UNIVERSITATEA TEHNICA TIMISOARA

FACULTATEA DE ELECTRONICA SI TELECOMUNICATII

ing. Adrian Budura

STUDIUL REZONATOARELOR CU CUART CU APLICATII IN DOMENIUL SENZORILOR

Teză de doctorat

Conducător ştiinţific
Prof.dr.ing.Eugen Pop

1993

CUPRINS

pag.

INTRODUCERE

Rezonatorul construit pe baza cristalului de cuarț este una din remarcabilele realizări ale ultimelor decenii. Această poziție privilegiată în cadrul dispozitivelor tehnice se datorează atât complexității fenomenelor fizice implicate în funcționarea sa, a operațiilor delicate cerute pentru fabricarea rezonatoarelor, cât și proprietăților de material deosebite ale cuarțului care oferă dispozitivului precizie, fiabilitate și cost redus.

Un astfel de rezonator este realizat a funcționa pentru frecvențe de 50 MHz pentru un domeniu de temperatură de -55 la +105°C cu o abatere maximă de la frecvența prescrisă de 50ppm. Deși amplitudinile oscilației unui punct material de pe suprafata plăcii de cuarț care vibrează sunt de ordinul câtorva distanțe atomice, forțele mecanice care intervin au valori semnificative. Pentru un rezonator realizat pe frecvența de 50 MHz există accelerații ale punctelor de pe suprafața acestuia de câteva milioane de "g".

De la descoperirea efectului piezoelectric de către frații Pierre și Jaques Curie în 1880 până în perioada primului război mondial, cristalul de cuarț a fost mai mult o curiozitate științifică. In timpul acestei conflagrații profesorul Langevin va folosi plăci de cristal de cuarț excitate piezoelectric pentru producerea undelor ultrasonore, creind astfel prima variantă de sonar, care a fost utilizată la detecția submarinelor.

In 1920 W.G.Cady realizează primul oscilator cu frecvența controlată cu ajutorul unui rezonator de cuarț, iar în 1926 un post de radio din New York avea controlul frecventei de emisie realizat cu ajutorul cuarțului. In 1929 grupuri de cercetători din Germania, Japonia şi America au descoperit tăieturile AT şi BT pentru cristalele de cuarţ care prezintă un coeficient scăzut de variaţie a frecvenţei de rezonanţă cu temperatura. Tăietura AT este cea mai utilizată în construcţia rezonatoarelor, dar în prezent se utilizează din ce în ce mai des o tăietură dublu rotită care are un coeficient scăzut al variaţiei frecvenţei de rezonanţă cu variaţia tensiunilor mecanice care apar în placa de cuarţ, tăietura SC.

Dacă în anul 1940 armata U.S.A. estima necesarul de rezonatoare de cuarţ la 100.000 de bucăţi anual, la sfârşitul războiului se utilizau 30 de milioane de astfel de unităţi.

In anii ,'60 în proiectarea rezonatoarelor piezoelectrice de frecvenţă înaltă are loc o adevărată revoluţie prin introducerea principiului "capcanei de energie" prin lucrările lui Mortley şi Shockley, care face posibilă obţinerea unor rezonatoare cu calităţi superioare.

Lucrările lui R.D.Mindlin, H.F.Tiersten şi ale altor cercetători au adus o contribuţie majoră în dezvoltarea acestui domeniu, ilustrând astfel preocuparea constantă a comunităţii ştiinţifice faţă de rezonatoarele construite pe baza cristalelor de cuarţ.

Interesul pentru rezonatoarele de cuarţ este la fel de ridicat şi în prezent legat în primul rând de cererea continuă de spaţiu în domeniu frecvenţelor radio, de controlul frecvenţei în domeniul industrial şi nu în ultimul rând de noile aplicaţii ale rezonatoarelor ca senzori. Termometrele realizate pe baza cristalelor de cuarţ sunt capabile să ofere aproape instantaneu o informaţie digitală, relaţia frecvenţă de rezonanţă-tensiune elastică pentru rezonatoarele de cuarţ este utilizată ca indicator de presiune, iar în domeniul microbalanţelor rezonatorul de cuarţ prin relaţia dintre frecvenţa de rezonanţă şi masa suplimentară depusă este larg utilizat. Calităţile cristalului de cuarţ vor asigura cu siguranţă şi pe viitor noi aplicaţii în domeniul senzorilor, rezonatoarelor de acest tip.

In lucrarea de faţă autorul studiază efectele produse asupra frecvenţei de rezonanţă datorită perturbaţiilor ce au o distribuţie neuniformă pe suprafaţa cristalului de cuarţ, cu aplicaţii în construcţia senzorilor. Prin perturbaţie se înţelege modificarea unui parametru fizic exterior rezonatorului cum ar fi temperatura sau presiunea, care duc la perturbarea funcţionării normale a rezonatorului care se manifestă prin modificarea frecvenţei de rezonanţă.

Autorul propune un model termic pentru explicarea variaţiei frecvenţei de rezonanţă la încălzirea locală cu radiaţie laser, o metodă originală pentru investigarea distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie pe suprafaţa de oscilaţie a rezonatorului de cuarţ în tăietură AT prin scanarea acesteia cu un fascicul laser de mică putere precum şi o metodă de apreciere a uniformităţii depunerii de masă suplimentară la utilizarea rezonatorilor de cuarţ pentru microbalanţe.

Lucrarea este structurată în şase capitole şi opt anexe, având în final o listă cu 96 de titluri bibliografice.

*

Teza de doctorat "Studiul rezonatoarelor cu cuarţ cu aplicaţii în domeniul senzorilor" a fost elaborată sub îndrumarea permanentă şi competentă a dl.prof.dr.ing.Eugen Pop, căruia autorul îi rămâne profund îndatorat, aducându-i şi pe această cale cele mai respectuoase şi calde mulţumiri.

CAPITOLUL 1

STADIUL ACTUAL AL CERCETARILOR PRIVIND MODIFICAREA FRECVENTEI DE REZONANTA A REZONATOARELOR CU CUART LA ACTIUNEA UNOR PERTURBATII

Comportarea rezonatoarelor cu cuarţ în funcţie de modificarea temperaturii mediului înconjurător a fost intens studiată pentru a se găsi acele direcţii de tăiere pentru plăcile de cuarţ care să ofere o variaţie cu temperatura a frecvenţei de rezonanţă cât mai scăzută. Eforturi de cercetare însemnate au fost canalizate pentru a modela comportarea rezonatoarelor la o încălzire uniformă a plăcii de cuarţ.

La începutul anilor ´80 s-au efectuat cercetări pentru a analiza comportarea rezonatoarelor cu cuarţ la modificarea în timp a temperaturii plăcii [3][9] ceea ce a impus utilizarea teoriei perturbaţiilor, dezvoltată pentru rezonatoarele cu cuarţ de H.F.Tiersten [77],[79],[81], precum şi determinarea constantelor de material liniare şi neliniare pentru cuarţ, cât şi a derivatelor de ordinul întâi şi al doilea ale acestora cu temperatura.

Primele studii admiteau o modificare a temperaturii uniformă în toată masa plăcii de cristal [48], ulterior s-a admis un gradient de temperatură doar în grosimea plăcii [27], ca apoi prin lucrările lui J.P.Valentin să se ia în considerare şi un gradient de temperatură în planul plăcii [85],[86],[87]. Gradientul de temperatură pentru care s-au efectuat studiile apare în placă datorită disipării energiei de vibraţie sub formă de căldură care nu se face uniform în placa de rezonator. Referinţele despre cercetările legate de modificarea frecvenţei de rezonanţă datorată unui gradient termic indus în placa de cuarţ datorită unei perturbaţii sunt mult mai sărace, dar utilizarea rezonatoarelor de cuarţ termostatate prin încălzire locală [4], precum şi utilizarea rezonatoarelor ca senzori pentru măsurarea puterii radiaţiei laser fac necesară aprofundarea acestei teme. Două aspecte sunt deosebit de importante, cunoaşterea şi aplicarea teoriei perturbaţiilor pentru calculul variaţiei frecvenţei de rezonanţă, precum şi cunoaşterea coeficienţilor de material liniari şi neliniari pentru cuarţ împreună cu derivatele acestora cu temperatura. Deoarece pentru tăieturile de tip AT şi SC variaţia frecvenţei de rezonanţă cu temperatura are o expresie cubică, pentru a putea analiza fenomenul în profunzime este necesar să cunoaştem până la a treia derivată cu temperatura a constantelor de material.

1.1. Proprietăţile elastice, piezoelectrice şi dielectrice ale cristalelor.

Deoarece un cristal piezoelectric este în acelaşi timp un condensator, un motor şi un generator, trebuie să considerăm un set de trei constante pentru a descrie complet comportarea acestuia [9][35]. Aceste constante sunt constantele dielectrice, elastice şi piezoelectrice.[93]

Tensiunea elastică exercitată asupra oricărui cub elementar de material care are muchiile de-a lungul celor 3 axe x_1, x_2 şi x_3 poate fi exprimată considerând componentele tensiunii elastice pe fiecare faţă a cubului conform figurii 1.1.

Pentru un mediu nepolarizat tensorul tensiunii elastice este simetric, respectând relaţia:

$$T_{ij}=T_{ji} \tag{1.1}$$

Astfel, starea de tensiune elastică în vecinătatea unui punct dat este descrisă de şase componente independente T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{22}, T_{23}, şi T_{33}.

Deformarea unui corp elastic implică deplasarea celulelor elementare învecinate ale acestuia. Pentru a descrie deplasarea la momentul de timp t, să considerăm poziţia unei celule elementare date a corpului în cadrul unui sistem ortogonal de axe a fi x_1, x_2,

x_3. In momentul de timp inițial t_0, poziția aceleiași celule elementare în același sistem ortogonal de axe este a_1, a_2, a_3. In mod uzual coordonatele a_i (i=1..3) se numesc coordonate de material, iar coordonatele x_i (i= =1..3) se numesc coordonate spațiale [93]. Coordonatele spațiale se pot exprima în funcție de coordonatele materiale și invers :

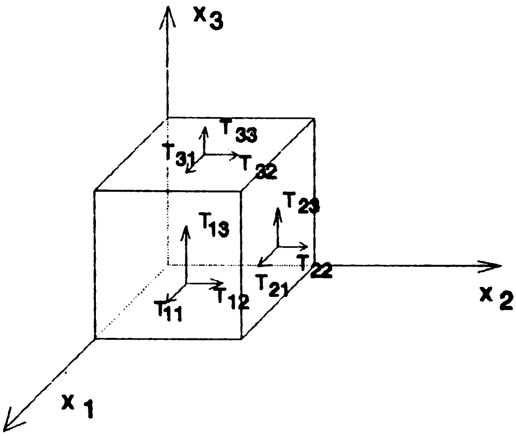


Figura 1.1 Componentele tensiunii elastice care acționează asupra unei celule unitare

$$x_i = x_i(a_1, a_2, a_3) \qquad a_i = a_i(x_1, x_2, x_3) \tag{1.2}$$

Deplasarea unei celule elementare poate fi exprimată prin vectorul $\bar{u}$ al deplasării ale cărui componente sunt:

$$u_i = x_i - a_i \qquad (i=1,2,3) \tag{1.3}$$

Admițând că, coordonatele a_i și variațiile lor infinitezimale da_i sunt variabile independente, variațiile infinitezimale dx_i pot fi calculate astfel :

$$dx_i = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial x_i}{\partial a_j} da_j \tag{1.4}$$

Utilizând regula de însumare după indicii care se repetă, a lui Einstein din analiza tensorială, relația (1.4) se poate scrie sub forma :

$$dx_i = \frac{\partial x_i}{\partial a_j} da_j \tag{1.5}$$

Dacă presupunem două celule elementare ale aceluiaşi corp fizic infinit apropiate una de cealaltă, coordonatele lor iniţiale se pot scrie sub forma a_i şi a_i+da_i. Pătratul distanţei dintre cele două celule elementare poate fi exprimat ca:

$$ds_0^2 = da_i * da_i \tag{1.6}$$

Deformarea unui corp duce la modificarea distanţei dintre elemente. Componentele tensorului de deformaţie în coordonate materiale η şi aceleaşi componete în coordonate spaţiale $\eta*$ se pot deduce din ecuaţiile :

$$\begin{gathered} dx_i dx_i - da_i da_i = 2\eta_{ik} da_j da_k \\ dx_i dx_i - da_i da_i = 2\eta_i^* dx_i dx_i \end{gathered} \tag{1.7}$$

Variabilele η şi $\eta*$ se numesc tensorii de deformaţie ai lui Green, respectiv ai lui Chauchy [90][4], şi pot fi calculaţi din ecuaţiile (1.7) având expresiile :

$$\eta_{jk} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial a_k} + \frac{\partial u_k}{\partial a_j} + \frac{\partial u_i}{\partial a_j}\frac{\partial u_i}{\partial a_k}\right) \tag{1.8}$$

$$\eta_{jk} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\right) \tag{1.9}$$

1.1.2.Teoria liniară a piezoelectricităţii

Teoria liniară a piezoelectricităţii presupune că gradientul deplasărilor este suficient de mic pentru a neglija al treilea termen din partea dreaptă a ecuaţiilor (1.8) şi (1.9) astfel că deplasarea devine o simplă elongaţie. In acest caz tensorul de deformaţie al lui Green η_{ij} devine tensorul de deformaţie infinitezimal S_{ij}. Componentele tensorului rezultant sunt definite astfel:

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial a_j}+\frac{\partial u_j}{\partial a_i}\right) \qquad (1.10)$$

Deoarece formele liniarizate ale tensorului deformaţiilor S_{ij} sunt mai degrabă funcţii de x_j decât de a_j se obişnuieşte a se nota:

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (1.11)$$

Tensorul de deformare este un tensor de ordinul 2 cu 9 componente din care şase sunt independente S_{11}, S_{12}, S_{13}, S_{22}, S_{23} şi S_{33}.

In afară de tensorul deformaţiilor S_{ij}, care exprimă simple elongaţii, există de asemenea o uşoară rotaţie în jurul liniei imaginare care conectează două celule elementare vecine ale corpului. Dacă deformaţia este mică, rotaţia poate fi exprimată prin următoarea ecuaţie [93][9][75] :

$$\omega_{ij}=-\omega_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}-\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \qquad (1.12)$$

Pentru gradienţi de deformaţie neglijabili fiecare din componentele tensorului tensiunilor poate fi exprimat ca o combinaţie liniară de componente ale tensorului deformaţiilor, şi invers :

$$T_{ij}=c_{ijkl}S_{kl} \qquad S_{kl}=s_{klij}T_{ij} \qquad (i,j,k,l=1,2,3) \qquad (1.13)$$

Constantele c_{ijkl} formează un tensor de rang patru numit tensorul coeficienţilor elastici, iar constantele s_{klij} formează tensorul coeficienţilor de maleabilitate (complianţă elastică) care are tot rangul patru.

Ţinând seama de simetria tensorilor se foloseşte un sistem de notații reduse în care perechea de indici (ij) se înlocuieşte cu un singur indice (λ) :

$$pentru\, i=j.....\lambda=i,j \qquad i\neq j...\lambda=9-i-j \qquad (1.14)$$

şi astfel se reduce sistemul de notare.

Tot în strânsă relație cu simetria tensorilor în practica curentă se fac urmatoarele notații:

$$\begin{aligned}
&S_\lambda=S_{ij} \quad pt. \quad i=j; \quad \lambda=1,2,3\\
&S_\lambda=2S_{ij} \quad pt. \quad i\neq j; \quad \lambda=4,5,6\\
&s_{\lambda\mu}=s_{ijkl} \quad pt. \quad i=j \quad si \quad k=l\\
&s_{\lambda\mu}=2s_{ijkl} \quad pt. \quad i\neq j \quad sau \quad k\neq l\\
&s_{\lambda\mu}=4s_{ijkl} \quad pt. \quad i\neq j \quad si \quad k\neq l
\end{aligned} \qquad (1.15)$$

şi în conformitate cu relațiile de mai sus, relațiile între componentele infinitezimale ale tensorului de deformație şi deplasările celulelor elementare devin :

$$\begin{aligned}
&S_1=\frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad S_2=\frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad S_3=\frac{\partial u_3}{\partial x_3}\\
&S_4=\frac{\partial u_2}{\partial x_3}+\frac{\partial u_3}{\partial x_2}, \quad S_5=\frac{\partial u_3}{\partial x_1}+\frac{\partial u_1}{\partial x_3}, \quad S_6=\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}
\end{aligned} \qquad (1.16)$$

Formula legii lui Hooke devine astfel:

$$\begin{aligned}
&T_\lambda=c_{\lambda\mu}S_\mu \qquad S_\mu=s_{\lambda\mu}T_\mu \qquad pt. \quad \lambda,\mu=1...6\\
&s_{\lambda\tau}c_{\mu\tau}=\delta_{\lambda\mu} \qquad \lambda,\mu,\tau=1...6
\end{aligned} \qquad (1.17)$$

unde $\delta\lambda$ este simbolul lui Kronecker.

Un câmp electric acţionând asupra unui material dielectric produce o polarizare. Din punct de vedere macroscopic ecuaţia de polarizare:

$$\bar{D} = \varepsilon_0 \bar{E} + \bar{P} \qquad (1.18)$$

descrie relaţia ce există între intensitatea câmpului electric $\bar{E}$, inducţia electrică $\bar{D}$ şi polarizarea $\bar{P}$. Vectorul de polarizare $\bar{P}$ dintr-un punct anumit din dielectric este egal cu momentul electric al dipolului unităţii de volum. Componentele ecuaţiei (1.18) dau relaţiile dintre inducţia electrică şi intensitatea câmpului electric :

$$D_i = \varepsilon_{ij} E_j \qquad (1.19)$$

precum şi relaţia între polarizare şi intensitatea câmpului electric :

$$P_i = \chi_{ij} \varepsilon_0 E_j \quad cu \quad \varepsilon_{ij} = (1+\chi_{ij})\varepsilon_0 \qquad (1.20)$$

unde simbolul ε_{ij} semnifică componentele tensorului de permitivitate, χ_{ij} semnifică componentele tensorului susceptibilităţii iar ε_0 este permitivitatea vidului.

In cazul materialelor piezoelectrice polarizarea electrică este produsă nu numai printr-un câmp electric, dar şi printr-o tensiune elastică care acţionează asupra dielectricului, sau care apare datorită deformării materialului. Fenomenul se numeşte efect piezoelectric direct. Mărimea polarizării $P_i^{(P)}$ datorată fenomenului piezoelectric direct poate fi exprimată prin următoarele ecuaţii:

$$\begin{aligned} P_i^{(P)} &= \varepsilon_0 d_{ijk} T_{jk} \\ P_i^{(P)} &= \varepsilon_0 e_{ijk} S_{jk} \end{aligned} \qquad (1.21)$$

cu i,j,k=1,2,3. Coeficienţii d_{ijk} se numesc componentele tensorului piezoelectric al deformaţiei, iar coeficienţii e_{ijk} se numesc componentele tensorului piezoelectric al tensiunii [93]. Aceşti doi tensori sunt de ordinul trei. Datorită simetriei ei nu au mai mult de 18 componente independente.

Metoda de reducere a notaţiilor indicilor se aplică şi în acest caz după următoarele transformări:

$$
\begin{aligned}
& e_{i\lambda}=e_{ijk} \\
& d_{i\lambda}=2d_{ijk} \quad pt. \quad j=k=\lambda=1,2,3 \\
& d_{i\lambda}=2d_{ijk} \quad pt. \quad j\neq k;\lambda=4,5,6
\end{aligned}
\tag{1.22}
$$

Relaţiile între componentele celor doi tensori piezoelectrici sunt date de următoarele ecuaţii :

$$
\begin{aligned}
& e_{i\lambda}=d_{i\tau}c_{\tau\lambda} \quad pt. \quad i=1,2,3;\lambda,\tau=1...6 \\
& d_{i\lambda}=e_{i\tau}s_{\tau\lambda} \quad pt. \quad i=1,2,3;\lambda,\tau=1...6
\end{aligned}
\tag{1.23}
$$

In ANEXA 1 sunt daţi tensorii tensiunii, deformaţiei şi tensorii piezoelectrici pentru α cuarţ. Datorită simetriei structurii cristaline a cuarţului, numărul componentelor independente ale acestor tensori este mult mai redus.

1.1.3.Ecuaţiile de stare piezoelectrice liniare.

Pentru a produce orice modificare într-o unitate de volum de material dielectric izolat termic este nevoie să se consume energie. Mărimea acestei energii poate fi exprimată prin:

$$dU=T_{\lambda}dS_{\lambda}+E_{i}dD_{i}+\Theta d\sigma \tag{1.24}$$

unde dU este variaţia energiei interne, $T_{\lambda}dS_{\lambda}$ este energia consumată pentru deformarea unităţii de volum a dielectricului izolat termic, $E_{i}dD_{i}$ este energia disipată prin modificarea inducţiei electrice datorată câmpului electric, Θ este temperatura absolută iar $d\sigma$ este modificarea entropiei. Fiecare din aceşti parametrii poate fi exprimat ca o derivată parţială a energiei interne impunând ca ceilalţi doi parametri să rămână constanţi.

$$T_\lambda = \left(\frac{\partial U}{\partial S_\lambda}\right)_{D,\sigma-const.}, \quad E_i = \left(\frac{\partial U_i}{\partial D_i}\right)_{S,\sigma-const}, \quad \Theta = \left(\frac{\partial U}{\partial \sigma}\right)_{S,D-const} \qquad (1.25)$$

Ecuaţiile piezoelectrice de stare se obţin prin diferenţierea celor trei parametrii prezentaţi în ecuaţiile (1.25) conform relaţiilor (1.26) şi se obţin relaţiile dintre variabilele independente ($S\lambda$, D_i, σ) şi variabilele dependente ($T\lambda$, E_i, Θ). Derivatele parţiale din ecuaţiile (1.26) sunt coeficienţi de material. Atât timp cât aceste constante nu sunt influenţate de mărimea variabilelor independente, ecuaţiile de stare sunt liniare.

$$\begin{aligned} dT_\lambda &= \left(\frac{\partial T_\lambda}{\partial S_\mu}\right)_{D,\sigma} dS_\mu + \left(\frac{\partial T_\lambda}{\partial D_k}\right)_{S,\sigma} dD_k + \left(\frac{\partial T_\lambda}{\partial \sigma}\right)_{D,S} d\sigma \\ dE_i &= \left(\frac{\partial E_i}{\partial S_\mu}\right)_{D,\sigma} dS_\mu + \left(\frac{\partial E_i}{\partial D_k}\right)_{S,\sigma} dD_k + \left(\frac{\partial E_i}{\partial \sigma}\right)_{D,S} d\sigma \\ d\Theta &= \left(\frac{\partial \Theta}{\partial S_\mu}\right)_{D,\sigma} dS_\mu + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial D_k}\right)_{S,\sigma} dD_k + \left(\frac{\partial \Theta}{\partial \sigma}\right)_{D,S} d\sigma \end{aligned} \qquad (1.26)$$

In ANEXA 2 sunt prezentate constantele de material care apar în ecuaţiile piezoelectrice de stare şi relaţiile între constantele de material.

Relaţiile dintre tensiunea elastică, deformaţie, intensitatea câmpului electric, inducţia electrică, temperatura absolută şi entropie pot fi derivate din energia internă în condiţii adiabatice sau izotermale, iar în aceste cazuri coeficienţii elastici, respectiv coeficienţii maleabilităţii elastice pot fi definiţi pentru câmp electric constant ($c^E\lambda_\mu$ $s^E\lambda_\mu$), sau pentru inducţie electrică constantă ($c^D\lambda_\mu$ $s^D\lambda_\mu$). De asemenea permitivitatea şi impermeabilitatea dielectrică pot fi definite fie la nivel constant al tensiunii elastice (ϵ^T_{ij} ϵ^T_{ij}), fie la deformare constantă (ϵ^S_{ij} ϵ^S_{ij}). Componentele tensorului piezoelectric al deformaţiilor şi ale tensorului piezoelectric al tensiunilor se definesc în mod similar pentru câmp electric constant şi pentru inducţie electrică constantă. Intre compontele acestori vectori (vezi ANEXA 2) există următoarele relaţii:

$$e^D_{i\lambda}=h^e_{i\lambda}=h_{i\lambda} \quad d^D_{i\lambda}=g^E_{i\lambda}=g_{i\lambda}$$
$$e^E_{i\lambda}=e_{i\lambda} \quad d^E_{i\lambda}=d_{i\lambda} \qquad (1.27)$$

Considerând doar procese adiabatice şi izotermale, cele trei ecuaţii de stare (1.26) se pot reduce la două, din care numai patru variante sunt posibile conform tabelei I.

In afară de tipurile coeficienţilor de material prezentaţi în ANEXA 2 mărimea efectului piezoelectric poate fi exprimată printr-un parametru numit coeficient electromecanic de cuplaj **k**. Acest coeficient reflectă relaţia care există între energiile mecanice

Tabel I Ecuaţiile de stare care descriu efectul piezoelectric

Efect piezoelectric indrect	Efect piezoelectric direct
$T_\lambda=c^E_{\lambda\mu}S_\mu - e_{j\lambda}E_j$	$D_i=s_{i\mu}S_\mu + \epsilon^S_{ij}E_j$
$T_\lambda=c^E_{\lambda\mu}S_\mu - d_{j\lambda}D_j$	$E_i=-d_{i\mu}S_\mu + \beta^S_{ij}D_j$
$S_\lambda=s^E_{\lambda\mu}T_\mu + d_{j\lambda}E_j$	$D_i=d_{i\mu}T_\mu + \epsilon^T_{ij}E_j$
$S_\lambda=s^D_{\lambda\mu}T_\mu + g_{j\lambda}D_j$	$E_i=-g_{i\mu}T_\mu + \beta^T_{ij}D_j$

şi electrice referitoare la unitatea de volum deformată prin acţiuni piezoelectrice conform relaţiilor (1.28), unde W_1, W_{12} şi W_2 sunt energiile elastică, piezoelectrică şi electrică a tăieturii.

$$k^2=\frac{W^2_{12}}{W_1 W_2}$$

$$W_1+W_{12}=\frac{1}{2}S_\lambda T_\lambda \qquad (\lambda=1\ldots 6) \qquad (1.28)$$

$$W_{12}+W_2=\frac{1}{2}D_i E_i \qquad (i=1..3)$$

In caz că deformaţia şi câmpul electric au o singură componenta diferită de zero fiecare, coeficientul de cuplaj are următoarea expresie :

$$k^2{}_{i\lambda}=\frac{e^2{}_{i\lambda}}{e^2{}_{ii}c^E{}_{\lambda\lambda}}=\frac{g^2{}_{i\lambda}}{\beta^T{}_{ii}s^D{}_{\lambda\lambda}} \qquad (1.29)$$

1.1.4. Vibraţiile de forfecare în grosime pentru plăci de cristale de cuarţ acoperite parţial cu electrozi.

Considerăm o placă rectangulară subţire de cuarţ în tăietură AT acoperită parţial cu electrozi conform figurii 1.2 cu grosimea plăcii de 2a. Soluţia aproximativă pentru calculul frecvenţei de rezonanţă cea mai des utilizată în literatura de specialitate se bazează pe ipoteza emisă de R.D.Mindlin că soluţiile ecua-

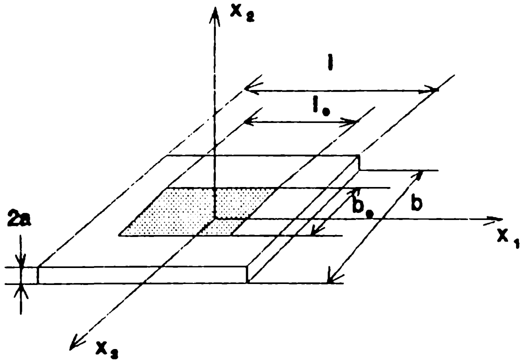


Figura 1.2 Placă rectangulară de cuarţ cu electrozi rectangulari parţiali

ţiilor diferenţiale ce descriu fenomenul piezoelectric, se pot obţine fară a fi necesară specificarea completă a condiţiilor de frontieră într-un spaţiu cu trei dimensiuni.[56]

Pornind de la ecuaţiile piezoelectrice de stare prezentate în tabelul I, R.D.Mindlin a introdus o dezvoltare în serie de puteri dupa direcţia x_2 a deplasării elastice u_j şi a inducţiei electrice D_j :

$$u_j(x)=\sum_{n=0}^{g} x_2^n a_n=\sum_{n=0}^{g} x_2^n u_j^{(n)} \qquad (1.30)$$

$$D_j(x)=\sum_{n=0}^{g} x_2^n b_n=\sum_{n=0}^{g} x_2^n D_j^{(n)}$$

unde $u_j^{(n)}$ respectiv $D_j^{(n)}$ sunt coeficienţi neglijabili pentru n mai mare decât un g dat unde n şi g sunt numere naturale.

Pentru un volum oarecare dat în interiorul cristalului putem scrie:

$$\int_{t_0}^{t} dt \int_{V} [(T_{ij,i}-\rho \ddot{u}_j)\delta u_j + D_{i,i}\delta\phi]\, dV=0 \qquad (1.31)$$

unde două puncte deasupra unui factor înseamnă derivarea dublă în raport cu timpul. Inlocuind relaţiile (1.30) în (1.31) se obţine:

$$\int_{t_0}^{t} dt \int_{A} \sum_{n=0}^{g} [(T_{ij,i}^{(n)}-nT_{2j}^{(n-1)}+F_j^{(n)}-\rho\sum_{m=0}^{g} H_{mn}\ddot{u}_j^{(m)})+ \qquad (1.32)$$

$$+(D_{i,i}^{(n)}+(n+1)D_2^{(n+1)})\delta\phi^{(n)}]\, dA=0$$

unde A este suprafaţa plăcii şi unde:

$$T_{ij}^{(n)}=\int_{-a}^{a} x_2^n T_{ij} dx_2$$
$$F_j^{(n)}=[x_2^n T_{2j}]_{-a}^{a} \tag{1.33}$$
$$\phi^{(n)}=\int_{-a}^{a} x_2^n \phi dx_2$$

sunt componentele rezultate pentru tensiunea elastică, forțe acționând pe suprafața exterioară și potențialul electric al plăcii, iar n semnifică componenta de ordinul n.

Pentru (m+n) egal cu un număr par avem că :

$$H_{mn}=\int_{-a}^{a} x_2^m x_2^n dx_2=\frac{2a^{m+n+1}}{m+n+1} \tag{1.34}$$

iar pentru (m+n) egal cu un număr impar avem $H_{mn}=0$

Deoarece relația (1.31) are loc pentru variații arbitrare a lui $\delta u_j^{(n)}$ respectiv pentru $\delta\phi_j^{(n)}$ relația (1.31) se poate împărți în două ecuații ce reprezintă ecuația mișcării:

$$T_{ij,i}^{(n)}-nT_{2j}^{(n-1)}+F_j^{(n)}=\rho\sum_{m=0}^{g} H_{mn}\ddot{u}_j^{(m)} \tag{1.35}$$

respectiv ecuația privind legea fluxului electric :

$$D_{i,i}^{(n)}+(n+1)D_2^{(n+1)}=0 \tag{1.36}$$

Acestea sunt ecuaţiile care stau la baza calculării frecvenţei de rezonanţă pentru plăcile din cristale de cuarţ.

Revenind din nou la ecuaţiile de stare prezentate în tabelul I, [93] expresiile tensiunilor elastice şi ale inducţiei electrice au forma :

$$T_{ij}^{(m)} = c_{ijkl} \sum_{n=0}^{g} H_{mn} S_{kl}^{(n)} - e_{kij} E_k^{(m)} \tag{1.37}$$

$$\sum_{n=0}^{g} H_{mn} (D_i^{(n)} - e_{ikl} S_{kl}^{(n)}) = e_{ik} E_k^{(m)}$$

iar introducând o cantitate nouă H_{mn}^{-1} definită de :

$$\sum_{m=0}^{g} H_{mr}^{-1} H_{mn} = \delta_{mn} \tag{1.38}$$

a doua ecuaţie (1.37) ia forma :

$$D_2^{(n)} = e_{ikl} S_{kl}^{(n)} + \sum_{m=0}^{g} H_{mn}^{-1} e_{ik} E_{ik}^{(m)} \tag{1.39}$$

Prin aceste relaţii este posibil a se deduce din ecuaţiile tridimensionale referitoare la o placă piezoelectrică un sistem complet de ecuaţii bidimensionale. In aplicaţiile practice este necesar a se utiliza numai un număr finit de termeni ai seriilor de putere prezentate în relaţiile (1.30) pentru a se obţine soluţii ortogonale neambigue.

In cazul taieturii AT proprietăţile elastice, piezoelectrice și dielectrice ale cuarțului corespund unui material cu simetrie monoclinică. Conform [56] dezvoltările în serie (1.30), pentru a calcula frecvența de rezoanță, se fac doar pentru termenii corespunzători lui n=0 și n=1, iar pentru n>1 $u_j^{(n)}=D_j^{(n)}=0$. Termenii diferiți de zero pentru deplasare corespund:

- $u_1^{(0)}$ extensie (compresie) în direcția axei X_1, ca o funcție de coordonatele x_1, x_3 și timp t.
- $u_2^{(0)}$ deformație flexurală în planul X_1X_2 ca o funcție de coordonatele x_1, x_3 și timp t.
- $u_3^{(0)}$ deformație flexurală în planul X_1X_3 ca o funcție de coordonatele x_1, x_3 și timp t.
- $u_1^{(1)}$ deformație de forfecare liniară a unui element de grosime de-a lungul axei X_3 ca o funcție de coordonatele x_1, x_3 și timp t.
- $u_3^{(1)}$ deformație de forfecare liniară a unui element din grosime de-a lungul axei X_1 ca o funcție de coordonatele x_1, x_3 și timp t.

Oscilația care produce o deplasare de forma $u_2^{(1)}$ de extensie de-a lungul axei X_2 este neglijată deoarece toată această teorie de aproximare se bazează pe faptul că grosimea plăcii de cuarț este mult mai mică decât celelalte dimensiuni ale plăcii.

Ecuațiile de stare devin pentru această taietură în condițiile enunțate mai sus:

$$
\begin{aligned}
T_\lambda^{(0)} &= 2a c^{*}_{\lambda\mu} S_\mu^{(0)} - e^{*}_{i\lambda} E_i^{(0)} \\
T_r^{(1)} &= \frac{2}{3} a^3 \gamma_{rs} S_s^{(1)} - e^{**}_{ir} E_i^{(1)} \\
D_i^{(0)} &= e^{*}_{i\mu} S_\mu^{(0)} + \frac{1}{2a} \epsilon^{*}_{ij} E_j^{(0)} - \frac{15}{8a^3} \epsilon_{i2} E_2^{(2)} \\
D_i^{(1)} &= e^{*}_{ir} S_r^{(1)} + \frac{3}{2a^3} \epsilon^{**}_{ij} E_j^{(1)}
\end{aligned}
\qquad (1.40)
$$

unde avem :

$$c_{\lambda\mu}^{*}=c\lambda\nu-\frac{c_{\lambda 2}c_{2\lambda}}{C_{22}} \quad e_{i\lambda}^{*}=e_{i\lambda}-\frac{e_{i2}c_{\lambda 2}}{C_{22}} \quad e_{ij}^{*}=\frac{9}{4}e_{ij}+\frac{e_{i2}e_{j2}}{c_{vw}}$$

$$\gamma_{rs}=c_{rs}-\frac{c_{rw}c_{vs}}{c_{vw}} \quad e_{ir}^{**}=e_{ir}-\frac{e_{iv}c_{rw}}{c_{vw}} \quad e_{ij}^{**}=e_{ij}+\frac{e_{iv}c_{jw}}{c_{vw}} \tag{1.41}$$

Ecuaţiile de mişcare în funcţie de tensiunea elastică au expresiile:

$$\begin{aligned}
&T_{1,1}^{(0)}+T_{5,3}^{(0)}+F_1^{(0)}=2a\rho\ddot{u}_1^{(0)}\\
&T_{6,1}^{(0)}+T_{4,3}^{(0)}+F_2^{(0)}=2a\rho\ddot{u}_2^{(0)}\\
&T_{5,1}^{(0)}+T_{3,3}^{(0)}+f_3^{(0)}=2a\rho\ddot{u}_3^{(0)}\\
&T_{1,1}^{(1)}+T_{5,3}^{(1)}-T_6^{(0)}+F_1^{(1)}=\frac{2}{3}a^3\rho\ddot{u}_1^{(1)}\\
&T_{5,1}^{(1)}+T_{3,3}^{(1)}-t_4^{(0)}+F_3^{(1)}=\frac{2}{3}a^3\rho\ddot{u}_3^{(1)}
\end{aligned} \tag{1.42}$$

iar ecuaţiile derivate din legea fluxului electric au expresiile:

$$\begin{aligned}
&D_{1,1}^{(0)}+D_{3,3}^{(0)}+D_2^{(1)}=0\\
&D_{1,1}^{(1)}+D_{3,3}^{(1)}+2D_2^{(2)}=0
\end{aligned} \tag{1.43}$$

Cu sistemul de ecuaţii (1.42) şi (1.43) se pot calcula frecvenţele de rezonanţă pentru o placă dintr-un material piezo-electric cu coeficienţi de material şi cu dimensiuni date. Pentru modul de oscilaţie de forfecare în grosime care prezintă interes la studiul rezonatoarelor de cuarţ în tăietură AT, şi care deobicei este cuplat şi cu un alt mod de rezonanţă de torsiune sau flexură, ţinând seama de simplificările ce intervin datorită simetriei [93], ecuaţiile de mişcare simplificate sunt:

$$\begin{aligned}
&T_{6,1}^{(0)}=2a\rho\ddot{u}_2^{(0)}\\
&T_{1,1}^{(1)}+T_{5,3}^{(1)}-T_6^{(0}=\frac{2}{3}a^3\rho\ddot{u}_1^{(1)}
\end{aligned} \tag{1.44}$$

unde deplasările $u_2^{(0)}$ şi $u_1^{(1)}$ sunt funcţii armonice în raport cu timpul având deci:

$$\ddot{u}_2^{(0)}=-w^2 u_2^{(0)} \qquad \ddot{u}_1^{(1)}=-w^2 u_1^{(1)} \tag{1.45}$$

Masa electrodului se neglijează în raport cu masa cristalului de cuarț. Tensiunea elastică $T_6^{(0)}$ și momentele $T_1^{(1)}$ și $T_5^{(1)}$ sunt definite de următoarele expresii aproximative:

$$\begin{gathered} T_6^{(0)}=2ak_6^2 c_{66}(u_{2,1}^{(0)}+u_1(0))+k_6 e_{26}\Phi \\ T_1^{(1)}=\frac{2}{3}a^3\gamma_{11}u_{1,1}^{(1)} \\ T_5^{(1)}=\frac{3}{3}a^3\gamma_{55}u_{1,3}^{(1)} \end{gathered} \tag{1.46}$$

cu:

$$k_6^2=\frac{\pi^2}{12}(1-\frac{8}{\pi^2}k_{26}^2)(1+k_{26}^2) \tag{1.47}$$

unde k_{26} este coeficientul de cuplaj electromecanic.

Soluțiile pentru deplasările mecanice necesare la calcularea frecvenței de rezonanță pentru placa de cuarț în tăietură AT care are o oscilație de forfecare în grosime exprimată de prima relație (1.44) cuplată cu o oscilație flexurală dată de a doua relație (1.44) sunt de forma:

$$u_1^{(1)}=C_1\cos\xi_{1p}\frac{x_1}{a} \qquad u_2^{(0)}=C_2\sin\xi_{1p}\frac{x_1}{a} \tag{1.48}$$

unde indicele p se referă că soluțiile propuse sunt pentru zona placată cu electrozi.

Inlocuind soluțiile pentru deplasarea mecanică (1.48) in ecuațiile (1.44) după câteva calcule se obține pentru modul de oscilație în grosime expresia frecvenței de rezonanță:

$$w=\frac{k_6}{2a}\sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}}\sqrt{\frac{\xi_{1p}^2 C_1+a\xi_1 pC_1}{C_2}} \tag{1.49}$$

care pentru condiția ca placa să fie de dimensiuni infinite și placată cu electrozi pe toată suprafața sa oferă soluția bine cunoscută pentru modul de oscilație de forfecare în grosime :

$$f_n=\frac{n}{2a}\sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}} \tag{1.50}$$

unde c_{66} este coeficientul de elasticitate corespunzător tăieturii AT, iar ρ este densitatea cuarțului.

1.1.5.Ecuațiile electroelastice neliniare

Ecuațiile liniare ale piezoelectricității sunt deosebit de utile pentru a descrie problemele privind oscilațiile în materiale solide, propagarea undelor în corpurile solide, dacă amplitudinile de oscilație sunt mici. De asemenea corpul solid care vibrează nu trebuie să fie subiectul unei pretensiuni elastice, unui câmp electric foarte puternic, unui gradient de temperatură, efecte fizice denumite în literatura de specialitate și perturbații. Dacă aceste cerințe nu sunt îndeplinite frecvențele de rezonanță pentru corpurile solide care vibrează se modifică în funcție de felul și intensitatea perturbației, iar calculele care se efectuează trebuie să țină seama de factori de corecție și să includă relații neliniare care derivă din condițiile inițiale.

De exemplu din energia internă U pentru o unitate de volum al unei substanțe date, coeficienții elastici de ordin superior se calculează astfel:

$$c_{ijkl\ldots pq}=\sum\left(\frac{\partial^n U}{\partial\eta_{ij}\partial\eta_{kl}\cdot\cdot\cdot\cdot\partial\eta_{pq}}\right)_{D,\sigma\text{-}const} \tag{1.51}$$

unde $n \geq 2$ este rangul coeficientului elastic.

Rezultă relația între tensiunea elastică-deformație :

$$\begin{gathered}T_{ij}=c_{ijkl}S_{kl}+\frac{1}{2}c_{ijklmn}S_{kl}S_{mn}+\\+\frac{1}{6}c_{ijklmnpq}S_{kl}S_{mn}S_{pq}+\frac{1}{24}c_{ijklmnpqrs}S_{kl}S_{mn}S_{pq}S_{rs}\end{gathered} \tag{1.52}$$

unde u_i, S_{ij} și T_{ij} sunt deplasarea inițială, tensorul deformațiilor și tensorul tensiunilor elastice, și coeficienții elastici liniari şi neliniari până la ordinul patru.

Coeficienţii elastici de ordin n precum şi alţi coeficienţi de rang superior care caracterizează proprietăţile dielectrice, piezoelectrice şi piroelectrice ale cristalelor pot fi calculaţi din energia internă impunând condiţii diferite proceselor fizice. Numărul coeficienţilor de rang superior cât şi valoarea rangului pentru care se fac calculele depind de gradul de universalitate cu care se decide a se descrie condiţiile neliniare particulare ale procesului fizic.

In literatura de specialitate în ultimul deceniu se acordă o atenţie deosebită pentru calcularea şi măsurarea valorilor unor coeficienţi de rang superior pentru cuarţ, cu aplicaţii directe în utilizarea rezonatorilor de cuarţ pentru controlul frecvenţei cât şi ca senzori [10] [33] [36] [37]. Teoria perturbaţiilor dezvoltată de H.F.Tiersten este utilizată de majoritatea cercetătorilor pentru a calcula modificările frecvenţei de rezonanţă datorită perturbaţiilor exterioare.

Coeficientul termic al unui coeficient elastic are expresia:

$$Tc_{ij}^{(n)} = \frac{1}{n!}\frac{1}{c_{ij}^{(n)}}\frac{d^n c_{ij}}{dT^n} \tag{1.53}$$

unde n este ordinul derivatei coeficientului cu temperatura.

Valorile coeficienţilor piezoelectrici ai alfa-cuarţului sunt prezentaţi în tabelul II.

Pentru alfa-cuarţ coeficienţii de elasicitate şi cei de maleabilitate sunt prezentaţi în tabelul III.

Cum se poate observa din tabel există diferenţe între valorile coeficienţilor date de cei doi autori. Cu atât mai mult diferenţele apar la obţinerea valorilor coeficienţilor de variaţie cu temperatura a coeficienţilor elastici. O serie întreagă de cercetători s-au ocupat cu determinarea acestor variaţii a coeficienţior elastici cu temperatura pentru prima, a doua, respectiv a treia derivată a temperaturii. P.C.Y.Lee determină aceşti termeni folosind teoria

Tabel II Valorile coeficienţilor piezoelectrici pentru alfa-cuarţ şi coeficienţilor de variaţie a acestora cu prima derivată a temperaturii

$i\lambda$	$e_{i\lambda}$	$d_{i\lambda}$	$h_{i\lambda}$	$g_{i\lambda}$	$Te_{i\lambda}$	$Td_{i\lambda}$
	$[Cm^2]$	$[10m^{-12}V^{-1}]$	$[10^8NC^{-1}]$	$[10^{-3}m^2C^{-1}]$	$[10^{-6}K^{-1}]$	
11	0.171	2.31	43.5	57.9	-16	-215
14	-0.0407	-0.727	-10.41	-18.3	-144	129

Tabel III Coeficienţii elastici liniari pentru alfa-cuarţ

	Elasticitate Bechmann	Elasticitate Mason		Maleabilitate Bechmann	Maleabilitate Mason
c_{11}	86.74	$86.05*10^9N/m^2$	s_{11}	12.77	$12.79*10^{-12}m^2/N$
c_{12}	6.99	5.05	s_{12}	-1.79	-1.535
c_{13}	11.91	10.45	s_{13}	-1.22	-1.10
c_{14}	-17.91	18.25	s_{13}	+4.50	-4.46
c_{33}	107.2	107.1	s_{33}	9.60	9.56
c_{44}	57.94	58.65	s_{44}	20.04	19.78
c_{66}	39.88	40.5	s_{66}	29.12	28.65
	$10^9N/m^2$ = $10^{10}dyn/cm^2$			$10^{-12}m^2/N$ = $10^{-13}cm^2/dyn$	

perturbaţiilor şi oferă un tabel cu valorile acestor coeficienţi calculaţi de diferiţi autori care este prezentat în tabelul IV [41].

Faţă de tabelul IV, în literatură se mai dau coeficienţii elastici $Tc_{12}^{(1)E}$= -2690 $[10^{-6}/K^{-1}]$, $Tc_{12}^{(1)D}$ = -2975 $[10^{-6}/K^{-1}]$, $Tc_{12}^{(2)}$= -3050 $[10^{-9}/K^{-2}]$ şi $Tc_{12}^{(3)}$= -1260 $[10^{-12}/K^{-3}]$

După Bechmann coeficienţii cu temperatura pentru coeficienţii de maleabilitate elastică sunt daţi în tabelul V.

Există de asemenea şi variaţii cu modificarea temperaturii ai coeficienţilor piezoelectrici (vezi talelul III), ai coeficienţilor de permitivitate (vezi tabelul VI), ai coeficienţilor de

Tabel IV Coeficienții termici ai coeficienților elastici pentru alfa-cuarț. Valorile din tabel se înmulțesc cu $10^{-3(n+1)}/(^{\circ}C)^{n}$

ordin	$\lambda\mu$	Lee 25°C	Mason 50°C	Koga 20°C	Bechmann 25°C	Adams 25°C	Kahan 25°C
n=1	11	-68,2	-53,5	-44,3	-48,5	-49,6	35,6
	13	-705	-510	-492	-550	-651	-612
	14	84,2	90,0	98,0	101	89,0	93,2
	33	-197	-165	-188	-160	-192	-205
	44	-186	-171	-172	-177	-172	-184
	66	158	168	180	178	167	180
n=2	11	-117	-75.0	-407	-107	-107	-117
	13	-1022	-2000	-596	-1150	-1021	-900
	14	-54,4	-270	-13,0	-48,0	-19,0	-46,6
	33	-158	-187	-1412	-275	-162	-273
	44	-272	-212	-225	-216	-261	-273
	66	152	-5,0	201	118	164	172
n=3	11	-61,9	-15,0	-371	-70	-74	-100
	13	-43,4	600	-5559	-750	-240	45,4
	14	-816	-630	-625	-590	-521	-612
	33	93,7	-410	-243	-250	67	254
	44	-45,6	-65.0	-190	-216	-194	-247
	66	-239	-167	-777	21	29	25,4

dilatare pe cele trei direcții principale pentru alfa-cuarț, și a densității cuarțului (vezi tabelul VII) [93], [9].

Toate aceste determinări s-au făcut luând în considerare o încălzire uniformă a plăcii de cuarț. Eforturile duse petru a se cunoaște acești coeficienți și variațiile lor cu temperatura se fac pentru a se putea stabili tăieturi cât mai avantajoase din punctul de vedere al modi-

Tabel V Coeficienții termici pentru coeficienții de maleabilitate ai alfa-cuarțului

$\lambda\mu$	$Ts\lambda_{\mu}^{(1)E}$ $[10^{-6}/^{-1}]$	$Ts\lambda_{\mu}^{(1)D}$ $[10^{-6}/K^{-1}]$	$Ts\lambda_{\mu}^{(2)}$ $[10^{-9}/K^{-2}]$	$Ts\lambda_{\mu}^{(3)}$ $[10^{-12}/K^{-3}]$
11	8,5	13,5	85,3	147
12	-1296,5	-1357,7	-1358	-2287
13	-168,8	-168,8	-718	-823
14	140,6	131,9	93	-465
33	139,7	139,7	247	300
44	211,1	209,6	262	162
66	-151,9	-144,3	-85	-135

ficării frecvențelor de rezonanță cu temperatura.

Valorile coeficienților elastici de ordinul trei sunt prezentate în tabelul VIII [93]

Valorile componentelor tensorului piezoelectric de ordinul trei sunt prezentate în tabelul IX.

Si• în prezent problema determinării 'coeficienților neliniari de material este viu dezbătută în lumea științifica, dând naștere la polemici susținute [10], [36], [37].

In anul 1990 Hruska prezintă o nouă metodă de determinare a tensorului electroelastic ce folosește fenomenul de rezonanță.-[33] Valorile obținute de acesta sunt apropiate de valorile obținute de Kittinger.

Există o multitudine de coeficienți neliniari, numărul și tipul lor depinde de complexitatea cu care este descris fenomenul piezoelectric.

Tabel VI Permitivitatea și coeficientul său cu temperatura

i,j	ϵ_{ij}^T	ϵ_{ij}^S	$T\epsilon_{ij}^{(1)}$
	$[10^{-12} Fm^{-1}]$		$[10^{-6} K^{-1}]$
11	39,97	39,21	28
33	41,03	41,03	39

Tabel VII Coeficienții de dilatare termică și coeficientul de temperatură al densității pentru alfa-cuarț.

	n=1 $[10^{-6} * K^{-1}]$	n=2 $[10^{-9} * K^{-2}]$	n=3 $[10^{-12} * K^{-3}]$
$\alpha_{11}^{(n)}$	13,71	6,5	-1,9
$\alpha_{22}^{(n)}$	$= \alpha_{11}^{(n)}$		
$\alpha_{33}^{(n)}$	7,84	2,9	-1,5
$T\rho^{(n)}$	-34,92	-15,9	5,3

Tabel VIII Coeficienții de elasticitate de ordinul trei

Coeficient	valoare $[10^9 Nm^2]$
c_{111}	-260
c_{112}	-383
c_{113}	3
c_{114}	-168
c_{123}	-308
c_{124}	-8
c_{133}	-319
c_{134}	-1
c_{144}	-128
c_{155}	-216
c_{222}	-382
c_{333}	-895
c_{344}	-124
c_{444}	-281

Tabel IX Componentele tensorului piezoelectric neliniar

Coeficient	Valoare [Cm^{-2}] Kittinger	Brendel
e_{111}	-2,18	-2,73
e_{113}	0,05	-12
e_{114}	-0,28	33,4
e_{122}	1,10	3,05
e_{124}	-0,78	34,57
e_{134}	-1,63	50,46
e_{144}		-0,604
e_{315}		24,90

1.2. Modelul dezvoltat de H.F.Tiersten

Pentru evaluarea modificărilor frecvenței de rezonanță a unei plăci de cuarț dacă asupra ei acționează perturbații externe cum ar fi forțe, accelerații, presiuni, etc. unul dintre cele mai utilizate modele matematico-fizice este cel dezvoltat de H.F.Tiersten [78].

1.2.1. Notații

Pentru descrierea matematică a fenomenelor fizice care apar în placa de cuarț la aplicarea unor perturbații se consideră un sistem de coordonate de referință notat cu X_L.

La acțiunea unui câmp perturbator static, punctele materiale

ale plăcii de cuarț își modifică poziția de la coordonatele de referință X_L la coordonatele intermediare η_α conform relației :

$$\eta_\alpha=\eta_\alpha(X_L) \qquad (1.54)$$

Dacă se suprapune o perturbație dinamică de valoare mică, punctele materiale își modifică poziția de la coordonatele intermediare η_α la coordonatele prezente y_i și astfel avem :

$$y_i=y_i(\eta_\alpha,t)=\mathcal{Y}_i(X_L,t) \qquad (1.55)$$

Prin convenție literele mari latine folosite ca indici se referă la coordonatele de referință, literele mici grecești se referă la coordonatele intermediare, iar literele mici latine se referă la coordonatele prezente. Ca regulă de derivare se folosește notația cu virgulă la indice, în sensul că indicii poziționați după virgulă au semnificația derivării parțiale a tensorului după acești indici. Se utilizează de asemenea regula de însumare a tensorilor după indicii care se repetă. Deoarece mişcarea dinamică este mică, modificarea poziției punctului material reprezentat în coordonatele prezente, se poate scrie :

$$y_i=\delta_{iB}(\eta_{iB}+u_B) \qquad (1.56)$$

unde u_B este o deplasare mecanică mică de la coordonatele intermediare până la poziția prezentă, iar δ_{iB} este simbolul lui Kronecker.

Pentru ecuațiile ce descriu mișcarea punctelor materiale ale plăcii de cuarț sub influența unor perturbații mici se pot folosi atât coordonatele intermediare η_α cât și cele finale X_L ca și variabile independente, dar cel mai des se utilizează coordonatele de referință.

1.2.2. Ecuaţiile de perturbaţie deduse din soluţiile ecuaţiilor piezoelectrice liniare.

Sistemul de ecuaţii de la care se obţin ecuaţiile de perturbaţie este sistemul de ecuaţii piezoelectric consacrat, scris sub forma de mai jos :

$$\tilde{K}^{l}_{L\gamma,L}+\tilde{K}^{n}_{L\gamma,L}=\rho_0\ddot{u}_\gamma \qquad \tilde{D}^{l}_{L,L}+\tilde{D}^{n}_{L,L}=0 \tag{1.57}$$

unde $\tilde{K}$ şi $\tilde{D}$ sunt tensorii Piolla - Kirchoff ai tensiunii mecanice [5] şi ai inducţiei electrice, ρ_0 este densitatea cuarţului, iar indicii l şi n se referă la termenii liniari, respectiv neliniari ai ecuaţiilor. Termenii neliniari sunt termenii de perturbaţie, care depind de starea de polarizare a plăcii de cuarţ, precum şi de acţiunea perturbaţiilor.

Potenţialul electric al unui punct material al plăcii de cuarţ poate fi scris sub forma :

$$\Phi(\gamma_1,t)=\hat{\phi}(X_L,t)=\phi+\hat{\phi} \tag{1.58}$$

unde ϕ este potenţialul electric de polarizare al punctului material, iar $\hat{\phi}$ este potenţialul dinamic al unui câmp electric foarte mic (perturbator).

Conform ecuaţiilor clasice ale piezoelectricităţii avem :

$$\tilde{K}^{l}_{L\gamma}=c_{2L\gamma M\alpha}u_{\alpha,M}+e_{ML\gamma}\Phi_{,M} \qquad \tilde{D}^{l}_{L}=e_{LM\alpha}u_{\alpha,M}-\varepsilon_{LM}\hat{\varepsilon}_{,M} \tag{1.59}$$

$$\tilde{K}^{n}_{L\gamma}=\hat{c}_{2L\gamma M\alpha}u_{\alpha,M}+\hat{e}_{ML\gamma}\hat{\phi}_{,M} \qquad \tilde{D}^{n}_{L}=\hat{e}_{LM\alpha}u_{\alpha,M}-\hat{\varepsilon}_{LM}\hat{\phi}_{,m} \tag{1.60}$$

unde $c_{2L\gamma M\alpha}$, $e_{ML\gamma}$, ε_{LM} reprezintă elementele liniare ale coeficienţilor elastici de ordinul 2, piezoelectrici şi dielectrici, iar termenii cu căciulă reprezintă elementele neliniare ale aceloraşi coeficienţi. Fiecare din coeficienţi este o sumă a unui termen liniar cu unul neliniar:

$$\begin{aligned} C_{2L\gamma MN} &= C_{2l\gamma MN} + \hat{C}_{2l\gamma MN} \\ e_{NL\gamma} &= e_{ML\gamma} + \hat{e}_{ML\gamma} \\ e_{LN} &= e_{LM} + \hat{e}_{LM} \end{aligned} \tag{1.61}$$

Să considerăm că există un set de soluţii u^{μ} şi Φ^{μ} care satisfac sistemul de ecuaţii (1.57) cu condiţii specifice de frontieră. Aceste soluţii dau frecvenţele de rezonanţă ω_{μ}. Fie u_m, Φ^m soluţia pentru un sistem de ecuaţii neperturbat de un câmp extern şi care oferă o frecvenţă ω_m, care satisface ecuaţiile:

$$\begin{aligned} &\tilde{K}^{lm}_{L\gamma,L} + \rho_0 \omega^2 u_\gamma = 0 \\ &\tilde{D}^{lm}_{L,L} = 0 \end{aligned} \tag{1.62}$$

iar aceeaşi soluţie pentru sistemul perturbat oferă frecvenţa ω :

$$\begin{aligned} &\tilde{K}^{l}_{L\gamma,L} + \tilde{K}^{n}_{L\gamma,L} + \rho_0 \omega^2 u_\gamma = 0 \\ &\tilde{D}^{l}_{L,L} + \tilde{D}^{n}_{L,L} = 0 \end{aligned} \tag{1.63}$$

unde se subânţelege că (1.62) şi (1.63) sunt independente de timp. Cu relaţia (1.62) se poate exprima integrala pe volumul de referinţă V_0 :

$$\begin{aligned} &\int_{V_0} [(\tilde{K}^{lm}_{L\gamma,L} + \rho_0 \omega^2 u^m_\gamma) u_\gamma - (\tilde{K}^{l}_{L\gamma,L} + \tilde{K}_{L\gamma,L} + \rho_0 \omega^2 u_\gamma) u^m_\gamma] \, dV_0 = 0 \\ &\int_{V_0} \rho_0 (\omega_m^2 - \omega^2) u^m_\gamma u_\gamma dV_0 = \int_{V_0} -\tilde{K}^{lm}_{L\gamma,L} u_\gamma + \tilde{K}^{l}_{L\gamma,L} u^m_\gamma + \tilde{K}^{n}_{L\gamma,L} u^m_\gamma + \\ &\qquad + (\tilde{D}^{l}_{L,L} + \tilde{D}^{n}_{L,L}) \hat{\Phi}^m - \tilde{D}^{lm}_{L,L} \hat{\Phi}) \, dV_0 \end{aligned} \tag{1.64}$$

de unde rezultă:

$$(\omega_m^2-\omega^2)\int\limits_{V_0}\rho_0 u_\gamma^m u_\gamma\, dV_0=\int\limits_{S_0} N_L\,[\tilde{K}_{L\gamma}^{1} u_\gamma^m-\tilde{K}_{L\gamma} u_\gamma+\tilde{D}_L^{1}\hat{\Phi}^m-\tilde{D}_L^{1m}\hat{\Phi}]\, dS_0+ \\ +\int\limits_{V_0}(\tilde{K}L\gamma,\, Lu_\gamma^m+\tilde{D}_{L,L}^{n}\hat{\Phi}^m)\, dV_0) \qquad (1.65)$$

Relaţia (1.65) a fost obţinută aplicând formulele lui Gauss - Ostrogadski. S_0 este suprafaţa ce înconjoară volumul de referinţă V_0, iar N_L este normala la aceasta suprafaţă.

Deoarece frecvenţa sistemului perturbat ω este foarte apropiată de cea a sistemului neperturbat ω_m se poate scrie :

$$\Delta=\omega_m-\omega; \quad \omega_m^2-\omega^2=(\omega_m+\omega)(\omega_m-\omega)=2\omega_m\Delta \qquad (1.66)$$

$$u_\gamma^m-u_\gamma=\eta_\gamma \qquad |\eta_\gamma|\ll|u_\gamma^m| \qquad (1.67)$$

Deci avem :

$$\int\limits_{V_0}\rho_0 u_\gamma^m u_\gamma\, dV_0\cong\int\limits_{V_0}\rho_0 u_\gamma^m u_\gamma^m\, dV_0=N^2(m)\,\delta_{mm}=N^2(m) \qquad (1.68)$$

unde δ_{mm} este simbolul lui Kronecker, iar (1.68) este chiar condiţia de ortogonalitate a soluţiilor pentru sistemul neperturbat.

Să presupunem că setul de soluţii u^μ ϕ^μ poate fi normalizat astfel :

$$g_\gamma^\mu=\frac{u_\gamma^\mu}{N(\mu)} \qquad \hat{f}^\mu=\frac{\hat{\Phi}^\mu}{N(\mu)} \qquad (1.69)$$

Ţinând cont de (1.66), (1.67), (1.68) şi (1.69) relaţia (1.65) devine:

$$2\omega_m\Delta=\int_{S_0} N_L[\tilde{k}^n_{L\gamma,L}g^m_\gamma-u_\gamma\tilde{k}^m_{L\gamma}+\tilde{D}^1_L\hat{f}^m-\hat{\Phi}d^m_I]\,dS_1+ \\ +\int_{V_0}[\tilde{k}^n_{L\gamma,L}g^n_\gamma+\tilde{D}^n_{L,L}\hat{f}^n]\,dV_0 \tag{1.70}$$

unde $k_{l\gamma}^m$ şi d_L^m se obţin prin împărţirea cu N(m) a relaţiei (1.70) Termenul de perturbaţie H_m are astfel valoarea :

$$H_m=\int_{S_0} N_L[\tilde{k}^1_{L\gamma}g^m_\gamma-u_\gamma\tilde{k}^m_{L\gamma}+\tilde{D}^1_L\hat{f}^m-\hat{\Phi}d^m_L]\,dS_0+ \\ +\int_{V_0}[\tilde{k}_{L\gamma,L}g^m_\gamma+\tilde{D}^n_{L,L}\hat{f}^n]\,dV_0 \tag{1.71}$$

Cunoscând valoarea lui H_m şi frecvenţa ω_m pentru sistemul neperturbat se poate calcula variaţia de frecvenţă ca fiind $\Delta =$ $= H_m / 2\omega_m$ [77].

Calculul exact al variaţiei de frecvenţă pentru o placă de cuarţ atunci când asupra ei acţioneaza o perturbaţie se dovedeşte a fi deosebit de laborios şi implică cunoaşterea tuturor coeficienţilor de material.

1.2.3. Aplicaţiile modelului.

Metoda de calcul a variaţiei de frecvenţă a unui sistem oscilant perturbat a fost utilizată de H.F.Tiersten şi colaboratorii acestuia pentru studiul modificării frecvenţei de rezonanţă a plăcilor rezonatoare de cuarţ supuse la o acceleraţie normală pe suprafaţă [80], la o acceleraţie în planul suprafeţei [81],[83], la studiul comportării undelor pe suprafaţa unor cristale piezoelectrice la modificarea presiunii aerului pe suprafaţa cristalului [84], precum şi la studiul derivatelor cu temperatura a coeficienţilor elastici pentru cuarţ.[79].

Aceeaşi teorie a perturbaţiilor şi modelul elaborat de H.F. Tiersten este folosită de R.Brendel [10] în calculul coeficienţilor piezoelectrici neliniari pentru cuarţ.De asemenea calculul parametrului ā din modelul lui A.Ballato făcută de J.P.Valentin se bazează într-o anumită etapă pe modelul prezentat în acest paragaraf.

1.3. Model termic pentru rezonatorul cu cuarţ.

Modelul termic prezentat de prof. J.J.Gagnepain şi colaboratorii săi caută să explice modificarea frecvenţei de rezonanţă datorate unui gradient de temperatura instalat în placa de cuarţ.

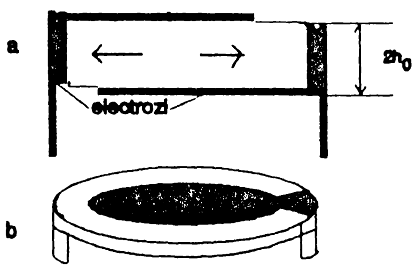


Figura 1.3 Montura unei plăci de cuarţ în tăietură AT

Pentru cazul unei monturi mecanice a plăcii de cuarţ de forma prezentată in figura 1.3 gradientul de temperatură care se instalează datorită energiei care se disipă în zona cu amplitudine mare de oscilaţie a plăcii de cuarţ datorită frecărilor interne în cristal. este calculat teoretic de J.P.Valentin, G.Theobald şi J.J.Gagnepain [85].

Modelul matematic este dezvoltat pentru a explica valorile de temperatură la suprafaţa cristalului care apar datorită disipării energiei interne cauzată de oscilaţia cristalului. cât şi datorită temperaturii exterioare.

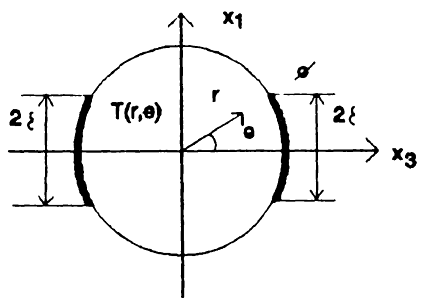


Figura 1.4 Figura explicativă la calculul frecvenţei de rezonanţă datorită disipării energiei termice interne a cuarţului.

1.3.1. Distribuţia tempraturii pe suprafaţa unui disc de cuarţ.

Pentru o placă de cuarţ prezentată în figura 1.3, $T(r,\theta)$ este temperatura cristalului în punctul definit de coordonatele r şi θ, temperatura exterioară este ϕ, iar liniile îngroşate de la periferia discului de cuarţ reprezintă terminalele de prindere mecanică şi de contact electric pentru placa de cuarţ. Acestea se reprezintă în model prin două arce de cerc ce au un unghi la centru de 2ϵ. Utilizând coordonatele polare ecuaţia de difuzie a temperaturii este dată de :

$$\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} = -\frac{q(r)}{\lambda} \tag{1.72}$$

unde q(r) este distribuţia de putere termică internă în cristal, pe unitatea de volum, care ţinând cont de modul de distribuţie pe suprafaţa oscilantă a amplitudinilor de oscilaţie ale cristalului în tăietură AT pentru modul fundamental de oscialţie, respectă o lege Gaussiană. Conductivitatea termică a alfa-cuarţului este λ.

Presupunând că din punct de vedere termic materialul este izotrop soluţia ecuaţiei (1.71) se poate scrie sub forma :

$$T = T_0(r) + T_1(r,\theta) \tag{1.73}$$

unde :

$$T_1(r,\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} T_2 k(r)\cos 2k\theta \tag{1.74}$$

T_0 este soluţia particulară a ecuaţiei :

$$\nabla^2 T_0(r) = -\frac{q(r)}{\lambda} \tag{1.75}$$

iar $T_1(r)$ este soluţia ecuaţiei generale :

$$\nabla^2 T_1(r,\theta) = 0 \tag{1.76}$$

Transferul termic de difuzie este dat de relaţia:

$$\lambda\frac{\partial T}{\partial r} + HT = H\Phi \qquad pentru \quad r = R \tag{1.77}$$

unde H este un coeficient de transfer.

Transferul de căldură spre exterior se face pe marginea discului de cuarț și numai prin montura mecanică care reprezintă și contactul electric, deoarece rezonatorul este inchis intr-o incintă vidată. Contactul cu exteriorul capsulei metalice se face pentru rezonatorul de cuarț numai prin montura mecanică.

Dacă luăm H_1 valoarea lui H in punctele de fixare ($-\epsilon<\theta<\epsilon$ și $\pi-\epsilon<\theta<\pi+\epsilon$) și H_2 valoarea pentru $\epsilon<\theta<\pi-\epsilon$ și $\pi+\epsilon<\theta<2\pi-\epsilon$, avem $H_2 \ll H_1$ și H_2 poate fi făcut zero. Vom nota $h=H/\lambda$, iar coeficientul de transfer se va dezvolta intr-o serie Fourier ($h_1=H_1/\lambda$; $h_2=H_2/\lambda$):

$$h=h_0+\sum_{k=1}^{\infty} h_{2k}\cos 2k\theta \tag{1.78}$$

cu:

$$h_0=\frac{2}{\pi}(h_1-h_2)\epsilon+h_2 \quad \text{și} \quad h_{2k}=\frac{4}{\pi}(h_1-h_2)\sin\frac{2k\epsilon}{2k} \tag{1.79}$$

Autorul oferă rezolvarea ecuației (1.77) utilizând o metodă de calcul numeric cu aproximații succesive. Pentru valoarea temperaturii la suprafața plăcii de cristal de cuarț se obține prin calcul analitic expresia :

$$T=\Phi+\frac{\mu r_0^2}{4\lambda}\left[\frac{\pi}{Rh_1\epsilon}+f(R)-f(r)+2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k}\left(1-\left(\frac{r}{R}\right)^{2k}\cos 2k\theta\right)\right] \tag{1.80}$$

unde :

$$f(r)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n*n!}\left(\frac{r}{r_0}\right)^{2n} \tag{1.81}$$

unde r_0 este raza unui cerc pe sprafața căruia oscilațiile au o

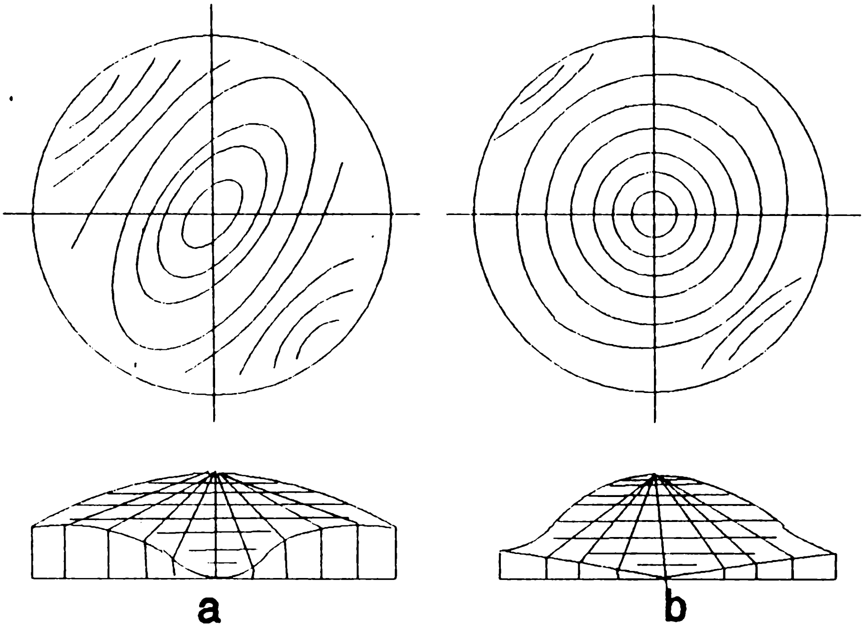


Figura 1.5 Distribuţia temperaturii pe suprafaţa unei plăci de cuarţ:a.pentru electrozi cu conductivitate termică bună; b.pentru electrozi cu conductivitate termică slabă.

amplitudine mai mare decât o valoare stabilită prin calcul. In figura 1.5 se prezintă pe suprafaţa plăcii de cristal de cuarţ liniile izoterme pentru r_o=R, r_o=R/3, r_o=(2/3)R şi r_o=R/5.

1.3.2.Aplicaţiile modelului.

Acest model teoretic a fost dezvoltat pentru a studia comportarea unui oscilator cu placă de cuarţ în tăietură AT, tăietură la care variaţia frecvenţei de rezonanţă este compensată cu temperatura la 25° C, pentru cazul în care oscilatorul este supus unui ciclu termic periodic în timp, cu o perioadă variind de la ordinul orelor la zeci de zile [3]. Cele mai multe tipuri de rezonatoare de acest tip au o variaţie a temperaturii de forma prezentată în figura 1.6

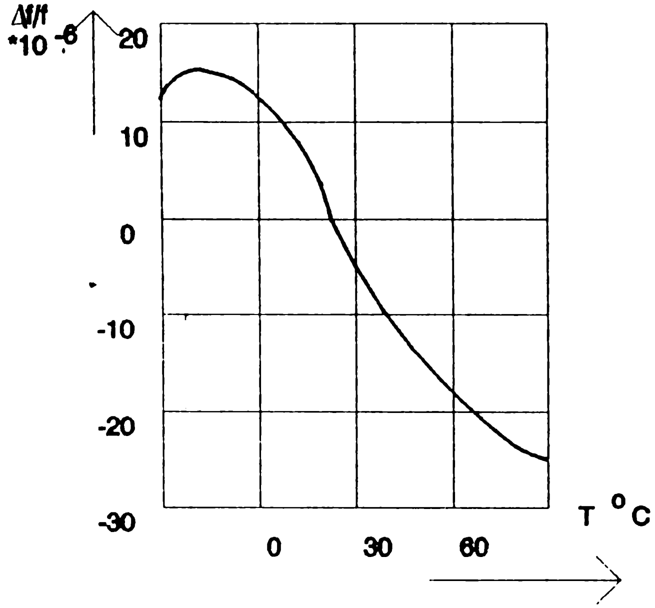


Figura 1.6 Variaţia frecvenţei de rezonanţă cutemperatura pentru modul de oscilaţie fundamental şi pentru tăietura AT.

Pentru a exprima variaţia frecvenţei cu modificarea temperaturii în regim static relaţia consacrată este :

$$\frac{\Delta f}{f} = a_0 \Delta T + b_0 \Delta T^2 + c_0 \Delta T^3 \qquad (1.82)$$

unde $\Delta T = T - T_0$ iar T este temperatura curentă şi T_0 este temperatura de 25°C

Parametrii a_0, b_0 şi c_0 depind de marterial, tăietură, geometrie, de forma electrozilor, dar nu depind de timp pentru un rezonator dat. Modelul propus de A.Ballato implică includerea în formula de mai sus a uni termen a*T, în cadrul coeficientului de ordinul întâi al variaţiei frecvenţei cu temperatura [3], astfel încât expresia (1.82) devine:

$$\frac{\Delta f(t)}{f}=a(t)\Delta T(t)+b_0\Delta T^2(t)+c_0\Delta T^3(t) \tag{1.83}$$

cu:

$$a(t)=a_0+\tilde{a}\dot{T}(t) \tag{1.84}$$

Parametrul $\tilde{a}$ este o funcţie care depinde de aceeaşi parametrii ca şi a_0, b_0 şi c_0, dar in plus depinde şi de gradientul termic care se stabileşte în placă (în grosime şi de suprafaţă), de conductivitatea termică a suportului mecanic al plăcii de cuarţ, de conductivitatea termică a electrozilor, dar este constantă pentru un anumit tip de oscilator.

Pentru a caracteriza dependenţa frecvenţei de rezonanţă cu variaţia în timp a temperaturii exterioare plăcii de cuarţ se impune calcularea teoretică a coeficientului $\tilde{a}$ din relaţia (1.84). De această dată modificarea temperaturii plăcii de cuarţ datorată disipării energiei interne este neglijată, iar temperatura iniţială a cristalului este considerată a fi de zero grade Celsius. Condiţiile de frontieră vor fi simplificate prin impunerea unei distribuţii a temperaturii de frontieră $\phi(\theta,t)$ prezentată în figura 1.7. Schimbul de energie cu exteriorul va fi foarte scăzut cu excepţia punctelor de fixare a plăcii.

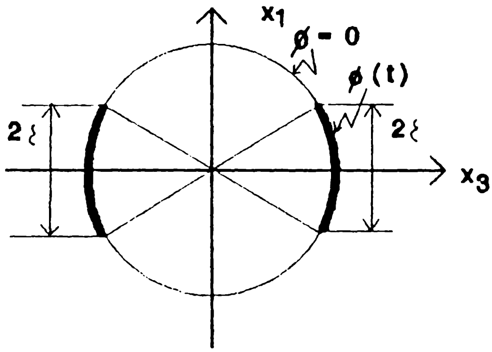


Figura 1.7 Distribuţia temperaturii pe frontiera discului de cuarţ

Temperatura la suprafaţa plăcii de cuarţ poate fi dezvoltată la rândul ei într-o serie Fourier:

$$\Phi(\theta,t)=\Phi_0(t)+\sum_{K=1}^{\infty}\Phi_{2k}(t)\cos 2k\theta \tag{1.85}$$

cu:

$$\Phi_0=2\frac{\varepsilon}{\pi}\Phi_1(t) \tag{1.86}$$

$$\Phi_{2k}(t)=\frac{4}{\pi}\frac{\sin 2k\varepsilon}{2k}\Phi_1(t) \tag{1.87}$$

Ecuaţia de difuzie a căldurii, ecuaţia de transfer de căldură şi condiţiile iniţiale au expresiile :

$$\nabla^2 T=\frac{1}{X}\frac{\partial T}{\partial t} \tag{1.88}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r}+h_0 T=h_0\Phi(\theta,t) \tag{1.89}$$

$$T=0 \quad la \quad t=0 \tag{1.90}$$

unde X este constanta de difuzie termică pentru cuarţ.

Soluţia pentru sistemul de mai sus este [82]:

$$T=\sum_{K=0}^{\infty}\sum_{S}\frac{b_{2k,s}}{X}\alpha_{2k,s}^2 J_{2k}(\alpha_{2k,s}r)\cos 2k\theta\Phi_1(t)-$$

$$\sum_{K=0}^{\infty}\sum_{S}\frac{b_{2K,s}}{X^2\alpha_{2k,s}^2}J_{2k}(\alpha_{2k,s}r)\cos 2k\theta\Phi_1(t) \tag{1.91}$$

$$\sum_{K=0}^{\infty}\sum_{S}\frac{B_{2k,s}}{X\alpha_{2k,s}^2}J_{2k}(\alpha_{2k,s}r)\cos 2k\theta[\exp(-x\alpha_{2k,s}^2 t]\,[\Phi_1(0)-\frac{\Phi(0)}{X\alpha_{2k,s}^2}]$$

cu:

$$B_{0,s}=\frac{4RX\alpha_{0,s}^{2}}{(R^{2}\alpha_{0,s}^{2}+R^{2}h_{0}^{2}-4k^{2})}\frac{\ell}{\pi}J_{1}(\alpha_{0,s}R) \tag{1.92}$$

$$B_{2k,s}=\frac{8R^{2}X\alpha_{2k,s}^{3}}{(R^{2}\alpha_{2k,s}^{2}+R^{2}h_{0}^{2}-4k^{2}}\frac{h_{0}\sin 2k\ell}{2k\pi(2k+h_{0}R)}$$
$$\frac{J_{2k+1}(\alpha_{2k,s}R)}{J_{2k}^{2}}(\alpha_{2k,s}R) \tag{1.93}$$

unde J_{2k} sunt funcţiile lui Bessel de ordinul 2k şi $\alpha_{2k,s}$ sunt rădăcinile următorului set de K ecuaţii transcedentale pentru r=R:

$$\frac{dJ_{2k}}{dr}(\alpha_{2k,s}r)+h_{0}J_{2k}(\alpha_{2k,s}r)=0 \tag{1.94}$$

Tabel X valorile parametrului $\tilde{a}$ pentru diferite tăieturi

Tăietură	Y	AT	BT
c.t.medie	$-130*10^{-6}$	$-0,35*10^{-6}$	$1,35*10^{-6}$
c.t.mare	$-17*10^{-6}$	$-0,30*10^{-6}$	$0,40*10^{-6}$

In ecuaţia (1.91) primul termen este proporţional cu $\phi_1(t)$ şi reprezintă comportarea rezonatorului pentru funcţionarea la o temperatură externă constantă. Al doilea termen este proporţional cu derivata în raport cu timpul a temperaturii exterioare cristalului şi corespunde efectului dinamic de temperatură. Al treilea termen corespunde perioadei tranzitorii.

Cunoscând temperatura în cristal se poate calcula stresul termic în cristal conform metodei de perturbaţie propusă de Tiersten, iar în Tabelul X sunt date valorile lui $\tilde{a}$ calculate prin această metodă , pentru o conductanţă termică medie (c.t.medie) respectiv o conductanţă termică mare (c.t.mare) a electrozilor de suport ai plăcii de cuarţ.

Acest model construit de A.Ballato a fost utilizat pentru calcularea variaţiilor frecvenţei de rezonanţă pentru un cristal de cuarţ în tăietura AT, supus la un ciclu de variaţie a temperaturii. Rezultatele unei astfel de simulări sunt prezentate în figura 1.18. şi în acest caz calculul se dovedeşte a fi deosebit de laborios.

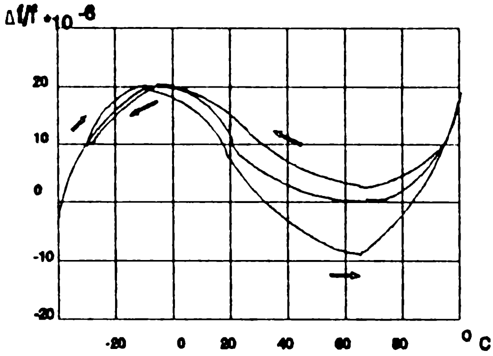


Figura 1.8 Simularea unei histereze de frecvenţă care apare datorită unui ciclu de temperatură

1.4.Modelul transferului de energie pentru descrierea modificării frecvenţei de rezonanţă la rezonatoare cu cuarţ la încărcare masică.

Acest model face parte dintr-o clasă mai largă de modele teoretice care caută să explice modificările frecvenţei de rezonanţă ale unui cristal de cuarţ la depunerea pe suprafaţa lui a unei cantităţi oarecare de substanţă [53]. Dacă majoritatea modelelor explică scăderea frecvenţei de rezonanţă numai prin adăugarea de masă pe suprafaţă oscilatorului, acest model explică scăderea frecvenţei de rezonanţă şi datorită calităţilor elastice ale masei depuse.

1.4.1.Modelul transferului de energie.

Ideea de bază a acestui model este că rezonatorul de cuarţ şi masa depusă pe suprafata sa de oscilaţie sub forma unui film subţire formează un rezonator compus, a cărui parte activă este reprezentată de cristalul de cuarţ în timp ce filmul depus vibrează preluând energie de la cristal.

Pentru un cristal de cuarț rezonând în modul de forfecare în grosime având grosimea l, conform figurii 1.9, putem să scriem amplitudinea de vibrație de-a lungul axei y conform ecuației (1.95)

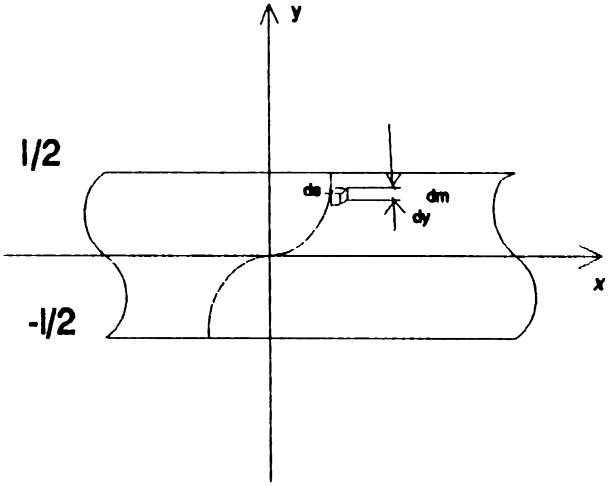


Figura 1.9 Mișcarea oscilatorie a unui cristal de cuarț neîncărcat masic vibrînd în modul de rezonanță de forfecare în grosime

$$A_y = A\left(\frac{l}{2}\right)\sin\frac{\pi y}{l} = A_0 \sin\frac{\pi y}{l} \qquad (1.95)$$

Energia vibrațională înmagazinată întru-un element de masă dm din interiorul cristalului de cuarț este prezentată în relația :

$$dE_q^s = \frac{1}{2} w_q^2 A_y^2 dm \qquad (1.96)$$

Integrând în întregul volum al cristalului de cuarț, pentru întreaga energie înmagazinată în cristal se obține:

$$E_q^2 = \frac{1}{4} m_q w_q^2 A_0^2 \qquad (1.97)$$

unde w_q este frecvența de rezonanță a cristalului de cuarț.

Factorul de calitate este definit ca raportul dintre energia înmagazinată în cristal și energia disipată pe acesta în regimul de rezonanță, și acest factor de calitate are un ordin de mărime de 10^6.

Dacă pe suprafața cristalului se depune o masă de substanță sub forma unui film subțire, conform figurii 1.10, în funcție de elasticitatea filmului depus, o parte din energia vibrațională a cristalului se va disipa

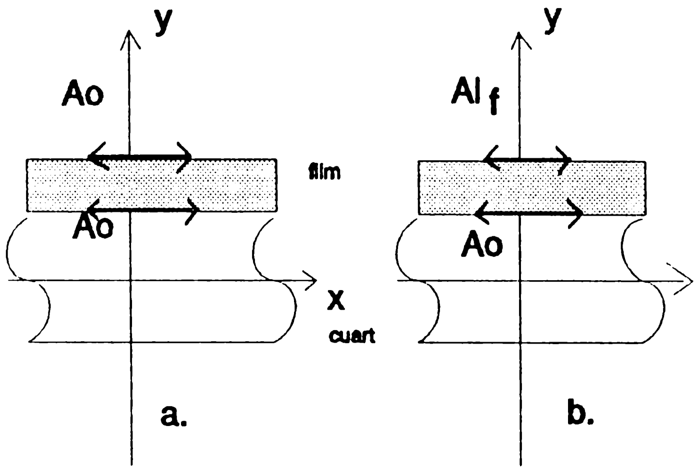


Figura 1.10 Rezonatorul compus a) cristal de cuarț încărcat cu un film perfect elastic; b) cristal de cuarț încărcat cu un film real

în film. Dacă filmul depus este perfect elastic, acesta nu va disipa energia preluată de la cristalul de cuarț, dar cu cât elasticitatea filmului scade energia disipată de film va crește.

Dacă considerăm $w_c= 2\pi f_c$ ca fiind frecvența unghiulară a cristalului de cuarț încărcat masic și $v_f=\eta_f/\rho_f$ ca fiind vâscozitate cinematică a filmului depus pe suprafața cuarțului, definită ca raportul între vâscozitate și densitatea filmului depus, iar l_f este grosimea filmului se demonstrază că :

$$\frac{w_q^2}{w_c^2}=1+2\frac{m_f}{m_q}[1-(\frac{w_c}{2v_f})^{\frac{1}{2}}l_f]^{-1}[1-\exp(-2(\frac{w_c}{2v_f})^{\frac{1}{2}})l_f)] \qquad (1.98)$$

de unde se calculează modificarea frecvenței de rezonanță.

Pentru o placă de cuarț de dimensiuni finite, sub forma unui disc cu diametru 2R, având depuși doi electrozi de diametru $2R_e$, modificarea frecvenței de rezonanță la încărcarea masică cu un film sub forma unui disc concentric cu discul de cuarț de diametru $2r_o$, va fi dată de expresia:

$$\frac{f_q^2}{f_c^2}=1+2\frac{\rho_f l_f[1-\exp(-(\frac{r_0}{R_e})^2)]}{\rho_q l_q[1-\exp(-(\frac{R}{R_e})^2)]} \tag{1.99}$$

Astfel se ilustrează efectul diametrelor electrodului, filmului şi al cristalului de cuarţ asupra modificării frecvenţei de rezonanţă la încărcarea masică a cristalului de cuarţ.

1.4.2. Aplicaţiile modelului.

Modelul a fost folosit pentru a releva efectele legate de gradul de elasticitate al filmului depus pe cristalul de cuarţ asupra modificării frecvenţei de rezonanţă, precum şi la descrierea interacţiunii dintre cristal şi materialul depus pe acesta.

1.5. Concluzii

In acest capitol am prezentat principalele modele utilizate în studiul comportării rezonatoarelor cu cuarţ cu referire la modificarea frecvenţelor de rezonanţă la acţiunea unor perturbaţii sub forma unor gradiente spaţiale de temperatură în placă, modificarea în timp a temperaturii mediului în care funcţionează rezonatorul şi încărcarea masică a suprafeţei de oscilaţie a rezonatorului.

Funcţionarea rezonatorului fiind complexă există mai multe modele care sunt adecvate pentru anumite aplicaţii ale rezonatoarelor cu cuarţ, fie ca elemente de control al frecvenţei, fie ca senzori. Modelele care se doresc a fi generale pentru rezonatorul cu cuarţ sunt laborioase, greu de utilizat în practică, necesitând cunoaşterea unui mare număr de coeficienţi de material, şi din acesta cauză se justifică efortul pentru a căuta modele generale mai simple care să satisfacă cerinţele practice pentru dezvoltarea de senzori bazaţi pe rezonatoare cu cuarţ cât şi elaborarea unor modele adecvate unor anumite aplicaţii specifice.

CAPITOLUL 2

CONTRIBUTII TEORETICE CU PRIVIRE LA STUDIUL MODIFICARII FRECEVENTEI DE REZONANTA A REZONATOARELOR CU CUART SUB ACTIUNEA PERTURBATIILOR

Bioxidul de siliciu SiO_2, sau cuarţul, corespunde clasei de cristale trigonal-trapezoidale şi prezintă o axă optică numită şi axa Z care este de asemnea o axă de simetrie. La rotirea cu 120° în jurul acestei axe cristalul de cuarţ prezintă aceleaşi proprietăţi. Din punct de vedere optic cristalul de cuarţ poate fi levogir respectiv dextrogir în funcţie de cum roteşte planul de polarizare a luminii polarizate care îl străbate de-a lungul axei Z.

La temperaturi mai coborâte faţă de valoarea de 573°C cuarţul este cunoscut sub numele de alfa-cuarţ, iar între 573°c şi punctul de topire al cuarţului de 1750°C cuarţul este cunoscut sub numele de beta-cuarţ. Proprietăţi piezoelectrice prezintă numai alfa-cuarţul. In figura Z.1 se prezintă modul de aranjare spaţială a atomilor de siliciu în plane normale pe axa Z pentru cristalele de alfa-cuarţ, beta-cuarţ şi alfa-cuarţ îngemănate optic.

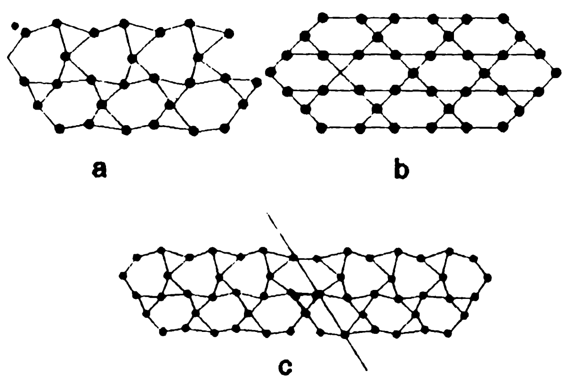


Figura Z.1 Dispunerea atomilor de siliciu în plane normale pe axa Z.a) alfa-cuarţ: b) beta-cuarţ:c) alfa-cuarţ îngemănat optic.

Modelele pentru sudiul rezonatoarelor cu cuarţ existente în literatura de specialitate consideră cristalul de cuarţ ca un mediu continuu. Dacă se are în vedere distribuţia ordonată în spaţiu a celulelor elementare formate din atomi de Si şi O, precum şi forţele care se exercită asupra atomilor care vibrează în mod natural, suntem conduşi la un model spaţial discret de forma prezentată în figura 2.2.[48]

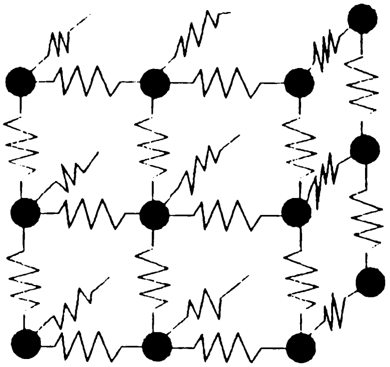


Figura 2.2 Model discret pentru rezonatorul cu cuarţ.

In prezenta lucrare autorul dezvoltă un model simplificat unidimensional plecând de la forma modelului spaţial prezentată în figura 2.2. Aşa cum se prezintă în acest capitol, modelul astfel construit permite evidenţierea tuturor fenomenelor fizice care interesează în studiul modificării frecvenţei de rezonaţă la acţiunea unor perturbaţii. Singura problemă care rămâne este identificarea elementelor modelului care se va face prin comparaţie cu modelul continuu.

2.1. Model discret simplificat pentru studiul modificării frecvenţei de rezonanţă a rezonatoarelor cu cuarţ în tăietură AT la acţiunea unor perturbaţii.

Modelele existente în literatura de specialitate şi prezentate în paragrafele anterioare necesită calcule laborioase şi nu tratează cazul în care perturbaţia este neuniform distribuită în placa de cuarţ. Dar mărimile de perturbaţie, atât la suprafaţa plăcii oscilante cât şi în grosimea ei produc modificări ale frecvenţei de rezonanţă pentru placa de cuarţ atât datorită intensităţii perturbaţiei, cât şi datorită gradientului acesteia. Pentru astfel de aplicaţii şi pentru o mai simplă evidenţiere a fenomenelor este util modelul discret simplificat pentru studiul variaţiei frecvenţei de rezonanţă a plăcilor de cristal de cuarţ în tăietură AT.

2.1.1. Ipotezele modelului

Modelul dezvoltat se referă la comportarea unei plăci de cuarţ în taietură AT din punctul de vedere al modificării frecvenţei de rezonanţă, dacă aceasta este supusă unor perturbaţii care au o distribuţie neuniformă la suprafaţa plăcii. Placa de cuarţ prezintă o formă de disc, conform figurii 2.3.a, cu suprafeţele acoperite cu doi electrozi de aur, argint sau aluminiu.

Grosimea plăcii este cu mult mai mică decât diametrul acesteia (cel puţin de 20 de ori). Placa are o suprafaţă convexă pentru a reduce efectul cuplării unor moduri complexe de vibraţie cu vibraţia de forfecare în grosime, care este modul de vibraţie dorit şi prezentat în figura 2.3.b. In realitate există şi alte moduri de oscilaţie cuplate parazit cu acesta, cum ar fi răsucirea şi flexarea în grosime, dar contribuţia acestora la stabilirea frecvenţei de rezonanţă este redusă, şi aceste moduri de oscilaţie vor fi neglijate în continuare.

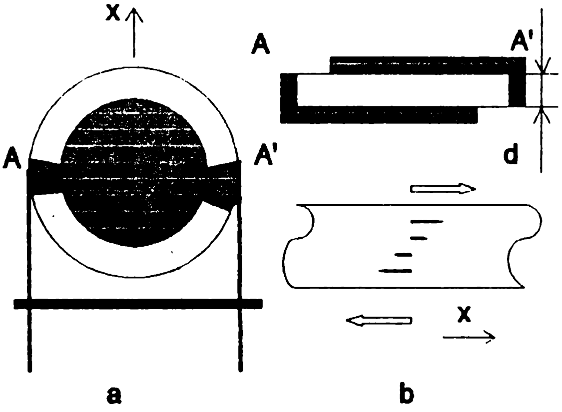


Figura 2.3 Oscilator cu cuarţ în tăietura AT

Cea mai simplă relaţie de calcul a frecvenţei de oscilaţie la rezonanţă pentru placa de cuarţ de această forma este:

$$f=\frac{1}{2d}\sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}} \qquad (2.1)$$

unde d este grosimea plăcii, c_{66} este constanta elastică pentru tăietura AT a modului de oscilaţie de forfecare în grosime, iar ρ este densitatea cuarţului.

Grosimea şi masa electrozilor se neglijează, iar amplitudinea oscilaţiilor la marginea electrozilor este considerată nulă, punctele de la periferia electrozilor fiind considerate puncte nodale.

Modelul simplificat doreşte să explice modificarea frecvenţei de rezonanţă a unei plăci de cuarţ dacă perturbaţia este concentrată într-un anumit punct al suprafeţei plăcii, urmărindu-se variaţia frecvenţei de rezonanţă când zona de interacţiune între perturbaţie şi placa de cuarţ se modifică de-a lungul diametrului plăcii de cuarţ.

2.1.2. Modelul discret simplificat

Modelul este dezvoltat pe baza unui sistem mecanic cu un număr finit de grade de libertate prezentat în figura 2.4. Pentru acest model masele $m_1, m_2, \ldots, m_n$ sunt constrânse să se deplaseze

Figura 2.4 Modelul pentru un sistem oscilant cu n grade de libertate

numai pe direcţia x, pe orizontală în planul figurii şi considerăm coeficienţii de amortizare nuli.

Ecuaţia de echilibru dinamic a masei j este :

$$m_j\ddot{x}_j+k_j(x_j-x_{j-1})+k_{j+1}(x_j-x_{j+1})=f_j(t) \qquad (2.2)$$

unde x_j este deplasarea după axa x a masei m_j, k_j este coeficientul elastic al resortului idealizat care conectează între ele masa m_j şi masa m_{j-1}, iar $f_j(t)$ este forţa perturbatoare.

Ecuaţia (2.2) poate lua forma :

$$m_j\ddot{x}_j-k_jx_{j-1}+(k_j+k_{j+1})x_j-k_{j+1}x_{j+1}=f_j(t) \qquad (2.3)$$

Dacă se scrie ecuaţia (2.3) pentru toate cele n mase din figura 2.4 rezultă sistemul :

$$[m]\langle\ddot{x}\rangle+[k]\langle x\rangle=\langle f\rangle \qquad (2.4)$$

în care matricea maselor [m] este de forma :

$$[m]=\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & m_j & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & m_n \end{bmatrix} \qquad (2.5)$$

[k] este matricea coeficienţilor de elesticitate de forma:

$$[k]=\begin{bmatrix} k_1+k_2 & k_2 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2+k_3 & -K_3 & . & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & . & -k_j & k_j+k_{j+1} & -k_{j+1} & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & -k_{n-1} & k_{n-1}+k_n & -k_n \\ 0 & 0 & 0 & . & . & 0 & -K_{n-1} & k_n+k_{n+1} \end{bmatrix} \qquad (2.6)$$

<x> sunt vectorii deplasărilor, $\langle\ddot{x}\rangle$ sunt vectorii acceleraţiilor

iar <f> sunt vectorii forţelor perturbatoare:

$$\langle x\rangle=\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\\cdot\\\cdot\\\cdot\\x_n\end{bmatrix}\qquad\langle\ddot{x}\rangle=\begin{bmatrix}\ddot{x}_1\\\ddot{x}_2\\\cdot\\\cdot\\\cdot\\\ddot{x}_n\end{bmatrix}\qquad\langle f\rangle=\begin{bmatrix}f_1\\f_2\\\cdot\\\cdot\\\cdot\\f_n\end{bmatrix}\qquad(2.7)$$

Matricele [m] şi [k] se pot obţine şi din expresiile energiilor cinetice E_c, şi a energiilor potenţiale E_p, rezultatele obţinute fiind aceleaşi.

Pulsaţiile proprii şi formele modurilor proprii de oscilaţie se obţin prin rezolvarea sistemului de ecuaţii omogene pentru vibraţiile libere neamortizate care rezultă din ecuaţia (2.4):

$$[m]\langle\ddot{x}\rangle+[k]\langle x\rangle=\langle 0\rangle\qquad(2.8)$$

Soluţiile x_1, ...x_n ale sistemului de ecuaţii de mai sus au forma prezentată în relaţia (2.9), unde cu φ_r se notează defazajul iniţial :

$$\langle x\rangle=\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\\cdot\\\cdot\\\cdot\\a_n\end{bmatrix}\sin(\omega t+\varphi_r)=\langle a\rangle\sin(\omega t+\varphi_r)\qquad(2.9)$$

Inlocuind (2.9) in (2.8) avem :

$$([k]-\omega^2[m])\langle a\rangle=\langle 0\rangle\qquad(2.10)$$

Pulsaţiile proprii sunt soluţiile ecuaţiei algebrice :

$$\det([k]-\omega_r^2[m])=0\qquad(2.11)$$

Fiecărei pulsaţii proprii ω_r îi corespunde un vector $\langle a^{(r)}\rangle$ cu elemente reale $a_j^{(r)}$ astfel încât să fie satisfăcută ecuaţia matriceală:

$$([k]-\omega_r^2[m])\langle a^{(r)}\rangle=\langle 0\rangle \qquad (Z.12)$$

Valorile elementelor vectorului $\langle a^{(r)}\rangle$ sunt arbitrare deoarece sistemul de ecuaţii (2.9) este omogen. Forma unui mod propriu de vibraţie este unică, dar amplitudinea este arbitrară, fiind definită de condiţiile iniţiale ale mişcării.

Dacă în sistemul de n ecuaţii omogene (2.12) se împarte fiecare ecuaţie cu $a_1^{(r)}$ se obţin rapoarte de tipul: $\mu_j^{(r)} = a_j^{(r)}/a_1^{(r)}$. Deoarece $\mu_1^{(r)} = a_1^{(r)}/a_1^{(r)}=1$, noul sistem algebric conţine n ecuaţii cu (n-1) necunoscute :$\mu_2^{(r)},\ldots,\mu_n^{(r)}$, care este compatibil deoarece determinantul său este nul. Rezolvând acest sistem se obţine forma modului propriu de vibraţie de ordinul r, dat de ansamblul de elemente adimensionale $\mu_1^{(r)},\ldots,\mu_n^{(r)}$, cu $\mu_1^{(r)}=1$. Se notează :

$$\langle a^{(r)}\rangle=\begin{bmatrix}a_1^{(r)}\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ a_n^{(r)}\end{bmatrix}=a_1^{(r)}\begin{bmatrix}\mu_1^{(r)}\\ \cdot\\ \cdot\\ \cdot\\ \mu_n^{(r)}\end{bmatrix}=a_1^{(r)}\langle\mu^{(r)}\rangle \qquad (Z.13)$$

unde $\langle\mu^{(r)}\rangle$ este vectorul propriu normalizat de ordinul r.

Mişcarea în modul propriu de vibraţie r este caracterizată de vectorul:

$$\langle x^{(r)}\rangle=\langle a^{(r)}\rangle\sin(\omega_r t+\varphi_r)=\langle\mu^{(r)}\rangle a_1^{(r)}\sin(\omega_r t+\varphi_r)=\langle\mu^{(r)}\rangle\varepsilon_r \qquad (Z.14)$$

unde:

$$\varepsilon_r=a_1^{(r)}\sin(\omega_r t+\varphi_r) \qquad (Z.15)$$

cu $a_r^{(r)}$ o constantă generală până la precizarea condiţiilor iniţiale.

Mişcarea generală a sistemului este dată de o suprapunere de moduri proprii :

$$\langle x\rangle = \sum_{r=1}^{n} \langle\mu^{(r)}\rangle e_r = [A]\langle e\rangle \tag{Z.16}$$

unde matricea modală [18] are vectorii proprii normalizaţi drept coloane :

$$[A] = [\langle\mu^{(1)}\rangle\ \langle\mu^{(2)}\rangle \ldots \langle\mu^{(n)}\rangle] = \begin{bmatrix} \mu_1^{(1)} & \mu_1^{(2)} & . & . & \mu_1^{(n)} \\ \mu_2^{(1)} & \mu_2^{(2)} & . & . & \mu_2^{(n)} \\ . & . & . & . & . \\ \mu_n^{(1)} & \mu_n^{(2)} & . & . & \mu_n^{(n)} \end{bmatrix} \tag{Z.17}$$

Pulsaţiile proprii au expresiile :

$$\omega_r^2 = \frac{K_r}{M_r} = \frac{\langle\mu^{(r)}\rangle^T [k] \langle\mu^{(r)}\rangle}{\langle\mu^{(r)}\rangle^T [m] \langle\mu^{(r)}\rangle} \tag{Z.18}$$

iar vectorii modali normalizaţi $\langle\mu^{(r)}\rangle$ satisfac ecuaţii de forma :

$$([k] - \omega_r^2 [m])\langle\mu^{(r)}\rangle = \langle 0\rangle \tag{Z.19}$$

Aceşti vectori formează un sistem de vectori liniari independenţi.

2.1.3.Calculul variaţiei frecvenţei de rezonanţă la mici modificări de parametri, folosind metoda perturbaţiilor.

Ecuaţia (2.12) se poate scrie notând vectorul pulsaţiilor proprii $\langle\Omega_1, \Omega_2, \ldots, \Omega_n\rangle$ astfel :

$$[k]-\Omega[m]=\langle 0\rangle$$

$$[k]\,[m]^{-1}-\Omega\,[m]\,[m]^{-1}=\langle 0\rangle \qquad (Z.20)$$

$$[k]\,[m]^{-1}-\Omega I=\langle 0\rangle$$

şi notând cu $C=[k][m]^{-1}$ se obţine :

$$C-\Omega I=\langle 0\rangle \qquad (Z.21)$$

unde I este matricea unitate de ordinul n.

Pentru matricea A valorile proprii sunt $\Omega_1, \Omega_2, \ldots \Omega_N$, iar vectorii proprii corespunzători îi vom nota cu x^1, x^2, ..., x^n. Aplicând teoria perturbaţiilor [6] se calculează rădăcinile caracteristice ale matricii $C+\epsilon B$ unde B este o matrice simetrică, iar ϵ este o constantă de valoare foarte mică. Rădăcinile caracteristice ale matricei $C+\epsilon B$ nu pot diferi mult ca valori de valorile rădăcinilor caracteristice pentru matricea C, şi admitem că dispunem de aceste valori. Pentru vectorii proprii ai matricei $C+\epsilon B$ dispunem de dezvoltări în serie de puteri în funcţie de valoarea ϵ:

$$\lambda_I=\Omega_1+\varepsilon\Omega_{11}+\varepsilon^2\Omega_{21}+\ldots.$$
$$y^1=x^1+\varepsilon x^{11}+\varepsilon^2 x^{21}+\ldots. \qquad (Z.22)$$

Pentru a determina coeficienţii $\Omega_{11}, \Omega_{21}, \ldots.$ şi vectorii proprii necunoscuţi x^{11}, x^{21},.. se substitue aceste valori în ecuaţia:

$$(C+\varepsilon B)\,y^1=\lambda_1 y^1 \qquad (Z.23)$$

şi egalând coeficienţii avem :

$$(C+\varepsilon B)\,(x^1+\varepsilon x^{11}+\varepsilon^2 x^{12}+\ldots)=$$
$$=(\Omega_1+\varepsilon\Omega_{11}+\varepsilon^2\Omega_{12}+\ldots)\,(x^1+x^{11}x^{12}+\ldots) \qquad (Z.24)$$

Din ecuaţia de mai sus se pot scrie mai multe relaţii de forma :

$$\begin{aligned}
&Cx^{1} = \Omega_{1}x^{1}\\
&Cx^{11}+Bx^{1}=\Omega_{1}x^{11}+\Omega_{11}x_{1}\\
&Cx^{12}+Bx^{11}=\Omega_{1}x^{12}+\Omega_{11}x^{11}+\Omega_{12}x^{1} \qquad (Z.25)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Prima relaţie (2.25) este identic satisfăcută, a doua relaţie introduce doi termeni necunoscuţi x^{11} şi Ω_{11} , a treia relaţie introduce alţi doi termeni necunoscuţi x^{12} şi Ω_{12}, ş.a.m.d. Dar cea de-a treia relaţie se poate pune sub forma :

$$(C-\Omega_{1}I)\,x^{11}=(\Omega_{11}I-B)\,x^{1} \qquad (Z.26)$$

unde martricea $C - \Omega_1 I$ este singulară. Ecuaţia (2.26) va admite o soluţie numai dacă vectorul din membrul doi al acesteia posedă proprietăţi speciale.

Să exprimăm vectorul necunoscut x^{11} ca o combinaţie liniară a vectorilor proprii ai matricei C :

$$x^{11}=\sum_{j=1}^{n} b_{j}x^{j} \qquad (Z.27)$$

$$(C-\Omega_{1}I)\sum_{j=1}^{n} b_{j}x^{j}=\sum_{j=1}^{n} cjx^{j}$$

Substituind în ecuaţia (2.26) valorile date de relaţiile (2.27) obţinem :

$$(C-\Omega_i I)x^{i1}=\sum_{j=1}^{n} c_j x^j \qquad (Z.28)$$

dar având :

$$Cx^j=\Omega_j^j \qquad j=1,2\ldots n$$

$$\sum_{j=1}^{n}(Cb_j x^j-\Omega_i b_j x^j I)=\sum_{j=1}^{n} c_j x^j$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_j(\Omega_j x^j-\Omega_i x^j)=\sum_{j=1}^{n} c_j x^j \qquad (Z.29)$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_j(\Omega_j-\Omega_i)x^j=\sum_{j=1}^{n} c_j x^j$$

rezultă :

$$b_j(\Omega_j-\Omega_i)=c_j \qquad (Z.30)$$

Dacă $j=i$ rezultă din (2.30) că $c_i=0$, deci b_i este arbitrar, iar celelalte valori b_j sunt date de relaţiile :

$$b_j=\frac{c_j}{\Omega_j-\Omega_i} \qquad j=1,2,..n \quad j\neq i \qquad (Z.31)$$

Condiţia $c_i=0$ exprimă faptul că ecuaţia (2.28) admite o soluţie dacă şi numai dacă vectorul $(C - \Omega_i I)x^{i1}$ este ortogonal cu x^i, vectorul propriu asociat rădăcinii caracteristice Ω_i.

In acest caz :

$$x^{i1}=b_i x^i+\sum_{\substack{j\neq i\\ j=1}}^{n} \frac{c_j x^j}{\Omega_j-\Omega_i} \tag{Z.32}$$

unde b_i este arbitrar. Se poate lua $b_i=0$, deoarece dacă valoarea lui b_i este diferită de zero ea afectează numai normalizarea noului vector propriu x^{i1}.

Din condiţia de ortogonalitate, conform (2.26) avem :

$$(x^i, (\Omega_{i1}I-B)x^i)=0 \tag{Z.33}$$

unde:

$$(x,y)=\sum_{i=1}^{n} x_i y_i \tag{Z.34}$$

$$(x^i,\Omega_{i1}Ix^i)-(x^i,Bx^i)=0$$

$$\rightarrow \quad \Omega_{i1}=(x^i,Bx^i)$$

$$\rightarrow \quad \mu_i=\Omega_i+\varepsilon\Omega_{i1} \tag{Z.35}$$

$$\mu_i-\Omega_i=\Delta=\varepsilon\Omega_{i1}$$

Pentru cazul modelării oscilaţiei cristalului de cuarţ având frecvenţele de rezonanţă în regim neperturbat cu valorile Ω_i, pentru modurile de oscilaţie de tip i, putem să calculăm variaţia frecvenţei de rezonanţă pentru un regim perturbat faţă de regimul neperturbat fără a fi nevoiţi a calcula frecvenţele de rezonanţă μ_i pentru regimul perturbat.

Pe baza acestui algorimt am dezvoltat programe pentru studiul variaţiei frecvenţei de rezonanţă pentru perturbaţii de diferite tipuri (încărcare masică, încălzire locală și contact local cu fir elastic subțire) care apar de-a lungul diametrului rezonatorului de cuarț. Programele au fost scris folosind produsele software "Matlab" și "Matcad"

2.1.4. Aplicațiile modelului

Modelul prezentat mai sus va fi utilizat pentru studiul variației frecvenței de rezonanță pentru o placă de cuarț în tăietură AT în trei cazuri distincte de perturbare a regimului de oscilație :

- încărcare masică neuniformă, în ipoteza că filmul depus este perfect elastic, care va fi tratată pe larg în capitolul 5
- iluminarea plăcii cu un fascicul laser, sau încălzirea plăcii cu o sursă termică punctiformă
- atingerea suprafeței de oscilației cu un fir elastic foarte subțire (cu diametrul de ordinul micronilor)

Pentru toate aceste situații se presupune că placa de cuarț este omogenă ceea ce implică că $k_1=k_2=...=k_n=k$ și $m_1=m_2=...=m_n=m$.

Dacă modelarea diametrului rezonatorului de cuarț cu masa totala M se face prin n mase concentrate de masă $m=M/n$ conectate între ele cu n+1 resoarte ideale cu coeficient de elasticitate k conform figurii 2.2, atunci frecvența de rezonață este dată de formula [19]:

$$w=2\sqrt{\frac{k}{m}}\sin\frac{\pi}{2(n+1)} \qquad (2.36)$$

Dacă prin model se caută a se obține acceași frecvență de rezonață pentru o masă totală a rezonatorului dată și pentru un număr oarecare n de mase concentrate, atunci valoarea coeficientului de elasticitate al resoartelor în funcție de frecvența de rezonanță impusă este :

$$p=(1+\frac{1}{n})^2 n\frac{M}{\pi}w^2 \qquad (2.37)$$

Relația (2.37) este adevarată dacă n este destul de mare pentru ca unghiul $\pi/[2(n+1)]$ să fie destul de mic, pentru a putea aproxima sinusul unghiului cu valoarea acestuia. Pentru modele având un număr n mai mare sau egal cu 7 această aproximaţie nu deranjează.

Aceasta este valoarea care s-a folosit pentru coeficientul de elasticitate al resoartelor ideale în cadrul modelului discret simplificat.

2.1.4.1. Simularea comportării rezonatorului cu cuarţ la iluminarea suprafeţei de oscilaţie cu un fascicul laser

Iluminarea plăcii de cuarţ cu un fascicul laser, produce o încălzire locală şi un gradient de temperatură pe suprafaţa rezonatorului de cuarţ. In cadrul modelului aceasta înseamnă modificarea valorii coeficientului elastic pentru resoartele din vecinătatea masei m_j corespunzătoare punctului j iluminat (încălzit) de fasciculul laser. Datorită încălzirii locale am considerat că coeficientul elastic al resoartelor învecinate scade cu o valoare **Δk** impusă prin program. Faptul că placa de cuarţ este în tăietură AT implică asigurarea în programul de simulare ca la o încălzire uniformă a plăcii, ceea ce ar corespunde cu expandarea fasciculului laser pe întreaga suprafaţă oscilantă, frecvenţa de rezonanţă să nu îşi schimbe valoarea. Aceasta se realizează impunând un raport constant de forma :

$$\frac{k_j+k_{j+1}}{2m_j}=p \qquad (2.38)$$

pentru fiecare masă concentrată, fie că este iluminată sau nu de fasciculul laser şi unde p este dat de relaţia (2.37). Valoarea pentru masa concentrată va fi:

$$m_j=\frac{k_1+k_2}{2\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 nn\pi w^2} \qquad (2.39)$$

La incidenţa fascicolului laser în punctul coespunzând masei m_1

(vezi figura 2.2) coeficienţii elastici ai primelor două resoarte conectate la masa m_1 devin : $k_1 = k - \epsilon_k k = k_2$ unde ϵ_k este variaţia coeficientului de elasticitate datorat încălzirii locale a plăcii. Restul resoartelor îşi păstrează aceeaşi coeficienţi elastici.

Pentru a simula corect tăietura de tip AT în cristal masa punctului iluminat de fascicolul laser este $m_1 = m - \epsilon_m m$, unde ϵ_m este variaţia unei mase concentrate necesară pentru a respecta condiţia de tăietură AT, care se obţine prin înlocuirea valorilor coeficienţilor elastici k_1 şi k_2 în relaţia (2.39). Ecuaţia (2.20) devine astfel:

$$[k_1]\,[m_1]^{-1} - \Omega I = 0$$

$$[k_1] = \begin{bmatrix} 2k-2ek & -(k-ek) & 0 & . & 0 \\ -(k-ek) & 2k & -k & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & -k & 2k & -k \\ 0 & . & 0 & -k & 2k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k & -k & 0 & . & 0 \\ -k & 2k & -k & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & -k & 2k & -k \\ 0 & . & 0 & -k & 2k \end{bmatrix} + e_k \begin{bmatrix} -2k & k & 0 & . & 0 \\ k & 0 & 0 & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= [k] + [\delta k_1]$$

(Z.40)

cu:

$$[m_1] = \begin{bmatrix} m-e_m m & 0 & . & 0 \\ 0 & m & . & 0 \\ . & . & . & . \\ 0 & . & 0 & m \end{bmatrix} \qquad (Z.41)$$

In caz general inversa matricei $[m_p] = [m] + \epsilon_m[\theta]$ este de forma $[m_p]^{-1} = [m]^{-1} + +[\delta m_p]^{-1}$, unde matricea $[\theta]$ este de forma :

$$[\theta] = \begin{bmatrix} \theta_1 m & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \theta_2 m & 0 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & \theta_j m & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & \theta_n m \end{bmatrix} \qquad (Z.42)$$

Cele n puncte luate în considerare se consideră a fi distribuite echidistant de-a lungul diametrului plăcii de cuarț după axa x.

Matricea $[m_p]$ are forma :

$$[m_p]=\begin{bmatrix} m+\varepsilon_m\theta_1 m & 0 & . & . & 0 \\ 0 & m+\varepsilon_m\theta_2 m & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & m+\varepsilon_m\theta_n m \end{bmatrix} \qquad (Z.43)$$

Deoarece $\epsilon_m \ll 1$, prin neglijarea valorii $(\epsilon_m\theta_j m)^2$ față de valoarea m^2 și faptul că matricea $[m_p]$ este o matrice simetrică, prin inmulțirea și împarțirea fiecărui termen al diagonalei matricii (2.43) $m+\epsilon_m\theta_j m$ cu un termen de forma $m-\epsilon_m\theta_j m$, inversa matricii $[m_p]$ are forma:

$$[m_p]^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{1}{m}-\varepsilon_m\frac{\theta_1}{m} & 0 & & & 0 \\ 0 & \frac{1}{m}-\varepsilon_m\frac{\theta_2}{m} & .. & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & \frac{1}{m}-\varepsilon_m\frac{\theta_{n-1}}{m} & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & \frac{1}{m}-\varepsilon_m\frac{\theta_n}{m} \end{bmatrix} \qquad (Z.44)$$

Pentru cazul nostru particular $\theta_1=1$ iar $\theta_j=0$ pentru $j=2..n$ și deci relația (2.40) se poate scrie sub forma:

$$\begin{aligned}[k_1]\,[m_1]^{-1} &= ([k]\,[m]+\varepsilon_k[k_1])\,([m]^{-1}+\varepsilon_m[m_1]^{-1}) = \\ &= [k]\,[m]^{-1}+\varepsilon_m[k]\,[m_1]^{-1}+\varepsilon_k[k_1]\,[m]^{-1}+\varepsilon_m\varepsilon_k[k_1]\,[m_1]^{-1}\end{aligned} \qquad (Z.45)$$

Tabel I Variaţia coeficientului de elasticitate pentru resoartele ideale ale modelului discret simplificat, la simularea iluminării suprafeţei rezonatorului cu un fascicul laser

nr.	val. ϵ	grad.temp.
1	$0,5*10^{-6}$	abrupt
2	10^{-6}	abrupt
3	$0,5*10^{-6}$	liniar
4	10^{-6}	liniar

Dar din relaţia (2.39) rezultă pentru tăietura AT că $\epsilon_k=\epsilon_m=\epsilon$, iar termenul ce conţine pe ϵ^2 se neglijează. Dacă se notează cu $C=[k][m]^{-1}$ şi cu B matricea care înmulţeşte factorul ϵ, se obţine relaţia (2.20), care reprezintă ecuaţia pentru regimul perturbat care se rezolvă conform celor prezentate în paragraful 2. 1.2.

Se repetă toate aceste operaţii matematice (2.40) ... (2.45) pentru cazul în care fascicolul laser iluminează punctele corespunzătoare maselor m_2, m_3,... m_7, simulându-se astfel o baleiere completă a diametrului plăcii de cuarţ în lungul axei x pentru un model cu 7 mase concentrate. Dacă se admite o distribuţie neuniformă de putere termică în placa de cuarţ,prin suprapunerea efectelor, pentru punctele alăturate punctului în care fasciculul laser se consideră incident pe placa de cuarţ, se consideră variaţia coeficienţilor elastici pentru resoartele adiacente ca fiind o fracţiune din variaţia coeficientului de elasticitate pentru resoartele adiacente masei din punctul iluminat prin fasciculul laser. Valorile cu care se modifică aceşti coeficienţi de elasticitate depind de alura gradientului de putere termică simulat.

Pentru valori ale lui ϵ date în tabelul I se obţin la frecvenţa de rezonanţă pentru modul fundamental de 9,87 Mhz variaţii ale frecvenţei de rezonanţă prezentate în graficul din figura 2.13, unde pe axa X cu numere sau notat poziţiile maselor din model conform figurii 2.4.

Săgeţile din figura 2.5 reprezintă curbele de modificare a frecvenţei de rezonanţă la baleierea cu un fascicul laser care produce o modificare a coeficienţilor de elasticitate pentru resoartele ideale prezentate în tabelul I la poziţia notată cu acelaşi nu-

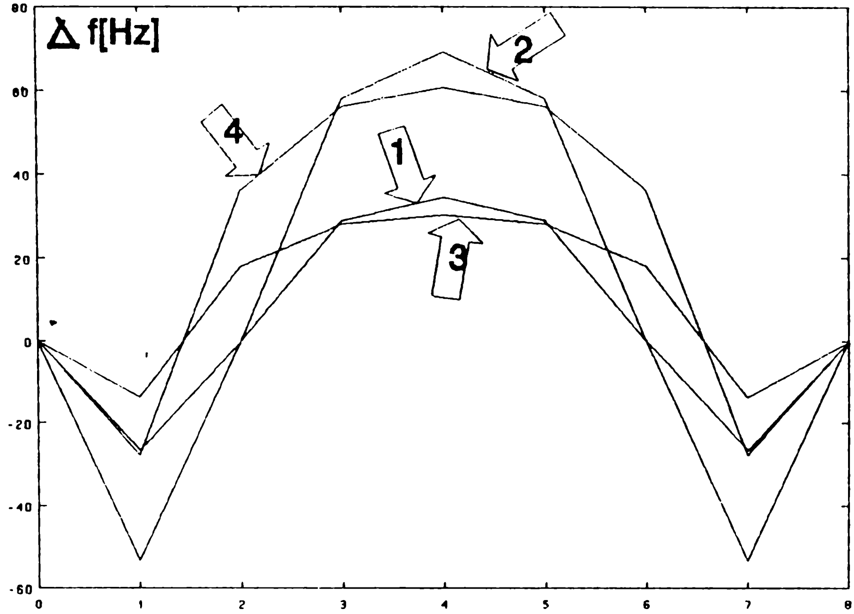


Figura 2.5.Variaţia frecvenţei de rezonanţă pentru modul fundamental de oscilaţie la iluminarea plăcii cu laser.

măr. Caracteristicile fasciculului laser simulate sunt: intensitatea, care este modificată prin diferite valori date lui ϵ, şi respectiv focalizarea fasciculului , care poate produce un gardient abrupt de temperatură în placă dacă avem o focalizare bună, sau un gradient de temperatură liniar pentru o focalizare mai slabă. Aceste tipuri de gradiente de temperatură se simulează prin alocarea de valori adecvate pentru cantitatea cu care scad coeficienţii elastici pentru resoarte în funcţie de poziţia spaţială a acestora faţă de punctul de iluminare al diametrului cu fasciculul laser. Pentru gradientul liniar am luat valori de scădere a constantei elastice: ϵ, $3\epsilon/4$, $2\epsilon/4$, şi $\epsilon/4$, iar pentru gradientul abrupt am luat valorile : $8\epsilon/4$,$3\epsilon/4$ şi $\epsilon/4$. Am făcut modelări cu mai multe tipuri de gradiente de temperatură ca să pun în evidenţă care este legătura între focalizarea fasciculului laser şi modificările frecvenţei de rezonanţă (la aceeaşi putere a fasciculului laser)

Pentru aceleaşi valori ale parametrului ∈ date în tabelul I s-a simulat variaţia de frecvenţă la baleierea cu un fascicul laser a diametrului unei plăci de cuarţ în tăietură AT în cazul oscilaţiei pe armonica a treia. Frecvenţa de rezonanţă în acest mod de oscilaţie simulată a fost de 28.11 MHz, iar în figura 2.4 se prezintă rezultatele obţinute. Baleierea se execută după axa x, iar simularea pune în evidenţă modul de oscilaţie cu trei maxime de amplitudine.

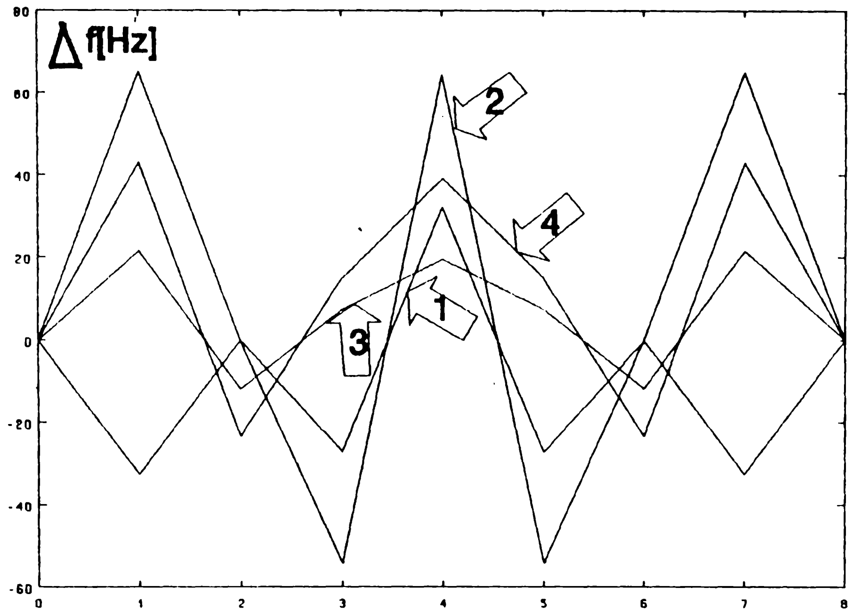


Figura 2.6 Variaţia frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu laser pentru armonica a treia.

Simularea corectă a modului de oscilaţie pentru armonica a treia se poate face numai pentru un model cu minim 7 mase. Pentru un model cu 5 mase în urma simulării apare un nod fals pentru masa din centrul sistemului care se datorează impunerii condiţiei ca sistemul să respecte comportarea cristalului de cuarţ în tăietură

AT, adică la încălzirea globală a sistemului să nu apară modificări ale frecvenței de rezonanță. In acest caz în centrul modelului cu 5 mase apare la armonica a treia o singură masă care ar trebui să aibă amplitudinea de oscilație diferită de zero. Deoarece modul de oscilație impune ca masele vecine să nu își modifice poziția, face ca la excitarea masei centrale prin încălzirea cu laser să nu apară variație de frecvență.

Pentru studiul acestui mod de comportare al plăcii de cuarț la iluminarea cu un fascicul laser modelul are deosebită importanță de a pune în evidență o legătură între variația frecvenței de rezonanță la iluminarea într-un punct oarecare al plăcii și amplitudinea de oscialție a acelui punct, idee care stă la baza metodei de investigație cu laser a amplitudinii de oscilație a plăcilor de cuarț.

Deși în mod ideal rezonatorul cu cuarț în tăietură AT nu trebuie să-și modifice frecvența de rezonanță la variația temperaturii atunci când este încălzit uniform, totuși în realitate există o dependență a frecvenței de rezonanță cu temperatura conform unor curbe binecunoscute [8]. Interesant este faptul că la iluminarea cu laser, prin încălzirea locală a suprafeței de oscilație, variația frecvenței de rezonanță este de semn contrar celei obținute prin încălzire uniformă. Aceasta se obține atât prin simulare utilizând

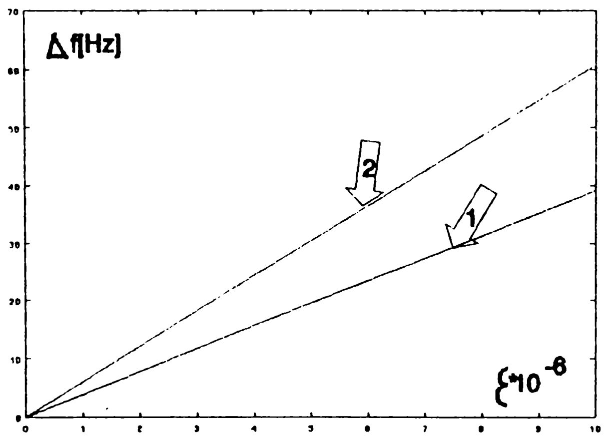


Figura 2.7 Variația frecvenței de rezonanță la iluminarea în zona centrală a plăcii de cuarț cu un fascicul laser care generează un gradient de temperatură: 1)liniar; 2)abrupt

modelul discret simplificat, cât şi în experienţele practice efectuate de autor.

In cazul simulării iluminării plăcii de cuarţ în zona centrală cu un fascicul laser a cărui putere se modifică, coeficienţii elastici pentru resoarte variază între $\epsilon=0$ şi $\epsilon=10*10^{-6}$ din valoarea iniţială, cu pasul de 10^{-6}. Variaţiile frecvenţei de rezonanţă rezultate în aceste condiţii pentru un cristal de cuarţ simulat cu un model cu 7 mase, cu frecvenţa fundametală de 9,87MHz şi armonicăde 28,11 MHz, sunt prezentate în figura 2.7.

Rezultatele valorice obţinute în urma simulării comportării cristalului de cuarţ la iluminarea cu un fascicol laser corespund rezultatelor experimentale prezentate în capitolul 3 atât pentru distribuţia amplitudinilor de oscilaţie de-a lungul unui diametru, cât şi ca valoare a variaţiei relative a frecveţei de oscilaţie, dacă valorile pentru variaţia coeficientului de elasticitate sunt alese adecvat, încât să înglobeze în ele toate influenţele pe care le suferă cristalul în urma gradientului termic instalat.

Programele de simulare sunt prezentate în anexa 5.

2.1.4.2.Simularea modificării frecvenţei de rezonanţă la atingerea suprafeţei de oscilaţie cu un fir elastic.

La atingerea suprafaţei de oscilaţie a unuei plăci de cristal de cuarţ în tăietură AT cu un fir elastic se produce un salt de frecvenţă care este proporţional cu amplitudinea vibraţiilor plăcii de cuarţ la punctul de contact între fir şi placă.[45][46]. Comportarea rezonatorului este ca şi cum ar creşte coeficientul de elasticitate al cristalului în punctul de contact al firului cu suprafaţa rezonatoare. Aceasta permite scrierea ecuaţiilor pentru modelul simplificat de forma relaţiilor (2.40), unde punctul de contact cu diametrul plăcii de cuarţ simulate este puctul corspunzător masei m_1 conform figurii 2.2. Pentru acest caz $[m]^{-1}=[m]$.

$$[k_1]\,[m]^{-1}-\Omega I=0$$

$$[k_1]=\begin{bmatrix}2k+2\epsilon k & -k & 0 & . & 0\\ -k & 2k & -k & . & 0\\ . & . & . & . & .\\ 0 & . & -k & 2k & -k\\ 0 & . & 0 & -k & 2k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2k & -k & 0 & . & 0\\ -k & 2k & -k & . & 0\\ . & . & . & . & .\\ 0 & . & -k & 2k & -k\\ 0 & . & 0 & -k & 2k\end{bmatrix}+\epsilon\begin{bmatrix}2k & 0 & 0 & . & 0\\ 0 & 0 & 0 & . & 0\\ . & . & . & . & .\\ 0 & . & 0 & 0 & 0\\ 0 & . & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}=\qquad(Z.46)$$

$$=[k]+[\delta k_1]$$

cu:

$$[m]=\begin{bmatrix}m & 0 & . & 0\\ 0 & m & . & 0\\ . & . & . & .\\ 0 & . & 0 & m\end{bmatrix}\qquad(Z.47)$$

Ecuația (2.46) ia forma :

$$([k]\,[m]+[\delta k_1]\,[m])-\Omega I=0\qquad(Z.48)$$

cărea i se poate aplica metoda perturbației pentru a calcula abaterea fercvenței de rezonanță. Dacă se repetă calculele pentru cazul în care firul atinge pe rând fiecare din punctele modelului prezentat în figura 2.4, caz care corespunde cu trecerea firului de-alungul diametrului rezonatorului, se obține o variație de frecvență conform celor prezentate în figura 2.8, pentru modul de oscilație fundamental. Frecvența de rezonanță simulată pentru un model cu 7 mase concentrate este de 9.87 MHz, iar modificarea coeficientului de elasticitate în locul contactului este de $\epsilon=2*10^{-6}$

In aceleași condiții pentru armonica a treia, de frecvență 28.11 MHz, se obțin variațile frecvenței de rezonanță prezentate în figura 2.9, la baleerea cu un fir elastic a diametrului plăcii de cuarț. Observațiile privind modelarea modului de oscilație pe armonica a treia făcute la paragraful anterior (la iluminarea suprafeței de oscilație cu un fascicul laser) rămân valabile și pentru acest caz. Pentru ambele grafice pe axa x s-au notat punctele din model corespunzătoare figurii 2.10 unde atinge firul placa.

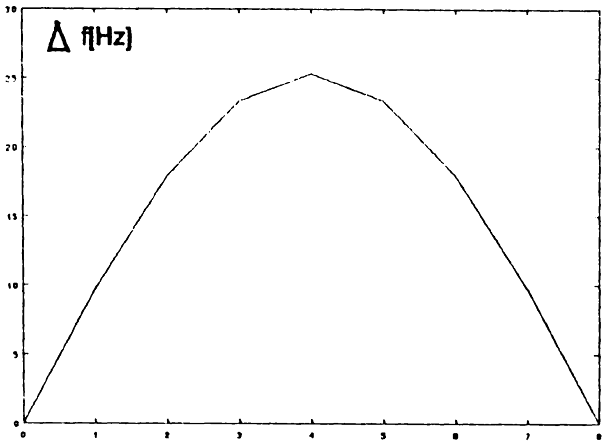


Figura 2.8 Modificarea frecvenţei de rezonaţă la baleierea plăcii de cuarţ cu un fir elastic pe suprafaţa de oscilaţie.

Dacă apăsarea firului pe suprafaţa de oscilaţie este mai puternică atunci creşte şi coeficientul de elasticitate, şi drept urmare, şi frecvenţa de rezonaţă. Acest fenomen a fost simulat prin modificarea coeficientului de elasticitate între valorile $\epsilon=0...10*10^{-6}$ în paşi egali de 10^{-6} iar rezultatele simulării pentru un model cu 7 mase concentrate având frecvenţa de rezonanţă de 9.87 MHz, pentru modul de oscilaţie fundamental, sunt prezentate în figura 2.10. Deşi aparent atingerea suprafeţei de oscilaţie cu un fir elastic ar corespunde cu o încărcare masică, modificarea frec-

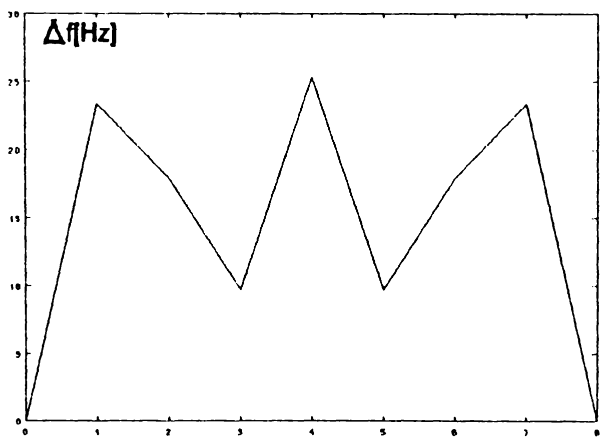


Figura 2.9 Variaţia frecvenţei de rezonanţă la atingerea suprafeţei de oscilaţie cu un fir elastic când placa oscilează pe armonica a treia.

venţei de rezonanţă este de semn contrar celei care se produce la încărcarea masică. Acest fenomen a rezultat atât în urma simulării, cât şi în urma efectuării experienţelor practice.

Programele care simulează modificarea frecvenţei de rezonanţă la atingerea suprafeţei de oscilaţie cu un fir elastic sunt prezentate în Anexa 6. Rezultatele obţinute prin modelare corespund calitativ şi cantitativ cu valorile obţinute experimental pentru modificarea frecvenţei de rezonanţă pentru plăcile de cristal de cuarţ în tăietura AT la aplicarea unor perturbaţii. Rezultate experimentale sunt prezentate în capitolul următor.

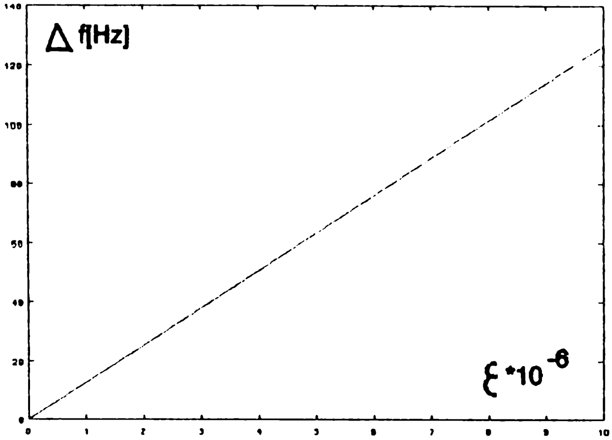


Figura 2.10 Variaţia frecvenţei de rezonanţă la apăsarea în zona centrală a unei plăci de cuarţ în tăietură AT cu un fir elastic

2.2.Model termic pentru studiul încălzirii locale a rezonatorului de cuarţ prin iluminarea suprafeţei de oscilaţie cu un fascicul laser.

Comportarea din puctul de vedere al stabilităţii frecvenţei de rezonanţă cu modificarea temperaturii a rezonatoarelor cu cuarţ atunci când valoarea temperaturii este uniformă în toată masa cristalului a fost studiată exhaustiv, iar aceste studii au dus la apariţia binecunoscutelor plăci de cuarţ dublu rotite AT şi BT. Mult mai recent s-a arătat că comportarea rezonatoarelor cu cuarţ este complet diferită când distribuţia de temperatură este neuniformă. Gradientele de temperatură induc tensiuni cvasistatice termice precum şi deformări ale cristalului care prin efecte neliniare au ca rezultat modificarea frecvenţei de rezonanţă ale rezonatorilor. Primele calcule au fost efectuate de Hooland [32] şi EerNisse [28] [29], iar apoi Ballato a construit un model pentru studiul comportării cristalului de cuarţ supus unui ciclu de modificare a temperaturii. [3] In toate aceste modele gradientul de temperatură este distribuit numai în grosimea plăcii şi este independent fată de dimensiunile laterale ale rezonatorului.

2.2.1. Ipotezele modelului.

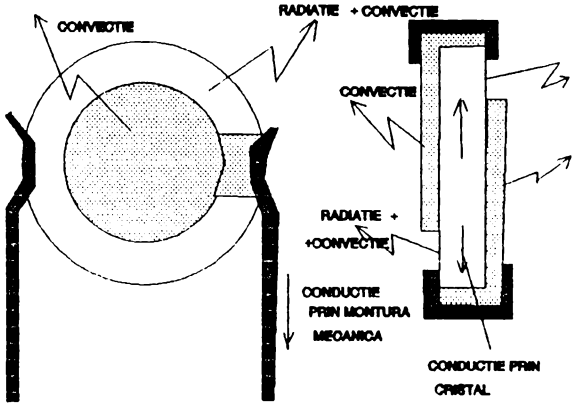


Figura Z.11 Schimbul termic cu exteriorul al unui rezonator cu cuarţ

Intr-un rezonator de cuarţ schimburile de energie termică se realizează prin conducţie termică în interiorul cristalului, prin conducţia termică a electrozilor, prin radiaţia termică la suprafaţa rezonatorului, prin convecţie naturală, precum şi prin conducţie prin montura mecanică a cuarţului.

Dacă considerăm o placă de cristal planoconvexă iluminată cu un fascicul laser în zona centrală admitem, intr-o ipoteză simplificatoare, că în placă se stabileşte o repartizare de putere termică q(r) de formă liniară. Din puterea termică care pătrunde prin electrod în cristal în urma iluminării cu fasciculul laser, o parte se pierde prin diferite mecanisme de disipare a energiei. Dacă electrozii sunt de aur şi suprafaţa electrodului este o treime din suprafaţa discului de cuarţ, puterea fasciculului laser se disipă în rezonatorul de cuarţ conform conductanţelor termice existente între rezonator şi mediul înconjurător (prin intermediul celor trei componente geometrice principale: suprafaţa electrodului, suprafața cristalului de cuarț, muchiile cristalului) și montura mecanică reprezentate în figura 2.11 [85] :

- conductanța termică a electrodului : 6 * 10^{-5} W/K
- conductanța termică a cristalului (fața principală) : 2* * 10^{-3} W/K
- conductanța termică a muchiilor 5 * 10^{-4} W/K
- conductanța termică a monturii mecanice este 2 *10^{-3} W/K

Fenomenul de apariție a unui gradient termic în cristalul de cuarț datorită încălzirii acestuia prin disiparea energiei vibraționale, în căldură [86] [87] [30] , nu influențează într-o manieră hotărâtoare stabilirea gradientului de temperatură care apare datorită încălzirii locale cu un fascicul laser. Puterea termică ce apare în cristal datorită vibrațiilor cristalului este cel puțin cu un ordin de mărime mai mică decât cea datorată laserului.

Pentru senzorii construiți pe baza rezonatoarelor cu cuarț care funcționează în atmosferă deschisă schimburile lor de căldură cu exteriorul sunt altele decât pentru cristalele de cuarț folosite la controlul frecvenței și care funcționează în incinte închise vidate, ceea ce face necesară elaborarea unui nou model, fată de cel elaborat de J.P.Valentin [85] [86].

2.2.2 Modelul termic.

Se consideră cristalul de cuarț divizat în trei regiuni conform figurii 2.12, care sunt: zona I asupra căreia acționează fasciculul laser, zona II care corespunde cristalului de cuarț placat cu electrozi și zona III periferică a rezonatorului unde nu există decât cristal de cuarț.

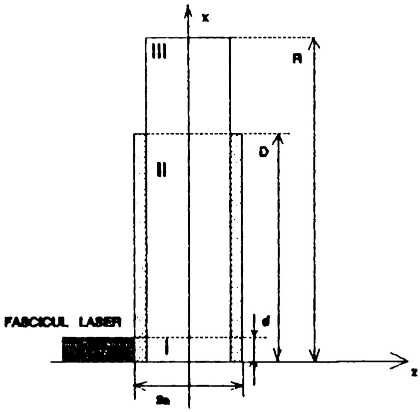


Figura 2.12 modelul termic pentru rezonatorul de cuarț

In zona I radiaţia laser incidentă va ridica temperatura cristalului de cuarţ la o valoare T_1. Temperatura care se stabileşte în cristal depinde de puterea fasciculului laser, de grosimea stratului de electrod şi de materialul din care este confecţionat electrodul, care având coeficienţi de reflexie diferiţi ai radiaţiei optice cu diferite lungimi de undă produce o dependenţă a temperaturii în funcţie de lungimea de undă a radiaţiei laser. La acoperirea electrozilor rezonatorului cu un strat fotoabsorbant precum şi la înlăturarea electrodului în zona de incidenţă a radiaţiei laser pe suprafaţa oscilantă, dependenţa temperaturii ce se obţine în interiorul cristalului faţă de lungimea de undă a radiatiei laser dispare. Experienţele prezentate în capitolul 3 vin să certifice aceste afirmaţii. Datorită faptului că grosimea plăcii este mică se poate considera în ceastă zonă că avem aceeaşi temperatură în volumul cristalului.

Experienţa prezentată în paragraful 3.2.4 vine să demonstreze aceasta prin faptul că iluminat pe ambele suprafeţe principale în zona centrală cu două fascicule laser de aceeaşi lungime de undă, variaţia totală de temperatură se obţine ca o sumă a celor două variaţii de temperatură datorate fiecărui fascicul laser în parte, deoarece efectele privind variaţia frecvenţei de rezonanţă se însumează.

In zona II temperatura cristalului de cuarţ creste peste temperatura mediului înconjurător T_m datorită fenomenului de conducţie termică a cuarţului. Conductivitatea termică medie a cuarţului pentru tăietura AT este de 8 W/mK conform lui EerNisse [29] sau conform [95] are valori cuprinse între 5.9 şi 11 W/mK. Schimbul de căldură cu exteriorul se face prin radiaţie şi convecţie naturală.

Prin radiaţie se pierde foarte puţină căldură deoarece factorul de emisie termică pentru argint este foarte mic, aprox. ϵ_{Ag} = =0,04, iar cuarţul este placat spre exterior cu electrozi de argint. Acelaşi lucru este valabil şi pentru alte metale Au, Al sau Cu, din care se pot realiza electrozii. Prin convecţie naturală coeficientul de transfer termic, calculat după formula aproximativă a lui Nusselt [96], valabilă în cazul unui perete vertical plan este:

$$\alpha=2,552(T_2-T_m)^{1/4} \qquad [\frac{W}{m^2K}] \qquad (Z.49)$$

Dacă considerăm o diferență între temperatura cuarțului T_2 din zona II și a mediului ambiant T_m de 0,7°C,(care se va demonstra cantiativ în paragraful următor), și o suprafața de electrod de 4 cm^2 atunci se obține o conductanță termică, definită ca raport între cantitatea de căldură schimbată cu exteriorul și variația de temperatură, Y_α=9,33 10^{-4} ≈ 10^{-3}.W/K. Rezultatul este de remarcat deoarece față de modelul lui J.P.Valentin, la funcționarea rezonatorului cu cuarț în atmosferă nu se mai poate neglija gradientul de temperatură care se instalează în zona II a modelului prezentat. Consecințele sunt majore în sensul că zona în care apare acest gradient este o zonă în care rezonatorul de cuarț prezintă amplitudine de oscilație diferită de zero, ceea ce duce la modificarea frecvenței de rezonanță.

In zona III schimbul de căldură cu exteriorul se face prin radiație și convecție termică a cuarțului. Coeficientul de emisie energetică a cuarțului ϵ_q=0,95 face ca la suprafața inelului de cuarț să avem o conductanță termică de aprox. $2*10^{-3}$ W/K. Spre deosebire de modelul lui J.P.Valentin acest termen nu se poate neglija deoarece rezonatorul nu este într-o incintă vidată.

Aceasta zonă își aduce contribuția la modificrea frecvenței de rezonanță numai prin gradientul de temperatură în planul plăcii. Gradientul în grosime deși existent prin faptul că zona fără electrozi nu prezintă amplitudine de oscilație nu va modifica frecvența de rezonanță. In schimb efectul datorat monturii mecanice, care este important la modelul lui J.P.Valentin, se reduce considerabil deoarece întregul inel de cuarț de la marginea rezonatorului are o conductanță termică de același ordin de mărime ca și montura mecanică.

Pentru a calcula gradientul de temperatură din placa de cuarț, și de aici tensiunile elastice induse, se scrie ecuația de difuzie a căldurii în volumul rezonatorului, în coordonate cilindrice :

$$\nabla^2 T + \frac{q(r,\theta,z)}{\lambda} = 0 \qquad \text{(Z.50)}$$

unde $q(r,\theta,z)$ reprezintă în coordonate cilindrice distribuția puterii termice în interiorul cristalului. Condițiile de frontieră sunt pentru gradientul de temperatură din planul plăcii de cuarț:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} &= Y_1 [T_3(r,z) - T_2(r,z)] \qquad r=D \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial r} &= Y_2 [T_m - T_3(r,z)] \qquad r=R \end{aligned} \qquad \text{(Z.51)}$$

unde Y_1 reprezintă conductanța termică a cuarțului, Y_2 reprezintă conductanța termică a muchiilor discului de cuarț, iar pentru gradientul de temperatură în grosimea plăcii avem:

$$\begin{aligned} \lambda \frac{\partial T}{\partial z} &= T_\alpha [T_m - T_2(r,z)] \qquad z=\pm a,\ d<r<D \\ \lambda \frac{\partial T}{\partial z} &= Y_2 [T_m - T_3(r,z)] \qquad z=\pm a,\ D<r<R \end{aligned} \qquad \text{(Z.52)}$$

cu Y_α definit anterior, și unde λ este conductivitatea medie a cuarțului, $T_2(r,z)$ este temperatura în cristal în zona II a modelului, $T_3(r,z)$ este temperatura în cristal în zona III, iar grosimea rezonatorului este $2a$.

Integrarea ecuației (2.50) cu condițiile de frontieră (2.51) și (2.52) conduc la stabilirea distribuției valorilor de temperatură în volumul cristalului.

2.2.3. Gradientul de temperatură la încălzirea locală a plăcii de cuarț cu un fascicul laser

Calculul gradientului de temperatură în cristalul de cuarț este o sarcină dificilă. Totuși pentru determinări orientative cantitativă a acestui gradient, să calculăm gradientul de temperatură în cuarț de-a lungul axei r, neglijând într-o primă aproximație gradientul în grosimea plăcii care apare în zonele II și III ale

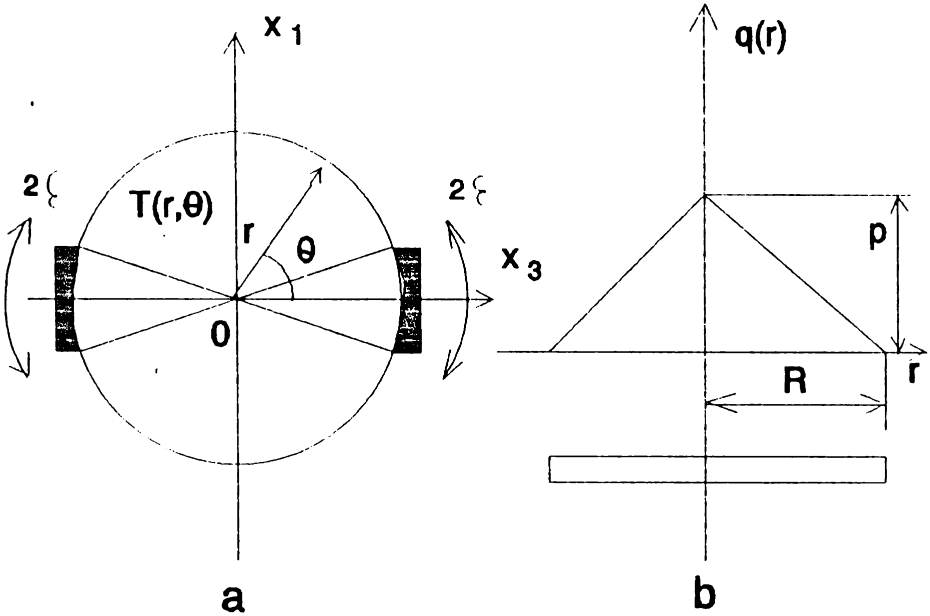


Figura 2.13 Distribuţia liniară a puterii termice în interiorul cristalului de cuarţ

modelului termic dezvoltat anterior, deci vom calcula pentru planul z=0, z fiind omis din următoarele relaţii.

Placa de cuarţ sub forma de disc de rază R este prezentată în figura 2.13.a. T(r,θ) este temperatura cristalului, care este montat prin două elemente de fixare cu o grosime unghiulară de 2ε.

Prin utilizarea coordonatelor (r,θ) în planul x_1x_3 ecuaţia difuziei temperaturii, prin neglijarea gradientului după axa Z, este prezentată în ecuaţia (2.53), unde T(r,θ) este temperatura în punctul de coordonate r şi θ în planul x_1x_3.

$$\nabla^2 T=\frac{\partial T^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}=-\frac{q(r)}{\lambda} \qquad (2.53)$$

Considerând că puterea termică pe unitatea de volum [W/m³] în centrul plăcii are valoarea p, putem scrie valoarea distribuţiei puterii termice q(r) admisă liniară, ca fiind:

$$q(r) = p - \frac{p}{R} r \tag{Z.54}$$

Soluţia ecuaţiei (2.53) poate fi pusă sub forma :

$$T(r,\theta) = T_0(r) + T_2(r,\theta) \tag{Z.55}$$

unde To(r), care nu depinde de θ, este soluţia ecuaţiei :

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{q(r)}{\lambda} \tag{Z.56}$$

iar T2(r,θ) este soluţia ecuaţiei:

$$\nabla^2 T_2(r,\theta) = 0 \tag{Z.57}$$

Rezonatorul neînchis în capsulă vidată prezintă o radiaţie termică a suprafeţei de cuarţ neplacată cu electrozi care face ca efectul conductanţei termice a monturii mecanice să fie atenuat astfel încât nu apare o modificare importantă a temperaturii plăcii de cuarţ în funcţie de unghiul θ. Deci distribuţia temperaturii în placa de cuarţ depinde aproximativ numai de r. Variaţia frecvenţei de rezonanţă depinde numai de distribuţia de temperatură T(r) [86].

Ecuaţia (2.56) are o soluţie de forma :

$$T_0(r) = \ln r \int r f(r)\,dr - \int r \ln r f(r)\,dr + C_1 \ln r + C_2 \tag{Z.58}$$

unde :

$$f(r) = -\frac{q(r)}{\lambda} = \frac{p}{\lambda R} r - \frac{p}{\lambda} \tag{Z.59}$$

Din condiţia ca temperatura în centrul plăcii de cuarţ să fie de valoare finită, rezultă că constanta de integrare C1 este nulă. Inlocuind valoarea lui f(r) din (2.59) în soluţia (2.58) efectuând integrale simple prin părţi, după unele simplificări avem :

$$T_0(r) = \frac{p}{\lambda} r^2 \left(\frac{r}{9R} - \frac{1}{4}\right) + C_2 \qquad (Z.60)$$

unde constanta de integrare C_2 se impune prin condiţia de frontieră pentru r=R :

$$T_0(R) = T_m = C_2 - \frac{p}{\lambda}\frac{5R^2}{36}$$

$$C_2 = T_m + \frac{p}{\lambda}\frac{5R^2}{36} \qquad (Z.61)$$

Dacă dorim să prezentăm graficul gradientului de temperatură de-a lungul diametrului plăcii de cuarţ, acesta se calculează confom programului din ANEXA 3. Alura gradientului de temperatură este prezentată în figura 2.14. Acesta a fost calculat pentru o placă cu diametrul de 20mm, o valoare a puterii termice pe unitatea de volum p de $1*10^6 W/m^3$ în zona plăcii de cristal iluminată de laser, care s-a obţinut considerând un laser cu o putere de 10 mW având un fascicul cu diametrul de $1mm^2$, după ce lumina a străbatut electrodul depus pe sup/rafaţa rezonatorului. Gradientul de temperatură obţinut de 0,7 °C/10mm cu alura din figura 2.14. Valoarea este în concordanţă cu datele experimentale.

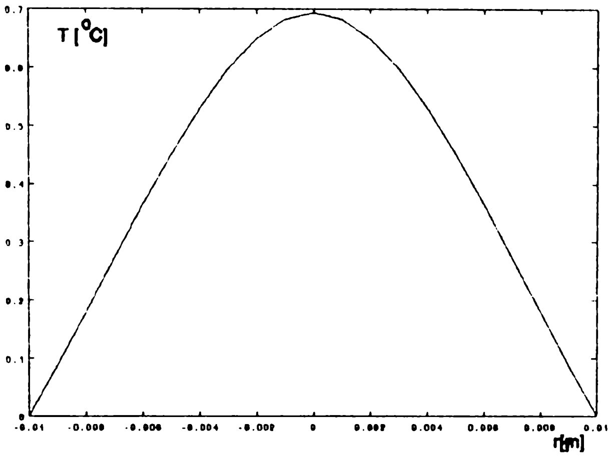


Figura Z.14 Temperatura de-a lungul diametrului plăcii de cuarţ

2.2.4. Influența gradientului de temperatură asupra frecvenței de rezonanță pentru rezonatoare cu cuarț în tăietură AT.

'In starea inițială placa de cuarț este la o temperatură constantă și nu există tensiuni, deplasări și deformații in cristal. Dacă temperatura crește de la To la T, iar cristalul se poate extinde liber avem :

$$u_i=y_i-x_i \tag{Z.62}$$

iar deformația conform relației (1.11) este de forma:

$$S_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j}+\frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)=\frac{1}{2}\left(u_{i,j}+u_{j,i}\right) \tag{Z.63}$$

folosindu-se o notație prescurtată cu virgulă la indice pentru derivare. Rezultă relația intre tensiune-deformație-temperatură:

$$\begin{aligned}T_{ij}=&C^{\psi}_{ijkl}S_{kl}+\frac{1}{2}C^{\psi}_{ijklmn}S_{kl}S_{mn}+\\&+\frac{1}{6}C^{\psi}_{ijklmnpq}S_{kl}S_{mn}S_{pq}+\\&+\frac{1}{24}C^{\psi}_{ijklmnpqrs}S_{kl}S_{mn}S_{pq}S_{rs}\end{aligned} \tag{Z.64}$$

unde u_i, S_{ij} și T_{ij} sunt deplasarea inițială, tensorul deformațiilor, tensorul tensiunilor elastice, și coeficienții elastici liniari și neliniari până la ordinul patru. ψ reprezintă creșterea temperaturii, fiind de forma:

$$\psi=\Delta T=T-T_0 \tag{Z.65}$$

In ecuația (2.64) coeficienții de elasticitate C^{ψ}_{ijkl}, C^{ψ}_{ijklmn}, ..., sunt dependenți de temperatură și au forme polinomiale:

$$C^{\dagger}_{klij}=C_{ijkl}+C^{(1)}_{ijkl}\Delta T+\frac{1}{2}C^{(2)}_{ijkl}(\Delta T)^2+\frac{1}{6}C^{(3)}_{ijkl}(\Delta T)^3$$

$$C^{\dagger}_{ijklmn}=C_{ijklmn}+C^{(1)}_{ijklmn}\Delta T+\frac{1}{2}C^{(2)}_{ijklmn}(\Delta T)^2$$

$$C^{\dagger}_{ijklmnpq}=C_{ijklmnpq}+C^{(1)}_{ijklmnpq}\Delta T \tag{Z.66}$$

$$C^{\dagger}_{ijklmnpqrs}=C_{ijklmnpqrs}$$

unde:

$$C^{(n)}_{ijkl}=\frac{\partial^n C^{\dagger}_{ijkl}}{\partial T^n}\Big|_{T_0}, \qquad n=1,2,3$$

$$C^{(n)}_{ijklmn}=\frac{\partial^n C^{\dagger}_{ijklmn}}{\partial T^n}\Big|_{T_0}, \qquad n=1,2 \tag{Z.67}$$

$$C^{(n)}_{ijklmnpq}=\frac{\partial^n C^{\dagger}_{ijklmnpq}}{\partial T^n}\Big|_{T_0}, \qquad n=1$$

$$n=1,2,3,4.$$

In starea finală cristalul de cuarţ prezintă vibraţii cu amplitudine mică suprapuse peste deformaţia termică.

Cu aceste condiţii iniţiale, se poate aprecia factorii care duc la modificarea frecvenţei de rezonanţă la apariţia unui gradient de temperatură spaţial în placa de cuarţ pentru modul de rezonanţă de forfecare în grosime.

Tinând cont de ecuaţiile generale de mişcare (1.42) se constată că variaţia frecvenţei de rezonanţă se datorează variaţiei componentelor ce intervin în expresia tensiunilor elastice ca urmare a gradientului de temperatură ce se instalează în placă care sunt: variaţia coeficienţilor elastici cu temperatura, deformaţiile mecanice ale plăcii datorate dilataţiei termice, care intervin în expresia tensiunii elastice prin intermediul coeficienţilor elastici neliniari. Vom particulariza aceste aspecte pentru cazul oscilaţiei de forfecare în grosime utilizate în rezonatoarele cu cuarţ în taietură AT.

In relaţia 1 din (1.44) care reprezintă ecuaţia de mişcare pentru modul de oscilaţie de forfecare în grosime apare derivata spaţială a tensiunii elastice $T_6^{(0)}$, în care termenii de interes sunt: c_{66}, $u_{2,1}^{(0)}$ şi $u_1^{(1)}$. De asemenea variaţia tensiunii elastice $T_6^{(0)}$ se poate obţine şi datorită coeficienţilor elastici neliniari.

Dacă din relaţia (2.66) reţinem numai primii trei termeni din partea stângă, variaţia coeficientului C_{66}^{*} cu temperatura depinde numai de raza r având expresia:

$$\frac{\partial C_{66}^{*}}{\partial r}=\frac{\partial C_{66}}{\partial r}+\frac{\partial^2 C_{66}}{\partial T^2}\frac{\partial T}{\partial r}\Delta T+\frac{\partial C_{66}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial r}=$$
$$=\frac{\partial^2 C_{66}}{\partial T^2}\frac{\partial T}{\partial r}\Delta T+\frac{\partial C_{66}}{\partial T}\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{\partial^2 C_{66}}{\partial T^2}\frac{\partial T}{\partial r}\Delta T \qquad (2.68)$$

deoarece C_{66} nu variază cu raza, iar prima deriavată a lui C_{66} cu temperatura are o valoare redusă datorită tăieturii AT care este compensată cu variaţia liniară a temperaturii.

Coeficientul de variaţie al lui C_{66} datorită unui gradient spaţial de temperatură are expresia dată de relaţia (2.69) şi are unitatea de masură [k^{-1} m^{-1}]

$$TC_{66}^{r}=\frac{1}{C_{66}}\frac{\partial^2 C_{66}}{\partial T^2}\frac{\partial T}{\partial r} \qquad (2.69)$$

Valoarea acestui coeficient este de $-3,3\times10^{-8}$, fiind calculat în programul din Anexa 4, şi este mult mai mare decât coeficientul de variaţie cu temperatura a frecvenţei de rezonanţă datorită derivatei de ordinul întii al lui C_{66}.

Valoarea pentru variaţia coeficientului de elasticitate cu raza, datorită gradientului spaţial de temperatură, este ΔC_{66} = $(-3,3\mathrm{X}10^{-8})\mathrm{x}\Delta r\mathrm{x}\Delta T\mathrm{x}C_{66}$ [N/m^2] pentru exemplul luat în considerare.

La această variaţie a tensiunii elastice, datorată comportării neliniare cu temperatura a coeficientului cee, se va adăuga variația datorată modificărilor deplasărilor mecanice ce apar în urma gradientului termic care prin intermediul coeficienților neliniari duc la modificarea tensiunii elastice. Aceste variații sunt dificil de exprimat prin relații analitice.

2.3. Concluzii.

Modelul discret simplificat, dezvoltat și prezentat în lucrare permite o evaluare în primul rând calitativă, dar și cantitativă a fenomenelor care produc modificarea frecvenței de rezonanță datorită aplicării unor mici perturbății plăcilor de cuarț în tăietură AT. Față de modelele existente în literatură se reușeste a se pune în evidență efectele unor perturbații neuniform distribuite pe suprafața de oscilație a rezonatorului și care afectează diferit anumite zone ale suprafeței de oscilație.

Modelul este general, fiind capabil să explice unitar modificarea frecvenței de rezonanță atât pentru fenomenele de încărcare masică, de iluminare cu fascicule laser cât și de atingere a suprafeței de oscilație cu fire elastice subțiri. Aceste fenomene sunt prezentate în literatura de specialitate fără a se încerca o explicație și un model teoretic unitar pentru ele.

Calculele relativ simple cu care se operează pentru modelarea fenomenelor fizice ce apar în senzorul supus la o perturbație neuniformă face acest model atractiv.

Modelul termic introdus în acest capitol explică modificarea frecvenței de rezonanță datorată iluminării rezonatorului cu cuarț cu un fascicul laser, atunci când rezonatorul funcționează neâncapsulat, prezentându-se importanța convecției naturale pentru instalarea unui gradient de temperatură în grosimea cristalului. Aceasta distribuție de temperatură în cadrul cristalului de cuarț are un important rol în modificarea frecvenței de rezonanță.

· CAPITOLUL 3

MODIFICAREA FRECVENTEI DE REZONANTA A UNUI REZONATOR CU CUART IN TAIETURA AT LA APLICAREA UNOR PERTURBATII. REZULTATE EXPERIMENTALE.

Experienţele prezentate în acest capitol pun în evidenţă modificarea frecvenţei de rezonanţă pentru o placă de cuarţ în tăietură AT atunci când suprafaţa acesteia este iluminată cu un fascicul laser, este încălzită local cu o sursă punctuală de radiaţii în infraroşu sau este în contact mecanic cu un fir elastic subţire.

3.1. Instalaţiile experimentale

Pentru a studia modificarea frecvenţei de rezonanţă pentru un oscilator de cuarţ în tăietură AT la iluminarea cu un fascicol laser am fixat placa de cuarţ într-o montură mecanică conform figurii 3.1. Aceasta permite modificarea poziţiei pe orizontală şi pe verticala a plăcii de cuarţ, precum

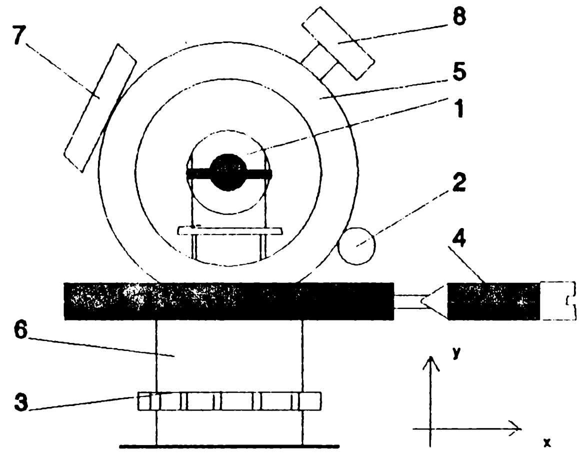


Figura 3.1 Montura mecanică pentru placa de cuarţ.

şi rotirea în jurul unei axe normale la suprafaţa plăcii care trece prin mijlocul acesteia. Placa de cuarţ are forma unui disc având depuşi doi electrozi de aluminiu sau de argint pe suprafeţele acestuia. Pentru figura 3.1. avem: 1.placa de cuarţ; 2.acţionarea dispozitivului de rotire; 3.şurub micrometric pentru deplasarea după axa Y; 4.masă micrometrică (cu şurub micrometric) pentru deplasarea după axa X; 5.dispozitiv de rotire; 6.masa micrometrică pentru deplasare după axa Y; 7.placa cu componente electronice (oscilatorul); 8 vizor pentru citirea unghiului de rotaţie a plăcii de cuarţ.

Montura de prindere a plăcii de cuarţ este realizată cu ajutorul unor mase micrometrice produse de IMF Bucureşti.

Placa de cuarţ este introdusă în bucla de reacţie a unui montaj de amplificare realizat pe baza amplificatorului operaţional 733. Schema este prezentată în figura 3.2. Valoarea rezistenţei R_1

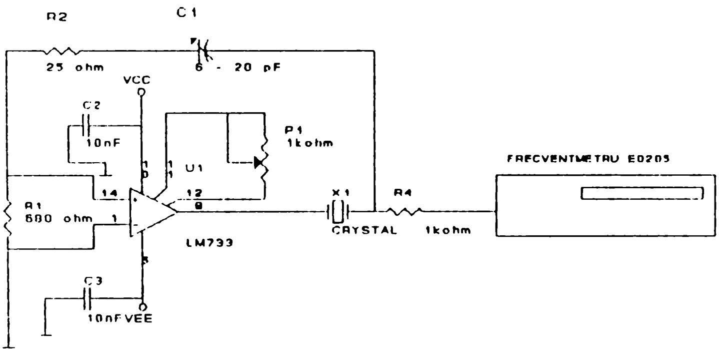


Figura 3.2 Schema electronică a oscilatorului

este de 680 ohm, iar grupul R_2 C_1 asigură reglajul fin al frecvenţei de oscilaţie în jurul valorii de rezonanţă furnizată de producătorul cristalului. Rezistenţa R_2 are o valoare de 25 ohm iar condensatorul variabil C_1 are o plajă de modificare a capacităţii cuprinsă între 6 - 20 pF. Potenţiometrul P_1 având o valoare de 1Kohm reglează amplificarea şi este util în excitarea modului de oscilaţie a cristalului pe armonica a treia. Rezistenţa R_4 cu o valoare de 1 Kohm asigură adaptarea semnalului cules de pe cuarţ la intrarea frecvenţmetrului de tip E.0205 cu care s-au făcut citirile frecvenţei de rezonanţă.

Frecvenţmetrul de tip E.0205 are o rezoluţie de 1 Hz şi un timp de răspuns de 1s, caracteristici care satisfac necesităţile exeperienţelor efectuate.

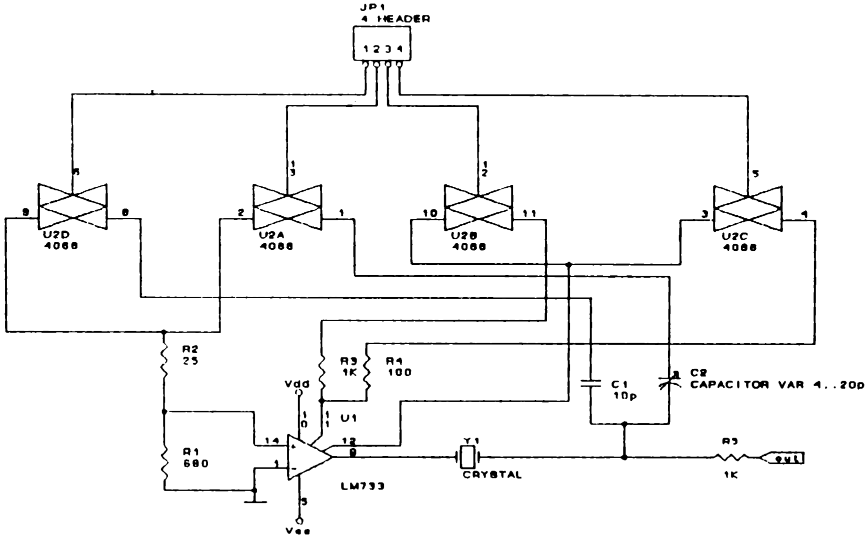


Figura 3.3 Schema oscilatorului cu comutare electronică a modurilor de oscilaţie pentru rezonatorul de cuarţ

Pentru a putea comuta electronic modul de oscilaţie al cristalelor de cuarţ am conceput o schemă utilizând comutatoare CMOS de tipul 4066 prezentată în figura 3.3. Prin intermediul lor se poate comuta capacitatea înseriată cu cristalul de cuarţ, precum şi regla amplificarea amplificatorului operaţional. Pentru a obţine modul de oscilaţie fundamental în bucla de reacţie se conectează un condensator de 10 pF, iar pentru moduri de oscilaţie overton se conectează un condensator variabil a cărui valoare este cuprinsă între 4 -

20 pF.

3.2. Modificarea frecvenţei de rezonanţă la încălzirea uniformă a uni rezonator cu cuarţ.

Rezonatorul cu cuarţ neâncapsulat a fost introdus într-o incintă termostatată care prin răcire cu apă permite reglarea temperaturii în jurul valorii temperaturii ambiante.

Pentru mai multe rezonatoare cu cuarţ cu frecvenţe de rezonanţă diferite s-au ridicat caracteristicile de frecvenţă în funcţie de temperatură. Rezonatoarele de cuarţ utilizate în experimentele efectuate de autor respectă curbele de variaţie a frecvenţei de rezonanţă în funcţie de modificarea temperaturii mediului ambiant. Pentru cristalul de cuarţ cu frecvenţa de rezonanţă fundamentala de 4.427.112 Hz, la temperatura mediului ambiant de 25ºC, se obţine o variaţie a frecvenţei de rezonanţă la modificarea temperaturii prezentată în figura 3.4.

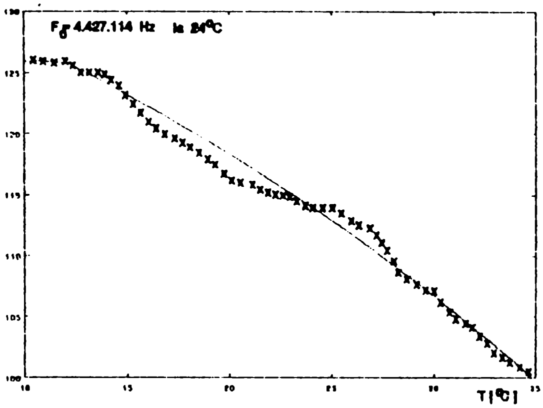


Figura 3.4 Variaţia frecvenţei de rezonantă în funcţie de temperatură pentru un cristal de cuarţ oscilând pe frecvenţa fundamentală de 4.273.114 Hz

3.3. Modificarea frecvenţei de rezonanţă la iluminarea rezonatorului cu cuarţ cu un fascicul laser

3.3.1. Instalaţia experimentală

Pentru efectuarea acestor experienţe, montura mecanică şi laserul cu care se aplică fascicolul perturbator pe suprafaţa plăcii de cuarţ sunt fixate pe un banc optic conform figurii 3.5.

Pentru figura 3.5. avem : 1. frecvențmetru; 2. montura mecanică pentru placa de cuarț; 3. polarizor; 4. laser cu He-Ne; 5. sursă de înaltă tensiune pentru laser; 6. banc optic.

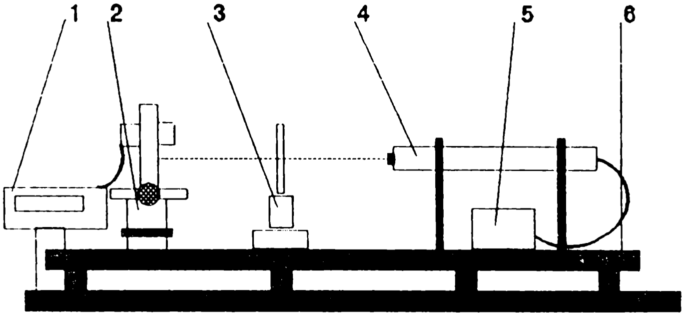


Figura 3.5 Montajul experimental pentru studiul modificării frecvenței de rezonanță la iluminarea plăcii de cuarț cu un fascicul laser

Experiențele au fost efectuate utilizându-se două tipuri de laseri, laser cu He-Ne și laser cu argon având lungimi de undă de 632,8nm respectiv 501,7nm iar puterea fasciculului laser este variată între 0 și 10 mW.

Prin modificarea poziției plăcii de cuarț cu ajutorul monturii mecanice se poate realiza poziționarea după dorință a fasciculului laser pe suprafața plăcii de cuarț.

Utilizându-se instalația experimentală prezentată în figura 3.5 s-a studiat variația frecvenței de rezonanță pentru mai multe plăci planoconvexe de cuarț în tăietură AT de frecvențe diferite la iluminarea în zona centrală cu un fascicul laser.

3.3.2. Iluminarea cu un fascicul laser a unui rezonator cu cuarț în zona centrală a electrodului.

Prima experiență a demonstrat că între puterea fasciculului laser și variația frecvenței de rezonanță este o relație liniară. Variația puterii fasciculului laser care se aplică cristalului este cuprinsă între 0 şi 10 mW şi această modificare este realizată cu ajutorul unui polarizor, prin rotirea acestuia obţinându-se modificarea intensităţii luminoase a fasciculului laser conform legii lui Malus. Puterea fasciculului laser incident pe suprafaţă oscilantă este măsurată cu ajutorul unui instrument de tip "LM1" a cărui funcţionare depinde de lungimea de undă a radiaţiei laser a cărei putere o măsoară, fiind calibrat pentru lungimea de undă de 632,8nm a laserului cu He-Ne. Acest wattmetru este construit pe baza unui efect fotoelectric de joncţiune. Pentru experienţele care utilizează laserul cu argon, puterea fasciculului s-a măsurat cu un instrument de tip "LM2" a cărui indicaţie nu depinde de lungimea de undă a fasciculului măsurat. Fenomenul de absorbţie a radiaţiei de către corpul negru stă la baza construcţiei acestui instrument. Instrumentul de măsură de tip "LM2" a fost utilizat şi la măsurarea puterii fasciculului de laser cu He-Ne, iar indicaţiile acestuia au corespuns cu cele ale instrumentului de tip "LM1".

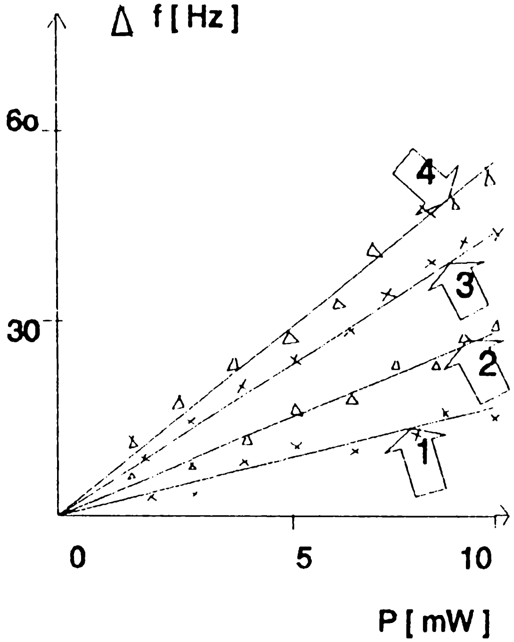


Figura 3.6 Variaţia frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu un fascicul laser cu λ=632,8 nm pentru plăci de cuarţ cu frecvenţe de rezonanţă de 1)6,8 MHz;2)11,25 MHz;3)18,432 MHz;4) 20,366 MHz

La iluminarea cu un fascicul laser cu lungime de undă de 632,8 nm pentru plăci de cuarţ în tăietură AT oscilând în modul fundamental cu frecvenţele de rezonanţă de 6,8MHz, 11,152 MHz şi

18.432 MHz precum și pentru oscilația pe armonica a treia a primului cristal, mod pentru care se obține frecvența de rezonanță de 20,366 MHz, prin modificarea puterii fascicolului laser s-au obținut modificările frevcenței de rezonanță prezentate in figura 3.6. Variația relativă de frecvență, care este raportul dintre variația frecvenței de rezonanță supra valoarea frecvenței de rezonanță este constantă și este prezentată in tabelul 3.I pentru o putere a fasciculului de 10mW. Datele obținute ca urmare a experiențelor relizate sunt prelucrate statistic folosind o aproximare liniară in sensul erorii pătratice minime.

Tabelul 3.I Variația relativă a frecvenței de rezonanță la iluminarea suprafeței de oscilație cu un fascicul laser He-Ne de 10mW

Frecvența de rezonanță	Variația relativă
6,8 MHz	$2,71*10^{-6}$
11,125 MHz	$2,77*10^{-6}$
18,432 MHz	$2,54*10^{-6}$
20,366 MHz	$2,79*10^{-6}$

Tabelul 3.II Variația frecvenței de rezonanță la iluminarea suprafeței de oscilație cu un laser cu Ar de 10 mW

Frecvența de rezonanță	Variația relativă
6,8 MHz	$4,13*10^{-6}$
11,125 MHz	$4,78*10^{-6}$
20,366 MHz	$4,83*10^{-6}$

Aceleași plăci de cristale de cuarț au prezentat la iluminarea cu un fascicul de laser cu lungimea de undă de 501,7 nm, valorile pentru modificarea de frecvență prezentate in figura 3.7. Variația relativă de frecvență in acest caz este prezentată in tabelul 3.II pentru o putere a fascicului laser de 10mW

Se observă că pentru aceeași putere a fasciculului laser pentru lungimi de undă diferite se obțin valori diferite ale variației frecvenței de rezonanță. Acest fapt se datorează coeficientului de reflexie diferit pe care il are suprafața de aluminiu (sau de argint) din care este confecționat electrodul in funcție de lungimea de undă a radiației luminoase incidente. Din literatură coeficientul de reflexie pentru o suprafață de aluminiu este mai mic pentru lungimea de undă de 501,7 nm (

aproximativ 91.3%) față de lungimea de undă 632.8 nm (aproximativ 95%).[92] Dacă presupunem stratul de electrod este foarte subțire și astfel putem neglija absorbția radiației laser datorate acestuia, atunci la lungimea de undă de 501.7 nm la cuarț ajunge doar 8.7% din puterea incidentă a fasciculului, iar in cazul utilizării unui fascicul cu lungimea de undă de 632.8 nm la cuarț ajunge doar 5% din puterea incidentă a fasciculului

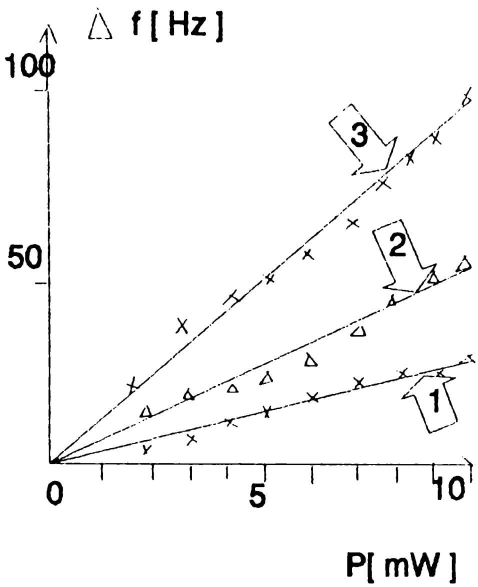


Figura 3.7 Variația frecvenței de rezonanță la iluminarea cu un fascicul laser cu lungimea de undă de 501.7 nm a unor plăci de cuarț cu frecvența de rezonanță de 1) 6.8 MHz; 2) 11.152 MHz; 3) 20.366 MHz

Tabelul 3.III Raportul dintre var. frecv. de rezonanță

Frecvența de rezonanță	Raport
6.8MHz	1.553
11.125MHz	1.741
20.366MHz	1.678

Pentru diferite valori ale frecvenței de rezonanță s-au obținut următoarele rapoarte intre deviația frecvenței de rezonanță la iluminarea cu un fascicul cu lungimea de undă de 501.7 nm și deviația de frecvența obținuta la iluminarea cu un fascicul laser cu lungimea de undă de 632.8 nm (ambele fascicule având aceeași putere) prezentate în tabelul 3.III.

Raportul dintre deviațiile frecvenței de rezonanță pentru o placă de cristal de cuarț acoperită cu electrozi de aluminiu datorate iluminării cu fascicule laser de aceeași putere dar lungimi de undă diferite (501.7nm şi 632.8nm) este de 1.74, (8.7/5= 1.74), adică deviaţia de frecvenţă la iluminarea cu laserul cu argon ar tebui să fie de 1.74 de ori mai mare decit la iluminarea cu un fascicul de aceeaşi putere dar obţinut de la un laser cu He-Ne. Acest calcul s-a făcut in ipoteza că toată puterea fasciculului intrat in cristal s-a absorbit.

Diferenţele de valori care apar in tabelul 3.III se explică prin calitatea diferită a suprafeţelor electrozilor pentru fiecare rezonator in parte.

In realitate fenomenul este mult mai complex. Dacă considerăm ρ ca fiind coeficientul de reflexie pe suprafaţa electrodului de aluminiu, α coeficientul de absorbţie al radiaţiei laserului pentru cuarţ, puterea iniţială a fasciculului laser P_0, intre cele două suprafeţe ale electrozilor de aluminiu au loc reflexii multiple, conform figurii 3.8. Puterea absorbită de cristalul de cuarţ se poate calcula astfel:

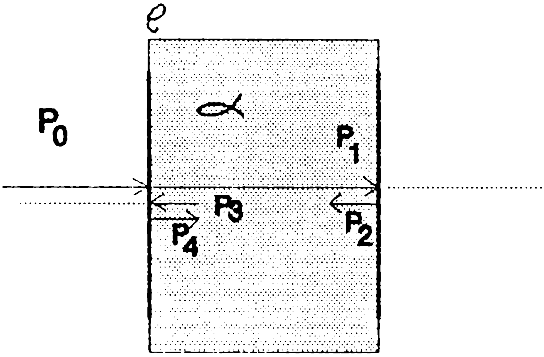


Figura 3.8 Explicativă la reflexiile multiple ale fasciculului laser pe suprafeţele interioare ale electrozilor

- la prima reflexie a fasciculului laser puterea care trece in cristalul de cuarţ este P', iar puterea absorbită de cristal este $\Delta P_1 = \alpha . l . P'$:

$$P' = (1-\rho)\, P_0$$
$$\Delta P_1 = (1-\rho)\, P_0 \alpha l \qquad (3.1)$$

- puterea care ajunge pe suprafaţa interioară a electrodului care nu este iluminat direct de fasciculul laser este P_1:

$$P_1 = P' - \Delta P_1 = (1-\rho) P_0 (1-\alpha l) \tag{3.2}$$

iar puterea care este reflectată înapoi în cuarț este :

$$P_2 = \rho P_1 = \rho (1-\rho)(1-\alpha l) P_{03} \tag{3.3}$$

din care se absoarbe :

$$\Delta P_2 = \alpha l P_2 = \alpha l \rho (1-\rho)(1-\alpha l) P_0 \tag{3.4}$$

urmând ca pe suprafața iluminată de fasciculul laser să ajungă o putere :

$$P_3 = P_2 - \alpha l P_2 = \rho (1-\rho)(1-\alpha l)^2 P_0 \tag{3.5}$$

iar prin generalizare după reflexia fasciculului laser de ordinul k pe suprafețele interioare ale electrozilor, puterea disipată în cuarț are următoarea expresie :

$$\begin{aligned} \sum \Delta P_k &= (1-\rho)\alpha l P_0 [1+\rho(1-\alpha l)+\ldots+\rho^{k-1}(1-\alpha l)^{k-1}] = \\ &= (1-\rho)\alpha l P_0 \frac{1-\rho^k(1-\alpha l)^k}{1-\rho(1-\alpha l)} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Termenul seriei geometrice este subunitar ceea ce face seria a fi convergentă, iar puterea fasciculului disipată în cristalul de cuarț este limita acestei serii :

$$P_{dis.} = \lim_{k\to\infty} (\sum \Delta P_k) = \frac{(1-\rho)\alpha l}{1-\rho(1-\alpha l)} P_0 \tag{3.7}$$

și aceasta putere este liniar poporțională cu puterea fasciculului incident pe suprafața oscilantă a plăcii de cuarț P_0. Puterea disipată în cuarț depinde atât de ρ cât și de α, care la rândul lor depind de lungimea de undă a fasciculului laser.

După depunerea electrozilor pe suprafețele plăcii de cuarț, la producător există mai multe metode de corecție a frecvenței de rezonanţă pentru a atinge valoarea dorită. Una din aceste metode, neeconomică, este de a depune în continuare substanţa din care este construit electrodul (argint, aur sau aluminiu) pentru a scădea frecvenţa de rezonanţă la valoarea dorită. Dar prin acesta se îngroaşă stratul de electrod, iar gradientul de temperatură se atenuază la încălzirea plăcii cu un fascicul laser deoarece electrodul este bun conducător de căldură, şi de asemenea opacitatea electrodului creşte. Ca urmare la iluminarea cu fascicul laser, la aceeaşi putere a fasciculului laser, în zona centrală, variaţia frecvenţei de rezonanţă depinde de grosimea stratului de electrod depus pe cuarţ. Pentru un cuarţ cu frecvenţa de rezonanţă de 4,247 MHz cu electrozi de argint de grosime ridicată, am îndepărtat succesiv prin corodare cu acid azotic diluat cantităţi de argint de pe electrozi. Variaţia frecvenţei de rezonanţă datorate scăderii masei electrozilor, precum şi variaţia frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu un fascicul laser cu puterea de 12mW şi lungimea de undă de 632,8 nm sunt prezentate în tabelul 3.IV.

Tabelul 3.IV Variaţia frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu un fascicul laser în funcţie de grosimea electrozilor.

Frecvenţa de rezonanţă	Variaţia frecvenţei de rezonanţă
4,247 MHz	2 Hz
4,263 MHz	8 Hz
4,273 MHz	11 Hz

Cu cât stratul de electrozi este mai subţire cu atât variaţia de frecvenţă la iluminarea cu un fascicul laser este mai mare, iar frecvenţa de rezonanţă a crescut prin descărcare masică. La cristalele de cuarţ utilizate în experienţele privind modificarea frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu un fascicul laser, corecţia frecvenţei de rezonanţă se face prin depunere masică pe o zona restrânsă a electrodului în zona cu amplitudine mare de oscilaţie, ceea ce face ca stratul de argint (sau aluminiu) să fie subţire, permiţând producerea efectului de modificarea frecvenţei de rezonanţă prin iluminare cu fascicul laser. De asemenea pentru astfel de cristale de cuarţ se pot face comparaţii în ceea ce priveşte modificarea a frecvenţei de rezonanță la iluminarea cu fascicul laser, intre cristale cu frecvențe de rezonanță diferite, deoarece prin procesele tehnologice de depunere rezultă electrozi de grosimi comparabile.

Rezultatele experimentale verifică corectitudinea modelului teoretic dezvoltat in capitolul anterior. Astfel comportarea unui rezonator de cuarț cu frecvență de rezonanță de 9,87 MHz la iluminare in zona centrală cu un fascicul laser de putere variabilă, obținută prin simulare pe modelul discret, este prezentată in figura 3.9. Variația relativă a coeficienților de elasticitate in zona iluminată este cuprinsă intre ϵ=0... 10*10^{-6} , iar variația de frecvență de rezonanță pentru modul fundamental de oscilație este cuprinsă intre 0 și 34Hz. Se observă că variația frecvenței de rezonanță rezultată prin simulare este liniar proporțională cu modificarea coeficienților de elasticitate. In cadrul modelului, pentru simularea comportării plăcii de cristal de cuarț în tăietură AT la modificarea coeficienților de elasticitate în zona iluminată prin fasciculul laser (prin efect termic), s-a modificat corespunzător și masa, astfel ca să se păstreze caracteristica globală a tăieturii AT, care nu-și modifică frecvență de rezonanță la modificarea temperaturii cu aceeași valoare pentru intreaga placă.

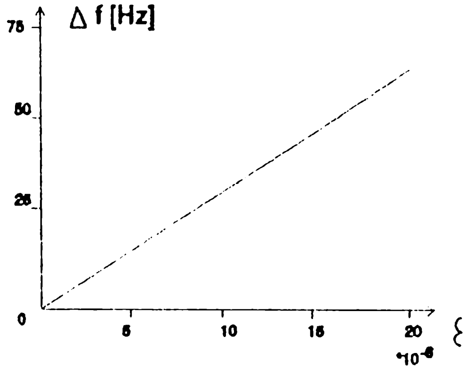


Figura 3.9 Modificarea frecvenței de rezonanță la iluminarea cu un fascicul laser a zonei centrale a rezonatorului obținută prin simulare cu modelul discret simplificat

3.3.3. Iluminarea simultană a rezonatorului cu cuarț pe ambii electrozi cu două fascicule laser.

Pentru a studia natura efectului care produce modificarea frecvenței de oscilației pentru plăcile rezonatoare cu cristale de cuarț s-a construit montajul experimental prezentat în figura 3.10. Cu ajutorul unui divizor de fascicul DF, care este realizat sub formaunei oglinzi semitransparente, se realizează reglarea continuă a raportului dintre intensitatea fasciculului laser reflectat și intensitatea fasciculului laser incident.

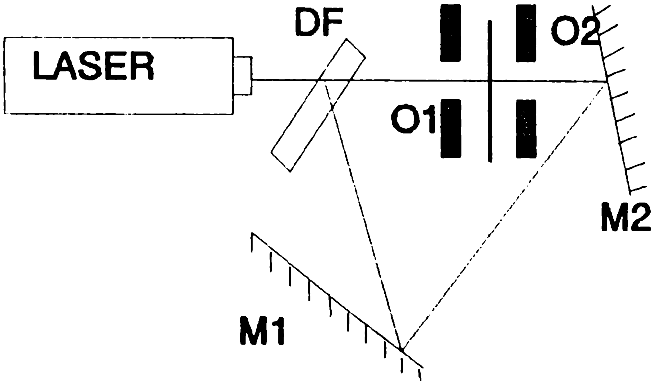


Figura 3.10 Montajul experimental pentru iluminarea placii de cuarț pe ambele fețe

Două oglinzi M1 și M2 fac ca placa de cristal de cuarț să poată fi iluminată pe ambele fețe. Cu două obturatoare O1 și O2 se permite iluminarea fie numai a unei fețe fie iluminarea simultană a ambelor fețe. Montajul experimental asigură ca suma intensităților celor două fascicule să rămână constantă în timpul efectuării experienței în condițiile în care se neglijează pierderile de putere datorate divizorului de fascicul și a oglinzilor. S-a constatat că modificarea frecvenței de rezonanță nu depinde de fața pe care a fost iluminat laserul. La închiderea obturatorului O1, la iluminarea plăcii de cuarț prin obturatorul O2, se obține o frecvența de rezonață $f_r + f_1$, unde f_r este frecvența de rezonață a plăcii de cuarț neperturbată. La închiderea obturatorului O2, la iluminarea plăcii de cuarț prin obturatorul O1, se obține o frecvență de rezonanță $f_r + f_2$. La iluminarea simultană prin cele două obturatoare a plăcii de cuarț frecvența de rezonanță devine $f_r + f_1 + f_2$.

Experienta aceasta demonstrează că efectul de modificarea a frecvenței de rezonanță datorat iluminării plăcii de cuarț cu un fascicul laser este liniar proporţional cu puterea fasciculului laser, şi astfel se justifică liniarizarea curbelor experimentale. De asemenea o altă concluzie importantă este că avem de a face cu un efect legat de transferul de energie (in cazul nostru energie termică) de la fasciculul laser la placa de cuarţ, şi nu este un efect de electrod, deoarece în acest caz la iluminarea simultană a suprafeţelor celor doi electrozi, efectele asupra modificării frecvenţei de rezonanţă s-ar anula.

Modelul discret simplificat verifică şi această expeienţă practică. Astfel la simularea modificării coeficientului de elasticitate datorită iluminării plăcii cu un fascicul laser pentru o distribuţie liniară de temperatură (vezi capitolul anterior) se obţin rezultatele din tabelul 3.V. Să considerăm că încălzirea locală a rezonatorului cu cuarţ corespunde pentru modelul fizic simplificat cu o variaţie a coeficientului de elasticitate k al resoartelor invecinate masei concentrate corespunzătoare punctului de incidenţă al fasciculului laser, egală cu $k+\epsilon k$.

Frecvenţa de rezonanţă simulată este de 3,902 MHz, cu ϵ_1 s-a notat modificarea relativă a coeficientului de elasticitate datorat iluminării pe o faţă a cristalului şi cu Δf_1 variaţia frecvenţei de rezonaţă datorită acestei perturbaţii, iar cu ϵ_2 s-a notat modificarea relativă a coeficientului de elasticitate şi cu Δf_2 variaţia frecvenţei de rezonanţă la iluminarea pe cealaltă faţă. La insunmarea efectelor, variaţia totală a frecvenţei de rezonanţă Δf_3, aşa cun rezultă din programele de simulare prezentate în Anexa 5, este suma modificărilor de frecvenţe la iluminarea pe fiecare faţă separat. Si pentru acest caz modelul

Tabelul 3.V Rezultatele simulării iluminării concomitent pe ambele suprafeţe a rezonatorului cu cuarţ cu două fascicule laser.

ϵ_1* *10-5	ϵ_2* *10-5	Δf_1 [Hz]	Δf_2 [Hz]	Δf_3 [Hz]
1	7	14,799	103,62	118,401
2	6	29,599	88,80	118,399
3	5	44,398	73,999	118,398
4	4	59,199	59,199	118,399

respectă caracteristica tăieturii AT, şi anume la o modificare constantă a temperaturii pe întrega placă, frecvenţa de rezonanţă nu se modifică în funcţie de valoarea temperaturii.

3.3.4. Iluminarea rezonatorului cu cuarţ cu două fascicule laser pe aceeaşi suprafaţă cu electrozi.

Utilizând montajul experimental prezentat în figura 3.11 am dorit să pun în evidenţă modificările frecvenţei de rezonanţă pentru placa de cuarţ la iluminarea pe aceeaşi faţă cu două fascicule laser.

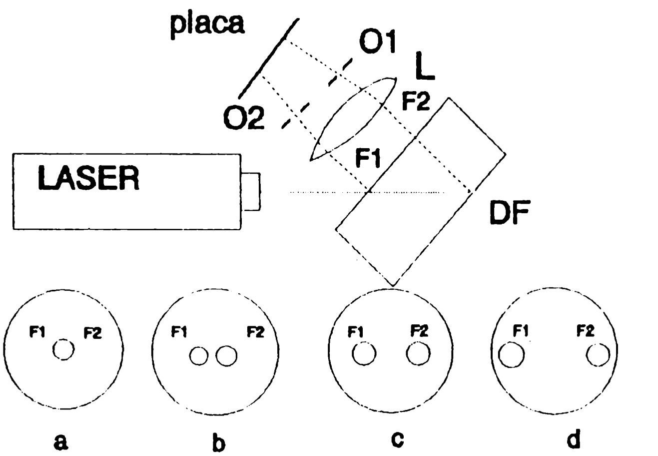


Figura 3.11 Montajul experimental pentru iluminarea plăcii de cuarţ pe aceeaşi faţă cu două fascicule laser.

Divizorul de fascicul DF asigură obţinerea a două fascicule paralele F1 şi F2 provenite de la un laser cu He-Ne care iluminează placa de cuarţ. Cu ajutorul lentilei L cele două fascicule laser sunt focalizate pe suprafaţa de oscilaţie a cristalului. Prin modificarea cu ajutorul unei mase micrometrice a distanţei între placa de cuarţ şi lentila L se obţin poziţiile fasciculelor laser pe suprafaţa de oscilaţie, notate în figura 3.11 cu a,b,c şi d. Din construcţia divizorului de fascicul nu se poate asigura ca cele două fascicule să fie de puteri egale. Fasciculul F1 fiind mai intens, este necesar a fi atenuat. Obturatoarele O1 şi O2 permit iluminarea plăcii de cuarţ numai cu fasciculul F1, sau numai cu fasciculul F2, fie în final cu ambele fasicule. Rezultatele sunt prezentate pentru o placă de cuarţ cu frecvenţa de rezonanţă de 11.152 MHz în tabelul 3.VI. Cu Δf_1 s-a notat cu cât a crescut frecvenţa de rezonanţă la iluminarea plăcii de cuarţ cu fasciculul F1, cu Δf_2 s-a notat cu cât a crescut frecvenţă de rezonantă la iluminarea plăcii cu fasciculul F2, iar cu Δf s-a notat valoarea cu care a crescut frecvenţă de rezonanţă la iluminarea simultană cu ambele fascicule laser. După trecerea prin divizorul de fascicul, datorită modului de construcţie al divizorului de fascicul, doar o parte din fasciculul laser incident reprezintă fasciculele F1 şi F2 ceea ce face ca variaţiile frecvenţei de rezonanţă să fie de valori scăzute.

Din datele prezentate în tabelul 3.VI rezultă caracterul de liniaritate al fenomenului de modificare a frecvenţei de rezonanţă la iluminarea plăcii de cuarţ cu un fascicul laser, pentru toate cazurile prezentate pentru însumarea perturbaţiilor se obţine o însumare a modificărilor frecvenţei de rezonanţă.

Tabelul 3.VI Modificare frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu două fascicule laser pe aceeaşi duprafaţă a rezonatorului cu cuarţ.

caz	Δf_1 [Hz]	Δf_2 [Hz]	Δf [Hz]
a	7	5	12
b	6	4	10
c	5	3	8
d	3	2	5

Cu ajutorul modelului discret prezentat în capitolul anterior s-a simulat modificarea frecvenţei de rezonanţă datorată iluminării cu două fascicule laser. S-a simulat un cuarţ cu frecvenţa de rezonanţă de 3.902 MHz iar cele două fascicule laser s-au considerat de puteri egale. Influneţele acestor două fascicule laser asupra coeficientului de elasticitate pentru resoartele ideale în vecinătatea masei concentrate, din cadrul modelului, iluminată de laser se manifestă prin scăderea acestora cu $2*10^{-5}$ din valoarea lor iniţială. Această scădere a coeficientului de elasticitate se manifestă în toată placa sub forma unui gradient liniar. In figura 3.12 este prezentată alura valorii care se scade din coeficientul de elasticitate în fiecare din zonele plăcii de-a lungul unui diametru. Valoarea maximă care se scade din valoarea inițială a coeficientului de elasticitate este de 2*10⁻⁶, corespunzător fiecărui fascicul laser (cu linie continuă pentru un fascicul și cu linie punctată pentru celălalt fascicul laser). Pe aceeași figură 3.12 se reprezintă prin trasa formată din linie-punct variația rezultantă pentru coeficienții elastici ai resoartelor dacă cele două fascicule laser iluminează placa concomitent.

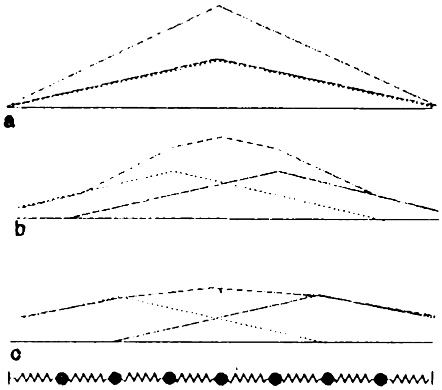


Figura 3.12 Figura explicativă pentru simularea iluminării cu două fascicule laser a suprafeței de oscilație pentru o placă de cuarț în tăietură AT

Simularea s-a efectuat pentru 3 cazuri. In cazul "a" cele două fascicule laser sunt suprapuse în centrul plăcii de cuarț (corespunzător cazului "a" din tabelul 3.VI), "b" pentru cazul în care cele două fascicule iluminează placa de cuarț conform cazului "b" din figura 3.11 (caz "b" în tabelul 3.VI) și "c" pentru cazul în care fasciculele laser sunt în poziția "c" din figura 3.11 (caz "c" în tabelul 3.VI).

Tabelul 3.VII Variațiile frecvenței de rezonanță obținute la simularea iluminării suprafeței de oscilație cu două fascicule laser.

caz	Δf_1 [Hz]	Δf_2 [Hz]	Δf [Hz]
a	29.59	29.59	59.21
b	25.264	25.264	50.529
c	10.465	10.465	20.93

Rezulatele obținute în urma simulării prin impunerea unei variații a coeficienților de elasticitate conform figurii 3.12 sunt prezentate în tabelul 3.VII. Variația frecvenței de rezonanță datorată simulării fiecărui fascicul laser separat este notată cu Δf_1 respectiv Δf_2, iar variația de frecvență datorată simulării prezenței ambelor fascicule este notată cu Δf. Modelul respectă caracteristica tăieturii AT prin care la modificarea globală a temperaturii cu aceeași valoare pentru întrega placă nu se obține o variație a frecvenței de rezonanță în funcție de temperatură. Programul de simulare este prezentat în anexa 5.

Dacă considerăm modelul termic acest experiment confirmă ipotezele de repartiție a temperaturii în planul plăcii de cuarț, și modificările frecvenței de rezonanță rezultate.

3.3.5. Iluminarea cu un fascicul laser direct pe cuarț.

Pentru a se pune în evidență modificarea frecvenței de rezonanță pentru o placă de cuarț în tăietură AT la iluminarea acesteia cu un fascicul laser direct pe cuarț, printr-un procedeu tehnologic, am îndepărtat în zona centrală a unei plăci de cuarț electrodul pe suprafața unui cerc de diametru de cca. 4mm, numai pentru unul dintre electrozi. Pentru aceasta am acoperit cristalul cu parafină, mai puțin zona de electrod care urma să fie îndepărtată, după care s-a introdus cristalul într-o soluție de acid azotic diluat, care a corodat electrodul. S-au repetat apoi experiențele pentru măsurarea modificării frecvenței de rezonanță la iluminarea cu fascicule laser de lungimi de undă diferite și de diferite puteri, direct pe cristalul de cuarț pe fața cu electrozi în care s-a practicat înlăturarea electrodului în zona centrală, iar apoi pe cealaltă față unde electrodul a fost păstrat în forma sa inițială.

Rezultatele experimentale sunt prezentate în figura 3.13. Se observă că la iluminarea directă pe electrodul de argint (pe fața cu electrodul intact) apare diferența deja cunoscută de variație a frecvenței de rezonanță față de λ , datorată coeficientului ρ de reflexie diferit, la iluminarea pe fața opusă feței de pe care porțiunea centrală a electrodului a fost înlăturată, pentru cele două lungimi de undă la care s-au făcut experiențele, modificarea frecvenței de rezonanță este aceeași.

Este interesant de observat că la iluminarea direct pe suprafața cuarțului (nu pe electrod) modificarea frecvenței de rezonanță depinde numai de puterea fasciculului laser, nu și de lungimea de undă a acestuia. Această observație indică posibilitatea utilizării acestui fenomen fizic la realizarea de radiometre pentru măsurarea puterii laserilor de diferite lungimi de undă. Si in acest caz nu toată puterea fasciculului influențează modificarea frecvenței de rezonanță pentru placa de cuarț, deoarece și cuarțul are un coeficient de reflexie a luminii.

Experiențele s-au efectuat pe un cuarț cu frecvența de rezonanță de 11,179 MHz. Această frecvență s-a obținut după ce a fost îndepărtat o parte din electrodul de pe o placă de cuarț cu frecvență de rezonanță de 11,152 MHz, fapt ce a dus la scăderea masei de încărcare a plăcii de cuarț, deci la ridicarea frecvenței.

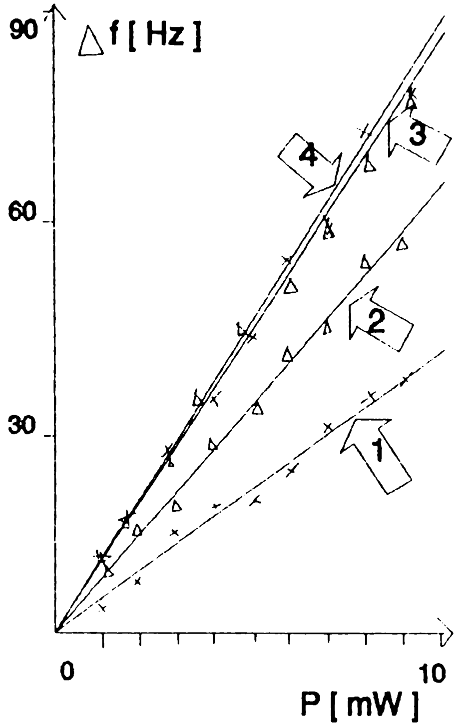


Figura 3.13 Variația frecvenței de rezonanță la iluminarea unei plăci 1) pe electrod cu laser cu HE-Ne; 2) pe electrod cu laser cu Ar; 3) direct pe cuarț cu laser cu HeNe; 4) direct pe cuarț cu laser cu Ar.

In cazul cristalelor de cuarț acoperite cu electrozi de argint pentru fasciculul laser cu o putere dată și cu lungimea de undă de 501,7 nm (argon) obținem o deviație a frecvenței de rezonanță mai mare decât pentru un fascicul laser de aceeași putere dar cu o lungime de undă de 632,8 nm deoarece la lungimea de undă de 632,8 avem un coeficient de reflexie mai mare ceea ce implică un transfer de energie termică mai redus între fasciculul laser și cristalul de cuarț acoperit cu electrozi.

3.3.6. Iluminarea cu un fascicul laser pe o suprafaţă a electrodului acoperită cu un strat de material fotoabsorbant.

Un set de experienţe s-au efectuat prin acoperirirea cristalului de cuarţ cu o suprafaţă fotoabsorbantă. Am avut la dispoziţie vopsea neagră care a fost depusă prin suflare pe suprafaţa cristalului. După uscare, la iluminare cu laser variaţia frecvenţei de rezonanţă a crescut spectaculos. Asfel pentru o placă de cuarţ cu frecvenţa de rezonantă de 11,152 MHz iluminată în zona centrală cu un fascicul laser cu lungimea de undă de 632,8nm şi puterea de 13 mW, pentru cristalul neacoperit cu vopsea variaţia freventei de rezonanţă este de 78 Hz, iar după aplicarea stratului de vopsea variaţia frecvenţei de rezonanţă a devenit 682 Hz. Deşi se produce un astfel de salt spectaculos de frecvenţă, datorită limitărilor tehnologice pe care le-am intâmpinat în ceea ce priveşte calitatea depunerii stratului fotoabsorbant precum şi datorită scăderii factorului de calitate pentru oscilatorul format din cristalul de cuarţ şi stratul de material depus pe suprafaţa electrozilor, stabilitatea frecvenţei de rezonanţă în timp este mult mai scăzută. Oscilatorul prezintă pe o perioadă de timp de ordinul minutelor variaţii de zeci de hertzi ale frecvenţei de rezonanţă în jurul valorii nominale (valoare furnizată de producător) corectată cu diferenţele datorate încărcării masice. La utilizarea laserului cu argon s-a obţinutaceeaşi variaţie a frecvenţei de rezonanţă. In această direcţie, prin depuneri în vid de materiale fotoabsorbante,se pot dezvolta o intreagă familie de senzori pentru măsurarea puterii fasciculelor laser, sau senzori de infraroşu.

3.4. Modificarea frecvenţei de rezonanţă a unui rezonator cu cuarţ la încălzire locală cu o sursă de radiaţii în infraroşu.

3.4.1. Instalaţia experimentală.

Pentru studiul modificării frecvenţei de rezonanţă la incăl-

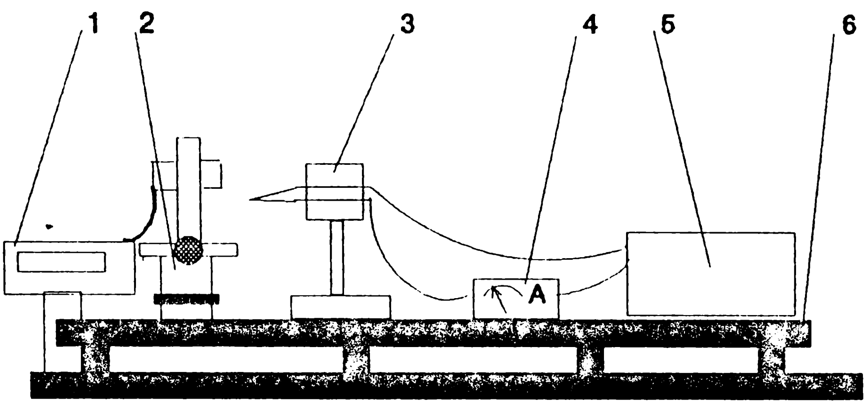


Figura 3.14 Montajul experimental pentru studiul modificării frecvenței de rezonanță a plăcii de cuarț la încălzire locală

zirea locală a unei porțiuni a suprafeței cristalului de cuarț se utilizează un fir de manganină prin care trece un curent debitat de o sursă de tip I4102 conform montajului prezentat în figura 3.14. Pentru figura 3.14 avem : 1. frecvențmetru; 2. montura mecanică pentru placa de cuarț; 3. vârf de metal adus la temperatură ridicată; 4. ampermetru; 5. sursă de curent; 6. banc optic.

3.4.2. Rezultatele experimentale.

Cu ajutorul montajului experimental prezentat în figura 3.14 s-a studiat modificarea frecvenței de rezonanță a plăcii oscilatoare de cuarț în tăietură AT la încălzirea locală prin intermediul unei sonde formate dintr-un fir de manganină care este adus la o temperatură ridicată prin trecerea unui curent continuu prin acesta. Sonda de test are o rezistență de 0,9 Ohm, iar prin aceasta se trece un curent a cărui intensitate este variată între 0...1 A în trepte egale de 100 mA. Modificările de frecvență sunt prezentate în figura 3.15. Variația frecvenței de rezonanță păstrează o formă pătratică în funcție de curentul ce trece prin sondă. Aceasta demonstrează încă o dată că variația frecvenței de rezonanță este proporțională cu puterea disipată de sondă în cristalul de cuarț sub formă termică, (respectiv cu puterea fasciculului laser), deoarece puterea disipată de sondă este egală cu $P=RI^2$. Raportul dintre variația frecvenței de rezonanță la trecerea prin sondă a unui curent de 1A și frecvența de rezonantă a plăcii de cuarț neperturbată este pentru placa de cuarț cu frecvența de rezonanță de 11,146 MHz de $1,125*10^{-5}$. Pentru placa de cuarț cu frecvența de rezonanță de 4,250 MHz este de $1,129*10^{-5}$. Experiența arată că acest raport este constant pentru cele două plăci de cuarț. Pentru placa de cuarț cu frecvența de 18,432 MHz datorită diametrului ei scăzut de 10 mm încălzirea cu sonda din fir de manganină nu a produs gradient de temperatură, iar placa a prezentat o variație a frecvenței de rezonanță corespunzătoare încălzirii globale, adică frevevența de rezonanță a prezentat o scădere a valorii.

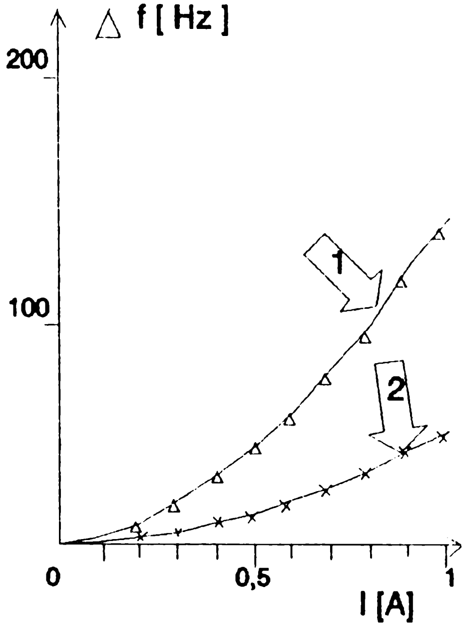


Figura 3.15 Variația frecvenței de rezonanță la încălzirea plăcii cu un fir cald pentru plăci cu frecvența de rezonanță 1) 11,152 MHz; 2) 4,250 MHz.

Pentru a se evidenția influențele produse de încălzirea locală cu o sursă de radiații în infraroșu asupra rezonatorului cu cuarț am realizat o hologramă folosind metoda dublei expuneri, în care în prima fază s-a holografiat cristalul de cuarț la temperatura camerei, iar la expunerea a doua s-a holografiat același rezonator de cuarț încălzit în zona centrală cu sonda de manganină prin care este trecut un curent electric.

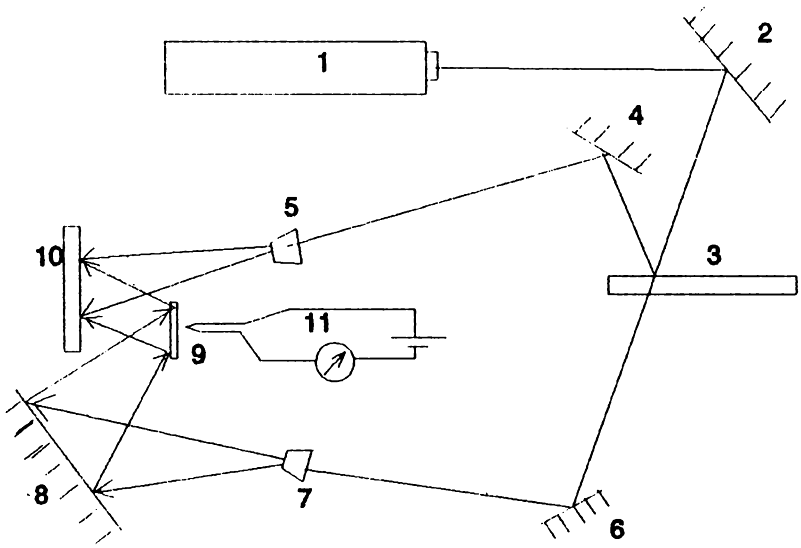
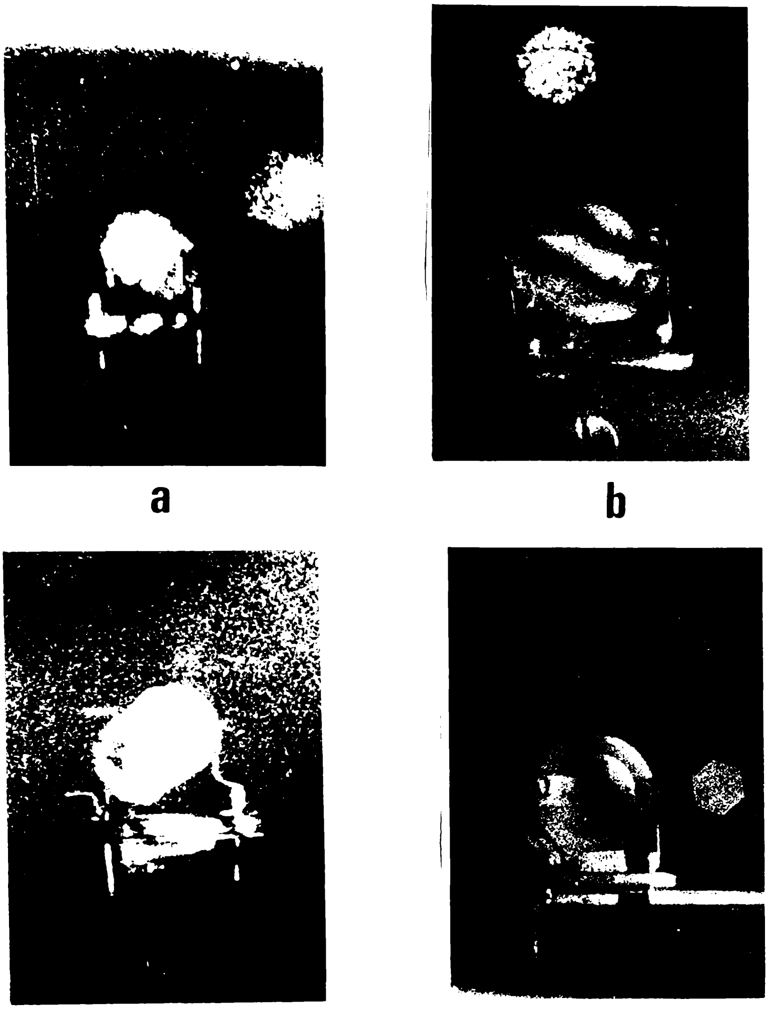


Figura 3.16 Montajul holografic.1.Laser cu He-Ne;2,4,6,8,oglinzi ;3.divizor de fascicul;5,7.expandoare;9.rezonator cu cuarț: 10.placa holografică: 11sursa de radiație în infraroșu.

Montajul holografic, prezentat în figura 3.16, a fost realizat cu un laser cu He-Ne de 14mW.[24] După o primă expunere a rezonatorului cu cuarț aflat la temperatura camerei, s-a conectat sursa de tensiune pe sonda de manganină și după 3 minute s-a efectuat o nouă expunere, placa holografică fiind apoi prelucrată prin tehnica fotografică uzuală. In holograma astfel obținută pe suprafața rezonatorului cu cuarț apar franje de interferență.Interpretarea lor este o sarcină dificilă [86][90][62].

Am făcut mai multe holograme din care am selectat cele prezentate in figura 3.16



a b c d

Figura 3.17 Holograme cu dublă expunere.

Hologramele s-au efectuat pentru două cazuri: dacă suportul de fixare al rezonatorului de cuarț este din metal, care a sigură o bună conducție termică pentru cazul hologramelor din fig.3.16 a,b și pentru cazul in care suportul de fixare este din lemn, cazul c și d. Cunoscând ordinul de mărime al coeficientului termic de dilatație pentru cele trei direcțiile alfa-cuarțului, dimensiunile rezonatoarelor cu cuarț, concluzia care s-a impus din modelul franjelor fotografiate pe suprafața cristalului de cuarț este că datorită sursei de radiație infrafoșie cristalul suferă o ușoară rotire împreună cu montura sa. La un gradient termic mai pronunțat (cazurile a și b) și rotirea este mai pronunțată, deci implicit numărul de franje este mai mare decât pentru cazurile când gradientul termic este mai redus (cazurile c și d). Această experiență evidențiază tensiunile la care este supus rezonatorul cu cuarț la încălzirea cu o sursă de radiație in infraroșu.

3.5.Modificarea frecvenței de rezonanță a unui rezonator cu cuarț la apăsarea suprafeței de oscilație cu un fir elastic.

3.5.1. Instalația experimentală

In cazul experiențelor care pun în evidență modificarea frecvenței de rezonață datorită apăsării suprafeței oscilante cu un fir elastic (tombac sau alt aliaj) de diferite grosimi, poziția plăcii de cuarț este orizontală ca în figura 3.18. Se asigură prin motajul de mase micrometrice atât deplasarea în plan orizontal în două coordonate, cât și modificarea poziției întregului ansamblu pe verticală pentru a putea varia apăsarea firului pe placa de cuarț. O problemă mai dificilă este asigurarea unei forțe de apăsare constantă a firului elastic pe intreaga suprafață a cristalului de cuarț, pentru experiențele care pun în evidență distribuția de amplitudine a oscilațiilor de forfecare în grosime la suprafața plăcii de cuarț. Pentru aceasta am realizat un sistem mecanic de patru șuruburi cu arc și un sistem de aliniere care să poată asigura o poziționare acceptabilă a cuarțului. Pentru figura 3.17 avem : 1.

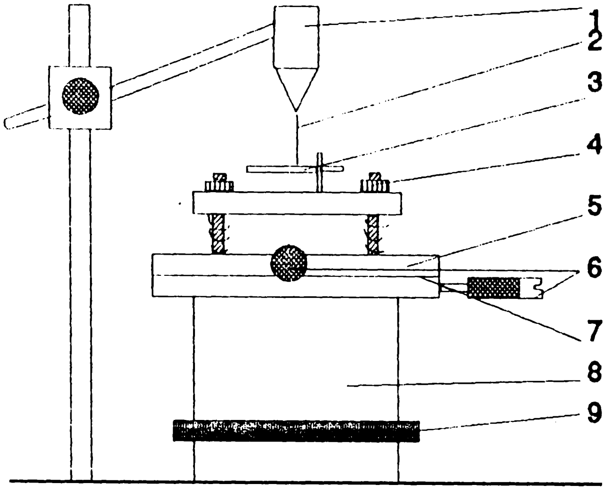


Figura 3.18 Montajul experimental pentru studiul modificării frecvenţei de rezonantă a plăcii de cuarţ la atingerea suprafaţei de oscilaţie cu un fir.

dispozitiv de prindere a firului; 2. fir elastic subţire; 3. placa de cuarţ; 4. şurub cu arc pentru reglarea poziţiei plăcii de cuarţ; 5. masă micrometrică pentru deplasarea pe orizontală după axa X; 6. şuruburi micrometrice; 7. masa micrometrică pentru deplasarea pe orizontală după axa Y; 8. masă micrometrică pentru deplasarea pe verticală; 9. şurub micrometric pentru deplasarea pe verticală.

3.5.2. Modificarea frecvenţei de rezonanţă sub presiunea firului elastic.

Cu ajutorul montajului experimental prezentat în figura 3.18 am studiat modificarea frecvenţei de rezonanţă a unei plăci de cuarţ la atingerea suprafeţei acesteia cu un fir elastic subţire. Am utilizat fir din aliaj de tombac de grosime 70 µm. Placa de cuarţ montată pe suport a fost ridicată cu ajutorul masei micrometrice 8 (vezi figura 3.18) şi astfel am realizat o apăsare pe placa de cuarţ. Faţă de experimentele de acest tip menţionate în literatura de specialitate [45], [46] am făcut o buclă elastică din firulde tombac.Utilizarea unei bucle în loc de fir elastic are avantajul obţinerii unei poziţii stabile a elementului elastic (în cazul nostru bucla din firul elastic) pe suprafaţa oscilatorului de cuarţ. Deseori la utilizarea firului elastic (fără realizarea unei bucle) apare o deplasare nedorită a acestuia faţă de centrul plăcii, ceea ce duce la modificarea variaţiei frecvenţei de rezonanţă pentru aceeaşi apăsare a firului pe placa de cuarţ. Tot prin această buclă se scade influenţa direcţiei de deplasare a firului elastic pe suprafaţa de oscilaţie când se ridică harta distribuţiei amplitudinii de oscilaţie pe suprafaţă cristalului de cuarţ. Bucla elastică atinge suprafaţa oscilantă în centru discului de cuarţ. Variaţia frecvenţei de rezonanţă în funcţie de apăsarea firului elastic pe placa de cuarţ este prezentată în figura 3.19. Cu "d" s-a notat deplasarea masei micrometrice 8 din figura 3.18. Experienţele au fost realizate pe plăci de cuarţ cu frecvenţele de rezonanţă de 4,250 MHz, 11,152 MHz.

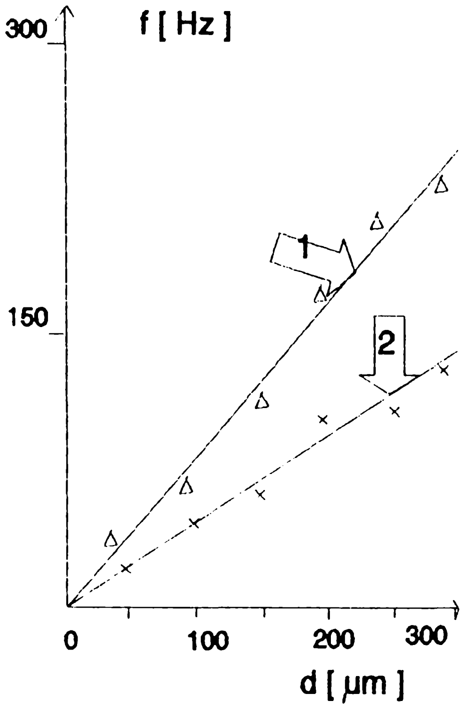


Figura 3.19 Variaţia frecvenţei de rezonanţă la apăsarea cu un fir elastic în centrul plăcii de cuarţ cu frecvenţa de rezonanţă: 1)11,152 MHz; 2) 4,247 MHz.

Variaţia relativă a frecvenţei de rezonanţă la o deplasare de 300 µm a firului elastic este dată în tabelul 3.VIII.

La deplasarea pe verticală a masei micrometrice din figura 3.18 apare o limitare a modificării de frecvenţă deoarece bucla din firul elastic îşi modifică geometria pierzându-şi din proprietăţile elastice.

Aceste experienţe care pun în evidenţă modificarea frecvenţei de rezonanţă la apăsarea cu un fir elastic a suprafeţei oscilante permit concluzionarea că este posibil a se construi senzori de presiune la care mişcarea membranelor elastice, care preiau de fapt variaţia de presiune, să se transforme în apăsarea cu un fir elastic a suprafeţei de oscilaţie a unei plăci de cuarţ. Acest nou tip de senzor are avantajul unui sistem mecanic foarte simplu, un răspuns direct în frecvenţă (care este uşor de măsurat electric), precum şi avantajele compesării variaţiei cu temperatura pentru cristalele de cuarţ în tăietură AT. Pentru astfel de senzori cristalul de cuarţ fie va fi termostatat, fie se vor folosi două cristale care să aibă variaţii sensibil indentice cu temperatura (să fie din acelaşi lot de fabricaţie) pentru construcţie diferenţială.

Tabelul 3.VIII Variaţia relativă a frecvenţei de rezonanţă la apăsarea cu un fir elastic în centrul plăcii

Frecvenţa de rezonanţă	Variaţia relativă
11,152 MHz	$0,028*10^{-6}$
4,247 MHz	$0,022*10^{-6}$

Prin simularea pe modelul prezentat în capitolul anterior a acestui fenomen a rezultat o modificare a frecvenţei de rezonanţă prin creşterea coeficientului de elasticitate al plăcii de cuarţ în zona de contact cu firul elastic datorită influenţei acestuia, prezentată în figura 3.20. Creşterea relativă a coeficientului de elasticitate la punctul de contatct al plăcii cu firul elastic $\epsilon=0...20*10^{-6}$ a produs o variaţie a frecvenţei de rezonanţă de 0 ...150 Hz pentru o frecvenţă de rezonanţă de 3,902 MHz. In acest caz deoarece modificarea coeficientului de elasticitate nu se

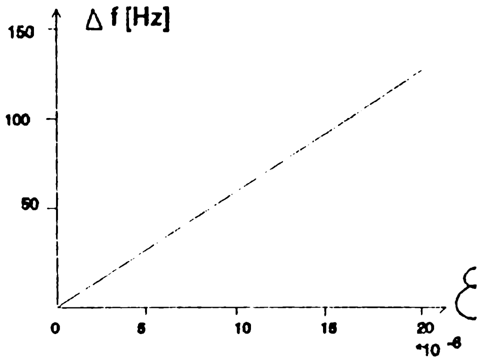


Figura 3.20 Variaţia frecvenţei de rezonanţă obţinută prin simulare pe modelul discret pentru apăsarea suprafeţei de oscilaţie cu un fir elastic

datorează unei perturbații termice, masa în regiunea perturbată, în cadrul modelului, va rămâne constantă. Programul de simulare este prezentat în Anexa 6.

3.6. Timpul de răspuns al rezonatoruluicu cuarț la acțiunea unei perturbații cu distribuție neuniformă pe suprafața de oscilație.

3.6.1. Instalația experimentală

Pentru a pune în evidență timpul de răspuns al rezonatorului cu cuarț la aplicarea unei perturbații externe (timpul necesar de la apariția perturbației externe pentru modificarea frecvenței de rezonanță de la frecvența pentru cristalul în regim neperturbat până la stabilizarea unei noi valori pentru frecvența de rezonanță) s-a utilizat un demodulator MF acordabil pe frecvența de lucru a oscilatorului cu cuarț. Această soluție s-a impus deoarece din primele experiențe efectuate s-a stabilit că domeniul în care se află timpul de răspuns este situat între 0,2 - 20 secunde. Acest interval este prea mic pentru a folosi frecvențmetrul digital a cărui poartă este de 1 secundă. Domeniul frecvențelor de intrare este de 2 ÷ 10,5 MHz iar sensibilitatea în jur de

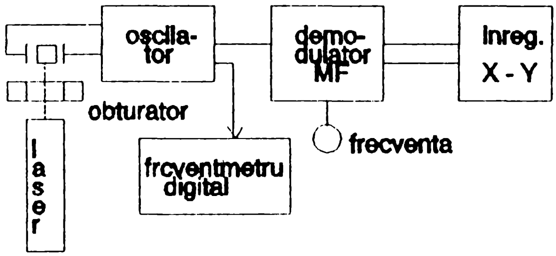


Figura 3.21 Schema bloc pentru instalația experimentala pentru determinarea timpului de stabilizarea a frecvenței de rezonanță al plăcii decuarț la acțiunea unor cimpuri perturbatoare exterioare.

1 mV. Schema bloc pentru intreaga instalaţie de măsură a timpului de răspuns este prezentată in figura 3.21. Rezultatele experimentale sunt prezentate cu ajutorul unui inregistrator X-Y.

In figura 3.22. este prezentată schema bloc a demodulatorului MF. Etajul separator este un simplu repetor pe emitor realizat cu un tranzistor de tip BC 171. Oscilatorul local care are o frecvenţă reglabila intre 12 - 20 MHz este de tip LC acordabil prin diode varicap D_1 şi D_2. Mixerul este echilibrat, realizat cu un CI de tip βA3045. Amplificatorul pe frecvenţă de 10,7 MHz este realizat cu un singur tranzistor de tip BF199, iar banda de frecvenţă globală este determinată de cele două filtre ceramice incluse. Funcţiile de limitator şi detector de cuadratură sunt realizate de un CI de tip TBA120 cu o reţea de defazare LC. Schema de detaliu a circuitului de demodulare este prezentată in figura 3.23. La ieşire se obţine

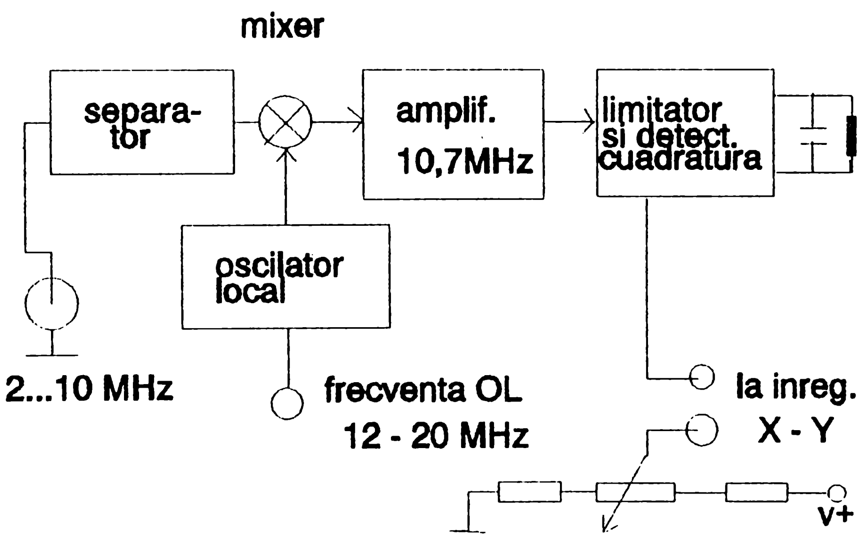


Figura 3.22 Schema bloc a demodulatorului de frecvenţă

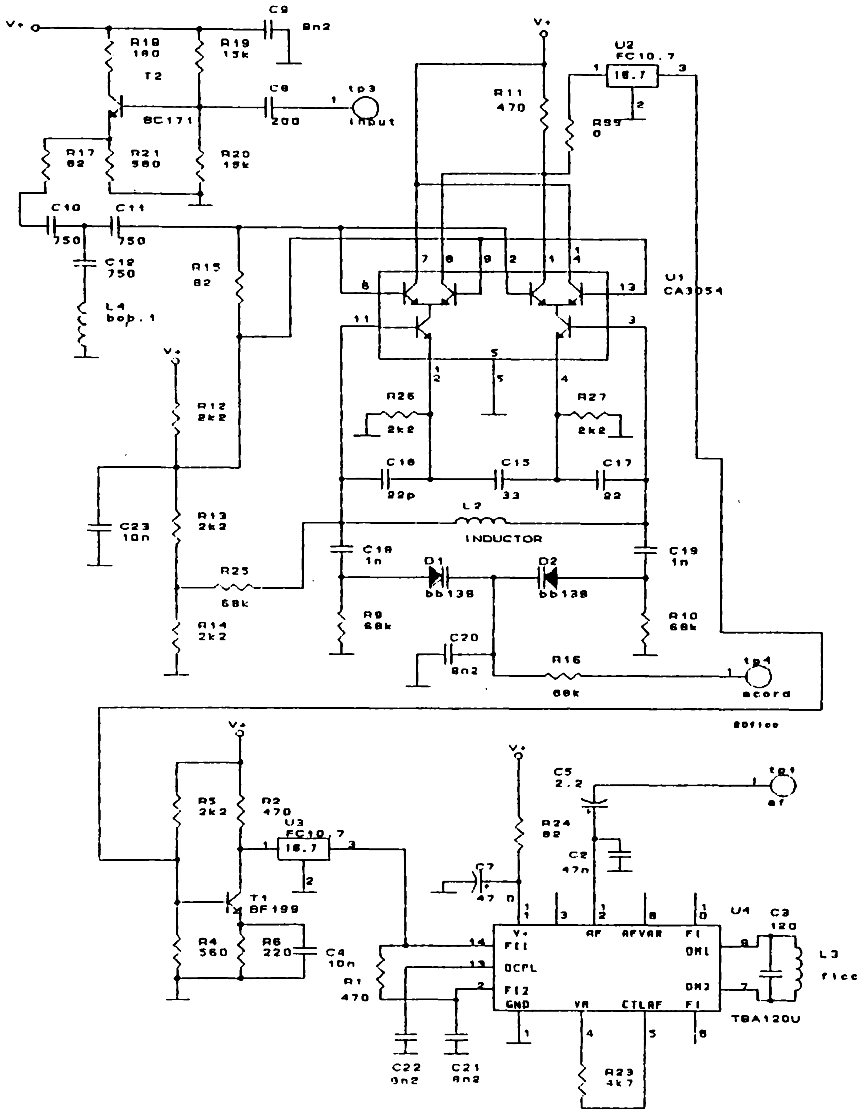


Figura 3.23 Schema electrică a demodulatorului de frecvenţă

o pantă de aproximativ 40mV/KHz. Pentru diferențe de frecvențe de ordinul a zeci de Hz, care sunt de vizualizat, se obțin variații de 0.4 mV/10 Hz , iar amplificarea semnalului de ieșire este realizată cu ajutorul înregistratorului X-Y. Pentru a compensa componenta continuă la înregistratorul X-Y s-a prevăzut un circuit de echilibrare care aduce un nivel de tensiune reglabil la una din bornele de intrare ale înregistratorului. (vezi fig 3.22)

3.6.2. Timpul de răspuns al rezonatorului cu cuarț la acțiunea unei perturbații

Pentru a măsura timpul necesar de la apariția fasciculului laser până la stabilizarea noii frecvențe de rezonanță s-a utilizat instalația experimentală prezentată în schema bloc din figura 3.21. Pentru un cristal de cuarț cu frecvența de rezonanță de 11.152 MHz s-a obținut pentru iluminarea cu un fascicul laser cu lungimea de undă de 632.8 nm un timp de 0.9s pentru modificarea frecvenței de rezonanță la apariția fasciculului, respectiv un timp de 1.1s pentru revenirea la valoarea inițială a frecvenței de rezonanță după stingerea fasciculului (fig3.24.a).

Aceleași valori au fost obținute și pentru încălzirea locală cu ajutorul unui conductor străbătut de un curent electric. Aceste constante termice sunt de valori mai mari decât cele obținute de EerNisse [27] care sunt de 65ms pentru un rezonator cu cuarț cu grosimea de 0.17cm supuse la o încălzire uniformă a cristalului dar sub formă de șoc termic. Acest lucru se datorează faptului că la încălzirea cu o sursă de radiație gen laser intervine și constanta termică de instalare a unui gradient în planul plăcii de cuarț.

Acest timp de răspuns depinde atât de tipul electrodului, deci de constanta sa termică, cât și de modelul electrodului depus pe suprafața cristalului de cuarț.[3]

Dacă placa de cuarț este acoperită cu un strat fotoabsorbant aceste valori cresc ajungând la 18s pentru timpul necesar atingerii

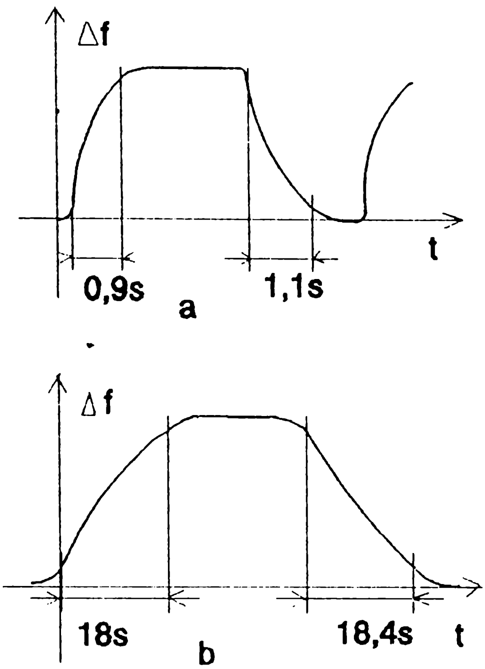


Figura 3.24 Timpul de răspuns la apariţia perturbaţiei pantru a) cristalul de cuarţ; b) pentru cristalul de cuarţ acoperit cu vopsea neagră.

noii valori pentru frecvenţa de rezonanţă la apariţia fasciculului laser, respectiv 18.4s timpul necesar pentru revenirea la valoarea iniţială a frecvenţei de rezonanţă după stingerea fasciculului (fig 3.24.b). Constanta termică a stratului fotoabsorbant este mare.

In cazul apăsării cu un fir elastic a suprafeţei de oscilaţie, timpul de răspuns al cristalului de cuarţ este de aproximativ 0.5s de la apariţia perturbaţiei. Frecvenţa de rezonanţă revine la valoarea iniţială tot în 0.5s de la îndepărtarea perturbaţiei.

3.7. Concluzii

Rezultatele prezentate în acest capitol reprezintă de fapt demonstraţia experimentală a modificării frecvenţei de rezonanţă pentru plăcile de cuarţ în taietură AT la apariţia unor perturbaţii, care au fost prezentate teoretic, prin utilizarea modelului discret dezvoltat pentru placa de cuarţ. Aceste experimente pot sta la baza construcţiei mai multor tipuri de senzori.

Astfel, modificarea frecvenţei de rezonanţă a plăcii de cuarţ la iluminarea cu un fascicul laser poate fi utilizată la construcția unor radiometre pentru măsurarea intensității fasciculului laser. Acestea ar avea avantajul unei comportării independente de lungimea de undă (pentru un cuarț fără electrod în zona iluminată sau acoperit cu un strat de subtanță fotoabsorbantă) și un răspuns direct în frecvență.

Modificarea frecvenței de rezonanță datorată apăsării pe suprafață oscilantă cu un fir sau buclă dintr-un material elastic este un fenomen care poate sta la baza construcției unor senzori de presiune, dacă senzorii clasici cu membrană de presiune sunt modificați pentru a asigura apăsarea suprafeței de cuarț. Avantajele unor astfel de senzori sunt în principal simplitatea construcției mecanice, răspunsul în frecvență și în general toate avantajele legate de folosirea cristalelor piezoelectrice.

Aceste experimente stau și la baza elaborării unor metode de măsurare a distribuției amplitudinilor de vibrație pe suprafața unui oscilator cu cuarț, metode care vor fi prezentate în capitolul 4. Această informație este deosebit de utilă în proiectarea senzorilor bazați pe efectele cristalelor de cuarț la rezonanță.

CAPITOLUL 4

O NOUA METODA DE INVESTIGARE A DISTRIBUTIEI AMPLITUDINII DE OSCIALTIE PENTRU PLACI DE CUART IN TAIETURA AT

Pentru studiul şi realizarea senzorilor bazaţi pe modificarea frecvenţei de rezonanţă a plăcilor de cristale de cuarţ în tăietură AT, care oscilează în modul de forfecare în grosime, o problemă deosebit de importantă o constitue posibilitatea de a pune în evidenţă distribuţia amplitudinii de oscilaţie la suprafaţa cristalului când acesta este supus unor perturbaţii.

4.1. Metode cunoscute de investigare a distribuţiei amplitudinii de oscilaţie

In literatura de specialitate [9][45][75][93] se admite că distribuţia amplitudinilor de oscilaţie pentru o placă de cuarţ pentru modul fundamental de rezonanţă este exprimată în mai multe moduri:

$$A(r) = A_{max}\cos^2\left(\frac{\pi r}{2R_e}\right)$$
$$A(r) = A_{max}J_0\left(\frac{2{,}41r}{R_e}\right) \qquad (4.1)$$
$$A(r) = A_{max}\exp\left(-\frac{ar^2}{R_e^2}\right)$$

unde R_e este diametrul electrodului plăcii, r este raza punctului curent, J_0 este funcţia Bessel de speţa intâia şi de ordinul 0, A_{max} este amplitudinea deoscilaţie în cetrul plăcii, iar a este o constantă adimensională.

Profilele distribuţiei amplitudinii de oscilaţie la suprafaţa rezonatorului date de relaţiile (1.1) [93] şi (1.2) [9] corespund oscilaţiei plăcii în aer sau mediu gazos, iar relaţia (1.3)[45] corespunde distribuţiei amplitudinii de oscilaţie pentru plăci care se află imersate în lichide.

4.1.1.Metode de investigare a distribuţiei amplitudinii de oscilaţie care utilizează reflexia neuniformă a luminii de către placa oscilantă

4.1.1.1.Metoda care utilizează caroiajul suprafeţei rezonatoare

G.Sauerbrey [65] [66] propunea în anul 1964 o metodă de măsurare a distribţiei amplitudinilor de oscilaţie pe suprafaţa cristalului de cuarţ în taietură AT care utilizează reflexia de către suprafaţa cristalului a luminii oferite de lămpi spectrale. Cercetările lui Sauerbrey sunt legate de utilizarea plăcilor de cuarţ în tăietură AT la construcţia microbalanţelor.

In figura 4.1 este prezentată în secţiunea a) placa de cuarţ (2) pregătită pentru experienţă prin depunerea peste electrozii de aluminiu (3) a unui strat de aur negru (1) pe care se gravează un model de forma (4). In secţiuna b) a aceleaşi figuri se prezintă schema instalaţiei de măsură. Lumina provenind de la o lampă spectrală trece prin fanta 5 şi fasciculul colimat cu lentila (7) cade incident sub un unghi dat asupra plăcii oscilante (8). O lamă semitransparentă (6) preia lumina reflectată de placa oscilantă şi o transmite spre fotomultiplicatorul (9), iar curentul de la ieşirea fotomultplicatorului este măsurat cu instrumentul (10) care are încorporat un amplificator de bandă îngustă.

Fascicolul de lumină colimat poate să cadă pe suprafaţa oscilantă (vezi figura 4.1. a) în poziţiile notate cu l, m sau p. La oscilaţia de forfecare în grosime, care este caracteristică rezonatoarelor de cuarţ în tăietură AT, mişcarea de oscilaţie la suprafaţa cristalului de cuarţ are direcţia prezentată de săgeata din figură. Din cele trei tipuri de poziţii de incidenţă a fasciculului

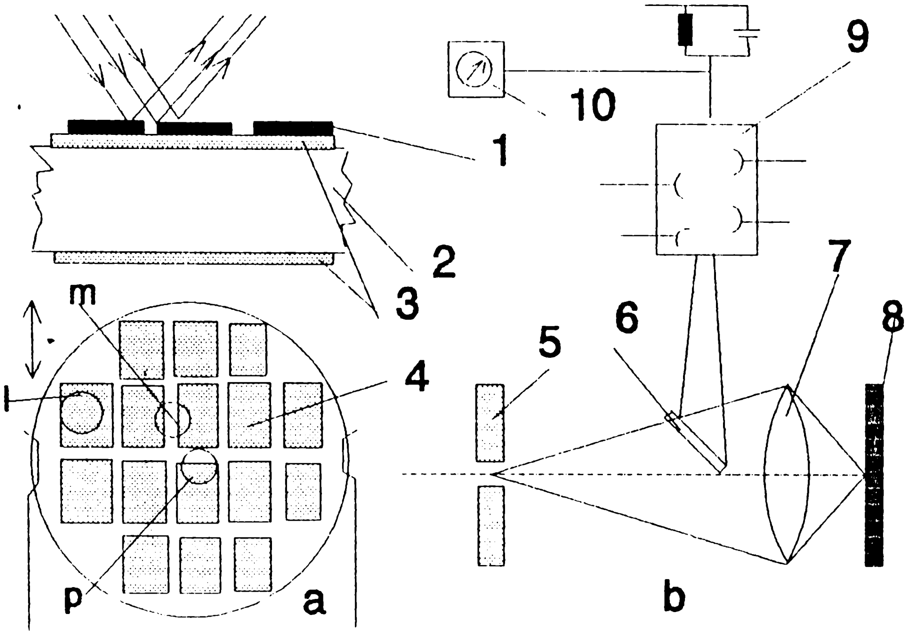


Figura 4.1 Montajul experimental al lui Sauerbrey.a) detaliu privind prelucrarea suprafeţei plăcii de testat.b). Schema instalţiei pentru măsurarea distribuţiei amplitudinii de oscilaţie

pe suprafaţa de oscilaţie numai poziţia p aduce informaţie. Dacă notăm cu a_x suprafaţa care produce reflexia luminii şi care este haşurată în figura 4.1.a. atunci curentul la ieşirea fotodetectorului este de forma $I=f(a_x)$, iar în cadrul mişcării de oscilaţie doar în poziţia p valoarea acestei suprafeţe se modifică. La o poziţionare adecvată a fascicului de lumină, curentul de la ieşirea fotodetectorului are o componentă alternativă cu amplitudinea proporţională cu amplitudinea de vibraţie a plăcii în punctul respectiv.

Experienţele au permis măsurarea distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie pentru modul de rezonanţă fundamental la plăci rezonatoare de cuarţ de diferite dimensiuni.

In figura 4.2 se prezintă rezultatele experimentale obţinute care reprezintă variaţia amplitudinii de osciltie de-a lungul dia-

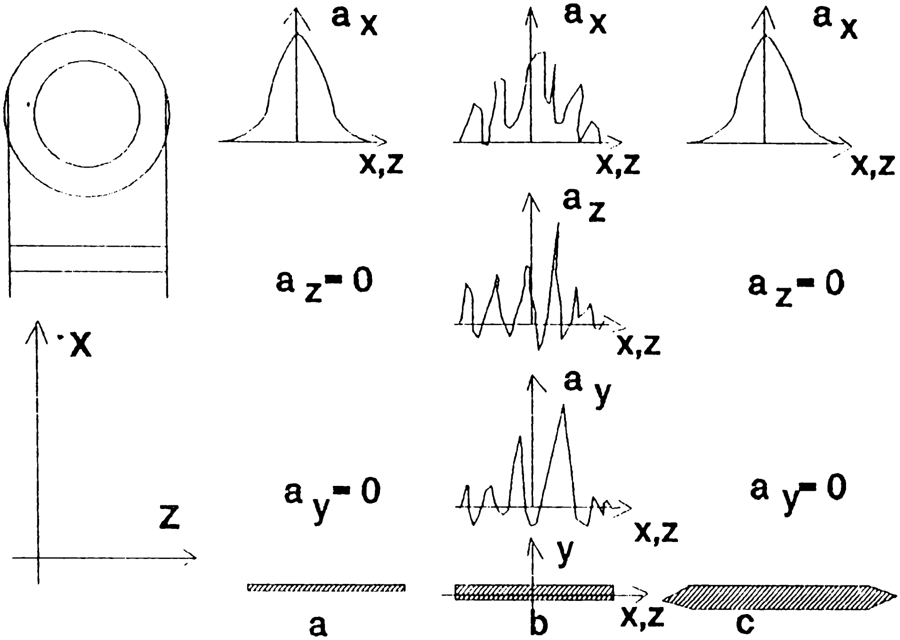


Figura 4.2 Distribuţia amplitudinilor de oscilaţie de-a lungul unui diametru pentru modul fundamental

metrului unor plăci de cuarţ în tăietură AT având a) formă cilindrică, frecvenţa de rezonanţă de 10 MHz, grosimea de 0,17mm şi diametrul de 13mm; b) formă cilindrică, frecvenţă de rezonanţă de 4 MHz, grosime de 0,42mm şi diametrul de 10mm; c) formă cilindrică cu muchii faţetate, frecvenţa de rezonanţă de 4MHz, grosime de 0,42mm şi diametru de 10mm. Graficele sunt prezentate în valori normalizate pentru amplitudinile de oscilaţie.

Această metodă a fost prima metodă aplicată pentru studiul distribuţiei amplitudinilor de rezonanţă la suprafaţa unui rezonator de cuarţ. Ea necesită o prelucrare specială a suprafeţei de oscilaţie.

4.1.1.2. Metoda ce utilizează efectul speckle

O radiaţie coerentă, de exemplu lumina laser, când se reflectă pe o suprafaţă cu rugozitate mai mare decât lungimea sa de undă, are un aspect granular cunoscut şi sub numele de efect speckle[87]. Acest fenomen cauzat de interacţiunea undelor împrăştiate la reflexia pe suprafaţă, a fost folosit pentru investigarea mişcării de oscilaţie a suprafeţelor în acelaşi plan [89], mişcare caracteristică oscilaţiilor de forfecare în grosime.

In figura 4.3 se prezintă modul de obţinere a fenomenului speckle. O radiaţie coerentă de tip laser este reflectată de o suprafaţă optică cu un anumit grad de rugozitate. Lumina astfel reflectată este vizualizată pe un ecran, formând un aşa numit "model speckle" care constă din pete luminoase şi întunecate cu un diametru mediu dat de relaţia :

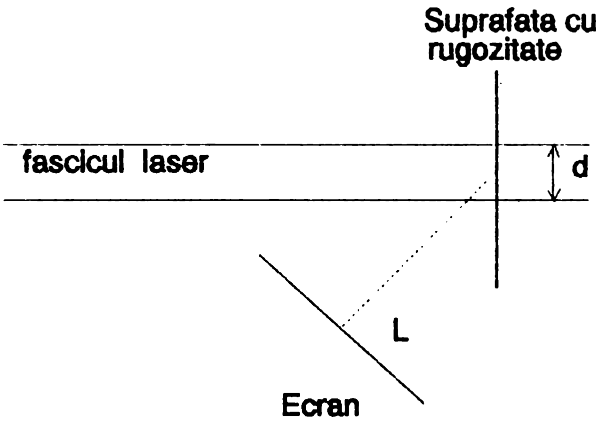


Figura 4.3 Schema de obţinere a efectului speckle

$$s=\lambda\frac{l}{d} \tag{4.2}$$

unde λ este lungimea de undă a radiaţiei laser, l este distanţa dintre paravan şi suprafaţa relfectantă, iar d este diametrul fasciculului laser, incident pe suprafaţa rugoasă.

Pentru a obţine o imagine cu un "model speckle" format din pete luminoase şi întunecate cu diametre s cât mai mari conform figurii 4.4. se reduce diametrul d al fasciculului laser la contactul cu suprafaţa optică rugoasă de testat, cu ajutorul unor lentile de focalizare. Această reducere a diametrului fasciculului laser se poate face până la o valoare d_{min}, dimensiune limitată de fenomenele de difracţie a luminii:

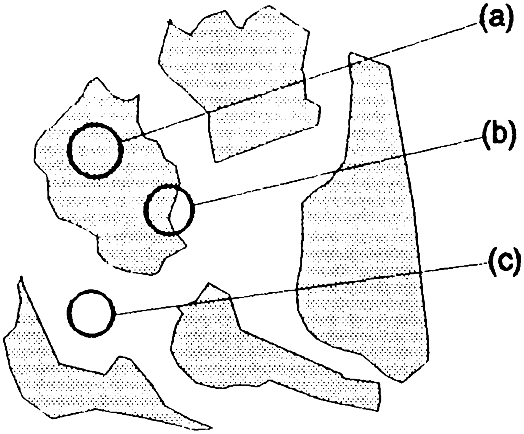


Figura 4.4 Aspectul unui model speckle

$$d_{min}=1,22\lambda\frac{f}{b} \qquad (4.3)$$

unde f este distanţa focală a lentilei cu care se focalizează fasciculul laser, iar b este diametrul fascicului laser incident. Un astfel de "model speckle" este prezentat în figura 4.4 unde zonele luminoase sunt haşurate. Prin poziţionarea unei fotodiode în "câmpul speckle" situat pe paravan, se obţine un curent proporţional cu lumina detectată. Dacă aria sensibilă a fotodiodei este mai mică decât mărimea medie a unui specklu (o zonă luminoasă prezentată în figura 4.4 haşurat) atunci există trei poziţii posibile de interacţiune între modelul speckle şi fotodiodă:

- în poziţia a, curentul la ieşirea fotodiodei este maxim
- în poziţia b curentul furnizat de fotodiodă are o valoare medie
- în poziţia c, fotocurentul are o valoare minimă.

Dacă suprafaţa optic rugoasă execută o mişcare de translaţie laterală, atunci şi modelul speckle va avea aceeaşi mişcare. Dacă se scanează aceasta suprafață cu un fascicul laser, iar în locul paravanului din figura 4.3 se poziționează o fotodiodă se obține pentru poziția notată cu b în figura 4.5 un curent la bornele fotodiodei proporțional cu amplitudinea de oscialție a suprafeței în punctul de incidență a acesteia cu fasciculul laser. Nu toate pozițiile de tip b posibile în cadrul procesului de scanare aduc informații despre mișcarea oscilatorie. In cazul a din figura 4.5 nu se primește nici o informație in ceea ce privește amplitudinea mișcării de oscilație pe când in cazul b din aceeași figură se poate aprecia amplitudinea mișcării de oscilație.

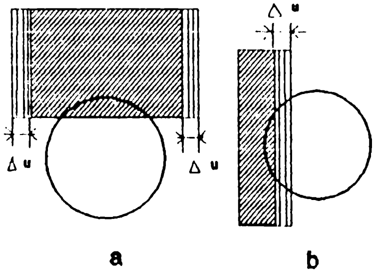


Figura 4.5 Situații posibile la pozițnarea fotodiodei pe freontiera unui specklu

Dacă suprafața oscilantă are o mișcare oscilatorie de forma:

$$A(x,y,t)=A_0(x,y)\sin wt \qquad (4.4)$$

unde w este viteza unghiulară a oscilației, curentul la bornele fotodiodei poate fi exprimat ca:

$$i(x,y,t)=I_0[C_1(x,y)+C_2(x,y)\sin wt] \qquad (4.5)$$

unde I_0 este intensitatea fasciculului laser, $C_1(x,y)$ este un termen ce exprimă relația între curentul de la bornele fotodiodei și poziția acesteia in "modelul speckle", când suprafața optic rugoasă nu oscilează. Acest termen nu aduce nici o informație despre amplitudinea de oscilație a suprafeței de testat. Factorul $C_2(x,y)$ exprimă gradul de modulare a curentului $i(x,y,t)$, și corespunde unor poziții de tipul b din figura 4.5. Aceasta înseamnă că se obține expresia: $C_2(x,y)=k(x,y)u_0(x,y)$, unde $k(x,y)$ este un factor care depinde de poziția frontierei specklului față de centrul fotodiodei, iar uo(x,y) este amplitudinea de oscialţie a suprafeţei vibrante în punctul de incidenţă al fasciculului laser pentru cazul b din figura 4.5.

Dacă suprafaţa de oscilaţie a unui disc de cuarţ în taietură AT a fost prelucrată în mod corespunzător pentru a deveni o suprafată optic rugoasă, prin scanarea cu un fascicul laser de-a lungul diametrului, se obţine la ieşirea de curent a fotodiodei un semnal de forma prezentată în figura 4.6, unde zgomotul suprapus peste forma de undă care oferă variaţia de amplitudine corespunzătoare modului de rezonanţă fundamental, de-a lungul diametrului plăcii de cuarţ de lungime l, se datorează distribuţiei aleatoare a specklurilor în cadul unui "model speckle".

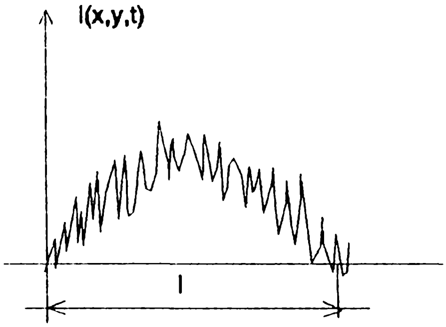


Figura 4.6 Forma curentului la bornele fotodiodei

Experienţele au demonstrat o bună reproducere a formei semnalului la scanări consecutive, şi din direcţii diferite a suprafeţei oscilante, ceea ce duce la concluzia că zgomotul poartă informaţia asupra gradului de rugozitate al suprafeţei, şi că acesta poate fi indepărtat printr-o operaţie de mediere. După efectuarea acestei medieri, variaţia amplitudinii de oscilaţie în funcţie de poziţia punctului considerat de-a lungul diametrului

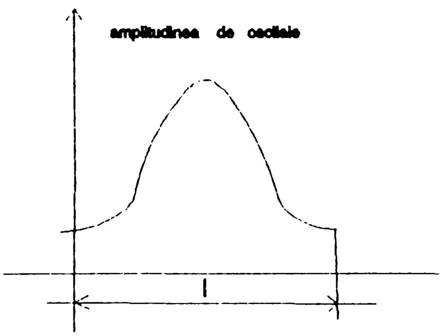


Figura 4.7 Distribuţia amplitudinilor de oscilaţie de-a lungul diametrului unui rezonator de cuarţ în valori normalizate

este prezentată în figura 4.7, în valori normalizate.

Curentul pulsatoriu de la ieşirea fotodiodei are expresia:

$$i_w(x,y)=\langle I_0C_2(x,y)\rangle=I_0ku_0(x,y) \qquad (4.6)$$

unde <Io kuo(x,y)> este valoarea medie a produsului dintre intensitatea fasciculului laser şi factorul ce descrie gradul de modulare a fotocurentului.

In figura 4.8 se prezintă montajul realizat pentru măsurarea amplitudinii de oscialţie in diferite puncte pe suprafaţa unei plăci de cristal de cuarţ în tăietură AT. Se foloseşte un laser cu He-Ne cu o putere de aproximativ 14mW. Nu sunt necesare măsuri speciale pentru izolarea sistemului în scopul reducerii influenţelor le-

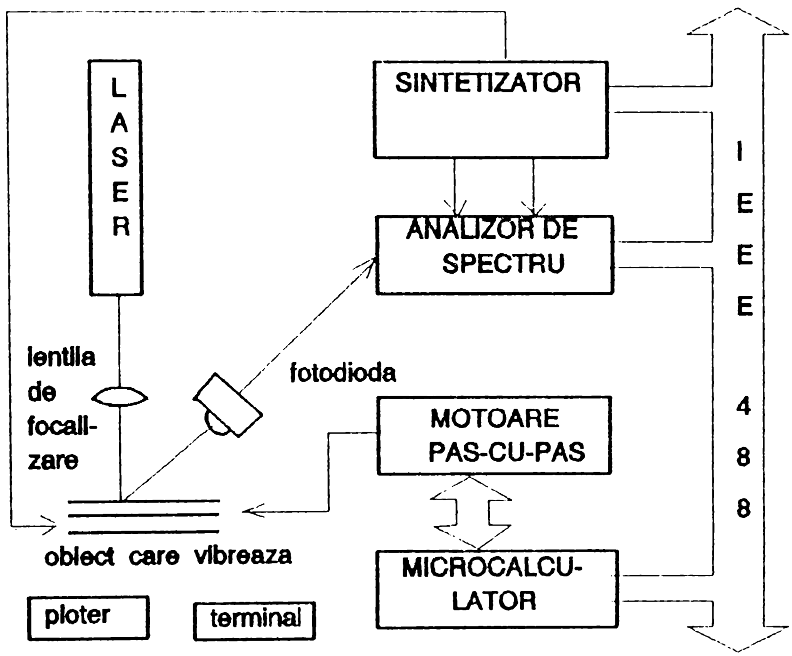


Figura 4.8 Montajul realizat pentru măsurarea distribuţiei amplitudinii de oscilaţie folosind efectul speckle

gate de vibrații provenite din mediul exterior, și nici poziționarea sistemului obiect de studiu- fotodiodă nu este critică.

Sistemul de măsură esté completat cu un sintetizator de frecvență pentru comanda cuarțului, un analizor de spectru care este calat pe frecvența de oscilație a plăcii de cuarț și are o bandă de calare de 3 Hz necesară pentru a reține numai factorul IoC2(x,y) din expresia curentului la ieșirea fotodiodei. Există de asemenea un sistem de poziționare a fasciculului laser pe placa de cuarț realizat cu motoare pas-cu-pas, iar toate aceste componente ale sistemului de măsură sunt interconectate printr-o magistrală IEEE 488 care permite prelucrarea automată a datelor.

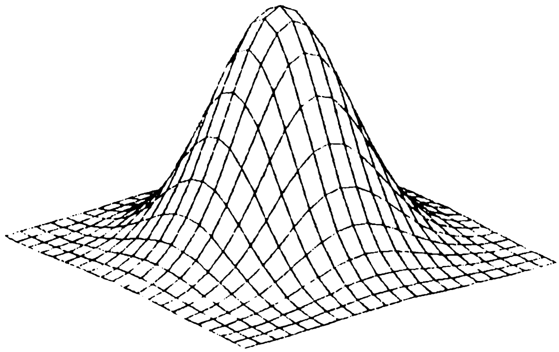


Figura 4.9 Distribuția amplitudinii de oscilație pentru modul fundamental

La încheierea procesului de achiziții de date, microcalculatorul prelucrează aceste date după un algoritm care utilizează funcțiile spline cubice. Cu ajutorul sintetizatorului de frecvență se poate aduce placa de cuarț să rezoneze atât în modul fundamental cât și în moduri overtone. In figura 4.9 se prezintă distribuția amplitudinii de oscilație pentru modul fundamental. Metoda poate fi folosită pentru orice suprafață oscilantă în plan dacă are rugozitatea necesară pentru a se obține efectul speckle.

4.1.2.Metode de investigare a distribuției amplitudinilor de oscilație care utilizează sonde de presiune.

4.1.2.1.Metoda ce utilizează un fir elastic

Aceasta metodă de investigare a fost dezvoltată de B.A.Martin şi H.E.Hager pentru a studia variaţia frecvenţei de rezonanţă pentru plăcile de cristal de cuarţ în tăietură AT scufundate înlichide.[44] [45] Aceste plăci sunt folosite la construcţia senzorilor pentru monitorizarea modificărilor proprietăţilor fizice ale lichidelor.

Pentru investigarea distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie s-a folosit o probă simplă formată dintr-un fir subţire de tungsten de 3-mil cu care se atinge suprafaţa de oscilaţie a plăcii de cristal de cuarţ. La atingere apare un salt pozitiv de frecvenţă care depinde de presiunea cu care este apăsată proba pe suprafaţa cristalului, precum şi de amplitudinea de oscilaţie a plăcii în punctul de contact cu firul. Pentru a menţine o apăsare constantă a firului pe suprafaţa plăcii, firul este poziţionat vertical deasupra acesteia, (vezi capitolul ce tratează rezultatele experimentale) iar placa se poate deplasa în planul perpendicular pe fir cu ajutorul a două mese micrometrice.

Dacă ne referim la distribuţiile amplitudinii de rezonanţă calculate teoretic, în figura 4.10 se prezintă curba de variaţie a amplitudinii teoretice pentru distribuţiile date de relaţia (1.2) şi (1.3).

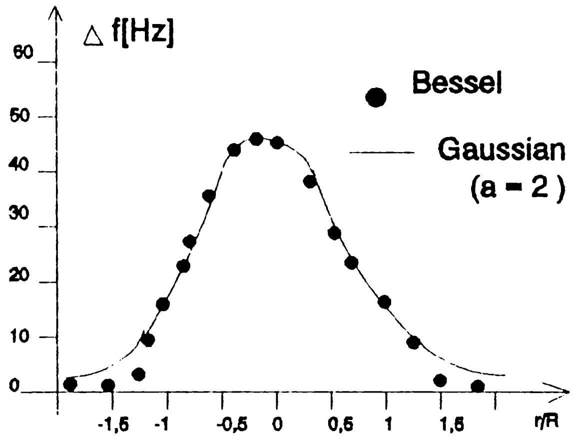


Figura 4.10 Distribuţia amplitudinii de oscilaţie de-a lungul unui diametru calculată teoretic

Experienţele s-au efectuat pe plăci de cristal de cuarţ care rezonează pe frecvenţa de 10 MHz, având electrozi de aur. Scanarea suprafeţei de oscilaţie s-a facut de-a lungul diametrului pe o direcţie perpendiculară pe axa x a cristalului. S-a ridicat graficul distribuţiei amplitudinlor de oscilaţie atât pentru placa de tristal când rezonează în aer cât şi pentru placa rezonând în apă, rezultatele fiind prezentate în figua 4.11. Un dezavantaj al al acestei metode este apariţia unui fenomen de histerează legat de direcţia înainte-înapoi de scanare a suprafeţei de oscilaţie. Pentru a înlătura acest fenomen autorii au efectuat scanarea numai într-o singură direcţie.

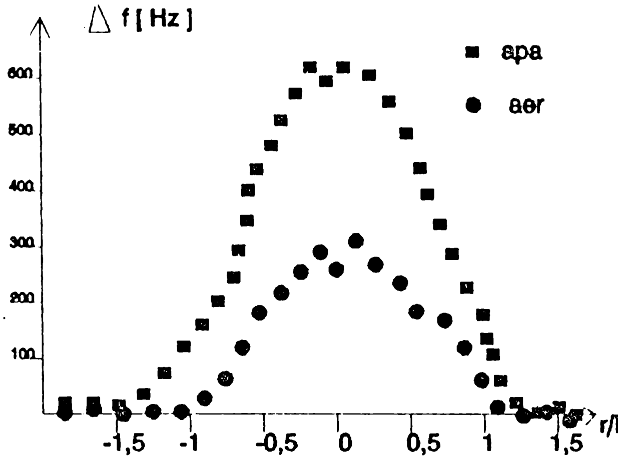


Figura 4.11 Variaţia frecvenţei de rezonanţă la scanarea suprafeţei plăcii de cuarţ de-a lungul diametrului cu un fir de tungsten

Frecvenţa de rezonanţă creşte la atingerea firului elastic a plăcii de cuarţ deşi, dacă s-ar lua în considerare o încărcare masică a cuarţului, frecvenţa de rezonanţă ar trebui să scadă. Dar sonda se comportă ca şi cum la punctul de contact se adaugă, conform modelului simplificat, un nou resort ale cărui caracteristici elastice depind de natura materialului din care este confecţionată sonda, iar tensionarea acestuia depinde de forţa cu care sonda este apăsată pe suprafaţă.

Se constată că la placa care oscilează în apă variaţia frecvenţei de rezonanţă este mult mai mare, deoarece lichidul determină o rigidizare a sondei datorate vâscozităţii acestuia.

Din diagrama prezentată în figura 4.11 se poate estima valoarea coeficientului "a" din relaţia (1.3), relaţie ce poate fi scrisă în urmatorul mod:

$$[-\ln(\frac{A}{A_{max}})]^{1/2}=a^{1/2}(\frac{r}{R}) \qquad (4.7)$$

Admițând că datorită variațiilor mult mai mici ale frecvenței de rezonanță față de valoarea neperturbată a acesteia, există o relație de liniaritate între amplitudinea de oscilație și variația frecvenței de rezonanță, relația (7) devine :

$$[-\ln(\frac{\Delta f}{\Delta f_{max}})]^{1/2}=a^{1/2}(\frac{r}{R}) \qquad (4.8)$$

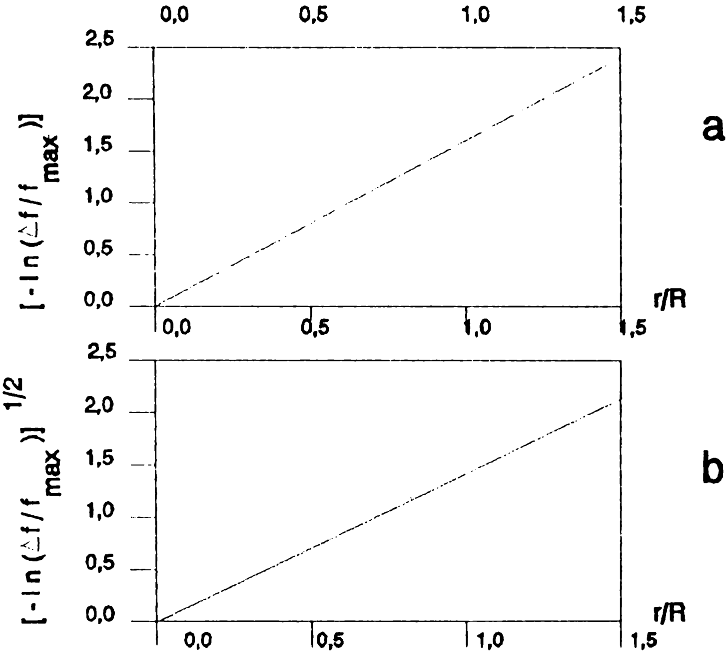


Figura 4.12 Determinarea coeficientului "a" pentru un cristal de 10 MHz oscilând a) în aer; b) în apă

Valoarea coeficientului "a" reprezintă panta dreptei ce se obține prin trasarea graficului pentru funcția (8), grafice ce sunt prezentate în figura 4.12. Pentru ambele cazuri se obțin relații ce aproximează bine liniaritatea presupusă pentru această funcție. Aceasta constituie un argument în plus în alegerea unui profil Gaussian pentru modelarea distribuției amplitudinilor de oscilație.

Pentru liniarizare s-a folosit metoda celor mai mici pătrate.

iar valorea factorului "a" pentru oscilaţia în aer este 2,48 iar pentru oscilaţia în apă este 2,03.

In aceleaşi lucrări se oferă un mod de calcul al amplitudinii maxime de rezonanţă în funcţie de factorul de calitate al cristalului de cuarţ şi de nivelul excitaţiei electrice prin măsurarea tensiunii alternative vârf la vârf la bornele cristalului. Pentru o placă de cristal de cuarţ care oscilează în aer având un factor de calitate Q=20.000 şi o tensiune alternativă de 0,40V vârf la vârf la bornele cristalului, amplituinea maximă de vibraţie a rezultat a fi de 12 nm. Dacă cristalul oscilează cu cei doi elctrozi scufundaţi în apă, factorul de calitate se reduce la Q=900 - 1000, şi se obţine o amplitudine de vibraţie de 0,6 nm.

4.1.2.2. Metoda bazată pe modelul transferului de energie

O metodă de obţinere a distribuţiei amplitudinii de oscilaţie a fost elaborată de V.Mecea prin scanarea suprafeţei de oscilaţie cu o sondă de presiune cu cap de cauciuc.

Sonda sub forma unui fir având o greutate proprie $F_n=1*10^{-3}N$ este condusă de un mic mecanism care utilizează un motor sincron, peste diametrul plăcii rezonatoare de cuarţ cu o viteză constantă de $1*10^{6}m/s$. Electrozii cristalului de cuarţ sunt conectaţi la un circuit oscilant care asigură o tensiune de 30mV vârf la vârf pe cristal pentru un larg

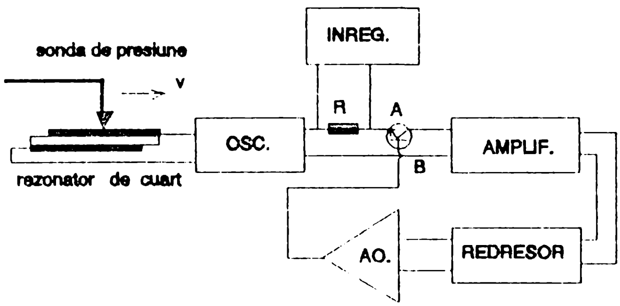


Figura 4.13 Schema sistemului de măsurare a distribuţiei amplitunilor de oscilaţie la suprafaţa unui rezonator de cuarţ

domeniu al disipării energiei de oscilație între vârful de cauciuc și rezonatorul de cuarț. Tranzistorul desenat în figura 4.13, care prezintă schema de realizare a dispozitivului de măsurare a distribuției amplitudinii de oscialție la suprafața plăcii de cristal de cuarț, funcționează ca un regulator de tensiune serie. Tensiunea între punctele A și B poate varia în funcție de factorul de calitate al rezonatorului de cuarț între 0,9V pentru rezonatoare cu factor de calitate ridicat, până la 10V pentru rezonatoare puternic atenuate. Tensiunea între punctele A și B precum și tensiunea ce cade pe rezistența R (vezi figura 4.13) va crește atunci când capul moale de cauciuc va scana zonele cu amplitudine mare de oscilație de pe suprafața plăcii, creștere proporțională cu creșterea pierderilor prin frecare între cuarț și sondă. Mărimea acestei tensiuni este înregistrată cu ajutorul unui înregistrator X-Y.

Au fost examinate plăci de cuarț plan paralele, în tăietură AT, care rezonează la 4 MHz, cu un diametru de 14mm, având depus un electrod de argint de diametru de 6mm. S-au făcut experiențe și pentru un rezonator plano-convex în tăietură AT cu frecvența de rezonanță fundamentală de 4 MHz, având un diametru de 14 mm și un electrod cu diametrul de 13mm depus pe suprafața plată, respectiv un electrod de 6mm depus pe suprafața cu raza de curbură de 200mm. Indicația despre energia vibratorie disipată, respectiv despre distribuția amplitudinii de oscilație este dată de tensiunea U din graficele prezentate în figura 4.14, tensiune culeasă de pe rezistența R, iar în plus a fost înregistrată și scăderea freventței de rezonanță ΔF datorată încărcării masice prin capul de măsură.

Din graficele prezentate în figură se constată că profilul curbei de distribuție a amplitudinilor de oscilație pentru placa plan-paralelă prezintă o nesimetrie, pe care autorul o atribuie imperfecțiunii construcției plăcii de cuarț. Se observă că pentru placa plano-convexă zonele din placă care oscilează au dimensiuni mai reduse, confirmând concentrarea energiei de vibrație spre centrul plăcii.

Spre deosebire de metoda prezentată la paragraful 4.2.1 datorită capului de test de cauciuc moale se manifestă fenomenul de

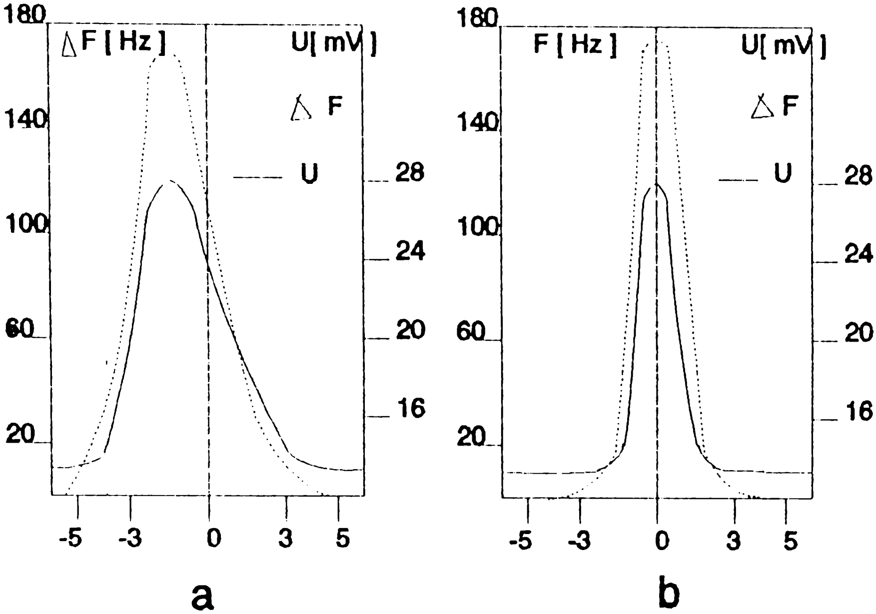


Figura 4.14 Distribuţia amplitudinilor de vibraţie de-a lungul unui diametru pentru o placă de cristal a) plan paralelă; b) plano-convexă

încărcare masică ceea ce duce la scăderea frecvenţei de rezonanţă.

4.1.3. Metode de investigare a distribuţiei amplitudii de oscilaţie utilizând topografia cu raze X.

Acest mod de investigare se poate aplica la rezonatoarele cu cuarţ cu excitaţie laterală. In figura 4.15 se prezintă discul rezonator de cuarţ cu excitaţie transversală şi cel cu excitaţie laterală, tăiate dintr-o placă cu orientare AT. La rezonatoarele cu excitaţie laterala fasciculul de radiaţie X vine in contact in zona de oscilaţie a plăcii de cuarţ direct cu suprafaţa cristalului.

In literatură sunt menţionate două moduri de relizare a

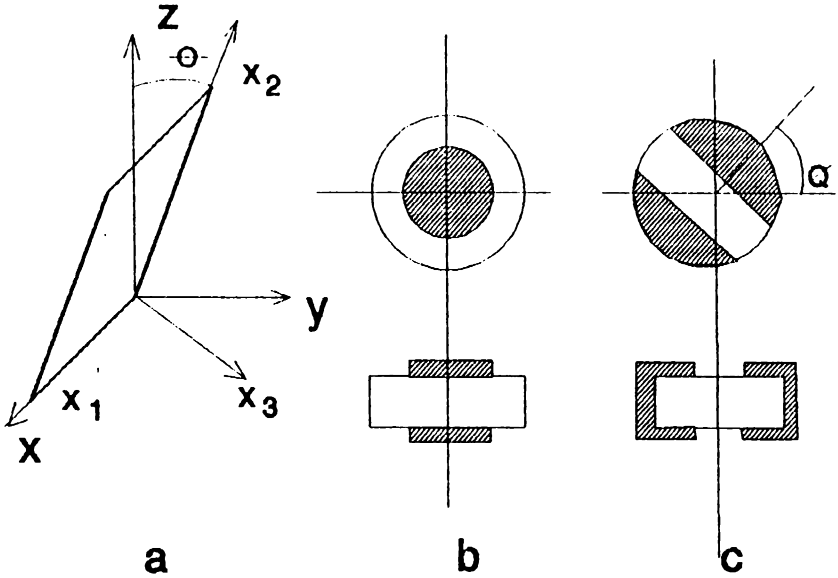


Figura 4.15 Moduri de excitaţie a rezonatoarelor cu cuarţ. b) transversal; c) lateral; a) orientarea tăieturii AT

topografiilor cu raze X prin transmisie şi prin reflexie [19].

Prin transmisie, topografia se realizează cu ajutorul unui fascicul de radiaţie albă X care cade perpendicular pe placa de cristal de cuarţ de testat , conform figurii 4.16. Pe un film plasat în spatele plăcii se obţine un model în care apare imaginea cristalului cu diferiţi vectori de difracţie datoraţi structurii cristaline. Contrastul care apare pe film depinde de poziţia relativă a vectorului de difracţie faţă de direcţia de vibraţie a suprafeţei cristalului. In particular contrastul de pe film dispare dacă cei doi vectori sunt perpendiculari. Dacă se doreşte vizualizarea unei componente de direcţie dată a vectorului de deplasare a punctelor materiale pe suprafaţa de oscilaţie, vectorul de difracţie trebuie ales paralel cu acea componentă.

Există două tipuri de topografie transversală : primul se realizează cu un fascicul incident de raze X cu un diametru mare şi este folosit pentru scanarea suprafeţei de oscilaţie a rezonatoarelor.; al doilea tip se realizează cu un fascicul îngust cu o deschidere de ordinul a 15 micrometri, care este utilizat la topografierea muchiei plăcii rezonatoare, obţinându-se informaţie despre câte linii antinodale (cu amplitudine mare de oscilaie) sunt în grosimea plăcii.

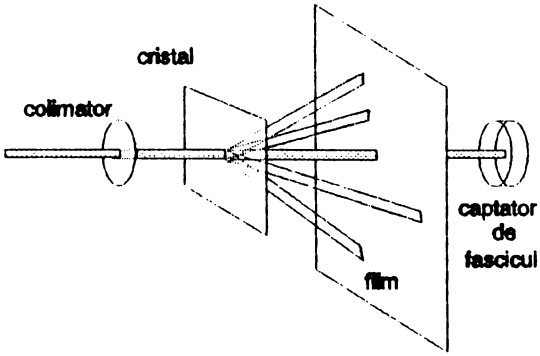


Figura 4.16 Topografie cu raze X prin transmisie

Topografia prin reflexie, prezentată în figura 4.17, permite determinarea tuturor componentelor vectorului de deplasare pentru un mod oarecare de rezonanţă, prin faptul că furnizează şi un vector de difracţie perpendicular pe placa de cristal de cuarţ ce este testată.

La excitarea laterală, prin alegerea direcţiei de orientare a electrozilor (vezi figura 4.15 c) se pot genera moduri de rezonanţă care în cazul excitării transversale au factor de cuplare nul. Astfel, din trei moduri de rezonare transversală posibile, numai modul care asigură un vector de deplasare orientat după

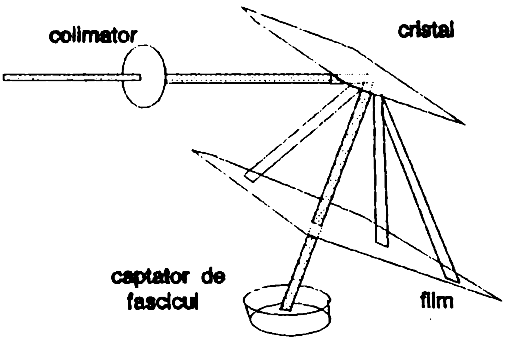


Figura 4.17 Topografia cu raze X prin reflexie

direcţia X_1 (vezi figura 4.15 a) are un coeficient de cuplare piezoelectric diferit de zero.

Aceste moduri de investigare necesită o aparatură sofisticată, şi nu sunt adecvate pentru studiul influenţelor diferitelor perturbaţii asupra modificărilor legate de distribuţia amplitudinilor de oscilaţie la suprafaţa rezonatorului. In schimb, aceste metode de investigare sunt deosebit de utile la proiectarea şi construcţia rezonatoarelor când se doreşte reducerea efectelor modurilor de oscilaţie spurious, care se poate realiza mai ales prin controlul riguros al dimensiunilor mecanice ale rezonatorului. Aceste topografii sunt cel mai eficace mod de verificare a corectitudinii construcţiei rezonatorului.

4.2.O nouă metodă de investigare a distribuţiei amplitudinii de oscialţie utilizând fascicul laser.

Aceasta metodă, care are un caracter originial, se bazează pe modificarea frecvenţei de rezonanţă la iluminarea unui rezonator de cuarţ cu un fascicul laser. Modificarea de frecvenţă de rezonanţă se datorează încălzirii locale a plăcii de cuarţ care produce un gradient de temperatură. Datorită faptului că placa de cuarţ este în tăietură AT, la o încălzire globală, frecvenţa de rezonanţă are o variaţie de ordinul a 1ppm/C° urmând o lege binecunoscută [9]. La apariţia unui gradient de temperatură componentele neliniare au o contribuţie importantă, aşa cum a fost prezentat în capitolele anterioare, la saltul pozitiv al frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu un fascicul laser a rezonatorului.

4.2.1.Instalaţia experimentală.

Experienţele au fost efectuate cu un laser cu He-Ne având lungimea de undă de 632,8nm şi o putere maximă de 12mW. Diametrul fasciculului laser este de 2mm . Schema instalaţiei de scanare, în prima variantă de realizare, este prezentată în figura 4.18

Montura mecanică (cap.3 fig.1) permite modificarea poziţiei

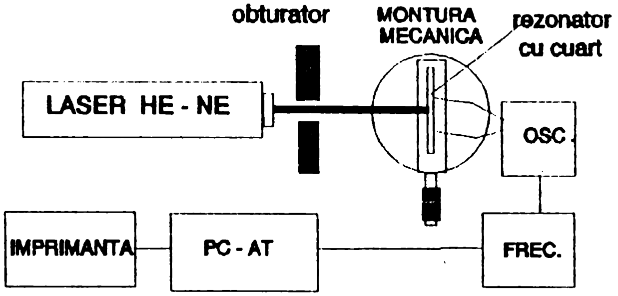


Figura 4.18 Schema instalaţiei de masurat amplitudinea de oscialţie la rezonatoare cu cuarţ

rezonatorului de cuarţ cu ajutorul a două mase micrometrice într-un plan perpendicular pe fasciculul laser. De asemenea montura mecanică permite rotirea rezonatorului de cuarţ având ca axă de rotaţie perpendiculara dusă în centrul discului. Puterea fasciculului laser incident pe suprafaţa rezonantă a cristalului de cuarţ se ajustează cu ajutorul unui polarizor plasat în fasciculul laser, conform legii lui Malus.

S-a lucrat cu o putere a fascicului laser de 10 mW. Montajul experimental pentru poziţionarea fascicululuilaser pe suprafaţa cuarţului este realizat pe un banc optic. (vezi figura3.5)

In a doua variantă constructivă a instalaţiei de ridicare a hărţii distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie pe suprafaţa rezonatoarelor cu cuarţ asigură scanarea suprafeţei de oscilaţie cu ajutorul unui dispozitiv ce utiliează două oglinzi capabile a se roti în jurul unei axe conţinută în planul oglinzii.

Pentru scanarea pe orizontală a suprafeţei rezonatorului se utilizează un sitem de indicare luminoasă utilizat la galvanometre, iar pentru pentru mişcarea pe verticală a fasciculului laser s-a rigidizat o oglindă de un echipaj mobil al unui instrument magnetoelectric, care este construit pentru a funcţiona în poziţie verticală.

Detaliul constructiv al sistemului de poziţionare al fasciculului laser este prezentat în figura 4.19. Avantajul acestui sistem de scanere este comanda simplă în curent continuu a poziţionării fasciculului laser pe suprafaţa de oscilaţie a rezonatorului studiat.

S-au făcut experienţe utilizând rezonatoare cu cuarţ, rezonând in modul fundamental pe frecvenţele de 6,8 MHz, 11,125 MHz, 18,432 MHz plano-convexe având electrozi de argint foarte subţiri. Calitatea electrozilor este foarte importantă pentru reuşita experimentului. Astfel la rezonatorii de cuarţ la care corecţia frecvenţei de rezonanţă s-a făcut de către producător prin încărcare masică cu argint, a fost nevoie a se indepărta stratul suplimentar de argint, prin corodare cu acid azotic diluat, pentru a se putea topografia distribuţia amplitudinii de oscilaţie pe suprafaţa rezonatorului.

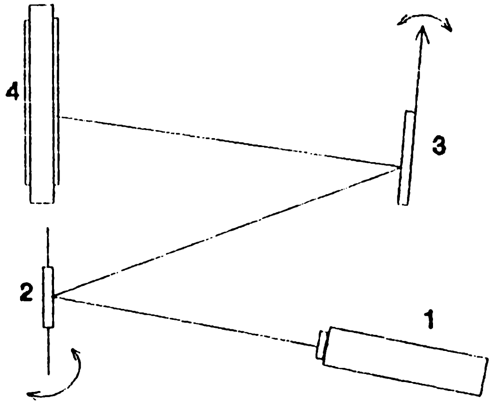


Figura 4.19 Sistem pentru scanarea suprafeţei rezonatorului cu cuarţ cu un fascicul laser.1 laser He-Ne;2.oglida pt. deflexia pe orizontală;3.Oglidă pentru deflexia pe verticală;4.rezonator

Oscilatorul (vezi cap.3 fig.3.2) asigură excitarea cuarţului atât pentru modul de oscilaţie fundamental cât şi pentru modul de oscilaţie corespunzător celui de-al treilea overton. Comanda modificării modului de oscilaţie se face electronic de către utilizator prin intermediul calculatorului. (vezi cap.3 fig.3.3). Frecvenţa oscilatorului este citită print-un frecvenţmetru, iar datele sunt depuse în memoria calculatorului. Graficele sunt trasate pe imprimantă.

4.2.2. Rezultate experimentale

Rezultatele distribuției amplitudinii de oscilație pentru modul fundamental de oscilație la scanarea rezonatorului de cuarț, de-a lungul diametrului pentru direcția X sunt prezentate în figura 4.20. Rezultatele experimentale confirmă justețea metodei, forma curbelor de distribuție a amplitudinii de oscilație obținută fiind asemănătoare celor obținute prin metodele menționate în literatură.

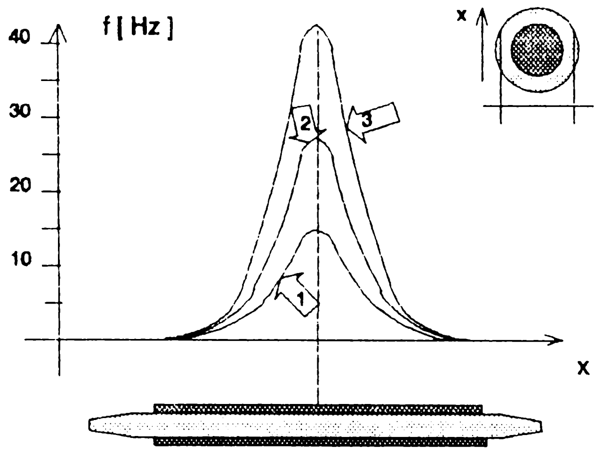


Figura 4.20 Distribuția amplitudinilor de oscilație de-a lungul unui diametru pentru rezonatoare de cuarț cu frecvențe de rezonanță de 1) 6,8 MHz; 2) 11,125 MHz; 3) 18,432 MHz

Pentru a studia influența electrodului și a lungimii de undă a laserului folosit, asupra modificării frecvenței de rezonanță în unul din electrozii de argint al unui rezonator pe frecvența de 11,125 MHz, s-a practicat un orificiu circular în centrul acestuia (vezi paragraful 3.3.5.). Frecvența de rezonanță a crescut la 11,352 Mhz, iar la scanarea pe suprafață de oscilație a electrodului rămas intact după direcția x și o direcție y perpendiculară pe aceasta, s-au obținut distribuțiile de amplitudine cu profilele prezentate în figura 4.21 a) respectriv b).

Se observă că zona cu amplitudine maximă de oscilație și-a modificat poziția din centru spre o zonă periferică.

In cazul funcționării rezonatorului cu cuarț pe al treilea overton, frecvența de rezonanță a fost de 20,366 MHz, pentru placa de cristal ce rezona în modul fundamental pe frecvența de rezonanță

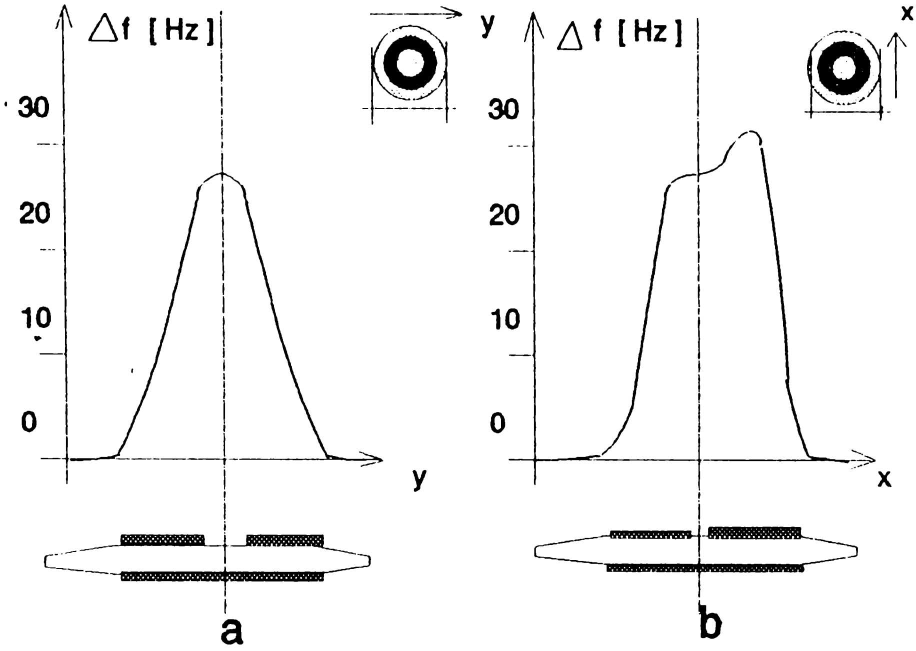


Figura 4.21 Distribuţia amplitudinilor de oscilaţie de-a lungul unui diametru pentru un rezonator cu cuarţ având unul din electrozi sub formă de inel a) după o direcţie perpenndiculară pe x; b) după direcţia x.

de 6,8 MHz, iar la scanarea după direcţia x, respectiv la scanarea după direcţia y s-au obţinut distribuţiile de amplitudini de oscilaţie prezentate in figura 4.22.

La o scanare a intregii suprafeţe de oscilaţie se obţine pentru modul de oscilaţie fundamental in cazul rezonatorului cu cuarţ pe frecvenţa de 6.8 MHz graficul din figura 4.23, iar pentru modul de oscilaţie pe al treilea overton se obţine graficul din figura 4.24, care reprezintă harta distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie.

Pentru rezonatorul cu cuarţ al cărui electrod a fost indepărtat de pe una din suprafeţe in zona centrală in urma scanării suprafeţei de oscilaţie cu un fascicul laser se obţine o hartă a distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie prezentată în figura 4.25.

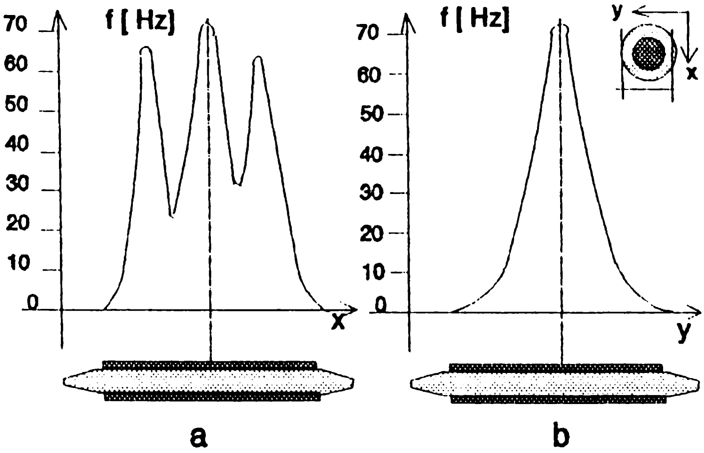


Figura 4.22 Distribuţia amplitudinii de oscilaţie pentru al treilea overtone a)de-a lungul diametrului orientat dupa axa x; b) de-a lungul diametrului orientat după axa y.

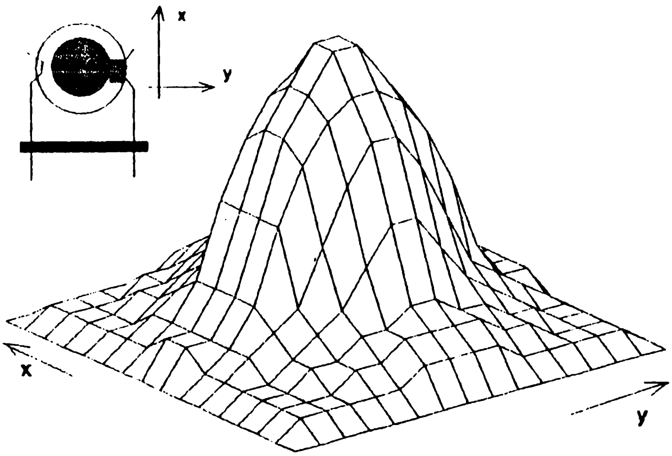


Figura 4.23 distribuţia amplitudinii de oscilaţie pentru modul fundamental

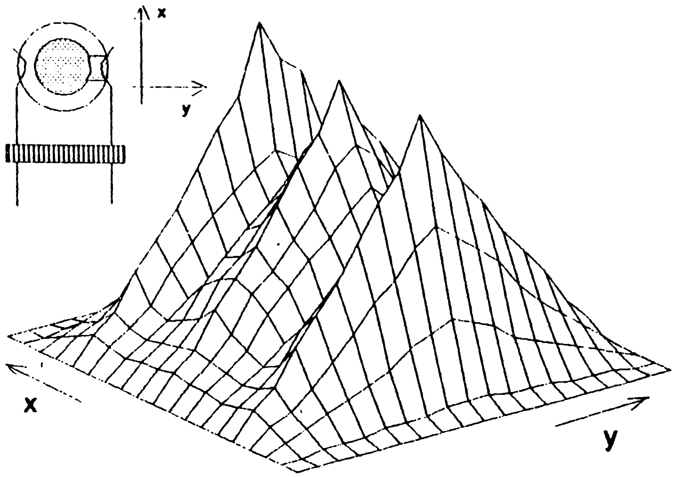


Figura 4.24 Distribuţia amplitudinilor de oscilaţie pentru al treilea overton

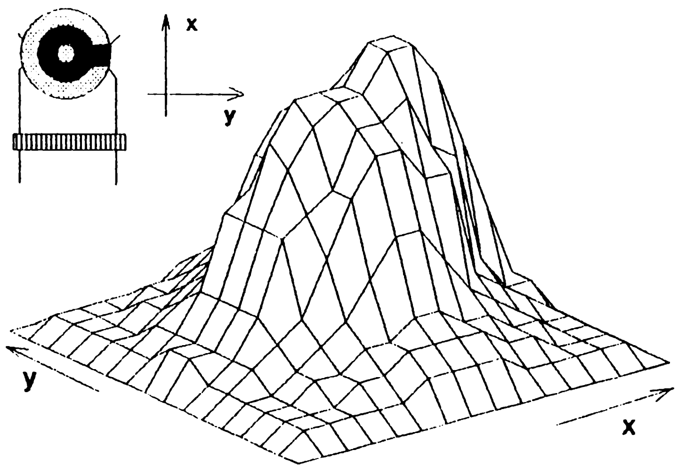


Figura 4.25 Distribuţia amplitudinilor de oscilaţie pentru rezonatorul cu electrodul îndepărtat în zona centrală.

4.3. Concluzii

In acest capitol au fost prezentate principalele metode de investigare a amplitudinii de oscilație la suprafața unui rezonator de cuarț.

Metodele care utilizează reflexia luminii sunt metode laborioase care necesită prelucrarea suprafeței cristalului rezonant, precum și aparatură de laborator complexă.

Metodele care utilizează interacțiunea mecanică între placa de testat și capul de test prezintă avantajul unei simplități constructive. Dezavantajul metodei rezidă din histereza care apare datorită contactului fizic între sonda de presiune și rezonatorul de cuarț. Metoda este de neînlocuit pentru studiul comportării senzorilor pentru studiul proprietății lichidelor, bazați pe rezonatoare cu cuarț.

Metodele ce se bazează pe scanarea cu ajutorul fasciculelor de raze X nu sunt adecvate pentru studiul rezonatoarelor cu cuarț ce se utilizează în construcția senzorilor, deoarece ele nu pot să ofere un rezultat în timp real, rezultatul testării fiind sub forma unui film care trebuie developat ulterior. Metoda este improprie deci studiului modificării distribuției amplitudinilor de vibrație atunci când asupra plăcii se manifestă o perturbație exterioară.

Metoda originală de scanare a suprafeței rezonatorului cu cuarț cu fascicul laser pentru determinarea distribuției amplitudinii de oscilație combină simplitatea metodelor cu sonda de presiune cu avantajele utilizării fasciculului de lumină laser. Această metodă de scanare nu modifică condițiile mecanice de oscilație a rezonatorului, și se poate folosi, asemeni metodei ce se bazează pe efectul speckle, pentru studiul distribuției amplitudinilor de oscilație pentru moduri ce folosesc overtonuri de diferite valori.

Rezultatele obținute prin aceasta metodă sunt foarte apropiate de rezultatele obținute prin metode consacrate, iar prin utilizarea tehnicii de calcul și prin colimarea adecvată a spotului fasciculului laser urmată de o prelucrare îngrijită a datelor se poate obține o hartă a distribuției amplitudinilor de oscilație cu o rezoluție deosebită. Spre deosebire de metoda ce utilizează efectul speckle, unde rezoluția este determinată atât de dimensiunea fasciculului laser cât mai ales de dimensiunile "modelului speckle", în cazul ultimei metode, rezoluția este determinată numai de dimensiunea fasciculului laser și de puterea acestuia.

Printre dezavantajele metodei se pot enumera dependența modificării frecvenței de rezonanță la iluminarea rezonatoarelor cu un fascicul laser dată de calitatea electrozilor și de materialul din care sunt confecționați aceștia. Dar pentru a utiliza rezonatorul ca senzor, electrozii trebuie să fie cât mai subțiri pentru a avea o sensibilitate cât mai bună. Realizarea unei valori date cât mai precisea frecvenței de rezonanță este de o importanță secundară, deci ajustarea frecvenței de rezonanță prin depunere masică, care duce la îngroșarea electrodului, nefiind necesară. Materialele din care se confecționează electrozii sunt reduse ca număr ele fiind deobicei argint, aur sau aluminiu. Cu toate aceste dezavantaje metoda consider că este deosebit de interesantă, și există posibilități de îmbunătățire a performanțelor acesteia.

CAPITOLUL 5

VARIATIA FRECVENTEI DE REZONANTA LA INCARCAREA MASICA NEUNIFORMA A REZONATOARELOR CU CUART

Studiul modificării frecvenţei de rezonaţă la incărcarea masică a rezonatorilor de cuarţ este efectuat in literatura de specialitate pronindu-se de la ipoteza că încărcarea masică se face uniform pe întreaga suprafaţă de oscilaţie a rezonatorului. Această ipoteză simplificatoare nu este satisfăcută la realizarea practică a experimentelor fizice, de unde apar şi erori la aprecierea maselor folosind acest tip de microbalanţă. Modelul simplificat oferă un instrument deosebit de util în analiza unor astfel de fenomene complexe, putând oferi atât aprecieri calitative cât şi cantitative.

Depunerea masică neuniformă alterează valoarea raportului dintre masa suplimentară depusă şi masa rezonatorului de cuarţ dată de relaţia cunoscută :

$$\frac{m_f}{m_q} = -\frac{\Delta f}{f} \tag{5.1}$$

unde m_f este masa suplimentară depusă, m_q este masa rezonatorului de cuarţ, Δf este variaţia frecvenţei de rezonanţă faţă de frecvenţa de rezonanţă f a rezonatorului neâncărcat masic.[7] Există multe lucrări in literatura de specialitate care abordează diferite aspecte legate de calculul variaţiei de masă depusă pe cuarţ in funcţie de variaţia frecvenţei de rezonanţă, având ca parametru diferite mărimi legate de proprietăţi ale materialului care se depune [7],[44],[55], dar sunt date puţine despre problemele legate de depunerea neuniformă a masei suplimentare pe suprafaţa de oscilaţie. De asemenea se găsesc date legate de sensibilitatea diferită a unor regiuni ale suprafeţei de rezonanţă [66] [54], dar nu am intâlnit metode teoretice sau practice pentru evaluarea uniformităţii depunerii masice pe întreaga suprafaţă a rezonatorului.

5.1. Sensibilitatea rezonatorului de cuarţ la încărcare masică

Modelul simplificat oferă o ecuaţie matricială de forma (2.62) pentru calculul pulsaţiilor proprii. In cadrul incărcării masice neuniforme, matricea [m] devine, datorită depunerii pe suprafaţa de oscilaţie a unui strat subţire neuniform dintr-o substanţă oarecare, o matrice $[m_p]$, unde p este un indice care semnifică că avem un regim de oscilaţie perturbat, de forma relaţiei (5.2). Se presupune că încărcarea masică a fiecărei mase cocentrate j din model se face cu o masă suplimentară $\theta_j \epsilon m$, unde m este valoarea iniţială a masei, θ_j un număr real oarecare, iar ϵ este un numar real foarte mic.

$$[m_p] = [m] + \epsilon\,[\delta m] \qquad (5.2)$$

Matricea $[\delta m]$ este de forma :

$$[\delta m] = \begin{bmatrix} \theta_1 m & 0 & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \theta_2 m & 0 & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & \theta_j m & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & . & . & \theta_n m \end{bmatrix} \qquad (5.3)$$

Cele n puncte luate în considerare se consideră a fi distribuite echidistant de-a lungul diametrului plăcii de cuarţ după axa x.

Matricea $[m_p]$ are forma :

$$[m_p]=\begin{bmatrix} m+\varepsilon\theta_1 m & 0 & . & . & 0 \\ 0 & m+\varepsilon\theta_2 m & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & 0 & m+\varepsilon\theta_n m \end{bmatrix} \qquad (5.4)$$

Deoarece $\epsilon \ll 1$ prin neglijarea valorii $\epsilon^2\theta_j{}^2m^2$ față de valoarea m^2 și faptul că matricea $[m_p]$ este o matrice simetrică, prin înmulțirea și împărțirea fiecărui termen al diago/nalei matricii (5.4) $m+\epsilon\theta_j m$ cu un termen de forma $m-\epsilon\theta_j m$, inversa matricii $[m_p]$ are forma:

$$[m_p]^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{1}{m}-\varepsilon\frac{\theta_1}{m} & 0 & & & 0 \\ 0 & \frac{1}{m}-\varepsilon\frac{\theta_2}{m} & . & & 0 \\ . & & & . & . \\ 0 & 0 & . & \frac{1}{m}-\varepsilon\frac{\theta_{n-1}}{m} & 0 \\ 0 & 0 & & 0 & \frac{1}{m}-\varepsilon\frac{\theta_n}{m} \end{bmatrix} \qquad (5.5)$$

Inlocuind în ecuația (2.20) valoarea astfel calculată pentru $[m_p]^{-1}$ se poate scrie :

$$[k]\,[m_p]^{-1}-\Omega_i I=0$$

$$\begin{bmatrix} 2k & -k & 0 & . & 0 \\ -k & 2k & -k & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & . & -k & 2k & -k \\ 0 & . & 0 & -k & 2k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 & . & . & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & & . & 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} + \varepsilon \begin{bmatrix} \frac{-\theta_1}{m} & 0 & & & 0 \\ 0 & \frac{-\theta_2}{m} & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . \\ 0 & & . & 0 & \frac{-\theta_n}{m} \end{bmatrix} - \Omega I=0$$

$$[k]\,[m]^{-1}-\varepsilon[k]\,[\delta m]-\Omega I=0$$

iar dacă notăm $[k][m]^{-1}=C$ şi $[k][\delta m]^{-1}=B$ se obţine o ecuaţie in care intervine mărimea de perturbaţie εB al cărei mod de rezolvare este dat in paragraful 2.1.3.

'S-a simulat cu ajutorul calculatorului modificarea frecvenţei de rezonanţă la incărcare masică a unei plăci de cuarţ cu ajutorul modelului discret simplificat având 15 grade de libertate, deoarece pentru acest studiu este necesar a se cunoaşte variaţiile frecvenţelor de rezonaţă cu incarcărea masică neuniformă şi pentru armonicile a treia şi a cincea. Frecvenţa de rezonanţă pentru primul mod de oscilaţie este de 9.918 MHz.

Sensibilitatea rezonatorului de cuarţ la depunere masică pentru modul fundamental de oscilaţie depinde de distanţa r de la centrul rezonatorului unde se depune masa, de dimensiunile plăcii şi ale electrodului, precum şi de forma plăcii de cuarţ: plane respectiv planoconvexe. In literatură se găsec date privind constante de calibrare pentru diferite microbalanţe construite pe baza rezonatoarelor de cuarţ.[7][41]-[47]. Zonele de sensibilitate maximă la incărcare masică pe suprafaţa rezonatorului corespund zonelor unde amplitudinea de vibraţie este maximă.

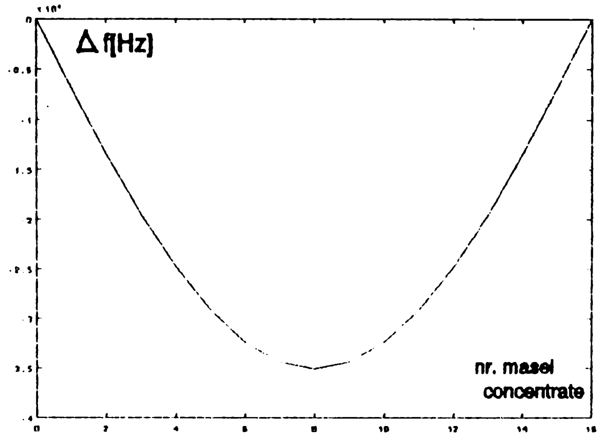


Figura 5.1 Curba de sensibilitate la depunere masică a unui rezonator de cuarţ de-a lungul diametrului pentru modul fundamental de oscilaţie.

Utilizând modelul simplificat am modelat sensibilitatea unui rezonator de cuarţ de-alungul diametrului. Rezonatorul a fost modelat cu un sistem de 15 mase concentrate , iar de-a lungul diametrului s-a depus o masă suplimentară de 10^{-4}m, unde m este masa concentrată de valoare M/15 unde M este masa plăcii de cuarţ. Modificarea frecvenţei de rezonanţă este prezentată în figura 5.1 pentru o frecvenţă de rezonanţa de 9.918MHz a cristalului de cuarţ simulat a fi neâncărcat.

Se observă că modificarea maximă de frecvenţă se obţine dacă masa suplimentară se adună la masa concentrată nr.8 care corespunde centrului plăcii de cristal de cuarţ.

Pentru modul de rezonanţă pe armonica a treia cu frecvenţa de rezonanţă de 29.37 MHz există, aşa cum s-a prezentat în capitolul anterior, trei zone de care prezintă maxime locale ale amplitudinii de rezonanţă. Modificarea frecvenţei de rezonanţă pentru o masă suplimentară concentrată cu valoarea de 10^{-4}m plasată succesiv de-a lungul unui diametru orientat adecvat (axa X) este prezentată în figura 5.2. Variaţii maxime ale frecvenţei de rezonanţă se obţin dacă masa suplimentară este adunată la masele concentrate 3, 8 şi 13, iar o variaţie minimă a frecvenţei de rezonanţă se obţine pentru cazul în care masa concentrată se adună la masele 5 şi 11. Centrul plăcii de cuarţ corespunde masei concentrate nr 8.

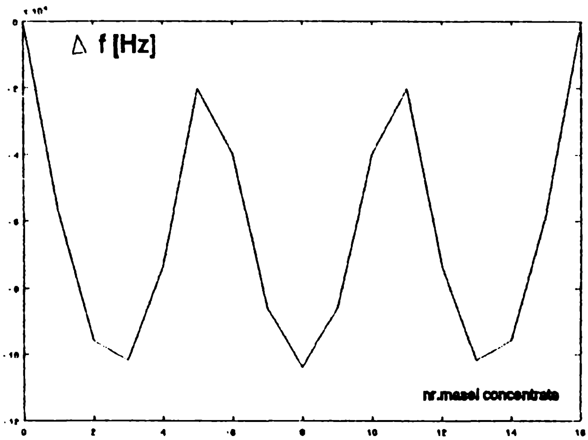


Figura 5.2 Curba de sensibilitate, pentru un rezonator de cuarţ oscilând pe armonica a treia, la încărcare masică.

Programele pentru calculul sensibilităţii rezonatorului cu cuarţ la încărcare masică sunt prezentate în Anexa 7.

5.2. Comportarea cristalului de cuarț la încărcare masică neuniformă.

Informația suplimentară legată de uniformitatea depunerii masei pe suprafața de oscilație este oferită prin variația raportului frecvențelor de rezonanță corespunzătoare modurilor superioare, pe frecvența de rezonanță pentru modul fundamental.

La încărcarea masică uniformă raportul r_i dintre frecvența de rezonanță f_i corespunzătoare unui mod posibil de excitat în placa de cuarț (armonica a treia i=3, a cincea i=5 a șaptea i=7, etc.) și frecvența fundamentală rămâne constant indiferent de masa suplimentară depusă. (bineînțeles in limita de variație maximă a masei de 2% din valoarea masei rezonatorului de cuart pentru a se păstra caracterul liniar al fenomenului fizic [7][41]). Acestă proprietate a rezultat din modelarea comportării cristalului de cuarț.

La încărcarea masică neuniformă raportul r_i se modifică și noua lui valoare, raportată la raportul r_i corespunzător rezonatorului neîncărcat aduce informații despre gradul de neuniformitate al depunerii pentru regiuni ale suprafeței de rezonanță care prezintă maxim de amplitudine de rezonanță la armonica aleasă pentru testare. Calculul analitic al gradului de neuniformitate al depunerii pe suprafață rezonatorului de cuarț este deosebit de dificil deoarece trebuie să se admită existența unui gradient de formă complexă a masei suplimentar depuse pe suprafața de oscilație. De asemenea regiunile suprafeței de oscilație trebuie caracterizate din punctul de vedere al amplitudinilor de oscilație pentru modul rezonat cu care se operează.

Simularea comportării rezonatorului la frecvențe de rezonanță corespunzătoare armonicii a treia și a cincea implică ridicarea complexității modelului prezentat la un numar de 15 mase concentrate și 16 resoarte ideale. Calculul variației frecvenței de rezonanță se face folosind metoda perturbației prezentată in paragraful 2.4. Programul de simulare este prezentat în Anexa 8.

S-a simulat un rezonator de cuarț pregătit a fixa pe suprafațele S1 și S2 două mase suplimentare diferite.(figura 5.3.a). Suprafețele S1 și S2 s-au ales astfel ca în zonele respective ale suprafeței de oscilație să avem amplitudine maximă de oscilație pentru modul fundamental (suprafața S1) și cel pe armonica a treia (suprafețele S1 și S2). Experimental aceste zone se pot identifica cu una din metodele prezentate în capitolul 4. Zonele sunt indicate în figura 5.3.a.

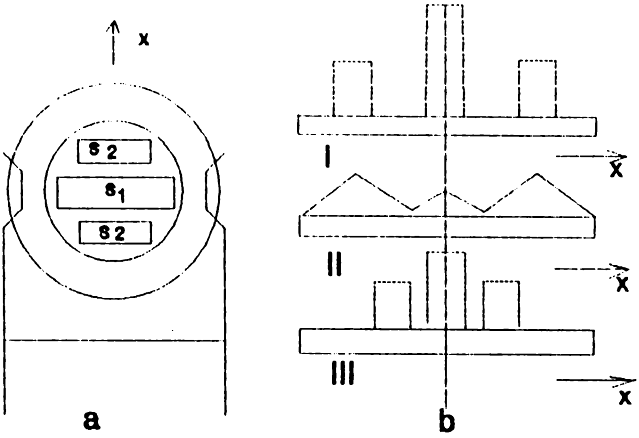


Figura 5.3 a)Cristal de cuarț pe care se depun mase diferite în regiunile S1 și S2. b) posibilități de realizare a depunerilor neuniforme.

Din analiza comportării prin simulare a unui astfel de rezonator de cuarț la încărcare masică neuniformă a rezultat că modificările frecvenței de rezonanță, în cazul în care masa totală depusă este constantă, depind de poziția față de centrul rezonatorului a masei depusă suplimentar și de gradientul dm/dr al variației masei suplimentare pe suprafața rezonatoru-

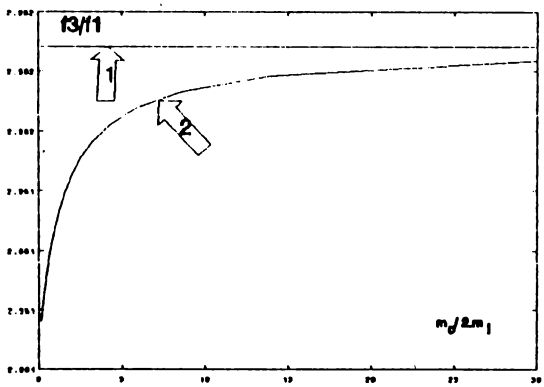


Figura 5.4 Variația raportului f3/f1 (sageata 2) fața de valoarea la încărcarea uniformă (săgeata 1), pentru cazul I

lui. Cazurile de variaţie neuniformă de masă suplimentară pentru care s-au făcut simulările sunt:

- Masa suplimentară este de valoare constantă şi este este depusă în centrul rezonatorului şi pe cele două suprafeţe de sensibilitate maximă pentru armonica a treia, conform situaţiei I din figura 3.1.b. In figura 5.4 se prezintă variaţia raportului f3/f1 unde f3 este frecvenţa de rezonanţă pentru armonica a treia, iar f1 este frecvenţa de rezonanţă pentru modul fundamental în raport de $m_c/2m_1$, unde m_c este masa depusă în centrul plăcii, iar m_1 este o masă depusă pe una din suprafeţele S_2.

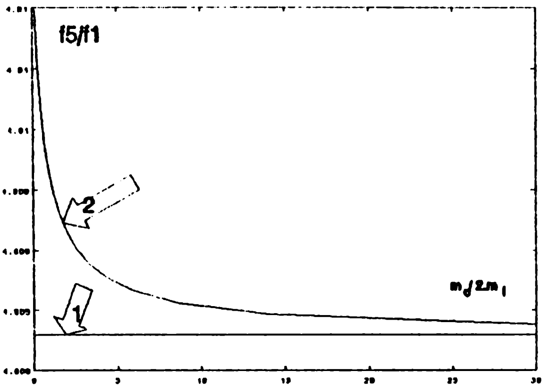


Figura 5.5 Variaţia raportului f5/f1 pentru încărcare neuniformă (săgeata 2) faţă de valoarea corespunzătoare încărcării uniforme (săgeata 1), cazul I

Pe acelaşi grafic se reprezintă pentru a se putea face o comparaţie şi valoarea raportului pentru încărcarea uniformă.

Variaţia raportului f5/f1 este prezentată în figura 5.5 în funcţie de acelaşi parametru.

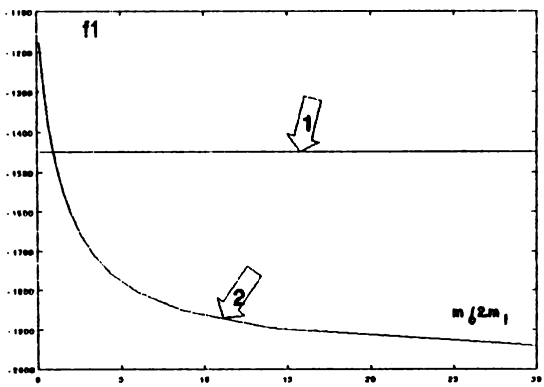


Figura 5.6 Variaţia frecvenţei de rezonanţă pentru modul fundamental la încărcare masică neuniformă (săgeata 2) faţă de valoarea la încărcarea uniformă (săgeata 1), pentru cazul I

In figura 5.6 se variaţia frecvenţei de rezonanţă pentru modul fundamental la încărcarea masică neuniformă. Se observă că deşi cantitatea de masă depusă suplimentar este aceeaşi variaţia frecvenţei de rezonanţă pentru modul fundamental diferă, ceea ce face ca relaţia (5.1) să fie adevărată numai în aproximaţia că depunerea este uniformă.

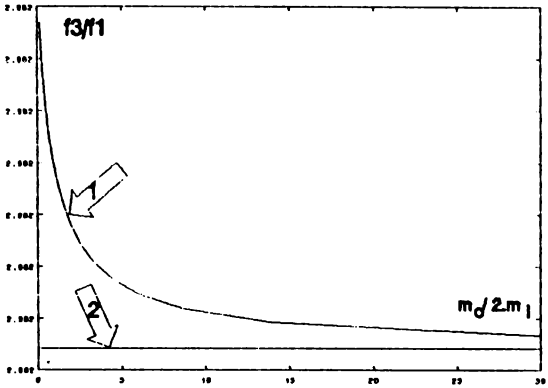


Figura 5.7Variaţia raportului f3/f1 pentru depunerea neunformă (săgeata 2) faţă de depunerea uniforma (săgeata 1).pt cazul III.

Dacă vom simula cazul 3, prezentat în figura 3, ca posibil de depunere a masei suplimentare, se obţine variaţia raportului f3/f1 în funcţie de $m_o/2.m_1$ de forma prezentată în figura 5.7. Masa suplimentară m_1 este depusă între zonele S1 şi S2 în zona în care sensibilitatea pentru armonica a treia este scăzută. Se observă că de această dată variaţia raportului este mult mai mică, iar raportul pentru depunerea neuniformă este mai mare decât raportul pentru depunerea uniformă.

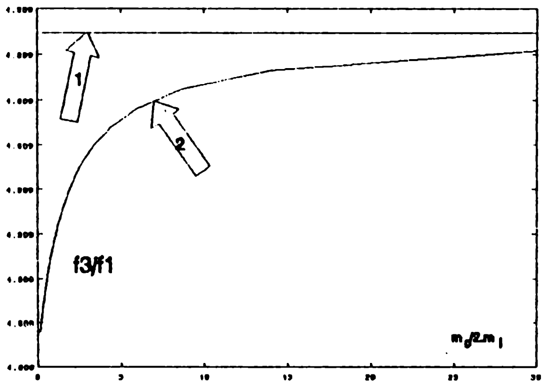


Figura 5.8 Variaţia raportului f5/f1 la încărcare masică neuniformă (săgeata 2) faţă de valoarea pentru încărcare masică uniformă (săgeata 1) în cazul III

Raportul f5/f1 este prezentat în figura 5.8. Spre deosebire de cazul anterior raportul f5/f1 este mai mic în cazul unei încărcări masice neuniforme decât valoarea raportului pentru încărcarea masică uniformă. Valorile variației rapportului sunt mai scăzute decât în cazul anterior deoarece sensibilitatea pentru armonica a treia este scăzută.

Variația frecvenței de rezonanță pentru modul de oscilație fundamental este mai mare decât în cazul depunerii uniforme, deși cantitatea de masă depusă suplimentar este aceeași, așa cum se observă din figura 5.9.

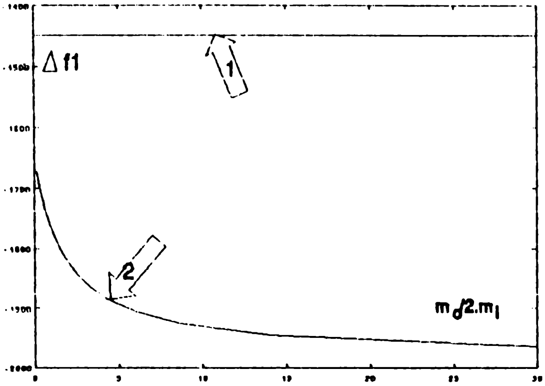


Figura 5.9 Variația frecvenței de rezonanță pentru modul fundamental pentru încărcarea neuniformă (săgeata 2) respectiv încărcarea uniformă (săgeata 1)

Pentru cazul de depunere a masei suplimentare conform cazului II, prezentat în figura 5.3, se obține o variație a raporului f3/f1 prezentată în figura 5.10. Pentru acest tip de gradient de depunere de masă, care este cel mai apropiat de cazurile reale, se poate aprecia dacă masa depusă în zona centrală este mai mare sau mai mică decât masa depusă pe zonele laterale.

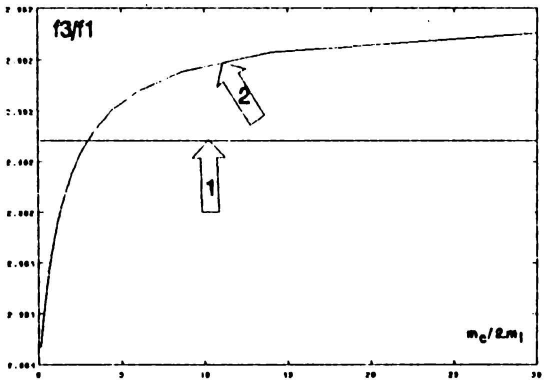


Figura 5.10Variația raportului f3/f1 pentru încărcare neuniformă (sageata 2), respectiv încărcare uniformă (săgeata 1) în cazul II

Variația raportului f5/f1 este prezentată în figura 5.11, iar variația frecvenței de rezonanță pentru modul fundamental este prezentată în figura 5.12. Masa totală depusă este constantă, diferind doar cantitățile depuse în diferite zone ale suprafeței de oscilație.

Pentru a verifica practic modificarea rapoartelor f3/f1 respectiv f5/f1 la încărcare masică neuniformă am efectuat următoarea experiență. Frecvența de rezonanță pe modul fundamental 4.43 MHz și frecvența de rezonanță pentru armonica a treia de 13.27 MHz ale unui rezonator de cuarț sunt considerate ca frevențe ale cuarțului neîncărcat masic, care corespund și încărcării masice uniforme, conform celor prezentate mai sus.

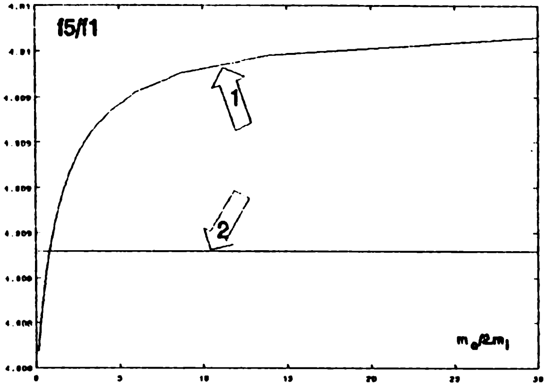


Figura 5.11 Variația raportului f5/f1 pentru depunere masică neuniformă (săgeata 1), respectiv pentru depunere masică uniformă (săgeata 2) pentru cazul II.

In prima etapă cu o soluție slab acidă s-a îndepărtat o parte din electrodul de argint creiind astfel o depunere neuniformă la care masa depusă în zona centrală este mai mică decât masa depusă în zonele laterale.

In etapa a doua cu o pensulă foarte fină s-au depus succesiv straturi de vopsea puternic diluată în zona centrală a rezonatorului ceea ce a făcut ca masa

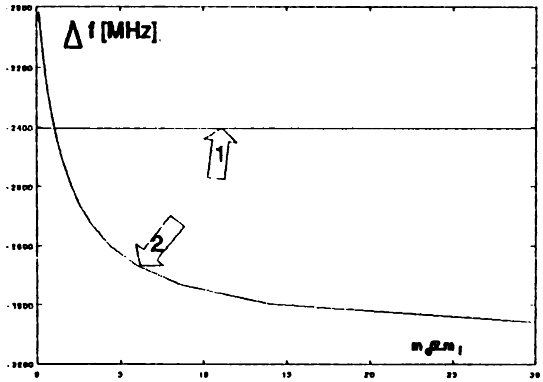


Figura 5.12 Variația frecvenței de rezonanță pentru modul de oscilație fundamental la încărcare masică neuniformă (săgeata 2), respectiv încărcare masică uniformă (săgeata 1) pentru cazul II

depusă suplimentar în această zonă sa fie mai mare decât masa depusă în zonele laterale. Variația raportlui f3/f1 este prezentată în figura 5.13.

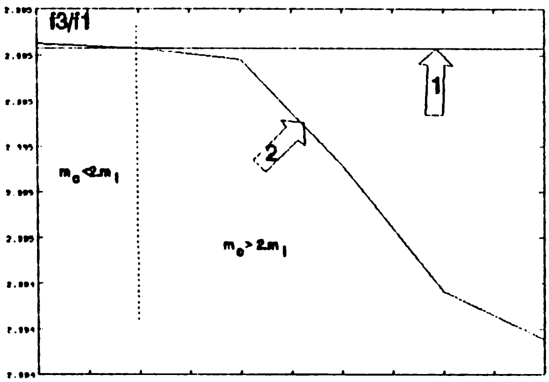


Figura 5.13 Variația raportului f3/f1 pentru încărcare masică neuniformă (săgeata 2) față de raportul inițial (săgeata 1) care corespunde încărcării masice uniforme.

5.3.Concluzii

In acest capitol autorul propune o metodă originală pentru aprecierea uniformității depunerii de masă suplimentară pe suprafata rezonatoarelor de cuarț utilizate în construcția microbalanțelor. Din informația oferită de rapoartele frecvențelor de rezonanță f3/f1 și f5/f1 se poate stabili dacă depunerea masică este sau nu uniformă.

Acest mod de a aborda problemele legate de uniformitatea depunerii masice pe suprafața cristalelui de cuarț este similară cu problema eșantionării unui semnal analogic. Cu cât punctele de eșantionare sunt mai multe într-o perioadă cu atât informația despre semnal este mai completă. In cazul nostru se poate vorbi despre o eșantionare spațială în sensul că modurile superioare de oscilație au sensibilități sporite la încaărcarea masică (respectiv și la alte perturbații) în diferite puncte ale suprafeței de oscilație, aducând astfel informație despre masa depusă în acele puncte de pe placa de cuarț.

CAPITOLUL 6

CONCLUZII ŞI CONTRIBUŢII PERSONALE

Teza de doctorat abordează domeniul senzorilor punând accent pe senzorii realizaţi pe baza rezonatoarelor de cuarţ în tăietură AT. Cercetările ce se întreprind pentru realizarea de noi senzori cât şi extinderea domeniului de aplicaţii pentru senzorii existenţi cunosc o dezvoltare continuă, existând importante manifestări ştiinţifice anuale dedicate special acestui domeniu de cercetare. In ceea ce priveşte interesul pentru senzorii bazaţi pe materiale piezoelectrice, manifestări ştiinţifice consacrate cum este "1992 IEEE Frequency Control Symposium" alocă o secţiune acestui domeniu [60].

Autorul analizează în teză problemele legate de comportarea rezonatoarelor de cuarţ în ceea ce priveşte modificarea frecvenţelor de rezonanţă, pentru modul de oscilaţie fundamental şi pentru moduri de oscilaţie superioare, la existenţa unor perturbaţii exterioare cu o distribuţie neuniformă pe suprafaţa de rezonanţă. In literatura de specialitate, cu mici excepţii, este tratată cu predilecţie modificarea frecvenţei de rezonanţă pentru perturbaţii omogene din punct de vedere spaţial, dar care pot prezenta modificări în timp.

Această abordare mai neobişnuită a comportării rezonatoarelor de cuarţ a dus la contribuţii originale ale autorului atât în crearea unui model simplu capabil să explice fenomenele complexe ce apar într-un astfel de senzor cât şi în elaborarea unor metode originale practice pentru determinarea distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie la suprafaţa cristalelor de cuarţ şi la determinarea gradului de neuniformitate pentru depunerile masice pe suprafaţa rezonatorului de cuarţ. Aceste contribuţii sunt prezentate succint în cele ce urmează.

1. Autorul prezintă în primul capitol proprietăţile elastice, piezoelectrice şi dielectrice ale cristalului de cuarţ. Se prezintă ecuaţiile electroelastice liniare şi neliniare pentru cristalul de cuarţ, subliniindu-se contribuţia coeficienţilor elastici neliniari la modificare frecvenţei de rezonanţă sub acţiunea unor perturbaţii având o distribuţie spaţială neuniformă. Autorul prezintă comportarea cu temperatura a coeficienţilor elastici liniari şi neliniari ai cuarţului.

Pe baza bibliografiei studiate, se prezintă principalele modele teoretice existente în literatura de specialitate, utilizate în studiul modificării frecvenţei de rezonanţă pentru rezonatorul sub influenţa unor perturbaţii.

2. Capitolul 2 se referă la un model discret simplificat pentru studiul teoretic al comportării cristalului de cuarţ supus unor perturbaţii neuniform distribuite în spaţiu. Modelul, spre deosebire de modelele existente, care consideră cristalul de cuarţ ca un mediu continuu, este construit pe baza de mase concentrate şi resoarte ideale, oferind astfel o structură spaţială necesară abordării influenţei perturbaţiilor distribuite neomogen în spaţiu asupra rezonatorului de cuarţ. Autorul prezintă o metodă de calcul a variaţiei frecvenţei de rezonanţă la aplicaţia unei perturbaţii foarte mici, bazată pe teoria perturbaţiilor, fără a fi necesară calcularea frecvenţelor de rezonanţă pentru sistemul perturbat.

Modelul astfel realizat este utilizat pentru a analiza comportarea rezonatorului de cuarţ la încălzirea neuniformă a suprafeţei de oscilaţie cu un fascicul laser sau cu o sursă de radiaţii infraroşii, precum şi la atingerea suprafeţei de oscilaţie cu un fir elastic subţire. Modelul discret utlizitat este capabil să ofere în primul rând o apreciere calitativă asupra comportării rezonatorului de cuarţ în ceea ce priveşte modificarea frecvenţei de rezonanţă.

Programele de calcul pentru simularea comportării rezonatorului de cuarţ elaborate pe baza modelului sus amintit au fost realizate utilizând produsul software "Matlab" şi au fost rulate pe un calculator IBM PC-AT. Rezultatele simulărilor sunt prezentate într-o formă grafică sugestivă fiind uşor de utilizat în practică.

Modelul discret dezvoltat de autor este comparat cu modelele teoretice existente subliniindu-se gradul ridicat de generalizare, faptul că este uşor de aplicat la studiul mai multor tipuri de perturbaţii ce acţionează asupra rezonatorului, cât şi simplitatea acestuia şi de aici utilitatea lui în studiul acestui tip de senzori piezoelectrici.

Autorul prezintă şi un model termic al rezonatorului cu cuarţ ce funcţionează în atmosferă deschisă, pe baza căruia se calculează gradientul de temperatură care se stabileşte într-o placă de cuarţ la iluminarea acesteia cu un fascicul laser de mică putere. Modelul explică variaţiile frecvenţei de rezonanţă ca apar la iluminarea suprafeţei de oscilaţie cu un fascicul laser.

3. Capitolul 3 prezintă rezultatele experimentale în ceea ce priveşte studiul rezonatoarelor de cuarţ în tăietură AT supuse unor perturbaţii neuniform distribuite pe suprafaţa de oscilaţie.

3.1. Experienţele au fost efectuate pe mai multe rezonatoare de cuarţ de diferite dimensiuni şi cu diferite frecvenţe de rezonanţă. Pentru excitarea modului de rezonanţă dorit autorul a realizat o schemă originală de oscilator care permite comutarea frecvenţelor de rezonanţă din modul fundamental pe un mod superior prin telecomandă. Oscilatorul este realizat pe baza amplificatorului de bandă largă LM733.

3.2 Se prezintă modificarea frecvenţei de rezonanţă pentru rezonatorul cu cuarţ în tăietură AT la încălzirea uniformă.

3.3. La iluminarea suprafeţei cristalului de cuarţ cu un fascicul laser frecvenţa de rezonanţă a acestuia se modifică prin apariţia unui salt pozitiv de frecvenţă. Variaţia frecvenţei de rezonanţă este de semn contrar celei care apare la încălzirea uniformă a plăcii de cristal de cuarţ în tăietură AT. Variaţia frecvenţei de rezonanţă se datorează gradientului termic realizat în placa de cristal de cuarţ prin iluminarea locală cu laser. În acest capitol se încearcă o primă abordare sistematică a acestui fenomen fizic care este menţionat sporadic in literatura de specialitate.

In paragraful 3.3.1. se prezintă instalaţia experimentală realizată de autor impreună cu môntura mecanică, care permite poziţionarea precisă a fasciculului laser pe suprafaţa rezonatorului de cuarţ.

3.3.2. Primul set de experienţe pun în evidenţă relaţia dintre puterea şi lungimea de undă a fasciculului laser şi variaţia frecvenţei de rezonaţă a cristalului de cuarţ la iluminarea acestuia in zona centrală. Experienţele au fost efectuate cu laseri cu He-Ne cu lungimea de undă de 632,8 nm şi laser de Argon cu lungimea de undă de 501,7 nm de putere joasă. Puterea fasciculului laser este reglată cu ajutorul unui polarizor in domeniul 0-10mW. Pentru efectuarea experienţelor s-a utilizat un set de rezonatoare de cuarţ de diferite frecvenţe de rezonanţă şi de diferite dimensiuni.

Pentru toate aceste rezonatoare de cuarţ s-a constatat o relaţie liniară intre modificarea frecventei de rezonanţă cu puterea fasciculului laser. Variaţia relativă a frecvenţei de rezonanţă depinde de materialul care este utilizat pentru depunerea electrozilor pentru rezonatorul de cuarţ, şi de grosimea electrozilor. Pentru un fascicul laser cu lungimea de undă de 632,8nm la o putere de 10mW se obţine o variaţie relativă de frecvenţă pentru setul de rezonatoare de cuarţ utilizat cuprins intre $2,54 - 2,71 * 10^{-6}$ raportat la frecvenţa de rezonanţă, iar pentru laserul cu Ar se obţin in aceleaşi condiţii o variaţie de frecvenţă de $4,13 - 4,83 * 10^{-6}$. Diferenţele apar datorită coeficientului de reflexie al Ag din care sunt realizaţi electrozii, care depinde de lungimea de undă a luminii incidente pe suprafaţa rezonatorului.

Dacă se inlătură electrodul in zona centrală a rezonatorului pe o porţiune circulară cu un diametru de 5mm, la iluminarea directă pe cristalul de cuarţ nu mai există diferenţe intre variaţiile de frecvenţă la iluminarea cu fascicule laser cu lungimi de undă diferite. Aceasta experienţă demonstrează că efectul se datorează gradientului de temperatură instalat in placa de cuarţ şi nu este un fenomen fizic legat de electrod. Calculul teoretic demostrează relaţia liniară dintre variaţia frecvenţei de rezonanţă şi puterea laserului. Dacă suprafaţa de oscilaţie se acoperă cu un strat fotoabsorbant la aceeaşi putere a fasciculului incident se obţine o variaţie mai mare a frecvenţei de rezonanţă, iar aceasta variaţie nu depinde de lungimea de undă a radiaţiei laser incidente.

3.3.3.Experienţa prezentată asigură iluminarea cristalului de cuarţ pe ambele suprafeţe cu două fascicule laser de aceeaşi lungime de undă şi de putere variabilă, dar astfel incat suma puterilor celor două fascicule să fie constantă. La iluminarea succesivă a cristalului pe o faţă şi pe alta suma variaţiilor frecvenţei de rezonanţă este constantă, ceea ce dovedeşte că nu este vorba de un efect de electrod.

3.3.4.La iluminarea cu două fascicule laser de aceeaşi lungime de undă pe o singură faţă a cristalului de cuarţ se constată că suma variaţiilor frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu câte un fascicul în parte este egală cu variaţia frecvenţei de rezonanţă la iluminarea cu ambele fascicule concomitent.

3.4.In acest paragraf se prezintă modificarea frecveţei de rezonanţă pentru un rezonator cu cuarţ in tăietură AT la inclălzirea neuniformă a suprafeţei sale cu o sursă de radiaţii in infraroşu.

3.4.1.Se prezintă instalaţia experimentală pentru măsurarea modificării frecvenţei de rezonanţă la incălzirea locală in zona centrală a rezonatorului de cuarţ. Incălzirea locală se face cu radiaţii infraroşii cu ajutorul unuei sonde formată dintr-un fir de nichelină parcurs de un curent electric. Variaţia frecvenţei de rezonanţă prezintă un salt pozitiv ce are o variaţie pătratică in raport cu intensitatea curentului electric ce trece prin sondă. Rezultatele experimentale confirmă relaţia liniară existentă intre puterea temică furnizată plăcii şi variaţia frecvenţei de rezonanţă.

Prin realizarea unor holograme cu dublă expunere se pune in evidenţă că, in acest caz datorită incălzirii plăcii de cristal de cuarţ şi a suportului metalic, apar şi rotiri ale cristalului de cuarţ şi ale monturii.

3.5.1.Se prezintă instalaţia experimentală pentru măsurarea modificării frecvenței de rezonanță a unei plăci de cuarț la atingerea suprafeței de rezonanță cu un fir elastic subțire. Autorul arată că modificarea frecvenței de rezonanță pentru un fir elastic depinde de poziția firului pe suprafața de oscilație și de forța cu care este apăsat firul elastic pe placa de cuarț.

3.6.1. Timpul de răspuns la aplicarea unei perturbații, care reprezintă intervalul de timp necesar pentru obținerea unei valori stabile pentru frecvența de rezonanță la aplicarea perturbației, este măsurat cu ajutorul unei instalații de măsură ce conține un demodulator de frecvență și un inregistrator X-Y. Pentru un rezonator de cuarț cu frecvența de rezonanță de 6.8MHz iluminat cu un fascicul laser cu puterea de 10mW timpul de răspuns este de 0.9s. Aceasta valoare este mai mare decât cea raportată in literatura de specialitate de aprox.70-90 ms[27] deoarece cristalul de cuarț oscilează in atmosferă deschisă, ceea ce duce la mărirea inerției sale termice.

4. Capitolul 4 prezintă o metodă originală de investigare a distribuției amplitudinii de oscilație pentru rezonatoare de cuarț in tăietură AT, utilizând un fascicul laser. Informația privind distribuția amplitudinii de oscilație este necesară in proiectarea și realizarea senzorilor pe bază de cristale de cuarț, deoarece zonele de sensibilitate maximă pentru senzor sunt chiar zonele cu amplitudine maximă de oscilație.

4.1. Se face o scurtă prezentare a metodelor de investigare a distribuției amplitudinilor de oscilație menționate in literatura de specialitate. Metodele de investigare necesită o aparatură de laborator complexă. Pentru fiecare din aceste metode se face o prezentare a principiului fizic de realizare cât și rezultate experimentale oferite de autori.

4.2. Metoda de investigare a distribuței amplitudinii de oscilație propusă de autor se bazează pe modificarea frecvenței de rezonanță la iluminarea unui rezonator de cuarț cu un fascicul laser. Modelul teoretic arată cum variația frecvenței de oscilație a rezonatorului de cuarț depinde de poziția fasciculului laser de-a lungul diametrului rezonatorului de cuarț.

Experimental autorul a realizat o instalaţie de ridicat harta distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie pe suprafaţa unui rezonator de cuarţ. Baleierea suprafeţei de oscilaţie cu fascicolul laser se face în două variante: fie prin modificarea poziţiei cristalului de cuarţ cu ajutorul a mai multor mase micrometrice cu ajutorul monturii mecanice prezentate în capitolul 3, fie cu un sistem de deflexie a fascicolului realizat cu un dispozitiv cu oglinzi. Sistemul de deflexie a fasciculului laser cu ajutorul oglinzilor este similar celui folosit în construcţia galvanometrelor având avantajul unei comenzi simple a poziţionării spotului pe suprafaţa oscilantă, comandă ce se realizează in curent continuu şi care se pretează la automatizarea instalaţiei. Un calculator de tip IBM PC-AT controlează modificarea poziţiei spotului laser pe suprafata rezonatorului şi prelucrează informaţia privind modificarea frecvenţei de rezonanţă a cristalului. Acelaşi calculator poate comanda fie modul de rezonanţă fundamental fie modul de rezonanţă pe armonica a treia pentru cristalul de cuarţ.

Experienţele au permis ridicarea hărţii distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie la suprafaţă unor rezonatoare de cuarţ oscilând în modul de rezonanţă fundamental sau pe armonica a treia.

5. In capitolul 5 autorul face un studiu al modificării variaţiei de frecvenţă la încărcarea masică neuniformă a rezonatoarelor de cuarţ. Pentru a aprecia uniformitatea încărcării masice autorul propune utilizarea informaţiei oferite de armonicile superioare posibil a fi excitate pentru un rezonator dat.

Autorul arată că dacă încărcarea masică este uniform realizată atunci raportul dintre frecvenţa de rezonanţă pe armonica a treia sau alt mod overton şi frecvenţa de rezonanţă pentru modul fundamental rămâne constant. La o încărcare neuniformă valoarea acestui raport se modifică. Autorul arată de asemenea că această modificare depinde de gradul de neuniformitate al masei depusă suplimentar, de poziţiile pe suprafaţa de oscilaţiei a acumulărilor masei suplimentare cât şi de distribuţia spaţială al masei suplimentare. Relaţia dintre cantitatea de masă depusă suplimentar şi variaţia frecvenţei de rezonanţă se modifică în funcţie de factorii care caracterizează uniformitatea depunerii.

Cu cât este posibil a se cunoaşte variaţia frecvenţei de rezonanţă la incărcarea masică neuniformă a mai multor moduri superioare de oscilaţie cu atât informaţia despre neuniformitatea depunerii suplimentare de masă pe suprafaţa de oscilaţie este mai completă. Modurile superioare de oscilaţie având mai multe zone de amplitudine maxime locale de oscilaţie repartizate pe suprafaţa rezonatorului aduc mai multă informaţie despre masa suplimentară depusă in acele zone.

Se prezintă şi rezultate experimentale pentru aprecierea gradului de neuniformitate la depunere de masă suplimentară pe suprafaţa cristalului de cuarţ.

* * *

In concluzie studiul modificării frecvenţei de rezonanţă pentru cristalele de cuarţ in tăietură AT la aplicarea unor perturbaţii externe distribuite neuniform pe suprafaţa de oscilaţie este o etapă necesară pentru proiectarea de senzori funcţionând in regim rezonant. Noile metode introduse in această lucrare fundamentate teoretic şi demonstrate practic permit trasarea hărţii distribuţiei amplitudinii de oscilaţie la suprafaţa cristalului de cuarţ precum şi aprecierea gradului de uniformitate pentru depunerile suplimentare de masă pe suprafaţa oscilantă.

BIBLIOGRAFIE

1. Abramson I.V., Dikidzhi A.N., Improvement of characteristics of quartz resonator-thermostate with direct heating piezoelement, IEEE Freq.Con.Symp., 1992
2. Angot A., Complemente de matematici pentru inginerii din electrotehnică şi telecomunicaţii, Editura Tehnica, 1965
3. Ballato A.,Static and dinamic behavior of quartz resonators, IEEE Trans. on sonics and ultrason.,Vol SU-26,No.4 1979
4. Bauer S.M., Filippov S.B., Semenov B.N., Tovstik P.E. Vorokhovsky Y.L., The effect of the temperature on the vibration frequencies of plane-convex plate of quartz resonators, IEEE Freq. Cont.Symp., 1992
5. Beju I, Sooss E.,Teodorescu P.P., Tehnici de calcul tensorial euclidian cu aplicaţii, E.T.Bucureşti 1977
6. Bellman R., Introducere în analiza matriceală, Ed.Tehnică, Bucureşti, 1969
7. Benes E.,Improved quartz crystal microbalance thecnique, J.Appl.Phys. 56(3), 1984
8. Berlincourt D.,Piezoelectric crystals and ceramics, ultra-sonics transducers materials,Plenum Press, New-York ,1971
9. Bottom V.E., Introduction to quartz crystal unit design, VVan Nostrad Reindhold Company, 1982
10. Brendel R., Material nonliniar piezoelectric coefficients for quartz, J.Appl.Phys. 54 , 1983
11. Brugger K., Pure modes for elastic waves in crystals, J.Appl.Phys. 36 (3), 1965
12. Brugger, Determination of third-order elastic coefficients in

crystals, J.Appl.Phys. 36(3), 1965
13. Budura A.,Metode de investigaţie a distribuţiei amplitudinilor de oscilaţie pe suprafaţa unui cristal de cuarţ în tăietură AT, utilizate în proiectarea senzorilor, Metrologie 4 , 1992
14. Budura A., Măsurarea constantelor de material pentru cristale şi ceramici piezoelectrice, Referat in cadrul pregătirii pt. doctorat 1991
15. Budura A., Metode de măsurare a forţelor şi presiunilor cu traductoare piezoelectrice. Referat în pregatirii pentru doctorat, 1992
16. Budura A., Model pentru oscilaţia unui cristal cu cuarţ în tăietură AT utilizat pentru studiul senzorilor, Seminar de măsuri, 1992
17. Burgoon R.J., Wilson R.L., SC-cut quartz oscilator offers improved performance, H-P Journal , March 1981
18. Buzdugan Gh., Fetcu L., Radeş M., Vibraţii mecanice, E.D.P. Bucureşti 1982
19. Capelle B., Dedaint J., Schwartzel J., Zheng Y., Zarka A., Lateral field excitation and coupled modes in AT quartz: synchotron radiation X-ray topography, IEEE Freq.Cont.Symp., 1992
20. Chengghao W.,Zheying Z.,Principle of piezoelectric-tunable transducer,Chinese J.Acoust.2(1), 1983
21. Collier R.J., Burckarhaed B.C., Lin H.L., Optical holography, Academic Press, 1971
22. Crawford F.S., Unde , Curs de fizică la Berkeley, E.D.P. 1983
23. Crişan S., Breabăn F., Budura A., Masurarea interferometrică a amplitudinii de deplasare a traductoarelor piezoelectrice, Simpozionul Naţional de Laseri, 1991
24. Cucurezeanu I. şi alţii, Aplicaţii ale holografiei optice, Ed.Tehnică, Bucureşti, 1984
25. Djagupov R.G., Erofeev A.A., Piezokeramice elementii v priborostroenii i avtomatike, Leningrad, 1986
26. Dybwad G.L., A sensitive new method for the determination of adhesive bonding between a particle and substrate, J.Appl.-

Phys. 58(7), 1985
27. EerNisse E.P., Calculations on the stress compensated (SC-cut) quartz resonator, Proceedings of the 30th Annual Frequency Cont.Symposium
28. EerNisse E.P., Quartz resonator frequency shifts arising from electrode stress, Proceedings of the 30th Annual Frequency Cont.Symposium
29. EerNisse E.P.,Transducteur de force à résonateur de quartz miniature, Brevet d'invention 8008643,1980
30. Gagnepain J.J.,Acoustic resonance techniques for temperature, stress and impurity characterization in piezoelectric materials, Phil.Trans.R.Soc.Lond. A320 1986
31. Hiummady M.,Hauden D., Elastic plate mode sensitivitesto mass loading applications to gas sensors, Proceedings of the 6th European Freq.Time Forum , 1992
32. Holland R., EerNisse E.P., Design of rezonant piezoelectric devices, Research Monograph 56 MIT Press, 1969
33. Hruska C.K.,The electroelastic tensor of quartz determined by the resonator method,J.Appl.Phys.68(1),1990
34. Ikegami S.,Ueda I.,Kobayashi S., Frequency spectra of resonant vibration in disk plates of $PbTiO_3$ piezoelectric ceramics,J.Acoust. Soc.Am.Vol.55,No.2,1974
35. Jeludev I.S., Cristale electrice, Editura Tehnică, Bucureşti 1973
36. Kittinger E., Tichy J., Fiedel W., Comments on material nonliniar piezoelectric coefficients for quartz, J.Appl.Phys. 56 , 1984
37. Kittinger E., Tichy J., Friedel W., Nonlinear piezoelectricity and electrostriction of alpha quartz, J.Appl.Phys., 60(4), 1986
38. Klinakhachorn p.,Huner B.,Overton E.B.,Dharmasena H.P.,Gustowski D.A.,Microprocessor-based piezoelectric quartz microbalance system for compound-specific detection,IEEE Trans.on Instr. and Meas. 39(1),1990
39. Lee P.C.Y.,Electromagnetic radiation from AT-cut quartz plate

under lateral-field excitation.J.Appl.Phys.65(4), 1989
40. Lee P.C.Y.,Guo X.,Tang M.S.H.,Coupled and energy-trapped thickness vibrations in piezoelectric crystal plates.J.Apply.Phys.63(6), 1988
41. Lee P.C.Y., Yong Y.K., Temperature derivates of elastic stiffness derived from the frequency-temperature behavior of quartz plates., 56(5), 1984
42. Lee P.C.Y., Yong Y.K., Frequency-temperature behavior of thickness vibrations of doubly rotated quartz plates affected by plate dimensions and orientations. J.Appl.Phys. 60(7), 1986
43. Lee P.C.Y.,Zelenka J.,The frequency temperature dependence of coupled extensional, flexural,and width-shear vibrations of rotated X-cut quartz plates.J.Appl.Phys.,Vol.43(8), 1972
44. Lu C., Czanderna A.W., (Editor), Applications of piezoelectric quartz crystal microbalances, Elsevier, 1984
45. Martin B.A.,Hager H.E.,Flow profile above a quartz crystal vibrating in liquid,J.Appl.Phys.65(7),1989
46. Martin B.A.,Hager H.G.,Velocity profile on quartz crystals oscillating in liquids,J.Appl.Phys.65(7) 1989
47. Mateescu I.,Candet E., Non-uniform distribution of motion influence on the effective mass-loading in AT-cut quartz resonators, IEEE Freq.Cont.Symp., 1992
48. Mason W.P., Piezoelectric crystals and their application to ultrasonics, D.Van Nostrad, 1950
49. Masov V.V., Piezorezonancile datuiki, Moskva Dznevloatomizdat, 1989
50. Mayer-Komor P.,Target thickness measurements with quartz crystal sensors of the third generation.Nuclear Instruments and Methos in Physics Research A236, 1985
51. McSkimin H.J., Andreatch P., Thurston R.N. Elastic moduli of quartz versus hydrostatic pressure at 25°C and -185°C, J.Appl. Phys. 36(1), 1965
52. Mecea V.,Anew method of measuring the mass sensitive areas of crystal resonators.J.Phys.E:Sci.Instrum.22, 1989
53. Mecea V.,Bucur V.,The mechanism of the interaction of thin

films with resonating quartz crystal substrates: the energy transfer model.Thin Solid Films.60.1979
54. Mecea V.,Bucur V.Indrea E.,On the possibility of thin film structure study wivh a quartz crystal microbalance.Thin Solid Films 171, 1989
55. Mecea V.,Ghețe P.,Termocompesated ultrasonic hydrogen detector.Int.J.Hydrogen Energy.Vol.9(10), 1984
56. Mindling R.D.,High frequency vibrations of crystal plates. Quart.Appl.Math. 19, 1961
57. Mindlin R.D.,Cooper H.L.,On the equations of extensional motion of crystal plates. Quart.Appl.Math., 19, 1961
58. Midlin R.D., Spencer W.J., Anharmonic thickness-twist overtones of thickness-shear and flexural vibrations on rectangular AT-cut quartz plates. J.Acoust.Soc.AM. 42(6) 1967
59. Nakazawa M., Ballato A., Lukaszek T., Studies of stress compensated quartz resonators with ultralinear frequency - temperature responses, J.Appl.Phys. 60(10) 1986
60. Newnham E.R., Piezoelectric sensors and actuators: smart materials, IEEE Freq.Cont.Symp., 1992
61. Nye J.F.Proprietes phisiques des cristaux, Dunod, Paris 1962
62. Onoe M.,Tiersten H.F.,Meitzler A.H.,Shift in the location of resonant frequencies caused by large electromechanical coupling in thickness-mode resonators, J.Acoust.Soc.Am. 35(1), 1964
63. OstrovsKy Yu.I.,Holography and its application, Mir Publish ers, Moscow,1977
64. Pulker H.K.,Benes E.,Hammer D.,Söllner,Progress in monitoring thin film thickness with quartz crystal resonators.Thin Solid Films 32, 1976
65. Sauerberey G.,Einflus der elektrodenmasse auf die schwingungsfiguren dünner schwingquarzplatten, A.E.U.Band 18, 1964
66. Sauerbrey G., Amplituden verteilung und elecktrische Ersatzdaten von Schwingquartzplatten (AT-Schitt), A.E.U.Band 18,1964
67. Sigelman A.R.,Caprihan A.,Design method for ultrasound transducers using experimental data and computers, J.Acoust.-

Soc.Am. 62(6), 1977

68. Sinha B.K.,Tiersten H.F., First temperature derivates of the fundamental elastic constant of quartz,J.Appl.Phys. 50(4), 1979

69. Stevens D.S.,Tiersten H.F.,Sinha B.K.,Temperature dependence of the resonant frequency of electroded contoured AT-cut quartz crystal resonators,J.Appl.Phys.54(4), 1983

70. Tatsumi Y.,Ohsaki H.,Densimetry of amorphous silicon films by using a quartz oscillator,Jap.J.Appl.Phys.25(8), 1986

71. Teodorescu P.P., Probleme actuale în mecanica solidelor, Ed.Academiei, Bucureşti, 1977

72. Thurston R.N., McSkimin H.J., Andreatch P., Third-order elastic coeficients of quartz, J.Appl.Phys. 36(1), 1966

73. Tiersten H.F.,Thickness vibrations of piezoelectric plates,J.Acoust.Soc.35(1),1963

74. Tiersten H.F.,Mindlin R.D.,Forced vibrations of piezoelectric crystal plates, Quart.Appl.Math.,20, 1962

75. Tiersten H.F., Linear piezoelectric plate vibrations, Plenum Press, New York, 1969

76. Tiersten H.F.,Sinha B.K.,A perturbation analysis of the attenuation and dispersion of surface waves,J.Appl.Phys. 43(1), 1978

77. Tiersten H.F., Perturbation theory for linear electroelastic equations for small fields superposed on bias, J.Acoust. Soc. Am. 64(3), 1978

78. Tiersten H.F., Sinha B.K., Temperature dependence of the resonant frequency of electroded doubly-rotated quartz thickness mode resonants, J.Appl.Phys. 50(3) 1979

79. Tiersten H.F., Shick D.V., On normal acceleration sensitivity of contured quartz resonators rigidly supported along rectangular edges, J.Appl.Phys., 67(1), 1989

80. Tiersten H.F.,Smythe R.C.,An analysus of contoured crystal resonators operating in overtones of coupled thickness shear and thickness twist,J.Acoust.Soc.Am.65(6), 1979

81. Tiersten H.F., Stevens D.S. Sinha B.K., Temperature depedence

of rezonant frequenc of electrode countured AT-cut quartz crystal resonators. J.Appl.Phys. 54(4)
82. Tiersten H.F., Zhon Y.S., The increase in the in plane acceleration sensitivity of the plano-convex resonator resulting from its thickness asymetry. J.Appl.Phys. 72(4) 1992
83. Tomikawa Y.,Sugawara S.,Konno M.,Characteristics of a quartz crystal tunig fork by finite element analysis,Trans.IECE Japan E63(3),1980
84. Turnham B.D.,Yee L.K.,Luoma G.A.,Coated piezoelectric quartz crystal monitor for determinetion of propylene glycol dinitrate vapor levels,Analytical Chemistry, Vol.57, 1985
85. Valentin J.P.,Thermal gradient distributions in trapped energy quartz resonators,J.Appl.Phys.57(2), 1985
86. Valentin J.P., Theobald G., Gagnepain J.J., Frequency shifts arising from in-plane temperature gradient distribution in quartz resonators, 38th annuel Freq.Cont.Symp. 1984
87. Valentin J.P., Theobald G., Gagnepain J.J., Temperature-induced frequency shifts in quartz resonators. J.Appl.Phys. 58(3), 1985
88. Vest C.M., Holographic interferometry, John Wiley & Sons, 1979
89. Weiner H.J. Boley B.A.,Theory of thermal stresses John Wiley & Sons, 1951
90. Wimmer L.,Hertl S.,Hemetsberger J.,Benes E.,New method of measuring vibration amplitudes of quartz crystals, Rev.Sci.-Instrum.55(4), 1984
91. Witte A.R., Daniels W.J., An avanced 5 Hz to 200MHz network analyser, H-P Journal, 1984
92. Zhang Q.M.,Pan W.Y.,Cross L.E.,Laser interferometer for the study of pezoelectric and electrostrictive strains, J.Appl.Phys. 63(8), 1988
93. Zelenka j., Piezoelectric resonators and their applications, Academia Prague, 1986
94. Zhon Y.S.,Tiersten H.F., On the normal acceleration sensitivity of contoured quartz resonators stiffened by quartz cover plates supported alog rectangulare edges, J.Appl.Phys.

50(4), 1979
95. * * * Handbook of Chemistry and Physics, 64-th edition, 1983 - 1984, CRC Press.
96. Siemens, Memoratorul inginerului electrician, Editura Tehnică București

ANEXA 1

Matricea elasto-piezo-dielectrică pentru cristalul de cuarț.

$$
\left[\begin{array}{cccccc|ccc}
c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & 0 & 0 & e_{11} & 0 & 0 \\
c_{12} & c_{11} & c_{13} & -c_{14} & 0 & 0 & -e_{11} & 0 & 0 \\
c_{13} & c_{13} & c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
c_{14} & -c_{14} & 0 & c_{44} & 0 & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & c_{14} & 0 & -e_{14} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & c_{14} & c_{66} & 0 & -e_{11} & 0 \\
\hline
e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 & \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} & 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}
\end{array}\right]
$$

ANEXA 2

Constantele de material implicate în ecuațiile piezoelectrice de stare.

Grup de constante	Constanta	Descriere și definire	Unități de măsură
Termice	căldura specifică	$C=(\theta/\varrho)(\partial\rho/\partial\theta)$	$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$
Elastice	Maleabilitate elastică	$s_{\lambda\mu}=\partial S_\lambda/\partial T_\mu$	$m^2\ N^{-1}$
	constanta elastică	$c_{\lambda\mu}=\partial T_\lambda/\partial S_\mu$	$m^{-2}\ N$
Dielectrice	Permitivitate	$\epsilon_{ik}=\partial D_i/\partial E_k$	$m^{-1}\ F$
	Impermeabilitate	$\beta_{ik}=\partial E_i/\partial D_k$	$m\ F^{-1}$
Piezoelectrice	Constantă piezoelectrică de deformare	$d_{i\lambda}=\partial D_i/\partial S_\lambda= =\partial S_\lambda/\partial E_i$	$C\ N^{-1},\ V^{-1}m$
	Constanta piezoelectrică de deformare	$g_{i\lambda}=-\ \partial E_i/\partial T_\lambda= =\partial S_\lambda/\partial D_i$	$m^2\ C^{-1}$
	Constanta piezoelectrică de tensiume	$h_{i\lambda}=-\ \partial E_i/\partial S_\lambda= =-\ \partial T_\lambda/\partial D_i$	$V\ m\ N^{-1}$
	Constanta piezoelectrică de tensiune	$e_{i\lambda}=\partial D_i/\partial S_\lambda= =-\ \partial T_\lambda/\partial E_i$	$C^{-1},\ V\ m^{-1}$

Piroelectrice	Coeficient piroelectric	$p_i = \partial D_i / \partial \theta = = \partial \sigma / \partial E_i$	C m^{-2} K^{-1}
	Coeficient piroelectric	$\pi_i = - \partial E_i / \partial \theta = = \partial \sigma / D_i$	V m^{-1} K^{-1}
	Modul piroelectric	$q_i = - \partial E_i / \theta \partial \sigma = = - \partial \theta / \theta \partial D_i$	m^2 C^{-1}
	Modul piroelectric	$\rho_i = \partial D_i / \theta \partial \sigma = = - \partial \theta / \theta \partial E_i$	V^{-1} m

ANEXA 3

Program pentru calculul gradientului de temperatură ce se formează intr-o placă de cuarţ iluminată in zona centrală cu un fascicul laser.

```
p=10^5:     puterea pe unitatea de volum transferată de laser
            cuarţului in zona incălzită [w/m³]
R=0.001;    raza discului decuart [m]
a=8:      conductivitatea termică a cristalului de cuarţ [W/m K]
[l,r]=meshdom (-R:0.001:R,-R:0.001:R)
z=(p/a).*(r.^2).*(abs(r)/(9*R)-1/4)+(p/a)*(5*(R^2)/36)
plot(r,z): gradientul de temperatura de-a lungul diametrului
pause
s=sqrt(z)
y=sqrt((p/a).*(l.^2).*(abs(l)/(9*R)-1/4)+(p/a)*(5*(R^2)/36))
h=(s.*y)
mesh(h)
pause
```

ANEXA 4

Program pentru calculul coeficientului pătratic de variaţie cu temperatura a constantei Cee pentru cristalele de cuarţ în tăietură AT.

```
%program pentru calculul coeficientului de temperatură
x=-36.00000;      unghiul de la care se porneşte algoritmul de
                  iteraţie pentru calculul variaţiei de ordinul întâi
                  minime a coeficientuli Cee cu temperatură
tf=10^5           : constante de material şi variaţiile lor cu
                  temperatura
t442=-216*10^(-9)
t662=118*10^(-9)
t142=-48*10^(-9)
e1=13.71*10^(-6)
e3=7.48*10^(-6)
r=-34.92*10^(-6)
c44=57.94*10^9
t44=-157.4*10^(-6)
166=39.88*10^9
t66=187.6*10^(-6)
c14=-17.91*10^9
t14=117*10^(-6); algoritm de iteraţie pentru calculul unghiului
                                                   tăieturii AT
        while tf>10^(-12)
                x=x-10^(-1)
                a=(pi/180)*x
                c=cos(a)
                s=sin(a)
                c661= c44*(s^2)+2*c14*s*c+166*(c^2)

t661=((s^2)*c44*t44+(c^2)*166*t66+2*s*c*c14*t14)/c661
                e=e1*(c^2)+e3*(s^2)
                tf=-e+t661/2+r/2
                k=x
                pause
        end
        while tf<10^(-12)
                x=x+10^(-2)
                a=(pi/180)*x
                c=cos(a)
                s=sin(a)
                c661=c44*(s^2)+2*c14*s*c+166*(c^2)

t661=((s^2)*c44*t44+(c^2)*166*t66+2*s*c*c14*t14)/c661
                e=e1*(c^2)+e3*(s^2)
```

```
               tf=-e+t661/2+r/2
               k=x
               pause
        end
        while tf>10^(-12)
               x=x-10^(-3)
               a=(pi/180)*x
               c=cos(a)
               s=sin(a)
               c661=c44*(s^2)+2*c14*s*c+166*(c^2)

t661=((s^2)*c44*t44+(c^2)*166*t66+2*s*c*c14*t14)/c661
               e=e1*(c^2)+e3*(s^2)
               tf=-e+t661/2+r/2
               k=x
               pause
        end
        while tf<10^(-12)
               x=x+10^(-4)
               a=(pi/180)*x
               c=cos(a)
               s=sin(a)
               c661=c44*(s^2)+2*c14*s*c+166*(c^2)

t661=((s^2)*c44*t44+(c^2)*166*t66+2*s*c*c14*t14)/c661
               e=e1*(c^2)+e3*(s^2)
               tf=-e+t661/2+r/2
               k=x
               pause
        end
        while tf>10^(-12)
               x=x-10^(-5)
               a=(pi/180)*x
               c=cos(a)
               s=sin(a)
               c661=c44*(s^2)+2*c14*s*c+166*(c^2)

t661=((s^2)*c44*t44+(c^2)*166*t66+2*c*s*c14*t14)/c661
               e=e1*(c^2)+e3*(s^2)
               tf=-e+t661/2+r/2
               k=x
               pause
         end
pause
t662=((s^2)*c44*t442+(c^2)*166*t662+2*s*c*c14*t142)/c661
              ; Calculul coeficientului de variaţie pătratic cu
              temperatura a lui C66
```

ANEXA 5

Program pentru simularea modificării frecvenței de rezonanță pentru un rezonator cu cristal de cuarț la incălzirea locală a suprafeței de oscilație cu un fascicul laser

```
n=7                     ; numărul de mase concentrate al modelului
w=10^14                 ; pătratul frecvenței de rezonanță dorite
d=1                     ; calculul unei mase concentrate şi al
                        coeficientului de elasticitate al unui resort
                        ideal pentru respectarea caracteristicii
                        tăieturii AT
l=(1+1/n)^2
h=0.1*l*n*d*w
s=2*h
m=d/n
e=2*10^(-5)*0.5*0.5
pause
u=h                     ; configurarea gradientului dorit pentru
                        perturbaţia introdusă de fasciculul laser
p=0
p1=-u/4
p2=-u*3/4
p3=-u*5/4
p4=-u*7/4
p5=-2*u
q=0
q1=-u/4
q2=-u/2
q3=-u*3/4
q4=-u
l1=l*n*n*0.1*w*2
m1=(p1)/l1
m2=(p2)/l1
m3=(p3)/l1
m4=(p4)/l1
m5=(p5)/l1

K=[s -h 0 0 0 0 0 ;
   -h s -h 0 0 0 0 ;
    0 -h s -h 0 0 0 ;
    0 0 -h s -h 0 0 ;
    0 0 0 -h s -h 0 ;
    0 0 0 0 -h s -h ;
    0 0 0 0 0 -h  s]
```

```
M=[m 0 0 0 0 0 0 ;
   0 m 0 0 0 0 0 ;
   0 0 m 0 0 0 0 ;
   0 0 0 m 0 0 0 ;
   0 0 0 0 m 0 0 ;
   0 0 0 0 0 m 0 ;
   0 0 0 0 0 0 m]
N=inv(M)
A=K*N
[V,D]=eig(A)
Y0=[D(3,3)^(1/2)    D(2,2)^(1/2)    D(1,1)^(1/2)    D(4,4)^(1/2)
D(5,5)^(1/2) D(6,6)^(1/2) D(7,7)^(1/2)]
plot(Y0)                : frecvenţele de rzonanţă ale sistemului
                          neperturbat
pause
T=V'                    : calculul variaţiei de frecvenţă de rezonanţă
                          pentru sistemul perturbat
S1=[p5 -q4 0 0 0 0 0 ;
   -q4 p4 -q3 0 0 0 0 ;
   0 -q3 p3 -q2 0 0 0 ;
   0 0 -q2 p2 -q1 0 0 ;
   0 0 0 -q1  p1  0 0 ;
   0 0 0    0   0   0   0 ;
   0 0 0    0   0   0   0]
N1=[m5/(m^2) 0 0 0 0 0 0 ;
    0 m4/(m^2) 0 0 0 0 0 ;
    0 0 m3/(m^2) 0 0 0 0 ;
    0 0 0 m2/(m^2) 0 0 0 ;
    0 0 0 0 m1/(m^2) 0 0 ;
    0 0 0 0 0    0   0 ;
    0 0 0 0 0    0   0]
B1=S1*N-K*N1
D1=T*(B1*V)
for i=1:7
d1(i,i)=e*sign(D1(i,i))*((D1(i,i)^2)^(1/4)),end
S2=[p4 -q4 0 0 0 0 0 ;
   -q4 p5 -q4 0 0 0 0 ;
   0 -q4 p4 -q3 0 0 0 ;
   0 0 -q3 p3 -q2 0 0 ;
   0 0 0 -q2 p2 -q1 0 ;
   0 0 0 0 - q1 p1   0 ;
   0 0 0 0    0    0   0]
N2=[m4/(m^2) 0 0 0 0 0 0 ;
    0 m5/(m^2) 0 0 0 0 0 ;
    0 0 m4/(m^2) 0 0 0 0 ;
    0 0 0 m3/(m^2) 0 0 0 ;
    0 0 0 0 m2/(m^2) 0 0 ;
    0 0 0 0 0 m1/(m^2) 0 ;
    0 0 0 0 0    0   0]
B2=S2*N-K*N2
D2=T*(B2*V)
for i=1:7
```

```
d2(i,i)=e*sign(D2(i,i))*((D2(i,i)^2)^(1/4)),end
S3=[p3 -q3 0 0 0 0 0 ;
    -q3 p4 -q4 0 0 0 0 ;
    0 -q4 p5 -q4 0 0 0 ;
    0 0 -q4 p4 -q3 0 0 ;
    0 0 0 -q3 p3 -q2 0 ;
    0 0 0 0 -q2 p2 -q1 ;
    0 0 0 0  0 -q1  p1]
N3=[m3/(m^2) 0 0 0 0 0 0 ;
     0 m4/(m^2) 0 0 0 0 0 ;
     0 0 m5/(m^2) 0 0 0 0 ;
     0 0 0 m4/(m^2) 0 0 0 ;
     0 0 0 0 m3/(m^2) 0 0 ;
     0 0 0 0 0 m2/(m^2) 0 ;
     0 0 0 0 0  0 m1/(m^2)]
B3=S3*N-K*N3
D3=T*(B3*V)
for i=1:7
d3(i,i)=e*sign(D3(i,i))*((D3(i,i)^2)^(1/4)),end
S4=[p2 -q2 0 0 0 0 0 ;
    -q2 p3 -q3 0 0 0 0 ;
    0 -q3 p4 -q4 0 0 0 ;
    0 0 -q4 p5 -q4 0 0 ;
    0 0 0 -q4 p4 -q3 0 ;
    0 0 0 0 -q3 p3 -q2 ;
    0 0 0 0  0 -q2  p2]
N4=[m2/(m^2) 0 0 0 0 0 0 ;
     0 m3/(m^2) 0 0 0 0 0 ;
     0 0 m4/(m^2) 0 0 0 0 ;
     0 0 0 m5/(m^2) 0 0 0 ;
     0 0 0 0 m4/(m^2) 0 0 ;
     0 0 0 0 0 m3/(m^2) 0 ;
     0 0 0 0 0  0 m2/(m^2)]
B4=S4*N-K*N4
D4=T*(B4*V)
for i=1:7
d4(i,i)=e*sign(D4(i,i))*((D4(i,i)^2)^(1/4)),end
Y=[0 d1(3,3) d2(3,3) d3(3,3) d4(3,3) d3(3,3) d2(3,3) d1(3,3) 0]
plot(Y)
pause
a1=d1(3,3)
a2=d2(3,3)
a3=d3(3,3)
a4=d4(3,3)
pause
Y2=[0 d1(1,1) d2(1,1) d3(1,1) d4(1,1) d3(1,1) d2(1,1) d1(1,1) 0]
plot(Y2)
pause
b1=d1(1,1)
b2=d2(1,1)
b3=d3(1,1)
b4=d4(1,1)
```

ANEXA 6

Program pentru simularea modificării frecvenței de rezonanță la atingerea suprafeței de oscilație cu un fir elastic subțire

```
n=7              : numărul de mase concentrate ale modelului
w=10^14          : patratul frecvenţei de rezonanţă fundamentale
                   dorite
d=1              ;calculul masei concentrate şi a coeficientului de
                   elasticitate pentru a simula corect caracteristica
                   tăieturii AT
l=(1+1/n)^2
h=0.1*l*n*d*w
s=2*h
m=d/n
e=2*10^(-6)
u=h              : gradientul introdus pentru perturbaţie
p=0
p1=0
p2=0
p3=0
p4=0
p5=u
q=0
q1=0
q2=0
q3=0
q4=0

K=[s -h 0 0 0 0 0 ;
  -h s -h 0 0 0 0 ;
   0 -h s -h 0 0 0 ;
   0 0 -h s -h 0 0 ;
   0 0 0 -h s -h 0 ;
   0 0 0 0 -h s -h ;
   0 0 0 0 0 -h  s]
M=[m 0 0 0 0 0 0 ;
   0 m 0 0 0 0 0 ;
   0 0 m 0 0 0 0 ;
   0 0 0 m 0 0 0 ;
   0 0 0 0 m 0 0 ;
   0 0 0 0 0 m 0 ;
   0 0 0 0 0 0 m]
```

```
N=inv(M)
A=K*N
[V,D]=eig(A)
Y0=[D(3,3)^(1/2)    D(2,2)^(1/2)    D(1,1)^(1/2)    D(4,4)^(1/2)
D(5,5)^(1/2) D(6,6)^(1/2) D(7,7)^(1/2)]
plot(Y0)                    ; frecvenţele de rezonanţă pentru sistemul
                            neperturbat
T=V'                        ; calcululvariaţiei frecvenţei de rezonanţă
                            pentru sistemul perturbat
S1=[p5 -q4 0 0 0 0 0 ;
   -q4 p4 -q3 0 0 0 0 ;
   0 -q3 p3 -q2 0 0 0 ;
   0 0 -q2 p2 -q1 0 0 ;
   0 0 0 -q1  p1  0 0 ;
   0 0 0   0   0  0  0 ;
   0 0 0   0   0  0  0]
B1=S1*N
D1=T*(B1*V)
for i=1:7
d1(i,i)=e*sign(D1(i,i))*((D1(i,i)^2)^(1/4)),end
S2=[p4 -q4 0 0 0 0 0 ;
   -q4 p5 -q4 0 0 0 0 ;
   0 -q4 p4 -q3 0 0 0 ;
   0 0 -q3 p3 -q2 0 0 ;
   0 0 0 -q2 p2 -q1 0 ;
   0 0 0 0 - q1 p1  0 ;
   0 0 0 0    0   0  0]
B2=S2*N
D2=T*(B2*V)
for i=1:7
d2(i,i)=e*sign(D2(i,i))*((D2(i,i)^2)^(1/4)),end
S3=[p3 -q3 0 0 0 0 0 ;
   -q3 p4 -q4 0 0 0 0 ;
   0 -q4 p5 -q4 0 0 0 ;
   0 0 -q4 p4 -q3 0 0 ;
   0 0 0 -q3 p3 -q2 0 ;
   0 0 0 0 -q2 p2 -q1 ;
   0 0 0 0   0 -q1  p1]
B3=S3*N
D3=T*(B3*V)
for i=1:7
d3(i,i)=e*sign(D3(i,i))*((D3(i,i)^2)^(1/4)),end
S4=[p2 -q2 0 0 0 0 0 ;
   -q2 p3 -q3 0 0 0 0 ;
   0 -q3 p4 -q4 0 0 0 ;
   0 0 -q4 p5 -q4 0 0 ;
   0 0 0 -q4 p4 -q3 0 ;
   0 0 0 0 -q3 p3 -q2 ;
   0 0 0 0   0 -q2  p2]
B4=S4*N
D4=T*(B4*V)
for i=1:7
```

```
d4(i,i)=e*sign(D4(i,i))*((D4(i,i)^2)^(1/4)),end
Y=[0;  d1(3,3);  d2(3,3);  d3(3,3);  d4(3,3);  d3(3,3);  d2(3,3);
d1(3,3); 0]
X=[0 1 2 3 4 5 6 7 8 ]
plot(X,Y)
pause
a1=d1(3,3)
a2=d2(3,3)
a3=d3(3,3)
a4=d4(3,3)
pause
Y2=[0;  d1(1,1);  d2(1,1);  d3(1,1);  d4(1,1);  d3(1,1);  d2(1,1);
d1(1,1); 0]
plot(X,Y2)
meta p7cf1.met
pause
b1=d1(1,1)
b2=d2(1,1)
b3=d3(1,1)
b4=d4(1,1)
```

ANEXA 7

Programul de simulare a modificării frecvenţei de rezonanţă pentru un rezonator cu cuarţ în funcţie de poziţia masei suplimentare concentrate pe suprafaţa de oscilaţie

```
n=15            : numărul de mase concentrate al modelului
w=10^14         : pătratul frecvenţei de rezonanţă impuse pentru
                  modul funfamental modelului
d=1             : calculul masei concentrate şi a coeficientului de
                  elasticitate pentru resortul ideal pentru a simula
                  corect tăietura AT
k=(1+1/n)^2
h=0.1*k*n*d*w
s=2*h
m=d/n
e=10^(-2)
l=m
K=[ s -h 0 0 0 0 0  0  0  0  0  0  0  0  0;
   -h s -h 0 0 0 0  0  0  0  0  0  0  0  0;
   0 -h s -h 0 0 0  0  0  0  0  0  0  0  0;
   0 0 -h s -h 0 0  0  0  0  0  0  0  0  0;
   0 0 0 -h s -h 0  0  0  0  0  0  0  0  0;
   0 0 0 0 -h s -h  0  0  0  0  0  0  0  0;
   0 0 0 0 0 -h  s -h  0  0  0  0  0  0  0;
   0 0 0 0 0 0  -h  s -h  0  0  0  0  0  0;
   0 0 0 0 0 0  0  -h  s -h  0  0  0  0  0;
   0 0 0 0 0 0  0   0 -h  s -h  0  0  0  0;
   0 0 0 0 0 0  0.  0  0 -h  s -h  0  0  0;
   0 0 0 0 0 0  0   0  0  0 -h  s -h  0  0;
   0 0 0 0 0 0  0   0  0  0  0 -h  s -h  0;
   0 0 0 0 0 0  0   0  0  0  0  0 -h  s -h;
   0 0 0 0 0 0  0   0  0  0  0  0  0 -h  s]
M=[m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m]
```

```
N=inv(M)
A=K*N
[V,D]=eig(A)
a1=D(1,1)^(1/2)                    : frecvenţele de rezonanţă pentru sistemul
                                     neperturbat
a2=D(2,2)^(1/2)
a3=D(3,3)^(1/2)
a4=D(4,4)^(1/2)
a5=D(5,5)^(1/2)
a6=D(6,6)^(1/2)
a7=D(7,7)^(1/2)
a8=D(8,8)^(1/2)
a9=D(9,9)^(1/2)
a10=D(10,10)^(1/2)
a11=D(11,11)^(1/2)
a12=D(12,12)^(1/2)
a13=D(13,13)^(1/2)
a14=D(14,14)^(1/2)
a15=D(15,15)^(1/2)
Y0=[D(6,6)^(1/2) D(5,5)^(1/2) D(4,4)^(1/2) D(3,3)^(1/2)...
     D(1,1)^(1/2)    D(2,2)^(1/2)    D(7,7)^(1/2)    D(8,8)^(1/2)
D(9,9)^(1/2)...
     D(10,10)^(1/2) D(11,11)^(1/2) D(12,12)^(1/2) D(13,13)^(1/2)...
     D(14,14)^(1/2) D(15,15)^(1/2)]
plot(Y0)
T=V'                          :  rutina  de  modificarea  a  poziţiei  masei
                              suplimentare de-a lungul diametrului pentru
                              calcularea variaţiei freventei de rezonanţă
for j=1:8
p(j)=j
if j~=1
        m1=0
        else
        m1=m
end
if j~=2
        m2=0
        else
        m2=m

end
if j~=3
        m3=0
        else
        m3=m
end
if j~=4
        m4=0
        else
        m4=m
end
if j~=5
```

```
        m5=0
        else
        m5=m
end
if j~=6
        m6=0
        else
        m6=m
end
if j~=7
        m7=0
        else
        m7=m
end
if j~=8
        m8=0
        else
        m8=m
end
m9=0
m10=0
m11=0
m12=0
m13=0
m14=0
m15=0
N=[m1/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 m2/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 m3/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 m4/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 m5/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 m6/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 m7/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 m8/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 m9/(m^2) 0 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 m10/(m^2) 0 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m11/(m^2) 0 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m12/(m^2) 0 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m13/(m^2) 0 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m14/(m^2) 0;
    0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m15/(m^2)]
B=-K*N
D=T*(B*V)
for i=1:8
d(i,i)=e*sign(D(i,i))*((D(i,i)^2)^(1/4));
x(j,i)=d(i,i);
end
end
Y=[ 0 x(1,6) x(2,6) x(3,6) x(4,6) x(5,6) x(6,6) x(7,6) x(8,6)...
    x(7,6) x(6,6) x(5,6) x(4,6) x(3,6) x(2,6) x(1,6) 0]

X=[ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16]
```

```
plot(X,Y)
meta p7cm141.met
pause
Y2=[ 0 x(1,4) x(2,4) x(3,4) x(4,4) x(5,4) x(6,4) x(7,4) x(8,4)...
    ,x(7,4) x(6,4) x(5,4) x(4,4) x(3,4) x(2,4) x(1,4) 0]
X=[ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16]
plot(X,Y2)
meta p7cm142.met
pause
Y3=[ 0 x(1,1) x(2,1) x(3,1) x(4,1) x(5,1) x(6,1) x(7,1) x(8,1)...
        x(7,1) x(6,1) x(5,1) x(4,1) x(3,1) x(2,1) x(1,1) 0]
X=[ 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16]
plot(X,Y3)
meta p7cm143.met
pause
```

ANEXA B

Program de simulare a variaţiilor rapoartelor f3/f1, f5/f1 şi f7/f1 unde f1 este frecvenţa de rezonanţă pentru modul fundamental, f5 pentru armonica a cincea şi f7 pentru armonica a şaptea la încărcare masică neuniformă.

```
n=15                    ; numărul de mase concentrate al modelului
w=10^14                 ; pătratul frecvenţei de rezonanţă impus pentru
                        modul fundamental
d=1                     ; calculul masei concentrate şi a coeficientului
                        de elasticitate pentru a simula corect tăietura
                        AT
k=(1+1/n)^2
h=0.1*k*n*d*w
s=2*h
m=d/n
e=10^(-4)               ; variaţiaţia de masă suplimentara fată de masa
                        concentrată m
l=m
K=[ s -h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   -h s -h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 -h s -h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 -h s -h 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 -h s -h 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 -h s -h 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 -h s -h 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 -h s -h 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 -h s -h 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 -h s -h 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 -h s -h 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -h s -h 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -h s -h 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -h s -h;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -h s ]
M=[m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m]
```

```
N=inv(M)
A=K*N
[V,D]=eig(A)

a1=D(1,1)^(1/2)              ; frecvenţele de rezonanţă pentru sistemul
                               neperturbat
a2=D(2,2)^(1/2)
a3=D(3,3)^(1/2)
a4=D(4,4)^(1/2)
a5=D(5,5)^(1/2)
a6=D(6,6)^(1/2)
a7=D(7,7)^(1/2)
a8=D(8,8)^(1/2)
a9=D(9,9)^(1/2)
a10=D(10,10)^(1/2)
a11=D(11,11)^(1/2)
a12=D(12,12)^(1/2)
a13=D(13,13)^(1/2)
a14=D(14,14)^(1/2)
a15=D(15,15)^(1/2)

Y0=[D(6,6)^(1/2) D(5,5)^(1/2) D(4,4)^(1/2) D(3,3)^(1/2)...
    D(1,1)^(1/2)    D(2,2)^(1/2)    D(7,7)^(1/2)    D(8,8)^(1/2)
D(9,9)^(1/2)...
    D(10,10)^(1/2) D(11,11)^(1/2) D(12,12)^(1/2) D(13,13)^(1/2)...
    D(14,14)^(1/2) D(15,15)^(1/2)]
plot(Y0)
T=V'
for j=1:15
m1=4*1-j*1/4          : modelarea gradientului de depunere de masa
                        suplimentară dorit ( in exemplul de fată
                        gradient liniar)
m2=8*1-j*1/2
m3=16*1-j*1
m4=12*1-j*1/2
m5=4*1
m6=j*1/4
m7=j*1
m8=2*j*1
m9=m7
m10=m6
m11=m5
m12=m4
m13=m3
m14=m2
m15=m1
a(j)=(m1+m2+m3+m4+m5+m6+m7)*2+m8
b(j)=m8/(m3)                 ;  Calculul modificăriiinfrecvenţei  de
                               rezonanţă
```

```
N=[m1/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 m2/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 m3/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 m4/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 m5/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 m6/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 m7/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 m8/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 m9/(m^2) 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 m10/(m^2) 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m11/(m^2) 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m12/(m^2) 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m13/(m^2) 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m14/(m^2) 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m15/(m^2)]
B=-K*N
D=T*(B*V)
for i=1:15
d(i,i)=e*sign(D(i,i))*((D(i,i)^2)^(1/4));
x(j,i)=d(i,i);
end
g1(j)=(a4+x(j,4))/(a6+x(j,6))
g2(j)=(a1+x(j,1))/(a6+x(j,6))
g3(j)=(a7+x(j,7))/(a6+x(j,6))
m1=a(j)/15
m2=m1
m3=m1
m4=m1
m5=m1
m6=m1
m7=m1
m8=m1
m9=m7
m10=m6
m11=m5
m12=m4
m13=m3
m14=m2
m15=m1
```

```
N=[m1/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 m2/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 m3/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 m4/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0,0 0 0 m5/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 m6/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 m7/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 m8/(m^2) 0 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 m9/(m^2) 0 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 m10/(m^2) 0 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m11/(m^2) 0 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m12/(m^2) 0 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m13/(m^2) 0 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m14/(m^2) 0;
   0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 m15/(m^2)]
B=-K*N
D=T*(B*V)
for i=1:15
c(j,i)=e*sign(D(i,i))*((D(i,i)^2)^(1/4));
end
c1(j)=(a4+c(j,4))/(a6+c(j,6))
c2(j)=(a1+c(j,1))/(a6+c(j,6))
c3(j)=(a7+c(j,7))/(a6+c(j,6))
end

B=[ b(1) b(2) b(3) b(4) b(5) b(6) b(7) b(8)...
   b(9) b(10) b(11) b(12) b(13) b(14) b(15)]


Y6=[ g1(1) g2(1) g3(1) c1(1) c2(1) c3(1);
     g1(2) g2(2) g3(2) c1(2) c2(2) c3(2);
     g1(3) g2(3) g3(3) c1(3) c2(3) c3(3);
     g1(4) g2(4) g3(4) c1(4) c2(4) c3(4);
     g1(5) g2(5) g3(5) c1(5) c2(5) c3(5);
     g1(6) g2(6) g3(6) c1(6) c2(6) c3(7);
     g1(7) g2(7) g3(7) c1(7) c2(7) c3(7);
     g1(8) g2(8) g3(8) c1(8) c2(8) c3(8);
     g1(9) g2(9) g3(9) c1(9) c2(9) c3(9);
     g1(10) g2(10) g3(10) c1(10) c2(10) c3(10);
     g1(11) g2(11) g3(11) c1(11) c2(11) c3(11);
     g1(12) g2(12) g3(12) c1(12) c2(12) c3(12);
     g1(13) g2(13) g3(13) c1(13) c2(13) c3(13);
     g1(14) g2(14) g3(14) c1(14) c2(14) c3(14);
     g1(15) g2(15) g3(15) c1(15) c2(15) c3(15)]
pause
plot(B,Y6)
pause
meta p7cm111.met
Y4=[ g1(1) c1(1); g1(2) c1(2); g1(3) c1(3);
    g1(4) c1(4); g1(5) c1(5); g1(6) c1(6); g1(7) c1(7);
    g1(8) c1(8); g1(9) c1(9); g1(10) c1(10); g1(11) c1(11);
    g1(12) c1(12); g1(13) c1(13); g1(14) c1(15); g1(15) c1(15)]
```

```
pause
plot(B,Y4)
pause
meta p7cm112.met
Y3=[ g3(1) c3(1); g3(2) c3(2); g3(3) c3(3);
     g3(4) c3(4); g3(5) c3(5); g3(6) c3(6); g3(7) c3(7);
     g3(8) c3(8); g3(9) c3(9); g3(10) c3(10); g3(11) c3(11);
     g3(12) c3(12); g3(13) c3(13); g3(14) c3(14); g3(15) c3(15)]
plot(B,Y3)
meta p7cm113.met
pause
Y2=[ g2(1) c2(1); g2(2) c2(2); g2(3) c2(3);
     g2(4) c2(4); g2(5) c2(5); g2(6) c2(6); g2(7) c2(7);
     g2(8) c2(8); g2(9) c2(9); g2(10) c2(10); g2(11) c2(11);
     g2(12) c2(12); g2(13) c2(13); g2(14) c2(14); g2(15) c2(15)]
plot(B,Y2)
pause
meta p7cm114.met
X1=[ x(1,6) c(1,6); x(2,6) c(2,6); x(3,6) c(3,6); x(4,6) c(4,6);
     x(5,6) c(5,6); x(6,6) c(6,6); x(7,6) c(7,6); x(8,6) c(8,6);
     x(9,6)  c(9,6);  x(10,6)  c(10,6);  x(11,6)  c(11,6);  x(12,6)
c(12,6);
     x(13,6) c(13,6); x(14,6) c(14,6); x(15,6) c(15,6)]
plot(B,X1)
pause
meta p7cm115.met
X2=[ x(1,4) c(1,4); x(2,4) c(2,4); x(3,4) c(3,4); x(4,4) c(4,4);
     x(5,4) c(5,4); x(6,4) c(6,4); x(7,4) c(7,4); x(8,4) c(8,4);
     x(9,4)  c(9,4);  x(10,4)  c(10,4);  x(11,4)  c(11,4);  x(12,4)
c(12,4);
     x(13,4) c(13,4); x(14,4) c(14,4); x(15,4) c(15,4)]
pause
plot(B,X2)
pause
X3=[ x(1,1) c(1,1); x(2,1) c(2,1); x(3,1) c(3,1); x(4,1) c(4,1);
     x(5,1) c(5,1); x(6,1) c(6,1); x(7,1) c(7,1); x(8,1) c(8,1);
     x(9,1)  c(9,1);  x(10,1)  c(10,1);  x(11,1)  c(11,1);  x(12,1)
c(12,1);
     x(13,1) c(13,1); x(14,1) c(14,1); x(15,1) c(15,1)]
meta p7cm116.met
pause
plot(B,X3)
pause
meta p7cm117.met
X4=[ x(1,7) c(1,7); x(2,7) c(2,7); x(3,7) c(3,7); x(4,7) c(4,7);
     x(5,7) c(5,7); x(6,7) c(6,7); x(7,7) c(7,7); x(8,7) c(8,7);
     x(9,7)  c(9,7);  x(10,7)  c(10,7);  x(11,7)  c(11,7);  x(12,7)
c(12,7);
     x(13,7) c(13,7); x(14,7) c(14,7); x(15,7) c(15,7)]
plot(B,X4)
pause
```