

INSTITUTUL POLITEHNIC "TRAIAN VULIA"

TIMISOARA

FACULTATEA DE CONSTRUCTII

Ing.ABDUL RAHMAN MOHAMAD AREP

REZISTENTA LA PORFECARE A BETONULUI SI APLICATIILE  
PRACTICE IN CONTEXTUL GENERAL PRIVIND RUFEREA  
BETONULUI

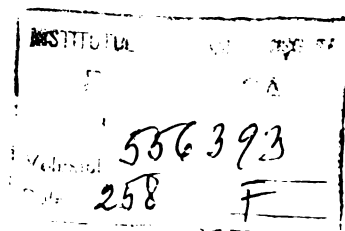
TEZA DE DOCTORAT

Conducător științific:

Prof.dr.doc.ing.IOAN FILIPON

BIBLIOTECA CENTRALĂ  
UNIVERSITATEA "POLITEHNICA"  
TIMIȘOARA

- 1990 -





## C U P R I N S

	<u>PAG.</u>
<b>Capitolul I. INTRODUCERE</b>	
1.1. Considerații asupra obiectului tezei de doctorat	1
1.2. Conținutul lucrării de doctorat	2
<b>Capitolul 2. TEORIILE DE RUPERE ALE BETONULUI SI     REZISTENȚELE ACESTUIA</b>	<b>5</b>
2.1. Rezistența la compresiune	5
2.1.1. Rezistența la compresiune pe cuburi	5
2.1.2. Rezistența la compresiune pe cilindri	5
2.1.3. Rezistența la compresiune pe prisme	6
2.1.4. Comportarea betonului la compresiune din încovoiere	6
2.2. Comportarea betonului la întindere	7
2.2.1. Întindere centrică	7
2.2.2. Rezistența la întindere prin despicare	9
2.2.3. Rezistența la întindere din încovoiere	10
2.3. Rezistența betonului la forfecare	10
2.4. Interpretarea rezistențelor betonului prin teoriile de rupere	<b>20</b>
2.4.1. Considerații privind teoriile de rupere ale betonului	20
2.4.2. Solicitarea biaxială	21
2.4.2.1. Cercetări pe cuburi sau gaibe	22
2.4.2.2. Cercetări pe cilindri plini	23
2.4.2.3. Cercetări pe cilindri goi	24
2.4.2.4. Concluzii privind rezultatele experimentale la solicitare biaxială	24
2.4.3. Solicitarea triaxială	25
2.4.4. Considerații privind folosirea teoriilor de rupere ale betonului la solicitări pe mai multe direcții	26
2.5. Prevederi teoretice ale teoriei de forfecare prin prisma normelor Americane ACI 1986	26
2.5.1. Analiza barelor de forfecare care acționează în secțiunea critică a elementului	26
2.5.2. Teoria modificată a domeniului compresiunii pentru elementele de beton armat supuse forfecării	33

<b>Capitolul 3. ANALIZA NUMERICA A COMPORTARIII ELEMENTELOR EXPERIMENTALE</b>	<b>38</b>
3.1. Starea plană de tensiune	38
3.1.1. Domeniul elastic	38
3.1.2. Domeniul postelastice	39
3.1.3. Elementul finit triunghiular -model de deplasări	41
3.1.4. Elementul finit dreptunghiular - model de deplasări	43
3.1.5. Elementul finit patrulater isoparametric	48
3.2. Utilizarea M.E.F. în analiza stării de eforturi	51
3.2.1. Etapele de calcul	52
3.3. Algoritmi, elaborarea și utilizarea programelor	53
3.3.1. Algoritmi de calcul	53
3.3.2. Elaborarea programelor	55
3.3.3. Exploatarea programelor	57
3.4. Programe pentru analiza stării de eforturi în elementele de beton și beton armat	59
3.4.1. Programul de calcul FEPL	59
3.4.1.1. Domeniul de aplicabilitate	59
3.4.1.2. Structura programului	59
3.4.1.3. Rezultatele oferite de program	60
3.4.2. Programul de calcul IZOP	61
3.4.2.1. Domeniul de aplicabilitate	61
3.4.2.2. Structura programului	61
3.4.2.3. Rezultatele oferite de program	62
3.4.3. Programul de calcul BIOGRAF	62
3.4.3.1. Domeniul de aplicabilitate	62
3.4.3.2. Metoda de calcul	63
3.4.3.3. Structura programului	65
3.4.3.4. Rezultatele oferite de program	66
3.5. Analiza în domeniul elastic	67
3.6. Analiza în domeniul postelastice	72
<b>Capitolul 4. INCERCARI EXPERIMENTALE PE ELEMENTE SUPUSE LA FORȚĂCARE</b>	<b>79</b>
4.1. Introducere	79
4.2. Epruvetele pentru încercare și cofrajul metalic	81
4.3. Metodologia de încercare	87

4.4. Studiul experimental	88
4.4.1. Programul experimental	88
4.4.2. Efectuarea încercărilor experimentale	94
4.5. Analiza rezultatelor experimentale	96
Capitolul 5. APLICATII PRACTICE ALE REZISTENȚEI LA FORȚECARE LA ELEMENTE DIN BETON, BETON ARMAT SI BETON PRECOMPRESAT	147
5.1. Introducere	147
5.2. Plășee fără grinzi	147
5.2.1. Cercetări, teorii și metode de calcul în diferite norme	147
5.2.2. Cercetări privind străpungerea plășeelor fără grinzi	154
5.2.3. Plăci circulare sollicitate de o sarcină concen- trată	154
5.2.4. Model teoretic pentru străpungerea simetrică (sistemul portant al unei dale circulare)	
5.2.5. Capacitatea portantă la străpungere a plă- șeelor fără grinzi	158
5.2.6. Analiza comparativă a prescripțiilor de eva- luare a capacității portante la străpungere în normele de proiectare	162
5.2.6.1. Prevederi de calcul românești	163
5.2.6.2. Prevederi de calcul sovietice SNIP 2.03.01-84 (85)	164
5.2.6.3. Capacitate portantă la străpungere după CEB-FIP	166
5.2.6.4. Prevederi de calcul ACI-318-83-ACI 1977	167
5.2.6.5. Prevederi de calcul engleze CP110	170
5.2.6.6. Prevederi de calcul suedeze BBK 79	171
5.2.6.7. Prevederi de calcul germane DIN 1045	172
5.2.6.8. Concluzii privind prescripțiile de calcul	174
5.2.7. O soluție modernă în problema străpungerii	175
5.3. Influența precomprimării în problemele de străpungere	180
5.4. Complexe rutiere executate cu înbrăcămișii din beton de ciment	185
5.4.1. Fenomenul de forfecare la înbrăcămișii rutiere din beton de ciment	185

5.4.2. Unele considerații privind fisurarea îmbrăcă- minților rutiere din beton de ciment	187
5.5. Comportarea îmbinărilor la structuri din panouri mari	188
5.6. Fundații izolate tip pahar pentru stâlpi prefa- bricați	
Capitolul 6. CONCLUZII	197
BIBLIOGRAFIE	206

## CAPITOLUL I. INTRODUCERE

### 1.1. Considerații asupra obiectului tezei de doctorat

Rezistența la forfecare este o caracteristică fizico-mecanică a betonului asupra căreia s-au făcut puține studii comparativ cu celelalte rezistențe, cu toate că în aplicațiile practice intervine destul de frecvent.

Acest lucru s-a datorat faptului că determinarea pe cale experimentală a rezistenței la forfecare  $R_f$  este o operație foarte greu de efectuat, precum și faptului că la majoritatea epruvetelor experimentale folosite cu acest scop s-a ajuns la concluzia că rupearea se produce datorită depășirii rezistenței limită la întindere  $R_t$ .

Pe baza cercetărilor experimentale efectuate în diferite laboratoare /16/, /12/, /56/ s-a putut stabili cu suficientă exactitate pentru calculele practice corelate dintre rezistența la forfecare  $R_f$  pe de o parte și rezistențele la compresiune  $R_b$  ( $R_c$ ) respectiv la întindere  $R_t$  ( $R_{t1}$ ) pe de altă parte.

În acest fel au putut fi interpretate din punct de vedere teoretic o serie de fenomene legate de rezistențele betonului la solicitări după o singură direcție sau la solicitări biaxiale și triaxiale. Legat de cunoașterea rezistenței la forfecare rămîne un cîmp larg de aplicații practice în care rezistența la forfecare intervine în mod direct fără ca efectul ei să fie în măsură corespunzătoare elucidat.

În această direcție, un domeniu foarte larg îl reprezintă plănsele fără grinzi, situație la care problema străpungerii legată de rezistența la fisurare reprezintă parametrul de bază atît din punct de vedere teoretic cît și sub aspectul aplicațiilor practice.

Tot sub aspectul străpungerii se impun a fi lămurite o serie de probleme practice legate de comportarea fundațiilor pahar, a îmbinărilor la structurile din panouri mari precum și în unele situații ale aplicării precomprimării.

Un aspect aparte îl reprezintă cunoașterea modului de conlucrare a betonului executat în două straturi turnate în perioade diferite, în condiții diferite și de calitate diferite. Această problemă poate interveni atît în construcții civile și industriale cum ar fi cazul plănseelor predală, a elementelor compuse beton armat - beton precomprimat, cît și în cazul execuției axei ranforsării sistemelor rutiere rigide formate din două straturi de beton.

In aceste situații apare o solicitare de forfecare a betonului între cele două straturi, forfecare survenită fie datorită luncărilor produse la fibra de contact dintre cele două straturi ca urmare a solicitării de încercare a sistemului, fie ca urmare a fenomenului de contracție a două betoane de vîrste diferite și de calități diferite.

Avînd în vedere aspectele teoretice ridicate de cunoașterea rezistenței la forfecare, a dependenței rezistenței la forfecare de celelalte rezistențe ale betonului, precum și de aplicațiile practice ale rezistenței la forfecare, prin lucrarea de doctorat s-a căutat să se lămurească unele aspecte ale problemei și să se găsească soluții practice pentru rezolvarea acestor aspecte.

## 1.2. Conținutul lucrării de doctorat

Lucrarea începe printr-un studiu de fundamentare legat de rezistențele betonului, context în care este cuprinsă și rezistența la forfecare.

Acceptînd că rezistența la compresiune este principalul criteriu de calitate a unui beton, că cunoașterea acestei rezistențe dă o vedere de ansamblu asupra celorlalte caracteristici fizico-mecanice ale betonului, capitolul doi al lucrării începe cu o privire de ansamblu asupra acestei rezistențe.

Se analizează apoi rezistența la întindere  $R_t$  sub diferitele aspecte ale determinării ei ca: întindere pură, întindere prin despicare, întindere din încercare  $R_{t1}$  și raportul dintre rezistența la întindere și rezistența la compresiune.

Cu mai multe detalii se studiază apoi rezistența la forfecare apelînd la metodologii mai vechi ca ale lui E. Mörsch, A.A.Gvozdev, O.Graf /16/ /12/ sau mai recente /57/ /50/.

Se face apel la legile de comparație între rezistența la forfecare și celelalte rezistențe ale betonului.

Ca o concluzie la această primă parte se face o analiză a interpretării rezistențelor betonului pe baza teoriilor de rupere.

Tot în acest capitol se fac unele referiri la fenomene specifice privind forfecarea, avînd ca punct de plecare unele prevederi din norme străine și din literatura tehnică de specialitate.

Intr-un capitol aparte se face analiza numerică a comportării elementelor experimentale în scopul definirii stării de tensiune



și a stării de deformare într-o secțiune critică în care se poate produce forfecarea.

Analiza s-a efectuat în domeniul elastic cu ajutorul elementului finit studiind starea de eforturi și de deformări cu ajutorul unui program de calcul (IZOPARAM) și în domeniul post-elastic în scopul urmării comportării elementului experimental până la rupe-re prin program de calcul (BIOGRAF).

Pe baza analizei stării de eforturi în domeniul elastic și post-elastic s-au putut urmări distribuția eforturilor unitare  $\bar{V}_x$ ,  $\bar{V}_y$  și  $\bar{\sigma}_{xy}$  în secțiunile caracteristice precum și posibilitatea efectuării comparației între valorile calculate și cele obținute experimental.

Intr-o a treia parte lucrarea și-a propus și a realizat un studiu experimental privind rezistența la forfecare a betonului, precum și rezistența la forfecare între anumite categorii de betoane turnate la vârste diferite, ca și fără straturi de liant între cele două tipuri de beton.

În acest scop s-a folosit o epruvetă specială cu un cofraj și tehnologie proprie, concepută în cadrul Laboratorului de Beton Armat I.P.Timisoara, care a permis atât determinarea rezistenței la forfecare într-o secțiune bine determinată, cât și rezistența la forfecare între două betoane turnate la vârste diferite.

Pe epruvetele experimentale s-au efectuat măsurători privind starea de eforturi și de deformări care au fost comparate cu calculele efectuate prin analiza numerică a comportării elementelor experimentale.

Odată cu epruvetele preconizate pentru determinarea rezistenței la forfecare au fost efectuate și încercate epruvete pentru determinarea rezistenței la compresiune și a rezistenței la întindere stabilindu-se legi de dependență între  $R_f-R_c$  pe de o parte și  $R_f-R_t$  pe de altă parte.

O parte foarte dezvoltată a lucrării o constituie cea referitoare la aplicațiile practice ale rezistenței la forfecare în cazul elementelor de beton și beton armat și beton precomprimat.

Legată de rezolvarea unor probleme practice, această parte se referă în mod special la problemele de străpungere a plangeelor fără grinzi, a fundațiilor izolate, a comportării îmbinărilor la structurile din panouri mari pentru situațiile la care intervin probleme de străpungere.

Folosirea plameelor dală se impune la realizarea construcțiilor social-culturale și chiar în construcțiile administrative sau de locuit ca urmare a libertății pe care o dau la rezolvarea planurilor de arhitectură precum și din aceea de a realiza suprafețe libere mari, condiții de iluminare mai bune și posibilitatea de modificări în dispunerea încăperilor.

În cazul acestor realizări, o importanță deosebită trebuie dată fenomenului de străpungere legat de rezistența la forfecare a betonului.

Făcînd o analiză critică a cercetărilor în domeniul străpungerii, a teoriilor și metodelor de calcul precăzute în normele din diverse țări, lucrarea prezintă modelul teoretic pentru străpungere precum și aspecte practice ale capacității portante la străpungere a plameelor fără grinzi.

În lucrare sînt abordate în continuare aspectele practice ale rezistenței la forfecare legate de execuția și ranforsarea sistemelor rutiere rigide formate din două straturi de beton de calitate diferite și turnate la vîrste diferite. Conlucrarea dintre un strat existent de beton uzat și un strat de beton nou format pentru ranforsarea sistemului, presupune cunoașterea rezistenței la forfecare dintre cele două straturi, forfecare survenită fie datorită lucrărilor produse la fibra de contact dintre cele două straturi ca urmare a solicitării la încălcare a sistemului, fie ca urmare a fenomenului de contracție a două straturi de beton de vîrste diferite.

În aceeași ordine de idei este necesară cunoașterea comportării la forfecare a betonului în cazul realizării structurilor din panouri mari solicitate la sarcini seismice. Aspectele practice ale aplicării rezistenței la forfecare în cazul acestor structuri este legată în lucrare de modalitățile de alcătuire a îmbinărilor.

## CAPITOLUL 2. TEORIILE DE RUPERE ALE BETONULUI SI REZISTENTELE ACESTUA

### 2.1. Rezistența la compresiune

#### 2.1.1. Rezistența la compresiune pe cuburi ( $R_b$ )

Rezistența la compresiune este principalul criteriu de apreciere a calității unui beton. Cunoașterea rezistenței la compresiune dă indicații suficient de precise asupra rezistenței la alte sollicitări și asupra celorlalte proprietăți fizico-mecanice ale betonului.

În România precum și în alte țări europene, rezistența la compresiune pe cuburi se folosește drept criteriu pentru calitatea betonului sub denumirea de marca betonului. Marca este definită ca rezistența la compresiune centrică a unei epruvete cubice de latură 20 cm, păstrată în regim mixt, încercată după 28 de zile de la confecționare. Marca betonului se notează cu B urmată de valoarea rezistenței prescrisă a betonului.

Ruperea cuburilor se poate produce fără anularea frecării dintre plăcile preseii și suprafețele cuburilor. În acest caz eforturile tangențiale care apar la suprafața de contact împiedică deformația transversală a probei, mărindu-i astfel rezistența. Ruperea se produce prin detașarea părților laterale după plane înclinate la  $30^\circ$  față de verticală și formarea a două trunchiuri de piramidă cap la cap. Dacă se anulează frecarea umflarea transversală este liberă pe toată înălțimea epruvetei, iar ruperea se produce prin apariția fisurilor paralele cu direcția eforturilor de compresiune. În acest caz rezistența la rupere este mai mică decât în cazul precedent și nu depinde de mărimea cubului.

#### 2.1.2. Rezistența la compresiune pe cilindri ( $R_{cil}$ ):

Metodele folosite pe plan mondial au un caracter unitar pentru determinare ( $R_b$ ), ele deosebindu-se doar prin forma și dimensiunile epruvetelor adoptate. Există la oră actuală tendința de a se uniformiza epruvetele și condițiile de determinare a rezistențelor, multe instituții de profil fiind de părere să se adopte epruvete de formă cilindrică cu diametrul de 15 cm și lungimea  $l = 30$  cm, pe motivul că aceste epruvete pot fi folosite atât pentru determinarea lui  $R_b$  cât și pentru determinarea rezistenței la întindere. În STAS 1275-62 există dimensiunile epruvetelor adoptate pentru acest fel de determinare. Corelația între cele două rezistențe prezentate este:

$$\frac{R_{c11}}{R_b} = 0,83 \text{ după STAS 1275-62}$$

$$R_b = 1,25 R_{c11} \text{ după DIN 1045}$$

### 2.1.3. Rezistența la compresiune pe priză ( $R_{pr}$ ):

În calculul elementelor de beton solicitate la compresiune centrică sau excentrică cu excentricitate mică se folosește ( $R_{pr}$ ). Rezistența prismatică a betonului este mai mică decât cea cubică, deoarece efectuarea forțelor de frecare la suprafața de contact este cu atât mai redusă cu cât raportul dintre înălțimea ( $h$ ) și latura secțiunii transversale  $b$  este mai mare. Ruperea unei epruvete prismatice se produce prin formarea de fisuri verticale în zona centrală care se înclină spre capete datorită forțelor de frecare. Ruperea se poate produce și prin alunecare.

Rezistența prismatică poate fi calculată în funcție de marca betonului cu ajutorul relației propuse de A.A.Gvozdev.

$$R_{pr} = \frac{1300 + R_b}{1450 + 3R_b} \cdot R_b \quad (2.1)$$

În tabelul 2.1 în funcție de marca betonului în conformitate cu STAS 8000-67 /105/ se dă corelația între  $R_b$ ,  $R_{pr}$ ,  $R_{c11}$ .

Tabelul 2.1

Marca betonului	B <sub>50</sub>	B <sub>75</sub>	B <sub>100</sub>	B <sub>150</sub>	B <sub>200</sub>	B <sub>250</sub>	B <sub>300</sub>	B <sub>400</sub>	B <sub>500</sub>	B <sub>600</sub>
$R_b$	50	75	100	150	200	250	300	400	500	600
$R_{c11}$	45	65	85	125	165	205	245	325	410	490
$R_{pr}$	40	60	80	115	145	180	210	280	350	470

### 2.1.4. Comportarea betonului la compresiune din încovoiere

În ultimele decenii s-au făcut numeroase propuneri privind diagrama de eforturi unitare din zona comprimată a unui element încovoiat, care să țină seama de plasticizarea betonului înainte de rupere.

Rezultatele analizei efectuate de H.Rüsch /99/ arată că distribuția eforturilor unitare, cât și deformația specifică limită

pot varia într-un interval destul de larg 2 și 7 % în funcție de forma secțiunii transversale și de poziția axei neutre. Apar deci dificultăți în aprecierea valorii limită a efortului unitar din zonă comprimată care se notează ( $R_1$ ).  $R_1$  reprezintă rezistența convențională la compresiune din încovoiere care introduce în calcule în mod corect plasticizarea betonului din zonă comprimată a unui element încovoiat de beton armat.

Prezentind o metodă aproximativă H.Rüsch /99/ propune o repartizare a eforturilor unitare sub formă de parabolă pînă la deformația specifică 2% și apoi completarea cu un dreptunghi pînă la deformația specifică 3,5%. De asemenea, se admite înlocuirea acestei diagrame de repartiție cu un dreptunghi echivalent avînd înălțimea 0,85 X cu:

$$R_1 = 0,78 R_b \text{ pentru B200}$$

$$R_1 = 0,76 R_b \text{ pentru B500}$$

Se admite determinarea rezistenței ( $R_1$ ) în funcție de ( $R_{pr}$ ) pe baza relației:

$$R_1 = 1,25 R_{pr}$$

După cum se poate constata  $R_1 = R_b$  pentru betoane de calitate inferioară și  $R_1 = 0,87 R_b$  pentru betoane de calitate superioară. Se mai admite  $R_{pr} = 0,8 R_b$  respectiv  $R_{pr} = 0,7 R_b$ .

Tabelul 2.2

Marca betonului	B <sub>50</sub>	B <sub>75</sub>	B <sub>100</sub>	B <sub>150</sub>	B <sub>200</sub>	B <sub>250</sub>	B <sub>300</sub>	B <sub>400</sub>	B <sub>500</sub>	B <sub>600</sub>
$R_{pr}$ kgf/cm <sup>2</sup>	40	60	80	115	145	180	200	280	350	420
$R_1$ kgf/cm <sup>2</sup>	50	75	100	140	180	220	260	350	440	520

## 2.2. Comportarea betonului la întindere

### 2.2.1. Întindere centrică

Rezistența și deformațiile betonului la întindere reprezintă caracteristici fizico-mecanice de mare interes tehnic și practic, într-o serie de probleme cum ar fi: problema apariției și dezvoltării fisurilor, problema comportării la eforturi unitare principale, problema comportării celorlalte rezistențe ale betonului.

Ponderea construcțiilor la care rezistența la întindere a betonului este hotărâtoare, (înbrăcămințile pentru drumuri sau pista de aviație și în general construcțiile de beton precomprinat) este relativ mare.

Întindere centrică este o solicitare la care caracterul rupei este prin smulgere. Teoriile structurale reflectă în mod corespunzător acest proces de rupere. Această rupere începe prin apariția de microfisuri în piatra de ciment, la suprafața de contact dintre piatra de ciment și agregate sau în cazuri mai rare chiar în agregate.

Spre deosebire de compresiune monoaxială, unde în primă etapă (de la  $\bar{\sigma}_b = 0$  pînă la  $\bar{\sigma}_b = R_D$ ) se produce o compactare a mărcii betonului prin închiderea microfisurilor inițiale, la întindere centrică procesul de afinare al structurii interne se dezvoltă o dată cu creșterea efortului unitar de la  $\bar{\sigma}_b = 0$  pînă la  $\bar{\sigma}_b = R_t$ .

Structura betonului ca material neomogen cu o serie de goluri în masa lui, pune în evidență și mai clar procesul de afinare internă în cazul întinderii centrice.

Datorită existenței porilor în masa betonului, eforturile unitare inițiale provocate de contracție și de variația umidității se distribuie neuniform în masa betonului. Concentrarea eforturilor unitare de întindere la capetele fisurii au valori pînă la trei ori mai mare decît valoarea medie pe secțiune și se păstrează pînă la rupere. În aceeași măsură microfisurile normale pe direcția eforturilor unitare de întindere se deschid, se unesc în fisuri mai mari, măresc deformațiile elementelor, ducînd la reducerea modulului de elasticitate. Deformațiile betonului la întindere constituie o problemă dificilă din punct de vedere tehnic. Literatura tehnică admite că deformațiile specifice ale betonului solicitat la întindere variază între 0,05 și 0,15 mm/m uneori pînă la 0,3 mm/m, deci aproximativ de zece ori mai mic decît în cazul compresiunii.

În general la betoanele de mărci superioare se înregistrează valori ale deformațiilor specifice limită mai mare decît la betoanele de mărci inferioare. Caracterul de deformație la ultimele betoane este pronunțat elastic, în timp ce deformațiile betoanelor de mărci inferioare prezintă un pronunțat caracter plastic.

De remarcat că alungirea totală a betonului se compune din două părți: alungirea elastico-plastică ( $\epsilon_{el-pl}$ ) și alungirea pur

plastică ( $\varepsilon_{t\text{ pl}}$ ). Mecanismul deformațiilor plastice se explică în felul următor: elementul supus la întindere se deformează la început elastic, componenta gelică din piatră de ciment atinge foarte repede limita elastică și continuă să se deformeze plastic, în timp ce componenta cristalină se deformează elastic reținând în același timp curgerea componentei gelice. În acest stadiu betonul întins se deformează el-plastic. Datorită neomogenității betonului și existenței porilor în masa pietrei de ciment, se produc concentrări de eforturi; unde se produce și curgerea componentei gelice, până când se ajunge la ( $R_t$ ). Valoarea lui  $R_t$  corespunde deformației  $\varepsilon_{t\text{ el-pl}}$ ; se compune din rezistența componentei gelice ( $R_{t\text{ gel}}$ ) și a componentei cristaline ( $R_{t\text{ cristal}}$ ) care corespund deformației plastice.

Cristalele alunecă unele față de altele, se rup în secțiunile mai slabe, componenta cristalină pierzându-și rezistența și predând eforturile componentei gelice. Se înregistrează astfel ramuri descendente a curbei efort-deformație, efortul unitar scade la valoarea ( $R_{t\text{ gel}}$ ) care produc fisuri în beton.

Cunoașterea diagramei  $\sigma - \varepsilon$  complete dă informații clare asupra modului de rupere al betonului.

Rezistența la întindere centrică ( $R_t$ ) a betonului, este cea mai mică dintre rezistențele sale reprezentând doar  $(\frac{1}{10} - \frac{1}{20})R_b$ , funcție de marca betonului.

### 2.2.2. Rezistența la întindere prin despicare ( $R_{td}$ )

Determinarea rezistenței la întindere prin despicare se bazează pe aplicarea problemei de elasticitate a lui Hertz, după care dacă un cilindru este comprimat prin intermediul a două platane plane, așezate după două generatoare opuse, în secțiunea transversală a cilindrului, în lungul diametrului care unește punctele de încălcare, apar eforturi unitare principale de întindere care la limită ating valoarea  $R_{td}$

$$R_{td} = \frac{2P}{d \cdot l} \quad (2.2)$$

$P$  - este forța de compresiune de rupere

$d$  - diametrul cilindrului

$l$  - lungimea cilindrului

Pe baza încercării I.P.T.V.T. s-a stabilit corelația dintre rezistența la întindere prin despicare față de marca betonului /12/:

$$100 \frac{R_{td}}{R_b} = 4,6 R_b^{-0,26} \quad (2.3)$$

$$R_t = 0,81 R_{td}$$

### 2.2.3. Rezistența la întindere din încovoiere ( $R_{ti}$ )

Determinarea rezistenței  $R_{ti}$  se face prin simpla citire a forței care produce momentul încovoietor de fisurare. În multe țări se determină pe baza formulei lui Navier:

$$R_{ti} = \frac{M}{W} = \frac{6M}{bh^2} \quad (2.4)$$

Rezistența ( $R_{ti}$ ) este mult mai mare decât rezistența la întindere centrică  $R_t$  sau  $R_{td}$  cu observația că plastifierea zonei întinse scade pe măsură ce înălțimea  $h$  crește. G.D.Triskreli/116/ a constatat că  $R_{ti}$  scade o dată cu creșterea înălțimii  $h$  a secțiunii elementului.

Deci influența lui  $R_b$  asupra plasticizării betonului întins este evidentă, cu cât betonul este de calitate mai redusă cu atât plasticizarea zonei întinse este mai pronunțată, procesul de microfisurare începând la o treaptă mai mică de încărcare /44/.

### 2.3. Rezistența betonului la forfecare ( $R_f$ )

Scopul studiului de față este acela de a stabili un nou procedeu de încercare la forfecare pură, în vederea completării cunoștințelor asupra caracteristicilor mecanice ale betonului. Pentru această este necesar de a stabili o stare de eforturi tangențiale pure, maxime și uniform distribuite într-o secțiune de rupere, produsă numai sub acțiunea acestei categorii de eforturi. Acest lucru se obține folosind epruvete de încercare de o formă cât mai potrivită.

În acest scop trebuie ca o asemenea epruvetă să fie încercată cu ajutorul unui dispozitiv de solicitare ales astfel încât epruveta să fie supusă numai la acțiunea unei forțe tăietoare simple în secțiunea respectivă, fără nici un moment încovoietor sau forță axială



dind naștere la eforturi tangențiale pure în acea secțiune.

Că dovadă pentru necesitatea determinării acestei caracteristici o constituie numărul mare de tipuri de epruvete, propuse pînă în prezent și prezentate în figura 2.1.

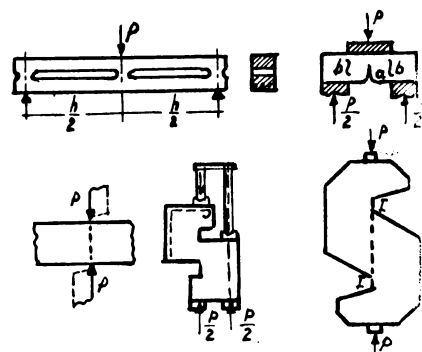


Fig. 2.1. Diferite tipuri de epruvete folosite pentru determinări  $R_f$ .

Prof. E. Mörsch a folosit grinzi cu goluri în axa neutră, la care forfecarea se produce prin solicitare la lunecare longitudinală, figura 2.1.a., și grinzi pline sau prisme cu două secțiuni de forfecare figura 2.1.b.

Rezultatele obținute de E. Mörsch /73/ sînt date în tabelul 2.3.

Tabelul 2.3

Valorile experimentale /12/ ale $R_f$ obținute pe grinzi din mortar						
Compoziția mortarului	1 : 3		1 : 4		1 : 7	
Apa de amestecare	8	14	8	14	8	14
$R$ kgf/cm <sup>2</sup>	280	195	220	153	127	88
$R_t$ kgf/cm <sup>2</sup>	12,6	10,5	9,2	8,8	4,4	5,5
$R_f$ kgf/cm <sup>2</sup>	56	30	31	28	16	19
$R_f/R$	0,129	0,154	0,141	0,183	0,205	0,216

Prof. A. A. Gvozdev a folosit epruvete de tipul prezentat în figura 2.1.c. obținînd pentru raportul  $R_f/R_b$  valori variînd între 0,166 și 0,195.

Prof. N. Iosipescu /56, 57/ a folosit o epruvetă în formă de S, figura 2.1.d. la care printr-o solicitare simplă se produce o forță tăietoare pură în secțiunea de rupere I-I. Epruvetei propuse de Gvozdev și Iosipescu i s-au adus următoarele modificări:

1. Simplificarea sistemului de încărcare;
2. Reducerea greutății proprii a epruvetei;
3. Incadrarea înălținii probei în limita cursei preselor de încercare a betonului la compresie.

Pentru forma de epruvetă propusă, stabilită pe bază unor

încercări fotoelastice preliminare, s-a făcut apoi un studiu fotoelastic complet pe modele reduse la scara 1/4, precum și un studiu pe piese de beton în mărime naturală.

Studiul fotoelastic avea drept scop să stabilească:

1. Forma optimă a epruvetei preconizate;
2. Influența sistemului de încărcare asupra stării de sollicitare a piesei (concentrat sau distribuit);
3. Starea de eforturi din epruvetă în domeniul elastic.

Cercetările calitative au fost făcute la solicitări concentrate și distribuite. Ele sînt exemplificate în figura 2.3. prin fotografiile izoclinelor. Rețeaua de izocline la cele două încercări,

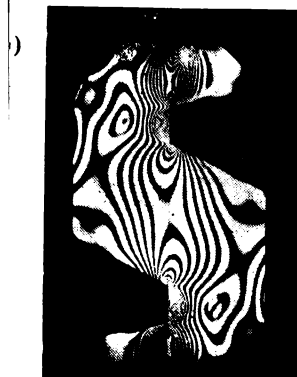
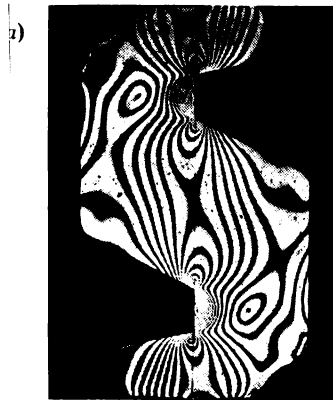
cu forța concentrată și distribuită, arată că starea de eforturi în secțiunea de forfecare este practic independentă de modul de sollicitare ales în cele două ipoteze de acțiune a forțelor. Ele justifică aplicarea principiului lui Saint-Venant pentru zona centrală a epruvetei.

Particularitățile pe care le prezintă rezultatele calitative, obținute prin încercarea modelului din plexiglas, din punct de vedere fotoelastic sînt:

1. Existența a două puncte numite circulare sau izotrope, pentru că în ele direcțiile eforturilor principale sînt nedeterminate;

2. Existența unor puncte singulare de conturi cu caracter de puncte de concentrare de tensiuni la colțurile intrînde, a unor puncte singulare de colț neutre și de contur intermediar.

Diagramele de variație ale tensiunilor  $\bar{\sigma}_x$ ,  $\bar{\sigma}_y$ ,  $\bar{\tau}_{xy}$  pe



secțiunea critică au fost determinate cu ajutorul metodei diferenței tensiunilor tangențiale a lui Frocht. Cele trei eforturi se determină astfel:

- tensiunea tangențială  $\sigma_{xy}$  este dată de relația fundamentală:

$$\sigma_{xy} = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{2}}{2} \sin 2\theta \quad (2.5)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_0 \sqrt{\sigma_0}}{2} \sin 2\theta$$

$K$  - este ordinul izocromatice

$\sqrt{\sigma_0}$  - tensiunea etalon

$\theta$  - unghiul de direcție principală a lui  $\sigma$  cu axa  $Ox$

Tensiunile  $\sqrt{\sigma_x}$ ,  $\sqrt{\sigma_y}$  se determină cu ajutorul ecuațiilor diferențiale de echilibru în coordonate rectangulare /56/.

Analiza acestor tensiuni conduce la următoarele concluzii:

1. Eforturile tangențiale sînt distribuite neuniform pe secțiunea critică, cu creșteri mari către capetele secțiunii. Între efortul maxim din punctele de la extremități și cel minim din mijlocul secțiunii există un raport aproximativ de:  $\sigma_{\max} / \sigma_{\min} \approx 3$ . Pentru calculul tensiunii tangențiale de rupere, rezistența medie obținută prin împărțirea forței de rupere la secțiunea de forfecare, ar trebui afectată de un coeficient de concentrare de tensiuni care, în studiul elastic pe baza cercetărilor fotoelastice s-ar putea lua aproximativ egal cu  $\alpha = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{med}}} \approx 1,2$ . Acest coeficient poate să se reducă prin apariția deformațiilor plastice înainte de ruperea epruvetei.

2. Tensiunea  $\sqrt{\sigma_x}$  este aproape constantă în jumătatea centrală a secțiunii critice, pentru ca apoi să scadă, trecînd de la valori pozitive (întîndere) la valori negative (compresiune), către colțurile intrînde a secțiunii critice. Valorile din aceste puncte nu au putut fi determinate exact pe cale fotoelastică, punctele amintite fiind de fapt puncte de concentrare de tensiuni, deci centre de plastifiere a materialului din model.

Valoarea efortului  $\sqrt{\sigma_x}$  în punctele intrînde nu prezintă însă o importanță deosebită pentru epruveta de beton, întrucît este vorba despre un efort de compresiune mult mai mic decît valoarea lui  $\sqrt{\sigma_y}$  din același punct. În schimb, un interes deosebit îl prezintă valoarea

rea lui  $\sqrt{x}$  din mijlocul secțiunii I-I.

Intr-adevăr dacă o comparăm cu valoarea maximă a efortului de forfecare:

$\frac{\sigma_{\max}}{\tau_{x \max}} \approx 3,8$  obținem o valoare ce depășește raportul rezistențelor clasice de rupere la forfecare și întindere a betonului

$$\frac{R_f}{R_t} = 2.$$

De aici s-ar desprinde concluzia că, ruperea acestei epruvete la beton s-ar putea produce datorită depășirii rezistenței la forfecare.

Pentru o lămurire mai completă a problemei modului de comportare în domeniul plastic, Hiltcher și alții au făcut un model de celuloid, supus unor studii de fotoplasticitate. S-a constatat că se produce o plastifiere a materialului în colțurile întrînde, ce se întinde pe latura scurtă dinspre interiorul piesei. Astfel se poate presupune că ruperea s-ar produce prin amorsarea secțiunii din punctele I-I dacă materialul (beton) ar avea o comportare elastoplastică asemănătoare celuloidului, singurul model care dă rezultate concludente și definitive în această problemă.

Considerînd însă valoarea raportului  $\frac{\sigma_{IV}}{\tau_x} = 0,5$  din mijlocul secțiunii critice foarte mică față de acei al rezistențelor de rupere la forfecare și întindere ( $R_f = 2R_t$ ), se poate considera că în cazul în care ruperea epruvetei începe din mijlocul secțiunii, ea se produce la un efort de întindere.

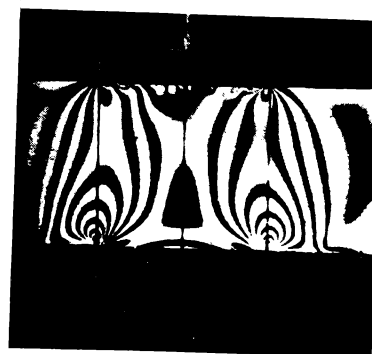
3. Distribuția eforturilor  $\sqrt{y}$  de compresiune în aceeași secțiune poate fi asemănătoare cu alțiura diagramei  $\sqrt{x}$ , dar nu prezintă un interes prea mare, dacă ținem seama că raportul  $\frac{R_b}{R_t} \approx 10$ .

Se știe că nici unul din procedeele de încărcare la forfecare, existente pînă în prezent, nu corespunde scopului urmărit, de a se realiza o stare de eforturi tangențiale pure, maxime și uniform distribuite într-o secțiune de rupere produsă numai sub acțiunea acestei categorii de eforturi.

Obținerea unei sollicitări produse de o forță tăietoare simplă, care să dezvolte eforturi tangențiale ( $\tau$ ) fără nici un fel de eforturi normale ( $\sigma$ ) nu a putut fi realizat datorită legăturii strinse între ( $T$ ) și ( $M$ ) (pentru o grindă  $dM = T \cdot dx$ ). Din acest motiv,

această solicitare este însoțită de eforturi normale ( $\sigma$ ) rezultate din solicitarea dată de momentul încovoietor. Autorii spun că încercarea la forfecare pură este o problemă de viitor, nerezolvată încă.

Se poate constata de asemenea, din rezultatele obținute prin studiul fotoelastic informativ asupra încercărilor de forfecare produse într-o singură secțiune executate prin acțiunea de tăiere a unor muchii vii, la care aspectul acestei solicitări este absolut asemănător aceluia al unei compresiuni concentrate bilaterale, a concentrării mari de tensiune în dreptul punctelor de aplicare ale forțelor. Secțiunea de apă-zisă forfecare fiind de fapt o secțiune de simetrie a solicitării respective (figura 2.4). De asemenea și pentru solicitări de forfecare produse în două secțiuni (figura 2.5)



se constată concentrări mari de tensiuni rezultate, din cauza unei ușoare încovoieri. Pentru materiale considerate drept casante (betonul), a căror rupere se produce mai degrabă la rezistențele lor principale de întindere. chiar și atunci când piesele respective sînt solicitate la forfecare pură (deci înainte ca ( $\sigma$ ) să fi ajuns la limita pentru care se produce ruperea) este de asemenea important de a se determina rezistența maximă la forța tăietoare. Aceste rezistențe sînt importante chiar și atunci cînd această rupere se produce în formă de trepte, în lungul acelei secțiuni de forfecare la acțiunea eforturilor principale de întindere  $\sigma_1$  (figura 2.6).

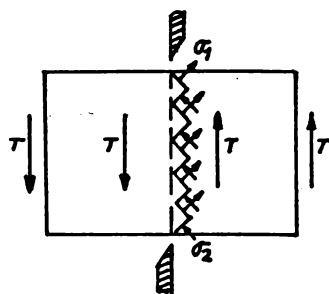


Fig.2.6 Dezvoltarea eforturilor unitare principale  $\sigma_1$  și  $\sigma_2$  într-o secțiune supusă la forfecare.

covoietor ce variază liniar cu schimbarea de semn, în secțiunea corespunzătoare punctului de inflexiune, adică valorii zero a momentului încovoietor (figura 2.7). În dreptul punctului de inflexiune (o) solicitarea care acționează este numai forța tăietoare.

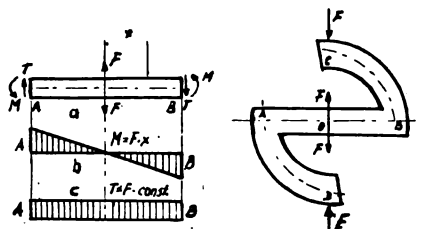


Fig.2.7 Modele pentru realizarea solicitării de forfecare pură

totuși ruperea epruvetei de această formă numai la solicitarea de forță tăietoare  $T$ , deci a eforturilor tangențiale pure din acea secțiune, va trebui să se producă în secțiunea de moment nul o slăbire a secțiunii grinzii cu ajutorul unor creștături (figura 2.8). Prin alegerea potrivită a formei și adâncimii acestor creștături, va trebui să se ajungă la o creștere suficientă a lui  $(I_{xy})$  din secțiune de forfecare pură, urmărind însă să nu se producă concentrări de tensiuni la capetele secțiunii slăbite. Prin potrivirea adâncimii

Problema care se pune deci este de a se stabili o formă de solicitare produsă de către o forță tăietoare simplă ce acționează într-o secțiune a epruvetei, fără ca să intervină și un moment încovoietor.

O astfel de solicitare se poate realiza, pe o bară dreaptă acționată de un moment în-

Studiul teoretic și experimental al regiunii punctelor de moment nul ale unor bare drepte a fost realizat de către Temmermann și Blanjean /113/. Ruperea unei asemenea epruvete, nu se va produce niciodată în dreptul punctului (o), deoarece în punctele vecine acționează în plus și momentul încovoietor. Pentru a se putea realiza

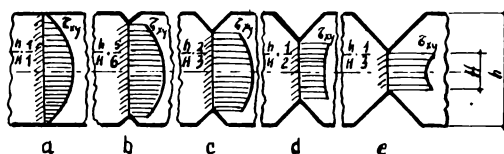


Fig. 2.8 Distribuția eforturilor unitare tangențiale în secțiunea critică.

aceea din dreptul punctului de inflexiune al grinzii din figura 2.7.

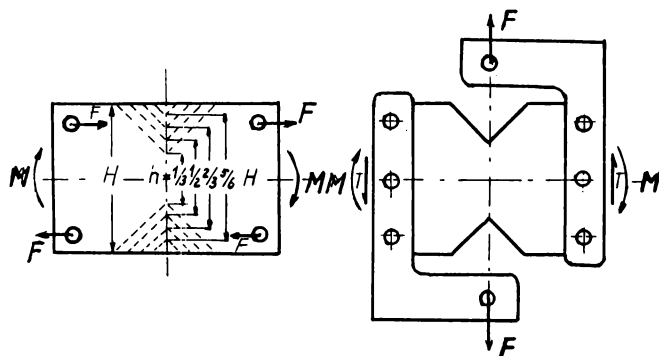


Fig. 2.9 Model pentru stabilirea adâncimei creștăturilor.

pornind de la modelul fără secțiune slăbită, de o lățime de 60 mm, prevăzută apoi cu creștături de formă indicată și adâncimi succesive, variind din 5 în 5 mm până la 20 mm reprezentate punctat pe figura 2.9. Mergând pe același principiu, dar folosind un model din fenolformaldehidă, s-a obținut pentru epruveta neslăbită forma din (figura 2.10), iar pentru epruveta cu slăbiri egale cu un sfert din înălțimea epruvetei (figura 2.11).

Se constată că numai în cazul unor adâncimi ale creștăturilor egale cu un sfert din înălțimea epruvetei se obține o repartiție uniformă a eforturilor tangențiale pure.

S-a mai realizat o altă încercare fotoelastică pe un model din araldit prezentat în figura 2.12 pentru două feluri de solicitări.

creștăturilor se poate obține o repartiție cât mai uniformă a eforturilor tangențiale, condiție ce s-a putut realiza numai pe baza unui studiu fotoelastic, pe un model în (figura 2.9) care se produce o solicitare principală analogă cu

acesta din dreptul punctului de inflexiune al grinzii din figura 2.7. Acest nodul de solicitare duce la o forfecare pură în secțiunea mijlocie (figura 2.9.b). Creștăturile în formă de "V" vor trebui să fie de o formă cu înclinarea laturilor de  $45^\circ$  ca să traverseze traiectoriile eforturilor principale. Pentru a determina adâncimea optimă s-au conceput fotoelastic diferite modele,

556 393  
258 F



Rezultă deci din acest studiu fotoelastic că, în cazul unei epruvete prevăzută cu creștături în formă de "V" cu înclinare la  $45^\circ$ , solicitată la o încovoiere cu o variație liniară ce schimbă de semn și cu o valoare nulă a momentului încovoiător în dreptul secțiunii minime, se obține o forfecare pură cu valori maxime și uniforme distribuite ale eforturilor tangențiale în acea secțiune. Acest sistem de determinare a lui  $R_f$  a fost prevăzut pe oțeluri la care  $R_f < R_t$ . S-a propus realizarea unui brevet și pentru determinarea rezistenței  $R_f$  a betonului folosind același tip de epruvete, se pare că procedeul nu poate fi aplicat betonului ( $R_f < R_t$ ), deoarece ruperea se produce prin apariția fisurilor înclinate la  $45^\circ$  datorită depășirii rezistenței  $R_t$  a betonului. Acest studiu constituie baza pentru alcătuirea unei serii de procedee noi de încercări la forfecare pură a betonului avînd în vedere nesiguranța și lipsa de precizie a acestei probleme practice din teoria betonului, a comper-



tării și rezistenței la forfecare pură a acestui material. .

Încercările făcute pe piese din beton au urmărit verificarea distribuției tensiunilor în secțiunea critică. Starea de eforturi în această secțiune este prezentată în detaliu în capitolul 3.

Revenind la comportarea pe ansamblul secțiunii se observă că există o asemănare suficient de bună între diagramele stabilite pe cale fotoelastică și cele obținute pe beton. Deosebirea apare totuși în întinderea zonelor comprimate. Reducerea observată la beton ar putea fi accentuată de caracterul de medie pe o anumită regiune a măsurătorii cu traductorul electric rezistiv.

Valorile deformațiilor înregistrate la întindere și dezvoltarea lor puternică în zonă centrală obținută la încercările pe beton au format convingerea că ruperea epruvetei se produce prin eforturi de întindere sau întindere și forfecare. Rezistența betonului la forfecare trebuie să fie de cel puțin patru ori mai mare decât rezistența la întindere pe aceeași secțiune.

În mod practic, studiul acestui tip de epruvetă poate folosi la determinarea rezistenței  $R_t$  a betonului, folosind următoarea formulă:

$$R_t = \frac{2P}{\pi \cdot \alpha \cdot b \cdot h} \quad (2.6)$$

în care:  $P$  - forța exterioară

$b$  - lățimea secțiunii

$h$  - înălțimea secțiunii

$\alpha$  - coeficient ce-l afectează pe  $h$  ( $\alpha = 0,8$ )

Fra intermediul rezistenței  $R_t$  obținută se poate determina rezistența  $R_f$  convențională, ținând seama că  $R_f/R_t = 2$ .

După O.Graf /50/ rezistența la forfecare crește cu marca betonului aproape liniar așa cum se poate constata din figura 2.13.

Pentru calcule se apreciază ca apropiată de realitate valoarea  $R_f = (0,2 \dots 0,3)R_b$ . În funcție de rezistența la întindere din încovoiere  $R_{t1}$ , rezistența la forfecare poate fi:  $R_f = 1,6 R_{t1}$ , valoare indicată de O.Graf /50/ pe baza rezultatelor prezentate în figura 2.14.

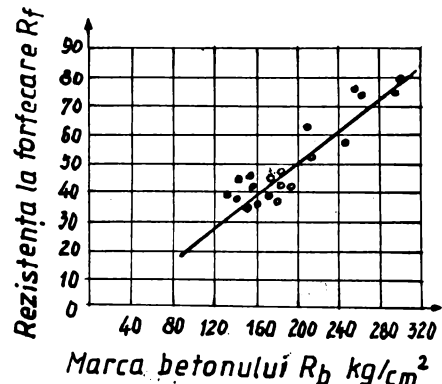


Fig. 2.13 Rezistența la forfecare în funcție de marca betonului

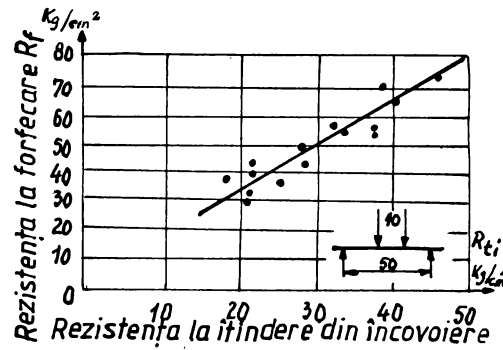


Fig. 2.14. Rezistența la forfecare în funcție de  $R_{ti}$   $kg/cm^2$

## 2.4. Interpretarea rezistențelor betonului prin teoriile de rupere

### 2.4.1. Considerații privind teoriile de rupere ale betonului

Dezvoltarea teoriei de calcul a construcțiilor a admis necesitatea studierii ruperii betonului la stări de solicitare după mai multe direcții. Acest studiu este greu de efectuat din cauza neomogenității materialului. Având în vedere complexitatea fenomenului ruperii și diversele criterii de rupere teoriile de rupere se împart în următoarele categorii principale:

a) - Teoriile fenomenologice de rupere ale betonului (clasice):

Aceste teorii consideră un corp omogen, elastic izotrop și continuu. Scopul acestor teorii este stabilirea legilor după care se produce ruperea materialului supus unei stări complexe de eforturi. Ele caută să definească un criteriu care să fie un invariant al stării de eforturi, adică să nu depindă de alegerea axelor de coordonate.

Starea de eforturi se stabilește printr-o funcție care leagă eforturile de proprietățile materialului de forma:

$$F(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \epsilon, \mu) = 0$$

Cei șase componenți ai tensorului efort unitar pot fi înlocuiți prin eforturi unitare principale având  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

Teoria eforturilor unitare principale maxime (Galilei, Rankine, Lamé, Navier) consideră ca ruperea să se producă când

efortul maxim depășește rezistența de rupere a materialului. Teoria deformațiilor specifice maxime (Mariotte, Saint-Venant, Bach) consideră că ruperea se produce când alungirea specifică maximă depășește alungirea specifică limită. Teoria eforturilor unitare tangențiale maxime (Coulomb, Tresca, Mohr) consideră că ruperea se produce dacă efortul unitar tangențial maxim depășește o anumită valoare critică  $\tau_{\max} \leq \tau_{cr}$ . Teoria lucrului mecanic specific maxim (Beltrami) consideră că ruperea se produce la depășirea lucrului mecanic specific corespunzător unei solicitări de întindere sau compresiune.

b)- Teoriile statistice de rupere ale betonului:

Teoriile statistice pleacă de la concluzia generală că procesul ruperii este precedat de procesul formării și dezvoltării microfisurilor, care la apariția lor sînt orientate normal pe direcția eforturilor unitare de întindere maxime.

Se acceptă în general că repartiția neomogenităților în material, funcție de gradul lor de pericolozitate, în cazul stării omogene de eforturi, se face după legea distribuției normale a lui Gauss.

Aceste teorii fundamentale de A.A.Gvozdev, S.D.Volkov și alții, nu pot scoate în evidență caracterul treptat al ruperii și nu au reușit să ducă la elaborarea unei legi care să exprime în mod satisfăcător variația rezistențelor în funcție de dimensiunile epruvetelor încercate. De asemenea, ele nu țin seama de o serie de factori care în cazul betonului influențează simțitor rezistențele, cum ar fi: factori tehnologici legați de compoziția și de compactarea betonului prin influența volumului de goluri și prin această proprietate legată de rezistențele și deformațiile betonului.

c)- Teoriile structurale de rupere ale betonului:

Aceste teorii consideră că ruperea betonului se produce prin smulgere sau decoziune după direcția alungirii maxime și că ruperea are un caracter treptat. Caracterul treptat al ruperii este pus în evidență prin compromiterea compactității betonului, datorită afinării structurii materialului, prin apariția și dezvoltarea microfisurilor.

#### 2.4.2. Solicitarea biaxială

Studiul complet privind ruperea betonului la solicitări biaxiale presupune cercetări în următoarele domenii:

- compresiune pe ambele direcții;

- compresiune pe o direcție și întindere pe cealaltă;
- întindere pe ambele direcții.

Epruvetele folosite sînt cuburi sau gaibe de beton, cilindri plini și goi.

#### 2.4.2.1. Cercetări pe cuburi sau gaibe:

A.Föppel /52/ a folosit un dispozitiv pentru domeniul compresiune-compresiune, la care transmiterea încărcărilor se face prin intermediul unor plăci rigide. Pentru anularea frecărilor s-a introdus un strat de lubrifiant între placă și cub.

Pe baza încercărilor s-au obținut următoarele valori:

$$\frac{R'_c}{R_c} = 0,56 \dots 0,61; \quad \frac{R'_{c2}}{R_c} = 1,93 \dots 1,81; \quad R'_{c2}/R'_c = 0,58 \dots 0,54.$$

$R'_c$  - este rezistența la compresiune monoaxială, fără anularea frecărilor;

$R'_c$  - este rezistența la compresiune monoaxială cu anularea frecărilor;

$R'_{c2}$  - este rezistența la compresiune biaxială, fără anularea frecărilor;

$R'_{c2}$  - este rezistența la compresiune biaxială cu anularea frecărilor.

Se constată o reducere importantă a rezistenței în cazul anulării frecărilor. Creșterea maximă a rezistențelor s-a obținut pentru  $\sqrt{2}/\sqrt{3} = 0,55$  și este de 36 - 47% față de solicitarea monoaxială (pentru  $\sqrt{2} = \sqrt{3}$  creșterea rezistențelor de rupere este de 19 - 29%).

H.Hilsdorf /52/ a ajuns la concluzia că nu se realizează o stare de solicitare biaxială clară, pentru că se produce o frecare care împiedică deformația transversală creînd o stare de eforturi triaxială. Pentru a evita aceste dificultăți a realizat niște plăci rigide în sensul încercării dar foarte subtile sub forma unor perii de oțel. În aplicarea încărcării monoaxiale prin perii, rezistența de rupere a betonului este egală cu cea prismatică și în cazul compresiunii biaxiale se obțin creșteri de 37% față de rezistența monoaxială, pe cînd prin utilizarea periilor de oțel această creștere a scăzut pînă la 12%. Ruperea în cazul compresiune-compresiune prin formarea de fisuri ce au un unghi de înclinare de 18 - 27° față de planul încărcării. Ruperea în cazul compresiune-întindere apare prin alunecare. Ruperea în cazul întindere-întindere se produce perpendicular pe direcția efortului unitar mai mare.

Rezultatele experimentale obținute de Kupfer sînt prezentate în diagramele din figura 2.15. Se constată că în cazul compresiunii

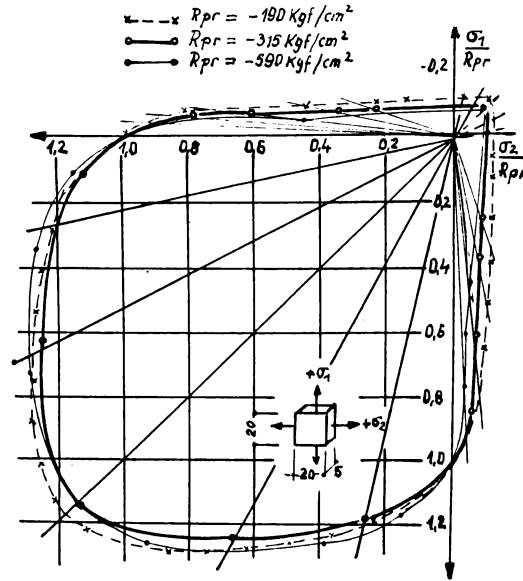


Fig.2.15. Rezultatele experimentale obținute la solicitări biaxiale pentru diferite calități de betoane.

biaxială rezistențele de rupere sînt puțin influențate de marca betonului. Pentru domeniile întindere-compresiune și întindere-întindere rezistențele scad cu creșterea mărcii betonului (creșterea maximă pentru  $\sqrt{2}/\sqrt{3} = 1/2$  este de 27%).

#### 2.4.2.2. Cercetări pe cilindri plini

Astfel de cercetări bi și triaxiale au fost efectuate de F.Richart, A.Brandtzaeg și R.Brown /94/. Pentru cele două eforturi  $\sqrt{2} = \sqrt{3}$  s-au obținut valori cuprinse între 0,91 și 1,67 din  $R_{pr}$ . Cilindrii plini solicitați

la desplicare au fost folosiți de H.Weigler și G.Becher /120/. Pentru compresiune-întindere rezultatele sînt prezentate în figura 2.16.

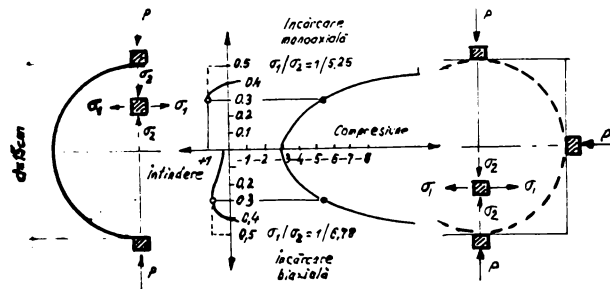


Fig.2-16. Incecarea epruvetelor cilindrice la compresiune biaxială.

### 2.4.2.3. Cercetări pe cilindri goi:

Au fost studiate de B.Bresler și K.S.Pister pentru domeniul compresiune-întindere, considerând o repartizare uniformă a efortului unitar pe grosimea peretelui, deoarece raportul dintre grosimea peretelui și raza de curbură este mare, devierea de la repartizarea uniformă a tensiunilor este mare și ca atare nu poate fi neglijată.

### 2.4.2.4. Concluzii privind rezultatele experimentale la solicitare biaxială

Rezultatele încercării la solicitare biaxială cu sau fără perii de oțel, în comparație cu alte cercetări sînt prezentate în (figura 2.17). Se poate trage concluzia că rezultatele obținute prin folosirea periiilor de oțel sînt cele mai apropiate de realitate.

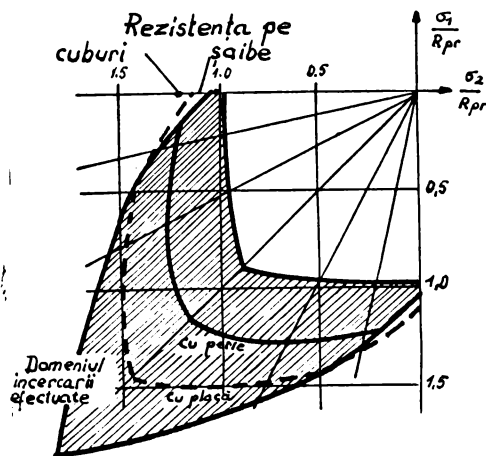


Fig.2.17. Rezultatele experimentării la compresiune biaxială.

Din cercetările lui Kufer rezultă următoarele concluzii:

- Rezistențele de rupere pentru compresiune biaxială sînt puțin influențate de  $R_p$ .
- Rezistențele de rupere în domeniile întindere-întindere și întindere-compresiune sînt influențate de marca betonului.

-creșterea maximă a rezistenței este de 27% obținută pentru  $\sqrt{I_1/I_2} = 2,00$ ; iar pentru  $\sqrt{I_1/I_2} = 1$  această creștere este de 16%;

-deformațiile specifice de rupere cresc în cazul com-

presiei biaxiale;

- domeniul elastic al betonului se extinde pînă la o valoare de  $0,35 R_{pr}$ ;
- coeficientul deformației transversale  $\mu$  rămîne practic constant pînă la  $(0,8 - 0,9) R_{pr}$  cu o valoare  $(0,18 - 0,23)$ .
- creșterea rezistențelor la compresiune biaxială este rezul-

tatul împiedicării dezvoltării microfisurilor ca urmare a eforturilor pe două direcții.

#### 2.4.3. Solicitarea triaxială

Primele încercări au fost efectuate de Considere și au condus la realizarea stîlpilor fretați. Ele au fost efectuate pe cilindri de mortar supuși unei presiuni hidrostatice pe suprafața laterală și unei compresiuni axiale.

N.S.Krishnaswamy dă o explicație fenomenului prin compararea procesului de microfisurare în cazul încercărilor mono și biaxiale luînd două serii, prima serie nu s-au luat măsuri pentru eliminarea eforturilor unitare secundare, iar în a doua serie cu anularea frecării. Se constată o reducere importantă a rezistențelor în cazul anulării frecărilor. Se poate trage concluzia că la compresiune biaxială formarea microfisurilor este întîrziată, ceea ce atrage după sine creșterea rezistențelor. Se constată însă că în apropierea rupei, aria fisurilor este aceeași atît în cazul solicitărilor triaxiale cît și în cazul celor monoaxiale.

#### 2.4.4. Considerații privind folosirea teoriilor de rupere ale betonului la solicitări pe mai multe direcții

Avînd în vedere rezultatele experimentale obținute la solicitări pe mai multe direcții, se poate face o analiză a modului în care pot fi folosite criteriile de rupere (2.4.1.a). După teoria efortului unitar maxim, ruperea betonului la solicitări bi și triaxiale ar trebui să aibe loc la atingerea valorii de rupere a solicitărilor monoaxiale. Toate experiențele au indicat o creștere a rezistențelor, ceea ce infirmă această teorie de rupere.

Teoria deformațiilor specifice maxime nu este satisfăcătoare pentru beton (neelastic și anizotrop).

Teoria efortului unitar tangențial maxim și teoria lui Mohr neglijează influența efortului unitar intermediar

Teoria lucrului mecanic specific de modificare a formei, duce la concluzia că pentru solicitări biaxiale la care solicitarea mai mică produce eforturi unitare sub  $R_{pr}$ .

Pentru compresiune triaxială se compară rezultatele experimentale cu cele teoretice în (figura 2.18), se constată că diferențele între cele două rezultate cresc o dată cu creșterea eforturilor unitare.

În domeniul valorilor mici ale eforturilor unitare  $\sqrt{\sigma_1} = \sqrt{\sigma_2}$  există o concordanță satisfăcătoare.

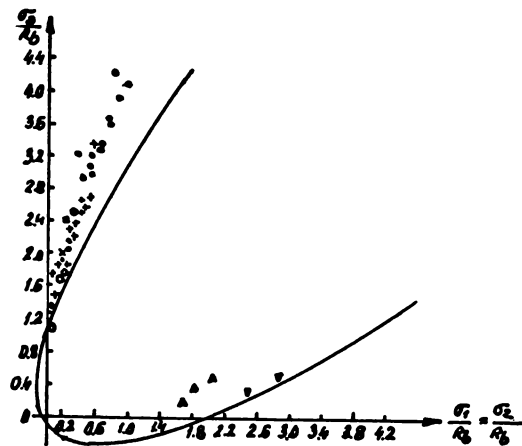


Fig. 2-18. Comparație între rezultatele experimentale și teoretice la compresiune triaxială.

Rezultatele experimentale ale lui Richart sînt prezentate în figura 2.19 cu linie plină, cînd  $\sqrt{\sigma_1} = \sqrt{\sigma_2}$  și  $\sqrt{\sigma_3}$  crește, iar cu linie punctată cînd  $\sqrt{\sigma_1} = \sqrt{\sigma_2}$  crește și  $\sqrt{\sigma_3}$  rămîne constant. Se constată că

$$\sqrt{\sigma_3} = R_{pr} + 4,1 \sqrt{\sigma_1} \text{ pentru primul caz}$$

$$\sqrt{\sigma_3} = R_{pr} - 1,5 + 2,5 \sqrt{\sigma_1} \text{ (2.7) pentru al doilea caz.}$$

Aceste rezultate sînt apropiate de cele teoretice.

Cercetările experimentale privind solicitarea triaxială nu sînt concludente din cauza deficiențelor de realizare a unei stări de solicitare clară.

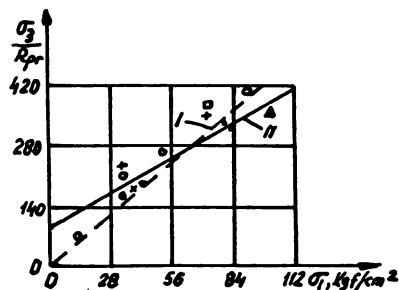


Fig. 2-19. Rezultate experimentale obținute la compresiune triaxială.

## 2.5. Prevederi teoretice a teoriei de forfecare prin prisma normelor Americane ACI 1986

### 2.5.1. Analiza barelor de forfecare care acționează în secțiunea critică a elementului

Acest capitol prezintă comportarea și rezistența barelor de forfecare care acționează în secțiunea critică a elementului. Această



comportare ar ajuta să prevedem caracteristicile de deformare și rezistența ultimă care corespunde forfecării de alunecare de exemplu între un stîlp și o grindă (figura 2.20).

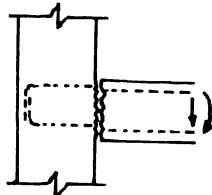


Fig. 2.20 Model de solicitare la forfecare între stîlp și grindă [7].

Printre sistemele experimentale folosite pentru testarea barelor de pană la forfecare [1, 7, 64], se numără și cele propuse de Parviz Soroushian, Kienuwa Obaski, Maximo C.. Sînt prezentate în figura 2.21 sistemele ce dau o mai bună idealizare a secțiunii barelor de pană în miezul de beton la o solicitare de forfecare în secțiunea critică a miezului de beton. În interfețe între cele două corpuri sînt amplasate două table subțiri de alamă. Barele de pană testate sînt de dimensiuni pînă la 12,7 mm. Ruperea elementului a fost reali-

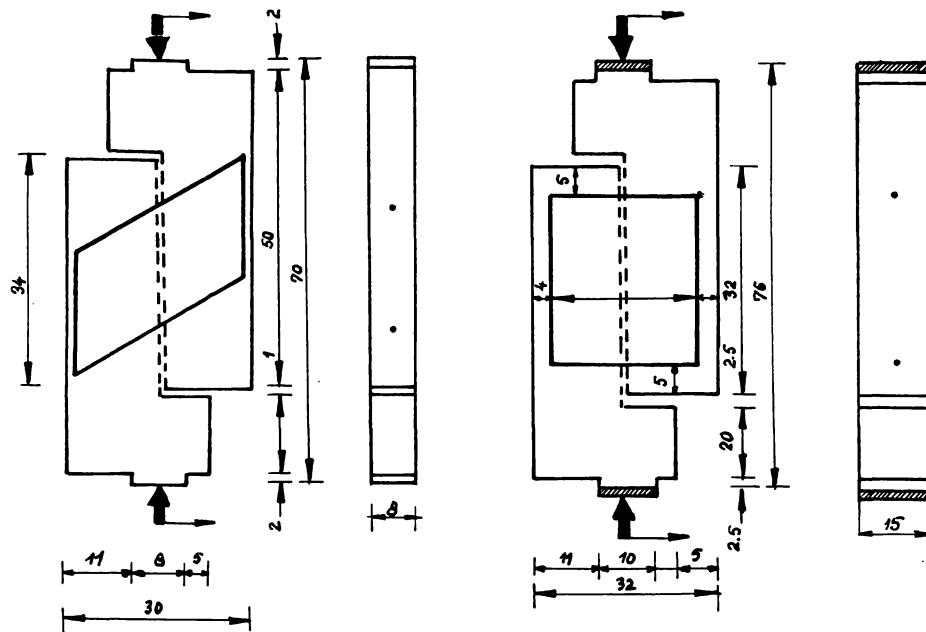
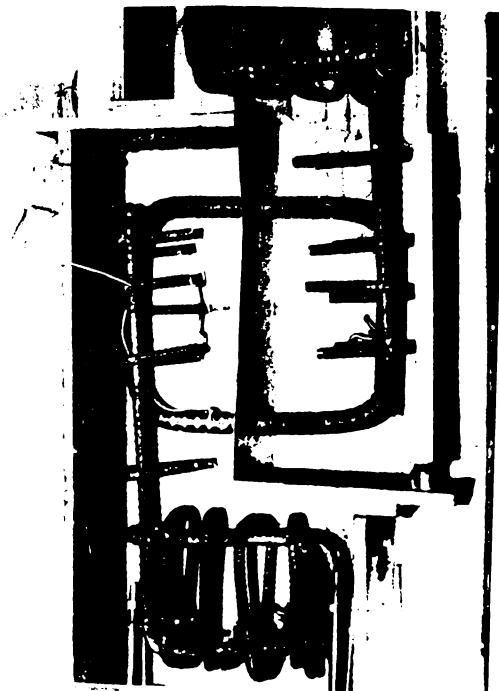


Fig. 2-21. Probe de incercat. [7]

sată prin ruperea armăturii la încovoiere și ruperea betonului prin forfecare. S-a constatat din rezultatele încercărilor că forța de

pană ultimă crește o dată cu creșterea diametrului barei folosite și într-o anumită măsură o dată cu creșterea rezistenței betonului, dar nu proporțional. Efectul unghiului de inclinare al barei de pană asupra forței de pană ultimă este mic.

Cînd o sarcină de compresiune este aplicată probei în planul de forfecare, fiecare din barele care transversează planul de forfecare simulează comportarea barei de pană care lucrează în secțiunea critică de beton (secțiune critică între stîlp și grindă din figura 2.20. În această probă, bara de sus lucrează cu partea din stînga ca într-o grindă și cu partea din dreapta ca într-un stîlp. Bara de jos lucrează cu partea din stînga ca într-un stîlp și cu partea din dreapta ca într-o grindă. În figura 2.22 este prezentată proba supu-  
să încercării cu dispunerea armăturii în cofraj înainte de turnarea betonului. Cele două părți au fost armate pentru a suporta sarcina maximă de pană. Autorii au testat trei probe. Diametrele barelor folosite au fost de 12,7, 19,1 și 26,4 mm. Limita de curgere a barelor



a fost de 414 M.Pa, iar rezistența betonului folosit a fost de 44,2 M.Pa în toate încercările. Betonul turnat a fost realizat cu ciment portland tip III, cu raportul Apă/ciment = 0,6% și cu tasarea de 38,1 mm.

Probele au fost scoase din tipare după 24 de ore de la turnare și ținute apoi timp de 7 zile într-o cameră de protecție la o temperatură de 22,2°C și o umiditate relativă de 100%. Probele încercate au fost apoi ținute într-un mediu ambient normal până la 28 zile, după care au fost supuse la compresiune în planul de forfecare cu ajutorul unei prese hidraulice (figura 2.23).

Deschiderea fisurilor și abaterea secțiunii de forfecare au fost măsurate cu doi transductori (figura 2.24).

Capacitatea maximă a barei de pană a fost atinsă când în lungul planului secțiunii de forfecare a apărut o fisură (figura 2.25).



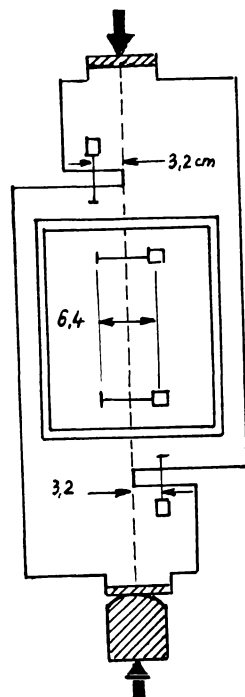


Fig. 224. Amplasarea aparatelor de măsură

Capacitatea portantă a betonului sub bara de pană ( $r_p$ ) în momentul fisurii este determinată de autori cu următoarea expresie:

$$r_b = \frac{154\sqrt{R_b}}{\sqrt[3]{db}} \text{ în } \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \quad \text{în funcție de } R_b, \text{ cu } d_b \text{ dat}$$

$$37,5\sqrt{R_b}/\sqrt[3]{db} \text{ în in in } \quad \text{în } \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \text{ în funcție de } R_b, \text{ cu } d_b \text{ dat în in in} \quad (2.8)$$

unde  $R_b$  - este rezistența la compresiune a betonului;  
 $d_b$  - diametrul barei de pană

Autorii au mai pus în evidență influența diametrului barei de pană, limita de curgere a barei.



rezistența la compresiune a betonului și înclinarea unghiului barei sarcina axială din bara de pană poate avea de asemenea un efect important dacă se apropie la limita de curgere a barei asupra rezistenței de forfecare.

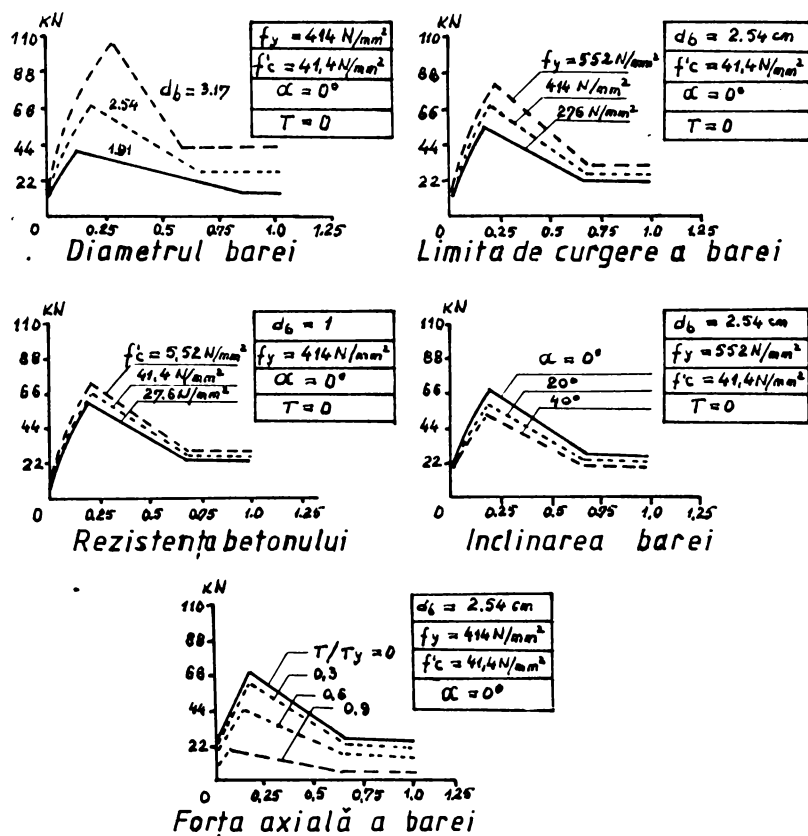


Fig. 2-26. Factori care influențează comportarea elementului.

O observație importantă în această încercare a fost scăderea intensității sarcinii de pană după apariția fisurii de-a lungul planului secțiunii de forfecare. Această scădere a fost mai puțin severă în cazul barelor de forfecare cu diametre mai mici și nu a fost inclusă în elementele săgeții la încovoiere funcție de sarcina aplicată.

In bara de forfecare arătată în figura 2.21, cu un unghi de înclinare  $\alpha$ , supusă unei forțe de forfecare  $F_p$  și unei forțe axiale  $T$ , momentul încovoietor maxim este la distanța ( $x$ ) de la sarcina  $F_p$ , distanță dată de expresia următoare:

$$x = \frac{\bar{J}}{4 K/E_s I_b} \quad (2.9)$$

unde:  $E_s$  - este modulul de elasticitate al barei de forfecare  
 $I_b$  - momentul de inerție al barei de forfecare  
 $d_b$  - diametrul barei de forfecare  
 $K$  - rigiditatea elementului

Se presupune că ruperea acestui model se produce când o articulație plastică cu momentul  $M_p$  este dezvoltată în secțiunea cu moment maxim al barei de forfecare. În această condiție de rupere se presupune că betonul este zdrobit sub lungimea ( $c$ ) a barei măsurată de la suprafața de fisurare și pînă la distanța ( $x$ ). Tensiunea de reazem aplicată de bara de forfecare (pană) este considerată egală cu capacitatea portantă a betonului ( $F_c$ ).

$$M_p = \frac{F_c d_b^3}{6} \left(1 - \frac{T^2}{T_c^2}\right) \quad (2.10)$$

unde  $F_c$  - este limita de curgere a barei de forfecare;  
 $T_c$  - forța axială de curgere a barei de forfecare egală cu  $\frac{\bar{J} d_b^2 F_c}{4}$  ;

$T$  - forța axială (include și efortul din bara de pană pe direcția axei barei)

$c$  expresie experimentală pentru lungimea suprafeței de beton strivită sub bara de forfecare este următoarea:

$$c = \frac{0.05 F_c d_b}{E_b} \sin \alpha \quad (2.11)$$

Ecuația de echilibru a momentelor din jurul articulației plastice în condiția de rupere presupusă, rezultă pentru rezistența ultimă  $F_{Fu}$ , din expresia următoare:

$$F_{Fu} = 0.5 F_c (0.37 \gamma d_b - c)^2 + 0.45 F_c d_b^2 (1 - T^2/T_c^2) / \gamma \quad (2.12)$$

unde  $\gamma = E_s / K_f d_b$

$E_s$  - modul de elasticitate a barei de pană;

$K_f$  - modul de rigiditate a betonului.

Fisura din încovoire a barei de forfecare (pană) la o sarcină ultimă ( $P_{fu}$ ) este definită astfel:

$$\begin{aligned} V_u &= 4.26 \times 10^{-6} P_{fu} + 0.00945 \text{ pentru } V_u \text{ dat în /in/ și } P_{fu} \text{ în /lb/} \\ V_u &= 2.43 \times 10^{-5} P_{fu} + 0.240 \text{ pentru } V_u \text{ este dat în /mm/ și } P_{fu} \text{ în /k/} \end{aligned} \quad (2.13)$$

S-a stabilit și o expresie pentru fisura de încovoire în funcție de sarcina aplicată:

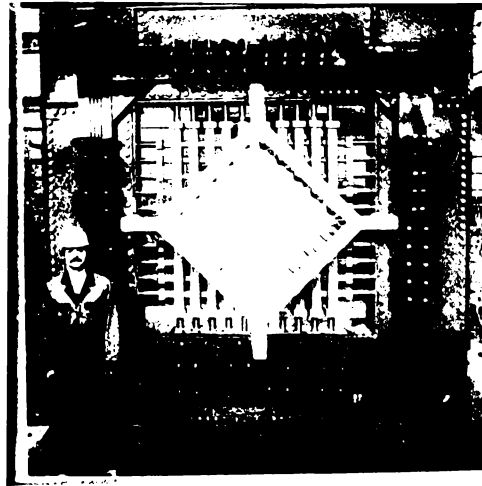
$$\begin{aligned} \delta &= P_{fu} (V/V_u)^{0.5} \text{ pentru } V \leq V_u \\ \delta &= P_{fu} - P_{fu}(V-V_u)/(0.4/\delta_0 - V_u) \geq 0.4 P_{fu} \text{ pentru } V > V_u \end{aligned} \quad (2.14)$$

#### 2.5.2. Teoria modificată a domeniului compresiunii pentru elementele de beton armat supuse forfecării

Această lucrare, prezentată de către Frank J. Vecchio și Michael P. Collins, /2/ tratează comportarea elementelor de beton armat supuse forfecării și forței axiale. Elementul de membrană prezentat în figura 2.27 reprezintă o porțiune a unor structuri de beton armat, care pot fi: platforme marine, plangee fără grinzi, îmbinări la pancouri mari, structurile nucleare de rezistență mare supuse la o forfecare mare. Teoria modificată a cimpului de compresiune dezvoltat /2/ în betonul armat solicitat la forfecare, consideră betonul fisurat ca un material nou cu caracteristici proprii de rezistență și deformații. Echilibrul, compatibilitatea relațiile de rezistență la deformare sînt formulate în funcție de tensiunea medie și deformația medie. Teoria originală a cimpului de compresiune ignora tensiunile în betonul fisurat.

Elementul de membrană este considerat de o grosime uniformă și o suprafață relativ mică, conținând o rețea ortogonală de armare a axei longitudinale ( $x$ ) și axa transversală  $y$  alese să coincidă cu direcțiile de armare (figura 2.27).

Solicitările care acționează asupra planurilor muchiilor (marginile elementului) sînt tensiuni axiale uniforme  $f_x, f_y$  și tensiuni de forfecare uniforme ( $V_{xy}$ ) cu deformațiile  $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$  corespunzătoare. Dacă cele trei componente de deformații sînt



cu două straturi de plasi de oțel.

Sistemul de încercare este format din 37 de prese hidraulice și trei articulații rigide (figura 2.28), constituit astfel încât să

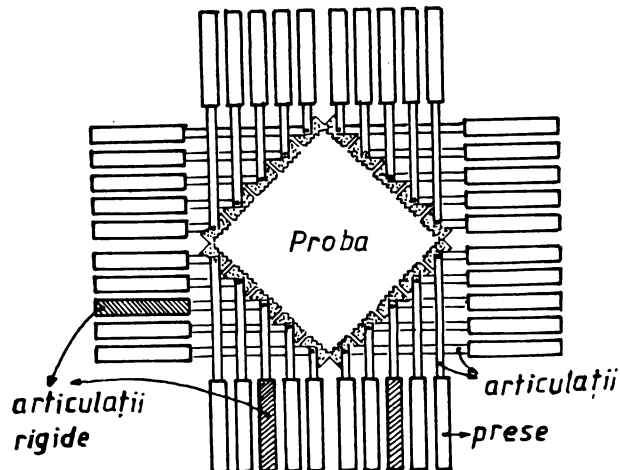


Fig. 2.28. Sistemul de încercare experimental la forfecare.[2]

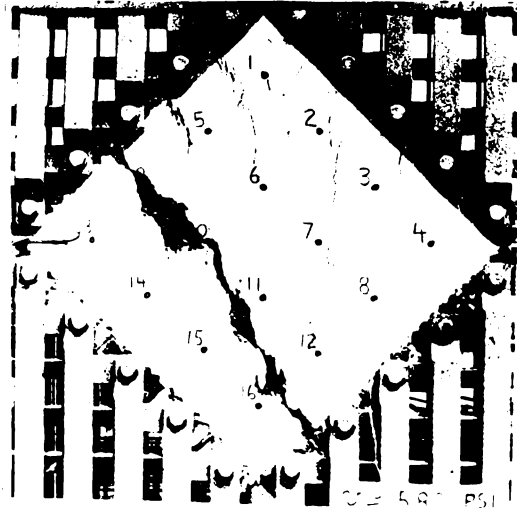
reziște la orice deplasări ale probei afară din plan. Orice combinație de încărcare (forfecare cu compresune) poate fi aplicată probelor de încercat schimbând magnitudinea și direcția forțelor în diferite grupuri de articulații.

Probele încercate cu suprafața de  $89\text{ cm}^2$  și  $70\text{ mm}$  grosime au fost armate

ruperea elementului s-a realizat printr-o solicitare de forfecare pură extinzându-se pe toate laturile și grosimea elementului fiind blocată de agregatele



mai mari. Aspectul rupei este prezentat în figura 2.29.



Relațiile dintre efortul de forfecare de-a lungul fisurii ( $R_f$ ), deschiderea fisurii ( $d$ ) și efortul de compresiune ( $\sqrt{\sigma}$ ) a fost studiată de Malravsens /119/ (figura 2.30).

$$R_f = 0,18 \sigma_{\max} + 1,64 \sqrt{\sigma} - 0,82 \frac{\sqrt{\sigma}}{\sigma_{\max}} \quad (2.15)$$

unde:

$$\sigma_{\max} = \frac{R_{c11}}{0,31 + 24 \cdot (a + 16)} \quad (2.16)$$

M.Pa/

$a$  - mărimea maximă a agregatului

Să subliniem că la rupere, tensiunile principale de compresiune în beton sînt 45% din rezistențele cilindricului și pentru deformație de întindere egală cu 0,0075, tensiune medie de întindere în betonul fisurat este de 0,66 M.Pa.

Teoria modificată a cîmpului de compresiune este capabilă să anticipeze comportarea elementelor de beton armat solicitate la forfecare luînd în considerare comportarea betonului la compresiune-întindere și deformațiile corespunzătoare.

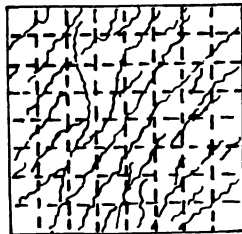
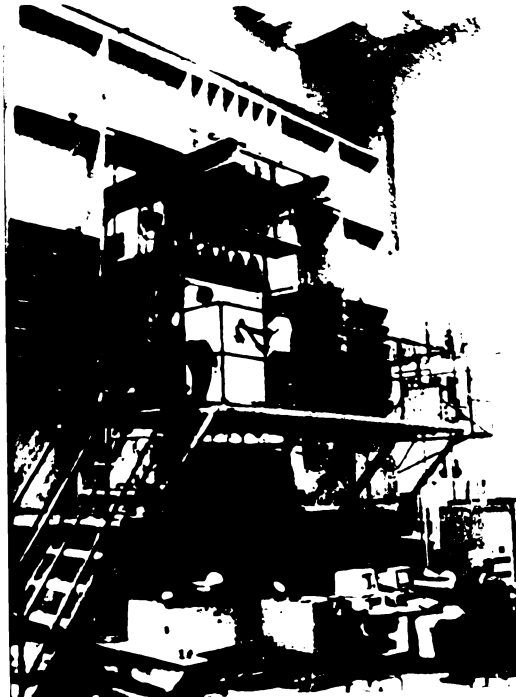


Fig.2.30 Element de membrană din b.a.

În plus în această teorie s-a dovedit potrivită pentru anticiparea comportării grinzilor solicitate de forfecare, încovoiere și sarcini axiale. Un program de încercări pe scară largă poate

extinde această teorie și asupra elementelor supuse la tensiuni de membrană combinate, tensiuni de încovoiere și forfecare în plan exterior (figura 2.31).



CAPITOLUL 3. ANALIZA NUMERICĂ A COMPORTĂRII  
ELEMENTELOR INELASTICE

3.1. Starea plană de tensiune

3.1.1. Domeniul elastic

Reprezentarea eforturilor în starea plană de tensiune este redată în figura 3.1.a.

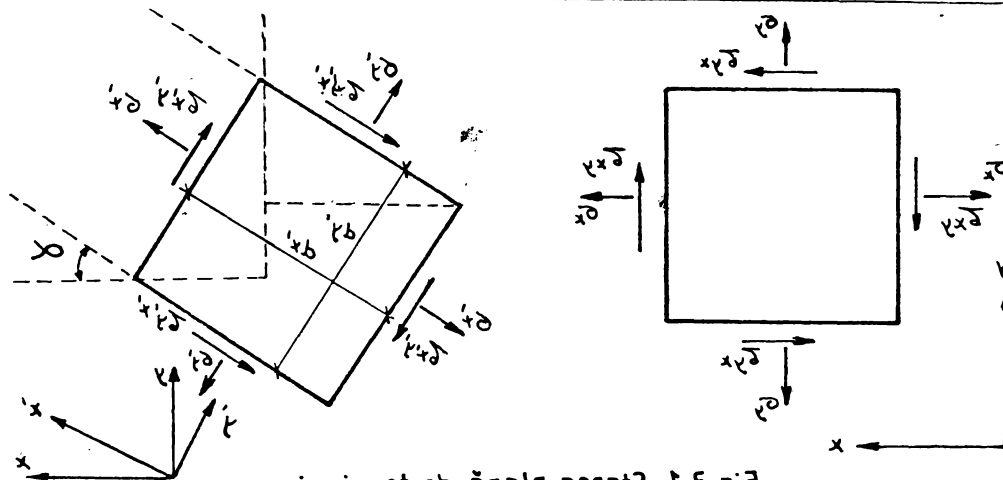


Fig.3.1 Starea plană de tensiune.

Pe elementul infinitesimal de dimensiuni  $dx \cdot dy$ , acționează eforturile normale  $\sigma_x$  și  $\sigma_y$  pe direcțiile  $x$  și respectiv  $y$ , precum și efortul tangențial  $\tau_{xy}$ . Cele trei tipuri de eforturi unitare pot fi asamblate într-un vector, după cum urmează:

$$\vec{\sigma} = \left\{ \sigma_x \quad \sigma_y \quad \tau_{xy} \right\} \quad (3.1)$$

Eforturile pe direcțiile inclinate  $x'$ ,  $y'$  sînt reprezentate în figura 3.1.b. Acestea se pot obține în funcție de eforturile , conform relațiilor:

$$\begin{aligned} \sigma_{x'} &= \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ \sigma_{y'} &= \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\tau_{x'y'} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)$$

De asemenea eforturile unitare principale se obțin din relațiile:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[ \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} = \sigma'_{\max} \\ \sigma_2 &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[ \left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} = \sigma'_{\min} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\tau_{x'y'} = 0$$

Direcțiile eforturilor unitare principale se stabilesc din relația:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \quad (3.4)$$

Între deformațiile specifice și deplasări există relația:

$$\varepsilon = d \cdot U \quad (3.5)$$

în care:  $\varepsilon = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}\}$  reprezintă deformațiile specifice ale elementului, iar  $U = \{U, V\}$  vectorul deplasărilor. Matricea  $d$  are forma următoare:

$$d = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Între deformațiile specifice și eforturile unitare se scrie relația următoare:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 2 & 2\nu & 0 \\ 2\nu & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

în care  $E$  este modulul de elasticitate

$\nu$  coeficientul Poisson

### 3.1.2. Domeniul postelastice

Comportarea fizică neliniară a betonului armat este cauzată de proprietățile neliniare ale betonului, armăturii și conlucrării dintre ele. Modelele pentru descrierea comportării betonului sub încărcări statice de scurtă durată pot fi bazate pe teoria elasticității neliniare, pe teoria plasticității sau pe teoria endocronică a inelasticității. O influență hotărâtoare asupra aspectului neliniar al comportării structurilor din beton armat revine fisurării betonului întins. Fisurarea betonului nu influențează de fapt legea de

comportare a acestuia ca material, ci comportarea de ansamblu a structurii.

Cel mai convenabil este luarea în considerare a fisurării la nivelul materialului prin definirea unor legi de comportare integrale. Ținând seama de posibilitățile metodei elementelor finite, modelarea fisurării poate fi realizată în mai multe moduri. Cel mai bun model este acela care consideră fisurile distribuite pe suprafața elementului finit.

Betonului nefisurat elastic și izotrop îi corespunde matricea de elasticitate din relația (3.7) în care  $E = E_b$  reprezintă modulul de elasticitate al betonului iar  $\nu = \nu_b$  coeficientul lui Poisson al betonului.

Relațiile eforturi-deformații care exprimă rigiditatea materialului se stabilesc în funcție de modelul acceptat. La nivelul materialului matricea rigidității betonului armat  $D_{BA}$  rezultă din suprapunerea matricelor betonului  $D_B$  și a armăturii  $D_A$ , ținând seama de proporția celor două materiale prin intermediul coeficientului de armare  $\mu$  (figura 3.2).

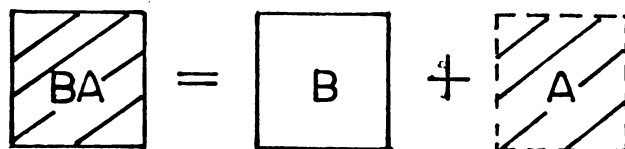


Fig. 3.2

$$D_{BA} = D_B + \sum \mu_i D_A^i \quad (3.8)$$

Matricea  $D_A$  a armăturii după o direcție oarecare  $\alpha$  este definită de relația:

$$D_A = \mu E_A \begin{bmatrix} c^4 & c^2 s^2 & c^3 s \\ c^2 s^2 & s^4 & c s^3 \\ c^3 s & c s^3 & c^2 s^2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

în care:  $c = \cos \alpha$

$s = \sin \alpha$

$E_A$  - modul de elasticitate al armăturii

Matricea de rigiditate a betonului fisurat  $D_B^i$  în modelul cu fisuri distribuite este:

$$D_B^i = T^T \begin{bmatrix} E_B & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{aE_B}{2(1+\nu)_b} \end{bmatrix} T \quad (3.10)$$

în care  $a$  - este un coeficient care ține seama de transmiterea lucrărilor peste fisuri

$T$  - este matricea de transformare dată de relația

$$T = \begin{bmatrix} c^2 & s^2 & -2cs \\ s^2 & c^2 & -2cs \\ sc & -sc & c^2 - s^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

în care:  $c = \cos \beta$ ,  $s = \sin \beta$ ,  $\beta$  fiind înclinația fisurilor.

Matricea de rigiditate a betonului armat fisurat  $D_{BA}^i$  (figura 3.2) va fi:

$$D_{BA}^i = D_B^i + \sum \mu_i D_A^i \quad (3.12)$$

Atunci când unul din componentele materialului depășește limitele sale elastice, rigiditatea acestuia trebuie schimbată. Dacă fisurile se închid, betonul se consideră nefisurat. Comportarea elastică poate fi limitată de unul din următoarele efecte: plastificarea betonului comprimat, fisurarea betonului întins, curgerea armăturii și redeschiderea fisurilor.

### 3.1.3. Elementul finit triunghiular - model de deplasări

Pentru elementul finit triunghiular din figura 3.3 câmpul de deplasări ales este:

$$\begin{aligned} U_x &= c_1 x + c_2 y + c_3 \\ U_y &= c_4 x + c_5 y + c_6 \end{aligned} \quad (3.13)$$

în care cei șase coeficienți  $c_1 - c_6$  pot fi determinați din deplasările celor trei vîrfuri ale triunghiului utilizînd condițiile de

margine de mai jos:

inutnemele demizord-t  
inutnemele din -A

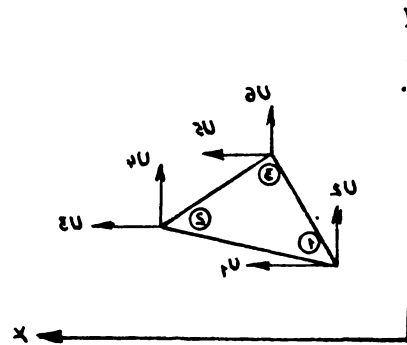


Fig. 3.3 Element finit tip triunghiular

$$\begin{aligned}
 U_x &= U_1 & \text{si} & \quad U_y = U_2 & \text{la } (x_1, y_1) \\
 U_x &= U_3 & \text{si} & \quad U_y = U_4 & \text{la } (x_2, y_2) \\
 U_x &= U_5 & \text{si} & \quad U_y = U_6 & \text{la } (x_3, y_3)
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

Din ecuația (3.8), pentru evaluarea coeficienților necunoscuți, se poate arăta că:

$$U_x = \frac{1}{2A_{123}} \left\{ \begin{aligned} & \left[ y_{32}(x-x_2) - x_{32}(y-y_2) \right] U_1 + \\ & \left[ -y_{31}(x-x_3) + x_{31}(y-y_3) \right] U_3 + \\ & \left[ y_{21}(x-x_1) - x_{21}(y-y_1) \right] U_5 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.15}$$

$$U_y = \frac{1}{2A_{123}} \left\{ \begin{aligned} & \left[ y_{32}(x-x_2) - x_{32}(y-y_2) \right] U_2 + \\ & \left[ y_{31}(x-x_3) + x_{31}(y-y_3) \right] U_4 + \\ & \left[ y_{21}(x-x_1) - x_{21}(y-y_1) \right] U_6 \end{aligned} \right\}
 \tag{3.16}$$

$$\text{unde } 2A_{123} = x_{32}y_{21} - x_{21}y_{32} = 2(\text{ariei triunghiului } 123)
 \tag{3.17}$$

$$\text{iar } x_{ij} = x_i - x_j; \quad y_{ij} = y_i - y_j
 \tag{3.18}$$

Din ecuația (3.15) și (3.16) rezultă că deplasările în lungul fiecărei laturi variază liniar și ele depind numai de deplasările celor două vîrfuri ale fiecărei laturi; aceasta asigură satisfacerea compatibilității deplasărilor a două triunghiuri adiacente cu o latură comună.

Ecuațiile (3.15) și (3.16) pot fi acum utilizate pentru stabilirea relațiilor dintre deformații și deplasări.

Diferențiind aceste ecuații, se obține:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A_{123}} \begin{bmatrix} y_{32} & 0 & -y_{31} & 0 & y_{21} & 0 \\ 0 & -x_{32} & 0 & x_{31} & 0 & -x_{21} \\ -x_{32} & y_{32} & x_{31} & -y_{31} & -x_{21} & y_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Ecuația de mai sus indică că ipoteza variației liniare a deplasărilor pe elementul finit conduce la deformații constante și de aceea, prin legea lui Hooke conduce la eforturi constante. Câmpul de eforturi satisface ecuațiile de compatibilitate ale deformațiilor și deoarece eforturile sînt independente de  $x$  și  $y$ , ecuațiile de echilibru ale eforturilor sînt satisfăcute identic. Înlocuind deformațiile  $\varepsilon$  în ecuația (3.7) se obțin relațiile eforturilor unitare.

Matricea de rigiditate a elementului finit triunghiular rezultată în urma operațiilor de integrare este redată în tabelul 3.1.

#### 3.1.4. Elementul finit dreptunghiular - model de deplasări

Se face ipoteza variației liniare a deplasărilor între nodurile elementului. Originea axelor de coordonate se adoptă în colțul din stînga jos (figura 3.4).

Pentru simplificarea notațiilor, se introduc coordonatele adimensionale

$$\bar{\xi} = \frac{x}{a} \quad \text{și} \quad \bar{\eta} = \frac{y}{b} \quad (3.20)$$

în care  $a$  și  $b$  sînt dimensiunile elementului finit.



tabel 3.1

$y_{23}^2 + u x_{23}^2$	$\eta x_{32} y_{23}$	$y_{23} y_{31} + \mu x_{23} x_{31}$	$u x_{13} y_{23} + \mu x_{32} y_{31}$	$y_{12} y_{23} + \mu x_{32} x_{21}$	$u x_{21} y_{23} + \mu x_{23} y_{21}$
	$x_{23}^2 + \mu y_{23}^2$	$u x_{32} y_{31} + \mu x_{13} y_{23}$	$x_{23} x_{31} + \mu y_{23} y_{31}$	$u x_{23} y_{21} + \mu x_{21} y_{23}$	$x_{21} x_{32} + \mu y_{23} y_{12}$
SIMETRIC		$y_{31}^2 + \mu x_{31}^2$	$\eta x_{13} y_{31}$	$y_{12} y_{31} + \mu x_{13} x_{21}$	$u x_{21} y_{31} + \mu x_{31} y_{21}$
multiplier:	$\frac{E}{4A(1-U^2)}$		$x_{31}^2 + \mu y_{31}^2$	$u x_{31} y_{21} + \mu x_{21} y_{31}$	$x_{12} x_{13} + \mu y_{12} y_{31}$
$\mu = \frac{1-U}{2}$				$y_{21}^2 + \mu x_{21}^2$	$\eta x_{12} y_{21}$
$\eta = \frac{1+U}{2}$					$x_{21}^2 + \mu y_{21}^2$

Elementul dreptunghiular

$$\frac{\partial}{\partial x} = \xi, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \eta, \quad \frac{x}{b} = \xi$$

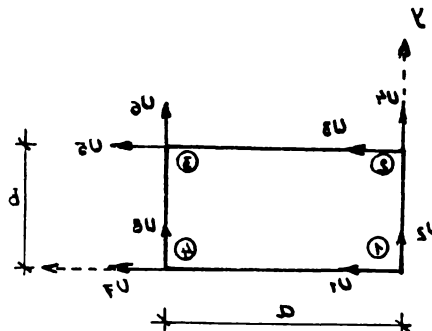


Fig. 3.4. Element tînit în dreptunghiular

Deplasările elementului sînt reprezentate prin deplasările celor patru colțuri ( $U_1, \dots, U_8$ ). Funcțiile de deplasare care satisfac ipoteza precizată mai sus sînt:

$$U_x = c_1 \xi + c_2 \eta \xi + c_3 \eta + c_4 \quad (3.21)$$

$$U_y = c_5 \xi + c_6 \xi \eta + c_7 \eta + c_8 \quad (3.22)$$

în care constantele arbitrare  $c_1, \dots, c_8$  sînt determinate din deplasările cunoscute pe direcțiile  $x$  și  $y$  la cele patru colțuri ale elementului dreptunghiular. Astfel funcția de deplasări este reprezentată printr-o suprafață de ordinul doi, în care pentru valori constante ale lui  $\xi$  sau  $\eta$ , variația deplasărilor pe direcția lui  $\eta$  sau  $\xi$  este liniară.

Se utilizează următoarele condiții de margine pentru determinarea constantelor necunoscute

$$\begin{aligned} U_x &= U_1 & \text{și} & & U_y &= U_2 & \text{la } (0,0) \\ U_x &= U_3 & \text{și} & & U_y &= U_4 & \text{la } (b,0) \\ U_x &= U_5 & \text{și} & & U_y &= U_6 & \text{la } (b,d) \\ U_x &= U_7 & \text{și} & & U_y &= U_8 & \text{la } (0,d) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Înlocuind aceste valori de margine în ecuațiile deplasărilor, se pot determina constantele necunoscute  $c_1, \dots, c_8$  astfel:

$$U_x = (1-\xi)(1-\eta)U_1 + (1-\xi)\eta U_3 + \xi\eta U_5 + \xi(1-\eta)U_7 \quad (3.24)$$

$$U_y = (1-\xi)(1-\eta)U_2 + (1-\xi)\eta U_4 + \xi\eta U_6 + \xi(1-\eta)U_3 \quad (3.25)$$

Examinând forma ecuațiilor (3.24) și (3.25) se poate observa că distribuția deplasărilor  $U_x$  și  $U_y$  de-a lungul fiecărei laturi este liniară și că aceasta numai de deplasările nodurilor de la extremitatea laturii respective.

În acest mod, ipoteza distribuției deplasărilor pe laturile elementelor adiacente este satisfăcută.

Deformațiile specifice corespunzătoare funcției de deplasări propuse, pot fi obținute prin diferențierea ecuațiilor (3.24) și (3.25).

Dacă se notează:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial U_x}{\partial x} = \frac{1}{a} \frac{\partial U_x}{\partial \xi} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y} = \frac{1}{b} \frac{\partial U_y}{\partial \eta} \quad (3.27)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x} = \frac{1}{b} \frac{\partial U_x}{\partial \eta} + \frac{1}{a} \frac{\partial U_y}{\partial \xi} \quad (3.28)$$

Se obține relația dintre deformațiile specifice și deplasări pe elementul dreptunghiular.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{(1-\eta)}{a} & 0 & -\eta/a & 0 & \eta/a & 0 & \frac{1-\eta}{a} & 0 \\ 0 & -\frac{(1-\xi)}{b} & 0 & \frac{1-\xi}{b} & 0 & \xi/b & 0 & \xi/b \\ -\frac{(1-\xi)}{b} & \frac{(1-\eta)}{a} & \frac{1-\xi}{b} & -\eta/a & \xi/b & \eta/a & -\xi/b & \frac{1-\eta}{a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \\ U_7 \\ U_8 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Din ecuația (3.29) este evident că pentru un set de deplasări  $U$ , deformația specifică  $\varepsilon_x$  este constantă pe direcția  $x$  (direcția  $\xi$ ) și variază liniar pe direcția  $y$  (direcția  $\eta$ ).

În mod similar, deformația specifică  $\varepsilon_y$  este constantă pe direcția  $y$  și variază liniar pe direcția  $x$ . Deformația specifică  $\gamma_{xy}$ , variază liniar atât pe direcția  $x$  cât și pe direcția  $y$ .

Matricea de rigiditate a elementului finit dreptunghiular rezultată în urma operațiilor de integrare este redată în tabelul 3.2

tabelul 3.2.

$4\beta+2(1-U)/\beta$	$3(1+U)/2$	$2\beta-2(1-U)/\beta$	$3(1-3U)/2$	$-2\beta-(1-U)/\beta$	$-3(1+U)/2$	$-4\beta+(1-U)/\beta$	$-3(1-3U)/2$	$-4\beta+(1-U)/\beta$	$-3(1-3U)/2$
	$4/\beta+2(1-U)\beta$	$-3(1-3U)/2$	$-4/\beta+(1-U)\beta$	$-3(1+U)/2$	$-2/\beta-(1-U)\beta$	$3(1-3U)/2$	$2/\beta-2(1-U)\beta$	$3(1-3U)/2$	$2/\beta-2(1-U)\beta$
		$4\beta+2(1-U)/\beta$	$-3(1+U)/2$	$-4\beta+(1-U)/\beta$	$3(1-3U)/2$	$-2\beta-(1-U)/\beta$	$3(1+U)/\beta$	$-2\beta-(1-U)/\beta$	$3(1+U)/2$
			$4/\beta+2(1-U)\beta$	$-3(1-3U)/2$	$2/\beta-2(1-U)\beta$	$3(1+U)/2$	$2/\beta-2(1-U)\beta$	$3(1+U)/2$	$-2/\beta-(1-U)\beta$
				$4\beta+2(1-U)/\beta$	$3(1+U)/2$	$2\beta-2(1-U)/\beta$	$3(1-3)/2$	$2\beta-2(1-U)/\beta$	$3(1-3)/2$
					$4/\beta+2(1-U)/\beta$	$-3(1-U)/2$	$-4/\beta+(1-U)\beta$	$-3(1-U)/2$	$-4/\beta+(1-U)\beta$
						$4\beta+2(1-U)/\beta$	$-3(1+U)/\beta$	$4\beta+2(1-U)/\beta$	$-3(1+U)/2$
									$4/\beta+2(1-U)\beta$

SIMETRIC

$$\text{multiplier} : \frac{Et}{12(1-U^2)}$$

### 3.1.5. Elementul finit patrulater izoparametric

Elementul patrulater izoparametric ilustrat în figura 3.5 aflat în planul  $xy$  este raportat la un sistem de coordonate neortogonal, indicat de coordonatele  $\xi$  și  $\eta$

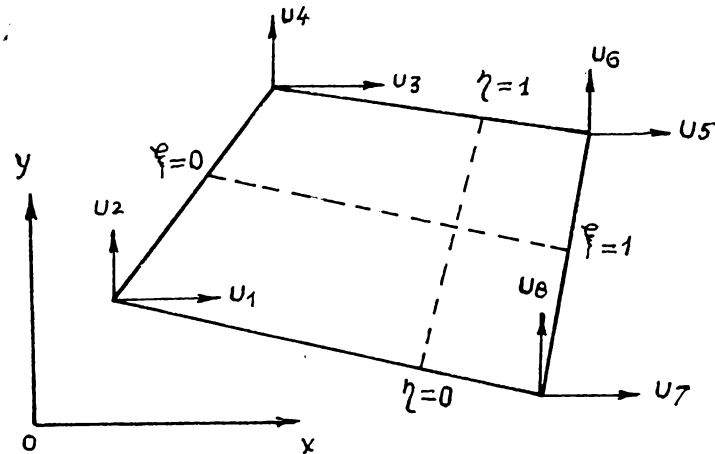


Fig.3.5 Element finit tip patrulater.

Laturile 1, 2 și 3, 4 ale elementului sînt reprezentate prin  $\eta=0$  și  $\xi=1$ , respectiv laturile 1, 4 și 2,3 prin  $\eta=0$  și  $\xi=1$ . Astfel un punct arbitrar  $P$  în interiorul elementului este definit prin intersecția a două drepte,  $\xi = \text{constant}$  și  $\eta = \text{constant}$ , care împart cele două laturi opuse în părți egale. Coordonatele  $\eta$  și  $\xi$  pot fi denumite coordonate patrulatere generalizate. Cu acest nou sistem de coordonate, sistemul de coordonate rectangular  $(x,y)$  poate fi raportat astfel:

$$x = x_1 + x_{41}\xi + x_{21}\eta + (x_{32}-x_{41})\xi\eta \quad (3.30)$$

$$y = y_1 + y_{41}\xi + y_{21}\eta + (y_{32}-y_{41})\xi\eta \quad (3.31)$$

Sistemul patrulater de coordonate este adimensional. Cînd acesta degenerază într-un dreptunghi, sistemul  $(\xi, \eta)$  devine identic cu sistemul adimensional prezentat la elementul finit dreptunghiular.

Funcțiile de deplasări adoptate pentru  $U_x$  și  $U_y$  sînt de aceeași formă cu cele adoptate pentru elementul dreptunghiular, conform ecuațiilor (3.24) și (3.25) cu excepția că  $\xi$  și  $\eta$  se referă la sistemul de coordonate patrulater. Această ipoteză asigură o variație liniară a deplasărilor pe laturile elementului și compatibilitatea deplasărilor elementelor adiacente. Astfel, deplasările pot fi exprimate prin relațiile:

$$\begin{bmatrix} U_x \\ U_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\xi)(1-\eta) & 0 & (1-\xi)\eta & 0 & \xi\eta & 0 & \xi(1-\eta) & 0 \\ 0 & (1-\xi)(1-\eta) & (1-\xi)\eta & 0 & \xi\eta & 0 & \xi(1-\eta) & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} U_1 \\ \vdots \\ U_8 \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} f_1 & 0 & f_2 & 0 & f_3 & 0 & f_4 & 0 \\ 0 & f_1 & 0 & f_2 & 0 & f_3 & 0 & f_4 \end{bmatrix} U \quad (3.32)$$

Componentele vectorului de deformații specifice  $\mathcal{E}$  se obțin din deplasările  $U_x$  și  $U_y$  prin diferențiere parțială în raport cu sistemul de coordonate  $x, y$ . Astfel din ecuația (3.32) rezultă:

$$\mathcal{E} = BU \quad (3.33)$$

în care:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial f_4}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial f_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial f_2}{\partial x} & 0 & \frac{\partial f_3}{\partial x} & 0 & \frac{\partial f_4}{\partial x} \\ \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_4}{\partial y} & \frac{\partial f_4}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Derivatele parțiale ale funcțiilor  $f_i$  se calculează din:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{\mathcal{L}\left(\frac{f_i, x}{\xi, \eta}\right)}{\mathcal{L}\left(\frac{x, y}{\xi, \eta}\right)}, \quad \frac{\partial f_i}{\partial y} = \frac{\mathcal{L}\left(\frac{f_i}{x, y}\right)}{\mathcal{L}\left(\frac{x, y}{\xi, \eta}\right)} \quad (3.35)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{f_i, x}{\xi, \eta}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_i}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f_i}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \frac{\partial f_i}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial f_i}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (3.36)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x, x_1}{j, \eta}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial j} & \frac{\partial x_1}{\partial j} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x_1}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial j} \frac{\partial x_1}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial x_1}{\partial j} \quad (3.37)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x, y}{j, \eta}\right) = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial j} & \frac{\partial y}{\partial j} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{vmatrix} = \frac{\partial x}{\partial j} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial j} \quad (3.38)$$

în care ultima ecuație reprezintă jacobianul transformării coordonatelor (3.30) și (3.31). Evoluind expresiile (3.36) la (3.38), se obține:

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_1, y}{j, \eta}\right) = y_{42} - y_{32}j - y_{43}\eta \quad (3.39)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_2, y}{j, \eta}\right) = y_{41} + y_{41}j + y_{43}\eta \quad (3.40)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_3, y}{j, \eta}\right) = y_{41}j + y_{21}\eta \quad (3.41)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_4, y}{j, \eta}\right) = y_{21} + y_{32}j - y_{21}\eta \quad (3.42)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_1, x_1}{j, \eta}\right) = -x_{42} + x_{32}j + x_{43}\eta \quad (3.43)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_1, x_2}{j, \eta}\right) = x_{41} - x_{41}j - x_{43}\eta \quad (3.44)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_1, x_3}{j, \eta}\right) = x_{41}j - x_{21}\eta \quad (3.45)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x_1, x_4}{j, \eta}\right) = -x_{21} - x_{32}j + x_{21}\eta \quad (3.46)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{x, y}{j, \eta}\right) = (x_{41}y_{21} - y_{41}x_{21}) + (x_{41}y_{32} - y_{41}x_{32})j + (x_{21}y_{43} - y_{21}x_{43})\eta \quad (3.47)$$

Pentru evaluarea matricii de rigiditate  $K$  a elementului patrulater, integrarea trebuie efectuată în raport cu coordonatele patrulatere . Astfel

$$K = \int B^T K B dv = t \int_0^1 \int_0^1 B^T K B \left| \mathcal{L} \left( \frac{x, y}{\xi, \eta} \right) \right| d\xi d\eta \quad (3.48)$$

Înlocuind expresia pentru  $B$  în (3.48), fiecare coeficient în matricea  $K$  este de forma:

$$I = \iint_0^1 \frac{(A_1 + B_1 \xi + c_1 \eta)(A_2 + B_2 \xi + c_2 \eta)}{A_0 + B_0 \xi + C_0 \eta} d\xi d\eta \quad (3.49)$$

În care  $A_1, B_1, \dots$  sînt constante exprimate în funcție de sistemul de coordonate ale celor patru laturi ale elementului.

Ecuația (3.49) poate fi integrată în raport cu  $\xi$ , astfel:

$$I = \int_0^1 \left\{ \frac{B_1 B_2}{2B_0} + \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2 + (B_1 C_2 + C_1 B_2) \eta}{B_0} - \frac{B_1 B_2 (A_0 + C_0 \eta)}{B_0^2} + \frac{A_1 A_2 + (A_1 C_2 + C_1 A_2) \eta + C_1 C_2}{B_0} \ln \frac{A_0 + B_0 + C_0 \eta}{A_0 + C_0 \eta} - \frac{B_1 B_2 (A_0 + C_0 \eta)}{B_0^2} - \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2 + (B_1 C_2 + C_1 B_2) \eta}{B_1 B_2} - \frac{A_0 + C_0 \eta}{B_0} \right\} d\eta \quad (3.50)$$

Ecuația (3.50) poate fi integrată în continuare dar rezultatul fiind prea lung nu s-a mai reprodus. Calculul integralelor se face prin intermediul unui program de calcul. Astfel programul calculează direct toate elementele necesare din matricea de rigiditate  $K$ .

### 3.2. Utilizarea M.E.F. în analiza stării de eforturi

Metoda elementelor finite este în esență un procedeu prin care un mediu continuu cu infinite grade de libertate poate fi aproximat de un ansamblu de subregiuni sau elemente, fiecare cu un



număr de necunoscute specificat și finit. Fiecare din acestea se leagă cu altele într-un mod familiar inginerilor care se ocupă cu discretizarea structurilor.

Legătura acestor elemente se realizează în nodurile rețelei de elemente. Facă relațiile dintre forțe și deplasări sînt cunoscute pentru fiecare element individual, este posibil prin utilizarea diferitelor tehnici cunoscute în analiza structurilor, să se deducă proprietățile și să se studieze comportarea ansamblului structural /13, 22, 49, 70, 100/. Aplicarea metodei elementelor finite (MEF) cere nu numai stăpînirea teoriei, dar și un efort considerabil de efectuare a unor programe pentru calculator.

Ideea modelării structurii prin elemente finite arată că în general, calitatea soluției crește odată cu creșterea numărului de elemente. În acest context însă, se face observația că sporirea numărului de elemente finite determină și creșterea numărului de necunoscute și deci al dimensiunii sistemului de ecuații liniare ce urmează a fi rezolvat.

De aceea se caută de regulă o variantă de modelare care să genereze o rețea mai rară de elemente, dar care să ofere o soluție acceptabilă din punctul de vedere al exactității. Metoda elementului finit reprezintă o aplicare a principiului variațional al minimalului energiei potențiale.

### 3.2.1. Etapele de calcul

Rezolvarea unei probleme prin metoda elementelor finite, comportă următoarele etape:

1. discretizarea structurii, în care structură sau mai general domeniul studiat se împarte în elemente finite;
2. alegerea funcțiilor de aproximare, în care se definesc funcțiile continue pe domeniul unui element, cu ajutorul cărora se exprimă variația funcției necunoscute - deplasare, efort- în funcție de valorile acestora în nodurile elementului. Această etapă este mai corect denumită alegerea tipului de element, dat fiind faptul că există anumite configurații elementale în funcție de forma și gradul funcțiilor de aproximare;
3. evaluarea matricelor și vectorilor caracteristici, pe baza funcțiilor de aproximare alese și în funcție de caracteristicile materialului care compune elementul. În cazul problemelor de elasto-statică, matricile caracteristice sînt: matricea de rigiditate

și vectorul încălțării. Calculul acestora se face de regulă prin integrare numerică;

4. asamblarea matricelor pe structură, etapă în care se obține matricea caracteristică  $[K]$  a domeniului și sectorul termenului liber  $P$ . Prin însumarea matricelor și vectorilor caracteristici ai elementelor din discretizare.

La baza acestor operații stă faptul că, într-un mod comun mai multor elemente finite valoarea funcției necunoscute este aceeași pentru toate elementele cuplate în acel mod;

5. introducerea condițiilor de margine, în care se precizează valorile impuse ale necunoscutelor. Acestea modelează reazemele structurii, reazeme prin care sînt eliminate gradele de libertate de corp rigid;

6. rezolvarea sistemului de ecuații algebrice liniare  $K \cdot U = P$ , obținut prin operația de asamblare. Din rezolvarea sistemului rezultă valorile funcției necunoscute în nodurile discretizării, iar prin intermediul funcțiilor de aproximare se pot calcula valorile acestora în oricare alt punct al domeniului;

7. calculul eforturilor din necunoscutele determinate. La nivelul elementului, pe baza valorilor nodale calculate, se determină deformațiile specifice și eforturile.

### 3.3. Algoritmi, elaborarea și utilizarea programelor

#### 3.3.1. Algoritmi de calcul

Calculatoarele numerice efectuează numai operații aritmetice elementare. Unele operații logice și transferuri de informații.

Pentru a putea fi utilizate la analiza unui sistem este necesar ca, pe baza ansamblului de informații care descriu structura și funcționarea sistemului, să se efectueze o descriere standardizată a acestuia astfel încît, plecînd de la condițiile inițiale datele ale sistemului, cu ajutorul unor operații succesive pe care le poate realiza calculatorul să se determine starea finală, soluția sistemului. Pentru a obține rezultatele problemei este necesar ca informațiile inițiale să fie prelucrate în conformitate cu modul de comportare a structurii și pe baza unei metode de rezolvare cunoscute.

Regulile după care se efectuează calculele astfel încît, plecînd de la datele problemei să se obțină rezultatele, poartă

denumirea de algoritm. Prin algoritm se înțelege o metodă de rezolvare a unei probleme, care îndeplinește condițiile următoare:

- să fie finit, adică să se termine după un număr finit de pași;
- să fie definit, adică fiecare pas să fie precis definit, operațiile ce trebuie efectuate fiind specificate riguros, fără ambiguități;
- să aibă caracter general, adică să permită rezolvarea unei clase de probleme și nu numai a unei probleme particulare.

De asemenea, la orice algoritm, să existe informații de intrare, precum și informații de ieșire.

Studiul unui algoritm nu se termină odată cu elaborarea sa. Trebuie verificată corectitudinea sa, care constă din:

- verificarea corectitudinii rezultatelor;
- verificarea terminării (într-un număr finit de pași).

O verificare eficace a corectitudinii constă în a verifica faptul că pentru orice set de date rezultatele furnizate sînt corecte.

Aceasta nu este practic posibil decît prin metode formate. Testarea unui algoritm prin aplicarea lui pentru cîteva seturi de date este utilă și uzuală, dar nu rezolvă problema corectitudinii.

Pe lângă problema corectitudinii se mai pune problema analizei eficacității algoritmului. Aceasta constă în determinarea memoriei și a timpului necesar pentru execuția algoritmului.

Mulți algoritmi sînt eliminați în practică datorită memoriei mari necesare timpului mare de execuție.

Pe de altă parte, abordarea unor probleme tot mai complexe cu ajutorul calculatorului impune elaborarea unor algoritmi mai performanți.

Reprezentarea algoritmilor se face de obicei prin scheme logice în care se definesc operațiile ce trebuie efectuate la executarea algoritmului (prin instrucțiuni) și ordinea de execuție a acestora.

Principalele instrucțiuni sînt:

1. START - determină începerea execuției algoritmului
2. STOP - determină terminarea execuției algoritmului
3. INSTRUCȚIUNEA DE CITIRE - determină citirea unui număr finit de date de intrare și înscrierea lor în locațiile de memorie

rezervate.

4. INSTRUCȚIUNEA DE SCRIERE - determină SCRIEREA pe un suport (hîrtie de imprimantă, disc magnetic, bandă magnetică) a unui număr de informații de ieșire (rezultate aflate în locațiile de memorie rezervate variabilelor respective.

5. Instrucțiunea de atribuirea ce determină înscrierea în locația de memorie corespunzătoare.

Variabilei  $v$  a rezultatului evaluării expresiei  $e$  (cu condiția ca  $v$  și  $e$  să fie de același tip).

6. Instrucțiunea de ramificare are ca efect alegerea drumului corespunzător expresiei logice cu valoare adevărată.

Un exemplu de reprezentare a unui algoritm printr-o schemă logică este reprezentată în figura 3.5. Algoritmul se referă la determinarea ariei de armătură necesară pentru un set de secțiuni dreptunghiulare de beton armat simplu armate.

### 3.3.2. Elaborarea programelor

Rezolvarea unor probleme cu ajutorul calculatoarelor necesită elaborarea sau existența unor programe de calcul corespunzătoare.

Elaborarea unui program de calcul comportă mai multe faze și anume:

a.- formularea problemei. Constă în precizarea domeniului de aplicabilitate, a gradului de generalitate al programului, a condițiilor inițiale (datelor de intrare) precum și a rezultatelor ce urmează să fie obținute.

b. Stabilirea modelului de calcul. În această etapă se analizează sistemul fizic și se selectează caracteristicile sale esențiale. Se precizează atât parametrii care definesc configurația și funcționarea sistemului cât și relațiile matematice dintre aceștia.

c.- Alegerea metodei numerice de rezolvare. Analiza modelului de calcul se poate realiza, în general, prin mai multe metode matematice. Alegerea metodei matematice se face pe baza luării în considerare a următoarelor criterii: particularitățile modelului, sensibilitatea rezultatelor față de erorile numerice, resursele de calcul disponibile (în special capacitatea memoriei interne), ușurința de programare, etc.

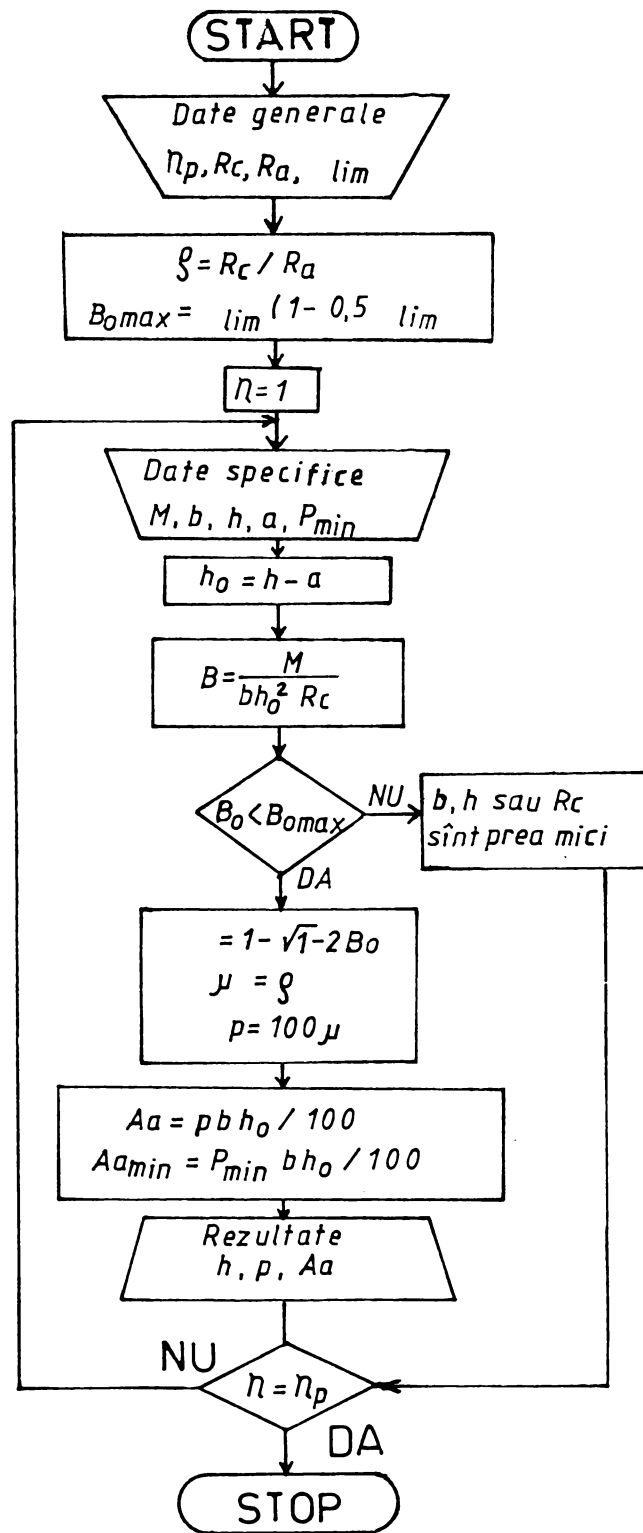


Fig. 3.6

d.- Elaborarea algoritmului și a organigramei, cunoscându-se în detaliu ceea ce trebuie întreprins se stabilesc succesiunile de operații astfel ca prin prelucrarea datelor de intrare să se obțină rezultatele problemei.

Gradul de detaliere al algoritmului este determinat de posibilitatea descrierii fiecărui pas al său prin instrucțiuni ale limbajului de programare.

e.- Codificarea algoritmului. După elaborarea algoritmului se face la reprezentarea sa într-un limbaj de programare, adică la descrierea sa într-o formă accesibilă calculatorului.

Programul este compus dintr-o listă de instrucțiuni stabilite pe baza algoritmului, care sînt transpuse pe un suport tehnic de informații, trebuie să respecte riguros vocabularul și gramatica limbajului.

f.- Testarea programului. Această etapă are scopul de a verifica corectitudinea algoritmului și a elimina erorile logice sau cele de limbaj. Erorile sintactice sînt detectate și semnalate în faza de compilare și se corectează în general destul de simplu. O atenție deosebită este necesar să se acorde testării logice a programului. Acest test constă din utilizarea programului la rezolvarea unor aplicații ale căror soluții sînt cunoscute și comportarea acestora rezultate cu cele furnizate de către program. Teoretic testarea logică ar trebui efectuată pentru fiecare combinație posibilă a datelor de intrare, astfel încît să fie acoperite toate stările posibile ale modelului analizat, la programele complexe acest lucru este imposibil de realizat, ceea ce face ca, în aceste cazuri, perioada de verificare a programului să fie îndelungată.

Testarea programului este necesară și în cazul trecerii unui program de pe un tip de calculator pe un altul.

9. Bibliotecarea programului. După efectuarea unui număr suficient de teste, programul este trecut și păstrat pe un suport magnetic, pentru a fi utilizată după necesități.

### 3.3.3. Exploatarea programelor

Pentru a fi exploatat corect, orice program de calcul trebuie să prezinte o documentație de utilizare care cuprinde:

- prezentarea generală a programului, domeniu de aplicabilitate, funcțiuni, parametri globali, posibilități, restricții.

metoda de calcul pe care este fundamental etc;

- resursele necesare rulării (configurația de calcul), sistemul de calcul, capacitatea memoriei de calcul, unități de memorie externă;
- indicații pentru rularea programului, programul utilitar, comenzile de rulare, etc.;
- modul de prezentare a datelor de intrare (suporturi tehnice, succesiune, formate, etc);
- rezultatele furnizate și semnificația lor;
- mesajele de erori înscrise în program și semnificația lor;

- exemple test, integral prezentate (date de intrare, rezultate). Utilizarea unui program de calcul ar prinde trei etape.

a.- Pregătirea datelor de intrare. Această operație se efectuează în conformitate cu documentația de utilizare a programului. Se va da atenție omogenității unităților de măsură ale mărimilor fizice implicate în calcul. Datele de intrare se introduc, de regulă în fișiere create pe cartele sau pe suport magnetic. Fișierele pot fi consultate cu scopul verificării datelor de intrare, respectiv se pot efectua modificări în structura acestora.

b.- Rularea programului. Pentru rularea unui program bibliotecate este necesară lansarea acesteia, lansare care se face în conformitate cu instrucțiunile de operare specifice sistemului sub care lucrează calculatorul respectiv.

În cazul în care execuția programului se întrerupe, se analizează conținutul și semnificația mesajelor de eroare și se fac corecțiile necesare.

c.- Interpretarea rezultatelor. În marea majoritate a cazurilor rezultatele sînt furnizate prin tipărirea la imprimantă, după depunerea acestora într-un fișier cu rezultate, fișier creat pe suport magnetic.

După stabilirea semnificațiilor valorilor tipărite a sistemului de referință, convenție de semne, unităților de măsură etc, datele numerice înscrise sînt utilizate în activitatea inginerască pentru luarea deciziilor ce se impun.

### 3.4. Programe pentru analiza stării de eforturi în în elementele de beton și beton armat

#### 3.4.1. Programul de calcul TEPL

##### 3.4.1.1. Domeniul de aplicabilitate

Programul de calcul TEPL realizează analiza statică a elementelor în stare plană de tensiuni (Tensiuni Plane). Metoda de calcul implementată în program este metoda elementelor finite. Se utilizează elemente finite triunghiulare și dreptunghiulare în stare plană de tensiuni.

Structura se presupune cu grosime constantă. Încărcirile pot fi forțe concentrate care acționează în planul structurii în nodurile rețelei de discretizare după una sau ambele direcții ale unui sistem rectangular de referință. Astfel de structuri de rezistență sînt grinzile pereți, diafragmele verticale sau orizontale, cadre plane, grinzile înalte, nodurile de cadru, etc.

Condițiile de rezemare ale structurii se pot introduce în nodurile rețelei de discretizare, pe cele două direcții ale axelor de coordonate.

##### 3.4.1.2. Structura programului

Programul de calcul utilizează elemente finite triunghiulare și dreptunghiulare și dreptunghiulare cu două grade de libertate pe nod. Matricea de rigiditate a elementului se definește în funcție de coordonatele nodurilor elementului, de grosimea elementului, de coeficientul lui Poisson și de modulul de elasticitate al materialului.

Schema bloc a programului este prezentată în figura 3.7.

Programul alcătuiește succesiv materiale de rigiditate ale elementelor finite, după care implementează termenii acestora în matricea de rigiditate a structurii. După introducerea condițiilor de rezemare urmează rezolvarea sistemului de ecuații prin algoritmul Gauss, obținându-se deplasările nodurilor. Cu ajutorul acestora și prin intermediul matricei de elasticitate se determină eforturile unitare  $\sqrt{x}$ ,  $\sqrt{y}$  și  $\sqrt{xy}$  în centrul fiecărui element finit. Programul este scris în limbaj BASIC și ocupă 12 KC memorie.



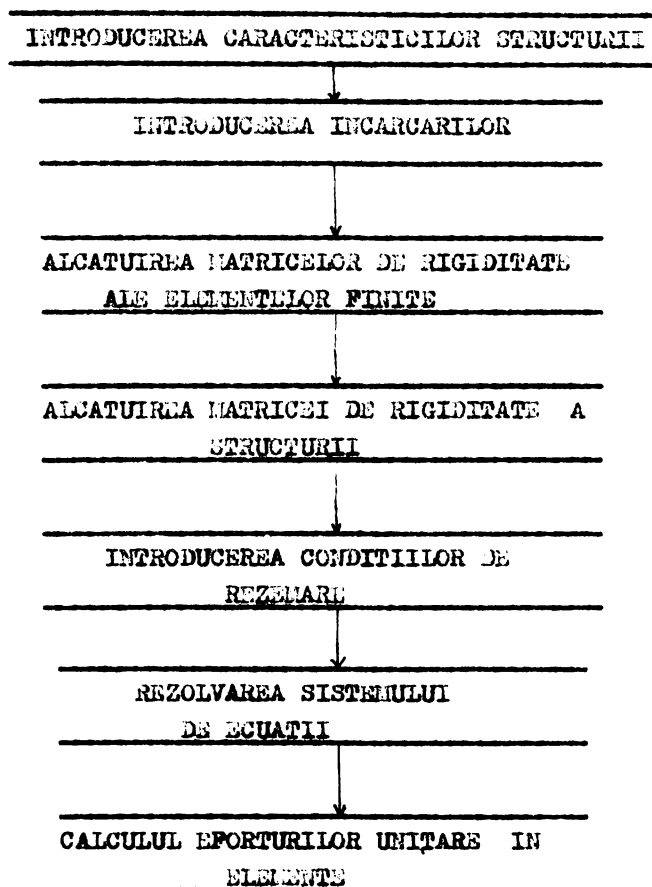


Fig.3.7

După introducerea topologiei structurii, programul calculează lățimea semibenzii matricii de rigiditate. Numărul de noduri ale structurii, lățimea semibenzii și numărul ipotezelor de încărcare sînt parametrii care determină dimensiunea memoriei ocupate de problemă.

Introducerea datelor se realizează iterativ.

#### 3.4.1.3. Rezultatele oferite de program

Programul determină deplasările nodurilor, eforturilor unitare  $\bar{V}_x$ ,  $\bar{V}_y$  și  $\bar{z}_{xy}$ , eforturile principale  $\bar{V}_1$  și  $\bar{V}_2$  precum și reacțiunile blocate în nodurile de rezem.

Programul sursă este redat în Anexa lucrării.

### 3.4.2. Programe de calcul izop

3.4.2.1. Domeniul de aplicabilitate: Programul se poate utiliza pentru calcul elastic al plăcilor în stare plană de tensiuni. Programul utilizează metoda elementelor finite. Se folosesc elemente finite patrulate izoparametrice cu ajutorul programului de calcul se determină eforturile unitare în plăcile plane încărcate în planul lor.

3.4.2.2. Structura programului : programul este scris în limbaj FORTRAN IV și se exploatează pe sistemul de calcul FENIX C-256. Schema bloc a programului este redată în figura 3.8.

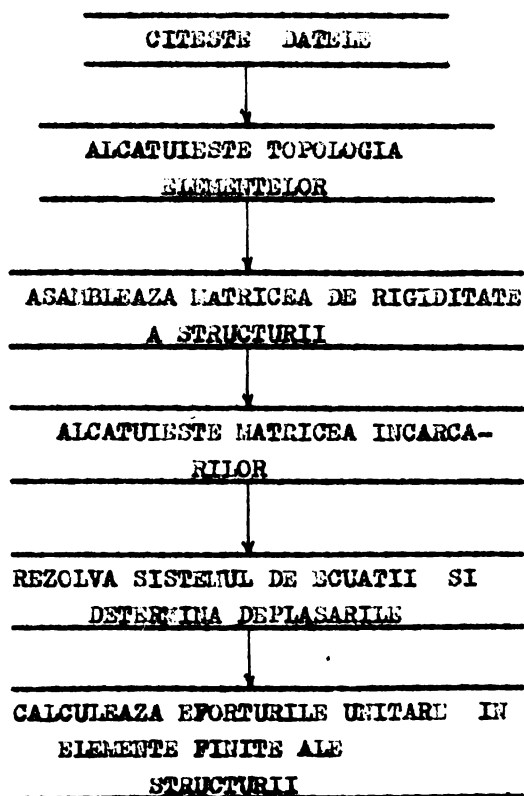


Fig. 3.8

Programul este segmentat și conține următoarele modele de programe:

- PROGRAMUL PRINCIPAL
- SUBRUTINA MATR - matricele de rigiditate ale elementului

- SUBRUTINA FURFORM - funcții de formă

- SUBRUTINA REZOL - rezolvarea sistemului de ecuații.

Schema de asamblare a modulelor de program este reprezentată în figura 3.9.

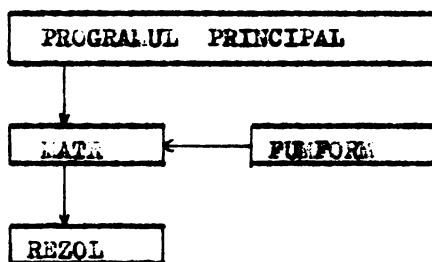


Fig.3.9

Programul sursă este redat în Anexă.

### 3.4.2.3. Rezultate oferite de program

Programul determină deplasările nodale, deformațiile specifice și eforturile unitare în elementele finite.

### 3.4.3. Programul de calcul BIGRAF

#### 3.4.3.1. Domeniul de aplicabilitate

Programul de calcul permite analiza în domeniul liniar și neliniar al elementelor plane de beton și beton armat în stare plană de tensiuni. Elementul plan poate avea grosimi variabile, în limitele ipotezei de tensiuni plane. El poate fi alcătuit dintr-un material izotrop sau anizotrop de tipul betonului armat. Armătura elementului se consideră amplasată în planul median al acestuia.

Metoda de calcul implementată în program descrie neliniaritatea fizică a betonului armat în variantă biografică a metodei analitice de calcul postelastio.

Răspunsul neelastio se datorează mai ales fisurii betonului întins și plasticizării betonului comprimat și a armăturii întinse.

Efectele neliniare de care nu se ține seama sînt lunecarea armăturii în beton și deteriorarea fețelor fisurilor, ceea ce împiedică închiderea lor completă la descărcare.

A acțiunile exterioare aplicabile structurii prin metoda biografică sînt forțe concentrate sau distribuite provenite dintr-un regim static sau cvasistatic. Ele se aplică în nodurile rețelei de

discretizare și pot avea caracter constant sau variabil în cadrul biografiei elementului.

Forțele cu caracter constant își păstrează intensitatea și direcția pe parcursul biografiei elementului. În această categorie se pot încadra încărcările permanente ale structurii, încărcările utile cu caracter permanent, etc.

Încărcările variabile se aplică structurii prin incrementele de încărcare egale sau neegale succesive.

Suma acestor incrementele determină intensitatea încărcării la pasul de încărcare respectiv. Incrementele de încărcare se pot defini astfel încât să modeleze forțe descrescătoare ca intensitate sau schimbarea direcției de acțiune a acestor forțe (cazul încărcărilor ciclice). În cazul existenței mai multor forțe variabile acționând simultan, intensitatea acestora poate varia proporțional cu mărimea intensității fiecăruia (de exemplu o distribuție liniară a forțelor variabile se păstrează liniară pe parcursul desfășurării procesului biografic).

#### 3.4.3.2. Metoda de calcul

Calculul se efectuează cu metoda elementelor finite, utilizând elemente finite triunghiulare, modele de deplasări.

Betonul armat se modelează prin elemente finite de beton armat, armătura fiind considerată distribuită uniform pe toată suprafața elementelor finite.

Matricele de rigiditate ale elementelor se stabilesc în funcție de starea fizică a betonului din zona respectivă (betonul fisurat, betonul nefisurat, betonul plasticizat) respectiv de armătură (elastică sau în curgere).

Pentru analiza incrementală a fisurării betonului și plasticizării betonului, respectiv a armăturii se utilizează mai multe metode printre care metoda rigidității tangente și metoda rigidității inițiale. Diferența dintre aceste două metode se manifestă în cadrul unui increment: la prima metodă matricea de rigiditate se modifică cu modificarea proprietăților integrate ale materialului, iar la cea de-a doua, matricea rigidităților se menține constantă, fiind necesare mai multe iterații. Toate celelalte operații sînt comune, restabilirea echilibrului făcîndu-se cu ajutorul forțelor de transfer.

Programul de calcul conține un procedeu de analiză numerică

conform căreia pentru incremente finite de încărcare  $\Delta p$  se produc incremente de eforturi  $\Delta \bar{\sigma}$  și de deformații  $\Delta \bar{\epsilon}$ , între acestea existind relația:  $\Delta \bar{\sigma} = D_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}} \cdot \Delta \bar{\epsilon}$  în care  $D_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  reprezintă rigiditatea instantanee tangentă a materialului compozit. Prin analiza numerică se obține mai întâi deplasările incrementale, după care deplasările curente se obțin prin însumare. Din deplasări rezultă apoi deformațiile și eforturile.

Procedeul incremental poate fi rezumat la 5 pași, a căror secvență este reprezentată în figura 3.10.

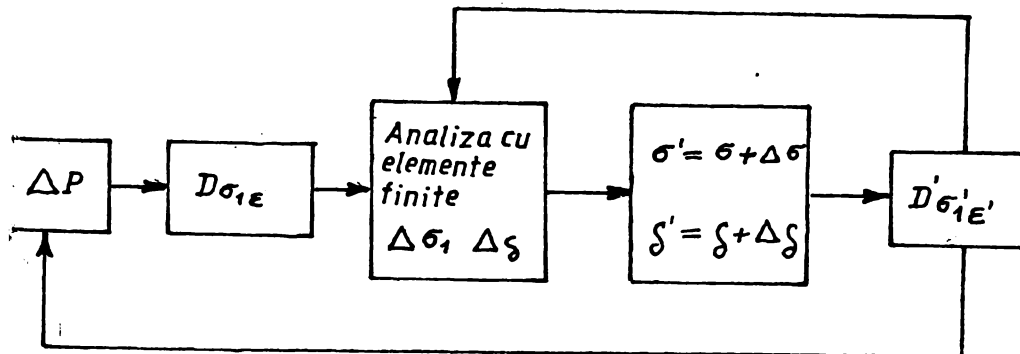


Fig. 3.10.

1. se aplică un increment de încărcare  $\Delta p$
2. se evaluează rigiditatea materialului  $D_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  pe baza eforturilor și deformațiilor existente
3. se calculează eforturile  $\Delta \bar{\sigma}$  și deplasările  $\Delta \bar{\epsilon}$ , utilizând rigiditatea materialului  $D_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  și încărcare  $\Delta p$ .
4. la valorile existente se adaugă eforturile și deplasările incrementale
 
$$\bar{\sigma}' = \bar{\sigma} + \Delta \bar{\sigma}$$

$$\bar{\epsilon}' = \bar{\epsilon} + \Delta \bar{\epsilon}$$

Noile deformații  $\bar{\epsilon}$  se obțin din noile deplasări  $\bar{\sigma}'$

Se evaluează noua rigiditate a materialului  $D'_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  în funcție de  $\bar{\sigma}'$  și  $\bar{\epsilon}'$ . Dacă  $D'_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  diferă de  $D_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  se reia ciclul de la pasul 3.

Pașii 3, 4 și 5 se repetă până când  $D_{\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}}$  nu se mai modifică.

Elementele finite de beton armat care alcătuiesc structura, sînt inițiale nefisurate și în stadiul elastic, pînă la apariția

primei fisuri sau a primei plasticizării. De aceea primul increment de încărcare poate fi egal cu nivelul încărcării care determină atingerea limitelor elastice într-unul dintre elementele structurii. De la acest nivel se aplică analiza neliniară incrementală.

Procesele neliniare care pot avea loc în structură după atingerea limitei elastice sînt formarea fisurilor, închiderea fisurilor, redeschiderea fisurilor, curgerea armăturii, plasticizarea betonului nefisurat sau fisurat, zdrobirea betonului comprimat. Formarea fisurilor are loc în momentul în care tensiunea principală atinge sau depășește nivelul rezistenței la întindere ( $R_t$ ) deci  $\sigma_1 \geq R_t$ .

În faza imediat următoare deoarece betonul fisurat nu mai poate prelua efortul  $\sigma_1$ , acesta se redistribuie celorlalte elemente din structură în vederea restabilirii echilibrului acestuia. Procesul se realizează prin intermediul unor forțe de transfer derivate din tensiunea  $\sigma_1$  și care vor fi aplicate structurii în nodurile elementului finit fisurat.

Curgerea armăturii are loc în momentul în care se atinge rezistența de curgere a acesteia. Dacă curgerea se produce în intervalul de aplicare a unui increment de încărcare  $\Delta p$ , efortul excedentar din armătură se predă structurii prin forțe de transfer.

Plasticizarea betonului nefisurat este descrisă prin criteriul de curgere V.Mises. Zdrobirea betonului fisurat se consideră în momentul în care deformația specifică paralelă cu fisurile  $\epsilon_t$  satisface condiția:  $\epsilon_t \leq \bar{\epsilon}_b$  în care  $\bar{\epsilon}_b$  reprezintă deformația specifică limită la compresiune a betonului. Pentru betonul sollicitat biaxial, condiția limită pentru deformațiile plastice este  $\epsilon_{ea} \geq \bar{\epsilon}_b$  în care  $\epsilon_{ea}$  reprezintă deformația specifică echivalentă asociată criteriului V.Mises:

$$\epsilon_{eq} = (\epsilon_x^2 - 2\epsilon_x\epsilon_y + \epsilon_y^2 + 1,5\gamma_{xy}^2)^{0,5}$$

Cînd structura intră în cealaltă se dezvoltă deformații plastice nelimitate astfel încît procesul iterativ nu mai este convergent. În această situație se propune o deplasare limită care o dată atinsă oprește iterația.

#### 3.4.3.3. Structura programului

Programul de calcul este scris în limbaj FORTRAN 77 și este implementat pe minicalculatorul CORAL/INDEPENDENT.

Schema bloc a programului de calcul este reprezentată în

figura 3.11.

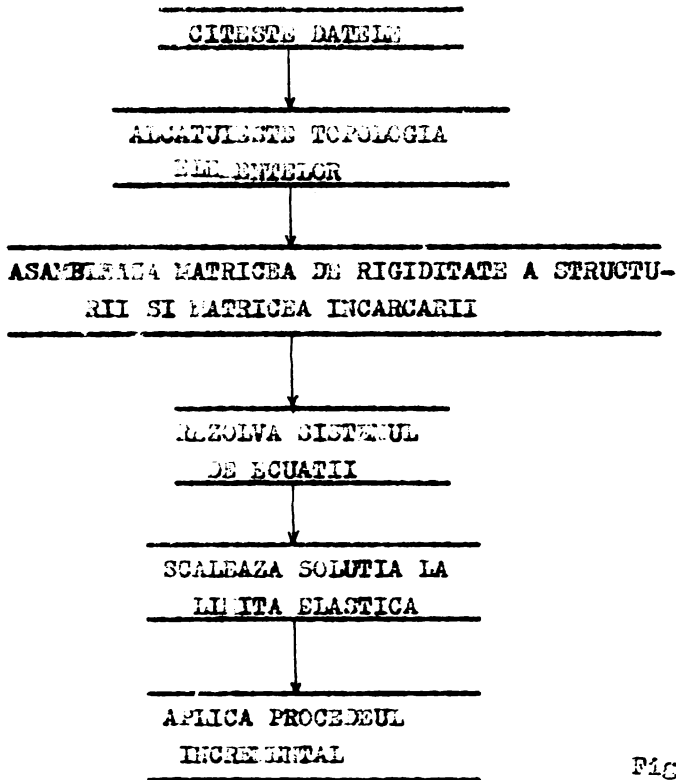


Fig.3.11

#### 3.4.3.4. Rezultatele oferite de program

Programul analizează structura, stabilind limita elastică, precum și tabloul deplasărilor și eforturilor în elemente finite corespunzător fiecărui pas al programului incrementat. Astfel se obțin:

- încărcările propuse;
- deplasările nodale rezultate;
- reacțiunile în nodurile blocate;
- eforturile unitare principale în elementele finite, atât în beton cit și în armătură;
- direcțiile eforturilor unitare principale;
- deformațiile specifice pe cele două direcții din planul  $xoy$ ;
- poziția și orientarea fisurilor;
- poziția armăturilor aflate în curgere;
- zonele de beton plasticizate;
- zonele de beton zdrobite;

- relația încărcare-deplasare într-un punct precizat în structură.

### 3.5. Analiza în domeniul elastic

Cu ajutorul programului TEPL s-a studiat starea de eforturi din epruveta experimentală. Pentru calcul s-a realizat discretizarea în elemente finite prezentată în figura 3.12.a, în care s-au utilizat 6 elemente triunghiulare și 40 dreptunghiulare în stare plană de tensiuni. Discretizarea conține 63 de noduri cu câte două grade de libertate. Pentru eliminarea gradelor de libertate de corp rigid s-au introdus două blocaje (unul pe direcția deplasării orizontale și unul pe direcția deplasării verticale). Poziția blocajelor s-a ales în funcție de conformația structurii și de modul de încărcare, ținând seama de antisimetria structurii.

Încărcarea a fost aplicată în axul longitudinal a epruvetei, cu valoarea de 1000 daN.

Din analiză s-au obținut eforturile unitare  $\bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y, \bar{\tau}_{xy}$ ,  $\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2$  și direcțiile eforturilor unitare principale în mijlocul elementelor finite.

Este prezentat eforturile  $\bar{\tau}_{xy}, \bar{\sigma}_x, \bar{\sigma}_y$  din elementele decupate din elementul experimental.

		$(\bar{\tau}_{xy})$		$(\bar{\sigma}_x)$		$(\bar{\sigma}_y)$	
14	15	-1,73	4,64	-0,49	-2,48	-11,86	-0,58
18	19	-0,61	1,27	3,15	2,59	-3,16	-7,63
22	23	1,27	-0,61	2,59	3,15	-7,63	-3,16
26	27	4,64	-1,73	-2,48	-0,49	-3,58	-11,86

Studiul stării de eforturi și deformații în elementul experimental s-a efectuat în domeniul elastic cu ajutorul programului de calcul IZOPARAM /108/.

Programul IZOPARAM utilizează elemente finite izoparametrice în starea plană de tensiuni de tipul celor prezentate la pct.3.1.5.

Programul de calcul determină starea de eforturi și deformații în elementele aflate în starea plană de tensiuni. Programul este scris în FORTRAN și este exploatabil pe sistemul de calcul FELIX.

Pentru calcul, elementul experimental a fost discretizat în elemente finite patrulate, conform figurii 3.12.b.



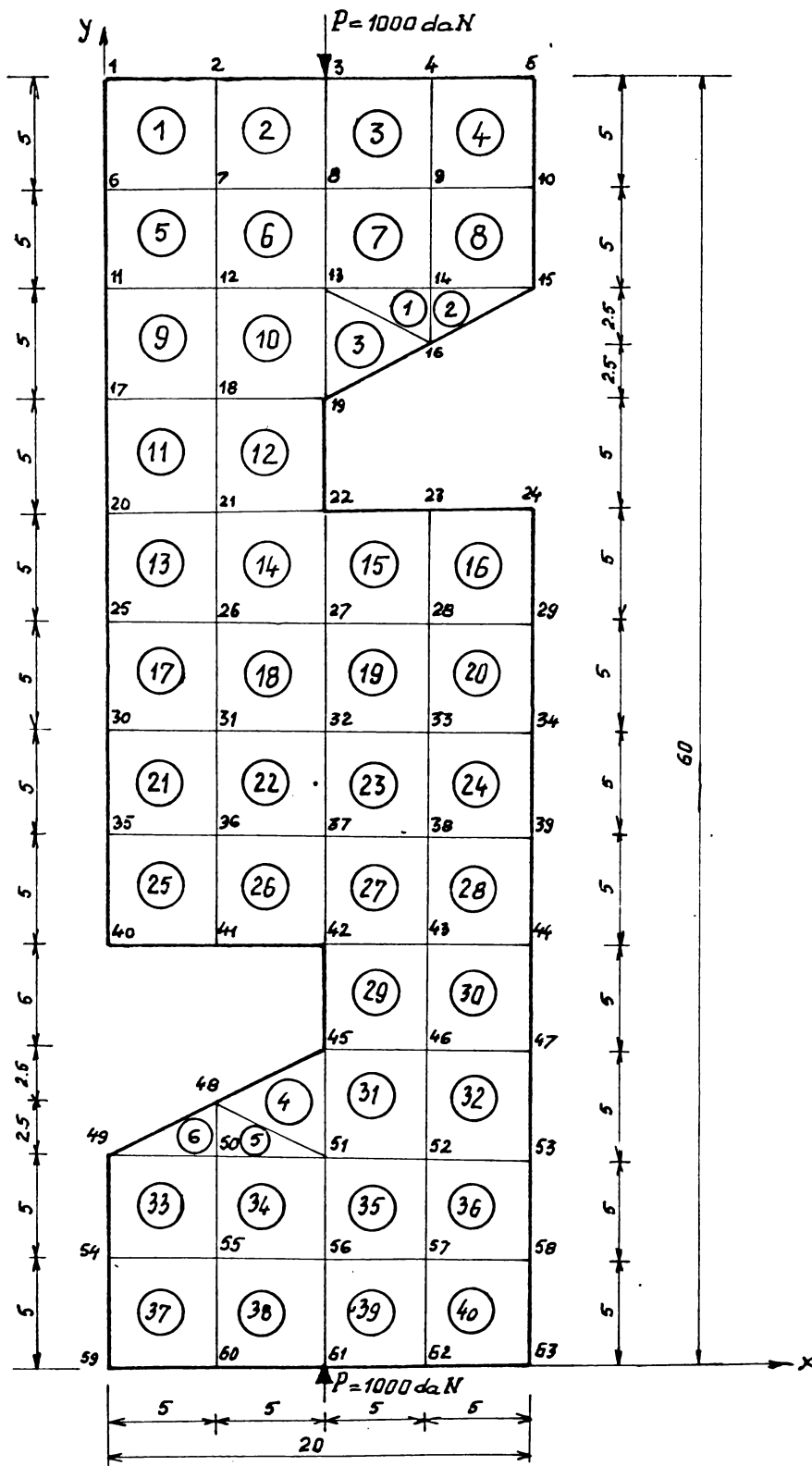
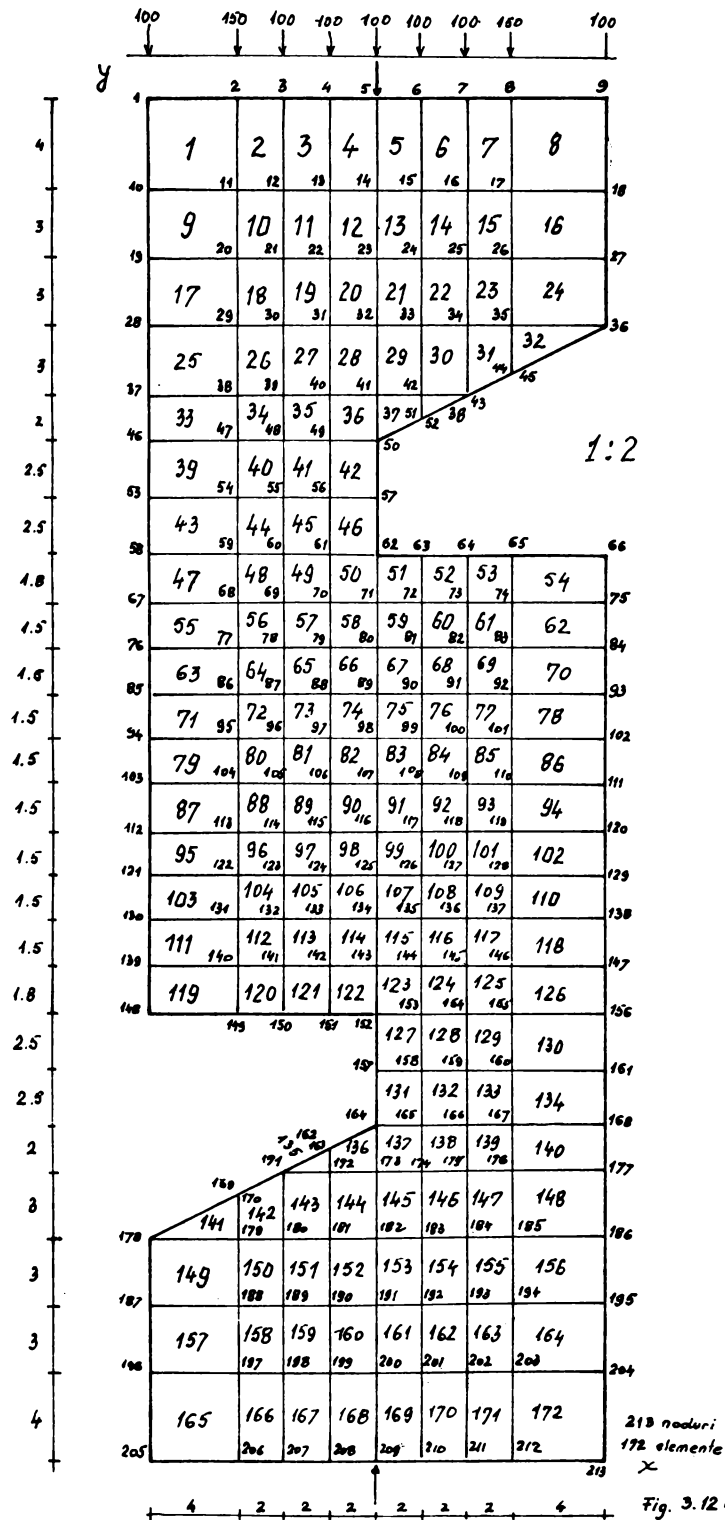


Fig. 3.12 b



S-au utilizat 172 elemente finite, rezultând un număr de 213 noduri.

S-a obținut astfel un sistem de ecuații algebrice cu 416 ecuații.

Discretizarea din figura 3.12.b. permite stabilirea coordonatelor nodurilor rețelei de discretizare, precum și a topologiei elementelor finite. De asemenea în figură sînt precizate condițiile de rezemare, precum și încărcarea. Încărcarea cu valoarea de 1000 daN a fost aplicată în nodurile rețelei de discretizare la partea superioară. Deformațiile și eforturile obținute pentru alte valori ale încărcării se pot determina prin proporționalitate, avînd în vedere că analiza se realizează în domeniul elastic.

Pentru beton s-au utilizat următoarea caracteristică:  
 $E_b = 240.000 \text{ daN/cm}^2$ .

Analiza stării de eforturi în elementul experimental cu ajutorul metodei, elementul finit a urmărit:

- determinarea distribuției eforturilor  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  și  $\tau_{xy}$  în secțiunile caracteristice;
- posibilitatea efectuării comparației între valorile calculate și cele obținute experimental.

În figura 3.13 sînt precizate secțiunile în dreptul cărora au fost reprezentate eforturile unitare.

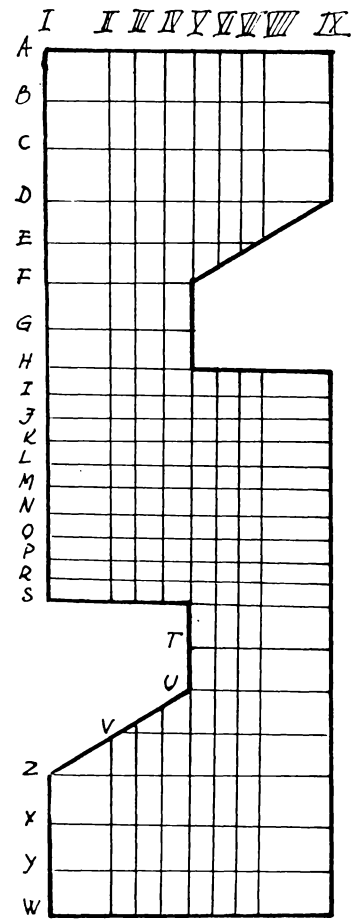
În tabelul 3.3 sînt centralizate figurile reprezentînd diagramele de eforturi determinate.

Tabelul 3.3

Eforturi	Încercare concentrată	Încercare uniform distribuită
$\sigma_x$	fig.3.14 pînă la 3.18	fig.3.19 pînă la 3.23
$\sigma_y$	fig.3.24 pînă la 3.37	fig.3.38 pînă la 3.51
$\tau_{xy}$	fig.3.52 pînă la 3.57	fig.3.58 pînă la 3.62

Diagramele de eforturi sînt date în anexa lucrării.

Este de remarcat în primul rînd că, analiza stării de eforturi s-a efectuat în două variante de încărcare; încărcare concentrată în dreptul axului longitudinal al elementului, respectiv încărcare uniform distribuită. Analiza comparativă a distribuției eforturilor unitare  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  și  $\tau_{xy}$  în cele două variante de încărcare, eforturi determinate prin utilizarea programului IZOPARAM, nu a evidențiat diferențe calitative sau cantitative a stării de eforturi din secțiunea de forfecare a modelului.



*Fig. 3.13.*

Deosebiri pot fi constatate numai în distribuția eforturilor  $\bar{V}_y$  în zonele apropiate punctelor de aplicație ale încărcării, care însă nu afectează starea de eforturi din secțiunea de forfecare (figura 3.24 și fig. 3.38).

Distribuția efortului unitar  $\bar{V}_x$  este simetrică față de axul median orizontal. Se remarcă schimbarea semnului acestor eforturi: întinderi în zona centrală, respectiv compresiune în zonele extreme ale secțiunii de forfecare (figura 3.18 și 3.23).

Distribuția eforturilor unitare  $\bar{z}_{xy}$  din secțiunea de forfecare este simetrică, dar nu este uniformă. Diagramale arată că la extremitățile secțiunii de forfecare există vîrfuri de tensiuni foarte mari. În mijlocul secțiunii unde s-au observat valori foarte mici ale eforturilor tangențiale, se constată un raport  $\bar{z}_{max}/\bar{z}_{min} = 9,9/0,73$ . De aici se poate constata că cedarea se va produce începînd cu aceste zone din extremitățile secțiunii de forfecare, urmînd ca ruperea să se producă de la extremități spre zona mediană (figura 3.55 și fig. 3.62).

### 3.6. Analiza în domeniul postelastice

Studiul stării de eforturi în domeniul postelastic permite urmărirea comportării elementului experimental de la încărcarea corespunzătoare limitei elastice pînă la rupere.

Analiza s-a efectuat cu ajutorul programului de calcul BIOGRAF /108/. Programul BIOGRAF este un program pentru calcul postelastic biografic al elementelor de beton armat în stare plană de tensiuni, prin metoda elementelor finite. Schematizarea structurii se realizează prin elemente finite anizotrope din beton armat în stare plană de tensiuni, de tipul celor prezentate la punctul 3.1.3.

Încărcările pot fi aplicate ca forțe în nodurile rețelei de discretizare. Calculul postelastic se realizează în variantă biografică /Bo/ pe baza incrementelor de încărcare propuse de utilizator. În paralel, structura poate fi încărcată și cu un set de sarcini constante pe parcursul biografiei acestora. Pe baza analizei se determină starea de eforturi și deformații în beton și armătură, precum și starea fizică a elementului (nefisurat, fisurat, plasticizat, zdrobit) în fiecare treaptă de încărcare.

În cadrul programului de calcul, betonul armat se consideră ca un material compozit. Comportarea lui de ansamblu este un

rezultat al combinării comportării fiecărui material component, precum și al legăturilor dintre acestea. Pentru betonul nefisurat solicitat biaxial s-a adoptat criteriul combinat Cervenko-V. Mises.

Betonul fisurat se consideră în stare de tensiune monoaxială. Armătura se consideră elastică sau perfect plastică atât la întindere cât și la compresiune.

Analiza postelastice a unei structuri din beton sau beton armat în stare plană de tensiuni, presupune crearea unui set de date de intrare, structurate conform manualului de utilizare, și care să conțină următoarele:

- topologia structurii discretizată în elemente finite;
- coordonatele nodurilor rețelei de discretizare;
- blocajele nodurilor corespunzătoare zonelor de rezanare ale structurii;
- caracteristicile elastice și mecanice ale tipurilor de materiale utilizate în modelarea structurii;
- intensitatea, poziția și direcția încărcărilor cu caracter variabil în cadrul biografiei structurii;
- mărimea incrementelor de forță aplicată și numărul de pași ce urmează a fi realizați în cadrul biografiei elementului.

Pentru constituirea acestui set de date este necesară mai întâi efectuarea unei modelări a structurii cu elemente finite triunghiulare.

În cadrul acestei modelări se vor preciza tipurile de materiale în conformitate cu alcătuirea structurii. De asemenea trebuie modelate zonele de rezanare.

Analiza se desfășoară pe baza unor incremente de încărcare propuse de utilizator în pași succesivi.

Programul efectuează analiza pornind procedura incremental-iterativă de la nivelul de încărcare corespunzător limitei elastice a elementului, desemnată a fi nivelul de încărcare de la care se produc fie fisurarea, plasticizarea sau zdrobirea betonului, fie curgerea armăturii întinse comprimate.

Astfel, peste încărcarea corespunzătoare limitei elastice sînt adăugate incrementele de forță în pași succesivi. Pasul corespunzător limitei elastice este considerat pasul 1, celiălți pași fiind numeotați 2, 3, 4 și așa mai departe. Nivelul de încărcare corespunzător unui pas rezultă prin însumarea forțelor corespunzătoare limitei elastice cu incrementele de forță aplicate

până la pasul respectiv. În cadrul fiecărui pas se realizează un proces iterativ care are rolul de autoechilibrare a structurii prin redistribuirea tensiunilor între elementele finite ale structurii. La sfârșitul pasului respectiv se obține un tablou complet al stării de deformare și tensiuni, precum și starea fizică a structurii (elementele fisurate, zdrobite, în stare plastică, armătură în curgere). Analiza continuă până la epuizarea tuturor incrimențelor de încărcare propuse sau până la atingerea unei deplasări maxime precizate. Este evident că analiza se oprește în situația în care structura devine, ca urmare a modificărilor caracteristicilor elastice și mecanice, un mecanism.

Analiza se încheie cu înregistrarea relației forță - deplasare la nodul caracteristic precizat.

Pentru analiză, elementul experimental a fost discretizat în elemente finite triunghiulare, conform figurei 3.63. Au rezultat 264 elemente finite și 161 de noduri. Deoarece programul poate genera automat numai rețele ce se înscriu într-un domeniu rectangular, în zona decupată a elementului s-au precizat elemente finite cu rigidități reduse, acestea neafectând rezultatele analizei. Antisimetria structurii, condițiile de margine propuse au fost precizate în nodul din centrul elementului. Încărcarea variabilă s-a aplicat în două variante: prima ca încărcare uniformă distribuită pe fețele superioară și inferioară, a doua ca forță concentrată în dreptul axului longitudinal al elementului. Aceste două variante de încărcare s-au utilizat cu scopul studierii deformăției, eforturile unitare și a releveului fisurilor, urmărindu-se găsirea celei mai corecte modalități de modelare a experimentului. Astfel, deși în aparență încărcarea aplicată modelelor experimentale s-a realizat prin intermediul unui platan rigid, ceea ce ar putea presupune o distribuție uniformă a încărcării, datorită articulației sferice de la partea superioară a platoului preseii, cât și datorită rigidității elementului, transmiterea încărcării se realizează mai degrabă concentrat în lungul axului longitudinal al elementului.

De altfel analizând figurile 3.64 până la 3.76 în care sînt redată deformatele, releveului și starea de eforturi în cele două variante de încărcare, se poate trage concluzia că încărcarea concentrată este cea care determină mai corect o stare de forfecare

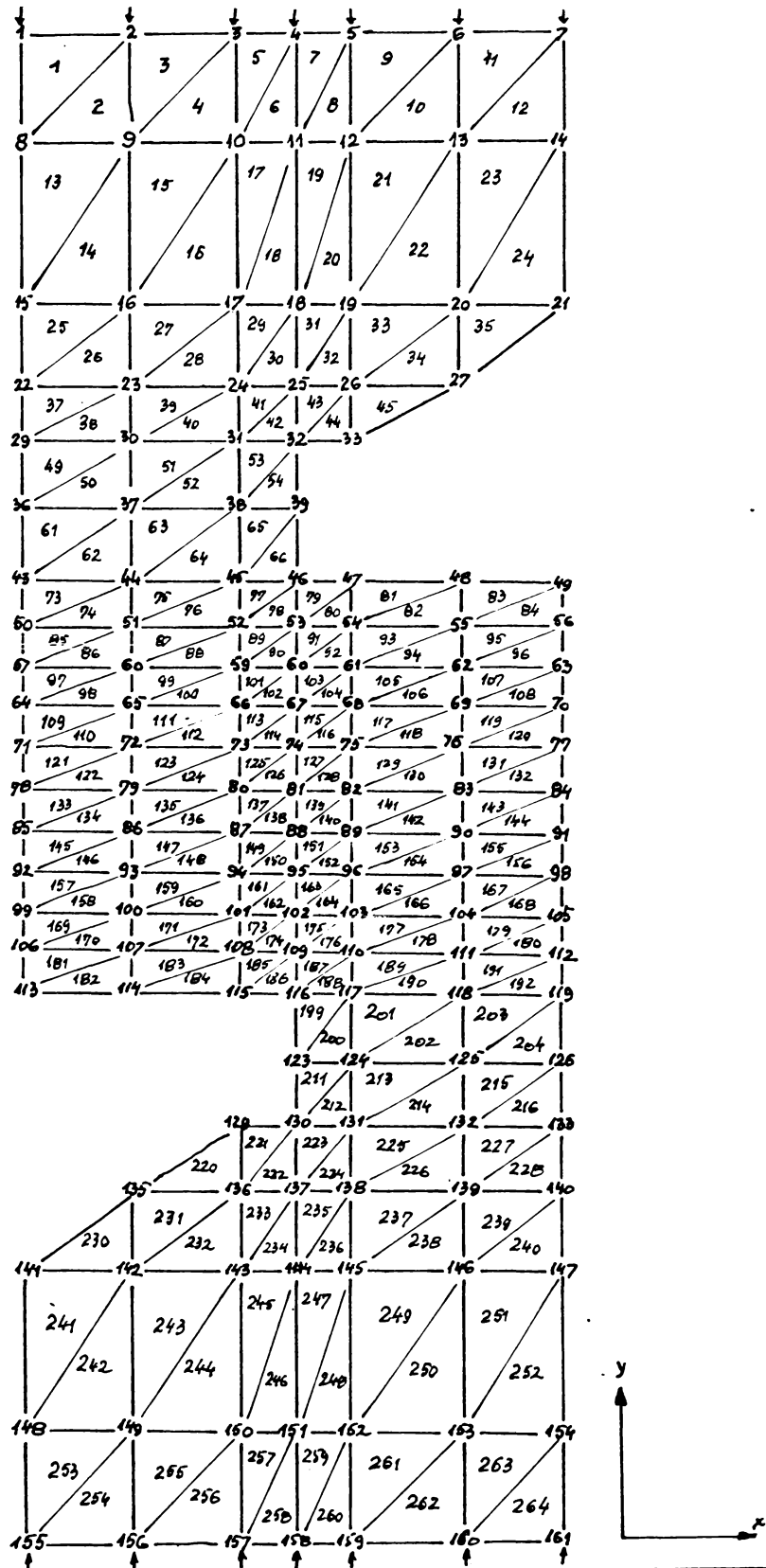


Fig. 3.63.



pură în elementul experimental. Comparând figura 3.64 cu figura 3.67 se observă din alura deformatelor că încărcarea distribuită determină o deformație de încovoiere mai pronunțată, secțiunea centrală de forfecare deplasându-se mai pronunțat decât cea de la încărcarea concentrată. Aceiași concluzie se desprinde analizând releveele fisurilor reprezentate în figurile 3.65 și 3.68, deoarece se remarcă la modelul cu încărcare distribuită, cel puțin trei secțiuni fisurate în zona laterală întinsă, spre deosebire de numai una la celălalt element. Urmărind distribuția eforturilor principale în zona secțiunii de forfecare se observă o preponderanță a eforturilor de compresie cu valori mai mari la modelul cu încărcare distribuită, decât la cel cu încărcare concentrată, ceea ce arată o comportare mai favorabilă forfecării a acestuia din urmă (figura 3.66 și 3.69).

Primele două modele  $S_1$  și  $S_2$ , așa cum reiese și din tabelul 3.4, sînt alcătuite din beton simplu, fără armătură de rigidifi-

Tabelul 3.4.

În tabelul 3.4. sînt centralizate figurile deformatelor, releveelor și eforturilor care sînt date în anexa

lucrării

Modelul	Deformată	Relevu	Eforturi
-Fără armătură de rigidizare	fig.3.64	fig.3.65	fig.3.66
-încărcare distribuită $S_1$	la limita elastică	la pasul 2	la pasul 2
-Fără armătura de rigidizare	fig.3.67	fig.3.68	fig.3.69
-încărcarea concentrată $S_2$	la limita elastică	la pasul 2	la pasul 2
-Cu armătură de rigidizare	-	fig.3.70 la pasul 2	fig.3.71 la pasul 2
-încărcare concentrată $S_3$	-	la pasul 3	fig.3.72 la pasul 3
- Cu armătura de rigidizare	-	fig.3.73 la pasul 2	fig.3.74 la pasul 2
-încărcare concentrată $S_4$	-	și pasul 3	fig.3.75 la pasul 3
-Cu armătura de rigidizare	-	fig.3.76 la pasul 3	fig.3.77 la pasul 3
-încărcare concentrată	-	-	-

sare. Aceste modele nu sînt corespunzătoare din punct de vedere al realizării unui model de forfecare, deoarece așa cum a rezultat din analiza postelastice, ele s-au distrus prin încovoiere. Cedarea a început prin fisurarea secțiunilor orizontale pornind de la exterior din zona întinsă. Deoarece în această zonă nu există armătură, la creșterea încălzirii zona fisurată din secțiune se dezvoltă rapid, producându-se ruperea prin întindere din încovoiere a părților superioară respectiv inferioară a modelului, fără a se putea ajunge la forfecarea zonei centrale.

Deci modelele  $S_1$  și  $S_2$  au servit la demonstrarea necesității prevederii unor armături de rigidizare în elementele experimentale, dispuse în secțiunile întinse din efectul de încovoiere.

Toate celelalte modele sînt realizate cu armături de rigidizare care preiau eforturile de întindere din încovoiere pînă la rupere.

Ruperea acestor modele a avut loc prin forfecare în secțiunea mediană longitudinală, deci așa cum s-a urmărit inițial și cum s-au rupt și elementele experimentale.

Modelarea numerică cu ajutorul unui program de calcul în domeniul postelastic, permite analiza comportării unor elemente experimentale, care în secțiunea de forfecare sînt prevăzute cu armături solicitate la forfecare. O astfel de analiză este importantă în domeniul postelastic deoarece la acest tip de elemente, după apariția tensiunii de forfecare, armătura rămîne principalul element de rezistență din secțiunea de forfecare.

Cu scopul studierii efectului armăturilor în secțiunea de forfecare, au fost concepute și încercate o serie de 4 elemente experimentale.

La aceste elemente în secțiunea de forfecare au fost prevăzute cîte două bare din OB cu diametrul de 10 mm, placate în planul median al elementelor, la extremități. Rezultatele încercărilor experimentale sînt prezentate și analizate în capitolul 4. În paralel, acest model experimental a fost analizat și cu programul de calcul BIOGRAF. Analiza numerică a confirmat identitatea stadiilor de lucru și comportării modelului experimental cu cel teoretic. Studiul comparativ dintre încercarea experimentală și rezultatele analizei numerice este realizat în capitolul 4.

Studiul comparativ dintre datele făcute de Iosipescu în studiul fotoelastic cu cele 3 programe pe care le-am folosit în

studiul numeric al comportării elementelor experimentale (TE-PL, IZOPARAM, BIOGRAF) este dat în tabelul 3.5 precizând următoarele:

Tabelul 3.5

Metoda de calcul Rapoarte	Studiu foto- elastic Iosipescu	Programele de calcul		
		IZOPARAM P=1000 daN	Starea plană ST-PL P=1000 daN	BIOGRAF P=8077,82 daN
$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{min}}$	3	13,22	3,90	3,30
$\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{med}}$	3,2	3,03	1,60	1,30
$\frac{\sigma_{max}}{\tau_{x max}}$	3,3	2,75	1,32	2,00
$\frac{\sigma_{xy mij}}{\tau_{x mij}}$	0,5	0,21	0,34	0,52

- cele mai apropiate valori cu metoda experimentală foto-elastică s-au obținut utilizând elemente izoparametrice;

- la utilizarea programului ST-PL, discretizarea elementului experimental a fost grosieră, astfel încât nu s-au putut înregistra virfuri de tensiune în elementele din apropierea secțiunii critice; prin studiu teoretic și experimental s-a constatat o scădere pronunțată a efortului tangențial de la marginea secțiunii critice spre interiorul elementului. Această scădere poate fi cauza reducerii valorilor obținute prin aplicarea programului TE-PL.

Calculul cu programul BIOGRAF a fost condus în domeniul postelastic; rapoartele eforturilor au fost calculate la o treaptă de încărcare de 8077,82 daN, încărcare corespunzătoare domeniului postelastic la care virfurile de tensiune sînt mai atenuate, rezultînd rapoarte mai mici. La celelalte programe rapoartele eforturilor au fost calculate la o treaptă de încărcare egală de 1000 daN, încărcare corespunzătoare domeniului elastic, rezultînd, teoretic, valori mai mari ale virfurilor de tensiune.

#### CAPITOLUL 4. INCERCARI EXPERIMENTALE PE ELEMENTE SUPUSE LA FORFECARE

##### 4.1. Introducere

Cunoașterea comportării la forfecare a unor elemente de beton armat ca plasee fără grinzi, fundații pahar, platforme marine, îmbinări la structuri din panouri mari și înbrăcoșimi rutiere a impus inițierea a numeroase programe experimentale atât în România cât și în altă țară.

În țară astfel de cercetări au fost realizate la INCERC-București, I.P.Timișoara, I.P.Cluj-Napoca, I.C.București, I.P.Iași. În cele ce urmează sînt prezentate succint o parte din aceste cercetări.

În cadrul Institutului politehnic Timișoara la Catedra CCIA au fost realizate o serie de cercetări experimentale începînd cu anul 1933, în cadrul unor contracte de cercetare avînd ca beneficiar IPCT București /93; 110/. Rezultatele obținute au servit la fundamentarea teoriei de cercetare privind comportarea structurilor cu diafragme asamblate din panouri mari prefabricate. Totodată cercetările efectuate în cadrul Catedrei CCIA din Timișoara au permis verificarea dispozitivului de încercare conceput pentru încercări monotone și alternante. De asemenea cercetările efectuate au permis punerea la punct a unei metodologii de calcul și a unui program de analiză postelastică a diaframelor asamblate din panouri mari.

Pentru obținerea de date în aceste probleme, în cadrul IPCT București, s-a inițiat "Studiul privind introducerea în continuare a unor detalii constructive eficiente la îmbinările dintre panouri" /110/, la care I.P.Timișoara Catedra CCIA și ICCPDC Filiala Timișoara au colaborat în cadrul unor contracte /37; 43/. Rezultatele acestor încercări au fost comparate cu cele obținute la București (INCERC) și Cluj-Napoca (Filiala ICCPDC) pentru același tip de îmbinare, încercată cu alte dispozitive.

Elementele încercate, modul de armare, dispozitivul de încercare, și modul de rupere al acestor elemente sînt prezentate în Anexa lucrării.

Din 1976 în cadrul ICCPDC Filiala Cluj-Napoca și la laboratorul de beton al Facultății de Construcții, au fost efectuate încercări experimentale pe beton ușor, privind străpunge-

rea centrică și excentrică a zonelor aferente unui stîlp central, programe corelate cu cele efectuate în cadrul INCERC pe beton obișnuit. În anii 1980-1981 au fost studiate și zonele de margine și de colț a plăcilor solicitate la străpungere în variante de realizare cu beton greu și obișnuit.

Primul program experimental /39/ efectuat în cadrul ICCPDC Filiala Cluj-Napoca și laboratorul de beton al Facultății de Construcții pe elemente din beton ușor cu granulat corelat cu programul INCERC /81, 82/ a avut ca obiectiv verificarea particularităților de comportare la străpungere centrică a plăcilor armate pe două direcții în vederea introducerii în prescripțiile de proiectare /55/ a unor relații de calcul la străpungere caracteristică betonului ușor, verificarea comportării la străpungere a unor alcătuirii constructive de plănșee dală cu predale suprabetonate pe șantier. Acest program a fost valorificat în cadrul proiectării unei clădiri de locuit cu P+4E avînd structură cu plănșee dală /32/.

Al doilea program experimental /117/ efectuat tot în Cluj-Napoca pe elemente din beton ușor cu granulat în completarea programului /83; 84/ efectuat de INCERC București pe elemente din beton obișnuit, avut ca obiectiv verificarea capacității portante și a particularităților de comportare a plăcilor solicitate la străpungere excentrică în comparație cu cele solicitate la străpungere centrică.

Programul a permis în același timp și verificarea experimentală a relațiilor de calcul din prescripțiile de proiectare /55/ precum și urmărirea influenței pe care o are armătura din zona comprimată a dalei asupra capacității portante.

Străpungerea excentrică a fost studiată de către E. Ramzy /95/ pe elemente reproducînd zona de colț a plănșeelor dală. Încărcarea elementelor s-a realizat cu o forță și un cuplu concentrat urmărindu-se influența asupra capacității portante și a comportării pînă la rupere ținînd seama de mărimea excentricității încărcării, cantitatea de armătură pentru încovoiere și de suprafața prin care se transmite încărcarea /83; 84/.

Programul experimental efectuat de autor a avut scop determinarea rezistenței la forfecare a betonului, în vederea completării cunoștințelor asupra caracteristicilor fizico-mecanice

ale betonului și precizarea unei corelații între rezistența betonului la forfecare pe de o parte și rezistența la compresiune și la întindere pe de altă parte.

În programul experimental autorul a mai efectuat un studiu separat de aderență în scopul cunoașterii comportării în timp a sistemelor rutiere executate din beton.

În acest scop a fost imaginat și confecționat un sistem de tipare și o metodologie de încercare care permite determinarea acestei aderențe similar cu determinarea rezistenței la forfecare.

#### 4.2. Epruvetele pentru încercare și cofrajul metalic

Au fost utilizate două tipuri de epruvete pentru încercări. Primul tip de epruvete este prezentat în figura 4.1 cu dimensiunile următoare: în secțiunea transversală  $10 \times 10$  cm, iar lungimea de 40 cm, suprafața de contact dintre cele două părți de epruvetă este de  $20 \times 10$  cm figura 4.1.a. Al doilea tip de epruvete cu dimensiunile în secțiune transversală  $10 \times 10$  cm iar lungimea de 37,5 cm. Suprafața de contact dintre cele două părți de epruvetă este de  $15 \times 10$  cm figura 4.1.b. Lungimea totală a epruvetei este de 60 cm.

Pentru încercarea de aderență în prima etapă se toarnă o parte din epruvetă iar la vîrsta de 7 sau 14 zile se toarnă cealaltă parte a epruvetei. Pentru aceasta s-a conceput un cofraj metalic care să corespundă acestor desiderate. În figura 2 și 3 se prezintă cofrajul metalic în care se toarnă epruvetele pentru determinarea aderenței.

În figura 4.2. se prezintă o vedere de sus a cofrajului metalic.

Cofrajul este realizat din profile de oțel  $U_{10}$  laminate la cald, care se sprijină pe o talpă realizată din profil  $U_{30}$ . Secțiunea transversală, longitudinală prin cofraj este prezentată în Anexa lucrării.

Pereții cofrajului metalic se îmbină între ei prin intermediul unor guruburi, iar prinderea pereților de talpă se realizează tot cu ajutorul guruburilor.

În Anexa lucrării a fost prezentat modul de prindere al pereților cofrajului, precum și modul de prindere de talpă (vedere e-c în Anexă).

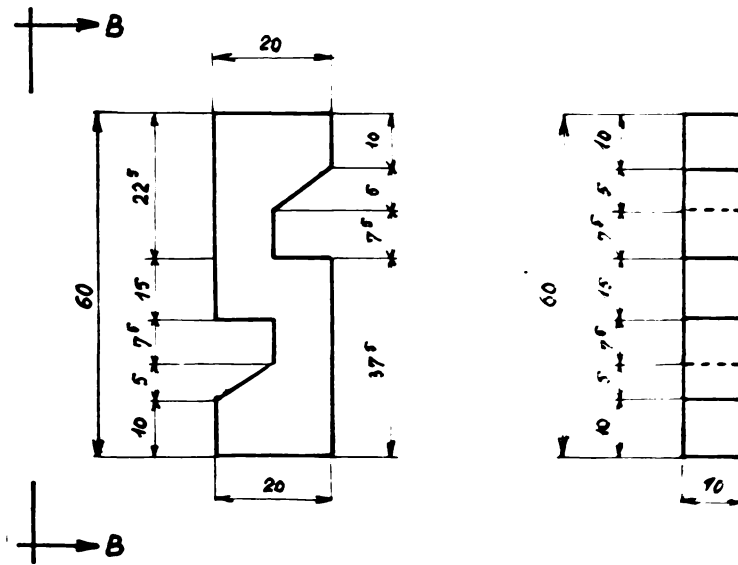
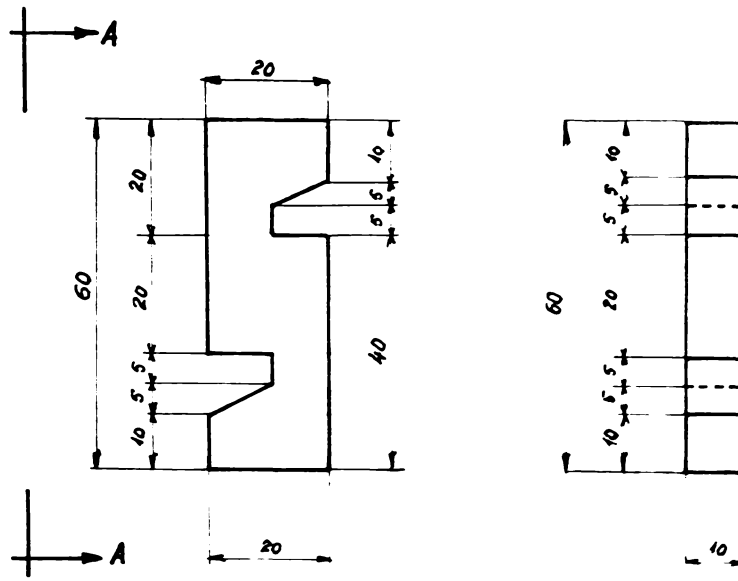
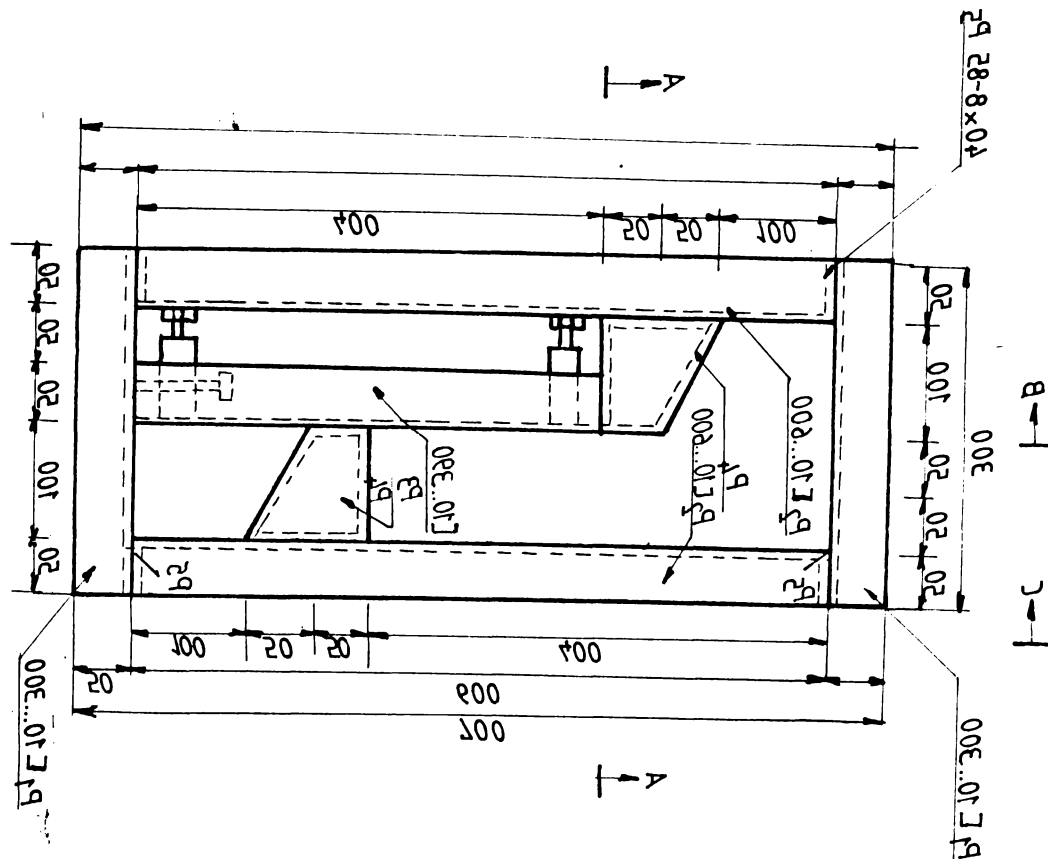


Fig.4.1 Epruvete experimentale.

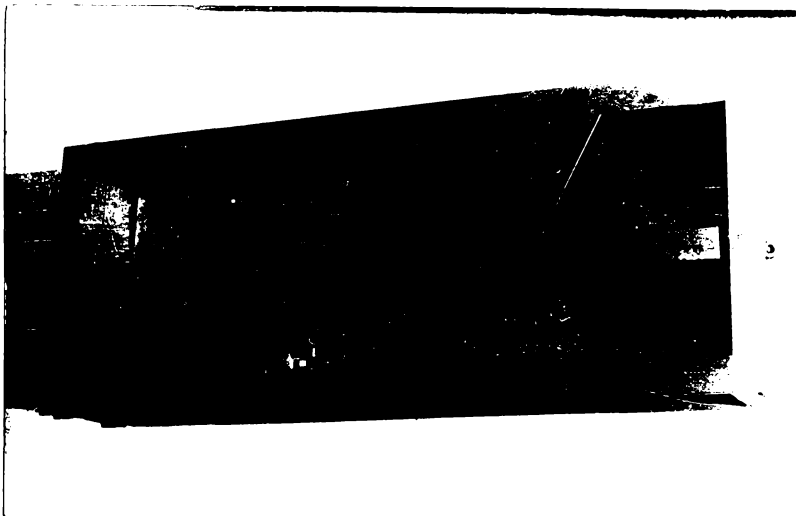
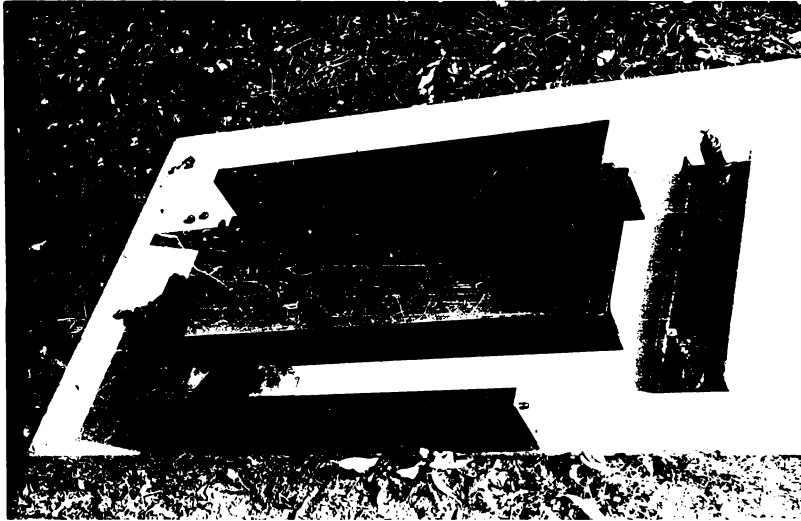


Poziția P din figura 4.2 se realizează din două cupcane de U<sub>10</sub> sudate între ele, iar închiderile de la capete se realizează cu platbenzi care se prind prin sudură de profilele U<sub>10</sub>. În Anexa lucrării a fost prezentată o vedere de sus a detaliului poziției P4 cu secțiunile respective.

Prinderea poziției P4 de pereții laterali ai cofrajului metalic se realizează prin intermediul a două guruburi (vedere D-D în Anexă).

Poziția P3 din figura 4.2 este partea mobilă a cofrajului metalic care se fixează pentru turnarea primei părți din epruvetă, pe partea laterală a cofrajului, iar după un interval de timp se elimină și se toarnă partea a doua a epruvetei.





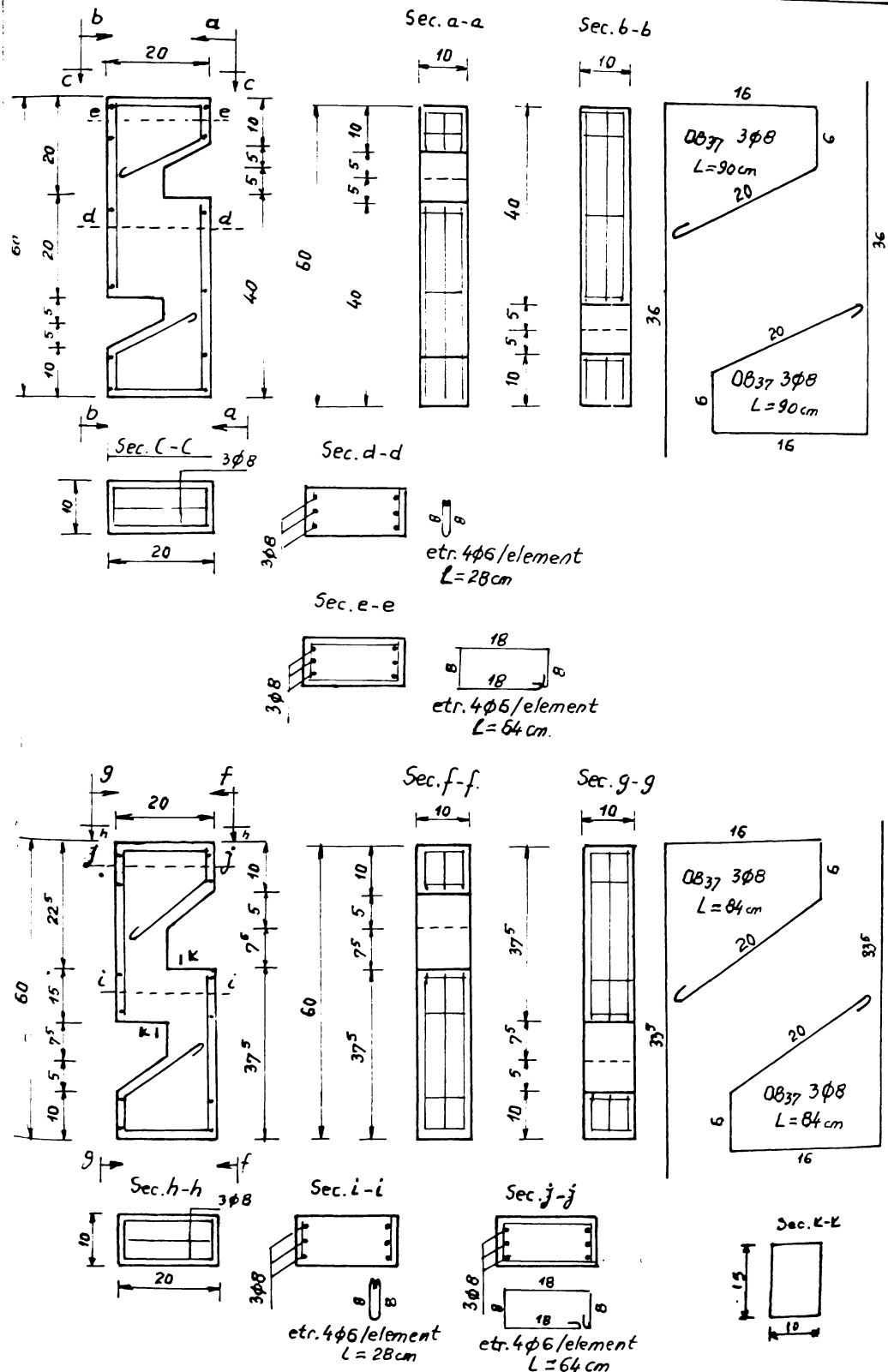


Fig.4.4 Armarea elementelor experimentale.

Poziția P3 prezentată în Anexa lucrării, se realizează dintr-un profil laminat la cald U<sub>10</sub> pe care sînt fixați prin sudură doi distanțieri la distanța de 30 mm de capetele profilului realizat din oțel rotund cu diametrul de 20 mm. Distanțierii sînt fixați la capătul liber un șurub, care se înșurubează prin filet în distanțieri pentru a putea fixa partea mobilă poziția 3, de peretele lateral al cofrajului metalic.

Fixarea de peretele transversal al cofrajului se realizează prin intermediul unui șurub de reglaj care se înșurubează în distanțierul de la capătul poziției P3.

Deci pe aceleași epruvete se poate efectua ambele încercări (forfecare, aderență). La partea superioară și inferioară a epruvetei aceasta se armează cu bare din oțel-beton (3ØC) pentru a nu se rupe la încovoiere, iar ruperea să se producă pe linia de îmbinare dintre cele două corpuri ale epruvetei.

În figura 4.5. se prezintă modul de armare a epruvetelor pentru încercare.

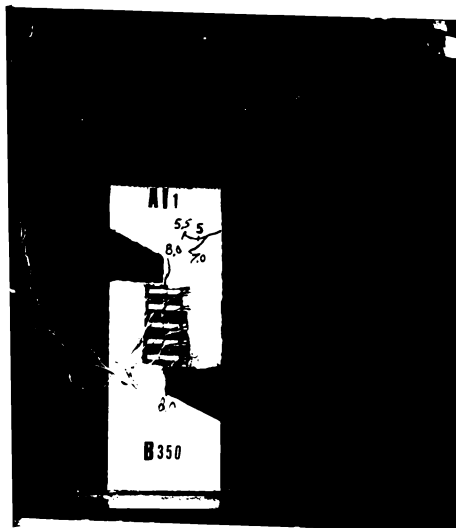


### 4.3. Metodologia de încercare

Încercarea epruvetelor pentru determinarea rezistenței de forfecare și a aderenței betonului turnat în etape diferite s-a făcut la o presă hidraulică în cadrul laboratorului de Beton Armăt al Catedrei CCIA.

În figura 4.6. este prezentat un aspect din timpul încercărilor experimentale.

Modul de încărcare a epruvetelor a fost realizat în două moduri: primul mod prin încărcare uniform distribuită transmisă prin intermediul platanelor presei hidraulice pe o placă de cauciuc figura 4.7., al doilea mod de încărcare este concentrat pe axa longitudinală a elementului prin intermediul unui cilindru metalic figura 4.8.



Prin acest mod, încărcarea de la platanele preseii hidraulice se transmite chiar pe linia de îmbinare dintre cele două corpuri ale epruvetei, fără a introduce excentricități, efectuind o încercare de forfecare pură.

#### 4.4. Studiul experimental

##### 4.4.1. Programul experimental

Programul experimental în această etapă de cercetare a cuprins un număr de mai multe serii de epruvete turnate.

Turnarea epruvetelor a fost făcută în două moduri: primul mod prin turnare în ambele părți ale elementului, fără nici un interval de timp, al doilea fiind în etape diferite cele două părți la intervale de 7 și 14 zile de la turnarea primei părți a epruvetei.

Prima serie se referă la studiul forfecării, iar a doua serie se referă la studiul aderenței, cu observația că pentru studiul de aderență a fost turnat un element monolit pentru fiecare serie de încercare cu scopul de a se putea preciza corelația între aspectul de aderență, respectiv de forfecare. Pentru îmbunătățirea aderenței între cele două straturi s-a realizat o suprafață rugoasă stropită cu lapte de ciment și cu mortar special cu un adeziv pe bază de rășini (aracet). Stropirea suprafeței de contact s-a efectuat fie o dată cu turnarea celei de a doua părți a elementului, fie înainte de turnarea celeilalte părți a epruvetei cu 24 de ore.

Programul experimental a cuprins 23 de serii de epruvete. Caracteristică acestora, numărul de epruvete din serie și destinația lor este trecută în tabelul 4.1.

La fiecare serie de epruvete au fost turnate 3 cuburi 14x14x14 cm pentru determinarea rezistenței la compresiune a betonului, 2 prisme 10x10x55 cm pentru determinarea rezistenței la întindere a betonului, 3 prisme 10x10x30 cm pentru determinarea rezistenței prismatice a betonului și 3 prisme 10x10x30 cm pentru determinarea modului de elasticitate al betonului.

Epruvetele au fost realizate, ținând seama de următoarele aspecte legate de tipul încercării și de tehnologia de turnare și decofrare:

- rețetele de betoane care au fost folosite pentru realizarea elementelor încercate sînt făcute după formule noi, stabi-

lite la disciplina Materiale de construcții /24/ în care s-au folosit trei rețele:

s - rețeta numărul 1:

A fost calculată pentru clasa Bc 25 (marca de beton B300) folosind ciment Pa35, lucrabilitate L<sub>3</sub> și un agregat de la 0 până la 16 mm. Cantitățile au fost calculate după următoarele formule:

$$A' = (170 + \frac{B}{2} + 50 \frac{M}{P} - \frac{300}{18+4}) (0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{d_{\max}}})$$

B - rezistența (marca) betonului în (MPa)  $N/mm^2$ ;

M - agregatul cu  $d \leq 7$  mm pentru  $d_{\max} > 16$  mm sau agregatul cu  $d \leq 3,15$  mm pentru  $d_{\max} \leq 16$  mm, în %;

P - agregat cu  $d > 7$  mm pentru  $d_{\max} > 16$  mm sau agregatul cu  $d > 3,15$  mm pentru  $d_{\max} \leq 16$  mm, în %;

Tabelul 4.1

Seria	Nr. de eprovete	Tipul de in- cercare	Turnarea celor două părți	Tipul de încărcare	Secțiunea ori- tică tip a= 20x10 b= 15x10	Elementul de legătură în secțiunea critică
1	2	3	4	5	6	7
I	3	aderență	-unul simultan -două succesive	concentrată	a	-
II	3	aderență	-unul simultan -două succesive	concentrată	a	-
III	3	aderență	-unul simultan -două succesive	concentrată	b	-
IV	3	aderență	-unul simultan -două succesive	concentrată	a	-
V	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	-
VI	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	-
VII	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	-
VIII	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	mărtur de ciment
IX	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	mărtur de ciment
X	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	mărtur de ciment
XI	3	aderență	-două succesive	uniform distribuite	b	mărtur de ciment+
XII	3	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	aracet beton
XIII	3	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton
XIV	3	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton

Tabelul 4.1. continuare

1	2	3	4	5	6	7
IV	3	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton
XVI	3	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton
XVII	3	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton
XVIII	1	aderență	-unul simultan	uniform distribuit	b	oțel-beton
XIX	1	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton cu ar- mătură
XX	1	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton cu ar- mătură
XXI	1	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton
XXII	1	forfecare	-unul simultan	uniform distribuit	b	beton
XXIII	1	aderență	-unul simultan	uniform distribuit	b	armătură



- $d_{max}$  - diametrul maxim al agregatului, în mm;  
 $T_a$  - tasarea comului, în cm;  
 $\gamma$  - coeficient prin care se introduce influența naturii agregatului ca valorile  $\gamma^r = 1$  pentru agregat de râu și  $\gamma^r = 1,1$  pentru agregat din piatra spartă (0...31 mm)

$$A' = (170 + 15 + 5 + 50 \frac{60}{40} - \frac{300}{12})(0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{16}}) = 252 \text{ l/m}^3$$

După care am folosit formula lui Bolomey -Skrentaev pentru determinarea raportului  $\frac{A}{C}$ :

$$\frac{A}{C} = \frac{k R_c}{B + 0,5k R_c}$$

$R_c$  - marca cimentului folosit în MPa ( $\text{N/mm}^2$ );

$k$  - coeficient de aderență a agregatului cu valorile:

$k = 0,5$  pentru agregat de râu

$k = 0,55$  pentru agregat de concasaj

$$\frac{A}{C} = \frac{0,5 \cdot 35}{30 + 0,5 + 0,5 \cdot 35} = 0,452$$

$$C' = \frac{A'}{\frac{A}{C}} = \frac{252}{0,452} = 558 \text{ kg/m}^3$$

$$A'_g = \rho_a (1000 - \frac{C'}{\rho_c} - A' - P) = 2,70(1000 - \frac{558}{3} - 252 - 20) = 1464 \text{ kg/m}^3$$

$\rho_a$  - densitatea agregatului  $\rho_a = 2,70 \text{ kg/dm}^3$  pentru agregat de balastieră

$\rho_c$  - densitatea cimentului  $\rho_c = 3,0 \text{ kg/dm}^3$

$P$  - aerul inclus

Pentru agregate s-a ales zona IV, au rezultat următoarele proporții:

pentru 0-3 = 33% = 483  $\text{kg/m}^3$

pentru 3-7 = 27% = 395  $\text{kg/m}^3$

pentru 7-16 = 40% = 586  $\text{kg/m}^3$

b- rețeta mmărul 2:

A fost calculată pentru calsa BC35 (marca de beton B400) folosind ciment Pa35, lucrabilitate L3 și agregat de la 0 pînă la 16 mm. Au rezultat următoarele cantități:

$$A' = (170 + 20 + 50 \frac{60}{40} - \frac{300}{12}) (0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{16}}) = 257 \text{ l/m}^3$$

$$\frac{A}{C} = \frac{0,5 \cdot 35}{40 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 35} = 0,359$$

$$C' = \frac{257}{0,359} = 716 \text{ kg/m}^3$$

pentru agregat s-a ales zona IV, au rezultat următoarele proporții:

$$A_g = 2,70(1000 - \frac{716}{3} - 257 - 20) = 1308 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{pentru } 0 - 3 \quad A_{g \ 0-3} = 432 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{pentru } 3-7 \quad A_{g \ 3-7} = 353 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{pentru } 7-16 \quad A_{g \ 7-16} = 523 \text{ kg/m}^3$$

C - rețeta numărul 3:

A fost calculată pentru clasa Bc40 (marca de beton B400) folosind ciment P45, lucrabilitate 3, tasarea între 6 - 10 cm, agregat de la 0 pînă la 16 mm și gradul de omogenitate III.

$$A' = (170 + 25 + 50 \frac{60}{40} - \frac{300}{12}) (0,84 + \frac{0,93}{\sqrt{16}}) = 263 \text{ l/m}^3$$

$$\frac{A}{C} = \frac{0,5 \cdot 45}{50 + 0,5 \cdot 0,5 \cdot 45} = 0,367$$

$$C = \frac{263}{0,367} = 717 \text{ kg/m}^3$$

pentru agregat s-a ales zona IV, au rezultat următoarele proporții:

$$A'_g = 2,70(1000 - \frac{717}{3} - 263 - 20) = 1292 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{pentru } 0 - 3 \quad A_{g \ 0-3} = 426 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{pentru } 3-7 \quad A_{g \ 3-7} = 349 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{pentru } 7-16 \quad A_{g \ 7-16} = 517 \text{ kg/m}^3$$

Amestecul a fost făcut într-un malaxor pentru un volum de beton aproximativ de 0,12 m<sup>3</sup> la fiecare turnare. Imediat după turnarea elementelor au fost vibrat timp de 15-20 secunde, după care au fost păstrate într-un mediu uscat timp de 28 zile.

Pe parcursul experimentărilor primelor epruvete s-a constatat că acestea nu corespundeau scopului urmărit, deoarece ruperea avea loc prin încovoiere și într-o altă secțiune decât cea prevăzută. Primele probe au fost turnate din beton simplu, rezistența la întindere din încovoiere a betonului fiind depășită înainte de producerea forfecării în secțiunea critică. Acest aspect a reieșit și din analiza stării de eforturi realizată cu programul BIOGRAF pe modelele din beton simplu. În consecință, s-a modificat alcătuirea probelor introducându-se bare de armătură în zona întinderilor din încovoiere. Alcătuirea elementelor experimentale este reprezentată în figura 4.4 și 4.5.

Alcătuirea cofrajului este reprezentată în figura 4.2.

Înainte de turnare cofrajul a fost uns cu decofrol.

În cazul elementelor la care s-au efectuat turnări succesive, suprafața de contact dintre cele două părți a fost pregătită în cazul umoră dintre acestea. Prelucurarea s-a făcut prin strierea suprafeței și ungerea cu lapte de ciment cu sau fără aracet.

Decofrarea probelor s-a făcut după cca 7 - 10 zile de la ultima turnare.

Lipirea timbrelor tensometrice s-a făcut pe beton cu circa 2 - 3 zile înaintea termenului de încercare. Lipirea s-a efectuat cu rășini sintetice.

Toate probele au fost încercate la 28 de zile de la turnare.

#### 4.4.2. Efectuarea încercărilor experimentale

Încercarea propriu-zisă a elementelor a constat din:

- plasarea probelor în presa hidraulică
- centarea probelor
- încărcarea în trepte
- urmărirea aspectului probelor sub încărcare și evoluția procesului de fisurare
- ruperea probelor
- examinarea probei încercate și în special a suprafeței de rupere
- fotografierea probelor încercate
- încercarea cuburilor pentru determinarea caracteristicilor betonului utilizat.

Incarcarea epruvetelor experimentale s-a efectuat la o presă hidraulică, încărcându-se în trepte de încărcare de 500 daN până la rupere.

În figura 4.10 și 4.11 este prezentat un aspect din timpul încercării epruvetelor la presa hidraulică.

Urmărirea deformațiilor specifice ale betonului în zona de rupere s-a efectuat cu ajutorul timbrilor tensometrici  $T_0$  la  $T_9$  cu baza de măsurare  $l_0 = 50$  mm.

În figura 4.10 și 4.11 este prezentat modul de amplasare a timbrilor tensometrici. În timpul încercărilor experimentale s-au înregistrat deformațiile specifice la fiecare treaptă de încărcare până la ruperea epruvetei, cu ajutorul unei instalații electronice compusă din aparatul Huggenberger - cutie de rată și Huggenberger - unitate tensometrică.



#### 4.5. Analiza rezultatelor experimentale

Măsurătorile experimentale efectuate pe parcursul programului experimental au fost sintetizate în diagramele și tabelele prezentate în continuare.

În figurile (12 ÷ 21) sînt prezentate deformațiile specifice măsurate pe beton în zona de rupere pentru eforturile unitare  $\bar{\sigma}_x$  pentru diferite trepte de încărcare pînă la rupere.

În figurile (22 ÷ 31) sînt prezentate deformațiile specifice măsurate pe beton în zona de rupere pe direcția eforturilor unitare  $\bar{\sigma}_y$  pentru diferite trepte de încărcare pînă la rupere.

Rezultatele încercărilor experimentale pe epruvetele încercate sînt prezentate în tabelele următoare (4.2; 4.3; 4.4; 4.5; 4.6).

Din analiză stării de eforturi efectuată în capitolul 3, s-au observat diferențele de comportare în cele două variante de încărcare: prima ca încărcare uniform distribuită pe fețele superioare și inferioare, a doua ca forțe concentrate în dreptul axului longitudinal al elementului. Astfel analizînd figurile 32, 33 în care sînt arătate fisurile de încovoire se constată că acestea sînt mai pronunțate în prima variantă de încărcare (uniform distribuită).

Acest aspect rezultă și din alura deformatelor la încărcarea distribuită care, determină o deformată de încovoire mai pronunțată (figurile 3.34, 3.35) decît în cazul încărcării concentrate.

Se poate trage concluzia că încărcarea concentrată este cea care determină mai corect o stare de forfecare pură în elementul experimental. Acest fapt s-a constatat experimental, precum și prin studiul stării de eforturi cu ajutorul programului BIOGRAF, în capitolul precedent.

Ruperea epruvetelor experimentale a avut loc prin forfecare în secțiunea mediană longitudinală, deci așa cum s-a urmărit inițial.

În figurile 3.64 și 3.67 sînt prezentate aspecte după rupere a unor epruvete încercate experimental.

În tabelul 4.2 sînt prezentate forțele de rupere ale epruvetelor încercate pentru studiul de aderență corelat cu o epruvetă turnată monolit pentru studiul de forfecare.

AA-1

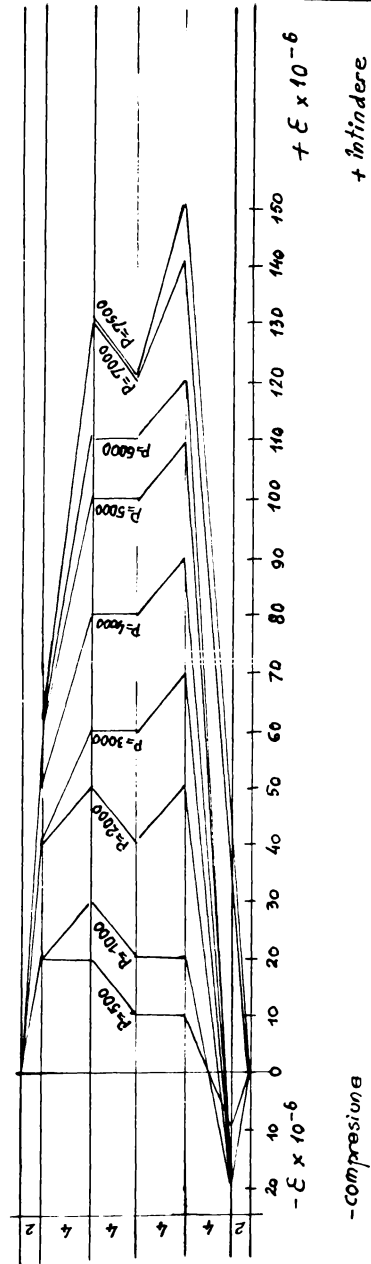
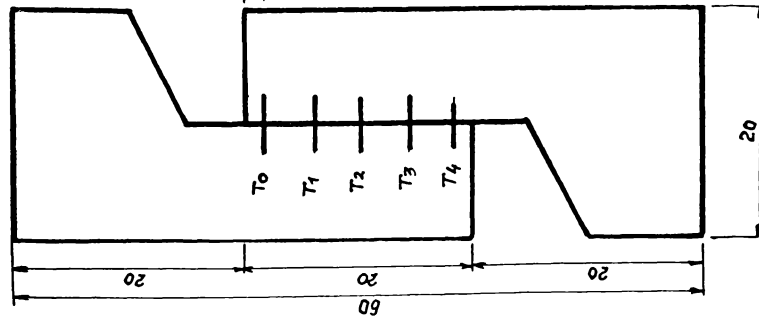


Fig. 4.12

AA-7

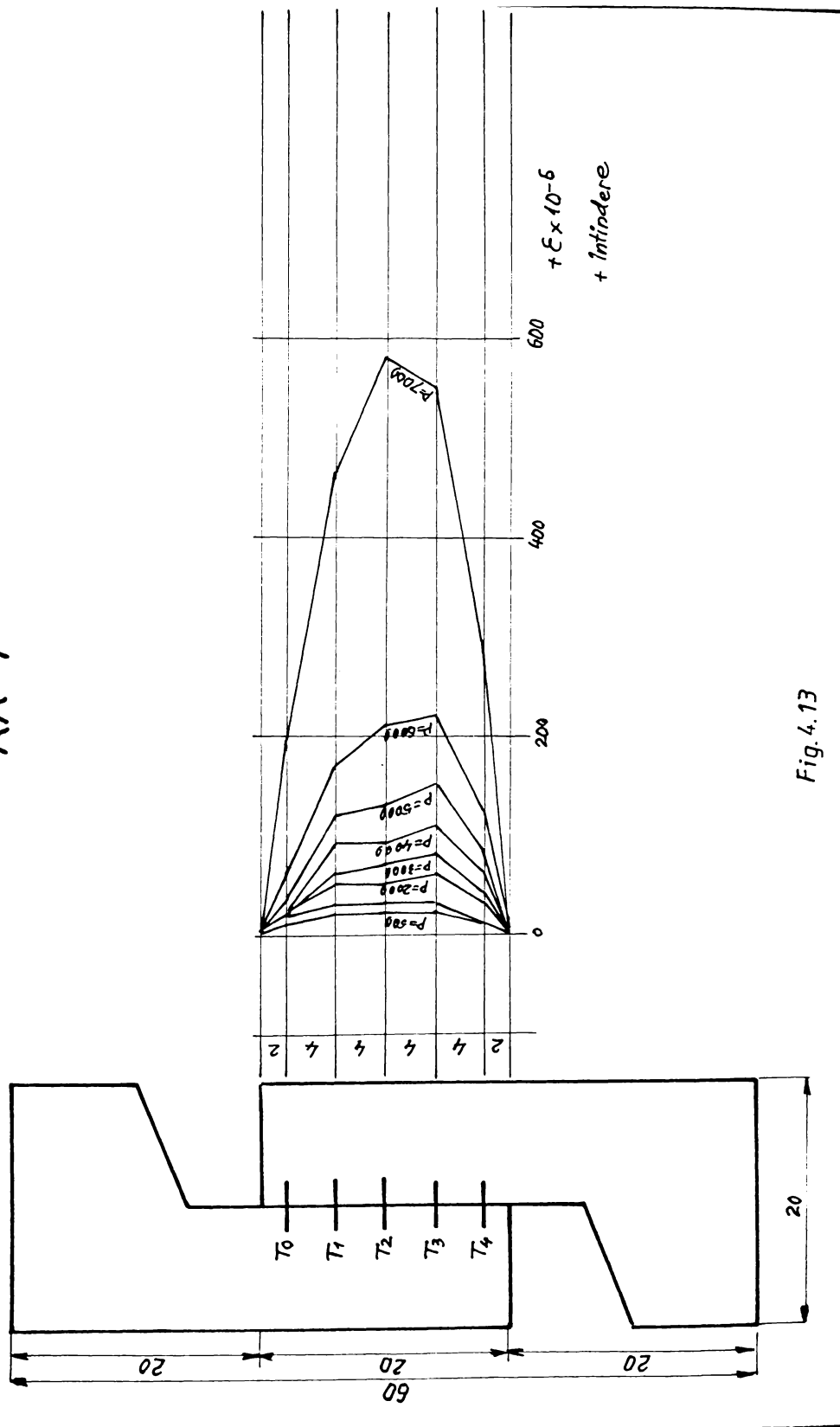
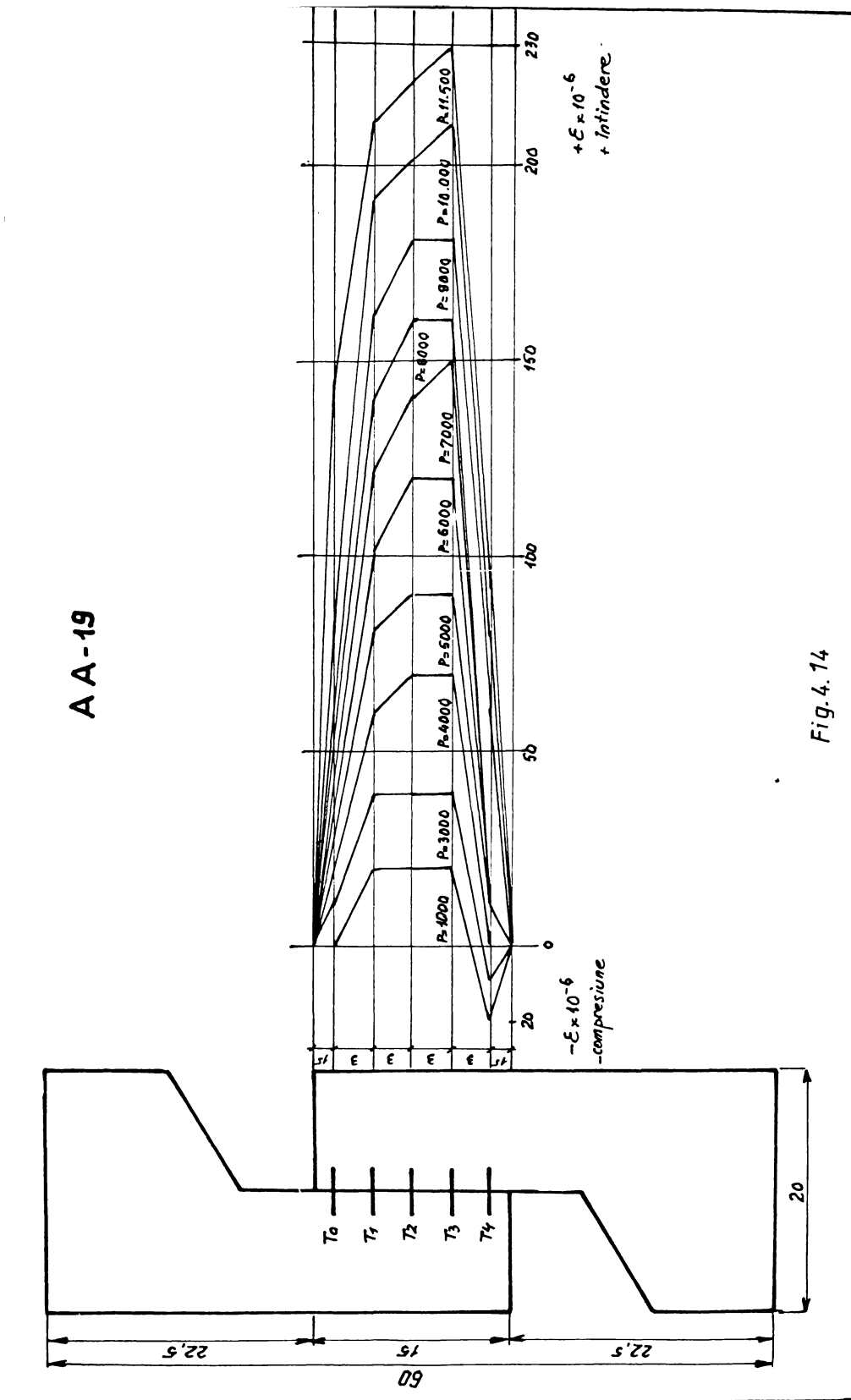


Fig. 4.13





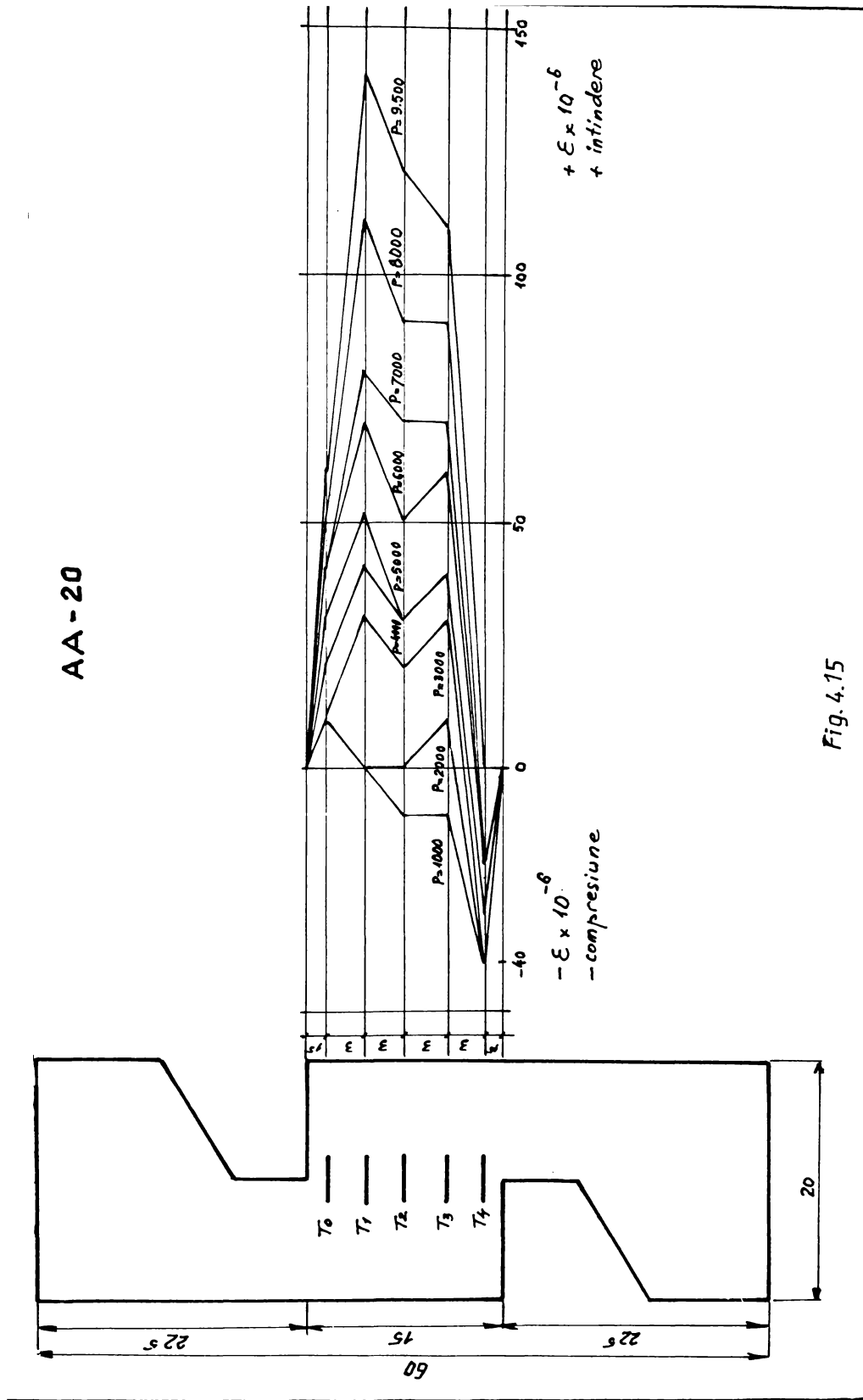
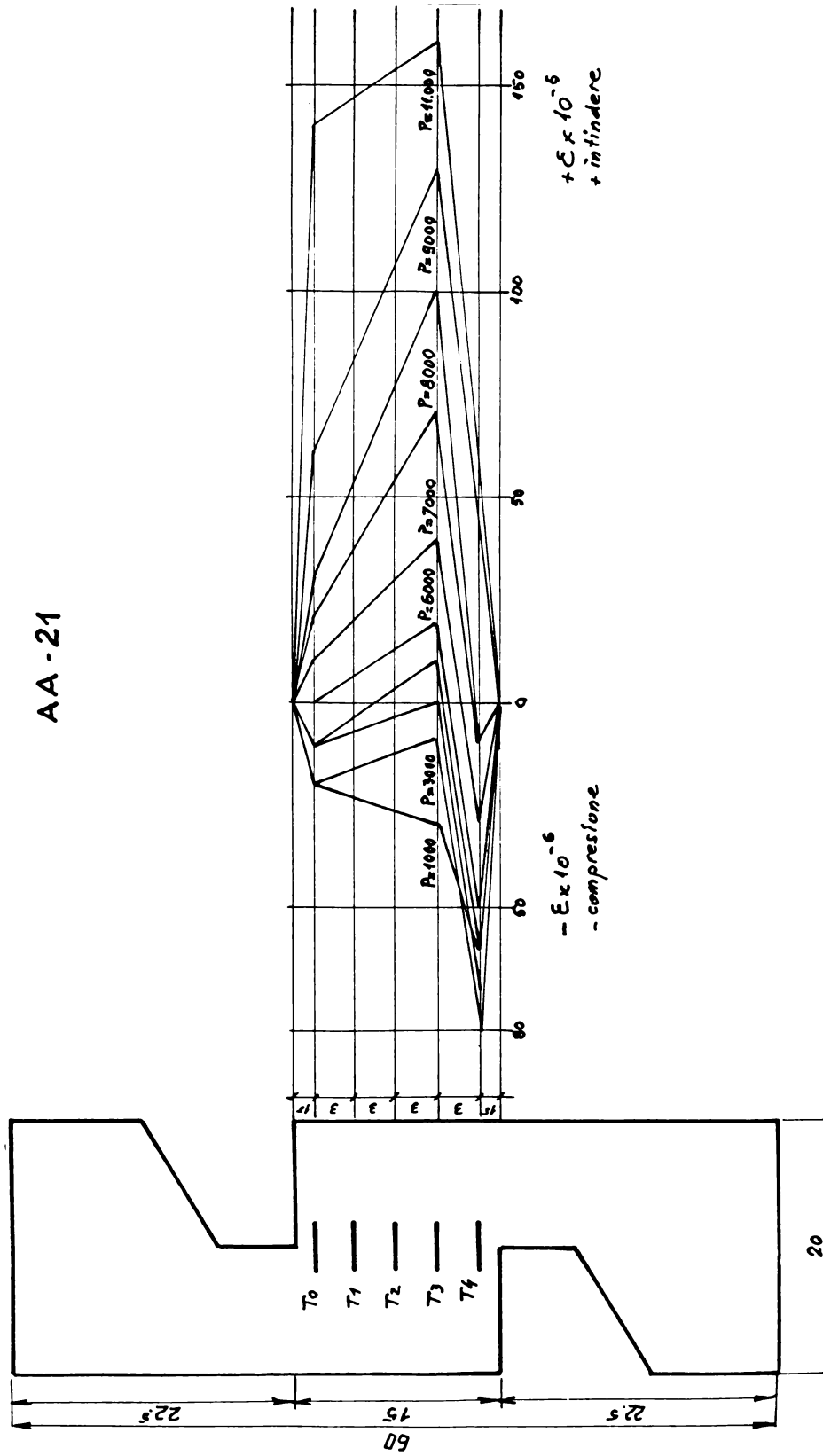


Fig 4.15



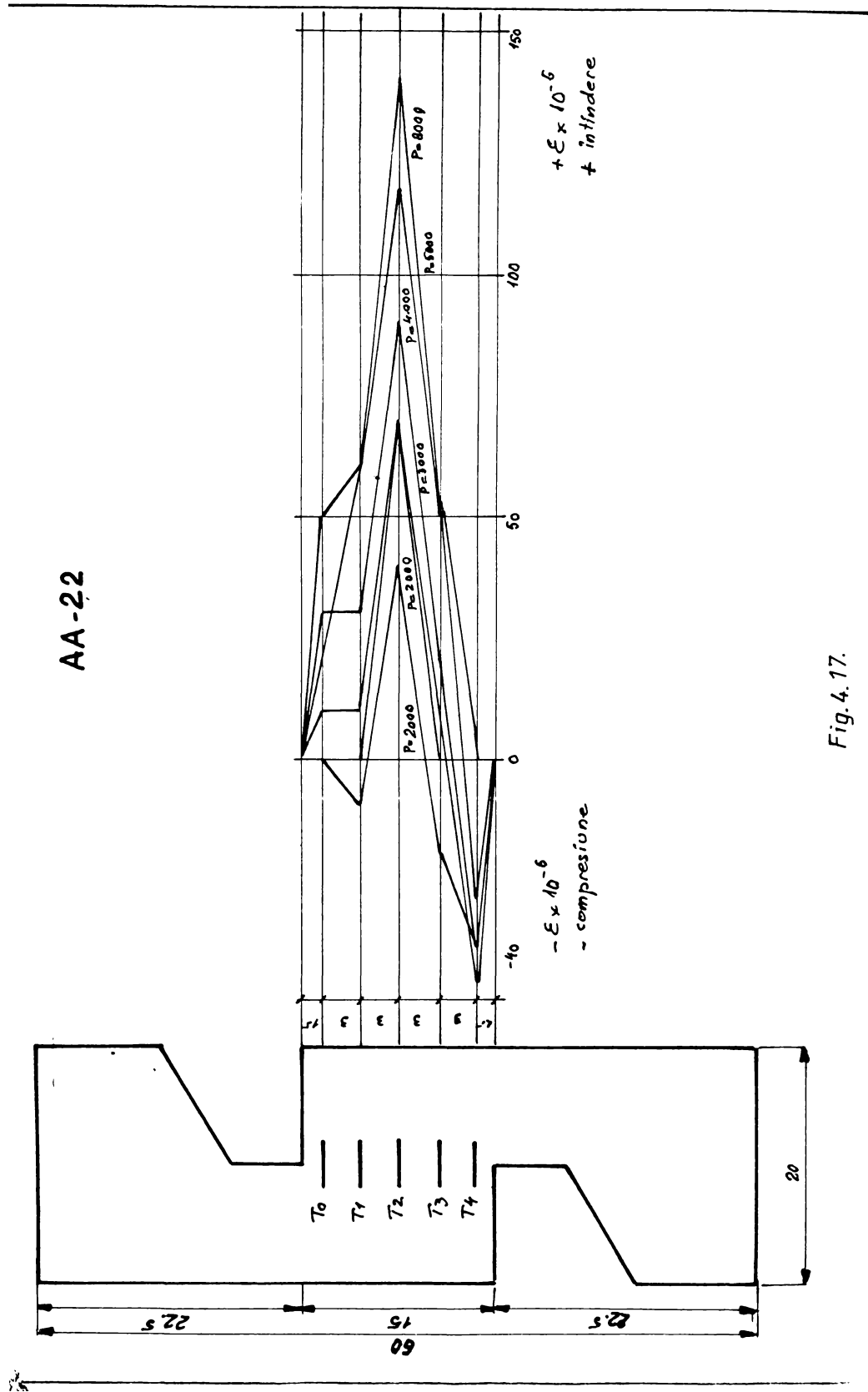


Fig. 4. 17.

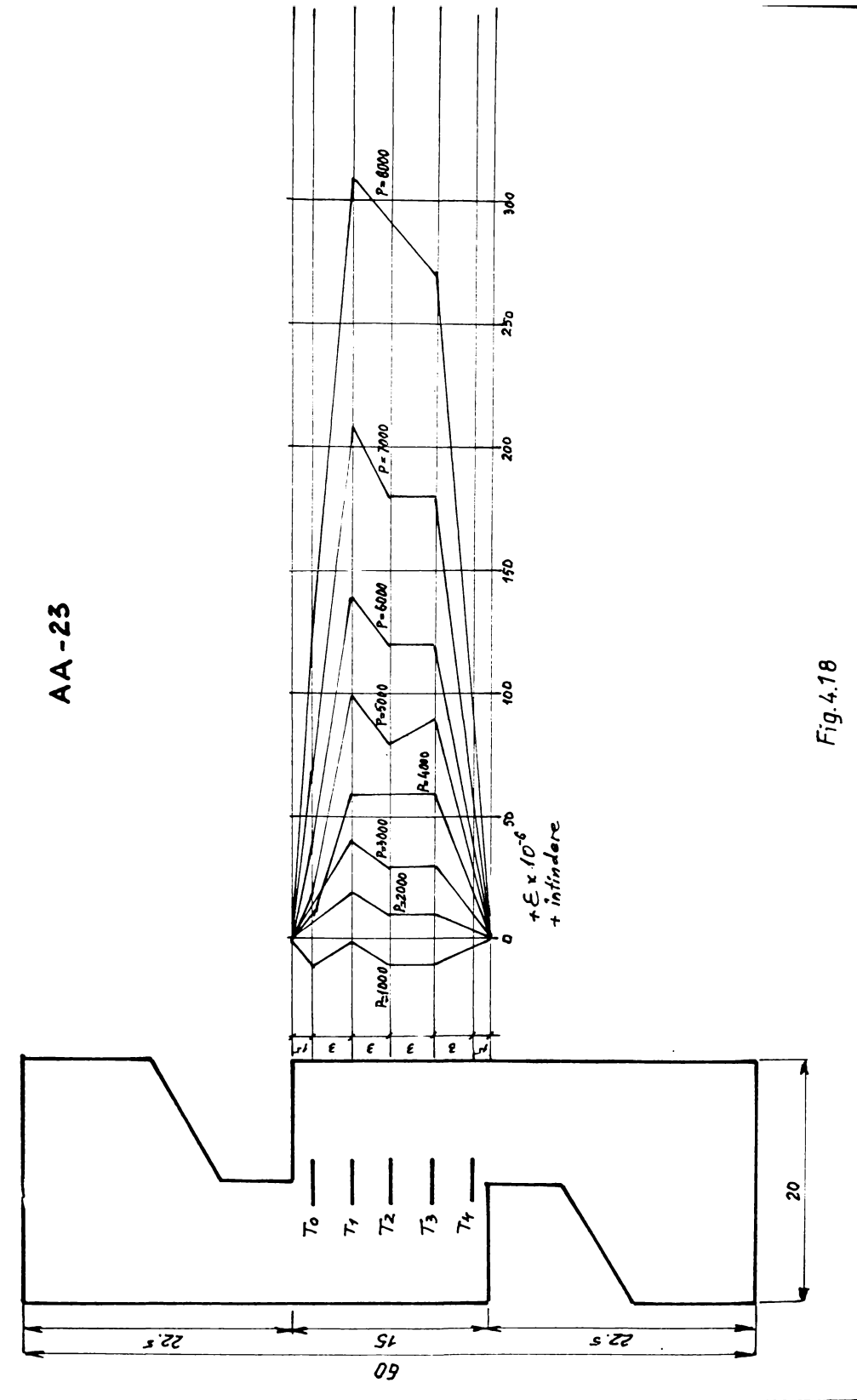


Fig.4.18

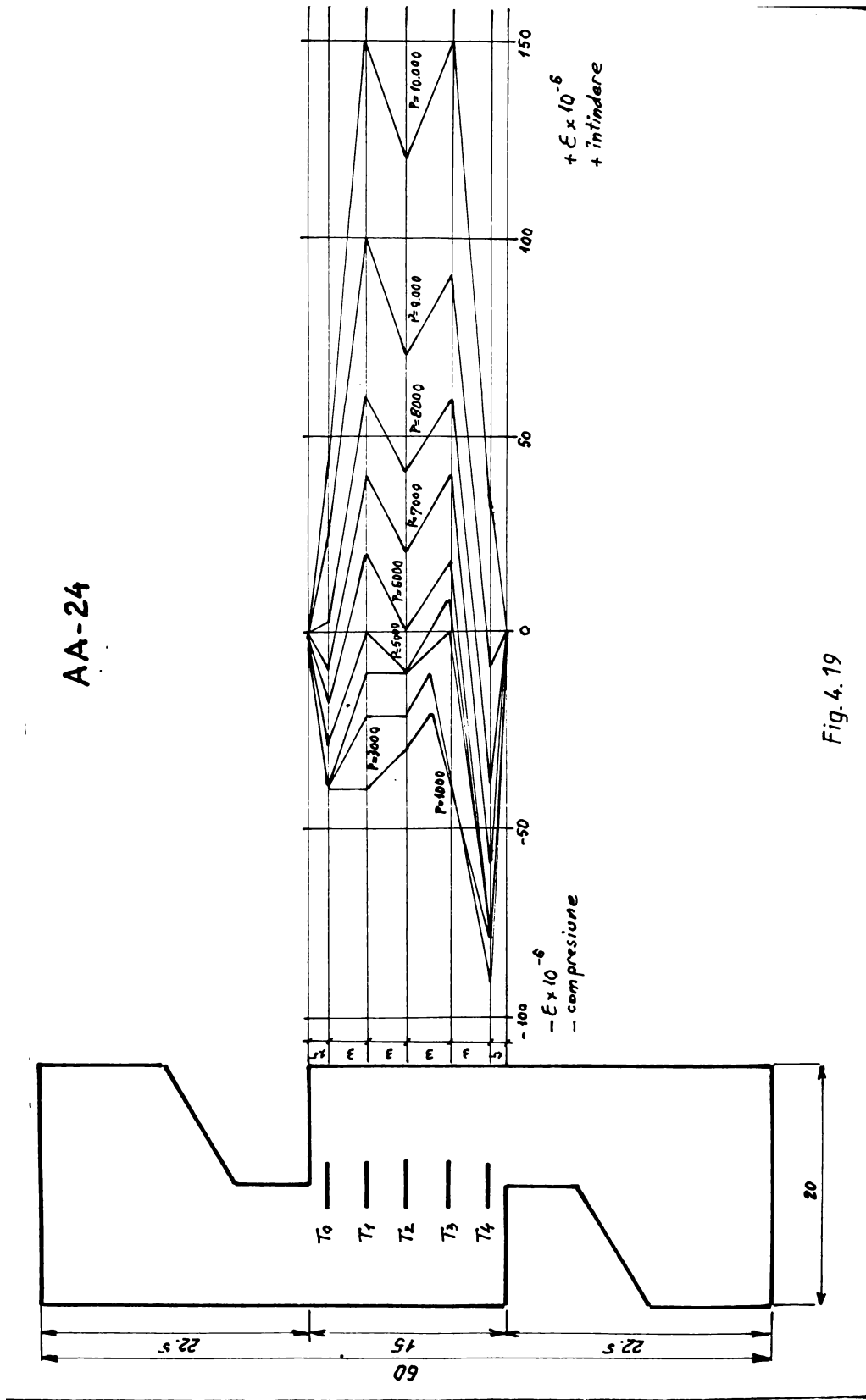
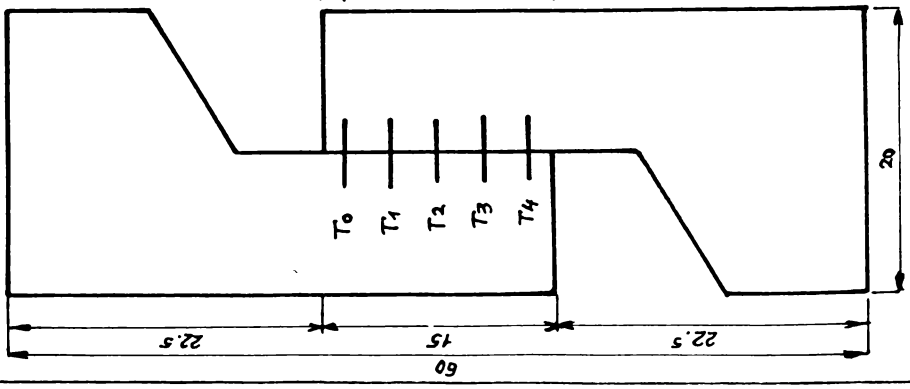


Fig. 4. 19



AA - 25

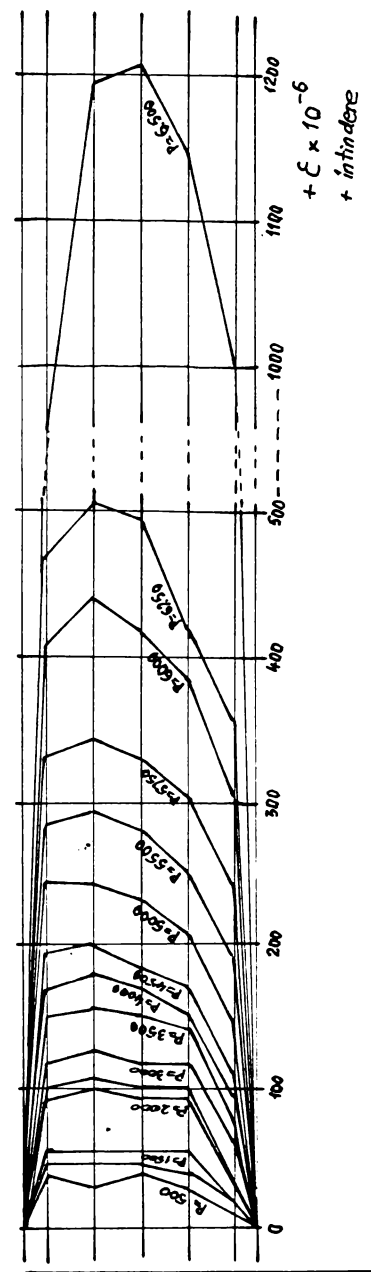


Fig. 4.20

AA-26

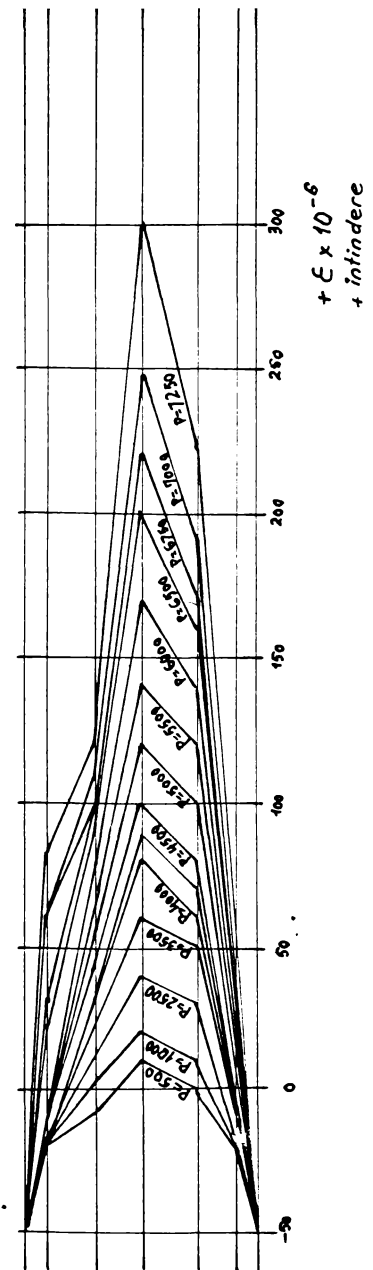
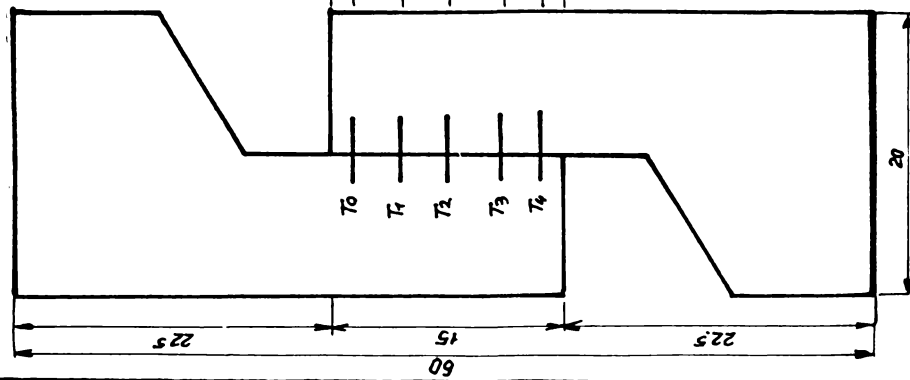


Fig. 4. 21.

AA-1

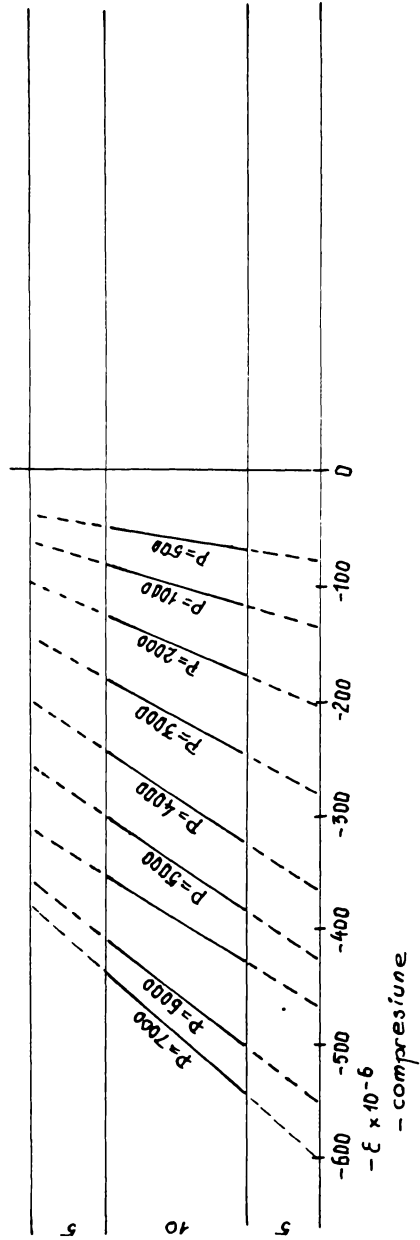
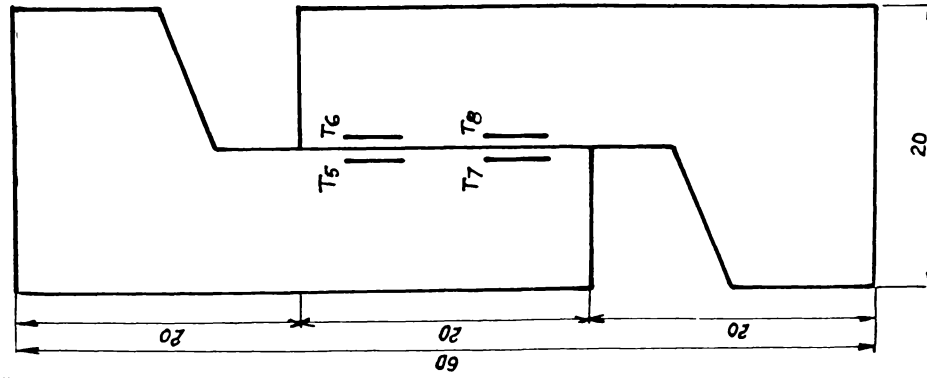
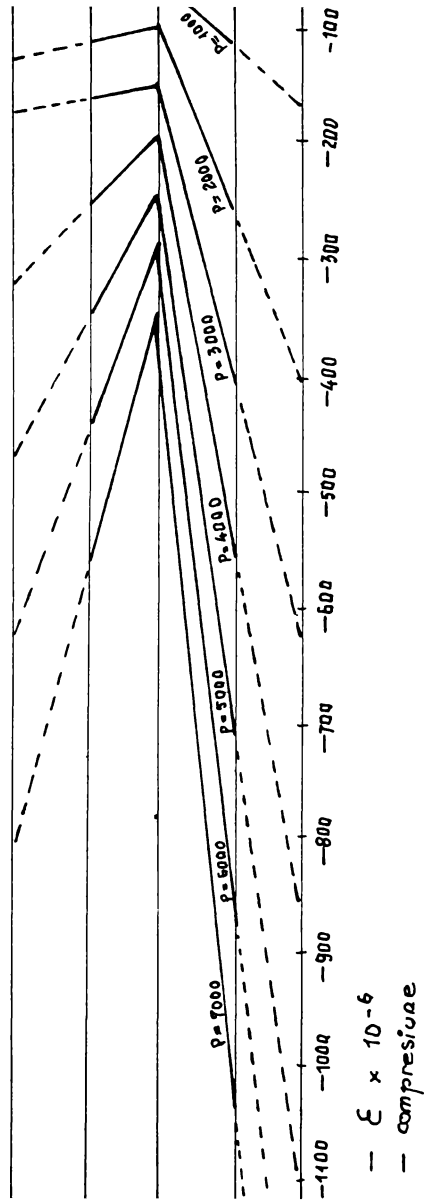
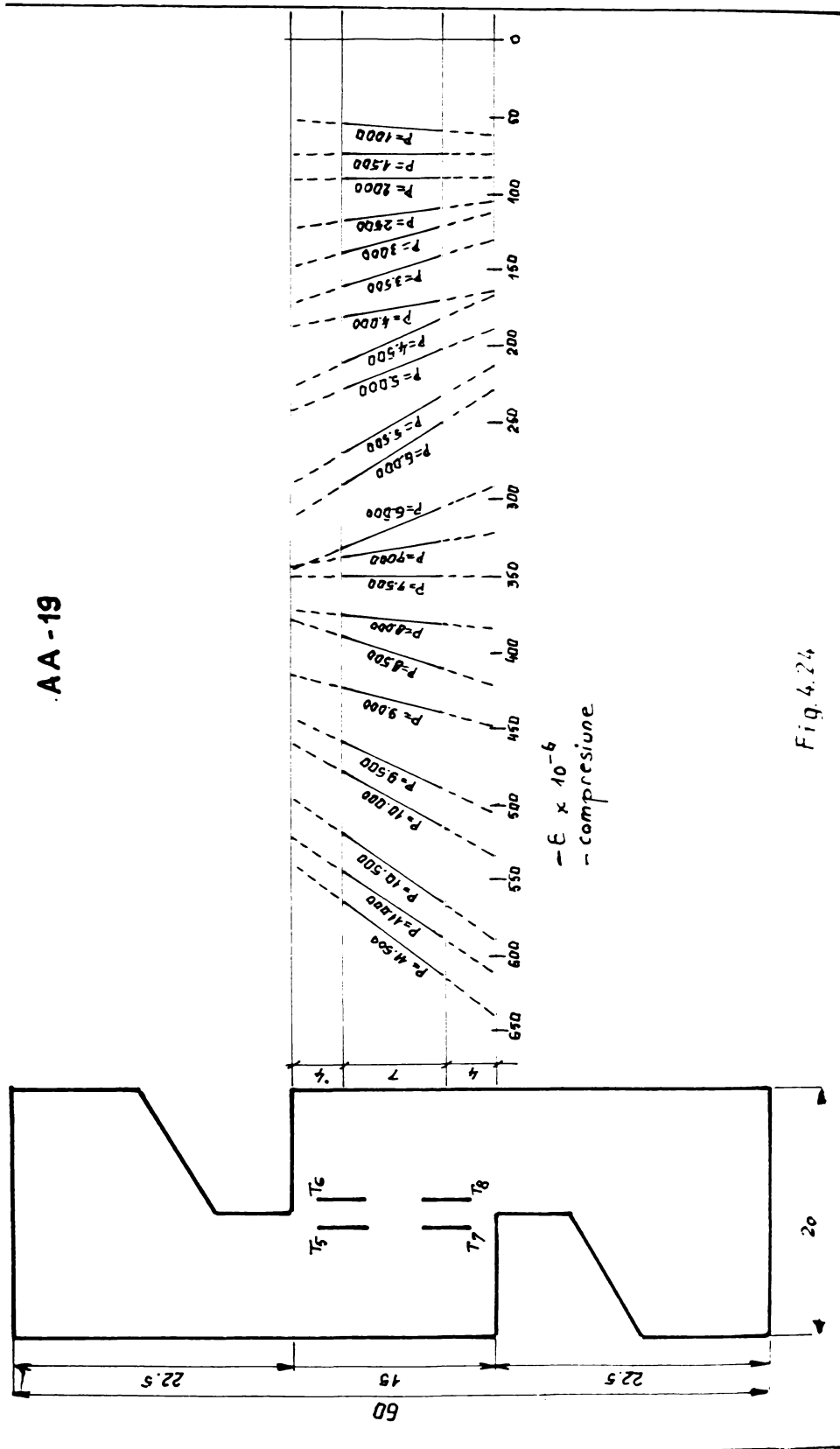


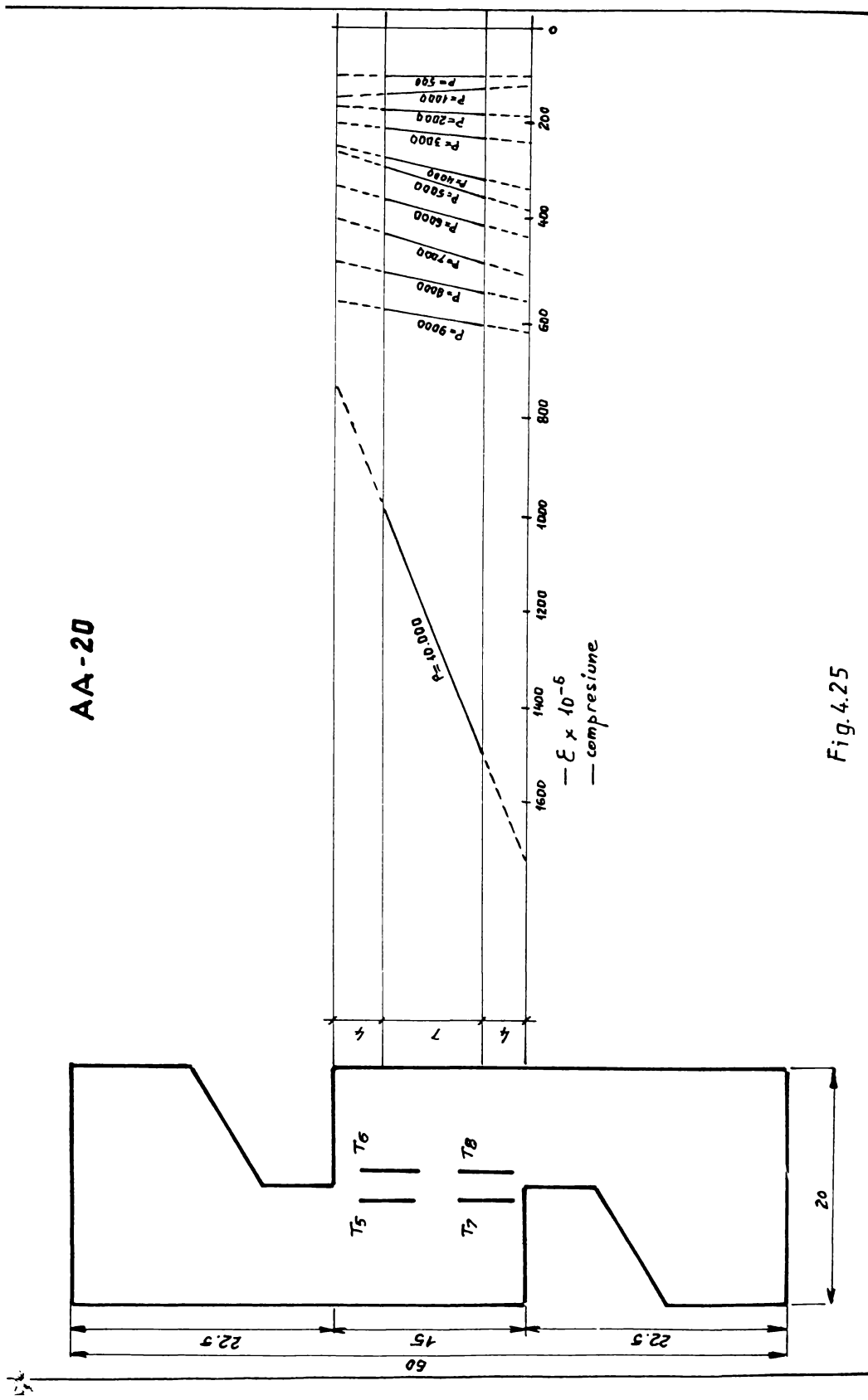
Fig.4.22

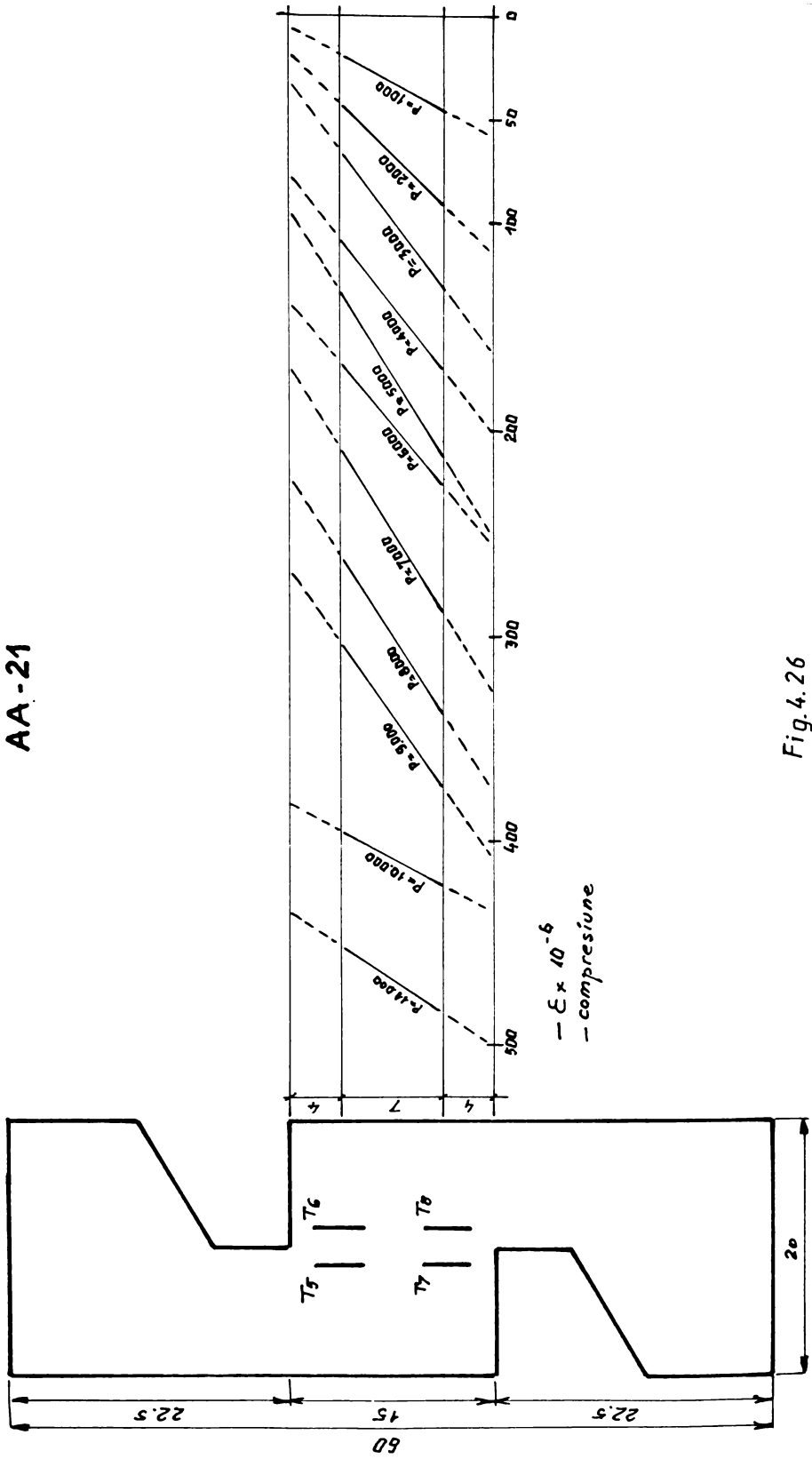


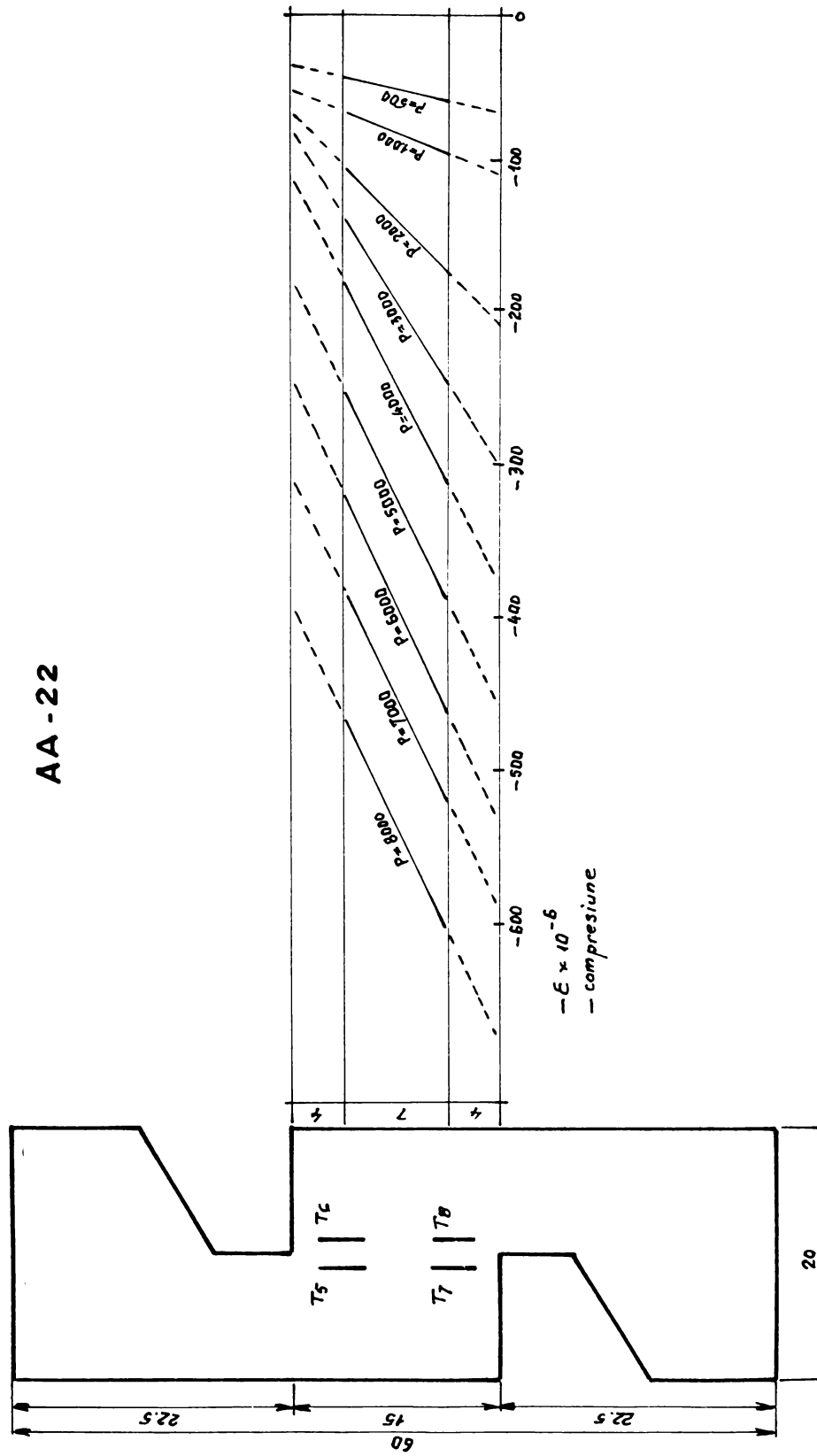
# AA-7











AA-23

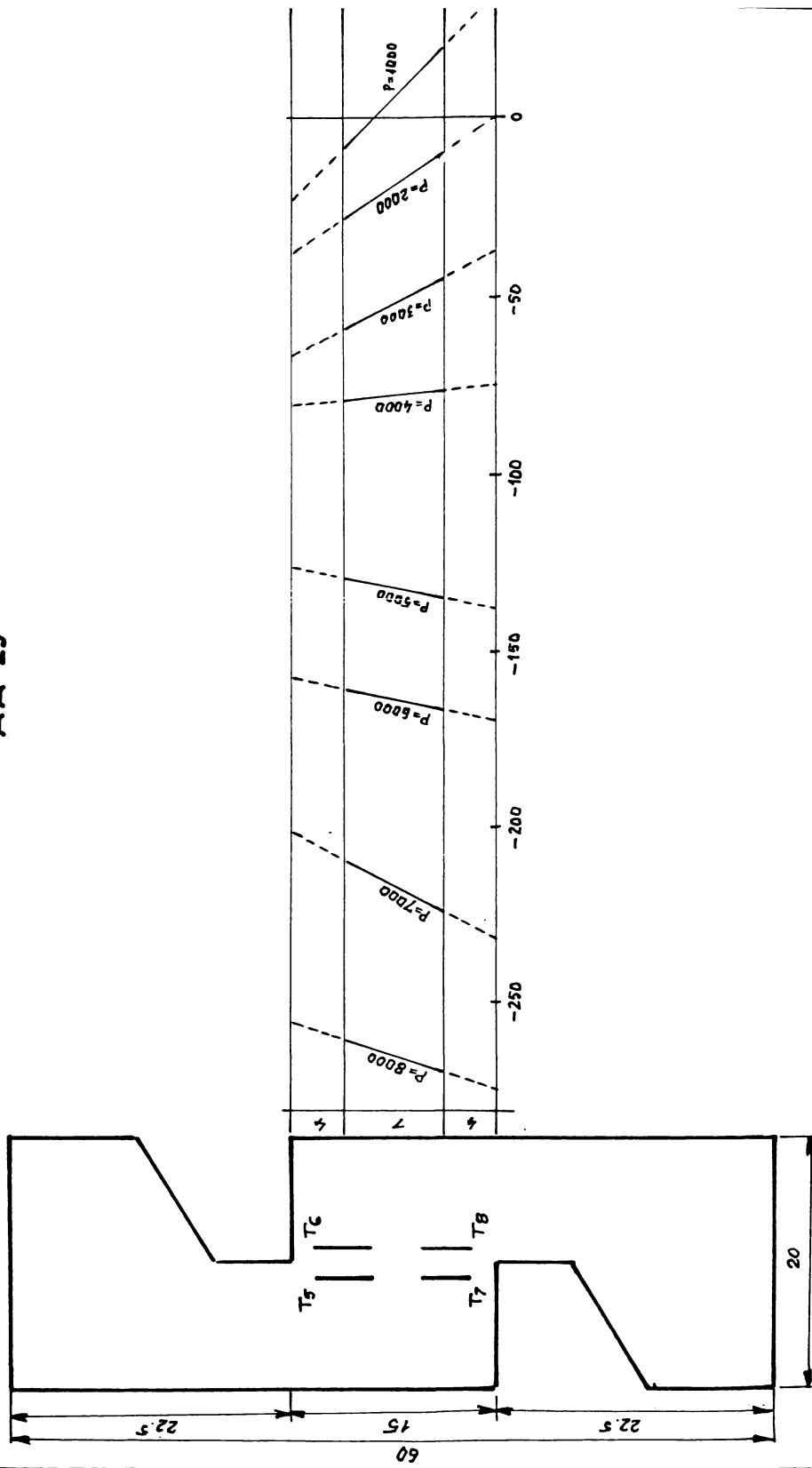
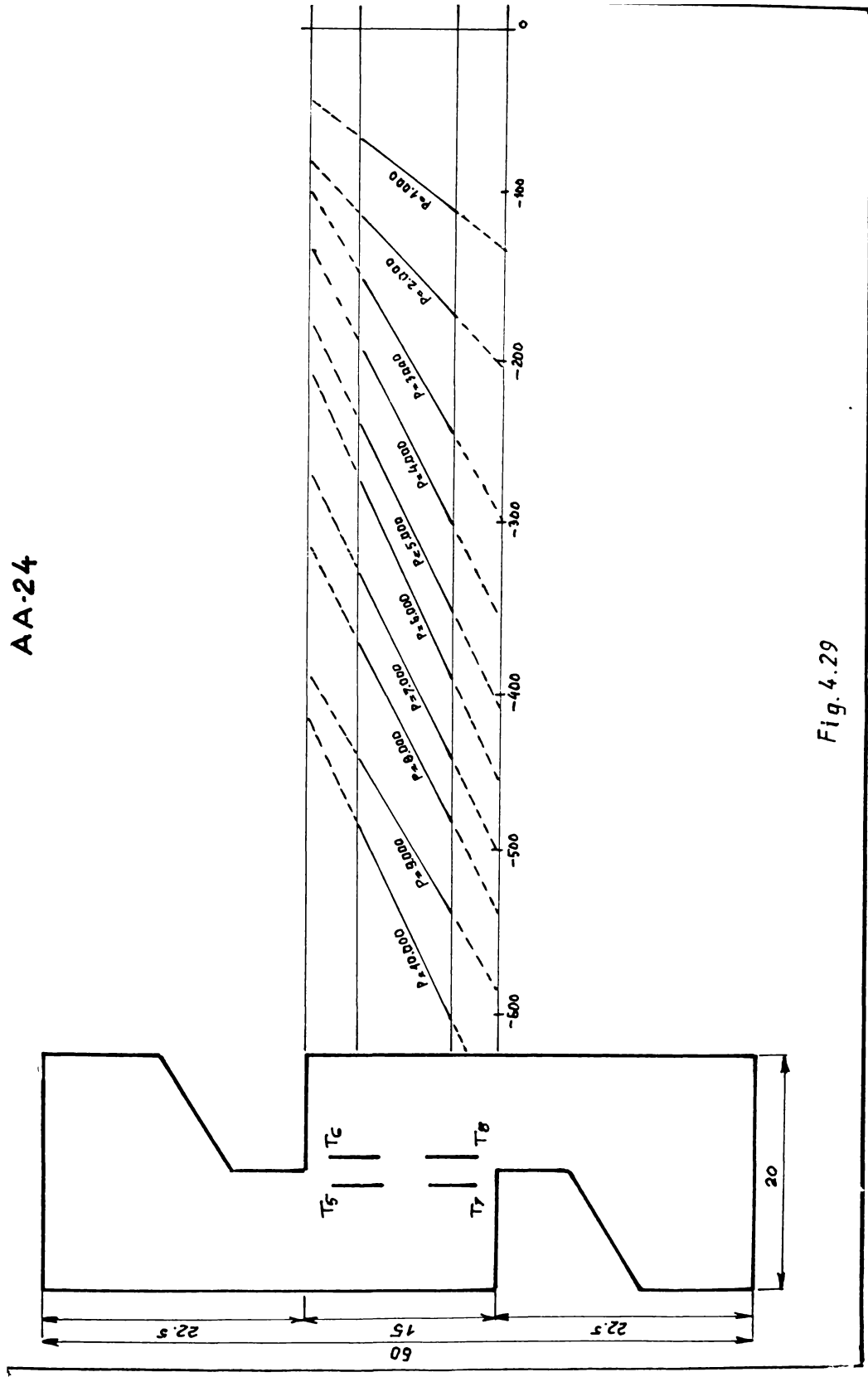


Fig. 4.28







AA-26

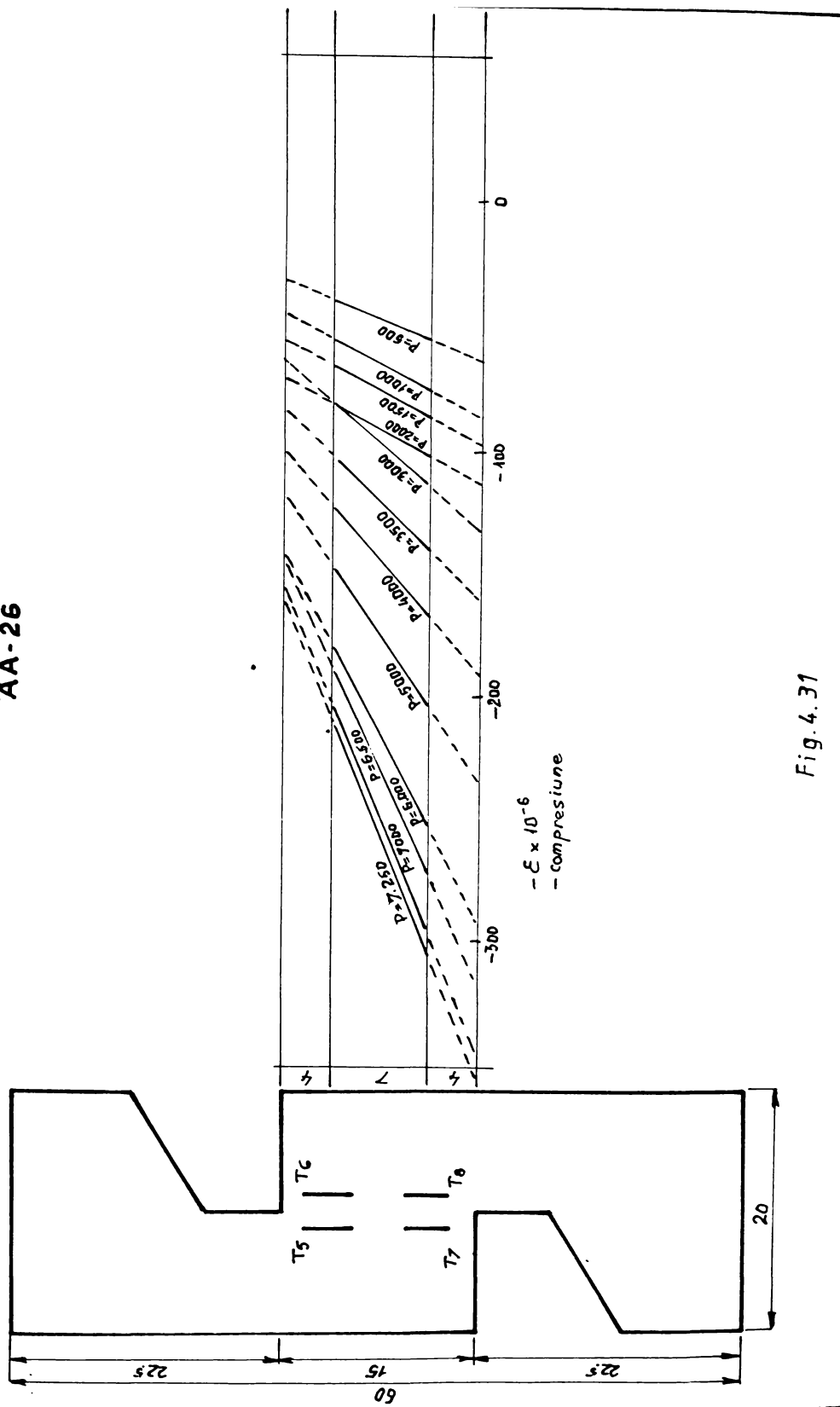
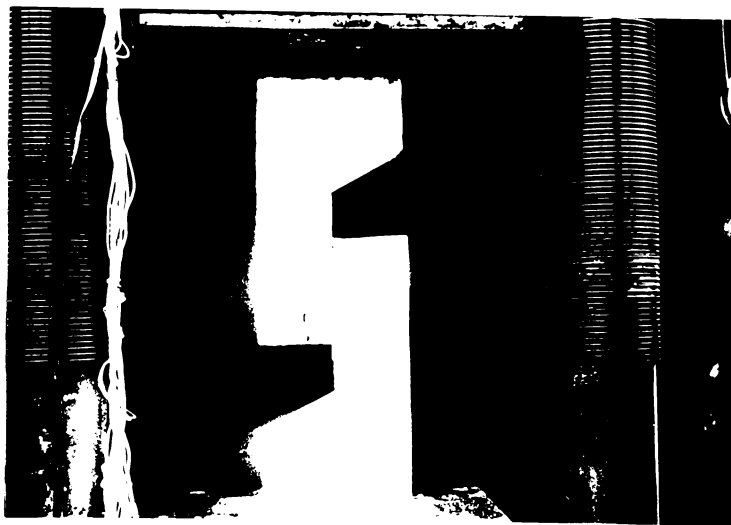


Fig. 4. 31



Din compararea acestor valori rezultă că, forțele de rupere ale epruvetelor utilizate pentru determinarea aderenței dintre betonul existent și betonul turnat ulterior sînt sensibil mai mici decît forțele de rupere ale epruvetelor turnate monolit (martor). Forța de rupere a epruvetelor turnate succesiv din aceeași marcă de beton la un interval de 14 zile și cu suprafața de contact de  $200 \text{ cm}^2$ , are valoarea medie de 2500 daN față de epruvetele martor a căror valoare medie este de 5500 daN (seria I, II din tabelul 4.2).

Forța de rupere a epruvetelor turnate succesiv din betoane de mărci diferite, la un interval de 7 zile, suprafața de contact de  $150 \text{ cm}^2$ , are valoarea medie de 1750 daN, față de epruveta martor a cărei valoare este de 4500 daN (seria III din tabelul 4.2).

Forța de rupere a epruvetelor turnate succesiv din be-

toane de mărci diferite la un interval de 7 zile, suprafața de rupere  $200 \text{ cm}^2$  are valoarea medie de  $1375 \text{ daN}$ , față de epruveta martor a cărei valoare este de  $5000 \text{ daN}$  (seria IV din tabelul 4.2).

Pentru epruvetele experimentale încercate cu scopul studierii conlucrării betonului turnat în straturi și etape diferite, în tabelul 4.2 au fost calculate rapoartele comparative între rezistența la forfecare prin aderență a epruvetelor experimentale și rezistența la forfecare experimentală a epruvetelor martor, respectiv între rezistența de forfecare teoretică și rezistența de forfecare determinată experimental. Aceste rapoarte se prezintă astfel:

- pentru epruvetele turnate din aceeași marcă de beton la un interval de 14 zile și de suprafața de  $200 \text{ cm}^2$  valoarea raportului  $R_f^{\text{exper}} / R_f^{\text{exp}}$  martor a variat între  $0,34$  și  $0,6$  seria I și II din tabelul 4.2.

- pentru epruvetele turnate din betoane de mărci diferite, la un interval de 7 zile pentru determinarea conlucrării, care au suprafața de rupere de  $150 \text{ cm}^2$ , valoarea medie a raportului  $R_f^{\text{exper}} / R_f^{\text{exp}}$  martor a variat între  $0,34 - 0,45$  seria III din tabelul 4.2.

- pentru epruvetele turnate din betoane de mărci diferite la un interval de 7 zile, pentru determinarea conlucrării, care au suprafața de contact de  $200 \text{ cm}^2$ , valoarea raportului  $R_f^{\text{exper}} / R_f^{\text{exp}}$  martor a variat între  $0,25$  și  $0,30$  seria IV din tabelul 4.2.

Cu scopul de a aprofunda mai mult studiul aderenței, urmărind îmbunătățirea aderenței între cele două straturi de beton, s-au mai efectuat încă șapte serii de încercări pe care le-am grupat în tabelul 4.3., precizând următoarele:

- în aceste serii, epruvetele au avut o suprafață de rupere de  $150 \text{ cm}^2$  folosind două mărci de beton turnate la un interval de timp de 14 zile;

- modul de transmitere a încălzirii a fost uniform distribuită;

- În acest tabel am grupat cele 7 serii din programul experimental astfel:

- seria V, VI, VII, pentru determinarea aderenței beton-beton

- seria VIII, IX, X, pentru determinarea aderenței îmbunătățite între cele două straturi de beton prin folosirea laptelui

Tabloul 4.2

Se- ria vul- epruv.	Rez.de for- fecare		Dimens.		R <sub>b</sub>	R <sub>pr</sub> dan <sup>3</sup> cm <sup>2</sup>	R <sub>t</sub>	R <sub>td</sub>	E <sub>b</sub>	R <sub>f</sub> calo m <sup>2</sup> exp.	Inter- vale de timp între turn. părțile	Rezis- tența de forfec. teoretică R <sub>f</sub> =0,15 b	R <sub>f</sub> teor.
	P <sub>r</sub> /dan <sup>2</sup>	R <sub>f</sub> calo /dan <sup>2</sup>	h <sub>f</sub> /cm.	b /cm.									
I	M1	6000	30,00	20	235	140	29	31	245000	1,00	14 zile	35	1,16
	A 1/1	2500	12,50							0,42	"		2,00
	A 1/2	2000	10,00							0,32	"		1,50
II	L2	5000	25,00	20	220	135	25	28	237100	1,00	14 zile	33	1,32
	A 2/1	3000	15,00							0,60	"		2,20
	A 2/2	2500	12,50							0,50	"		2,00
III	L3	4500	30,00	15	230	135	28	30	240000	1,00	-	34,50	1,15
	A 3/1	1500	10,00							0,34	7 zile	40,50	4,00
	A 3/2	2000	13,30							0,45	7 zile	34,75	2,76
IV	L4	5000	25,00	20	230	135	28	30	240000	1,00	-	34,50	1,38
	A 4/1	1250	6,25							0,34	7 zile	40,50	5,40
	A 4/2	1500	7,50							0,45	7 zile	36,75	4,90

Tabelul 4.3

Se- ria	Indi- catorul epr.	Dimens. sect. de cupere		Rez. de forfecare		R <sub>f</sub>	R <sub>b</sub>	E <sub>b</sub>	Interval de timp între tur- nările păr- tilor epr.	Observații
		h <sub>f</sub>	b	P	R <sub>f</sub>					
		cm	cm	daN/cm <sup>2</sup>	daN/cm <sup>2</sup>	daN/cm <sup>2</sup>				
V	AA10	15	10	2250	15,00	190	225000	14	S-a folosit două mărci de beton, aderența beton-beton	
	AA11	15	10	2250	15,00	290	275000			
	AA12	15	10	2250	15,00	170	220000			
VI	AA13	15	10	2000	17,66	152	190000	14	"	
	AA14	15	10	2000	13,33	280	275000			
	AA15	15	10	2000	23,30	256	265000			
VII	AA16	15	10	2750	25,00	490	335000	14	S-a folosit două mărci de beton, aderența prin mortar de ciment	
	AA17	15	10	3500	3,33	370	320000			
	AA18	15	10	3000	20,00	433	340000			
VIII	AA25	15	10	3000	20,00	356	310000	14	"	
	AA26	15	10	1000	6,66	500	370000			
	AA27	15	10	500	3,33	500	370000			
IX	AA28	15	10	500	3,33	500	370000	14	S-a folosit o sin- gură marcă de be- ton, aderența prin mortar de ciment	
	AA29	15	10	500	3,33	500	370000			
	AA30	15	10	1000	6,66	500	370000			
X	AA31	15	10	500	3,33	500	370000	14	S-a folosit o sin- gură marcă de be- ton, aderența prin mortar de ciment	
	AA32	15	10	1250	8,33	500	370000			
	AA33	15	10	1000	6,66	500	370000			
XI	AA34	15	10	1000	6,66	500	370000	14	S-a folosit o sin- gură marcă de be- ton, aderența prin mortar de ciment	
	AA35	15	10	1500	8,33	500	370000			
	AA36	15	10	1500	10,00	500	370000			

de ciment ca conlucrare între cele două părți, efectuînd o suprafață rugoasă pentru a realiza o aderență cît mai bună.

- seria XI pentru determinarea aderenței îmbunătățite între cele două straturi de beton prin folosirea laptelui de ciment amestecat cu aracet în proporție de 50%, realizînd prin prelucrare o suprafață rugoasă pentru a obține o aderență cît mai bună.

Din tabelele 4.2 și 4.3 se constată următoarele:

- modul de încărcare a epruvetelor, forța concentrată în direcția axului longitudinal al epruvetei sau forța distribuită pe lățimea elementului, nu influențează în mod distinct forța de rupere  $P_R$ ; această constatare s-a obținut și din studiul teoretic efectuat cu programul de calcul BIOGRAF;

- influența vîrstei de turnare a celei de a doua părți a elementului experimental în comparație cu martorul la care turnarea ambelor părți s-a făcut în același timp este dată în tabelul 4.1 prin raportul  $\frac{R_{f \text{ exp}}}{R_{f \text{ M}}}$ . Se constată că acest raport este cuprins între 0,34 ÷ 0,60. Valori mai mici s-au obținut pentru epruvetele turnate la o diferență de vîrstă de 7 zile față de cele turnate la o diferență de vîrstă de 14 zile.

Dacă din punct de vedere al creșterii rezistențelor, această constatare par normală, atunci din punct de vedere al construcțiilor ar fi fost logic ca situația să fie inversă (vezi figura 4.36).

$$\Delta \varepsilon^7 \text{ zile} = \varepsilon_{dr}^{7-35} - \varepsilon_{st}^{7-35}$$

$$\Delta \varepsilon^{14} = \varepsilon_{dr}^{14-42} - \varepsilon_{st}^{14-42}$$

din diagrama din figura 4.36 rezultă  $\varepsilon_{dr}^7 = \varepsilon_{dr}^{14}$

$$\Delta \varepsilon_{st}^7 > \Delta \varepsilon_{st}^{14} \quad \text{din aceasta rezultă } \Delta \varepsilon^7 \text{ zile} > \Delta \varepsilon^{14} \text{ zile}$$

Deși diferențele nu sînt foarte mari, numărul epruvetelor a fost relativ , astfel încît nu se poate trage o concluzie mai clară în acest sens.

Dimensiunile secțiunii de forfecare nu influențează efortul de forfecare pentru epruvetele prezentate în tabelul 4.2.

Pe baza încercărilor experimentale efectuate s-a constatat că aderența beton-beton, este mai bună decît aderența beton-lapte de ciment-beton sau beton-lapte de ciment+aracet-beton.



Această constatare se bazează pe observația că între cele două părți ale elementului, deci între cele două straturi de beton, mortarul de ciment constituie un strat foarte slab deoarece rezistența cimentului este mult mai mică decât rezistența betonului, iar în cazul mortarului pe bază de ciment contracțiile sînt mai mari, ceea ce afectează de asemenea negativ rezistențele. Forța de rupere a epruvetelor turnate în aceste serii (V, VI, VII) a avut o valoare medie de 2660 daN corespunzătoare lui  $R_f = 17,63 \text{ daN/cm}^2$  - diferențele mari de valori din seriile VIII, IX, X, XI în comparație cu seriile V, VI, VII sînt datorate, după opinia autorului, unei tehnologii imperfecte de decofrare a elementelor experimentale.

În cadrul programului experimental am efectuat un studiu complet asupra rezistenței de forfecare a betonului.

În acest studiu am evidențiat atenția specială ce se acordă corelației dintre rezistențele betonului  $R_f$ ,  $R_t$  și  $R_b$ .

Programul experimental în această etapă de cercetare a cuprins un număr de șase serii de încercări (XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII).

În tabelul 4.4 sînt prezentate datele experimentale privind rezistențele de forfecare și comparația acestora cu valorile teoretice considerată de autor. Rezistența de forfecare experimentală a fost considerată valoarea medie obținută prin raportarea forței de rupere la aria secțiunii critice (a fost luată în considerare două secțiuni critice).

În conformitate cu datele din literatură privind valoarea rezistenței la forfecare în funcție de rezistența la compresiune a betonului, autorul a propus valoarea  $R_f = 0,15 R_b$ .

Raportul dintre rezistența la forfecare teoretică și cea experimentală este prezentat în coloana 14 a tabelului 4.4. Se poate observa că aceste rapoarte variază între 0,73 și 1,12, ceea ce reprezintă abateri corespunzătoare unor determinări experimentale. În consecință în calculele privind forța de forfecare la epruvetele armate s-au luat valori propuse  $R_f = 0,15 R_b$ .

Raportul dintre rezistența la forfecare calculată din datele experimentale (vezi coloana 6) și rezistența la întindere stabilite pe epruvete turnate o dată cu elementele experimentale, este prezentat în coloana 15 a tabelului 4.4. Se constată că

aceste rapoarte variază între 1,36 pentru seria XVI și 2,10 pentru seria XVII. Media de 1,7 a celor 6 valori este mai mică, deci,



Tabelul 4.4

Se- ria vul opr.	Uniti- cati- vul opr.	Dimensiuni de constr.	Rea. de for. exp. R <sub>b</sub>	R <sub>t</sub>	R <sub>td</sub>	R <sub>pr</sub>	R <sub>b</sub>	R <sub>f</sub> teoretic 0,15xR <sub>b</sub>	R <sub>f</sub> teorat. R <sub>f</sub> exp	med <sup>2</sup> = R <sub>f</sub> <sup>2</sup>	R <sub>f</sub> <sup>2</sup> / R <sub>t</sub>	med			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
AA1	20	10	8000	40,00											
AA2	20	10	8500	42,50		275	24,44	25,83	205	317600	41,25	1,02	0,933	1,74	1,83
AA3	15	10	7750	38,66											
AA4	30	10	9000	45,00											
AA5	20	10	9000	45,00		325	25,13	26,15	225	330000	48,75	1,08	1,00	1,79	1,96
AA6	15	10	8750	43,75											
AA7	15	10	7750	38,66		300	29,24	24,17	215	323970	45,00	0,870	0,90	1,77	1,74
AA8	15	10	8250	41,25											
AA9	15	10	9000	45,00											
AA19	15	10	11500	56,66		450	49,00	30,00	405	370000	67,50	0,88	0,936	1,56	1,47
AA20	15	10	10000	50,00											
AA21	15	10	11000	55,00											
AA22	15	10	8500	42,50		425	45,00	30,00	370	366660	63,75	1,12	1,05	1,26	1,36
AA23	15	10	8500	42,50											
AA24	15	10	10500	52,50											
AA25	15	10	7000	35,00											
AA26	15	10	7750	38,66		250	23,10	23,40	210	307350	37,50	0,80	0,77	2,01	2,10
AA27	15	10	7250	36,25											

decît valoarea stabilită pentru un corp omogen în domeniul elastic dată în literatură cu valoarea acestui raport de 2,00. Se apreciază că diferența nu este mare și ea a fost influențată și de caracterul aleator al încercărilor efectuate pe epruvete diferite: elemente experimentale tip S pe care s-a calculat  $R_f$ , dat în coloana 6, și epruvete de probă sub formă de prisme loxlor55 pe care s-a determinat  $R_f$ , dat în coloana 8.

Comparația între studiu teoretic al eforturilor unitare  $\sqrt{\sigma_x}$ ,  $\sqrt{\sigma_y}$ , calculate prin programul BEGRAF și studiul experimental efectuat pe epruvetele necarnate din seria KV este prezentată în tabelul 4.5.

În acest tabel au fost inserate deformațiile specifice ( $\epsilon_{bx}$  și  $\epsilon_{by}$  atât pentru calcul cit și pentru programul experimental și  $\epsilon_{bxy}$  pentru calcul); eforturile unitare corespunzătoare deformațiilor specifice; rapoartele dintre valorile teoretice calculate cu cele experimentale ale eforturilor unitare  $\sqrt{\sigma_{bx}}$  și  $\sqrt{\sigma_{by}}$ . Atît deformațiile specifice cit și eforturile unitare calculate și experimentale, au fost considerate pentru cinci zone (trei zone distincte) de pe înălțimea studiată (secțiunea critică de contact între cele două părți ale epruvetelor) figura 4.37, 4.38, 4.39, 4.40.

Din datele prezentate din tabele se desprind următoarele aspecte:

- concordanța dintre valorile teoretice și cele experimentale sînt apreciate ca bune pentru toate epruvetele și zonele în care au fost luate în considerare. Se precizează faptul că au fost eliminate valorile experimentale care s-au depărtat exagerat de cele teoretice și de cele experimentale obținute pe alte epruvete.

- concordanța cea mai bună între datele teoretice și cele experimentale au fost obținute pentru zonele intermediare și mijloc (vezi coloana 37 și 38 din tabelul 4.5). De altfel în aceste zone au fost eliminate cele mai puține rezultate experimentale, ceea ce dovedește că timbrele tensometrice au funcționat bine la toate epruvetele pentru treptele de încărcare considerate.

- rezultate bune privind comparația între datele experimentale și valorile calculate teoretic s-au obținut și pentru efortul unitar  $\sqrt{\sigma_{by}}$ , cu precizarea însă că toate valorile medii experimentale au fost ușor superioare celor teoretice .

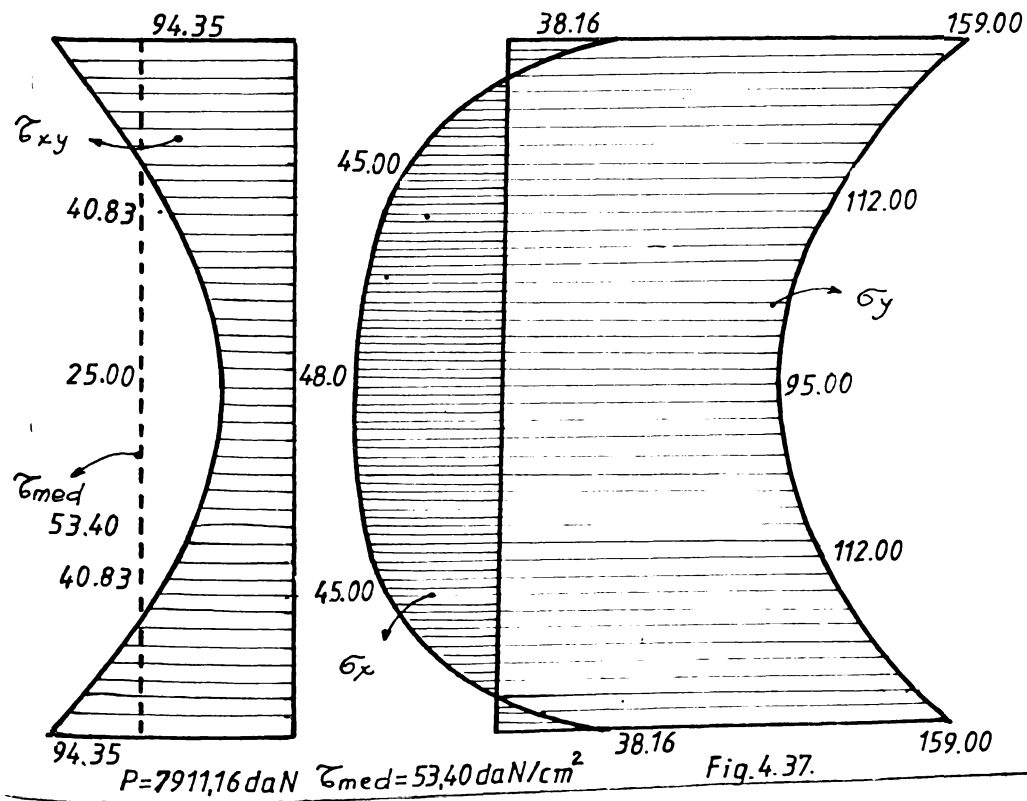
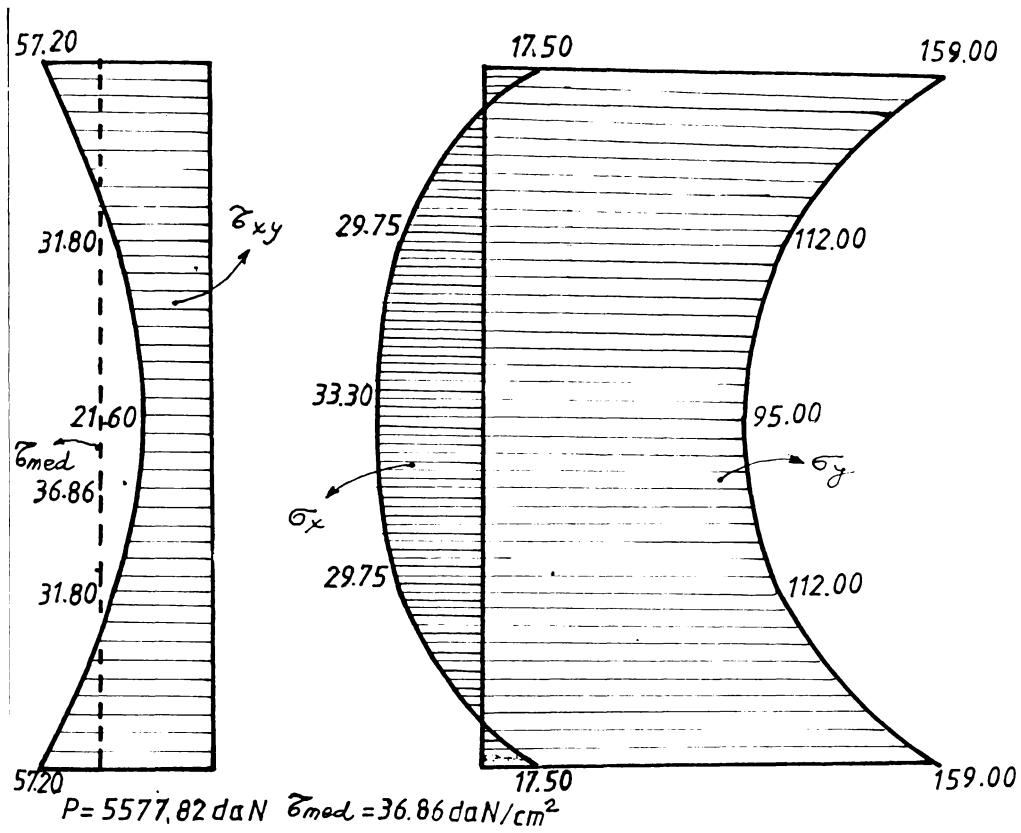


Fig.4.37.

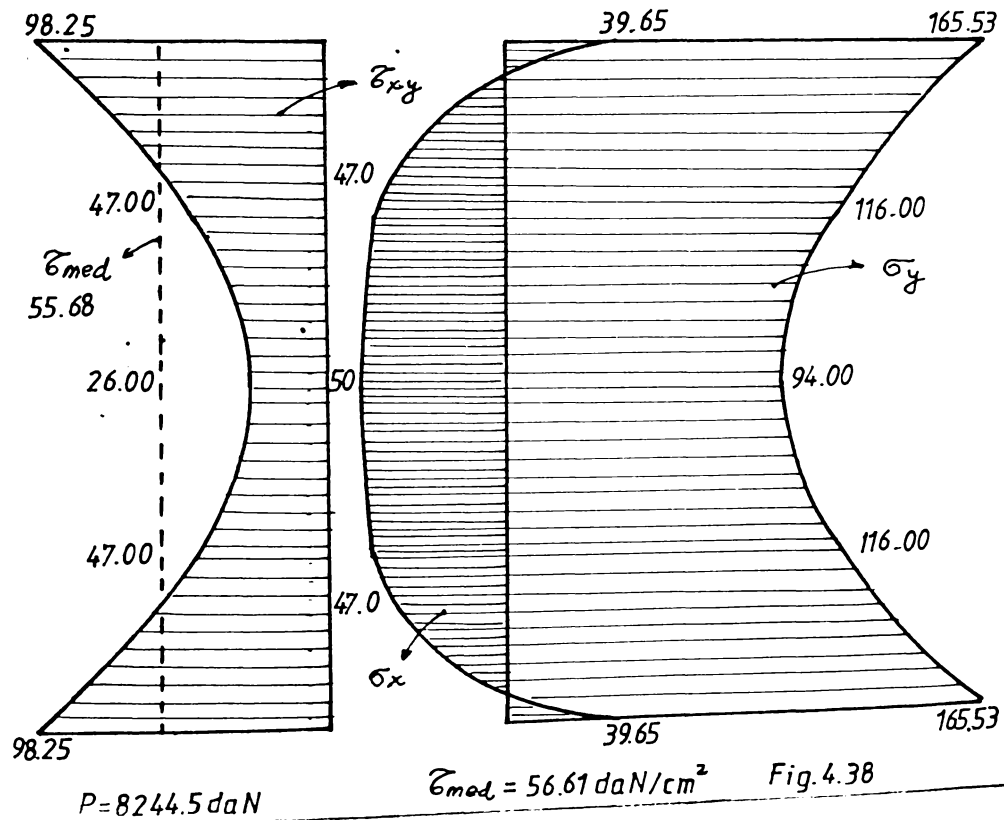
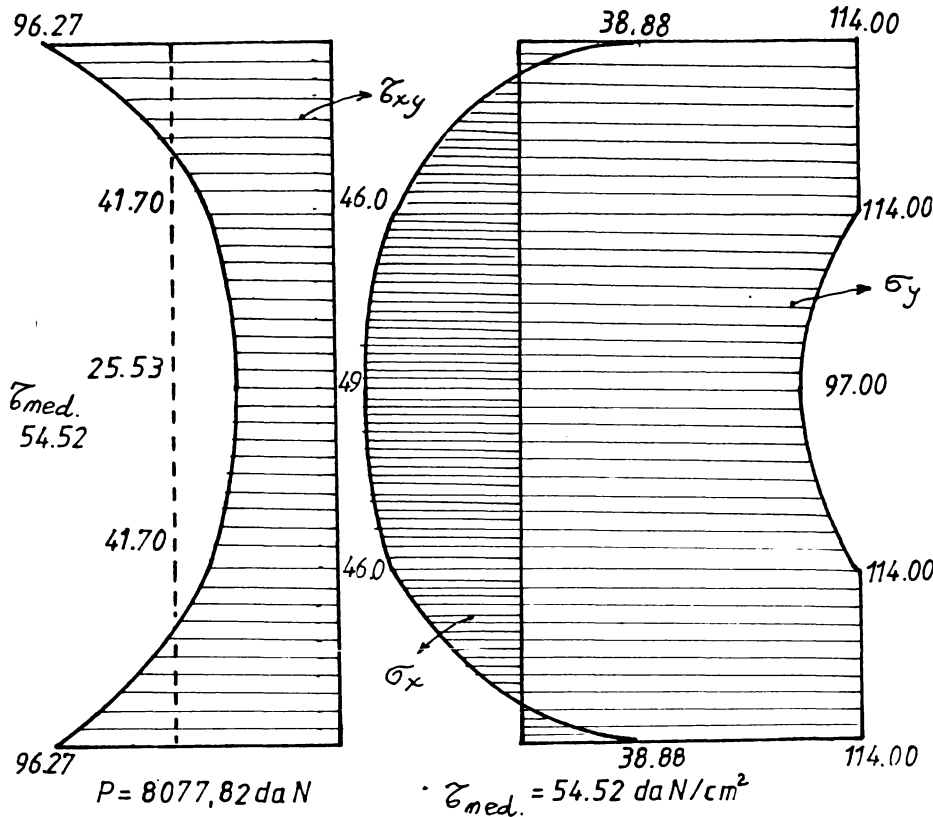
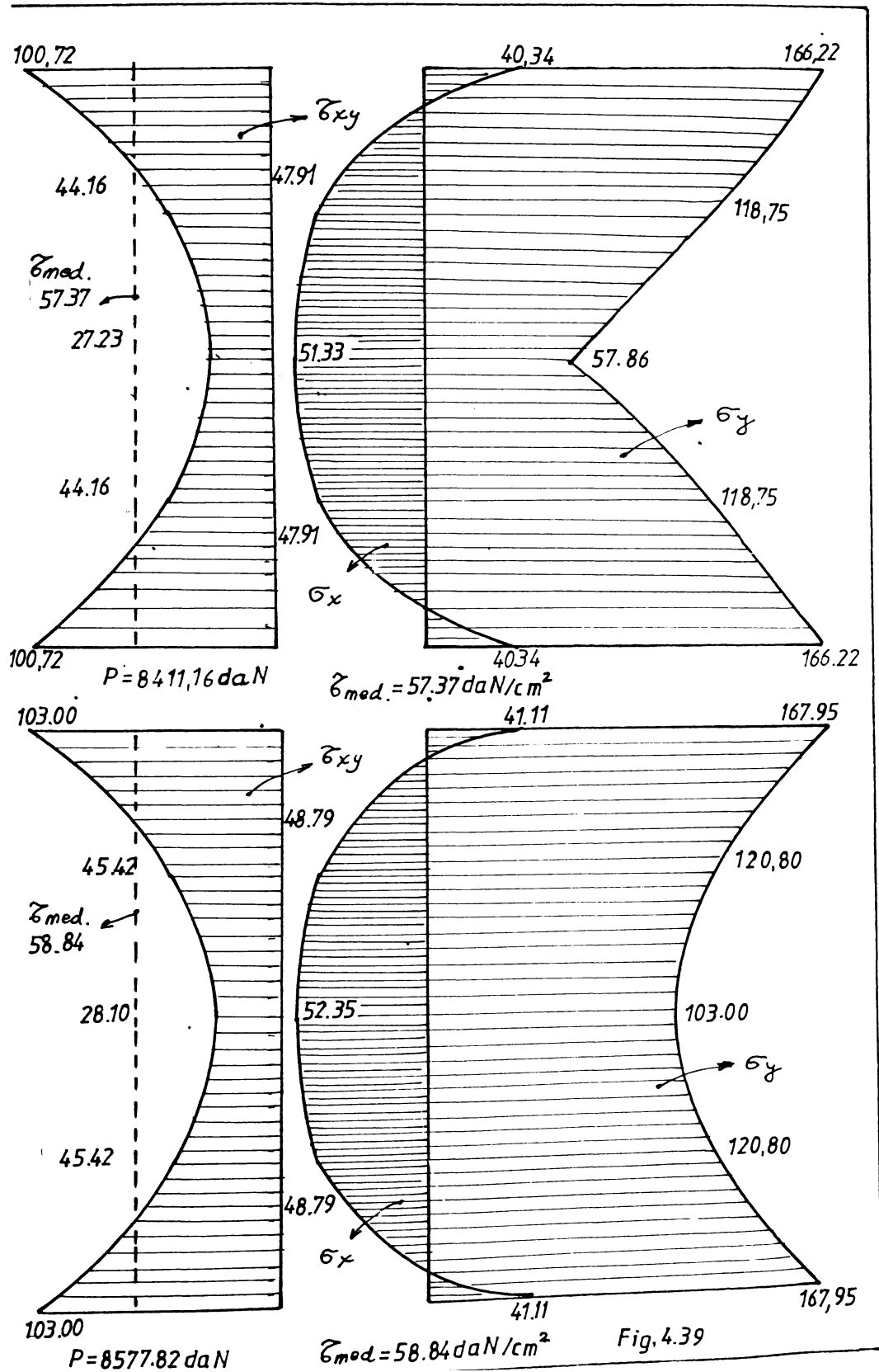


Fig. 4.38



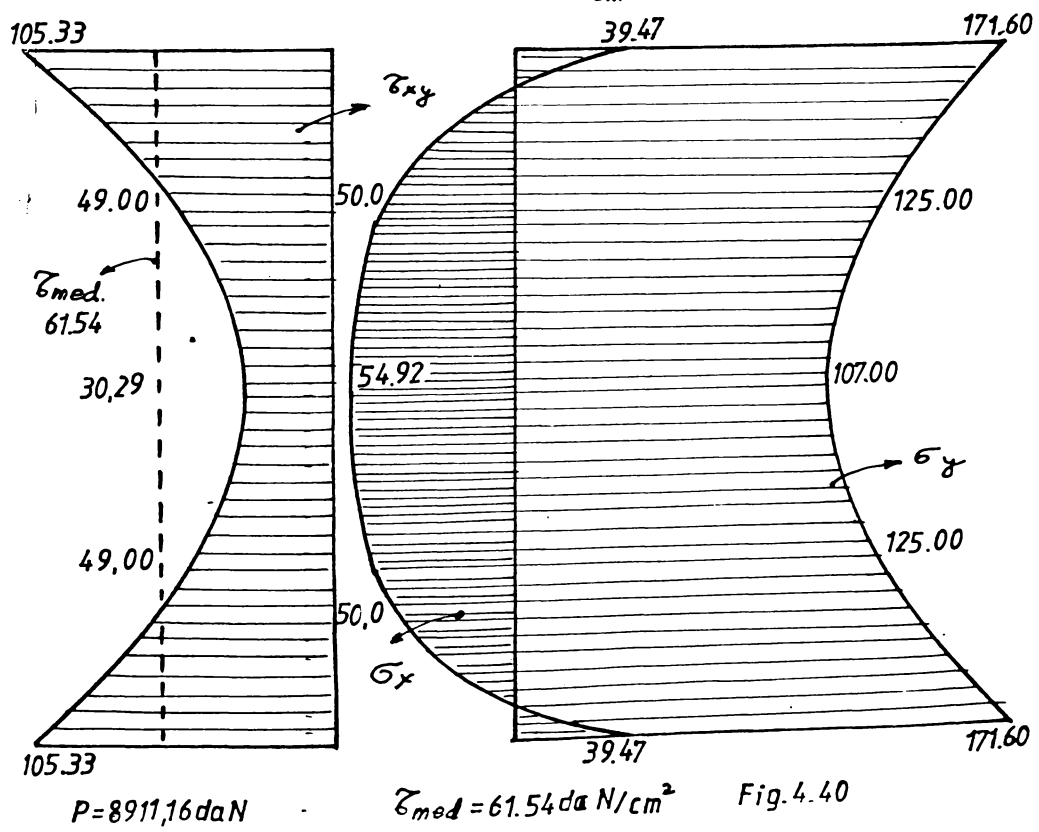
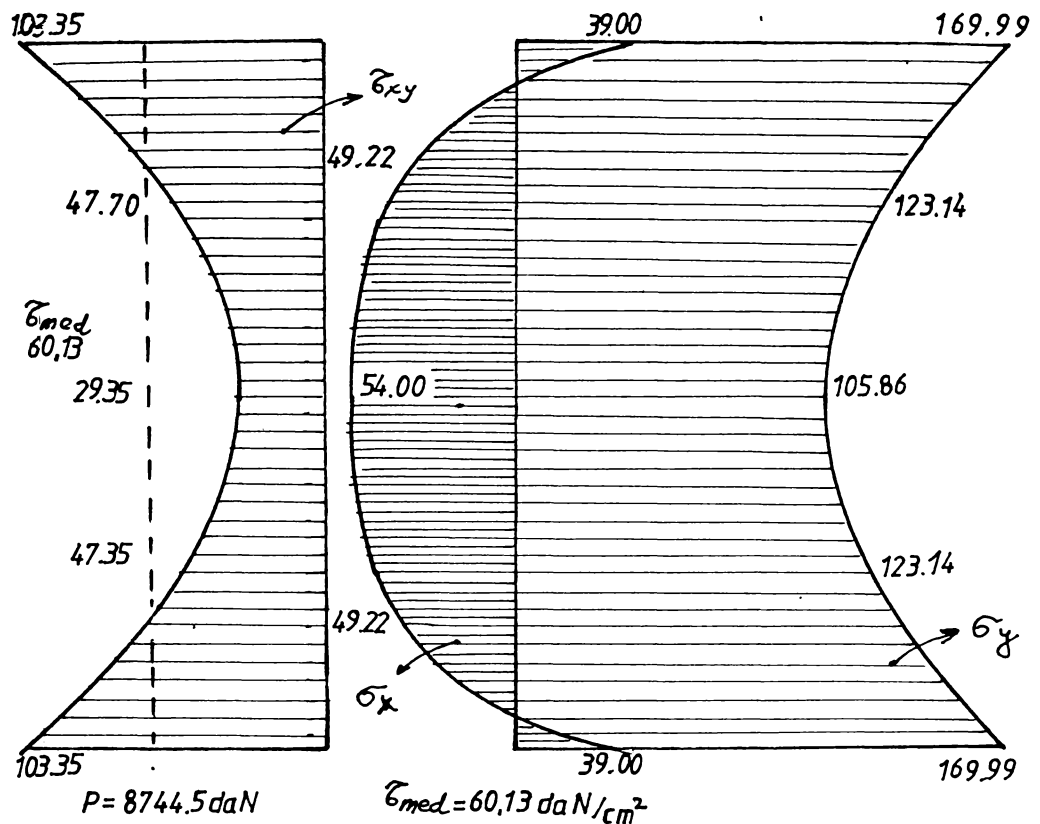


Fig. 4.40

		Date obținute din programul						
vul epr.	P	$\epsilon_{bx \text{ marg.}}$	$\epsilon_{bx \text{ inter.}}$	$\epsilon_{bx \text{ mijl.}}$	$\epsilon_{by \text{ med}}$	$\epsilon_{bxy \text{ marg.}}$	$\epsilon_{bxy \text{ inter.}}$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
AA19								
AA20	5577,82	$-7,29 \cdot 10^{-5}$	$1,24 \cdot 10^{-4}$	$1,3875 \cdot 10^{-4}$	$3,46 \cdot 10^{-4}$	$4,022 \cdot 10^{-4}$	$2,35 \cdot 10^{-4}$	
AA21								
IX	7911,16	$-1,59 \cdot 10^{-4}$	$1,883 \cdot 10^{-4}$	$2,01 \cdot 10^{-4}$	$5,09 \cdot 10^{-4}$	$6,63 \cdot 10^{-4}$	$7,35 \cdot 10^{-4}$	
	8077,82	$-1,62 \cdot 10^{-4}$	$3,85 \cdot 10^{-4}$	$2,054 \cdot 10^{-4}$	$4,53 \cdot 10^{-4}$	$6,765 \cdot 10^{-4}$	$2,932 \cdot 10^{-4}$	
	8244,50	$1,652 \cdot 10^{-4}$	$1,92 \cdot 10^{-4}$	$2,097 \cdot 10^{-4}$	$5,27 \cdot 10^{-4}$	$6,90 \cdot 10^{-4}$	$2,997 \cdot 10^{-4}$	
	8411,16	$1,681 \cdot 10^{-4}$	$1,996 \cdot 10^{-4}$	$2,14 \cdot 10^{-4}$	4,76	$7,07 \cdot 10^{-4}$	$3,103 \cdot 10^{-4}$	
	3588,82	$1,713 \cdot 10^{-4}$	$2,03 \cdot 10^{-4}$	$2,18 \cdot 10^{-4}$	$5,43 \cdot 10^{-4}$	$7,24 \cdot 10^{-4}$	$3,19 \cdot 10^{-4}$	
	8744,50	$1,6227 \cdot 10^{-4}$	$2,051 \cdot 10^{-4}$	$2,251 \cdot 10^{-4}$	$5,54 \cdot 10^{-4}$	$7,2624 \cdot 10^{-4}$	$3,352 \cdot 10^{-4}$	
	8911,16	$1,643 \cdot 10^{-4}$	$2,085 \cdot 10^{-4}$	$2,2885 \cdot 10^{-4}$	$5,62 \cdot 10^{-4}$	$7,40 \cdot 10^{-4}$	$3,443 \cdot 10^{-4}$	

NOTA: Rezultatele marcate cu **M** au fost eliminate intrucit nu se încadrează în valorile "normale" teoretice și experimentale.

Geological BIOGRAPH

$\bar{\epsilon}$ by mij.	$\bar{\nu}$ by myrg.	$\bar{\nu}$ by inter.	$\bar{\nu}$ by mij.	$\bar{\nu}$ by	$\bar{\epsilon}$ marg.	$\bar{\epsilon}$ inter.	$\bar{\epsilon}$ mij.	$\bar{\epsilon}$ ned.
10	11	12	13	14	15	16	17	13
$1,517.10^{-4}$	-17,50	29,75	33,3	83,30	57,2	31,80	21,60	36,86
$1,756.10^{-4}$	-33,16	45,20	48,24	122,14	94,37	40,83	25	53,39
$1,797.10^{-4}$	-38,88	46,16	49,30	109	96,27	41,72	25,57	54,52
$1,837.10^{-4}$	-39,65	47,08	50,32	126,66	98,25	42,66	26,15	55,63
$1,91345.10^{-4}$	-40,34	47,91	51,33	114,28	100,72	44,16	27,75	57,37
$1,97.10^{-4}$	-41,11	48,79	52,35	130	103	45,42	28,10	58,84
$2,06.10^{-4}$	-39	49,22	54	133	103,35	47,7	29,35	60,13
$-2,128.10^{-4}$	-39,43	50	55,00	135	105,34	49	30,29	61,54



$\alpha_{\text{marg.}}$	$\sqrt{1}_{\text{marg.}}$	$\sqrt{2}_{\text{marg.}}$	$\alpha_{\text{int.}}$	$\sqrt{1}_{\text{int.}}$	$\sqrt{2}_{\text{int.}}$	$\alpha_{\text{mij.}}$	$\sqrt{1}_{\text{mij.}}$	$\sqrt{2}_{\text{mij.}}$	$R_f$
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
32,05	-10	-168	20,25	13,9	88,80	11,37	16,40	65,40	37,18
33,70	-19	-263	18,99	14,3	127,4	9,57	22,9	92,40	52,74
33,77	-19,4	-268	19,0	15,1	130,10	9,50	23,4	94,3	53,85
33,73	-19,7	-273,4	19,02	15,4	132,8	9,60	23,4	96,30	54,96
33,89	19,6	275,5	19,13	15,8	135,1	9,74	24,5	98,3	56,07
33,95	19,6	279	19,20	16,20	137,50	9,8	25	100,50	57,10
33,62	-19,1	279,5	19,55	15,70	141,3	9,97	25,8	103,1	58,29
33,64	-19,1	282,4	19,63	16	143,8	10,06	26,4	105,2	59,41

Datele obținute prin programul experimental

Tabloul 2.3  
Raportul între result.din  
programul BIOGRAF ou cele  
experimentale

$\varepsilon_{bx}$ marg.	$\varepsilon_{bx}$ int.	$\varepsilon_{bx}$ mijl.	$\varepsilon_{by}$ med	$\sqrt{bx}$ mag.	$\sqrt{bx}$ inter.	$\sqrt{bx}$ mij.	$\sqrt{by}$	$\frac{\varepsilon_{bx\ mag}}{\varepsilon_{by}}$	$\frac{\varepsilon_{bx\ int}}{\varepsilon_{by}}$	$\frac{\varepsilon_{bx\ mij}}{\varepsilon_{by}}$	$\frac{\varepsilon_{by\ med}}{\varepsilon_{by}}$
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
-20.10 <sup>-6</sup>	95.10 <sup>-6</sup>	100.10 <sup>-6</sup>	240.10 <sup>-6</sup>	-7,30 <sup>m</sup>	34,80	36,66	33,00				
-30.10 <sup>-6</sup>	55.10 <sup>-6</sup>	50.10 <sup>-6</sup>	360.10 <sup>-6</sup>	-11	20,16	18,33 <sup>m</sup>	132	1,19	1,08	1,06	0,90
-50.10 <sup>-6</sup>	30.10 <sup>-6</sup>	70.10 <sup>-6</sup>	185.10 <sup>-6</sup>	-18,33	11,00 <sup>m</sup>	25,66	68				
-60.10 <sup>-6</sup>	150.10 <sup>-6</sup>	160.10 <sup>-6</sup>	378.10 <sup>-6</sup>	-22	55	58,66					
-20.10 <sup>-6</sup>	100.10 <sup>-6</sup>	90.10 <sup>-6</sup>	520.10 <sup>-6</sup>	-7,33 <sup>m</sup>	36,66	33	190 <sup>m</sup>	1,76	1,00	1,05	0,98
-10.10 <sup>-6</sup>	45.10 <sup>-6</sup>	80.10 <sup>-6</sup>	300.10 <sup>-6</sup>	-3,66 <sup>m</sup>	16,50 <sup>m</sup>	29,30 <sup>m</sup>	110				
-60.10 <sup>-6</sup>	150.10 <sup>-6</sup>	160.10 <sup>-6</sup>	318.10 <sup>-6</sup>	-22	55	58,65	138,60				
-20.10 <sup>-6</sup>	100.10 <sup>-6</sup>	90.10 <sup>-6</sup>	520.10 <sup>-6</sup>	-7,33 <sup>m</sup>	36,66	33	190 <sup>m</sup>	1,76	1,00	1,05	0,98
-10.10 <sup>-6</sup>	45.10 <sup>-6</sup>	80.10 <sup>-6</sup>	300.10 <sup>-6</sup>	-3,66 <sup>m</sup>	16,50 <sup>m</sup>	29,30 <sup>m</sup>	110				
-65	155	160	388	-23,83	56,83	58,66	142,26				
-15	105	95	533	-5,50 <sup>m</sup>	38,50	34,83	195,42 <sup>m</sup>	1,66	0,99	1,12	0,98
-15	75	110	320	-5,50 <sup>m</sup>	27,50 <sup>m</sup>	40,33	117,33				
-70	160	160	390	-25,66	50,66	58,66	148,0				
-20	100	100	550	-7,33 <sup>m</sup>	36,66	36,66	201,66 <sup>m</sup>	1,86	1,00	1,11	0,88
-10	80	115	320	-3,66 <sup>m</sup>	29,33 <sup>m</sup>	42,16	117,33				
-70	160	160	390	-25,66	58,66	58,66	143,00				
-20	100	100	550	-7,33 <sup>m</sup>	36,66	36,66	201,66	1,86	1,00	1,11	0,83
-10	80	115	320	-3,66 <sup>m</sup>	29,33	42,16	117,33				
-75	170	170	415	-27,50	62,33	62,33	152				
-10	110	105	565	-3,66 <sup>m</sup>	40,33	38,50	207 <sup>m</sup>	1,41	0,96	1,08	0,90
-10	90	95	327	-3,66 <sup>m</sup>	33 <sup>m</sup>	34,80	120				
-80	170	180	430	-29,33	62,33	66	157,66				
-10	120	110	580	-3,66 <sup>m</sup>	44	40,33	212 <sup>m</sup>	1,34	1,94	1,15	0,90
-10	100	100	335	-3,66 <sup>m</sup>	36,66	36,66	123				

- 127 -

128

- în zonele marginale în care există concentrări ale eforturilor unitare s-au obținut, așa era și normal cele mai mari abateri ale valorilor experimentale față de cele teoretice. De altfel și cele mai multe valori experimentale eliminate au fost în aceste zone. Explicația diferențelor poate fi pusă atât pe imposibilitatea de a putea măsura valoarea teoretică maximă (vîrfurile de tensiune) prin amplasarea corespunzătoare a timbrului tensometric în zona considerată critică cât și prin lățimea timbrului care "aplatinează" vîrfurile de tensiune teoretice. Aceste explicații sînt în concordanță cu rezultatele obținute în sensul că toate valorile medii teoretice depășesc cu (19 pînă la 85)% valorile măsurate experimental.

- corespondența bună între valorile teoretice și cele experimentale obținute pentru eforturile  $\bar{\sigma}_{bx}$  și  $\bar{\sigma}_{by}$  pentru zonele de mijloc și intermediare permit considerarea valorilor teoretice ale valorilor unitare  $\bar{\sigma}_{xy}$  pentru aceleași zone ca fiind corespunzătoare valorilor experimentale care nu au putut fi stabilite prin programul experimental efectuat.

În cadrul programului experimental am efectuat o serie specială de încercări. Această serie s-a realizat pentru studiul determinării rezistenței de forfecare luînd în considerare influența armăturii de forfecare, situată în zona respectivă. Modul de distribuire al acestor armături de forfecare este arătat în figura 4.41 și figura 4.42.

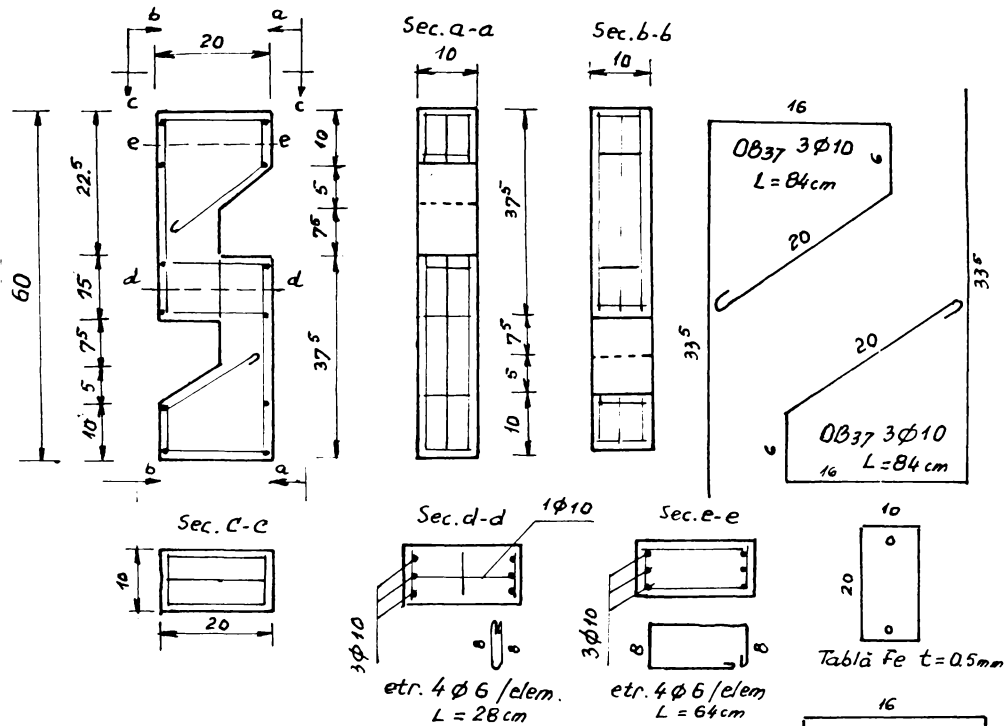
Pentru ca ruperea să se producă în secțiunea de forfecare am majorat armătura de încovoiere, punînd 3‰, iar armătura de forfecare am presupus-o că este 2‰, care sînt arătate în figurile 4.41 și 4.42.

Tipul de epruvete folosite pentru această încercare, este de același tip ca și cel din figura 1.b la care secțiunea de rupere este de 15x10 cm.

În această serie am realizat trei elemente de aceeași mărime de beton (B350). Primul element AI-1 l-am turnat monolit punînd în secțiunea de forfecare o tablă subțire prin care intră armătura de forfecare. Această tablă are rolul de a separa betonul celor două părți ale epruvetei, înlocuind influența rezistenței la forfecare beton-beton cu rezistența la forfecare beton-oțel.

Al doilea element AI-2 l-am turnat monolit punînd în

Elementul experimental AI1, AI4



Elementul experimental AI2, AI5

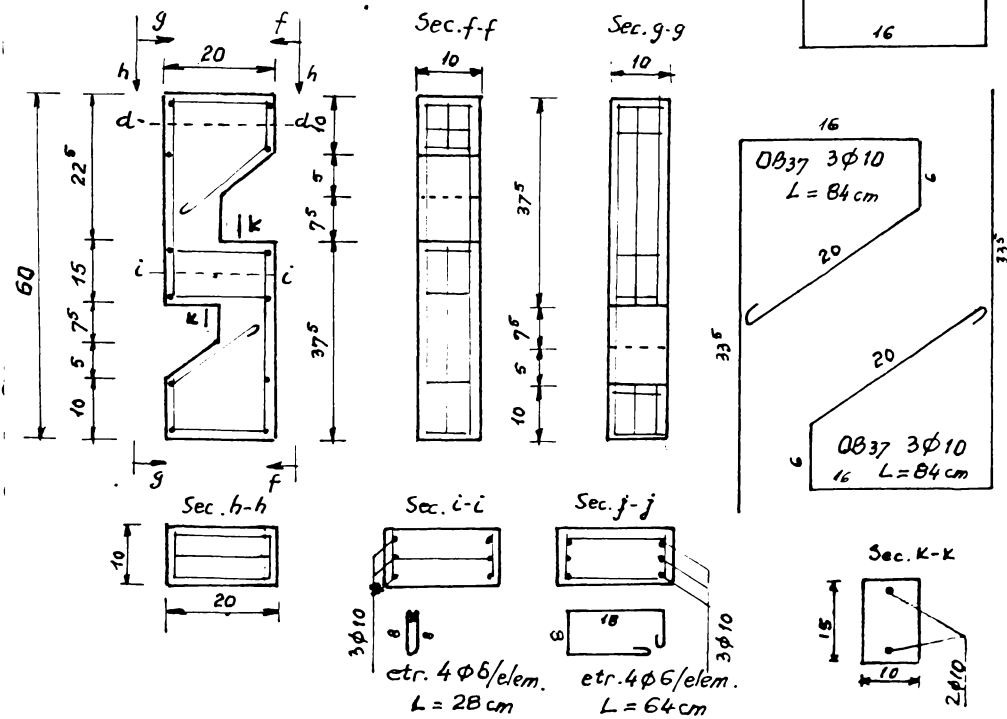


Fig.4.41 Armarea elementelor AI1, AI2, AI4, AI5.



secțiunea de forfecare și armătura de forfecare 2 $\phi$ lo, deci elementul este caracterizat prin conlucrarea betonului cu armătura în secțiune de rupere.

Al treilea element AI-3 1-am turnat monolit fără a se introduce armături în secțiunea critică a elementului.

Am mai efectuat încă o serie alcătuită tot din trei elemente din aceeași marcă (B450) pentru care primul element AI-4 1-am turnat monolit punând în secțiune de forfecare două table subțiri separate printr-un labirint; în acest element se elimină conlucrarea celor două părți ale

eprovetei, rămânând active numai cele două armături 2 $\phi$ lo. Rolul acestei table în al doilea caz este mult mai eficient decât în primul caz (elementul AI-1), deoarece în al doilea există o anumită separare dintre cele două părți ale epruvetei mai bună, deci pune în evidență mai clar efectul armăturilor de forfecare în această zonă de rupere. Al doilea element AI-5 1-am turnat monolit punând în secțiunea de forfecare și armătura de forfecare 2 $\phi$ lo, deci elementul este caracterizat prin conlucrarea betonului cu armătura în secțiunea de rupere.

Al treilea element AI-6 1-am turnat monolit fără a se introduce armături în secțiunea critică a elementului. Această modalitate a elementelor realizate în cele două serii, le-am executat pentru a aprecia sporirea capacității portante la forfecare în secțiunea de rupere a unui element, când se folosește o asemenea armare în secțiunea respectivă.

Astfel la încercarea experimentală se poate determina în primul element din fiecare serie AI-1 și AI-4 capacitatea portantă

AI-4

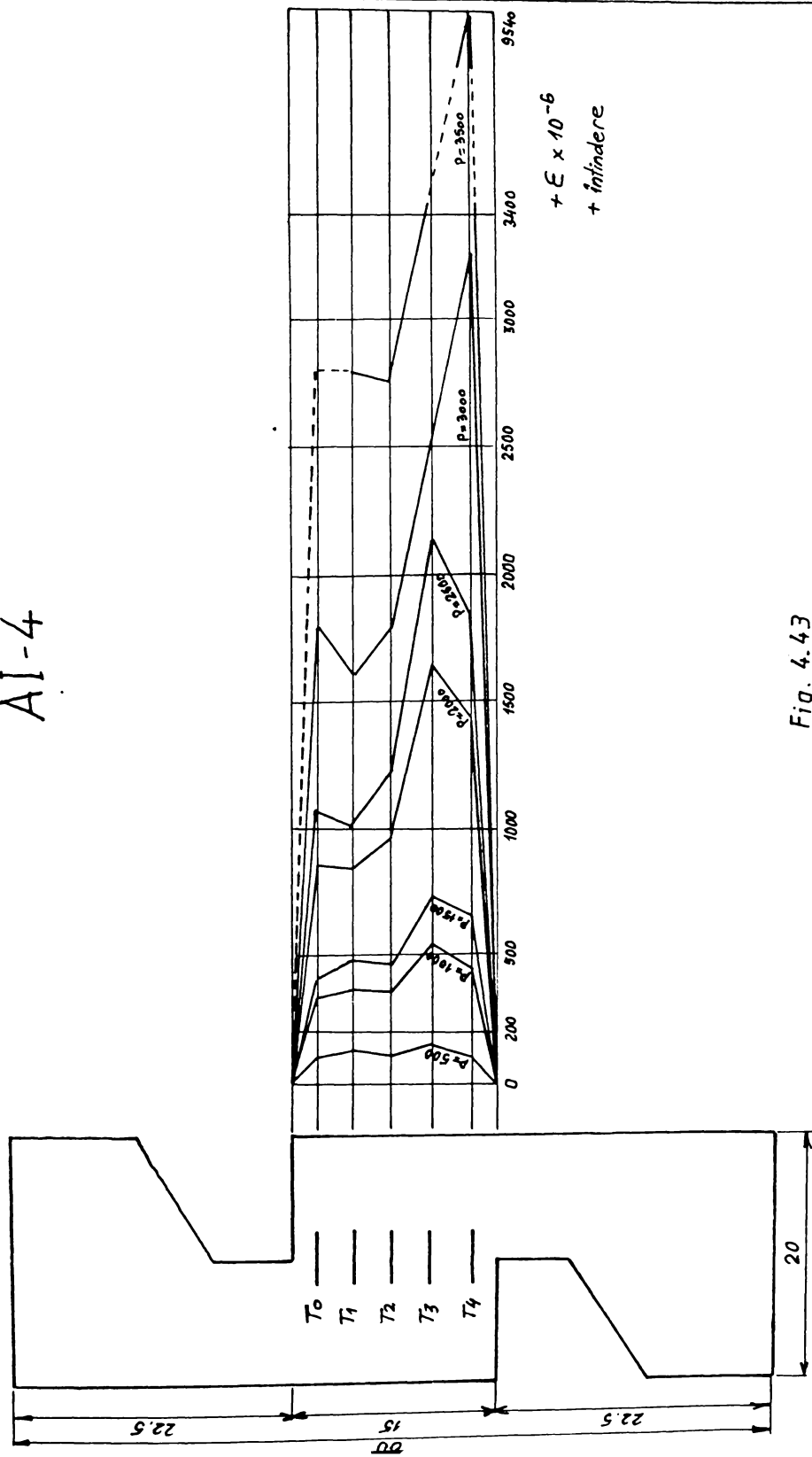
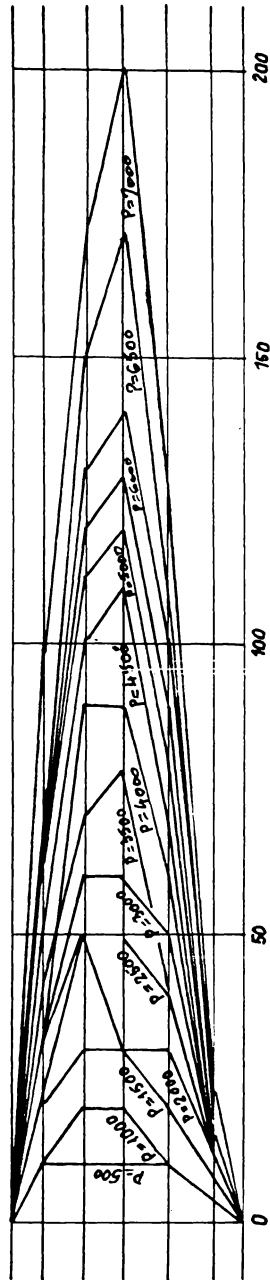
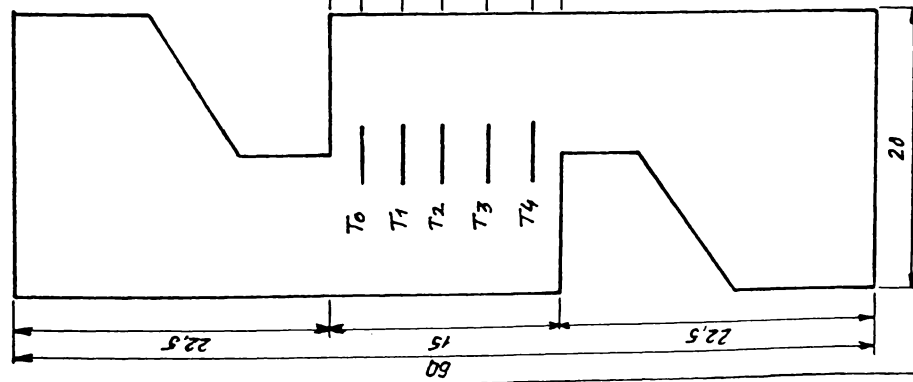


Fig. 4.43

A1-5



$+E \times 10^{-6}$   
 $+inindere$

Fig. 4.44

AI-6

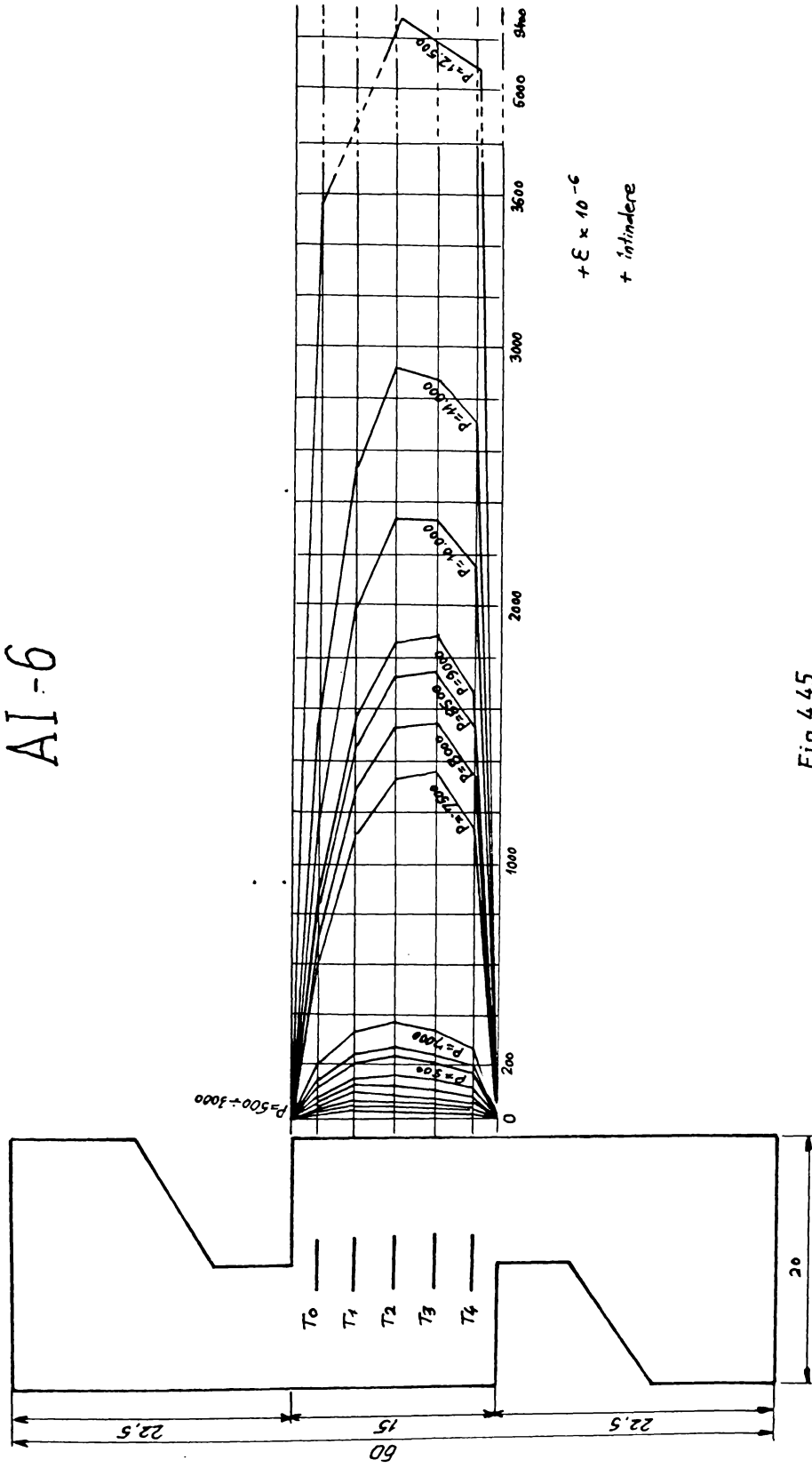


Fig. 4.45



AI-4

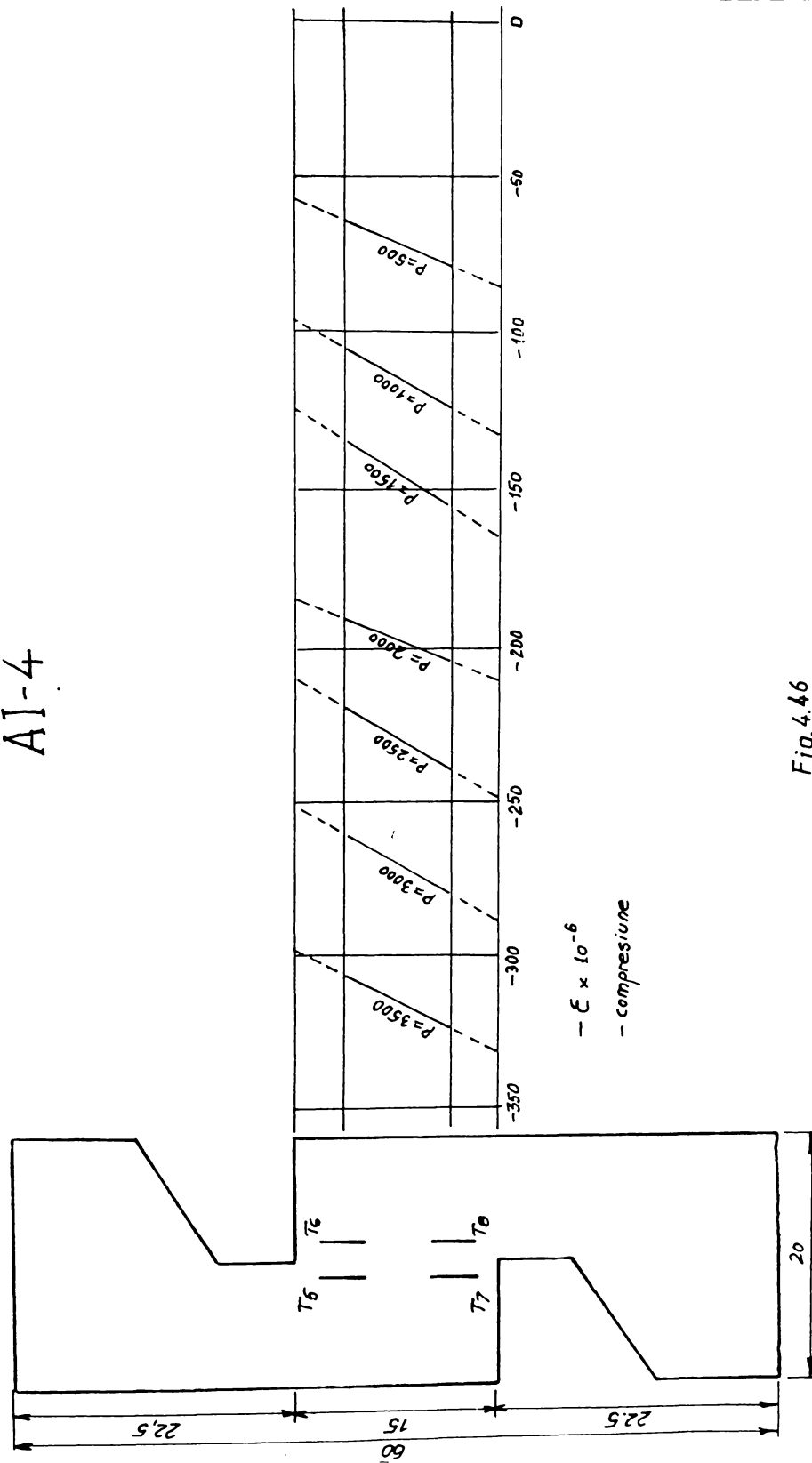
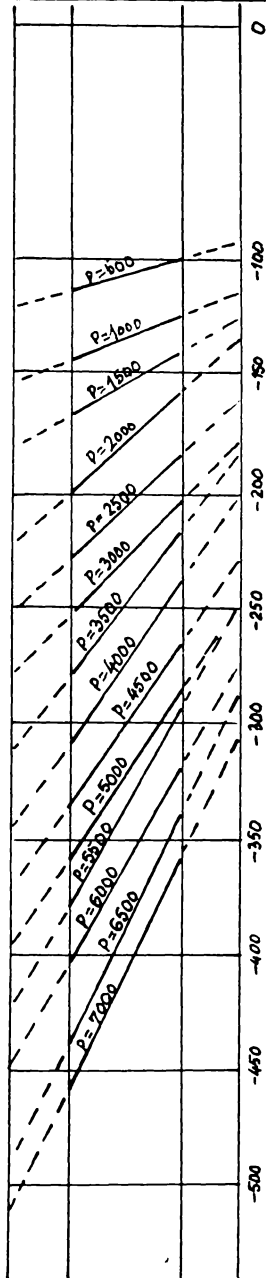
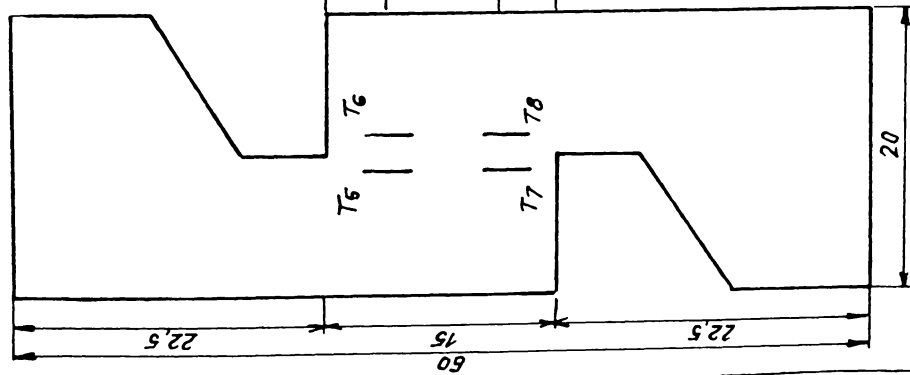


Fig. 4.46

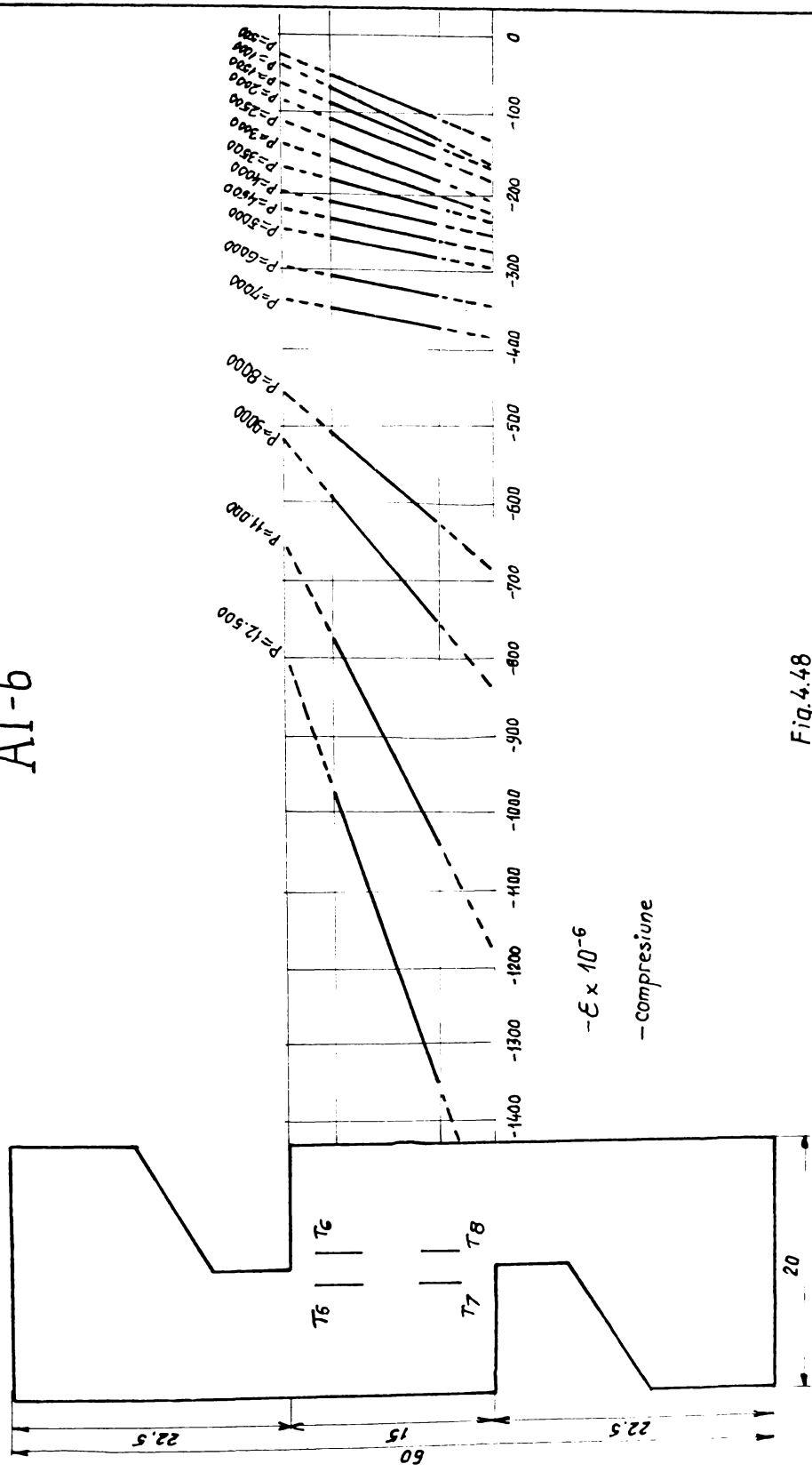
A1-5



$-E \times 10^{-6}$   
~ compression.

Fig. 4.47

AI-6



$-E \times 10^{-6}$   
-Compresione

Fig.4.48

de rupere a armăturii ( $P_a$ ), iar în al doilea element din fiecare serie AI-2 și AI-5 se poate determina capacitatea portantă de rupere a betonului și a armăturii în secțiunea de rupere ( $P_{bP_a}$ ); în al treilea element din fiecare serie AI-3 și AI-6 se poate determina capacitatea portantă de rupere a betonului la forfecare în secțiunea respectivă ( $P_b$ ).

Pe baza măsurărilor experimentale efectuate prin programul de încercări au fost sintetizate în diagrame și un tabel 4.6, prezentat în continuare astfel:

- în figurile 4.43, 4.44, 4.45 sînt prezentate deformațiile specifice măsurate pe beton în zona de rupere pentru eforturile unitare  $\sqrt{x}$  pentru diferite trepte de încărcare pînă la rupere;

- în figurile 4.46, 4.47, 4.48 sînt prezentate deformațiile specifice măsurate pe beton în zona de rupere pentru eforturile unitare  $\sqrt{y}$  pentru diferite trepte de încărcare pînă la rupere.

Aspecte ale rupei în cele trei cazuri sînt arătate în figura 4.49 pentru prima serie și figura 4.50 pentru a doua serie de încercări.

Această serie de încercări prezintă comportarea și rezistența barelor de forfecare în secțiunea critică a elementului. Și încercările pe epruvete cu armătură de forfecare au fost dublate de analize numerice realizate cu programul BIGGRAF. La modelul analizat forța de rupere obținută teoretic a fost de  $100000$  daN. Modul de rupere și relieful fisurilor a fost similar celui experimental.

Rezultatele încercărilor experimentale pe epruvetele celor două serii sînt prezentate în tabelul 4.6.

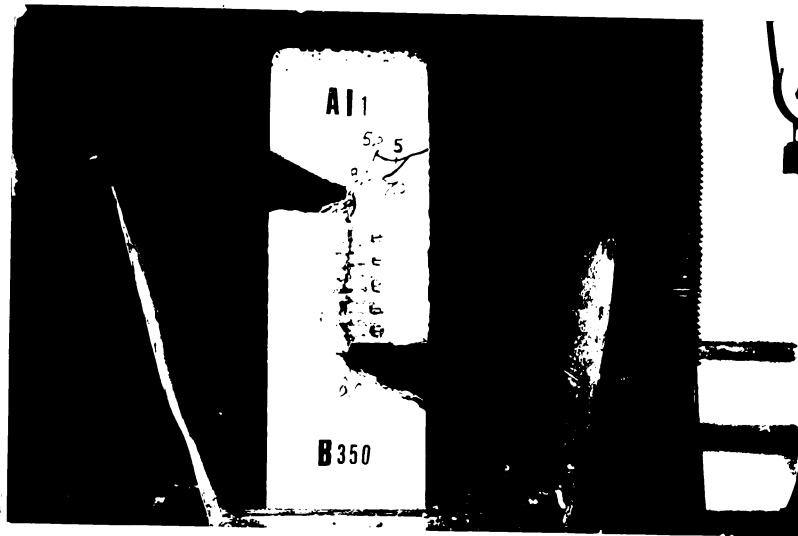
Valorile din tabelul 4.6 au fost calculate în felul următor:

a) forța de rupere  $P_r$ , dată în coloana 6, reprezintă citirea făcută în momentul rupei pe cadranul preseii de încercare;

b) efortul unitar convențional  $R_f$  a fost calculat ca reprezentînd un efort unitar modiu tangențial pe secțiunea transversală, adică raportul dintre forța de rupere  $P_r$  și aria de beton din secțiunea de rupere care este  $A = 15 \times 10 \text{ cm}^2$ .

c) forța teoretică de rupere  $P_r^t$ , dată în coloana 7 a fost calculată după cum urmează:

- pentru epruvetele din seria AI-4, la care în secțiunea



de rupere sînt active numai armăturile, s-au folosit relațiile date de Sorouchian P., și alții /1/ (vezi relațiile 2.3, 2.11, 2.12.

$$P_b = 37,6 \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{10}} = 116 \text{ MPa} = 1160 \text{ daN/cm}^2$$

$$P_b = \frac{116}{0,0069} = 15600 \text{ PSI}$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{2,10 \cdot 10^5}{271,7 \cdot 10}} = 2,96$$

$$f_c = \frac{360}{0,0069} = 52174 \text{ PSI}$$

$$P_{fu} = 0,5 \cdot 15600(0,37 \cdot 2,96 \cdot 0,4 - 0) + \frac{0,45 \cdot 52174 \cdot 0,4^2}{2,96} = 4636 \text{ lb}$$

$$P_{fu} = 4606 \cdot 4,45 = 20852,7 \text{ N} = 2035,27 \text{ daN}$$

$$P_{fu} = 2085 \text{ daN}$$

Tabelul 4.6

Se- ria	Indica- tivul epr.	Marca betonu- lui daN/cm <sup>2</sup>	Concluzare	Mod de separare	Forța de rupere p <sub>r</sub> daN	Efort unitar conv. R <sub>r</sub> daN/cm <sup>2</sup>	Forța teore- tică de ru- pere p <sub>t</sub> daN	r=teoretic/ exper. pentru ru- pere
XVIII	AI-1	350	-aderența oțel-beton -armătura 2φ10	1 tablă t=0,5 mm	8000	53,33	220+2700=4720	$\frac{4720}{8000} = 0,59$
XIX	AI-2	350	-aderența (forțeo.) beton-beton	-	10000	66,66	2020+7870=9890	$\frac{9890}{10000} = 0,989$
XX	AI-5	450	-armătura 2φ10	-	12500	83,33	2085+10100=12185	$\frac{12185}{12500} = 0,975$
XXI	AI-3	350	-aderența (forțeo.) beton-beton	-	9000	53,33	7870	$\frac{7870}{9000} = 0,875$
XXII	AI-6	450	-	-	9000	60,00	10100	$\frac{10100}{9000} = 1,12$
XXIII	AI-4	450	-armătura 2φ10	2 table sub- țiri de t=0,5 mm și lubrefiant	3500	23,33	2035	$\frac{2035}{3500} = 0,60$

- pentru epruvetele din seriile AI-3 și AI-6, avînd în secțiunea de rupere numai beton s-a calculat forța teoretică de rupere cu relația:

$$P_R^t = R_f^i \cdot A_b$$

în care  $R_f^i = 0,15 R_b$  în conformitate cu studiile proprii prezentate în tabelele 4.2, 4.3, 4.4.3

- epruveta din seria AI-1, caracterizată prin existența în secțiunea de rupere a armăturilor și a unei table de oțel aderență la beton, a fost considerată de către autor avînd următoarea forță teoretică de rupere:

$$P_R^t = P_a + \sigma_{ad} \cdot A_b$$

în care  $\sigma_{ad}$  reprezintă efortul unitar de aderență beton-tableă de oțel, care a fost luat din literatură /79, 114/.

$$\sigma_{ad} = 1,8 \text{ N/mm}^2$$

$$R_b = 37,6 \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{10}} = 103 \text{ MPa} = 1030 \text{ daN/cm}^2$$

$$P_b = \frac{103}{0,0069} = 14928 \text{ PSI}$$

$$F_{fu} = 0,5 \cdot 14928 (0,37 \cdot 2,96 \cdot 0,4 - 0) + \frac{0,45 \cdot 52174 \cdot 0,4^2}{2,96} = 4539 \text{ lb}$$

$$F_{fu} = 4539 \cdot 4,45 = 20199 \text{ N}$$

$F_{fu} = 2020 \text{ daN}$  unde  $F_{fu}$  corespunde notația  $P_a$  din text

$$P_R = \sigma_{ad} \cdot A_b = 18 \cdot 150 = 2700 \text{ daN}$$

$$P_R^t = 2020 + 2700 = 4720 \text{ daN}$$

- Epruvetele AI-2 și AI-5 au în secțiunea de rupere armături înglobate în betonul monolit, astfel încît forța teoretică de rupere s-a considerat  $P_R^t = P_u + R_f^i \cdot A_b$ .

Pentru elementul AI-2

$$R_f^i = 0,15 \cdot 350 = 52,5 \text{ daN/cm}^2$$

$$P_R = 52,5 \cdot 150 = 7870 \text{ daN}$$

$$P_R^t = 2020 + 7870 = 9890 \text{ daN}$$

Pentru elementul AI-5

$$R_f^i = 0,15 \cdot 450 = 67,5 \text{ daN/cm}^2$$

$$P_R = 67,5 \cdot 150 = 10100 \text{ daN}$$

$$P_R^t = 2085 + 10100 = 12185$$

d) Raportul dintre forța teoretică de rupere și cea experimentală este dată în coloana 9 a tabelului 4.6 din care se desprind următoarele concluzii:

1. existența unei concordanțe mulțumitoare între valorile teoretice și cele experimentale, ceea ce dovedește că ipotezele propuse de către autor sînt satisficătoare;

2. diferențele cele mai mari dintre forța teoretică de rupere și cea experimentală sînt în seriile AI-1 și AI-4.

La seria AI-4 această diferență este în concordanță cu datele autorilor citați /1/ după care s-a calculat forța teoretică de rupere.

Pentru elementul AI-1 valoarea mai mică a forței teoretice de rupere este explicată prin aceea că efortul unitar de aderență a fost luat din literatură cu valoare minimă.

3. Din compararea rezultatelor experimentale, dar și teoretice ale celor patru tipuri de epruvete rezultă aportul individual al elementelor portante din secțiunea de rupere (armături, aderențe beton-beton, aderența oțel-beton, și unele valori cumulate ale acestora).

4. Aceste experimente reprezintă o contribuție originală a autorului privind efectul armăturilor și a diferitelor tipuri de realizare a continuității în secțiunea de rupere asupra forței de rupere.



## CAPITOLUL 5. APLICATII PRACTICE ALE REZISTENȚEI LA FORȚECARE LA ELEMENTE DIN BETON, BETON ARMAT ȘI BETON PRECOMPRIMAT

### 5.1. Introducere

În cadrul construcțiilor din beton, beton armat sau din beton precomprimat înțelegem prin străpungere, ruperea locală provocată de o sarcină concentrată sau de o reacțiune de rezem, acționând perpendicular asupra unei dale sau a unei fundații (fundații pahar), platforme marine, îmbinări la structuri din pavouri mari și îmbrăcăminți rutiere din beton de ciment. punctul sensibil al plangeelor dală este rezemarea dintre stâlp și dală unde apar eforturi de forfecare importante, iar pentru fundații pahar punctul sensibil este rezemarea stâlpului în fundul paharului.

Plangeele dală sînt îndeosebi sensibile la acest gen de rupere. Plangeele dală sînt compuse dintr-o dală groasă de beton armat sau beton precomprimat, de grosime constantă, sprijinită pe stâlpi cu sau fără capiteluri, dispuși în general după o rețea regulată.

În această zonă de rezemare materialul este uneori puternic solicitat, încît se fisurează și poate ajunge pînă la rupere. În acel moment străpungerea dalei este cea care antrenează foarte des distrugerea completă a structurii.

Acest fapt este din nefericire, încă în prezent confirmat cu regularitate de numeroasele accidente care survin în sectorul construcțiilor.

Putem într-adevăr spune că problema poisonării nu este încă rezolvată într-un mod satisfăcător, de vreme ce se construiesc structuri care sînt sensibile la străpungere.

Pentru a înțelege mai bine problema și pentru a găsi un răspuns necesar să studiem maniera în care înaintașii s-au preocupat de această problemă și cum au încercat să găsească o soluție în acest caz.

### 5.2. Plangee fără grinzi

#### 5.2.1. Cercetări, teorii și metode de calcul în diferite țări

În 1910 A.B. Macmillan /62/ făcea o comparație a diferitelor metode de dimensionare utilizate pentru plangee dale.

C.TURNER a fost primul constructor care s-a referit la această teorie pentru dimensionarea plangeelor dală.

În 1913 Talbot folosind tilpi de fundație, a constatat ruperi provocate de forfecarea secțiunii pe înălțimea utilă, la forța de forfecare a dalilor din beton armat sub sarcini orientate aproape de un reazem. Din aceste informații el a dedus o formulă care permite să se calculeze forța de forfecare pentru acest tip de dală (figura 5.1) pe un perimetru situat la distanța "d" de suprafața încărcată.

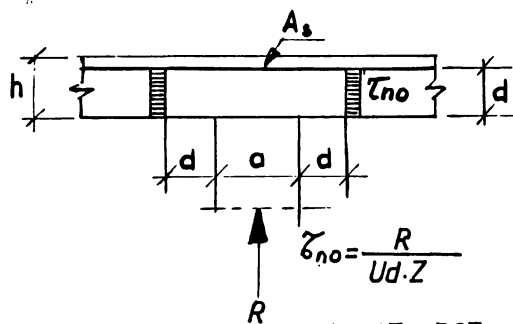


Fig.5.1. Străpungere după H.N.TALBOT (1913)

În 1913 O.BACH și D.GRAF /16/ studiază experimental rezistența la încovoiere a dalilor. Ruperea nu era determinată de curgerea oțelului, ci de străpungerea betonului. Ruperea era bruscă, caracterizată prin formarea unui trunchi de con. În 1933 și 1938 O.GRAF /16/

realiza încercări pentru a stabili rezistența de forfecare a dalilor, deducând o formulă care permite să se calculeze  $R_f$  pentru acest tip de dale (figura 5.2).

În aceste încercări secțiunea critică era delimitată de perimetrul suprafeței de sub sarcină iar forțele de forfecare erau repartizate uniform pe grosimea dalei. Rezultatele încercărilor au arătat că  $R_f$  crește o dată cu rezistența betonului dar nu direct

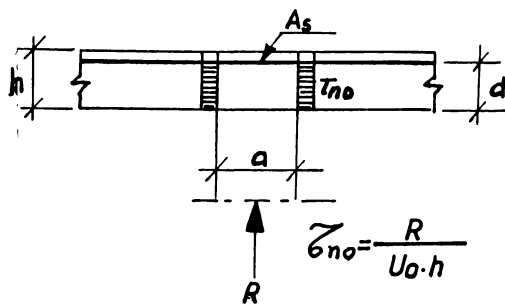


Fig.5.2. Străpungere după O.GRAF (1938)

proporțională. O.GRAF adaugă că fisurile de încovoiere puteau să aibă o anumită influență asupra lui  $R_f$ .

În 1946 C.FORSELL și A.HOLMBERG /43/ pe baza rezultatelor încercărilor și a informațiilor teoriei elasticității propuneau o ecuație care permite să se calculeze tensiunile ultime de forfecare (figura 5.3) pe baza următoarelor ipoteze:

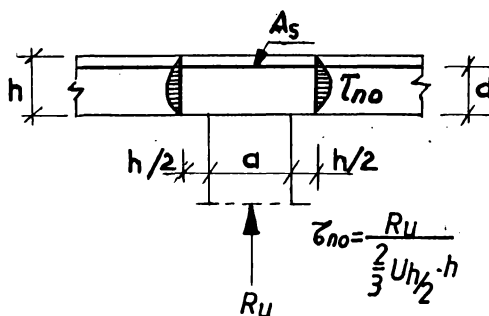


Fig. 5.3. Străpungere după C. FORSEL.

- secțiunea determinată pentru calcul este situată la o distanță de marginile suprafeței de sub sarcini, egală cu jumătate din grosimea plăcii;

- betonul este omogen și nefisurat;

- repartiția tensiunilor de forfecare pe grosimea plăcii este parabolică.

Ei au efectuat mai multe încercări de străpungere, în punte unde momentele de încovoiere erau diferite. Aceste cercetări le-au permis să stabilească existența unei interacțiuni între rezistența la încovoiere și rezistența la forfecare a unei plăci de beton armat încărcată cu o sarcină concentrată.

În 1948 RICHART F.E. expunea un raport asupra unor încercări cu următoarele aspecte studiate:

- procentul de armare la încovoiere;
- ancorarea barelor de armătură;
- rezistența betonului;
- înălțimea utilă a secțiunii critice.

S-a constatat că ruperea se produce prin străpungere. Spre deosebire de Talbot, Richart constată că nu se mai pune problema aderenței barelor de armătură ci problema rezistenței la forfecare.

În 1953 Hogestad E. reexaminează rezultatele publicate de Richart privind influența directă a rezistenței la încovoiere a tălpilor asupra rezistenței la forfecare. El a fost primul care a propus o formulă care permite să se aprecieze forța de forfecare în momentul străpungerii, secțiunea determinată pentru calcul fiind definită prin perimetrul suprafeței sub sarcină (figura 5.4). Tensiunea limită  $\bar{\tau}_{no}$  era definită în funcție de rezistența betonului la compresie și de influența rezistenței la încovoiere  $R_1$  asupra rezistenței la forfecare.

În 1955 - 1956 Blatner R.C. și Hogestad E. studiază influența parametrilor alege asupra rezistenței la străpungere a plăcilor de beton armat.

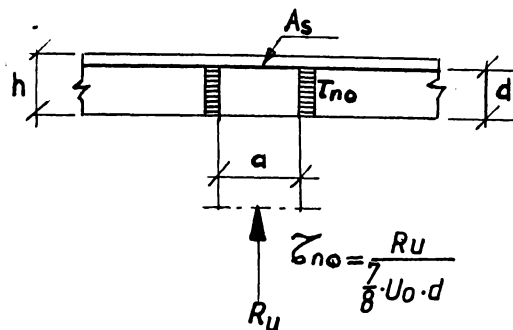


Fig. 5.4. Străpungere după  
E. HOGNESTAD (1953)

fără armătură de străpungere. Scopul lucrărilor era dezvoltarea

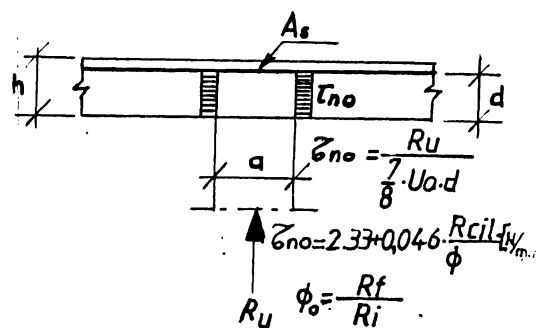


Fig. 5.5. Străpungere după  
R.C. ELSTNER și E. HOGNESTAD (1953)

unei teorii care să țină seamă de efectele produse de rezistențele materialelor și de cantitatea armăturii de încovoiere.

În 1960 KILBURNER S. și NYLANDER H./60/ publicau un raport asupra studiilor teoretice și experimentale făcute asupra plângerilor dală

În imposibilității de a putea rezolva analitic starea de tensiuni în zona de rezemare a plângerului pe stâlpi, autorii propun criteriul de rupere următor: înclinarea plăcii se produce când alunzirea specifică tangențială a betonului la suprafața zonei de compresiune atinge o valoare critică.

În 1961 NOE I. /71/ publică rezultatele unui studiu aprofundat despre încărcările de passonare, în care se prezintă în special influența următoarelor aspecte asupra rezistenței la forfecare a plăcilor de beton armat:

- deschiderilor localizate aproape de rezeme;
- concentrarea de eforturi la încovoiere în armăturile situate pe rezem;
- transferului momentelor de încovoiere între stâlpi și placă;
- armături de străpungere.



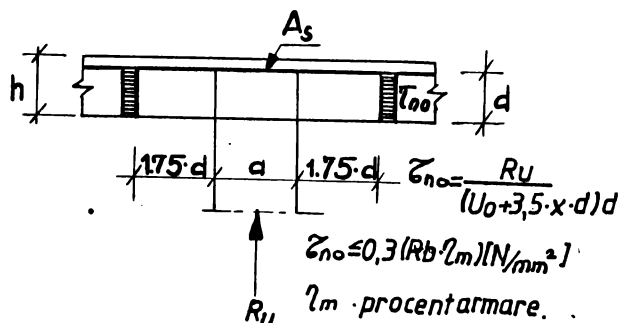


Fig. 5.8. Străpungerea după P.E. REGAN.

In 1974 ASCE-ACI publică un raport despre  $R_f$  și comportarea lui în structurile din beton armat și beton precomprinat.

In 1976 apare o nouă cale în studiul forfecării, ce consideră betonul rigid și perfect plastic și admitea criteriul lui Coulomb.

In 1980 Marti /65/ publică o importantă lucrare despre calculul plastic al structurilor din beton armat.

Din diferitele norme internaționale prezentate în figura 5.9 constatăm că străpungerea plășelor dală depinde în principal de parametrii următori:

- rezistența betonului la compresie  $F_{ok}$
- suprafața secțiunii critice;
- procentul geometric al armăturii de încovoiere,  $s$ ;

Dacă examinăm aceste diferite reguli din figura 5.9

constatăm că:

- toate normele admit pentru calcul că efortul de forfecare este uniform repartizat pe înălțimea utilă a secțiunii și de-a lungul perimetrului critic ( $U$ );

- toate normele cu excepția normelor englezești CFI10, admit că secțiunea critică determinată pentru calculul rezistenței la poansonare este situată la o distanță  $d/2$  de marginea suprafeței sub sarcină;

- funcțiile care permit să se calculeze valoarea ultimă a tensiunii normale de forfecare depind în general, de marca betonului și de armăturile de încovoiere.

Deși există numeroase studii experimentale mai este necesar să se continue cercetările în vederea elucidării problemelor ce privesc fenomenul forfecării.

Pe de altă parte, considerată distrugerea aderenței poate fi considerată una dintre cauzele străpungerii.

Remarcăm că poansonarea este o problemă foarte complexă și rămâne un fenomen care duce la catastrofe în construcții.

SIA -162 - 80	CEB-FIB - 78	ACI - 318 - 77	CP - 110 - 72	DIN 1045-78	C.U.R. 1974
$d/2 \quad a \quad d/2$	$d/2 \quad a \quad d/2$	$d/2 \quad a \quad d/2$	$1.5h \quad a \quad 1.5h$	$d/2 \quad a \quad d/2$	$d/2 \quad a \quad d/2$
$V_R = \text{forța de forfecare}$					
$V_R = \tau_{SIA} \cdot U_d/2 \cdot d$ sau $\tau_{SIA} = f(f_{ck})$	$V_R = \tau_{CEB} \cdot U_d/2 \cdot d$ sau $\tau_{CEB} = f(k, d, s)$	$V_R = \tau_{ACI} \cdot U_d/2 \cdot d$ sau $\tau_{ACI} = f(f_{ck})$	$V_R = \tau_{CP110} \cdot U_d/2 \cdot d$ sau $\tau_{CP110} = f(f_{ck}, s)$	$V_R = \tau_{DIN} \cdot U_d/2 \cdot d$ sau $\tau_{DIN} = f(f_{ck}, s)$	$V_R = \tau_{CUR} \cdot U_d/2 \cdot d$ sau $\tau_{CUR} = f(f_{ck})$

Fig. 5.9. Străpungerea în diferite norme internaționale.

Normele diferitelor țări au arătat că nu există un model teoretic care să permită inginerului să urmărească comportarea forțelor interioare care intră în acțiune în zona de sprijin și nu există indicată o anumită grosime minimă a plengeului dală, ea diferind de la o normă la alta. Aceste lucrări și metode prezentate în mod schematic, reprezintă principiile etape de cercetare pentru determinarea rezistenței la forfecare a tuturor structurilor din construcțiile de beton armat și beton precomprimat.

#### 5.2.2. Cercetări privind străpungerea plangeelor fără grinzi

Scopurile principale ale cercetărilor întreprinse de diferiți autori vizat următoarele aspecte:

- 1.- a aduce o contribuție la aplicarea și înțelegerea fenomenului străpungerii plangeelor dală din beton armat și din beton precomprimat;
- 2.- a dezvolta un model teoretic care permite pe de o parte verificarea globală a echilibrului în zona de sprijin și pe de altă parte calcularea rezistenței la străpungere ținând cont de interacțiunea armăturii de încovoiere, de poansonare și a forțelor de precomprimare;
- 3.- a dezvolta o metodă de dimensionare a străpungerii stîlpilor plangeelor dală care să fie simplă și eficientă pentru practică;
- 4.- a analiza rezultatele încercărilor și a compara rezultatele teoretice cu cele experimentale.

#### 5.2.3. Plăci circulare solicitate de o sarcină concentrată

Studierea literaturii de specialitate a arătat că teoriile cunoscute despre rezistența plangeelor dală tratează separat problema încovoierii și cea a forfecării. De aceea ele nu furnizează puncte de plecare pentru studiul unei noi teorii despre forfecare. Pentru a înțelege fenomenele cu privire la străpungere s-au efectuat cercetări experimentale ce permit observarea comportării dalilor pe toată durata sarcinii și măsurarea valorii reale a rezistenței ultime.

Observațiile și măsurătorile făcute în urma încercărilor au arătat că pentru a transmite o forță concentrată, acționând în



centrul sau pînă la marginea perimetrului exterior (figura 5.10), o placă circulară este solicitată de trei grupe de forțe, pe care le putem ordona pe baza observațiilor următoare:

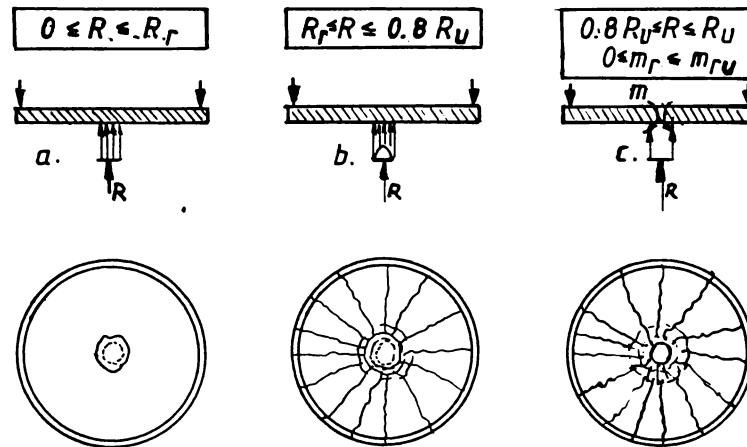


Fig.5.10. Evoluția sistemului static la străpungere.

- prima grupă provoacă fisuri tangențiale localizate către centrul plăcii, ele apoi de la primele creșteri de sarcină (figura 5.10.a);

- cea de a doua produce fisuri radiale uniform repartizate care împart placa în sectoare circulare (figura 5.10.b);

- în sfârșit cea de a treia, a cărei acțiune nu este vizibilă decât în momentul ruperii, provoacă fisurarea plăcii pe toată grosimea sa, începînd de la perimetrul suprafeței sub sarcină și de-a lungul planului inclinat într-un unghi de 30-45° față de orizontală (figura 5.10.c).

Este ușor de verificat că primele două grupe corespund momentelor de încovoiere, în timp ce a treia se datorează forțelor de forfecare.

Cu toate acestea, observațiile pe care le putem face în urma încercărilor sînt de fapt limitate de acțiunile provocate de momentele de încovoiere, pentru că este practic imposibil să măsurăm sau chiar să observăm numai efectele forței de forfecare ( $V_r$ ). De aceea se va aborda problema poansonării începînd prin studiul la încovoiere. Se va determina un câmp de momente care reproducă cel mai fidel posibil realitatea, apoi cu ajutorul condițiilor de echi-

libru, se determină forța de forfecare corespunzătoare /58/.

#### 5.2.4. Model teoretic pentru străpungera simetrică (sistemul portant al unei dale circulare)

Presupunem că dala este înlocuită printr-un grup de patru grinzi simple având un nucleu central comun și dispuse în mod regulat, în interiorul cercului. Astfel dacă admitem că aceste grinzi sînt identice, fiecare dintre ele va suporta un sfert din sarcina totală.

Modul de rupere a grinzilor, solicitate de o sarcină concentrată aplicată central este aproape întotdeauna determinată de încovoiere. Am putea, cu siguranță, să dimensionăm dala în cadrul acestui model evitînd ruperea prin încovoiere, dar această dimensionare ar elimina problema forfecării.

Cu toate acestea cercetarea experimentală a arătat că rezistența la încovoiere a unei dale circulare provine în special din eforturi pe direcția tangențială. Deci aceste grinzi de formă poligonală servesc la echilibrarea momentelor de încovoiere ( $m_f$ ). Cuplul de forțe tangențiale care echilibrează ( $m_f$ ) generează în același timp în fiecare vîrf al grinzii poligonale forțe de deviere radiale ( $\Delta U$ ) care la rîndul lor formează un cuplu ce acționează în direcție radială și a cărui valoare este  $M_f = U \cdot z$ . Cuplul  $M_f$  este echilibrat de un alt cuplu generat de forța de forfecare ( $V_f$ ). Acest mecanism permite, datorită mobilizării rezistenței de încovoiere tangențială, să se transmită forțe verticale în direcție radială (figura 5.11).

În acest model ne putem imagina că grinzile sînt înlocuite de sectoare circulare unite prin grinzi tangențiale formate alternativ de segmentele rectilinii și arcuri de cerc de-a lungul cărora acționează forțele de deviere. Prin analogie în acest model de grinzi poligonale, momentele de încovoiere sînt echilibrate de cupluri de forțe acționînd în fibrele comprimate (beton) și în cele întinse (armătură). În ceea ce privește forța de forfecare  $V_f$ , ne putem imagina de asemenea că este echilibrat de către un ansamblu de cîmpuri de tensiuni conținînd un cîmp de tracțiune radial (armătură) și de asemenea cîmpuri de tracțiune și de compresiune care acționează în beton după o direcție înclinată corespunzătoare unui unghi variabil în raport cu orizontala.

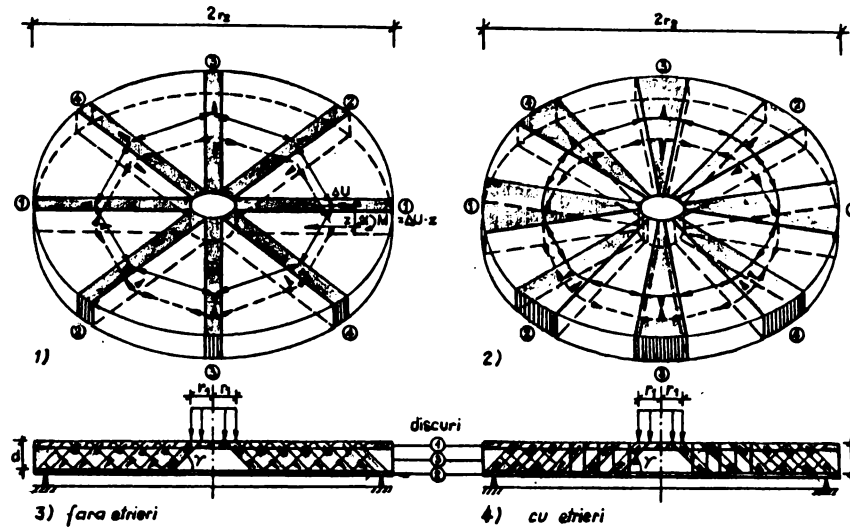


Fig. 5.11. Model ROND-POINT pentru străpungere simetrică.

Procedind în acest fel putem determina rezistența ultimă a dalei pe baza aceluiași principii ca în cazul grinzilor zvelte /59/.

Trebuie observat încă, că secțiunea cea mai solicitată la forța de forfecare (prin urmare cea care este determinată pentru poansonare) este situată la  $r=r_1$ . Putem considera că se poate asigura siguranța construcției dacă admitem că grinzile sînt rectilinii. Toate aceste ipoteze simplifică enorm calculul în cazul cînd betonul preia în întregime forța de forfecare, dar ele ar fi defavorabile în cazul cînd dala ar avea o armătură de poansonare care să-i asigure o comportare ductilă.

Pentru continuarea studiului nostru se admite deci că dala este înlocuită de grinzii rectilinii legate între ele prin grinzii poligonale. Toate aceste grinzii sînt apoi înlocuite de o structură în "Sandwich ideal" formată din fibre de compresiune (beton) și de tracțiune (armătură) care sînt separate printr-o fibră de forfecare de înălțime constantă. Fiecare fibră este solicitată de un cîmp de tensiuni diferite. Linia care delimitează două cîmpuri de tensiuni diferite este linia de discontinuitate a tensiunilor.

### 5.2.5. Capacitatea portantă la străpungere a plameelor fără grinzi

Folosirea pe scări mare a acestor tipuri de plamee în structuri, datorită avantajelor pe care le prezintă, a necesitat un studiu teoretic și experimental (efectuat în țară și completat cu studii din literatura de specialitate) pentru analiza cedării prin forfecare în zona de rezemare între stîlp și placă înaintea atingerii capacității portante la încovoiere.

Programul de cercetare a fost început la INCERC București începînd din 1971, iar în 1976 a fost extins la ICCPDC Filiala Cluj-Napoca și Facultatea de construcții din Cluj-Napoca.

În cazul solicitării la forțe concentrate, străpungerea centrică este determinată cînd răspunsul limită al unei structuri atinge valoarea unei rezistențe limită într-o secțiune critică, considerînd plastifierea prin forfecare a acesteia.

Relațiile de evaluare a capacității portante date în diferite norme de proiectare diferă între ele prin modul de definire al secțiunii critice și prin considerarea sau nu a influenței procentului de armare la încovoiere.

În tabelul 5.1 sînt date relații empirice pentru evaluarea capacității portante la străpungerea centrică. Relațiile 1...6 /3; 7/ sînt propuse de I.Moe pentru verificarea plăcilor din beton greu (ACI 1963, 1971, 1977). Relațiile 5.7 și 5.8, propuse de E. Hognestad, R.C.Elstner (ACI 1963) /52, 71/, vizează introducerea în norme a unor precizări legate de calculul la străpungere al elementelor de beton ușor. Relațiile 5.9 și 5.10, stabilite tot pe beton ușor, au ca scop îmbogățirea informației asupra comportării la străpungere, a betonului ușor.

Secțiunea critică este considerată de normele americane ACI-1963 perpendiculară pe planul median al plăcii și situată la distanța  $h_0/2$  de conturul real sau echivalent pe care se aplică încărcarea. STAS 10107/0-87 și STAS 10107/0-90 /103/ consideră secțiunea critică definită ca în normele americane dar consideră că este situată la distanța  $M_p/2$  de conturul real (figura 5.12).

Plăcile plane sînt uneori solicitate la forța și cupluri concentrate după /8, 28, 104/ pentru verificarea la străpungere excentrică a zonei de îmbinare dală cu stîlp, admite o distribuție liniară a tensiunilor tangențiale pe laturile secțiunii critice paralele cu planul de acțiune al momentului și limitează valoarea tensiunii tangențiale maxime ( $Z_{max}$ ) la o rezistență limită de în-

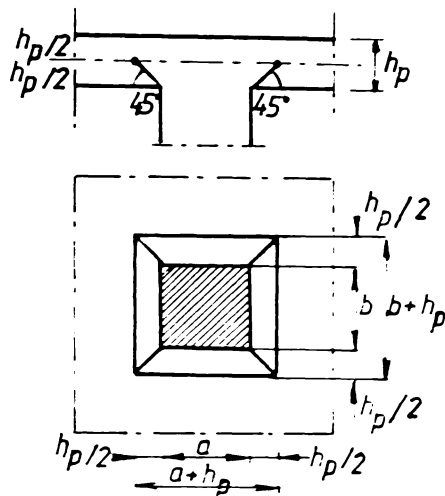


Fig.5.12. Perimetrul critic după [103]

ții de evaluare aproximative [8, 27]. Adoptarea metodei distribuției liniare a tensiunilor de forfecare în normale de proiectare figura 5.13 este justificată pe de o parte prin apropierea față de distribuția reală a tensiunilor pe secțiunea critică și concordanța bună cu rezultatele experimentale, iar pe de altă parte de ușurința cu care metoda poate fi utilizată în proiectare.

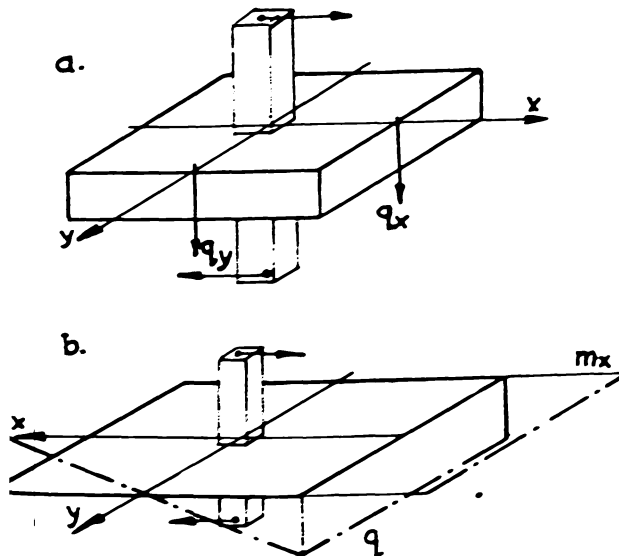


Fig.5.13. Acțiunea cuplului concentrat, starea de eforturi pe secțiunea critică.

tindere a betonului notată cu  $\sigma_t$ . Determinarea tensiunilor tangențiale în secțiunea critică se poate face admitînd comportarea elastică a materialului pînă la rupere și deci admitînd principiul strîngerii efectelor.

Fracțiunea  $\nu$  din cuplul de acțiune este considerată că se preia prin forfecare de către placă. Normele de proiectare care prevăd verificarea la strîngere excentrică prescriu fie valoarea lui  $\nu$  /77/ fie rela-

b.) Variația liniară a tensiunilor tangențiale

Tabelul 5.1

Relații empirice de evaluare a capacității portante la străpungere centrică

Nr. relații	Formula capacității portante la străpungere	Autor	Observ.
1. Relații dependente de rezistența la compresiune a betonului $R_{c11}$			
5.1.	$P_s = 1,05(1 + \frac{h_0}{a}) p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}$	/3/	beton obișnuit
5.2.	$P_s = 1,05 p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}$		"
5.3.	$P_s = 0,60 \cdot p \cdot h_0 \cdot R_{tc}$		beton ușor
5.4.	$P_s = (2,56 - 0,295 \frac{a}{h_0}) p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}$	/53/	beton ușor $\phi = 1$
5.5.	$P_s = 0,263 [15(1 - 0,075 \frac{a}{h_0}) - 5,25 \phi_0] p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}$	/3/	beton ușor $\frac{a}{h_0} < 3$
5.6.	$P_s = \frac{3,938(1 - 0,075 \frac{a}{h_0}) p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}}{1 + \frac{1,375 p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}}{P_{incov}}}$	/3/	beton obișnuit $\frac{a}{h_0} < 3$
5.7.	$P_s = [2,24(1 - 0,075 \frac{a}{h_0}) - 0,781 \phi_0] p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}$	/53/	beton ușor
5.8.	$P_s = \frac{2,24(1 - 0,075 \frac{a}{h_0}) p \cdot h_0 \cdot R_{tc}}{1 + \frac{0,784 \cdot R_{tc} \cdot h_0 \cdot R_{c11}}{P_{incov}}}$	/53/	beton ușor
5.9.	$P_s = \frac{2,547(1 - \frac{h_0}{b}) p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}}{1 + \frac{1,37 p \cdot h_0 \sqrt{R_{c11}}}{P_{incov}}}$	(72/	beton ușor
5.10.	$P_s = 0,45 \cdot p \cdot h_0 \cdot R_{tc}$	/72/	beton ușor
2. Relații dependente de coeficientul de armare $\mu$			
5.11.	$P_s = 1,312 h_0^2 (1 + 0,5 \frac{b}{h_0}) (1 - 0,59) (62,78 + \mu \sqrt{h_0})$	/72/	beton greu

**5.2.6. Analiza comparativă a prescripțiilor de evaluare a capacității portante la strâpungere în normele de proiectare**

**5.2.6.1. Prevederi de calcul românești**

Verificarea la strâpungere centrică a plăcilor din beton armat se face după revizuirea din 1987, 1990 a STAS 10107/0-76 /103/, considerînd că secțiunea activă de strâpungere este secțiunea determinată de intersecția unor plane la  $45^\circ$  duse de pe conturul secțiunii stîlpului, cu planul median al plăcii (figura 5.12).

Perimetrul secțiunii active este:

$$U_{cr} = 2(a+b+2h_p) \quad \text{cînd } a \leq 1,5 b \quad (5.12)$$

În cazul stîlpilor cu secțiune circulară de diametru (d) real sau convențional (figura 5.14) relația devine:

$$U_{cr} = \pi(d + h_p) \quad (5.13)$$

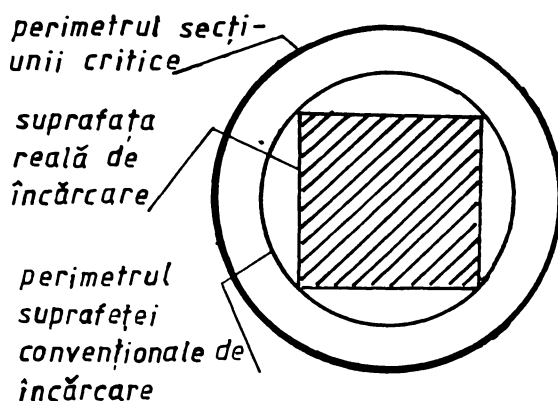


Fig. 5.14. Secțiunea critică după [105]

Pentru plăci fără armătură transversală în zonele rezemărilor pe stîlp verificarea se face cu relația:

$$Q \leq 0,75 U_{cr} h_0 R_t \quad (5.14)$$

unde  $Q$  - este forța de strâpungere de calcul

Pentru plăci cu armătură transversală în zonele rezemărilor pe stîlp, verificarea se face cu relația:

$$Q \leq 0,50 U_{cr} \cdot h_0 \cdot R_t + A_v \cdot R_{at} + A_{ai} \cdot R_{at} \cdot \sin \alpha \leq 1,2 U_{cr} h_0 R_t \quad (5.15)$$

unde:  $A_v$  este suma ariilor secțiunilor armăturilor verticale care traversează suprafața teoretică de strâpungere.

$A_{ai}$  - suma ariilor secțiunii armăturilor înclinate cu un unghi  $\alpha$  față de planul plăcii care traversează suprafața teoretică de strâpungere.

La plăci cu grosimi mari, cum sînt cele ale fundațiilor radier, la care secțiunea activă la străpungere este importantă în raport cu aria totală aferentă plăcii se recomandă ca la calculul forței de străpungere  $Q$ , încărcările din interiorul acestei arii să fie scăzute din încărcarea totală transmisă de placă.

STAS 10107/0-76 revizuit în 1980 /105/ ia în considerare influența armăturii de încovoiere asupra capacității portante la încovoiere /114/. Relația recomandată în /105/ este:

$$P \leq P_s = k_1 \cdot p \cdot h_0 \cdot R_t + \frac{1}{\sqrt{2}} A_{at} \cdot m_{at} \cdot R_a \quad (5.16)$$

unde:  $k_1$  - este un coeficient adimensional ce depinde de procentul mediu al armăturii de încovoiere;

$m_{at}$  - coeficient al condițiilor de lucru pentru armătura de străpungere, cu valoarea 0,6.

$P$  - perimetrul mediu al trunchiului de con după care se produce rupere (fig.5.14);

$A_{at}$  - armătura de străpungere, înclinată la  $45^\circ$ .

În cadrul INCERC-ului s-au efectuat încărcări experimentale, coordonate de V.Petcu, pe elemente realizate din beton obișnuit /84, 85, 86, 87, 88, 89, 90/. Aceste experimente s-au extins și pe beton ușor la ICCPDC Filiala Cluj-Napoca și Facultatea de construcții Cluj-Napoca /39, 117/.

Relațiile de calcul sînt prezentate astfel:

- pentru străpungere centrică

$$P \leq P_s = m_p \cdot S_0 \cdot R_t + \frac{1}{\sqrt{2}} A_{at} \cdot m_{at} \cdot R_a \quad (5.17)$$

cu limitarea aportului armăturii de străpungere prin

condiția:

$$P \leq 1,5 m_p \cdot S_0 \cdot R_t \quad (5.18)$$

- pentru străpungere excentrică:

$$P \leq \frac{m_p \cdot S_0 \cdot R_t}{1 + \frac{e}{D}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} A_{at} \cdot m_{at} \cdot R_a \quad (5.19)$$

limitînd aportul armăturii de străpungere prin condiția:

$$P \leq 1,5 \frac{m_p \cdot S_0 \cdot R_t}{1 + \frac{e}{D}} \quad (5.20)$$

unde  $S_0$  este aria proiecției pe orizontală a suprafeței laterale a tronconului de străpungere (figura 5.15) astfel că:

$$S_0 = \frac{\tilde{D}}{4} (D^2 - d^2) \quad (5.21)$$



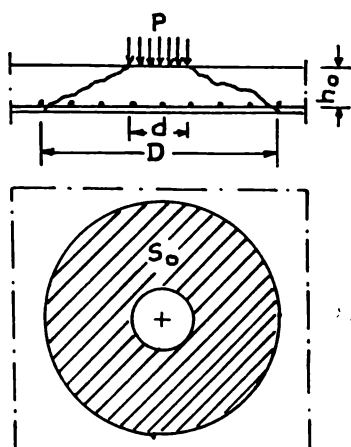


Fig. 5.15. Suprafața critică [89,91]

În expresia lui  $S_0$ ,  $D$  se exprimă în funcție de coeficientul de armare la încovoiere astfel:

pentru  $\mu < 0,01$

$$D = d + 2 h_0 (1 + 3 \sqrt{0,01}) \quad (5.22.a)$$

$\mu > 0,01$

$$D = d + 8 h_0 \quad (5.22.b)$$

$m_0$  - coeficient al condițiilor de lucru a betonului

#### 5.2.6.2. Prevederile de calcul sovietice SNIP 2.03.01-84 (85)

Calcul la străpungere a plăcilor (fără armătură transversală) sub secțiunea încărcării figura 5.16 se face comparând încărcarea exterioară  $F$  cu capacitatea portantă de calcul  $/l_0/$  sub forma de mai jos:

$$F \leq \alpha R_{bt} \cdot U_m \cdot h_0 \quad (5.23)$$

$\alpha$  - este un coeficient egal cu 1,0 pentru beton greu  
0,85 pentru beton obișnuit  
0,80 pentru beton ușor

$U_m$  - perimetrul secțiunii critice

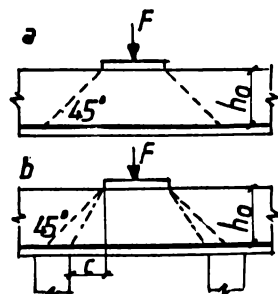


Fig. 5.16. Schemă pentru calculul la străpungere  
a. cu generatoare de  $45^\circ$   
b. cu generatoare  $<$  de  $45^\circ$

În cazul când avem radier pe piloți cum este în figura 5.16.b străpungerea are loc pe o suprafață pirametală cu un unghi de înclinare mai mare decât  $45^\circ$ . Partea dreaptă a ecuației precedente de verificare la străpungere se mărește cu coeficientul  $\frac{h_0}{c}$ , unde  $c$  se ia numai mare decât valoarea corespunzătoare  $c=0,4 h_0$ ,  $c$  fiind proiecția pe orizontală a generatoarei piramidei.

În cazul când se dispune o armătură de străpungere ( $A_{sw}$ ), în zona analizată capacitatea portantă la străpungere se limitează astfel:  $F \leq F_b + 0,8 F_{sw} \leq 2 F_b$  (5.24) în care  $F_b$  se ia egal cu partea dreaptă din prima ecuație.

$$F_{sw} = \sum R_{sw} \cdot A_{sw} \quad (5.25)$$

În calculul lui  $F_{sw}$  armătura de străpungere trebuie să fie mai mare decât  $0,5 F_b$ . Dispunerea armăturii verticale se face pînă la distanța  $1,5 h$  de la marginea stîlpului (figura 5.9).

Calculul elementelor din beton armat la rupere sub acțiunea forțelor care acționează în limitele înălțimii secțiunii critice  $h_g$  prezentat în figura 5.17, se face după relația:

$$F \left(1 - \frac{h_g}{h_0}\right) \leq \sum R_{sw} \cdot A_{sw} \quad (5.26)$$

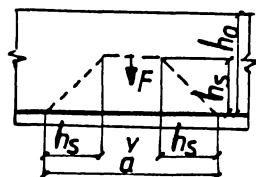


Fig.5.17. Schemă de calcul la străpungere în limitele înălțimii secțiunii critice.

Valorile lui  $h_g, b$  sînt în funcție de caracterul și condiția forței care acționează asupra elementului.

Capacitatea portantă la străpungere după SMIR 1975 se calculează cu relația următoare:

$$F \leq \alpha \cdot p \cdot h_0 \cdot R_t \quad (5.27)$$

fără dispunere de armături de străpungere

$$F \leq \alpha \cdot P \cdot h_0 \cdot R_t + A_a R_{at} \leq 1,4 \cdot \alpha \cdot p \cdot h_0 \cdot R_t \quad (5.28)$$

unde  $R_{ot}$  - este rezistența de calcul a armăturii de străpungere  
 $p$  - media perimetrelor bazelor piramidei după care se produce ruperea.

### 5.2.6.3. Capacitatea portantă la străpungere după CEB-FIP

Prescripțiile internaționale CEB-FIP /28, 29, 97/ consider starea limită de rezistență la străpungerea plăcilor sau fundațiilor caracterizată de formarea unui trunchi de con sau piramidă, a cărui generatoare este înclinată cu 30-35° față de orizontală și placă și cu 45° la fundație figura 5.18.

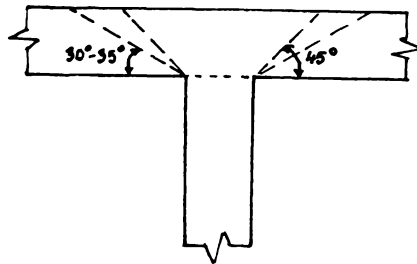


Fig.5.18. Secțiune de rupere după [82]

Relația recomandată pentru verificarea la străpungere este:  $T < T_{cap}$  (5.29)

unde:  $T$  - este forța tăietoare provenită din încărcarea exterioară  $P$  și determinată pe unitatea de lungime

$T_{cap}$  - este forța tăietoare capabilă, calculată pe unitatea de lungime.

Forța tăietoare se determină astfel:

- din acțiunea unei sarcini concentrate  $P$ ,  $T = \frac{P}{l}$  (5.30)

- din acțiunea unei sarcini concentrate și a unui cuplu concentrat  $M = P \cdot e$  (5.31)

$$T = \frac{P}{l} + \eta \frac{P \cdot e}{w} h_0 \quad (5.32)$$

unde:  $\eta$  - este un coeficient care ține seama de partea preluată prin forfecare.

$$\eta = \frac{1}{1 + \sqrt{b_2/b_1}}$$

$b_1, b_2$  fiind laturile dreptunghiului circumscriș centrului  $U$ , latura  $b_1$  fiind paralelă cu direcția excentricității  $e$ .

În cazul aplicării încărcării pe o suprafață circulară, relația devine:

$$T_{max} = \frac{P}{l} \left( 1 + \frac{2/e}{h_0 + d_0} \right) \quad (5.33)$$

Dacă încărcarea se aplică pe o suprafață dreptunghiulară

$$T_{max} = \frac{P}{l d} \left( 1 + 1,5 \frac{|e_x| + |e_y|}{\sqrt{(b_x + d)(b_y + d)}} \right) \quad (5.34)$$

unde:  $d_0$  - este diametrul suprafeței încărcate;

$b_x, b_y$  - dimensiunile conturului limitat de perimetrul  $U$ , măsurate pe direcțiile  $x, y$ .

Pentru determinarea lui  $T_{cap}$  după /27/ se indică relația:

$$T_{cap} = 1,0 \zeta R_d k(1+50\mu)h_0 \quad (5.35)$$

în care:

$R_d$  - este rezistența la forfecare exprimată în (1.1a) și dată în /28/ în funcție de clasa betonului

$\mu$  - coeficient de armare egal cu  $\sqrt{\mu_x \cdot \mu_y}$

$k$  - coeficient avînd expresia  $k = 1,6 - h_0 \geq 1,0$

$h_0$  - înălțimea utilă egală cu  $1/2(h_{ox} + h_{oy})$ .

În cazul unor suprafețe mari de aplicare a încălzirii se obțin supraestimări ale lui  $T_{cap}$  față de valoarea  $T$ . Se propune descompunerea perimetrului critic ca în figura 5.19. Pentru o anumită parte a perimetrului critic  $U_1$ ,  $T_{cap}$  se calculează cu rela-

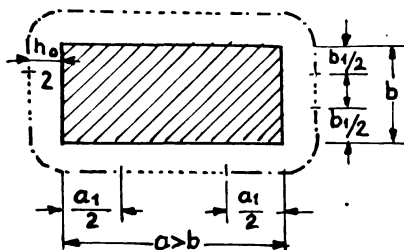


Fig. 5.19. Perimetrul critic după [29]

ția (5.35), iar pentru zona corespunzătoare perimetrului  $U_2$  se determină cu relația

$$\zeta R_d \cdot k(1+50\mu)h_0 \quad (5.36)$$

Astfel capacitatea portantă la străpungere  $P_g$  rezultă:

$$P_g = \zeta R_d \cdot k(1+50\mu)h_0 \cdot (1,6 U_1 + U_2) \quad (5.37)$$

#### 5.2.6.4. Prevederi de calcul ACI 318-83 - ACI 1977

Prevederile de calcul ACI /8/ recomandă pentru verificarea la străpungere centrică compararea acțiunii  $P$  cu capacitatea portantă la forfecare a betonului  $P_b$  și armătura  $P_a$  din zona analizată după relația:

$$P \leq P_g = 0,85 (P_b + P_a) \quad (5.38)$$

capacitatea portantă la forfecare a betonului  $P_b$ , în cazul cînd armătura de străpungere nu este necesară, se limitează astfel:

$$P_b \leq 0,27 \left(2 + \frac{4}{\beta_0}\right) R_{o11} \cdot p \cdot h_0 \quad (5.39)$$

$$P_b \leq 4.0,27 \sqrt{R_{o11}} \cdot P \cdot h_0 \quad (5.40)$$

In cazul cind se dispune armătura de străpungere pe zona analizată a portul betonului se limitează la:

$$P_b \leq 2.0,27 \sqrt{R_{o11}} \cdot P \cdot h_0 \quad (5.41)$$

Iar capacitatea portantă totală, incluzînd aportul armăturii, se limitează prin relația:

$$P_b + P_a \leq 6.0,27 \sqrt{R_{o11}} \cdot P \cdot h_0 \quad (5.42)$$

unde  $\beta_c = \frac{A}{c}$  raportul laturilor suprafeței încărcate

unde  $a=C_x$   
 $b=C_y$  și  $C_x > C_y$

In cazul folosirii betonului ușor capacitatea portantă a betonului la forfecare  $P_b$  se reduce cu un coeficient 0,75 sau 0,85.

In recomandările /9/ pentru stâlpi centrali și de margine solicitați la străpungere excentrică, calculul se face admitînd o distribuție liniară a tensiunilor tangențiale în lungul laturii paralele cu direcția de acțiune a momentului (figura 5.20).

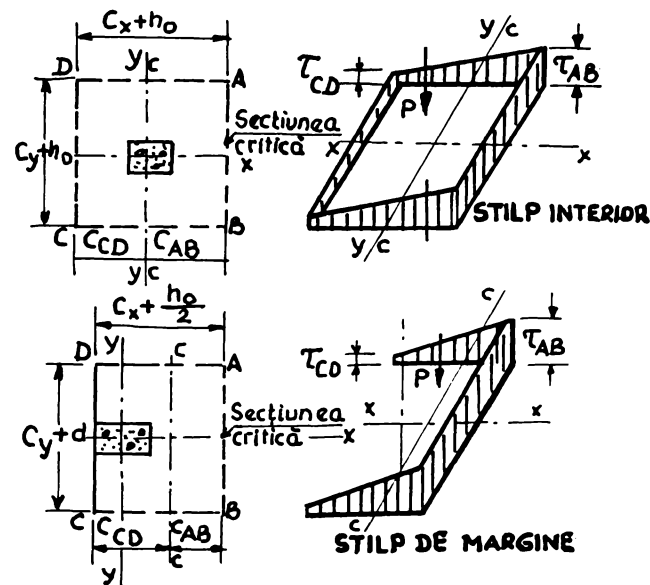


Fig.5.20.Variația tensiunilor tangențiale după [9]

$$\tau_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{\nu M C_{AB}}{I_c} \quad (5.43)$$

unde  $I_c$  - este moment de inerție de tip polar;

$$\nu = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{C_x + h_0}{C_y + h_0}}} \quad (5.44)$$

este un coeficient ce precizează fracțiunea din cuplul acțiune ce se preia prin forfecare.

Prevederile de calcul ACI 318-83 /68/ face următoarele recomandări pentru verificarea la străpungere centrică:

$$h_0 = \frac{(h_{OX} - h_{OY})}{2} \quad (5.45)$$

$$V_c = 0.332 \sqrt{R_{c11}} \quad (5.45)$$

$$U = \sum b + \pi d \quad \text{pentru secțiuni circulare} \quad (5.46)$$

$$\text{și } U = \sum b + 4d \quad \text{pentru secțiuni dreptunghiulare} \quad (5.47)$$

$$P = V_c \cdot U \cdot d \quad (5.48)$$

Verificarea la străpungere se mai poate face cu relația următoare:  $\tau < \tau_c$

unde:  $\tau$  - este efortul tangențial produs din încărcare exterioară  $P$ ;

$\tau_c$  - efortul tangențial capabil

$$\tau = \frac{P}{U \cdot d} \quad (5.49)$$

$$\tau_c = \beta \sqrt{f_{oc}} \quad (5.50)$$

unde  $f_{oc}$  - este rezistența cilindrică a betonului  $/R_{c11}/$   
 $\beta \leq 4$

sau

$$\beta = 2 + \frac{4}{\beta_c} \quad \beta_c \text{ - este un raport între lungimea și lățimea secțiunii critice unde } \beta_c > 2.$$

**5.2.6.5. Prevederile de calcul engleze - CP 110**

Prevederile de calcul /34, 97/ recomandă pentru verificarea la străpungere centrică următoarele relații:

$$P = \bar{\zeta} \cdot V_c \cdot U \cdot d \quad (5.51)$$

unde:  $d = (d_x + d_y)/2 \quad (5.52)$

$$V_c = 0,29 \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot R_{cil}} \quad \text{unde: } R_{cil} = 0,8R_b \quad (5.53)$$

$$\rho = (\rho_x + \rho_y)/2 \leq 0,03 \quad (5.54)$$

$$U = \sum b + 12 d \quad (5.55)$$

$$\bar{\zeta} = 1,4 \quad \text{pentru } d < 0,2 \quad (5.56.a)$$

$$\bar{\zeta} = 1,6 - d \quad \text{pentru } 0,2 < d < 0,5; \quad (5.56.b)$$

$$\bar{\zeta} = 1,3 - 0,4 d \quad \text{pentru } d > 0,5 \quad (5.56.c)$$

$d_x, d_y$  - dimensiunile conturului limitat de perimetru (U) măsurate pe direcția x și y.

Verificarea la străpungere se poate face cu inegalitatea

$$\zeta < \zeta_c \quad (5.57)$$

unde:  $\zeta$  - este efortul tangențial produs de acțiunea încărcării exterioare;

$\zeta_c$  - este efortul tangențial capabil

Eforturile tangențiale  $\zeta$  și  $\zeta_c$ , au expresiile de mai jos:

$$\zeta = \frac{P}{U \cdot d} \quad (5.58)$$

$$\zeta_c = \bar{\zeta} \cdot V_c \quad (5.59)$$

în care:

$$\bar{\zeta} = \sqrt[4]{500/d} \geq 1 \quad \bar{\zeta} \geq 1 \quad (5.60)$$

Secțiunea critică este definită în paragraful 5.21 (fig.5.9) pentru acțiunea unei sarcini concentrate P și a unui cuplu concentrat  $M = P \cdot e$

$$V_{max} = \frac{P}{U \cdot d} \left[ 1 + \frac{1,5 \cdot e}{b_x + \bar{\zeta} d} \right] \quad (5.61)$$

$V_{max}$  corespunde notației  $T_{max}$  din recomandările CEB-FIP.

5.2.6.6. Provăderi de calcul mediere BBK 79

Prescripțiile de calcul din media /37/ consideră starea limită de rezistență la strângere a plăcilor sau a fundațiilor caracterizată de formarea unui trunchi de con a cărui generatoare este înclinată cu 30 - 35° față de orizontal, pentru plăci și 45° pentru fundații.

Relația recomandată pentru verificarea la strângere este:

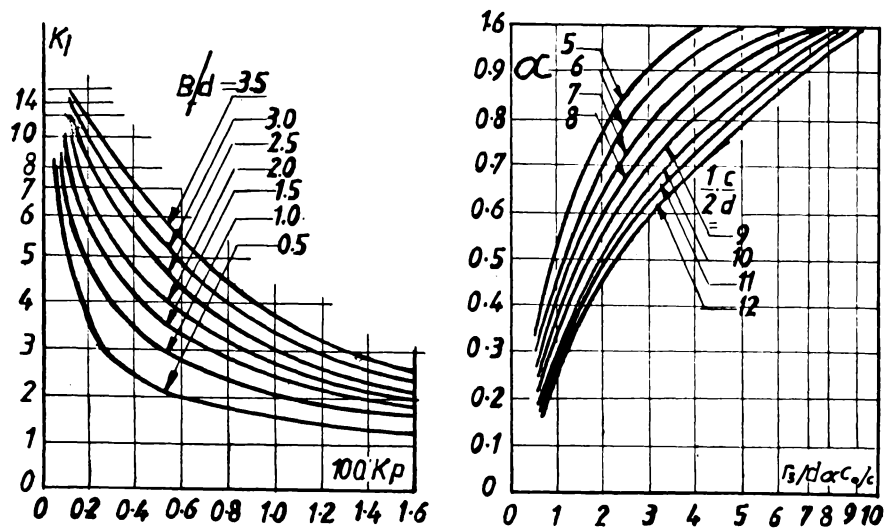


Fig.5.21.Diagramele parametrilor după normele BBK 79

$$= \sigma_{VI} \cdot \bar{f} \cdot (b \cdot d) \cdot d \quad (5.02)$$

unde: P - este forța de strângere

$$d = (a_x + a_y) / 2$$

$$\sigma_{VI} = 0,5 \cdot \bar{f} \cdot \sigma_{c,td} \quad (5.03)$$

$$P = \sqrt{P_x \cdot P_y}$$

$$k = \frac{1}{0,57 + 0,43 \cdot \frac{1000}{13} \sqrt{\frac{400}{1002}}} \quad (5.04)$$

unde  $\sigma_{c,td}$  - este efortul din beton corespunzător deforțării 0,2

$$\frac{1}{d} = \frac{1 + 200 \cdot \frac{k}{\sigma_p}}{3 + 300 \cdot \frac{k}{\sigma_p}} \quad (5.05)$$



$$f_{VI, id} = \frac{2 \rho R_{02}}{(1 + \frac{B}{d})(1 - \frac{B}{c})^2} \quad (5.66)$$

dacă  $\frac{B}{d} \leq 2$  pentru  $100 k_p \neq 1,0$

$$k_1 = \frac{3,8 + 0,4 \frac{d}{B} \cdot \frac{1}{100 k_p}}{100 k_p + \frac{d}{B}} \quad (5.67.a)$$

pentru  $100 k_p > 1,0$

$$k_1 = \frac{3,8 + 0,4 \frac{d}{B}}{100 k_p + \frac{d}{B}} \quad (5.67.b)$$

dacă  $\frac{B}{d} > 2$  atunci  $k_1 = 0,7 + 0,15 \frac{B}{d}$  (5.67.c)

diagrama pentru  $k_1$  și  $\alpha$  este dată în figura 5.21

$$\frac{r}{d^2 s} = \frac{38,5 k_1}{R_{02}} \quad (5.68)$$

$$\frac{c}{d} = \frac{B}{2d} + 1,8 \quad (5.69)$$

dacă  $\frac{c}{d} < \frac{r}{d^2 s} < \frac{c}{2d}$  atunci  $\alpha = \frac{r}{d^2 s} \cdot 2 \frac{d}{c} \left[ 1 + \ln\left(\frac{c}{2d} \cdot \frac{d}{r_s}\right) \right]$  (5.70.a)

dacă  $\frac{r}{d^2 s} < \frac{c}{d}$  atunci  $\alpha = \frac{r}{d^2 s} \cdot 2 \frac{d}{c} \left[ 1 + \ln\left(\frac{c}{2d} \cdot \frac{d}{c_0}\right) \right]$  (5.70.b)

dacă  $\frac{r}{d^2 s} \leq \frac{c}{2d}$  atunci  $\alpha = 1,0$  (5.70.c)

pentru  $d < 0,2$ ;  $\bar{\eta} = 1,4$  (5.71.a)

pentru  $0,2 < d < 0,5$ ;  $\bar{\eta} = 1,6 - d$  (5.71.b)

pentru  $d > 0,5$ ;  $\bar{\eta} = 1,3 - 0,4 d$  (5.71.c)

#### 5.2.6.7. Prevederi de calcul germane DIN 1045

Prescripțiile de calcul /38, 67/ recomandă pentru verificarea la străpungere relația:

$$\tau \leq \tau_a \quad (5.72)$$

unde,  $\tau = P/Ud$  este efortul tangențial produs de încărcarea exterioară  $P$  și  $\tau_a$  este efortul tangențial admis, determinat cu relația:

$$\tau_a = 0,6 \left(1 + \frac{R_{o2}}{500}\right) \sqrt{\rho} R_{cil}^{2/3} \quad (5.73)$$

în care:  $\rho = (\rho_x + \rho_y)/2$

$$\rho \leq 0,015$$

$$\rho \leq 0,3125 R_{cil}/R_{o2}$$

$$U = \pi (B + d) \text{ pentru secțiunea circulară} \quad (5.74)$$

$$U = \pi (1,13 \sqrt{b_x b_y} + d) \text{ pentru secțiunea dreptunghiulară } b_x > 1,5b_y \quad (5.75)$$

$$P_a = \tau_a \cdot U \cdot d, \text{ unde } P_a \text{ este efortul admis de străpungere} \quad (5.76)$$

Secțiunea critică este delimitată în figura 5.22.

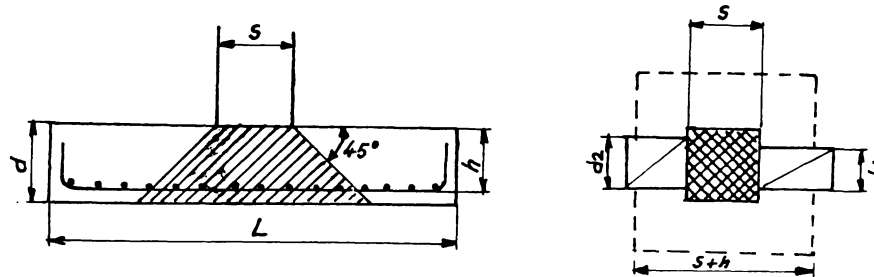


Fig. 5.22 Conul de străpungere a unei fundatii.

Efortul de străpungere după Max Herzog /78/ se poate calcula astfel:

$$N_o \left[ 1 - \left( \frac{a+2h}{L} \right)^2 \right] = 4h(a+h)\tau_u \quad (5.77)$$

pentru care perimetrul critic este determinat astfel:

$$a. - \text{stîlp pătrat } U = 4(s+h) - \sum a \quad (5.78)$$

$$b. - \text{stîlp circular } U = (s+h) - \sum a \quad (5.79)$$

În cadrul cercetărilor de la T.U. Braunschweig /61/ verificarea la străpungere a conului prezentat în figura 5.23 pentru sarcini excentrice se face calculînd efortul tangențial maxim produs de o forță normală excentrică,  $\tau_e$  cu relația:

$$\tau_a = \tau_o + \tau_e = \frac{N}{Ud} \left( 1 - \frac{3e}{30} \right) \quad (5.80)$$

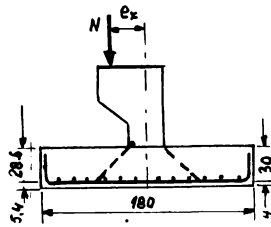
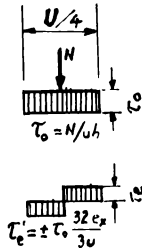


Fig. 5.23a. Conul de străpungere sub sarcini centrice și excentrice



b. Tensiuni de forfecare la marginea conului de străpungere.

unde:  $\tau_0, \tau_e$  - sînt tensiunile tangențiale la străpungere centrică respectiv excentrică,

$N_0, N_e$  - forțele centrice respectiv excentrice de străpungere a plăcilor

Presupunind ca străpungerea sub sarcină excentrică, la aceiași tensiune de forfecare, rezultă și sub sarcina centrică, atunci forțele de străpungere se găsesc într-un raport de proporționalitate astfel:

$$\frac{N_e}{N_0} = \frac{B \cdot U}{34 - 32e} = \frac{U}{U + 10e} \quad (5.81)$$

#### 5.2.6.8. Concluzii privind prescripțiile de calcul

Analizînd prevederile precedente, se observă admiterea în toate cazurile a unei suprafețe critice de calcul, situată la  $h_0/2$  de suprafață reală sau echivalentă de aplicare a încărcării normale pe planul plăcii.

Referitor la străpungere centrică se consideră cedarea după o suprafață avînd forma unui trunchi de con (sau piramidă) cu generatoarea făcînd  $35 - 45^\circ$  cu orizontala. Se mai observă că:

- la încărcarea cu sarcini mai mari decît capacitatea portantă la forfecare a betonului, se contează și pe aportul unor armături de străpungere verticale sau înclinate, dispuse astfel încît la cedare să intersecteze suprafața de rupere;
- aportul armăturilor pentru străpungere se limitează la jumătate din capacitatea portantă la forfecare a betonului.

Referitor la străpungerea excentrică se poate observa că:

- se admite o distribuție liniară a tensiunilor tangențiale pe secțiunea critică și valoarea maximă a acestei tensiuni este de tipul celei de întindere;
- valorile coeficienților  $\nu$  sau  $\eta$  care stabilesc fracțiune din moment preluată prin forfecare nu sînt bine precizate mai ales pentru stîlpii de colț și de margine;

- verificare la străpungere centrică admite plastifierea secțiunii critice la cedare;

- verificarea la străpungere excentrică admite atingerea limitei stadiului elastic dar într-un punct sau pe o latură a secțiunii critice (în planul median al dalei), în timp ce restul secțiunii critice lucrează la cedare în stadiul elastic.

Din rezultatele /112/ s-a tras concluzia că efortul unitar nominal din forța tăietoare descrește cu creșterea efectivă a grosimii plăcii, dacă ceilalți parametri rămân constanți.

Pentru plăci cu armătură specifică de tăiere, reducerea efortului unitar este moderată, mai mică decât 10% în timp ce pentru plăci fără armătură de tăiere este considerabil mai mare. Pentru plăcile neprecomprimate reducerea este aproximativ 40%, când grosimea plăcii crește de la 10 : 60 cm, iar pentru plăcile precomprimate reducerea este de 30% pentru o creștere a grosimii plăcii de la 20 : 50 cm. Deci constatăm că grosimea plăcii are un rol foarte important asupra rezistenței la străpungere, rol ce trebuie luat în considerare la proiectare. Aceste concluzii au fost introduse în normele suedeze BBk 79, și de asemenea în modelul pentru structuri de beton CEB-FIP.

#### 5.2.7. O soluție modernă în problema străpunerii

Calculul de rezistență la străpungere constituie încă și astăzi una dintre cele mai importante preocupări în ingineria construcțiilor moderne ce includ planșee dală. Problema a fost studiată și de inginerii Leonhardt și André din Stuttgart, iar finalizarea în execuție a acestor probleme a fost făcută în Elveția.

Problema constă prin dispunerea unor armături verticale, în vecinătatea stîlpului fără a introduce nici un fel de armături înclinate.

Extremitatea acestor armături trece prin mijlocul ochiurilor armăturii de încovoiere în așa fel încît echilibrul nodului este garantat (figura 5.24).

Forța de forfecare calculată  $\tau_x$  nu trebuie să depășească forța de forfecare admisibilă în beton  $\tau_{02}$  conform normativului DIN 1045 /38, 98/. Eforturile  $\tau_{02}$ , respectiv  $\tau_{011}$ , ce reprezintă efortul admisibil la distanța  $\frac{d}{2}$  sînt date în tabelul 5.2.

Relația de verificare se scrie în felul următor:

$$\tau_x \leq k_1 \tau_{011} \quad (5.82)$$

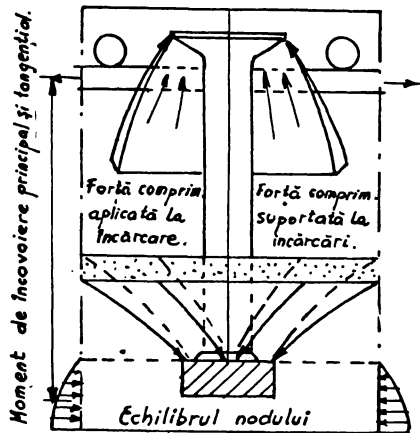


Fig. 5.24. Secțiune transversală.

forța de forfecare din beton este foarte importantă și micșorarea efortului  $\sigma_r$  se poate face prin modificarea calității betonului sau a dimensiunilor stîlpului sau a grosimii dalei.

$$\text{Cînd } \alpha \cdot \sigma_{011} \leq \sigma_a \leq \sigma_{02} \quad (5.36)$$

dispozițiile constructive impun dispunerea armăturilor verticale izolate.

Dimensionarea armăturii de străpungere se face în modul următor:

a) stîlpi interiori: - secțiunea critică este calculată prin perimetrul  $U_1$  (figura 5.25) care înfățișează complet stîlpul pe o distanță  $dm/2$ .

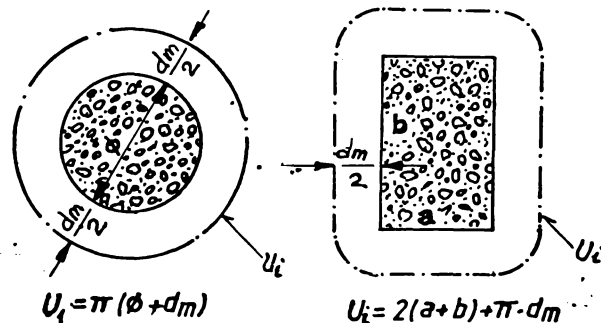


Fig. 5.25. Perimetrul critic pentru stîlp interior.

Tabelul 5.2

Clasa de beton	B15	B25	B35	B45	B55
$\sigma_{02}$ (N/mm <sup>2</sup> )	1,20	1,80	2,40	2,70	3,0
$\sigma_{011}$ (N/mm <sup>2</sup> )	0,35	0,50	0,60	0,70	0,80

$$\text{unde: } \alpha = 1,3 \alpha_s \sqrt{f} \quad (5.33)$$

fiind funcție de calitatea oțelului și de procentul de armare  $\rho = \frac{A_g}{A_{cp}}$ , în care  $A_g$  este media dintre armătura de încovoiere pe ambele direcții.

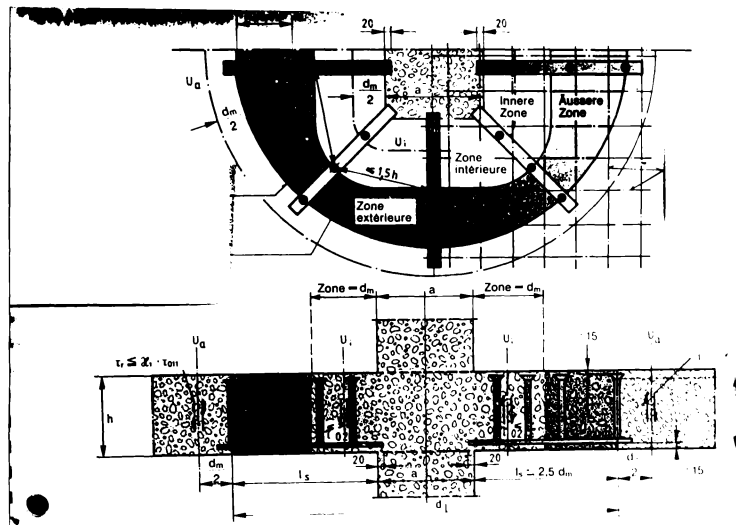
$$\sigma_r = \frac{V_{max}}{U_1 \cdot dm} \quad (5.34)$$

$$\text{Cînd } \sigma_r > \sigma_{02} \quad (5.35)$$

Pentru a pune în evidență securitatea străpungerii la dale,  $\sigma_r$  se va calcula într-o secțiune verticală la distanța  $dm/2$  cu  $\sigma_r = \frac{V_{max}}{U_1 \cdot dm}$

unde  $V_{max}$  este valoarea dimensiunii la încercarea de străpungere

dacă  $\sigma_r \leq \sigma_{02}$  și  $\sigma_y \geq \chi \cdot \sigma_{011}$  armarea cu bare izolate vertical este necesară (A.R.E.T. - RISS). Diametrul zonei armate după



$$/93/ \text{ este } dL \geq \frac{V_{max}}{\chi \cdot \sigma_{011} \cdot \pi \cdot d_m} - \text{ca (figura 5.27)}. \quad (5.87)$$

$$\text{iar } U_a > \frac{V_{max}}{\chi \cdot \sigma_{011} \cdot d_m} \quad (5.88)$$

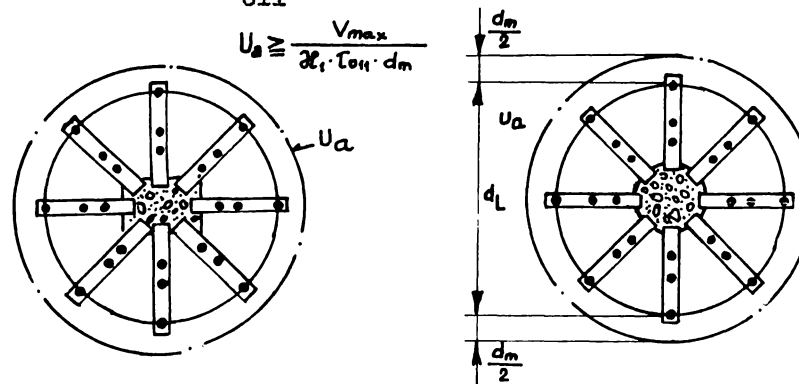


Fig.5.27 Diametrul zonei armate cu A.R.E.T.-RISS.

Numărul barelor izolate vertical se determină în următoarele zone:

- zona interioară, care este zona delimitată de marginea stîlpului și de perimetrul cuprins de distanța  $l \cdot d_m$ ;
- zona exterioară, zona delimitată de exteriorul zonei interioare pînă la zona armată de (RISS).

Numărul barelor verticale izolate din zona interioară ( $n_1$ )

$$n_1 \geq \frac{V_{\max}}{F_{\text{admis}}} \quad (5.89)$$

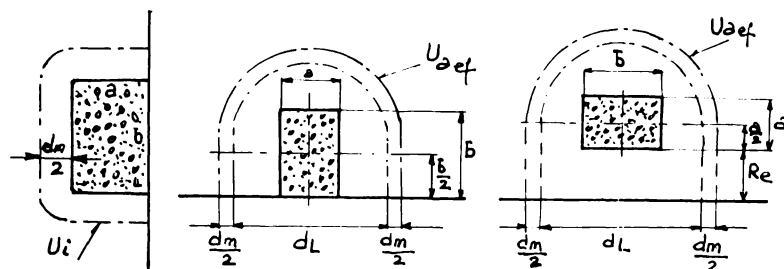
Numărul barelor verticale izolate din zona exterioră ( $n_2$ ) este dat de relația de mai jos:

$$n_2 \geq n_1 \left[ 0,5(1 + l_g/A_{\text{L}}) - 1 \right] \quad (5.90)$$

unde  $l_g$  este distanța de la ultima bară pînă la marginea stîlpului ( $l_g \leq 2,5$  dm, figura 5.27).

b) stîlpi de margine și de colț - la stîlpii de margine ai dalelor la o distanță mai mare de 5 dm calculul la strîngere se face ca pentru stîlpii interiori. Pentru stîlpii situați la o distanță mai mică de 5 dm de la marginea dalei calculul la strîngere se modifică. Se va ține cont că perimetrul  $U_j$  va trebui redus.

La stîlpii de margine  $d_L$  se calculează la fel ca la stîlpii interiori.



$$U_{i\text{ef}} = U_i - \sum AU_i \quad U_{0\text{ef}} = \frac{\pi}{2} (d_L + d_m) + b \quad U_{a\text{ef}} = \frac{\pi}{2} (d_L + d_m) + a + 2R_e$$

Fig. 5.28. Perimetrul critic pentru stîlpul de margine.

$$U_{a\text{eff}} = \frac{\pi}{2} (d_L + d_m) + a + 2R_e \quad \text{cînd } R_e \neq 0 \quad (5.91)$$

$$U_{a\text{eff}} = \frac{\pi}{2} (d_L + d_m) + b \quad \text{cînd } R_e = 0 \quad (\text{fig. 5.28}) \quad (5.92)$$

$$\text{Pentru } 1,4 V_{\max} \leq \chi \cdot \tau_{011} \cdot d_m \cdot U_{a\text{eff}}$$

$$d_L \geq \frac{2}{\pi} \left( \frac{1,4 V_{\max}}{\chi \cdot \tau_{011} \cdot d_m} - b \right) - d_m \quad \text{pentru } R_e = 0 \quad (5.93)$$

$$\text{respectiv } d_L \geq \frac{2}{\pi} \left( \frac{1,4 V_{\max}}{\chi \cdot \tau_{011} \cdot d_m} - a - 2R_e \right) - d_m \quad \text{pentru } R_e \neq 0 \quad (5.94)$$

La acești stîlpi  $\tau_r$  se calculează cu relația de mai jos:

$$\tau_r = \frac{1,4 V_{\max}}{U_{a\text{eff}} \cdot d_m} \quad (5.95)$$

Stâlpii de colț sînt reprezentați în figura 5.23

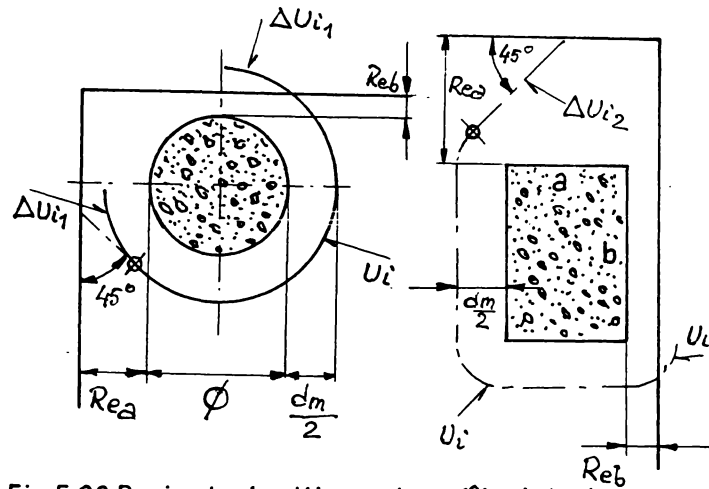


Fig.5.29. Perimetrul critic pentru stîlp interior.

$$U_{ief} = U_i - \sum \Delta U_i \quad (5.96)$$

$$U_{aef} = \frac{\pi}{4} (d_L + d_m) + \frac{a+b}{2} + \sum R_o \quad (\text{fig.5.30}) \quad (5.97)$$

unde: - pentru stâlpii circulari

$$U_i = (\phi + d_m) \cdot \pi \quad (5.98)$$

$$\text{cînd } R_o \geq \frac{d_m + \phi}{2} - \frac{\phi}{2} \quad (5.99)$$

$$\Delta U_{i1} = \frac{\pi}{8} (\phi + d_m) \quad (5.100)$$

$$\text{cînd } R_o \leq \frac{d_m + \phi}{2} - \frac{\phi}{2} \quad (5.101)$$

$$\Delta U_{i1} = \frac{\pi (\phi + d_m)}{360} \arccos \frac{\phi + 2R_o}{\phi + d_m} \quad (5.102)$$

-pentru stîlp dreptunghiular

$$U_i = 2(a+b) + d_m \cdot \pi \quad (5.103)$$

$$\Delta U_{i2} = \frac{d_m \pi}{8} \quad \text{pentru } R_o \geq \frac{d_m}{2} \quad (5.104)$$

$$\Delta U_{i2} = \frac{d_m \pi}{360} \arctg \frac{d_m}{2R_o} \quad \text{pentru } R_o \leq \frac{d_m}{2} \quad (5.105)$$



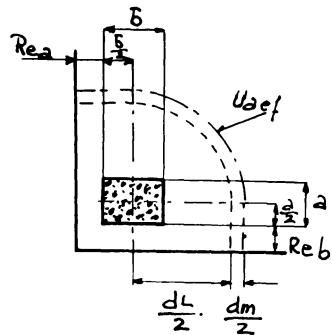


Fig.5.30. Stîlp de colț (calcul  $U_{aef}$ )

$$V_{max} \leq \alpha \sigma_{01} d_{r1} \cdot U_{aef} \quad (5.106)$$

$$d_r \geq \frac{1}{\alpha} \left( \frac{V_{max}}{\sigma_{01}} - \frac{E_{01} \cdot a}{2} \right)$$

$$-R_{ea} - R_{eb} - d_m \quad (5.107)$$

La stîlpul de colț efortul tangențial  $\tau_r$  se limitează la valoarea  $\tau_{02}$ .

$$\tau_r = \frac{V_{max}}{U_{ieff} d_{r1}} \leq \tau_{02} \quad (5.108)$$

Detaliile de armare sînt prezentate în figurile 5.31, 5.32, 5.33, 5.34.

### 5.3. Influența precomprimării în problemele de strîmpanare

Avantajele tehnice și economice ale precomprimării sînt deja cunoscute. Utilizarea ei a fost limitată pînă în prezent doar la elemente în formă de bare. În ultimul timp, s-a putut

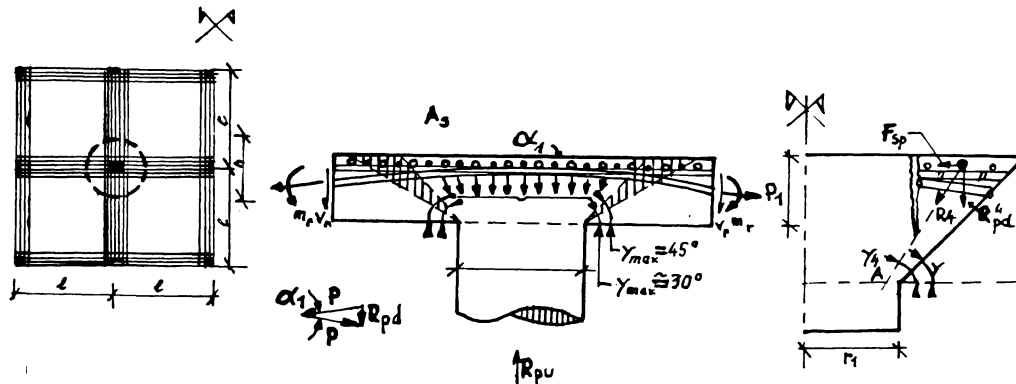
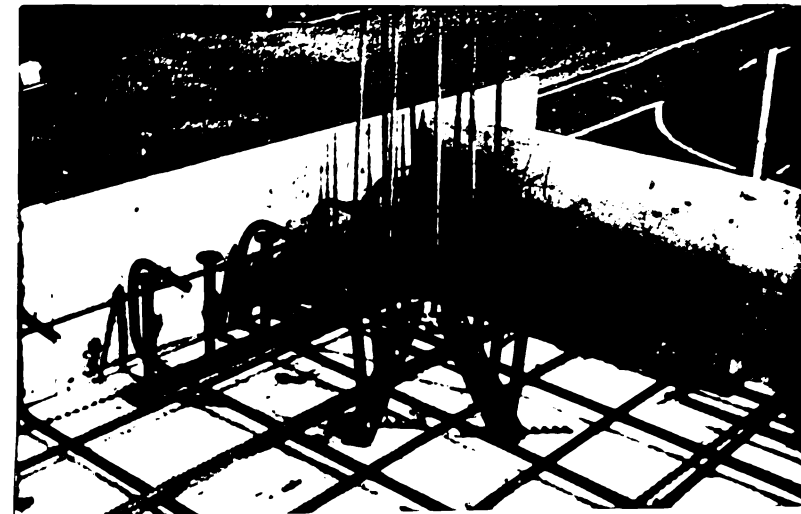
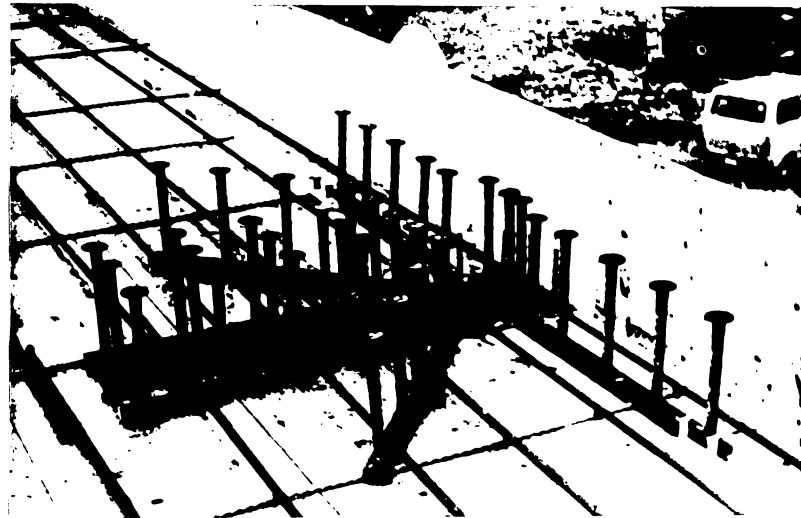
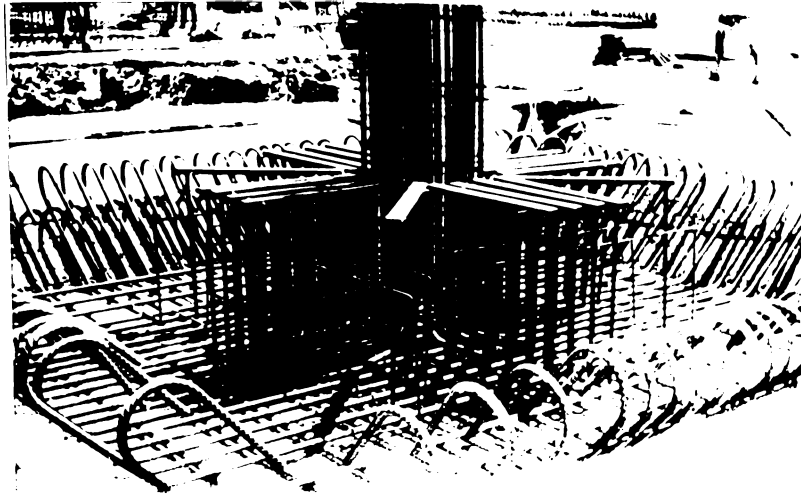


Fig.5.35. Planșeu dală precomprimat în fîșii



constata o utilizare mare a sistemelor de construcție precomprimate și în cazul plănșeelor plate și a dalțelilor. În raport cu o dală armată în mod obișnuit, când dispunerea cablurilor de precomprimare în zonele stîlpilor este optimă precomprimarea duce la o creștere a încărcărilor de străpungere (figura 5.35)

Această creștere (pusă în evidență de rezultatele experimentale) este atribuită pe de o parte forțelor de deviație care sînt dirijate direct în stîlp, iar pe de altă parte datorită forțelor de membrană ce iau naștere în beton (figura 5.36), rezultate din încărcarea elementelor precomprimate în apropierea stîlpilor.

În ceea ce privește dimensionarea armăturii de străpungere, se poate remarca o anumită influență a forțelor de deviație ce produc un efect maxim în cazul stîlpilor interiori, în timp ce sollicitarea de membrană, foarte favorabilă, se găsește spre stîlpii de colț.

Cablurile care trec prin aperturile stâlpilor, respectiv a căror distanță pe orizontală față de marginea stâlpilor nu depășește înălțimea dalei, aduc o influență favorabilă asupra rezistenței la străpungere.

Prin ancorarea concentrată a cablurilor în regiile de pe marginea liberă a dalei, în imediata apropiere a stâlpilor exteriori, se obține o stare de compresiune care ameliorează considerabil rezistența la străpungere a dalei.

Suplimentul de rezistență nu poate fi generalizat deoarece el depinde de geometria dalei, de concentrarea precomprimării și de dispunerea geometrică a cablurilor. În figura 5.35 este reprezentat schematic un sfert dintr-un plaseu dală precomprimat în figii și de asemenea o secțiune transversală făcută printr-un stâlp interior. În secțiunea 1 - 1 se constată concentrarea cablurilor în interiorul conului de poansonare, curbura lor generând forțe de deviere  $R_{pd}$ . Este cunoscut faptul că forțele de deviere  $R_{pd}$  sînt direct proporționale cu intensitatea forței de precomprimare "p" și invers proporționale cu raza de curbură a traseului cablurilor.

Utilizarea corectă a forțelor de deviere, care pot fi induse prin precomprimare, permite să se transmită o parte din sarcină direct în stâlp. Aceasta are drept consecință creșterea valorii absolute a rezistenței la străpungere.

Pentru a studia influența eforturilor de învelig datorate precomprimării  $n(p)$ , considerăm un plaseu-dală încărcat uniform și precomprimat în figii așa cum este prezentat în figura 5.36. Forțele de ancorare acționează în mod concentrat asupra marginilor plaseului dală, repartizându-se după un unghi  $\alpha$  în interiorul sistemului. Pentru a evalua influența acestor eforturi de învelig asupra rezistenței la poansonare a stîlpului  $C_3$ , ne putem imagina că decupăm în zona stîlpului o porțiune circulară a dalei cu un diametru egal cu  $2r_2 = 0,44$  (figura.5.36).

În continuare adăptem, pe baza cunoștințelor furnizate de teoriile elasticității sau ale plasticității, că la marginea acestei dale momentul de încovoiere este nul. Forța de forfecare  $V_r$  și efortul de învelig  $n(p)$  sînt repartizate pe perimetrul acestei porțiuni ale dalei.

Într-adevăr, după principiul lui St.VENANT, stîlpul  $C_3$  se găsește la o distanță suficient de mare de zonele de ancoraj pentru ca să putem admite că solicitările datorate forțelor con-

centrate sînt egale pe perimetrul secțiunii situate la distanța  $r_2$  de axa stîlpului. Putem deci să deducem că influența eforturilor de înveliș datorate precomprimării, cu un efect neglijabil asupra rezistenței la străpungere a stîlpului  $\sigma_y$ .

În cazul plaseiului precomprimat în fig. 5, rezistența la pomsonare simetrică  $R_{pu}$  se poate scrie:

$$R_{pu} = R_{2u} + R_{pd} \quad (5.109)$$

$$R_{2u} = 2 \sqrt{r_1 \cdot R_b} \sqrt{\omega \omega_s} \cdot d \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \quad (5.110)$$

în cazul cînd nu este armătura de pomsonare

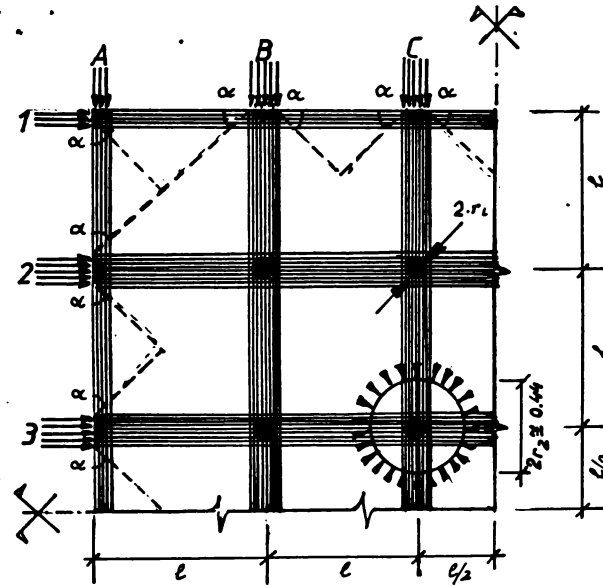


Fig. 5.36 Eforturi de membrană datorită precomprimării.

$$R_{2u} = 2 \sqrt{r_1 \cdot R_b} \sqrt{\omega \omega_s} \cdot d \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \quad (5.111)$$

în cazul cînd există armătura de pomsonare.

unde:  $\omega$  este procentul mecanic de armare pasivă

$\omega_s$  este procentul mecanic de armare activă

$$R_{pd} \approx \sum_{i=1}^n P_i \cdot \alpha_i \quad , \text{ unde } \alpha_i \text{ reprezintă o variație inelară a tangentei la punctele de tangență ale cablurilor cu axul de pomsonare} \quad (5.112)$$

Este important să remarcăm că aceste concluzii nu sînt valabile decît pentru ponașonarea simetrică. Intr-adevăr, influența precompzimării în fișii asupra rezistenței la ponașonare a stîlpilor de margine sau de vîrșă este limitată și importantă. Aceasta a fost observată clar în încercările efectuate de WILHELM, Mueller /26, 59/.

Este de remarcat însă că forțele de deviere verticale  $R_{pd}$  nu pot fi transmise direct pe stîlp decît dacă îi adăugăm o forță orizontală  $F_{sp}$  arătată în fig.5.35. Mărimea forței  $F_{sp}$  este determinată astfel încît linia de acțiune a rezultatului  $R_4$  să treacă în interiorul perimetrului stîlpului respectiv. Dacă notăm prin  $\beta$  înclinarea comului de ponașonare, vom avea  $R_4 \geq \beta$  și  $F_{sp} = R_{pd} \cdot \cotg \beta$ . Aceste forțe de tracțiune trebuie să fie preluate de o armătură pasivă.

#### 5.4. Complexa rutiere executate ca îmbrăcămînti din beton de ciment

##### 5.4.1. Fenomenul de forfecare la îmbrăcămîntile rutiere din beton de ciment

Folosirea pe scară tot mai largă a îmbrăcămîntilor rutiere rigide, pe bază de beton atrage după sine necesitatea de a cunoaște comportarea în timp a sistemelor rutiere, precum și posibilitățile de întreținere și reparare a lor /45/.

În acest sens, un rol deosebit îl are cunoașterea modului de conlucrare a betonului realizat din două structuri executate în perioade diferite, în condiții diferite și de calitate diferite. Aceeași problemă intervine și în cazul folosirii în sistemul rutier a două straturi de beton (de rezistență și de uzură) care trebuie să conlucreze între ele.

În cazul ranforșării sistemelor rutiere rigide și nerigide se pune problema conlucrării dintre stratul existent uzat și stratul de beton nou turnat, straturile acestea fiind obligate să lucreze împreună sub acțiunea încărcărilor de exploatare.

În toate aceste situații apare o solicitare de forfecare a betonului între cele două straturi, forfecare survenită fie datorită alunecărilor produse la fibra de contact dintre cele două straturi, ca urmare a solicitării de încovoare, fie datorită fenomenului de contracție a două betoane de vîrste și calitate

diferite sau a altor factori.

Acest fenomen de o importanță deosebită nu a fost studiat sistematic. Un studiu detaliat pe această temă a fost făcut în programul experimental prezentat în capitolul 4 care impune următoarele aspecte:

a) Precizarea unei corelații între rezistența la forfecare pe de o parte și rezistența la compresiune și la întindere pe de altă parte, a betonului. Această evaluare este desigur funcție de compoziția betonului, de natura liantului, de natura și granulozitatea agregatului etc.

b) Studiarea aderenței între un strat de beton existent și un strat de beton nou, format în diverse situații de uzură a stratului existent și pentru diverse compoziții de beton.

c) Îmbunătățirea aderenței între cele două straturi prin folosirea laptelui de ciment, adezivelor pe bază de rășini în diverse compoziții și grosimi ale stratului.

Toate aceste cercetări pot fi făcute prin folosirea unui dispozitiv care să permită atât determinarea rezistenței la forfecare a betonului în comparație cu celelalte caracteristici fizico-mecanice, cât și determinarea aderenței dintre două betoane turnate în etape diferite, prin încercări de forfecare.

Ranforsarea sistemelor rutiere existente rigide cu îmbrăcăminți din beton de ciment au o serie de avantaje, printre care pot fi enumerate:

- reducerea unor lucrări (evaluarea și dispozitarea materialelor rezultate, executarea de noi straturi de fundație ș.a.);

- păstrarea intactă a vechiului sistem rutier;
- se permite utilizarea largă a materialelor locale;
- durata de exploatare a îmbrăcăminții este mai mare;
- oferă o aderență sporită a pneurilor la circulația cu viteză mare;
- sînt rezistente la călduri mari și de asemenea la temperaturi scăzute;
- se pot executa în condiții foarte bune pe timp umed și la temperaturi pînă la  $+5^{\circ}$ .

Studiile experimentale efectuate de autor în capitolul 4 aduc precizări suplimentare referitoare la aderența existentă între aceste straturi.

#### 5.4.2. Unele considerații privind fisurarea înbrăcămintilor rutiere din beton de ciment

Una dintre problemele apărute în fața specialiștilor este aceea a fisurării unor dale de beton după câteva ore de la turnarea betonului. Fisurile înclinate apar la circa  $45^\circ$  față de ax. Prezența unor astfel de fisuri, ireversibile, provoacă următoarele neajunsuri:

- reducerea capacității portante a dalelor prin micșorarea rigidității acestora;
- scăderea durabilității înbrăcăminții ca urmare a efectului nefavorabil al înghețului-dezghetului asupra betonului.

Apariția fisurilor timpurii se datorește contracției plastice și prizei false a cimentului.

Contracția plastică constă în reducerea volumului sistemului ciment-apă datorită legării apei prin absorbție cât și consumării ei în produsele de hidratare. Contracția plastică este cu atât mai mare cu cât crește dozajul de ciment. După terminarea prizei cimentului (4 ore) contracția plastică continuă să se dezvolte însă în măsură redusă.

Spre deosebire de contracția plastică, contracția la uscare începe să se manifeste după circa două zile de la prepararea betonului și se datorește pierderii apei din betonul expus în aer uscat (nesaturat).

Priza falsă constă în întărirea prematură, în câteva minute de la amestecare cu apa a cimentului.

Din cele prezentate despre fisurarea înbrăcămintilor rutiere din beton rezultă că fisurile timpurii au apărut prin împiedicarea producerii contracției plastice de către o masă de beton. În acest stadiu, eforturile care apar sînt destul de mari, depășind rezistențele mici ale masei rigidizate de beton; de astfel deformația limită a betonului la întindere este de  $0,15 \cdot 10^{-3}$  mm/m cu mult mai mică decît deformația din contracție plastică.

Inclinarea fisurilor la un unghi de circa  $45^\circ$  față de axul drumului se datorește stării de eforturi din plăci de beton, formată prin întărire rapidă datorită prizei false. Contracția plastică, care de fapt nu mai este plastică ci ar putea fi denumită inițială, este parțial împiedicată a se produce de structuri rigide a plăcii cît și de frecare cu fundația. Forțele tangențiale



de frecare care apar la contractul fundație-placă de beton se acumulează pe suprafață plăcii, dând naștere la eforturi de întindere după cele două direcții  $\sqrt{x}$  și  $\sqrt{y}$ . Cum forțele de frecare pe fața inferioară a plăcii sînt exprimate prin eforturile unitare tangențiale  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$ , rezultă că starea de eforturi este complexă.

În această situație efortul unitar principal maxim de întindere, care va produce fisurarea, va fi orientat diferit față de direcțiile ortogonale  $x$  și  $y$ .

#### 5.5. Comportarea îmbinărilor la structuri din panouri mari

Comportarea sub încărcări a diafragmelor realizate prin asamblarea panourilor mari prefabricate este în mare măsură influențată de alcătuirea și realizarea îmbinărilor.

Prin modalitatea de alcătuire a diafragmelor asamblate din panouri mari prefabricate, acestea sînt prevăzute cu îmbinări verticale și orizontale. Dintre acestea, îmbinările verticale sînt solicitate cu precădere la forfecare. Forțele de lunecare pe care trebuie să le preia îmbinările verticale sînt generate de deformația diafragmei sub încărcările orizontale ce o solicită.

Deoarece premisele pe baza cărora sînt realizate aceste tipuri de structuri presupun o conlucrare perfectă între elementele prefabricate, îmbinările trebuie alcătuite și realizate astfel încît în ansamblul ei, diafragma prefabricată să se comporte identic cu una monolită. Cu toate măsurile constructive adoptate, acest deziderat nu poate fi îndeplinit la orice nivel de solicitare și mai ales în cazul sarcinilor orizontale alternante. Ca stare este în general acceptat, că, comportarea neliniară a unei diafragme prefabricate este influențată în mare măsură de comportarea îmbinărilor.

Comportarea îmbinărilor este influențată și de modul de alcătuire al acestora, strîns legat de tehnologia de realizare a îmbinărilor. Pentru diferite tipuri de îmbinări rezultă modalități diferențiate de comportare. Toate îmbinările însă sînt solicitate cu precădere la forfecare, motiv pentru care comportarea lor a fost inclusă în acest capitol.

Modificarea tipurilor de îmbinări necesită studii teoretice și experimentale din care să se poată deduce relații corecte de dimensionare.

Totodată în condițiile specifice de seismicitate, un interes deosebit prezintă comportarea acestor îmbinări la acțiuni seismice puternice. În acest sens, încercările efectuate până în prezent, nu au permis obținerea de date suficiente pentru evidențierea procesului de degradare al îmbinărilor până la rupere.

Principalele aspecte urmărite în studiul comportării îmbinărilor la structurile din panouri mari se referă la:

- urmărirea comportării elastice și postelastice a îmbinărilor verticale dintre panourile de pereți la acțiunea sollicitărilor alternante de tip seism, folosind metodologia "deformațiilor impuse";

- compararea rezultatelor experimentale cu valorile teoretice date de diferite surse bibliografice /20, 69, 92, 94, 101, 109, 111/ și pe această bază îmbunătățirea normelor de calcul românești;

- studiul comportării în domeniul post-elastic al diafragmelor asamblate din panouri mari prefabricate, în ipoteza concentrării efectelor neliniare în îmbinările verticale și orizontale;

- validarea unui dispozitiv de încercare a îmbinărilor care să realizeze o modelare cât mai fidelă a stării de sollicitare din îmbinarea reală.

Pentru studierea aspectelor mai sus menționate este necesară în primul rând cunoașterea stării de sollicitare din îmbinări. Astfel, este cunoscut că, pe lângă efortul de întindere în lungul îmbinării, în aceasta apar și eforturi normale generate de prezența unor forțe de compresie, respectiv de prezența unor armături care traversează îmbinarea. Aceste eforturi normale abat starea de sollicitare de la cea de forfecare pură, drept care, dispozitivele de încercare la forfecare trebuie să reducă pe cât posibil efectul lor. În acest scop au fost imaginat diferite sisteme de încercare (figura 5.38).

Fiecare din sistemele prezentate în figură prezintă avantaje și dezavantaje. Dintre acestea, în figura 5.39 sînt prezentate două sisteme, împreună cu reprezentarea eforturilor normale  $\sigma_x$  și tangențiale  $\sigma_{xy}$  din axul îmbinării. Sistemul cel mai bun este acela care prezintă un efort normal cu valori minime și cu o repartizare uniformă pe lungimea îmbinării, respectiv cu o repartizare uniformă a eforturilor tangențiale.

În cele ce urmează sînt prezentate cîteva rezultate ob-

ținute de diferiți autori, rezultate verificate prin încercări experimentale. În general fiecare autor a propus formula proprie pentru stabilirea forței limită de forfecare, din care să se deducă efortul de forfecare.

Rezistența la forfecare a îmbinării crește cu creșterea mărcii betonului  $R_b$ , aproape proporțional cu valoarea  $\sqrt{R_b}$ . Influența armării în zona îmbinării este cuprinsă global în efortul fictiv  $\bar{v}_n = \mu \beta_s$  în care  $\mu$  este procentul de armare a îmbinării iar  $\beta_s$  este limita de curgere a oțelului.

Efortul de compresiune perpendicular pe rost are aceeași acțiune asupra forței de rupere ca și  $\bar{v}_n$

Efortul de rupere la forfecare a îmbinărilor dințate ( $\zeta_u$ ) a căror descriere este bine definită în figura 5.37 și este exprimat în bibliografie /92/, prin următoarele formule și date:

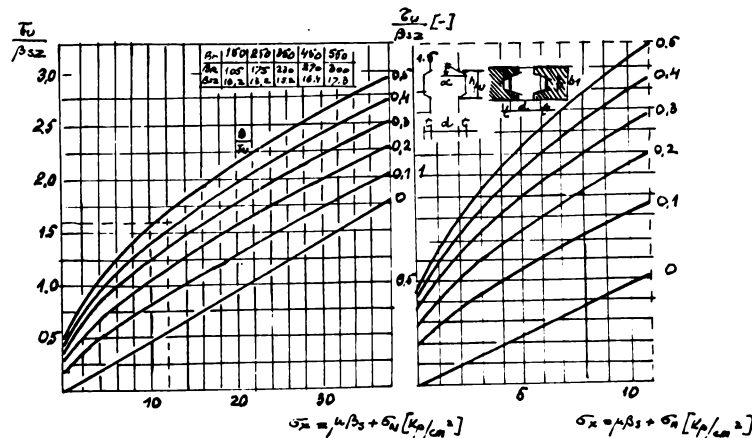


Fig. 5.37. Diagramele pentru calculul  $\zeta_u$ .

$$\frac{B}{F_u} = \frac{h \cdot \zeta_u \cdot b}{F_u} \cdot n \quad (5.113)$$

$$F_u = b_1 \cdot L \quad (5.114)$$

$L$  - lungimea îmbinării

$b_1$  - grosimea maximă a îmbinării

$$\mu = \frac{F_e}{F_u}$$

$n$  - numărul alveolelor

$e$  - distanța între armături

$\phi \leq 12$  mm diametrul armăturii

$\alpha \leq 30^\circ$  unghiul de înclinare a dinților

$t$  - adâncimea dinților cu  $h_{fu}/t \leq 8$

$$\sigma_u = \sqrt{R_b \cdot \frac{B}{F_u} \left[ a + b (\bar{V}_N + \bar{V}_N) \right]} \quad (5.115)$$

$\bar{V}_N$  - efortul de compresiune din îmbinare

$a = 0,4 \text{ kg/cm}^2$

$b = 0,44$

Aceste formule și date sînt deduse și pe baza unor încercări experimentale pe îmbinări armate și nearmate pentru următorul domeniu:  $0 \leq \bar{V}_N + \bar{V}_N \leq 40 \text{ kg/cm}^2$

CIB-W23A în anul 1973 după o serie de încercări propune următoarea relație:

$$\sigma_u = 0,09 R_b \cdot \frac{B}{F_u} + \bar{V}_N + \bar{V}_N \quad (5.116)$$

valabilă pentru următoarele domenii:  $0,2 \leq \frac{B}{F_u} \leq 0,5$

$$0,01 R_b \leq \bar{V}_N + \bar{V}_N \leq 0,08 R_b$$

Stabilizarea efortului de forfecare după rupere are loc la o valoare reziduală  $R$ , care pentru îmbinarea dințată armată este dată în /92/ de următoarea relație:

$$\sigma_R = 1,1 \bar{V}_N \quad (5.117)$$

Rigiditatea îmbinării  $K_u$  este dată de relația:

$$K_u = \frac{\sigma_u}{\Delta} \quad (5.118)$$

Evaluarea rigidității se poate face, conform /21, 92, 94, 101/ cu relația:

$$K_u = 6,8 \bar{V}_N + 454 \frac{B}{F_u} \quad \text{kg/cm}^2 \quad (5.119)$$

La pregătirea modului de desfășurare a încercării, s-a ținut cont de diferitele posibilități de încercare (figura 5.38), astfel că rezultatele pot fi folosite cu toate că există diferențe mari între ele.

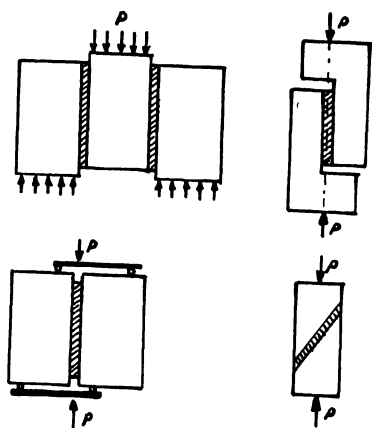


Fig.5.38. Diferite tipuri de epruvete pentru încercare.

Cercetările experimentale au fost dublate și de studii teoretice. Studiile teoretice au fost făcute cu ajutorul unor programe pe baza metodei elementului finit /29, 92, 93, 104/ rezultând diagramele prezentate în figura 5.39.

La Catedra UCLA a Institutului Politehnic "Traian Vuia" Timișoara și INCERC Timișoara în cadrul unor contracte de cercetare /109, 111/ s-a inițiat studiul privind comportarea structurilor cu diafragme asamblate din panouri mari prefabricate.

Din acest studiu, o parte importantă a constituit-o studiul îmbinărilor verticale. Pentru realizarea încercărilor de lunecare au fost concepute două dispozitive de încercare: unul pentru încărcări monotone crescătoare, celălalt pentru încărcări ciclice-alternante. Aceste dispozitive s-au utilizat la încercarea experimentală a mai multor tipuri de îmbinări verticale. Încercările experimentale au fost efectuate cu scopul studierii comportării îmbinărilor, din care să rezulte concluzii necesare stabilirii sau verificării unor relații de dimensionare, precum și de determinare a unor parametri de comportare ce trebuie să fie cuprinși în programele de calcul și analiză a diafragmelor prefabricate.

Alcătuirea elementelor, modul de amare și dispozitivul de încercare sunt prezentate în anexa lucrării.

Metodologia de încercare s-a inspirat din prevederile RILEM privind încercarea la sarcini monotone și ciclice. În acest scop, au fost efectuate încercări monotone care au servit la stabilirea datelor de referință privind forța exterioară și deplasarea dintre panouri. Cu aceste date s-au efectuat încercările ciclice-alternante ale celorlalte modele, conform metodologiei "deformațiilor impuse", oficializate de RILEM.

Ruperea acestor elemente s-au produs prin apariția fisurilor pe ambele fețe extinse pe toată lățimea îmbinării și s-au produs forfecări ale dinților.

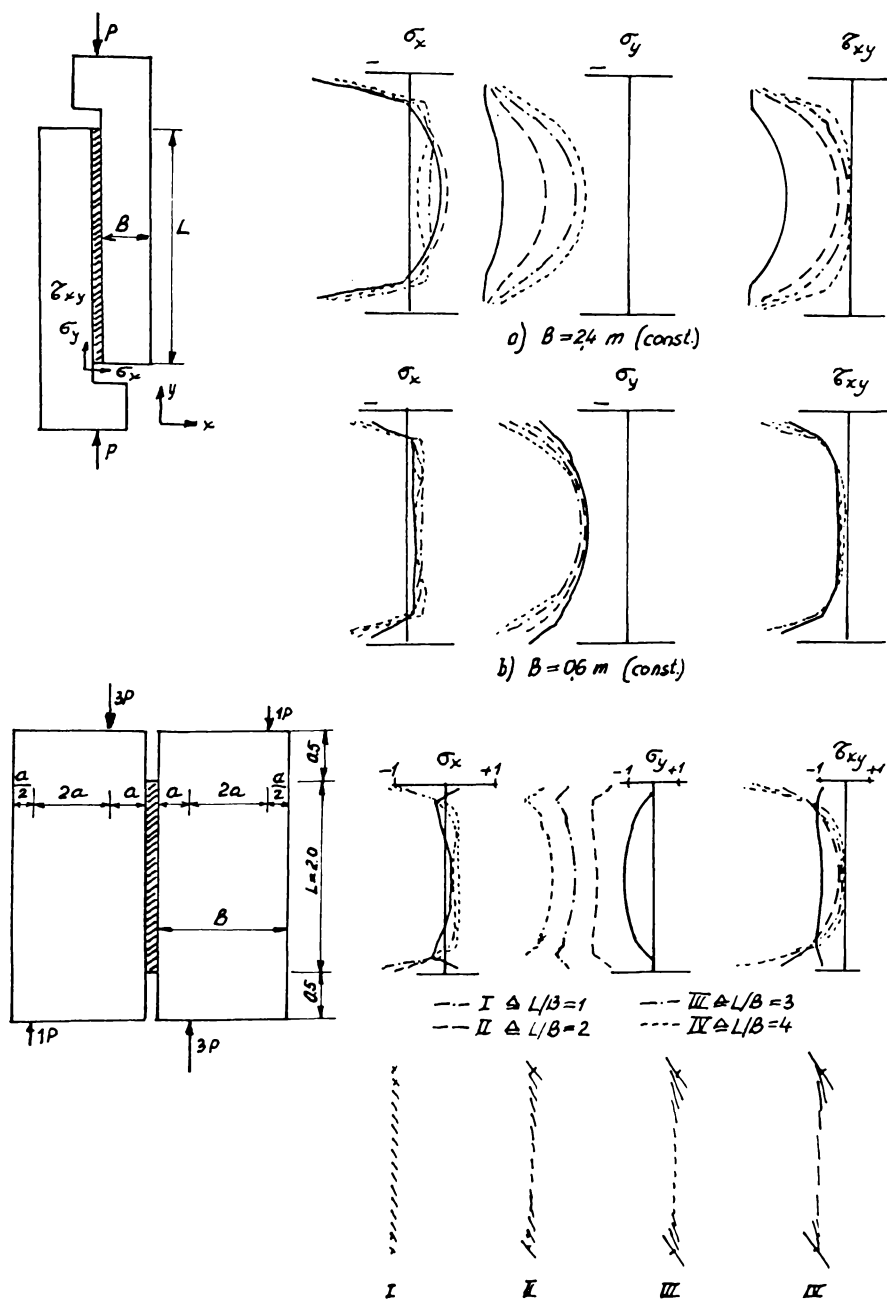


Fig. 5.39. Diagramele de eforturi în zona înbinării.

Aspecte privind ruperea îmbinărilor sînt prezentate în anexa lucrării.

Procedînd la determinarea prin calcul a capacității portante a îmbinărilor, s-au utilizat mai multe relații în care nu au fost luate în considerație coeficienții suplimentari de siguranță, iar la caracteristicile mecanice ale betonului și oțelului se folosesc rezistențele medii, după cum urmează:

- relația din normativul P 101-78 /121/

$$\overline{L}_{cap} = A_{str} \cdot \overline{R}_c + 0,8 A_a \overline{R}_a \quad (5.120)$$

unde:  $A_{str}$  - reprezintă secțiunea de strivire a penelor de forfecare

$\overline{R}_c$  - este rezistența medie la compresiune a betonului din îmbinare

$A_a$  - aria armăturii transversale din îmbinare

$\overline{R}_a$  - reprezintă rezistența medie la întindere a armăturii.

- relația din buletinul CEB 169 /109/

$$\overline{L}_{cap} = \beta_1 A_f \overline{R}_c + \beta_2 (A_a \overline{R}_a + N) \quad (5.121)$$

în care:  $\beta_1 = 0,07$  - coeficient exprimînd contribuția betonului de monolitizare la rezistența îmbinării cu pene

$A_f$  - aria de forfecare a penelor

$\beta_2 = 0,9$  - coeficient exprimînd contribuția armăturii transversale

$\overline{R}_c$ ,  $A_a$  și  $\overline{R}_a$  - cu aceleași semnificații ca mai sus.

$N$  - forța exterioară aplicată perpendicular pe fața îmbinării (la îmbinări verticale se adoptă  $N = 0$ )

- relația propusă de IPCT București /110/

$$\overline{L}_{cap} = \min \left\{ \begin{array}{l} 1,5 A_f \overline{R}_c \\ A_{str} \cdot \overline{R}_c \end{array} \right\} + 0,8 A_a \overline{R}_a \quad (5.122)$$

Semnificația notațiilor este identică cu cele precedente.

### 5.6. Fundații izolate tip pahar pentru stâlpi prefabricați

Solicitarea de forfecare a betonului este prezentă și la fundațiile prefabricate din beton și beton armat.

Fundul paharului codează sub efectul încărcării aduse de stîlp prin forfecarea după o suprafață definită de perimetrul

secțiunii critice și grosimea fundului paharului (figura 5.30). Conform acestei ipoteze de rupere, au fost stabilite relații pentru determinarea încărcării capabile.

Se admite în calcul că din încărcarea verticală totală transmisă de stîlp, o fracțiune  $N_1$  cap se transmite prin pereții paharului, pe tot conturul acestuia, iar diferența  $N_2 = v - N_1$  cap se transmite direct fundului paharului (figura 5.40).

Încărcarea capabilă transmisă prin pereții paharului se calculează cu relația

$$N_1 \text{ cap} = A_s \cdot m_t \cdot R_t \quad (5.123)$$

unde:  $A_s$  - este aria suprafeței laterale de contact între stîlp și monolitizare

$m_t$  - coeficient al condițiilor de lucru

Secțiunea activă la străpungere a fundului paharului după normativul P 10-86 /54/ se consideră ca în figura 5.38 avînd în plan dimensiunile  $a + h_f$ ,  $b + h_f$  și perimetrul  $U = 2a + 2b + 4h_f$

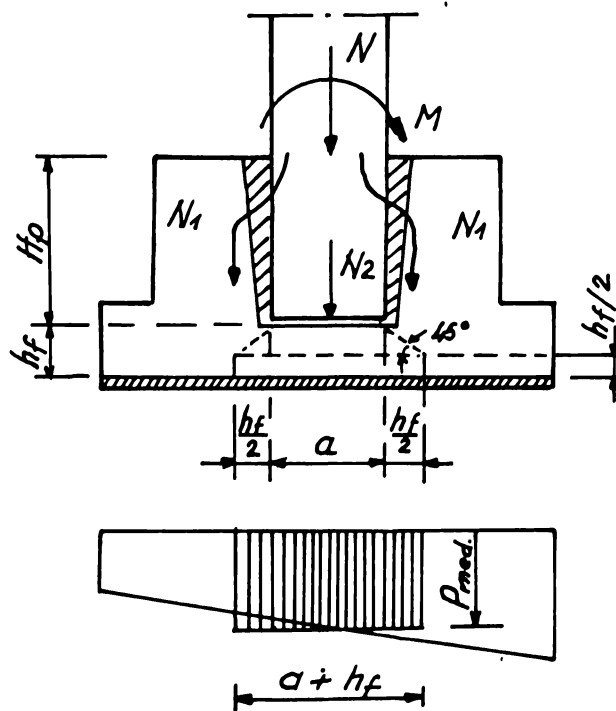


Fig. 5.40. Străpungerea fundației pahar.

Verificarea la străpungere se face la forța  $N_2$ , inclusiv greutatea proprie a stîlpului pe înălțimea " $h_p$ ", cu relația  $N_2 \leq N_2 \text{ cap}$  (5.124)

Încărcarea  $N_2 \text{ cap}$  se calculează cu relația:

$$N_2 \text{ cap} = U \cdot h_f \cdot R_t + \Lambda_{av} \cdot 0,8 R_a + P_{med} \Lambda_f \leq 1,5 U h_f R_t + P_{med} \Lambda_f \quad (3.125)$$

unde:  $\Lambda_{av}$  - este aria însumată a barelor verticale de armatură de la fața interioară a paharului, pe tot perimetrul stîlpului, ancorate în



în talpa fundației

$A_f$  - aria limitată de secțiunea de strâpungere

$P_{med}$  - presiunea medie pe teren pe suprafața de talpă corespunzătoare lui  $A_f$

$R_t$  - rezistența de calcul la întindere a betonului din talpa fundației

$R_a$  - rezistența de calcul a armăturii

Nu s-a considerat influența momentului "1" la valorile  $N_1$  cap ,  $N_2$  cap deoarece aceasta este neglijentă.

La fundațiile cu cuzinet și bloc de beton simplu, la care cuzinetul este realizat de tip pahar, la verificarea la strâpungere se ține seama și de aportul blocului de beton simplu (figura 5.41).

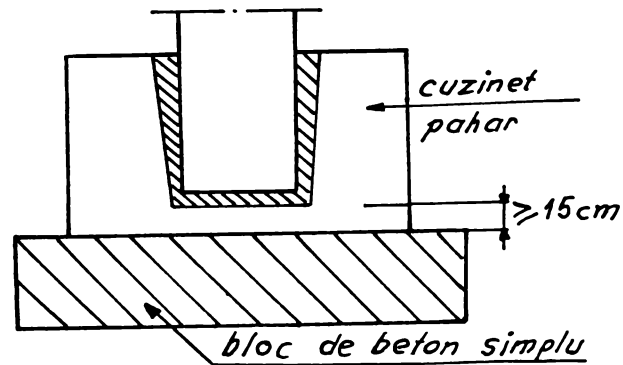


Fig.5.41. Fundație pahar executat pe bloc de beton.

## 6. CONCLUZII

6.1. Prin obiectul ei deosebit de actual, teza de doctorat a abordat și rezolvat o serie de probleme legate de rezistența la forfecare a betonului și de aplicațiile ei practice. În contextul în care determinarea directă a rezistenței de forfecare este o operație foarte delicată și nu poate fi statuată ca metodă de rutină, dar în practică fenomenul se manifestă în foarte multe situații, lămurirea problemelor de comportare și rupere a elementelor de beton și beton armat solicitate la forfecare s-a dovedit a fi de mare necesitate.

Fenomenul intervine stit în mod direct cum este cazul străpungerii la planșeele dală sau la fundațiile peșar precum și în cazuri speciale cum sînt imbinările la structuri din panouri mari, planșee prefabricate sistem predală sau ranforsarea îmbrăcămintilor rutiere rigide din beton de ciment.

Toate aceste aspecte au fost analizate în cazul lucrării căpătînd rezolvări practice bazate pe studii experimentale efectuate în cadrul laboratorului.

6.2. În baza studierii fenomenului au stat criteriile de analiză ale rezistențelor betonului și ale interpretării acestor rezistențe prin prisma teoriilor de rupere.

Pornind de la considerentul că rezistența la compresiune este principalul criteriu de calitate al unui beton și că determinarea acestui parametru este bine precizat și stabilit prin aplicarea încercărilor de rutină s-a insistat la analiza acestei caracteristici fizico-mecanice în scopul de a o putea compara cu rezistența la forfecare.

Cunoscînd că rezistența la întindere are valoarea cea mai mică între rezistențele betonului s-a insistat în măsura cuvenită și asupra acestui parametru în scopul de a-l compara cu rezistența la forfecare.

Partea preponderentă a acestor probleme de bază a fost acordată rezistenței la forfecare, a comparației acestui parametru cu rezistențele la întindere și la compresiune și a interpretării rezistențelor betonului prin prisma teoriilor de rupere.

După prezentarea unor aspecte privind rezistența la compresiune, s-a dezvoltat comportarea acestui material la întindere. Aspectele semnificative privind rezistența la forfecare au fost subliniate, insistându-se asupra modalităților de determinare cât mai corectă a acestui parametru. Astfel au fost prezentate rezultatele obținute de mai mulți autori, insistându-se pe studiul fotoelastic, din care se obțin concluzii importante privind starea de solicitare biaxială din epruvetă. Analiza stării de tensiune a evidențiat interdependența dintre eforturile normale și tangențiale din secțiunea de forfecare a probei, obținându-se în acest fel o motivație deosebit de întemeiată pentru aprofundarea studiului.

Fenomenul forfecării este analizat și prin prisma teoriilor de rupere ale betonului atât la solicitarea plană cât și spațială.

Sînt prezentate și prevederile teoretice ale teoriei de forfecare prin prisma normelor americane, una dintre cele mai elaborate norme la acest gen de solicitare. Relațiile pentru determinarea rezistenței la forfecare sînt comentate și analizate comparativ.

Contribuția majoră a autorului în aspectele legate de rezistența la forfecare constă în sistematizarea cunoștințelor și sublinierea celor mai importante fenomene. De asemenea importanță este referirea la cele mai recente cercetări în acest domeniu.

6.3. Analiza numerică a comportării elementelor experimentale o constituie o bază a presupunerilor teoretice care urmează să fie confirmate sau nu de cercetările experimentale.

Deoarece pînă în prezent majoritatea experimentărilor se referă la obținerea unor rezultate privind comportarea de ansamblu a elementelor de construcții din beton armat, mai ales în ceea ce privește fisurarea și ruperea, în lucrarea de față au fost amplificate cercetările numerice de detalii în ceea ce privește mecanismul formării și dezvoltării fisurilor, al transmiterii eforturilor prin zone de material fisurat, mecanismul zdrobirii betonului și al conlucrării între armătură și beton.

Cunoașterea detaliată a stării de tensiuni din elementele experimentale este necesară datorită interacțiunii din eforturile unitare normale  $\sigma$  și cele tangențiale  $\tau$  din secțiunea de forfecare.

Abordarea studiului stării plane de tensiuni din elementele experimentale printr-o metodă numerică are avantajul că dă posibilitate completării observațiilor experimentale cu o serie de date condiționate privind mărimea deformațiilor și a eforturilor unitare în orice punct. Acest lucru a fost realizat în lucrare.

Modelarea numerică permite analiza și în domeniul post-elastic, oferind date privind evoluția fisurilor și a eforturilor în element.

Validarea modelului numeric de comportare prin comparație cu încercările experimentale, îndreptățesc utilizarea acestuia și la alte încercări la care au fost folosite alte caracteristici elastice și mecanice ale probelor, fără a fi necesare încercări experimentale.

Utilizarea unei metode numerice ca Metoda elementelor finite, constituie o abordare modernă a studiului stării de tensiuni din modelele experimentale.

În baza acestor considerente teoretice în lucrare au fost folosite trei programe de calcul pentru punerea în evidență a stării de eforturi și de deformații în secțiunea critică de forfecare: programul IZOPRAM, programul ST-PL (stare plană) și programul BIOGRAF. Rezultatele programelor de calcul comparate cu studiul fotoelastic din literatura de specialitate au dat posibilitatea efectuării unor analize critice asupra stării de eforturi.

În continuare se face o succintă prezentare a stării plane de tensiuni în domeniul elastic și post-elastic pentru elementele din beton armat.

Sînt prezentate trei tipuri de elemente finite, utilizate în cele trei programe de calcul cu ajutorul cărora este studiată starea de tensiune din elementele experimentale. Detalierea etapelor de calcul, algoritmi utilizați și modul de exploatare al programelor, dă posibilitatea autorului să prezinte clar modalitatea prin care se realizează analiza numerică. Sînt prezentate de asemenea cele trei programe de calcul, domeniul lor de aplicabilitate, structura lor și interpretarea rezultatelor oferite de acestea.

O contribuție importantă a autorului constă în elaborarea și aplicarea programelor TEPL și IZOP, unul scris în limbajul BASIC, celălalt în FORTRAN, programe ce constituie instrumente foarte eficiente în activitatea de proiectare și cercetare a elemen-

telor de construcții în stare plană de tensiuni.

Utilizarea programului BIOGRAF, oferă posibilitatea conducerii studiului și în domeniul postelastice, având în vedere că se pot modela principalele fenomene neliniare ce se petrec în elementele de beton armat.

Analiza numerică în domeniul elastic și postelastice a permis obținerea unor concluzii calitative și cantitative, rezumate în cele ce urmează la următoarele aspecte:

- stabilirea corectă a modalității de încărcare a probei - cu forțe concentrate sau cu încărcări uniforme distribuite;
- cunoașterea detaliată a stării de deformări și de tensiuni din elementul experimental și cu precădere în secțiunea de forfecare;
- explicarea mecanismului de cedare a probei;
- evoluția degradărilor din elementul încercat până la rupere;
- stabilirea teoretică a limitei elastice a elementului;
- stabilirea limitei de rupere a elementului;
- perfecționarea modelului încercat experimental pe baza concluziilor teoretice desprinse din analiza numerică;
- confirmarea modului de cedare observat la încercarea experimentală atât pentru modelul din beton simplu cât și pentru cel prevăzut cu armătură de forfecare;
- studierea influenței armăturii din secțiunea de forfecare;
- compararea rezultatelor analizei numerice cu cele obținute prin studiu fotoelastic;
- compararea forțelor de rupere teoretice cu cele experimentale și validarea modelelor de analiză numerică.

6.4. Programul experimental care a făcut obiectul capitolului 4 al lucrării a avut ca scop pe de o parte completarea cercetărilor privind raportul dintre rezistența la forfecare a betonului și celelalte caracteristici fizico-mecanice în contextul folosirii unei metodologii și epruvete speciale, iar pe de altă parte de a stabili raportul dintre rezistența la forfecare și aderența ce se realizează în secțiunea de forfecare între betonul turnat la vîrste diferite, de calitate diferite și în diverse condiții de realizare a acestei aderențe.

După prezentarea diferitelor experimentări realizate de alți autori, s-a imaginat și confecționat un model experimental și o metodologie de încercare care să pună în evidență caracteristicile de aderență și rezistența la forfecare.

Pe baza încercării a 23 de serii de epruvete, constituie în două categorii în funcție de mărimea suprafeței supuse forfecării s-au putut formula o serie de concluzii importante între care se subliniază următoarele:

Încercările experimentale au fost efectuate în conformitate cu un program experimental conceput astfel încât să servească celor două scopuri urmărite: efectul aderenței și rezistența la forfecare. Pentru desfășurarea programului experimental a fost utilizat un cofrag metalic special în care s-au turnat serii de probe concepute astfel încât să servească scopului urmărit.

Încercarea probelor s-a efectuat la presa hidraulică, având la dispoziție aparatură de măsură și control.

Pentru fiecare probă s-au înregistrat forțele de rupere, deformațiile și deformațiile specifice în punctele alese.

6.4.1. Starea de eforturi în secțiunea de forfecare este mai clar și mai corect evidențiată în cazul când epruveta a fost supusă la încărcare printr-o forță concentrată, decât în cazul în care ea a fost solicitată printr-o sarcină uniform distribuită. Acest lucru a fost confirmat și prin studiul stării de eforturi efectuat cu ajutorul programului BIOGRAF.

6.4.2. Încercările experimentale au pus clar în evidență diferența dintre rezistența la forfecare a betonului în secțiunea critică și rezistența prin aderență în aceeași secțiune a două betoane turnate la vîrste diferite. S-a constatat astfel că față de rezistența la forfecare, aderența reprezintă în medie 45% față de rezistența la forfecare în cazul epruvetelor realizate din aceeași marcă de beton, și doar 30% în cazul epruvetelor realizate din betoane de mărci diferite. Această constatare pune în evidență atât efectul calității mai slabe a betonului, cât și efectul contracției diferite a celor două calități de beton și a vîrstei de turnare.

6.4.3. Din compararea rezultatelor experimentale privind aderența beton-beton, față de aderența beton-beton prin interpunerea unui strat de lapte de ciment, sau aderența beton-beton prin interpunerea de lapte de ciment și răgină epoxidică s-a constatat

contrar așteptărilor că aderența simplă beton-beton este mai bună. Această constatare se explică prin aceea că între două straturi de beton laptele de ciment constituie un strat mai slab din punct de vedere al rezistențelor, acest strat conducând în același timp la contracții mai mari care afectează rezistența.

6.4.4. În privința rezultatelor experimentale referitor la corelația dintre rezistența la forfecare pe de o parte și rezistența la compresiune și întindere pe de altă parte, autorul a ajuns la stabilirea relațiilor:  $R_f = 0,15 R_b$  și  $R_f = 1,7 R_t$ . Având în vedere că determinarea rezistenței la compresiune a fost determinată pe cuburi cu latura de 14,1 cm, aceste rezultate sînt apropiate de datele din literatura de specialitate confirmînd acuratețea lucrărilor experimentale efectuate.

6.4.5. Rezultatele experimentale au stat la baza unei comparații cu studiul teoretic realizat prin programul BIOGRAF referitor la valoarea eforturilor unitare  $\sqrt{\sigma_{bx}}$ ,  $\sqrt{\sigma_{by}}$ ,  $\sigma_{xy}$  și a deformațiilor specifice  $\epsilon_{bx}$ ,  $\epsilon_{by}$  dezvoltate în secțiunea specifică de producere a forfecării.

Studiul teoretic realizat cu programul de calcul a permis analiza comparativă a eforturilor pe întreaga secțiune de forfecare.

S-a constatat o concordanță bună între valorile teoretice și cele experimentale pe toată înălțimea secțiunii critice de forfecare cu specificația că pe zonele de mijloc concordanța a fost mai bună pe cînd în zonele marginale în care există concentrări de eforturi abaterile au fost mai mari.

6.4.6. O altă serie de lucrări experimentale s-au referit la stabilirea influenței pe care o are armătura asupra capacității de rezistență la forfecare în secțiunea critică a unei epruvete experimentale.

În acest scop au fost executate și încercate epruvete martor, turnate monolit, fără armătură în secțiunea critică de forfecare.

Epruvete din aceeași calitate de beton cu armături de forfecare 2% în secțiunea critică, secțiune în care armătura a lucrat monolit cu betonul.

Epruvete la care în secțiunea critică a fost amulată rezistența la forfecare a betonului prin introducerea în secțiunea de forfecare a două foi de tablă separate printr-un lubrefiant,

rămânând active numai armăturile de forfecare 2/10.

Epruvetele cu armătură de forfecare au fost analizate teoretic pe baza programului BIOGRAF ajungându-se la aceleași concluzii privitor la eforturile unitare  $\sqrt{\sigma_{bx}^2 + \sigma_{by}^2}$  și deformațiile specifice  $\epsilon_{bx}$ ,  $\epsilon_{by}$ , ca și în cazul elementelor fără armături.

Aceste experimentări reprezentând un aport original al lucrării au pus în evidență aportul celor două materiale, betonul și armătura, asupra rezistenței la forfecare, atât separat fiecare cât și în ansamblul lor.

Apreciind rezistența la forfecare, a betonului pe baza legilor stabilite pe epruvetele din beton simplu s-a putut pune în evidență aportul armăturii privind rezistența la forfecare în secțiunile critice.

6.5. Prezentarea prin analiza critică a aplicațiilor rezistenței la forfecare în elementele de beton, beton armat și beton precomprimat confirmă frecvența foarte mare a acestui gen de solicitare și deci importanța studierii fenomenului de forfecare.

Au fost prezentate aplicații ale fenomenului de forfecare la planșee fără grinzi, realizate din beton armat sau precomprimat, la îmbrăcăminți rutiere din beton de ciment, la îmbinările diaframelor asamblate din panouri mari prefabricate și la fundațiile izolate tip pahar pentru stâlpi prefabricați

Pentru fiecare tip de element analizat s-au prezentat succint fenomenele care se produc în cazul solicitării de forfecare, precum și relațiile de verificare din literatura de specialitate comentate.

Analizând diferitele forme sub care este prezentă forfecarea betonului în elementele de beton, beton armat și beton precomprimat se pot desprinde o serie de concluzii după cum urmează:

a) În foarte puține situații se întâlnește numai fenomenul de forfecare pură, și aceasta numai în anumite zone solicitate ale elementelor.

b) În general forfecarea este asociată cu solicitarea de încovoiere, compresiune sau întindere.

c) Dată fiind complexitatea stării de solicitare în care este prezentă și forfecarea este destul de dificil de stabilit



relații prin care să fie luat în calcul numai efectul forfecării.

d) Prezența armăturilor în zona de solicitare la forfecare complică relațiile de calcul limitând valabilitatea acestora.

e) Precomprimarea zonelor de reazem ale plangeelor solicitate la forfecare conduce la o creștere a capacității portante la străpungere.

f) Stabilirea și adaptarea unor modele de calcul pentru elementele solicitate la forfecare este dificilă datorită stării spațiale de tensiuni generată în zona critică.

g) Relațiile de calcul și verificare pentru elementele solicitate la forfecare sînt stabilite și au valabilitate numai pentru cazurile particulare studiate, fără posibilitate de generalizare.

h) Forfecarea fiind un fenomen complex, se fac și în prezent studii și cercetări prin care să poată fi elucidate toate aspectele comportării elementelor la această solicitare.

Abordarea problemei forfecării și aderenței în structurile de beton, beton armat și precomprimat constituie o tentativă cu deosebit de multe implicații, avînd în vedere complexitatea fenomenului în contextul structurii. Din acest motiv orice studiu este binevenit și aduce lămuriri suplimentare, permițînd scoaterea în evidență a cît mai multor aspecte specifice de comportare. Elucidarea fenomenului de forfecare în structura de beton, beton armat și precomprimat este solicitată de foarte muți proiectanți, dată fiind frecvența mare a situațiilor practice în care forfecarea este prezentă, cît și insuficiența acoperire a acestui fenomen cu relații de calcul și verificare adecvate.

În acest sens în lucrare se abordează problema atît experimental cît și teoretic, utilizînd cea mai modernă metodă de analiză; analiza numerică prin intermediul calculatorului. Metodologia de analiză și concluziile desprinse constituie un aspect substanțial la rezolvarea problemei.

În cadrul lucrării au fost aduse o serie de contribuții originale enumerate în cele ce urmează:

- studiul critic al teoriilor de rupere ale betonului;
- sistematizarea cercetărilor legate de fenomenul de forfecare și de aderență în construcțiile de beton, beton armat și precomprimat;

- precizarea aspectelor semnificative ce urmează să fie studiate în problema forfecării;
- analiza critică a relațiilor de verificare și calcul, a prevederilor conținute în normele de proiectare;
- stabilirea și desfășurarea unui program de încercări experimentale;
- analizarea, propunerea și executarea unor elemente experimentale necesare studiului forfecării și aderenței;
- punerea la punct a metodologiei de turnare și încărcare a probelor experimentale;
- îmbunătățirea procedurii de determinare experimentală a forței de rupere la forfecare a probelor încercate;
- analiza critică a rezultatelor experimentale obținute;
- studiul teoretic al stării de tensiune din probele experimentale;
- relevarea aspectelor semnificative ale stării de eforturi din zona de forfecare a probelor experimentale;
- punerea la punct a unei metodologii de analiză numerică în domeniul elastic și postelastice al stării de eforturi din elementele experimentale;
- elaborarea unor programe de calcul pentru determinarea stării de eforturi la elementele în stare plană de tensiuni;
- analiza numerică în domeniul postelastice al elementelor din beton și beton armat;
- prezentarea metodei elementelor finite în studiul stării plane de tensiuni;
- stabilirea unor algoritmi de calcul numeric al stării de eforturi din elementele experimentale;
- interpretarea rezultatelor analizei numerice;
- prezentarea unor cazuri practice de forfecare în structurile de beton, beton armat și beton precomprinat, împreună cu relațiile prevăzute în literatură și analiza acestora;
- stabilirea unor corelații între rezistența la forfecare și rezistențele la compresiune, respectiv la întindere ale betonului;
- analiza comparativă a rezultatelor experimentale și teoretice obținute;
- studiul influenței armăturii în secțiunea de forfecare utilizând probe încercate experimental și prin analiză numerică.

- 1.- ACI August 1986 No.4. Proceedings V.83
- 2.- ACI Jurnal V.83, No.2. April 1986
- 3.- ACI-ASCE Committee 426.the shear strength of Reinforced concrete Membersslabs, Journal of the structural Division, ASCE NO 378, August 1974.
- 4.- ACI - committee 318-83, Building Code requirements for Reinforced concrete ACI 318-83. American concrete institute, 1983.
- 5.- ACI-ASCE Committee 423, tertative recommendations for prestressed concrete flat plates, ACI Jurnal Vol.71, No.2, feb.1974 pp.61-71 and Vol.71 No.8, August 197 -pp.424-426.
- 6.- Agent R., Bănuț V., Calculul structurilor din beton armat cu stîlp zvelt. Editura Tehnică București, 1979.
- 7.- Al Mohaidi R.H., Nonlinear Finite Element Analicis of Reinforced concrete Deep Members Ph.D.thesis, Cornell University, Ithaca May 1978, 374, pp
- 8.- American Concrete Institute, Building Code Requirements for Reinforced concrete (ACI 318-77).
- 9.- American Concrete Institute, Building Code Requirements for Reinforced concrete (ACI 318-71).
- 10.- American Concrete Construction Cause of the condominium callopse.
- 11.- Andersson J.L., Punching of concrete slabs with shear reinforcement, Meddelande Nr.47, Institutionen for Byggnadsstatik, Kungliga Tehniska Hogskolan Stockholm, 1963.
- 12.- Avram C., și alții, Rezistențele și deformațiile betonului, Editura Tehnică, București, 1971.
- 13.- Avram C., Friedrich R., Stoian V., Metode de discretizare in problema plană a teoriei elasticității. Memoriile secțiilor științifice, Seria IV, Tom II (1979).
- 14.- Avram C., Filimon I., Curs de beton armat partea III-a, București 1962.
- 15.- Avram C., și alții, Folosirea tehnologiei revibrării la execuția imbrăcăminților rutiere din beton de ciment. In Revista Transporturilor no.11, București, 1969.
- 16.- Bach C., und Graf C., Versuche mit allseitig aufliegenden quadratischen und rechteckige Eisenbeton platten Deutscher Aussehuss für Eisenbeton, Berlin No.30, 1915 S.309, No.73, 1933, S.28, No.88, 1938, S.22.

- 17.- Balcu M., Balcu A., Metoda elementului finit, Vol.I Inst.de Construcții București, 1977, 1981.
- 18.- Balcu M., Idem, Vol.II.
- 19.- Bathe K.J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall, New Jersey 1976.
- 20.- Beck H., Zusammenwirken von einzelnen Fertigteilen als grossflächige scheibe. Deutscher Ansschuss für Stahlbeton, Heft 224, verlag Wilhelm Ernst u sohn Berlin 1973.
- 21.- Bezuhov, N.I., Teoria elasticității și plasticității, București Editura Tehnică, 1957.
- 22.- Bob C., Friedrich R., Stolan V., Structuri din beton armat metoda elementelor finite, teoria echivalențelor, Editura Academiei României București, 1984.
- 23.- Bob C., și alții, Calculul datelor ortotrope prin metoda fișiiilor finite st.cerc.mec.apl.38, 3, (1978).
- 24.- Bob C., Unele considerații privind stabilirea compoziției betonului, Revista materiale de construcții RVI nr.2, 1986.
- 25.- Braestrup L.W., Punchig shew in concrete slabs, ABSE Collegium, Copenhagen, 1979, Introductory Report oct.1978, pp. 115-136.
- 26.- Brändli W., Müller F.N., Bruchversuche an stahlbeton und spannbetonplatten bei, Rand-und Eckstzen Institut für Baustatik und konstruktion, ETH Zürich, Versuchsbericht 7305-40, in vorbereitung.
- 27.- Capățină D., Calculatorul în ajutorul proiectării construcțiilor Editura Tehnică București 1976.
- 28.- CEB Cod modele CEB-FIP pour les structures en beton, Bulletin d'Information No.174/125.F.1978.
- 29.- CEB Complements an code - Modele CEB-FIP, 1978, Bulletin d'Information No.139.F.1981.
- 30.- CEB Dalles, structures planes- theme II: poinçonnement, Bulletin d'Information No.58, CEB, Paris, oct.1966.
- 31.- Cheung Y.K., Finite strip Metod in structural Analysis, Pergamon Press Oxford, 1976.
- 32.- Clădiri de locuit P+4E - Structuri, planșee dală. Proiect I.P.C.T. 1215/79.
- 33.- Clark A., Punching shear near the free edges of slabs, concrete vol.18 No.Aug.1984, pp.15-17.
- 34.- C.P.110, Part 1, 1972, the structural use concrete- design, materials and workmanship, British standards

- 35.- Cuteanu E., Marinov R., Metoda elementelor finite in proiectarea structurilor, Editura Facla, Timisoara, 1980.
- 36.- Drăgănescu Gh., Date comparative privind rezistența la întindere din încovoiere și întindere indirectă a betonului în: studii și cercetări INCERC, București, 1968.
- 37.- Dezvoltarea programelor pentru calculul structurilor de construcții - contract IPT No.150/85. Beneficiar IPT București.
- 38.- DIN 1045. Beton und stahlbeton. Bemessung und Ausföhrung, Deutsch Institut für Normung, Berlin, Dec.1978.
- 39.- Dobra I., Irimieș M., Terteș I., Viorel G., Verificări privind comportarea la străpungere a elementelor din beton ușor. Contract 863/1976. Faza 2.5.2. ICCEDC.
- 40.- Dobra I., și alții, Comportarea la străpungere centrică a plăcilor din beton ușor armat, sesiunea științifică I.R.C.N. 1978.
- 41.- Dorn W.S. Metode numerice programare în FORTRAN, Editura Tehnică București, 1976.
- 42.- Dumitrescu D., ș.a., Indrumător pentru proiectarea și calculul construcțiilor din beton, beton armat și beton precomprimat, Editura Tehnică, București, 1978.
- 43.- Experimentări privind comportarea îmbinărilor la structuri din panouri mari, contr.10722/86.
- 44.- Filimon I., Unele probleme ale betonului slab armat, Litografia învățământului, Timisoara, 1959.
- 45.- Filimon I., Jiva C., Studii privind îmbunătățirea tehnologiilor de ranforsare a complexelor rutiere din beton de ciment, contract nr.189/1986.
- 46.- Filimon I., Deutsch I., Curs de beton armat și precomprimat Vol.I. IPTVT 1984.
- 47.- Filimon I., Deutsch I., Curs de beton armat și precomprimat Vol.II, IPTVT, 1984.
- 48.- Forsell C., Holmberg A., Stämpellast pa plattor av.betong. Betong, Stockholm, V.31, nr.2.1946, pp.95-123.
- 49.- Friedrich R., Bazele metodei elementelor finite Inst.Politehnic 1972.
- 50.- Graf C., Die Eigenschaften des Betons, Berlin, Springer-Verlag 1960.
- 51.- Hanson N.W., Shear and moment transfer between Concrete slabs and columns, Journal of the PCA Research and Development Laboratories, Jan. 1968, pp.2-16.

- 52.- Hilsdorf H., Zusammenfassung und Kritik früherer Versuche und Vorschlag für eine neue Prüfmethode in: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 173.
- 53.- Hognestad E., Elstner R.C., Shear strength of Reinforced structural lightweight Aggregate concrete slabs, ACI Journal, V.61, No.6, June 1964.
- 54.- Indicativ P.10-77, revizuirea P.10-36.
- 55.- Instrucțiuni tehnice pentru proiectarea plangeelor dală, martie 1978.
- 56.- Iosipescu N., Cercetări fotoelastice asupra unui procedeu corect de încercare la forfecare pură a materialelor în studii și cercetări de mecanică aplicată No.2, București, 1962.
- 57.- Iosipescu N., Păcoaru I., Aspecte ale comportării și rezistenței betonului la forfecare și întindere în: Revista Construcțiilor și a materialelor de construcții nr.3, 1959.
- 58.- Ivan M., Bazele calculului structurilor în domeniul elastic, Editura Facla, Timișoara, 1984.
- 59.- Jean Pralong, Poissonnement symétrique des planchers dalles. Institut für Baustatik und Konstruktions Zürich, Juni 1982.
- 60.- Kimmnen S., Nylander H., Punching of concrete slabs without shear reinforcement. Royal Institute of Technology Transactions No.158 Stockholm 1960.
- 61.- Kording K., Tragverhalten von ausmitting beanspruchten Einzelfundamenten aus Stahlbeton. T+U.Braunschweig, 1981.
- 62.- Macmillan A.B., A comparison of Methods of computing the strength of flat reinforced - concrete plates. Engineering News. Vol.63, No.13, March 31.1910, pp.364-367.
- 63.- Manual pentru calculul construcțiilor Vol.I, Editura Tehnică București, 1977.
- 64.- Marcus Henri., Load carrying capacity of Dowels at traverse Pavement Joints ACI Journal V.48, No.2, oct.1951, pp. 169-184.
- 65.- Marti P., Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton. Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich, Bericht No. 104, okt.1983.
- 66.- Massonet C., și alții, Calculul structurilor la calculatoare electronice, Editura Tehnică, București, 1974.

- 67.- Max Herzog., Die Durchstanzfestigkeit von Stahlbeton und spannbeton platten ohne und mit Schubbe wehrung bei Innen- Rund-und Eckstützen.
- 68.- Max Herzog., A new evaluation of earlier punching shear tests concrete London Vol.4, 1970.
- 69.- Mehlhorn G., Schwing K., Berg K.R., Versuche zur Schubtragfähigkeit, Verzahnter Fugen. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft.283. Verlag Wilhelm Ernst u Sohn, Berlin 1978.
- 70.- Mirșu O., Friedrich R., Construcția din beton armat, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
- 71.- Hoe J., Shearing strength of reinforced concrete slabs and Footings under concentrated loads. Development Department, Bulletin. D.47. Portland Cement Association, April 1961, 130 p.
- 72.- Mowrer R., Vanderbilt N.D., Shear strength of lightweight Aggregate Reinforced concrete Flat Plates, ACI Journal, Proceedings V.64, No.11, November 1967.
- 73.- Nicolau V. și alții., Introducere în teoria betonului. Vol.I. București, Editura Tehnică, 1954.
- 74.- Nicolau V., Betonul armat. București, Editura Tehnică, 1962
- 75.- Nicolau V., Introducere în teoria betonului. Vol.I. Editura Tehnică, București, 1954.
- 76.- Nicolau V. Introducere în teoria betonului. Vol.II. Editura Tehnică, București, 1957.
- 77.- Nicula I., Oneș T., Beton armat, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
- 78.- Normativ pentru calculul și alcătuirea plaseelor din beton armat și beton precomprimat Anteproiect ICCPDC București, iunie 1979.
- 79.- Oneș T., Curs de beton armat și beton precomprimat, Vol.I. Vol.II, Vol.III, Institutul Politehnic Cluj-Napoca.
- 80.- Petcu V., Calculul structurilor de beton armat în domeniul plastic, Editura Tehnică, București, 1972.
- 81.- Petcu V. și alții., Studii de sinteză privind comportarea la străpungere a plăcilor armate pe două direcții INCERC Nr.3/1973.
- 82.- Petcu V. și alții., Comportarea la străpungere a plăcilor INCERC Nr.6, 1974.
- 83.- Petcu V., Pancaldi V., Cercetări experimentale privind comporta-

rea plăcilor armate solicitate la străpungere excentrică plăci fără armătură transversală pentru străpungere.  
Contract nr.938/1977, INCERC.

- 84.- Petcu V., Pancaldi V., Cercetări experimentale privind comportarea plăcilor armate solicitate la străpungere excentrică și armăturii transversale pentru străpungere contract nr.938/1977, INCERC.
- 85.- Petcu V., Stănculescu G., Pancaldi V., Ionescu P., Calculul la străpungere a plăcilor armate cu oțeluri cu profil periodic laminate la cald sau cu profile rigide. INCERC 1972, contract 300/1971.
- 86.- Petcu V., și alții., Studiu experimental privind sisteme de armare la străpungere. Referat INCERC 1972, Contract nr.300/1972.
- 87.- Petcu V., și alții., Studiu de sinteză privind comportarea la străpungere. Studii și cercetări INCERC Nr.3/1973.
- 88.- Petcu V. și alții., Comportarea la străpungere a plăcilor armate pe două direcții, studii și cercetări INCERC Nr.6/1974.
- 89.- Petcu V. și alții., Relații pentru calcul la străpungere al plăcilor armate pe două direcții. Buletinul științific al ICB 1976.
- 90.- Petcu V., Pancaldi V., Calcul și alcătuirea planșelor din beton armat. Studiu teoretic cu analiza datelor experimentale cunoscute din literatură. INCERC Contract nr. 938/1977.
- 91.- Petcu V., Pancaldi V., Cercetări experimentale privind comportarea plăcilor armate pe două direcții, solicitate la străpungere excentrică, contract nr.938/1977.
- 92.- Pommeret H., La resistance aux efforts tangents des joints Verticaux entre grandes panneaux prefabriqués coplanaires. Buletin Juin.1971.
- 93.- Program - Programe pentru proiectarea construcțiilor civile, ind. în regim interactiv - contract IPT nr.130/83 și 185/83. Beneficiar IPT București.
- 94.- Pume D., Scherfestigkeit Senkrechter Stöße zwischen Betonwandelementen. Bauplanning-Bautechnik 21.1967.S.225.
- 95.- Ramzy E. și alții., Testes of flat-plate. corner column slab connections, Journal of the structural Division. ASCE Vol.99, No.ST.3.March 1973.



- 96.- Regan P.E., Shear in reinforced concrete an analytical study construction Industry London oct.1972.
- 97.- Regan P.E., and M.W.Braestrup., Punching shear in reinforced concrete January 1985.
- 98.- Riss A.G., Votre probleme "Le poinçonnement de planchers plats" ARET. verankerungstechnik, Eisenwarenfabrik Zürich.
- 99.- Rüsch H., Essai d'une nouvelle theorie a la flexion du beton armé. Universite de Liège, Tome 2. Dec.1961.
- 100.-Scordelis A.C., Finite Elements Analysis of reinforced concrete structures proceeding of the speciality conference on the EEM. In civil engenering Montreal 1972.
- 101.- Schwing H., Zur wirklichkeitnahen Beschmung von wondscheiben aus Fertigteileen. Disertation D17., Darmstadt, 1975.
- 102.- SNIP 2.03 .01-84(85) Normi proektirovanici. Betonnie i jelezobetonnie Konstrukții, Moscova, 1984.
- 103.- STAS 10107/o-87-90
- 104.- STAS 10107/o-76 revizuirea 1983
- 105.- STAS 10107/o-76 revizuirea 1980
- 106.- STAS 8000-67 Calculul elementelor de beton armat și beton precomprinat
- 107.- STAS 10107/o-76 Construcții civile și industriale. Calculul și alcătuirea elementelor din beton, beton armat și beton precomprinat. Institutul Român de standardizare, București, 1976.
- 108.- Stoian V., Friedrich R., Furtunescu A., Program pentru calculul biografic neliniar al diaframelor de beton armat BIOGRAF o2 Institutul politehnic Timișoara, 1981
- 109.- Stoian V. și alții., Experimentări privind comportarea îmbinărilor la structuri din panouri mari, contr.10722/86.
- 110.- Studii și cercetări privind calculul și comportarea diaframelor din beton armat contr.IPT nr.49/84 și 164/84 Beneficiar IPCT București
- 111.- Studiul comportării îmbinărilor la structuri cu diafragme de beton armat prefabricate. Analiza comportării post-elastice a îmbinării structurilor din panouri mari Paza 1/1986, contract 14081/1986, ICCPDC Filiala Timișoara 1986.
- 112.- Sven Kinnunen, Henrik Mylander - Plattjocklekens invercan PA.

**Betongplattors halfasthed vid gen omstansing försök med rektangulära plattor institutionen för Byggnadsstatik Kungl tekniska Högskolan, Stockholm. TRITA-BST-0137 Modelande 1980, nr.137.**

- 113.- Temmermann F., Blanjean. Un probleme de resistance de materiaux et de photoclasticite L'Ossature Metallique, 3, (1938).
- 114.- Tertea I., Curs de beton armat, Partea I, Lito.Inst.Politehnic Cluj-Napoca, 1966.
- 115.- Tertea I., Betonul preconprinat, Editura Tehnică, București, 1981.
- 116.- Triskreli G.D. Soprotivlenie pastisjeniu nearmirovannih i armirovannih betonov. Moskva 1954.
- 117.- Viorel G., Tertea I., Dobres., Calculul și alcătuirea plangeelor din beton armat (plangee ciuperici, plangee dale) complectarea programului experimental privind comportarea plangeelor la străpungere excentrică. Contract 258/1978.
- 118.- Viorel G., Tertea I. și alții., Studii teoretice și experimentale privind conlucrarea între dale și stâlpi la structurile cu plangee dale, contract 652/1979.
- 119.- Walraven Joost C., Fundamental Analysis of aggregate interlok. ASCE V.107, ST 11 Nov.1981 pp.2245-2270.
- 120.- Weigler H. Zur Frage der Schubdruckfestigkeit von Beton No.5 1964.
- 121.- Normativ 2 101-78.