha_1 + \alpha_2) = -\frac{c}{d}2\dot{y} \quad (534)$$

respectiv

$$(\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2) = -\frac{c}{d}2\ddot{y} \quad (535)$$

Astfel, relațiile (523) și (524) tinând seama de relațiile (531),(515),(516),(519),(520) devin :

$$e(-\frac{c}{d}2\dot{y}) - 2e\alpha + hg(y_1 - y_2) - 2h^2g\alpha = 0 \quad (536)$$

$$b(-\frac{c}{d}2\ddot{y}) + hc \cdot (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + a'2y + hd(\alpha_1 - \alpha_2) = 0 \quad (537)$$

Ecuatiile (536) și (537) guvernează mișcarea boghiului in plan orizontal având in componență osii cu tendința de dispunere radială . Se poate observa din relațiile (536) și (537) că tendința de dispunere radială este in directă dependență cu modalitatea de funcționare a suspensiei secundare .Considerații asupra acestui aspect sunt

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

prezentate și în [18] . Din acest motiv s-au prezentat în acest paragraf în primul rând ecuațiile de mișcare în plan orizontal ale unui boghiu ce are în componență osii cu tendința de dispunere radială *ghidate independent*.

În vederea stabilirii unghiului de rotire al ramei boghiului pentru situația când suspensia și ghidarea asigură rapelul complet se vor folosi următoarele transformări simple:

$$(525) - (526) \quad a'(y_1 - y_2) + b(\ddot{\alpha}_1 - \ddot{\alpha}_2) = e(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (538)$$

$$(527) - (528) \quad c(\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + d(\alpha_1 - \alpha_2) = g(y_1 - y_2) - 2gh\alpha \quad (539)$$

$$(527) + (528) \quad a'(y_1 + y_2) + b(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}_2) = e(\alpha_1 + \alpha_2) - 2e\alpha \quad (540)$$

sau ținând seama de relațiile (531) și (534) relația (540) devine :

$$2a'y - b\frac{c}{d}\ddot{y} = -e\frac{c}{d}\dot{y} - 2e\alpha \quad (541)$$

În această formă relația (541) dă posibilitatea exprimării unghiului de rotire al ramei boghiului ca funcție de jocul din pivot pentru un boghiu ce are în componență osii cu tendința de dispunere radială deci implicit funcție de posibilitățile suspensiei secundare . Astfel :

$$\alpha = b\frac{c}{ed}\ddot{y} - \frac{c}{d}\dot{y} - \frac{a'}{e}y \quad (542)$$

Deoarece pivotul în ramă trebuie să fie permanent centrat se obține ecuația diferențială :

$$b\frac{c}{ed}\ddot{y} - \frac{c}{d}\dot{y} - \frac{a'}{e}y = 0 \quad (543)$$

Ținând seama de relațiile (508) ÷ (514) ecuația (543) devine :

$$\frac{F_0s^2}{v^2k_xa_0^2}\ddot{y} + \frac{1}{v}\dot{y} + \frac{2F_0s\gamma}{r_0k_xa_0^2}y = 0 \quad (544)$$

Relația (544) arată că mișcarea ramei boghiului având în componență osii cu tendința de dispunere radială este o mișcare amortizată al cărei coeficient de amortizare este $\frac{vk_xa_0^2}{F_0s^2}$. Frecvența proprie a ramei avind expresia :

$$v_{pr} = \frac{\sqrt{2} v}{2\pi} \sqrt{\frac{\gamma}{r_0 s}} \quad (545)$$

Se observă că în urma acestei analize se obține un rezultat **remarcabil** pentru studiul dinamicii unui vehicul feroviar ce are în componență osii cu tendința de dispunere radială, anume **că pulsația proprie a ramei boghiului constituie valoarea maximă a mișcării sinusoidale a osiei montate ghidată elastic.**

Pentru aprecierea stabilității unei mișcări *esențial* este cunoașterea expresiei decrementului logaritmic al mișcării. Astfel, pentru decrementul logaritmic se obține expresia :

$$\delta = 2\pi \frac{\frac{a_0^2 k_x}{2F_0 s} \sqrt{\frac{r_0}{2s\gamma}}}{\sqrt{1 - \frac{a_0^4 k_x^2 r_0}{8F_0^2 s^3 \gamma}}} \quad (546)$$

În relația (546) singura variabilă o reprezintă valoarea rigidității longitudinale a ghidajului lagărului osiei fapt ce atestă posibilitatea analizării tendinței de dispunere radiale a osiei montate din punct de vedere al atenuării mișcării în cadrul unui boghiu tip Bo-Bo.

Singura problemă pe care proiectantul unui astfel de vehicul feroviar trebuie să o soluționeze este de a găsi acea valoare a decrementului logaritmic dat de relația (546) pentru care mișcarea boghiului *se atenuează pe o lungime de cupon de șină*.

&9.4 Stabilirea ecuației diferențiale a mișcării unui boghiu tip Bo-Bo in plan orizontal ce are in componentă osii cu tendința de dispunere radială .Analiza stabilității funcție de tipul ghidării

Inlocuind expresia unghiului de rotire al ramei boghiului dat prin relația (542) in relația (536) se obține expresia diferenței deplasărilor laterale ale celor două osii montate, anume :

$$y_1 - y_2 = 2 \frac{ec}{dhg} \dot{y} + \frac{(2e + 2gh^2)}{hg} \left(\frac{bc}{ed} \ddot{y} - \frac{c}{d} \dot{y} - \frac{a'}{e} y \right) \quad (547)$$

Folosind relația (547) și (537) se obține expresia pentru diferența unghiurilor de atac corespunzătoare celor două osii prin :

$$\alpha_1 - \alpha_2 = -\frac{2a'}{hd} y + \left(\frac{2bc}{hd^2} - 2 \frac{ec^2}{hd^2 g} \right) \ddot{y} + \frac{c(2e + 2gh^2)}{hgd} \left(\frac{bc}{ed} \dddot{y} - \frac{c}{d} \ddot{y} - \frac{a'}{e} \dot{y} \right) \quad (548)$$

Folosind relațiile (547) și (548) in relația (538) și revenind la notațiile făcute in relațiile (508) ÷ (514) se obține o ecuație diferențială de forma :

$$A_1 \dddot{y} + B_1 \ddot{y} + C_1 \dot{y} + D_1 y + E_1 y = 0 \quad (549)$$

in care :

$$A_1 = a_0^2 k_x + a^2 k_y \quad (550)$$

$$B_1 = \frac{a_0^2 k_x v}{F_0} \left(k_y + \frac{a_0^2 k_x}{s^2} + 2 \frac{a^2 k_y}{s^2} \right) \quad (551)$$

$$C_1 = 2a_0^2 k_x \omega_0^2 + 2a^2 k_y \omega_0^2 + \frac{a_0^4 k_x^2 k_y v^2}{F_0^2 s^2} \left(1 + \frac{a^2}{s^2} \right) \quad (552)$$

$$D_1 = \frac{a_0^2 k_x \omega_0^2 v}{F_0} \left(k_y + \frac{a_0^2 k_x}{s^2} + 2 \frac{a^2 k_y}{s^2} \right) \quad (553)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

$$E_y = (a_0^2 k_x \omega_0^2 + a^2 k_y \omega_0^2 + \frac{a_0^4 k_x^2 k_y v^2}{F_0^2 s^2}) \omega_0^2 \quad (554)$$

in care :

ω_0 - reprezintă pulsația osiei montate după Klinger

Pentru ca analiza ecuației (549) să diferențieze efectele rigidităților longitudinale și transversale se vor introduce notațiile :

$$P = \frac{a_0^2 k_x v}{F_0 s^2 \omega_0} \quad \text{-coeficient proporțional cu rigiditatea longitudinală a lagărului}$$

$$R = \frac{a^2 k_y v}{F_0 s^2 \omega_0} \quad \text{-coeficient proporțional cu rigiditatea transversală a lagărului}$$

Cu aceste notații ecuația (549) devine :

$$A \overset{\bullet\bullet\bullet}{y} + B \omega_0 \overset{\bullet\bullet}{y} + C \omega_0^2 \overset{\bullet}{y} + D \omega_0^3 \overset{\bullet}{y} + E \omega_0^4 y = 0 \quad (555)$$

in care :

$$A = P + R \quad (556)$$

$$B = P(P + R) + (1 + \frac{s^2}{a^2}) PR \quad (557)$$

$$C = 2(P + R) + (1 + \frac{s^2}{a^2}) P^2 R \quad (558)$$

$$D = P(P + R)(1 + \frac{s^2}{a^2}) PR \quad (559)$$

$$E = P + R + \frac{s^2}{a^2} P^2 R \quad (560)$$

Consideând soluția generală a ecuației diferențiale de forma :

$$y = y_0 e^{pt} \quad (561)$$

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

se obține ecuația :

$$Ap^4 + B\omega_0 p^3 + C\omega_0^2 p^2 + D\omega_0^3 p + E\omega_0^4 = 0 \quad (562)$$

Rădăcinile acestei ecuații [7], [11], [12] constau în general din două perechi de rădăcini complex conjugate. Sistemul are deci în principiu două forme de oscilație, ambele amortizate și cu frecvențe proprii diferite. Atenuarea uneia din formele de oscilație este foarte mare (mișcarea fiind aperiodică) astfel, interes practic prezintă doar a doua pereche de rădăcini.

Este interesant de observat cum ecuația (562) permite analiza diverselor tipuri de ghidări. Astfel :

- a) $P = 0$ și $R \neq 0$ reprezintă cazul osiilor cu joc longitudinal
- b) $P \neq 0$ și $R = 0$ reprezintă cazul osiilor cu joc transversal

Astfel, pentru cazul a) se obține ecuația :

$$R(p^2 + \omega_0^2)^2 = 0 \quad (563)$$

care arată că mișcarea este neamortizată și are frecvența proprie a sinusoidelor.

Pentru cazul b) se obține ecuația :

$$P(p^2 + P\omega_0 p + \omega_0^2)(p^2 + \omega_0^2)^2 = 0 \quad (564)$$

care arată că pe lângă oscilația neamortizată apare și una amortizată .

Pentru cazul ghidării rigide (fără joc și absolut nedeformabile) $P = \infty$ și $R = \infty$ ecuația (562) devine :

$$\left(1 + \frac{s^2}{a^2}\right)\omega_0^2 p^2 + \frac{s^2}{a^2}\omega_0^4 = 0 \quad (565)$$

sau :

$$p^2 + \frac{1}{1 + \frac{a^2}{s^2}}\omega_0^2 = 0 \quad (566)$$

Astfel, oscilația este din nou neamortizată dar frecvența proprie este mai scăzută cu factorul $\sqrt{1 + \frac{a^2}{s^2}}$ decât la o pereche ce rulează liber . Acest lucru este cunoscut și din studiile lui Rocard, Heumann și Carter.

De mare importanță sunt cele două cazuri speciale a) , b) deoarece pe baza lor se poate aprecia global stabilitatea . Cum valorile lui P și R nu sunt niciodată ∞ de mari rezultă că oscilația va fi *totdeauna* stabilă.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Pentru a găsi mărimea stabilității se rezolva ecuația (562) pentru diferite valori ale lui P și R. In figura de mai jos este reprezentată evoluția decrementului logistic la diverse valori ale lui P și R pentru un boghiu cu ampatamentul $a=2,75$ [m] și distanța între planele cercurilor de rulare de 1,5[m].

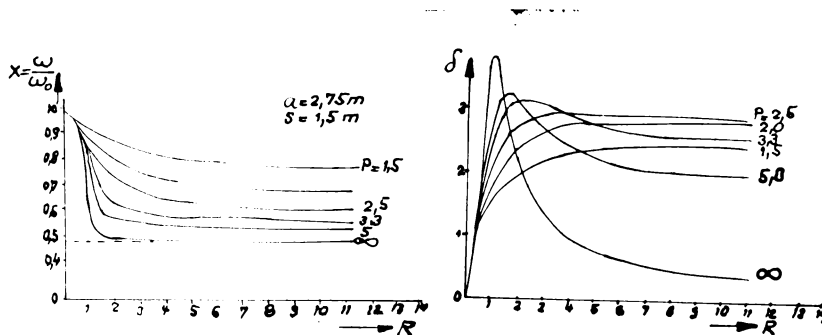


Fig. 57 Variația frecvenței și decrementului logistic

Cum rezultă din figura 57 frecvența scade odată cu creșterea valorilor lui P și R. Se poate observa că pentru fiecare valoare a constantei P există o valoare pentru R la care decrementul logistic atinge o valoare maximă.

In calcule s-au neglijat forțele de accelerație a maselor și componentele transversale ale forțelor normale, acestea oricum au o influență mult mai mică asupra stabilității decât ghidajul elastic al lagărelor osiei.

Este interesant de remarcat posibilitatea de extindere a metodei și pentru boghiurile tip Co-Co. Ecuația (555) s-a stabilit și pentru cazul boghiurilor Co-Co făcându-se o analiza in cazul următoarelor furnituri :

- L.D.E 4000CP - C.F.R
- L.D.H 2400CP - R.D.G
- L.D.E 3500CP- Brush Anglia

Ca mărimi constante au fost considerate :

- ampatamentul boghiului
- sarcina pe roată
- diametrul de rulare
- distanța între cercurile de rulare
- înclinația suprafeței de rulare a bandajului
- distanța in plan transversal între ghidajele lagărelor aceleiași osii
- coeficientul de creep

Ca mărimi variabile au fost considerate :

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

- rigiditatea longitudinală a ghidajului lagărului osiei (k_x)
- rigiditatea transversală a ghidajului lagărului osiei (k_y)
- viteza de circulație

Deoarece analiza are scopul de a determina influențele caracteristicilor elastice a ghidării osiei asupra stabilității osiilor montate in tendința de dispunere radială s-au ales elementele variabile ale rigidităților longitudinale și transversale din cadrul furniturii L.D.H 2400CP deoarece soluția constructivă a ghidajului lagărului osiei este prevăzută in varianta cu biele. Această variantă constructivă, de principiu a fost aleasă și de Scheffel deoarece ghidarea de acest tip permite ^{controlul} osiei montate parcurgerea unei lem-niscate aplatizate in plan vertical .

Ca mărime de analiză a stabilității s-a considerat **decrementul logaritm** al oscilației libere, această mărime caracterizând totodată și intensitatea amortizării mișcării oscilatorii. Pentru această mărime rezultă următoarele aspecte :

1. pentru aceiași rigiditate transversală a ghidării elastice a osiei, pe un domeniu foarte mare a valorilor pentru caracteristica longitudinală decrementul logaritm este < 1 [mm], aceasta inseamnă că amplitudinile mișcării pot să crească mereu sau să rămână aproximativ constante deoarece pe acest domeniu amortizarea mișcării nu depășește valoarea 0,1.

2. cu cât caracteristica longitudinală k_x crește, pentru aceiași valoare a caracteristici transversale decrementul logaritm scade și deci stabilitatea mișcării scade.

3. creșterea valorilor lui k_y cu valori variabile pentru k_x conduce la scăderea decrementului logaritm

4 in mod teoretic rezultă că in cazul in care $k_x, k_y \rightarrow \infty$ mișcarea este neamortizată iar decrementul logaritm tinde la 0.

Astfel, valorile coeficienților de amortizare și a amortizarii critice cât și valorile pulsațiilor proprii și a decrementului logaritm pentru L.D.H 2400 CP sunt prezentate in tabelele de mai jos :

Tabelul nr2 $K_y = 10^4$ [N/mm]

K_x [N/mm]	α	α_{CR}	ω	σ	ζ
10^4	-0,4396	-9,184	1,1571	2,387	0,379
$2 \cdot 10^4$	-0,26	-13,33	1,0844	1,506	0,2397
$2,6632 \cdot 10^4$	-0,2144	-15,29	1,0728	1,2556	0,1998
$3 \cdot 10^4$	-0,1989	-16,11	1,0694	1,1686	0,1859
$4 \cdot 10^4$	-0,1683	-18	1,0634	0,9944	0,1582

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Tabelul nr.3

$K_y = 2 \cdot 10^4$ [N/mm]

K_x [N/mm]	α [1/s]	α_{CR} [1/s]	ω [1/s]	δ [s]	ζ
$1 \cdot 10^4$	-0,4027	10,56	1,139	2,221	0,353
$2 \cdot 10^4$	-0,22	18,01	1,076	1,194	0,205
$2,6632 \cdot 10^4$	-0,176	21,41	1,066	1,0373	0,165
$3 \cdot 10^4$	-0,1605	22,96	1,063	0,948	0,151
$4 \cdot 10^4$	-0,1299	26,89	1,059	0,77	0,1226

Tabelul nr4

$K_y = 2,3032 \cdot 10^4$ [N/mm]

K_x [N/mm]	α [1/s]	α_{CR} [1/s]	ω [1/s]	δ [s]	ζ
$1 \cdot 10^4$	-0,3979	-10,2	1,1366	2,1996	0,35
$2 \cdot 10^4$	-0,2166	-19,277	1,075	1,2659	0,201
$2,6632 \cdot 10^4$	-0,1709	22,807	1,065	1,0082	0,1604
$3 \cdot 10^4$	-0,1555	24,32	1,063	0,9192	0,1463
$4 \cdot 10^4$	-0,1249	28,75	1,0588	0,7411	0,1179

Tabelul nr5

$K_y = 3 \cdot 10^4$ [N/mm]

K_x [N/mm]	α [1/s]	α_{CR} [1/s]	ω [1/s]	δ [s]	ζ
$1 \cdot 10^4$	-0,3905	-10,43	1,1331	2,1655	0,344
$2 \cdot 10^4$	-0,2089	-20,09	1,0734	1,2228	0,195
$2,6632 \cdot 10^4$	-0,1633	-24,82	1,0646	0,9637	0,153
$3 \cdot 10^4$	-0,1478	-26,79	1,0622	0,874	0,139
$4 \cdot 10^4$	-0,1172	-32,14	1,058	0,696	0,11

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

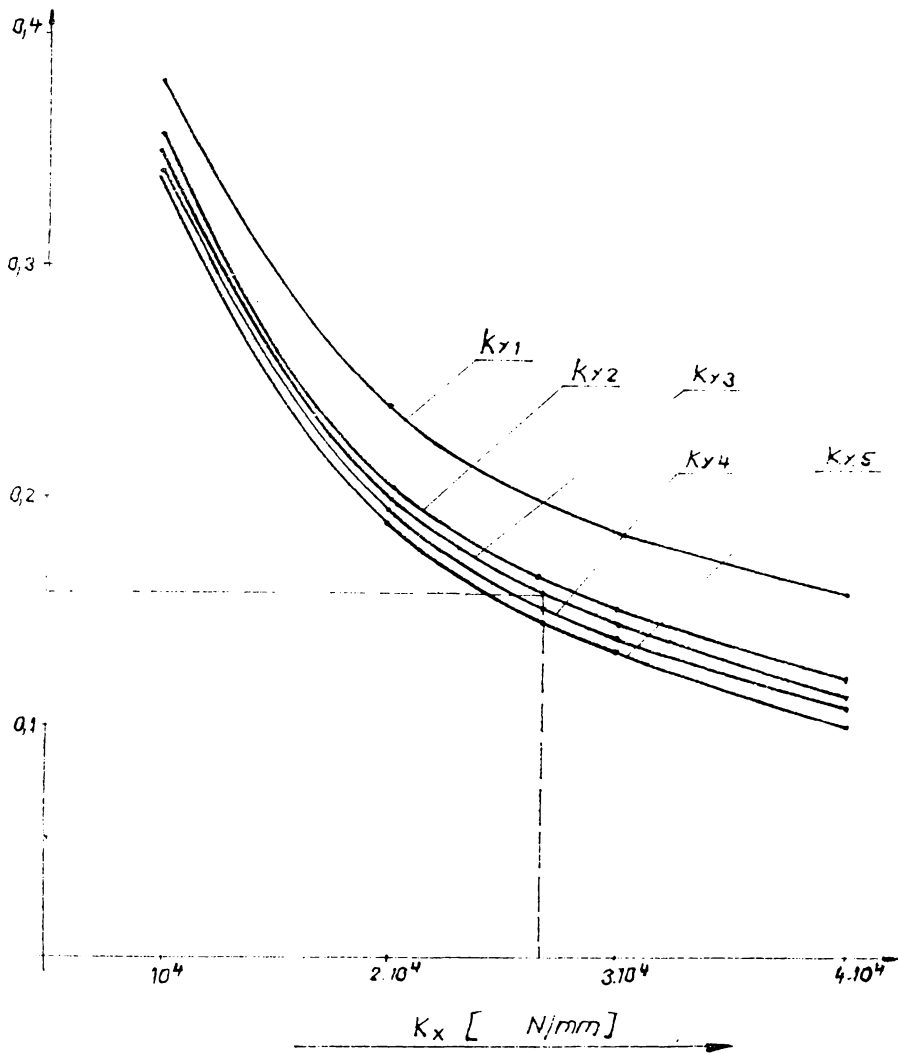
Tabelul nr6

$$K_v = 4 \cdot 10^4 \text{ [N/mm]}$$

$K_x \text{ [N/mm]}$	$\alpha \text{ [1/s]}$	$\alpha_{CR} \text{ [1/s]}$	$\omega \text{ [1/s]}$	$\delta \text{ [s]}$	ζ
$1 \cdot 10^4$	-0,3844	10,83	1,13	2,137	0,34
$2 \cdot 10^4$	-0,2026	20,72	1,072	1,187	0,188
$2,6632 \cdot 10^4$	-0,1569	26,88	1,063	0,9274	0,147
$3 \cdot 10^4$	-0,1414	29,68	1,0613	0,837	0,133
$4 \cdot 10^4$	-0,1109	35,64	1,0574	0,658	0,1048

Pe baza tabelelor de mai sus se ridica dependentele $\delta = \delta(k_x)$ si $\xi = \xi(k_x)$ ca in figura de mai jos, dependență ce dă posibilitatea alegerii rigidității longitudinale din punct de vedere al vibrațiilor mișcării osiei montate .

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE



Variatia factorului de amortizare functie de caracteristicile de ghidare K_x, K_y [LDH C' C' 2400 RDG]

Fig. 57

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

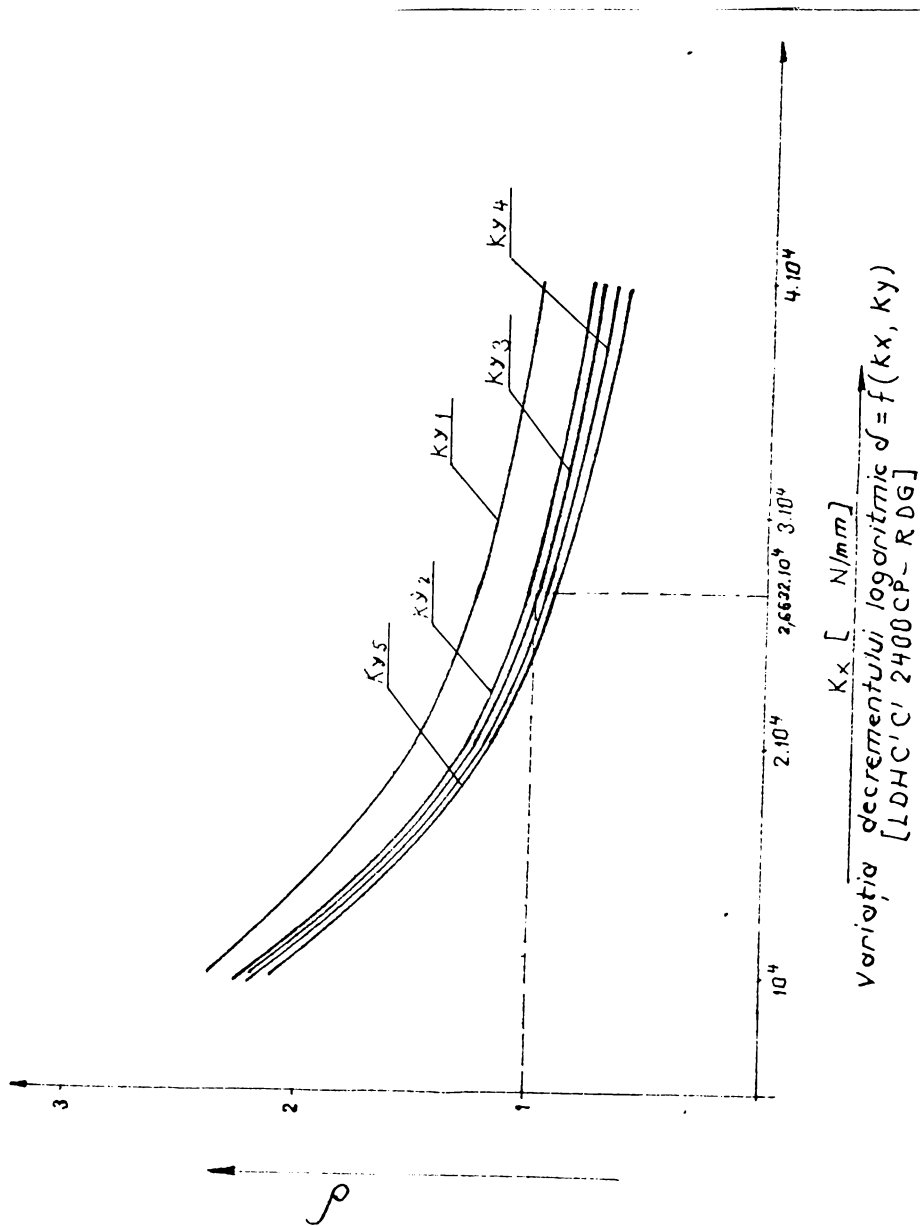


Fig. 58

In continuare se va prezenta succint metodologia de măsurare și câteva rezultate obținute de E.R.R.I [52] pe boghiurile S.G.P-ului.

In ceea ce privește metodologia de măsurare s-a folosit joja de măsură tip DMA SYSTEM in asociere cu un ordinator. Joja de măsurare tip DMA este compusă in principiu dintr-o tija de referință care are la fiecare capăt un cap de măsură echipat cu palpatoare mecanice ce sunt cuplate cu ordinatorul prin fibră optica in vederea transmiterii coordonatelor x,y. Pasul de digitizare rezultând din combinația de 150 μm pentru axa X și 90 μm pentru axa Y. Precizia obținută fiind de ordinul 2 μm pentru palpator și 50 μm pentru intreg sistemul.

Etapă de elaborare a constat in realizarea de programe ce au ținut seama de următoarele mărimi :

- diferența de raze de rulare funcție de deplasarea transversală
- diferența de unghi funcție de deplasarea transversală
- conicitatea echivalentă
- poziția punctului de contact funcție de deplasarea transversală
- inalțimea buzei bandajului S_h
- grosimea buzei bandajului S_d
- forma buzei bandajului prin cota q_R

Cu acest soft s-au prelucrat măsurătorile realizate de către O.R.E pentru profile de linii tip UIC 60 cu înclinație de 1/20 respectiv 1/40. Această metodă a fost adoptată și de BR valorile conicității echivalente obținându-se prin metoda liniarizării. In finalul măsurătorilor se fac câteva aprecieri globale asupra mersului pe cale prin uzura radială cât și prin cea volumetrică.

Rezultatele pentru diverse boghiuri cu diverse soluții constructive pe diferite rețele sunt prezentate pe larg in [52]. S-a considerat de bun augur de către autor prezentarea rezultatelor boghiului firmei S.G.P. Astfel, se prezintă in fig.59 profilul inițial la 0Km și apoi profilul după un parcurs de 146136Km. De asemenea se prezintă uzura globală (volumetrică) respectiv uzura radială maximă după 178500Km.

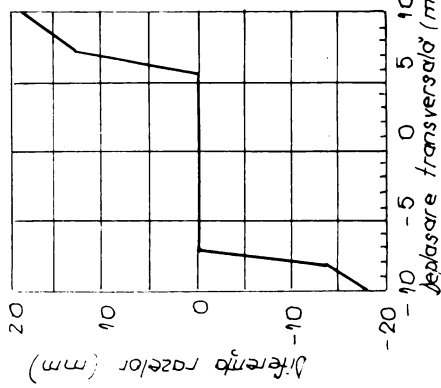
Se poate concluziona după analiza fig. 60 că pentru osia 1 după un parcurs de 146136 Km diferențele de raze r_2-r_1 peste o deplasare laterală de 5mm cresc mult mai lent la un profil uzat. Totuși la profilul inițial nu apar diferențe între razele de rulare până la o deplasare laterală de 8[mm]. De asemenea in ceea ce privește diferența unghiurilor de atac pe cele două roți se poate afirma că pentru un profil nou nu apar diferențe de unghiuri de atac pe cele două roți la deplasări laterale de până la 8[mm] pe când la profilul rulat la 146136Km apar diferențe între unghiurile de atac

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

pe fiecare roata la deplasări peste 5[mm]. De asemenea se poate observa ascuțirea buzei bandajului prin indicele S_d . Totuși, comparativ cu osia 2 apare un fenomen interesant anume ascuțirea buzei osiei 2 mai pronunțată decât la osia 1. Nu același lucru se poate spune despre osia 3 și osia 4. Aceasta situație dovedește că funcționarea osiei 2 spre tendința de dispunere radială se face mai greu decât în cazul osiei 1. Totuși la cel de-al doilea boghiu uzurile la osia 3 sunt mai mari decît la osia 4 aceasta datorându-se în parte și influenței suspensiei secundare.

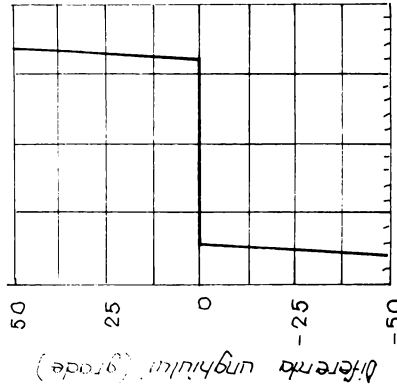
În continuare sunt prezentate măsurătorile realizate de către ERRI pe mașina S.G.P.

Profilul initial al boghiului SGP pe o retea de cale prevăzută cu sină tip UIC 60
 cu înclinare 1:20 și ecartament 1435 mm.



Joc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Conicitate = 0,01, 0,01, 0,01

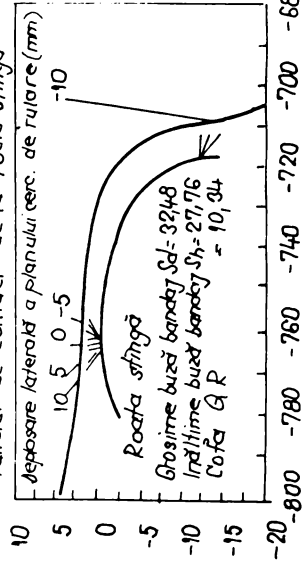
OSIA 1



Joc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Unghi de atac = -0,02, -0,02, -0,02

Distanța între fețele interioare ale ratilor = 1359,65 mm.

Punctul de contact de la roata stângă



Ecartament = 1435,00 mm

Punctul de contact de la roata dreaptă

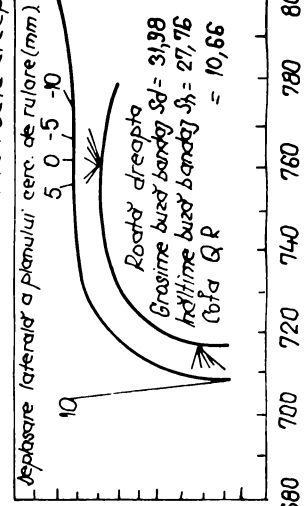
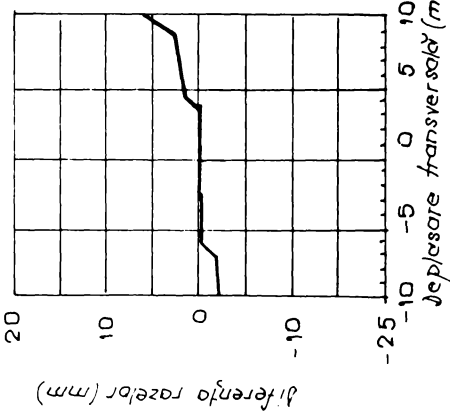


Fig. 59

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
 IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

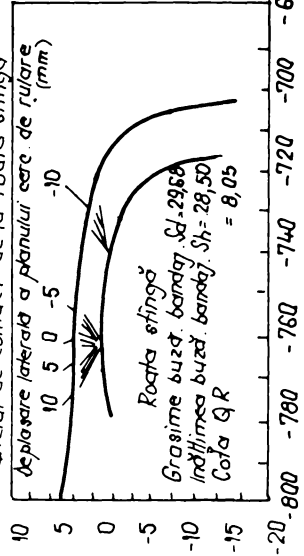
rafiul după un parcurs de 146136 km al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută cu sind
 tip UIC 60 cu înclinare 1:20 și ecartament = 1435 mm

OSIA 1

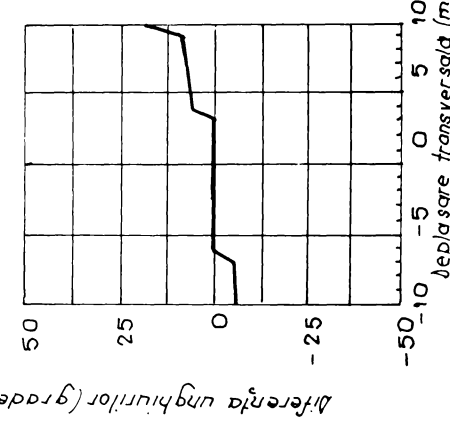


Încălțarea între fețele inferioare ale roților = 1360,06 mm.
 Punctul de contact de la roata stângă

Distanta între fețele inferioare ale roților = 1360,06 mm.

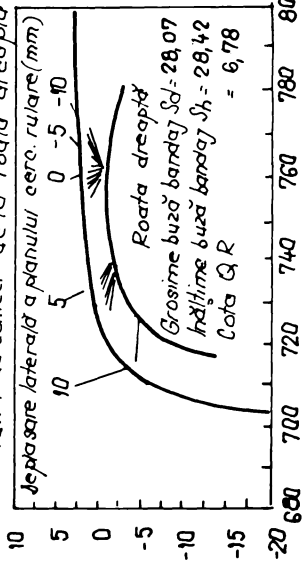


Roata stângă
 Grosime bușă bandaj: $S_d = 29,88$
 Înălțimea bușă bandaj: $S_h = 28,50$
 Cota CR = 8,05



Încălțarea între fețele inferioare ale roților = 1360,06 mm.
 Punctul de contact de la roata dreaptă

Distanta între fețele inferioare ale roților = 1360,06 mm.

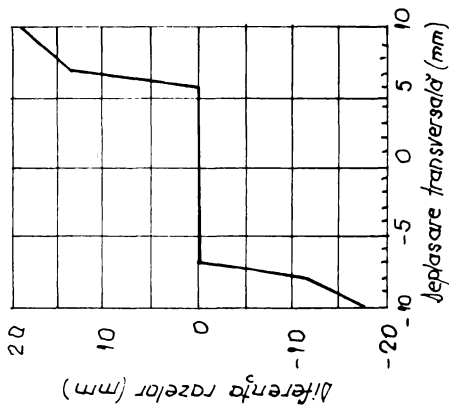


Roata dreaptă
 Grosime bușă bandaj: $S_d = 28,07$
 Înălțimea bușă bandaj: $S_h = 28,42$
 Cota CR = 6,78

Fig. 60

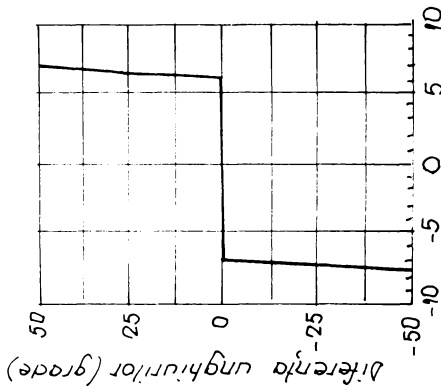
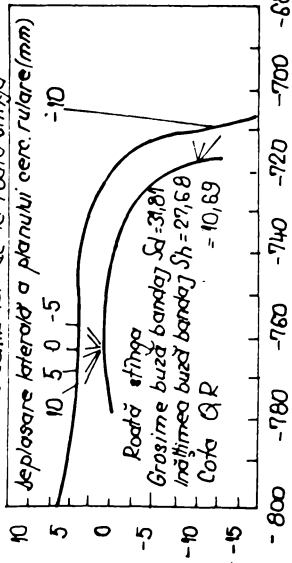
Profilul inițial al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută cu șină tip UIC 60
 cu înclinare 1:20 și ecartament 1435 mm.

OSIA 2



Jac la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Conicitate = 0,01, 0,01, 0,01

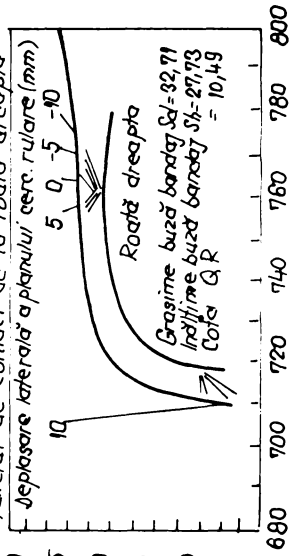
Distanța între fețele inferioare ale roților = 1359,84mm
 Funcțiul de contact de la roata stîngă



Jac la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Linghi de atac = -0,03, -0,03, -0,03

Ecartament: 1435,00 mm.

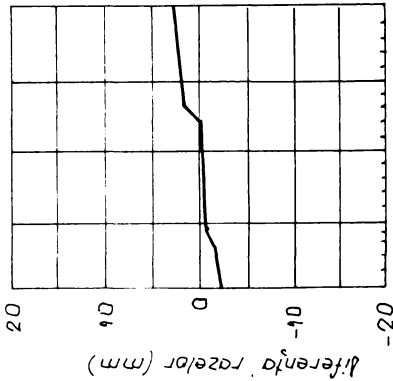
Funcțiul de contact de la roata dreaptă



STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
 IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

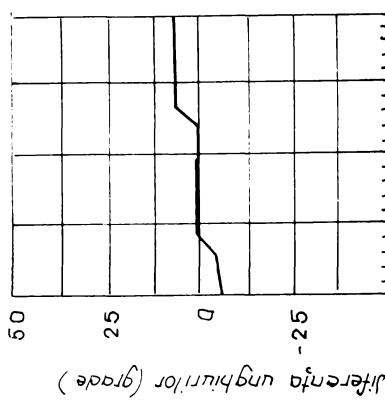
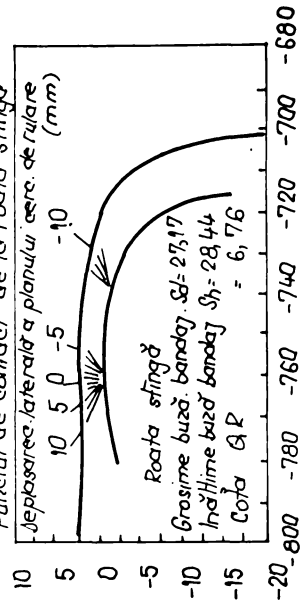
Profilul după un parcurs de 146136 km al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută
 cu șind Hp LIC 60 cu înclinare 1:20 și ecartament = 1435 mm.

OSIA 2



Șoc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Conicitate = 0,05, 0,10, 0,11

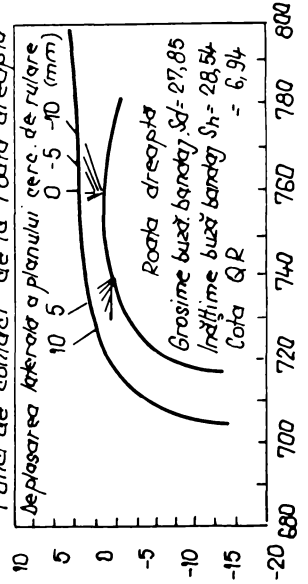
Distanța între fețele interioare ale roților = 1358,93 mm
 Punctul de contact de la roata stângă



Deplasare transversală (mm)
 Șoc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Unghi de atac = 0,09, 0,27, 0,30

Ecartament = 1435,00 mm

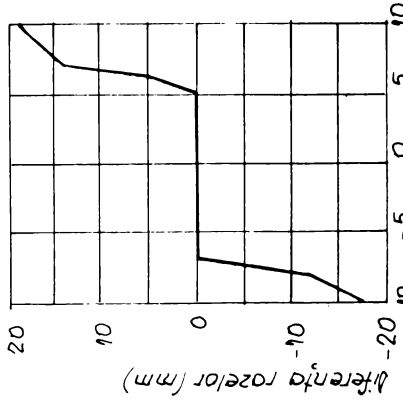
Punct de contact de la roata dreaptă



STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
 IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

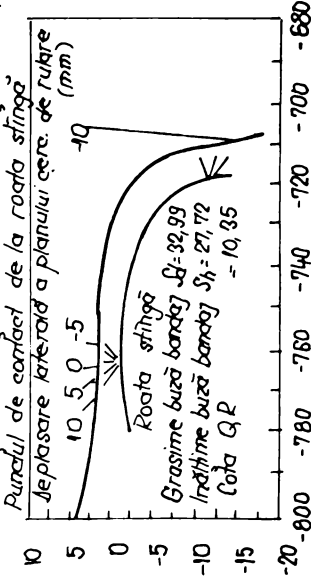
Profilul inițial al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută cu șină tip UIC 60
 cu înclinare 1:20 și ecartament 1435 mm.

OSIA 3

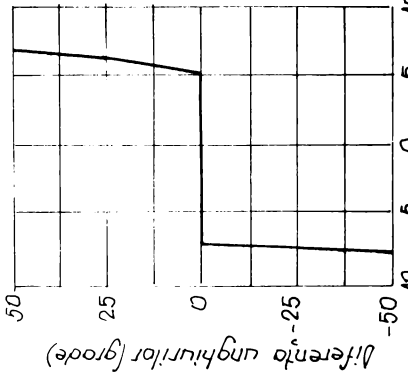


Depasare transversală (mm)
 Jac la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Conicitare = 0,01, 0,03, 0,05

Distanța între fețele inferioare ale rutilor = 1359,20 mm.

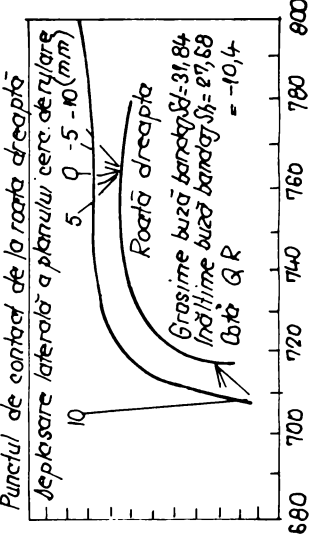


Punctul de contact de la roata stângă
 Depasare laterală a planului cerc. de rulare (mm)
 Roata stângă
 Grosime buză bandaj $S_f = 32,99$
 Înălțime buză bandaj $S_h = 27,72$
 Cota QR = 10,35



Depasare transversală (mm)
 Jac la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Unghi de atac = -0,02, -0,03, -0,03

Ecartament = 1435,00 mm.



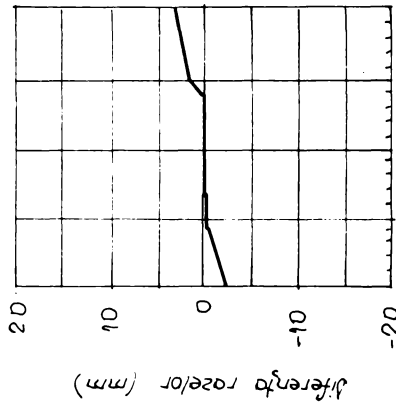
Punctul de contact de la roata dreaptă
 Depasare laterală a planului cerc. de rulare (mm)
 Roata dreaptă
 Grosime buză bandaj $S_f = 31,84$
 Înălțime buză bandaj $S_h = 27,68$
 Cota QR = -10,4

Fig. 6.3

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Profilul după un parcurs de 146136 km al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută cu
șină tip UIC 60 cu înclinare 1:20 și ecartament = 1435 mm

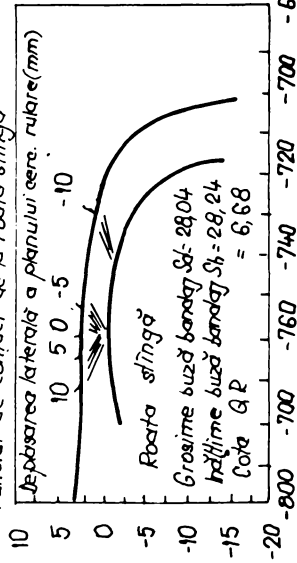
DSIA 3



deplasare transversală (mm)

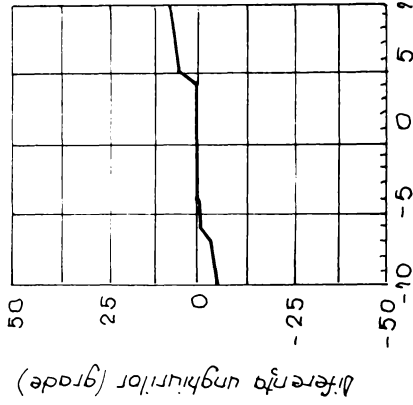
Joc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
Caricitate = 0,02, 0,05, 0,08

Distanța între fețele interioare ale raților = 1359,05 mm
Punctul de contact de la roata stângă



Roata stângă

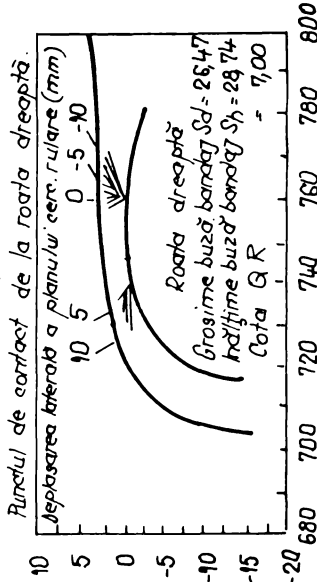
Grosime buza bandaj Sd = 28,04
Înălțime buza bandaj Sh = 28,24
Cota QR = 6,68



deplasare transversală (mm)

Joc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
Unghi de atac = -0,01, 0,09, 0,20

Ecartament = 1435,00 mm.
Punctul de contact de la roata dreaptă



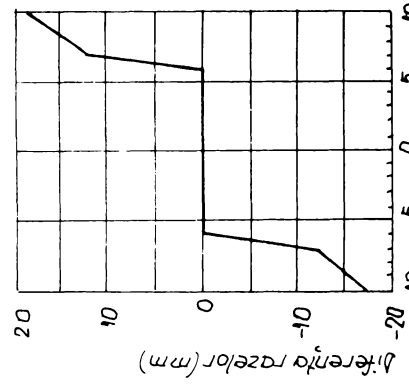
Roata dreaptă

Grosime buza bandaj Sd = 28,47
Înălțime buza bandaj Sh = 28,74
Cota QR = 7,00

Profilul inițial al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută cu sină tip UIC 60
cu înclinare 1:20 și escartament 1435 mm

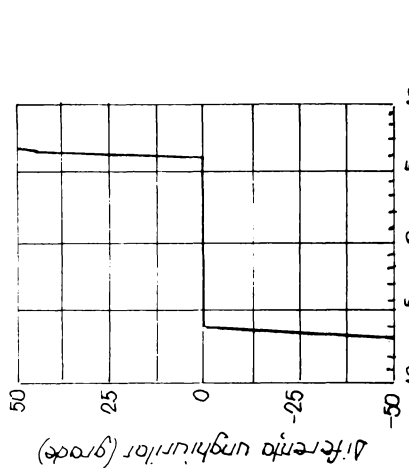
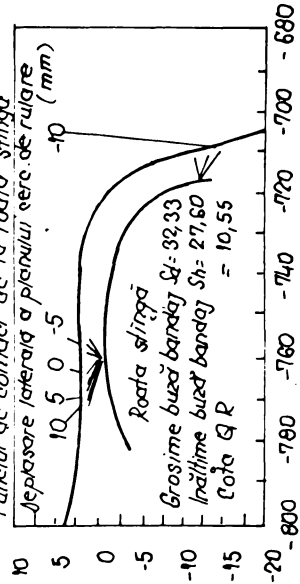
STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

OSIA 4



Depasare transversală (mm)
Joc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
Conicitate = 0,01, 0,01, 0,01

Distanta între fețele interioare a rotilor = 1359,47mm.
Punctul de contact de la roata stângă



Depasare transversală (mm)
Joc la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
Unghi de atac = -0,02, -0,02, -0,02
Escartament = 1435,00 mm

Punctul de contact de la roata dreaptă

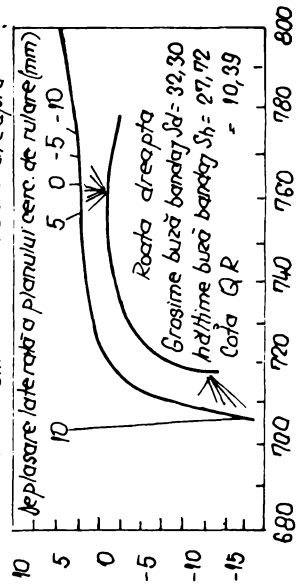
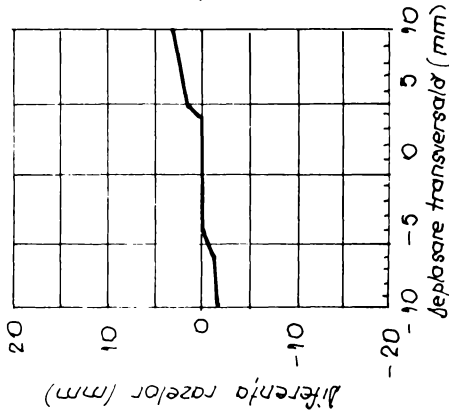


Fig. 65

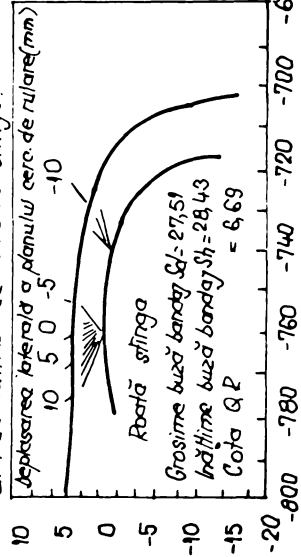
Profilul după un parcurs de 146 136 km al boghiului SGP pe o rețea de cale prevăzută cu șină
 tip UIC 60 cu înclinare 1:20 și ecartament = 1435 mm

QSIA 4

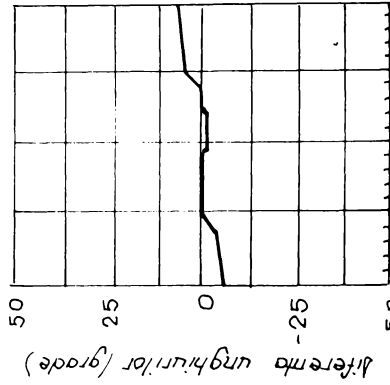


Joac la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Densitate = 0,03, 0,06, 0,09

Distanța între fețele interioare ale raților = 1358,74 mm
 Punct de contact de la roata stînga

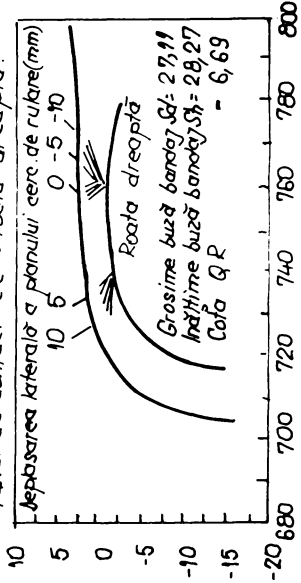


Grosime buză bandaj Δl = 27,51
 Înălțime buză bandaj S_h = 28,43
 Cota QR = 6,69



Joac la buza bandajului = 1,25, 2,50, 3,75
 Unghi de atac = -0,02, 0,11, 0,21

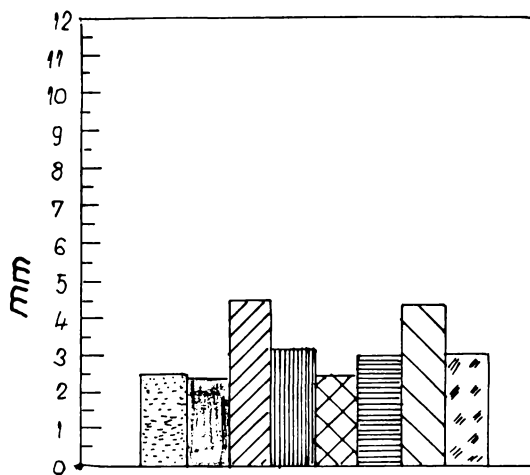
Ecartament = 1435,00 mm
 Punct de contact de la roata dreapta



Grosime buză bandaj Δl = 27,11
 Înălțime buză bandaj S_h = 28,27
 Cota QR = 6,69

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
 IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Δr maximă

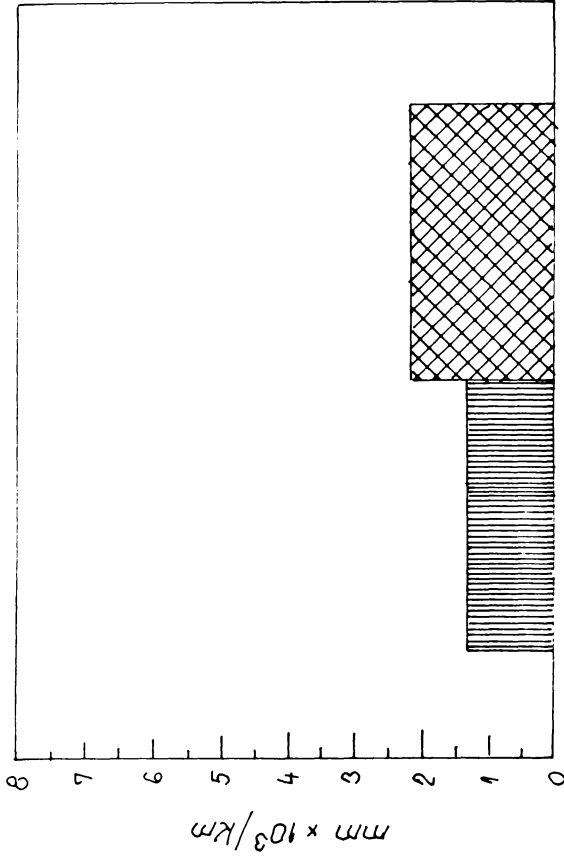


Boghiu	SGP-91102-km 178500
1.1	2.468
1.2	2.429
2.1	4.468
2.2	3.150
3.1	2.420
3.2	3.009
4.1	4.341
4.2	3.030

Fig. 67

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC
 IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

Uzura volumetrică medie pe roată ($mm \times 10^3/km$)



Boghiu	ÖBB
ÖBB - SGP - 91102	1.3021
ÖBB - Euro - 71068	2.0878

Fig. 68

Boghiu Austria-SGP

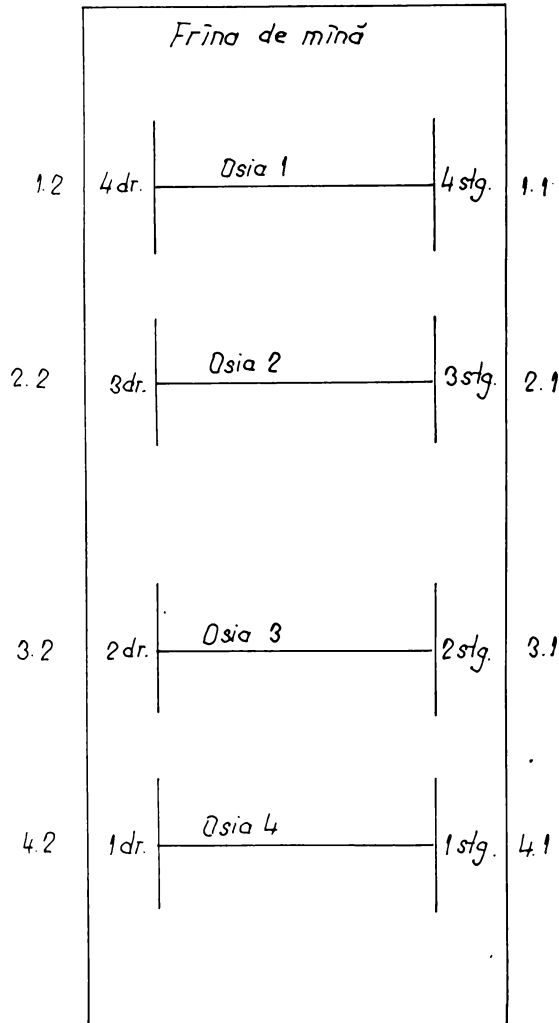


Fig. 69

CONCLUZII, PROPUNERI, CONTRIBUTII PERSONALE

Teza de față, privind studiul comportării la vibrații a osiei ghidate elastic in tendință de dispunere radială este destinată unui nou pas necesar in concepția de vehicule feroviare românești, atât pentru dotarea căii ferate interne cât și pentru posibilitatea realizării la export de locomotive românești.

Lucrarea și-a propus să analizeze fenomenul tendinței de dispunere radială începând cu modul de abordare al circulației in curbă și finalizând cu modalitatea de determinare a unei suspensii primare cu această proprietate din condiții de vibrații.

In primul capitol se analizează principalele probleme ce le ridică din punct de vedere energetic tendința de dispunere radială. Astfel, din relațiile prezentate rezultă că energia necesară inscrierii in curbele de raze 100[m],150[m], 200[m] ar fi aceeași cu energia necesară inscrierii in curba de rază R=300[m] dacă momentul de inerție a osiei in raport cu polul instantaneu ar fi redus in proporție de 2,25 ; 1,3;1,14. Astfel, se concluzionează că esențial in primă fază ar fi studiul geometric și dinamic al poziției polului instantaneu al boghiului.

Sunt prezentate in acest sens *studii și metode personale* ce trebuiesc a fi parcurse de proiectantul unor astfel de vehicule pentru a obține rezultate calitative asupra fenomenului tendinței de dispunere radială pentru un vehicul dat. Astfel, in primă parte a lucrării cap.2 sunt prezentate aspectele geometrice și dinamice asupra modului de determinare practic a polului boghiului. In urma acestei analize rezultă că valoarea distanței polare scade numai dacă componenta pe direcție transversală a gradientului alunecărilor specifice este o funcție crescătoare.

O problemă ce a preocupat dintodeauna cercetătorii din domeniul vehiculelor feroviare a fost influența forței de tracțiune și a variației sarcinii pe osie asupra poziției polului instantaneu al boghiului. In acest sens autorul prezintă un studiu independent și combinat al efectului forței de tracțiune și a variației sarcinii pe osie stabilindu-se in final raportul forță de tracțiune-forța de frecare, raport ce permite o analiza a poziției polului instantaneu prin prisma creepu-lui. Astfel, la tendința de dispunere radiala se pot determina zonele in care se dezvoltă forța de tracțiune utilă funcție de creep-ul critic ce delimitează zonele subcritice de zonele supra critice.

Este interesant de remarcat faptul că din studiul influenței forței de tracțiune asupra poziției polului instantaneu de rotație la vehicule ce au in componenta osii cu tendința de dispunere radială rezultă că atunci când distanța polară tinde la 0 se obține o exploatare mult mai judicioasă a forței de tracțiune pe fiecare osie .

dependenței $F = F(v)$ odiașă

**STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA
DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE**

Odată stabilit intervalul de variație al poziției polului boghiului urmează a se analiza circulația în curbă a vehiculului dat prin tema de proiectare. La circulația în curba folosind curbele D și Z se determina valorile forțelor directoare având în vedere soluția constructivă ce urmează a fi aplicată. Stabilirea elementelor necesare abordării metodei combinate Heumann -Vogel se fac conform cap 3 .

O problema esențială în realizarea unui vehicul ce are în componență osii cu tendința de dispunere radială o constituie stabilitatea. În acest sens autorul prezintă o metoda bazată pe diagramele Heumann-Vogel cu ajutorul căreia se poate aprecia rapid stabilitatea unui astfel de vehicul. În continuare se analizează stabilitatea pozițiilor boghiurilor în curbă prin câteva cazuri particulare esențiale în realizarea tendinței de dispunere radială a osiilor.

Un rezultat deosebit îl constituie modul de determinare al forțelor directoare prin metoda analitică nu pentru că metoda ar constitui o noutate în domeniu, ci pentru că oferă posibilitatea determinării trecerii de la vehiculele cu ghidare rigidă la vehiculele având în componența osii cu tendință de dispunere radială atunci când îndeplinesc condițiile arătate în & 4.3 la circulația în diagonală. Acest rezultat remarcabil constituie una dintre contribuțiile personale ale autorului la dinamica vehiculelor feroviare ce au în componența osii cu tendință de dispunere radială.

Odată determinate datele geometrico-constructive ale vehiculului care favorizează apariția tendinței de dispunere radială urmează a fi studiate modalitățile de determinare a rigidităților longitudinale și transversale cât și a funcției de disipare (funcție de care se stabilesc practic și caracteristicile de amortizare din primar)

Studiul fenomenului tendinței de dispunere radială ca proprietate intrinsecă a osiei montate cu profile conice trebuie pornit de la contactul roată -șină. În acest sens se analizează în primă fază mișcarea de șerpuire, mișcare ce generează mersul sinuos al osiei montate. Totodată se stabilesc expresiile forțelor și momentelor pe osie ținând seama de creep-ul longitudinal cât și rezultate importante în legătură cu pulsația proprie a mișcării neamortizate a osiei pe cale și a factorului de amplificare, mărime esențială în aprecierea gradului de confort a mișcării .

În & 5.4 se arată că contactul în curbele stânte se realizează în trei puncte. Problema micșorării unghiului de atac a fost dintodeauna prezentă în dinamica vehiculelor feroviare, totuși ea a fost abordată de puțini cercetători în domeniu. Astăzi este mai mult studiată în cadrul vehiculelor ce au în componența osii cu tendința de dispunere radială unde trebuie cunoscută în fiecare moment dependența momentului elastic de unghiul de atac. Din ecuațiile de echilibru ale osiei montate ghidate elastic se obține caracteristica universală $\frac{M_w}{Q} = \frac{M_H}{Q}(\alpha)$, după care trebuie să funcționeze osia montată, în curbe de diverse raze. Aceasta caracteristică oferă proiectantului posibilitatea determinării valorii momentului elastic ce urmează a fi realizat pe osie la o anumită sarcină pe roată impusă prin tema de proiectare.

Odată cunoscută caracteristica după care trebuie să funcționeze osia montată la tendința de dispunere radială trebuie determinată funcția de disipare a energiei respectiv din punct de vedere practic, mărimea amortizării din suspensia primară. Astfel, s-a determinat funcția de disipare a energiei în concepția autorului pentru un boghiu ce are în componența osii cu tendința de dispunere radială. În primă fază se stabilesc forțele generalizate pentru mișcarea de hunting, mișcare ce inițiază tendința de dispunere radială, iar apoi funcția de disipare pentru o osie montată și în final pentru un boghiu tip Bo-Bo. Forțele generalizate sunt determinate în cazul general al profilelor curb - concav (curbilinii). Odată cunoscută funcția de disipare valorile rigidităților longitudinale și transversale vor trebui să verifice viteza critică a vehiculului (de obicei valoarea acestei viteze se află mult peste valoarea vitezei constructive impuse în tema de proiectare)

În final se prezintă un studiu (o metodologie) pe baza căruia se stabilește ecuația diferențială a mișcării unui boghiu Bo-Bo în plan orizontal. Pe baza acestei ecuații se poate realiza un studiu selectiv al stabilității funcției de tipul ghidării osiei montate. Astfel, pentru osii ghidate tip b și un boghiu tip C'-C' (LDH 2400 CP) s-au prezentat dependențele decrementului logaritm și a variației factorului de amortizare funcție de valorile rigidităților longitudinale și transversale. Aceste dependențe reprezintă de fapt realizarea tendinței de dispunere radială din condiții de vibrații. Este interesant de observat că metoda prezentată are posibilitate de extindere și pentru vehicule cu trei osii.

Ca și contribuții originale la studiul dinamicii vehiculelor ce au în componență osii cu tendința de dispunere radială lucrarea de față prezintă:

- stabilirea ecuației polului instantaneu de rotație al osiei din punct de vedere geometric (metoda analitică)

- stabilirea unei metode pentru determinarea pulsației critice la deplasarea laterală a osiei din care rezultă posibilitatea decuplării deplasării laterale a osiei de rotirea acesteia.

- stabilirea domeniului distanței polare a osiei dedusă din diagrama variației pătratului vitezei de desprindere ca funcție de distanța polară în care tendința de dispunere radială a osiei încadrată în ansamblul boghiu devine o proprietate intrinsecă

- prezentarea formei de hiperbolă echilaterală a caracteristicii universale a osiei montate ghidate elastic ca formă ce dă posibilitatea exploatării mult mai judicioasă a caracteristicii forței de tracțiune funcție de viteza cât și a micșorării substanțiale a fenomenului de stick-slip.

- stabilirea unor formule în vederea calculului funcției de disipare a energiei atât pentru o osie montată cât și pentru ansamblul boghiu prevăzut în componență cu osii ghidate elastic independent.

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRAȚII A OSIEI GHIDATE ELASTIC ÎN TENDINȚA
DE DISPUNERE RADIALĂ LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- stabilirea ecuației de mișcare a osiei montate în tendința de dispunere radială prevăzută cu amortizori în prima treaptă de suspensie ce circulă printr-o curbă de rază R

- prezentarea unor diagrame ale decreștului și amortizării în funcție de rigiditățile longitudinale și transversale a osiei montate cu tendința de dispunere radială din condiții de vibrații. Aceasta ultimă parte pune în evidență corelația esențială din punct de vedere practic a titlului actualei lucrări cu proiectarea propriu zisă a unei astfel de suspensii.

Propunerea autorului constă în : echiparea tuturor vehiculelor feroviare ce urmează a fi proiectate în România cu astfel de suspensii. Aceasta propunere având implicații directe și asupra posibilității de prezentare la export de vehicule feroviare românești.

În încheiere aș dori să subliniez faptul că vehicule feroviare ce nu vor avea în componența suspensii cu astfel de proprietăți nu vor avea *succes* nici pe piața internă și cu atât mai mult pe cea externă. Astfel, se impune în mod necesar atât din punct de vedere economic cât și tehnic declanșarea unui **program ce are ca scop modernizarea și proiectarea de vehicule feroviare ce au în componență osii cu tendință de dispunere radială.**

Bibliografie

1. **H.Heumann** Grundzuge der Fñhrung der Schienenfahrzeuge, Sonderdruckaus der Zeitschrift "Elektrische Bahnen", Jahrgange 1950 bis 1953, Verlag, R.Oldenburger Munchen
2. **S.L.M** Technische Mitteilungen juli 1970 pag.37-43
3. **V.E.Kail** Einfluss der Radkraftunterschiedes auf die Zugkraft von Schienenfahrzeugen bei Fahrt durch Gleisbogen, Glass. Ann april 1978
4. **M. Wiessner** Betrachtungen zur theorie der Bewegung des Eisenbahnwagensatzes im Gleis D.E.T 1979 Nr.8 pag .318-320
5. **J.Kalker** On the rolling contact of two elastic bodies in the prese of dry friction, Delft 1967
6. **P.Vermellen** Contact of Nonspherical Elastic Bodies Transmitting
K.Johnson Tangential Forces -A.S.M.E junie 1964 pag.338 - 340
7. **A.Covaci(u)sen** Contributii la studiul boghiurilor locomotivelor diesel electrice si electrice de puteri si viteze mari pe sase osii cu suspensia in doua trepte (teza doctorat)
8. **G.Borgeaud** Die wirkung der Querkupplung bei den Dreigestell - Lokomotiven mit zwei oder drei Treibgestellen Osterreichische ingenieur -zeitschrift Heft 11 November 1959 SLM nr.4708
9. **J.M.Lipsius** Untersuchungen uber die Kraftschluss und Schlupfverhaltnisse zwischer Rad und Schiene GA 87 / 1963
10. **J.W.Clark** Investigation of Truck hunting Instability Problem of High - Speed Trains, United Aircraft Research Laboratories East Hartford, Connecticut A.S.M.E paper No.67, august 1967

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- 11.A.H.Wickens** The dynamic stability of railway vehicle wheelsets British Rail Research Departament , Derby 1965 vol. I Solids Structures
- 12.A.H.Wickens** The dynamic of railway vehicles on straight track : fundamental considerations of lateral stability -Ins Mech.Eng. 1965
- 13.H. Scheffel** Die Konstruktion der Kreuzanker-Dreigestelle der Sudafrikanischen Eisenbahen ZEV Glass. Ann 110 (1986) Nr 7/8 Juni/Juli pag 203÷208
- 14.S.Johnson** Die seitliche Laufstabilitat der Eisenbahnfahrzeuge in der Geraden Glass.Ann. mai 1958
- 15.T.Matsudaira** Hunting problem of high-speed railway vehicles with special reference to bogie design for the new tokaido line - Pr. Institut Mech. Eng. 1965-1966
- 16.Gh.Silas** Mecanica si vibratii mecanice E.D.P 1967
- 17.P.Keizer** Achsfurung und Gleislauf der Schienenfahrzeuge Glass.Ann. juli 1966
- 18.Gh.Silas**
A.Covaciu (jr) Consideratii generale asupra miscarii osiilor cu tendinta de dispunere radiala Bucuresti, Revista Academiei"Studii siCercetari de Mecanica Aplicata" Nr 3-4, 1996, pag.249-267
- 19.Gh.Silas**
A. Covaciu (jr) Influenta contactului roata -sina, asupra tendintei de dispunere radiala a osiilor,Suceava,SimpozionuldeTensometrie,Septembrie 1996
- 20.C.Ursu** Dinamica materialului rulant de cale ferata I.P.T 1967
- 21.P.Lehotzky** Erprobung neuer Drehgestelle fur die U-Bahn Wien Glass.Ann 9/8
- 22.K.Kraft** Die Haftreibung-Elektrische Bahnen 1968
- 23.J.Clayton** Flexicoil secondary suspensions improve high-speed riding R.G. iunie 1970

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- | | |
|--------------------------|---|
| 24.B.S.Cain | Safe operation of high-speed locomotives A.S.M.E 1935 |
| 25.A.Covaciu(sen) | Sistem de suspensie secundara multifunctionala la locomotive-Sesiunea III-a de comunicari tehnico-stiintifice I.C.P.E.H-1977 |
| 26.E.Katz | Stability of lateral oscilations of railway vehicle - Appl.S.C.I vol7 |
| 27.I.Zaganescu | Influenta oscilatiilor datorita fenomenului de stick-slip asupra ruperilor de torsiune al osiilor locomotivelor electrice 060 EA 5100KW-Contract colaborare |
| 28.I.Sebesan | Dinamica vehiculelor de cale ferata E.D.T Bucuresti 1995 |
| 29.APopa | Locomotive si automotoare cu motoare termice -1978 |
| 30.G.Cavell | On the influence of rezilient wheels on adesiions, dynamic track forces and runing gear at high speeds |
| 31.A.Covaciu(sen) | Studiul tractiunii joase cu legaturi asimetrice a boghiurilor (referat doctorat) |
| 32.J.L.Koffman | The Riding Properties of Bogie Vehicles -R.G. noiembrie 1959 |
| 33.H.A.Marta | Wheel-Rail Adehsion -Journal of Engineering for Industry august 1969 |
| 34.Tadao Ohyama | Some problems of the fundamental Adesion at higher speed-Quarterly reports -vol.11 ,nr.1-1974 |
| 35.D.E.Newland | Suspension and structure: some fundamental design considerations for railway vehicle- A.S.M.E |
| 36.C.M.Harris | Socuri si vibratii -Ed.Tehnica 1968 |
| 37.L.Freibauer | Untersuchung von Stochastischen Vorgangen bei der Fahrt von Fahrzeugen -Team.Scarif.nr.37 |
| 38.M.P.Gauthier | Le comportement des essieux montes du materiel moteur de la SNCF |

STUDII ASUPRA COMPORTARII LA VIBRATII A OSIEI GHIDATE ELASTIC IN
TENDINTA DE DISPUNERE RADIALA LA BOGHIURI CU OSII MOTOARE

- 39.M.Radoi** Elemente de vibratii mecanice E.D.P,1972
- 40.Gh.Buzdugan** Vibratiile sistemelor mecanice,Editura academeiei,1980
- 41.B.Steiner** Limita aderentei E.B Heft 12,1968
- 42.E.Sperling** Einfluss von Eigenfrequenz und Dämpfung auf
Fahrzeugschwingungen -Glass.Ann. sept. 1963
- 43.D.Williams** A new method of dinamically stabilizing railway bogies, four
wheel wagons, and road railers against undersirable lateral
oscilations-P.Inst.Engs.1965
- 44.H.A.Marta** Lateral loading between locomotive track wheels and rail
A.S.M.E 1965
- 45.Gordon S.Itami** The study of friction -creep phenomen of adesion between steel
wheels and rail -1968
- 46.S.Gross** Berechnung und Gestaltung von Metall-federn-Springer 1960
- 47.J.M.Lipsius** Separate and joint components for the vertical and transverse
damping between bogie and vehicle body-Buletin intern Railway
Congres - sept 1967
- 48.K.Kraft** Der einfluss der Fahrgeschwindigkeit auf den Haftwert zwischen
Rad und Schiene-Archiv fur Eisenbahntechnik dezember 1978
- 49.F.D.Hales** A teoretical analysis of the lateral properthes of suspesion system -
A.S.M.E 1972
- 50.Yoshihiko Sato** Study on High - Frequency Vibrations in Track operated with
High-Speed Trains -Quarterly reports vol.18, no.3/1977
- 51.W.H.Sparing** How much force to deflect a spring sideways - Product
Engineering Ianuary 1959
- 52.European Rail -
Research Institute** Bogie a essieux orientables, Etude de la
geometrie de contact et de l'usure des roues sur des objets
d'essais