

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VUIA" TIMISOARA
FACULTATEA DE MECANICA

Ing. SOFONEA GALATIION

OPTIMIZARI IN STRUCTURI DE REZISTENTA REALIZATE
DIN PROFILE SUBTILI

- Teză de doctorat -

BIBLIOTECA CENTRALĂ
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"
TIMIȘOARA

conducător științific

prof.dr.ing. LAZĂR BOLEANTU

INSTITUTUL POLITEHNIC TIMIȘOARA	
Clasificarea	GA
Cod	558 372
Volumele Nr.	
Dulap	258 III. F

- 1990 -

Cap.1. INTRODUCERE

1.1. Notatii și terminologie

- A - aria secțiunii transversale, $[\text{mm}^2]$;
- a_y, a_z - coordonatele centrului de încovoiere-răsucire, $[\text{mm}]$;
- B, B_ω, B_ω - bimoment, $[\text{N mm}^2]$;
- BPS - bară cu pereți subțiri;
- (BPS) - bare cu pereți subțiri;
- b - lățimea secțiunii, $[\text{mm}]$;
- b_e - lățimea efectivă a peretelui, $[\text{mm}]$;
- b_{ech} - lățimea echivalentă a peretelui, $[\text{mm}]$;
- b_y, b_z - coordonatele polului de referință, inițial, $[\text{mm}]$;
- E - modul de elasticitate, longitudinal, $[\text{GPa}]$;
- e_y, e_z - coordonatele de aplicare ale forței, $[\text{mm}]$;
- G - modul de elasticitate transversal, $[\text{GPa}]$;
- h - înălțimea secțiunii, $[\text{mm}]$;
- I_z - momentul de inerție axial față de axa O_z , $[\text{mm}^4]$;
- I_y - momentul de inerție axial față de axa O_y , $[\text{mm}^4]$;
- I_{zy} - moment de inerție centrifugal, $[\text{mm}^4]$;
- I_d - moment de inerție polar, $[\text{mm}^4]$;
- I_t - caracteristica geometrică de rigiditate la răsucire pură $[\text{mm}^4]$;
- I_ω - moment de inerție secțional, $[\text{mm}^6]$;
- i_{yt} - raza de inerție a tălpilor față de axa $y-y$, $[\text{mm}]$;
- $k^2 = G \cdot I_t / (E \cdot I_\omega)$, $[\frac{1}{\text{mm}^2}]$;
- $\bar{k}^2 = \nu \cdot G \cdot I_t / (E \cdot I_\omega)$, $[\frac{1}{\text{mm}^2}]$;
- L - lungimea barei, $[\text{mm}]$;
- M_t - moment de răsucire pură $[\text{N mm}]$;
- M_x - moment de răsucire față de axa O_x $[\text{N mm}]$;
- M_y - moment de încovoiere față de axa O_y , $[\text{N mm}]$;
- M_ω, M_ω - moment de încovoiere-răsucire, $[\text{N mm}]$;
- $m, m_x = \frac{dM_x}{dx}$ moment de răsucire distribuit în lungul barei, $[\text{N mm/mm}]$;

$P_z = \frac{\pi^2 \cdot B \cdot I_y}{L^2}$ - forțele critice de flambaj (Euler), [N];

$$P_y = \frac{\pi^2 \cdot B \cdot I_z}{L^2}$$

P_ω - forța critică de flambaj la încovoiere-răsucire, [N];

P_{erg} - sarcina critică de flambaj general [N];

P_{erL} - sarcina critică de flambaj local, [N];

R - rezistența de calcul pentru întindere, compresiune și încovoiere [MPa]

R_f - rezistența de calcul la forfecare [MPa]

$$r_o = \frac{I_d}{A} + a_y^2 + a_z^2, \quad [mm^2]$$

S_y - moment static față de axa Oy , [mm³];

S_z - moment static față de axa Oz , [mm³];

S_ω, \bar{S}_ω - momentele statice sectoriale, profil deschis, profil închis, [mm⁴];

T_y - forța tăietoare după axa Oy , [N];

T_z - forța tăietoare după axa Oz , [N];

t_i - grosimile pereților secțiunii, [mm];

$$U_y = \int_A z(y^2 + z^2) dA \quad \text{- momente de inerție axiale-polare, [mm⁵];}$$

$$U_z = \int_A y(y^2 + z^2) dA$$

u - deplanarea secțiunii (deplanare după axa Ox); [mm];

v - deplasare după axa Oy , [mm];

w - deplasare după axa Oz , [mm];

x - abscisa secțiunii [mm];
 y, z - coordonatele unui punct din secțiune [mm];

$$\beta_y = \frac{U_z}{2I_z} - a_y, \quad [mm];$$

$$\beta_z = \frac{U_y}{2I_y} - a_z, \quad [mm];$$

$$\alpha = L^2 \cdot G \cdot I_t / (EI_\omega), \quad [-];$$

$$\bar{\alpha} = L^2 \cdot \nu \cdot G \cdot I_t / (EI_\omega) \quad [-];$$

ν - coeficient de contracție transversală (Poisson), [-]

σ - tensiunea normală [MPa];

σ_{cr} - tensiunea normală critică de flambaj, [MPa];

σ_{erL} - tensiunea normală critică de flambaj local [MPa];

$\sigma_\omega, \bar{\sigma}_\omega$ - tensiunea normală produsă la răsucirea împiedicată, [MPa];

τ - tensiunea tangențială, [MPa];

τ_{cr} - tensiunea tangențială critică de flambaj, [MPa];

$\tau_\omega, \bar{\tau}_\omega$ - tensiunea tangențială produsă la răsucirea împiedicată, [MPa];

φ - răsucirea relativă, [rad];

φ' - răsucirea specifică, [rad/mm];

ω - coordonata sectorială profil deschis, $[\text{mm}^2]$;

$\bar{\omega}$ - coordonata sectorială profil închis, $[\text{mm}^2]$.

1.2. Importanța temei

Prin nivelul și problematica pe care le tratează, lucrarea se înscrie organic în ansamblul temelor cu caracter științific și aplicativ prin rezolvarea problemelor legate de proiectarea, construcția și verificarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri (BPS).

Economia de resurse, materii prime și energie, este una din cele mai importante preocupări ale prezentului. Teoria proiectării optime a structurilor are drept scop obținerea de structuri și sisteme care să le asigure fiabilitatea și anduranța dar în același timp să aibă un consum de material minim.

Rezultatele obținute, în special în construcțiile aerospațiale și cele aeronautice, de a realiza structurile de rezistență din elemente din ce în ce mai subțiri a condus la extinderea acestor structuri și în celelalte domenii cum ar fi industria autovehiculelor, a materialului rulant, a instalațiilor de ridicat etc.

Spre deosebire de elementele neportante, care se alcătuiesc din condiții constructive, funcționale, tehnologiile, estetice etc. proiectarea unei structuri de rezistență comportă calcule riguroase deoarece este necesar să fie satisfăcute anumite criterii tehnice și economice. Criteriile tehnice conduc la stabilirea soluțiilor constructive care asigură structurilor rezistență și stabilitate în exploatare. O soluție rațională poate fi obținută numai dacă se ține seama în egală măsură de multitudinea factorilor ce o condiționează, atitudine ce impune îmbinarea armonioasă a celor două criterii. Studiile întreprinse în ultimul timp [34], [66], [98], [114], au demonstrat că atașând metodelor de calcul relații matematice ce exprimă diverse aspecte economice, se pot obține sisteme constructive de eficiență economică sporită.

Deși, rezolvarea matematică a problemei de optimizare constituie calea cea mai indicată, oferind avantaje remarcabile, o astfel de abordare nu este întotdeauna accesibilă în cazul structurilor de rezistență deoarece comportă luarea în considerare a numeroși factori obiectivi și subiectivi. Aceștia intervin cu ponderi diferite în funcție de conjuctura în care se găsește sistemul economic, unii dintre ei prezentînd caracteristici și influențe contradicțo-

11. Astfel, condițiile de exploatare și întreținere, de confort, estetice se opun de regulă unor cerințe tehnice și economice cum ar fi durată de execuție, costul, etc.

Din acest motiv sînt acceptate și metode mai puțin riguroase, pentru care nu există suficiente argumente de convergență sau, nu este demonstrat faptul că se obține extremul global (neluîndu-se în calcul toți factorii, ci numai cei mai importanți)

Nefiind posibil să se efectueze, deocamdată, o optimizare de ansamblu, care să conducă la o soluție generală capabilă să satisfacă multitudinea de aspecte și cerințe existente, cercetările ce se întreprind în acest sens [27] , [39] , [44] , [66] , [93] , [99-111], [114] , vizează doar unele domenii mai importante cum ar fi : conformarea și alcătuir a structurilor de rezistență, aspecte tehnologice, economice etc.

Dat fiind dificultățile deosebite ce se ivesc, devine tot mai răspîdită opinia, potrivit căreia, cea mai indicată cale o constituie rezolvarea problemei în mod etapizat. Metodologiile elaborate pe baza acestui principiu, analizează în cadrul fiecărei etape, doar unele caracteristici ale sistemului.

Din considerente practice, pentru a uşurta aflarea soluției, de regulă se procedează la fixarea prealabilă a configurației structurii și a parametrilor săi caracteristici, rămînînd de optimizat numai distribuția materialului pe secțiuni și în lungul elementului.

Studiile privind calculele de rezistență a elementelor componente ale structurilor se referă în special la grinzi cu secțiuni în formă de I și la sistemele ce pot fi asimilate cu acestea (chescane, elemente T, II, TT etc.), elemente folosite pe scară largă la alcătuirea structurilor de rezistență realizate din (BPS).

Datorită faptului că, la răsucirea împiedicată, caracteristicile geometrice φ , φ' și cele statice M_{ω} , M_t , B_{ω} depind atît de modul de încărcare și rezemare al barelor cît și de caracteristicile geometrice ale secțiunii, problema dimensionării acestor elemente este mai puțin tratată și cu atît mai puțin problema dimensionării optime a acestora.

1.3. Cuprinsul comentat al lucrării

Deși, în ultimul timp a început să se extindă domeniile de utilizare ale structurilor de rezistență realizate din (BPS) soluționarea dimensionării optime a acestor structuri nu are o rezolu-

vare corespunzătoare. Dacă la calculele de verificare și sarcină coabilă, atât din punct de vedere al rezistenței cât și al stabilității s-au găsit soluții satisfăcătoare, nu același lucru se poate afirma despre calculul de dimensionare.

Din acest motiv, lucrarea avînd un caracter teoretic și aplicativ, s-au abordat următoarele obiective principale :

a) Trecerea în revistă a studiului actual privind calculele structurilor de rezistență realizate din (NPS) atât din punct de vedere al rezistenței cât și al stabilității acestora, la baza căruiu au stat 157 de articole și publicații. Analiza stadiului actual al cercetărilor în domeniul profilelor subțiri s-a făcut atât pentru calculul la rezistențe admisibile cât și la stare limită (cap.2).

b) Modernizarea calculului elementelor de rezistență realizate din (BPS), printr-o formulare matriceală care să permită abordarea acestuia cu ajutorul calculatoarelor electronice. Soluțiile semnificative pentru cazurile fundamentale de încărcare au permis stabilirea legilor de variație a caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate pentru toate posibilitățile de încărcare și rezemare simple. Prin suprapunere de efecte se pot obține aceste caracteristici pentru orice caz general de încărcare întâlnit în practică (cap.3).

c) În vederea optimizării distribuiri de material pe secțiune s-au stabilit variațiile caracteristicilor geometrice, inclusiv cele necesare răsucii împiedicate pentru secțiune constantă ($A = \text{const.}$) și pentru cele mai utilizate secțiuni, cînd dimensiunile acestora variază.

În acest scop s-au întocmit 4 programe de calcul și respectiv programele necesare pentru trasarea graficelor de variație a acestor caracteristici geometrice pe PLOTTER (cap.4).

d) Cu rezultatele obținute la cap.3 și 4 s-a trecut la abordarea dimensionării (BPS), utilizînd metoda iterativă, datorită faptului că la răsucirea împiedicată eforturile depind de încărcarea și rezemarea barei, precum și de caracteristicile geometrice ale secțiunii. Obținînd mărimea secțiunii necesare programele permit și distribuirea optimă a materialului pe secțiune. În acest sens autorul a elaborat 4 programe de calcul care soluționează dimensionarea optimă a patru grupe de elemente realizate din (BPS) întîlnite frecvent în practică. Alegerea acestor grupe s-a făcut pentru soluționarea unor probleme concrete de structuri de rezistență utilizate în întreprinderile din județul Sibiu (I. Mecanică Mîrșș,

I. Balanța Sibiu) la construcția de șasiuri autoportante pentru utilaje grele, respectiv brațul macaralei MM 5 (cap.5).

c) Rezultatele acestor optimizări pe cale teoretică au fost verificate atât pe standuri proiectate și realizate cât și direct pe structuri de rezistență realizate de întreprinderile Balanța Sibiu [40] și Mecanică Mîrșa [122], [123], [142], [143].

Optimizările structurilor respective au condus la reducerea consumului de material, fără a micșora siguranța în exploatare și fiabilitatea cu cel puțin 6 % și pînă la 17 %. Avînd în vedere că aceste structuri sînt de greutatea mari se observă că rezultă importante economii de material. Calculele s-au făcut din condiția de rezistență, iar din verificările efectuate la stabilitate au rezultat că aceste calcule nu sînt necesare (cap.5.4).

Analiza comparativă a variațiilor tensiunilor echivalente maxime, pentru diferite tipuri de secțiuni, permite stabilirea celei mai optime secțiuni care să conducă la noi economii de material.

La optimizarea acestor secțiuni s-au întocmit programe de calcul speciale, bazate pe metodele clasice de calcul, renunțîndu-se la programele de elemente finite [250], [118], [153], sau de frontieră [441] din cauză că aceste metode sînt aproximative [114], erorile fiind destul de mari [98], iar părerile pro și contra între cercetători sînt împărțite [87].

Datorită rezultatelor concrete obținute atât la optimizarea dimensionării cât și la creșterea fiabilității și anduranței în exploatare, simultan cu reduceri importante de material, colaborarea cu întreprinderea Mecanică Mîrșa a devenit permanentă fie la reprojectarea utilajelor existente (buldozerul DM 575), fie la asimilarea de noi produse (autobasculanta UTCM), [122].

Aria de aplicabilitate a acestor cercetări poate fi extinsă în toate domeniile unde se folosesc structuri de rezistență realizate din (BPS).

Cap.2. STADIUL ACTUAL AL METODELOR DE CALCUL
IN DOMINIUL STRUCTURILOR DE REZISTENȚA REALIZATE DIN PROFILE CU
PEREȚI SUBȚIRI

2.1. Considerații generale

Elementele de construcție care în privința stabilirii eforturilor din secțiunea normală prezintă aspect de bară, iar pentru stabilirea tensiunilor și repartiției acestora se consideră placă se încadrează în categoria de corpuri "bare cu pereți subțiri" (BPS). O BPS este o placă de formă cilindrică sau prismatică, eventual torică pentru bare curbe cu pereți subțiri, la care fiecare dimensiune caracteristică este de un ordin de mărime diferit de ordinul celorlalte două. Lungimea barei, L , este mare în raport cu dimensiunea caracteristică a secțiunii transversale (lățimea sau înălțimea), d , iar aceasta la rândul ei este mare în raport cu grosimea pereților, t .

Dacă conturul secțiunii transversale este un contur deschis se discută de BPS, profil deschis, iar dacă conturul secțiunii transversale este un contur închis, BPS cu profil închis. În cazul barelor cu pereți subțiri raportul dintre grosimea peretelui și dimensiunea caracteristică a secțiunii ($t/d \leq 0,1$) este aproximativ de același ordin de mărime ca și raportul dintre dimensiunea caracteristică a secțiunii și lungimea barei ($d/L \leq 0,1$).

La (BPS) spre deosebire de bare, repartiția tensiunilor se consideră constantă pe grosimea peretelui secțiunii transversale cu excepția celor tangențiale provenite din răsucirea pură pentru cele cu profil deschis. De asemenea în acest caz este necesar să se restrângă efectul deformațiilor produse de tensiunile tangențiale asupra celor normale.

Spre deosebire de plăci repartiția eforturilor în lungul

liniei mediane a secțiunii transversale se consideră a fi independentă de repartiția solicitării în lungul acestei linii, înlocuindu-se printr-o repartiție static echivalentă în ansamblul secțiunii transversale, compatibilă cu teoria (BPS) [87], [88].

Se admite, de asemenea, că deformația locală care ar conduce la o schimbare a formei secțiunii transversale este neglijabilă în comparație cu deformația de ansamblu a acesteia, considerată ca un centur rigid.

2.1.1. Ipoteze de calcul în cazul barelor cu pereți subțiri

Ipotezele de bază pentru calculul (BPS) se pot grupa în trei grupe : ipoteze de material, ipoteze de bară și ipoteze specifice barelor cu pereți subțiri și care sînt :

a) Ipoteze de material

1. Materialul se consideră omogen și izotrop ;
2. Materialul este elastic și ascultă de legea lui Hooke ;

b) Ipoteze de bară

3. Lungimea barei este mare în comparație cu dimensiunile secțiunii transversale ;
4. Secțiunea este constantă în lungul barei ;
5. Suprafața laterală este liberă de sarcini. Nu există tensiuni pe suprafața laterală, iar tensiunile tangențiale din secțiune sînt dirijate după conturul acesteia ;
6. Forma secțiunii transversale nu se schimbă prin deformație. Se neglijează efectul contracției transversale și datorită ipotezei anterioare nu există componente de tensiuni normale perpendiculare pe planul suprafeței mediane. Secțiunea transversală se poate însă deplasa ;
7. În problemele de stabilitate se consideră numai acele situații care nu modifică forma secțiunii transversale ;

c) Ipoteze de pereți subțiri

8. Grosimea peretelui secțiunii transversale este mică față de celelalte dimensiuni ;
9. Se poate neglija variația de mărime și direcție a tensiunilor normale și tangențiale pe grosimea pereților secțiunii transversale. Excepția, cazul barelor cu secțiune transversală profil deschis, în cazul răsucirii pure, cînd tensiunile tangențiale variază liniar pe grosime ;
10. Se iau în considerație deformațiile produse de tensiunile

tangențiale σ asupra tensiunilor normale σ .

11. Se neglijează pentru profilele subțiri deschise efectul lucrării specifice pe linia mediană a secțiunii transversale în comparație cu celelalte deformații ;

12. La profile închise, deplanarea în cazul răsucirii împiedicate se admite a fi proporțională cu deplanarea în cazul răsucirii libere.

2.1.2. Puncte caracteristice ale secțiunilor transversale

Calculul riguros al solicitării produse de o forță axială aplicată într-un punct oarecare al secțiunii de capăt, în cazul barelor prismatice având secțiunea transversală de o formă oarecare, deci și pentru (BPS), conduce în orice secțiune transversală la o repartitie liniară a tensiunilor normale σ . Pentru a nu produce și încovoiere respectiv pentru ca această repartitie să tindă spre cazul particular al unei repartitii constante pe secțiunea transversală, forța axială trebuie să fie aplicată în centrul de greutate al secțiunii transversale, care este unul din punctele caracteristice ale secțiunii.

Intr-o bară oarecare sau într-o BPS, solicitată la forfecare, tensiunile tangențiale ce se produc, ținându-se seama de ipoteza 5, vor avea o rezultantă care în general nu va trece prin centrul de greutate al secțiunii transversale. Punctul prin care trece această rezultantă poartă denumirea de centru de forfecare sau centru de forfecare pură. Reciproc, centrul de forfecare poate fi definit ca punctul din planul secțiunii transversale prin care dacă trece o forță tăietoare, tensiunile tangențiale ce se produc în secțiunea considerată dau față de acest punct un moment de răsucire nul. Poziția centrului de forfecare depinde numai de forma secțiunii transversale și se determină cu relațiile [88] :

$$a_z = b_z + \frac{I_{zy} \int_A \omega_B \cdot z \cdot dA - I_y \int_A \omega_B \cdot y \cdot dA}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} ; \quad (2.1)$$

$$a_y = b_y - \frac{I_{zy} \int_A \omega_B \cdot y \cdot dA - I_z \int_A \omega_B \cdot z \cdot dA}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} .$$

Punctul din planul unei secțiuni transversale prin care dacă trece o forță, secțiunea respectivă nu se rotește, poartă

numele de centru de încovoiere sau centru de încovoiere pură. Acest punct constituie o caracteristică a barei în ansamblu, deoarece rotirea unei secțiuni depinde de deformația barei până în acea secțiune și nu impune nici o condiție restrictivă în privința rotirii altor secțiuni în afară de cea considerată.

Centrul de forfecare poate fi definit și drept centrul local de încovoiere al unei secțiuni, sau punctul din secțiunea transversală prin care trece rezultanta forțelor tăietoare, pentru a se produce încovoiere fără retire în raport cu secțiunea înfinit vecină.

Centrul de răsucire al unei secțiuni transversale este centrul său de rotație sub acțiunea unui cuplu de răsucire aplicat în secțiunea considerată și care este tot o caracteristică a barei în ansamblu.

În cazul în care deformațiile se produc astfel încât lucrul mecanic este proporțional cu produsul dintre forța aplicată în centrul de încovoiere și deplasarea acestui centru, respectiv cu produsul dintre momentul aplicat și rotirea produsă în jurul centrului de răsucire, cele două centre coincid și se numește centru de rigiditate sau centru elastic.

La barele pentru care sînt satisfăcute ipotezele 1-12 toate aceste centre coincid și se numesc centre de încovoiere - răsucire.

Pentru barele drepte a căror secțiune transversală prezintă o axă de simetrie, toate aceste centre se află pe această axă. Dacă bara este dreaptă și secțiunea sa transversală are două axe de simetrie, toate aceste centre se vor găsi la intersecția celor două axe, confundîndu-se cu centrul de greutate al secțiunii respective.

În problemele de stabilitate a (BFS), există în secțiunea transversală puncte care pentru anumite solicitări critice, o rotire a secțiunii transversale în jurul lor mențin bara în echilibru labil și care pentru solicitări mai mari amorsează flambajul. Aceste puncte poartă denumirea de centru de rotire sau centre de rotație și depind atât de forma și dimensiunile barei cît și de valorile directe ale tuturor solicitărilor critice posibile.

2.2. Calculul de rezistență

Stadiul actual în domeniul calculului de rezistență este o fază de tranziție [87]. Este greu de renunțat la toate rezultatele obținute în domeniul structurilor ușoare precum și de cele

obținute în domeniul rezistenței materialelor și teoriei elasticității și plasticității pe o durată de cea 300 ani. Pe de altă parte, tehnica modernă de calcul de rezistență și în special cea cunoscută sub denumirea de tehnică de calcul cu elemente finite nu este încă general acceptată.

Ca urmare, în acest capitol se va trata pentru început tehnica clasică de calcul de rezistență a structurilor cu pereți subțiri și modul cum au evoluat aceste metode.

Există două fenomene care se urmăresc în dimensionarea elementelor de rezistență realizate de (BPS) și anume :

- a) nedepășirea rezistențelor de rupere ale materialului și
- b) comportarea structurii ținând seama de diferite tipuri de fenomene de stabilitate elastică în structura de rezistență.

Pentru a stabili dacă în structura de rezistență care urmează a se proiecta se depășește sau nu rezistența limită (σ_L) este necesar, în primul rând a se determina starea de tensiune sub efectul forțelor exterioare date. Dimensionarea propriu-zisă se va face prin aproximații succesive, întrucât nu există o tehnică de calcul, cu excepția unor cazuri particulare, simple, în care să fie posibilă găsirea directă a dimensiunilor structurii de rezistență pentru a funcționa în bune condiții. Etapele de calcul constau deci dintr-o primă aproximație a structurii de rezistență urmată de determinarea solicitărilor interioare, care la rândul lor vor permite determinarea stării de tensiune în întreaga structură [6], [24], [34].

2.2.1. Calculul de rezistență al structurilor realizate din bare cu pereți subțiri

Ipoteza de BPS a fost introdusă în tehnica de calcul datorită faptului că numai pentru asemenea corpuri, respectivele efecte pot fi calculate cu oarecare precizie, pe baza unor tehnici de calcul unitare și nu ca urmare a unor abateri de la teoriile generale de bare. Principalul efect și fenomen ce se poate soluționa în acest caz privește solicitarea de răsucire. Ipoteza de soluționare a acestei probleme, potrivit teoriei elasticității [7], [37], [53], [131], [148], care rezultă din obligativitatea soluțiilor de a satisface ultimele două ecuații de echilibru (2.2) :

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 ;$$

(2.2)

$$\frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} = 0 ;$$

$$\frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 .$$

(2.2)

este ca momentul de răsucire să nu varieze în lungul barei respectiv soluțiile să nu depindă de variabila x. Dar, în practică, solicitarea este cea care există și nu se pot impune întotdeauna limitări asupra acestuia. O solicitare de răsucire va produce, în general, deplanarea secțiunii transversale. Dacă această deplanare se poate produce fără restricții și solicitarea este aceeași în lungul corpului considerat cilindric, evident că fiecare secțiune se va deplana la fel, fără a exista restricții reciproce în deplanare. Cu totul altfel se produc fenomenele dacă momentul de răsucire variază sau există restricții de deplanare, ceea ce reprezintă practic același lucru. Existând restricții de deplanare, fie din motive exterioare, fie prin restrângeri reciproce ca urmare a unor deplanări diferite în lungul corpului, principalul rezultat observabil fizic imediat și determinat experimental este că se vor produce în acest caz și tensiuni normale σ pe planul secțiunii transversale, ca urmare a acestor restricții.

Din această cauză, soluțiile date la răsucirea liberă sînt infirmate de aceste observații. Pentru simplificare se va denumi "răsucire liberă" solicitarea în care momentul de răsucire nu variază și nu există restricții de deplanare. În caz contrar solicitarea se va denumi "răsucire împiedicată".

Analizînd solicitarea de răsucire vom avea cazul secțiunilor transversale simplu conexe, deci a (BPS) profil deschis și cel al secțiunilor multiple conexe deci al profilelor închise.

2.2.2.1. Bare cu pereți subțiri profil deschis

Problema (BPS) profil deschis a fost soluționată prin utilizarea unor ipoteze suficient de reale și anume că deformațiile produse de forfecare sînt mici în comparație cu cele produse de celelalte solicitări. Conform definiției, BPS este un corp a cărei lungime este mai mare și a cărei grosime a pereților secțiunii este mică comparativ cu dimensiunile generale ale secțiunii transversale. Privit primei părți a definiției, rezultă că se pot stabili ușor eforturile în planul secțiunii transversale, adică se vor cunoaște : forța axială N, cele două componente ale forței tăietoare T_y și T_z , cele două componente ale momentului

Încovoietor M_x și M_y și se va putea determina și momentul de torsiune M_x , după determinarea centrului de forfecare. Potrivit celei de-a doua părți a definiției, este posibilă eliminarea unei variabile în repartizarea tensiunilor tangențiale din planul secțiunii transversale. Conform definiției, tensiunile tangențiale, care din condițiile limită trebuie să aibă o direcție paralelă cu linia mediană a profilului pe grosime, poate să varieze sau nu pentru cazul forfecării sau să varieze liniar cu valoarea nulă pe linia mediană la răsucire.

Ecuția diferențială neomogenă a răsucirii împiedicate, aceeași în toate procedeele de calcul ale teoriei de ordinul I [87], [88], este :

$$E \cdot I_{\omega} \varphi^{IV}(x) - G \cdot I_t \varphi''(x) = m_x, \quad (2.3)$$

unde s-a notat :

$$\frac{dM_x}{dx} = m_x \quad (2.4)$$

Ecuția (2.3) poate fi integrată avantajos cu ajutorul parametrilor inițiali [55], [56], [57], [88]. Această ecuație diferențială de răsucire, spre deosebire de răsucirea liberă este de ordinul patru și nu de ordinul doi.

Adimensionalizând această ecuație se poate scrie [87] :

$$\varphi^{IV} - \frac{\chi}{L^2} \varphi'' = \frac{m_x}{E \cdot I_{\omega}} \quad (2.5)$$

unde s-a notat :

$$\chi = L^2 \cdot G \cdot I_t / (E \cdot I_{\omega}), \text{ iar,} \quad (2.6)$$

L - lungimea barei.

Introducerea parametrului permite stabilirea unui criteriu privind dacă și în ce măsură este necesar a se lua în considerare răsucirea împiedicată. Astfel, [87] :

- $\chi \in [0, 1, 0, 5]$ - răsucirea împiedicată este dominantă, efectele răsucirii libere fiind neglijabile ;
- $\chi \in [0, 5, 2]$ - răsucirea împiedicată este dominantă ;
- $\chi \in [2, 5]$ - răsucirea împiedicată are aproximativ aceleași efecte ca și răsucirea liberă ;
- $\chi \in [5, 10]$ - răsucirea liberă este dominantă ;

- $\chi > 10$, răsucirea liberă practic nu mai este afectată de răsucirea împiedicată.

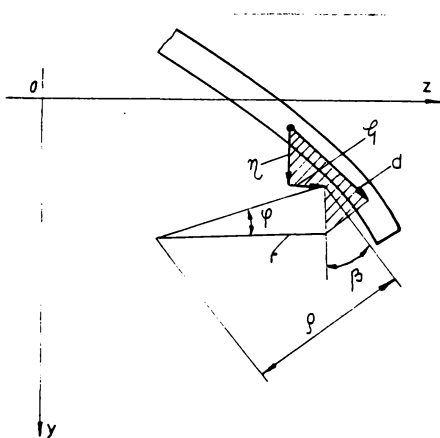
În concluzie, dacă parametrul χ este mai mare decât 10 nu se va lua în considerare efectele răsucirii împiedicate, iar dacă acest parametru este mai mic decât 0,5 se va lua în considerare numai răsucirea împiedicată.

Ținând seama de forma ecuației (2.3) se poate afirma că răsucirea împiedicată se manifestă fizic printr-o scădere a rigidității la răsucire. Faptul că există secțiuni în care deplasarea este împiedicată are ca rezultat o creștere a rigidității la răsucire a întregii bare.

Deplasarea secțiunii transversale este dată de relația (2.1) :

$$u = -\eta'(x) \cdot y - \zeta'(x) \cdot z - \varphi'(x) \cdot \omega + \xi(x) \quad (2.7)$$

unde η, ζ, φ sînt deplasările generale ale secțiunii transversale redată în fig. 2.1, adică :



- η - deplasare paralelă cu axa Oy ;
- ζ - deplasare paralelă cu axa Oz ;
- φ - rotirea față de centrul de forfecare ;
- ξ - deplasarea longitudinală prin deformare a unei secțiuni $x = \text{const.}$

Fig.2.1 Definierea deplășărilor generale în cazul barelor cu pereți subțiri profil deschis

Se observă că dacă, fi suprafața sector, fie variația unghiului de răsucire sînt nule, secțiunea transversală rămîne plană și după deformare.

Calculul unor astfel de bare, luînd în considerare și fenomenul de deplasare împiedicată a secțiunilor transversale, din motive exterioare sau ca urmare a unor deplanări diferite în lungul barei, se face pe baza relațiilor :

- pentru tensiunea normală :

$$\sigma = \frac{M_x \cdot I_y + M_y \cdot I_{zy}}{I_x \cdot I_y - I_{zy}^2} \cdot y - \frac{M_y \cdot I_x + M_x \cdot I_{zy}}{I_y \cdot I_x - I_{zy}^2} \cdot z + \frac{N}{A} + \frac{B}{I_\omega} \cdot \omega \quad (2.8)$$

- pentru fluxurile de forfecare :

$$-q = -\zeta t = \frac{T \cdot I_y - T_z \cdot I_{zy}}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} \cdot S_z + \frac{T_z \cdot I_z - T_y \cdot I_{zy}}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} \cdot S_y + \\ + \frac{M_t \cdot t^2}{I_t} + \frac{M_\omega \cdot S_\omega}{I_\omega};$$

unde ultimul termen din fiecare relație reprezintă valorile tensiunii normale σ , respectiv a fluxului de forfecare q , rezultate din răsucirea împiedicată.

Prin integrarea ecuației diferențiale a răsucirii (2.3) și punînd condițiile la limită pentru secțiuni determinate de $x = x_0$ sau pentru secțiuni de schimbare a legii de variație a sarcinii m_x , dacă aceasta există, se obțin expresiile rotirii relative a binomentalului și a momentului de răsucire. Aceste mărimi au expresiile :

$$\varphi_x = \varphi_0 + \varphi_0' \frac{\text{sh } kx}{k} + \frac{B \cdot \omega_0}{G \cdot I_t} (1 - \text{ch } kx) + \frac{M_{x0}}{k \cdot G \cdot I_t} (kx - \text{sh } kx) + \\ + \frac{1}{k \cdot G \cdot I_t} \int_0^x [\text{sh } k(x-t) - k(x-t)] \cdot m_x(t) \cdot dt ; \\ \varphi_x' = \varphi_0' \cdot \text{ch } kx - \frac{B \cdot \omega_0}{G \cdot I_t} k \cdot \text{sh } kx + \frac{M_{x0}}{G \cdot I_t} (1 - \text{ch } kx) + \quad (2.9)$$

$$+ \frac{1}{G \cdot I_t} \int_0^x [\text{ch } k(x-t) - 1] \cdot m_x(t) \cdot dt ;$$

$$B \cdot \omega_x = -B \cdot I_\omega \cdot \varphi'' = -\frac{G \cdot I_t}{k} \cdot \varphi_0' \cdot \text{sh } kx + B \cdot \omega_0 \cdot \text{ch } kx + \frac{M_{x0}}{k} \cdot \text{sh } kx - \\ - \frac{1}{k} \int_0^x \text{sh } k(x-t) \cdot m_x(t) \cdot dt ;$$

$$M_x = -EI_\omega \cdot \varphi''' + G \cdot I_t \cdot \varphi' = M_{x0} - \int_0^x m_x(t) \cdot dt ;$$

$$M_x = M_\omega + M_t ;$$

$$M_\omega = \frac{dB}{dx} \cdot$$

$$\text{unde, } k^2 = G \cdot I_t / (E \cdot I_\omega) .$$

556392
258 F

Cunoscând eforturile se pot obține expresiile deformațiilor, care sînt :

$$\varphi' = \frac{N}{A \cdot E}$$

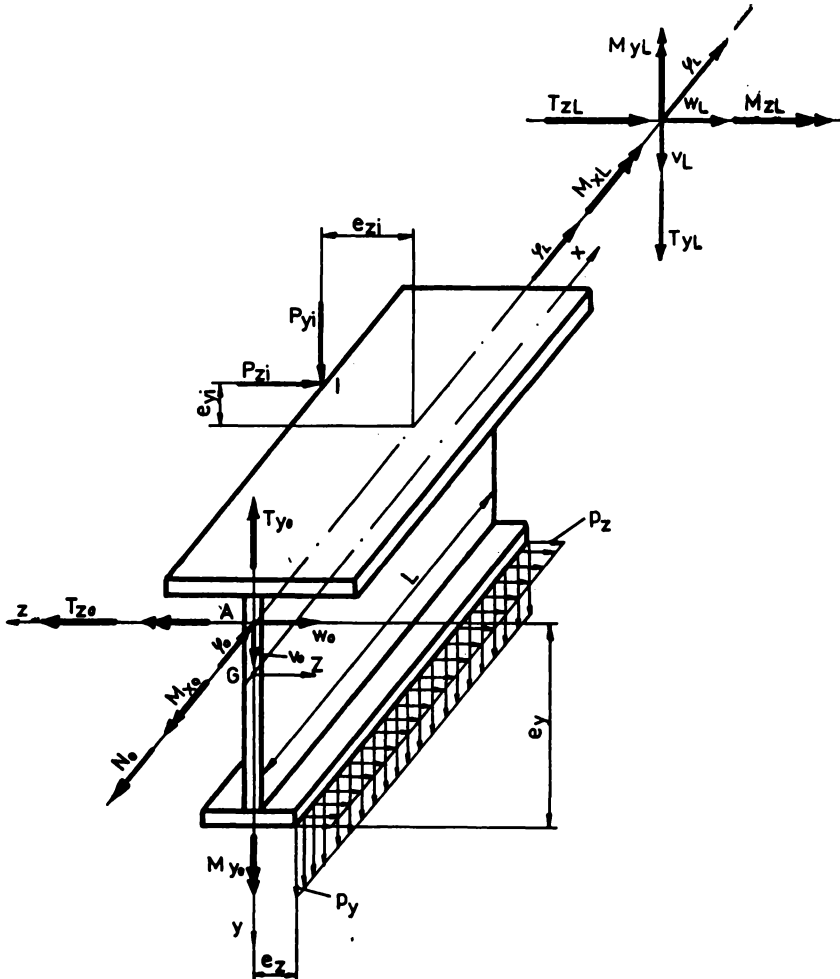
$$\varphi'' = - \frac{B \omega}{E \cdot I_{\omega}}$$

$$\eta'' = - \frac{M_z \cdot I_y + M_y \cdot I_{zy}}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2};$$

$$\varphi'' = \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2}.$$

(2.10)

Cazul general de sollicitare, eforturile și deformațiile unui astfel de BPS profil deschis este redat în fig.2.2 [58] .



2.2.1.2. Bare cu pereți subțiri profil închis

Ca și la (BPS) profil deschis, pentru soluționarea problemei este necesară o ipoteză suplimentară față de cele introduse de teoria elasticității și de definiția de BPS. Deoarece deformațiile de forfecare sînt de același ordin de mărime cu cele produse de celelalte eforturi se admite ipoteza că deplanarea în cazul răsucirii împiedicate este proporțională cu deplanarea în cazul răsucirii libere, pentru aceeași secțiune și același corp.

Ecuția diferențială neomogenă a răsucirii împiedicate, aceeași pentru toate procedeele de calcul ale teoriei de ordinul I este, [87] :

$$\varphi^{IV} - \frac{\gamma \cdot G \cdot I_t}{E \cdot I_{\omega}} \varphi'' = \frac{\gamma}{E \cdot I_{\omega}} \alpha_x - \frac{m_x}{G \cdot I_c} \quad (2.11)$$

Ecuția poate fi integrată cu ajutorul parametrilor inițiali [74] , [88] , [130] . Adimensionalizînd această ecuație se poate scrie, [87] :

$$\varphi^{IV} - \frac{\alpha}{L^2} \varphi'' = \alpha_x \gamma / (E I_{\omega}) - \alpha_x / (G \cdot I_c), \quad (2.12)$$

unde s-a notat :

$$\alpha = \frac{L^2 \cdot \gamma \cdot G \cdot I_t}{E \cdot I_{\omega}} \quad (2.13)$$

Stabilirea faptului dacă valoarea stării de tensiune suplimentară produsă de răsucirea împiedicată prezintă valori care să justifice luarea lor în considerare se face pe baza coeficientului [87] , astfel :

$\alpha \in [0, 1, 0, 5]$, răsucirea împiedicată este dominantă ; efectele răsucirii libere sînt neglijabile ;

$\alpha \in [0, 5 , 2]$, răsucirea împiedicată este dominantă ;

$\alpha \in [2 , 5]$, răsucirea împiedicată are aproximativ aceleași efecte ca și răsucirea liberă ;

$\alpha \in [5, 10]$, răsucirea liberă este dominantă ;

$\alpha > 10$, răsucirea liberă practic nu mai este influențată de răsucirea împiedicată.

Deplasarea secțiunilor pentru barele cu pereți subțiri, profil închis, este dată de relația :

$$u = u_0 - \varphi' \cdot \bar{\omega} \quad (2.14)$$

Calculul unor astfel de bare, luînd în considerare și fenomenul de deplanare împiedicată a secțiunilor, din motive exterioare sau ca urmare a unor deplanări diferite în lungul acestora [87] , [95]

[96] se face pe baza relațiilor (2.15) ; (2.16).

- pentru tensiunea normală :

$$\sigma = \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} y - \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} z + \frac{N}{A} + \frac{B_{\bar{\omega}}}{I_{\bar{\omega}}} \cdot \bar{\omega}, \quad (2.15)$$

unde primii termeni sînt cei cunoscuți pentru cazul solicitărilor de întindere și încovoiere, iar ultimul termen reprezintă valoarea tensiunii normale suplimentare rezultată din răsucirea împiedicată

- fluxurile de forfecare se obțin cu relația :

$$-q = -\bar{G} \cdot t = \frac{T_y \cdot I_z - T_z \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \cdot S_z + \frac{T_z \cdot I_z - T_y \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \cdot S_y + \frac{M_t}{2\Omega} + \frac{M_{\bar{\omega}} \cdot \bar{S}_{\bar{\omega}}}{I_{\bar{\omega}}}. \quad (2.16)$$

Si în relația (2.16) ultimul termen reprezintă valoarea fluxului de forfecare suplimentar rezultat din răsucirea împiedicată.

Prin integrarea ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate (2.11) și punînd condițiile la limită pentru secțiuni determinate de $x = x_0$ sau pentru secțiuni de schimbare a legii de variație a sarcinii m_x , dacă aceasta există, se obțin expresiile rotirii specifice, rotirii relative, a bimomentului și a momentelor de răsucire și care au expresiile :

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 + \varphi_0' \frac{\text{sh } \bar{k}x}{k} - \frac{B_{\bar{\omega}}}{G \cdot I_t} (\text{ch } \bar{k}x - 1) - \frac{M_{t0}}{k \cdot G \cdot I_t} (\text{sh } \bar{k}x - \bar{k}x) + \\ &+ \frac{m_{x0}}{k^2 \cdot G \cdot I_c} (\text{ch } \bar{k}x - 1) + \frac{m'_{x0}}{k \cdot G \cdot I_c} (\text{sh } \bar{k}x - \bar{k}x) + \\ &+ \frac{1}{k^3} \int_0^x [\text{sh } \bar{k}(x-t) - \bar{k}(x-t)] \left(\frac{m_x(t)}{E \cdot I} - \frac{m_x(t)}{G \cdot I_c} \right) dt ; \\ B_{\bar{\omega}} &= - \frac{\bar{k} \cdot E \cdot I_{\bar{\omega}}}{\gamma} \cdot \varphi_0' \cdot \text{sh } \bar{k}x + B_{\bar{\omega}0} \cdot \text{ch } \bar{k}x + \frac{M_x}{k} \text{sh } \bar{k}x + \frac{S \cdot I_{\bar{\omega}}}{G \cdot I_c} m_{x0} (1 - \text{ch } \bar{k}x) - \\ &- \frac{E I_{\bar{\omega}}}{k \cdot \gamma \cdot G \cdot I_c} m'_{x0} \text{sh } \bar{k}x - \frac{E I_{\bar{\omega}}}{\gamma \cdot k^3} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left\{ \int_0^x [\text{sh } \bar{k}(x-t)] \cdot \right. \\ &\left. \left[\frac{m_x(t)}{G \cdot I_c} - \frac{m_x(t)}{E \cdot I} \right] dt \right\} ; \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$M_x = G \cdot I_d \cdot \varphi' - \varphi'' \frac{B \cdot I_{\bar{\omega}}}{\gamma} + \frac{B \cdot I_{\bar{\omega}}}{\gamma \cdot G \cdot I_c} \cdot m_x ;$$

$$M_{\bar{\omega}} = \frac{dB_{\bar{\omega}}}{dx} \text{ sau } B_{\bar{\omega}}'' - \frac{G \cdot I_t}{B \cdot I_{\bar{\omega}}} B_{\bar{\omega}} = \gamma \cdot m_x ;$$

$$M_x = M_t \Rightarrow M_{\bar{\omega}} ,$$

unde $k^2 = \gamma \cdot G \cdot I_t / (B \cdot I_{\bar{\omega}})$ (2.19)

Soluțiile astfel scrise permit soluționarea problemelor (BPS), profil închis, prin introducerea condițiilor la limită.

2.2.2. Stabilirea structurilor de rezistență realizate din profile cu pereți subțiri

2.2.2.1. Considerații generale

La (BPS) sau la structuri realizate din bare cu pereți subțiri, instabilitatea, [45], [46], [87], [113], [146], [147], se poate produce prin :

a) - flambajul general al barei, la încărcarea critică generală, P_{crg} , fig. 2.3, a .

b) voalarea locală a pereților comprimați, la încărcarea critică locală, P_{crL} , fig. 2.3, b ;

c) flambajul general cuplat cu voalarea pereților r, la încărcarea critică, P_{cr} , fig. 2.3, c.

Atingerea încărcării critice locale, P_{crL} , nu înseamnă cedarea barei, deoarece plăcile voalate au capacitatea de a prelua încărcarea și în domeniul post critic [73]. În schimb bara cedează dacă se ajunge la încărcarea critică generală, P_{crg} . Din această cauză prescripțiile și normele de calcul [156], [157] admit ca $P_{\text{crL}} = P_{\text{cr}}$ și astfel barele cu pereți subțiri au pereții voalați în momentul cedării.

Studiul stabilității BPS comportă analiza stabilității de ansamblu și problemele de voalare prin instabilitate locală.

Pentru studiul instabilității, de ansamblu, în domeniul elastic, se folosesc metodele clasice ca : Guler, Vlassov, Duthell. Pentru instabilitatea locală se va ține seama prin introducerea în calcul a secțiunii echivalente [42], [121], cu ajutorul unui coeficient de formă, adică în calcule se va ține seama nu de secțiunea reală ci de o secțiune mai mică.

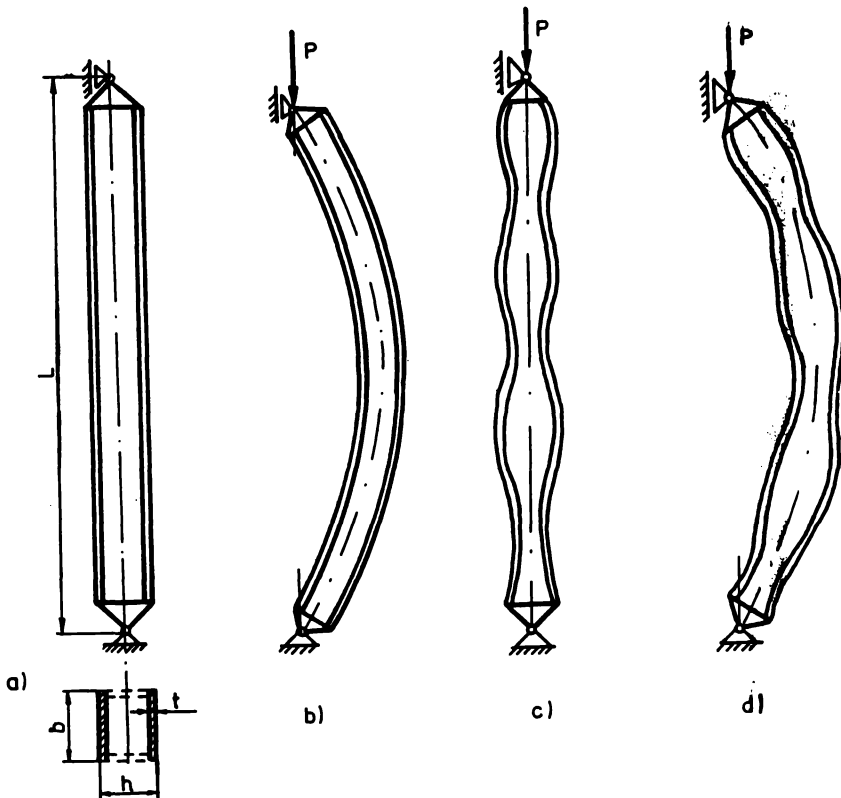


Fig.2.3 Instabilitatea barelor cu pereți subțiri.

2.2.2.2. Stabilitatea de ansamblu a barelor cu pereți subțiri

Teoriile stabilității formei rectilinii a (BPS) comprimate au la bază ipoteza că producerea formelor curbilini de echilibru este posibilă numai prin încovoierea barelor (teorema lui Euler) de flambaj). Această ipoteză este valabilă pentru barele care au rigiditate la răsucire de același ordin de mărime cu cea de încovoiere. În acest caz, energia exterioară produsă de sarcină prin deplasarea acesteia datorită deformației barei, depinde în primul rând de rigiditatea la încovoiere a acesteia. Răsucirea barei produce o deplasare a sarcinii exterioare proporțională cu raportul între dimensiunile transversale ale barei și lungime, deci neglijabilă. Dacă rigiditatea barei este mică în comparație cu cea de încovoiere, deplasarea sarcinii exterioare produsă de deformația

răsucire devine apreciabilă.

Studiul experimental al flambajului (BPS) [30], [145], arată că apariția formelor curbilinii de pierderea stabilității, se produc prin încovoiere, răsucire sau, în general prin încovoierea simultan cu răsucire.

2.2.2.3. Stabilitatea barelor cu pereți subțiri profil deschis

O BPS, profil deschis, fără restricții de deformare și solicitată excentric prin forța longitudinală într-un punct $A(e_y, e_z)$, fig.2.4, se produc în secțiunile transversale tensiunile normale :

$$\sigma = \frac{-P}{A} - \frac{P \cdot e_z}{I_y} \cdot z - \frac{P \cdot e_y}{I_z} \cdot y, \quad (2.20)$$

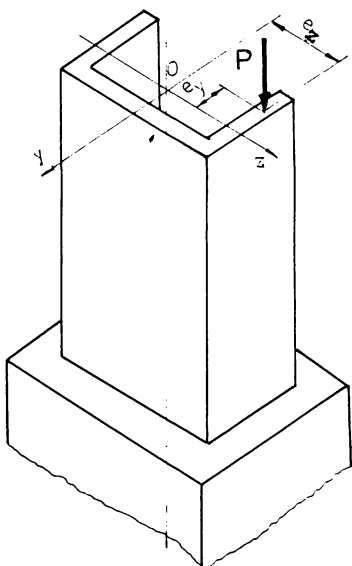


Fig.2.4. BPS solicitată la compresiune excentrică
neconoscute deplasările v, w, φ , care caracterizează starea a doua de echilibru a barei :

$$\begin{aligned} EI_z \frac{d^3 v}{dx^3} + P \frac{dv}{dx} + P(e_z - e_z) \frac{d\varphi}{dx} &= 0 ; \\ EI_y \frac{d^3 w}{dx^3} + P \frac{dw}{dx} - P(e_y - e_y) \frac{d\varphi}{dx} &= 0 ; \end{aligned} \quad (2.21)$$

iar axa barei ia forma unei linii curbe oarecare, nu mult diferită de cea rectilinie, denumită prima formă de echilibru. De la o anumită valoare critică a forței P , prima formă de echilibru devine nestabilă și bara trece în cea de-a doua formă de echilibru, unde solicitările inițiale de încovoiere și compresie i se suprapun, datorită deformărilor, noi solicitări de încovoiere și răsucire. Apariția răsucirii constituie caracteristica fundamentală a flambajului (BPS), profil deschis, comprimate.

Pentru rezolvarea problemelor de stabilitate [45], [70], [71], [73], profil deschis, trebuie rezolvat un sistem de trei ecuații liniare și omogene având ca

$$EI_{\omega} \frac{d^3 \rho}{dx^3} + [P(r_0 + 2\beta_y \cdot e_y) - G \cdot I_y] \frac{d\rho}{dx} + P(a_z \cdot e_z) \frac{d\nu}{dx} - P(a_y \cdot e_y) \frac{d\nu}{dx} = 0.$$

unde :

$$r_0 = \frac{I_p}{A} + a_y^2 + a_z^2 ; \tag{2.22}$$

$$\beta_y = \frac{U_z}{2 I_z} - a_y ; \tag{2.23}$$

$$\beta_z = \frac{U_y}{2 I_y} - a_z \tag{2.24}$$

Rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale (2.21) se face concret pentru caz în parte, în funcție de condițiile limită care depind de nodul de rezemare al barei și de poziția punctului de aplicare a forței.

Determinarea sarcinilor critice de flambaj pentru cazul fundamental conduce, din condiția de a exista flambajul la o ecuație de gradul III care rezultă din rezolvarea determinantului sistemului (2.21), de forma :

$$A_0 + A_1 P + A_2 P^2 + A_3 P^3 = 0, \tag{2.25}$$

unde :

$$A_0 = r_0^2 \cdot P_y \cdot P_z \cdot P ; \tag{2.26}$$

$$A_1 = -r_0^2 P(P_y + P_z) - (r_0^2 + 2\beta_y \cdot e_y + 2\beta_z \cdot e_z) \cdot P_y \cdot P_z ; \tag{2.27}$$

$$A_2 = r_0^2 P + (r_0^2 + 2\beta_y \cdot e_y + 2\beta_z \cdot e_z) \Delta_z^2 (P_y + P_z) - P_z \cdot \Delta_z^2 - P_y \cdot \Delta_z^2 ; \tag{2.28}$$

$$A_3 = - (r_0^2 + 2\beta_y \cdot e_y + 2\beta_z \cdot e_z) + \Delta_z^2 + \Delta_y^2 ; \tag{2.29}$$

$$P_z = \frac{B \cdot \pi^2 I_y}{L^2} ; \tag{2.30}$$

$$P_y = \frac{\pi^2 \cdot B \cdot I_z}{L^2} ; \tag{2.31}$$

$$P_{\omega} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_{\omega}}{L^2 \cdot r_0^2} + \frac{G \cdot I_t}{r_0^2} ; \quad (2.32)$$

$$\Delta_y = a_y - e_y ; \quad (2.33)$$

$$\Delta_z = a_z - e_z . \quad (2.34)$$

În general ecuația (2.25) are trei rădăcini distincte P_1 , P_2 și P_3 care dau valorile critice ale forței de compresiune P cărora le corespund trei forme de pierdere a stabilității barei. Formele de pierdere a stabilității numai prin încovoiere [133], [134] care are loc în planul axelor principale de inerție ale secțiunii transversale, corespund forțelor critice P_y și P_z ale lui Euler. Modulul de pierdere a stabilității la încovoiere și răsucire corespund forțelor critice P_1 , P_2 și P_3 care sînt soluțiile ecuației (2.25). Cea mai mică dintre forțele P_1 , P_2 și P_3 nu poate fi mai mare decît cea mai mică dintre mărimile P_y și P_z .

Stabilitatea (BPS) sub acțiunea sarcinilor transversale repartizate arbitrar q_y și q_z care vor produce momentele de încovoiere M_z și M_y conduce la rezolvarea sistemului de ecuații diferențiale (2.35) care caracterizează a doua stare de echilibru.

$$\begin{aligned} E \cdot I_z \cdot v^{IV} + (M_y \cdot \varphi)'' &= 0 \\ E \cdot I_y \cdot w^{IV} + (M_z \cdot \varphi)'' &= 0 \\ E \cdot I_{\omega} \cdot \varphi^{IV} + [(2 \cdot \beta_z \cdot M_y - 2 \cdot \beta_y \cdot M_z - G \cdot I_t) \varphi'] + q_y(e_y - a_y) + \\ &+ q_z(e_z - a_z) + M_y v' + M_z w'' = 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Rezolvarea se face în funcție de condițiile de rezemare și de modul de acțiune al sarcinilor q_y și q_z .

2.2.2.4. Stabilitatea barelor cu pereți subțiri, profil închis

Stabilirea sarcinii critice de flambaj în cazul (BPS) avînd profil închis, presupune rezolvarea următorului sistem de ecuații diferențiale [45], [86], [87], [147]:

$$\begin{aligned} E \cdot I_z \cdot v^{IV} + P \cdot v - (P \cdot a_z + M_y) &= 0 ; \\ EI_y \cdot w^{IV} + P \cdot w + (P \cdot a_y - M_z) &= 0 ; \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned}
 & E \cdot I_{\bar{\omega}} \varphi^{IV} - G \cdot I_t \varphi'' - \gamma (P \cdot a_z - M_y) v'' + \gamma (P \cdot a_y + M_z) w'' + \\
 & + \gamma (P \cdot r_0^2 + 2 \cdot M_y \cdot \beta_z - 2 M_z \cdot \beta_y) \varphi'' + \frac{E \cdot I_{\bar{\omega}}}{G \cdot I_c} (P \cdot a_z - M_y) v^{IV} - \quad (2.36) \\
 & - \frac{E \cdot I_{\bar{\omega}}}{G \cdot I_c} (P \cdot a_y + M_z) w^{IV} - \frac{E \cdot I_{\bar{\omega}}}{G \cdot I_c} (P \cdot r_0^2 + 2 \cdot M_y \cdot \beta_z - 2 M_z \cdot \beta_y) \varphi^{IV} = 0,
 \end{aligned}$$

care conduce la rezolvarea unei ecuații de gradul III în P și anume :

$$\begin{aligned}
 & (P_y - P)(P_z - P) \left[(P - P)_0^2 - 2 P(a_y \cdot \beta_y + a_z \cdot \beta_z) \right] - \\
 & - \left[(e_z - a_z)^2 (P_y - P) + (e_y - a_y)^2 (P_z - P) \right] P^2 = 0 \quad (2.37)
 \end{aligned}$$

unde :

$$P_y = E \cdot I_y \cdot \lambda^2 ; \quad (2.38)$$

$$P_z = E \cdot I_y \cdot \lambda^2 ; \quad (2.39)$$

$$P_z = E \cdot I_z \cdot \lambda^2 ; \quad (2.40)$$

$$P_{\bar{\omega}} = \frac{E \cdot I_{\bar{\omega}} \cdot \lambda^2 + G \cdot I_t \cdot \gamma}{r_0^2 \left(\gamma + \frac{I_{\bar{\omega}}}{G \cdot I_c} \cdot \lambda^2 \right)} ; \quad (2.41)$$

$$\lambda = \frac{n \cdot \pi}{L} \quad (2.42)$$

iar n, este un număr întreg oarecare.

2.2.2.5. Probleme speciale de flambaj local

Asamblarea elementelor cu pereți subțiri pune în primul rând probleme pentru cazul în care această asamblare se face prin puncte de legătură (nituri, sudură prin puncte etc.). O primă problemă o constituie flambajul porțiunii rămase libere între punctele de legătură, iar a doua problemă o constituie elementul de asamblare. Existența pereților subțiri la un ascensiv profile introduce necesitatea studierii problemelor de flambaj local și alegerea unei forme astfel încât să nu existe elemente care să pericliteze atingerea valorii maxime care este posibilă să o suporte profilul.

In general, la alcătuirea unei structuri se presupune, într-

primă aproximație, că elementele componente sînt astfel asamblate încît lucrează împreună, adică se presupune un mod de asamblare continuu. Pentru porțiunea rămasă liberă, porțiunea dintre punctele de asamblare, trebuie cunoscută valoarea tensiunii care poate fi suportată, respectiv, ce poate fi transmisă mai departe elementelor în contact. Această tensiune va fi valoarea tensiunii critice de flambaj corespunzătoare, lunginii nesprîjinite date de relația [87] :

$$\sigma_{cr} = \frac{4 \cdot C \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I}{(1-\nu) \cdot L^2 \cdot A}, \quad (2.43)$$

unde :

- L - distanța dintre punctele de asamblare ;
- C - coeficient de legătură, deoarece s-a considerat elementul respectiv în încovoiere cilindrică, adică o placă dreptunghiulară încastrată pe laturile încărcate și liberă pe celelalte două ;
- I - momentul de inerție pe unitatea de lungime a plăcii ;
- A - aria secțiunii transversale pentru porțiunea considerată.

Înlocuind valoarea momentului de inerție și al ariei se obține :

$$\sigma_{cr} = \frac{C \cdot \pi^2 \cdot E \cdot t^2}{12(1-\nu) \cdot L^2}, \quad (2.44)$$

iar C = 1...4, în funcție de modul de îmbinare realizat [87] .

Tensiunile din placă pot fi mai mari decît tensiunile critice de flambaj între punctele de fixare. Din acest motiv, în toate problemele în care se consideră o conlucrare între placă și un rigidizor sarecare, acesta nu poate transmite plăcii o tensiune mai mare decît cea critică de flambaj. Ca rezultat imediat se pune problema lățimii echivalente, problemă care presupună că rigidizorul transmite plăcii aceeași tensiune cu cea cu care el este încărcat. Notînd cu σ_{ef} tensiunea cu care este încărcat rigidizorul considerat și cu σ_{cr} tensiunea critică a plăcii la flambaj între punctele de fixare, lățimea care lucrează b_{ech} se poate calcula astfel :

$$b_{ech} = b \cdot \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{ef}}. \quad (2.45)$$

La asamblări este important a se stabili tensiunea critică de flambaj la o placă rigidizată și care se poate calcula cu relația :

$$\sigma_{cr} = \frac{k_e \cdot \pi^2 \cdot E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t_r}{b_r} \right)^2, \quad (2.46)$$

unde :

k_e - coeficient dat în diagrame [87] ;

t_r - grosimea tablei rigidizorului ;

b_r - lățimea rigidizorului.

Un profil va putea prelua o sarcină de compresiune care va fi limitată nu numai de rezistența sau stabilitatea de ansamblu ci și de stabilitatea locală. Fiecare element (talpă sau inimă) va avea o tensiune proprie critică de flambaj care ar putea limita mult sarcina pe care profilul ar putea-o prelua ținând seama de criteriile de asamblare și nu de cele locale.

Soluția optimă este pentru cazul în care tensiunea critică de flambaj a tălpii este atinsă în același timp cu cea a inimii, iar condiția de optim [87] este :

$$\frac{b_t}{t_t} = 0,328 \frac{b_1}{t_1} \quad (2.47)$$

iar dacă profilul este confecționat din tablă de aceeași grosime ($t_t = t_1$) condiția de optim devine :

$$b_t = 0,328 b_1 \quad (2.48)$$

Dacă din punct de vedere constructiv, este necesar ca lățimea tălpii să fie mai lată, trebuie să creem un rigidizor prin îndoire care face ca talpa să devină inimă, cu lățimea b_b :

$$b_b \leq 0,328 b_1 \quad (2.49)$$

2.2.2.6. Expresii ale sarcinilor critice de flambaj

Van der Neut, în 1968, studiază flambajul local considerînd secțiunea transversală formată numai din două tălpi $b \times t$ menținute la distanța h una față de cealaltă, care nu au rigiditate axială și obține pentru sarcina critică locală relația [45] :

$$P_{crL} = \frac{2 \pi^2 \cdot E \cdot t^2}{c} \cdot \frac{t}{b}, \quad (2.50)$$

unde s-a presupus că tălpile sînt simplu rezemate pe contur.

Încărcarea critică generală este :

$$P_{org} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2} \quad (2.51)$$

unde, I este momentul de inerție al celor două sălpi.

Pentru o bară ideală, cînd $P > P_{crG}$, rigiditatea barei se modifică pentru că sălpile sînt voalate și devine $\eta \cdot I$, unde η ține seama de modificarea pantei curbei încălzire - deformare a plăcii (fig.2.5), [45] și încălzirea critică devine :

$$P_{cr} = \eta \cdot P_{crG} \quad (2.52)$$

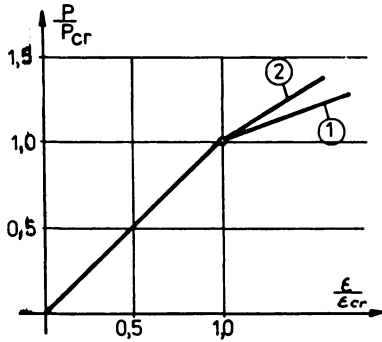


Fig.2.5. Modificarea pantei curbei de încălzire - deformare a plăcii la apariția voalării.

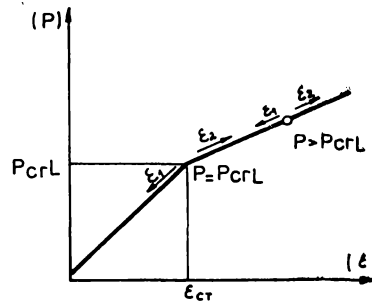


Fig.2.6. Modificarea deformațiilor specifice la apariția instabilității.

Acest calcul este similar cu cel al utilizării modulului tangent în cazul flambajului în domeniul plastic, după teoria lui Engesser. Spre deosebire de cazul utilizării modulului tangent în acest caz se utilizează același modul tangent atât la creșterea deformății sălpii comprimate cât și la scăderea deformății sălpii mai puțin comprimate (Fig.2.6)

Deoarece η este cuprins între 0,4 și 0,5 variind în funcție de condițiile de rezonanță, reducerea este foarte importantă.

Koiter și Kuiken, în 1971 au utilizat criteriul energetic pentru studiul interacțiunii dintre flambajul general și voalarea locală. Pentru o bară care are imperfecțiunile sălpiilor egale (e_1) au determinat următoarele valori ale încălzirii limită :

a) dacă $P_{crG}/P_{crL} < 1$:

$$P_L = P_{crG} \left[1 - 3 \frac{(P_{crG}/P_{crL})^3}{(1 - P_{crG}/P_{crL})^3} \right] \quad (2.53, a)$$

b) dacă $P_{crG}/P_{crL} = 1$

$$P_L = P_{crL} (1 - 2^{3/4} \cdot e_1^{1/2}) ; \quad (2.53,b)$$

c) dacă $1 < P_{crg}/P_{crL} < 5/3$,

$$\frac{P_L}{P_{crg}} = 1 - \frac{(5 - 3 P_{crg}/P_{crL}) \cdot e_1^{2/3}}{(P_{crg}/P_{crL} - 1)^{1/3} (2 - P_{crg}/P_{crL})^{2/3}} ; \quad (2.53,c)$$

valabile dacă marginile rămînddrepte și după voalare.

Relațiile de mai sus sînt reprezentate în fig. 2.7 și se constată că cea mai drastică reducere a sarcinii limită se produce în cazul în care bifurcarea este simultană ($P_{crg} = P_{crL}$).

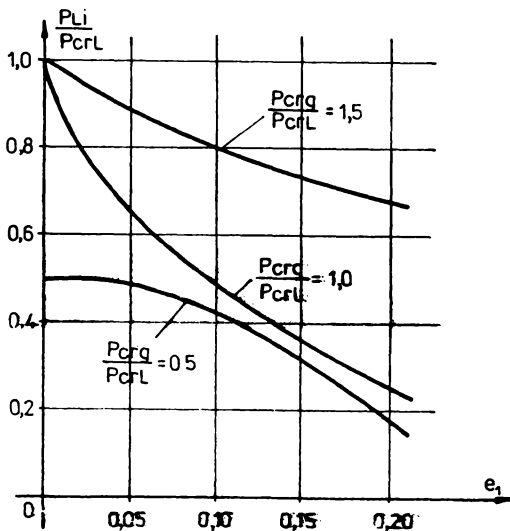


Fig. 2.7 Reprezentările relațiilor 2.53

$$\varphi = \frac{\sigma_{oL}}{\sigma_{or}} \quad \psi = \frac{\sigma_{ur}}{\sigma_{or}} \quad \varepsilon = \frac{\sigma_{uL}}{\sigma_{or}} \quad (2.56)$$

σ_{oL} , σ_{or} , σ_{ur} și σ_{uL} fiind tensiunile pe axele de simetrie și pe muchile profilului.

În cazul funcțiilor elementare folosite de Languist (parabole de gradul II și o sinură undă sinus), se folosesc polinoame, pentru a defini deformațiile de formă :

$$w = (A_1 \sum_{n=1}^r \frac{y^n}{b_o^n} + A_2 \sum_{n=1}^r \frac{y^n}{b_o^n}) \sin \frac{n \cdot \pi \cdot x}{a} , \quad (2.57)$$

Protte, [99 - 112] descompunînd profilele subțiri în plăci considerate încastrate sau libere pe contur și utilizînd funcții de tensiuni de tip Airy ca soluții determină tensiunile din aceste profile pentru diferite încercări de formă :

$$\sigma_x = \sigma_{or} [f(\varphi) + f(\varepsilon) + f(\psi)] ; \quad (2.54,a)$$

$$\sigma_y = \sigma_{or} [f(\varphi - \varepsilon) + f(\psi)] \quad (2.54,b)$$

unde :

nde :

- m - numărul undelor de voalare în direcția lui x ;
- n - numărul undelor de voalare în direcția lui y ;
- A_1, A_2 și a_n și b_n constante ce se determină din condițiile a limită.

2.3. Calculul structurilor realizate din profile subțiri la stare limită

2.3.1. Calculul de rezistență al structurilor realizate din profile subțiri la stare limită

Calculul de rezistență al (BPS) [121] , [156] , [157] se face pe baza relațiilor :

- pentru profil deschis :

$$\sigma = \frac{M_z \cdot I_y + M_y \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \cdot y - \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \cdot z + \frac{N}{A} + \frac{B \cdot \omega}{I_\omega} \cdot \omega \leq R ; \quad (2.58, a)$$

$$\tau = \frac{T_y \cdot I_y - T_z \cdot I_{yz}}{(I_y \cdot I_z - I_{yz}^2) \cdot t} \cdot S_z + \frac{T_z \cdot I_z - T_y \cdot I_{yz}}{(I_y \cdot I_z - I_{yz}^2) \cdot t} \cdot S_y + \frac{M_t \cdot t}{I_t} + \frac{M_\omega \cdot S_\omega}{I_\omega \cdot t} \leq R_f ; \quad (2.58, b)$$

- pentru profil închis :

$$\sigma = \frac{M_z \cdot I_y + M_y \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \cdot y - \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{yz}}{I_y \cdot I_z - I_{yz}^2} \cdot z + \frac{N}{A} + \frac{B \cdot \bar{\omega}}{I_\omega} \cdot \bar{\omega} \leq R ; \quad (2.59, a)$$

$$\tau = \frac{T_y \cdot I_y - T_z \cdot I_{yz}}{(I_y \cdot I_z - I_{yz}^2) \cdot t} \cdot S_z - \frac{T_z \cdot I_z - T_y \cdot I_{yz}}{(I_y \cdot I_z - I_{yz}^2) \cdot t} \cdot S_y + \frac{M_t}{2Q \cdot t} + \frac{M_\omega \cdot S_\omega}{I_\omega} \leq R_f$$

unde R și R_f sînt rezistențele de calcul [156] , [157] .

2.3.2. Calculul la stabilitate la stare limită a structurilor realizate din pereți subțiri

Verificarea la stabilitate a structurilor realizate din (BPS), la stare limită [121] , [156] se face la stabilitate generală și la stabilitate locală.

2.3.2.1. Verificarea stabilității generale

Elementele de rezistență realizate din (BPS) și legături transversale nu se verifică la stabilitate generală [121],[156], dacă :

- pentru profile deschise :

$$L \leq 40 \cdot i_{yt}, \text{ pentru OL 37; } \quad (2.60, a)$$

$L \leq 35 \cdot i_{yt}$, pentru OL 44, OL 50 și alte mărimi de oțeluri superioare, unde : (2.60, b)

L_1 - distanța între legăturile transversale ;

i_{yt} - raza de inerție a tălpii comprimate în raport cu axa $y - y$.

- pentru profile închise :

$$\frac{L_1}{c} \leq \sqrt{\frac{210}{k}} \quad \text{și} \quad \frac{h}{c} \leq 10, \quad (2.61)$$

unde h , înălțimea profilului iar, c lățimea acestuia.

Grinzile cu legături transversale care nu satisfac condițiile (2.60) sau (2.62) sau cele fără legături transversale se verifică la stabilitate generală cu relațiile :

$$\frac{M_z}{\varphi_g \cdot W_z} \leq R, \text{ pentru încovoiere pe o singură direcție; } \quad (2.62, a)$$

$$\frac{M_z}{\varphi_g \cdot W_z} + \frac{M_y}{W_y} \leq 1,1 R, \text{ pentru încovoiere pe două direcții } \quad (2.62, b)$$

unde φ_g - coeficient de flambaj care se stabilește în funcție de coeficientul de zveltețe transformat λ_{tr} , [121] , [156] .

2.3.2.2. Verificarea stabilității locale

Verificarea stabilității locale se face pentru tălpile comprimate și pentru inimile grinzilor.

Stabilitatea locală a tălpii comprimate a barelor cu pereți subțiri, profil deschis, [121],[156] , se face cu relația :

$$\frac{b'}{t} \leq k_1, \quad (2.63)$$

unde b' este jumătatea lățimii tălpii comprimate, iar k_1 un coeficient dat în anexe în funcție de marca oțelului utilizat [121],

[156] .

Verificarea stabilității locale a inimilor, care sînt supuse la solicitări fixe nu se face dacă :

$$\frac{h_0}{t_1} \leq 110 \sqrt{\frac{210}{k}} , \quad (2.64)$$

unde h_0 și t_1 sînt înălțimea și respectiv grosimea inimii.

Inimele grinzilor, profil deschis cu solicitări fixe se verifică la stabilitatea locală, dacă nu satisfac expresia (2.74) cu relația :

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2} \leq 1, \quad (2.65)$$

unde :

σ - tensiunea de compresiune la contactul între inimă și talpă ;

τ - tensiunea tangențială calculată cu relația

$$\tau = \frac{T}{t_1 \cdot h_1} , \quad (2.66)$$

σ_{cr}, τ_{cr} - tensiuni critice de volare calculate cu relațiile :

$$\sigma_{cr} = 7000 \left(\frac{t_1}{h_0}\right)^2 10^3, \quad [\text{MPa}] - \text{pt. profile I simetrice} \quad (2.67)$$

$$\sigma_{cr} = 7000 \left(\frac{t_1}{2e}\right)^2 10^3, \quad [\text{MPa}] - \text{pt. profile I nesimetrice}, \quad (2.68)$$

$$\tau_{cr} = \left(1250 + \frac{950}{2}\right) \left(\frac{t_1}{d}\right)^2 10^3 [\text{MPa}] - \text{pt. profile I simetrice și nesimetrice} \quad (2.70)$$

unde :

$$d = \min (a, L_1) ,$$

$$\alpha = \frac{\text{latura mare a panoului}}{\text{latura mică a panoului}} .$$

Verificarea stabilității locale a inimilor grinzilor care sînt supuse și la solicitări concentrate mobile nu este necesară dacă :

$$\frac{h_0}{t_1} \leq 80 \sqrt{\frac{210}{R}} \quad (2.7)$$

Grinzile cu secțiune profil deschis avînd talpa mai dezvolt-

tată comprimată, cu rigidizări transversale, forța aplicându-se pe talpa comprimată se verifică cu relația :

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}} + \frac{\sigma_L}{\sigma_{Lcr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2} \leq 0,9, \quad (2.7)$$

unde :

- σ și τ au aceeași semnificație ca în relația (2,65)

$$-\sigma_L = \frac{P}{z \cdot t_i} \quad (2.7)$$

- z - lățimea zonei pe care se distribuie încărcarea, [156],[121]

- σ_{cr} , σ_{Lcr} , τ_{cr} - tensiunile critice de pierdere a stabilității locale în funcție de tipul secțiunii [156], [121].

Grinzile care au profil deschis, avînd talpa mai dezvoltată comprimată, forța fiind aplicată pe talpa întinsă se fac două verificări :

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2} \leq 0,9; \quad (2.7)$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma}{\sigma_{Lcr}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2} \leq 0,9. \quad (2.7)$$

2.4. Privire critică asupra stadiului actual al cercetărilor privind metodele de calcul ale structurilor realizate din profile cu pereți subțiri

Deși în ultimul timp a început să se extindă domeniile de utilizare ale structurilor realizate din (BPS) problema nu are o rezolvare satisfăcătoare. Dacă în ceea ce privește calculul de verificare al acestor structuri, atât din punct de vedere al rezistenței cît și din punct de vedere al stabilității generale, se poate constata că procedeele de calcul, din teoria răsucirii împiedicate a (BPS) coincid și pot fi încadrate într-un ansamblu unitar, nu același lucru se poate spune despre verificarea la stabilitate locală și a calculului la stare limită.

Trebuie specificat că toate procedeele de calcul au la bază aceleași ipoteze fundamentale. Starea de solicitare corespunde în toate cazurile unei răsuciri împiedicate, în jurul axei centrelor de tăiere. Tensiunile normale suplimentare variază liniar în

lungul liniei mediane a profilului. Tensiunile normale și tangențiale suplimentare, corespunzătoare răsucirii împiedicate sînt constante pe grosimea peretelui.

Ecuatiile diferențiale ale răsucirii împiedicate, (2.3) și (2.11), sînt identice în toate procedeele și se ia în considerare efectul răsucirii după teoria de ordinul I, deoarece în expresiile momentelor de răsucire nu se ține seama de mărimea deplasărilor produse prin deformarea barei.

În cazul în care este necesară și verificarea la stabilitate apare necesitatea utilizării teoriei de ordinul II ținînd seama și de fenomenele de pierdere a stabilității prin bifurcare. La baza relațiilor de calcul sînt ecuațiile diferențiale ale încovoierii cu răsucire. Se presupune că forțele și momentele exterioare pot crește proporțional și că ele nu-și modifică direcția în timpul deformării barei. Se neglijează efectul deformațiilor primare din planul de încovoiere și modificarea formei secțiunii transversale în timpul deformației.

Verificarea stabilității locale, în majoritatea cercetărilor existente, prezintă relații semiempirice și care diferă de la un autor la altul prin mărimea coeficienților utilizați și prin metoda utilizată, a condițiilor de echilibru sau cea energetică.

Calculul la starea limită este același pentru verificarea la rezistență dar diferă din nou, de la un autor la altul, pentru verificarea la stabilitate atât generală cît și locală. Deosebiriile constau în valorile coeficienților utilizați în relațiile respective.

De asemenea, în lucrările existente, majoritatea autorilor se referă numai la calcule de verificare [152], [99] ... [112], [2], [58], [60], [64], [115] sau a calculelor sarcinii capabile [33], [29], [32], [35], [65], [81], [82], [84], [6], [61], prin metodele rezistențelor admisibile, sau [48], [62], [42], [121], [13], [18], [19], [20], prin metoda stării limită.

Datorită faptului că eforturile de la răsucirea împiedicată M_t , M_ω și B_ω precum și deformațiile acestora φ și φ' depind atât de modul de încărcare și rezemare al barelor cît și de caracteristicile geometrice ale secțiunii I_ω , S_ω , I_t , I_c etc.) problema dimensionării este mai puțin tratată [28], [39], iar cea a optimizării acestor elemente numai în faze incipiente și de obicei se rezumă la verificarea comparativă a unor astfel de soluții [45], [59].

Faptul că nu dispunem încă de metode de calcul de optimi-

zare a structurilor realizate din (BPS) se datoresc următoarelor cauze :

- a) Caracterului complex de determinare a tensiunilor la solicitarea de răsucire împiedicată ;
- b) Dependența eforturilor ce caracterizează răsucirea împiedicată și de caracteristicile secțiunii transversale ;
- c) Generalizarea calculelor, la majoritatea autorilor, de predimensionare și apoi de verificare a soluțiilor adoptate ;
- d) Necesitatea luării în considerare a mai multor parametri pentru rezolvarea problemei care complică și mai mult calculele elementelor solicitate și la răsucire împiedicată.

Pornind de la aceste probleme autorul a căutat să abordeze următoarele cercetări asupra optimizării unor structuri de rezistență ținând cont și de răsucirea împiedicată :

I Formularea matriceală a unor soluții semnificative ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate, în vederea utilizării calculatorului ;

II. Determinarea funcțiilor de variație a mărimilor ce caracterizează răsucirea împiedicată pentru cazurile uzuale de încărcare și rezemare a barelor.

III. Cercetări privind variația caracteristicilor geometrice ale unor secțiuni uzuale și elaborarea unor programe de calcul în condiția de secțiune constantă ($A = \text{constant}$) ;

IV. Dimensionarea unor astfel de secțiuni în condiții concrete de încărcare - rezemare și apoi optimizarea distribuției de material pe secțiune ;

V. Verificarea rezultatelor analitice obținute pe dispozitive în laborator și concret pe structuri de rezistență fabricate de industria județului Sibiu.

Cap.3. CONTRIBUTII LA FORMULAREA MATRICALA A UNOR SOLUTII SEMINICATIVE ALE ECUATIEI DIFERENTIALE A RASUCIRII IMPEDICATE

3.1. Bare cu pereti subtiri, profil deschis

Ecuatia diferentiala a răsucirii împiedicate, aceeași în toate procedeele de calcul ale teoriei de ordinul I, [87], [88], [37], este :

$$\varphi^{IV}(x) - k^2 \cdot \varphi''(x) - \frac{m(x)}{E \cdot I_{\omega}} = 0, \quad (3.1)$$

unde :

$$k = \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_{\omega}}}, \quad (3.2)$$

poate fi integrată avantajos cu ajutorul parametrilor inițiali [55], [56], [57], [87], [88], [15]. Pentru obținerea unei formulări simple și necesare prelucrării datelor pe calculatoare electronice această metodă este prelucrată pe baza regulilor de calcul matriceal [24], [38], [44], [74], [79], [85], [116], [117], [130]. Soluția ecuației diferențiale liniare, neomogene, cu coeficienți constanți (3.1) este de forma :

$$\varphi(x) = C_1 + C_2 \cdot x + C_3 \cdot \text{sh} \cdot kx + C_4 \cdot \text{ch} \cdot kx + \varphi_p(x), \quad (3.3)$$

unde C_1, C_2, C_3 și C_4 reprezintă constantele de integrare ale soluției generale a ecuației omogene, iar $\varphi_p(x)$ o soluție particulară a ecuației neomogene.

Efectuînd derivatele de ordinul 1...3 și ținînd seama de expresiile bimomentului, momentului de încovăiere răsucire și a momentului de răsucire :

$$B_{\omega} = - E \cdot I_{\omega} \cdot \varphi''(x) \quad (3.4)$$

$$M_{\omega} = \frac{d \cdot B_{\omega}}{dx}, \quad (3.5)$$

$$M_x = -EI \cdot \varphi''(x) + G I_t \cdot \varphi'(x), \quad (3.6)$$

se poate scrie :

$$\begin{Bmatrix} \varphi(x) \\ \varphi'(x) \\ \frac{B(x)}{G I_t} \\ \frac{M_x(x)}{G I_t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & \text{sh } kx & \text{ch } kx \\ 0 & 1 & k \text{ ch } kx & k \text{ sh } kx \\ 0 & 0 & -\text{sh } kx & -\text{ch } kx \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varphi_p(x) \\ \varphi'_p(x) \\ -\frac{1}{k^2} \varphi''_p(x) \\ \varphi'_p(x) - \frac{1}{k^2} \varphi'''_p(x) \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

unde $B(x)$ este ^{bimomentul} dintr-o secțiune oarecare și $M_x(x)$, momentul de răsucire totală. Determinarea constantelor de integrare se poate face cu ajutorul condițiilor de margine :

$$\varphi(x_m) = 0 ; \varphi'(x_m) = 0 \quad \text{pentru o margine încastrată ;} \quad (3.8)$$

$$\varphi(x_m) = 0 ; B(x_m) = 0 \quad \text{pentru o margine articulată ;} \quad (3.9)$$

$$B(x_m) = 0 ; M_x(x_m) = C \quad \text{pentru o margine liberă,} \quad (3.10)$$

și de legătură în funcție de forma și rezemarea barei. Determinarea soluției particulare se face în funcție de încărcarea barei.

Considerînd partea omogenă a ecuației diferențiale (3.1) respectiv grupul de soluții generale ale ecuației omogene aferent (3.7) și făcînd în ace sta $x = 0$, prin rezolvare în raport cu $C_1 \dots C_4$ și prin introducerea rezultatelor în (3.7), rezultă :

$$\begin{Bmatrix} \varphi(x) \\ \varphi'(x) \\ \frac{B(x)}{G I_t} \\ \frac{M_x(x)}{G I_t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \text{sh } kx & 1 - \text{ch } kx & x - \frac{1}{k} \text{sh } kx \\ 0 & \text{ch } kx & -k \text{ sh } kx & 1 - \text{ch } kx \\ 0 & -\frac{1}{k} \text{ sh } kx & \text{ch } kx & \frac{1}{k} \text{ sh } kx \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{B_0}{G I_t} \\ \frac{M_{t0}}{G I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

sau sub formă mai simplă, notînd matricele cu litere latine mari:

$$\{R\} = [U] \cdot \{P_0\} \quad (3.11')$$

Mărimile $\varphi_0, \varphi'_0, B_0, M_{x0}$ reprezintă parametrii inițiali ai problemei alcătuiți din valorile mărimilor geometrice φ, φ' și statice B și M_x din secțiunea inițială, iar $\{R\}, [U]$ și $\{P\}$ matricele corespunzătoare din formula (3.11). Relațiile (3.11) permit transformarea parametrilor inițiali $\varphi_0, \varphi'_0, B_0, M_{x0}$ în mărimile geometrice și statice aferente răsucirii împiedicate, din orice secțiune a barei. Dacă secțiunea considerată ca inițială are abscisa "t", ($0 < t < x$), relațiile (3.11) devin :

$$\begin{Bmatrix} \varphi(x) \\ \varphi'(x) \\ \frac{B(x)}{G I_t} \\ \frac{M_x(x)}{G I_t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) & 1-\operatorname{ch} k(x-t) & (x-t) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) \\ 0 & \operatorname{ch} k(x-t) & -\operatorname{sh} k(x-t) & 1-\operatorname{ch} k(x-t) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) & \operatorname{ch} k(x-t) & \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_t \\ \varphi'_t \\ \frac{B_t}{G I_t} \\ \frac{M_{xt}}{G I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

sau sub formă mai simplă :

$$\{R\} = [U_t] \cdot \{P_t\}, \quad (3.12')$$

care permite transformarea parametrilor intermediari $\varphi_t, \varphi'_t, B_t$ și M_{xt} în mărimile aferente răsucirii împiedicate din secțiunea curentă "x". Dacă se consideră $t = \text{constant}$ și cunoscut, transformarea (3.12) permite determinarea diagramelor de variație φ, φ', B și M_x ca urmare a acțiunii cauzelor $\varphi'_t, \varphi_t, B_t$ și M_{xt} . Dacă se face $x = \text{constant}$ și se consideră t variabile permite determinarea liniilor de influență ale mărimilor φ, φ', B și M_{xt} din aceeași cauză.

Dacă pe bară acționează simultan parametrii inițiali $\varphi_0, \varphi'_0, B_0, M_{x0}$ și parametrii intermediari $\varphi_t, \varphi'_t, B_t$ și M_{xt} mărimile geometrice și o parte din mărimile statice ale răsucirii împiedicate din secțiunea $x \geq t$ se determină din (3.11) și (3.12) prin superpunerea efectelor r :

$$\{R\} = [U] \cdot \{P_0\} + [U_t] \cdot \{P_t\} \quad (3.15)$$

Celelalte mărimi statice se determină pe cale directă cu relațiile :

$$M_t(x) = G I_t \cdot \varphi'(x) ; \quad (3.14)$$

$$M_\omega = M_x(x) - M_t(x), \quad (3.15)$$

în care $M_t(x)$ reprezintă momentul de răsucire liberă, iar $M_\omega(x)$ momentul de încovoiere - răsucire la răsucirea împiedicată. În relația (3.13) al doilea produs matriceal, din membrul drept, corespunde de fapt încărcării barei și deci soluției particulare a ecuației diferențiale neomogene. Întrucît primul produs matriceal corespunde soluției generale a ecuației omogene, rezultă că mărimile din ecuația (3.13) din membru stînga corespund soluției totale a ecuației diferențiale neomogene (3.1). Considerînd parametrii intermediari ca încărcări exterioare, relațiile fundamentale (3.13)... (3.15) permit determinarea mărimilor geometrice φ , φ' și a eforturilor generalizate ale răsucirii împiedicate B , M_x , M_t și M_ω din încărcările geometrice φ_t , φ'_t , B_t și M_{xt} , în funcție de valorile parametrilor inițiali φ_0 , φ'_0 , B_0 și M_{x0} , determinabili prin intermediul condițiilor (3.8)...(3.10). Valorile φ_t , φ'_t , B_t și M_{xt} se introduc în calcule cu semn schimbat întrucît încărcările generalizate φ_t , φ'_t , B_t și M_{xt} și reacțiunile generalizate φ_0 , φ'_0 , B_0 , M_{x0} sînt de sensuri contrare. În relațiile (3.13)...(3.15) unghiurile și momentele de torsiune se consideră pozitive cînd rotesc secțiunea în sens orar, iar bimomentele cînd întind fibrele definite prin coordonate secționale principale pozitive.

În mod obișnuit încărcările exterioare sînt bimamente și momente de răsucire direc t aplicate. În acest caz (cu $\varphi_t = \varphi'_t = 0$) ținînd seama că B_0 , M_{x0} și B_t și M_{xt} sînt de semne contrare din (3.13)...(3.15) rezultă relațiile fundamentale ale răsucirii împiedicate mai simple, de forma :

$$\{R\} = [U] \cdot \{P_0\} - \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) & 1 - \operatorname{ch} k(x-t) & (x-t) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) \\ 0 & \operatorname{ch} k(x-t) & -k \operatorname{sh} k(x-t) & 1 - \operatorname{ch} k(x-t) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) & \operatorname{ch} k(x-t) & \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{B_t}{G I_t} \\ \frac{M_{xt}}{G I_t} \end{bmatrix}$$

(3.13')

$$M_t(x) = G I_t \cdot \varphi'(x) \quad (3.14')$$

$$M_\omega(x) = M_x(x) - M_t(x), \quad (3.15)$$

unde B_t și M_{xt} reprezintă încărcări exterioare.

La rezolvarea problemelor uzuale în calcule interesează cunoașterea mărimilor geometrice φ , φ' și a eforturilor geometrice ale răsucirii împiedicate a barelor cu rezemare oarecare supuse unor încărcări semnificative cu momente de răsucire și binomente exterioare ca în fig. 3.1...3.4.

3.1.1. Bară încărcată cu o sarcină concentrată aplicată excentric față de axa centrelor de forfecare

În cazul acestei solicitări fig. 3.1, în soluția particulară a ecuației diferențiale neomogene se încuiește $B_t = 0$ și

$M_{xt} = P e$, ținând seama de intervalele de existență ale încărcării exterioare P .

Din (3.13) se obțin soluțiile :

- pentru intervalul $0 \leq x \leq t_p$:

$$\{R\} = [U] \cdot \left\{ \varphi_0, \varphi'_0, \frac{B_0}{G I_t}, \frac{M_{x0}}{G I_t} \right\}^T \quad (3.16)$$

sau sub formă restrînsă :

$$\{R\} = [U] \cdot \left\{ P_0 \right\}^T \quad (3.17)$$

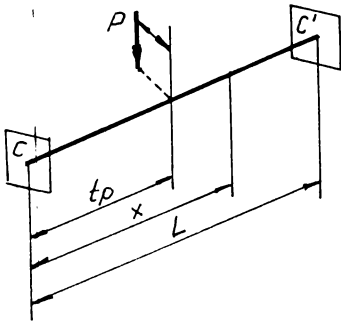


Fig.3.1

- pentru intervalul $t_p \leq x \leq L$:

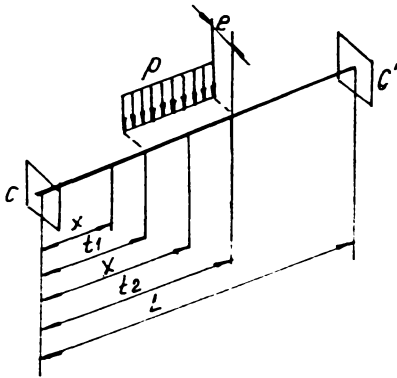
$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \text{sh } kx & 1 - \text{ch } kx & x - \frac{1}{k} \text{sh } kx & -(x - t_p) + \frac{1}{k} \text{sh } k(x - t_p) \\ 0 & \text{ch } kx & -k \text{sh } kx & 1 - \text{ch } kx & -1 + \text{ch } k(x - t_p) \\ 0 & -\frac{1}{k} \frac{\text{sh } kx}{kx} & \text{ch } kx & \frac{1}{k} \text{sh } kx & -\frac{1}{k} \text{sh } k(x - t_p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi'_0 \\ \frac{B_0}{G I_t} \\ \frac{M_{x0}}{G I_t} \\ \frac{P e}{G I_t} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

sau sub formă mai simplă :

$$\{R\} = [U_p] \cdot \left\{ P_{0p} \right\} \quad (3.17')$$

3.1.2. Bară încărcată cu o sarcină uniform repartizată pe o porțiune din deschiderea barei, excentric față de axa centrelor de forfecare

În cazul încărcării parțiale uniform repartizate p , aplicată excentric la distanța e de axa centrelor de forfecare (fig.3.2)



în soluția particulară a ecuației neomogene se face $B_t = 0$, $M_{xt} = pe(x-t_1)$, $M_{xt} = pe(t_2-t_1)$, ținând seama de intervalele de rezistență ale încărcării exterioare. Mărimile corespunzătoare soluției particulare se obțin din (3.11) prin integrare :

- pentru intervalul $0 \leq x \leq t_1$:

$$\varphi_p(x) = \varphi_p'(x) = B_p(x) = M_{xp}(x) = 0, \quad (p = 0); \quad (3.18)$$

- pentru intervalul $t_1 \leq x \leq t_2$:

Fig.3.2.

$$\varphi_p(x) = \frac{pe}{G I_t} \int_{t_1}^x \left[(x-t) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) \right] \cdot dt = \frac{pe}{G I_t} \left\{ \frac{(x-t_1)^2}{2} + \frac{1}{k^2} \left[1 - \operatorname{ch} k(x-t_1) \right] \right\}; \quad (3.19)$$

$$\varphi_p'(x) = \frac{pe}{G I_t} \int_{t_1}^x \left[1 - \operatorname{ch} k(x-t) \right] \cdot dt = \frac{pe}{G I_t} \left[(x-t_1) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t_1) \right]; \quad (3.20)$$

$$\frac{B_p(x)}{G I_t} = \frac{pe}{G I_t} \int_{t_1}^x \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) dt = \frac{pe}{G I_t} \left[-1 + \operatorname{ch} k(x-t_1) \right] \quad (3.21)$$

$$\frac{M_{xp}(x)}{G I_t} = \frac{pe}{G I_t} \int_{t_1}^x dt = \frac{pe}{G I_t} (x-t_1); \quad (3.22)$$

- pentru intervalul $t_2 \leq x \leq L$:

$$\varphi_p(x) = \frac{pe}{G I_t} \int_{t_1}^{t_2} \left[(x-t) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) \right] dt = \frac{pe}{G I_t} \left[-\frac{(x-t_2)^2}{2} + \frac{(x-t_1)^2}{2} \right] + \frac{1}{k^2} \left[\operatorname{ch} k(x-t_2) - \operatorname{ch} k(x-t_1) \right]; \quad (3.23)$$

$$p(x) = \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} \int_{t_1}^{t_2} [1 - \operatorname{ch} k(x-t)] \cdot dt = \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} \left[(t_2 - t_1) + k \operatorname{sh} k(x-t_2) - \right. \\ \left. - \operatorname{sh} k(x-t_1) \right] ; \quad (3.24)$$

$$\frac{B_p(x)}{G \cdot I_t} = \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t) dt = \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} \frac{1}{k^2} \left[- \operatorname{ch} k(x-t_2) + \right. \\ \left. + \operatorname{ch} k(x-t_1) \right] ; \quad (3.25)$$

$$\frac{t_{3p}(x)}{G \cdot I_t} = \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} \int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} (t_2 - t_1) \quad (3.26)$$

Din relațiile (3.19) se obține pentru bare din fig. 3.3, ținând seama de rezultatele (3.23...3.26) :

- pe intervalul $0 \leq x \leq t_1$:

$$\{R\} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & 0 \\ 0 & \operatorname{ch} kx & -k \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & 0 \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \operatorname{ch} kx & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_0' \\ \frac{B_0}{G \cdot I_t} \\ \frac{t_{30}}{G \cdot I_t} \\ \frac{p \cdot e}{G \cdot I_t} \end{bmatrix} , \quad (3.27)$$

sau sub formă mai simplă :

$$\{R\} = [U_0] \cdot \{P_{op}\} ; \quad (3.28)$$

- pe intervalul $t_1 \leq x \leq t_2$:

$$\{R\} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & 1 - \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & -\frac{(x-t_1)^2}{2} - \\ & & & & -\frac{1}{k^2} [1 - \operatorname{ch} k(x-t_1)] \\ 0 & \operatorname{ch} kx & -k \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & -(x-t_1) + \\ & & & & + \frac{1}{k} \operatorname{sh} k(x-t_1) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \operatorname{ch} kx & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \frac{1}{k^2} [1 - \operatorname{ch} k(x-t_1)] \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -(x-t_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi'_0 \\ \frac{B_0}{G I_t} \\ \frac{M_{x_0}}{G I_t} \\ \frac{pe}{G I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.28)$$

- pe intervalul $t_2 \leq x \leq L$:

$$\{R\} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \frac{(x-t_2)^2}{2} - \frac{(x-t_1)^2}{2} - \\ & & & & -\frac{1}{k^2} [\operatorname{ch} k(x-t_2) - \operatorname{ch} \\ & & & & k(x-t_1)] \\ 0 & \operatorname{ch} kx & -k \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & (t_1 - t_2) - \frac{1}{k} [\operatorname{sh}(x-t_2) - \\ & & & & \operatorname{sh} k(x-t_1)] \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \operatorname{ch} kx & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \frac{1}{k^2} [-\operatorname{ch} k(x-t_2) + \\ & & & & \operatorname{ch} k(x-t_1)] \\ 0 & 0 & 0 & 1 & t_2 - t_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi'_0 \\ \frac{B_0}{G I_t} \\ \frac{M_{x_0}}{G I_t} \\ \frac{pe}{G I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

Parametrii inițiali φ_0 , φ'_0 , B_0 și M_{x_0} se determină în funcție de modul de rezemare al barei. $M_t(x)$ și $N_t(x)$ rezultă din relațiile (3.14) și (3.15).

3.1.3. Bară solicitată de un moment concentrat, aplicat într-un plan paralel cu axa centrelor de forfecare

În cazul barelor încărcate cu un moment concentrat aplicat într-un plan paralel cu axa centrelor de forfecare (fig.3.3), problema poate fi rezolvată în mod similar introducând în expresiile

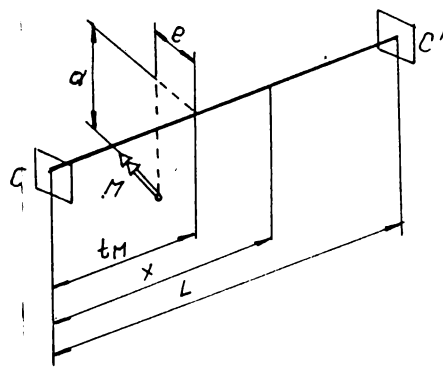


Fig.3.3

matriceale, corespunzător soluției particulare a ecuației diferențiale neomogene, valoarea binomentului obținut prin reducerea încărcării pe pe axa centrelor de forfecare. Pentru cazul din fig.3.3 se poate utiliza o soluție mai rapidă [38], [55], [56], bazată pe rezultatele obținute pentru încărcarea cu o forță concentrată excentrică (§ 3.1.1) considerând momentul concentrat ca rezultatul acțiunii unui cuplu de forțe transversale așezate în planul momentului.

$$P = \frac{M}{\Delta t_M} \text{ și } M = P \cdot \Delta t_M \quad (3.30)$$

Notăm că $R_p(x, t)$ mărimile caracteristice $\mathcal{P}(x)$, $\mathcal{P}(x)$, $B(x)$ (GI_z) și $K_x(x)/(GI_z)$, corespunzătoare mărimilor din matricea coloană $\{R\}$, de la formularea matriceală, ale răsucirii împiedicate așezate încărcării cu o forță concentrată P , cu excentricitatea e și respectiv prin $R_1(x, t)$, aceleași mărimi pentru cazul $P \cdot e = 1$.

Aplicînd principiul suprapunerii efectelor, pentru mărimile R_p , corespunzătoare celor două forțe transversale egale și de semn contrare care acționează în secțiunile t și $t + \Delta t$ se obțin mărimile caracteristice corespunzătoare încărcării din fig.2.3 :

$$R_M = R_1(x, x + t_M) \cdot P \cdot e - R_1(x, t) \cdot P \cdot e = \frac{R_1(x, t + \Delta t) - R_1(x, t)}{\Delta t} \cdot M \cdot e \quad (3.31)$$

Prin trecerea la limită pentru $\Delta t \rightarrow 0$ se obține :

$$R_M(x, t_M) = \frac{\mathcal{D} R_1(x, t_M)}{\mathcal{D} t_M} \cdot M \cdot e \quad (3.31')$$

Deci mărimile geometrice și statice caracteristice răsucirii împiedicate pentru încărcarea cu un moment concentrat, al cărui

plan de acțiune nu trece prin axa centrelor de forfecare, se pot obține pe cale indirectă prin derivarea mărimilor caracteristice corespunzătoare încărcării cu o forță excentrică (pentru $Pe = 1$) și multiplicarea rezultatelor cu M_e . Mărimile $M_t(x)$ și $M_\omega(x)$ se determină cu relațiile (3.14) și (3.15).

3.1.4. Bară solicitată de un bimoment exterior

În cazul încărcării barei cu un bimoment exterior (fig. 3.4 în soluția particulară a unei ecuații diferențiale a răsucirii împiedicate se înlocuiește $B_t = B_e$ și $M_{xt} = 0$ și se ține seama de intervalele aferente de existența încărcării exterioare B_e . Din relația (3.13) se obțin soluțiile :

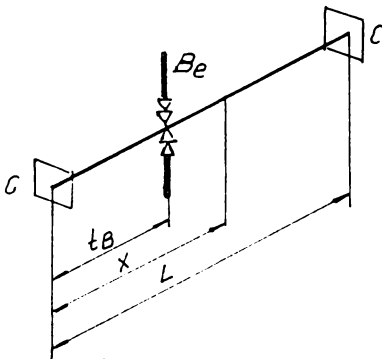


Fig. 3.4.

- pentru intervalul $0 \leq x \leq t_B$:

$$\{R\} = [U_0] \cdot \left\{ \varphi_0 \quad \varphi_0' \quad \frac{B_0}{G \cdot I_t} \quad \frac{M_{x_0}}{G \cdot I_t} \right\} \quad (3.32)$$

ceea ce poate fi scrisă și sub formă restrînsă :

$$\{R\} = [U_0] \cdot \{P_0\}^m \quad (3.32')$$

- pentru intervalul $t_B \leq x \leq L$

$$\{R\} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & -1 + \operatorname{chk}(x - t_B) \\ 0 & \operatorname{ch} kx & -k \operatorname{sh} kx & 1 - \operatorname{ch} kx & k \operatorname{sh} k(x - t_B) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & \operatorname{ch} kx & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & -\operatorname{ch} k(x - t_B) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_0' \\ \frac{B_0}{G \cdot I_t} \\ \frac{M_{x_0}}{G \cdot I_t} \\ \frac{B_e}{G \cdot I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

Parametrii φ_0 , φ_0' , B_0 , M_{x_0} se determină în funcție de t_B zemarea barei. Momentele de răsucire $M_t(x)$ și $M_\omega(x)$ se determină cu relațiile (3.14) și (3.15).

Relațiile (3.13)...(3.15) respectiv relațiile (3.13')...3.1 permit rezolvarea și a altor cazuri de încărcare. Relațiile (3.16)...(3.36) reprezintă relațiile de bază necesare dezvoltării proce-

deului de calcul Din analiza comparativă a acestor relații se observă că încărcările exterioare aplicate într-un interval sau într-o secțiune oarecare, fără a influența intervalele premergătoare intervalului sau secțiunii încărcate, își transmit efectul asupra întregii bare prin intermediul parametrilor inițiali, care depind de modul de rezemare și de încărcare al barei. Astfel se explică și identitatea formală a relațiilor (3.16), (3.27), (3.32), diferite în fond prin valorile parametrilor inițiali :

3.2. Bare cu pereți subțiri, profil închis

Ecuația diferențială neomogenă a răsucirii împiedicate a (BRS), profil închis (2.11), poate fi scrisă și sub forma :

$$\varphi^{IV} - \bar{k}^2 \cdot \varphi'' - \frac{\gamma \cdot m_t}{2I\bar{\omega}} + \frac{m_t''}{G \cdot I_c} = 0, \quad (3.34)$$

unde:

$$\bar{k} = \sqrt{\frac{G \cdot I_t \cdot \gamma}{2 \cdot I \bar{\omega}}} \quad (3.35)$$

Soluția ecuației diferențiale liniare, neomogene, cu coeficienți constanți (3.34), poate fi scrisă sub forma :

$$\bar{\varphi} = C_1 + C_2 x + C_3 \operatorname{sh} \bar{k}x + C_4 \operatorname{ch} \bar{k}x + \bar{\varphi}_p(x), \quad (3.36)$$

în care C_1, C_2, C_3 și C_4 reprezintă constantele de integrare a soluției generale a ecuației diferențiale omogene, iar $\bar{\varphi}_p(x)$ o soluție particulară a ecuației neomogene.

Efectuînd derivatele de ordinul 1...3 și ținînd seama că

$$B_{\bar{\omega}} = - \frac{2I\bar{\omega}}{\gamma} \varphi'' + \frac{2I\bar{\omega}}{G \cdot I_c} m_x, \quad (3.37)$$

$$M_x = GI_t \cdot \varphi' - \frac{2I\bar{\omega}}{\gamma} \varphi''' + \frac{2I\bar{\omega}}{G \cdot I_c} m_x', \quad (3.38)$$

mărimile aferente răsucirii împiedicate se pot scrie :

$$\begin{Bmatrix} \varphi(x) \\ \varphi'(x) \\ \frac{B(x)}{G I_t} \\ \frac{M_x(x)}{G I_t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & \text{sh } kx & \text{ch } kx \\ 0 & 1 & k \text{ ch } kx & k \text{ sh } kx \\ 0 & 0 & -\text{sh } kx & -\text{ch } kx \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varphi_p(x) \\ \varphi_p'(x) \\ \frac{1}{k^2} \cdot \varphi_p''(x) + \frac{1}{k^2} m_x \\ \varphi_p'(x) - \frac{1}{k^2} \varphi_p'''(x) + \frac{1}{k^2 G I_c} m_t' \end{Bmatrix}$$

(3.39)

Determinarea constantelor de integrare se poate face cu ajutorul condițiilor de margine (3.8)...(3.10) și de legătură în funcție de încărcarea și rezemarea barei. Determinarea soluției particulare se face ținând seama de încărcarea barei.

Considerînd partea omogenă, a ecuației diferențiale (3.34) respectiv grupul de soluții generale ale ecuației omogene, aferent din (3.39) și făcînd în aceasta $x = 0$ prin rezolvare în raport cu $C_1 \dots C_4$ se obține :

$$\begin{Bmatrix} \varphi(x) \\ \varphi'(x) \\ \frac{B(x)}{G I_t} \\ \frac{M_x(x)}{G I_t} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}x & 1 - \text{ch } \bar{k}x & x - \frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}x \\ 0 & \text{ch } \bar{k}x & -\bar{k} \text{sh } \bar{k}x & 1 - \text{ch } \bar{k}x \\ 0 & -\frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}x & \text{ch } \bar{k}x & \frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_0 \\ \varphi_0' \\ \frac{B_0}{G I_t} \\ \frac{M_{x0}}{G I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

sau sub formă mai simplă :

$$\{R\} = [U] \cdot \{P_0\} \quad (3.40')$$

unde $\varphi_0, \varphi_0', B_0, M_{x0}$ reprezintă parametrii inițiali ai problemei alcătuiți din valorile mărimilor geometrice φ, φ' și statice B și M_x din secțiunea inițială $x = 0$, iar $\{R\}, [U]$ și $\{P_0\}$ matricele

corespunzătoare din relația (3.40). Relațiile (3.40) și (3.40') permit determinarea mărimilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate în orice secțiune a barei în funcție de parametrii inițiali φ_0, \dots, M_{x0} .

Dacă secțiunea considerată ca inițială are abscisa t , ($0 < t < x$), relațiile (3.40) devin :

$$\begin{pmatrix} \rho(x) \\ \rho'(x) \\ \frac{B(x)}{G I_t} \\ \frac{M_x(x)}{G I_t} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) & (x-t) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) \\ 0 & \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) & -\bar{k} \operatorname{sh}(x-t) & 1 - \operatorname{ch} \frac{\bar{k}}{L}(x-t) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) & \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_t \\ \varphi_t' \\ \frac{B_t}{G I_t} \\ \frac{M_{xt}}{G I_t} \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

sau sub formă mai simplă :

$$\{s\} [U] \{P_t\} \quad (3.41')$$

care permit transformarea parametrilor intermediari P_t, φ_t', B_t și M_{xt} în mărimile aferente răsucirii împiedicate din secțiunea curentă x . Dacă se consideră $t = \text{constant}$ și cunoscut, transformarea (3.41) permite determinarea diagramelor de variație a mărimilor ρ, ρ', B și M_x din acțiunea cauzelor P_t, φ_t', B_t și M_{xt} . Dacă se face $x = \text{constant}$ și se consideră t variabil, relația (3.41) permite determinarea liniilor de influență ale mărimilor ρ, φ', B și M_x din aceleași cauze.

Dacă pe bară acționează simultan parametrii $P_0, \varphi_0', B_0, M_{x0}$ și parametrii P_t, φ_t', B_t și M_{xt} , mărimile geometrice și o parte din mărimile răsucirii împiedicate, din secțiunea $x \geq t$ se determină din (3.40') și (3.41') prin suprapunere de efecte :

$$\{s\} = [U] \cdot \{P_0\} + [U_t] \cdot \{P_t\} \quad (3.42)$$

iar celelalte mărimi statice se pot determina cu relațiile :

$$M_t(x) = G I_t \cdot \varphi_t'(x) \quad (3.43)$$

$$M_x(x) = M_x(x) - M_t(x) \quad (3.44)$$

În relația (3.42), cel de-al doilea termen din membru drept corespunde încărcării barei și deci soluției particulare a ecuației diferențiale neomogene. Întrucât primul termen corespunde soluției generale a ecuației omogene, rezultă că mărimile din relația (3.42), din membrul stâng, corespund soluției totale a ecuației diferențiale neomogene (3.34). Considerând parametri intermediari ca încărcări exterioare (relațiile) (3.42)...(3.44) permit determinarea mărimilor geometrice φ , φ' și ale eforturilor corespunzătoare răsucirii împiedicate, din încărcările generalizate φ_t , φ'_t , B_t și M_{xt} , introduse în calcule cu semn schimbat și în funcție de valorile parametrilor inițiali φ_0 , φ'_0 , B_0 și M_{x0} .

În mod obișnuit încărcările exterioare generalizate sînt binomente sau momente de răsucire direct aplicate. În acest caz $\varphi_t = \varphi'_t = 0$ și ținînd seama că B_0 , M_{x0} și B_t și M_{xt} sînt de semnă contrară din (3.42)...(3.44), rezultă relațiile fundamentale mai simple și anume :

$$\{R\} = [U]\{P\} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) & (x-t) - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) \\ 0 & \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) & -\bar{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) & \operatorname{ch} \bar{k}(x-t) & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{B_t}{G \cdot I_t} \\ \frac{M_{xt}}{G \cdot I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

$$M_t(x) = G \cdot I_t \cdot \varphi'_t(x) ; \quad (3.46)$$

$$M_{\bar{0}}(x) = M_x(x) - M_x(x) \quad (3.47)$$

Si în acest caz, pentru rezolvarea problemelor de răsucire împiedicată a barelor cu profil închis, în calcule interesează cunoașterea mărimilor geometrice φ , φ' și a eforturilor generalizate pentru bare cu rezemări oarecare supuse acțiunii unor încărcări semnificative cu momente de răsucire și binomente exterioare.

3.2.1. Bară încărcată cu o sarcină concentrată aplicată excentric față de axa centrelor de forfecare

În cazul încărcării unei bare cu o forță concentrată, exoc

trică în raport cu axa centrelor de forfecare $c - c$ (fig.3.5), în soluția particulară a ecuației diferențiale neomogene se face $B_t = 0, M_{xt} = 0$ pentru $x \leq t_p$ și $B_t = 0, M_{xt} = P e$ pentru $t_p \leq x \leq L$

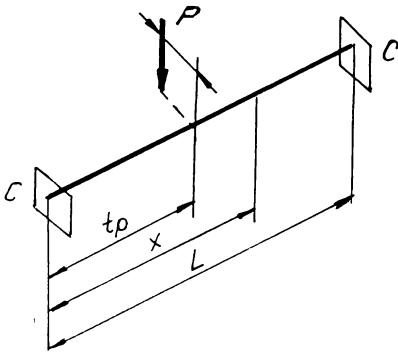


Fig.3.5

Mărimile corespunzătoare soluției particulare se obțin din (3.41).

- pe intervalul $0 \leq x \leq t_p$:

$$P_p = \varphi_p' = B_p = M_{tp} = 0 \quad (3.48)$$

- pe intervalul $t_p \leq x \leq L$

$$P_p = \varphi_p' = B_p = 0$$

$$M_{tp} = P e \quad (3.49)$$

iar soluțiile sînt :

$$\{s\} = [J] \cdot \{P_0\} \quad (3.50)$$

pentru $x \in [0, t_p]$ și

$$\{s\} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 0 \\ 0 & \operatorname{ch} \bar{k}x & -\bar{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & 0 \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \operatorname{ch} \bar{k}x & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \frac{B_0}{GI_t} \\ \frac{M_{x0}}{GI_t} \\ \frac{P e}{GI_T} \end{array} \right\} \quad (3.51)$$

pe intervalul $x \in [t_p, L]$.

Momentul de răsucire liberă și respectiv momentul de încovoiere - răsucire se determină din relațiile (2.43) și (2.44).

3.2.2. Bară încărcată cu o sarcină uniform repartizată pe o porțiune din deschiderea barei cu excentric față de axa centrelor de forfecare

La bară încărcată parțial cu o forță uniform repartizată, excentrică față de axa centrelor de forfecare $c - c$, fig. 2.6, în soluția particulară a ecuației neomogene, se introduce $B_t = 0, M_{xt} = 0$ pentru $0 \leq x \leq t$, $B_t = 0, M_{xt} = p e$ pentru

$t_1 \leq x \leq t_2$ și respectiv $t_2 \leq x \leq L$. Mărimile corespunzătoare

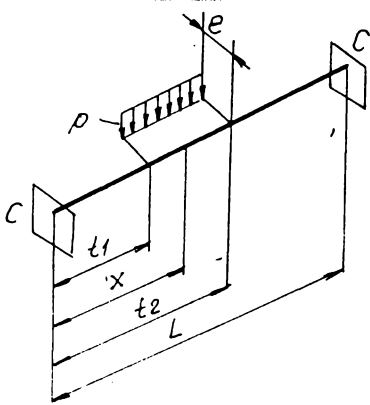


Fig. 3.6

toare soluției particulare se obțin din (3.41) prin integrare :

- pentru intervalul $0 \leq x \leq t_1$:

$$\varphi_p(x) = \varphi_p'(x) = B_p(x) = M_{xp}(x) = 0$$

(pentru $p = 0$) (3.52)

- pentru intervalul $t_1 \leq x \leq t_2$:

$$\begin{aligned} \varphi_p(x) &= \frac{pe}{GI_t} \int_{t_1}^x \left[(x-t) - \frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}(x-t) \right] \cdot dt \\ &= \frac{pe}{GI_t} \left\{ \frac{(x-t_1)^2}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k^2} [1 - \text{ch } \bar{k}(x-t)] \right\}; \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$\varphi_p'(x) = \frac{pe}{GI_t} \int_{t_1}^x [1 - \text{ch } \bar{k}(x-t)] dt = \frac{pe}{GI_t} \left[(x-t_1) - \frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}(x-t_1) \right] \quad (3.54)$$

$$\frac{B_p(x)}{GI_t} = \frac{pe}{GI_t} \int_{t_1}^x \left[\frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}(x-t) \right] dt = \frac{pe}{GI_t} \frac{1}{k^2} [-1 + \text{ch } \bar{k}(x-t_1)]; \quad (3.55)$$

$$\frac{M_{tp}(x)}{GI_t} = \frac{pe}{GI_t} \int_{t_1}^x dt = \frac{pe}{GI_t} (x-t_1); \quad (3.56)$$

- pentru intervalul $t_2 \leq x \leq L$:

$$\begin{aligned} \varphi_p(x) &= \frac{pe}{GI_t} \int_{t_1}^{t_2} \left[(x-t) - \frac{1}{k} \text{sh } \bar{k}(x-t) \right] \cdot dt = \frac{pe}{GI_t} \left[-\frac{(x-t_2)^2}{2} + \frac{(x-t_1)^2}{2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k^2} [\text{ch } \bar{k}(x-t_2) - \text{ch } \bar{k}(x-t_1)] \right]; \end{aligned} \quad (3.57)$$

$$\varphi_p'(x) = \frac{pe}{GI_t} \int_{t_1}^{t_2} [1 - \text{ch } \bar{k}(x-t)] dt = \frac{pe}{GI_t} \left[\frac{1}{k} \text{ch } \bar{k}(x-t_2) + \text{ch } \bar{k}(x-t_1) \right]; \quad (3.58)$$

$$\frac{M_{tp}(x)}{G \cdot I_t} = \frac{pe}{G \cdot I_t} \int_{t_1}^{t_2} dt = \frac{pe}{G \cdot I_t} (t_2 - t_1). \quad (3.59)$$

Cu rezultatele (3.52)...(3.59) înlocuite în relația (3.45) se obține pentru cazul din figura 3.6 :

- pe intervalul $0 \leq x \leq t_1$:

$$\begin{Bmatrix} R \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x \\ 0 & \operatorname{ch} \bar{k}x & -\frac{\bar{k}}{L} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \operatorname{ch} \bar{k}x & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{B_0}{G \cdot I_t} \\ \frac{pe \cdot x_0}{G \cdot I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.60)$$

sau sub formă mai simplă :

$$\{R\} = [U_0] \cdot \{P_0\} \quad (3.61)$$

- pentru intervalul $t_1 \leq x \leq t_2$:

$$\begin{Bmatrix} R \\ \Delta \\ \Delta \\ \Delta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & -\frac{(x-t_1)^2}{2} - \frac{1}{k^2} \\ & & & & 1 - \operatorname{ch} k(x-t_1) \\ 0 & \operatorname{ch} \frac{\bar{k}x}{L} & -\bar{k} \operatorname{sh} \frac{\bar{k}x}{L} & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & -(x-t_1) + \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x-t_1) \\ 0 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \operatorname{ch} \bar{k}x & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \frac{1}{k^2} 1 - \operatorname{ch} \bar{k}(x-t_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -(x-t_1) \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{B_0}{G \cdot I_t} \\ \frac{pe \cdot x_0}{G \cdot I_t} \\ \frac{pe}{G \cdot I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.62)$$

- pentru intervalul $t_2 \leq x \leq L$:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccccc} \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \frac{(x-t_2)^2}{2} - \frac{(x-t_1)^2}{2} & 0 \\ & & & - \frac{1}{k^2} [\operatorname{ch} \bar{k}(x-t_2) - \operatorname{sh} k(x-t_1)] & 0 \\ 0 & \operatorname{ch} \bar{k}x & - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & (t_1-t_2) - \frac{\operatorname{sh} k(x-t_2)}{k} \\ & & & & - \frac{\operatorname{sh} k(x-t_1)}{k} \\ 0 & - \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \operatorname{ch} \bar{k}x & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & - \frac{1}{k^2} [-\operatorname{ch} \bar{k}(x-t_2) + \operatorname{ch} \bar{k}(x-t_1)] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_2 - t_1 \end{array} \right] \begin{array}{l} q \\ 0 \\ \frac{B_0}{G \cdot I_t} \\ \frac{M_{x_0}}{G \cdot I_t} \\ \frac{pe}{GI_t} \end{array}$$

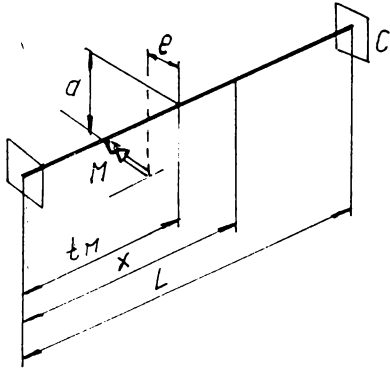
(3.63)

Parametrii φ_0 , φ_0' , B_0 și M_{x_0} se determină în funcție de rezemarea, încărcarea barei. $M_{tx}(x)$ și $M_{\omega}(x)$ se determină cu relațiile (3.46) și (3.47).

3.2.3. Bară solicitată de un moment concentrat, aplicat într-un plan paralel cu axa centrelor de forfecare

La bara încărcată cu un moment direct aplicat, acționând într-un plan paralel cu axa centrelor de forfecare C - C, fig. 3.7, problema poate fi rezolvată în mod similar cu cea de la § 3.1.3, introducând în expresia produsului matriceal, corespunzător soluției particulare a ecuației diferențiale neomogene, valoarea momentului obținut prin reducerea încărcării față de axa centrelor de forfecare, și în acest caz se poate da o soluție mai simplă, bazată pe rezultatele de la solicitarea cu o forță concentrată aplicată excentric, considerând momentul exterior alcătuit dintr-un grup de două sarcini concentrate P ce acționează la

distanța infinit mică Δt_M :



$$P = \frac{M}{\Delta t_M} \text{ sau } M = P \cdot \Delta t_M \quad (3.64)$$

Notînd cu $\varphi_p(x, t)$, mărimile caracteristice pentru o forță concentrată P , cu excentricitatea e și respectiv cu $\varphi_1(x, t)$ aceleași mărimi pentru cazul cînd $Pe = 1$, prin suprapunere de efecte, corespunzătoare celor două forțe transversale egale și de sensuri contrare, care acționează în secțiunile t și $t + \Delta t$ se obțin mărimile caracteristice corespunzătoare încărcării

Fig. 3.7

din fig. 3.7.

$$\begin{aligned} \varphi_M(x, t) &= \varphi_1(x, t + \Delta t) \cdot P \cdot e - \varphi_1(x, t) \cdot Pe = \\ &= \frac{\varphi_1(x, t + \Delta t) - \varphi_1(x, t)}{\Delta t} \cdot M \cdot e \end{aligned} \quad (3.65)$$

iar prin trecere la limita $\Delta t \rightarrow 0$:

$$\varphi_{Mx}(x, t) = \frac{\partial \varphi_1(x, t_M)}{\partial t_M} \cdot M \cdot e \quad (3.66)$$

Deci, și în acest caz, mărimile caracteristice ale răsucirii împiedicate, corespunzătoare încărcării cu un moment concentrat, al cărui plan de acțiune nu trece prin axa centrelor de greutate, se pot obține pe cale indirectă, prin determinarea mărimilor caracteristice corespunzătoare încărcării cu o forță excentrică $P \cdot e = 1$ și multiplicarea rezultatelor cu $M \cdot e$.

3.2.4. Bară încărcată cu un binoment exterior

În cazul unei bare încărcate cu un binoment exterior B_e , Fig. 3.8, în soluția particulară a ecuației diferențiale se face $B_t = 0$ și $M_{xt} = 0$ pe intervalul $0 \leq x \leq t_B$ și $B_t = B_e$, $M_{xt} = 0$, pentru intervalul $t_B \leq x \leq L$.

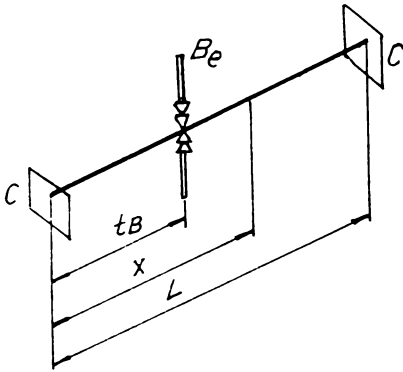


Fig. 3.8.

Din relația (3.45) se obțin soluțiile :

- pentru intervalul

$$0 \leq x \leq t_B :$$

$$\{r\} = [J] \cdot \{P_0\} \quad (3.67)$$

și respectiv pentru intervalul

$$t_B \leq x \leq L :$$

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \bar{k}x & x - \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & -1 + \operatorname{ch} \bar{k}(x - t_B) \\ 0 & \operatorname{ch} \bar{k}x & \frac{L}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & 1 - \operatorname{ch} \frac{\bar{k}x}{L} & \bar{k} \operatorname{sh} \bar{k}(x - t_B) \\ 0 & -\frac{1}{k} \operatorname{sh} \bar{k}x & \operatorname{ch} \bar{k}x & \frac{1}{k} \operatorname{sh} kx & -\operatorname{ch} \bar{k}(x - t_B) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{B_0}{G I_t} \\ \frac{M_0 x_0}{G I_t} \\ \frac{B_e}{G I_t} \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

Momentul de răsucire $M_t(x)$ și momentul de încovoiere - răsucire $M_{\bar{\omega}}(x)$ se determină cu relația (3.46) și respectiv (3.47)

3.3. Rezultate privind variația mărimilor caracteristice de răsuciri împiedicate pentru câteva cazuri uzuale de încărcare și rezemare a barelor

Utilizând rezultatele obținute la § 3.1 și § 3.2 s-au obținut variația caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate pentru câteva cazuri semnificative de încărcare și rezemare a barelor. Relațiile obținute, care sînt date tabelar permit scrierea și determinarea acestor mărimi pentru cazurile concrete determinate, iar pentru cazurile de solicitare mai complexe prin suprapunerea de efecte se pot obține aceste mărimi.

Proiectarea unei structuri de rezistență a unei construcții presupune alegerea tipului de structură adecvat destinației acesteia, determinarea acțiunilor care solicită structura și a combinațiilor acestora, calculul eforturilor și a tensiunilor în secțiunile și punctele caracteristice ale structurii, dimensionarea și alcătuirea elementelor structurale astfel încât să fie satisfăcute criteriile de siguranță și eficiență tehnico-economică.

Formularea matriceală a unor soluții semnificative ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate permite abordarea calculului (BPS) cu ajutorul calculatoarelor electronice. De asemenea, această formulare matriceală a fost utilizată la stabilirea funcțiilor de variație a caracteristicilor geometrice φ, φ' , și statice $M_\omega, M_t, \theta_\omega$, ale răsucirii împiedicate pentru câteva cazuri concrete de încărcare și rezemare ale (BPS). Aceste rezultate sunt redată în tab.3.1 pentru încărcări unitare. Obținerea funcțiilor reale ale acestor caracteristici, pentru cazuri concrete de solicitare și rezemare se face prin amplificarea rezultatelor date în tab.3.1 cu valorile sarcinilor.

Dacă solicitarea este complexă valorile reale ale acestor funcții se pot obține prin suprapunere de efecte.


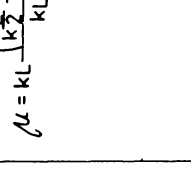
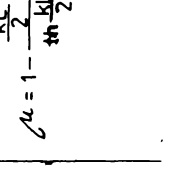
Utilizând rezultatele de la formularea matriceală și ale funcțiilor redată în tab.3.1 s-a trecut la abordarea optimizării structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri.

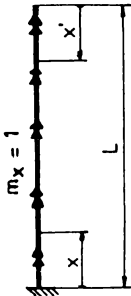
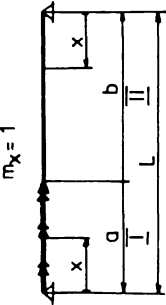
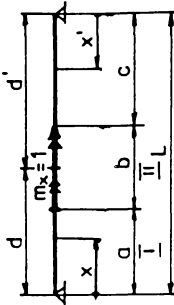
Metoda prezentată poate fi utilizată și pentru alte tipuri de solicitări, având o largă gamă de aplicativitate în rezolvarea structurilor de rezistență realizate din (BPS).

3.4. Observații și concluzii privind rezultatele obținute pe baza formulării matriceale a unor soluții semnificative ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate

Relațiile (3.13)...(3.15), (3.13')...(3.15') și (3.45)...(3.47'), (3.45' ... 3.47') permit rezolvarea unor cazuri fundamentale de încărcare obținându-se mărimile caracteristice ale răsucirii împiedicate.

TEB.3.1

Nr. crt.	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristici-CD	Relatia de definiție	Expresia funcțiilor folosite
1		<p> $G_{t\psi}$ M_t B_ω M_ω </p>	$\frac{xx'}{2} - \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{sh} kx + \text{sh} kx'}{\text{sh} kL} \right)$ $\frac{L-2x}{2} + \frac{1}{k} \frac{\text{ch} kx - \text{ch} kx'}{\text{sh} kL}$ $\frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{sh} kx + \text{sh} kx'}{\text{sh} kL} \right)$ $-\frac{1}{k} \frac{\text{ch} kx - \text{ch} kx'}{\text{sh} kL}$	-
2		<p> $G_{t\psi}$ M_t B_ω M_ω </p>	$\frac{xx'}{2} - \frac{1}{k^2} \left(\mu^2 x^2 + 1 - \frac{\text{sh} kx + (1+\mu) \text{sh} kx'}{\text{sh} kL} \right)$ $\frac{L-2x}{2} + \frac{1}{k} \left(\mu + \frac{\text{ch} kx - (1+\mu) \text{ch} kx'}{\text{sh} kL} \right)$ $\frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{sh} kx + (1+\mu) \text{sh} kx'}{\text{sh} kL} \right)$ $-\frac{1}{k} \frac{\text{ch} kx - (1+\mu) \text{ch} kx'}{\text{sh} kL}$	<p style="text-align: center;">58</p> $\mu = kL \frac{\left(\frac{kL}{2} - \text{th} k \frac{kL}{2} \right) \text{th} kL}{kL - \text{th} kL}$
3		<p> $G_{t\psi}$ M_t B_ω M_ω </p>	$\frac{xx'}{2} - \frac{1-\mu^2}{k^2} \left(1 - \frac{\text{sh} kx + \text{sh} kx'}{\text{sh} kL} \right)$ $\frac{L-2x}{2} + \frac{1-\mu^2}{k^2} \frac{\text{ch} kx - \text{ch} kx'}{\text{sh} kL}$ $\frac{1}{k^2} \left[1 - (1-\mu^2) \frac{\text{sh} kx + \text{sh} kx'}{\text{sh} kL} \right]$ $-\frac{1-\mu^2}{k} \frac{\text{ch} kx - \text{ch} kx'}{\text{sh} kL}$	$\mu = 1 - \frac{\frac{kL}{2}}{\text{th} \frac{kL}{2}}$

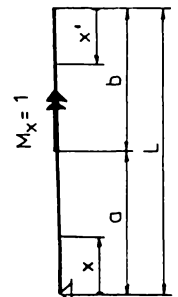
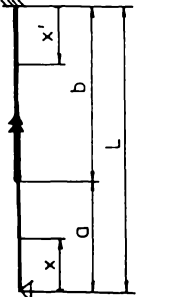
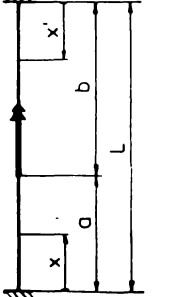
Nr. crt.	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristică	Relația de definiție	Tronson II
4		<p>Giφ</p> <p>M_t</p> <p>B_ω</p> <p>M_ω</p>	$x \left(L - \frac{x}{2} \right) \frac{1}{k^2} \left[kL \text{ sh } kx - \frac{(1+kL \text{ sh } kL)(\text{ch } kx - 1)}{\text{ch } kL} \right]$ $x' \cdot \frac{1}{k} \left[kL \text{ ch } kx - \frac{(1+kL \text{ sh } kL) \text{ sh } kx}{\text{ch } kL} \right]$ $\frac{1}{k^2} \left[1 + kL \text{ sh } kx - \frac{(1+kL \text{ sh } kL) \text{ ch } kx}{\text{ch } kL} \right]$ $\frac{1}{k} \left[kL \text{ ch } kx - \frac{(1+kL \text{ sh } kL) \text{ sh } kx}{\text{ch } kL} \right]$	—
5		<p>Giφ</p> <p>M_t</p> <p>B_ω</p> <p>M_ω</p>	$\left(1 - \frac{a}{2L} \right) a x \frac{x^2}{2} \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{sh } kx' + \text{ch } kb \text{ sh } kx}{\text{sh } kL} \right)$ $L - \frac{a^2}{2L} \frac{1}{k} \frac{\text{ch } kx' - \text{ch } kb \text{ ch } kx}{\text{sh } kL}$ $\frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{sh } kx' + \text{ch } kb \text{ sh } kx}{\text{sh } kL} \right)$ $\frac{1}{k} \frac{\text{ch } kx' - \text{ch } kb \text{ ch } kx}{\text{sh } kL}$	$\frac{a^2}{2L} x' + \frac{1}{k^2} \frac{\text{ch } ka - 1}{\text{sh } kL} \text{ sh } kx'$ $- \frac{a^2}{2L} \frac{1}{k} \frac{\text{ch } ka - 1}{\text{sh } kL} \text{ ch } kx'$ $\frac{1}{k^2} \frac{\text{ch } ka - 1}{\text{sh } kL} \text{ sh } kx'$ $- \frac{1}{k} \frac{\text{ch } ka - 1}{\text{sh } kL} \text{ ch } kx'$
6		<p>Giφ</p> <p>M_t</p> <p>B_ω</p> <p>M_ω</p>	$\frac{cd'}{L} x - \frac{1}{k^2} \frac{\text{ch } k(b+c) - \text{ch } kb}{\text{sh } kL} \text{ sh } kx$ $\frac{cd'}{L} - \frac{1}{k} \frac{\text{ch } k(b+c) - \text{ch } kb}{\text{sh } kL} \text{ sh } kx$ $\frac{1}{k^2} \frac{\text{ch } k(b+c) - \text{ch } kb}{\text{sh } kL} \text{ sh } kx$ $\frac{1}{k} \frac{\text{ch } k(b+c) - \text{ch } kb}{\text{sh } kL} \text{ ch } kx$	$\frac{cd'}{L} x - \frac{(x-a)^2}{2} \frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{ch } ka \text{ sh } kx' + \text{ch } kb \text{ ch } kx}{\text{sh } kL} \right)$ $\frac{cd'}{L} - (x-a) \frac{1}{k} \frac{\text{ch } ka \text{ ch } kx' - \text{ch } kb \text{ ch } kx}{\text{sh } kL}$ $\frac{1}{k^2} \left(1 - \frac{\text{ch } ka \text{ sh } kx' - \text{ch } kb \text{ ch } kx}{\text{sh } kL} \right)$ $\frac{1}{k} \frac{\text{ch } ka \text{ sh } kx' - \text{ch } kb \text{ ch } kx}{\text{sh } kL}$

Tab. 3. (cont. din pagina 1)

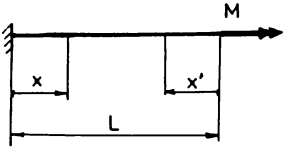
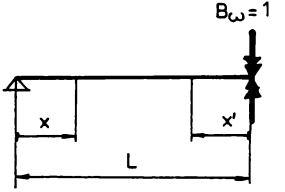
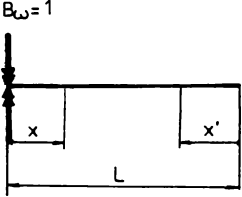
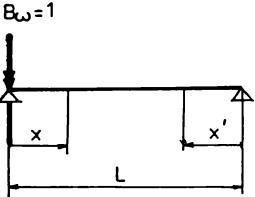
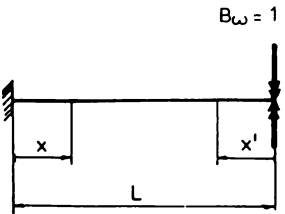
Nr. crt.	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristicile ca	Relația de definiție	
			Tronson I	Tronson II
7		<p> $G_{1\psi}$ M_t B_ω M_ω </p>	$\left(a - \frac{a^2 - a'^2}{2L} \right) x - \frac{x^3}{2} \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{sh kx + (ch kb + ch ka - 1) sh kx}{sh kL} \right]$ $a - \frac{a^2 - a'^2}{2L} - x - k \frac{1}{k} \frac{ch kx - (ch kb + ch ka - 1) ch kx}{sh kL}$ $\frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{sh kx + (ch kb + ch ka - 1) ch kx}{sh kL} \right]$ $\frac{1}{k} \frac{ch kx - (ch kb + ch ka - 1) ch kx}{sh kL}$	$\frac{a^2 x + a'^2}{2L} - \frac{1}{k^2} \frac{(ch ka - 1) sh kx + (ch ka^2 - 1) sh kx}{sh kL}$ $\frac{a^2 - a'^2}{2L} + \frac{1}{k} \frac{(ch ka - 1) sh kx - (ch ka' - 1) ch kx}{sh kL}$ $\frac{1}{k^2} \frac{(ch ka - 1) sh kx + (ch ka' - 1) sh kx}{sh kL}$ $-\frac{1}{k} \frac{(ch ka - 1) sh kx - (ch ka' - 1) ch kx}{sh kL}$
8		<p> $G_{1\psi}$ M_t B_ω M_ω </p>	$x \left(a - \frac{x}{2} \right) \frac{1}{k^2} \frac{ka sh kL + (ch kb) + \psi_4 sh kx - \psi_2 ch kx}{sh ka th kb + ch ka}$ $a - z + \frac{1}{k} \frac{\psi_4 ch kx' - \psi_2 sh kx'}{sh ka th kb + ch ka}$ $\frac{1}{k^2} \left(1 + \frac{\psi_4 sh kx' - \psi_2 ch kx'}{sh ka th kb + ch ka} \right)$ $-\frac{1}{k} \frac{\psi_4 ch kx' - \psi_2 sh kx'}{sh ka th kb + ch ka}$	$\frac{a^2}{2} \frac{1}{k} \left(\psi_1 + \frac{sh ka - ka}{ch kL} sh kx' \right)$ $\frac{1}{k} \frac{sh ka - ka}{ch kL} ch kx'$ $\frac{1}{k^2} \frac{sh ka - ka}{ch kL} sh kx'$ $-\frac{1}{k} \frac{sh ka - ka}{ch kL} ch kx'$ <p style="text-align: right;"> $\psi_4 = sh ka - ka$ $\psi_2 = ch ka - ka th kb$ </p>
9		<p> $G_{1\psi}$ M_t B_ω M_ω </p>	$\frac{bx}{L} - \frac{1}{k} \frac{sh kb}{sh kL} sh kx$ $\frac{b}{L} - \frac{sh kb}{sh kL} ch kx$ $\frac{1}{k} \frac{sh kb}{sh kL} sh kx$ $\frac{sh kb}{sh kL} ch kx$	$\frac{ax}{L} - \frac{1}{k} \frac{sh ka}{sh kL} sh kx'$ $-\frac{1}{L} + \frac{sh ka}{sh kL} sh kx'$ $\frac{1}{k} \frac{sh ka}{sh kL} sh kx'$ $-\frac{sh ka}{sh kL} ch kx'$

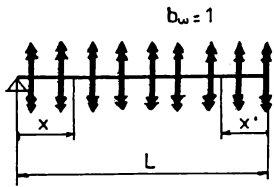
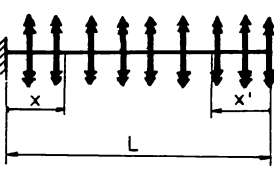
Nr crt	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristici:	Relația de definiție		
			$x < a$	$x > a$	
10		$G_t \psi$ M_t $B \omega$ $M \omega$	$M_{\omega_0} \left(1 - \text{ch } kx \right) + M_{x_0} \left(x - \frac{\text{sh } kx}{k} \right) - \left(b - x' \right) + \frac{\text{sh } k(b-x)}{k}$ $- kM_{\omega_0} \text{sh } kx + M_{x_0} (1 - \text{ch } kx) - 1 + \text{ch } (b - x')$ $M_{\omega_0} \text{ch } kx + M_{x_0} \frac{\text{sh } kx}{k} - \frac{1}{k} \text{sh } k(b - x')$ $kM_{\omega_0} \text{sh } kx + M_{x_0} \text{ch } kx - \text{ch } k(b - x')$	$x > a$	
11		$G_t \psi$ M_t $B \omega$ $M \omega$	$\frac{bx + M_{\omega_0} x'}{L} - \frac{\text{sh } kb \text{sh } kx + kM_{\omega_0} \text{sh } kx'}{k \text{sh } kL}$ $\frac{b - M_{\omega_0}}{L} - \frac{\text{sh } kb \text{sh } kx - kM_{\omega_0} \text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$ $\frac{1}{k} \frac{\text{sh } kb \text{sh } kx + kM_{\omega_0} \text{sh } kx}{\text{sh } kL}$ $\frac{\text{sh } kb \text{ch } kx - kM_{\omega_0} \text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$	$\frac{a + M_{\omega_0} x'}{L} - \frac{\text{sh } ka + kM_{\omega_0} \text{sh } kx'}{\text{sh } kL}$ $-\frac{a + M_{\omega_0}}{L} + \frac{\text{sh } ka + kM_{\omega_0}}{\text{sh } kL} \text{ch } kx'$ $\frac{1}{k} \frac{\text{sh } ka + kM_{\omega_0} \text{sh } kx'}{\text{sh } kL}$ $-\frac{\text{sh } ka + kM_{\omega_0} \text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$	$x < a$
12		$G_t \psi$ M_t $B \omega$ $M \omega$	$x - \frac{\text{sh } kL - \text{sh } kb - \text{ch } kL \text{sh } k(b-x') + [\text{ch } ka - 1] \text{sh } x'}{k \text{ch } kL}$ $1 - \frac{\text{ch } kL \text{ch } k(b-x') - [\text{ch } ka - 1] \text{ch } kx'}{\text{ch } kL}$ $-\frac{\text{ch } kL \text{sh } k(b-x') - [\text{ch } ka - 1] \text{sh } kx'}{k \text{ch } kL}$ $\frac{\text{ch } kL \text{ch } k(b-x') - [\text{ch } ka - 1] \text{sh } kx'}{\text{ch } kL}$	$a - \frac{\text{sh } kL - \text{sh } kb + [\text{ch } ka - 1] \text{sh } kx'}{k \text{ch } kL}$ $\frac{[\text{ch } ka - 1] \text{ch } kx'}{\text{ch } kL}$ $\frac{[\text{ch } ka - 1] \text{sh } kx'}{k \text{ch } kL}$ $-\frac{[\text{ch } ka - 1] \text{ch } kx'}{\text{ch } kL}$	$x < a$

Tab.3.1 (continuare)

Nr. crt.	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristici co	Relația de definiție	
			$x < a$	$x > a$
13		$G_{1\psi}$	$x - \frac{sh\ kb \cdot sh\ kx}{k\ sh\ kL}$	$b - \frac{sh\ kb \cdot sh\ kx}{k\ sh\ kL} - \frac{sh\ k(a-x)}{k}$
		M_t	$1 - \frac{sh\ kb \cdot ch\ kx}{sh\ kL}$	$-\frac{sh\ kb \cdot ch\ kx}{sh\ kL} - ch\ k(a-x)$
		B_{ω}	$\frac{sh\ kb \cdot sh\ kx}{k\ sh\ kL}$	$\frac{sh\ kb \cdot sh\ kx}{k\ sh\ kL} + \frac{sh\ k(a-x)}{k}$
		M_{ω}	$\frac{sh\ kb \cdot ch\ kx}{sh\ kL}$	$\frac{sh\ kb \cdot ch\ kx}{sh\ kL} + ch\ k(a-x)$
14		$G_{1\psi}$	$x - \frac{ch\ kb \cdot sh\ kx}{k\ ch\ kL}$	$b - \frac{ch\ kb \cdot sh\ kx}{k\ ch\ kL} - sh\ k(a-x)$
		M_t	$1 - \frac{ch\ kb \cdot ch\ kx}{ch\ kL}$	$-\frac{ch\ kb \cdot ch\ kx}{ch\ kL} - ch\ k(a-x)$
		B_{ω}	$\frac{ch\ kb \cdot sh\ kx}{k\ ch\ kL}$	$\frac{ch\ kb \cdot sh\ kx}{k\ ch\ kL} + \frac{sh\ k(a-x)}{k}$
		M_{ω}	$\frac{ch\ kb \cdot ch\ kx}{ch\ kL}$	$\frac{ch\ kb \cdot ch\ kx}{ch\ kL} + ch\ k(a-x)$
15		$G_{1\psi}$	$x - \frac{ch\ kb \cdot (ch\ kx - 1) - ch\ kx' + ch\ kL}{k\ sh\ kL}$	$b - \frac{ch\ kb \cdot (ch\ kx - 1) - ch\ kx' + ch\ kL}{k\ sh\ kL} - \frac{sh\ k(a-x)}{k}$
		M_t	$1 - \frac{ch\ kb \cdot sh\ kx + sh\ kx'}{sh\ kL}$	$-\frac{ch\ kb \cdot sh\ kx + sh\ kx'}{sh\ kL} - ch\ k(a-x)$
		B_{ω}	$\frac{ch\ kb \cdot ch\ kx - ch\ kx'}{k\ sh\ kL}$	$\frac{ch\ kb \cdot ch\ kx - ch\ kx'}{k\ sh\ kL} + sh\ k(a-x)$
		M_{ω}	$\frac{ch\ kb \cdot sh\ kx + sh\ kx'}{sh\ kL}$	$\frac{ch\ kb \cdot sh\ kx + sh\ kx'}{sh\ kL} + ch\ k(a-x)$

		Relația de definiție	
		$x < a$	$x > a$
Nr. crt.	Tipul solicitării și Tezământul	Caracteristici	
16	<p>Diagram description: A horizontal beam of total length L. A point load $B_\omega = 1$ is applied at a distance x from the left end. The beam is divided into two segments of length a and b. A coordinate system x' starts at the point of application of the load.</p>	$G_{I\psi}$ M_t B_ω M_ω	$-ch k(x-a) + 1$ $-ksh k(x-a)$ $ch k(x-a)$ $ksh k(x-a)$
17	<p>Diagram description: A horizontal beam of total length L. A point load $B_\omega = 1$ is applied at a distance x from the left end. The beam is divided into two segments of length a and b. A coordinate system x' starts at the left end of the beam.</p>	$G_{I\psi}$ M_t B_ω M_ω	$1 - ch k(x-a)$ $-ksh k(x-a)$ $ch k(x-a)$ $ksh k(x-a)$
18	<p>Diagram description: A horizontal beam of total length L. A point load $B = 1$ is applied at a distance x from the left end. The beam is divided into two segments of length a and b. A coordinate system x' starts at the left end of the beam.</p>	$G_{I\psi}$ M_t B_ω M_ω	$1 - ch k(x-a)$ $-ksh k(x-a)$ $ch k(x-a)$ $ksh k(x-a)$

Nr. crt.	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristica	Relația de definiție
19		$G_{t\varphi}$ M_t B_ω M_ω	$x - \frac{1}{k} \frac{\text{sh } kL - \text{sh } kx'}{\text{ch } kL}$ $1 - \frac{\text{ch } kx'}{\text{ch } kL}$ $-\frac{1}{k} \frac{\text{sh } kx'}{\text{ch } kL}$ $\frac{\text{ch } kx'}{\text{ch } kL}$
20		$G_{t\varphi}$ M_t B_ω M_ω	$\frac{\text{sh } kx}{\text{sh } kL}$ $k \frac{\text{ch } kx}{\text{sh } kL}$ $-\frac{\text{sh } kx}{\text{sh } kL}$ $-k \frac{\text{ch } kx}{\text{sh } kL}$
21		$G_{t\varphi}$ M_t B_ω M_ω	$1 - \frac{\text{sh } kx'}{\text{sh } kL}$ $k \frac{\text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$ $\frac{\text{sh } kx'}{\text{sh } kL}$ $-k \frac{\text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$
22		$G_{t\varphi}$ M_t B_ω M_ω	$1 - \frac{x}{L} - \frac{\text{sh } kx'}{\text{sh } kL}$ $-\frac{1}{L} + k \frac{\text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$ $\frac{\text{sh } kx'}{\text{sh } kL}$ $-k \frac{\text{ch } kx'}{\text{sh } kL}$
23		$G_{t\varphi}$ M_t B_ω M_ω	$\frac{\text{ch } kx - 1}{\text{ch } kL}$ $k \frac{\text{sh } kx}{\text{ch } kL}$ $-\frac{\text{ch } kx}{\text{ch } kL}$ $-k \frac{\text{sh } kx}{\text{ch } kL}$

Nr. crt.	Tipul solicitării și rezemării	Caracteristica	Relația de definiție
24		$GI_t \varphi$ M_t B_ω M_ω	$-x$ -1 0 1
25		$GI_t \varphi$ M_t B_ω M_ω	$\frac{sh kL - sh kx'}{k ch kL}$ $\frac{ch kx'}{ch kL} - 1$ $\frac{sh kx'}{k ch kL}$ $-\frac{ch kx'}{ch kL} + 1$

$$M_{\omega_0} = \frac{\left(\frac{b}{L} - \frac{1}{kL}\right)(1 - ch kL) - \left(1 - ch kb\right)\left(1 - \frac{1}{kL} sh kL\right)}{L(2 - 2ch kL + kL sh kL)}$$

$$M_{x_0} = \frac{(1 - ch kL)(1 - ch ka) + k sh kL \left(b - \frac{1}{k} sh kb\right)}{2 - 2ch kL + kL sh kL}$$

$$M_{\omega_0} = \frac{b sh kL - L sh kb}{sh kL - kL ch kL}$$

Observatie:

Mărimile notate cu M sau cu M reprezintă eforturile inițiale M_{ω_0} , M_{x_0} și respectiv M_{ω_0} din legătura considerată la abscisa x_0 , adică $x=0$.

Relațiile (3.16)...(3.31') și (3.48)...(3.68) reprezintă relațiile necesare dezvoltării procedurii de calcul urmărit pentru câteva cazuri concrete de încărcare.

Din analiza comparativă a relațiilor (3.16)...(3.31) și respectiv (3.48)...(3.68) se observă că încărcările exterioare aplicate într-o secțiune, sau pe un interval, aparent după structura acestora, își transmit efectul numai pe zona de aplicare sau pe cele următoare fără a influența porțiunile premergătoare încărcărilor. Pe intervalul anterior încărcărilor, încărcările exterioare își transmit efectul asupra întregii grinzi prin intermediul parametrilor inițiali, care depind de forma și modul de rezemare al barei. Tot astfel se explică și identitatea formală a relațiilor (3.16), (3.27), (3.32) respectiv (3.50), (3.61), (3.67) care diferă în funcție de valorile parametrilor inițiali.

Punând condițiile de legătură se pot determina valorile parametrilor inițiali φ_0 , φ_0' , B_0 și M_{x0} pentru diferite încărcări și rezemări concrete. Cele mai semnificative încărcări precum și variația caracteristicii geometrice φ și a eforturilor răsucirii împiedicate M_t , B_ω și M_ω sînt redată sintetic în tab.3.1. Valorile acestora permit stabilirea variației acestor caracteristici geometrice și statice și pentru cazuri mai complexe de solicitare utilizînd suprapunerea de efecte. De asemenea rezultatele obținute și redată în tab.3.1. permit calcularea acestor caracteristici în orice secțiune precum și precizarea secțiunii periculoase (secțiunilor periculoase).

Cap.4. CONTRIBUTII LA OPTIMIZAREA DISTRIBUTIEI DE MATERIAL PE SECTIUNILE BARELOR CU PERETI SUBTILI

4.1. Considerații generale

Realizarea elementelor de rezistență din (BFS) care să asigure fiabilitatea și duranța în funcționare și cu utilizarea eficientă a materialului utilizat presupune în primul rând cunoașterea modului de variație a caracteristicilor geometrice ale secțiunii, inclusiv cele specifice răsucirii împiedicate, când dimensiunile secțiunii variază. Existența elementelor tipizate sau standardizate (grosimea platbenzilor) ce trebuie utilizate la realizarea elementelor de rezistență conduc la un număr finit de combinații, ceea ce impune ca parametrii, considerați variabile independente, să ia valori discrete.

Drept criteriu extrem vom considera volumul minim ceea ce conduce la un consum mic de material. În acest fel criteriul capătă forma condiției de greutate minimă.

Dimensionarea optimă a unui element de rezistență, mai ales în cazul în care apare și solicitarea de răsucire împiedicată, conduce la calcule foarte complicate. Acest lucru sedatorează faptului că eforturile caracteristice răsucirii împiedicate depind pe lângă modul de încărcare și rezemare al barei și de caracteristicile geometrice ale răsucirii. În acest caz problema este nedeterminată și se va utiliza metoda iterativă, adică de dimensionare prin încercări succesive.

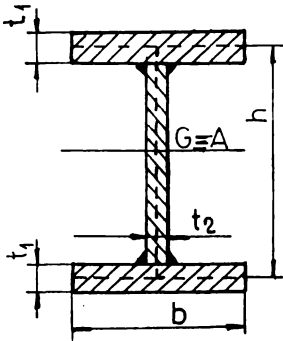
O dată stabilită forma și mărimea secțiunii necesare se pune problema distribuirii materialului în așa fel încât să obținem valori extreme pentru caracteristicile geometrice ale secțiunii la același consum de material. Această problemă a fost rezolvată în varianta aceluiași consum de material ($A = \text{constant}$) pentru patru tipuri de secțiuni, cele mai utilizate la realizarea de longeroane și

traverse ale șasiilor de autobasculante grele.

4.2. Secțiuni de tip profil deschis

4.2.1. Variația caracteristicilor geometrice la secțiunile de tip I simetrice

În cazul utilizării unor elemente de rezistență realizate din profile I simetrice, cu forma și dimensiunile din fig.4.1, caracteristicile geometrice necesare determinării tensiunilor normale și a fluxurilor de forfecare sînt date de relațiile :



$$I_{\omega} = \frac{h^2 \cdot b^3 \cdot t_1}{24} ; \quad (4.1)$$

$$S_{\omega} = \frac{h \cdot b^2 \cdot t_1}{16} ; \quad (4.2)$$

$$I_z = \frac{b \cdot t_1^3}{6} + \frac{h^2 \cdot b \cdot t_1}{2} + \frac{h^3 \cdot t_2}{12} ; \quad (4.3)$$

Fig.4.1.

$$I_t = \frac{1}{3} (h \cdot t_2^3 + 2 \cdot b \cdot t_1^3) \quad (4.4)$$

Utilizînd programul CB₁, pentru A = const. și cu un pas de 5 mm pentru lățimea b s-a obținut variația acestor caracteristici geometrice cînd dimensiunile b și h variază.

Vizualizarea variației acestor caracteristici geometrice s-a făcut prin trasarea pe PLOTTERS a acestor grafice.

Graficele s-au reprezentat suprapus pentru cîte patru variante de secțiuni , de aceeași arie , dar confecționate din plătbenzi de grosimi diferite , pentru a se evidenția și limitele între care variază aceste caracteristici geometrice.

```

PROGRAM CB1
INTEGER B
CALL ASSIGN(2,'CB1,REZ')
CONTINUE
WRITE(5,2)
FORMAT('% INTRODUCETI VALOAREA LUI T1 :')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,2)
FORMAT('% INTRODUCETI VALOAREA LUI T2 :')
ACCEPT *,T2
A=10000.
WRITE(2,3) T1,T2
FORMAT('2 '//10X,'T1 = ',F4.0,' MM   T2 = ',F4.0,' MM   A = ',
1' 10000. MM '//6X,'+',52('='),' '+'/6X,'!'   B',5X,'IW',8X,'IZ',
20X,'SW',9X,'IT',9X,'!'//6X,'!' ,52X,'!'//6X,'!' MM',
30X,'MM',5X,3('MM',9X),'!'//6X,'!' ,52('='),'!')
DO 4 B=1,27,5
H=(A-2.*B*T2)/T2
WI=T1*P**3.*H**2./24.
ZI=B*T1**3./6+H**2.*B*T1/2.+T2*H**3./12.
SWI=H*B**2.*T1/16.
TI=(2.*B*T1**3.+H*T2**3.)/3.
WRITE(2,5) B,WI,ZI,SWI,TI
FORMAT(6X,'!' ,I3,3X,4(E9.3,2X),' !')
CONTINUE
WRITE(2,6)
FORMAT(6X,'!' ,52('='),'!')
TYPE 7
FORMAT('% MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE ? (D/N) :')
ACCEPT #,DN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'D') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END

```

In fig.4.2. este redată variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 6 \text{ mm}$ și la care tălpile se realizează din grosimi diferite (standardizate) $T_1 = 10 \text{ mm}$, $t_1 = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 14 \text{ mm}$ și $t_1 = 16 \text{ mm}$.

In fig.4.3. este redată variația aceloragi caracteristici geometrice pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$ și tălpile se realizează cu grosimile $t_1 = 10 \text{ mm}$, $t_2 = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 14 \text{ mm}$ și $t_1 = 16 \text{ mm}$.

Variația carecteristicilor geometrice ale secțiunii $A = 10.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 8 \text{ mm}$, $t_1 = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 14 \text{ mm}$, $t_1 = 16 \text{ mm}$, $t_1 = 18 \text{ mm}$ este redată in fig.4.4, iar pentru $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_1 = 14 \text{ mm}$, $t_2 = 16 \text{ mm}$, $t_2 = 18 \text{ mm}$, $t_2 = 20 \text{ mm}$ este redată in fig. 4.5.

Aceste grafice ne redau atit variația caracteristicilor geometrice cind b și h se modifică cit și banda de distribuție a acestora pentru acelagi consum de material ($A = \text{const.}$) dar, secțiunea se realizează din plătbenză cu grosimi diferite.

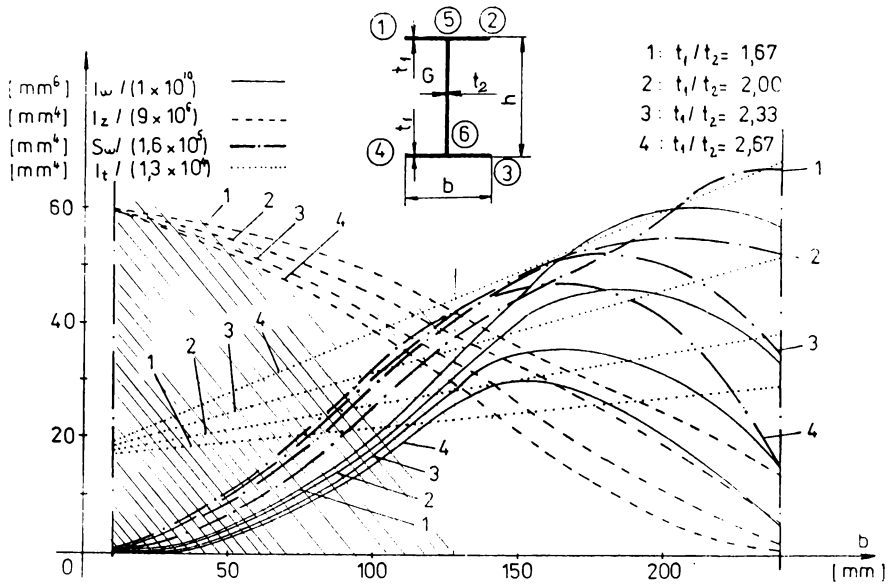


Fig.4.2. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 6 \text{ mm}$.

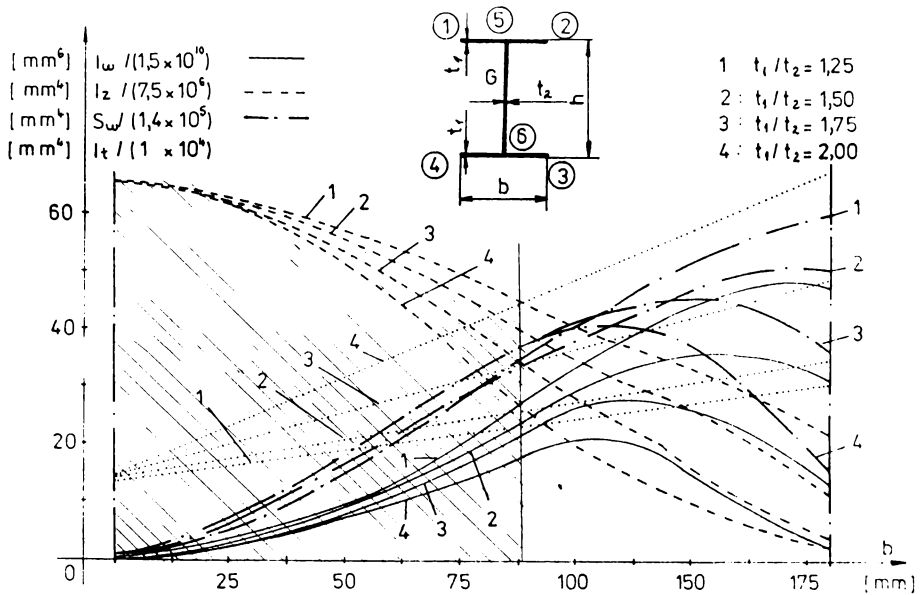


Fig.4.3. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 8 \text{ mm}$.

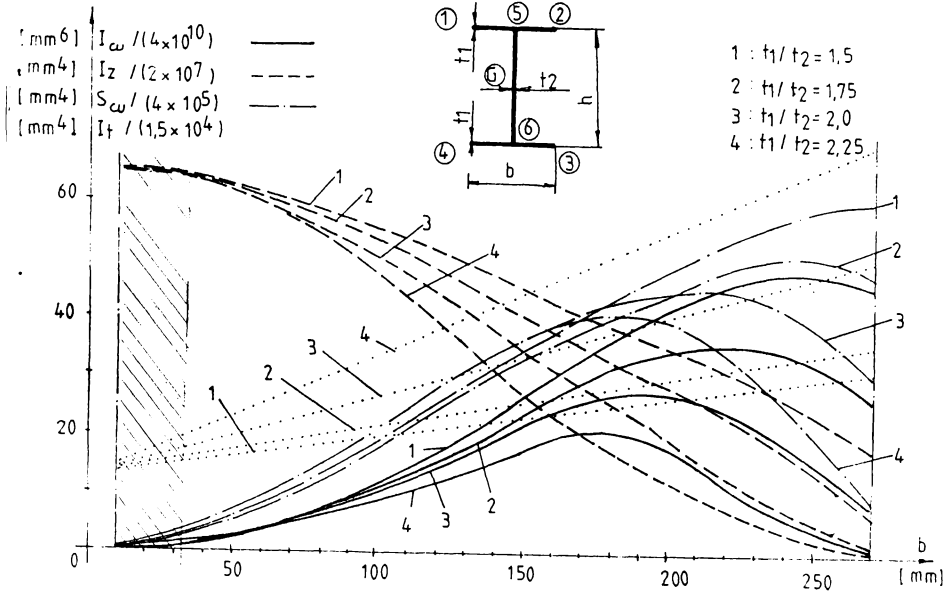


Fig.4.4. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 8 \text{ mm}$.

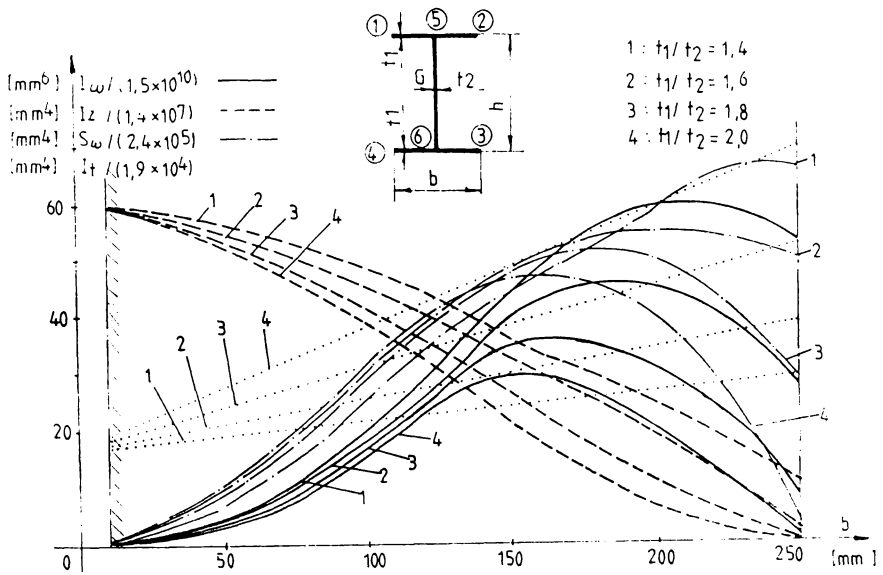


Fig.4.5. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 8 \text{ mm}$.

Deoarece la stabilirea variației caracteristicilor geometrice am stabilit domeniul de variație al lățimii $b \in [10, 240]$ pentru primul caz, $b \in [10, 180]$ pentru cel de-a doua, $b \in [10, 270]$ pentru al treilea și $b \in [10, 250]$ pentru al patrulea, acest domeniu trebuie limitat astfel încât secțiunea adoptată să nu prezinte pericolul de pierdere stabilității locale. Să nu existe pericolul de pierdere a stabilității locale prin valoare trebuie îndeplinită condiția [121]:

$$\frac{b}{t_1} \leq k_1, \quad (4.5)$$

pentru talpa comprimată, unde $b' = (b - t_2)/2$ iar $k_1 = 13$ pentru OL 52, tab. 3.31 [121].

Din această condiție rezultă:

- pentru $A = 5000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 6 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b \leq 266 \text{ mm};$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b \leq 318 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b \leq 370 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b \leq 422 \text{ mm};$$

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b \leq 268 \text{ mm};$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b \leq 320 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b \leq 372 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b \leq 424 \text{ mm};$$

- pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b \leq 304 \text{ mm};$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b \leq 356 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b \leq 408 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b \leq 460 \text{ mm};$$

- pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$:

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b \leq 354 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b \leq 406 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b \leq 458 \text{ mm};$$

$$t_1 = 20 \text{ mm}, \quad b \leq 510 \text{ mm}.$$

Condiția de stabilitate locală a tălpii comprimate nu impune nici o limitare în adoptarea lățimii tălpilor. Limitarea este dată numai de existența reală a secțiunii de tip I simetric.

Stabilitatea locală a inimii presupune îndeplinirea condiției [121]:

$$\frac{h_0}{t_1} \leq 80 \cdot \sqrt{\frac{210}{R}}, \quad (4.6)$$

unde, $h_0 = h - t_1$, $t_i = t_2$ grosimea inimii iar $R = 315$, rezistența de calcul pentru OL 52 [157].

Din condiția de $A = \text{const.}$ rezultă :

$$h = \frac{A - 2 b t_1}{t_2}, \quad (4.7)$$

ceea ce conduce, în concordanță cu relația (4.6) la condiția :

$$b \geq (A - 80 \cdot t_2^2 \cdot \sqrt{\frac{210}{R}}) / (2 \cdot t_1), \quad (4.8)$$

care să asigure stabilitatea locală a inimii. În cazurile concrete analizate se obține :

- pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 6 \text{ mm}$:

- $t_1 = 12 \text{ mm}$, $b \geq 132,6 \text{ mm}$;
- $t_1 = 14 \text{ mm}$, $b \geq 110,0 \text{ mm}$;
- $t_1 = 16 \text{ mm}$, $b \geq 94,6 \text{ mm}$;
- $t_1 = 18 \text{ mm}$, $b \geq 82,8 \text{ mm}$;

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$:

- $t_1 = 12 \text{ mm}$, $b \geq 90,9 \text{ mm}$;
- $t_1 = 14 \text{ mm}$, $b \geq 75,81 \text{ mm}$;
- $t_1 = 16 \text{ mm}$, $b \geq 64,98 \text{ mm}$;
- $t_1 = 18 \text{ mm}$, $b \geq 56,86 \text{ mm}$;

- pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$:

- $t_1 = 12 \text{ mm}$, $b \geq 32,18 \text{ mm}$;
- $t_1 = 14 \text{ mm}$, $b \geq 27,59 \text{ mm}$;
- $t_1 = 16 \text{ mm}$, $b \geq 24,14 \text{ mm}$;
- $t_1 = 18 \text{ mm}$, $b \geq 21,57 \text{ mm}$;

- pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$;

- $t_1 = 14 \text{ mm}$, $b \geq 12,39 \text{ mm}$;
- $t_1 = 16 \text{ mm}$, $b \geq 10,84 \text{ mm}$;
- $t_1 = 18 \text{ mm}$, $b \geq 9,63 \text{ mm}$;
- $t_1 = 20 \text{ mm}$, $b \geq 8,70 \text{ mm}$.

Din condiția de stabilitate locală a inimii rezultă că dimensiunea minimă necesară pentru lățimea tălpilor este de $b = 137$

pentru prima variantă ($A = 5000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 6 \text{ mm}$), $b = 91 \text{ mm}$ pentru a doua variantă ($A = 6000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 6 \text{ mm}$), $b = 32 \text{ mm}$ pentru a treia secțiune ($A = 10.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$) și $b = 12 \text{ mm}$ pentru a patra secțiune ($A = 10.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$).

Condiția de stabilitate locală limitează domeniul de variație al lățimii b la stînga intervalului și practic nu îl limitează la dreapta.

Porțiunea hașurată din stînga graficelor este domeniul lățimii b ce nu poate fi utilizat la realizarea de secțiuni profil I simetric.

4.2.2. Variația caracteristicilor geometrice la secțiune de tip I asimetric

La secțiunile de tip profil deschis I, asimetric de forma și dimensiunile din fig.4.6 poziția centrului de greutate și a centrului de încovoiere-răsucire, respectiv caracteristicile geometrice ale secțiunii sînt date de relațiile:

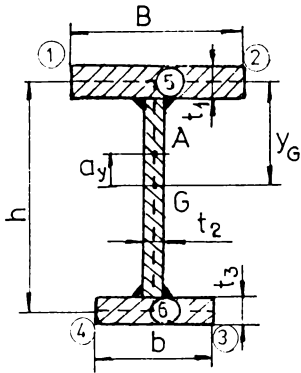


Fig.4.6.

$$y_G = \frac{h^2 \cdot t_2 + 2b \cdot h \cdot t_3}{2(b_1 \cdot t_1 + b_3 \cdot t_3 + h t_2)} ; \quad (4.9)$$

$$a_y = \frac{h \cdot b^3 \cdot t_3}{b_1^3 \cdot t_1 + b_3^3 \cdot t_3} ; \quad (4.10)$$

$$I_\omega = \frac{h^2 \cdot b_1^3 \cdot b_3^3 \cdot t_1 \cdot t_3}{b_1^3 \cdot t_1 + b_3^3 \cdot t_3} ; \quad (4.11)$$

$$S_{\omega 5} = \frac{a_y \cdot b^2 \cdot t_1}{8} ; \quad (4.12)$$

$$S_{\omega 6} = \frac{(h - a_y) \cdot b^2 \cdot t_3}{8} ; \quad (4.13)$$

$$I_t = \frac{1}{3} (b_1 \cdot t_1^3 + h t_2^3 + b_3 \cdot t_3^3) ; \quad (4.14)$$

$$I_z = \frac{b_1 \cdot t_1^3 + h^3 t_2 + b_3 \cdot t_3^3}{12} + y_G^2 \cdot b_1 \cdot t_1 + \left(\frac{h}{2} - y_G\right)^2 \cdot h \cdot t_2 + (h - y_G)^2 \cdot b \cdot t_3 . \quad (4.15)$$

Stabilirea modului de variație a acestor mărimi geometrice s-a realizat cu ajutorul programului CB 2 care permite determinarea acestora cu condiția ca aria să rămână constantă ($A = \text{const.}$) variind lățimile tălpilor b_1 și b_3 . Vizualizarea acestor variații s-a obținut pe grafice trasate pe PLOTTERS.

```
PROGRAM CB2
INTEGER B,B3
CALL ASSIGN(2,'CB2.REZ')
CONTINUE
WRITE(0,2)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T2 :')
ACCEPT *,T2
WRITE(0,2)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T1 :')
ACCEPT *,T1
WRITE(0,1)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T3 :')
ACCEPT *,T3
WRITE(2,3) T2,T1,T3
FORMAT('2//7X,' H= 200. MM A= 5000. MM T2=',F4.0,
' MM T1= ',F4.0, ' MM T3= ',F4.0, ' MM //6X,'+',76('-'),
' //6X,'!' B3',2X,'Y',7X,'A',8X,'I1',8X,'I2',9X,'SW',9X,
' S4',9X,'T',7X,'!'//6X,'!'//76X,'!'//6X,'!' MM',8X,'MM',6X,
' MM',7X,'MM',8X,'B( MM',9X), 'MM',7X,'!'//6X,'!'//76('=',)'!')
DO 5 B=1,16,5
WRITE(0,4)
WRITE(0,5)
YG=(4+H*T2+3*T1)/T3
YG=(4**2.*T2/2.+B3*T3*H)/(B*T1+H*T2+B3*T3)
AY=H*T3**3./ (B**3.+B3**3.*T3)
ZT=(B*T1**3.+H**3.*T2+B3*T3**3.)/12.+YG**2.*B*T1
ZT=ZT+(H/2.-YG)**2.*H*T2+(H-YG)**2.*B3*T3
AT=H**2.*B**3.+B3**3. / (B**3.*T1+B3**3.*T3)*T1*T3
SWL=AY*B**2.*T1/3.
S3=(H-AY)*B3**2.*T3/8.
F1=1./5.*(B*T1**3.+H*T2**3.+B3*T3**3.)
WRITE(2,5) B,YG,AY,WI,ZI,SW1,SW2,T1
FORMAT(6X,'!' ,T3,2X,Z(F5.1,2X),4(E9.3,2X),E9.3,' !')
CONTINUE
WRITE(2,5)
FORMAT(6X,'!'//76('-'),'!')
TYPE 7
FORMAT('S MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE ? (D/N) :')
ACCEPT B,DN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'0') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END
```

În fig.4.7 este redată variația caracteristicilor geometrice, inclusiv cele necesare răsucirii împiedicate, pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $h = 200 \text{ mm}$, $t_2 = 10 \text{ mm}$, $t_3 = 8 \text{ mm}$, și pentru $t_1 = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 14 \text{ mm}$, $t_1 = 16 \text{ mm}$ și $t_1 = 18 \text{ mm}$. Reprezentarea acestor variații

pentru cele patru grosimi ale tălpii t_1 permite stabilirea benzii de variație a acestor caracteristici.

În fig.4.8 este redată variația aceluiași caracteristici geometrice pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $h = 200 \text{ mm}$, $t_2 = 10 \text{ mm}$, $t_3 = 10 \text{ mm}$ și pentru $t_1 = 12 \text{ mm}$, $t_1 = 14 \text{ mm}$, $t_1 = 16 \text{ mm}$ și $t_1 = 18 \text{ mm}$.

Pentru celelalte două variante de secțiune variațiile caracteristicilor sînt redate în fig.4.9 și 4.10.

Domeniul de variație al mărimii $b_1 \in [10,160]$ stabilit de condițiile ca această secțiune să existe fizic trebuie limitat din condiția de stabilitate locală a celor două tălpi. Impunînd și în acest caz condiția (4.5) se obține pentru talpa superioară :

$$b_1 \leq 2t_1 \cdot k + t_2, \quad (4.16)$$

și rezultă :

- pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $t_3 = 8 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 320 \text{ mm};$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 372 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 424 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 476 \text{ mm};$$

- pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $t_3 = 10 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 322 \text{ mm};$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 374 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 426 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 478 \text{ mm};$$

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$, $t_3 = 10 \text{ mm}$ și $A = 7.000 \text{ mm}^2$, $t_3 = 12 \text{ mm}$:

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b \leq 376 \text{ mm};$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b \leq 428 \text{ mm};$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b \leq 480 \text{ mm};$$

$$t_1 = 20 \text{ mm}, \quad b \leq 532 \text{ mm}.$$

Se observă că datorită faptului că pentru aceste secțiuni, din condiția de existență reală domeniul de definiție al lățimii b_1 este mai mic decît cel determinat din condiția de stabilitate, talpa superioară nu prezintă pericolul de voalare.

Lățimea tălpii inferioare b_3 , în condiția de $A = \text{const}$.

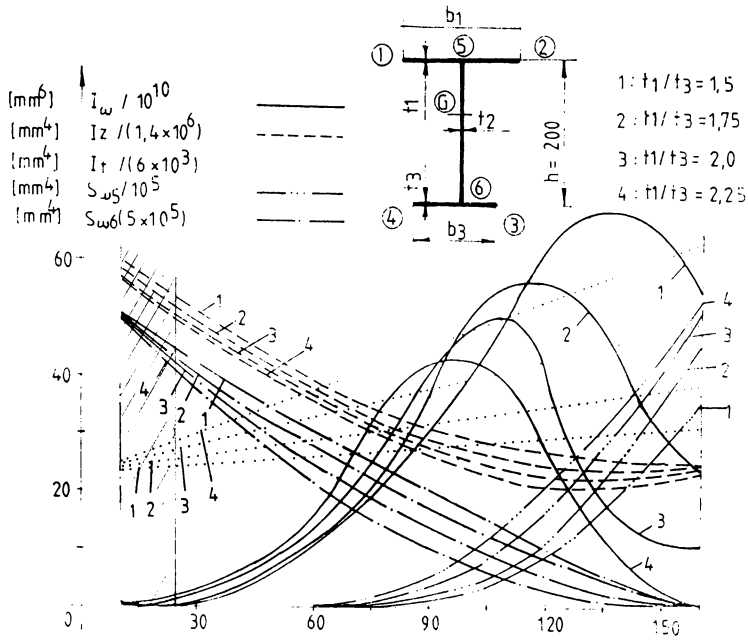


Fig.4.7. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $h = 200 \text{ mm}$, $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_3 = 8 \text{ mm}$.

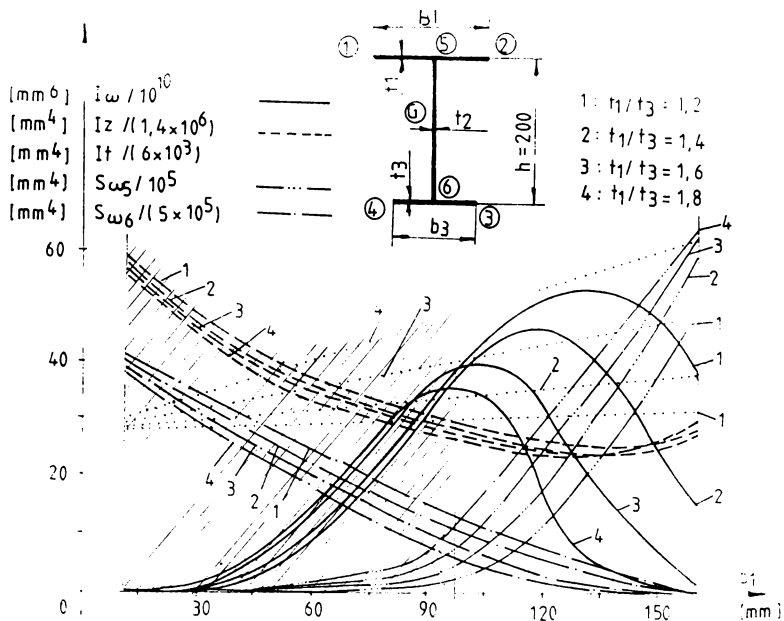


Fig.4.6. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$, $t_1 = 200 \text{ mm}$, $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$.

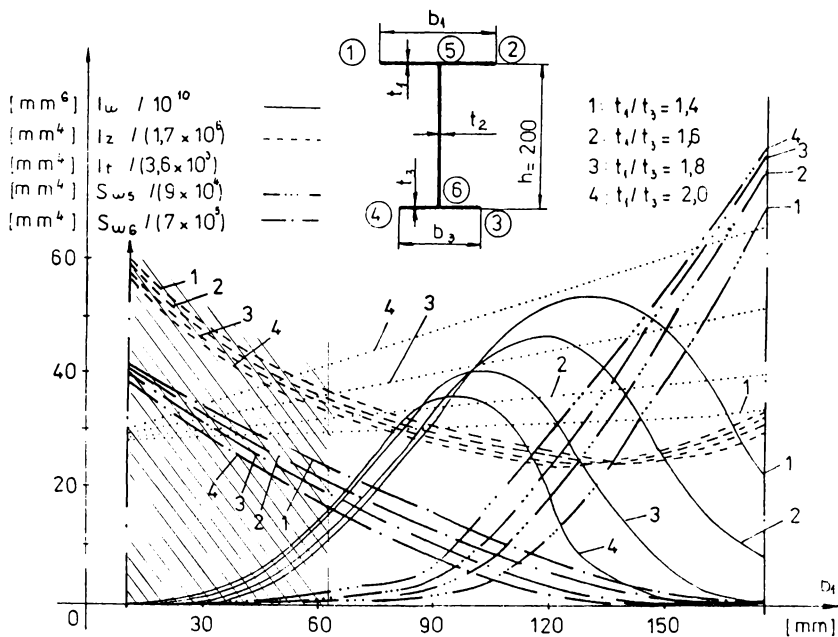


Fig.4.9. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 6000 \text{ mm}^2$, $h = 200 \text{ mm}$, $t_2 = 12 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$.

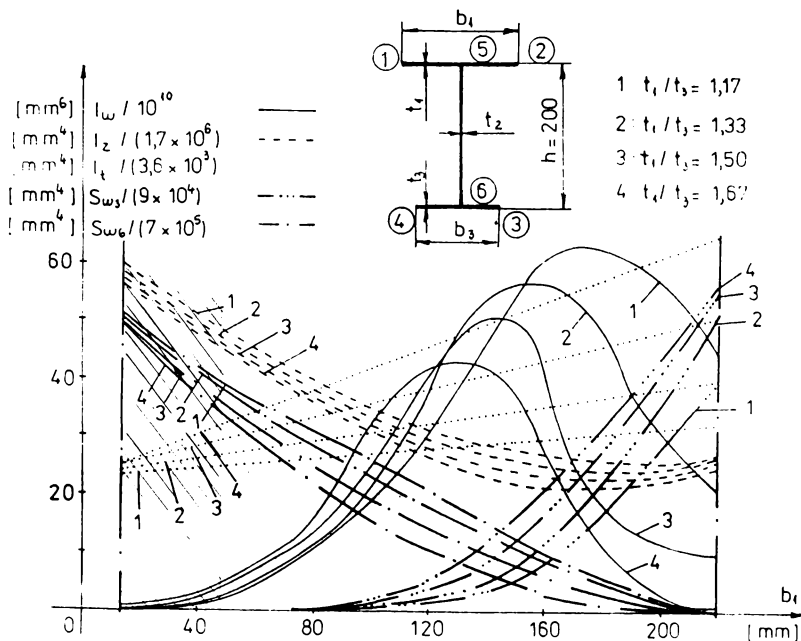


Fig.4.10. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 7000 \text{ mm}^2$, $h = 200 \text{ mm}$, $t_1 = 12 \text{ mm}$ și $t_3 = 12 \text{ mm}$.

este :

$$b_3 = \frac{A - h \cdot t_2 - b_1 \cdot t_1}{t_3}, \quad (4.17)$$

și impunând aceeași condiție (4.5) de stabilitate locală și a acestei tălpi se obține :

$$b_1 \geq \frac{A - h \cdot t_2 - (2 - k \cdot t_3 + t_2) \cdot t_3}{t_1}. \quad (4.18)$$

Relația (4.18) limitează domeniul de variație a lățimii b_1 la stînga în așa fel încît nici talpa inferioară să nu voaleze dacă este supusă la compresiune și rezultă :

- $t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 64,7 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 59,7 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 48,5 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 39,8 \text{ mm} ;$

- pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2, \quad t_3 = 10 \text{ mm} :$

- $t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 25,0 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 21,4 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 18,75 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 16,67 \text{ mm} ;$

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2, \quad t_3 = 10 \text{ mm} :$

- $t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 62,86 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 55,00 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 48,89 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 20 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 44,00 \text{ mm} ;$

- pentru $A = 7.000 \text{ mm}^2, \quad t_3 = 12 \text{ mm} :$

- $t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 50,85 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 44,50 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 39,60 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 20 \text{ mm}, \quad b_1 \geq 35,60 \text{ mm} .$

Valorile minime determinate pentru lățimea tălpii superioare satisfac și condițiile de stabilitate locală și a tălpii infe-

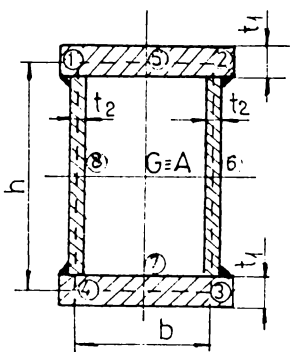
rioare cînd aceasta este supusă la compresiune. Aceste condiții care limitează domeniul lui b la stînga intervalului este reprezentat prin domeniul hașurat.

Condiția de stabilitate locală a inimii (4.6) este îndeplinită prin alegerea înălțimii inițiale a secțiunii ($h = 653,8$ mm pentru grosimea minimă a inimii $t_2 = 10$ mm).

4.3. Secțiuni de tip profil închis

4.3.1. Variația caracteristicilor geometrice la secțiunile de tip cheson simetric

Caracteristicile geometrice ale secțiunilor de tip cheson simetric cu forma și dimensiunile din fig. 4.11 sînt date de relațiile:



$$I_{\omega} = \frac{b^2 h^2}{24} \left(\frac{h \cdot t_1 - b t_2}{h t_1 + b t_2} \right)^2 \cdot (b t_1 + h t_2); \quad (4.19)$$

$$I_t = \frac{2 \cdot b^2 h^2 \cdot t_1 \cdot t_2}{h \cdot t_1 + b \cdot t_2}; \quad (4.20)$$

$$I_z = \frac{b \cdot t_1 (3h^2 + t_1^2) + h \cdot t_2 (h^2 + 3t_1^2)}{6}; \quad (4.21)$$

Fig.4.11

$$S_2 = \frac{bh}{48} \cdot \frac{h \cdot t_1 - b \cdot t_2}{h \cdot t_1 + b \cdot t_2} (b t_1 - h t_2); \quad (4.22)$$

$$S_6 = \frac{bh}{48} \cdot \frac{h \cdot t_1 - b \cdot t_2}{h t_1 + b t_2} (2b t_1 + h t_2). \quad (4.23)$$

Programul special întocmit pentru stabilirea variației acestor caracteristici geometrice, CB 3, în condiția ariei constante ($A = \text{const.}$) s-a folosit pentru două valori ale acestei arii cu cîte patru variante pentru fiecare în funcție de grosimile de platbenzi utilizate. Vizualizarea acestor variații s-a făcut pe PLOTTERS și sînt redate în fig. 4.12, 4.13, 4.14 și 4.15.

```
PROGRAM CB3
INTEGER B
CALL ASSIGN(2,'CB3.REZ')
CONTINUE
WRITE(5,2)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T1 :')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,2!)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T2 :')
ACCEPT *,T2
A=18000.
WRITE(2,3) T1,T2,A
FORMAT('1'//16X,'T1 = ',F4.1,' MM   T2 = ',F4.1,' MM   A = ',
1F7.0,' MM'//6X,'+',63('-'),'+'/6X,'!   8',5X,'IW',8X,'IZ',
19X,'S4',9X,'SW',9X,'IT',9X,'!'/6X,'!',63X,'!'/6X,'!   MM',
25X,'MM',8X,4('MM',9X),'!'/6X,'!',63('-'),'!')
D3 = 9*27,281,5
H=(A-2.*B*T1)/2.*T2
WI=B**2.*H**2./24.*(H*T1-B*T2)/(H*T1+B*T2)**2.*(B*T1+H*T2)
ZI=(B*T1*(3.*H**2.+T1**2.)+H*T2*(H**2.+3.*T1**2.))/6.
SW1=B*H/48.*(H*T1-B*T2)/(H*T1+B*T2)*(2.*H*T2+B*T1)
SW2=B**4/48.*(H*T1-B*T2)/(H*T1+B*T2)*(B*T1-H*T2)
TI=2.*B**2.*H**2.*T1*T2/(H*T1+B*T2)
WRITE(2,5) B,WI,ZI,SW1,SW2,TI
FORMAT(6X,'! ',13,3X,'(E9.3,2X),' !')
CONTINUE
WRITE(2,6)
FORMAT(6X,'!',63('-'),'!')
TYPE 7
FORMAT('S MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE ? [D/N] :')
ACCEPT B,DN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'D') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END
```

Domeniul de variație al lățimii b a fost calculat astfel ca secțiunea să existe fizic ($b \in [15, 160]$, $b \in [15, 155]$ pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $b \in [10, 290]$, $b \in [20, 280]$ pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$, dar acest domeniu trebuie limitat din condițiile de stabilitate locală a tălpilor și a inimilor.

Punând condiția de stabilitate locală a tălpilor (4.6) se obține :

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$:

- $t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 322 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 374 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 426 \text{ mm} ;$
- $t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 478 \text{ mm} ;$

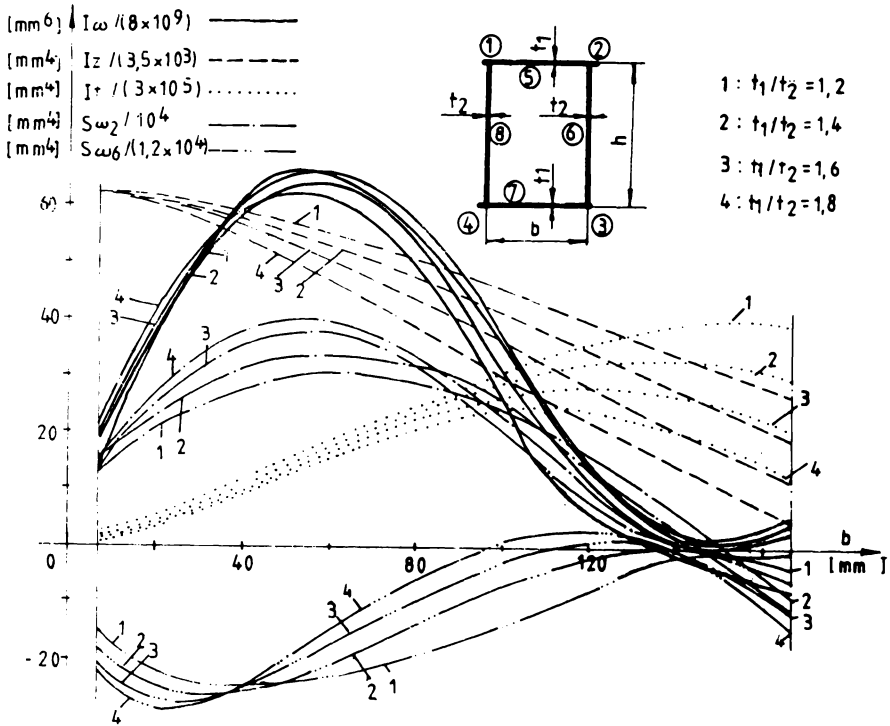


Fig.4.12. Variația caracteristicilor geometrice pentru
 $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 10 \text{ mm}$

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 12 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 324 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 376 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 428 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 480 \text{ mm} ;$$

- pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 18 \text{ mm}$:

$$t_1 = 20 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 538 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 22 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 590 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 25 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 668 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 30 \text{ mm}, \quad b_1 \leq 798 \text{ mm} ;$$

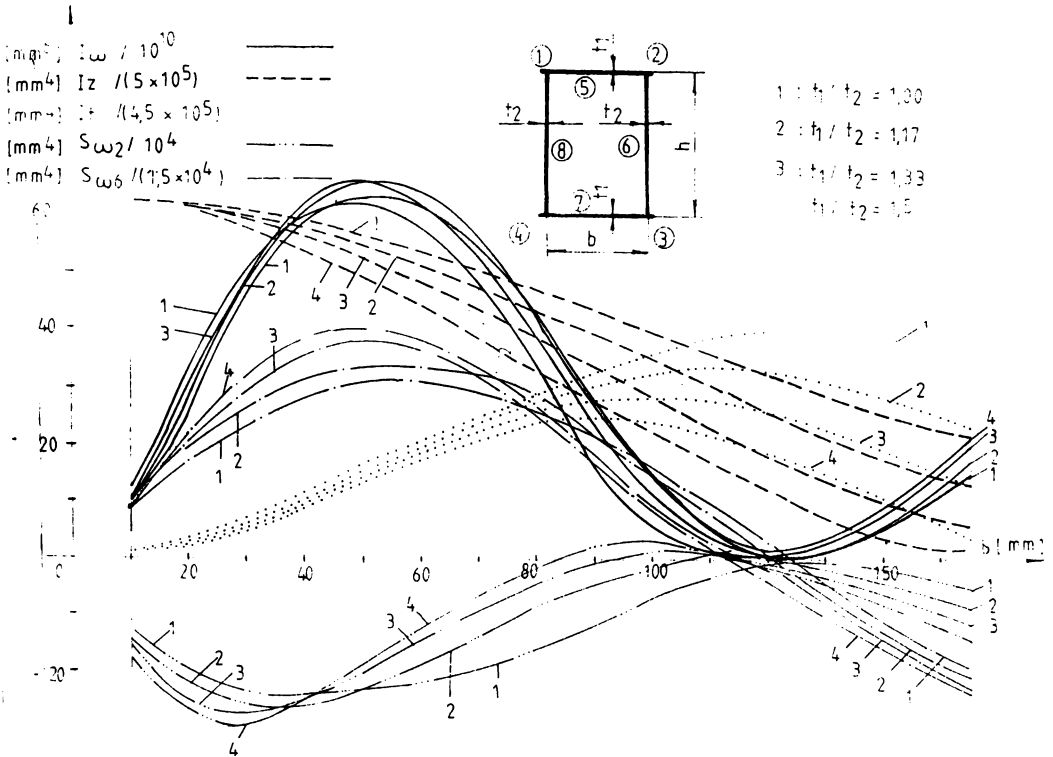


Fig.4.13. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 12 \text{ mm}$.

- pentru $t_2 = 20 \text{ mm}$:

$$t_1 = 20 \text{ mm}, \quad b \leq 540 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 22 \text{ mm}, \quad b \leq 592 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 25 \text{ mm}, \quad b \leq 670 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 30 \text{ mm}, \quad b \leq 800 \text{ mm}.$$

Din aceste valori rezultă că stabilitatea locală nu limitează valorile maxime ale lățimii b și acestea sînt limitate de existența fizică a secțiunilor.

Ținînd seama de condiția impusă în program ca aria să rămî-nă constantă ($A = \text{const.}$) valoarea înălțimii secțiunii h , în funcție de lățime b , este dată de relația :

$$h = \frac{A - 2 \cdot b t_1}{2 \cdot t_2} . \quad (4.24)$$

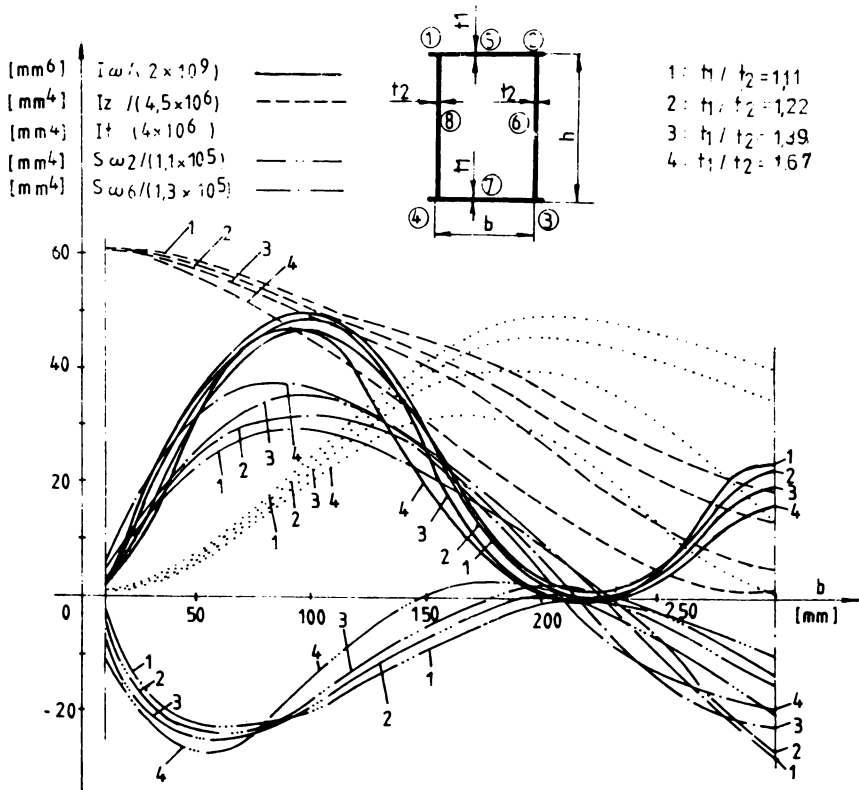


Fig.4.14. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 18 \text{ mm}$.

Utilizând condiția de stabilitate locală a inimii (4.6) se obține relația care limitează lățimea b la stînga intervalului :

$$b \geq (A - 2 \cdot 80 \cdot t_2^2 \cdot \sqrt{\frac{210}{R}}) / (2 \cdot t_2), \quad (4.25)$$

și care dă următoarele valori pentru secțiunile analizate :

- pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 10 \text{ mm}$:

$$t_1 = 12 \text{ mm}, \quad b \geq - 294,3 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 14 \text{ mm}, \quad b \geq - 252,3 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 16 \text{ mm}, \quad b \geq - 220,7 \text{ mm} ;$$

$$t_1 = 18 \text{ mm}, \quad b \geq - 196,2 \text{ mm} ;$$

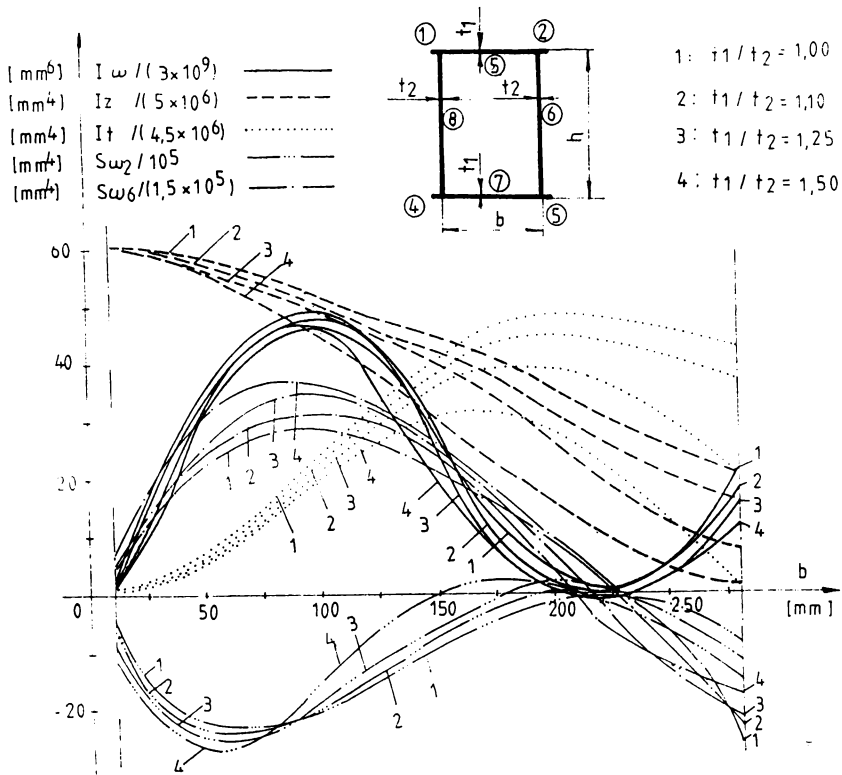


Fig.4.15 Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 20 \text{ mm}$.

• pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 12 \text{ mm}$:

$t_1 = 12 \text{ mm}$ $b \geq - 533,8 \text{ mm}$;

$t_1 = 14 \text{ mm}$, $b \geq - 457,6 \text{ mm}$;

$t_1 = 16 \text{ mm}$, $b \geq - 400,4 \text{ mm}$;

$t_1 = 18 \text{ mm}$, $b \geq - 355,9 \text{ mm}$;

- pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 18 \text{ mm}$:

$t_1 = 20 \text{ mm}$, $b \geq - 608,2 \text{ mm}$;

$t_1 = 22 \text{ mm}$, $b \geq - 552,9 \text{ mm}$;

$t_1 = 25 \text{ mm}$, $b \geq - 486,5 \text{ mm}$;

$t_1 = 30 \text{ mm}$, $b \geq - 405,5 \text{ mm}$.

- pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 20 \text{ mm}$:

$t_1 = 20 \text{ mm}$, $b \geq - 856,4 \text{ mm}$;

$t_1 = 22 \text{ mm}$, $b \geq - 778,5 \text{ mm}$;

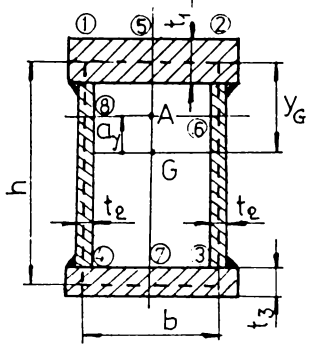
$$t_1 = 25 \text{ mm}, \quad b \geq 685,1 \text{ mm};$$

$$t_1 = 30 \text{ mm}, \quad b \geq 570,9 \text{ mm}.$$

Deci, practic nici la stînga intervalului nu se pune problema limitării lăţimii b deoarece pentru valorile maxime ale înălţimii h (pentru $b = t_2$) secţiunile nu flambează local.

4.3.2. Variaţia caracteristicilor geometrice la secţiunile de tip cheson asimetric

Utilizarea unor secţiuni de tip cheson asimetric, la realizarea elementelor de rezistenţă cu forma şi dimensiunile din fig. 4.16, presupune folosirea următoarelor relaţii pentru calculul caracteristicilor geometrice :



$$A = b(t_1 + t_3) + 2 \cdot h \cdot t_2; \quad (4.26)$$

$$y_G = \frac{b^2 t_2 + b \cdot h \cdot t_3}{A}; \quad (4.27)$$

$$I_y = \frac{b^3(t_1 + t_3) + 2 \cdot h \cdot t_2^2}{12} + \frac{b \cdot h \cdot t_2}{2}; \quad (4.28)$$

Fig.4.16.

$$I_z = \frac{b \cdot t_1^3}{12} + \frac{2 \cdot h \cdot t_2^3}{12} + \frac{b t_3^3}{12} + y_G^2 \cdot b \cdot t_1 + 2 \left(\frac{h}{2} - y_G \right)^2 \cdot h \cdot t_2 + (h - y_G)^2 \cdot b \cdot t_3; \quad (4.29)$$

$$\Omega = 2 b h \quad (4.30)$$

$$S_0 = \frac{b}{t_1} + \frac{b}{t_2} + \frac{2h}{t_3}; \quad (4.31)$$

$$\omega_1 = 0; \quad (4.32)$$

$$\omega_2 = y_G \cdot b; \quad (4.33)$$

$$\omega_3 = b(y_G + h/2); \quad (4.34)$$

$$\omega_4 = 3 b h/2; \quad (4.35)$$

$$\omega_G = \omega - \frac{\Omega}{S_0} \cdot S; \quad (4.36)$$

$$\omega_{G1} = 0 ; \quad (4.36.1)$$

$$\omega_{G2} = \omega_2 - \frac{\Omega}{S_0} \cdot \frac{b}{t_1} ; \quad (4.36.2)$$

$$\omega_{G3} = \omega_3 - \frac{\Omega}{S_0} \cdot \left(\frac{b}{t_1} + \frac{h}{t_2} \right) ; \quad (4.36.3)$$

$$\omega_{G4} = \omega_4 - \frac{\Omega}{S_0} \cdot \left(\frac{b}{t_1} + \frac{h}{t_2} + \frac{b}{t_3} \right) ; \quad (4.36.4)$$

$$a_y = \frac{b}{I_y} \left[\left(\frac{bt_3}{12} + \frac{ht_2}{4} \cdot (\omega_{G3} - \omega_{G4}) + \left(\frac{bt_1}{12} + \frac{ht_2}{4} \right) \cdot \omega_{G2} \right) \right] ; \quad (4.37)$$

$$D = \frac{-1}{bt_1 + bt_3 + 2ht_2} \left(\frac{\omega_{G2}}{2} \cdot bt_1 + \frac{\omega_{G2} + \omega_{G3} - ht_2}{2} + \frac{\omega_{G3} + \omega_{G4}}{2} \cdot bt_3 + \frac{\omega_{G4}}{2} \cdot ht_2 \right) \quad (4.38)$$

$$\bar{\omega} = \omega_G - a_y \cdot z + D ; \quad (4.39)$$

$$\bar{\omega}_1 = a_y \cdot \frac{h}{2} + D ; \quad (4.39.1)$$

$$\bar{\omega}_2 = \omega_{G2} - a_y \cdot \frac{b}{2} + D ; \quad (4.39.2)$$

$$\bar{\omega}_3 = \omega_{G3} - a_y \cdot \frac{b}{2} + D ; \quad (4.39.3)$$

$$\bar{\omega}_4 = \omega_{G4} + a_y \cdot \frac{b}{2} + D ; \quad (4.39.4)$$

$$I_{\omega} = \frac{b}{3} (\bar{\omega}_2^2 \cdot t_1 + \bar{\omega}_4^2 \cdot t_3) + \frac{2 \cdot h \cdot t_2}{3} \cdot \frac{\bar{\omega}_2^3 + \bar{\omega}_4^3}{\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_4} ; \quad (4.40)$$

$$S_{\bar{\omega}} = \int_0^s \bar{\omega} \cdot dA \quad (4.41)$$

$$S_{\bar{\omega}_5} = 0 ; \quad (4.41.1)$$

$$S_{\bar{\omega}_2} = \frac{1}{4} \bar{\omega}_2 \cdot b \cdot t_1 ; \quad (4.41.2)$$

$$S_{\bar{\omega}_6} = S_{\bar{\omega}_2} + \frac{1}{2} \frac{\bar{\omega}_2^2}{\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_4} \cdot h \cdot t_2 ; \quad (4.41.3)$$

$$S_{\bar{\omega}_3} = S_{\bar{\omega}_6} + \frac{1}{2} \frac{\bar{\omega}_4^2}{\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_4} \cdot h \cdot t_2 ; \quad (4.41.4)$$

$$S_{\bar{\omega}_7} = S_{\bar{\omega}_3} - \frac{1}{4} \cdot \bar{\omega}_4 \cdot b \cdot t_3 \quad (4.41.5)$$

$$S_{\bar{\omega}4} = S_{\bar{\omega}7} + \frac{1}{4} \cdot \bar{\omega}_4 \cdot b \cdot t_3 ; \quad (4.41.6)$$

$$S_{\bar{\omega}8} = S_{\bar{\omega}4} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{\omega}_4^2}{\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_4} \cdot h \cdot t_2 ; \quad (4.41.7)$$

$$S_{\bar{\omega}1} = S_{\bar{\omega}8} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\bar{\omega}_2^2}{\bar{\omega}_2 + \bar{\omega}_4} \cdot h t_2 ; \quad (4.41.8)$$

$$\bar{S}_{\bar{\omega}} = S_{\bar{\omega}} - \frac{1}{\Omega} \oint S_{\bar{\omega}} \cdot d\bar{\omega} ; \quad (4.42)$$

$$C = \frac{1}{\Omega} \oint S_{\bar{\omega}} \cdot d\bar{\omega} = \frac{1}{6 \cdot h} \cdot [S_{\bar{\omega}2} \cdot y_G + S_{\bar{\omega}6} \cdot h + (S_{\bar{\omega}3} + S_{\bar{\omega}7}) \cdot (h - a_y)] ; \quad (4.43)$$

$$\bar{S}_{\bar{\omega}1} = \bar{S}_{\bar{\omega}2} = S_{\bar{\omega}2} - C ; \quad (4.42.1)$$

$$\bar{S}_{\bar{\omega}3} = \bar{S}_{\bar{\omega}4} = S_{\bar{\omega}4} - C ; \quad (4.42.2)$$

$$\bar{S}_{\bar{\omega}5} = S_{\bar{\omega}5} - C \quad (4.42.3)$$

$$\bar{S}_{\bar{\omega}7} = S_{\bar{\omega}7} - C ; \quad (4.42.4)$$

$$\bar{S}_{\bar{\omega}6} = \bar{S}_{\bar{\omega}8} = S_{\bar{\omega}6} - C ; \quad (4.42.5)$$

$$I_t = \frac{4 \cdot b^2 \cdot h^2}{\frac{b}{t_1} + \frac{b}{t_3} + \frac{2h}{t_2}} . \quad (4.44)$$

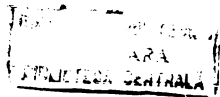
Programul CB 4 întocmit permite calcularea acestor mărimi geometrice în condiția ariei constante, pentru diferite valori ale grosimilor platbenzilor utilizate la realizarea secțiunii, când dimensiunile b și h variază. Vizualizarea acestor variații s-a făcut pe PLOTTERS. În figura 4.11. sînt redată variațiile acestor caracteristici geometrice pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$, $t_1 = 14 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$. În fig. 4.12, 4.13., 4.14, 4.15 sînt redată limitele între care variază aceste caracteristici geometrice pentru $A = 12.000 \text{ mm}^2$ pentru două variante de secțiune și diferite platbenzi, respectiv pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$ tot pentru două variante.

Variația lățimii b ($b \in [20, 640]$, $b \in [20, 570]$, $b \in [20, 520]$, $b \in [20, 410]$) pentru cele patru cazuri analizate este impusă din condiția de existență reală a secțiunii. Aceste intervale trebuie

```

PROGRAM CB4
INTEGER R
CALL ASSIGN(2,'CB4.REZ')
CONTINUE
WRITE(5,1*)
FORMAT('%$ INTRODUCETI VALOAREA LUI T2 :')
ACCEPT *,T2
WRITE(5,2)
FORMAT('%$ INTRODUCETI VALOAREA LUI T1 :')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,11)
FORMAT('%$ INTRODUCETI VALOAREA LUI T3 :')
ACCEPT *,T3
WRITE(2,3) T2,T1,T3
FORMAT('1//7X,' A = 15000. MM T2=',F4.2,
1' MM T1=',F4.2,' MM T3=',F4.2,' MM//6X,'-',109(' '),
2' //6X,'!' B ',2X,'Y',7X,'A',8X,'I',8X,'Z',7X,'SW = SW',4X,
3'SW = SW',6X,'SW',7X,'SW = SW',6X,'SW',9X,'IT',7X,'!' /
36X,'!',109X,'!' /6X,'!' MM',3X,'MM',6X,
4'MM',7X,'MM',8X,6('MM',9X),'MM',7X,'!' /6X,'!',1. (' '), '!')
A=15000.
D0 4 B=20.52H,10
H=(A-B*(T1+T3))/(2.*T2)
A=B*(T1+T3)+2.*H*T2
YG=(H**2.*T2+B**H*T3)/A
Z1=(B*T1**3.+2.*H**3.*T2+B*T3**2.)/12.+YG**2.*B*T1
ZI=ZI+2.*(H/2.-YG)**2.*H*T2+(H-YG)**2.*B*T3
YI=(H**3.*(T1+T3)+2.*H*T2**3.)/12.+(B**2.*H*T2)/2
*1=
W2=YG*B
W3=B*(YG+H/2.)
W4=B.*B*H/2.
W1=2.*B*H
E=2.*B*H
S1=W/T1+B/T3+2.*H/T2
E2=E*B/(S1*T1)
E3=E/S1*(B/T1+H/T2)
E4=E/S1*(B/T1+H/T2+B/T3)
WB1=
WB2=W2-W2
WB3=W3-E3
WB4=W4-E4
AYY=(WB2*(B*T1/12.+H*T2/4.))+WB3*(B*T3/12.+H*T2/4.)
AY=B*(AYY-WB4*(B*T3/12.+H*T2/4.))/YI
D=WB2*B*T1/2.+(WB2+WB3)*H*T2/2.+(WB3+WB4)*B*T3/2.+
2*WB4*H*T2/2.
D=D/(B*T1+B*T3+2.*H*T2)*(-1.)
WB1=AY*3/2.+D
WB2=WB2-AY*B/2.+D
WB3=WB3-AY*B/2.+D
WB4=WB4+AY*B/2.+D
W1=(B/3.)*(WB2**2.*T1+WB4**2.*T3)
W1=W1+(2.*H*T2*(WB2**2.-WB2*WB4+WB4**2.)/3)
SW5=
SW2=WB2*B*T1/4.
SW5=SW2+(WB2**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
SW3=SW5-(WB4**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
SW6=SW3-WB4*B*T3/4.
SW4=SW6+WB4*B*T3/4.
SW5=SW4+(WB4**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))

```



```

SW51=SWB8*(WB2**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
F=(SWB2*YG+SWB6*H+(SWB3+SWB7)*(H-Y))/(6.*H)
SWB1=SWB2*F
SWB3=SWB4*F
SWB5=SWB6*F
SWB6=SWB6*F
SWB7=SWB7*F
TI=9.*B**2.*H**2./(B/T1+B/T3+2.*H/T2)

```

```

WRITE(1,5) S, YG, AY, WB1, ZI, SBWB1, SBWB3, SBWB5, SBWB6, SBWB7, TI
FORMAT(6X, '!', '!', I3, 2X, 2(F6.1, 2X), 7(E11.3, X), E11.3, '!!')
CONTINUE
WRITE(2,6)
FORMAT(6X, '!', '!', 1'9('=', '!', '!!')
TYPE 7
FORMAT('S MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE ? (D/N) :')
ACCEPT 8, DN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'D') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END

```

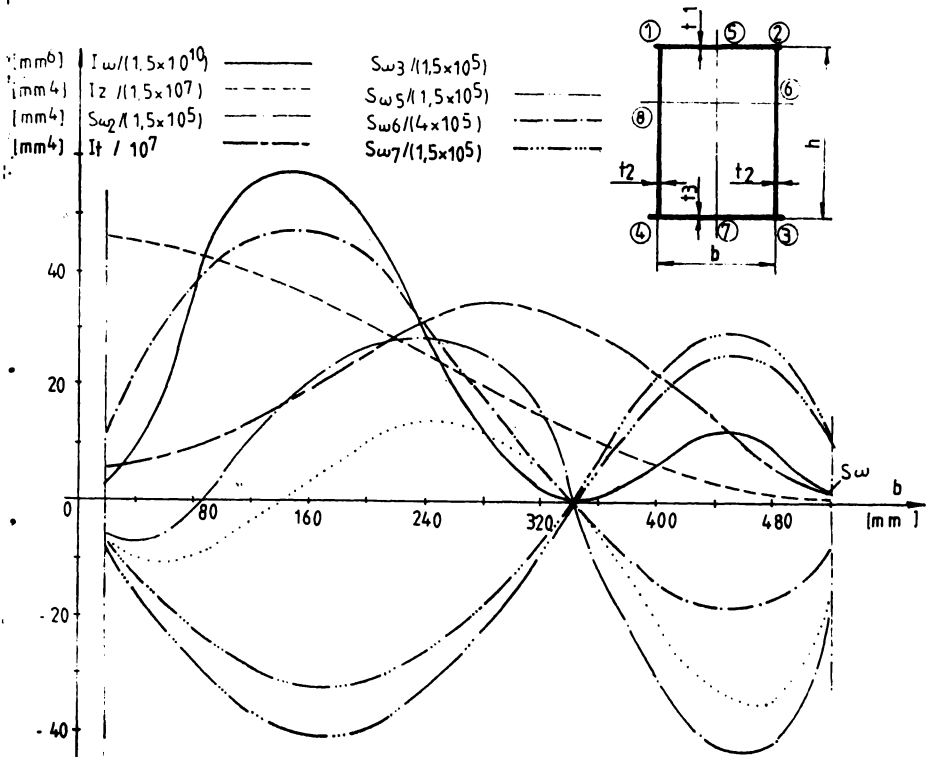


Fig.4.17. Variația caracteristicilor geometrice pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$, $t_3 = 10 \text{ mm}$ și $t_1 = 18 \text{ mm}$

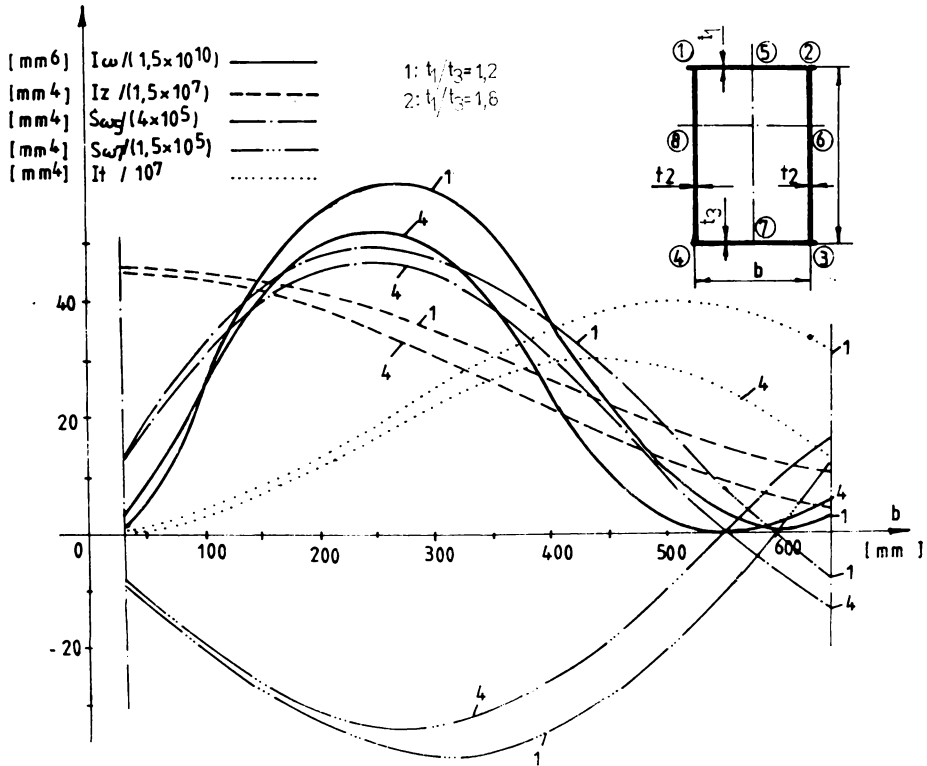


Fig.4.18. Limitele de variație a caracteristicilor geometrice pentru $A = 12.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$.

restrinse și din condițiile de stabilitate locală.

Din condiția (4.6) de stabilitate locală a tălpilor cu grosimea minimă rezultă :

- pentru $t_3 = 10 \text{ mm}$, $b \leq 663,2 \text{ mm}$;
- pentru $t_3 = 12 \text{ mm}$, $b \leq 793,8 \text{ mm}$.

Deci condiția de stabilitate locală a tălpilor nu limitează domeniul de variație al lățimii b .

Condiția impusă în program, $A = \text{const.}$ conduce la relația de calcul a înălțimii h :

$$h = \frac{A - b \cdot (t_1 + t_3)}{2 t_2} , \quad (4.45)$$

care în conformitate cu relația (4.6), conduce la limitarea în partea stângă a intervalului de variație a lățimii b , dată de inecuația :

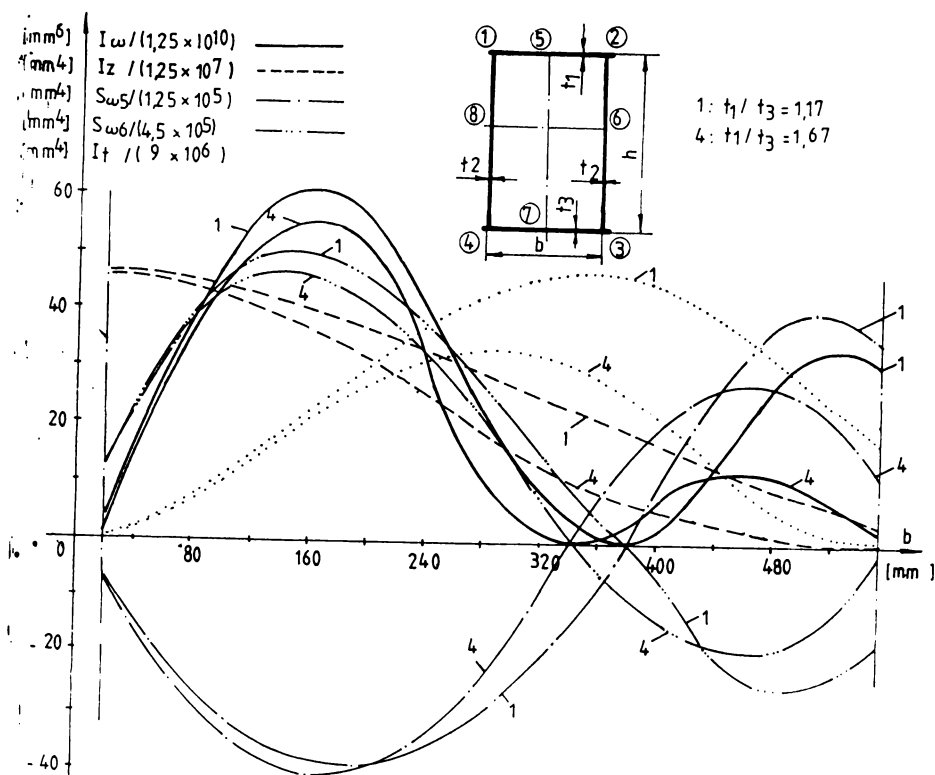


Fig.4.19. Limitele de variație a caracteristicilor geometrice pentru $A = 12.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 8 \text{ mm}$ și $t_3 = 12 \text{ mm}$.

$$b \geq \left[A - 2 \times 80 t_2^2 \cdot \sqrt{\frac{210}{R} - (t_1 + t_3)t_2} \right] / (t_1 + t_3). \quad (4.46)$$

Introducând valorile ariei și a grosimilor t_1 , t_2 , t_3 se obține pentru lățimea b valori negative ceea ce conduce la faptul că aceste secțiuni nu prezintă pericolul de flambaj local, oricare ar fi valoarea lățimii b din domeniile de definiție.

4.4. Observații și concluzii privind rezultatele obținute prin optimizarea distribuției de material pe secțiunile barelor cu pereți subțiri

Optimizarea unor structuri de rezistență realizate din (BPS), la care pe lângă solicitările curente apare și răsucirea împiedicată, presupune realizarea unor construcții care să satisfacă condițiile de rezistență impuse, dar cu un consum de material cât

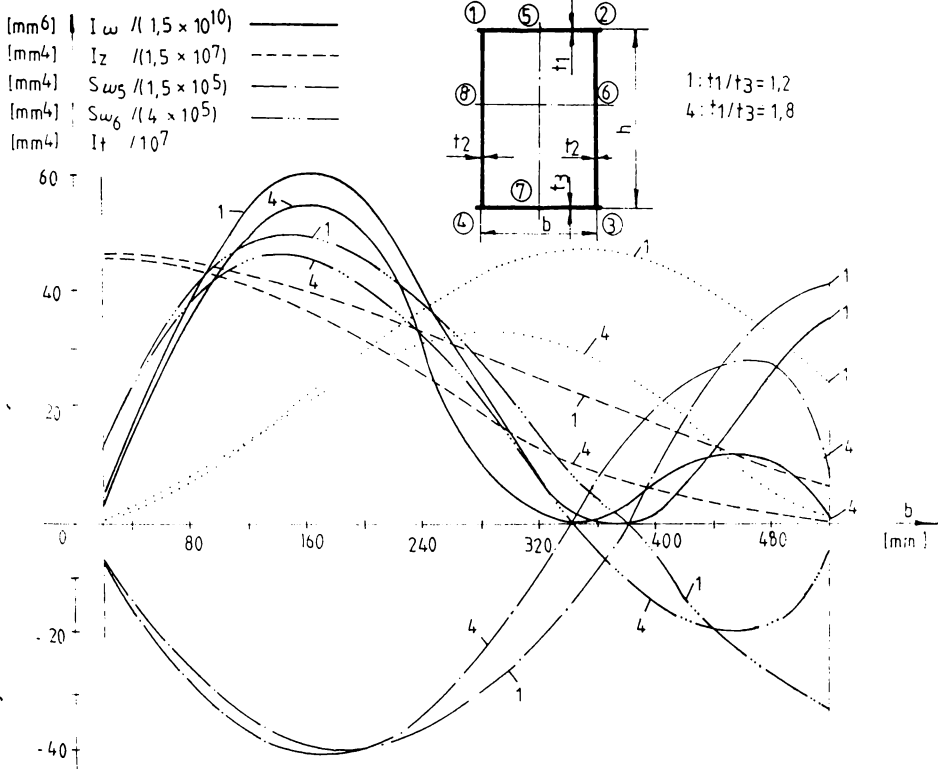


Fig.4.20. Limitele de variație a caracteristicilor geometrice pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$.

mai mic. Deoarece dimensionarea unor astfel de elemente se face, de obicei, prin încercări succesive problema care se pune este de a se ajunge la o soluție constructivă optimă. Acest lucru presupune a distribui materialul pe secțiune astfel încât să se obțină extreme pentru caracteristicile geometrice ale secțiunilor.

Soluțiile prezentate în acest capitol se referă la variația acestor caracteristici geometrice în varianta menținerii ariei secțiunii constante ($A = \text{const.}$), când lățimea b și înălțimea h respectiv lățimile b_1 și b_3 variază. Graficele trasate permit stabilirea formei secțiunii celei mai convenabile pentru a obține extremele caracteristicilor geometrice date.

De remarcat că, în cazul utilizării secțiunilor de tip cheson simetric sau asimetric, aceste grafice ne arată valoarea lățimii b care trebuie evitată pentru fiecare caz în parte, deoarece conduce la anularea caracteristicii geometrice sectoriale I_{ω} , ceea ce conduce la tensiuni normale σ foarte mari.

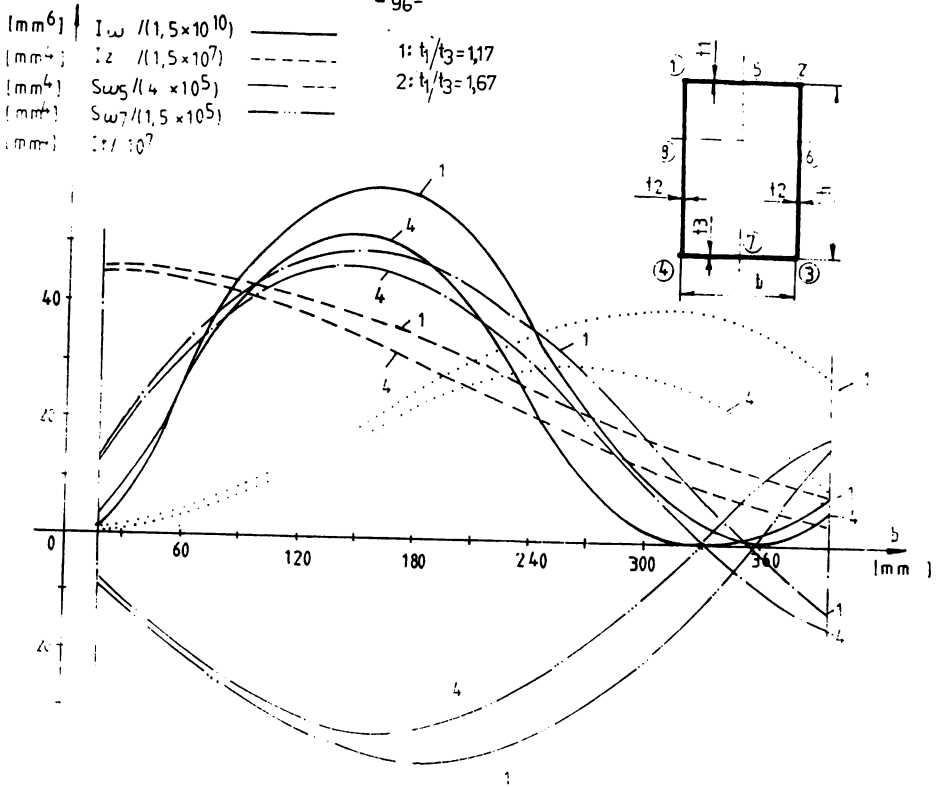


Fig.4.21. Limitele de variație a caracteristicilor geometrice ptr. $A=15.000 \text{ mm}^2$, $t_2=10 \text{ mm}$ și $t_3=12 \text{ mm}$.

Soluționarea problemei distribuirii de material pe secțiuni permite abordarea problemelor de optimizare a acestor secțiuni utilizând criteriul de volum minim ceea ce conduce la economii de material. În acest caz criteriul capătă forma de greutate minimă. Calculul făcându-se în domeniul elastic construcția de greutate minimă se obține în ipoteza că tensiunile să nu depășească valorile admisibile.

Analiza variației caracteristicilor geometrice ale secțiunilor, în varianta de arie constantă ($A = \text{const.}$) este necesară pentru calculul de rezistență al structurii. Cu ajutorul metodelor de calcul prezentate se vor determina valorile tensiunilor în cele mai solicitate puncte ale secțiunii cu care urmează a se determina tensiunile echivalente în aceleași puncte, folosind modelul unei teorii de rezistență.

Cunoașterea configurației stării de tensiune pentru întreaga structură este necesară pentru ca să se poată opera unele modificări ale structurii, astfel încât aceasta să satisfacă condițiile impuse de solicitare dar cu un consum cât mai mic de material.

Cap.5. CONTRIBUȚII PRIVIND OPTIMIZAREA STRUCTURILOR DE REZISTENȚĂ REALIZATE DIN PROFILE SUBȚIRI

5.1. Considerații generale

Proiectarea unei structuri de rezistență, spre deosebire de elementele neportante care se alcătuiesc din ^{condiții} constructive, funcționale, tehnologice, estetice, etc., comportă calcule riguroase deoarece este necesar să fie satisfăcute anumite criterii tehnice și economice.

Criteriile tehnice conduc la stabilirea soluțiilor constructive ce asigură structurii rezistență și stabilitate în exploatare. O soluție rațională poate fi obținută numai dacă se ține cont în egală măsură de multitudinea factorilor ce o condiționează, atitudinea ce impune îmbinarea armonioasă a criteriului tehnic cu cel economic.

Studiile întreprinse în ultimul timp [34] , [44] , [66] , [93] [98] au demonstrat că, atașând metodelor de calcul static sau de dimensionare relații matematice ce exprimă diverse aspecte economice, se pot obține sisteme constructive cu eficiență sporită.

Deși, rezolvarea strict matematică a problemei de optimizare constituie calea cea mai indicată, oferind avantaje remarcabile, o astfel de abordare nu este întotdeauna accesibilă în cazul structurilor, deoarece importă luarea în considerare a numeroși factori obiectivi și subiectivi.

Numărul de variabile de proiectare și eventual de optimizare devine în calculul modern extrem de mare și practic impisibil de urmărit sau controlat de un proiectant [87] . Acești factori intervin cu ponderi diferite în funcție de conjunctura în care se găsește sistemul economic, unii din ei prezentând caracteristici și influențe contradictorii. Din acest motiv sînt acceptate și metode mai puțin riguroase pentru care nu există suficiente argumente sau nu este

demonstrat faptul că se obține extremul global.

Deoarece, în activitatea curentă de proiectare, nu pot fi luați în considerare toți factorii este pe deplin justificată price încercare de a proiecta cât mai rațional [21] , [23] , [27] , [94] , [114], chiar dacă se folosesc metode matematice simplificate.

Nefiind posibil să se efectueze deocamdată o optimizare de ansamblu [98] , care să conducă la o soluție generală capabilă să satisfacă multitudinea de aspecte și cerințe existente, cercetările ce se întreprind în acest sens vizează doar aspecte importante cum ar fi conformarea și alcătuirea structurilor de rezistență, aspecte tehnologice, economice etc.

Dat fiind dificultățile deosebite ce se ivesc, devine tot mai răspândită opinia potrivit căruia cea mai indicată cale ^{este} rezolvarea problemei de optimizare în mod etapizat. Metodologiile elaborate pe baza acestui principiu [6] , [13] , [19] , [20] , [29] , [33] analizează în cadrul fiecărei etape doar unele caracteristici ale sistemului.

Astfel, într-o primă fază, se găsește soluția optimă a structurii luând în considerare variația elementelor geometrice ce o definesc cum sînt : numărul și mărimea deschiderilor și a traverselor relații între deschidere și înălțime etc.

Extinzînd analiza la nivelul fiecărui element rezultă noi posibilități de a obține economii de material prin schimbarea modului său de alcătuire.

Studiul secțiunii, care se finalizează prin stabilirea dimensiunilor și a cantității optime de material, constituie ultima, dar în același timp, una din cele mai importante etape ale procesului de proiectare.

Din considerente practice, de regulă, se procedează la fixarea prealabilă a configurației structurii și a parametrilor constructivi, în funcție de mărimea și modul de prindere al subansamblelor care de obicei sînt normalizate sau tipizate. De aceea rămîne de optimizat distribuția materialului pe secțiune și în lungul elementelor.

Studiile privind dimensionarea optimă a elementelor de rezistență se referă de obicei la secțiuni care au cel puțin o axă de simetrie (I, T, U, II, Π), [49] , [59] , [64] , [36] , [2] , [115] [152] , elemente folosite pe scară largă la alcătuirea structurilor de rezistență.

Optimizarea dimensionării unor astfel de elemente prezintă importanță teoretică și practică deosebită. Reducerea consumurilor de materiale, ca urmare a stabilirii celei mai economice soluții de al-

cătuire a secțiunilor, conduce nemijlocit la micșorarea greutatei proprii și implicit a costurilor structurilor.

5.2. Optimizarea elementelor de rezistență realizate din profile subțiri

Proiectarea structurilor de rezistență presupune, în principal, urmărirea alcătuirii acestora și a dimensionării elementelor componente. Alcătuirea unei structuri de rezistență, în special pentru cele autoportante cum sînt cazurile de șasiuri de autovehicule se face de regulă în funcție de scopul urmărit, de forma și dimensiunile subansamblelor ce se vor monta pe acestea, de tipul și poziția elementelor de poziționare și fixare a subansamblelor, etc. Deoarece majoritatea subansamblelor sînt tipizate și normalizate acestea vor impune forma și dimensiunile structurii, numărul și mărimea deschiderilor și a traverselor.

Obținînd forma și dimensiunile structurii rămîne de analizat fiecare element component al structurii astfel încît fiecare să corespundă din punct de vedere al rezistenței și stabilității. Studiul elementelor componente se reduce la stabilirea dimensiunilor și a cantității de material necesar pentru realizarea acestora.

Stabilirea eforturilor N , T_y , T_z , M_z , M_y și M_x ce solicită fiecare element component al structurii se face prin metodele clasice [1], [15], [43], [50], [52], [53], [71], [75], [96], [144], [150].

Cunoscînd eforturile, solicitările și modul de rezemare a acestor bare trebuie rezolvată problema stabilirii optime a formei și dimensiunilor secțiunii transversale luînd în considerare și eforturile și tensiunile cauzate de răsucirea împiedicată.

Calculul elementelor de rezistență ținînd seama și de răsucirea împiedicată este mult mai dificil decît în cazul calculului clasic deoarece, în acest caz mărimile statice caracteristice răsucirii împiedicate M_ω , B_ω , M_t , depind și de caracteristicile geometrice ale secțiunii pe lîngă tipul și mărimea sarcinilor exterioare și felul legăturilor barelor.

Ca urmare, numărul de variabile de proiectare și eventual de optimizare devine extrem de mare și practic imposibil de urmărit sau controlat de proiectant. Din acest motiv dimensionarea unor astfel de elemente se face mult mai operativ și cu posibilități existente utilizînd o metodă iterativă, urmînd apoi a optimiza distribuția de material pe secțiune astfel încît să conducă la o eficiență economică. Rezolvarea acestei probleme se bazează pe rezultatele obținute la

cap.3 care redă variația caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate pe lungimea barei și a celor de la cap.4 care permit obținerea variației caracteristicilor geometrice ale secțiunilor pentru cazul în care se menține aria constantă ($A = \text{const.}$).

Ca primă etapă a dimensionării se alege forma secțiunii iar prin încercări succesive se obține mărimea ariei necesare. Pentru aria determinată programele de calcul întocmite (SB 5, CB 6, CB7 și CB 8) permit apoi stabilirea formei optime a acestei secțiuni astfel că să conducă la folosirea eficientă a materialului. Aceste programe determină caracteristicile geometrice, mărimile statice ale răsucirii împiedicate, tensiunile în cele mai solicitate puncte ale secțiunii, tensiunile echivalente în aceste puncte pentru cazul în care aria secțiunii rămâne constantă ($A = \text{const.}$), dar variază lățimea și înălțimea acesteia. Schema logică a acestor programe este redată în fig.5.1.

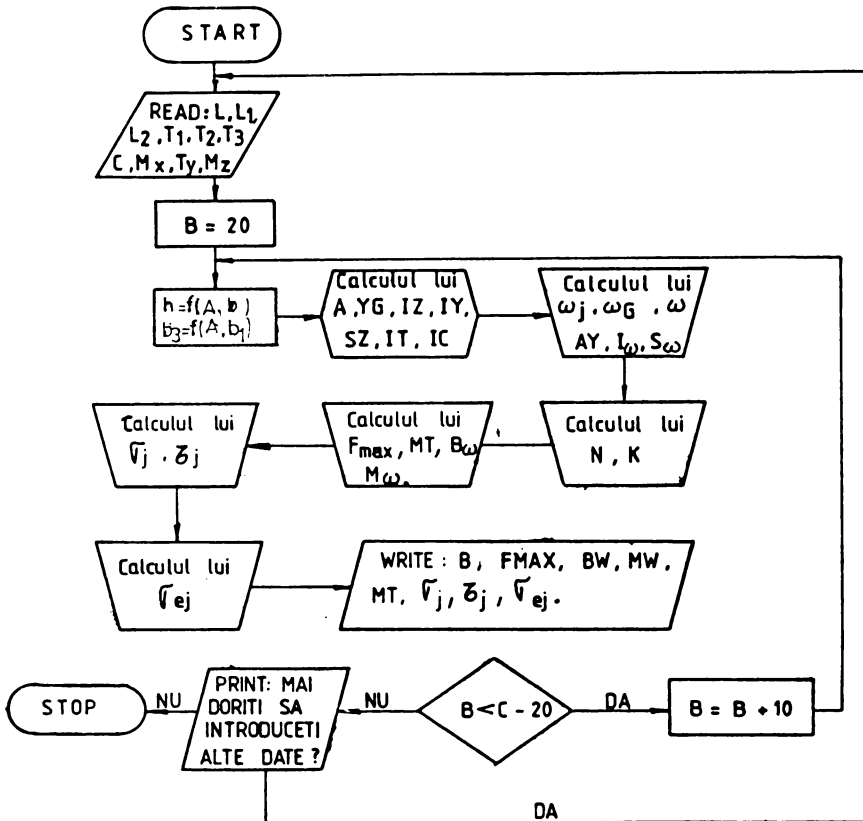


Fig.5.1. Schema logică a programelor de optimizare a elementelor de rezistență realizate din (BPS).

5.2.1. Optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri, profil deschis

Drept criteriu extrem pentru optimizarea acestor elemente vom considera volumul minim care conduce la un consum mic de material. In acest caz criteriul capătă forma condiției de greutate minimă. Calculul făcându-se în domeniul elastic, construcția de greutate minimă se determină în ipoteza ca tensiunile să nu depășească valorile admisibile.

Relațiile de calcul pentru barele realizate din profile subțiri, profil deschis, luând în considerare și fenomenul de deplanare împiedicată a secțiunilor transversale, din motive exterioare sau ca urmare a unor deplanări diferite în lungul barei sînt :

- pentru tensiunea normală :

$$\sigma = \frac{M_z \cdot I_y + M_y \cdot I_{zy}}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} y - \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{zy}}{I_y \cdot I_z - I_{zy}^2} z + \frac{N}{A} + \frac{B \omega}{I \omega} \quad ; \quad (5.1)$$

- pentru tensiunea tangențială :

$$\tau = \frac{T_y \cdot I_y - T_z \cdot I_{zy}}{t(I_y \cdot I_z - I_{zy}^2)} S_z + \frac{T_z \cdot I_z - T_y \cdot I_{zy}}{t(I_y \cdot I_z - I_{zy}^2)} S_y + \frac{M_t \cdot t}{I_t} + \frac{M \omega \cdot S \omega}{t \cdot I \omega} \quad (5.2)$$

unde ultimii termeni din fiecare relație reprezintă valorile tensiunilor normale, σ , respectiv a tensiunii tangențiale, τ , ca efect al răsucirii împiedicate.

Condiția de rezistență, conform ipotezei energiei de variație a formei, va fi :

$$\sigma_{ech} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq \sigma_a \quad (5.3)$$

Utilizînd această condiție de rezistență (5.3) s-a rezolvat problema dimensionării și respectiv a distribuiri de material pe secțiune pentru cîteva cazuri concrete de elemente de rezistență realizate din profile subțiri, profil deschis, utilizate la construcția de găsiri pentru utilaje grele [9] , [12] , [120] , [123] , [125].

Deși sînt prezentate numai cîteva cazuri concrete de elemente de rezistență realizate din (BPS), utilizate în construcția de utilaje grele, metodologia poate fi utilizată la orice element de rezistență cu pereți subțiri.

5.2.1.1. Bară realizată dintr-un profil I simetric

La un element de rezistență avînd forma și dimensiunile din fig.5.2. la care sînt cunoscut eforturile T_y , M_z și M_x din secțiunea periculoasă se pune problema dimensionării optime a acesteia ținînd cont și de răsucirea împiedicată. Programul întocmit CB5, [28] , [30] , [31] , [67] , [60] , pentru acest caz de încărcare și rezemare a barei permite calculul caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate, al tensiunilor cauzate de toate eforturile precum și calcularea tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii periculoase.

Dimensionarea barei se face prin încercări succesive introducînd valori ale mărimii ariei secțiunii și ale grosimilor de platbenzi pînă cînd în toate punctele considerate periculoase tensiunea echivalentă satisface relația (5.3.).

Pentru secțiunea care satisface această relație programul permite obținerea variației caracteristicilor răsucirii împiedicate φ , B_ω , M_ω și M_t a tensiunilor normale $\bar{\sigma}$ și a celor tangențiale $\bar{\tau}$ precum și a tensiunilor echivalente în cele mai periculoase puncte

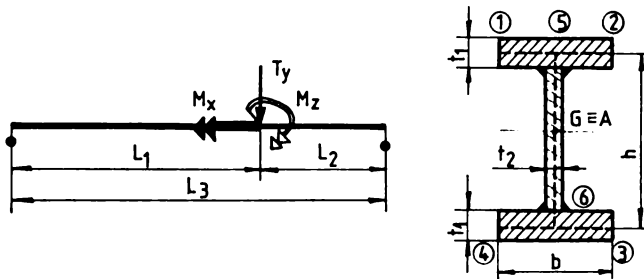


Fig.5.2.

pentru cazul în care $A = \text{const.}$ Valorile tensiunilor echivalente în principalele puncte ale secțiunii se determină pentru cazul cînd b și h variază respectînd condiția $A = \text{const.}$

De asemenea, acest program CB 5 permite analiza comparativă a diferitelor secțiuni realizate din platbenzi de grosimi diferite dar menținînd condiția de aceeași arie și astfel se poate adopta secțiunea care conduce la valori ale tensiunilor echivalente cele mai mici.

O dată adoptată mărimea ariei pentru și grosimile pereților acest program permite adaptarea optimă a dimensiunilor b și h care să conducă la o cît mai eficientă distribuire a materialului pe secțiune.

Tab.5.1.Profil I A=10000 mm², t₁=12 mm și t₂=8 mm.

β [°]	φ [RAD]	BW N, MM ²	N, MM	σ ₅ MPA	ε ₅ MPA	σ _G MPA	σ ₂₅ MPA	σ ₂₂ MPA	σ ₂₆ MPA
1	0.145E+00	0.127E+19	0.135E+07	0.657E+02	0.185E+03	0.524E+02	0.327E+03	0.586E+03	0.907E+02
2	0.130E+00	0.245E+19	0.135E+07	0.644E+02	0.173E+03	0.521E+02	0.194E+03	0.427E+03	0.903E+02
3	0.112E+00	0.608E+19	0.135E+07	0.633E+02	0.761E+02	0.521E+02	0.146E+03	0.356E+03	0.902E+02
4	0.85E+01	0.893E+19	0.136E+07	0.624E+02	0.630E+02	0.524E+02	0.126E+03	0.311E+03	0.907E+02
5	0.772E+01	0.117E+19	0.138E+07	0.616E+02	0.563E+02	0.532E+02	0.115E+03	0.277E+03	0.921E+02
6	0.604E+01	0.142E+19	0.142E+07	0.609E+02	0.529E+02	0.544E+02	0.110E+03	0.248E+03	0.942E+02
7	0.515E+01	0.164E+19	0.145E+07	0.615E+02	0.509E+02	0.557E+02	0.107E+03	0.224E+03	0.965E+02
8	0.421E+01	0.181E+19	0.149E+07	0.601E+02	0.495E+02	0.574E+02	0.105E+03	0.214E+03	0.987E+02
9	0.347E+01	0.195E+19	0.152E+07	0.595E+02	0.484E+02	0.582E+02	0.103E+03	0.187E+03	0.101E+03
10	0.290E+01	0.216E+19	0.154E+07	0.597E+02	0.475E+02	0.593E+02	0.102E+03	0.173E+03	0.103E+03
11	0.245E+01	0.215E+19	0.155E+07	0.598E+02	0.466E+02	0.603E+02	0.100E+03	0.162E+03	0.104E+03
12	0.210E+01	0.222E+19	0.158E+07	0.599E+02	0.457E+02	0.614E+02	0.993E+02	0.152E+03	0.106E+03
13	0.181E+01	0.227E+19	0.160E+07	0.601E+02	0.449E+02	0.624E+02	0.983E+02	0.144E+03	0.108E+03
14	0.161E+01	0.232E+19	0.160E+07	0.601E+02	0.441E+02	0.635E+02	0.975E+02	0.139E+03	0.110E+03
15	0.144E+01	0.233E+19	0.161E+07	0.610E+02	0.434E+02	0.647E+02	0.969E+02	0.133E+03	0.112E+03
16	0.128E+01	0.238E+19	0.161E+07	0.617E+02	0.428E+02	0.659E+02	0.964E+02	0.129E+03	0.114E+03
17	0.119E+01	0.240E+19	0.162E+07	0.625E+02	0.422E+02	0.673E+02	0.961E+02	0.125E+03	0.117E+03
18	0.110E+01	0.242E+19	0.162E+07	0.635E+02	0.416E+02	0.686E+02	0.961E+02	0.123E+03	0.119E+03
19	0.102E+01	0.245E+19	0.163E+07	0.646E+02	0.412E+02	0.705E+02	0.962E+02	0.121E+03	0.122E+03
20	0.963E+02	0.245E+19	0.163E+07	0.659E+02	0.407E+02	0.729E+02	0.965E+02	0.119E+03	0.125E+03
21	0.925E+02	0.245E+19	0.163E+07	0.675E+02	0.40E+02	0.744E+02	0.972E+02	0.118E+03	0.129E+03
22	0.895E+02	0.246E+19	0.163E+07	0.692E+02	0.401E+02	0.768E+02	0.981E+02	0.118E+03	0.133E+03
23	0.862E+02	0.246E+19	0.163E+07	0.713E+02	0.399E+02	0.794E+02	0.993E+02	0.118E+03	0.137E+03
24	0.847E+02	0.246E+19	0.163E+07	0.736E+02	0.393E+02	0.829E+02	0.101E+03	0.119E+03	0.143E+03
25	0.815E+02	0.246E+19	0.163E+07	0.764E+02	0.393E+02	0.857E+02	0.103E+03	0.121E+03	0.146E+03
26	0.844E+02	0.245E+19	0.163E+07	0.795E+02	0.393E+02	0.896E+02	0.105E+03	0.123E+03	0.145E+03
27	0.855E+02	0.245E+19	0.163E+07	0.831E+02	0.400E+02	0.940E+02	0.108E+03	0.126E+03	0.143E+03

Tab.5.2.Profil I A=10000 mm², t₁=14 mm și t₂=10mm.

φ	[RAD]	BM N. MM ²	MW N. MM	σ ₅ MPA	σ ₆ MPA	σ ₇ MPA	σ ₈ MPA	σ ₉ MPA	σ ₁₀ MPA	σ ₁₁ MPA	σ ₁₂ MPA	σ ₁₃ MPA
1	0.950E-01	0.873E+08	0.135E+07	0.812E+02	0.222E+03	0.499E+02	0.594E+03	0.468E+03	0.864E+02			
2	0.873E-01	0.237E+09	0.135E+07	0.870E+02	0.121E+03	0.498E+02	0.274E+03	0.357E+03	0.863E+02			
3	0.789E-01	0.417E+09	0.135E+07	0.795E+02	0.871E+02	0.499E+02	0.170E+03	0.290E+03	0.864E+02			
4	0.704E-01	0.614E+09	0.135E+07	0.773E+02	0.702E+02	0.501E+02	0.144E+03	0.264E+03	0.867E+02			
5	0.522E-01	0.818E+09	0.136E+07	0.763E+02	0.604E+02	0.505E+02	0.129E+03	0.249E+03	0.874E+02			
6	0.542E-01	0.102E+10	0.137E+07	0.756E+02	0.543E+02	0.512E+02	0.121E+03	0.222E+03	0.874E+02			
7	0.472E-01	0.120E+10	0.139E+07	0.751E+02	0.585E+02	0.522E+02	0.115E+03	0.207E+03	0.903E+02			
8	0.412E-01	0.137E+10	0.141E+07	0.746E+02	0.481E+02	0.533E+02	0.112E+03	0.194E+03	0.923E+02			
9	0.352E-01	0.151E+10	0.143E+07	0.747E+02	0.464E+02	0.546E+02	0.110E+03	0.183E+03	0.945E+02			
10	0.313E-01	0.164E+10	0.145E+07	0.748E+02	0.451E+02	0.559E+02	0.108E+03	0.174E+03	0.968E+02			
11	0.279E-01	0.174E+10	0.147E+07	0.751E+02	0.442E+02	0.573E+02	0.107E+03	0.166E+03	0.993E+02			
12	0.249E-01	0.182E+10	0.149E+07	0.757E+02	0.434E+02	0.588E+02	0.107E+03	0.160E+03	0.102E+03			
13	0.225E-01	0.190E+10	0.153E+07	0.764E+02	0.428E+02	0.604E+02	0.107E+03	0.154E+03	0.105E+03			
14	0.205E-01	0.195E+10	0.152E+07	0.774E+02	0.423E+02	0.622E+02	0.107E+03	0.150E+03	0.108E+03			
15	0.190E-01	0.200E+10	0.153E+07	0.787E+02	0.419E+02	0.640E+02	0.107E+03	0.147E+03	0.111E+03			
16	0.175E-01	0.202E+10	0.153E+07	0.802E+02	0.416E+02	0.661E+02	0.107E+03	0.144E+03	0.114E+03			
17	0.166E-01	0.206E+10	0.154E+07	0.821E+02	0.413E+02	0.684E+02	0.109E+03	0.143E+03	0.118E+03			
18	0.158E-01	0.208E+10	0.154E+07	0.843E+02	0.412E+02	0.709E+02	0.110E+03	0.142E+03	0.123E+03			
19	0.152E-01	0.209E+10	0.155E+07	0.869E+02	0.412E+02	0.738E+02	0.112E+03	0.142E+03	0.128E+03			
20	0.148E-01	0.210E+10	0.155E+07	0.900E+02	0.412E+02	0.771E+02	0.115E+03	0.143E+03	0.133E+03			
21	0.146E-01	0.210E+10	0.155E+07	0.957E+02	0.414E+02	0.808E+02	0.118E+03	0.145E+03	0.140E+03			
22	0.145E-01	0.209E+10	0.155E+07	0.989E+02	0.417E+02	0.851E+02	0.122E+03	0.148E+03	0.147E+03			
23	0.146E-01	0.207E+10	0.155E+07	0.1013E+03	0.422E+02	0.902E+02	0.126E+03	0.152E+03	0.156E+03			
24	0.149E-01	0.205E+10	0.154E+07	0.1009E+03	0.429E+02	0.961E+02	0.132E+03	0.157E+03	0.166E+03			
25	0.155E-01	0.202E+10	0.153E+07	0.1117E+03	0.430E+02	0.1030E+03	0.139E+03	0.164E+03	0.179E+03			

```
PROGRAM CB5
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
INTEGER B
REAL L,L1,L2,X
CALL ASSIGN(Z,'CB5.REZ')
CONTINUE
WRITE(5,2)
FORMAT('% INTRODUCETI VALOAREA LUI T1: ')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,3)
FORMAT('% INTRODUCETI VALOAREA LUI T2: ')
ACCEPT *,T2
L=4.7200.
L1=7.7000.
L2=16.0000.
MX=2.7*10**6
TY=2.65*10**5
M7=1.4*10**8
B=2.1*10**5
X=1.732050808
A=100000.
CALL ERRSET(77,.TRUE.,,,,FALSE.,10)
CALL ERRSET(73,.TRUE.,,,,FALSE.,10)
WRITE(2,4) T1,T2
FORMAT('1'//20X,' A = 100000. MM ; T1 = ',F4.1,' MM',
2,' T2 = ',F4.1,' MM',
3//1X,'+',128(' '),'+'/1X,'!', ' B
4'
5' L5 L2 LG !!/ 5 BW G' MW'
6' X,'! [MM] [RAD] N.MM N.MM MPA MPA MPA',
7' MPA MPA MPA MPA MPA MPA MPA',
8//1X,'!',128X,'!/1X,'!',128(' '),')')
D=6 B=1:25,10
H=(A-2.*B*T1)/T2
Iw=(H**2.*B**3.*T1)/24
Iz=(5*T1**3.)/6+(H**2.*B*T1)/2+(H**3.*T2)/12
J1=(H*T2**3.+2*B*T1**3.)/3
SW=(H*B**2.*T1)/16
SZ=(B*H*T1)/2+(H**2.*T2)/8
K=DSQRT(IT/(2.6*Iw))
F1=(DTANH(K*L1)*DTANH(K*L2))/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
F2=(DTANH(K*L1))/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
FMAX=(MX/(E*Iw**K**3.))*((L1*L2*K)/L-F1)
MT=MX*((L2/L)-F2)
MW=(MX/X)*F1
MW=MX*F2
V2=(MZ*H)/(2*Iz)
V5=V5+DABS((BW*B*H)/(Iw*4.))
S2=DABS((MT*T1)/IT)
S5=S2*DABS((MW*SW)/Iw)
SG=DABS((MT*T2)/IT)+((TY*SZ)/(T2*Iz))
TL5=DSQRT(V5**2.+3.*S5**2.)
TL2=DSQRT(V2**2.+3.*S2**2.)
TLG=SG*X
WRITE(2,5) B,FMAX,BW,MW,V5,V2,S2,S5,SG,TL5,TL2,TLG
FORMAT(1X,'!',I3,3X,11(E9.3,2X),'!')
CONTINUE
WRITE(2,7)
FORMAT(1X,'!',128(' '),')')
TYPE 8
```

```

FORMAT('S MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE? (O/N): ')
ACCEPT 9,UN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'D') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END

```

Valorile concrete ale acestor mărimi statice ale răsucirii împiedicate și valorile corespunzătoare ale tensiunilor pentru două cazuri sînt redată în tab.5.1 și tab.5.2.

Benzile de variație a tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$ și două grosimi ale inimii $t_2 = 8 \text{ mm}$ și $t_2 = 10 \text{ mm}$, pentru cîte patru grosimi ale tălpilor sînt redată în fig.5.3 și fig.5.4.

Din analiza diagramelor prezentate se observă că valorile tensiunilor echivalente satisfac condiția de rezistență pentru domenii diferite ale lățimilor tălpilor. De asemenea se poate obține o reducere a tensiunilor echivalente maxime, la același consum de material schimbînd numai grosimea platbenzilor din care alcătuim secțiunea. Cu cît grosimile tălpilor vor fi mai mari cu atît tensiunile echivalente maxime se reduc. Spre deosebire de calculul la solicitările clasice, dacă luăm în considerare și răsucirea împiedicată, mărirea înălțimii h în detrimentul lățimii b nu conduce la scăderea tensiunilor maxime.

Mărirea grosimii inimii conduce la creșterea tensiunilor echivalente maxime pe secțiune. Ca o observație generală se constată că cea mai avantajoasă secțiune este pentru cazurile în care raportul t_1/t_2 este mai mare dar și cu condiția stabilității locale. Pentru valorile analizate limitarea la stînga intervalului a domeniului de definiție al lățimii b nu presupune o limitare a realizării unor secțiuni deoarece acest domeniu nu corespunde nici din punct de vedere al rezistenței.

Domeniile optime de realizare a secțiunilor de tip I simetric analizate sînt $b \in (140..180) \text{ mm}$ în primul caz ($t_2 = 8 \text{ mm}$) și $b \in (140,165)$ pentru cel de al doilea caz ($t_2 = 10 \text{ mm}$).

Mărirea lățimii inimii t_2 cu 2 mm în cel de al doilea caz conduce la o creștere a tensiunii, pentru soluția optimă a lățimii b , cu :

$$\eta = \frac{\sigma_{\max \text{ II}} - \sigma_{\max \text{ I}}}{\sigma_{\max \text{ I}}} \cdot 100 = 12 \%$$

Programul CB 5 permite utilizarea lui și pentru alte cazuri de solicitare și respectiv pentru alte tipodimensiuni de platbenzi utilizate la realizarea barei. Domeniul lățimii b unde tensiunile echivalente sînt minime se poate stabili numai după rularea programului.

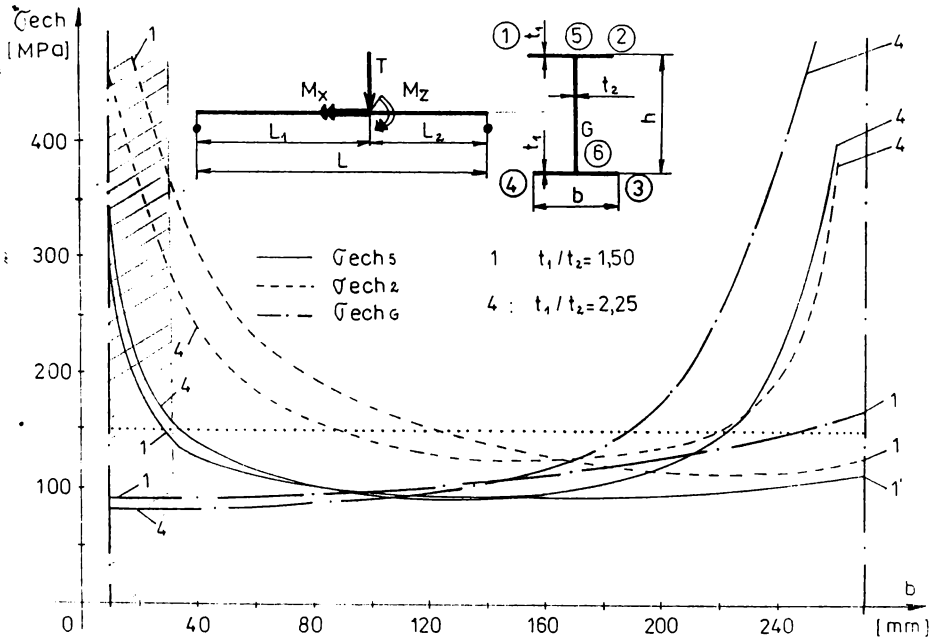


Fig.5.3. Variația tensiunilor echivalente pe secțiunea periculoasă pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 8 \text{ mm}$.

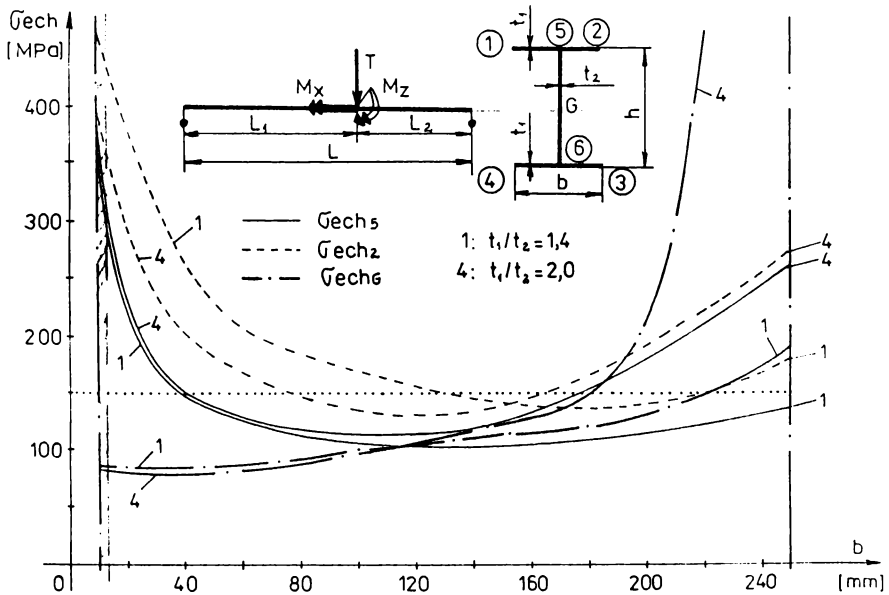


Fig.5.4. Variația tensiunilor echivalente pe secțiunea periculoasă pentru $A = 10.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 10 \text{ mm}$

5.2.1.2. Bară realimată dintr-un profil I asimetric

În multe aplicații și în mod special datorită unor condiții constructive de prindere sau montaj a subansamblelor realizarea elementelor de rezistență presupune utilizarea de profile I asimetrice. În aceste cazuri calculul de rezistență se complică datorită faptului că centrul de încovoiere - răsucire nu mai coincide cu centrul de greutate. Determinarea eforturilor secționale pentru solicitările axiale, de forfecare și de încovoiere se face după una din metodele clasice. Problema optimizării unor astfel de secțiuni se pune și în acest caz când apare și solicitarea de răsucire împiedicată din motive exterioare sau ca urmare a unor deplanări diferite în lungul barei. Cazul când nu apare răsucirea împiedicată este foarte simplu și a fost soluționat în numeroase lucrări.

În cazul unei bare cu dimensiunile, rezemarea și încărcarea din fig.5.5 se pune problema dimensionării cu condiția de distribuire optimă a materialului pe secțiune. Cunoscând eforturile de

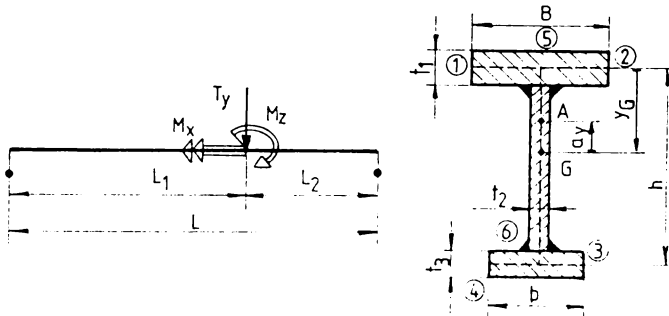


Fig.5.5.

forfecare, încovoiere și răsucire ce solicită secțiunea periculoasă T_y , M_z și M_x și utilizând programul întocmit pentru acest caz CB 6 se obține variația caracteristicii geometrice φ , a eforturilor B_ω , M_t și M_ω specifice răsucirii împiedicate, apoi variația tensiunilor normale σ , a celor tangențiale τ , precum și variația tensiunii echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii, pentru $A = \text{const.}$

Benzile de variație ale tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii pentru $A = 5.000 \text{ mm}^2$ și două grosimi ale tălpilor inferioare $t_3 = 8 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$ și pentru cîte patru grosimi ale tălpii superioare sînt redată în fig.5.6 și 5.7. Mărirea raportului t_1/t_3 conduce la limitarea utilizării de secțiuni

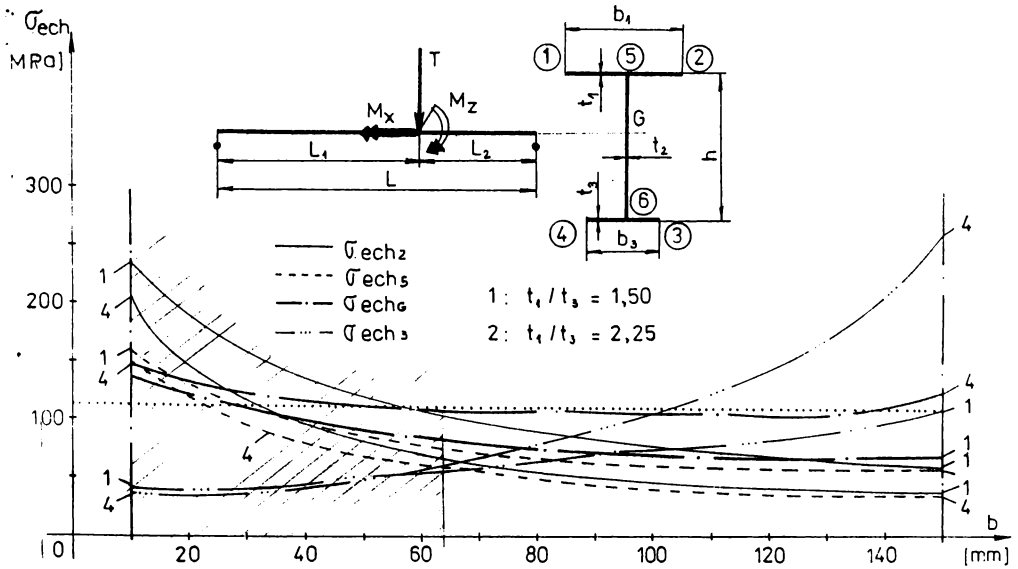


Fig.5.6.Variația tensiunilor echivalente pe secțiunea periculoasă pentru $\Lambda=5000 \text{ mm}^2$, $t_2=10 \text{ mm}$ și $t_3=8 \text{ mm}$.

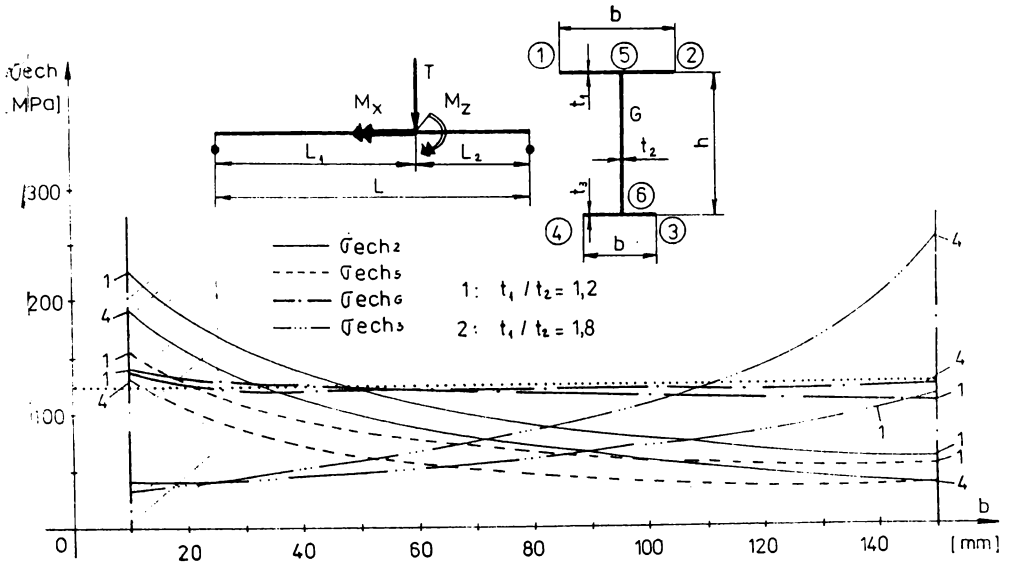


Fig.5.7.Variația tensiunilor echivalente pe secțiunea periculoasă pentru $\Lambda=5000 \text{ mm}^2$, $t_2=10 \text{ mm}$ și $t_3=10 \text{ mm}$.

```

PROGRAM C86
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
INTEGER B1,B3
REAL L,L1,L2,X
CALL ASSIGN(2,'C86.REZ')
CONTINUE
WRITE(5,2)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T1: ')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,3)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T2: ')
ACCEPT *,T2
WRITE(5,31)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T3: ')
ACCEPT *,T3
L=4300.
L1=2700.
L2=1600.
MX=9.5*10**5
TY=1.05*10**5
MZ=1.9*10**7
E=2.1*10**5
X=1.732*5*8*8
A=5000.
H=200.
CALL ERRSET(72,,.TRUE.,,,,FALSE.,10)
CALL ERRSET(73,,.TRUE.,,,,FALSE.,10)
WRITE(2,4) T1,T2,T3
FORMAT('2//20X,' A = 5000. MM ; T1 = ',F4.0,' MM ,'
2,' T2 = ',F4.0,' MM ,',',', T3 = ',F4.0,' MM',
2//1X,'+',128('=-'),'+'//1X,'!',',', B3
3' 6 3 6 L2 L5',
4' LG L3 L6 !'/
51X,'! [MM] [RAD] N.MM N.MM MPA MPA MPA',
6' MPA MPA MPA MPA MPA MPA',
7' MPA !',
8/1X,'!',128X,'!'//1X,'!',128('=-'),'!')
D1=6 B1=L**2.16**5
B3=(A-H*T2-B1*T1)/T3
YG=(H**2.*T2+7.*B3*H*T3)/(2.*(B1*T1+B3*T3+H*T2))
AY=(H*B3**3.*T3)/(B1**3.*T1+B3**3.*T3)
IW=(H**2.*B1**3.*B3**3.*T1*T3)/(B1**3.*T1+B3**3.*T3)
SW5=(AY*B1**2.*T1)/8
SW6=((H-AY)*B3**2.*T3)/8
IT=(B1*T1**3.+H*T2**3.+B3*T3**3.)/3
IZ=(B1*T1**3.+H**3.*T2+B3*T3**3.)/12.+YG**2.*B1*T1
IZ=IZ+(H/2-YG)**2.*H*T2+(H-YG)**2.*B3*T3
SZ=B1*T1*YG+(YG**2.*T2)/2
K=DSQRT(IT/(2.6*IW))
F1=(DTANH(K*L1)*DTANH(K*L2))/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
F2=DTANH(K*L1)/((DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2)))
FMAX=(MX/(E*IW**K**3.))*((L1*L2*K)/L-F1)
MT=MX*((L2/L)-F2)
U1=(MX/K)*F1
MW=MX*F2
VF=(MZ/IZ)*YG
V2=V5+DABS((BW*B1*AY)/(IW*2.))
V6=(MZ/IZ)*(H-YG)
V3=V6+DABS((BW*B3*(H-AY))/IW*2.)
S2=DABS((MT*T1)/IT)
S5=S2+DABS((MW*SW5)/IW)
S3=DABS((MT*T3)/IT)

```

```
S6=S3+DABS((MW*SW6)/IW)
SG=DABS((MT*T2)/IT)+((TY*SZ)/(T2*IZ))
TL3=DSQRT(V5**2.+3.*S5**2.)
TL2=DSQRT(V2**2.+3.*S2**2.)
TL5=SG*X
TL3=DSQRT(V3**2.+3.*S3**2.)
TL5=DSQRT(V6**2.+3.*S6**2.)
WRITE(2,5) B1,FMAX,BW,MW,V6,S3,S6,TL2,TL5,TL6,TL3,TL6
FORMAT(1X,'!',I3,3X,I1(E9.3;2X),'!')
CONTINUE
WRITE(2,7)
FORMAT(1X,'!',I28('-'),'!')
TYPE R
FORMAT('3 MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE? (D/N): ')
ACCEPT 9,DN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'D') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END
```

cu lățimi ale tălpii superioare mai mari. Micșorarea raportului t_1/t_3 limitează domeniul de utilizare al lățimii b la stînga intervalului.

Mărirea simultană a tălpilor, la aceeași arie (fig.5.7 față de fig.5.6) conduce la mărirea domeniului lățimii b care satisface condiția de rezistență.

Micșorarea grosimii inimii conduce la mărirea domeniului lățimii b la care nu putem realiza secțiuni datorită instabilității locale a inimii (zona hăgurată).

Programul CB 6 permite stabilirea variației caracteristicilor geometrice și statice, a tensiunilor normale σ și tangențiale τ precum și a tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii transversale în funcție de valoarea lățimii tălpii b_1 și pentru alte cazuri de încărcare sau rezemare precum și pentru cazul utilizării altor tipuri de platbenzi pentru realizarea elementului de rezistență.

5.2.2. Optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri, profil închis.

Luînd drept criteriu, și în acest caz, volumul minim care conduce în final la greutatea minimă, iar calculul făcîndu-se în domeniul elastic, construcția de greutate minimă se reduce la ipoteza ca tensiunile echivalente maxime să nu depășească valorile admisibile.

Relațiile de calcul pentru barele realizate din profile subțiri, profil închis, luînd în considerare și fenomenul de repleanare

împiedicată, a secțiunilor transversale, din motive exterioare sau ca urmare a unor deplănări diferite în lungul barei sînt :

- pentru tensiunea normală :

$$\sigma = \frac{M_z \cdot I_y + M_y \cdot I_{zy}}{I_y I_z - I_{zy}^2} \cdot y - \frac{M_y \cdot I_z + M_z \cdot I_{zy}}{I_y I_z - I_{zy}^2} \cdot z + \frac{N}{A} + \frac{B \bar{\omega}}{I_{\bar{\omega}}} \cdot \bar{\omega} ; \quad (5.4)$$

- pentru tensiunea tangențială :

$$\tau = \frac{T_y \cdot I_y - T_z \cdot I_{zy}}{t(I_y I_z - I_{zy}^2)} S_z + \frac{T_z \cdot I_z - T_y \cdot I_{zy}}{t(I_y I_z - I_{zy}^2)} S_y + \frac{M_t}{2\Omega \cdot t} + \frac{M \bar{\omega}}{t \cdot I_{\bar{\omega}}} \cdot \bar{S}_{\bar{\omega}} , \quad (5.5)$$

unde ultimii termeni reprezintă valoarea tensiunii normale σ și a celei tangențiale τ , rezultate din răsucirea împiedicată a barelor cu pereți subțiri, profil închis.

Condiția de rezistență, conform ipotezei energiei de variație a formei, va fi cea dată de relația (5.3)

Utilizînd această condiție de rezistență s-a rezolvat problema dimensionării și a distribuirii de material pe secțiune pentru cîteva cazuri concrete de elemente de rezistență realizate din profile subțiri, profil închis, utilizate în construcția de mașini pentru utilaje grele [10], [11], [122], [123], [125].

Stabilirea eforturilor N , T_y , T_z , M_z , M_y și M_x din secțiunea (secțiunilor) periculoasă pentru fiecare element al structurii de rezistență se face pe baza metodelor clasice [5], [14], [16], [47], [54], [69], [72], [92], [120], [149]. Problema de rezolvat este de a dimensiona elementul de rezistență și apoi a obține o distribuție a materialului pe secțiune, care să satisfacă condiția de rezistență și să conducă la o economie de material [135], [136], [137], [138], [139].

Pentru soluționarea calculului de rezistență s-au conceput programe de calculul barelor cu pereți subțiri [85], care redau variația caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate, a tensiunilor normale σ și tangențiale τ , precum și a tensiunilor echivalente pentru aceeași arie, cînd dimensiunile b și h variază.

5.2.2.1. Bară cu secțiunea de tip cheson simetric

O bară confecționată dintr-un cheson simetric avînd forma și dimensiunile din fig. 5.8 la care sînt cunoscute eforturile T_y , M_z și M_x se pune problema dimensionării optime a acesteia țînînd cont și de răsucirea împiedicată. Programul întocmit, CB 7, permite dimensionarea prin încercări succesive astfel încît să fie respectată condiția de rezistență (5.3.) precum și variația caracteristicii geometrice ψ

Tab.5.4. Profil cheson simetric, $t_1=18$ mm și $t_2=12$ mm.

s	[MPa]	[RAD]	M ₀ [N·M]	N ₀ [N]	M ₁ [N·M]	N ₁ [N]	M ₂ [N·M]	N ₂ [N]	M ₃ [N·M]	N ₃ [N]	L1 [MPa]	L2 [MPa]	L3 [MPa]
1	391E+01		122E+07	563E+06	683E+02	121E+03	629E+02	594E+02	514E+03	514E+03	514E+03	514E+03	514E+03
2	117E+01		122E+07	643E+08	787E+02	121E+03	646E+02	636E+02	612E+03	612E+03	612E+03	612E+03	612E+03
3	961E+02		122E+07	628E+08	677E+02	111E+03	577E+02	580E+02	511E+03	511E+03	511E+03	511E+03	511E+03
4	675E+02		122E+07	609E+08	765E+02	119E+03	527E+02	579E+02	514E+03	514E+03	514E+03	514E+03	514E+03
5	517E+02		122E+07	599E+08	753E+02	109E+03	527E+02	579E+02	514E+03	514E+03	514E+03	514E+03	514E+03
6	421E+02		122E+07	578E+08	753E+02	99E+03	487E+02	572E+02	597E+03	597E+03	597E+03	597E+03	597E+03
7	361E+02		122E+07	562E+08	741E+02	94E+03	479E+02	576E+02	595E+03	595E+03	595E+03	595E+03	595E+03
8	324E+02		122E+07	547E+08	752E+02	937E+02	477E+02	576E+02	594E+03	594E+03	594E+03	594E+03	594E+03
9	305E+02		122E+07	532E+08	754E+02	933E+02	480E+02	577E+02	593E+03	593E+03	593E+03	593E+03	593E+03
10	287E+02		122E+07	515E+08	759E+02	934E+02	486E+02	576E+02	593E+03	593E+03	593E+03	593E+03	593E+03
11	285E+02		122E+07	499E+08	767E+02	94E+03	496E+02	578E+02	594E+03	594E+03	594E+03	594E+03	594E+03
12	239E+02		122E+07	481E+08	777E+02	95E+03	511E+02	579E+02	595E+03	595E+03	595E+03	595E+03	595E+03
13	239E+02		122E+07	469E+08	790E+02	96E+03	529E+02	581E+02	597E+03	597E+03	597E+03	597E+03	597E+03
14	239E+02		122E+07	459E+08	816E+02	98E+03	553E+02	583E+02	598E+03	598E+03	598E+03	598E+03	598E+03
15	329E+02		122E+07	475E+08	825E+02	101E+03	584E+02	585E+02	601E+03	601E+03	601E+03	601E+03	601E+03
16	355E+02		122E+07	474E+08	849E+02	104E+03	623E+02	586E+02	604E+03	604E+03	604E+03	604E+03	604E+03
17	389E+02		122E+07	472E+08	877E+02	108E+03	675E+02	592E+02	608E+03	608E+03	608E+03	608E+03	608E+03
18	439E+02		122E+07	477E+08	914E+02	112E+03	747E+02	598E+02	614E+03	614E+03	614E+03	614E+03	614E+03
19	449E+02		122E+07	476E+08	951E+02	117E+03	856E+02	601E+02	617E+03	617E+03	617E+03	617E+03	617E+03
20	472E+02		122E+07	479E+08	997E+02	122E+03	125E+03	604E+02	624E+03	624E+03	624E+03	624E+03	624E+03
21	493E+02		122E+07	478E+08	105E+03	128E+03	156E+03	607E+02	628E+03	628E+03	628E+03	628E+03	628E+03
22	472E+02		122E+07	461E+08	112E+03	144E+03	144E+04	607E+02	626E+03	626E+03	626E+03	626E+03	626E+03
23	461E+02		122E+07	442E+08	120E+03	143E+03	184E+03	604E+02	621E+03	621E+03	621E+03	621E+03	621E+03
24	458E+02		122E+07	424E+08	131E+03	135E+03	132E+03	603E+02	616E+03	616E+03	616E+03	616E+03	616E+03
25	517E+02		122E+07	420E+08	144E+03	166E+03	122E+03	602E+02	615E+03	615E+03	615E+03	615E+03	615E+03
26	546E+02		122E+07	426E+08	159E+03	136E+03	136E+03	601E+02	618E+03	618E+03	618E+03	618E+03	618E+03
27	621E+02		122E+07	429E+08	171E+03	236E+03	154E+03	601E+02	621E+03	621E+03	621E+03	621E+03	621E+03
28	621E+02		122E+07	432E+08	175E+03	220E+03	181E+03	601E+02	626E+03	626E+03	626E+03	626E+03	626E+03
29	139E+01		122E+07	436E+08	183E+03	225E+03	225E+03	601E+02	634E+03	634E+03	634E+03	634E+03	634E+03

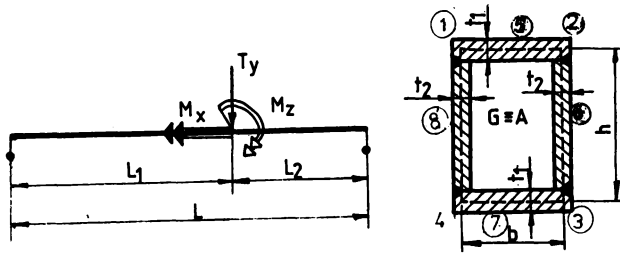


Fig. 5.8.

a celor statice B_{ω} , M_t și M_{ω} de la răsucirea împiedicată. Totodată pentru a stabili distribuția optimă de material pe secțiune acest program prevede variația tensiunilor normale, σ a celor tangențiale precum și variația tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii, pentru $A = \text{const.}$ cînd lățimea b și înălțimea h variază.

Banda de variație a acestor tensiuni pentru două cazuri

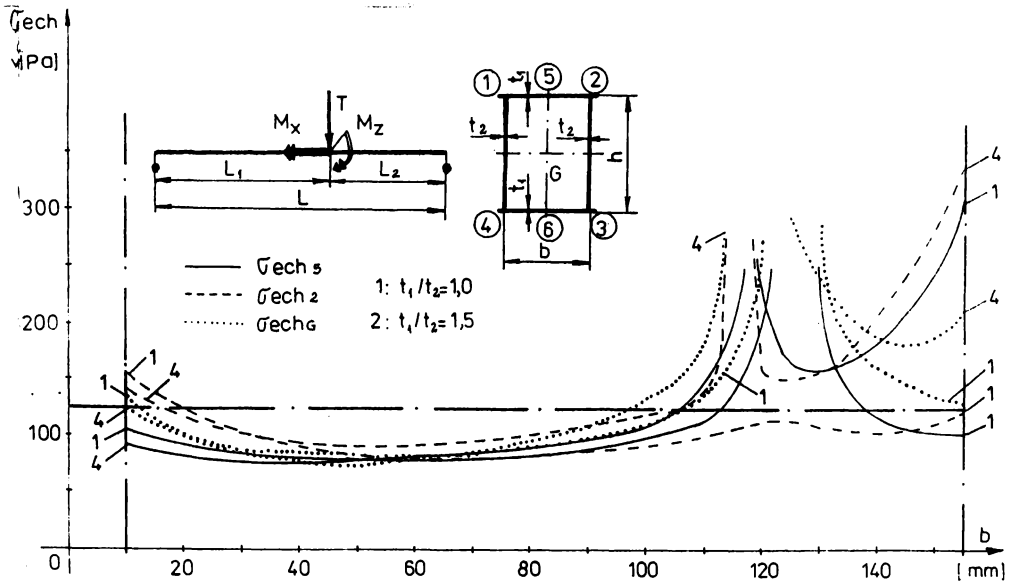


Fig. 5.9. Variația tensiunilor echivalente pentru $A = 6.000 \text{ mm}^2$ și $t_2 = 12 \text{ mm}$

concrete de încărcare și rezemare sînt redată în fig. 5.9. și fig. 5.10.

```

PROGRAM CB7
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
INTEGER B
REAL L,L1,L2,X
CALL ASSIGN(2,'CB7.REZ')
CONTINUE
WRITE(5,2)
FORMAT('% INTRODUCETI VALOAREA LUI T1: ')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,3)
FORMAT('% INTRODUCETI VALOAREA LUI T2: ')
ACCEPT *,T2
L=3150.
L1=2300.
L2=850.
NX=2.43*10**6
TY=1.08*10**5
MZ=2.145*10**7
S2=1*10**5
X=1.7320508*6
A=2*850.
CALL ERRSET(72,,TRUE,,,,FALSE,,10)
CALL ERRSET(73,,TRUE,,,,FALSE,,10)
WRITE(2,4) T1,T2
FORMAT('1//20X, ' A = 18000. MM ; T1 = ',F4.0,' MM , '
2, ' T2 = ',F4.0,' MM',
2//1X,'+',123('-' ),'+ '//1X,'!',^ 8 MM
3'
4' L1 2 L3 2 3',
5X,'! [MM] [RAD] N,MM N,MM MPA MPA MPA
6' MPA MPA MPA MPA MPA MPA MPA,
7' MPA !',
8/1X,'!',128X,'!'/1X,'!',128('-' ),'!')
D0 6 B=10,155,5
H=(A-2.*B*T1)/(2.*T2)
IW=(B**2.*H**2./24)*((H*T1-B*T2)/(H*T1+B*T2))**2.*(B*T1+H*T2)
Z1=(B*T1*(3.*H**2.+T1**2.))+H*T2*(H**2.+3.*T1**2.)/6
SW1=(B*H*(H*T1-B*T2)*(2.*B*T1+H*T2))/(48.*(H*T1+B*T2))
SW2=(B*H*(H*T1-B*T2)*(B*T1-H*T2))/(48.*(H*T1+B*T2))
SW3=(B*H*(H*T1-B*T2)*(2.*H*T2+B*T1))/(48.*(H*T1+B*T2))
S7=(B*T1*H)/2.+(H**2.*T2)/4
IC=(B*H*(H*T1+B*T2)/2.)+(B*T1*(B**2.+T1**2.)/6)+
1.(H*T2*(H**2.+T2**2.)/6)
TI=2.*B**2.*H**2.*T1*T2/(H*T1+B*T2)
N=1-(TI/IC)
K=DSQRT((N*TI)/(2.6*IW))
FMAX1=(DTANH(K*L1)*DTANH(K*L2))/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
FMAX=DTANH(K*L1)/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
FMAX=L1*L2*K/L-FMAX1
FMAX=FMAX*NX/(E*IW*K**3.)
MT=MX*((L2/L)-FMAX)
BW=(MX/K)*FMAX1
MW=MX*F4
V1=MZ*H/(ZI**2.)
V2=V1+DABS(BW*B*H*(H*T1-B*T2)/(IW*4.*(H*T1+B*T2)))
S1=DABS(MT/(2.*B*H*T1))+DABS(MW*SW1)/(IW*T1)
S2=DABS(MT/(2.*B*H*T1))+DABS(MW*SW2)/(IW*T1)
S3=(TY*SZ)/(2.*T2*ZI)+DABS(MT/(2.*B*H*T2))+
2.DABS(MW*SW3)/(IW*T2)
TL1=DSQRT(V1**2.+3.*S1**2.)
TL2=DSQRT(V2**2.+3.*S2**2.)

```



```

TL3=S3*X
WRITE(2,5) B,FMAX,MW,BW,V1,V2,S1,S2,S3,TL1,TL2,TL3
FORMAT(1X,'!',I3,3X,I1(E9.3,2X),'!')
CONTINUE
WRITE(2,7)
FORMAT(1X,'!',128(' '), '!')
TYPE 8
FORMAT('S MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE? (D/N): ')
ACCEPT 9,DN
FORMAT(A1)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'0') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END
    
```

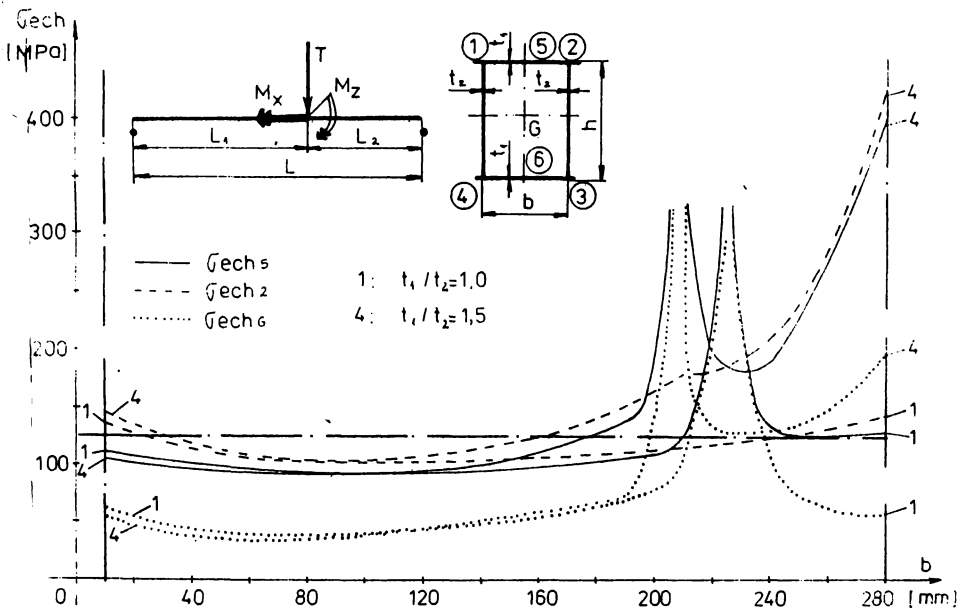


Fig.5.10. Variația tensiunilor echivalente pentru $A = 18.000 \text{ mm}^2$ și $t = 20 \text{ mm}$.

Din analiza diagramelor de variație a tensiunilor echivalente, pentru cazul utilizării se secțiuni de tip cheson simetric, trebuie evitate dimensiunile b care conduc la anularea momentelor de inerție sectoriale. În zonele acestea tensiunile cresc cu mult peste valoarea tensiunii admisibile.

Zona de anulare a momentului de inerție sectorial poate fi deplasată spre dreapta cu cât raportul grosimilor platbenzilor

t_1/t_2 este mai mic.

Programul CB 7, permite stabilirea caracteristicilor statice B_ω , M_t și M_ω și geometrică φ , variația tensiunilor normale σ a celor tangențiale τ în cele mai solicitate puncte ale secțiunii periculoase, a tensiunilor echivalente în aceleași puncte în funcție de valoarea lăgimii tulpii b și pentru alte cazuri de încărcare - **remare** a barelor sau pentru alte grosimi de platbenzi din care se realizează elementele de rezistență.

Forma rațională a secțiunii se poate face numai după ce se obțin diagramele de variație a tensiunilor echivalente pe secțiune. Aceste diagrame permit evitarea realizării de secțiuni la care tensiunile iau valori foarte mari la același consum de material.

5.2.2.2. Bare cu secțiuni de tip cheson asimetric

Barele confecționate din profile subțiri de secțiuni de tip cheson asimetric având forma și dimensiunile din fig. 5.13 la care se cunosc eforturile din secțiunea periculoasă T_y , M_z și M_x se pune problema dimensionării optime a acestora ținând seama și de răsucirea împiedicată. Deoarece caracteristicile geometrice și cele statice

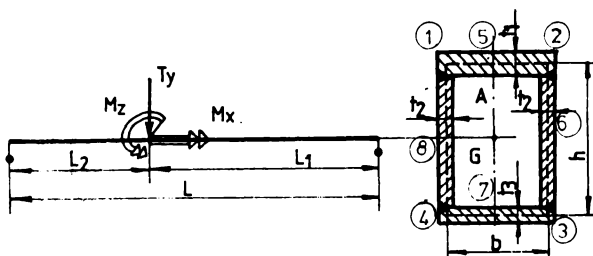


Fig. 5.11.

ale răsucirii împiedicate depind și de caracteristicile geometrice ale secțiunii și tensionarea nu se poate face decât prin încercări succesive. După această dimensionare este important modul de distribuție a materialului pe secțiune. Programul CB elaborat în acest scop atât pentru dimensionare cât și pentru stabilirea formei optime a secțiunii pentru obținerea variației caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate φ , B_ω , M_t , M_ω , variația tensiunilor normale σ , tangențiale τ și a tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte din secțiunea periculoasă.

```

PROGRAM CB8
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-Z)
INTEGER B
REAL L,L1,L2,X
CALL ASSIGN(2,'CB8,REZ')
CONTINUE
WRITE(5,2)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T1: ')
ACCEPT *,T1
WRITE(5,3)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T2: ')
ACCEPT *,T2
WRITE(5,3)
FORMAT('S INTRODUCETI VALOAREA LUI T3: ')
ACCEPT *,T3
L=4900.
L1=2700.
L2=1600.
X=7.2*10**6
Y=1.5*10**5
Z=4.3*10**7
X=1.732*5**8
A=25000.
CALL ERRSET(72,,TRUE,,,,FALSE,,10)
CALL ERRSET(73,,TRUE,,,,FALSE,,10)
WRITE(2,4) T1,T2,T3
FORMAT('1'//20X,' A = 15000. MM ; T1 = ',F4.0,' MM ,',
2,' T2 = ',F4.0,' MM ,', T3 = ',F4.0,' MM',
3'//1X,'+',128(' '),'+'/1X,'!',', B
4'
5'
6'
7'
8'
9'
10'
11'
12'
13'
14'
15'
16'
17'
18'
19'
20'
21'
22'
23'
24'
25'
26'
27'
28'
29'
30'
31'
32'
33'
34'
35'
36'
37'
38'
39'
40'
41'
42'
43'
44'
45'
46'
47'
48'
49'
50'
51'
52'
53'
54'
55'
56'
57'
58'
59'
60'
61'
62'
63'
64'
65'
66'
67'
68'
69'
70'
71'
72'
73'
74'
75'
76'
77'
78'
79'
80'
81'
82'
83'
84'
85'
86'
87'
88'
89'
90'
91'
92'
93'
94'
95'
96'
97'
98'
99'
100'
101'
102'
103'
104'
105'
106'
107'
108'
109'
110'
111'
112'
113'
114'
115'
116'
117'
118'
119'
120'
121'
122'
123'
124'
125'
126'
127'
128'
129'
130'
131'
132'
133'
134'
135'
136'
137'
138'
139'
140'
141'
142'
143'
144'
145'
146'
147'
148'
149'
150'
151'
152'
153'
154'
155'
156'
157'
158'
159'
160'
161'
162'
163'
164'
165'
166'
167'
168'
169'
170'
171'
172'
173'
174'
175'
176'
177'
178'
179'
180'
181'
182'
183'
184'
185'
186'
187'
188'
189'
190'
191'
192'
193'
194'
195'
196'
197'
198'
199'
200'
201'
202'
203'
204'
205'
206'
207'
208'
209'
210'
211'
212'
213'
214'
215'
216'
217'
218'
219'
220'
221'
222'
223'
224'
225'
226'
227'
228'
229'
230'
231'
232'
233'
234'
235'
236'
237'
238'
239'
240'
241'
242'
243'
244'
245'
246'
247'
248'
249'
250'
251'
252'
253'
254'
255'
256'
257'
258'
259'
260'
261'
262'
263'
264'
265'
266'
267'
268'
269'
270'
271'
272'
273'
274'
275'
276'
277'
278'
279'
280'
281'
282'
283'
284'
285'
286'
287'
288'
289'
290'
291'
292'
293'
294'
295'
296'
297'
298'
299'
300'
301'
302'
303'
304'
305'
306'
307'
308'
309'
310'
311'
312'
313'
314'
315'
316'
317'
318'
319'
320'
321'
322'
323'
324'
325'
326'
327'
328'
329'
330'
331'
332'
333'
334'
335'
336'
337'
338'
339'
340'
341'
342'
343'
344'
345'
346'
347'
348'
349'
350'
351'
352'
353'
354'
355'
356'
357'
358'
359'
360'
361'
362'
363'
364'
365'
366'
367'
368'
369'
370'
371'
372'
373'
374'
375'
376'
377'
378'
379'
380'
381'
382'
383'
384'
385'
386'
387'
388'
389'
390'
391'
392'
393'
394'
395'
396'
397'
398'
399'
400'
401'
402'
403'
404'
405'
406'
407'
408'
409'
410'
411'
412'
413'
414'
415'
416'
417'
418'
419'
420'
421'
422'
423'
424'
425'
426'
427'
428'
429'
430'
431'
432'
433'
434'
435'
436'
437'
438'
439'
440'
441'
442'
443'
444'
445'
446'
447'
448'
449'
450'
451'
452'
453'
454'
455'
456'
457'
458'
459'
460'
461'
462'
463'
464'
465'
466'
467'
468'
469'
470'
471'
472'
473'
474'
475'
476'
477'
478'
479'
480'
481'
482'
483'
484'
485'
486'
487'
488'
489'
490'
491'
492'
493'
494'
495'
496'
497'
498'
499'
500'
501'
502'
503'
504'
505'
506'
507'
508'
509'
510'
511'
512'
513'
514'
515'
516'
517'
518'
519'
520'
521'
522'
523'
524'
525'
526'
527'
528'
529'
530'
531'
532'
533'
534'
535'
536'
537'
538'
539'
540'
541'
542'
543'
544'
545'
546'
547'
548'
549'
550'
551'
552'
553'
554'
555'
556'
557'
558'
559'
560'
561'
562'
563'
564'
565'
566'
567'
568'
569'
570'
571'
572'
573'
574'
575'
576'
577'
578'
579'
580'
581'
582'
583'
584'
585'
586'
587'
588'
589'
590'
591'
592'
593'
594'
595'
596'
597'
598'
599'
600'
601'
602'
603'
604'
605'
606'
607'
608'
609'
610'
611'
612'
613'
614'
615'
616'
617'
618'
619'
620'
621'
622'
623'
624'
625'
626'
627'
628'
629'
630'
631'
632'
633'
634'
635'
636'
637'
638'
639'
640'
641'
642'
643'
644'
645'
646'
647'
648'
649'
650'
651'
652'
653'
654'
655'
656'
657'
658'
659'
660'
661'
662'
663'
664'
665'
666'
667'
668'
669'
670'
671'
672'
673'
674'
675'
676'
677'
678'
679'
680'
681'
682'
683'
684'
685'
686'
687'
688'
689'
690'
691'
692'
693'
694'
695'
696'
697'
698'
699'
700'
701'
702'
703'
704'
705'
706'
707'
708'
709'
710'
711'
712'
713'
714'
715'
716'
717'
718'
719'
720'
721'
722'
723'
724'
725'
726'
727'
728'
729'
730'
731'
732'
733'
734'
735'
736'
737'
738'
739'
740'
741'
742'
743'
744'
745'
746'
747'
748'
749'
750'
751'
752'
753'
754'
755'
756'
757'
758'
759'
760'
761'
762'
763'
764'
765'
766'
767'
768'
769'
770'
771'
772'
773'
774'
775'
776'
777'
778'
779'
780'
781'
782'
783'
784'
785'
786'
787'
788'
789'
790'
791'
792'
793'
794'
795'
796'
797'
798'
799'
800'
801'
802'
803'
804'
805'
806'
807'
808'
809'
810'
811'
812'
813'
814'
815'
816'
817'
818'
819'
820'
821'
822'
823'
824'
825'
826'
827'
828'
829'
830'
831'
832'
833'
834'
835'
836'
837'
838'
839'
840'
841'
842'
843'
844'
845'
846'
847'
848'
849'
850'
851'
852'
853'
854'
855'
856'
857'
858'
859'
860'
861'
862'
863'
864'
865'
866'
867'
868'
869'
870'
871'
872'
873'
874'
875'
876'
877'
878'
879'
880'
881'
882'
883'
884'
885'
886'
887'
888'
889'
890'
891'
892'
893'
894'
895'
896'
897'
898'
899'
900'
901'
902'
903'
904'
905'
906'
907'
908'
909'
910'
911'
912'
913'
914'
915'
916'
917'
918'
919'
920'
921'
922'
923'
924'
925'
926'
927'
928'
929'
930'
931'
932'
933'
934'
935'
936'
937'
938'
939'
940'
941'
942'
943'
944'
945'
946'
947'
948'
949'
950'
951'
952'
953'
954'
955'
956'
957'
958'
959'
960'
961'
962'
963'
964'
965'
966'
967'
968'
969'
970'
971'
972'
973'
974'
975'
976'
977'
978'
979'
980'
981'
982'
983'
984'
985'
986'
987'
988'
989'
990'
991'
992'
993'
994'
995'
996'
997'
998'
999'
1000'

```

```

D=0/(B*T1+B*T3+2.*H*T2)*(-1.)
WB1=AY*B/Z.+D
WB2=WBG2-AY*B/Z.+D
WB3=WBG3-AY*B/Z.+D
WB4=WBG4+AY*B/Z.+D
IWB=(B/3.)*(WB2**2.*T1+WB4**2.*T3)
IWB=IWB+(2.*H*T2*(WB2**2.-WB2*WB4+WB4**2.)/3)
SWB5=
SWB5=(WB2*B*T1)/4.

```

```

SWB6=SWB2+(WB2**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
SWB3=SWB4-(WB4**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
SWB7=SWB3-(WB4*B*T3)/4.
SWB4=SWB7+(WB4*B*T3)/4.
SWB6=SWB4+(WB4**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
SWB3=SWB4-(WB2**2.*H*T2)/(2.*(WB2+WB4))
F=(SWB2*YG+SWB6*H+(SWB3+SWB7)*(H-YG))/(6.*H)
SWB31=SWB2=F
SWB33=SWB4=F
SWB35=F
SWB36=SWB6=F
SWB37=SWB7=F
IT=(4.*B**2.*H**2.)/(B/T1+B/T3+2.*H/T2)
SZ=B*T2*YG+YG**2.*T2
IC=IZ+IY
IFL=(IT/IC)
G=ISQRT((N*IT)/(2.6*IWB))
F1=(DTANH(K*L1)*DTANH(K*L2))/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
F2=(DTANH(K*L1))/(DTANH(K*L1)+DTANH(K*L2))
FAZ=(MX/(E*IWB*K**3.))*(L1*L2*K)/L-F2)
MT=MX*(L2/L)-F2)
W=(MX/K)*F1
W=MX*F2
V1=(M/Z/IZ)*YG
V2=V5+DABS(BW*WB2/IWB)
V7=(M/Z/IZ)*(H-YG)
V3=V7+DABS(BW*WB3/IWB)
V4=V4+DABS(MT/(2.*B*H*T1))+DABS((MW*SWB5)/(IWB*T1))
V5=V5+DABS(MT/(2.*B*H*T1))+DABS((MW*SWB2)/(IWB*T1))
V6=V6+DABS(MT/(2.*B*H*T2))+DABS((MW*SWB6)/(IWB*T2))+ (TY*SZ)/(2.*T2)
V8=V8+DABS(MT/(2.*B*H*T3))+DABS((MW*SWB3)/(IWB*T3))
V9=V9+DABS(MT/(2.*B*H*T3))+DABS((MW*SWB7)/(IWB*T3))
TL2=ISQRT(V2**2.+3.*S2**2.)
TL5=ISQRT(V5**2.+3.*S5**2.)
TL5=X*S6
TL3=ISQRT(V3**2.+3.*S3**2.)
TL7=ISQRT(V7**2.+3.*S7**2.)
WRITE(2,5) B,FMAX,BW,MW,V3,S3,S6,TL2,TL5,TL6,TL3,TL7
FORMAT(1X,'!',I3,3X,11(E9.3,2X),'!')
CONTINUE
WRITE(2,7)
FORMAT(1X,'!',I2B(' '), '!')
TYPE *
FORMAT('! MAI DORITI SA INTRODUCETI SI ALTE DATE? [D/N]: ')
ACCEPT 9,DN
FORMAT(AI)
IF(DN.EQ.'D'.OR.DN.EQ.'D') GO TO 1
CLOSE(2)
STOP
END

```

Variația acestor tensiuni echivalente pentru două cazuri concrete de încărcare - rezemare pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$ ^{2 s-a rezolvat} în două variante ale grosimilor tălpilor inferioare $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_3 = 12 \text{ mm}$. Pentru fiecare din aceste variante s-au introdus câte patru grosimi pentru talpa superioară, limitele de variație a tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii periculoase sînt redate în fig. 5.12 și 5.13.

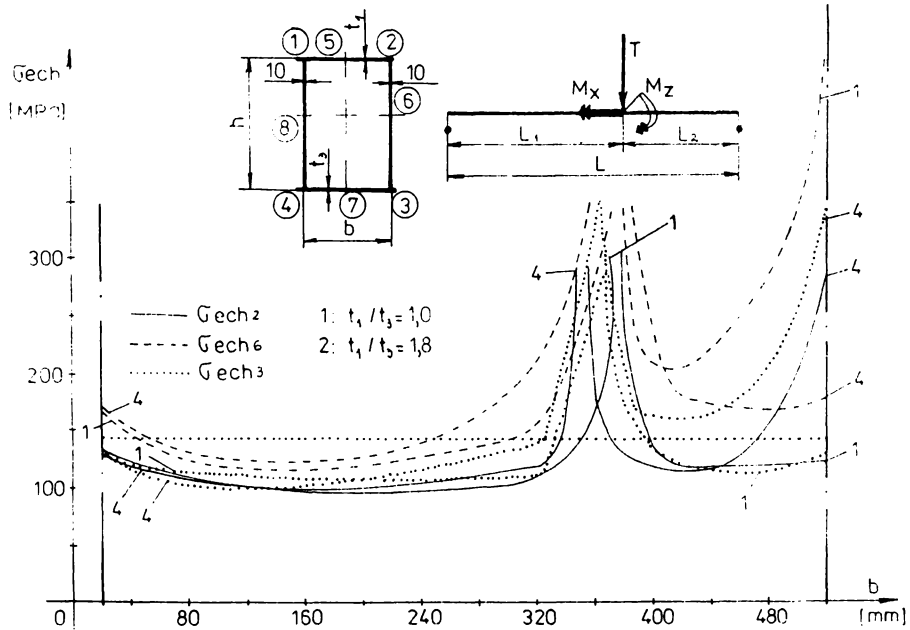


Fig. 5.12. Variația tensiunilor echivalente pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$ $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_3 = 10 \text{ mm}$.

Avînd diagramele de variație a tensiunilor echivalente ale celor mai solicitate puncte de pe secțiuni se poate obține o distribuție rațională de material, pe secțiune astfel încît să conducă la valori minime ale tensiunilor.

Valorile tensiunilor echivalente maxime se pot micșora astfel prin mărirea raportului t_1/t_2 sau a raportului t_1/t_3 . Astfel dacă mărîm raportul t_1/t_3 se pot micșora tensiunile maxime cu :

$$\eta = \frac{\sigma_{\text{ech IV}} - \sigma_{\text{ech I}}}{\sigma_{\text{ech I}}} 100 = 9,64 \%$$

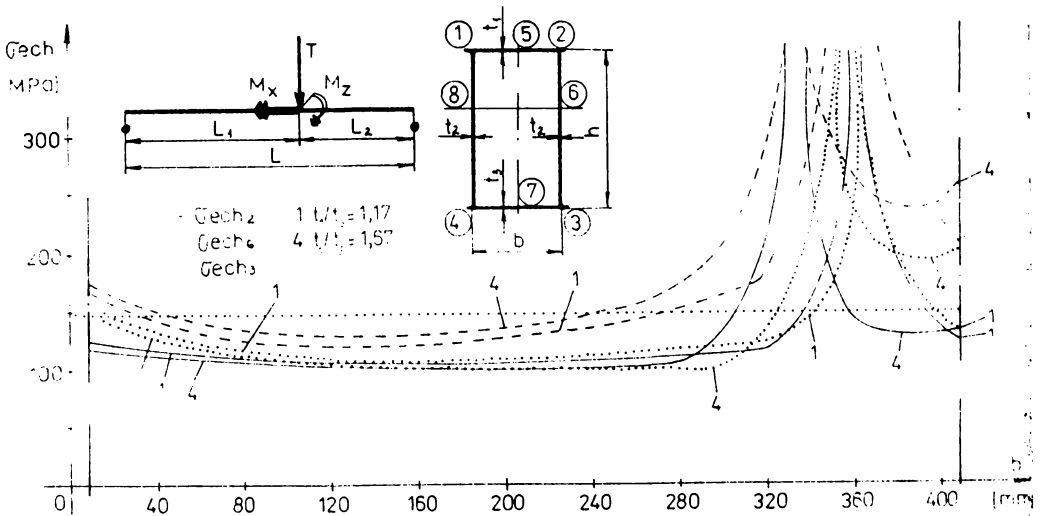


Fig. 5.13. Variația tensiunilor echivalente pentru $A = 15.000 \text{ mm}^2$, $t_2 = 10 \text{ mm}$ și $t_3 = 12 \text{ mm}$.

Programul CB 8 permite determinarea variației caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate, φ , B_{ω} , M_t și M_{ω} , a tensiunilor normale σ , a celor tangențiale τ și a tensiunilor echivalente σ_{ech} în cele mai solicitate puncte ale secțiunii în funcție de lățimea b a tulpii când $A = \text{const.}$ și pentru alte încărcări sau alte grosimi de platbenzi utilizate. Diagramele de variație a tensiunilor echivalente permit optimizarea distribuției de material pe secțiune și deci a alegerii formei optime a acesteia obținând totodată și importante reduceri de material.

5.3. Studiul comparativ al tensiunilor pentru diferite tipuri de secțiune în varianta aceluiași consum de material

Considerând o bară realizată din (BPS) cu aceleași legături, încărcări și lungimi vom putea analiza variația eforturilor și tensiunilor cu ajutorul programelor CB 5, CB 6, CB 7 și CB 8 pentru diferite tipuri de secțiuni în varianta aceluiași consum de material. Pentru încărcarea din fig. 5.14. s-au trasat diagramele din variație a tensiunilor maxime echivalente în cel mai solicitat punct al secțiunii pentru

fiecare tip de secțiune alcătuită din cele mai optime raporturi ale grosimilor t_1/t_2 și respectiv t_1/t_2 și t_1/t_3 (I simetric, I asimetric, cheson simetric și cheson asimetric. Variația acestor tensiuni este redată în fig. 5.15. și 5.16 pentru două mărimi concrete ale ariei secțiunii ($A = 8.600 \text{ mm}^2$ și $A = 9.000 \text{ mm}^2$).

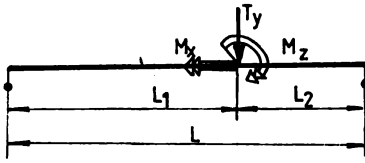


Fig.5.14.

Din analiza diagramelor prezentate se observă că materialul se utilizează cel mai eficient în

cazul secțiunii de tip cheson simetric. Pentru a obține o secțiune de tip cheson asimetric, cu $t_1/t_3 = 1,4$, care să aibă un domeniu de utilizare cu tensiunea echivalentă maximă în cel mai solicitat punct mai mică decât valoarea tensiunii admisibile ($\sigma_{ech \max} \leq \sigma_a$) este necesar un consum de material suplimentar de cel puțin 6,7 %.

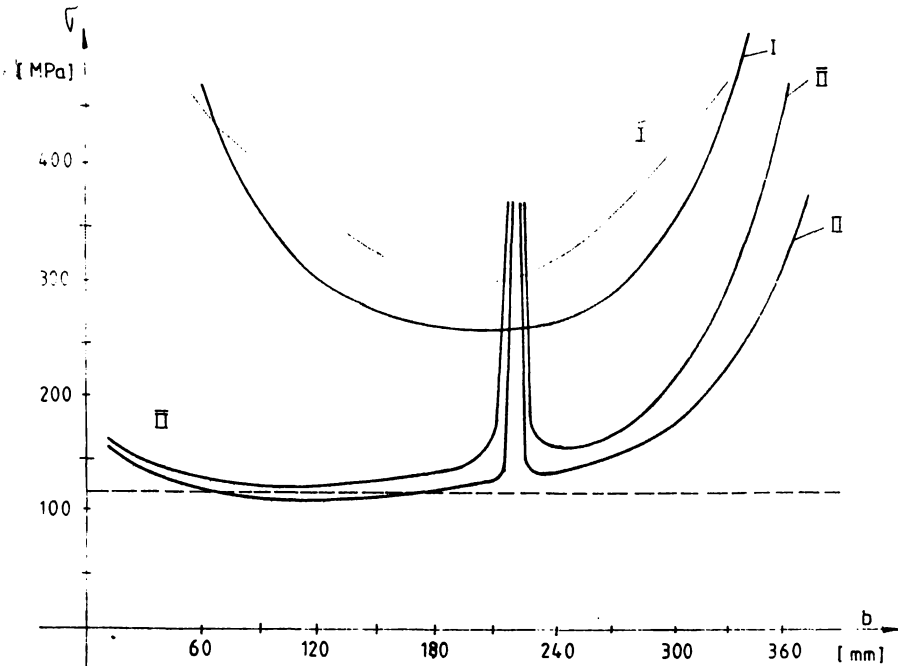


Fig.5.15. Variația tensiunilor echivalente maxime pentru diferite secțiuni la același consum de material ($A = 8.600 \text{ mm}^2$)

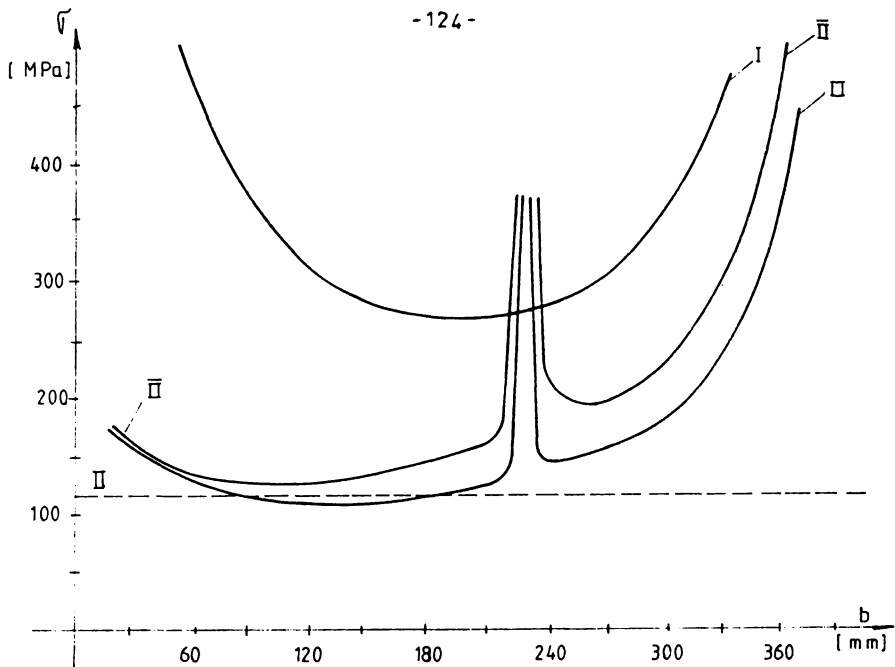


Fig. 5.16. Variația tensiunilor echivalente maxime pentru diferite secțiuni la același consum de material $A = 9.000 \text{ mm}^2$

analog pentru realizarea de secțiuni de tip I simetric și asimetric pentru a îndeplini aceeași condiție de rezistență ar trebui un consum suplimentar de material de 28,72 % și respectiv 22,6 %.

La același consum de material tensiunile echivalente, pentru aceeași solicitare, în cazul secțiunii de tip cheson asimetric sînt cu cel puțin 10 % mai mari decît în cazul utilizării secțiunii de tip cheson simetric.

De asemenea, în cazul utilizării secțiunilor de tip I simetric sau I asimetric, tensiunile echivalente în cel mai solicitat punct sînt cu cel puțin 26,3 %, respectiv 31,47 % mai mari decît în profilul cheson simetric.

5.4. Verificarea stabilității generale a elementelor de rezistență analizate

5.4.1. Verificarea elementelor de rezistență cu secțiune I simetrică

Elementele de secțiune I (fig. 5.17, a, b) și legături transversale nu se verifică la stabilitate generală [121], dacă:

$$L_1 \leq 35 i_{yt}, \text{ pentru OL 52,} \quad (5.7)$$

- L_1 - reprezintă distanța maximă între legăturile transversale;
- i_{yt} - raza de inerție a tălpii comprimate în raport cu axa $y-y$.

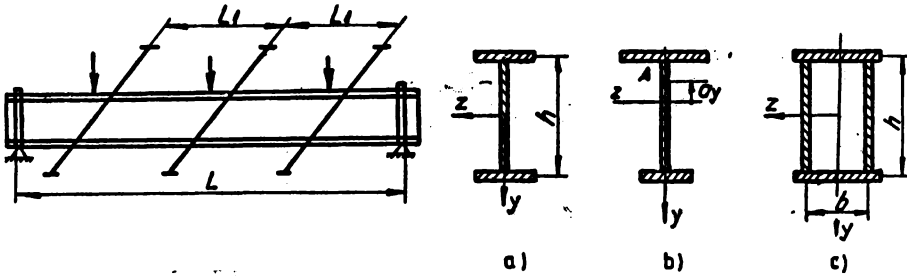


Fig. 5.17.

Bara analizată la § 5.2.1.1. (fig. 5.2) la care s-au adoptat dimensiunile din fig. 5.18, a și b pentru cele două variante au lungimea maximă între legăturile transversale $L_1 = 565 \text{ mm}$ din condițiile constructive.

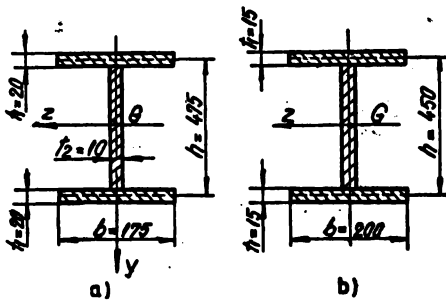


Fig. 5.18.

iar

$$35 \cdot i_{yt} = 35 \cdot 50,52 = 1768 \text{ mm} > L_1 ;$$

$$35 \cdot i_{yt} = 35 \cdot 57,47 = 2020 \text{ mm} > L_1 .$$

Deoarece pentru ambele cazuri $L_1 < 35 i_{yt}$, aceste bare nu se mai verifică la stabilitate generală.

5.4.2. Verificarea elementelor cu secțiunea I asimetrică

Pentru realizarea unei bare din profil I asimetric cu dimensiunile rezultate la § 5.2.1. redată în fig. 5.19, verificarea stabili-

generale se face cu aceeași relație. (5.6) din care obținem :

$$35 \cdot i_{yt} = 35 \cdot \frac{60}{\sqrt{12}} = 602,2 > L_1,$$

ceea ce conduce la faptul că nu trebuie făcută această verificare.

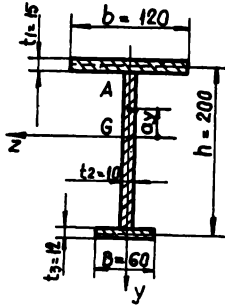


Fig.5.19.

5.4.3. Verificarea elementelor cu secțiune cheson simetric

Elementele cu secțiune cheson (fig.5.17,c) și legături transversale nu se verifică la stabilitate generală [21], dacă :

$$\frac{L_1}{b} \leq 70 \sqrt{\frac{210}{R}} \text{ și} \quad (5.7)$$

$$\frac{h}{b} \leq 10, \quad (5.8)$$

unde :

L_1 , h și b au semnificația din fig.5.17 ;

R - rezistența de calcul, în MPa, a oțelului utilizat.

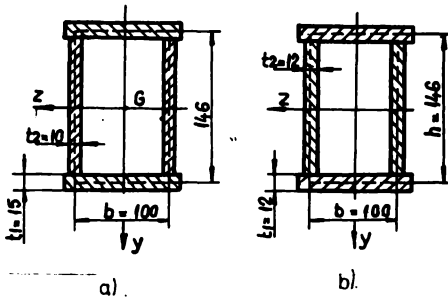


Fig.5.20.

În cazul elementelor de rezistență realizate cu secțiuni cheson simetric cu dimensiunile din fig.5.20, a și b în cele două variante adoptate și cu lungimea maximă $L_1 = 840$ mm, impusă de soluția constructivă rezultă :

$$\frac{L_1}{b} = \frac{840}{100} = 8,4 < 70 \frac{210}{315} = 57,1$$

și

$$\frac{h}{b} = \frac{146}{100} = 1,46 < 10.$$

Soluțiile adoptate satisfacând simultan condițiile (5.7) și (5.8) nu este necesară verificarea la stabilitatea generală a acestor elemente de rezistență.

5.4.4. Verificarea elementelor cu secțiune cheson asimetric

Si elementele de rezistență realizate din secțiuni de tip cheson asimetric (grosimile tălpilor diferite) trebuie verificate la stabilitate generală cu aceleași relații (5.7) și (5.8).

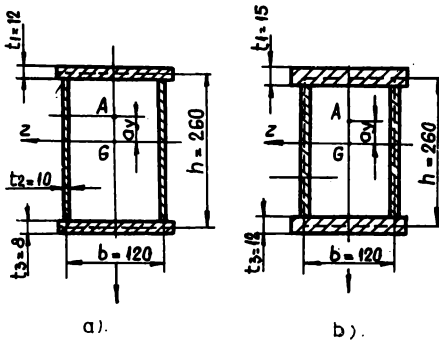


Fig. 5.21.

Realizând elementele de rezistență cu secțiuni cheson asimetric, cu dimensiunile obținute la § 5.2.2. și redată în fig. 5.21 la care lungimea maximă între legăturile transversale este $L_1 = 840$ mm, impusă constructiv, verificarea stabilității generale conduce la :

tății generale conduce la :

$$\frac{L_1}{b} = \frac{840}{120} = 7 < 70 \cdot \sqrt{\frac{210}{315}} = 57,15 ;$$

$$\frac{h}{b} = \frac{260}{120} = 2,167 < 10.$$

Fiind îndeplinite condițiile (5.7) și (5.8) elementele de rezistență realizate nu prezintă pericolul de pierderea stabilității.

5.5. Observații și concluzii privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din (BPS)

Optimizarea acestor structuri s-a efectuat asupra modului de distribuire a materialului pe secțiune pornind de la alcătuirea structurii impusă de mărimea și modul de fixare al subansamblelor, pe acestea.

Mărimea secțiunii se obține prin încercări succesive după care se obține tot cu ajutorul celor patru programe realizate CB 5...

...CBS varianta optimă de realizare a secțiunii, atât din punct de vedere al grosimilor de platbenzi utilizate cât și stabilirea formelor optime ale acestora care conduc la cele mai mici tensiuni echivalente, în varianta de arie constantă ($A = \text{const.}$).

Graficele trasate permit și analiza modului de variație a tensiunilor echivalente în variantele de grosimi diferite ale platbenzilor utilizate. Porțiunile hașurate din aceste grafice reprezintă formele de secțiuni ce nu pot fi utilizate datorită existenței pericolului de valoare locală.

Pentru cele mai utilizate tipuri de secțiuni folosite în construcția structurilor de rezistență ale utilajelor grele fabricate de industria județului Sibiu (I.Mecanică, Mîrșa, I.Balanța Sibiu) cele patru programe de calcul au permis dimensionarea acestora din (BPS) și stabilirea optimă a materialului pe secțiune.

În urma acestor optimizări, pentru cazurile concrete analizate s-au obținut numai prin redistribuirea materialului economii de min. 6% și pînă la max. 17%. De asemenea, avînd variația tensiunilor echivalente pe secțiune se poate evita alcătuirea de secțiuni care să prezintă pericol de instabilitate locală (la secțiunile de tip profil deschis, zonele hașurate) sau zonele unde tensiunile cresc spre valori foarte mari și care conduc la consumuri exagerate de material în cazul în care dimensionarea s-ar efectua prin încercări pornind de la un anumit raport fix între lățimea și înălțimea secțiunii (la secțiunile de tip profil închis).

Din studiul comparativ al valorilor tensiunilor echivalente din diferite puncte pe secțiune, în varianta aceluiași consum de material pentru diferite tipuri de secțiuni, se observă eficiența celor cu profil închis față de profilul deschis. De asemenea nu este indicat a se utiliza secțiuni asimetrice (realizate din platbenzi cu grosimi diferite pentru realizarea tălpilor), deoarece crește consumul de material necesar pentru aceeași solicitare (atît la secțiunile de tip deschis cît și la cele de tip închis).

Secțiunile de tip profil închis nu prezintă pericolul de pierderea stabilității locale. În cazurile analizate s-a constatat de asemenea că nu este necesar calculul la stabilitate generală deoarece aceste elemente nu prezintă pericolul de proiectare a stabilității.

Programele realizate permit o dimensionare optimă a tuturor elementelor de rezistență realizate din (BPS) cu secțiunile asemănătoare, cu formele analizate și din alte domenii iar metodologia prezentată permite extinderea calculului de optimizare și la alte forme de secțiuni.

Cap.6. CERCETARI EXPERIMENTALE PRIVIND OPTIMIZAREA STRUCTURILOR DE REZISTENȚĂ REALIZATE DIN PROFILE SUBTIRI

6.1. Metode și aparatură utilizate

Structurile de rezistență realizate din (BPS) sînt solicitate complex conducînd la apariția în punctele secțiunilor atât a tensiunilor normale cît și a celor tangențiale. Tensiunile normale sînt cauzate de existența în secțiune a eforturilor axiale N , a momentelor de încovoiere M_z și M_y și a bimomentului B_ω . Tensiunile tangențiale sînt produse de existența în secțiune a forțelor tăietoare T_y , T_z , a momentelor de răsucire pură M_t și a momentului de încovoierere M_ω . Datorită complexității solicitării s-a stabilit ca metodă de verificare a stării de tensiune, tensometria electrică rezistivă datorită importantelor avantaje pe care le prezintă [6], [19], [75], [128], [131] este o metodă nedestructivă, permite executarea de măsurări în condiții de funcționare a structurilor respective; asigură prin aparatura electronică specifică o precizie superioară celorlalte metode; posibilitatea de înregistrare a fenomenelor cu variație rapidă și în cazul unor mare număr de măsurători.

Ca urmare a faptului, că în general, solicitările sînt foarte complexe și nu se cunosc direcțiile principale, prin aplicarea de rozete cu trei traductoare poate fi soluționată complet problema. Determinarea tensiunilor tangențiale se realizează prin montarea a 4 traductori la 45° .

Verificările experimentale s-au efectuat pe standuri în laboratorul de rezistența materialelor și concret pe structurile de rezistență în cadrul întreprinderilor producătoare din județul Sibiu (Balanța Sibiu și Mecanică Mîrșă).

6.2. Contribuții privind studiul și proiectarea unor dispozitive pentru încercări ale elementelor supuse la răsucire împiedicată

În scopul verificării (BPS) solicitate la încovoiere cu răsucire împiedicată cercetările s-au efectuat în direcția simulării legăturilor barei care să fie cât mai apropiate de cele din realitate. În acest scop s-au proiectat și executat două dispozitive care permit montarea și încărcarea (BPS) cu sarcini transversale ce pot fi aplicate centric sau excentric față de axa centrelor de încovoiere - răsucire a barei. De asemenea pe acest dispozitiv se pot simula diferite tipuri de legături de la reazemul de tip furcă pînă la încastrarea rigidă. Se poate simula și încustrarea elastică din punct de vedere al deplanării.

Dispozitivul fig.6.1., fig.6.5. este confecționat dintr-o placă de bază de rigiditate mare (1) și care poate fi prinsă rigid pe masa mașinii de încercat. Pe această placă se pot monta doi suportți (2) de susținere a bacurilor de prindere (3). Împiedicarea rotirii se face prin intermediul bacurilor de prindere iar împiedicarea deplanării complete se face prin plăcuțele de capăt (4). Suportții (2) pot fi deplasați longitudinal pe placa de bază ceea ce permite fixarea de (BPS) de diferite lungimi. De asemenea, dispozitivul are un caracter universal permițînd a fixa bare cu secțiuni diferite, necesitînd pentru aceasta numai un set corespunzător de bacuri.

Cu ajutorul șuruburilor (5) se poate realiza forma de legătură dorită realizînd o asamblare alunecătoare sau cu strîngere.

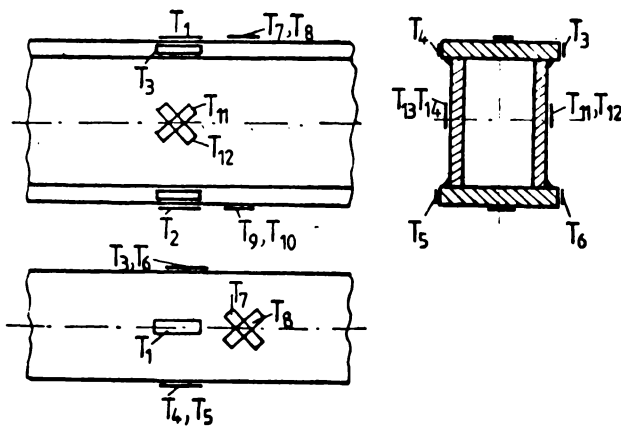


Fig.6.2. Schema de amplasare a traductorilor rezistivi

În scopul determinării tensiunilor s-au aplicat traductori tensometrici rezistivi, schema de amplasare a acestora fiind redată în fig. 6.2.

Determinarea tensiunilor normale s-a făcut cu traductori rezistivi T₁, T₂ legați în punctele T₁, T₂. Pentru tensiunile de răsucire se de

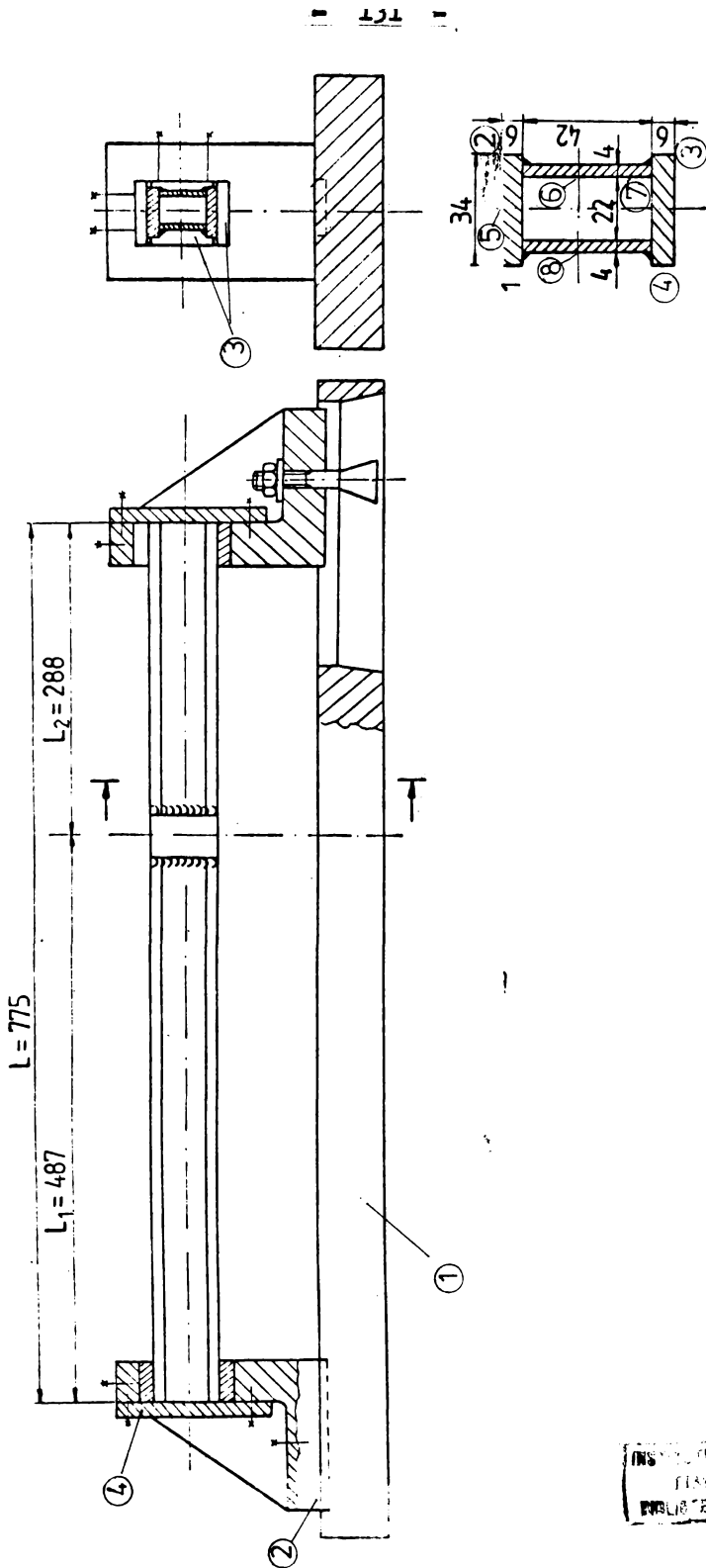


Fig.6.1. Dispozitiv pentru verificat bare de secțiune cheșon simetric.

INSTITUTUL POLITEHNIC
BUCUREȘTI
BIBLIOTECA CENTRALĂ

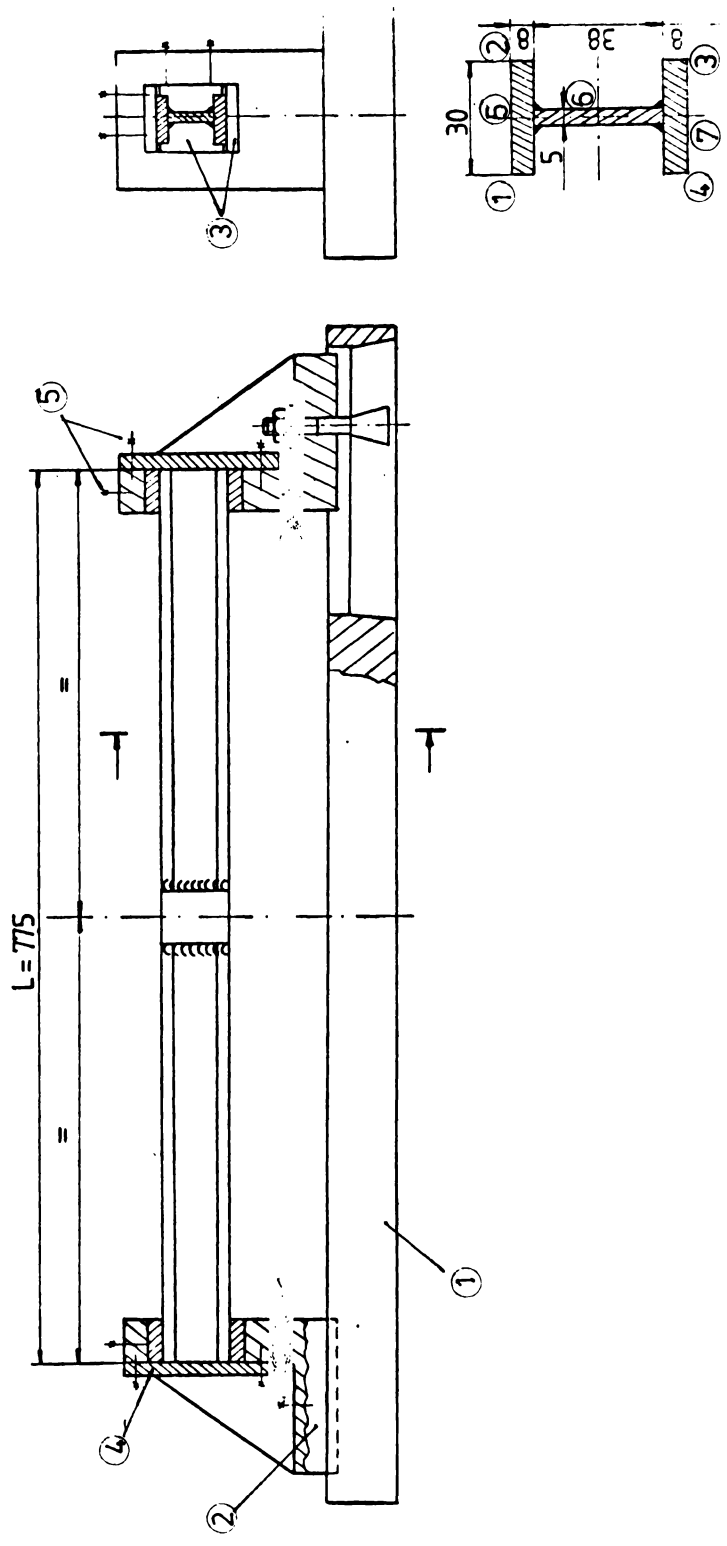


Fig 6.5. Dispozitiv pentru verificat bare de secțiune I simetric.

voltă în tălpile profilului s-au folosit traductorii T_3 , T_4 și respectiv T_5 , T_6 , legați în sesipunte și care permit verificarea teoriei acestor tensiuni în cele două tălpi. Verificarea tensiunilor tangențiale s-a făcut cu traductorii T_7 , T_8 , T_9 , T_{10} și respectiv T_{11} , T_{12} , T_{13} , T_{14} legați în punte întreagă.



Fig.6.3.

Dispozitiv de verificat tensiunile la încovoiere cu răsucire împiedicată.

Determinările experimentale s-au făcut pe mașina de încercat din laboratorul de rezistența materialelor (fig.6.4).

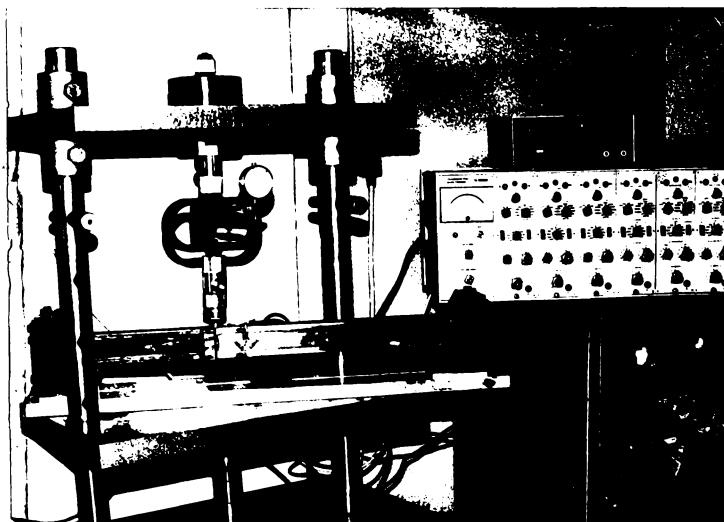


Fig.6.4.

Stand pentru încercarea (BPS) prin tensometrie electrică.

Valorile tensiunilor pentru diferite sarcini și excentricități calculate și măsurate pentru profilul cheson din fig.6.1.sînt redată în tab.6.1. Indicii punctelor în care s-au determinat ten-

siunile $\sqrt{\omega}$ și ζ sînt cei marcați pe fig. 6.1. Diferența dintre tensiunile calculate și cele determinate pe cale experimentală sînt redade în tab.6.2. Erorile între calculele analitice și determinările experimentale sînt cuprinse între 5% și 15,4% rezultînd abateri medii de circa 7,5%. Erorile sînt cu atît mai mari cu cît tensiunile au valori mai mici.

Din analiza rezultatelor care ne indică aceste erori se observă că în majoritatea cazurilor acestea sînt mai mari la determinarea tensiunilor produse de răsucirea împiedicată ($\sqrt{\omega}, \zeta$). Analizînd tabl.6.1. se constată că de regulă tensiunile obținute pe cale experimentală au valori mai mari decît cele calculate analitic. Erorile determinate sînt cu atît mai mari cu cît valorile tensiunilor determinate au valori mai mici.

Precedînd în mod analog și pentru o bară cu secțiunea de tip I fig. 6.5, rezultatele sintetizate sînt redade în tab.6.3. Modul de amplasare al traductorilor a fost identic cu cel prezentat în fig.6.2. Erorile, calculate în % între determinările teoretice și cele experimentale sînt redade în tab.6.4.

Comparînd rezultatele teoretice cu cele experimentale se constată că valorile tensiunilor măsurate sînt mai mari, decît cele obținute prin calcul. De asemenea, erorile sînt mai mari la valori ale tensiunilor produse de răsucirea împiedicată precum și în cazul unor valori mai mici ale tensiunilor determinate.

În calculele teoretice dependența sarcină - deformare cît și la determinările experimentale dependența sarcină - semnal de ieșire s-a considerat liniară. Această ipoteză este satisfăcătoare numai pentru calculele care nu impun condiții deosebite de precizie. Neliniaritățile curbei de etalonare sînt datorate neuniformității proprietăților elastice ale materialului, variației unor dimensiuni ale elementului sub sarcină, a temperaturii etc. [75], [22].

De asemenea neliniaritățile geometrice ale elementului sînt cele care influențează cel mai mult rezultatele determinărilor.

Ipotezele simplificatoare admise provoacă erori sistematice ale dispozitivelor. Tot în acest context se înscrie și ipoteza considerării de încastrări rigide la ambele capete, pentru calcule teoretice ceea ce nu se realizează integral la realizarea dispozitivelor.

Tab.0.1. Rezultati teoretici și experimentale într-o bară de tip cheson solicitată la îndoire cu răscăle împiedicată

Nr. crt.	Forța (kN)	Excentricitatea (mm)	Tensiuni determinate teoretic MPa			Tensiuni determinate experimentale MPa						
			σ_1	σ_2	σ_3	σ_1	σ_2	σ_3				
1.	5	5	85,54	9,20	9,20	0,5	8,28	91,23	10,31	10,11	0,68	9,32
2.	5	10	85,54	18,38	18,38	1,10	16,56	90,68	19,47	19,31	1,34	18,02
3.	5	15	85,54	27,58	27,58	1,66	24,83	92,03	28,96	28,45	1,89	26,12
4.	5	20	85,54	36,77	36,77	2,21	33,11	91,42	39,83	39,73	2,41	35,21
5.	5	25	85,54	45,96	45,96	2,76	41,39	91,53	47,77	47,52	3,01	42,51
6.	5	30	85,54	55,15	55,15	3,31	49,67	92,06	57,93	57,90	3,67	51,07
7.	5	35	85,54	64,34	64,34	3,86	57,95	90,89	66,35	66,05	4,02	59,62
1.	4	5	68,43	7,35	7,35	0,44	6,22	71,03	8,56	7,92	0,55	7,32
2.	4	10	68,43	14,71	14,71	0,88	13,24	72,61	16,21	16,03	1,04	14,90
3.	4	15	68,43	22,06	22,06	1,32	19,87	71,42	23,17	23,08	1,19	21,23
4.	4	20	68,43	29,41	29,41	1,77	26,49	71,94	31,05	30,86	2,01	28,38
5.	4	25	68,43	36,77	36,77	2,21	33,11	71,53	38,42	37,95	2,39	34,53
6.	4	30	68,43	44,12	44,12	2,64	39,73	72,63	46,32	45,78	2,91	41,05
7.	4	35	68,43	51,47	51,47	3,09	46,36	73,09	53,93	52,99	3,34	48,21

Tab.6.2. Erorile calculate între tensiunile teoretice și cele experimentale în %

Forța [kN]	Excentricitatea [mm]	Diferențe între tensiunile calculate și măsurate MPa					Erori funcție de excentric. %
		σ	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 3}$	σ_5	σ_6	
5	5	5,69	1,11	0,91	0,14	1,04	7,92
	10	5,14	1,09	0,93	0,24	1,46	7,86
	15	6,49	1,38	0,87	0,29	1,29	8,01
	20	5,88	3,06	2,96	0,20	2,1	7,39
	25	5,99	1,81	1,56	0,25	1,12	9,52
	30	6,52	2,78	2,75	0,36	1,4	12,25
	35	5,35	1,71	1,41	0,16	1,74	9,20
	5	3,18	1,21	0,57	0,14	1,1	6,91
	10	4,18	1,5	1,32	0,16	1,66	7,83
	15	2,99	1,11	1,02	0,13	1,36	15,20
	20	3,51	1,64	1,45	0,24	1,89	6,61
	25	3,10	1,65	1,18	0,18	1,42	5,25
	30	4,20	2,20	1,66	0,28	1,27	5,82
	35	4,66	2,46	1,52	0,25	1,85	5,363
Eroarea medie pe punct de măsurare		6,21	6,33	7,34	11,0	7,97	

Tab.6.3. Tensiuni teoretice și experimentale într-o bară de oțel și solicitata la încovoiere și răsucire împiedicată

Nr. crt.	Forța [kN]	Excentricitatea [mm]	Tensiuni determinate teoretic MPa					Tensiuni determinate experimentale MPa				
			σ	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 3}$	σ_{σ}	σ_{ϵ}	σ	$\sigma_{\omega 1}$	$\sigma_{\omega 3}$	σ_{σ}	σ_{ϵ}
1.	4	5	74,11	16,27	16,27	3,69	16,45	77,23	17,66	17,02	3,92	17,02
2.	4	10	74,11	32,54	32,54	7,38	32,89	70,02	34,25	34,37	8,01	33,9
3.	4	15	74,11	48,82	48,82	11,07	49,34	73,31	51,36	50,86	12,08	50,84
4.	4	20	74,11	65,00	65,08	14,76	65,79	79,05	69,01	68,73	15,32	67,28
5.	4	25	74,11	81,36	81,35	18,45	82,23	78,37	85,76	84,90	19,69	84,38
6.	4	30	74,11	97,63	97,63	22,14	98,68	79,04	101,37	100,5	24,21	102,7
7.	4	35	74,11	113,9	113,9	25,83	115,13	79,21	119,32	118,7	27,17	119,9
8.	3,5	5	64,85	14,24	14,24	3,23	14,39	69,78	15,63	15,05	4,03	16,06
9.	3,5	10	64,85	28,48	28,48	6,46	28,78	69,01	30,16	29,34	7,12	30,16
10.	3,5	15	64,85	42,71	42,71	9,69	43,13	68,78	46,02	45,79	10,87	45,21
11.	3,5	20	64,85	56,95	56,95	12,92	57,58	68,91	60,37	59,72	14,01	59,60
12.	3,5	25	64,85	71,19	71,19	16,14	71,97	68,52	76,31	74,83	17,06	73,89
13.	3,5	30	64,85	85,43	85,43	19,37	86,36	68,41	91,02	90,75	20,52	88,12
14.	3,5	35	64,85	99,67	99,67	22,60	100,75	69,21	104,3	103,8	24,16	103,3

Tab.6.4. Erorile calculate între tensiunile teoretice și cele experimentale

Forța [KN]	Excentricitatea [mm]	Diferențe între tensiunile calculate și măsurate MPa					Eroare în funcție de exocen.
		$\bar{\sigma}$	$\bar{\sigma}_1$	$\bar{\sigma}_3$	$\bar{\sigma}_5$	$\bar{\sigma}_6$	
4	5	3,12	1,39	0,75	0,23	0,57	12,78
	10	3,91	1,71	1,83	0,63	1,01	10,07
	15	4,2	2,54	2,04	1,01	1,50	8,85
	20	4,94	3,93	3,65	0,56	1,49	5,12
	25	4,76	4,40	3,62	1,24	2,15	4,79
	30	4,93	3,41	2,87	2,07	4,02	6,43
	35	5,1	5,42	4,80	1,34	4,77	5,13
3,5	5	4,93	1,39	0,81	0,80	1,67	8,65
	10	4,16	1,68	1,36	0,66	1,37	5,83
	15	3,93	3,31	3,08	1,18	2,03	6,66
	20	4,06	3,92	2,77	1,09	2,02	5,56
	25	3,73	4,12	3,64	0,92	1,92	5,85
	30	3,56	5,59	5,32	1,15	1,76	5,69
	35	4,36	4,63	4,13	1,56	2,55	4,95
Eroarea medie pe punct de măsurare		6,35	7,35	6,37	7,45	6,34	%

Avînd în vedere ipotezele simplificatoare atât la calculele teoretice cît și la determinările experimentale erorile determinate sînt acceptabile (eroarea medie $\approx 6,8\%$) și deci se poate extinde determinarea experimentală a tensiunilor prin tensometrie electrică și pentru structuri de rezistență realizate din (BFS).

Analiza erorilor la determinările teoretice față de cele experimentale ale unor elemente de rezistență cu forme complicate nu poate fi analizată cu metode analitice elementare și din acest motiv volumul acestor calcule poate deveni considerabil.

Ținînd seama de acestea și pentru a micșora erorile se impune, de asemenea, să se utilizeze traductori rezistivi de dimensiuni cît mai mici (LY 11-3/120, XY 11-3/120, RY 11-6/120 de fabricație Hottinger).

6.3. Contribuții privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri produse de industria județului Sibiu.

Cercetările teoretice și experimentale privind calculul și optimizarea structurilor de rezistență s-au finalizat pe structuri concrete realizate de industria județului Sibiu în 5 contracte de cercetare științifică [121], [122], [152], [153], [158]. Studiile făcute s-au referit la analiza stărilor de solicitare în elementele de rezistență portante ale utilajelor grele LAB 55, AB 110 DE, U.T.C.M., DN 575) fabricate de I. Mîrșa și în brațul macaralei hidraulice MM 5 fabricată de I. Balanța Sibiu. Analizele respective s-au efectuat teoretic și experimental. Teoretic s-au determinat eforturile și s-au precizat secțiunile periculoase luîndu-se în considerare diferite moduri de încărcare (centrul de greutate al încărcăturii variabil), modul de lucru al utilajului, staționar, mers înainte, înapoi, în rampă sau în pantă, stîngodreapta, diferite variante de drumuri etc.

Verificările experimentale s-au făcut prin două metode: prin fotoelasticitate și prin tensometrie electrică. Metoda fotoelastică s-a făcut ca metodă complementară pentru determinarea secțiunilor periculoase ale structurilor de rezistență, staționarea virfurilor de tensiuni și a locurilor de amplasare a traductorilor rezistivi. Determinările experimentale s-au efectuat în condiții reale de solicitare și încărcare direct pe structurile de rezistență ale utilajelor grele.

6.3.1. Determinări experimentale prin fotoelasticitate

Metoda fotoelasticității s-a utilizat numai ca metodă complementară în scopul stabilirii orientative a virfurilor de tensiuni, a secțiunilor periculoase și a locului de amplasare a traductorilor rezistivi pentru determinările experimentale prin tensometrie electrică în condiții reale de solicitare și exploatare.

Principalele elemente de rezistență ale structurilor de rezistență au fost modelate în condiția de similitudine a tensiunilor maxime la încovoiere (care este principala solicitare). Modelul fotoelastic a fost încărcat cu sarcini proporționale cu sarcinile reale, astfel încât să nu se modifice modul și locul de aplicare, direcțiile și sensurile de aplicare a forțelor.

Două imagini ale izocromatelor și variația tensiunilor normale pe conturul longeronului autobasculantei AB 55 sînt redată în fig.6.6 și 6.7. În fig. 6.6 sînt redată izocromatele și distribuția tensiunilor normale pe conturul longeronului pentru varianta dată de proiectant. În fig.6.7 sînt redată aceleași mărimi care au rezultat după ce acest longeron a fost modificat de comun acord cu beneficiarul, în urma studiului fotoelastic și determinărilor reale prin tensometrie electrică pe autobasculantă în condiții reale de încărcare și exploatare.

În fig.6.8 sînt redată izocromatele și distribuția tensiunilor normale pe conturul longeronului pentru varianta proiectată de beneficiar pentru autobasculanta articulară U.T.C.M.

6.3.2. Determinări tensometrice pe structuri de rezistență în condiții reale de încărcare și exploatare

Studiindu-se documentația tehnică și modul de lucru al structurilor de rezistență și avînd studiile teoretice și fotoelastice de distribuire a tensiunilor s-au putut preciza pentru fiecare element component locul și modul de amplasare a traductorilor electrici rezistivi. Aparatura folosită este formată din punți tensometrice cu șase canale N 2302 și N 2322 , un oscilograf cu bucle, cu 14 canale, Vizicorder - Heneywell, tip 2206 în regim dinamic. Înregistrarea de către spatulile luminoase ale buclelor, s-a făcut pe hîrtie fotosensibilă Linograf,

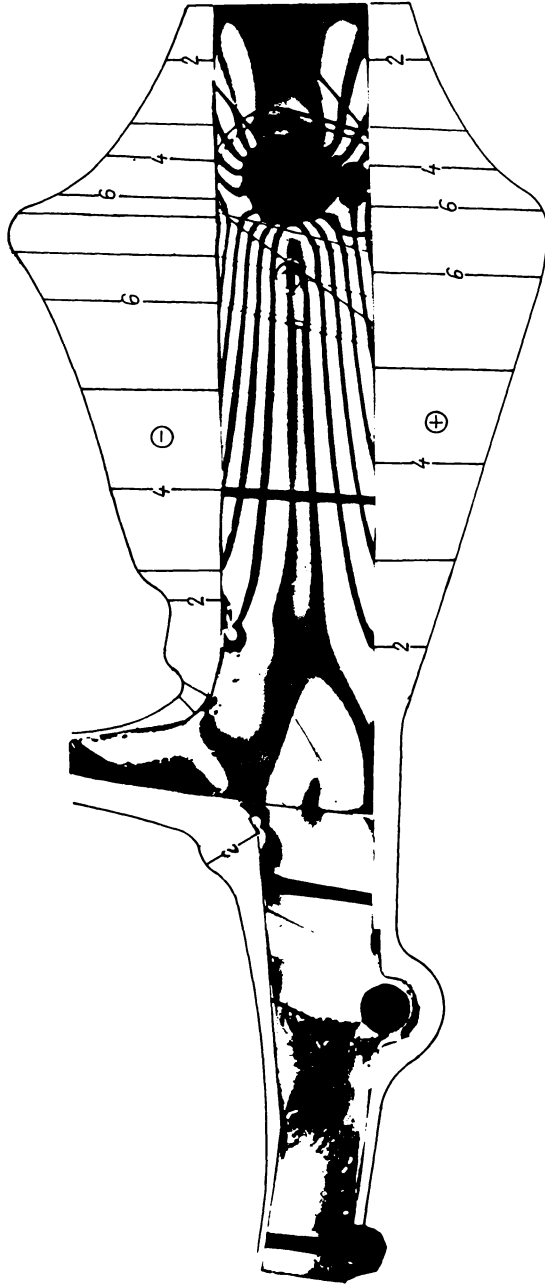
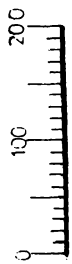


Fig. 6.6 Izocromatele și variația tensiunilor normale pe conturul longeronului
(varianta inițială)

(7.11)

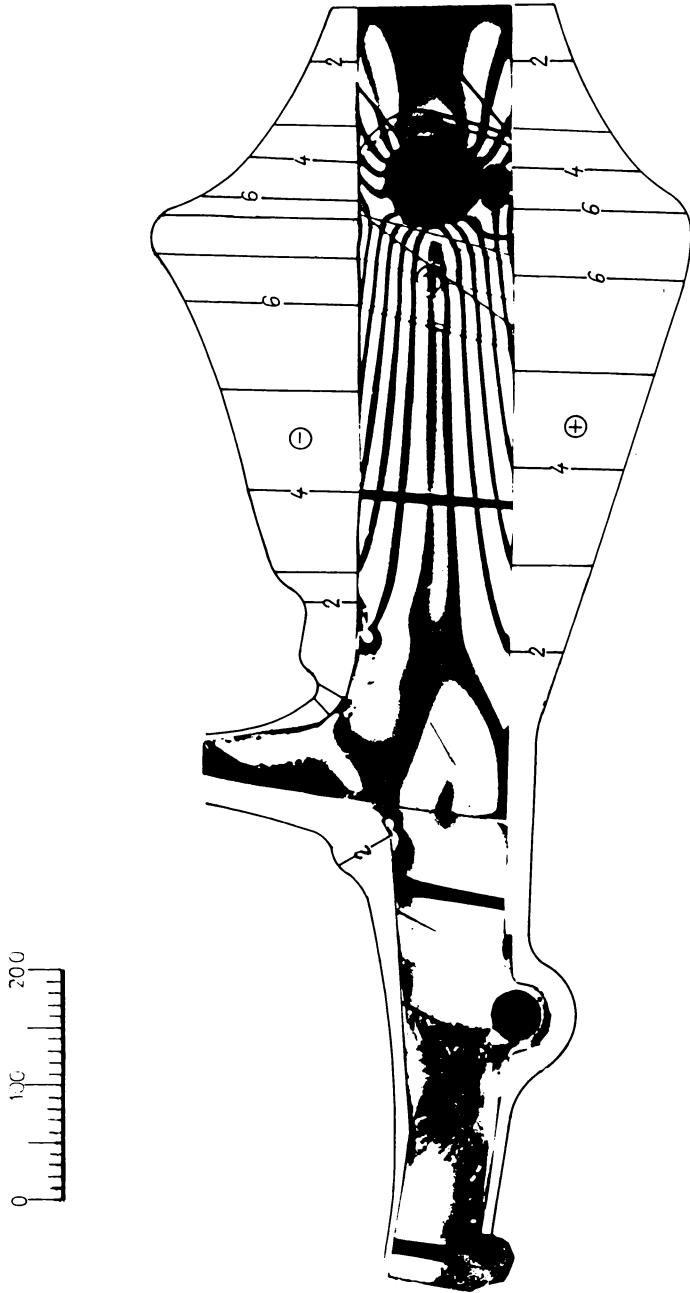


Fig. 6.6 Izocromatele și variația tensiunilor normale pe conturul longeronului.
(varianta inițială)

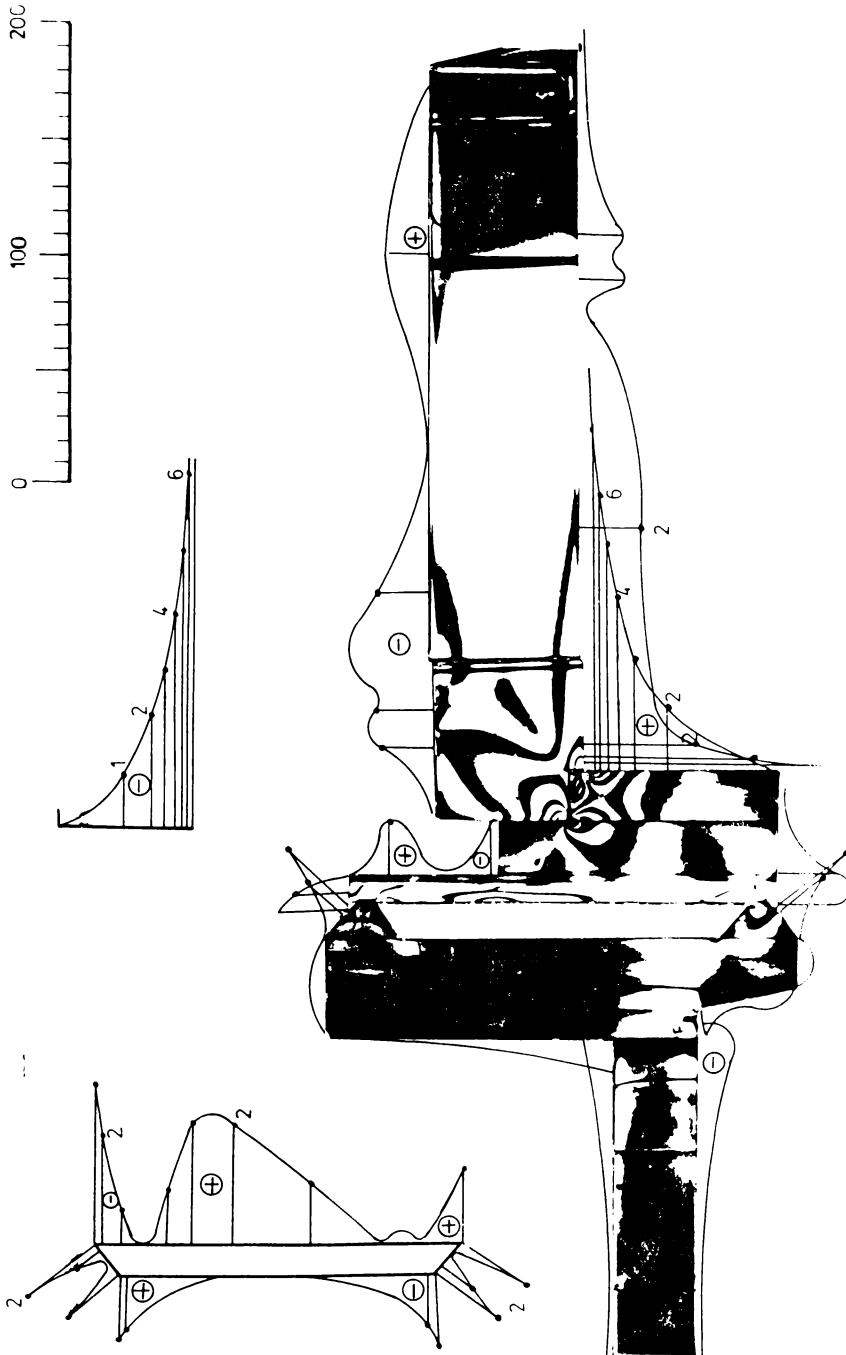


Fig. 6.8. Izocromatele și varianta tensiunilor pe conturul longeronului pentru $X_0 = 5 \text{ mm}$, țenă rezizantă.

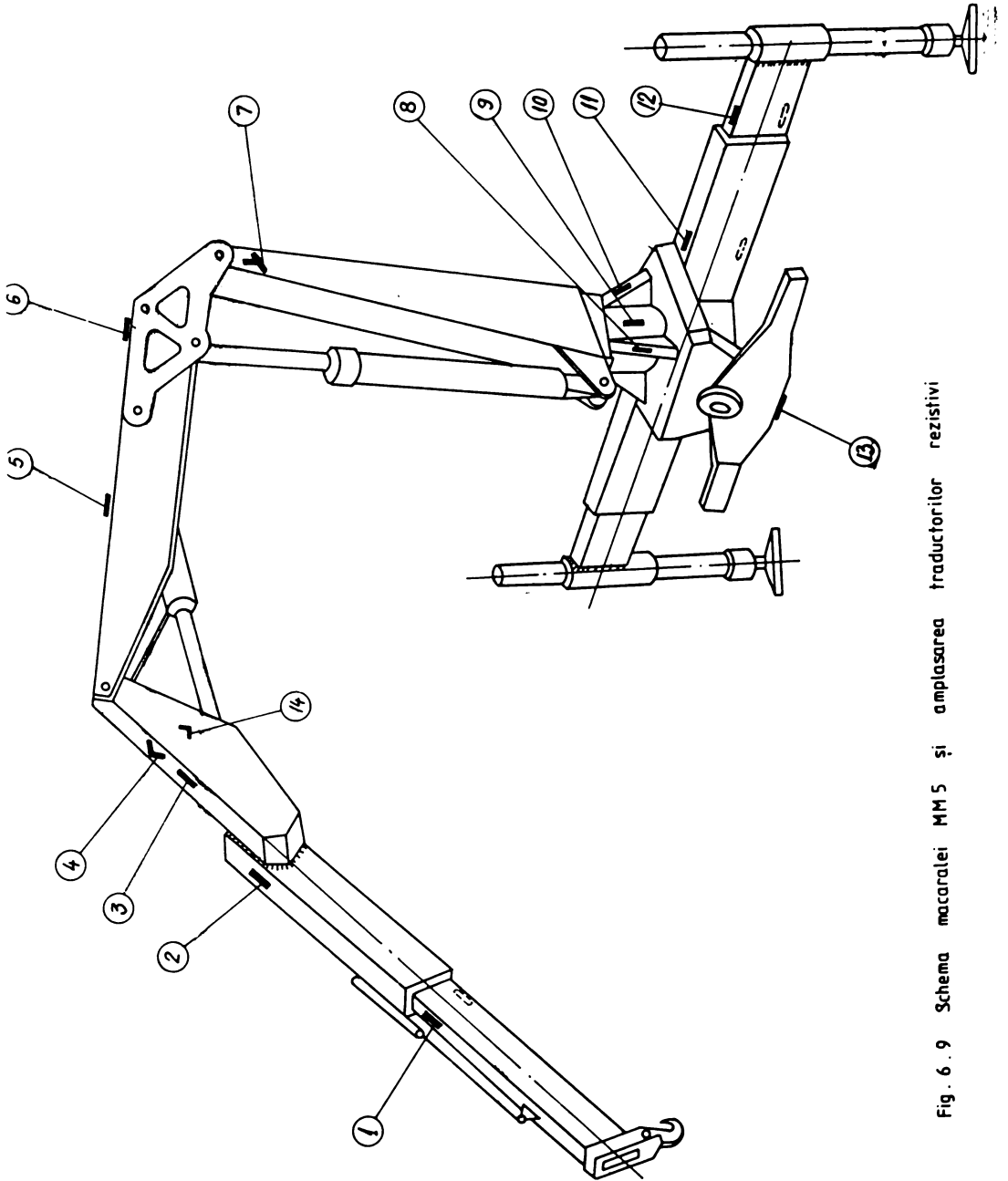


Fig. 6. 9 Schema macaralei MM 5 și amplasarea traductorilor rezistivi

tip 1985, Kodak. După etalonarea fiecărui canal al punților tensometrice și a deplasărilor spaturilor pe hîrtia fotosensibilă corespunzătoare unui salt de 1000 m/m detremările tensometrice s-au efectuat în condiții reale de încărcare și exploatare.

6.3.2.1. Determinări tensometrice pe structura de rezistență a automacaralei M 5

În vederea studierii comportării, sub acțiunea sarcinii a elementelor componente ale macaralei M 5, fabricată de Întreprinderea "Balanța" Sibiu, s-au ales un număr de 14 puncte de măsură [40], care sînt prezentate schematic în fig. 6.9. Variația solicitărilor s-a făcut în condiții concrete de încărcare și manevrare.



Fig.6.10.
Imagine din timpul
determinărilor ex-
perimentale în
brațul macaralei
M 5.

Determinarea solicitărilor în aceste puncte s-a efectuat în timpul ridicării sarcinii și respectiv la rotirea brațului macaralei.

Cele mai solicitate puncte și variațiile tensiunilor în aceste puncte sînt redată în fig.6.11 pentru cazul ridicării sarcinii de la sol la înălțimea maximă de 6,5.

De asemenea s-au efectuat măsurările pentru cazul brațului în poziție orizontală, cînd acesta este rotit cu 180°. Variația tensiunilor pentru cîteva puncte cu cele mai mari variații (punctele de măsurare de pe elementele de fixare a macaralei) sînt redată în fig.6.12. Această măsurare s-a efectuat din poziția ma-

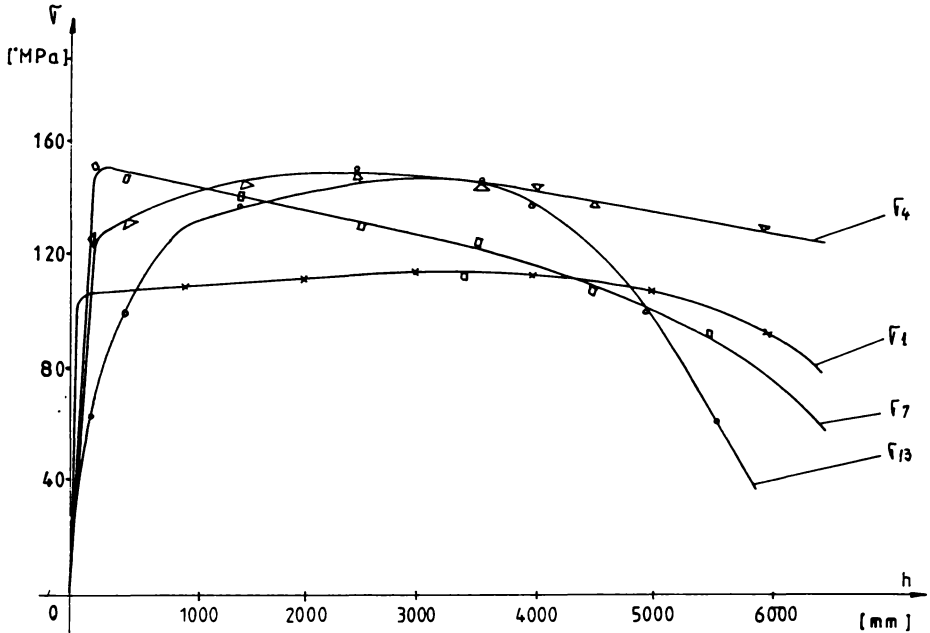


Fig.6.11. Variația tensiunilor la ridicarea sarcinii utile în elementele macaralei M.1.5.

caralei în partea dreaptă a autocamionului (0°), spre spatele autocamionului (90°) și pînă în partea stîngă a acestuia (180°).

Cea mai defavorabilă situație este pentru poziția brațului orizontal și îndreptat spre spatele autocamionului.

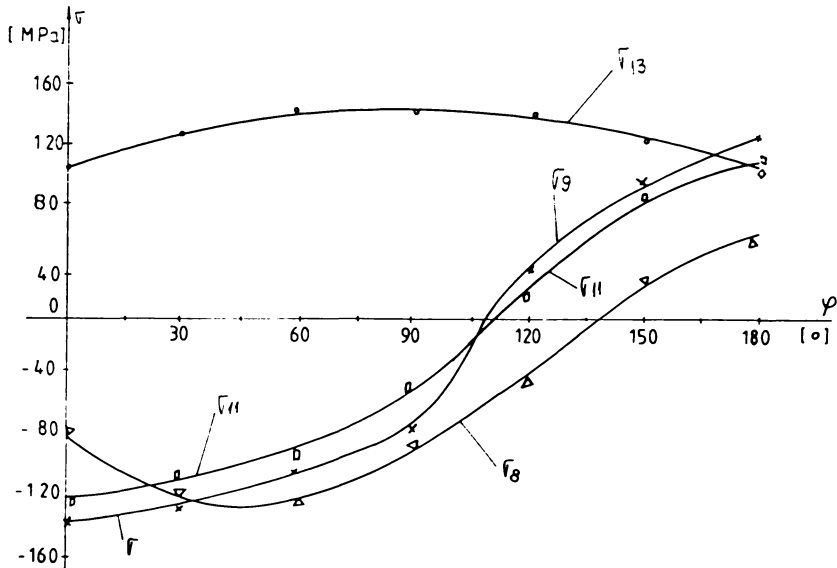


Fig.6.12. Variația tensiunilor în cîteva puncte ale macaralei în funcție de rotirea brațului.

6.3.2.2. Determinări tensometrice pe structuri de rezistență ale autobasculantelor

Analiza stărilor de tensiune în cele mai solicitate și mai puțin solicitate puncte ale structurilor de rezistență pentru cazuri concrete de încărcare și de exploatare s-a făcut pentru autobasculantele AB 55 t, AB 110 DE, U.T.C.M., încărcător frontal de 12 m^3 , buldozerul DM 575 în baza contractelor de cercetare științifică [122], [123], [142], [143]. încheiate cu I.M.M.Îrșea. Structurile de rezistență ale acestor autovehicule (șasiile) sunt realizate, de regulă, din (B.P.S.) de tip cheson. O astfel de structură și principalele solicitări sunt redată în fig.6.13, pentru autobasculanta (U.T.C.M.). Secțiunile longeroanelor acestui șasiu sunt redată în fig. 6.14.

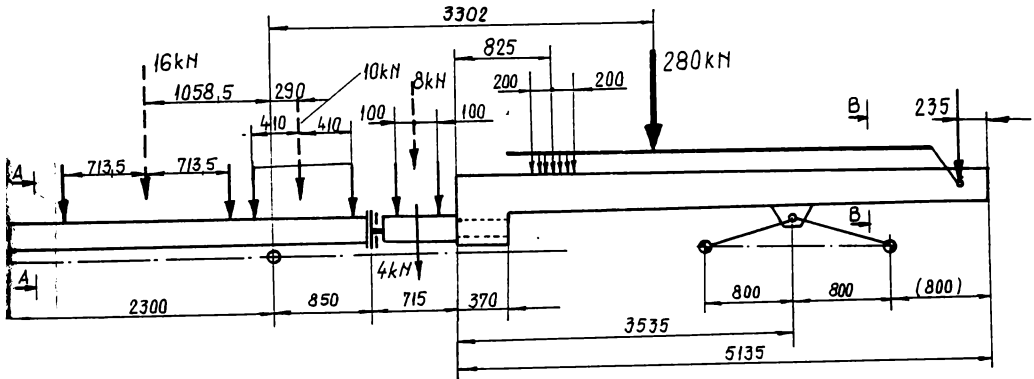


Fig.6.13. Schema de încărcare a șasiului autobasculantei U.T.C.M.

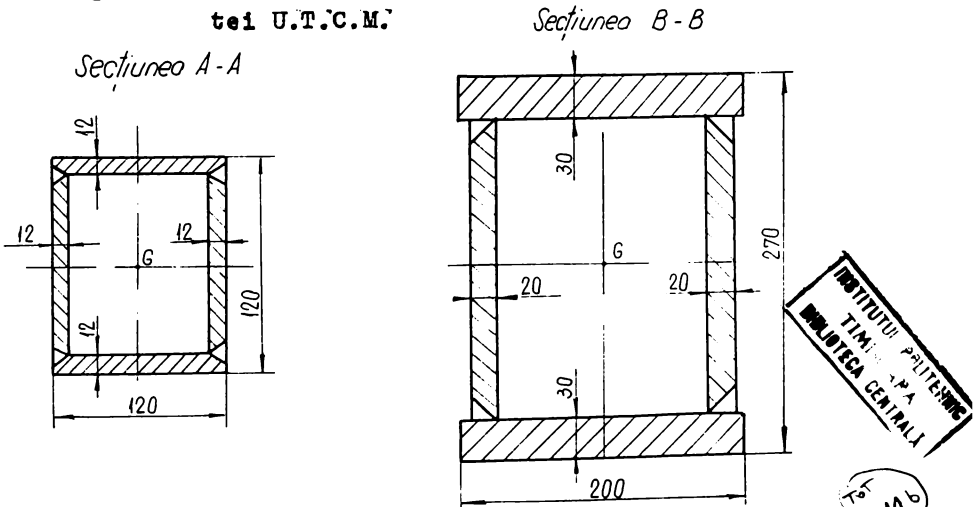


Fig.6.14. Secțiunile longeronului de la autobasculanta U.T.C.M.

INSTITUTUL POLITECNIC
TIMIȘOARA
BIBLIOTECA CENTRALĂ

Fig. 6.14

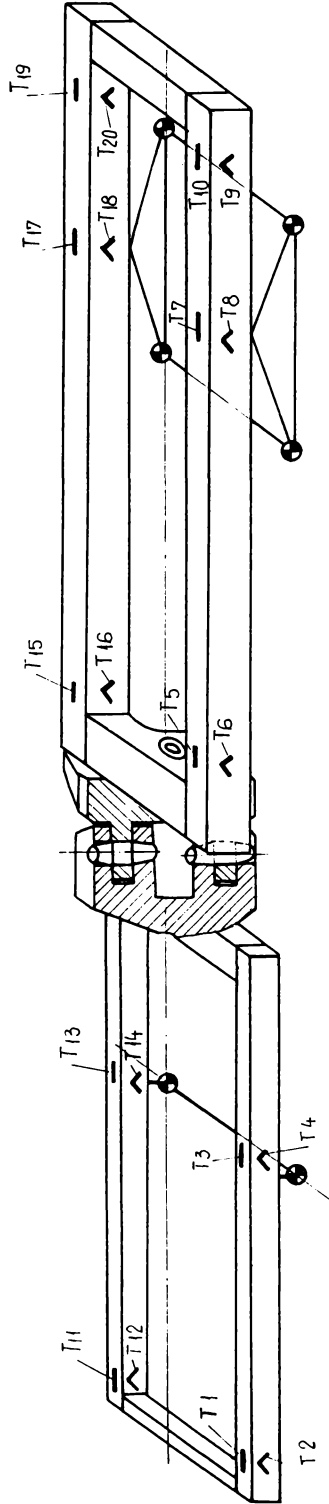


Fig. 6.15 Schema șasiului și amplasarea transductorilor rezistivi pentru verificarea experimentală a tensiunilor.

(21)

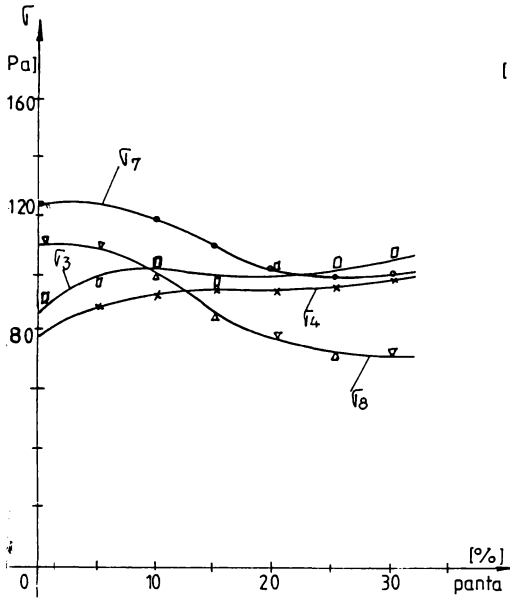


Fig. 6.18 Variatia tensiunilor a mers in pantă.

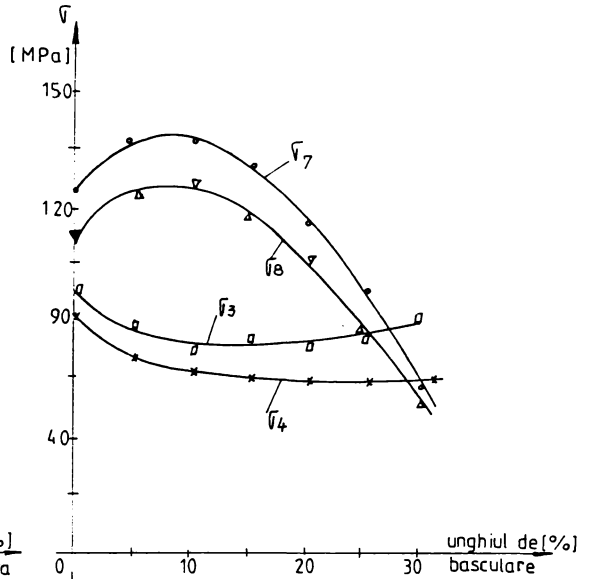


Fig. 6.19 Variatia tensiunilor la basculare.

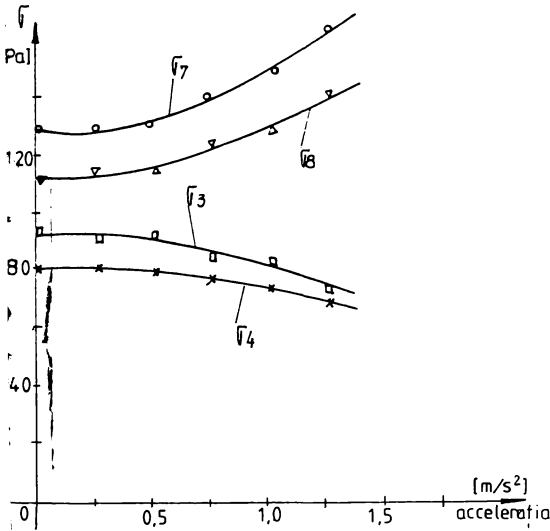


Fig. 6.20. Variatia tensiunilor la demarajul autobasculantei

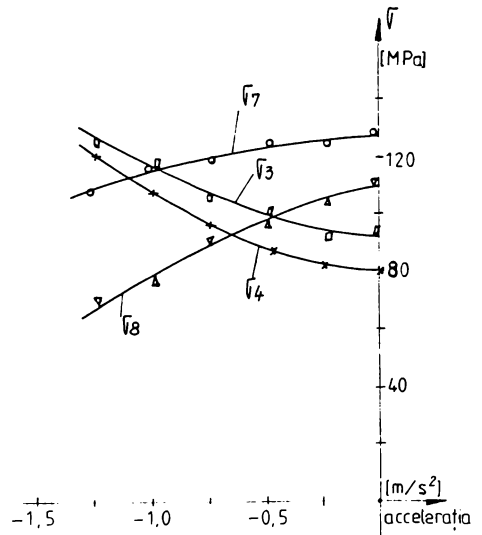


Fig. 6.21. Variatia tensiunilor la frinarea autobasculantei

+12

La alegerea punctelor în care s-au măsurat deformațiile specifice și apoi s-au calculat tensiunile s-a ținut seama de determinările făcute prin fotoelasticitate. Schema de amplasare a traductorilor rezistivi este redată în fig. 6.15.

Bena autobasculantei a fost încărcată efectuându-se mai multe încercări repetate pentru mai multe poziții și condiții de exploatare și anume :

a) modificarea centrului de greutate al încărcăturii față de poziția tehnică a acestuia.

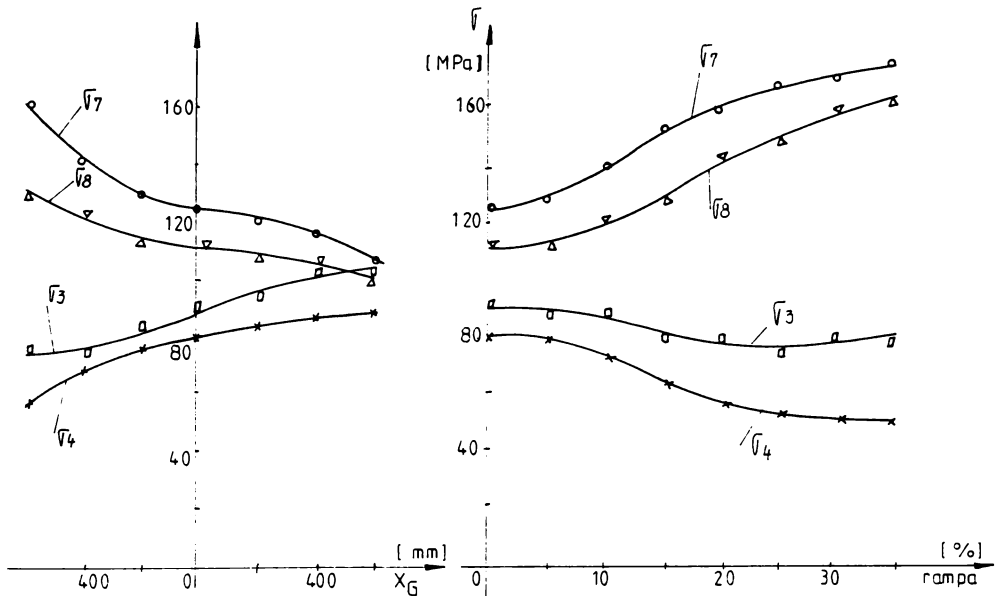


Fig.6.16. Variația tensiunilor la încărcarea benci în funcție de poziția centrului de greutate x_G .

Fig.6.17. Variația tensiunilor la mers în rampă.

- b) la mersul autobasculantei în rampă și pantă ;
- c) la bascularea încărcăturii ;
- d) la demarajul și frînarea autobasculantei.

Toate aceste încercări s-au efectuat în poligonul special amenajat al întreprinderii producătoare.

Cele mai reprezentative rezultate și pentru principalele condiții de exploatare sînt redată în fig. 6.16 - 6.21. În fig. 6.11 sînt redată variațiile tensiunilor în funcție de modificările centrului de greutate al încărcăturii. O modificare exagerată a pozi-

ției acestui centru în spate conduce la o creștere a tensiunilor în punctele din secțiunea de sprijin pe axa din spate.

La deplasarea în rampă (fig.6.17) conduce de asemenea la creșterea tensiunilor în aceeași secțiune o dată cu deșcărcarea poziției din față a șasiului. La deplasarea în pantă (fig.6.18) se constată o redistribuire a acestor tensiuni mai uniformă. În timpul basculării încărcăturii (fig.6.19) apare o creștere a tensiunilor din secțiunile longeronului spate.

De asemenea accelerările (fig.6.20) și frinările (fig.6.21) conduc la creșterea tensiunilor în longeronul din spate respectiv a celui din față.



Fig.6.22.
Autobasculanta
AB 55 t.

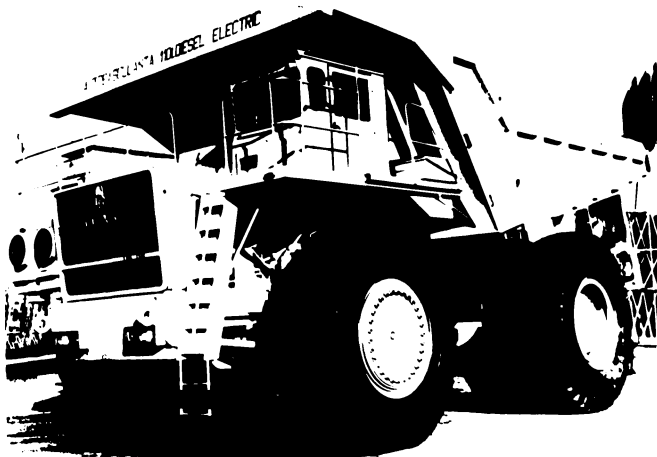


Fig.6.23.
Autobasculanta
AB 110 DE

Încercări asemănătoare, în condiții concrete de încărcare și exploatare s-au efectuat și pentru autobasculantele AB 55 t și AB 110 DE în baza contractelor de cercetare științifică [142], [143]. Rezultatele acestor determinări experimentale au condus la îmbunătățirea constructivă ale structurilor de rezistență ale autovehiculelor respective.

6.4. Observații și concluzii privind verificarea experimentală a cercetărilor

Determinările experimentale pe dispozitivele proiectate și realizate conduc la erori de maximum 7,5 față de valorile determinate teoretic. Acest fapt confirmă valabilitatea aplicării determinărilor experimentale, prin tensometrie electrică rezistivă, a deformațiilor și tensiunilor și pentru structuri de rezistență complexe în condiții reale de solicitare și exploatare.

Colaborarea cu I.Mecanică Mîrșa care a început din 1980 și a continuat în toată această perioadă a confirmat, de asemenea, aceste determinări tensometrice. Studiile teoretice și determinările experimentale care s-au făcut pentru utilajele asimilate în această perioadă de I.M.Mîrșa, (autobasculantele AB 55 t, AB 110DE, încălătorul frontal 12 mc, trailerele MTE4, 2MTE 4, MTE8, 2MTE 8, MTE 12, 2MTE 12, MTE16, 2MTE 16 etc.) și care au condus la stabilirea variantei de execuție de serie au confirmat valabilitatea acestor metode prin fiabilitatea structurilor de rezistență în timpul exploatarei.

Neconcordanța dintre studiile teoretice și cele experimentale se datorează, pe lângă erorile dintre cele două metode analizate la § 6.2 și faptului că la studiile teoretice nu s-a putut ține cont de multitudinea de factori și condiții reale ce se întîlnesc concret în exploatare.

Experiența dobîndită în acești ani de colaborare a condus la faptul că la determinările teoretice să nu se depășească limita $\sigma_a = 120$ MPa, deși materialul utilizat permite atingerea limitei $\sigma_a = 150$ MPa.

Prin aplicarea acestui principiu s-au realizat structuri de rezistență realizate din (BPS) care au fiabilitatea necesară în condiții concrete de exploatare.

Pe baza acestui principiu, studiile teoretice au infirmat fiabilitatea șasiului de la autobasculanta AB 110DE, proiectat de CCSIM Brașov, rezultat confirmat de probele efectuate pe șantier precum și fiabilitatea șasiului re-proiectat.

**Cap.7. PRINCIPALELE CONTRIBUTII ALE AUTORILOR.
APLICATII SI PE SPECIE ALE REZULTATELOR OBTINUTE**

**7.1. Contribuții privind sistematizarea cercetărilor
efectuate pe plan mondial în direcția calculului
structurilor realizate din profile cu pereți
subțiri**

Autorul prezintă o analiză amănunțită cercetărilor privind calculul structurilor realizate din profile subțiri atât prin metoda rezistențelor admisibile cât și la stare limită. Materialul bibliografic consultat conține practic aproape tot ce s-a publicat în domeniul calculului și optimizării unor astfel de structuri. Abordând problema optimizării rezultă din literatura studiată că majoritatea autorilor se rezumă la calculul de dimensionare al acestor structuri fără a analiza modul de variație a caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate și al tensiunii echivalente în principalele puncte ale secțiunii.

Stadiul actual al cercetărilor în domeniul structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri este analizat atât din punct de vedere al rezistenței, precum și cel al stabilității generale și locale.

7.2. Contribuții teoretice privind formularea matricială a unor soluții ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate

Autorul prezintă unele soluții ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate pentru cazurile fundamentale de încărcare. Metoda prezentată permite generalizarea acestora pentru orice caz

întâlnit în practică. De asemenea, rezultatele obținute permit soluționarea unor cazuri complexe de solicitare prin suprapunere de efecte, pornind de la cazurile soluționate.

Punând condițiile de legătură autorul a determinat parametrii inițiali γ_0, γ'_0, B_0 și M_{x0} precum și variația caracteristicilor geometrice γ și a celor statice M_c, B_w, M_w ale răsucirii împiedicate pentru 25 de cazuri fundamentale de încărcare și rezemare a barelor cu pereți subțiri. Utilizând suprapunerea de efecte aceste cazuri permit soluționarea oricărei solicitări, oricât de complexe ar fi, ce se întîlnesc în practică. Formularea matricială a soluțiilor ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate și determinarea caracteristicilor geometrice și statice a celor 25 de cazuri fundamentale de încărcare permite abordarea calculului de rezistență al acestor structuri prin utilizarea calculatoarelor electronice.

7.3. Contribuții privind optimizarea distribuției de material pe secțiunile barelor cu pereți subțiri

Deoarece caracteristicile geometrice și cele statice ale răsucirii împiedicate depind de caracteristicile geometrice ale secțiunii autorul a soluționat variația acestora în funcție de configurația secțiunii la același consum de material. În acest sens a elaborat patru programe de calcul CBI...CB4 care permit analiza variației caracteristicilor geometrice pentru cele mai utilizate secțiuni în construcția de longeroane și traverse de șasiuri pentru utilaje grele fabricate de I. Mecanică Mîrșa. Vizualizarea variației acestor caracteristici geometrice s-a făcut prin trasarea unor grafice pe PLOTTERS pentru aceleași secțiuni.

Rezolvarea problemei de variație a caracteristicilor geometrice ale secțiunii pentru $A = \text{constant}$ colaborată cu variația caracteristicilor geometrice și statice ale răsucirii împiedicate, a permis abordarea optimizării structurilor de rezistență realizate din profile subțiri.

7.4. Contribuții privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din profile subțiri

Utilizând formularea matricială a unor soluții semnificative a răsucirii împiedicate, expresiile caracteristicilor geometrice și statice pentru cazurile fundamentale de solicitare precum

La variația caracteristicilor geometrice ale secțiunilor pentru cazul $A = \text{constant}$, autorul a elaborat 4 programe de calcul CB5... CB8 care permit dimensionarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri prin încercări succesive. De asemenea aceste programe permit obținerea variației caracteristicilor geometrice și statice precum și a tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunii în varianta aceluiași consum de material.

Aceste programe au permis redimensionarea principalelor elemente de rezistență ale șasiilor pentru utilaje grele fabricate de I. Mecanică Mîrșa obținându-se economii de material de la 5,4 % pînă la 17,24 %. Avînd în vedere că greutatea unui astfel de șasiu este de cel puțin 12 tf, rezultă o economie de material de minimum 648 kgf pînă la 2.000 kgf în cazul eficienței maxime.

Programele întocmite permit generalizarea calculului elementelor de rezistență realizate din profile subțiri și optimizarea acestora pentru orice șasiu.

În cazurile concrete solicitate de producție cît și pentru cercetări cu caracter fundamental, autorul a proiectat și realizat programele de calcul necesar pentru stabilirea variației tensiunilor echivalente în cele mai solicitate puncte ale secțiunilor care permit optimizarea consumului de material necesar pentru realizarea unor elemente de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri.

7.5. Contribuții experimentale și perspective privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri

Verificarea rezultatelor teoretice obținute s-a efectuat atît în cadrul laboratorului de rezistență din I.S. Sibiu pe standuri proiectate și realizate de autor cît și concret pe structuri de rezistență proiectate și realizate de întreprinderile din județul Sibiu.

Autorul a proiectat și realizat un stand de încercări al barelor cu pereți subțiri profil deschis și închis. Standul permite realizarea de legături ale acestor bare de la încastrarea rigidă pînă la rezemarea tip furcă. Modul de aplicare al traductorilor rezistivi permite determinarea separată a tensiunilor normale, clasice (încovoiere + întindere) și a celor datorate răsucirii împiedic-

oate. De asemenea, permite determinarea experimentală a tensiunilor tangențiale produse de forfecare și răsucire.

Rezultatele teoretice și experimentale obținute în laborator au fost verificate în practică prin determinarea tensiunilor concret pe elemente de rezistență la Intreprinderea Balanța Sibiu și intreprinderea Mecanică Mirșa.

Aceste cercetări s-au finalizat în cinci contracte de cercetare științifică [121], [122], [153], [159], [160], și în 15 lucrări susținute și publicate [11], [12], [13], [14], [123], [124], [126], [127], [134], [135], [136], [137], [138], [139], [140].

Extinderea cercetărilor teoretice și experimentale și la alte utilaje la care structurile de rezistență sînt realizate din profile subțiri va conduce la optimizarea proiectării acestor structuri obținînd totodată importante economii de material fără a diminua siguranța în exploatare a acestora.

B I B L I O G R A F I E

1. Agent, R., Sisteme reticulate nedeterminate, Ed. Tehnică, București, 1970.
2. Ari-Gur, J.g.a. Repeated Buckling Tests of Stiffened Thin Sear Panels. Israel Journal of Technology, vol.20, 1982.
3. Avram, C.g.a., Structuri spațiale, Editura Academiei R.S.R. București, 1978.
4. Avriël J., Encyclopedie Vishay d'Analyse des Contraintes, Vishay-Micromesurements, Paris, 1974.
5. Bănuț, V., Calculul nelinier al structurilor, Ed. Tehnică, București, 1981.
6. Bergfelt, A., La charge admissible des poutres - caissons, Batiment international, sept.-oct., 1980.
7. Bezuhov, N.I., Teoria elasticității și plasticității, Ed. Tehnică București, 1957.
8. Boleanțu, L., Dobre, I., Aplicații de mecanică solidului deformabil în construcția de mașini. Ed. Facla, Timișoara, 1978.
9. Boleanțu, L., Sofonea, G., Blezu, D., Optimizarea structurilor profil deschis la construcția de utilaje grele, A XIII-a Conferință de Mecanica Solidelor, Sibiu, 2-3 iunie, 1989.
10. Boleanțu, L., Sofonea, G., Blezu, D., Optimizarea secțiunilor profil închis utilizate în construcția longeroanelor grele luând în considerare și răsucirea împiedicată. A XIII-a Conferință de Mecanica Solidelor, Sibiu, 2-3 iunie, 1989.
11. Boleanțu, L., Sofonea, G., Optimizarea elementelor de rezistență de tip cheson utilizate în construcția longeroanelor pentru utilaje grele, Al V-lea Simpozion național de tensometrie, cu participare internațională, Galați, 20-23 sept., 1989.
12. Boleanțu, L., Sofonea, G., Optimizarea elementelor de secțiune I utilizate în construcția longeroanelor pentru utilaje grele, Al V-lea Simpozion național de tensometrie cu participare internațională, Galați 20-23 sept., 1989.

13. Böhn, R., Razlozeni napeti a deformaci v tenkostenne poloskorepinove konstrukcis uvazenim materialowe nonlinearity, spravodaj Vzlu, R.S. Cehoslovaek, nr. 3, 1984.
14. Blumenfeld, M., Calculul barelor cu calculatoare electronice, Ed. Tehnică, București, 1975.
15. Blumenfeld, M., Rezistența materialelor, Capitoare speciale pentru studenții facultății de Aeronave, I.P. București, 1979.
16. Buzdugan, Gh., Rezistența materialelor, Ed. Tehnică, București, 1980.
17. Buzdugan, Gh., g.a., Tensometrie electrică rezistivă, Ed. Tehnică, București, 1966.
18. Cernjgenko, I.S., g.a., Uprugo-plasticeskoe sostoianie tonkostennih konstrukcii s koncentratorami napriozhenii pri molih i bobih deformatioh, Prikladnaja mehanika, U.R.S.S., 19, nr. 9, sept. 1983.
19. Cernov, N.L. Rascet stalnih nerazreznih balok po organicennim plasticeskim deformatiam, Stroitelnaia mehanika i rascet sooruzenii, U.R.S.S., nr. 2., 1980.
20. Cernov, N.L. g.a. Osabennosti rasceta bistalnih dvytavrov po briteriiu predelnih plasticeskih deformatia, Izv. VUZ Straitelstvo i arhitektura, U.R.S.S. 26, nr. 9, sept. 1983.
21. Charnichael, D.G. Structural Modelling and Optimisation A General Methodology for Engeneering and Control, Elis Horwood Limited, 1981.
22. Constantinescu, I.N. g.a. Măsurarea mărimilor mecanice cu ajutorul tensometriei, Ed. Tehnică, București, 1989.
23. Constantinescu, I.N. Calcule de rezistența structurilor de margini și utilaje, Ed. Tehnică - București, 1984.
24. Constantinescu, I. g.a. Metode noi pentru calcule de rezistență, Ed. Tehnică, București, 1989.
25. Cook, R., Concepts and Applications of Finite Element - Analysis John Wiley & Sons Inc. New - York, 1974.
26. Cuteanu, E. g.a. Metoda elementelor finite în proiectarea structurilor, Ed. Facla, Timișoara, 1980.
27. Dancea, I., Metode de optimizare, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1976.
28. Dima, P., Programare în FORTRAN, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1971.
29. Djubek, J. g.a. Medzne' stavy accelovych konstrukcii, Vidatelstvo slovenkej Academie vied Bratislava, 1984.
30. Dodescu, Gh. g.a. Metode de calcul numeric, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1976.
31. Dorn, W.S., Metode numerice de programare în FORTRAN, Ed. Tehnică, București, 1976.
32. Drozdov, P.F. Analogii mejdu krucenion tonkostennih i izgibom sastavnih sterjnei i sterjnei isterjnevih sistem. stroitelnaia mehanika i rascet sooruzenii, U.R.S.S. nr. 2 febr. 1978.
33. Duy, W. Zum Tragfähigkeitsnachweis von U-Profilen, Tehn. Mitt. Krupp. Band 5, 1983.

34. Eneche, S.Ş.a. Proiectarea formei pieselor în construcția de mașini. Ed. Tehnică, București, 1979.
35. Eschennuer, H., Theoretische Grundlagen zur Berechnung thermisch belasteter Flächentragwerke, Techn.mit. Krupp, Band 32, 1974.
36. Federolf, S. Stahltrapezprofile für Dach, Wand und Decke - Einige Grundlagen und Beispiele zur Dimensionierung, Der Stahlbau, Heft 11, 1981.
37. Filanenko - Borodici, M., Teoria elasticității, Ed. Tehnică București, 1957.
38. Flegeriu, E., Contribuții la studiul barelor cu pereți subțiri, cu profil deschis solicitate la încovoiere cu răsucire, teză de doctorat, I.P. "Traian Vuia" Timișoara, 1972.
39. Frajman, F.J. Optimalnoe proiectirovanie sjatâ-izognutoi korobceatoil balki, Prikladnaia mehanica, URSS, 1b, nr. 2, febr. 1980.
40. Frățilă, M. Sofonea, G. Măsurări tensometrice în vederea omologării macaralei hidraulice MH 5, contract de cercetare nr. 14189, I. Balanța Sibiu.
41. Gafițeanu, M.Ş.a. Elemente finite și de frontieră cu aplicații la calculul organelor de mașini, Ed. Tehnică, București, 1987.
42. Gery, P.M.G.a. Elements de la theorie et des calculs des profils minces a froid, C4, au Conservatoire National des Arts & Métiers, S.N.P.P.P.A., Paris.
43. Gheorghiu, A., Statica construcțiilor, Ed. Tehnică, București, 1980.
44. Gheorghiu, A.Ş.a. Concepții moderne în calculul structurilor, Ed. Tehnică, București, 1976.
45. Gioncu, V.Ş.a. Bazele calculului structurilor la stabilitate Ed. Facla, Timișoara, 1983.
46. Gioncu, V.Ş.a. Instabilitatea structurilor din plăci curbe subțiri, Ed. Academiei R.S.R., București, 1978.
47. Groșanu, I., Mecanică, vol. I, II, Timișoara, 1986.
48. Guarnieri, G., Autovalari e carichi di collasso per pannelli rettangolari con irrigidimenti non paralleli ai lati, Costruzioni metalliche, nr. 6, nov.-dec. 1980.
49. Harrison, T., Twisting and Bending of Thin-Walled Prismatic Beams of open Cross-Sectional Profile, Journal Mechanical Engineering Science, vol. 12., No. 2., 1970.
50. Holzmann, G.Ş.a. Technische Mechanik, B.G. Teubner, Stuttgart, Teil 1, 2, 3, 1975.
51. Ilie, V.Ş.a. Rezistența materialelor vol. I și II, I.P. Cluj Napoca, 1980.
52. Ivan, M., Bazele calculului liniar al structurilor. Ed. Facla, Timișoara, 1985.
53. Ivan, M. Teoria elasticității, I.P. Timișoara, 1983.

54. Karcauscas, R.P.ș.a. Teoria i metodî optimizatii ūprugo plasticeskîh sistem, Leningradscoe Otdelenie, Straisdat, 1974.
55. Kollbraunner, C.F.ș.a. Knicken, Biegedrillknicken, Kippen, Berlin, Springer - Verlag, 1968.
56. Kollbrunner, C.F.ș.a. Wolbkrafttortion dünnwandiger Stäbe mit offenem Profil, Schweizer Stahblau . Vereinigung, Zurich, Theil I, 1964.
57. Kollbrunner, C.F.ș.a. Wolbkrafttortion dünnwandiger stöbe mit offenem Profil, Schweizer Stahblau-Vereinigung, Zürich, Theil II, 1975.
58. Korolov, I., Opredeliane na mesnite naprejenaiä v tinkostenii gredi s goliama kriviña, Masinostroenie, R.P. Bulgaria, nr. 10, oct., 1982.
59. Kretzschmar, R., Rationale Bemessung biegetorsionsbeanspruchter Träger, Informationen des Veb.Mik, R.D.Germaniä, 24, nr.2, 1985.
60. Lundquist, E.B. Local instability of simetrical rectangular tubes under axial compression, N.A.C.A. Tech. Not. Nr.686, 1969.
61. Lubinski, M.ș.a. Zwiczrzenie belek stalowych przy roznaych warunkach obciäzen i podparcia, Inzynieria i Budownictwo, R.P.Polonä, 37, nr.4, apr.1980.
62. Lubinski, M.ș.a. Problemy bezpieczeñstwa balek stalowych projektowanych z uwzględnieniem metod teorii plastycznosci, Inzynieria i Budownictwo, R.P. Polonä, 36 nr. 8, aug., 1980.
63. Machacek, J., Uliv tvaru imperfekce a materialu na nelinearni pusobeni tlacenyh pasu acelovych nosinku, stavebnicky Gasopis, R.S.Cehoslovaciä, 32, nr.1, ian. 1984.
64. Mahnenko, V.I., ș.a. Rascet svarocinih deformatii balok s usetom napriajenii ot gibki, Naucno-Tehniceskii razdel, Nr. 11, 1982.
65. Manevici, A.J., K teorii sviazannai poteri ustoiçivost, podcreplennih tonkostennih Reconstructii, Prikladnaia matematika i mehanika, U.R.S.S., 46, nr. 2, febr. 1982.
66. Mangeron, D.ș.a., Teoria optimizării structurilor cu aplicații, Ed. Junimea, Iași, 1980.
67. Marciuk, G.I., Metode de analiză numerică., Ed. Academiei R.S.R., București, 1983.
68. Massonnet, Ch, ș.a. Calculul structurilor cu calculatoare electronice, Ed. Tehnică, București, 1974.
69. Mateescu, D.ș.a., Calculul automat al eforturilor într-o structură spațială, Bul.St.I.P.T., mai, 1977.
70. Mateescu, D.ș.a. Considerații privind metodele de calcul ale profilelor din tablă îndoită prin presare, supuse la încoviere cu răsucire, Bul.St.I.P.T., martie, 1966.
71. Mateescu, D., Construcții metalice speciale, Ed. Tehnică, București, 1962.

72. Mazilu, C.P., Statica construcțiilor, Ed. Tehnică, București, 1959.
73. Mărmureanu, G., Rezistența post critică. Ed. Academiei R.S.R., București, 1985.
74. Miha, C., Metode numerice în algebra liniară. Ed. Tehnică, București, 1977.
75. Mocanu, D.R. Rezistența materialelor, Ed. Tehnică, București, 1980.
76. Mocanu, D.R. ș.a., Analiza experimentală a tensiunilor vol. I, II, Ed. Tehnică, București, 1976, 1977.
77. Mote, D.C. Jr. ș.a., Coupled, nonconservative Stability - Finite element, Journal of the Engineering Mechanics Division, June, 1972.
78. Munteanu, I., Structuri pentru construcție. Teorie și calcule Ed. Academiei, R.S.R., București, 1983.
79. Munteanu, I., Calculul structurilor spațiale în formulare matriceală, Ed. Facla, Timișoara, 1973.
80. Müller, U., Beitrag zum Betriebsfestigkeitsnachweis für geschweißte Krantragwerke, Stahl u Eisen 100, nov., 1980.
81. Neumann, A., Der geschweißte Vollwandträger im Stahlbau, Schweißtechnik, R.D.Germană, 30, Teil 4, nr.8, aug., 1980.
82. Neumann, A., Der geschweißte Vollwandträger im Stahlbau, Schweißtechnik, R.D.Germană, 30, Teil 5, nr.9, sept. 1980.
83. Neumann, A., Der geschweißte Vollwandträger im Stahlbau, Schweißtechnik, R.D.Germană 30, Teil 6, nr.10, oct. 1980.
84. Nezalzov, D.R. ș.a. Rascet ustoičivosti bezrascosnîh koloni iz tonkastennîh priamougolnîh trib, stroitelstvo i arhitektura, U.R.S.S., nr. 11, nov. 1980.
85. Pacoste, C. ș.a., Metode moderne în mecanica structurilor, Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1983.
86. Parton, V.Z. ș.a., Mathematical Methods of the Theory of Elasticity, vol. I, II, Mir Publishers Moscow, 1984.
87. Petre, A., Calculul structurilor de aviație, Ed. Tehnică, București, 1984.
88. Petre, A., ș.a. Bare cu pereți subțiri. Ed. Tehnică, București, 1960.
89. Philipzik, W., Einige Betrachtungen zur praktischen Anwendung des Ritz-Verfahrens, Tech. Mitt. Krupp, Band 30, H.2., 1972
90. Ping Chun, W., Metode numerice și matematice în mecanica structurilor, Ed. Tehnică, București, 1970.
91. Pogodaev, I.K., K proverke predîlnîh sostoianîi tonkos tennîh stalnîh rebenîh balok pri odvige i odvige s izgibam, Stroitelnaia mehanika i rasciot soorujenii, U.R.S.S., 24, nr.2, apr. 1982.

92. Ponomariov, S.D.ș.a., Calculul de rezistență în construcția de mașini, vol. I, II, III, Ed. Tehnică, București 1960, 1963, 1964.
93. Popescu, M.ș.a. Calculul structurilor optimale, Ed. Academiei R.S.R. București, 1981.
94. Popescu, V. Construcții metalice, Ed. Tehnică, București, 1973.
95. Posea, N. Rezistența materialelor, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1979.
96. Posea, N.ș.a. Mecanica aplicată pentru ingineri, Ed. Tehnică București, 1984.
97. Posea, N.ș.a. Rezistența materialelor. Probleme. Ed. Științifică și Enciclopedică, București, 1986.
98. Poterașu, V.F.ș.a. Practica optimizării structurilor, Ed. Junimea, Iași, 1984.
99. Protte, W.ș.a. Optimize Bemessung geschweißter Träger des Hochbaus, Tehn. Mitt. Krupp. Band 25, H 3/4, 1967.
100. Protte, W., Zum Beulproblem versteifter Bodenbleche von Kostenträgern, Tehn. Mitt. Krupp, Band 30, H.2., 1972.
101. Protte, W., Zur Stegblechbeulung unter in zwei Richtungen linear veränderlichen Normalspannungen und in einer Richtung parabolisch veränderlichen Schubspannungen, Tehn. Mitt. Krupp, Band 32, H 1, 1974.
102. Protte, W., Zum Scheiben- und Beulproblem Längsversteifter Stegblechfelder bei örtlicher Last in Längs- und bei Belastung aus Haupttragwirkung, Tehn. Mitt. Krupp, Band, 30, H2, 1975.
103. Protte, W., Zur Beulung versteifter Kastenträger mit symmetrischem Trapez-Querschnitt unter Biegemomenten - Normalkraft - und Querkraftbeanspruchung, Tehn. Mitt. Krupp, Band 34, H 2, 1976.
104. Protte, W., Zur kombinierten Gurt-Stegblech - Beulung (Gesamstabilität) versteifter I - und Kasten-Träger unter Biegemomenten - Normalkraft - und Querkraftbeanspruchung, Tehn. Mitt. Krupp, Band 36, H3, 1978.
105. Protte, W., Zur Beulung der punktförmig und/oder abschnittsweise kontinuierlich gelagerten, aus Rechtecken zusammensetzbaren Platte, Tehn. Mitt. Krupp, Band 38, H 1, 1980.
106. Protte, W. Zur Gesamstabilität querbelasteter I - Träger mit schmalen Gurten, Tehn. Mitt. Krupp, Band 3 H2 1981.
107. Protte, W., Zur kombinierten Gurt-stegblech-Beulung querbelasteter I-Träger mit einem breiten Gurt, Tehn. Mitt. Krupp, Band 39, H2, 1981
108. Protte, W., Zur kombinierten Gurt-Stegblech - Beulung querbelasteter Kostenträger mit breitem Obergurt, Tehn. Mitt. Krupp, Band 40, H2, 1982.

109. Protte, W., Zur Gesamtstabilität querbelasteter I - Träger mit abgestufter Stegblechdicke, Tehn. Mitt. Krupp, Band 41, H2, 1983.
110. Protte, W., Baulwertberechnungen für ausgewählte Trapez-
- Hohlsteifen, Tehn. Mitt. Krupp, Band 41, H2, 1983.
111. Protte, W., Zur Beulung der Rechteckplatte mit Unstetigkeiten, Tehn. Mitt. Krupp, Band 42, H2, 1984.
112. Protte, W., Zur kombinierten Gurt-Stegblech - Beulung der querbelasteten orthotropen Platte mit I - förmigen Rippen, Tehn. Mitt. Krupp, Band 42 H2 - 1984.
113. Răutu, S. g.a. Statica construcțiilor, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1971.
114. Reitman, M.I.g.a. Metode de proiectare optimă a corpurilor deformabile, Ed. Tehnică - București, 1981.
115. Rusinski, B.g.a. Komputerowe wspomaganie przy konstruowaniu ustrajow nosnych koparek kolowych. Zeszyty Naukowe Politechniki slaskiej, seria mechanika, R.P. Poloni nr. kol. B45, 1985.
116. Rusu, D.g.a., Probleme moderne de rezistența materialelor. Ed. Tehnică, București, 1970.
117. Sandi, H., Metode matriciale în mecanica structurilor, Ed. Tehnică, București, 1975.
118. Sataev, V.G., K pasčetu na pročinnost tonkostennogo korpusa na osnove diskretno-kontinualnoi modeli, Izv., VUZ Aviačionnaja tehnika, U.R.S.S., 26, nr.2, apr.-iunie 1983.
119. Sedl mayer, F., Beanspruchung der Kranträgerobergurte durch die Radlasten der Laufkatze, Tehn. Mitt. Krupp, Band 29, H 3/4, 1971.
120. Silag, Gh., Găganu, I. mecanica, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1981.
121. Siminea, P.g.a. Construcții metalice Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1982.
122. Sofonea, G., Optimizarea structurii de rezistență (găsiu) a autobasculantei U.T.C., contract de cercetare, I.M. Mîrga, 1989.
123. Sofonea, G., Optimizarea structurii de rezistență (găsiului) a buldozerului D.M. 575 și a traversei suspensiei contract de cercetare științifică, I.M. Mîrga, 1989.
124. Sofonea, G., Stadiul actual al metodelor de calcul în domeniul structurilor de rezistență realizate din profile cu pereți subțiri, Referat I, I.P. Timișoara, 1988.
125. Sofonea, G., Contribuții teoretice și experimentale privind optimizarea unor structuri de rezistență realizate din profile cu pereți subțiri, Referat II, I.P. Timișoara, 1989.
126. Sofonea, G., Tiperciuc, Gh., Rezistența materialelor, I.S. Sibiu 1988.
127. Sofonea, G., Tiperciuc, Gh. Determinarea stării de tensiune în elemente de rezistență prin elemente de suprafață. Al. IV-lea Simpozion Național de tensometrie, Brașov, 24-27 sept. 1986.

128. Sofonea, G., Tipericiuc, Gh. Influența adâncimii canalului la determinarea stării de tensiune prin elemente de suprafață, Al IV-lea Simpozion Național de Tensometrie, Brașov, 24-27 sept., 1986.
129. Spirea, B.ș.a. Analiza experimentală a tensiunilor în structura de rezistență a microbuzului ROCAR 106 U, R.T.Tc. nr.8, 1989.
130. Șabac, Gh., Matematicii speciale, vol. I, I^a Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1981, 1983.
131. Teodorescu, P.P.ș.a., Teoria elasticității și introducere în mecanica solidelor deformabile, Ed. Dacia, Cluj-Napoca, 1980.
132. Theocaris, P.S.ș.a. Analiza experimentală a tensiunilor, vol. I, II, Ed. Tehnică, București, 1977.
133. Timoshenko, S.P.ș.a. Teoria stabilității elastice, Ed. Tehnică, București, 1967.
134. Timoshenko, S.P., ș.a. Teoria plăcilor plane și curbe. Ed. Tehnică, București, 1968.
135. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G. Creșterea fiabilității longeroanelor la autobasculante utilizând analiza experimentală a tensiunilor, Al III-lea Simpozion Național de Tensometrie, Timișoara, 1983.
136. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G. Reducerea consumului de material și a tensiunilor maxime în brațele încercătorului frontal de 12 m³, Al III-lea Simpozion Național de Tensometrie, Timișoara, 1983.
137. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Analiza stării de tensiune în brațele încercătorului frontal și optimizarea soluției contrastive. Bul. Creativitate în construcția și fabricarea autovehiculelor, Pitești, 1984.
138. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Cercetări experimentale privind repartiția tensiunilor în longeroanele fabricate de I.M. Mârșa, Bul. Creativitate în construcția și fabricarea autovehiculelor, Pitești, 1984.
139. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Cercetări privind repartiția tensiunilor în brațul oscilant de la autobasculanta AB 55 t, Bul. Creativitate în construcția și fabricarea autovehiculelor, Pitești, 1984.
140. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Diagrame de încărcare a trailerelelor, Bul. St. Șeria Tehnică-Matematică, vol. VII, Sibiu, 1986.
141. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Determinarea experimentală a tensiunilor la gashiul autobasculantei AB 110 DE, Bul. St. Șeria Tehnică-Matematică, vol. VII, Sibiu, 1986.
142. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Analiza solicitărilor elementelor de rezistență ale gashiului autobasculantei AB 55t și în brațele încercătorului frontal de 10 m.c., contract de cercetare, nr. 7/80, I.M. Mârșa
143. Tipericiuc, Gh., Sofonea, G., Analiza solicitărilor în elementele de rezistență ale gashiului autobasculantei AB 110 DE și în brațul oscilant de la AB 55 t, Contract de cercetare, nr. 7/81, I.M. Mârșa.

- 107
144. Tripa, M., Rezistența materialelor, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1967.
 145. Tetliș, B.C. Practiceskii spaso v pasceta uzlov fern s poiasani iz dvutavpov, Stroitelnaia mehanika i rasciot soorujenii, U.R.S.S., 25, nr.1, febr. 1983.
 146. Vasiliev, G.V., Torsiunea structurilor elastice cu pereți subțiri Ed. Academiei, R.S.R., București, 1970.
 147. Vlasov, V.Z., Pieces longues en voiles minces, Edition Eyrottes, Paris, 1962.
 148. Voinea, R.g.a. Elasticitate și plasticitate, vol. I, II, Inst. Politehnic, București, 1970.
 149. Voinea, R.g.a. Mecanica, Ed. Didactică și Pedagogică, București, 1975.
 150. Voinea, R.g.a. Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie, Ed. Academiei R.S.R., București, 1989.
 151. Wang, P.C., Metode numerice și matriceale în mecanica construcțiilor, Ed. Tehnică, București, 1970.
 152. Wierzbicki, T.g.a. On the Crushing Mechanics of Thin, walled Structures, Journal of Applied Mechanics, vol.50, dec. 1983.
 153. Zienkiewicz, C.O., The Finite Element Method in Structural and continuum Mechanics, Mc.Graw Hill, 1977.
 154. x x x Manualul inginerului mecanic, vol. II., Ed. Tehnică, București, 1974.
 155. x x x Manual pentru calculul construcțiilor, Ed. Tehnică, București, 1977.
 156. x x x STAS 10103/0-78, Calculul elementelor din oțel, Ed. Tehnică, București, 1978.
 157. x x x STAS 10103/2-83, Calculul elementelor din oțel alcătuit din profile subțiri formate la rece, Ed. Tehnică, București, 1983.

C U P R I N S

1. Introducere	3
1.1. Notații și terminologie	3
1.2. Importanța temei	5
1.3. Cuprinsul comentat al lucrării	6
2. Stadiul actual al metodelor de calcul în domeniul structurilor de rezistență realizate din profile cu pereți subțiri .	
2.1. Considerații generale	9
2.1.1. Ipoteze de calcul în cazul barelor cu pereți subțiri	10
2.1.2. Puncte caracteristice ale secțiunilor transversale	11
2.2. Calculul de rezistență	12
2.2.1. Calculul de rezistență la structurilor realizate din bare cu pereți subțiri	13
2.2.1.1. Bare cu pereți subțiri profil deschis	14
2.2.1.2. Bare cu pereți subțiri profil închis	18
2.2.2. Stabilitatea structurilor de rezistență realizate din profile cu pereți subțiri	21
2.2.2.1. Considerații generale	21
2.2.2.2. Stabilitatea de ansamblu a barelor cu pereți subțiri	22
2.2.2.3. Stabilitatea barelor cu pereți subțiri profil deschis	23
2.2.2.4. Stabilitatea barelor cu pereți subțiri profil închis	25
2.2.2.5. Probleme speciale de flambaj local	
2.2.2.6. Expresii ale sarcinilor critice de flambaj	28

2.3.	Calculul structurilor realizate din profile subțiri la stare limită	31
2.3.1.	Calculul de rezistență al structurilor realizate din profile subțiri la stare limită	31
2.3.2.	Calculul la stabilitate, la stare limită, a structurilor realizate din pereți subțiri	32
2.3.2.1.	Verificarea stabilității generale .	32
2.3.2.2.	Verificarea stabilității locale . .	32
2.4.	Privire critică asupra stadiului actual al cercetărilor privind metodele de calcul ale structurilor realizate din profile cu pereți subțiri	3 4
3	Contribuții la formularea matriceală a unor soluții semnificative ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate	37
3.1.	Bare cu pereți subțiri, profil deschis	37
3.1.1.	Bară încărcată cu o sarcină concentrată aplicată excentric față de axa centrelor de forfecare	41
3.1.2.	Bară încărcată cu o sarcină uniform repartizată pe o porțiune din deschiderea barei, excentric față de axa centrelor de forfecare . .	42
3.1.3.	Bară solicitată de un moment concentrat, aplicat într-un plan paralel cu axa centrelor de forfecare	45
3.1.4.	Bară solicitată de un bimoment exterior . .	46
3.2.	Bare cu pereți subțiri, profil închis	47
3.2.1.	Bară încărcată cu o sarcină concentrată aplicată excentric față de axa centrelor de forfecare	50
3.2.2.	Bară încărcată cu o sarcină uniform repartizată pe o porțiune din deschiderea barei, excentric față de axa centrelor de forfecare	51
3.2.3.	Bară solicitată de un moment concentrat, aplicat într-un plan paralel cu axa centrelor de forfecare	54
3.2.4.	Bară încărcată cu un bimoment exterior . .	55
3.3.	Rezultate privind variația mărimilor caracteristice ale răsucirii împiedicate pentru câteva cazuri uzuale de încărcare și rezemare a barei . .	56

3.4. Observații și concluzii privind rezultatele obținute pe baza formulării matriceale a unor soluții semnificative a ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate	57
4. Contribuții la optimizarea distribuției de material pe secțiunile barelor cu pereți subțiri	67
4.1. Considerații generale	67
4.2. Secțiuni de tip profil deschis	68
4.2.1. Variația caracteristicilor geometrice la secțiunile de tip I simetric	69
4.2.2. Variația caracteristicilor geometrice la secțiunile de tip I asimetric	73
4.3. Secțiuni de tip profil închis	80
4.3.1. Variația caracteristicilor geometrice la secțiunile de tip cheson simetric	80
4.3.2. Variația caracteristicilor geometrice la secțiunile de tip cheson asimetric	86
4.4. Observații și concluzii privind rezultatele obținute prin optimizarea distribuției de material pe secțiunile barelor cu pereți subțiri	92
5. Contribuții privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din profile subțiri	97
5.1. Considerații generale	97
5.2. Optimizarea elementelor de rezistență realizate din profile subțiri	99
5.2.1. Optimizarea structurilor realizate din bare cu pereți subțiri, profil deschis ..	101
5.2.1.1. Bară realizată dintr-un profil I simetric	103
5.2.1.2. Bară realizată dintr-un profil I asimetric	108
5.2.2. Optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri profil închis	111
5.2.2.1. Bară cu secțiunea de tip cheson asimetric	113
5.2.2.2. Bară cu secțiunea de tip cheson asimetric	117

5.3. Studiul comparativ al tensiunilor pentru diferite tipuri de secțiuni în varianta aceluiași consum de material	123
5.4. Verificarea stabilității generale a elementelor de rezistență realizate	124
5.4.1. Verificarea elementelor cu secțiunea I simetrică	124
5.4.2. Verificarea elementelor cu secțiunea I asimetrică	125
5.4.3. Verificarea elementelor cu secțiunea cheson simetric	126
5.4.4. Verificarea elementelor cu secțiunea cheson asimetric	127
5.5. Observații și concluzii privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din B.P.S.	128
6. Cercetări experimentale privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din profile subțiri	129
6.1. Metode și aparatură utilizate	129
6.2. Contribuții privind studiul și proiectarea unor dispozitive pentru încercări ale elementelor supuse la răsucire împiedicată	130
6.3. Contribuții privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri produse de industria județului Sibiu	139
6.3.1. Determinări experimentale prin fotoelasticitate	143
6.3.2. Determinări tensometrice pe structuri de rezistență în condiții reale de încărcare și exploatare	149
6.3.2.1. Determinări tensometrice pe structura de rezistență a auto-macaralei MM 5	145
6.3.2.2. Determinări tensometrice pe structuri de rezistență ale autobasculantelor	147
6.4. Observații și concluzii privind verificarea experimentală a cercetărilor	152
7. Principalele contribuții ale autorului. Aplicații și perspective ale rezultatelor obținute.	153

7.1. Contribuții privind sistematizarea cercetărilor efectuate pe plan mondial în direcția calculului structurilor realizate din profile cu pereți subțiri	153
7.2. Contribuții teoretice privind formularea materială a unor soluții ale ecuației diferențiale a răsucirii împiedicate	153
7.3. Contribuții privind optimizarea distribuției de material pe secțiunile barelor cu pereți subțiri	154
7.4. Contribuții privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din profile subțiri	154
7.5. Contribuții experimentale și perspective privind optimizarea structurilor de rezistență realizate din bare cu pereți subțiri	155
 BIBLIOGRAFIE	 157
 CUPRINS	 166