

UNIVERSITATEA "POLITEHNICA" TIMIȘOARA
FACULTATEA DE MECANICĂ

618.189
102 6

Ing. Petru Cornel RAICOV

CONTRIBUȚII LA STUDIUL OSCILAȚIILOR VEHICULELOR FERROVIARE

- TEZĂ DE DOCTORAT -

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

**Conducător științific:
Prof.dr.ing. Vasile HOANCĂ**

- Timișoara, 1996 -

Moto...

***Mult timp nu am avut curiozitatea să ascultăm universul.
A venit timpul nu numai să-l ascultăm, dar și să-l
înțelegem.***

Constantin Maximilian - Drumurile speranței

Dedicație ...

Soției mele, Camelia, și fetițelor mele, Diana și Larisa ...

CUVÂNT ÎNAINTE

Prezenta teză am conceput-o din dorința de a aprofunda studiul în domeniul dinamicii vehiculelor feroviare, un domeniu pe cât de dificil și de complex, pe atât de interesant, care va incita în continuare specialiștii, oferind permanent noi zone de cercetare. Din punctul meu de vedere, lucrarea reprezintă finalul unui început, activitatea mea de cercetare științifică va continua în mod cert pe această direcție.

Teza în sine reprezintă o sinteză a activității de cercetare științifică desfășurată de mine, începând practic cu anul 1990, sub conducerea competentă și atentă a Domnului Profesor Doctor Inginer Vasile HOANCĂ, reputat specialist în domeniul materialului rulant da cale ferată, căruia îi exprim întreaga mea grațitudine și recunoștință.

Se cuvin mulțumiri tuturor învățătorilor și profesorilor mei de la Școala Generală nr. 6 și de la Liceul de Matematică și Fizică din Reșița, respectiv celor de la Facultatea de Mecanică din Timișoara, pentru contribuția lor la formarea mea profesională. În mod special, doresc să-mi exprim recunoștința pentru sfaturile și ajutorul moral acordat de Prof.dr.ing. Victor ANCUȘA.

Un rol important în formarea mea ca inginer de vehicule feroviare, l-au avut profesorii mei de la Catedra de Material Rulant de Cale Ferată din Timișoara: Prof.dr.ing. Vasile HOANCĂ, Prof.dr.ing. Mircea DUNGAN, Ș.L.ing. Gheorghe TUROȘ și cei care au fost Conf.dr.ing. Gligor MUNTEAN, Ș.L.dr.ing. Ioan DAVID, cărora le mulțumesc.

Imi fac o datorie de onoare să adresez mulțumiri, pentru întreg sprijinul acordat, colegului și prietenului meu Ș.L.dr.ing. Romeo RESIGA.

Doresc să adresez cuvinte de mulțumire domnilor: Prof.dr.doc.ing. Gheorghe SILAȘ - Membru corespondent al Academiei Române - catedra de Mecanică Timișoara, Prof.dr.ing. Ioan SEBEȘAN - Șeful Catedrei de MRCF București, Prof.dr.ing. Mircea ALĂMOREANU - Decanul Facultății de Mașini și Utilaje de Construcții - București, Dr.ing. Traian TARAN - REFER R.A. București, Dr.ing. Dumitru MIHĂILESCU - REFER R.A. București Ș.L.dr.ing. Liviu BOȘIANU - Catedra MRCF București, pentru sugestiile și încurajările pe care mi le-au adresat, contribuind în acest mod la finalizarea acestei teze.

De asemenea doresc să mulțumesc tuturor specialiștilor din domeniul materialului rulant de cale ferată de la I.C.P.V. - ASTRA Vagoane Arad, FERVIAR PROIECT S.A. Reșița, CAROMET S.A. Caransebeș, care mi-au pus cu generozitate la dispoziție toate datele de care am avut nevoie, fără de care munca mea ar fi fost mult mai anevoioasă. Trebuie să-i amintesc aici și pe absolvenții secției de MRCF din promoțiile 1994, 1995, 1996 cu care am desfășurat, în cadrul proiectelor de diplomă, o parte din studiile din cadrul prezentei teze.

Doresc să mai exprim mulțumiri tuturor aceluia care, într-un fel sau altul, au contribuit prin observațiile sau sugestiile lor, prin ajutorul acordat, la ducerea la bun sfârșit a acestei lucrări: colegii de la Catedra de Material Rulant de Cale Ferată și Catedra de Utilajul și Tehnologia Sudării.

Nu în ultimul rând, este necesar să exprim cele mai calde mulțumiri și adâncă recunoștință față de părinții mei, Elisabeta și Petru RAICOV, față de fratele meu Daniel RAICOV și față de socrii mei, Valerica și Ion BICAN, care m-au sprijinit moral și material pe tot parcursul acestor ani.

O mențiune specială pentru înțelegerea de care au dat dovadă în toată această perioadă membrii familiei mele: soția, Camelia, și fetele mele, Diana și Larisa; pentru sacrificiile făcute, pentru faptul că mi-au fost totdeauna alături, această teză le este dedicată.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Caiu', written in a cursive style.

CUPRINS

Cuvânt înainte	pag. 3
Cuprins	pag. 5
Capitolul 1 Introducere	pag. 8
Capitolul 2 Studiul oscilațiilor proprii verticale ale vehiculelor feroviare, cu metode analitice	pag. 16
2.1. Considerații generale	pag. 16
2.2. Studiul oscilațiilor libere verticale ale vehiculului de cale ferată	pag. 16
2.3. Determinarea modurilor proprii de oscilație verticale ale unui vagon de clasă	pag. 23
2.3.1. Caracteristici generale ale vagonului de clasă luat pentru studiu	pag. 23
2.3.2. Caracteristicile suspensiilor vehiculului	pag. 24
2.3.3. Masele suspendate ale cutiei și boghiurilor	pag. 24
2.3.4. Determinarea momentelor de inerție masice ale cutiei și boghiurilor	pag. 25
2.3.5. Calculul oscilațiilor cuplate de săltare ale cutiei cu săltarea boghiurilor	pag. 26
2.3.6. Calculul oscilațiilor cuplate de galop al cutiei cu cele de săltare a boghiurilor	pag. 27
2.3.7. Calculul oscilațiilor cuplate de ruluu al cutiei cu cele de ruluu a boghiurilor	pag. 27
2.3.8. Calculul oscilațiilor de galop ale boghiurilor	pag. 29
2.3.9. Calculul oscilațiilor de ruluu ale boghiurilor	pag. 29
2.3.10. Determinarea frecvențelor proprii ale oscilațiilor verticale ale vehiculului	pag. 30
2.4. Concluzii	pag. 31
Capitolul 3 Determinarea răspunsului dinamic vertical al vehiculului feroviar, cu metode operaționale	pag. 33
3.1. Generalități	pag. 33
3.2. Studiul răspunsului dinamic vertical al vehiculului la excitație impuls unitate	pag. 35
3.2.1. Studiul mișcării oscilatorii cuplate de săltare ale vehiculului	pag. 35
3.2.2. Studiul mișcării cuplate de galop a cutiei și săltare a boghiurilor	pag. 37
3.2.3. Studiul mișcării cuplate de ruluu cutie și ruluu boghiuri	pag. 37
3.2.4. Studiul mișcării de galop a boghiurilor	pag. 38
3.2.5. Studiul mișcării necuplate de ruluu a boghiurilor	pag. 38

3.3. Studiul răspunsului dinamic vertical la excitații sinusoidale	pag. 38
3.3.1. Mișcarea cuplată de săltare a cutiei cu săltarea boghiurilor	pag. 39
3.3.2. Studiul mișcării cuplate de galop a cutiei și săltare a boghiurilor	pag. 39
3.3.3. Studiul mișcării cuplate de rulu cutie și rulu boghiuri	pag. 40
3.3.4. Studiul mișcării de galop a boghiurilor	pag. 40
3.3.5. Studiul mișcării necuplate de rulu a boghiurilor	pag. 40
3.4. Determinarea răspunsului dinamic vertical al vagonului de clasă utilizând metode operaționale	pag. 41
3.4.1. Răspunsul dinamic vertical la excitație de tip impuls unitate	pag. 41
3.4.2. Calculul răspunsului dinamic vertical al vagonului la excitație sinusoidală	pag. 45
3.5. Concluzii și contribuții personale	pag. 48
 Capitolul 4 Calculul oscilațiilor verticale cu considerarea cutiei vehiculului ca structură elastică cu amortizare internă	
4.1. Introducere	pag. 52
4.2. Studiul răspunsului dinamic la excitații sinusoidale în fază ale osiilor	pag. 53
4.2.1. Stabilirea ecuațiilor de mișcare	pag. 53
4.2.2. Rezolvarea ecuațiilor de mișcare	pag. 56
4.3. Studiul răspunsului dinamic la excitații sinusoidale în opoziție de fază ale osiilor	pag. 59
4.3.1. Stabilirea ecuațiilor de mișcare	pag. 59
4.3.2. Rezolvarea ecuațiilor de mișcare	pag. 61
4.4. Determinarea răspunsului dinamic al vagonului de clasă la excitații sinusoidale în fază și în opoziție de fază ale osiilor	pag. 64
4.4.1. Răspunsul dinamic vertical al vagonului la excitații în fază ale osiilor	pag. 65
4.4.2. Răspunsul dinamic vertical al vagonului la excitații în opoziție de fază ale osiilor	pag. 68
4.5. Concluzii și contribuții personale	pag. 70
 Capitolul 5 Metoda elementului finit la calculul dinamic al structurilor elastice	
5.1. Noțiuni de teoria elasticității	pag. 73
5.2. Utilizarea metodei elementului finit pentru minimizarea energiei de deformare (funcționalei W)	pag. 75
5.3. Elementul finit de tip bară spațială	pag. 77
5.4. Elementul finit de tip placă patruleteră	pag. 82
5.5. Asamblarea matricilor de rigiditate elementale	pag. 90

5.6. Analiza dinamică a structurilor elastice pentru determinarea vectorilor și valorilor proprii	pag. 91
5.7. Concluzii și contribuții personale	pag. 94
Capitolul 6 Rezultate numerice obținute cu metoda elementului finit... ..	pag. 96
6.1. Probleme specifice ale modelării unui vehicul feroviar	pag. 96
6.2. Modelarea numerica cu metoda elementului finit pentru calculul formelor proprii de vibrație ale vagonului de clasă	pag. 100
6.2.1. Discretizarea vehiculului	pag. 100
6.2.2. Frecvențe proprii și moduri proprii de vibrație ale vagonului de clasă	pag. 101
6.2.3. Studiul influenței poziției vagonului în garnitura de tren asupra frecvențelor proprii de oscilație	pag. 109
6.2.4. Concluzii	pag. 110
6.3. Determinarea modurilor proprii de vibrație ale boghiului de tramvai TIMIȘ 2	pag. 111
6.4. Determinarea modurilor proprii de vibrație ale boghiului bimotor de tramvai CAROMET	pag. 116
6.4.1. Generalități. Discretizarea boghiului	pag. 116
6.4.2. Moduri proprii de oscilație ale boghiului datorate arcurilor din suspensia primară	pag. 117
6.4.3. Moduri proprii de vibrație structurale ale boghiului	pag. 119
6.4.4. Concluzii	pag. 122
6.5. Determinarea modurilor proprii de oscilație ale tramvaiului TIMIȘ echipat cu boghiuri CAROMET	pag. 123
6.5.1 Discretizarea domeniului de analiză	pag. 123
6.5.2. Frecvențele proprii ale tramvaiului TIMIS echipat cu boghiuri CAROMET	pag. 124
6.5.3. Concluzii privind modurile proprii de oscilație ale tramvaiului	pag. 132
6.6. Concluzii și contribuții personale	pag. 134
Capitolul 7 Rezultate experimentale	pag. 136
7.1. Considerații generale	pag. 136
7.2. Rezultate experimentale obținute la încercarea vagonului de clasă	pag. 137
7.3. Încercări experimentale pe stand, la excitații în fază și în opoziție de fază ale osiilor	pag. 146
7.4. Teste experimentale efectuate pe TGV	pag. 151
7.5. Experimente efectuate pe tramvaiul TIMIȘ	pag. 156
Capitolul 8 Sinteza lucrării, concluzii generale și contribuții personale	pag. 158
Bibliografie	pag. 165

CAPITOLUL 1

INTRODUCERE

- coordonate cu d'...
Odată cu dezvoltarea transportului feroviar, problemele generale care au trebuit rezolvate mai întâi erau legate de construcția vehiculelor și a căii; mai târziu au apărut și probleme tot mai complexe privind organizarea circulației.

Creșterea vitezelor de circulație și a capacității de transport au reprezentat întotdeauna scopuri primordiale la calea ferată, pentru menținerea transportului feroviar în competiție cu celelalte sisteme de transport (aerian, rutier, fluvial).

După abandonarea locomotivelor cu abur, au fost realizate vehicule feroviare motoare, locomotive și automotoare cu motoare termice cu transmisii hidraulice și electrice tot mai performante, respectiv locomotive și trenuri electrice. În acest domeniu a existat o intensă preocupare în vederea perfecționării instalațiilor de forță pe vehicule feroviare motoare. În mod logic, s-au dezvoltat și sisteme de frânare complexe și performante, capabile să realizeze oprirea trenurilor pe distanțe impuse.

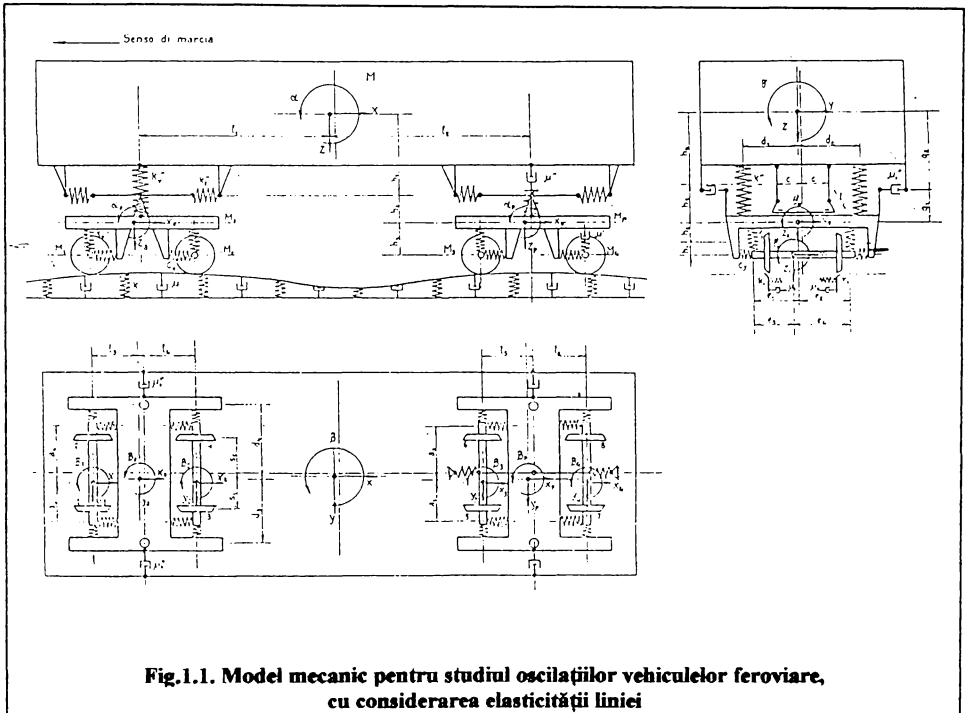
Pentru transportul călătorilor, preocupările s-au îndreptat spre creșterea pe de-o parte a vitezelor de circulație, iar pe de altă parte spre creșterea nivelului de confort al călătorilor. Pentru transportul mărfurilor, s-au realizat vagoane specializate cu tară redusă la minim posibil și greutate utilă ridicată.

Între toate aceste preocupări, cele privind dinamica vehiculelor feroviare ocupă un loc aparte, dar și fundamental, deoarece este absolut obligatoriu ca transportul feroviar să asigure deplasarea călătorilor și mărfurilor în condiții de siguranță deplină. Nu a fost, nu este și nu va fi niciodată posibilă proiectarea unui vehicul feroviar fără a aborda probleme ale dinamicii circulației pe cale (circulația în aliniament, circulația în curbe, oscilații, contactul roată - șină, etc.). Toate aceste studii trebuie puse în legătură cu siguranța transportului feroviar în general, dar și cu creșterea gradului de confort al călătorilor.

Din această prezentare, rezultă cu claritate pe de-o parte maxima responsabilitate a cercetătorului și proiectantului în domeniu, dar și faptul că dinamica vehiculului feroviar reprezintă un punct foarte sensibil al acestuia. Pe de altă parte, problemele sunt mereu actuale, deoarece sporirea vitezelor de circulație și a gradului de confort presupune implementarea unor soluții constructive noi și o creștere severă a complexității analizelor; se diversifică în fapt și metodele de studiu.

În cele ce urmează, se va face o trecere sumară în revistă, în limitele bibliografiei consultate, a preocupărilor în domeniul dinamicii vehiculelor feroviare, punând accent pe metodele de studiu ale oscilațiilor vehiculelor feroviare.

Studiul oscilațiilor vehiculului feroviar s-a făcut, la început, cu metode analitice, aplicând teoria clasică a oscilațiilor pe sisteme cu câteva grade de libertate. Mai târziu, analizele au crescut în complexitate, elaborându-se modele de calcul pentru toate mișcările oscilatorii ale vehiculului; unul dintre cele mai complexe (fig. 1.1.) ia în considerare un număr de 42 de grade de libertate în ipoteza liniei elastice [77].



În țara noastră au fost publicate o serie de lucrări remarcabile [22] [36] [79] care tratează problema oscilațiilor vehiculelor cu metode analitice. Trebuie amintite aici două lucrări de referință în literatura de specialitate din domeniul dinamicii vehiculelor feroviare [128] [113], în care se prezintă bazele studiului dinamic al vehiculelor de cale ferată și care au completat un gol existent în acest domeniu deosebit de important și de interesant.

În urmă cu circa două decenii, au fost publicate rezultate ale cercetărilor în domeniul oscilațiilor vehiculelor feroviare care abordează această problemă cu metode operaționale; se remarcă lucrările [100 - 102] și [127], care au analizat răspunsul dinamic al vehiculului pentru diverse tipuri de excitații, stabilitatea, etc.

Dezvoltarea tehnicii de calcul, realizată prin creșterea vitezei de lucru și a capacității de stocare în memorie, a permis implementarea metodelor matriciale, iar mai apoi numerice, pe calculatoare electronice. Deoarece fenomenele oscilatorii ale vehiculelor, extrem de complexe, nu mai puteau fi analizate pe modele simplificate, s-au efectuat cercetări asupra elementelor structurale portante modelate cât mai

aproape de realitate. S-au considerat deci cutia, respectiv ramele de boghiuri, ca structuri elastice, cu masa distribuită neuniform, în mai multe puncte ale elementului. În anul 1981 a fost publicat un asemenea studiu [11], efectuat pentru o cutie de TGV, tren care ulterior a stabilit recordul mondial de viteză pe cale ferată clasică de 515.3 km/h. În figurile 1.2. și 1.3. sunt date modelarea unei jumătăți de cutie, respectiv zonele de rezonanță ale acesteia. Rezultatele acestei analize permit aprecierea eventualelor cuplaje ale vibrațiilor structurale ale cutiei care pot avea aceeași frecvențe proprii cu cele ale suspensiei primare propriu - zise.

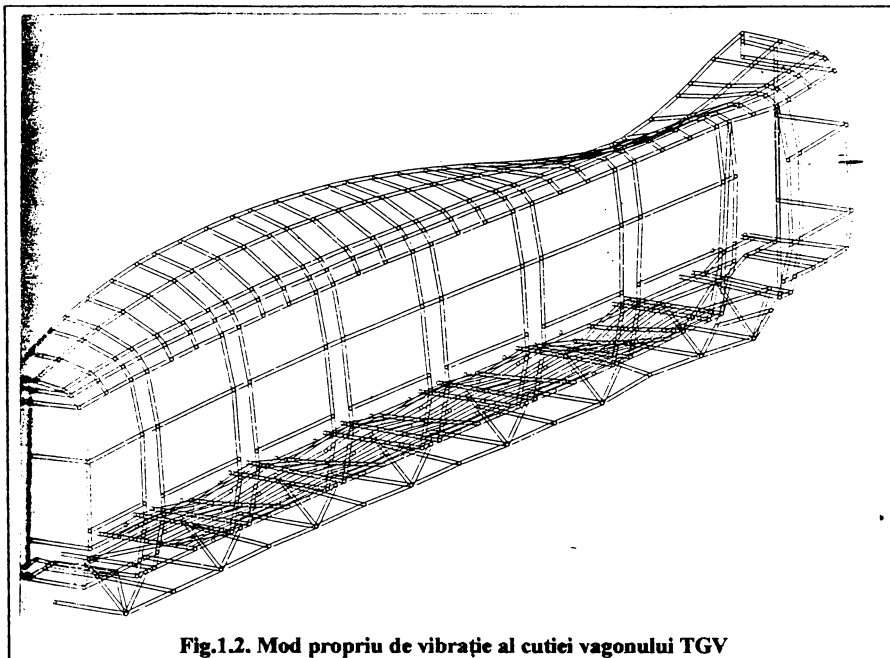


Fig.1.2. Mod propriu de vibrație al cutiei vagonului TGV

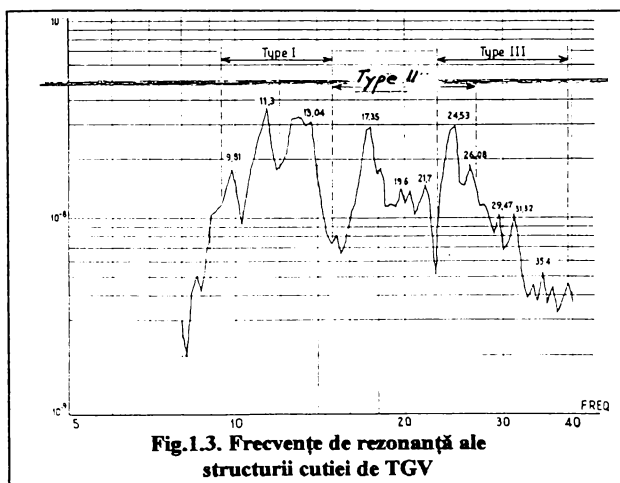
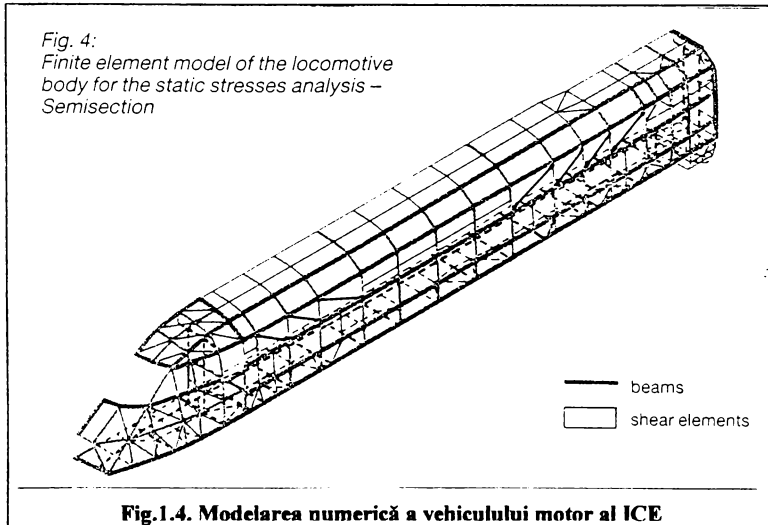


Fig.1.3. Frecvențe de rezonanță ale structurii cutiei de TGV

În mod similar, în cazul celui mai rapid tren de cale ferată clasică din Germania, ICE, în anul 1986 au fost publicate studii privind starea de tensiune și frecvențele proprii ale cutiei ca structură elastică [142], prin modelare numerică cu elemente finite (fig.1.4.).



Trebuie remarcat faptul că aceste studii privind vibrațiile vehiculelor cu metode numerice au fost efectuate inițial doar pentru ceea ce se numește "high - technology".

În țara noastră trebuie menționată activitatea de cercetare științifică de peste un deceniu în vederea stabilirii stării de tensiune din ramele de boghiuri, la diverse regimuri de funcționare din exploatare, desfășurată în cadrul Catedrei de Material Rulant de Cale Ferată din Timișoara, din care amintim [23] [41]. Aplicarea metodei elementului finit la vehiculele feroviare se regăsește în lucrările [16] [33], care aduc contribuții importante la elucidarea problemelor ce apar la modelarea unor elemente structurale ale vehiculului. În institutele de cercetare de profil, REFER R.A. București, ICPV - ASTRA Vagoane Arad, există în prezent colective specializate în aceste probleme.

Mai recent, au fost publicate în reviste de specialitate internaționale (Vehicle System Dynamics - 1993 -1994) o serie de aplicații ale metodei elementului finit la studiul vibrațiilor, din care în fig.1.5. se dă modelarea unei rame de boghiu de metrou [67].

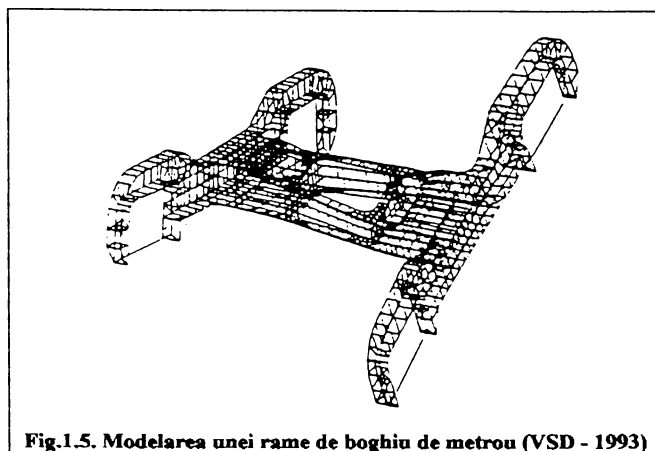


Fig.1.5. Modelarea unei rame de boghiu de metrou (VSD - 1993)

În acest domeniu, autorul prezentei teze a publicat o serie de lucrări, începând cu anul 1993, la diverse manifestări științifice din țară și străinătate [86] [88] [89] [90] [91] [92] [93], care au prezentat rezultatele obținute în cazul modelării mai multor tipuri de vehicule feroviare. O parte din rezultate sunt prezentate în capitolul 6 al prezentei teze.

Studiile teoretice ale cercetătorilor în domeniul dinamicii vehiculelor feroviare trebuiau validate de experiment. De altfel, o foarte lungă perioadă de timp, încercările experimentale pe standuri speciale și pe cale ferată, s-au situat în fața modelărilor teoretice. În acest scop, în țările cu economii avansate, au fost construite standuri care permit încercarea vehiculelor feroviare până la viteze foarte ridicate (250 - 300 km/h).

În figurile 1.6. - 1.8. sunt prezentate standuri de încercări din Franța și Germania, unele dintre ele construite special pentru încercarea vehiculelor feroviare de mare viteză, TGV și ICE.

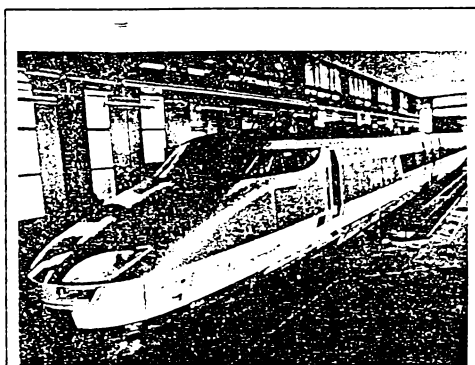


Fig.1.6. Stand de încercări pentru TGV

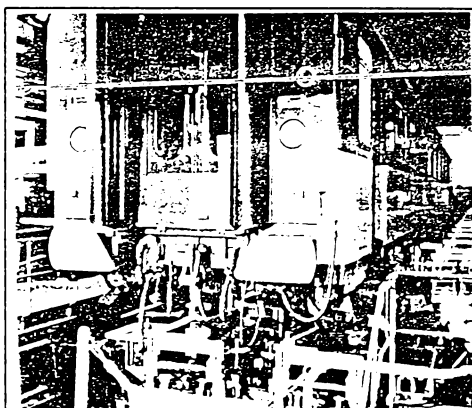


Fig.1.7. Standul de încercări de la Vitry

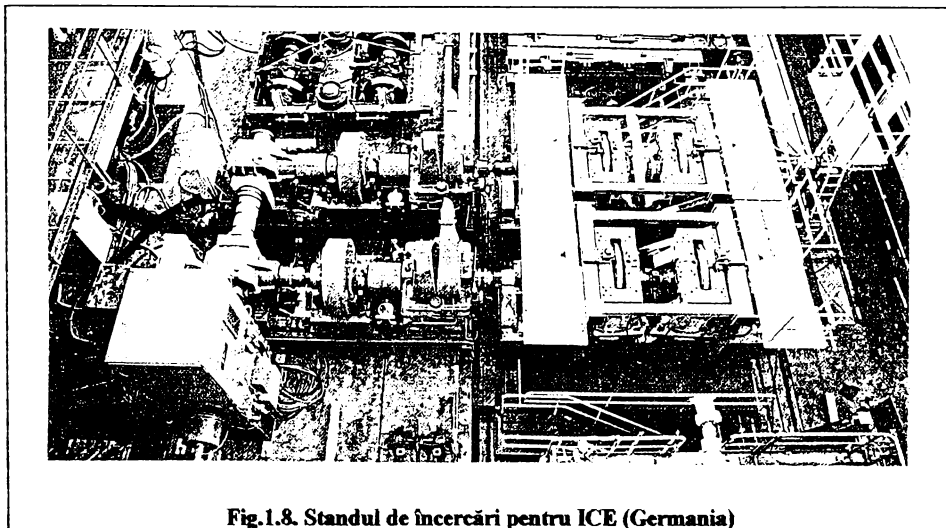


Fig.1.8. Standul de încercări pentru ICE (Germania)

România a fost una din țările cu tradiție în acest domeniu, prin aceea că, încă din anul 1984, se află în funcțiune - la ICPV ASTRA Vagoane Arad - un stand de dinamica rulării, care permite încercarea întregului vehicul feroviar, până la viteza de cca. 250 km/h. La REFER R.A. a fost realizat un stand de încercări osii montate, care permite studiul comportării în funcționare a osiei montate, împreună cu suspensia primară și angrenajul de tracțiune, în diverse regimuri de solicitare, până la viteza de 240 km/h (Fig.1.9.). De asemenea, o parte importantă a încercărilor experimentale, a fost efectuată de către specialiștii de la REFER R.A. București, pe inelul de încercare de la Făurei, cu o lungime totală de cca. 14 km.

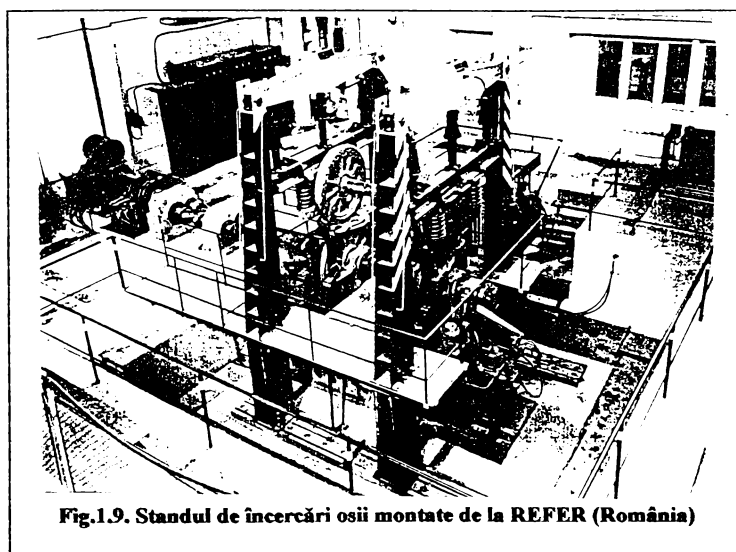


Fig.1.9. Standul de încercări osii montate de la REFER (România)

Destul de recent, în domeniul dinamicii vehiculelor, a fost dezvoltat conceptul "Multibody Computer Codes" care presupune o analiză dinamică integrată a vehiculului prin simulare pe calculator. Este vorba aici de o analiză globală a vehiculului care include:

analiza cinematică - pentru o mișcare aplicată sistemului, se calculează mișcările relative ale diverselor subsansamble;

analiza dinamică - calculul răspunsului dinamic sub influența unor forțe aplicate dinamic, cu condiții inițiale sau la limită;

analiza statică - considerând echilibrul static sub acțiunea forțelor externe;

analiza dinamică inversă - pentru o mișcare impusă a elementelor, să rezulte forțele care produc mișcarea sau un spectru de accelerații al excitației;

analizarea sistemului liniar - determinarea valorilor proprii neamortizate sau amortizate, determinarea amortizărilor din sistem, etc.

Pachetele de programe dezvoltate permit modelarea suspensiilor primare, secundare, introducerea amortizărilor, suspensii hidraulice sau pneumatice, având caracteristici elastice liniare sau neliniare pe toate direcțiile. Forțele de contact roată - șină pot fi simulate, luând în considerare și neliniaritățile care apar. De asemenea forțele de pseudoalunecare pot fi introduse, utilizând contactul Hertzian, teoria lui Kalker sau algoritmi simplificați dezvoltați pe baza acestei teorii.

Din punctul de vedere al ghidării vehiculului pe șine, pot fi modelate mișcările vehiculului în aliniament, în curbe, rampe sau pante, pentru o diversitate de profile ale roților și căii de rulare. Excitațiile aplicate vehiculului pot fi funcții periodice sau stochastice, descrise în frecvență sau în timp, funcții de deplasare, viteză sau accelerație, precum și alte forțe dinamice (forța vântului, forțe produse de trecerea altor vehicule, efectul de tunel, etc.)

Cele mai cunoscute pachete de programe, care sunt extrem de complexe, dar au și un preț pe măsură, sunt: MEDYNA (Germania), FASIM (Germania), VOCO (Franța), ADAMS (U.S.A.), SIDIVE (Spania), MECANO (Belgia), MADIMO (Olanda) și altele. Cu aceste programe, studiul comportării în regim dinamic prin simulare este deosebit de complex; personal consider că, din acest moment, studiile teoretice au depășit ca și complexitate studiile experimentale, care vor fi însă efectuate pentru validarea modelărilor.

Prezenta teză propune o analiză comparativă și uneori critică a metodelor de studiu pentru determinarea frecvențelor proprii ale vehiculului feroviar și ale răspunsului dinamic al vehiculului la diverse tipuri de excitații, de tip impuls unitar sau sinusoidale. Se pune accent pe studiul oscilațiilor verticale, dar la modelările numerice se vor determina și moduri proprii în plan orizontal. Metodele utilizate în teză sunt cele analitice, operaționale și numerice.

Limitele analizelor cu metode analitice și operaționale sunt legate de studiul oscilațiilor libere și forțate neamortizate și amortizate ale mișcărilor oscilatorii verticale. În cazul utilizării modelelor complexe prin considerarea elasticității structurii și amortizării interne a cutiei, studiul se face pentru excitații periodice sinusoidale, care se datorează unor defecte sistematice fie ale căii de rulare, fie ale

roților vehiculului. Studiile cu metode numerice permit considerarea distribuțiilor nesimetrice de masă, permit considerarea structurilor elastice ale cutiei și boghiurilor; limitele acestor studii sunt legate de utilizarea metodei numai pentru calculul frecvențelor proprii neamortizate ale tuturor mișcărilor oscilatorii ale maselor suspendate, fără a fi luate în considerare mișcările vibratorii structurale ale osiilor vehiculului.

Un prim obiectiv al lucrării este de a determina, în măsura în care sunt posibile comparațiile, diferențele între rezultatele care se obțin utilizând diferite metode de studiu, precum și compatibilitatea cu măsurătorile experimentale.

Prin modul în care se face prezentarea metodelor de lucru, se va încerca să se aducă toate lămuririle necesare pentru înțelegerea aparatului matematic utilizat. De asemenea modelele matematice vor fi prezentate gradual, de la simplu la complex, în cadrul fiecăruia dintre ele urmărind un fir logic și încercând o expunere limpede.

Unul din principalele obiective însă, îl reprezintă încercarea de a realiza un studiu pe de-o parte sintetic, iar pe de altă parte mult mai profund al comportării vibratorii al vehiculului, în speță al tuturor maselor suspendate, cu modele care să conțină un număr de câteva mii de grade de libertate, urmărind modul în care se cuplează mișcările vibratorii structurale ale elementelor care intră în componența vehiculului cu moduri de oscilație datorate suspensiilor.

Studiul vehiculului cu metode analitice se face mai întâi pe un model mecanic cu 9 grade de libertate, pentru evaluarea primară a frecvențelor proprii ale mișcărilor oscilatorii verticale (Cap.2). Pe modele mecanice mult mai complexe, tot analitic, se va studia răspunsul dinamic al vehiculului feroviar la excitații cinematice sinusoidale în fază și în opoziție de fază ale osiilor, dar cu considerarea cutiei vehiculului ca structură elastică cu amortizare internă (Cap.4). Cu metode operaționale, pe modelul mecanic cu 9 grade de libertate se studiază răspunsul dinamic al vehiculului la excitație de tip impuls unitar și excitație sinusoidală a osiilor, luând în considerare amortizările din suspensiile vehiculului (Cap.3). În toate situațiile aflate în studiu teoretic, se efectuează un exemplu de calcul considerând în toate cazurile același vehicul (vagonul de clasă - călători + poștal, export Grecia).

Cea mai importantă parte a tezei (Cap.5 și 6) va fi afectată unor studii realizate cu metoda elementului finit, pentru determinarea modurilor proprii de oscilație ale unor tipuri diverse de vehicule feroviare. După o prezentare teoretică a metodei elementului finit, vor fi prezentate o parte din rezultatele obținute ca urmare a aplicării metodei numerice la calculul dinamic al vehiculului feroviar, aplicațiile fiind legate de vagonul luat anterior în studiu, un tramvai și două tipuri de boghiuri utilizate la tramvai.

CAPITOLUL 2

STUDIUL OSCILAȚIILOR PROPRII VERTICALE ALE VEHICULELOR FERROVIARE, CU METODE ANALITICE

2.1. Considerații generale

Oscilațiile vehiculelor feroviare apar datorită excitațiilor produse de defectele geometrice de nivelment longitudinal, vertical și orizontal ale căii, iar în cazul vehiculelor motoare și datorită funcționării motoarelor și transmisiilor. Acestea influențează negativ calitatea de rulare, siguranța circulației, confortul și rezistența mecanică a vehiculului.

Studiul teoretic al oscilațiilor vehiculelor feroviare s-a făcut pe baza anumitor ipoteze simplificatoare [127], din care cele mai importante s-au considerat:

- vehiculul circulă în aliniament și palier;
- rigiditățile construcției suspendate și nesuspendate sunt considerate infinite, în raport cu rigiditatea arcurilor din suspensii; această ipoteză este foarte importantă, simplificând mult studiul;
- diametrele de rulare ale roților sunt identice;
- viteza de circulație este constantă;
- masele elementelor sunt concentrate într-un punct.

2.2. Studiul oscilațiilor libere verticale ale vehiculului de cale ferată

Admiterea unui model simplificat de calcul al oscilațiilor libere verticale se consideră suficientă în această fază deoarece concluziile care se desprind sunt deosebit de importante în vederea abordării ulterioare a problemei cu metode operaționale, cu metode analitice pe modele matematice mai complexe și cu metoda elementului finit.

Pentru studiu, se consideră 3 ipoteze simplificatoare suplimentare, și anume:

- planul vertical median longitudinal al vehiculului conține axa căii ferate;
- nu se iau în considerare, în cadrul acestui model, deplasările relative longitudinale și transversale ale osiilor față de rama boghiului;

- sarcinile pe osii sunt egale.

S-a stabilit un model mecanic (fig.2.1) care reprezintă un sistem mecanic amortizat cu 9 grade de libertate, definit de următorii parametri:

z_1, z_2 - mișcarea de săltare a boghiului 1, respectiv 2

δ_1, δ_2 - mișcările de galop ale boghiurilor

φ_1, φ_2 - mișcările de ruluu ale boghiurilor

z_3 - mișcarea de săltare a cutiei

δ_3 - mișcarea de galop a cutiei

φ_3 - mișcarea de ruluu a cutiei

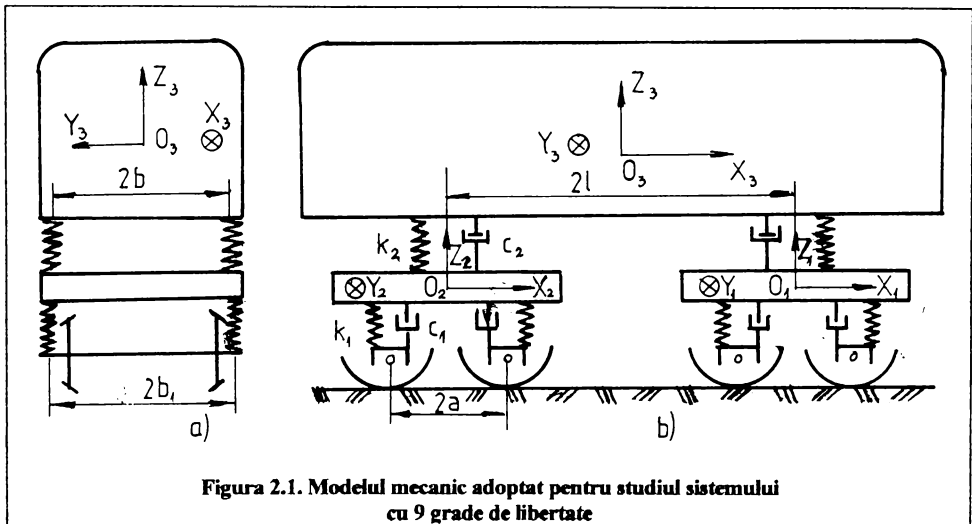


Figura 2.1. Modelul mecanic adoptat pentru studiul sistemului cu 9 grade de libertate

S-au făcut următoarele notații:

$m_1 = m_2$ - masele suspendate ale boghiurilor

m_3 - masa cutiei

$I_{y_1} = I_{y_2}$ - momentele de inerție ale maselor suspendate ale boghiurilor în jurul axei O_1X_1 , respectiv O_2X_2

k_1 - rigiditatea verticală echivalentă a suspensiei primare pe o osie

k_2 - rigiditatea verticală echivalentă a suspensiei secundare pe un boghiu

c_1 - amortizarea suspensiei primare pe o osie

c_2 - amortizarea suspensiei secundare pe un boghiu

$2b_1$ - distanța dintre punctele de suspendare a treptei primare

$2a$ - ampatamentul boghiului

$2l$ - ampatamentul vehiculului

$2b$ - distanța dintre punctele de suspendare a treptei secundare.

Sistemul de ecuații diferențiale ale echilibrului dinamic se simplifică, dacă se introduc coordonatele generalizate q_1, q_2, \dots, q_9 deoarece coordonatele inițiale sunt independente.

$$\begin{aligned}
 q_1 &= z_3 && \text{- săltarea cutiei} \\
 q_2 &= \delta_3 && \text{- galopul cutiei} \\
 q_3 &= \varphi_3 && \text{- ruliul cutiei} \\
 q_4 &= \frac{1}{2}(z_1 + z_2) && \text{- săltarea boghiurilor} \\
 q_5 &= \frac{1}{2}(z_1 - z_2) && \text{- săltarea boghiurilor} \\
 q_6 &= \frac{1}{2}(\delta_1 + \delta_2) && \text{- galopul boghiurilor} \\
 q_7 &= \frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2) && \text{- galopul boghiurilor} \\
 q_8 &= \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) && \text{- ruliul boghiurilor} \\
 q_9 &= \frac{1}{2}(\varphi_1 - \varphi_2) && \text{- ruliul boghiurilor}
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

Se pot scrie următoarele relații :

$$\begin{aligned}
 z_1 &= q_4 + q_5 && z_2 = q_4 - q_5 \\
 \delta_1 &= q_6 + q_7 && \delta_2 = q_6 - q_7 \\
 \varphi_1 &= q_8 + q_9 && \varphi_2 = q_8 - q_9
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Studiul sistemului considerat s-a făcut cu ajutorul ecuațiilor lui Lagrange de speța a 2-a :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial Ec}{\partial q_i} + \frac{\partial Ed}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial Ep}{\partial q_i} = Q_i(t) \tag{2.3}$$

în care:

q_i, \dot{q}_i - coordonatele, respectiv vitezele generalizate ale maselor construcției suspendate a vehiculului;

Ec - energia cinetică;

Ed - energia disipată prin amortizare;

Ep - energia potențială de deformare, înmagazinată în arcurile suspensiei;

$Q_i(t)$ - forța exterioară care acționează asupra sistemului.

Avem că:

$$Ec = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \tag{2.4}$$

$$Ed = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.5)$$

$$Ep = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m k_{ij} q_i q_j \quad (2.6)$$

Vom determina pentru modelul de calcul considerat, Ec , Ed și Ep . Energia cinetică a sistemului se determină cu relația:

$$Ec = Ecsc + Ecsb_1 + Ecsb_2 \quad (2.7)$$

în care: $Ecsc$ - energia cinetică a cutiei

$Ecsb_1, Ecsb_2$ - energia cinetică a maselor suspendate a boghiurilor.

Rezultă :

$$Ec = \frac{1}{2} m_3 \dot{z}_3^2 + \frac{1}{2} I_{x3} \dot{\delta}_3^2 + \frac{1}{2} I_{y3} \dot{\phi}_3^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} I_{x1} \dot{\delta}_1^2 + \frac{1}{2} I_{y1} \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 + \frac{1}{2} I_{x2} \dot{\delta}_2^2 + \frac{1}{2} I_{y2} \dot{\phi}_2^2 \quad (2.8)$$

În coordonate generalizate:

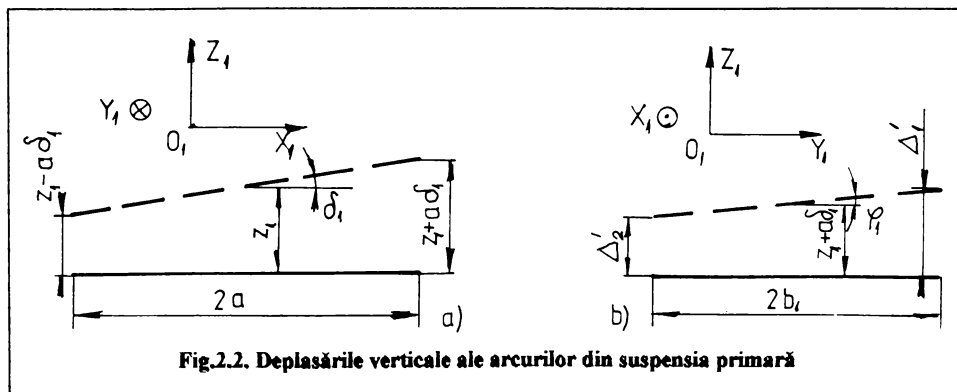
$$Ec = \frac{1}{2} \alpha_{11} \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} \alpha_{22} \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} \alpha_{33} \dot{q}_3^2 + \frac{1}{2} \alpha_{44} \dot{q}_4^2 + \frac{1}{2} \alpha_{55} \dot{q}_5^2 + \frac{1}{2} \alpha_{66} \dot{q}_6^2 + \frac{1}{2} \alpha_{77} \dot{q}_7^2 + \frac{1}{2} \alpha_{88} \dot{q}_8^2 + \frac{1}{2} \alpha_{99} \dot{q}_9^2 \quad (2.9)$$

în care:

$$\alpha_{11} = m_3; \quad \alpha_{22} = I_{y3}; \quad \alpha_{33} = I_{x3}; \quad \alpha_{44} = \alpha_{55} = 2m_1; \quad (2.10)$$

$$\alpha_{66} = \alpha_{77} = 2I_{y1}; \quad \alpha_{88} = \alpha_{99} = 2I_{x1}$$

Energia potențială a sistemului se calculează pentru fiecare boghiu, respectiv pentru cutia vehiculului. În figurile 2.2.a și 2.2.b se dau deplasările arcurilor suspensiei primare, necesare pentru calculul energiei potențiale a unui boghiu:



Deformațiile suspensiei primare rezultă acum:

$$\begin{aligned}\Delta_1^I &= z_1 + a\delta_1 + b_1\varphi_1 \\ \Delta_2^I &= z_1 + a\delta_1 - b_1\varphi_1 \\ \Delta_3^I &= z_1 - a\delta_1 + b_1\varphi_1 \\ \Delta_4^I &= z_1 - a\delta_1 - b_1\varphi_1\end{aligned}\quad (2.11)$$

Pentru boghiul al doilea, deformațiile au expresii analoge.

Pentru un boghiu, energia potențială este:

$$E_{pb1} = \frac{1}{2}2k_1z_1^2 + \frac{1}{2}2k_1a^2\delta_1^2 + \frac{1}{2}2k_1b_1^2\varphi_1^2 \quad (2.12)$$

$$E_{pb2} = \frac{1}{2}2k_1z_2^2 + \frac{1}{2}2k_1a^2\delta_2^2 + \frac{1}{2}2k_1b_1^2\varphi_2^2 \quad (2.13)$$

Pentru ambele boghiuri, energia potențială devine:

$$E_{pb} = \frac{1}{2}2k_1(z_1^2 + z_2^2) + \frac{1}{2}2k_1a^2(\delta_1^2 + \delta_2^2) + \frac{1}{2}2k_1b_1^2(\varphi_1^2 + \varphi_2^2) \quad (2.14)$$

Deoarece:

$$\begin{aligned}z_1^2 + z_2^2 &= 2(q_4^2 + q_5^2) \\ \delta_1^2 + \delta_2^2 &= 2(q_6^2 + q_7^2) \\ \varphi_1^2 + \varphi_2^2 &= 2(q_8^2 + q_9^2)\end{aligned}\quad (2.15)$$

Rezultă:

$$\begin{aligned}E_{pb} &= \frac{1}{2}4k_1q_4^2 + \frac{1}{2}4k_1q_5^2 + \frac{1}{2}4k_1a^2q_6^2 + \frac{1}{2}4k_1a^2q_7^2 + \\ &\quad \frac{1}{2}4k_1b^2q_8^2 + \frac{1}{2}4k_1b^2q_9^2\end{aligned}\quad (2.16)$$

Energia potențială a cutiei (E_{pc}) s-a evaluat prin considerarea deformațiilor arcurilor suspensiei secundare, așa cum rezultă din fig.2.3.a și 2.3.b.

Rezultă deformațiile arcurilor:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= z_3 + l\delta_3 + b\varphi_3 - z_1 - b_1\varphi_1 \\ \Delta_2 &= z_3 + l\delta_3 - b\varphi_3 - z_1 + b_1\varphi_1 \\ \Delta_3 &= z_3 - l\delta_3 + b\varphi_3 - z_1 - b_1\varphi_1 \\ \Delta_4 &= z_3 - l\delta_3 - b\varphi_3 - z_1 + b_1\varphi_1\end{aligned}\quad (2.17)$$

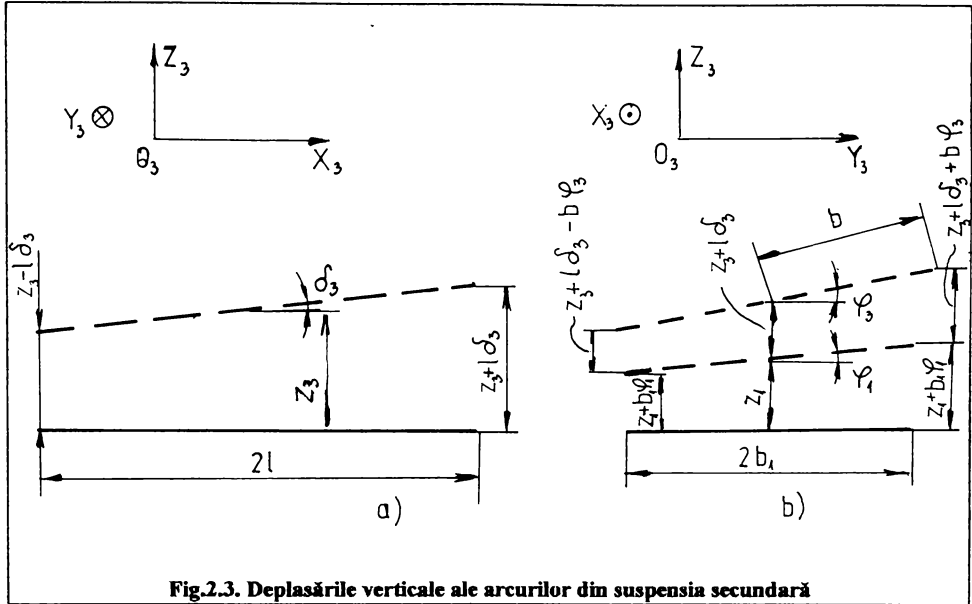


Fig.2.3. Deplasările verticale ale arcurilor din suspensia secundară

Energia potențială a cutiei are expresia:

$$\begin{aligned}
 E_{pc} = & \frac{1}{2} 2k_2 z_3^2 + \frac{1}{2} 2k_2 l^2 \delta_3^2 + \frac{1}{2} 2k_2 b^2 \varphi_3^2 + \frac{1}{2} k_2 (z_1^2 + z_2^2) + \\
 & \frac{1}{2} k_2 b^2 (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) - \frac{1}{2} 2k_2 z_3 (z_1 + z_2) - \\
 & \frac{1}{2} 2k_2 l \delta_3 (z_1 - z_2) - \frac{1}{2} 2k_2 b b_1 \varphi_3 (\varphi_1 + \varphi_2)
 \end{aligned} \quad (2.18)$$

În coordonate generalizate, ținând seama de relațiile (2.1) și (2.15), energia potențială a cutiei rezultă:

$$\begin{aligned}
 E_{pc} = & \frac{1}{2} 2k_2 q_1^2 + \frac{1}{2} 2k_2 l^2 q_2^2 + \frac{1}{2} 2k_2 b^2 q_3^2 + \frac{1}{2} 2k_2 q_4^2 + \frac{1}{2} 2k_2 q_5^2 + \\
 & \frac{1}{2} 2k_2 b_1^2 q_8^2 + \frac{1}{2} 2k_2 b_1^2 q_9^2 - 2k_2 q_1 q_4 - 2k_2 l q_2 q_5 - 2k_2 b b_1 q_3 q_8
 \end{aligned} \quad (2.19)$$

Energia potențială a întregului sistem are forma:

$$\begin{aligned}
 E_p = & \frac{1}{2} \gamma_{11} q_1^2 + \frac{1}{2} \gamma_{22} q_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_{33} q_3^2 + \frac{1}{2} \gamma_{44} q_4^2 + \frac{1}{2} \gamma_{55} q_5^2 + \\
 & \frac{1}{2} \gamma_{66} q_6^2 + \frac{1}{2} \gamma_{77} q_7^2 + \frac{1}{2} \gamma_{88} q_8^2 + \frac{1}{2} \gamma_{99} q_9^2 + \\
 & \gamma_{14} q_1 q_4 + \gamma_{25} q_2 q_5 + \gamma_{38} q_3 q_8
 \end{aligned} \quad (2.20)$$

în care:

$$\begin{aligned}
 \gamma_{11} &= 2k_2; & \gamma_{22} &= 2k_2l^2; & \gamma_{33} &= 2k_2b^2; \\
 \gamma_{44} &= \gamma_{55} = 4k_1 + 2k_2; & \gamma_{66} &= \gamma_{77} = 4k_1a^2; \\
 \gamma_{88} &= \gamma_{99} = 4k_1b_1^2 + 2k_2b^2; \\
 \gamma_{14} &= -2k_2; & \gamma_{25} &= -2k_2l; & \gamma_{38} &= -2k_2bb_1;
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Energia disipată s-a calculat considerând că forțele de frecare vâscoasă din amortizoare sunt proporționale cu viteza. Energia disipată se poate obține direct din expresia energiei potențiale prin înlocuirea coordonatelor generalizate q_i cu vitezele generalizate \dot{q}_i și rigiditățile arcurilor prin coeficienții de amortizare corespunzători.

Rezultă:

$$\begin{aligned}
 Ed &= \frac{1}{2}\beta_{11}\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\beta_{22}\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}\beta_{33}\dot{q}_3^2 + \frac{1}{2}\beta_{44}\dot{q}_4^2 + \frac{1}{2}\beta_{55}\dot{q}_5^2 + \\
 &\quad \frac{1}{2}\beta_{66}\dot{q}_6^2 + \frac{1}{2}\beta_{77}\dot{q}_7^2 + \frac{1}{2}\beta_{88}\dot{q}_8^2 + \frac{1}{2}\beta_{99}\dot{q}_9^2 + \\
 &\quad \beta_{14}\dot{q}_1\dot{q}_4 + \beta_{25}\dot{q}_2\dot{q}_5 + \beta_{38}\dot{q}_3\dot{q}_8
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

în care:

$$\begin{aligned}
 \beta_{11} &= 2c_2; & \beta_{22} &= 2c_2l^2; & \beta_{33} &= 2c_2b^2; \\
 \beta_{44} &= \beta_{55} = 4c_1 + 2c_2; & \beta_{66} &= \beta_{77} = 4c_1a^2; \\
 \beta_{88} &= \beta_{99} = 4c_1b_1^2 + 2c_2b^2; \\
 \beta_{14} &= -2c_2; & \beta_{25} &= -2c_2l; & \beta_{38} &= -2c_2bb_1;
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Prin înlocuire în ecuațiile lui Lagrange se obține sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \alpha_{11}\ddot{q}_1 + \beta_{11}\dot{q}_1 + \beta_{14}\dot{q}_4 + \gamma_{11}q_1 + \gamma_{14}q_4 = 0 \\ \alpha_{44}\ddot{q}_4 + \beta_{44}\dot{q}_4 + \beta_{14}\dot{q}_1 + \gamma_{44}q_4 + \gamma_{14}q_1 = 0 \end{cases} \tag{2.24}$$

$$\begin{cases} \alpha_{22}\ddot{q}_2 + \beta_{22}\dot{q}_2 + \beta_{25}\dot{q}_5 + \gamma_{22}q_2 + \gamma_{25}q_5 = 0 \\ \alpha_{55}\ddot{q}_5 + \beta_{55}\dot{q}_5 + \beta_{25}\dot{q}_2 + \gamma_{55}q_5 + \gamma_{25}q_2 = 0 \end{cases} \tag{2.25}$$

$$\begin{cases} \alpha_{33}\ddot{q}_3 + \beta_{33}\dot{q}_3 + \beta_{38}\dot{q}_8 + \gamma_{33}q_3 + \gamma_{38}q_8 = 0 \\ \alpha_{88}\ddot{q}_8 + \beta_{88}\dot{q}_8 + \beta_{38}\dot{q}_3 + \gamma_{88}q_8 + \gamma_{38}q_3 = 0 \end{cases} \tag{2.26}$$

$$\alpha_{66}\ddot{q}_6 + \beta_{66}\dot{q}_6 + \gamma_{66}q_6 = 0 \tag{2.27}$$

$$\alpha_{77}\ddot{q}_7 + \beta_{77}\dot{q}_7 + \gamma_{77}q_7 = 0 \quad (2.28)$$

$$\alpha_{99}\ddot{q}_9 + \beta_{99}\dot{q}_9 + \gamma_{99}q_9 = 0 \quad (2.29)$$

Sistemele de ecuații (2.24)...(2.29) ne conduc la câteva concluzii importante la analiza vibrațiilor proprii verticale ale vehiculelor feroviare:

mișcarea de săltare a cutiei este cuplată cu mișcarea de săltare a boghiurilor (2.24)

mișcarea de galop a cutiei este cuplată cu mișcările de săltare a boghiurilor (2.25)

mișcarea de ruluu a cutiei este cuplată cu mișcările de ruluu a boghiurilor (2.26)

mișcările de galop a boghiurilor sunt independente - relațiile (2.27) și (2.28).

mișcările independente de ruluu ale boghiurilor sunt date de (2.29).

Scopul prezentării acestui model de calcul este de a arăta modul în care se cuplează mișcările oscilatorii verticale ale unui vehicul de cale ferată cu două trepte de suspensie.

Este important de a arăta că mișcările de ruluu a boghiurilor se manifestă atât cuplate cu mișcarea de ruluu a cutiei, cât și separat dată de ecuația (2.29).

De asemenea mișcările de săltare a boghiurilor se manifestă atât cuplate cu mișcarea de săltare a cutiei (dată de sistemul 2.24), cât și cuplate cu mișcarea de galop a cutiei (dată de sistemul 2.25). Evident frecvențele la care boghiurile execută cu preponderență această mișcare de săltare sunt diferite, dar diferența este, așa cum se va vedea, foarte mică.

2.3. Determinarea modurilor proprii de oscilație verticale ale unui vagon de clasă

2.3.1. Caracteristici generale ale vagonului de clasă luat pentru studiu

Vagonul de clasă export Grecia realizat la Intreprinderea de Vagoane ASTRA -Arad considerat pentru studiu este destinat transportului călătorilor și a bagajelor într-un spațiu special amenajat. Dintre caracteristicile constructive și funcționale vom aminti:

- lungimea peste tampoane	26400 mm
- lățimea exterioară a cutiei	2825 mm
- înălțimea de la șină la coroana acoperișului	4050 mm
- ampatamentul boghiului	2500 mm
- ampatamentul vagonului	19000 mm
- sarcina maximă pe osie	18 tf
- viteza maximă de circulație	160 km/h
- tara vagonului	43 tf

Vagonul este echipat cu boghiuri Minden-Deutz modificate pe partea de suspensii și pe partea de frână (frână disc). Legătura dintre cutie și boghiuri se face prin intermediul unei traverse dansante, pe care se află crapodina plană și suspensia secundară a vehiculului, alcătuită din 2 grupuri de câte 3 arcuri elicoidale concentrice pe punct de suspensie. Suspensia primară, amplasată între osia montată și rama boghiului este formată din 2 grupuri a câte 2 arcuri elicoidale concentrice pentru fiecare punct de suspensie (cutie de osie).

Scheletul metalic și șasiul cutiei vehiculului sunt parte din structura de rezistență a vagonului. Scheletul are în componere stâlpi în formă de Z de grosime de 2.5 mm, centuri inferioare și superioare în formă de U; peste centura superioară se sudează acoperișul executat din profile Z, cu legături de rigidizare. Tabla învelișului exterior al pereților laterali are grosimea de 2 mm, iar tabla de acoperiș are grosimea de 1.5 mm.

Șasiul este construit în principal din profile U300 și U200, fiind prevăzut și cu posibilitatea de montare a cuplei automate.

2.3.2. Caracteristicile suspensiilor vehiculului

În treapta secundară de suspensie, vagonul este prevăzut cu 2 grupuri a câte 3 arcuri elicoidale pe punct de suspensie, având rigiditățile:

- arc exterior $k_{es} = 243.31 \text{ N/mm}$
- arc mediu $k_{ms} = 104.82 \text{ N/mm}$
- arc interior $k_{is} = 176.05 \text{ N/mm}$

În treapta primară, pe fiecare cutie de osie sunt prevăzute 2 grupuri a câte 2 arcuri elicoidale, având rigiditățile:

- arc exterior $k_{ep} = 324.67 \text{ N/mm}$
- arc interior $k_{ip} = 462.96 \text{ N/mm}$

Arcurile dintr-un grup lucrează în paralel, după cum arcurile de pe un punct de suspendare lucrează de asemenea în paralel. Ținând seama de aceste considerente, rigiditatea echivalentă a suspensiilor rezultă:

- rigiditatea echivalentă a suspensiei primare pe o osie: $k_1 = 3150 \text{ N/mm}$
- rigiditatea echivalentă a suspensiei secundare pe boghiu: $k_2 = 2096.7 \text{ N/mm}$

2.3.3. Masele suspendate ale cutiei și boghiurilor

Masa suspendată a boghiului reprezintă diferența dintre masa totală a acestuia și masa osiilor montate, a cutiilor de osie și a traversei dansante care din punctul de vedere al oscilațiilor aparține cutiei vehiculului și va fi considerată ca atare. Se menționează că unul din boghiuri este prevăzut cu generator de curent în greutate de 224 kg, generator care va produce modificări în comportarea oscilatorie a vagonului, deoarece frecvențele de oscilație ale boghiurilor vor diferi.

Masa boghiului fără generator (boghiul ușor) este deci $m_{bu} = 2376 \text{ kg}$, masa boghiului prevăzut cu generator (boghiul greu) este $m_{bg} = 2600 \text{ kg}$.

Masa cutiei vagonului, ținând seama și de observațiile privind traversele dansante a fost calculată rezultând $m_{vg} = 31075 \text{ kg}$ în regim gol și $m_{ci} = 41075 \text{ kg}$.

Studiul oscilațiilor proprii verticale neamortizate ale vehiculului va fi făcut pentru stabilirea frecvențelor proprii ale celor două boghiuri cu masă diferită, precum și pentru diverse grade de încărcare ale vagonului.

2.3.4. Determinarea momentelor de inerție masice ale cutiei și boghiurilor

Pentru calculul momentelor de inerție ale cutiei, respectiv boghiurilor în raport cu axele unui sistem cartezian cu originea plasată în centrele de masă ale elementelor studiate este necesar să fie cunoscute și dimensiunile constructive (fig. 2.4. a și b).

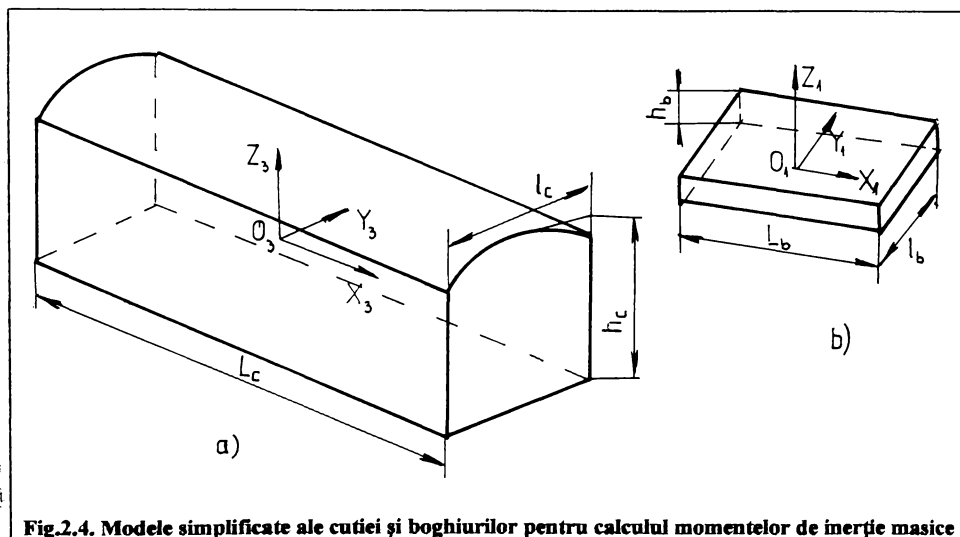


Fig.2.4. Modele simplificate ale cutiei și boghiurilor pentru calculul momentelor de inerție masice

Calculul care se efectuează în cadrul acestui capitol au fost introduse numai pentru a avea o idee preliminară asupra comportării în regim vibratoriu a vehiculului. Evaluarea momentelor de inerție se va face cu formule simplificate [128] care însă permit un calcul al frecvențelor proprii cu bună aproximație. Modelele de calcul care vor fi prezentate în capitolele următoare sunt mult mai complexe și se vor determina răspunsurile dinamice la diverse tipuri de excitații, respectiv modurile proprii de vibrație cu metoda elementului finit, caz în care cele mai restrictive ipoteze simplificatoare vor fi eliminate.

Parametri constructivi utilizați în calculul momentelor de inerție masice:

- lungimea exterioră a cutiei între pereții frontali $L_c = 26.1 \text{ m}$
- lățimea exterioră a cutiei $l_c = 2.825 \text{ m}$
- înălțimea cutiei $h_c = 3.0 \text{ m}$
- lungimea exterioră a boghiului peste traversele frontale $L_b = 4.09 \text{ m}$
- lățimea maximă a boghiului $l_b = 2.2 \text{ m}$
- înălțimea maximă a părții suspendate a boghiului $h_b = 0.45 \text{ m}$

Momentele de inerție masice se calculează cu:

$$I_x = \frac{1}{12} m (h^2 + l^2) \quad [kgm^2] \quad (2.30)$$

$$I_y = \frac{1}{12} m(h^2 + L^2) \quad [\text{kgm}^2] \quad (2.31)$$

$$I_z = \frac{1}{12} m(L^2 + l^2) \quad [\text{kgm}^2] \quad (2.32)$$

Valorile momentelor de inerție masice în raport cu axele OX și OY, pentru cazul vagonului gol și maxim încărcat, pentru cutie și pentru cele două boghiuri sunt centralizate în tabelul 2.1.

Tabel 2.1.

Moment de inerție masic	Cutie regim gol [kgm ²]	Cutie regim încărcat [kgm ²]	Boghiu fără generator [kgm ²]	Boghiu cu generator [kgm ²]
I _x	43900	58030	998	1092
I _y	1787356	2362530	3353	3670

2.3.5. Calculul oscilațiilor cuplate de săltare ale cutiei cu săltarea boghiurilor

Așa cum rezultă din analiza efectuată în primul capitol, oscilațiile de săltare ale cutiei se manifestă cuplate cu cele de săltare ale boghiurilor, sistemul de ecuații diferențiale (2.24) descriind aceste mișcări. Studiul oscilațiilor neamortizate se va face pe modelul cu 2 grade de libertate prezentat în fig. 2.5.

În figură s-au notat:

m_b - masa boghiului

m_c - masa cutiei

$k_p = 2 k_1$ - rigiditatea echivalentă a suspensiei primare pe un boghiu

$k_s = k_2$ - rigiditatea echivalentă a suspensiei secundare pe un boghiu

Se vor utiliza ecuațiile lui Lagrange de speța a doua, date de relația (2.3), particularizate pentru acest caz, în care:

$$E_c = \frac{1}{2} m_b \dot{z}_b^2 + \frac{1}{2} m_c \dot{z}_c^2 \quad (2.33)$$

$$E_p = \frac{1}{2} (k_p + k_s) z_b^2 + \frac{1}{2} k_s z_c^2 - k_s z_b z_c \quad (2.34)$$

După efectuarea derivatelor și înlocuirea în ecuațiile lui Lagrange se va obține un sistem de ecuații diferențiale de ordinul doi, de forma:

$$\begin{cases} m_b \ddot{z}_b + (k_p + k_s) z_b - k_s z_c = 0 \\ m_c \ddot{z}_c + 2k_s z_c - 2k_s z_b = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

Admițând pentru z_b și z_c soluții armonice cu pulsația ω și efectuând înlocuirile în sistemul (2.35) se obține un sistem linear omogen care, pentru a admite soluții nebanale trebuie să aibă determinantul caracteristic nul. Se obține o ecuație bipătrată în ω (pulsația mișcării oscilatorii), care are forma:

$$\omega^4 - 2 \left[\frac{k_p + k_s}{2m_b} + \frac{k_s}{m_c} \right] \omega^2 + \frac{2k_p k_s}{m_b m_c} = 0 \quad (2.36)$$

Pulsațiile mișcărilor boghiului ω_b și ale cutiei ω_c se determină cu:

$$\omega_{b,c} = \sqrt{\left[\frac{k_p + k_s}{2m_b} + \frac{k_s}{m_c} \right] \pm \sqrt{\left[\frac{k_p + k_s}{2m_b} + \frac{k_s}{m_c} \right]^2 - \frac{2k_p k_s}{m_b m_c}}} \quad (2.37)$$

Soluția cu semnul "+" sub radical reprezintă pulsația mișcării oscilatorii preponderente de săltare a boghiului cuplată cu mișcarea de săltare a cutiei, iar pulsația mai mică (semnul "-" sub radical) reprezintă pulsația proprie de săltare a cutiei. Vor fi calculate valorile acestor pulsații, precum și frecvențele corespunzătoare pentru diverse stări de încărcare analizând totodată influența prezenței generatorului pe unul din boghiuri.

2.3.6. Calculul oscilațiilor cuplate de galop al cutiei cu cele de săltare a boghiurilor.

Cuplarea vibrațiilor de galop a cutiei cu cele de săltare a boghiurilor este descrisă de sistemul de ecuații diferențiale (2.25). Studiul mișcării se face pe un model cu două grade de libertate prezentat în fig.2.6. Masele suspendate ale boghiurilor execută o mișcare de translație în lungul axei verticale OZ (z_b), iar cutia execută o mișcare de rotație în jurul axei transversale OY (δ_c).

Calculul se conduce în mod analog cu cel prezentat la studiul mișcării cuplate de săltare a cutiei cu săltarea boghiurilor, evident particularizându-se expresiile energiilor cinetice și potențiale ce intervin în ecuațiile lui Lagrange.

$$\omega'_{b,c} = \sqrt{\left[\frac{k_p + k_s}{2m_b} + \frac{k_s l^2}{I_{cy}} \right] \pm \sqrt{\left[\frac{k_p + k_s}{2m_b} + \frac{k_s l^2}{I_{cy}} \right]^2 - \frac{2k_p k_s l^2}{m_b I_{cy}}} \quad (2.38)$$

În relația (2.38) cu "l" s-a notat semiampatamentul vagonului. Valoarea cea mai mare a pulsației corespunde mișcării oscilatorii de săltare a boghiurilor, iar valoarea mai mică va corespunde mișcării oscilatorii de galop a cutiei vehiculului. Deoarece formulele (2.37) și (2.38) nu sunt identice va rezulta că mișcarea de săltare a boghiurilor ca mișcare preponderentă va apărea la frecvențe diferite rezultate pe de-o parte din cuplarea cu mișcarea de săltare a cutiei, iar pe de altă parte cu mișcarea de galop a cutiei.

2.3.7. Calculul oscilațiilor cuplate de ruluu al cutiei cu cele de ruluu a boghiurilor

Mișcarea de ruluu analizată numai din cadrul modelului de calcul cu 9 grade de libertate rezultă pe de-o parte ca o mișcare cuplată de ruluu al cutiei cu ruluu de boghiuri, iar pe de altă parte ca o mișcare separată de ruluu a boghiurilor. Modelul de calcul prezentat în fig. 2.7. analizează mișcarea de ruluu cuplată, descrisă de

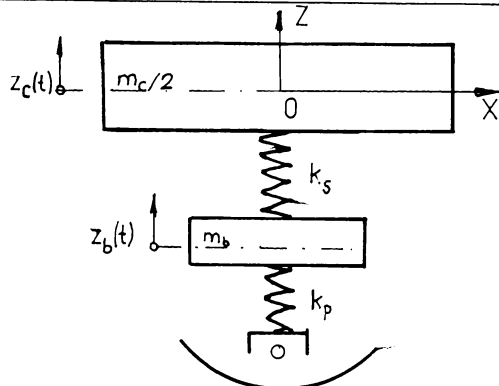


Fig.2.5. Model mecanic simplificat pentru studiul oscilațiilor libere de săltare cutie și săltare boghiuri

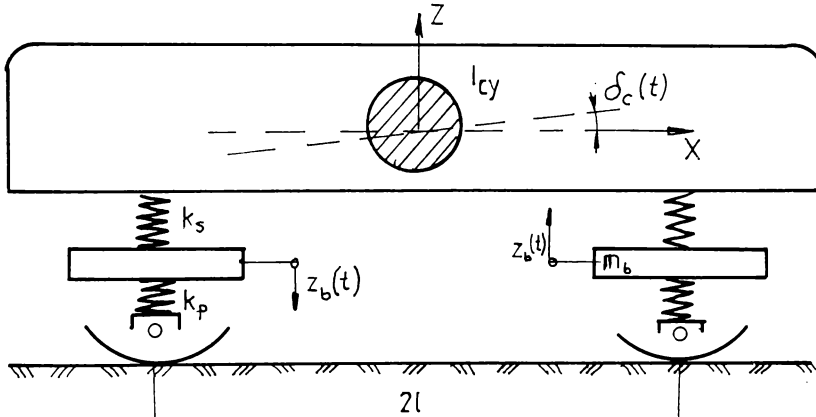


Fig.2.6. Model mecanic simplificat pentru studiul oscilațiilor libere de galop cutie și săltare boghiuri

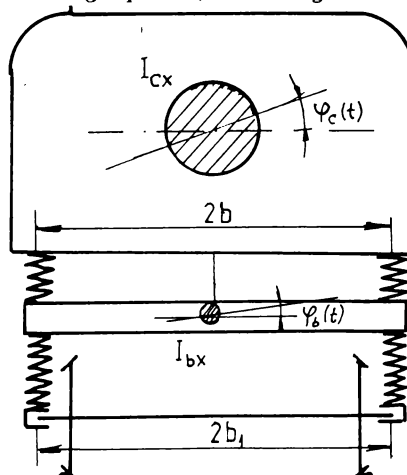


Fig.2.7. Model mecanic simplificat pentru studiul oscilațiilor libere de rului cutie și rului boghiuri

sistemul de ecuații diferențiale (2.26). Ca urmare, pulsațiile se vor calcula după aceeași metodologie, formula particularizată fiind:

$$\omega'_{bc} = \sqrt{\left[\frac{k_p b_l^2 + k_s b^2}{2I_{bx}} + \frac{k_s b^2}{I_{cx}} \right]} \pm \sqrt{\left[\frac{k_p b_l^2 + k_s b^2}{2I_{bx}} + \frac{k_s b^2}{I_{cx}} \right]^2 - \frac{2k_p k_s b_l^2 b^2}{I_{cx} I_{bx}}} \quad (2.39)$$

Așa cum s-a precizat și în cazul mișcărilor oscilatorii anterior tratate, ruliul de cutie preponderent se va manifesta cu pulsația cea mai scăzută, iar ruliul de boghiu se va manifesta la frecvența mai mare.

2.3.8. Calculul oscilațiilor de galop ale boghiurilor

Galopul de boghiu se manifestă ca o mișcare decuplată în raport cu celelalte mișcări oscilatorii verticale ale cutiei și boghiurilor și este descrisă de ecuațiile diferențiale (2.27) și (2.28). Modelul mecanic simplificat de calcul se reduce la studiul unui sistem cu 1 grad de libertate care reprezintă rotirea boghiului în raport cu o axă transversală ce trece prin centrul de masă al acestuia (fig.2.8). Valoarea pulsației galopului de boghiuri rezultă cu relația:

$$\omega_{\delta} = \sqrt{\frac{k_p a^2}{I_{by}}} \quad (2.40)$$

în care "a" reprezintă jumătate din ampatamentul boghiului.

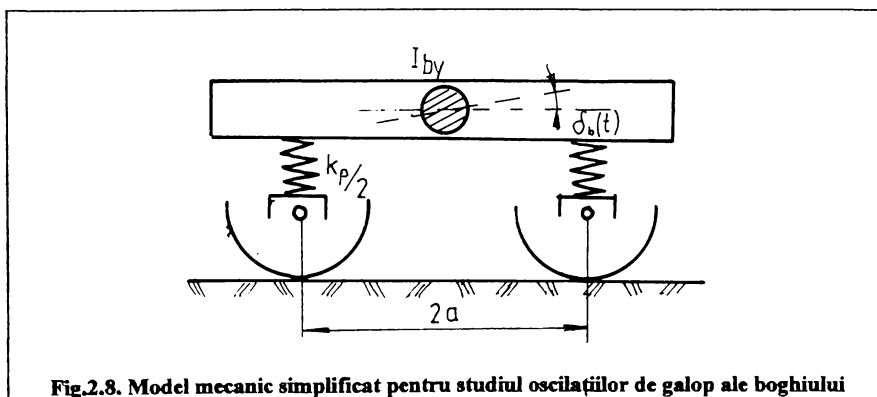
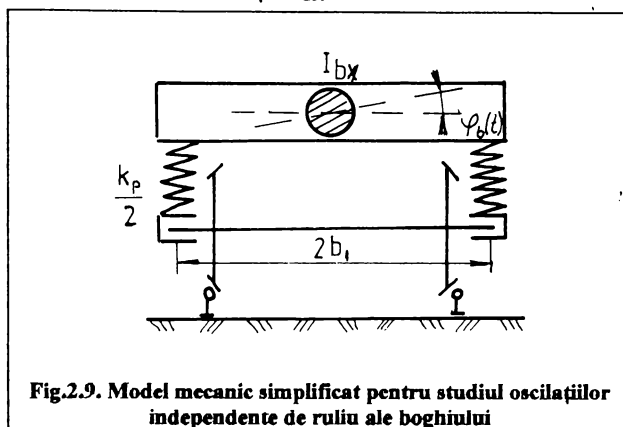


Fig.2.8. Model mecanic simplificat pentru studiul oscilațiilor de galop ale boghiului

2.3.9. Calculul oscilațiilor de ruliu ale boghiurilor

Ecuația diferențială (2.29) descrie o mișcare de ruliu a boghiurilor necuplată cu mișcarea de ruliu a cutiei. Analiza acestei mișcări conduce la un model simplificat cu un grad de libertate care reprezintă rotirea masei suspendate a boghiului în raport cu axa longitudinală (în lungul căii de rulare) a boghiului (fig.2.9).

$$\omega_{\phi b} = \sqrt{\frac{k_p b_l^2}{I_{bx}}} \quad (2.41)$$



2.3.10. Determinarea frecvențelor proprii ale oscilațiilor verticale ale vehiculului

Pentru a avea o imagine mai amplă asupra comportării dinamice a vehiculului, s-au calculat frecvențele proprii pentru vagonul gol și încărcat, respectiv pentru cazul boghiului cu generator de curent, respectiv pentru cel fără generator. Calculele au fost sistematizate în tabelul 2.2.

Tabel 2.2.

Elementul structural considerat	Mișcarea vibratorie	Frecvența (vagon gol) [Hz]	Frecvența (vagon maxim încărcat) [Hz]	Obs
cutie	săltare cutie cu săltare boghiuri	1.593	1.387	
	galop cutie cu săltare boghiuri	1.989	1.734	
	ruliu cutie cu ruliu boghiuri	1.345	1.170	
boghiu cu generator	săltare cutie cu săltare boghiu	9.093	9.081	
	galop cutie cu săltare boghiu	9.122	9.103	
	ruliu cutie cu ruliu boghiu	13.975	13.970	
	galop boghiu	8.243	8.243	
	ruliu boghiu	12.086	12.086	
boghiu fără generator	săltare cutie cu săltare boghiu	9.508	9.496	
	galop cutie cu săltare boghiu	9.535	9.517	
	ruliu cutie cu ruliu boghiu	14.617	14.612	
	galop boghiu	8.623	8.623	
	ruliu boghiu	12.643	12.643	

În figura 2.10. sunt date variațiile frecvențelor proprii în raport cu gradul de încărcare a vagonului.

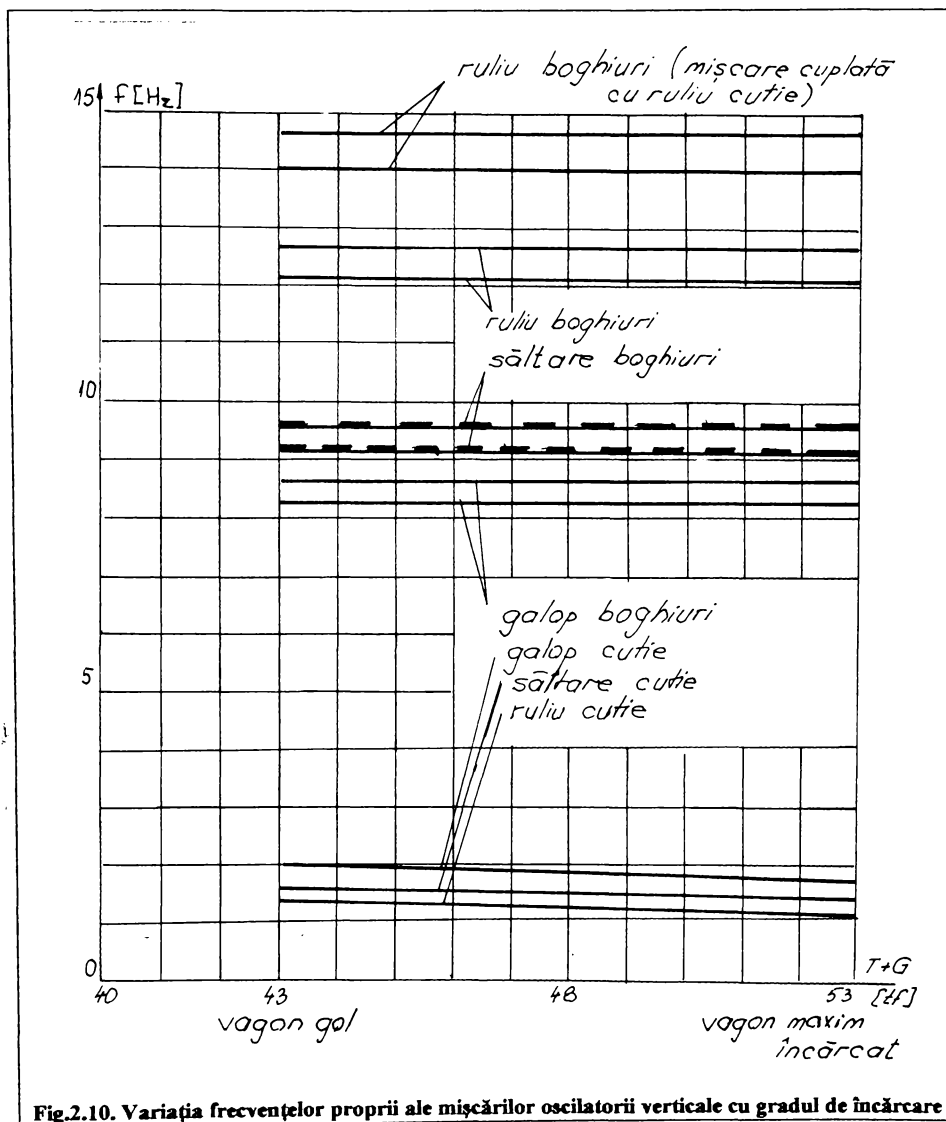


Fig.2.10. Variația frecvențelor proprii ale mișcărilor oscilatorii verticale cu gradul de încărcare

2.4. Concluzii

Analizând datele conținute în tabelul 2.2. și figura 2.10. se constată în primul rând că frecvențele boghiului cu generator sunt cu ceva mai mici decât cele ale boghiului fără generator, și aceasta datorită masei mai mari. Frecvențele de oscilație ale cutiei nu sunt afectate de această diferență de masă a boghiurilor vehiculului.

Frecvențele proprii de oscilație ale boghiurilor nu sunt afectate de gradul de încărcare, nici chiar cele cuplate cu mișcările cutiei.

Frecvențele proprii verticale (săltare, galop și rului) ale cutiei sunt dependente de gradul de încărcare a vagonului, ele scăzând cu creșterea masei. Variația nu este tocmai liniară deoarece termenii "masa cutiei" și "momentele de inerție masice" apar la numitorul unor fracții sub radical. Deoarece masa încărcăturii reprezintă numai 25 % din masa totală a cutiei vagonului maxim încărcat, scăderea frecvențelor proprii nu este foarte mare, lucru care nu se întâmplă la vehicule feroviare urbane la care greutatea utilă este adeseori egală cu greutatea cutiei.

Cutia vehiculului are frecvențe proprii între 1.34 - 2 Hz la vagonul gol și între 1.17 - 1.73 Hz la vagonul maxim încărcat. Trebuie arătat de la început că aceste frecvențe au valori destul de ridicate în raport cu realizările actuale moderne la care frecvența de săltare cutie se situează în jurul valorii de 1 Hz. De asemenea galopul de cutie are frecvență ridicată afectând în primul rând confortul călătorilor.

Mișcările boghiurilor, datorită amplasării unor arcuri prea rigide în suspensia primară, sunt de asemenea cu frecvențe ridicate. Interesantă este apariția mișcării de galop a boghiurilor înaintea mișcării de săltare. Se remarcă o foarte mică diferență între frecvența de săltare a boghiurilor provenită din cuplarea acestei mișcări cu cea de săltare a cutiei și frecvența de săltare a boghiurilor provenită din cuplarea acestei mișcări cu cea de galop a cutiei.

Mișcările de rului ale boghiurilor însă au frecvențe sensibil diferite atunci când sunt necuplate, față de situația în care apar cuplate cu cele de rului ale cutiei.

Prezentul studiu a avut ca scop declarat determinarea sistematică cu bună aproximație a frecvențelor proprii de oscilație verticale ale vehiculului. Acesta este motivul pentru care calculul momentelor de inerție s-a făcut cu formule simplificate. De asemenea, ipoteza cea mai importantă, dar și cea mai restrictivă, pe care s-a bazat studiul este că elementele structurale ale vagonului (cutia și ramele de boghiuri) sunt cu rigiditate infinită în raport cu rigiditatea arcurilor din suspensii și întreaga masă a elementului considerat este concentrată în centrul de masă.

Studii actuale, mai ales cele efectuate în Franța pentru TGV și Eurostar și în Germania pentru ICE (pentru realizarea celor mai performante vehicule care rulează pe cale ferată clasică) au demonstrat că frecvențele proprii fundamentale de vibrație structurale ale cutiilor (caroseriilor) vehiculelor de cale ferată au valori cuprinse între 7 - 13 Hz. Acest lucru arată că la unele vehicule la care nu sunt luate măsuri corespunzătoare, una sau mai multe din mișcările vibratorii a structurii cutiei se poate suprapune peste mișcările vibratorii ale boghiurilor datorate suspensiei primare. Cea mai mare parte a acestei teze este dedicată acestei problematici, extrem de complexe, pentru care nu a fost găsită încă o rezolvare completă.

De asemenea studiile ce vor fi făcute în capitolele următoare vor arăta și faptul că în prezent proiectarea suspensiilor vehiculelor feroviare nu se mai poate face numai pe baza formulelor prezentate în acest capitol, ci trebuie considerate ca atare toate elementele care contribuie la realizarea unui vehicul stabil din punct de vedere dinamic și care să asigure un confort corespunzător al călătorilor.

CAPITOLUL 3

DETERMINAREA RĂSPUNSULUI DINAMIC

VERTICAL AL VEHICULULUI FEROVIAIAR,

CU METODE OPERAȚIONALE

3.1. Generalități

Studiul oscilațiilor forțate ale unui sistem mecanic reprezintă studiul comportării sistemului sub acțiunea unei forțe externe dependente de timp. Pentru introducerea noțiunilor vom aborda un sistem cu un grad de libertate, solicitat cu o forță armonică, urmărind să se determine soluția în regim staționar, după terminarea procesului tranzitoriu, a ecuației:

$$M\ddot{x}(t) + M\Gamma\dot{x}(t) + M\omega_0^2 x(t) = F_0 \cos(\omega t) \quad (3.1)$$

în care: Γ - constanta de amortizare pe unitatea de masă
 ω_0^2 - pulsația proprie a sistemului amortizat
 F_0 - amplitudinea forței perturbatoare
 M - masa corpului
 $x(t)$ - funcția de deplasare

Amplitudinea oscilațiilor este proporțională cu amplitudinea forței externe, iar constanta de fază se află într-o anumită relație cu faza forței perturbatoare. Descrierea soluției se va face acum în funcție de 2 amplitudini A_{ab} și A_{el} alese în mod convenabil, soluția staționară fiind de forma:

$$x_s(t) = A_{ab} \sin(\omega t) + A_{el} \cos(\omega t) \quad (3.2)$$

Prin înlocuire directă se obțin coeficienții:

$$A_{ab} = \frac{F_0}{M} \frac{\Gamma \omega}{[(\omega_0^2 - \omega^2) + \Gamma^2 \omega^2]} \quad (3.3)$$

$$A_{el} = \frac{F_0}{M} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{[(\omega_0^2 - \omega^2) + \Gamma^2 \omega^2]}$$

Constanta A_{ab} este amplitudinea absorbtivă, primul termen din relația (3.2) fiind defazat cu 90° în raport cu forța externă; constanta A_{el} este amplitudinea elastică sau dispersivă, termenul ce îl conține fiind în fază cu forța externă.

Dacă pulsația excitației este egală cu pulsația proprie a sistemului, se manifestă fenomenul de rezonanță, caz în care puterea absorbită are valoare maximă. La rezonanță, valoarea lui A_{el} este nulă.

La sisteme cu mai multe componente mobile există un număr de rezonanțe egal cu numărul de frecvențe proprii ale sistemului, dacă modurile de vibrație sunt suficient separate din punctul de vedere al frecvenței. Se constată că fiecare mod se comportă ca un oscilator unidimensional acționat de o forță externă, având propria lui amplitudine absorbtivă și propria amplitudine elastică, cu frecvența corespunzătoare frecvenței modului. Să remarcăm că factorul de amortizare la fiecare din moduri poate să difere.

Ca rezultat general se demonstrează că amplitudinea staționară a fiecărei componente mobile poate fi scrisă ca o suprapunere de contribuții ale tuturor modurilor sistemului ce oscilează liber. Aceste contribuții mai depind și de detaliile aplicării forței externe. În concluzie, variația amplitudinilor sistemului cu mai multe grade de libertate este influențată de coeficienții de amortizare și de modul de aplicare a forței perturbatoare armonice.

Având în vedere particularitățile constructive și funcționale ale vehiculelor de cale ferată, precum și structura căii de rulare, sursele de excitație sunt multiple, aleatorii sau periodice. Se vor trata răspunsurile dinamice ale vagonului luat în studiu pentru mișcările cuplate și necuplate verticale ale boghiurilor și cutiei vehiculului la excitații de tip impuls unitar și la excitații periodice armonice datorate unor defecte periodice de nivelment longitudinal al căii sau unor abateri de la circularitate ale roților.

Studiul, în acest capitol, se efectuează cu metode operaționale, determinând funcția de transfer, trasând diagramele polare Nyquist care furnizează date deosebit de importante privind comportarea dinamică a vehiculului în ansamblu (pentru aprecierea stabilității sistemului, determinarea rezervei de stabilitate la diverse viteze de circulație ale vehiculului, determinarea defazajului între excitație și răspuns, etc.). Din aceste diagrame se pot determina cu destulă ușurință și frecvențele proprii amortizate ale sistemului utilizând de exemplu, criteriul Kennedy - Pancu, sau alte metode [85]. Determinarea funcțiilor de transfer ale forțelor de inerție, pe lângă funcțiile de transfer ale accelerațiilor, conduce la stabilirea forțelor dinamice care acționează asupra elementelor structurale ale vehiculului (cutie, rame de boghiuri), fiind posibilă o analiză ulterioară a tensiunilor dinamice din aceste elemente. Determinarea accelerațiilor răspunsului dinamic poate continua cu calculul indicelui de mers sau a indicelui de confort în vederea aprecierii calităților de rulare ale vehiculului.

Metoda, preluată din domeniul automatizării, permite trasarea modului funcției de transfer în funcție de frecvența excitației sau (dacă se cunoaște lungimea de undă a excitației) în funcție de viteza de mers a vehiculului. La aceste diagrame sunt mai rapid observate valorile frecvențelor de rezonanță ale vehiculului. Efectuând transformatele Fourier ale funcțiilor dependente de parametrul real t care

intervin în ecuațiile diferențiale ale mișcărilor studiate, se obțin funcții de variabilă complexă, rezultând însă sisteme de ecuații liniare, cu toate avantajele ce decurg din aceasta.

Transformata Fourier [118] a unei funcții oarecare $q(t)$, care pentru studiul oscilațiilor este o deplasare, se scrie:

$$\mathfrak{F}_{q(t)} = Q(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t) \exp(-i\omega t) dt \quad (3.4)$$

Funcția de transfer a unui element sau sistem este raportul dintre imaginea funcției care reprezintă mărimea de la ieșire $Y(i\omega)$ și imaginea funcției ce reprezintă mărimea de intrare $X(i\omega)$.

$$H(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{X(i\omega)} \quad (3.5)$$

Transformatele Fourier ale derivatelor deplasării (viteze și accelerațiile mișcărilor vibratorii) se stabilesc pe baza formulelor:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}_{\dot{q}(t)} &= -i\omega Q(i\omega) \\ \mathfrak{F}_{\ddot{q}(t)} &= -\omega^2 Q(i\omega) \end{aligned} \quad (3.6)$$

3.2. Studiul răspunsului dinamic vertical al vehiculului la excitație impuls unitate.

Vom studia oscilațiile libere amortizate ale maselor suspendate prin intermediul diagramelor polare ale lui Nyquist, determinând răspunsul dinamic al sistemului, pentru fiecare tip de mișcare vibratorie, la o excitație de tip impuls unitate (sau funcția δ a lui Dirac) care are forma:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases} \quad \text{cu proprietatea: } \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Transformata Fourier a funcției impuls unitar este: (3.7)

$$\mathfrak{F}_{\delta(t)} = \Delta_z(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) \exp(-i\omega t) dt = 1$$

Excitarea sistemului oscilant cu un impuls unitar este echivalentă cu aplicarea la momentul $t = 0$ a unei forțe infinit de mari pe o durată de timp infinit mică, astfel încât impulsul transmis sistemului să fie egal cu unitatea. Vom lega acest tip de excitație cu circulația vehiculului pe cale de trecerea acestuia peste joante sau de alte situații de solicitare cu șoc în timpul funcționării.

3.2.1. Studiul mișcării oscilatorii cuplate de săltare ale vehiculului.

Vom aplica transformatele Fourier funcțiilor $q_1(t)$ și $q_2(t)$ din sistemul de ecuații diferențiale descris de (2.24) la care se va considera o excitație de tip impuls

unitar la nivelul osiilor, folosind și ecuațiile (3.6) și (3.7). Se consideră că toate osiile vehiculului sunt excitate în fază [128].

$$\begin{cases} \alpha_{11}\ddot{q}_1 + \beta_{11}\dot{q}_1 + \beta_{14}\dot{q}_4 + \gamma_{11}q_1 + \gamma_{14}q_4 = 0 \\ \alpha_{44}\ddot{q}_4 + \beta_{44}\dot{q}_4 + \beta_{14}\dot{q}_1 + \gamma_{44}q_4 + \gamma_{14}q_1 = \delta(t) \end{cases} \quad (3.8)$$

Sistemul devine:

$$\begin{cases} (-\alpha_{11}\omega^2 - i\beta_{11}\omega + \gamma_{11})Q_1(i\omega) + (-i\beta_{14}\omega + \gamma_{14})Q_4(i\omega) = 0 \\ (-i\beta_{14}\omega + \gamma_{14})Q_1(i\omega) + (-\alpha_{44}\omega^2 - i\beta_{44}\omega + \gamma_{44})Q_4(i\omega) = \Delta_z(i\omega) \end{cases} \quad (3.9)$$

Sistemul (3.9) este un sistem liniar în raport cu necunoscutele $Q_1(i\omega)$ și $Q_4(i\omega)$. Determinantul caracteristic al sistemului, notat cu $D_{14}(i\omega)$ este:

$$D_{14}(i\omega) = \begin{vmatrix} (-\alpha_{11}\omega^2 - i\beta_{11}\omega + \gamma_{11}) & (-i\beta_{14}\omega + \gamma_{14}) \\ (-i\beta_{14}\omega + \gamma_{14}) & (-\alpha_{44}\omega^2 - i\beta_{44}\omega + \gamma_{44}) \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

Calculând necunoscutele sistemului de ecuații rezultă rapid și funcțiile de transfer pentru mișcările de săltare ale cutiei $S_c(i\omega)$ și boghiurilor $S_b(i\omega)$:

$$S_1(i\omega) = \frac{Q_1(i\omega)}{\Delta_z(i\omega)} = S_c(i\omega) = \frac{i\beta_{11}\omega - \gamma_{14}}{D_{14}(i\omega)} \quad (3.11)$$

$$S_4(i\omega) = S_b(i\omega) = \frac{-\alpha_{11}\omega^2 - i\beta_{11}\omega + \gamma_{11}}{D_{14}(i\omega)}$$

Funcțiile de transfer ale vitezei $V(i\omega)$, accelerației $A(i\omega)$ ale cutiei, respectiv boghiurilor se calculează cu:

$$\begin{aligned} V(i\omega) &= -i\omega S(i\omega) \\ A(i\omega) &= -i\omega V(i\omega) = -\omega^2 S(i\omega) \end{aligned} \quad (3.12)$$

Se vor trasa diagrame polare Nyquist, precum și modulele funcțiilor de transfer în funcție de frecvență, care se calculează cu:

$$\begin{aligned} |S(i\omega)| &= \sqrt{[\operatorname{Re}(S(i\omega))]^2 + [\operatorname{Im}(S(i\omega))]^2} \\ |V(i\omega)| &= \sqrt{[\operatorname{Re}(V(i\omega))]^2 + [\operatorname{Im}(V(i\omega))]^2} \\ |A(i\omega)| &= \sqrt{[\operatorname{Re}(A(i\omega))]^2 + [\operatorname{Im}(A(i\omega))]^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

în care $\operatorname{Re}(S(i\omega))$ și $\operatorname{Im}(S(i\omega))$ reprezintă partea reală, respectiv partea imaginară a funcției de transfer a deplasării $S(i\omega)$.

3.2.2. Studiul mișcării cuplate de galop a cutiei și săltare a boghiurilor

Sistemul de ecuații diferențiale (2.25) luat în studiu se scrie pentru excitație de tip impuls unitar în mod analog cu sistemul (3.8). Aplicând transformatele Fourier, sistemul devine:

$$\begin{cases} (-\alpha_{22}\omega^2 - i\beta_{22}\omega + \gamma_{22})Q_2(i\omega) + (-i\beta_{25}\omega + \gamma_{25})Q_5(i\omega) = 0 \\ (-i\beta_{25}\omega + \gamma_{25})Q_2(i\omega) + (-\alpha_{55}\omega^2 - i\beta_{55}\omega + \gamma_{55})Q_5(i\omega) = 1 \end{cases} \quad (3.14)$$

Determinantul caracteristic al sistemului (3.14) este:

$$D_{25}(i\omega) = \begin{vmatrix} (-\alpha_{22}\omega^2 - i\beta_{22}\omega + \gamma_{22}) & (-i\beta_{25}\omega + \gamma_{25}) \\ (-i\beta_{25}\omega + \gamma_{25}) & (-\alpha_{55}\omega^2 - i\beta_{55}\omega + \gamma_{55}) \end{vmatrix} \quad (3.15)$$

Funcțiile de transfer a mișcării de galop a cutiei $S_{\&c}(i\omega)$, respectiv a mișcării de săltare a boghiurilor $S_b^*(i\omega)$ rezultă:

$$\begin{aligned} S_2(i\omega) = S_{\&c}(i\omega) &= \frac{i\beta_{25}\omega - \gamma_{25}}{D_{25}(i\omega)} \\ S_5(i\omega) = S_b^*(i\omega) &= \frac{-\alpha_{22}\omega^2 - i\beta_{22}\omega + \gamma_{22}}{D_{25}(i\omega)} \end{aligned} \quad (3.16)$$

3.2.3. Studiul mișcării cuplate de rulu cutie și rulu boghiuri

Sistemul de ecuații diferențiale (2.26) se scrie pentru excitație de tip impuls unitar în mod analog cu sistemul (3.8). Aplicând transformatele Fourier, sistemul devine:

$$\begin{cases} (-\alpha_{33}\omega^2 - i\beta_{33}\omega + \gamma_{33})Q_3(i\omega) + (-i\beta_{38}\omega + \gamma_{38})Q_8(i\omega) = 0 \\ (-i\beta_{38}\omega + \gamma_{38})Q_3(i\omega) + (-\alpha_{88}\omega^2 - i\beta_{88}\omega + \gamma_{88})Q_8(i\omega) = 1 \end{cases} \quad (3.17)$$

Determinantul caracteristic al sistemului (3.17) este:

$$D_{38}(i\omega) = \begin{vmatrix} (-\alpha_{33}\omega^2 - i\beta_{33}\omega + \gamma_{33}) & (-i\beta_{38}\omega + \gamma_{38}) \\ (-i\beta_{38}\omega + \gamma_{38}) & (-\alpha_{88}\omega^2 - i\beta_{88}\omega + \gamma_{88}) \end{vmatrix} \quad (3.18)$$

Funcțiile de transfer a mișcării de rulu a cutiei $S_{\varphi c}(i\omega)$, respectiv a mișcării de rulu a boghiurilor $S_{\varphi b}(i\omega)$ rezultă:

$$\begin{aligned} S_3(i\omega) = S_{\varphi c}(i\omega) &= \frac{i\beta_{38}\omega - \gamma_{38}}{D_{38}(i\omega)} \\ S_8(i\omega) = S_{\varphi b}(i\omega) &= \frac{-\alpha_{33}\omega^2 - i\beta_{33}\omega + \gamma_{33}}{D_{38}(i\omega)} \end{aligned} \quad (3.19)$$

3.2.4. Studiul mișcării de galop a boghiurilor

Mișcarea de galop a boghiurilor care, așa cum s-a arătat, nu este cuplată cu nici una din mișcările verticale ale boghiului (păstrând ipotezele privind simetria geometrică, masică și elastică a construcției boghiului), este luată în studiu prin analiza uneia din ecuațiile diferențiale (2.27) sau (2.28) care au coeficienți identici.

Se poate scrie deci că:

$$\alpha_{66}\ddot{q}_6 + \beta_{66}\dot{q}_6 + \gamma_{66}q_6 = \delta(t) \quad (3.20)$$

După aplicarea transformatei Fourier, ecuația (3.20) devine:

$$(-\alpha_{66}\omega^2 - i\omega\beta_{66} + \gamma_{66})Q_6(i\omega) = 1 \quad (3.21)$$

Funcția de transfer a mișcării de galop a boghiurilor $S_{\delta b}(i\omega)$ rezultă cu:

$$S_6(i\omega) = S_{\delta b}(i\omega) = \frac{1}{(-\alpha_{66}\omega^2 - i\omega\beta_{66} + \gamma_{66})} \quad (3.22)$$

3.2.5. Studiul mișcării necuplate de ruliu a boghiurilor

Mișcarea de ruliu necuplată a boghiurilor, descrisă de ecuația diferențială (2.29) se tratează în mod analog cu cea de galop a boghiurilor, scriind o ecuație diferențială de forma celei din relația (3.20).

Aplicând transformata Fourier se va obține:

$$(-\alpha_{99}\omega^2 - i\omega\beta_{99} + \gamma_{99})Q_9(i\omega) = 1 \quad (3.23)$$

Funcția de transfer a mișcării de ruliu a boghiurilor $S'_{\varphi b}(i\omega)$ rezultă cu:

$$S_9(i\omega) = S'_{\varphi b}(i\omega) = \frac{1}{(-\alpha_{99}\omega^2 - i\omega\beta_{99} + \gamma_{99})} \quad (3.24)$$

3.3. Studiul răspunsului dinamic vertical la excitații sinusoidale

Vom considera o excitație cinematică a sistemului studiat, armonică, cu amplitudine unitară $z_c = 1$ mm, datorat fie unor abateri de la circularitate a roților vagonului, fie unor defecte sistematice ale căii cu lungime de undă egală cu ampatamentul boghiului vagonului. Pentru modelarea mișcărilor cuplate de săltare, respectiv a mișcării cuplate de galop a cutiei cu săltarea boghiurilor, este necesar ca excitația osiilor aceluiși boghiu să fie "în fază". Pentru analizarea mișcărilor de ruliu, indiferent că ne referim la cele cuplate, fie la cele necuplate, vom presupune că excitația se realizează în mod corespunzător pe cele două fire ale căii de rulare. În cazul mișcării de galop a boghiurilor, excitația armonică a osiilor se va face "în opoziție de fază".

3.3.1. Mișcarea cuplată de săltare a cutiei cu săltarea boghiurilor

Vom face referire la sistemul de ecuații diferențiale (3.8) care va fi rescris în forma (3.25) ținând seama de natura excitației care se studiază:

$$\begin{cases} \alpha_{11}\ddot{q}_1 + \beta_{11}\dot{q}_1 + \beta_{14}\dot{q}_4 + \gamma_{11}q_1 + \gamma_{14}q_4 = 0 \\ \alpha_{44}\ddot{q}_4 + \beta_{44}\dot{q}_4 + \beta_{14}\dot{q}_1 + \gamma_{44}q_4 + \gamma_{14}q_1 = 4c_1\dot{z}_c + 4k_1z_c \end{cases} \quad (3.25)$$

Prin aplicarea transformatelor Fourier, sistemul devine:

$$\begin{aligned} (-\alpha_{11}\omega^2 - i\beta_{11}\omega + \gamma_{11})Q_{s1}(i\omega) + (-i\beta_{14}\omega + \gamma_{14})Q_{s4}(i\omega) &= 0 \\ (-i\beta_{14}\omega + \gamma_{14})Q_{s1}(i\omega) + (-\alpha_{44}\omega^2 - i\beta_{44}\omega + \gamma_{44})Q_{s4}(i\omega) &= \\ &= (-4c_1i\omega + 4k_1)Z_c(i\omega) \end{aligned} \quad (3.26)$$

Sistemul (3.26) este un sistem linear în raport cu necunoscutele $Q_{s1}(i\omega)$ și $Q_{s4}(i\omega)$. Determinantul caracteristic al sistemului, notat cu $D_{14}(i\omega)$ este același cu cel dat în relația (3.10):

Calculând necunoscutele sistemului de ecuații rezultă funcțiile de transfer pentru mișcările de săltare ale cutiei $S_{sc}(i\omega)$ și boghiurilor $S_{sb}(i\omega)$:

$$\begin{aligned} S_{s1}(i\omega) &= \frac{Q_{s1}(i\omega)}{Z_c(i\omega)} = S_{sc}(i\omega) = \frac{i\beta_{11}\omega - \gamma_{14}}{D_{14}(i\omega)} \cdot (-4c_1i\omega + 4k_1) \\ S_{s4}(i\omega) &= S_{sb}(i\omega) = \frac{-\alpha_{11}\omega^2 - i\beta_{11}\omega + \gamma_{11}}{D_{14}(i\omega)} \cdot (-4c_1i\omega + 4k_1) \end{aligned} \quad (3.27)$$

3.3.2. Studiul mișcării cuplate de galop a cutiei și săltare a boghiurilor

Sistemul de ecuații diferențiale (3.14) se scrie pentru excitație de tip sinusoidal în mod analog cu sistemul (3.25). Aplicând transformatele Fourier, sistemul devine:

$$\begin{cases} (-\alpha_{22}\omega^2 - i\beta_{22}\omega + \gamma_{22})Q_{s2}(i\omega) + (-i\beta_{25}\omega + \gamma_{25})Q_{s5}(i\omega) = 0 \\ (-i\beta_{25}\omega + \gamma_{25})Q_{s2}(i\omega) + (-\alpha_{55}\omega^2 - i\beta_{55}\omega + \gamma_{55})Q_{s5}(i\omega) = \\ = (-4c_1i\omega + 4k_1)Z_c(i\omega) \end{cases} \quad (3.28)$$

Determinantul caracteristic al sistemului (3.28) este același cu cel dat de relația (3.15). Funcțiile de transfer a mișcării de galop a cutiei $S_{s\&}(i\omega)$, respectiv a mișcării de săltare a boghiurilor $S_{sb}^*(i\omega)$ rezultă:

$$\begin{aligned} S_{s2}(i\omega) &= S_{s\&}(i\omega) = \frac{i\beta_{25}\omega - \gamma_{25}}{D_{25}(i\omega)} \cdot (-4c_1i\omega + 4k_1) \\ S_{s5}(i\omega) &= S_{sb}^*(i\omega) = \frac{-\alpha_{22}\omega^2 - i\beta_{22}\omega + \gamma_{22}}{D_{25}(i\omega)} \cdot (-4c_1i\omega + 4k_1) \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.3.3. Studiul mișcării cuplate de ruliu cutie și ruliu boghiuri

Sistemul de ecuații diferențiale (3.17) se scrie pentru excitație de tip sinusoidală în mod analog cu sistemul (3.25). Aplicând transformatele Fourier, sistemul devine:

$$\begin{cases} (-\alpha_{33}\omega^2 - i\beta_{33}\omega + \gamma_{33})Q_{s3}(i\omega) + (-i\beta_{38}\omega + \gamma_{38})Q_{s8}(i\omega) = 0 \\ (-i\beta_{38}\omega + \gamma_{38})Q_{s3}(i\omega) + (-\alpha_{88}\omega^2 - i\beta_{88}\omega + \gamma_{88})Q_{s8}(i\omega) = \\ (-4c_1i\omega + 4k_1)Z_c(i\omega) \end{cases} \quad (3.30)$$

Determinantul caracteristic al sistemului (3.30) este același cu cel dat în relația (3.18). Funcțiile de transfer a mișcării de ruliu a cutiei $S_{s\varphi c}(i\omega)$, respectiv a mișcării de ruliu a boghiurilor $S_{s\varphi b}(i\omega)$ rezultă:

$$\begin{aligned} S_{s3}(i\omega) = S_{s\varphi c}(i\omega) &= \frac{+i\beta_{38}\omega - \gamma_{38}}{D_{38}(i\omega)} (-4c_1i\omega + 4k_1) \\ S_{s8}(i\omega) = S_{s\varphi b}(i\omega) &= \frac{-\alpha_{33}\omega^2 - i\beta_{33}\omega + \gamma_{33}}{D_{38}(i\omega)} (-4c_1i\omega + 4k_1) \end{aligned} \quad (3.31)$$

3.3.4. Studiul mișcării de galop a boghiurilor

Mișcarea de galop a boghiurilor se va studia pe baza unei ecuații diferențiale asemănătoare cu (3.20), utilizând însă excitația de tip sinusoidal în opoziție de fază. Se poate scrie deci că:

$$\alpha_{66}\ddot{q}_6 + \beta_{66}\dot{q}_6 + \gamma_{66}q_6 = (4c_1\dot{z}_c + 4k_1z_c) \quad (3.32)$$

După aplicarea transformatei Fourier, ecuația (3.32) devine:

$$(-\alpha_{66}\omega^2 - i\omega\beta_{66} + \gamma_{66})Q_6(i\omega) = (-4c_1i\omega + 4k_1)Z_c(i\omega) \quad (3.33)$$

Funcția de transfer a mișcării de galop a boghiurilor $S_{s\delta b}(i\omega)$ rezultă cu:

$$S_{s6}(i\omega) = S_{s\delta b}(i\omega) = \frac{(-4c_1i\omega + 4k_1)}{(-\alpha_{66}\omega^2 + i\omega\beta_{66} + \gamma_{66})} \quad (3.34)$$

3.3.5. Studiul mișcării necuplate de ruliu a boghiurilor

Mișcarea de ruliu necuplată a boghiurilor, descrisă de ecuația diferențială (3.23) se tratează în mod analog cu cea de galop a boghiurilor, scriind o ecuație diferențială de forma celei din relația (3.32).

Aplicând transformata Fourier se va obține:

$$(-\alpha_{99}\omega^2 - i\omega\beta_{99} + \gamma_{99})Q_9(i\omega) = (-4c_1i\omega + 4k_1)Z_c(i\omega) \quad (3.35)$$

Funcția de transfer a mișcării de ruliu a boghiurilor $S'_{s\phi b}(i\omega)$ rezultă cu:

$$S_{s\phi}(i\omega) = S'_{s\phi b}(i\omega) = \frac{(-4c_1 i\omega + 4k_1)}{(-\alpha_{99}\omega^2 - i\omega\beta_{99} + \gamma_{99})} \quad (3.36)$$

3.4. Determinarea răspunsului dinamic vertical al vagonului de clasă utilizând metode operaționale

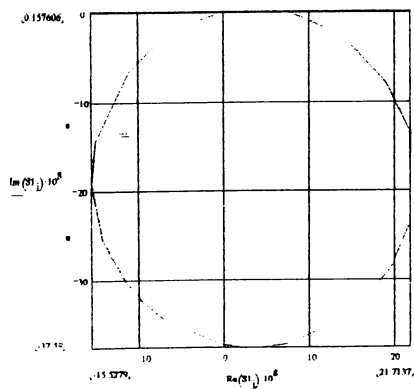
3.4.1. Răspunsul dinamic vertical la excitație de tip impuls unitate

Caracteristicile generale ale vagonului de clasă luat în studiu au fost prezentate deja în capitolul 2. Vom adăuga numai valorile coeficienților de amortizare din cele două suspensii ale vehiculului, și anume:

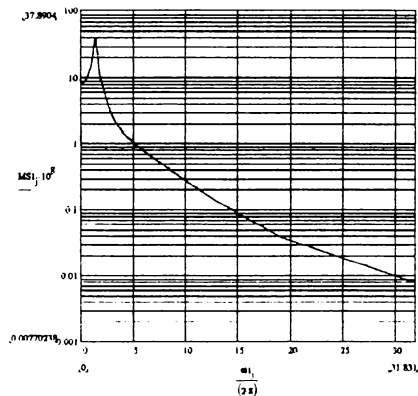
- $c_1 = 48000$ Ns/m - coeficient de amortizare în treapta primară corespunzătoare unei osii

- $c_2 = 60000$ Ns/m - coeficient de amortizare în treapta secundară, corespunzător unui boghiu

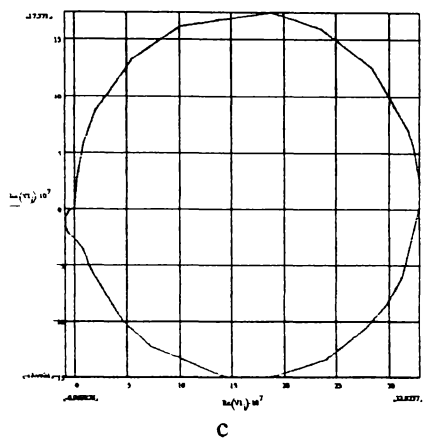
Pentru mișcarea oscilatorie cuplată de săltare a cutiei cu săltarea boghiurilor se vor da diagramele Nyquist și variațiile modulului funcțiilor de transfer în funcție de frecvență ale deplasării, vitezei și accelerației. Pentru toate celelalte mișcări, se vor da numai diagramele Nyquist și modulele funcțiilor de transfer ale accelerațiilor. Dimensiunile sunt date pentru frecvență în [Hz]; toate calculele s-au efectuat pentru vagonul maxim încărcat.



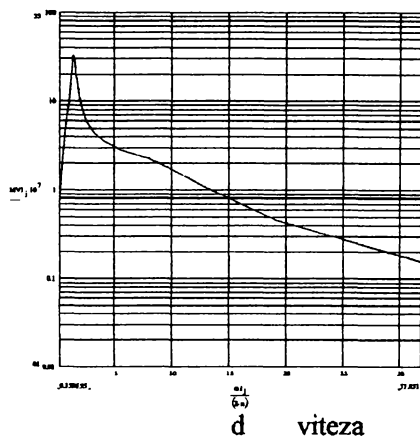
a



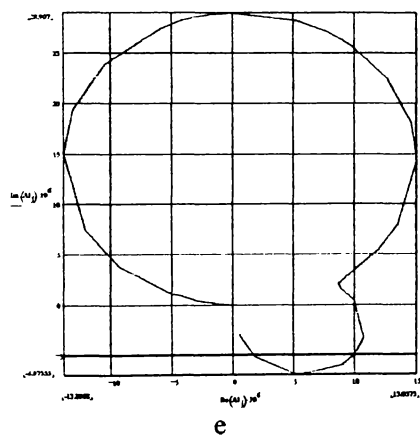
b deplasarea



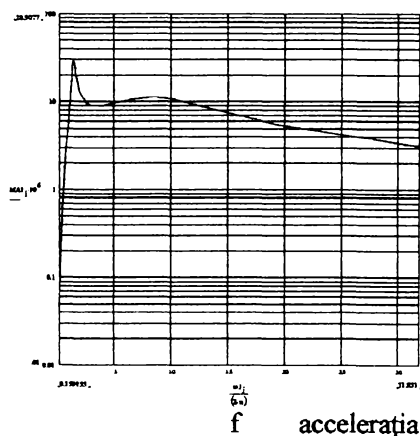
c



d viteza

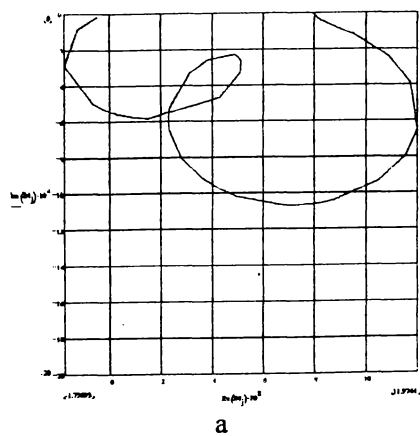


e

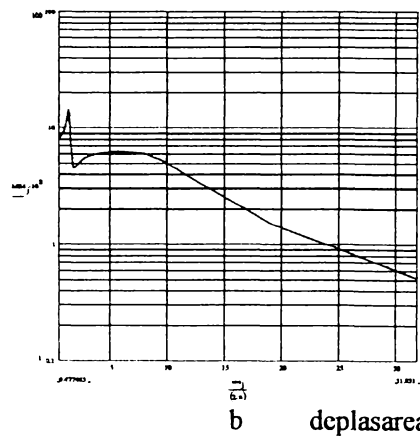


f accelerația

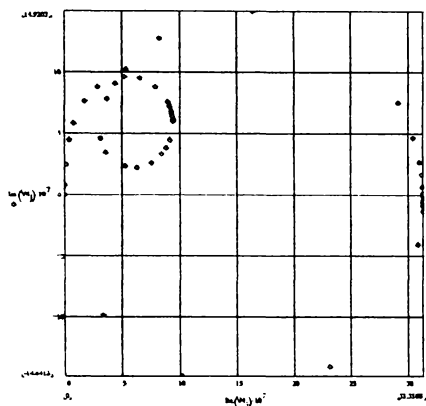
Fig.3.1. Funcțiile de transfer ale deplasării, vitezei și accelerației cutiei pentru mișcarea cuplată de săltare cutie cu săltare boghiuri



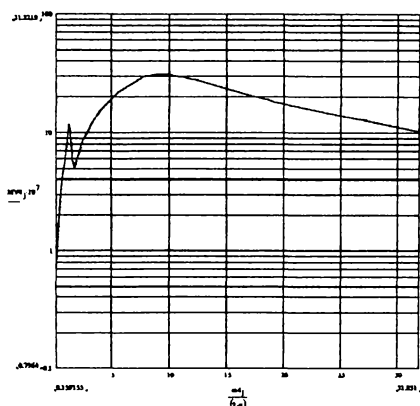
a



b deplasarea

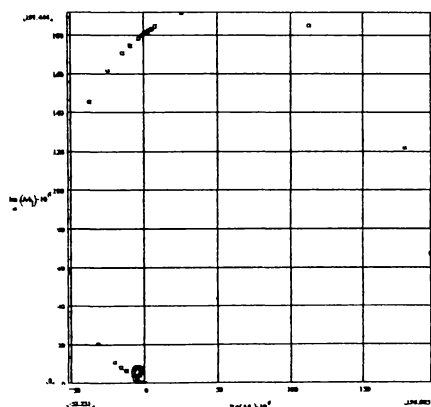


c

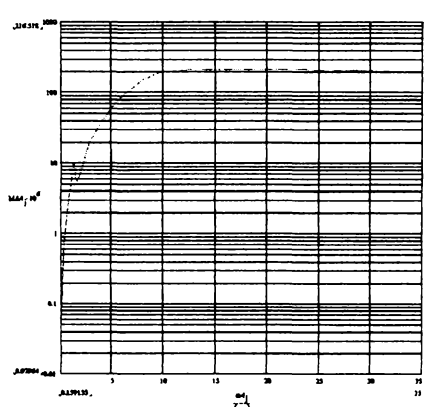


d

viteza



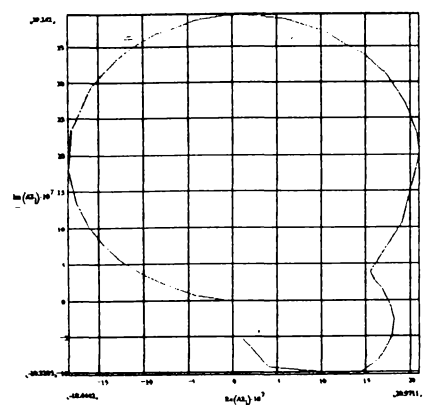
e



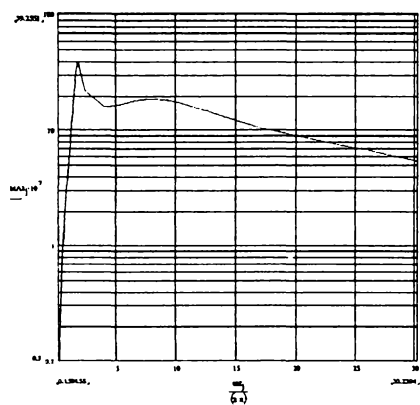
f

acelerația

Fig.5.2. Funcțiile de transfer ale deplasării, vitezei și accelerației boghiurilor pentru mișcarea oscilatorie cuplată de săltare cutie cu săltare boghiuri



a



b

Fig.5.3. Funcția de transfer a accelerației cutiei pentru mișcarea cuplată de galop cutie cu săltare boghiuri

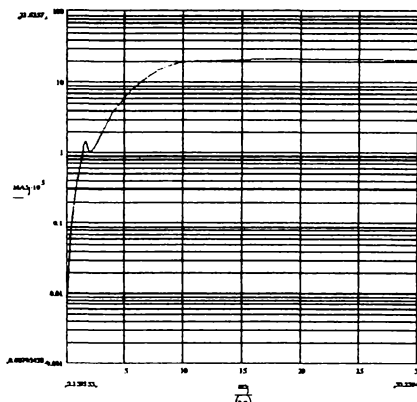
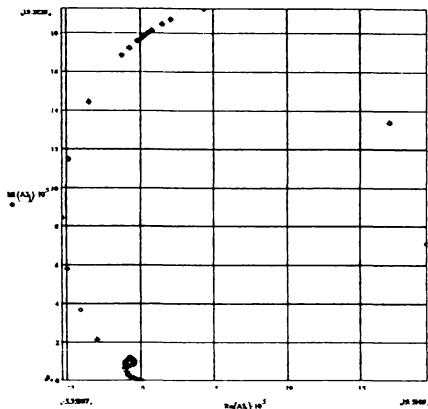


Fig.5.4. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea cuplată de galop cutie cu săltare boghiuri

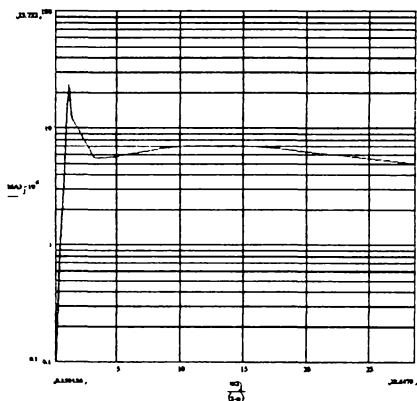
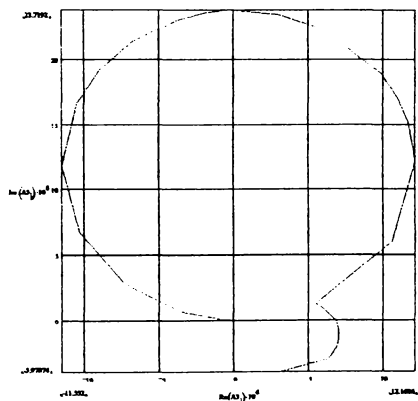


Fig.5.5. Funcția de transfer a accelerației cutiei pentru mișcarea cuplată de ruliu cutie cu ruliu boghiuri

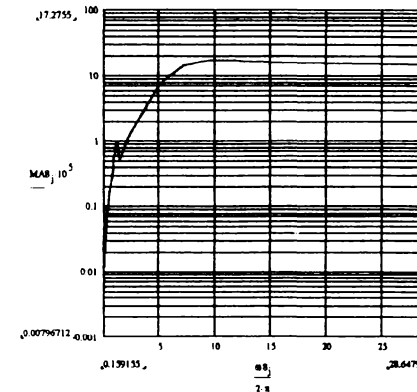
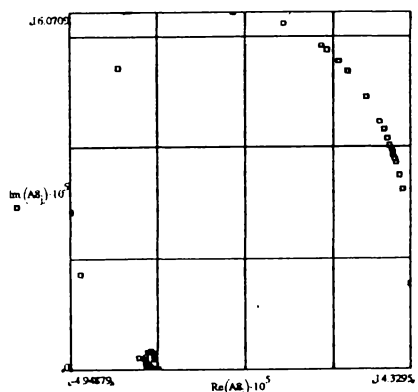


Fig.5.6. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea cuplată de ruliu cutie cu ruliu boghiuri

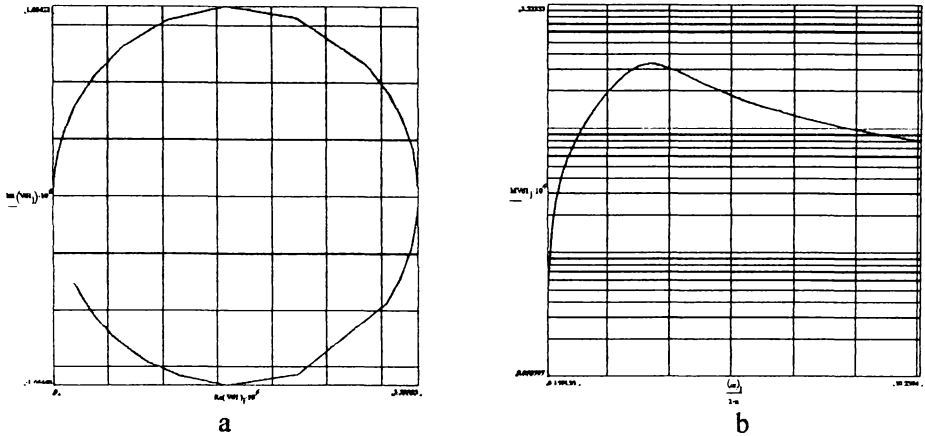


Fig.5.7. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea independentă de galop de boghiuri

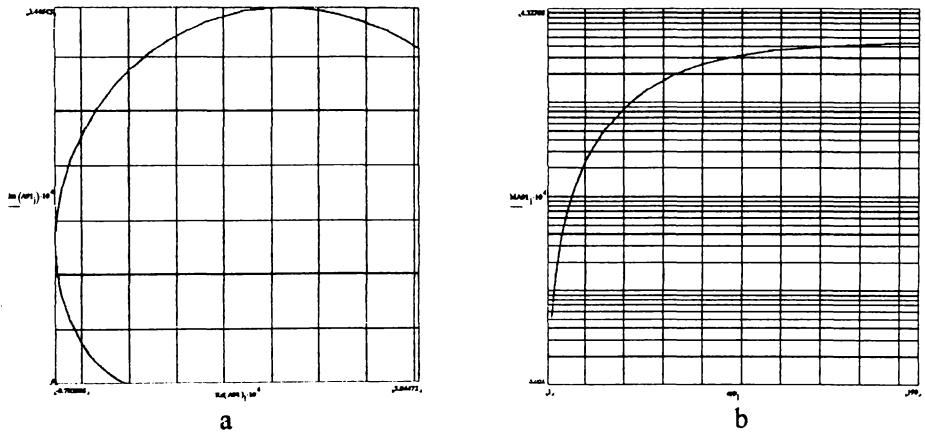
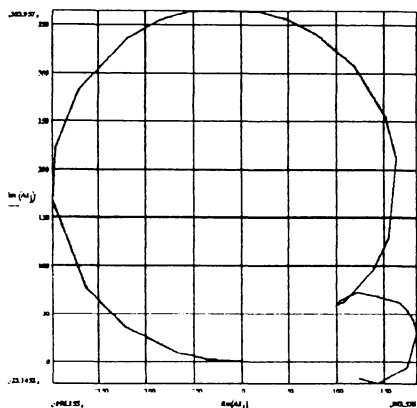


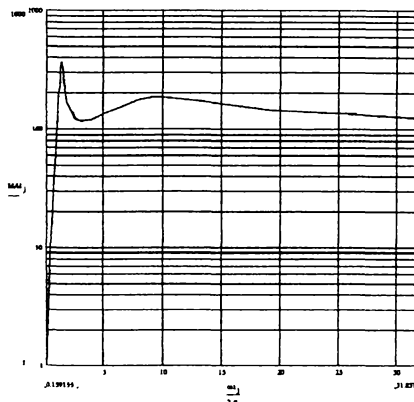
Fig.5.8. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea independentă de ruliu boghiuri

3.4.2. Calculul răspunsului dinamic vertical al vagonului la excitație sinusoidală

Pentru excitația de tip sinusoidal, se vor prezenta diagramele Nyquist și modulele funcțiilor de transfer ale accelerațiilor mișcărilor cuplate ale cutiei și boghiurilor, și anume: mișcarea cuplată de săltare a cutiei cu săltarea boghiurilor, mișcarea cuplată de galop a cutiei și săltare a boghiurilor, respectiv mișcarea cuplată de ruliu a cutiei și ruliu boghiuri.

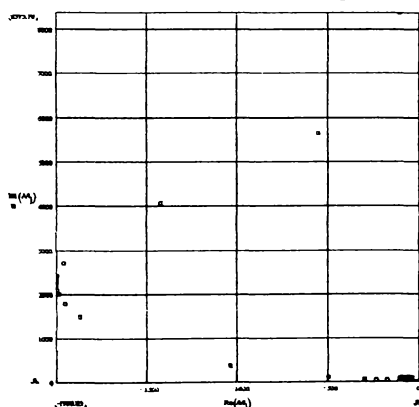


a

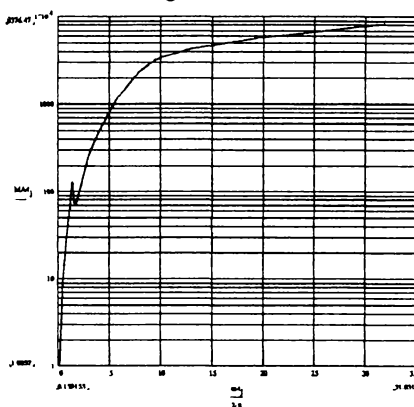


b

Fig.5.9. Funcția de transfer a accelerației cutiei pentru mișcarea cuplată de săltare cutie cu săltare boghiuri



a



b

Fig.5.10. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea cuplată de săltare cutie cu săltare boghiuri

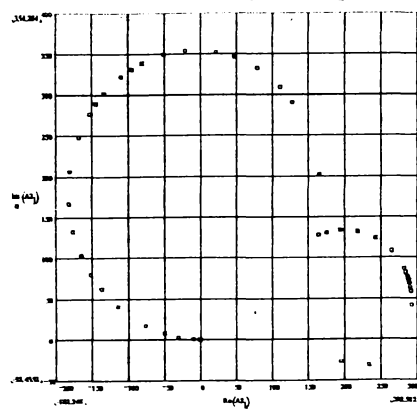
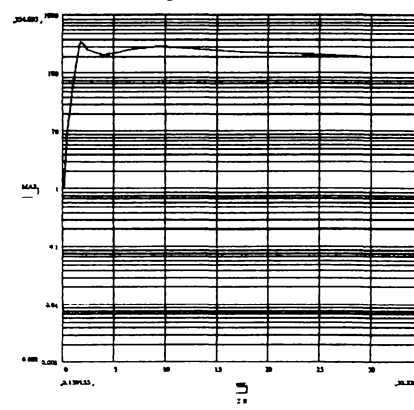


Fig.5.11. Funcția de transfer a accelerației cutiei pentru mișcarea cuplată de galop cutie cu săltare boghiuri



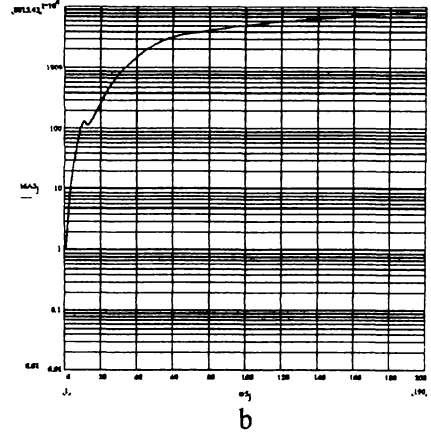
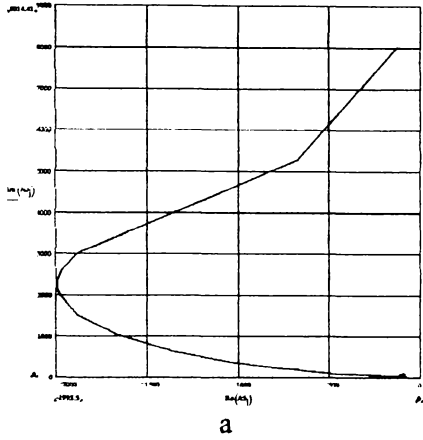


Fig.5.12. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea cuplată de galop cutie cu săltare boghiuri

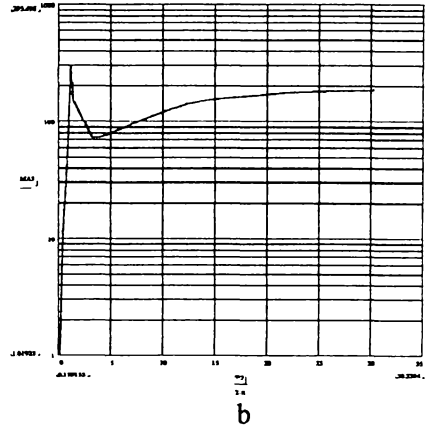
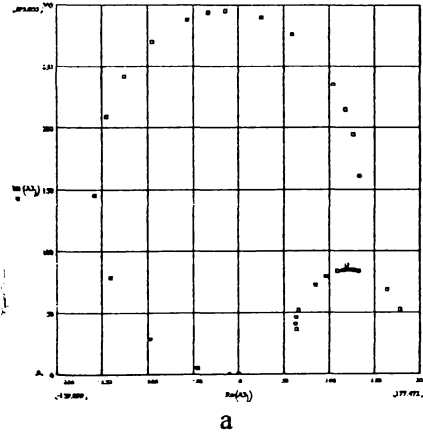


Fig.5.13. Funcția de transfer a accelerației cutiei pentru mișcarea cuplată de ruluu cutie cu ruluu boghiuri

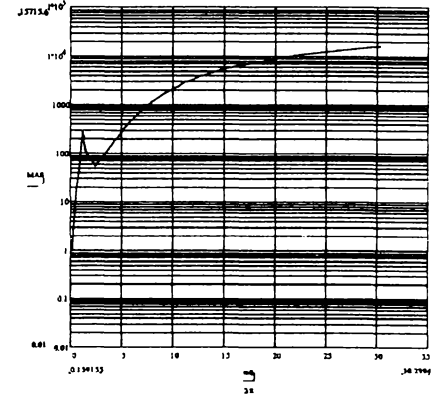
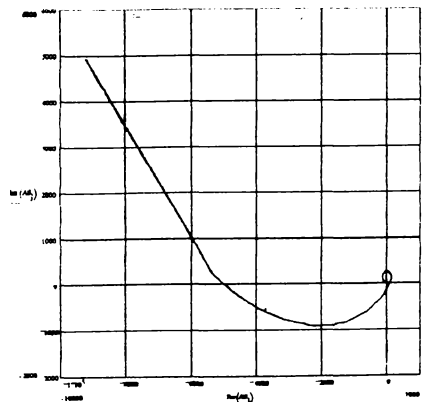


Fig.5.14. Funcția de transfer a accelerației boghiurilor pentru mișcarea cuplată de ruluu cutie cu ruluu boghiuri

3.5. Concluzii și contribuții personale

În figura 5.15. s-au suprapus toate modulele funcțiilor de transfer ale cutiei și boghiurilor pentru mișcările oscilatorii studiate. O primă concluzie este aceea că, așa cum era de așteptat, boghiurile prezintă un răspuns dinamic mult mai accentuat decât cutia vehiculului pe cea mai mare parte a plajei de frecvențe. Se exceptează aici zona în care cutia intră în rezonanță în cazul mișcărilor oscilatorii de săltare, respectiv de galop; mișcarea de ruliu a cutiei este din acest punct de vedere situată în întregime sub celelalte mișcări ale cutiei.

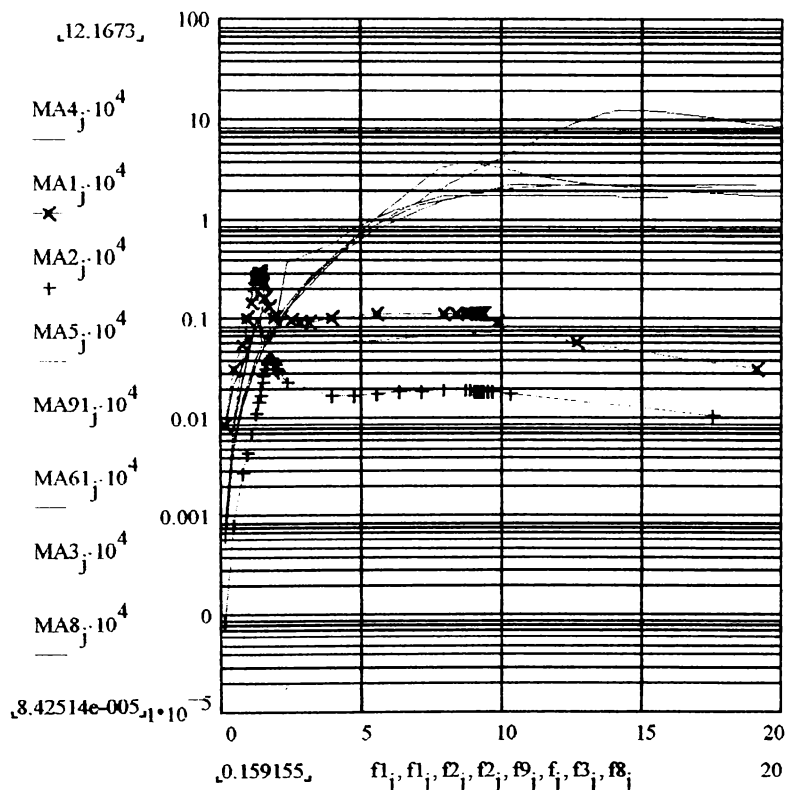


Fig. 5.15. Modurile funcțiilor de transfer ale accelerațiilor cutiei, respectiv boghiurilor, pentru excitație de tip impuls unitar

S-a efectuat de asemenea un studiu al influenței gradului de încărcare asupra răspunsului dinamic al vehiculului. În figurile 5.16. - 5.18. s-au prezentat modulele funcțiilor de transfer ale mișcărilor oscilatorii cuplate ale cutiei și boghiurilor pentru cazul vagonului gol, respectiv maxim încărcat. Din figura 5.16. rezultă că mișcarea de săltare a boghiurilor este foarte puțin afectată de gradul de încărcare al vagonului.

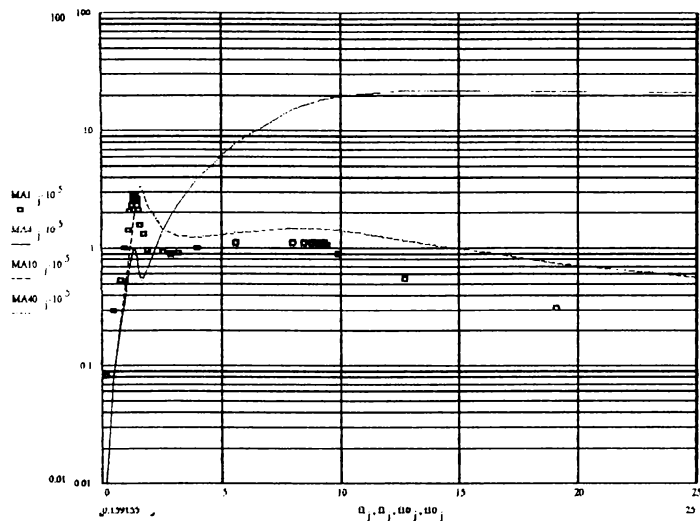


Fig.5.16. Modulele funcțiilor de transfer ale accelerației cutiei și boghiurilor pentru mișcarea cuplată de săltare cutie și săltare boghiuri (gol și încărcat)

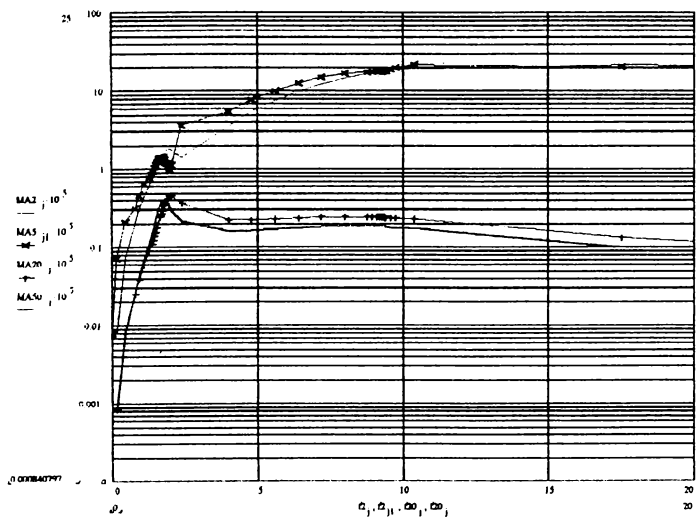


Fig.5.17. Modulele funcțiilor de transfer ale accelerației cutiei și boghiurilor pentru mișcarea cuplată de galop cutie și săltare boghiuri (gol și încărcat)

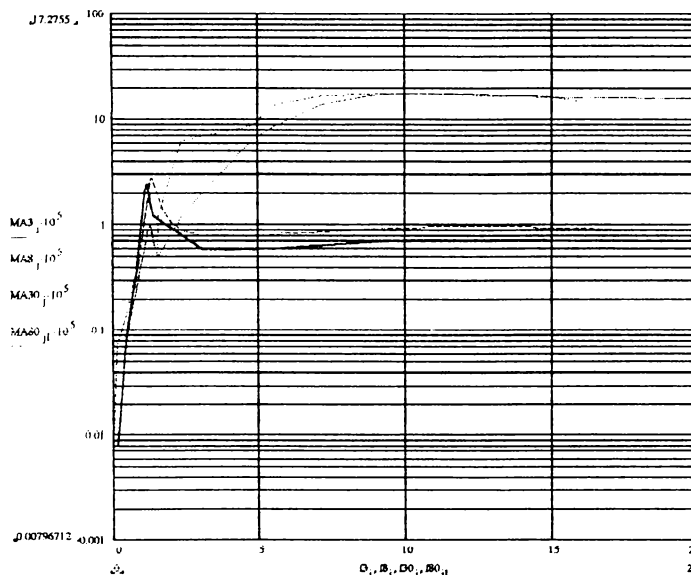


Fig.5.18. Modurile funcțiilor de transfer ale accelerației cutiei și boghiurilor pentru mișcarea cuplată de ruliu cutie și ruliu boghiuri (gol și încărcat)

Avantajele utilizării metodelor operaționale la studiul comportării oscilatorii a vehiculului feroviar rezidă din faptul că operațiile de derivare, respectiv de integrare sunt facile, analiza în frecvență contribuind și la creșterea gradului de generalitate. De asemenea, fiind ușor programabile, studiul poate fi efectuat rapid în vederea optimizării parametrilor suspensiilor pentru minimizarea răspunsului dinamic al vehiculului. Diagramele de tip Nyquist permit tragerea unor concluzii importante asupra stabilității mișcărilor oscilatorii studiate, respectiv asupra rezervei de stabilitate [85], [127]; toate mișcările studiate sunt, din acest punct de vedere, stabile.

Din diagramele Nyquist rezultă cu ușurință valoarea defazajului între excitație și răspuns (pot fi trasate chiar variații ale acestor defazaje în funcție de frecvența excitației); de asemenea se poate evalua valoarea frecvenței proprii a sistemului analizat [85]. Din variațiile modulelor funcțiilor de transfer, indiferent care este tipul de excitație, se determină rapid valoarea frecvențelor proprii ale mișcărilor oscilatorii amortizate; evident, dacă se consideră amortizare nulă, frecvențele proprii sunt identice cu cele calculate în cap. 2, iar răspunsul dinamic al sistemului este infinit la rezonanță.

O contribuție personală o reprezintă analiza tuturor mișcărilor verticale cuplate ale vehiculului la excitații de tip sinusoidal cu metode operaționale. Diagramele care reprezintă suprapunerea variațiilor modulelor funcțiilor de transfer ale tuturor elementelor care intervin în studiu sunt originale, fiind utile pentru aprecierea zonelor de rezonanță ale cutiei și boghiurilor, mai ales că în cadrul

experimentelor nu întotdeauna este posibilă decelarea frecvențelor pentru fiecare mișcare oscilatorie în parte. De asemenea diagramele sunt extrem de utile în faza de proiectare a vehiculului feroviar, dând informații asupra posibilelor suprapuneri de rezonanțe, proiectantul putând lua decizia de modificare a unora din parametrii pentru a evita aceste neajunsuri.

Pentru toate mișcările oscilatorii verticale studiate, pentru fiecare tip de excitație, am realizat programe proprii în mediul de programare MathCAD care permit și o postprocesare corespunzătoare prin facilitățile grafice puse la dispoziția utilizatorului.

Atât pe plan mondial [100 - 103] , cât și în țară [127] [56] au fost efectuate studii și cercetări privind utilizarea metodelor operaționale în cadrul analizelor dinamice; limitele acestor studii au fost legate de faptul că au putut fi analizate numai modele mecanice simplificate, ipotezele privind rigiditatea infinită a cutiei și ramelor de boghiuri neputând fi eliminate. De asemenea nu au putut fi eliminate ipotezele privind concentrarea maselor structurilor portante ale vehiculului într-un număr foarte redus de puncte. În capitolele care urmează, aceste ipoteze simplificatoare vor fi pe rând eliminate, ceea ce va permite o modelare mai apropiată de realitate.

CAPITOLUL 4

CALCULUL OSCILAȚIILOR VERTICALE CU CONSIDERAREA CUTIEI VEHICULULUI CA STRUCTURĂ ELASTICĂ CU AMORTIZARE INTERNĂ

4.1. Introducere

În acest capitol se vor determina răspunsuri dinamice la excitații sinusoidale ale osiilor pentru un vehicul feroviar la care se consideră cutia ca structură elastică cu amortizare internă. S-a constatat experimental că frecvențele proprii fundamentale de vibrație ale cutiei ca structură elastică sunt cuprinse în cazul vagoanelor de călători între 7 - 13 Hz [113], [137], ceea ce poate conduce la apariția unor probleme deosebite în cazul suprapunerii cu una sau mai multe mișcări oscilatorii ale boghiurilor, datorate rigidității arcurilor din suspensia primară. De asemenea s-a demonstrat, ținând seama de particularitățile constructive ale vehiculului feroviar, și faptul că primul mod propriu de vibrație al cutiei este o încovoiere în plan vertical, simetrică.

Mai întâi vom clarifica o problemă de terminologie: mișcările elementelor vehiculului, datorate rigidității arcurilor din suspensii (recul, clătinare, săltare, rului, galop, șerpuire) vor fi numite mișcări oscilatorii, în timp ce mișcările provenite din elasticitatea structurilor portante (cutie, eventual boghiuri) vor fi numite mișcări vibratorii. Asupra acestui subiect se va reveni în capitolul 6, dezvoltând și o terminologie unitară privind caracterizarea vibrațiilor structurale ale cutiei, respectiv boghiurilor.

Eliminarea ipotezei simplificatoare privind rigiditatea infinită a structurilor portante ale vehiculului a condus la dezvoltarea unor modele matematice foarte complexe [137] care face obligatorie utilizarea tehnicii de calcul. Mai mult, introducerea amortizării interne structurale a cutiei, complică și mai mult calculele, dar este necesară pentru a apropia modelul de situația din realitate, respectiv pentru a evita obținerea unor rezultate teoretice eronate.

4.2. Studiul răspunsului dinamic la excitații sinusoidale în fază ale osiilor

4.2.1. Stabilirea ecuațiilor de mișcare

În figura 4.1. s-a reprezentat schematic o jumătate de vehicul, analiza putând fi posibilă considerând numai mișcările vibratorii simetrice ale cutiei. Excitația în fază a tuturor osiilor este sinusoidală, de amplitudine constantă, putând fi cauzată fie de defecte de nivelment longitudinal ale căii de rulare, cu lungime de undă egală cu ampatamentul boghiului, dar mai posibil datorată unei abateri de la circularitate a roților. În această situație rezultă că se va analiza o mișcare complexă de săltare cutie cu săltare boghiuri, însoțită de o vibrație de încovoiere în plan vertical a cutiei.

Cutia vehiculului este înlocuită cu o bară elastică, supusă și unei mișcări vibratorii de încovoiere în plan vertical. Amortizarea internă a cutiei pe unitatea de lungime c_3 [Ns/m²] se consideră proporțională cu viteza verticală a punctului de pe bară considerat. Masa cutiei se consideră uniform distribuită pe lungimea acesteia.

Pentru prezentarea în continuare a ecuațiilor de mișcare, vom defini:

- l [m] - semiampatamentul vehiculului
- l_1 [m] - distanța între extremitatea cutiei și crapodină
- B [Nm²] - rigiditatea echivalentă la încovoiere a cutiei
- T [N] - forța tăietoare pe bară
- M_i [Nm] - momentul de încovoiere al barei
- m [kg/m] - masa pe unitate de lungime a cutiei vehiculului
- c_3 [Ns/m²] - amortizarea internă pe unitate de lungime a cutiei

Din figura 4.2. în care s-a reprezentat o porțiune înfinitesimală dx a barei deformată la încovoiere, rezultă că pot fi scrise următoarele relații:

- legea fundamentală a dinamicii pe direcție verticală;

- echilibrul de momente;

- relația de legătură între curbura barei și momentul de încovoiere:

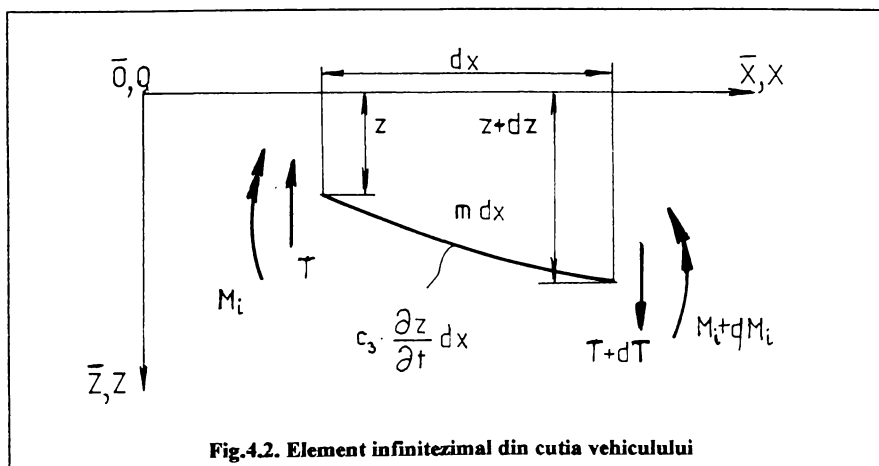
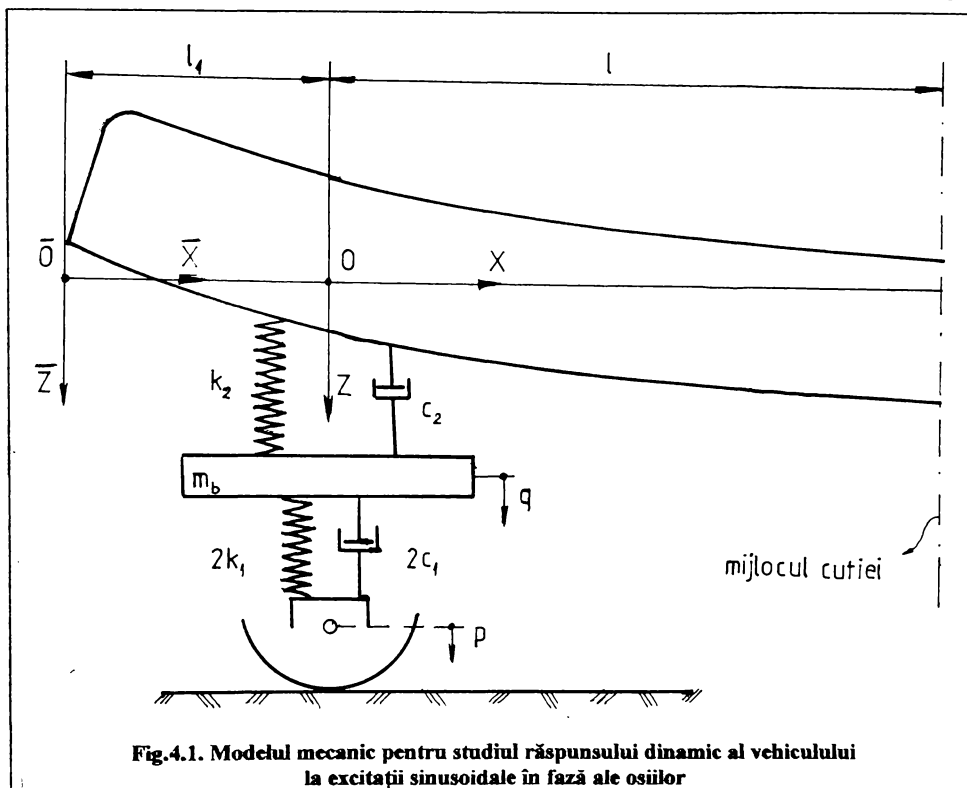
$$-T - c_3 \frac{\partial z}{\partial t} dx + T + dT = m \cdot dx \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

$$M_i + T \cdot dx - M_i - dM_i = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{M_i}{B}$$

Din relațiile (4.1) se elimină T și M_i , rezultând:

$$B \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + c_3 \frac{\partial z}{\partial t} = 0 \quad (4.2)$$



Ecuția diferențială (4.2) are drept variabile pe x și pe t , independente, care, ținând seama că în cadrul studiului sunt considerate mișcări periodice, pot fi separate:

$$z(x, t) = z_1 \sin(\omega t) + z_2 \cos(\omega t) \quad (4.3)$$

Prin derivare vom obține deci:

$$\begin{aligned}\frac{\partial z}{\partial t} &= z_1 \omega \cos(\omega t) - z_2 \omega \sin(\omega t) \\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= -z_1 \omega^2 \sin(\omega t) - z_2 \omega^2 \cos(\omega t) \\ \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} &= \frac{d^4 z_1}{d x^4} \sin(\omega t) + \frac{d^4 z_2}{d x^4} \cos(\omega t)\end{aligned}\quad (4.4)$$

Prin înlocuirea în relația (4.2) vom obține imediat:

$$\begin{aligned}B \frac{d^4 z_1}{d x^4} \sin(\omega t) + B \frac{d^4 z_2}{d x^4} \cos(\omega t) - m z_1 \omega^2 \sin(\omega t) \\ - m z_2 \omega^2 \cos(\omega t) + c_3 z_1 \omega \cos(\omega t) - c_3 z_2 \omega \sin(\omega t) = 0\end{aligned}\quad (4.5)$$

Cum ecuația (4.5) trebuie să fie satisfăcută oricare ar fi valoarea lui t , vom separa termenii în sinus, respectiv în cosinus, obținând sistemul:

$$\begin{cases} B \frac{d^4 z_1}{d x^4} - m \omega^2 z_1 - c_3 \omega z_2 = 0 \\ B \frac{d^4 z_2}{d x^4} - m \omega^2 z_2 + c_3 \omega z_1 = 0 \end{cases}\quad (4.6)$$

Prin eliminarea lui z_2 din sistemul (4.6) se obține o ecuație diferențială de ordinul 8 în z_1 , de forma:

$$\frac{d^8 z_1}{d x^8} - \frac{2m\omega^2}{B} \frac{d^4 z_1}{d x^4} - \frac{(c_3^2 + m^2 \omega^2)}{B^2} z_1 = 0\quad (4.7)$$

iar:

$$z_2 = \frac{1}{c_3 \omega} \left[B \frac{d^4 z_1}{d x^4} - m \omega^2 z_1 \right]\quad (4.8)$$

Soluția generală a ecuației (4.7) are forma [137]:

$$\begin{aligned}z_1 &= A_1 \sin \alpha x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \operatorname{sh} \alpha x + A_4 \operatorname{ch} \alpha x \\ &+ A_5 \sin \beta x + A_6 \cos \beta x + A_7 \operatorname{sh} \beta x + A_8 \operatorname{ch} \beta x\end{aligned}\quad (4.9)$$

$$\text{cu: } \alpha = \left(\frac{m\omega^2 + i\omega c_3}{B} \right)^{1/4}; \beta = \left(\frac{m\omega^2 - i\omega c_3}{B} \right)^{1/4};$$

4.2.2. Rezolvarea ecuațiilor de mișcare

Pentru rezolvare vom considera fiecare jumătate a cutiei vehiculului ca fiind formată din două bare (una de la extremitate la crapodină, cealaltă de la crapodină la mijlocul cutiei), care se "assemblează" în dreptul pivotului. Vom avea deci soluții diferite pe cele două porțiuni.

pe porțiunea de bară dintre extremitate și crapodină

$$\bar{z} = \bar{z}_1 \sin(\omega t) + \bar{z}_2 \cos(\omega t)$$

$$\begin{aligned} \bar{z}_1 = & A_1 \sin \alpha x + A_2 \cos \alpha x + A_3 \operatorname{sh} \alpha x + A_4 \operatorname{ch} \alpha x \\ & + A_5 \sin \beta x + A_6 \cos \beta x + A_7 \operatorname{sh} \beta x + A_8 \operatorname{ch} \beta x \end{aligned} \quad (4.10)'$$

$$\bar{z}_2 = \frac{I}{c_3 \omega} \left[B \frac{d^4 \bar{z}_1}{d \bar{x}^4} - m \omega^2 \right]$$

pentru porțiunea de bară de la crapodină la mijlocul cutiei

$$z = z_1 \sin(\omega t) + z_2 \cos(\omega t)$$

$$\begin{aligned} z_1 = & A_9 \sin \alpha x + A_{10} \cos \alpha x + A_{11} \operatorname{sh} \alpha x + A_{12} \operatorname{ch} \alpha x \\ & + A_{13} \sin \beta x + A_{14} \cos \beta x + A_{15} \operatorname{sh} \beta x + A_{16} \operatorname{ch} \beta x \end{aligned} \quad (4.10)''$$

$$z_2 = \frac{I}{c_3 \omega} \left[B \frac{d^4 z_1}{d x^4} - m \omega^2 \right]$$

Coefficienții $A_1 \dots A_{16}$ se vor determina punând condițiile la limită, care se vor scrie:

@₁ - în extremitatea cutiei, forța tăietoare și momentul încovoietor sunt nule, adică:

$$\begin{aligned} M_i \Big|_{\bar{x}=0} &= -B \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=0} = 0 \\ T \Big|_{\bar{x}=0} &= -\frac{\partial M_i}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0} = -B \frac{\partial^3 \bar{z}}{\partial \bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=0} = 0 \end{aligned} \quad (4.11)$$

@₂ - în dreptul crapodinei, la $\bar{x} = l_1$ și $x = 0$ vom aplica condițiile de realizare a continuității celor două porțiuni de bară și anume: deplasările verticale egale, unghiurile de flexiune egale și momentele de încovoiere egale. Rezultă deci că:

$$\begin{aligned} \bar{z}|_{\bar{x}=l_1} &= z|_{x=0} \\ \frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=l_1} &= \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{x=0} \\ \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=l_1} &= \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{x=0} \end{aligned} \quad (4.12)$$

@₃ - la mijlocul cutiei, în ipoteza considerată a formelor de vibrație simetrice, avem că unghiul de flexiune și forța tăietoare sunt nule, ceea ce se scrie:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{x=l} &= 0 \\ \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} \Big|_{x=l} &= 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

@₄ - în dreptul crapodinei, forțele tăietoare pentru cele două porțiuni de bară trebuie să fie în echilibru/cu reacțiunea suportată de boghiu:

$$-B \frac{\partial^3 \bar{z}}{\partial \bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=l_1} + k_2 (z|_{x=0} - q) + c_2 \left(\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{d q}{d t} \right) + B \frac{\partial^3 z}{\partial x^3} \Big|_{x=0} = 0 \quad (4.14)$$

în care: $q = q_1 \sin(\omega t) + q_2 \cos(\omega t)$ reprezintă mișcarea pe verticală a ramei boghiului.

@₅ - mișcarea pe verticală a ramei boghiului rezultă din legea fundamentală a dinamicii, aplicată masei suspendate a acestuia, m_b .

$$\begin{aligned} k_2 (z|_{x=0} - q) + c_2 \left(\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{d q}{d t} \right) + 2k_1 (p - q) \\ + 2c_1 \left(\frac{d p}{d t} - \frac{d q}{d t} \right) = m_b \frac{d^2 q}{d t^2} \end{aligned} \quad (4.15)$$

în care $p = p_0 \sin(\omega t)$ - reprezintă excitația sinusoidală în fază a osiilor vehiculului.

Prelucrând ecuațiile din (4.11) - (4.15), utilizând în acest sens și relațiile (4.10)' și (4.10)" , se obțin ecuații diferențiale cu termeni în sinus și cosinus; aceste ecuații trebuie, la rândul lor, să fie satisfăcute pentru orice moment de timp considerat. Prin separarea termenilor în sinus, respectiv în cosinus, și anularea acestora, se va obține următorul sistem de ecuații:

$$\begin{aligned}
\left. \frac{d^2 \bar{z}_I}{d \bar{x}^2} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 & \left. \frac{d^3 \bar{z}_I}{d \bar{x}^3} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 \\
\left. \frac{d^6 \bar{z}_I}{d \bar{x}^6} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 & \left. \frac{d^7 \bar{z}_I}{d \bar{x}^7} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 \\
\bar{z}_I \Big|_{\bar{x}=l_1} &= z_I \Big|_{x=0} & \left. \frac{d \bar{z}_I}{d \bar{x}} \right|_{\bar{x}=l_1} &= \left. \frac{d z_I}{d x} \right|_{x=0} \\
\left. \frac{d^2 \bar{z}_I}{d \bar{x}^2} \right|_{\bar{x}=l_1} &= \left. \frac{d^2 z_I}{d x^2} \right|_{x=0} & \left. \frac{d^4 \bar{z}_I}{d \bar{x}^4} \right|_{\bar{x}=l_1} &= \left. \frac{d^4 z_I}{d x^4} \right|_{x=0} \\
\left. \frac{d^5 \bar{z}_I}{d \bar{x}^5} \right|_{\bar{x}=l_1} &= \left. \frac{d^5 z_I}{d x^5} \right|_{x=0} & \left. \frac{d^6 \bar{z}_I}{d \bar{x}^6} \right|_{\bar{x}=l_1} &= \left. \frac{d^6 z_I}{d x^6} \right|_{x=0} \\
\left. \frac{d z_I}{d x} \right|_{\bar{x}=l} &= 0 & \left. \frac{d^3 z_I}{d x^3} \right|_{x=l} &= 0 \\
\left. \frac{d^5 z_I}{d x^5} \right|_{x=l} &= 0 & \left. \frac{d^7 z_I}{d x^7} \right|_{x=l} &= 0 \\
\left. \frac{d^3 \bar{z}_I}{d \bar{x}^3} \right|_{\bar{x}=l_1} + \frac{c_2 d^4 z_I}{c_3 d x^4} \Big|_{x=0} - \left. \frac{d^3 z_I}{d x^3} \right|_{x=0} - \left(\frac{c_2 m \omega^2}{c_3 B} + \frac{k_2}{B} \right) z_I \Big|_{x=0} + \\
& \quad + \frac{k_2}{B} q_1 - \frac{c_2 \omega}{B} q_2 = 0 \\
\left. \frac{d^7 \bar{z}_I}{d \bar{x}^7} \right|_{\bar{x}=l_1} - \frac{m \omega^2 d^3 \bar{z}_I}{B d \bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=l_1} - \left. \frac{d^7 z_I}{d x^7} \right|_{x=0} - \frac{k_2 d^4 z_I}{B d x^4} \Big|_{x=0} + \\
& \quad + \frac{m \omega^2 d^3 z_I}{B d x^3} \Big|_{x=0} + \left(\frac{k_2 m \omega^2}{B^2} + \frac{c_2 c_3 \omega^2}{B^2} \right) z_I \Big|_{x=0} = 0 \\
-B \frac{c_2 d^4 z_I}{c_3 d x^4} \Big|_{x=0} + \left(\frac{c_2}{c_3} m \omega^2 + k_2 \right) z_I \Big|_{x=0} + \left(m_b \omega^2 - k_2 - 2k_1 \right) q_1 + \\
& \quad + \left(2c_1 + c_2 \right) \omega q_2 = -2k_1 p_0 \\
\frac{B k_2 d^4 z_I}{c_3 \omega d x^4} \Big|_{x=0} + \left(c_2 \omega - \frac{k_2 m \omega}{c_3} \right) z_I \Big|_{x=0} - \left(2c_1 + c_2 \right) \omega q_1 + \\
& \quad + \left(m_b \omega^2 - k_2 - 2k_1 \right) q_2 = -2c_1 \omega p_0
\end{aligned}$$

(4.16)

În sistemul (4.16) vom înlocui acum derivatele parțiale până la ordinul 7 care intervin, utilizând forma soluțiilor dată de (4.10)' și (4.10)". Sistemul (4.16) este un sistem liniar, cu coeficienți complecși, având necunoscutele A_1, \dots, A_{16} , q_1 , q_2 . Pentru rezolvare am realizat un program propriu de calcul, care permite determinarea necunoscutelor pentru diverse valori ale frecvenței de excitație, respectiv a oricărui parametru care intervine în sistem.

În final, se determină amplitudinile deplasărilor, vitezelor, respectiv accelerațiilor cutiei și boghiului, utilizând relațiile:

$$\begin{aligned} q_0 &= \sqrt{q_1^2 + q_2^2} & v_q &= q_0 \omega & a_q &= q_0 \omega^2 \\ z_0 &= \sqrt{z_1^2 + z_2^2} & v_0 &= z_0 \omega & a_0 &= z_0 \omega^2 \\ \bar{z}_0 &= \sqrt{\bar{z}_1^2 + \bar{z}_2^2} & \bar{v}_0 &= \bar{z}_0 \omega & \bar{a}_0 &= \bar{z}_0 \omega^2 \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.3. Studiul răspunsului dinamic la excitații sinusoidale în opoziție de fază ale osiilor

4.3.1. Stabilirea ecuațiilor de mișcare

În figura 4.3. s-a prezentat modelul de calcul pentru excitații sinusoidale în opoziție de fază, datorate, cel mai posibil, unei abateri de la circularitate a roților vehiculului; mișcările osiilor exterioare ale celor două boghiuri sunt în fază (pentru păstrarea simetriei, fiind în același timp în opoziție de fază cu mișcările osiilor interioare a celor două boghiuri.

Rama boghiului execută o mișcare oscilatorie în direcție longitudinală și o mișcare oscilatorie unghiulară în jurul unei axe orizontal transversale. Centrul de greutate al boghiului nu se deplasează pe verticală, astfel că arcurile și amortizoarele amplasate în suspensia secundară a vehiculului nu afectează calculele.

Cutie vehiculului este legată de boghiu prin intermediul crapodinei, la distanța e [m] sub axa neutră a barei. Punctul corespunzător de legătură situat pe boghiu, se află la distanța e_1 [m] față de centrul de greutate; această distanță este în general pozitivă, dar dacă din construcție punctul este situat sub centrul de greutate, e_1 va fi afectată de semn. În direcție longitudinală, legătura dintre cutie și boghiu se caracterizează prin rigiditatea k_f [N/m] și amortizarea c_f [Ns/m].

Rezultă deci că mișcarea ce va fi analizată este o mișcare oscilatorie de recul și de galop a boghiului împreună cu o mișcare vibratorie simetrică de încovoiere verticală a cutiei.

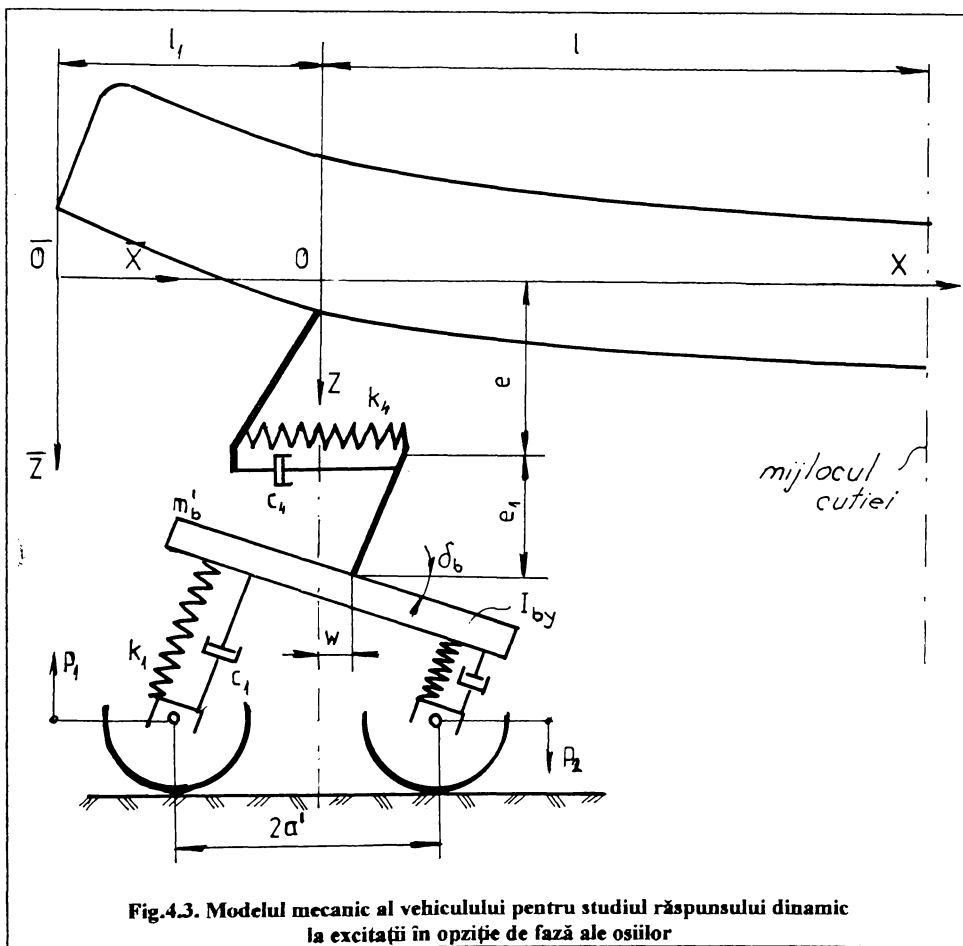
Vom utiliza următoarele simboluri suplimentare:

F [N] - forța orizontală în direcție longitudinală dintre cutie și boghiu

δ_b [rad] - deplasarea unghiulară a ramei boghiului în jurul axei transversale, pentru descrierea mișcării de galop a boghiului

I_{by} [m⁴] - momentul de inerție al boghiului în jurul axei transversale y

w [m] - deplasarea în direcție longitudinală a ramei boghiului pentru descrierea mișcării de recul a boghiului.



Având în vedere că ceea ce s-a prezentat în legătură cu elasticitatea cutiei rămâne valabil și pentru acest tip de excitație, soluția generală a ecuațiilor este formal identică cu cea prezentată în relațiile (4.10)' și (4.10)". Se vor analiza și în acest caz condițiile la limită care diferă de situația prezentată în paragraful 4.2.

4.3.2. Rezolvarea ecuațiilor de mișcare

Condiții la limită:

@₁ - în extremitatea cutiei, forța tăietoare și momentul încovoietor sunt nule, adică:

$$M_i|_{\bar{x}=0} = -B \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=0} = 0$$

$$T|_{\bar{x}=0} = - \frac{\partial M_i}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0} = -B \frac{\partial^3 \bar{z}}{\partial \bar{x}^3} \Big|_{\bar{x}=0} = 0$$
(4.18)

@₂ - în dreptul crapodinei, la $\bar{x} = l_1$ și $x = 0$ vom aplica condițiile de realizare a continuității celor două porțiuni de bară și anume: deplasările verticale egale, unghiurile de flexiune egale și momentele de încovoierie egale.

$$\bar{z}|_{\bar{x}=l_1} = z|_{x=0}$$

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=l_1} = \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=l_1} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{x=0}$$
(4.19)

@₃ - la mijlocul cutiei, în ipoteza considerată a formelor de vibrație simetrice, avem că unghiul de flexiune și forța tăietoare sunt nule, ceea ce se scrie:

$$\frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = 0$$
(4.20)

@₄ - în dreptul crapodinei, trebuie realizat echilibrul între momentul resultant și forța longitudinală din crapodină aplicată la distanța e față de axa neutră a cutiei vehiculului.

$$M_i|_{\bar{x}=l_1} = M_i|_{x=0} + Fe$$

$$-B \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial \bar{x}^2} \Big|_{\bar{x}=l_1} = -B \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{x=0} + e \left[k_4 \left(e \frac{\partial z}{\partial x} \Big|_{x=0} + w + \delta_b e_1 \right) + c_4 \left(e \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \Big|_{x=0} + \frac{dw}{dt} + e_1 \frac{d\delta_b}{dt} \right) \right]$$
(4.21)

Pentru mișcări periodice ale boghiurilor, vom exprima deplasările liniare, respectiv unghiulare cu relații de tipul:

$$\begin{aligned}\delta_b &= \delta_{b1} \sin(\omega t) + \delta_{b2} \cos(\omega t) \\ w &= w_1 \sin(\omega t) + w_2 \cos(\omega t)\end{aligned}\quad (4.22)$$

@₅ - mișcarea longitudinală a centrului de greutate al boghiului este guvernată de legea fundamentală a dinamicii, aplicată masei echivalente a boghiului, m'_b , care execută mișcare longitudinală:

$$-F = m'_b \frac{d^2 w}{dt^2} \quad (4.23)$$

Cu aceste condiții la limită, ținând seama și de cele arătate în paragraful 4.2., sistemul de ecuații devine:

$$\begin{aligned}\left. \frac{d^2 \bar{z}_I}{d \bar{x}^2} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 & \left. \frac{d^3 \bar{z}_I}{d \bar{x}^3} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 \\ \left. \frac{d^6 \bar{z}_I}{d \bar{x}^6} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 & \left. \frac{d^7 \bar{z}_I}{d \bar{x}^7} \right|_{\bar{x}=0} &= 0 \\ \bar{z}_I \Big|_{\bar{x}=l_I} &= z_I \Big|_{x=0} & \left. \frac{d \bar{z}_I}{d \bar{x}} \right|_{\bar{x}=l_I} &= \left. \frac{d z_I}{d x} \right|_{x=0} \\ \left. \frac{d^2 \bar{z}_I}{d \bar{x}^2} \right|_{\bar{x}=l_I} &= \left. \frac{d^2 z_I}{d x^2} \right|_{x=0} & \left. \frac{d^4 \bar{z}_I}{d \bar{x}^4} \right|_{\bar{x}=l_I} &= \left. \frac{d^4 z_I}{d x^4} \right|_{x=0} \\ \left. \frac{d^5 \bar{z}_I}{d \bar{x}^5} \right|_{\bar{x}=l_I} &= \left. \frac{d^5 z_I}{d x^5} \right|_{x=0} & \left. \frac{d^6 \bar{z}_I}{d \bar{x}^6} \right|_{\bar{x}=l_I} &= \left. \frac{d^6 z_I}{d x^6} \right|_{x=0} \\ \left. \frac{d z_I}{d x} \right|_{\bar{x}=l} &= 0 & \left. \frac{d^3 z_I}{d x^3} \right|_{x=l} &= 0 \\ \left. \frac{d^5 z_I}{d x^5} \right|_{x=l} &= 0 & \left. \frac{d^7 z_I}{d x^7} \right|_{x=l} &= 0\end{aligned}\quad (4.24)$$

(continuare pe pagina 63)

$$\left. \frac{d^2 \bar{z}_1}{d \bar{x}^2} \right|_{\bar{x}=l_1} + \frac{c_4}{c_3} e^2 \left. \frac{d^5 z_1}{d x^5} \right|_{x=0} - \left. \frac{d^2 z_1}{d x^2} \right|_{x=0} + \left(\frac{c_4}{c_3} e^2 \frac{m \omega^2}{B} + \frac{k_4}{B} e^2 \right) \left. \frac{d z_1}{d x} \right|_{x=0} +$$

$$+ \frac{k_4 e}{B} w_1 - \frac{c_4 e \omega}{B} w_2 + \frac{k_4 e e_1}{B} \delta_{b1} - \frac{c_4 e e_1 \omega}{B} \delta_{b2} = 0$$

$$\left. \frac{d^6 \bar{z}_1}{d \bar{x}^6} \right|_{\bar{x}=l_1} - \frac{m \omega^2}{B} \left. \frac{d^2 \bar{z}_1}{d \bar{x}^2} \right|_{\bar{x}=l_1} - \left. \frac{d^6 z_1}{d x^6} \right|_{x=0} - \frac{k_4 e^2}{B} \left. \frac{d^5 z_1}{d x^5} \right|_{x=0} +$$

$$+ \frac{m \omega^2}{B} \left. \frac{d^2 z_1}{d x^2} \right|_{x=0} - \left(\frac{c_4 c_3 e^2 m \omega^2}{B^2} + \frac{k_4 e^2 m \omega^2}{B^2} \right) \left. \frac{d z_1}{d x} \right|_{x=0} +$$

$$+ \frac{c_4 c_3 e \omega^2}{B^2} w_1 + \frac{k_4 e c_3 \omega}{B^2} w_2 + \frac{c_4 c_3 e e_1 \omega^2}{B^2} \delta_{b1} + \frac{k_4 e e_1 c_3 \omega}{B^2} \delta_{b2} = 0$$

$$\frac{c_4}{c_3} e B \left. \frac{d^5 z_1}{d x^5} \right|_{x=0} - \left(\frac{c_4}{c_3} e m \omega^2 + k_4 e \right) \left. \frac{d z_1}{d x} \right|_{x=0} + (m_b' \omega^2 - k_4) w_1 +$$

$$+ c_4 \omega w_2 - k_4 e_1 \delta_{b1} + c_4 e_1 \omega \delta_{b2} = 0$$

$$\frac{k_4}{c_3 \omega} e B \left. \frac{d^5 z_1}{d x^5} \right|_{x=0} - \left(\frac{k_4}{c_3} e m \omega - c_4 e \omega \right) \left. \frac{d z_1}{d x} \right|_{x=0} + c_4 \omega w_1 -$$

$$- (m_b' \omega^2 - k_4) w_2 - c_4 e_1 \omega \delta_{b1} + k_4 e_1 \delta_{b2} = 0$$

$$\frac{c_4}{c_3} e B e_1 \left. \frac{d^5 z_1}{d x^5} \right|_{x=0} - \left(\frac{c_4}{c_3} e e_1 m \omega^2 + k_4 e e_1 \right) \left. \frac{d z_1}{d x} \right|_{x=0} - k_4 e_1 w_1 +$$

$$+ c_4 e_1 \omega w_2 + (I_{by} \omega^2 - 2k_1 a'^2 - k_4 e_1^2) \delta_{b1} +$$

$$+ (c_4 e_1^2 \omega + 2c_1 \omega a'^2) \delta_{b2} = 2a' k_1 p_0$$

$$\frac{k_4}{c_3 \omega} e e_1 B \left. \frac{d^5 z_1}{d x^5} \right|_{x=0} - \left(\frac{k_4}{c_3} e e_1 m \omega - c_4 e e_1 \omega \right) \left. \frac{d z_1}{d x} \right|_{x=0} + c_4 e \omega w_1 -$$

$$- k_4 e_1 w_2 + (c_4 e_1^2 \omega + 2c_1 \omega a'^2) \delta_{b1} -$$

$$- (I_{by} \omega^2 - 2k_1 a'^2 - k_4 e_1^2) \delta_{b2} = 2a' c_1 \omega p_0$$

În sistemul (4.24) vom înlocui derivatele parțiale până la ordinul 7 care intervin, utilizând forma soluțiilor dată de (4.10)' și (4.10)". Sistemul (4.24) este un sistem liniar, cu coeficienți complecși, având necunoscutele A_1, \dots, A_{16} , w_1 , w_2 , δ_{b1} , δ_{b2} . Pentru rezolvare am realizat un program propriu de calcul, care permite

determinarea necunoscutelor pentru diverse valori ale frecvenței de excitație, respectiv a oricărui parametru care intervine în sistem.

În final, se determină amplitudinile deplasărilor, vitezelor, respectiv accelerațiilor cutiei și boghiului, utilizând relațiile:

$$\begin{aligned}
 w_0 &= \sqrt{w_1^2 + w_2^2} & v_w &= w_0 \omega & a_w &= w_0 \omega^2 \\
 \delta_{b0} &= \sqrt{\delta_{b1}^2 + \delta_{b2}^2} & v_{\delta_b} &= \delta_{b0} \omega & a_{\delta_b} &= \delta_{b0} \omega^2 \\
 z_0 &= \sqrt{z_1^2 + z_2^2} & v_z &= z_0 \omega & a_z &= z_0 \omega^2 \\
 \bar{z}_0 &= \sqrt{\bar{z}_1^2 + \bar{z}_2^2} & \bar{v}_z &= \bar{z}_0 \omega & \bar{a}_z &= \bar{z}_0 \omega^2
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

4.4. Determinarea răspunsului dinamic al vagonului de clasă la excitații sinusoidale în fază și în opoziție de fază ale osiilor

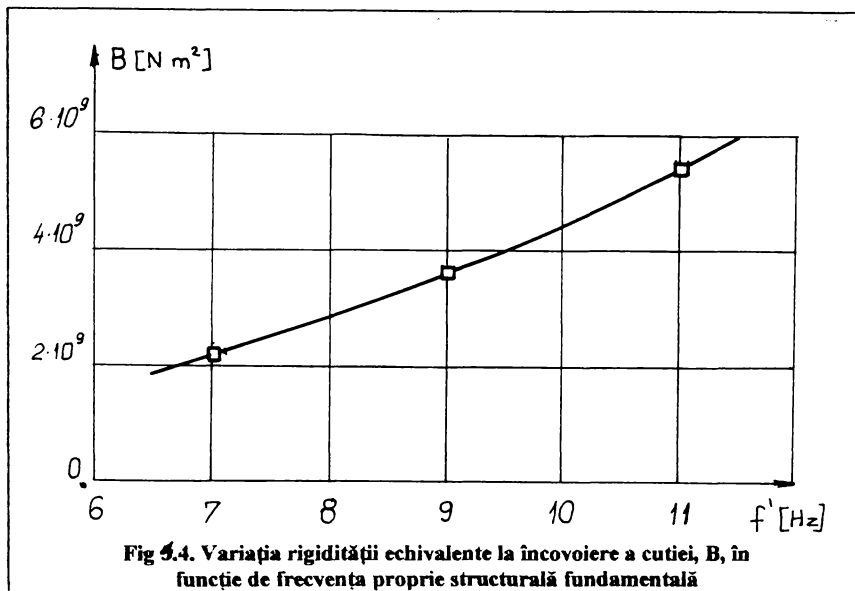
Aplicația numerică se referă din nou la vagonul de clasă luat în studiu în capitolele precedente. Pentru rezolvarea sistemelor de ecuații prezentate în 4.2. și 4.3. vom da următoarele date suplimentare:

- $l_1 = 3.05$ m - distanța de la extremitatea cutiei la crapodină
- $c_3 = 5000$ Ns/m² - amortizarea internă pe unitate de lungime a cutiei
- $m = 1238$ kg/m, respectiv 1636 kg/m - masa cutiei pe unitate de lungime la gol, respectiv maxim încărcat
- $B = 3.45 \cdot 10^9$ kgm² - rigiditatea echivalentă la încovoiere a cutiei
- $e = 1.2$ m - distanța pe verticală între axa neutră a cutiei și punctul de legătură cu boghiul
- $e_1 = 0.09$ m - distanța pe verticală între centrul de greutate al boghiului și punctul de legătură cu cutia
- $k_4 = 2 \cdot 10^7$ N/m - rigiditatea longitudinală a legăturii cutie - boghiu pe un boghiu
- $c_4 = 2 \cdot 10^5$ Ns/m - amortizarea în direcție longitudinală a legăturii cutie - boghiu pe un boghiu
- $m'_b = 2376$ kg - masa boghiului considerată că execută mișcare oscilatorie în direcție longitudinală

Asupra coeficientului c_3 trebuie arătat că este necesară o valoare peste 3000 Ns/m² rezultată în urma studiilor teoretice și experimentale [137]; la o valoare mai mică accelerațiile cutiei supuse și mișcării de încovoiere sunt mari în raport cu cele rezultate experimental.

Asupra rigidității echivalente la încovoiere, B , trebuie făcute de asemenea noi considerații. Așa cum s-a mai arătat, frecvența proprie fundamentală de încovoiere în plan vertical a cutiei este situată în general în intervalul 7 - 11 Hz. În literatura de specialitate [137] au fost menționate valorile lui B astfel ca frecvența să fie 7, 9, 11

Hz. Din diagrama 5.4., ținând seama de valoarea determinată experimental pentru vagonul luat în studiu (8.8 Hz) [135], s-a determinat valoarea lui B .

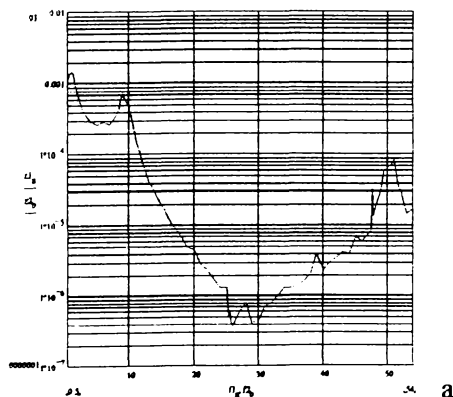


4.4.1. Răspunsul dinamic vertical al vagonului la excitații în fază ale osiilor

Pe baza programelor de calcul realizate de autorul acestei teze, s-au făcut rulați pentru frecvențe cuprinse în intervalul (0 - 54 Hz) pentru vagonul gol și maxim încărcat. S-au determinat valorile amplitudinilor deplasărilor și accelerațiilor în punctele caracteristice ale cutiei vehiculului (extremitate, crapodină, mijlocul cutiei), precum și amplitudinile deplasărilor și accelerațiilor boghiului.

Valoarea impusă a amplitudinii excitației sinusoidale este de 1 mm aplicată în fază tuturor osiilor.

În diagramele care urmează, deplasările sunt date în [m], iar accelerațiile în [m/s^2]. Deplasările unghiulare sunt date în [rad], iar accelerațiile unghiulare în [rad/s^2].



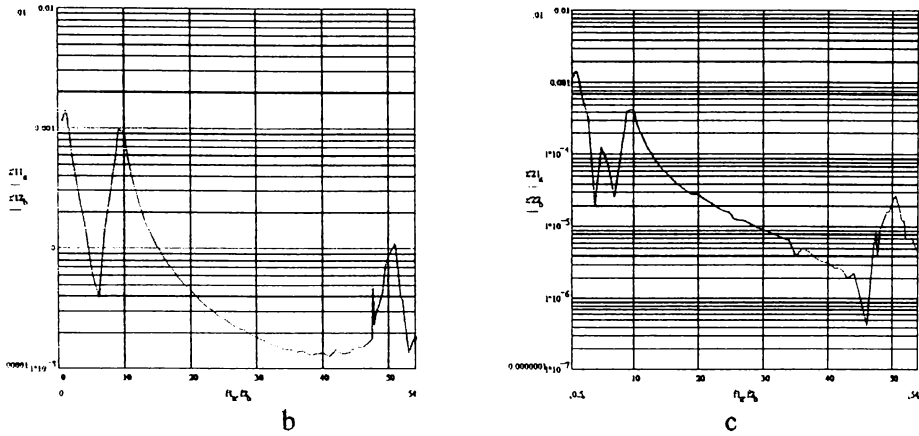


Fig. 5.5. Amplitudinile deplasărilor extremității cutiei (a), a punctului de deasupra crapodinei (b) și ale mijlocului cutiei (c)

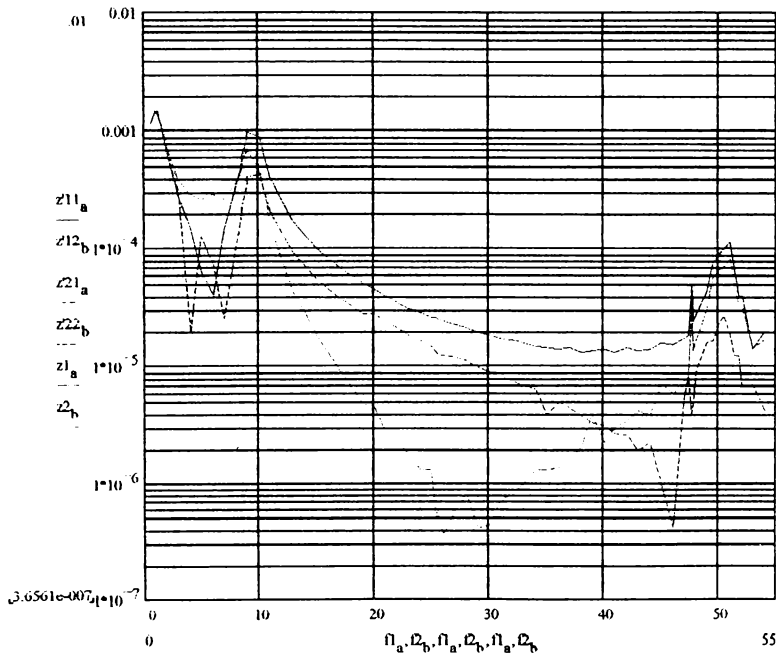


Fig. 5.6. Suprapunerea amplitudinilor deplasărilor pentru cele 3 puncte caracteristice (extremitate - linie punctată, crapodină - linie întreruptă, miloc cutie - linie)

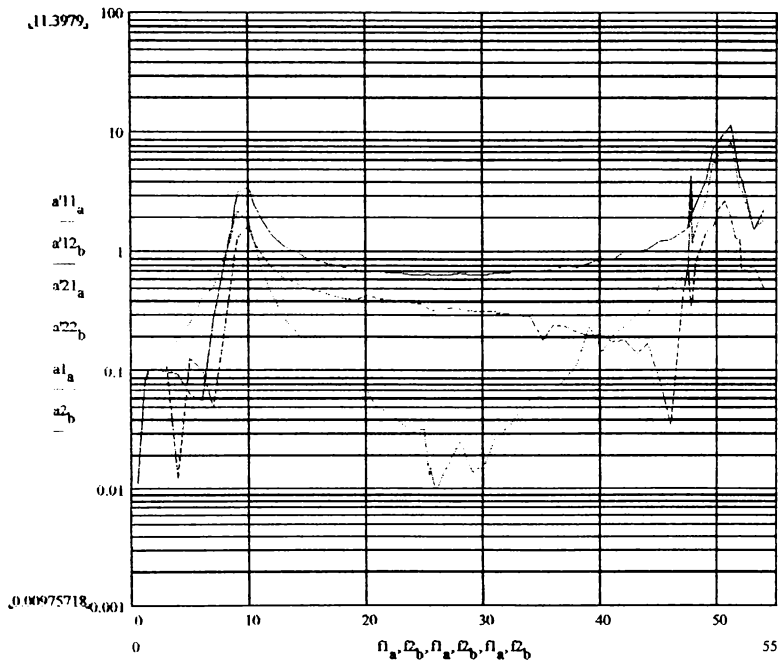


Fig. 5.7. Suprapunerea amplitudinilor accelerațiilor pentru cele 3 puncte caracteristice (extremitate - linie punctată, crapodină - linie întreruptă, miloc cutie - linie)

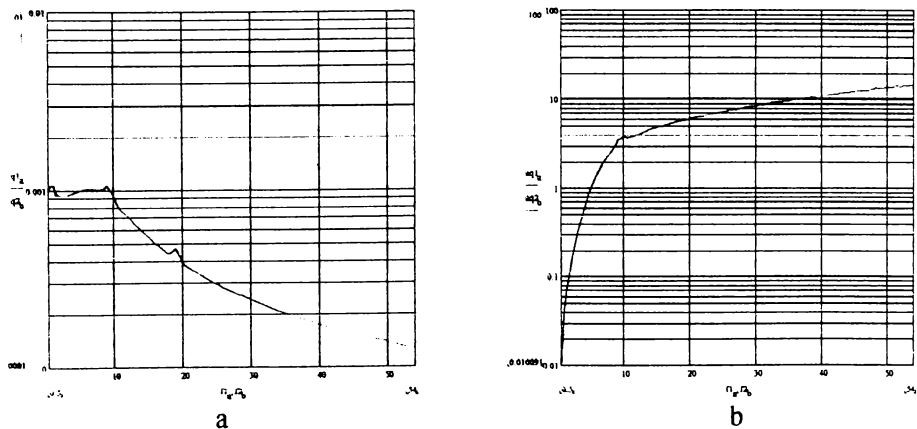


Fig. 5.8. Amplitudinea deplasării (a) și accelerației (b) boghiului funcție de frecvență

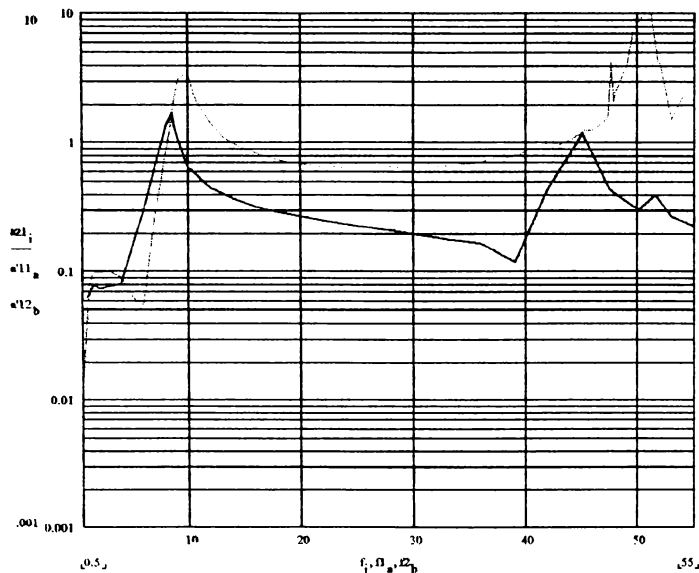
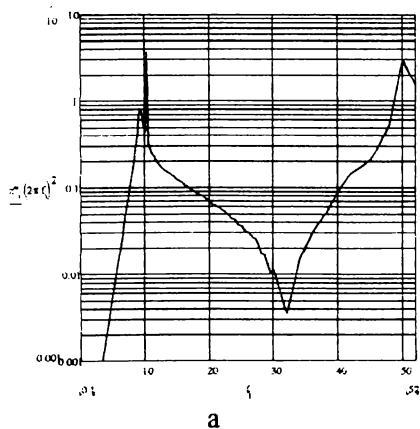


Fig. 5.9. Amplitudinea accelerației cutiei în crapodină pentru cazul vagonului gol (linie punctată) și maxim încărcat (linie)

4.4.2. Răspunsul dinamic vertical al vagonului la excitații în opoziție de fază ale osiilor

S-au făcut de asemenea rulări ale programelor proprii întocmite în cazul acestui tip de excitație, pentru frecvențe până la 55 Hz, determinându-se parametri răspunsului dinamic al cutiei în punctele caracteristice și al boghiului. Programele permit studiul influenței fiecărui parametru constructiv și funcțional al vehiculului feroviar asupra răspunsului dinamic.



a

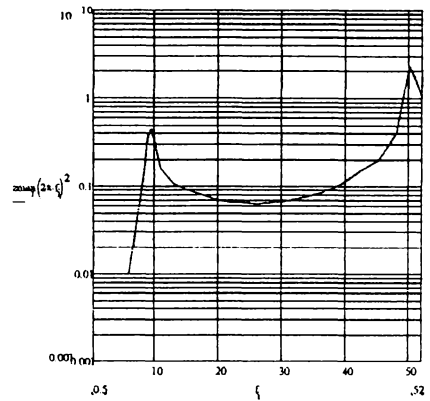
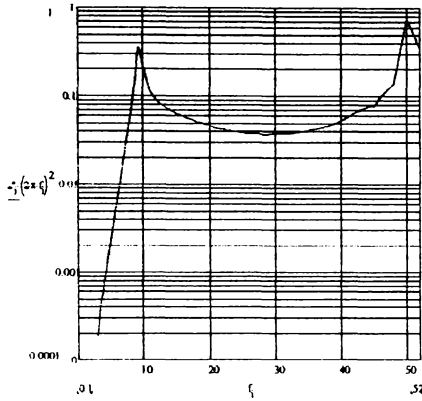


Fig. 5.10. Amplitudinile accelerațiilor extremității cutiei (a), a punctului de deasupra crapodinei (b) și ale mijlocului cutiei (c)

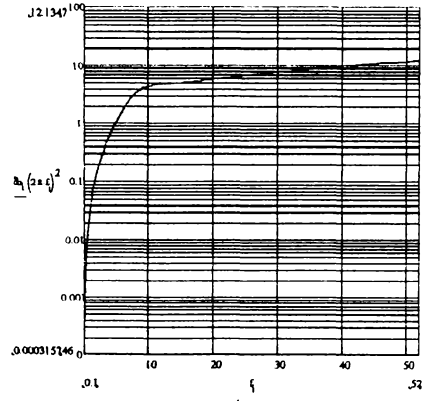
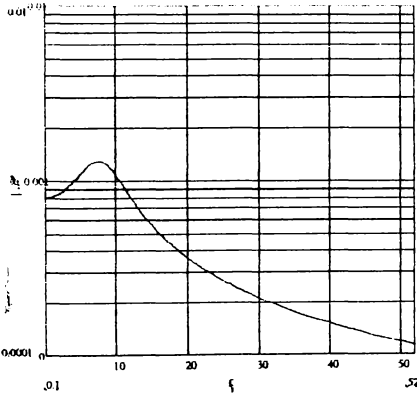


Fig. 5.11. Amplitudinea deplasării unghiulare (a) și a accelerației unghiulare (b) a boghiului funcție de frecvență (mișcarea de galop a boghiului)

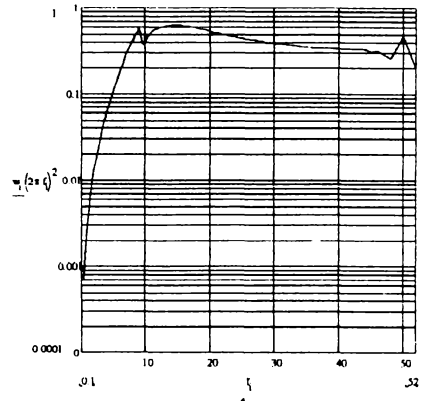
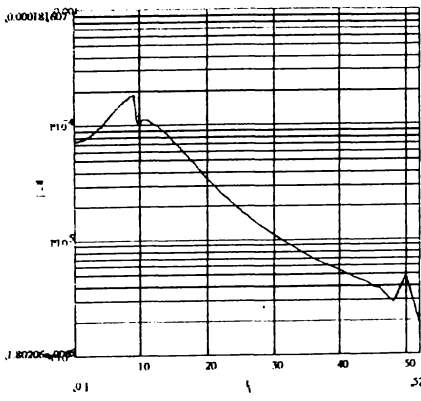


Fig. 5.12. Amplitudinea deplasării longitudinale (a) și accelerației longitudinale (b) a boghiului funcție de frecvență (mișcarea de recul a boghiului)

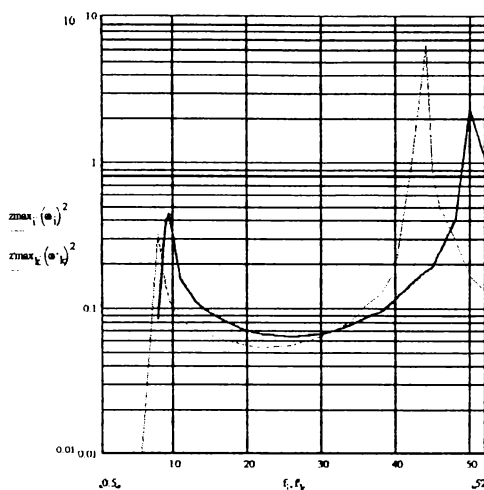


Fig. 9.13. Amplitudinea accelerației mijlocului cutiei pentru cazul vagonului gol (linie) și maxim încărcat (linie punctată)

4.5. Concluzii și contribuții personale

Considerarea cutiei vehiculului ca structură elastică a condus la un model matematic foarte complex, datorită și introducerii amortizării interne pe unitatea de lungime; în absența acestei amortizări, ipoteză care nu corespunde realității fizice, dar și la valori mai mici decât 3000 Ns/m^2 , accelerația care rezultă la mijlocul cutiei este de 2 - 5 ori mai mare decât cea obținută pe cale experimentală.

Alegerea parametrilor constructivi și funcționali ai vehiculului reprezintă în general un compromis. Creșterea lui c_3 conduce la reducerea accelerațiilor la mijlocul cutiei. Creșterea rigidității echivalente B este în general benefică, dacă suspensia primară nu este foarte rigidă, caz în care ar putea să apară suprapuneri ale mișcării oscilatorii ale boghiurilor peste vibrații structurale ale cutiei; creșterea lui B nu trebuie să conducă la creșterea terei vagonului. Pentru atenuarea răspunsului boghiului, c_1 poate să crească, exercitându-se și o influență benefică asupra accelerațiilor maxime ale cutiei. O valoare mică a rigidității echivalente a celor două suspensii este de preferat.

Valoarea rigidității k_4 nu influențează evident răspunsul dinamic al cutiei, fiind însă de dorit o valoare mică; accelerația în cazul excitației în opoziție de fază scade apreciabil cu creșterea lui c_4 . O mare influență asupra răspunsului dinamic al cutiei o are distanța de la punctul de legătură cutie - boghiu și centrul de greutate al boghiului, e_1 , care trebuie să fie cât mai redusă; această dimensiune poate fi corelată cu valoarea lui k_4 (dacă e_1 nu poate fi redus, se va reduce la minim posibil k_4).

Din analiza diagramelor 5.7. și 5.8 se poate observa că răspunsul dinamic al cutiei vehiculului este diferit în funcție de poziția punctului în care se măsoară, lucru constatat în absolut toate experimentele efectuate. Noi am ales puncte caracteristice, care prezintă un interes deosebit pentru studiu. Aceste răspunsuri diferite sunt imposibil de obținut teoretic pe modele care nu iau în considerare structura elastică a cutiei.

Pe diagramele 5.5 - 5.8 sunt observabile 3 zone de rezonanță, una care corespunde mișcării de săltare a cutiei la aproximativ 1.4 Hz, una în jurul frecvenței de 9 Hz care corespunde încovoierii verticale a cutiei (o jumătate de sinusoidă între crapodine) și una în jurul frecvenței de 52 Hz. Este posibil ca această ultimă rezonanță să reprezinte cea de-a treia frecvență proprie de încovoiere verticală a cutiei (o sinusoidă și jumătate între crapodine), deoarece al doilea mod de vibrație al structurii cutiei nu este unul simetric, ci reprezintă un mod propriu sub forma unei sinusoidă - mod propriu nesimetric.

Valoarea răspunsului dinamic în zona de rezonanță structurală a cutiei este destul de ridicată, ceea ce arată că devine obligatorie luarea în considerare a elasticității cutiei la proiectarea vehiculelor moderne. De asemenea se pot evita din faza de proiectare, prin modificarea parametrilor suspensiei în special, suprapunerii ale frecvenței structurale a cutiei peste mișcări oscilatorii ale boghiurilor.

În cazul vagonului încărcat, răspunsul cutiei se situează în general sub răspunsul obținut pentru vagonul gol. Mai importantă este însă reducerea frecvenței de încovoiere a cutiei, datorată în mod cert creșterii de masă. Această reducere este și mai evidentă pentru cea de-a 3-a zonă de rezonanță. La vehiculele urbane (tramvaie, metrouri) reducerea frecvenței este mai drastică, deoarece masa cutiei se dublează de la vehiculul gol la maxim încărcat. Cum frecvențele proprii de oscilație ale boghiurilor nu suferă modificări esențiale în funcție de gradul de încărcare, pot apărea situații de reducere a confortului pentru anumite stări de încărcare ale vehiculului.

Frecvențele de excitație până la care s-a efectuat calculul sunt situate în intervalul (0 - 55 Hz); de aici rezultă ca analiza este posibilă și pentru vehicule care circulă și cu viteze care depășesc 200 km/h. La aceste viteze, frecvențele de excitație în circulație pot să atingă valori și mai mari.

Din diagramele obținute la excitații în opoziție de fază rezultă că apar în această situație numai două zone de rezonanță, ceea ce corespunde modelului matematic considerat. În figura 5.11 a se observă că mișcarea de galop a boghiului prezintă un vârf la o frecvență situată între 8.5 - 9 Hz. Consider că acest maxim este datorat faptului că frecvența proprie de galop a boghiului, calculată și anterior cu metode analitice, respectiv operaționale, este situată în această zonă de frecvență.

Mișcarea de recul a boghiului influențează într-un mod mai accentuat mișcarea de încovoiere a cutiei în raport cu mișcarea de galop a boghiului, dovadă fiind faptul că accelerațiile longitudinale ale boghiului au valorile cele mai ridicate în intervalul 9 - 15 Hz (vezi fig.5.12.).

Obținerea diagramelor prezentate este rezultatul unei munci laborioase efectuate de autor, de realizare a unor programe de calcul pe baza modelelor matematice, și nu în ultimul rând, de sistematizare a unui volum mare de date obținute; s-au efectuat de asemenea un număr de câteva sute de rulări. Programele au fost realizate în urma efectuării unei demonstrații proprii în vederea constituirii sistemelor de ecuații, care, așa cum s-a arătat, este cu coeficienți complecși; se rezolvă în complex sisteme de 18 și de 20 de ecuații algebrice, cu un număr de 18, respectiv 20 de necunoscute.

Aș dori să amintesc de asemenea că am efectuat un studiu, utilizând modelul de calcul prezentat în acest capitol, al răspunsului dinamic al metroului, metrou aflat în acest moment în faza de proiectare. Cu modificările de rigoare privind datele constructive și funcționale ale vehiculului analizat, ambele modele se pot aplica practic tuturor vehiculelor feroviare pe 4 osii, constituind un instrument de lucru util cercetătorilor și proiectanților.

În capitolul 7 al prezentei teze, vor fi prezentate mai în detaliu rezultatele experimentale efectuate pe standul de încercări de la Vitry (Franța) [135], care au confirmat justetea modelelor matematice prezentate în acest capitol. Unul din vehiculele analizate experimental are caracteristici asemănătoare cu cele al vagonului de clasă export Grecia supus studiului, astfel că sunt posibile extrapolări ale rezultatelor experimentale.

Deși foarte complexe, cele două modele reprezintă schematizări ale vehiculului: cutia este schematizată la nivelul unei bare, masa cutiei este uniform distribuită, masa boghiului este concentrată într-un punct. Analizele se limitează la mișcarea oscilatorie de săltare cutie cu săltare boghiuri și încovoiere cutie, respectiv la recul cu galop de boghiuri și încovoiere de cutie.

CAPITOLUL 5

METODA ELEMENTULUI FINIT LA CALCULUL DINAMIC AL STRUCTURILOR ELASTICE

5.1. Notiuni de teoria elasticității

În acest paragraf vom prezenta foarte pe scurt câteva noțiuni din teoria elasticității, absolut necesare în vederea aplicării metodei elementului finit pentru probleme de elasticitate.

Tensorul deformațiilor reprezintă gradientul vectorului deplasărilor \vec{d} :

$$\nabla \vec{d} = (\vec{i} \cdot \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \cdot \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \cdot \frac{\partial}{\partial z})(\vec{i}u + \vec{j}v + \vec{k}w) \quad (5.1)$$

în care:

u, v, w - sunt componentele vectorului \vec{d} , reprezentând deplasările în direcțiile x, y , respectiv z ;

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - sunt versorii axelor sistemului de coordonate cartezian.

Matricea asociată tensorului deformațiilor este:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial v}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}) & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}) & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}) & 0 & \frac{1}{2}(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y}) & 0 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Această matrice se descompune, conform relației (5.2), într-o componentă simetrică și una antisimetrică, deoarece ea conține inițial un număr de 9 elemente distincte.

Componenta simetrică reprezintă deformația specifică, iar componentei antisimetrice i se asociază un vector ce reprezintă rotația de corp rigid (vectorul de rotație). Componenta simetrică are 6 elemente distincte, care reprezintă deformații specifice liniare și unghiulare; aceste 6 elemente pot fi exprimate în funcție de cele 3 deplasări u, v, w , cu ajutorul operatorului de derivare $[L]$, după cum urmează:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\gamma_{xy} \\ 2\gamma_{yz} \\ 2\gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\varepsilon\} = [L] \cdot \{d\} \quad (5.3)$$

Legea lui Hooke stabilește legătura între tensiuni și deformații, ținând cont și de condițiile de compatibilitate, care în ipoteza stării de deformație și de tensiune inițială nulă se scrie:

$$\{\sigma\} = [D] \cdot \{\varepsilon\} \quad (5.4)$$

Pentru corpul omogen și izotrop, matricea $[D]$ are expresia [122] [133]:

$$[D] = \frac{E}{(1+\mu)(1-2\mu)} \begin{bmatrix} 1-\mu & \mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 1-\mu & \mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & \mu & 1-\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\mu}{2} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

În teoria elasticității este valabil principiul minimului energiei potențiale, energie care reprezintă diferența dintre energia de deformație și lucrul mecanic al forțelor exterioare de volum, de suprafață sau forțe concentrate asupra corpului.

Pentru simplificarea scrierii, având în vedere și scopul propus de a introduce numai noțiunile de care avem nevoie în demonstrație, vom considera în continuare numai energia de deformare a corpului material.

Energia de deformare a unui corp omogen de volum V are expresia [70]:

$$W = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T [D]\{\varepsilon\} dV = \frac{1}{2} \int_V ([L]\{d\})^T [D]([L]\{d\}) dV \quad (5.6)$$

Energia de deformare din relația (5.6) este un număr care se calculează prin integrarea pe întregul domeniu a funcțiilor u , v și w ; funcțiilor u , v și w li se asociază prin intermediul funcționalei W un număr.

Formularea diferențială în deplasări pentru probleme de elasticitate se obține din condițiile de minimizare a funcționalei W .

5.2. Utilizarea metodei elementului finit pentru minimizarea energiei de deformare (funcționalei W)

Metoda elementului finit presupune descompunerea domeniului de analiză în subdomenii de formă simplă, numite elemente finite, astfel încât reuniunea lor să reprezinte cât mai fidel întreg domeniul, evitându-se suprapunerile elementelor și golurile între ele. Pe fiecare element finit se consideră un anumit număr de puncte (noduri) în care se calculează valorile deplasărilor. În fiecare punct din interiorul elementului finit și de pe frontiera acestuia, deplasările se exprimă cu ajutorul valorilor nodale și a unor funcții de interpolare (funcții de aproximare) $[N]$, specifice fiecărui element finit, după cum urmează:

$$\{d\}_{(e)} = [N]_{(e)} \cdot \{d_N\}_{(e)} \quad (5.7)$$

în care: $\{d_N\}$ - reprezintă vectorul deplasărilor nodale, iar indicele (e) indică faptul că ne referim la un element finit. Pentru matricea $[N]$ a funcțiilor de formă, indicele (e) nu se va mai scrie.

Introducând această aproximație de tip element finit pentru deplasări (dată de relația 5.7) în expresia energiei de deformare W , funcționala devine o funcție algebrică având ca parametri valorile nodale ale deplasărilor. Evident funcționala se va scrie pentru fiecare element finit considerat.

Minimizarea funcționalei se realizează prin anularea derivatelor parțiale ale energiei de deformare pe elementul finit în raport cu fiecare deplasare nodală; se vor obține în acest mod ecuațiile algebrice elementale.

Pe elementul finit, energia de deformație devine:

$$W_{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} ([L][N]\{d_N\}_{(e)})^T [D] ([L][N]\{d_N\}_{(e)}) dV_{(e)} = \quad (5.8)$$

$$\frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \{d_N\}_{(e)}^T ([L][N])^T [D] ([L][N]) \{d_N\}_{(e)} dV_{(e)}$$

Vom nota $[B] = [L][N]$; deoarece vectorul $\{d_N\}_{(e)}$ nu depinde de punctul curent de integrare, atât vectorul deplasărilor nodale, cât și vectorul transpus al deplasărilor nodale se poate scoate în afara integralei. Funcționala pe elementul finit devine:

$$W_{(e)} = \frac{1}{2} \{d_N\}_{(e)}^T \left(\int_{V_{(e)}} ([B]^T [D][B]) dV_{(e)} \right) \{d_N\}_{(e)} \quad (5.9)$$

Expresia de mai sus se mai scrie sub forma:

$$W_{(e)} = \frac{1}{2} \{d_N\}_{(e)}^T [K]_{(e)} \{d_N\}_{(e)} \quad \text{unde:} \quad (5.10)$$

$$[K]_{(e)} = \left(\int_{V_{(e)}} ([B]^T [D][B]) dV_{(e)} \right)$$

- reprezintă matricea de rigiditate elementală.

Pentru un element finit cu "l" grade de libertate, egal cu numărul de noduri înmulțit cu numărul de grade de libertate pe nod, energia de deformație din relația (5.10) se scrie sub următoarea formă algebrică:

$$W_{(e)} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^l K_{ij} d_i d_j \quad (5.11)$$

Minimizarea acestor expresii presupune, așa cum s-a mai arătat, anularea derivatelor parțiale în raport cu fiecare deplasare nodală d_m , $m = 1, l$

$$\frac{\partial W_{(e)}}{\partial d_m} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^l K_{mi} d_i + \sum_{j=1}^l K_{jm} d_j \right) = 0 \quad (5.12)$$

Tinând cont de faptul că matricea de rigiditate elementală este simetrică [33] [70] [78], deci $K_{ij} = K_{ji}$, rezultă:

$$\frac{\partial W_{(e)}}{\partial d_m} = \sum_{i=1}^l K_{mi} d_i = 0 \quad (5.13)$$

care matricial se scrie:

$$[K]_{(e)} \{d_N\}_{(e)} = 0 \quad (5.14)$$

Relațiile (5.14) reprezintă ecuațiile elementale pentru elementul finit considerat. Trebuie făcută o precizare legată de faptul că, pentru simplificarea prezentării, nu au fost considerate forțe pe unitatea de volum, respectiv pe suprafață și nici forțe exterioare care să acționeze asupra elementului finit; omogenitatea sistemului (5.14) se realizează prin impunerea unor deplasări nodale nenule.

Aceste ipoteze s-au introdus și pentru că prezentarea are drept scop introducerea metodei elementului finit pentru aplicare la problema vibrațiilor proprii ale unui vehicul feroviar. Prezentarea mai departe numai a anumitor tipuri de elemente finite (bare spațiale și plăci patrulate) este de asemenea legată de utilizarea acestora în calculele numerice ce vor fi prezentate în cap. 6.

Desigur că relația (5.14) nu mai reprezintă un sistem algebric omogen în cazul acțiunii unor forțe asupra elementului finit, rezultând o relație matricială neomogenă, generală, utilizată în problemele de elasticitate pentru cazul static.

5.3. Elementul finit de tip bară spațială

Analiza acestui tip de element finit, care va fi utilizat în programul de calcul, are drept scop determinarea matricii de rigiditate a elementului finit. Pentru o tratare unitară și coerentă a oricărui tip de element finit, în acest paragraf se va prezenta o demonstrație proprie privind obținerea matricii de rigiditate a barei spațiale din minimizarea energiei de deformare, utilizând funcții de interpolare pentru câmpul de deplasări alese în mod special pentru elementul finit unidimensional. În figura 5.1. este prezentată o bară, ca element finit, cu noduri în capete, considerând un număr de 3 deplasări și 3 rotații pe fiecare nod.

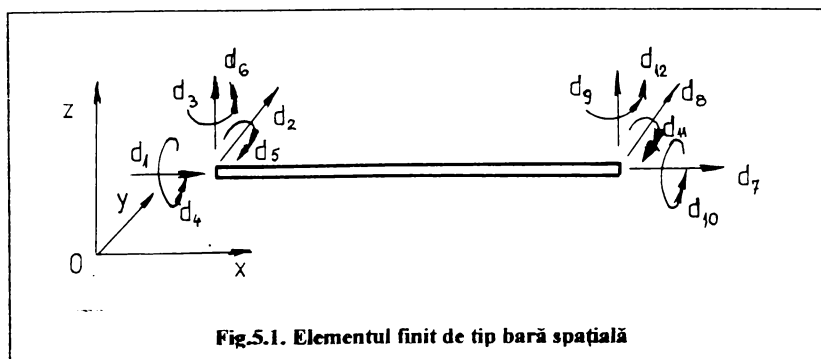
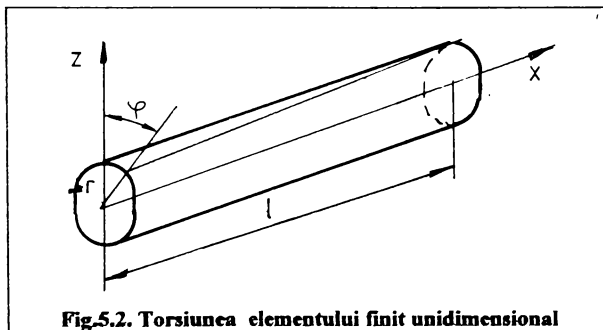


Fig.5.1. Elementul finit de tip bară spațială

Particularizarea teoriei elasticității pentru bara spațială constă în impunerea unor funcții de interpolare a deplasărilor, dependente numai de parametrul x . Astfel, pentru sollicitarea axială se va considera o funcție polinomială de gradul 1, iar pentru deplasările provenite din încovoiere vor fi considerate polinoame de grad 3, care asigură moment de încovoiere variabil liniar și forță tăietoare constantă [57]. În cazul torsiunii, variația unghiului de torsiune φ va fi aproximată cu un polinom de gradul 1 (fig. 5.2). La calculul energiei de deformare ne interesează deplasările relative între două secțiuni.



Pentru câmpul de deplasări rezultă, cu considerațiile făcute, aproximații de forma:

$$\begin{aligned}
 u(x) &= \alpha_1 + \alpha_2 x \\
 v(x) &= \alpha_3 + \alpha_4 x + \alpha_5 x^2 + \alpha_6 x^3 \\
 w(x) &= \alpha_7 + \alpha_8 x + \alpha_9 x^2 + \alpha_{10} x^3 \\
 \varphi(x) &= \alpha_{11} + \alpha_{12} x
 \end{aligned}
 \tag{5.15}$$

Determinarea coeficienților $\alpha_1 \dots \alpha_{12}$ se face simplu, punând condițiile la limită, la $x = 0$ și $x = l$, care pentru problema studiată sunt:

$$\begin{aligned}
 u(0) &= d_1 & u(l) &= d_7 \\
 v(0) &= d_2 & v(l) &= d_8 \\
 w(0) &= d_3 & w(l) &= d_9 \\
 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=0} &= d_4 & \frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_{x=l} &= d_{10} \\
 \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} &= d_5 & \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=l} &= d_{11} \\
 \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} &= d_6 & \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=l} &= d_{12}
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

Efectuând derivatele și rezolvând sistemul de ecuații algebric, se obține:

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= d_1 & \alpha_7 &= d_7 \\
\alpha_2 &= \frac{d_7 - d_1}{l} & \alpha_8 &= d_6 \\
\alpha_3 &= d_2 & \alpha_9 &= \frac{3(d_9 - d_3)}{l^2} - \frac{2d_6 + d_{12}}{l} \\
\alpha_4 &= d_5 & \alpha_{10} &= \frac{-2(d_9 - d_3)}{l^3} + \frac{d_6 + d_{12}}{l^2} \\
\alpha_5 &= \frac{3(d_8 - d_2)}{l^2} - \frac{2d_5 + d_{11}}{l} & \alpha_{11} &= d_4 \\
\alpha_{10} &= \frac{-2(d_8 - d_2)}{l^3} + \frac{d_5 + d_{11}}{l^2} & \alpha_{12} &= \frac{d_{10} - d_4}{l}
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Pentru cazul unidimensional considerat, vectorul deformațiilor conține numai două componente [57]:

$$\{\varepsilon\}^T = \{\varepsilon_x \quad \gamma_{yz}\} \tag{5.18}$$

în care:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{du}{dx} + y \frac{d^2 v}{dx^2} + z \frac{d^2 w}{dx^2} \\
\gamma_{yz} &= r \frac{d\varphi}{dx}
\end{aligned} \tag{5.19}$$

În relațiile (5.19) deformația axială este datorată întinderii și încovoierii, iar lunecarea transversală este datorată torsiunii. Celelalte componente ale vectorului deformațiilor sunt nule deoarece prin aproximările făcute, deplasările nu depind de y și z ; ca atare derivatele parțiale în raport cu aceste variabile sunt nule.

Pentru elementul finit de tip bară spațială, energia de deformație se va scrie:

$$\begin{aligned}
W_{(e)} &= \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \{\varepsilon\}^T \{\sigma\} \cdot dV_{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \{\varepsilon_x \quad \gamma_{yz}\} \begin{Bmatrix} E\varepsilon_x \\ G\gamma_{yz} \end{Bmatrix} \cdot dV_{(e)} = \\
&= \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \left(E\varepsilon_x^2 + Gr^2 \left(\frac{d\varphi}{dx} \right)^2 \right) \cdot dV_{(e)}
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Vom folosi acum, pentru exprimarea energiei de deformație a barei, aproximările polinomiale pe care le-am făcut anterior. Se obține succesiv:

$$\begin{aligned}
W_{(e)} &= \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \{ E[\alpha_2 + y(2\alpha_5 + 6\alpha_6 x) + z(2\alpha_9 + 6\alpha_{10} x)]^2 + \\
Gr^2 \alpha_{12}^2 \} \cdot dV_{(e)} &= \frac{E}{2} \int_0^l \alpha_2^2 dx \int_{A_{(e)}} dA_{(e)} + \frac{E}{2} \int_0^l (2\alpha_5 + 6\alpha_6 x)^2 dx \int_{A_{(e)}} y^2 dA_{(e)} + \\
\frac{E}{2} \int_0^l (2\alpha_9 + 6\alpha_{10} x)^2 dx \int_{A_{(e)}} z^2 dA_{(e)} &+ \frac{E}{2} \int_0^l 2\alpha_2(2\alpha_5 + 6\alpha_6 x) dx \int_{A_{(e)}} y dA_{(e)} + \\
\frac{E}{2} \int_0^l 2\alpha_2(2\alpha_9 + 6\alpha_{10} x) dx \int_{A_{(e)}} z dA_{(e)} &+ \\
\frac{E}{2} \int_0^l 2(2\alpha_5 + 6\alpha_6 x)(2\alpha_9 + 6\alpha_{10} x) dx \int_{A_{(e)}} yz dA_{(e)} &+ \frac{G}{2} \int_0^l r^2 \alpha_{12}^2 dx \int_{A_{(e)}} dA_{(e)} \quad (5.21)
\end{aligned}$$

Ariile și momentele de inerție ale secțiunii transversale ale barei se definesc:

$$\begin{aligned}
\int_{A_{(e)}} y^2 dA_{(e)} &= I_z & \int_{A_{(e)}} z^2 dA_{(e)} &= I_y & \int_{A_{(e)}} r^2 dA_{(e)} &= I_t \\
\int_{A_{(e)}} y dA_{(e)} &= 0 & \int_{A_{(e)}} z dA_{(e)} &= 0 & \int_{A_{(e)}} yz dA_{(e)} &= 0 \\
\int_{A_{(e)}} dA_{(e)} &= A
\end{aligned} \quad (5.22)$$

Rezultă:

$$\begin{aligned}
W_{(e)} &= \frac{1}{2} \left(EA \int_0^l \alpha_2^2 dx + EI_z \int_0^l (2\alpha_5 + 6\alpha_6 x)^2 dx + \right. \\
&\quad \left. EI_y \int_0^l (2\alpha_9 + 6\alpha_{10} x)^2 dx + GI_t \int_0^l \alpha_{12}^2 dx \right) \quad (5.23)
\end{aligned}$$

Deoarece cunoaștem expresiile coeficienților α_i care depind numai de deplasările admise în noduri, după efectuarea integralelor din relația (5.23) se va obține energia de deformație funcție de aceste deplasări. Minimizarea acestei energii reprezintă anularea derivatelor parțiale în raport cu deplasările nodale d_1, \dots, d_{12} .

$$\begin{cases} \frac{\partial W_{(e)}}{\partial d_1} = 0 \\ \frac{\partial W_{(e)}}{\partial d_2} = 0 \\ \dots\dots\dots \\ \frac{\partial W_{(e)}}{\partial d_{12}} = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

5.4. Elementul finit de tip placă patrulateră

Intr-un mod asemănător cu elementul finit de tip bară, vom considera și în cazul plăcilor aproximații speciale ale funcțiilor de deplasare care permit tratarea bidimensională a unor fenomene tridimensionale [68].

Teoria plăcilor derivă din teoria tridimensională a elasticității prin introducerea unor ipoteze simplificatoare. În figura 5.3 s-a reprezentat o placă în planul cartezian, deplasările u , v și w fiind orientate în direcțiile x , y , respectiv z . Deplasările unghiulare α și β reprezintă media rotirilor liniilor perpendiculare pe planul de simetrie al plăcii, care se consideră că rămân drepte în timpul deformării: $\alpha = -\theta_y$ și $\beta = -\theta_x$

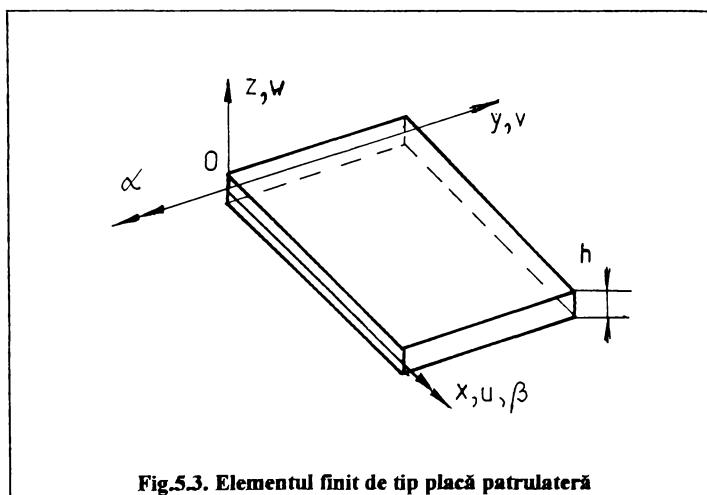


Fig.5.3. Elementul finit de tip placă patrulateră

Teoria generală de ordinul I a plăcilor stipulează că deplasările u și v variază liniar pe grosimea plăcii, iar tensiunea normală σ_z este constantă pe grosime.

Se pot scrie deci următoarele relații care derivă din ipotezele admise:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= u^m(x, y) - z\alpha(x, y) \\ v(x, y) &= v^m(x, y) - z\beta(x, y) \\ \sigma_z &= p_z^m(x, y) \end{aligned} \quad (5.26)$$

în care: u^m, v^m - reprezintă componentele de membrană ale deplasărilor
 p_z^m - presiunea normală pe suprafața plăcii.

Vom considera de asemenea o variație liniară a deplasării verticale pe grosimea plăcii, de forma:

$$w(x, y) = w_0(x, y) + z \cdot w_1(x, y) \quad (5.27)$$

Simetria geometrică a plăcii permite acum separarea deplasărilor, precum și a celorlaltor parametri în două părți distincte, una simetrică și una antisimetrică. Partea simetrică corespunde comportamentului membranal al plăcii, iar cea antisimetrică se referă la încovoierea plăcii. Avem astfel:

- partea simetrică: $u^m, v^m, w^m = z w_b, \sigma_z^m = p_z^m$
- partea antisimetrică: $u^i = -z\alpha, v^i = -z\beta, w^i = w_0, \sigma_z^i = 0$

Pentru partea de **membrană** vom defini deformațiile specifice utilizând metodele din teoria elasticității bidimensionale. Termenul w^m , care consistă într-o parte datorată eventual presiunii p_z^m și o parte datorată deformației ε_z^m indusă de deformațiile în plan ale membranei, se va neglija dacă grosimea plăcii este mică; se afirmă de obicei că $w^m = 0$ în planul de simetrie.

În spațiul bidimensional se particularizează relația (5.3) care realizează legătura între deformații și deplasări:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^m \\ \varepsilon_y^m \\ 2\gamma_{xy}^m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^m \\ v^m \end{Bmatrix} \Rightarrow \{\varepsilon^m\} = [L] \cdot \{d^m\} \quad (5.28)$$

Legea lui Hooke pentru stare plană de tensiune, în ipoteza stării de tensiune inițială și de deformație inițială nule se scrie:

$$\{\sigma^m\} = [D] \{\varepsilon^m\} \quad \text{in care:} \quad [D] = \frac{E}{(1-\mu)^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Considerând un domeniu de grosime constantă h , energia de deformație se deduce exact ca în relația (5.6), cu observația că integrala se calculează pe aria domeniului. Astfel:

$$\begin{aligned} W^m &= \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon^m\}^T \{\sigma^m\} dV = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon^m\}^T [D] \{\varepsilon^m\} dV = \\ &= \frac{1}{2} h \int_A ([L] \{d^m\})^T [D] ([L] \{d^m\}) dA \end{aligned} \quad (5.30)$$

Pentru un element finit patrulater, funcțiile de deplasare u și v se aproximează prin intermediul funcțiilor de interpolare N_i și valorile nodale u_i și v_i , $i=1,4$.

Energia de deformare a elementului finit va avea, ținând seama și de aproximația de tip element finit dată de relația (5.7), după înlocuirile necesare, forma:

$$W_{(e)}^m = \frac{1}{2} h \{d_N\}_{(e)}^T \left(\int_{A_{(e)}} ([B]^T [D] [B]) dA_{(e)} \right) \{d_N\}_{(e)} \quad (5.31)$$

Matricea deplasărilor nodale a elementului finit are, pentru cazul concret studiat, forma:

$$\{d_N\}_{(e)}^T = \{u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ u_3 \ v_3 \ u_4 \ v_4\} \quad (5.32)$$

Pentru calculul funcțiilor de interpolare vom face câteva considerații suplimentare. Vom introduce mai întâi un element patrulater de referință într-un plan de referință $\eta\xi$; $\eta, \xi \in [-1, 1]$ din care orice element patrulater va fi obținut printr-o transformare geometrică (fig. 5.4).

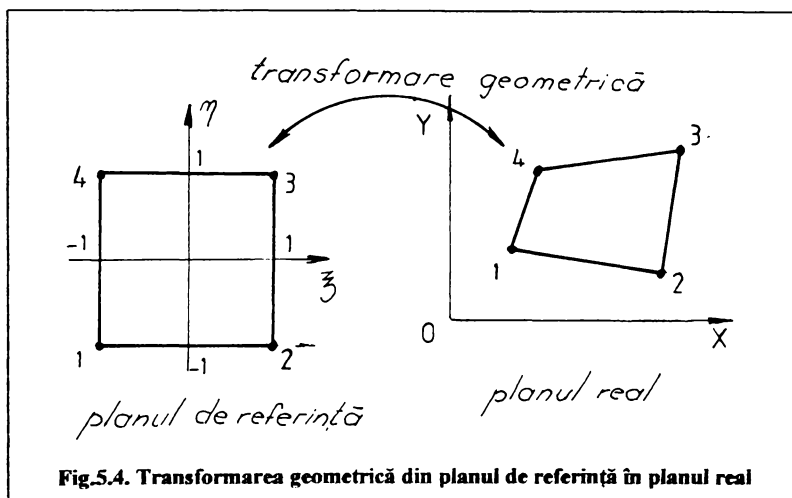


Fig.5.4. Transformarea geometrică din planul de referință în planul real

Cea mai simplă formă pentru funcția de transformare geometrică este cea polinomială, având baza $1, \eta, \xi, \eta\xi$. Una din proprietățile funcțiilor de interpolare în planul de referință este aceea că suma acestora în orice punct a elementului este egală cu unitatea. De aici rezultă că în nodurile elementului finit funcțiile de interpolare corespunzătoare au valoarea 1, iar celelalte sunt 0 [33] [78].

Funcțiile de interpolare au forma generală:

$$N_i = C_{0i} + C_{1i}\xi + C_{2i}\eta + C_{3i}\xi\eta \quad i = 1, 4 \quad (5.33)$$

Rezultă un sistem de 16 ecuații algebrice cu 16 necunoscute; necunoscutele sunt coeficienții C_{ji} . Vor rezulta funcțiile N_i a căror expresii sunt date în tabelul 5.1. De asemenea în tabel s-au dat și derivatele parțiale a acestor funcții de care este nevoie pentru calculul ulterior al componentelor matricii de rigiditate elementale.

Tabel 5.1.

i	N_i	$\frac{\partial N_i}{\partial \xi}$	$\frac{\partial N_i}{\partial \eta}$
1	$\frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$	$-\frac{1}{4}(1-\eta)$	$-\frac{1}{4}(1-\xi)$
2	$\frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$	$+\frac{1}{4}(1-\eta)$	$-\frac{1}{4}(1+\xi)$
3	$\frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$	$+\frac{1}{4}(1+\eta)$	$+\frac{1}{4}(1+\xi)$
4	$\frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$	$-\frac{1}{4}(1+\eta)$	$+\frac{1}{4}(1-\xi)$

Trecerea de la elementul de referință la elementul real se face prin exprimarea coordonatelor reale x, y în funcție de ξ și η . Pentru elementul finit izoparametric, aceste relații se scriu utilizând aceleași funcții de interpolare calculate, care joacă acum rol de funcții de transformare geometrică. Vom defini mai întâi matricea Jacobi a transformării geometrice:

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i \\ \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^4 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

în care: x_i și y_i sunt coordonatele nodurilor elementului în planul real.

Pentru cazul plăcilor patrulater, matricea $[N]$ a funcțiilor de interpolare este:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad (5.35)$$

Matricea $[B] = [L][N]$ din relația (5.31) are expresia:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_4}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \frac{\partial N_3}{\partial y} & \frac{\partial N_3}{\partial x} & \frac{\partial N_4}{\partial y} & \frac{\partial N_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

în care derivatele parțiale ale funcțiilor de interpolare se calculează cu:

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = j_{11} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + j_{12} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \quad ; \quad \frac{\partial N_i}{\partial y} = j_{21} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} + j_{22} \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \quad (5.37)$$

În relația (5.37) $j_{11}, j_{12}, j_{21}, j_{22}$ reprezintă termenii matricii $[J]^{-1}$.

Cu aceste considerații, energia de deformație pe elementul finit se va calcula cu relația:

$$W_{(e)}^m = \frac{1}{2} \mathbf{h} \{d_N\}_{(e)}^T \left(\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D][B] \det J \, d\xi \, d\eta \right) \{d_N\}_{(e)} = \frac{1}{2} \mathbf{h} \{d_N\}_{(e)}^T [K]_{(e)}^m \{d_N\}_{(e)} \quad (5.38)$$

Calculul efectiv al elementelor matricii de rigiditate $[K]_{(e)}^m$ se face cel mai adesea prin procedură numerică de tip cuadratură Gauss [52] [133].

Soluționarea problemei pentru partea de încovoire implică ipoteze și considerații noi. Deplasarea normală w^i este cuplată cu deplasările din planul plăcii u^i și v^i prin mecanismul de forfecare transversală. Expresiile pentru deformațiile transversale sunt:

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} &= \frac{\partial w^i}{\partial x} + \frac{\partial u^i}{\partial z} = \frac{\partial w^i}{\partial x} - \alpha \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w^i}{\partial y} + \frac{\partial v^i}{\partial z} = \frac{\partial w^i}{\partial y} - \beta \end{aligned} \quad (5.39)$$

Deoarece w^i , α , β nu depind de z , rezultă că lunecările transversale sunt constante pe grosime. Acest rezultat nu este exact dacă se ține seama de faptul că aceste lunecări variază parabolic pe grosime, având valoare nulă pe suprafețele plăcii. În teoria Reissner - Millin, se reduce rigiditatea la forfecare a plăcii cu un factor, numit factor de forfecare efectiv. Pentru materiale omogene, factorul are valoarea 5/6.

Partea de încovoire a câmpului de deplasări produce deformații de încovoire, incluse în matricea $\{\epsilon^i\}$, care se scriu:

$$\begin{aligned} \epsilon_x^i &= \frac{\partial u^i}{\partial x} = -z \frac{\partial \alpha}{\partial x} = -z \chi_x \\ \epsilon_y^i &= \frac{\partial v^i}{\partial y} = -z \frac{\partial \beta}{\partial y} = -z \chi_y \\ \gamma_{xy}^i &= \frac{\partial u^i}{\partial y} + \frac{\partial v^i}{\partial x} = -z \left(\frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial \beta}{\partial x} \right) = -z \chi_{xy} \end{aligned} \quad (5.40)$$

Din relațiile (5.28) și (5.40) rezultă că există două componente ale deplasărilor pentru membrană (u^m și v^m) și trei componente ale deplasărilor pentru încovoiere (w^i , α , β). Dacă proprietățile materialului sunt simetrice în raport cu planul mediu al plăcii, deplasările de membrană nu sunt cuplate cu deplasările de încovoiere.

Vom introduce acum una dintre cele mai importante ipoteze adesea utilizată în teoria plăcilor plane, numită ipoteza lui Kirchhoff, care stipulează că lunecările transversale sunt nule. Din relația (5.39) rezultă atunci că rotirile normalelor la planul de simetrie sunt chiar egale cu pantele planului de simetrie deformat. Se elimină în acest fel necunoscutele α și β , deci analiza plăcilor la încovoiere se face numai în variabila w^i . Se ajunge în acest fel la ecuația cu derivate parțiale de ordinul 4 (pentru material omogen și izotrop) de forma:

$$\left(\frac{\partial^2}{\alpha^2} + \frac{\partial^2}{\beta^2} \right)^2 w^i = \frac{p_z}{D_1} \quad (5.41)$$

în care p_z este încărcarea distribuită normală pe suprafața plăcii, iar $D_1 = Eh^3/12(1-\mu^2)$ reprezintă modulul de încovoiere al plăcii.

În ipoteza lui Kirchhoff, deplasările unghiulare α și β reprezintă, conform relațiilor (5.39) derivatele parțiale ale deplasării w^i în raport cu x , respectiv cu y . Curburile, conținute în vectorul $\{\chi\}$ se vor exprima în funcție de derivatele de ordinul 2 ale deplasării w^i , astfel:

$$\{\chi\} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w^i}{\alpha^2} \\ \frac{\partial^2 w^i}{\beta^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w^i}{\alpha \beta} \end{Bmatrix} \quad (5.42)$$

Din ecuația (5.42) rezultă acum clar că pentru partea de încovoiere, soluționarea problemei nu se mai poate face utilizând baza polinomială considerată la rezolvarea pentru partea membranală. Numărul de termeni din baza polinomială trebuie să fie egal cu numărul de grade de libertate total al elementului finit, care pentru patrulater este de 12 (la fiecare nod sunt considerate cele 3 componente ale deplasărilor).

$$\{1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ x^3 \ x^2y \ xy^2 \ y^3 \ x^3y \ xy^3\} \quad (5.43)$$

Condițiile cerute pentru funcțiile de interpolare sunt:

- să conducă la obținerea unor curburi constante; acest lucru este obținut dacă funcțiile de bază sunt complete, utilizând toți termenii quadratici x^2 , xy , y^2 ;

- momentele de încovoiere presupuse constante ale elementelor finite adiacente trebuie să fie în echilibru la noduri. Această cerință este satisfăcută dacă rotirile normale la suprafața mediană sunt continue în lungul frontierelor între elemente adiacente. Pentru cazul studiat, "elemente Kirchhoff", aceasta înseamnă continuitate de clasă C^1 pentru deplasările nodale (w^i , α , β sunt continue pe frontiera elementelor).

Funcțiile definite cu baza polinomială din (5.43) asigură continuitatea deplasărilor pe frontierele elementelor finite. Pentru $x=\text{const.}$, respectiv $y=\text{const.}$ funcția w este o cubică definită în mod unic prin 4 coeficienți. Derivatele parțiale ale deplasării w , în raport cu x și y , sunt de asemenea polinoame de gradul 3. Deoarece pe o latură a elementului finit nu sunt definite decât 2 pante normale (la noduri), rezultă că nu se asigură continuitatea pantelor normale și elementul finit este neconform. Conformabilitatea se poate obține în acest caz prin adăugarea, ca grad de libertate la fiecare nod, a derivatei $\partial^2 w^i / \partial x \partial y$.

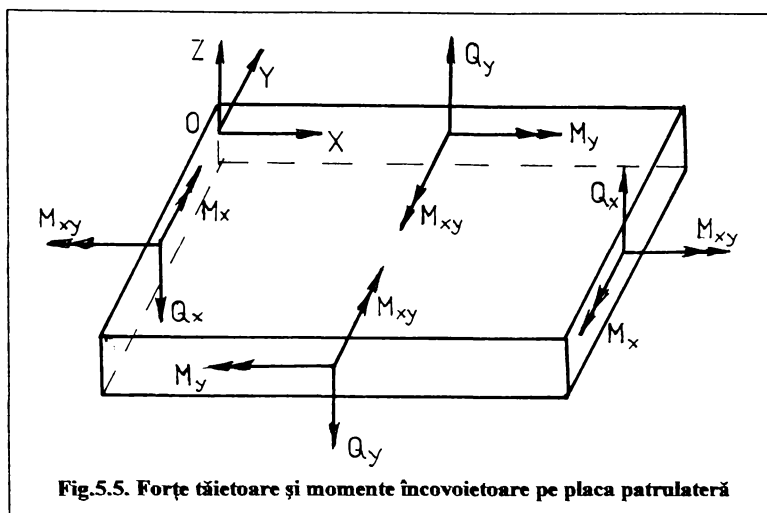
Elementul finit prezentat a fost realizat de Adini - Clough, iar elementul rezultat în urma adăugării derivatelor parțiale de ordinul 2 poartă numele de dreptunghiul Bogner-Fox-Schmidt. Au fost dezvoltate modele mai ingenioase de Irons, Fraejijs de Veubeke care au condus la eliminarea problemelor de aproximare a funcțiilor de deplasare. De asemenea au fost dezvoltate elemente finite pentru rezolvarea problemelor de încovoiere a plăcilor de Mindlin, Ahmad, MacNeal, Hughes, Taylor, etc.

Pentru completarea teoriei plăcilor vom determina energia de deformare pentru cazul general al plăcii cu comportare membranală și de încovoiere. În fig. 5.5 sunt prezentate momentele încovoietoare pe unitatea de lungime M_x , M_y , M_{xy} , precum și forțele tăietoare pe unitatea de lungime Q_x , Q_y pe un element infinitesimal.

Relația de legătură între momentele încovoietoare (pe unitatea de lungime) și curburi se obține prin integrarea tensiunilor pe grosimea plăcii:

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = - \int_{-h/2}^{h/2} z \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_x^i \\ \sigma_y^i \\ \tau_{xy}^i \end{Bmatrix} \cdot dz = - \int_{-h/2}^{h/2} z \cdot [D] \{\epsilon^i\} \cdot dz = \quad (5.44)$$

$$\int_{-h/2}^{h/2} z^2 \cdot [D] \{\chi\} \cdot dz = \frac{h^3}{12} [D^i] \{\chi\}$$



Intr-un mod asemănător rezultă și relația de legătură dintre forțele transversale pe unitatea de lungime și lunecările transversale:

$$\{Q\} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \cdot dz = k \int_{-h/2}^{h/2} [G] \begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} \cdot dz = k h [G^f] \{\gamma\} \quad (5.45)$$

In relația (5.45) matricea $[G]$, respectiv $[G^f]$ are dimensiunea 2×2 și conține modulele de elasticitate transversale; s-a introdus și factorul efectiv de tăiere k , conform teoriei Reissner - Mindlin.

Forțele membranale pe unitate de lungime $\{F\}$ relativ la deformațiile membranale se scriu analog:

$$\{F\} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x^m \\ \sigma_y^m \\ \tau_{xy}^m \end{Bmatrix} \cdot dz = \int_{-h/2}^{h/2} [D] \{\varepsilon^m\} \cdot dz = h [D^m] \{\varepsilon^m\} \quad (5.46)$$

Pentru materiale omogene pe grosimea plăcii, matricile $[D^m] = [D^i] = [D]$, $[G^f] = [G]$ și $k = 5/6$.

Energia de deformare pe unitatea de arie este dată de relația:

$$W' = \frac{1}{2} \left(h \{\varepsilon^m\}^T [D^m] \{\varepsilon^m\} + \frac{h^3}{12} \{\chi\}^T [D^i] \{\chi\} + k \cdot h \cdot \{\gamma\}^T [G^f] \{\gamma\} \right) \quad (5.47)$$

Relația (5.47) arată că pentru materialele cu un plan de simetrie cuplarea elastică între deformațiile de membrană, cele de încovoiere și cele de forfecare este absentă. În plus, dacă este acceptată ipoteza lui Kirchhoff, cel de-al treilea termen al relației este neglijabil.

Primul termen al relației (5.47), corespunzător comportării membranelor, a fost studiat în detaliu în acest paragraf. Cel de-al doilea, corespunzător comportării la încovoiere, formal este asemănător cu primul și se tratează în principiu similar, existând totuși deosebiri legate de alegerea funcțiilor de interpolare, de modul de alegere a numărului și tipului de deplasări nodale. Câteva considerații în acest sens au fost de asemenea prezentate.

Utilizând aproximarea dorită de tip element finit și minimizând energia de deformație prin anularea derivatelor parțiale în raport cu deplasările nodale se obține și în acest caz sistemul de ecuații elementale.

5.5. Asamblarea matricilor de rigiditate elementale

Sistemele de ecuații elementale obținute pentru elementele finite de tip bară, respectiv de tip placă patrulateră cu comportare generală, nu se rezolvă individual, ci mai întâi se assemblează în sistemul global de ecuații al structurii.

Prin asamblare, în fiecare nod al discretizării, se adună contribuțiile elementelor adiacente nodului. Aditivitatea provine din faptul că pentru calculul energiei totale de deformație a structurii se însumează energiile de deformație calculate pe fiecare element în parte (energiile de deformație elementale).

Matricea globală de rigiditate $[K]$ obținută în urma asamblării este, la rândul ei, o matrice simetrică deoarece și matricile de rigiditate elementale sunt simetrice. Pentru stocarea convenabilă în memoria calculatorului a acestei matrici pătrate, se efectuează o optimizare internă a numerotării nodurilor, astfel încât termenii nenuli din matrice să fie cât mai bine grupați în vecinătatea diagonalei principale. Se obține în acest fel o matrice de tip bandă, din care (datorită simetriei care se păstrează) este suficientă stocarea unei singure semibenzi inclusiv diagonala principală.

Metodologia de determinare a matricii de rigiditate prezentată a avut scopul declarat de a putea utiliza aceste rezultate în analiza dinamică a structurilor pentru determinarea frecvențelor proprii și a modurilor proprii de vibrație. Foarte pe scurt, dar ținând seama de toate ipotezele inițiale impuse studiului, vom prezenta acum utilizarea metodei elementului finit la calculul static al structurilor. După asamblare rezultă sistemul global de ecuații:

$$[K] \cdot \{d_N\} = \{0\} \quad (5.48)$$

în care: $\{d_N\}$ - vectorul global al deplasărilor nodale (conține deplasările tuturor nodurilor structurii).

Sistemul (5.48) este un sistem de ecuații algebrice omogen, în ipoteza absenței încărcărilor exterioare, care are soluția banală $\{d_N\} = 0$. Prin impunerea condițiilor la limită de tip Dirichlet (spre exemplu valori nule sau nenule impuse pentru deplasări în noduri) sau rezemări elastice, matricea $[K]$ devine nesingulară și sistemul se poate rezolva având soluție nebanală.

Pentru sistemele mari obținute la analiza cu metoda elementului finit se utilizează algoritmi speciali de rezolvare, fie direcți (metoda eliminării a lui Gauss), fie iterativi [52] [133].

Pachetul de programe SAP 80 care a fost utilizat în calculele numerice ce vor fi prezentate în capitolul 6 realizează rezolvarea sistemului de ecuații pentru structură prin metoda Gauss în două etape: eliminare - retrosubstituție [19].

5.6. Analiza dinamică a structurilor elastice pentru determinarea vectorilor și valorilor proprii

Scopul analizei dinamice în reprezintă determinarea răspunsului unui sistem elastic supus unei perturbații exterioare.

În general, o perturbație reprezintă o variație aleatoare a deplasărilor nodale, care însă în cazul în care este periodică, poate fi descompusă în serie Fourier ca sumă ponderată a unor oscilații armonice. Răspunsul dat de structură la aceste oscilații diferă în funcție de frecvență, astfel că în urma analizei dinamice se urmărește determinarea frecvențelor proprii ale sistemului și a modurilor proprii caracteristice.

Pentru un sistem elastic, în cazul aplicării unui impuls la momentul $t=0$, după care este lăsat să oscileze liber, se obține o problemă de valori și vectori proprii.

Într-un sistem care oscilează liber, în ipoteza amortizării nule, apar forțe datorate deformațiilor elastice ale sistemului și forțe de inerție. Conform principiului lui D' Alembert suma algebrică a acestor forțe este nulă.

Tinând seama de aproximarea de tip element finit acceptată, forțele elastice pe elementul finit pot fi scrise cu ajutorul matricii de rigiditate elementale și vectorului deplasărilor nodale:

$$F_{(e)}^{el} = [K]_{(e)} \{d\}_{(e)} \quad (5.49)$$

Menționăm aici că în relația (5.49) deplasările nodale sunt variabile în raport cu timpul.

Pentru forțele de inerție elementale este nevoie de calculul masei elementului și a accelerației. Accelerația rezultă simplu prin derivarea de două ori în raport cu timpul a deplasărilor:

$$\begin{aligned}
 \{\mathbf{d}\}_{(e)} &= [N] \{\mathbf{d}_N\}_{(e)} \\
 \{\dot{\mathbf{d}}\}_{(e)} &= [N] \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} \\
 \{\ddot{\mathbf{d}}\}_{(e)} &= [N] \{\ddot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)}
 \end{aligned} \tag{5.50}$$

În relațiile (5.50) funcțiile de formă $[N]$ depind numai de variabilele spațiale, fiind independente de timp. În acest fel, câmpul de viteze, respectiv câmpul de accelerații se aproximează cu aceleași funcții de interpolare ca și câmpul de deplasări.

Matricea de masă poate fi dedusă într-un mod simplu și elegant, pornind de la expresia energiei cinetice asociate elementului:

$$Ec_{(e)} = \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \{\dot{\mathbf{d}}\}_{(e)}^2 \rho \cdot dV_{(e)} \tag{5.51}$$

Deoarece:

$$\{\dot{\mathbf{d}}\}_{(e)}^2 = \left([N] \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} \right)^T \left([N] \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} \right) \tag{5.52}$$

Expresia energiei cinetice devine atunci:

$$\begin{aligned}
 Ec_{(e)} &= \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \left([N] \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} \right)^T \rho \left([N] \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} \right) dV_{(e)} = \\
 &= \frac{1}{2} \int_{V_{(e)}} \left(\{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)}^T [N]^T \right) \rho \left([N] \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} \right) dV_{(e)} = \\
 &= \frac{1}{2} \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)}^T \left(\int_{V_{(e)}} [N]^T \rho [N] dV_{(e)} \right) \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} = \\
 &= \frac{1}{2} \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)}^T [M]_{(e)} \{\dot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)}
 \end{aligned} \tag{5.53}$$

În relația (5.53) s-a notat cu $[M]_{(e)}$ matricea elementală de masă și are expresia:

$$[M]_{(e)} = \int_{V_{(e)}} [N]^T \rho [N] dV_{(e)} \tag{5.54}$$

Din echilibrul forțelor pe element, utilizând și aproximarea pe elementul finit, rezultă ecuația matricială:

$$[K]_{(e)} \{\mathbf{d}_N\}_{(e)} + [M]_{(e)} \{\ddot{\mathbf{d}}_N\}_{(e)} = \{\mathbf{0}\} \tag{5.55}$$

Acceptând în mod natural o soluție armonică, deplasarea, viteza, respectiv accelerația se pot pune sub forma:

$$\begin{aligned}\{d_N\}_{(e)} &= \{d_N^0\}_{(e)} \sin(\omega t) \\ \{\dot{d}_N\}_{(e)} &= \omega \{d_N^0\}_{(e)} \cos(\omega t) \\ \{\ddot{d}_N\}_{(e)} &= -\omega^2 \{d_N^0\}_{(e)} \sin(\omega t)\end{aligned}\quad (5.56)$$

în care ω reprezintă pulsația mișcării, iar $\{d_N^0\}_j$ reprezintă vectorul amplitudinilor deplasărilor nodale. Prin înlocuire în relația (5.55) rezultă ecuația matriceală elementală a problemei de valori proprii:

$$\left([K]_{(e)} - \omega^2 [M]_{(e)} \right) \{d_N^0\}_{(e)} = \{0\} \quad (5.57)$$

Vom proceda și aici la o asamblare a elementelor finite, obținând pentru întreaga structură următoarea problemă de valori proprii:

$$\left([K] - \omega^2 [M] \right) \{d_N^0\} = \{0\} \quad (5.58)$$

Dacă matricile $[K]$ și $[M]$ au dimensiunea "n x n" corespunzând numărului total de grade de libertate al structurii, vom avea n valori proprii și "n" vectori proprii corespunzători, nu neapărat distincți. Valorile proprii rezultă din condiția ca determinantul sistemului omogen să se anuleze:

$$\left| [K] - \omega^2 [M] \right| = 0 \quad (5.59)$$

Pentru un anumit mod propriu, de exemplu j, sistemul se scrie:

$$\left([K] - \omega_j^2 [M] \right) \{d_N^0\}_j = \{0\} \quad (5.60)$$

Relația (5.60) definește forma modului propriu j,

$\{d_N^0\}_j$ - fiind vectorul propriu corespunzător modului j.

Vectorii modali sunt determinați în mod unic, raportul dintre două elemente dintr-un vector fiind constant, dar valoarea elementelor din vector este arbitrară:

este necesară introducerea unui procedeu numit normalizare pentru specificarea valorilor elementelor din vectorii modali. În analizele care urmează a fi prezentate nu interesează valoarea amplitudinilor, ci numai valorile proprii, respectiv frecvențele proprii ale structurilor analizate și, din punct de vedere calitativ, forma modurilor proprii caracteristice.

Matricea de rigiditate a structurii, $[K]$, este identică cu cea utilizată în analiza statică, acesta fiind motivul pentru care au fost efectuate toate demersurile teoretice din paragrafele precedente pentru cazul elementelor finite de tip bară și tip placă patrulateră.

Matricea de masă, $[M]$, poate avea elemente nenule numai pe diagonala principală, dacă în analiză sunt introduse numai mase concentrate în nodurile structurii: în general concentrarea maselor conduce la o reducere mică a acurateții soluției, cu excepția însă a elementelor finite "simplex", adică a elementelor finite cu noduri numai în capete sau colțuri [68]. Avantajele deosebite ale acestui tip de matrice sunt legate de mai rapida lor inversare, mai ales în problemele mari de analize dinamice în regim tranzitoriu.

Sistemul de ecuații (5.58) se rezolvă cu metode iterative, prezentate în detaliu în literatura de specialitate [19] [133].

În acest capitol, de tratare la nivel teoretic al problemei de valori proprii cu metoda elementului finit, s-a atins numai tangențial problema condițiilor la limită: ele vor fi prezentate, pentru structurile analizate, în capitolul 6. Este însă cert că, de modul în care sunt impuse condițiile la limită, depind în mare măsură rezultatele care se obțin într-o analiză cu elemente finite. Această afirmație este valabilă pentru absolut toate categoriile de probleme rezolvate cu metoda elementului finit, cu o mențiune specială în studiul răspunsului dinamic al structurilor elastice unde se modifică uneori esențial formele proprii ale structurii analizate.

5.7. Concluzii și contribuții personale

În acest capitol, pentru prezentarea problemelor, am făcut apel la teoria elasticității, teoria placilor plane, s-au utilizat elemente din rezistența materialelor, elemente de calcul variațional, elemente din teoria vibrațiilor, elemente de mecanica structurilor elastice și evident la metoda elementului finit.

Consider că cea mai importantă contribuție personală în ceea ce am prezentat în acest capitol o reprezintă o tratare unitară, logică, în vederea soluționării problemelor de valori proprii ale structurilor elastice modelate numeric cu elemente finite de tip bară și placă patrulateră cu comportament membranal și de încovoiere, plecând de la formularea variațională aplicată ambelor tipuri de elemente finite.

Pentru a nu complica în mod inutil expunerea, nu s-au introdus termeni care nu vor fi folosiți în exemplele de calcul numeric. Ne referim aici la forțe de volum și/sau de suprafață, stări de tensiuni și/sau de deformații inițiale, și chiar forțe exterioare concentrate în nodurile structurii discretizate.

O contribuție personală o constituie demonstrația privind introducerea matricii de rigiditate a barei spațiale via formularea variațională, prin minimizarea energiei de deformație, utilizând funcții de interpolare polinomiale speciale, care să conducă la posibilitatea de tratare monodimensională a unei probleme din spațiul tridimensional. Prin acest mod de tratare sunt evitate unele concepte din mecanica structurilor privind "nodurile rigide" și "nodurile articulate" ale barelor, care nu sunt specifice metodei elementului finit. Desigur că matricea de rigiditate la care se ajunge este identică cu exemplele din literatura de specialitate, dar mulți autori evită tratarea elementului finit de tip bară, deoarece, chiar dacă la prima vedere pare cel mai simplu, nu este întru totul reprezentativ pentru prezentarea metodei elementului finit.

Consider de asemenea că, pentru plăci, am prezentat o tratare unitară a elementului finit patrulater cu comportament membranal și flexional, ca cel utilizat de mine în modelarea structurilor vehiculelor feroviare. Problema încovoierii plăcilor este încă inclusă în aria preocupărilor cercetătorilor în domeniu, astfel că noile programe de calcul cu elemente finite permit alegerea unuia sau altuia din tipurile de elemente, funcție de problema care se rezolvă. În acest domeniu, la ipoteza lui Kirchhoff, care simplifică mult tratarea, s-a renunțat în modelele mai noi, obținându-se elemente finite conforme.

Calculul matricilor de rigiditate elementale, precum și cea asamblată a structurii, s-a făcut invocând eventuale "încărcări" statice de tip deplasare nodală; aceasta deoarece în analizele dinamice intervine aceeași matrice de rigiditate a structurii care nu poate fi dedusă direct în dinamic.

Consider că, prin modul de prezentare, prin modul de introducere a noțiunilor specifice metodei elementului finit, acest capitol are și un puternic caracter livresc, adresându-se tuturor inginerilor, dar și studenților care doresc să utilizeze această puternică metodă numerică la calculul structurilor și nu numai (știut fiind că metoda se aplică similar într-o mare varietate de domenii).

CAPITOLUL 6

REZULTATE NUMERICE OBTINUTE

CU METODA ELEMENTULUI FINIT

6.1. Probleme specifice ale modelării unui vehicul feroviar

În acest capitol vor fi prezentate o serie de rezultate numerice obținute în urma aplicării metodei elementului finit la calculul frecvențelor proprii și modurilor proprii de oscilație, pe parcursul mai multor ani de studii și cercetări. A fost analizată comportarea dinamică a mai multor tipuri de vehicule feroviare (locomotiva electrică 060 EA, vagon de clasă export Grecia, tramvai Timiș 2); din considerente de spațiu, se vor prezenta aici numai o parte din studii, celelalte putând fi puse la dispoziție de către autor. Am pornit inițial cu analiza statică a stării de tensiune din ramele de boghiuri, la diverse regimuri de funcționare în exploatare (dinamic, circulație în curbă, frânare, demaraj, ciocnire) [41] [42] [43], continuând cu analize dinamice pentru determinarea frecvențelor proprii structurale ale ramelor de boghiuri.

Mai târziu, după o serie de încercări cu rezultate mai modeste, am putut modela toată partea suspendată a vehiculului, deci vehicule cu mai multe trepte de suspensie, astfel încât să obțin frecvențele proprii de oscilație ale cutiei, cuplate cu cele ale boghiurilor, dar și frecvențele proprii structurale de vibrație ale cutiei, respectiv ramelor de boghiuri. Se pune aici problema deosebită a modelării legăturilor elastice între boghiuri și osii (suspensia primară) și a legăturilor dintre cutie și boghiuri (suspensia secundară). Menționez aici că nu am găsit în literatura de specialitate consultată o modelare asemănătoare, ci numai modelări separate ale cutiei, respectiv ramei de boghiu [67] [142]. De asemenea va fi prezentat un studiu propriu, original, al influenței poziției vagonului în garnitura de tren (vagon intermediar, vagon de capăt) asupra frecvențelor proprii de oscilație.

Din punctul de vedere al efortului de calcul, rezolvarea unor probleme dinamice de mare anvergură (1500 - 3000 grade de libertate dinamică), presupune utilizarea obligatorie a unor echipamente de calcul performante și a unor programe specializate. Cea mai mare parte a rulărilor a fost făcută pe un PC 486-DX 50 MHz, 8 MB RAM, utilizând pachetul de programe cu elemente finite SAP 80; chiar și cu acest suport hardware (destul de puternic în 1994), calculul primelor 30 de frecvențe proprii la un sistem cu 3000 de grade de libertate durează cca. 10 ore

datorită și numărului mare de iterații desfășurate pentru calculul cu precizie al frecvențelor proprii.

În legătură cu numărul de grade de libertate, cele mai elaborate studii cu metode analitice s-au realizat pe modele cu câteva zeci de grade de libertate. La utilizarea metodelor numerice, în speță a metodei elementului finit, numărul de grade de libertate a crescut ușor la câteva mii, dar au fost elaborate modele de vehicule cu milioane de grade de libertate. De asemenea, modelul permite o apropiere de situația reală a distribuției de mase, fie prin considerarea greutateii specifice a materialului din care sunt realizate elementele, fie prin concentrarea de mase în nodurile discretizării. Nu sunt necesare calcule în vederea stabilirii momentelor de inerție masice, ele fiind calculate automat de programul de calcul pe baza datelor de intrare cerute analistului (coordonate nodale, elemente finite, caracteristici statico-mecanice ale elementelor finite, distribuția de mase, etc.). Metoda elementului finit ia în considerare, prin excelență, structurile de tip elastic ale elementelor din construcția vehiculului, fiind totuși posibilă și o modelare a unor părți rigide, dacă este cazul.

Terminologie

În acest stadiu, deoarece problema complexă a valorilor proprii corespunzătoare vehiculului feroviar apare într-o nouă lumină, este considerăm ca necesară definirea unei terminologii prin intermediul căreia, într-o manieră unitară, logică, să putem caracteriza din punct de vedere calitativ formele proprii manifeste. Astfel, ținând seama și de cele prezentate în cap. 4, vom defini:

oscilații libere ale cutiei, datorate arcurilor din suspensia secundară, îndeobște cunoscute ca: recul (translație paralelă cu OX), clătinare (translație paralelă cu OY), săltare (translație paralelă cu OZ), ruliu (rotație în jurul lui OX), galop (rotație în jurul lui OY), șerpuire (rotație în jurul lui OZ).

vibrații libere datorate structurii elastice a cutiei (încovoieri, torsiuni sau mai complexe). Vibrații de încovoiere, în domeniul de interes (până la cca. 100 Hz) se manifestă atât în plan vertical, cât și în plan orizontal. Pentru planul vertical de exemplu, vom denumi "încovoiere verticală I, II, III, etc. a cutiei" formele proprii caracteristice vibrațiilor în planul precizat, corespunzătoare unei jumătăți de sinusoidă, o sinusoidă întreagă, o sinusoidă și jumătate, ș.a.m.d.

oscilații libere ale boghiurilor datorate arcurilor suspensiei primare, care au denumiri similare cu cele prezentate mai sus pentru cutie. Aceste oscilații pot fi sau nu cuplate elastic cu cele ale cutiei vehiculului.

vibrații libere structurale ale boghiurilor datorate rigidității finite a ramelor de boghiuri, sunt în general mai complexe, mai dificil de descris, deoarece din punct de vedere constructiv avem o mare varietate de boghiuri. Ca o observație, prezența traverselor frontale la un boghiu (existența unui cadru închis al ramei) are, așa cum se va demonstra o influență majoră asupra frecvențelor proprii și a formelor proprii caracteristice ale ramelor de boghiuri.

vibrații proprii ale osiilor.

La diverse frecvențe, apar forme de oscilație care pot fi extrem de complexe, rezultate prin suprapuneri de oscilații de același tip sau de tipuri diferite; mai mult, prin calcul numeric în dublă precizie rezultă valori ale frecvențelor proprii ce diferă cu câteva zecimi de miimi de Hz, având forme proprii uneori mult diferite. Chiar dacă prin calcul se obțin mai multe frecvențe proprii, este de intuită evidență că, în realitate, forma reală este cea rezultată prin combinare. Pe parcursul prezentării rezultatelor, ne vom strădui să descriem cât mai sugestiv fiecare mod propriu calculat, punând la dispoziție și o vizualizare a acestuia, prin intermediul programelor postprocesoare grafice.

Numărul de frecvențe proprii care se calculează este de asemenea la latitudinea analistului. El poate fi cel mult egal cu numărul de grade de libertate ale sistemului, dar vor interesa frecvențe cu valori până la cca. 20 - 40 Hz la analiza completă a vehiculului, și până la cca. 60 Hz pentru vibrațiile structurale ale ramelor de boghiuri. Frecvențele proprii sunt calculate în ordine crescătoare, începând cu cea fundamentală, dar precizăm că în aceste analize nu este suficientă determinarea numai a frecvenței proprii fundamentale.

Discretizarea vehiculului feroviar

Vehiculul de cale ferată reprezintă, din punct de vedere dinamic, o structură extrem de complexă, dacă se ține seama de faptul că există, pe lângă elementele structurale portante (cutie, rame de boghiuri), o serie de legături între ele (suspensii, crapodine, pivoți, cuple de legătură între boghiuri, etc.).

Ca o etapă obligatorie, dar și deosebit de importantă, discretizarea domeniului de analiză se definește ca o împărțire în elemente finite de diverse tipuri și dimensiuni, conectate între ele prin noduri. Procesul de discretizare este la latitudinea analistului; pe baza propriei experiențe el decide poziția nodurilor, precum și tipul elementelor finite și numărul acestora, care este legat indisolubil și de tipul de analiză. Este necesar să se facă un compromis între numărul nodurilor, precizia dorită și timpul de desfășurare a unei rulări, care poate fi uneori prohibitiv. Ca exemplu, este uneori irelevant să fie determinate prin calcul frecvențele proprii ale unui vehicul cu 6-8 zecimale exacte, deoarece în cele mai precise măsurători experimentale sunt posibile, dar și suficiente, 2-3 zecimale exacte. La creșterea de câteva ori a numărului de noduri, se pot obține în unele cazuri diferențe de câteva miimi între frecvențele calculate.

În general, vehiculul a fost modelat ca o structură elastică, rezemată elastic, utilizând elemente finite de tip bară spațială și de tip placă patrulateră, care au fost detaliat prezentate în capitolul 5. Numărul maxim de noduri pentru modelare a fost de 500, rezultând numărul maxim de ecuații al sistemului, 3000 (500 noduri x 6 grade de libertate pe nod). În fișierul de date de intrare se introduc pe lângă coordonatele nodale globale, caracteristicile statico-mecanice ale elementelor finite de tip bară spațială, tabelul de conexiuni, condițiile la limită. Pentru elementele de tip placă patrulateră se precizează tipul (membranal, de încovoiere, membranal și de încovoiere), precum și grosimea plăcii.

Consider că problema cea mai dificilă ce trebuie soluționată în cazul analizelor dinamice a întregului vehicul feroviar o reprezintă modelarea legăturilor elastice între elementele componente. Această modelare trebuie pusă în legătură și cu pachetul de programe cu elemente finite utilizat, care poate oferi facilități deosebite din acest punct de vedere, prin implementarea unor elemente finite speciale (arcuri, amortizoare locale, reazeme speciale); este cazul pachetelor moderne de calcul cu elemente finite, din care cele mai cunoscute sunt NASTRAN, ANSYS, ALGOR, COSMOS - M. Problema este însă mult mai dificilă când aceste facilități lipsesc.

Suspensia primară a fost modelată în majoritatea cazurilor prin intermediul reazemelor elastice, punând în punctele de suspendare ale boghiurilor pe osii, valoarea corespunzătoare a rigidității, în toate direcțiile, a arcurilor din suspensie. Pentru calculul rigidității laterale a arcurilor elicoidale s-au utilizat 8 metode [87], rezultatele obținute fiind foarte apropiate în cazul a 5 dintre ele. Studiul comparativ propriu al metodelor de calcul a rigidității laterale a arcurilor elicoidale a permis determinarea corectă a acestor rigidități, cu efecte directe în obținerea unor rezultate corespunzătoare, validate de măsurătorile experimentale.

La analizele efectuate pe întregul vehicul, modelarea suspensiei secundare nu mai poate fi făcută cu reazeme elastice, deoarece nu s-ar obține decât legarea cutiei de "teren"; legătura trebuie să se realizeze pe boghiuri prin intermediul elementelor finite. Am utilizat elementul finit de tip bară spațială pentru modelarea legăturilor elastice pe toate direcțiile. În acest sens, după analiza atentă a matricii de rigiditate elementală, precum și a conceptului de articulare în noduri, am modelat suspensia elastică sub forma unor bare articulate, de rigiditate axială impusă (la valoarea calculată). Articularea în noduri asigură netransmiterea unuia sau mai multor componente eforturi în nodul considerat care pot fi momente de încovoiere, forță axială sau moment de torsiune.

Condiții la limită

În final, trebuie făcute câteva precizări privind condițiile la limită. În general acestea pot fi de tip Dirichlet (impunerea valorii deplasărilor în unele noduri) sau de tip Neumann (impunerea valorilor derivatelor deplasărilor - tensiuni - pe frontiera domeniului). Aceste condiții sunt evident obligatorii, deoarece matricea de rigiditate a structurii este singulară, deci neinvertibilă. Dacă deplasările nodale impuse sunt chiar nule, se spune că gradul de libertate respectiv este "blocat". Condiții de tip Dirichlet sunt și cele obținute prin rezemarea elastică a structurii, numai că în acest caz intervenția este direct în matricea de rigiditate asamblată a structurii prin aditivarea pe diagonala principală a valorii rigidității reazemului în nodul precizat.

Condițiile la limită sunt de maximă importanță pentru obținerea unor rezultate corecte; în problemele de valori proprii, impunerea unor condiții la limită incorecte conduce nu numai la modificarea severă a valorii frecvențelor proprii ale sistemului, dar conduce la modificarea formelor proprii caracteristice și denaturarea rezultatelor.

6.2. Modelarea numerică cu metoda elementului finit pentru calculul formelor proprii de vibrație ale vagonului de clasă

Din cadrul celor 3 tipuri de probleme (de echilibru, de valori proprii și de propagare) rezolvabile cu metoda elementului finit (MEF), se tratează o problemă clasică de valori proprii. În acest caz, parametrii sunt independenți de timp, urmărindu-se determinarea anumitor valori critice în condițiile respectării configurației de echilibru.

6.2.1. Discretizarea vehiculului

Vagonul de clasa II-a + poștal a fost până acum analizat din punctul de vedere al frecvențelor proprii de oscilație cu ajutorul metodelor analitice cu și fără considerarea structurii elastice a cutiei, respectiv cu metode operaționale. În acest paragraf, vehiculul se va modela numeric, aplicându-se metoda elementului finit, utilizând pachetul de programe SAP 80.

În figurile 6.2.1 și 6.2.2 s-a dat discretizarea cutiei, iar în figura 6.2.3. cea a boghiurilor.

Cutia vehiculului prezintă o construcție nesimetrică prin prezența unei uși de dimensiune mult mai mare la compartimentul de bagaje. În situația de maxim încărcat, compartimentul de bagaje se încarcă cu 7.5 t, iar cel de călători cu numai 2.5 t. Rezultă o distribuție de asemenea nesimetrică a maselor. Cele două boghiuri sunt discretizate identic, dar masa lor diferă prin amplasarea unei mase suplimentare (cea a generatorului electric) la boghiul aflat sub compartimentul de bagaje. Toate aceste nesimetrii conduc la apariția unor fenomene oscilatorii complexe, care în general nu pot fi studiate în totalitate cu alte metode.

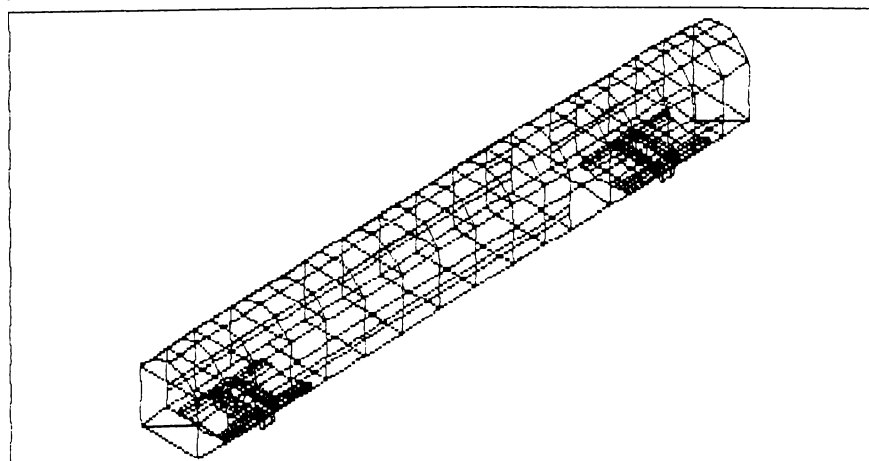


Fig.6.2.1. Discretizare vehicul

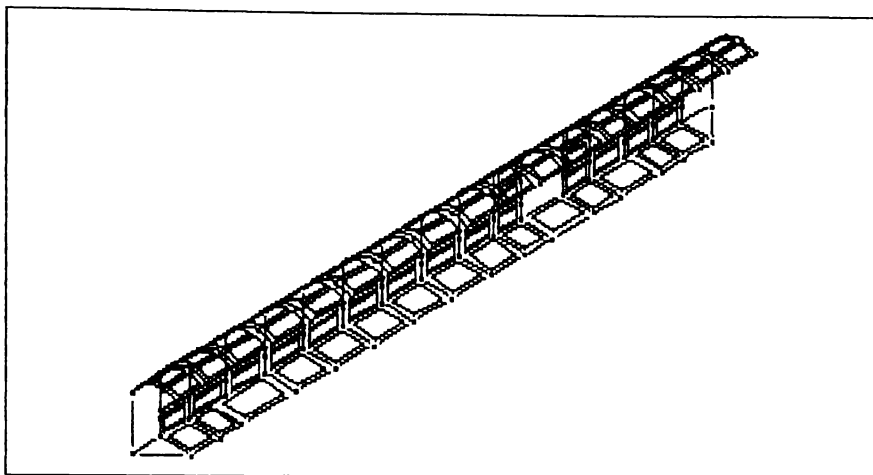


Fig.6.2.2. Elemente finite pe cutie

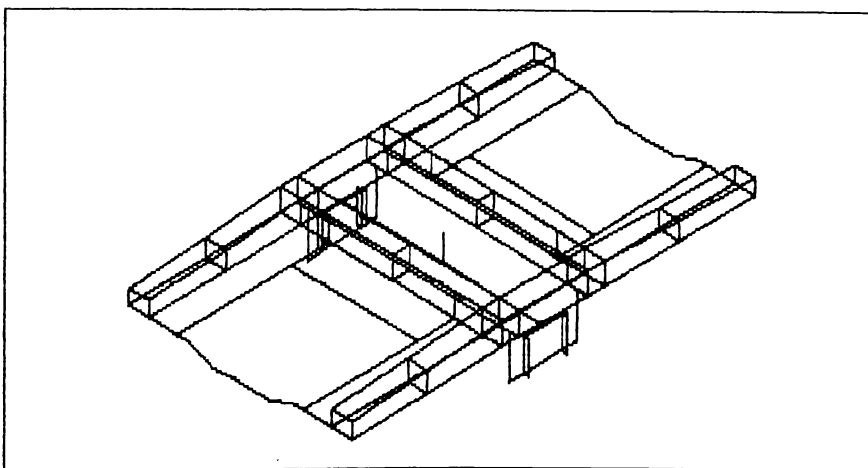


Fig.6.2.3. Discretizarea boghiului

6.2.2. Frecvențe proprii și moduri proprii de vibrație ale vagonului de clasă

Pentru a obține toate frecvențele proprii ale maselor suspendate ale vehiculului, a fost necesară calcularea rigidităților laterale ale arcurilor din suspensie, care au fost introduse în modelul numeric prezentat în fig.6.2.1. În acest sens au fost utilizate un număr de 5 din cele 8 metode prezentate de autor în lucrarea [87], care au dat cele mai apropiate rezultate una față de cealaltă; acest studiu nu este inclus în cadrul tezei.

Pentru un set format din 2 arcuri concentrice în suspensia primară, respectiv 3 arcuri concentrice în cea secundară, rezultă valorile:

- # $k_{lsetp} = 721.3 \text{ daN/cm}$
- # $k_{lsetS} = 166.7 \text{ daN/cm}$.

Punctele de sprijin ale vehiculului sunt în dreptul reazemelor suspensiei primare. Suspensia secundară, de rigiditate impusă pe cele trei direcții, a fost modelată prin intermediul unor bare articulate. Traversa dansantă, a fost de asemenea modelată prin intermediul unei bare de rigiditate corespunzătoare. Crapodinele au fost modelate astfel încât să permită mișcarea cutiei în raport cu boghiurile, așa cum este în realitate.

Vom anticipa puțin rezultatele care s-au obținut, prin aceea că se vor prezenta toate mișcările studiate în capitolele precedente, vor fi calculate și mișcările în plan orizontal ale cutiei și boghiurilor, cuplate și necuplate, și vor fi analizate vibrațiile structurale ale cutiei și boghiurilor, precum și eventualele cuplări cu alte tipuri de oscilații datorate suspensiei. Calculele se însoțesc de reprezentări grafice ale modurilor proprii de oscilație, ușurând în acest mod interpretarea rezultatelor.

În tabelul 6.2.1. s-au prezentat frecvențele și modurile proprii de oscilație ale vagonului, pentru cazul mediu încărcat, simetric (adică 2.5 t în compartimentul de călători și 2.5 t în cel de bagaje). Se vor prezenta numai o parte din cele 60 de frecvențe calculate (cu valori cuprinse între 0 - 50 Hz)

Tabel 6.2.1.

Nr. MOD	Tipul mișcării oscilatorii - modurile de vibrație -	Frecvența [Hz]
1	RULIU + CLATINARE CUTIE (axa inst. de ruliu sub centrul de greutate al cutiei)	0.7196
2	RECU L CUTIE	0.9118
3	SERPUIRE CUTIE	1.0785
4	RULIU CUTIE + RULIU BOGHIURI (axa inst. de ruliu deasupra centr. de greutate al cutiei)	1.2451
5	SALTARE CUTIE + SALTARE BOGHIURI	1.4296
6	GALOP CUTIE + SALTARE BOGHIURI	1.7166
8	INCOVOIERE VERTICALA I CUTIE	8.4351
9	GALOP BOGHIU GREU	8.5318
10	GALOP BOGHIU USOR	9.0827
11	SALTARE + GALOP BOGHIU GREU	9.2768
12	SALTARE BOGHIU USOR	9.5096
13	TORSIUNE CUTIE	11.1445
14	RULIU BOGHIU GREU	11.3500
15	RULIU BOGHIU USOR	11.9832
17	VIBRATIE IN ZONA GENERATORULUI BOGHIU GREU	13.1556
18	VIBRATIE STRUCTURALA CUTIE + RULIU BOGHIURI	13.7304

19	VIBR. STRUCTURALA CUTIE+CLATINARE BOGHIU GREU	18.3772
20	CLATINARE BOGHIU USOR, VIBRATIE LEAGAN	19.2804
21	TORSIUNE BOGHIU GREU	19.5836
25	TORSIUNE BOGHIU USOR	21.3215
26	INCOVOIERE VERTICALA II CUTIE	26.4627
27	VIBRATIE LEAGAN BOGHIU GREU SI USOR	27.6342
29	VIBRATIE STRUCTURALA CUTIE	28.1579
32	VIBRATIE STRUCTURALA BOGHIU GREU	33.0011
34	INCOVOIERE ORIZONTALA II CUTIE	34.2994
36	VIBRATIE STRUCTURALA COMPLEXA CUTIE	37.3287
40	VIBRATIE STRUCTURALA CUTIE IN ZONA BAGAJE	40.0272
42	INCOVOIERE VERTICALA BOGHIU GREU	40.8296
43	INCOVOIERE VERTICALA BOGHIU USOR	41.1844
47	VIBRATIE STRUCTURALA COMPARTIMENT CALATORI	44.4998
50	VIBRATIE STRUCTURALA COMPARTIMENT BAGAJE	45.5996

In figurile 6.2.4 - 6.2.27 sunt date modurile proprii caracteristice, din cele prezentate în tabelul 6.2.1.

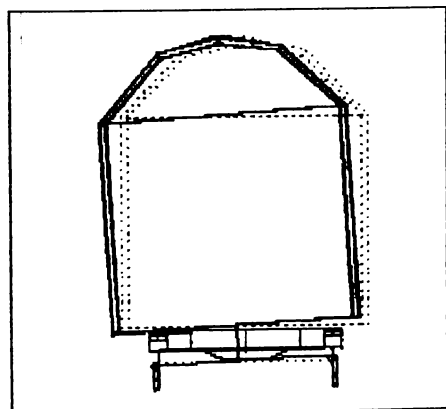


Fig.6.2.4. $f = 0.7196$ Hz

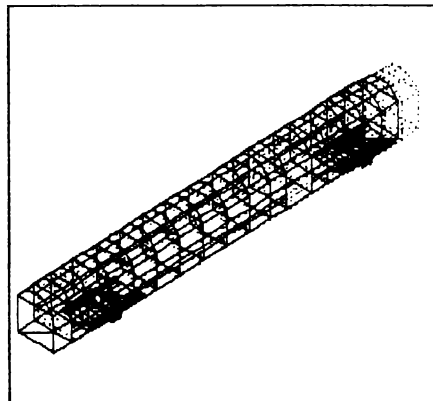
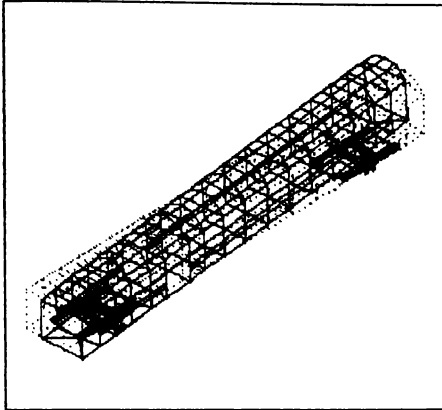
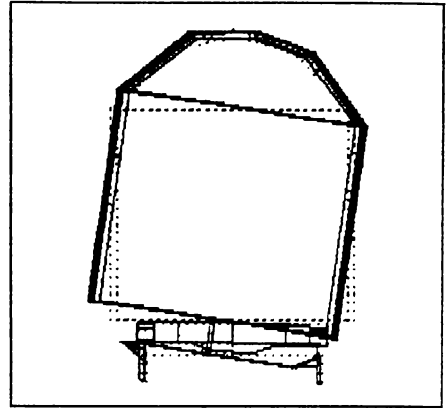
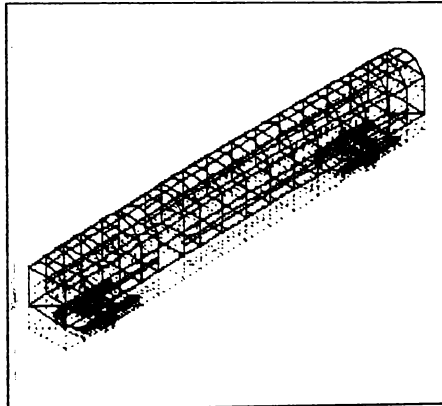
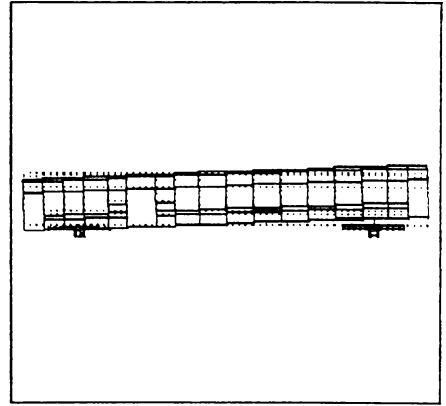
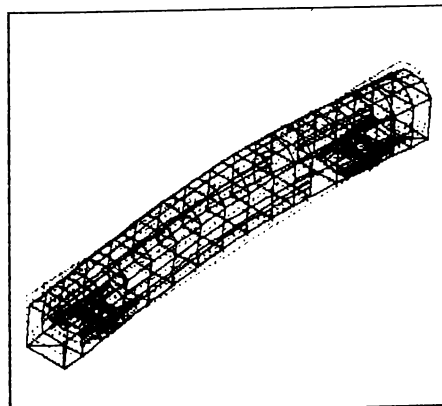
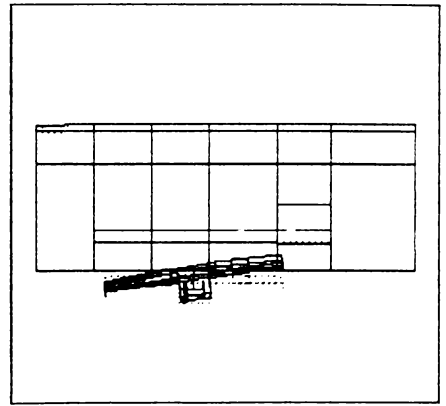
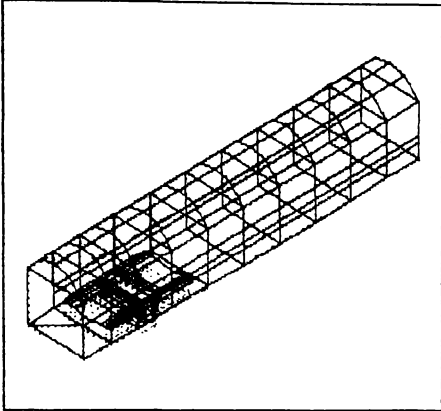
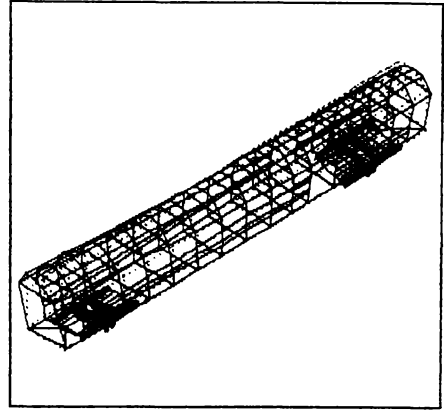
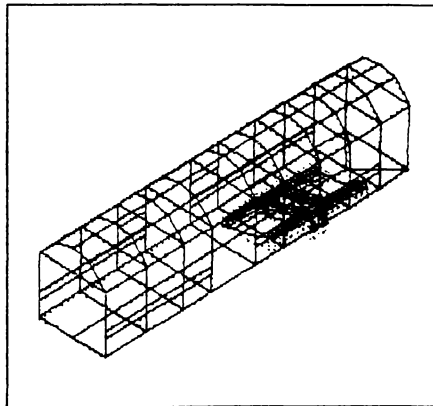
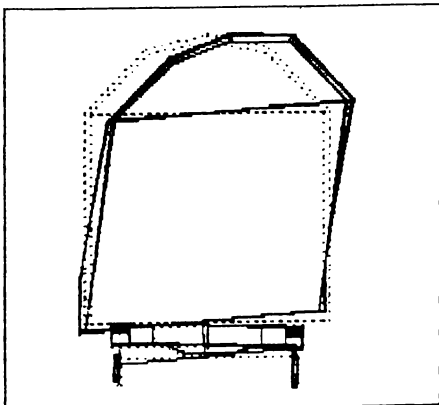
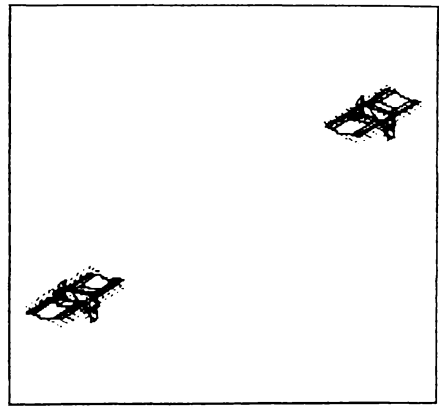
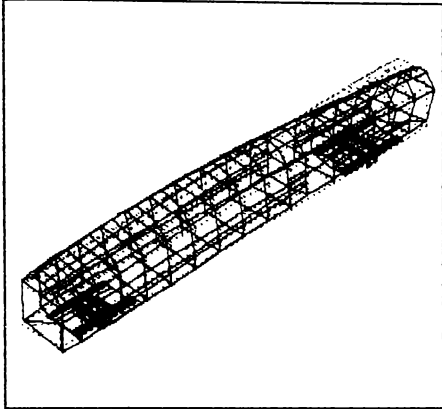
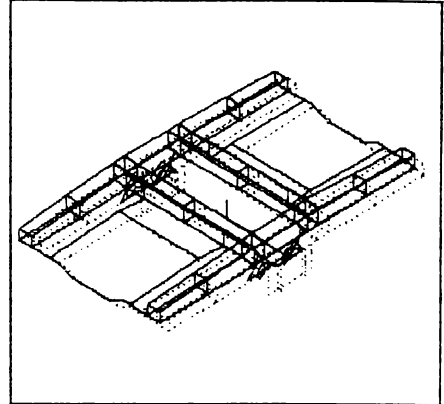
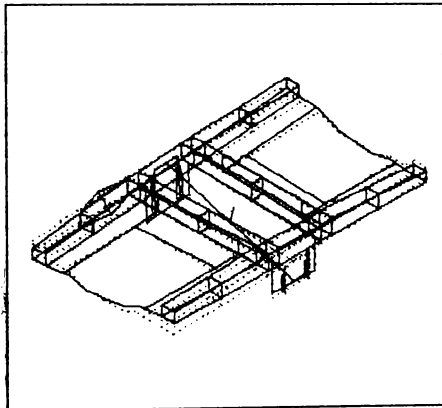
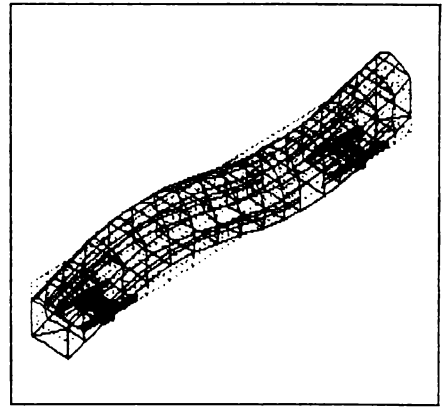
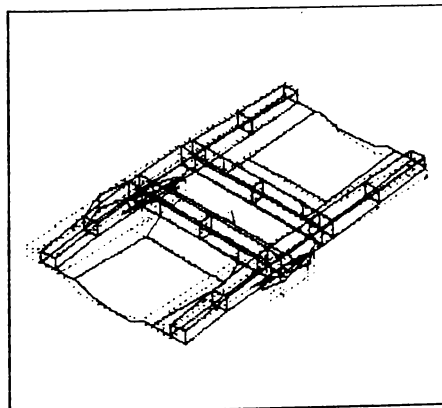
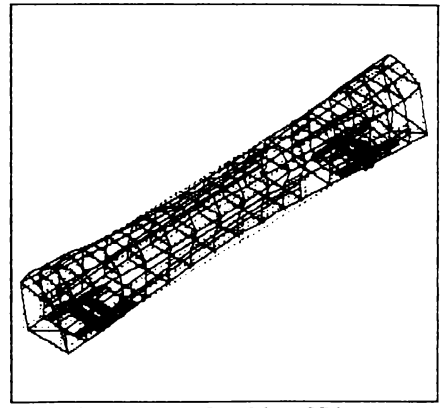


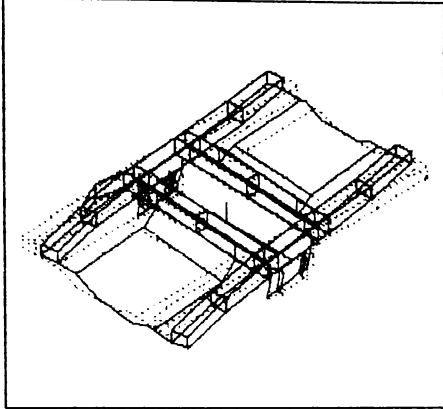
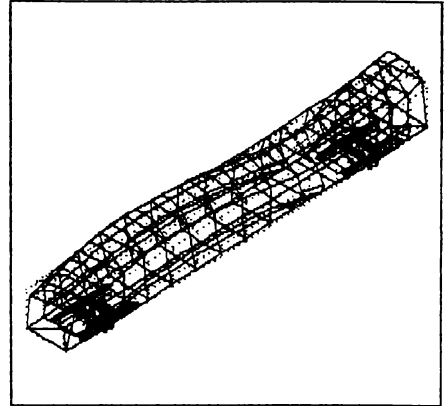
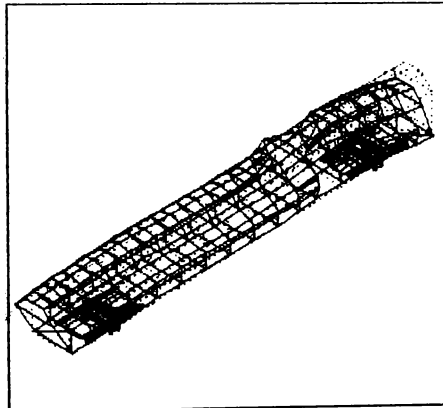
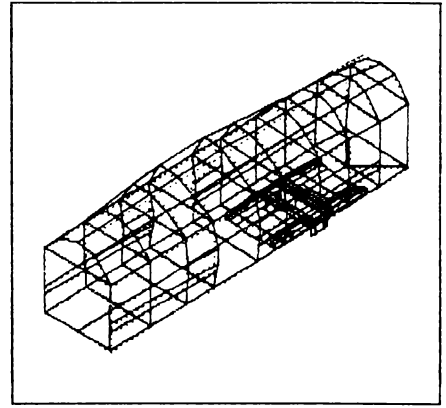
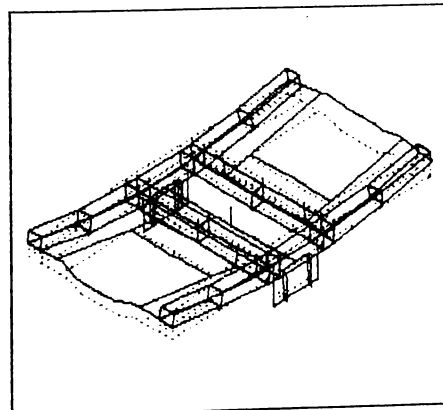
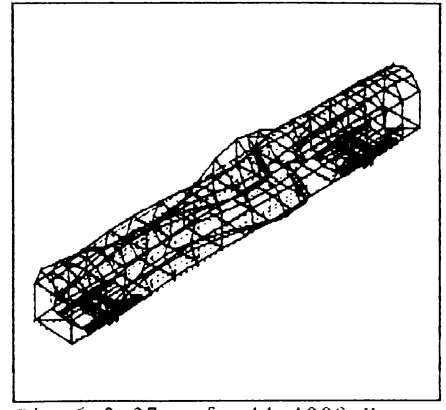
Fig.6.2.5. $f = 0.9118$ Hz

Fig.6.2.6. $f=1.0785$ HzFig.6.2.7. $f= 1.2451$ HzFig.6.2.8. $f= 1.4296$ HzFig.6.2.9. $f= 1.7166$ HzFig.6.2.10. $f= 8.4351$ HzFig.6.2.11. $f= 8.5315$ Hz

↑
?

Fig.6.2.12. $f = 9.5096$ HzFig.6.2.13. $f = 11.1445$ HzFig.6.2.14. $f = 11.3500$ HzFig.6.2.15.a $f = 13.7304$ HzFig.6.2.15.b $f = 13.7304$ Hz

Fig.6.2.16. $f = 18.3772$ HzFig.6.2.17. $f = 19.2804$ HzFig.6.2.18. $f = 19.5836$ HzFig.6.2.19. $f = 26.4627$ HzFig.6.2.20. $f = 27.6342$ HzFig.6.2.21. $f = 28.1579$ Hz

Fig.6.2.22 $f = 33.0011$ HzFig.6.2.23. $f = 34.2994$ HzFig.6.2.24. $f = 37.3287$ HzFig.6.2.25. $f = 40.0272$ HzFig.6.2.26. $f = 40.8296$ HzFig.6.2.27. $f = 44.4998$ Hz

În tabelul 6.2.2. s-au dat frecvențele proprii care sunt variabile cu gradul de încărcare al vagonului, de fapt cele care au variații mai semnificative. Se menționează însă că, pentru modelarea situației reale, vagonul maxim încărcat are o distribuție nesimetrică a maselor, lucru care nu a mai fost luat în considerare în studiile din capitolele anterioare (2, 3, 4).

Tabel 6.2.2.

Modul propriu de oscilație	Frecvența [Hz]			
	gol	mediu încărcat	maxim încărcat	maxim încărcat analitic
ruliu cutie + clătinare cutie	0.741	0.720	0.681	-
recul cutie	0.981	0.911	0.855	-
șerpuire cutie	1.148	1.079	1.013	-
ruliu cutie+ ruliu boghiuri	1.347	1.245	1.169	1.171
săltare cutie+ săltare boghiuri	1.518	1.430	1.310	1.387
galop cutie+ săltare boghiuri	1.831	1.717	1.652	1.734
încovoiere verticală I cutie	8.621	8.435	8.247	-
galop boghiu greu	8.544	8.532	8.536	8.243
galop boghiu ușor	9.083	9.083	9.082	8.623
săltare boghiu greu	9.308	9.277	9.298	9.103
săltare boghiu ușor	9.561	9.509	9.553	9.517
ruliu boghiu greu (mișcare independentă)	11.341	11.350	11.318	12.087
ruliu boghiu ușor (mișcare independentă)	12.008	11.983	11.983	12.643
ruliu boghiu greu (mișcare cuplată)	13.761	13.730	13.502	13.970
ruliu boghiu ușor (mișcare cuplată)	13.760	13.730	13.502	14.612

Concordanța cu rezultatele experimentale este foarte bună, având în vedere că acest vagon a fost experimentat pe cale în FRANTA [135], măsurători experimentale care vor fi prezentate în detaliu în capitolul 7 al prezentei teze.

6.2.3. Studiul influenței poziției vagonului în garnitura de tren asupra frecvențelor proprii de oscilație

Studiul care va fi prezentat în acest subparagraf reprezintă o contribuție personală, prin aceea că sunt modelate legăturile între vehiculele care compun garnitura de tren, urmărind să se determine influența poziției vagonului în garnitură (vagon intermediar, vagon de capăt) asupra frecvențelor și modurilor proprii de oscilație ale cutiei vehiculului.

Trebuie precizat de la început că, la formarea garniturilor de tren pentru transportul călătorilor, trenul se "comprimă", astfel că la circulația cu viteză constantă tamponalele dintre vehicule sunt comprimate. De asemenea, în timpul frânării trenurilor, tamponalele între vehicule sunt comprimate. Studiul este important dacă ținem seama că acesta este modul în care circulă vagonul pe cale. La măsurătorile experimentale însă, în majoritatea cazurilor, vagonul de încercat este tratat având tamponalele destinse.

Studiul a fost efectuat pentru mai multe situații posibile, considerate astfel:

- vagon mediu încărcat, de capăt, supus unei legături elastice suplimentare la nivelul tamponalelor de pe una din părți (față);
- vagon mediu încărcat, intermediar, supus la două legături elastice suplimentare la nivelul tamponalelor de pe ambele părți (față și spate).

Cea mai mare parte a frecvențelor proprii calculate pentru vagonul mediu încărcat nu se modifică. Este vorba aici de frecvențele de oscilație ale boghiurilor, de frecvențele de vibrație ale structurii cutiei, respectiv de cele structurale ale boghiurilor.

Tabel 6.2.3.

Modul de oscilație	vagon fără legături	vagon de capăt	vagon intermediar	Obs.
clatinare + ruliul cutie	0.7196	0.7096	0.7097	
recul cutie	0.9118	1.2312	1.4761	***
serpuire cutie	1.0785	1.0828	1.0914	
ruliul cutie + ruliul bogh.	1.2451	1.2374	1.2374	
săltare cutie+ sălt. bogh.	1.4296	1.4296	1.4198	
galop cutie + sălt. bogh.	1.7166	1.7165	1.7266	

*** apare și o mișcare de galop a cutiei la vagoanele cu legături

Se poate observa că singurele modificări semnificative au loc asupra oscilației de recul. Frecvența de serpuire a cutiei prezintă o creștere, dar nesemnificativă; consider că ea se datorează de fapt metodei iterative de rezolvare a sistemului de ecuații a structurii.

Trebuie precizat în plus că, la vagonul de capăt, reculul se manifestă împreună cu galopul cutiei, acest lucru datorându-se existenței unei legături elastice unilaterale amplasate în fața vagonului de capăt al garniturii de tren. Galopul inițial al cutiei se manifestă practic la aceeași frecvență ca și în cazul vagonului liber. Se explică astfel care este cauza pentru care în ultimul vagon mișcarea oscilatorie de galop se manifestă cu mai mare pregnanță, deoarece se obține la două frecvențe.

6.2.4 Concluzii

din analiza tabelului 6.2.1. și a figurilor 6.2.4 - 6.2.27 rezultă clar avantajele deosebite ale analizelor dinamice cu metoda elementului finit față de metodele analitice la care apar și probleme de evaluare corectă a momentelor de inerție masice ale elementelor structurale ale vehiculului.

între vagonul gol și cel mediu încărcat (dar simetric) nu apar diferențe în afara celor legate de scăderea corespunzătoare a frecvențelor proprii de oscilație ale cutiei, respectiv a celor de vibrație structurală a cutiei, datorată creșterii maselor;

în cazul vagonului încărcat, se ivește și problema distribuției nesimetrice între compartimentul de bagaje (7.5 t) și cel de călători (2.5 t). Acest lucru are importanță deoarece apar cuplări ale mișcării de rulu cutie + rulu boghiuri la care se adaugă o ușoară șerpuire, iar mișcarea de săltare a cutiei este însoțită de o mișcare de galop a cutiei.

faptul că galopul, săltarea și ruliul celor 2 boghiuri apare la frecvențe diferite se datorează introducerii la unul din boghiuri a generatorului de curent. Mai mult, săltarea boghiului greu apare cuplată cu galop deoarece avem de-a face cu o nesimetrie a distribuției maselor.

mișcarea de rulu a cutiei cu axa instantanee de rulu dedesubtul sau deasupra centrului de greutate a cărei modelare analitică a fost prezentată în lucrarea [113], se regăsește de asemenea în acest studiu prin modelare numerică (vezi fig.6.2.4 și fig.6.2.7.), așa cum se regăsesc două mișcări de rulu ale boghiurilor, una cuplată cu cea de rulu a cutiei, iar cealaltă independentă (fig.6.2.14. și 6.2.15.b), demonstrată matematic în cap.2.

în jurul frecvenței de 20 Hz se manifestă primele moduri proprii de vibrație structurale ale ramei de boghiu. Aceste valori sunt în principiu corespunzătoare, dacă vehiculul circulă pe o cale de calitate bună sau foarte bună; în caz contrar, există posibilitatea ca boghiurile să intre în rezonanțe structurale, fie la viteze apropiate de viteza maximă, fie la viteze mult mai mici, dacă excitația se datorează uzurii ondulatorii a căii de rulare (cu lungimi de undă de ordinul centimetrilor).

În domeniul de viteze de circulație se vor manifesta câteva moduri de vibrație structurale ale cutiei vehiculului, de amplitudini reduse, care, la acest vagon pot fi cuplate cu mișcările de săltare și galop ale boghiurilor (încovoiere verticală l cutie) sau cu mișcările de rulu ale boghiurilor (torsione cutie $f = 13.73$ Hz).

6.3. Determinarea modurilor proprii de vibrație ale boghiului de tramvai TIMIS 2

În acest paragraf se va prezenta studiul oscilațiilor proprii ale unui boghiu de tramvai, bimotor, echipat cu motoare electrice de curent continuu, a căror masă a fost distribuită în punctele de rezemare.

Rama boghiului de tramvai bimotor din figura 6.3.1. a fost discretizată cu plăci patrulatere de grosime constantă și cu bare spațiale la modelarea legăturii de gardă.

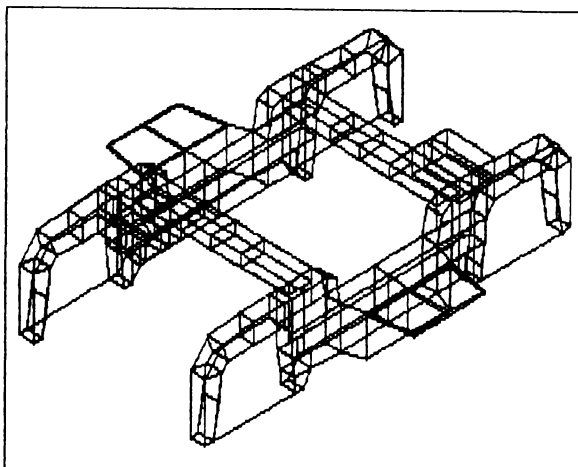


Fig.6.3.1. Discretizarea ramei boghiului

S-a modelat corespunzător suspensia primară a vehiculului, ceea ce permite obținerea formelor proprii de translație și de rotație ale boghiului (ruliu, săltare, galop, clătinare, șerpuire, recul).

La frecvențe mai ridicate se manifestă fenomenele vibrațiilor structurale, mai dificil de descris, dar acestea vor fi ilustrate prin intermediul unui procesor grafic, ceea ce va ușura studiul.

În tabelul 6.3.1. se dau primele 16 moduri proprii, cele cu frecvențe până la cca. 60 Hz, mai mult decât suficient pentru aprecierea calităților vibrațiilor ale boghiului.

Tabel 6.3.1.

Nr. crt	Frecvența [Hz]	Forma proprie de vibrație
1.	5.622	ruliu boghiu
2.	7.031	săltare boghiu
3.	10.231	galop boghiu

4.	11.888	săltare în opoziție de fază longeroane + clătinare boghiu
5.	18.537	torsiune după Y boghiu + încovoiere după Z
6.	21.047	recul boghiu + mic galop boghiu
7.	22.282	șerpuire boghiu datorată caracteristicii longitudinale a suspensiei primare
8.	23.956	galop longeroane în opoziție de fază
9.	26.557	încovoiere boghiu după X
10.	28.644	încovoiere boghiu după X
11.	40.946	recul de longeroane în opoziție de fază
12.	48.752	galop de longeroane în fază + încovoiere traverse
13.	53.291	încov. longeroane după OX în opoziție de fază
14.	53.769	încov. longeroane după OZ în opoziție de fază + încovoiere traverse
15.	55.605	încovoiere longeroane după OX în opoziție de fază
16.	62.042	săltare boghiu + încov. longeroane după OZ în opoziție de fază + încovoiere longeroane după OY

Să observăm că frecvențele boghiului datorate elasticității arcurilor din suspensia primară se încadrează în domeniul valorilor uzuale. Fenomenele vibratorii structurale care apar la frecvențe mai mari pot conduce la ruperea ramelor de boghiuri în timpul circulației pe cale de rulare de slabă calitate (cu lungimi de undă mici ale defectelor de nivelment longitudinal și transversal), ajungându-se la rezonanțe în domeniul 20 - 40 Hz. Dintr-o asemenea analiză rezultă măsurile ce trebuie luate pentru creșterea frecvențelor modurilor de vibrație structurale, fie prin îmbunătățirea calității căii de rulare, fie prin modificarea construcției ramei boghiului.

În figurile 6.3.2 - 6.3.17 se dau formele proprii de vibrație descrise în tabelul 6.3.1. Se precizează frecvența la care se manifestă fiecare din moduri.

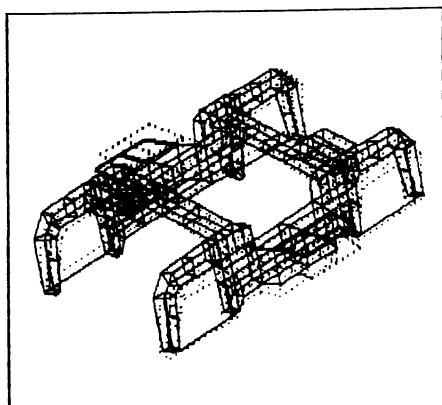


Fig. 6.3.2 $f = 5.622$ Hz

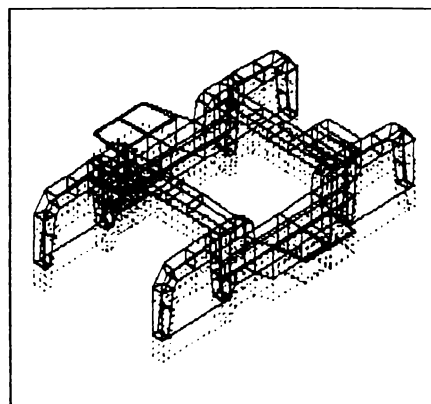


Fig. 6.3.3. $f = 7.031$ Hz

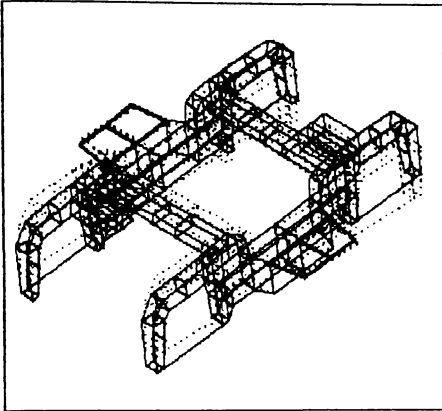


Fig.6.3.4. $f= 10.231$ Hz

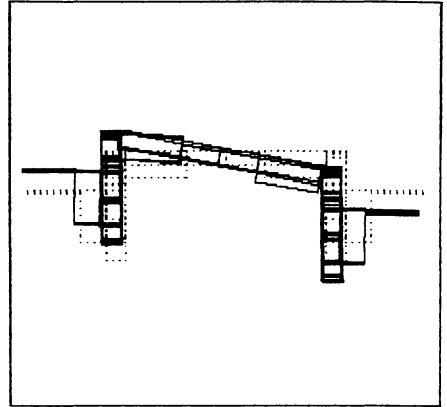


Fig.6.3.5. $f= 11.888$ Hz

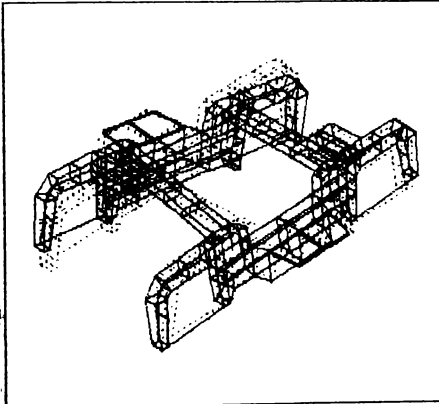


Fig.6.3.6. $f= 18.537$ Hz

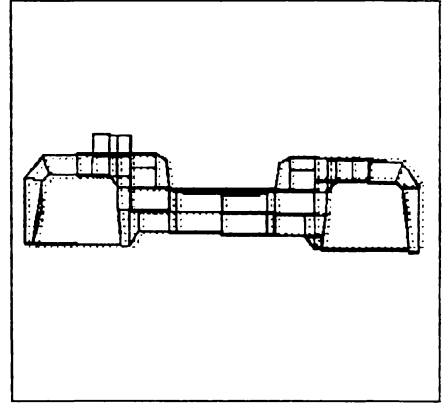


Fig.6.3.7. $f= 21.047$ Hz

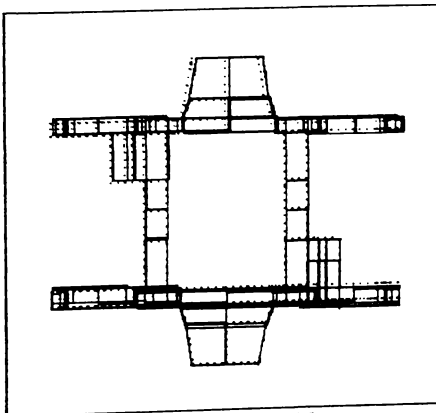


Fig.6.3.8. $f= 22.282$ Hz

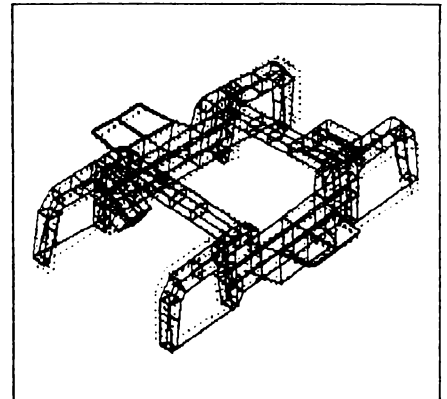
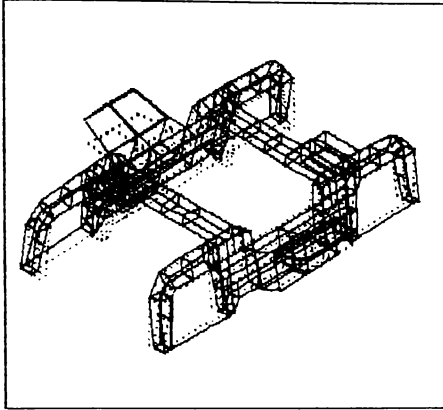
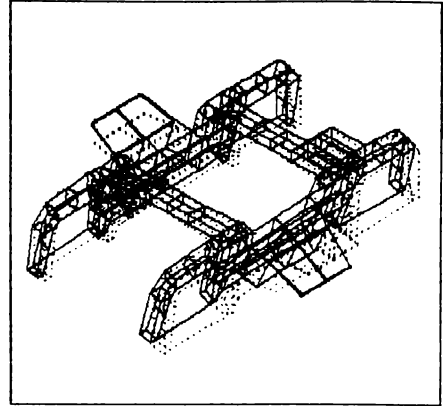
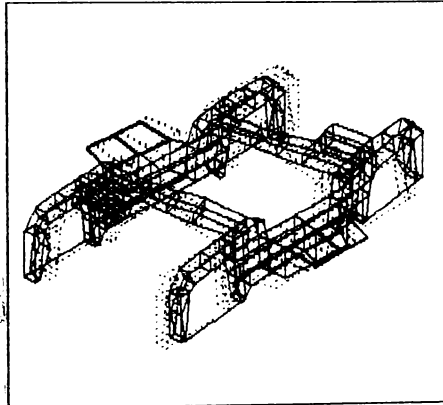
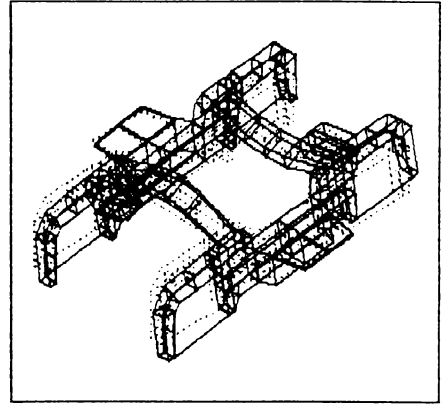
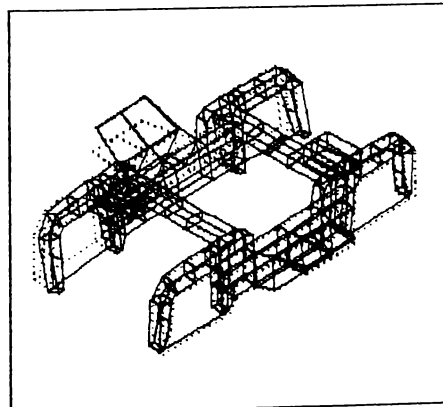
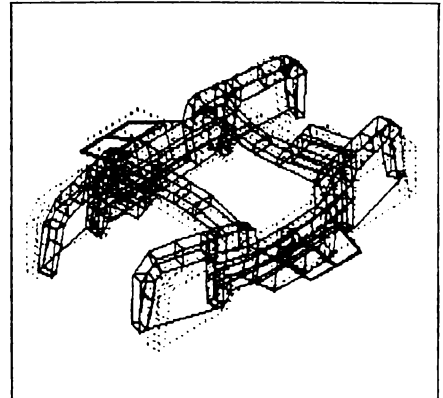
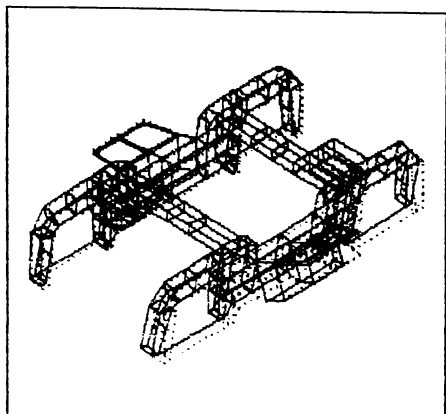
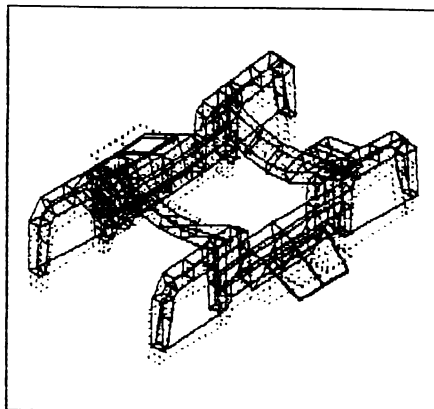


Fig.6.3.9. $f= 23.956$ Hz

Fig.6.3.10. $f = 26.557$ HzFig.6.3.11. $f = 28.644$ HzFig.6.3.12. $f = 40.946$ HzFig.6.3.13. 48.752 HzFig.6.3.14. $f = 53.291$ HzFig.6.3.15. $f = 53.769$ Hz

Fig.6.3.16. $f = 55.605 \text{ Hz}$ Fig.6.3.17. $f = 62.042 \text{ Hz}$

Concluzii

Din analiza rezultatelor prezentate în tabelul 6.3.1. și a modurilor proprii prezentate în figurile 6.3.2. – 6.3.17., rezultă cu claritate în primul rând acuratețea unui asemenea calcul. Se demonstrează, prin intermediul modelării numerice, complexitatea fenomenelor vibratorii care se manifestă la un boghiu de vehicul feroviar. Aceste fenomene au fost constatate la măsurătorile experimentale, dar studiile teoretice cu metode analitice nu au putut permite decelarea, mai ales a modurilor proprii de vibrație structurale.

Se constată că în ramă apar primele fenomene vibratorii structurale, la frecvențe destul de joase (modul 4 și 5 de vibrație). În urma prezentei analize, proiectantul poate lua măsuri de rigidizare a ramei pentru ca frecvențele la care se manifestă modurile 4 și 5 să crească.

Din punctul de vedere al modurilor proprii datorate elasticității arcurilor suspensiei primare, atenționăm că frecvențele cuplate la care se manifestă în realitate vor fi cu ceva mai mari deoarece la montarea cutiei pe boghiuri va exista un cuplaj elastic între modurile proprii de oscilație ale cutiei (datorate suspensiei secundare) și modurile proprii de oscilație ale boghiului (datorate suspensiei primare).

La frecvențe ridicate 30 – 60 Hz, pot să apară suprapuneri ale modurilor proprii structurale complexe ale boghiului cu modurile proprii de oscilație ale osiilor montate care au valori cuprinse în intervalul 30 – 50 Hz, dar pot să intervină și frecvențele proprii ale motoarelor electrice de tracțiune care au de asemenea frecvențele fundamentale în intervalul 40 – 60 Hz.

Studiul aduce elemente teoretice noi, care explică în mare parte ruperea sistematică în exploatare a ramelor de boghiuri de o anumită construcție, și anume frecvența funcționare în regim de rezonanță urmare a excitației boghiului cu frecvențe din zona celor proprii structurale (modurile 4 – 6 de vibrație).

6.4. Determinarea modurilor proprii de vibrație ale boghiului bimotor de tramvai CAROMET

6.4.1. Generalități. Discretizarea boghiului.

Boghiul de tramvai CAROMET 1 a fost proiectat de firma FERVIAR PROIECT S.A. pentru a echipa tramvaiele TIMIS, aflându-se acum (1996) în faza de prototip. În faza de proiectare, am participat la realizarea unui studiu privind oscilațiile boghiurilor, respectiv ale vehiculului în ansamblu, utilizând metoda elementului finit [46], [47].

Boghiul este prevăzut cu ghidarea osiilor cu bielete, deci cu o ghidare elastică, astfel că vor fi manifeste moduri proprii datorate arcurilor din suspensia primară atât în plan vertical, cât și în plan orizontal. O altă soluție modernă introdusă, se referă la utilizarea unor țevi ca traverse frontale ale boghiului, care conduc la creșterea sensibilă a frecvențelor proprii structurale ale ramei boghiului, îmbunătățind net comportarea dinamică a acesteia. Roțile vehiculului sunt elastice în vederea reducerii nivelului oscilațiilor și zgomotului.

Rigiditatea echivalentă a suspensiei primare, dată fiind soluția constructivă adoptată de proiectant, a fost stabilită luând în calcul numai rigiditățile arcurilor din cauciuc introduse în articulațiile bieletelor și arcului elicoidal amplasat între cutia de osie și rama boghiului. Din datele furnizate de proiectant rezultă:

- rigiditatea echivalentă pe lagăr în direcție longitudinală:
($k_{ex} = 3845 \text{ daN/cm}$)
- rigiditatea echivalentă pe lagăr în direcție transversală:
($k_{ey} = 11027 \text{ daN/cm}$)
- rigiditatea echivalentă pe lagăr în direcție verticală:
($k_{ez} = 3845 \text{ daN/cm}$)

În figurile 6.4.1.- 6.4.3 se prezintă discretizarea boghiului bimotor CAROMET 1, discretizare care s-a făcut în 216 noduri, iar elementele finite alese sunt de tip placă patrulateră și bară spațială. Rezultă pentru acest boghiu un număr de 1296 de grade de libertate, deoarece fiecare nod din discretizare are 6 grade de libertate (3 translații și 3 rotații).

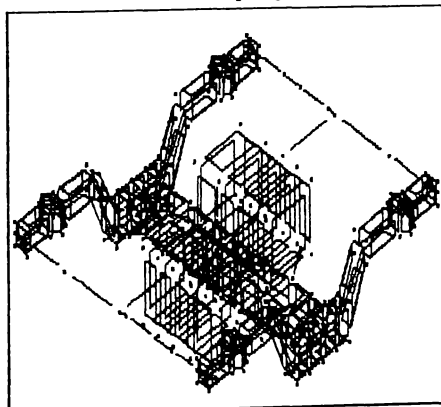


Fig.6.4.1 Elementele finite

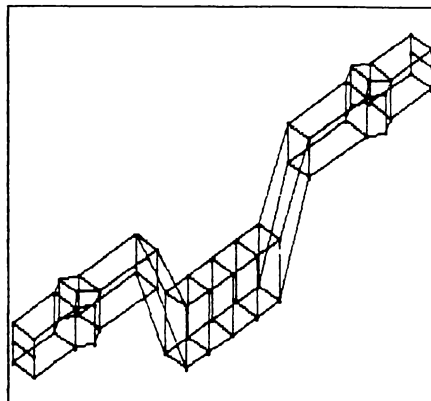


Fig.6.4.2. Longeron boghiu

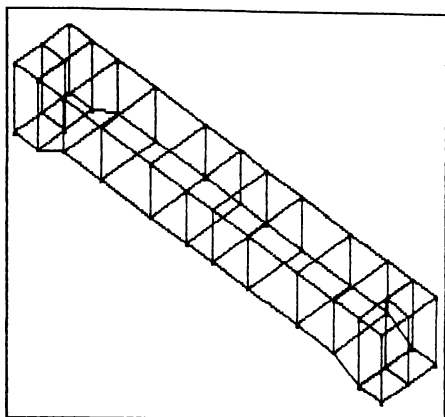


Figura 2.5. Discretizare traversa boghiu

Pentru calculul modurilor proprii de vibrație ale boghiului bimotor CAROMET 1 cu metoda elementului finit, este necesară constituirea matricii de rigiditate a sistemului $[K]$, precum și constituirea matricii de masă $[M]$.

Matricea de rigiditate a sistemului conține în cazul elementelor finite de tip bară spațială ariile și momentele de inerție ale secțiunilor, iar în cazul elementelor finite de tip placă patrulateră grosimea acestora. Pentru modelarea motoarelor electrice de tracțiune s-au introdus plăci de grosime mare care să realizeze o rigiditate corespunzătoare a paralelipipedelor din discretizare. Matricea de rigiditate conține și rigiditatea echivalentă

a elementelor elastice din suspensia primară.

Matricea de masă a sistemului este constituită din masele reale ale subsansamblelor, aplicate în nodurile de discretizare. La constituirea matricii de masă, s-a ținut seama că numai $1/3$ din masa angrenajului de tracțiune este suspendată de rama boghiului. Întrucât analiza se referă numai la oscilațiile libere ale maselor suspendate ale boghiului, nu s-a adăugat masa grinzii transversale, masă oscilantă ce va fi luată în considerare la calculul oscilațiilor întregului vehicul (paragraful 6.5), deoarece între grindă și rama boghiului intervine suspensia secundară a vehiculului.

6.4.2. Moduri proprii de oscilație ale boghiului datorate arcurilor din suspensia primară

Studiul modurilor proprii de vibrație datorate elasticității arcurilor suspensiei primare a ținut cont de distribuția de mase și de momentele de inerție masice ale elementelor și subsansamblelor boghiului.

Este necesar să se precizeze aici faptul deosebit de important că la ghidarea elastică a osiei, rigiditatea longitudinală și cea transversală a suspensiei primare au valori finite. În acest caz vor apare la frecvențe destul de reduse (în domeniul de analiză), oscilații de recul și de șerpuire datorate elasticității arcurilor suspensiei. Atenționăm aici să nu se facă o confuzie cu oscilațiile de șerpuire forțate ale boghiului datorate mișcării osiei (conicității bandajului) a căror frecvență este variabilă cu viteza. Cea mai dezavantajoasă situație din punctul de vedere al șerpuirii se manifestă totuși când sistemul va fi excitat cu frecvența cinematică egală cu frecvența proprie de șerpuire a boghiului datorată valorii finite k_{gl} .

În tabelul 6.4.1. se dau modurile proprii de oscilație ale boghiului datorate elasticității arcurilor din suspensia primară.

Tabelul 6.4.1.

Nr. crt.	Frecvența [Hz]	Modul propriu de oscilație
1.	6.112	săltare
2.	7.067	galop + recul
3.	9.065	ruliu + clătinare
4.	12.39	recul + galop
5.	19.636	clătinare + ruliu
6.	22.81	șerpuire

Din tabel rezultă cu claritate că frecvențele la care se manifestă modurile proprii de vibrație datorate elasticității arcurilor din suspensia primară se încadrează în domeniile uzuale pentru aceste tipuri de vehicule.

Interesantă este apariția la două frecvențe a mișcării de galop a boghiului și anume la 7.067 Hz și la 12.39 Hz, mișcări cuplate cu reculul despre care s-a discutat și în capitolul 4.

Mișcarea de șerpuire a boghiului apare la frecvența de 22.81 Hz, fiind datorată așa cum s-a mai spus ghidării elastice a osiilor prin mecanismul cu bielete și rigidității laterale finite a arcurilor din componența suspensiei primare.

În figurile 6.4.4. - 6.4.9. sunt date modurile proprii de vibrație ale boghiului la care s-a făcut referire în tabelul 6.4.1. În figuri, cu linie punctată se dă starea nedeformată a boghiului, iar cu linie plină starea deformată maximă corespunzătoare amplitudinilor nodurilor din discretizare. Se precizează că starea deformată a ramei boghiului este denaturată pentru a se putea sesiza mișcarea vibratorie.

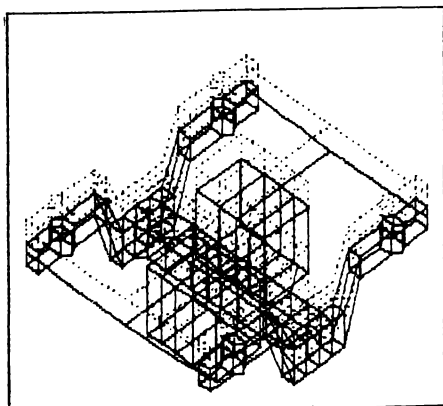


Fig.6.4.4. Mișcarea de săltare a boghiului

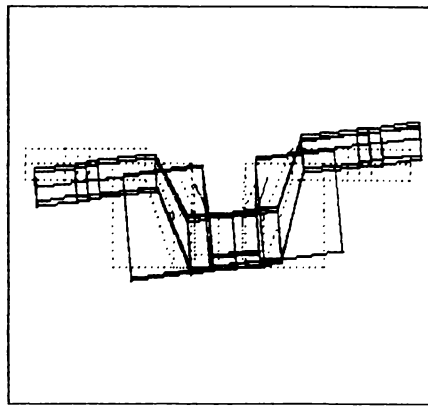


Fig.6.4.5. Mișcarea de galop + recul a boghiului

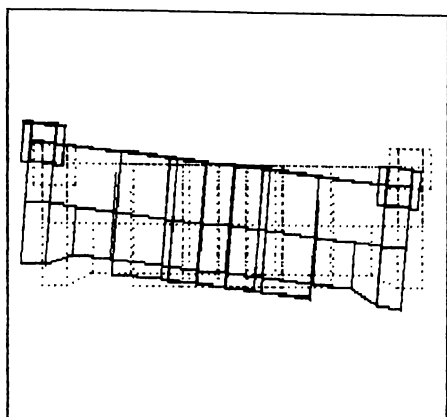


Fig. 6.4.6. Mișcarea de ruliu + clătinare a boghiului

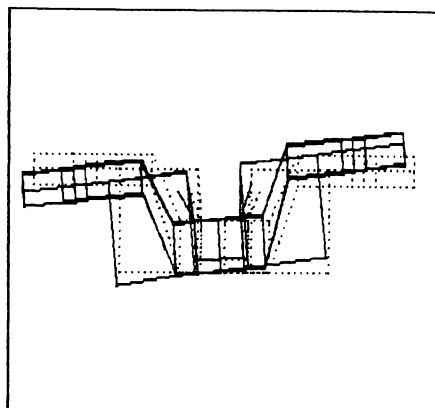


Fig. 6.4.7. Mișcarea de recul + galop a boghiului

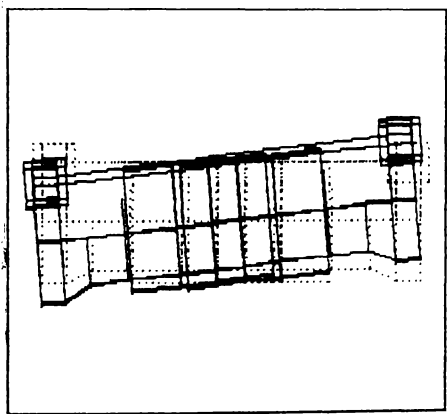


Fig. 6.4.8. Mișcarea de clătinare + ruliu a boghiului

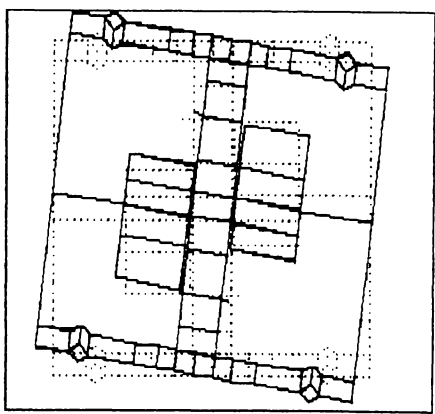


Fig. 6.4.9. Mișcarea de șerpuire a boghiului

6.4.3. Moduri proprii de vibrație structurale ale boghiului

Modurile proprii de vibrație structurale se pot evidenția numai prin analiză cu metoda elementului finit. În acest caz se consideră structura boghiului ca având o rigiditate finită, așa cum este de fapt în realitate.

În tabelul 6.4.2. sunt date modurile proprii de vibrație structurale, cu frecvențe între 24 Hz și 68 Hz.

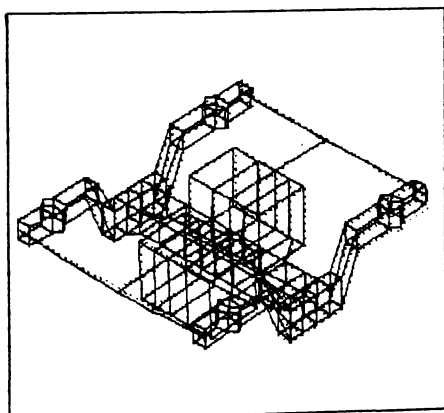
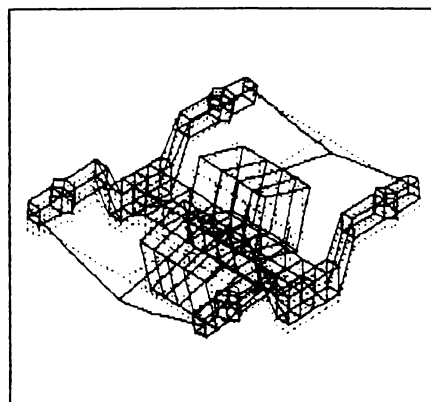
Tabelul 6.4.2.

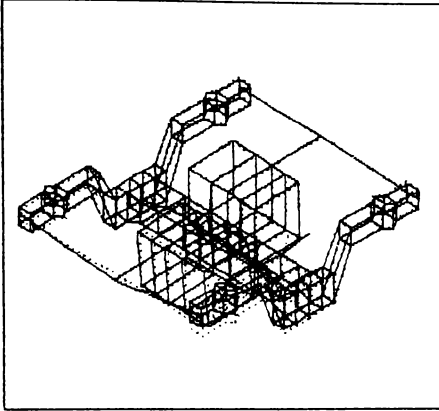
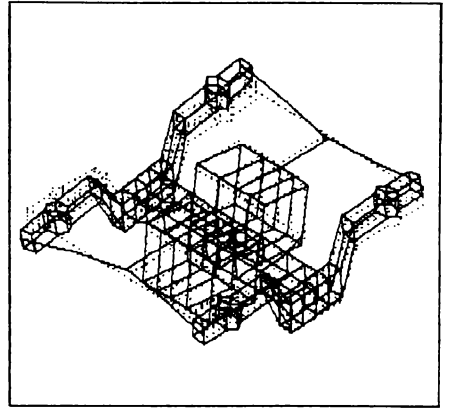
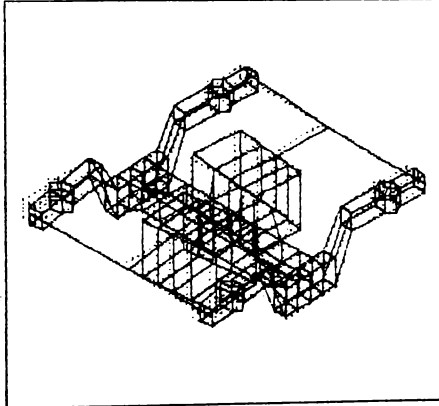
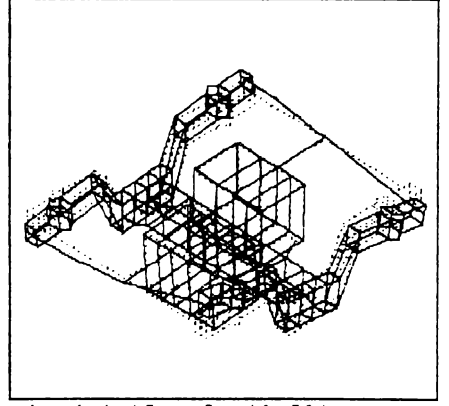
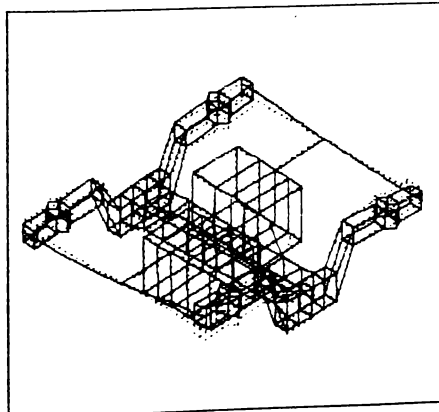
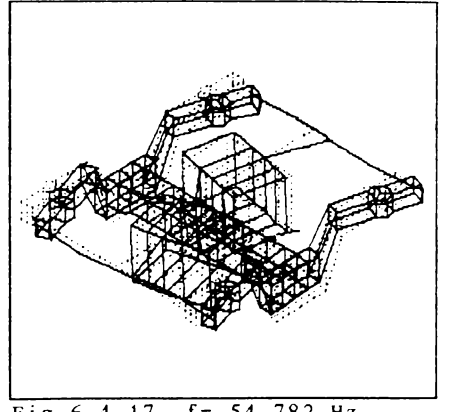
Nr. crt.	Frecvența [Hz]	Modul propriu de vibrație
1.	24.739	mică oscilație longeroane (vezi fig.6.4.10)
2.	27.856	încovoiere longeroane în plan vertical
3.	36.796	vibrație complexă boghiu (vezi fig.6.4.12)
4.	42.697	galop longeroane în fază
5.	43.064	mică încovoiere longeroane în plan orizontal
6.	43.580	torsiune rama boghiu
7.	44.478	torsiune ramă boghiu
8.	54.782	încovoiere în plan orizontal longeroane
9.	55.555	recul și șerpuire longeroane în opoz de fază
10.	67.783	șerpuire longeroane

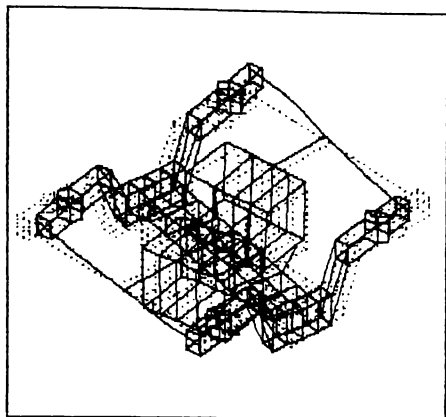
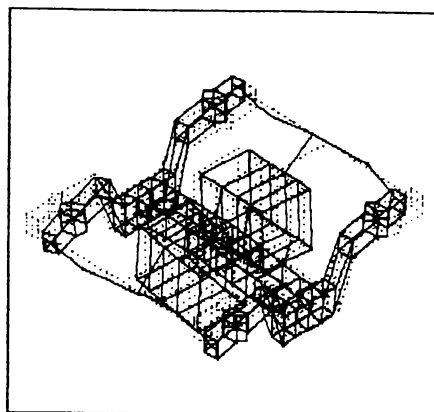
În figurile 6.4.10. - 6.4.19. sunt date modurile proprii de vibrație structurale.

De remarcat în primul rând faptul că frecvențele proprii structurale, precum și modurile lor caracteristice, nu depind de rigiditățile echivalente ale suspensiei primare. Ele se manifestă ca proprietăți intrinseci ale sistemului analizat, fiind date numai de caracteristicile dimensionale ale boghiului, de rigiditățile reale ale elementelor structurale și de distribuția de mase.

În principiu, pentru vehicule care circulă cu viteze de până la 60 - 80 km/h boghiurile trebuie să aibă frecvențele proprii structurale cu valori peste 20 Hz, în așa fel încât să lucreze în domeniul subcritic. Din tabel rezultă că boghiul de tramvai CAROMET 1 este corespunzător și din acest punct de vedere.

Fig.6.4.10 $f = 24.739$ HzFig.6.4.11. $f = 27.856$ Hz

Fig. 6.4.12. $f=36.794$ HzFig.6.4.13 $f= 42.697$ HzFig.6.4.14. $f= 43.064$ HzFig.6.4.15. $f= 43.581$ HzFig.6.4.16. $f= 44.478$ HzFig.6.4.17. $f= 54.782$ Hz

Fig.6.4.18. $f = 55.555$ HzFig.6.4.19. $f = 67.783$ Hz

6.4.4. Concluzii

Analiza cu metoda elementului finit a oscilațiilor boghiului CAROMET 1 conduce la următoarele concluzii:

La frecvența de 24.739 Hz se manifestă un prim mod de vibrație structural, dar amplitudinile mișcării vibratorii sunt mici. Practic, primul mod de vibrație structural cu amplitudini semnificative se manifestă la 27.8567 Hz, corespunzătoare dacă se ține seama de cele afirmate mai înainte. La valori mai ridicate, se poate observa că există câteva zone în care se manifestă forme proprii de vibrație structurale și anume 43 - 45 Hz, 54 - 56 Hz, 67 - 69 Hz. Evident că, dacă timp îndelungat frecvența de excitație a ramei boghiului se va situa în zona 24 - 36 Hz, rama va intra în rezonanță, iar aceste fenomene vibratorii pot conduce la ruperea ei prin oboseală. Printr-o analiză atentă a modurilor proprii structurale din această bandă de frecvențe se pot determina cu bună aproximație și locurile în care se va fisura și apoi se va rupe rama boghiului. Se permite astfel proiectantului de boghiuri să ia măsuri în faza de proiectare, ceea ce reprezintă evident un avantaj.

Modurile proprii structurale ale ramei boghiului se manifestă la frecvențe suficient de ridicate, ceea ce arată că această construcție are o rigiditate suficientă și, din acest punct de vedere, se comportă corespunzător. Este necesar totuși un calcul al stării de tensiune din ramă, la diverse regimuri de încărcare; am efectuat și un asemenea calcul, tot cu metoda elementului finit [48] pentru regimurile de circulație în aliniament și palier, circulație în curbă, demaraj, respectiv frânare.

Datorită ghidării elastice a osiilor, frecvența de recul și frecvența de șerpuire au valori relativ coborâte, lucru îndeobște cunoscut de proiectantul de boghiuri care alege soluția de ghidare cu bielete.

Este posibilă suprapunerea unor moduri de vibrație ale motoarelor electrice de tracțiune cu cele structurale ale ramei, în banda de frecvențe 50 - 55 Hz. În cunoștință de cauză, proiectantul poate lua măsurile ce se impun la suspendarea elastică, dacă este cazul, a motoarelor electrice de tracțiune.

6.5. Determinarea modurilor proprii de oscilație ale tramvaiului TIMIS echipat cu boghiuri CAROMET

6.5.1 Discretizarea domeniului de analiză

Metoda elementului finit pentru studiul boghiului CAROMET 1 a permis analiza unui sistem cu 1296 de grade de libertate (componente mobile). Pentru vehiculul analizat în acest paragraf, tramvaiul TIMIS echipat cu boghiuri CAROMET, modelul abordat are 2982 de grade de libertate.

Din punctul de vedere al discretizării, cele două boghiuri sunt numai puțin modificate în raport cu varianta prezentată în paragraful 6.4. Numărul de noduri din discretizarea boghiului a fost redus de la 216 la 180 pentru a permite o discretizare corespunzătoare a cutiei vehiculului și a legăturilor dintre cutie și boghiuri. Această reducere s-a realizat prin modelarea motoarelor electrice sub forma unor bare de rigiditate mare, pe direcția axei longitudinale a motoarelor.

În figurile 6.5.1. – 6.5.3. este prezentată discretizarea tramvaiului TIMIS echipat cu boghiuri CAROMET 1.

Asupra cutiei tramvaiului se impun câteva precizări:

- din punct de vedere dimensional, cutia vehiculului este discretizată corect, fiind respectate ampatamentul, lungimile și înălțimile rezultate din desene;
- din punctul de vedere al fineții discretizării, cutia are circa 110 noduri, o parte din centurile de pe acoperiș și de pe pereții laterali nefiind reprezentate; rigiditatea corespunzătoare a acestor centuri va fi luată în calcul prin întărirea centurilor care apar în discretizare;
- cutia vehiculului s-a modelat ca o structură de bare cu rigiditate corespunzătoare astfel încât să se asigure frecvența proprie structurală fundamentală între 7-13 Hz (valori uzuale întâlnite în literatura de specialitate și confirmate experimental).
- distribuția de mase în cutie s-a făcut simetric, în lipsa unor date suficiente, prin impunerea valorilor astfel:

- masa acoperișului 2500 kg
- masa pe centură 1850 kg
- masa șasiu 7500 kg

Se precizează în plus că s-a considerat ca aparținând cutiei (în nodurile corespunzătoare) rulmenții și grinzile transversale deoarece acestea se află deasupra suspensiei secundare a vehiculului.

Modelarea legăturii dintre cutie și boghiuri s-a făcut în urma analizării soluției constructive prezentate de proiectant, din care rezultă:

- mișcarea laterală și longitudinală a cutiei este împiedicată prin intermediul unor tampoane rigide. Forțele de tracțiune, de frânare, respectiv forțele laterale se transmit direct de la cutie la boghiuri după consumarea jocului de 1 mm dintre grinda transversală și ramele de boghiuri.
- rulmentul a fost modelat printr-o bară de rigiditate ridicată care să permită însă rotirea liberă a boghiului în raport cu cutia vehiculului.

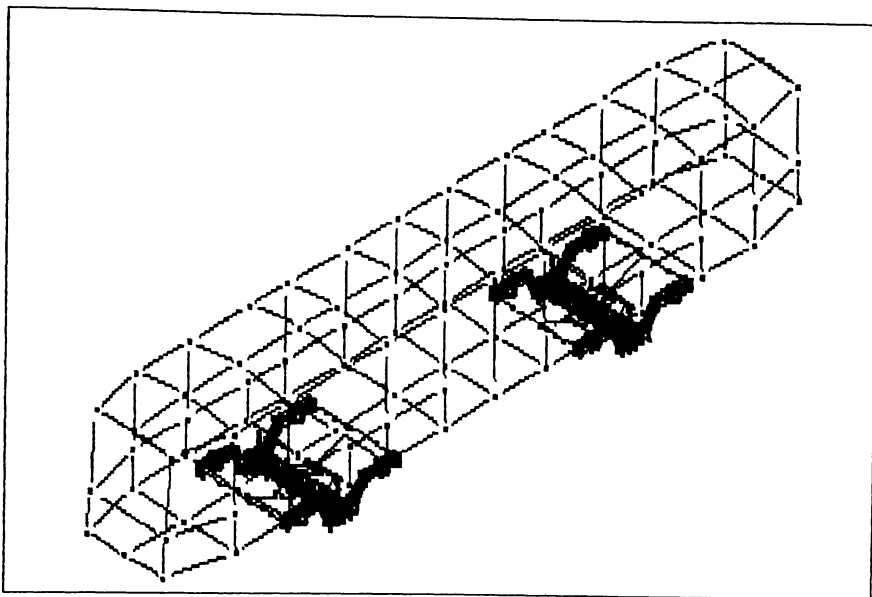


Fig. 6.5.1. Discretizare tramvai

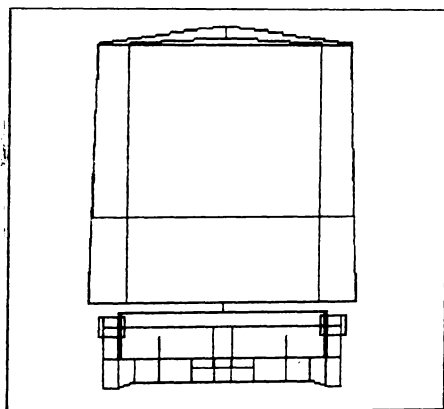


Fig. 2.2. Discretizare tramvai (vedere din față)

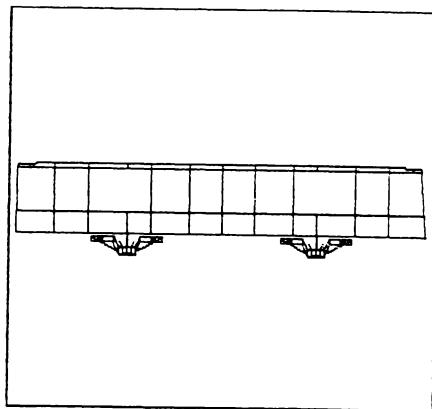


Fig. 2.3. Discretizare tramvai (vedere laterală)

6.5.2. Frecvențele proprii ale tramvaiului TIMIS echipat cu boghiuri CAROMET

S-au făcut rulări pentru 3 situații de încărcare și anume: gol, mediu încărcat și maxim încărcat. Pentru fiecare caz în parte s-a ținut seama de valoarea săgeților arcurilor din suspensia secundară, deoarece diferența de la gol la maxim încărcat este semnificativă, de 48 mm.

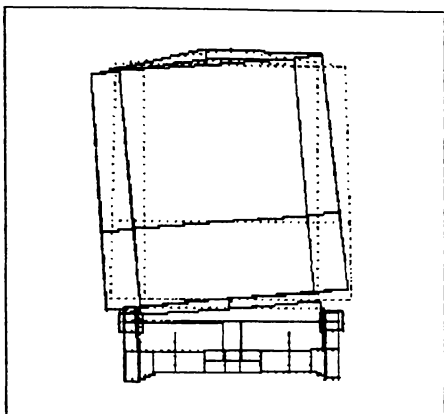
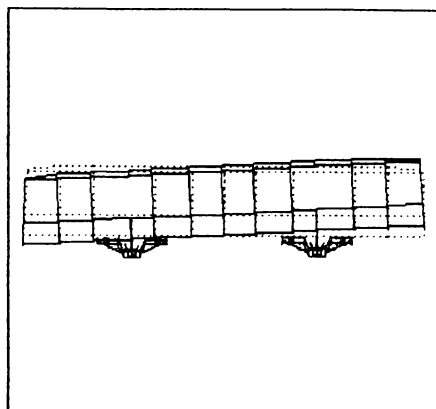
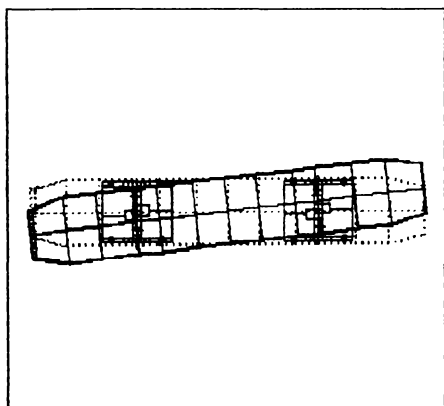
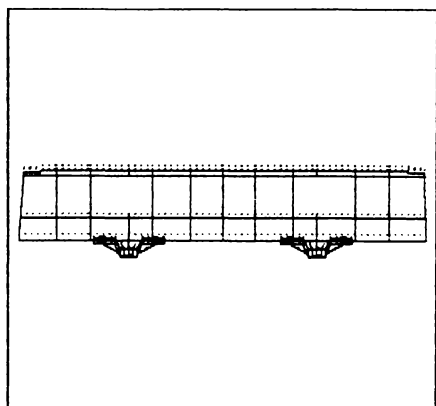
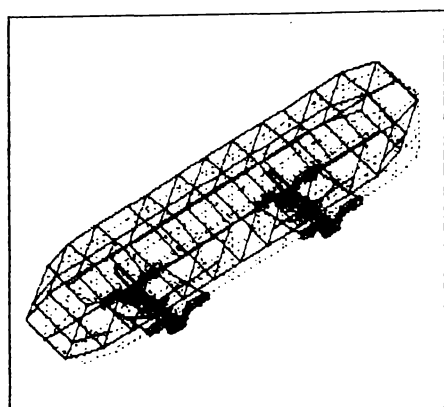
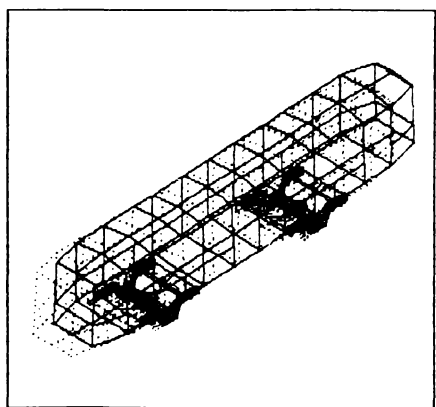
În tabelul 6.5.1. s-au dat primele 25 de moduri proprii de oscilație; la rubrica de descriere a modului propriu s-au menționat mișcările cele mai

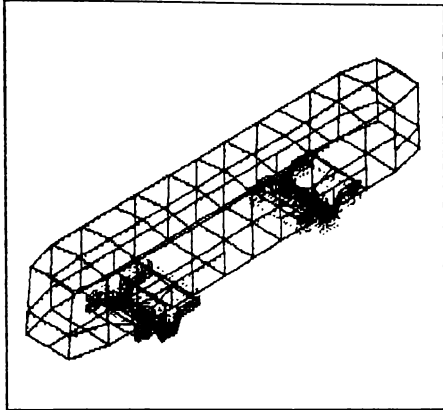
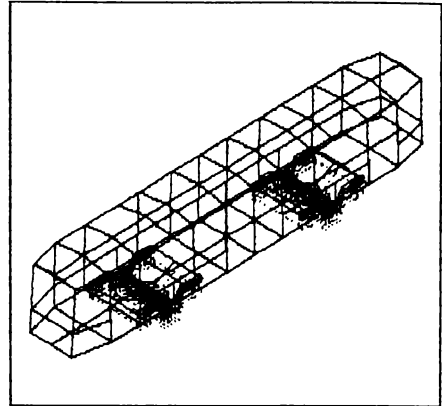
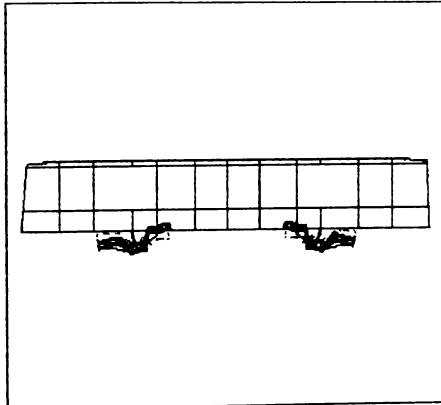
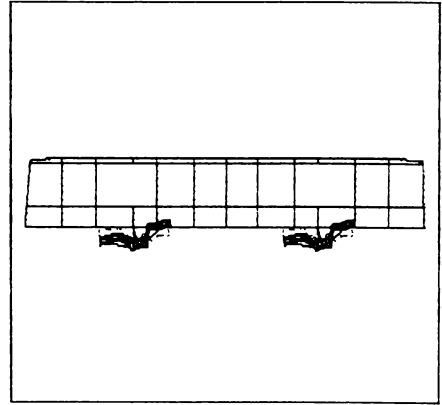
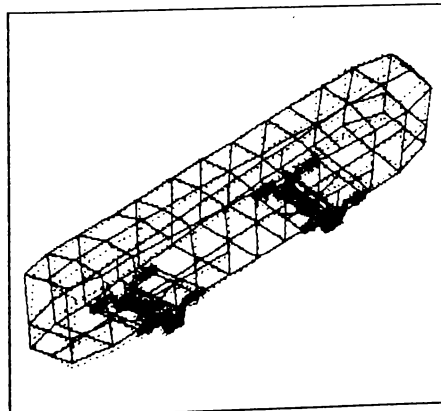
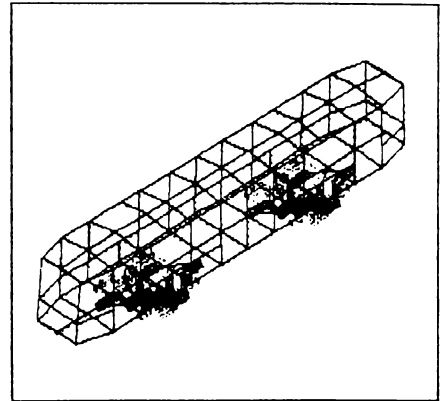
evidente, dar în figurile corespunzătoare rezultă uneori și mișcări vibratorii secundare pe același mod (la aceeași frecvență).

Tabel 6.5.1.

Nr. crt.	Modul propriu de oscilație	gol	mediu încărc	maxim încărc	O b s
1	clătinare + ruliul cutie	1.1998	1.1102	1.1040	
2	galop cutie + săltare boghiuri	1.3590	1.2054	1.0861	
3	șerpuire cutie	1.4520	1.2054	1.0861	
4	săltare cutie + săltare boghiuri	1.9743	1.6298	1.4195	
5	ruliul cutie + ruliul boghiuri	2.1718	1.7848	1.5947	
6	recul cutie + recul boghiuri	4.4101	3.7731	3.4092	
7	săltare boghiuri în opoziție de fază	6.8898	6.8733	6.8648	
8	săltare boghiuri în fază	6.9403	6.9095	6.8939	
9	galop boghiuri în opoziție de fază	7.1861	7.2216	7.2674	
10	galop boghiuri în fază	7.2294	7.2610	7.3092	
11	torsiune cutie	11.023	9.2296	8.6046	
12	ruliul boghiuri în fază	9.4378	9.4395	9.4464	
13	ruliul boghiuri în opoziție de fază	9.3636	9.7668	9.4464	
14	încovoiere verticală I cutie	14.327	11.641	10.055	
15	încovoiere orizontală I cutie	17.409	13.675	11.600	
16	încovoiere verticală II cutie	21.506	17.863	15.572	
17	încovoiere orizontală II cutie	23.822	19.119	16.415	
18	recul + galop boghiuri în opoziție de fază	16.181	16.346	16.546	
19	recul + galop boghiuri în fază	16.426	16.528	16.725	
20	torsiune cutie	22.957	20.341	18.461	
21	șerpuire boghiuri	19.827	19.888	19.937	
22	șerpuire boghiuri	19.828	19.889	19.937	
23	clătinare + ruliul boghiuri în fază	20.607	20.651	20.650	
24	clătinare + ruliul boghiuri în opoziție de fază	20.619	20.652	20.652	
25	încovoiere verticală III cutie	-	-	22.809	

În figurile 6.5.4. - 6.5.26 s-au dat modurile proprii de vibrație pentru tramvaiul maxim încărcat.

Fig. 6.5.4. $f= 1.0402$ HzFig.6.5.5. $f= 1.0527$ HzFig.6.5.6. $f= 1.0861$ HzFig.6.5.7. $f= 1.4195$ HzFig.6.5.8 $f= 1.5947$ HzFig.6.5.9. $f= 3.4092$ Hz

Fig.6.5.10. $f = 6.8648$ HzFig.6.5.11. $f = 6.8939$ HzFig.6.5.12. $f = 7.2674$ HzFig.6.5.13. $f = 7.3092$ HzFig.6.5.14. $f = 8.6046$ HzFig.6.5.15. $f = 9.4464$ Hz

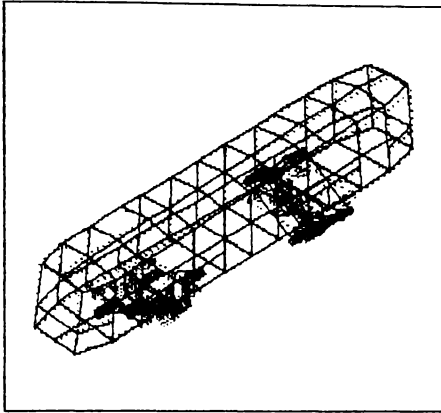
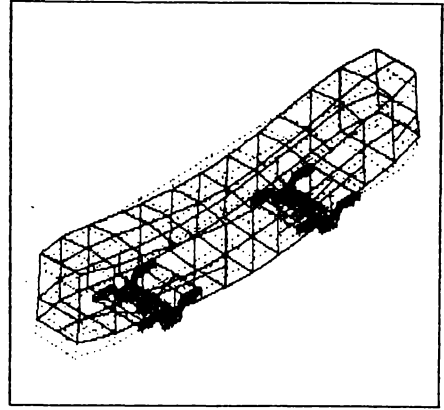
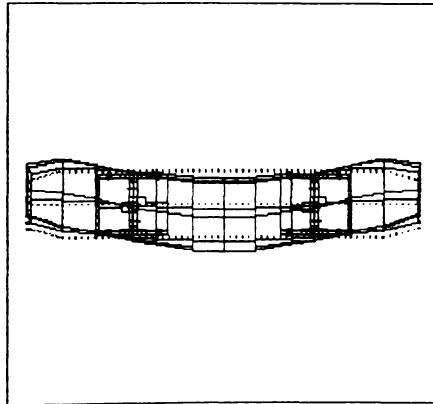
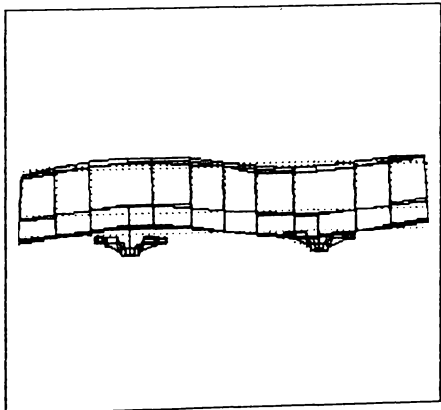
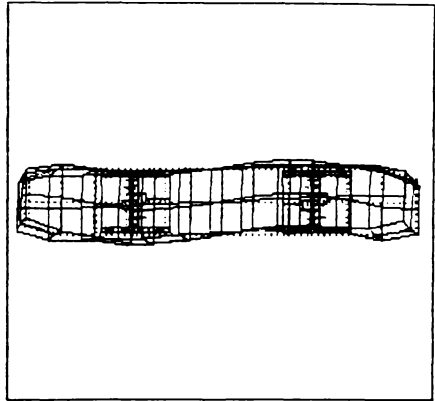
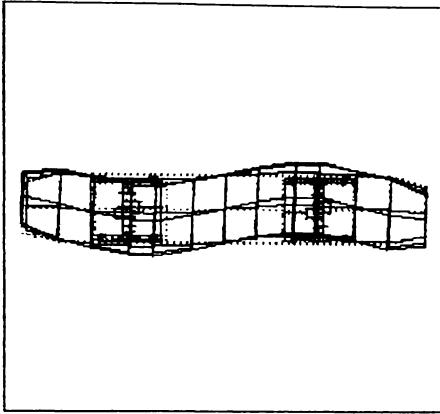
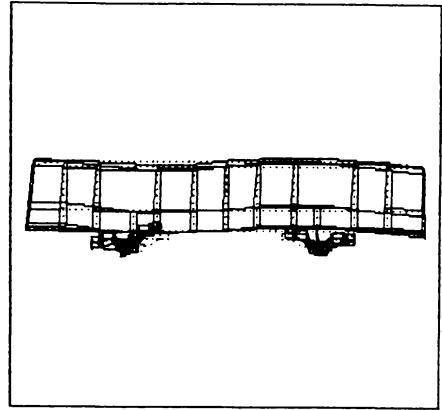
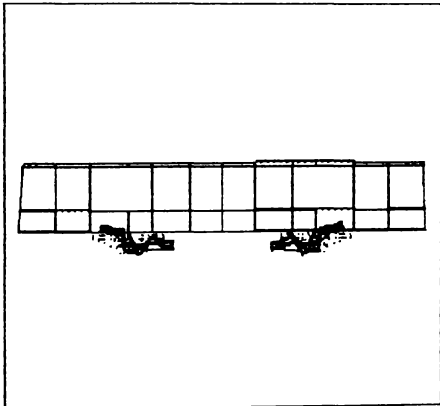
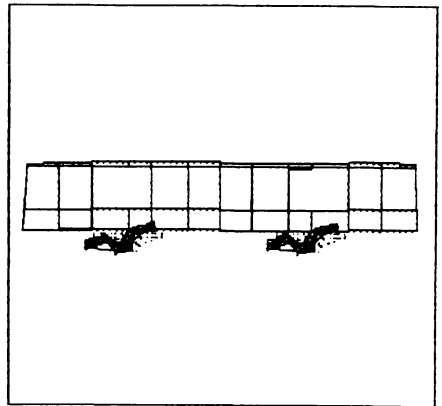
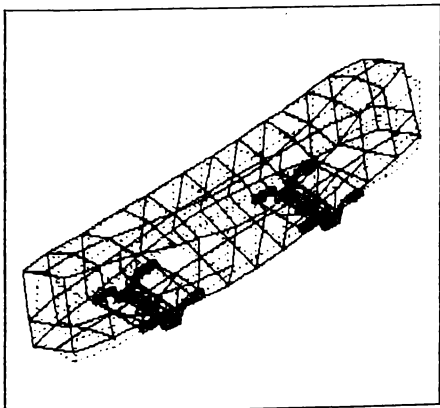
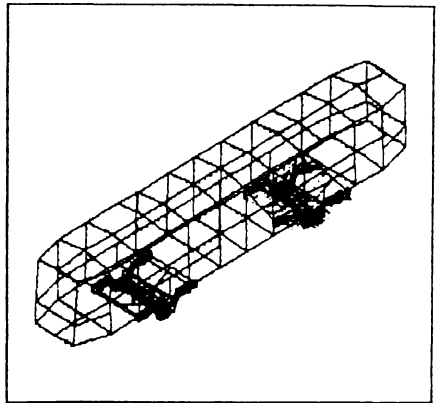
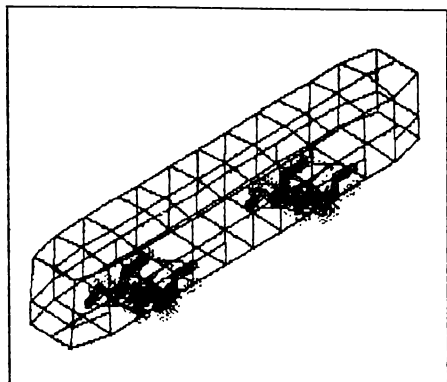
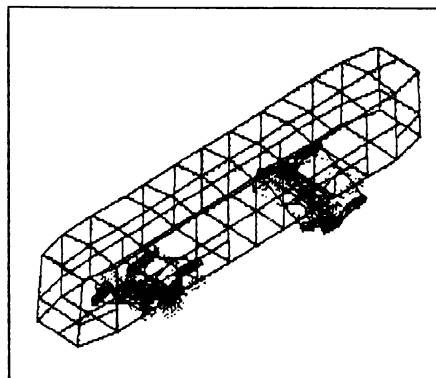
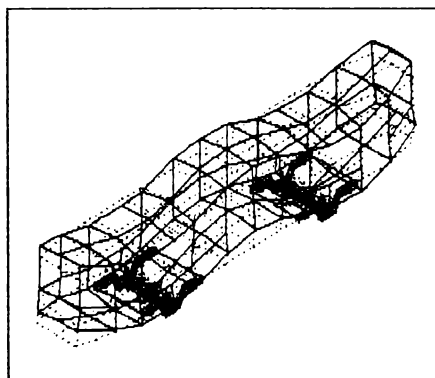
Fig.6.5.16. $f = 9.5009$ HzFig.6.5.17. $f = 10.0556$ HzFig.6.5.18. $f = 11.5997$ Hz

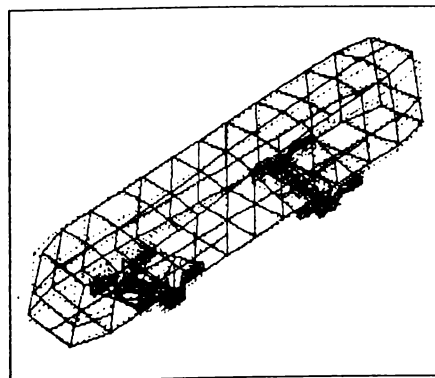
Fig.6.5.19.a

Fig.6.5.19.b $f = 15.5717$ Hz

Fig.6.5.20.a $f = 16.415 \text{ Hz}$ Fig.6.5.20.b $f = 16.415 \text{ Hz}$ Fig.6.5.21. $f = 16.5459 \text{ Hz}$ Fig.6.5.22. $f = 16.7255 \text{ Hz}$ Fig.6.5.23. $f = 18.4607 \text{ Hz}$ Fig.6.5.24. $f = 19.937 \text{ Hz}$

Fig.6.5.25. $f = 20.6496$ HzFig.6.5.25. $f = 20.6522$ HzFig.6.5.26. $f = 22.8086$ Hz

În figurile 6.5.27. - 6.5.31. s-au dat modurile proprii de vibrație la tramvaiul mediu încărcat, altele decât cele întâlnite și la tramvaiul maxim încărcat.

Fig.6.5.27. $f = 9.2296$ Hz (vagon mediu încărcat)

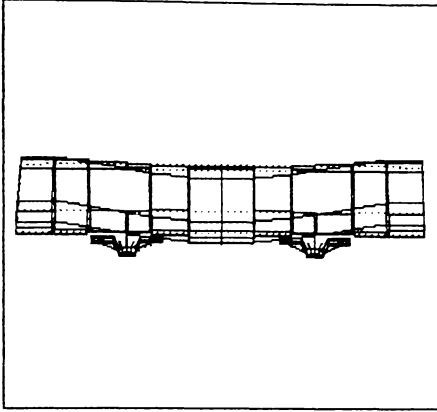


Fig.6.5.28.a

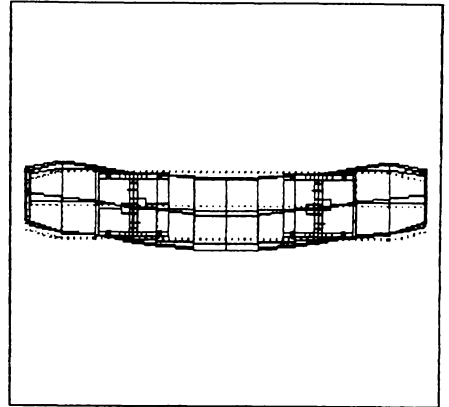
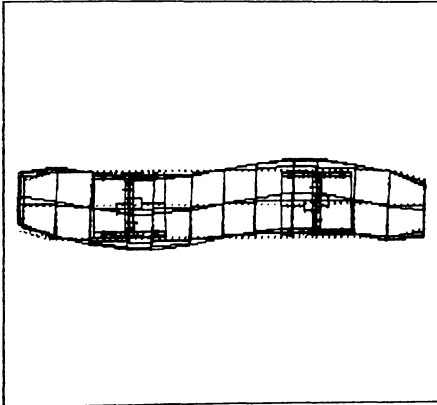
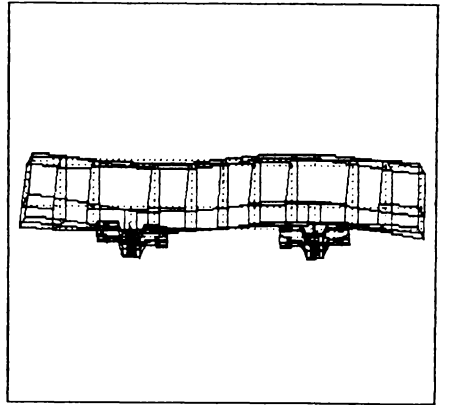
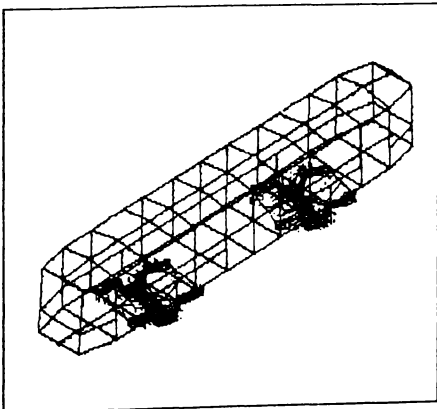
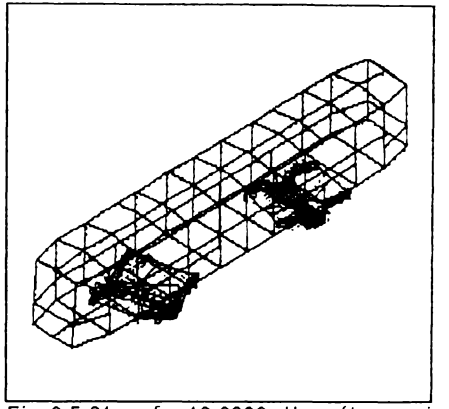
Fig.6.5.28.b $f = 13.6755$ Hz (tramvai mediu încărcat)

Fig.6.5.29.a

Fig.6.5.29.b $f = 19.1190$ Hz (tramvai mediu încărcat)Fig.6.5.30. $f = 19.8878$ Hz (tramvai mediu încărcat)Fig.6.5.31. $f = 19.8886$ Hz (tramvai mediu încărcat)

Celelalte moduri proprii de la tramvaiul gol și mediu încărcat au forme identice (însă la frecvențele date în tabelul 6.5.1) cu cele de la tramvaiul maxim încărcat.

6.5.3. Concluzii privind modurile proprii de oscilație ale tramvaiului

În diagrama din figura 6.5.32, s-au reprezentat variațiile frecvențelor proprii în funcție de gradul de încărcare, dat procentual, al tramvaiului. În figură s-au notat:

1. ruliu cutie + ruliu boghiuri
2. galop cutie + săltare boghiuri
3. șerpuire cutie
4. săltare cutie + săltare boghiuri
5. clătinare + ruliu cutie
6. recul cutie + recul boghiuri
7. săltare boghiuri (în fază și în opoziție de fază)
8. galop boghiuri (în fază și în opoziție de fază)
9. torsiune cutie
10. ruliu boghiuri (în fază și în opoziție de fază)
11. încovoiere verticală I cutie
12. încovoiere orizontală I cutie
13. recul + galop boghiuri (în fază și în opoziție de fază)
14. încovoiere verticală II cutie
15. încovoiere orizontală II cutie
16. torsiune cutie
17. șerpuire boghiuri
18. clătinare + ruliu boghiuri
- X. încovoiere verticală III cutie

Din analiza curbelor din figura 6.5.32, rezultă:

frecvențele proprii ale oscilațiilor cutiei datorate suspensiilor nu se modifică prea mult cu modificarea încărcării;

frecvențele proprii structurale ale cutiei sunt foarte mult afectate de încărcare, deoarece masa cutiei se dublează de la gol la maxim încărcat;

frecvențele proprii ale boghiurilor sunt foarte puțin afectate de variația încărcării tramvaiului;

în anumite zone apar suprapuneri a modurilor proprii de vibrație sau frecvențele proprii au valori atât de apropiate încât practic se manifestă simultan; asemenea zone sunt la 1.05 - 1.3 Hz când cutia manifestă moduri proprii de vibrație pe mai multe direcții, la cca. 9.5 Hz (mediu încărcat) când torsiunea de cutie se suprapune pe ruliul boghiurilor);

în cazul tramvaiului gol, la peste 20 Hz apar fenomene vibratorii complexe de încovoieri și torsiuni de cutie suprapuse peste șerpuire, ruliu și clătinare de boghiuri, afectând atât calitatea de mers, cât și siguranța circulației pe cale;

există mișcări oscilatorii cuplate din plan vertical și din plan orizontal. Sunt edificatoare mișcările de clătinare + ruliu și mișcările de recul + galop, întâlnite la acest boghiu din cauza ghidării elastice a osiilor;

în diagrama din fig.6.5.32, s-a trasat o singură curbă pentru săltare boghiuri, galop boghiuri, etc. deoarece diferența dintre frecvențele proprii corespunzătoare oscilațiilor în fază și în opoziție de fază este mică.

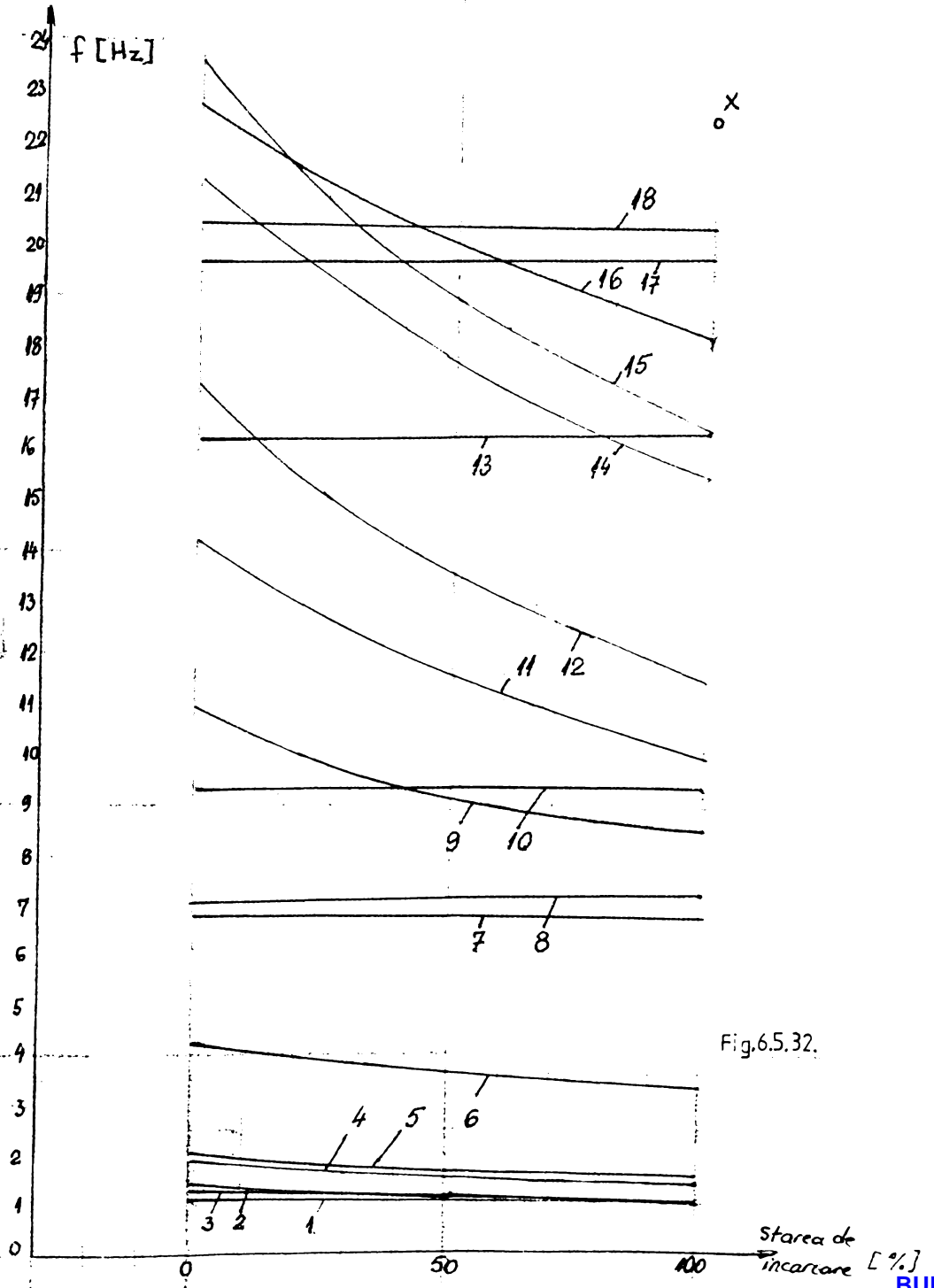


Fig.6.5.32.

6.6. Concluzii și contribuții personale

În acest capitol au fost prezentate o serie de modelări a elementelor structurale ale vehiculului feroviar, respectiv de modelare a vehiculului în ansamblu. La fiecare paragraf au fost trase câteva concluzii, legate de comportarea oscilatorie și vibratorie a boghiurilor, respectiv a vehiculelor în ansamblu. În acest paragraf se vor prezenta numai concluzii cu caracter mai general.

O primă concluzie o reprezintă faptul că fiecare vehicul are o comportare proprie din punctul de vedere al oscilațiilor proprii, care este legată de caracteristicile sale tipo-dimensionale, distribuția de mase, suspensii, legăturile existente între diversele elemente structurale (cutie - boghiuri, boghiuri - osii, etc.). Rezultă de aici că este necesar un studiu al întregului ansamblu; numai prin modelare numerică se permite o analiză mai completă a comportării de ansamblu a vehiculului.

În principiu, studiul oscilațiilor cu metoda elementului finit este posibil de făcut în faza de proiectare a vehiculului, plecând de la un proiect inițial; rezultă avantajele economice deosebite, dar și faptul că proiectantul poate estima calitățile vehiculului în discuție, chiar înainte de realizarea prototipului. În cazul tramvaiului echipat cu boghiuri CAROMET, studiul a fost făcut chiar în faza de proiectare, propunându-se soluții de îmbunătățire a proiectului [46] [47]; în cazul vagonului, respectiv al boghiului TIMIȘ 2, calculele efectuate au fost ulterioare realizării proiectului - unele soluții de îmbunătățire propuse nu pot fi efective decât prin modificarea proiectului inițial, cu costuri uneori mult prea ridicate.

O parte din valorile frecvențelor de oscilație ale cutiei și boghiurilor poate fi comparată cu valorile obținute prin metode analitice. Acolo unde comparația a fost posibilă, diferențele între cele două metode nu sunt mari; ele apar totuși datorită unei evaluări aproximative a momentelor de inerție masice, datorită concentrării masei într-un singur punct la modelele simplificate. Cea mai mare parte modurile proprii nu pot fi comparate cu valori obținute în analize cu metode analitice sau operaționale, deoarece prin aceste metode nu sunt puse în evidență toate modurile proprii.

Măsurătorile experimentale permit în principiu determinarea zonelor de rezonanță ale elementelor structurale, respectiv a frecvențelor proprii ale vehiculului în ansamblu. Nu întotdeauna este posibilă decelarea cu exactitate a modului propriu caracteristic la o anumită frecvență, fie din cauza faptului că în banda de frecvență respectivă sunt combinate mai multe moduri proprii de vibrație, fie numărul de accelerometre montat pe vehicul este insuficient. În dublă precizie, pe calculator, sunt decelate moduri proprii cu frecvențe care pot să difere cu zecimi de miimi de Hz.

In cazul tramvaiului și în general la vehicule urbane, masa cutiei se modifică mult de la gol la încărcat; se vor modifica deci și frecvențele proprii ale oscilațiilor cutiei (datorate suspensiei secundare), dar suferă modificări și frecvențele vibrațiilor structurale ale cutiei. Pentru anumite grade de încărcare, vor apare oricum suprapuneri de oscilații deoarece se ajunge la valori identice ale frecvențelor proprii ale vibrațiilor structurale ale cutiei cu oscilații de boghiuri. In general, acest lucru se întâmplă la frecvențe mari, care pe o cale de calitate bună pot să nu fie în intervalul de frecvențe de excitație. Din analiza tabelului 6.5.1. rezultă că la valori sub 25 Hz, avem oscilații de recul cu galop, de clătinare cu rului și de șerpuire a boghiurilor, care se datorează introducerii noilor soluții de ghidare elastică ale osiilor.

Pentru structurile ramelor de boghiuri, pe baza analizelor vibrațiilor structurale, se pot furniza soluții de îmbunătățire a construcției, astfel încât valoarea frecvenței proprii fundamentale structurale să fie în domeniul supracritic; în plus, la boghiuri motoare este necesară și evitarea zonelor în care rezonează motoarele electrice.

@ O contribuție personală o reprezintă analiza vibratorie a întregului ansamblu al vehiculului cu două trepte de suspensie, prin modelare numerică cu elemente finite. In limitele bibliografiei consultate, nu am întâlnit o asemenea analiză, care permite calculul oscilațiilor cutiei și boghiurilor, precum și cel al vibrațiilor structurale ale cutiei și boghiurilor.

@ De asemenea consider drept contribuții personale modelarea prin sisteme de bare articulate a suspensiei secundare și a legăturilor dintre cutie și boghiuri, respectiv dintre boghiuri și osii, pentru diferite soluții constructive implementate la vehiculele analizate. Poate fi observată diferența evidentă între modul de transmitere a forțelor longitudinale și transversale de la cutie la boghiuri, în cazul vagonului în raport cu tramvaiul luat în studiu.

@ Studiile privind variațiile frecvențelor proprii în raport cu gradul de încărcare al vehiculului, care conduc la concluzii deosebit de utile pentru proiectantul de vehicule reprezintă de asemenea o contribuție personală.

@ Studiul asupra frecvențelor proprii ale vehiculului feroviar remorcat în funcție de poziția acestuia în cadrul garniturii de tren reprezintă o contribuție personală; s-a dovedit că frecvența de recul a cutiei vehiculului suferă o modificare demnă de luat în considerare, la vagonul de capăt apărând și un cuplaj cu o mișcare de galop a cutiei datorat prezenței unei legături elastice longitudinale unilaterale la nivelul tampoanelor.

CAPITOLUL 7

REZULTATE EXPERIMENTALE

7.1. Considerații generale

În acest capitol vor fi prezentate măsurători experimentale efectuate pe cale, pentru testarea calităților dinamice ale vagonului de clasă avut în studiu teoretic în capitolele 2, 3, 4, 6 a prezentei teze.

Sunt de asemenea prezentate măsurători experimentale efectuate pe standul de dinamica rulării de la Vitry (Franța), pe un vagon de călători de construcție franceză, supus la o serie de teste complexe, statice și dinamice.

Pentru comparație, sunt prezentate și măsurători experimentale efectuate pentru diverse variante ale TGV-ului, care au confirmat justetea soluțiilor constructive adoptate la realizarea acestui produs și faptul că vehiculul prezintă stabilitate până la viteza maximă de încercare de 503 km/h. Pe cale curentă, vehiculul de încercare a atins viteza de 515.3 km/h, ceea ce reprezintă recordul mondial de viteză, pentru vehicule ce rulează pe cale ferată clasică.

În final, foarte pe scurt, sunt prezentate o serie de măsurători experimentale cu tramvaiul TIMIȘ 2 echipat cu boghiuri bimotoare, de tipul celor modelate în paragraful 6.3. al prezentei teze.

Cele mai multe diagrame reprezintă spectre de densitate de putere a accelerației verticale sau transversale, care rezultă în urma prelucrării în frecvență a semnalelor măsurate pe cale sau în stand, în diferite puncte de interes de pe vehicul.

Pentru prelucrarea semnalelor în frecvență, se calculează transformata Fourier a unor eșantioane de lungime temporală T [s], măsurate cu ajutorul unor traductori de deplasare sau a unor accelerometre. Transformata Fourier rezultă cu relația:

$$X_k(f, T) = \int_0^T a_k(t) \cdot e^{-i 2\pi f t} dt \quad (7.1)$$

Spectrul de densitate de putere a accelerației rezultă cu:

$$G_k(f) = \frac{2}{T} |X_k(f, T)|^2 \quad [g^2/Hz] \quad (7.2)$$

Se calculează pentru n eșantioane, media spectrelor de densitate de putere:

$$G(f) = \frac{\sum_{k=1}^n G_k(f)}{n} \quad (7.3)$$

Așa cum se va vedea, prin prelucrare în frecvență, la nivelul spectrelor de densitate de putere ale accelerațiilor, se asigură reproductibilitate măsurătorilor experimentale, efectuate chiar pe căi de calitate diferită. Diferența de calitate a căii de rulare se regăsește în eventuale diferențe în amplitudinile spectrelor, dar benzile de frecvență în care vehiculul manifestă rezonanțe rămân aceleași.

7.2. Rezultate experimentale obținute la încercarea vagonului de clasă

Vagonul de clasă asupra căruia s-au efectuat toate studiile teoretice de până acum, a fost încercat la solicitarea beneficiarului, pe cale curentă în Franța, până la viteza maximă de 170 km/h. Încercările au fost efectuate de către Divizia de Frânare MCF 2 și de Divizia de Încercări pe linie MEL ale Departamentului de Material Rulant Nou.

Având în vedere construcția de tip special a vagonului (existența unui compartiment de călători și a unuia de bagaje), distribuția nesimetrică de mase, viteza maximă constructivă de 160 km/h și faptul că vagonul a beneficiat de încercări experimentale pe linie deosebit de complexe, pot afirma că acest vehicul a este cel ideal pentru scopul propus.

Din raportul de încercări [135] vor fi extrase numai o parte din rezultate, semnificativă pentru comparația urmărită. Pentru desfășurarea măsurătorilor s-au folosit diverse metode: analiza valorilor maxime ale accelerațiilor obținute pe cale curentă, pe toate zonele de încercare și analiza în frecvență prin calculul densităților spectrale de putere a accelerațiilor, cu care se calculează indicii de mers și cei de confort corespunzători. Calculul indicilor de mers și de confort s-a făcut pe baza recomandărilor din raportul ORE C 116 - RP 8, cu formula:

$$W_z = \sqrt[10]{a^3 \max B^3} \quad (7.4)$$

în care: a [cm/s²] - valoarea eficace a accelerației

B - factor de ponderare care diferă pe direcția verticală și pe direcția transversală, fiind funcție și de indicele care se calculează (W_{z1} - indice de mers, W_{z2} - indice de confort). Formulele de calcul pentru B sunt date în [113] sau în documentul ORE precizat.

Pe parcursul POITIERS - ANGOULÉME, încercarea vehiculului s-a făcut la viteza de 165 km/h și la viteza de 170 km/h. Calea, de calitate bună (vechime maximă 21 de ani la data încercărilor) este de tip UIC 50 sudată, lungimea cuponului de șină fiind de 18 m. Calitatea bună a căii este confirmată de spectrul densității de putere a accelerației verticale măsurat la cutia de osie (fig. 7.1.), cu o valoare medie de 0.26 g, vârful centrat la 26 Hz fiind provocat de defecte de laminare a șinei.

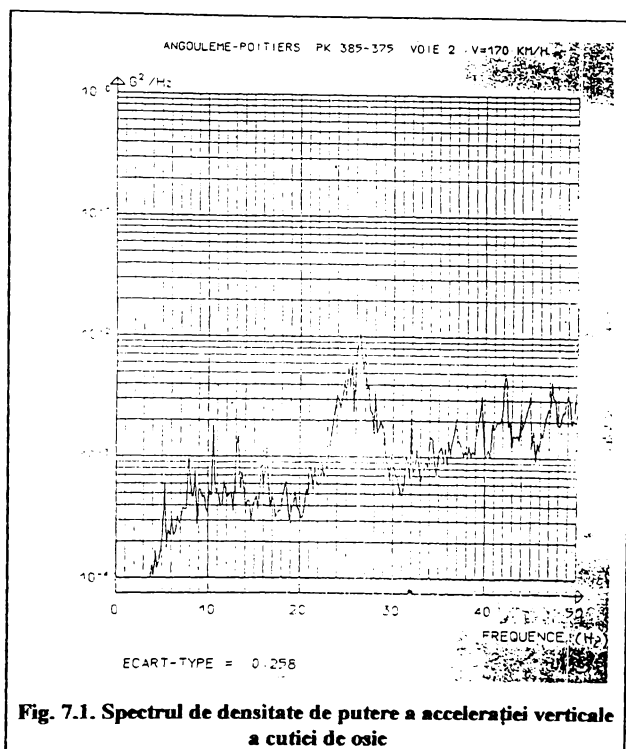


Fig. 7.1. Spectrul de densitate de putere a accelerației verticale a cutiei de osie

Comportamentul dinamic transversal al vehiculului în aliniament se apreciază prin intermediul datelor prezentate în tabelul 7.1.

Tabel 7.1. Accelerații transversale în aliniament [g]

Parametrul	Val. max.	Val. medie	Notă de confort [h]	W_{z1}	W_{z2}
acelerație transversală cutie (în față)	0.06	0.020	14.4	2.14	2.46
acelerație transversală cutie (în spate)	0.11	0.037	8.0	2.57	3.06
acelerație transversală boghiu (în față)	0.22	0.041	-	-	-
acelerație transversală boghiu (în spate)	0.32	0.080	-	-	-

Comportamentul dinamic transversal este mai bun în față decât în spate, o mișcare vibratorie a boghiului din spate care are repercursuni asupra cutiei, este la originea acestui fenomen. Fenomenul se poate explica prin cuplarea oscilațiilor la boghiul care are montat pe o singură parte generatorul electric.

În figurile 7.2. -7.5., spectrele de densitate de putere a accelerației transversale, pun în evidență acest fenomen.

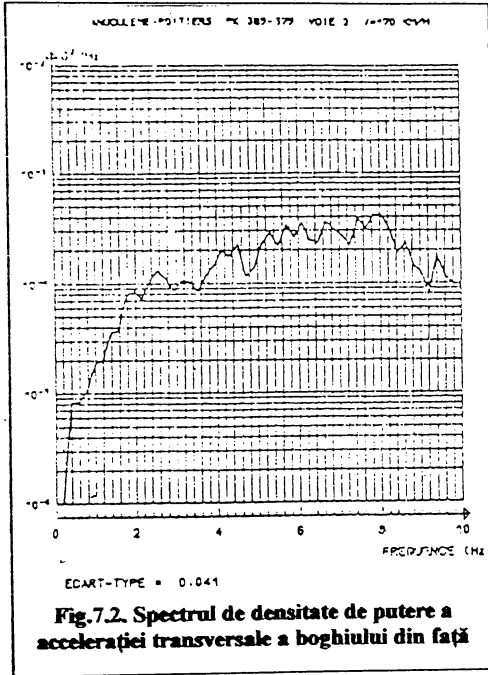


Fig.7.2. Spectrul de densitate de putere a accelerației transversale a boghiului din față

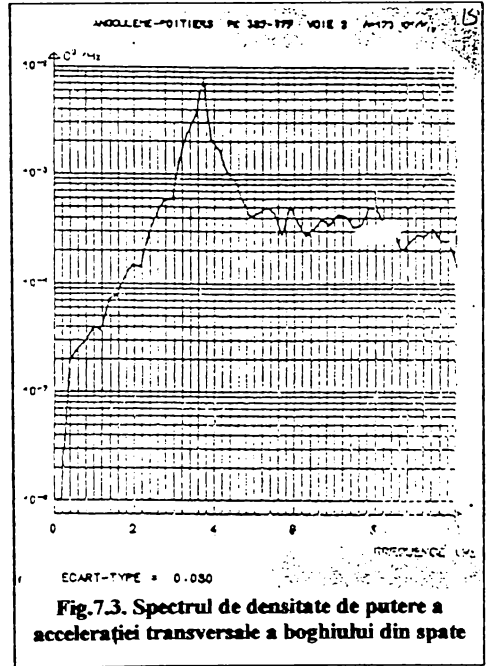


Fig.7.3. Spectrul de densitate de putere a accelerației transversale a boghiului din spate

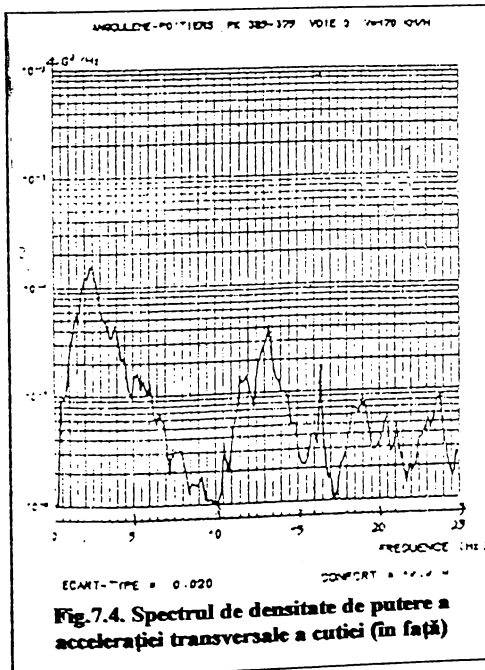


Fig.7.4. Spectrul de densitate de putere a accelerației transversale a cutiei (în față)

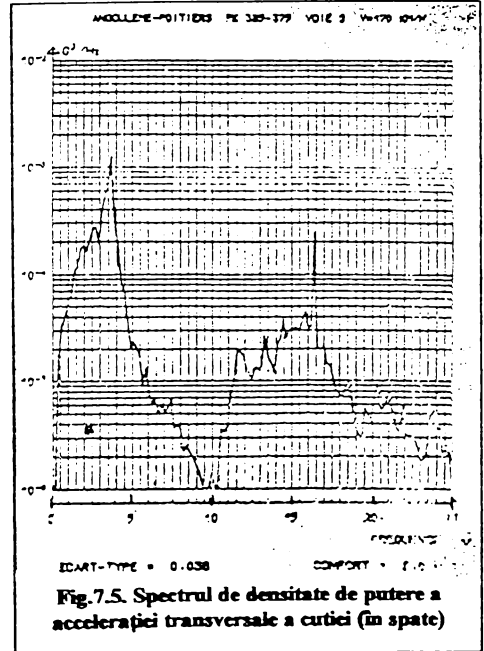


Fig.7.5. Spectrul de densitate de putere a accelerației transversale a cutiei (în spate)

O primă comparație cu rezultatele teoretice este deja posibilă. Vârfurile din zona de 13 - 14 Hz pe diagramele 7.4. și 7.5. pot corespunde modurilor proprii de vibrație prezentate în fig.6.2.15.a și 6.2.15.b la frecvența calculată de 13.73 Hz. Vârfurile accelerațiilor în jurul frecvenței de 20 Hz pot fi modurile proprii date în figurile 6.2.16. și 6.2.19. care sunt de asemenea moduri proprii de vibrație pe direcție transversală.

Din diagramele 7.2. și 7.3. care reprezintă accelerații transversale a boghiurilor se poate observa apariția unui vârf în jurul valorii de 3.8 Hz despre care în raport se afirmă că este datorat unei mișcări de șerpuire a boghiului din spate; în fapt vârful poate reprezenta influența prezenței generatorului electric pe una din părți la boghiul din spate. Ținând seama de modul de ghidare a osiilor la acest boghiu, nu ar rezulta o frecvență a mișcării de șerpuire a boghiului la o valoare așa de coborâtă.

În raport se afirmă că vârful de la 16.5 Hz s-ar putea datora existenței unui defect la una din roțile vehiculului, care se induce până la nivelul cutiei.

Dinamica verticală a vehiculului este apreciată prin intermediul parametrilor prezentați în tabelul 7.2.

Tabel 7.2. Accelerații verticale în aliniament [g]

Parametrul	Val. max.	Val. medie	Notă de confort [h]	W_{z1}	W_{z2}
acelerație verticală cutie (în față)	0.15	0.027	14.7	2.39	2.33
acelerație verticală cutie (în spate)	0.15	0.027	16.8	2.25	2.33
acelerație verticală cutie (în mijloc)	-	0.029	13.4	2.27	2.61

Analizând datele din tabelul 7.2. în raport se afirmă: calitatea de mers este bună și indicele de confort este satisfăcător.

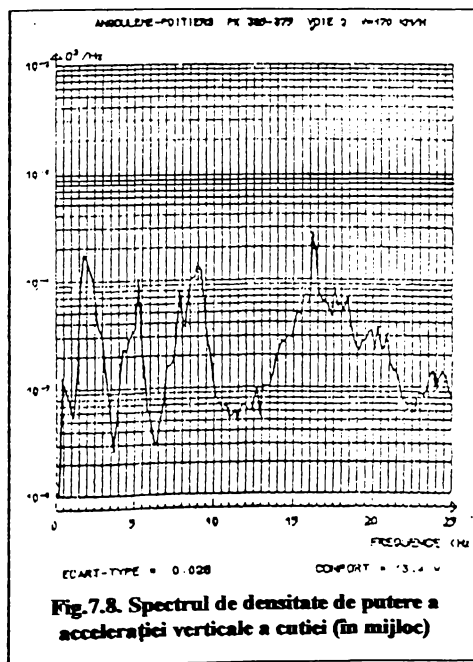
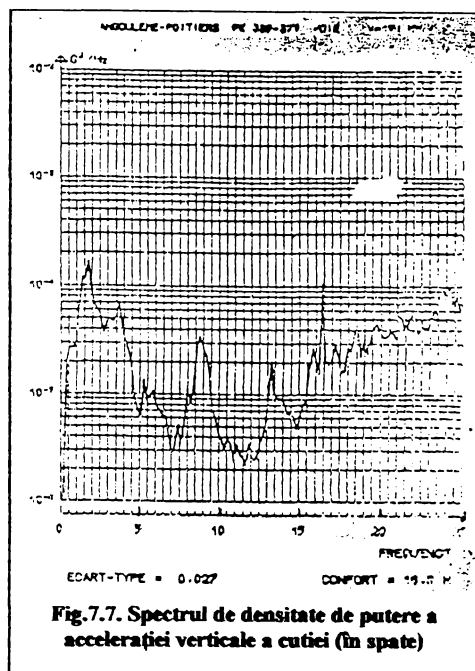
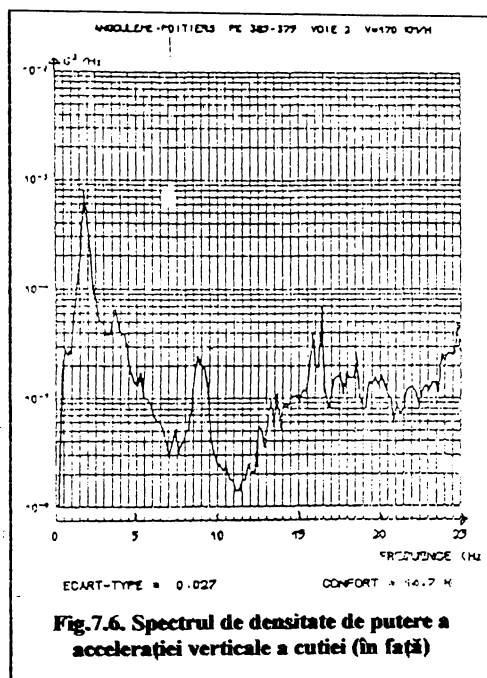
Examinarea spectrelor de densitate de putere a accelerațiilor verticale ale cutiei, date în fig.7.6. - 7.8., conduce la următoarele concluzii:

frecvența joasă a suspensiei în jur de 1.8 Hz, mai marcată în față decât în spate;

frecvența proprie de încovoiere a cutiei (în plan vertical) este la cca. 9 Hz (pe diagrame se vede clar situarea acestei frecvențe la valoarea de 8.8 Hz);

frecvența caracteristică a defectului datorat roții este de 16.5 Hz.

O examinare mai atentă a diagramelor, pusă în legătură cu calculele teoretice efectuate pentru vagonul gol (așa cum de fapt a fost încercat), conduce la concluzia clară că accelerația cutiei crește în special datorită mișcării de galop a cutiei, cu valoare apropiată rezultată și din calcule cu oricare din metode este aproape 1.8 Hz. Mai mult, mișcarea de săltare a cutiei nu este una pură, ci datorită distribuției nesimetrice de masă este chiar cuplată cu galopul; se explică astfel de ce rezultă o diferență între valorile măsurate în cele două capete ale cutiei. Frecvența de rezonanță a cutiei se regăsește în mod evident în toate cele 3 diagrame, la valori apropiate de cele rezultate prin impunerea rigidității echivalente la încovoiere (vezi cap. 4) sau cea rezultată în urma modelării numerice cu metoda elementului finit (vezi fig.6.2.10).



Fără a intra în detalii, deoarece nu fac obiectul studiului, menționez încercările făcute privind comportamentul dinamic transversal în curbe. Valorile maxime, pentru toate zonele de încercare, sunt:

* accelerație transversală cutie (în față)	0.25g
* accelerație transversală cutie (în față)	0.30g
* accelerație necompensată cutie	0.13g
* accelerație transversală boghiu (în față)	0.40g
* accelerație transversală boghiu (în față)	0.43g
* accelerație necompensată pe boghiu	0.12g
* deplasare transversală maximă în curbe	33 mm
* deplasare transversală medie în curbe	27 mm

Spectrele de densitate de putere ale accelerațiilor transversale, date în fig.7.9. și 7.10. aduc însă elemente noi privind comportarea dinamică a vehiculului, deoarece prin excitarea transversală în curbe sunt puse mai bine în evidență frecvențele proprii ale cutiei în plan orizontal (clătinare + ruliu, șerpuire).

Pot fi observate clar vârfurile care apar în intervalul 0.5 - 2 Hz și reapariția zonei de rezonanță în jurul valorii de 13 Hz, mișcări care au fost puse în evidență și în studiile teoretice prezentate în cap. 6. Din diagramele examinate până acum se poate constata concordanța bună între zonele de rezonanță determinate prin calcul analitic sau numeric și cele determinate experimental.

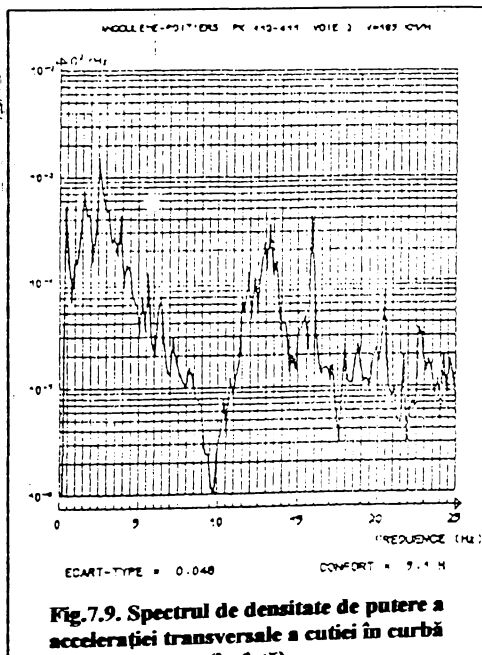


Fig.7.9. Spectrul de densitate de putere a accelerației transversale a cutiei în curbă (în față)

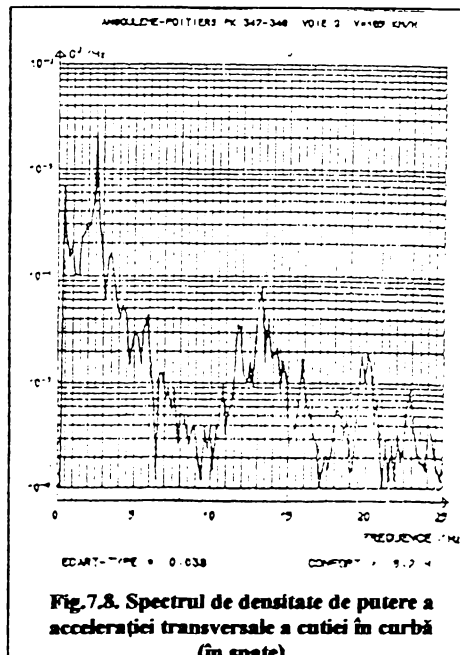


Fig.7.8. Spectrul de densitate de putere a accelerației transversale a cutiei în curbă (în spate)

Vagonul de clasă a fost încercat și pe linia FACTURE - MORCENX la viteza maximă de 170 km/h și pe linia BORDEAUX - PAUILLAC, la viteza de 100 km/h. Spectrele de densitate de putere ale accelerațiilor cutiei arată, în primul rând, gradul ridicat de reproductibilitate a rezultatelor experimentale, la nivelul spectrelor de densitate de putere; pe de altă parte, se confirmă faptul că frecvențele proprii ale vehiculului sunt parametri intrinseci ai acestuia și nu depind de calitatea căii sau de viteza de circulație; viteza la care se manifestă fenomenele de rezonanță și amplitudinile accelerațiilor din spectru depind de calitatea căii de rulare. Legătura între frecvențele de rezonanță și viteza la care se manifestă rezonanțe este dată de lungimile de undă ale defectelor căii pe care circulă vehiculul, care este mai mică la căile ferate de calitate redusă. În cazul spectrelor densităților de putere ale boghiurilor, lucrurile nu stau chiar așa, deoarece ele sunt cele care primesc șocurile de la cale, roțile fiind în contact direct cu calea de rulare.

În figura 7.11. s-a reprezentat spectrul de densitate de putere a accelerației verticale a cutiei de osie, determinat pe linia BORDEAUX - PAUILLAC. În raport cu spectrul din fig.7.1. rezultă o calitate mai slabă a acestei linii, prin apariția unor valori mai ridicate a accelerațiilor în cea mai mare parte a intervalului de frecvențe.

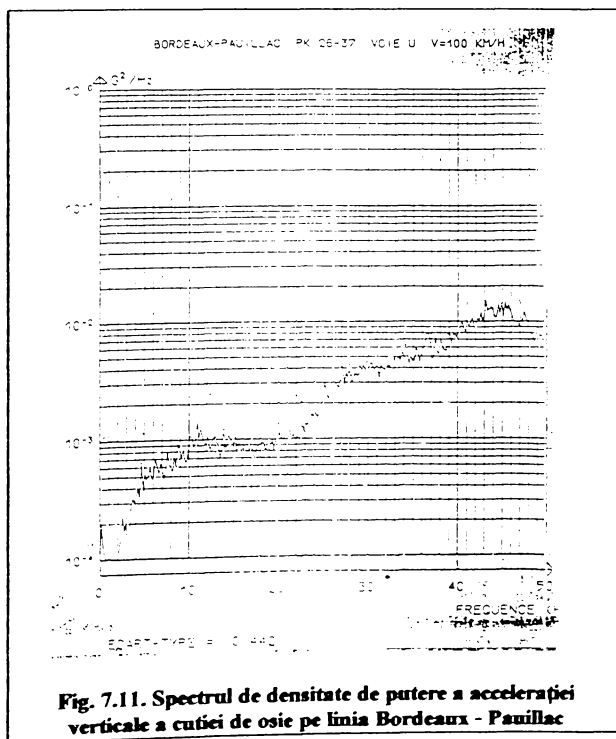
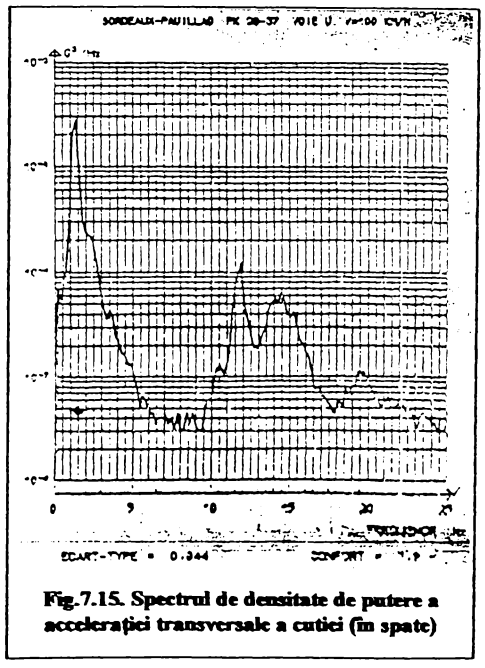
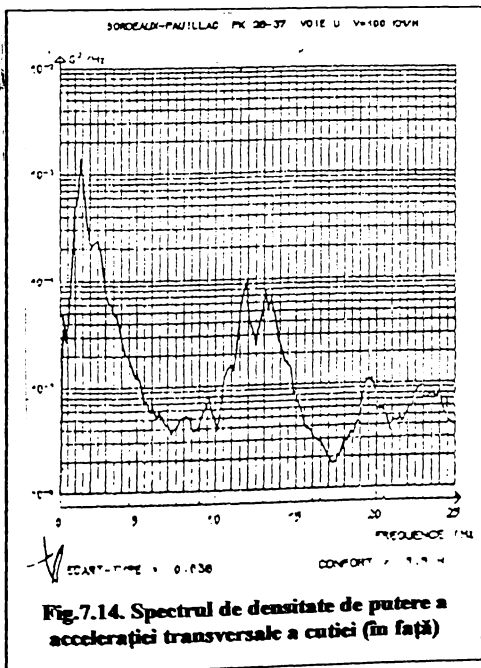
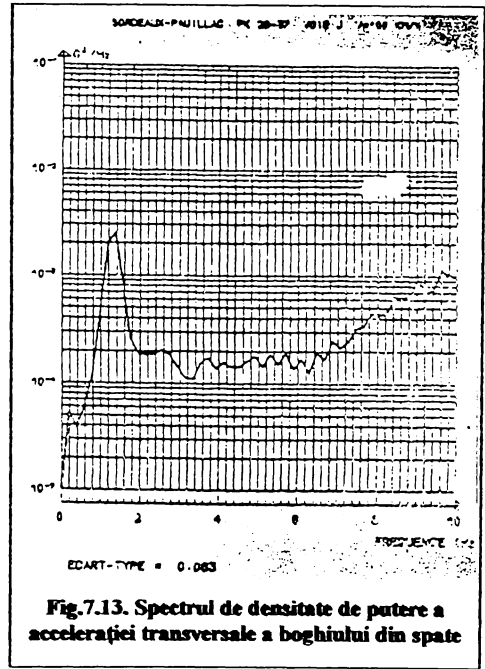
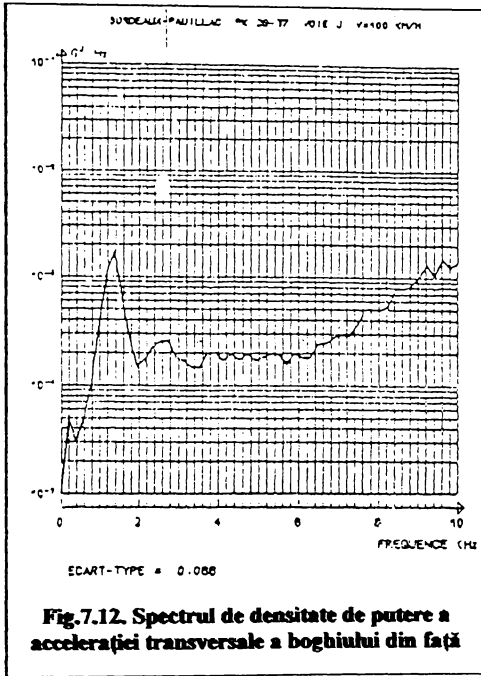
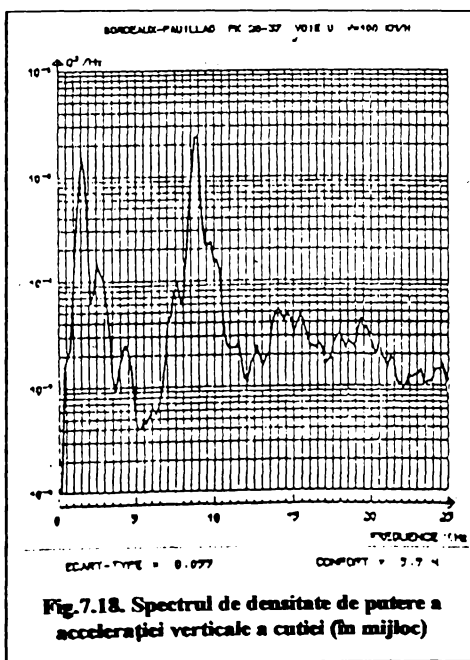
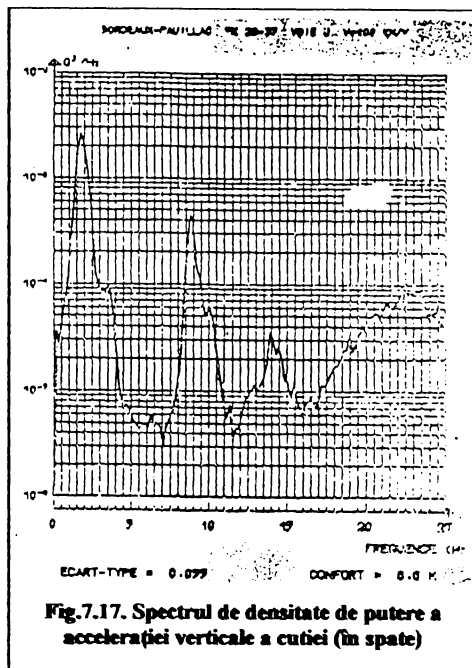
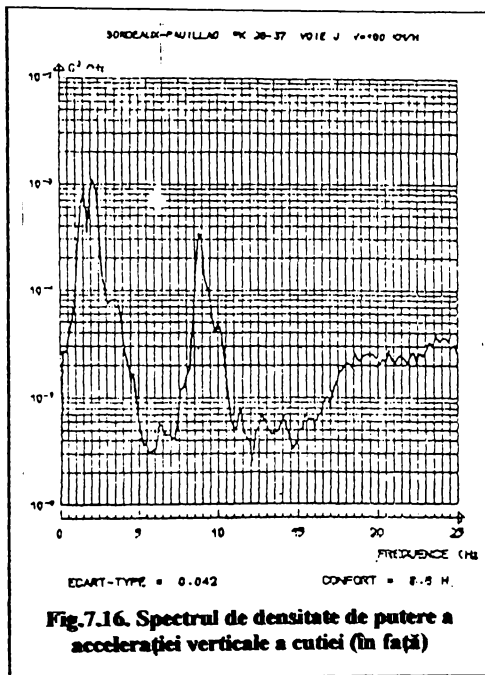


Fig. 7.11. Spectrul de densitate de putere a accelerației verticale a cutiei de osie pe linia Bordeaux - Pauillac

În figurile 7.12. - 7.18. sunt date spectre de densitate de putere a accelerațiilor cutiei și boghiurilor pe linia Bordeaux - Pauillac.





Din analiza diagramelor prezentate mai rezultă că nu este posibilă o comparație completă cu rezultatele obținute teoretic, cu metoda elementului finit. La măsurătorile experimentale au fost amplasate accelerometre într-un număr insuficient de puncte pentru a realiza o asemenea comparație (3 pe cutie și câte unul pe boghiu, în direcție verticală, respectiv transversală). Decelarea cu mai mare exactitate a modului propriu și nu numai a zonelor de rezonanță, se poate face dacă se montează, în special pe cutia vehiculului, dar și pe ramele de boghiuri, pe toate direcțiile, a mai multor zeci, poate chiar sute, de traductoare de deplasare sau de accelerometre.

Totuși, în limitele diagramelor prezentate, se remarcă o bună concordanță cu rezultatele experimentale, a rezultatelor teoretice la care am ajuns; diferențele între calcule și experiment provenind pe de-o parte din modelare, iar pe de altă parte se datorându-se prezenței amortizoarelor și a neliniarităților introduse de acestea.

Măsurătorile experimentale mai demonstrează și faptul că vehiculul nu răspunde identic în diferite puncte de măsurare, ceea ce vine să confirme ce a fost prefigurat în cap. 4, prin intermediul diagramelor de răspuns dinamic trasate în extremitatea cutiei, deasupra pivotului și în mijlocul cutiei.

7.3. Incercări experimentale pe stand, la excitații în fază și în opoziție de fază ale osiilor

În capitolul 4 a fost prezentat un studiu teoretic privind răspunsul dinamic al vehiculului, la excitații sinusoidale în fază, respectiv în opoziție de fază ale osiilor. Vehiculul încercat pe stand în acest mod a fost un vagon de călători tip 19 - 87 - 116.3 cu 9 compartimente și coridor lateral, echipat cu boghiuri Y28 BR, având următoarele caracteristici:

- semiampatamentul vehiculului	8.5 m
- distanța între extremitatea cutiei și crapodină	4.05 m
- masa cutiei pe unitate de lungime	1300 kg/m
- masa ramei boghiului	1500 kg
- ampatamentul boghiului	2.56 m
- suspensia primară și secundară cu arcuri elicoidale	
- rigiditatea suspensiei primare	$175 \cdot 10^4$ N/m
- rigiditatea suspensiei secundare	$74.62 \cdot 10^4$ N/m

Au fost efectuate o serie de teste la frecvențe de excitație cuprinse în intervalul [0 - 24 Hz]. În figura 7.19. și 7.20 s-au dat pozițiile în care au fost amplasați traductorii de deplasare și accelerometrele pe vagonul testat, la excitații în fază ale osiilor, respectiv în opoziție de fază ale osiilor.

În figurile 7.21. și 7.22. sunt date: răspunsul dinamic al vagonului gol, testat la excitații în fază ale osiilor și răspunsul dinamic al vagonului la excitații în opoziție de fază ale osiilor, datorate unei abateri de la circularitate a roților de ± 1 mm.

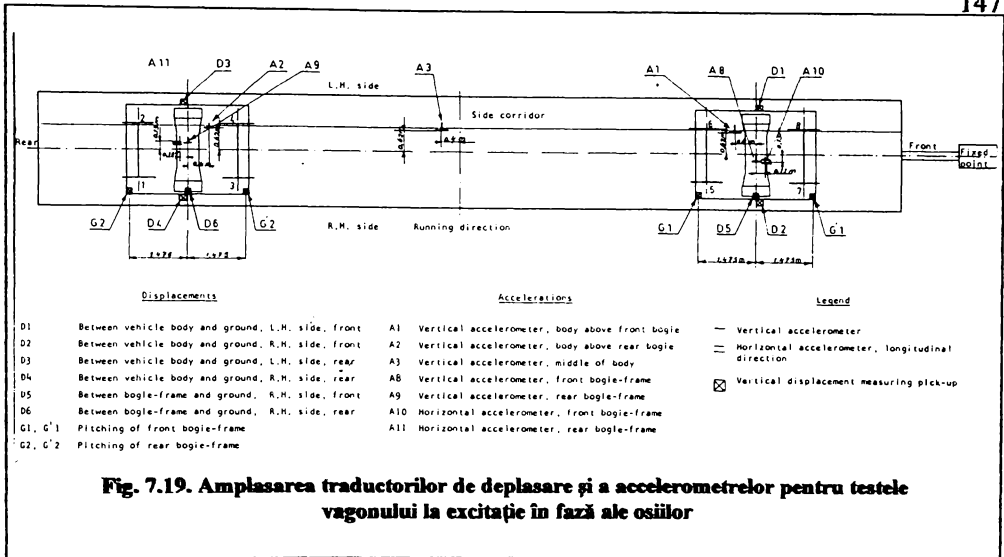


Fig. 7.19. Amplasarea traductorilor de deplasare și a accelerometrelor pentru testele vagonului la excitație în fază ale osiilor

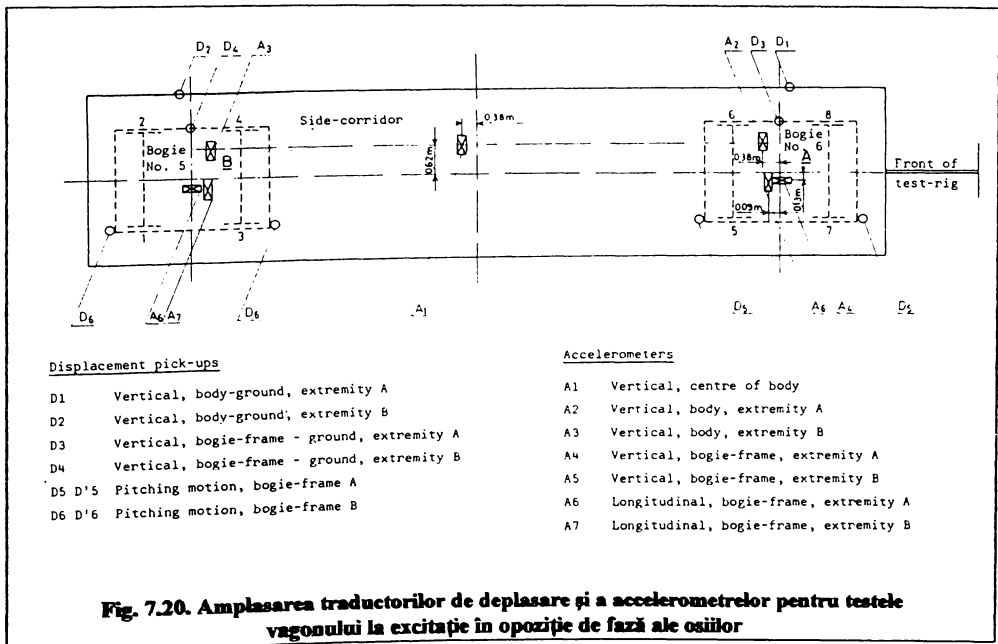
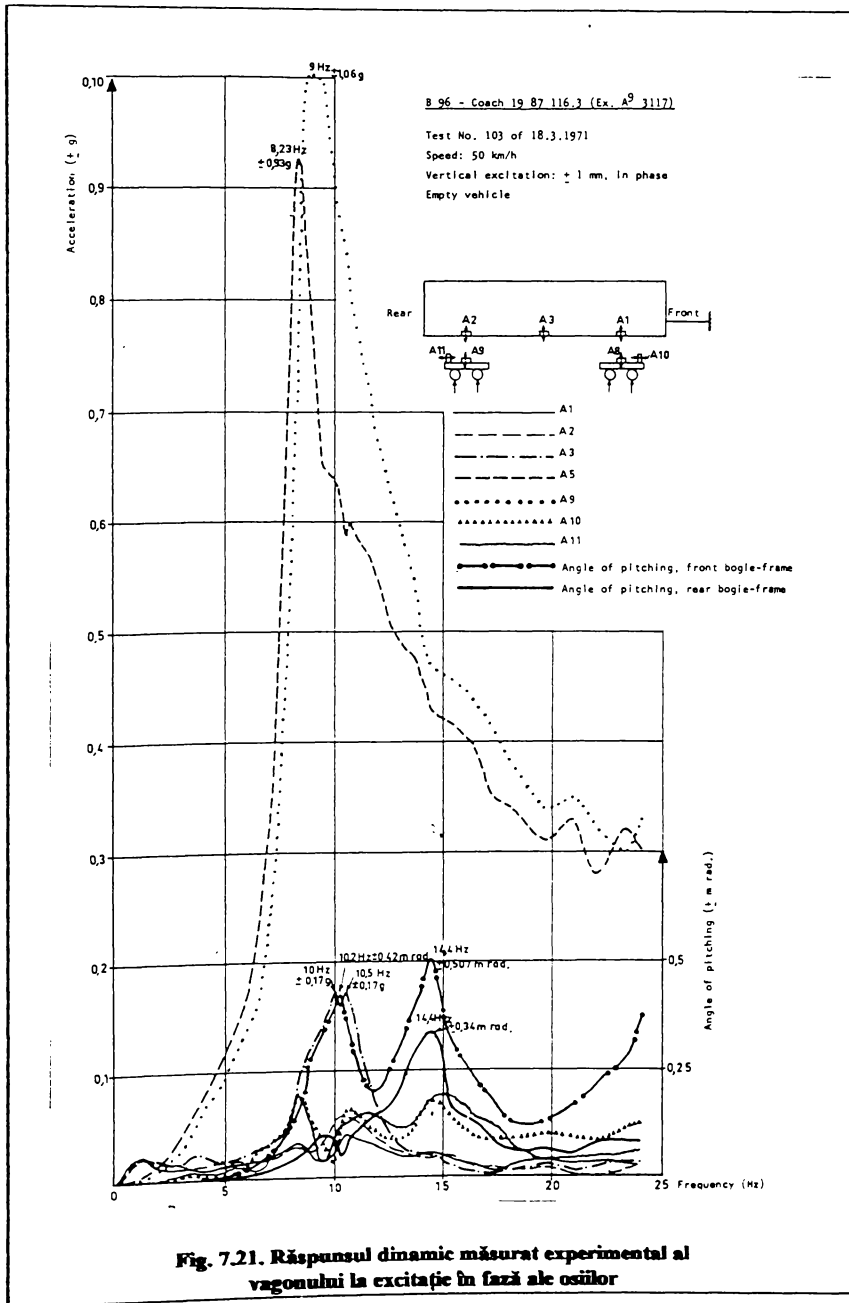


Fig. 7.20. Amplasarea traductorilor de deplasare și a accelerometrelor pentru testele vagonului la excitație în opoziție de fază ale osiilor



Concluziile rezultate din raportul de încercări sunt:

frecvența cuplată înaltă a mișcării verticale este diferită la cele 2 boghiuri (8.23 Hz, respectiv 9 Hz);

frecvența de încovoiere a cutiei în plan vertical se află la aprox. 10 Hz;

frecvența de rezonanță a galopului de boghiuri rezultă la 12.8, 13.4 și 14.4 Hz; deși nu se comentează în raport, pe figura 7.22. se observă clar o zonă de rezonanță la mișcarea de galop a boghiurilor la valorile de 10 Hz, respectiv 10.2 Hz.

Obținerea unor diferențe între determinările frecvențelor mișcărilor de galop, recunoscute de autorii experimentului, se datorează mișcărilor longitudinale ale ramelor de boghiuri, dar și amplasării unor bare între cutiile de osie și ramele boghiurilor pentru limitarea mișcării de galop a acestora, respectiv amplasării unor ancore sub șasiu pentru fixarea vehiculului pe stand.

Comparația rezultatelor teoretice, prezentate în capitolele 2, 3, 4 și 6 trebuie să se facă sub rezerva diferențelor constructive între vehiculul calculat (vagonul de clasă) și vehiculul încercat (vagon de călători). Se poate remarca totuși, cu excepția mișcării de galop a boghiurilor, că celelalte frecvențe proprii ale mișcărilor oscilatorii analizate și răspunsurile dinamice sunt comparabile.

Asupra acestui vagon s-au efectuat și teste dinamice prin montarea unor mase suplimentare la fiecare din roțile vehiculului, urmărind răspunsul dinamic sub acțiunea unui dezechilibru al roților vehiculului, la viteze cuprinse în intervalul 0 - 250 km/h. Rezultatele obținute au condus la o valoare maximă a accelerației verticale a boghiurilor la frecvența de 11.5 Hz, o creștere rapidă a accelerației verticale a mijlocului cutiei în jurul valorii de 9 Hz cu un maxim la aproximativ 11.4 Hz.

O serie de teste au urmărit să determine direct frecvențele proprii ale vehiculului, precum și coeficienții de amortizare ai suspensiilor și amortizarea internă a cutiei vehiculului. În tabelul 7.3. sunt sistematizate rezultatele pentru mai multe măsurători efectuate. Oscilațiile libere s-au realizat prin întreruperea bruscă, la tranziția spre frecvențele de rezonanță decelate, a solicitărilor sinusoidale aplicate roților prin intermediul rotelor standului.

Tabel 7.3. Măsurători privind frecvențele proprii ale vehiculului

	Rezonanța cuplată joasă [Hz]		Rezonanța cuplată înaltă [Hz]		Rezonanță galop boghiu [Hz]		Incovoiere cutie [Hz]
	față	spate	față	spate	fața	spate	
Frecvența mișcării	1.08	1.06	8.8	9.2	13.0	13.7	9.88
	1.11	1.11	8.92	9.35	13.3	14	10.1
	1.11	-	-	-	13.75	15	10.2

Încercările experimentale au fost completate cu teste statice în scopul determinării flexibilității verticale a suspensiilor și a flexibilității longitudinale a legăturii cutie - boghiuri.

Analiza tabelului 7.3. relevă însă și faptul că frecvențele proprii se determină pe standul de încercări cu o oarecare aproximație; legăturile introduse pentru ancorarea vehiculului denaturează de asemenea rezultatele.

7.4. Teste efectuate pe TGV

Măsurătorile experimentale care vor fi prezentate în acest paragraf provin din diverse surse bibliografice, dar toate au fost efectuate pe echipamente de tip TGV, care circulă în mod curent cu viteze în jurul valorii de 300 km/h.

În figura 7.23. s-a dat răspunsul dinamic al mijlocului cutiei, determinat prin calcul, dar și experimental [11]. Se poate observa o bună concordanță cu măsurătorile experimentale; în plus sunt evidente frecvențele modurilor proprii de vibrație ale cutiei de vagon TGV.

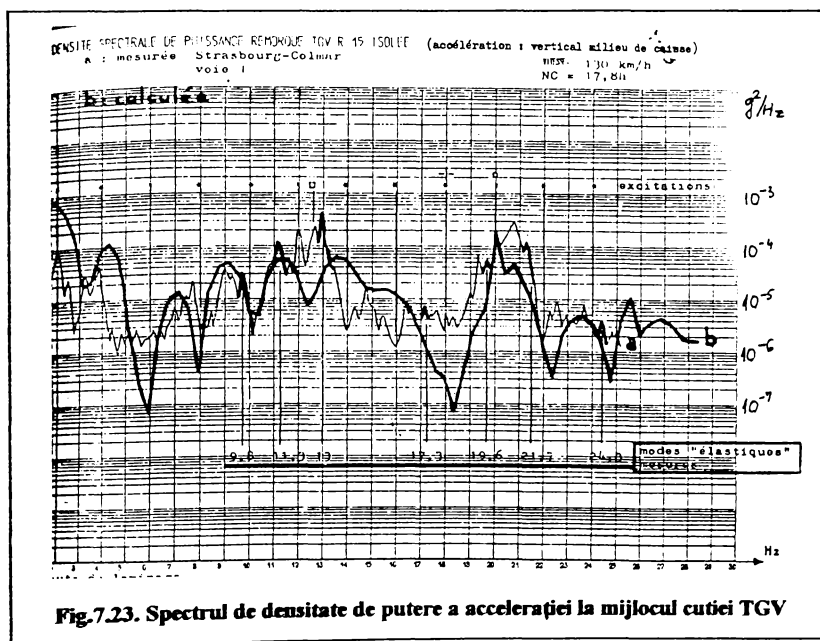


Fig.7.23. Spectrul de densitate de putere a accelerației la mijlocul cutiei TGV

În figurile 1.1. și 1.2. (vezi cap. 1) au fost de asemenea prezentate un mod propriu de vibrație al structurii cutiei, respectiv un spectru de răspuns dinamic al structurii cutiei. Autorul lucrării [11], remarcă prezența unor tipuri de moduri proprii de vibrație:

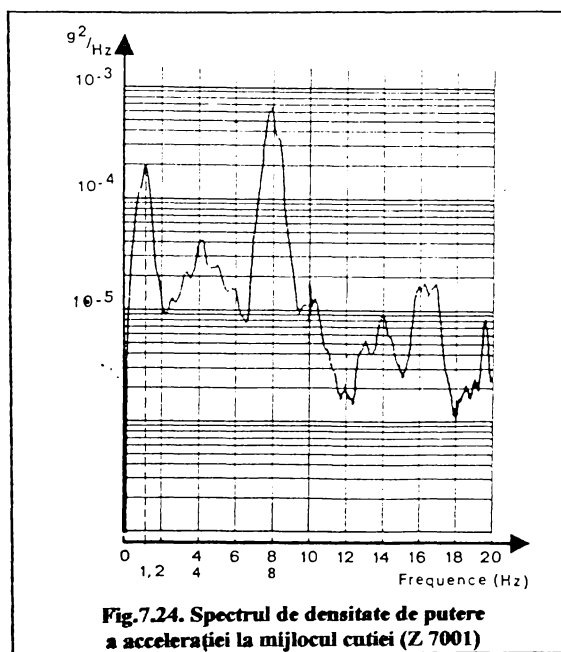
Tipul I - banda de frecvență (8 - 14 Hz) - la 9.8; 11.3 și 13.4 Hz - încovoiere generală combinată cu mișcări ale pereților laterali, acoperișului și podelei.

Tipul II - banda de frecvență (14 -26 Hz) - la 17.2; 19.6; 21.5 și 26 Hz - torsiune generală a cutiei, combinată cu mișcări ale pereților laterali și ai acoperișului.

Tipul III - banda de frecvență (24 - 40 Hz) - la 24.5; 29.5; 31.3 și 35.4 Hz - mișcări importante localizate în zona acoperișului, antrenând și pereții laterali.

În figura 7.24. s-a dat răspunsul dinamic al unei cutii de vehicul motor tip TGV, cod Z 7001, măsurat pe cale la viteza de 270 km/h [12]. Analiza spectrului de densitate de putere a accelerației permite determinarea cu suficientă precizie a

frecvențelor cuplate ale suspensiilor și a frecvenței proprii de încovoiere a cutiei. Din figură, rezultă frecvența cuplată joasă de 1.2 Hz, frecvența cuplată înaltă de 4 Hz și cea de încovoiere a cutiei de 8 Hz.



Frecvențele caracteristice de oscilație ale cutiei au fost de asemenea determinate experimental, dar se afirmă [58] că ele pot fi determinate cu bună precizie și prin calcul. Pentru aceste experimente, pentru verificarea comportării în regim dinamic, a fost utilizat un vehicul echipat cu boghiuri Y 32 A1.

Dinamica transversală este apreciată prin reprezentarea spectrelor de densitate de putere a sumei, respectiv a diferenței accelerațiilor transversale ale cutiei înregistrate în dreptul pivoților (fig.7.24). Din figură rezultă cu claritate frecvențele de clătinare + ruluu de cutie la valorile de 0.6 Hz și 1.45 Hz. Cunoașterea funcției de transfer în direcție transversală permite deducerea frecvenței decuplate de șerpuire a cutiei, care în cazul studiat este de 1.13 Hz (fig.7.26.).

Dinamica verticală se apreciază similar, prin reprezentarea sumei și diferenței spectrelor de densitate de putere a accelerațiilor verticale măsurate în dreptul pivoților, obținându-se frecvența joasă cuplată (de săltare) a cutiei de 1.05 Hz, iar frecvența mișcării de galop a cutiei de 1.28 Hz (fig.7.27.).

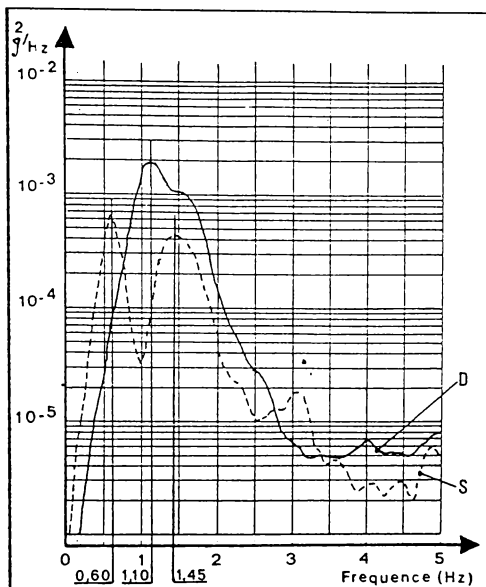


Fig. 7.25. Spectrul de densitate de putere a sumei (S) și a diferenței (D) accelerațiilor transversale ale cutiei

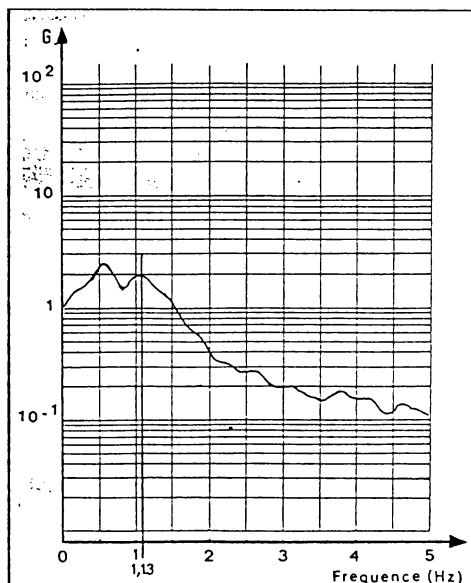


Fig. 7.26. Funcția de transfer a suspensiei transversale a boghiului (boghiuri Y 32 A1)

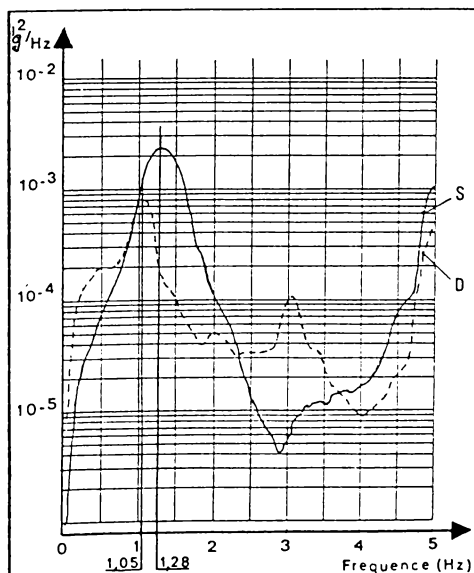
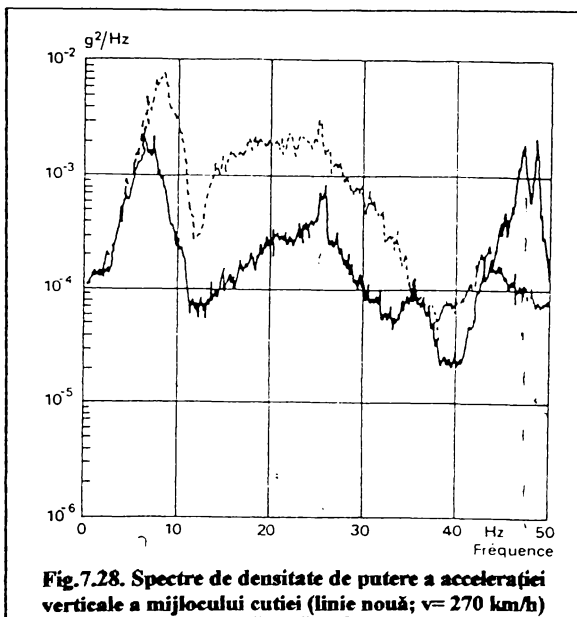
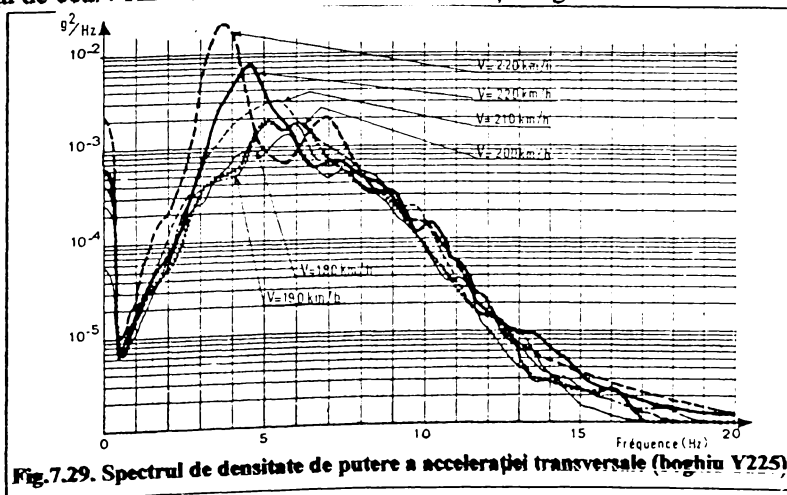


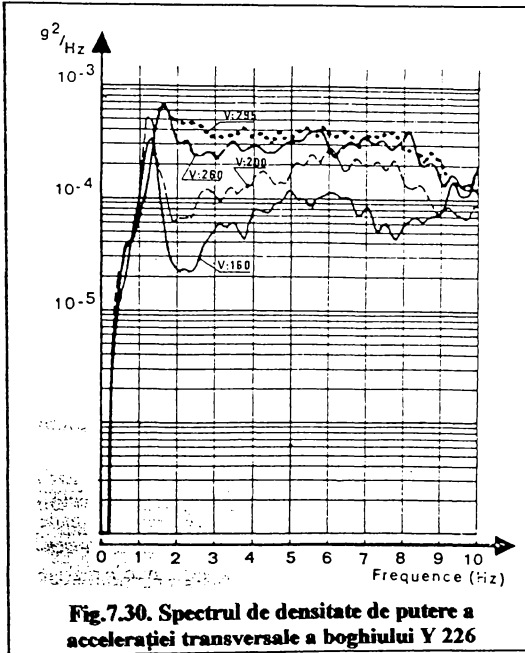
Fig. 7.27. Spectrul de densitate de putere a sumei (S) și a diferenței (D) accelerațiilor verticale ale cutiei

În figura 7.28 s-a dat un spectru de densitate de putere a accelerației la mijlocul cutiei, care a fost determinat experimental pe cale la viteza de 270 km/h, utilizând două tipuri de boghiuri: Y 231 care echipează TGV Sud - Est și Y 237 A care echipează TGV Atlantique [24]. Se poate remarca o diferență evidentă între cele două răspunsuri dinamice, datorată adoptării unor soluții moderne și eficiente la boghiul Y 237.



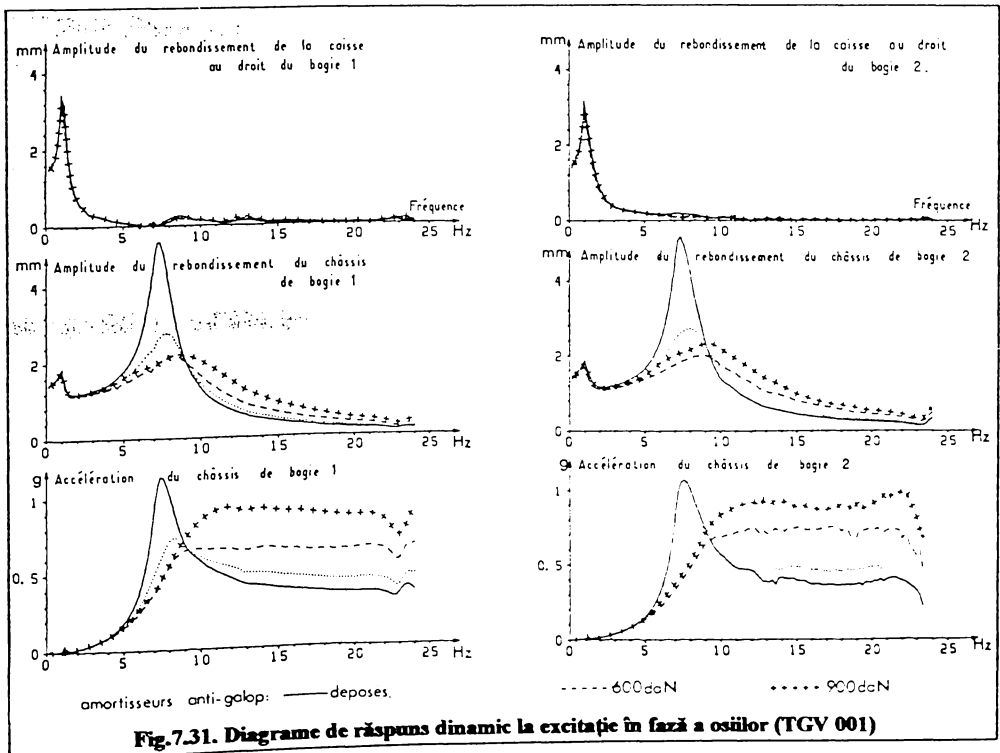
În privința boghiurilor utilizate la TGV, în figurile 7.29. și 7.30. este dată evoluția spectrului de densitate de putere a accelerației transversale a boghiurilor cu un cuplu antișerpuire nul [58]. Se afirmă că vârful care apare la viteza de 220 km/h la frecvența de cca.4 Hz indică o diminuare a stabilității boghiului.





Pentru TGV 001, au fost efectuate măsuratori pe stand, la excitații sinusoidale, verticale, în fază, a tuturor osiilor. Scopul declarat al testului a fost de a optimiza reglajele la amortizoarele antigalop montate pe boghiuri. Rezultatele obținute s-au centralizat în figura 7.31.

Din figură rezultă pe de-o parte frecvența proprie de săltare a cutiei (în jurul valorii de 1 Hz), precum și frecvența de galop a boghiurilor, care are valoare centrată pe 7 Hz în absența amortizorilor antigalop.



7.5. Experimente efectuate pe tramvaiul TIMIȘ

În anul 1988, la Timișoara, au fost efectuate o serie de măsurători experimentale asupra tramvaiului TIMIȘ, echipat cu boghiuri bimotoare, de tipul celor prezentate în paragraful 6.3. al prezentei teze. Cercetările experimentale au fost efectuate de către specialiști de la laboratorul de cercetare din ICPV - ASTRA Vagoane Arad.

Din raportul de cercetare [144], rezultă că au fost efectuate măsurători pe cale la sarcina nominală (5 călători/m^2) și la sarcina maximă (8 călători/m^2). Măsurătorile pe cale au urmărit determinarea valorii eficace, a valorii medii, respectiv a valorilor maxime și minime ale accelerațiilor osiilor, boghiurilor, respectiv cutiei vehiculului la circulația în aliniament, la trecerea peste aparatele de cale și la circulația în curbă. Au fost măsurate accelerațiile elementelor vehiculului într-un regim combinat la viteză variabilă în intervalul 5 - 40 km/h.

Concluziile raportului remarcă un grad puternic de solicitare al boghiurilor, care se datorează defectelor liniei; acest fenomen rezultă și din analiza spectrelor de densitate de putere a accelerației măsurate pe cutiile de osie. Trebuie menționat aici faptul că roțile la acest vehicul sunt elastice, cu elemente de cauciuc intercalate între obadă și butuc, astfel că semnalul la cutia de osie este deja atenuat. Raportul mai remarcă prezența unor defecte izolate pronunțate ale liniilor, care produc o solicitare foarte puternică prin șoc a elementelor vehiculului. La circulația în curbă, apar forțe transversale de valori destul de ridicate.

În tabelul 7.4. sunt date accelerațiile măsurate pe elementele vehiculului, la sarcina maximă.

Tabel 7.4. Accelerații măsurate pe tramvai la sarcina maximă

Parametrul	Valoare medie [g]	Valoare minimă [g]	Valoare maximă [g]
accelerație verticală cutie de osie	0.4630	-4.046	5.578
accelerație verticală boghiu	0.2314	-2.238	2.891
accelerație verticală cutie	0.1896	-0.1853	0.6367
accelerație transversală cutie de osie	0.2615	-1.958	1.788
accelerație transversală cutie	0.051	-0.1645	0.2809

În standul de încercări de dinamica rulării, aflat la Arad, au fost efectuate măsurători experimentale prin simularea semnalului pe verticală preluat de pe cale, obținându-se în general valori similare cu cele din parcurs. Accelerațiile verticale măsurate la nivelul osiilor sunt date în tabelul 7.5.

Tabel 7.5. Accelerații măsurate pe tramvai la sarcina maximă în stand

Parametrul	Valoare medie [g]	Valoare minimă [g]	Valoare maximă [g]
accelerație verticală cutie de osie 1	0.3403	-1.601	2.327
accelerație verticală cutie de osie 2	0.3388	-1.757	2.786
accelerație verticală cutie de osie 3	0.3862	-1.688	2.220
accelerație verticală cutie de osie 4	0.3401	-1.685	2.931

Au fost evaluate frecvențele proprii caracteristice ale vehiculului; valorile precizate în raport sunt:

# frecvența joasă verticală a cutiei:	1.0- 2.3 Hz
# frecvența proprie de vibrație structurală a cutiei	12.3 Hz
# frecvența proprie a oscilațiilor transversale	cca. 1 Hz

În măsura comparațiilor posibile cu rezultatele teoretice obținute prin modelarea numerică a tramvaiului echipat însă cu boghiuri CAROMET, rezultă o concordanță cu frecvențele proprii măsurate experimental. Există totuși o diferență între frecvența proprie de încovoiere verticală a cutiei calculată și determinată experimental. Ea se datorează modelării numerice, care a fost făcută numai cu bare, nefiind luate în considerare influențele elementelor care contribuie la rigiditatea cutiei. Se constată și faptul că aceste cutii sunt după părerea mea foarte rigide, deci și foarte grele. În principiu, se poate interveni în construcția cutiei, prin modificarea structurii acesteia, până când rezultă o frecvență proprie de încovoiere verticală de cca. 9 Hz; acesta nu trebuie să fie însă singurul criteriu de apreciere a calității construcției cutiei, ci trebuie luate măsuri ca tensiunile din elementele structurale să nu depășească valorile admisibile.

CAPITOLUL 8

SINTEZA LUCRĂRII, CONCLUZII

GENERALE ȘI CONTRIBUTII PERSONALE

Lucrarea de față reprezintă o sinteză a activității de cercetare desfășurată de autor pe parcursul a mai multor ani, în vederea determinării modurilor proprii de oscilație ale vehiculului feroviar, utilizând diverse metode: analitice, operaționale și numerice. Teza abordează și studiul răspunsului dinamic al diferitelor elemente componente ale vehiculului feroviar (boghiuri, cutie) la diverse tipuri de excitații ale osiilor.

Lucrarea este structurată pe 8 capitole, prezentate gradual (de la modele mai simple la modele tot mai complexe). După o scurtă introducere, în capitolul 2 se realizează o investigație a oscilațiilor proprii verticale ale vehiculului, cu metode analitice. Capitolul 3 este afectat unui studiu cu metode operaționale pentru determinarea răspunsului dinamic al vehiculului la excitații de tip impuls unitar și sinusoidale, pe direcție verticală. Incepând cu capitolul 4, se elimină ipoteza privind rigiditatea infinită a cutiei vehiculului, calculându-se răspunsul dinamic la excitații sinusoidale în fază și în opoziție de fază ale osiilor; modelul matematic este în acest caz unul mult mai complex, deoarece se ajunge la sisteme de ecuații diferențiale de ordinul 7, care sunt rezolvate analitic. Partea cea mai amplă a tezei este dedicată metodei elementului finit ca metodă de studiu a modurilor proprii de oscilație ale vehiculului; după prezentarea din capitolul 5 la nivel teoretic a metodei, în capitolul 6 sunt date rezultate numerice obținute prin modelarea unor vehicule feroviare de diverse tipuri (vagon de clasă, tramvai). Pentru validarea rezultatelor teoretice, în capitolul 7 sunt date o serie întreagă de rezultate experimentale, provenite în urma măsurătorilor pe cale și pe standuri speciale de dinamica rulării. Capitolul 8 este afectat prezentării unor concluzii generale și a contribuțiilor personale.

În capitolul 1 - INTRODUCERE (pag. 8 - 15) - se prezintă, pe lângă importanța și actualitatea studiului în domeniul dinamicii vehiculelor feroviare, o trecere sumară în revistă a preocupărilor pe plan mondial, punând accent pe metodele de investigație utilizate în stabilirea comportamentului vibratoriu al vehiculului la circulația pe calea ferată.

Sunt prezentate modele mecanice pe care s-au efectuat studii de oscilații ale vehiculului feroviar cu considerarea structurilor portante ca infinite rigide, precum și studii efectuate pe cutiile de TGV (Franța) și ICE (Germania) cu metoda elementului finit, modele la care sunt luate în considerare caracteristicile elastice (reale) ale acestor structuri. Pentru validarea rezultatelor teoretice, au fost realizate

standuri deosebit de complexe și de performante, în special în țările cu mare tradiție și potențial economic; sunt date exemple în acest domeniu, inclusiv realizările din țara noastră. Sunt prezentate o serie de posibilități actuale de modelare a comportării statice și dinamice a vehiculului feroviar cu ajutorul unor pachete de programe ultraperformante, care au adus studiul teoretic cel puțin la nivelul celui experimental; cu aceste programe sunt posibile analize statice, cinematice, dinamice, studii asupra forțelor de contact roată - șină, studii de circulație în curbă, etc.

În final, sunt stabilite obiectivele prezentei teze, dintre care amintim:

- determinarea diferențelor care apar în modul de evaluare a frecvențelor proprii de oscilație ale vehiculului prin efectuarea calculului cu diverse metode, pentru un același vehicul, precum și compatibilitatea rezultatelor cu măsurătorile experimentale;

- încercarea de a realiza un studiu sintetic și cât mai profund al comportamentului vibratoriu al vehiculului, în speță al tuturor maselor suspendate, cu modele care să conțină un număr de câteva mii de grade de libertate, urmărind modul în care se cuplează mișcările vibratorii structurale ale elementelor care intră în componența vehiculului cu moduri de oscilație datorate suspensiilor intercalate între cutie și boghiuri, respectiv între boghiuri și osii.

Capitolul 2 - STUDIUL OSCILAȚIILOR PROPRII VERTICALE ALE VEHICULELOR FEROVIARE, CU METODE ANALITICE (pag. 16 - 32) prezintă la început un studiu analitic al modelării vehiculului feroviar cu două trepte de suspensie pentru determinarea frecvențelor proprii și a modurilor proprii caracteristice în plan vertical. Se face o primă evaluare a acestor frecvențe pentru un vagon de clasă realizat la ASTRA - Vagoane Arad, vagon care va fi analizat pe tot parcursul acestei teze. S-a făcut un studiu al influenței gradului de încărcare al vagonului asupra frecvențelor proprii ale mișcărilor oscilatorii verticale. Dintre concluziile studiului se reamintește faptul că frecvențele proprii ale boghiurilor sunt diferite, deoarece pe unul din boghiuri este montat generatorul de curent, că gradul de încărcare al vagonului nu afectează frecvențele proprii ale boghiurilor. Boghiurile vehiculului au două mișcări de săltare, una cuplată cu mișcarea de săltare a cutiei, iar cealaltă cuplată cu mișcarea de galop a cutiei. Diferența între frecvențele proprii ale acestor două săltări de boghiuri este nesemnificativă.

În capitolul 3 - DETERMINAREA RĂSPUNSULUI DINAMIC VERTICAL AL VEHICULULUI FEROVIAȘ, CU METODE OPERAȚIONALE (pag. 33 - 51) - pe lângă prezentarea bazelor teoretice de studiu, privind calculul răspunsului dinamic vertical la excitație de tip impuls unitar și sinusoidale ale osiilor, se realizează un calcul efectiv al funcțiilor de transfer ale mișcărilor aflate în studiu, pentru vagonul de clasă. În această situație sunt luate în considerare amortizările din suspensii, trasându-se diagrame de tip Nyquist și ale modulelor funcțiilor de transfer, în mod special pentru accelerațiile elementelor structurale ale vehiculului. O primă concluzie este aceea că boghiurile prezintă un răspuns dinamic mai accentuat decât cutia vehiculului pe cea mai mare parte a plajei de frecvențe

Se exceptează aici zona în care cutia intră în rezonanță în cazul mișcărilor oscilatorii de săltare, respectiv de galop; mișcarea de ruliu a cutiei este din acest punct de vedere situată în întregime sub celelalte mișcări ale cutiei. Diagramele de tip Nyquist permit tragerea unor concluzii importante asupra stabilității mișcărilor oscilatorii studiate, respectiv asupra rezervei de stabilitate; toate mișcările studiate sunt, din acest punct de vedere, stabile. Din diagramele Nyquist rezultă cu ușurință și valoarea defazajului între excitație și răspuns (pot fi trasate chiar variații ale acestor defazaje în funcție de frecvență). Frecvențele proprii rezultă cel mai rapid din variațiile modulelor funcțiilor de transfer ale mișcărilor oscilatorii studiate.

Capitolul 4 - CALCULUL OSCILAȚIILOR VERTICALE CU CONSIDERAREA CUTIEI VEHICULULUI CA STRUCTURĂ ELASTICĂ (pag. 52 - 72) prezintă două modele matematice complexe pentru analiza mișcărilor cuplate de săltare a cutiei și boghiurilor combinată cu mișcarea vibratorie de încovoiere în plan vertical a cutiei elastice, respectiv pentru studiul mișcării cuplate de recul și galop a boghiurilor, combinată cu mișcarea vibratorie de încovoiere în plan vertical a cutiei elastice. Sistemele de ecuații diferențiale se complică mult prin luarea în considerare a amortizării interne a cutiei; acest lucru este însă obligatoriu, deoarece rezultatele obținute la neglijarea amortizării interne sunt denaturate, mai ales la mijlocul cutiei, considerată ca structură elastică. Pe baza unor programe proprii de calcul, sunt prezentate o serie de rezultate numerice (răspunsuri dinamice ale vehiculului în diverse puncte caracteristice) pentru frecvențe cuprinse în intervalul [0 - 55], rulările fiind efectuate pentru vagonul de clasă.

Concluziile studiului au fost prezentate în cadrul capitolului; cele mai importante dintre ele sunt că modelarea prin eliminarea ipotezei privind rigiditatea infinită apropiată mult rezultatele teoretice de cele obținute experimental, deoarece în intervalul de interes, cutia vehiculului are cel puțin un mod propriu de vibrație structurală, cel de încovoiere în plan vertical, care poate să se suprapună peste mișcările oscilatorii de săltare, galop sau chiar ruliu ale boghiurilor; aceste situații trebuie să fie evitate (în special suprapunerea cu mișcarea de recul și galop a boghiurilor). Se demonstrează faptul că puncte diferite din cutia vehiculului răspund în mod diferit la aceeași excitație, lucru constatat în absolut toate experimentele efectuate; aceste răspunsuri diferite sunt imposibil de obținut teoretic pe modele care nu iau în considerare structura elastică a cutiei.

În cazul vagonului încărcat, răspunsul cutiei se situează în general sub răspunsul obținut pentru vagonul gol. Mai importantă este însă reducerea frecvenței de încovoiere a cutiei, datorată în mod cert creșterii de masă. La vehiculele urbane (tramvaie, metrouri) reducerea frecvenței este mai drastică, deoarece masa cutiei se poate dubla de la vehiculul gol la maxim încărcat. Cum frecvențele proprii de oscilație ale boghiurilor nu suferă modificări esențiale în funcție de gradul de încărcare, pot apărea situații de reducere a confortului pentru anumite stări de încărcare ale vehiculului.

Valoarea răspunsului dinamic în zona de rezonanță structurală a cutiei este destul de ridicată, ceea ce arată că devine obligatorie luarea în considerare a

elasticității cutiei la proiectarea vehiculelor moderne, prin aplicarea modelelor prezentate sau a unor modele numerice care elimină cea mai mare parte din ipotezele simplificatoare ale studiilor cu metode analitice sau operaționale.

Capitolul 5 - METODA ELEMENTULUI FINIT LA CALCULUL DINAMIC AL STRUCTURILOR ELASTICE (pag. 73 - 95) - conține numai elemente teoretice care realizează o introducere, pe baza unei formulări variaționale, a metodei elementului finit. Acest capitol reprezintă o încercare, sper reușită, de a prezenta, într-un mod unitar și logic, etapele de rezolvare a unei probleme clasice de valori proprii ale structurilor elastice. Plecând de la ecuațiile fundamentale din teoria elasticității, respectiv de la principiul variațional de minimizare a unei funcționale, se prezintă modul de utilizare al metodei elementului finit pentru minimizarea energiei de deformație a structurii. În acest mod se realizează o introducere elegantă a matricii de rigiditate elementale, ținând seama și de aproximarea pe elementul finit.

Deoarece în problemele de valori proprii este nevoie de matricea de rigiditate a structurii și de matricea de masă a acesteia, este prezentat modul în care se obțin inițial matricile elementale în cazul utilizării elementelor finite de tip bară spațială, respectiv de tip placă patrulateră cu comportament general (membranal și de încovoiere). Matricea de rigiditate a structurii se obține în urma unui procedeu special de asamblare a matricilor de rigiditate elementale, iar matricea de masă a sistemului este în mod elegant introdusă prin asamblarea matricilor de masă elementale deduse din energia cinetică a elementului finit. În final sunt date ecuațiile care guvernează mișcările oscilatorii libere ale sistemului considerat.

În acest capitol, pentru a nu complica în mod inutil expunerea, nu s-au discutat termeni care nu au fost ulterior folosiți în exemplele de calcul numeric. Este vorba de forțe de volum și/sau de suprafață, stări de tensiuni și/sau de deformații inițiale, și chiar forțe exterioare concentrate în nodurile structurii discretizate. Înțelegerea modului în care funcționează metoda elementului finit pentru calculul static și dinamic al structurilor elastice a permis utilizarea, în cunoștință de cauză, a unor programe specializate de calcul cu elemente finite; modelările de vehicule feroviare prezentate în teză vin în sprijinul acestei afirmații.

În capitolul 6 - REZULTATE NUMERICE OBȚINUTE CU METODA ELEMENTULUI FINIT (pag. 96 - 135) - au fost prezentate o serie de modelări a elementelor structurale ale vehiculului feroviar, respectiv de modelare a vehiculului în ansamblu. Au fost efectuate studii complexe privind modurile proprii ale vagonului de clasă și ale boghiurilor Minden - Deutz care echipează acest tip de vagon, ale boghiurilor bimotoare de tramvai: TIMIȘ 2 și CAROMET, precum și un studiu al comportării oscilatorii al tramvaiului TIMIȘ echipat cu boghiuri CAROMET. În cazul vagonului de clasă este prezentat un studiu al influenței poziției vagonului în garnitura de tren asupra valorilor frecvențelor proprii de oscilație ale acestuia.

O primă concluzie o reprezintă faptul că fiecare vehicul are o comportare proprie din punctul de vedere al oscilațiilor proprii, care este legată de caracteristicile sale tipo-dimensionale, distribuția de mase, suspensii, legăturile existente între diversele elemente structurale (cutie - boghiuri, boghiuri - osii, etc.). Rezultă de aici că este necesar un studiu al întregului ansamblu, pe caz concret; numai prin modelare numerică se permite o analiză mai completă a comportării de ansamblu a vehiculului.

În principiu, studiul oscilațiilor cu metoda elementului finit este posibil de făcut în faza de proiectare a vehiculului, plecând de la un proiect inițial; rezultă avantajele economice deosebite, dar și faptul că proiectantul poate estima calitățile vehiculului în discuție, chiar înainte de realizarea prototipului.

O parte din valorile frecvențelor de oscilație ale cutiei și boghiurilor poate fi comparată cu valorile obținute prin metode analitice. Acolo unde comparația a fost posibilă, diferențele între cele două metode nu sunt mari; ele apar totuși datorită unei evaluări aproximative a momentelor de inerție masice, datorită concentrării masei într-un singur punct la modelele simplificate rezolvate analitic. Cea mai mare parte a modurilor proprii nu pot fi comparate cu valori obținute în analize cu metode analitice sau operaționale, aceste metode implicând ipoteze simplificatoare restrictive.

Pentru structurile ramelor de boghiuri, pe baza analizelor vibrațiilor structurale, se pot furniza soluții de îmbunătățire a construcției, astfel încât valoarea frecvenței proprii fundamentale structurale să fie în domeniul supracritic; în plus, la boghiuri motoare este necesară stabilirea zonelor de rezonanță și a motoarelor electrice și evitarea unor suprapuneri cu zonele de rezonanță structurală a ramelor de boghiuri.

În capitolul 7 - REZULTATE EXPERIMENTALE (136 - 157) - sunt prezentate măsurători experimentale efectuate pe cale, pentru testarea calităților dinamice ale vagonului de clasă avut în studiu teoretic în capitolele 2, 3, 4, 6 a prezentei teze. Sunt de asemenea prezentate măsurători experimentale efectuate pe standul de dinamică rulării de la Vitry (Franța), pe un vagon de călători de construcție franceză, supus la o serie de teste complexe, statice și dinamice. Pentru comparație, sunt prezentate și măsurători experimentale efectuate pentru diverse variante ale TGV-ului, care circulă în mod curent cu viteze în jurul valorii de 300 km/h și cu care s-a atins viteza de 515.3 km/h, ceea ce reprezintă recordul mondial de viteză, pentru vehicule ce rulează pe cale ferată clasică. În final, sunt prezentate o serie de măsurători experimentale cu tramvaiul TIMIȘ 2 echipat cu boghiuri bimotoare, de tipul celor modelate numeric în paragraful 6.3. al prezentei teze.

Cele mai multe diagrame reprezintă spectre de densitate de putere a accelerației verticale sau transversale, care rezultă în urma prelucrării în frecvență a semnalelor măsurate pe cale sau în stand, în diferite puncte de interes de pe vehicul. Rezultatele experimentale validează justetea modelărilor matematice ale vehiculului, constatând o evidentă compatibilitate între calcule și experiment. Este vorba aici în special de măsurătorile efectuate cu vagonul de clasă, asupra căruia

s-au concentrat studiile teoretice ale prezentei teze; mici diferențe între calcule și experiment pot să provină fie datorită simplificărilor introduse în modelare, fie, la fel de plauzibil, faptului că nu sunt luate în considerare toate neliniaritățile introduse în special de amortizoarele din suspensii.

Măsurătorile experimentale permit în principiu determinarea zonelor de rezonanță ale elementelor structurale, respectiv a frecvențelor proprii ale vehiculului în ansamblu. Nu întotdeauna este posibilă decelarea cu exactitate a modului propriu caracteristic la o anumită frecvență, fie din cauza faptului că în banda de frecvență respectivă sunt combinate mai multe moduri proprii de vibrație, fie numărul de accelerometre montat pe vehicul este insuficient. Precizia măsurătorilor nu este însă aceeași cu precizia rezultatelor obținute prin modelare numerică.

Contribuții personale

Diagramele care reprezintă suprapunerea variațiilor modulelor funcțiilor de transfer ale tuturor elementelor care intervin în studiu sunt utile pentru aprecierea zonelor de rezonanță ale cutiei și boghiurilor. Pentru toate mișcările oscilatorii verticale studiate, pentru fiecare tip de excitație, am realizat programe proprii în mediul de programare MathCAD care permit și o postprocesare corespunzătoare prin facilitățile grafice puse la dispoziția utilizatorului.

Pentru determinarea răspunsului dinamic al vehiculului la excitație în fază, respectiv în opoziție de fază ale osiilor, cu considerarea structurii elastice a cutiei și a amortizării interne a acesteia, am realizat programe pe baza unei demonstrații proprii în vederea deducerii sistemelor de ecuații de mișcare. Programele permit modificarea tuturor parametrilor suspensiilor vehiculului, analiza în orice domeniu de frecvență, ceea ce le face utile pentru îmbunătățirea calităților dinamice ale vehiculului, încă din faza de proiectare a acestuia.

O contribuție personală în ceea ce am prezentat în capitolul 5 o reprezintă o tratare unitară, logică, în vederea soluționării problemelor de valori proprii ale structurilor elastice modelate numeric cu elemente finite de tip bară și placă patulateră cu comportament membranal și de încovoiere, plecând de la formularea variațională aplicată ambelor tipuri de elemente finite.

O contribuție personală o constituie demonstrația privind introducerea matricii de rigiditate a barei spațiale via formularea variațională, prin minimizarea energiei de deformație, utilizând funcții de interpolare polinomiale speciale, care să conducă la posibilitatea de tratare monodimensională a unei probleme din spațiul tridimensional. Prin acest mod de tratare sunt evitate unele concepte din mecanica structurilor privind "nodurile rigide" și "nodurile articulate" ale barelor, care nu sunt specifice metodei elementului finit.

Consider de asemenea că, pentru plăci, am prezentat o tratare unitară a elementului finit patulater cu comportament membranal și flexional, ca cel utilizat

de mine în modelarea structurilor vehiculelor feroviare. Problema încovoierii plăcilor este încă inclusă în aria preocupărilor cercetătorilor în domeniu, astfel că noile programe de calcul cu elemente finite permit^Aelecția unuia sau altuia din tipurile de elemente, funcție de problema care se rezolvă.

O contribuție personală o reprezintă analiza vibratorie a întregului ansamblu al vehiculului cu două trepte de suspensie, prin modelare numerică cu elemente finite. În limitele bibliografiei consultate, nu am întâlnit o asemenea analiză, care permite calculul oscilațiilor cutiei și boghiurilor, precum și cel al vibrațiilor structurale ale cutiei și boghiurilor.

În vederea caracterizării unitare a formelor proprii de oscilație a vehiculului feroviar, am propus o utilizarea unei terminologii unitare, în care să fie denumite oscilații mișcările datorate suspensiilor și vibrații cele datorate elasticității structurii. Când este vorba o mișcare combinată se propune utilizarea termenului de oscilație, care este un termen mai general.

De asemenea consider drept contribuții personale modelarea prin sisteme de bare articulate a suspensiei secundare și a legăturilor dintre cutie și boghiuri, respectiv dintre boghiuri și osii, pentru diferite soluții constructive implementate la vehiculele analizate. Poate fi observată diferența evidentă între modul de transmitere a forțelor longitudinale și transversale de la cutie la boghiuri, în cazul vagonului în raport cu tramvaul luat în studiu.

Studiile privind variațiile frecvențelor proprii în raport cu gradul de încărcare al vehiculului, în special la vehicule urbane, care conduc la obținerea unor suprapuneri ale modurilor de vibrație structurale ale cutiei peste moduri proprii de oscilație ale boghiurilor (datorate suspensiei primare), suprapuneri care nu pot fi evitate, reprezintă de asemenea o contribuție personală.

Studiul asupra frecvențelor proprii ale vehiculului feroviar remorcat în funcție de poziția acestuia în cadrul garniturii de tren reprezintă o contribuție personală; s-a dovedit că frecvența de recul a cutiei vehiculului suferă o modificare demnă de luat în considerare, la vagonul de capăt apărând și un cuplaj cu o mișcare de galop a cutiei datorat legăturii elastice longitudinale unilaterale în tampoane.

Pentru realizarea acestei teze a fost necesară parcurgerea unor domenii extrem de vaste și extrem de diverse. Voi aminti aici analiza matematică, metode operaționale, metode numerice, teoria vibrațiilor, mecanica structurilor, rezistența materialelor, analiză spectrală, element finit, programarea calculatoarelor.

Tehnoredactarea computerizată a tezei a fost realizată integral de autor, utilizând în fapt două editoare de texte WORDPERFECT 5.1 și WORD for WINDOWS 6.0.

BIBLIOGRAFIE

1. Alias J., Verrier G. - La trace de la ligne nouvelle Paris Sud Est. Donnees de base, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1976
2. Alias J., Verrier G. - La trace de la ligne nouvelle Paris Sud Est. Essais, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1976
3. Anderson R.J., McPhee J.J. - Use of a model reduction procedure to speed up time domain simulation of rail vehicles, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, 1993
4. Anderson R.J. - The A'GEM multibody dynamics package, Supplement to VSD, vol 22, 1994
5. Babeu T. - Rezistența materialelor, vol 1, 2, Lito. IPTVT, 1980
6. Babić A., Rakanović R., Maneski T., Petrović D. - Experimentalno numerička integracija u procesima projektovanja teretnih vagona, Proceedings of the 2nd International Scientific Conference "HEAVY MACHINERY HM '96", Kraljevo, june, 1996
7. Bathe K.J., Wilson E.L. - Solution methods for eigenvalue problem in structural dynamic, International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol 6, 1973
8. Bereteu L., Smicală I. - Vibrații mecanice cu aplicații, Ed. Mirton, Timișoara, 1993
9. Blokhin E.P., Danovitch V.D., Chuhanin S.V. - Mathematical model of the spatial vibration of a high speed train, Proceedings of the 4th Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, Budapest, 1994
10. Bogacz R., Krzyzynski T., Popp K. - On dynamic of railway tracks modelled as periodic systems, Proceedings of the 4th Conference on Vehicle System Dynamics, Identification and Anomalies, Budapest, 1994
11. Boutonnet J.C. - La CAO - au service des performances ferroviaires, Revue Generale de Chemin de Fer, ian., 1981
12. Boutonnet J.C. - Le confort dans le transport ferroviaire, Revue Generale de Chemin de Fer, apr., 1981
13. Brauer J.R. - What every engineer should know about finite element method, 2nd ed., Marcel Dekker Inc., 1993
14. Brîndeu L. - Șocuri și vibrații, Ed. Facla,
15. Buda C. - Elemente de reglaj și automatizare, E.D.P. București, 1975
16. Burada C., Buga M., Crășneanu Al. - Elemente portante ale vehiculelor de cale ferată. Ed. Tehnică. București, 1980
17. Buteaud B. - Analyse experimentale du comportement dynamique d'une structure mecanique. Concept d'impedance mecanique, Revue Generale de Chemin de fer, mai, 1976
18. Buzdugan Ghe., Mihăilescu E., Radeș M., - Măsurarea vibrațiilor, Ed. Academiei RSR, București, 1979
19. Buzdugan Ghe., L.Fetcu, Radeș M., - Vibrații mecanice, E.D.P., București, 1982
20. Buzdugan Ghe. - Rezistența materialelor, Ed. Academiei RSR, București, 1986
21. Cleon L.M. - Resistance pasive appliquee au TGV 2N, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1993

22. Covaciu A. - Contribuții la studiul boghiurilor locomotivelor diesel electrice și electrice de puteri mari și foarte mari pe 6 osii cu suspensia locomotivei în două trepte, Teza de doctorat, Timișoara, 1982
23. David I. - Calculul și construcția structurilor portante, Lito. IPTVT, 1982
24. Daffos J. - Le bogie Y 237 (sauf la suspension secondaire) - Soudage et techniques connexes, mars - april, 1987
25. Demic M. - Optimisation of vehicle elasto damping elements characteristics from the aspect of ride comfort, Vehicle System Dynamics, vol 23, nr. 1, march 1994
26. Dincă F., Teodosiu C. - Vibrații neliniare și aleatoare, Ed. Acad. RSR, București, 1969
27. Dionin Y.V., Kovtun E.N., Markova O.M. - Self excited vibrations of railway vehicle with dry friction units, Vehicle System Dynamics, vol 23, nr. 1, ian 1994
28. Dungan M.C. - Vagoane și frâne, vol I, Lito IPTVT, Timișoara, 1989
29. Eismann W., Schiehlen W. - Dynamical measurement in vehicles by transputer technology, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, 1993
30. Ellis J.R. - An introduction to the dynamic properties of vehicle suspensions, Proc. Inst. Mech. Engrs. 1964
31. Elsner O., Schnaas J. - Hollow extrusions refine Pendolino body structures, Railway Gazette International, oct., 1993
32. Gaftanau M., Poterașu V.F., Mihalache M. - Elemente finite și de frontieră cu aplicații la calculul organelor de mașini, Ed. Tehnică, București, 1987
33. Gârbea D. - Analiză cu elemente finite, Ed. Tehnică, București, 1990
34. Gimenez J.G., Kik W., Pascal J.P., Sauvage G. - Simulation of the IAVSD with MEDYNA, SIDIVE and VOCCO, Supplement to VSD, vol 22, 1994
35. Gheorghiu A.A. - Statica construcțiilor, Ed. Tehnică, București, 1980
36. Gligor T. - Studiul vibrațiilor laterale ale locomotivei diesel electrice 060 DA, Teză de Doctorat, Timișoara, 1974
37. Hangan S., Crainic L. - Concepte și metode energetice în dinamica construcțiilor, Ed. Academiei RSR, București, 1980
38. Harada H., Iwasaki T. - Stability criteria and objective evaluation of a driver vehicle system for driving in lane change and against crosswind, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, 1993
39. Harris C.A., Crede C.E. - Șocuri și vibrații, Ed. Tehnică, București, 1968
40. Hiller M., Schnelle K.P., Van Zanten A. - FASIM - a modular program for simulation of nonlinear vehicle dynamics, Supplement to VSD, vol 22, ISBN 90 - 265 - 1365 - 8, 1994
41. Hoancă V., Dungan M.C., Turoș Ghe., Pap P., Păun S., Raicov P.C., Manga M.P. - Stabilirea nivelului de eforturi pentru rama boghiului L.E. 5100 kW prin metoda elementului finit la rama proiectată de CCSITEH Reșița, Contract de Cercetare Științifică 1991, beneficiar CAROMET S.A. Caransebeș
42. Hoancă V., Dungan M.C., Turoș Ghe., Pap P., Păun S., Raicov P.C., Manga M.P. - Calculul ramei boghiului de la locomotiva de 5100 kW pentru export Yugoslavia Sesiunea de Comunicări Științifice, Univ. "A. Vlaicu" Arad, 1992
43. Hoancă V., Dungan M.C., Turoș Ghe., Pap P., Păun S., Raicov P.C., Manga M.P. - Determinarea prin metoda elementului finit a stării de tensiune și de deformație a ramei boghiului la circulația în curbă a locomotivei cu boghiuri articulate cu cuplă elastică înclinată Sesiunea de Comunicări Științifice, I. P. București, 1992

44. Hoancă V., Dungan M.C., Turoș Ghe., Pap P., Păun S., Raicov P.C., Manga M.P. - Analiza variantelor constructive ale boghiurilor pentru tramvai și alegerea soluției optime, Contract de Cercetare Științifică 1994, beneficiar: CAROMET S.A. Caransebeș
45. Hoancă V., Raicov P.C. - Studiul răspunsului dinamic al vehiculului feroviar cu două repte de suspensie la excitații sinusoidale în fază ale osiilor, Simpozion "Realizări și perspective în domeniul materialului rulant de cale ferată", Univ. "Politehnica" București, 1994
46. Hoancă V., Raicov P.C., Manga M.P. - Studiul oscilațiilor libere ale tramvaiului echipat cu boghiuri bimotoare CAROMET 1, utilizând metoda elementului finit, Contract de Cercetare Științifică nr. 001/24.01.1995, faza 1, beneficiar CAROMET S.A. Caransebeș
47. Hoancă V., Raicov P.C., Manga M.P. - Studiul oscilațiilor libere ale tramvaiului echipat cu boghiuri bimotoare CAROMET 1, utilizând metoda elementului finit, Contract de Cercetare Științifică nr. 001/24.01.1995, faza 2, beneficiar CAROMET S.A. Caransebeș
48. Hoancă V., Raicov P.C., Dungan M.C., Turoș Ghe., Pap P., Păun S., Manga M.P. - Studiul oscilațiilor libere ale tramvaiului echipat cu boghiuri bimotoare CAROMET 1, utilizând metoda elementului finit, Contract de Cercetare Științifică nr. 001/24.01.1995, faza 4, beneficiar CAROMET S.A. Caransebeș
49. Hoancă V., Raicov P.C., Pitea G. - Determinarea modurilor proprii de vibrație ale boghiului CAROMET cu metoda elementului finit, Analele Universității Oradea, 1995
50. Hoancă V., Raicov P.C. - Determinarea modurilor proprii de vibrație ale tramvaiului echipat cu boghiuri CAROMET cu metoda elementului finit, Analele Universității Oradea, 1995
51. Hoancă V., Raicov P.C. - A study of eigenvalues and of mode shapes of a passenger car using finite element method, Proceedings of the 2nd International Scientific Conference "HEAVY MACHINERY HM '96". Kraljevo, june., 1996
52. Huebner K.H. - The finite element method for engineers, John Wiley and sons, New York, 1975
53. Hughes T.J.R. - The finite element method, Prentice - Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1987
54. Ionescu T.G. - Aspecte ale evaluării asistate de calculator a dinamicii vehiculelor de cale ferată (IV), Rev. Transp. Căi Ferate, apr., 1990
55. Ionescu T.G. - Aspecte ale evaluării asistate de calculator a dinamicii vehiculelor de cale ferată (V), Rev. Transp. Căi Ferate, iul.-oct., 1990
56. Ionescu T.G. - Aspecte ale evaluării asistate de calculator a dinamicii vehiculelor de cale ferată (VI), Rev. Transp. Căi Ferate, ian.-febr., 1991
57. Ivan M. - Bazele calculului linear al structurilor, Ed. Facla, Timișoara, 1985
58. Joly R. - Essais de dynamique ferroviaire, Revue Generale de Chemin de fer, aug., 1975
59. Kalker J.J. - On the rolling contact of two bodies in the presence of dry friction, Ph. D. Thesis, Univ. Delft, 1967
60. Kiss B. - The city tramcar bogies developed by Ganz-Hunslet. 3rd International Conference on railway bogies and running gears, Budapest, sept., 1995
61. Knothe K., Stichel S. - Direct covariance analysis for the calculation of creepages and creep forces for various bogies on straight track with random irregularities, Vehicle System Dynamics, vol 23, nr. 3, march 1994

62. Kortum W. - Review of multibody computer codes for VSD, Multibody computer codes in vehicle system dynamics, Supplement to VSD, vol 2, 1994
63. Lacote F., Pascault G. - La transmission voie machiné, Revue Generale de Chemin de fer, feb., 1994
64. Larionescu D. - Metode numerice, Ed. Tehnică, București, 1989
65. Lazarian V.A. - Dinamica vagonov, Izd. Transport, Moskva, 1964
66. Li W. - Active and semiactive systems for optimisation of bogie vehicle primary and secondary suspensions in the lateral plane, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, 1993
67. Luo R.K., Gabbitas B.L., Brickle B.V. - An integrated dynamic simulation of metro vehicles in a real operating environment, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, Supplement of VSD, 1993
68. MacNeal R.H. - Finite elements: their design and performance, Marcel Dekeer Inc., 1994, ISBN 0-8247-9162-2
69. Marinescu Gh., Rizzoli I., Popescu I., Ștefan C. - Probleme de analiză numerică rezolvate cu calculatorul, Ed. Academiei RSR, București, 1987
70. Martin H.C., Carey G.F. - Introduction to finite element analysis, McGraw - Hill, 1973
71. Marwan D., Demonsant E., Wiart A. - Absorption d'energie et simulation numerique de choc, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1993
72. Mauzin A. - Etude de la suspension verticale d'un vehicul feroviar, Bul. d'A.I du Congres de Chemin de Fer, Juil 1968
73. Munteanu M. - Introducere în dinamica mașinilor vibratoare, Ed. Acad. RSR, București, 1986
74. Nishimura S., Sugiyama K. - On the rolling characteristics of rail vehicles equipped with negative springs, Extensive Abstracts of the 3rd International Conference on railway bogies and running gears, Budapest, sept., 1995
75. Olariu V., Brătianu C. - Modelare numerică cu elemente finite, Ed. Tehnică, București, 1985
76. Pacoste C., Stoian V., Dubină D. - Metode moderne în mecanica structurilor, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1988
77. Panagin - La dinamica del veiccolo ferroviaria, Libreria Editrice Universitaria Levetto & Bella, Torino
78. Pascariu I. - Elemente finite. Concepte. Aplicații., Ed. Militară, București, 1985
79. Pașca N. - Contribuții la studiul stabilității de mers a vehiculelor feroviare cu calculatoare analogice și numerice cu referire la posibilitățile de sporire a vitezei locomotivei 060 EA la 200 km/h
80. Popistaș Al., Nicolescu C., Tilea D. Moțoc V., Roman M., Stoica M., Homeghiu C., Manuilă A., Covic P., Macovei T., Constantin I., Matei M. - Determinarea stabilității și capacității de frânare la vagonul WIT export Grecia cu viteza maximă de 160 km/h, Contract 2184/1982, ICPTT, București, 1982
81. Portefaix A. - L' interface roue - rail, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1976
82. Posea N. - Calculul dinamic al structurilor, Ed. Tehnică, București, 1991
83. Prud'homme A. - La voie, Revue Generale de Chemin de fer, ian., 1970
84. Prud'homme A. - Les problemes que pose, pour la voie, la circulation des rames a grande vitesse, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1976

85. Radeş M. - Metode dinamice pentru identificarea sistemelor mecanice, Ed. Academiei, Bucureşti, 1979
86. Raicov P.C., Hoancă V., Turoş Ghe. - Determinarea modurilor proprii de vibraţie ale unui vehicul de transport urban cu două trepte de suspensie cu metoda elementului finit, Volumul cu Lucrările Sesiunii de Comunicări Stiinţifice, Univ. "Eftimie Murgu", Reşiţa, oct. 1993
87. Raicov P.C., Turoş Ghe. - Comparaţia metodelor de calcul a rigidităţii laterale a arcurilor elicoidale, Sesiunea de Comunicări Stiinţifice, Univ. "A. Vlaicu" Arad, 1994
88. Raicov P.C., Nicolescu M., Ungureanu C. - Aplicarea metodei elementului finit la calculul formelor proprii de oscilaţie ale vagoanelor de cale ferată, Simpozion Naţional - Incercarea vehiculelor de tracţiune feroviară, vol II, Craiova, 1994
89. Raicov P.C., Salcă F. - Determinarea modurilor proprii de vibraţie la locomotiva electrică 060 EA cu metoda elementului finit, Simpozion Naţional - Incercarea vehiculelor de tracţiune feroviară, vol II, Craiova, 1994
90. Raicov P.C., Hoancă V., Turoş Ghe. - Determinarea modurilor proprii de oscilaţie ale unui vehicul de transport urban, Simpozion Naţional - Incercarea vehiculelor de tracţiune feroviară, vol II, Craiova, 1994
91. Raicov P.C., Hoancă V. - Analiza comportării dinamice a vehiculelor urbane de cale ferată, cu MEF sub acţiuni perturbatoare sinusoidale, Sesiunea de Comunicări Stiinţifice a I. C. M. E. T., Craiova, 1994, vol 2
92. Raicov P.C. - Determinarea modurilor proprii de vibraţie structurale ale boghiului de tramvai TIMIS 2, Simpozion "Realizări şi perspective în domeniul materialului rulant de cale ferată", Univ. "Politehnica" Bucureşti, 1994
93. Raicov P.C., Hoancă V. - Calculul formelor proprii de vibraţie ale vagonului de călători prin modelare numerică. Analele Univ. Oradea, 1996
94. Raicov P.C., Hoancă V. - Model de calcul al răspunsului dinamic al unui vehicul feroviar la excitaţiei sinusoidale în opoziţie de fază ale osiilor. Analele Univ. Oradea, 1996
95. Raicu S., Maşala G. - Transport feroviar, Ed. Stiinţifică şi enciclopedică, 1981
96. Resiga R., Raicov P.C. - Design optimisation of the synchronization system for high pressure intensifier using the FEM- method, Proceedings of the 2'nd National Conference on Boundary and Finite Element, Section 2-1, Sibiu, 1993
97. Rimbaud M., Lallet P., Tourace J.C. - L'Allegement de chassis de bogies mecano-soudes des TGV, Revue Generale de Chemin de fer, nov., 1993
98. Ripke B., Hempelman K. - Model prediction of track loads and rail corrugation, Railway Gazette International, iul. 1994
99. Rocard Y. - La stabilite de route des locomotives, Herman & C^{ie}, 1935
100. Rus L. - Náhodné procesy a přenosove funkce kolejových vozidel v příčném směru, Technické Zpravy, 3, 1976
101. Rus L. - Dynamické systémy buzené náhodnými procesy - metoda konečných prvků, Technické Zpravy, 7, 1980
102. Rus L. - Dynamická odezva lokomotivy náhodné buzení od nerovnosti tratě, Technické Zpravy, 16, 1984
103. Ryan R.R. - ADAMS - Mechanical system simulation software. Supplement to VSD, vol 22, 1994
104. Saharou A.C., ş.a. - Metod konečnih elementov v mehanike tverđih tol, Kiev, 1982
105. Sandi H. - Elemente de dinamica structurilor, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1983

106. Sandi H. - Metode matriceale în mecanica structurilor, Ed. Tehnică, București, 1975
107. Sauvage G., Sartori C. - Stabilité des véhicules a grande vitesse, Etude théorique de la dynamique transversale d'un bogie dans la voie, Revue Generale de Chemin de fer, apr. 1977
108. Sauvage G., Doreau R. - Dix ans d'exploitation du banc d'essai dynamique des suspensions, Revue Generale de Chemin de fer, mai, 1978
109. Sauvage G., Pascal J.P. - Solution of the multiple wheel and rail contact dynamic problem, Vehicle System Dynamics, 19, 1990
110. Scheiber E., Lixândroi D. - MATHCAD. Prezentare și probleme rezolvate, Ed. Tehnică, București, 1994
111. Schwartz W. - The multibody program MEDYNA, Supplement to VSD, vol 22, ISBN 90 - 265 - 1365 - 8, 1994
112. Sebeșan I., Hanganu D. - Proiectarea suspensiilor pentru vehicule pe sine, Ed. Tehnică, București, 1993
113. Sebeșan I. - Dinamica vehiculelor de cale ferată, Ed. Tehnică, București, 1995
114. Sharp R.S. - Testing and demonstrating the capabilities of multibody software systems in a vehicle dynamics context, Supplement to VSD, vol 22, ISBN 90 - 265 - 1365 - 8, 1994
115. Silaș Ghe. - Mecanică. Vibrații mecanice, EDP, București, 1968
116. Sostarics G., Balogh V. - Vasúti Járművek Tankönyvkiadó, Budapest, 1991
117. Soua B., Pascal J.P. - Automatic simulation of irregular longitudinal wear of high speed wheel profiles, Extensive Abstracts of the 3rd International Conference on railway bogies and running gears, Budapest, sept., 1995
118. Stuart R.D. - Introducere în analiza Fourier cu aplicații în tehnică, Ed. Tehnică, București, 1971
119. Suda Y. - High speed stability and curving performance of longitudinally unsymmetric trucks with semiactive control, Vehicle System Dynamics, vol 23. nr. 1, ian 1994
120. Șerb G.A. - Proiectarea structurilor asistată de calculator, Ed. Militară, București, 1989
121. Tajima S., Hikada H., Morimura T. - Honing weight lift speeds and comfort, Railway Gazette International, aug., 1993
122. Teodorescu P.P., Ilie V. - Teoria elasticității și introducere în mecanica solidelor deformabile. vol II și III, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1980
123. Tfirst G. - Investigation into the vertical spring stiffness conditions of swinging arm type axle-box guidance systems. 3rd International Conference on railway bogies and running gears, Budapest, sept., 1995
124. Timoshenko S., Woinewski-Krieger S. - Teoria plăcilor plane și curbe, (traducere din limba engleză), Ed. Tehnică, București, 1968
125. Timoshenko S., Young D.H., Weaver W. jr. - Vibration problems in engineering, 4th edition, John Wiley & Sons, 1974
126. Tro M., Coutsy - Etude théorique de l'évolution des défauts de nivellement longitudinal d'une voie ferrée sous l'action de charges roulantes répétées, Revue Generale de Chemin de fer, mai, 1972
127. Ursu C. - Studiul oscilațiilor verticale ale locomotivelor diesel de mare viteză, Teză de doctorat, Timișoara, 1974
128. Ursu C. - Dinamica materialului rulant, Lito.I.P.T., 1981

129. Vasiliev G.V. - Bazele calculului structurilor aeronautice cu pereți subțiri, vol. 2, Ed. Academiei RSR, București, 1987
130. Wickens A.H. - Dynamic stability of articulated and steered railway vehicles guided by lateral displacement feedback, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, 1993
131. Yan J.M., Wang K.W., Dai H.Y., Fu M.H. Shen L.R. - A study of high speed passenger bogie utilizing the full scale roller testing rig, Proceedings of 13-th IAVSD Symposium, Chendu, Sichuan, P. R. China, 1993
132. Zăgănescu I. - Locomotive și automotoare cu motoare termice, E.D.P., București, 1972
133. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. - The finite element method, 3th Ed., McGraw - Hill, 1977
134. Zobory I. - On simulation of operation conditions of running gears in the period of design, Extensive Abstracts of the 3rd International Conference on railway bogies and running gears, Budapest, sept., 1995
135. * * * - Direction du Materiel, DEPARTEMENT DES MATERIAL NEUFS, Division Freinage MCF 2, Division Essais en Ligne MEL - Voiture des chemins de fer helleniques (O.S.E.), essais de freinage, essais de risque au deraillement, essais de confort et stabilite, 1981
136. * * * - ORE B7/RP7, Utrecht, 1971
137. * * * - ORE B96/ RP4, Utrecht, 1972
138. * * * - ORE B12/ RP8, Utrecht, 1973
139. * * * - ORE B12/ RP17, 4th ed., Utrecht, 1980
140. * * * - SAP 80 - User's guide
141. * * * - Stand pentru încercarea osiilor montate, prospect, REFER București
142. * * * - ICE - High tech on rails, Hestra - Verlag, Darmstadt, 1986
143. * * * - Aplicacion de la norme ISO 2631 au transport ferroviaire, ORE B 153, Utrecht, 1983
144. * * * - Măsurători experimentale ale tramvaiului TIMIȘ, CCSITVA Arad, 1988